

ÖZET

Yüksek Lisans Tezi

BİR OTOMOBİL LASTİĞİNİN NÜMERİK OLARAK GERİLME ve TİTREŞİM ANALİZİ

Murat KARAKUŞ

Afyon Kocatepe Üniversitesi

Fen Bilimleri Enstitüsü

Makine Eğitimi Anabilim Dalı

Danışman: Yrd. Doç. Dr. Mehmet ÇOLAKOĞLU

Otomobil lastiklerinin tehlikeli kesitlerini ve sönümlenme özelliklerini tasarım aşamasında belirlemek için ayrıntılı bir sonlu eleman modeli hazırlanmıştır. Kauçuk malzemenin doğrusal olmayan malzeme davranışı ve lastiğin içinde bulunan karkas malzemesi kompozit malzeme olarak kabul edilmiştir. Lastik ile zemin arasında temas analizi modellenmiştir. Nümerik analizden alınan sönümlenme özelliklerinin sınanması için doğal frekans ve sönümlenme katsayıları ölçülmüştür. Lastik sonlu elemanlar yöntemi ile 2 ve 3 boyutlu olarak modellenmiş, gerilme analizi ve modal analizi gerçekleştirilmiştir. Analiz sonuçlarının sınanması için deney düzeneği kurularak, bir damper ölçme yöntemiyle değişik sınır şartlarında doğal frekanslar ölçülmüştür. Nümerik ve deneysel sonuçların tutarlı olduğu belirlenmiştir. Sonuç olarak; tasarım aşamasında lastiğin sönümlenme özelliklerinin tahmin edilebileceği ve üretim aşamasında harcanan zaman ve paranın azaltılabileceği gösterilmiştir.

2006, 101 sayfa

Anahtar Kelimeler: Otomobil Lastiği, Sonlu Elemanlar Metodu, Gerilme Analizi ve Titreşim.

ABSTRACT

Ms.Sc.

NUMERICAL STRESS AND VIBRATION ANALYSIS of A PNEUMATIC TIRE

Murat KARAKUŞ

Afyon Kocatepe University

Graduate School of Natural and Applied Sciences

Department of Mechanical Education

Supervisor: Yrd. Doç. Dr. Mehmet ÇOLAKOĞLU

A finite element model was carried out to describe critical regions in pneumatic tire and vibration properties of the tire. Non liner behavior of rubber material and body ply in the tire was analyzed as a composite material. Contact analysis between tire and ground were modeled numerically. Natural frequencies and damping coefficients were measured experimentally and then they are compared with numerical results. Tire was modeled in two and tree dimension with finite element method, stress and modal analysis were performed. Natural frequencies were measured with different boundary conditions. Accuracy of numerical and experimental results was determined. As a result, it is showed that damping properties of the pneumatic tire at design process can be estimated and process time and cost at production can be decreased.

2006, 101 pages

Keywords: Pneumatic Tire, Finite Elements Method, Stress Analysis and Vibration.

İÇİNDEKİLER

	<u>Sayfa</u>
ÖZET	iv
ABSTRACT	v
İÇİNDEKİLER.....	vi
ŞEKİLLER DİZİNİ	ix
TABLolar LİSTESİ.....	xii
SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ.....	xiii
1.GİRİŞ	1
2.GENEL BİLGİLER	2
2.1 Lastikler.....	2
2.1.1 Lastiğin Tanımı ve Yapısı.....	2
2.1.2 Pnömatik Lastiklerin Kısaca Tarihi Gelişimi	5
2.1.3 Lastik ebatları.....	6
2.1.4 Avrupa Standardına Göre Markalama.....	8
2.1.5 Amerikan Standardına Göre Markalama	9
2.1.6 Tekerleğe Etkiyen Kuvvetler ve Momentler.....	10
2.2 Literatür Araştırması	12
2.3 Amaç ve Kapsam	17
3. MATERYAL VE METOD	18
3.1 MATERYAL	18
3.1.1 Üç Boyutlu Gerilme Analizi	18
3.2 METOD.....	20
3.2.1 Sonlu Elemanlar Metodu	20
3.2.2 Üç Boyutlu Problemler	22
3.2.3 Gerilme Hesabı.....	23
3.2.4 Altı Yüzlü Eleman.....	24
3.2.5 Ağ Oluşturulması	27
3.3 Sonlu Elemanlar İle Statik Analiz.....	29
3.3.1 Giriş	29
3.3.2 Rijitlik Matrisinin Oluşumu.....	30

3.3.3 Yükler	31
3.4 Sonlu Elemanlar İle Modal Analiz.....	31
3.4.1 Titreşim Hareketi (Periyodik Hareket).....	31
3.4.2 Basit Harmonik Hareket	33
3.4.3 Basit Harmonik Hareketin Frekansı.....	35
3.4.4 Sinüsel Hareket.....	37
3.4.5 Zorlanmış ve Sönümlü Titreşimler.....	39
3.4.6 Sönümlü Serbest Titreşimler.....	42
3.4.7 Titreşimlerin Kinematığı	42
3.5 Ansys Sonlu Elemanlar Programı	45
3.5.1 Preprocessing (Ön işlemci).....	46
3.5.2 Solution (Çözüm)	47
3.5.3 Postprocessing (Son işlemci)	49
3.6 Deneysel Çalışmalar.....	50
3.6.1 Lastiğin serbest ve yüklü durumdaki titreşimlerinin ölçümü	50
3.6.2 Yarım Bant Genişliği Metodu.....	50
3.6.3 Logaritmik Sönüm.....	51
3.6.4 Deney Düzeneği	52
3.6.5 Deneyin Yapılışı.....	53
3.6.5.1 Serbest-serbest durumda titreşim ölçümü	53
3.6.5.2 Bağlı-bağlı durumda titreşim ölçümü	54
4. BULGULAR	55
4.1 Lastiğin Sonlu Elemanlar Yöntemi İle Şişirme Analizi.....	55
4.1.1 İki Boyutlu Sonlu Eleman Lastik Modelinin Oluşturulması	55
4.1.2 Lastik Kompozit Kısımlarının Hesaplanması	56
4.1.3 Üç Boyutlu Sonlu Eleman Lastik Modelinin Oluşturulması	58
4.1.4 Analizde Kullanılacak Malzeme Özellikleri ve Eleman Tipinin Seçimi	60
4.1.5 İki Boyutlu Modelin Ağ Oluşturulması ve Sınır Şartlarının Uygulanması.....	62
4.1.6 Üç Boyutlu Modelin Ağ Oluşturulması ve Sınır Şartlarının Uygulanması.....	63

4.2 Hertzian Temas Teorisi	64
4.3 Lastiğin Sonlu Elemanlar Yöntemi ile Temas Analizi.....	71
4.3.1 İki Boyutlu Lastik Temas Analizi	71
4.3.2 Analizde Kullanılacak Malzeme Özellikleri ve Eleman Tipinin Seçimi	72
4.3.3 İki Boyutlu Lastik Temas Modelinin Ağ oluşturulması ve Sınır Şartlarının Uygulanması.....	73
4.4 Üç Boyutlu Tam Sonlu Eleman Lastik Modelinin Modal Analizi	75
4.4.1 Üç Boyutlu Modelin Ağ oluşturulması ve Lastiğin Serbest Durumdaki Sınır Şartlarının Uygulanması	77
4.4.2 Lastiğin Yüklü Durumdaki Sınır Şartlarının Uygulanması	78
5. TARTIŞMA ve SONUÇLAR	81
5.1 Lastik İç Basıncının Gerilimler Üzerindeki Etkisi.....	81
5.2 Lastiğe Gelen Dikey Yükün Gerilim Üzerindeki Etkisi	87
5.3 Lastik İç Basıncının Yüklü Durumdaki Eş Değer Gerilimin Üzerindeki Etkisi	87
5.4 Lastik-Zemin Sürtünme Katsayısının Asal Gerilme Üzerindeki Etkisi.....	88
5.5 Lastik İç Basıncının Serbest Durumdaki Titreşim Modları Üzerindeki Etkisi	93
5.6 Lastik İç Basıncının Yüklü Durumda Titreşim Modları Üzerindeki Etkisi	94
5.7 Lastik Üzerine Gelen Yükün Yüklü Durumdaki Titreşim Modları Üzerindeki Etkisi	95
6. GENEL SONUÇ.....	96
7. KAYNAKLAR.....	97
8. ÖZGEÇMİŞ.....	100
9. TEŞEKKÜR	101

ŞEKİLLER DİZİNİ

	<u>Sayfa</u>
Şekil 2.1 Çapraz (a) ve radyal (b) katlı lastik yapısı.....	3
Şekil 2.2 İç lastiksiz ve iç lastikli lastiklerin janta oturmuş hali	7
Şekil 2.3 Şişirilmiş haldeki bir lastiğin ana boyutları.....	7
Şekil 2.4 SAE tekerlek koordinat eksen takımı.....	11
Şekil 3.1 Üç eksenli gerilme bileşenleri	18
Şekil 3.2 Üç eksenli gerilme hali için Mohr dairesi gösterimi.....	19
Şekil 3.3 Altı yüzlü temel eleman düğüm koordinatları	26
Şekil 3.4 Temel kübün dört yüzlü elemanlara ayrılması	28
Şekil 3.5 Titreşim hareketi	32
Şekil 3.6 Basit harmonik hareket.....	35
Şekil 3.7 Sinüs ve Kosinüs fonksiyonları	38
Şekil 3.8 Sinüsel hareket	39
Şekil 3.9 Sönümsüz titreşim.....	40
Şekil 3.10 Sönümlü titreşim	41
Şekil 3.11 Aşırı sönümlü titreşim	41
Şekil 3.12 Genlik-frekans.....	42
Şekil 3.13 Titreşim hareketi	43
Şekil 3.14 Periyodik titreşim	43
Şekil 3.15 Harmonik hareket.....	44
Şekil 3.16 Tek serbestlik dereceli sistem için yarım bant genişliği.....	50
Şekil 3.17 Logaritmik sönüm	51
Şekil 3.18 Lastik titreşim deney şeması.....	52
Şekil 4.1 175/70 R13 ebatlarındaki lastik kesitinin 2 boyutlu modeli.....	56
Şekil 4.2 Kompozit tabaka	57
Şekil 4.3 175/70 R13 ebatlarındaki lastiğin 3 boyutlu tam modeli	59
Şekil 4.4 175/70 R13 ebatlarındaki lastik kesitinin 3 boyutlu çeyrek modeli	59
Şekil 4.5 PLANE82 tipi elemanın geometrisi.....	61
Şekil 4.6 SOLID95 tipi elemanın geometrisi.....	62
Şekil 4.7 İki boyutlu lastik şişirme analizi sınır şartları.....	63

Şekil 4.8 Üç Boyutlu lastik şişirme analizi sınır şartları.....	64
Şekil 4.9 Temas basıncı-temas genişliği değişimi.....	66
Şekil 4.10 Silindir- plaka sonlu elemanlar modeli	67
Şekil 4.11 Silindir-plaka sonlu eleman modelinin ağ oluşturulmuş durumu.....	68
Şekil 4.12 TARGE169 (a) ve CONTA172 (b) tipi elemanlar.....	69
Şekil 4.13 İki boyutlu silindir-plaka temas analizinin sonucu	70
Şekil 4.14 İki boyutlu silindir-plaka temas analizinin ayrıntılı sonucu.....	70
Şekil 4.15 İki boyutlu sonlu eleman lastik temas modeli	72
Şekil 4.16 PLANE183 tipi elemanın geometrisi	73
Şekil 4.17 Temas analizi için ağ oluşturma	74
Şekil 4.18 Sınır şartlarının uygulanması.....	75
Şekil 4.19 Üç boyutlu tam sonlu eleman lastik modeli	76
Şekil 4.20 SOLID92 tipi elemanın geometrisi	77
Şekil 4.21 Üç boyutlu lastik modal analizi sınır şartları.....	78
Şekil 4.22 Yüklü durumdaki üç boyutlu lastik modeli	79
Şekil 4.23 Üç boyutlu temas çifti	79
Şekil 4.24 Üç boyutlu modele yükün uygulanması (1215 N, 23 PSI, $\mu=0.8$).....	80
Şekil 5.1 İki boyutlu model için Seqv gerilim değeri (180 KPa)	81
Şekil 5.2 Üç boyutlu model için Seqv gerilim değeri (180 KPa).....	82
Şekil 5.3 Üç ve iki boyutlu model için Seqv gerilim değeri (190 KPa)	82
Şekil 5.4 Üç ve iki boyutlu model için Seqv gerilim değeri (200 KPa)	83
Şekil 5.5 Üç ve iki boyutlu model için Seqv gerilim değeri (210 KPa)	83
Şekil 5.6 Üç ve iki boyutlu model için Seqv gerilim değeri (220 KPa)	83
Şekil 5.7 Üç ve iki boyutlu model için Seqv gerilim değeri (230 KPa)	84
Şekil 5.8 Üç ve iki boyutlu model için Seqv gerilim değeri (240 KPa)	84
Şekil 5.9 Üç ve iki boyutlu model için Seqv gerilim değeri (250 KPa)	84
Şekil 5.10 Üç ve iki boyutlu model için Seqv gerilim değeri (260 KPa)	85
Şekil 5.11 Seqv gerilim- iç basınç değişim grafiği.....	85
Şekil 5.12 Sx gerilim- iç basınç değişim grafiği	86
Şekil 5.13 Yük- Seqv gerilim değişimi.....	87
Şekil 5.14 Lastik iç basınç-eşdeğer gerilim değişimi	88
Şekil 5.15 Sy gerilim-sürtünme katsayısı değişimi (4000 N, 35 PSI).....	88

Şekil 5.16 Seqv gerilim değeri (23 PSI, $\mu=0.8$, 1000N).....	90
Şekil 5.17 Seqv gerilim değeri (23 PSI, $\mu=0.1$, 1000N).....	90
Şekil 5.18 Sy gerilim değeri (23 PSI, $\mu=0.1$, 1000N).....	91
Şekil 5.19 Sy gerilim değeri (23 PSI, $\mu=0.8$, 1000N).....	91
Şekil 5.20 Sy gerilim değerleri, (a) $\mu=0.8$ (b) $\mu=0.1$ (29 PSI, 2000N).....	92
Şekil 5.21 Sy gerilim değerleri, (a) $\mu=0.8$ (b) $\mu=0.1$ (35 PSI, 2000N).....	92
Şekil 5.22 Seqv gerilim değerleri, (a) $\mu=0.8$ (b) $\mu=0.1$ (29 PSI, 2000N).....	92

TABLolar LİSTESİ

	<u>Sayfa</u>
Tablo 2.1 Lastik bileşenleri.....	5
Tablo 2.2 E.T.R.T.O'ya göre hız indeksleri.....	8
Tablo 2.3 E.T.R.T.O'ya göre yük indeksleri.....	9
Tablo 2.4 T.R.A'ya göre yük indeksleri	10
Tablo 3.1 Temel 6 yüzölçüm elemanın 5 ve 6 adet 4 yüzölçüm eleman bölünmesi	28
Tablo 4.1 Lastik ebatları	55
Tablo 4.2 Lastiğin malzeme özellikleri	57
Tablo 4.3 İki Boyutlu lastik modeli için malzeme özellikleri.....	58
Tablo 4.4 Betonun malzeme özellikleri	72
Tablo 5.1 Farklı basınç ve yüklerdeki S_{eqv} ve S_y gerilimleri ($\mu=0.1$)	89
Tablo 5.2 Farklı basınç ve yüklerdeki S_{eqv} ve S_y gerilimleri ($\mu=0.8$)	89
Tablo 5.3 Lastiğin serbest durumdaki doğal frekans değerleri	93
Tablo 5.4 Serbest doğal frekans değerleri.....	94
Tablo 5.5 Yüklü durumdaki doğal frekans değerleri.....	94
Tablo 5.6 Yüklü durumdaki doğal frekans değerleri.....	95

SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ

<u>Simgeler</u>	<u>Açıklama</u>
σ	Gerilme,
τ	Kayma gerilmesi,
ε	Şekil değiştirme,
Q	Elastiste Matrisi,
E	Elastiste Modülü,
G	Kayma Modülü,
ν	Poisson Oranı,
P	Basınç,
φ	Yoğunluk,
V	Hacim,
ω	Açısal Hız,
F	Kuvvet,
m	Kütle,
T	Periyot,
μ	Sürtünme Katsayısı,
P_c	Temas Basıncı,
P_0	En Yüksek Temas Basıncı,
a_c	Temas Genişliğinin Yarısı,
t	Kalınlık,
V_m	Matris Malzemesinin Hacimsel Oranı,

V_f	Fiber Malzemesinin Hacimsel Oranı
R_1	Temas Eden Parçanın Yarıçapı,
R_2	Temas Edilen Parçanın Yarıçapı,
A	Alan

Kısaltmalar

DSİ

ETRTO

TRA

Açıklamalar

Devlet Su İşleri

Avrupa Lastik ve Jant Teknik Birliği

Amerikan Lastik ve Jant Teknik Birliği

1.GİRİŞ

Bu çalışmada 175/70 R 13 ebatlarındaki otomobil lastiğinin 2 ve 3 boyutlu sonlu eleman modeli oluşturuldu. Lastiğin janta temas ettiği topuk kısmı sınır şartları aynen uygulanmıştır. Şişirme analizi, 180 Kpa şişirme basıncından başlayarak 260 Kpa'a kadar lastiğin iç yüzeyindeki her noktada basıncın sabit olduğu kabulü yapılarak, lastik modelinin iç kısmına 9 farklı şişirme basıncı uygulanmıştır.

Lastiğin 2 boyutlu sonlu eleman modeline ek olarak lastiğin alt kısmından temas ettirmek için 150×40 mm ebatlarında 2 boyutlu bir plaka oluşturuldu. Lastik içindeki hava basıncının lastiğin iç kısmındaki çizgiler seçilerek ve şişirme basıncının lastiğin her yerinde sabit olduğu kabul edilerek, 23, 26, 29, 32 ve 35PSI olarak 5 farklı şişirme basıncı ve plakanın alt kısmından 1000, 2000, 3000, 4000 ve 4500 N'luk 5 farklı kuvvet uygulanarak, Hertzian Temas Teorisinin ispatına dayanılarak temas analizi gerçekleştirilmiştir.

Lastiğe 23, 26, 29, 32 ve 35 PSI iç basınç uygulanarak önce ön gerilmeli gerilme analizi yapılmıştır. Ön gerilmeli Modal analizi Block Lanczos yöntemi kullanılarak gerçekleştirilmiştir. İlk 5 adet serbest-serbest titreşim modu bulunmuştur. Yüklü durumda, serbest-serbest durumdaki sınır şartlarına ek olarak lastiğe 23, 29 ve 35 PSI iç basınç ve bloğun alt kısmından 1215, 1370 ve 1589 N yük uygulanmıştır. ön gerilmeli gerilme analizi yapılmıştır. Ayrıca nümerik analiz sonuçlarının sınanması için deney düzeneği kurularak yüklü ve yüksüz durumda doğal frekans değerleri ölçülmüştür.

2.GENEL BİLGİLER

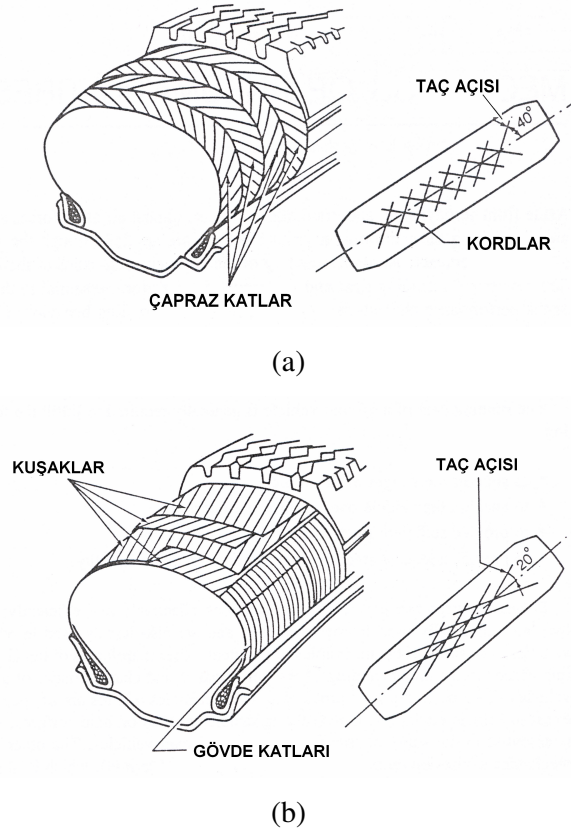
2.1 Lastikler

2.1.1 Lastiğin Tanımı ve Yapısı

Aracın ağırlığını taşıyan, hareketini ve durmasını sağlayan, kuvvetleri yola ileten, yönünü istendiği şekilde değiştiren, yol sarsıntısını azaltıp sürüş konforunu sağlayan, kauçuk, kord bezleri ve çelik tellerden meydana gelmiş, içi basınçlı hava ile doldurulmuş silindirik parçalara lastik denir (DSİ 1982). Günlük hayatta lastik ve tekerlek terimleri genelde birbiri ile karıştırılır. Tekerlek tanım olarak; herhangi bir cismi, zemin üzerinde ve daha az bir sürtünme ile hareket ettirmekte kullanılan, dönen bir elemandır. Yani jant ve lastiğin tümüne tekerlek denir.

Lastiğin en önemli yapı elemanı karkastır. Düşük elastik modüllü kauçuk matrisin içine yerleştirilmiş yüksek elastik modüllü esnek kordlu bir çok tabakadan yapılmıştır. Kordlar doğal, sentetik veya metalik karışimli kumaşlardan yapılır ve yüksek çekme dayanımına sahip çelik tellerden yapılmış topuk kısmının çevresine tespit edilmiştir. Topuk kısmı karkas için temel vazifesini görür ve lastiğin jant üzerine uygun bir şekilde oturmasını sağlar. Kauçuk bileşenlerinin malzemeleri belirli özellikte lastik sağlamak için seçilir. Yanaklar için yorulma ve sürtünmeye karşı yüksek dirence sahip olan Strene-Butadiene kauçuk bileşeni yaygın bir şekilde kullanılmaktadır. Diş kısmının kauçuk bileşeni ise lastiğin tipine göre değişmektedir. Örneğin ağır taşıt lastiklerinde, büyük yük yoğunlukları aşınma, yırtılma, çatlak büyümesine karşı yüksek dirençli ve lastik iç ısı üretimini ve yuvarlanma direncini azaltmak için düşük histerisisli bir bileşimin kullanımını zorunlu kılmaktadır. Sonuç olarak, doğal kauçuk bileşenleri, özellikle ıslak yüzeylerde binek araç ve yarış araçlarında yaygın olarak kullanılan çeşitli sentetik kauçuk bileşenlerinden daha düşük tutunma katsayısı sağlamalarına rağmen aslında geniş bir şekilde kamyon lastiklerinde kullanılmaktadır. Yaygın olarak kullanılmakta olan dubleks lastiklerde karkasın iç yüzeyi havayı geçirmeyen ince bir kauçuk (Butyl gibi kauçuk bileşeni) tabaka ile kaplanmıştır (Wong 1993). Karkasın tasarımı ve yapısı, lastiğin özelliklerini büyük ölçüde belirler. Çeşitli

tasarım parametreleri arasında kauçuk-kord katlarının yerleştirilme geometrileri, özellikle katların yönleri lastiğin davranışında önemli bir rol oynar. Kordların yönleri, genellikle kord ile lastiğin çevresel merkez çizgisi arasındaki açı olan taç açısı ile tanımlanmaktadır (Şekil 2.1’de gösterildiği gibi). Kordlar düşük bir kord açısına sahip oldukları zaman iyi bir viraj yeteneğine sahip olacaklardır; fakat sert bir sürüş yeteneğine sahip olurlar. Diğer taraftan kordlar dışın merkez çizgisine doğru dik açıda olursa lastik konforlu bir sürüş sağlamak için uygun olacaktır; fakat zayıf viraj yeteneği gösterecektir.



Şekil 2.1 Çapraz (a) ve radyal (b) katlı lastik yapısı (Wong 1993)

Çapraz katlı bir lastik 2 veya daha fazla kata (büyük yük taşıyan lastiklerde 20 kata kadar olabilir) sahiptir. Bitişik katlar halindeki kordlar zıt yönlerde hareket eder. Bu yüzden baklava biçiminde (çapraz hatlar şeklinde) üst üste yerleştirilmiştir. Çalışma halinde, çapraz katlar esner ve birbiri üzerinde sürtünür.

Bu yüzden baklava şekilli elemanlar ve kauçuk dolgusu uzar. Bu esneme olayı, lastik dişi ile yol arasındaki lastik aşınması ve yüksek yuvarlanma direncinin ana nedenlerinden biri olan silme hareketini yaratır.

Radyal katlı bir lastik çapraz katlı lastikten çok farklı bir yapıya sahiptir. İlk olarak 1948 yılında Michelin tarafından tanıtılan radyal lastik şimdi binek araçlar ve kamyonlarda yaygın olarak kullanılmakta olup ağır iş makinelerinde kullanımı artmaktadır. Bununla birlikte çapraz katlı lastikler motosiklet, tarım makinaları ve bazı ordu taşıtları gibi özel alanlarda hala kullanılmaktadır. Radyal katlı lastikler Şekil 2.1(b)'de gösterildiği gibi 90 derece taç açısı sonucu topuktan topuğa radyal bir şekilde uzanan karkasta bir veya daha fazla kord katına sahiptir. Şekil 2.1 (b)'de gösterildiği gibi dış katmanının altına yüksek elastik modülüne sahip birkaç katlı bir kuşak katı yerleştirilmiştir. Kuşak katı üzerindeki katlar 20 derecelik düşük bir taç açısı ile yerleştirilmiştir. Kuşak katı radyal lastiğin uygun çalışması için gereklidir. Kuşak katı olmaksızın lastik şişirildiği zaman kord alanında düzensizlikler nedeniyle lastik çevresi ciddi bir çökme haline girebilmesi nedeniyle radyal lastik karkası uygun olmayabilir. Binek araç lastiklerinde genellikle reyon ve polyester gibi sentetik malzemelerden yapılmış karkasta 2 radyal kat, çelik kordlu 2 kat, kuşak kısmında naylon gibi sentetik malzemelerden yapılmış 2 kat kord vardır. Kamyon lastiklerinde ise karkasta 1 radyal çelik telli kat ve kuşak kısmında 4 çelik telli kat vardır. Radyal lastiklerde karkasın esnemesi çok az miktarda kodların şekil değiştirme bağıl hareketini içermektedir. Lastik ile yol arasındaki silme hareketinin olmaması durumunda radyal bir lastiğin güç dağılımı benzer şartlar altında çapraz katlı lastiğe göre enerji kaybı %60 kadar daha az olabilir. Radyal lastiğin ömrü aynı çapraz lastiğin ömründen 2 kat daha uzun olabilmektedir. Bir radyal lastikte tüm temas alanı üzerinde diğerlerine göre uniform zemin basıncı vardır. Çapraz katlı lastiklerde tam tersine zemin basıncı, kompleks sınırlı silme hareketine maruz kalan temas alanından dış elemanların geçmesiyle noktadan noktaya büyük bir şekilde değişim göstermektedir.

Çapraz kat yapısı üzerinde dış içerisinde kuşaklardan yapılmış lastikler de vardır. Bu tip lastiklere genellikle çapraz kuşaklı lastik denilir. Kuşaktaki kordların malzemeleri çapraz katlılarındakinden daha yüksek elastik modüle sahiptir. Kuşak, dışın şekil değiştirmesine karşı daha yüksek bir rijitlik sağlar ve geleneksel çapraz katlı lastiklere nispeten dış aşınmasını ve yuvarlanma direncini azaltır. Genellikle çapraz kuşaklı lastik, çapraz katlı lastik ve radyal lastik arasındaki ortak özelliklere sahiptir.

Pnömatik bir lastiğin kısımları kompozit malzeme yapısındadır. Örneğin; modern bir lastik çelik, iplik kumaş katı ve kauçuğun bir karışımıdır. Tablo 2.1'de 195/65 R 15 ebatlarındaki bir lastiğin malzeme bileşenlerinin oranları gösterilmektedir (Rill 2004).

Tablo 2.1 Lastik bileşenleri

Lastik bileşenleri	Malzeme	% Oran
Takviyeler	Çelik, rayon, naylon	16
Kauçuk	Doğal-sentetik	38
Bileşenler	Karbon,silisyum	30
Yumaşatıcılar	Yağ, reçine	10
Vulkanize ediciler	Sülfür, çinko oksit	4
Muhtelif		2

2.1.2 Pnömatik Lastiklerin Kısaca Tarihi Gelişimi

Pnömatik lastiklerin tarihi, Asya'da 5000 yıldan daha önce Sümerler tarafından icat edilen tekerleklerin tarihine çok benzemektedir. İlk kauçuk lastikler katıydı. İlk pnömatik lastiğin patenti 1845 yılında İskoç bir mühendis olan Robert Thomson tarafından alınmıştır. At arabalarını çekmede çekiş gücünü ve hareket esnasında gürültüyü azaltmayı amaçlamıştır. Bu lastik ahşap janta civata ile tutturulmuş kauçuk kumaşlı bir boruya sahiptir. Aynı ihtiyaç, İskoçyalı bir

veteriner cerrah olan John Boyd Dunlop'un oğlunun üç tekerlekli bisikleti için 1888 yılında pnömatik lastiğin tekrar icat edilmesine yol açmıştır. Pnömatik lastiğin avantajları bisiklet endüstrisinde popülariteyi yakalamıştır. Fakat bir İngiliz C. K. Welsh ve Amerikalı W. Bratt tarafından 1890 yılında patenti alınan sökülebilir lastiklerin icadını beklemek zorunda kalmıştır. 1895 yılında Fransız Edouard Michelin tarafından motorlu taşıtlarda kullanılmak üzere ilk kullanışlı pnömatik lastik üretilmiştir (Tönük 1998).

2.1.3 Lastik ebatları

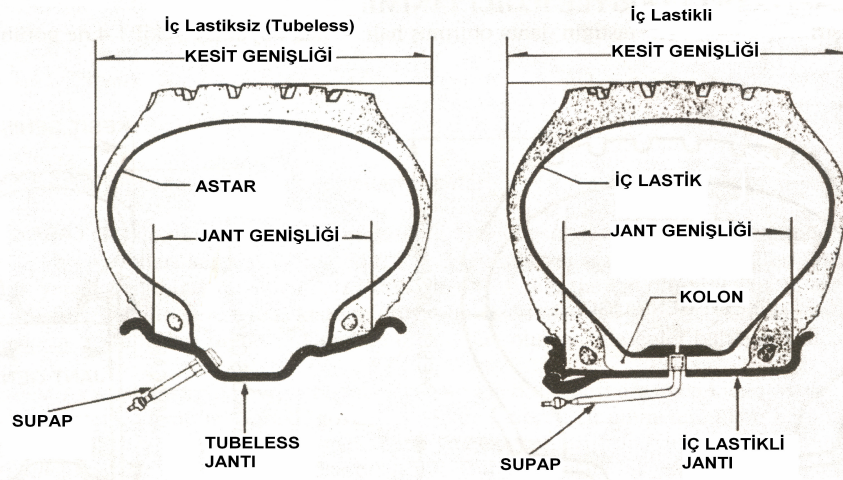
Lastik üzerindeki harf ve rakamlar bize lastiğin ebatları hakkındaki bilgiyi verir. Ebatlar Avrupa veya Amerikan standardına göre lastik üzerine markalanmaktadır. Lastik ana ebatları Şekil 2.3'de gösterilmektedir (Geredelioğlu 1997). Lastik ebatlarını anlamak için gerekli olan bazı tanımlar;

Hız sembolü: Yük indeksi ile belirtilen maksimum yük ile yapabileceği en yüksek hızı ifade eder.

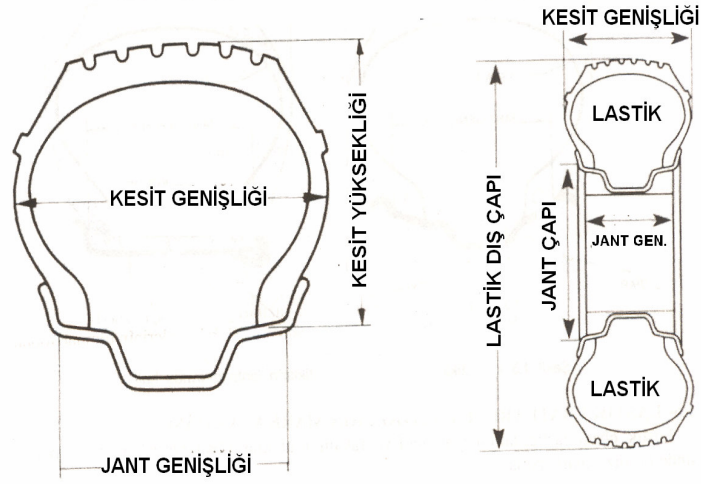
Yük indeksi: Lastik üreticisi tarafından tespit edilen kullanma koşullarında hız sembolü ile belirtilen maksimum hızda lastiğin taşıyabileceği azami yükü ifade eder.

Kesit oranı: Kesit yüksekliğinin, kesit genişliğine yüzde olarak oranıdır (H/B). Kesit oranı azaldıkça lastik yanak yüksekliği azalır.

Kat Muadili: Kat muadili lastiğin maksimum yük taşıma kapasitesini belirleyen ve lastik mukavemetini gösteren bir mukayese değeridir. Lastik belirtilen sayıda gövde katına sahip olmayabilir. Fakat belirtilen katsayısının ifade edildiği yük taşıma kapasitesine sahiptir. Ayrıca aynı ebatta farklı kat muadili (PR) değerine sahip lastiklerde vardır (Geredelioğlu 1997).



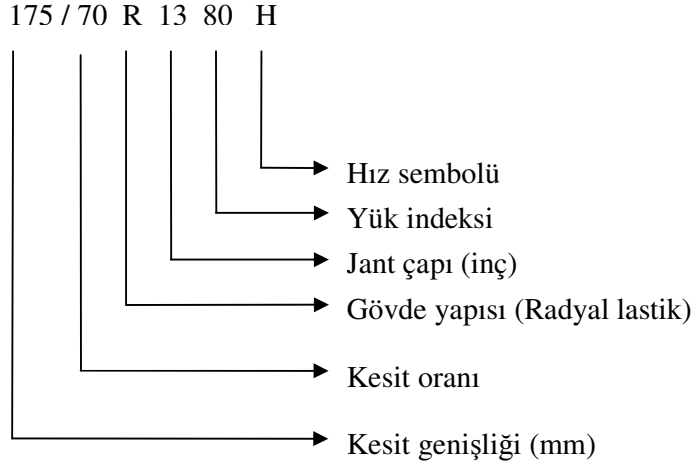
Şekil 2.2 İç lastiksiz ve iç lastikli lastiklerin janta oturmuş hali
(Geredelioğlu 1997)



Şekil 2.3 Şişirilmiş haldeki bir lastiğin ana boyutları (Geredelioğlu 1997)

2.1.4 Avrupa Standardına Göre Markalama

Avrupa Lastik ve Jant Teknik Birliğine (E.T.R.T.O.) göre lastik ebatları aşağıdaki gibi markalama işlemi yapılır.



Tablo 2.2 E.T.R.T.O'ya göre hız indeksleri (Geredelioğlu 1997)

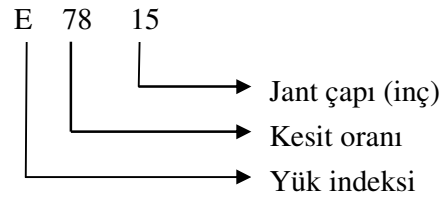
Hız sembolü	Hız sınırı (km/h)	Hız sembolü	Hız sınırı (km/h)
A1	5	J	100
A2	10	K	110
A3	15	L	120
A4	20	M	130
A5	25	N	140
A6	30	P	150
A7	35	Q	160
A8	40	R	170
B	50	S	180
C	60	T	190
D	65	U	200
E	70	H	210
F	80	V	240
G	90	W	270
		Z	>270

Tablo 2.3 E.T.R.T.O'ya göre yük indeksleri (Geredelioğlu 1997)

Yük indeksi	Lastik başına Yük (kg)	Yük indeksi	Lastik başına Yük (kg)	Yük indeksi	Lastik başına Yük (kg)
60	250	79	437	98	750
61	257	80	450	99	775
62	265	81	462	100	800
63	272	82	475	101	825
64	280	83	487	102	850
65	290	84	500	103	875
66	300	85	515	104	900
67	307	86	530	105	925
68	315	87	545	106	950
69	325	88	560	107	975
70	335	89	580	108	1000
71	345	90	600	109	1030
72	355	91	615	110	1060
73	365	92	630	111	1090
74	375	93	650	112	1120
75	387	94	670	113	1150
76	400	95	690	114	1180
77	412	96	710	115	1215
78	425	97	730	116	1250

2.1.5 Amerikan Standardına Göre Markalama

Amerikan Lastik ve Jant Teknik Birliğine (T.R.A.) göre lastik ebatları aşağıdaki gibi markalama işlemi yapılır.



Tablo 2.4 T.R.A'ya göre yük indeksleri (Geredelioğlu 1997)

Yük İndeksi	Kat Muadili
A	2
B	4
C	6
D	8
E	10
F	12
G	14
H	16
J	18
L	20
M	22
N	24

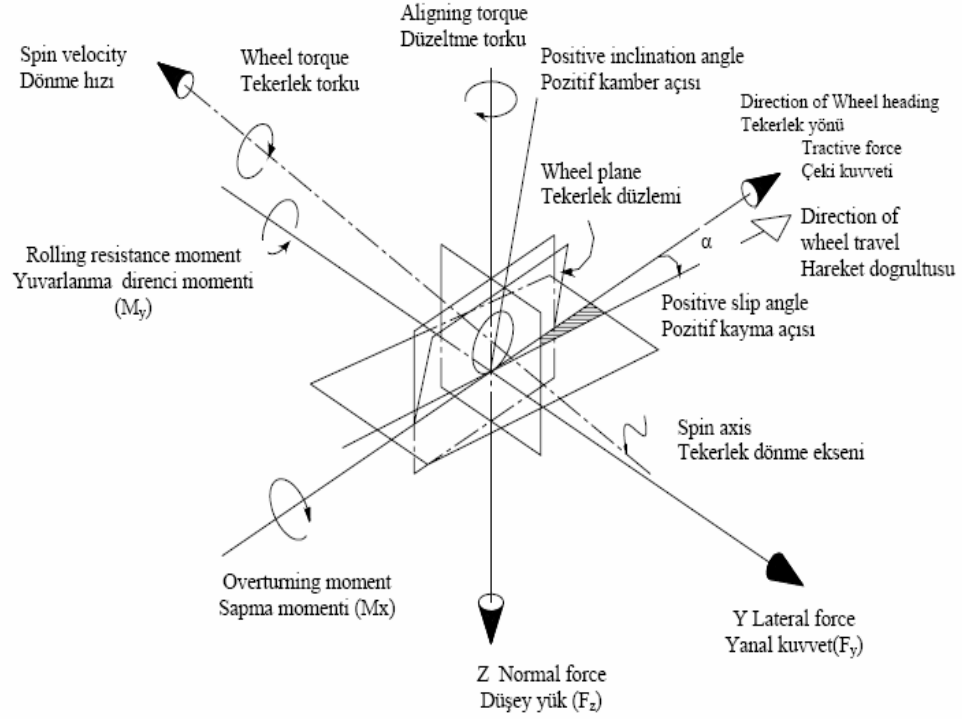
2.1.6 Tekerleğe Etkiyen Kuvvetler ve Momentler

Şekil 2.4'de SAE tekerlek eksen takımına göre bir tekerleğe etki eden kuvvetler ve momentler gösterilmiştir (Gillespie 1992). Hareket halindeki bir tekerleğe etki eden kuvvetler;

1. Doğrusal kuvvet (tahrik kuvveti) (F_x)
2. Yanal kuvvet (F_y)
3. Düşey yük (F_z)

Hareket halindeki bir tekerleğe etki eden momentler;

1. X eksenine göre, sapma momenti (M_x)
2. Y eksenine göre, yuvarlanma direnci momenti (M_y)
3. Z eksenine göre, düzeltme torku (M_z).



Şekil 2.4 SAE tekerlek koordinat eksen takımı (Dixon 1991)

Hareket halindeki tekerlekle ilgili olarak iki önemli açı bulunmaktadır. Bunlar, kayma açısı ve kamber açısıdır. Kayma açısı tekerlek düzleminin, yol yüzeyi ile arakesiti ve tekerleğin hareket doğrultusu arasındaki açıdır. Kamber açısı ise, xz düzlemi ile tekerlek düzlemi arasındaki açıdır (Çetinkaya 2004). Lastiğin geliştirdiği yanal kuvvet, bu iki açının fonksiyonudur.

2.2 Literatür Araştırması

Bugün halen kullanılmakta olan ve literatürde bulunan lastik modellerini;

1. Analitik modeller
2. Ampirik modeller
3. Fiziksel modeller olarak 3 ana başlık altında toplayabiliriz.

Analitik modeller genellikle fiziksel olayın aşırı basitleştirilmiş modelidir. Bu modeller; çoğunlukla kapalı çözüm şekline sahip düşük dereceli analitik denklemler şeklindedir ve oldukça açık fiziksel anlamlara sahip, ayarlanabilir birkaç parametreyi içermektedir. Analitik modeller hızlı bir şekilde doğru sonuç verirler, kullanımı kolaydır ve bir lastik tipi için kullanıldığı zaman ölçüm gerektirmez. Fakat basitliklerinden dolayı lastik davranışının gerçek etkilerinin detaylarının anlaşılmasını sağlayamazlar.

Ampirik lastik modelleri; ölçülmüş lastik bilgisine uygun bir eğriye dayanmaktadır. Bazı araştırmacılar bazen literatürde yarı deneye dayalı lastik modelleri olan eğri parametrelerine fiziksel anlamlar bağlamaktadır. Birkaç durumda parametrelerin anlamı açık değildir. Bu model parametreleri, analitik düzeltmeleri ve zorunlu olan ekstrapolasyonları belirlemek için büyük bir miktarda bilgiye ihtiyaç duyar. Ampirik modeller tam lastik yanıtı göstermesi ve kısa sürede doğru sonuçlar vermesine rağmen tek bir lastik tipi için model parametrelerini belirlemede çok miktarda deneysel veriyi gerektirir. Bu yüzden deney ile elde edilen bilgi noktaları arasında lastik davranışının ara değerlendirmesini yapmak için kullanılmaktadır. Ampirik modeller lastik dinamiğinin detaylarının anlaşılmasını desteklemez.

Fiziksel modellerde; lastiğin fiziksel yapısı, malzeme kurallarını etkileyen uygunlukla dikkate alınır. Sınır şartları için pek çok non-lineer sistem denklemi elde edilir. Modelin amacına dayanan, daima nümerik olan bazı basitleştirme varsayımı, çözüm yöntemini kısaltmak için kullanılabilir. Fiziksel modeller sanal olarak gerekli detayları içermesine rağmen, hesaplama süresi ve hesap kaynakları tarafından sınırlandırılmaktadır. Gerçek zaman uygulamalarında uygulama bulan

analitik ve ampirik lastik modelleri, fazla hesaplama süresi ve büyük hesap kaynağına ihtiyaç duymadıklarından, Sürüş Simulatorlarına veya lastiğin daha büyük sistemin bir bileşeni olduğu taşıt dinamik çalışmalarına benzerdir. Fiziksel ve sınırlı ampirik modelleri genişletmek için, lastik dinamiği ve lastik davranışının optimizasyonu üzerindeki bilimsel çalışmalarda kullanılmaktadır.

Literatürde lastik davranışının simülasyonu, lastik ile yol arasındaki temasın analizi üzerine yapılmış birçok çalışma bulunmaktadır. Bu çalışmalardan bazıları aşağıdaki gibidir;

Pelc (2005), pnömatik lastiklerdeki deformasyon ve gerilimlerin gerçek simülasyonunu yapmak için bir pnömatik lastiğin 3 boyutlu tam bir sonlu eleman modelini oluşturmuştur. Kauçuğun hiperelastik özelliklerini, elastik birim uzama ve enerji yoğunluk fonksiyonunun üçüncü derece bir polinomu şeklinde tanımlamış ve sıkıştırılmazlık Lagrange çarpanı- her sonlu elemanı içinde belirli hidrostatik basınç şeklinde ile hesaba katmıştır. Gren-Lagrange birim uzama tensörlü toplam Lagrange tanımı ve enerjik bir şekilde tanımla bileşik ikinci Piola-Kirchhoff gerilim tensörünü lastik modeline uygulamıştır. Kamyon lastik analizinin deplasman ve kat ayrılma (delamination) gerilim dağılımları ile ilgili sonuçlar elde ederek geliştirdiği pnömatik lastik modelleme tekniğinin tasarım açısından ve yol güvenliği açısından yararlı doğruluğunu göstermiştir.

Dong ve Kyeong (1997), çapraz katlı traktör lastiklerinde şişirme basıncının çekiş performansı üzerindeki etkisini incelemiştir. Çalışmasında lastik basıncını 250 kPa'dan 40 kPa'a kadar test yüzeyine bağlı olarak ya 30 kPa yada 50 kPa'lık bir basınç ile düşürdüğü zaman bazı test sonuçlarının % 20 kaymada, sürtünme katsayısı ve çekiş performansının %14–16 oranında arttığını göstermiştir.

Sui ve Hirshey II (2001), taşıt dinamik analizlerinde kullanılan Yatay İntegrasyonlu Radyal Halka Lastik Modeli ile (HIRS) Çevresel İntegrasyonlu Radyal Halka Lastik Modelini (CIRS) karşılaştırmışlardır. HIRS lastik modeli algoritmasının daha basit ve CIRS lastik modelinden daha hızlı çalıştığını, HIRS

lastik modelinin Simulink versiyonunun Simulink dinamik modeli ile kullanımının kolay olduğunu ve ADAMS/Control vasıtasıyla ADAMS dinamik modeli ile birlikte çalıştırılabildiğini bulmuşlardır.

Burke ve Olatunbosun (1997), lastik yol arasındaki temasın modellenmesi gerçekleştirmek için bir sonlu eleman programı olan MSC/NASTRAN'ı kullanarak 195/65R15 ebatlarındaki lastiğin 3 boyutlu tam sonlu eleman modelini oluşturmuşlardır.

Tönük (1998), otomobil lastiklerinin viraj karakteristiklerini belirlemek için ayrıntılı bir sonlu eleman modeli hazırlamıştır. Önce statik modelini daha sonra sanki-statik yuvarlanan lastik modelini oluşturmuştur. Modelden alınan sonuçların sınanması için tamburlu bir lastik deney düzeneği tasarlamıştır. Bilgisayar modelinden alınan sonuçların deneysel sonuçlarla karşılaştırılmasını yaparak, sonlu elemanlar yönteminin lastiklerin viraj karakteristiklerinin tasarım aşamasında kestirilebilmesi için kullanılabileceğini, prototip üretimi ve deneyler için harcanan zaman ve paranın azaltabileceğini göstermiştir.

W. Hall ve arkadaşları (2004), Dunlop Tyres Ltd. UK. tarafından alınan deneysel verilere dayanarak analiz için LS-DYNA explicit sonlu eleman kodlarını kullanarak 2 farklı lastik modeli geliştirmişlerdir. Birinci modeli statik analiz için geliştirmişler. Birinci modelin sonuçlarını tam ölçekli fiziksel test ile sağlanan bilgi ile uygun bir şekilde karşılaştırmışlar. İkinci modelde ek olarak dönme durumunun üstesinden gelebilen bir simulasyon yöntemi geliştirmişler. Orta dereceli doğrulukla dinamik tepkiyi tahmin eden döner lastik modelini bulmuşlardır.

Lahtinen ve arkadaşları (2000), sonlu elemanlar yöntemi yazılımını kullanarak karlı yüzeyde kar lastiğinin simülasyonunu yapmak için alan şartlarındaki karın mekanik özelliklerini ölçmüş, laboratuvar deneylerinden alınan kar model parametreleri ile simülasyonlar yapmışlardır. 3 farklı malzeme modeli ve Sonlu

Elemanlar Yöntemi yazılımıyla hem kesme hem de basma testlerinin simülasyonunu yapmışlardır.

Xu ve arkadaşları (2005), lastik-yol etkileşimlerinin analizi için Reddy'in yüksek düzenli ince kesme deformasyon tabakasına dayanan parçalı Ritz tipi nümerik yöntemini kullanmıştır. Nümerik örneklerden; temas izi şekli ve kuşaklardaki gerilim dağılımının, yöntemde daha az bilinmeyen değişken kullanarak sonlu eleman yöntemi ile elde edilen sonuçlara çok yakın olan bu metotla tahmin edildiğini göstermişlerdir.

Yan (2001), radyal lastiklerin 3 Boyutlu non-lineer sonlu eleman ile modellenmesini, lastik içersindeki kauçuk bileşiklerini Lagrangian çarpanlar yöntemine dayanarak ele alan sıkıştırılmaz eleman ile benzetimini yapmış. Elastomerlerin non-lineer mekanik özellikleri için Mooney-Rivlin Modelini kullanmıştır. Radyal lastik yapısının düz temel ve rijit çember ile temasın sınırlanmasını değişik sınırlama yöntemleri kullanarak ele almış. Lastiklerin büyük deformasyon tanımı için Lagrangian yöntemini kullanmış. Nümerik sonuçların modelin güvenilir ve yakınsamının oldukça iyi olduğunu göstermiştir.

Zegelaar ve Pacaejka (1998), engebeli yollar üzerindeki lastiklerin düzlemsel dinamiğini incelemek için engebeli bir yol üzerinde dönen lastiğin 2 durumunu, deneyler ve simülasyonlar kullanarak analiz etmişlerdir.

Canudas ve arkadaşları (2002), yol-lastik boylamsal etkileşimi için dinamik sürtünme modeli elde etmişlerdir. Model parametrelerinin kolay bir şekilde ayarlanmasına izin veren, bir hıza bağlı, kayma katsayısı gibi sürtünme kuvvetinin zamana bağlı açıklamasını, zamana bağlı olan deney verisi ile karşılaştırılmasıyla geliştirmişlerdir. Deney sonuçlarının, gelip geçici taşıt hareketi esnasında sürtünme kuvvetinin tahmin edilmesinde yeni lastik sürtünme modelinin doğruluğunun geçerli olduğunu göstermişlerdir.

Cho ve arkadaşları (2004), yapay sinir ağı ile lastik aşınma performansının artırılması için lastik dişinin üst kısım şeklinin optimizasyonunu yapmışlardır.

Fervers (2004), yumuşak toprak üzerinde lastiğin etkileşimini incelemek için lastik-toprak yol etkileşiminin geliştirilmiş sonlu eleman yöntemi ile simülasyon modelini oluşturmuştur. Test sonuçlarına göre benzer olan düz ve engebeli yollarda yeni lastik modelinden elde ettiği sonuçlar ile modelin yeteneğini ispatlamıştır. Başka farklı topraklarda farklı etkiler için özel görüntülü yumuşak toprak zemin üzerinde lastik basınc etkisini içeren sonuçlar bulmuştur.

Johnson ve arkadaşları (1999), bir uçak lastiğinin quasi_statik visko-elastik sonlu elemanlar modelini yaparak sürtünmesiz bir yüzeyde temas halindeki bir uçak lastiğinin yüklemesiz ve yüklemeli durumların simülasyonunu yapmışlardır.

Svendenius ve arkadaşları (2004), taşıt kullanım simülasyonlarını için kolay kullanılabilen bir modelin oluşturulması amacıyla kamber etkilerini içeren yarı ampirik lastik modelini yapmışlar.

Literatürde lastiğin sönümleme özelliklerinin incelenmesi amacıyla yapılmış bir çok çalışma bulunmaktadır. Bunlardan bir kaçı aşağıdaki gibidir

Kim ve Bolton (2003), şişirilmiş bir lastiğin diş kısmındaki titreşim dalgasının yayılması üzerinde dönmenin etkilerini anlaşılması amacıyla dairesel silindirik tabakanın sabit bir eksen etrafına döndüğü kabul ederek serbest titreşim durumunda lastiğin doğal frekanslarını bulmuş ve döner tabakanın dalga sayısı spektrumunu, zamana bağlı olmayan bir tabakanın dalga sayısı spektrumu ile karşılaştırmıştır.

Dorfi (2004), takozlar üzerinde dönmekte olan lastiklerin düzlem kuvvet iletimlerini çeşitli yaklaşımları kullanılarak incelemiştir: analitik, nümerik ve deneysel.

Pinnington (2005), bir lastik kuşağının hareket denklemlerini elde ederek, düşük rijit gövde frekanslarında kuşak eğilme modları ve düzlem çember modlarının, yüksek frekanslarda, sadece hareket dalgalarının meydana geldiğini bulmuştur.

2.3 Amaç ve Kapsam

Bu çalışmada 175/70 R 13 ebatlarındaki binek taşıt lastiği sonlu elemanlar yöntemi kullanılarak ANSYS programı ile gerilme ve modal analizi yapılmıştır.

Yapılan çalışmada gerilme analizi iki ayrı durum için incelenmiştir.

1. Durum: Lastiğin 2 boyutlu ve 3 boyutlu sonlu eleman modelinin farklı şişirme basınçlarına maruz kalması
2. Durum: Lastiğin 2 boyutlu sonlu eleman modelinin farklı şişirme basınçları, sürtünme katsayıları ve yükler altında temas analizi.

Birinci durumda lastiğin iç yüzeyine farklı şişirme basınçları uygulanarak 2 ve 3 boyutlu gerilme analizi yapılmıştır. Analiz sonuçlarına göre 2 ve 3 boyutlu S_x asal ve Se_{qv} gerilme değerleri karşılaştırılmış, kritik gerilme bölgeleri incelenmiştir. İkinci durumda ise lastiğe farklı şişirme basınçları, sürtünme katsayıları ve yükler uygulanarak lastik ile temas yüzeyi arasındaki sürtünme katsayısının, yükün ve şişirme basıncının S_Y ve Se_{qv} gerilmeleri üzerindeki etkisi değerlendirilmiştir.

Yapılan çalışmada modal analizi iki ayrı durum için incelenmiştir.

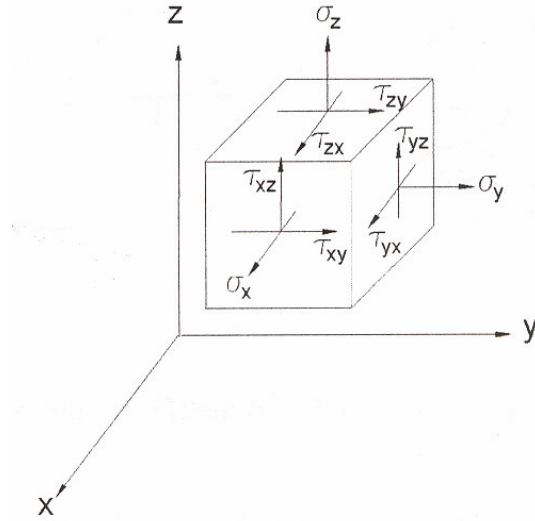
1. Durum: Üç boyutlu sonlu eleman lastik modeli farklı şişirme basınçlarında ön gerilmeli serbest titreşim modları bulunmuştur.
2. Durum : Üç boyutlu sonlu eleman lastik modeli farklı şişirme basınçları ve yükler altındaki ön gerilmeli titreşim modları bulunmuş ve deneysel verilerle karşılaştırılmıştır.

3. MATERYAL VE METOD

3.1 MATERYAL

3.1.1 Üç Boyutlu Gerilme Analizi

Cisim içerisinde çıkarılan bir küpün her bir yüzeyinde birbirine dik üç doğrultuda σ_x , σ_y ve σ_z gerilmeleri vardır. Bu gerilme bileşenleri Şekil 3.1'deki gibidir. Burada τ 'ardaki ilk indis etkidiği yüzey doğrultusunu, ikinci indis ise kendi doğrultusunu göstermektedir. Şekil 3.1'de görüldüğü üzere bir noktadaki gerilme halini karakterize etmek için 9 büyüklük bulunur. Bir vektörün üç bileşenle belli olduğu düşünülürse bir noktadaki gerilme halinin vektörden de farklı olduğu anlaşılır. Böyle 9 bileşenle beliren ve koordinat dönüşümünde belirli özellikler sağlayan şiddetlere tensör denir (Özgür 2005).



Şekil 3.1 Üç eksenli gerilme bileşenleri

Gerilme tensörünün matris olarak gösterimi

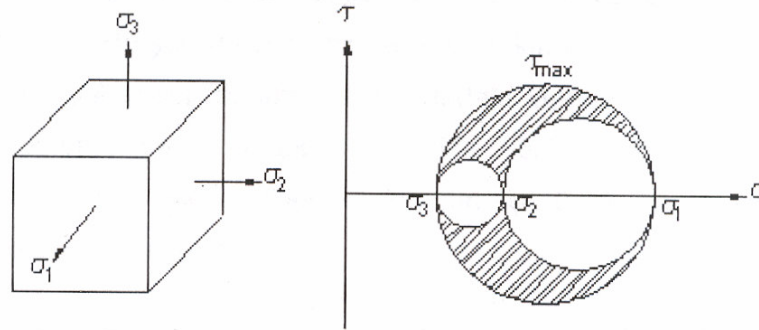
$$\begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yz} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z \end{bmatrix} \quad (3.1)$$

şeklindedir.

Ayrıca daha önce yapıldığı gibi moment denge denklemleri kullanılarak

$$\tau_{xy} = \tau_{yx}, \tau_{yz} = \tau_{zy}, \tau_{zx} = \tau_{xz} \quad (3.2)$$

olduğu gösterilebilir. Bu gerilme tensörünün simetrik olduğunu ifade eder. σ_x, σ_y ve σ_z asal gerilmelerinin verilmiş olduğunu kabul edersek küpe üç ayrı doğrultudan bakınca gördüğümüz üç ayrı iki eksenli hale birer mohr dairesi çizilirse üç eksenliye ait Şekil 3.2'deki gösterim elde edilmiş olur. Bu gösterimde şekilde taranmış olan alanın apsisi ve ordinatı eğik yüzeylerdeki normal gerilmeyi ve kayma gerilmesini verir.



Şekil 3.2 Üç eksenli gerilme hali için Mohr dairesi gösterimi

Üç eksenli haldeki mohr dairesinden kayma gerilmesinin en büyük değeri hemen görülmektedir. Asal gerilmeler büyüklük sırası bakımından $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$ şeklinde dizilirse, en büyük kayma gerilmesi en büyük daire yarıçapı olarak

$$|\tau_{\max}| = \left| \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \right| \quad (3.3)$$

şeklinde bulunur.

3.2 METOD

3.2.1 Sonlu Elemanlar Metodu

Sonlu elemanlar metodu; karmaşık olan problemlerin daha basit alt problemlere ayrılarak her birinin kendi içinde çözülmesiyle tam çözümün bulunduğu bir yöntemdir. Metodun üç temel niteliği vardır: İlk olarak, geometrik olarak karmaşık olan çözüm bölgesi sonlu elemanlar olarak adlandırılan geometrik basit alt bölgelere ayırır. İkincisi her elemandaki, sürekli fonksiyonlar, cebirsel polinomların lineer kombinasyonu olarak tanımlanabileceği kabul edilir. Üçüncü kabul ise, aranan değerlerin her eleman içinde sürekli olan tanım denklemlerinin belirli noktadaki (düğüm noktaları) değerleri elde edilmesinin problemin çözümünde yeterli olmasıdır. Kullanılan yaklaşım fonksiyonları interpolasyon teorisinin genel kavramları kullanılarak polinomlardan seçilir. Seçilen polinomların derecesi ise çözülecek problemin tanım denkleminin derecesine ve çözüm yapılacak elemandaki düğüm sayısına bağlıdır. Sonlu elemanlar metodunun kullanılması ve bilgisayarların sanayiye girmesiyle, bugüne kadar ancak pahalı deneysel yöntemlerle incelenebilen birçok makine elemanının kolayca incelenebilmesi, hatta çizim esnasında mukavemet analizlerinin kısa bir sürede yapılarak optimum dizaynın gerçekleştirilmesi mümkün olabilmiştir (Topçu ve Taşgetiren 1998). Sonlu elemanlar metodunu diğer nümerik metotlardan üstün kılan başlıca unsurlar şöyle sıralanabilir:

1. Kullanılan sonlu elemanların boyutlarının ve şekillerinin değişkenliği nedeniyle ele alınan bir cismin geometrisi tam olarak temsil edilebilir.

2. Bir veya birden çok delik veya köşeleri olan bölgeler kolaylıkla incelenebilir.
3. Değişik malzeme ve geometrik özellikleri bulunan cisimler incelenebilir.
4. Sebep sonuç ilişkisine ait problemler, genel direngenlik matrisi ile birbirine bağlanan genelleştirilmiş kuvvetler ve yer değiştirmeler cinsinden formüle edilebilir. Sonlu elemanlar metodunun bu özelliği problemlerin anlaşılmasını ve çözülmesini hem mümkün kılar hem de basitleştirir.
5. Sınır şartları kolayca uygulanabilir.

Sonlu elemanlar analizinde temel fikir sürekli fonksiyonları bölgesel sürekli fonksiyonlar ile temsil etmektedir. Bunun anlamı bir eleman içerisinde hesaplanması istenen büyüklüğün değeri o elemanın düğüm noktalarındaki değerler kullanılarak enterpolasyon ile bulunur. Bu nedenle sonlu elemanlar metodunda bilinmeyen ve hesaplanması istenen değerler düğüm noktalarındaki değerlerdir (Topçu ve Taşgetiren 1998). Bir varyasyonel prensip kullanılarak büyüklük alanın düğüm noktalarındaki değerleri için bir denklem takımı elde edilir. Bu denklem takımının matris formundaki gösterimi

$$\{K\} \{D\} = \{R\} \quad (3.4)$$

şeklindedir. Burada $\{D\}$ alan büyüklüğünün düğüm noktalarındaki bilinmeyen değerlerini temsil eden vektör, $\{R\}$ bilinen yük vektörü ve $\{K\}$ ise bilinen sabitler matrisidir. Gerime analizinde $\{K\}$ rijitlik matrisi olarak bilinmektedir.

3.2.2 Üç Boyutlu Problemler

Mühendislik problemlerinin birçoğu üç boyutludur. Bir ve iki boyutlu olarak yapılan çözümler yeterli doğrulukta sonuçlar verdiği için üç boyuta göre daha fazla tercih edilmektedir (Topçu ve Taşgetiren 1998). Bu bölümde üç boyutlu gerilme analizi için 8 düğümlü kübik elemanlar için temel ifadeler çıkarılacaktır.

Üç boyutlu halde deplasman bileşenleri,

$$\{u\} = [u, v, w]^T \quad (3.5)$$

dir. Burada u , v ve w sırasıyla x , y ve z yönündeki bileşenleri göstermektedir. Gerilme ve şekil değiştirme durumları,

$$\{\sigma\} = [\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z, \tau_{yz}, \tau_{xz}, \tau_{xy}]^T \quad (3.6)$$

$$\{\varepsilon\} = [\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z, \gamma_{yz}, \gamma_{xz}, \gamma_{xy}]^T$$

olarak ifade edilir. Gerilme ile şekil değiştirmeler arasındaki ilişki

$$\{\sigma\} = [D] \{\varepsilon\} \quad (3.7)$$

ile verilir. Burada $[D]$ 6×6 boyutlarında elastisite matrisidir.

$$[D] = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} 1-\nu & \nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & 1-\nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & \nu & 1-\nu & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.5-\nu & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.5-\nu & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.5-\nu \end{bmatrix} \quad (3.8)$$

Şekil değiştirmelerle yer değiştirmeler arasındaki ilişki ise,

$$\{\varepsilon\} = \left[\frac{\partial u}{\partial x}, \frac{\partial v}{\partial y}, \frac{\partial w}{\partial z}, \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y}, \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x}, \frac{\partial u}{\partial y}, \frac{\partial v}{\partial x} \right]^T \quad (3.9)$$

Şeklindedir. Kütle ve yüzey kuvvet vektörleri üç bileşenli olarak sırasıyla

$$\{f\} = [f_x, f_y, f_z]^T \quad (3.10)$$

$$\{T\} = [T_x, T_y, T_z]^T \quad (3.11)$$

ile belirtilir.

3.2.3 Gerilme Hesabı

$$\{\sigma\} = \{D\} \quad (3.12)$$

ve

$$\{\varepsilon\} = \{B\} \{q\} \quad (3.13)$$

olduğundan gerilmeler doğrudan

$$\{\sigma\} = \{D\} \{B\} \{q\} \quad (3.14)$$

eşitliğinden bulunabilir. Üç boyutlu durumda asal gerilmelerin hesaplanması için (3x3) boyutlu olan gerilme tensörünün invaryantlarından yararlanılır (Topçu ve Taşgetiren 1998). Gerilme tensörünün invaryantları,

$$I_1 = \sigma_x + \sigma_y + \sigma_z \quad (3.15.a)$$

$$I_2 = \sigma_x \cdot \sigma_y + \sigma_y \cdot \sigma_z + \sigma_x \cdot \sigma_z - \tau_{yz}^2 - \tau_{xz}^2 - \tau_{xy}^2 \quad (3.15.b)$$

$$I_3 = \sigma_x \sigma_y \sigma_z + 2\tau_{yz} \tau_{xz} \tau_{xy} - \sigma_x \tau_{yz}^2 - \sigma_y \tau_{xz}^2 - \sigma_z \tau_{xy}^2 \quad (3.15.c)$$

şeklindedir. Buradan

$$a = \frac{I_1^2}{3} - I_2 \quad (3.16.a)$$

$$b = -2\left(\frac{I_1}{3}\right)^3 - \frac{I_1 I_2}{3} - I_3 \quad (3.16.b)$$

$$c = 2\sqrt{\frac{a}{3}} \quad (3.16.c)$$

$$\theta = \frac{1}{3} a \cos\left(-\frac{3b}{ac}\right) \quad (3.16.d)$$

tanımlanmasıyla asal gerilmeler

$$\sigma_1 = I \frac{1}{3} + c \cos \theta \quad (3.17.a)$$

$$\sigma_2 = I \frac{1}{3} + c \cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) \quad (3.17.b)$$

$$\sigma_3 = I \frac{1}{3} + c \cos\left(\theta + \frac{4\pi}{3}\right) \quad (3.17.c)$$

olarak bulunur.

3.2.4 Altı Yüzlü Eleman

Altı yüzlü eleman, temel elemanı küp şeklinde olan bir izoparametrik eleman olup iki boyutlu gerilme analizi problemlerinde verilen Şekil 3.3'deki gibi dört düğümlü izoparametrik elemana benzemektedir (Topçu ve Taşgetiren 1998). Temel eleman üzerinde şekil fonksiyonları,

$$N_i = \frac{1}{8}(1 + rr_i)(1 + ss_i)(1 + tt_i) \quad i = 1, \dots, 8 \quad (3.18)$$

olarak elde edilir. Burada r_i, s_i ve t_i temel eleman üzerindeki düğüm koordinatlarını vermektedir. Kübik elemanda düğüm numaralaması belirli bir düzende yapılmak zorundadır. Düzensiz yapılan numaralama negatif det J verecektir.

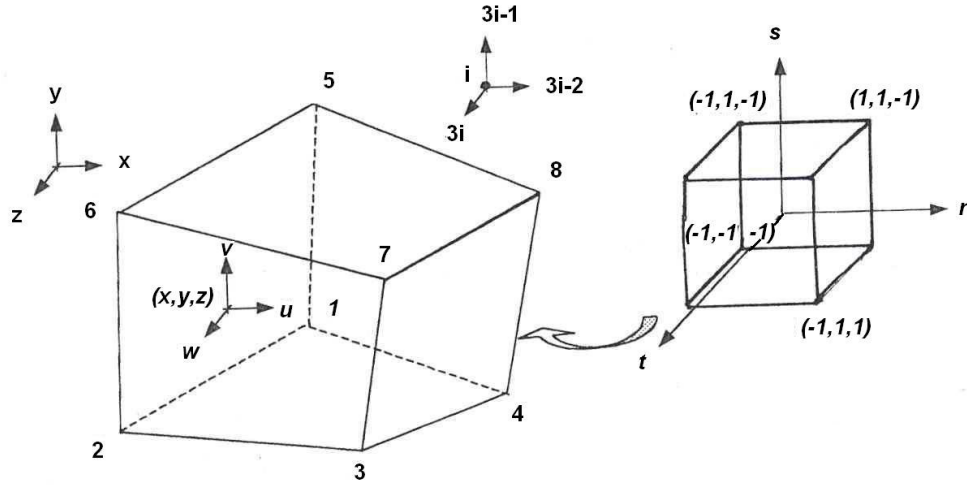
Eleman düğüm deplasmanları vektörünün 24 elemanı bulunmaktadır.

$$\{q\} = [q_1, q_2, q_3, \dots, q_{24}]^T \quad (3.19)$$

i düğümüne ait aynı şekilde deplasmanlar $3i-2$, $3i-1$ ve $3i$ olarak numaralandırılır. Eleman içindeki herhangi bir noktadaki deplasmanlar şekil fonksiyonları yardımıyla

$$\begin{aligned} u &= N_1q_1 + N_2q_4 + N_3q_7 + \dots N_8q_{23} \\ v &= N_1q_2 + N_2q_5 + N_3q_8 + \dots N_8q_{23} \\ w &= N_1q_3 + N_2q_6 + N_3q_9 + \dots N_8q_{24} \end{aligned} \quad (3.20)$$

şeklinde hesaplanır.



Şekil 3.3 Altı yüzlü temel eleman düğüm koordinatları

Koordinatlarda,

$$\begin{aligned}
 x &= N_1x_1 + N_2x_2 + N_3x_3 + N_4x_4 \\
 y &= N_1y_1 + N_2y_2 + N_3y_3 + N_4y_4 \\
 z &= N_1z_1 + N_2z_2 + N_3z_3 + N_4z_4
 \end{aligned} \tag{3.21}$$

dan bulunur. İki boyutlu problemlerde izlenen yoldan gidildiğinde eleman rijitlik matrisi,

$$\{k\}_e = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \{B\}^T \{D\} \{B\} \tag{3.22}$$

olarak ifade edilir. İntegrasyon işlemi nümerik yöntemiyle Gauss eliminasyon metodu uygulanarak yapılmıştır.

3.2.5 Ağ Oluşturulması

Üç boyutlu problemlerin analizi için sonlu elemanlar ağı oluşturulmasında ve gerekli değerlerin hazırlanmasında belirli bir yöntemin izlenmesine ihtiyaç vardır. Üçüncü boyuttaki koordinat değerlerinin ve düğüm bilgilerinin elde edilmesi, düğümün görülememesi nedeniyle bir çok zorluklar ortaya çıkarır. Bu nedenle başlangıçta bir temel alınarak bu tekrar şekline bir ağ oluşturma yoluna gidilmesi önemli kolaylıklar getirir (Topçu ve Taşgetiren 1998). Özellikle basit geometriler için 6 yüzlü 8 düğümlü elemanın temel alınarak tekrarlanması kullanılacak iyi bir yöntemdir. Diğer küp içinde kalan elemanların düğüm numaraları 4'er artırılmak suretiyle kolayca elde edilebilecektir.

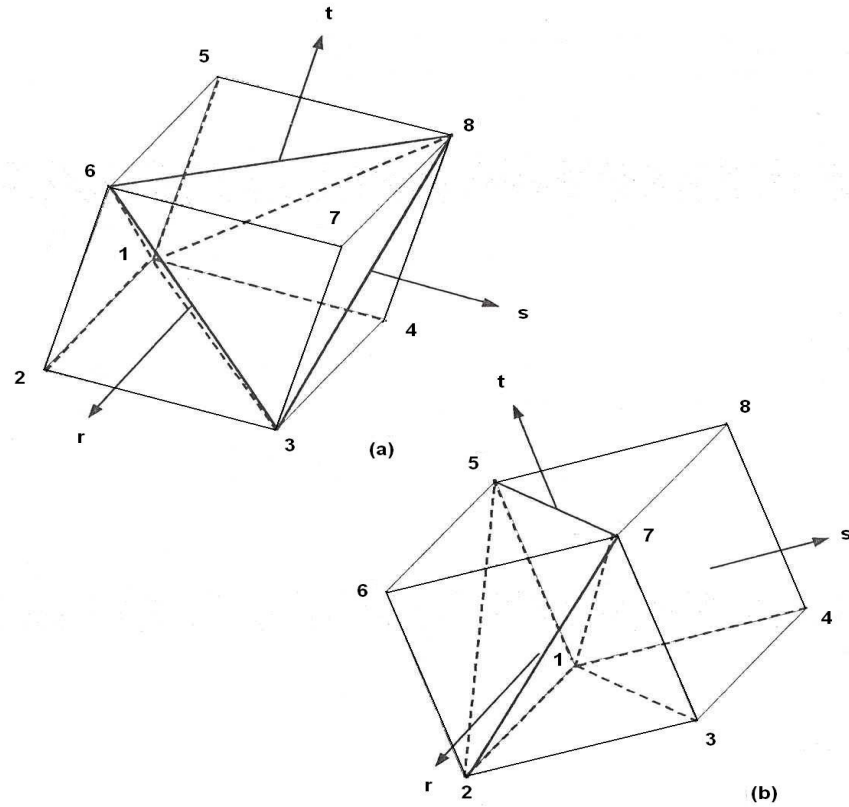
Kübik bir bölge 4 yüzlü elemanlara iki şekilde ayrılabilir. Bunlardan birinde küp 4 adet 4 yüzlü elemana ayrılır, elemanların dördü Şekil 3.4'deki gibi eşit hacimli, biri ise diğerlerinin iki katı hacme sahip olur. İkinci yolda ise küp Şekil 3.4.b'deki gibi 6 adet eşit hacimli elemana ayrılır. Bun ayırma işlemleri sonunda elde edilen düğüm bilgileri Tablo 3.1'de verilmiştir.

Problemin modellenmesinde öncelikle kaba bir ağ yapısı oluşturulur. Gerekli olan bilgiler, düğüm koordinatları, eleman düğüm numaraları, malzeme bilgileri ve sınır şartlarıdır. Başlangıç olarak bir çözüm yapıldıktan sonra daha hassas bir ağ yapısı elde edilmek üzere yeni elemanlara ayırma işlemlerine geçilebilir.

Sınır şartlarının belirlenmesinde üç boyutlu problemlerde düzlem için bir tanımlama gerekebilir. Bir düğümün her yönde hareketi sınırlanmış ise burada tam nokta sınır şartı vardır denilir. Eğer düğümün bir doğrultuda hareketine izin verilmiş ise bu durumda da çizgisel sınır şartı vardır. Öte yandan düğümün bir düzlem içinde hareketi söz konusu olursa burada düzlemsel sınırlama söz konusudur (Topçu ve Taşgetiren 1998).

Tablo 3.1 Temel 6 yüzlü elemanın 5 ve 6 adet 4 yüzlü eleman bölünmesi

5 Eleman					6 Eleman				
Eleman	Düğümler				Eleman	Düğümler			
No	1	2	3	4	No	1	2	3	4
1	1	3	2	6	1	1	2	3	7
2	1	3	4	7	2	1	2	7	5
3	6	8	5	1	3	2	7	5	6
4	6	8	7	3	4	1	5	3	7
5	1	3	6	8	5	1	8	7	5
					6	1	7	3	8



Şekil 3.4 Temel kübün dört yüzlü elemanlara ayrılması

a) 5 Adet 4 yüzlü, b) 6 Adet 4 yüzlü

Nokta sınır şartlarında genel rijitlik matrisinin ilgili serbestlik derecesine karşılık gelen diyagonal elemanına büyük bir C katsayı eklenmekle sınır şartının sisteme dahil edildiği görülmüştü. Düğüm doğrultu kosinüsleri l, m, n olan bir t doğrultusu boyunca hareket edebiliyorsa penaltı yaklaşımı,

$$\begin{matrix}
 3I-2 & 3I-1 & 3I \\
 3I-2 & \begin{bmatrix} Cl^2 & Clm & Cln \\ 3I-1 & Cm^2 & Cmn \\ 3I & Sim & Cn^2 \end{bmatrix} &
 \end{matrix} \quad (3.23)$$

şeklindeki bir rijitlik teriminin uygun serbestlik dereceleri ile sistem matrisin eklenmesi sonucunu verir. Düzlemsel sınır şartında ise düzlemin normal l, m, n doğrultuda kosinüslerine sahiptir. t doğrultusu için ise,

$$\begin{matrix}
 3I-2 & 3I-1 & 3I \\
 3I-2 & \begin{bmatrix} C(1-l^2) & -Clm & -Cln \\ 3I-1 & C(1-m^2) & -Cmn \\ 3I & Sim & C(1-n^2) \end{bmatrix} &
 \end{matrix} \quad (3.24)$$

rijitlik terimin eklenmesi gerekecektir.

3.3 Sonlu Elemanlar İle Statik Analiz

3.3.1 Giriş

Statik analizde zaman bağımsız bir değişken olarak göz önüne alınmaz. Deformasyonların sabit ve yavaşça değiştiği kabul edilir. Bazı problemlerde titreşim frekansı çok düşük olabilmektedir. Bu durumlarda problem statik yüklü olarak düşünülebilir. Yani atalet kuvvetleri hesaplanarak, bunlar sanki birer statik yükmiş gibi yapıya uygulanarak, yapı statik olarak analiz edilebilir. Bir statik analizde öncelikle sonlu elemanlar modelinin hazırlanması yani yapının

elemanlara bölünmesi; sonra da yapının nasıl yüklendiğinin tanımlanması ve destek şeklinin verilmesi gerekir.

Çözüm için program her bir eleman için rijitlik $\{K\}$ matrisini hesaplar. Daha sonra elemanlar birleştirilerek tüm sistem için global rijitlik $\{K\}$ elde edilir. Yükler global yük vektöründe, $\{R\}$, yerleştirilir. Mesnet koşulları uygulanır. Global denklem takımı $\{K\}\{D\}=\{R\}$, bilinmeyen $\{D\}$ değerleri için çözülür. Yapı problemlerinde $\{D\}$ matrisi nodal deplasman değerlerini temsil etmektedir. Sonuçlar için $\{D\}$ matrisi kullanılarak, gerilme değerleri hesaplanır (Topçu ve Taşgetiren 1998).

3.3.2 Rijitlik Matrisinin Oluşumu

Genel olarak rijitlik matrisi $\{K\}$ bir eleman için aşağıdaki şekilde temsil edilebilir.

$$\{K\} = \int \{B\}^T \{E\} \{B\} dV \quad (3.25)$$

burada $\{B\}$ şekil değiştirme-deplasman matrisi, $\{E\}$ sabitler matrisi olup, malzeme özelliklerini göstermektedir. dV ise hacim elemanıdır. Rijitlik matrisleri eleman tipine bağlı olarak, eleman deplasman alanını tarif eden şekil fonksiyonları kullanılarak her tip eleman için ayrı ayrı hesaplanabilirler.

Eleman rijitlik matrisiyle, sistem global rijitlik matrisleri simetriktir. Bu durum yapıya etkiyen kuvvetler ile deformasyonlar arasında linner ilişki olduğu sürece geçerlidir. Rijitlik matrislerinde diyagonal terimler daima pozitifdir. Diğer yandan bir yapı hiç mesnetlenmemiş veya uygun şekilde mesnetlenmemişse, rijitlik matrisinde tekillikler oluşur. Bu durumda program $\{K\}.\{D\}=\{R\}$ denklemini nodal serbestlik dereceleri için çözemeyecektir. Matristeki tekillikleri önleyebilmek amacıyla tüm rijit cisim hareket serbestlikleri uygun şekilde

engellenmelidir. Bu rijit hareket serbestlikleri yapı içerisinde deformasyon ve dolayısıyla gerilme yaratmayan hareket şekilleridir (Topçu ve Taşgetiren 1998).

Her bir nod noktasına genel amaçlı bir sonlu eleman programı altı serbestlik derecesi atayacaktır. Bunlar üç adet öteleme ve üç adette dönme serbestliğidir. Eğer bu global serbestlik derecelerinden biri bile bu noda bağlı olan elemanların biri için bile şekil değiştirme oluşturmuyorsa, rijitlik matrisinde tekillik oluşacaktır. Bu tür serbestlik dereceleri çözümden önce kısıtlanmalıdır.

3.3.3 Yükler

Yükler yapıya değişik şekillerde uygulanabilir. Bu tek bir noktaya uygulanan kuvvet veya moment olarak veya yüzey basınç yükü olarak gerçekleştirilir. Diğer bir yükleme şekli ise cismin kendi ağırlığı dolayısıyla ve atalet kuvvetlerinin varlığı dolayısıyla oluşan kuvvetlerdir.

Yayıllı yükler sonlu elemanlar programlarında “Kinematik Eşdeğer” nodal yüklerle değiştirilirler. Kinematik eşdeğer nodal yükler toplamada orijinal yüke eşit olup, herhangi bir noktaya göre orijinal yüklemeyle aynı moment değerini vermektedir. Kinematik eşdeğer olmayan nodal yüklemeler ise genelde yığın yükleme olarak adlandırılır ve çoğu zaman dönme serbestliğine sahip elemanlar için tercih edilmektedir (Özgür 2005).

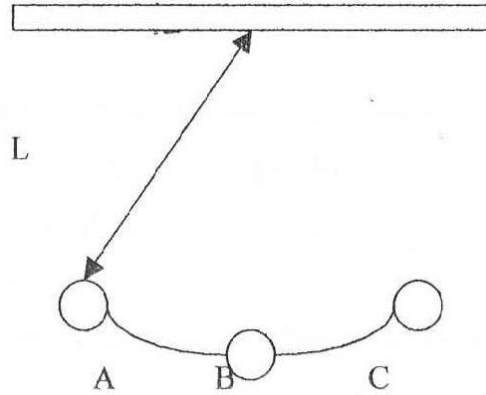
3.4 Sonlu Elemanlar İle Modal Analiz

3.4.1 Titreşim Hareketi (Periyodik Hareket)

Doğada çok karşılaşılan bir hareket türü de, belirli aralıklarla tekrarlanan ve periyodik hareket olarak adlandırılan harekettir. Örneğin dünya gerek kendi gerekse güneşin etrafında periyodik bir dönme hareketi yapar. Sabit bir nokta etrafında ileri-geri bir periyodik hareket yapan cismin hareketine ise titreşim

hareketi denir. Örneğin bir yaya asılı kütle nin denge durumundan uzaklaşarak serbest bırakılması sonucu yaptığı hareket bir titreşim hareketidir (Aygün 1995).

Bütün titreşen sistemler aynı hareketi defalarca ve defalarca tekrar ederler. Örneğin Şekil 3.5'deki sarkaç ileri geri hareket yaparak tekrar, tekrar titreşir. Böyle harekete periyodik hareket denir ve hareketin periyodunu aşağıdaki gibi tanımlarız.



Şekil 3.5 Titreşim hareketi

Titreşim hareketi τ hareketin bir tam salınımı için geçen zamandır.

Sarkacın Şekil 3.5'deki durumu için periyot, sarkacın A'dan C'ye ve tekrar A'ya geri salınım da geçen zamandır. Periyodun sarkaç topunun tam bir titreşim boyunca A'dan uzaklaştığı toplam zaman olduğunda dikkat edilir. Bir periyotluk harekete titreşimin devri denir. Genellikle titreşimin frekansından bahsederiz ve şöyle tanımlanır.

Titreşim frekansı f , birim zamanda sistem tarafından tamamlanan titreşim devrinin sayısıdır. Çoğunlukla frekans saniyedeki devir sayısı olarak ifade edilir.

f frekansı ve τ periyodu arasında önemli bir bağlantı vardır. Frekans, birim zamandaki titreşimlerin sayısı ve periyot, bir tam titreşim için geçen zaman olduğundan,

Böylece genel bir bağıntıya sahip oluruz.

$$f = 1/\tau \quad (3.26)$$

Bu ifade bütün periyodik hareketlere uygulanır. Belirli bir hareketin periyodu 0,02s ise, frekansı 50 Hz'dir.

Periyodik hareketin başka bir özelliği de hareketin genliğidir. Genlik, parçanın titreşim hareketi yapmadığı zamanki denge durumundan itibaren en büyük yer değiştirmesidir.

Şekil 3.5'deki sarkacın hareketi için genlik AB veya BC uzaklığıdır. Salınım yapan sistemlerde tüm salınım uzunluğunun yarısı, genliği oluşturduğundan dikkat edilir.

Titreşim hareketi yapan sistemin diğer önemli özelliği de, kinetik ve potansiyel enerji arasındaki iç değişimdir. Örneğin Şekil 3.5'deki sarkaç topu A veya C noktalarında olduğu zaman anlık durma konumundadır yani hiçbir kinetik enerjiye sahip değildir. Bu noktalarda, sarkaç topu yalnız yerçekimi potansiyel enerjisine sahiptir. Sarkaç topu B'ye doğru salındığında, potansiyel enerjiyi kaybeder kaybettiği miktarda da kinetik enerji kazanır. Böylece sarkaç topu sabit enerjide kendini tutarak ileri geri salınır, fakat enerji değişimi korunur (Çolakoğlu 1999).

3.4.2 Basit Harmonik Hareket

Periyodik hareketin pek çok çeşidi vardır. Yaya bağlı kütle sadece bunlardan birisi ve en basit olanıdır. Fakat periyodik hareketleri aynı şekilde tanımlanabilen sarkaç dahil pek çok örnek vardır. Böyle basit periyodik sistemlerin esas özelliği, sistem denge konumundan uzaklaşır uzaklaşmaz yer değiştirmenin büyüklüğü ile doğrusal orantılı geri çağırıcı bir kuvvetin ortaya çıkmasıdır.

Şu halde belirli sınırlar arasında ileri geri basit harmonik hareket (BHH) yapan bir parçanın x yer değiştirmesi hem doğrultu hem de büyüklük bakımından değişir. BHH'de parçacığa etki eden geri getirme kuvveti F-X ve bu kuvvetin yönü de x'in zıttı yönünde olması sebebiyle, k orantı katsayısı olmak üzere

$$F = -k \cdot x \quad (3.27)$$

Burada k yay sabitidir.

Bu ifadeyi genelleştirdiğimizde, kuvvet yasasının temel ifadesini elde ederiz:

$$\text{Geri çağırıcı kuvvet} = -(\text{sabit}) (\text{denge konumundan olan yer} \\ \text{değiştirme}) \quad (3.28)$$

Etkiyen kuvvet sadece geri çağırıcı ise, titreşim hareketi yapan kuvvetin ivmesi;

$$A = -(\text{sabit}) \cdot (\text{yer değiştirme}) / \text{kütle} \quad (3.29)$$

Eşitlik 3.26 ifadesindeki gibi bir kuvvet tarafından yönetilen herhangi bir sistemin hareketine basit harmonik hareket (BHH) denir.

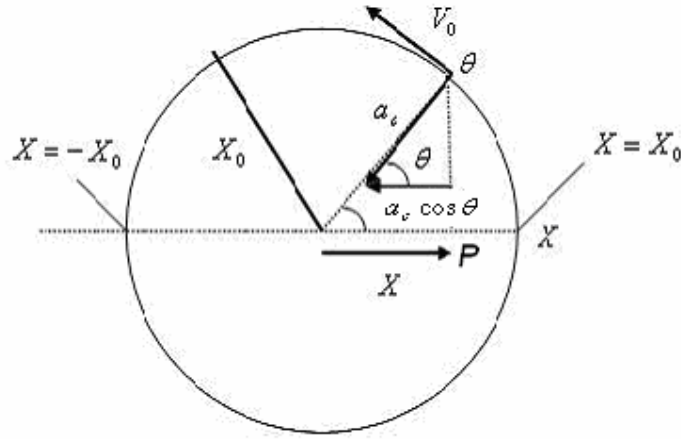
Basit harmonik hareket sistemi, denge durumundan itibaren yer değiştirmesinin büyüklüğü ile doğru orantılı bir geri çağırıcı kuvvetin etkisinde olduğunda meydana gelir.

Herhangi bir durum için geri çağırıcı kuvvet analiz edilerek sistemin kuvvet sabiti denilen eşitlik 3.26 ve 3.27'deki orantılık sabitini belirleyebiliriz. Geri çağırıcı kuvvete maruz kalan böyle bir sistemi bir defa belirledikten sonra, hareket denklemlerini tekrar elde etmeye gerek yoktur. Kuvvet sabiti, tam olarak, daha önce belirlenen kütle-yay sistemindeki yay sabitiyle aynı olur. BHH'in diğer örnekleriyle karşılaşacağız (Çolakoğlu 1987).

3.4.3 Basit Harmonik Hareketin Frekansı

Basit harmonik hareketin frekansı matematiksel yoldan basitçe bulunabilir. Yüksek matematik gerekmediği için grafik yöntemi kullanılacaktır.

X_0 yarı çaplı çember üzerinde V_0 hızında bir Q parçasının hareket ettiğini düşünerek işe başlayalım. Bu çembere referans çemberi denir. Bu hareketin diyagramı Şekil 3.6'da gösterilmiştir.



Şekil 3.6 Basit harmonik hareket

Q'nun hareketi $\omega = V_0 / x_0$ olmak üzere açısal hız $\Delta Q / \Delta t = \omega$ bağlı olarak belirlenebilir. ω birimi raydandır. Q'nun hareketinin tam bir devrini tamamlaması için geçen zaman periyottur (τ).

$$\tau = 2\pi x_0 / V_0 = (2\pi) \times (x_0 / V_0) \quad (3.30)$$

olur. $a_c \cos \theta$

Hareketin f frekansı, saniyedeki devir sayısıdır ve periyodun tersidir: $f = 1 / \tau$

Şekil 3.6'da görüldüğü gibi, Q noktasının x-ekseni üzerindeki izdüşümü P noktasıdır. Q'nun herhangi bir değeri için P, $x = x_0 \cos \theta$ 'dir. Q noktası frekans çemberinin etrafında döner. P noktası da Q ile aynı periyot ve frekansla x-ekseni

üzerinde $+x_0$ 'dan $-x_0$ 'a doğru ve geri dönerek tekrar $+x_0$ 'a hareket eder. Şimdi P noktasının BHH yaptığını gösterelim.

Dairesel hareket yapan Q noktasının merkezci ivmesi

$$a_c = (V_0)^2 / x_0 = \omega^2 x_0 \quad (3.31)$$

a_c 'nin yönü yarıçap doğrultusundan içeri doğru olup Şekil 3.6'da gösterilmiştir. Bu ivmenin P noktasına karşılık gelen değeri a_c 'nin x bileşeni, yani

$$a(P) = a_c \cos \theta \quad (3.32)$$

Negatif işaret $a(P)$ 'nin yönünü göstermektedir. a_c ifadesinin ve $x/x_0 = \cos \theta$ bağıntısını kullandığımızda;

$$a(P) = -\omega^2 x \quad (3.33)$$

bulunur. Burada ω sabit değere sahiptir. Böylece P'nin BHH yaptığı ispatlanmış olur. Çünkü $a = -k.x$, ivmenin BHH'teki genel tanımıdır.

Şimdi BHH'ın frekansını genel olarak tanımlamak basit bir iştir. Eşitlik 3.37 ve 3.31 kullanılarak,

$$a = -\omega^2 x = -(k/m).x \quad (3.34)$$

yazılabilir. Burada k eşitlik 3.35'deki kuvvet sabitidir. Buradan ω 'yı

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (3.35)$$

$$f = \frac{W}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (3.36)$$

$$T = \frac{1}{f} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \quad (3.37)$$

bu ifadeleri elde ederken BHH yapan belirli bir örneğe ihtiyaç duyulmamıştır. Yani eşitlik 3.36 ve 3.37 BHH yapan herhangi bir sistemin frekans ve periyot için genel ifadeler olduğu sonucunu çıkarırız (Çolakoğlu 1999).

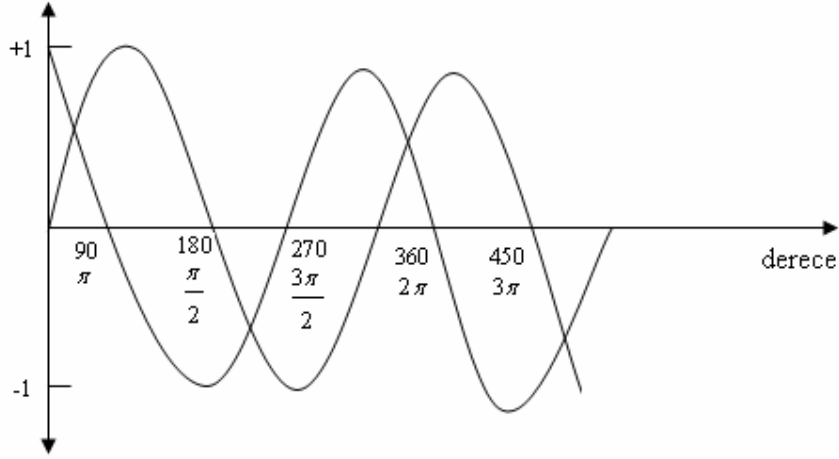
3.4.4 Sinüsel Hareket

Basit harmonik hareket ile titreşen bir cisim için, basit bir matematiksel denklem yazılabilir. Şekil 3.6'daki P noktasının x koordinatı

$$X = X_0 \cos\theta \quad (3.38)$$

olarak verilir.

Şekil 3.7'de gösterilen $\sin\theta$ ve $\cos\theta$ fonksiyonlarının grafiğine bakalım. Burada her iki fonksiyon 360° 'lik ve 2π radyanlık periyotlar ile +1'den -1 değişen devirde gösterilmiştir. X'in $+x_0$ 'dan $-x_0$ 'a gitmesi halinde, $\cos\theta$ 'da bu sınır değerleri arasında değişir ki, bu da BHH'in genlik değerleridir. θ açısının $\sin\theta$ ve $\cos\theta$ 'nın fazı denir.



Şekil 3.7 Sinüs ve Kosinüs fonksiyonları

$\sin\theta$ 'nin dörtte bir devir ($1/4$ dönü) kadar $\cos\theta$ 'nin arkasında kalması hariç, her iki eğrinin de aynı kaldığına dikkat ediniz. O halde sinüs fonksiyonu, dört de bir veya 90° kosinüs fonksiyonu ile faz farkı var denir.

Önceki kesimde BHH tanımlanırken θ referans açısının zamanla değişiminin sabit olduğunu bulduk; yani $\theta = \omega t$. Bu ifade bize herhangi bir anda P noktasının ani korunumunun tanımına götürür:

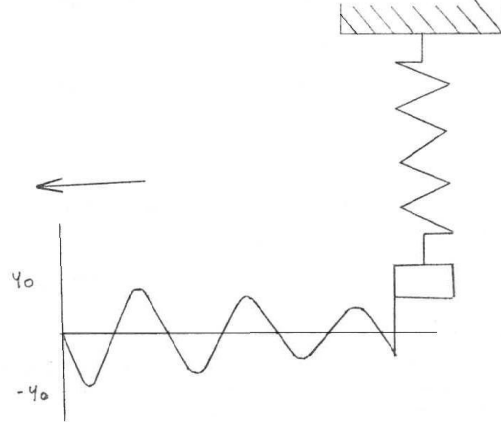
$$x = x_0 \cos(\omega t) = x_0 \cos(2\pi f t) = x_0 \cos(2\pi / t) \quad (3.39)$$

buradaki üç bağıntının da birbirine eşit olduğuna dikkat ediniz. Esasen bu üç denklemde parantez içinde verilen tüm büyüklükler raydan cinsindedir.

Şekil 3.8'de gösterilen BHH'in sinüsel yapısı onu gözümüzde canlandırmaya yardım eder.

Burada bir yaya asılmış bir cisim ve bu cisme tutturulmuş bir kalem vardır. Cisim Y_0 kadar kaldırılıp serbest bırakıldığında cisim Y_0 genlikle basit harmonik hareket yapar. Titreşim hareketi yapan bu cismin arkasında, bir tabaka grafit kağıdı sabit

hızla sola doğru hareket eder. Kalem, kütle aşağı ve yukarı doğru titreşim hareketi yaparken aldığı konumları kağıt üzerine işaretler (Aygün 1995).



Şekil 3.8 Sinüsel hareket

3.4.5 Zorlanmış ve Sönümlü Titreşimler

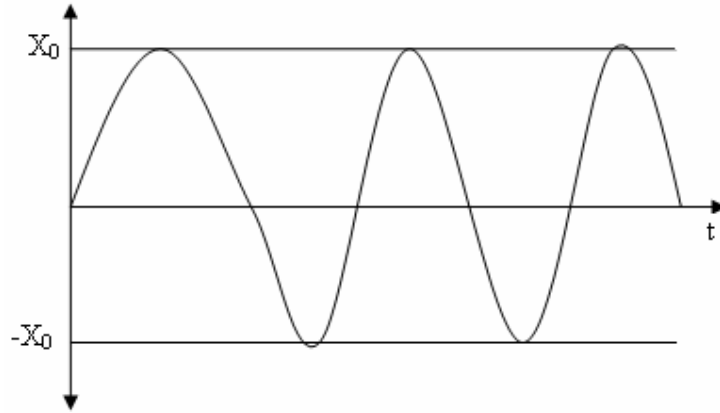
Herhangi bir titreşim sisteminde sürtünme kuvveti nedeniyle daima enerji kaybı vardır. Bunun neticesinde titreşim yapan bir sarkacın veya bir yay ucundaki kütle için genliği zaman geçtikçe sabit bir şekilde azalır, Şekil 3.9'da sürtünmenin olmadığı ideal bir titreşim gösterilmektedir. Daha gerçekçi durum olan Şekil 3.10'da titreşimi sürtünme kuvveti etkilemektedir. Böyle titreşimlere sönümlü denir ve bu durumda hızla sönerek küçülür.

Sürtünme kuvveti çok büyük olan sistem hiçbir şekilde titreşim hareketi yapmaz ve bunun yerine Şekil 3.11'deki denge durumuna basitçe döner. Böyle sistemlere aşırı sönümlenme de denir. Bu durum, örneğin yayın kütlesi çok yoğun bir viskoz sıvıya daldırıldığı zaman ortaya çıkar. Buna benzer durumlarda kütle denge durumunun ötesinde bir hareket yapmaz. Sürtünme kuvveti çok büyük ise, sistem titreşmeden denge durumuna döner. Böyle sistemlere kritik sönümlüdür denir.

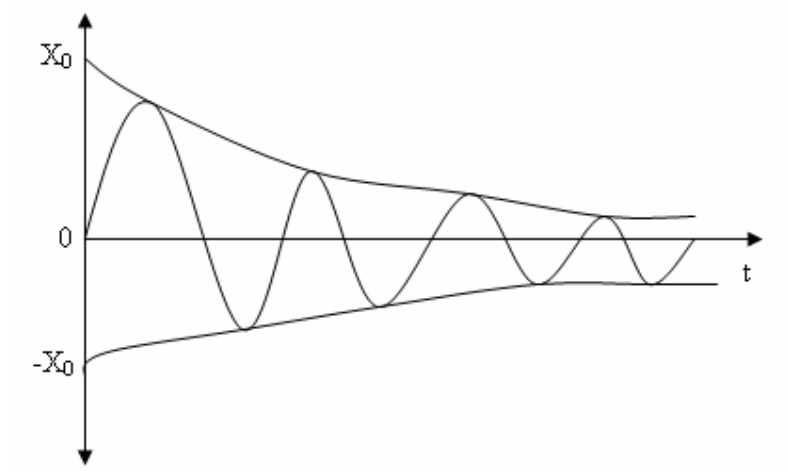
Herhangi bir sistemin çok uzun zaman devamlı titreşim yapması istenirse ise, sürtünme kuvvetine karşı iş yapılarak kaybedilen enerji kadar devamlı enerji

eklemek gerekir. Hızlı sallanmak için doğru veya yanlış itilebilir. Hızlanmak için salıncağı salınım hareketine karşı değil, hareket yönünde itmek gereklidir. Ancak bu yolla etkin olarak sisteme enerji eklenebilir. Hareketine karşı iterseniz, titreşim hareketini durdurabilirsiniz, çünkü titreşen cisim sizin üzerinizde itme etkisiyle iş yapmak zorunda kalır. Bu basit gerçek, titreşen sistemlerin bütün zorlamalı veya sürücü kuvvetleri için önemlidir.

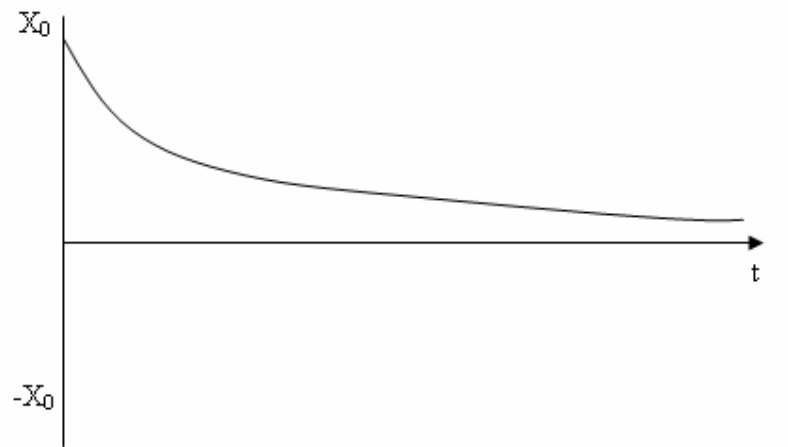
Büyük babanızın saati gibi, sürücü kuvvetin etkisi altında sistemlerde, titreşim hareketi çoğunlukla sistem üzerine tekrarlanan kuvvetin etkisiyle beslenir. Bu kuvvet, titreşim yapan sistemin f_0 doğal frekansıyla aynı veya farklı bir f frekansa sahiptir. $f = f_0$ olduğu zaman, sisteme enerji eklemek için sürücü etkisi çok etkindir. Diğer frekanslarda sürücü kuvvet, sistemin hareketi ile tam olarak aynı derecede davranmaz ve enerji eklemede kuvvetin etkisi daha az etkin olur. Uygulanılan kuvvetin frekansı ile bir titreşim sisteminin genliğinin nasıl değiştiği Şekil 3.12'de gösterilmiştir. Yukarıda söylediğimiz gibi, sürücü kuvvetinin f frekansı, sistemin doğal f_0 frekansına eşit olduğu zaman sürücü kuvvet çok etkindir (Çolakoğlu 1987).



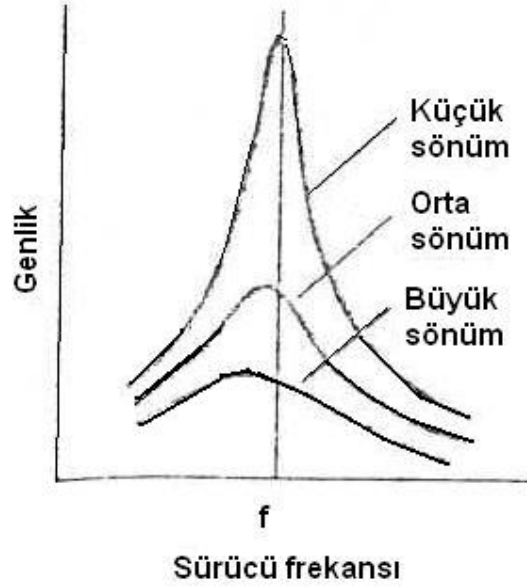
Şekil 3.9 Sönümsüz titreşim



Şekil 3.10 Sönümlü titreşim



Şekil 3.11 Aşırı sönümlü titreşim



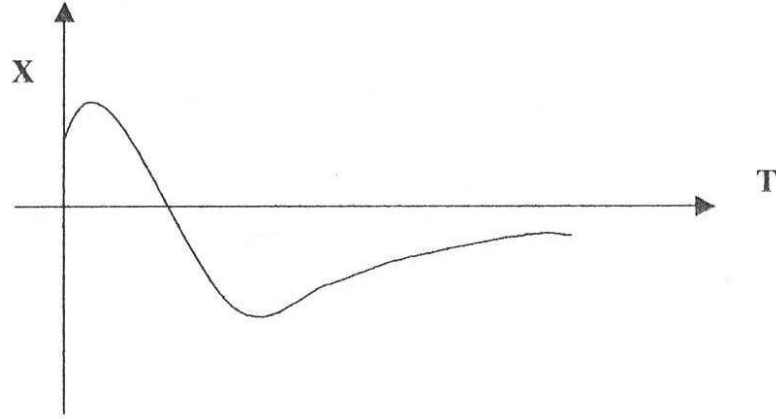
Şekil 3.12 Genlik-frekans

3.4.6 Sönümlü Serbest Titreşimler

Hakiki serbest titreşimler sürekli devam etmezler; sistemin mahiyeti icabı mevcut olan veya kasten sisteme ilave edilmiş harekete karşı koyan dirençlerle sönümlendirilebilirler. Harekete karşı koyan bu direnç genellikle hıza bağlıdır. Hızla orantılı direnç kuvveti halinde viskoz veya lineer sönümlü sistemden, bunun dışından ise lineer olmayan sönümlenmeden bahsedilir (Pınar 2000).

3.4.7 Titreşimlerin Kinematığı

Titreşim hareketi deyince periyodik hareket akla gelmekle beraber, her titreşim mutlaka periyodik değildir. Klotter'e (1987) göre, yönünü bir defadan fazla değiştiren harekete titreşim denir. Bu tarif keyfi değildir, sönümlü serbest titreşimlerin incelenmesinde ortaya çıkan sonuca dayanmalıdır. Şekil 3.13'de x konum koordinatı olmak üzere, bir titreşim hareketinin diyagramını x , t diyagramını göstermektedir.

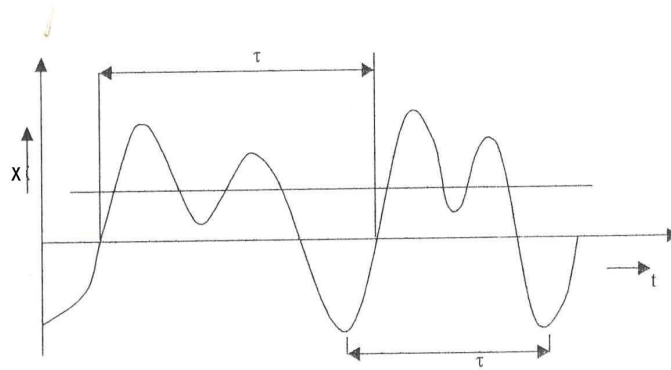


Şekil 3.13 Titreşim hareketi

Titreşimleri a periyodik ve periyodik olarak ikiye ayırabiliriz. Periyodik titreşimlerin özelliklerinin incelenmesi a periyodik titreşimler içinde fevkalade faydalıdır. Belirli ve eşit zaman aralıkları içinde bütün özellikleri ile aynen tekrarlanan titreşime periyodik titreşim denir. Bunun matematiksel ifadesi

$$X(t + T) \equiv x(t) \quad (3.40)$$

olup, T 'ye titreşim periyodu, $f = 1/T$ 'de titreşim frekansı denilmektedir. Şekil 3.14'de böyle bir titreşimi göstermektedir.



Şekil 3.14 Periyodik titreşim

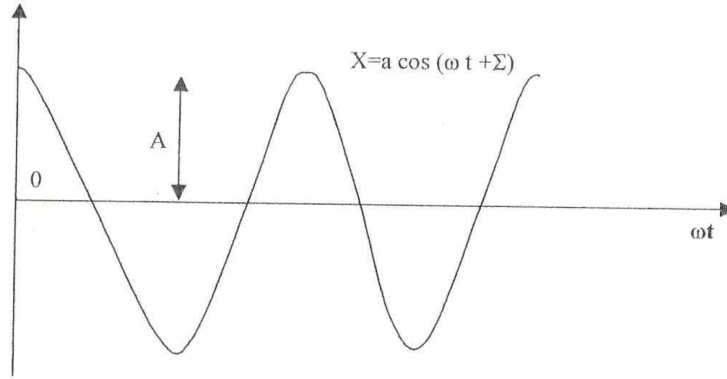
T periyodu saniye ile ölçülürse, f frekansının birimi, 1/s veya titreşim/s olmaktadır. Bu birim kısaca “Hertz” olarak da ifade edilmektedir.

Her periyodik fonksiyonun bir Fourier serisi ile temsil edilebileceği matematikten bilinmektedir. Fourier serisi ise birbirinden farklı katsayı ve frekansları haiz harmonik terimlerden ibarettir. Bu bakımdan harmonik hareket titreşimlerin esas yapı taşı teşkil eder ve harmonik hareketlerin kinematik özelliklerini tanımakta fayda vardır.

Genel olarak harmonik hareket A , ω ve Σ sabitler olmak üzere,

$$X = a \cos(\omega t + \Sigma) \quad (3.41)$$

bağıntısı ile temsil edilir. Buna ait hareket diyagramı ve sabitlerin anlamları Şekil 3.15’de gösterilmiştir.



Şekil 3.15 Harmonik hareket

A , orta konumdan itibaren maksimum sapmayı göstermiş olup “genlik” adını alır. Titreşimin cinsine göre uzunluk veya açıyla ifade edilir.

ω , “daireesel frekans” adını alır, birimi rd/s’dir.

Σ , “başlangıç faz açısı” veya kısaca faz açısı ismini alır. Hareketin başlangıç şartlarını belirler, karakterine tesir etmez.

3.41 denkleminde, hareketin ωt ’ye göre 2π büyüklüğündeki periyotlar içinde tekrarlanacağı görülmektedir. T zamanına göre periyot

$$T = 2\pi\sqrt{\omega}(S) \quad (3.42)$$

dir. Buradan titreşim frekansı

$$f = 1/T = \omega / 2\pi \text{ (titreşim/saniye)} \quad (3.43)$$

olur. 3.43 bağıntısından ω ile f ’nin orantılı olduğu görülmektedir (Yalçın 1996).

$$\omega = 2\pi f \quad (3.44)$$

3.5 Ansys Sonlu Elemanlar Programı

Statik ve dinamik problemlerin çözümü için ABAQUS, MARC, NASTRAN ANSYS gibi birçok sonlu eleman paket programı bulunmaktadır. Bu çalışmada, kullanım açısından diğer programlara nispeten daha kolay ve araştırmacılar tarafından yaygın olarak kullanılmasından dolayı ANSYS sonlu eleman paket programı seçilmiştir.

ANSYS genel amaçlı sonlu elemanlar paket programıdır ve mekanik problemlerin nümerik çözümünde kullanılır. Bu problemler; statik/dinamik yapısal analizler (lineer veya non-lineer), ısı transferi ve akış problemleri ile akustik ve elektromanyetik problemleri içerir (ANSYS User Manual 1996).

Genel olarak, sonlu elemanlar analizleri üç kademe gerçekleştirilir.

3.5.1 Preprocessing (Ön işlemci)

Problemin tanımlanması; preprocessing ana kademleri aşağıda verildiği gibidir:

a. Başlığın belirlenmesi:

Probleme isim verilmesi diye düşünülebilir. Bu seçenek eğer aynı temel model üzerinde farklı seçenekli iterasyonlar yapılması durumunda çok faydalıdır. Türkçe karakter kullanılmamasına dikkat edilmelidir.

b. Modelin oluşturulması

Model 1 boyutlu, 2 boyutlu veya 3 boyutlu uzayında uygun birimler (m., mm., in., vb.) kullanılarak çizilir. Model ANSYS preprocessor'ı kullanılarak oluşturulabileceği gibi başka bir CAD paketinde hazırlanmış bir dosyanın (IGES, STEP, Pro/E gibi) ANSYS preprocessor'ı tarafından okunması ile de olabilir. Modelin oluşturulması esnasında dikkat edilmesi gereken konulardan biri çizimde kullanılan birim ile malzeme özellikleri ve uygulanan yük birimlerinin uyumlu olmasıdır. Örneğin; model mm olarak çizildi ise, malzeme özellikleri SI birimi ile tanımlandığı şekilde olmalıdır (ANSYS User Theoretical Manual 1996.).

c. Eleman tipinin belirlenmesi

Eleman seçimi 1 boyutlu, 2 boyutlu veya 3 boyutlu olabileceği gibi yapılması düşünülen analizin tipine de bağlıdır (örneğin termal analiz gerçekleştirilmek için termal eleman).

d. Malzeme özelliklerinin girilmesi

Malzeme özellikleri (elastisite modülü, poisson oranı, yoğunluk ve ayrıca gerekli olduğunda genleşme katsayısı, termal iletkenlik, özgül ısı vb) tanımlanmalıdır.

e. Modelin elemanlara bölünmesi

Modelin elemanlara bölünmesi işlemi, analiz sürekliliğinin belirli sayıdaki ayrı parçalara veya diğer bir ifade ile sonlu elemanlara bölünmesidir. Daha çok sayıda eleman daha iyi sonuçlar fakat daha uzun analiz zamanı demektir. Modelin elemanlara bölünmesi manual olarak yapılabileceği gibi otomatik olarak da yapılabilir. Manual olarak elemanlara bölme işlemi uzun ve zor bir işlemken otomatik olarak elemanlara bölme işleminde gerek tek şey model kenarları boyunca eleman yoğunluğunun belirlenmesidir. Ayrıca elemanlara ait eleman özelliklerinin de girilmesi gerekebilir. Örneğin, 2D eleman kullanılıyorsa kalınlık gereklidir.

3.5.2 Solution (Çözüm)

Yüklerin ve sınır şartlarının atanarak çözümün gerçekleştirilmesi; bu kademede yükler (noktasal veya basınç) belirlenir, sınır şartları tanımlanır ve sonuçta çözüme gidilir.

a. Analiz tipinin belirlenmesi

Çözümde kullanılmak üzere statik, modal, transient gibi analiz tipleri belirlenir.

b. Sınır şartlarının tanımlanması

Eğer modele bir yük uygulanırsa, model bilgisayarın sanal dünyasında sonsuza kadar ivmelenir. Bu ivmelenme bir sınırlılık veya bir sınır şartı uygulanana kadar devam eder. Yapısal sınır şartları genellikle sıfır yer değiştirme, termal sınır şartları belirlenmiş bir sıcaklık, akışkan sınır şartları için bir basınç olarak tanımlanır. Bir sınır şartı bütün yönlerde (x,y,z) uygulanabileceği gibi yalnızca belirli bir yönde de tanımlanabilir. Sınır şartları düğüm noktalarında, keypointlerde, alan veya çizgilerde tanımlanabilir. Sınır şartı, simetri veya anti simetri tipinde olabilir.

c. Yüklerin uygulanması

Yüklemeler noktasal bir basınç, gerilme analizlerinde yer değiştirme, termal analizlerde sıcaklık, akışkan analizlerinde hız formunda olabilir. Yükler bir noktaya, bir kenara, bir yüzeye ve hatta toplam cisme uygulanabilir. Yükler model geometrisi ve malzeme özelliklerinde kullanılan birim cinsinden tanımlanmalıdır.

d. Çözüm

Genel olarak bir sonlu elemanlar çözücüsü üçe ayrılır. Bunlar ön-çözücü, matematik motoru ve son-çözücüdür. Ön-çözücü modeli okur ve modelin matematiksel şekilde formülüle eder. Preprocessing kademesinde tanımlanan bütün parametreler ön-çözücü tarafından kontrol edilir ve herhangi bir şeyin eksik bırakıldığını bulursa matematik motorunun devreye girmesini engeller. Model doğruysa, çözücü devreye girerek eleman direngenlik matrisini oluşturur ve yer değiştirme, basınç gibi sonuçları üreten matematik motorunu çalıştırır. Sonuçlar, son-çözücü tarafından düğüm noktaları için deformasyon miktarı, gerilme, hız gibi değerleri üretir.

3.5.3 Postprocessing (Son işlemci)

Sonuçların görüntülenmesi; bu kademede şunlar yapılabilir:

- a. Nodal yer değiştirmelerin listelenmesi
- b. Eleman kuvvet ve momentlerinin izlenmesi
- c. Yer değiştirme çizimleri
- d. Gerilme kontur diyagramları

Ancak bu üç kademedен daha önemli bir işlem analizin planlamasıdır ve problemin çözülmesi başarısına direkt etkisi vardır. Bir sonlu elemanlar analizinin amacı bilinen yükler altında sistem davranışının modellenmesidir. Analizin kesinlik derecesi planlama kademesine oldukça bağlıdır.

Bu bölüm; sonuçların okunduğu ve yorumlandığı bölümdür. Sonuçlar; tablo şeklinde, kontur çizimler şeklinde veya cismin deforme olmuş biçiminde sunulabilir. Ayrıca animasyon yardımı ile modelin gerçek davranışı gözler önüne sunabilir. Yapısal tipteki problemlerin sunulmasında kontur grafikler genellikle en etkin yöntem olarak kullanılır.

Postprocessor, x, y, z koordinatlarında hatta koordinat ekseninde belli bir açıdaki gerilme ve birim şekil değiştirmelerin hesaplanmasında kullanılabilir. Etkin gerilme ve birim şekil değiştirme sonuçlarını ile akma gerilme ve şekil değiştirme sonuçlarını da görmek mümkündür. Bunun dışında birim şekil değiştirme enerjisi, plastik şekil değiştirme miktarı da kolaylıkla görsel olarak elde edilebilir.

Sonuç olarak, sonlu elemanlar yöntemi çok güçlü bir yöntemdir. Sonuçlar görsel olarak çok etkileyici bir biçimde kontur grafikler olarak rahatlıkla elde edilebilse de sonuçların kalitesi modelin fiziksel problemi gerçekte ne kadar yansıttığına ve dolayısıyla analizi yapılan modelin kalitesine tamamıyla bağlıdır. Başarılı bir analiz için dikkatli bir planlamanın yapılması zorunluluğu gözardı edilmemelidir (ANSYS Theoretical Manual 1996).

3.6 Deneysel Çalışmalar

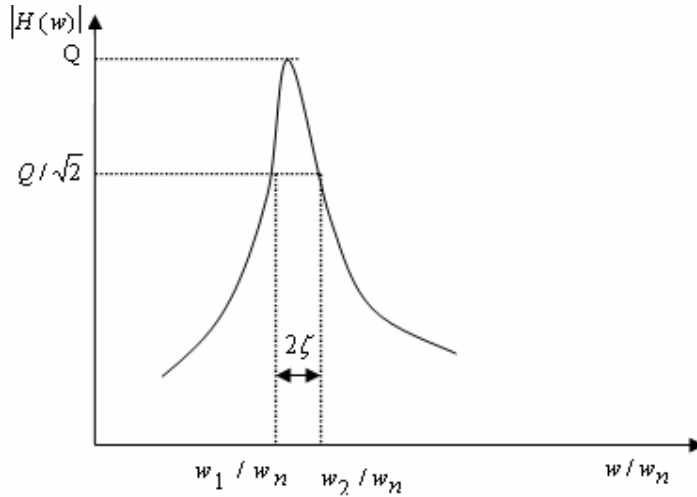
3.6.1 Lastiğin serbest ve yüklü durumdaki titreşimlerinin ölçümü

Lastiğin serbest ve yüklü durumundaki titreşim modlarını tespit etmek için sonlu eleman modelini oluşturduğumuz 175/70 R 13 ebatlarında jantlı bir binek taşıt lastiği seçilmiştir. Deneyleerin uygulanmasında yarım bant genişliği metodu kullanılmıştır.

3.6.2 Yarım Bant Genişliği Metodu

Sönülmeyi tanımlamak için kullanılan yaygın metotlardan birisi frekans cevabını esas alan yarım bant genişliği metodudur. Sönümlü tek serbestlik dereceli sistem için frekans cevabının boyu Şekil 3.16'da gösterilmiştir (Çolakoğlu 2002). Frekans cevap eğrisinde pik değerinin boyu $1/\sqrt{2}$ ye eşit olduğunda bant genişliği ölçülür. Bu genişlik iki frekans arasındaki farka eşittir.

$$2\zeta = \frac{w_2 - w_1}{w_n} = \frac{\Delta w}{w_n} \quad (3.45)$$



Şekil 3.16 Tek serbestlik dereceli sistem için yarım bant genişliği

3.6.3 Logaritmik Sönüm

Logaritmik sönüm, dampingi tanımlamak için en çok kullanılan zaman cevap metodudur. Denklem (3.46)'da dış kuvvet sıfıra eşit olduğunda

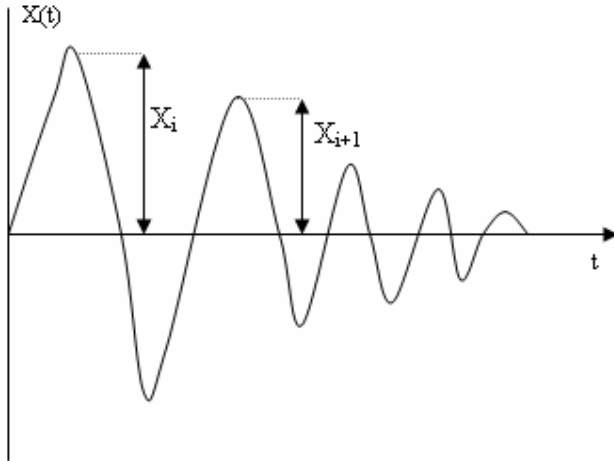
$$\ddot{x} + 2\zeta \cdot \omega_n \dot{x} + \omega_n^2 \cdot x = 0 \quad (3.46)$$

tek serbestlik dereceli titreşimde sönüm eksponansiyel olur. Bu $x(t)$ ile t arasındaki ilişki olarak Şekil 3.17'de görülmektedir (Çolakoğlu 2002). Zamana bağlı sönüme Logaritmik sönüm (δ) denilir ve analitik olarak tanımlanmaktadır.

$$\delta = \frac{1}{n} \ln \left(\frac{x_0}{x_n} \right) \quad (3.47)$$

düşük sönümlerde ($\zeta < 0.1$) damper faktörü ile Logaritmik sönüm arasındaki ilişki şu şekildedir:

$$\delta \cong 2 \cdot \pi \cdot \zeta \quad (3.48)$$

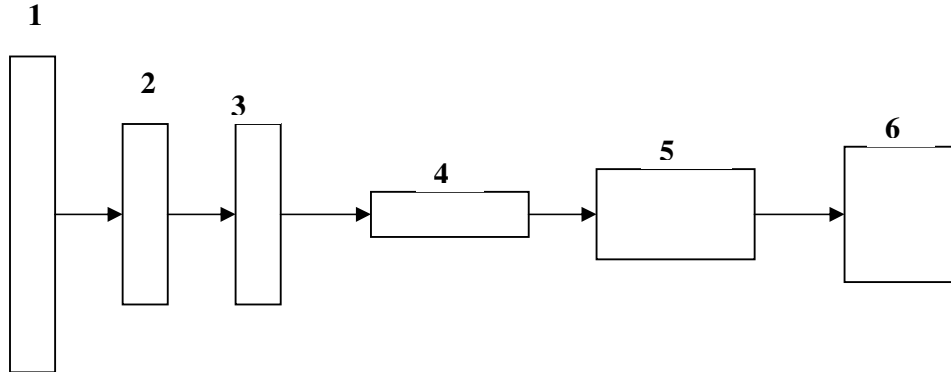


Şekil 3.17 Logaritmik sönüm

Logaritmik sönüm metodu kullanılarak, bir frekans averajlı kayıp faktörü ölçülebilir. Diğer taraftan her bir eğilme modunun farklı kayıp faktörüne sahip olmasından dolayı frekans analiz bandında birden fazla modun bulunması durumunda ölçümde problem meydana gelir. Bir diğer sorun ise eğri uydurma işleminde meydana gelir. Eğer ölçülen eğri düz çizgiye yakınsa bu durumda uydurma işlemi kolay olur. Ama sönüm eğrisi salınımlıysa veya parçalanmış doğru segmentlerinden oluşmuşsa sönüm oranı hakkında karar vermek oldukça zor olacaktır. Bu metot orta ve yüksek frekanslarda kullanılması halinde iyi sonuç alınır.

3.6.4 Deney Düzenegi

Lastiğin titreşim deneylerinde kullanılan deney şeması Şekil 3.18'de gösterilmiştir.



Şekil 3.18 Lastik titreşim deney şeması

1. Numune
2. İvme ölçer
3. Amplifikatör
4. Potansiyometre
5. Ses kartı
6. Bilgisayar programı

Titreşim deneylerinde frekans değerleri ölçülecek olan numune deney düzeneğine bağlanır. Burada;

İvme ölçer: İvme ölçer numunedeki titreşim değerlerini elektriksel sinyale çevirir.

Amplifikatör: İvme ölçerden gelen elektriksel sinyalin düzenlenip yükseltilmesini sağlar.

Potansiyometre: Amplifikatör cihazı ile düzenlenip yükseltilerek gelen sinyalin büyüklüğünün ayarlanmasını sağlar.

Ses kartı: Ses kartı potansiyometreden gelen sinyalin bilgisayara girişini sağlar.

Bilgisayar programı: Numune üzerinde meydana gelen sönümlü titreşim sinyallerini Fourier transformunu kullanarak sinyali frekans cevabı ve zaman cevabına dönüştürür (Çolakoğlu 2001).

3.6.5 Deneyin Yapılışı

Titreşim deneylerin frekansları ölçülecek olan lastik 2 değişik durumda titreşim deneyi yapılmıştır.

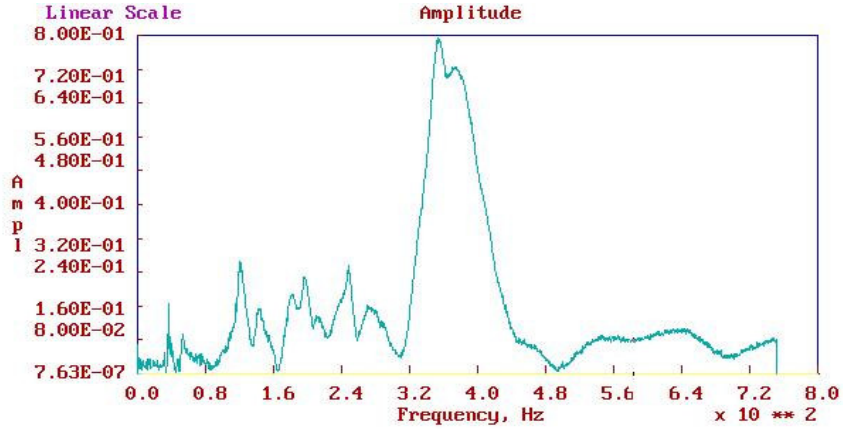
1. Serbest-serbest
2. Bağlı-serbest

3.6.5.1 Serbest-serbest durumda titreşim ölçümü

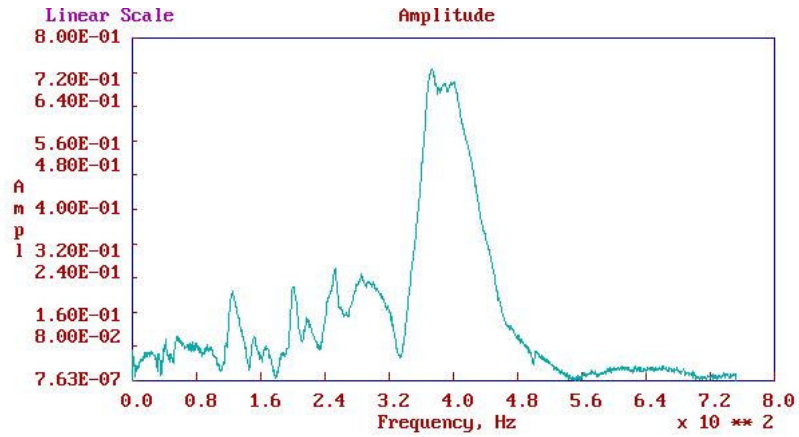
Deneyde kullanılacak olan lastik bir zincir ile ölçüm yapılabilecek uygun bir yere asılmıştır. İvme ölçer titreşim modlarının tam olarak görülebilmesi için lastiğin yanak kısmına bağlandı. Bu durumda 23'ten 35 PSI'e kadar 6 farklı şişirme basıncında 60 ölçüm gerçekleştirilerek doğal frekanslar bulunmuştur.

3.6.5.2 Bağıl-bağıl durumda titreşim ölçümü

Lastik uygun bir taşıta takılarak, lastiğin alt kısmına kuvvet ölçer yerleştirildi. Taşıtın ön kısmına önce 1 kişi daha sonra 2 kişi oturtulmuş ve boş durumdayken lastiğe gelen yük Newton (N) biriminden ölçüldü. Lastiğin altından kuvvet ölçer alınıp yerine tahta takoz yerleştirildi. İvme ölçer lastiğin yanak kısmına bağlandı ve farklı basınçlarda ve lastiğe gelen yükler değiştirilerek titreşim modları ölçüldü. Titreşim modlarının belirlendiği genlik- frekans grafiklerinden örnekler Şekil 3.19 ve Şekil 3.20 gösterilmektedir.



Şekil 3.19 Titreşim frekans ölçümü (23 PSI -1370 N).



Şekil 3.20 Titreşim frekans ölçümü (29 PSI -1589 N)

4. BULGULAR

4.1 Lastiğin Sonlu Elemanlar Yöntemi İle Şişirme Analizi

Sonlu elemanlar yöntemi ile lastik şişirme analizinin yapılması, lastik kesit geometrisinin tasarlanmasında bize yardımcı olabilir. Bunun için sonlu eleman lastik modeli yapıp ve gerekli sınır şartları uygulanmasıyla elde edilen sonuçlar lastik tasarımında gerçeğe yakın sonuçlar verebilmektedir. Sonuç olarak; şişirme analizi, gerçek bir lastiğin gerçeğe yakın simülasyonunu yapılabilir ve ileride yapılacak olan çalışmalara yardımcı olabilir.

4.1.1 İki Boyutlu Sonlu Eleman Lastik Modelinin Oluşturulması

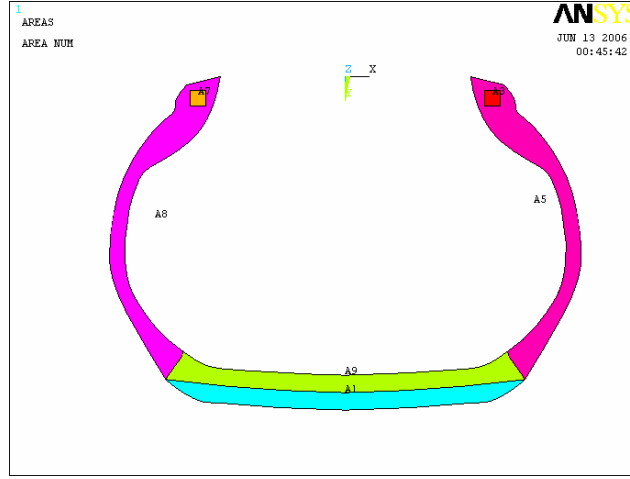
Lastik sonlu elemanlar modelini oluşturmadan önce bu çalışmada kullanılacak olan 175/70 R13 B250 82T ebatlarındaki radyal katlı lastiğin bilgileri satış firmasından temin edildi. Buna göre lastik bilgileri Tablo 4.1’de gösterildiği gibidir.

Tablo 4.1 Lastik ebatları

175/70 R13 B250 82T	
Kısımlar	Ölçüler
Kesit genişliği	175.1 mm
Dış çap	577.1 mm
Ölçüm jantı	5.0J×13
Ölçüm Basıncı	26 PSI
Yüklü yarıçap	259.72 mm (Yük: 400 kg)
Yük kapasitesi	Yük indeksi 82 ⇒ 475 kg

Satış firmasından alınan bu veriler ve lastik üzerinden alınan ölçülere göre önce SolidWorks katı modelleme programında lastik modellendi. Bu katı modelin kesit görünüşünün nokta koordinatları alınarak ANSYS programında nokta koordinatları girilerek lastiğimizin kesit görünüşü Şekil 4.1’de gösterildiği gibi 2

boyutlu olarak oluşturuldu. Lastiği oluşturan farklı kısımlar ve malzemeler bulunmasından ve lastik modeli basitleştirmek için lastik geometrisi 4 farklı alana bölündü (Şekil 4.1). Bu modelin şişirme analizini gerçekleştirmek için 2 boyutlu modele z yönünde 10 mm kalınlık verilmiştir.



Şekil 4.1 175/70 R13 ebatlarındaki lastik kesitinin 2 boyutlu modeli

4.1.2 Lastik Kompozit Kısımlarının Hesaplanması

Bu çalışmada lastiğin yanak gövde, takviye katı ve topuk kısımları kompozit malzeme özelliği kabul edilerek modellenmesi yapılmıştır. Burada aşağıdaki denklemlere göre kompozit tabaka hesapları yapılmıştır. Kauçuk matris ve bulunduğu yere göre çelik teller ve bezde elyaf malzemesi olarak alınmıştır. Lastikteki malzemelerin özellikleri Tablo 4.2’de gibi kabul edilerek kompozit hesaplamaları yapılmıştır.

Tablo 4.2 Lastiğin malzeme özellikleri

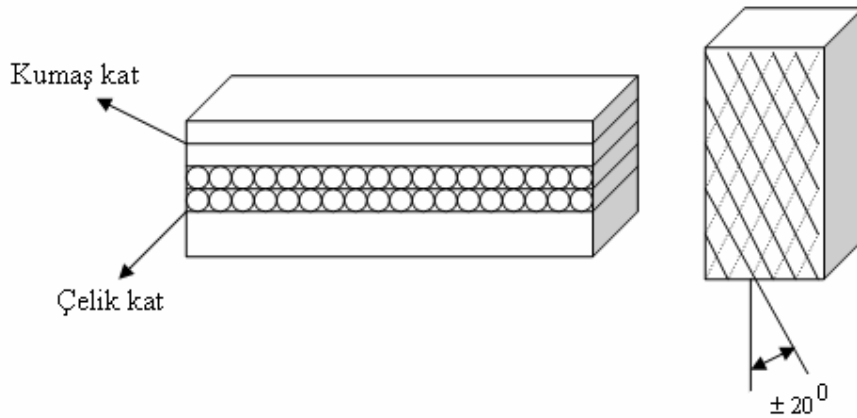
Malzeme	Elastizite modülü (MPa)	Kayma modülü (MPa)	Yoğunluk (kg/mm ³)
Çelik tel	200000	6400	7850
Bez	3970	1527	1100
Kauçuk	14	5	1150

$$E_1 = E_f \cdot V_f + E_m \cdot V_m \quad (4.1)$$

$$E_2 = \frac{E_f \cdot E_m}{V_m \cdot E_f + V_f \cdot E_m} \quad (4.2)$$

$$\nu_{12} = \nu_m \cdot V_m + \nu_f \cdot V_f \quad (4.3)$$

$$G_{12} = \frac{G_m \cdot G_f}{V_m \cdot G_f + V_f \cdot G_m} \quad (4.4)$$



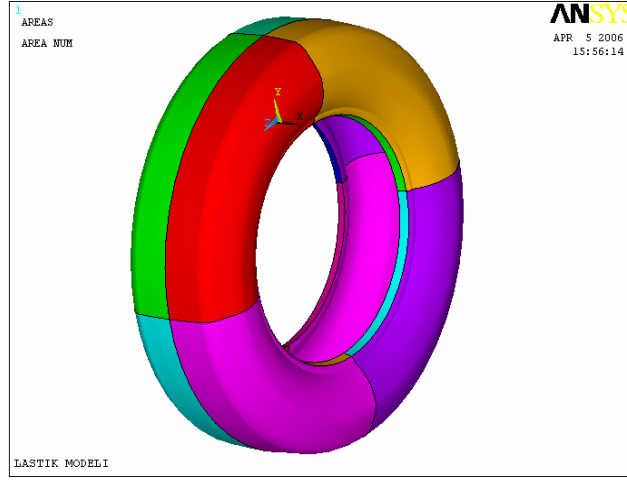
Şekil 4.2 Kompozit tabaka

Tablo 4.3 İki Boyutlu lastik modeli için malzeme özellikleri

Lastik kısmı	Malzeme	Elastizite modülü E (MPa)	Poisson's oranı ν	Kayma modülü G (MPa)
Diş	İzotropik	$E_x = 14$ $E_y = 14$ $E_z = 14$	$\nu = 0.45$	
Yanak	Ortotropik	$E_x = 14.7$ $E_y = 113$ $E_z = 113$	$\nu_{xy} = 0.049$ $\nu_{xz} = 0.049$ $\nu_{yz} = 0.057$	$G_{xy} = 5.3$ $G_{yz} = 5.3$ $G_{xz} = 5.3$
Kompozit kat	Ortotropik	$E_x = 18$ $E_y = 170$ $E_z = 1844$	$\nu_{xy} = 0.044$ $\nu_{xz} = 0.13$ $\nu_{yz} = 0.13$	$G_{xy} = 6.2$ $G_{yz} = 364$ $G_{xz} = 350$
Topuk	Ortotropik	$E_x = 21.5$ $E_y = 21.5$ $E_z = 70000$	$\nu_{xy} = 0.38$ $\nu_{xz} = 0.0012$ $\nu_{yz} = 0.0012$	$G_{xy} = 5.3$ $G_{yz} = 5.3$ $G_{xz} = 5.3$

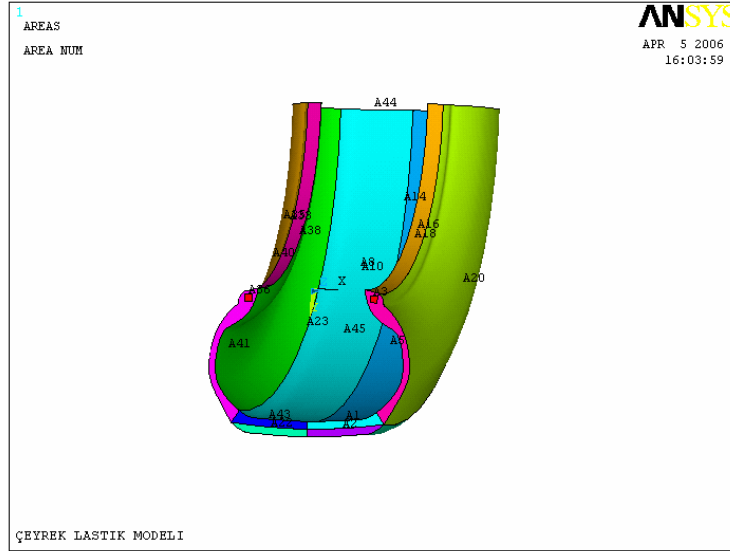
4.1.3 Üç Boyutlu Sonlu Eleman Lastik Modelinin Oluşturulması

Tam bir model elde edebilmek için 2 boyutlu lastik modelinin kesit görünüş jant yarıçapı uzaklığındaki bir eksen etrafında 360 derece döndürüldü. Sonuç olarak Şekil 4.3'de görüldüğü gibi 3 boyutlu tam bir lastik modeli oluşturuldu.



Şekil 4.3 175/70 R13 ebatlarındaki lastiğin 3 boyutlu tam modeli

Lastiğin 3 boyutlu modelinde işlem süresini azaltmak için 3 boyutlu tam lastik modeli çeyrek modele indirgenmiştir (Şekil 4.4).



Şekil 4.4 175/70 R13 ebatlarındaki lastik kesitinin 3 boyutlu çeyrek modeli

4.1.4 Analizde Kullanılacak Malzeme Özellikleri ve Eleman Tipinin Seçimi

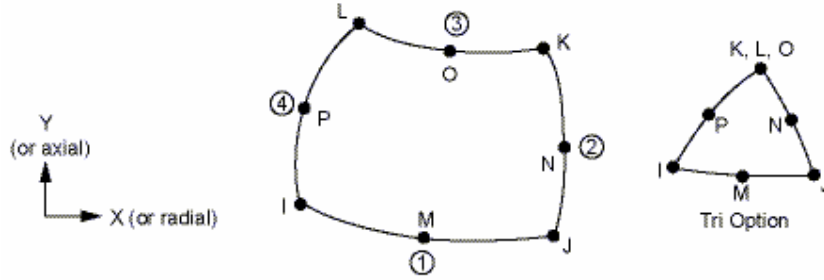
Şişirme analizini başlamadan önce lastik malzemesinin bilinmesi, analiz yapma ve sonuçların değerlendirilmesinde önem kazanmaktadır. Lastik malzeme özellikleri Tablo 4.3’de gibidir. ANSYS programına ortotropik malzeme özellikleri girilirken aşağıdaki formüle göre malzeme özelliklerini ön denemeden geçirmektedir. Bundan sonra analiz işlemini gerçekleştirmektedir. Eğer malzeme değerlerimiz bu formüle uygun değilse analiz çözümünü yapmamaktadır. ANSYS ortotropik malzeme değerleri ön deneme denklemine göre ;

$$1 - \nu_{xy}^2 \cdot \frac{E_y}{E_x} - \nu_{yz}^2 \cdot \frac{E_z}{E_y} - \nu_{xz}^2 \cdot \frac{E_x}{E_z} - 2 \cdot \nu_{xy} \cdot \nu_{yz} \cdot \nu_{xz} \cdot \frac{E_z}{E_x} > 0 \quad (4.5)$$

olmalıdır. 2 boyutlu model için malzeme değerleri girilirken takviye katının Poisson oranları yukarıdaki denkleme uygunluğu açısından $\nu_{xz}=0.08$, $\nu_{yz}=0.08$ olarak girilmiştir. Bu modelde işlem süresini azaltmak ve modeli daha da basit bir duruma getirmek için lastiğin 4 farklı malzemedan olduğu kabulü yapılarak önceden hesaplanan malzeme değerleri ANSYS programına girildi.

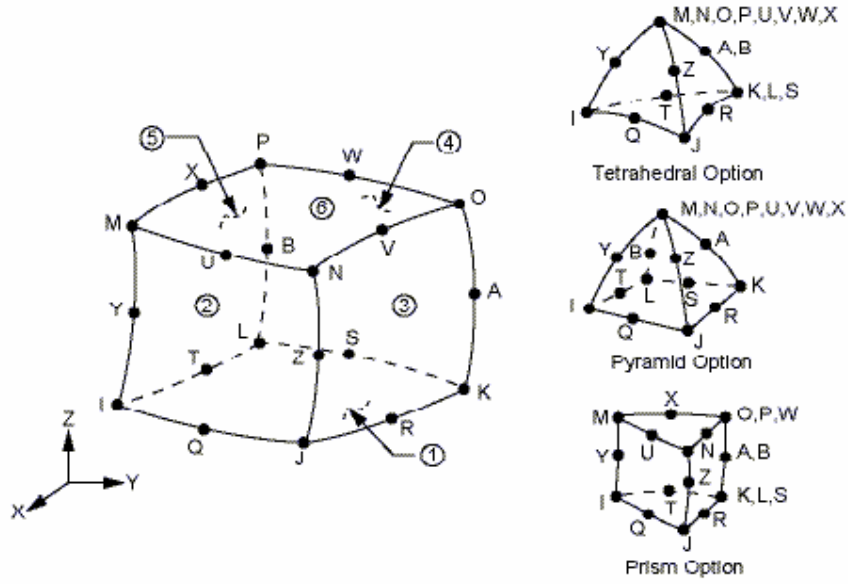
Lastik şişirme analizinde kullanılacak eleman tipi de analiz sonuç sonuçlarının doğru olması açısından önemlidir. Burada 2 boyutlu modelin şişirme analizinde kullanılmak üzere, ANSYS sonlu eleman katı modellerinde yaygın olarak kullanılan, ANSYS 9.0 versiyonu eleman kütüphanesindeki PLANE82 düzlem gerilme eleman tipi seçilmiştir. Bu eleman 4 düğüm noktasına sahip 2 boyutlu PLANE42 elemanın daha iyi bir üst versiyonudur. Karışık otomatik ağ oluşturulması işleminde daha doğru sonuçlar vermekte ve daha fazla doğru kaybı olmaksızın düzensiz şekillere müsaade etmektedir. 8 düğüm noktalı elemanlar uygun deplasmanlı şekillere sahiptir ve eğri sınır şartlarını uygulamak için daha uygundur (Şekil 4.5). 8 düğüm noktalı eleman, her bir düğüm noktası 2 serbestlik derecesine (x ve yönünde dönme) sahip olan 8 düğüm noktası ile tanımlanmaktadır. Bu eleman düzlem veya asimetrik eleman olarak

kullanılabilmektedir. PLANE82 plastiklik, sünme, gerilme rijtliği, büyük sapma ve birim uzama yeteneğine sahiptir (ANSYS 9.0 Documentation 2004).



Şekil 4.5 PLANE82 tipi elemanın geometrisi

Burada 3 boyutlu modelin şişirme analizinde kullanılmak üzere, ANSYS sonlu eleman katı modellerinde yaygın olarak kullanılan, ANSYS 9.0 versiyonu eleman kütüphanesindeki SOLID95 eleman tipi seçilmiştir. Bu eleman tipi 3 boyutlu, 8 düğüm noktalı olan SOLID45'in daha üst versiyonudur. SOLID95 elemanı uygun deplasmanlı şekillere sahiptir ve eğri sınırları modellemek için çok uygundur. Bu eleman her düğüm noktasında 3 serbestlik derecesine sahip 20 tane düğüm noktasından oluşmaktadır (Şekil 4.6). SOLID95 plastiklik, sünme, gerilme rijtliği, büyük sapma ve birim uzama yeteneğine sahiptir (ANSYS 9.0 Documentation 2004).



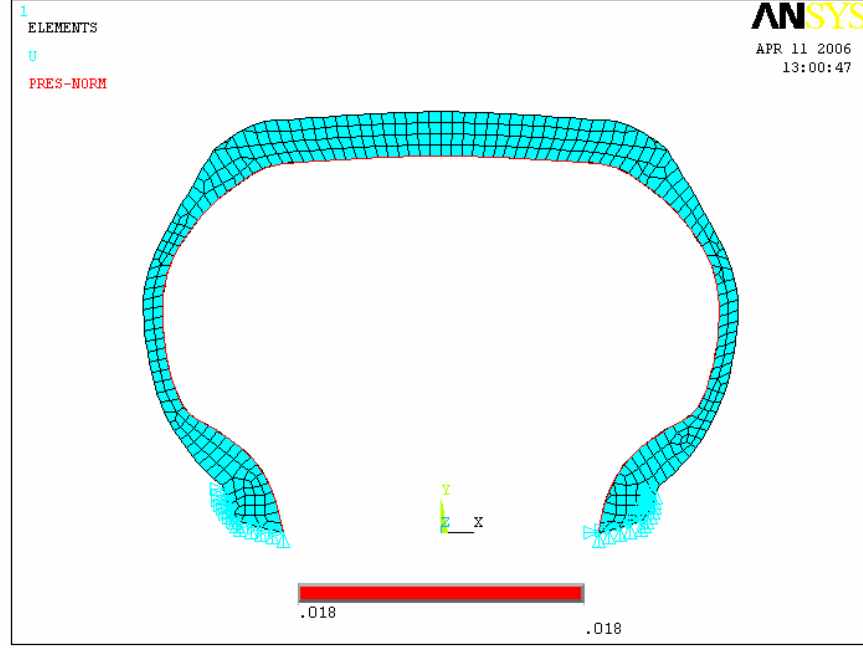
Şekil 4.6 SOLID95 tipi elemanın geometrisi

4.1.5 İki Boyutlu Modelin Ağ Oluşturulması ve Sınır Şartlarının Uygulanması

175/70 R13 82 ebatlarındaki lastiğin daha önceden oluşturulan 2 boyutlu modelinin ağ oluşturma işlemini gerçekleştirmeden önce PLANE82 düzlem gerilme eleman tipi seçildi ve 20mm kalınlık verildi. Farklı malzeme özelliklerine sahip olan alanlar seçilip küçük parçalara bölündü. Bu işlemde Şekil 4.7'de görüldüğü gibi 386 adet eleman ve 1393 adet düğüm noktası elde edildi.

Modele sınır şartlarının uygulanmasında lastik ve jant ilişkisi dikkate alındı. Lastiğin janta oturduğu topuk kısmındaki düğüm noktalarından x ve y yönünde hem ilerlemesi hem de dönme serbestlik dereceleri sıfır olacak şekilde sınır şartı uygulandı (Şekil 4.7). Bununla birlikte; lastiğin iç kısmındaki çizgiler seçildi ve şişirme basıncının lastiğin her yerinde sabit olduğu kabul edilerek, 180 Kpa'dan başlayarak 260 Kpa'a kadar 9 farklı şişirme basıncı uygulandı. Lastiğin statik analizini gerçekleştirmek için ANSYS programında statik analiz (Steady State –

zamana bağılı olmayan) seçeneği seçildi ve Newton-Raphson iterasyon yöntemi kullanılarak analiz çözdürüldü.



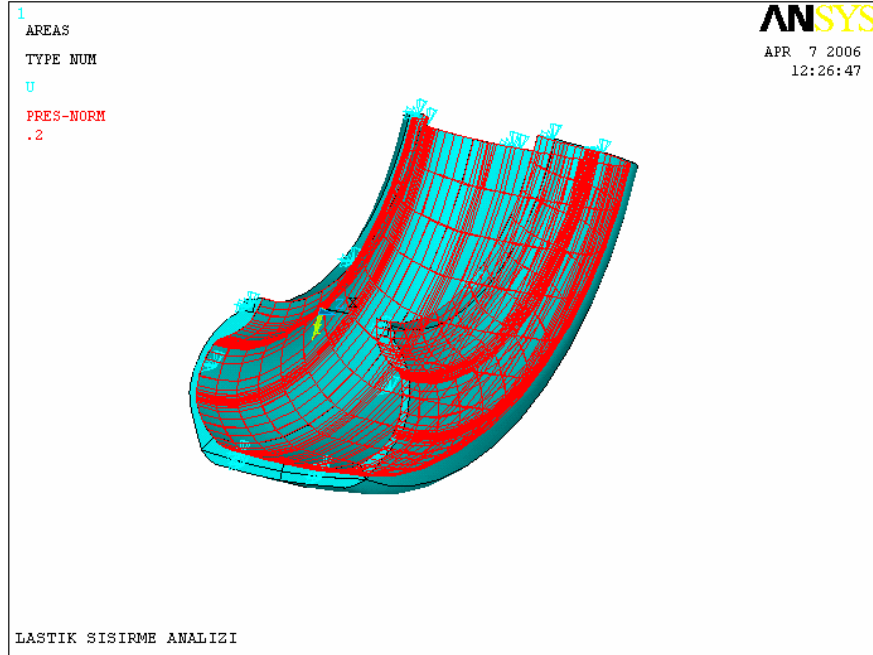
Şekil 4.7 İki boyutlu lastik şişirme analizi sınır şartları

4.1.6 Üç Boyutlu Modelin Ağ Oluşturulması ve Sınır Şartlarının Uygulanması

Çeyrek modelin ağ oluşturulması işleminde daha önceden seçilen SOLID95 elemanı ile daha önceden kısımlara ayrılmış olan lastik kısımları sıra ile tetrahedral şeklinde küçük parçalara bölündü. Bu ağ oluşturma işleminde 16127 adet eleman ve 29198 adet düğüm noktası elde edildi.

Modele sınır şartlarının uygulanmasında lastik ve jant ilişkisi dikkate alındı. Lastiğin janta oturduğu topuk ve kesit yüzeylerindeki tüm düğüm noktaları seçilerek 3 yönde (x,y,z) ve 3 dönme serbestlik derecesi sıfır olacak şekilde sınır şartı uygulandı (Şekil 4.8). Bununla birlikte lastik içindeki hava basıncının lastiğin

iç kısmının her yerinde sabit olduğu kabul edilerek, 180 Kpa'dan başlayarak 260 Kpa kadar 9 farklı şişirme basıncı uygulandı. Lastiğin statik analizini gerçekleştirmek için ANSYS programında statik analiz (Steady State – zamana bağlı olmayan) seçeneği seçildi ve analiz çözdürüldü.



Şekil 4.8 Üç Boyutlu lastik şişirme analizi sınır şartları

4.2 Hertzian Temas Teorisi

Hertzian Temas Teorisine göre temas noktasındaki maksimum basınç ve temas genişliğinin yarısı aşağıdaki formüllerle bulunabilir (Johnson, 1985).

$$k_1 = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \quad (4.6)$$

$$A_1 = 2 \left(\frac{1-\nu^2}{E} + \frac{1-\nu^2}{E} \right) \quad (4.7)$$

$$a_c = \sqrt{\frac{2.T.A_1}{\pi.t.k_1}} \quad (4.8)$$

$$P_0 = \frac{2.T}{\pi.a_c.t} \quad (4.9)$$

$$P_c(z) = -P_0 \cdot \left[1 - \left(\frac{z}{a_c} \right)^2 \right]^{0.5} \quad (4.10)$$

$R_1 = 100 \text{ mm}$, $R_2 = 100000 \text{ mm}$, $E = 210000 \text{ N/mm}^2$, $\nu = 0.3$, $T = 1000 \text{ N}$,
 $z = 0,01 \dots 0,9$ Hertzian Temas Teorisine göre;

$$k_1 = \frac{1}{100} + \frac{1}{100000} \quad (4.11)$$

$$k_1 = 0.01,$$

$$A_1 = 2 \left(\frac{1-0.3^2}{210000} + \frac{1-0.3^2}{210000} \right) \quad (4.12)$$

$$A_1 = 1.733 \cdot 10^{-5}$$

$$a_c = \sqrt{\frac{2.1000.1.733.10^{-5}}{\pi.20.0.01}} \quad (4.13)$$

$$a_c = 0.235 \text{ mm},$$

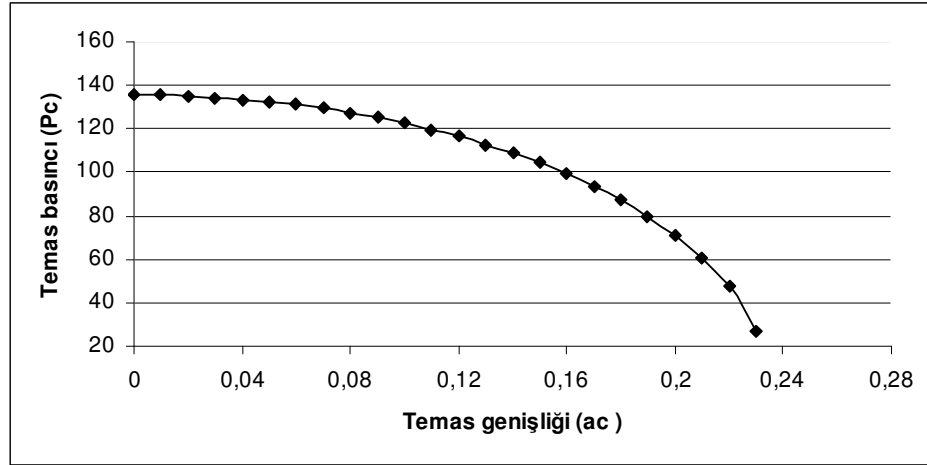
$$P_0 = \frac{2.1000}{\pi.0.235.20} \quad (4.14)$$

$$P_0 = 135.582 \text{ N/mm}^2,$$

$$P_c(0) = -135.582 \cdot \left[1 - \left(\frac{0}{0.235} \right)^2 \right]^{0.5} \quad (4.15)$$

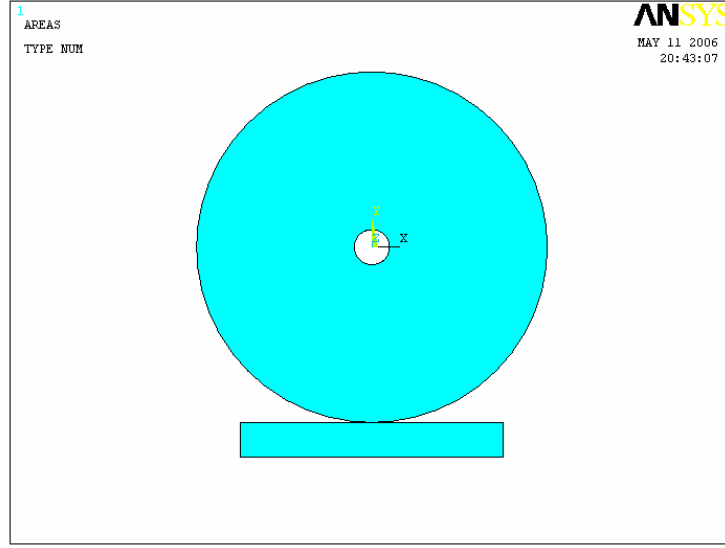
$P_c(0) = -135.582 \text{ N/mm}^2$, $P_0 = P_c(0) = -135.582 \text{ N/mm}^2$ olarak bulunur.

Şekil 4.9’da temas basıncı (P_c) ile temas genişliğinin (a_c) değişimi görülmektedir. Burada $P_c(z)$ fonksiyonuna bağlı olarak $z=0$ olduğu zaman P_c (temas basıncı) değeri maksimum değeri almakta ve $P_0 = P_c(0)$ olmaktadır. $P_c(z)$ Fonksiyonuna bağlı olarak z değeri arttıkça temas genişliği (a_c) artmakta, temas basıncı P_c düşmektedir.



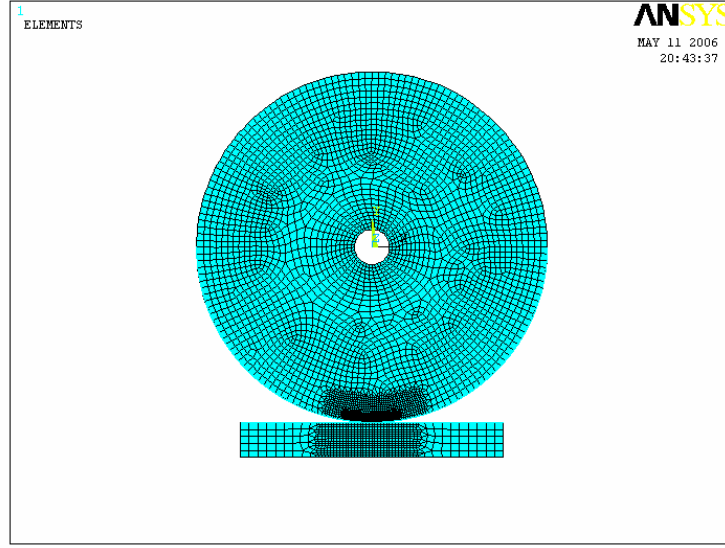
Şekil 4.9 Temas basıncı-temas genişliği değişimi

Hertzian Temas Teorisinin sağlamasını yapmak için ANSYS 9.0 sonlu elemanlar programı ile 2 boyutlu basit bir sonlu eleman modeli yapılmıştır. Bu model Şekil 4.10’da görüldüğü gibi içi boş bir silindir ve düz bir plakadan oluşmaktadır. Silindirin yarıçapı = 100 mm, silindir deliğinin yarıçapı = 10 mm, plakanın genişliği = 150 mm, plaka yüksekliği = 20 mm, plaka ve silindirin kalınlığı = 20 mm olacak şekilde 2 boyutlu sonlu eleman modeli oluşturulmuştur.



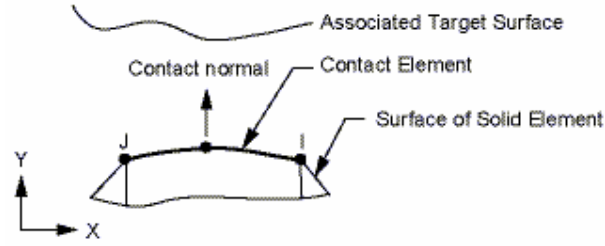
Şekil 4.10 Silindir- plaka sonlu elemanlar modeli

Silindir-plaka sonlu elemanlar modeli Şekil 4.11'de gibi elemanlara ayrılmıştır. Burada ağ oluşturma işleminde 2 boyutlu düzlem gerilme analizlerinde kullanılan PLANE82 tipi eleman kullanılmıştır. Bu eleman tipinin özellikleri daha önceki bölümlerde açıklandığı gibidir. Ağ oluşturma işleminde sonucu 5560 adet eleman 15505 adet düğüm noktası elde edilmiştir. Silindirin plakaya temas edecek elemanların sayısı, analiz sonucunun daha hassas olabilmesi için tekrar ağ oluşturularak artırılmıştır.

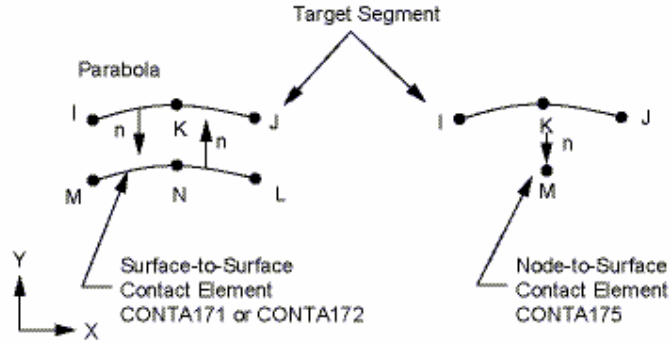


Şekil 4.11 Silindir-plaka sonlu eleman modelinin ağ oluşturulmuş durumu

Silindir ile plaka arasında teması tanımlamada; ANSYS 9.0 sonlu elemanlar programının eleman kütüphanesinden plaka yüzeyi için TARGE169, silindir temas yüzeyi için CONTA172 tipi elemanlar seçilmiştir. Hedef ve temas yüzeyi seçilerek otomatik olarak yüzey-yüzeye temas çifti yaratılmıştır. CONTA172 tipi eleman 2 boyutlu, 3 düğüm noktalı, 2 boyutlu katı veya orta kısmında düğüm noktası olan kiriş eleman (PLANE82 veya VISCO88 gibi) yüzeyleri üzerine yerleştirilebilen yüksek dereceli hiperbolik elemandır. TARGE169 tipi eleman tipi eleman 2 boyutlu, 3 düğüm noktalı 2 serbestlik derecesine sahiptir. Temas çiftinin arasında boşluk olmadığı işaretlenmiş ve temas yüzeyleri arasındaki sürtünme katsayısı programa sıfır olarak girilmiştir.



(a)



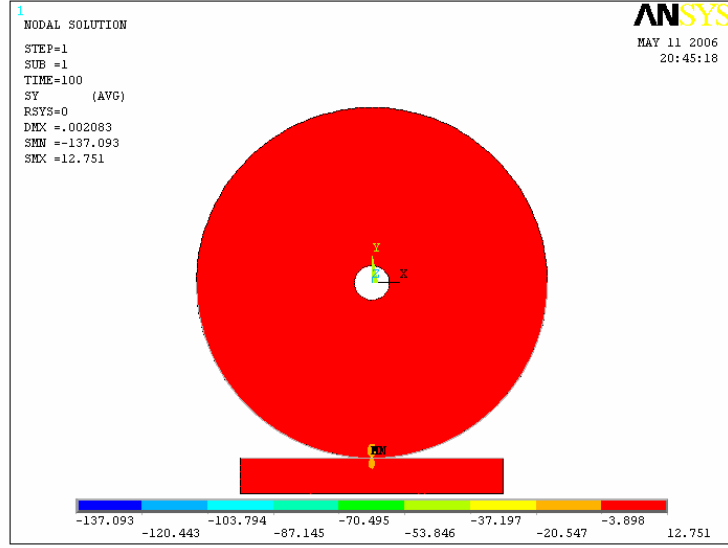
(b)

Şekil 4.12 TARGE169 (a) ve CONTA172 (b) tipi elemanlar

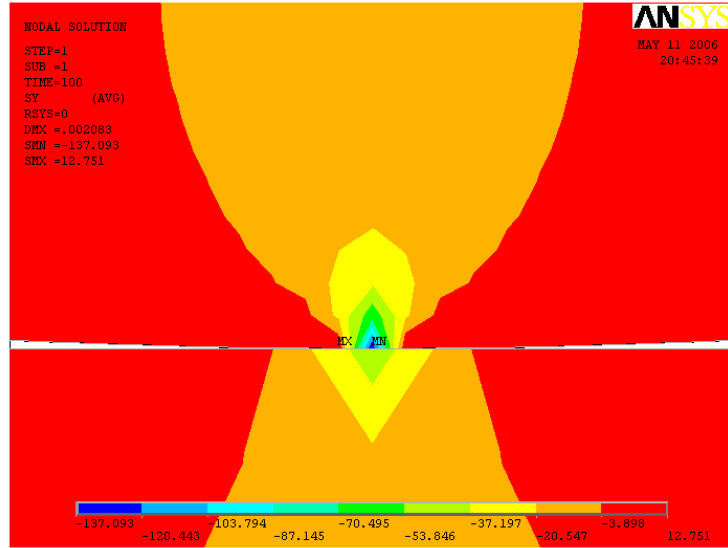
Bu modele sınır şartlarının uygulanmasında; silindir deliğindeki düğüm noktaları seçilerek her iki ekseninde serbestlik derecesi sıfırlanmış, plakanın bütün düğüm noktaları x-ekseninde tutulmuştur. Plakanın alt kısmına;

$$P = \frac{F}{A} = \frac{1000}{150.20} = 0.33 \text{ MPa} \quad (4.16)$$

P = 0.33 MPa'lık bir basınç uygulanmıştır. Son olarak analiz 100 adımda çözdürülmüştür. Analiz sonucunda Şekil 4.13'de gibi sonuç elde edilmiştir. Temas analizinin sonucu Şekil 4.14'de ayrıntılı olarak görülmektedir.



Şekil 4.13 İki boyutlu silindir-plaka temas analizinin sonucu



Şekil 4.14 İki boyutlu silindir-plaka temas analizinin ayrıntılı sonucu

2 boyutlu silindir-plaka sonlu eleman modelinin temas analizinin sonucunda y-yönünde maksimum gerilmenin 137.093 MPa olduğu bulunmuştur. Burada;

$$\sigma_z = -P_0.a.(a^2 + z^2)^{-1/2} \quad (4.17)$$

Formülüne göre ($z = 0$)

$$\sigma_z = -P_0, \quad \sigma_z = 137.093 \text{ MPa'dır} \quad (4.18)$$

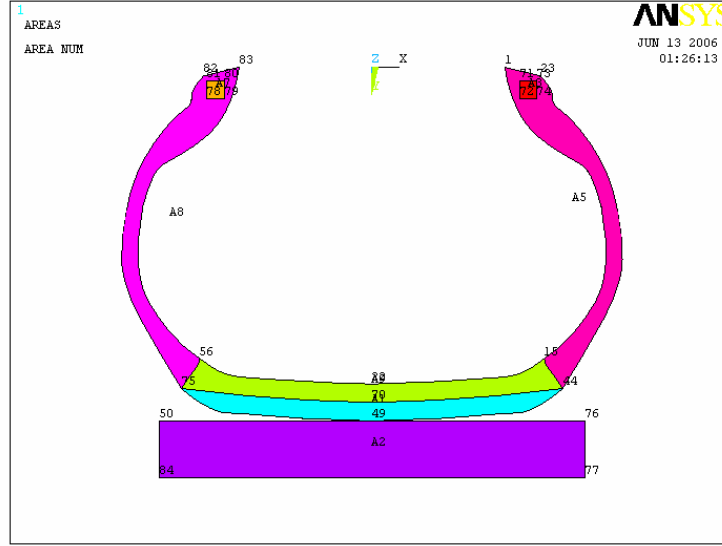
Hertzian Temas Teorisine göre önceden hesapladığımız temas basıncı 135.582 MPa, temas analizinin sonuca göre yaklaşık olarak 0.01'lik bir hata ile bulunmuştur (Johnson, 1985).

4.3 Lastiğin Sonlu Elemanlar Yöntemi ile Temas Analizi

Hertzian Temas Teorisinin ispatı, ANSYS 9.0 versiyonunda hazırlanan 2 boyutlu silindir-plaka sonlu eleman modelinin temas analizi 0.01'lik bir hata payı ile yapılmıştır. Bu ispata dayanarak ANSYS 9.0 sonlu elemanlar programı ile 175/70 R13 82 ebatlarındaki lastiğin daha önceden oluşturulan 2 boyutlu modelin temas analizi yapılmıştır.

4.3.1 İki Boyutlu Lastik Temas Analizi

Önceden hazırlanmış olan 175/70 R13 B250 82T ebatlarındaki radyal katlı lastiğin 2 boyutlu sonlu eleman modeline ek olarak lastiğin alt kısmından temas ettirmek için 150×40×20 mm ebatlarında 2 boyutlu bir plaka oluşturuldu. Buna göre lastiğe temas analizi sonlu eleman modelimiz Şekil 4.15'de görüldüğü gibidir.



Şekil 4.15 İki boyutlu sonlu eleman lastik temas modeli

4.3.2 Analizde Kullanılacak Malzeme Özellikleri ve Eleman Tipinin Seçimi

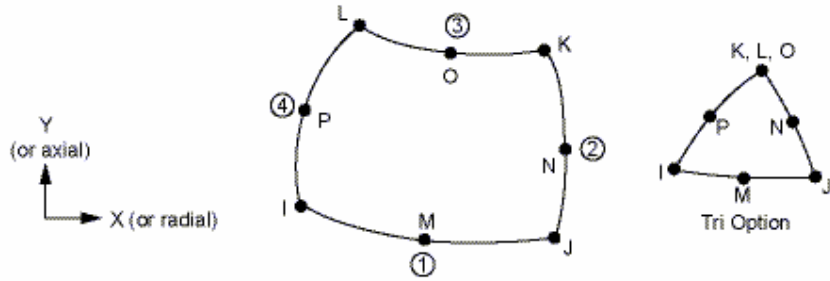
Lastik malzeme özellikleri önceki bölümde belirtildiği kabul edilmiştir. Burada sadece ek olarak plakanın malzemesi beton kabul edilerek Tablo 4.1'deki değerler girilmiştir (Okur 2004).

Tablo 4.4 Betonun malzeme özellikleri

Beton (İzotropik)	
E=29 GPa	$\nu=0.15$

Lastik temas analizinde kullanılacak eleman tiplerinin yapılacak analiz amacına uygun olarak seçilmesi, analiz sonuçları doğruluğu açısından çok önemlidir. Burada 2 boyutlu sonlu eleman temas modelinde kullanılmak üzere, ANSYS sonlu eleman katı modellerinde yaygın olarak kullanılan, ANSYS 9.0 versiyonu eleman kütüphanesindeki PLANE183 düzlem gerilme eleman tipi seçilmiştir. Bu eleman 8 düğüm noktasına sahip ve 2 boyutludur (ANSYS 9.0 Documentation,). Buna ek olarak; quadratic deplasman davranışına sahiptir ve düzensiz ağırları

modellemek içinde çok uygundur. Bu eleman tipi her düğüm noktasında 2 serbestlik derecesine (-x ve -y yönünde) sahip 8 düğüm noktasından oluşmaktadır. Düzlem veya aksiy simetrik eleman olarak kullanılabilir. Sıkıştırılmaz elastoplastik malzeme ve tam sıkıştırılmaz hiperelastik davranışlarına yakın deformasyonların simülasyonun yapılması için karışık formülasyon yeteneğine de sahiptir. Eleman geometrisi Şekil 4.16'da görüldüğü gibidir.

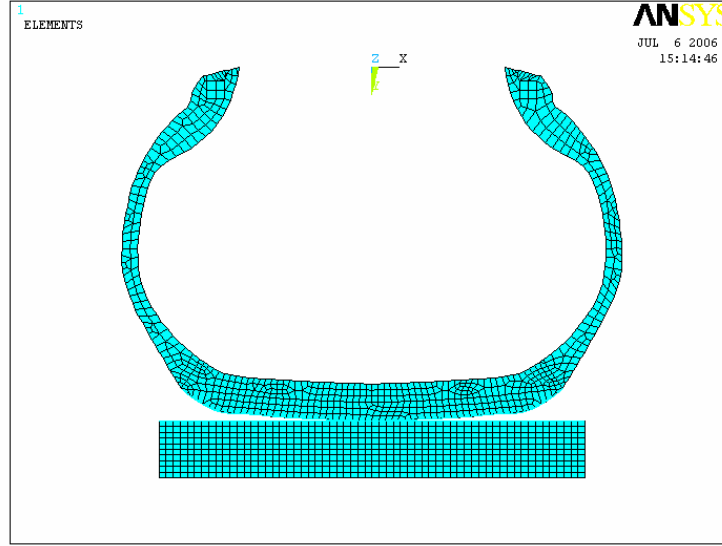


Şekil 4.16 PLANE183 tipi elemanın geometrisi

2 boyutlu temas analizinde kullanılmak üzere ANSYS 9.0 sonlu elemanlar programının eleman kütüphanesinden plaka yüzeyi için TARGE169, lastiğin alt temas yüzeyi için CONTA172 tipi elemanlar seçilmiştir. Hedef ve temas yüzeyi seçilerek otomatik olarak yüzey-yüzeye temas çifti yaratılmıştır. Temas elemanlarının geometrisi önceki bölümde belirtilen özelliklere sahiptir.

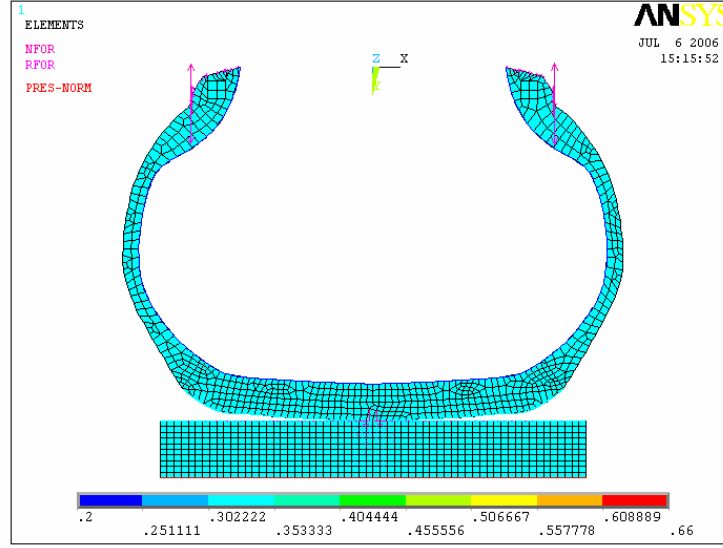
4.3.3 İki Boyutlu Lastik Temas Modelinin Ağ Oluşturulması ve Sınır Şartlarının Uygulanması

175/70 R13 82 ebatlarındaki lastiğin daha önceden oluşturulan 2 boyutlu modelini ağ oluşturma işlemini gerçekleştirmeden önce PLANE183 düzlem gerilme eleman tipi seçildi ve 20 mm kalınlık verildi. Farklı malzeme özelliklerine sahip olan alanlar seçilip küçük parçalara bölündü. Bu işlemde Şekil 4.17'de görüldüğü gibi 1889 adet eleman ve 4260 adet düğüm noktası elde edildi.



Şekil 4.17 Temas analizi için ağ oluşturma

Modele sınır şartlarının uygulanmasında lastik ve jant ilişkisi dikkate alındı. Lastiğin janta oturduğu topuk kısmındaki düğüm noktalarından x ve y yönünde hem ilerlemesi hem de dönme serbestlik dereceleri sıfır olacak şekilde ve temas ettirilecek olan plakanın bütün düğüm noktaları seçilerek x yönündeki serbestlik derecesi sıfır olacak şekilde sınır şartı uygulandı (Şekil 4.18). Bununla birlikte lastik içindeki hava basıncının lastiğin iç kısmındaki çizgiler seçilerek ve şişirme basıncının lastiğin her yerinde sabit olduğu kabul edilerek, 23, 26, 29, 32 ve 35PSI olarak 5 farklı şişirme basıncı ve plakanın alt kısmından 1000, 2000, 3000, 4000 ve 4500 N'luk 5 farklı kuvvet uygulandı.

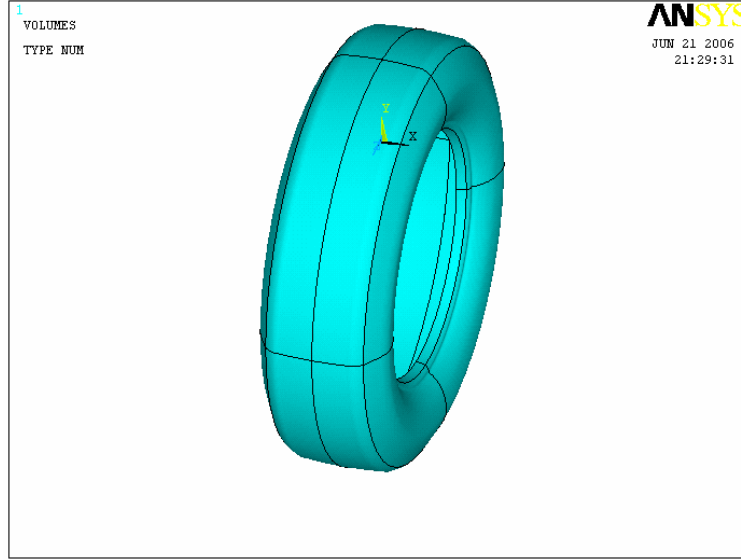


Şekil 4.18 Sınır şartlarının uygulanması

Lastiğin statik analizini gerçekleştirmek için ANSYS programında statik analiz (Steady State – zamana bağlı olmayan) seçeneği seçildi. Temasın sürtünme katsayısı 0.8 ve tam temas seçeneği seçilerek analizin çözümü h-adaptivity metodu kullanılarak gerçekleştirilmiş ve aşağıdaki sonuçlar elde edilmiştir. Bu temas analizi önceki bölümde açıklanan Hertzian Temas Teorisinin ispatına dayanılarak gerçekleştirilmiştir.

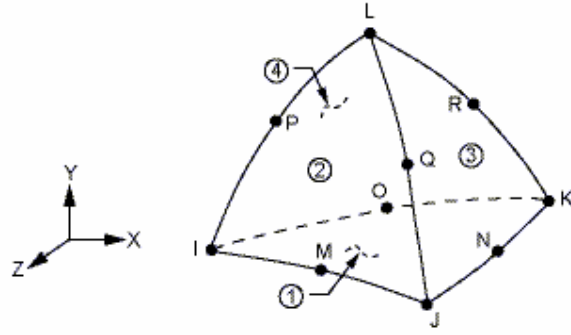
4.4 Üç Boyutlu Tam Sonlu Eleman Lastik Modelinin Modal Analizi

175/70 R13 B250 82T ebatlarındaki radyal katlı 3 boyutlu tam sonlu eleman modeli oluşturuldu. Buna göre sonlu modeli Şekil 4.19’da görüldüğü gibidir.



Şekil 4.19 Üç boyutlu tam sonlu eleman lastik modeli

Lastik malzeme özellikleri önceki bölümde belirtildiği 3 boyutlu model malzeme özellikleri kabul edilmiştir. Lastik modal analizinde kullanılacak eleman tiplerinin yapılacak analizin amacına uygun olarak seçilmesi, analiz sonuçları doğruluğu açısından çok önemlidir. Burada 3 boyutlu tam sonlu eleman lastik modelinde kullanılmak üzere, ANSYS sonlu eleman katı modellerinde yaygın olarak kullanılan, ANSYS 9.0 versiyonu eleman kütüphanesindeki SOLID92 tipi eleman seçilmiştir. Bu eleman quadratik deplasman davranışına sahiptir ve düzensiz ağları modellemek için çok uygundur. Her düğüm noktasında 3 serbestlik derecesine (-x, -y ve -z yönlerinde) sahip 10 düğüm noktası ile tanımlanmaktadır. Eleman geometrisi Şekil 4.20'de görülmektedir.

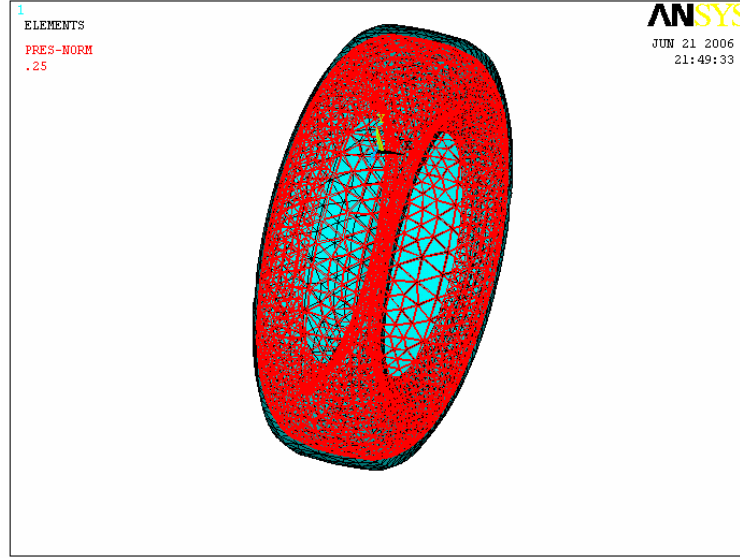


Şekil 4.20 SOLID92 tipi elemanın geometrisi

4.4.1 Üç Boyutlu Modelin Ağ oluşturulması ve Lastiğin Serbest Durumdaki Sınır Şartlarının Uygulanması

Tam lastik modelinin ağ oluşturulması işleminde daha önceden seçilen SOLID92 elemanı ile daha önceden kısımlara ayrılmış olan lastik kısımları sıra ile tetrahedral şekilde küçük parçalara bölündü. Bu ağ oluşturulması işleminde 21551 adet eleman ve 39181 adet düğüm noktası elde edildi.

Modele sınır şartlarının uygulanmasında lastik ve jant ilişkisi dikkate alındı. Lastiğin janta oturduğu topuk yüzeylerindeki tüm düğüm noktaları seçilerek 3 yönde (x,y,z) ve 3 dönme serbestlik derecesi sıfır olacak şekilde sınır şartı uygulandı (Şekil 4.21). Bu sınır şartları değiştirilmeden lastiğe 23, 26, 29, 32 ve 35 PSI iç basınç uygulanarak önce ön gerilmeli gerilme analizi yapılmıştır. Ön gerilmeli Modal analizi Block Lanczos yöntemi kullanılarak gerçekleştirilmiştir. İlk 5 adet serbest-serbest titreşim modu bulunmuştur.

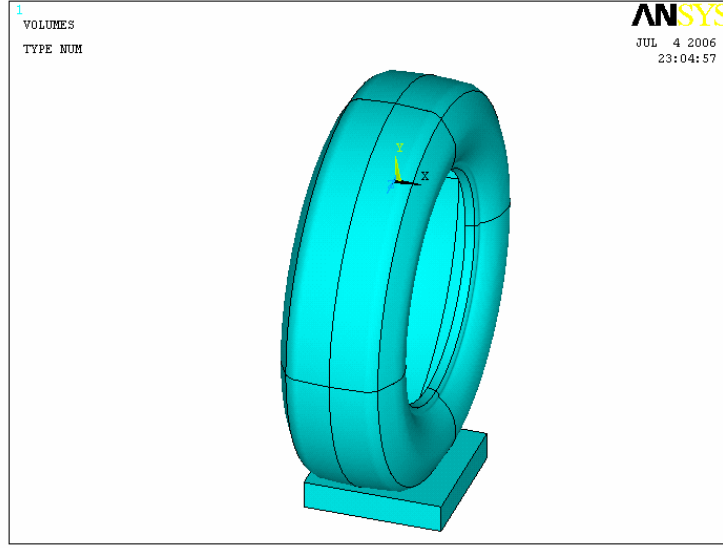


Şekil 4.21 Üç boyutlu lastik modal analizi sınır şartları

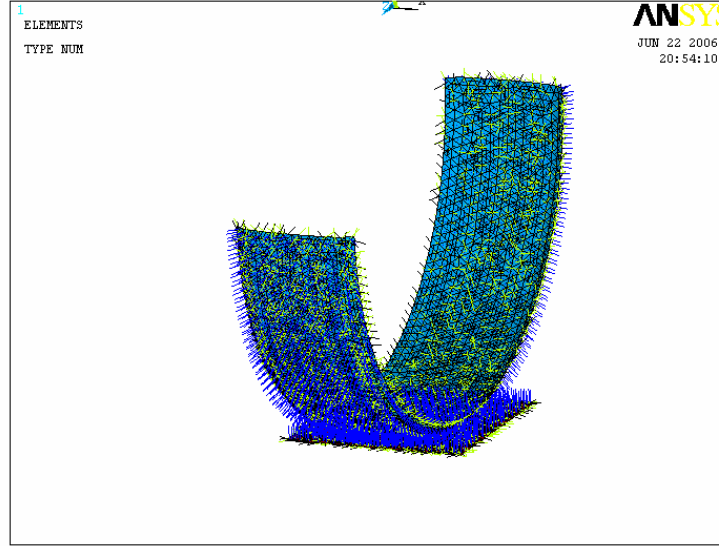
4.4.2 Lastiğin Yüklü Durumdaki Sınır Şartlarının Uygulanması

Önceki analizde kullanılan üç boyutlu sonlu eleman lastik modeline ek olarak Hertzian Temas Teorisine dayanarak lastiğin alt kısmından yük uygulamak için 200x200x40 mm ebatlarında bir blok modellendi (Şekil 4.22). Bloğun malzemesi için beton malzeme değerleri kullanılmıştır. Lastiğin alt kısmı ile blok arasında CONTA174 ve TARGE170 numaralı temas elemanları kullanılarak temas çifti oluşturulmuştur (Şekil 4.23).

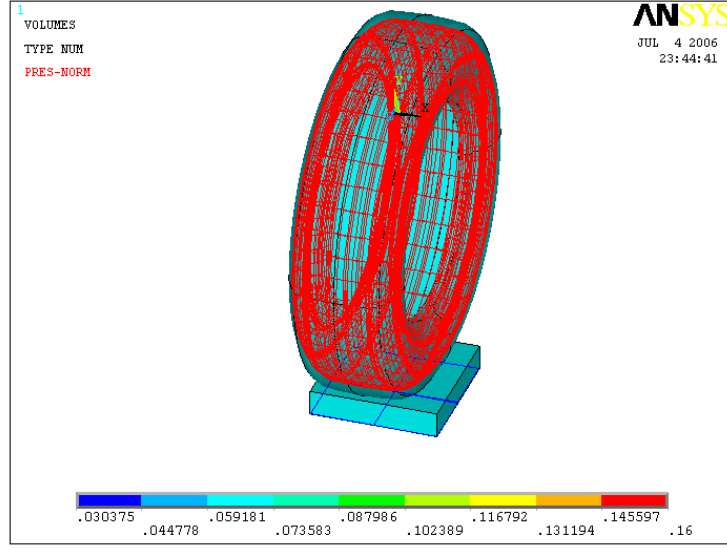
Serbest-serbest durumdaki sınır şartlarına ek olarak lastiğe 23, 29 ve 35 PSI iç basınç ve bloğun alt kısmından 1215, 1370 ve 1589 N yük uygulanmıştır. ön gerilmeli gerilme analizi yapılmıştır (Şekil 4.24). Ön gerilmeli Modal analizi Block Lanczos yöntemi kullanılarak gerçekleştirilmiştir. İlk 5 adet serbest-serbest titreşim modu bulunmuştur .



Şekil 4.22 Yüklü durumdaki üç boyutlu lastik modeli



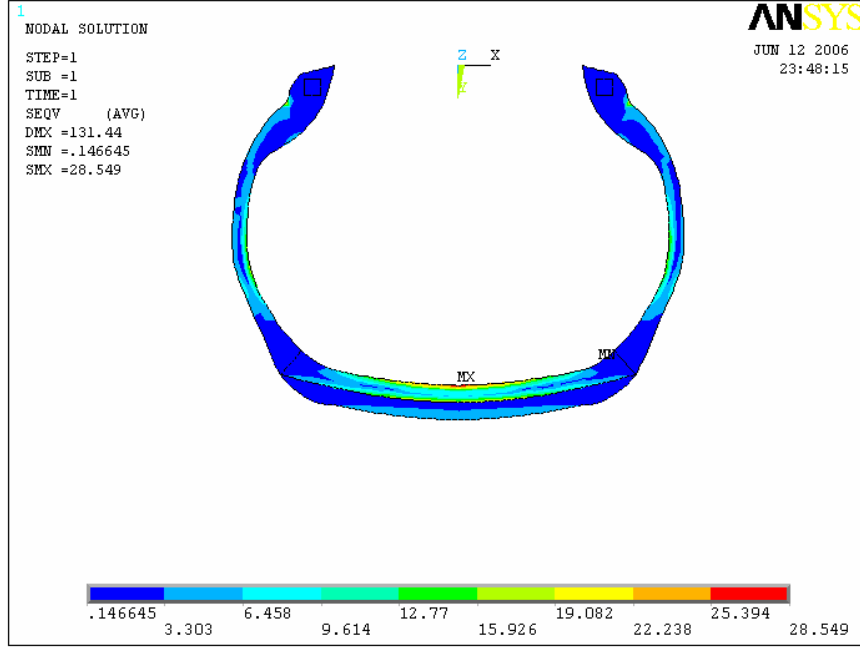
Şekil 4.23 Üç boyutlu temas çifti



Şekil 4.24 Üç boyutlu modele yükün uygulanması (1215 N, 23 PSI, $\mu=0.8$)

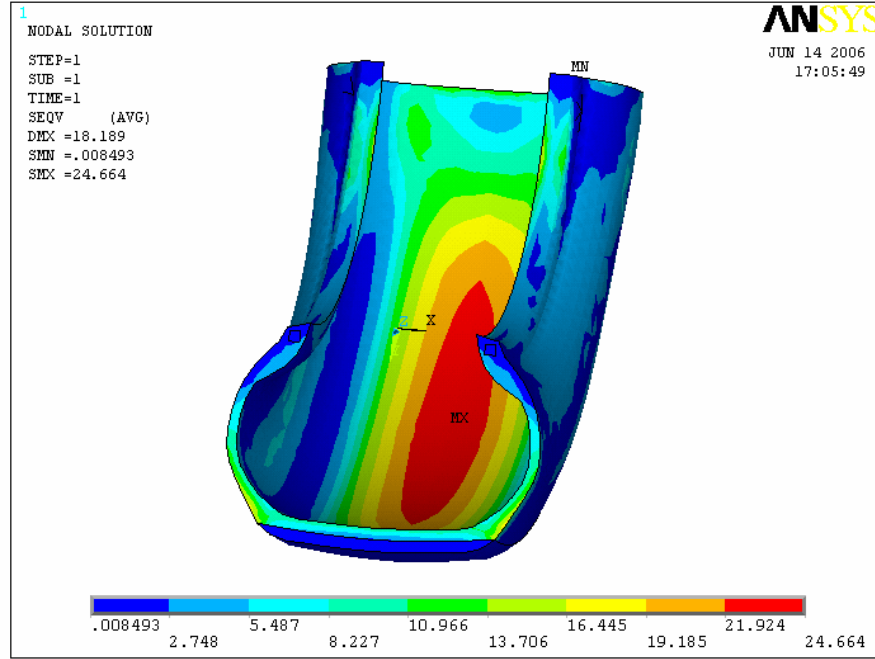
5. TARTIŞMA ve SONUÇLAR

5.1 Lastik İç Basıncının Gerilimler Üzerindeki Etkisi



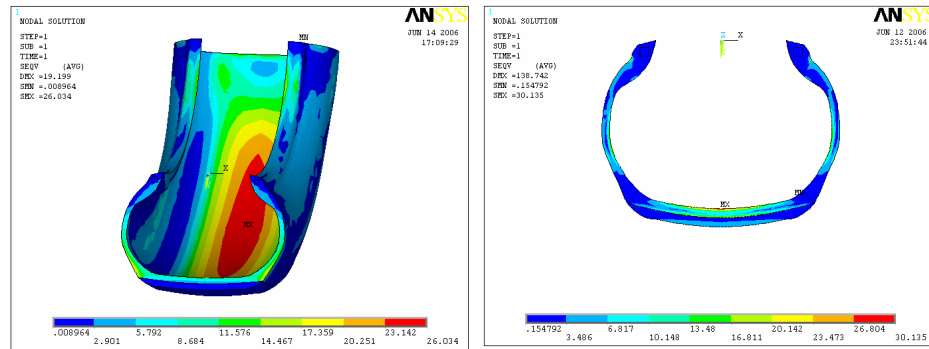
Şekil 5.1 İki boyutlu model için Seqv gerilim değeri (180 KPa)

Bu analizde 26 PSI'den 38 PSI'e kadar lastik her iki lastik modeline de 9 farklı iç basınç uygulanmıştır ve Şekil 5.1'deki gibi sonuçlar elde edilmiştir. İki boyutlu lastik şişirme analizi sonucuna göre en büyük eşdeğer gerilim değeri lastik gövdesinin iç kısmında meydana gelmektedir (Şekil 5.1). Yanak kısmında ise düşük gerilim bölgesine sahiptir. İki boyutlu modelden alınan sonuca göre lastiğin tehlikeli kesiti lastik gövdesinin kısmıdır.

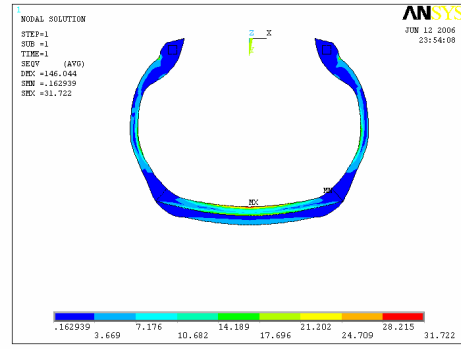
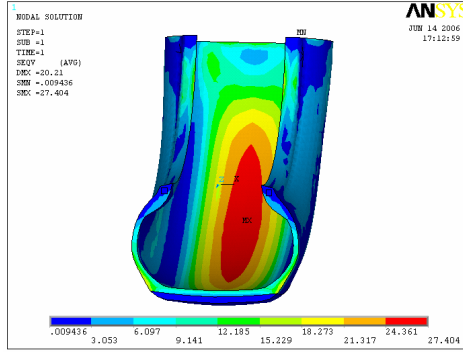


Şekil 5.2 Üç boyutlu model için Seqv gerilim değeri (180 KPa)

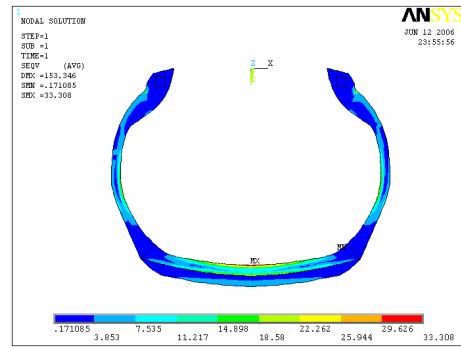
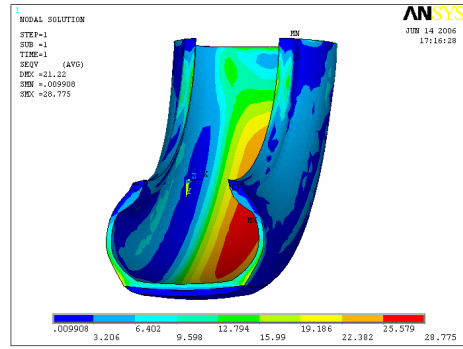
Üç boyutlu lastik şişirme analizinden elde edilen sonuçlara göre; maksimum gerilme yine lastik gövdesinin iç kısmında meydana gelmektedir. Eşdeğer gerilim değeri lastik iç basıncı artmasıyla doğru orantılı olarak artmaktadır (Şekil 5.3, Şekil 5.4, Şekil 5.5,, Şekil 5.10).



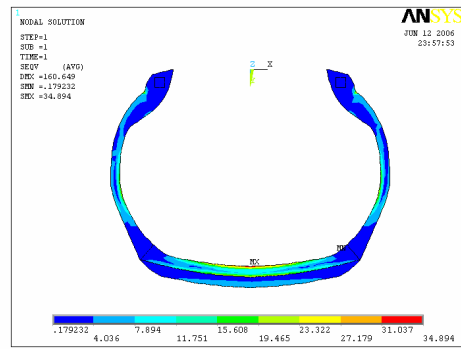
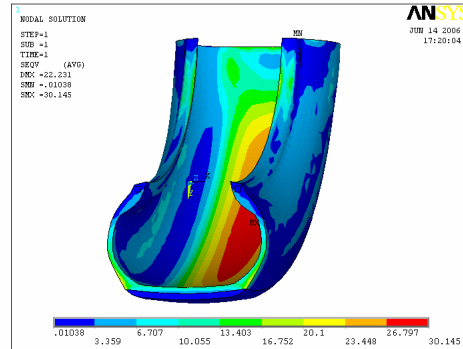
Şekil 5.3 Üç ve iki boyutlu model için Seqv gerilim değeri (190 KPa)



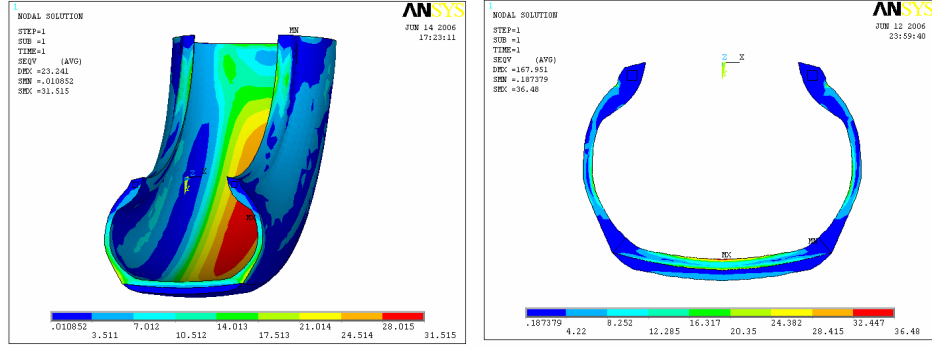
Şekil 5.4 Üç ve iki boyutlu model için Seqv gerilim değeri (200 KPa)



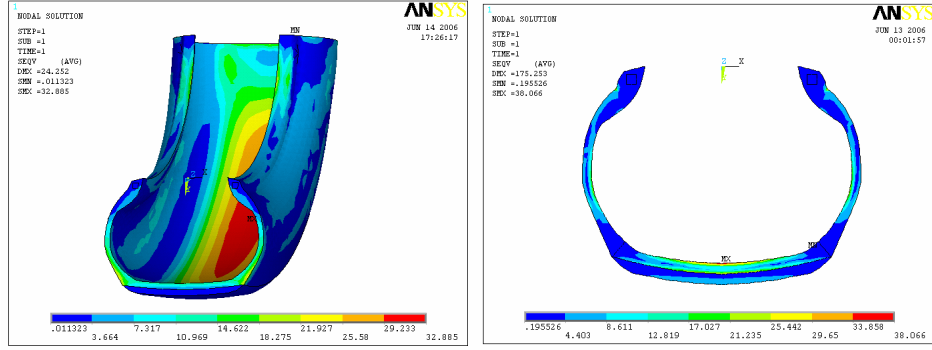
Şekil 5.5 Üç ve iki boyutlu model için Seqv gerilim değeri (210 KPa)



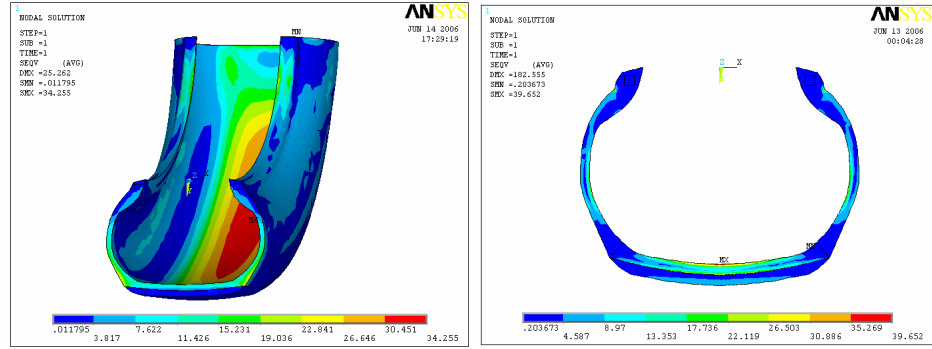
Şekil 5.6 Üç ve iki boyutlu model için Seqv gerilim değeri (220 KPa)



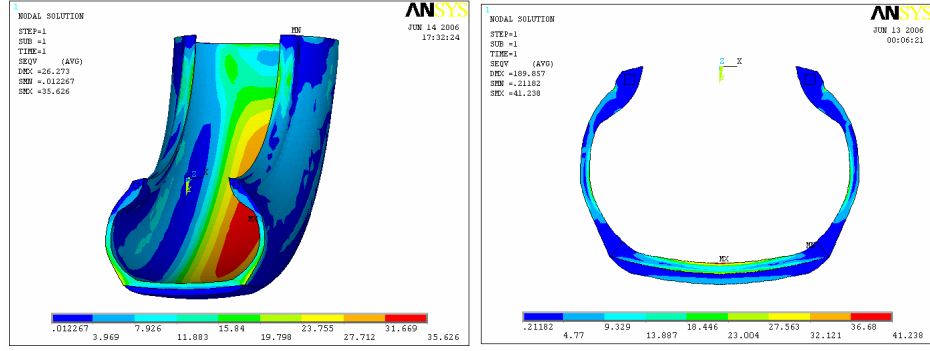
Şekil 5.7 Üç ve iki boyutlu model için Seqv gerilim değeri (230 KPa)



Şekil 5.8 Üç ve iki boyutlu model için Seqv gerilim değeri (240 KPa)

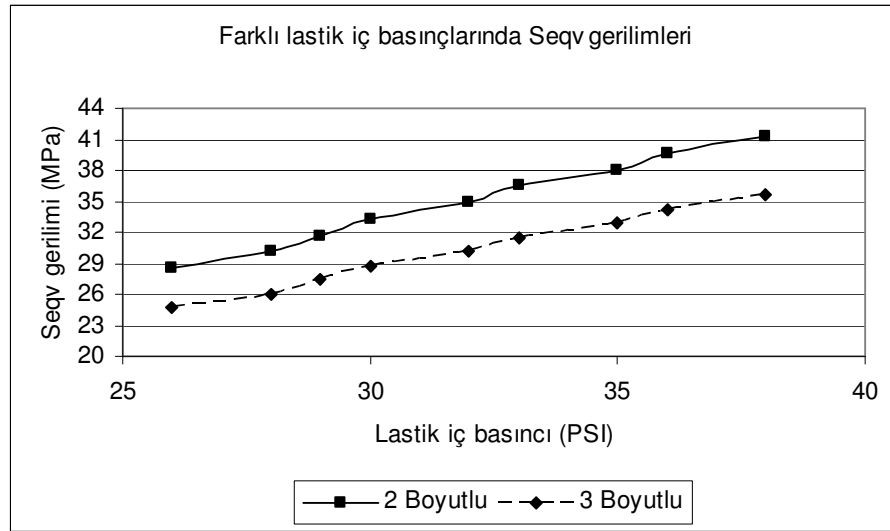


Şekil 5.9 Üç ve iki boyutlu model için Seqv gerilim değeri (250 KPa)



Şekil 5.10 Üç ve iki boyutlu model için Seqv gerilim değeri (260 KPa)

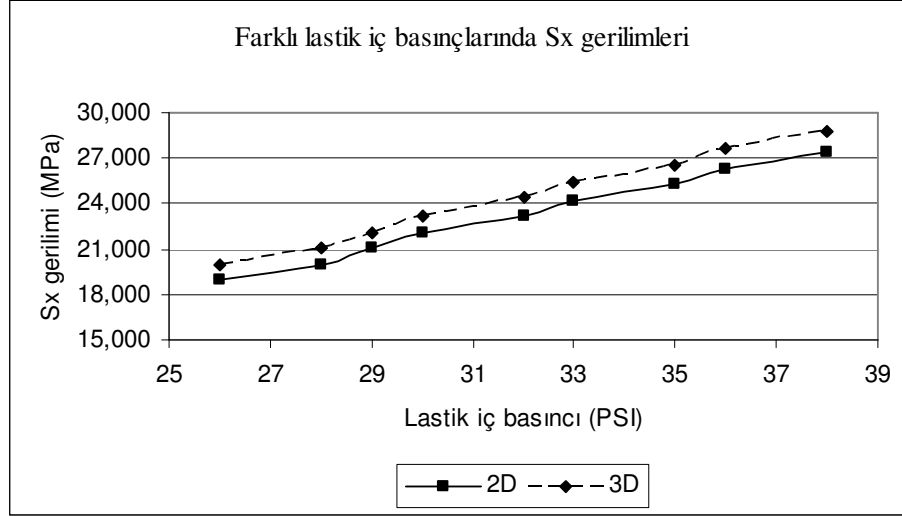
Bu statik şişirme analizi sonuçlarına göre Şekil 5.11'deki gibi Seqv gerilim-iç basınç grafiği elde edildi.



Şekil 5.11 Seqv gerilim- iç basınç değişim grafiği

Üç ve iki boyutlu lastik modellerine farklı iç basınçlar uygulanmasının sonucu eşdeğer (Seqv) gerilim değerlerinin değişimi Şekil 5.11'de gösterilmektedir. Buna göre lastik iç basıncı artmasıyla birlikte eşdeğer gerilim değeri artmaktadır. İki boyutlu modelden alınan sonuçlar ile üç boyutlu modelden alınan sonuçlar birbirine paralellik göstermektedir. Üç boyutlu model sonuçlarının iki boyutlu model sonuçlarından farklı olmasının sebebi; üç boyutlu modelin daha ayrıntılı ağ oluşturma işlemine tabii tutulması ve daha fazla eleman ve düğüm noktasına sahip

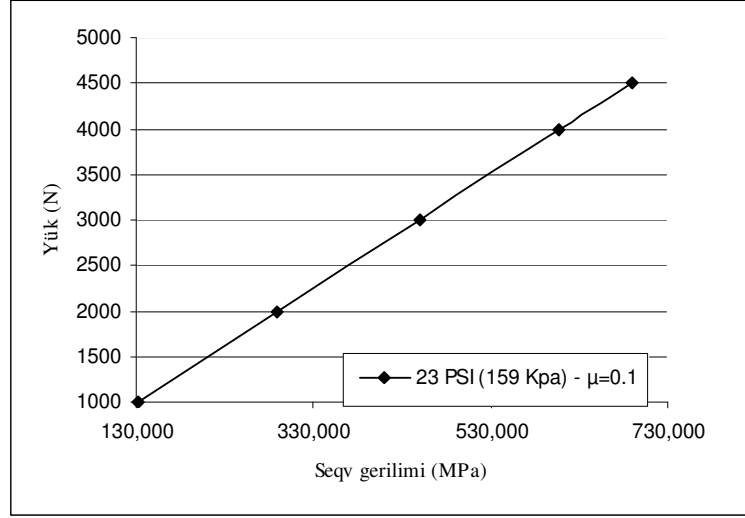
olmasıdır. Sonuç olarak; h-adaptivity çözüm yöntemi kullanılmasından dolayı üç boyutlu modelden elde edilen gerilim değerleri, iki boyutlu modele göre gerçek gerilim değerlerine daha yakın olmaktadır.



Şekil 5.12 Sx gerilim- iç basınç değişim grafiği

Üç ve iki boyutlu lastik modellerine farklı iç basınçlar uygulanmasının sonucu asal (S_x) gerilim değerlerinin değişimi Şekil 5.12’de gösterilmektedir. Buna göre lastik iç basıncı artmasıyla birlikte eşdeğer gerilim değeri artmaktadır. İki boyutlu modelden alınan sonuçlar ile üç boyutlu modelden alınan sonuçlar birbirine paralellik göstermektedir. Üç boyutlu model sonuçlarının iki boyutlu model sonuçlarından farklı olmasının sebebi; üç boyutlu modelin daha ayrıntılı ağ oluşturma işlemine tabii tutulması ve daha fazla eleman ve düğüm noktasına sahip olmasıdır. Sonuç olarak; h-adaptivity çözüm yöntemi kullanılmasından dolayı üç boyutlu modelden elde edilen gerilim değerleri, iki boyutlu modele göre gerçek gerilim değerlerine daha yakın olmaktadır.

5.2 Lastiğe Gelen Dikey Yükün Gerilim Üzerindeki Etkisi

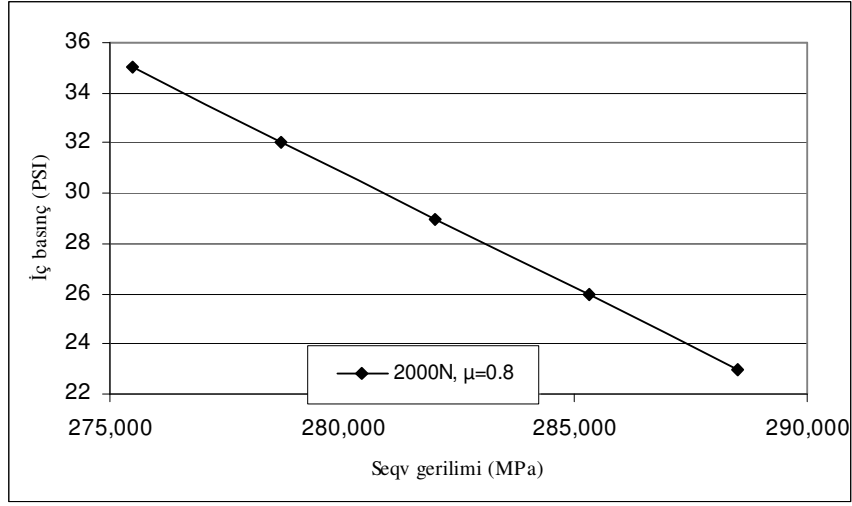


Şekil 5.13 Yük- Seqv gerilim değişimi

Lastiğe 23 PSI sabit iç basınç ve 5 farklı yük uygulanması sonucu eşdeğer gerilim değerinin değişimi Şekil 5.13'de gösterilmektedir. Sabit basınç altında lastiğe gelen dikey yükün artmasıyla lastik eşdeğer gerilim değeri doğru orantılı olarak artmaktadır.

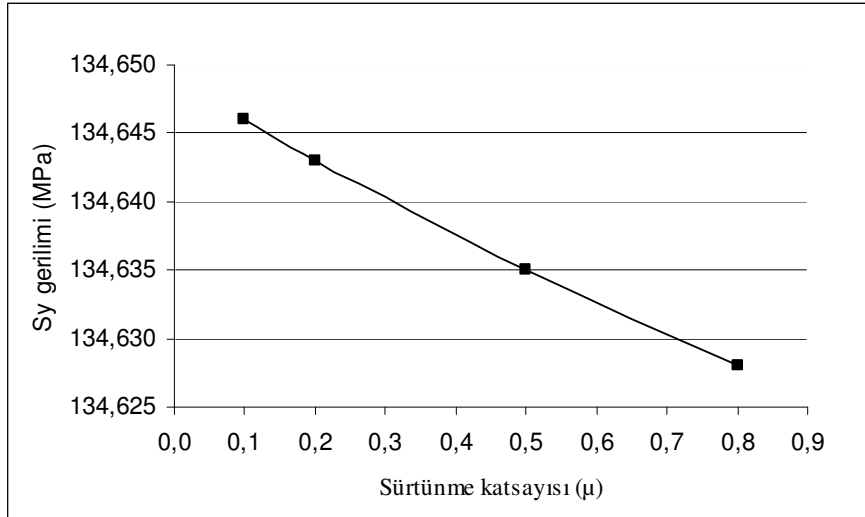
5.3 Lastik İç Basıncının Yüklü Durumdaki Eş Değer Gerilimin Üzerindeki Etkisi

Sabit yük altında lastik iç basıncı ile eşdeğer gerilim değişimi Şekil 5.14'de gösterilmektedir. Lastik sabit yük altındayken iç basıncın artırılması eşdeğer gerilimin düşmesine sebep olduğundan eşdeğer gerilim değerin üzerinde önemli etkisi bulunmaktadır.



Şekil 5.14 Lastik iç basınç-eşdeğer gerilim değişimi

5.4 Lastik-Zemin Sürtünme Katsayısının Asal Gerilme Üzerindeki Etkisi



Şekil 5.15 Sy gerilim-sürtünme katsayısı değişimi (4000 N, 35 PSI)

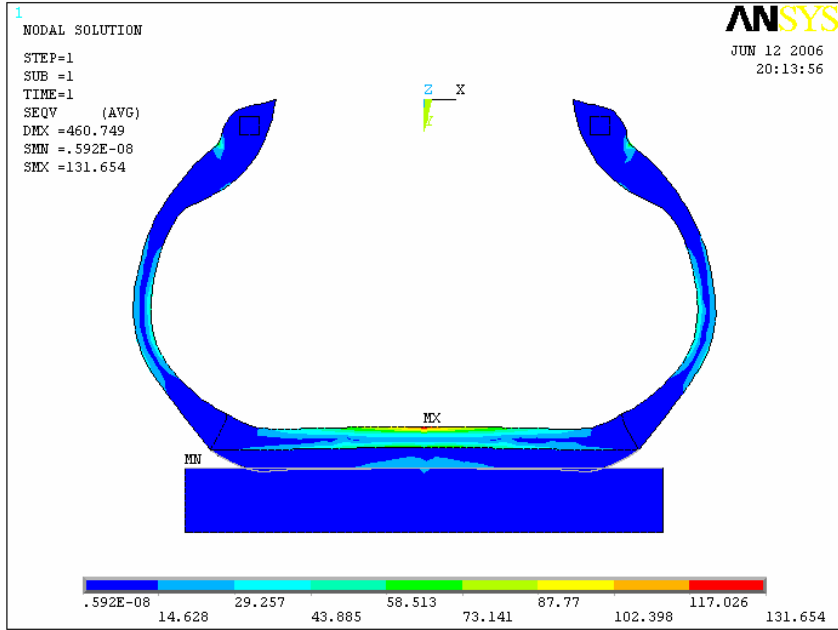
Sabit yük altında sürtünme katsayısı Sy asal gerilim değişimi Şekil 5.15’de gösterilmektedir. Sy asal gerilim değeri, lastik ile zemin arasındaki sürtünme katsayısının artışı ile ters orantılı olarak düşmektedir. Farklı basınç, yük ve sürtünme katsayılı yapılan nümerik analizler sonuçları Tablo 5.1 ve 5.2’de ayrıntılı olarak gösterilmektedir.

Tablo 5.1 Farklı basınç ve yüklerdeki Seqv ve Sy gerilimleri ($\mu=0.1$)

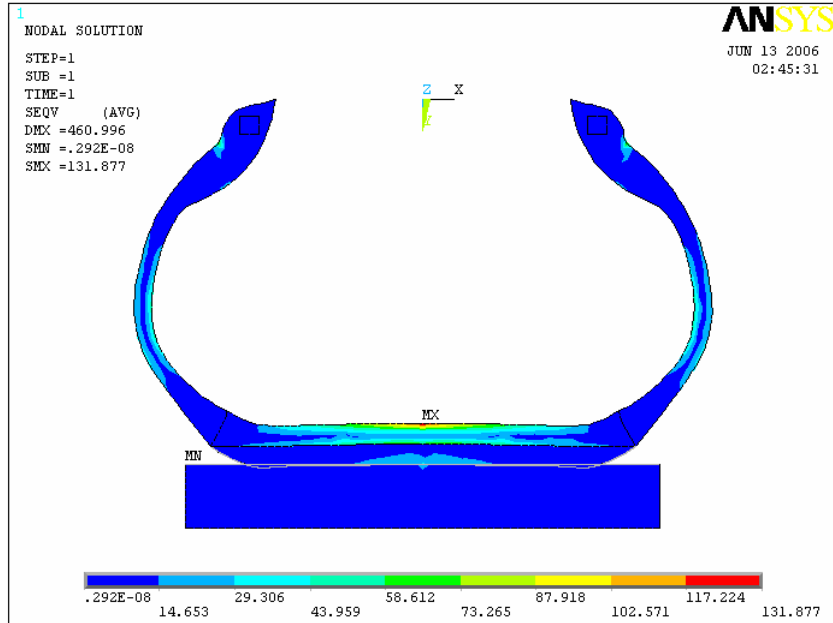
	23 PSI		26 PSI		29 PSI	
Yük (N)	Seqv (MPa)	Sy (MPa)	Seqv (MPa)	Sy (MPa)	Seqv (MPa)	Sy (MPa)
1000	131,88	29,46	128,71	28,66	125,38	27,83
2000	288,97	65,25	285,80	65,45	282,47	63,62
3000	450,82	102,12	447,65	101,33	444,32	100,49
4000	607,91	137,91	604,73	137,12	601,40	136,28
4500	688,83	156,35	685,66	155,55	682,33	154,72
	32 PSI		35 PSI			
Yük (N)	Seqv (MPa)	Sy (MPa)	Seqv (MPa)	Sy (MPa)		
1000	122,05	26,99	118,88	26,19		
2000	279,14	62,78	275,96	61,98		
3000	440,99	99,65	437,81	98,86		
4000	598,07	135,44	594,90	134,65		
4500	679	153,88	675,83	153,08		

Tablo 5.2 Farklı basınç ve yüklerdeki Seqv ve Sy gerilimleri ($\mu=0.8$)

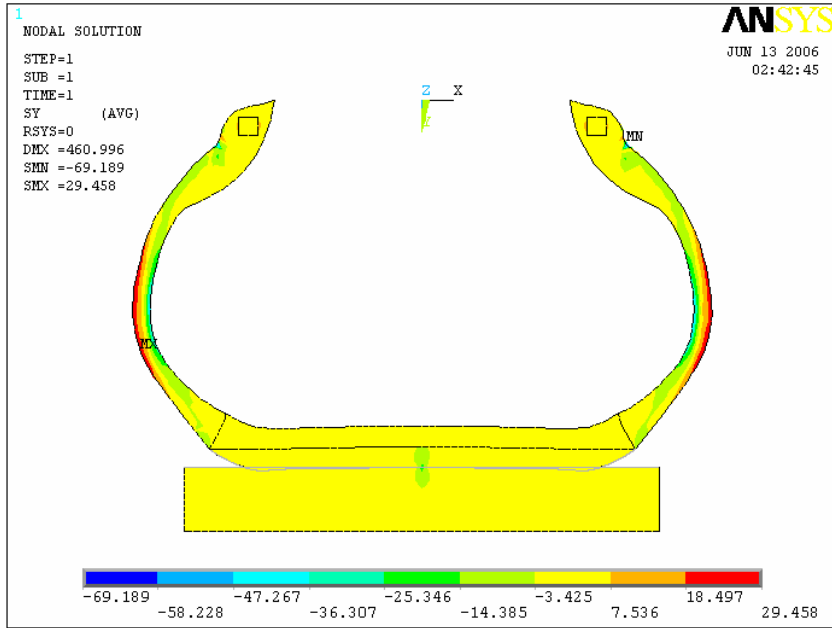
	23 PSI		26 PSI		29 PSI	
Yük (N)	Seqv (MPa)	Sy (MPa)	Seqv (MPa)	Sy (MPa)	Seqv (MPa)	Sy (MPa)
1000	131,65	29,45	128,49	28,66	125,16	27,82
2000	288,49	65,24	285,32	64,44	281,99	63,61
3000	450,07	102,11	446,90	101,31	443,58	100,48
4000	606,90	137,89	603,74	137,10	600,41	136,26
4500	687,70	156,33	684,53	155,53	681,20	154,70
	32 PSI		35 PSI			
Yük (N)	Seqv (MPa)	Sy (MPa)	Seqv (MPa)	Sy (MPa)		
1000	121,84	26,98	118,67	26,19		
2000	278,67	62,77	275,50	61,79		
3000	440,25	99,64	437,09	98,84		
4000	597,09	135,43	593,42	134,63		
4500	667,88	153,86	674,71	153,06		



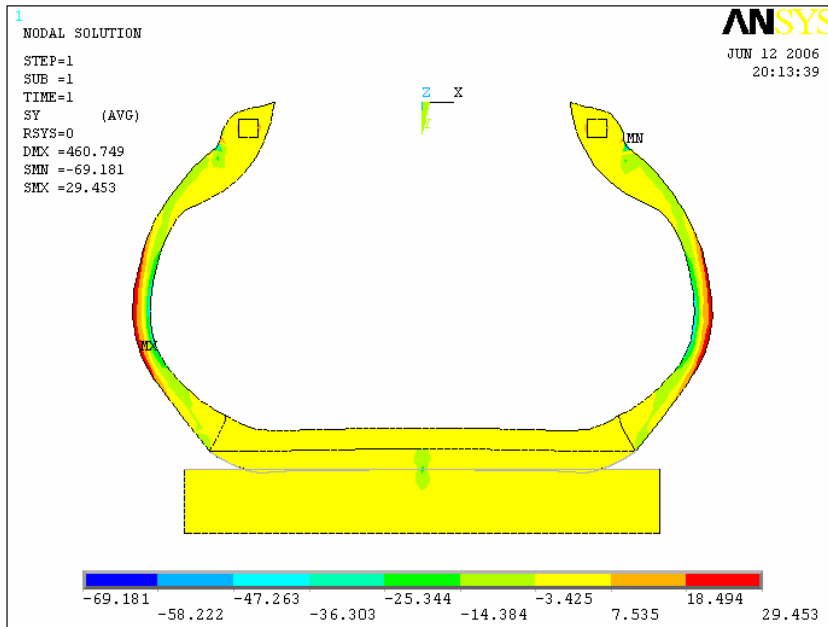
Şekil 5.16 Seqv gerilim değeri (23 PSI, $\mu=0.8$, 1000N)



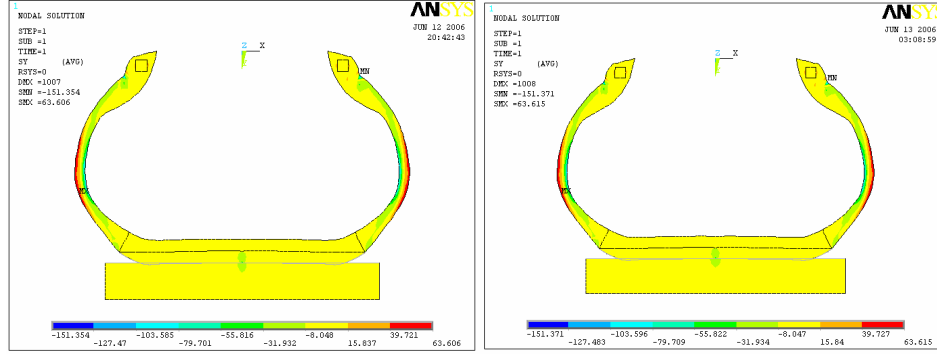
Şekil 5.17 Seqv gerilim değeri (23 PSI, $\mu=0.1$, 1000N)



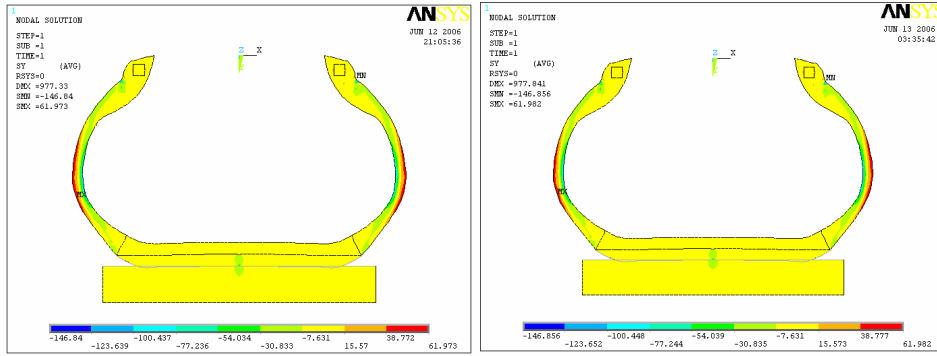
Şekil 5.18 Sy gerilim değeri (23 PSI, $\mu=0.1$, 1000N)



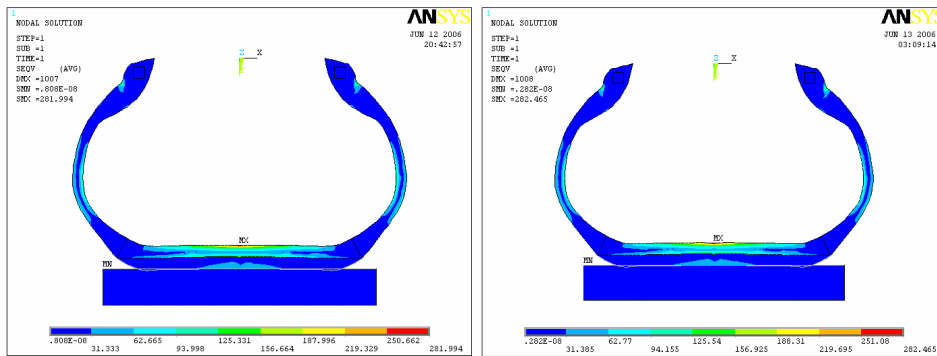
Şekil 5.19 Sy gerilim değeri (23 PSI, $\mu=0.8$, 1000N)



Şekil 5.20 Sy gerilim değerleri, (a) $\mu=0.8$ (b) $\mu=0.1$ (29 PSI, 2000N)



Şekil 5.21 Sy gerilim değerleri, (a) $\mu=0.8$ (b) $\mu=0.1$ (35 PSI, 2000N)



Şekil 5.22 Seqv gerilim değerleri, (a) $\mu=0.8$ (b) $\mu=0.1$ (29 PSI, 2000N)

5.5 Lastik İç Basıncının Serbest Durumdaki Titreşim Modları Üzerindeki Etkisi

Lastiğin tam sonlu eleman modeli ön gerilmeli modal analizi yapılarak serbest durumdaki titreşim mod değerleri bulunmuştur. Ayrıca analizin doğruluğu açısından lastik serbest durumda ve 6 farklı iç basınç altındaki titreşim mod değerleri yapılan deneyler sonucu bulunmuştur. Ayrıca Buna göre; lastik iç basıncının artışı ile serbest durumdaki frekans değeri artmaktadır. Yapılan deney sonucu elde edilen veriler ile Modal analiz sonuçlarının birbirine oldukça yakın olduğu Tablo 5.3’de görülmektedir.

Tablo 5.3 Lastiğin serbest durumdaki doğal frekans değerleri

	23 PSI		26 PSI		29 PSI	
	Nümerik	DeneySEL	Nümerik	DeneySEL	Nümerik	DeneySEL
1.Mod (Hz)	123,82	94,3	129,73	94,27	135,28	96,42
2.Mod (Hz)	147,49	113,9	153,89	117,51	159,97	121,92
3.Mod (Hz)	155,32	153,25	161,89	142,42	168,12	145,93
4.Mod (Hz)	206,97	164,03	210,92	158,76	214,69	176,26
5.Mod (Hz)	215,08	191,97	219,06	172,98	222,9	205,86
	32 PSI		35 PSI		38 PSI	
	Nümerik	DeneySEL	Nümerik	DeneySEL	Nümerik	DeneySEL
1.Mod (Hz)	140,54	98,99	145,53	99,59	150,3	101,54
2.Mod (Hz)	165,76	124,52	171,31	125,97	176,63	158,75
3.Mod (Hz)	174,08	148,76	179,78	152,39	185,25	172,67
4.Mod (Hz)	218,31	164,47	221,8	167,74	225,16	191,32
5.Mod (Hz)	226,62	178,29	230,24	184,67	233,78	222,83

Literatürde buna benzer birçok çalışma bulunmaktadır. Örneğin; Jia vd.(2003), Bez’ier Fonksiyonunu kullanarak radyal bir otomobil lastiğinin (195/60 R14 ebatlarında) serbest titreşim modlarını bulmuştur. Ayrıca sonlu elemanlar yöntemiyle oluşturduğu lastik modelinin katı eleman kullanarak nümerik analizini yapmış ve Tablo 5.4’deki gibi sonuçlar elde etmiştir (Jia vd. 2005). Yapılan (Tablo 5.3) deneysel değerler ile Jia’nın yaptığı çalışmadaki değerler birbirine oldukça yakın olduğu görülmektedir. Bu da yapılan deneysel çalışma ile nümerik analiz sonuçlarının sınanması açısından önem kazanmaktadır.

Tablo 5.4 Serbest doğal frekans değerleri

195/60 R14 - 35 PSI		
	Katı sonlu eleman modeli	Deneyisel çalışma
Mod	Doğal Frekans (Hz)	Doğal Frekans (Hz)
1	75,1	95,5
2	97,5	119,5
3	122	134
4	150,2	155
5	181,7	185

5.6 Lastik İç Basıncının Yüklü Durumda Titreşim Modları Üzerindeki Etkisi

Üç boyutlu sonlu eleman modelimize sabit yük altında basıncın etkisi Tablo 5.5’de gösterilmektedir. Buna göre; basıncın artması ile titreşim frekans değerleri artmaktadır. 1. doğal frekans değerinden sonra mod değeri 2 katına çıkmaktadır. Tekerleğin yerle teması sağlandıktan sonra 1. doğal frekans değerinde azalma olmuştur. Örneğin; (23 PSI) 1. doğal frekans değeri temas durumunda 123,82 Hz’den 66,02 Hz’e düşmüştür. Nümerik ve deneysel sonuçlar sabit yük altından titreşim frekans değerlerinin arttığını göstermiştir.

Tablo 5.5 Yüklü durumdaki doğal frekans değerleri

	23 PSI -1215 N		29 PSI -1215 N		35 PSI-1215N	
	Nümerik	Deneyisel	Nümerik	Deneyisel	Nümerik	Deneyisel
μ=0.8						
1.Mod	66,02	53,06	70,363	57,1	74,299	91,24
2.Mod	129,42	121,43	139,37	123,39	150,21	142,48
3.Mod	147,39	152,83	159,83	155,51	171,15	171
4.Mod	172,32	193,65	177,62	193,66	191,7	203,37
5.Mod	209,92	250,32	214,73	237,59	221,6	244,69

5.7 Lastik Üzerine Gelen Yükün Yüklü Durumdaki Titreşim Modları Üzerindeki Etkisi

Yükün titreşim modları üzerindeki etkisini incelemek amacıyla sabit basınç altında lastiğe üç farklı yük uygulanmıştır. Nümerik ve deneysel çalışma yapılmıştır. Sabit iç basınç altında lastik üzerine gelen yükün titreşim doğal frekans değerleri üzerindeki etkisi de Tablo 5.6’da gösterilmektedir. Sabit basınç altında yük artışına karşılık doğal frekans değerleri artmıştır. Örneğin; sabit basınç (23 PSI) ve 1215 N yük altında 2. doğal frekans değeri 129,42 Hz’den 1589 N yük altında 150,63 Hz’e yükselmiştir.

Tablo 5.6 Yüklü durumdaki doğal frekans değerleri

	23 PSI -1215 N		23 PSI -1370 N		23 PSI-1589 N	
$\mu=0.8$	Nümerik	Deneysel	Nümerik	Deneysel	Nümerik	Deneysel
1.Mod	66,02	53,06	65,423	52,63	73,717	91,09
2.Mod	129,42	121,43	129,45	120,14	150,63	143,56
3.Mod	147,39	152,83	147,37	141,89	171,12	170,51
4.Mod	172,32	193,65	172,19	181,36	193,43	203,74
5.Mod	209,92	250,32	209,93	195,61	222,32	239,12

6. GENEL SONUÇ

Bu çalışmada; 175/70 R 13 ebatlarındaki bir otomobil lastiğinin gerilme ve modal analizi yapılmıştır. Gerilme ve modal analizi sonlu elemanlar metodu kullanılarak incelenmiştir. Nümerik analiz sonuçlarının sınanması için damping ölçme yöntemlerinden biri olan yarım bant genişliği metodu kullanılarak serbest ve yüklü durumdaki titreşim frekans değerleri ölçülmüştür.

Lastik üzerinde meydana gelen gerilme dağılımlarında eşdeğer (Von-mises) ve asal gerilme (S_x) gerilme kriteri ele alınmıştır. Lastik basıncının önemli bir şekilde ön gerilmeyi etkilediği görülmüştür. Eşdeğer ve asal gerilme değerleri basınç ile doğru orantılı olarak arttığı gözlemlenmiştir. Ayrıca 2 ve 3 boyutlu lastik modeli ile yapılan nümerik analizler lastik yanak kısmının en dar kesitli olan kısımlarının tehlikeli kesit olduğunu göstermiştir.

İki boyutlu lastik modeline farklı iç basınç, sürtünme katsayısı ve yükler uygulanarak temas analizi yapılmıştır. Sabit basınç ve sürtünme katsayılı zemin üzerinde 5 farklı yük uygulanmıştır. Yük ile eşdeğer gerilmenin doğru orantılı olarak arttığı ve lastik yanak kısımlarının tehlikeli kesite sahip olduğu bulunmuştur. Sabit yük altında iç basınç artırılmıştır.

Lastiğın farklı basınçlar altında ön gerilmeli serbest titreşim nümerik analiz ve deneysel çalışma yapılmış ve ilk beş doğal frekans değeri bulunmuştur. Burada lastik iç basıncın direk olarak ön gerilmeyi etkilediği tespit edilmiştir. Ön gerilmenin artmasıyla birlikte doğal frekansın arttığı görülmüştür. Lastiğın yerle temas etmesiyle doğal frekans değerlerinin düştüğü gözlenmiştir. Lastiğın üzerine gelen artırılmasıyla birlikte doğal frekans değerlerinin arttığı görülmüştür.

7. KAYNAKLAR

- ANSYS 9.0 Documentation, 2004
- ANSYS User Manual, 1996.
- ANSYS User Theoretical Manual, 1996.
- Aygün, M., 1995, “Modern Fizik”, Birsen Yayınevi, Ankara.
- Akyüz, R.Ö., 1998, “Fizik”, Arkadaş Yayınevi, Ankara.
- Burke, A.M. ve Olatunbosun, O.A., 1997, “Contact modelling of the tyre/road interface”, International Journal of Vehicle Desing, Vol. 18, No. 2, pp. 194-202.
- Canudas, C., Wit, D., Tsiotras, P., Velenis, E., Basset, M. ve Gissinger, G., 2002, “Dynamic Friction Models for Road/Tire Longitudinal Interaction”, Vehicle System Dynamics, Oct.
- Cho, J.R., Shin, S.W. ve Yoo, W.S., 2005, “Crown shape optimization for enhancing tire wear performance by ANN”, Computers and Structures, Vol. 83, January, pp. 920-933.
- Çetinkaya, S., 2004, “Taşıt Mekaniği”, Nobel Yayın, 3. Baskı, Ankara.
- Çolakoğlu, K., 1987, “Genel Fizik”, Hatipoğlu Yayınevi, Ankara.
- Çolakoğlu, K., 1999, “Fizik 1”, Palme yayıncılık, Ankara.
- Çolakoğlu, M., 2001, “Measurement and analysis of damping factor in engineering materials to fatigue damage”
- Çolakoğlu, M., 2002, “Bir Malzeme Özelliği Olarak Damping Ölçüm Teknikleri”, 9. Denizli Sempozyumu, Sy. 137-144.
- Dorfi, H.R., 2004, “A Study of the In-Plane Force Transmission of Tires”, Tire Science and Technology, Vol. 32, No. 4, Oct.-Dec., pp. 188-213.
- DSİ Eğitim notları, Makine, İmalat ve Donatım Dairesi Başkanlığı, Makine Eğitim Şube Müdürlüğü, 1982, Ankara
- Fervers, C.W., 2004, “Improved FEM simulation model for tire–soil interaction”, Journal of Terramechanics, Vol. 41, April, pp. 87-100.
- Geredelioğlu, O.C., 1997, “Taşıt Lastikleri”, Makina Mühendisleri Odası, Ankara.

- Gillespie, T.D., 1992, "Fundamentals of Vehicle Dynamics", Society of Automotive Engineers, 1. Edition, U.S.A.
- Hall, W., Mottram, J.T., Jones, R.P., 2004, "Tire Modeling Methodology with the Explicit Finite Element Code LS-DYNA", Tire Science and Technology, Vol. 32, No. 4, Oct.-Dec., pp. 236-261.
- Introduction to ANSYS Training Manual, 1998.
- Jia, L., Xu, Y., Zhang, J., 2005, "Free vibration analysis of radial pneumatic tires using Bezier functions", Journal of Sound and Vibration, Vol. 285, pp. 887-903.
- Johnson, A.R., Tanner, J.A., Mason, A.J., 1999, "Quasi-Static Viscoelastic Finite Element Model of an Aircraft Tire", National Aeronautics and Space Administration, Langley Research Center Hampton, Virginia.
- Johson, K.L., 1985, "Contact Theory", Cambridge University Press, London
- Kim, Y.J. ve Bolton, J.S., 2004, "Effects of rotation on the dynamics of a circular cylindrical shell with application to tire vibration", Journal of Sound and Vibration, Vol. 275, June, pp. 605-621.
- Lahtinen, I., Kiviniemi, T., Sainio, P., 2000, "Snow Surface model for tyre performance simulation", Seoul FISITA World Automotive Congress, June, Seoul, Korea.
- Lee, D.R. ve Kim, K.U., 1997, "Effect of Inflation Pressure on Tractive Performance of Bias-Ply Tires", Journal of Terramechanics, Vol. 34, No. 3, pp. 187-208
- Okur, M., 2004, "Sonlu Elemanlar ve Ansys Uygulamaları", Gazi Üniversitesi Ders Notları, Ankara.
- Özgür, R., 2005, "Paletli Kompresör Rotorunun Sonlu Elemanlar İle Gerilme Analizi", Yüksek Lisans Tezi, Afyon Kocatepe Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Afyon.
- Pelc, J., 2005, "Towards realistic simulation of deformations and stresses in pneumatic tyres", Applied Mathematical Modelling.
- Pınar, E., 2000, "Titreşim ve Dalgalanma", Birsen Yayınevi, Ankara.
- Pinnington, R.J., 2006, "A wave model of a circular tyre. Part 2: side-wall and force transmission modelling", Journal of Sound and Vibration, Vol. 209, July, pp. 133-168.

- Rill, G., 2004, "Vehicle Dynamics", Lecture Notes, Fachhochschule Resensburg, University of Applied Sciences, Hochschule Für Technik Wirtschaft Soziales, <http://homepage.fh-resenberg.de/%7Erig39165>, October 2004.
- Sui, J.S. ve Hirshey II, J.A., "A New Analytical Tire Model for Vehicle Dynamic Analysis", DaimlerChrysler Corporation.
- Svendenius, J. Ve Gäfvert, M., 2004, "A Semi Empirical Tire Model including - The Effects of Camber", Department of Automatic Control Lund Institute of Technology, Sweden.
- Tönük, E., 1998, "Otomobil Lastiklerinin Dinamik Davranışlarının Bilgisayarda Modellenmesi", Doktora Tezi, Orta Doğu Teknik Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Ankara.
- Yalçın, C., 1996, "Fiziğin Temelleri", Arkadaş Yayınevi, Ankara.
- Yan, X., 2001, "Non-linear three-dimensional finite element modeling of radial tires", Mathematics and Computers in Simulation", Vol. 58, Feb., pp.51-70.
- Xu, Y., Jia, L., Zhang, J., 2005, "Modeling tire/road contact using piecewise Ritz procedure", Journal of Terramechanics, Vol. 42, July, pp. 99-113.
- Wong, J.Y., 1993, "Theory of Ground Vehicles" A Wiley-Interscience Publication, 2. Edition, New York, USA.
- Zegelaar, P.W.A. ve Pacejka, H.B., 1998, "The In-Plane Dynamics of Tyres on Uneven Roads", Vehicle Research Laboratory, Faculty of Mechanical Engineering, Delft University of Technology, Mekelweg 2, 2628 CD Delft, The Netherlands.

8. ÖZGEÇMİŞ

1982 yılında İzmir’de doğdu. İlk, orta ve lise eğitimini İzmir’de tamamladı. 2004 yılında Fırat Üniversitesi Teknik Eğitim Fakültesi Makine Eğitimi Bölümünden Otomotiv Öğretmeni olarak mezun oldu. 2004-2006 yıllarında belli süre Özel Sürücü Kursunda uzman öğretici olarak görev yapmıştır. 2004 yılında Afyon Kocatepe Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Makine Eğitimi Otomotiv Anabilim dalında yüksek lisans eğitimine başladı.

9. TEŞEKKÜR

Tezimin tamamlanmasında, destek ve yardımlarını esirgemeyen kıymetli hocam Yrd. Doç. Dr. Mehmet ÇOLAKOĞLU'na, Prof. Dr. Süleyman TAŞGETİREN'e, Yrd. Doç. Dr. Hüseyin BAYRAKÇEKEN'e, Yrd. Doç. Ömer SOYKASAP'a çalışmamda emeği geçen Arş. Gör. İsmail UCUN'a, Arş. Gör. Özgür VERİM'e, Fatih BACAĞ'a ve Evren Barış KAYHAN'a teşekkürlerimi sunarım.

Ayrıca çalışmalarım sırasında maddi ve manevi desteğini esirgemeyen aileme teşekkürü bir borç bilirim.