

T.C.
AFYON KOCATEPE ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

150795

MERMER KESME DİSKLERİNİN SONLU ELEMANLAR YÖNTEMİ
İLE GERİLME VE TİTREŞİM ANALİZİ

İsmail UCUN

150795

YÜKSEK LİSANS TEZİ
Makine Eğitimi Anabilim Dalı
Danışman
Doç. Dr. Süleyman TAŞGETİREN

AFYON
2004

İsmail UCUN'un yüksek lisans tezi olarak hazırladığı "Mermer Kesme Disklerinin Sonlu Elemanlar Metodu İle Gerilme ve Titreşim Analizi" başlıklı bu çalışma, lisansüstü yönetmeliğinin ilgili maddeleri uyarınca değerlendirilerek oy birliği/oy çokluğu ile kabul edilmiştir.

10 / 03 / 2004

Jüri Üyesi :
(Başkan)

Doç. Dr. Hasan ÇİMEN

Jüri Üyesi :
(Danışman)

Doç. Dr. Selma TAŞGEİLEN

Jüri Üyesi :

Yrd. Doç. Dr. Mehmet GÖLAKOĞLU

Jüri Üyesi :

Jüri Üyesi :

Fen Bilimleri Enstitüsü Yönetim Kurulu'nun

...25.06.2004.....Gün

ve 2.004/8-6...sayılı kararıyla onaylanmıştır.

Reşat

Doç. Dr. Recep ASLAN
Müdür

İÇİNDEKİLER

	<u>Sayfa</u>
ÖZET.....	ii
ABSTRACT.....	iii
ŞEKİLLER DİZİNİ.....	iv
ÇİZELGELER DİZİNİ.....	vi
SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ.....	vii
1. GİRİŞ.....	1
2. LİTERATÜR ARAŞTIRMASI.....	4
3. TİTREŞİM TEORİSİ.....	12
3.1. Serbest Titreşim.....	12
3.1.1. Sönümsüz Serbest Titreşim.....	12
3.1.2. Sönümlü Serbest Titreşim.....	15
3.2. Zorlanmış Titreşim.....	18
3.3. Harmonik Analiz.....	20
3.3.1. Harmonik Kuvvetler Altında Sönümsüz Sistemin Titreşimi.....	20
3.3.2. Harmonik Kuvvet Altında Sönümlü Sistemin Titreşimi.....	23
3.4. Modal Analiz.....	25
3.4.1. Sönümlü Sistemin Modal Analizi.....	26
3.4.2. Ragleigh Metodu İle Doğal Frekansların Belirlenmesi.....	27
3.4.3. Sonlu Elemanlar Metodu ile Modal Analiz.....	29
4. GERİLME ANALİZİ KRİTERLERİ.....	31
4.1 Elastisite Bağlıları.....	31
4.1.1. Kartezyen Koordinat Sistemindeki Gerilim İlişkileri.....	31
4.2. Gerilme-Şekil Değiştirme İlişkileri.....	33
4.3. Eşdeğer Gerilim (Von Mises).....	35
5. SONLU ELEMANLAR ANALİZİ.....	37
5.1. ANSYS Paket Programı.....	38
5.2. İki Boyutlu Problemler.....	40

5.3. İzoparametrik Eleman.....	41
5.4. Kütle Matrisi.....	46
5.5. Sönüm Elemanı.....	47
5.6. Eleman Rijitlik Matrisi.....	48
6. MERMER KESME DİSKLERİ VE KESİCİ SOKETLER.....	52
6.1. Mermer Kesme Diskleri.....	52
6.2. Kesici Soketler.....	54
7. YÖNTEM VE ANALİZ SONUÇLARI.....	57
7.1. Sonlu Elemanlar Modelinin Oluşturulması.....	57
7.2. Gerilme Analizi Sonuçları.....	60
7.3. Modal Analiz Sonuçları.....	67
7.4. Zorlanmış Titreşim Analizi Sonuçları.....	72
8. SONUÇ ve DEĞERLENDİRME.....	77
KAYNAKLAR	
TEŞEKKÜR	
ÖZGEÇMİŞ	

MERMER KESME DİSKLERİNİN SONLU ELEMANLAR METODU İLE GERİLME VE TİTREŞİM ANALİZİ

ÖZET

Mermer kesme diski, kesme işlemi yaparken dış yüzeyleri teğetsel ve normal yönde etkileyen kuvvetlere maruz kalmaktadır. Bu kuvvetler mermerin sertlik özelliklerine bağlı olarak diski farklı şekillerde zorlayabilmektedir. Bunun sonucunda ortaya çıkan gerilmeler özellikle dış dibi bölgesinde yoğunlaşmakta ve çatlak gibi istenmeyen hasarlara neden olabilmektedir. Aynı zamanda ani kuvvet değişimlerinde soket bölgelerinde çatlamlar ve kırılmalar meydana gelmektedir.

Mermer kesme diskinin serbest titreşim durumundaki doğal frekans değerleri ve mod şekilleri bilinirse, diskin rezonans davranışları engellenmiş olur. Diskteki flanş çapının büyümesi doğal frekans değerlerinin büyümesine sebep olduğundan diski rezonanstan uzak tutmaktadır. Diskte sönümlü ve sönümsüz zorlanmış titreşim durumundaki deplasman değerleri hızın artmasıyla artış göstermektedir. Aynı zamanda sönümsüz titreşim durumunda çok büyük genlikler oluşmakta ve istenmeyen salınımlara sebep olabilmektedir.

Bu çalışmada, diskte meydana gelen statik ve dinamik davranışlar incelenmiştir. Statik analizde, değişik talaş derinliklerinde kesme yapan diskin üzerine gelen normal ve teğetsel kuvvetlerin etkisi araştırılmıştır. Çeşitli kesme hızları alınarak gerilme değişimleri ortaya konmuştur. Dinamik analizlerde ise, diskin serbest titreşim durumundaki doğal frekans değerleri ve mod şekilleri bulunmuştur. Aynı zamanda diske gelen kuvvetler etkisinde harmonik çözüm (zorlanmış titreşim) durumu incelenmiştir. Bunun sonucunda diskte meydana gelen yer değiştirme ilişkileri incelenmiştir.

Anahtar Kelimeler: Kesici Diskler, Gerilme Analizi, Titreşim, Modal Analiz, Sonlu Elemanlar Metodu.

STRESS AND VIBRATION ANALYSIS OF MARBLE CUTTING DISCS BY USING FINITE ELEMENT METHOD

ABSTRACT

Marble cutting discs are exposed to normal and tangential forces effect on the tooth faces during cutting processes. The forces exert the discs in different manner depending on the hardness of marble. Therefore, these forces cause the stress intensities at the tooth root area of the disc. Stress intensities at tooth root are an unexpected feature. The cracking and breaking occur at segment areas due to shock loading.

If the natural frequency and mode shapes of the marble cutting discs are determined the disc can be prevented from resonance. Increasing of the flange diameter causes to increase the natural frequency values. The displacement values of the disc which are dependent on damped and undamped forced vibration cases increase when the velocity increases at the disc. Therefore undamped vibration state causes to constitute great amplitude and undesirable oscillations.

In this study, static and dynamic behaviours of the cutting discs are investigated. The effect of normal and tangential forces on diferent chip thicknesses are investigated. Stress variations are determined for the different cutting speeds. In the dynamic analysis, natural frequency and mode shapes are determined in free vibration state of the disc. In addition, harmonic solution (forced vibration) case is carried out for the cutting forces effecting on the tooth face. Displacement values for the forced vibration cases on the tooth are investigated.

Keywords: Cutting Discs, Stress Analysis, Vibration, Modal Anaysis, Finite Element Method

ŞEKİLLER DİZİNİ

<u>Şekil</u>	<u>Sayfa</u>
3.1 Sönümsüz Titreşim Yapan Tek Serbestlik Dereceli Sistem.....	13
3.2 Sönümlü Tek Serbestlik Dereceli Sistem.....	16
3.3 Farklı Sönümlenme Oranlarına Bağlı Titreşim Hareketleri.....	18
3.4 Tek Serbestlik Dereceli Bir Sistemin Sönümsüz Zorlanmış Titreşimi.....	20
3.5 Harmonik Zorlanmış Titreşime Bağlı Olarak Homojen, Harmonik ve Genel Çözüm.....	21
4.1 Kartezyen Koordinatlardaki Gerilme Elemanının Gösterilmesi.....	31
4.2 İki Boyutlu Elemanda Şekil Değişirme İlişkisi.....	33
5.1 İki Boyutlu Kütle.....	40
5.2 Dört Düğümlü Dörtgen Eleman İçin Düğüm Deplasmanları.....	42
5.3 Doğal Koordinatlardaki Temel Eleman.....	43
6.1 Mermer Kesme Diski ve Segment Yapısı.....	52
6.2 Mermer Kesme Diskinin Kinematik Davranışları.....	53
6.3 Testere Dişlerine Bağlanan Kesici Soketler.....	55
7.1 Analizde Kullanılan Diskin Geometrik Özellikleri.....	57
7.2 Shell Eleman Tipi ile Oluşturulan Sonlu Elemanlar Modeli.....	58
7.3 Bir Diş Bölgesine Gelen Kuvvet Dağılımı.....	59
7.4 Farklı Talaş Derinliklerindeki Kritik Gerilme Bölgeleri.....	60
7.5 Disk Üzerindeki Gerilme Dağılımı (17.5mm).....	61
7.6 Diş Üzerindeki Gerilme Dağılımı (40mm).....	61
7.7 Disk Üzerindeki Gerilme Dağılımı (70mm).....	62
7.8 Disk Üzerindeki Gerilme Dağılımı (108mm).....	62
7.9 Kritik Bölgedeki Eşdeğer Gerilme Dağılımı ($v=1000d/dk$).....	63
7.10 Kritik Bölgedeki Eşdeğer Gerilme Dağılımı ($v=1500dev/dk$).....	63
7.11 Kritik Bölgedeki Eşdeğer Gerilme Dağılımı ($v=2000dev/dk$).....	64
7.12 Kritik Bölgedeki Eşdeğer Gerilme Dağılımı ($v=2500dev/dk$).....	64
7.13 Kritik Bölgedeki Eşdeğer Gerilme Dağılımı (ani yüklü, $v=1000dev/dk$)....	65
7.14 Kritik Bölgedeki Eşdeğer Gerilme Dağılımı (ani, yüklü, $v=1500dev/dk$)...66	

7.15	Kritik Bölgedeki Eşdeğer Gerilme Dağılımı (ani yüklü, $v=2000\text{dev/dk}$)...	66
7.16	Kritik Bölgedeki Eşdeğer Gerilme Dağılımı (ani yüklü, $v=2500\text{dev/dk}$)...	67
7.17	Flanş Çapına Bağlı Doğal Frekans Değerleri.....	68
7.18	Modal Analiz İle Elde Edilen Titreşim Modları.....	70
7.19	Ön Gerilmeli Modal Analiz İle Elde Edilen Doğal Frekans Değerleri ($v=1000\text{d/dk}$).....	71
7.20	Ön Gerilmeli Modal Analiz İle Elde Edilen Doğal Frekans Değerleri ($v=1500\text{ d/dk}$).....	71
7.21	Ön Gerilmeli Modal Analiz İle Elde Edilen Doğal Frekans Değerleri ($v=2000\text{d/dk}$).....	72
7.22	Ön Gerilmeli Modal Analiz İle Elde Edilen Doğal Frekans Değerleri ($v=2500\text{d/dk}$)	72
7.23	Sönümsüz Zorlanmış Titreşim Durumundaki Deplasman Değerleri.....	74
7.24	Sönümlü Zorlanmış Titreşim Durumundaki Deplasman Değerleri.....	75

ÇİZELGELER DİZİNİ

<u>Çizelge</u>	<u>Sayfa</u>
7.1 Diskin Geometrik Ölçüleri.....	57
7.2 Disk ve Soketler İçin Malzeme Özellikleri.....	59
7.3 Talaş Derinliğine Bağlı Olarak Kesme ve Teğetsel kuvvetler.....	60



SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ

<u>Simgeler</u>	<u>Açıklama</u>
w	Doğal frekans,
X	Yer değiştirme,
c	Sönümlenme sabiti,
c_k	Kritik sönümlenme sabiti,
w_n	Sönümlü sistemin doğal frekansı,
α, β	Ragleigh sönümlenme parametreleri,
w_{di}	Boyutsuz frekans parametresi,
T	Kinetik enerji,
V	Potansiyel enerji,
Q	Elastisite matrisi,
v	Hız,
ζ	Sönümlenme oranı,
σ	Gerilme,
ε	Şekil değiştirme,
F_T	Teğetsel kuvvet,
F_N	Normal kuvvet,
F_c	Kesme kuvvet,
τ	Kayma gerilmesi,
Λ	Rijitlik matrisi,
k	Yay sabiti,
γ	Kayma şekil değiştirme.

1. GİRİŞ

Mermer endüstrisinde önemli bir yere sahip olan kesici diskler ile ilgili çalışmalar eski tarihlere dayanmaktadır. Günümüze kadar yapılan bu çalışmalar diskin mekanik özelliklerinin iyileştirilmesine yönelik olmuştur. Mermer kesme diskleri üzerine yapılan çalışmaları disk gövdesi ve soketler olmak üzere iki bölümde inceleyebiliriz.

Mermer kesme diski ilk olarak 20. yüzyılın ortalarında imal edilmiştir. Günümüze kadar gelişerek gelen bu diskler yüksek kesme hızlarında kesme yapan en önemli kesici takımlardır (Bernardi 1983). Mermer kesme diskleri ST adı verilen özel blok kesme makinalarına rijit bir şekilde bağlanmaktadır. Mermer kesme disklerinin farklı çaplarda imal edilmesi ile değişik yüksekliklerde mermer bloklarının kesilmesini sağlamaktadır.

Mermer kesme diskleri kesme esnasında değişik kesme kuvvetlerine maruz kalmaktadır. Bu kuvvetler etkisinde disk zorlanmakta ve bu zorlanma etkisinde çeşitli hasarlar meydana gelmektedir. Diskin üzerine gelen kuvvetin bilinmesi hasar analizi için önemli bir özelliktir. Mermer kesme diskinin gelen kuvvetlerin belirlenmesi oldukça zor olduğu gibi bir o kadarda karmaşık bir durumdur. Bu kuvvetler genellikle deneysel ve teorik olarak hesaplanmaktadır. Sürtünme, talaş derinliği, kesme hızı, ilerleme ve diskin yapısı bu kuvvetlerin belirlenmesinde en önemli parametrelerdir. Yapılan deneysel çalışmalarda bu parametrelerin hepsini değerlendirmek oldukça zor olduğundan bazı durumlar ihmal edilmektedir. Kuvvetlerin belirlenmesine yönelik çalışmalarda kesme hızı, ilerleme ve talaş derinliği göz önüne alınmaktadır. Bununla birlikte, mermerin mekanik özellikleri diske gelen kuvvetleri birebir etkilemektedir. Mermer doğadan saf olarak çıkarıldığı için homojen bir yapıya sahip değildir. Mermerin homojen bir yapıya sahip olmaması değişik sertliklere sahip olmasına sebep olmaktadır. Bu sebeple diske gelen kuvvetler farklı olabilmektedir.

Diske gelen kuvvetlere göre diskler çeşitli geometrik ve malzeme özelliklerine göre imal edilmektedir. İnce ve küçük çaplı disklerde meydana gelen hasar, kalın ve büyük çaplı disklere göre daha fazla olmaktadır.

Diskte dönme etkisinden kaynaklanan çeşitli gerilmeler meydana gelmektedir. Disklerdeki gerilmeler özellikle dış dipleri ve göbek çapında yoğunlaşmaktadır. Bu gerilmeler dış diplerinde çatlak gibi çeşitli hasarlara sebep olmaktadır. Bu hasarlar sonucu disk kullanılamaz hale gelmekte ve atılmaktadır. Bu hasarların önüne geçilmesi ve daha uzun süreli disk ömrü için çeşitli çalışmalar yapılmaktadır. Diskin farklı geometrik ve malzeme yapılarında tasarlanması meydana gelen bu hasarları engellemeye yönelik çalışmalardır.

Mermer kesme diskleri kuvvet ve dönme etkisinden kaynaklanan çeşitli dinamik davranışlara maruz kalabilmektedir. Mermer kesme diskleri serbest titreşim davranışları gösterdiği gibi kesme etkisine bağlı olarak zorlanmış titreşime de maruz kalabilmektedir. Diskin serbest titreşimi esnasında doğal frekans ve mod şekillerinin bilinmesi diskte meydana gelecek olan salınımlar açısından çok önemlidir. Aynı zamanda disk tasarım için doğal frekanslar ve mod şekilleri önemli parametrelerdir. Diskin rezonansa gelmemesi için doğal frekans değerleri ve mod şekillerinin bilinmesi, diske uygulanacak olan kuvvet ve hızların belirlenmesi açısından önemlidir.

Mermer kesme disklerinin çaplarına bağlı olarak değişik boyutlarda flanşlar kullanılmaktadır. Mermer kesme disklerinde kullanılan flanşlar diskte meydana gelen titreşimleri kontrol altında tutarak disk büyük genlikli salınımlara gitmesini önlemektedir.

Mermer kesme işleminde disk, çeşitli sönümle durumlarına maruz kalmaktadır. Bu sönümle durumları diskte meydana gelecek büyük titreşim genliklerini engellemektedir.

Mermer kesme disklerinin dış bölgelerine kesmeyi sağlamak için elmas soketler (segment) bağlanmaktadır. Bu soketler değişik oranlardaki elementlerin birleştirilmesi ile toz metalurjisi tekniği kullanarak imal edilmektedir. Soketler

içersine belirli oranlarda katılan elmas tanecikleri esas kesme işlemini yapmaktadır. Elmas soketler ile diğer kesicilerde daha yüksek kesme hızlarında kesme işlemi yapılabilmektedir (Karagöz ve Zeren 2001). Diskte meydana gelen hasarın yanında sokette meydana gelen çatlaklar ve kırılmalar karşılaşılan en büyük sorunlardandır.

Günümüzde yapılan çalışmalarda genellikle soket matrisinin özelliğine bağlı olarak aşınma davranışlarının incelenmesine yönelik olmaktadır. Soketin aşınması kesme verimini etkilemektedir. Özellikle aşınmış soket ile yapılan kesme işleminde disk yüzeyine gelen kuvvetlerin büyüdüğü görülmüştür. Mermer kesme işleminde esas tepki kuvvetlerine maruz kalan soketlerdir. Bu sebepten dolayı ilk hasar soketlerde görülmektedir. Kesme işleminde ortama katılan soğutma suyu soketteki aşınmayı azalttığı gibi kesme esnasında oluşan mermer tozlarının ortamdaki uzaklaştırmasını sağlamaktadır. Aynı zamanda soketlerde ve diskte meydana gelebilecek olan büyük ısı değişimlerini engellemektedir.

2. LİTERATÜR ARAŞTIRMASI

Disklerin titreşim analizi konusunda çok sayıda çalışma olmasına rağmen bunlardan farklı olarak mermer kesicilerin dinamik davranışları konusundaki çalışmalar azdır. Genellikle kesicilerin aşınma davranışları ile ilgili yayınlar yapılmaktadır.

Heyliger ve Ramirez (1999) diskler ve tabakalanmış dairesel piezoelektrik plakalarda meydana gelen serbest titreşim durumunu incelemiştir. Diskler ve tabakalanmış dairesel piezoelektrik plakaların serbest titreşim karakteristikleri periyodik hareket denklemlerine uygulamışlardır. Bulunan doğal frekans değerleri farklı sonuçlar ile karşılaştırılarak, dairesel piezoelektrik plakalarda doğal frekans değerlerinin normal disklerle göre daha büyük çıktığı görülmüştür.

Disk ve çember gibi dairesel elemanların titreşim karakteristiklerinin analizinde genellikle model çok serbestlik dereceli sistem olarak ele alınmaktadır (Smith and Nurick 1991, Weisensel and Schlack 1993). Bundan farklı olarak Hernried ve Gustafson (1988) sabit bir açısal hız ile dönen rijit bir çemberin tek serbestlik dereceli sistem olarak dinamik tepkisi üzerinde durmuşlardır. Çalışma nümerik ve analitik olarak yapılmış ve eleman sönümsüz ve viskoz sönümlü olarak düşünülmüştür.

Floppy disk gibi esnek disklerin yüzeyine uygulanan kuvvetler sonucunda diskte meydana gelen sapmaları bulmak oldukça güçtür. Cole ve Benson (1988) yaptığı çalışmada esnek disk sapma hesabı için öz değer fonksiyon yaklaşımını sunmuşlardır. Eşdeğer fonksiyonlarını Green fonksiyonları temel teşkil edecek şekilde geliştirmişlerdir. Yükleme esnasında diskte meydana gelen sapma için Green fonksiyonları ve klasik integral alma metodu ile hesaplama yoluna gidilerek esnek disklerin üzerlerine uygulanan kuvvetler sonucunda nodal çapların arttığı ve kuvvete bağlı olarak diskin uç bölgesindeki sapmaların büyüdüğü görülmektedir. Bu konuda Jiang, Chonan ve Abe (1990) çeşitli çalışmalar yapmıştır.

Jettappa (1989) dönen disk şeklindeki elemanların non-lineer denklik kavramını açıklamıştır. Sabit bir hızla dönen simetrik ince bir disk düşünülmüştür. Gerilme dağılımı ile ilişkilendirilen genel çözümde, gerilme dağılımının, disk kalınlığına (h) önemli derecede bağlı olduğu ve diskin optimizasyonu ve tasarlanması açısından önemli bir parametre olduğu görülmüştür.

Cote, Atalla ve Nicolas (1997) dönen düzgün bir plağın serbest titreşiminde dönme ataleti ve kayma deformasyonunun etkilerini araştırmışlardır. Diskte serbest titreşimden dolayı meydana gelen titreşim modlarının disk kalınlık oranına bağlı olduğu görülmüştür.

Kristiansen (1980) farklı çap ve kalınlığa sahip olan kesme disklerinde meydana gelen ses dalgalarının ve serbest dönen disklerde meydana gelen aerodinamik sesin analizini yapmıştır. Titreşim mod ve frekansların artmasıyla ses basıncı da artmaktadır. Sonuç olarak serbest titreşim yapan dönen disklerde diskin çıkardığı sesin yaptığı titreşimle doğru orantılı olduğu görülmüştür.

Shyh-Chang Lin (2000) yaptığı çalışmada dönen Timoshenko çubuğunun serbest titreşimi için titreşim modlarını ve doğal frekans değerlerini elde etmek amacıyla non-lineer analiz kullanılmıştır.

Bickford ve Reddy (1985) yaptığı çalışmada dönen bilezik elemanlarının düzlem titreşim problemlerini araştırmıştır. Teorik olarak yapılan çalışmada Hamilton prensibi kullanılmış olup kinetik ve potansiyel enerji fonksiyonlarını içine alan dönme ataleti ve kayma deformasyonu verilmiştir. Kayma deformasyonu düşünüldüğünde dönme hızına bağlı olarak doğal frekans değerlerinin varyasyonu gözlemlenmiştir. Dönme hızının artması, kayma deformasyonunu, bu da artmasıyla doğal frekans değerlerini artırmaktadır.

Raman ve Mote (2001) kritik hızda dönen bir diskin non-lineer salınımı deneysel yöntemlerle incelemişlerdir. Deney aygıtına bağlanan bir disk kritik hızda döndürülerek bilgisayara bağlanan bir yükselteç sayesinde sinyaller alınmış ve bu sinyaller dönüştürülerek diskte meydana gelen sapmalar gözlemlenmiştir. Yapılan spektrum (geçici dinamik) analiz ile zamana bağlı olarak diskte meydana gelen

sapmalar ölçülmüştür. Diskte meydana gelen sapmaların uygulanan frekans değerleri frekansların da kütleyle bağlı olarak değiştiği görülmüştür. Kütle oranının artması doğal frekans değerlerinin arttığını göstermektedir.

Hongxing ve Sol (1999) titreşim verilerini kullanarak kompozit malzemeden yapılmış dairesel bir plağın plak rijitliğinin doğrulanması için bir metod geliştirilmiştir. Lagrange fonksiyonları kullanılarak geliştirilen nümerik modelde dairesel plağa ait çeşitli tanımlamalar elde edilmiştir. Nümerik çalışmada sonlu elemanlar metodu referans alınıp ve izoparametrik yaklaşım tercih edilmiştir. Nümerik çalışmada elde edilen denklemler yardımı ile incelenen bir diskin ilk on moda ait doğal frekans değerleri ile mod şekilleri bulunmuştur.

Jiang ve Miles (1999) serbest titreşim yapan bir hardisk içindeki diskin okuyucu başlığının sönümlenme etkisini araştırmışlardır. Okuyucu başlığının damper etkisi altında kritik titreşim modların da genliği azalmaktadır. Deneysel yapılan bu çalışmada IBM ve Seagate hardiskleri kullanılmış, hardisk okuyucularının kritik titreşim modlarının sönümlenmesinde çok etkili olduğu sonucuna varılmıştır. Aynı zamanda bulunan doğal frekansların artmasıyla genliğin azalma eğilimi gösterdiği görülmektedir.

Chung, Oh ve Yoo (2000) açısal ivme ile dönen esnek bir diskin non lineer titreşim tepkisini analiz etmişlerdir. Analizlerde Kirchhoff plak teorisi denklemleri kullanılmıştır. Çalışmada açısal ivme etkisinde radyal, teğetsel ve non lineer titreşimdeki deplasman ilişkileri ortaya konmuştur. Nümerik olarak yapılan çalışmada doğal frekans değerleri ve mod şekilleri bulunmuştur. Farklı açısal hızlarla yapılan çalışmada hızın artmasıyla frekans değerlerinin arttığı görülmüştür. Aynı zamanda diskin üzerine uygulanan basınç ile zamana bağlı olarak bulunan radyal ve teğetsel yöndeki deplasman değerlerinin de arttığı görülmektedir.

Huang ve Hsu (1992) yaptığı çalışmada farklı noktalardan destekli mile bağlı bir diskin modal analizi için reseptans teorisi geliştirmişlerdir. Dinamik elastikiyet olarak ta adlandırılan reseptans teorisi, titreşim analizinde sisteme uygulanan

tahrik kuvveti sonucu sistemin herhangi bir noktasındaki yer değiştirme oranı olarak tarif edilebilir. Bu sebepten çalışmada farklı sınır Şartlarına sahip mil disk sistemi için yapılan modal analizde doğal frekans değerleri bulunmuştur. Farklı sınır Şartları doğal frekans değerlerinin değişmesine neden olduğu ettiği gibi açısal hızın artması da frekans değerlerinin artışını göstermektedir. Aynı zamanda farklı sınır Şartlarında ve hızlarda mod Şekillerinin de farklılık gösterdiği grlmüştür.

Rajalingham, Bhat ve Xistris (1997) bir tarafı kapalı içi boş olan bir silindir zar eleman olarak tanımlanarak titreşim analizi yapılmıştır. Analiz de çoklu mod yaklaşımı kullanılmış olup, doğal frekanslar; çapa, boşluk uzunluğunun oranına, kütle oranı ve hıza bağlı olarak üç farklı alanda değerlendirilerek bulunmuştur. Diğer çalışmalardan farklı olarak silindirin cidar kalınlığının doğal frekansı ve silindir içindeki boşluk frekansları ele alınmıştır. Silindirde boşluğu azalması yani cidar kalınlığının artmasıyla birlikte doğal frekans değerlerinin arttığı görülmektedir. Aynı açısal hızlarına karşın farklı et kalınlıklı silindirlerdeki doğal frekans değerlerinin farklılık gösterdiği grlmüştür.

Parker ve Sahte (1999) bir mile bağlı dönen bir disk sisteminde serbest ve zorlanış titreşim için farklı bir çözüm önermişlerdir. Bulunan doğal frekans değerleri ile açısal hızın ilişkilendirilmesi yapılarak, hızın artmasıyla doğal frekans değerlerinin arttığı grlmüştür. Kritik hız olarak tanımlanan doğal frekansların açısal hıza eşit olması durumunda ise rezonans meydana geldiği görülmektedir. Kritik hız olarak düşük hız oranları kabul edilmektedir. Sistem zorlanmış titreşim tepkisini bulmak için disk yüzeylerine uygulanan kuvvetler sonucunda açısal hıza bağlı olarak sistemin genliğinin arttığı grlmüştür.

Büyük diskler, titreşim enerjisinin çoğunu aldığı için, Őaftın titreşim genlikleri ihmal edilebilecek derecede küçük olmaktadır. Esnek disklerde özellikle doğal frekans değerleri normal disklere nazaran yüksek olmakla birlikte Wu ve Flowers (1992) yaptığı çalışmada transfer matriks tekniği ile rotora bağlı olan esnek bir diskin doğal frekans değerlerinin dönme hızına bağlı olarak karşılaştırılması yapılmıştır.

Benson (1983) esnek olan ve eğilme özelliği gösteren floppy diskin yüzeyine uygulanan kuvvetler sonucunda diskte meydana sapsmaları ve dalgaları, zar teorisi kullanarak tahmin etmeye çalışmıştır.

Blech ve Hershkovitz (1983) yaptığı çalışmada sabit bir açısal hızla ince izotropik ve asimetrik olan bir diskte meydana gelen radyal ve teğetsel gerilmeleri aynı zamanda diskteki yer değiştirmeleri incelemişlerdir. Sabit bir açısal hızla dönen izotropik disklerde gerilmeler kalınlığa bağlı olarak değişmektedir. Asimetrik olan disklerde kalın olan bölgede gerilme değerlerinin yüksek çıktığı görölmüştür.

Shen ve Ku (1997) rijit bir mil üzerine belli aralıklarda bağlanmış olan çok sayıda diskin titreşim analizlerini araştırmışlardır. Aynı özelliklere sahip olan dört disk ile kurulmuş bir deney düzeneyi sayesinde spektrum analizleri yapılmıştır. Milin rijit cisim olarak hareketi iki veya daha çok nodal çaplar ile diskin titreşime etkisinin olmadığı görölmüştür. Bu modların tepkisi dönen disklerin klasik titreşim vasıtasıyla belirlenebilir. Çıkan sonuçların tek olarak ele alınan diskin titreşim analizindeki sonuçlar ile aynı olduğu görölmüştür. O halde rijit bir mil üzerine ne kadar disk bağlarsak bağlayalım sistemin doğal frekansları ve mode şekilleri aynı çıkmaktadır.

Wang (2001) dairesel olarak desteklenen bir çember elemanın frekansları üzerine bir çalışma yapmıştır. Çalışmada doğal frekans değerleri ortasından desteklenen eleman için minimum çıkarken, sınır şartları çemberin dış yüzeyine yaklaştıkça büyüdüğü görölmekte, bu durum rezonansa gelme açısından önemli bir kriter teşkil etmektedir.

Leissa, McGee ve Huang (1993) çeşitli açısal durumlardaki silindirik plak elemanların titreşim pozisyonlarını incelemişlerdir. Çalışmada farklı poison oranlarında bulunan doğal frekansların fazla değişmediği görölmüştür.

Genelde disklerde meydana gelen zorlanmış titreşim analizini gerçekleştirmek için sabit bir kuvvet uygulanır. Honda, Matsuhisa ve Sato (1985) çalışmada harmonik kuvvetler etkisinde bir diskin modal tepkisini araştırmışlardır.

Exadaktylos ve Kaklis (2000) yaptığı çalışmada üzerine basınç gelen izotropik bir diskte meydana gelen gerilme ilişkilerini ortaya koyan bir çözüm gerçekleştirmişlerdir. Deneysel yöntem geliştirilerek yapılan bu çalışmada Brezilya yöresinden çıkarılan anizotropik bir kayaç kullanılmıştır. Çalışmanın ilk adımı olarak izotropik olmayan disklerdeki gerilme dağılımını ifade eden Lekhnitski'nin formulzasyonu açıklanmıştır. Deneysel çalışmada kesme sırasında disk yüzeylerinde basınçların oluştuğu ve bu basınçla birlikte diskte meydana gelen teğetsel ve radyal gerilmeler ortaya konmuştur. Bulunan radyal ve teğetsel gerilmelerde diskin orta bölümünde maksimum değere ulaşmasına karşın, disk göbeği ve dış çevrede çok küçük gerilme değerleri elde edilmiştir. Diskte meydana gelen şekil değiştirme ilişkilerini uygulanan kuvvete göre oranladığımızda disk merkezinde minimum ve disk dış çevre boyunca maksimum değerini almaktadır.

Hutton, Chonan ve Lehmann (1987) dairesel testerelerin dinamik tepkilerini analiz etmişlerdir. Yapılan dinamik analizde diskin serbest titreşimdeki doğal frekans değerleri bulunmuş ve çeşitli açısal hızlara bağlı olarak frekans değerlerinin değiştiği ve verilen çeşitli sönümlenme sabitlerine bağlı olarak sistemin tepkisi analiz edilmiştir. Aynı zamanda sistemin açısal durumuna bağlı olarak genlik ve deplasman değerleri belirlenmiştir.

Sung (1998) mermer endüstrisinde delme, kesme, cilalama gibi çeşitli işlemlerde kullanılan elmas bıçaklar için yeni bir tasarım geliştirmiştir. Özellikle büyük mermer blokların parçalara ayrılmasında kullanılan elmas boncuklara farklı bir tasarım boyutu vererek kesme esnasındaki performansını artırmayı amaçlamıştır.

Wang ve Clausen (2002) yaptığı çalışmada elmas takım ve soketlerinin mermer kesme sürecinde aşınma davranışlarını incelemişlerdir. Takım kesme prosesinde kinematik davranışları incelenerek farklı kesme durumlarındaki elmas segmentlerinin aşınma davranışları incelenmiştir. Deneysel yapılan çalışma sonucunda sulu ve kuru kesme prosesleri olarak iki farklı kesme sürecinde ele alınmıştır. Kesme derinliğinin artması, dış yüzeylerine gelen kuvvetleri artırmaktadır. Farklı yapıda elmas tanecikleri dikkate alındığında üzerlerine gelen

kesme kuvvetlerinde farklılık göstermektedir. Kesme sürecinde tek tip mermer kullanılmış ve bütün süreçlerde sabit bir hız kabul edilmiştir. Kesme işlemlerinde soğutma suyu kullanılmasının socketin aşınmasını geciktirdiği görülmüştür.

Luo (1997) granit kesme işleminde elmas bıçakların aşınma yüzeylerini araştırmıştır. Belirli kesme süreçlerinde aşınma yüzeyleri elektron mikroskobu ile incelenmiştir. Aşınmaya sebep olan ve bu süreci hızlandıran elmas kristali önemli bir faktör olarak görülmektedir. Aynı zamanda testerenin çapı, çaptaki segment sayısı ve kesilen yüzey yanında segment içindeki elmas sayısı aşınma için önemli bir kriter olmaktadır. Elmas granüllerinin sayısının fazla olmasının elmas taneciklerinin aşınmasını geciktirdiği görülmüştür.

Karagöz ve Zeren (2000) yaptığı çalışmada mikro yapıların yardımı ile elmas kesici takımların optimizasyonunu gerçekleştirmişlerdir. Mermer, taş ve granit gibi malzemelerin kesilmesinde kullanılan elmas kesici takımlardaki genel kusurları araştırmışlardır. Elmasın kırılma özelliği dikkate alındığında üzerindeki gerilmelerin artmasıyla kırılabilirliğin arttığı görülmüştür. İyi bir elmas tasarımı için yüksek nitelikli matris tozları ve elmaslar seçilmelidir.

Wang ve Clausen (2003) elmas bıçakların kullanılmasıyla taş kesme sürecinde bilgisayar simülasyonunu gerçekleştirmişlerdir. Bu çalışmada kullanılan katrak denilen ve ileri geri hareket ederek kesim yapan kesme prosesi dikkate alınmıştır. Çalışmada üçboyutlu modelde Monte Carlo metodu kullanılarak, bu metotla kesme kuvvetlerini ve segment aşınmasının belirlenmektedir. Bunu belirlenmesinde socketlerin kesme performansı ve ilerlemeye bağlı olduğu ortaya çıkmaktadır. Farklı geometrik özelliklere sahip elmas matrisleri gelen kuvvetleri etkilediği gibi aşınma davranışlarını da etkilemektedir.

Mermer kesme işleminde kesme disklerinin yanında bir tel üzerine bağlanan özel kesici elmaslar ile kesme sağlanmaktadır. Bu yöntem özellikle büyük blok parçaların belirli parçalara ayrılması için kullanılmaktadır. Bunun için Özçelik, Polat, Bayram ve Ay (2000) yaptıkları çalışmada kayaç kesme işleminde elmas taneciklerinin kesme oranına bağlı olarak sertlik derecesi ölçülmüştür. Kesme oranının azalmasıyla aşınma oranının arttığı görülmüştür.

Di Ilio ve Togna (2003) taş kesme işleminde elmas soketlerinin aşınması üzerine teorik bir çalışma gerçekleştirerek, deneysel bir çalışma ile karşılaştırılmışlardır. Bu teorik çalışmada elmas soketlerinin aşınması hem elmas matris özelliği, hem de tane özelliği gibi iki önemli değişkene sahip olduğu ortaya çıkmaktadır.

Xu, Li, Zeng ve Li (2002) yaptığı çalışmada değişik hızlarda dönen bir mermer kesme diskinde granit kesme esnasında meydana gelen teğetsel ve normal kuvvetleri bir bilgisayara bağlanan konvertör ve dinamometre yardımıyla ölçmüşlerdir. Mermer kesme diskinde dönme hızının artması ile üzerine gelen kuvvetlerin ve sıcaklığın artırdığı görülmüştür.

AMAÇ ve KAPSAM

Bu çalışmada, mermer kesme diskinin gösterdiği statik ve dinamik davranışlar incelenmiştir. Statik analizde diskin eşdeğer gerilme durumları inlenmiştir. Dinamik analizde ise, diskin serbest titreşim durumu ele alınarak modal analiz yapılmıştır. Ayrıca belirli kuvvetlerin etkisinde zorlanmış titreşim analizi uygulanmıştır. Bu analizlerde ANSYS paket programı kullanılmıştır.

Bu çalışma dört aşamada incelenmiştir.

1. Modelin çizilmesi ve ANSYS'e aktararak sonlu elemanlar modeline dönüştürülmesi
2. Diskin üzerine gelen kuvvetler etkisinde statik analizleri yapılmıştır. Bu analizlerde diske etkiyen eşdeğer (Von Mises) gerilme değerlerinin bulunması ve değerlendirilmesi.
3. Diskin serbest titreşimi göz önüne alınarak modal analizler yapılmıştır. Bu analizlerde doğal frekans değerleri ile mod şekillerinin bulunması.
4. Diskin üzerine gelen kuvvetler etkisinde diskte meydana gelen zorlanmış titreşim durumlarının araştırılması. Diskteki zorlanma etkisinden kaynaklanan yer değiştirme durumlarının incelenmesi.

3. TİTREŞİM TEORİSİ

Herhangi bir hareketin verilen zaman aralığında kendini tekrarlaması titreşim veya salınım olarak adlandırılır. Titreşim genel olarak hiçbir sistemde istenmeyen bir durumdur. Hareket eden bütün sistemler iç ve dış tepkilerin etkisinde titreşim hareketi yapabilmektedir. Bu hareketin kontrol edilememesi sonucunda sistemde istenmeyen genlikler oluşmaktadır. Oluşan bu genlikler aynı zamanda büyük yer değiştirmelere ve kuvvetlere de yol açabilmektedir. Bu durumlar da sistemde gürültüye, aşınmaya, gerilmelere ve hasarlara sebep olabilmektedir.

Titreşim teorisi genel olarak dış kuvvetler etkisinde salınım hareketi yapan bir sarkacın üzerine kurulmuştur (Haris and Piersol 2002). Bir titreşim sistemi yay ve elastisite şartlarına bağlı olarak potansiyel enerjileri depoladığı gibi, kütle ve atalet etkisinde kinetik enerjileri de depolayabilmektedir (Meitrovitch 1967). Depolanan bu enerjiler sistemin titreşim etkisiyle açığa çıkabildiği gibi sarkaç salınımının da olduğu gibi potansiyel ve kinetik enerjiler arasında dönüşüm de olabilmektedir.

Titreşim çok karmaşık bir sistemi içerdiğinden, sistemin modellenmesi için bütün ayrıntıların düşünülmesi imkansızdır. Bunun için bazı durumlar ihmal edilerek sistem modellenebilir. Aynı zamanda mekanik sistemlerin titreşimi lineer ve non-lineer davranış gösterdiğinden sistemin matematiksel ifadesini çıkartırken lineer veya non-lineer davranışların göz önüne alınması gerekir. Bir mekanik sistemde titreşim konusunun araştırılmasındaki amaç, sistemde büyük yer değiştirmelerin meydana gelmemesi ve sistemi rezonans durumundan uzak tutmak için doğal frekans, sönümleme gibi bazı titreşim parametrelerinin belirlenmesidir.

3.1. Serbest Titreşim

3.1.1. Sönümsüz Serbest Titreşim

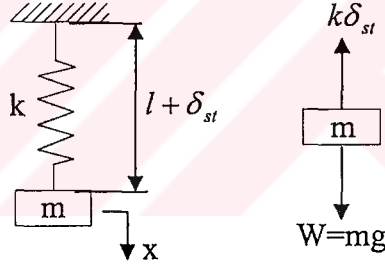
Herhangi bir sistem başlangıç durumunda hiçbir kuvvet olmadan salınım yapıyorsa böyle sistemler serbest titreşim olarak adlandırılır. Basit bir sarkaç

salınımı ve kütle yay sistemi serbest titreşim için verilebilecek en iyi örneklerdir. Kütle-yay sisteminde, eğer kütle hareket boyunca enerji dağılımına sebep oluyorsa hareketin genliği zaman ile sabit kalır (Rao 1995).

Bir titreşim sistemi sahip olduğu serbestlik derecesi kadar doğal frekans ve titreşim modlarına sahiptir. Sistemin hareketleri titreşim modlarının toplamı kadardır. Sistemdeki doğal frekans değerlerini ve mod şekillerini belirlemek için sistemin sönümsüz titreşim yaptığı kabul edilir. Bu ifadelerin bir mekanik sistemin için Newton'un ikinci kanunundan yola çıkarak hareket denklemi,

$$m\ddot{x} + kx = 0 \quad (3.1)$$

şeklinde ifade edilir. Burada (m) kütle, (y) yay rijitliği, (x) yer değiştirme, (\ddot{x}) ise ivmedir. Bu eşitlikten serbest titreşim hareketi yapan bir mekanik sistemin mod şekilleri ve doğal frekans değerleri bulunabilir. Şekil 3.1'de sönümsüz hareket yapan tek serbestlik dereceli bir sistem gösterilmiştir.



Şekil 3.1 Sönümsüz Titreşim Yapan Tek Serbestlik Dereceli Sistem

Burada δ_{st} yayda meydana gelen statik saptmayı göstermektedir. Bu ifadeden sistemdeki yer değiştirmeyi,

$$x(t) = Pe^{\lambda t} \quad (3.2)$$

şeklinde yazabiliriz. Burada P karmaşık bir sabittir. λ ise,

$$\lambda = \pm \sqrt{-\frac{k}{m}} = \pm iw \quad (3.3)$$

ile belirtilir. Burada $i = \sqrt{-1}$, w ise sistemin doğal frekansı olup $w = \sqrt{k/m}$ ile ifade edilir. Genel hareket denkleminde sistem için genel çözüm,

$$x(t) = P_1 e^{iwt} + P_2 e^{-iwt} \quad (3.4)$$

şeklindedir.

$$e^{\pm iwt} = \cos wt \pm i \sin wt \quad (3.5)$$

olarak ifade edilirse,

$$x(t) = P_1 (\cos wt + i \sin wt) + P_2 (\cos wt - i \sin wt) \quad (3.6)$$

ya da,

$$x(t) = (P_1 + P_2) \cos wt + (P_1 - P_2) i \sin wt \quad (3.7)$$

şeklindedir. Bu eşitliklerde sırasıyla parantez içindeki ifadeler A_1 ve A_2 değerleri yerleştirildiğinde;

$$x(t) = A_1 \cos wt + A_2 i \sin wt \quad (3.8)$$

şeklinde belirtilir. Burada A_1 ve A_2 sabit katsayılar olup sistemin sınır şartlarına bağlı olarak belirlenir. Aynı zamanda yer değiştirme ifadelerini sınır şartlarına bağlı olarak,

$$x(t) = x_o \cos wt + \frac{\dot{x}_o}{w} i \sin wt \quad (3.9)$$

şeklinde ifade edilir. Kütle yay sisteminde yer değiştirmenin en büyük değerinde hız sıfır ve ivme maksimum olmaktadır. Yer değiştirme (x) ifadesiyle çözümü harmonik olarak ele alırsak,

$$A_1 = X \cos \phi \quad (3.10)$$

$$A_2 = X \sin \phi \quad (3.11)$$

olur. Yukarıdaki bu ifadeden sistemin maksimum genliği,

$$X = (A_1^2 + A_2^2)^{1/2} \quad (3.12)$$

olur. Eşitlik 3.9 ifadesinden,

$$X = \left[x_o^2 + \left(\frac{\dot{x}_o}{w} \right)^2 \right]^{1/2} \quad (3.13)$$

yazılabilir.

3.1.2. Sönümlü Serbest Titreşim

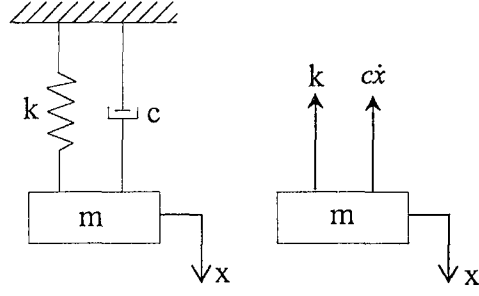
Eğer bir sistemin serbest titreşim genliği zaman ile azalıyorsa böyle sistemler sönümlü sistemler olarak adlandırılır. Sistem hava, sürtünme gibi belirli bir dirençle karşılaşıyorsa sistemde sönüm meydana gelmektedir. Sönümleme kuvveti olarak sönümleme sabitini (c) hıza oranlarsak,

$$F = -c\dot{x} \quad (3.14)$$

olur. Newton'un ikinci kanundan sönümlü serbest titreşimi ifade eden bir sistemin hareket denklemi;

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = 0 \quad (3.15)$$

ile ifade edilir. Şekil 3.2'de serbest titreşim yapan sönümlü bir sistem gösterilmiştir.



Şekil 3.2 Sönümlü Tek Serbestlik Dereceli Sistem

3.15 eşitliğine bağlı olarak sistemin yer değiştirmesi,

$$x(t) = Pe^{\lambda t} \quad (3.16)$$

olur. Bu çözümü 3.15 eşitliğinde yerine koyarsak ifademiz,

$$m\lambda^2 + c\lambda + k = 0 \quad (3.17)$$

elde edilir. Bu denklemin kökleri ise,

$$\lambda_{1,2} = \frac{-c \pm \sqrt{c^2 - 4mk}}{2m} \quad (3.18)$$

veya

$$\lambda_{1,2} = \frac{-c}{2m} \pm \sqrt{\left(\frac{c}{2m}\right)^2 - \frac{k}{m}} \quad (3.19)$$

olur. Bu köklerden iki ayrı çözüm elde ederiz.

$$x_1(t) = P_1 e^{\lambda_1 t} \quad x_2(t) = P_2 e^{\lambda_2 t} \quad (3.20)$$

Burada P_1 ve P_2 sınır şartlarına bağlı olarak değişen katsayılardır. Sönümleme sabitini kritik sönümleme sabiti olarak tanımlarsak,

$$c_k = 2m\sqrt{\frac{k}{m}} = 2\sqrt{km} = 2m\omega \quad (3.21)$$

elde edilir. Sönümlenme oranını ise, sönümlenme sabitinin kritik sönümlenmeye oranı olarak tanımladığımızda,

$$\zeta = \frac{c}{c_k} \quad (3.22)$$

olur. 3.21 ve 3.22 birleştirildiğinde,

$$\zeta = \frac{c}{2m} \quad (3.23)$$

elde edilir. Bu ifadeden,

$$\lambda_{1,2} = \left(-\zeta \pm \sqrt{\zeta^2 - 1} \right) \omega \quad (3.24)$$

olur. Daha önceden belirttiğimiz yer değiştirme ifademizi sönümlenme oranı ile tekrar ifade edecek olursak,

$$x(t) = P_1 e^{(-\zeta + \sqrt{\zeta^2 - 1})\omega t} + P_2 e^{(-\zeta - \sqrt{\zeta^2 - 1})\omega t} \quad (3.25)$$

bulunur. Eğer sistem kritik sönümlenme sistem olarak ele alındığında yani $c^2 = 4mk$ olması durumunda genel çözümü,

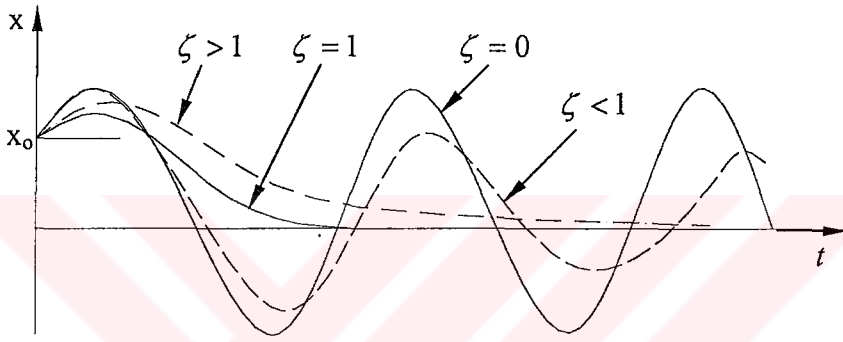
$$x(t) = (P_1 + P_2 t) e^{-\omega t} \quad (3.26)$$

ile ifade edilir. Sistemin sönümlenme durumu $c^2 < 4mk$ ile ifade edilirse,

$$x(t) = P e^{-\omega t} \cos(\omega^* t - \delta) \quad (3.27)$$

eşitliğinden genel çözüm bulunur. Burada $\omega^* = 1/2 m \sqrt{4mk - c^2}$ ile ifade edilmektedir. Burada Aynı zaman bu ifade sıfırdan büyük olarak tanımlanmaktadır. Ele aldığımız üç farklı sönümlenme durumlarına ait çözümlerde eşitlik 3.25'deki çözümde, $\zeta = 0$ olması durumunda sönümsüz bir titreşim söz konusu olacağından sönümlenme oranı sistemin genel özelliklerine bağlı olarak

farklı şekillerde değerlendirilmektedir. Eğer $\zeta = 1$ olması durumunda sistem en kısa sürede sönümlenmektedir ve aynı zamanda kritik sönümlenme oranını ifade etmektedir. $\zeta < 1$ durumunda ise, sistemin genliği zamana bağlı olarak düzenli bir şekilde azalmaktadır. Bu durumda sönümlü titreşimin frekansı (w_d) sistemin doğal frekansından düşüktür ve $w_d = \sqrt{1 - \zeta^2} w$ biçiminde ifade edilir. Sönümlü titreşim hareketi yapan sistemlerde bu şekilde bir sönümlenme istenmektedir. Şekil 3.3'de farklı sönümlenme oranlarına göre sistemin gösterdiği dinamik davranış gösterilmiştir.



Şekil 3.3 Farklı Sönümlenme Oranlarına Bağlı Titreşim Hareketleri

3.2. Zorlanmış Titreşim

Herhangi bir sisteme hareketi esnasında bir dış kuvvet etki ettiğinde, sistem dinamik bir zorlanmaya maruz kalır. Bu gibi sistemler zorlanmış titreşim davranışı gösterirler. Bir motorun dönmesi veya bir dişli çarkın dönmesi esnasında üzerine uygulanan kuvvet sonucunda yaptığı salınım zorlanmış titreşime en güzel örneklerdir.

Uygulanan kuvvetin devirsel veya sabit olması analiz açısından çok önemlidir. Kuvvetin devirsel olması harmonik analizi gerektirmektedir. Zorlanmış titreşimde kuvvet fonksiyonlarının periyodik olmadığı veya sistemin serbestlik derecesinin arttığında problemin çözümü daha karmaşık hale gelmektedir. Bunun

için büyük sistemler için modal analizin yapılması ve zorlanmış titreşim yapılmadan kuvvet parametrelerinin belirlenmesi sistemin daha düzenli çalışması için uygun bir yaklaşımdır.

Zorlanmış titreşime maruz kalmış bir sistemde salınım esnasında sürtünme gibi nedenlerle enerji kaybolmuyorsa bu gibi sistemler sönümsüz zorlanmış sistemler olarak adlandırılır ve genel hareket denkleminde,

$$[m] \ddot{x} + [k] x = [F] \quad (3.28)$$

şeklinde ifade edilir. Bundan farklı olarak zorlanmış titreşim esnasında sürtünme gibi dirençlere maruz kalarak enerji açığa çıkarsa sistem sönümlü zorlanmış titreşim hareketi yapmış olur ve hareket denklemi,

$$[m] \ddot{x} + [c] \dot{x} + [k] x = [F] \quad (3.29)$$

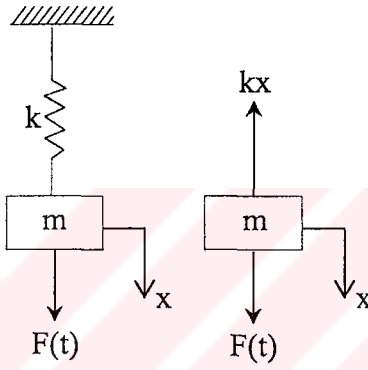
şeklinde yazılır. Genellikle sistemler sönümlü sistemler olarak kabul edilir ve çözüm bu şekilde gerçekleştirilir. Sönüm sadece sürtünme durumundan kaynaklanmayıp malzeme yapısından kaynaklanan sönümleme durumu da modelleme esnasındaki önemli bir parametredir. Bu çözümlerde kuvvetten dolayı meydana gelen deplasman ve genlikler zaman ile ilişkilendirilir.

Zorlanmış titreşimde sönümün olması sistemin daha büyük genliklere çıkmasını engelleyecektir. Bir sisteme uygulanan dış kuvvetlerin frekansı sistemin doğal frekansına eşit olduğu zaman rezonans meydana gelmektedir. Rezonansın meydana gelmesiyle sistemde istenmeyen büyüklükte genlik ve deplasman değerleri ortaya çıkmakta ve sistemde hasarlar meydana gelmektedir. Sistemin büyük salınımlara çıkmasını engellemekte ve titreşim sisteminin yakın rezonans durumunun analizinde sönümleme çok önemli bir yere sahiptir.

3.3. Harmonik Analiz

3.3.1. Harmonik Kuvvetler Altında Sönümsüz Sistemin Titreşimi

Genel olarak zorlanmış titreşim için dış kuvvet sonucu dinamik bir sistemin gösterdiği davranış olduğunu söylemiştik. Zorlanmış harmonik analiz ise, zorlanmış titreşimden farklı olarak kuvvetin devirsel olarak uygulanmasıdır. Bir depremin hareketi bu konuya örnek olarak gösterilebilir. Şekil 3.4’de görülen tek serbestlik dereceli bir sisteme (f) kuvveti etki ettirildiğinde sistem dinamik davranış gösterecektir.



Şekil 3.4 Tek Serbestlik Dereceli Bir Sistemin Sönümsüz Zorlanmış Titreşimi

Eğer f kuvvet genliği frekans ile bağımsız olursa, bu durumda kuvvet harmonik etkisi gösterir.

$$f(t) = F_0 \cos \omega t \quad (3.30)$$

ile ifade edilir. Burada (F_0) sistemin başlangıç genliği olup, bu ifade ile Newton’un ikinci prensibinden sönümsüz bir sistemin hareket denklemini,

$$m\ddot{x} + kx = F_0 \cos \omega t \quad (3.31)$$

şeklinde yazabiliriz. Bu eşitliğin homojen çözümünü yazacak olursak,

$$x_h(t) = \lambda_1 \cos \omega t + \lambda_2 \sin \omega t \quad (3.32)$$

zorlanmış titreşim için geçerli olan bu çözümü harmonik çözüm içinde,

$$x_n(t) = A \cos \omega t \quad (3.33)$$

yazılabilir. Yukarıdaki eşitliklerde belirtilen ω sistemin doğal frekansı olup,

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (3.34)$$

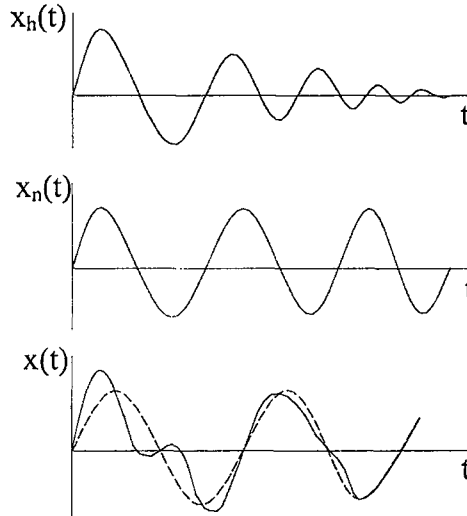
ile ifade edilir. 3.33 eşitliğindeki A sabit bir sayı olup, $x_n(t)$ ise sistemin maksimum genliği göstermektedir. Yukarıdaki eşitliklerden,

$$A = \frac{x}{k - m\omega^2} \quad (3.35)$$

olarak elde ederiz. Bunun sonucu olarak genel çözümü,

$$x(t) = \cos t \left(\frac{x}{k - m\omega^2} \omega + \lambda_1 \omega_n \right) + \lambda_2 \sin \omega_n t \quad (3.36)$$

olarak ifade edilir. Genel çözümle birlikte 3.32 ve 3.33 eşitliklerindeki homojen ve harmonik çözüme ait grafikler Şekil 3.5'de belirtilmiştir.



Şekil 3.5 Harmonik Zorlanmış Titreşime Bağlı Olarak Homojen, Harmonik ve Genel Çözüm

$$x_{(t=0)} = x_o \quad \dot{x}_{(t=0)} = \dot{x}_o \quad (3.37)$$

sınır şartları ile;

$$\lambda_1 = x_o - \frac{A}{k - m\omega^2} \quad \lambda_2 = \frac{\dot{x}_o}{\omega_n} \quad (3.38)$$

olarak belirtilir. Bu sınır şartlarına bağlı olarak t anındaki sistemin genliği,

$$x(t) = \left(x_o - \frac{A}{k - m\omega^2} \right) \cos \omega_n t + \left(\frac{\dot{x}_o}{\omega_n} \right) \sin \omega_n t + \left(\frac{A}{k - m\omega^2} \right) \cos \omega t \quad (3.39)$$

sistemin yer değiştirmesi için,

$$X = \frac{A/K}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_n} \right)^2} \quad (3.40)$$

olur. Zorlanmış sönümsüz harmonik analizde genliğin belirlenmesi için sistemin doğal frekansı ile tatbik edilen kuvvet frekans oranlarının bilinmesi gerekir. Bu durum aynı zamanda sistemin hangi genliklerde rezonans bölgesine yaklaştığını göstermektedir. Sistemin genliği frekans oranlarına bağlı olarak üç farklı yaklaşım da ele alınmaktadır.

1. Eğer frekans oranları $0 < \omega/\omega_n < 1$ olduğunda eşitlikteki maksimum genlik kriteri geçerlidir.
2. Frekans oranları $\omega/\omega_n > 1$ olduğunda sistem genliğini;

$$X = \frac{A/K}{\left(\frac{\omega}{\omega_n} \right)^2 - 1} \quad (3.41)$$

ile ifade edilir. Aynı zamanda eğer (w/w_n) frekans oranları sonsuza giderse genlik sıfıra eşit olur.

3. $w/w_n = 1$ olduğunda genlik büyük olduğu gibi sistemin doğal frekansı ile tatbik edilen zorlayıcı frekansın birbirine eşit olduğu görülmektedir. Sistem bu durumda rezonansa gelmekte ve sistemde büyük genlikler ortaya çıkmaktadır. Bu durum için sistemin genliği,

$$x(t) = \frac{A}{K} \left[\frac{\cos wt - \cos w_n t}{1 - \left(\frac{w}{w_n}\right)^2} \right] + x_o \cos w_n t + \frac{\dot{x}_o}{w_n} \sin w_n t \quad (3.42)$$

ile ifade edilir.

3.3.2. Harmonik Kuvvet Altında Sönümlü Sistemin Titreşimi

Sönümsüz harmonik analizden farklı olarak sistemde sönümleme durumunun var olduğunun kabul edilmesidir. $F(t) = F_0 \cos wt$ fonksiyonu ile zorlanan bir sistemin hareket denklemi,

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = F_0 \cos wt \quad (3.43)$$

ile gösterilir. Bu ifadeden sistemin harmonik eşitliğini yazacak olursak;

$$X_m(t) = A \cos(wt - \phi) \quad (3.44)$$

burada A ve ϕ sırasıyla sistemin genliği ve safha açısıdır. 3.43 ve 3.44 eşitliklerinden yola çıkarak fonksiyonumuzu,

$$A(k - mw^2) \cos(wt - \phi) - cw \sin(wt - \phi) = F_0 \cos wt \quad (3.45)$$

ile ifade edilir. Genel trigonometrik ilişkilerini kullanarak yukarıdaki ifadeyi,

$$A(k - m\omega^2)\sin\phi - c\omega\cos\phi = 0 \quad (3.46)$$

$$A(k - m\omega^2)\cos\phi - c\omega\sin\phi = F_0 \quad (3.47)$$

buradan sistemin genliğini,

$$A = \frac{F_0}{\left[c^2\omega^2 + (k - m\omega^2)^2 \right]^{1/2}} \quad (3.48)$$

Bu genel çözüm ile birlikte sistem için belirtilen sönüm sabiti tanımlanarak tekrar genel çözümün elde edilmesi gerekir. Bunun için sönümsüz bir sistemin doğal frekansının $\omega_n = \sqrt{k/m}$ olduğu söylenebilir. Sönümlenme oranı olarak,

$$\zeta = \frac{c}{c_k} \quad (3.49)$$

(c_k) kritik sönümlenme oranı olup $2m\omega_n$ değerine eşittir.

$$\zeta = \frac{c}{2m\omega_n} \quad \text{veya} \quad \frac{c}{m} = 2\zeta\omega_n \quad (3.50)$$

ile ifade edilirse elde edeceğimiz sönümlü zorlanmış harmonik hareket yapan bir sistemin genliği,

$$A = \frac{F_0/k}{\left\{ \left[1 - \left(\frac{\omega}{\omega_n} \right)^2 \right]^2 + \left[2\zeta \frac{\omega}{\omega_n} \right]^2 \right\}^{1/2}} \quad (3.51)$$

şeklinde belirtilir. Eğer sönümsüz bir titreşim için ($\zeta = 0$) ile genlik sonsuza gittiği gibi ω/ω_n frekans oranları 1'e eşit olur. Zorlanmış titreşimin genliği zorlanmış frekans değerlerinin artmasıyla küçülür, yani frekans oranları sonsuza giderken genlik oranı sıfıra gitmektedir. Sistem için sönümlü doğal frekans

değerini $w_d = w_n \sqrt{1 - \zeta^2}$ olarak ifade edilir. Sistemin sönümlenme miktarının bilinmesi titreşimin maksimum genliğinin tahmini için önem teşkil etmektedir.

3.4. Modal Analiz

Yapısal analiz olarak da adlandırılan modal analiz bir sistemin kinematik davranışlarını ve doğal dinamik özelliklerini belirleyen bir methodur. Modal analiz ile bir sistemin doğal frekans değerleri ve mod şekilleri bulunabilmektedir. Bir sistem için bu değerlerin bilinmesi çok önemlidir. Sisteme uygulanacak kuvvet frekansları daha önceden bulunmuş olan doğal frekans değerleri ile çakışması esnasında rezonans meydana gelmekte ve sistemi büyük genlik ve salınımlara götürmektedir. Rezonans yapıda hasara sebep olduğundan istenmeyen bir durumdur. Bunu önlemek için sistemin doğal frekans ve mod şekillerinin bulunması ve tatbik edilecek kuvvetlerin bu değerlere göre belirlenmesi gerekir. Bunun için en iyi yöntem modal analiz olup sistemin geometrik özelliklerinin, malzeme özelliklerinin ve uygulanacak kuvvetlerin belirlenmesinde çok önemli bir yere sahiptir. Modal analiz ile bulunan doğal frekanslar malzeme özelliğine, geometrisine ve kütesine bağlıdır. Kuvvetler etkisinde doğal frekanslar değişmemektedir.

Modal analiz lineer bir analiz olduğu için, özellikle temas elemanları gibi non-lineerliliğin mevcut olduğu durumlarda olsalar bile ihmal edilebilirler. Modal analiz, değişik özelliklerdeki problemlere göre çeşitli mod elde etme yöntemleri bulunmaktadır. Modal analiz yaparken block lanczos, reduced, subspace, unsymmetric ve damped gibi yöntemler kullanılır. Bu yöntemler tanımladığımız problemin durumuna göre seçilmelidir. Diskler gibi bazı mekanik elemanların dönme etkisiyle üzerlerinde radyal ve teğetsel yönde gerilmeler oluşur ve eğer modal analiz yapılacaksa bu gerilmelerin göz önüne alınarak yapılması gerekir. Bu duruma ön gerilmeli modal analiz denilmektedir. Ön gerilme etkisinde elde edilecek olan mod şekilleri ve doğal frekans değerleri normal analizden elde edilecek olan sonuçlardan farklılık gösterecektir.

Modal analizi gerçekleştirmek için farklı metotlar kullanılmaktadır. Özellikle karmaşık sistemlerin modal analizinde kullanılan sonlu eleman metodu bunun en iyi örneklerindedir. Sonlu elemanlar metodu karmaşık bir sistemin daha alt basit sistemlere ayırarak çözüm yapması, doğal frekans ve mod şekillerinin kolaylıkla doğru bir şekilde bulunabilmesini sağlamaktadır.

3.4.1. Sönümlü Sistemin Modal Analizi

Bütün sistemler sönümlenebilen sistemler olarak tarif edilir. Sönümleme, sistemin özelliğine göre farklılık gösterebilir. Eğer sönüm varsa, yapılacak olan modal analiz ile bulunacak olan doğal frekans ve modlar, sönümlenmiş parametreler olarak ifade edilir. Sönümlü bir sistemin modal analizinden çıkarılacak olan genel çözüm için hareket denklemini tanımlayacak olursak,

$$M\ddot{x} + C\dot{x} + Kx = 0 \quad (3.52)$$

olur. Çözüm için modal matrisi,

$$\Phi^T C \Phi = D [c_1, c_2, \dots, c_n] \quad (3.53)$$

ile ifade edilir. Burada C sönümleme matrisi, D ise $[c_1, c_2, \dots, c_n]$ matrisinin diagonal olduğunu ifade etmektedir. Yapısal sönümleme durumunda C sönümlü diagonal matrisi olup,

$$C = \alpha M + \beta K \quad (3.54)$$

ile gösterilir. Burada sırasıyla α ve β Ragleigh sönümleme parametreleri olarak adlandırılır (Petyt 1990). 3.53 eşitliğindeki diagonal matrisi ihmal edilerek eşitliğimiz,

$$\Phi^T C \Phi = D [2\zeta_i w_i] \quad (3.55)$$

ile ifade edilir. Burada ζ i modundaki modal sönümleme faktörü, w ise, i modundaki doğal frekans değerini göstermektedir. Sönümleme faktörü,

$$\zeta = \frac{\alpha}{2w_i} + \frac{\beta w_i}{2} \quad (3.56)$$

ile belirtilir. Eşitlik 3.52'deki ifadeden lineer bir dönüşümle çözüm,

$$x = \Phi q \quad (3.57)$$

$$\ddot{q}_i + 2\zeta_i w_i \dot{q}_i + w_i^2 q_i = 0 \quad (3.58)$$

şeklinde yazılır. Buradan genel çözümü,

$$q_i = e^{-\zeta_i w_i t} [\alpha_i \cos w_{di} t + \beta_i \sin w_{di} t] \quad (3.59)$$

olarak ifade edilir. Burada q_i i modundaki düğüm noktasını göstermektedir. Buradaki w_{di} başlangıç durumuna bağlı olarak i modundaki doğal frekans değerini gösterir ve

$$w_{di} = w_i (1 - \zeta_i^2)^{1/2} \quad (3.60)$$

şeklinde ifade edilir.

3.4.2. Ragleigh Metodu İle Doğal Frekansların Belirlenmesi

Modal analiz yöntemiyle bulunan doğal frekans değerleri ile ilgili çok sayıda matematiksel ifadeler tanımlanmıştır. Bu ifadeler genellikle genel çözümün ve öz değerlerin bulunmasına yönelik ifadelerdir. Ragleigh metodu doğal frekans değerlerinin belirlenmesinde en popüler metotlardan olup, Ragleigh prensibi üzerine kurulmuştur (Rao 1995) . Bu prensibe göre, denge durumunda titreşim yapan bir sistemin titreşim frekansı doğal modunun çevresindeki sabit bir değerdir. Bu sabit değer sistemin doğal modunun çevresindeki minimum bir değere eşittir.

Ragleigh, modal analiz için doğal frekans parametrelerinin tanımlanması için kinetik ve potansiyel enerji yaklaşımlarını kullanmaktadır. Bu ifadeye göre n serbestlik dereceli bir sistem için kinetik ve potansiyel enerji ifadeleri,

$$T = \frac{1}{2} \dot{x}^T [m] \dot{x} \quad (3.61)$$

$$V = \frac{1}{2} x^T [k] x \quad (3.62)$$

olarak yazılabilir. Ragleigh'e göre sistemin doğal frekans parametrelerinin belirlenmesi için sistemin harmonik hareket ettiğini kabul ederiz. Bu durumda,

$$x = X \cos \omega t \quad (3.63)$$

olur. Burada X genliğin vektörü veya mod şekillerini, ω titreşimin doğal frekansını göstermektedir. Eğer bir sistem korunmalıysa, kinetik enerji ile potansiyel enerji ifadeleri birbirine eşit olacaktır. Buradan,

$$T_{\max} = V_{\max} \quad (3.64)$$

ve 3.61 ve 3.62 eşitlikleri içinde 3.63 eşitliğini yazacak olursak,

$$T_{\max} = \frac{1}{2} \dot{X}^T [m] \dot{X} \omega^2 \quad (3.65)$$

$$V_{\max} = \frac{1}{2} \bar{X}^T [k] \bar{X} \quad (3.66)$$

olur. Buradan eşitlik 3.64'deki kinetik ve potansiyel enerji ifadelerini eşitleyerek Ragleigh için doğal frekans parametresi,

$$\omega = \left[\frac{\bar{X}^T [k] \bar{X}}{\bar{X}^T [m] \bar{X}} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (3.67)$$

olarak yazılabilir. Burada \bar{X} sistemin normal modunu gösteren bir vektördür. Bu vektör sayesinde sistemdeki öz vektörler tanımlanabilir.

3.4.3. Sonlu Elemanlar Metodu ile Modal Analiz

Modal analiz için sistemin matematik ifadesinde uzayda (n) boyutlu bir vektör tanımlanır. Bu da lineer bağımsız bir vektörün (n) lineer bir kombinasyonu olarak tanımlanabilir. Öz değer problemlerinin öz vektörleri ortogonal olduğu gibi lineer olarak birbirinden bağımsızdır (Petyt 1990). Öz değer problemi,

$$[K - w^2 M] \{\phi\} = 0 \quad (3.68)$$

ile ifade edilir. Burada $\{\phi\}$ serbest titreşim mod vektörünü, w doğal frekans parametresini göstermektedir. Düğüm yer değiştirme vektörünü (x) yazacak olursak,

$$\{x\} = [\phi] q(t) \quad (3.69)$$

Hamilton prensibi ile enerji ifadelerini yazacak olursak,

$$T = \frac{1}{2} \dot{x}^T M \dot{x} \quad (3.70)$$

$$U = \frac{1}{2} x^T K x \quad (3.71)$$

$$D = \frac{1}{2} \dot{x}^T C \dot{x} \quad (3.72)$$

$$\delta W = \delta x^T f \quad (3.73)$$

Bu ifadeler Langrange denklemlerinde yerine konulursa,

$$\bar{M}\ddot{q} + \bar{C}\dot{q} + \bar{K}q = Q \quad (3.74)$$

olur. Burada;

$$\begin{aligned}
\bar{M} &= \phi^T M \phi \\
\bar{C} &= \phi^T C \phi \\
\bar{K} &= \phi^T K \phi \\
Q &= \phi^T f
\end{aligned} \tag{3.75}$$

dır. 3.74 yeniden düzenlenirse,

$$\phi^T M \phi \ddot{q} + \phi^T C \phi \dot{q} + \phi^T K \phi q = \phi^T f \tag{3.76}$$

elde edilir. Burada \bar{M} ve \bar{K} diagonal matrisler olup,

$$\bar{M} = I \quad \bar{K} = \Lambda \tag{3.77}$$

dır. Λ ise,

$$\Lambda = \begin{bmatrix} \omega_1^2 & & & \\ & \omega_2^2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & \omega_n^2 \end{bmatrix} \tag{3.78}$$

ile ifade edilir. ω_n , n'inci doğal frekans değeri olarak kabul edilir. Eşitlik 3.68'daki ifade düzenlenirse;

$$\ddot{q} + \bar{C}\dot{q} + \Lambda q = Q \tag{3.79}$$

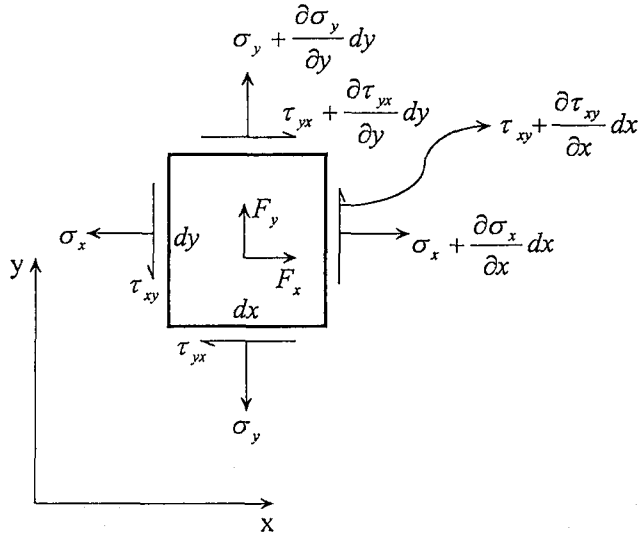
elde edilir. Bu eşitlik q için çözülür. \bar{C} diagonal sönüm matrisi, Λ rijitlik matrisini ifade etmektedir. Bu ifadelerin serbest titreşim durumunda tanımlanması ile ilgili ifadeler sonlu elemanlar yönteminde açıklanmıştır.

4. GERİLME ANALİZİ KRİTERLERİ

4.1 Elastisite Bağlıları

4.1.1. Kartezyen Koordinat Sistemindeki Gerilme İlişkileri

Çözümü yapılacak olan problemin elastisite teorisine göre tanımlanmasında sınır ve yükleme durumlarının göz önünde tutulması gerekir. Düzlem gerilme problemlerinde iki farklı koordinat sistemi kullanılır. Eğer problemin geometrisi dik doğrultuda ise kartezyen koordinat sisteminde tanımlanır. Problemin geometrisi disk, silindir, eğri bir çubuk gibi çevresi dairesel veya var olan bir eksenel simetrik açı ile tanımlanıyorsa polar koordinat sistemiyle belirtilir. Eğer disk dış sınırları bir fonksiyon ile tanımlanamıyorsa, kartezyen koordinat sisteminde tanımlanmalıdır. Şekil 4.1'de iki boyutlu olarak gösterilen dy ve dx boyutlarında ince bir gerilme elemanı verilmiştir. Burada σ_x , σ_y , τ_{yx} ve τ_{xy} gerilmeleri z 'den bağımsız x ve y 'nin birer fonksiyonu olan gerilmelerdir. Burada x ve y koordinatlarında birim hacme düşen kuvvetleri F_x ve F_y olarak tanımlanmaktadır. Problem iki boyutlu olduğu için z yönündeki kuvvet dağılımı $F_z = 0$ olarak belirlenir.



Şekil 4.1 Kartezyen Koordinatlardaki Gerilme Elemanının Gösterilmesi

Şekil 4.1'de gösterilen iki boyutlu gerilme elemanındaki gerilme değişimini kısaltılmış Taylor eşitliği ile,

$$\sigma_x + \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} dx \quad (4.1)$$

yazılabilir. σ_x , x ve y'nin fonksiyonu olduğu için kısmi türev ile belirtilmiştir. Bu ilişkiyi diğer gerilme durumları içinde belirtebiliriz.

Yukarıdaki eşitlikle birlikte birim kalınlıktaki bir elemanın denge durumunu yazacak olursak,

$$\left(\frac{\partial \sigma_y}{\partial y} dxdy \right) \frac{dx}{2} - \left(\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} dxdy \right) \frac{dy}{2} + \left(\tau_{xy} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} dx \right) dxdy - \left(\tau_{yx} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} dy \right) dxdy + F_y dxdy \frac{dx}{2} - F_x dxdy \frac{dy}{2} = 0 \quad (4.2)$$

dir. Bu çözümde moment z'ye göre sıfır kabul edilmiştir. $\Sigma F_x = 0$ ifadesi ile x yönündeki kuvvetlerden denge durumu ise,

$$\left(\sigma_x + \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} dx \right) dy - \sigma_x dy + \left(\tau_{xy} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} dy \right) dx - \tau_{xy} dx + F_x dxdy = 0 \quad (4.3)$$

şeklinde yazabiliriz. Bazı kısaltmalarla,

$$\left(\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + F_x \right) dxdy = 0 \quad (4.4)$$

yazılabilir. Benzer eşitlik y için yazıldığında,

$$\left(\frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + F_y \right) dxdy = 0 \quad (4.5)$$

elde edilir. Bu çözümlerle birlikte iki boyutlu bir gerilme elemanı için x ve y yönlerindeki diferansiyel eşitlikler,

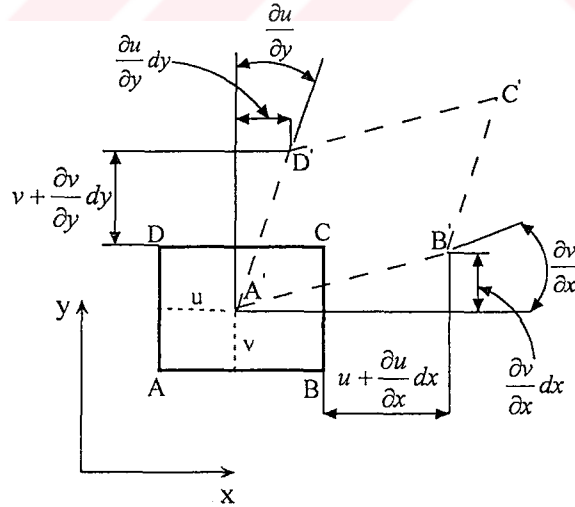
$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + F_x = 0 \quad (4.6)$$

$$\frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + F_y = 0 \quad (4.7)$$

ile ifade edilebilir. Eşitlik 4.6 ve 4.7 x ve y yönlerindeki gerilme durumlarını göstermektedir (Ugural and Fenster 1995).

4.2. Gerilme-Şekil Değiştirme İlişkileri

Dönen izotropik disklerde meydana gelen gerilme dağılımları kalınlık boyunca değişebilmektedir. Eğer diskin kalınlığı fazla ise meydana gelen radyal ve teğetsel gerilmeler bu kalınlık boyunca ihmal edilmez, ince bir disk ise kalınlık boyunca meydana gelecek olan gerilmeler ihmal edilebilir. Şekil 4.2’de kartezyen koordinat sisteminde şekil değiştirme elemanı gösterilmiştir.



Şekil 4.2 İki Boyutlu Elemanda Şekil Değiştirme İlişkisi

Şekil 4.2’de gösterilen u ve v deplasmanları ile x ve y yönündeki şekil değiştirme ifadeleri,

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x} \quad (4.8)$$

$$\varepsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y} \quad (4.9)$$

yazılır. Bununla birlikte x ve y yönündeki kayma şekil değiştirme ifadesi,

$$\gamma_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \quad (4.10)$$

olarak yazılabilir. Kayma şekil değiştirme ifadesini $\gamma_{xy} = \gamma_{yx}$ olarak da ifade edilebilir. Lineer ve elastik davranış gösteren malzemeler için gerilme-şekil değiştirme bağıntısını Hooke kanunu ile açıklanabilir. Hooke kanununa göre x yönündeki gerilme-şekil değiştirme ilişkisi,

$$\{\sigma\} = [Q]\{\varepsilon\} \quad (4.11)$$

vektörel biçimde gösterilir. Gerilme ilişkisini vektörel biçimde gösterecek olursak,

$$\{\sigma\} = \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} \quad (4.12)$$

ile ifade edilir. Şekil değiştirme ilişkisini ise,

$$\{\varepsilon\} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} \quad (4.13)$$

ile gösterilir. Burada $[Q]$ elastisite matrisi olup düzlem gerilme durumu için,,

$$[Q] = \frac{E}{(1-\nu^2)} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} \end{bmatrix} \quad (4.14)$$

şeklinde ifade edilir.

4.3. Eşdeğer Gerilme (Von Mises)

Eşdeğer gerilme, çekme deneyinde akma sınırındaki distorsyon (çarpılma) enerjisinin, kabul edilen gerilme durumundaki distorsyon enerjisine eşit olması durumu ile elde edilir (Ugural and Fenster 1995). Çekme işleminde distorsyon enerjisi ifadesinde akma gerilmesi yerine σ_e yazılarak göz önüne alınan gerilme durumuna ait distorsyon enerjisine eşitlendikten sonra elde edilen σ_e ifadesi eş değer gerilme olarak adlandırılır (Denktaş 1998). Distorsyon enerjisi olarak,

$$U = \frac{3}{4G} \tau^2 \quad (4.15)$$

yazılır. Burada

$$\tau = \frac{1}{3} \left[(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2 - 6(\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2) \right]^{1/2} \quad (4.16)$$

şeklinde ifade edilir. Yukarıdaki eşitliklerden enerji ifademizi tekrar yazacak olursak,

$$U = \frac{1}{6G} \sigma_e^2 \quad (4.17)$$

ile belirtilir. Eğer sistemde düzlem gerilme durumundaki enerji denklemini,

$$U = \frac{1}{6G} \left[\sigma_x^2 + \sigma_y^2 - \sigma_x \sigma_y - 6\tau_{xy}^2 \right]^{1/2} \quad (4.18)$$

yazabiliriz. Eşitlik 4.17 ve 4.18'den eşdeğer gerilme ifademizi,

$$\sigma_e = \sqrt{3}[\sigma_x^2 + \sigma_y^2 - \sigma_x\sigma_y - 3\tau_{xy}^2]^{\frac{1}{2}} \quad (4.19)$$

olarak elde edebiliriz.



5. SONLU ELEMANLAR ANALİZİ

Sonlu elemanlar metodu çözümleri çok zor olan mühendislik problemlerinin kolay bir şekilde çözümünü sağlayan nümerik bir metottur. Özellikle karmaşık olan problemlerin kolay ve kısa bir sürede çözülmesi bu metodu popüler kılmıştır. Sonlu elemanlar metodu karmaşık olan mühendislik problemlerini kendi içerisinde daha basit alt bölümlere ayırarak çözümü bu bölümler içerisinde gerçekleştirmektedir.

Sonlu eleman yöntemi ile karmaşık geometriye sahip çizimler modellendiği gibi diğer çözüm metotlarıyla çözülmesi imkansız olan problemler de rahatlıkla çözülebilmektedir.

Çeşitli metotlar kullanılarak yapılan çözümlerinin hiçbirinde kesin bir çözüm elde etmek mümkün değildir. Kullanacağımız metoda bağlı olarak yaklaşık bir çözüm elde ederiz. Sonlu elemanlar metodu bize çözdüğümüz problem hakkında yaklaşık bir çözüm önerir. Bu metotla eğer daha kesin sonuçlar elde etmek istiyorsak tanımladığımız düğüm noktaları ve elemanların sayılarını artırmamız gerekir. Bu sayede çözümün doğruluğunu artırmış oluruz. Fakat sonlu elemanlarda düğüm noktaları ve eleman sayılarının artırılması çözümün doğruluğu açısından önemli ise de çok sayıda düğüm ve eleman tanımlamak problem çözümünde uzun zaman almaktadır. Sonlu elemanlar yöntemi ile gerilme, modal, harmonik, akustik, termal gibi analizler kolayca yapılabilmektedir.

Sonlu elemanlar metodunda ilk olarak çözümü yapılacak olan bölge eleman olarak adlandırılan alt bölgelere ayrılır. İkincisi elemanlardaki sürekli fonksiyonlar cebirsel polinomların lineer kombinasyonu olarak tanımlanır. Üçüncü adımda ise aranan değerlerin her eleman içinde sürekli olan denklemlerinin belirli düğüm noktalarındaki değerlerinin elde edilmesi problemi çözmek açısından yeterlidir (Topcu ve Taşgetiren 1998).

Sonlu elemanlar metodu ile birlikte özellikle bilgisayar teknolojisinin hızla gelişmesi ve sonlu elemanlar tabanlı ANSYS, NASTRAN, Franc gibi programların gelişmesiyle büyük modellerin bu yöntemle kısa bir sürede çok fazla düğüm ve eleman sayısıyla çözümleri gerçekleştirilmektedir. Bu sayede çok büyük makine parçalarının modellenmesi ve çözümü çok kısa bir sürede gerçekleştirilebilmektedir.

5.1. ANSYS Paket Programı

ANSYS programı sonlu elemanlar metodunu kullanarak çok karmaşık sistemlerin analizinde yaygın olarak kullanılan bir programdır. ANSYS’de sonlu elemanlar tabanlı statik, dinamik, termal, elektromanyetik analizler rahatlıkla yapılabilmektedir. Aynı zamanda deneysel yöntemlerle mümkün olmayan analizlerin gerçekleştirilmesi ve modellenen elemanın çözümünde gerçekçi sonuçlar vermesi bu programı popüler kılmıştır. Karmaşık yapıli modellerde ise programın desteklediği .igs, .sat, gibi dosya uzantıları sayesinde AutoCAD, Solidworks gibi programlarda çizilen modeller ANSYS’e rahatlıkla aktarılabilir.

ANSYS paket programı sayesinde statik ve dinamik analizlerin yanında, lineer ve non-lineer analizler de yapabilmektedir. ANSYS’de çok sayıda eleman tipinin olması iki ve üç boyutlu olmak üzere istediğimiz bütün modelleri rahatlıkla oluşturabiliriz. Oluşturduğumuz bu modelleri izotropik olarak tanımlayabildiğimiz gibi, anizotropik olarak da tanımlayabiliriz. Yapılan statik analizlerde gerilmeler, şekil değiştirme ilişkileri ve deformasyon durumları rahatlıkla bulunabilmektedir. ANSYS’de gerilme analizi yaparken von-mises gibi bazı gerilme kriterlerini referans olarak hesap etmektedir. Hesaplamalarda sonlu elemanlar yöntemi kullanıldığı için ele alınan düğüm ve eleman sayısı çok önemlidir. ANSYS’de ele alınan modelin boyutuna bağlı olarak matris tanımlamaktadır. Bu matrisin boyutu çözüm açısından önemlidir.

ANSYS’de yapılan dinamik analizlerden birisi olan modal analiz için, mod şekilleri ve doğal frekans değerleri bulunabilmektedir. Mod şekillerini çıkarmak için ANSYS’de farklı yöntemler kullanılmaktadır. Bu yöntemler modele ve seçilecek olan eleman tipine göre değişmektedir. ANSYS’de mod çıkarmak için kullanılan, subspace ve block lanczos metotları büyük simetrik öz değer problemlerinin çözülmesi için kullanılır. Block lanczos metodu subspace metodundan daha hızlı olabildiği gibi özellikle shell olarak tanımlanmış eleman tiplerinde kullanılmaktadır. Powerdynamic metot özellikle serbestlik derecesi çok büyük olan eleman tiplerinin mod şekillerini çıkarmak için kullanılmaktadır. Reduced metot kütle matrisini azaltarak çözüm olanağı sunmaktadır. Bu metotta çözüm daha hızlı olabilmektedir. Unsymmetric metot ise simetri özelliği göstermeyen bazı akış problemlerinde kullanılmaktadır. ANSYS’de yapılan modal analiz lineer bir analizdir.

ANSYS’de sönümlü ve sönümsüz zorlanmış titreşim analizi yapılabilmektedir. Zorlanmış titreşim analizinde genel hareket denklemleri olan zorlanmış titreşim denklemleri kullanılmaktadır. Sistemde farklı sönümlenme durumları ele alınabilmektedir. Hareket denkleminde yer alan $[C]$ sönümlenme matrisi verilebildiği gibi, sönümlenme oranı veya malzeme özelliğine bağlı sönümlenme değerleri verilebilir. Çözümün doğru bir şekilde gerçekleşmesi için problemin doğru bir şekilde tanımlanması gerekir.

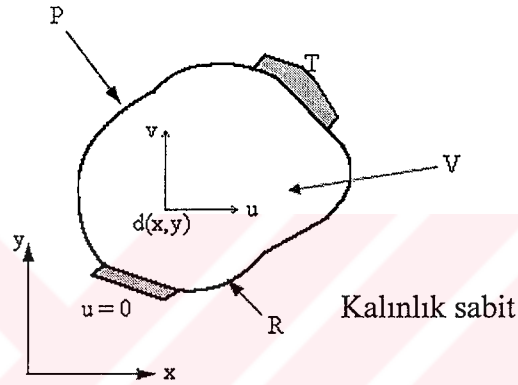
ANSYS’de basit bir analiz yapmak için üç basamaklı bir yöntem uygulanır.

1. Model oluşturma; Analiz yapacağımız modeli oluşturarak eleman tiplerini, malzeme özelliklerini ve modeli mesh yaparak problemimizi sonlu elemanlar modeline dönüştürürüz.
2. Sınır şartlarının uygulanması ve çözüm; Modelini oluşturduğumuz sistemin sınır şartlarını belirleriz. Sisteme gelen kuvvetler uygulanarak analiz tipini seçeriz ve çözümü gerçekleştiririz.
3. Sonuçların irdelenmesi; ANSYS’den çıkan sonuçları çok farklı boyutta ele alabiliriz. Sonuçları eş dağılım olarak görebildiğimiz gibi, bunu grafiğe de

dönüştürebiliriz. Aynı zamanda sonuçları animasyon olarak da inceleyebiliriz.

5.2. İki Boyutlu Problemler

Sonlu elemanlar metodunun temel prensibi, bir elemana ait sistem özelliklerini içeren denklemlerin çıkartılıp tüm sistemi temsil edecek şekilde eleman denklemlerini birleştirerek sisteme ait lineer denklem takımının elde edilmesidir (Topcu ve Taşgetiren 1998).



Şekil 5.1 İki Boyutlu Kütle

Yer değiştirme, yüzey kuvvetleri, yayılı kütle kuvvetleri ve tekil kuvvet bileşenleri, $\{x, y\}$ ile verilen koordinatın fonksiyonlarıdır. Şekil 5.1’de gösterilen V hacmine, R yüzeyine ve T yüzey kuvvetine sahip iki boyutlu eleman için yer değiştirme vektörü,

$$\{u\} = [u, v]^T \quad (5.1)$$

ile ifade edilir. Burada x ve y doğrultusundaki u ve v yer değiştirme vektörleri olarak tanımlanır. Uygulanan kuvvete bağlı olarak sistemde meydana gelen gerilme,

$$\{\sigma\} = [\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}]^T \quad (5.2)$$

ölür ve bu kuvvet neticesinde şekil değiştirme ise,

$$\{\varepsilon\} = [\varepsilon_x, \varepsilon_y, \gamma_{xy}]^T \quad (5.3)$$

olarak ifade edilir. İki boyutlu bir eleman üzerinde birim hacim'e düşen kuvveti kütle kuvveti olarak tanımlarsak,

$$\{f\} = [f_x, f_y]^T \quad (5.4)$$

olur. Yüzey kuvvetlerini ise,

$$\{T\} = [T_x, T_y]^T \quad (5.5)$$

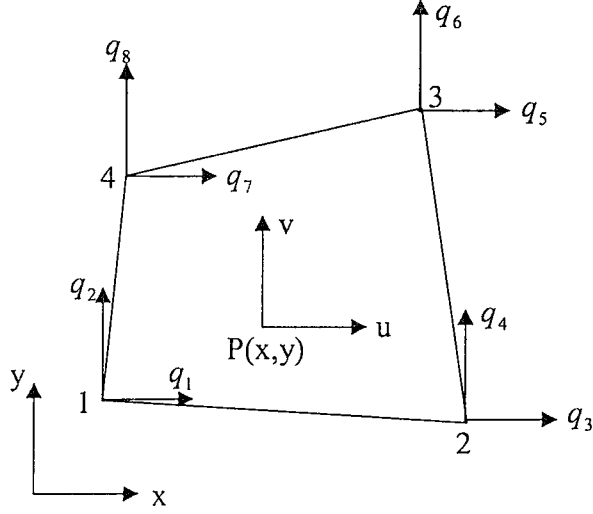
ile belirtilir.

5.3. İzoparametrik Eleman

Tasarladığımız bir modelin çözümünü gerçekleştirmek için problemin doğru tanımlanması gerekir. Problemi doğru bir şekilde tanımlamak için eleman tipinin, sınır şartlarının doğru bir şekilde tanımlanması gerekir. Bir modelde üçgen veya dörtgen eleman seçebiliriz. Fakat modelin geometrisine bağlı olarak seçeceğimiz eleman tipi değişmektedir.

Bazen modelimizin çok hassas olmasını isteriz. Bu sebeple eleman sayılarını artırmamız gerekir. Yalnız eleman sayısını artırdığımızda elemanlar küçülecek ve daha yoğun hale geleceğinden çözüm daha uzun zaman alacaktır. Bunu önlemek için modeli eğri kenarlı elemanlar olarak modellediğimizde çözüm bölgesini daha iyi bir şekilde tanımlayabiliriz.

Sonlu elemanlar yönteminde İzoparametrik elemanlar gerilme ilişkilerini açıklayan bir eleman türüdür. Şekil 5.2' de dört düğümlü izoparametrik eleman gösterilmiştir. x, y koordinat düzleminde bölgesel düğüm noktaları saat ibresinin tersi yönünde 1,2,3,4 şeklinde tanımlanır ve her bir düğüm iki serbestlik derecesine sahiptir. X ve Y yöndeki yer değiştirme ilişkileri u ve v ile tanımlanmıştır.



Şekil 5.2 Dört Dügümlü Dörtgen Eleman İçin Dügüm Deplasmanları

Dügümlerdeki deplasman değerini vektörel olarak ifade edecek olursak,

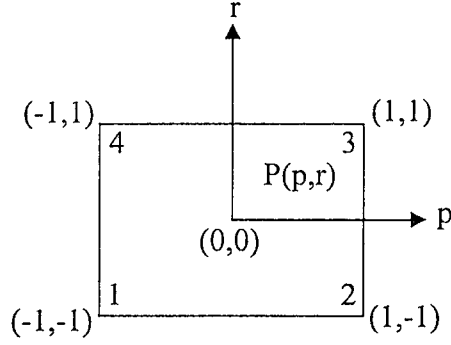
$$\{u\} = \begin{bmatrix} u(x,y) \\ v(x,y) \end{bmatrix} \quad (5.6)$$

köşe düğümlerdeki deplasmanlar ise,

$$\{u_i\} = \begin{Bmatrix} u_i \\ v_i \end{Bmatrix} \quad (5.7)$$

Burada $i=1,2,3,4$ olmak üzere düğümlere ait deplasman değerlerini föstermektedir. Şekil 5.3'de eleman (p,r) doğal koordinatlarda düzgün bir kare olarak tanımlanır. Yer değiştirme ifadesini vektör halinde gösterecek olursak,

$$\{q\} = \begin{Bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \\ q_4 \\ q_5 \\ q_6 \\ q_7 \\ q_8 \end{Bmatrix} \quad (5.8)$$



Şekil 5.3 Doğal Koordinatlardaki Temel Eleman

N_i 'nin tanımlanmasında, 1. düğümde $N_1 = 1$ olarak tanımlanırsa 2,3,4 düğümlerde $N_i = 0$ olarak ifade edilir. Yani 1. düğümde 1 değerinin alan fonksiyon diğer düğümlerde sıfır değerini almaktadır. Dört düğümlü izoparametrik bir eleman için şekil fonksiyonları,

$$N_1 = \frac{1}{4}(1-p)(1-r) \quad (5.9)$$

$$N_2 = \frac{1}{4}(1+p)(1-r) \quad (5.10)$$

$$N_3 = \frac{1}{4}(1+p)(1+r) \quad (5.11)$$

$$N_4 = \frac{1}{4}(1-p)(1+r) \quad (5.12)$$

şeklindedir. Her bir eleman içerisinde yer değiştirme fonksiyonu olarak,

$$u(x, y) = N_1 q_1 + N_2 q_3 + N_3 q_5 + N_4 q_7 \quad (5.13)$$

$$v\{x, y\} = N_1 q_2 + N_2 q_4 + N_3 q_6 + N_4 q_8 \quad (5.14)$$

olur. Buradaki (N) şekil fonksiyonu matris şeklinde ifade edecek olursak,

$$[N] = \begin{bmatrix} N_1 & 0 & N_2 & 0 & N_3 & 0 & N_4 & 0 \\ 0 & N_1 & 0 & N_2 & 0 & N_3 & 0 & N_4 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \\ q_4 \\ q_5 \\ q_6 \\ q_7 \\ q_8 \end{Bmatrix} \quad (5.15)$$

veya kısaltılmış şekilde,

$$\{u\} = [N] \{q\} \quad (5.16)$$

olarak ifade edilir. İzoparametrik formulasyonda koordinatlar da aynı şekil fonksiyonları ile gösterilebildiğinden, eleman içersindeki herhangi bir noktanın koordinatları,

$$x = N_1 x_1 + N_2 x_2 + N_3 x_3 + N_4 x_4 \quad (5.17)$$

$$y = N_1 y_1 + N_2 y_2 + N_3 y_3 + N_4 y_4 \quad (5.18)$$

şeklinde dir. Deplasman değerlerinin hesap edilebilmesi için p, r koordinatlarında verilen şekil fonksiyonlarının x,y koordinatlarında türevlerine ihtiyaç vardır. Bunun için herhangi bir $f = f[x(p,r), y(p,r)]$ fonksiyonunda,

$$\frac{\partial f}{\partial p} = \frac{\partial f}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial p} + \frac{\partial f}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial p} \quad \frac{\partial f}{\partial r} = \frac{\partial f}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial r} + \frac{\partial f}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial r} \quad (5.19)$$

ifade edilir. Buradan,

$$\begin{Bmatrix} \frac{\partial f}{\partial p} \\ \frac{\partial f}{\partial r} \end{Bmatrix} = [J] \begin{Bmatrix} \frac{\partial f}{\partial x} \\ \frac{\partial f}{\partial y} \end{Bmatrix} \quad (5.20)$$

yazılır. Jakobiyen matrisini ise,

$$J = \begin{vmatrix} \frac{\partial x}{\partial p} & \frac{\partial y}{\partial p} \\ \frac{\partial x}{\partial r} & \frac{\partial y}{\partial r} \end{vmatrix} \quad (5.21)$$

buradan Jakobiyen matrisinin açık ifadesini,

$$J = \begin{bmatrix} -\frac{1-r}{4}x_1 & +\frac{1-r}{4}x_2 & +\frac{1+r}{4}x_3 & -\frac{1+r}{4}x_4 & -\frac{1+r}{4}y_1 & +\frac{1-r}{4}y_2 & +\frac{1+r}{4}y_3 & -\frac{1-r}{4}y_4 \\ \frac{1-p}{4}x_1 & +\frac{1-p}{4}x_2 & +\frac{1+r}{4}x_3 & -\frac{1+r}{4}x_4 & -\frac{1-p}{4}y_1 & +\frac{1-p}{4}y_2 & +\frac{1+p}{4}y_3 & -\frac{1-p}{4}y_4 \end{bmatrix} \quad (5.22)$$

şeklinde yazılır. Yukarıdaki Jakobiyen matrisindeki ilk satırdaki şekil fonksiyonları r 'ye göre türevi alınmış, diğer satırdaki fonksiyonların ise p 'ye göre türevi alınmıştır. Bu ifadeden,

$$J = \begin{bmatrix} J_{11} & J_{12} \\ J_{21} & J_{22} \end{bmatrix} \quad (5.23)$$

olur. 5.21 eşitliğinden f fonksiyonu yerine şekil fonksiyonları yazarsak,

$$\begin{Bmatrix} \frac{\partial N}{\partial p} \\ \frac{\partial N}{\partial r} \end{Bmatrix} = J \begin{Bmatrix} \frac{\partial N}{\partial x} \\ \frac{\partial N}{\partial y} \end{Bmatrix} \quad (5.24)$$

olur. Şekil fonksiyonların x ve y 'ye göre türevlerin alındığında,

$$\begin{Bmatrix} \frac{\partial N}{\partial x} \\ \frac{\partial N}{\partial y} \end{Bmatrix} = J^{-1} \begin{Bmatrix} \frac{\partial N}{\partial p} \\ \frac{\partial N}{\partial r} \end{Bmatrix} \quad (5.25)$$

şeklinde ifade edilir.

5.4. Kütle Matrisi

Herhangi bir titreşimin sisteminin kinetik enerji ifadesini,

$$T_e = \frac{1}{2} \{\dot{u}\}_e^T [M]_e \{\dot{u}\}_e \quad (5.26)$$

olarak yazılabilir. Burada $[M]_e$, elemanın kütle matrisi olup,

$$[M]_e = \int_{A_e} \rho h [N]^T [N] dA \quad (5.27)$$

şeklinde tanımlanabilir. Burada $[N]$ şekil fonksiyonu olup eşitlik 5.15'de tanımlanmıştır. Eğer integral (x, y) koordinatlarından, (ξ, η) koordinatlarına dönüştürülürse eşitlik 5.27'yi çözmek daha kolay olacaktır. Genelde x-y düzleminde $\xi = \text{sabit}$ ve $\eta = \text{sabit}$ doğruları ortogonal olmayacaktır (Petyt 1990, Denктаş 1998). Sırasıyla, $\xi = \text{sabit}$ ve $\eta = \text{sabit}$ hatları boyunca yönelen vektörleri yazacak olursak,

$$d\vec{\xi} = \left(\frac{\partial x}{\partial \xi}, \frac{\partial y}{\partial \xi} \right) d\xi \quad (5.28)$$

$$d\vec{\eta} = \left(\frac{\partial x}{\partial \eta}, \frac{\partial y}{\partial \eta} \right) d\eta \quad (5.29)$$

şeklinde ifade edilir. (ξ, η) koordinatlarındaki alan elemanı, vektörlerin çarpım modülüyle,

$$dA = \left| d\vec{\xi} \wedge d\vec{\eta} \right| \quad (5.30)$$

$$dA = \left(\frac{\partial x}{\partial \xi} \frac{\partial y}{\partial \eta} - \frac{\partial x}{\partial \eta} \frac{\partial y}{\partial \xi} \right) d\xi d\eta \quad (5.31)$$

yazılabilir.

$$dA = \det[J] d\xi d\eta \quad (5.32)$$

olarak yazılabilir. Burada $[J]$ Jakobian matrisi olarak tanımlanmaktadır. Bu eşitlikten,

$$[J] = \begin{bmatrix} \frac{\partial N_1}{\partial \xi} & \frac{\partial N_2}{\partial \xi} & \frac{\partial N_3}{\partial \xi} & \frac{\partial N_4}{\partial \xi} \\ \frac{\partial N_1}{\partial \eta} & \frac{\partial N_2}{\partial \eta} & \frac{\partial N_3}{\partial \eta} & \frac{\partial N_4}{\partial \eta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 y_1 \\ x_2 y_2 \\ x_3 y_3 \\ x_4 y_4 \end{bmatrix} \quad (5.33)$$

olarak gösterilir. Bu ifade ile birlikte kütle matrisini yazacak olursak,

$$[m]_e = \int_{-1}^{+1} \int_{-1}^{+1} \rho h [N]^T [N] \det[J] d\xi d\eta \quad (5.34)$$

ile ifade edilir.

5.5. Sönüm Elemanı

Sönüm, titreşim yapan bütün sistemler içinde istenen bir özelliktir. Sistemin özelliğine bağlı olarak yapısal, viskoz sönüm gibi farklı sönümlenme durumları görülebilmektedir. Yapısal sönüm, malzeme içindeki iç sürtünme ve bağlantı yerlerinde oluşur (Petyt 1990). Yapısal sönüm frekansa bağlı bir sönüm katsayısı ile ifade edilebilir. Frekansa bağlı yapısal sönüm ifadesini,

$$c(\omega) = \frac{h}{\omega} \quad (5.35)$$

olarak ifade edebiliriz. Harmonik hareket için yapısal sönümlenme kuvvetini,

$$-\frac{h}{\omega} \dot{u} = ihu \quad (5.36)$$

olarak belirtebiliriz. Bu durumda, tek serbestlik dereceli sistem için hareket denklemi,

$$m\ddot{u} + ihu + ku = f \quad (5.37)$$

olur. Bu ifadeyi (u) parantezinde tekrar yazacak olursak,

$$m\ddot{u} + (k + ih)u = f \quad (5.38)$$

şeklinde ifade edilir. Burada ($k + ih$) kompleks rijitlik olarak adlandırılmakta ve

$$(k + ih) = k(1 + i\eta) \quad (5.39)$$

şeklinde belirtilmektedir. Buradaki ifadeler,

$$\eta = \frac{h}{k} \quad h = c\omega \quad \eta = \frac{c\omega}{k} \quad (5.40)$$

olarak gösterilir. Burada (η) loss (kayıp) faktörü olup,

$$\eta = \frac{1}{2\pi} \quad (5.41)$$

şeklinde de gösterilebilir. Tek serbestlik dereceli sistem için yazılan bu ifadeyi çok serbestlik dereceli sistem içinde ele alırsak (Denktaş 1998),

$$\eta = \frac{\hat{C}\omega}{\hat{K}} = \frac{\hat{C}\omega}{\Lambda} \quad (5.42)$$

Buradaki yapısal sönümlenme için,

$$\hat{C} = \frac{\eta\Lambda}{\omega} \quad (5.43)$$

olarak tanımlanır.

5.6. Eleman Rijitlik Matrisi

Eleman rijitlik matrisi elemana etki eden dış kuvvetlerin etkisi ile alan değişkenleri arasında ilişkiyi kurmaktadır. Eleman direngenliğini elde ederken problemin konusu, eleman tipi, alan değişkeni, interpolasyon fonksiyonları, eleman özelliklerini elde ederken kullanılan metod gibi birçok özelliğin dikkate

alınması gerekir (Topcu ve Taşgetiren 1998). İzoparametrik elemanlar için rijitlik matrisi, elastik enerji ifadesinden elde edilebilir. Elastik enerji ifadesi,

$$U = \int_v \frac{1}{2} \{\sigma\} \{\varepsilon\} dV \quad (5.44)$$

şeklindedir. Elastik enerji ifadesi kalınlık sabit olmak üzere tek bir eleman için yazılırsa,

$$U = \sum_e t_e \int_v \frac{1}{2} \{\sigma\} \{\varepsilon\} dA \quad (5.45)$$

olur. İzoparametrik elemanlarda şekil değiştirme–yer değiştirme ilişkisi,

$$\{\varepsilon\} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} \\ \frac{\partial v}{\partial y} \\ \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \end{Bmatrix} \quad (5.46)$$

şeklinde yazılabilir. 5.20 eşitliğinde $f = u$ olarak alınırsa,

$$\begin{Bmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} \\ \frac{\partial u}{\partial y} \end{Bmatrix} = \frac{1}{\det J} \begin{bmatrix} J_{22} & -J_{12} \\ -J_{21} & J_{11} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \frac{\partial u}{\partial s} \\ \frac{\partial u}{\partial s} \end{Bmatrix} \quad (5.47)$$

elde edilir. $f = v$ olarak alınırsa,

$$\begin{Bmatrix} \frac{\partial v}{\partial x} \\ \frac{\partial v}{\partial y} \end{Bmatrix} = \frac{1}{\det J} \begin{bmatrix} J_{22} & -J_{12} \\ -J_{21} & J_{11} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \frac{\partial v}{\partial s} \\ \frac{\partial v}{\partial s} \end{Bmatrix} \quad (5.48)$$

olur. Şekil değiştirme ifadelerinde 5.46, 5.47 ve 5.48 eşitliklerden,

$$\{\varepsilon\} = [A] \begin{Bmatrix} \frac{\partial u}{\partial r} \\ \frac{\partial u}{\partial s} \\ \frac{\partial v}{\partial r} \\ \frac{\partial v}{\partial s} \end{Bmatrix} \quad (5.49)$$

olarak tanımlanır. Burada $[A]$

$$[A] = \frac{1}{\det J} \begin{bmatrix} J_{22} & -J_{12} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -J_{21} & J_{11} \\ -J_{21} & j_{11} & j_{22} & -j_{12} \end{bmatrix} \quad (5.50)$$

dır. Elemanın yer değiştirme ilişkisinin şekil fonksiyonu cinsinden yazılmış olan 5.12 ve 5.13 eşitliklerin yardımıyla,

$$\begin{Bmatrix} \frac{\partial u}{\partial r} \\ \frac{\partial u}{\partial s} \\ \frac{\partial v}{\partial r} \\ \frac{\partial v}{\partial s} \end{Bmatrix} = [G] \{q\} \quad (5.51)$$

yazılır. Yukarıdaki denklemde $[G]$ sekiz düğümlü izoparametrik elemanlar için şekil değiştirme interpolasyon matrisidir. Açık ifade ile yazıldığında,

$$[G] = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} -(1-r) & 0 & (1-r) & 0 \\ -(1-p) & 0 & -(1+p) & 0 \\ 0 & -(1-r) & 0 & (1-r) \\ 0 & -(1-p) & 0 & -(1+p) \end{bmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} (1+r) & 0 & -(1+r) & 0 \\ (1+p) & 0 & (1-p) & 0 \\ 0 & (1+r) & 0 & -(1+r) \\ 0 & (1+p) & 0 & (1+p) \end{vmatrix} \quad (5.52)$$

olur. Şekil değiştirme yer değiştirme ilişkisi $\{\varepsilon\} = [B]\{q\}$ olarak belirtilebilir. Buradaki $[B]$ matrisi ise yukarıda verilmiş olan A matrisi ile G matrisinin çarpımına eşittir.

$$[B] = [A][G] \quad (5.53)$$

Gerilme ile şekil değiştirme arasında ilişki Hooke yasası ($\{\sigma\} = [Q]\{\varepsilon\}$) ile belirlenir. Bu durum da,

$$\{\varepsilon\} = [Q][B]\{q\} \quad (5.54)$$

olur. Yukarıdaki eşitlik yardımı ile şekil değiştirme enerji ifadesini,

$$U = \sum_e \frac{1}{2} \{q\}^T \left[t \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 [B]^T [Q][B] \det J dp . dr \right] \{q\} \quad (5.55)$$

olarak yazabiliriz. Buradan,

$$U = \sum_e \frac{1}{2} \{q\}^T [k]_e \{q\} \quad (5.56)$$

olmaktadır. Yukarıdaki eşitlikte yer alan $[k]_e$ eleman rijitlik matrisi ise,

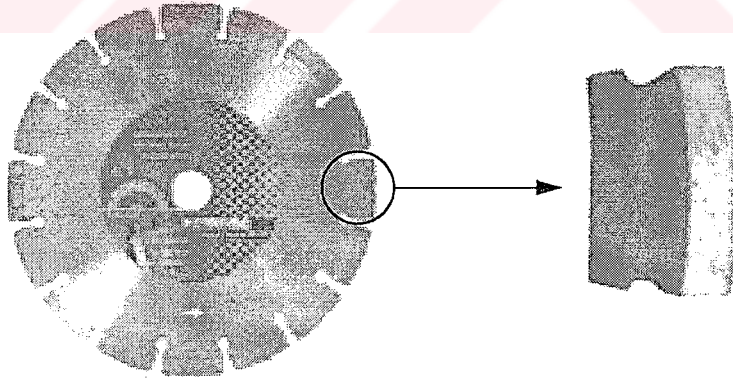
$$[k]_e = t \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 [B]^T [Q][B] \det J dp . dr \quad (5.57)$$

olur. Eleman rijitlik matrisi izoparametrik elemanlar için (8x8) boyutlarında bir matristir.

6. MERMER KESME DİSKLERİ VE KESİCİ SOKETLER

6.1. Mermer Kesme Diskleri

Mermer endüstrisinde kullanılan dairesel testereleler eski çağlardan günümüze kadar sürekli değişen bir süreç izlemiştir. Mermer kesme işleminde önceleri lamalar kullanılmaktaydı. Katrak adı verilen bir makineye bağlanan bu lamalar ileri-geri hareket ettirilmesi esnasında ortama katılan metal granüller sayesinde kesme işlemi gerçekleşmekteydi. Yapılan çalışmalar sonucunda ilk olarak XIX. yüzyılın ortalarında Fransa da ilk kesici disk imal edilerek mermer endüstrisi yeni bir boyut kazanmıştır. Günümüzde kesme işleminde en çok kullanılan kesme elemanlarıdır. Bu diskler 200-3500 mm arasında değişen çaplarda, 1000-5000 d/dk. hızlarda kesme yapan değişik boyutlarda imal edilmektedir. Mermer kesme diskleri şekil 6.1’de görüldüğü gibi gövde ve soketler olmak üzere iki farklı kısımdan meydana gelmektedir. Çevresindeki dişlerin (segment) üzerine belli sayılarda bağlanan soketler kompozit olarak imal edilmekte ve esas kesme işlemini sağlamaktadır. Gövde ise, soketlerin kesmesi için hareket kabiliyeti veren ve özel alaşımlı çeliklerden imal edilen kesici elemanlardır.



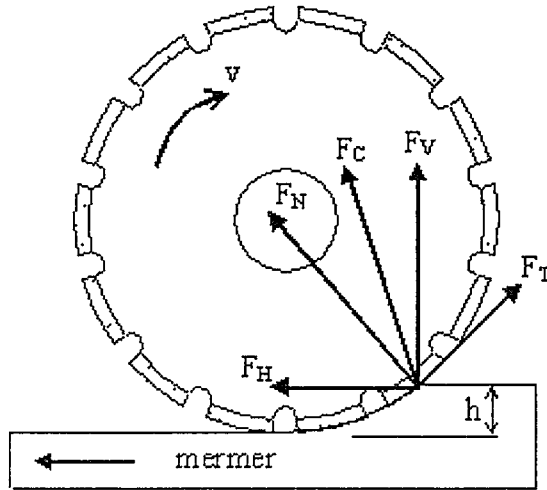
Şekil 6.1 Mermer Kesme Diski ve Segment Yapısı

Mermer kesme diskleri çapa bağlı olarak değişik kalınlıklara sahip olabilirler. Bu farklılığın yanında özellikle sürtünmenin olmaması için segment kalınlığı disk kalınlığından fazla tutulmalıdır. Mermer kesme diskleri ST adı verilen mermer

kesme makinelerine bağlanmaktadır. Testerenin çapına bağlı olarak farklı motorlardan güç alan kayış-kasnak mekanizması hareketi testerenin bağlı olduğu mile aktararak kesme işlemini sağlamaktadır. Testereyi düzgün bir şekilde bağlamak kesilen mermer parçası ve testere için çok önemlidir. Aynı zamanda testere çapına bağlı olarak çeşitli flanşlar kullanılmaktadır. Bu flanşlar testerede meydana gelebilecek olan salınımları azaltmaktadır. Flanş çapının artması salınımı düşürdüğü gibi, diskin talaş derinliğini de azaltmaktadır. Bu sebeple optimum flanş çapı seçilmelidir.

Mermer kesme işleminde kayacın özelliği diskin performansı açısından belirleyici bir faktördür. Doğal olarak çıkartılan mermerin sertlik özellikleri farklılık gösterdiği için diski farklı şekillerde zorlayabilmektedir. Kesilen mermerin özelliği yanında kesme hızı, talaş derinliği, ilerleme ve suyun etkisi önemli kesme parametreleridir.

Testere ile kesme işlemi yaparken aşınma, sürtünme, basınç gibi değişik zorlanmalara maruz kalabilir. Bu zorlanmalar disk de belirli bir hasara veya soket kırılmasına yol açar. Testere ve sokette meydana gelen bu hasar ile diske gelen tepki kuvvetleri arasında lineer bir ilişki bulunmaktadır. Şekil 6.2’de bir mermer kesme diskinin üzerine gelen kuvvetler gösterilmiştir.



Şekil 6.2 Mermer Kesme Diskinin Kinematik Davranışları

Mermer kesme işleminde deneysel olarak hesaplanan kuvvetlerde kesme hızı, ilerleme ve talaş derinliği parametreleri dikkate alınmaktadır (Ersoy ve Atıcı 2003). Yapılan bu çalışmalar çerçevesinde kuvvetleri analitik olarak inceleyebiliriz. Kesme işlemi yapan bir testerede düşey (F_V) ve yatay (F_H) kuvvetlerinin etkisi altında normal kuvveti yazacak olursak,

$$F_N = F_V \cos \alpha + F_H \sin \alpha \quad (6.1)$$

ile ifade edilir. Aynı zamanda bu kuvvetler ile birlik de teğetsel kuvvet,

$$F_T = F_V \sin \alpha + F_H \cos \alpha \quad (6.2)$$

ile hesaplanır. 6.1 ve 6.2 eşitliklerden disk üzerindeki kesme kuvveti,

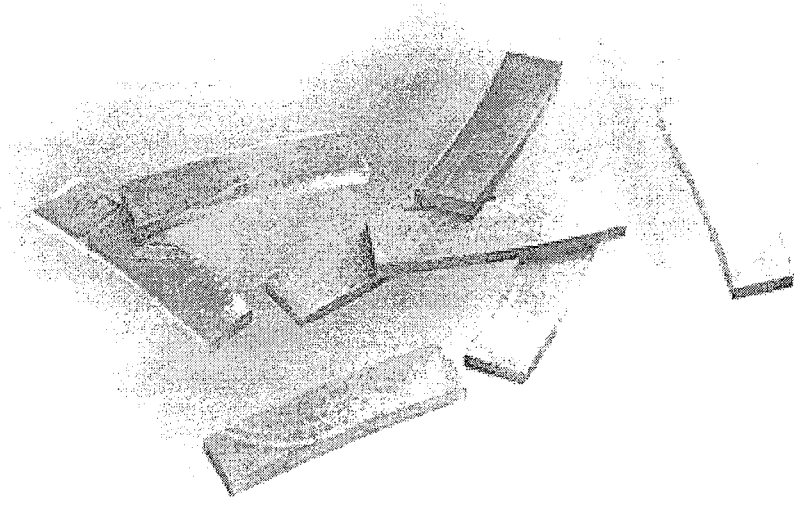
$$F_C = \sqrt{F_N^2 + F_T^2} \quad (6.3)$$

olarak belirtilir. Genel olarak bütün kesme proseslerinde bu formulasyon göz önüne alınıp model için enerji, talaş kaldırma oranları ve kesme hacmi gibi değişik parametreler bulunmaktadır.

6.2. Kesici Soketler

Kesici testerenin çevresine belli sayılarda bağlanan ve mermeri kesmeyi sağlayan kesici uçlardır. Bu kesici uçlar soket veya segment olarak adlandırılır. Kesici soketler testerenin çapına bağlı olarak dış bölgelerine kaynaklı birleştirme olarak bağlanırlar.

Elmas soketler Kobalt (Co), Gümüş (Ag), Krom (Cr), Bakır (Cu), Titanyum (Ti), Kalay (Sn), Nikel (Ni), gibi elementlerin belirli oranlarda karıştırılarak toz metalürjisi yöntemi ile elde edilmektedir. Sokette esas kesme işini içine belli oranlarda katılmış elmas tanecikleri yapmaktadır. Şekil 6.3'de bu özelliklere sahip kesici soketler gösterilmiştir.



Şekil 6.3 Testere Dişlerine Bağlanan Kesici Soketler

Elementler karıştırıldıktan sonra oda sıcaklığında preslenmektedir. Belirli oranlarda preslenen matriks, özel elektrik fırınlarında sinterlenmektedir. Sinterleme için ilk önce 800 °C 'ye kadar bir ön ısıtmaya tabi tutulur. Bu ön sinterleme ucun dayanımını belirli oranlarda artırmaktadır. Son sinterleme için 1420°C de 30 dakika vakum altında sinterleme yapılır. Sinterleme esnasında oksitlenmeyi önleyici azot gazı ilave edilmektedir. Sinterleme işlerinde ısının yükselmesi ile metal tozlar ergiyerek alaşım oluşturmaktadır. Sinterleme işleminden sonra matriksde herhangi bir deformasyon meydana gelmemesi için fırının ısısı düşürülerek soğutma yapılmaktadır (Sarıtış 1995).

Soket içerisine belirli oranlarda karıştırılmış olan elmas taneciklerinin yoğunluğu kesme verimliliğini etkilediği için içerisine katılan elementlerin soket aşınması üzerine etkisi büyüktür. Soket matriksinin içerisine katılmış olan Titanyum (Ti), elmas tanelerinin matriks içinde sağlam bir şekilde tutunmasını sağlar. Krom (Cr) soket yüzeyinin aşınma direncini artırarak matriks içinde elmas taneciklerinin erken kopmasının engeller. Kobalt (Co) sokete sertlik vermektedir ve kobalt oranı soketin aşınmasını etkileyen en önemli faktörlerden biridir. Kobalt oranını artırmak aşınmayı düşürmesine karşılık soketin kırılabilirliğini artırmaktadır. Nikel (Ni) ise, sokette meydana gelecek olan oksitlenmeyi engellemektedir.

Yeni üretilen bir soket yüzeyi açılmadan mermer kesme işlemi yapılamaz. Soketin bilenmesi için, yüksek sertlikteki beton plakaların kesilmesi gerekmektedir. Bu süreçten sonra bileme işlemi gerçekleşir. Elmas soket ile kesme esnasında oluşan ısı sisteme verilen belirli bir basınçlı su ile ortadan kaldırmaktadır. Sisteme verilen su ısıyı azalttığı gibi kesme esnasında oluşan tozları kesme bölgesinden uzaklaştırarak daha rahat bir kesme işlemi yapmaktadır.

Elmas soketler testere gövdesine iki farklı kaynak çeşidi ile birleştirilmektedir. Bu kaynak çeşitleri, lehim (oksi-gaz) ve lazer kaynaklarıdır. Günümüzde soketleri testere dişlerine birleştirmek için kullanılan en yaygın kaynak çeşidi lehimdir (oksi-gaz). Maliyetin düşük olması her çaptaki testereye bağlanabiliyor olması, yaygın olarak kullanılmasının en önemli sebeplerinden bir kaçıdır. Bunun yanında düşük dayanıma sahip olması bu kaynağın bir dezavantajıdır.

Lazer kaynağı ise, lehim (oksi-gaz) dan daha büyük dayanıma sahip olmasına rağmen özellikle maliyetinin çok yüksek olması bu kaynak türünün diğer kaynak türüne oranla daha az kullanılmasına sebep olmaktadır.

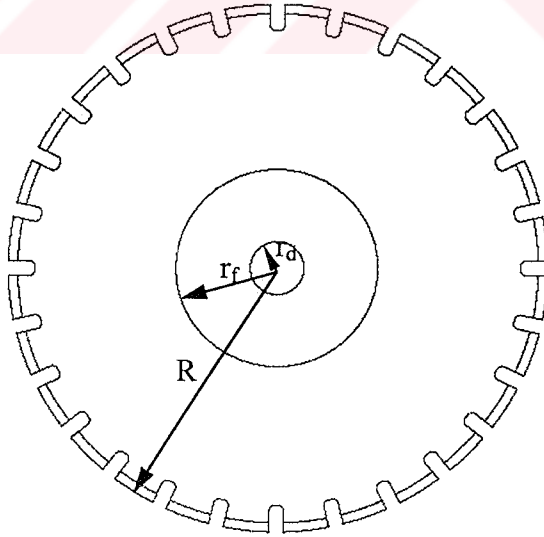
7. YÖNTEM VE ANALİZ SONUÇLARI

7.1. Sonlu Elemanlar Modelinin Oluşturulması

Dinamik ve statik analizler için mermer kesme diski sonlu elemanlar modeline dönüştürülmüştür. Diski sonlu elemanlar modeline dönüştürmeden önce disk şekil 7.1'deki boyutlarda ve çizelge 7.1'deki ölçülerde AutoCAD çizim programı vasıtasıyla çizilmiştir. AutoCAD'de çizilen model .igs uzantılı dosyaya çevrilerek ANSYS paket programına aktarılmıştır. Şekil 7.1'deki mermer kesme diskinde r_f flanş çapı olup analizlerde değişken olarak alınmıştır. Ayrıca talaş derinliği ve dönme hızlarında ve dönme hızlarında değişken olarak alınmış ve analizler yapılmıştır.

Çizelge 7.1 Diskin Geometrik Ölçüleri

Delik yarıçapı	r_d	20
Disk yarıçapı	R	200
Kalınlık	t	Disk için 2.5
		Soket için 4

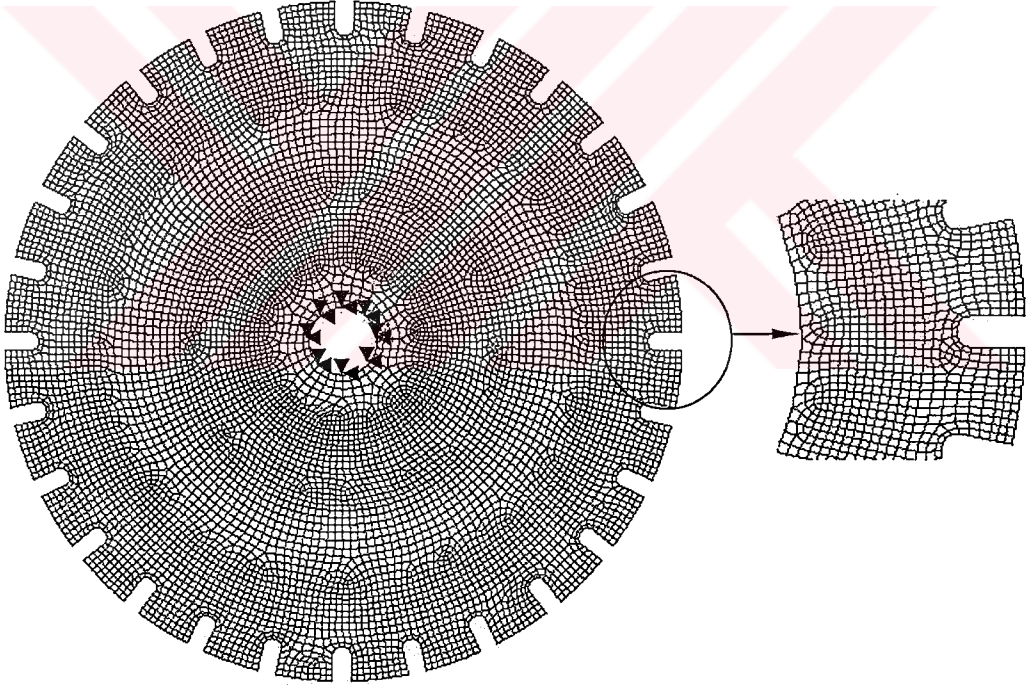


Şekil 7.1 Analizde Kullanılan Diskin Geometrik Özellikleri

ANSYS'e aktarılan çizimin sonlu elemanlar modeline dönüştürülmesi için, diskin gövdesi ve soketler olmak üzere iki farklı alan tanımlanmıştır. Tanımlanan bu alanlarda 43146 düğümlü ve 14004 elemanlı bir sonlu elemanlar modeli oluşturulmuştur.

Oluşturulan sonlu elemanlar modeli iki boyutlu olarak ele alınmış ve shell eleman tipi kullanılmıştır. Ayrıca disk ve soketlerin kalınlıkları ihmal edilmeyerek çizelge 7.1'deki kalınlık değerleri verilmiştir. Sonlu elemanlar modelinde özellikle çözümün hassas olmasını istediğimiz göbek çapı ve dış dibi bölgeleri daha yoğun elemanlara bölünmüştür.

Shell eleman tipi kullanılarak oluşturulan sonlu elemanlar modeli şekil 7.2'de gösterilmiştir.



Şekil 7.2 Shell Eleman Tipi ile Oluşturulan Sonlu Elemanlar Modeli

Çözümün gerçekleştirilmesi için ele alınan sınır şartları delik çevresi boyunca x, y ve z ekseninde tutulurken, delik çevresinden flanş çapına kadar olan bölge z ekseninde tutulu olarak tanımlanmıştır. Çalışmada tek tip disk kullanılmış olup farklı flanş çapları ele alınmıştır. Ayrıca flanş çapı z eksenindeki sınır şartlarını

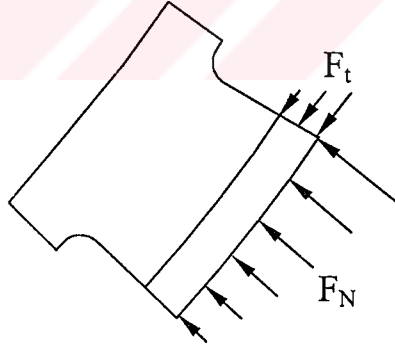
göstermektedir. Disk için ele alınan sınır şartları şekil 7.2’de gösterilmiştir. Diskin ilerleme hızı olarak 0.4 m/dk olarak ele alınmıştır.

Soketler ve gövde için farklı malzeme özellikleri tanımlanmıştır. Bu özellikler çizelge 7.2’de gösterilmiştir

Çizelge 7.2 Disk ve Soketler İçin Malzeme Özellikleri

Malzeme Özellikleri	Disk Gövdesi	Soketler
Elastisite Modülü (E)	210.000 MPa	120.000 MPa
Yoğunluk (ρ)	7600 kg/m ³	8500 kg/m ³
Poisson oranı (ν)	0.29	0.25

Disk üzerine kesme kuvvetlerinin, teğetsel ve normal etki ettiğini düşünürsek soket (segment) üzerindeki kuvvet dağılımını şekil 7.3’de görebiliriz. Kesme esnasında diskin mermer bloğuna ilk temas noktası çok önemli olduğundan kuvvet dağılımında bu nokta göz önüne alınmıştır. Bu noktada özellikle teğetsel ve normal kuvvet değerleri maksimum çıkmakta ve kuvvet dağılımı lineer bir şekilde azalma eğilimi göstermektedir.



Şekil 7.3 Bir Diş Bölgesine Gelen Kuvvet Dağılımı

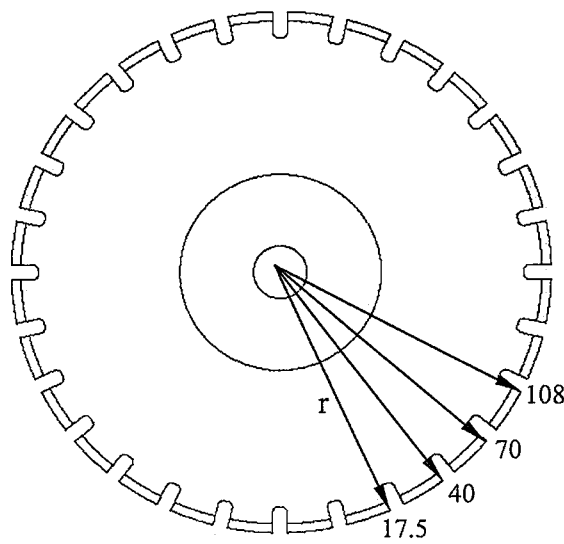
Yapacağımız statik ve zorlanmış titreşim analizinde uygulayacağımız kuvvetler deneysel bir çalışma sonucundan alınmış olup, bu kuvvetler çizelge 7.3’de gösterilmiştir. Bu kuvvetlerin belirlenmesinde mermerin çeşitliliği çok önemli olduğundan, sadece tek çeşit mermerden alınan kuvvet değeri uygulanmıştır.

Çizelge 7.3 Talaş Derinliğine Bağlı Olarak Normal ve Teğetsel kuvvetler (Ersoy ve Atıcı 2004)

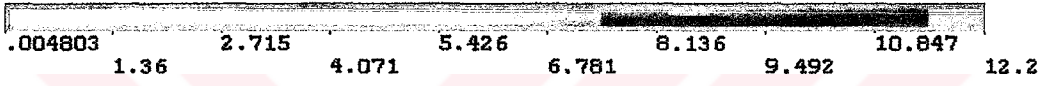
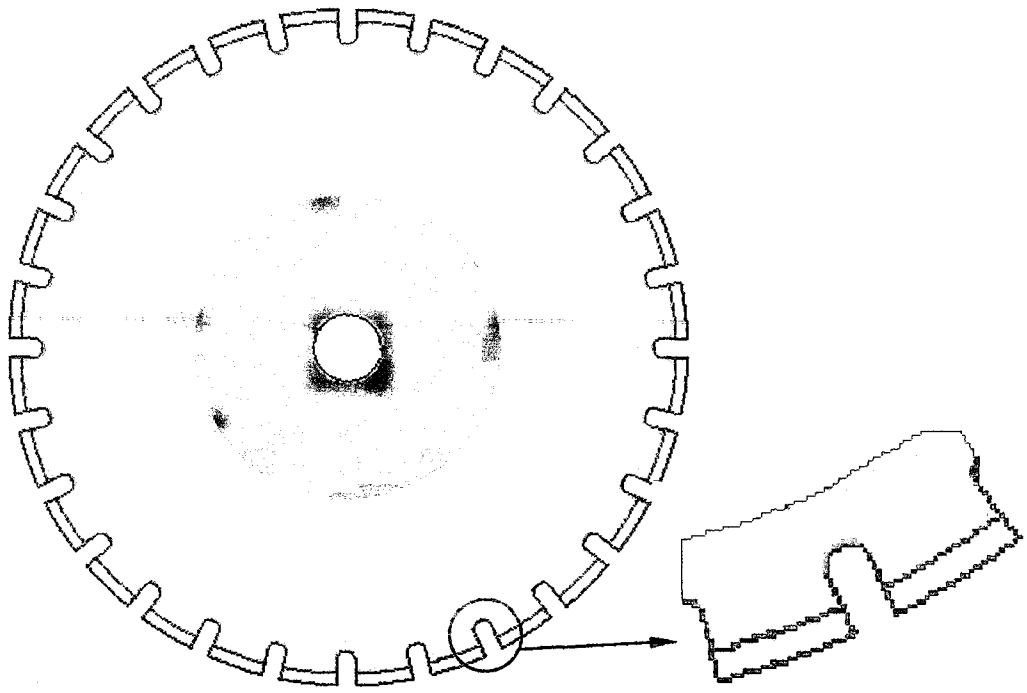
Talaş Derinliği (mm)	F_N (N)	F_t (N)
17.5	230	2
40	320	2,7
70	480	4
108	670	5,6

7.2. Gerilme Analizi Sonuçları

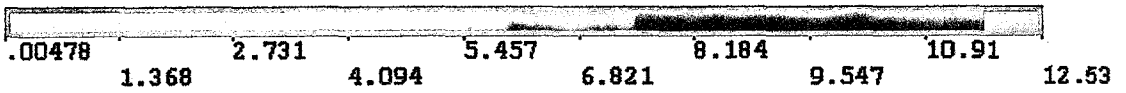
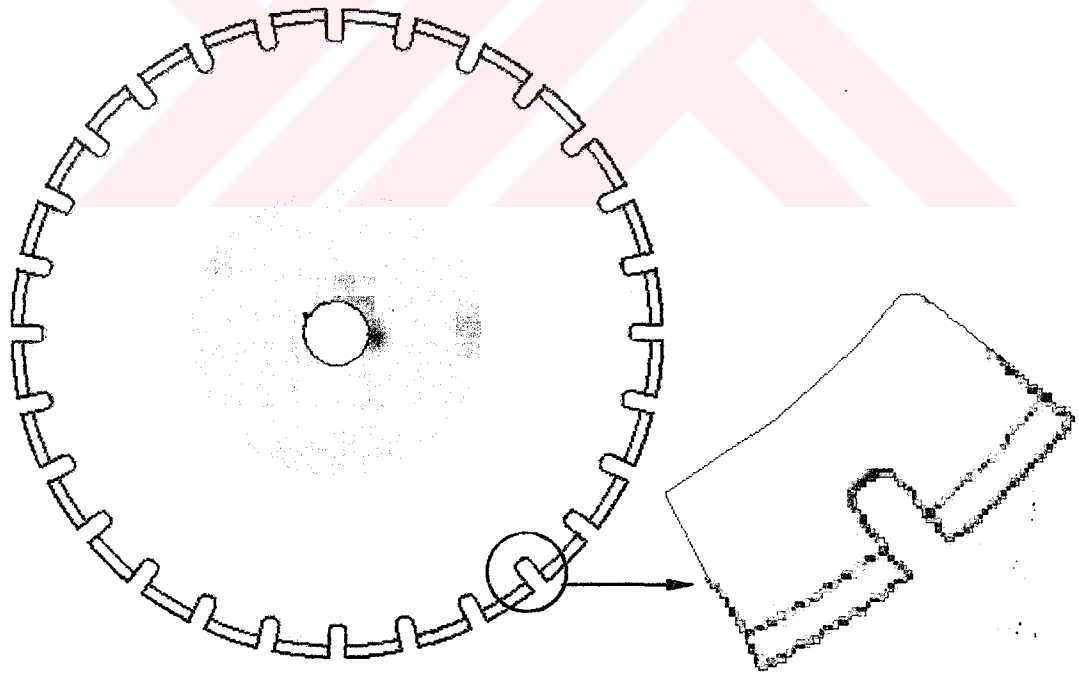
Mermer kesme disklerinde kesme esnasında oluşan gerilmeler Eşdeğer (Von-mises) gerilme kriterine göre değerlendirilmiştir. 17.5, 40, 70 ve 108 mm talaş derinliklerinde çeşitli gerilme analizleri yapılmış ve talaş derinliğinin artması ile daha büyük kuvvet değerleri göz önüne alınmıştır. Analizlerde çizelge 7.3'deki kuvvet değerleri kullanılmıştır. Aynı zamanda dönen izotropik disklerde genel olarak dönme etkisiyle oluşan gerilmeler göz önüne alınıp, farklı motorlardan hareket alan mermer diskler için 1000, 1500, 2000 ve 2500 dev/dk dönme hızları ile analizler yapılmıştır. Şekil 7.4'de farklı talaş derinliklerindeki kritik gerilme bölgeleri gösterilmiştir. Burada r , her bir talaş derinliğindeki göbek ile dış çap arasındaki uzaklığı göstermektedir. Şekil 7.5, 7.6, 7.7 ve 7.8 farklı talaş derinliklerindeki eşdeğer gerilme dağılımları gösterilmiştir.



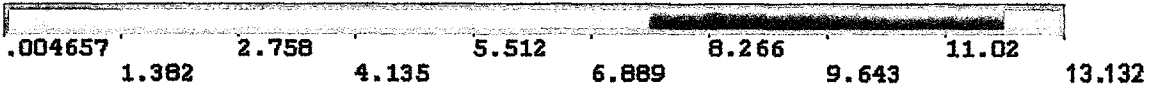
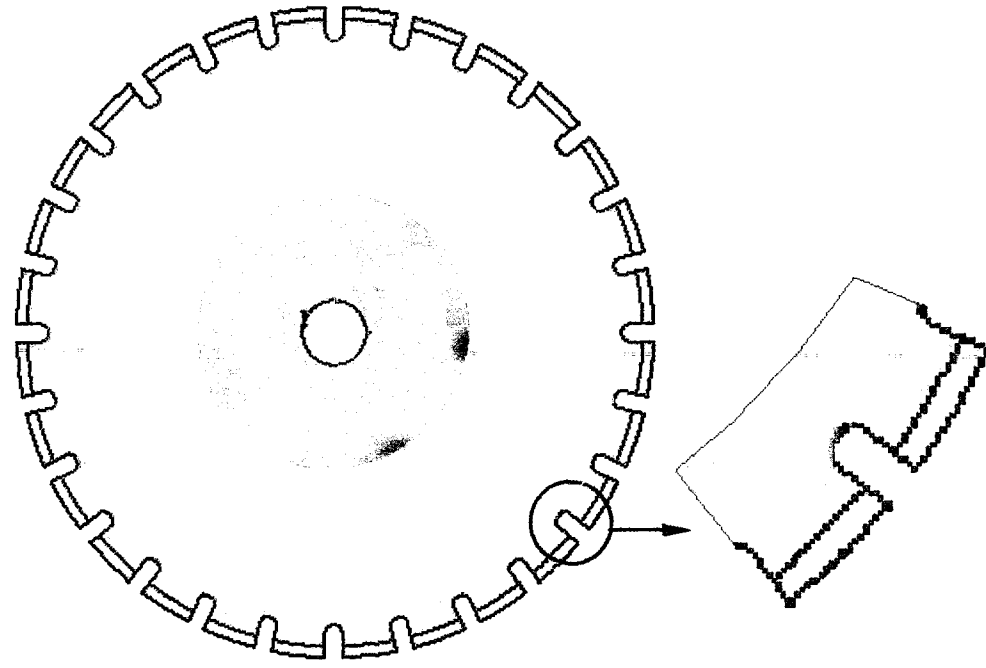
Şekil 7.4 Farklı Talaş Derinliklerindeki Kritik Gerilme Bölgeleri



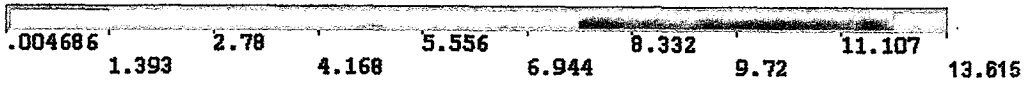
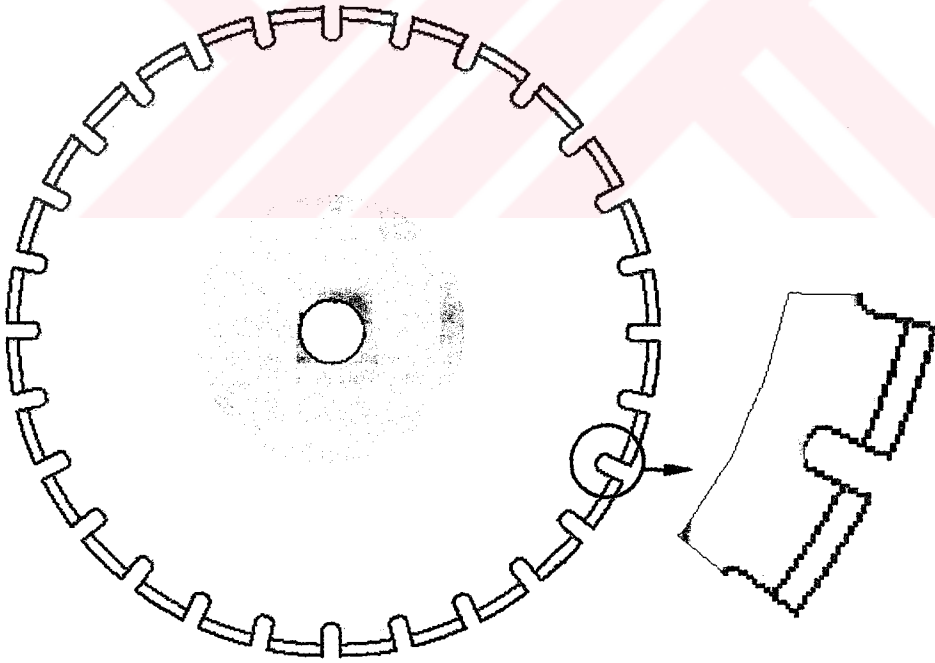
Şekil 7.5 Disk Üzerindeki Gerilme Dağılımı (17.5 mm)



Şekil 7.6 Disk Üzerindeki Gerilme Dağılımı (40 mm)

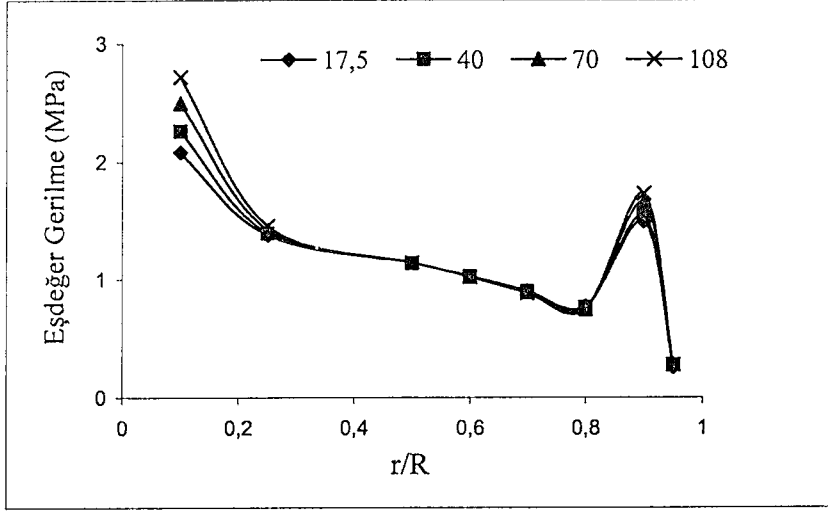


Şekil 7.7 Disk Üzerindeki Gerilme Dağılımı (70 mm)

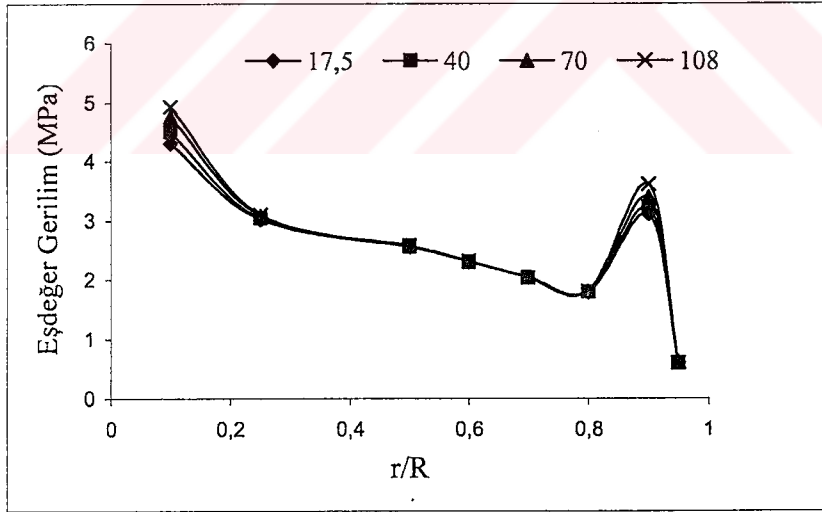


Şekil 7.8 Disk Üzerindeki Gerilme Dağılımı (108 mm)

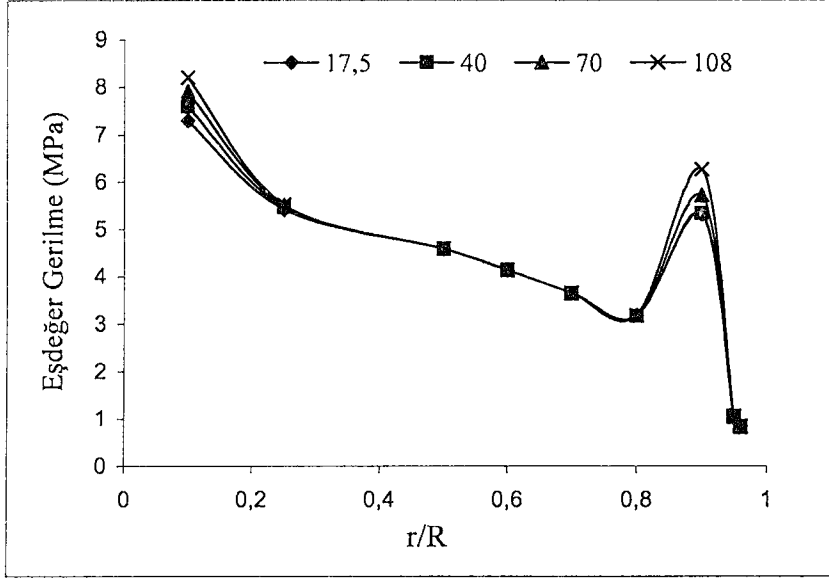
Farklı kesme hızlarında yapılan analiz sonuçlarında, bir mermer kesme diskinde meydana gelen eşdeğer gerilme değerleri şekil 7.9, 7.10, 7.11 ve 7.12’de verilmiştir.



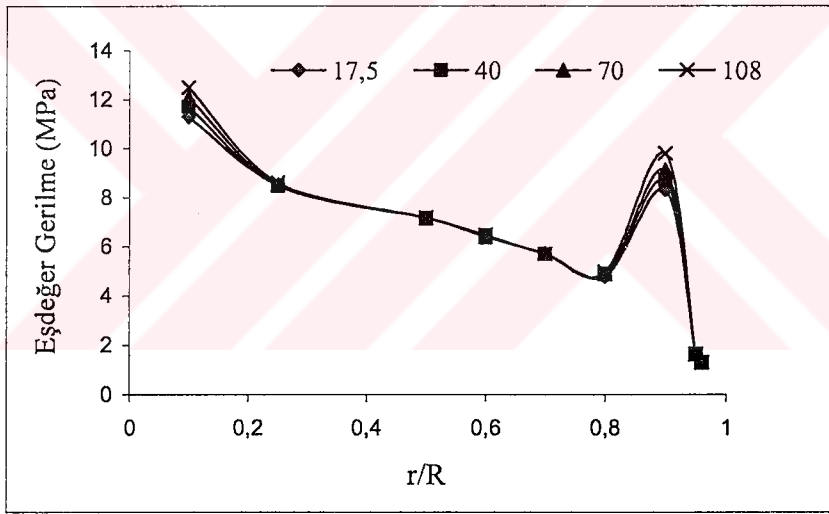
Şekil 7.9 Kritik Bölgedeki Eşdeğer Gerilme Dağılımı (v=1000d/dk)



Şekil 7.10 Kritik Bölgedeki Eşdeğer Gerilme Dağılımı (v=1500dev/dk)



Şekil 7.11 Kritik Bölgedeki Eşdeğer Gerilme Dağılımı (v=2000d/dk)

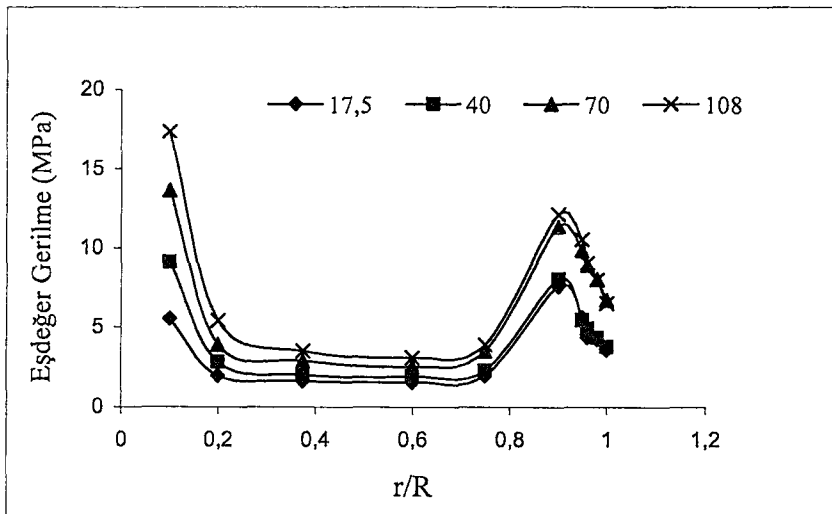


Şekil 7.12 Kritik Bölgedeki Eşdeğer Gerilme Dağılımı (v=2500d/dk)

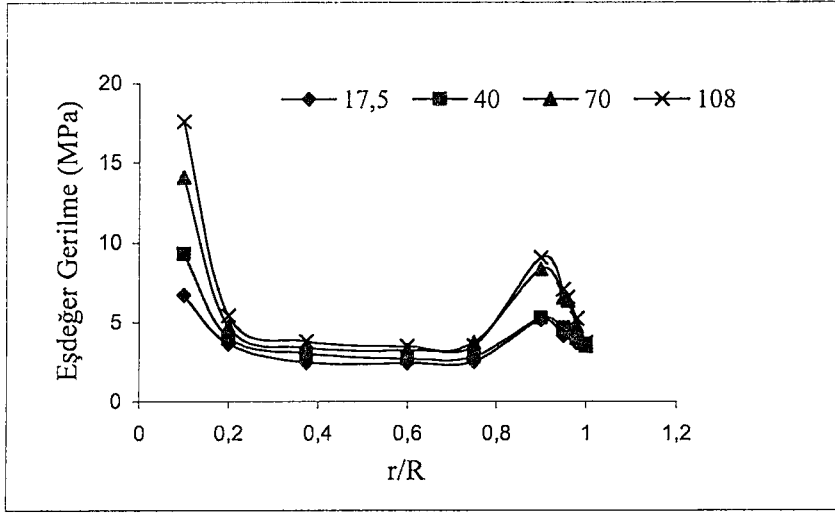
Mermer kesme diskinde yapılan statik analiz sonucunda ele alınan değerler kritik bölgelerdeki gerilme değerleridir. Diskte gerilme dağılımı göbekte maksimum çıkmakta ve dış çapa doğru azalma eğilimi göstermektedir. Diş dibi bölgesini ele aldığımızda gerilme değerlerinin yükseldiği görülmektedir. Talaş derinliğinin büyümesiyle birlikte daha büyük kuvvet değerleri uygulanmıştır. Bu kuvvetler neticesinde çıkan gerilme sonuçlarında özellikle büyük talaş derinliğinde yüksek çıkması gerekmektedir. Çıkan sonuçlarda özellikle diskin belirli bir yüzeyinde

farklı talaş derinliği olmasına rağmen gerilme değerleri birbiri ile çok yakın çıkmıştır. Bu sonuçtan talaş derinliğinin sadece dış dibi bölgesi ve göbek çapını etkilediği görülmektedir. Aynı zamanda diske uygulanan kuvvetlerin disk bölgesindeki disk göbek ve dış dibi bölgelerini kritik bölgeler olarak tanımlayabiliriz. Aynı zamanda talaş derinliğinin ve dönme hızının artmasıyla eşdeğer gerilme değerlerinin büyük bir artış gösterdiği görülmüştür.

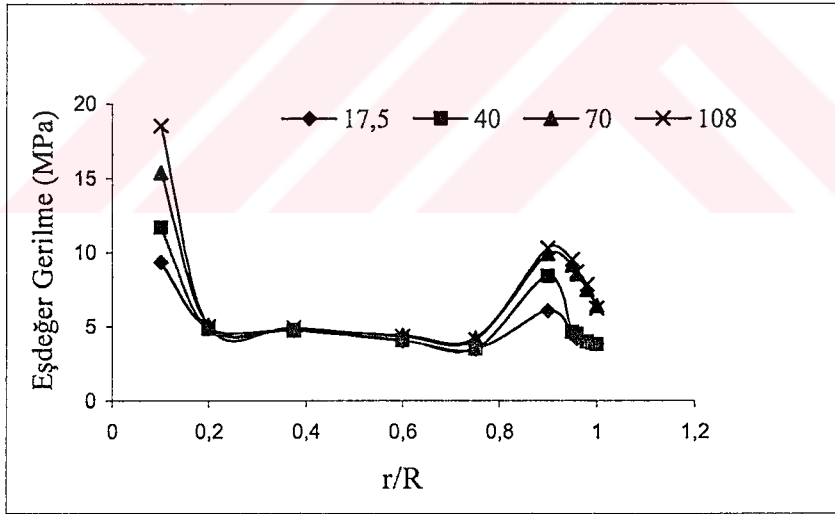
Mermer kesme işleminde kesme parametreleri ne kadar önemliyse, mermerin cinsi ve mikro yapısı da çok önemlidir. Ayrıca kesme işini yapan operatörün bilgi ve becerisi testerenin verimliliğini etkilemektedir. Mermer blokları doğadan saf olarak çıkarıldığı için homojen bir yapıya sahip olmayıp, değişik sertlikleri içermektedir. Kesici disk kesme esnasında bu sertlik bölgelerine geldiği zaman büyük kuvvet değişimi gözlenmekte ve bu kuvvet değişimleri diski zorlamaktadır. Ayrıca diskin mermere ilk temas anı çok önemlidir. Operatör, diski mermere çok yüksek ilerleme hızında temas ettirirse disk yüzeyinde büyük kuvvetlerin doğmasına sebep olur. Diske etki eden bu büyük kuvvetler göz önüne alınarak farklı analizler yapılmıştır. Bu kuvvetlerin ölçülmesi mümkün olmadığından daha önce kabul edilen kuvvetlerin beş katı büyüklüğündeki değerler ele alınmıştır. Bu kuvvetler etkisinde meydana gelen eşdeğer gerilmeler şekil 7.13, 7.14, 7.15 ve 7.16'de gösterilmiştir.



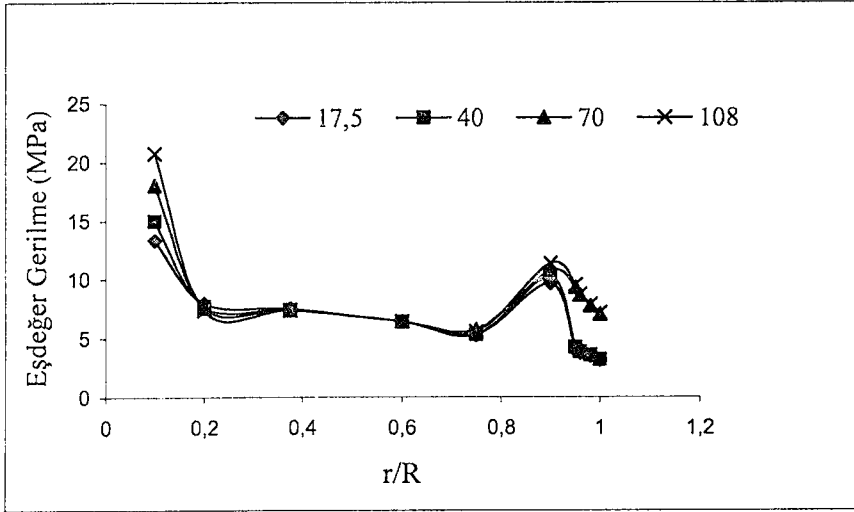
Şekil 7.13 Kritik Bölgedeki Eşdeğer Gerilme Dağılımı (ani yüklü, $v=1000d/dk$)



Şekil 7.14 Kritik Bölgedeki Eşdeğer Gerilme Dağılımı (ani yüklü, $v=1500$ d/dk)



Şekil 7.15 Kritik Bölgedeki Eşdeğer Gerilme Dağılımı (ani yüklü, $v=2000$ d/dk)



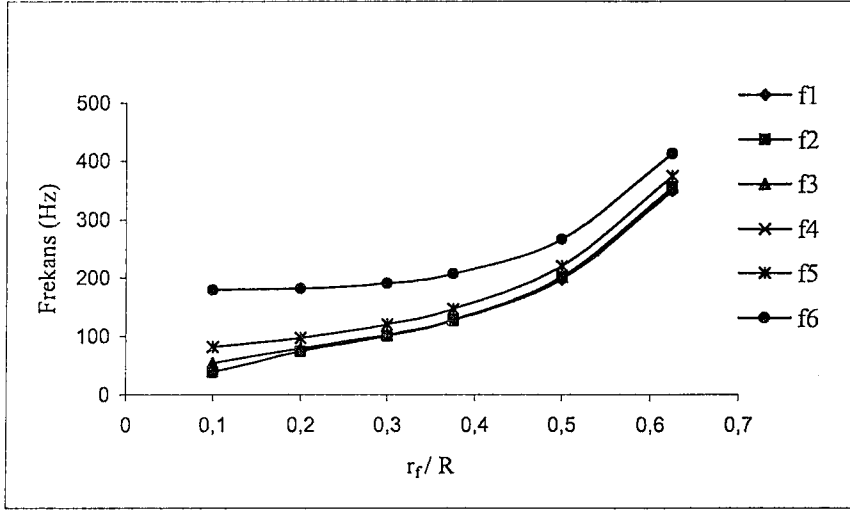
Şekil 7.16 Kritik Bölgedeki Eşdeğer Gerilme Dağılımı (ani yüklü, $v=2500\text{d/dk}$)

Uygulanan şok kuvvetler neticesinde diskte önemli gerilmelerin meydana geldiği görülmektedir. Düşük hızlar ve talaş derinliğinin etkisinde diskin bütün bölgelerinde gerilme değerleri artarken, hızın artması ile özellikle göbek çapı ve diş dibi bölgelerinde arttığını fakat farklı talaş derinliklerde gerilme değerlerinin sabit kaldığı görülmektedir. Diskin göbek bölgesinde flanşın kullanılması ve basma gerilmelerin meydana gelmesi bu bölgedeki hasarları engellemektedir. Burada önemli olan diş dibi bölgesindeki gerilme dağılımlarıdır. Bu gerilmeler çekme gerilmesi olup diskte çeşitli hasarlara sebep olabilmektedir.

7.3. Modal Analiz Sonuçları

Mermer kesme diskinin serbest titreşimi esnasındaki gösterdiği dinamik davranışlar modal analiz yöntemiyle bulunmuştur. Yapılan modal analizde shell eleman olarak tanımlı diskte block lanczos yöntemi kullanılmıştır. ANSYS'de sonlu elemanlar metodu ile yapılan analizlerde doğal frekans değerleri ve titreşim modları farklı flanş çapları esas alınarak bulunmuştur. Modal analiz serbest titreşim özelliği gösteren sistemlere uygulandığı için kuvvet uygulanmaz sadece bazı durumlarda gerilme etkisi dikkate alınır.

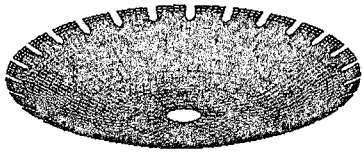
Analiz sonucunda elde edilen doğal frekans değerleri flanş çapının disk çapı oranına bağlı olarak değişimi şekil 7.17'de gösterilmiştir.



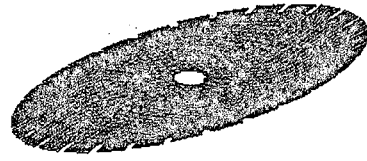
Şekil 7.17 Flanş Çapına Bağlı Doğal Frekans Değerleri

Flanş çapının disk çapı oranına bağlı olarak bulunan doğal frekans değerlerinde flanş çapının artmasıyla doğal frekans değerlerinin arttığı görülmektedir. 2. ve 3. frekans değerleri ile, 4. ve 5. Frekans değerleri eşit çıkmıştır fakat titreşim yönleri farklıdır. Birisi teğetsel yönde salınım yaparken diğer frekansta ise radyal yönde salınım yapmaktadır. Doğal frekans değerlerinin yüksek olması diski rezonans durumundan uzak tutmaktadır. Flanş çapının küçülmesi ile disk düşük devirlerde rezonansa gelebilmektedir. Flanş çapının büyümesi ise talaş derinliğini düşürmektedir. Mermer kesme işleminde talaş derinliğinin azalması istenmeyen bir durumdur. Bu durumda diskin optimum flanş çapı seçilerek bağlanması gerekir. Titreşim hareketi yapan sistemlerde genellikle rezonans durumundan kaçmak için sistemde büyük kütle değişimi yapılmaktadır. Bu amaçla özellikle büyük çaplı mermer kesme diskleri rezonans durumundan kaçmak için disk üzerine özel delikler açılmaktadır. Bu delikler diskte önemli kütle değişimi sağlamadığı için çok büyük frekans değişiklikleri olmamaktadır.

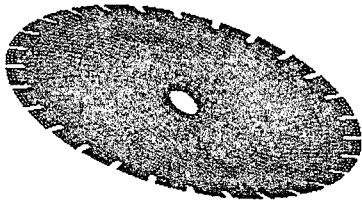
Doğal frekans değerlerine karşın diskin titreşim modları şekil 7.18'de gösterilmiştir.



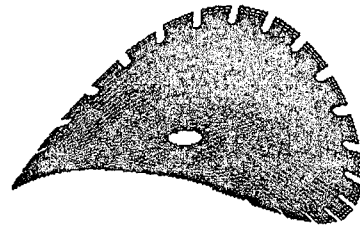
a) 1,0



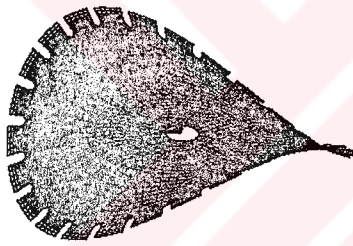
b) 1,1



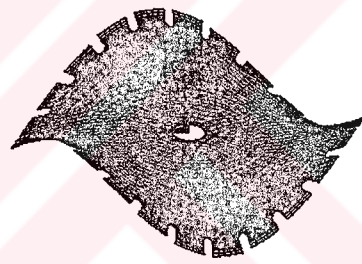
c) 1,1



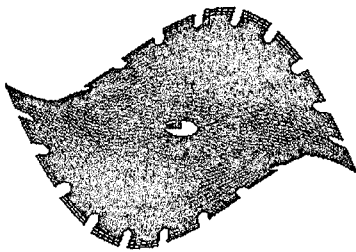
d) 0,2



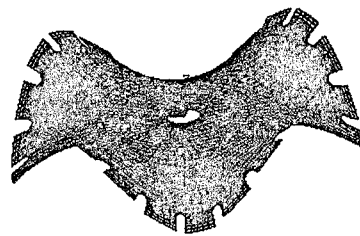
e) 0,2



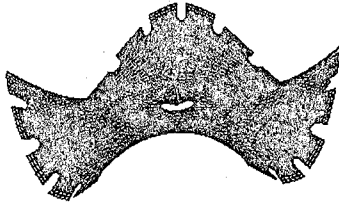
f) 0,3



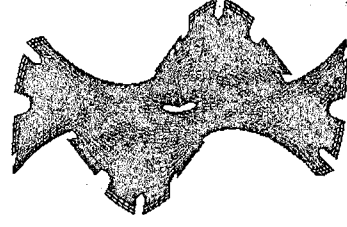
g) 0,3



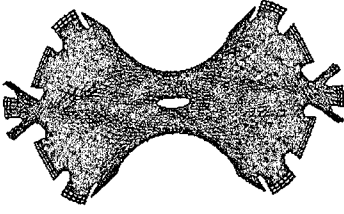
h) 0,4



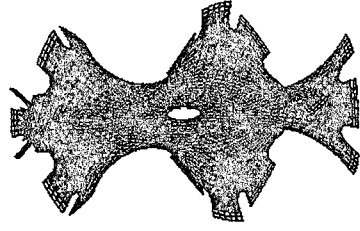
i) 0,4



j) 0,5



k) 0,5



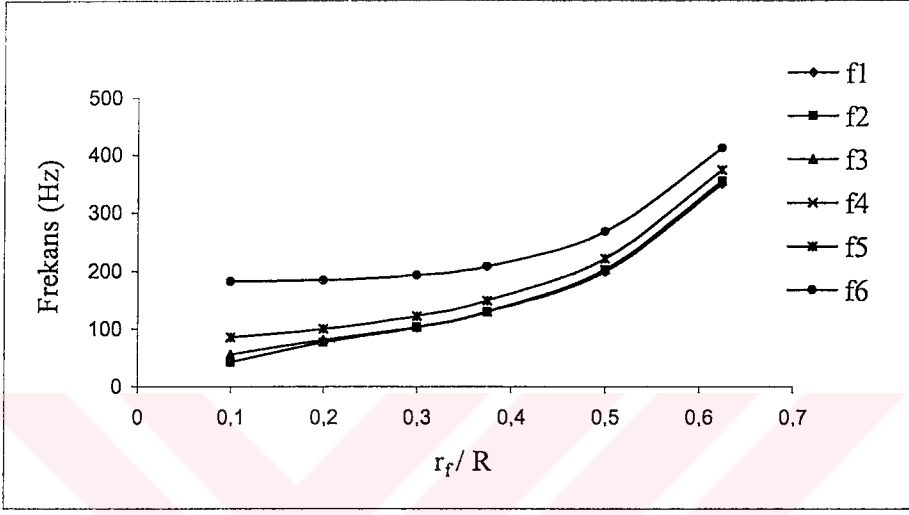
l) 0,6

Şekil 7.18 Modal Analiz İle Elde Edilen Titreşim Modları

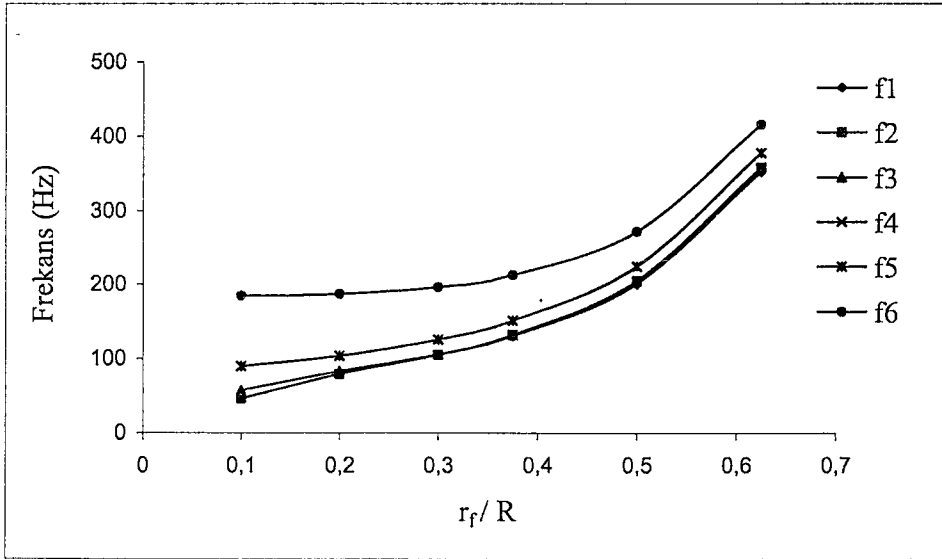
Bulunan altı doğal frekans değerine karşın sırasıyla on iki farklı titreşim mod şekilleri ele alınmıştır. Bulunan titreşim modları enine titreşim durumunu göstermektedir.

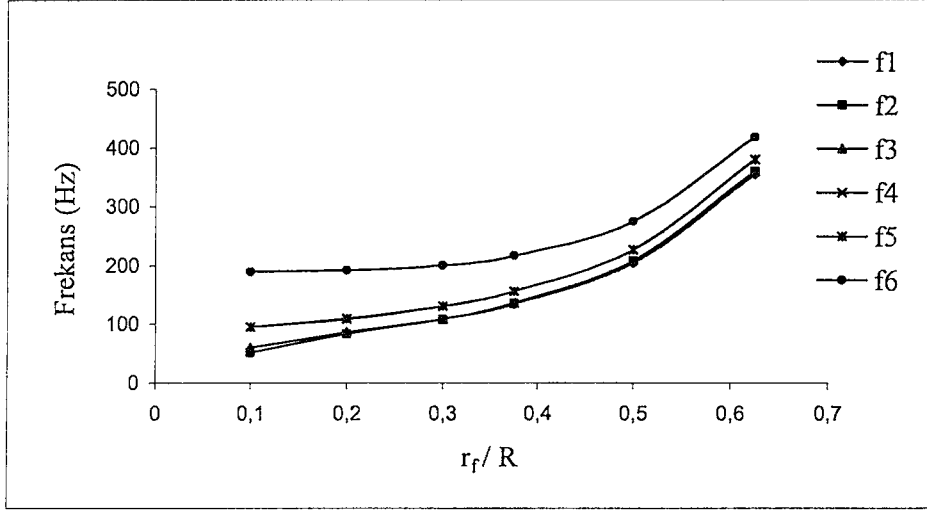
Şekil 7.18'de gösterilen titreşim modlarında ilk sayı nodal daire sayısı, ikinci sayı ise nodal çapı göstermektedir. Şekil 7.18 a'da nodal daire sayısı bir olup, nodal çap sayısı sıfırdır. Yani disk bu mod şeklinde titreşim yaparken üzerinde daire boyunca sıfırdan geçen bir bölge bulunmaktadır. Şekil 7.18 b ve c'de nodal daire ve nodal çap birer defa oluşmaktadır. Bu mod şekilleri birbiri ile aynı olmasına rağmen yönleri ve konumları farklıdır. Şekil 7.18 d ve e'de nodal daire oluşmamakta, iki nodal çap meydana gelmektedir. Elde edilen diğer mod şekillerinde bazı modlar aynı fakat yönleri farklı çıkmıştır. Aynı zamanda mod şekillerinden sadece I. II. ve III. mod şekillerinde nodal daire oluşmakta, diğer bütün modlarda ise nodal daireler oluşmayıp nodal çap oluşmaktadır. Diskte görülen (1,0), (1,1) ve (1,1) modları rezonans açısından tehlikeli mod şekilleridir. Çünkü bulunan doğal frekanslar ile diske verilen kesme hızları çakışabilmektedir. Diğer mod şekillerindeki doğal frekans değerleri çok yüksek olduğundan bu hızlarda rezonansı yakalaması imkansızdır.

Dönen disklerde genel olarak dönme etkisinden kaynaklanan çeşitli gerilmeler meydana gelmektedir. Modal analiz esnasında bu gerilmelerin göz önünde bulundurulması gerekir. Bu durum göz önüne alınarak çeşitli ön gerilmeli modal analizler yapılmıştır. Mermer kesme diskinin çeşitli dönme hızlarında yaptığımız ön gerilmeli modal analiz sonuçları şekil 7.19, 7.20, 7.21 ve 7.22’de verilmiştir.

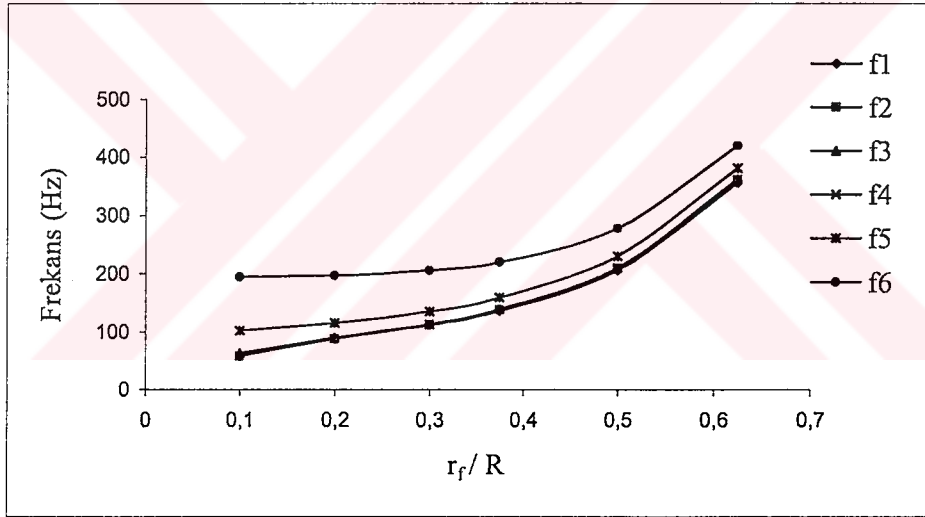


Şekil 7.19 Ön Gerilmeli Modal Analiz İle Elde Edilen Doğal Frekans Değerleri ($v=1000d/dk$)





Şekil 7.21 Ön Gerilmeli Modal Analiz İle Elde Edilen Doğal Frekans Değerleri ($v=2000d/dk$)



Şekil 7.22 Ön Gerilmeli Modal Analiz İle Elde Edilen Doğal Frekans Değerleri ($v=2500d/dk$)

Ön gerilmeli modal analiz ile elde edilen doğal frekans değerleri ile ön gerilmeli olarak elde edilen doğal frekans değerleri arasında farklılık bulunmaktadır. Ön gerilmeli modal analiz ile farklı hızlarda elde edilen doğal frekans değerleri hızın artmasıyla arttığı gözlenmiştir. Bu artış çok yüksek olmamakla birlikte ihmal edilemeyecek düzeydedir. Bu artış özellikle 1. ve 2. doğal frekans değerlerinde düşük olup, 6. frekans değerlerinde yüksektir. 1. Frekans değerlerini ele

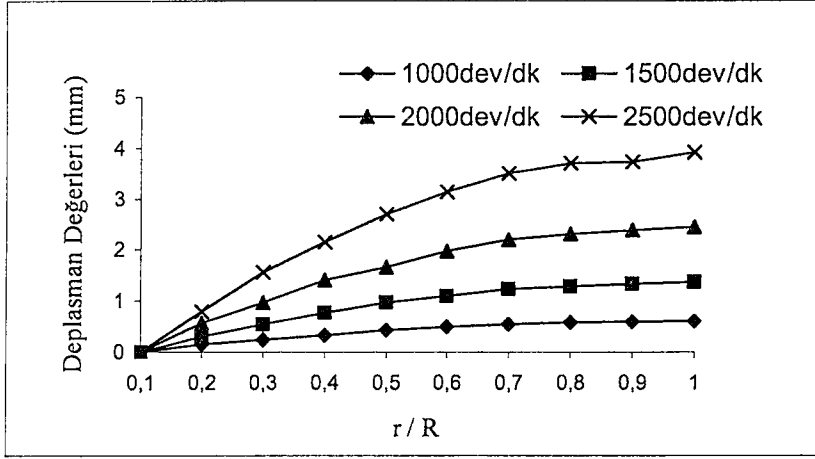
aldığımızda 1000 d/dk hızda 128,23 Hz çıkarken, 2500d/dk ise 136,33 Hz çıkmaktadır. 1. frekanslarda her 500d/dk'lık hız artışında yaklaşık 2 Hz artmaktadır. Bu durum 6.frekans değerine geldiği zaman daha çok büyümektedir. 6. frekansta minimum ve maksimum hızlarda doğal frekans değerleri 208,9 ve 220,56 Hz arasında değişmektedir. Bu durumda yaklaşık 12 Hz'lik bir artış söz konusu olmaktadır. Bu durumda yaptığımız ön gerilmeli modal analizlerde gerilme değerlerinin etkisi göz ardı edilemeyecek düzeydedir. Dönme etkisini göz önüne aldığımızda düşük flanş çaplarında rezonansa gelme riski çok büyüktür. Bu durumda özellikle 1. ve 2. mod şekilleri oluşmaktadır. Eğer sistemde küçük çaplı flanş kullanılacaksa diski rezonansa getirecek olan kritik hızlardan uzak tutulması gerekir.

7.4. Zorlanmış Titreşim Analizi Sonuçları

Bir sistem serbest titreşim özelliği gösterebildiği gibi, zorlanmış titreşime de maruz kalabilmektedir. Herhangi bir sisteme dışarıdan bir kuvvet etki ediyorsa sistem zorlanmış titreşime maruz kalır ve sistemi zorlanmış titreşim olarak ele alınması gerekir. Zorlanmış titreşim sonucunda sistemin yer değiştirme ilişkileri, genliği, dinamik elastikiyet gibi davranışları incelenir.

Mermer kesme diskinin serbest titreşim esnasındaki dinamik davranışlarını modal analiz yöntemiyle inceledik. Bunun yanında disk kesme esnasında oluşan kuvvetlerin etkisinde zorlayıcı etkilere maruz kalmaktadır. Bu zorlayıcı etkileri modal analiz yönteminde dikkate alınamayacağından zorlanmış titreşim analizinde incelenmiştir. Zorlanmış titreşime maruz kalan disk de sönümlü ve sönümsüz olmak üzere iki farklı durumda incelenmiştir. Kesici diski sönümsüz olarak kabul ettiğimiz gibi özellikle sönümlenme etkisi de göz önüne alınıp analizler yapılmıştır.

ANSYS'de yapılan sönümsüz zorlanmış titreşim analizinde çap oranına bağlı olarak elde edilen deplasman değerleri şekil 7.19' gösterilmiştir. Bu değerler 1. titreşim moddaki deplasman değerleridir.

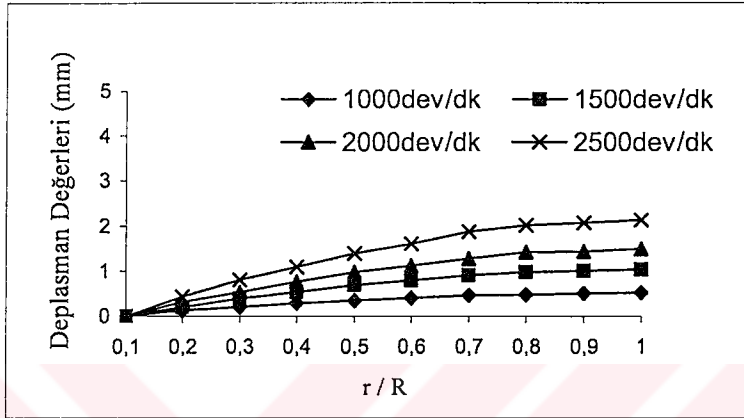


Şekil 7.23 Sönümsüz Zorlanmış Titreşim Durumundaki Deplasman Değerleri

Şekil 7.23'den elde edilen değerler x, y ve z yönündeki toplam deplasman değerleri olup, disk sönümsüz olarak kabul edilmiştir. Bu kuvvetler etkisinde disk zorlanmış titreşime maruz kalırken, diskte meydana gelen yer değiştirmeler çok önemlidir. Eğer titreşim esnasında doğal frekansa bağlı olarak meydana gelen genlik artıyorsa, diskteki deplasman değeri artar. Bunun sonucu olarak disk rezonansa gelerek istenmeyen büyüklüklerde salınımlar oluşur. Diski bu salınımlardan uzak tutmak için, sisteme uygulanacak olan kuvvet ile doğal frekans değerinin birbirinden bağımsız olması gerekir. Sönümsüz zorlanmış titreşim analizinde diskin göbek çapındaki deplasman değerleri minimum çıkarken, diskin dış çapında maksimum çıkmaktadır. Bu sebeple diskin dış çevresinde meydana gelen salınım maksimum olmaktadır. Zorlanmış titreşim etkisinde hızın artması ile meydana gelen yer değiştirmeler de artmaktadır. 2500 d/dk'da diskte meydana gelen yer değiştirmeler maksimuma çıkarken, hızın düşmesi ile birlikte zorlanmış titreşim etkisinde diskte meydana gelen yer değiştirmeler düşmektedir.

Aynı zamanda sistemin sönümsüz olması meydana gelecek olan genliği düşürmeyecek ve aynı genlikte salınıma devam edecektir. Diskin aynı genlikte sönümsüz bir şekilde salınım yapması yorulma ve hasar açısından tehlikeli bir durumdur.

Sönümlü zorlanmış titreşim analizinde yapısal sönümlenme katsayısı olarak $C = 1 \cdot 10^4 \text{ Ns/mm}$ ele alınmıştır. Yapısal sönüm, malzeme mikro yapısındaki atomlar arasındaki bağlarda ve bağlantı yerlerinde oluşur. Yapısal sönümlenme sabiti dikkate alınarak yapılan zorlanmış titreşim analizindeki deplasman değerleri şekil 7.24’da gösterilmiştir.



Şekil 7.24 Sönümlü Zorlanmış Titreşim Durumundaki Deplasman Değerleri

Yapısal sönümlenme etkisinde yapılan analiz sonucunda x, y ve z yönündeki toplam deplasman değerleri göbek çapında minimum çıkmasına rağmen diskin en büyük çapında maksimum çıkmaktadır. Disk hızının artması meydana gelecek olan yer değiştirme durumlarını artırmaktadır. Yüksek hızlarda disk daha çok salınımına gitmektedir. Aynı zamanda sönümlenme etkisinde genlik zaman ile azalma eğilimi göstermektedir. Genliğin azalması diskte meydana gelen deplasman değerlerini düşürmektedir. Ayrıca diskte sürtünme etkisinden kaynaklanan bir sönümlenmeye de maruz kalabilmektedir. Yapılan analizlerde bu durum ihmal edilmiştir. Sönümsüz titreşimle kıyasladığımızda meydana gelen yer değiştirmeler arasında büyük farklılıkların olduğu görülmektedir. Aynı zamanda hızın artmasıyla deplasman değerlerinde artış gözlenmiştir. Sönümlenme etkisinde diskte meydana gelecek olan salınımların büyük olmamasının yanında küçük salınımlar etkisinde disk belirli zaman aralığında sönümlenecektir.

Zorlanmış titreşim analizi yaparken modal analiz yöntemi ile elde edilmiş olan doğal frekans parametreleri kullanılmıştır. Bu frekans ve kuvvetler etkisinde diskte meydana gelen yer değiştirme ilişkileri incelenmiştir.

17.5, 40, 70 ve 108 mm talaş derinliklerinde statik analizde kullanılan kuvvet değerleri, sönümlü ve sönümsüz zorlanmış titreşim analizinde de kullanılmıştır. Talaş derinliğinin artmasıyla daha büyük kuvvet değerleri ele alınmıştır. Değişik talaş derinliklerinde ele alınan farklı kuvvet değerleri ile yapılan zorlanmış titreşim analizinde kuvvet değerlerinin büyümesi diskte meydana gelen deplasmanları değiştirmemiştir. Bu kuvvetler statik analizde büyük değişimlere sebep olmasına rağmen, zorlanmış titreşim analizinde değişim göstermemiştir.



8. SONUÇ ve DEĞERLENDİRME

Bu çalışmada mermer endüstrisinde kullanılan kesici disklerin statik ve dinamik davranışları incelenerek, diskte meydana gelen gerilme ve titreşim durumları ele alınmıştır. Diskte meydana gelen gerilme ve titreşim durumları sonlu elemanlar yöntemi ile hesaplanmıştır.

Yapılan gerilme analizinde, eşdeğer (Von-Mises) gerilme kriteri ele alınmıştır. Çalışmada, diske normal olarak etki eden kuvvetler ve mermerin sertliğine bağlı olarak değişen kuvvetler olmak üzere iki farklı gerilme analizi yapılmıştır.

Diskin kesme esnasında maruz kaldığı normal kuvvetler sonucunda diskın göbek çapı ve dış dibi bölgeleri en büyük gerilme durumlarına maruz kalmaktadır. Bu bölgeleri kritik bölgeler olarak tanımlayabiliriz. Göbek çapı en büyük basma gerilmesine, dış dibi bölgesi en büyük çekme gerilmesine maruz kalmaktadır. Bu sebeple çekme gerilmesi dış diplerinde belirli hasarlara neden olabilmektedir. En büyük talaş derinliğinde gerilme göbek çapı ve dış dibi bölgelerinde yüksek çıkmıştır.

Talaş derinliğinin artması diskın diğer bölgelerine büyük bir etki yapmamış ve gerilme değerleri aynı kalmıştır. Bunun sebebi olarak dönme hızı ve uygulanan kuvvetler düşünülebilir. Aynı zamanda hızın artmasıyla büyük gerilme değerlerinin elde edilmesi ile diskın daha geniş bölgelerini etki etmektedir.

Diskın üzerine gelen kuvvetlerin büyümesi diskte büyük bir gerilme dağılımına sebep olmaktadır. Bu kuvvetler sonucu dış diplerinde çeşitli çatlaklar oluşmakta ve disk kullanılamaz hale gelmektedir. Diskte meydana gelen bu hasarları önlemek için diskın dış dibi bölgelerini farklı tasarımlarda imal etmek gerekir.

Diskın modal analiz ve zorlanmış titreşim analizi ile diskın dinamik davranışları incelenmiştir. Yapılan ön gerilmeli ve ön gerilmemiş modal analizlerde flanş çapına bağlı olarak doğal frekans değerleri bulunmuştur. Doğal frekanslar, büyük flanş çaplarında yüksek değerlerde elde edilmiştir. Küçük flanş çaplarında ise

küçük doğal frekans değerleri elde edilmiştir. Doğal frekansların düşük çıkması rezonans açısından tehlikeli olmaktadır. Disk açısından en tehlikeli modlar 1. ve 2. mod şekilleri olup küçük tahrik kuvvetlerinde rezonansı yakalayabilir.

Diskte sadece 1. 2. ve 3. mod şekillerinde nodal daire ve diğer bütün mod şekillerinde nodal çap oluşmaktadır. Özellikle diskin malzeme özelliği ve kütlesi farklı nodal çaplı titreşim modları oluşmamaktadır. Daha elastik malzemelerde farklı nodal çap ve nodal daire sayılarına sahip titreşim modları oluşabilmektedir.

Bazı frekansların eşit çıkması diskin sınır şartlarına bağlıdır. Diskin farklı sınır şartlarında tanımlanmasıyla birbiri ile farklı modlar elde edilebilmektedir. Eşit çıkan bu modların yönleri farklıdır. Diskin kalınlığının artması doğal frekans değerlerini yükselttiği gibi disk çapının büyümesi doğal frekans değerleri düşürmektedir. Soketlerin disk üzerinde olması doğal frekans değerlerini yükseltmektedir.

Diskte dönme etkisinden kaynaklanan gerilmelerin etkisinde yapılan ön gerilmeli modal analizde, gerilme etkisinin büyümesiyle doğal frekans değerlerinin büyüdüğü görülmüştür. Disk hızının artmasıyla doğal frekans değerlerinin de arttığı görülmüştür. Artan bu değerler yüksek olmamakla birlikte, frekanslara bağlı olarak değişmektedir.

Diske gelen kuvvetleri dinamik analizde harmonik çözüm (zorlanmış titreşim) durumunda ele alınmıştır. Modal analiz yöntemi serbest titreşim durumu olduğundan, diske gelen kuvvetlerin zorlanmış titreşim durumunda ele alınması gerekir. Diskte gelen kuvvetlerin etkisinde sönümlü zorlanmış titreşim analizinde deplasman değerleri elde edilmiştir. Çapa bağlı olarak elde edilen toplam deplasman değerleri göbek çapında minimum çıkarken, dış çapta maksimum çıkmaktadır. Hızın artmasıyla meydana gelen yer değiştirme miktarları da artmaktadır. Maksimum yer değiştirme durumu en büyük hızda gerçekleşmiştir. Sönümlü zorlanmış titreşim analizinde büyük genlikler ilk modlarda gerçekleşmekte, fakat sönümlenme etkisinde genlik azalmaktadır. Diskte meydana gelen yapısal sönümlenme durumu diskin büyük genliklere çıkmasını engellemektedir.

Sönümsüz yapılan titreşim analizde diskte meydana gelen toplam deplasman değerleri büyümüşür. Aynı zamanda hızın artmasıyla da meydana gelen deplasman değerleri büyümüşür. Sönümlemenin olmaması diskte meydana gelen genliklerin artmasına ve diskte büyük salınımlara yol açabilmektedir. Sönümlü ve sönümsüz yapılan analizlerde dört farklı kuvvet değerleri ele alınmıştır. Kuvvetin artmasıyla meydana gelen yer değiştirme ilişkilerinin fazla artmadığı görülmüşür. Farklı kuvvet değerlerinde yer değiştirme değerlerinin değişmemesinin sebebi olarak diskin kütlesi ve uygulanan kuvvetler olarak söyleyebiliriz.



KAYNAKLAR

- Benson R.C., 1983, "Observations Onthe Steady-State Solution Of An Extremely Flexible Spinning Disk With A Transverse Load", Journal Of Applied Mechanics, Vol.50, pp.525-530.
- Bickford W.B. and Reddy E.S., 1985, "On The In-Plane Vibrations Of Rotating Rings", Journal Of Sound and Vibration, Vol.101(1), pp.13-22.
- Blech J.J. and Hershkovitz M.,1983, "Stresses And Displacement In A Rotating Skew-Faced Disk", International journal Mechanical Science, Vol.25(11), pp.811-821.
- Chung J., 2000, "Non-Linear Vibration Of A Flexible Spinning Disc With Angular Acceleration", Journal Of Sound And Vibration, Vol.231(2), pp.375-391.
- Cole K.A. and Benson R.C., 1988, "A Fast Eigenfunction Approach For Computing Spinning Disk Deflections", Journal Of Applied Mechanics, JUNE, Vol.55, pp.453-457.
- Cote A., Atalla N., Nicolas J., 1997, "Effects Of Shear Deformation And Rotary Inertia On The Free Vibration Of A Rotating Annular Plate", journal vibration and Acoustics, Oct, Vol.119, pp.641-643.
- Denktaş M., 1998, "Dönen Kompozit Diskte Titreşimlerin Gerilme Dağılımı Üzerindeki Etkisi", Doktora Tezi, Sakarya Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Sakarya.
- Di Ilio A. and Antonio T., 2003, "A Theoretical Wear Model For Diamond Tools In Stone Cutting", International Journal of Machine & Manufacture, Vol.43, pp.1171-1177.
- Ersoy A. and Atıcı U., 2004, "Performance Characteristics Of Circular Diamond Saws In Cutting Different Types Of Rocks", Diamond and related Materials, Vol.13, pp.22-37.
- Exadaktylos G.E. and Kaklis K., 2001, "Applications Of An Explicit Solution For The Transversely Isotropic Circular Disc Compressed Diametrically", International Journal Of Rock Mechanics & Mining Sciencies, Vol.38, pp.227-243.
- Good J.K. and Lowery R.L., 1985, "The Finite Element Modeling Of The Free Vibration Of A Read/Write Head Floppy Disk System", Journal of Vibration, JULY, Vol.107, pp.329-333.

Haris C.M. and Piersol A.G., 2002, "Haris Schock And Vibration Handbook", Mc Graw Hill, 5. Edition, USA.

Hernried A.G. and Gustafson G.B., 1988, "On the Dynamic Response Of A Single-Degree-Of-Freedom Srructure Attached To The Interior Of A Rotating Rigid Ring", Journal of Applied Mechanics, Vol.55, pp.201-205.

Heyliger P.R. and Ramirez G., 2000, "Free Vibration Of Laminated Circular Piezoelectric Plates And Discs", Journal of Sound and Vibration, Vol.229(4), pp.935-956.

Honda Y., Matsuhisa H. and Sato S., 1985, "Modal Response Of A Disk To A Moving Concentrated Harmonic Force", Journal of Sound and Vibration, Vol.102 (4), pp.457-472.

Hongxing H., Sol H., Wilde W.P., 2000, "Identification Of Plate Rigidities Of A Circular Plate With Cylindrical Orthotropy Using Vibration Data", Computers and Structures, Vol. 77, pp.83-89.

Huang S.C. and Hsu B.S., 1992, "Theory Of Receptance Applied To Modal Analysis Of A Sinning Disk With Interior Multi-Point Supports", OCT., Vol.114, pp.468-476.

Hutton S.G., Chonan S. and Lehmann B.F., 1987, "Dynamic Response Of A Guided Circular Saw", Journal of Sound and Vibration, Vol.112 (3), pp.527-539.

Jettappa R.R., 1989, "Rotating Disk Shape: Is The Equation Nonlinear?", Transactions of The ASME, OCT., Vol.111, pp.456-458.

Jiang L. and Miles R.N., 1999, "A Passive Damper For The Vibration Modes Of The Head Actuator In Hard Disk Drives", Journal of Sound and Vibration, Vol.220(4), pp.683-694.

Jiang Z.W., Chonan S. and Abe H., 1990, "Dynamic Response Of A Read / Write Head Floppy Disk System Subjected To Axial Excitation", Journal of Vibration Acoustics, Vol.112, pp.53-57.

Karagöz Ş. and Zeren M., 2001, "The Property Optimization Of Diamond-Cutting Tools With The Help Of Micro-Structural Characterization", International Journal of Refractory Metals & Hard Materials, Vol.19, pp.23-26.

Kristiansen U.R., 1980, "A Coincidence Criterion For Effective Sound Radiation From A Resonant Free Running Circular Saw Blade", Applied Acoustics, Oct., Vol.14, pp.267-280.

- Leissa A.W., Mcgee O.G., and Huang C.S., 1993, "Vibrations Of Sectorial Plates Having Corner Stress Singularities", *Journal of Applied Mechanics*, Vol.60, pp.134-140.
- Luo S.Y., 1997, "Investigation Of The Worn Surfaces Of Diamond Sawblades In Sawing Granite", *Journal of Materials Technology*, vol. 70, pp.1-8.
- Meitrovitch L., 1967, "Analytical Methods In Vibrations", Macmillan Publishing Co., New York.
- Özçelik Y., Polat E., Bayram F. and Ay A.M., 2004, "Investigation Of The Effects Of Textural Properties On Marble Cutting With Diamond Wire", *International Journal of Rock Mechanics & Mining Sciences*, Vol.4 (3), pp.398.
- Parker R.G. and Sahte P.J., 1998, "Exact Solutions For The Free And Forced Vibration Of A Rotating Disk-Spindle System", *Journal of Sound and Vibration*, Vol.223 (3), pp.445-465.
- Petyt M., 1990, "Introduction To Finite Element Vibration Analysis", Cambridge University Press, 1. Edition, Britain.
- Rajalingham C., Bhat R.B. and Xistris G.D., 1997, "Vibration Of Circular Membrane Backed By Cylindrical Cavity", *International Journal Mechanical Science*, Vol. 40, pp.723-734.
- Raman A. and Mote Jr, 2001, "Experimental Studies On The Non-Linear Oscillations Of Imperfect Circular Disks Spinning Near Critical Speed", *International Journal of Non-Linear Mechanics*, Vol.36, pp.291-305.
- Rao S.S., 1995, "Mechanical Vibrations", Addison-Wesley Publishing Company, 3.Edition, USA.
- Sarıtaş S., 1995, "Powder Metallurgy Processed Materials", *Metallurgy and Materials*, Gazi Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi, Ankara.
- Shen Y.I. and Ku C., 1997, "A Nonclassical Vibration Analysis Of A Multiple Rotating Disk And Spindle Assembly", *Journal of Applied Mechanics*, Vol.64, pp.165-174.
- Shyh-Chang L., 2001, "The Probabilistic Approach For Rotating Timoshenko Beams", *International Journal of Solids and Structures*, Vol.38, pp.7197-7213.
- Smith R.G. and Nurick G.N., 1991, "The Deformation And Tearing Of Thin Circular Plates Subjected To Impulsive Loads", *International Journal Impact Engineering*, Vol.11(1), pp.77-91.

Sung C., 1999, "Brazeed Diamond Grid: A Revolutionary Design For Diamond Saws", *Diamond and Related Materials*, Vol.8, pp.1540-1543.

Topcu M. ve Taşgetiren S., 1998, "Mühendisler İçin Sonlu Elemanlar Metodu", Pamukkale Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi Matbaası, Denizli.

Ugural A.C. and Fenster S.K., "Advanced Strength And Applied Elasticity", PTR Prentice Hall, 3.Edition, New Jersey.

Xu X., Li Y., Zeng W.Y. and Li L.B., 2002, "Quantitative Analysis Of The Loads Acting Onthe Abrasive Grits In The Diamond Sawing Of Granites, *Journal of Materials Processing Technology*, Vol.129, pp.50-55.

Wang C.Y. and Clausen R., 2003, "Computer Simulation Of Stone Frame Sawing Process Using Diamond Blades", *International Journal of Machine Tools & Manufacture*, Vol.43, pp.559-572.

Wang C.Y., 2001, "On The Fundamental Frequency Of A Circular Plate Supported On A Ring" *Journal of Sound and Vibration*, Vol.243(5), pp.945-946.

Wang C.Y. and Clausen R., 2002, "Marble Cutting With Single Point Cutting Tool And Diamond Segments", *International Journal of Machine Tools & Manufacture*, Vol.42, pp.1045-1054.

Wang Y.H., Zang J., Wang M., Guan Y. and Zheng Y., 2002, "Properties and Applications Of Ti-Coated Diamond Grits", *Journal of Materials Processing Technology*, Vol.129, pp.369-372.

Weinsensel G.N. and Schlack A.L., 1993, "Response Of Annular Plates To Circumferentially And Radially Moving Loads", *Journal of Applied Mechanics*, Vol.63, pp.649-661.

Wu.F. and Flowers A., 1992, "Transfer Matrix Technique For Evaluating The Natural Frequencies and Critical Speeds of a Rotor with Multiple Flexible Disks", *Journal of Vibration and Acoustics*", APR., Vol.114, pp. 242-247.

TEŞEKKÜR

Bana bu çalıőmamda maddi ve manevi hiçbir desteęini esirgemeyen, dűőüncelerini, kiőilięini ve çalıőmalarını kendime örnek aldığım deęerli hocam Doç.Dr. Sűleyman TAŐGETİREN' e sonsuz teőekkűrlerimi bir borç bilirim. Bilgi ve tecrűbelerine baővurduğum hocam Yrd.Doç.Dr. Mehmet OLAKOęLU'na teőekkűr ederim.

Ayrıca, bu çalıőmam sırasında bana moral ve destek veren sevgili anne ve babama, tezin yazılması esnasında yardımlarını esirgemeyen kardeőim İrfan UCUN'a teőekkűrlerimi sunarım



ÖZGEÇMİŞ

1978 yılında AFYON'da doğdu. 1996 yılında AFYON Endüstri Meslek Lisesi, Tesviye Bölümünü bitirdi. Aynı yıl Dumlupınar Üniversitesi, Teknik Eğitim Fakültesi, Makine Eğitimi Anabilim Dalı, Talaşlı Üretim Öğretmenliği Bölümü eğitimine başladı. 2000 yılında aynı bölümden Lisans derecesini alarak Süleyman Demirel Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Makine Eğitimi Bölümü yüksek lisans eğitime başladı. Aynı yıl S.D.Ü. CAD-CAM Araştırma ve Uygulama Merkezinde çalıştıktan sonra 2002 yılında A. Kocatepe Üniversitesi, Teknik Eğitim Fakültesi, Makine Eğitimi bölümünde Araştırma Görevlisi olarak göreve başladı. Halen aynı üniversite de araştırma görevlisi olarak çalışmaktadır.

