



**TABAKALANMA AŞINMASININ
SONLU ELEMANLAR
YÖNTEMİ İLE MODELLENMESİ**

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Kubilay ASLANTAŞ

Danışman: Yard. Doç. Dr. Süleyman TAŞGETİREN

AĞUSTOS 2000

**TC. TÜRK KÜLTÜR VE TURİZM BAKANLIĞI
DOKÜMANLARI GENEL MÜDÜRLÜĞÜ**

TABAKALANMA AŞINMASININ SONLU ELEMANLAR
YÖNTEMİ İLE MODELLENMESİ

Kubilay ASLANTAŞ

Yüksek Lisans Tezi

Makine Eğitimi Anabilim Dalı

Danışman: Yard. Doç. Dr. Süleyman TAŞGETİREN

Afyon

Afyon Kocatepe Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü

Ağustos 2000

98112

YÜKSEK LİSANS TEZ ÖZETİ

TABAKALANMA AŞINMASININ SONLU ELEMANLAR YÖNTEMİ İLE MODELLENMESİ

Kubilay ASLANTAŞ

Makine Eğitimi Anabilim Dalı

Afyon Kocatepe Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü

Ağustos 2000

Danışman: Yard. Doç. Dr. Süleyman TAŞGETİREN

Makine elemanları genellikle birbirleriyle temas halinde çalışırlar. Temas eden yüzeyler birbirleri üzerinde hareket ederken, yüzeyde ve yüzey altında normal ve teğetsel yüklerden dolayı bir takım gerilmeler oluşur. Yüzeye etkileyen normal ve teğetsel yüklerin devamlı olması, yüzey altında bir takım mikro boşlukların oluşmasına neden olur. Yüzeydeki kayma işlemi, oluşan bu boşluklar üzerinde sürekli bası ve çeki gerilmeleri meydana getireceğinden, bu boşluklar zamanla büyüyerek çatlak şeklini alır. Çatlak, kritik çatlak boyuna ulaştığı zaman yüzeye doğru bir yayılma eğilimi gösterir. Bunun sonucu olarak ta yüzeyden tabaka halinde kopmalar meydana gelir. Bu işleme tabakalanma aşınması denir.

Bu çalışmada, yüzey altında bulunan farklı uzunluktaki çatlakların yüzeye etkileyen normal ve teğetsel yükler sonucunda nasıl etkilendiği araştırılmıştır. Çeşitli sürtünme katsayıları ele alınarak K_I , K_{II} ve J integral değerindeki değişimler hesaplanmıştır. Bu amaçla sonlu elemanlar metodu kullanılarak bir model oluşturulmuştur. Programlama dili olarak FORTRAN ve BASIC'in kullanıldığı programlar geliştirilmiştir.

ABSTRACT**A FINITE ELEMENT MODEL FOR DELAMINATION WEAR****Kubilay ASLANTAŞ****Education of Machine Working Branch****Afyon Kocatepe University Science Institute****July 2000****Counsellor:Assistant Professor Süleyman TAŞGETİREN**

Machine components are generally work in contact with each other. When contacting surfaces have a relative motion, applied normal and tangential forces cause some stresses on surface and subsurface. If these stresses are applied continuously several voids nucleates at some depth from the surface. The sliding effect on the surface applies compressive and shearing stresses to these voids to generate cracks. When the cracks reach a critical length, it penetrates to surface and breaks away from the surface. This is called delamination wear.

In this study, several cracks lengths and friction coefficient are considered. Behaviour of the crack is investigated under these variables. The stress intensity factors K_I and K_{II} and the J integral calculations are carried out for this purpose. The analysis is done by using the finite element method. Several computer programs are developed by using FORTRAN and BASIC languages.

İmza

Tez Danışmanı: Yrd. Doç. Dr. Süleyman Tarçetin


Jüri Üyeleri:

Doç. Dr. Murat Topcu

Yrd. Doç. Dr. Emre SÖZKASAP

Kubilay ASLANTAŞ'ın **Tabakalanma Aşınmasının Sonlu Elemanlar Yöntemi İle Modellenmesi** başlıklı tezi 06.09.2000 tarihinde, yukarıdaki jüri tarafından Lisansüstü Eğitim Öğretim ve Sınav Yönetmeliğinin ilgili maddeleri uyarınca, Makine Eğitimi Anabilim dalında, Yüksek Lisans tezi olarak değerlendirilerek kabul edilmiştir.

Afyon Kocatepe Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Yönetim Kurulunun 11.09.2000 tarih ve 11/09 sayılı kararı ile onaylanmıştır.


Prof. Dr. Hidayet YAVUZ
Enstitü Müdürü

ÖNSÖZ

Bana bu çalışmamda her türlü desteğini esirgemeyen, hem bilimsel hem de kişisel yönlerini örnek aldığım ve onunla çalışmanın bir zevk olduğuna inandığım değerli hocam Yard. Doç. Dr. Süleyman TAŞGETİREN'e sonsuz teşekkürlerimi bir borç bilirim.

Ayrıca bu çalışmam sırasında bana verdiği moral desteğine ve göstermiş olduğu sabır ve metanet için sevgili eşime minnettarım.

Kubilay Aslantaş

ÖZGEÇMİŞ

Kubilay ASLANTAŞ

Makine Eğitimi Anabilim Dalı
Yüksek Lisans

Eğitim

Lisans: 1997, Gazi Üniversitesi Teknik Eğitim Fakültesi Makine Eğitimi A.B.D. Talaşlı
Üretim Öğretmenliği

Lise: 1992, Gürün Endüstri Meslek Lisesi, Tesviye Bölümü

İş/İstihdam

1997- Araştırma Görevlisi. Afyon Kocatepe Üniversitesi Teknik Eğitim Fakültesi

Kişisel Bilgiler

Doğum Yeri ve Yılı: Sivas / 06 Kasım 1974
Yabancı Dil: İngilizce

Cinsiyet:Erkek

Yayınlar

- 1- TAŞGETİREN, S.,ASLANTAŞ, K., “Tornada Kesme İçin Yeni Bir Sert Metal Uç Tutucusu Tasarımı”, 3.GAP Mühendislik Kongresi, 2000,Urfa
- 2- ASLANTAŞ, K., “Bilgisayar Kontrollü Takım Tezgahlarının Programlanmasında CAD/CAM Yaklaşımı”, Mamtek’99 ,Makine Mal. ve İmalat Semp.,1999, Manisa
- 3- ASLANTAŞ, K., “Bir CAD/CAM Yazılım Programıyla CNC Parça Programının Üretilmesi”, A.K.Ü Tek. Eğt. Fak., Çarşamba Seminerleri, 2000, Afyon
- 4- TAŞGETİREN, S., ASLANTAŞ, K., KURT, A., “Torna Kesme Kalemindeki Gerilmeler: Sürtünme Katsayısının Etkisi”, Teknoloji, 1(4) Zonguldak, 2000

İÇİNDEKİLER

	<u>Sayfa</u>
ÖZET	ii
ABSTRACT	iii
TEZ JÜRİSİ VE ENSTİTÜ MÜDÜRLÜĞÜ ONAYI.....	iv
ÖNSÖZ	v
ÖZGEÇMİŞ	vi
TABLO ve ŞEKİL LİSTESİ.....	ix

BİRİNCİ BÖLÜM

I. TABAKALANMA AŞINMASI KAVRAMI.....	1
A) GİRİŞ.....	1
1. Önceki Çalışmalar.....	7
B) PROBLEMİN TANIMI.....	10

İKİNCİ BÖLÜM

I. GENEL KAVRAMLARIYLA AŞINMA.....	12
A) GİRİŞ.....	12
1. Yüzeyler Arasındaki Temas.....	12
a) Elastik Deformasyon.....	13
b) Plastik Deformasyon.....	15
B) KAYMA AŞINMASI.....	18
1. Kayma Aşınmasında Yükün ve Kayma Hızının Etkisi.....	18
2. Kayma Aşınmasında Meydana Gelen Gerilmeler.....	19

ÜÇÜNCÜ BÖLÜM

I. SONLU ELEMANLAR ANALİZİ.....	24
A) SONLU ELEMANLAR ANALİZİNE GİRİŞ.....	24
1. Sonlu Elemanların Gelişimi ve Kullanım Alanları.....	24
B) İKİ BOYUTLU PROBLEMLER.....	25

1. Şekil Değişirme-Yer Değişirme İlişkisi.....	27
2. Gerilme-Şekil Değişirme İlişkisi.....	28
3. İzoparametrik Elemanlar.....	30
4. Çatlak Civarında Kullanılan Elemanlar.....	36
5. Eleman Rijitlik Matrisi.....	37
II. TEMAS GERİLMELERİ ANALİZİ.....	41
A) HERTZ TEORİSİ ve TEMAS GERİLMELERİ.....	41
III. KIRILMA MEKANİĞİ ANALİZİ.....	45
A) KIRILMA MEKANİĞİNE GİRİŞ.....	45
1. Çatlak Ucu Civarında Gerilme Dağılımı.....	46
2. J İntegralinin Hesabı.....	48
3. Gerilme Yığılma Faktörü (K_I , K_{II}) Hesabı.....	51

DÖRDÜNCÜ BÖLÜM

I. SONUÇLAR ve DEĞERLENDİRME.....	56
A) GİRİŞ.....	56
1. Sonlu Eleman Modelinin Oluşturulması.....	56
B) GERİLME ANALİZİ SONUÇLARI.....	59
1. Von-mises Akma Kriterine Göre Gerilme Analizi.....	64
2. Tresca (Max kayma gerilmesi) kriterine göre gerilme analizi.....	66
C) J İNTEGRALİ SONUÇLARI.....	68
1. Yükün Konumuna ve Sürtünme Katsayısına Göre J İntegrali Sonuçları.....	68
D) K_I ve K_{II} HESABI SONUÇLARI.....	74
SONUÇ ve DEĞERLENDİRME.....	81
KAYNAKLAR.....	83

ŞEKİL ve TABLO LİSTESİ

	<u>Sayfa</u>
Şekil 1.1 Kayan iki yüzey arasındaki temas noktaları.....	1
Şekil 1.2 Temas noktalarının indirgenmesi.....	2
Şekil 1.3 Kayma deformasyonu ile boşluk oluşumu.....	4
Şekil 1.4 Çizgisel yükleme neticesinde yüzey altında meydana gelen gerilme bölgesi.....	4
Şekil 1.5 Yüzey altı çatlak oluşum mekanizması.....	6
Şekil 2.1 Birbiri ile temas halinde olan iki yüzeyin temas noktalarının daha yakından görünüşü.....	13
Şekil 2.2 “r” yarıçaplı bir kürenin düzlem bir yüzeye uygulamış olduğu “W” yükü neticesinde meydana gelen elastik deformasyon.....	14
Şekil 2.3 Temas bölgesindeki normal gerilmelerin dağılımı.....	14
Şekil 2.4 Uygulanan yük ile temas alanı arasındaki ilişki.....	16
Şekil 2.5 Yükselti noktalarının uç kısımlarının plastik deformasyon sonucu kopması.....	17
Şekil 2.6 Sürtünmeli kayma yüzeyi modeli.....	18
Şekil 2.7 Uygulanan normal yük ve kayma hızına bağlı olarak temas alanında meydana gelen ısı ve gerilmelerin değişimi.....	19
Şekil 2.8 Sürtünme katsayısı ve gerilme derinliği ilişkisi.....	20
Şekil 2.9 Sürtünme katsayısı ve Von-Mises gerilme ilişkisi.....	21
Şekil 2.10 Yükleme nedeniyle meydana gelen σ_1 , σ_2 asal gerilmeleri ve τ_{max} gerilmeleri.....	21
Şekil 2.11 Yükün konumu ile çatlağın zorlanma durumundaki değişimi.....	22
Şekil 3.1 İki boyutlu elastik kütle.....	26
Şekil 3.2 İki boyutlu düzgün bir elemanda meydana gelen şekil değiştirmeler.....	27
Şekil 3.3 Sekiz düğümlü izoparametrik elemanın doğal ve kartezyen koordinat sistemindeki durum.....	30
Şekil 3.4 Sekiz düğümlü dörtgen eleman için düğüm deplasmanları.....	31
Şekil 3.5 Doğal koordinatlarda sekiz düğümlü izoparametrik eleman.....	32

Şekil 3.6 Çatlak ucu civarında kullanılan çeyrek nokta düğümlü eleman.....	37
Şekil 3.7 Yüzey üzerindeki Hertz basınç dağılımı.....	42
Şekil 3.8 Çatlak yüzey hareketinin üç temel şekli.....	45
Şekil 3.9 Irwin'in çatlak ucundaki gerilmeleri belirlemek için kullandığı model.....	47
Şekil 3.10 Irwin'in analizde kullandığı gerilme bileşenleri için koordinat sistemi.....	48
Şekil 3.11 J integral hesabı için kullanılan tipik eğri.....	49
Şekil 3.12 K_{II} gerilme yığılma faktörünün çatlak yayılımı üzerine etkisi.....	52
Şekil 3.13 Bir yüzey altı çatlağı için çatlak yönlenmesinin şematik ifadesi.....	53
Şekil 3.14 Çatlak ucundaki lokal koordinatlar.....	54
Şekil 4.1 Modelin oluşturulmasında kullanılan plaka ve kayan cismin boyutları.....	56
Şekil 4.2 Plakanın sonlu eleman modeli.....	57
Şekil 4.3 $L/a = 1$ için plakanın yüzeyi altında bulunan çatlak şekli.....	58
Şekil 4.4 Eleman üzerine etkileyen toplam kuvvetin dağılım şekli.....	58
Şekil 4.5 Plaka üzerine etkileyen a) normal yük dağılımı b) teğetsel yük dağılımı....	59
Şekil 4.6 σ_x gerilmelerinin sürtünme katsayısına bağlı olarak dağılımı	59
Şekil 4.7 σ_x gerilmelerinin sürtünme katsayısına bağlı olarak x eksenini boyunca değişimi.....	60
Şekil 4.8 σ_y gerilmelerinin sürtünme katsayısına bağlı olarak dağılımı.....	61
Şekil 4.9 σ_y gerilmelerinin sürtünme katsayısına bağlı olarak x eksenini boyunca değişimi.....	61
Şekil 4.10 σ_y gerilmelerinin y eksenini boyunca değişimi.....	62
Şekil 4.11 τ_{xy} kayma gerilmelerinin sürtünme katsayısına bağlı olarak dağılımı....	63
Şekil 4.12 Yüzeyde meydana gelen τ_{xy} gerilmelerinin temas noktasının merkezinde sürtünme katsayısına bağlı olarak değişimi.....	64
Şekil 4.13 Farklı sürtünme değerleri için Von-mises eşgerilme eğrilerinin dağılımı.....	65
Şekil 4.14 Temas noktasının merkezinde Von-Mises gerilmelerinin sürtünme değerine bağlı olarak değişimi.....	65

Şekil 4.15 Farklı sürtünme katsayıları için için Tresca max kayma gerilme eğrilerinin dağılımı.....	66
Şekil 4.16 Temas noktasının merkezinde meydana gelen max kayma gerilmelerinin sürtünmeye katsayısına bağlı olarak değişimi.....	67
Şekil 4.17 τ_{max} kayma gerilmelerinin derinliğe bağlı olarak değişimi.....	68
Şekil 4.18 Çatlak boyu $L/a = 0.5$ için J integralinin yükün konumuna bağlı olarak değişimi.....	69
Şekil 4.19 Çatlak boyu $L/a = 1$ için J integralinin yükün konumuna bağlı olarak değişimi.....	70
Şekil 4.20 Çatlak boyu $L/a = 1.5$ için J integralinin yükün konumuna bağlı olarak değişimi.....	71
Şekil 4.21 Çatlak boyu $L/a = 2$ için J integralinin yükün konumuna bağlı olarak değişimi.....	72
Şekil 4.22 J integral değerinin çatlak boyuna bağlı olarak değişimi.....	73
Şekil 4.23 Çatlak boyu $L/a = 0.5$ ve $\mu = 0$ için K_I değerinin yükün konumuna bağlı olarak değişimi.....	74
Şekil 4.24 Çatlak boyu $L/a = 1$ ve $\mu = 0$ için K_I değerinin yükün konumuna bağlı olarak değişimi.....	75
Şekil 4.25 Çatlak boyu $L/a = 1.5$ ve $\mu = 0$ için K_I değerinin yükün konumuna bağlı olarak değişimi.....	75
Şekil 4.26 Çatlak boyu $L/a = 2$ ve $\mu = 0$ için K_I değerinin yükün konumuna bağlı olarak değişimi.....	76
Şekil 4.27 $L/a = 0.5$ çatlak boyu için K_{II} gerilme yığılma faktörünün yükün konumuna ve sürtünmeye bağlı olarak değişimi.....	77
Şekil 4.28 $L/a = 1$ çatlak boyu için K_{II} gerilme yığılma faktörünün yükün konumuna ve sürtünmeye bağlı olarak değişimi.....	78
Şekil 4.29 $L/a = 1.5$ çatlak boyu için K_{II} gerilme yığılma faktörünün yükün konumuna ve sürtünmeye bağlı olarak değişimi.....	79
Şekil 4.30 $L/a = 2$ çatlak boyu için K_{II} gerilme yığılma faktörünün yükün konumuna ve sürtünmeye bağlı olarak değişimi.....	80
Tablo 3.1 Şekil fonsiyonların “r” ve “s” ye göre türevi	

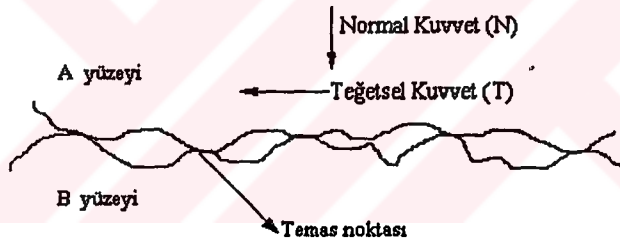
BİRİNCİ BÖLÜM

I.TABAKALANMA AŞINMASI KAVRAMI

A) GİRİŞ

Metallerin aşınması olayı oldukça karmaşık olmasının yanı sıra kayma şartlarına ve kayan malzemenin özelliklerine bağlıdır. Metal yüzeylerinin birbiri üzerindeki hareket mekanizmaları kendilerinden beklenen fonksiyonları yerine getirmesi açısından önemlidir. Bir yüzey diğer bir yüzey üzerinde hareket ederse aşınmanın meydana gelmesi kaçınılmazdır. Ayrıca bu aşınmanın yanı sıra her iki yüzeyin hemen altında bir takım gerilmelerin oluşması da söz konusudur¹.

Birbirleriyle temas halinde olan metal yüzeyleri biraz daha yakından incelendiğinde çıplak gözle görüldüğü kadar düzgün bir yüzey olmadığı görülür (Şekil 1.1).

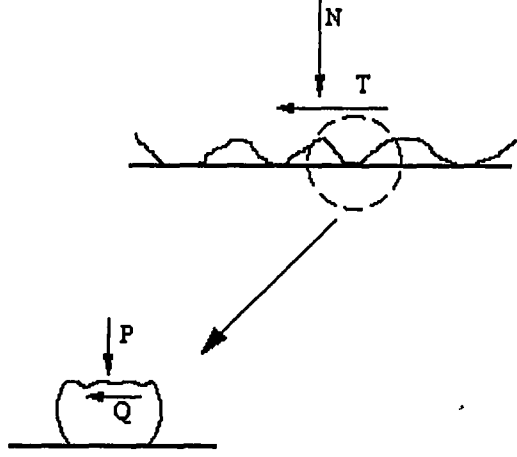


Şekil 1.1 Kayan iki yüzey arasındaki gerçek temas noktaları

Kayma esnasında temas noktaları birbiriyle etkileşimde bulunmakta veya kayma işlemi bu noktalar üzerinde gerçekleşmektedir. Bu tür kayma problemlerinde işlemi daha da basite indirgemek için yüzeyin biri düzgün alınır ve diğer yüzeyden de sadece bir temas noktası dikkate alınır. Şekil 1.2 de pürüzlü olan yüzey üzerine gelen N ve T toplam

¹ I. HUTCHINGS., *Triboloji* (Great Britain, 1992), s.14

normal ve teğetsel kuvveti ifade ederken, P ve Q ise tek bir temas noktasına gelen normal ve teğetsel yükü ifade etmektedir².



Şekil 1.2 Temas noktalarının indirgenmesi

Tabakalanma aşınması birbiriyle temas halinde çalışan makine parçalarının çalışması esnasında gerek uygulanan yükün etkisiyle gerekse sürtünme kuvveti ve kayma hızının etkisiyle ortaya çıkar. Bu aşınma türünün ortaya çıkmasına neden olan temel unsurları aşağıdaki gibi sıralamak mümkündür³.

- Kaymanın devam etmesiyle yüzeyden itibaren sonlu aralıkta dislokasyon yığılması meydana gelecektir. Bu durum aynı zamanda boşlukların oluşumuna izin verecektir. Eğer malzeme sert ikinci faz tanecikleri içeriyorsa, bu boşluk oluşumunu arttıracaktır. Boşluklar, metal içerisinde büyük oranda ikinci faz tanecikleri bulunduğu zaman sert tanecikler etrafındaki matrisin plastik akmasıyla oluşur.
- Oluşan bu boşluklar metalin akmasıyla birleşecektir. Sonuçta çatlakların yüzeye paralel hale gelmesine neden olur.

² N. JAHANMIR, N. P. SUH, "Mechanics of subsurface void nucleation in delamination wear," *Wear*, 44(1) 17-38(1977)

³ N. P. SUH, "The Delamination Theory of Wear," *Wear*, 25(2) 111-124(1973)

- Çatlak kritik uzunluğa ulaştığı zaman (malzemeye bağlı olarak) yüzeyle çatlak arasında malzeme bir kabuk şeklinde kopar.
- Sonuç olarak kopan parçacığın şekli çatlak uzunluğuna ve malzemenin iç şekil değiştirme özelliğine bağlı olarak değişir.

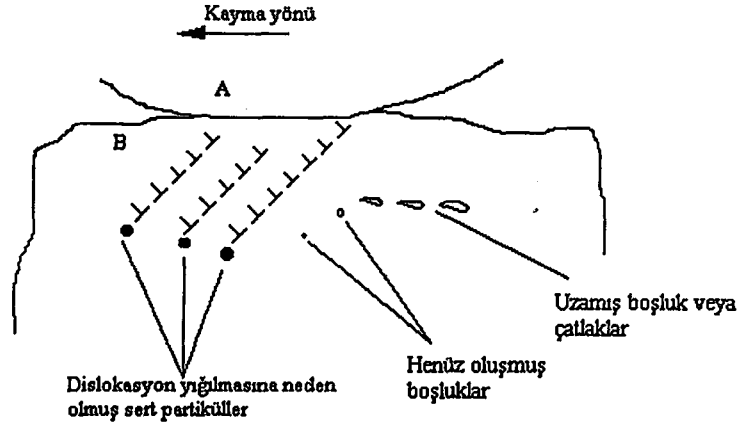
Yüzey altı katmanlarında dislokasyon yoğunluğu olduğu için farklı mekanizma ve farklı sayıda çatlak ve boşluk oluşumu meydana gelebilir. Uygulanan yükte meydana gelen gezici dislokasyonların hareketi sert tanecikler tarafından engelleneceği için boşluk oluşum oranını metal içerisinde bulunan bu sert taneciklerin varlığı artırabilir.

Bu sert partiküller matrisin kohezif dayanımından daha kuvvetli olduğu zaman çatlak ve boşluklar bu dislokasyon gerilmeleri altında oluşabilecektir. Yığılan dislokasyon gerilmeleri altında bu sert tanecikler parçalandığı zaman yüzey altında küçük çatlaklar da oluşabilir. Sert partiküller etrafındaki matrisin plastik akması ve matris tanecikli ara yüzeyin dekozyonuyla meydana gelen plastik deformasyon süresince boşluklar meydana gelebilir.

Yüzey altında meydana gelen bu çatlak ve boşluklar üç farklı mekanizma ile birbirleri arasında bağ kurabilirler veya birleşirler. Bu mekanizmalar;

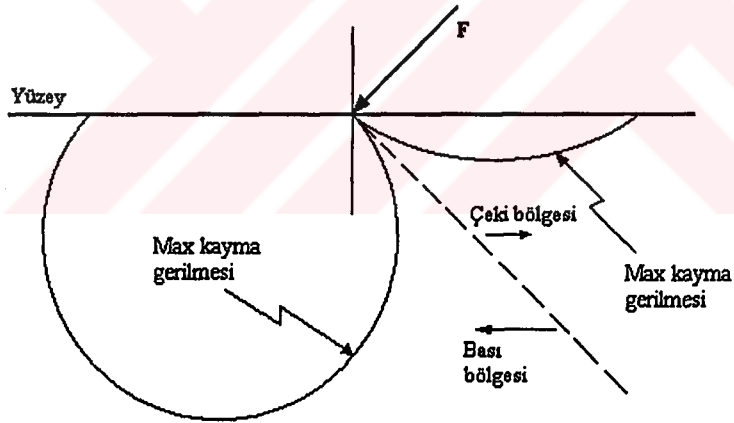
- Boşlukların büyümesi
- Çatlak yayılımı
- Boşluklar arasındaki metalin plastik akma deformasyonu

dur. Şekil 1.3 te kayma deformasyonu sonucunda meydana gelen boşluk oluşumu mekanizması gösterilmiştir.



Şekil 1.3 Kayma deformasyonu ile boşluk oluşumu

Şekil 1.3 te verildiği gibi bir yüzey diğer yüzey üzerinde kayarken yüzey altında bir takım gerilmeler meydana gelir. Meydana gelen bu gerilme alanı düzlem şekil değiştirme için bir doğru boyunca çizgisel yüklemeye olduğu kabul edilirse yüzey altında meydana gelen gerilme bölgesi şekil 1.4 te gösterildiği gibi olur⁴.



Şekil 1.4 Çizgisel yüklemeye neticesinde yüzey altında meydana gelen gerilme bölgesi

⁴ SUH, a.g.e., s. 114.

Bu tür bir temas için Tresca akma kriteri uygulandığında plastik bölge bir çizgi halinde olacaktır. Bununla beraber şekil 1.4 te görüldüğü gibi kesik çizginin sol tarafındaki gerilme bölgesi bası gerilme bölgesi iken sağ tarafındaki gerilme bölgesi ise çeki gerilme bölgesidir. Kesik çizgi ile gösterilen bölgede gerilme değeri sıfırdır. Bu çizgi uygulanan F kuvvetine diktir⁵.

Yapılan çalışmalar göstermiştir ki kesik çizginin sağ tarafındaki bölge elastiktir ve çeki gerilmeleri ile karşı karşıyadır. Kesik çizginin sol tarafındaki bölge ise plastiktir ve bası gerilmeleri ile karşı karşıyadır⁶.

Ayrıca plastik bölgedeki çatlak ucu bası gerilmelerine maruz kalırken elastik bölgedeki çatlak ucu ise çeki gerilmelerine maruz kalmaktadır.

Meydana gelen çatlağın yayılma hızı toplam çatlak uzunluğuna bakılmaksızın her zaman sabit alınır. Çünkü sadece çeki bölgesindeki çatlak gerilme konsantrasyonuna ve çatlak ucunun açılmasına katkıda bulunmaktadır.

Yapılan analizler gerilme yığılma faktörleri yüzeyin hemen altında sonlu mesafelerde maksimum seviyeye ulaştığını göstermiştir. Elde edilen verilere göre çatlaklar bu bölgelerde diğer bölgelere nazaran daha hızlı yayılmaktadır. Artan sürtünme kuvveti ile çatlağın oluştuğu derinlik artacak, doğal olarak ta tabaka halinde kalkan partiküllerin kalınlığı da artacaktır ki bunun sonucu olarak ta aşınma oranı artacaktır⁷.

Çatlak yayılımı yüzeye dik olmasından ziyade yüzeye paralel olarak gerçekleşmektedir. Bunun birinci nedeni yüzeyde bulunan kusur veya hatalar kayan yüzeylerin altında ve önündeki kesme hareketi altında kolaylıkla kapanır. Ayrıca yüzeye paralel olan normal

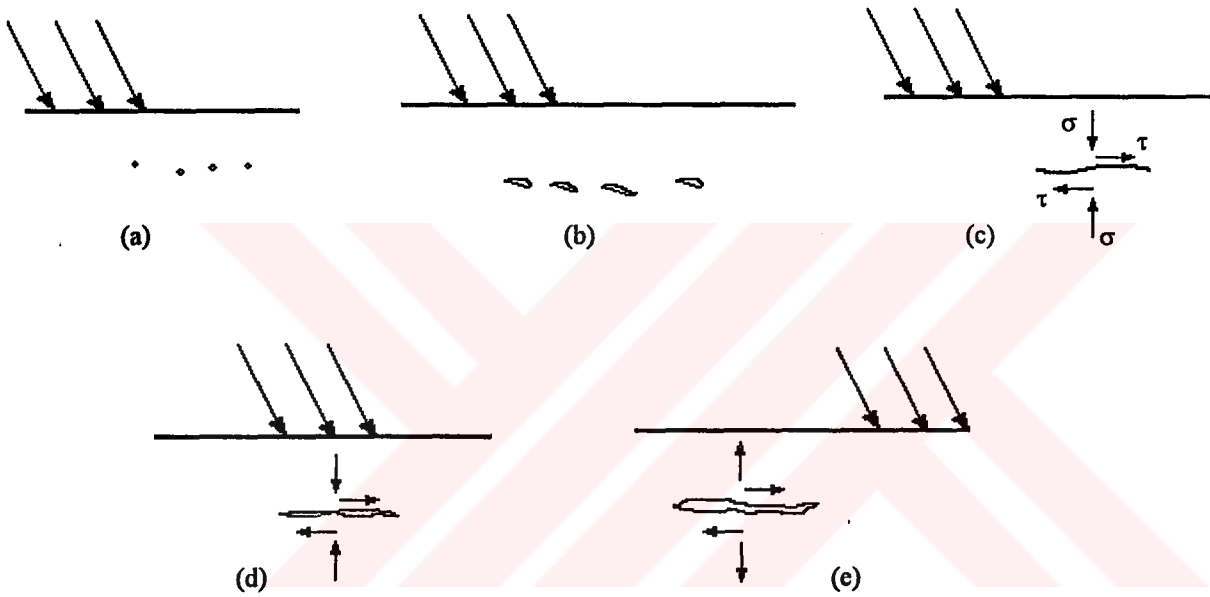
⁵N. P. SUH, "An Overview of The Delamination Theory of Wear," *Wear*, 44(1) 1-16(1973)

⁶ H. S. AHN, B. J. ROYLANCE, "Stress Behaviour of Surface-Coated Materials in Concentrated Sliding Contact," *Surface and Coating Technology*, 41(1990) 1-15(1988)

⁷ AHN, ROYLANCE, a.g.e., s.7.

gerilme bileşeni yüzeyin hemen altında çekmeden basmaya dönüşür. Bu da yüzey çatlaklarının derinlemesine büyümesini engeller.

Bu durumda yüzeyin hemen altında bulunan yüzeye paralel çatlaklar sürtünen elemanın her geçişinde basma ve çekmeden oluşan tekrarlı bir yüklemeye maruz kalır ki bu da yüzeyden kısa bir mesafe uzaklığında olan çatlakların yayılımına neden olur⁸. Şekil 1.5 te yüzeyin hemen altında meydana gelmiş olan boşlukların bir süre sonra birleşip nasıl yüzeye paralel bir çatlak şeklini aldığı şematik olarak gösterilmiştir.



Şekil 1.5 Yüzey altı çatlak oluşum mekanizması a)Mikro boşluk oluşumu, b)Boşlukların büyümesi, c)Boşlukların birleşmesi, d)Çatlak oluşumu, e)Çatlağın büyümesi

Şekil 1.5 te görüldüğü üzere temas noktaları yüzey üzerinde yapmış olduğu kayma hareketinin neticesi olarak yüzeyin hemen altında boşluklar oluşmaya başlamıştır(Şekil 1.5a). Oluşan bu boşluklar yüzey üzerindeki kayma hareketinin devam etmesi ile daha da büyümüş ve birbirlerine yaklaşmıştır(Şekil 1.5b). Bu boşluklar bir süre sonra birbirleri ile birleşmeye başlamış ve uç noktaları çok keskin çatlak şeklini

⁸ AHN, ROYLANCE, a.g.e., s.10

almıştır(Şekil 1.5 d-e). Bu aşamadan sonra bu çatlak diğer çatlaklar ile birleşir ve yüzeye ulaşır ki böylelikle malzemenin bu kısmı koparak ayrılır.

1. Önceki çalışmalar

Tabakalanma aşınması ilgili yapılan çalışmalar son otuz yılda kendini göstermeye başlamıştır. Sonlu elemanlar metodunun da bu alanda kullanılmaya başlanmasıyla birlikte bir çalışma alanı olarak popülerliği artmıştır.

Tabakalanma aşınması tanımı ilk defa Nam P.Suh tarafından ortaya konmuştur⁹. Suh bu çalışmada tabakalanma aşınmasının oluşma nedenlerini, yüzey altı çatlak oluşumuna neden teşkil eden unsurları, sert ikinci faz taneciklerinin aşınmadaki rollerini ortaya koymuştur. Daha sonra Suh ve Fleming tarafından ortaya konulan bir çalışmada; Tabakalanma aşınmasında çatlak yayılımının matematiksel ifadesi ve yüzey altında meydana gelen gerilmeler üzerinde durmuşlardır¹⁰. Bundan başka Jahanmir ve Suh tarafından yapılan diğer bir çalışmada da tabakalanma aşınmasında yüzey altında boşluk oluşumunun nedenleri ve sonuçları irdelenmiştir. Çalışmada yüzey altında meydana gelen σ_x , σ_y ve τ_{xy} gerilmelerinin analizi yapılmış ve bu gerilmelere ait gerilme eğrileri elde edilmiştir¹¹. Suh diğer bir çalışmasında ise iki yüzey arasındaki aşınmayı etkileyen faktörler olarak kayma hızını, yüzeye uygulanan normal ve teğetsel yükün etkisini ve yağlanmış yüzeylerdeki kayma hareketini ele almıştır¹².

Kaplanmış yüzeylere etkiyen normal ve teğetsel yük kombinasyonu sonucu kaplamada ve kaplanan malzemede meydana gelen gerilmelerin davranışı Ahn ve Roylance tarafından ele alınmıştır¹³. Teğetsel ve normal yüklere maruz kalmış ve elastik kaplanmış bir yüzeydeki temas gerilmelerini sonlu elemanlar yöntemi kullanarak

⁹ SUH, a.g.e., s. 5

¹⁰ SUH, a.g.e., s. 6

¹¹ JAHANMIR, SUH, a.g.e., s.36

¹² SUH, a.g.e., s. 9

¹³ AHN, ROYLANCE, a.g.e., s.13

Djabella ve Arnell tarafından gerçekleştirilmiştir. Çalışmada farklı sürtünme değerleri ve farklı kaplama kalınlıkları için gerilme analizi yapılmıştır. Yüzey altında meydana gelen gerilme dağılımı Von-mises akma kriterine göre araştırılmıştır¹⁴.

Yine kaplanan malzeme ile kaplama arasında var olan bir arayüzey çatlaklarının hareketli bası yükleri altında ne gibi bir davranış göstereceği Lee, Jinn ve Earmme tarafından araştırılmıştır. Aynı çalışmada sürtünme değerine, kaplama kalınlığına ve çatlak boyuna bağlı olarak gerilme yığılma faktörü hesaplanmış ve her iki çatlak ucu için G, enerji salıverme oranı hesaplanarak çatlakın büyüme eğiliminde olup olmadığı araştırılmıştır¹⁵.

Marshek ve Chen tarafından ortaya konan bir çalışmada birbiri üzerinde kayan cisimler için basınç-aşınma ilişkisi araştırılmış ve yüzeyler arasında aşınma dağılımı boyutsuz parametlerle belirlenmiştir¹⁶.

Chau-Cho Yu ve Keer artık gerilmelerin tren raylarında meydana gelen yorulma çatlak oluşumu üzerindeki etkisini sonlu elemanlar metodu ile analiz etmişlerdir. Yüzey altında meydana gelen gerilme değerlerini hesaplayarak, muhtemel çatlak oluşum bölgelerini belirlemişlerdir¹⁷. Ham, Rubin, Hahn ve Bhargava iki boyutlu yuvarlanmalı kayma temas problemlerinde elasto-plastik gerilme analizi yapmışlardır. Çalışmada yuvarlanmalı kayma sonucu yüzey altında meydana gelen gerilme ve şekil değiştirmeler araştırılmış, elde edilen sonuçlar daha önce yapılmış başka bir çalışma ile karşılaştırılmıştır¹⁸.

¹⁴H. DJABELLA, R. D. ARNELL, "Finite Element Analysis of Contact Stress in Elastic Double Layer System Under Normal Load," *Thin Solid Films*, cilt no 223, sayı no 1, (1993), s. 98-108.

¹⁵ K. S. LEE, J. T. JINN, Y. Y. EARMME, "Finite Element Analysis of a Subsurface Crack on the Interface of a Coated Material Under a Moving Compressive Load," *Wear*, cilt no 155, sayı no 1, (1992), s. 117, 136

¹⁶ K. M. MARSHEK, H. H. CHEN, "Discretization Pressure-Wear Theory for Bodies in Sliding Contact," *Journal of Tribology*, cilt no 111, (1989), s. 95-100

¹⁷ Y. YCHAU-CHO, L. M. KEER, R. K. STEELE, "Three-Dimensional Residual Stress Effects on the Fatigue Crack Initiation in Rail," *Journal of Tribology*, cilt no 119, (1997), s. 660-666

¹⁸G. HAM, C. A. RUBIN, G. T. HAHN, "Elasto-Plastic Finite Element Analysis of Repeated, Two Dimensional Rollin-Sliding Contacts," *Journal of Tribology*, cilt no 110, (January 1988), s.44-49

Elsharkawy ve Hamrock yağlanmış olan yüzeylerde meydana gelen max basınç ve gerilmelerin analizini gerçekleştirmişlerdir. Max basınç ve gerilme değerlerini temas noktasından ve yüzeyden uzaklığın bir fonksiyonu olarak boyutsuz parametrelerle saptamışlardır¹⁹.

Cheng, Cheng ve Keer temas yorulması altında çatlak oluşumunun analizi üzerinde çalışmışlar ve elde ettikleri verilerle yüzeyde ve yüzey altındaki Von-mises gerilmeleriyle sürtünme katsayısı arasında bir ilişki kurmaya çalışmışlardır²⁰. Bailey ve R. S. Sayles yüzey pürüzlülüğünün ve kayma sürtünmesinin temas gerilmeleri üzerindeki etkisi üzerine yaptıkları çalışmada farklı yüzey pürüzlülüğüne ve sürtünme değerlerine sahip yüzeyler için yüzey altında meydana gelen gerilme dağılımını araştırmışlardır. Ayrıca farklı sürtünme değerleri için max kayma gerilmelerinin derinlikle değişimi araştırılmıştır²¹.

Dally ve Chen elastik olarak deforme olmuş malzemelerin yüzey altında çatlak yayılımının analizini araştırmışlar. Çalışmanın deneysel boyutunda çatlak ucu civarındaki gerilme dağılımı fotoelastik yöntemle tayin edilmiş ve elde edilen veriler analitik yöntemle yapılan çözümle karşılaştırılmıştır. Ayrıca K_I ve K_{II} değerleri hesaplanarak çatlağın hangi yöne doğru büyüme eğilimi gösterdiği tespit edilmeye çalışılmıştır²². Salehizadeh ve Saka hareketli cizgisel temaslarda çatlak yayılımı ile ilgili çalışmasında; yüzeyin belli bir derinliğinde bulunan bir çatlağın yükleme sonucunda nasıl etkilendiğini araştırmıştır. Bunun yanısıra K_I ve K_{II} değerlerinin x eksenini boyunca değişimini boyutsuz parametrelerle belirlemiştir.

¹⁹A. A. ELSHARKAWY, B. J. HAMROCK, "Subsurface Stresses in Micro-EHL Line Contact," *Journal of Tribology*, cilt no 113, (July 1989), s. 645-655

²⁰ W. CHENG, H. S. CHENG, T. MURA, L. M. KEER, "Micromechanics Modelling of Crack Initiation Under Contact Fatigue," *ASME Paper*, cilt no 93-Trib, (1993), s. 1-7

²¹ D. M. BAILEY, R. S. SAYLES, "Effect of Roughness and Sliding Friction on Contact Stresses," *Journal of Tribology*, cilt no 113,(October 1991), s. 729-738

²²J. M. DALLY, Y. M. CHEN, S. JAHANMIR, "Analysis of Subsurface Crack Propagation and Implications for Wear of Elastically Deforming Materials," *Wear*, cilt no 141, (1990), s. 95-114

Elde ettikleri verilerde çatlak boyunun yüzeye uygulanan basınç nedeniyle değişimini sürtünme değerine bağlı olarak araştırmıştır²³. Dubourg, Godet ve Villechaise yüzey altında bulunan iki çatlağın yüzeye uygulanan yükü nasıl etkilendiğini araştırmışlardır. Uygulanan yükün etkisiyle yüzey altında meydana gelen gerilme dağılımı saptanmış ve K_I ve K_{II} değerlerinin x eksenini boyunca değişimi boyutsuz parametrelerle belirlenmiştir. Ayrıca uygulanan yükün konumuna göre K_I ve K_{II} deki değişimler grafiklerle ifade edilmiştir²⁴.

S. Taşgetiren yüzey üzerine etkiyen hareketli normal yükün etkisiyle yüzeyin belli derinliklerinde var olan çatlak şekilli delik etrafındaki gerilmeleri araştırmıştır. Çatlağın ve uygulanan yükün konumuna göre meydana gelen gerilme ve şekil değiştirmeler boyutsuz parametrelerle belirlenmiştir. Ayrıca çatlak şekilli delik civarında meydana gelen gerilme dağılımı Von-mises akma kriterine göre araştırılmıştır²⁵.

B) PROBLEMİN TANIMI

Bu çalışmada, elastik davranış gösteren bir levhanın yan yüzeyinde diğer bir yüzeyin kayması durumunda yüzeyden belli bir derinlikte bulunan çatlağın davranışı lineer elastik kırılma mekaniği yaklaşımı çerçevesinde araştırılmıştır. Sistemin bilgisayarda yazılmış FORTRAN tabanlı bir programla modeli oluşturulmuştur.

Bu çalışmada beş farklı aşama bulunmaktadır.

1. Modelin bilgisayarda oluşturulması ve verilerin bilgisayara girilmesi.

²³ H. SALEHIZADEH, N. SAKA, "Crack Propagation in Rolling Line Contact," *Journal of Tribology*, cilt no 114, (October 1992), s. 690-697

²⁴ M. C. DUBOURG, M. GODET, B. VILLECHAISE, "Analysis of Multiple Fatigue Cracks-PartII:Results," *Journal of Tribology*, cilt no 114, (July 1992), s. 462-468

²⁵ Süleyman TAŞGETİREN, "Stresses Around a Subsurface Crack Like Hole Under Moving Normal Load," *A.K.Ü Fen Bilimleri Dergisi*, cilt no 1, sayı no 2, (1999), s. 119-130

2. Muhtemel çatlak oluşuma bölgelerinin tespit edilmesi.
3. Meydana gelen gerilmelerin ve şekil değiştirmelerin, uygulanan yükün büyüklüğüne ve çatlağın konumuna göre değişiminin boyutsuz parametrelerle belirlenmesi.
4. Çeşitli boylardaki çatlak için farklı sürtünme katsayılarında çatlağın her iki ucu için J integrali hesabı yapılarak, çatlağın büyüme eğiliminde olup olmadığının araştırılması.
5. Çatlak yüzeyindeki deplasman değerlerinden faydalanılarak açılma modu olan K_I ve kayma modu olan K_{II} gerilme yığılma faktörlerinin hesaplanması ile çatlağın büyüme doğrultusunun belirlenmesi.



İKİNCİ BÖLÜM

I. GENEL KAVRAMLARIYLA AŞINMA

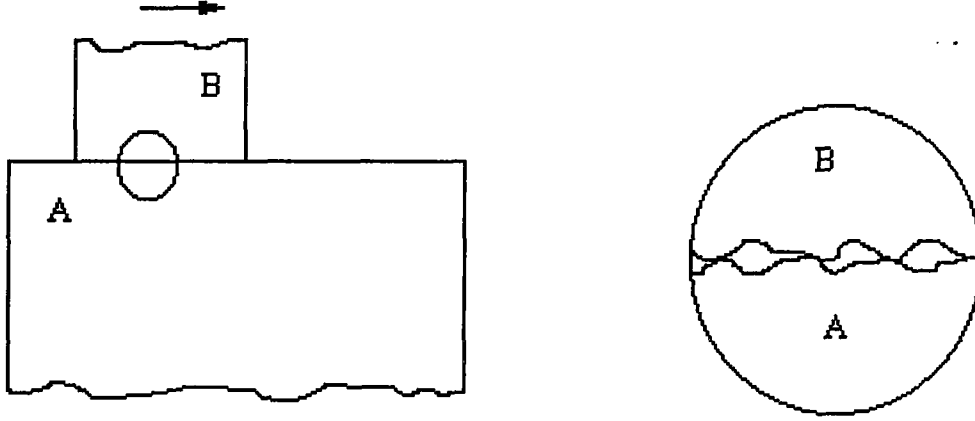
A) GİRİŞ

Metal yüzeylerin birbiri üzerindeki hareket mekanizmaları kendilerinden beklenen fonksiyonları yerine getirmesi açısından önemlidir. Her ne zaman bir yüzey diğer bir yüzeyin üzerinde hareket ederse aşınma meydana gelir ve aşınma neticesinde oluşan zarar, ya bir yüzeyde yada her iki yüzeyde meydana gelir. Aşınma bir çok durumda zararlıdır ve kaçınılmaya çalışılır. Aşınma aynı zamanda birbiriyle temas halinde çalışan yüzeylerde aradaki boşluğun artmasına ve mekanizma hassasiyetinin bozulmasına neden olur.

Diğer taraftan, birbirleriyle temas halinde çalışan yüzeylerde sürtünmeyi sıfıra indirmek imkansızdır. Bu nedenle de kayma sırasında yüzeydeki sürtünmeden dolayı meydana gelen teğetsel yükler de kaçınılmaz olmaktadır.

1. Yüzeyler Arasındaki Temas

Paralel iki yüzey yavaşça birbirine yaklaştırıldığında sadece birkaç noktada temas meydana gelecektir. Normal yük arttırıldığında yüzeyler birbirine daha da yaklaşacaklar ve dolayısıyla da yüzeyler üzerinde daha çok sayıda nokta birbiri ile temas halinde olacaktır.



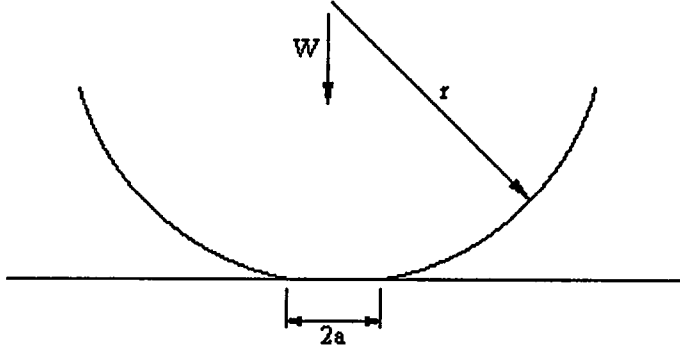
Şekil 2.1 Birbiri ile temas halinde olan iki yüzeyin temas noktalarının daha yakından görünüşü

Temas noktaları yüzeylerin birbirine dokunduğu noktalarda meydana gelir. Ayrıca yüzey üzerindeki normal yükü ve yüzeyler arasındaki sürtünmeden meydana gelecek sürtünme kuvvetini bu temas noktaları taşır. Şayet bir yüzeyden diğerine elektriksel akım verilecek olsa akım bu temas noktalarından geçecektir. Yüzeylerin birbiri üzerinde bu şekilde kayması sonucu yüzeylerde iki türlü deformasyon meydana gelir.

a) Elastik Deformasyon

Bu deformasyon türünde birbiri üzerinde kayan yüzeyler arasında herhangi bir şekil değişikliği veya yüzeylerin herhangi birinde kalıcı hasar meydana gelmemektedir. Her iki yüzeyinde elastik olduğu kabul edilir. Bir küre ile bir düzlem yüzeyi ele alacak olursak şekil 2.2 de görülen elastik malzemeden yapılmış bir küre üzerine "W" normal yükü uygulandığında "a" yarıçapı büyüklüğünde bir temas yüzeyi meydana gelecektir²⁶. Bu durum 1881 yılında Hertz tarafından ortaya atılan bir ifadeyle modellenmiştir.

²⁶ HUTCHINGS, a.g.e, s. 15.

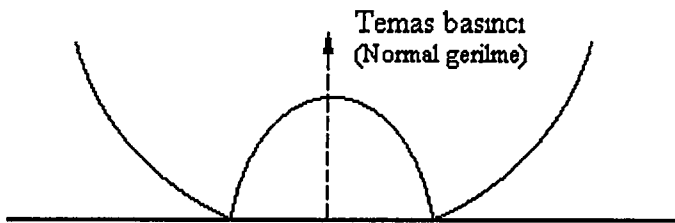


Şekil 2.2 “r”yarıçaplı bir kürenin düzlem bir yüzeye uygulamış olduğu “W” yükü neticesinde meydana gelen elastik deformasyonu

Temas noktasında meydana gelen “a” yarıçapı uygulanan yükün büyüklüğü ile doğru yüzeyin elastikiyet modülü ile ters orantılıdır. Yani küre üzerine etkiyen yük ne kadar arttırılırsa temas uzunluğu da o oranda artacaktır.

Böyle bir durum için deformasyon tamamen elastiktir ve temas alanı $W^{2/3}$ ile doğru orantılıdır. Anma basınç kuvveti (Normal gerilme) P_m temas alanının üzerindedir ve $W/\pi a^2$ ye eşittir.

Temas bölgesindeki alanda meydana gelen gerilmeler uniform değildir ve meydana gelen max gerilme merkezdedir. En az gerilme veya sıfır gerilme kenar bölgelerde oluşur. Normal gerilmelerin dağılımı şekil 2.3 teki gibi olur.



Şekil 2.3 Temas bölgesindeki normal gerilmelerin dağılımı

Max gerilme temas dairesinin merkezindedir ve asıl basınç kuvvetinden $3/2$ oranında daha büyüktür.

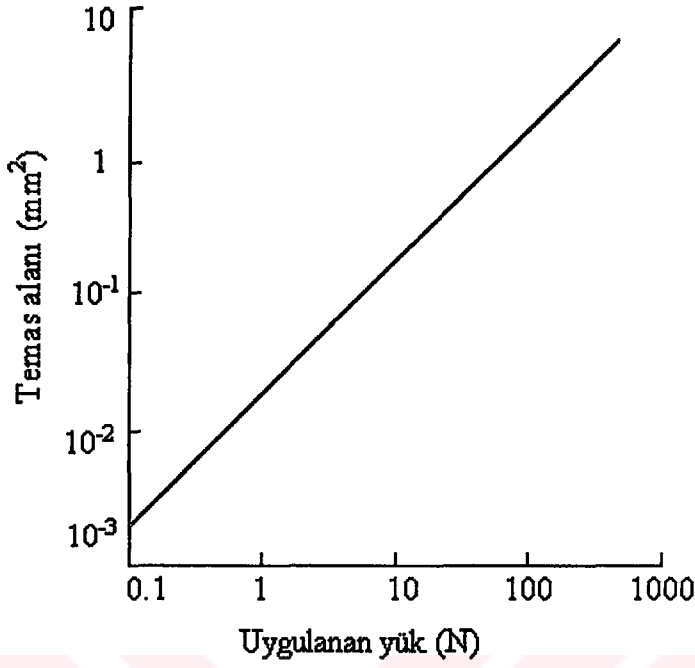
b) Plastik Deformasyon

Küre ile düzlem yüzey arasındaki normal yük arttırıldığı zaman temas halinde olan elemanların birinde veya her ikisinde de plastik deformasyon meydana gelebilir. Bu durum iki farklı şekilde düşünülerek daha da basit hale getirilebilir. Birincisi; küre rijit kabul edilir ve düzlemde meydana gelen plastik şekil değişikliği hesaplanabilir. İkincisi; düzlem yüzey rijit kabul edilir ve kürede meydana gelen plastik şekil değişikliği elde edilebilir.

Hertz yapmış olduğu analizler sonucunda şunu ortaya koymuştur; düzlem yüzey üzerinde hareket eden kürenin altında meydana gelen max kayma gerilmesi yaklaşık $0.78a$ (a daha önce de ifade edildiği gibi temas dairesinin yarıçapıdır) derinliğinde meydana gelmektedir. Akma gerilmesi kritik değerine ulaşıldığında plastik akma ilk olarak bu noktada başlar. Şayet Tresca kriteri uygulanabilirse malzemenin akma gerilmesinin R_e olduğu yerde kayma etkisinde akma $R_e/2$ de meydana gelecektir. Poison oranı yaklaşık 0.3 olan bir malzeme için max kayma gerilmesi, kürenin yüzeye temasta bulunduğu noktadan $0.78a$ derinliğinde olur. Kayma gerilme değeri ise asıl temas basıncında 0.31 kez daha büyük olur²⁷. Normal yük arttırıldığı zaman plastik deformasyonun alanı da genişleyecektir.

Plastik deformasyonda temas alanı da önemli bir unsurdur. Temas alanının artması deforme olan yüzeyin artmasına bağlıdır. Temas alanının artması da uygulanan yük ile ilişkilidir. Greenwood ve Williamson'un ortaya koydukları çalışmalar neticesinde uygulanan yük ile temas alanı arasında aşağıdaki gibi bir ilişki bulmuşlardır.

²⁷ K. L. JOHNSON, *Contact Mechanics*, (Cambridge University Press, London, 1985), s. 202-206



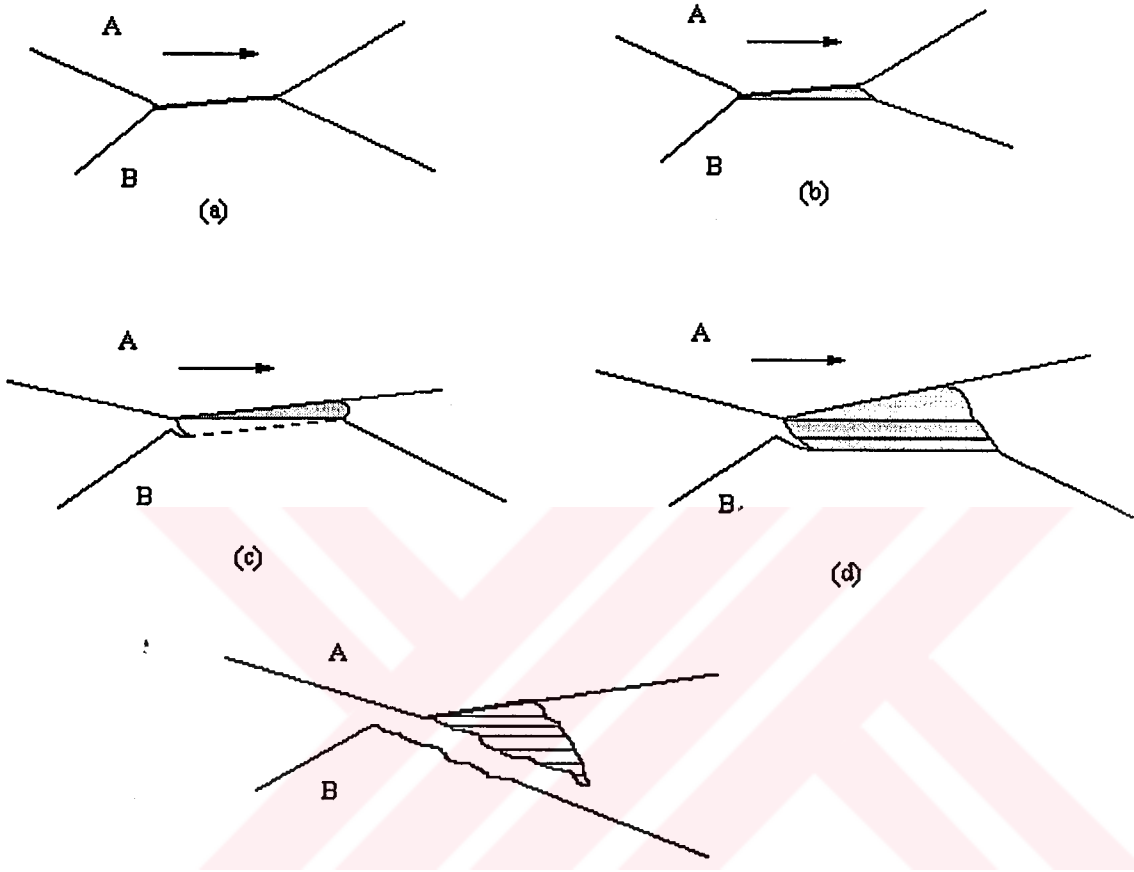
Şekil 2.4 Uygulanan yük ile temas alanı arasındaki ilişki.

HUTCHINGS, a.g.e., s.93.

Greenwood ve Williamson tarafından elde edilen bu grafik tamamıyla elastik temas olarak düşünülmüş ve ilişki buradan yola çıkılarak elde edilmiştir. Fakat yinede bu teori temas noktalarındaki plastik akmanın başlangıcının tahmin edilebilmesine olanak tanımaktadır.

Plastik deformasyon da belirli bir durumda meydana gelen olayı tüm açıklığıyla ortaya koymak zordur. Fakat her iki yüzeydeki aşınma ve aşınan partiküller faydalı bazı bilgilerin elde edilmesinde yardımcı olabilir. Yüzeylerin birbiri üzerinde her defasında kaymaları neticesinde bir takım partiküllerin oluşması kaçınılmazdır ve bu partiküllerin şekillerini tanımlamak veya sınıflandırmak zordur.

Uygulanan normal yüküyle yüzeydeki yüksek noktaların (asperity) birbirleriyle teması sonucunda şekil 2.5 teki gibi daha yumuşak olan malzeme için yükselti noktalarının uç kısmı koparak partikül oluşumu meydana gelmektedir.



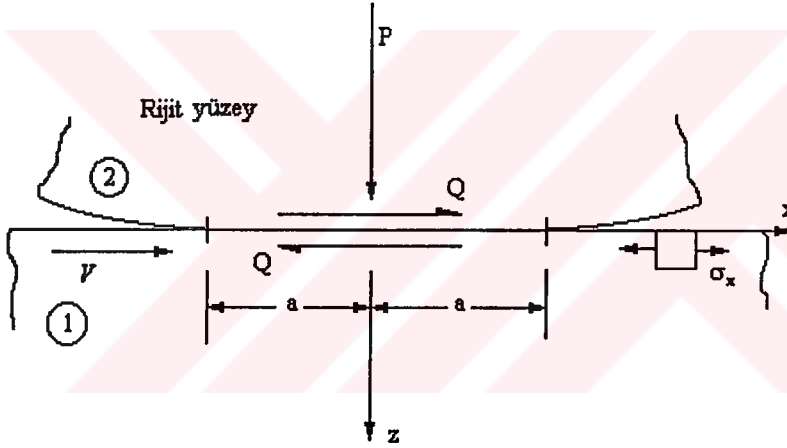
Şekil 2.5 Yükselti noktalarının uç kısımlarının plastik deformasyon sonucu kopması.

HUTCHINGS, a.g.e., s. 95.

Farklı yapı ve özelliklere sahip metallerin birbiri üzerindeki hareketi sonucu her iki metalin yüzeyinde bulunan yükselti noktaları birbirlerini koparıp yüzeyden uzaklaştırmaya çalışırlar. Eğer malzemenin biri yumuşak diğeri sert bir yapıya sahip ise şekil 2.5 te görüldüğü üzere sert olan yükselti yumuşak olan yükseltiyi koparıp uzaklaştırır. Kopan yükselti noktalarının büyüklüğü uygulanan yüke ve yüzeylerdeki sürtünme katsayısına bağlıdır.

B) KAYMA AŞINMASI

Kayma şartları altında aşınma; kayma mesafesine, kayma hızına, uygulanan yüke bağlıdır. Temas halindeki iki yüzey birbiri üzerinde kaydığı zaman bir yüzeyde veya her iki yüzeyde bozulmalar meydana geldiği daha önce ifade edilmişti. Kayma esnasında normal yükün artırılması temas alanının büyümesine neden olur. Sürtünmesiz temaslarda temas gerilmeleri kayma hareketinden etkilenmezler. Fakat sürtünme olduğu durumlarda meydana gelebilecek sürtünme kuvveti hareketin ters yönünde olacaktır. Şekil 2.6 da biri rijit diğeri ise sağdan sola kayma hareketi yapan bir temas durumu gösterilmektedir. V kayma hızı ve Q ise meydana gelen sürtünme kuvvetini temsil etmektedir.



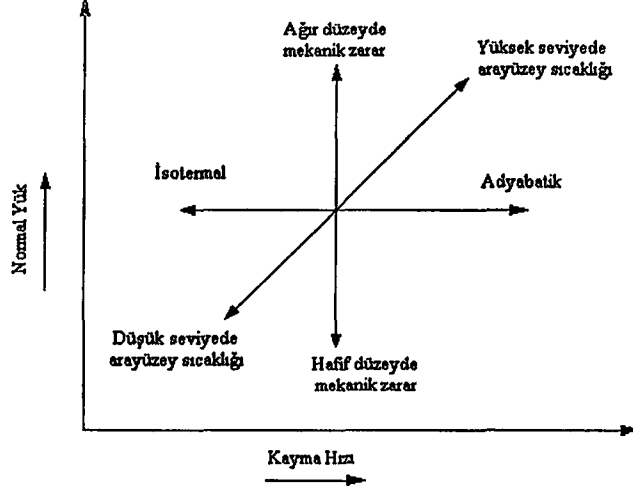
Şekil 2.6 Sürtülmeli kayma yüzeyi modeli

JOHNSON, K. L., a.g.e., s. 202.

1. Kayma Aşınmasında Yükün ve Kayma Hızının Etkisi

Kayma sistemiyle ifade edilen; meydana gelen aşınma oranı, uygulanan normal yük, kayma hızı ve yüzeylerde oluşan sıcaklıktır. Aslında tüm bu unsurların altında yatan temel unsurlar; mekanik gerilmeler, sıcaklık ve oksidasyon olgusudur. Bu üç faktörü birlikte göz önünde bulundurulduğunda, kayma aşınması olayının daha iyi anlaşılmasını

sağlayacaktır. Şekil 2.7 de normal yük ve kayma hızına bağlı olarak meydana gelen ısı ve gerilme değişimini gösteren grafik verilmiştir.



Şekil 2.7 Uygulanan normal yük ve kayma hızına bağlı olarak temas alanında meydana gelen ısı ve gerilmelerin değişimi.

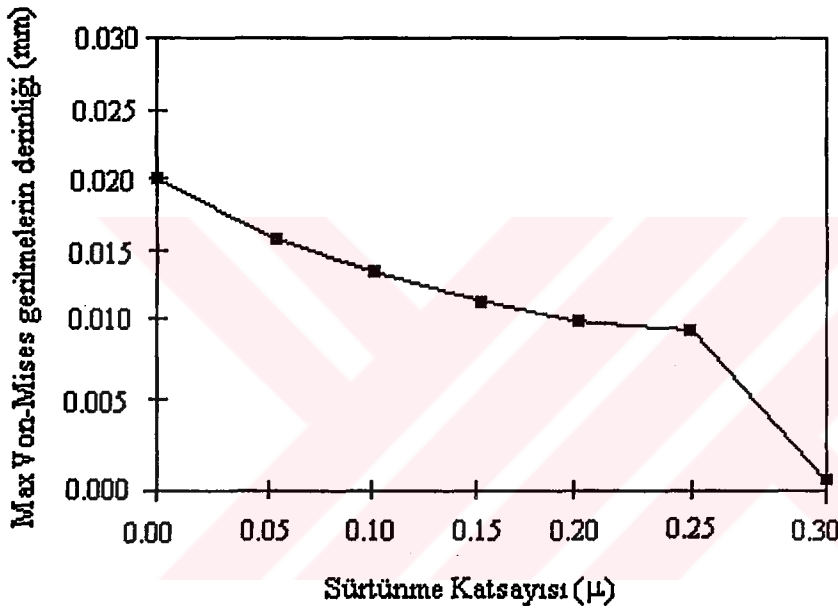
HUTCHINGS, a.g.e., s. 93.

Şekilde de görüldüğü üzere meydana gelen mekanik zarar yada yüzeydeki bozulma tamamıyla uygulanan yüklerle bağlantılıdır. Normal yük arttırıldığında yüzeyde meydana gelebilecek zarar da o oranda artacaktır. Ara yüzeyde meydana gelecek olan ısı hem normal yüklerle hem de kayma hızıyla doğrudan orantılıdır.

2. Kayma Aşınmasında Meydana Gelen Gerilmeler

Kayma esnasında meydana gelen önemli mekanik gerilmeler; her kayan kütlelerin yüzeyinde oluşan normal gerilmeler ve yüzeyin altında oluşan kayma gerilmeleridir. Plastik temas koşulları altında temas noktasındaki normal gerilmeler, daha yumuşak olan malzemeyi aşındırma eğiliminde olacaktır. Fakat yüzey çok düzgünse ve yükleme (normal yükleme) çok az ise elastik temas meydana gelecektir. Max kayma gerilmelerinin büyüklüğü ve konumu sürtünme katsayısına bağlıdır. Yaklaşık 0.3 ten

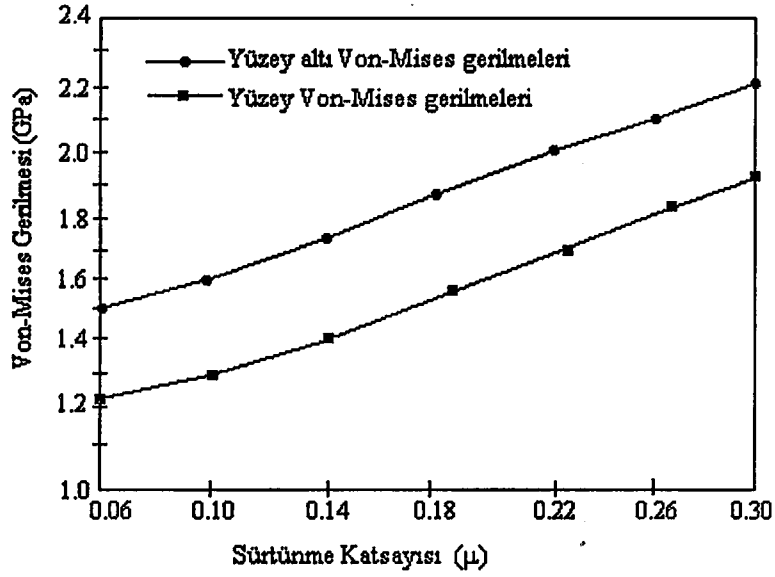
daha az olan sürtünme katsayısı (μ) değerleri için max kayma gerilmesi ve bununla beraber plastik akma yüzey altında meydana gelecektir ve yüzey üzerinde her kayma işlemi gerçekleştiğinde ise plastik şekil değiştirme küçük değerlerde kalacaktır. 0.3 ten daha büyük olan μ değerleri için max kayma gerilmesi yüzeyde meydana gelebilecek ve büyük kayma gerilmeleri oluşacaktır. Cheng ve Keer'in yapmış oldukları çalışmalar neticesinde sürtünme katsayısıyla meydana gelen gerilmelerin derinlikleri arasında bir ilişki kurulmaya çalışılmıştır.



Şekil 2.8 Sürtünme katsayısı ve gerilme derinliği ilişkisi.

CHENG, CHENG, MURA, KEER, a.g.e., s. 5.

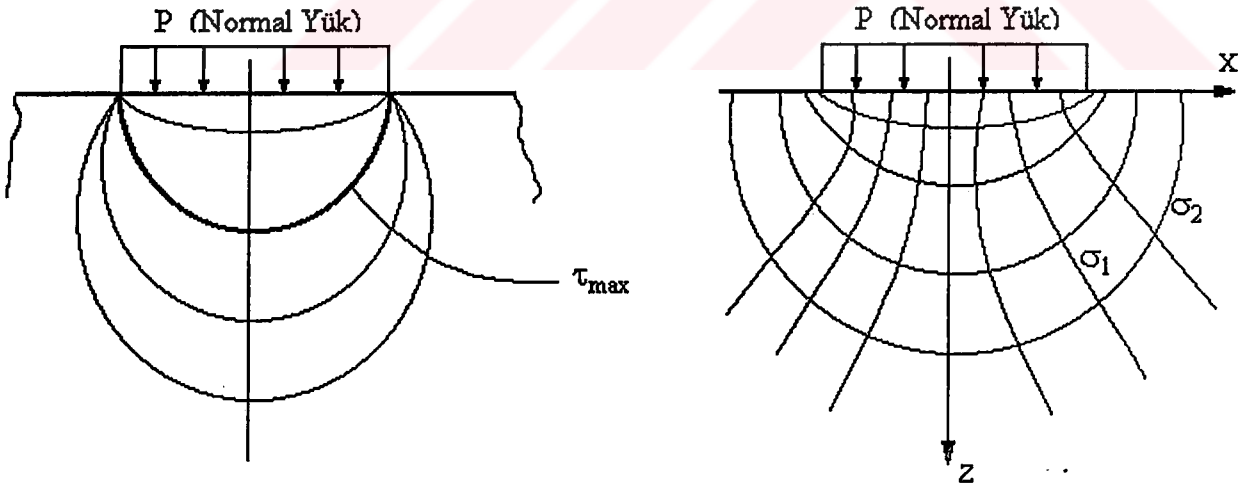
Kayma sırasında meydana gelen sürtünme kuvveti, yüzey altında ve yüzeyde meydana gelen gerilmeleri olumsuz yönde etkiler. Yine Cheng ve Keer'in yapmış oldukları aynı çalışma neticesinde kayma esnasında sürtünme katsayısının yüzeyde ve yüzey altında meydana gelen gerilmeleri ne yönde etkilediğini bir grafikte açıklamaya çalışmışlardır.



Şekil 2.9 Sürtünme katsayısı ve Von-Mises gerilme ilişkisi .

CHENG, CHENG, MURA, KEER, a.g.e., s. 5.

Sürtünme kuvvetinin ihmal edildiği veya olmadığı kayma durumlarında meydana gelen gerilme dağılım şekli aşağıdaki gibi olması beklenmektedir.

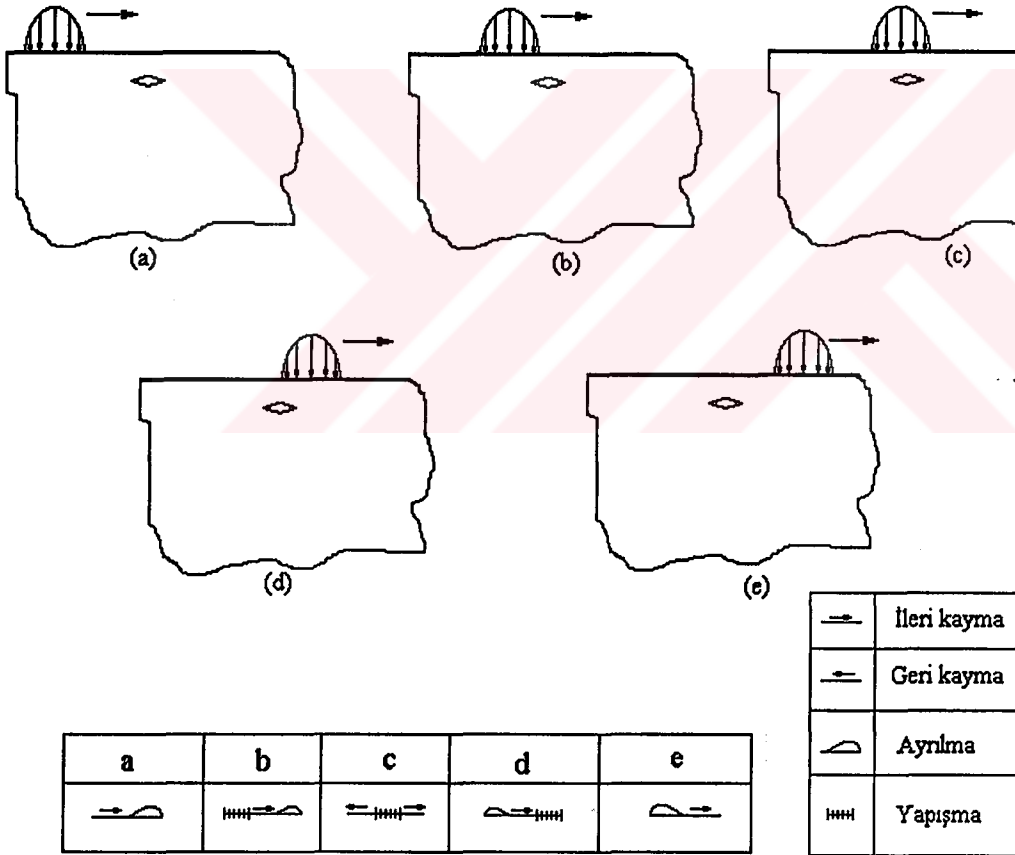


Şekil 2.10 Yükleme nedeniyle meydana gelen σ_1, σ_2 asal gerilmeleri ve τ_{max} gerilmeleri.

JOHNSON, a.g.e. s. 23.

Fakat kayma işlemi süresince sürtünmeyi göz önüne alırsak meydana gelen gerilme eğrileri daha farklı çıkacaktır. Meydana gelen sürtünme kuvveti yüzey üzerinde bir teğetsel kuvvet görevini görecektir. Bunlar yüzeye çok yakın çatlakların daha da açılarak büyümesinde de önemli rol oynamaktadır.

Sürtünmeli kayma işlemi yüzey altında çatlak bulunduran makine elemanları için oldukça risk taşımaktadır. Böyle bir durumda yüzeydeki sürtünme ve yük azaltılmaya çalışılmalıdır. Kayma sırasında yüzey altında bulunan bir çatlağın yüzeylerinde uygulanan normal ve teğetsel yüklerin etkisiyle çatlak yüzeylerinde bir takım deplasman değişiklikleri meydana gelir. Lee, Jinn ve Earmme nin yapmış oldukları bir çalışmada yüzeye uygulanan teğetsel ve normal yük kombinasyonunun konumuna göre çatlağın almış olduğu şekli, şekil 2.11 da verilmiştir.



Şekil 2.11 Yükün konumu ile çatlağın zorlanma durumundaki değişimi

Şekil 2.11 dan çıkarılabilecek sonuç; yük çatlakla yaklaşıkça çatlakın diğcr ucu açılma eğilimi göstermektedir. Yani çatlak yüzeyleri birbirinden ayrılmaya zorlanmaktadır. Yine aynı şekilde yük çatlakın bulunduğu yüzey üzerinden uzaklaştıkında bu kez çatlakın diğcr ucu açılmaya zorlanmaktadır. Yük tam çatlak üzerindeyken çatlak yüzeylerini birbirine yaklaştırmakta hatta yapıştılabilmektedir ve çatlakın uç kısım yüzeylerinin birbiri üzerinde kaymasına neden olmaktadır.

Yüzeydeki sürtünmeden dolayı meydana gelen teğetsel yüklerden dolayı kayma modu olarak bilinen K_{II} gerilme yığılma faktörü, yükün şekil 2.11 de verilen a ve c konumlarında çatlak ucunun açılmasına neden olmaktadır. Bununla birlikte açılma modu olan K_I gerilme yığılma faktörü böyle bir problemde çatlakın açılmasına hiçbir katkıda bulunmamaktadır. Aksine yükün c konumunda görüldüğü gibi çatlak yüzeylerinin kapanmasına neden olmaktadır.



ÜÇÜNCÜ BÖLÜM

I. SONLU ELEMANLAR ANALİZİ

A) SONLU ELEMANLAR ANALİZİNE GİRİŞ

Sonlu elemanlar metodu; karmaşık olan problemlerin daha basit alt problemlere ayrılarak her birinin kendi içinde çözülmesiyle tam çözümün bulunduğu bir çözüm şeklidir. Bir anlamda bilgisayar çözümüne uyarlanmış ve matris formda ifade edilen denklemlerin kullanıldığı bir sayısal tekniktir²⁸.

Metodun üç temel niteliği vardır: 1- Geometrik olarak karmaşık olan çözüm bölgesi sonlu elemanlar olarak adlandırılan geometrik basit alt bölgelere ayırır. 2- Her elemandaki sürekli fonksiyonlar cebirsel polinomların lineer kombinasyonu olarak tanımlanabileceği kabul edilir. 3- Problemin çözümünde istenen değerlerin her eleman içinde sürekli olan tanım denklemlerinin düğüm noktalarındaki değerlerinin elde edilmesiyle problemin çözümü tamamlanmış olur²⁹.

1. Sonlu Elemanların Gelişimi ve Kullanım Alanları

Sonlu elemanlar yönteminin temeli uçakların yapısal analizindeki gelişmelere dayanmaktadır. Sonlu elemanlar terimi ilk defa 1960 yılında Clough tarafından kullanıldı. 1960'ların ilk yıllarında mühendisler bu yöntemi gerilme analizlerinde, akışkanlar mekaniğinde, ısı transferinde ve diğer alanlarda kullanmışlardır³⁰.

²⁸ B. NATH, Mühendisler için Sonlu Elemanlar Metodunun Temelleri, İngilizceden çeviren Durmuş Günay, s. 2, Sakarya(1993)

²⁹ NATH, a.g.e., s. 3.

³⁰ Muzaffer TOPÇU, Süleyman TAŞGETİREN, Mühendisler için Sonlu Elemanlar Metodu, PAÜ Mühendislik Fakültesi, s. 210 Denizli(1998)

Sonlu elemanlar metodunun kullanılması ve bilgisayarların sanayiye girmesiyle, bugüne kadar ancak pahalı deneysel yöntemlerle incelenebilen bir çok makine elemanının (motor blokları, pistonlar vs.) kolayca incelenebilmesi, hatta çizim esnasında mukavemet analizlerinin kısa bir sürede yapılarak optimum dizaynın gerçekleştirilmesi mümkün olabilmıştır³¹.

Günümüzde bilgisayarların hızla gelişmesi daha hızlı ve kapasiteli bilgisayarların kullanılıyor olması, bu yöntemin mühendisler ve işletmeciler tarafından kullanımını arttırmıştır.

B) İKİ BOYUTLU PROBLEMLER

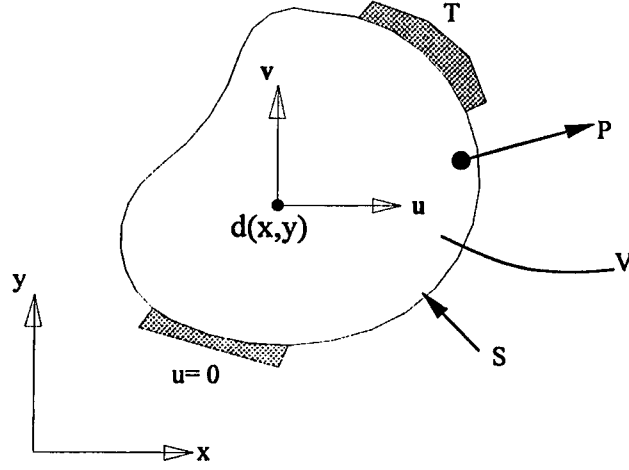
Sonlu elemanlar yönteminin temel prensibi; öncelikle bir elemana ait sistem özelliklerini içeren denklemlerin çıkartılıp tüm sistemi temsil edecek şekilde eleman denklemlerini birleştirerek sisteme ait lineer denklem takımının elde edilmesidir³². Şekil 3.1 de görüldüğü gibi V hacmine ve S yüzeyine sahip bir elemanı göz önüne alalım. Eleman x ve y koordinatları üzerine yerleştirilmiş ve belli bir yönde P kuvveti ile zorlanmaktadır. Sınır üzerinde her birim alana düşen kuvvet T dir ve yüzey kuvveti olarak ifade edilmektedir. Bu kuvvet altında kütle belli bir miktarda deformasyona maruz kalacaktır.

$$\{u\} = [u, v]^T \quad (3.1)$$

$\{u\}$ Yer değiştirme vektörüdür. u, v de deplasman vektörünün x, y bileşenidir. Her birim hacim' e düşen kuvvet, kütle kuvveti olarak alınır ve denklem (3.2) deki gibi ifade edilir.

³¹ TOPÇU, TAŞGETİREN, a.g.e., s. 1-2.

³² TOPÇU, TAŞGETİREN, a.g.e., s. 6-1.



Şekil 3.1. İki boyutlu elastik kütle

$$\{f\} = [f_x, f_y]^T \quad (3.2)$$

Şekilde görülen T ifadesi yüzey kuvvetidir ve birim yüzey alanına düşen kuvvet olarak alınır. Yüzey kuvvetinin yüzey üzerindeki herhangi bir noktadaki bileşenleri aşağıdaki gibidir.

$$T = [T_x, T_y]^T \quad (3.3)$$

Uygulanan yükün neticesinde elemanda meydana gelen gerilme $\{\sigma\}$ bileşenleri ise,

$$\{\sigma\} = [\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}]^T \quad (3.4)$$

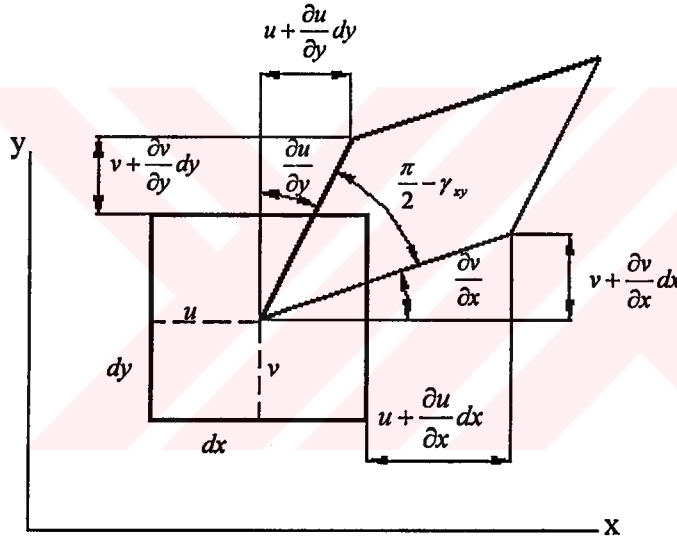
şeklinindedir. Burada σ_x, σ_y normal gerilmeler, τ_{xy} ise kayma gerilmesidir.

İki boyutlu durumda şekil değiştirme bileşenleri ise aşağıdaki gibidir.

$$\{\varepsilon\} = [\varepsilon_x, \varepsilon_y, \gamma_{xy}]^T \quad (3.5)$$

1. Şekil Değiştirme – Yer Değiştirme İlişkisi

Şekil değiştirme ile yer değiştirme arasındaki ilişki için şekil 3.2 deki gibi iki boyutlu bir elemanın deforme olmuş şeklini göz önünde bulundurursak aşağıdaki denklemi yazmamız mümkün olur.



Şekil 3.2 İki boyutlu düzgün bir elemanda meydana gelen şekil değiştirmeler

$$\{\varepsilon\} = \left[\frac{\partial u}{\partial x}, \frac{dv}{dy}, \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right] \quad (3.6)$$

Şekil değiştirme vektörünü matris formda ifadesi ise,

$$\{\varepsilon\} = [B]\{q\} \quad (3.7)$$

dir. Burada [B] kullanılan sonlu eleman tipine bağlı olarak elde edilen interpolasyon (şekil değiştirme-deplasman) matrisi olup şekil fonksiyonlarının türevlerinden oluşur. Bu çalışmada kullanılan 8 düğümlü izoparametrik eleman için 3x16 boyutlarındadır. {q} ise düğüm deplasman vektörü olup, şekil 3.4'te gösterilmiştir.

2. Gerilme-Şekil Değiştirme İlişkisi

Lineer elastik malzemeler için gerilme-şekil değiştirme ilişkisi genelleştirilmiş Hooke kanunundan gelmektedir. İzotropik malzemeler için Young modülü (elastisite modülü) E ve Poisson oranı ν dır. Bir kütle içerisindeki küp biçimindeki elemanı göz önüne aldığımızda, Hooke kanunu;

$$\varepsilon_x = \frac{\sigma_x}{E} - \nu \frac{\sigma_y}{E} - \nu \frac{\sigma_z}{E} \quad \varepsilon_y = -\nu \frac{\sigma_x}{E} + \frac{\sigma_y}{E} - \nu \frac{\sigma_z}{E} \quad \varepsilon_z = -\nu \frac{\sigma_x}{E} - \nu \frac{\sigma_y}{E} + \frac{\sigma_z}{E} \quad (3.8)$$

olarak yazılır. Kayma modülü (rijitlik modülü),

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad (3.9)$$

dür. Kayma modülünü Hooke kanununda yerine koyarsak, iki boyutlu durum için

$$\varepsilon_x + \varepsilon_y = \frac{(1-2\nu)}{E} (\sigma_x + \sigma_y) \quad (3.10)$$

olur.

Böylelikle gerilme ile şekil değiştirme arasındaki ilişki aşağıdaki şekli alır.

$$\{\sigma\} = [D]\{\varepsilon\} \quad (3.11)$$

D elastisite matrisi olup problemin düzlem şekil değiştirme ve düzlem gerilme olmasına göre değişir. Düzlem gerilme durumunda σ_z , τ_{xz} , τ_{yz} gerilme değerleri sıfırdır. Böylelikle Hooke kanunundan yola çıkılarak düzlem gerilme durumu için D elastisite matrisi aşağıdaki gibi elde edilir.

$$[D] = \frac{E}{1-\nu^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} \end{bmatrix} \quad (3.12)$$

Burada $\{\sigma\}$ gerilme vektörü,

$$\{\sigma\} = \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} \quad (3.13)$$

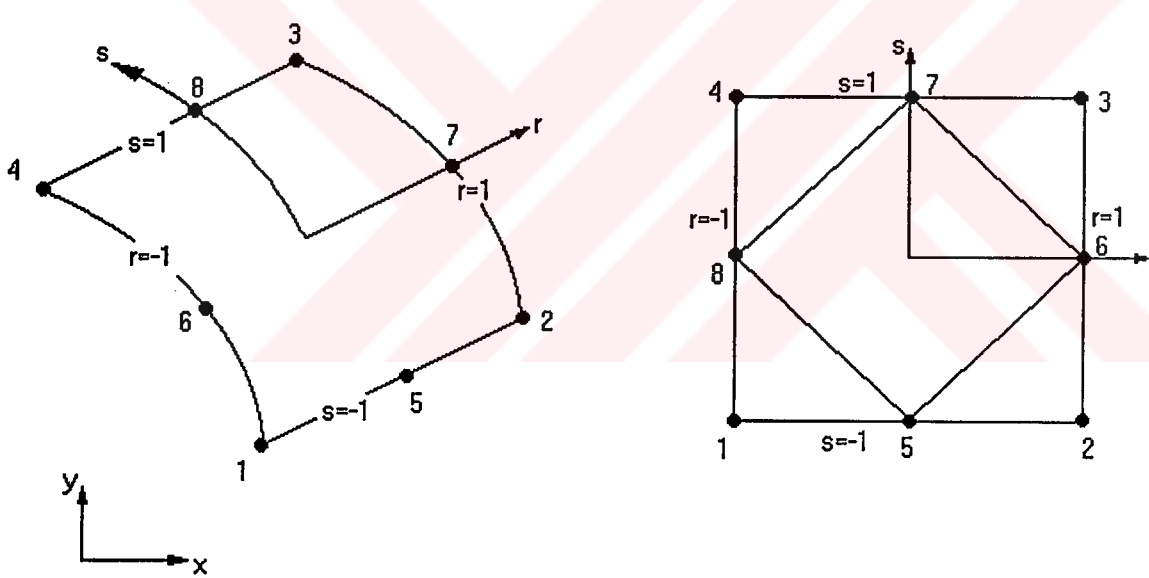
$\{\varepsilon\}$ şekil değiştirme vektörü,

$$\{\varepsilon\} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} \quad (3.14)$$

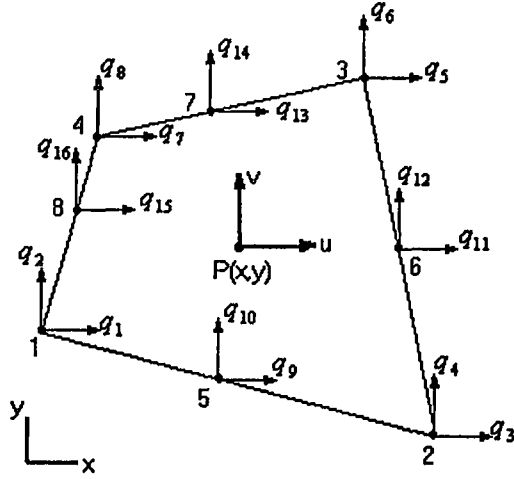
3. İzoparametrik Elemanlar

İzoparametrik elemanlar iki ve üç boyutlu problemlerin çözümünde geniş bir kullanım alanı bulmuş ve deneysel verilerle iyi bir uyum sağlayan sonuçlar elde edilmiş bir eleman türüdür. İzoparametrik elemanlar problemlere dört, sekiz ve dokuz düğümlü olmak üzere üç değişik şekilde uygulanmaktadır. Bu çalışmada sekiz düğümlü izoparametrik elemanlar kullanılarak çözüme gidilmiştir.

Sekiz düğümlü izoparametrik elemanlarda tüm düğümler eleman sınırlarında bulunmaktadır. Şekil 3.3'te de görüleceği gibi $r = 0$ $s = 0$ eksenleri üzerinde ikişer düğüm $r = \pm 1$ ve $s = \pm 1$ eksenleri üzerinde de üçer düğüm bulunmaktadır.



Şekil 3.3. Sekiz düğümlü izoparametrik elemanın doğal ve kartezyen koordinat sistemindeki durum



Şekil 3.4. Sekiz düğümlü dörtgen eleman için düğüm deplasmanları

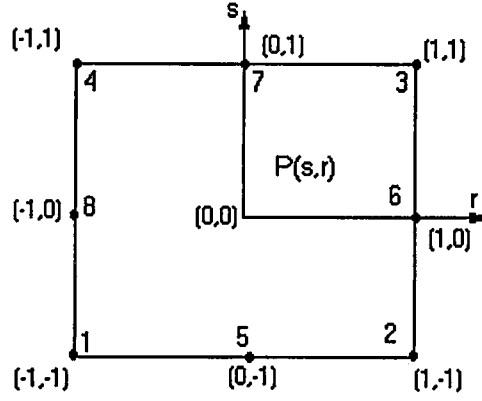
Yukarıdaki şekilde verilen sekiz düğümlü dörtgen eleman için düğüm deplasmanları vektörü;

$$\{q\} = [q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, q_6, q_7, q_8, q_9, q_{10}, q_{11}, q_{12}, q_{13}, q_{14}, q_{15}, q_{16}]^T \quad (3.15)$$

dir. Eleman içerisindeki herhangi bir P noktası için deplasman vektörü aşağıdaki gibidir.

$$\{u\} = [u(x, y), v(x, y)]^T \quad (3.16)$$

Şekil fonksiyonları öncelikle doğal koordinatlardaki bir temel eleman üzerinde geliştirilir. Aşağıdaki şekilde temel eleman (r,s) doğal koordinatlarında düzgün bir kare olarak tanımlanmaktadır. Lagrange sekiz düğümlü izoparametrik elemana göre şekil fonksiyonları $i = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8$ şeklinde düğüm numaraları alır ve N_i şeklinde gösterilir.



Şekil 3.5 Doğal koordinatlarda sekiz düğümlü izoparametrik eleman

Her şekil fonksiyonun değeri tanımlı olduğu düğümde 1 diğer düğümlerde ise sıfırdır. Yani 1. Düğümde N_7 değeri 1 ise diğer düğümlerde (2, 3, 4, 5, 6, 7, 8) N_7 değeri sıfırdır.

8 düğümlü izoparametrik elemanlar için şekil fonksiyonları.

$$N_1 = -1/4(1-r)(1-s)(1+r+s)$$

$$N_2 = -1/4(1+r)(1-s)(1-r+s)$$

$$N_3 = -1/4(1+r)(1+s)(1-r-s)$$

$$N_4 = -1/4(1-r)(1+s)(1+r-s)$$

$$N_5 = 1/2(1-r^2)(1-s)$$

$$N_6 = 1/2(1+r)(1-s^2)$$

$$N_7 = 1/2(1-r^2)(1+s)$$

$$N_8 = 1/2(1-r)(1-s^2)$$

(3.17)

şeklindedir³³.

³³ TOPÇU, TAŞGETİREN, a.g.e., s. 6-36.

Bu şekil fonksiyonları kullanılarak eleman içerisindeki herhangi bir P noktasının yer değiştirmeleri (deplasmanları) elde edilir.

$$u = N_1q_1 + N_2q_3 + N_3q_5 + N_4q_7 + N_5q_9 + N_6q_{11} + N_7q_{13} + N_8q_{15} \quad (3.18)$$

$$v = N_1q_2 + N_2q_4 + N_3q_6 + N_4q_8 + N_5q_{10} + N_6q_{12} + N_7q_{14} + N_8q_{16} \quad (3.19)$$

Matris formunda ifade edilecek olursa;

$$\{u\} = [N]\{q\} \quad (3.20)$$

Yukarıdaki denklemde $[N]$ şekil fonksiyonları matrisi olup aşağıdaki gibi ifade edilir.

$$[N] = \begin{bmatrix} N_1 & 0 & N_2 & 0 & N_3 & 0 & N_4 & 0 & N_5 & 0 & N_6 & 0 & N_7 & 0 & N_8 & 0 \\ 0 & N_1 & 0 & N_2 & 0 & N_3 & 0 & N_4 & 0 & N_5 & 0 & N_6 & 0 & N_7 & 0 & N_8 \end{bmatrix} \quad (3.21)$$

İzoparametrik formülasyonda koordinatlar da aynı şekil fonksiyonları ile gösterilebildiğinden, eleman içerisindeki herhangi bir noktanın koordinatı;

$$x = N_1x_1 + N_2x_2 + N_3x_3 + N_4x_4 + N_5x_5 + N_6x_6 + N_7x_7 + N_8x_8 \quad (3.22)$$

$$y = N_1y_1 + N_2y_2 + N_3y_3 + N_4y_4 + N_5y_5 + N_6y_6 + N_7y_7 + N_8y_8 \quad (3.23)$$

şeklindedir.

Meydana gelen şekil değişiminin hesaplanabilmesi için r , s koordinatlarında verilen şekil fonksiyonlarının x , y koordinatlarındaki türevlerine ihtiyaç vardır. Bunun içinde herhangi bir $f=f[x(r,s), y(r,s)]$ fonksiyonu için

$$\frac{\partial f}{\partial r} = \frac{\partial f}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial r} + \frac{\partial f}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial r} \quad \frac{\partial f}{\partial s} = \frac{\partial f}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial s} + \frac{\partial f}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial s} \quad (3.24)$$

yazılır. Buradan,

$$\begin{Bmatrix} \frac{\partial f}{\partial r} \\ \frac{\partial f}{\partial s} \end{Bmatrix} = [J] \begin{Bmatrix} \frac{\partial f}{\partial x} \\ \frac{\partial f}{\partial y} \end{Bmatrix} \quad (3.25)$$

şeklinde elde edilir. Jakobiyen matrisi,

$$J = \begin{vmatrix} \frac{\partial x}{\partial r} & \frac{\partial y}{\partial r} \\ \frac{\partial x}{\partial s} & \frac{\partial y}{\partial s} \end{vmatrix} \quad (3.26)$$

şeklindedir. Jakobiyen matrisinin açık şekilde ifadesi,

$$J = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} N_{1(r)}x_1 + N_{2(r)}x_2 + \dots + N_{8(r)}x_8 & N_{1(r)}y_1 + N_{2(r)}y_2 + \dots + N_{8(r)}y_8 \\ N_{1(s)}x_1 + N_{2(s)}x_2 + \dots + N_{8(s)}x_8 & N_{1(s)}y_1 + N_{2(s)}y_2 + \dots + N_{8(s)}y_8 \end{bmatrix} \quad (3.27)$$

olur.

İndisler şekil fonksiyonlarının kısmi türevlerini göstermektedir. Yani matrisin ilk satırındaki şekil fonksiyonlarının r 'ye göre türevi alınmış, ikinci satırındaki şekil fonksiyonlarının da s 'ye göre türev alınmıştır. Buradan

$$J = \begin{vmatrix} J_{11} & J_{12} \\ J_{21} & J_{22} \end{vmatrix} \quad (3.28)$$

yazılabilir. Denklem 3.24 dan f fonksiyonu yerine şekil fonksiyonu yazılırsa,

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial N}{\partial r} \\ \frac{\partial N}{\partial s} \end{pmatrix} = J \begin{pmatrix} \frac{\partial N}{\partial x} \\ \frac{\partial N}{\partial y} \end{pmatrix} \quad (3.29)$$

olur. Şekil fonksiyonlarının x ve y 'ye göre türevi için bu eşitliğin tersi alınarak yeniden yazılırsa,

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial N}{\partial x} \\ \frac{\partial N}{\partial y} \end{pmatrix} = J^{-1} \begin{pmatrix} \frac{\partial N}{\partial r} \\ \frac{\partial N}{\partial s} \end{pmatrix} \quad (3.30)$$

elde edilir. Yukarıda verilen denkleme göre 3.17 de verilen şekil fonksiyonlarının r 'ye ve s 'ye tablo 3.1 de verilmiştir.

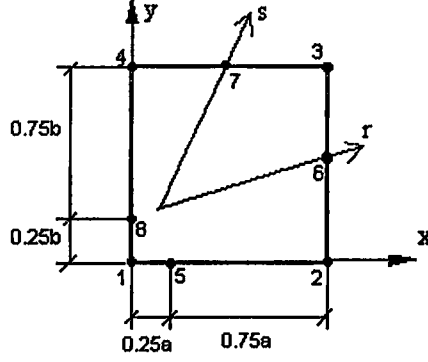
Tablo 3.1 Şekil fonksiyonlarının r ve s 'ye göre türevi

	$\frac{\partial N}{\partial r}$	$\frac{\partial N}{\partial s}$
N_1	$N_1 = -(s-1)(2r+s)/4$	$N_1 = -(r-1)(2s+r)/4$
N_2	$N_2 = -(s-1)(2r-s)/4$	$N_2 = -(r+1)(r-2s)/4$
N_3	$N_3 = (s+1)(2r+s)/4$	$N_3 = (r+1)(r+2s)/4$
N_4	$N_4 = (s+1)(2r-s)/4$	$N_4 = (r-1)(r-2s)/4$
N_5	$N_5 = r(s-1)$	$N_5 = (r^2-1)/2$
N_6	$N_6 = -(s^2-1)/2$	$N_6 = -s(r+1)$
N_7	$N_7 = -r(s+1)$	$N_7 = -(r^2-1)/2$
N_8	$N_8 = (s^2-1)/2$	$N_8 = s(r-1)$

4. Çatlak Civarında Kullanılan Elemanlar

Problemin çözümü için oluşturulan sonlu eleman modelinde 8 düğümlü izoparametrik elemanlar kullanılmıştır. Bu tür elemanların seçilmesine temel teşkil eden unsur; modellenecek olan elemanın çatlak içeriyor olmasıdır.

Kırılma mekaniğini içine alan problemlerin çözümü çatlak ucuyla temas halinde olan elemanlarda bazı değişikliklerin yapılmasını zorunlu kılmıştır. Böylelikle verilen gerilme dağılımına daha uygun şekil fonksiyonu elde edilebilmektedir. Çatlak ucu civarında kullanılan elemanlara çeyrek nokta düğümlü eleman denir(Şekil 3.6)



Şekil 3.6 Çatlak ucu civarında kullanılan çeyrek nokta düğümlü eleman

5. Eleman Rijitlik Matrisi

İzoparametrik elemanlar için eleman rijitlik matrisi, elastik enerji ifadesinden hareketle elde edilebilir. Elastik enerji,

$$U = \int_V \frac{1}{2} \{\sigma\} \{\varepsilon\} dV \quad (3.31)$$

şeklindedir. Burada elastik enerji bir eleman için yazılırsa

$$U = \sum_e t_e \int_e \frac{1}{2} \{\sigma\} \{\varepsilon\} dA \quad (3.32)$$

olur. İzoparametrik elemanlarda şekil değiştirme-yer değiştirme ilişkisi (3.6) denklemi ile verilmiştir.

$$\{\varepsilon\} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} \\ \frac{\partial v}{\partial y} \\ \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \end{Bmatrix} \quad (3.33)$$

3.24 ifadesinde $f=u$ olarak alınırsa,

$$\begin{Bmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} \\ \frac{\partial u}{\partial y} \end{Bmatrix} = \frac{1}{\det J} \begin{bmatrix} J_{22} & -J_{12} \\ -J_{21} & J_{11} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \frac{\partial u}{\partial r} \\ \frac{\partial u}{\partial s} \end{Bmatrix} \quad (3.34)$$

elde edilir. $f=v$ kabul edilirse,

$$\begin{Bmatrix} \frac{\partial v}{\partial x} \\ \frac{\partial v}{\partial y} \end{Bmatrix} = \frac{1}{\det J} \begin{bmatrix} J_{22} & -J_{12} \\ -J_{21} & J_{11} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \frac{\partial v}{\partial r} \\ \frac{\partial v}{\partial s} \end{Bmatrix} \quad (3.35)$$

olur. Şekil değiştirme-yer değiştirme ilişkisine ait denklemler 3.34 ve 3.35 nolu eşitliklerinden,

$$\{\epsilon\} = [A] \begin{Bmatrix} \frac{\partial u}{\partial r} \\ \frac{\partial u}{\partial s} \\ \frac{\partial v}{\partial r} \\ \frac{\partial v}{\partial s} \end{Bmatrix} \quad (3.36)$$

yazılır. Burada $[A]$,

$$[A] = \frac{1}{\det J} \begin{bmatrix} J_{22} & -J_{12} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -J_{21} & J_{21} \\ -J_{21} & J_{11} & J_{22} & -J_{12} \end{bmatrix} \quad (3.37)$$

dır. Yer değiştirmelerin şekil fonksiyonları cinsinden yazılışı denklemler 3.16 ve 3.17 de gösterilmişti. Bu denklemlerin yardımı ile

$$\begin{Bmatrix} \frac{\partial u}{\partial r} \\ \frac{\partial u}{\partial s} \\ \frac{\partial v}{\partial r} \\ \frac{\partial v}{\partial s} \end{Bmatrix} = [G]\{q\} \quad (3.38)$$

elde edilir. Yukarıdaki denklemlerde $[G]$ sekiz düğümlü izoparametrik elemanlar için (4×16) boyutunda şekil değiştirme interpolasyon matrisidir.

$$[G] = \begin{bmatrix} N_{1(r)} & 0 & N_{2(r)} & 0 & N_{3(r)} & 0 & N_{4(r)} & 0 \\ N_{1(s)} & 0 & N_{2(s)} & 0 & N_{3(s)} & 0 & N_{4(s)} & 0 \\ 0 & N_{1(r)} & 0 & N_{2(r)} & 0 & N_{3(r)} & 0 & N_{4(r)} \\ 0 & N_{1(s)} & 0 & N_{2(s)} & 0 & N_{3(s)} & 0 & N_{4(s)} \\ \\ N_{5(r)} & 0 & N_{6(r)} & 0 & N_{7(r)} & 0 & N_{8(r)} & 0 \\ N_{5(s)} & 0 & N_{6(s)} & 0 & N_{7(s)} & 0 & N_{8(s)} & 0 \\ 0 & N_{5(r)} & 0 & N_{6(r)} & 0 & N_{7(r)} & 0 & N_{8(r)} \\ 0 & N_{5(s)} & 0 & N_{6(s)} & 0 & N_{7(s)} & 0 & N_{8(s)} \end{bmatrix} \quad (3.39)$$

Daha önce şekil değiştirme yer değiştirme ilişkisi $\{\varepsilon\} = [B]\{q\}$ olarak verilmişti. $[B]$ matrisi ise yukarıda verilmiş olan A matrisi ile G matrisinin çarpımına eşittir.

$$[B] = [A] [G] \quad (3.40)$$

Gerilme ile şekil değiştirme arasında ilişki Hook yasası gereği $\{\sigma\} = [D]\{\varepsilon\}$ şeklindedir.

$$\{\varepsilon\} = [D][B]\{q\} \quad (3.41)$$

de kullanılarak şekil değiştirme enerjisi ifadesi,

$$U = \sum_e \frac{1}{2} \{q\}^T \left[t \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 [B]^T [D] [B] \det J dr ds \right] \{q\} \quad (3.42)$$

şeklinde yazılabilir. Bu da

$$U = \sum_e \frac{1}{2} \{q\}^T [k]_e \{q\} \quad (3.43)$$

olup eleman rijitlik matrisi aşağıdaki gibi elde edilir.

$$[k]_e = t \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 [B]^T [D] [B] \det J dr ds \quad (3.44)$$

Eleman rijitlik matrisi sekiz düğümlü izoparametrik elemanlar için (16x16) boyutlarında bir matristir.

II. TEMAS GERİLMELERİ ANALİZİ

A) HERTZ TEORİSİ ve TEMAS GERİLMELERİ

İlk defa 1882 yılında iki elastik cismin teması sonucu meydana gelen gerilmelerin analizi H. Hertz tarafından gerçekleştirilmiştir. Onun ortaya koymuş olduğu teori yıllarca temas mekaniğinin temellerini oluşturmuştur. Yaptığı çalışmalar ve gözlemler neticesinde ortaya attığı ilk hipotezi temas bölgesindeki basınç dağılımının eliptik şekilli olmasıydı. Daha sonra yerel deplasmanları hesaplayabilmek için her iki cisimde elastik ve yarım uzayda olduğunu ve yüzeyine uygulanan yükün eliptik şekilli olması gerektiği varsayımına gitmiştir. Bu kabullerin ardından temas gerilmesi teorisi ortaya atıldı³⁴.

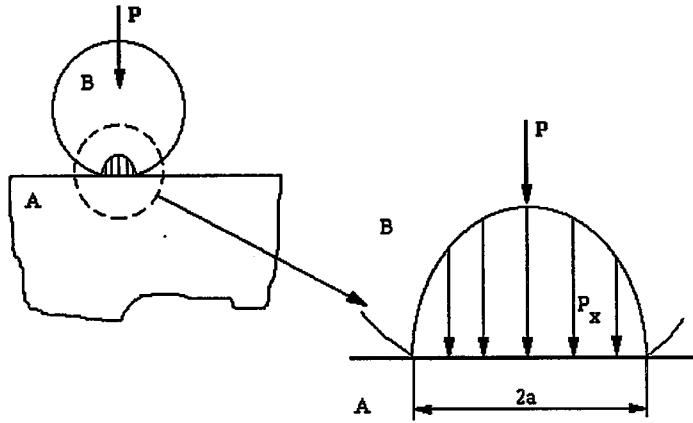
Hertz'in elastik temas teorisi aşağıda sıralanan bir takım kabuller altında ortaya konmuştur³⁵.

- i) Yüzeyler süreklilik arzetmeli
- ii) Şekil değiştirme çok küçük olmalı
- iii) Her iki cisimde elastik ve yarım uzayda olduğu kabul edilmeli
- iv) Yüzeyler sürtünmesiz olmalıdır.

Hertz'e göre temas bölgesindeki basıncın dağılımı temas bölgesinin merkezinde max değer alırken, temas noktasından uzaklaştıkça bu basınç değeri azalmakta ve tam kenarda sıfır olmaktadır. Şekil 3.7 da bir yüzey üzerindeki hertz basınç dağılımı gösterilmiştir.

³⁴ JOHNSON, a.g.e., s. 90.

³⁵ JOHNSON, a.g.e., s. 91.



Şekil 3.7 Yüzey üzerindeki Hertz basınç dağılımı

Şekil 3.7 da bir silindirin bir düzlem yüzey üzerine yaptığı basınç nedeniyle silindirin düzlem yüzey arasında meydana gelen temas uzunluğu $2a$ olarak kabul edilmektedir. Hertz'in elastik temas teorisine göre temas uzunluğunun yarısı,

$$a = \left(\frac{4PR}{\pi E} \right)^{1/2} \quad (3.45)$$

dir. P uygulanan toplam yük, R silindirin yarıçapı E elastikiyet modülüdür. Hertz teorisinde P yükünün dağılımının eliptik olduğu daha önce ifade edilmişti. Toplam P yükünün eliptik bir biçimde yüzeye dağılımı için,

$$P(x) = \frac{P_0 (a^2 - x^2)^{1/2}}{a} \quad (3.46)$$

eşitliği kullanılmıştır.

P_0 yüzeyde oluşan max temas basıncı, x temas alanının merkezinden uzaklık olmak üzere uygulanan yükün etkisiyle yüzeyde oluşan max basınç,

$$P_0 = \frac{2P}{\pi a} \quad (3.47)$$

şeklinde elde edilir. Kayma işlemi sırasında sürtünmeden dolayı yüzeyde oluşan teğetsel yük,

$$q(x) = \frac{2\mu P(a^2 - x^2)^{1/2}}{a^2 \pi} \quad (3.48)$$

dir. Sürtünme kanununa göre kayma işlemi sırasında normal yük ile teğetsel yük arasındaki ilişki,

$$q(x) = \mu p(x) \quad (3.49)$$

olarak kabul edilmiştir. μ malzemenin ve temas bölgesinin ara yüzeyindeki fiziksel şartlara bağlı olarak belirlenen kinetik sürtünme katsayısıdır.

Normal ve teğetsel yüklerin etkisiyle temas yüzeyinde meydana gelen σ_x gerilmesi,

$$\sigma_x = -P_0 \left\{ \left[1 - \left(\frac{x}{a} \right)^2 \right]^{1/2} + \frac{2\mu x}{a} \right\} \quad (3.50)$$

şeklinde hesaplanırken, σ_y gerilmesi,

$$\sigma_y = -2\nu P_0 \left[1 - \left(\frac{x}{a} \right)^2 \right]^{1/2} + \frac{\mu x}{a} \quad (3.51)$$

olmaktadır. ν poisson oranı olarak alınmıştır. Yüzeyde meydana gelen τ_{xy} kayma gerilmeleri,

$$\tau_{xy} = \mu P_0 \left[1 - \left(\frac{x}{a} \right)^2 \right]^{1/2} \quad (3.52)$$

dir. Bu çalışmada yüzey altında meydana gelen gerilmelerin analizi hem Von-Mises akma kriterine göre hem de Tresca max kayma kriterine göre yapılmıştır. Von-Mises akma kriteri için asal gerilmeler,

$$\sigma_{1,2} = \frac{1}{2}(\sigma_x + \sigma_y) \pm \frac{1}{2} \sqrt{[(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_{xy}^2]} \quad (3.53)$$

şeklinde alınmıştır. Tresca max kayma gerilmesi de,

$$\tau_{\max} = \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_2) \quad (3.54)$$

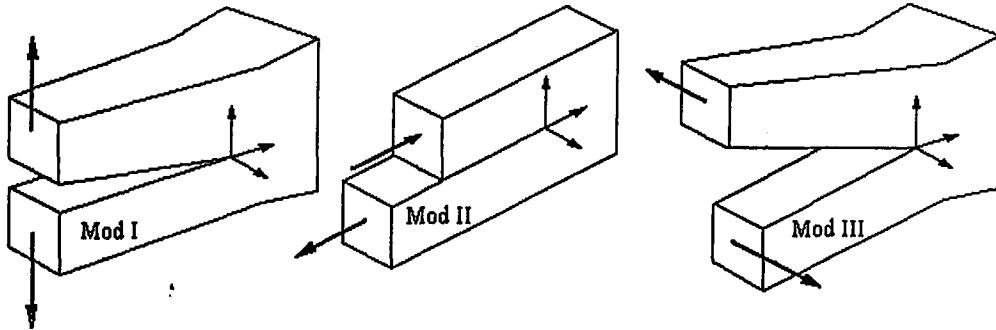
dir.

III. KIRILMA MEKANİĞİ ANALİZİ

A) KIRILMA MEKANİĞİNE GİRİŞ

Çalışma sıcaklığı, malzeme tokluğu, tasarım, kaynak, artık gerilmeler ve yorulma gibi bir çok faktör makine elemanlarında gevrek kırılmaya neden olabilir. Fakat yapılan çalışmalar göstermiştir ki, makine elemanlarının gevrek kırılmaya olan eğilimini üç önemli faktör etkilemektedir. Bunlar; malzeme tokluğu, çatlak boyu ve gerilme seviyesidir. Kırılma mekaniğinin temel prensibi; bir makine elemanı içerisinde var olan keskin çatlakın önündeki gerilme bölgesidir ki bu bölge gerilme yığılma faktörü olan K parametresi ile tanımlanabilir. Gerilme yığılma faktörü olarak adlandırılan K parametresi, nominal gerilme seviyesi (σ) ve çatlak boyu (a) ile doğrudan ilişkilidir³⁶.

Kırılma mekaniği iki farklı kategoriye ayrılmaktadır. Bunlar; Lineer Elastik Kırılma Mekaniği (LEFM) ve Elastik –Plastik Kırılma Mekaniği (EPFM) dir. Lineer elastik kırılma mekaniğinin teorisi günümüze kadar oldukça iyi bir şekilde ortaya konmuş ve elastik-plastik kırılma mekaniğinin temellerini teşkil etmiştir. Lineer elastik kırılma mekaniğinin temel amacı; çatlak veya çatlakla benzeyen süreksizlikler civarındaki gerilme durumu ile elemana uygulanan ortalama gerilme, çatlak büyüklüğü, çatlakın geometrik durumu ve malzeme özellikleri arasında analitik bir ilişki kurulmasıdır.



Şekil 3.8 Çatlak yüzey hareketinin üç temel şekli

³⁶ Süleyman TAŞGETİREN, "Thermomechanical Analysis of Bimaterials With an Interfacial Crack" Ph. D. Thesis, Dokuz Eylül Üniversitesi, İzmir(1997)

Elastik bir cisim içerisindeki var olan çatlak gerilme analizini yapabilmek için çatlak yüzeylerinin birbirine göre hareketlerini içine alan üç farklı kırılma modu geliştirilmiştir (şekil 3.8).

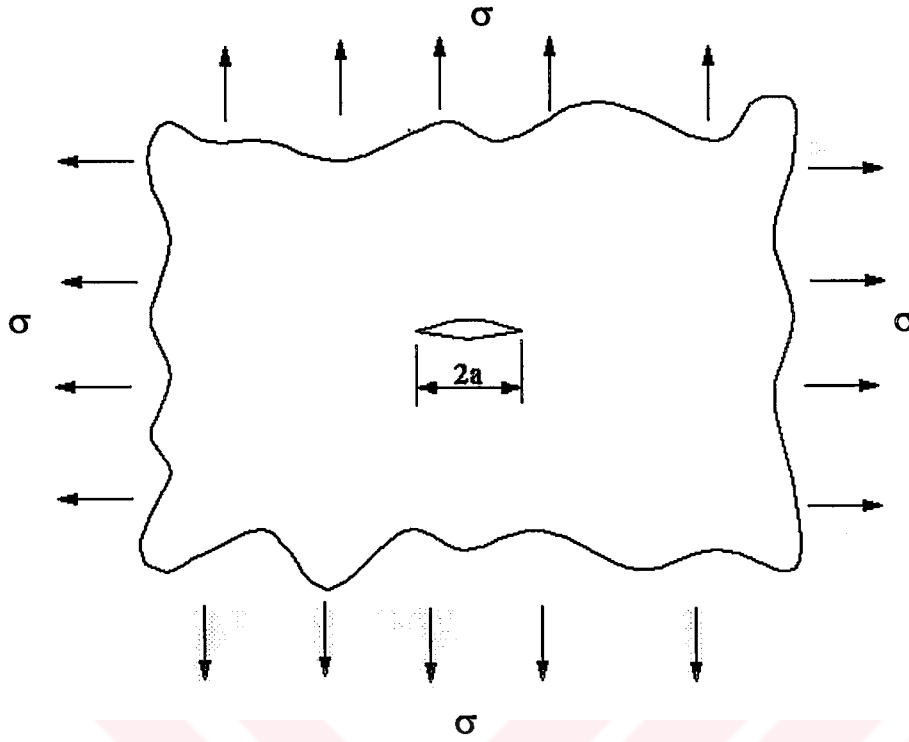
Mod I de deplasmanlar $x-y$ ve $x-z$ düzlemlerine göre simetrik olup açılma modu olarak adlandırılır. Çatlak karşılıklı yüzeyleri birbirine ters yönde hareket ederler. Kayma modu olarak Mod II de ise deplasmanlar $z-y$ düzlemine göre simetrik, $x-z$ düzlemine göre ise vida simetrisine sahiptir. Yüzeyler ters yönde yanlara doğru birbiri üzerinde kayarak hareket ederler. Mod III yırtılma modu olup her iki düzleme göre vida simetrisine sahiptir. Yüzeyler çatlak ucu çizgisine paralel olarak hareket ederler. Her çatlak modu farklı bir gerilme alanına karşılık gelmektedir. Eleman üzerinde çatlak modları tek tek yada bu modların bir kombinasyonu olarak bulunurlar.

1. Çatlak Civarında Gerilme Dağılımı

Lineer elastik kırılma mekaniğinde Griffith'in ortaya koyduğu teori, gerilmeye maruz kalan elastik bir plaka içerisinde çatlak bulunduğu takdirde, plakanın bu çatlaktan dolayı yüzey enerjisinin artmasıyla potansiyel enerjisinin azalması arasında dengeli bir ilişki olması gerektiğini ortaya koymuştur³⁷. Fakat Griffith teorisi sistemdeki enerjiyi baz alması nedeniyle çatlak ucu civarındaki gerilmelerin dağılımı için esnek değildir. Buna alternatif olarak Irwin tarafından ortaya atılan teori daha uygundur. Irwin'in kullandığı model Griffith'in kullandığı modele benzemektedir³⁸. Yalnız Irwin'in teorisinde uygulanan yükler çift eksenlidir (şekil 3.9).

³⁷ Richard W. HERTZBERG *Deformation and Fracture Mechanics of Engineering Materials*, (U.S.A, 1976), s. 255.

³⁸ E. J. HEARN, *Mechanics of Materials*, (Pergamon Press, England, 1985), s. 873.



Şekil 3.9 Irwin'in çatlak ucundaki gerilmeleri belirlemek için kullandığı model

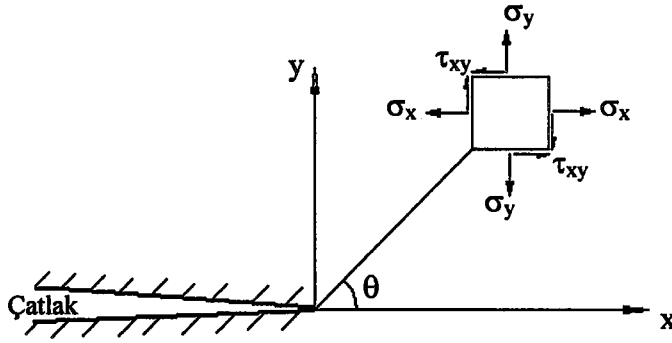
Irwin'in teorisine göre Şekil 3.10 da gösterilen çatlak ucu civarında eleman üzerinde meydana gelen gerilme bileşenleri,

$$\sigma_x = \frac{K}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left[1 - \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right] \quad (3.55)$$

$$\sigma_y = \frac{K}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left[1 + \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right] \quad (3.56)$$

$$\tau_{xy} = \frac{K}{\sqrt{2\pi r}} \left[\sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} \right] \quad (3.57)$$

şeklindedir.



Şekil 3.10 Irwin'in analizde kullandığı gerilme bileşenleri için koordinat sistemi

2. J İntegralinin Hesabı

Çatlak ucunda büyük plastik bölge oluşumundan dolayı kırılma tokluğunun ölçülmesi oldukça zordur. Bu problemi yenme amacıyla J integrali metodu geliştirilmiştir³⁹.

İlk defa Rice tarafından ortaya konulan J integrali elasto-plastik bölge aralığında kırılma mekaniğinin temelini teşkil eder. Buna göre bütün özellikleri aynı fakat çatlak boylarında küçük bir farklılık bulunan iki elemanın enerjileri arasındaki fark çatlak büyümesi için bir karşılaştırma parametresi olarak kullanılabilir⁴⁰.

J integrali nonlinear elastik bir malzeme için iki boyutlu şekil değiştirme alanında çizgisel bir integral olarak,

$$J = \int_{\Gamma} W dy - n_i \sigma_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x} ds \quad (3.58)$$

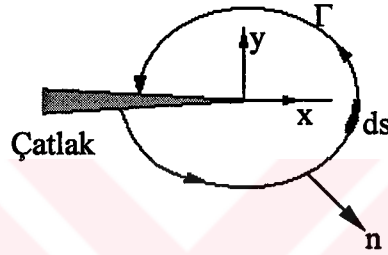
³⁹ Tefik AKSOY, *Kırılma Mekaniği* (Dokuz Eylül Üniversitesi, Müh. Mim. Fakültesi Makine Mühendisliği, İzmir, 1984), s. 48.

⁴⁰ TOPÇU, TAŞGETİREN, a.g.e., s. 11-23

şeklinde tanımlanmaktadır. Burada Γ çatlakın alt yüzeyinden başlayıp üst yüzeyinde tamamlanan herhangi bir eğriyi göstermektedir. Şekil 3.11 da gösterildiği gibi n bu eğrinin normalinin birim vektörüdür. W ise şekil değiştirme enerjisi olup,

$$W = \int_0^\epsilon \sigma_{ij} d\epsilon_{ij} \quad (3.59)$$

şeklindedir. u deplasmanları, ds de eğri üzerindeki bir diferansiyel elemanı göstermektedir.



Şekil 3.11 J integral hesabı için kullanılan tipik eğri

J integrali, benzer sınır koşullarına ve arttırılmış farklı çatlak boylarına sahip iki malzemenin arasındaki potansiyel enerji farkı olarak hesaplanır⁴¹. J integrali, sonlu elemanların kullanımında sayısal değerlendirme için oldukça uygun bir yöntemdir. Ayrıca nonlinear malzeme davranışı ve elasto-plastik kırılma mekaniği uygulamaları için de uygundur.

Bir sistemdeki toplam potansiyel enerji, matris formunda

$$\Pi_p = \frac{1}{2} \{u\}^T [K] \{u\} - \{u\}^T \{F\} \quad (3.60)$$

şeklinde yazılabilir.

⁴¹ TAŞGETİREN, a.g.e. s. 23

$\{u\}$ ve $\{u\}^T$ düğüm deplasman vektörü ve onun transpozu, $\{F\}$ düğümlere uygulanan kuvvet vektörü ve $[K]$ ise eleman rijitlik matrisidir. Düğüm deplasman $\{u\}$ değerleri için sonlu eleman denklemi,

$$\frac{\partial \Pi_P}{\partial \{u\}} = [K]\{u\} - \{F\} = 0 \quad (3.61)$$

şeklinde hesaplanır.

a boyundaki bir çatlak için potansiyel enerji salıverme oranı,

$$G = \frac{\partial \Pi_P}{\partial a} \quad (3.62)$$

G potansiyel enerji salıverme oranıdır ve lineer elastik durumunda J 'ye eşittir. 3.60 ta verilen potansiyel enerji ifadesinin türevi alınır,

$$J = -\frac{\partial \Pi_P}{\partial a} = -\frac{1}{2} \{u\}^T \frac{\partial [K]}{\partial a} \{u\} + \{u\}^T \frac{\partial \{F\}}{\partial a} - \frac{\partial \{u\}^T}{\partial a} [K] \{u\} - \{F\} \quad (3.63)$$

elde edilir. 3.61 te verilen eşitlikle birleştirildiğinde,

$$J = \frac{1}{2} \{u\}^T \frac{\partial [K]}{\partial a} \{u\} + \{u\}^T \frac{\partial \{F\}}{\partial a} \quad (3.64)$$

olur. Denklem 3.64 teki türevler sonlu farklar yöntemi ile ifade edildiğinde,

$$\frac{\partial [K]}{\partial a} = \frac{1}{\Delta a} ([K]_{a+\Delta a} - [K]_a) \quad (3.65)$$

Δa çatlak ucundaki küçük artış, $[K]_a$ ve $[K]_{a+\Delta a}$ ise a ve Δa boylarındaki çatlaklar için eleman rijitlik matrisidir.

Genel olarak Virtüel Çatlak ilerlemesi olarak adlandırılan bu yöntem sonlu elemanlarla J integrali hesabı için oldukça basit bir yol ortaya koymaktadır. Metod şu şekilde uygulanmaktadır; öncelikle çatlaklı yapı deplasmanları $\{q\}$ elde edecek şekilde klasik yoldan çözülmekte, daha sonra çatlak boyuna küçük bir artım verilerek yeni bir çözüm elde edilmektedir. Çatlak ucuna karşılık gelen düğüm koordinatları çatlak boyunda küçük artışa sebep olacak şekilde ilerletilmektedir. Bu durumda rijitliği değişen elemanlar yalnızca bu düğüme sahip olan elemanlar olmaktadır.

3. Gerilme Yığılma Faktörü (K_I , K_{II}) Hesabı

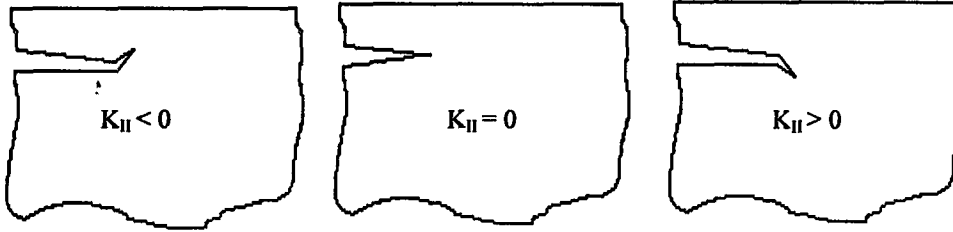
Şekil 3.10 da çatlak ucundaki bir elemanda meydana gelen gerilme bileşenleri verilmişti. Bu gerilme bileşenlerinin hesaplanması 3.55, 3.56 ve 3.57 nolu eşitliklere bağlı olarak yapılmakta olduğu daha önce de belirtildi. Verilen bu eşitliklerin önemli bir özelliği de çatlak etrafındaki gerilme dağılımı sadece r ve θ ya bağlı olmasıdır. Çatlaklı bir elemanın diğer çatlaksız elemana göre farkı gerilme alanındaki K olarak adlandırılan gerilme yığılma faktöründe yatmaktadır⁴².

Gerilme yığılma faktörü genellikle çatlak uzunluğunun ve gerilmenin bir fonksiyonu olarak ifade edilir. Şekil 3.8 de verilen farklı kırılma modları için farklı gerilme yığılma faktörleri baz alınmış ve kırılma modunda olduğu gibi K_I , K_{II} ve K_{III} şeklinde numaralandırılmıştır.

Dally, ve Chen,⁴³ nın yapmış oldukları çalışma sonucunda yüzey altında bulunan çatlaklar, kayma modu olan K_{II} gerilme yığılma faktörüne bağlı olarak üç farklı şekilde yayılırlar (Şekil 3.12)

⁴² AKSOY, a.g.e., s. 48.

⁴³ DALLY, CHEN, JAHANMIR, a.g.e. s. 106

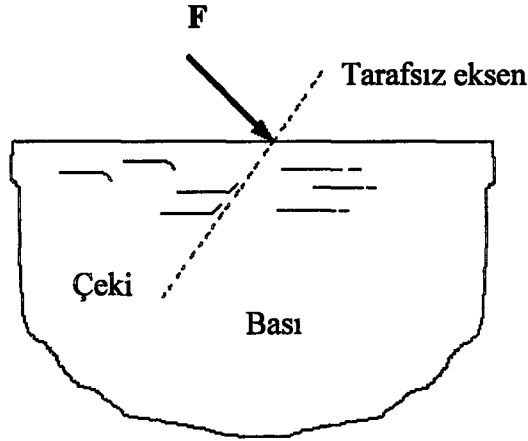


Şekil 3.12 K_{II} gerilme yığılma faktörünün çatlak yayılımı üzerine etkisi

Erdoğan ve Sih⁴⁴ ortaya koydukları çalışmada malzeme içerisinde bulunan bir çatlak sadece K_I gerilme yığılma faktörüne maruz kaldığında, çatlak kendi düzleminde büyümeye çalıştığını ileri sürmüşlerdir. K_{II} gerilme yığılma modu için ise şekil 3.12 de görüldüğü gibi K_{II} pozitif değer alırsa çatlak yüzeyden uzaklaşarak büyümeye çalışırken, K_{II} nin negatif değer alması çatlak yüzeye doğru büyümeye çalıştığını ortaya koymaktadır. K_{II} nin sıfıra eşit olduğu durumlarda ise çatlak kendi doğrultusunda bir yayılma eğilimi göstermektedir.

Yüzeye uygulanan yükün neticesinde yüzeyin altında bulunan çatlakın konumu, yayılması açısından çok önemlidir. Eğer çatlak veya çatlaklar, çeki bölgesinde yer alıyorsa yüzeyden uzaklaşarak büyümeye çalışmaktadır. Fakat çatlak ucu, şekil 3.13 de gösterildiği gibi tarafsız eksene çok yakınsa böyle bir durumda çatlak yüzeye doğru büyüme eğilimi gösterecektir. Eğer çatlak veya çatlaklar, bası bölgesinde yer alıyorsa K_I modu negatif olduğu için çatlak açılma moduyla büyüme eğilimi göstermeyecektir. Fakat kayma modu ile yüzeye paralel olarak büyüebilir.

⁴⁴ ERDOĞAN, SIH, a.g.e., s. 519-520.



Şekil 3.13 Bir yüzey altı çatlağı için çatlak yönlenmesinin şematik ifadesi

Gerilme yığılma faktörünün hesaplanmasında genellikle iki farklı yöntem kullanılmaktadır. Bunlar; çatlak ucunda meydana gelen gerilmelerden yola çıkılarak gerilme yığılma faktörlerinin hesaplanması. Diğeri ise çatlak yüzeyindeki deplasmanlardan faydalanılarak gerilme yığılma faktörlerinin hesaplanmasıdır. İkinci yöntem en çok kullanılan ve daha doğru sonuçların elde edildiği bir yöntemdir. Birinci yöntemde göre K_I ve K_{II} gerilme yığılma faktörlerinin çatlak ucunda meydana gelen gerilmelere bağlı olarak ifadesi,

$$\sigma_x = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left(1 - \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right) - \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \sin \frac{\theta}{2} \left(2 + \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} \right) \quad (3.66)$$

$$\sigma_y = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left(1 + \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right) + \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} \quad (3.67)$$

$$\tau_{xy} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} + \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left(1 - \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right) \quad (3.68)$$

şeklinde yazılabilir.

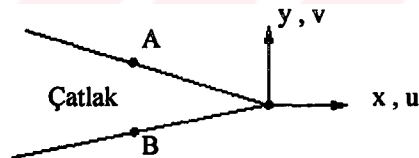
Çatlak yüzeyindeki deplasmanlardan yola çıkılarak K_I ve K_{II} gerilme yığılma faktörü ifadesi,

$$u = \frac{K_I \sqrt{2\pi r}}{8\pi G} \left[(2T - 1) \cos \frac{\theta}{2} - \cos \frac{3\theta}{2} \right] + \frac{K_{II} \sqrt{2\pi r}}{8\pi G} \left[(2T + 3) \sin \frac{\theta}{2} + \sin \frac{3\theta}{2} \right] \quad (3.69)$$

$$v = \frac{K_I \sqrt{2\pi r}}{8\pi G} \left[(2T + 1) \sin \frac{\theta}{2} - \sin \frac{3\theta}{2} \right] - \frac{K_{II} \sqrt{2\pi r}}{8\pi G} \left[(2T - 3) \cos \frac{\theta}{2} + \cos \frac{3\theta}{2} \right] \quad (3.70)$$

şeklinde yazılabilir.

Denklemden G kayma modülü T düzlem gerilme için $3-\nu/1+\nu$, düzlem şekil değiştirme için ise $3-4\nu$ alınmaktadır. u ve v şekil 3.14 te gösterildiği gibi çatlak yüzeyindeki düğüm deplasmanlarıdır.



Şekil 3.14 Çatlak ucundaki lokal koordinatlar

A ve B çatlak yüzeyinde ve çatlak ucuna en yakın düğümleri temsil ederken, v ; y eksenindeki deplasmanlara u ; x yönündeki deplasmanlara karşılık gelmektedir.

Denklem 3.69 ve 3.70'i yeniden düzenlediğimizde,

$$K_I = \frac{2\pi G \Delta v}{\sqrt{2\pi r} T} \quad (3.71)$$

$$K_{II} = \frac{2\pi G \Delta u}{\sqrt{2\pi r} (1 + T)} \quad (3.72)$$

şeklinde elde edilebilir. r ; A ve B düğüm noktalarının çatlak ucundan olan uzaklığıdır. Bu uzaklık çatlak ucunda kullanılan eleman boyutlarına bağlı olarak değişebilmektedir. Δu ve Δv ise A ve B düğümlerindeki x ve y yönündeki deplasman farklarıdır.

DÖRDÜNCÜ BÖLÜM

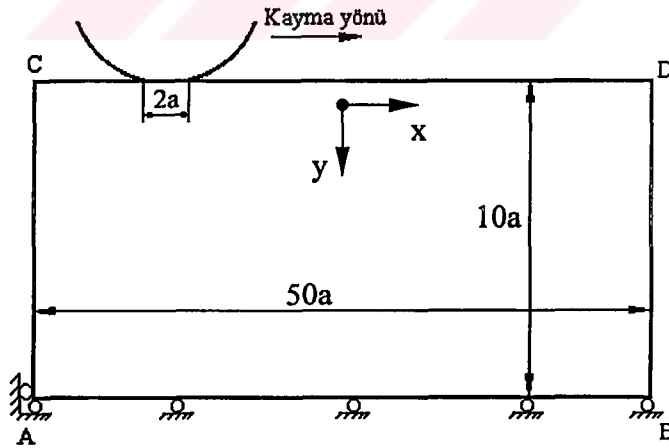
I. SONUÇLAR ve DEĞERLENDİRME

A) GİRİŞ

Bu çalışma iki temel kısmı ihtiva etmektedir. Bunlar Sonlu Elemanlar Analizi ve Elastik Temas Teorisidir. Sonlu elemanlar analiz tekniği kullanılarak, iki elastik yüzeyin teması sonucunda yüzey altında meydana gelen gerilmelerin analizi gerçekleştirilmiştir. Ayrıca yüzey altında var kabul edilen çatlak için J , K_I ve K_{II} hesabı yapılarak çatlağın hangi yöne doğru büyüme eğilimi gösterdiği araştırılmıştır.

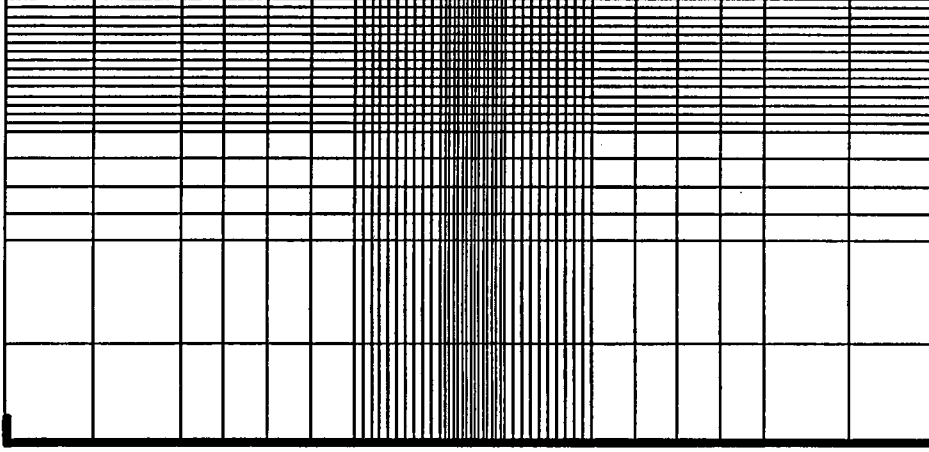
1. Sonlu Eleman Modelinin Oluşturulması

Problemin çözümü için oluşturulan sonlu eleman modeli için değişken olarak yükün konumu, çatlağın boyu ve yüzeydeki sürtünme katsayısı alınmıştır. Ayrıca modelin oluşturulmasında kullanılan plaka boyutları şekil 4.1 de verilmiştir.



Şekil 4.1 Modelin oluşturulmasında kullanılan plaka ve kayan cismin boyutları

Plaka AB noktaları arasında y ekseninde tutulmuş kabul edilirken, A noktasında ise hem x hemde y eksenlerinde tutulmuş olduğu kabul edilmiştir. Bu kabuller ışığında oluşturulan sonlu eleman modeli şekil 4.2 de verilmiştir.

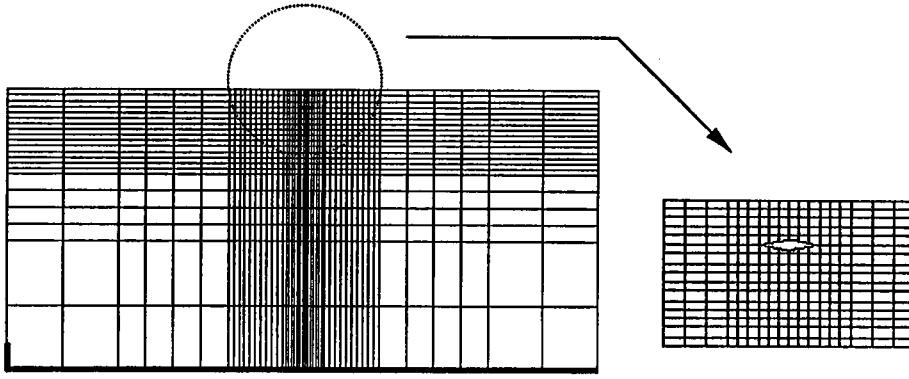


Şekil 4.2 Plakanın sonlu eleman modeli

Modelin oluşturulması esnasında daha doğru bir çözümün elde edilebilmesi için çatlakın bulunduğu bölge daha küçük elemanlara bölünmüştür.

Sonlu elemanlar modelinin temel özellikleri ve sınır şartları değiştirilmeden farklı çatlak boyları için farklı modeller oluşturulmuştur. Model toplam 3102 düğüm ve 987 elemandan oluşmaktadır.

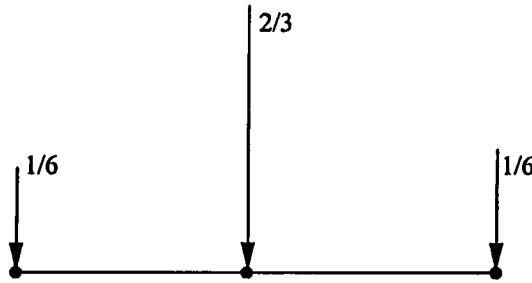
Bu çalışmada seçilen çatlak boyları plaka üzerinde kayan cismin $2a$ genişliğiyle boyutsuzlaştırılmıştır. Çatlak boyu L olarak kabul edilmiş ve problemin çözümünde ele alınan çatlak boyları $L/a = 0.5, 1, 1.5$ ve 2 olarak alınmıştır. Çatlakın yüzeyden derinliği değiştirilmemiş ve max kayma gerilmelerinin meydana geldiği $0.78a$ derinliğinde alınmıştır. Şekil 4.3 te $L/a=1$ için çatlakın şekli ve çatlak civarındaki eleman dağılımı verilmiştir.



Şekil 4.3 $L/a = 1$ için plakanın yüzeyi altında bulunan elips biçimli çatlak

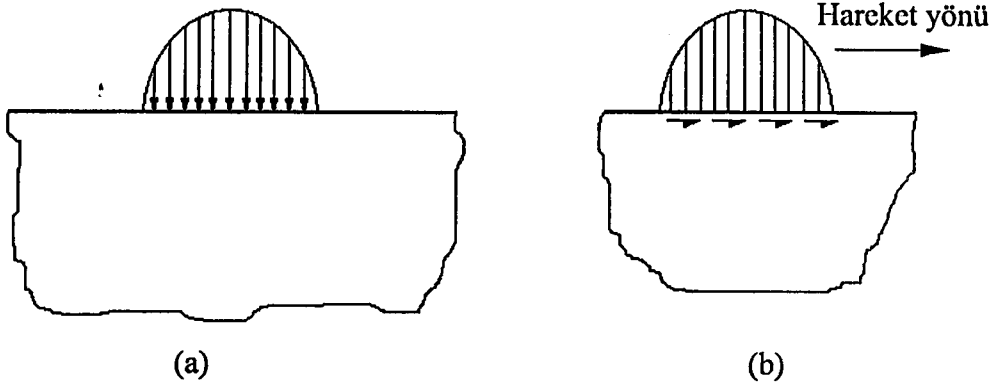
Daha önceki bölümlerde de ifade edildiği gibi kayma esnasında yüzeylerde normal ve teğetsel yükler meydana gelir. Problemin çözümünde tek tip yük uygulamasına gidilmiş farklı yükler için çözüm yapılmamıştır. Temas yüzeyinde istenilen temas uzunluğunun $(2a)$ elde edilebilmesi için uygulanacak olan toplam yük Hertz teorisine göre denklem 3.45 ve 3.47'ye bağlı olarak hesaplanmıştır. Buna göre temas bölgesinde meydana gelen max basınç değeri 2400N/mm^2 olarak elde edilmiştir.

Sonlu eleman modeli oluşturulan plaka üzerine etkiyen normal ve teğetsel yüklerin dağılımı şekil 4.5 da verilmiştir. Her elemana etkiyen toplam normal ve teğetsel yükün 3.46 ve 3.48 de verilen eşitliklerden faydalanılarak dağıtımı yapılmıştır. Ayrıca kullanılan eleman tipinin 8 düğümlü izoparametrik eleman olması nedeniyle tek bir eleman üzerine etkiyen kuvvetin dağılım şekli ise şekil 4.4 te verilmiştir.



Şekil 4.4 Eleman üzerine etkiyen toplam kuvvetin dağılım şekli

Teğetsel kuvvetlerin büyüklükleri Hertz teorisine göre normal kuvvetle teğetsel kuvvet arasındaki ilişki göz önüne alınarak belirlenmiş ve farklı sürtünme katsayıları için farklı teğetsel kuvvetler alınmıştır.

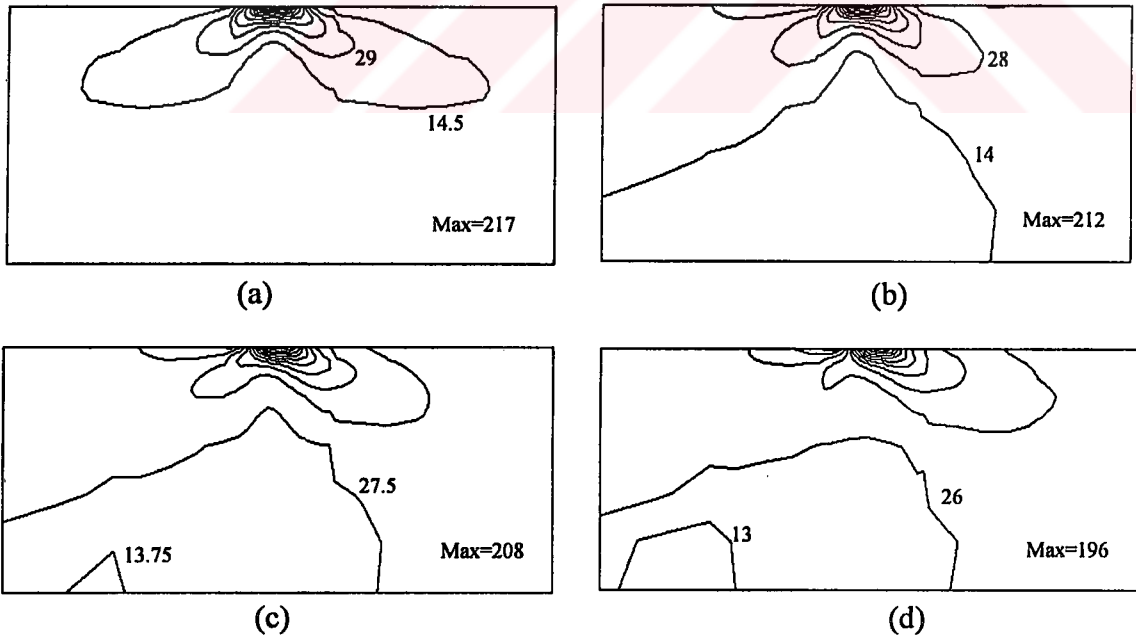


Şekil 4.5 Plaka üzerine etkileyen a) normal yük dağılımı, b) teğetsel yük dağılımı

B) GERİLME ANALİZİ SONUÇLARI

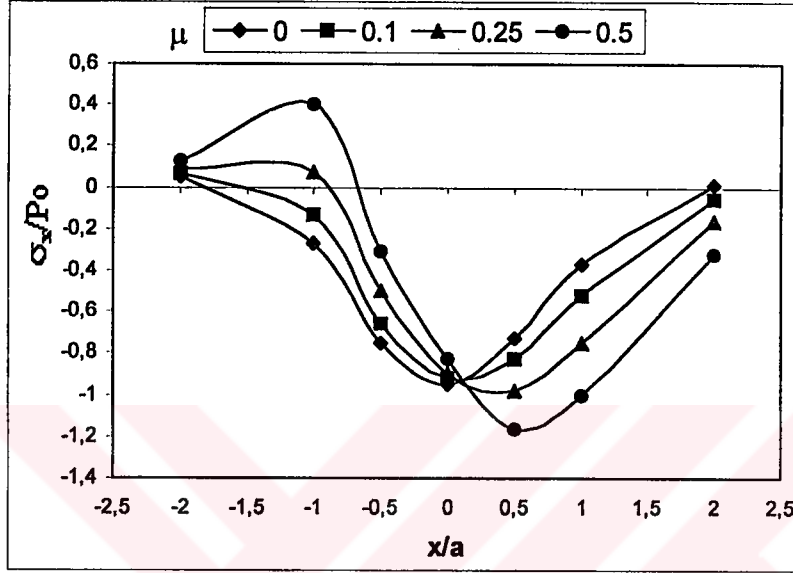
Yüzeyle etkileyen normal ve teğetsel yüklerin bir sonucu olarak yüzey altında meydana gelen σ_x , σ_y ve τ_{xy} gerilme değerleri elde edilmiştir. Ayrıca yine bu yüklerin bir sonucu olarak meydana gelen gerilme değerleri Von-mises ve Tresca akma kriterine göre de araştırılmıştır.

Analiz sonucunda plakada meydana gelen σ_x gerilmelerinin sürtünme katsayılarına bağlı olarak dağılımı Şekil 4.6 de verilmiştir.



Şekil 4.6 σ_x gerilmelerinin sürtünme katsayısına bağlı olarak dağılımı
(a) $\mu=0$, (b) $\mu=0.1$, (c) $\mu=0.25$, (d) $\mu=0.5$

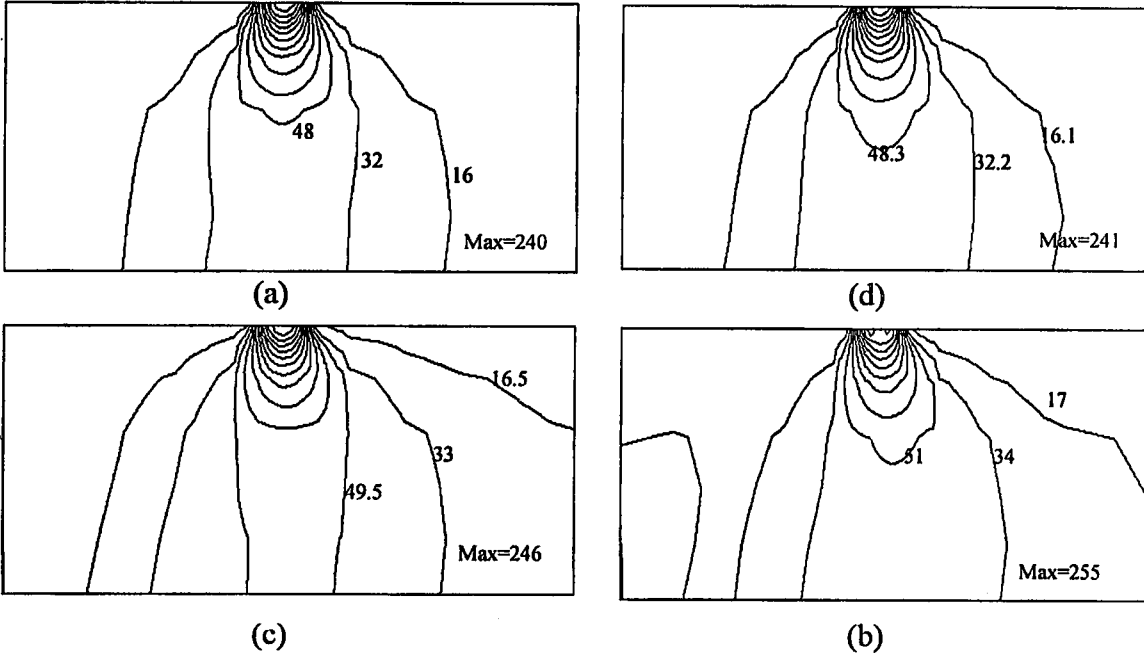
Yüzeydeki sürtünme katsayısının artmasıyla birlikte σ_x gerilmeleri de oldukça değişmekte. Şekil 4.6 de verilen a, b, c ve d durumları için gerilme eğrilerinin her bir çizgisi sırasıyla 14.5, 14, 13.75 ve 13 N/mm² lik gerilme değerlerine karşılık gelmektedir. Şekil 4.7 de σ_x gerilmesinin yüzeyde ($y = 0$) x eksenı boyunca değişimi sürtünme katsayısına bağılı olarak verilmiştir.



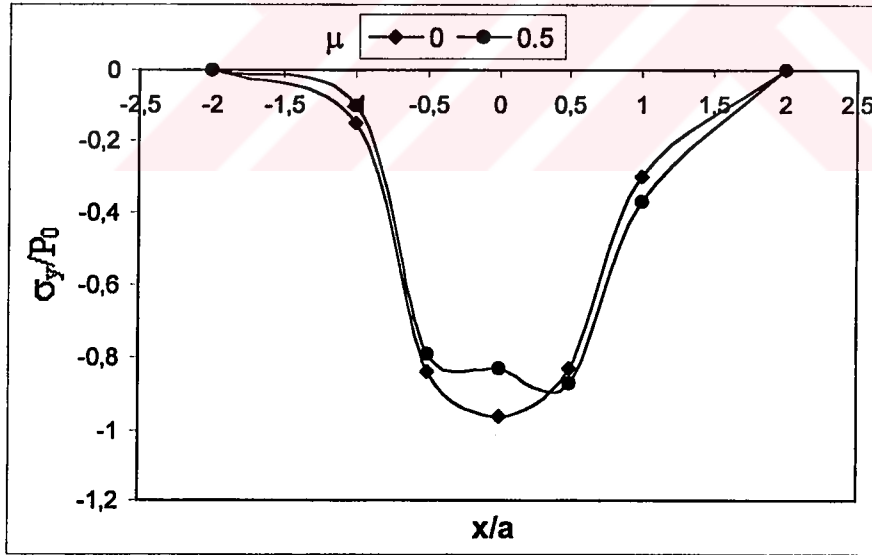
Şekil 4.7 σ_x gerilmelerinin sürtünme katsayısına bağılı olarak x eksenı boyunca değişimi

Görülen o ki sürtünmesiz yüzeylerde $\max \sigma_x$ gerilmeleri temas noktası merkezinde ($x/a = 0$) meydana gelmektedir. Yüzeydeki sürtünme katsayısı artırıldığında $\max \sigma_x$ gerilmeleri temas noktası merkezinin sağına kaymakta yani bir anlamda plaka üzerinde kayan cismin önünde kalmaktadır. Bu da yüzeye etkiyen, teğetsel kuvvetin etkisiyle kayan cismin gerisinden temas noktasının merkezine ($x/a = 0$) kadar meydana gelen gerilmeler çeki gerilmeleri şeklini alırken, temas noktasının merkezinden kayan cismin önüne kadar bası gerilmeleri şeklini almaktadır.

Hatırlanacağı üzere ilk bölümde şekil 1.4 te ifade edilmek istenen unsur; kayan cismin gerisinde ve yüzey altında çeki gerilmeleri oluşurken kayan cismin önünde ise bası gerilmelerinin baskın olduğu idi. Böylelikle yapılan analizle de bu doğrulanmış olmaktadır.



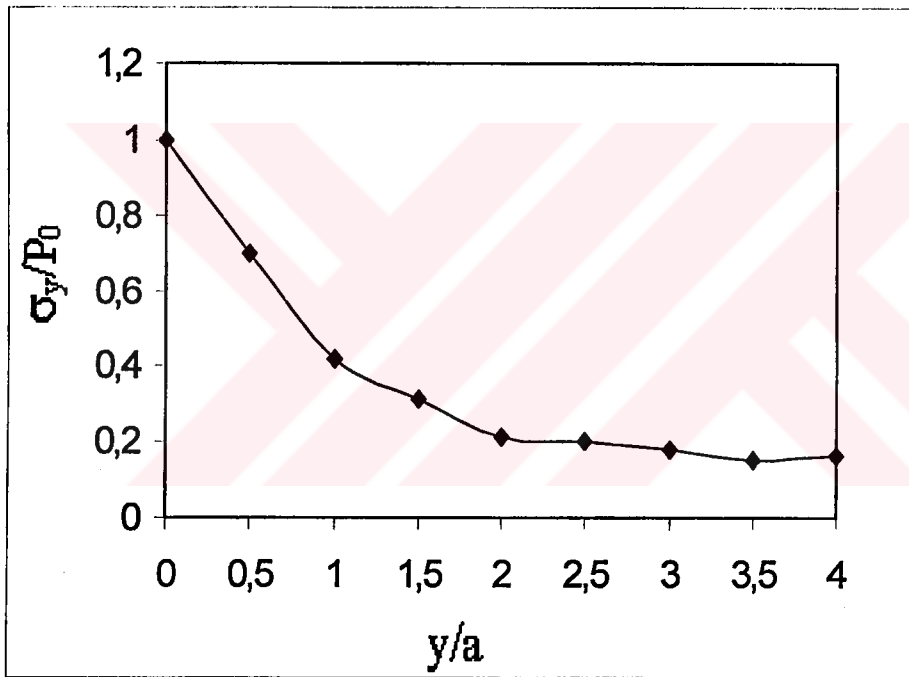
Şekil 4.8 σ_y gerilmelerinin sürtünme katsayısına bağlı olarak dağılımı (a) $\mu=0$, (b) $\mu=0.1$, (c) $\mu=0.25$, (d) $\mu=0.5$



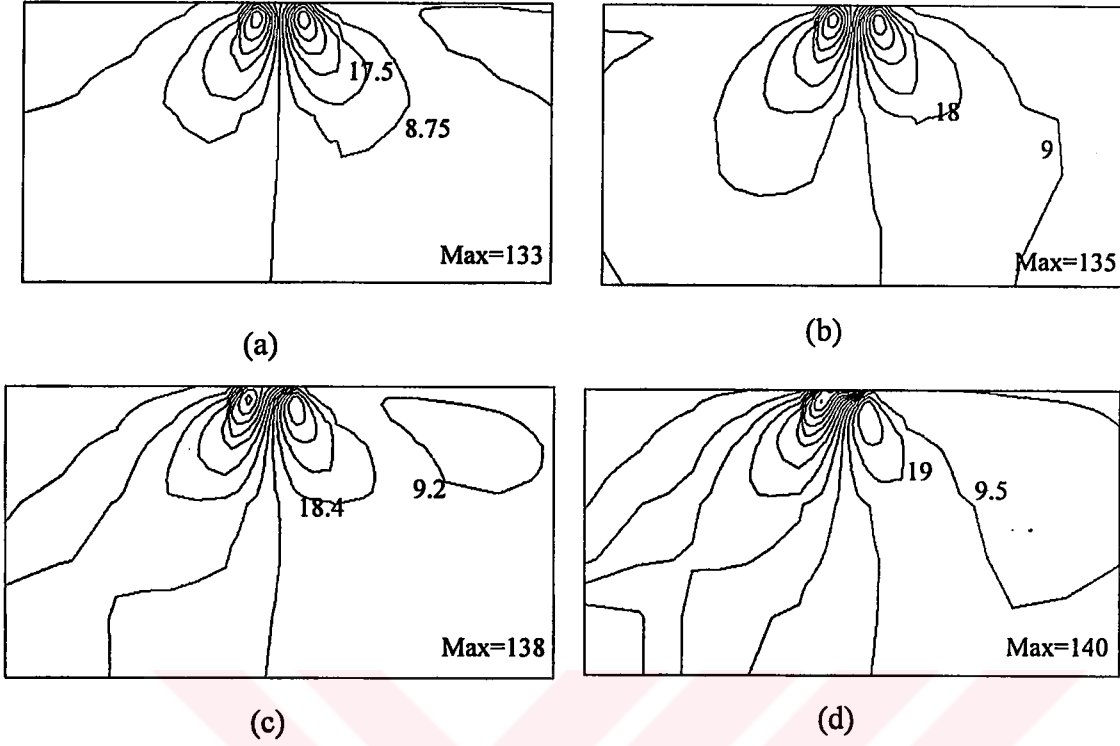
Şekil 4.9 σ_y gerilmelerinin yüzeyde ($y=0$) sürtünme katsayısına bağlı olarak x eksenini boyunca değişimi

Yapılan analizler sonucunda σ_y gerilmeleri sürtünme katsayısının artmasıyla büyük bir değişiklik göstermemektedir. Şekil 4.9 da yüzeyde meydana gelen σ_y gerilmeleri için $\mu = 0$ ve $\mu = 0.5$ sürtünme değerlerinde x eksenini boyunca değişimi verilmiştir. Yüzeyde oluşan max gerilme değeri sürtünmesiz temas noktasındaki max P_0 basıncı ile aynı değeri almaktadır. Buna karşın sürtünme değeri arttıkça temas noktasının merkezindeki σ_y gerilmeleri max P_0 basınç değerinin altına düşmektedir.

σ_y gerilmeleri yüzeyde max değere ulaşırken, yüzeyden derinlere inildikçe bu değer azalma göstermektedir (şekil 4.10).



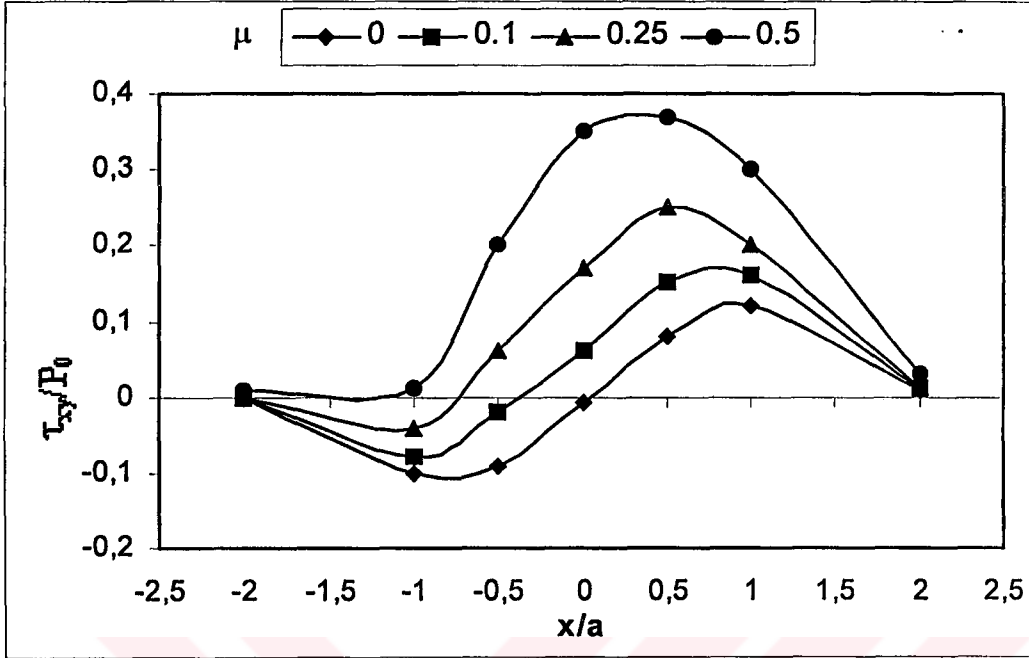
Şekil 4.10 σ_y gerilmelerinin y eksenini boyunca değişimi



Şekil 4.11 τ_{xy} kayma gerilmelerinin sürtünme katsayısına bağlı olarak dağılımı (a) $\mu=0$, (b) $\mu=0.1$, (c) $\mu=0.25$, (d) $\mu=0.5$

Gerilme dağılımında a, b, c ve d sürtünme durumları için sırasıyla her bir çizgi 8.75N/mm^2 , 9N/mm^2 , 9.2N/mm^2 ve 9.5N/mm^2 ye karşılık gelmektedir.

Yüzeydeki sürtünme katsayılarının artırılması τ_{xy} kayma gerilmelerinin de artmasına zemin teşkil etmektedir. Şekil 4.12 te de yüzeyde meydana gelen τ_{xy} kayma gerilmelerinin sürtünmeye bağlı olarak x ekseni boyunca değişimi verilmiştir.

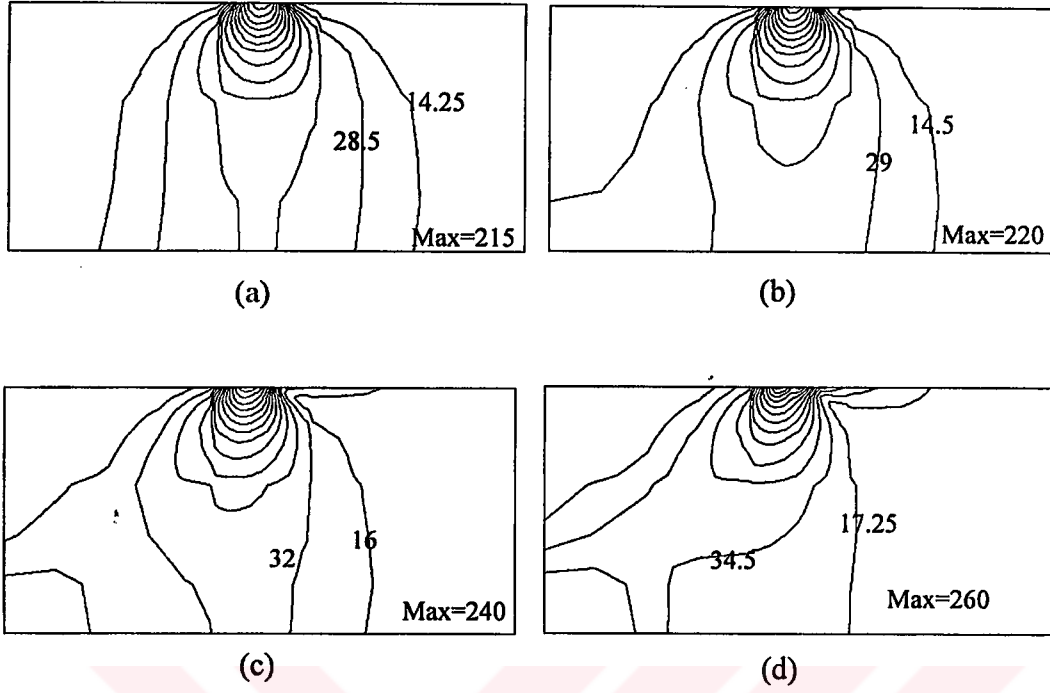


Şekil 4.12 Yüzeyde meydana gelen τ_{xy} gerilmelerinin temas noktasının merkezinde sürtünmeye bağlı olarak değişim

Görüldüğü gibi sürtünme değeri sıfır için kayma gerilmeleri kayan elemanın gerisinde ($x/a = -1$) ve önünde ($x/a = 1$) aynı değerlere sahipler. Fakat sürtünme katsayısının artmasıyla birlikte max τ_{xy} gerilmesi değerleri $+x/a$ bölgesine doğru kaymaktadır.

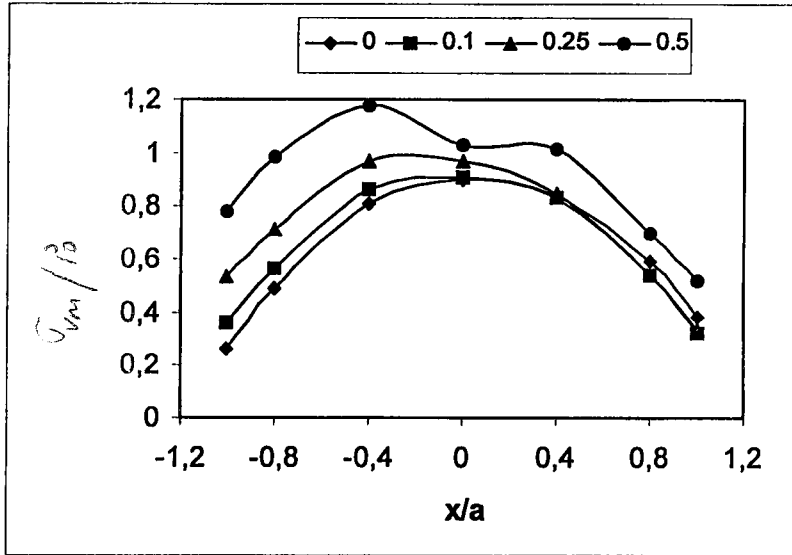
1. Von-Mises akma kriterine göre gerilme analizi

Kayma işlemi sırasında meydana gelen gerilmeler Von-mises akma kriterine göre araştırılmış ve yüzeyde meydana gelen gerilme eğrilerinin sürtünme değerindeki değişmeye göre dağılımı şekil 4.13 te verilmiştir.



Şekil 4.13 Farklı sürtünme değerleri için Von-mises eşgerilme eğrilerinin dağılımı
(a) $\mu = 0$, (b) $\mu = 0.1$, (c) $\mu = 0.25$, (d) $\mu = 0.5$

Görüldüğü üzere sürtünme değeri büyüdükçe gerilme eğrileri kayma yönünün tersine yönlenmektedirler. Oluşan gerilme değerleri özellikle 0.5 sürtünme değeri için oldukça büyümekte ve uygulanan max basınç değerinin 1.2 katına kadar çıkmaktadır.

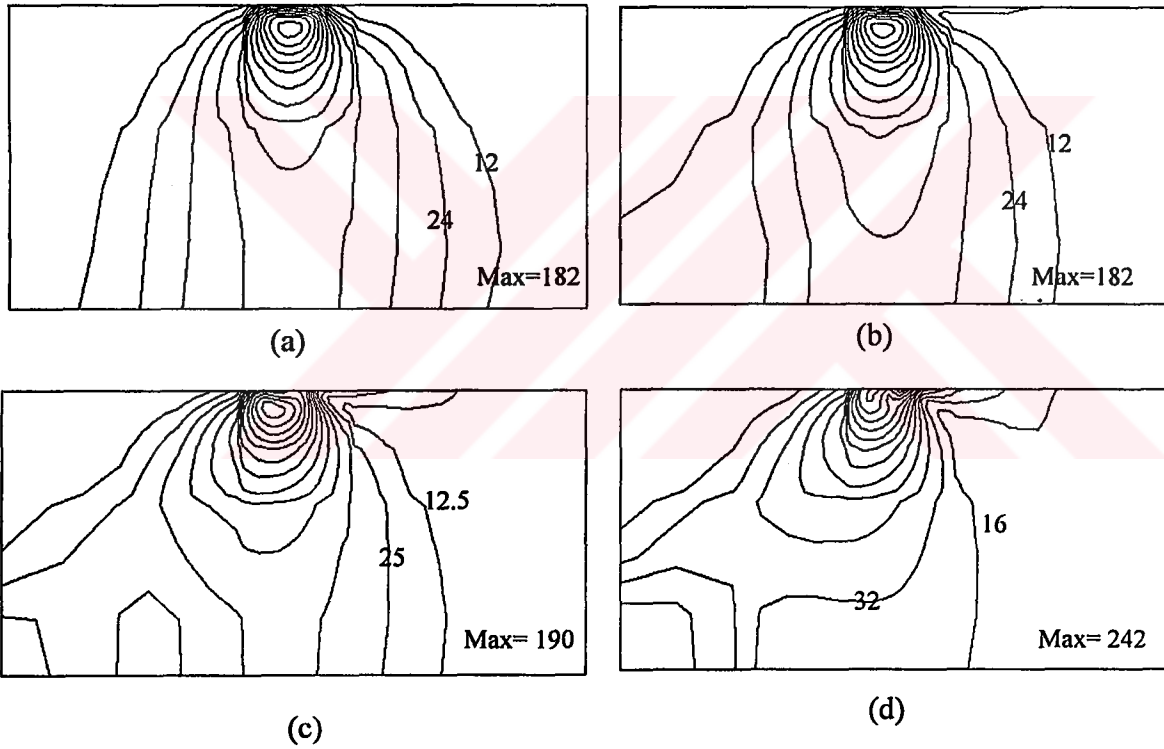


Şekil 4.14 Temas noktasının merkezinde Von-mises gerilmelerinin sürtünme değerine bağlı olarak değişimi

Şekil 4.14 da temas noktasının merkezinde Von-mises gerilme değerlerinin sürtünme değerine bağlı olarak değişim grafiği verilmiştir. Max gerilme değerleri 0.25 sürtünme değerine kadar temas noktasının merkezinde ($x/a = 0$) meydana gelirken 0.5 sürtünme değeri için max gerilme değeri kayan elemanın gerisinde ($x/a = -1$) meydana gelmektedir.

2 Tresca (Max kayma gerilmesi) kriterine göre gerilme analizi

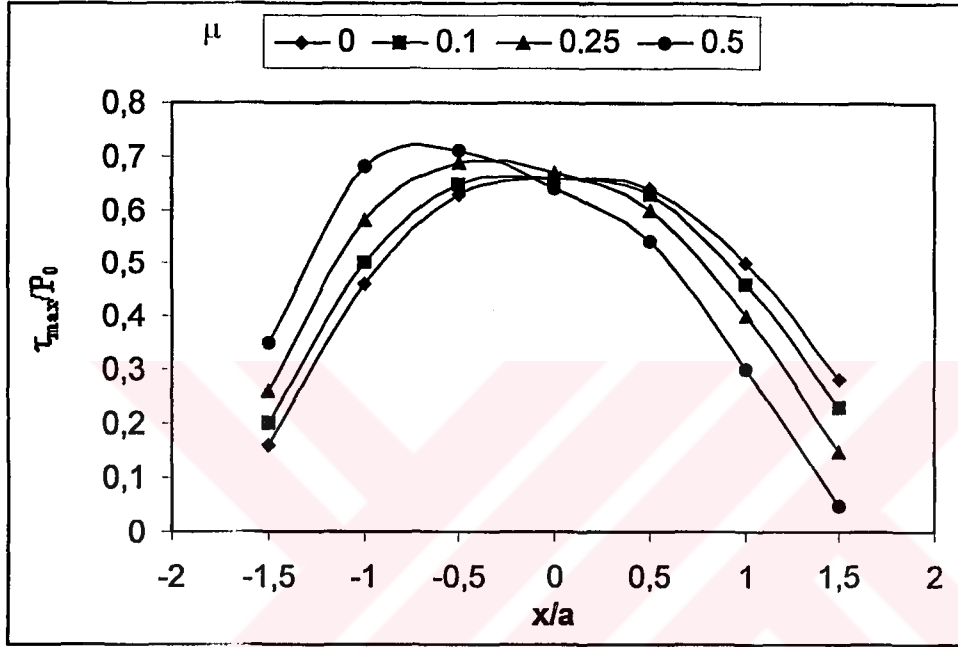
Kayma işlemi sırasında meydana gelen max kayma gerilmesi Tresca kayma gerilmesi kriterine göre araştırılmıştır. Yüzeyde ve yüzeyin altında meydana gelen gerilme eğrilerinin dağılımı farklı sürtünme değerleri için şekil 4.15 te verilmiştir.



Şekil 4.15 Farklı sürtünme katsayıları için Tresca max kayma gerilme eğrilerinin dağılımı (a) $\mu = 0$, (b) $\mu = 0.1$, (c) $\mu = 0.25$, (d) $\mu = 0.5$

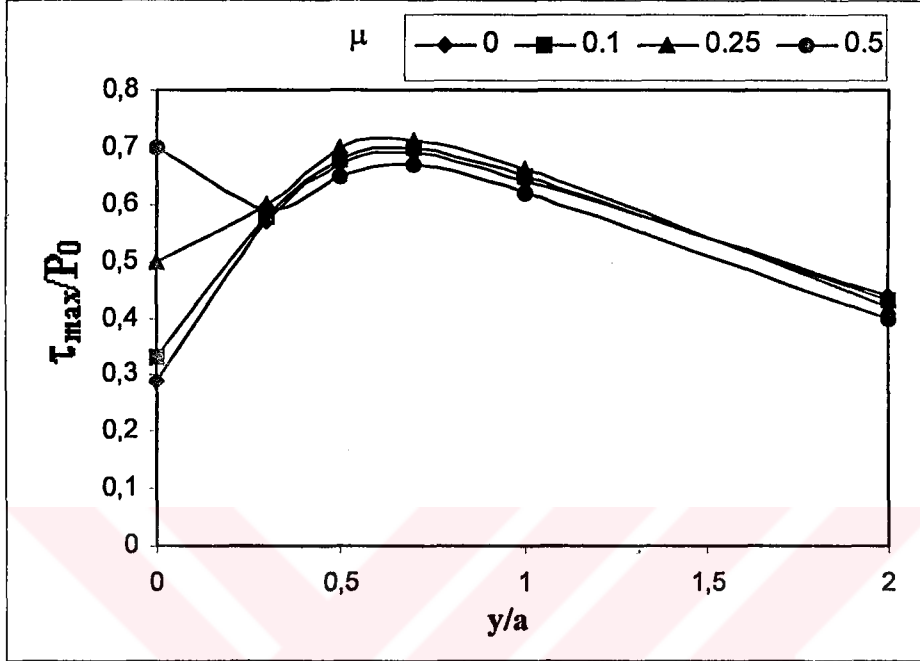
Yapılan gerilme analizinin sonunda max kayma gerilme değeri yüzeyden 0.78a kadar bir derinlikte meydana gelmektedir ve sürtünme katsayısının artmasıyla birlikte artmaktadır. Şekilde verilen gerilme dağılımında a, b, c ve d sürtünme durumları için her bir çizgi sırasıyla 12, 12, 12.5 ve 16N/mm² ye karşılık gelmektedir.

Ayrıca şekil 4.16 da temas noktasının merkezindeki ($x/a = 0$) max kayma gerilmelerinin sürtünme değerlerine bağlı olarak değişimi verilmiştir.



Şekil 4.16 Temas noktasının merkezinde meydana gelen max kayma gerilmelerinin sürtünme katsayısına bağlı olarak değişimi

Hertz teorisine göre kayma sırasında meydana gelen max kayma gerilmesi sürtünmesiz yüzeyler için: yüzeyden 0.78a derinliğinde meydana gelmektedir. Fakat bu hipotez sadece sürtünmesiz yüzeyler için geçerli olduğundan, sürtünmeli yüzeylerde bu değer farklılık gösterir. Şekil 4.17 max kayma gerilmelerinin 0.78a derinliğinde meydana geldiği doğrulanmaktadır. Fakat yüzeydeki sürtünme değeri artmasıyla max kayma gerilme değerleri yüzeye daha yakın mesafelerde meydana gelmektedir. Hatta 0.5 sürtünme değeri için meydana gelen gerilme değeri yüzeyde max değere ulaşırken 0.78a derinliğinde bu değer minimum olduğu görülmektedir.



Şekil 4.17 τ_{max} kayma gerilmelerinin derinliğe bağlı olarak değişimi

C) J İNTEGRALİ SONUÇLARI

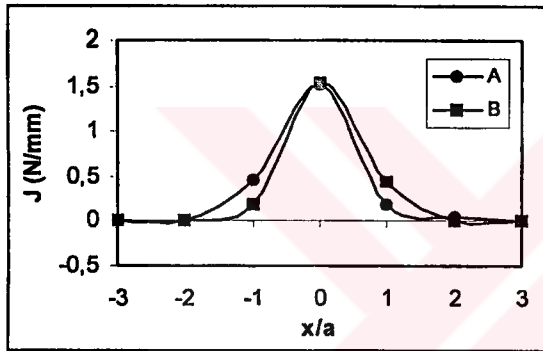
Bu çalışmada J integralinin hesabı üç farklı değişkene bağlı olarak yapılmıştır. Bu değişkenler yüzeye uygulanan kuvvetin çatlığa göre konumu, yüzeydeki sürtünme katsayısı ve farklı uzunluktaki çatlak boylarıdır.

1. Yükün Konumuna ve Sürtünme Katsayısına Göre J İntegrali Sonuçları

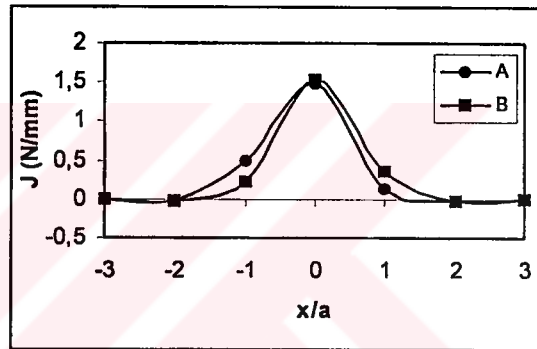
Uygulanan yükün konumu çatlığa göre belirlenmiş olup çatlakla yükün merkezi arasındaki mesafe ile temas uzunluğu oranlanarak boyutsuzlaştırılmıştır. Buna göre yedi farklı yük konumu için çözüm yapılmıştır. Şekil 4.18, 4.19, 4.20 ve 4.21 de farklı çatlak

boyları için J değerinin sürtünme katsayısına bağlı olarak yükün konumuna göre değişimi verilmiştir. Grafikte A, çatlağın sol ucunu gösterirken, B ise çatlağı sağ ucunu temsil etmektedir.

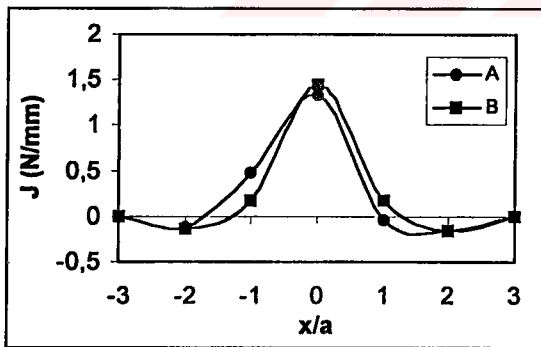
Yüzeyler sürtünmesiz kabul edildiğinde uygulanan yük çatlağı yaklaştığı zaman çatlağın her iki ucu için J değeri pozitif ve aynı değeri almaktadır. Fakat yüzey sürtümlü olduğu zaman yüzeye etkiyen teğetsel yüklerin etkisiyle çatlağın B ucunun almış olduğu J değeri A ucuna nazaran daha büyüktür. Bu da çatlağın B ucunun A ucuna nazaran daha fazla açılmaya zorlandığının göstergesidir.



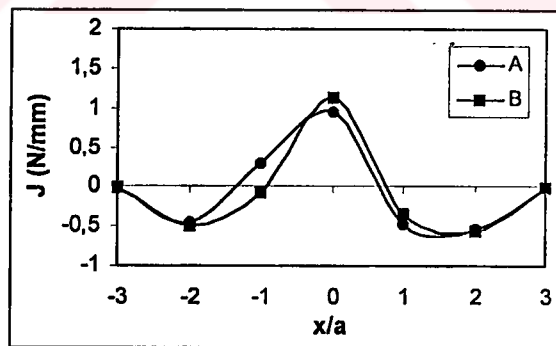
(a)



(b)

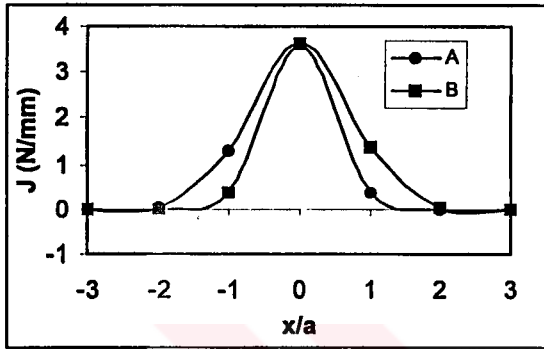


(a)

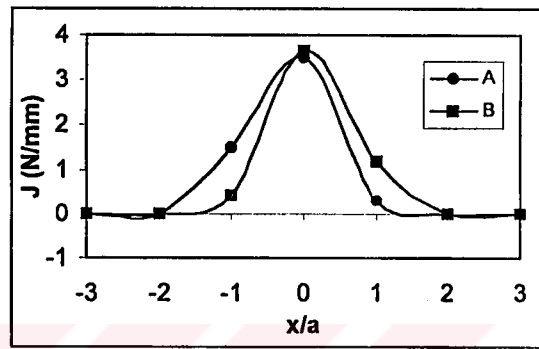


(b)

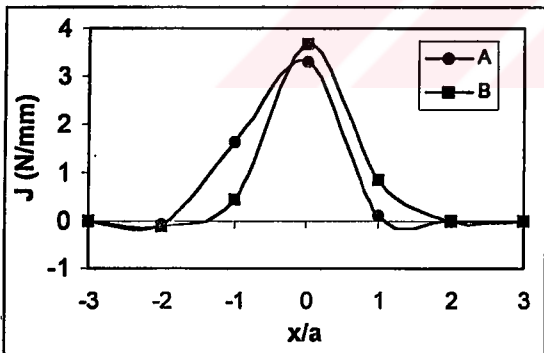
Şekil 4.18 Çatlak boyu $L/a = 0.5$ için J integralinin yükün konumuna bağlı olarak değişimi a) $\mu = 0$, b) $\mu = 0.1$, c) $\mu = 0.25$, d) $\mu = 0.5$



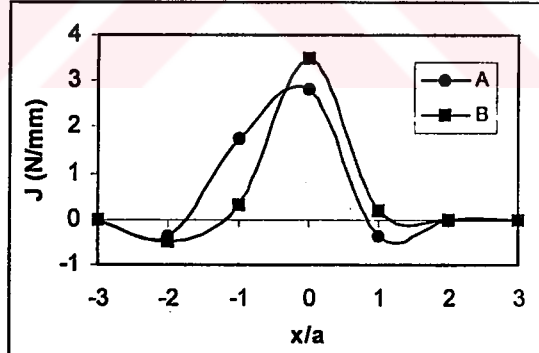
(a)



(b)

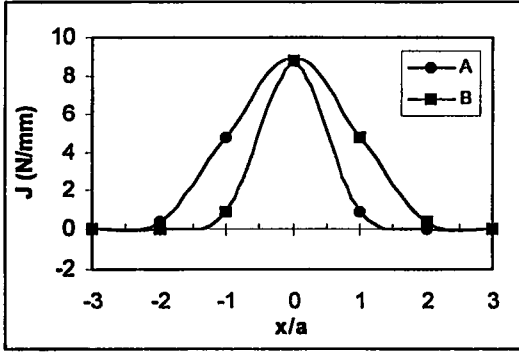


(c)

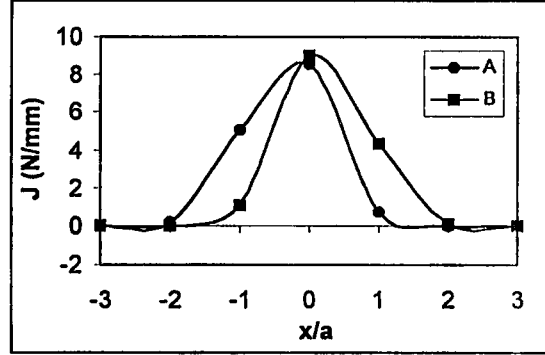


(d)

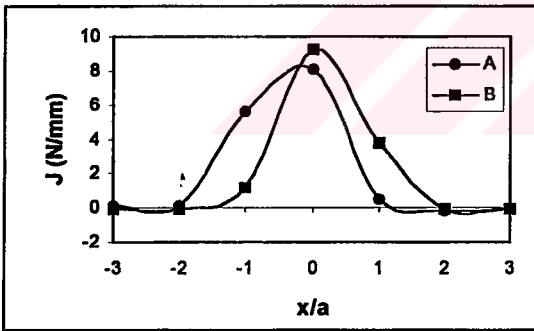
Şekil 4.19 Çatlak boyu $L/a = 1$ için J integralinin yükün konumuna bağlı olarak değişimi a) $\mu = 0$, b) $\mu = 0.1$, c) $\mu = 0.25$, d) $\mu = 0.5$



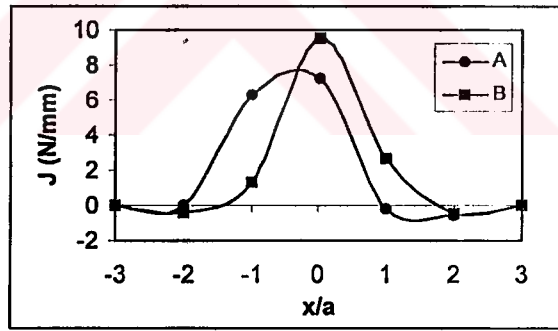
(a)



(b)

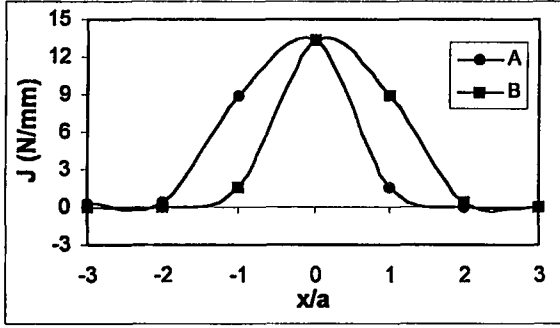


(c)

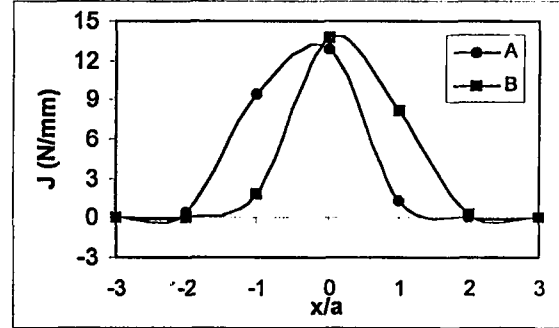


(d)

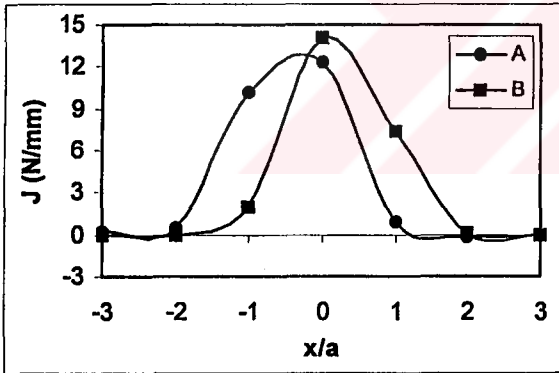
Şekil 4.20 Çatlak boyu $L/a = 1.5$ için J integralinin yükün konumuna bağlı olarak değişimi a) $\mu = 0$, b) $\mu = 0.1$, c) $\mu = 0.25$, d) $\mu = 0.5$



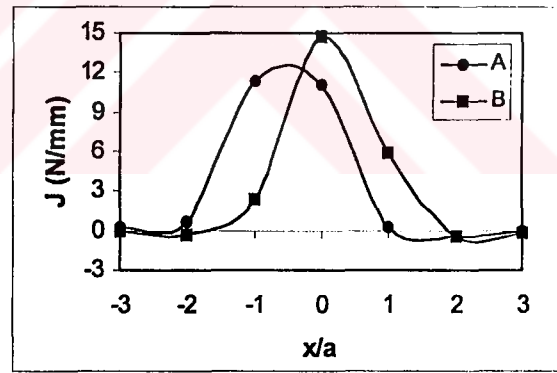
(a)



(b)



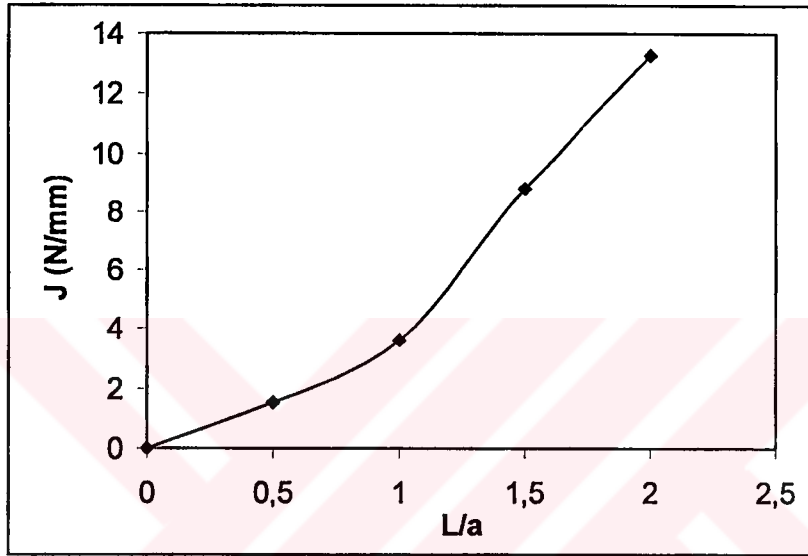
(c)



(d)

Şekil 4.21 Çatlak boyu $L/a = 2$ için J integralinin yükün konumuna bağlı olarak değişimi a) $\mu = 0$, b) $\mu = 0.1$, c) $\mu = 0.25$, d) $\mu = 0.5$

Şekil 4.18, 4.19, 4.20 ve 4.21 de de görülebileceği gibi çatlak boyunun artmasıyla birlikte J integral değeri de pozitif değer olarak büyümektedir. Çatlak boyu $L/a = 0.5$ ve sürtünme değeri 0.5 için yük çatlakın A ucuna yaklaşırken $x/a = -1$ konumundan itibaren J integral değeri pozitif değer almakta ve çatlak büyüme eğilimi göstermektedir. Fakat çatlak boyu $L/a = 2$ için aynı sürtünme değerinde aynı yük konumunda J integral değeri zaten pozitif değer almıştır ve oldukça da büyüktür. Şekil 4.22 te çatlak boyunun artmasıyla birlikte J integralindeki değişimi gösteren grafik verilmiştir.



Şekil 4.22 J integral değerinin çatlak boyuna bağlı olarak değişimi

D) K_I ve K_{II} HESABI SONUÇLARI

Açılma modu olan K_I ve kayma modu olan K_{II} gerilme yığılma faktörleri, yüzeye uygulanan yükün konumuna, sürtünme katsayısına ve çatlak boyuna bağlı olarak denklem 3.69 ve 3.70 de verilen eşitliler yardımıyla elde edilmiştir.

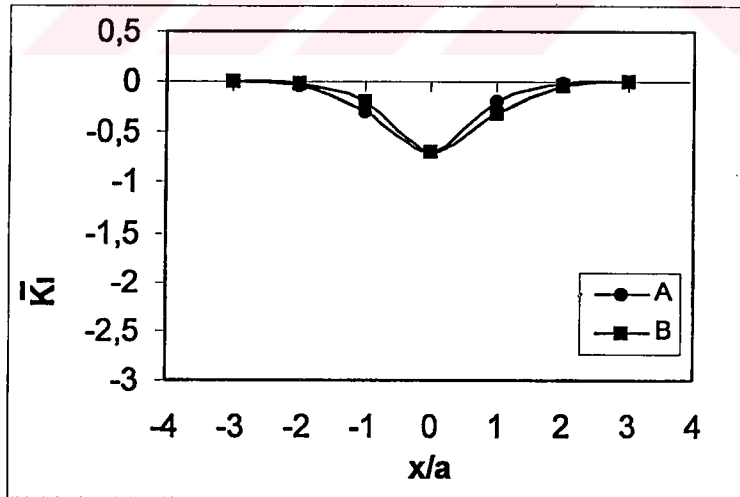
Elde edilen K_I gerilme yığılma faktörü çatlağın yüzeyden derinliğine ve yüzeye uygulanan max basınca bağlı olarak,

$$\bar{K}_I = \frac{K_I}{P_0 t^{1/2}}$$

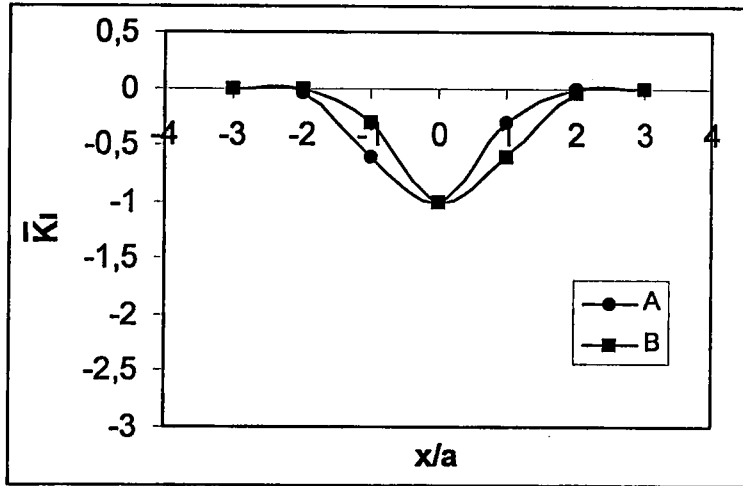
4.1

şeklinde boyutsuzlaştırılmıştır. P_0 yüzeye uygulanan max basınç değeri, t ise çatlak konumunun yüzeyden itibaren derinliği.

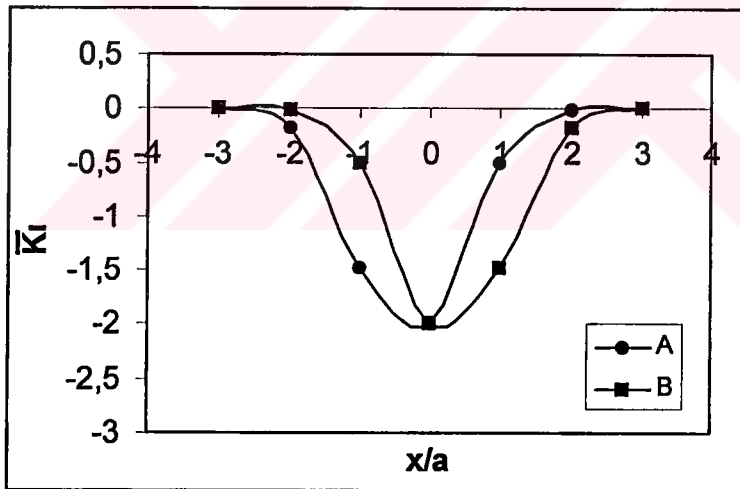
Şekil 4.23-4.26 de açılma modu olan K_I gerilme yığılma faktörünün farklı yük konumlarında farklı çatlak boyları için değişimi verilmiştir.



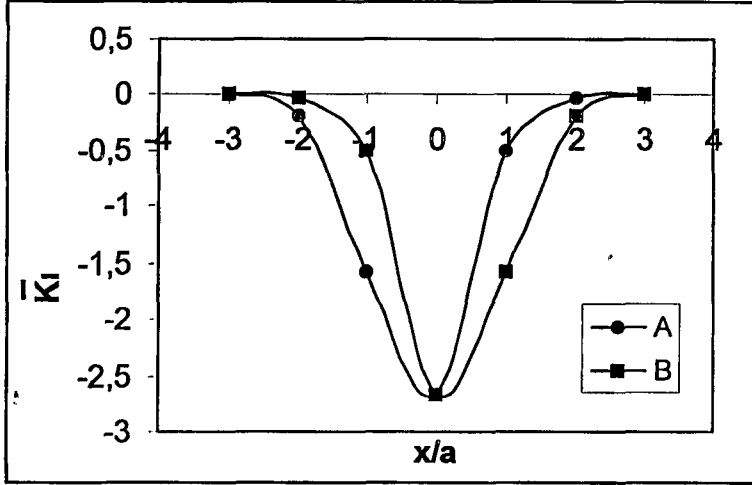
Şekil 4.23 Çatlak boyu $L/a = 0.5$ ve $\mu = 0$ için K_I değerinin yükün konumuna bağlı olarak değişimi



Şekil 4.24 Çatlak boyu $L/a = 1$ ve $\mu = 0$ için K_I değerinin yükün konumuna bağlı olarak değişimi



Şekil 4.25 Çatlak boyu $L/a = 1.5$ ve $\mu = 0$ için K_I değerinin yükün konumuna bağlı olarak değişimi



Şekil 4.26 Çatlak boyu $L/a = 2$ ve $\mu = 0$ için K_I değerinin yükün konumuna bağlı olarak değişimi

Çatlak eğer bu çalışmada olduğu gibi yüzey altında yer alıyorsa açılma modu olarak kabul edilen K_I gerilme yığılma faktörü yüzey altı çatlaklarının yayılması açısından çokta önemli değildir. Çünkü yüzeye uygulanan normal yük, çatlağın açılması yerine kapanması yönünde etki edecektir.

Bası bölgesinde bulunan bir çatlak açılma modu K_I 'in etkisiyle yayılmayacaktır. Bunun temel nedeni K_I değerinin negatif olmasıdır. Bu çalışmada K_I için yapılan analiz de bu ifadeyi doğrulamaktadır.

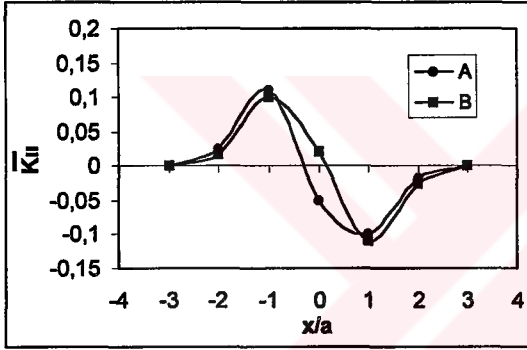
Yapılan analiz sonucunda çatlağın A ve B uçlarında meydana gelen $\max K_I$ gerilme yığılma faktörü $\mu = 0$ için aynı değeri almaktadır. Ayrıca sürtünme katsayısının değişmesi A ve B uçlarında meydana gelen K_I gerilme yığılma faktörü değerinde önemli oranda bir değişme meydana getirmemektedir.

Elde edilen verilerin ışığında yüzey altı çatlağının yayılmasında en önemli unsur olarak kayma modu olan K_{II} gerilme yığılma faktörüdür. Özellikle yüzeye etkiyen teğetsel yüklerin büyük olması çatlak yayılımını hızlandırmaktadır.

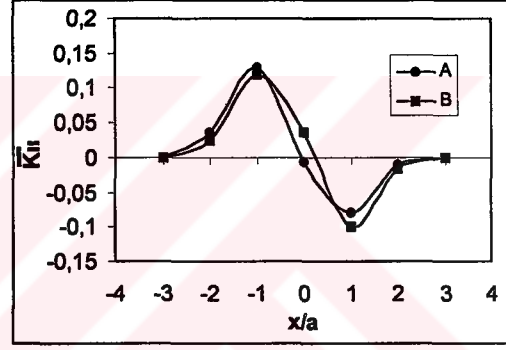
K_{II} gerilme yığılma faktöründe olduğu gibi K_{II} de yüzeye etkiyen maksimum basıncın ve çatlakın yüzeyden itibaren olan derinliğine bağlı olarak,

$$\bar{K}_{II} = \frac{K_{II}}{P_0 t^{1/2}} \quad (4.2)$$

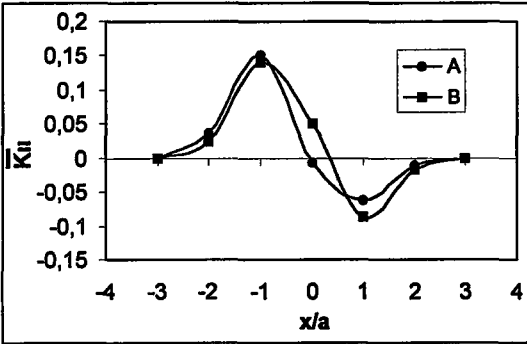
şeklinde boyutsuzlaştırılmıştır. Şekil 4.28 de K_{II} gerilme yığılma faktörünün $L/a = 0.5$ çatlak boyu için farklı yük konumlarına ve sürtünme katsayısına bağlı olarak değişimi verilmiştir.



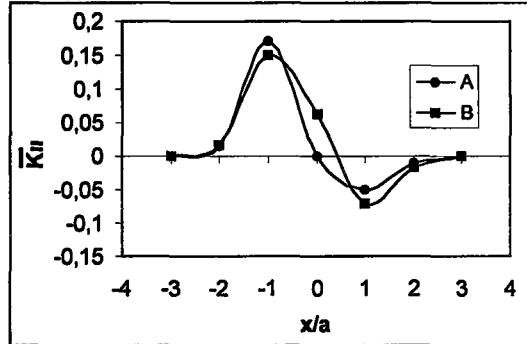
(a)



(b)



(c)



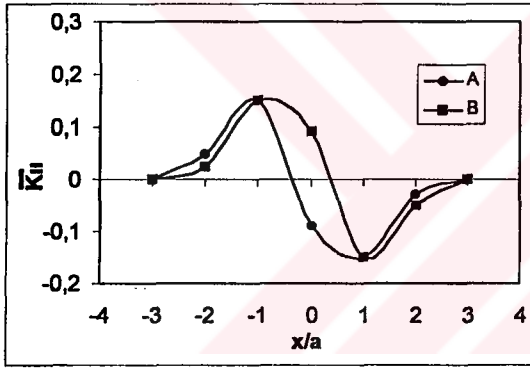
(d)

Şekil 4.28 $L/a = 0.5$ çatlak boyu için K_{II} gerilme yığılma faktörünün yükün konumuna ve sürtünmeye bağlı olarak değişimi a) $\mu = 0$, b) $\mu = 0.1$, c) $\mu = 0.25$, d) $\mu = 0.5$

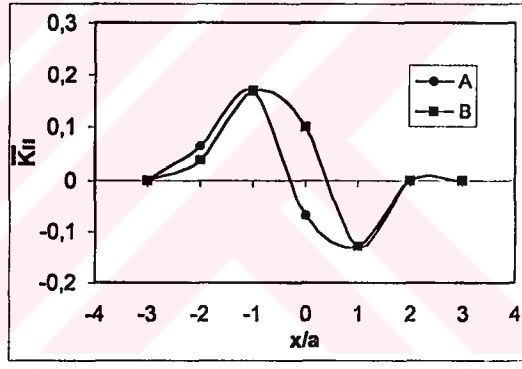
Şekil 4.27 de verilen grafiklere bağlı olarak yüzeydeki sürtünme katsayısının artmasıyla birlikte K_{II} gerilme yığılma faktörü de artmaktadır. Ayrıca yük çatlğa yaklaştığında kayan cismin önündeki bölge bası gerilmeleri ile karşı karşıya kaldığından K_{II} gerilme yığılma faktörü pozitif değer almaktadır. Bunun neticesi olarak çatlak yüzeye paralel olarak büyüme eğilimi göstermektedir.

$x/a = +1$ bölgesinde K_{II} gerilme yığılma faktörü uygulanan normal ve teğetsel yüklerden dolayı negatif değer almaktadır. Çatlak, kayan cismin gerisinde kaldığı için teğetsel ve normal yüklerden dolayı çatlak çeki gerilmelerine maruz kalmaktadır. Böylelikle çatlak yüzeye doğru büyüme eğilimi göstermektedir.

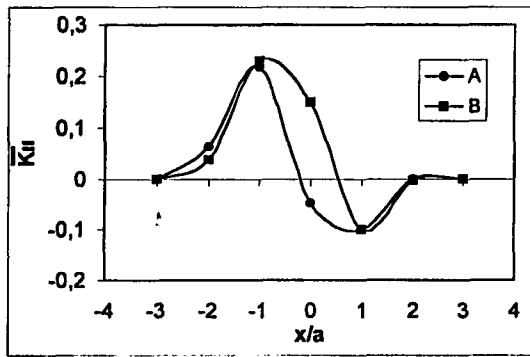
Şekil 4.28-4.30 de K_{II} gerilme yığılma faktörünün $L/a = 1, 1.5, 2$ çatlak boyları için farklı yük konumlarına ve sürtünme değerine bağlı olarak değişimi verilmiştir.



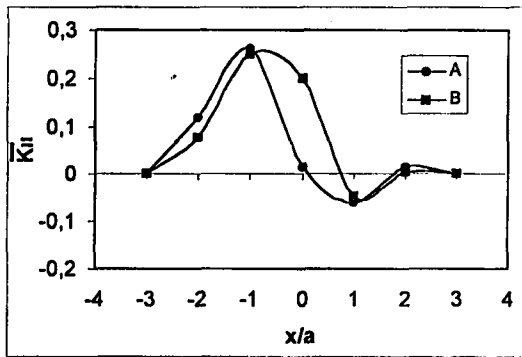
(a)



(b)

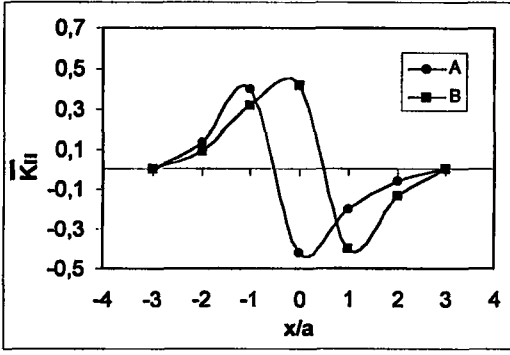


(a)

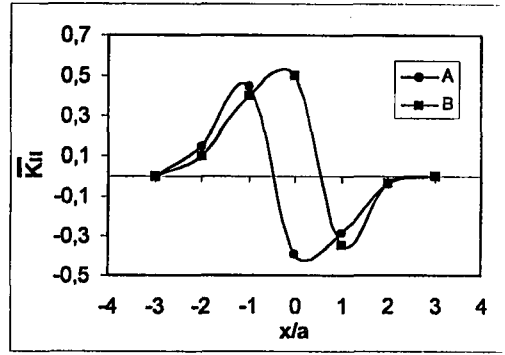


(b)

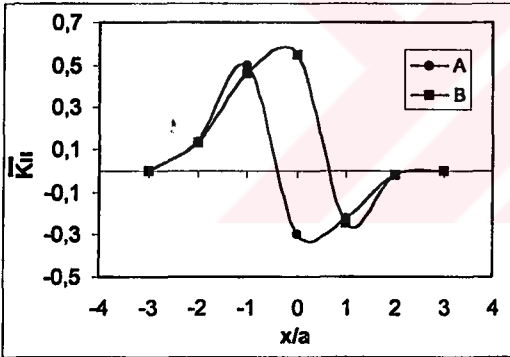
Şekil 4.28 $L/a = 1$ çatlak boyu için K_{II} gerilme yığılma faktörünün yükün konumuna ve sürtünmeye bağlı olarak değişimi a) $\mu = 0$, b) $\mu = 0.1$, c) $\mu = 0.25$, d) $\mu = 0.5$



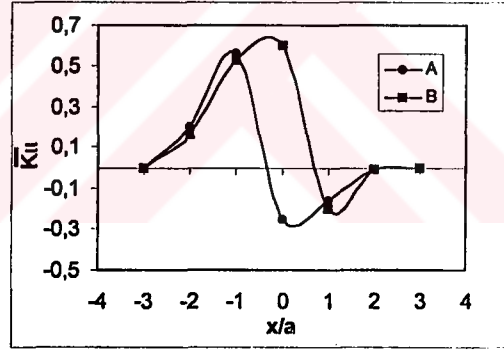
(a)



(b)

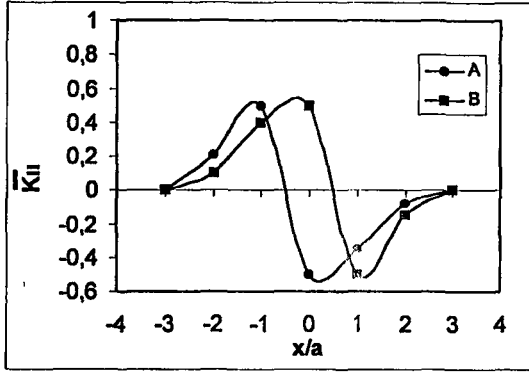


(c)

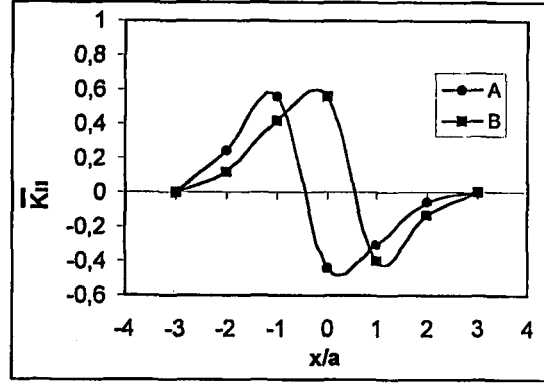


(d)

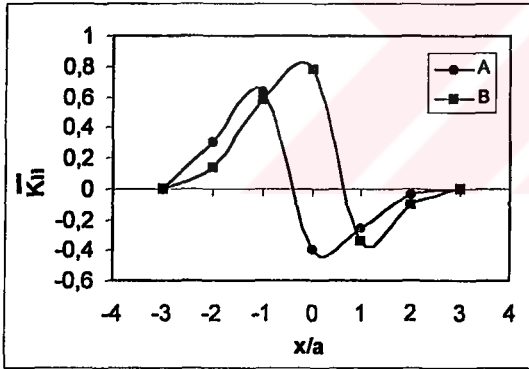
Şekil 4.29 $L/a = 1.5$ çatlak boyu için K_{II} gerilme yığılma faktörünün yükün konumuna ve sürtünmeye bağlı olarak değişimi a) $\mu = 0$, b) $\mu = 0.1$, c) $\mu = 0.25$, d) $\mu = 0.5$



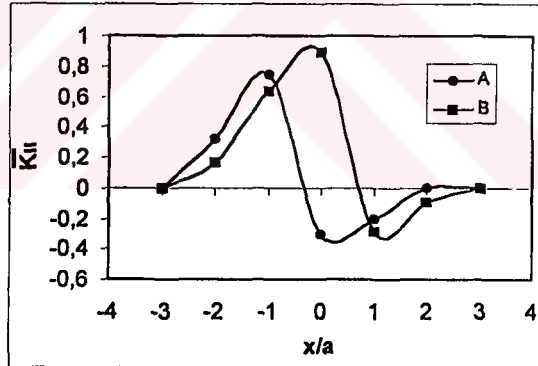
(a)



(b)



(c)



(d)

Şekil 4.30 $L/a = 2$ çatlak boyu için K_{II} gerilme yığılma faktörünün yükün konumuna ve sürtünmeye bağlı olarak değişimi a) $\mu = 0$, b) $\mu = 0.1$, c) $\mu = 0.25$, d) $\mu = 0.5$

SONUÇ ve DEĞERLENDİRME

Bu çalışmada tabakalanma aşınmasının temelini teşkil eden temas gerilmeleri, yüzey altı çatlak oluşumu ve çatlak yayılımı konuları ele alınmıştır. Yüzeydeki temas dolayısıyla meydana gelen normal ve teğetsel yüklerin bir sonucu olarak, yüzey altındaki çatlağın yayılımını analiz için J integrali, açılma modu olan K_I ve kayma modu olan K_{II} gerilme yığılma faktörleri sonlu elemanlar yöntemi ile hesaplanmıştır.

Yapılan temas gerilmeleri analizinde, σ_x ve σ_y gerilmeleri temas yüzeyinde max değeri alırken, τ_{max} kayma gerilmeleri yüzeyden 0.78a derinliğinde meydana gelmektedir. Bu derinlik sürtünmesiz yüzeyler için geçerli olup, sürtünmeli yüzeylerde bu değer azalmakta ve max kayma gerilme değerleri yüzeye daha yakın yerlerde meydana gelmektedir. Sürtünmesiz yüzeylerde max σ_x gerilmeleri temas noktası merkezinde ($x/a = 0$) meydana gelmektedir. Yüzeydeki sürtünme katsayısı artırıldığında max σ_x gerilmeleri temas noktası merkezinin sağına kaymakta yani bir anlamda plaka üzerinde kayan cismin önünde kalmaktadır. σ_y gerilmeleri yüzeydeki sürtünme katsayısının değişmesiyle σ_x kadar büyük ölçüde bir değişme göstermemektedir.

Von-mises akma kriterine göre yapılan gerilme analizinde; sürtünme değeri büyüdükçe gerilme eğrileri kayma yönünün tersine yönelmektedir. Oluşan gerilme değerleri özellikle 0.5 sürtünme değeri için oldukça büyümekte ve uygulanan max basınç değerinin 1.2 katına kadar çıkmaktadır. Max gerilme değerleri 0.25 sürtünme değerine kadar temas noktasının merkezinde ($x/a = 0$) meydana gelirken 0.5 sürtünme değeri için max gerilme değeri kayan elemanın gerisinde ($x/a = -1$) meydana gelmektedir.

J integrali hesabında farklı sürtünme değerleri, farklı yük konumları ve farklı çatlak boyları için çözüm yapılmıştır. Elde edilen sonuçlara göre yüzeyler sürtünmesiz kabul edildiğinde uygulanan yük çatlağa yaklaştığı zaman çatlağın her iki ucu için J değeri pozitif ve aynı değeri almaktadır. Fakat yüzey sürtünmeli olduğu zaman yüzeye etkiyen teğetsel yüklerin etkisiyle çatlağın B ucunun almış olduğu J değeri A ucuna nazaran

daha büyüktür. Bu da çatlakın B ucunun A ucuna nazaran daha fazla açılmaya zorlandığını göstermektedir.

Yine J integrali için elde edilen verilerden; J integrali sürtünme değerinin değişmesiyle önemli oranda bir değişme göstermemektedir. Buna karşılık olarak çatlak boyunun artışıyla birlikte J integralinin almış olduğu değerler de artmaktadır.

K_I ve K_{II} gerilme yığılma faktörlerinin hesabı teğetsel ve normal yükün etkisiyle çatlak yüzeyinde meydana gelen deplasman değerlerinden faydalanılarak gerçekleştirilmiştir. Açılma modu olan K_I gerilme yığılma faktörü, kayma modu olan K_{II} gerilme yığılma faktörüne nazaran oldukça büyük değerler almaktadır. Açılma modu olan K_I gerilme yığılma faktörü çatlak yayılımında oldukça az bir öneme sahip olduğu ortaya konulmuştur. Çünkü yüzey altı çatlak problemlerinde normal yüklerin etkisiyle K_I negatif değer almaktadır. Fakat bu durum yanal çatlaklı problemler için geçerlilik arz etmemektedir. Yüzeye uygulanan yük çatlakla yaklaştığında meydana gelen bası gerilmeleri sebebiyle çatlakın A ve B ucu pozitif değer almaktadır. Yük $x/a = +1$ için yapılan analizde K_{II} değeri negatif değer almakta ve yüzeye doğru bir büyüme eğilimi göstermektedir.

K_{II} gerilme yığılma faktörü çatlakın hangi yöne doğru yayılacağını tespit etmekte kullanılır. K_{II} gerilme yığılma faktörünün sıfıra eşit olması durumunda, çatlak kendi ekseni doğrultusunda yayılma eğilimi göstermektedir. Sıfırdan büyük olması durumunda ($K_{II} > 0$) çatlak, yüzeyden uzaklaşarak derinlere doğru yayılmaktadır.

Sonuç olarak yapılan analizler göstermiştir ki; yüzey altında bası bölgesinde bulunan bir çatlak kayma modu olan K_{II} gerilme yığılma faktörünün etkisiyle yayılmaktadır. Bu yayılma işlemi genellikle yüzeye paralel olarak gerçekleşmektedir. Çeki bölgesinde bulunan bir çatlak ise açılma modu olan K_I gerilme yığılma faktörünün etkisiyle yayılma eğilimi göstermektedir.

KAYNAKLAR

AHN, H. S., ROYLANCE, B. J., "Stress Behaviour of Surface-Coated Materials in Concentrated Sliding Contact", *Surface and Coating Technology*, 41, (1990) s. 1-15

AKSOY, Tefrik., *Kırılma Mekaniği*, Dokuz Eylül Üniversitesi, Müh. Mim. Fakültesi Makine Mühendisliği, s. 48 , İzmir(1984)

BAILEY, D. M., SAYLES, R. S., "Effect of Roughness and Sliding Friction on Contact Stresses", *Journal of Tribology*, 113,729-738 (October 1991)

CHAU-CHO Y., KEER, L. M. STEELE, R. K., "Three-Dimensional Residual Stress Effects on the Fatigue Crack Initiation in Rail", *Journal of Tribology*, 119, 660-666 (1997)

CHENG, W., CHENG, H.S., MURA, T., KEER, L. M., "Micromechanics Modelling of Crack Initiation Under Contact Fatigue", *ASME Paper*, 93-Trib, 1-7(1993)

DALLY, J. M., CHEN, Y. M., JAHANMIR, S., "Analysis of Subsurface Crack Propagation and Implications for Wear of Elastically Deforming Materials", *Wear* 141, 95-114(1990)

DJABELLA, H., ARNELL, R. D., "Finite Element Analysis of Contact Stress in Elastic Double Layer System Under Normal Load", *Thin Solid Films*, 223(1) 98-108(1993)

DUBOURG, M. C., GODET, M., VILLECHAISE, B., "Analysis of Multiple Fatigue Cracks-PartII:Results", *Journal of Tribology*, 114, 462-468 (July 1992)

ELSHARKAWY, A. A., HAMROCK B. J., "Subsurface Stresses in Micro-EHL Line Contact", *Journal of Tribology*, 113, 645-655 (July 1989)

ERDOĞAN, F., SIH, G. C., "On the Crack Extension in Plates Under Plane Loading and Transverse Shear", *Journal Basic Eng.*, 85D(1963) 519-525

FLEMING, J. R., SUH, N. P., "Mechanics of Crack Propagation in Delamination Wear", *Wear*, 44(1) 39-56(1977)

HAM, G., RUBIN, C. A., HAHN, G. T., "Elasto-Plastic Finite Element Analysis of Repeated, Two Dimensional Rollin-Sliding Contacts", *Journal of Tribology*, 110, 44-49 (January 1988)

HEARN, E. J., *Mechanics of Materials*, Pergamon Press, s. 873, England(1985)

HUTCHINGS, I. M., *Triboloji*, Great Britain (1992), ss. 340

JAHANMIR, N., SUH, N. P., "Mechanics of subsurface void nucleation in delamination wear", *Wear*, 44(1) 17-38(1977)

JOHNSON, K. L., *Contact Mechanics*, Cambridge University Press, ss. 420 London, 1985

LEE, K. S., JINN, J. T., EARMME, Y. Y., "Finite Element Analysis of a Subsurface Crack on the Interface of a Coated Material Under a Moving Compressive Load", *Wear*, 155(1) 117-136(1992)

MARSHEK, K. M., CHEN, H. H., "Discretization Pressure-Wear Theory for Bodies in Sliding Contact", *Journal of Tribology*, 111, 95-100 (1989)

NATH, B., *Mühendisler için Sonlu Elemanlar Metodunun Temelleri*, İngilizceden çeviren Durmuş Günay, Sakarya(1993)

SALEHIZADEH, H., SAKA, N., “Crack Propagation in Rolling Line Contact”, *Journal of Tribology*, 114, 690-697 (October 1992)

SUH, N. P., “An Overview of The Delamination Theory of Wear ”, *Wear*, 44(1) 1-16(1973)

SUH, N. P., “The Delamination Theory of Wear”, *Wear*, 25(2) 111-124(1973)

TAŞGETİREN, Süleyman., “Stresses Around a Subsurface Crack Like Hole Under Moving Normal Load”, *A.K.Ü Fen Bilimleri Dergisi*, 1(2), 119-130(1999)

TAŞGETİREN, Süleyman., “Thermomechanical Analysis of Bimaterials With an Interfacial Crack” Ph. D. Thesis, Dokuz Eylül Üniversitesi, İzmir(1997)

TOPÇU, Muzaffer., TAŞGETİREN, Süleyman., “*Mühendisler için Sonlu Elemanlar Metodu*”, PAÜ Mühendislik Fakültesi, Denizli(1998), ss. 230