



**EULER-BERNOULLİ KİRİŞ TEORİSİ KULLANILARAK
FARKLI KESİT VE SINIR KOŞULLARINDA ÇELİK
LİFLİ KOLONUN BURKULMA VE TİTREŞİM ANALİZİ**

Mahmut Tunahan ÖZDEMİR



T.C.
BURSA ULUDAĞ ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

**EULER-BERNOULLİ KİRİŞ TEORİSİ KULLANILARAK FARKLI KESİT VE
SINIR KOŞULLARINDA ÇELİK LİFLİ KOLONUNUN BURKULMA VE
TİTREŞİM ANALİZİ**

Mahmut Tunahan ÖZDEMİR
0000-0001-9313-9666

Doç. Dr. Mustafa Özgür YAYLI
(Danışman)

YÜKSEK LİSANS TEZİ
İNŞAAT MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI

BURSA – 2019

TEZ ONAYI

Mahmut Tunahan ÖZDEMİR tarafından hazırlanan “EULER-BERNOULLİ KİRİŞ TEORİSİ KULLANILARAK FARKLI KESİT VE SINIR KOŞULLARINDA ÇELİK LİFLİ KOLONUNUN BURKULMA VE TİTREŞİM ANALİZİ” adlı tez çalışması aşağıdaki jüri tarafından oy birliği ile Bursa Uludağ Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü İnşaat Mühendisliği Anabilim Dalı’nda **YÜKSEK LİSANS TEZİ** olarak kabul edilmiştir.

Danışman : Doç. Dr. Mustafa Özgür YAYLI

Başkan : Doç. Dr. Mustafa Özgür YAYLI
0000-0003-2231-170X
Bursa Uludağ Üniversitesi,
Mühendislik Fakültesi,
İnşaat Mühendisliği Anabilim Dalı

İmza

Üye : Prof. Dr. Babür DELİKTAŞ
0000 - 0002 - 4035 - 4642
Bursa Uludağ Üniversitesi,
Mühendislik Fakültesi,
İnşaat Mühendisliği Anabilim Dalı

İmza

Üye : Doç. Dr. Nazile URAL
0000-0002-2268-842X
Bilecik Şeyh Edebali Üniversitesi,
Mühendislik Fakültesi,
İnşaat Mühendisliği Anabilim Dalı

İmza

Yukarıdaki sonucu onaylarım

Prof. Dr. Hüseyin Aksef EREN
Enstitü Müdürü

.. /.. /..

U.Ü. Fen Bilimleri Enstitüsü, tez yazım kurallarına uygun olarak hazırladığım bu tez çalışmada;

- tez içindeki bütün bilgi ve belgeleri akademik kurallar çerçevesinde elde ettiğimi,
- görsel, işitsel ve yazılı tüm bilgi ve sonuçları bilimsel ahlak kurallarına uygun olarak sunduğumu,
- başkalarının eserlerinden yararlanılması durumunda ilgili eserlere bilimsel normlara uygun olarak atıfta bulunduğumu,
- atıfta bulunduğum eserlerin tümünü kaynak olarak gösterdiğimi,
- kullanılan verilerde herhangi bir tahrifat yapmadığımı,
- ve bu tezin herhangi bir bölümünü bu üniversite veya başka bir üniversitede başka bir tez çalışması olarak sunmadığımı

beyan ederim.

.../.../.....

Mahmut Tunahan ÖZDEMİR

ÖZET

Yüksek Lisans Tezi

EULER-BERNOULLİ KİRİŞ TEORİSİ KULLANILARAK FARKLI KESİT VE SINIR KOŞULLARINDA ÇELİK LİFLİ KOLONUN BURKULMA VE TİTREŞİM ANALİZİ

Mahmut Tunahan ÖZDEMİR

Bursa Uludağ Üniversitesi
Fen Bilimleri Enstitüsü
İnşaat Mühendisliği Anabilim Dalı

Danışman: Doç. Dr. Mustafa Özgür YAYLI

Euler kiriş modelinin burkulma ve dinamik analizi mekanik, sivil havacılık mühendisliği disiplinlerinde ve makine mühendisliği uygulamalarında büyük önem taşımaktadır. Günümüzde gelişen teknolojiyle birlikte bilgisayar yazılımları aracılığıyla, çözümü zor olan mühendislik problemleri kısa sürede kolaylıkla çözülebilir hale gelmiştir. Oluşturulan matematiksel ve nümerik çözüm yöntemleri mühendislik için önemli derecede kolaylık sağlamaktadır. Bu çalışma, bilinen bir model ile oluşturulmuş çelik lifli kolonun burkulma ve titreşim analizini içermektedir. Oluşturulan kolon ve kiriş modelinde, hacimce %0,6 oranında 3 adet farklı tip lif takviyeli numune ve 1 adet lifsiz (K) kontrol numunesi olmak üzere dört farklı kendiliğinden yerleşen beton (KYB) serisinden elde edilen karakteristik değerler kullanılmıştır. Çalışmada, kolon modelinin çapına, boyuna, elastisite modülüne ve kesit tipine bağlı olarak kritik burkulma değerlerini, kiriş modeli için doğal frekans ve frekans parametresi değerlerini veren analizler yapılmıştır. Elde edilen analiz sonuçları ile narinliğin ve çelik lif içeren KYB'nin basınç kolonlarında, kritik yüke etkisi incelenmiştir. Sonuç olarak lif kullanımının, doğal frekans ve frekans parametresi değerlerinde yaklaşık %15-20 bir artış sağladığı, kritik burkulma yükü değerlerinin ise azalmasına sebep olduğu gözlenmiştir.

Anahtar Kelimeler: Elastik olarak sınırlanmış uçlar, Euler kolonu, çelik lif takviyeli beton, kendiliğinden yerleşen beton, Stokes dönüşümü, Fourier serisi
2020, xv + 120 sayfa.

ABSTRACT

MSc Thesis

BUCKLING ANALYSIS AND DYNAMIC ANALYSIS OF STEEL FIBER COLUMN WITH DIFFERENT CROSS-SECTION AND BOUNDARY CONDITIONS USING EULER-BERNOULLI BEAM THEORY

M. Tunahan OZDEMIR

Bursa Uludağ University
Graduate School of Natural and Applied Sciences
Department of Civil Engineering

Supervisor: Assoc. Prof. Mustafa Ozgür YAYLI

Buckling and dynamic analysis of the Euler beam model is of great importance in mechanical, civil aviation engineering disciplines and mechanical engineering applications. With the developing technology today, engineering problems that are difficult to solve have become easily solved in a short time through computer software. The mathematical and numerical solution methods created provide significant convenience for engineering. This study includes buckling and vibration analysis of a steel fiber column formed by a known model. In the column and beam model created, characteristic values obtained from four different self-compacting concrete (KYB) series; 0.6% by volume, three different types of fiber-reinforced samples and one fiber-free (K) control sample were used. In the study, analyzes giving critical buckling values, natural frequency and frequency parameter values for the beam model depending on the diameter, length, elasticity module and cross-section type of column model were made. With the analysis results obtained, the effect of slenderness and steel fiber-containing PUE on the critical load in the pressure columns was investigated. As a result, it has been observed that fiber use provides an increase of approximately 15-20% in natural frequency and frequency parameter values and decreases the critical buckling load values.

Keywords: Elastically restrained ends, Euler column, steel fiber reinforced concrete, self-compacting concrete, Stokes transformation, Fourier series
2020, xv + 120 pages.

TEŞEKKÜR

Çalışma konusunun belirlenmesinde ve çalışmanın hazırlanma sürecinin her aőamasında bilgilerini, tecrübelerini ve değerli zamanını esirgemeyerek bana her fırsatta yardımcı olan değerli hocam Sayın Doç. Dr. M. Özgür YAYLI'ya, çalıőmam boyunca benden bir an olsun yardımlarını esirgemeyen arkadaşlarım Oğuz Han ÖZMEN ve Veysel KOBYA'ya, çalışma süresince tüm zorlukları benimle göğüsleyen ve hayatımın her evresinde bana destek olan çok sevdiğim aileme sonsuz teşekkürlerimi sunarım.

M.Tunahan ÖZDEMİR

.../.../.....



İÇİNDEKİLER

| | Sayfa |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------|
| ÖZET..... | i |
| ABSTRACT..... | ii |
| TEŞEKKÜR..... | iii |
| SİMGELER ve KISALTMALAR DİZİNİ..... | vi |
| ŞEKİLLER DİZİNİ..... | vii |
| ÇİZELGELER DİZİNİ..... | xii |
| 1. GİRİŞ..... | 1 |
| 2. KURAMSAL TEMELLER ve KAYNAK ARAŞTIRMASI..... | 3 |
| 2.1 Genel Bilgiler..... | 6 |
| 2.2 Analizde Yapılan Genel Kabuller..... | 7 |
| 2.3 Fourier Serileri..... | 8 |
| 2.4 Fourier Sinüs Serisi..... | 8 |
| 2.5 Fourier Kosinüs Serisi..... | 10 |
| 2.6 Winkler Zemin Modeli..... | 11 |
| 2.7 Euler-Bernoulli Kiriş Teorisi..... | 12 |
| 2.7.1 Euler-Bernoulli kabulleri (varsayımları)..... | 13 |
| 2.7.2 Euler-Bernoulli varsayımlarının içeriği..... | 14 |
| 2.7.3 Gerilme bileşenleri..... | 18 |
| 2.7.4 Eksenel yüke maruz kirişler..... | 20 |
| 2.7.5 Kinematik tanımlama..... | 20 |
| 2.7.6 Eksenel bünye denklemi..... | 21 |
| 2.7.7 Denge denklemleri..... | 23 |
| 2.7.8 Yönetim denklemleri..... | 24 |
| 3. MATERYAL VE YÖNTEM..... | 26 |
| 3.1 Malzemeler ve Karışım Oranları..... | 26 |
| 3.2 Yöntem..... | 28 |
| 3.2.1 Test prosedürü..... | 29 |
| 3.2.2 Elastik ortamda elastik olarak sınırlanmış kolonun burkulmasına yönelik analitik formülasyon..... | 29 |
| 3.2.3 Stokes dönüşümü ile yer değiştirme fonksiyonunun elde edilmesi..... | 30 |
| 3.2.4 Farklı sınır koşulları için çözüm metodolojisi..... | 32 |
| 3.3.5 Modellenen Kirişin Özdeğerler Matrisi..... | 35 |
| 4. BULGULAR..... | 41 |
| 4.1. Modellenen Kolonun Burkulma Analizi..... | 41 |
| 4.1.1 Dönmeyi engelleyici yay katsayısının kritik yüke etkisi..... | 42 |
| 4.1.2 L/d oranına bağlı olarak kritik yük değişimi..... | 44 |
| 4.1.3 Elastisite modülüne bağlı olarak kritik burkulma yükü değişimi..... | 46 |
| 4.1.4 Kolon uzunluğuna bağlı olarak kritik burkulma yükü değeri..... | 50 |
| 4.1.5 Farklı kiriş yüksekliğine ve elastisite modülü değerlerine bağlı kritik burkulma yükü değerleri..... | 53 |
| 4.1.6 Farklı elastisite modülü değerlerine bağlı kritik burkulma yükü ilk dört modu.... | 58 |
| 4.2. Kiriş Titreşim Analizi..... | 61 |
| 4.2.1 Farklı elastisite modülü ve kiriş uzunluğu değerlerine bağlı frekans parametresi değerleri..... | 62 |
| 4.2.2 Kiriş yüksekliğine ve kiriş uzunluğu değerlerine bağlı frekans parametresi değerleri..... | 65 |

| | |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| 4.2.3 Farklı elastik zemin parametresi değerlerine bağlı ilk üç moda ait frekans parametresi değerleri..... | 68 |
| 4.2.4 Dönme ve ötelenme yay katsayısı değerlerinin frekans parametresi ve doğal frekans değerlerine etkisi | 72 |
| 4.2.5 Farklı zemin birim uzunluk rijitliği ve elastisite modülü değerlerine bağlı frekans parametresi değerleri..... | 76 |
| 4.2.6 KYB numunelerine ait yoğunluk değerlerinin ve kiriş genişliği değerlerinin doğal frekans değerlerine etkisi | 80 |
| 4.2.7 Zemin birim uzunluk rijitliği değerlerine ve kiriş uzunluğu değerlerine bağlı doğal frekans değişimi | 84 |
| 4.2.8 Kiriş yüksekliği ve kiriş uzunluğu değerlerinin doğal frekans değerlerine etkisi.. | 88 |
| 4.2.9 Elastik zemin parametresi (K_0) değerlerinin ilk üç doğal frekans değerine etkisi. | 91 |
| 4.2.10 Elastik ortamda çelik lif kullanımının ilk üç doğal frekans değerine etkisi..... | 95 |
| 5. TARTIŞMA ve SONUÇ | 109 |
| KAYNAKLAR | 111 |
| ÖZGEÇMİŞ | 120 |

SİMGELER ve KISALTMALAR DİZİNİ

| Simgeler | Açıklama |
|-----------------|------------------------------------------------|
| I | Atalet momenti |
| δ_0 | Burkulma deplasmanı |
| Ω_L | Dönmeyi sınırlayan yay sabiti |
| Ω_0 | Dönmeyi sınırlayan yay sabiti |
| θ_L | Dönmeyi sınırlayan yay sabiti |
| θ_0 | Dönmeyi sınırlayan yay sabiti |
| ω | Doğal frekans, Açısal frekans |
| EI | Eğilme rijitliği |
| E | Elastisite modülü |
| A_m | Fourier katsayısı |
| A_n | Fourier katsayısı |
| B_n | Fourier katsayısı |
| b_n | Fourier katsayısı |
| C_n | Fourier katsayısı |
| λ | Frekans parametresi |
| σ | Gerilme |
| k_w | Her bir birim uzunluk için zemin rijitliği |
| V | Kesme kuvveti |
| A | Kirişin enine kesit alanı |
| h | Kiriş veya kolon kesit yüksekliği |
| b | Kiriş veya kolon kesit genişliği |
| L | Kiriş uzunluğu |
| P | Kolon uçlarından uygulanan eksenel basınç yükü |
| x,y,z | Koordinat sistemi takımları |
| M | Moment |
| K_L | Ötelemeyi sınırlayan yay sabiti |
| K_0 | Ötelemeyi sınırlayan yay sabiti |
| S_L | Ötelemeyi sınırlayan yay sabiti |
| S_0 | Ötelemeyi sınırlayan yay sabiti |
| ρ | Yoğunluk |

Kısaltmalar **Açıklama**

| | |
|-----|--------------------------------------|
| A-A | Ankastre-ankastre |
| A-S | Ankastre-sabit |
| KYB | Kendiliğinden yerleşen beton |
| K | Karışım kodu (Kontrol numunesi) |
| L50 | Karışım kodu (50 mm uzunluğunda lif) |
| L35 | Karışım kodu (35 mm uzunluğunda lif) |
| L30 | Karışım kodu (30 mm uzunluğunda lif) |
| S-S | Sabit-sabit |

ŞEKİLLER DİZİNİ

Sayfa

| | |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Şekil 2.1. Her iki ucu eğilme momenti altında sonsuz uzunluklu kiriş (Bauchau, O. A. 2009'dan değiştirilerek alınmıştır)..... | 13 |
| Şekil 2.2. Eksenel yer değiştirme alanının ayrışması (Bauchau, O. A. 2009'dan değiştirilerek alınmıştır)..... | 15 |
| Şekil 2.3. Bir kirişin yer değiştirmeleri ve dönmeleri için işaret konvansiyonu (Bauchau, O. A. 2009'dan değiştirilerek alınmıştır)..... | 16 |
| Şekil 2.4. Kiriş eğimi ve kesitsel dönüş (Bauchau, O. A. 2009'dan değiştirilerek alınmıştır)..... | 17 |
| Şekil 2.5. Eksenel gerilme bileşenlerine ilişkin işaret düzeni (Bauchau, O. A. 2009'dan değiştirilerek alınmıştır)..... | 19 |
| Şekil 2.6. Eksenel yüke maruz kiriş (Bauchau, O. A. 2009'dan değiştirilerek alınmıştır)..... | 20 |
| Şekil 2.7. Eksenel yer değiştirme dağılımı (Bauchau, O. A. 2009'dan değiştirilerek alınmıştır)..... | 21 |
| Şekil 2.8. Kirişin sonsuz küçük bir dilimine etki eden eksenel kuvvetler (Bauchau, O. A. 2009'dan değiştirilerek alınmıştır)..... | 24 |
| Şekil 3.1. İki ucu kancalı çelik lifler; a. En boy oranı 54; b. En boy oranı 64; c. En boy oranı 50..... | 28 |
| Şekil 3.2. Elastik olarak sınırlanmış kolon modeli | 30 |
| Şekil 3.3. Uçlarında elastik olarak tutturulmuş, elastik bir zemin üzerindeki kiriş modeli | 35 |
| Şekil 4.1. (a) Dikdörtgen kesit, (b) L kesit, (c) T kesit | 41 |
| Şekil 4.2. Dönmeyi engelleyici yay katsayısına bağlı kritik yük değerlerindeki değişim grafiği | 43 |
| Şekil 4.3. Dönmeyi engelleyici yay katsayısına bağlı kritik yük değerlerindeki değişim grafiği | 44 |
| Şekil 4.4. Farklı sınır koşullarında L/d oranına bağlı kritik yük grafiği | 45 |
| Şekil 4.5. Farklı sınır koşullarında L/d oranına bağlı kritik yük grafiği | 46 |
| Şekil 4.6. Farklı kolon kesitleri için elastisite modülüne bağlı kritik yük grafikleri, Her iki ucu ankastre mesnet ($K_w = 50,0$)..... | 48 |
| Şekil 4.7. Farklı kolon kesitleri için elastisite modülüne bağlı kritik yük grafikleri, Her iki ucu sabit mesnet ($K_w = 0,0$) | 48 |
| Şekil 4.8. Farklı kolon kesitleri için elastisite modülüne bağlı kritik yük grafikleri. Alt ucu sabit üst ucu ankastre ($K_w = 50,0$) | 49 |
| Şekil 4.9. Farklı kolon kesitleri için elastisite modülüne bağlı kritik yük grafikleri. alt uç sabit üst uç ankastre ($K_w = 0,0$)..... | 49 |
| Şekil 4.10. Kolon uzunluğuna bağlı kritik burkulma yükü grafiği (Her iki ucu ankastre), ($K_w = 50,0$) | 52 |
| Şekil 4.11. Kolon uzunluğuna bağlı kritik burkulma yükü grafiği (Her iki ucu sabit mesnet), ($K_w = 0,0$) | 52 |
| Şekil 4.12. Kolon uzunluğuna bağlı kritik burkulma yükü grafiği (Alt ucu sabit üst ucu ankastre mesnet), ($K_w = 50,0$) | 53 |
| Şekil 4.13. Elastisite modülü (E) ve kolon yüksekliğine (h) bağlı kritik burkulma yükü değişim grafikleri (a) Sabit-Sabit..... | 56 |

| | |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Şekil 4.14. Elastisite modülü (E) ve kolon yüksekliğine (h) bağlı kritik burkulma yükü değişim grafikleri (b) Ankastre- Ankastre | 57 |
| Şekil 4.15. Elastisite modülü (E) ve kolon yüksekliğine (h) bağlı kritik burkulma yükü değişim grafikleri (c) Alt ucu sabit üst ucu ankastre..... | 57 |
| Şekil 4.16. Elastisite modülü (E) ve kolon yüksekliğine (h) bağlı kritik burkulma yükü değişim grafikleri (d) Alt ucu ankastre üst ucu sabit | 58 |
| Şekil 4.17. Elastik ortamda elastisite modülüne bağlı ilk kritik yük modu değişim grafiği (Her iki ucu ankastre mesnet)..... | 60 |
| Şekil 4.18. Elastik ortamda elastisite modülüne bağlı ilk kritik yük modu değişim grafiği (Her iki ucu sabit mesnet) | 60 |
| Şekil 4.19. Elastik ortamda elastisite modülüne bağlı ilk kritik yük modu değişim grafiği (bir ucu ankastre diğer ucu sabit mesnet) | 61 |
| Şekil 4.20. Frekans parametresinin kiriş uzunluğu ve elastisite modülü değerlerine bağlı olarak değişim grafiği (Her iki ucu ankastre) | 63 |
| Şekil 4.21. Frekans parametresinin kiriş uzunluğu ve elastisite modülü değerlerine bağlı olarak değişim grafiği (Her iki ucu sabit) | 63 |
| Şekil 4.22. Frekans parametresinin kiriş uzunluğu ve elastisite modülü değerlerine bağlı olarak değişim grafiği (konsol kiriş) | 64 |
| Şekil 4.23. Frekans parametresinin kiriş uzunluğu ve elastisite modülü değerlerine bağlı olarak değişim grafiği (Bir ucu ankastre bir ucu sabit)..... | 64 |
| Şekil 4.24. Kiriş uzunluğuna ve kiriş yüksekliğine bağlı olarak Frekans parametresi değişimi: E = 42560 MPa, b=300 mm, $k_0=10$, (Her iki ucu ankastre)..... | 66 |
| Şekil 4.25. Kiriş uzunluğuna ve kiriş yüksekliğine bağlı olarak Frekans parametresi değişimi: E = 42560 MPa, b=300 mm, $k_0=10$, (Her iki ucu sabit)..... | 67 |
| Şekil 4.26. Kiriş uzunluğuna ve kiriş yüksekliğine bağlı olarak Frekans parametresi değişimi: E = 42560 MPa, b=300 mm, $k_0=10$, (Konsol kiriş)..... | 67 |
| Şekil 4.27. Kiriş uzunluğuna ve kiriş yüksekliğine bağlı olarak Frekans parametresi değişimi: E = 42560 MPa, b=300 mm, $k_0=10$ (Bir ucu ankastre bir ucu sabit mesnetli kiriş) | 68 |
| Şekil 4.28. K_0 parametresine bağlı olarak frekans parametresinin ilk üç modunun grafiği: E = 40970 MPa (Her iki ucu ankastre kiriş)..... | 70 |
| Şekil 4.29. K_0 parametresine bağlı olarak frekans parametresinin ilk üç modunun grafiği: E = 40970 MPa (Her iki ucu sabit kiriş) | 71 |
| Şekil 4.30. K_0 parametresine bağlı olarak frekans parametresinin ilk üç modunun grafiği: E = 40970 MPa (Konsol kiriş) | 71 |
| Şekil 4.31. K_0 parametresine bağlı olarak frekans parametresinin ilk üç modunun grafiği: E = 40970 MPa (Bir ucu ankastre bir ucu sabit mesnetli kiriş) | 72 |
| Şekil 4.32. Dönme ve ötelenme yay katsayısı değişimine bağlı olarak frekans parametresi değişimi: h=b=300 mm, L=3000 mm, E=42560 MPa, $k_0=10$; | 74 |
| $\Omega L = \Omega_0 = 10^{-5}$ | 74 |
| Şekil 4.33. Dönme ve ötelenme yay katsayısı değişimine bağlı olarak frekans parametresi değişimi: h=b=300 mm, L=3000 mm, E=42560 MPa, $k_0=10$; $\Omega L = \Omega_0 = 10^{-5}$ | 75 |
| Şekil 4.34. Dönme ve ötelenme yay katsayısı değerlerine bağlı olarak doğal frekans değişimi: h=b=300 mm, L=3000 mm, E=42560 MPa, $k_0 = 10$; $\Omega L = \Omega_0 = 10^{-5}$; | 75 |
| $\rho = 0,00002392 \text{ N/mm}^3$ | 75 |
| Şekil 4.35. Dönme ve ötelenme yay katsayısı değerlerine bağlı olarak doğal frekans değişimi: h=b=300 mm, L=3000 mm, E=42560 MPa, $k_0 = 10$; $\Omega L = \Omega_0 = 10^{-5}$; | 76 |

| | |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| $\rho = 0,00002392 \text{ N/mm}^3$ | 76 |
| Şekil 4.36. k_ω (birim uzunluk için rijitlik) değerine ve elastisite modülü değerlerine bağlı frekans parametresi değişim grafiği, ($a=b=300 \text{ mm}$, $L=3000\text{mm}$, her iki ucu ankastre kiriş) | 78 |
| Şekil 4.37. k_ω (birim uzunluk için rijitlik) değerine ve elastisite modülü değerlerine bağlı frekans parametresi değişim grafiği, ($a=b=300 \text{ mm}$, $L=3000\text{mm}$, her iki ucu sabit kiriş) | 78 |
| Şekil 4.38. k_ω (birim uzunluk için rijitlik) değerine ve elastisite modülü değerlerine bağlı frekans parametresi değişim grafiği, ($a=b=300 \text{ mm}$, $L=3000\text{mm}$, konsol kiriş) ... | 79 |
| Şekil 4.39. k_ω (birim uzunluk için rijitlik) değerine ve elastisite modülü değerlerine bağlı frekans parametresi değişim grafiği, ($a=b=300 \text{ mm}$, $L=3000\text{mm}$, bir ucu ankastre bir ucu sabit mesnetli kiriş) | 79 |
| Şekil 4.40. Kiriş genişliğine ve dört farklı tip malzemenin yoğunluğuna dayalı doğal frekans grafiği: $k_\omega=10$, $h=300 \text{ mm}$, $L=3000 \text{ mm}$, $E=42560 \text{ MPa}$, $K_0=10$, (her iki ucu ankastre) | 82 |
| Şekil 4.41. Kiriş genişliğine ve dört farklı tip malzemenin yoğunluğuna dayalı doğal frekans grafiği: $k_\omega=10$, $h=300 \text{ mm}$, $L=3000 \text{ mm}$, $E=42560 \text{ MPa}$, $K_0=10$, (her iki ucu sabit mesnetli kiriş) | 82 |
| Şekil 4.42. Kiriş genişliğine ve dört farklı tip malzemenin yoğunluğuna dayalı doğal frekans grafiği: $k_\omega=10$, $h=300 \text{ mm}$, $L=3000 \text{ mm}$, $E=42560 \text{ MPa}$, $K_0=10$, (konsol kiriş) | 83 |
| Şekil 4.43. Kiriş genişliğine ve dört farklı tip malzemenin yoğunluğuna dayalı doğal frekans grafiği: $k_\omega=10$, $h=300 \text{ mm}$, $L=3000 \text{ mm}$, $E=42560 \text{ MPa}$, $K_0=10$, (bir ucu ankastre bir ucu sabit mesnetli kiriş)..... | 83 |
| Şekil 4.44. k_ω ve L değerlerine bağlı doğal frekans değişim grafiği: $h=b=300\text{mm}$, $E=42560 \text{ MPa}$, $\rho=0,00002392 \text{ N/mm}^3$, (Her iki ucu ankastre mesnetli kiriş)..... | 86 |
| Şekil 4.45. k_ω ve L değerlerine bağlı doğal frekans değişim grafiği: $h=b=300\text{mm}$, $E=42560 \text{ MPa}$, $\rho=0,00002392 \text{ N/mm}^3$, (Her iki ucu sabit mesnetli kiriş)..... | 86 |
| Şekil 4.46. k_ω ve L değerlerine bağlı doğal frekans değişim grafiği: $h=b=300\text{mm}$, $E=42560 \text{ MPa}$, $\rho=0,00002392 \text{ N/mm}^3$, (Konsol kiriş) | 87 |
| Şekil 4.47. k_ω ve L değerlerine bağlı doğal frekans değişim grafiği: $h=b=300\text{mm}$, $E=42560 \text{ MPa}$, $\rho=0,00002392 \text{ N/mm}^3$, (Bir ucu ankastre bir ucu sabit mesnetli kiriş) . | 87 |
| Şekil 4.48. kiriş yüksekliği (h) ve kiriş uzunluğu değerlerinin doğal frekans üzerindeki değişim etkisi: $k_\omega=10$, $h=300 \text{ mm}$, $E=42560 \text{ MPa}$, $\rho=0,00002392 \text{ N/mm}^3$, (Her iki ucu ankastre mesnetli kiriş) | 89 |
| Şekil 4.49. kiriş yüksekliği (h) ve kiriş uzunluğu değerlerinin doğal frekans üzerindeki değişim etkisi: $k_\omega=10$, $h=300 \text{ mm}$, $E=42560 \text{ MPa}$, $\rho=0,00002392 \text{ N/mm}^3$, (Her iki ucu sabit mesnetli kiriş) | 90 |
| Şekil 4.50. kiriş yüksekliği (h) ve kiriş uzunluğu değerlerinin doğal frekans üzerindeki değişim etkisi: $k_\omega=10$, $h=300 \text{ mm}$, $E=42560 \text{ MPa}$, $\rho=0,00002392 \text{ N/mm}^3$, (Konsol kiriş) | 90 |
| Şekil 4.51. kiriş yüksekliği (h) ve kiriş uzunluğu değerlerinin doğal frekans üzerindeki değişim etkisi: $k_\omega=10$, $h=300 \text{ mm}$, $E=42560 \text{ MPa}$, $\rho=0,00002392 \text{ N/mm}^3$, (Bir ucu sabit bir ucu ankastre mesnetli kiriş) | 91 |
| Şekil 4.52. Ortamın elastiklik değerine (K_0) bağlı olarak ilk üç moda ait doğal frekans değerleri; $k_\omega=10$, $h=b=300 \text{ mm}$, $L=3000 \text{ mm}$, $E=40970 \text{ MPa}$, $\rho=0,0000241669 \text{ N/mm}^3$, (Her iki ucu ankastre mesnetli kiriş) | 93 |

| | |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| Şekil 4.53. Ortamın elastiklik değerine (K_0) bağlı olarak ilk üç moda ait doğal frekans değerleri; $k_w=10$, $h=b=300$ mm, $L=3000$ mm, $E=40970$ MPa, $\rho=0,0000241669$ N/mm ³ , (Her iki ucu sabit mesnetli kiriş)..... | 94 |
| Şekil 4.54. Ortamın elastiklik değerine (K_0) bağlı olarak ilk üç moda ait doğal frekans değerleri; $k_w=10$, $h=b=300$ mm, $L=3000$ mm, $E=40970$ MPa, $\rho=0,0000241669$ N/mm ³ , (Konsol kiriş) | 94 |
| Şekil 4.55. Ortamın elastiklik değerine (K_0) bağlı olarak ilk üç moda ait doğal frekans değerleri; $k_w=10$, $h=b=300$ mm, $L=3000$ mm, $E=40970$ MPa, $\rho=0,0000241669$ N/mm ³ , (Bir ucu ankastre bir ucu sabit mesnetli kiriş) | 95 |
| Şekil 4.56. İlk üç mod için kiriş narinliğinin doğal frekans değerlerine etkisi; $K_0=10$, $h=b=300$ mm, $L=3000$ mm, $E=39320$ MPa, $\rho=0,0000241669$ N/mm ³ (Her iki ucu ankastre mesnetli kiriş) | 100 |
| Şekil 4.57. İlk üç mod için kiriş narinliğinin doğal frekans değerlerine etkisi; $K_0=10$, $h=b=300$ mm, $L=3000$ mm, $E=39320$ MPa, $\rho=0,0000241669$ N/mm ³ (Her iki ucu sabit mesnetli kiriş)..... | 100 |
| Şekil 4.58. İlk üç mod için kiriş narinliğinin doğal frekans değerlerine etkisi; $K_0=10$, $h=b=300$ mm, $L=3000$ mm, $E=39320$ MPa, $\rho=0,0000241669$ N/mm ³ (Konsol kiriş).101 | |
| Şekil 4.59. İlk üç mod için kiriş narinliğinin doğal frekans değerlerine etkisi; $K_0=10$, $h=b=300$ mm, $L=3000$ mm, $E=39320$ MPa, $\rho=0,0000241669$ N/mm ³ (Bir ucu ankastre bir ucu sabit mesnetli kiriş)..... | 101 |
| Şekil 4.60. kontrol numunelerinden elde edilen E ve ρ değerlerine bağlı olarak doğal frekans değerleri (1. mod): $h=b=300$ mm, $K_0=10$, $L=3000$ mm, (Her iki ucu ankastre mesnet)..... | 102 |
| Şekil 4.61. kontrol numunelerinden elde edilen E ve ρ değerlerine bağlı olarak doğal frekans değerleri (2. mod): $h=b=300$ mm, $K_0=10$, $L=3000$ mm, (Her iki ucu ankastre mesnet)..... | 102 |
| Şekil 4.62. kontrol numunelerinden elde edilen E ve ρ değerlerine bağlı olarak doğal frekans değerleri (3. mod): $h=b=300$ mm, $K_0=10$, $L=3000$ mm, (Her iki ucu ankastre mesnet)..... | 103 |
| Şekil 4.63. kontrol numunelerinden elde edilen E ve ρ değerlerine bağlı olarak doğal frekans değerleri (1. mod): $h=b=300$ mm, $K_0=10$, $L=3000$ mm, (Her iki ucu sabit mesnet)..... | 103 |
| Şekil 4.64. kontrol numunelerinden elde edilen E ve ρ değerlerine bağlı olarak doğal frekans değerleri (2. mod): $h=b=300$ mm, $K_0=10$, $L=3000$ mm, (Her iki ucu sabit mesnet)..... | 104 |
| Şekil 4.65. kontrol numunelerinden elde edilen E ve ρ değerlerine bağlı olarak doğal frekans değerleri (3. mod): $h=b=300$ mm, $K_0=10$, $L=3000$ mm, (Her iki ucu sabit mesnet)..... | 104 |
| Şekil 4.66. kontrol numunelerinden elde edilen E ve ρ değerlerine bağlı olarak doğal frekans değerleri (1. mod): $h=b=300$ mm, $K_0=10$, $L=3000$ mm, (Konsol kiriş) | 105 |
| Şekil 4.67. kontrol numunelerinden elde edilen E ve ρ değerlerine bağlı olarak doğal frekans değerleri (2. mod): $h=b=300$ mm, $K_0=10$, $L=3000$ mm, (Konsol kiriş) | 105 |
| Şekil 4.68. kontrol numunelerinden elde edilen E ve ρ değerlerine bağlı olarak doğal frekans değerleri (3. mod): $h=b=300$ mm, $K_0=10$, $L=3000$ mm, (Konsol kiriş) | 106 |
| Şekil 4.69. kontrol numunelerinden elde edilen E ve ρ değerlerine bağlı olarak doğal frekans değerleri (1. mod): $h=b=300$ mm, $K_0=10$, $L=3000$ mm, (Bir ucu ankastre diğer ucu sabit mesnet)..... | 106 |

| | |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| Şekil 4.70. kontrol numunelerinden elde edilen E ve ρ değerlerine bağlı olarak doğal frekans değerleri (2. mod): $h=b=300$ mm, $K_0=10$, $L=3000$ mm, (Bir ucu ankastre diğer ucu sabit mesnet)..... | 107 |
| Şekil 4.71. kontrol numunelerinden elde edilen E ve ρ değerlerine bağlı olarak doğal frekans değerleri (3. mod): $h=b=300$ mm, $K_0=10$, $L=3000$ mm, (Bir ucu ankastre diğer ucu sabit mesnet)..... | 107 |



ÇİZELGELER DİZİNİ

Sayfa

| | |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Çizelge 3.1. Çimentonun Kimyasal bileşimi, fiziksel ve mekanik özellikleri..... | 26 |
| Çizelge 3.2. KYB karışımlarında kullanılan agregaların fiziksel özellikleri..... | 27 |
| Çizelge 3.3. Çelik liflerin mekanik ve fiziksel özellikleri | 27 |
| Çizelge 3.4. 1m ³ KYB için düzeltilmiş karışım miktarı | 28 |
| Çizelge 4.1. Deney sonucunda elde edilen çelik lif tipine bağlı olarak elastite modülü (E) değerleri | 41 |
| Çizelge 4.2. Dönmeyi engelleyici yay katsayısına bağlı kritik yük değerleri (Kw=0,0) (a) | 42 |
| Çizelge 4.3. Dönmeyi engelleyici yay katsayısına bağlı kritik yük değerleri (Kw =4,9) (b)..... | 43 |
| Çizelge 4.4. Kolon narinliğinin kritik yüke etkisi..... | 45 |
| Çizelge 4.5. Farklı kesitlerin E değerine bağlı kritik yük değerleri (her iki ucu sabit mesnet), Kw = 0,0 | 47 |
| Çizelge 4.6. Farklı kesitlerin E değerine bağlı kritik burkulma yükü değerleri (her iki ucu ankastre mesnet) Kw = 50,0..... | 47 |
| Çizelge 4.7. Farklı kesitlerin E değerine bağlı kritik burkulma yükü değerleri (alt uç sabit üst uç ankastre), Kw = 50,0..... | 47 |
| Çizelge 4.8. Farklı kesitlerin E değerine bağlı kritik burkulma yükü değerleri (alt uç sabit üst uç ankastre), Kw = 0,0 | 47 |
| Çizelge 4.9. Farklı kesitli kolon elemanının uzunluğuna bağlı kritik yük değişim çizelgesi (Her iki ucu ankastre mesnet), Kw = 50,0 | 50 |
| Çizelge 4.10. Farklı kesitli kolon elemanının uzunluğuna bağlı kritik yük değişim çizelgesi (Her iki ucu sabit mesnet), Kw = 0,0 | 51 |
| Çizelge 4.11. Farklı kesitli kolon elemanının uzunluğuna bağlı kritik yük değişim çizelgesi (Alt ucu sabit üst ucu ankastre mesnet), Kw = 50,0 | 51 |
| Çizelge 4.12. Elastisite modülüne bağlı farklı kesitlerin kritik yük dağılım çizelgesi (her iki uç sabit mesnet)..... | 54 |
| Çizelge 4.13. Elastisite modülüne bağlı farklı kesitlerin kritik yük dağılım çizelgesi (her iki uç ankastre mesnet) | 55 |
| Çizelge 4.14. Elastisite modülüne bağlı farklı kesitlerin kritik yük dağılım çizelgesi (Alt ucu sabit üst ucu ankastre-Alt ucu ankastre üst ucu sabit)..... | 56 |
| Çizelge 4.15. Elastik ortamda elastisite modülüne bağlı ilk kritik yük modu (Her iki ucu ankastre mesnet), Kw = 5,0..... | 59 |
| Çizelge 4.16. Elastik ortamda elastisite modülüne bağlı ilk kritik yük modu (Her iki ucu sabit mesnet), Kw = 5,0 | 59 |
| Çizelge 4.17. Elastik ortamda elastisite modülüne bağlı ilk kritik yük modu (bir ucu ankastre diğer ucu sabit mesnet), Kw = 5,0 | 59 |
| Çizelge 4.18. Kiriş uzunluğuna ve elastisite modülü değerlerine bağlı olarak iki ucu ankastre kiriş için frekans parametresi değerleri..... | 62 |
| Çizelge 4.19. Kiriş uzunluğuna ve elastisite modülü değerlerine bağlı olarak iki ucu sabit kiriş için frekans parametresi değerleri | 62 |
| Çizelge 4.20. Kiriş uzunluğuna ve elastisite modülü değerlerine bağlı olarak konsol kiriş için frekans parametresi değerleri | 62 |

| | |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Çizelge 4.21. Kiriş uzunluğuna ve elastisite modülü değerlerine bağlı olarak bir ucu ankastre bir ucu sabit kiriş için frekans parametresi değerleri..... | 63 |
| Çizelge 4.22. Her iki ucu ankastre kiriş için kiriş yüksekliği (h) değerine ve farklı kiriş uzunluğu (L) değerlerine bağlı olarak frekans parametresi değerleri; $b=300$ mm, $k_0=10$ | 65 |
| Çizelge 4.23. Her iki ucu sabit kiriş için kiriş yüksekliği (h) değerine ve farklı kiriş uzunluğu (L) değerlerine bağlı olarak frekans parametresi değerleri; $b=300$ mm, $k_0=10$ | 65 |
| Çizelge 4.24. Konsol kiriş için kiriş yüksekliği (h) değerine ve farklı kiriş uzunluğu (L) değerlerine bağlı olarak frekans parametresi değerleri; $b=300$ mm, $k_0=10$ | 66 |
| Çizelge 4.25. Bir ucu ankastre bir ucu sabit mesnetli kiriş için kiriş yüksekliği (h) değerine ve farklı kiriş uzunluğu (L) değerlerine bağlı olarak frekans parametresi değerleri; $b=300$ mm, $k_0=10$ | 66 |
| Çizelge 4.26. Elastik zemin parametresi değerlerinin frekans parametresi ilk üç mod değerine etkisi (Her iki ucu ankastre kiriş), $E=40970$ MPa..... | 69 |
| Çizelge 4.27. Elastik zemin parametresi değerlerinin frekans parametresi ilk üç mod değerine etkisi (Her iki ucu sabit kiriş), $E=40970$ MPa..... | 69 |
| Çizelge 4.28. Elastik zemin parametresi değerlerinin frekans parametresi ilk üç mod değerine etkisi (Konsol kiriş), $E=40970$ MPa..... | 69 |
| Çizelge 4.29. Elastik zemin parametresi değerlerinin frekans parametresi ilk üç mod değerine etkisi (Bir ucu ankastre bir ucu sabit mesnetli kiriş), $E=40970$ MPa..... | 70 |
| Çizelge 4.30. Dönme ve ötelenme yay katsayısı değişimine bağlı olarak frekans parametresi değişim çizelgesi: $h=b=300$ mm, $L=3000$ mm, $E=42560$ MPa, $k_0=10$; $\Omega L = \Omega_0 = 10^{-5}$ | 73 |
| Çizelge 4.31. Dönme ve ötelenme yay katsayısı değişimine bağlı olarak frekans parametresi değişim çizelgesi: $h=b=300$ mm, $L=3000$ mm, $E=42560$ MPa, $k_0=10$; $\Omega L = \Omega_0 = 10^{-5}$ | 73 |
| Çizelge 4.32. Dönme ve ötelenme yay katsayısı değerlerine bağlı olarak doğal frekans değişim çizelgesi: $h=b=300$ mm, $L=3000$ mm, $E=42560$ MPa, $k_0=10$; $\Omega L = \Omega_0 = 10^{-5}$; 73 $\rho = 0,00002392$ N/mm ³ | 73 |
| Çizelge 4.33. Dönme ve ötelenme yay katsayısı değerlerine bağlı olarak doğal frekans değişimi: $h=b=300$ mm, $L=3000$ mm, $E=42560$ MPa, $k_0=10$; $\Omega L = \Omega_0 = 10^{-5}$; | 74 |
| $\rho = 0,00002392$ N/mm ³ | 74 |
| Çizelge 4.34. Beton numunelerinden elde edilen elastisite modülü değerlerine ve farklı k_0 (birim uzunluk başına zeminin sertliği) değerlerine bağlı olarak frekans parametresi değerleri. ($a = b = 300$ mm, $L = 3000$ mm, her iki ucu ankastre kiriş)..... | 77 |
| Çizelge 4.35. Beton numunelerinden elde edilen elastisite modülü değerlerine ve farklı k_0 (birim uzunluk başına zeminin sertliği) değerlerine bağlı olarak frekans parametresi değerleri. ($a = b = 300$ mm, $L = 3000$ mm, her iki ucu sabit mesnet kiriş) | 77 |
| Çizelge 4.36. Beton numunelerinden elde edilen elastisite modülü değerlerine ve farklı k_0 (birim uzunluk başına zeminin sertliği) değerlerine bağlı olarak frekans parametresi değerleri. ($a = b = 300$ mm, $L = 3000$ mm, konsol kiriş)..... | 77 |
| Çizelge 4.37. Beton numunelerinden elde edilen elastisite modülü değerlerine ve farklı k_0 (birim uzunluk başına zeminin sertliği) değerlerine bağlı olarak frekans parametresi değerleri. ($a = b = 300$ mm, $L = 3000$ mm, bir ucu ankastre bir ucu sabit mesnetli kiriş) | 77 |

| | |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Çizelge 4.38. Beton numunesinden elde edilen yoğunluk değerlerine ve farklı kiriş yüksekliğine bağlı olarak doğal frekans değerleri. ($k_0=10$, $h=300$ mm, $L=3000$ mm, $E=42560$ MPa, $K_0=10$, her iki ucu ankastre mesnetli kiriş)..... | 80 |
| Çizelge 4.39. Beton numunesinden elde edilen yoğunluk değerlerine ve farklı kiriş yüksekliğine bağlı olarak doğal frekans değerleri. ($k_0=10$, $h=300$ mm, $L=3000$ mm, $E=42560$ MPa, $K_0=10$, her iki ucu sabit mesnetli kiriş) | 80 |
| Çizelge 4.40. Beton numunesinden elde edilen yoğunluk değerlerine ve farklı kiriş yüksekliğine bağlı olarak doğal frekans değerleri. ($k_0=10$, $h=300$ mm, $L=3000$ mm, $E=42560$ MPa, $K_0=10$, konsol kiriş)..... | 81 |
| Çizelge 4.41. Beton numunesinden elde edilen yoğunluk değerlerine ve farklı kiriş yüksekliğine bağlı olarak doğal frekans değerleri. ($k_0=10$, $h=300$ mm, $L=3000$ mm, $E=42560$ MPa, $K_0=10$, bir ucu ankastre bir ucu sabit mesnetli kiriş)..... | 81 |
| Çizelge 4.42. k_0 (Zemin birim uzunluğu için rijitlik değeri) ve L (kiriş uzunluğu) değerlerinin doğal frekans üzerine etkisi: $h=b=300$ mm, $E=42560$ MPa, $\rho=0,00002392$ N/mm ³ , (Her iki ucu ankastre mesnetli kiriş) | 84 |
| Çizelge 4.43. k_0 (Birim uzunluk için rijitlik) ve L (kiriş uzunluğu) değerlerinin doğal frekans üzerine etkisi: $h=b=300$ mm, $E=42560$ MPa, $\rho=0,00002392$ N/mm ³ , (Her iki ucu sabit mesnetli kiriş) | 84 |
| Çizelge 4.44. k_0 (Birim uzunluk için rijitlik) ve L (kiriş uzunluğu) değerlerinin doğal frekans üzerine etkisi: $h=b=300$ mm, $E=42560$ MPa, $\rho=0,00002392$ N/mm ³ , (konsol kiriş) | 85 |
| Çizelge 4.45. k_0 (Birim uzunluk için rijitlik) ve L (kiriş uzunluğu) değerlerinin doğal frekans üzerine etkisi: $h=b=300$ mm, $E=42560$ MPa, $\rho=0,00002392$ N/mm ³ , (Bir ucu sabit bir ucu ankastre mesnetli kiriş)..... | 85 |
| Çizelge 4.46. kiriş yüksekliğinin ve uzunluğunun doğal frekans üzerindeki etkisi; $k_0=10$, $h=300$ mm, $E=42560$ MPa, $\rho=0,00002392$ N/mm ³ (Her iki ucu ankastre mesnetli kiriş)..... | 88 |
| Çizelge 4.47. kiriş yüksekliğinin ve uzunluğunun doğal frekans üzerindeki etkisi; $k_0=10$, $h=300$ mm, $E=42560$ MPa, $\rho=0,00002392$ N/mm ³ (Her iki ucu sabit mesnetli kiriş) | 88 |
| Çizelge 4.48. kiriş yüksekliğinin ve uzunluğunun doğal frekans üzerindeki etkisi; $k_0=10$, $h=300$ mm, $E=42560$ MPa, $\rho=0,00002392$ N/mm ³ (Konsol kiriş)..... | 88 |
| Çizelge 4.49. kiriş yüksekliğinin ve uzunluğunun doğal frekans üzerindeki etkisi; $k_0=10$, $h=300$ mm, $E=42560$ MPa, $\rho=0,00002392$ N/mm ³ (Bir ucu sabit bir ucu ankastre mesnetli kiriş) | 89 |
| Çizelge 4.50. K_0 (Elastik zemin parametresi) değerlerinin doğal frekans ilk üç mod değerine etkisi; $k_0=10$, $h=b=300$ mm, $L=3000$ mm, $E=40970$ MPa, $K_0=10$, $\rho=0,0000241669$ N/mm ³ , (Her iki ucu ankastre mesnetli kiriş) | 92 |
| Çizelge 4.51. K_0 (Elastik zemin parametresi) değerlerinin doğal frekans ilk üç mod değerine etkisi; $k_0=10$, $h=b=300$ mm, $L=3000$ mm, $E=40970$ MPa, $K_0=10$, $\rho=0,0000241669$ N/mm ³ (Her iki ucu sabit mesnetli kiriş)..... | 92 |
| Çizelge 4.52. K_0 (Elastik zemin parametresi) değerlerinin doğal frekans ilk üç mod değerine etkisi; $k_0=10$, $h=b=300$ mm, $L=3000$ mm, $E=40970$ MPa, $K_0=10$, $\rho=0,0000241669$ N/mm ³ (Konsol kiriş)..... | 92 |
| Çizelge 4.53. K_0 (Elastik zemin parametresi) değerlerinin doğal frekans ilk üç mod değerine etkisi; $k_0=10$, $h=b=300$ mm, $L=3000$ mm, $E=40970$ MPa, $K_0=10$, $\rho=0,0000241669$ N/mm ³ (Bir ucu ankastre bir ucu sabit mesnetli kiriş)..... | 93 |

| | |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Çizelge 4.54. L/h oranının, E ve ρ değerlerinin ilk üç mod için doğal frekans değerlerine etkisi; $k_0=10$, $h=b=300$ mm, $L=3000$ mm (Her iki ucu ankastre mesnetli kiriş)..... | 96 |
| Çizelge 4.55. L/h oranının, E ve ρ değerlerinin ilk üç mod için doğal frekans değerlerine etkisi; $k_0=10$, $h=b=300$ mm, $L=3000$ mm (Her iki ucu sabit mesnetli kiriş)..... | 97 |
| Çizelge 4.56. L/h oranının, E ve ρ değerlerinin ilk üç mod için doğal frekans değerlerine etkisi; $k_0=10$, $h=b=300$ mm, $L=3000$ mm (Konsol kiriş)..... | 98 |
| Çizelge 4.57. L/h oranının, E ve ρ değerlerinin ilk üç mod için doğal frekans değerlerine etkisi; $k_0=10$, $h=b=300$ mm, $L=3000$ mm, $E=42560$ MPa, $K_0=10$, (Bir ucu ankastre bir ucu sabit mesnetli kiriş) | 99 |



1. GİRİŞ

Günümüzde gelişen teknoloji ile birlikte mühendislik açısından yapılan hesaplamalarda gerçeğe daha yakın sonuçlar elde edilmektedir. Hesaplaması zor olan analizler bilgisayar yardımıyla çok daha kısa sürelerde çözülmekte ve bu sayede farklı çözüm yöntemleri elde etmek kolaylaşmaktadır. Bu gelişmeler ışığında aksenel yük altındaki yapı elemanlarının mekanik davranışının incelenmesi için çeşitli yaklaşımlar sunulmuştur. İnşaat mühendisliğinde burkulma ve titreşim analizi yapılacak yapı elemanları için kullanılan sayısal yöntemlerde çeşitli modelleme, tasarım ve analiz zorluklarının olması nedeniyle bilgisayar programlarının yardımına ihtiyaç duyulmaktadır.

Euler, modelleme ve analiz sürecinin başlangıcında, basınç kolonlarında sadece ezilme değil stabilite probleminin de olduğunu söylemiştir (Euler, 1744). Euler elastik kolonların analitik olarak analizinin yapılmasında araştırmacılara öncülük etmiş ve bu alanda ilk çalışmayı 1744'te gerçekleştirdiğinden yapılan analiz, Euler yükü olarak adlandırılmıştır (Brush ve Almroth, 1975). Stabilite analizi için Eulerin atmış olduğu bu ilk adımın sonrasında birçok araştırmacı yapı elemanlarının gerçeğe daha yakın modellenmesine katkıda bulunmuştur. Dinnik (1929), bir ucu ankastre diğer ucu serbest olan kolon veya kiriş elemanının kolon boyunca değişen kesit tipini tasarlayarak burkulmasını incelemiştir.

Kendiliğinden yerleşen beton (KYB) kullanımı, özellikle yüksek yapılarda betonarme çeliği ile uyumlu olması ve kolay yerleşebilmesi sebebiyle kullanımı oldukça artmış durumdadır. Öte yandan çalışmalarda (Korte ve ark. 2014; Bamonte ve Gambarova 2012) KYB'nin aynı basınç dayanımına sahip konvansiyonel betona göre kırılma tokluğu açısından daha zayıf davranış sergilediği gözlenmiştir. Bu durum KYB'nin dinamik etkilerini araştırmak için bir gereklilik yaratmıştır. Titreşim etkileri ise, KYB'nin maruz kalacağı dinamik etkilerden birisidir.

Titreşim ve burkulma üzerine yapılan çalışmaların birçoğu çeşitli matematiksel yaklaşımları ve bilgisayar analizini içermektedir. Söz konusu çalışmalarda, yapı elemanları için bazı yapı malzemesi karakteristik değerleri verilmiştir. Bununla birlikte,

bu karakteristik değerler, yeni gereksinimler tarafından oluşturulan farklı beton tiplerine veya kullanılan malzeme cinsine göre değişebilir. Literatürde KYB gibi giderek daha fazla talep edilen beton tiplerinin titreşim analizi ve burkulma analizi hakkında herhangi bir çalışma bulunmamaktadır.

Bu alışma, kolon burkulma analizi ve kiriş titreşim analizi olmak üzere iki farklı aşamadan oluşmaktadır. Kolon burkulması için, Euler'in kolon teorisinden yararlanılarak Yaylı (2018a) tarafından oluşturulan kolon modeli kullanılmıştır. İlk olarak, literatürde bilinen Euler-Bernoulli kiriş teorisinin denklemleri eksenel yükler altında verilmiştir. Analitik genel çözümlerin elde edilmesi için yer değiştirme fonksiyonu Fourier sinüs serisi kullanılarak seçilmiştir (Yaylı 2018a). Farklı sınır Őartlarına sahip, kolon alt ve üst ucundan uygulanan tekil dış yük ile dinamik etkileri incelenecek olan Euler-Bernoulli kolonu için elastisite modülü ve yoğunluk değerleri, daha önceki çalışmalarda deneysel olarak hesaplanmış, dört farklı numuneden elde edilmiştir. Bu numuneler, üç farklı lif takviyeli beton ve bir adet lifsiz kontrol numunesi olmak üzere dört farklı beton serisinden üretilmiştir. Bu değerler ile üç farklı kolon kesitinde özdeğerler matrisi ile burkulma analizi yapılmıştır. Kiriş titreşim analizi için, Winkler model zemin üzerinde lif içermeyen bir KYB ve üç fiber takviyeli KYB kirişinin titreşim analizi yapılmıştır. Bu doğrultuda elastik zemin üzerinde uçlarından yaylar aracılığı ile elastik olarak sınırlanmış Euler-Bernoulli kiriş modeli incelenmiştir. Serbest titreşim analizine tabi tutulacak kiriş modeli için genel frekans belirleyici, Stokes dönüşümü ile bir Fourier sinüs serisi uygulanarak tanımlanmıştır (Yaylı ve ark. 2014). Böylece, zemin parametresi, sınır koşulları, kesit özellikleri, kiriş uzunluğu, yoğunluk ve elastisite modülünün doğal frekans ve frekans parametresi üzerindeki etkisi incelenmiştir.

2. KURAMSAL TEMELLER ve KAYNAK ARAŞTIRMASI

Keller (1960) Dairesel kesitli ve eşkenar üçgen kesitli kolonun mekanik davranışını incelemiş ve doğrusal olmayan burkulma problemi için sonuçlar elde etmiştir. Buna benzer olarak, Euler kolonları için mekanik davranışlar Tadjbakhsh ve Keller, (1962) ve Taylor (1967) tarafından incelenmiş ve farklı sınır koşulları için kesin sonuçlar elde edilmiştir. Timoshenko ve Gere, (2009) kirişte kayma ve dönmeden dolayı meydana gelen eylemsizlik momenti faktörlerini Euler-Bernoulli teorisine ilave ederek gerçeğe daha yakın sonuçlar elde edilmesine katkıda bulunmuştur. Lee ve ark. (1972, 1979, 1981a, 1981b) burkulma yükleri üzerine, tasarımda kullanılmaya uygun çalışmalar yapmışlardır. Li ve ark. (1994), Qiusheng ve ark. (1995) ve Li ve ark. (1996), çalışmalarında, Bessel fonksiyonları ve süper geometrik fonksiyonları kullanarak değişken kesitli elastik kolonların burkulma formülasyonunu vermiş, yüksek yapıların aksenal yük ve eğilme rijitliği dağılımının uygun bir şekilde tarif edildiğini söylemiştir. Kim ve Kim (2001) çalışmalarında, Fourier serisini kullanarak genel olarak kısıtlanmış ve klasik olmayan sınırlama yöntemleri olan dönme ve çevrim yaylarını kullanarak oluşturulan sınır koşullarında kirişlerin titreşim frekansını hesaplayan bir metot sunmuştur.

Atay ve Coşkun (2009), Coşkun ve Atay (2009b) alt ve üst ucu boyunca elastik olarak sınırlanmış değişken kesitli bir kolon modeli oluşturmuş ve VIM (Variational Iteration Method) ile stabilite analizi yapmışlardır. Singh ve Li (2009) çalışmalarında, aksenal olarak kademelenmiş ve elastik olarak sınırlanmış kolonların, daha önce tavsiye edilmiş olan NEIM (numerical algorithm) sayısal algoritmasını kullanarak TEP (Transcendental Eigenvalue Problem) matematiksel modellemesini oluşturmuş ve burkulma analizi yapmıştır. Araştırmacılar kolon ve kiriş elemanların modellenmesinde birçok analitik ve nümerik metotlar kullanmış ve bunların sonuçlarını deneysel sonuçlarla veya daha önceki çalışmalar ile kıyaslamışlardır (Yao ve ark. 2018, Atay 2010, Okay ve ark. 2010, Al-kamal 2017, Yilmaz ve ark. 2013, Ofondu ve ark. 2018, Coşkun 2009a, Başbük, ve ark. 2014, Basbuk ve ark. 2016, Pinarbasi 2012a, Civalek ve Demir 2011, Yaylı 2016, Mercan ve Civalek 2017). Kolon elemanlarında kullanılan yaklaşımlara benzer şekilde kiriş elemanlarında da çalışmalar yapılmıştır (Robinson ve ark. 2018, Şimşek 2016, Huang ve ark. 2013, Huang ve Luo. 2011, Nejad ve ark. 2016, Pinarbasi 2012b).

Gül ve Aydoğlu (2015) alışmalarında, elastik zemin üzerine oturan kirişlerin Euler-Bernoulli ve Timoshenko kiriş teorileri ile dalga sayısı yönünden titreşimlerini incelemiştir. Zhang ve ark. (2016) tarafından yapılan araştırmada, burkulma analizinde sayısal zmler için kp-Ritz yöntemi kullanılarak, Winkler metodu ile elastik ortamın modellendiği grafen tabakalarını incelemiştir. Yaylı (2018a), çalışmasında uzunluğu boyunca sınırlanmış ve uç noktalarında farklı sınır koşulları oluşturulmuş Euler kolonu sayısal olarak modellenmesi için katsayılar matrisinin oluşturulmasında Stoke's dönüşümleri ve Furier serilerini kullanmıştır.

Mühendislik alanlarının birçoğunda bir diğer önemli problem titreşim ise üzülmesi ve önlem alınması gereken önemli problemlerden biri olmuştur. Titreşime dayalı problemleri zmek için birçok araştırmacı titreşim analizi üzerine çalışmalar yapmış ve titreşim ile ilgili yaklaşımların geliştirilmesine katkıda bulunmuştur (Al Rjoub ve Hamad 2017, Civalek 2009, Karlii ve ark. 2016, Ke ve ark. 2009, Kiani 2013, Lei ve ark. 2013, Mustapha ve Zhong 2010, Natsuki ve ark. 2010, Numanoğlu ve ark. 2018, Rezaei ve Saidi 2015, Rezaei ve ark. 2017, Shen ve ark. 2012, Hegel 1986). Titreşim ile ilgili çalışmalar 19. yüzyılın sonlarında sanayileşme ile önem kazanmış ve yakın dönemde yapılan çalışmalar ile dikkate değer bir gelişme sağlanmıştır. Bilgisayar teknolojisi ile işlem yapabilme hızının artması araştırmacıları yeni fikirler veya yöntemler üzerinde çalışmaya teşvik edici olmuştur. Bu gelişmelerle birlikte, araştırmacılar tarafından esnek temel üzerine oturtulmuş değişken geometrili kirişler, nanotüpler, nanorodlar ve plakalar gibi yapısal elemanların titreşim analizi incelenmiştir (Yanik ve Yaylı 2015, Ying ve ark. 2008, Yas ve Samadi 2012, Yaylı 2018b, Yaylı ve ark. 2015, Yaylı 2017, Malekzadeh 2009, Omurtag ve ark. 1997, Zhou ve diğerleri 2004, Atmane ve diğerleri 2010, Omurtag ve Kadioglu 1998, Baferani ve diğerleri 2011). Elastik zemin üzerine yerleştirilmiş kirişler ve levhalar inşaat, havacılık, makine mühendisliği gibi mühendislik alanlarında incelenmiştir (Nardini ve Brebbia 1983, Wattanasakulpong ve Ungbhakorn 2014, Hacıyev ve arkadaşları 2018, Bui ve ark.2013, Akgöz ve Civalek 2013a, Natarajan ve ark. 2011). Bu ilginin nedeni, 20. yüzyılın sonlarına doğru gelişen uzay-uçak endüstrisi, askeri alanlarda füze-roketatar ihtiyacı, kompozit malzemelerin kullanımındaki artış, zemin mekaniği, temel mühendisliği ve bu

alandaki bazı özel yapılar olmuştur. Civalek Ö. elastik temeller üzerindeki yapılar için birçok çalışma yapmıştır (Akgöz ve Civalek 2011a, Demir ve ark. 2018, Civalek ve Öztürk 2010, Civalek 2014). Söz konusu makalede Civalek Ö. (2004), elastik zeminlere dayanan yapıların veya elemanların dinamik ve statik analizi ile ilgili literatürdeki bazı çalışmaları ve gelişmeleri göstermiştir. Wang ve Gagnon (1978) tarafından gerçekleştirilen sürekli bir Timoshenko kiriş modelinin dinamik analizinde, eylemsizlik momenti, enine-kesme deformasyonu ve zemin sabitlerinin Winkler-Pasternak zeminleri üzerindeki etkileri incelenmiştir.

Zemin özellikleri, bazı bilim adamları tarafından tanımlanmasının zorluğu nedeniyle idealleştirilmiştir (Vlasov ve Z. 1966, Pasternak ve L. 1954, Reissner ve E. 1958, Winkler 1867). Bu araştırmacılar, gerçekçi sonuçlar elde etmek için zeminin modellenmesinde bazı yaklaşımlar geliştirdiler. Açıklanan zemin modellerinden ilki olan ve basit bir yaklaşım olan Winkler zemin modeli (1867), araştırmacılar tarafından yapılan çalışmaların çoğunda kabul edilmiş ve tercih edilmiştir (Hacıyev ve ark. 2018). Bahsedilen yaklaşımlara göre, burkulma, titreşim ve eğilme gibi sorulara cevap almak için çeşitli sayısal yöntemler (sonlu farklar, sonlu elemanlar, Ritz, Galerkin yöntemi, vb.) uygulanmıştır (Bui ve ark. 2013, Akgöz ve Civalek 2013b, Natarajan ve ark.2011, Akgöz ve Civalek 2011b). Bununla birlikte birçok araştırmacı, kirişin elastik zemin üzerindeki titreşimini veren analitik yöntemler üzerinde çalışmışlardır (Yaylı 2018b, Yaylı ve ark. 2015, Yaylı 2017, Demir ve ark. 2018, Civalek ve Öztürk 2010). Bu analitik yöntem Stokes dönüşümlü Fourier sinüs serisinden oluşur ve Fourier sinüs serisi bir sinüs dalgasının her bir frekans genliğini ve fazını hesaplayan fonksiyondur (Bracewell 2000). Thambiratnam ve Zhuge (1996) tarafından mikrobilgisayar ile programlanmış bir sonlu eleman yöntemi önerilmiş ve sonuçları daha önceki yaklaşımlardan elde edilen sonuçlarla karşılaştırılmıştır. Huang ve Thambiratnam (2001a; 2001b) sonlu bir şerit yöntemi önermiş ve Winkler elastik zemin üzerindeki kiriş ve plakaların dinamik ve statik davranışını araştırmıştır. Benzer şekilde Civalek Ö. (2007) Winkler-Pasternak zeminleri için DSC-HDQ (Discrete singular convolution-Harmonic differential quadrature) yöntemlerini kullanmıştır. Kullanılan bu sayısal yöntemlerle, sönümlemenin dinamik analiz üzerindeki etkisi, Winkler ve Pasternak zemin parametrelerinin etkileri ve zemin kütesinin etkisi analiz edilmiştir.

Elastik zeminlerin statik ve dinamik davranışları üzerine çok sayıda çalışma incelendiği gibi, elastik olarak kısıtlanmış kirişler ve kolonlar gibi yapı elemanlarının davranışları da birçok araştırmacı tarafından incelenmiştir (Zhou 2001, Goel 1976). Nuttawit Wattanasakulpong, Variddhi Ungbhakorn (2014), elastik olarak tutturulmuş bir kirişin titreşim analizini gerçekleştirmiştir. Yaptıkları bu çalışmalarında, malzemelerin porozitesini de göz önünde bulundurarak diferansiyel ve doğrusal olmayan titreşim sorunlarına çözüm aranmıştır. B.A.H. Abbas (1984) elastik olarak kısıtlanmış bir Timoshenko kirişinin titreşimini incelemiştir. Çalışmasında, çözüm için sonlu elemanlar yöntemi kullanılmıştır ve elastik sınır koşullarının doğal sınır koşullarına uygun olduğunu ifade etmiştir. Benzer şekilde, elastik olarak kısıtlanmış elemanlar (kirişler, kolonlar vb.) için de bazı çalışmalar vardır (Laura ve ark. 1975, Ho ve Chen 1998, Albarracín ve Grossi 2005, Chung ve ark. 1993).

2.1 Genel Bilgiler

Mekanik bir yapıda iki sebepten dolayı ani bir şekilde hasar meydana gelmektedir. Bu hasarlardan biri malzemede meydana gelen hasar ve diğeri ise bir stabilite problemi olan burkulmadır. Her iki uç ekseninden baskıya maruz bırakılan ince bir kolon veya kiriş kesitinin boyuna oranı küçük ise, bu kolonda kararsızlıktan dolayı bir burkulma durumu oluşabilir. Burkulmaya sebep olan yük, kolon elemanın kesit özelliklerinden dolayı sahip olduğu rijitliğine ve malzemenin elastisite modülü değerine bağlıdır. Bu olay bir stabilite veya kararsızlık problemidir. Kolon elemanında burkulmanın meydana gelmesi için hesaplanan gerilmenin, gerilme sınırlarını aşması veya bu sınırlara yaklaşması zorunluluk değildir. Kararsızlıktan dolayı meydana gelen burkulma durumunda emniyetli mukavemet değerlerinin çok daha altında burkulma meydana gelebilir. Bu durum parça geometrisi ve uygulanan aksenal yükün ağırlık merkezine etki etmemesi ile de alakalı olmaktadır.

Burkulma problemleri doğrusal sonlu elemanlar yöntemi yerine daha çok $|K + \lambda_m K_F| \delta_m = 0$ şeklinde özdeğer-özvektör denklemleri ile çözülmektedir. Denklemden verilen katsayılar; λ_m m-inci mod için burkulma yük faktörü, K_F “geometrik sertlik” ve δ_m değeri ise m-inci moda ait burkulma deplasmanını ifade eder. Burkulma

değerinin bulunması ile burkulmaya sebep olan yükün büyüklüğünü hesaplamak için kullanılan bir çarpan bulunur. Böylece çarpan yardımıyla kolona etkiyen yükün kolonda burkulmaya neden olup olmadığı öğrenilebilir.

Leonhard Euler 1757 yılında kararsızlık durumundan bahsetmiş ve ince bir kolonun burkulması için gerekli olan minimum kritik bir yük bulunduğunu söylemiştir. Her iki ucundan aksenal basınç yüküne maruz kalan kolon küçük miktarda yük uygulandığında düz kalacak ve kuvvete dayanacaktır. Uygulanan yük miktarı yavaşça arttırıldığında, en küçük kararsızlık durumu, kolonun ekseninden sapmasına ve yana doğru büyük bir deplasman oluşturmaya neden olacaktır.

Birçok araştırmacı, her iki ucundan basınç kuvvetine maruz kalan narin bir elemanın, kuvvet yönüne dik yanal bir hareket olan “Euler burkulması”nı gözlemlemiştir. Euler burkulma teorisi Hooke kanuna uygun olarak, cisimlerin elastik davranış gösterdiği bölge için geçerlidir. Bu tarz bir burkulma hareketinin gerçekleşmesi için gerekli olan kuvvet, kolon veya kiriş elemanının uçlarından nasıl sınırlandırıldığına ve bulunduğu ortama bağlı olarak belirlenen faktörler ile değişebilmektedir. Bu sebeple, burkulma ile ilgili yapılan çalışmalarda diğer analizlere göre, incelenen elemanda uygulanan sınırlamalar önem kazanmaktadır.

2.2 Analizde Yapılan Genel Kabuller

Euler formülü türetilirken aşağıdaki varsayımlar yapılmıştır:

1. Kolonun malzemesi homojen ve izotropiktir.
2. Kolondaki basınç yükü sadece akseneldir.
3. Kolon, başlangıç gerilmesi içermez.
4. Kolonun ağırlığı ihmal edilir.
5. Kolon başlangıçta düzdür (aksenal yükün eksantrikliği yoktur).
6. Bağlantı noktaları sürtünmesizdir (moment kısıtlaması yoktur) ve sabit uçlar rijittir (dönme sapması yoktur).
7. Kolonun kesiti uzunluğu boyunca aynıdır.

8. Direkt gerilme, eğilme gerilmesine kıyasla çok küçüktür (malzeme sadece elastik şekil değiştirme aralığında basınca maruz bırakılır).
9. Kolonun uzunluğu, kolonun kesit boyutlarına göre çok büyük.
10. Kolonun çökmesi sadece burkulma ile olur. Bu, kolondaki basınç gerilmesi akma dayanımını aşmıyorsa geçerlidir.

2.3 Fourier Serileri

Fourier Dönüşümü, periyodik bir dalga şeklinin sinüs ve kosinüs fonksiyonlarının toplamı olarak matematiksel ifade edilmesidir. Fourier serileri Joseph Fourier (1768-1830) tarafından bir metal çubuk veya levhadaki ısı denklemlerinin çözümü için kullanılmış ve trigonometrik serilerde önemli katkılarının bulunmasından dolayı bu denklemler Fourier Serileri olarak adlandırılmıştır. Günümüzde birçok mühendislik ve ekonomi alanlarında kullanılmaktadır.

2.4 Fourier Sinüs Serisi

Fourier serilerinde öncelikle periyodik bir fonksiyon tanımlanmalıdır. Bu fonksiyon;

$$F(t+T)=f(t) \quad (2.1)$$

Şeklinde periyodik olarak tanımlanabilir. Denklem 2.1, fonksiyon T zaman sonra gözlemlendiğinde ilk durumdaki değerin elde edildiği periyodik bir denklemi gösterir. Denklem 2.2'de bir sinüs serisi tanımlanmıştır. Bu ifadeyi, f(x) fonksiyonunun tanım fonksiyonu olarak seçebiliriz.

$$\sum_{n=1}^{\infty} A_n \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right) \quad (2.2)$$

Burada A_n değeri Fourier Katsayıdır.

$$f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} A_n \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right) \quad (2.3)$$

Denklemden, eşitliğin her iki tarafı $\sin\left(\frac{m\pi x}{L}\right)$ değeri ile çarpılırsa;

$$f(x) \left(\frac{m\pi x}{L}\right) = \sum_{n=1}^{\infty} A_n \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right) \left(\frac{m\pi x}{L}\right) \quad (2.4)$$

Denklemin elde edilir. Eşitliği her iki tarafında $-L \leq x \leq L$ aralığı için integral alınır;

$$\int_{-L}^L f(x) \left(\frac{m\pi x}{L}\right) dx = \int_{-L}^L \sum_{n=1}^{\infty} A_n \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right) \left(\frac{m\pi x}{L}\right) dx \quad (2.5)$$

Denklemin elde edilir. Denklem 2.5'te verilen eşitlikte, toplam ifadesi ve sabit değerler integral dışına alınabilir. Aşağıda verilen matematik çözümleri ile A_n değeri elde edilir.

$$\int_{-L}^L f(x) \left(\frac{m\pi x}{L}\right) dx = \sum_{n=1}^L A_n \int_{-L}^L \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right) \left(\frac{m\pi x}{L}\right) dx \quad (2.6)$$

$m=n$ olması durumunda;

$$\int_{-L}^L \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right) \left(\frac{m\pi x}{L}\right) dx = L \quad (2.7)$$

$$\int_{-L}^L \left(\sin\left(\frac{m\pi x}{L}\right)\right)^2 dx \quad (2.8)$$

$$-\frac{1}{2} \int_{-L}^L -2 \left(\sin\left(\frac{m\pi x}{L}\right)\right)^2 dx \quad (2.9)$$

$$-\frac{1}{2} \int_{-L}^L (-2 \left(\sin\left(\frac{m\pi x}{L}\right)\right)^2 + 1 - 1) dx \quad (2.10)$$

$$-\frac{1}{2} \int_{-L}^L \cos\left(\frac{2m\pi x}{L}\right) - 1) dx = L \quad m = 1,2,3,\dots \quad (2.11)$$

$$\int_{-L}^L f(x) \sin\left(\frac{m\pi x}{L}\right) dx = A_n L \quad (2.12)$$

$$A_n = \frac{1}{L} \int_{-L}^L f(x) \sin\left(\frac{m\pi x}{L}\right) dx \quad m = 1,2,3,\dots \quad (2.13)$$

$$A_n = \frac{2}{L} \int_0^L f(x) \sin\left(\frac{m\pi x}{L}\right) dx \quad m = 1, 2, 3, \dots \quad (2.14)$$

Şeklinde A_n değeri elde edilir. Yapılan işlemler denklem 2.7'de yapılan kabul için bir ispat olmuştur. Elde edilen A_n değeri Fourier katsayısı olup $f(x)$ fonksiyonu cinsinden elde edilmiştir.

2.5 Fourier Kosinüs Serisi

Denklem 2.15'de bir kosinüs serisi seçilmiştir.

$$\sum_{n=1}^{\infty} B_n \cos\left(\frac{n\pi x}{L}\right) \quad (2.15)$$

$$f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} B_n \cos\left(\frac{n\pi x}{L}\right) \quad (2.16)$$

Eşitliğin her iki tarafı $\cos\left(\frac{m\pi x}{L}\right)$ değeri ile çarpılırsa;

$$f(x) \cos\left(\frac{m\pi x}{L}\right) = \sum_{n=1}^{\infty} B_n \cos\left(\frac{n\pi x}{L}\right) \cos\left(\frac{m\pi x}{L}\right) \quad (2.17)$$

Denklemini elde edilir. Eşitliğin her iki tarafı için $-L \leq x \leq L$ aralığında integral alınması durumunda;

$$\int_{-L}^L f(x) \cos\left(\frac{m\pi x}{L}\right) dx = \int_{-L}^L \sum_{n=1}^{\infty} B_n \cos\left(\frac{n\pi x}{L}\right) \cos\left(\frac{m\pi x}{L}\right) dx \quad (2.18)$$

Denklemini elde edilir. Eşitlikte sabitler ve toplam ifadesi integral dışına alınır;

$$\int_{-L}^L f(x) \cos\left(\frac{m\pi x}{L}\right) dx = \sum_{n=1}^{\infty} B_n \int_{-L}^L \cos\left(\frac{n\pi x}{L}\right) \cos\left(\frac{m\pi x}{L}\right) dx \quad (2.19)$$

$n=m$ ve $m \neq 0$ olması durumunda;

$$\int_{-L}^L f(x) \cos\left(\frac{m\pi x}{L}\right) dx = B_n(L) \quad (2.20)$$

Denklemleri elde edilir. Burada, B_n katsayısı yalnız bırakılması durumunda;

$$B_n = \frac{1}{L} \int_{-L}^L f(x) \cos\left(\frac{n\pi x}{L}\right) dx \quad (2.21)$$

Elde edilir. $n \neq 0$ olmasından dolayı;

$$B_n = \frac{2}{L} \int_{-L}^L f(x) \cos\left(\frac{n\pi x}{L}\right) dx \quad (2.22)$$

Bulunur. Sinüs serisinde olduğu gibi burada da B_n katsayısı $f(x)$ fonksiyonu cinsinden elde edilmiştir. Keyfi olarak seçilen bir fonksiyon, sürekli ve düzgün (her noktasında türevli) bir fonksiyon olması durumunda Fourier serileri ile gerçek değerine tam olarak yakınsayabilmektedir. Burada önemli olan, seçilen fonksiyonun sürekli ve düzgün seçilmesidir. Böylece bu fonksiyonlar Fourier Serileri ile tam olarak temsil edilebilirler.

2.6 Winkler Zemin Modeli

Zeminlerin elastik davranışı ile ilgili bilinen ilk önemli çalışma 1867 yılında Emil Winkler tarafından yapılmış ve kendi adının verildiği Winkler zemin modelini oluşturmuştur. Bu model zemin özelliklerini basit bir yaklaşım ile tanımlamasından dolayı, kiriş, kolon ve plak problemlerinde araştırmacılar tarafından oldukça tercih edilen bir model olmuş ve geniş uygulama alanlarına ulaşmıştır. Özet olarak Winkler zemin modelinde, elastik temel veya zemin üzerinde bulunan kirişin herhangi bir noktasındaki zemine verdiği taban basıncı, aynı noktadaki yer değiştirme miktarı ile doğru orantılıdır, bu özellik zeminin Hooke kanununa uygunluğunu gösterir. $V(x)$ aşağı yönde yer değiştirme miktarı ve $q(x)$ zemin kaynaklı taban basıncı olarak ifade edilirse, zemin yatak katsayısı değeri denklem (2.22)'de gösterildiği gibi elde edilebilir.

$$q(x) = kV(x) \quad (2.23)$$

Winkler zemin modelinde taban basıncına maruz kalan her bir yay sadece kendisi etkilenmekte ve bu yükü komşu yaylara yansıtılmamaktadır. Bu ifade zeminin süreksiz olarak kabul edildiği anlamına gelmektedir. Bu sebeple birçok araştırmacı Winkler zemin modelinin gerçek zemin için kayma gerilmesi değerlerini dikkate almamasından

dolayı yeni modeller için çalışmalar yapmışlardır. Buna ek olarak, winkler zemin modeli küçük yer değiştirme değerleri için uygulanması daha doğru değerler verecektir. Modele göre zemin tabakası kalınlığı zemin yatak katsayısı (k) değerini etkilemektedir. Burada yatak katsayısı değerinin zemin kaynaklı tepkiden bağımsız olduğu bilinmelidir.

2.7 Euler-Bernoulli Kiriş Teorisi

Kiriş veya kolon elemanları, boyutlarından birinin diğer iki boyutundan daha büyük olduğu bir yapı olarak tanımlanır. Kirişin ekseni, daha uzun olan boyutu boyunca tanımlanır ve bu eksene dik olan kesitin, kirişin açıklığı ya da uzunluğu boyunca değişebildiği varsayılır. İnşaat mühendisliği yapıları, genellikle, T, I veya dikdörtgen şekilli kesitlere sahip yapı elemanlarının montajı ile oluşur. Birçok makine elemanı da kiriş veya kolon elemanları (kaldıraç kolları, şaftlar(miller) vb.) olarak düşünülebilir. Son olarak, uçak kanatları ve gövdeleri gibi bazı havacılık yapıları da ince cidarlı kirişler olduğu varsayılarak yaklaşılabilir.

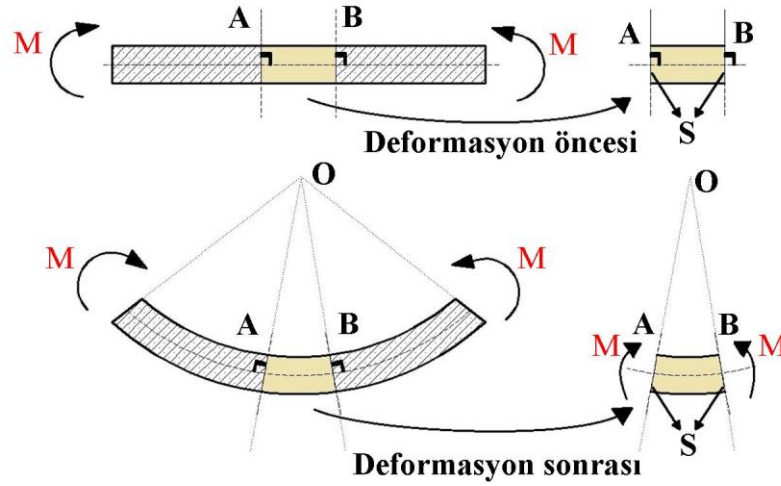
Literatürde “kiriş teorisi” olarak adlandırılan kirişlerin katı mekaniği teorisi yapısal analizde önemli bir rol oynar çünkü bu metot, tasarımcıya çok çeşitli yapıları analiz etmek için basit bir araç sağlar. Sonlu elemanlar metodu gibi daha çok gelişmiş yöntemler, karmaşık yapıların gerilme analizi için yaygın olarak kullanılmasına rağmen, tasarım öncesi bir aşamada çoğu zaman kiriş modelleri kullanılmaktadır, çünkü yapıların içerisindeki davranışları hakkında değerli bilgiler sağlarlar. Bu hesaplamalar, yalnızca hesaplama çözümlerini doğrulamaya çalışırken de oldukça yararlıdır.

Çeşitli varsayımlara dayalı olarak birçok kiriş teorisi geliştirilmiştir ve her bir teori yanlış olmamakla birlikte, birbirlerine yakın fakat farklı hassasiyet veya doğruluk seviyelerinde sonuçlar vermektedir. Bu teorilerden en basit ve araştırmacıları tarafından en çok kullanılan, Euler ve Bernoulli tarafından tanımlanmış, Euler-Bernoulli kiriş teorisi olarak adlandırılmıştır. Bu teorinin temel bir varsayımı, kirişin enine kesitinin kendi düzleminde sonsuz derecede rijit olduğu, yani enine kesit düzleminde hiçbir deformasyonun meydana gelmediğidir. Sonuç olarak, düzlem içi yer değiştirme alanı sadece iki doğrultuda rijit gövdenin ötelenmesi ve bir gövdenin de dönmesi ile temsil edilebilir. Bu temel varsayım, sadece kesitin düzlem içi yer değiştirmeleri ile ilgilidir.

İki ilave varsayım, bölümün düzlem dışı yer değiştirmeleri ile ilgilidir: deformasyon sırasında, kesitin kirişin deforme eksenine düzlem ve normal kalacağı varsayılmıştır.

2.7.1 Euler-Bernoulli kabulleri (varsayımları)

Şekil 2.1, her iki ucundan M büyüklüğünde eğilme momentine maruz kalan, uzunluğu boyunca sabit özelliklere sahip uzun bir kirişin idealize edilmiş kiriş modelini göstermektedir. Bu yükleme türüne genellikle "basit eğilme" denir. Kirişin enine kesitinin şekil düzlemine göre simetrik olduğu varsayılır ve eğilme bu simetri düzleminde gerçekleşir.



Şekil 2.1. Her iki ucu eğilme momentinde sonsuz uzunluklu kiriş (Bauchau, O. A. 2009'dan değiştirilerek alınmıştır)

Eğilme momenti ve fiziksel özelliklerin tümü kirişin açıklığı boyunca sabittir. Bu nedenle, kirişin deformasyonu, sabit bir eğrilige yol açan eksen boyunca her noktada aynı olmalıdır. Bunun anlamı, kirişin sabit bir eğilme eğrisi, yani merkezi O olan bir daire şeklinde deforme olduğu anlamına gelir. Şekil 2.1 kirişin küçük bir bölümünü göstermektedir. Bu eleman A ve B noktalarında iki normal düzlem tarafından oluşturulmuş(kesiti alınmış), kesit isimleri S ile ifade edilmiş ve iki enine kesit ile sınırlanmıştır.

Eğilme momentinin etkisi altında, Şekil 2.1’de gösterilen, uçları S’ kesitleri ile tanımlanmış olan kiriş parçası dairesel bir şekilde deforme olur. Deformasyondan sonra, kiriş, deforme olmuş eksene dik olan herhangi bir düzleme göre simetriktir. Deforme olmuş kesit bu simetri olma zorunluluğunu yerine getirmesi gerektiğinden, kirişin deforme eksenine dik ve düzlemsel kalması gerekir.

Daha gerçekçi bir problem için, örnek olarak belirli sınır koşullarına ve uygulanan enine yüklere sahip sonlu uzunluklu bir kirişin, eğilme momenti dağılımı aralık boyunca değişir ve yukarıdaki idealize edilmiş problem için kullanılan simetri argümanları artık geçerli değildir. Bununla birlikte, mukayeseye göre, aşağıdaki kinematik varsayımlar yapılacaktır.

Varsayım 1: Kesit, kendi düzleminde sonsuz rijittir.

Varsayım 2: Kirişin kesiti deformasyondan sonra düzlem kalır.

Varsayım 3: Kesit, kirişin deforme olan eksenine normal kalır.

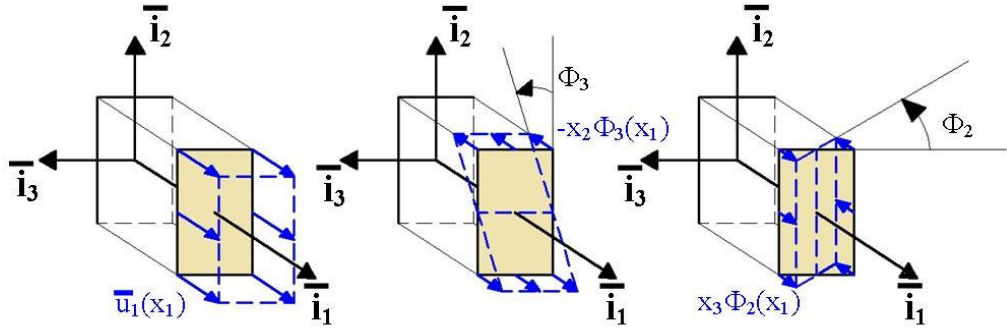
Bu varsayımlar, kirişler için Euler-Bernoulli varsayımları olarak bilinir. Bu varsayımların, katı kesitli izotropik malzemelerden yapılmış uzun, ince kirişler için geçerli olduğu bilinmelidir. Bu koşullardan biri veya birkaçı sağlanmadığında, Euler-Bernoulli kiriş teorisinin öngörülleri yanlış olabilir. Euler-Bernoulli varsayımlarının matematiksel ve fiziksel etkileri bir sonraki bölümde incelenecektir.

2.7.2 Euler-Bernoulli varsayımlarının içeriği

Üçlü eksen takımı $I = (\bar{i}_1, \bar{i}_2, \bar{i}_3)$ ’ü x_1, x_2 ve x_3 koordinatlarıyla düşünülürse, bu eksen kümesi kiriş kesitinin bir noktasına bağlanmıştır; \bar{i}_1 kirişin ekseni boyunca devam eden eksen, \bar{i}_2 ve \bar{i}_3 ise kesit düzlemini tanımlayan eksenlerdir. $u_1(x_1, x_2, x_3)$, $u_2(x_1, x_2, x_3)$, ve $u_3(x_1, x_2, x_3)$ kirişin rastgele bir noktasının sırasıyla \bar{i}_1, \bar{i}_2 ve \bar{i}_3 yönleri boyunca yer değiştirmesine izin verilir (Bauchau, O. A. 2009).

İlk Euler-Bernoulli varsayımı, kesitin kendi düzleminde deforme olmadığını gösterir. Bu nedenle, enine kesit düzlemindeki yer değiştirme alanı yalnızca iki katı cisim ötelenmesinden oluşur $\bar{u}_2(x_1)$ ve $\bar{u}_3(x_1)$ (Bauchau, O. A. 2009).

$$u_2(x_1, x_2, x_3) = \bar{u}_2(x_1), \quad u_3(x_1, x_2, x_3) = \bar{u}_3(x_1), \quad (2.23)$$



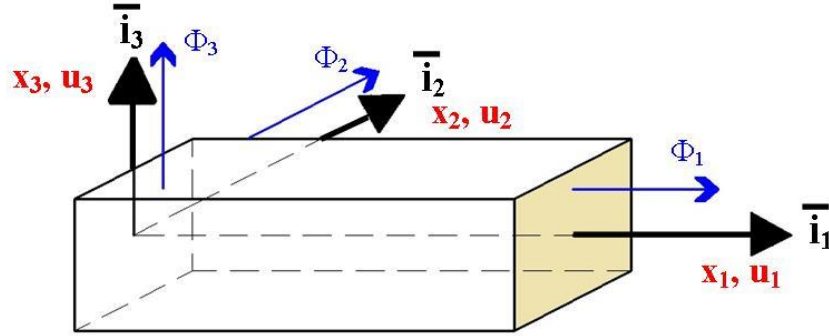
Şekil 2.2. Eksenel yer değiştirme alanının ayrışması (Bauchau, O. A. 2009'dan değiştirilerek alınmıştır)

İkinci Euler-Bernoulli varsayımı, kesitin deformeşondan sonra düz kaldığını belirtir. Bu, Şekil 2.2'de gösterildiğı gibi bir rijit cisim ötelenmesi ($\bar{u}_1(x_1)$) ve iki rijit cisim dönüşünden ($\bar{\Phi}_2(x_1)$, $\bar{\Phi}_3(x_1)$) oluşan bir eksenel yer değiştirme alanı anlamına gelir (Bauchau, O. A. 2009). O halde eksenel yer değiştirme;

$$u_1(x_1, x_2, x_3) = \bar{u}_1(x_1) + x_3\bar{\Phi}_2(x_1) - x_2\bar{\Phi}_3(x_1), \quad (2.24)$$

Eksen sistemindeki orijinin kesit üzerindeki yeri henüz belirlenmemiş durumdadır. İşaret kuralına dikkat edilirse: $\bar{u}_1(x_1)$, $\bar{u}_2(x_1)$ ve $\bar{u}_3(x_1)$ kesitlerinin rijit cisim ötelenmeleri sırasıyla eksen \bar{i}_1 , \bar{i}_2 ve \bar{i}_3 yönünde pozitiftir; $\bar{\Phi}_2(x_1)$ ve $\bar{\Phi}_3(x_1)$ kesitin rijit cisim dönüşleri, sırasıyla \bar{i}_2 ve \bar{i}_3 eksenleri üzerinde pozitiftir. Şekil 2.3 bu çeşitli işaretleri doğru göstermektedir.

Üçüncü Euler-Bernoulli varsayımı, kesitin kirişin deforme olmuş eksenine normal kaldığını belirtir. Şekil 2.4'te gösterildiği gibi bu ifade, kirişin eğiminin ve kesitin dönmesinin eşitliği anlamına gelir;



Şekil 2.3. Bir kirişin yer değiştirmeleri ve dönmeleri için işaret konvansiyonu (Bauchau, O. A. 2009'dan değiştirilerek alınmıştır)

$$\Phi_3 = \frac{du_2}{dx_1}, \quad \Phi_2 = -\frac{du_3}{dx_1}. \quad (2.25)$$

İkinci denklemdaki eksi işareti, kesit yer değiştirmeleri ve rotasyonlar için işaret kuralının bir sonucudur.

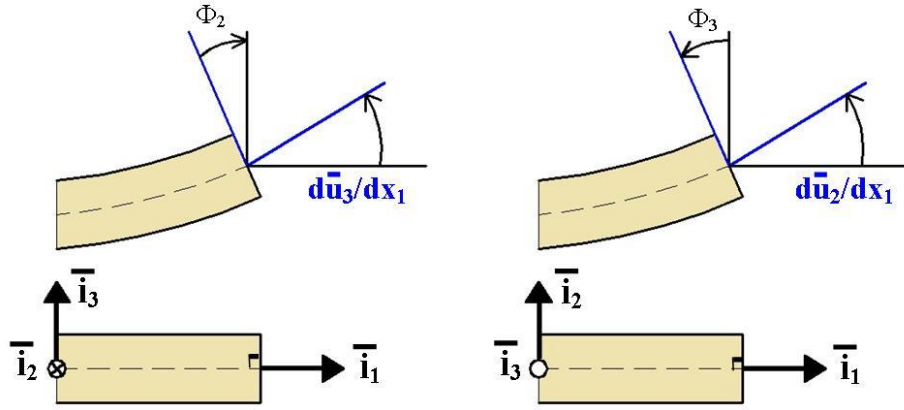
Denklem (2.25), kesitsel dönüşü, aksenal yer değiştirme alanından çıkarmak için kullanılabilir. Burada Euler-Bernoulli kirişleri için tam deplasman alanı:

$$u_1(x_1, x_2, x_3) = \bar{u}_1(x_1) - x_3 \frac{du_3(x_1)}{dx_1} - x_2 \frac{du_2(x_1)}{dx_1} \quad (2.26 a)$$

$$u_2(x_1, x_2, x_3) = \bar{u}_2(x_1) \quad (2.26 b)$$

$$u_3(x_1, x_2, x_3) = \bar{u}_3(x_1) \quad (2.26 c)$$

Kirişin üç boyutlu yer değiştirme alanının tamamı $\bar{u}_1(x_1)$, $\bar{u}_2(x_1)$ ve $\bar{u}_3(x_1)$ ve bunların x 'e göre türevleri üç kesitin yer değiştirmesi olarak ifade edilebilir. Bu önemli basitleştirme, Euler-Bernoulli varsayımlarından kaynaklanır ve bir boyutlu kiriş teorisinin geliştirilmesine izin verir (Bauchau, O. A. 2009).



Şekil 2.4. Kiriş eğimi ve kesitsel dönüş (Bauchau, O. A. 2009'dan değiştirilerek alınmıştır)

$$\epsilon_1 = \frac{du_1}{dx_1}, \quad \epsilon_2 = \frac{du_2}{dx_2}, \quad \epsilon_3 = \frac{du_3}{dx_3} \quad (2.27)$$

$$\zeta_{23} = \frac{du_2}{dx_3} + \frac{du_3}{dx_2}, \quad \zeta_{13} = \frac{du_1}{dx_3} + \frac{du_3}{dx_1}, \quad \zeta_{12} = \frac{du_1}{dx_2} + \frac{du_2}{dx_1} \quad (2.28)$$

Burada ζ açısız bozulmayı ifade eder. Şekil değiştirme alanını bulmak için denklemler (2.27) ve (2.28) kullanılarak denklemler (2.26) ile tanımlanan yer değiştirme alanından hesaplanabilir.

$$\epsilon_2 = \frac{du_2}{dx_2} = 0; \quad \epsilon_3 = \frac{du_3}{dx_3} = 0; \quad \zeta_{23} = \frac{du_2}{dx_3} + \frac{du_3}{dx_2} = 0, \quad (2.29a)$$

$$\zeta_{12} = \frac{du_1}{dx_2} + \frac{du_2}{dx_1} = 0, \quad \zeta_{13} = \frac{du_1}{dx_3} + \frac{du_3}{dx_1} = 0, \quad (2.29b)$$

$$\epsilon_1 = \frac{du_1}{dx_1} = \frac{d\bar{u}_1(x_1)}{dx_1} - x_3 \frac{d^2\bar{u}_3(x_1)}{dx_1^2} - x_2 \frac{d^2\bar{u}_2(x_1)}{dx_1^2}. \quad (2.29c)$$

Bu noktada, sadece yayılma değişkenine (x_1) bağlı olan bölgesel deformasyonlar için aşağıdaki gösterimi sunmak uygundur.

$$\bar{\epsilon}_1(x_1) = \frac{d\bar{u}_1(x_1)}{dx_1}, \quad \kappa_2(x_1) = \frac{d^2\bar{u}_3(x_1)}{dx_1^2}, \quad \kappa_3(x_1) = \frac{d^2\bar{u}_2(x_1)}{dx_1^2} \quad (2.30)$$

Burada $\bar{\epsilon}_1$ kesitsel aksnel gerinimdir. κ_2 ve κ_3 , sırasıyla \bar{i}_2 ve \bar{i}_3 aksneleri etrafındaki kesit eğriliğidir. Bu kesitsel gerinimlerin yardımıyla, kesit üzerindeki aksnel gerilme dağılımı (denklem 2.29c);

$$\bar{\epsilon}_1(x_1, x_2, x_3) = \bar{\epsilon}_1(x_1) + x_3\kappa_2(x_1) - x_2\kappa_3(x_1). \quad (2.31)$$

Şeklinde ifade edilebilir (Bauchau, O. A. 2009). Denklem (2.29a)'e bakıldığında düzlem içi gerilme alanının kaybolması, enine kesitin kendi düzleminde sonsuz derecede rijit olduğunu varsaymanın doğrudan bir sonucudur. Denklem (2.29b) ile ima edilen enine kesme gerinim alanının ortadan kalkması, enine kesitin kirişin deforme olmuş akseline normal kalacağını varsaymanın doğrudan bir sonucudur. Ve son olarak, aksnel gerinimlerin denklem (2.31) ile ifade edilen enine kesit üzerindeki doğrusal dağılımı, enine kesitin düzlem kaldığını varsaymanın doğrudan bir sonucudur. (2.29a), (2.29b) ve (2.31) denklemleri, birim şekil değiştirme alanının tahmin edilmesinde, Euler-Bernoulli varsayımlarının matematiksel ifadesidir.

2.7.3 Gerilme bileşenleri

Kiriş teorisinin amacı, yalnızca kesitsel büyüklükleri içeren, yani, sadece yayılma değişkenine (x_1) bağlı olan büyüklükler içeren üç boyutlu kiriş yapısının tek boyutlu bir modelini geliştirmektir.

Bir önceki bölüme benzer şekilde, (2.29a), (2.29b) ve (2.31) denklemleriyle verilen üç boyutlu gerinim alanının tamamı, kesit gerilmeleri ve eğrilikler cinsinden ifade edilir.

Kirişte üç boyutlu gerilme alanları, gerilme bileşenleri denilen kesitsel gerilmeler yönünden tanımlanacaktır. Bu gerilim bileşenleri, gerilim alanının belirli bileşenlerine (dengede olamayanlarla) eşdeğerdir.

Tanımlanan üç kuvvet bileşeni: kirişin \bar{i}_1 akseni boyunca hareket eden aksnel kuvvet $N_1(x_1)$ ve sırasıyla \bar{i}_2 ve \bar{i}_3 aksneleri boyunca hareket eden $V_2(x_1)$ ve $V_3(x_1)$ enine kesme kuvvetleri aşağıdaki gibi tanımlanır.

$$N_1(x_1) = \int_A \sigma_1(x_1, x_2, x_3) dA \quad (2.32)$$

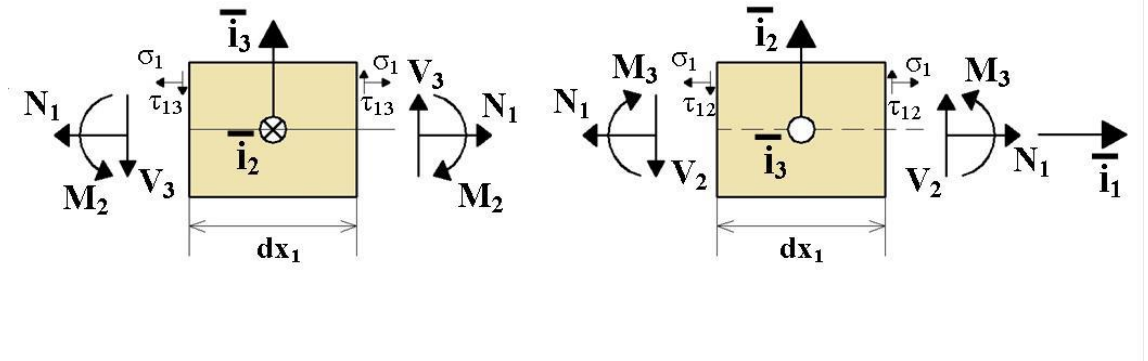
$$V_2(x_1) = \int_A \tau_{12}(x_1, x_2, x_3) dA, \quad V_3(x_1) = \int_A \tau_{13}(x_1, x_2, x_3) dA \quad (2.33)$$

Bu denklemde, A kirişin kesit alanıdır. Daha sonra, iki moment bileşeni belirlenir: sırasıyla \bar{i}_2 ve \bar{i}_3 eksenleri üzerinde etki eden eğilme momentleri $M_2(x_1)$ ve $M_3(x_1)$ aşağıdaki gibi tanımlanır:

$$M_2(x_1) = \int_A x_3 \sigma_1(x_1, x_2, x_3) dA, \quad (2.34)$$

$$M_3(x_1) = - \int_A x_2 \sigma_1(x_1, x_2, x_3) dA. \quad (2.35)$$

Eksen \bar{i}_3 etrafında pozitif bir eşdeğer eğilme momenti vermek için gerekli olan $M_3(x_1)$ tanımındaki eksi işaretine dikkat edilmelidir. Kuvvetler ve momentler için işaret düzeni, Şekil 2.5'te gösterilmiştir.



Şekil 2.5. Eksenel gerilme bileşenlerine ilişkin işaret düzeni (Bauchau, O. A. 2009'dan değiştirilerek alınmıştır)

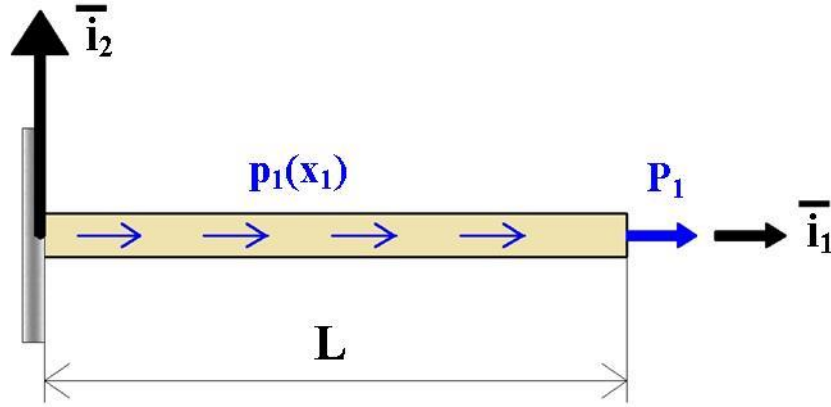
Yukarıdaki tanımlarda, eğilme momentleri eksenlerin orijinine göre hesaplanır. Bununla birlikte, bazı durumlarda, kesitin belirli bir noktasından geçen \bar{i}_2 ve \bar{i}_3 'ye paralel eksenler üzerindeki eğilme momentlerinin hesaplanması avantajlı olacaktır. Kesit üzerindeki koordinatların $(x_{2p}; x_{3p})$ P noktası ile hesaplanan eğilme momentleri;

$$M_2^p(x_1) = \int_A (x_3 - x_{3,p}) \sigma_1(x_1, x_2, x_3) dA, \quad (2.36a)$$

$$M_3^p(x_1) = - \int_A (x_2 - x_{2,p}) \sigma_1(x_1, x_2, x_3) dA. \quad (2.36b)$$

2.7.4 Eksenel yüke maruz kirişler

Şekil 2.6’da eksenel şekilde uç noktasından tekil olarak P_1 yüklenmiş ve yayılı yüke ($P_1(x_1)$) maruz bırakılmış kiriş modeli gösterilmiştir. Yayılı eksenel yükler, birim uzunluk başına uygulanan kuvvet birimi (SI birim sisteminde N/m), tekil eksenel yüklerde kuvvet birimidir (SI sisteminde N). Bu yüklerin etkisiyle, kiriş uzayacak, eksenel bir yer değiştirme alanı $\bar{u}_1(x_1)$ oluşturacaktır. Ayrıca, kirişte eksenel kuvvetler ve eksenel gerilmeler meydana gelecektir.



Şekil 2.6. Eksenel yüke maruz kiriş (Bauchau, O. A. 2009’den değiştirilerek alınmıştır)

2.7.5 Kinematik tanımlama

Yukarıda açıklanan Euler-Bernoulli varsayımları mevcut analizin temelini oluşturur. Ayrıca, eksenel yüklerin sadece eksenel yer değiştirmeye neden olduğunu varsaymak makul görünmektedir. Denklem (2.26) ile açıklanan genel deplasman alanı daha sonra;

$$u_1(x_1; x_2; x_3) = \bar{u}_1(x_1); \quad (2.37a)$$

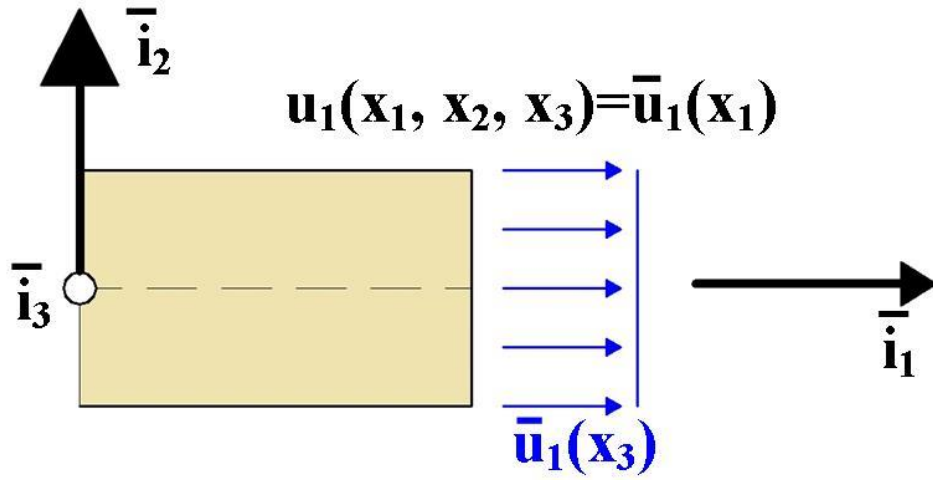
$$u_2(x_1; x_2; x_3) = 0; \quad (2.37b)$$

$$u_3(x_1; x_2; x_3) = 0; \quad (2.37c)$$

İlgili aksenal gerilme alanı:

$$\epsilon_1(x_1; x_2; x_3) = \bar{\epsilon}_1(x_1): \quad (2.38)$$

Eksenal birim şekil değiştirme, kiriş kesitinin üzerinde üniform olarak dağılır. Sonuç olarak yüke maruz bırakılmış kiriş modeli, şekil 2.7'de gösterilmektedir.



Şekil 2.7. Aksenal yer değiştirme dağılımı (Bauchau, O. A. 2009'dan değiştirilerek alınmıştır)

2.7.6 Aksenal bünye denklemi

Bu noktada, kirişin Hooke kanununa uyan, doğrusal elastik ve izotropik bir malzemeden yapıldığı varsayılmaktadır (bkz. denklem 2.39) (Bauchau, O. A. 2009). Kesit düzlemine etki eden gerilmeler σ_2 ve σ_3 aksenal gerilme bileşeni σ_1 'den daha küçük kalmalıdır. Yani, $\sigma_2 < \sigma_1$ ve $\sigma_3 < \sigma_1$ şeklinde olduğu bilinmelidir. Sonuç olarak, bu enine gerilme bileşenlerinin (σ_2 ve σ_3) çok küçük değerlere sahip olduğu varsayılmaktadır ve 0'a denk oldukları kabul edilmektedir $\sigma_2 = 0$ ve $\sigma_3 = 0$. Bu gerilme durumu için, genelleştirilmiş Hooke kanunu ile (Bauchau, O. A. 2009):

$$\epsilon_1 = \frac{1}{E} [\sigma_1 - \nu(\sigma_2 + \sigma_3)] \quad (2.39a)$$

$$\epsilon_2 = \frac{1}{E} [\sigma_2 - \nu(\sigma_1 + \sigma_3)] \quad (2.39b)$$

$$\epsilon_3 = \frac{1}{E} [\sigma_3 - \nu(\sigma_1 + \sigma_2)] \quad (2.39c)$$

$$\sigma_1(x_1; x_2; x_3) = E \epsilon_1(x_1; x_2; x_3). \quad (2.40)$$

Burada kayma gerilmesi ve kayma birim şekil değiştirmesi bileşenleri için bünye denklemi değişmemiştir.

Denklem 2.29a incelendiğinde, kiriş kinematığını tarif ederken, enine kesitin kendi düzleminde deforme olmadığı ve enine kesit düzlemindeki şekil değişimlerinin olmadığı varsayılmaktadır. Kirişin bünye denklemleri ile uğraşırken, enine gerilme bileşenlerinin ortadan kalktığı varsayılmaktadır. Euler-Bernoulli kiriş teorisinde hem düzlemdeki hem de enine gerilme bileşenlerinin sıfır olması varsayımları bir tutarsızlıktır. Hooke'un yasasına göre, bu iki gerilme kümesi aynı anda sıfır olamaz. Aslında, eğer $\sigma_2 = \sigma_3 = 0$ ise, denklemler (2.39b) ve (2.39c), $\epsilon_2 = -\nu\sigma_2 / E$ ve $\epsilon_3 = \nu\sigma_3 / E$ ile sonuçlanır, bu da düzlem içi gerilmelerin Poisson etkisinden dolayı ortadan kalkmadığı anlamına gelir. Bu etki çok küçük olduğu için, kirişin kinematığını açıklarken bu düzlem içi gerilme bileşenlerinin sıfır olarak varsayılması çoğu problem için önemli hatalara neden olmaz.

Eksenel birim şekil değiştirme dağılımının (denklem 2.38) sonucu, kesit üzerinde eksenel gerilme dağılımını verir (Bauchau, O. A. 2009).

$$\sigma_1(x_1, x_2, x_3) = E \bar{\epsilon}_1(x_1): \quad (2.41)$$

Kiriş içindeki eksenel kuvvet, bu eksenel gerilme dağılımını denklem (5.32)'de yerine koymak suretiyle elde edilebilir (Bauchau, O. A. 2009).

$$N_1(x_1) = \int_A \sigma_1(x_1, x_2, x_3) dA = \left[\int_A E dA \right] \bar{\epsilon}_1(x_1) = S \bar{\epsilon}_1(x_1). \quad (2.42)$$

Kesitsel eksenel birim şekil değiştirmenin $\bar{\epsilon}_1(x_1)$ sadece kirişin açıklığı boyunca değişmesinden dolayı kesit üzerinde integralin çarpanlarına ayrılması mümkündür.

Kesitin aksel gerinimi $\bar{\epsilon}_1(x_1)$ sadece kirişin genişliği boyunca değiştiğinden, kesit üzerindeki integral dışına alınabilir. Kirişin aksel rijitliği S daha sonra aşağıda ki gibi tanımlanır:

$$S = \int_A E dA \quad (2.43)$$

Eğer kesit, elastisite modülü (E) ile homojen bir malzemeden yapılmışsa, bölümün aksel rijitliği $S = E \int_A dA = EA$ olur (Bauchau, O. A. 2009).

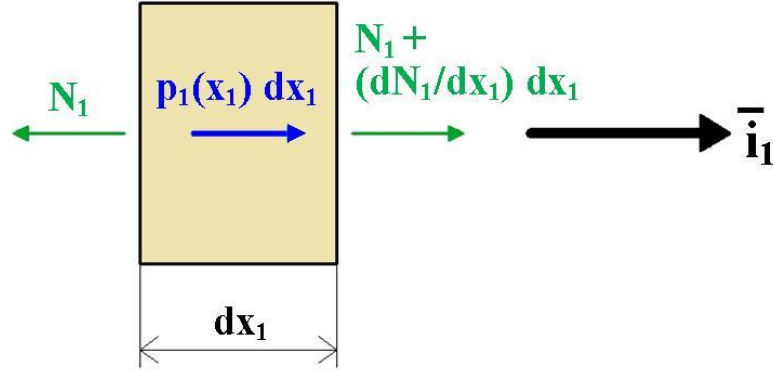
Denklem (2.42), kirişin aksel davranışı için bünye denklemdir. Aksel kuvvet ile kesitsel aksel birim şekil değiştirme arasındaki orantıyı, aksel sertlik olarak adlandırılan orantılılık sabiti ile ifade eder. Bu bünye denklemi kesitsel düzeyde, Hooke yasası ise (2.40) yerel, sonsuz düzeyde yazılmıştır (Bauchau, O. A. 2009).

2.7.7 Denge denklemleri

Formülasyonu tamamlamak için, denge denklemlerinin bu problem için türetilmesi gerekir. Uzunluğu dx_1 olan kirişin sonsuz bir kesiti şekil 2.8'de gösterilmektedir. Bu şekilde, aksel kuvvetin $N_1(x_1)$, x_1 konumundaki yüze etki ettiği gösterilmiştir. Taylor serisi açılımı kullanılarak, $x_1 + dx_1$ konumundaki yüze etkiyen aksel kuvveti $N_1 + (dN_1 / dx_1) dx_1$ bulunur; açılımın geri kalanı daha yüksek diferansiyel mertebededir (Bauchau, O. A. 2009). Şekil 2.8'de gösterilen serbest diyagram şeması üzerinde, aksel yönde etkiyen kuvveti toplamak, aşağıdaki denge denklemini verir.

$$\frac{dN_1}{dx_1} = -p1 \quad (2.44)$$

Bu denklem Newton kanununun doğrudan bir sonucudur. Genel denge denklemleri, üç boyutlu bir katının diferansiyel bir elemanı için denge koşullarını ifade ederken, mevcut denklem, dx_1 diferansiyel uzunluklu bir kiriş diliminin dengesini ifade eder.



Şekil 2.8. Kirişin sonsuz küçük bir dilimine etki eden eksenel kuvvetler (Bauchau, O. A. 2009'dan değiştirilerek alınmıştır)

2.7.8 Yönetim denklemleri

Son olarak, problemin yönetim denklemi, eksenel kuvvetin eşitlik (2.42)'nin eşitlik (2.44)'e eklenmesiyle ve kesitsel eksenel yer değiştirmenin (Denklem 2.30) tanımının hatırlatılmasıyla bulunur (Bauchau, O. A. 2009).

$$\frac{d}{dx_1} [S \frac{d\bar{u}_1}{dx_1}] = -p_1(x_1) \quad (2.45)$$

Bu ikinci dereceden diferansiyel denklem, verilen eksenel yük dağılımı ($p_1(x_1)$) eksenel yer değiştirme alanı ($\bar{u}_1(x_1)$) için çözülebilir. Denklem (2.45) çözümü için kirişin her iki ucunda iki sınır koşulu gereklidir. Tipik olarak sınır koşulları:

1. Sabit (veya ankastre) bir uç hiçbir eksenel yer değiştirmeye izin vermez, yani:

$$\bar{u}_1 = 0$$

2. Serbest (boş) bir uç $N_1 = 0$ 'a karşılık gelir; denklem 2.42 kullanılarak:

$$\frac{d\bar{u}_1}{dx_1} = 0$$

3. Son olarak, eğer kirişin ucu tekil bir p_1 yüküne maruz kalırsa, sınır koşulu $N_1 = p_1$ 'dir;

$$S \frac{d\bar{u}_1}{dx_1} = p_1$$



3. MATERYAL VE YÖNTEM

Çalışmanın bu bölümünde, araştırmanın temeli olan iki önemli konuya değinilmiştir. Bunlardan birincisi modellenen kolon için kullanılacak karakteristik değerlerin belirlenmesidir. Burada öncelikle modellenecek kolon ve kiriş elemanında kullanılacak malzeme parametrelerinin belirlenmesi gerekmektedir. Bu amaçla hazırlanan dört farklı numuneden elde edilen karakteristik parametreler bölüm 3.1’de gösterilmiştir. İkinci olarak ise kolon ve kiriş elemanın sayısal modellemesinin bilinmesi gerekmektedir. Analizde kiriş ve kolon için belirtilen koşulları (elastik zeminde, elastik olarak sınırlanmış) sağlayan kiriş için sayısal bir model seçilmelidir. Bölüm 3.2’de incelenecek kolon ve kirişe ait sayısal modelleme özdeğerler denklemi olarak verilmiştir.

3.1 Malzemeler ve Karışım Oranları

Bu çalışmanın deney bölümünde, spesifik yüzey alanı ve özgül ağırlığı değerleri sırasıyla $3530 \text{ cm}^2/\text{g}$ ve 3.15 olan CEM I 42.5R tipi çimento kullanılmıştır. Çimentonun kimyasal, fiziksel ve mekanik özellikleri Çizelge 3.1’de verilmiştir.

Çizelge 3.1. Çimentonun Kimyasal bileşimi, fiziksel ve mekanik özellikleri

| Madde | (%) | Fiziksel özellikler | | |
|------------------------------------------|-------|-----------------------------------------|--------|------|
| SiO ₂ | 18.86 | Özgül ağırlık | 3.15 | |
| Al ₂ O ₃ | 5.71 | Mekanik özellikler | | |
| Fe ₂ O ₃ | 3.09 | 1-day | 14.7 | |
| CaO | 62.7 | Basınç | 2-day | 26.8 |
| MgO | 1.16 | Dayanımı (MPa) | 7-day | 49.8 |
| SO ₃ | 2.39 | | 28-day | 58.5 |
| Na ₂ O+0.658 K ₂ O | 0.92 | Narinlik | | |
| Cl ⁻ | 0.01 | Blaine özgül yüzey (cm ² /g) | 3530 | |
| Çözünmez kalıntı | 0.32 | 0.045 mm elek üzerinde kalıntı (%) | 7.6 | |
| Kızdırma kaybı | 3.2 | | | |
| serbest CaO | 1.26 | | | |

Agregaların özgül ağırlığı ve su emme kapasitesi EN 1097-6 standardına göre ölçülmüş ve Çizelge 3.2'de verilmiştir.

Çizelge 3.2. KYB karışımlarında kullanılan agregaların fiziksel özellikleri

| Tip | Boyut (mm) | Özgül ağırlık | Su emme kapasitesi (%) |
|------------|-------------------|----------------------|-------------------------------|
| Kırma | 0-4 | 2,67 | 1,2 |
| kireçtaşı | 4-12 | 2,7 | 0,7 |

Çelik lif takviyesi olarak Şekil 3.1'de gösterildiği gibi iki ucu kancalı çelik lif kullanılmıştır. Her ne kadar KYB'nin istenen kırılma tokluğunu sağlamak için etkin miktarda lif takviye edilse de (De Schutter ve Khayat 2014), işlenebilirliği ve ayrışma direnci aşırı miktarda lif içermesinden olumsuz etkilenmektedir (El-Dieb ve Reda Taha 2012, Deeb ve ark. 2014). Bu nedenle, Lif oranlarını optimize etmek gereklidir (Kantar ve ark. 2017). Deney bölümünün bu başlığı altında lif miktarı, çelik lif içeren KYB karışımlarında hacimce % 0.6 olarak belirlenmiştir. Çelik liflerin bazı mekanik ve fiziksel özellikleri Çizelge 3.3'te verilmiştir.

Çizelge 3.3. Çelik liflerin mekanik ve fiziksel özellikleri

| Tip | 1 | 2 | 3 |
|---------------------------------------|----------|----------|----------|
| Uzunluk (mm) | 30 | 35 | 50 |
| En/boy oranı | 54 | 64 | 50 |
| Çap (mm) | 0,55 | 0,55 | 1 |
| Yoğunluk (gr/cm ³) | 7,8 | 7,8 | 7,8 |
| Gerilme dayanımı (N/mm ²) | 1500 | 1500 | 1100 |



Şekil 3.1. İki ucu kancalı çelik lifler; a. En boy oranı 54; b. En boy oranı 64; c. En boy oranı 50

Bu çalışma kapsamında, lif içermeyen kontrol karışımına ek olarak, farklı görünüş oranlarına sahip çelik lif eklenerek, üç adet lif takviyeli KYB karışımı hazırlanmıştır.

Tüm karışımların su/çimento oranı, çimento içeriği ve çökme akış değerleri sırasıyla 0,40, 480 kg/m³ ve 65 ± 2 cm olarak sabit tutulmuştur. 1 m³ KYB karışımının üretimi için düzeltilmiş malzeme miktarı Çizelge 3.4'te verilmiştir.

Çizelge 3.4. 1m³ KYB için düzeltilmiş karışım miktarı

| Karışım Kodu | Çimento (kg) | Su (kg) | Agrega (kg) | | Karışım (kg) | Lif (kg) | | | Birim Ağırlık (kg/m ³) |
|--------------|--------------|---------|-------------|---------|--------------|----------|-------|-------|------------------------------------|
| | | | 0-4 mm | 4-12 mm | | 30 mm | 35 mm | 50 mm | |
| K | 494.3 | 196.5 | 1129.8 | 614.8 | 10.3 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 2440 |
| L30 | 491.3 | 196.5 | 1112.7 | 606.0 | 11.6 | 47.9 | 0.0 | 0.0 | 2466 |
| L35 | 491.2 | 196.5 | 1112.4 | 605.8 | 11.1 | 0.0 | 47.9 | 0.0 | 2465 |
| L50 | 491.7 | 196.7 | 1113.5 | 606.4 | 10.7 | 0.0 | 0.0 | 47.9 | 2467 |

3.2 Yöntem

Araştırma için elastik olarak sınırlanmış elastik ortamda veya elastik bir zemin üzerinde kiriş ve kolon modeli seçilmiştir. Şekil 3.2 ve şekil 3.3 bu iki modeli görsel olarak ifade etmektedir. Bu bölümde, tasarlanan bu model için sayısal yöntemler gösterilecektir. Bu iki yöntem M. Özgür Yaylı tarafından önerilmiştir (Yaylı ve ark. 2014, Yaylı 2018a).

3.2.1 Test prosedürü

Taze beton durumunda, EFNARC (The European Guidelines for Self-Compacting Concrete 2005) tarafından önerilen KYB karışım kriterlerine göre, KYB karışımları üzerinde T50 akış testi, T50 zaman tayini, V hunisi testleri yapıldı. Bahsedilen özellikler 20 dakika aralıkla 60 dakikaya kadar ölçülmüştür.

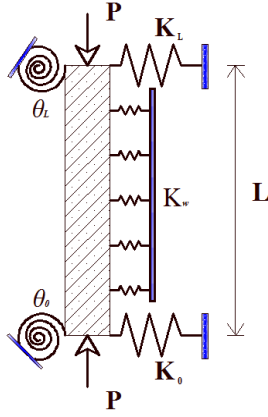
Sertleşmiş beton durumunda, 7 ve 28 günlük basınç dayanımı ve 28 günlük KYB karışımlarının elastisite modülü değerleri, 100 mm küp numunelerinde ve 10x20 cm silindirik numunelerde test edildi. 7 ve 28 günlük basınç dayanımı ve 28 günlük elastisite modülü testi TS EN 12390-3 ve ASTM C469 standartlarına göre yapılmıştır.

3.2.2 Elastik ortamda elastik olarak sınırlanmış kolonun burkulmasına yönelik analitik formülasyon

Şekil 3.2, kolon uzunluğu boyunca elastik olarak sınırlandırılmış ve farklı sınır koşullarına sahip olan Euler kolon modelini göstermektedir (Timoshenko ve Gere 2009, Wang ve ark. 2004);

$$\frac{d^2}{dx^2} \left[EI \frac{d^2 y}{dx^2} \right] + P \frac{d^2 y}{dx^2} + k_w y = 0 \quad (3.1)$$

Denklem (3.1)'de, EI eğilme rijitliği, P kolon uç noktalarından uygulanan eksenel yük, k_w ise sütun uzunluğu boyunca her bir birim uzunluk için uygulanan, Winkler sabiti olarak bilinen elastik sınırlama katsayısıdır. Yaylı (2018a) çalışmasında, Fourier sinüs serisinin yanal yer değiştirmelerini sınırlayan stabilite denklemlerinin geliştirilmesine yönelik kolon modelini temsil eden bir katsayılar matrisi elde etmiştir. Bu kolon modeli Stokes dönüşümleri içermektedir. Bu yaklaşımla, Euler sütunlarının burkulma analizinin farklı sınır koşulları altında gerçeğe daha yakın sonuçlar vereceği belirtilmiştir.



Şekil 3.2. Elastik olarak sınırlanmış kolon modeli

Stoke dönüşümünü uygulamak amacıyla, basınç altındaki yanal yer değiştirme fonksiyonu $y(x)$ aşağıda üç ayrı biçimde tarif edilmiştir:

$$y(x) = \begin{cases} \delta_0 & x = 0 \\ \delta_L & x = L \\ \sum_{n=1}^{\infty} C_n \sin \left[\frac{n\pi x}{L} \right] & 0 < x < L \end{cases} \quad (3.2)$$

3.2.3 Stokes dönüşümü ile yer değiştirme fonksiyonunun elde edilmesi

Yer değiştirme fonksiyonu, Stokes dönüşümü ve Fourier serileri kullanılarak Kim ve Kim (2001) tarafından elde edilmiştir. Denklem (3.2)'deki Fourier sinüs katsayıları, aşağıdaki denklem göz önünde bulundurularak elde edilir:

$$C_n = \int_0^L y(x) \sin \left(\frac{n\pi x}{L} \right) dz \quad (3.3)$$

$y(x)$ fonksiyonunun türevi alınması ile:

$$y'(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n\pi}{L} C_n \cos \left[\frac{n\pi x}{L} \right] dz \quad (3.4)$$

Yukarıdaki denklem, bir Fourier kosinüs serisi ile temsil edilebilir:

$$y'(x) = b_0 + \sum_{n=1}^{\infty} b_n \cos \left[\frac{n\pi x}{L} \right] dz \quad (3.5)$$

Denklem (3.5)'te verilen katsayılar;

$$b_0 = \frac{2}{L} \int_0^L y'(x) dx = \frac{2}{L} [y(L) - y(0)] \quad (3.6)$$

$$b_n = \frac{2}{L} \int_0^L y'(x) \cos \left[\frac{n\pi x}{L} \right] dx, \quad n = 1, 2, \dots \quad (3.7)$$

kısmi integrasyon ile;

$$b_n = \frac{2}{L} \left[y(x) \cos \left[\frac{n\pi x}{L} \right] \right]_0^L + \frac{2}{L} \left[\frac{n\pi}{L} \int_0^L y(x) \sin \left[\frac{n\pi x}{L} \right] dx \right] \quad (3.8)$$

$$b_n = \frac{2}{L} [(-1)^n y(L) - y(0)] \frac{L}{0} + \frac{n\pi}{L} C_n \quad (3.9)$$

Benzer prosedür kullanılarak daha yüksek mertebeden türevler aşağıdaki gibi elde edilebilir.

$$\frac{dy(x)}{dx} = \frac{\delta_L - \delta_0}{L} + \sum_{n=1}^{\infty} \cos(\alpha_n x) \left(\frac{2((-1)^n \delta_L - \delta_0}{L} + \alpha_n C_n \right) \quad (3.10)$$

$$\frac{d^2 y(x)}{dx^2} = - \sum_{n=1}^{\infty} \alpha_n \sin(\alpha_n x) \left(\frac{2((-1)^n \delta_L - \delta_0}{L} + \alpha_n C_n \right) \quad (3.11)$$

$$\frac{d^3 y(x)}{dx^3} = \frac{\delta_L'' - \delta_0''}{L} + \sum_{n=1}^{\infty} \cos(\alpha_n x) \left(\frac{2((-1)^n \delta_L'' - \delta_0''}{L} - \alpha_n^2 \left(\frac{2((-1)^n \delta_L - \delta_0}{L} + \alpha_n C_n \right) \right) \quad (3.12)$$

$$\frac{d^4 y(x)}{dx^4} = - \sum_{n=1}^{\infty} \alpha_n \sin(\alpha_n x) \left(\frac{2((-1)^n \delta_L'' - \delta_0''}{L} - \alpha_n^2 \left(\frac{2((-1)^n \delta_L - \delta_0}{L} + \alpha_n C_n \right) \right) \quad (3.13)$$

Burada

$$\alpha_n = \frac{n\pi}{L}$$

Denklemler (1), (2), (11) ve (13) kullanılarak, C_n katsayısı aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$C_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2\alpha_n((-a)^n(\delta_L(P - EI\alpha_n^2) + EI\delta_L'') + \delta_0(EI\alpha_n^2 - P) - EI\delta_0'')}{L(EI\alpha_n^4 + k_w - P\alpha_n^2)} \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right) \quad (3.14)$$

Yer değiştirme fonksiyonu, Fourier bileşenlerinin bir toplamı olarak yorumlanmıştır (Yaylı 2018a):

$$y(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2\alpha_n((-a)^n(\delta_L(P - EI\alpha_n^2) + EI\delta_L'') + \delta_0(EI\alpha_n^2 - P) - EI\delta_0'')}{L(EI\alpha_n^4 + k_w - P\alpha_n^2)} \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right) \quad (3.15)$$

Burada k_w elastik ortam koşullarını sağlayan yay katsayısıdır. Bu parametre sıfır olarak alındığında, yukarıdaki formülasyon elastik sınırlama içermeyen bir Euler kolonu için yararlı olur.

3.2.4 Farklı sınır koşulları için çözümler metodolojisi

Sürekli bir elastik sınırlamaya sahip Euler kolonunun (bkz. Şekil 3.2), ötelenmesi ve dönmesinin yaylar vasıtasıyla elastik olarak sınırlandırıldığı varsayılmaktadır (Yaylı 2018a).

Bu durumda, sınır koşulları aşağıdaki gibidir.

$$K_0\delta_0 = -EI \frac{d^3 y(x)}{dx^3}, \quad x = 0 \quad (3.16)$$

$$K_L\delta_L = -EI \frac{d^3 y(x)}{dx^3}, \quad x = L \quad (3.17)$$

$$\theta_0 \frac{dy(x)}{dx} = EI \frac{d^2 y(x)}{dx^2}, \quad x = 0 \quad (3.18)$$

$$\theta_L \frac{dy(x)}{dx} = -EI \frac{d^2y(x)}{dx^2}, \quad x = L \quad (3.19)$$

Buradaki K_0 , K_L , θ_0 ve θ_L , ötelenme ve dönme yay sabitleridir. Denklemler (3.10), (3.12) ve (3.15) 'in yukarıdaki sınır şartlarında yerlerine konulması ile dört homojen denklem elde edilir:

$$\begin{aligned} & (-\bar{K}_0 - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n^2\pi^2\bar{K}_w}{n^4\pi^4 - \bar{P}_b n^2\pi^2 + K_w}) \frac{\delta_0}{L^2} + (\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n^2(-1)^n\pi^2\bar{K}_w}{n^4\pi^4 - \bar{P}_b n^2\pi^2 + K_w}) \frac{\delta_L}{L^2} + \\ & (1 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2(\bar{K}_w - \bar{P}_b n^2\pi^2)}{n^4\pi^4 - \bar{P}_b n^2\pi^2 + K_w}) \delta_0'' + (1 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2(-1)^n(\bar{K}_w - \bar{P}_b n^2\pi^2)}{n^4\pi^4 - \bar{P}_b n^2\pi^2 + K_w}) \delta_L'' = 0 \end{aligned} \quad (3.20)$$

$$\begin{aligned} & (\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n^2(-1)^n\pi^2\bar{K}_w}{n^4\pi^4 - \bar{P}_b n^2\pi^2 + K_w}) \frac{\delta_0}{L^2} + (-\bar{K}_L - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n^2\pi^2\bar{K}_w}{n^4\pi^4 - \bar{P}_b n^2\pi^2 + K_w}) \frac{\delta_L}{L^2} \\ & + (1 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2(-1)^n(\bar{K}_w - \bar{P}_b n^2\pi^2)}{n^4\pi^4 - \bar{P}_b n^2\pi^2 + K_w}) \delta_0'' + (1 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2(\bar{K}_w - \bar{P}_b n^2\pi^2)}{n^4\pi^4 - \bar{P}_b n^2\pi^2 + K_w}) \delta_L'' = 0 \end{aligned} \quad (3.21)$$

$$\begin{aligned} & -(\bar{\theta}_0 + 2\bar{\theta}_0 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\bar{K}_w}{n^4\pi^4 - \bar{P}_b n^2\pi^2 + K_w}) \frac{\delta_0}{L^2} + (\bar{\theta}_0 + 2\bar{\theta}_0 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n\bar{K}_w}{n^4\pi^4 - \bar{P}_b n^2\pi^2 + K_w}) \frac{\delta_L}{L^2} \\ & + (-1 - 2\bar{\theta}_0 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2\pi^2}{n^4\pi^4 - \bar{P}_b n^2\pi^2 + K_w}) \delta_0'' + (2\bar{\theta}_0 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2\pi^2(-1)^n}{n^4\pi^4 - \bar{P}_b n^2\pi^2 + K_w}) \delta_L'' = 0 \end{aligned} \quad (3.22)$$

$$\begin{aligned} & -(\bar{\theta}_L + 2\bar{\theta}_L \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n\bar{K}_w}{n^4\pi^4 - \bar{P}_b n^2\pi^2 + K_w}) \frac{\delta_0}{L^2} + (\bar{\theta}_L + 2\bar{\theta}_L \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\bar{K}_w}{n^4\pi^4 - \bar{P}_b n^2\pi^2 + K_w}) \frac{\delta_L}{L^2} + \\ & (2\bar{\theta}_L \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2\pi^2(-1)^n}{n^4\pi^4 - \bar{P}_b n^2\pi^2 + K_w}) \delta_0'' + (-1 - 2\bar{\theta}_L \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2\pi^2}{n^4\pi^4 - \bar{P}_b n^2\pi^2 + K_w}) \delta_L'' = 0 \end{aligned} \quad (3.23)$$

Burada;

$$\bar{\theta}_L = \frac{\theta_L L}{EI} \quad (3.24)$$

$$\bar{\theta}_0 = \frac{\theta_0 L}{EI} \quad (3.25)$$

$$\bar{K}_0 = \frac{K_0 L^3}{EI} \quad (3.26)$$

$$\bar{K}_L = \frac{K_L L^3}{EI} \quad (3.27)$$

$$\bar{K}_w = \frac{k_w L^4}{EI} \quad (3.28)$$

$$\bar{P}_b = \frac{PL^2}{EI} \quad (3.29)$$

Lineer cebirsel eşitlik sistemi $(\frac{\delta_0}{L^2}, \frac{\delta_L}{L^2}, \delta_0'', \delta_L'')$ katsayıları için aşağıdaki gibi matriks formda elde edilebilir (Yaylı 2018a).

$$\begin{bmatrix} \psi_{11} & \psi_{12} & \psi_{13} & \psi_{14} \\ \psi_{21} & \psi_{22} & \psi_{23} & \psi_{24} \\ \psi_{31} & \psi_{32} & \psi_{33} & \psi_{34} \\ \psi_{41} & \psi_{42} & \psi_{43} & \psi_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\delta_0}{L^2} \\ \frac{\delta_L}{L^2} \\ \delta_0'' \\ \delta_L'' \end{bmatrix} = 0 \quad (3.30)$$

Özdeğerler sistemi kritik burkulma yükünü verir. (Yaylı 2018a).

$$|\psi_{ij}| = 0, \quad (i,j = 1, 2, 3, 4) \quad (3.31)$$

Burada

$$\psi_{11} = -\bar{K}_0 - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n^2 \pi^2 \bar{K}_w}{n^4 * \pi^4 - \bar{P}_b * n^2 * \pi^2 + \bar{K}_w}, \quad \psi_{12} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n^2 (-1)^n \pi^2 \bar{K}_w}{n^4 * \pi^4 - \bar{P}_b * n^2 * \pi^2 + \bar{K}_w} \quad (3.32)$$

$$\psi_{12} = 1 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2(\bar{K}_w - \bar{P}_b n^2 \pi^2)}{n^4 * \pi^4 - \bar{P}_b * n^2 * \pi^2 + \bar{K}_w}, \quad \psi_{14} = 1 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2(-1)^n (\bar{K}_w - \bar{P}_b n^2 \pi^2)}{n^4 * \pi^4 - \bar{P}_b * n^2 * \pi^2 + \bar{K}_w} \quad (3.33)$$

$$\psi_{21} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n^2 (-1)^n \bar{K}_w \pi^2}{n^4 * \pi^4 - \bar{P}_b * n^2 * \pi^2 + \bar{K}_w}, \quad \psi_{22} = -\bar{K}_L - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n^2 \bar{K}_w \pi^2}{n^4 * \pi^4 - \bar{P}_b * n^2 * \pi^2 + \bar{K}_w} \quad (3.34)$$

$$\psi_{23} = 1 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2(-1)^n (\bar{K}_w - \bar{P}_b n^2 \pi^2)}{n^4 * \pi^4 - \bar{P}_b * n^2 * \pi^2 + \bar{K}_w}, \quad \psi_{24} = 1 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2(\bar{K}_w - \bar{P}_b n^2 \pi^2)}{n^4 * \pi^4 - \bar{P}_b * n^2 * \pi^2 + \bar{K}_w} \quad (3.35)$$

$$\psi_{31} = \bar{\theta}_0 + 2\bar{\theta}_0 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\bar{K}_w}{n^4 * \pi^4 - \bar{P}_b * n^2 * \pi^2 + \bar{K}_w}, \quad \psi_{32} = -\bar{\theta}_0 + 2\bar{\theta}_0 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \bar{K}_w}{n^4 * \pi^4 - \bar{P}_b * n^2 * \pi^2 + \bar{K}_w} \quad (3.36)$$

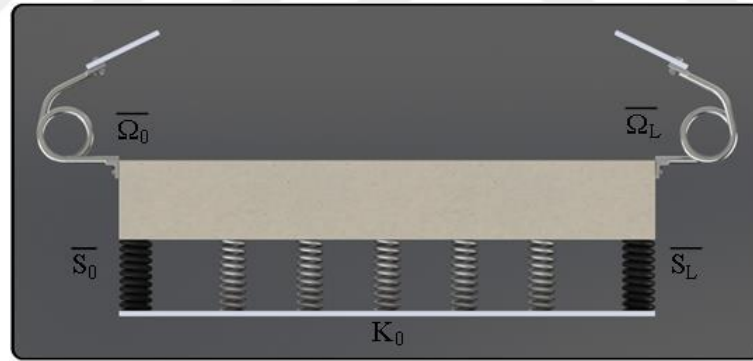
$$\psi_{33} = -1 - 2\bar{\theta}_0 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 \pi^2}{n^4 * \pi^4 - \bar{P}_b * n^2 * \pi^2 + \bar{K}_w}, \quad \psi_{34} = 2\bar{\theta}_0 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 \pi^2 (-1)^n}{n^4 * \pi^4 - \bar{P}_b * n^2 * \pi^2 + \bar{K}_w} \quad (3.37)$$

$$\psi_{41} = -\bar{\theta}_L + 2\bar{\theta}_L \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \bar{K}_w}{n^4 * \pi^4 - \bar{P}_b * n^2 * \pi^2 + \bar{K}_w}, \quad \psi_{42} = \bar{\theta}_L + 2\bar{\theta}_L \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\bar{K}_w}{n^4 * \pi^4 - \bar{P}_b * n^2 * \pi^2 + \bar{K}_w} \quad (3.38)$$

$$\psi_{43} = 2\bar{\theta}_L \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 \pi^2 (-1)^n}{n^4 * \pi^4 - \bar{P}_b * n^2 * \pi^2 + \bar{K}_w}, \quad \psi_{44} = -1 - 2\bar{\theta}_L \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 \pi^2}{n^4 * \pi^4 - \bar{P}_b * n^2 * \pi^2 + \bar{K}_w} \quad (3.39)$$

3.3.5 Modellenen Kirişin Özdeğerler Matrisi

Analiz edilecek kiriş için belirlenen koşulları karşılamak üzere bir model oluşturulmuştur. Şekil 3.3, Euler-Bernoulli kiriş teorisine dayanan elastik bir zemin üzerinde uçlarından elastik olarak tutturulmuş kiriş modelini göstermektedir.



Şekil 3.3. Uçlarında elastik olarak tutturulmuş, elastik bir zemin üzerindeki kiriş modeli
Yaylı ve arkadaşları (2014) çalışmalarında, elastik bir zemin üzerinde bulunan Winkler tipi zemin için hareket denklemi önermiştir.

$$\rho A \frac{\partial^2 v(x,t)}{\partial t^2} + EI \frac{\partial^4 v(x,t)}{\partial x^4} + k_w v(x,t) = 0 \quad (3.40)$$

Verilen Denklem 3.40'da; A kirişin enine kesit alanı, EI eğilme rijitliği ve k_w birim uzunluk başına zeminin rijitliğidir. Yaylı ve diğ. (2014) Çalışmalarında, basit bir

periyodik titreşimin olduğunu ve yanal yer değiştirme fonksiyonunun $v(x, t)$ şeklinde yazılabileceğini ifade etmişlerdir.

$$v(x, t) = \psi(x) \cos(\omega t) \quad (3.41)$$

Denklemden (3.41)'de verilen $\psi(x)$ değeri mod değiştirme fonksiyonunu gösterir ve ω doğal frekanstır. $\psi(x)$ fonksiyonu aşağıdaki Denklem (3.42)'de üç farklı yolla tanımlanabilir:

$$\psi(x) = \begin{cases} \varphi_0 & x = 0 \\ \varphi_L & x = L \\ \sum_{m=1}^{\infty} A_m \sin\left[\frac{m\pi x}{L}\right] & 0 < x < L \end{cases} \quad (3.42)$$

Yaylı ve diğ. (2014) $\psi(x)$ türevlerinin Stokes dönüşümüne dayandığını belirtmiştir:

$$\frac{d\psi(x)}{dx} = \frac{\varphi_L - \varphi_0}{L} + \sum_{m=1}^{\infty} \cos(\alpha_m x) \left(\frac{2((-1)^m \varphi_L - \varphi_0)}{L} + \alpha_m A_m \right) \quad (3.43)$$

$$\frac{d^2\psi(x)}{d^2x} = - \sum_{m=1}^{\infty} \alpha_m \sin(\alpha_m x) \left(\frac{2((-1)^m \varphi_L - \varphi_0)}{L} + \alpha_m A_m \right) \quad (3.44)$$

$$\begin{aligned} \frac{d^3\psi(x)}{d^3x} &= \frac{\varphi_L'' - \varphi_0''}{L} + \sum_{m=1}^{\infty} \cos(\alpha_m x) \left(\frac{2((-1)^m \varphi_L'' - \varphi_0'')}{L} \right. \\ &\quad \left. - \alpha_m^2 \left(\frac{2((-1)^m \varphi_L - \varphi_0)}{L} + \alpha_m A_m \right) \right) \end{aligned} \quad (3.45)$$

$$\begin{aligned} \frac{d^4\psi(x)}{d^4x} &= - \sum_{m=1}^{\infty} \alpha_m \sin(\alpha_m x) \left(\frac{2((-1)^m \varphi_L'' - \varphi_0'')}{L} \right. \\ &\quad \left. - \alpha_m^2 \left(\frac{2((-1)^m \varphi_L - \varphi_0)}{L} + \alpha_m A_m \right) \right) \end{aligned} \quad (3.46)$$

Denklemlerde görülen α_m değeri denklem (3.47) 'de;

$$\alpha_m = \frac{m\pi}{L} \quad (3.47)$$

Dördüncü dereceden türetilen yanal yer değiştirme fonksiyonu, Yaylı ve ark. (2014) tarafından Fourier bileşenlerinin toplamı olarak yazılmıştır; Denklemler (3.41), (3.42) ve (3.46) Denk. (3.40)'de uygulandığı zaman:

$$\begin{aligned} \sin(\alpha_m x) & (LA_m(A\rho\omega^2 - EI\alpha_m^4 - k_\omega) \\ & + 2EI\alpha_m(\alpha_m^2(\varphi_0 - (-1)^m\varphi_L) + (-1)^m\varphi_L'' - \varphi_0'')) = 0 \end{aligned} \quad (3.48)$$

Denklem (3.48) 'den Fourier katsayısı A_m aşağıdaki gibi elde edilir:

$$A_m = \frac{2EI\alpha_m(\alpha_m^2(\varphi_0 - (-1)^m\varphi_L) + (-1)^m\varphi_L'' - \varphi_0'')}{L(-A\rho\omega^2 + EI\alpha_m^4 + k_\omega)} \sin\left(\frac{m\pi x}{L}\right) \cos(\omega t) \quad (3.49)$$

Denklem (3.40) 'de gösterilen yanal yer değiştirme fonksiyonu aşağıdaki gibi elde edilir:

$$\begin{aligned} v(x, t) \\ = \sum_{m=1}^{\infty} \frac{2EI\alpha_m(\alpha_m^2(\varphi_0 - (-1)^m\varphi_L) + (-1)^m\varphi_L'' - \varphi_0'')}{L(-A\rho\omega^2 + EI\alpha_m^4 + k_\omega)} \sin\left(\frac{m\pi x}{L}\right) \cos(\omega t) \end{aligned} \quad (3.50)$$

Denklem (3.49) ve (3.50) 'de k_ω , her birim uzunluk için zeminin sertliği olarak ifade edilir. k_ω değeri sıfır olarak alındığında zeminin elastik olmadığı varsayılmaktadır (Yaylı ve ark. 2014).

Bu çalışmada, söz konusu kirişin sınır koşullarının oluşumunda öteleme ve dönme yayları tanımlanmıştır. Böylece, elastik olarak tutturulmuş bir kiriş modeli oluşturulur. Bu sınır koşulları, Yaylı ve diğ. (2014) tarafından denklem 3.51 'de ifade edilmiştir:

$$\begin{aligned} S_0\varphi_0 & = -EI \frac{\partial^3 v(x, t)}{\partial x^3}, & x = 0 \\ S_L\varphi_L & = EI \frac{\partial^3 v(x, t)}{\partial x^3}, & x = L \end{aligned} \quad (3.51)$$

$$\Omega_0 \frac{dv}{dx} = EI \frac{d^2v(x,t)}{dx^2}, \quad x = 0$$

$$\Omega_L \frac{dv}{dx} = EI \frac{d^2v(x,t)}{dx^2}, \quad x = L$$

Denk. (3.51)'de, ötelemeyi sınırlayan yaylar, sırasıyla yay sabitleri \mathcal{S}_0 ve \mathcal{S}_L olarak gösterilmektedir. Benzer şekilde, dönüşü sınırlayan yaylar için, dönme yay sabitleri Ω_0 ve Ω_L olarak verilmiştir. (Yaylı ve ark. 2014).

$$\begin{aligned}
& \left(-\bar{\mathcal{S}}_0 - \sum_{m=1}^{\infty} \frac{2m^2\pi^2(-\delta + \lambda^4)}{-m^4 - \delta + \lambda^4} \right) \frac{\varphi_0}{L^2} + \left(\sum_{m=1}^{\infty} \frac{2m^2(-1)^m\pi^2(-\delta + \lambda^4)}{-m^4 - \delta + \lambda^4} \right) \frac{\varphi_L}{L^2} \\
& + \left(1 + \sum_{m=1}^{\infty} \frac{2(-\delta + \lambda^4)}{-m^4 - \delta + \lambda^4} \right) \varphi_0'' \\
& - \left(1 + \sum_{m=1}^{\infty} \frac{2(-1)^m(-\delta + \lambda^4)}{-m^4 - \delta + \lambda^4} \right) \varphi_L'' = 0 \\
& \left(\sum_{m=1}^{\infty} \frac{2m^2(-1)^m\pi^2(-\delta + \lambda^4)}{-m^4 - \delta + \lambda^4} \right) \frac{\varphi_0}{L^2} - \left(\bar{\mathcal{S}}_L + \sum_{m=1}^{\infty} \frac{2m^2(-1)^m\pi^2(-\delta + \lambda^4)}{-m^4 - \delta + \lambda^4} \right) \frac{\varphi_L}{L^2} \\
& - \left(1 + \sum_{m=1}^{\infty} \frac{2(-1)^m(-\delta + \lambda^4)}{-m^4 - \delta + \lambda^4} \right) \varphi_0'' \\
& + \left(1 + \sum_{m=1}^{\infty} \frac{2(-\delta + \lambda^4)}{-m^4 - \delta + \lambda^4} \right) \varphi_L'' = 0 \\
& - \left(\bar{\Omega}_0 + 2\bar{\Omega}_0 \sum_{m=1}^{\infty} \frac{(-\delta + \lambda^4)}{-m^4 - \delta + \lambda^4} \right) \frac{\varphi_0}{L^2} + \left(\bar{\Omega}_0 + 2\bar{\Omega}_0 \sum_{m=1}^{\infty} \frac{(-1)^m(-\delta + \lambda^4)}{-m^4 - \delta + \lambda^4} \right) \frac{\varphi_L}{L^2} \\
& + \left(-1 + 2\bar{\Omega}_0 \sum_{m=1}^{\infty} \frac{m^2}{-m^4 - \delta + \lambda^4} \right) \varphi_0'' \\
& - \left(-2\bar{\Omega}_0 \sum_{m=1}^{\infty} \frac{m^2(-1)^m}{\pi^2(-m^4 - \delta + \lambda^4)} \right) \varphi_L'' = 0
\end{aligned} \tag{3.52}$$

$$\begin{aligned}
& - \left(\bar{\Omega}_L + 2\bar{\Omega}_L \sum_{m=1}^{\infty} \frac{(-1)^m (-\delta + \lambda^4)}{-m^4 - \delta + \lambda^4} \right) \frac{\varphi_0}{L^2} + \left(\bar{\Omega}_L + 2\bar{\Omega}_L \sum_{m=1}^{\infty} \frac{(-1)^m (-\delta + \lambda^4)}{-m^4 - \delta + \lambda^4} \right) \frac{\varphi_L}{L^2} \\
& + \left(-2\bar{\Omega}_L \sum_{m=1}^{\infty} \frac{m^2}{-m^4 - \delta + \lambda^4} \right) \varphi_0'' \\
& - \left(-1 + 2\bar{\Omega}_L \sum_{m=1}^{\infty} \frac{m^2 (-1)^m}{\pi^2 (-m^4 - \delta + \lambda^4)} \right) \varphi_L'' = 0
\end{aligned}$$

Burada,

$$\begin{aligned}
\delta &= \frac{L^4 k_\omega}{EI\pi^4}, \quad \lambda = \frac{\rho AL^4}{EI\pi^4} \omega^2 \\
\bar{S}_0 &= \frac{L^3 S_0}{EI}, \quad \bar{S}_L = \frac{L^3 S_L}{EI} \\
\bar{\Omega}_0 &= \frac{\Omega_0 L}{EI}, \quad \bar{\Omega}_L = \frac{\Omega_L L}{EI}
\end{aligned} \tag{3.53}$$

Aşağıdaki matris sistemi Yaylı ve diğ. (2014) tarafından verilen sabitleri $(\frac{\varphi_0}{L^2}, \frac{\varphi_L}{L^2}, \varphi_0'', \varphi_L'')$ çözmek için verilmiştir.

$$\begin{bmatrix} \varphi_{11} & \varphi_{12} & \varphi_{13} & \varphi_{14} \\ \varphi_{21} & \varphi_{22} & \varphi_{23} & \varphi_{24} \\ \varphi_{31} & \varphi_{32} & \varphi_{33} & \varphi_{34} \\ \varphi_{41} & \varphi_{42} & \varphi_{43} & \varphi_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\varphi_0}{L^2} \\ \frac{\varphi_L}{L^2} \\ \varphi_0'' \\ \varphi_L'' \end{bmatrix} = 0 \tag{3.54}$$

$$|\varphi_{ij}| = 0; \quad (i, j = 1, 2, 3, 4) \tag{3.55}$$

Burada,

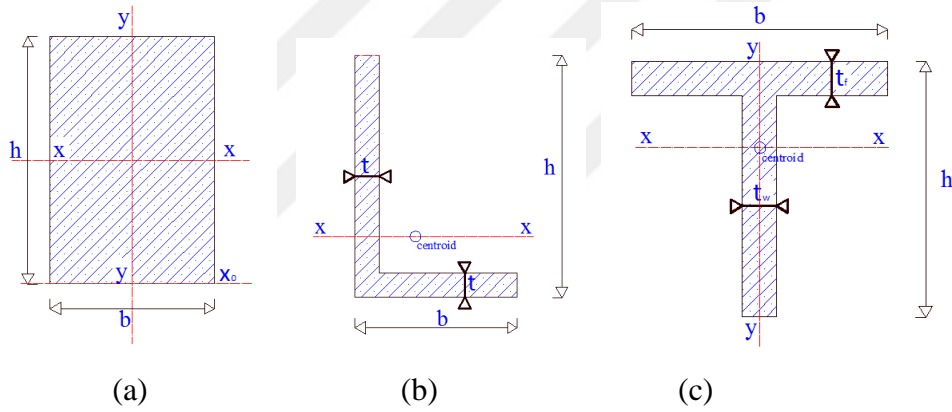
$$\begin{aligned}
\varphi_{11} &= -\bar{S}_0 - \sum_{m=1}^{\infty} \frac{2m^2\pi^2(-\delta + \lambda^4)}{-m^4 - \delta + \lambda^4}, & \varphi_{11} &= \sum_{m=1}^{\infty} \frac{2m^2(-1)^m\pi^2(-\delta + \lambda^4)}{-m^4 - \delta + \lambda^4} \\
\varphi_{13} &= 1 + \sum_{m=1}^{\infty} \frac{2(-\delta + \lambda^4)}{-m^4 - \delta + \lambda^4}, & \varphi_{14} &= -1 - \sum_{m=1}^{\infty} \frac{2(-1)^m(-\delta + \lambda^4)}{-m^4 - \delta + \lambda^4} \\
\varphi_{21} &= \sum_{m=1}^{\infty} \frac{2m^2(-1)^m\pi^2(-\delta + \lambda^4)}{-m^4 - \delta + \lambda^4}, & \varphi_{22} &= \bar{S}_L - \sum_{m=1}^{\infty} \frac{2m^2\pi^2(-\delta + \lambda^4)}{-m^4 - \delta + \lambda^4} \\
\varphi_{23} &= -1 - \sum_{m=1}^{\infty} \frac{2(-1)^m(-\delta + \lambda^4)}{-m^4 - \delta + \lambda^4}, & \varphi_{24} &= 1 + \sum_{m=1}^{\infty} \frac{2m^2\pi^2(-\delta + \lambda^4)}{-m^4 - \delta + \lambda^4} \\
\varphi_{31} &= -\bar{\Omega}_0 - 2\bar{\Omega}_0 \sum_{m=1}^{\infty} \frac{(-\delta + \lambda^4)}{-m^4 - \delta + \lambda^4}, & \varphi_{32} &= \bar{\Omega}_0 + 2\bar{\Omega}_0 \sum_{m=1}^{\infty} \frac{(-1)^m(-\delta + \lambda^4)}{-m^4 - \delta + \lambda^4} \\
\varphi_{33} &= -1 + 2\bar{\Omega}_0 \sum_{m=1}^{\infty} \frac{m^2}{\pi^2(-m^4 - \delta + \lambda^4)}, & \varphi_{34} &= -2\bar{\Omega}_0 \sum_{m=1}^{\infty} \frac{m^2(-1)^m}{\pi^2(-m^4 - \delta + \lambda^4)} \\
\varphi_{41} &= \bar{\Omega}_L + 2\bar{\Omega}_L \sum_{m=1}^{\infty} \frac{(-1)^m(-\delta + \lambda^4)}{-m^4 - \delta + \lambda^4}, & \varphi_{42} &= -\bar{\Omega}_L - 2\bar{\Omega}_L \sum_{m=1}^{\infty} \frac{(-\delta + \lambda^4)}{-m^4 - \delta + \lambda^4} \\
\varphi_{43} &= -2\bar{\Omega}_L \sum_{m=1}^{\infty} \frac{m^2(-1)^m}{\pi^2(-m^4 - \delta + \lambda^4)}, & \varphi_{44} &= -1 + 2\bar{\Omega}_L \sum_{m=1}^{\infty} \frac{m^2}{\pi^2(-m^4 - \delta + \lambda^4)} \quad (3.56)
\end{aligned}$$

4. BULGULAR

Bu bölümde modellenen kolon ve kiriş için analiz sonuçları verilmiştir. Bir önceki bölümde tasarlanmış kolon ve kiriş elemanında lifli ve lifsiz betondan elde edilen karakteristik değerler kullanılarak titreşim ve burkulma davranışı incelenmiştir. Euler kolon modelinde kesit etkisi, uzunluk etkisi, narinlik ve çelik lif etkisi analiz edilmiştir. Bu değerler çizelgeler ve grafikler ile gösterilmiştir.

4.1. Modellenen Kolonun Burkulma Analizi

Bu bölümde, analizi yapılacak kolon modelinin kesitleri için Şekil 4.1’de verilen şekiller seçilmiştir. Kesit özellikleri analize göre değişiklik gösterebilir. Analizlerde farklı değerler kullanılmıştır.



Şekil 4.1. (a) Dikdörtgen kesit, (b) L kesit, (c) T kesit

Her bir 28 günlük 10×20 cm silindir numunelerinin basınç yüklemesi altında elde edilen gerilme şekil değiştirme grafiğinden hesaplanan elastisite modülü değerleri, çizelge 4.1. de gösterilmiştir.

Çizelge 4.1. Deney sonucunda çelik lif tipine bağlı olarak elde edilen elastite modülü (E) değerleri

| | K | L30 | L35 | L50 |
|-------------------------|-------|-------|-------|-------|
| Elastisite Modülü (GPa) | 42,56 | 39,32 | 36,82 | 40,97 |

4.1.1 Dönmeyi engelleyici yay katsayısının kritik yüke etkisi

Dikdörtgen kesit için; $b=600$ mm, $h=300$ mm;

T kesitli kolon elemanı için; $t_f=200$ mm, $t_w=200$ mm, $h=600$ mm, $b=600$ mm;

L kesitli eleman için; $b=600$ mm, $t=200$ mm, $h=600$ mm;

Değerleri kullanılmıştır.

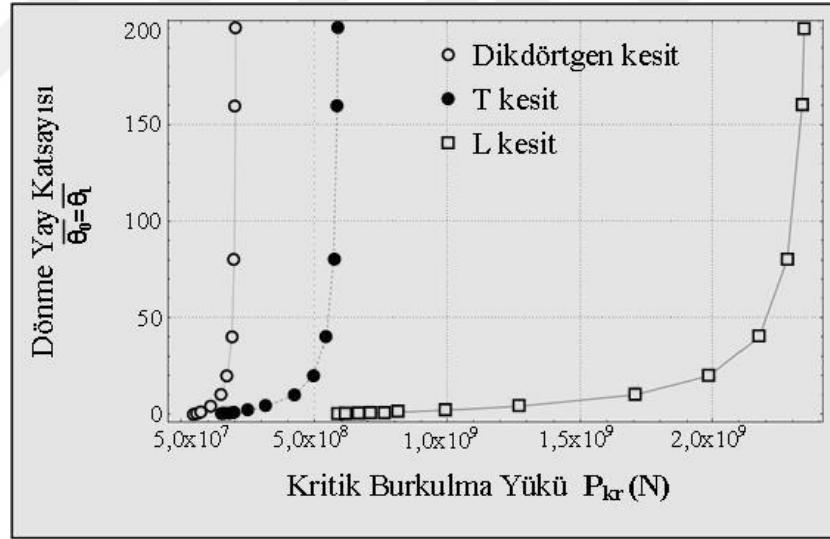
Dönmeyi engelleyici yay sabitine bağlı analizi yapılacak kolon için yukarıdaki kesit ölçüleri kullanılmıştır. Analizde elastisite modülü $E=42\ 560$ MPa, kolon boyu $L= 3300$ mm olarak seçilmiştir. Furier serilerinin sınır koşulunu sağlamak için yapılan Stokes dönüşümlerinde 150 terim kullanılmıştır. Bu terim sayısı sadece bu analiz için geçerlidir.

Çizelge 4.2. Dönmeyi engelleyici yay katsayısına bağlı kritik yük değerleri ($K_w=0,0$) (a)

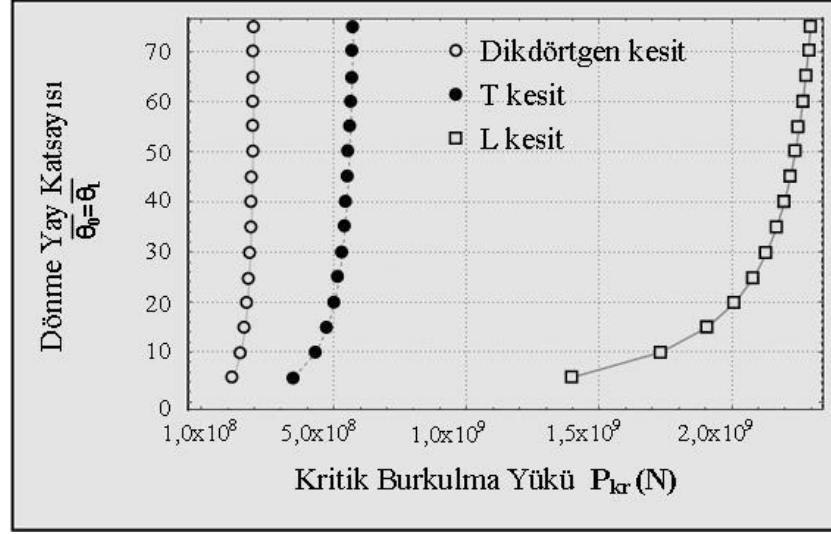
| $\bar{\theta}_0 = \bar{\theta}_L$ | P_{kr} (N) Dikdörtgen kesit | P_{kr} (N) T kesit | P_{kr} (N) L kesit |
|-----------------------------------|----------------------------------|-------------------------|-------------------------|
| 0,001 | $5,20935 \times 10^7$ | $1,49206 \times 10^8$ | $5,96824 \times 10^8$ |
| 0,01 | $5,22832 \times 10^7$ | $1,49749 \times 10^8$ | $5,98998 \times 10^8$ |
| 0,1 | $5,41618 \times 10^7$ | $1,55130 \times 10^8$ | $6,20520 \times 10^8$ |
| 0,3 | $5,82171 \times 10^7$ | $1,66745 \times 10^8$ | $6,66981 \times 10^8$ |
| 0,5 | $6,21136 \times 10^7$ | $1,77905 \times 10^8$ | $7,11622 \times 10^8$ |
| 0,75 | $6,67711 \times 10^7$ | $1,91246 \times 10^8$ | $7,64982 \times 10^8$ |
| 1,0 | $7,12036 \times 10^7$ | $2,03941 \times 10^8$ | $8,15765 \times 10^8$ |
| 2,0 | $8,69193 \times 10^7$ | $2,48954 \times 10^8$ | $9,95816 \times 10^8$ |
| 4,0 | $1,10729 \times 10^8$ | $3,17149 \times 10^8$ | $1,26860 \times 10^9$ |
| 10,0 | $1,49022 \times 10^8$ | $4,26828 \times 10^8$ | $1,70731 \times 10^9$ |
| 20,0 | $1,73554 \times 10^8$ | $4,97092 \times 10^8$ | $1,98837 \times 10^9$ |
| 40,0 | $1,89774 \times 10^8$ | $5,43551 \times 10^8$ | $2,17421 \times 10^9$ |
| 80,0 | $1,99054 \times 10^8$ | $5,70130 \times 10^8$ | $2,28052 \times 10^9$ |
| 160,0 | $2,03995 \times 10^8$ | $5,84283 \times 10^8$ | $2,33713 \times 10^9$ |
| 300,0 | $2,06370 \times 10^8$ | $5,91084 \times 10^8$ | $2,36434 \times 10^9$ |

Çizelge 4.3. Dönmeyi engelleyici yay katsayısına bağlı kritik yük değerleri ($K_w = 5,0$) (b)

| $\bar{\theta}_0 = \bar{\theta}_L$ | P_{kr} (N) Dikdörtgen kesit | P_{kr} (N) T kesit | P_{kr} (N) L kesit |
|-----------------------------------|----------------------------------|-------------------------|-------------------------|
| 5 | $1,22341 \times 10^8$ | $3,50410 \times 10^8$ | $1,40164 \times 10^9$ |
| 10 | $1,51423 \times 10^8$ | $4,33706 \times 10^8$ | $1,73483 \times 10^9$ |
| 15 | $1,66635 \times 10^8$ | $4,77276 \times 10^8$ | $1,90911 \times 10^9$ |
| 20 | $1,75805 \times 10^8$ | $5,03540 \times 10^8$ | $2,01416 \times 10^9$ |
| 25 | $1,81888 \times 10^8$ | $5,20964 \times 10^8$ | $2,08386 \times 10^9$ |
| 30 | $1,86203 \times 10^8$ | $5,33323 \times 10^8$ | $2,13329 \times 10^9$ |
| 35 | $1,89418 \times 10^8$ | $5,42529 \times 10^8$ | $2,17012 \times 10^9$ |
| 40 | $1,91902 \times 10^8$ | $5,49644 \times 10^8$ | $2,19858 \times 10^9$ |
| 45 | $1,93878 \times 10^8$ | $5,55305 \times 10^8$ | $2,22122 \times 10^9$ |
| 50 | $1,95487 \times 10^8$ | $5,59913 \times 10^8$ | $2,23965 \times 10^9$ |
| 55 | $1,96822 \times 10^8$ | $5,63737 \times 10^8$ | $2,25495 \times 10^9$ |
| 60 | $1,97947 \times 10^8$ | $5,66960 \times 10^8$ | $2,26784 \times 10^9$ |
| 65 | $1,98908 \times 10^8$ | $5,69713 \times 10^8$ | $2,27885 \times 10^9$ |
| 70 | $1,99739 \times 10^8$ | $5,72092 \times 10^8$ | $2,28837 \times 10^9$ |
| 75 | $2,00464 \times 10^8$ | $5,74168 \times 10^8$ | $2,29667 \times 10^9$ |



Şekil 4.2. Dönmeyi engelleyici yay katsayısına bağlı kritik yük değerlerindeki değişim grafiği



Şekil 4.3. Dönme yay engelleyici yay katsayısına bağlı kritik yük değerlerindeki değişim grafiği

Elde edilen kritik yük değerleri dönme yay engelleyici yay sabitine göre incelenmiştir. Şekiller 4.2, 4.3 ve çizelgeler 4.2, 4.3 incelendiğinde, kolon uçlarındaki dönme engelleyici yay sabitleri $\bar{\theta}_0$ ve $\bar{\theta}_L$ 'in değerlerinin artması kolon uçlarında ki rijitliği arttırmış olduğundan dolayı basınç kolonunda kritik yük değerinin artmasına sebep olduğu görülmektedir. Kolonda yay sabiti değeri $\bar{\theta}_0$ ve $\bar{\theta}_L$ arttıkça kritik yük değeri artmış, bu değerler azaldıkça kritik yük azalmıştır. Doğrusal olmayan bu kritik yük artık belli bir $\bar{\theta}_0$ ve $\bar{\theta}_L$ değerinden (yaklaşık olarak $\bar{\theta}_0$ ve $\bar{\theta}_L = 50$) sonra maksimum kritik yük noktasına ulaşmıştır. Bu noktada kolon için teorik olarak uçlarda dönmelere izin verilmediğinden her iki ucu ankastre olduğu söylenebilir.

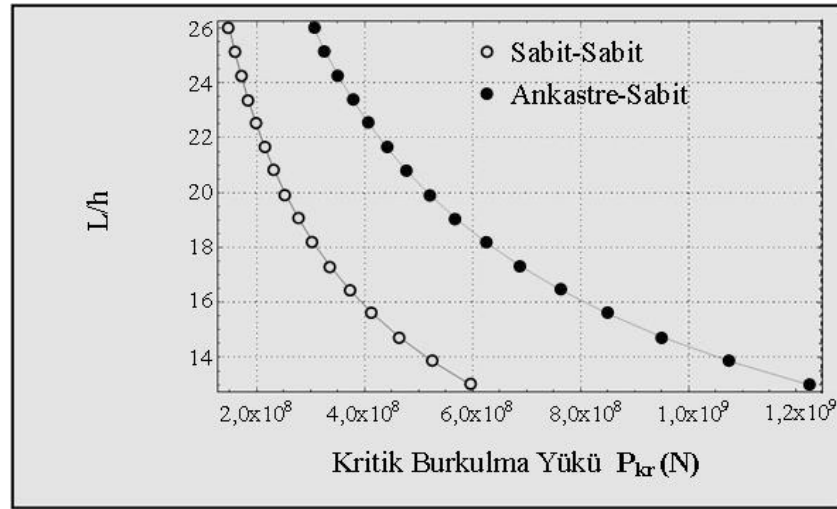
4.1.2 L/d oranına bağlı olarak kritik yük değişimi

Çizelge 4.4'de L/d oranına bağlı olarak hesaplanan kritik yük analizinde kolon modeli için $E=42560$ MPa, $A=b.h$, atalet yarıçapı $d=\sqrt{I/A}$, $K_w = 0,0$, $b=600$ mm, $h=400$ mm değerleri alınmıştır. Fourier serilerinin sınır koşulunu sağlanması için yapılan Stokes dönüşümlerinde 150 terim kullanılmıştır. Bu terim sayısı sadece bu analiz için geçerlidir. Sınır koşullarının sağlanması için kolon uçlarında ki yay sabiti değerleri $\bar{\theta}_0=0,00000001$, $\bar{\theta}_L = 100\ 000\ 000$ gibi çok yüksek veya sıfıra yakın değerler olarak

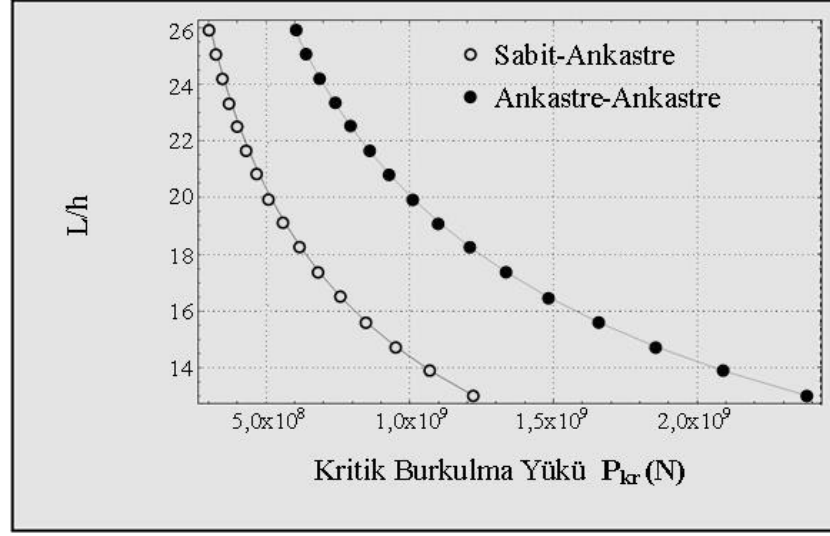
seçilmiştir. Böylece kolon için gerekli olan ankastre ve sabit mesnet modeli elde edilmiş olur.

Çizelge 4.4. Kolon narinliğinin kritik yüke etkisi

| L/d | P_{kr} (N) | | P_{kr} (N) |
|------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|
| | Sabit-Sabit | Sabit-Ankastre | |
| 25,9807621 | $1,49351 \times 10^8$ | $3,06361 \times 10^8$ | $5,97405 \times 10^8$ |
| 25,1147367 | $1,59829 \times 10^8$ | $3,27853 \times 10^8$ | $6,39316 \times 10^8$ |
| 24,2487113 | $1,71449 \times 10^8$ | $3,51690 \times 10^8$ | $6,85797 \times 10^8$ |
| 23,3826859 | $1,84384 \times 10^8$ | $3,78223 \times 10^8$ | $7,37537 \times 10^8$ |
| 22,5166605 | $1,98840 \times 10^8$ | $4,07877 \times 10^8$ | $7,95362 \times 10^8$ |
| 21,6506351 | $2,15066 \times 10^8$ | $4,41159 \times 10^8$ | $8,60263 \times 10^8$ |
| 20,7846097 | $2,33361 \times 10^8$ | $4,78689 \times 10^8$ | $9,33445 \times 10^8$ |
| 19,9185843 | $2,54095 \times 10^8$ | $5,21219 \times 10^8$ | $1,01638 \times 10^9$ |
| 19,0525589 | $2,77719 \times 10^8$ | $5,69679 \times 10^8$ | $1,11088 \times 10^9$ |
| 18,1865335 | $3,04798 \times 10^8$ | $6,25226 \times 10^8$ | $1,21919 \times 10^9$ |
| 17,3205081 | $3,36040 \times 10^8$ | $6,89312 \times 10^8$ | $1,34416 \times 10^9$ |
| 16,4544827 | $3,72344 \times 10^8$ | $7,63780 \times 10^8$ | $1,48938 \times 10^9$ |
| 15,5884573 | $4,14865 \times 10^8$ | $8,51002 \times 10^8$ | $1,65946 \times 10^9$ |
| 14,7224319 | $4,65108 \times 10^8$ | $9,54064 \times 10^8$ | $1,86043 \times 10^9$ |
| 13,8564065 | $5,25063 \times 10^8$ | $1,07705 \times 10^9$ | $2,10025 \times 10^9$ |
| 12,9903811 | $5,97405 \times 10^8$ | $1,22544 \times 10^9$ | $2,38962 \times 10^9$ |



Şekil 4.4. Farklı sınır koşullarında L/d oranına bağlı kritik yük grafiğı



Şekil 4.5. Farklı sınır koşullarında L/d oranına bağlı kritik yük grafiği

Çizelge 4.4 ve şekil 4.4, 4.5 incelendiğinde L/d oranının artması kritik yük değerinin azalmasına, L/d oranının artması ise kritik yükün parabolik olarak artmasına neden olduğu görülmektedir. L/d oranının artması ya kolon boyunun artması ya da kesit çapının küçülmesiyle oluşmaktadır. Kolon çapının artması veya boyunun azalması narinliği düşürmesinden dolayı kolonda artık burkulma yerine ezilmeden dolayı göçmeler olacağını söyleyebiliriz. Çünkü narin olmayan kolon elemanında kritik burkulma yükü değeri çok büyük değerler almasından dolayı, burkulma oluşmadan önce kolon ezilmesi daha muhtemeldir. Bununla ilgili yönetmeliklerde narinlik açısından sınırlamalar vardır. Yönetmeliklerin sınırlama yapmasından da anlaşılacağı gibi, kolon boyunun artması veya kesitin küçülmesi ile kritik yük değeri düşer ve bu sonuç bize küçük kesitlerle yüksek kolonlar yapmanın bir sınırı olduğu hakkında bilgi vermektedir.

4.1.3 Elastisite modülüne bağlı olarak kritik burkulma yükü değişimi

Çizelge 4.5 de analizi yapılan kolon modeli için daha önceden yapılmış farklı çelik lif karışım oranlarındaki numunelerden elde edilen E değerlerine göre analiz yapılmıştır ve üç farklı kesit tipi seçilmiştir. Bu kesitler şekil 4.1'de gösterilmiştir.

Dikdörtgen kesit için: $b=900$ mm, $h=600$ mm;

T kesit: $t_f=200$ mm, $t_w=200$ mm, $h=600$ mm, $b=600$ mm;

L kesit: $b=600$ mm, $t=200$ mm, $h=600$ mm;

Yay katsayıları: $\overline{K}_0=100\ 000\ 000$, $\overline{K}_L=100\ 000\ 000$, $\overline{\theta}_0=0,000000001$, $\overline{\theta}_L=100\ 000\ 000$ olarak seçilmiştir. Şekiller 4.8,4.9 ve çizelgeler 4.7, 4.8’de bir ucu ankastre bir ucu sabit mesnetli kirişler için elastik ortam yay katsayısı (Kw) 50 ve 0 olarak verilmiş ve bu parametrenin kritik burkulma yükü üzerindeki etkisi incelenmiştir.

Çizelge 4.5. Farklı kesitlerin E değerine bağlı kritik yük değerleri (her iki ucu sabit mesnet), $\overline{K}_w = 0,0$

| E (MPa) | P_{kr} (N) Dikdörtgen kesit | P_{kr} (N) T kesit | P_{kr} (N) L kesit |
|---------|----------------------------------|-------------------------|-------------------------|
| 42 560 | $6,24868 \times 10^8$ | $1,49146 \times 10^8$ | $5,96582 \times 10^8$ |
| 40 970 | $6,01524 \times 10^8$ | $1,43574 \times 10^8$ | $5,74294 \times 10^8$ |
| 39 320 | $5,77298 \times 10^8$ | $1,37791 \times 10^8$ | $5,51166 \times 10^8$ |
| 36 820 | $5,40593 \times 10^8$ | $1,29031 \times 10^8$ | $5,16122 \times 10^8$ |

Çizelge 4.6. Farklı kesitlerin E değerine bağlı kritik burkulma yükü değerleri (her iki ucu ankastre mesnet) $\overline{K}_w = 50,0$

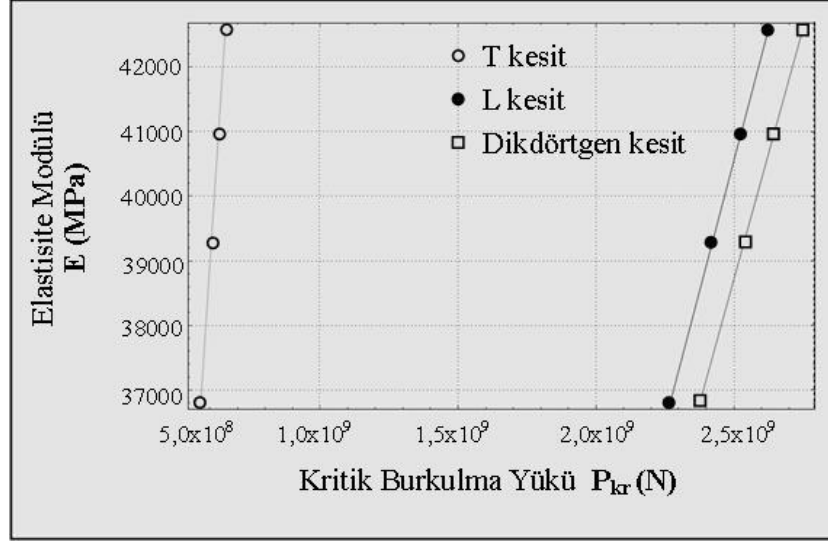
| E (MPa) | P_{kr} (N) Dikdörtgen kesit | P_{kr} (N) T kesit | P_{kr} (N) L kesit |
|---------|----------------------------------|-------------------------|-------------------------|
| 42 560 | $2,74811 \times 10^9$ | $6,55928 \times 10^8$ | $2,62371 \times 10^9$ |
| 40 970 | $2,64545 \times 10^9$ | $6,31424 \times 10^8$ | $2,52569 \times 10^9$ |
| 39 320 | $2,53891 \times 10^9$ | $6,05994 \times 10^8$ | $2,42398 \times 10^9$ |
| 36 820 | $2,37748 \times 10^9$ | $5,67464 \times 10^8$ | $2,26986 \times 10^9$ |

Çizelge 4.7. Farklı kesitlerin E değerine bağlı kritik burkulma yükü değerleri (alt uç sabit üst uç ankastre), $\overline{K}_w = 50,0$

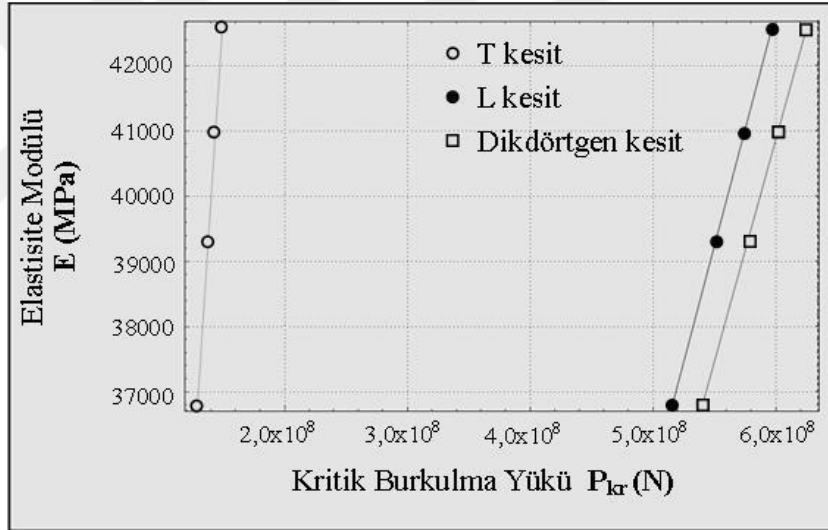
| E (MPa) | P_{kr} (N) Dikdörtgen kesit | P_{kr} (N) T kesit | P_{kr} (N) L kesit |
|---------|----------------------------------|-------------------------|-------------------------|
| 42 560 | $1,53916 \times 10^9$ | $3,67456 \times 10^8$ | $1,46951 \times 10^9$ |
| 40 970 | $1,48167 \times 10^9$ | $3,5373 \times 10^8$ | $1,41462 \times 10^9$ |
| 39 320 | $1,42202 \times 10^9$ | $3,39485 \times 10^8$ | $1,35767 \times 10^9$ |
| 36 820 | $1,33163 \times 10^9$ | $3,17901 \times 10^8$ | $1,27137 \times 10^9$ |

Çizelge 4.8. Farklı kesitlerin E değerine bağlı kritik burkulma yükü değerleri (alt uç sabit üst uç ankastre), $\overline{K}_w = 0,0$

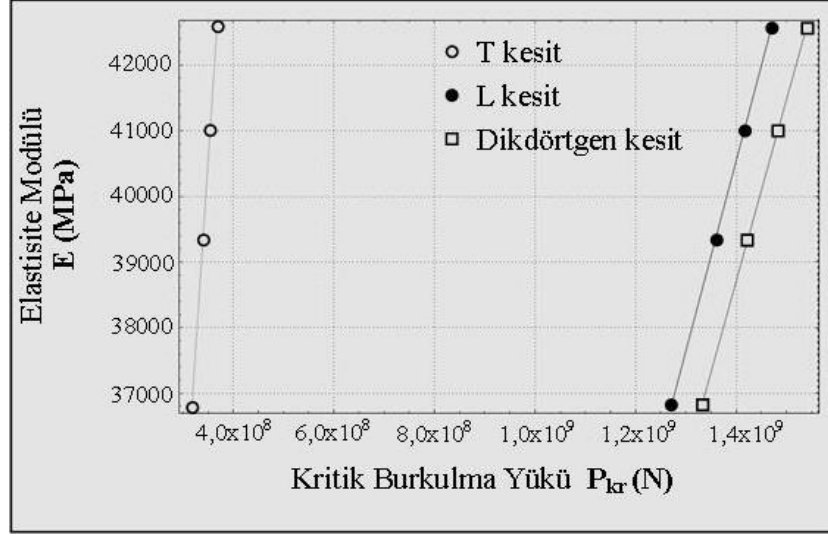
| E (MPa) | P_{kr} (N) Dikdörtgen kesit | P_{kr} (N) T kesit | P_{kr} (N) L kesit |
|---------|----------------------------------|-------------------------|-------------------------|
| 42 560 | $1,28454 \times 10^9$ | $3,06096 \times 10^8$ | $1,22627 \times 10^9$ |
| 40 970 | $1,23645 \times 10^9$ | $2,94655 \times 10^8$ | $1,18037 \times 10^9$ |
| 39 320 | $1,18656 \times 10^9$ | $2,82783 \times 10^8$ | $1,13274 \times 10^9$ |
| 36 820 | $1,11098 \times 10^9$ | $2,64795 \times 10^8$ | $1,06059 \times 10^9$ |



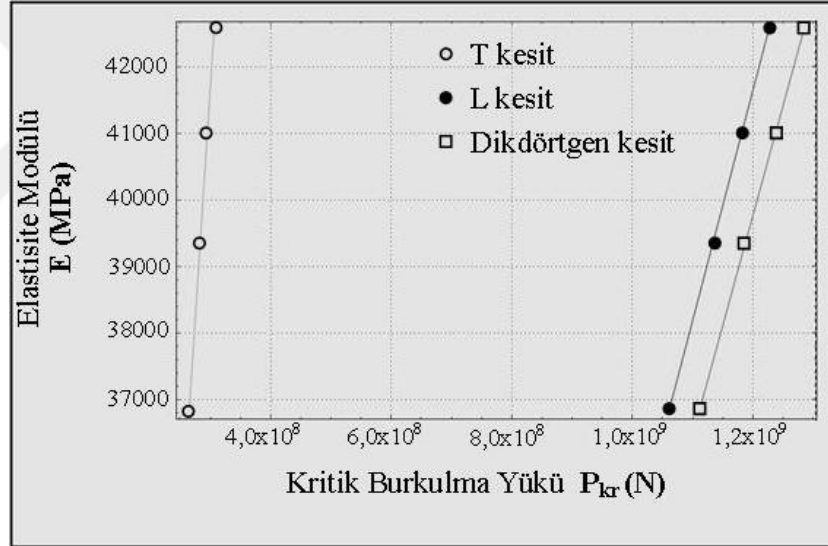
Şekil 4.6. Farklı kolon kesitleri için elastisite modülüne bağlı kritik yük grafikleri, Her iki ucu ankastre mesnet ($K_w = 50,0$)



Şekil 4.7. Farklı kolon kesitleri için elastisite modülüne bağlı kritik yük grafikleri, Her iki ucu sabit mesnet ($K_w = 0,0$)



Şekil 4.8. Farklı kolon kesitleri için elastisite modülüne bağlı kritik yük grafikleri. Alt ucu sabit üst ucu ankastre ($K_w = 50,0$)



Şekil 4.9. Farklı kolon kesitleri için elastisite modülüne bağlı kritik yük grafikleri. alt uç sabit üst uç ankastre ($K_w = 0,0$)

Bölüm 4.1.3'de verilen çizelgeler ve şekiller incelendiğinde elastisite modülü (E) değerinin artması kritik yük değerini doğrusal olarak arttırdığı görülmektedir. Şekiller 4.8,4.9 ve çizelgeler 4.7, 4.8 incelendiğinde elastik zemin parametresi değerinin 50 olarak seçildiği kiriş modeli, bu değer 0 olarak verildiği kirişe göre %15-20 aralığında daha yüksek kritik burkulma yükü değerleri vermiştir. Şekiller ve çizelgelerde ayrıca

farklı tipli kesitler ile elde edilen kolon için verilen kesit ölçülerinde kritik burkulma yükü değerleride verilmiştir.

4.1.4 Kolon uzunluğuna bağlı olarak kritik burkulma yükü değeri

Çizelgeler 4.9, 4.10, 4.11 ve şekiller 4.10, 4.11, 4.12, kolon uzunluğu analizinde 3 farklı kesit tipinin kritik yük değerlerini göstermektedir. Kolon modeli için yay katsayıları aşağıda verildiği gibidir:

$$\bar{\theta}_0=0.000000001, \bar{\theta}_L=0.0000000001, \bar{K}_0=10\ 000\ 000, \bar{K}_L=10\ 000\ 000.$$

Deney sonuçlarından elde edilen elastisite modülü değeri $E = 42560$ MPa'dır. Analizde 150 terim kullanılmıştır. Analizde elastik ortam yay katsayısı (K_w) değeri için 50 ve 0 olarak iki farklı değer kullanılmıştır. Analizde kullanılacak kesit ölçüleri:

Dikdörtgen: $b = 600$ mm, $h = 400$ mm;

T kesit: $t_f=200$ mm, $t_w=200$ mm, $h=600$ mm, $b=600$ mm;

L kesit: $b=400$ mm, $t=200$ mm, $h=400$ mm

Çizelge 4.9. Farklı kesitli kolon elemanının uzunluğuna bağlı kritik yük değişim çizelgesi (Her iki ucu ankastre mesnet), $\bar{K}_w = 50,0$

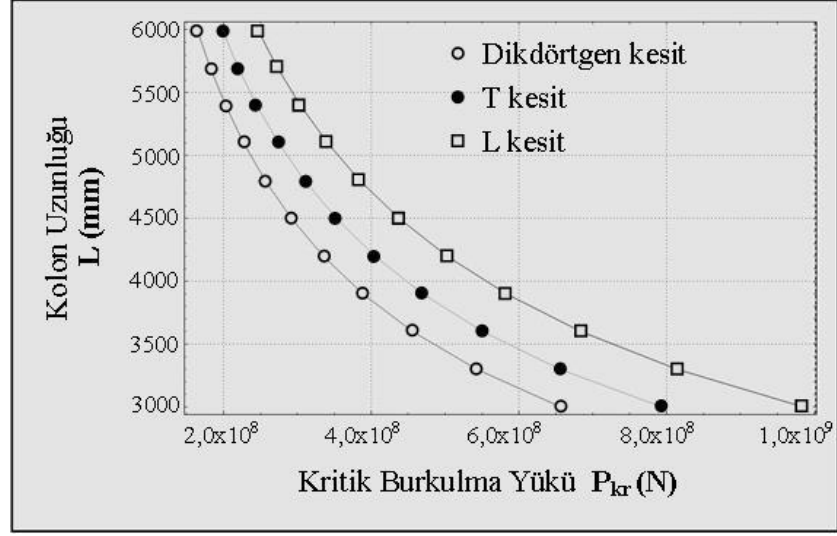
| Kolon uzunluğu (mm) | P_{kr} (N) Dikdörtgen kesit | P_{kr} (N) T kesit | P_{kr} (N) L kesit |
|------------------------|----------------------------------|-------------------------|-------------------------|
| 3000 | $6,56833 \times 10^8$ | $7,93673 \times 10^8$ | $9,85249 \times 10^8$ |
| 3300 | $5,42837 \times 10^8$ | $6,55928 \times 10^8$ | $8,14256 \times 10^8$ |
| 3600 | $4,56134 \times 10^8$ | $5,51162 \times 10^8$ | $6,84201 \times 10^8$ |
| 3900 | $3,88659 \times 10^8$ | $4,69629 \times 10^8$ | $5,82988 \times 10^8$ |
| 4200 | $3,35119 \times 10^8$ | $4,04935 \times 10^8$ | $5,02678 \times 10^8$ |
| 4500 | $2,91926 \times 10^8$ | $3,52744 \times 10^8$ | $4,37889 \times 10^8$ |
| 4800 | $2,56575 \times 10^8$ | $3,10029 \times 10^8$ | $3,84863 \times 10^8$ |
| 5100 | $2,27278 \times 10^8$ | $2,74627 \times 10^8$ | $3,40917 \times 10^8$ |
| 5400 | $2,02726 \times 10^8$ | $2,44961 \times 10^8$ | $3,04089 \times 10^8$ |
| 5700 | $1,81948 \times 10^8$ | $2,19854 \times 10^8$ | $2,72922 \times 10^8$ |
| 6000 | $1,64208 \times 10^8$ | $1,98418 \times 10^8$ | $2,46312 \times 10^8$ |

Çizelge 4.10. Farklı kesitli kolon elemanının uzunluğuna bağlı kritik yük değişim çizelgesi (Her iki ucu sabit mesnet), $\overline{K_w} = 0,0$

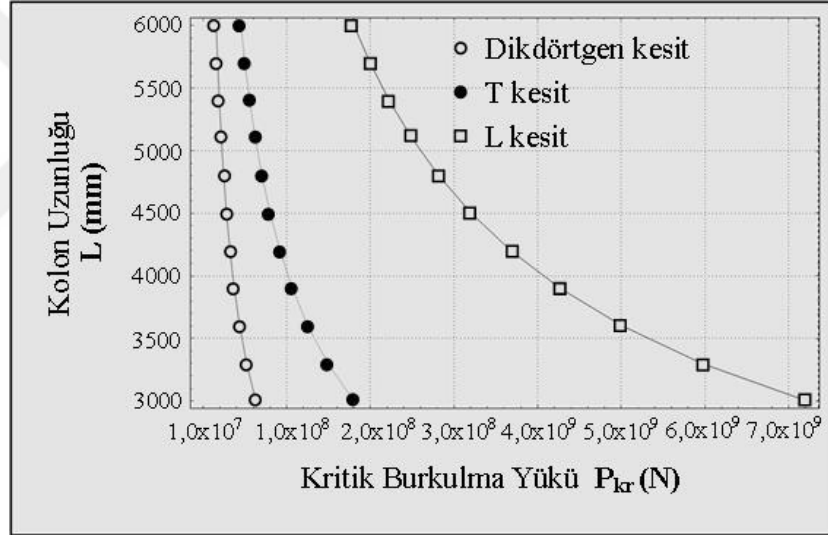
| Kolon uzunluğu (mm) | P_{kr} (N) Dikdörtgen kesit | P_{kr} (N) T kesit | P_{kr} (N) L kesit |
|------------------------|----------------------------------|-------------------------|-------------------------|
| 3000 | $6,30076 \times 10^7$ | $1,80466 \times 10^8$ | $7,21864 \times 10^8$ |
| 3300 | $5,20724 \times 10^7$ | $1,49146 \times 10^8$ | $5,96582 \times 10^8$ |
| 3600 | $4,37552 \times 10^7$ | $1,25324 \times 10^8$ | $5,01295 \times 10^8$ |
| 3900 | $3,72826 \times 10^7$ | $1,06785 \times 10^8$ | $4,27139 \times 10^8$ |
| 4200 | $3,21467 \times 10^7$ | $9,20745 \times 10^7$ | $3,68298 \times 10^8$ |
| 4500 | $2,80034 \times 10^7$ | $8,02071 \times 10^7$ | $3,20829 \times 10^8$ |
| 4800 | $2,46123 \times 10^7$ | $7,04946 \times 10^7$ | $2,81978 \times 10^8$ |
| 5100 | $2,18019 \times 10^7$ | $6,24450 \times 10^7$ | $2,4978 \times 10^8$ |
| 5400 | $1,94468 \times 10^7$ | $5,56994 \times 10^7$ | $2,22798 \times 10^8$ |
| 5700 | $1,74536 \times 10^7$ | $4,99906 \times 10^7$ | $1,99962 \times 10^8$ |
| 6000 | $1,57519 \times 10^7$ | $4,51165 \times 10^7$ | $1,80466 \times 10^8$ |

Çizelge 4.11. Farklı kesitli kolon elemanının uzunluğuna bağlı kritik yük değişim çizelgesi (Alt ucu sabit üst ucu ankastre mesnet), $\overline{K_w} = 50,0$

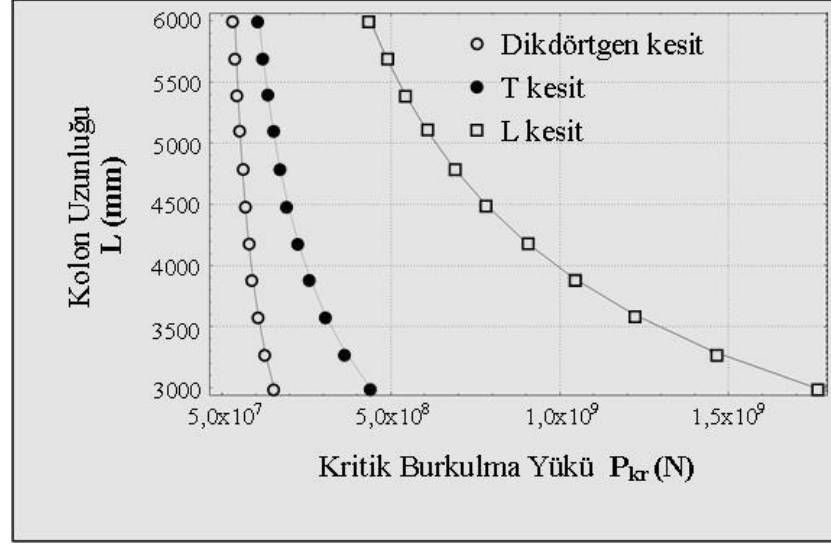
| Kolon uzunluğu (mm) | P_{kr} (N) Dikdörtgen kesit | P_{kr} (N) T kesit | P_{kr} (N) L kesit |
|------------------------|----------------------------------|-------------------------|-------------------------|
| 3000 | $1,53203 \times 10^8$ | $4,38804 \times 10^8$ | $1,75522 \times 10^9$ |
| 3300 | $1,26614 \times 10^8$ | $3,62648 \times 10^8$ | $1,45059 \times 10^9$ |
| 3600 | $1,06391 \times 10^8$ | $3,04725 \times 10^8$ | $1,21890 \times 10^9$ |
| 3900 | $9,06527 \times 10^7$ | $2,59647 \times 10^8$ | $1,03859 \times 10^9$ |
| 4200 | $7,81648 \times 10^7$ | $2,23879 \times 10^8$ | $8,95518 \times 10^8$ |
| 4500 | $6,80902 \times 10^7$ | $1,95024 \times 10^8$ | $7,80096 \times 10^8$ |
| 4800 | $5,98449 \times 10^7$ | $1,71408 \times 10^8$ | $6,85631 \times 10^8$ |
| 5100 | $5,30114 \times 10^7$ | $1,51835 \times 10^8$ | $6,07341 \times 10^8$ |
| 5400 | $4,72849 \times 10^7$ | $1,35433 \times 10^8$ | $5,41733 \times 10^8$ |
| 5700 | $4,24385 \times 10^7$ | $1,21552 \times 10^8$ | $4,86209 \times 10^8$ |
| 6000 | $3,83008 \times 10^7$ | $1,09701 \times 10^8$ | $4,38804 \times 10^8$ |



Şekil 4.10. Kolon uzunluğuna bağlı kritik burkulma yükü grafiği (Her iki ucu ankastre), ($\overline{K}_w = 50,0$)



Şekil 4.11. Kolon uzunluğuna bağlı kritik burkulma yükü grafiği (Her iki ucu sabit mesnet), ($\overline{K}_w = 0,0$)



Şekil 4.12. Kolon uzunluğuna bağlı kritik burkulma yükü grafiği (Alt ucu sabit üst ucu ankastre mesnet), ($\overline{K}_w = 50,0$)

Bölüm 4.1.4 ait şekiller ve çizelgeler incelendiğinde kolon boyunun kritik yüke etkisinin doğrusal olmadığı görülmektedir. Kolon boyunun artması kolonu narinleştirdiğinden yük kapasitesinin parabolik bir şekilde azalmasına neden olduğu gözlenmektedir. L kesitinde zorlanan eksen doğrultusunda aksenal rijiklik değerinin daha yüksek olması kritik burkula değerinin artmasına sebep olduğu görülmektedir. Ayrıca şekillerde kısa kolonlarda kritik burkula değerinin çok büyük değerlere ulaştığı görülmektedir. Bu tip kolonlar için stabilite probleminin ikinci planda kalabileceği söylenebilir. Stabilite problemi daha çok uzun ve ince kesitli kolonlar için bir problem olduğu görülebilmektedir.

4.1.5 Farklı kiriş yüksekliğine ve elastisite modülü değerlerine bağlı kritik burkulma yükü değerleri

Analizde kolon yüksekliğinin ve elastisite modülü değerlerinin kritik burkulma yükü değerlerine etkisi incelenmiştir. Çizelgeler 4.12 ve 4.14 elastisite modülü ve kesit ölçüsü değerlerine bağlı olarak kritik burkulma yükü değerlerini göstermektedir. Elastik ortam yay katsayısı $\overline{K}_w = 0,0$, sınır koşulları için yay katsayıları; $\overline{K}_0 = 10\ 000\ 000$, $\overline{K}_L = 10\ 000\ 000$, $\overline{\theta}_0 = 0,0000001$, $\overline{\theta}_L = 0,0000001$ ve kolon uzunluğu $L = 3300$ mm olarak seçilmiştir. Benzer şekilde Çizelge 4.13'de, $L=3300$, $\overline{K}_w=50,0$, $\overline{P}_b=(P_{cr}L^2)/(EI)$,

$\bar{K}_0=10\ 000\ 000$, $\bar{K}_L=10\ 000\ 000$, $\bar{\theta}_0=10\ 000\ 000$, $\bar{\theta}_L=100\ 000\ 000$ değerleri kullanılmış ve bu şartlar altında kritik y¼k değerleri g¼sterilmiřtir.

Çizelge 4.12. Elastisite mod¼l¼ne bağlı farklı kesitlerin kritik y¼k dağılım çizelgesu (her iki uç sabit mesnet)

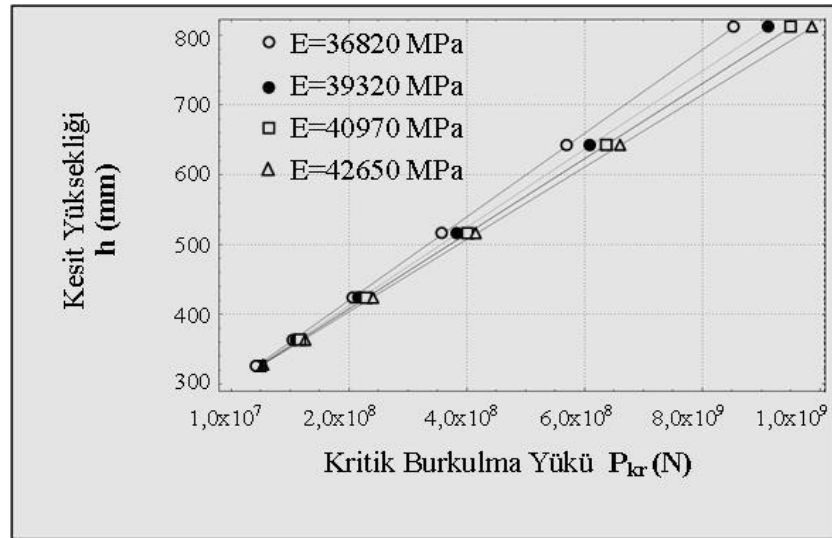
| E (MPa) | Kesit ölç¼leri (bxh) (mm) | P_{kr} (N) |
|----------------|--------------------------------------|---------------------------|
| 36 820 | (600×300) | $4,50494 \times 10^7$ |
| | (600×400) | $1,06784 \times 10^8$ |
| | (600×500) | $2,08562 \times 10^8$ |
| | (600×600) | $3,60396 \times 10^8$ |
| | (600×700) | $5,72295 \times 10^8$ |
| | (600×800) | $8,54271 \times 10^8$ |
| 39 320 | (600×300) | $4,81082 \times 10^7$ |
| | (600×400) | $1,14034 \times 10^8$ |
| | (600×500) | $2,22723 \times 10^8$ |
| | (600×600) | $3,84866 \times 10^8$ |
| | (600×700) | $6,11152 \times 10^8$ |
| | (600×800) | $9,12274 \times 10^8$ |
| 40 970 | (600×300) | $5,0127 \times 10^7$ |
| | (600×400) | $1,1882 \times 10^8$ |
| | (600×500) | $2,32069 \times 10^8$ |
| | (600×600) | $4,01016 \times 10^8$ |
| | (600×700) | $6,36798 \times 10^8$ |
| | (600×800) | $9,50556 \times 10^8$ |
| 42 560 | (600×300) | $5,20724 \times 10^7$ |
| | (600×400) | $1,23431 \times 10^8$ |
| | (600×500) | $2,41076 \times 10^8$ |
| | (600×600) | $4,16579 \times 10^8$ |
| | (600×700) | $6,61512 \times 10^8$ |
| | (600×800) | $9,87446 \times 10^8$ |

Çizelge 4.13. Elastisite modülüne bağlı farklı kesitlerin kritik yük dağılım çizelgesi (her iki uç ankastre mesnet)

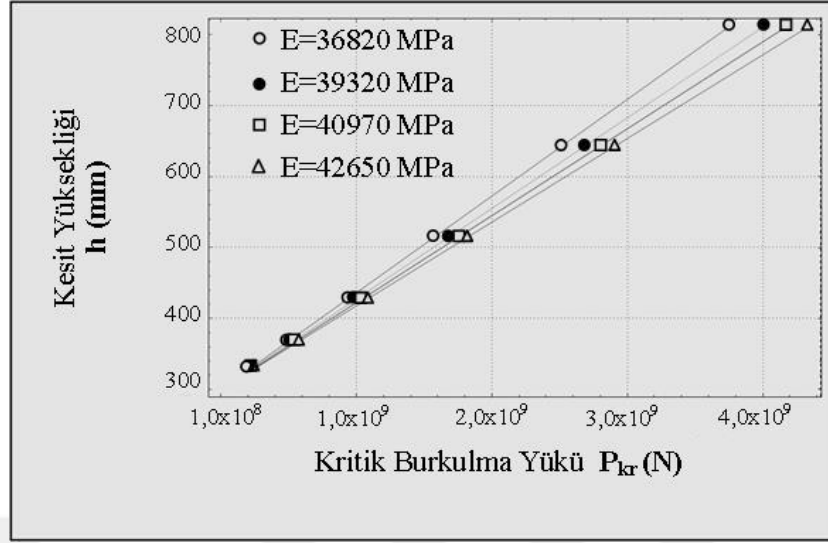
| E (MPa) | Kesit ölçüleri (bxh) (mm) | P_{kr} (N) |
|----------------|--------------------------------------|---------------------------|
| 36 820 | (600×300) | $1,98116 \times 10^8$ |
| | (600×400) | $4,69609 \times 10^8$ |
| | (600×500) | $9,17206 \times 10^8$ |
| | (600×600) | $1,58493 \times 10^9$ |
| | (600×700) | $2,51681 \times 10^9$ |
| | (600×800) | $3,75687 \times 10^9$ |
| 39 320 | (600×300) | $2,11568 \times 10^8$ |
| | (600×400) | $5,01495 \times 10^8$ |
| | (600×500) | $9,79482 \times 10^8$ |
| | (600×600) | $1,69254 \times 10^9$ |
| | (600×700) | $2,68770 \times 10^9$ |
| | (600×800) | $4,01196 \times 10^9$ |
| 40 970 | (600×300) | $2,20446 \times 10^8$ |
| | (600×400) | $5,22539 \times 10^8$ |
| | (600×500) | $1,02058 \times 10^9$ |
| | (600×600) | $1,76357 \times 10^9$ |
| | (600×700) | $2,80048 \times 10^9$ |
| | (600×800) | $4,18031 \times 10^9$ |
| 42 560 | (600×300) | $2,29001 \times 10^8$ |
| | (600×400) | $5,42818 \times 10^8$ |
| | (600×500) | $1,06019 \times 10^9$ |
| | (600×600) | $1,83201 \times 10^9$ |
| | (600×700) | $2,90917 \times 10^9$ |
| | (600×800) | $4,34255 \times 10^9$ |

Çizelge 4.14. Elastisite modülüne bağlı farklı kesitlerin kritik yük dağılım çizelgesi (Alt ucu sabit üst ucu ankastre-Alt ucu ankastre üst ucu sabit)

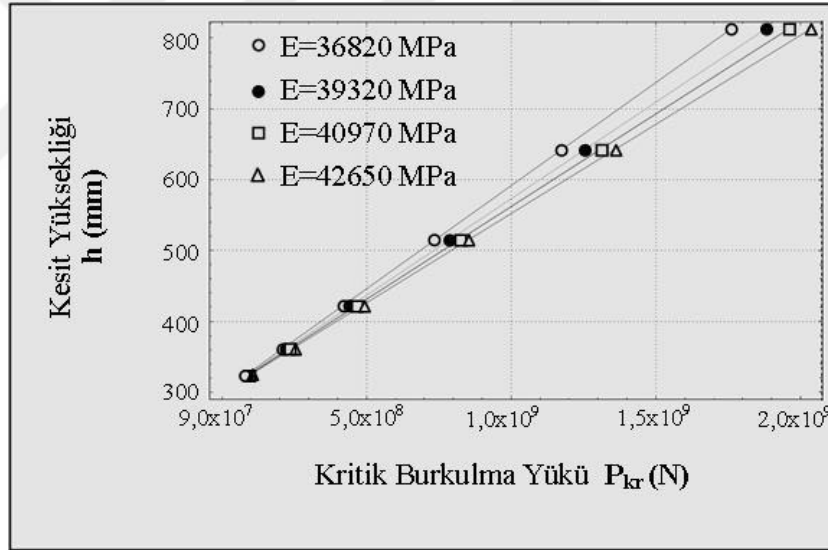
| E (MPa) | Kesit ölçüleri (bxh) (mm) | P_{kr} (N) |
|---------|------------------------------|-----------------------|
| 36 820 | (600×300) | $9,23609 \times 10^7$ |
| | (600×400) | $2,18976 \times 10^8$ |
| | (600×500) | $4,27838 \times 10^8$ |
| | (600×600) | $7,39691 \times 10^8$ |
| | (600×700) | $1,17546 \times 10^9$ |
| | (600×800) | $1,75632 \times 10^9$ |
| 39 320 | (600×300) | $9,86331 \times 10^7$ |
| | (600×400) | $2,33850 \times 10^8$ |
| | (600×500) | $4,56910 \times 10^8$ |
| | (600×600) | $7,89981 \times 10^8$ |
| | (600×700) | $1,25544 \times 10^9$ |
| | (600×800) | $1,87594 \times 10^9$ |
| 40 970 | (600×300) | $1,02773 \times 10^8$ |
| | (600×400) | $2,43667 \times 10^8$ |
| | (600×500) | $4,76099 \times 10^8$ |
| | (600×600) | $8,23177 \times 10^8$ |
| | (600×700) | $1,30823 \times 10^9$ |
| | (600×800) | $1,95492 \times 10^9$ |
| 42 560 | (600×300) | $1,06762 \times 10^8$ |
| | (600×400) | $2,53128 \times 10^8$ |
| | (600×500) | $4,94591 \times 10^8$ |
| | (600×600) | $8,55169 \times 10^8$ |
| | (600×700) | $1,35912 \times 10^9$ |
| | (600×800) | $2,03105 \times 10^9$ |



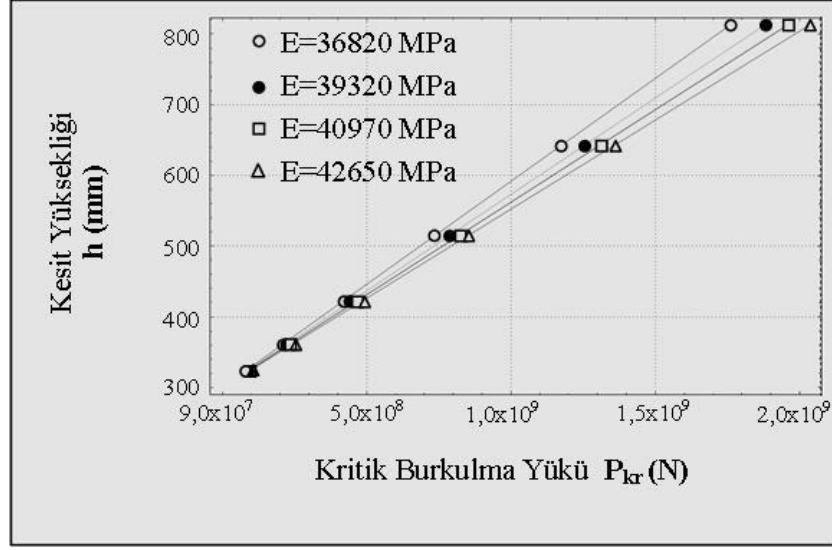
Şekil 4.13. Elastisite modülü (E) ve kolon yüksekliğine (h) bağlı kritik burkulma yükü değişim grafikleri (a) Sabit-Sabit



Şekil 4.14. Elastisite modülü (E) ve kolon yüksekliğine (h) bağlı kritik burkulma yükü değişim grafikleri (b) Ankastr- Ankastr



Şekil 4.15. Elastisite modülü (E) ve kolon yüksekliğine (h) bağlı kritik burkulma yükü değişim grafikleri (c) Alt ucu sabit üst ucu ankastr



Şekil 4.16. Elastisite modülü (E) ve kolon yüksekliğine (h) bağlı kritik burkulma yükü değişim grafikleri (d) Alt ucu ankastre üst ucu sabit

Bölüm 4.1.5 şekil ve çizelgeleri incelendiğinde kesit yüksekliğindeki artışın kritik yük değerinde bir artışa yol açtığını gözlenmiştir. Benzer şekilde, malzemenin elastisite modülündeki artış da kritik burkulma yükü değerini arttırmıştır. Burada alt uç ve üst uçlardan birini sabit değerinin ankastre olması durumunda uçlardan hangisinin ankastre veya sabit olduğunun önemi olmadığı görülmektedir (Şekiller 4.16 ve 4.15). şekillerden kısa kiriş yüksekliği olması durumunda elastisite modülü değerinin etkisi azaldığı görülmektedir. Burada çelik lifli betondan elde edilen elastisite modülü parametresi ile hesaplanan kritik burkulma yükü değeri, lifsiz betondan elde edilen E parametresi ile hesaplanan kritik burkulma yükü değerine göre yaklaşık %16'ya varan değerlerde daha düşük olduğu gözlenmiştir.

4.1.6 Farklı elastisite modülü değerlerine bağlı kritik burkulma yükü ilk dört modu

Önceki bölümlerde elde edilen kritik burkulma yükü değerleri, analiz sonucunda elde edilen değerlerden en küçük olan mod seçilerek verilmiştir. Bu bölümde ise elde edilen ilk dört mod değeri birlikte verilmiştir. Böylece, kolonun stabilitesini kaybettiği en küçük kritik burkulma yükü değeri görülmüş olacaktır. Kritik burkulma yükü değerleri üç farklı sınır koşulu için elastik ortamda elde edilmiştir. Analizde 150 terim kullanılmış

ve sonuçlar çizelgeler 4.15, 4.16, 4.17 ve grafikler 4.17, 4.18, 4.19 ile aşağıda gösterilmiştir. Analizde $L=3300 \text{ mm}$, $h=b=300 \text{ mm}$ değerleri seçilmiştir.

Çizelge 4.15. Elastik ortamda elastisite modülüne bağlı ilk kritik yük modu (Her iki ucu ankastre mesnet), $\overline{K}_w = 5,0$

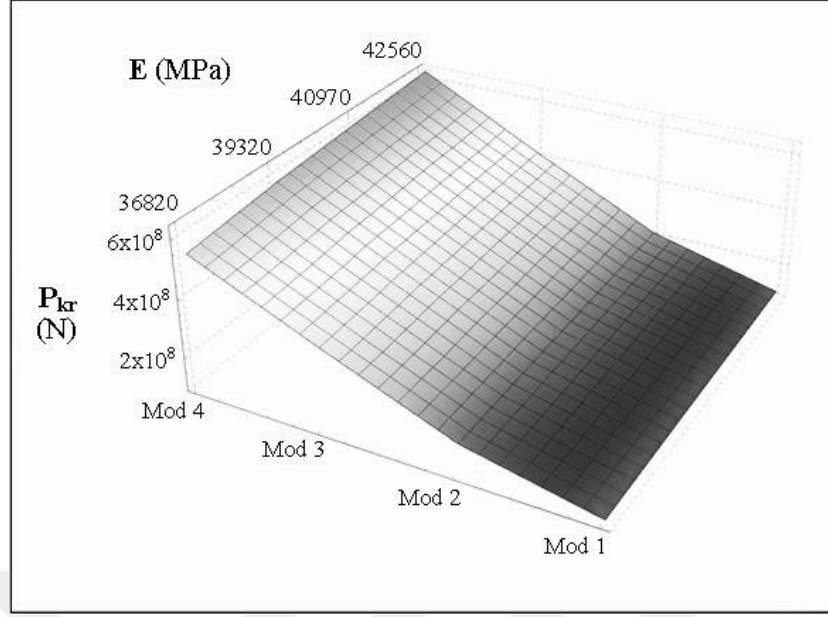
| Elastisite Modülü (MPa) | P_{kr} (N) Mod 1 | P_{kr} (N) Mod 2 | P_{kr} (N) Mod 3 | P_{kr} (N) Mod 4 |
|-------------------------|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|
| 42 560 | $1,0570 \times 10^8$ | $2,1447 \times 10^8$ | $4,1660 \times 10^8$ | $6,3323 \times 10^8$ |
| 40 970 | $1,0175 \times 10^8$ | $2,0646 \times 10^8$ | $4,0343 \times 10^8$ | $6,0957 \times 10^8$ |
| 39 320 | $9,7657 \times 10^7$ | $1,9814 \times 10^8$ | $3,8718 \times 10^8$ | $5,8502 \times 10^8$ |
| 36 820 | $9,1448 \times 10^7$ | $1,8554 \times 10^8$ | $3,6256 \times 10^8$ | $5,4782 \times 10^8$ |

Çizelge 4.16. Elastik ortamda elastisite modülüne bağlı ilk kritik yük modu (Her iki ucu sabit mesnet), $\overline{K}_w = 5,0$

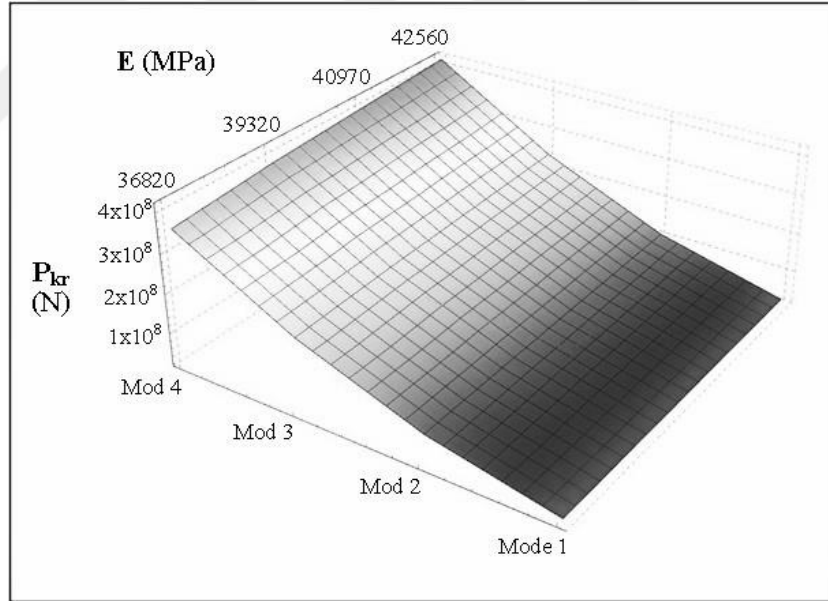
| Elastisite Modülü (MPa) | P_{kr} (N) Mod 1 | P_{kr} (N) Mod 2 | P_{kr} (N) Mod 3 | P_{kr} (N) Mod 4 |
|-------------------------|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|
| 42 560 | $2,7372 \times 10^7$ | $1,0447 \times 10^8$ | $2,3447 \times 10^8$ | $4,1666 \times 10^8$ |
| 40 970 | $2,6350 \times 10^7$ | $1,0057 \times 10^8$ | $2,2571 \times 10^8$ | $4,0109 \times 10^8$ |
| 39 320 | $2,5288 \times 10^7$ | $9,6525 \times 10^7$ | $2,1662 \times 10^8$ | $3,8494 \times 10^8$ |
| 36 820 | $2,3680 \times 10^7$ | $9,0387 \times 10^7$ | $2,0285 \times 10^8$ | $3,6046 \times 10^8$ |

Çizelge 4.17. Elastik ortamda elastisite modülüne bağlı ilk kritik yük modu (bir ucu ankastre diğer ucu sabit mesnet), $\overline{K}_w = 5,0$

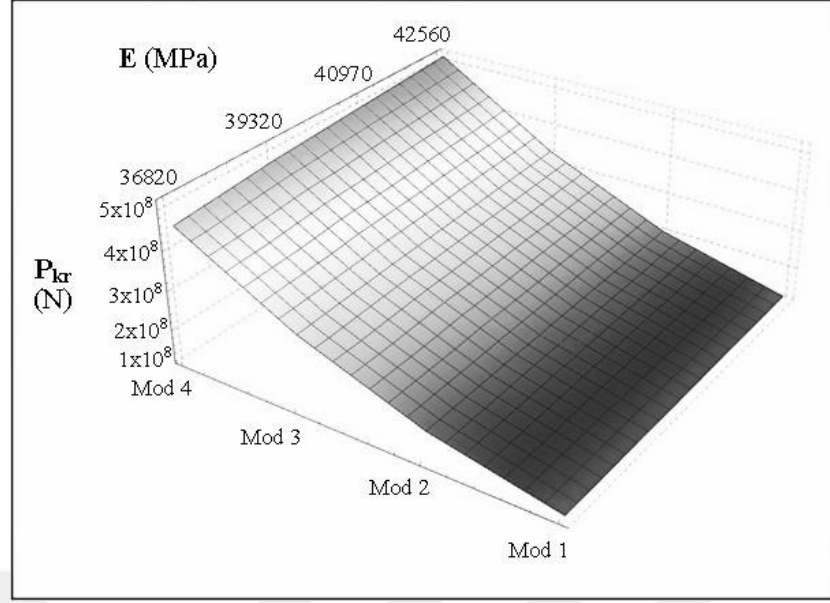
| Elastisite Modülü (MPa) | P_{kr} (N) Mod 1 | P_{kr} (N) Mod 2 | P_{kr} (N) Mod 3 | P_{kr} (N) Mod 4 |
|-------------------------|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|
| 42 560 | $5,4492 \times 10^7$ | $1,5822 \times 10^8$ | $3,1469 \times 10^8$ | $5,2347 \times 10^8$ |
| 40 970 | $5,2456 \times 10^7$ | $1,5231 \times 10^8$ | $3,0293 \times 10^8$ | $5,0391 \times 10^8$ |
| 39 320 | $5,0344 \times 10^7$ | $1,4618 \times 10^8$ | $2,9073 \times 10^8$ | $4,8362 \times 10^8$ |
| 36 820 | $4,7143 \times 10^7$ | $1,3688 \times 10^8$ | $2,7225 \times 10^8$ | $4,5287 \times 10^8$ |



Şekil 4.17. Elastik ortamda elastisite modülüne bağlı ilk kritik yük modu değişim grafiği (Her iki ucu ankastre mesnet)



Şekil 4.18. Elastik ortamda elastisite modülüne bağlı ilk kritik yük modu değişim grafiği (Her iki ucu sabit mesnet)



Şekil 4.19. Elastik ortamda elastisite modülüne bağlı ilk kritik yük modu değişim grafiği (bir ucu ankastre diğer ucu sabit mesnet)

Bölüm 4.1.3 ve 4.1.6 da elastisite modülünün kritik burkulma yükü üzerindeki etkisi incelenmiştir. Bu bölümde, grafik ve çizelgeler incelendiğinde birinci mod sonrasındaki modlarda kolonun maruz kaldığı yük değerleri görülmektedir. Bu değerler, iki ucunda yüklenmiş elastik ortamdaki Euler kolonunun burkulması için gerekli olan minimum P değerinin görülmesini sağlamaktadır. Üç farklı sınır koşulu için yapılan analitik çözümde ankastre-ankastre uçlu kolonda en büyük kritik burkulma yükü değeri gözlenmiştir. Her iki ucu sabit olan kolon elemanında ise en küçük kritik burkulma değerleri gözlenmiştir.

4.2. Kiriş Titreşim Analizi

Bu başlıkta, modellenen kiriş elemanına ait frekans parametresi ve doğal frekans değerleri, farklı kesit boyutları (b, h, L), elastisite modülü (E), birim hacim ağırlığı (ρ), elastik zemin parametresi (K_0) ve farklı sınır koşulları ($\bar{\Omega}_L, \bar{\Omega}_0, \bar{S}_L, \bar{S}_0$) altında incelenmiştir. Analizde sonsuz serinin ilk 50 veya 40 terimi kullanılarak frekans parametreleri ve doğal frekans değerleri hesaplanmıştır.

4.2.1 Farklı elastisite modülü ve kiriş uzunluğu değerlerine bağlı frekans parametresi değerleri

Çizelgeler 4.18, 4.19, 4.20, 4.21 ve Şekiller 4.20, 4.21, 4.22, 4.23’de karışımlardan elde edilen elastisite modülüne ve farklı kiriş uzunluklarına göre kiriş elemanının frekans parametre değişimini göstermektedir. Analizde $k_{\omega}=10$, $h=b=300$ değerleri kullanılmış ve kiriş sınır koşullarına farklı değerler verilerek Frekans parametresi değerleri incelenmiştir.

Çizelge 4.18. Kiriş uzunluğuna ve elastisite modülü değerlerine bağlı olarak iki ucu ankastre kiriş için frekans parametresi değerleri

| L (mm) | E | E | E | E |
|--------|--------------|--------------|--------------|--------------|
| | 42 560 (MPa) | 40 970 (MPa) | 39 320 (MPa) | 36 820 (MPa) |
| 2 500 | 1,528 | 1,52838 | 1,52881 | 1,52953 |
| 3 000 | 1,5384 | 1,53917 | 1,54003 | 1,54149 |
| 3 500 | 1,55507 | 1,55645 | 1,558 | 1,5606 |
| 4 000 | 1,57965 | 1,5819 | 1,58441 | 1,58862 |

Çizelge 4.19. Kiriş uzunluğuna ve elastisite modülü değerlerine bağlı olarak iki ucu sabit kiriş için frekans parametresi değerleri

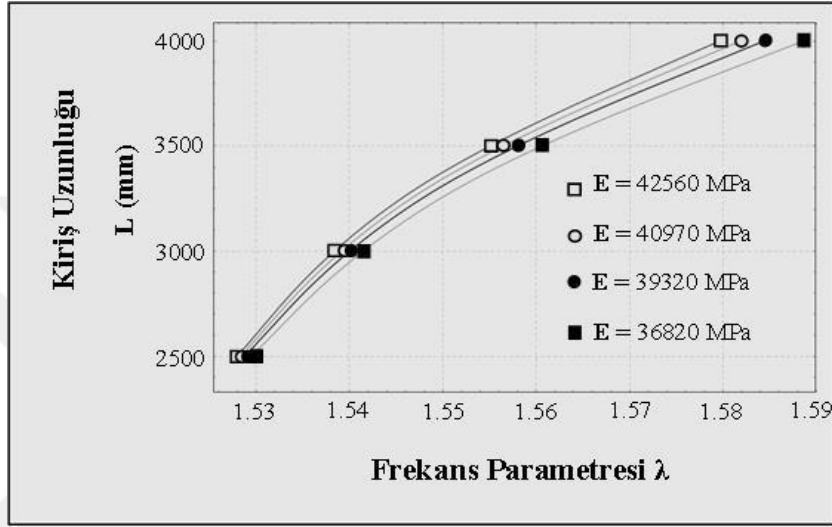
| L (mm) | E | E | E | E |
|--------|--------------|--------------|--------------|--------------|
| | 42 560 (MPa) | 40 970 (MPa) | 39 320 (MPa) | 36 820 (MPa) |
| 2 500 | 1,03321 | 1,03443 | 1,0358 | 1,03811 |
| 3 000 | 1,06562 | 1,06793 | 1,07051 | 1,07482 |
| 3 500 | 1,11331 | 1,11706 | 1,12123 | 1,12816 |
| 4 000 | 1,17634 | 1,18175 | 1,18775 | 1,19765 |

Çizelge 4.20. Kiriş uzunluğuna ve elastisite modülü değerlerine bağlı olarak konsol kiriş için frekans parametresi değerleri

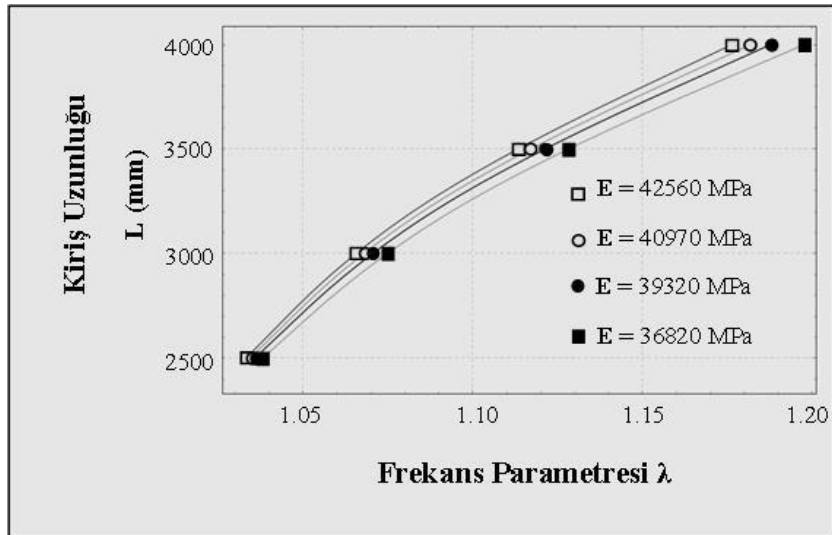
| L (mm) | E | E | E | E |
|--------|--------------|--------------|--------------|--------------|
| | 42 560 (MPa) | 40 970 (MPa) | 39 320 (MPa) | 36 820 (MPa) |
| 2 500 | 0,721998 | 0,72557 | 0,72952 | 0,736038 |
| 3 000 | 0,805795 | 0,81111 | 0,816958 | 0,826541 |
| 3 500 | 0,904186 | 0,911144 | 0,918774 | 0,931222 |
| 4 000 | 1,01154 | 1,02001 | 1,02928 | 1,04435 |

Çizelge 4.21. Kiriş uzunluğuna ve elastisite modülü değerlerine bağlı olarak bir ucu ankastre bir ucu sabit kiriş için frekans parametresi değerleri

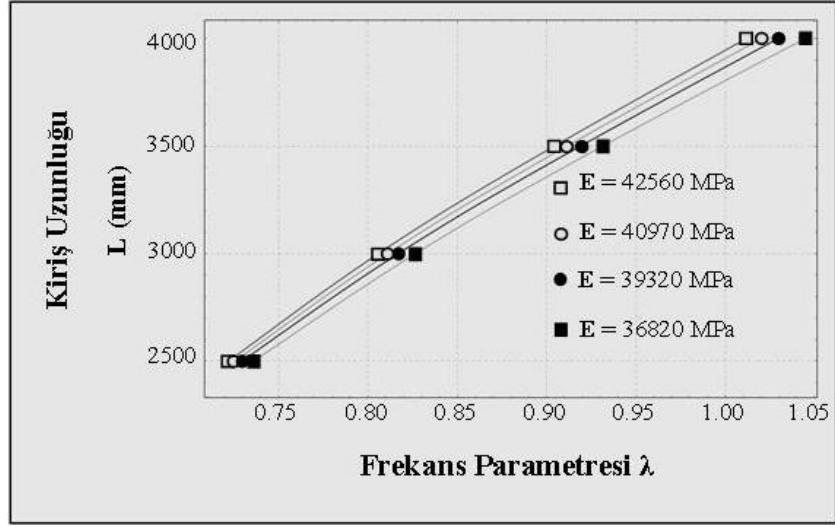
| L (mm) | E | | | |
|--------|--------------|--------------|--------------|--------------|
| | 42 560 (MPa) | 40 970 (MPa) | 39 320 (MPa) | 36 820 (MPa) |
| 2 500 | 1,27342 | 1,27407 | 1,27481 | 1,27604 |
| 3 000 | 1,29119 | 1,29249 | 1,29395 | 1,2964 |
| 3 500 | 1,31894 | 1,3212 | 1,32373 | 1,32796 |
| 4 000 | 1,35838 | 1,36191 | 1,36584 | 1,37239 |



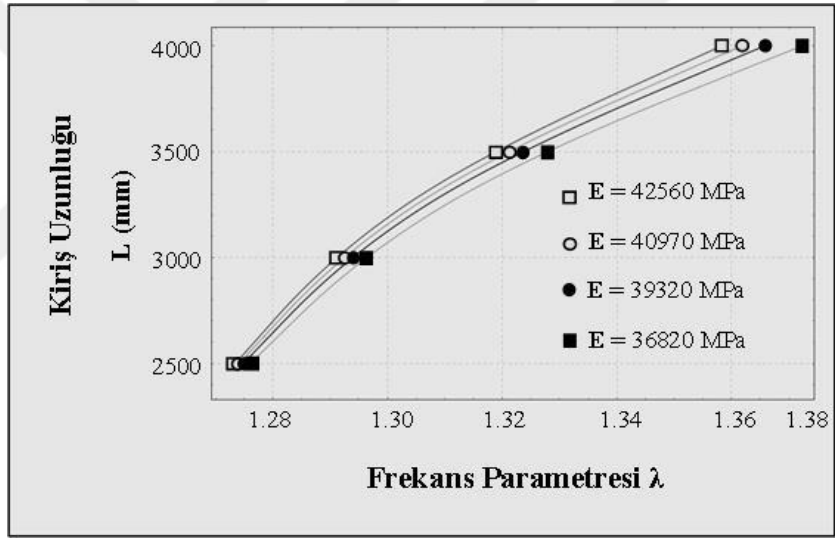
Şekil 4.20. Frekans parametresinin kiriş uzunluğu ve elastisite modülü değerlerine bağlı olarak değişim grafiği (Her iki ucu ankastre)



Şekil 4.21. Frekans parametresinin kiriş uzunluğu ve elastisite modülü değerlerine bağlı olarak değişim grafiği (Her iki ucu sabit)



Şekil 4.22. Frekans parametresinin kiriş uzunluğu ve elastisite modülü değerlerine bağlı olarak değişim grafiği (konsol kiriş)



Şekil 4.23. Frekans parametresinin kiriş uzunluğu ve elastisite modülü değerlerine bağlı olarak değişim grafiği (Bir ucu ankastre bir ucu sabit)

Çizelgeler 4.18, 4.19, 4.20, 4.21 ve Şekiller 4.20, 4.21, 4.22, 4.23 incelendiğinde, Kiriş uzunluğunun artırılmasıyla daha yüksek frekans parametre değerlerinin elde edildiği gözlenmiştir. Elastisite modülünün frekans parametresi üzerindeki etkisi incelendiğinde, yüksek elastisite modülü değerleri daha düşük frekans parametresi elde edilmesini sağlamıştır. Analizde, çelik lif içermeyen karışımın elastisite modülü (42560) değeri ile elde edilen frekans parametre değerinin, çelik lif takviyeli karışımdan elde edilen frekans parametre değerinden daha düşük olduğu gözlenmiştir. Çelik lif içeren beton

karışımında elastisite modülü değerinin azalması, lif takviyesi ile taze durumda çökme ve sıkıştırma kaybından kaynaklandığı düşünülmüştür. Sonuç olarak, elastisite modülünün frekans parametresi üzerindeki etkisi, belirtilen kiriş uzunluğundan çok daha düşük olmuştur. Bu ifade, belirtilen özelliklerdeki kiriş için, kiriş boyunda 500 mm bir değişim olması durumunda frekans parametresi değerindeki değişiklik miktarı elastisite modülü değerinden kaynaklı değişime göre oldukça fazladır.

4.2.2 Kiriş yüksekliğine ve kiriş uzunluğu değerlerine bağlı frekans parametresi değerleri

Çizelgeler 4.22, 4.23, 4.24, 4.25 ve Şekiller 4.24, 4.25, 4.26, 4.27’de farklı uzunluk ve yüksekliklerdeki kirişin frekans parametresi değerleri incelendi. Analizde çelik lif içermeyen betondan elde edilen E değeri kullanılmıştır. Sınır koşulları ile oluşturulan dört farklı kiriş tipi için değerler, çizelgeler ve şekiller ile gösterilmiştir.

Çizelge 4.22. Her iki ucu ankastre kiriş için kiriş yüksekliği (h) değerine ve farklı kiriş uzunluğu (L) değerlerine bağlı olarak frekans parametresi değerleri; $b=300$ mm, $k_{\omega}=10$

| L (mm) | h | h | h | h |
|----------|----------|----------|----------|----------|
| | 200 (mm) | 300 (mm) | 400 (mm) | 500 (mm) |
| 2 500 | 1,55377 | 1,53118 | 1,52553 | 1,52351 |
| 3 000 | 1,58643 | 1,54152 | 1,52997 | 1,52579 |
| 3 500 | 1,6362 | 1,55809 | 1,53718 | 1,52953 |
| 4 000 | 1,70469 | 1,58253 | 1,54806 | 1,53521 |

Çizelge 4.23, Her iki ucu sabit kiriş için kiriş yüksekliği (h) değerine ve farklı kiriş uzunluğu (L) değerlerine bağlı olarak frekans parametresi değerleri; $b=300$ mm, $k_{\omega}=10$

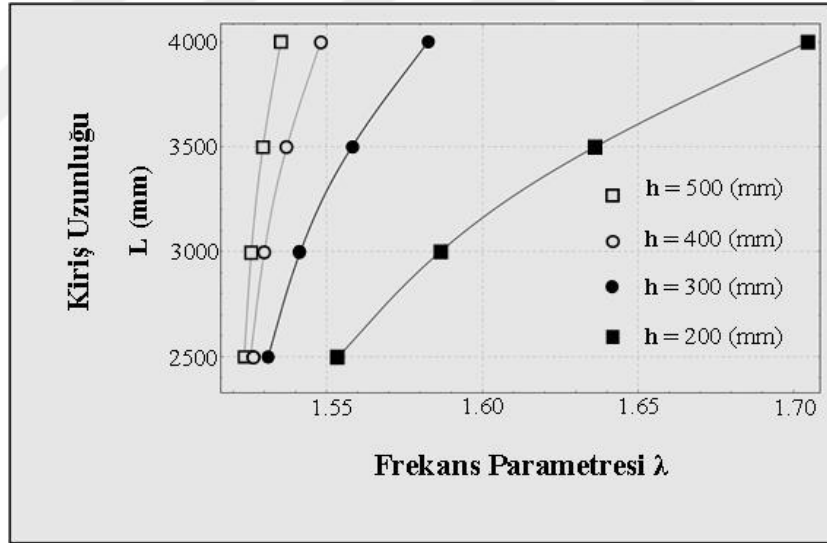
| L (mm) | h | h | h | h |
|----------|----------|----------|----------|----------|
| | 200 (mm) | 300 (mm) | 400 (mm) | 500 (mm) |
| 2 500 | 1,10132 | 1,03321 | 1,01441 | 1,00746 |
| 3 000 | 1,18576 | 1,06562 | 1,02922 | 1,01528 |
| 3 500 | 1,2947 | 1,11331 | 1,05231 | 1,02778 |
| 4 000 | 1,42189 | 1,17634 | 1,08502 | 1,04611 |

Çizelge 4.24. Konsol kiriş için kiriş yüksekliği (h) değerine ve farklı kiriş uzunluğu (L) değerlerine bağlı olarak frekans parametresi değerleri; b=300 mm, $k_0=10$

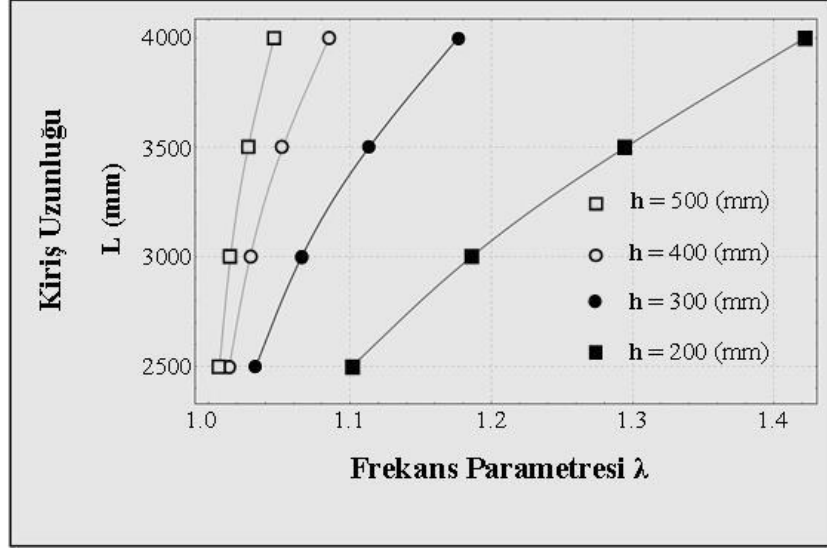
| L (mm) | h | | | |
|--------|----------|----------|----------|----------|
| | 200 (mm) | 300 (mm) | 400 (mm) | 500 (mm) |
| 2 500 | 0,881305 | 0,721998 | 0,661115 | 0,634711 |
| 3 000 | 1,02621 | 0,805795 | 0,710098 | 0,664236 |
| 3 500 | 1,18049 | 0,904186 | 0,77372 | 0,705669 |
| 4 000 | 1,33953 | 1,01154 | 0,848398 | 0,757782 |

Çizelge 4.25. Bir ucu ankastre bir ucu sabit mesnetli kiriş için kiriş yüksekliği (h) değerine ve farklı kiriş uzunluğu (L) değerlerine bağlı olarak frekans parametresi değerleri; b=300 mm, $k_0=10$

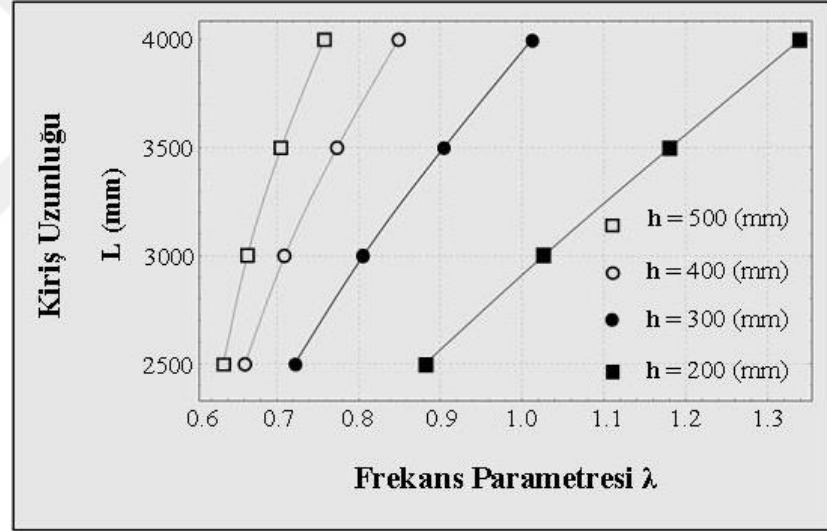
| L (mm) | h | | | |
|--------|----------|----------|----------|----------|
| | 200 (mm) | 300 (mm) | 400 (mm) | 500 (mm) |
| 2 500 | 1,31179 | 1,27342 | 1,26353 | 1,25996 |
| 3 000 | 1,36454 | 1,29119 | 1,2713 | 1,26398 |
| 3 500 | 1,44 | 1,31894 | 1,28378 | 1,27053 |
| 4 000 | 1,53677 | 1,35838 | 1,30225 | 1,28038 |



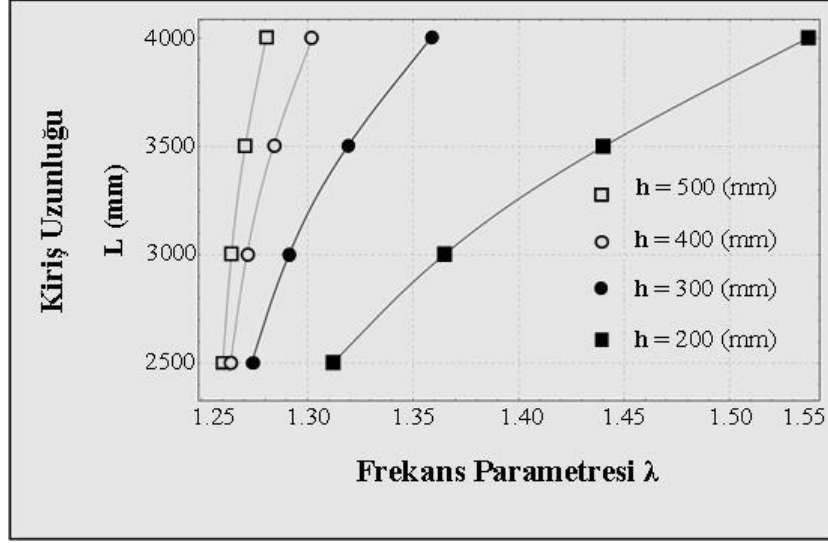
Şekil 4.24. Kiriş uzunluğuna ve kiriş yüksekliğine bağlı olarak Frekans parametresi değişimi: E = 42560 MPa, b=300 mm, $k_0=10$, (Her iki ucu ankastre)



Şekil 4.25. Kiriş uzunluğuna ve kiriş yüksekliğine bağlı olarak Frekans parametresi değişimi: $E = 42560$ MPa, $b=300$ mm, $k_0=10$, (Her iki ucu sabit)



Şekil 4.26. Kiriş uzunluğuna ve kiriş yüksekliğine bağlı olarak Frekans parametresi değişimi: $E = 42560$ MPa, $b=300$ mm, $k_0=10$, (Konsol kiriş)



Şekil 4.27. Kiriş uzunluğuna ve kiriş yüksekliğine bağlı olarak Frekans parametresi değişimi: $E = 42560$ MPa, $b=300$ mm, $k_0=10$ (Bir ucu ankastre bir ucu sabit mesnetli kiriş)

Çizelgeler 4.22, 4.23, 4.24, 4.25 ve Şekiller 4.24, 4.25, 4.26, 4.27'de görüldüğü gibi, kiriş yüksekliği yüzer mm arttırılmış ve bu artışın frekans parametresi üzerindeki etkisi incelenmiştir. Kiriş yüksekliğindeki artışın frekans parametrelerinde parabolik bir artışa neden olduğu gözlenmiştir. Kısa kirişlerde kiriş yüksekliğinin frekans parametresine etkisi daha az ve olduğu gözlenirken, uzun kirişlerde kiriş yükseliğinin etkisi arttığı gözlenmiştir. Şekil ve çizelgeler incelendiğinde, ankastre-ankastre mesnetlenmiş kirişlerde en yüksek frekans parametresi, konsol kirişlerde en düşük frekans parametresi değerleri elde edildiği gözlenmiştir.

4.2.3 Farklı elastik zemin parametresi değerlerine bağlı ilk üç moda ait frekans parametresi değerleri

Çizelgeler 4.26, 4.27, 4.28, 4.29 ve Şekiller 4.28, 4.29, 4.30, 4.31, elastik zemin parametresi (K_0) değerlerinin, farklı sınır koşullarına sahip kirişler için ilk üç frekans parametresi üzerindeki etkisini göstermektedir.

Çizelge 4.26. Elastik zemin parametresi değerlerinin frekans parametresi ilk üç mod değerine etkisi (Her iki ucu ankastre kiriş), E=40970 MPa

| K₀ | Mod 1 | Mod 2 | Mod 3 |
|----------------------|--------------|--------------|--------------|
| 10 | 1,52861 | 2,52724 | 3,53832 |
| 20 | 1,53574 | 2,52883 | 3,5389 |
| 30 | 1,54278 | 2,53041 | 3,53948 |
| 40 | 1,54972 | 2,532 | 3,54006 |
| 50 | 1,55657 | 2,53358 | 3,54064 |
| 60 | 1,56333 | 2,53515 | 3,54121 |
| 70 | 1,57001 | 2,53673 | 3,54179 |
| 80 | 1,5766 | 2,5383 | 3,54237 |

Çizelge 4.27. Elastik zemin parametresi değerlerinin frekans parametresi ilk üç mod değerine etkisi (Her iki ucu sabit kiriş), E=40970 MPa

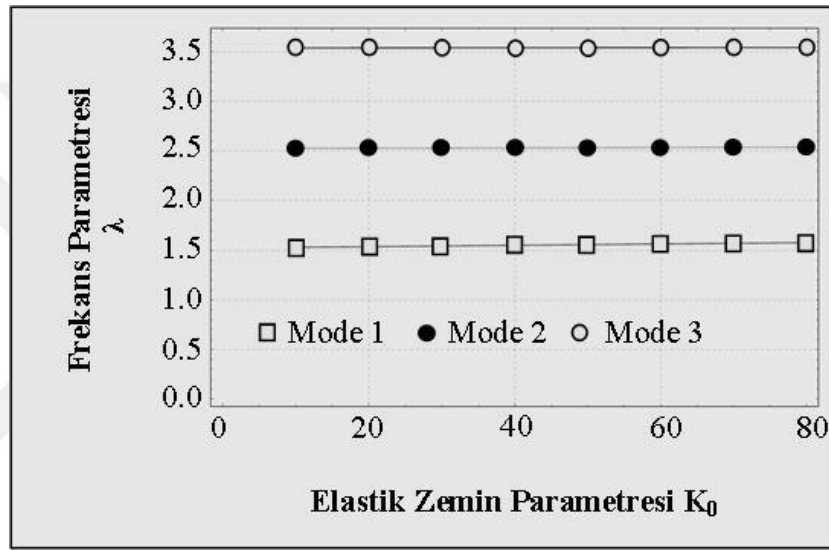
| K₀ | Mod 1 | Mod 2 | Mod 3 |
|----------------------|--------------|--------------|--------------|
| 10 | 1,02473 | 2,0032 | 3,00094 |
| 20 | 1,04779 | 2,00638 | 3,00189 |
| 30 | 1,06942 | 2,00955 | 3,00284 |
| 40 | 1,08982 | 2,01271 | 3,00378 |
| 50 | 1,10913 | 2,01585 | 3,00473 |
| 60 | 1,12748 | 2,01898 | 3,00568 |
| 70 | 1,14497 | 2,02209 | 3,00662 |
| 80 | 1,1617 | 2,02518 | 3,00757 |

Çizelge 4.28. Elastik zemin parametresi değerlerinin frekans parametresi ilk üç mod değerine etkisi (Konsol kiriş), E=40970 MPa

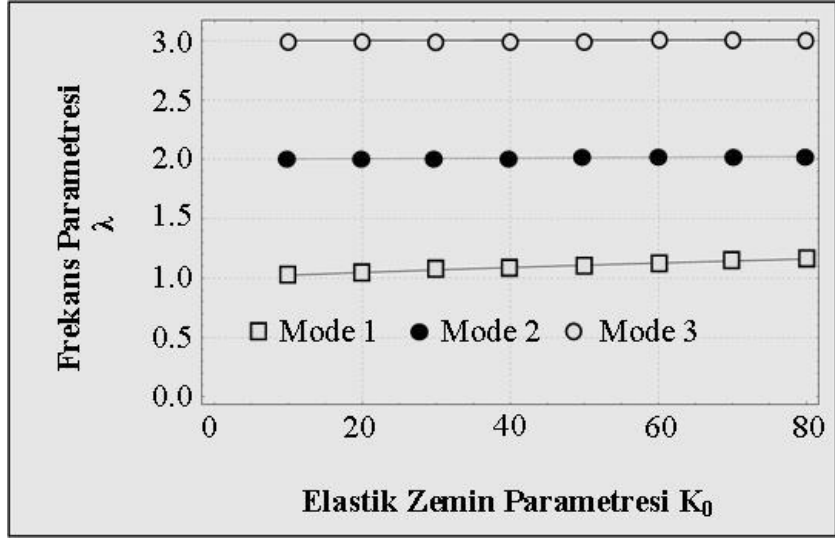
| K₀ | Mod 1 | Mod 2 | Mod 3 |
|----------------------|--------------|--------------|--------------|
| 10 | 0,695316 | 1,51359 | 2,52112 |
| 20 | 0,761576 | 1,52094 | 2,52272 |
| 30 | 0,814011 | 1,52818 | 2,52431 |
| 40 | 0,857913 | 1,53532 | 2,52591 |
| 50 | 0,895952 | 1,54237 | 2,5275 |
| 60 | 0,929684 | 1,54931 | 2,52909 |
| 70 | 0,960099 | 1,55617 | 2,53067 |
| 80 | 0,98787 | 1,56293 | 2,53225 |

Çizelge 4.29. Elastik zemin parametresi değerlerinin frekans parametresi ilk üç mod değerine etkisi (Bir ucu ankastre bir ucu sabit mesnetli kiriş), $E=40970$ MPa

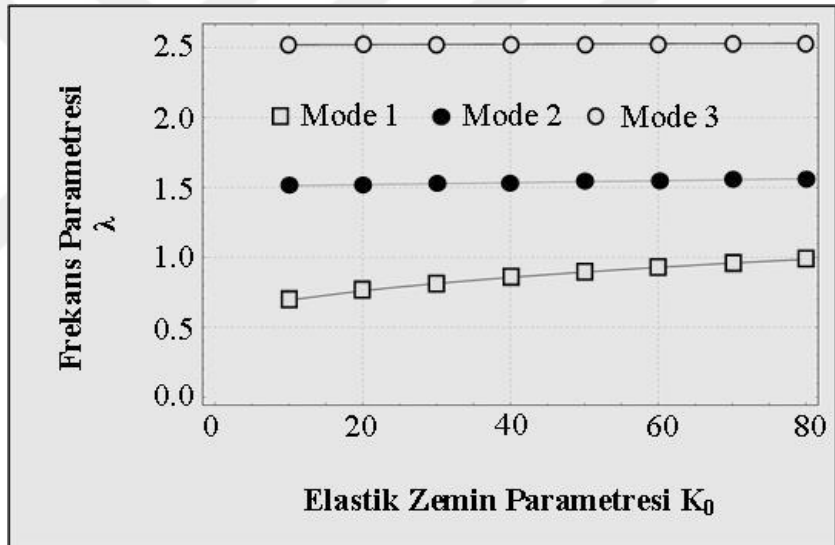
| K_0 | Mod 1 | Mod 2 | Mod 3 |
|-------|---------|---------|---------|
| 10 | 1,26892 | 2,26334 | 3,26615 |
| 20 | 1,28130 | 2,26555 | 3,26689 |
| 30 | 1,29333 | 2,26776 | 3,26762 |
| 40 | 1,30504 | 2,26996 | 3,26836 |
| 50 | 1,31643 | 2,27215 | 3,26909 |
| 60 | 1,32754 | 2,27433 | 3,26983 |
| 70 | 1,33838 | 2,27651 | 3,27056 |
| 80 | 1,34896 | 2,27868 | 3,27129 |



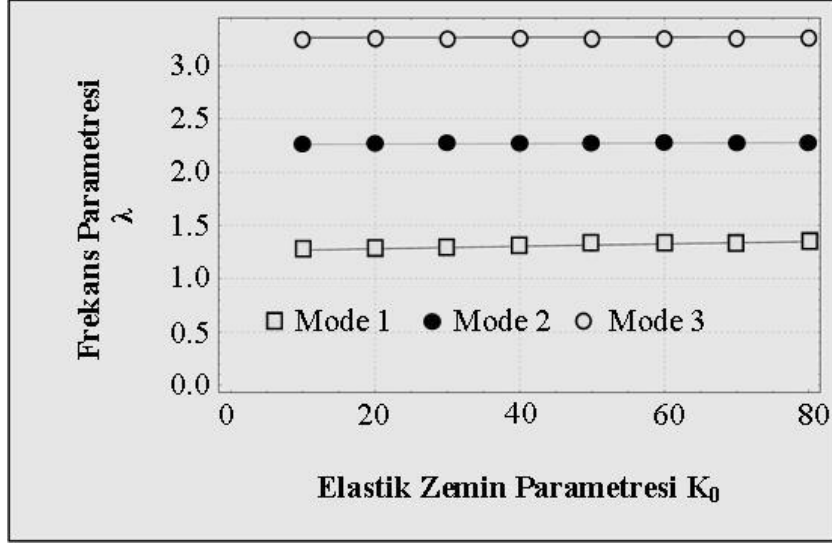
Şekil 4.28. K_0 parametresine bağlı olarak frekans parametresinin ilk üç modunun grafiği: $E = 40970$ MPa (Her iki ucu ankastre kiriş)



Şekil 4.29. K_0 parametresine bağlı olarak frekans parametresinin ilk üç modunun grafiği: $E = 40970$ MPa (Her iki ucu sabit kiriş)



Şekil 4.30. K_0 parametresine bağlı olarak frekans parametresinin ilk üç modunun grafiği: $E = 40970$ MPa (Konsol kiriş)



Şekil 4.31. K_0 parametresine bağlı olarak frekans parametresinin ilk üç modunun grafiği: $E = 40970$ MPa (Bir ucu ankastre bir ucu sabit mesnetli kiriş)

$$K_0 = \frac{\delta}{\pi^4} \quad (4.1)$$

Burada, δ elastik zemin parametresidir. Şekiller 4.28, 4.29, 4.30, 4.31'den K_0 değerindeki artışın frekans parametresinde doğrusal olmayan bir artışa neden olduğu görülebilir. İlk modda, frekans parametresinin diğer modlardan daha fazla arttığı gözlenmiştir.

4.2.4 Dönme ve ötelenme yay katsayısı değerlerinin frekans parametresi ve doğal frekans değerlerine etkisi

Bu bölümde, kirişin L ve 0 uçlarındaki yay katsayılarına farklı değerler verilerek, dönme ve öteleme değişikliğinin kirişteki frekans parametresi üzerindeki etkisi incelenmiştir. Çizelgeler 4.30, 4.31 ve şekiller 4.32, 4.33 dönme ve öteleme yay parametrelerinin farklı değerleri ile elde edilen frekans parametresi değerlerini Çizelgeler 4.32, 4.33 ve şekiller 4.34 ve 4.35 ise aynı koşullarda doğal frekans değerlerini göstermektedir. Kiriş, konsol kiriş ve her iki ucu sabit kirişler için dönme ve ötelenme yay katsayılarına farklı değerler verilerek modellenmiştir.

Çizelge 4.30. Dönme ve ötelenme yay katsayısı değişimine bağlı olarak frekans parametresi değişim çizelgesi: $E=42560$ MPa, $k_0=10$; $\bar{\Omega}_L = \bar{\Omega}_0 = 10^{-5}$

| $\bar{\Omega}_L$ | $\bar{S}_0=10$ | $\bar{S}_0=20$ | $\bar{S}_0=30$ | $\bar{S}_0=40$ |
|------------------|----------------|----------------|----------------|----------------|
| 10 | 0,87938 | 0,96372 | 1,01856 | 1,0568 |
| 20 | 0,87164 | 0,94903 | 0,99918 | 1,0341 |
| 30 | 0,86822 | 0,94138 | 0,98809 | 1,02033 |
| 40 | 0,86632 | 0,93683 | 0,98121 | 1,01154 |
| 50 | 0,86511 | 0,93385 | 0,97661 | 1,00557 |
| 60 | 0,86428 | 0,93176 | 0,97333 | 1,00129 |
| 70 | 0,86367 | 0,93021 | 0,97089 | 0,99809 |
| 80 | 0,86321 | 0,92902 | 0,96901 | 0,99562 |

Çizelge 4.31. Dönme ve ötelenme yay katsayısı değişimine bağlı olarak frekans parametresi değişim çizelgesi: $E=42560$ MPa, $k_0=10$; $\bar{\Omega}_L = \bar{S}_L = 10^{-5}$

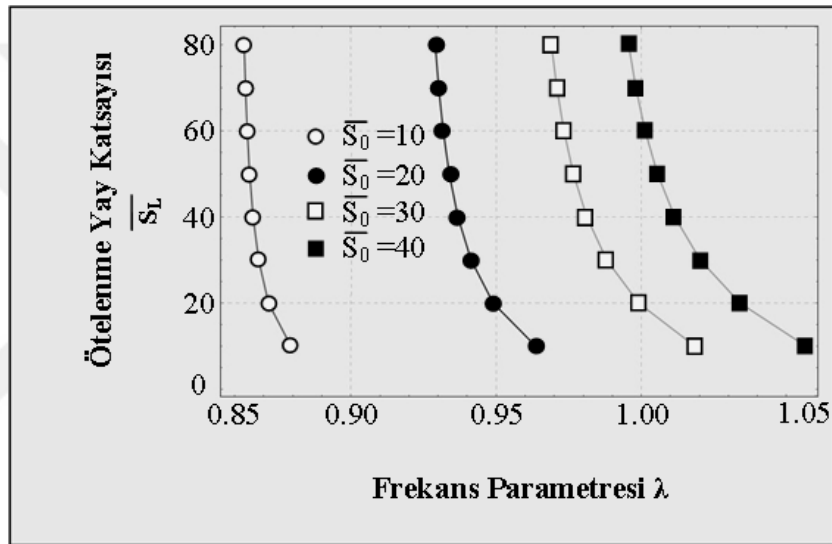
| $\bar{\Omega}_L$ | $\bar{S}_0=10$ | $\bar{S}_0=20$ | $\bar{S}_0=30$ | $\bar{S}_0=40$ |
|------------------|----------------|----------------|----------------|----------------|
| 10 | 0,76567 | 0,77430 | 0,77797 | 0,779985 |
| 20 | 0,76839 | 0,77895 | 0,78361 | 0,786178 |
| 30 | 0,76940 | 0,78075 | 0,78581 | 0,788626 |
| 40 | 0,76993 | 0,78170 | 0,78699 | 0,789937 |
| 50 | 0,77025 | 0,78229 | 0,78773 | 0,790754 |
| 60 | 0,77047 | 0,78269 | 0,78823 | 0,791313 |
| 70 | 0,77062 | 0,78298 | 0,78859 | 0,791718 |
| 80 | 0,77074 | 0,78320 | 0,78886 | 0,792026 |

Çizelge 4.32. Dönme ve ötelenme yay katsayısı değerlerine bağlı olarak doğal frekans değişim çizelgesi: $h=b=300$ mm, $L=3000$ mm, $E=42560$ MPa, $k_0=10$; $\bar{\Omega}_L = \bar{\Omega}_0 = 10^{-5}$; $\rho = 0,00002392$ N/mm³

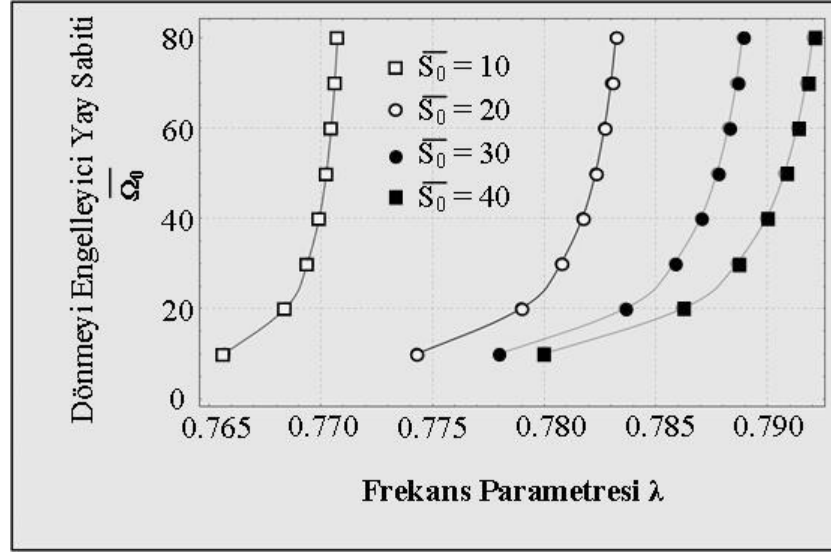
| \bar{S}_L | $\bar{S}_0=10$ | $\bar{S}_0=20$ | $\bar{S}_0=30$ | $\bar{S}_0=40$ |
|-------------|----------------|----------------|----------------|----------------|
| 10 | 3,10186 | 3,72651 | 4,16297 | 4,4816 |
| 20 | 3,04677 | 3,61236 | 4,0042 | 4,28884 |
| 30 | 3,0226 | 3,55369 | 3,91487 | 4,17416 |
| 40 | 3,00922 | 3,51909 | 3,86004 | 4,10191 |
| 50 | 3,00076 | 3,49651 | 3,82358 | 4,05327 |
| 60 | 2,99494 | 3,4807 | 3,79777 | 4,01863 |
| 70 | 2,9907 | 3,46903 | 3,77862 | 3,99283 |
| 80 | 2,98747 | 3,46008 | 3,76387 | 3,97293 |

Çizelge 4.33. Dönme ve ötelenme yay katsayısı değerlerine bağlı olarak doğal frekans değişimi: $h=b=300$ mm, $L=3000$ mm, $E=42560$ MPa, $k_{\omega}=10$; $\overline{\Omega}_L=\overline{S}_L=10^{-5}$; $\rho=0,00002392$ N/mm³

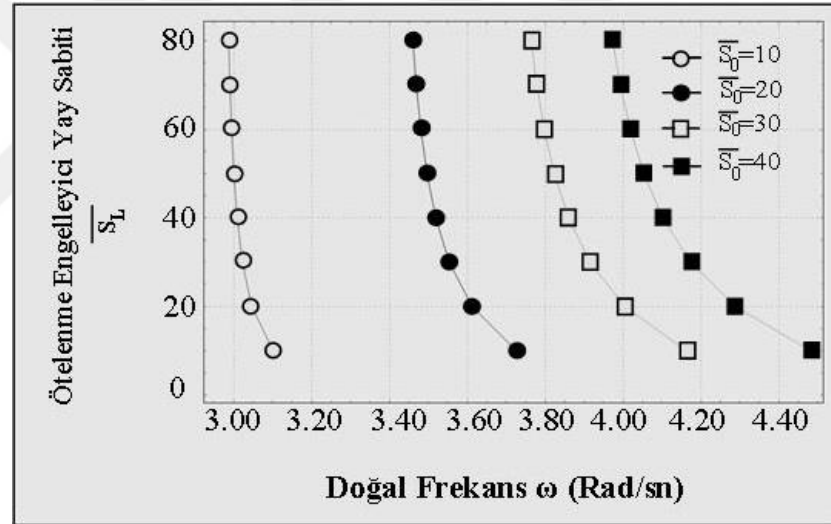
| \overline{S}_L | $\overline{S}_0=10$ | $\overline{S}_0=20$ | $\overline{S}_0=30$ | $\overline{S}_0=40$ |
|------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|
| 10 | 2,3498 | 2,40372 | 2,42695 | 2,49627 |
| 20 | 2,36669 | 2,43306 | 2,46266 | 2,43968 |
| 30 | 2,37296 | 2,44442 | 2,47674 | 2,47909 |
| 40 | 2,37622 | 2,45046 | 2,48428 | 2,49477 |
| 50 | 2,37822 | 2,4542 | 2,48897 | 2,50319 |
| 60 | 2,37958 | 2,45675 | 2,49218 | 2,50845 |
| 70 | 2,38055 | 2,45859 | 2,4945 | 2,51204 |
| 80 | 2,38129 | 2,45999 | 2,42695 | 2,51465 |



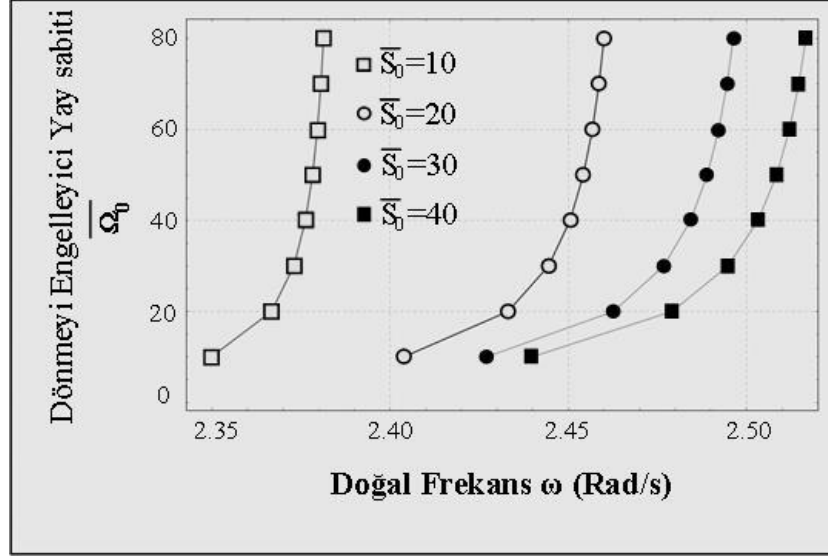
Şekil 4.32. Dönme ve ötelenme yay katsayısı değişimine bağlı olarak frekans parametresi değişimi: $h=b=300$ mm, $L=3000$ mm, $E=42560$ MPa, $k_{\omega}=10$; $\overline{\Omega}_L=\overline{\Omega}_0=10^{-5}$



Şekil 4.33. Dönme ve ötelenme yay katsayısı değişimine bağlı olarak frekans parametresi değişimi: $h=b=300$ mm, $L=3000$ mm, $E=42560$ MPa, $k_\omega=10$; $\overline{\Omega}_L=\overline{S}_L=10^{-5}$



Şekil 4.34. Dönme ve ötelenme yay katsayısı değerlerine bağlı olarak doğal frekans değişimi: $h=b=300$ mm, $L=3000$ mm, $E=42560$ MPa, $k_\omega=10$; $\overline{\Omega}_L=\overline{\Omega}_0=10^{-5}$; $\rho=0,00002392$ N/mm³



Şekil 4.35. Dönme ve ötelenme yay katsayısı değerlerine bağlı olarak doğal frekans değişimi: $h=b=300$ mm, $L=3000$ mm, $E=42560$ MPa, $k_{\omega} = 10$; $\overline{\Omega}_L = \overline{S}_L = 10^{-5}$; $\rho = 0,00002392$ N/mm³

Şekiller 4.32 ve 4.34'te, kirişin her iki uçta dönmesine izin verildi ve ötelenme yay katsayılarına farklı değerler verildi. Şekil 4.32'de, yay katsayısındaki artış miktarının belirli bir noktadan (Örneğin: $\overline{S}_L = 60$ için $\overline{S}_0 = 10$ ve $\overline{S}_0 = 20$) sonra frekans parametresini etkilemediği görülmüştür. Şekiller 4.32 ve 4.34'te, frekans parametresi ve doğal frekans değerleri çok küçük \overline{S}_L katsayılarında çok büyük değerler olarak sonsuza ıraksadığı görülmektedir. Şekil 4.34'te, Şekil 4.32'ye benzer bir kiriş modellenmiş ve doğal frekansta benzer etkiler gözlenmekle birlikte doğal frekans değerleri frekans parametresine göre daha büyük elde edilmiştir. Şekiller 4.33 ve 4.35'te, doğal frekans ve frekans parametresi sıfıra yaklaşırken, dönme yay katsayısı sıfıra yaklaştığı görülmektedir. Şekiller 4.33, 4.35 ve çizelgeler 4.31, 4.33 incelendiğinde, dönme ve ötelenme katsayılarındaki azalmanın doğal frekans ve frekans parametresinin azalmasına neden olduğu söylenebilir.

4.2.5 Farklı zemin birim uzunluk rijitliği ve elastisite modülü değerlerine bağlı frekans parametresi değerleri

Bu bölümde, zemin rijitliğinin frekans parametresi üzerindeki etkisi incelenmiştir. Farklı sınır koşulları ile oluşturulan dört farklı kiriş modeli için analiz sonuçları çizelgeler ve şekillerle gösterilmiştir.

Çizelge 4.34. Beton numunelerinden elde edilen elastisite modülü değerlerine ve farklı k_{ω} (birim uzunluk başına zeminin sertliği) değerlerine bağlı olarak frekans parametresi değerleri. ($a = b = 300$ mm, $L = 3000$ mm, her iki ucu ankastre kiriş)

| k_{ω} | E | E | E | E |
|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|
| | 42 560 (MPa) | 40 970 (MPa) | 39 320 (MPa) | 36 820 (MPa) |
| 10 | 1,54152 | 1,54228 | 1,54314 | 1,54459 |
| 20 | 1,5609 | 1,56238 | 1,56403 | 1,5668 |
| 30 | 1,57959 | 1,58173 | 1,58411 | 1,58811 |
| 40 | 1,59764 | 1,60039 | 1,60346 | 1,60859 |

Çizelge 4.35. Beton numunelerinden elde edilen elastisite modülü değerlerine ve farklı k_{ω} (birim uzunluk başına zeminin sertliği) değerlerine bağlı olarak frekans parametresi değerleri. ($a = b = 300$ mm, $L = 3000$ mm, her iki ucu sabit mesnet kiriş)

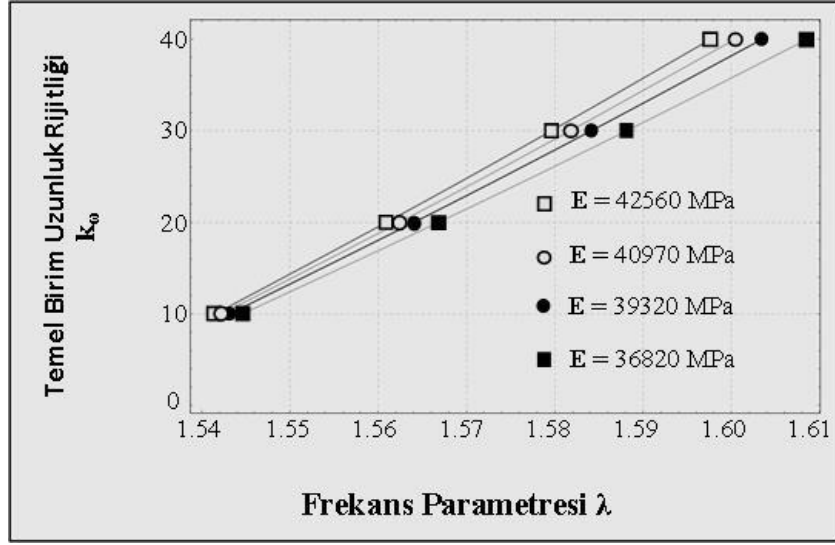
| k_{ω} | E | E | E | E |
|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|
| | 42 560 (MPa) | 40 970 (MPa) | 39 320 (MPa) | 36 820 (MPa) |
| 10 | 1,06562 | 1,06793 | 1,07051 | 1,07482 |
| 20 | 1,12096 | 1,12492 | 1,12933 | 1,13664 |
| 30 | 1,16914 | 1,17437 | 1,18017 | 1,18976 |
| 40 | 1,212 | 1,21826 | 1,22518 | 1,23659 |

Çizelge 4.36. Beton numunelerinden elde edilen elastisite modülü değerlerine ve farklı k_{ω} (birim uzunluk başına zeminin sertliği) değerlerine bağlı olarak frekans parametresi değerleri. ($a = b = 300$ mm, $L = 3000$ mm, konsol kiriş)

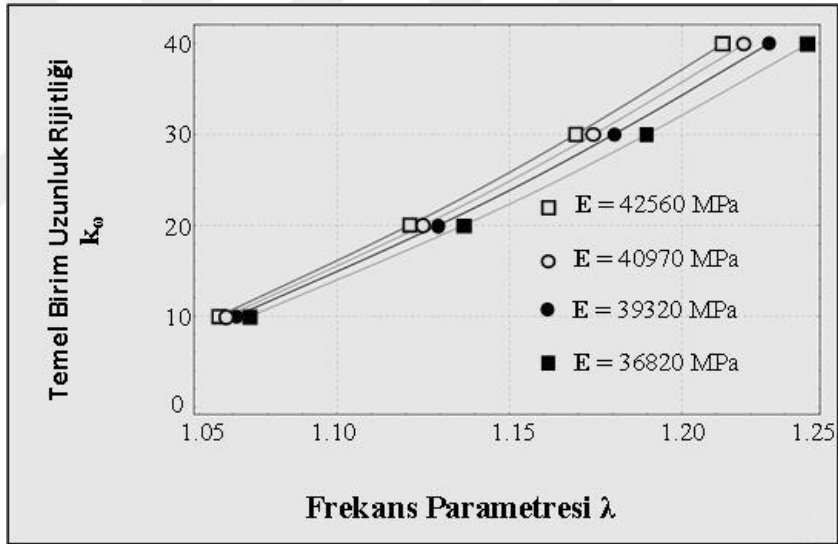
| k_{ω} | E | E | E | E |
|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|
| | 42 560 (MPa) | 40 970 (MPa) | 39 320 (MPa) | 36 820 (MPa) |
| 10 | 0,805795 | 0,81111 | 0,816957 | 0,826541 |
| 20 | 0,91828 | 0,92545 | 0,933309 | 0,946126 |
| 30 | 1,00013 | 1,00844 | 1,01755 | 1,03236 |
| 40 | 1,06572 | 1,07488 | 1,0849 | 1,10119 |

Çizelge 4.37. Beton numunelerinden elde edilen elastisite modülü değerlerine ve farklı k_{ω} (birim uzunluk başına zeminin sertliği) değerlerine bağlı olarak frekans parametresi değerleri. ($a = b = 300$ mm, $L = 3000$ mm, bir ucu ankastre bir ucu sabit mesnetli kiriş)

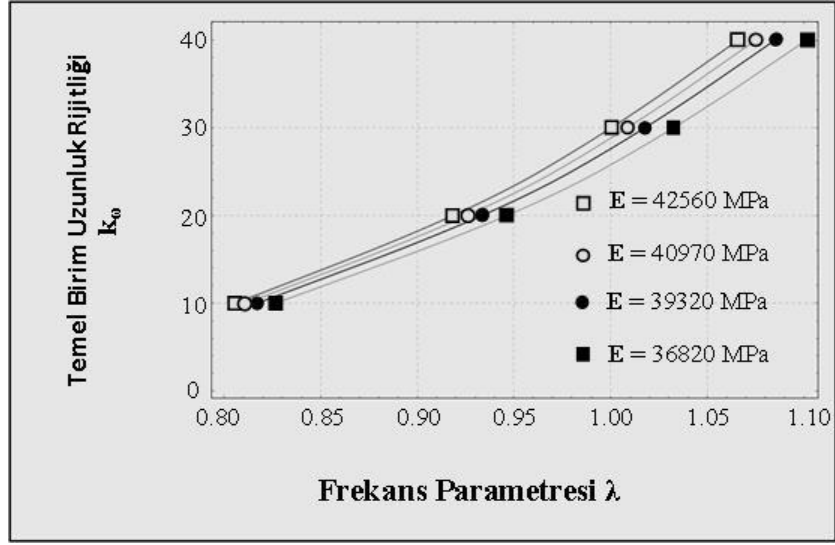
| k_{ω} | E | E | E | E |
|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|
| | 42 560 (MPa) | 40 970 (MPa) | 39 320 (MPa) | 36 820 (MPa) |
| 10 | 1,28999 | 1,2913 | 1,29276 | 1,29522 |
| 20 | 1,32246 | 1,32488 | 1,32758 | 1,33211 |
| 30 | 1,35269 | 1,35608 | 1,35986 | 1,36616 |
| 40 | 1,38103 | 1,38527 | 1,38999 | 1,39785 |



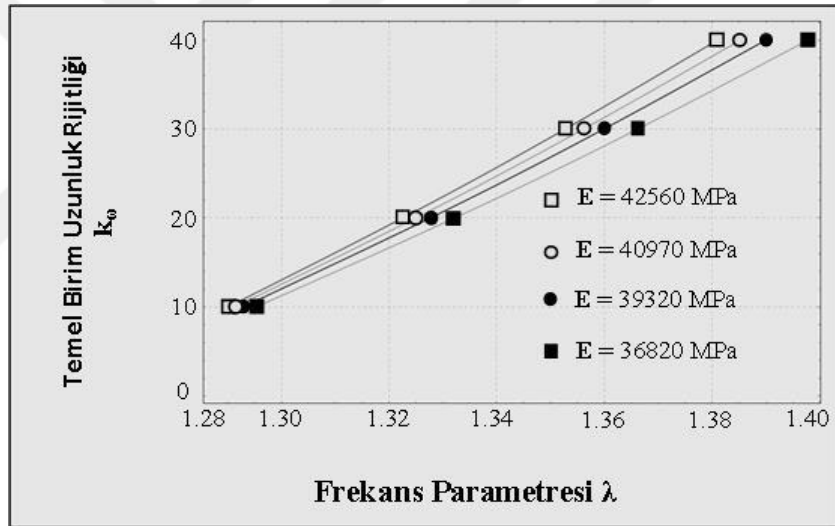
Şekil 4.36. k_0 (birim uzunluk için rijitlik) değerine ve elastisite modülü değerlerine bağlı frekans parametresi değişim grafiği, ($a=b=300$ mm, $L=3000$ mm, her iki ucu ankastre kiriş)



Şekil 4.37. k_0 (birim uzunluk için rijitlik) değerine ve elastisite modülü değerlerine bağlı frekans parametresi değişim grafiği, ($a=b=300$ mm, $L=3000$ mm, her iki ucu sabit kiriş)



Şekil 4.38. k_{ω} (birim uzunluk için rijitlik) değerine ve elastisite modülü değerlerine bağlı frekans parametresi değişim grafiği, ($a=b=300$ mm, $L=3000$ mm, konsol kiriş)



Şekil 4.39. k_{ω} (birim uzunluk için rijitlik) değerine ve elastisite modülü değerlerine bağlı frekans parametresi değişim grafiği, ($a=b=300$ mm, $L=3000$ mm, bir ucu ankastre bir ucu sabit mesnetli kiriş)

k_{ω} değerlerindeki artışın frekans parametrelerinde giderek daha da büyüyen bir artışa neden olduğu belirlenmiştir. k_{ω} değerlerinin azalması durumunda, frekans parametresinin sıfır değerine yaklaştığı görülmektedir. Bu bölüme ait çizelgeler ve grafikler incelendiğinde, her iki ucu ankastre kirişlerde k_{ω} değeri diğer kiriş modellerine göre daha az etki sağladığı görülmektedir. Konsol kirişlerde zemin rijitliğinin daha fazla etkiye sebep olduğu söylenebilir.

4.2.6 KYB numunelerine ait yoğunluk değerlerinin ve kiriş genişliği değerlerinin doğal frekans değerlerine etkisi

Bu bölüme ait şekiller ve çizelgelerde, yoğunluk ve kiriş genişliğinin doğal frekans üzerindeki etkisi gösterilmektedir. Bu kısımda kullanılan yoğunluk değerleri, beton numunelerinin ölçülmesinden elde edilen değerlerdir.

Çizelge 4.38. Beton numunesinden elde edilen yoğunluk değerlerine ve farklı kiriş yüksekliğine bağlı olarak doğal frekans değerleri. ($k_w=10$, $h=300$ mm, $L=3000$ mm, $E=42560$ MPa, her iki ucu ankastre mesnetli kiriş)

| b (mm) | ρ (N/mm³) 0,00002392 | ρ (N/mm³) 0,00002417 | ρ (N/mm³) 0,00002416 | ρ (N/mm³) 0,00002418 |
|-------------------------|------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------|
| 200 | 9,70482 | 9,65353 | 9,65549 | 9,65157 |
| 210 | 9,68772 | 9,63651 | 9,63846 | 9,63456 |
| 220 | 9,67214 | 9,62101 | 9,62296 | 9,61906 |
| 230 | 9,65789 | 9,60684 | 9,60879 | 9,60489 |
| 240 | 9,64481 | 9,59383 | 9,59578 | 9,59189 |
| 250 | 9,63277 | 9,58185 | 9,58379 | 9,57991 |
| 260 | 9,62163 | 9,57078 | 9,57272 | 9,56884 |
| 270 | 9,61131 | 9,56051 | 9,56245 | 9,55857 |

Çizelge 4.39. Beton numunesinden elde edilen yoğunluk değerlerine ve farklı kiriş yüksekliğine bağlı olarak doğal frekans değerleri. ($k_w=10$, $h=300$ mm, $L=3000$ mm, $E=42560$ MPa, her iki ucu sabit mesnetli kiriş)

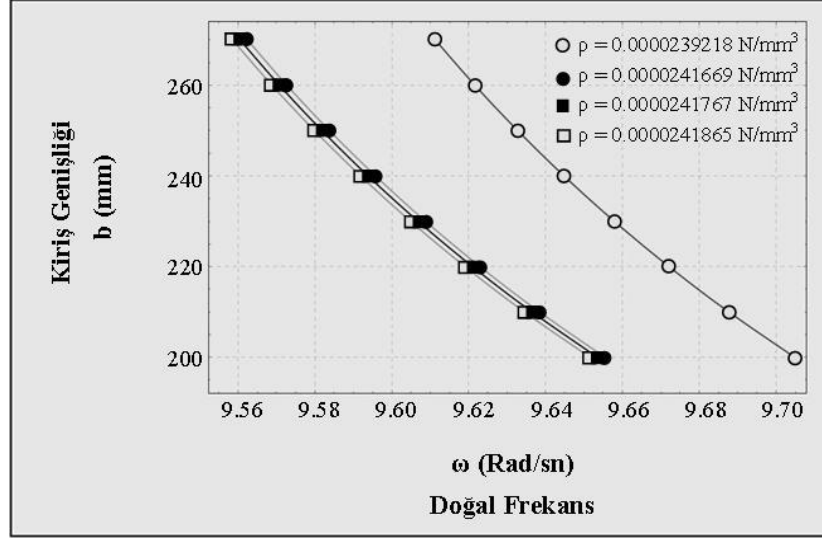
| b (mm) | ρ (N/mm³) 0,00002392 | ρ (N/mm³) 0,00002417 | ρ (N/mm³) 0,00002416 | ρ (N/mm³) 0,00002418 |
|-------------------------|------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------|
| 200 | 4,79728 | 4,77192 | 4,77289 | 4,77095 |
| 210 | 4,76257 | 4,7374 | 4,73836 | 4,73644 |
| 220 | 4,7308 | 4,7058 | 4,70675 | 4,70484 |
| 230 | 4,70161 | 4,67676 | 4,6777 | 4,67581 |
| 240 | 4,67468 | 4,64998 | 4,65092 | 4,64903 |
| 250 | 4,64978 | 4,6252 | 4,62614 | 4,62426 |
| 260 | 4,62667 | 4,60221 | 4,60315 | 4,60128 |
| 270 | 4,60517 | 4,58083 | 4,58175 | 4,5799 |

Çizelge 4.40. Beton numunesinden elde edilen yoğunluk değerlerine ve farklı kiriş yüksekliğine bağlı olarak doğal frekans değerleri. ($k_w=10$, $h=300$ mm, $L=3000$ mm, $E=42560$ MPa, konsol kiriş)

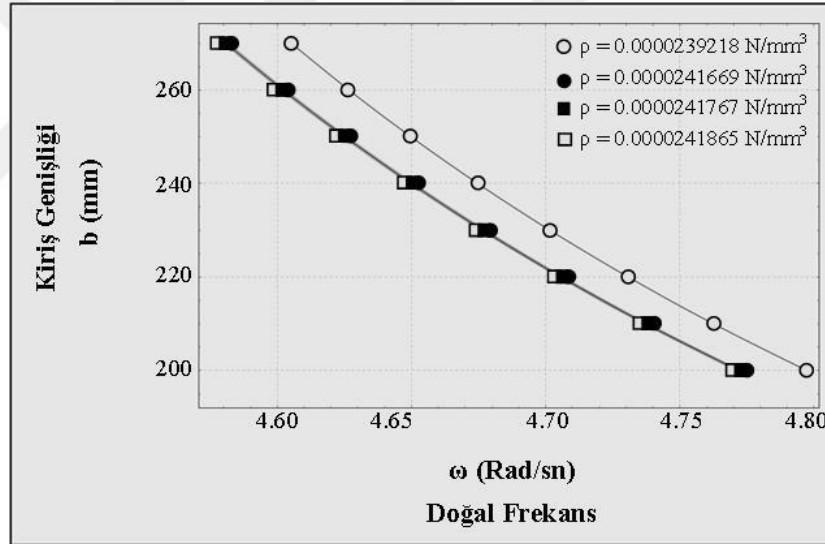
| b (mm) | ρ (N/mm³) 0,00002392 | ρ (N/mm³) 0,00002417 | ρ (N/mm³) 0,00002416 | ρ (N/mm³) 0,00002418 |
|-------------------|------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------|
| 200 | 3,01934 | 3,00338 | 3,00399 | 3,00277 |
| 210 | 2,96389 | 2,94823 | 2,94882 | 2,94763 |
| 220 | 2,91257 | 2,89717 | 2,89776 | 2,89658 |
| 230 | 2,8649 | 2,84976 | 2,85034 | 2,84918 |
| 240 | 2,8205 | 2,80559 | 2,80616 | 2,80502 |
| 250 | 2,77903 | 2,76434 | 2,7649 | 2,76378 |
| 260 | 2,74019 | 2,7257 | 2,72625 | 2,72515 |
| 270 | 2,70372 | 2,68943 | 2,68998 | 2,68889 |

Çizelge 4.41. Beton numunesinden elde edilen yoğunluk değerlerine ve farklı kiriş yüksekliğine bağlı olarak doğal frekans değerleri. ($k_w=10$, $h=300$ mm, $L=3000$ mm, $E=42560$ MPa, bir ucu ankastre bir ucu sabit mesnetli kiriş)

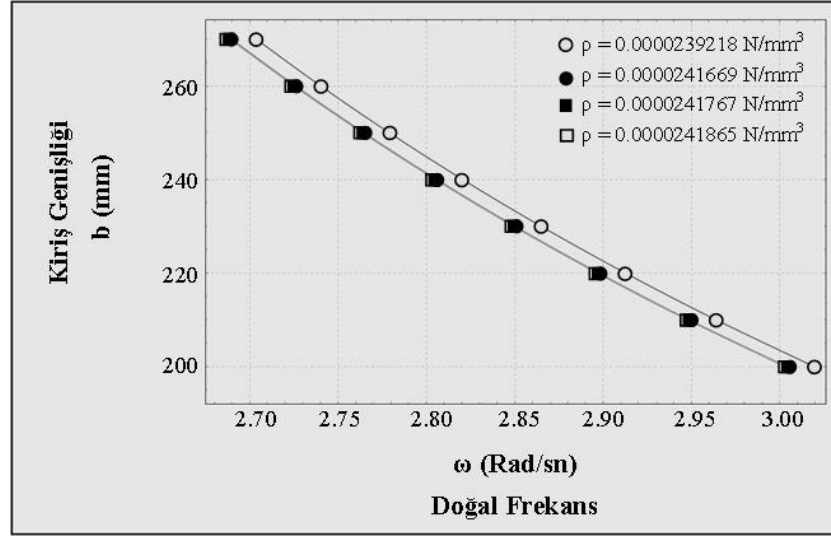
| b (mm) | ρ (N/mm³) 0,00002392 | ρ (N/mm³) 0,00002417 | ρ (N/mm³) 0,00002416 | ρ (N/mm³) 0,00002418 |
|-------------------|------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------|
| 200 | 6,87022 | 6,83391 | 6,83529 | 6,83252 |
| 210 | 6,84603 | 6,80985 | 6,81123 | 6,80847 |
| 220 | 6,82397 | 6,7879 | 6,78928 | 6,78652 |
| 230 | 6,80376 | 6,7678 | 6,76917 | 6,76643 |
| 240 | 6,78519 | 6,74932 | 6,75069 | 6,74795 |
| 250 | 6,76805 | 6,73228 | 6,73364 | 6,73091 |
| 260 | 6,75219 | 6,71651 | 6,71787 | 6,71514 |
| 270 | 6,73748 | 6,70187 | 6,70323 | 6,70051 |



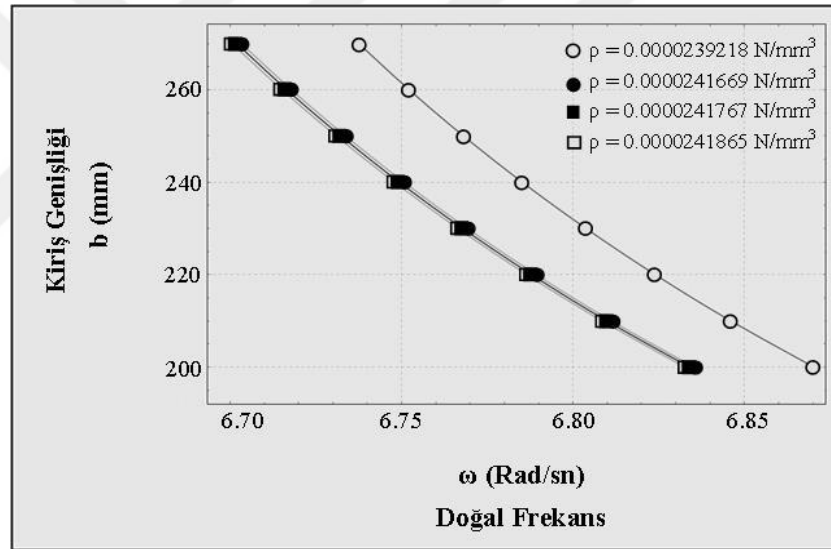
Şekil 4.40. Kiriş genişliğine ve dört farklı tip malzemenin yoğunluğuna dayalı doğal frekans grafiği: $k\omega=10$, $h=300$ mm, $L=3000$ mm, $E=42560$ MPa, $K_0=10$, (her iki ucu ankastre)



Şekil 4.41. Kiriş genişliğine ve dört farklı tip malzemenin yoğunluğuna dayalı doğal frekans grafiği: $k\omega=10$, $h=300$ mm, $L=3000$ mm, $E=42560$ MPa, $K_0=10$, (her iki ucu sabit mesnetli kiriş)



Şekil 4.42. Kiriş genişliğine ve dört farklı tip malzemenin yoğunluğuna dayalı doğal frekans grafiği: $k\omega=10$, $h=300$ mm, $L=3000$ mm, $E=42560$ MPa, $K_0=10$, (konsol kiriş)



Şekil 4.43. Kiriş genişliğine ve dört farklı tip malzemenin yoğunluğuna dayalı doğal frekans grafiği: $k\omega=10$, $h=300$ mm, $L=3000$ mm, $E=42560$ MPa, $K_0=10$, (bir ucu ankastre bir ucu sabit mesnetli kiriş)

Yoğunluğun azalması doğal frekans değerlerinde artışa neden olduğu görülmektedir. Çekil lif takviyeli beton numunelerde elde edilen yoğunluk değerleri, lifsiz olarak üretilen numuneye göre daha fazla yoğunluğa sahip olduğu, daha önce yapılan deneylerden elde edilen sonuçlarda gösterilmiştir. Şekiller 4.40, 4.41, 4.42, 4.43 ve çizelgeler 4.38, 4.39, 4.40, 4.41 incelendiğinde çelik lif içeren kirişlerde yoğunluğun daha büyük olmasından dolayı doğal frekans değerlerinin daha düşük olduğu

gözlenmektedir. Çelik Lif içeren beton karışımlarının yoğunluk değerleri birbirine yakın olduğundan benzer doğal frekans değerleri elde edilmiştir.

4.2.7 Zemin birim uzunluk rijitliği değerlerine ve kiriş uzunluğu değerlerine bağlı doğal frekans değişimi

Bu bölümde zeminin her bir birim uzunluğu için rijitliğini ifade eden parametre olan k_{ω} değerine 10, 20, 30, 40 değerleri verilerek zemin rijitliğinin farklı uzunluklarda doğal frekans değerlerine etkisi incelenmiştir. Kiriş modelleri dört farklı sınır koşulu ile analiz edilmiştir. Sonuçlar bu bölüme ait çizelgeler ve şekiller ile gösterilmiştir.

Çizelge 4.42. k_{ω} (Zemin birim uzunluğu için rijitlik değeri) ve L (kiriş uzunluğu) değerlerinin doğal frekans (Rad/sn) üzerine etkisi: $h=b=300\text{mm}$, $E=42560\text{ MPa}$, $\rho=0,00002392\text{ N/mm}^3$, (Her iki ucu ankastre mesnetli kiriş)

| L (mm) | k_{ω} 10 | k_{ω} 20 | k_{ω} 30 | k_{ω} 40 |
|-----------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|
| 1 600 | 32,903 | 32,9735 | 33,0439 | 33,1141 |
| 1 800 | 26,031 | 26,12 | 26,2088 | 26,2973 |
| 2 000 | 21,1229 | 21,2326 | 21,3417 | 21,4502 |
| 2 200 | 17,4991 | 17,6313 | 17,7625 | 17,8928 |
| 2 400 | 14,7504 | 14,9071 | 15,062 | 15,2154 |
| 2 600 | 12,6189 | 12,8017 | 12,9818 | 13,1595 |
| 2 800 | 10,9352 | 11,1456 | 11,3521 | 11,5548 |
| 3 000 | 9,58443 | 9,82375 | 10,0574 | 10,2857 |

Çizelge 4.43. k_{ω} (Birim uzunluk için rijitlik) ve L (kiriş uzunluğu) değerlerinin doğal frekans (Rad/sn) üzerine etkisi: $h=b=300\text{mm}$, $E=42560\text{ MPa}$, $\rho=0,00002392\text{ N/mm}^3$, (Her iki ucu sabit mesnetli kiriş)

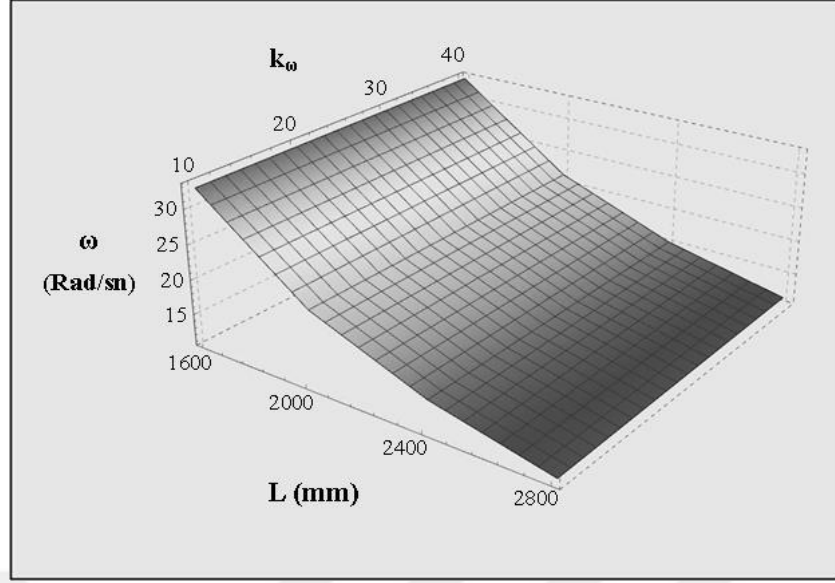
| L (mm) | k_{ω} 10 | k_{ω} 20 | k_{ω} 30 | k_{ω} 40 |
|-----------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|
| 1 600 | 14,247 | 14,4091 | 14,5693 | 14,7279 |
| 1 800 | 11,3341 | 11,5372 | 11,7368 | 11,933 |
| 2 000 | 9,26721 | 9,51452 | 9,75555 | 9,99077 |
| 2 200 | 7,75438 | 8,0483 | 8,33186 | 8,60608 |
| 2 400 | 6,61977 | 6,96176 | 7,28772 | 7,59971 |
| 2 600 | 5,75221 | 6,14269 | 6,5098 | 6,85728 |
| 2 800 | 5,07851 | 5,51689 | 5,92291 | 6,30283 |
| 3 000 | 4,54879 | 5,03351 | 5,47549 | 5,88437 |

Çizelge 4.44. k_{ω} (Birim uzunluk için rijitlik) ve L (kiriş uzunluğu) değerlerinin doğal frekans (Rad/sn) üzerine etkisi: $h=b=300\text{mm}$, $E=42560\text{ MPa}$, $\rho=0,00002392\text{ N/mm}^3$, (konsol kiriş)

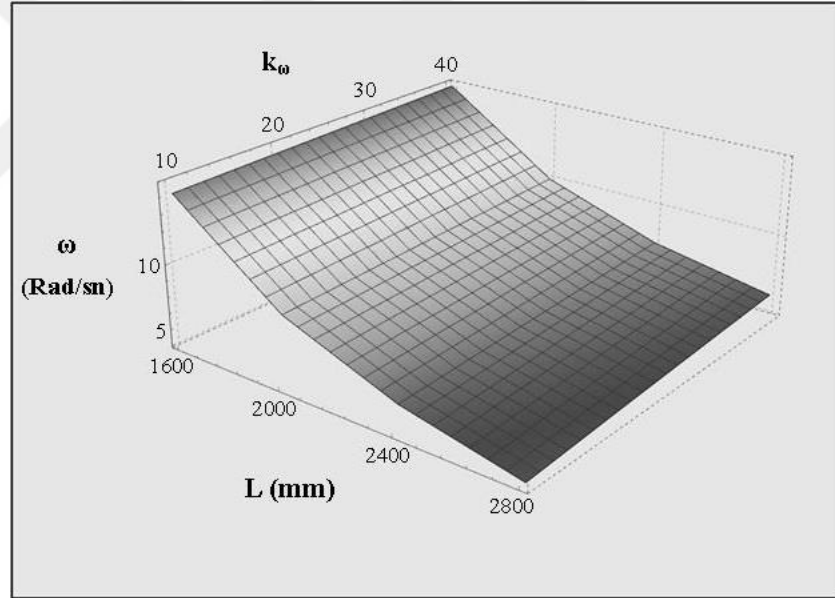
| L (mm) | k_{ω} 10 | k_{ω} 20 | k_{ω} 30 | k_{ω} 40 |
|-------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|
| 1 600 | 5,58649 | 5,98779 | 6,36383 | 6,71887 |
| 1 800 | 4,60745 | 5,08659 | 5,52432 | 5,92983 |
| 2 000 | 3,94023 | 4,49112 | 4,98146 | 5,42768 |
| 2 200 | 3,47511 | 4,08915 | 4,62233 | 5,10007 |
| 2 400 | 3,14515 | 3,81271 | 4,37967 | 4,88122 |
| 2 600 | 2,90764 | 3,61928 | 4,21235 | 4,73167 |
| 2 800 | 2,73443 | 3,48165 | 4,09471 | 4,62725 |
| 3 000 | 2,60654 | 3,38213 | 4,01043 | 4,55284 |

Çizelge 4.45. k_{ω} (Birim uzunluk için rijitlik) ve L (kiriş uzunluğu) değerlerinin doğal frekans (Rad/sn) üzerine etkisi: $h=b=300\text{mm}$, $E=42560\text{ MPa}$, $\rho=0,00002392\text{ N/mm}^3$, (Bir ucu sabit bir ucu ankastre mesnetli kiriş)

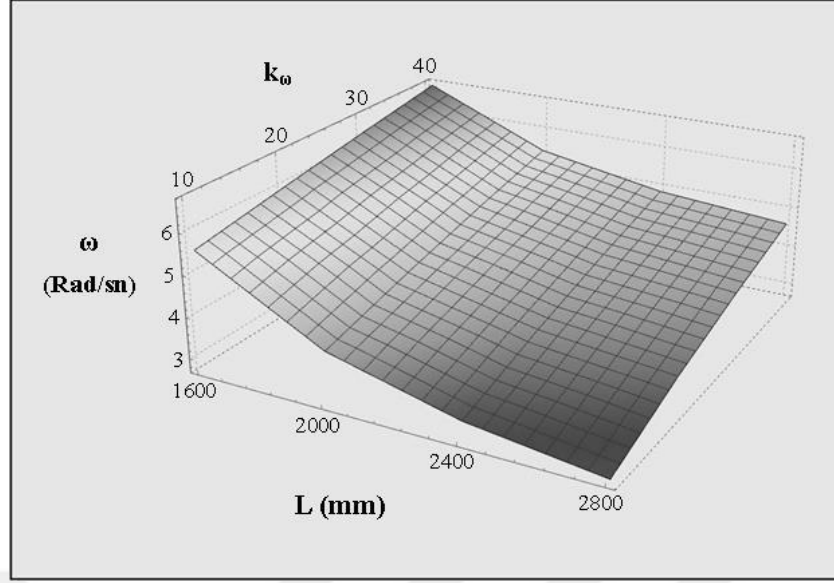
| L (mm) | k_{ω} 10 | k_{ω} 20 | k_{ω} 30 | k_{ω} 40 |
|-------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|
| 1 600 | 22,4033 | 22,5067 | 22,6096 | 22,7121 |
| 1 800 | 17,7506 | 17,8809 | 18,0103 | 18,1388 |
| 2 000 | 14,4334 | 14,5934 | 14,7517 | 14,9083 |
| 2 200 | 11,99 | 12,1821 | 12,3713 | 12,5576 |
| 2 400 | 10,1425 | 10,3689 | 10,5905 | 10,8076 |
| 2 600 | 8,7154 | 8,97792 | 9,23297 | 9,48117 |
| 2 800 | 7,59368 | 7,89359 | 8,18251 | 8,46158 |
| 3 000 | 6,69907 | 7,03721 | 7,35983 | 7,66889 |



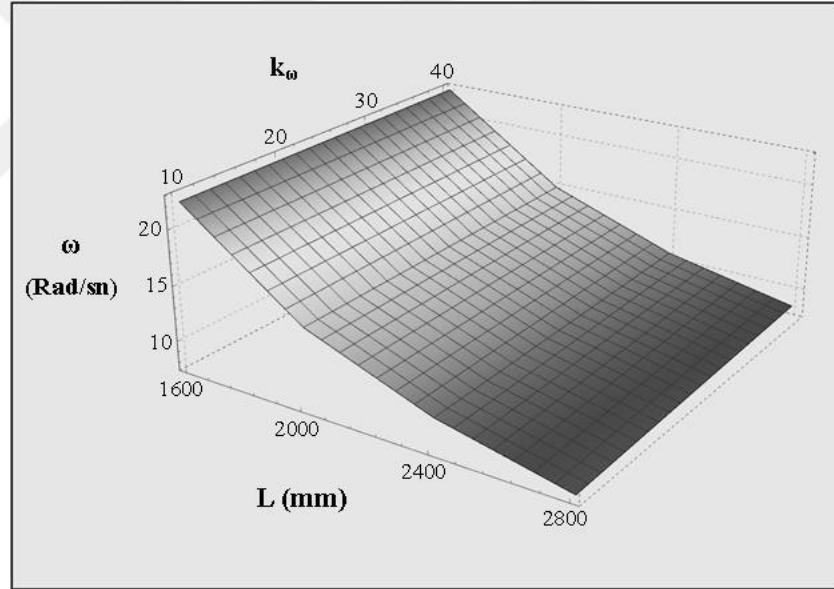
Şekil 4.44. k_{ω} ve L değerlerine bağlı doğal frekans değişim grafiği: $h=b=300\text{mm}$, $E=42560\text{ MPa}$, $\rho=0,00002392\text{ N/mm}^3$, (Her iki ucu ankastre mesnetli kiriş)



Şekil 4.45. k_{ω} ve L değerlerine bağlı doğal frekans değişim grafiği: $h=b=300\text{mm}$, $E=42560\text{ MPa}$, $\rho=0,00002392\text{ N/mm}^3$, (Her iki ucu sabit mesnetli kiriş)



Şekil 4.46. k_{ω} ve L değerlerine bağlı doğal frekans değişim grafiği: $h=b=300\text{mm}$, $E=42560\text{ MPa}$, $\rho=0,00002392\text{ N/mm}^3$, (Konsol kiriş)



Şekil 4.47. k_{ω} ve L değerlerine bağlı doğal frekans değişim grafiği: $h=b=300\text{mm}$, $E=42560\text{ MPa}$, $\rho=0,00002392\text{ N/mm}^3$, (Bir ucu ankastre bir ucu sabit mesnetli kiriş)

k_{ω} değerlerinin artması elastik ortamın rijitliğini artırmaktadır. Bu değer sıfır olarak alınması durumunda ortamın elastik olmadığı bir kiriş ait analiz yapılabilir. Bölüm çizelgeleri ve şekilleri incelendiğinde, k_{ω} değerinin artması doğal frekans değerlerinin artmasını sağladığı görülmektedir. Bu artış, konsol kirişler için daha belirgin olduğu (şekil 4.46) gözlenmiştir. Uzun kirişlerde elastik ortamda yapılan değişiklik, kısa

kirişlere göre doğal frekans değerlerinde daha belirgin bir değişime sebep olduğu gözlenmiştir.

4.2.8 Kiriş yüksekliği ve kiriş uzunluğu değerlerinin doğal frekans değerlerine etkisi

Bu bölümde, doğal frekans değerleri kesitin yüksekliğine ve kirişin uzunluğuna bağlı olarak farklı sınır koşulları altında incelenmiştir. Analizde, kontrol numunesinden elde edilen E değeri kullanılmıştır. Dört farklı sınır koşulu için analiz yapılmıştır.

Çizelge 4.46. kiriş yüksekliğinin ve uzunluğunun doğal frekans üzerindeki etkisi; $k_{\omega}=10$, $h=300$ mm, $E=42560$ MPa, $\rho=0,00002392$ N/mm³ (Her iki ucu ankastre mesnetli kiriş)

| L (mm) | h (mm) 200 | h (mm) 300 | h (mm) 400 | h (mm) 500 |
|--------|---------------|---------------|---------------|---------------|
| 2 500 | 9,6961 | 14,5441 | 19,3922 | 24,2402 |
| 3 000 | 6,7334 | 10,1001 | 13,4668 | 16,8335 |
| 3 500 | 4,94699 | 7,42048 | 9,89398 | 12,3675 |
| 4 000 | 3,78754 | 5,68131 | 7,57507 | 9,46884 |

Çizelge 4.47. kiriş yüksekliğinin ve uzunluğunun doğal frekans üzerindeki etkisi; $k_{\omega}=10$, $h=300$ mm, $E=42560$ MPa, $\rho=0,00002392$ N/mm³ (Her iki ucu sabit mesnetli kiriş)

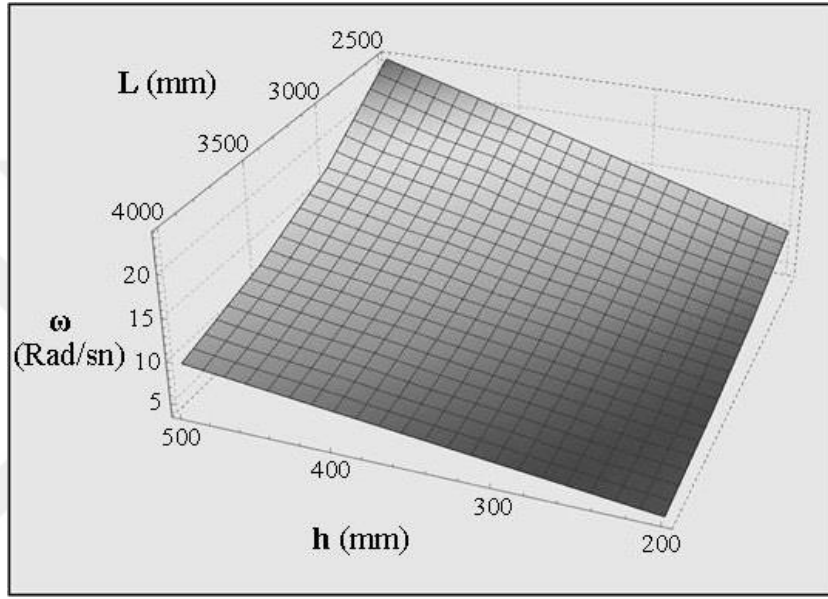
| L (mm) | h (mm) 200 | h (mm) 300 | h (mm) 400 | h (mm) 500 |
|--------|---------------|---------------|---------------|---------------|
| 2 500 | 5,4385 | 8,15774 | 10,877 | 13,5962 |
| 3 000 | 3,77673 | 5,6651 | 7,55347 | 9,44183 |
| 3 500 | 2,77474 | 4,16211 | 5,54949 | 6,93686 |
| 4 000 | 2,12441 | 3,18662 | 4,24882 | 5,31103 |

Çizelge 4.48. kiriş yüksekliğinin ve uzunluğunun doğal frekans üzerindeki etkisi; $k_{\omega}=10$, $h=300$ mm, $E=42560$ MPa, $\rho=0,00002392$ N/mm³ (Konsol kiriş)

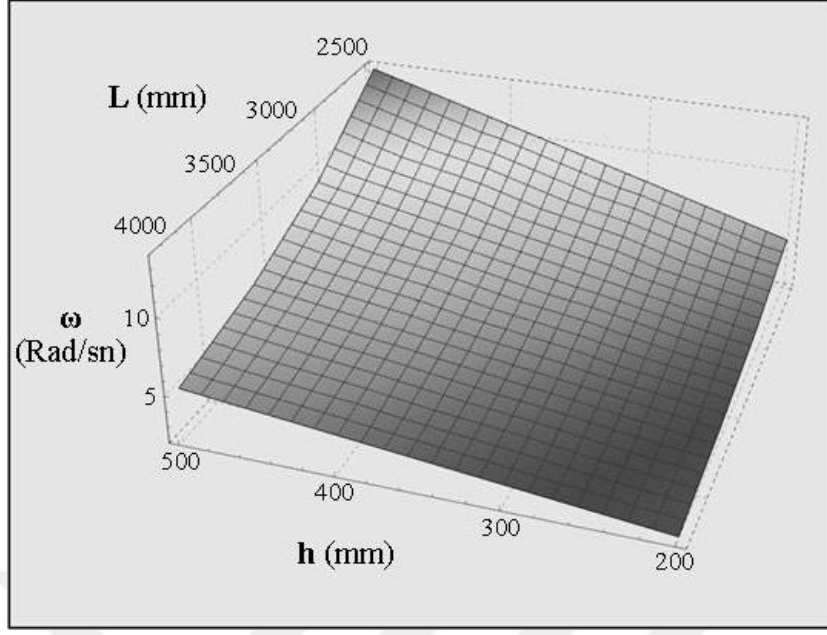
| L (mm) | h (mm) 200 | h (mm) 300 | h (mm) 400 | h (mm) 500 |
|--------|---------------|---------------|---------------|---------------|
| 2 500 | 4,0918 | 6,13769 | 8,18359 | 10,2295 |
| 3 000 | 2,84153 | 4,26229 | 5,68305 | 7,10381 |
| 3 500 | 2,08765 | 3,13148 | 4,1753 | 5,21913 |
| 4 000 | 1,59836 | 2,39754 | 3,19672 | 3,9959 |

Çizelge 4.49. kiriş yüksekliğinin ve uzunluğunun doğal frekans üzerindeki etkisi; $k_{\omega}=10$, $h=300$ mm, $E=42560$ MPa, $\rho=0,00002392$ N/mm³ (Bir ucu sabit bir ucu ankastre mesnetli kiriş)

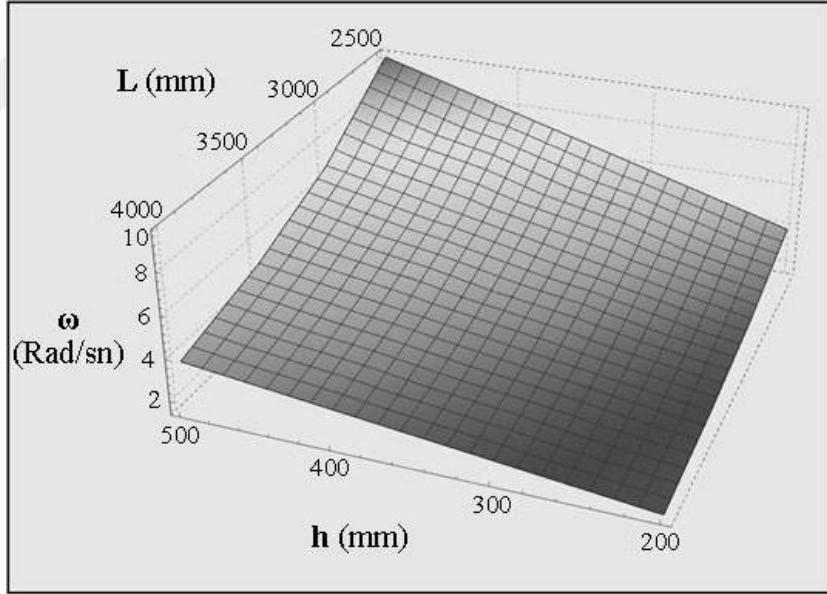
| L (mm) | h (mm) 200 | h (mm) 300 | h (mm) 400 | h (mm) 500 |
|--------|------------|------------|------------|------------|
| 2 500 | 7,18414 | 10,7762 | 14,3683 | 17,9603 |
| 3 000 | 4,98898 | 7,48347 | 9,97797 | 12,4725 |
| 3 500 | 3,66538 | 5,49806 | 7,33075 | 9,16344 |
| 4 000 | 2,8063 | 4,20945 | 5,61261 | 7,01576 |



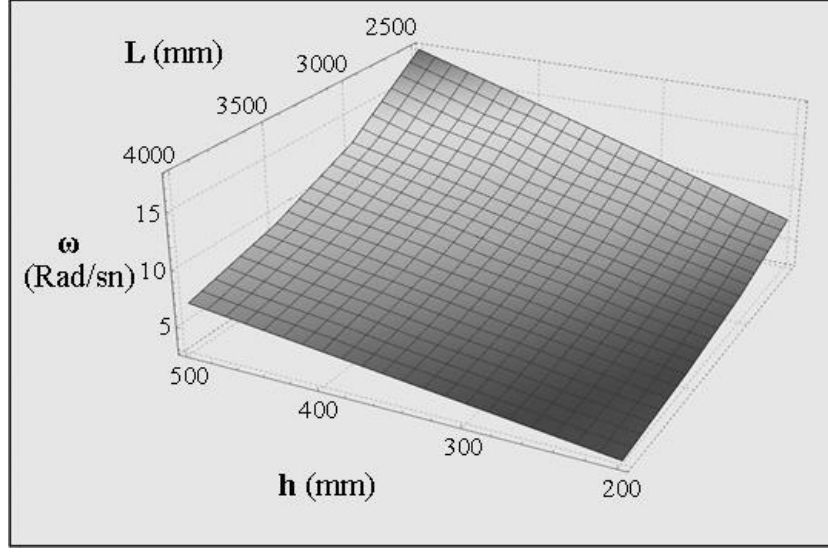
Şekil 4.48. kiriş yüksekliği (h) ve kiriş uzunluğu değerlerinin doğal frekans üzerindeki değişim etkisi: $k_{\omega}=10$, $h=300$ mm, $E=42560$ MPa, $\rho=0,00002392$ N/mm³, (Her iki ucu ankastre mesnetli kiriş)



Şekil 4.49. kiriş yüksekliği (h) ve kiriş uzunluğu değerlerinin doğal frekans üzerindeki değişim etkisi: $k_{\omega}=10$, $h=300$ mm, $E=42560$ MPa, $\rho=0,00002392$ N/mm³, (Her iki ucu sabit mesnetli kiriş)



Şekil 4.50. kiriş yüksekliği (h) ve kiriş uzunluğu değerlerinin doğal frekans üzerindeki değişim etkisi: $k_{\omega}=10$, $h=300$ mm, $E=42560$ MPa, $\rho=0,00002392$ N/mm³, (Konsol kiriş)



Şekil 4.51. kiriş yüksekliği (h) ve kiriş uzunluğu değerlerinin doğal frekans üzerindeki değişim etkisi: $k_0=10$, $h=300$ mm, $E=42560$ MPa, $\rho=0,00002392$ N/mm³, (Bir ucu sabit bir ucu ankastre mesnetli kiriş)

Şekiller 4.48, 4.49, 4.50, 4.51 ve çizelgeler 4.46, 4.47, 4.48, 4.49 incelendiğinde, kısa kirişlerde kiriş yüksekliğinin artması doğal frekansı arttırırken, uzun kirişlerde kiriş yüksekliğinin artması doğal frekansta azalmaya sebep olduğu görülmektedir. Çizelgeler ve şekillerden çıkarılabilecek sonuç ise, kiriş uzunluğunun artması ve kiriş yüksekliğinin azalması durumunda doğal frekans değerlerinde azalma görülmektedir.

4.2.9 Elastik zemin parametresi (K_0) değerlerinin ilk üç doğal frekans değerine etkisi

Bu bölüme ait aşağıda verilen çizelgeler ve şekillerde, elastik zemin parametresine (K_0) bağlı olarak doğal frekans değerleri, ilk üç mod için gösterilmiştir. Elastik bir ortam için yapılan analizde dört farklı kiriş durumu değerlendirilmiştir. Böylece, zemin rijitliğinin kiriş doğal frekansında oluşturduğu etki gözlemlenebilecektir. Analizde kullanılan elastisite modülü değeri ve yoğunluk değerleri için numunelerden elde edilen değerler kullanılmıştır.

Çizelge 4.50. K_0 (Elastik zemin parametresi) değerlerinin doğal frekans ilk üç mod değerine etkisi; $k_0=10$, $h=b=300$ mm, $L=3000$ mm, $E=40970$ MPa, $\rho=0,0000241669$ N/mm³, (Her iki ucu ankastre mesnetli kiriş)

| K_0 | Mod 1 (Rad/sn) | Mod 2 (Rad/sn) | Mod 3 (Rad/sn) |
|-------------------------|---------------------------|---------------------------|---------------------------|
| 10 | 9,13697 | 24,9749 | 48,9559 |
| 20 | 9,22247 | 25,0063 | 48,972 |
| 30 | 9,30718 | 25,0377 | 48,988 |
| 40 | 9,39113 | 25,069 | 49,004 |
| 50 | 9,47434 | 25,1003 | 49,02 |
| 60 | 9,55682 | 25,1315 | 49,036 |
| 70 | 9,6386 | 25,1627 | 49,052 |
| 80 | 9,71968 | 25,1939 | 49,068 |

Çizelge 4.51. K_0 (Elastik zemin parametresi) değerlerinin doğal frekans ilk üç mod değerine etkisi; $k_0=10$, $h=b=300$ mm, $L=3000$ mm, $E=40970$ MPa, $\rho=0,0000241669$ N/mm³ (Her iki ucu sabit mesnetli kiriş)

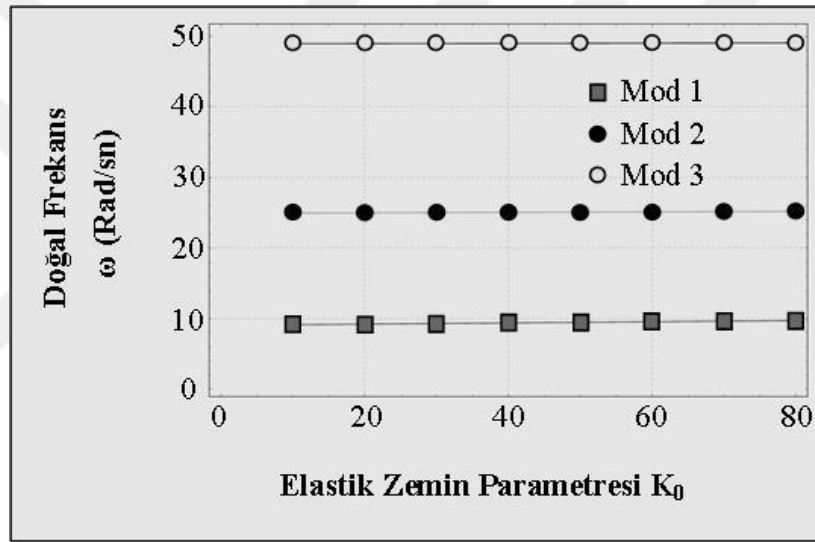
| K_0 | Mod 1 (Rad/sn) | Mod 2 (Rad/sn) | Mod 3 (Rad/sn) |
|-------------------------|---------------------------|---------------------------|---------------------------|
| 10 | 4,10612 | 15,6913 | 35,2148 |
| 20 | 4,29301 | 15,7412 | 35,2371 |
| 30 | 4,4721 | 15,791 | 35,2594 |
| 40 | 4,64428 | 15,8407 | 35,2816 |
| 50 | 4,81031 | 15,8901 | 35,3038 |
| 60 | 4,9708 | 15,9394 | 35,3261 |
| 70 | 5,12626 | 15,9886 | 35,3483 |
| 80 | 5,27714 | 16,0376 | 35,3705 |

Çizelge 4.52. K_0 (Elastik zemin parametresi) değerlerinin doğal frekans ilk üç mod değerine etkisi; $k_0=10$, $h=b=300$ mm, $L=3000$ mm, $E=40970$ MPa, $\rho=0,0000241669$ N/mm³ (Konsol kiriş)

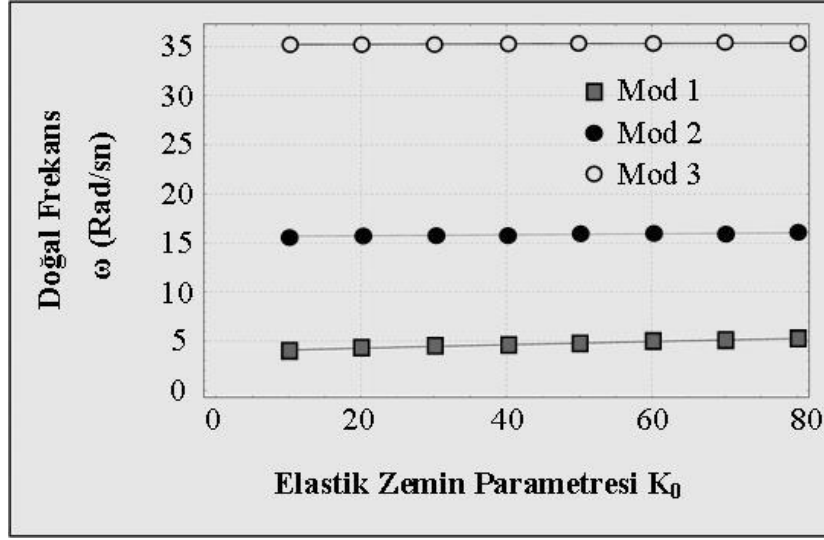
| K_0 | Mod 1 (Rad/sn) | Mod 2 (Rad/sn) | Mod 3 (Rad/sn) |
|-------------------------|---------------------------|---------------------------|---------------------------|
| 10 | 1,89480 | 4,10612 | 8,99508 |
| 20 | 2,27156 | 4,29301 | 9,08192 |
| 30 | 2,59416 | 4,4721 | 9,16793 |
| 40 | 2,88087 | 4,64428 | 9,25314 |
| 50 | 3,14152 | 4,81031 | 9,33758 |
| 60 | 3,38214 | 4,9708 | 9,42126 |
| 70 | 3,60674 | 5,12626 | 9,5042 |
| 80 | 3,81815 | 5,27714 | 9,58643 |

Çizelge 4.53. K_0 (Elastik zemin parametresi) değerlerinin doğal frekans ilk üç mod değerine etkisi; $k_w=10$, $h=b=300$ mm, $L=3000$ mm, $E=40970$ MPa, $\rho=0,0000241669$ N/mm³ (Bir ucu ankastre bir ucu sabit mesnetli kiriş)

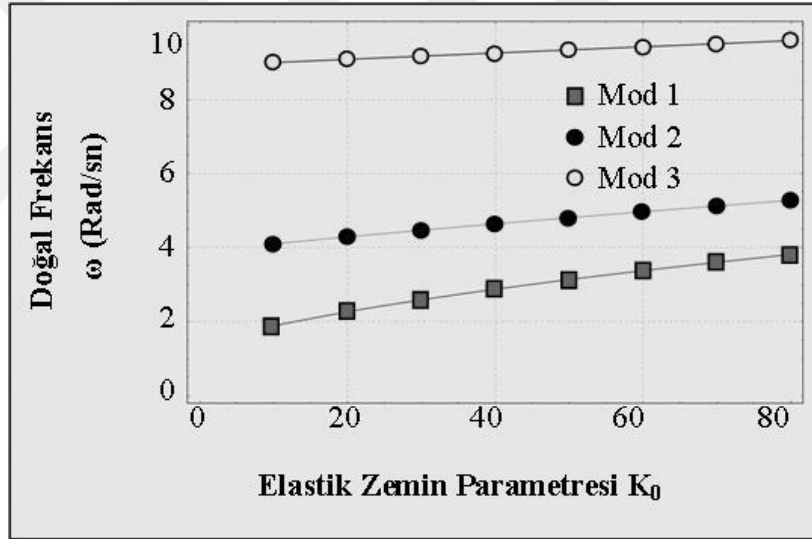
| K_0 | Mod 1 (Rad/sn) | Mod 2 (Rad/sn) | Mod 3 (Rad/sn) |
|-------|-------------------|-------------------|-------------------|
| 10 | 6,29624 | 20,0314 | 41,7141 |
| 20 | 6,41968 | 20,0706 | 41,7329 |
| 30 | 6,5408 | 20,1096 | 41,7517 |
| 40 | 6,65971 | 20,1486 | 41,7705 |
| 50 | 6,77654 | 20,1875 | 41,7893 |
| 60 | 6,89139 | 20,2264 | 41,8081 |
| 70 | 7,00435 | 20,2652 | 41,8269 |
| 80 | 7,11552 | 20,3038 | 41,8456 |



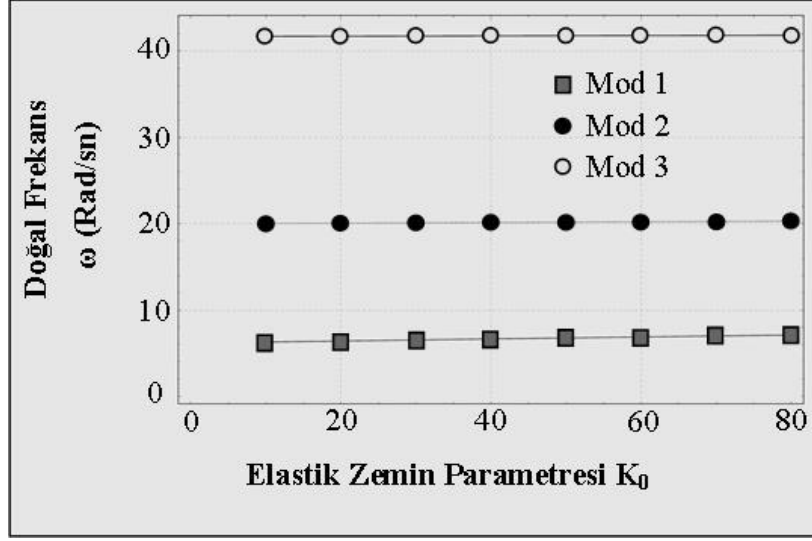
Şekil 4.52. Ortamın elastiklik değerine (K_0) bağlı olarak ilk üç moda ait doğal frekans değerleri; $k_w=10$, $h=b=300$ mm, $L=3000$ mm, $E=40970$ MPa, $\rho=0,0000241669$ N/mm³, (Her iki ucu ankastre mesnetli kiriş)



Şekil 4.53. Ortamın elastiklik değerine (K_0) bağlı olarak ilk üç moda ait doğal frekans değerleri; $k_\omega=10$, $h=b=300$ mm, $L=3000$ mm, $E=40970$ MPa, $\rho=0,000241669$ N/mm³, (Her iki ucu sabit mesnetli kiriş)



Şekil 4.54. Ortamın elastiklik değerine (K_0) bağlı olarak ilk üç moda ait doğal frekans değerleri; $k_\omega=10$, $h=b=300$ mm, $L=3000$ mm, $E=40970$ MPa, $\rho=0,000241669$ N/mm³, (Konsol kiriş)



Şekil 4.55. Ortamın elastiklik değerine (K_0) bağlı olarak ilk üç moda ait doğal frekans değerleri; $k_w=10$, $h=b=300$ mm, $L=3000$ mm, $E=40970$ MPa, $\rho=0,0000241669$ N/mm³, (Bir ucu ankastre bir ucu sabit mesnetli kiriş)

Bu blüme ait çizelgeler ve tablolar incelendiğinde, ortam elastiklik parametresi (K_0) değerinin artması doğal frekans değerlerinde artışa sebep olmaktadır. Bu sonuç her üç mod değeri içinde geçerli olduğu görülmektedir. Birinci mod ile ikinci mod değerlerinin birbirine daha yakın değerler aldığı görülmektedir. Üçüncü mod için elde edilen doğal frekans değerleri diğer iki moda göre oldukça yüksek olduğu gözlenmiştir. Elastik zemin parametresi konsol olarak modellen kirişlerde diğer üç modele göre daha fazla değişikliğe sebep olduğu görülmektedir. Şekil 4.54 incelendiğinde mod 1 değerindeki artış mod 2 değerindeki artışa göre daha yüksek olduğu söylenebilir. Bu bölümde elde edilen değerler sonucu verilen çizelgeler ve şekiller doğrultusunda, zemin rijitliğinin artması kirişte meydana gelen doğal frekans değerlerinde artışa sebep olduğu söylenebilir.

4.2.10 Elastik ortamda çelik lif kullanımının ilk üç doğal frekans değerine etkisi

Mekanikte önemli olan bir diğer parametre ise L/h değeri, yani kirişin veya kolonun narinliği hakkında bilgi veren orandır. Bu değer kiriş uzunluğunun atalet yarıçapına bölünmesi ile elde edilir. Aşağıdaki Şekiller 4.56, 4.57, 4.58 ve 4.59'da L/h oranının ilk üç mod için doğal frekans değerlerine etkisi gösterilmiştir. Bu değerler, elastik ortam içinde modellenmiş Eulerin önerdiği dört farklı sınır durumu için analiz edilen kirişlerden elde edilmiştir.

Aşağıdaki çizelgeler 4.54, 4.55, 4.56 ve 4.57’de, L/h değerlerine, $L50$, $L35$, $L30$ ve lifsiz beton numunlerden elde edile E ve ρ değerlerine bağlı doğal frekans değerleri verilmiştir. Elde edilen değerler, elastik ortamda modellenen dört farklı sınır koşulu için analiz edilen kirişe ait ilk üç mod değeri ayrı şekillerde gösterilmiştir. Analizde L/h değerlerine 10-22 arasında değerler verilmiştir.

Çizelge 4.54. L/h oranının, E ve ρ değerlerinin ilk üç mod için doğal frekans değerlerine etkisi; $k_0=10$, $h=b=300$ mm, $L=3000$ mm (Her iki ucu ankastre mesnetli kiriş)

| Numune tipi | L/h | Mod 1 (Rad/sn) | Mod 2 (Rad/sn) | Mod 3 (Rad/sn) |
|-------------|-------|----------------|----------------|----------------|
| K | 10 | 9,36017 | 25,585 | 50,1518 |
| | 12 | 6,50012 | 17,7673 | 34,8277 |
| | 14 | 4,7756 | 13,0536 | 25,5877 |
| | 16 | 3,65632 | 9,99413 | 19,5906 |
| | 18 | 2,88894 | 7,8966 | 15,479 |
| | 20 | 2,34004 | 6,39624 | 12,538 |
| | 22 | 1,93392 | 5,28615 | 10,3619 |
| | 24 | 1,62503 | 4,44184 | 8,70691 |
| L50 | 10 | 9,13327 | 24,9648 | 48,9361 |
| | 12 | 6,34255 | 17,3366 | 33,9834 |
| | 14 | 4,65983 | 12,7371 | 24,9674 |
| | 16 | 3,56768 | 9,75186 | 19,1157 |
| | 18 | 2,81891 | 7,70518 | 15,1037 |
| | 20 | 2,28332 | 6,24119 | 12,234 |
| | 22 | 1,88704 | 5,15801 | 10,1108 |
| | 24 | 1,58564 | 4,33416 | 8,49585 |
| L35 | 10 | 8,66186 | 23,6762 | 46,4103 |
| | 12 | 6,01518 | 16,4418 | 32,2294 |
| | 14 | 4,41932 | 12,0797 | 23,6787 |
| | 16 | 3,38354 | 9,24853 | 18,129 |
| | 18 | 2,67341 | 7,30748 | 14,3242 |
| | 20 | 2,16546 | 5,91906 | 11,6026 |
| | 22 | 1,78964 | 4,89178 | 9,5889 |
| | 24 | 1,50379 | 4,11046 | 8,05734 |
| L30 | 10 | 8,94928 | 24,4619 | 47,9503 |
| | 12 | 6,21477 | 16,9874 | 33,2988 |
| | 14 | 4,56596 | 12,4805 | 24,4644 |
| | 16 | 3,49581 | 9,55541 | 18,7306 |
| | 18 | 2,76212 | 7,54995 | 14,7995 |
| | 20 | 2,23732 | 6,11546 | 11,9876 |
| | 22 | 1,84902 | 5,0541 | 9,90708 |
| | 24 | 1,55369 | 4,24685 | 8,3247 |

Çizelge 4.55. L/h oranının, E ve ρ değerlerinin ilk üç mod için doğal frekans değerlerine etkisi; $K_0=10$, $h=b=300$ mm, $L=3000$ mm (Her iki ucu sabit mesnetli kiriş)

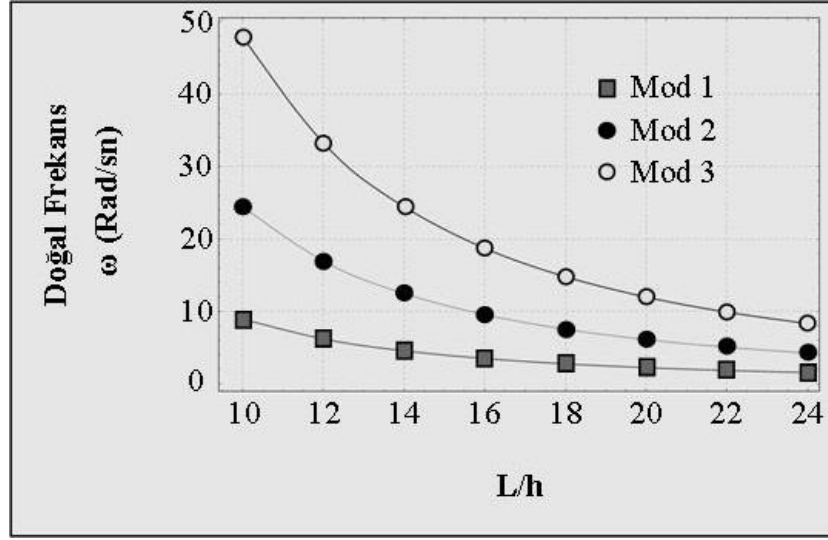
| Numune tipi | L/h | Mod 1 (Rad/sn) | Mod 2 (Rad/sn) | Mod 3 (Rad/sn) |
|-------------|-----|-------------------|-------------------|-------------------|
| K | 10 | 4,20642 | 16,0746 | 36,075 |
| | 12 | 2,92113 | 11,1629 | 25,0521 |
| | 14 | 2,14613 | 8,20133 | 18,4056 |
| | 16 | 1,64313 | 6,27915 | 14,0918 |
| | 18 | 1,29828 | 4,9613 | 11,1343 |
| | 20 | 1,05161 | 4,01865 | 9,01876 |
| | 22 | 0.869096 | 3,3212 | 7,45352 |
| | 24 | 0.730282 | 2,79073 | 6,26303 |
| L50 | 10 | 4,10445 | 15,6849 | 35,2005 |
| | 12 | 2,85032 | 10,8923 | 24,4448 |
| | 14 | 2,09411 | 8,00252 | 17,9595 |
| | 16 | 1,6033 | 6,12693 | 13,7502 |
| | 18 | 1,26681 | 4,84103 | 10,8644 |
| | 20 | 1,02611 | 3,92124 | 8,80013 |
| | 22 | 0.848028 | 3,24069 | 7,27284 |
| | 24 | 0.712579 | 2,72308 | 6,1112 |
| L35 | 10 | 3,89261 | 14,8754 | 33,3837 |
| | 12 | 2,7032 | 10,3301 | 23,1831 |
| | 14 | 1,98602 | 7,58948 | 17,0325 |
| | 16 | 1,52055 | 5,8107 | 13,0405 |
| | 18 | 1,20142 | 4,59117 | 10,3036 |
| | 20 | 0.973152 | 3,71885 | 8,34592 |
| | 22 | 0.804258 | 3,07343 | 6,89746 |
| | 24 | 0,6758 | 2,58253 | 5,79578 |
| L30 | 10 | 4,02177 | 15,369 | 34,4914 |
| | 12 | 2,7929 | 10,6729 | 23,9524 |
| | 14 | 2,0519 | 7,84131 | 17,5977 |
| | 16 | 1,571 | 6,00351 | 13,4732 |
| | 18 | 1,24129 | 4,74351 | 10,6455 |
| | 20 | 1,00544 | 3,84224 | 8,62285 |
| | 22 | 0,83094 | 3,17541 | 7,12633 |
| | 24 | 0,69822 | 2,66822 | 5,98809 |

Çizelge 4.56. L/h oranının, E ve ρ değerlerinin ilk üç mod için doğal frekans değerlerine etkisi; $K_0=10$, $h=b=300$ mm, $L=3000$ mm (Konsol kiriş)

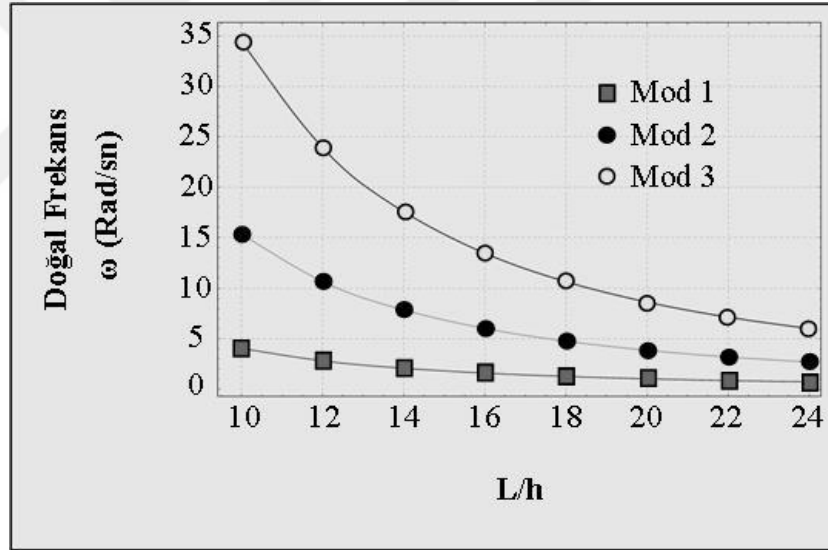
| Numune tipi | L/h | Mod 1 (Rad/sn) | Mod 2 (Rad/sn) | Mod 3 (Rad/sn) |
|-------------|-----|-------------------|-------------------|-------------------|
| K | 10 | 1,94108 | 9,21481 | 25,5703 |
| | 12 | 1,34797 | 6,39918 | 17,7572 |
| | 14 | 0,990347 | 4,70144 | 13,0461 |
| | 16 | 0,758235 | 3,59954 | 9,9884 |
| | 18 | 0,599099 | 2,84408 | 7,89207 |
| | 20 | 0,48527 | 2,3037 | 6,39258 |
| | 22 | 0,40105 | 1,90389 | 5,28312 |
| | 24 | 0,336993 | 1,59979 | 4,43929 |
| L50 | 10 | 1,89403 | 8,99144 | 24,9505 |
| | 12 | 1,3153 | 6,24405 | 17,3267 |
| | 14 | 0,96634 | 4,58747 | 12,7298 |
| | 16 | 0,739854 | 3,51228 | 9,74627 |
| | 18 | 0,584576 | 2,77513 | 7,70076 |
| | 20 | 0,473507 | 2,24786 | 6,23761 |
| | 22 | 0,391328 | 1,85773 | 5,15505 |
| | 24 | 0,328824 | 1,56101 | 4,33168 |
| L35 | 10 | 1,79627 | 8,52735 | 23,6627 |
| | 12 | 1,24741 | 5,92177 | 16,4324 |
| | 14 | 0,916463 | 4,35069 | 12,0728 |
| | 16 | 0,701667 | 3,331 | 9,24323 |
| | 18 | 0,554404 | 2,6319 | 7,30329 |
| | 20 | 0,449067 | 2,13184 | 5,91566 |
| | 22 | 0,37113 | 1,76185 | 4,88898 |
| | 24 | 0,311852 | 1,48044 | 4,1081 |
| L30 | 10 | 1,85587 | 8,8103 | 24,4478 |
| | 12 | 1,2888 | 6,11827 | 16,9777 |
| | 14 | 0,946873 | 4,49505 | 12,4734 |
| | 16 | 0,72495 | 3,44153 | 9,54993 |
| | 18 | 0,5728 | 2,71923 | 7,54563 |
| | 20 | 0,463968 | 2,20258 | 6,11196 |
| | 22 | 0,383445 | 1,82031 | 5,0512 |
| | 24 | 0,3222 | 1,52957 | 4,24441 |

Çizelge 4.57. L/h oranının, E ve ρ değerlerinin ilk üç mod için doğal frekans değerlerine etkisi; $K_0=10$, $h=b=300$ mm, $L=3000$ mm (Bir ucu ankastre bir ucu sabit mesnetli kiriş)

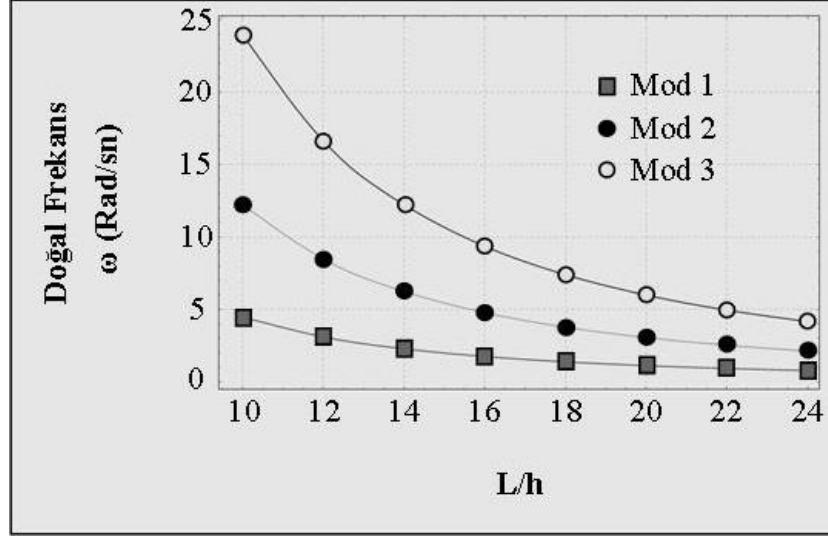
| Numune tipi | L/h | Mod 1 (Rad/sn) | Mod 2 (Rad/sn) | Mod 3 (Rad/sn) |
|-------------|-----|-------------------|-------------------|-------------------|
| K | 10 | 6,45004 | 20,5208 | 42,7331 |
| | 12 | 4,4792 | 14,2505 | 29,6758 |
| | 14 | 3,29084 | 10,4698 | 21,8026 |
| | 16 | 2,51955 | 8,01592 | 16,6926 |
| | 18 | 1,99075 | 6,33357 | 13,1892 |
| | 20 | 1,61251 | 5,13019 | 10,6833 |
| | 22 | 1,33265 | 4,23983 | 8,82916 |
| | 24 | 1,1198 | 3,56263 | 7,41894 |
| L50 | 10 | 6,29369 | 20,0233 | 41,6972 |
| | 12 | 4,37062 | 13,9051 | 28,9564 |
| | 14 | 3,21106 | 10,216 | 21,2741 |
| | 16 | 2,45847 | 7,82161 | 16,288 |
| | 18 | 1,9425 | 6,18003 | 12,8695 |
| | 20 | 1,57342 | 5,00583 | 10,4243 |
| | 22 | 1,30035 | 4,13705 | 8,61513 |
| | 24 | 1,09265 | 3,47627 | 7,2391 |
| L35 | 10 | 5,96884 | 18,9898 | 39,545 |
| | 12 | 4,14503 | 13,1874 | 27,4618 |
| | 14 | 3,04533 | 9,68868 | 20,176 |
| | 16 | 2,33158 | 7,4179 | 15,4473 |
| | 18 | 1,84224 | 5,86106 | 12,2053 |
| | 20 | 1,49221 | 4,74746 | 9,88626 |
| | 22 | 1,23323 | 3,92352 | 8,17046 |
| | 24 | 1,03626 | 3,29684 | 6,86546 |
| L30 | 10 | 6,1669 | 19,6199 | 40,8572 |
| | 12 | 4,28257 | 13,625 | 28,3731 |
| | 14 | 3,14638 | 10,0102 | 20,8455 |
| | 16 | 2,40895 | 7,66404 | 15,9599 |
| | 18 | 1,90336 | 6,05554 | 12,6103 |
| | 20 | 1,54172 | 4,90498 | 10,2143 |
| | 22 | 1,27415 | 4,05371 | 8,44158 |
| | 24 | 1,07064 | 3,40624 | 7,09327 |



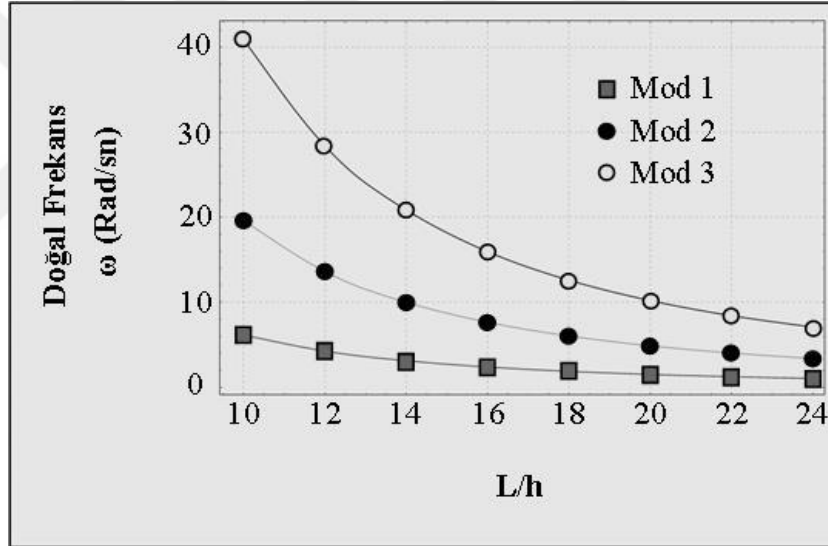
Şekil 4.56. İlk üç mod için kiriş narinliğinin doğal frekans değerlerine etkisi; $K_0=10$, $h=b=300$ mm, $L=3000$ mm, $E=39320$ MPa, $\rho=0,0000241669$ N/mm³ (Her iki ucu ankastre mesnetli kiriş)



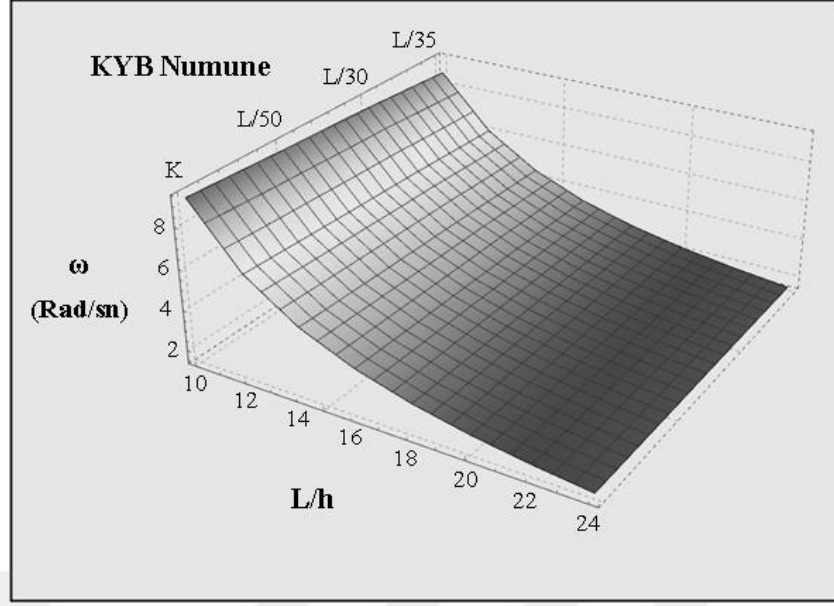
Şekil 4.57. İlk üç mod için kiriş narinliğinin doğal frekans değerlerine etkisi; $K_0=10$, $h=b=300$ mm, $L=3000$ mm, $E=39320$ MPa, $\rho=0,0000241669$ N/mm³ (Her iki ucu sabit mesnetli kiriş)



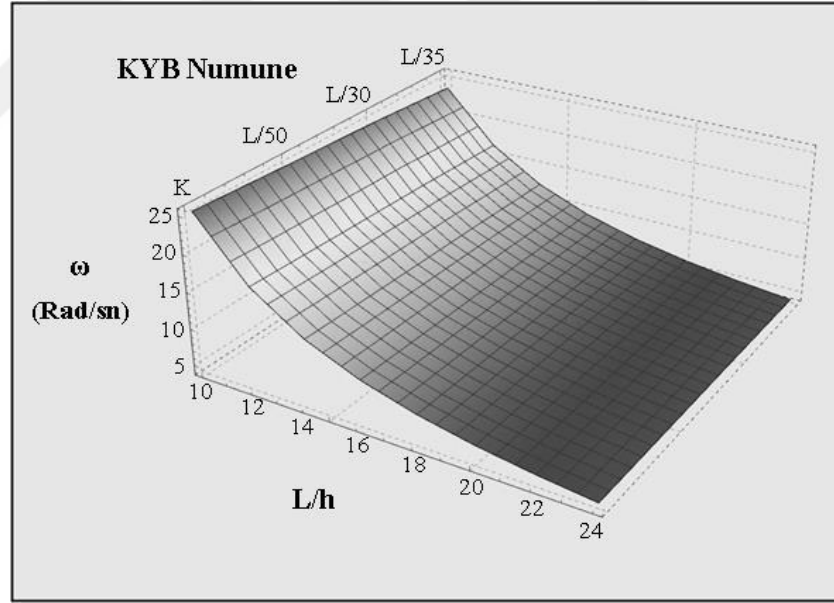
Şekil 4.58. İlk üç mod için kiriş narinliğinin doğal frekans değerlerine etkisi; $K_0=10$, $h=b=300$ mm, $L=3000$ mm, $E=39320$ MPa, $\rho=0,0000241669$ N/mm³ (Konsol kiriş)



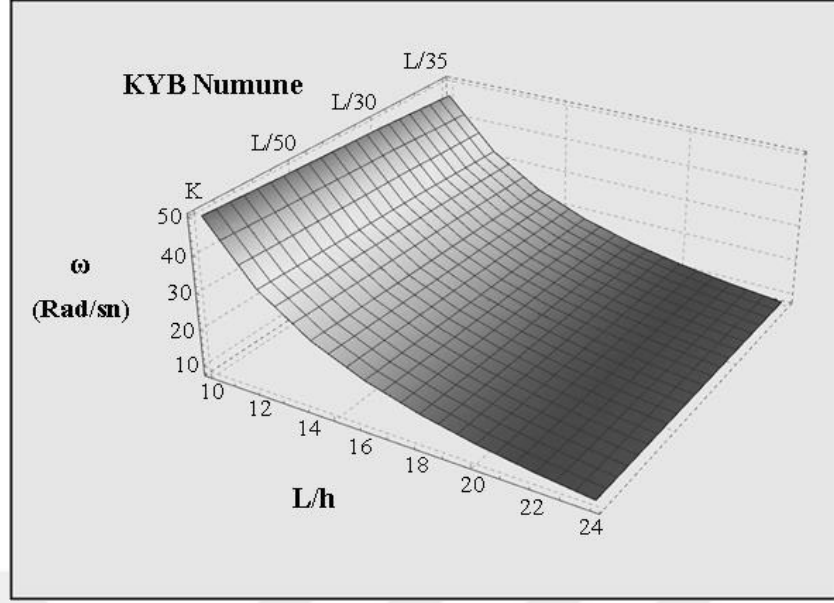
Şekil 4.59. İlk üç mod için kiriş narinliğinin doğal frekans değerlerine etkisi; $K_0=10$, $h=b=300$ mm, $L=3000$ mm, $E=39320$ MPa, $\rho=0,0000241669$ N/mm³ (Bir ucu ankastre bir ucu sabit mesnetli kiriş)



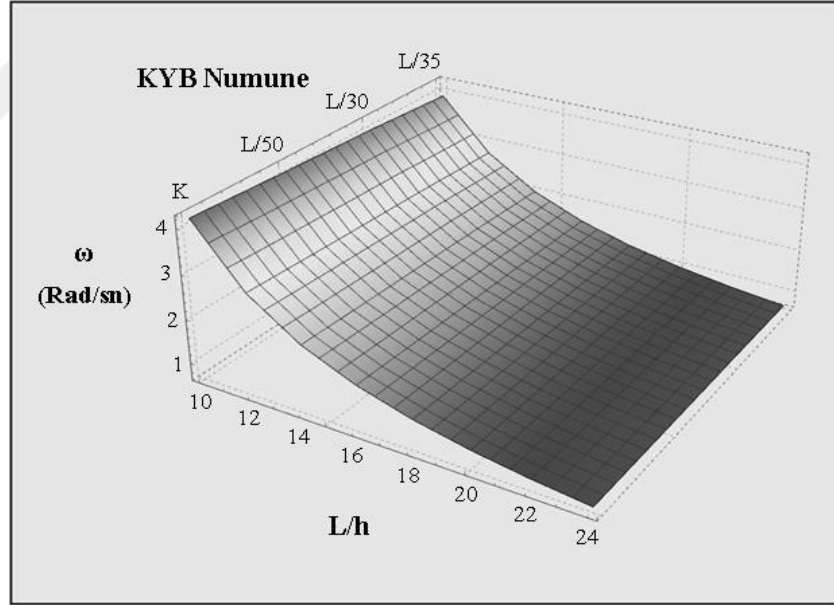
Şekil 4.60. kontrol numunelerinden elde edilen E ve ρ değerlerine bağlı olarak doğal frekans değerleri (1. mod): $h=b=300$ mm, $K_0=10$, $L=3000$ mm, (Her iki ucu ankastre mesnet)



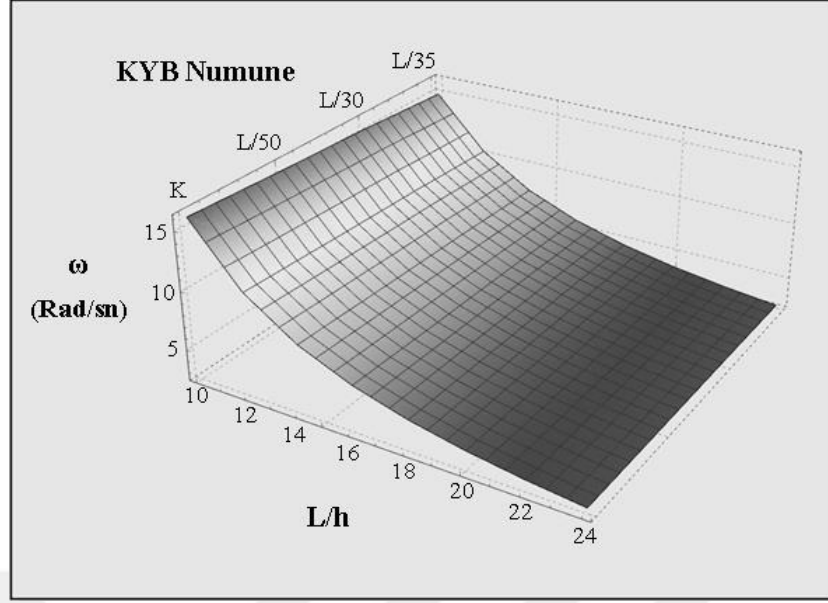
Şekil 4.61. kontrol numunelerinden elde edilen E ve ρ değerlerine bağlı olarak doğal frekans değerleri (2. mod): $h=b=300$ mm, $K_0=10$, $L=3000$ mm, (Her iki ucu ankastre mesnet)



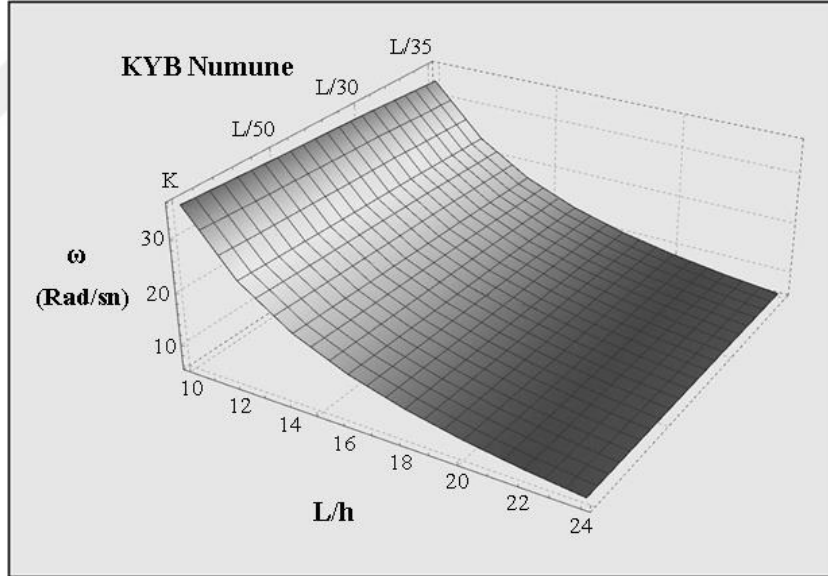
Şekil 4.62. kontrol numunelerinden elde edilen E ve ρ değerlerine bağlı olarak doğal frekans değerleri (3. mod): $h=b=300$ mm, $K_0=10$, $L=3000$ mm, (Her iki ucu ankastre mesnet)



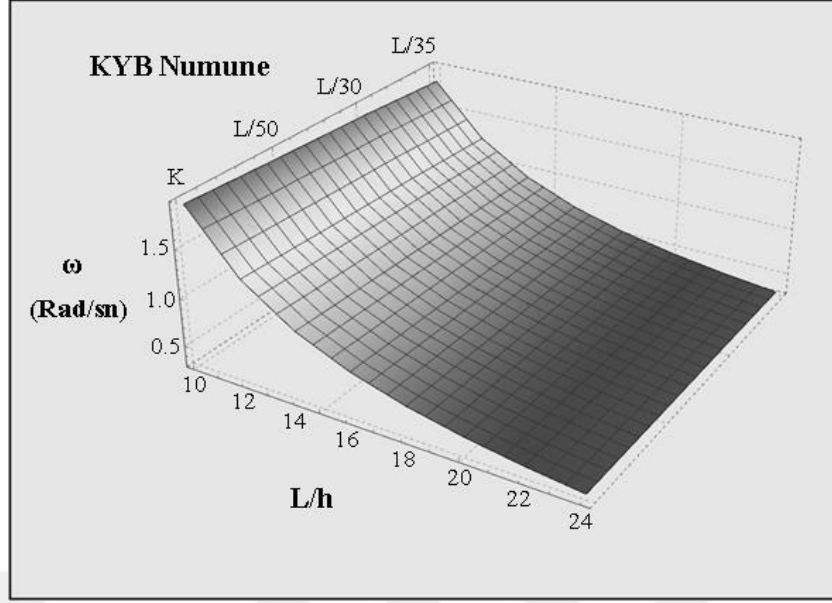
Şekil 4.63. kontrol numunelerinden elde edilen E ve ρ değerlerine bağlı olarak doğal frekans değerleri (1. mod): $h=b=300$ mm, $K_0=10$, $L=3000$ mm, (Her iki ucu sabit mesnet)



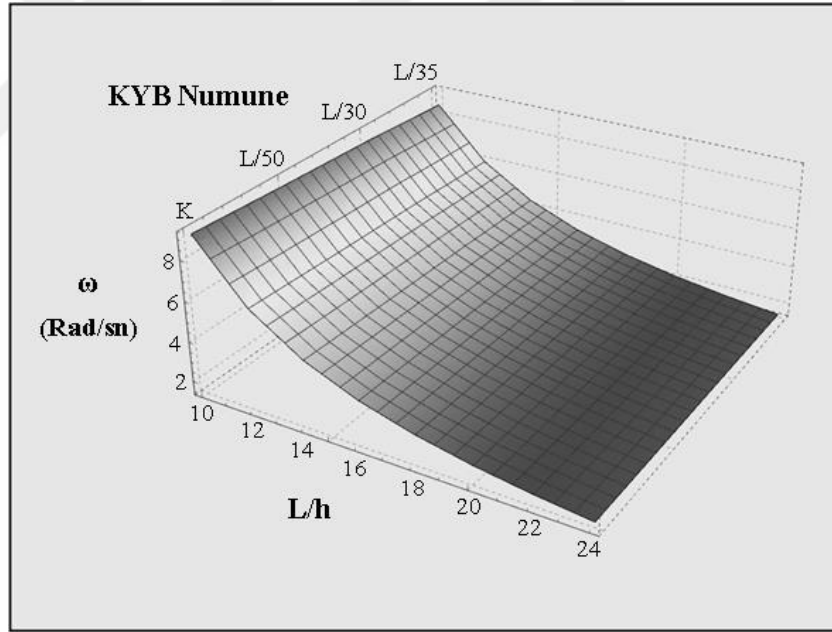
Şekil 4.64. kontrol numunelerinden elde edilen E ve ρ değerlerine bağlı olarak doğal frekans değerleri (2. mod): $h=b=300$ mm, $K_0=10$, $L=3000$ mm, (Her iki ucu sabit mesnet)



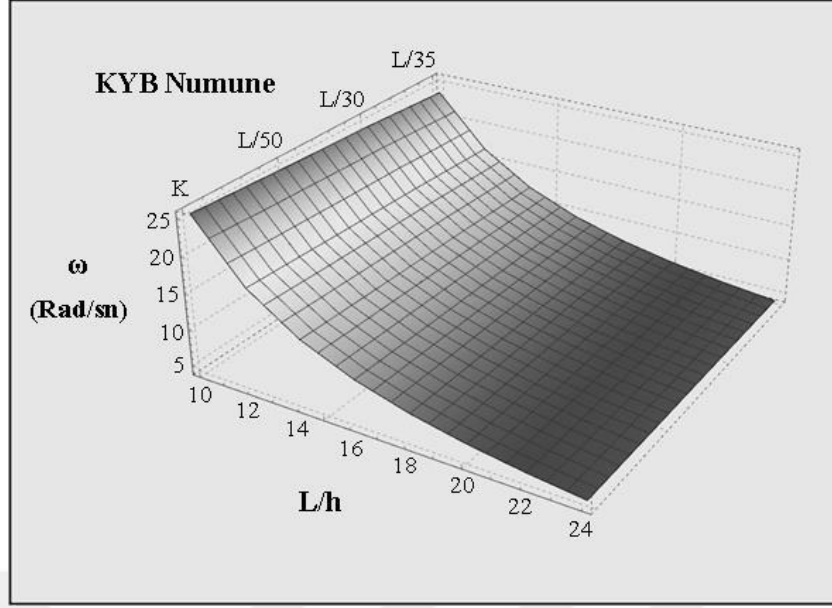
Şekil 4.65. kontrol numunelerinden elde edilen E ve ρ değerlerine bağlı olarak doğal frekans değerleri (3. mod): $h=b=300$ mm, $K_0=10$, $L=3000$ mm, (Her iki ucu sabit mesnet)



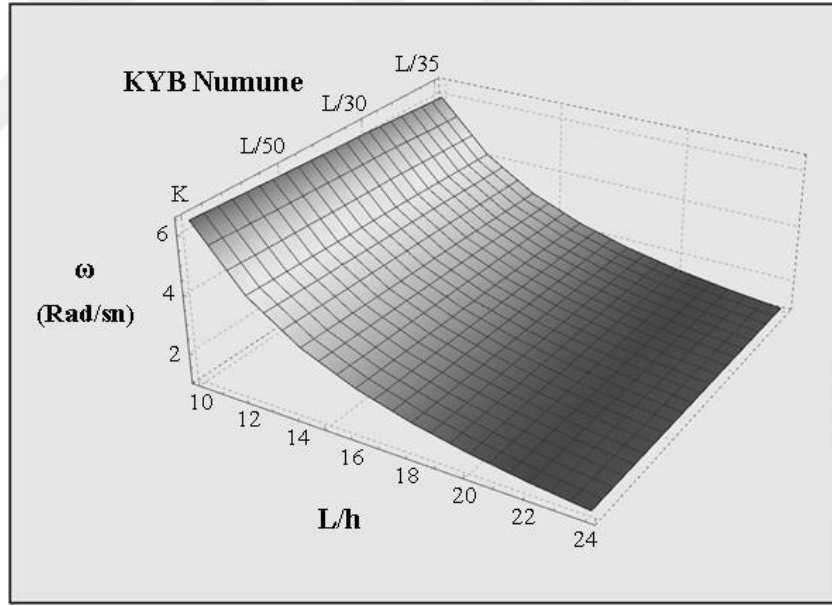
Şekil 4.66. kontrol numunelerinden elde edilen E ve ρ değerlerine bağlı olarak doğal frekans değerleri (1. mod): $h=b=300$ mm, $K_0=10$, $L=3000$ mm, (Konsol kiriş)



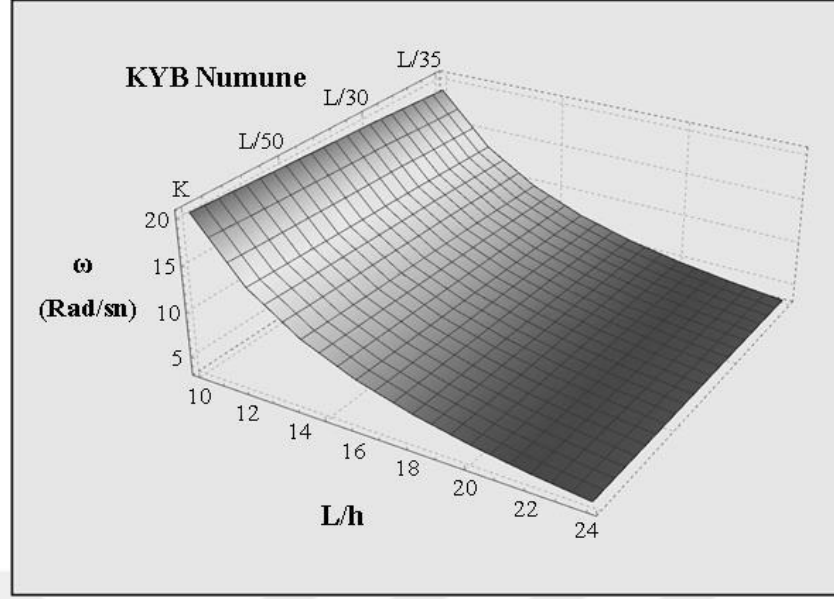
Şekil 4.67. kontrol numunelerinden elde edilen E ve ρ değerlerine bağlı olarak doğal frekans değerleri (2. mod): $h=b=300$ mm, $K_0=10$, $L=3000$ mm, (Konsol kiriş)



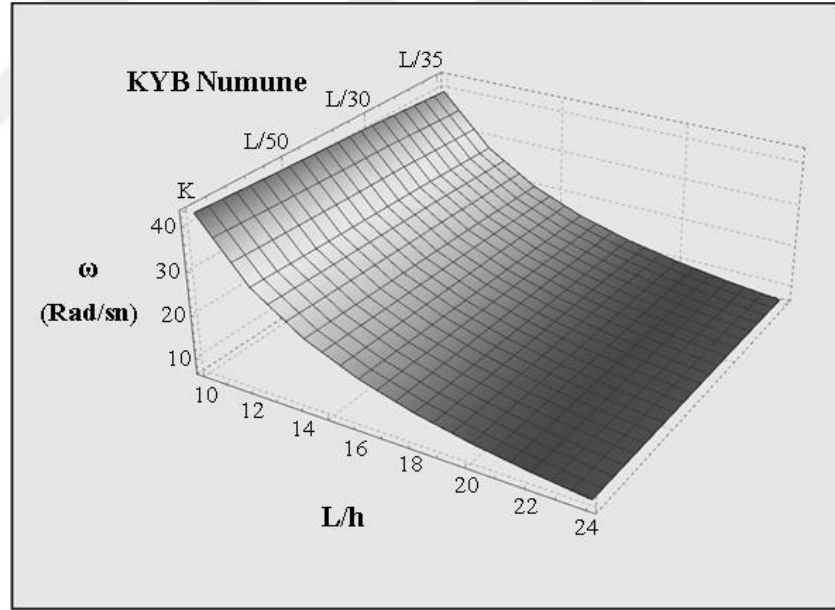
Şekil 4.68. kontrol numunelerinden elde edilen E ve ρ değerlerine bağlı olarak doğal frekans değerleri (3. mod): $h=b=300$ mm, $K_0=10$, $L=3000$ mm, (Konsol kiriş)



Şekil 4.69. kontrol numunelerinden elde edilen E ve ρ değerlerine bağlı olarak doğal frekans değerleri (1. mod): $h=b=300$ mm, $K_0=10$, $L=3000$ mm, (Bir ucu ankastre diğer ucu sabit mesnet)



Şekil 4.70. kontrol numunelerinden elde edilen E ve ρ değerlerine bağlı olarak doğal frekans değerleri (2. mod): $h=b=300$ mm, $K_0=10$, $L=3000$ mm, (Bir ucu ankastre diğer ucu sabit mesnet)



Şekil 4.71. kontrol numunelerinden elde edilen E ve ρ değerlerine bağlı olarak doğal frekans değerleri (3. mod): $h=b=300$ mm, $K_0=10$, $L=3000$ mm, (Bir ucu ankastre diğer ucu sabit mesnet)

Bu bölüme ait çizelgeler ve şekillerde, L/h değerinin her üç moda ait doğal frekans değerleri üzerinde önemli bir değişikliğe sebep olduğu gözlenmektedir. L/h değerlerindeki artış, herbir kiriş modeli ve herbir moda ait doğal frekans değerleri için

artıŖa neden olduğu gözlenmiŖtir. L/h değerleri düŖtükçe doğal frekans değerleri yükselen bir artıŖ göstermektedir. L/h değerlerinin büyük olması yani narin olarak nitelendirilebilecek kiriŖler için doğal frekans değerleri sıfır değerine oldukça yaklaŖmaktadır. Ŗekiller 4.56, 4.57, 4.58 ve 4.59 incelendiğinde, yüksek L/h değerlerinde herbir mod değerinin azaldığı ve modlar arasındaki farkın oldukça azalmıŖ olduğu gözlenmiŖtir. Düşük L/h değerleri için modlar arasındaki farklar açılmaktadır ve bu durumda üçüncü mod değeri için en büyük doğal frekans değeri gözlenmektedir.

Ŗekiller 4.60-7.71, A-A, A-S, Konsol ve S-S kiriŖler için 1., 2. ve 3. mod doğal frekans değerlerine ait Ŗekiller gösterilmiŖtir. Kontrol numunesi, $L50$, $L35$ ve $L30$ numunelerinden elde edilen E ve ρ karakteristik değerleri ile analiz yapılmıŖtır. Böylece, çelik lif kullanımının bu iki parametre ile doğal frekansa etkisi incelenmiŖtir. Kontrol numunesinden elde edilen doğal frekans değeri en büyük olarak gözlenirken $L/35$ numunesi parametreleri ile elde edilen doğal frekans değerleri en düşük değeri vermiŖtir. Ŗekiller incelendiğinde, doğal frekans değerleri büyükten küçüğe doğru K , $L/50$, $L/30$ ve $L/35$ olarak gözlenmiŖtir.

5. TARTIŞMA ve SONUÇ

Bu çalışmada, uçlarından elastik olarak sınırlanan Euler-Bernoulli Kiriş modelinin, farklı sınır koşulları altında elastik zemin üzerinde titreşim analizi ve Euler tarafından önerilen, elastik olarak sınırlanmış kolon modelinin burkulma analizi yapılmıştır. Kiriş ve kolon modelleri için sayısal analiz, araştırmacılar tarafından daha önce önerilen Stokes dönüşümleri ve Fourier sinüs serileri kullanılarak oluşturulan bir özdeğer-özvektör denklemi ile modellenmiştir. Analizde, dört farklı kendiliğinden yerleşen beton numunesinden elde edilen elastisite modülü E ve yoğunluk ρ değerleri kullanılmıştır. Bu numunelerden üçü farklı en boy oranına sahip çelik lif ile hazırlanmış olup bir adet numune ise kontrol numunesi olarak üretilmiş ve çelik lif içermemektedir. Analizde çelik lif kullanımının, kiriş-kolon kesitinin, kiriş-kolon uzunluğunun, elastik zemin parametresinin ve farklı sınır koşullarının titreşim ve burkulma üzerindeki etkisi araştırıldı. Böylece elde edilen verilerle ilgili sonuçlar aşağıdaki gibi söylenebilir:

- Kolon çapının artması veya kolonun uzunluğunun azalması nedeniyle, kolondaki kritik burkulma yük değerleri hiperbolik olarak artmıştır. Bu nedenle rijit kolonlar için çok büyük kritik burkulma yükü değerleri elde edilebilir. Bunun bir sonucu olarak, kolonda belirli bir kritik yük değerinden sonra burkulma meydana gelmeden önce kolondaki göçmenin farklı sebeplerden kaynaklanabileceği göz önüne alınmalıdır. Bununla ilgili olarak yönetmeliklerde narinlik açısından kısıtlamalar yapılmıştır. Başka bir ifadeyle, sabit kesitte kolon uzunluğundaki artış veya sabit uzunlukta çapın daralması ile kritik yük değeri azalır ve bu sonuç bize küçük kesitlerle yüksek kolonlar yapmak için bir sınırlama olduğu gerçeği hakkında bilgi verir.
- Lif içermeyen beton (K) karışımından elde edilen elastisite modülünün değeri en yüksek değer olduğundan, kritik yükün en yüksek değeri bu numune ile üretilen kirişlerde gözlenmiştir. Daha sonra en büyük kritik yük değerleri sırasıyla $L/50$, $L/30$ ve $L/35$ 'den elde edilen E değerleri için gözlenmiştir.
- Çelik lif kullanımı beton numunelerde lif özelliklerinden kaynaklı olarak sıkıştırma kaybı oluşturması sebebiyle elastisite modülü değerlerinde önemli

sayılabilecek miktarda (%6-15) azalmaya sebep olmuştur. Bu durumun doğal bir sonucu olarak lif içermeyen kontrol karışımı en yüksek doğal frekans ve frekans parametre değerlerini göstermiştir. Çelik lif içeren karışımlarda elastisite modülü değerleri arasında kayda değer bir ilişki olmadığı için, doğal frekans ve frekans parametre değerlerinde net bir ilişki gözlenmemiştir.

- Aynı şartlarda lif içermeyen kontrol karışımından elde edilen ρ ile üretilen kirişte yoğunluk daha düşük olduğundan kiriş modelinin doğal frekans değerleri, lif içeren KYB karışımlarına kıyasla daha yüksek elde edilmiştir. Başka bir deyişle, düşük yoğunluk değerlerinde daha yüksek doğal frekans değerleri elde edilmiştir. Bu durum için elastisite modülü değerlerinin aynı olduğu varsayılarak analiz yapılmıştır.
- Elastik zemin parametresi küçük değerler aldığıında frekans parametresi mod değerleri arasındaki fark daha büyük elde edilmiştir. Elastik zemin parametresi (K_0) değerlerinin büyümesi durumunda yani zemin rijitliği artarsa, modlar arasındaki farkların kapandığı gözlenmiştir. Aynı şartlar altında dört farklı sınır koşullunda modellenen kirişler için bu davranış konsol kirişlerde daha belirgin şekilde gözlenebilir. Benzer davranış, doğal frekans mod değerleri içinde söylenebilir.
- Aynı koşullar altında, sadece sınır koşulları farklı olan kiriş elemanlarının analiz sonuçlarında, konsol kirişler ile elde edilen doğal frekans değerleri, her iki ucu ankastre kiriş ile elde edilen doğal frekans değerlerine göre daha düşük olduğu gözlenmiştir. Doğal frekans değerlerinin kiriş sınır değerlerine bağlı olarak büyükten küçüğe doğru şu şekilde sıralayabiliriz; A-A, A-S, S-S, konsol kiriş.

KAYNAKLAR

Abbas, B. A. H. 1984. Vibrations of Timoshenko Beams with Elastically Restrained Ends. *Journal of Sound and Vibration* 97 (4): 541–48. [https://doi.org/10.1016/0022-460X\(84\)90508-X](https://doi.org/10.1016/0022-460X(84)90508-X).

Akgöz, B., Civalek, Ö. 2011a. Nonlinear Vibration Analysis of Laminated Plates Resting on Nonlinear Two-Parameters Elastic Foundations. *Steel and Composite Structures* 11 (5): 403–21. <https://doi.org/10.12989/scs.2011.11.5.403>.

Akgöz, B., Civalek, Ö. 2011b. Strain gradient elasticity and modified couple stress models for buckling analysis of axially loaded micro-scaled beams. *International Journal of Engineering Science*, 49(11), 1268-1280.

Akgöz, B., Civalek, Ö. 2013a. Buckling analysis of functionally graded microbeams based on the strain gradient theory. *Acta Mechanica*, 224(9), 2185-2201.

Akgöz, B., Civalek, Ö. 2013b. Free vibration analysis of axially functionally graded tapered Bernoulli–Euler microbeams based on the modified couple stress theory. *Composite Structures*, 98, 314-322.

Albarracín, C. M., and R. O. Grossi. 2005. Vibrations of Elastically Restrained Frames. *Journal of Sound and Vibration* 285 (1–2): 467–76. <https://doi.org/10.1016/j.jsv.2004.09.013>.

Al-Kamal, M. K. 2017. Estimating Elastic Buckling Load for an Axially Loaded Column Bolted to a Simply Supported Plate using Energy Method. *Alnahrain journal for engineering sciences*, 20(5), 1154-1159.

Al Rjoub, Y. S., Hamad, A. G. 2017. Free vibration of functionally Euler-Bernoulli and Timoshenko graded porous beams using the transfer matrix method. *KSCE Journal of Civil Engineering*, 21(3), 792-806.

Atay, M. T., Coşkun, S. 2009. Elastic stability of Euler columns with a continuous elastic restraint using variational iteration method. *Computers & Mathematics with Applications*, 58(11-12), 2528-2534.

Atay, M. T. 2010. Determination of buckling loads of tilted buckled column with varying flexural rigidity using variational iteration method. *International Journal of Nonlinear Sciences and Numerical Simulation*, 11(2), 97-104.

Atmane, H. A., A. Tounsi, I. Mechab, El Abbas A. B. 2010. Free Vibration Analysis of Functionally Graded Plates Resting on Winkler-Pasternak Elastic Foundations Using a New Shear Deformation Theory. *International Journal of Mechanics and Materials in Design* 6 (2): 113–21. <https://doi.org/10.1007/s10999-010-9110-x>.

Baferani, A. H., Saidi, A. R., Ehteshami, H. 2011. Accurate solution for free vibration analysis of functionally graded thick rectangular plates resting on elastic foundation. *Composite Structures*, 93(7), 1842-1853.

Bamonte, P., and P. G. Gambarova. 2012. A Study on the Mechanical Properties of Self-Compacting Concrete at High Temperature and after Cooling. *Materials and Structures/Materiaux et Constructions* 45 (9): 1375–87. <https://doi.org/10.1617/s11527-012-9839-9>.

Başbük, M., Eryılmaz, A., Atay, M. T. 2014. On Critical Buckling Loads of Columns under End Load Dependent on Direction. *International scholarly research notices*, 2014.

Basbuk, M., Eryılmaz, A., Coskun, S. B., & Atay, M. T. 2016. On Critical Buckling Loads of Euler Columns With Elastic End Restraints. *Hittite Journal of Science & Engineering*, 3(1).

Bauchau, O. A., Craig, J. I. 2009. *Structural analysis: with applications to aerospace structures* (Vol. 163). Springer Science & Business Media.

Bracewell, R. N. 2000. The Fourier Transform and Applications. *McGraw Hill*, 1–10.

Brush, D. O., Almroth, B. O., & Hutchinson, J. W. 1975. Buckling of bars, plates, and shells. *Journal of Applied Mechanics*, 42, 911.

Bui, T. Q., A. Khosravifard, Ch Zhang, M. R. Hematiyan, M. V. Golub. 2013. Dynamic Analysis of Sandwich Beams with Functionally Graded Core Using a Truly Meshfree Radial Point Interpolation Method. *Engineering Structures* 47: 90–104. <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2012.03.041>.

Chung, J.H., T.Y. Chung, K.C. Kim. 1993. Vibration Analysis of Orthotropic Mindlin Plates with Edges Elastically Restrained against Rotation. *Journal of Sound and Vibration* 163 (1): 151–63. <https://doi.org/10.1006/JSVI.1993.1154>.

Civalek, Ö. 2004. Elastik Zemin Oturan Yapıların Hesap Yöntemlerine Genel Bir Bakış. 45–54.

Civalek, Ö. 2007. Nonlinear analysis of thin rectangular plates on Winkler–Pasternak elastic foundations by DSC–HDQ methods. *Applied Mathematical Modelling*, 31(3), 606-624.

Civalek, Ö. 2009. A four-node discrete singular convolution for geometric transformation and its application to numerical solution of vibration problem of arbitrary straight-sided quadrilateral plates. *Applied Mathematical Modelling*, 33(1), 300-314.

Civalek, Ö., B. Öztürk. 2010. Free Vibration Analysis of Tapered Beam-Column with Pinned Ends Embedded in Winkler-Pasternak Elastic Foundation. *Geomechanics and Engineering* 2 (1): 45–56. <https://doi.org/10.12989/gae.2010.2.1.045>.

Civalek, Ö., Demir, C. 2011. Buckling and bending analyses of cantilever carbon nanotubes using the euler-bernoulli beam theory based on non-local continuum model. *Asian Journal of Civil Engineering*, 12(5), 651-661.

Civalek, Ö. 2014. Geometrically Nonlinear Dynamic and Static Analysis of Shallow Spherical Shell Resting on Two-Parameters Elastic Foundations. *International Journal of Pressure Vessels and Piping* 113: 1–9. <https://doi.org/10.1016/j.ijpvp.2013.10.014>.

Coşkun, S. B. 2009a. Determination of critical buckling loads for euler columns of variable flexural stiffness with a continuous elastic restraint using homotopy perturbation method. *International Journal of Nonlinear Sciences and Numerical Simulation*, 10(2), 191-198.

Coşkun, S. B., Atay, M. T. 2009b. Determination of critical buckling load for elastic columns of constant and variable cross-sections using variational iteration method. *Computers & Mathematics with Applications*, 58(11-12), 2260-2266.

Deeb, R., S. Kulasegaram, B. L. Karihaloo. 2014. 3D Modelling of the Flow of Self-Compacting Concrete with or without Steel Fibres. Part II: L-Box Test and the Assessment of Fibre Reorientation during the Flow. *Computational Particle Mechanics* 1 (4): 391–408. <https://doi.org/10.1007/s40571-014-0003-x>.

Demir, Ç., K. Mercan, H. M. Numanoglu, Ö. Civalek. 2018. Bending Response of Nanobeams Resting on Elastic Foundation. *Journal of Applied and Computational Mechanics* 4 (2): 105–14. <https://doi.org/10.22055/jacm.2017.22594.1137>.

De Schutter, G., Khayat, K. H. 2014. Introduction and Glossary. In *Mechanical Properties of Self-Compacting Concrete* (pp. 1-13). Springer, Cham.

Dinnik, A. N. 1929. Design of columns of varying cross section. *Trans ASME*, 51(1), 105-14.

El-Dieb, A.S., M.M. Reda Taha. 2012. Flow Characteristics and Acceptance Criteria of Fiber-Reinforced Self-Compacted Concrete (FR-SCC). *Construction and Building Materials* 27 (1): 585–96. <https://doi.org/10.1016/J.CONBUILDMAT.2011.07.004>.

Euler, L. 1744. Methodus inveniendi lineas curvas maximi minimive proprietate gaudentes. apud Marcum-Michaelem Bousquet.

Goel, R.P. 1976. Free Vibrations of a Beam-Mass System with Elastically Restrained Ends. *Journal of Sound and Vibration* 47 (1): 9–14. [https://doi.org/10.1016/0022-460X\(76\)90404-1](https://doi.org/10.1016/0022-460X(76)90404-1).

Gül, U., Aydoğdu, M., Edirme, E. 2015. Elastik Zemin Üzerinde Oturan Timoshenko Kirişlerinde Dalga Yayınımı.

Haciyev, V.C., A.H. Sofiyev, and N. Kuruoglu. 2018. Free Bending Vibration Analysis of Thin Bidirectionally Exponentially Graded Orthotropic Rectangular Plates Resting on Two-Parameter Elastic Foundations. *Composite Structures* 184 (January): 372–77. <https://doi.org/10.1016/J.COMPSTRUCT.2017.10.014>.

Hegel, G. W. F. 1986. This is a Reproduction of a Library Book That Was Digitized by Google as Part of an Ongoing Effort to Preserve the Information in Books and Make It Universally Accessible. <https://Books.Google.Com>. *Oxford University XXX*: 60.

Ho, S. H., Chen, C. O. K. 1998. Analysis of general elastically end restrained non-uniform beams using differential transform. *Applied Mathematical Modelling*, 22(4-5), 219-234.

Huang, M. H., Thambiratnam, D. P. 2001a. Deflection response of plate on Winkler foundation to moving accelerated loads. *Engineering structures*, 23(9), 1134-1141.

Huang, M. H., Thambiratnam, D. P. 2001b. Analysis of plate resting on elastic supports and elastic foundation by finite strip method. *Computers & Structures*, 79(29-30), 2547-

Huang, Y., Luo, Q. Z. 2011. A simple method to determine the critical buckling loads for axially inhomogeneous beams with elastic restraint. *Computers & Mathematics with Applications*, 61(9), 2510-2517.

Huang, Y., Yang, L. E., Luo, Q. Z. 2013. Free vibration of axially functionally graded Timoshenko beams with non-uniform cross-section. *Composites Part B: Engineering*, 45(1), 1493-1498.

Kantar, E., Terry Y.P. Yuen, V. Kobya, and J.S. Kuang. 2017. Impact Dynamics and Energy Dissipation Capacity of Fibre-Reinforced Self-Compacting Concrete Plates. *Construction and Building Materials* 138 (May): 383–97. <https://doi.org/10.1016/J.CONBUILDMAT.2017.02.011>.

Karličić, D., Kozić, P., Pavlović, R. 2016. Nonlocal vibration and stability of a multiple-nanobeam system coupled by the Winkler elastic medium. *Applied Mathematical Modelling*, 40(2), 1599-1614.

Ke, L. L., Yang, J., Kitipornchai, S., Xiang, Y. 2009. Flexural vibration and elastic buckling of a cracked Timoshenko beam made of functionally graded materials. *Mechanics of Advanced Materials and Structures*, 16(6), 488-502.

Keller, J. B. 1960. The shape of the strongest column. *Archive for Rational Mechanics and Analysis*, 5(1), 275-285.

- Kiani, K. 2013.** Vibration analysis of elastically restrained double-walled carbon nanotubes on elastic foundation subjected to axial load using nonlocal shear deformable beam theories. *International Journal of Mechanical Sciences*, 68, 16-34.
- Kim, H. K., Kim, M. S. 2001.** Vibration of beams with generally restrained boundary conditions using Fourier series. *Journal of Sound and Vibration*, 245(5), 771-784.
- Korte, S., Boel, V., De Corte, W., De Schutter, G. 2014.** Static and fatigue fracture mechanics properties of self-compacting concrete using three-point bending tests and wedge-splitting tests. *Construction and Building Materials*, 57, 1-8.
- Laura, P. A. A., Maurizi, M. J., Pombo, J. L. 1975.** A note on the dynamic analysis of an elastically restrained-free beam with a mass at the free end. *Journal of Sound and Vibration*, 41(4), 397-405.
- Lee, G. C., Morrell, M. L., Ketter, R. L. 1972.** Design of tapered members, WRC bulletin, no. 173. *New York (NY): Welding Research Council*.
- Lee, G. C., YC, C., TL, H. 1979.** Allowable axial stress of restrained multi-segment, tapered roof girders.
- Lee, G. C., Hsu, T. L. 1981a.** Tapered columns with unequal flanges. *Welding Research Council Bulletin*, (272), 15-23.
- Lee, G. C., Ketter, R. L., Hsu, T. L. 1981b.** The design of single story rigid frames.
- Lei, Y., S. Adhikari, and M. I. Friswell. 2013.** Vibration of Nonlocal Kelvin-Voigt Viscoelastic Damped Timoshenko Beams. *International Journal of Engineering Science* 66–67: 1–13. <https://doi.org/10.1016/j.ijengsci.2013.02.004>.
- Li, Q., Cao, H., Li, G. 1994.** Stability analysis of a bar with multi-segments of varying cross-section. *Computers & structures*, 53(5), 1085-1089.
- Li, Q., Cao, H., Li, G. 1996.** Static and dynamic analysis of straight bars with variable cross-section. *Computers & structures*, 59(6), 1185-1191.
- Malekzadeh, P. 2009.** Three-Dimensional Free Vibration Analysis of Thick Functionally Graded Plates on Elastic Foundations. *Composite Structures* 89 (3): 367–73. <https://doi.org/10.1016/J.COMPSTRUCT.2008.08.007>.
- Mercan, K., Civalek, Ö. 2017.** Buckling analysis of Silicon carbide nanotubes (SiCNTs) with surface effect and nonlocal elasticity using the method of HDQ. *Composites Part B: Engineering*, 114, 34-45.
- Mustapha, K. B., Zhong, Z. W. 2010.** Free Transverse Vibration of an Axially Loaded Non-Prismatic Single-Walled Carbon Nanotube Embedded in a Two-Parameter Elastic

Medium. *Computational Materials Science* 50 (2): 742–51. <https://doi.org/10.1016/j.commatsci.2010.10.005>.

Nardini, D., C.A. Brebbia. 1983. A New Approach to Free Vibration Analysis Using Boundary Elements. *Applied Mathematical Modelling* 7 (3): 157–62. [https://doi.org/10.1016/0307-904X\(83\)90003-3](https://doi.org/10.1016/0307-904X(83)90003-3).

Natarajan, S., P.M. Baiz, S. Bordas, T. Rabczuk, P. Kerfriden. 2011. Natural Frequencies of Cracked Functionally Graded Material Plates by the Extended Finite Element Method. *Composite Structures* 93 (11): 3082–92. <https://doi.org/10.1016/J.COMPSTRUCT.2011.04.007>.

Natsuki, T., Lei, X. W., Ni, Q. Q., Endo, M. 2010. Free vibration characteristics of double-walled carbon nanotubes embedded in an elastic medium. *Physics Letters A*, 374(26), 2670-2674.

Nejad, M. Z., Hadi, A., & Rastgoo, A. 2016. Buckling analysis of arbitrary two-directional functionally graded Euler–Bernoulli nano-beams based on nonlocal elasticity theory. *International Journal of Engineering Science*, 103, 1-10.

Numanoğlu, H. M., Akgöz, B., Civalek, Ö. 2018. On dynamic analysis of nanorods. *International Journal of Engineering Science*, 130, 33-50.

Ofondu, I. O., Ikwueze, E. U., Ike, C. C. 2018. Determination of the critical buckling loads of euler columns using stodola-vianello iteration method. *Malaysian Journal of Civil Engineering*, 30(3).

Okay, F., Atay, M. T., Coşkun, S. B. 2010. Determination of buckling loads and mode shapes of a heavy vertical column under its own weight using the variational iteration method. *International Journal of Nonlinear Sciences and Numerical Simulation*, 11(10), 851-858.

Omurtag, M. H., Özütok, A., Aköz, A. Y., OeZCELİKOeRS, Y. U. N. U. S. 1997. Free vibration analysis of Kirchhoff plates resting on elastic foundation by mixed finite element formulation based on Gateaux differential. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 40(2), 295-317.

Omurtag, M. H., F. Kadioglu. 1998. Free Vibration Analysis of Orthotropic Plates Resting on Pasternak Foundation by Mixed Finite Element Formulation. *Computers and Structures* 67 (4): 253–65. [https://doi.org/10.1016/S0045-7949\(97\)00128-4](https://doi.org/10.1016/S0045-7949(97)00128-4).

Pasternak, P. L. 1954. On a new method of an elastic foundation by means of two foundation constants. *Gosudarstvennoe Izdatelstvo Literaturi po Stroitelstve i Arkhitekture*.

Pinarbasi, S. 2012a. Buckling analysis of nonuniform columns with elastic end restraints. *Journal of Mechanics of Materials and Structures*, 7(5), 485-507.

- Pinarbasi, S. 2012b.** Stability analysis of nonuniform rectangular beams using homotopy perturbation method. *Mathematical Problems in Engineering*, 2012.
- Reissner, E. 1958.** A note on deflections of plates on a viscoelastic foundation. *J. Appl. Mech., ASME*, 25, 144-145.
- Rezaei, A. S., A. R. Saidi. 2015.** Exact Solution for Free Vibration of Thick Rectangular Plates Made of Porous Materials. *Composite Structures* 134: 1051–60. <https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2015.08.125>.
- Rezaei, A. S., A. R. Saidi, M. Abrishamdari, and M. H. P. Mohammadi. 2017.** Natural Frequencies of Functionally Graded Plates with Porosities via a Simple Four Variable Plate Theory: An Analytical Approach. *Thin-Walled Structures* 120 (May): 366–77. <https://doi.org/10.1016/j.tws.2017.08.003>.
- Robinson, M. T. A., Adali, S. 2018.** Buckling of nonuniform and axially functionally graded nonlocal Timoshenko nanobeams on Winkler-Pasternak foundation. *Composite Structures*, 206, 95-103.
- Self-Compacting Concrete European Project Group. 2005.** *The European guidelines for self-compacting concrete: Specification, production and use*. International Bureau for Precast Concrete (BIBM).
- Shen, Z. B., Li, X. F., Sheng, L. P., Tang, G. J. 2012.** Transverse vibration of nanotube-based micro-mass sensor via nonlocal Timoshenko beam theory. *Computational Materials Science*, 53(1), 340-346.
- Singh, K. V., Li, G. 2009.** Buckling of functionally graded and elastically restrained non-uniform columns. *Composites Part B: Engineering*, 40(5), 393-403.
- Şimşek, M. 2016.** Buckling of Timoshenko beams composed of two-dimensional functionally graded material (2D-FGM) having different boundary conditions. *Composite Structures*, 149, 304-314.
- Tadjbakhsh, I., Keller, J. B. 1962.** Strongest columns and isoperimetric inequalities for eigenvalues.
- Thambiratnam, D., Zhuge, Y. 1996.** Dynamic analysis of beams on an elastic foundation subjected to moving loads. *Journal of sound and vibration*, 198(2), 149-169.
- Timoshenko, S. P., Gere, J. M. 2009.** *Theory of elastic stability*. Courier Corporation.
- Taylor, J. E. 1967.** The strongest column: an energy approach. *Journal of Applied Mechanics*, 34(2), 486-487.
- Vlasov, V. Z. 1966.** Beams, plates and shells on elastic foundation. *Israel Program for Scientific Translation*.

Wang, T.M., L.W. Gagnon. 1978. Vibrations of Continuous Timoshenko Beams on Winkler-Pasternak Foundations. *Journal of Sound and Vibration* 59 (2): 211–20. [https://doi.org/10.1016/0022-460X\(78\)90501-1](https://doi.org/10.1016/0022-460X(78)90501-1).

Wang, C. M., Wang, C. Y. 2004. Exact solutions for buckling of structural members. CRC press.

Wattanasakulpong, N., Ungbhakorn, V. 2014. Linear and nonlinear vibration analysis of elastically restrained ends FGM beams with porosities. *Aerospace Science and Technology*, 32(1), 111-120.

Winkler, E. 1867. *Die Lehre von Elastizität Und Festigkeit (on Elasticity and Fixity)*. Prag. https://archive.org/details/bub_gb_25E5AAAAcAAJ/page/n3.

Yanık, F., Yaylı, M. Ö. 2015. Rijit Olmayan Sınır Koşullarında Elastik Zemine Oturan Bir Çubuğun Eksenel Titreşim Analizi. *Bilecik Şeyh Edebali Üniversitesi Fen Bilimleri Dergisi*, 2(1), 35-44.

Yao, F., Meng, W., Zhao, J., She, Z., Shi, G. 2018. Analytical method comparison on critical force of the stepped column model of telescopic crane. *Advances in Mechanical Engineering*, 10(10), 1687814018808697.

Yas, M. H., Samadi, N. 2012. Free Vibrations and Buckling Analysis of Carbon Nanotube-Reinforced Composite Timoshenko Beams on Elastic Foundation. *International Journal of Pressure Vessels and Piping* 98 (October): 119–28. <https://doi.org/10.1016/J.IJPVP.2012.07.012>.

Yaylı, M. Ö., Aras, M., Aksoy, S. 2014. An efficient analytical method for vibration analysis of a beam on elastic foundation with elastically restrained ends. *Shock and Vibration*, 2014.

Yaylı, M. Ö. 2015. Stability analysis of gradient elastic microbeams with arbitrary boundary conditions. *Journal of Mechanical Science and Technology*, 29(8), 3373-3380.

Yaylı, M. Ö., Yanık, F., Kandemir, S. Y. 2015. Longitudinal vibration of nanorods embedded in an elastic medium with elastic restraints at both ends. *Micro & Nano Letters*, 10(11), 641-644.

Yaylı, M. Ö. 2016. Buckling analysis of a microbeam embedded in an elastic medium with deformable boundary conditions. *Micro & Nano Letters*, 11(11), 741-745.

Yaylı, M. Ö. 2017. Buckling analysis of a cantilever single-walled carbon nanotube embedded in an elastic medium with an attached spring. *Micro & Nano Letters*, 12(4), 255-259.

Yayli, M. Ö. 2018a. Buckling analysis of Euler columns embedded in an elastic medium with general elastic boundary conditions. *Mechanics Based Design of Structures and Machines*, 46(1), 110-122.

Yayli, M. Ö. 2018b. On the torsional vibrations of restrained nanotubes embedded in an elastic medium. *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering*, 40(9), 419.

Yilmaz, Y., Girgin, Z., Evran, S. 2013. Buckling analyses of axially functionally graded nonuniform columns with elastic restraint using a localized differential quadrature method. *Mathematical Problems in Engineering*, 2013.

Ying, J., Lü, C.F., and Chen, W.Q. 2008. Two-Dimensional Elasticity Solutions for Functionally Graded Beams Resting on Elastic Foundations. *Composite Structures* 84 (3): 209–19. <https://doi.org/10.1016/J.COMPSTRUCT.2007.07.004>.

Zhang, Y., Zhang, L. W., Liew, K. M., & Yu, J. L. 2016. Buckling analysis of graphene sheets embedded in an elastic medium based on the kp-Ritz method and non-local elasticity theory. *Engineering Analysis with Boundary Elements*, 70, 31-39.

Zhou, D. 2001. Vibrations of Mindlin Rectangular Plates with Elastically Restrained Edges Using Static Timoshenko Beam Functions with the Rayleigh–Ritz Method. *International Journal of Solids and Structures* 38 (32–33): 5565–80. [https://doi.org/10.1016/S0020-7683\(00\)00384-X](https://doi.org/10.1016/S0020-7683(00)00384-X).

Zhou, D., Y. K. Cheung, S. H. Lo, and F. T.K. Au. 2004. Three-Dimensional Vibration Analysis of Rectangular Thick Plates on Pasternak Foundation. *International Journal for Numerical Methods in Engineering* 59 (10): 1313–34. <https://doi.org/10.1002/nme.915>.

Qiusheng, L., Hong, C., Guiqing, L. 1995. Stability analysis of bars with varying cross-section. *International Journal of Solids and Structures*, 32(21), 3217-3228.

ÖZGEÇMİŞ

Adı Soyadı : Mahmut Tunahan Özdemir
Doğum Yeri ve Tarihi : Kestel/BURSA 14.10.1992
Yabancı Dil : İngilizce

Eğitim Durumu
Lise : Hasan Coşkun Anadolu Lisesi (2006-2010)
Lisans : Erciyes Üniversitesi (2012-2017)
Yüksek Lisans : Uludağ Üniversitesi (2017-

Çalıştığı Kurum/Kurumlar : EMİN YILDIZ İNŞ. TAAH. İTH. İHR. TİC. LTD. ŞTİ.
(2017-2019)

İletişim (e-posta) : mka_tunahan@hotmail.com

Yayınları :

Özdemir, M. T., Kobya, V., Özgür Yaylı, M., Aghabaglou, A. M. 2019. Buckling Analysis of Steel Fiber Column with Different Cross-Section and Boundary Conditions Using Euler-Bernoulli Beam Theory. International Journal Of Engineering & Applied Sciences, 11(1), 330-344.