

**YERLE TEMAS HALİNDEKİ BİR OTOMOBİL LASTİĞİNİN  
NÜMERİK OLARAK DOĞAL FREKANS ANALİZİ**

**YÜKSEK LİSANS**

**Aydın ÇAVUŞ**

**DANIŞMAN**

**Yrd. Doç. Dr. Mehmet ÇOLAKOĞLU**

**Makine Eğitimi**

**Mayıs 2008**

**AFYONKARAHİSAR KOCATEPE ÜNİVERSİTESİ**  
**FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

Yüksek Lisans

YERLE TEMAS HALİNDEKİ BİR OTOMOBİL LASTİĞİNİN NÜMERİK  
OLARAK DOĞAL FREKANS ANALİZİ

Aydın ÇAVUŞ

DANIŞMAN  
Yrd. Doç. Dr. Mehmet ÇOLAKOĞLU

Makine Eğitimi

Mayıs 2008

## ONAY SAYFASI

**Yrd. Doç. Dr. Mehmet ÇOLAKOĞLU** danışmanlığında, **Aydın ÇAVUŞ** tarafından hazırlanan “**YERLE TEMAS HALİNDEKİ BİR OTOMOBİL LASTİĞİNİN NÜMERİK OLARAK DOĞAL FREKANS ANALİZİ**”

başlıklı bu çalışma, lisansüstü eğitim ve öğretim yönetmeliğinin ilgili maddeleri uyarınca 22/05/2008 tarihinde aşağıdaki jüri tarafından Makine Eğitimi Anabilim Dalında Yüksek lisans tezi olarak oybirliği ile kabul edilmiştir.

	Ünvanı, Adı, SOYADI	İmza
Başkan	Doç. Dr. Ömer SOYKASAP	
Üye	Yrd. Doç. Dr. Mehmet ÇOLAKOĞLU	
Üye	Doç. Dr. İsmail DEMİR	

Afyonkarahisar Kocatepe Üniversitesi  
Fen Bilimleri Enstitüsü Yönetin Kurulu'nun  
...../...../..... tarih ve  
..... sayılı kararıyla onaylanmıştır.

Doç. Dr. Zehra BOZKURT  
Enstitü Müdürü

## ÖZET

Yüksek Lisans Tezi

### YERLE TEMAS HALİNDEKİ BİR OTOMOBİL LASTİĞİNİN NÜMERİK OLARAK DOĞAL FREKANS ANALİZİ

Aydın ÇAVUŞ

Afyon Kocatepe Üniversitesi

Fen Bilimleri Enstitüsü

Makine Eğitimi Anabilim Dalı

Danışman: Yrd. Doç. Dr. Mehmet ÇOLAKOĞLU

Bu çalışmada yerle temas halindeki bir otomobil lastiğinin (175/70 R 13) düşey yük altında doğal frekanslarını tespit etmek için üç boyutlu bir sonlu elemanlar modeli tasarlanmış ve kullanılmıştır. Bu model, üç boyutlu bir otomobil lastiği ve bu lastiğe temas eden bir beton bloktan oluşmaktadır. Yük, otomobil lastiği ile beton blok arasındaki temas yardımıyla uygulanmıştır. Yapısında kauçuk, çelik teller ve tekstil bezler gibi farklı malzemeler içermesinden dolayı, lastik, bir kompozit malzeme olarak kabul edilmiştir ve dört farklı parça halinde (diş, yanak, karkas ve topuk) modellenmiştir. Doğal frekans değerlerine farklı düşey kuvvet, sürtünme katsayısı ve lastik iç basıncının etkisi nümerik olarak incelenmiştir. Bu sonuçlardan bazıları deneysel sonuçlarla kıyaslanmış ve sonuçların birbirine yakın olduğu gözlemlenmiştir.

**Anahtar Kelimeler:** Otomobil Lastiği, Sonlu Elemanlar Metodu, Titreşim

## ABSTRACT

M.Sc.

### NUMERICAL ANALYSIS OF NATURAL FREQUENCY IN AN AUTOMOBILE TIRE HAVING CONTACT WITH GROUND

Aydın ÇAVUŞ

Afyon Kocatepe University

Graduate School of Natural and Applied Sciences

Department of Mechanical Education

Supervisor: Asst. Prof. Mehmet ÇOLAKOĞLU

In this study, a 3-D finite element model of an automobile tire (175/70 R 13) which has contact with the ground is constructed and used to investigate natural frequencies under different vertical loads. This model is consisted of the 3-D finite element model of the tire and its contact with the concrete ground as a solid block. The vertical loads are applied to the contact area which is between the tire and the concrete block as pressure. The tire is modeled as a composite material having four different parts, tooth, bead bindle, side wall, and carcass. In addition, those parts are made of steel rods, textile cloths, and rubber. The effect of the vertical load, tire inflation, and coefficient of friction between the ground and the tire to the natural frequencies are analyzed numerically. Some numerical results are compared with experiments and it is seen that the results are reasonable.

**Keywords:** Pneumatic Tire, Finite Element Method, Vibration

# İÇİNDEKİLER

	<u>Sayfa</u>
ÖZET.....	iv
ABSTRACT.....	v
İÇİNDEKİLER .....	vi
ŞEKİLLER DİZİNİ.....	viii
ÇİZELGELAR LİSTESİ.....	ix
SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ .....	xi
1.GİRİŞ .....	1
1.1 Lastik.....	1
1.1.1 Lastiğin Tanımı .....	1
1.1.2 Lastiğin yapısı .....	1
1.1.3 Lastik ebatları.....	2
1.1.4 Tekerleye Etkileyen Kuvvetler ve Momentler.....	4
1.2 Literatür Araştırması .....	6
1.3 Amaç ve Kapsam .....	9
2. MATERYAL VE METOD .....	10
2.1 Üç Boyutlu Gerilme Analizi .....	10
2.2 Sonlu Elemanlar Metodu .....	12
2.2.1 Üç Boyutlu Problemler .....	14
2.2.2 Gerilme Hesabı.....	15
2.2.3 Altı Yüzlü Eleman.....	16
2.2.4 Ağ Oluşturulması .....	18
2.3 Sonlu Elemanlar İle Statik Analiz.....	20
2.3.1 Giriş.....	20
2.3.2 Rijitlik Matrisinin Oluşumu .....	21
2.3.3 Yükler.....	22
2.4 Sonlu Elemanlar İle Modal Analiz.....	22
2.4.1 Periyodik ve Titreşim Hareketleri.....	22
2.4.2 Basit Harmonik Hareket.....	24
2.4.3 Sönümlü ve Zorlanmış Harmonik Hareket .....	26

2.5 Ansys Sonlu Elemanlar Programı .....	27
2.5.1 Preprocessing (Ön işlemci) .....	27
2.5.2 Solution (Çözüm) .....	28
2.5.3 Postprocessing (Son işlemci) .....	29
2.6 Deneysel Çalışmalar .....	29
2.6.1 Lastiğin serbest ve yüklü durumdaki titreşimlerinin ölçümü .....	29
2.6.2 Yarım Bant Genişliği Metodu .....	29
2.6.3 Logaritmik Sönüm .....	30
2.6.4 Deney Düzenegi .....	31
2.6.5 Deneyin Yapılışı .....	32
2.6.5.1 Serbest-serbest durumda titreşim ölçümü .....	33
2.6.5.2 Bağlı-bağlı durumda titreşim ölçümü .....	33
3. ANALİZ VE HESAPLAMALAR .....	34
3.1 Üç Boyutlu Sonlu Eleman Lastik Modelinin Oluşturulması .....	34
3.2 Üç boyutlu Modeline Malzeme Özelliklerini Atanması .....	35
3.3 Üç Boyutlu Modelde Ağ Oluşturulması .....	37
3.4 Üç Boyutlu Modeldeki Sınır Şartlarının Uygulanması .....	39
4. TARTIŞMA ve SONUÇLAR .....	42
4.1 Lastik İç Basıncının Titreşim Frekanslarının Üzerindeki Etkisi .....	42
4.2 Lastik Üzerine Uygulanan Kuvvetin Titreşim Frekanslarındaki Etkisi .....	43
4.3 Lastik ile Beton Levha Arasındaki Sürtünme Titreşim Frekanslarına Etkisi .....	45
5. GENEL SONUÇ .....	47
KAYNAKLAR .....	48
ÖZGEÇMİŞ .....	50
TEŞEKKÜR .....	51

## ŞEKİLLER DİZİNİ

	<u>Sayfa</u>
Şekil 1.1 Lstiğin oluşum yapısı.....	2
Şekil 1.2 Meydana gelen temas kuvvetleri ve momentler .....	5
Şekil 1.3 SAE tekerlek koordinat eksen takım .....	6
Şekil 2.1 Üç eksenli gerilme bileşenleri.....	11
Şekil 2.2 Üç eksenli gerilme hali için Mohr dairesi gösterimi.....	12
Şekil 2.3 Altı yüzlü temel eleman düğüm koordinatları .....	17
Şekil 2.4 Temel kübün dört yüzlü elemanlara ayrılması.....	19
Şekil 2.5 Basit sarkaç düzeneği.....	23
Şekil 2.6 Düşey doğrultusunda asılan kütle-yay mekanizması .....	25
Şekil 2.7 Sönümlü hareket eğrisi .....	26
Şekil 2.8 Sönümsüz harmonik hareketin eğrisi.....	27
Şekil 2.9 Tek serbestlik dereceli sistem için yarım bant genişliği .....	30
Şekil 2.10 Logaritmik Sönüm .....	31
Şekil 2.11 Lastik titreşim deney şeması.....	31
Şekil 2.12 Titreşim frekans ölçümü (23 PSI- 1370 N) .....	33
Şekil 2.13 Titreşim Frekans ölçümü ( 29PSI - 1589 N).....	34
Şekil 3.1 Elde edilen üç boyutlu model .....	35
Şekil 3.2 175/70 R13 ebatlarındaki lastik kesitinin 2 boyutlu modeli .....	36
Şekil 3.3A SOLID92 tipi eleman geometrisi .....	38
Şekil 3.3B Modelin ağ görünümü .....	38
Şekil 3.4A Modelin yüklü durumundaki görünüşü (4000 N, 35 PSI, $\mu=0.8$ ) .....	40
Şekil 3.4B Modelin 6 modun görünüşleri (4000 N, 35 PSI, $\mu=0.8$ ) .....	41
Şekil 4.1 $\mu=0.4$ , 2000N durumu için mod-basınç ilişkisi .....	43
Şekil 4.2 $\mu=0.1$ durumu için mod-kuvvet ilişkisi.....	45
Şekil 4.3 F=2000N ve P=29PSI durumu için sürtünme-mod ilişkisi.....	46



## ÇİZELGELER LİSTESİ

	<b><u>Sayfa</u></b>
Çizelge 1.1 Bir lastiği oluşturan malzemelerin miktarları .....	1
Çizelge 1.2 Azami hız sembol listesi .....	3
Çizelge 1.3 Azami yük endeksi listesi .....	4
Çizelge 2.1 Temel 6 yüzlü elemanın 5 ve 6 adet 4 yüzlü eleman bölünmesi .....	19
Çizelge 3.1 Lastik verileri .....	34
Çizelge 3.2A Lastiğin malzeme özellikleri ve beton özellikleri .....	36
Çizelge 3.3B Lastiğin kısım özellikleri.....	37
Çizelge 3.4 Uygulanan sınır şartların değerleri.....	39
Çizelge 4.1 Yüklü durumdaki lastik iç basınç-frekans ilişkisi.....	42
Çizelge 4.2 Yüklü durumdaki lastik için kuvvet-mod ilişkisi .....	44

## SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ

<u>Simgeler</u>	<u>Açıklama</u>
$\sigma$	Gerilme,
$\tau$	Kayma gerilmesi,
$\varepsilon$	Şekil değiştirme,
Q	Elastiste Matrisi,
E	Elastiste Modülü,
G	Kayma Modülü,
$\nu$	Poisson Oranı,
P	Basınç,
$\varphi$	Yoğunluk,
V	Hacim,
$\omega$	Açısal Hız,
F	Kuvvet,
m	Kütle,
T	Periyot,
$\mu$	Sürtünme Katsayısı,
$P_c$	Temas Basıncı,
$P_0$	En Yüksek Temas Basıncı,
$a_c$	Temas Genişliğinin Yarısı,
t	Kalınlık,
$V_m$	Matris Malzemesinin Hacimsel Oranı,

$V_f$	Fiber Malzemesinin Hacimsel Oranı
$R_1$	Temas Eden Parçanın Yarıçapı,
$R_2$	Temas Edilen Parçanın Yarıçapı,
A	Alan



# 1.GİRİŞ

## 1.1 Lastik

### 1.1.1 Lastiğin Tanımı

Lastik kauçuk, kord bezi ve çelik teller ile çeşitli kimyasal maddelerin birleşiminden oluşan ve aracın yer ile temasını sağlayan tek ve en önemli parçadır (Karapaça 2005). Lastiğin fonksiyonu, bir kara taşıtının hareketini ve desteğini sağlamaktır. Bunları sağlamak için yol ile etkileşime girer. Bu etkileşim sonucunda farklı kuvvetleri iletir. Bu kuvvetler kalkış, frenleme ve dönme gibi durumlarda meydana gelir. Bunun dışında lastiğin bir diğer görevi düzensiz yol yüzeyinde meydana gelen sarsıntıların bir kısmını absorbe etmektedir. Kısaca lastik, taşıtın yükünü taşıyan, taşıtın kontrolünü sağlayan ve titreşimleri absorbe eden bir elemandır.

### 1.1.2 Lastiğin Yapısı

Modern bir lastik; kauçuk, çelik ve kumaşın bir karışımıdır. Karışım malzemeleri ve oranları lastiğin türüne ve markasına göre değişmektedir. Ama bu değişimler çok büyük farklılıklar içermez. Örneğin Çizelge 1.1'de 195/65 R15 Conti Eco Contact lastiğinin içerdiği malzemelerin yüzdeleri vermektedir (Rill 2003).

Çizelge 1.1 Bir lastiği oluşturan malzemelerin miktarları

Lastik Birleşeni	Miktarı
Takviyeler (çelik, naylon, ...)	16%
Kauçuk (doğal / sentetik)	38%
Bileşimler (karbon, silika, kireç taşı, ...)	30%
Yumuşatıcı (yağ, reçine)	10%
Sertleştiriciler ( sülfür, çinko oksit, ...)	4%
Çeşitli	2%

Şekil olarak da bir lastik sırt, omuz, yanak, topuk, damak teli, karkas yapı, kuşaklar ve astandan oluşmaktadır. Şekil 1.1, bir lastiği oluşturan kısımları göstermektedir. Sırt kısmı, lastiğin zemin ile teması sağlayan bölgesidir. Omuz, lastiğin yanağı ile sırtın arasındaki kalın

kauçuk kısımdır. Yanak ise lastiğin omuz ve topuk bölgeleri arasında kalan kısmıdır. Genelde yanak kısmında lastiği tanıtan yazılar yer almaktadır. Topuk kısmı da lastik ile jantın sıkı bir şekilde temas etmesini sağlayan bölgedir. Damak telinin görevi, lastiği jant etrafında tutmaktır. Karkas yapı, lastiğin her iki uç kısımlardaki damak tellerinin arasında, lastiğin kesitini takip eden bir destek bölümüdür ve genelde kord bezlerinden oluşmaktadır. Bezdeki liflerin doğrultuları lastiğin tipini belirler. Lastik doğrultusunda olan lifler, lastiğin şeklini korurlar. Onlara dik olanlar ise lastiğe gelen yükleri taşırlar. Kuşaklar sırt kısmın altında kalan bir katmandır ve bez ve çelik olarak ikiye ayrılırlar. Görevi ise karkas yapıyı sıkıştırmaktır. Astar ise lastiğin iç kısmında bulunan ince kauçuktan oluşan bir katmandır. Astarın görevi lastikteki basınçlı havanın dışa kaçmasını engellemektir.



Şekil 1.1 Lastiğin oluşum yapısı (Karapaça 2005)

### 1.1.3 Lastik Ebatları

Yanak kısmında bulunan harf ve rakam şeklindeki semboller, lastik hakkında kapsamlı bir bilgi vermektedir. Bu bilgileri bu şekilde sıralayabiliriz:

- Tescilli ticari marka
- ECE R 75 uyarınca homologasyon numarası
- Ürün serisinin adı
- Sırt deseni tipi
- Nominal kesit genişliği (mm)
- Lastik kesit yüksekliğinin, nominal kesit genişliğine oranı

- Lastik yapısını belirten kod - Çapraz lastikler ("-"), çapraz kuşaklı lastikler ("B") ve radyal lastikler ("R")
- İnç cinsinden nominal jant çapı
- Hız sembolü. Lastiğin kullanılabileceği azami hız sınırını belirtmektedir.
- Yük indeksi. Lastiğin yük kapasitesini belirtmektedir.
- Lastik üzerindeki oklar lastiğin takıldığı konuma göre dönüş yönünü göstermektedir. (ön - arka)
- İç lastiksiz tipte lastik (TL) İç lastikli tipte lastikler (TT) işaretini taşımaktadır.
- Lastiğin belirtilen hava basıncında (PSI) azami yük kapasitesini (libre) belirtmektedir.
- Üretim tarihi

Çizelge 1.2 ve Çizelge 1.3 sırasıyla hız sembol listesini ve yük endekslerini göstermektedirler(Karapaça 2005).

Çizelge 1.2 Azami hız sembol listesi

Sembol	Maksimum Hız Limiti (km/h)
P	150
Q	160
R	170
S	180
T	190
U	200
H	210
V	240
Z	240 üstü
W	270 üstü

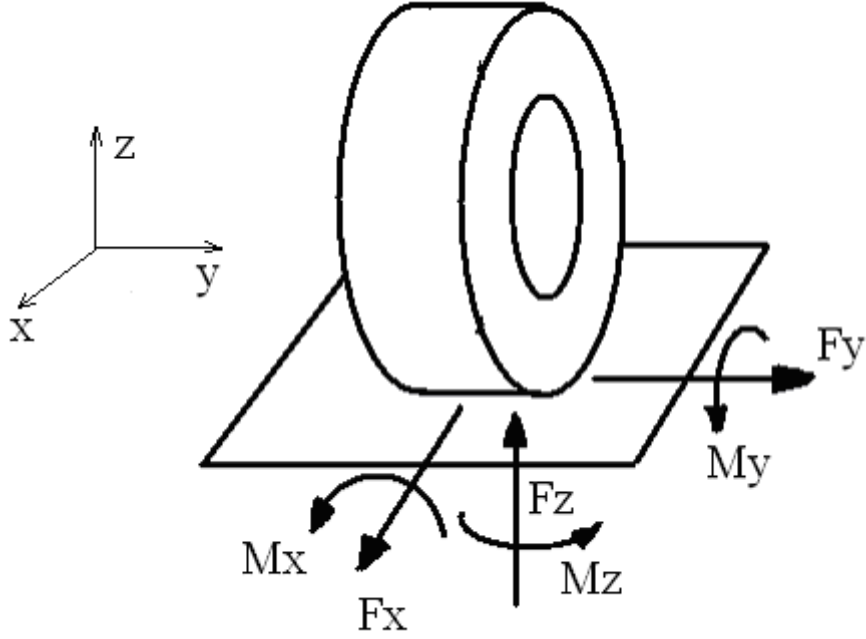
Çizelge 1,3 Azami yük endeksi listesi

Yük İndeksi	Lastik başına uygulanabilen maksimum yük (N)	Yük İndeksi	Lastik başına uygulanabilen maksimum yük (N)	Yük İndeksi	Lastik başına uygulanabilen maksimum yük (N)
60	2452	79	4287	98	7357
61	2521	80	4414	99	7603
62	2600	81	4532	100	7848
63	2668	82	4660	101	8093
64	2747	83	4777	102	8338
65	2845	84	4905	103	8584
66	2943	85	5052	104	8829
67	3011	86	5199	105	9074
68	3090	87	5346	106	9319
69	3188	88	5493	107	9564
70	3286	89	5670	108	9810
71	3384	90	5886	109	10104
72	3482	91	6033	110	10399
73	3580	92	6180	111	10693
74	3678	93	6376	112	10987
75	3796	94	6572	113	11281
76	3924	95	6769	114	11576
77	4041	96	6965	115	11919
78	4169	97	7161		

#### 1.1.4 Tekerleye Etkileyen Kuvvetler ve Momentler

Lastik ve yolun etkileşimi sonucunda, lastiğin temas ettiği herhangi bir noktada sürtünme ve yola dik yönde kuvvetler temel olarak meydana gelmektedir. Bu kuvvetlerin etkisi kuvvet vektörleri ve dönme momentleri ile açıklanabilir. Bu vektörler, taşıtın kabul görülmüş bir koordinat sistemi ile tanımlanabilir. Z eksenini taşıta ve yola diktir ve lastiğin direksiyon dönme eksenini ile çakışmaktadır. X eksenini, Z eksenine diktir ve taşıtın gidiş yönü doğrultusundadır. Y eksenini ise lastiğin yan kenarına diktir. Şekil 1.2 ise hareketli haldeki tekerleğin yol ile teması sonucu meydana gelen kuvvetleri ve momentleri göstermektedir (Rill 2003).

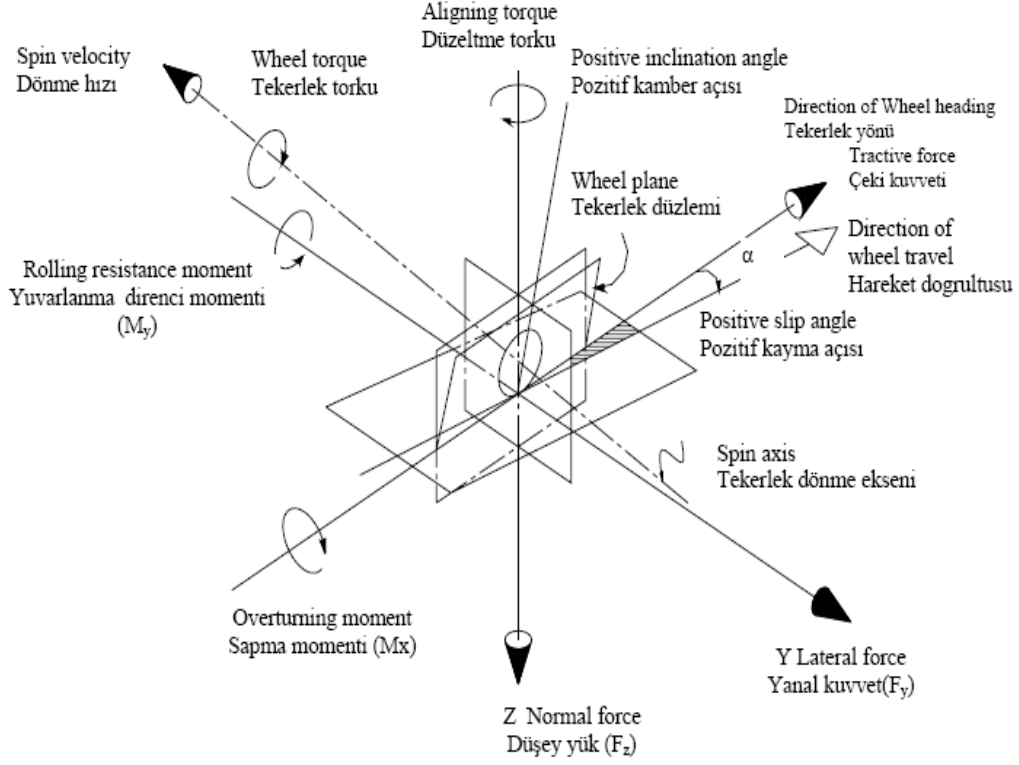




Şekil1.2 Meydana gelen temas kuvvetleri ve momentler

$F_x$  lastik boylamasına veya çevresel kuvveti,  $F_y$  yanal kuvveti,  $F_z$  dikey veya teker kuvveti,  $M_x$  eğme momenti,  $M_y$  dönme direnci momenti ve  $M_z$  geri dönme momenti olarak adlandırılırlar (Rill 2003). x ve y eksenlerindeki momentlerin oluşma nedeni, lastik ile yol arasındaki temas dağılımının simetrik olmamasıdır.  $M_x$  momenti lastiğin hafif bir şekilde eğik olduğu zaman meydana gelmektedir.

Bu kuvvet ve momentlerin oluşmasının en büyük nedeni lastiğin zemine dik durmaması ve lastik ile yol doğrultularının çakışık olmamasıdır. Şekil 1.3'te, yol ile lastiğin koordinat sistemleri ve düzlemleri arasındaki farklar ve bu farklardan dolayı meydana gelen açılar gösterilmektedir.



Şekil 1.3 SAE tekerlek koordinat eksen takımı (Karakuş 2006)

Yukarda açıklanan kuvvet ve momentler haricinde hareket halindeki tekerlekte iki önemli açı bulunmaktadır. Bunlar, kamber açısı ve kayma açısıdır. Kamber açısı, yola dik xz düzlemi ile tekerlek düzlemi arasındaki oluşan açıdır. Kayma açısı ise tekerlek düzlemi ve yol düzleminin kesişmesi ile oluşan doğru ile hareket doğrultusu arasında oluşan açıdır.

## 1.2 Literatür Araştırması

Otomobil ve uçak endüstrinin gelişmesiyle, lastik performanslarının üzerindeki araştırmaların önemi de artmaktadır. Bir lastiğin davranışlarını inceleyebilmek için çeşitli yöntemler geliştirilip, bir çok çalışmalar yapılmıştır. Bazı çalışmalarını şu şekilde özetleyebiliriz;

Jia ve arkadaşları (2005), şişirme basıncının, sırt desenin ve çelik kuşak açılarının lastiğin doğal frekansının üzerindeki etkisini araştırmışlar. Sonuçların doğruluğunu test edebilmek için dört farklı yöntem kullanmışlardır. 80, 160, 240 ve 320 kPa şişirme basınçları kullanarak, basıncın artmasıyla lastiğin doğal frekansın da arttığını gözlemlenmiştir. Sırt desenin şekli lastik ile yol arasındaki sürtünme katsayısını direkt olarak etkilediği sonucuna varılmıştır. Biri desenli, diğeri de desensiz olarak iki lastik arasında araştırma yapılmış ve desenli olan lastiğin doğal

frekanslarının daha yüksek çıktığı bulunmuştur. Çelik kuşakların açılış dereceleri büyüdükçe, çok az bir değişim olsa da doğal frekansın da arttığı gözlemlenmiştir.

Duvernier ve arkadaşları, Michelin ve MSC firmalarının yardımıyla, sabitlenmiş ve dönen otomobil lastiği için titreşim modlarını araştırmışlar. MSC programlarının yardımıyla sonlu elemanlar metodu ile titreşim modlarını bulmuşlardır. Bu sonuçları test edebilmek için standart takoz metodu, yani deney metodu ile titreşim frekanslarını bulmuşlar ve sonuçları karşılaştırmışlardır. Sonuç olarak ta 0-200 Hz arasındaki titreşimler için sonlu elemanlar metodunun doğru sonuçlar verdiğini gözlemlenmiştir. Ayrıca MSC programlarının yardımıyla tüm otomobil için analiz yapması mümkün olduğunu sonucuna varılmıştır. Bu analiz sonucunda hem ön, hem de arka lastikler için titreşim frekansları aynı anda bulunmuştur.

Hölscher ve arkadaşları, bir lastiğin şişirme basıncı, uygulanan kuvvet, ve sürtünme katsayısının lastik deformasyonu üzerindeki etkisini araştırmışlardır. Lastiğin yol ile temas ettiği bölgeyi ve yanak kısmındaki oluşan deformasyonlar araştırma konusu olmuştur. Amaçları lastiği her aşamada denetleyen ve elde edilen verileri, aracın çeşitli güvenlik sistemlerini (ABS, EPS gibi) iyileştirmesinde kullanılan yeni bir algılayıcı geliştirmektir. Deneyleri lastiğin çeşitli bölgelerine radyo dalgaları yayan algılayıcılar yerleştirerek gerçekleştirmişlerdir. Elde ettikleri sonuçları kıyaslayabilmek için sonlu elemanlar metodunu kullanmışlardır. Sonlu elemanlar metodunda MSC programları kullanılarak model oluşturmuşlar ve analizini yapmışlardır.

Pelc (2005), pnömatik lastiklerdeki deformasyon ve gerilmelerin gerçek simülasyonunu yapmak için bir pnömatik lastiğin 3 boyutlu tam bir sonlu eleman modelini oluşturmuştur. Kauçuğun hiperelastik özelliklerini, elastik birim uzama ve enerji yoğunluk fonksiyonunun üçüncü derece bir polinomu şeklinde tanımlamış ve sıkıştırılmazlık Lagrange çarpanı- her sonlu elemanı içinde belirli hidrostatik basınç şeklinde hesaba katmıştır. Gren-Lagrange birim uzama tensörlü toplam Lagrange tanımı ve enerjik bir şekilde tanımla bileşik ikinci Piola-Kirchhoff gerilim tensörünü lastik modeline uygulamıştır. Kamyon lastik analizinin deplasman ve kat ayrılma (delamination) gerilim dağılımları ile ilgili sonuçlar elde ederek geliştirdiği pnömatik lastik modelleme tekniğinin tasarım açısından ve yol güvenliği açısından yararlı doğruluğunu göstermiştir.

Dong ve Kyeong (1997), apraz katlı traktör lastiklerinde şişirme basıncının çekiş performansı üzerindeki etkisini incelemiştir. alışmasında lastik basıncını 250 kPa'dan 40 kPa'a kadar test yüzeyine bağlı olarak ya 30 kPa yada 50 kPa'lık bir basınç ile düşürdüğü zaman bazı test sonuçlarının % 20 kaymada, sürtünme katsayısı ve çekiş performansının %14–16 oranında arttığını göstermiştir.

Sui ve Hirshey II (2001), taşıt dinamik analizlerinde kullanılan Yatay İntegrasyonlu Radyal Halka Lastik Modeli ile (HIRS) evresel İntegrasyonlu Radyal Halka Lastik Modelini (CIRS) karşılaştırmışlardır. HIRS lastik modeli algoritmasının daha basit ve CIRS lastik modelinden daha hızlı çalıştığını, HIRS lastik modelinin Simulink versiyonunun Simulink dinamik modeli ile kullanımının kolay olduğunu ve ADAMS/Control vasıtasıyla ADAMS dinamik modeli ile birlikte çalıştırılabildiğini bulmuşlardır.

Burke ve Olatunbosun (1997), lastik yol arasındaki temasın modellenmesi gerçekleştirilmek için bir sonlu eleman programı olan MSC/NASTRAN'ı kullanarak 195/65R15 ebatlarındaki lastiğin 3 boyutlu tam sonlu eleman modelini oluşturmuşlardır.

Lahtinen ve arkadaşları (2000), sonlu elemanlar yöntemi yazılımını kullanarak karlı yüzeyde kar lastiğinin simülasyonunu yapmak için alan şartlarındaki karın mekanik özelliklerini ölçmüş, laboratuvar deneylerinden alınan kar model parametreleri ile simülasyonlar yapmışlardır. 3 farklı malzeme modeli ve Sonlu Elemanlar Yöntemi yazılımıyla hem kesme hem de basma testlerinin simülasyonunu yapmışlardır.

Xu ve arkadaşları (2005), lastik-yol etkileşimlerinin analizi için Reddy'in yüksek düzenli ince kesme deformasyon tabakasına dayanan parçalı Ritz tipi nümerik yöntemini kullanmıştır. Nümerik örneklerden; temas izi şekli ve kuşaklardaki gerilim dağılımının, yöntemde daha az bilinmeyen değişken kullanarak sonlu eleman yöntemi ile elde edilen sonuçlara çok yakın olan bu metotla tahmin edildiğini göstermişlerdir.

Yan (2001), radyal lastiklerin 3 Boyutlu non-lineer sonlu eleman ile modellenmesini, lastik içersindeki kauçuk bileşiklerini Lagrangian arpanlar yöntemine dayanarak ele alan sıkıştırılmaz eleman ile benzetimini yapmış. Elastomerlerin non-lineer mekanik özellikleri için Mooney-Rivlin Modelini kullanmıştır. Radyal lastik yapısının düz temel ve rijit çember ile temasın sınırlanmasını değişik sınırlama yöntemleri kullanarak ele almış. Lastiklerin

büyük deformasyon tanımı için Lagrangian yöntemini kullanmış. Nümerik sonuçların modelin güvenilir ve yakınsamanın oldukça iyi olduğunu göstermiştir.

Zegelaar ve Pacaejka (1998), engebeli yollar üzerindeki lastiklerin düzlemsel dinamiğini incelemek için engebeli bir yol üzerinde dönen lastiğin 2 durumunu, deneyler ve simülasyonlar kullanarak analiz etmişlerdir.

Canudas ve arkadaşları (2002), yol-lastik boylamsal etkileşimi için dinamik sürtünme modeli elde etmişlerdir. Model parametrelerinin kolay bir şekilde ayarlanmasına izin veren, bir hıza bağlı, kayma katsayısı gibi sürtünme kuvvetinin zamana bağlı açıklamasını, zamana bağlı olan deney verisi ile karşılaştırılmasıyla geliştirmişlerdir. Deney sonuçlarının, gelip geçici taşıt hareketi esnasında sürtünme kuvvetinin tahmin edilmesinde yeni lastik sürtünme modelinin doğruluğunun geçerli olduğunu göstermişlerdir.

Fervers (2004), yumuşak toprak üzerinde lastiğin etkileşimini incelemek için lastik-toprak yol etkileşiminin geliştirilmiş sonlu eleman yöntemi ile simülasyon modelini oluşturmuştur. Test sonuçlarına göre benzer olan düz ve engebeli yollarda yeni lastik modelinden elde ettiği sonuçlar ile modelin yeteneğini ispatlamıştır. Başka farklı topraklarda farklı etkiler için özel görüntülü yumuşak toprak zemin üzerinde lastik basınç etkisini içeren sonuçlar bulmuştur.

Johnson ve arkadaşları (1999), bir uçak lastiğinin quasi\_statik visko-elastik sonlu elemanlar modelini yaparak sürtünmesiz bir yüzeyde temas halindeki bir uçak lastiğinin yüklemesiz ve yüklemeli durumların simülasyonunu yapmışlardır.

### **1.3 Amaç ve Kapsam**

Günümüze kadar serbest durumdaki lastiğin doğal frekans analizi için farklı çalışmalar yapılmıştır. Fakat araba lastiği yerle temas halinde çalışmakta ve bu koşullarda veya sınır şartlarında da doğal frekans analizi yapılması gerekmektedir. Normal şartlarda otomobil kütlelerinden dolayı lastiğe kuvvet etki etmektedir. Bu koşuldaki lastikte meydana gelen olayları inceleyebilmek amacıyla lastik modeline kuvvet uygulanarak etkisi incelenmiştir.

Bu çalışmada temas halinde 175/70 R 13 ebatlarındaki otomobil lastiğinin sonlu elemanlar yöntemi yardımıyla modal analizi yapılmıştır. Program olarak Ansys 9.0 kullanılmıştır.

Çalışmamızda modal analizi farklı üç durum için incelenmiştir.

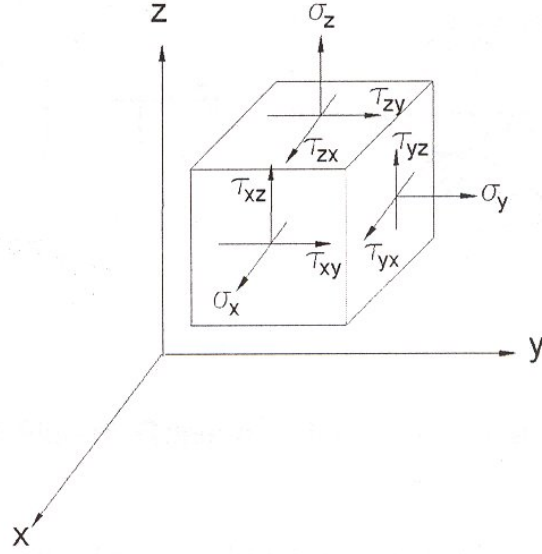
1. Durum: Üç boyutlu lastik modelinin farklı şişirme basınçlarda ön gerilmeli titreşim modları bulunması
2. Durum: Üç boyutlu lastik modeline farklı dış kuvvetleri etki ettirerek titreşim modların bulunması
3. Durum: Üç boyutlu lastik modeline farklı sürtünme katsayıları atanarak ön gerilmeli titreşim modların bulunması

Bu üç durum uygulanarak 36 farklı kombinasyonda analiz yapılmıştır. Lastik iç basıncının, düşey kuvvetin ve sürtünmenin doğal frekans üzerindeki etkisi değerlendirilmiştir.

## **2. MATERYAL VE METOD**

### **2.1 Üç Boyutlu Gerilme Analizi**

Cisim içerisinde çıkarılan bir küpün her bir yüzeyinde birbirine dik üç doğrultuda  $\sigma_x, \sigma_y$  ve  $\sigma_z$  gerilmeleri vardır. Bu gerilme bileşenleri Şekil 2.1'deki gibidir. Burada  $\tau$ 'ardaki ilk indis etkidiği yüzey doğrultusunu, ikinci indis ise kendi doğrultusunu göstermektedir. Şekil 2.1'de görüldüğü üzere bir noktadaki gerilme halini karakterize etmek için 9 büyüklük bulunur. Bir vektörün üç bileşenle belli olduğu düşünülürse bir noktadaki gerilme halinin vektörden de farklı olduğu anlaşılır. Böyle 9 bileşenle beliren ve koordinat dönüşümünde belirli özellikler sağlayan büyüklere tensör denir.



Şekil 2.1 Üç eksenli gerilme bileşenleri

Gerilme tensörünün matris gösterimi

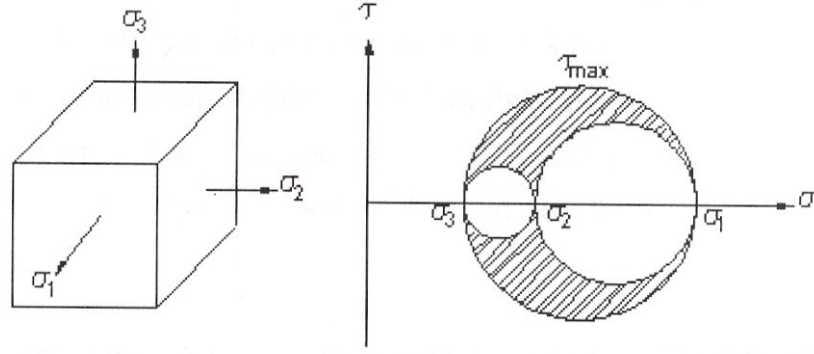
$$\begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yz} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

şeklindedir.

Ayrıca daha önce yapıldığı gibi moment denge denklemleri kullanılarak

$$\tau_{xy} = \tau_{yx}, \tau_{yz} = \tau_{zy}, \tau_{zx} = \tau_{xz} \quad (2.2)$$

olduğu gösterilebilir. Bu gerilme tensörünün simetrik olduğunu ifade eder.  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$  ve  $\sigma_z$  asal gerilmelerinin verilmiş olduğunu kabul edersek küpe üç ayrı doğrultudan bakınca gördüğümüz üç ayrı iki eksenli hale birer mohr dairesi çizilirse üç eksenliye ait Şekil 2.2'deki gösterim elde edilmiş olur. Bu gösterimde şekilde taranmış olan alanın apsis ve ordinatı eğik yüzeylerdeki normal gerilmeyi ve kayma gerilmesini verir.



Şekil 2.2 Üç eksenli gerilme hali için Mohr dairesi gösterimi

Üç eksenli haldeki mohr dairesinden kayma gerilmesinin en büyük değeri hemen görülmektedir. Asal gerilmeler büyüklük sırası bakımından  $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$  şeklinde dizilirse, en büyük kayma gerilmesi en büyük daire yarıçapı olarak

$$|\tau_{\max}| = \left| \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \right| \quad (2.3)$$

şeklinde bulunur (Karakuş 2005).

## 2.2 Sonlu Elemanlar Metodu

Sonlu elemanlar metodu; karmaşık olan problemlerin daha basit alt problemlere ayrılarak her birinin kendi içinde çözülmesiyle tam çözümün bulunduğu bir çözüm şeklidir. Metodun üç temel niteliği vardır: İlk olarak, geometrik olarak karmaşık olan çözüm bölgesi sonlu elemanlar olarak adlandırılan geometrik olarak basit alt bölgelere ayırır. İkincisi her elemandaki, sürekli fonksiyonlar, cebirsel polinomların lineer kombinasyonu olarak tanımlanabileceği kabul edilir. Üçüncü kabul ise, aranan değerlerin her eleman içinde sürekli olan tanım denklemlerinin belirli noktadaki (düğüm noktaları) değerleri elde edilmesinin problemin çözümünde yeterli olmasıdır. Kullanılan yaklaşım fonksiyonları interpolasyon teorisinin genel kavramları kullanılarak polinomlardan seçilir. Seçilen polinomların derecesi ise çözülecek problemin tanım denkleminin derecesine ve çözüm yapılacak elemandaki düğüm sayısına bağlıdır. Sonlu elemanlar metodunun kullanılması ve bilgisayarların sanayiye



girmesiyle, bugüne kadar ancak pahalı deneysel yöntemlerle incelenebilen birçok makine elemanının kolayca incelenebilmesi, hatta çizim esnasında mukavemet analizlerinin kısa bir sürede yapılarak optimum dizaynın gerçekleştirilmesi mümkün olabilmiştir (Topçu ve Taşgetiren 1998). Sonlu elemanlar metodunu diğer nümerik metotlardan üstün kılan başlıca unsurlar şöyle sıralanabilir:

1. Kullanılan sonlu elemanların boyutlarının ve şekillerinin değişkenliği nedeniyle ele alınan bir cismin geometrisi tam olarak temsil edilebilir.
2. Bir veya birden çok delik veya köşeleri olan bölgeler kolaylıkla incelenebilir.
3. Değişik malzeme ve geometrik özellikleri bulunan cisimler incelenebilir.
4. Sebep sonuç ilişkisine ait problemler, genel direngenlik matrisi ile birbirine bağlanan genelleştirilmiş kuvvetler ve yer değiştirmeler cinsinden formüle edilebilir. Sonlu elemanlar metodunun bu özelliği problemlerin anlaşılmasını ve çözülmesini hem mümkün kılar hem de basitleştirir.
5. Sınır şartları kolayca uygulanabilir (Topçu ve Taşgetiren 1998).

Sonlu elemanlar analizinde temel fikir sürekli fonksiyonları bölgesel sürekli fonksiyonlar ile temsil etmektedir. Bunun anlamı bir eleman içerisinde hesaplanması istenen büyüklüğün değeri o elemanın düğüm noktalarındaki değerler kullanılarak enterpolasyon ile bulunur. Bu nedenle sonlu elemanlar metodunda bilinmeyen ve hesaplanması istenen değerler düğüm noktalarındaki değerlerdir (Topçu ve Taşgetiren 1998). Bir varyasyonel prensip kullanılarak büyüklük alanın düğüm noktalarındaki değerleri için bir denklem takımı elde edilir. Bu denklem takımının matris formundaki gösterimi

$$\{K\} \{D\} = \{R\} \quad (2.4)$$

şeklindedir. Burada  $\{D\}$  alan büyüklüğünün düğüm noktalarındaki bilinmeyen değerlerini temsil eden vektör,  $\{R\}$  bilinen yük vektörü ve  $\{K\}$  ise bilinen sabitler matrisidir. Gerime analizinde  $\{K\}$  rijitlik matrisi olarak bilinmektedir.

### 2.2.1 Üç Boyutlu Problemler

Mühendislik problemlerinin birçoğu üç boyutludur. Bir ve iki boyutlu olarak yapılan çözümler yeterli doğrulukta sonuçlar verdiği için üç boyuta göre daha fazla tercih edilmektedir (Topçu ve Taşgetiren 1998). Bu bölümde üç boyutlu gerilme analizi için 8 düğümlü kübik elemanlar için temel ifadeler çıkarılacaktır.

Üç boyutlu halde deplasman bileşenleri,

$$\{u\} = [u, v, w]^T \quad (2.5)$$

dir. Burada  $u$ ,  $v$  ve  $w$  sırasıyla  $x$ ,  $y$  ve  $z$  yönündeki bileşenleri göstermektedir. Gerilme ve şekil değiştirme durumları,

$$\{\sigma\} = [\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z, \tau_{yz}, \tau_{xz}, \tau_{xy}]^T \quad (2.6)$$

$$\{\varepsilon\} = [\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z, \gamma_{yz}, \gamma_{xz}, \gamma_{xy}]^T$$

olarak ifade edilir. Gerilme ile şekil değiştirmeler arasındaki ilişki

$$\{\sigma\} = \{D\} \{\varepsilon\} \quad (2.7)$$

ile verilir. Burada  $[D]$   $6 \times 6$  boyutlarında elastisite matrisidir.

$$\{D\} = \frac{E}{(1+u)(1-2u)} \begin{bmatrix} 1-v & v & v & 0 & 0 & 0 \\ v & 1-v & v & 0 & 0 & 0 \\ v & v & 1-v & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.5-v & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.5-v & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.5-v \end{bmatrix} \quad (2.8)$$

Şekil değiştirmelerle yer değiştirmeler arasındaki ilişki ise,

$$\{\varepsilon\} = \left[ \frac{\partial u}{\partial x}, \frac{\partial v}{\partial y}, \frac{\partial w}{\partial z}, \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y}, \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x}, \frac{\partial u}{\partial y}, \frac{\partial v}{\partial x} \right]^T \quad (2.9)$$

Şeklindedir. Kütle ve yüzey kuvvet vektörleri üç bileşenli olarak sırasıyla

$$\{f\} = [f_x, f_y, f_z]^T \quad (2.10)$$

$$\{T\} = [T_x, T_y, T_z]^T \quad (2.11)$$

ile belirtilir.

### 2.2.2 Gerilme Hesabı

$$\{\sigma\} = \{D\} \quad (2.12)$$

ve

$$\{\varepsilon\} = \{B\} \{q\} \quad (2.13)$$

olduğundan gerilmeler doğrudan

$$\{\sigma\} = \{D\} \{B\} \{q\} \quad (2.14)$$

eşitliğinden bulunabilir. Üç boyutlu durumda asal gerilmelerin hesaplanması için (3x3) boyutlu olan gerilme tensörünün invariantslarından yararlanılır (Topçu ve Taşgetiren 1998). Gerilme tensörünün invariantsı,

$$\begin{aligned} I_1 &= \sigma_x + \sigma_y + \sigma_z \\ I_2 &= \sigma_x \cdot \sigma_y + \sigma_y \cdot \sigma_z + \sigma_x \cdot \sigma_z - \tau_{yz}^2 - \tau_{xz}^2 - \tau_{xy}^2 \end{aligned} \quad (2.15)$$

$$I_3 = \sigma_x \sigma_y \sigma_z + 2\tau_{yz} \tau_{xz} \tau_{xy} - \sigma_x \tau_{yz}^2 - \sigma_y \tau_{xz}^2 - \sigma_z \tau_{xy}^2$$

şeklindedir. Buradan

$$a = \frac{I_1^2}{3} - I_2, b = -2\left(\frac{I_1}{3}\right)^3 - \frac{I_1 I_2}{3} - I_3, c = 2\sqrt{\frac{a}{3}}, \theta = \frac{1}{3} a \cos\left(-\frac{3b}{ac}\right) \quad (2.16)$$

tanımlanmasıyla asal gerilmeler

$$\sigma_1 = I \frac{1}{3} + c \cos \theta, \sigma_2 = I \frac{1}{3} + c \cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right), \sigma_3 = I \frac{1}{3} + c \cos\left(\theta + \frac{4\pi}{3}\right) \quad (2.17)$$

olarak bulunur.

### 2.2.3 Altı Yüzlü Eleman

Altı yüzlü eleman, temel elemanı küp şeklinde olan bir izoparametrik eleman olup iki boyutlu gerilme analizi problemlerinde verilen Şekil 2.3'deki gibi dört düğümlü izoparametrik elemana benzemektedir (Topçu ve Taşgetiren 1998). Temel eleman üzerinde şekil fonksiyonları,

$$N_i = \frac{1}{8}(1 + rr_i)(1 + ss_i)(1 + tt_i) \quad i = 1, \dots, 8 \quad (2.18)$$

olarak elde edilir. Burada  $r_i, s_i$  ve  $t_i$  temel eleman üzerindeki düğüm koordinatlarını vermektedir. Kübik elemanda düğüm numaralaması belirli bir düzende yapılmak zorundadır. Düzensiz yapılan numaralama negatif det J verecektir.

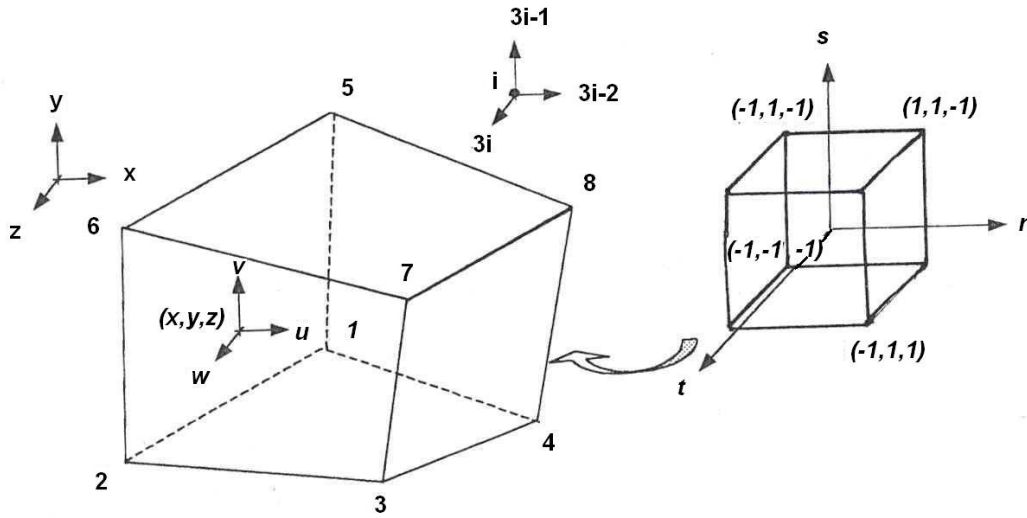
Eleman düğüm deplasmanları vektörünün 24 elemanı bulunmaktadır.

$$\{q\} = [q_1, q_2, q_3, \dots, q_{24}]^T \quad (2.19)$$

$i$  düğümüne ait aynı şekilde deplasmanlar  $3i - 2$ ,  $3i - 1$  ve  $3i$  olarak numaralandırılır. Eleman içindeki herhangi bir noktadaki deplasmanlar şekil fonksiyonları yardımıyla

$$\begin{aligned}
u &= N_1 q_1 + N_2 q_4 + N_3 q_7 + \dots N_8 q_{23} \\
v &= N_1 q_2 + N_2 q_5 + N_3 q_8 + \dots N_8 q_{23} \\
w &= N_1 q_3 + N_2 q_6 + N_3 q_9 + \dots N_8 q_{24}
\end{aligned}
\tag{2.20}$$

şeklinde hesaplanır.



Şekil 2.3 Altı yüzlü temel eleman düğüm koordinatları

Koordinatlarda,

$$\begin{aligned}
x &= N_1 x_1 + N_2 x_2 + N_3 x_3 + N_4 x_4 \\
y &= N_1 y_1 + N_2 y_2 + N_3 y_3 + N_4 y_4 \\
z &= N_1 z_1 + N_2 z_2 + N_3 z_3 + N_4 z_4
\end{aligned}
\tag{2.21}$$

dan bulunur. İki boyutlu problemlerde izlenen yoldan gidildiğinde eleman rijitlik matrisi,

$$\{k\}_e = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \{B\}^T \{D\} \{B\} \tag{2.22}$$

olarak ifade edilir. İntegrasyon işlemi nümerik yöntemiyle Gauss eliminasyon metodu uygulanarak yapılmıştır.

#### 2.2.4 Ağ Oluşturulması

Üç boyutlu problemlerin analizi için sonlu elemanlar ağı oluşturulmasında ve gerekli değerlerin hazırlanmasında belirli bir yöntemin izlenmesine ihtiyaç vardır. Üçüncü boyuttaki koordinat değerlerinin ve düğüm bilgilerinin elde edilmesi, düğümün görülebilmesi nedeniyle bir çok zorluklar ortaya çıkarır. Bu nedenle başlangıçta bir temel alınarak bu tekrarı şeklinde bir ağ oluşturma yoluna gidilmesi önemli kolaylıklar getirir (Topçu ve Taşgetiren 1998). Özellikle basit geometriler için 6 yüzlü 8 düğümlü elemanın temel alınarak tekrarlanması kullanılacak iyi bir yöntemdir. Diğer küp içinde kalan elemanların düğüm numaraları 4'er artırılmak suretiyle kolayca elde edilebilecektir.

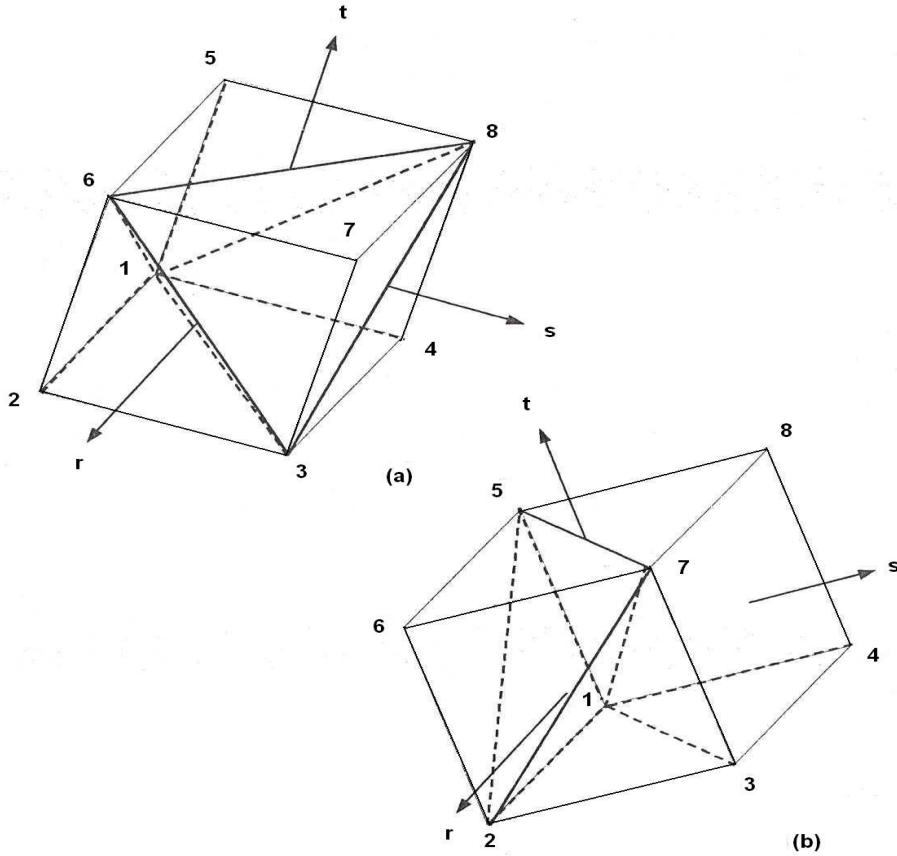
Kübik bir bölge 4 yüzlü elemanlara iki şekilde ayrılabilir. Bunlardan birinde küp 4 adet 4 yüzlü elemana ayrılır, elemanların dördü Şekil 2.4.a'daki gibi eşit hacimli, biri ise diğerlerinin iki katı hacme sahip olur. İkinci yolda ise küp Şekil 2.4.b'deki gibi 6 adet eşit hacimli elemana ayrılır. Bun ayırma işlemleri sonunda elde edilen düğüm bilgileri Çizelge 2.1'de verilmiştir.

Problemin modellenmesinde öncelikle kaba bir ağ yapısı oluşturulur. Gerekli olan bilgiler, düğüm koordinatları, eleman düğüm numaraları, malzeme bilgileri ve sınır şartlarıdır. Başlangıç olarak bir çözüm yapıldıktan sonra daha hassas bir ağ yapısı elde edilmek üzere yeni elemanlara ayırma işlemlerine geçilebilir.

Sınır şartlarının belirlenmesinde üç boyutlu problemlerde düzlem için bir tanımlama gerekebilir. Bir düğümün her yönde hareketi sınırlanmış ise burada tam nokta sınır şartı vardır denilir. Eğer düğümün bir doğrultuda hareketine izin verilmiş ise bu durumda da çizgisel sınır şartı vardır. Öte yandan düğümün bir düzlem içinde hareketi söz konusu olursa burada düzlemsel sınırlama söz konusudur (Topçu ve Taşgetiren 1998).

Çizelge 2.1 Temel 6 yüzlü elemanın 5 ve 6 adet 4 yüzlü eleman bölünmesi

5 Eleman					6 Eleman				
Eleman No	Düğüm				Eleman No	Düğüm			
	1	2	3	4		1	2	3	4
1	1	3	2	6	1	1	2	3	7
2	1	3	4	7	2	1	2	7	5
3	6	8	5	1	3	2	7	5	6
4	6	8	7	3	4	1	5	3	7
5	1	3	6	8	5	1	8	7	5
					6	1	7	3	8



Şekil 2.4 Temel kübün dört yüzlü elemanlara ayrılması

a) 5 Adet 4 yüzlü, b) 6 Adet 4 yüzlü

Nokta sınır şartlarında genel rijitlik matrisinin ilgili serbestlik derecesine karşılık gelen diyagonal elemanına büyük bir  $C$  katsayı eklenmekle sınır şartının sisteme dahil edildiği görülmüştü. Düğüm doğrultu kosinüsleri  $l, m, n$  olan bir  $t$  doğrultusu boyunca hareket edebiliyorsa penaltı yaklaşımı,

$$\begin{matrix}
 3I-2 & 3I-1 & 3I \\
 3I-2 & \left[ \begin{array}{ccc} Cl^2 & Clm & Cln \\ 3I-1 & Cm^2 & Cmn \\ 3I & Sim & Cn^2 \end{array} \right] & 
 \end{matrix} \quad (2.23)$$

şeklindeki bir rijitlik teriminin uygun serbestlik dereceleri ile sistem matrisin eklenmesi sonucunu verir. Düzlemsel sınır şartında ise düzlemin normali  $l, m, n$  doğrultuda kosinüslerine sahiptir.  $t$  doğrultusu için ise,

$$\begin{matrix}
 3I-2 & 3I-1 & 3I \\
 3I-2 & \left[ \begin{array}{ccc} C(1-l^2) & -Clm & -Cln \\ 3I-1 & C(1-m^2) & -Cmn \\ 3I & Sim & C(1-n^2) \end{array} \right] & 
 \end{matrix} \quad (2.24)$$

rijitlik terimin eklenmesi gerekecektir.

## 2.3 Sonlu Elemanlar İle Statik Analiz

### 2.3.1 Giriş

Statik analizde zaman bağımsız bir değişken olarak göz önüne alınmaz. Deformasyonların sabit ve yavaşça değiştiği kabul edilir. Bazı problemlerde titreşim frekansı çok düşük olabilmektedir. Bu durumlarda problem statik yüklü olarak düşünülebilir. Yani atalet kuvvetleri hesaplanarak, bunlar sanki birer statik yükümü gibi yapıya uygulanarak, yapı statik olarak analiz edilebilir. Bir statik analizde öncelikle sonlu elemanlar modelinin hazırlanması yani yapının elemanlara bölünmesi; sonra da yapının nasıl yüklendiğinin tanımlanması ve destek şeklinin verilmesi gerekir.



Çözüm için program her bir eleman için rijitlik  $\{K\}$  matrisini hesaplar. Daha sonra elemanlar birleştirilerek tüm sistem için global rijitlik  $\{K\}$  elde edilir. Yükler global yük vektöründe,  $\{R\}$ , yerleştirilir. Mesnet koşulları uygulanır. Global denklem takımı  $\{K\} \{D\} = \{R\}$ , bilinmeyen  $\{D\}$  değerleri için çözülür. Yapı problemlerinde  $\{D\}$  matrisi nodal deplasman değerlerini temsil etmektedir. Sonuçlar için  $\{D\}$  matrisi kullanılarak, gerilme değerleri hesaplanır (Topçu ve Taşgetiren 1998).

### 2.3.2 Rijitlik Matrisinin Oluşumu

Genel olarak rijitlik matrisi  $\{K\}$  bir eleman için aşağıdaki şekilde temsil edilebilir.

$$\{K\} = \int \{B\}^T \{E\} \{B\} dV \quad (2.25)$$

burada  $\{B\}$  şekil değiştirme-deplasman matrisi,  $\{E\}$  sabitler matrisi olup, malzeme özelliklerini göstermektedir.  $dV$  ise hacim elemanıdır. Rijitlik matrisleri eleman tipine bağlı olarak, eleman deplasman alanını tarif eden şekil fonksiyonları kullanılarak her tip eleman için ayrı ayrı hesaplanabilirler.

Eleman rijitlik matrisiyle, sistem global rijitlik matrisleri simetriktir. Bu durum yapıya etkiyen kuvvetler ile deformasyonlar arasında linner ilişki olduğu sürece geçerlidir. Rijitlik matrislerinde diyagonal terimler daima pozitifdir. Diğer yandan bir yapı hiç mesnetlenmemiş veya uygun şekilde mesnetlenmemişse, rijitlik matrisinde tekillikler oluşur. Bu durumda program  $\{K\} \cdot \{D\} = \{R\}$  denklemini nodal serbestlik dereceleri için çözemeyecektir. Matristeki tekillikleri önleyebilmek amacıyla tüm rijit cisim hareket serbestlikleri uygun şekilde engellenmelidir. Bu rijit hareket serbestlikleri yapı içerisinde deformasyon ve dolayısıyla gerilme yaratmayan hareket şekilleridir (Topçu ve Taşgetiren 1998).

Her bir nod noktasına genel amaçlı bir sonlu eleman programı altı serbestlik derecesi atayacaktır. Bunlar üç adet öteleme ve üç adette dönme serbestliğidir. Eğer bu global serbestlik derecelerinden biri bile bu noda bağlı olan elemanların biri için bile şekil değiştirme oluşturmuyorsa, rijitlik matrisinde tekillik oluşacaktır. Bu tür serbestlik dereceleri çözümden önce kısıtlanmalıdır.

### 2.3.3 Yükler

Yükler yapıya değişik Őekillerde uygulanabilir. Bu tek bir noktaya uygulanan kuvvet veya moment olarak veya yüzey basınç yükü olarak gerçekteşebilir. Diğer bir yükleme Şekli ise cismin kendi ağırlığı dolayısıyla ve atalet kuvvetlerinin varlığı dolayısıyla oluşan kuvvetlerdir.

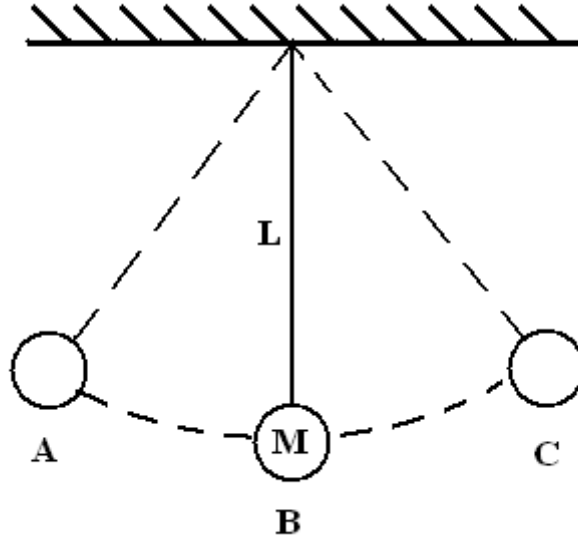
Yayılı yükler sonlu elemanlar programlarında ‘‘Kinematik Eşdeğer’’ nodal yüklerle değiştirilirler. Kinematik eşdeğer nodal yükler toplamada orijinal yüke eşit olup, herhangi bir noktaya göre orijinal yüklemeyle aynı moment değerini vermektedir. Kinematik eşdeğer olmayan nodal yüklemeler ise genelde yığın yükleme olarak adlandırılır ve çoğu zaman dönme serbestliğine sahip elemanlar için tercih edilmektedir (zgr 2005).

## 2.4 Sonlu Elemanlar ile Modal Analiz

### 2.4.1 Periyodik ve Titreşim Hareketleri

Doğada çok karşılaşılan bir hareket türü de, belirli aralıklarla tekrarlanan ve periyodik hareket olarak adlandırılan harekettir. Kalp atışları, mevsimler, bir katı içinde atomların titreşmesi gibi olayları örnek verebiliriz. Sabit bir nokta etrafında ileri-geri bir periyodik hareket yapan cismin hareketine ise titreşim hareketi denir. Örneğin bir yaya asılı kütlenin denge durumundan uzaklaşarak serbest bırakılması sonucu yaptığı hareket bir titreşim hareketidir (Karakuş 2006).

Şekil 2.5'te genelde periyodik hareketi için en çok kullanılan düzenek basit sarkacı göstermektedir. Sarkaç, L uzunluğunda bir ip ve ipe asılan ‘‘M’’ kütlesine sahip bir toptan oluşan düzenektir. Sarkaç bir yana çekilir bırakıldıktan sonra salanım hareketine başlar ve bu hareketi tekrar ve tekrar yapar. Bu hareketine periyodik denir.



Şekil 2.5 Basit sarkaç düzeneği

Sarkacın tam bir salanım için, yani A noktasından C noktasına gitmesine ve tekrar A noktasına geri dönmesi ile geçen zamana periyot ( $\tau$ ) denir. Harekete ise titreşim denir.

Birim zamanda sistemin tamamladığı titreşim sayısına titreşim frekansı ( $f$ ) denir. Her ikisi de aynı hareketi zaman cinsinden ifade edebilmesinden dolayı, frekans ve titreşim arasındaki ifade aşağıdaki gibi olur.

$$f = 1 / \tau \quad (2.26)$$

Bu genel bir ifadedir ve tüm periyodik hareketler için uygulanabilir.

Kütlenin denge durumunda bulunduğu noktadan, titreşim esnasında bu noktadan maksimum uzaklaştığı noktaya kadar olan mesafeye genlik denir. Şekil 2.5 için AB ve BC mesafeleridir.

Sarkacın çalışma prensibini şöyle açıklayabiliriz. İlk hareket verildikten sonra sistemin titreşim hareketi kinetik ve potansiyel enerjilerin iç değişimleriyle devam etmektedir. Örnek olarak ilk hareket topun C noktası konumuna getirilmesi olsun. Bu durumda C ve A noktasındaki yükseklik farkından dolayı, topta bir potansiyel enerji meydana gelecek. Buna rağmen o noktada hız sıfır olduğundan dolayı kinetik enerjisi de sıfır olacaktır. Top serbest

birakıldığında potansiyel enerjisinden dolayı hız kazanacak ve dolayısıyla kinetik enerjiye sahip olacak. Bu kinetik enerji B noktasında maksimum mertebeye ulaşacak ve potansiyel enerji sıfır olacaktır (sistemin sıfır eksenini B noktasından geçmesi kabulü için). Kinetik enerjisiyle yüklü top harekete devam ederek A noktasına ulaşmaktadır. A noktası için enerji durumu aynı C noktası gibidir. Böylelikle top sürekli enerjisini sabit tutarak A ile C noktası arasında bir salınım hareketi yapmaktadır.

#### 2.4.2 Basit Harmonik Hareket

Bir cisim hareketi sırasında koordinatının zamana bağıllığı sinosoidal, yani bir sinüs ya da kosinüs fonksiyonuna bağlı ise, buna basit Harmonik hareket denir (Akyüz 1988).

Bir yayın ucuna takılmış bir cisim denge konumu etrafında basit Harmonik hareket yapar (Şekil 2.6). Hooke kanununa göre,

$$F_{\text{yay}} = - kx \quad (2.27)$$

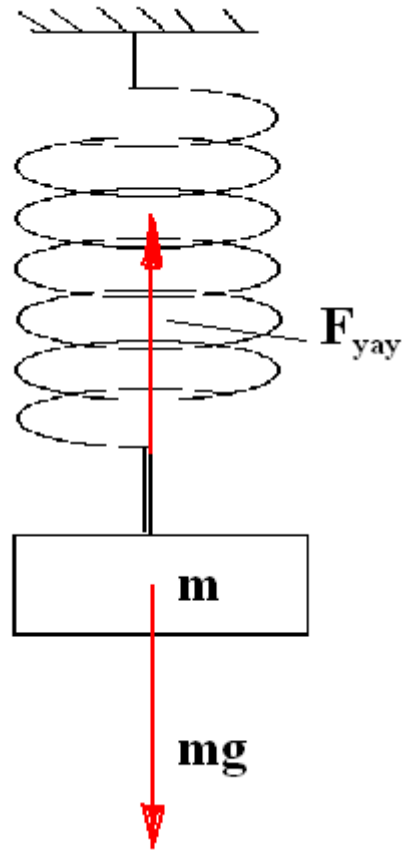
Formüldeki k yay katsayısı olup, x mesafesi de cismin denge konumundan uzaklaştığı mesafeyi gösterir. Newton'un ikinci kanuna göre cisimde oluşan kuvvet,

$$F = ma \quad (2.28)$$

(2.27) ve (2.28) eşitlediğimiz zaman cismin ivmesi yer değiştirmesi (x) ile orantılı olduğunu görürüz.

$$a = - kx / m \quad (2.29)$$

İvme ile konumun doğru orantılı olması, bize bu hareketin basit Harmonik hareket olduğunu gösterir.



Şekil 2.6 Düşey doğrultusunda asılan kütle-yay mekanizması

(2.27) ve (2.29) eşitlikleri karşılaştırdığımızda kütle, yay sabiti ve açısal frekansı ( $\omega$ ) arasındaki ilişki (2.30)'da gibidir ve (2.31) ile (2.32) frekansı ve periyodu vermektedir.

$$W = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (2.30)$$

$$f = \frac{W}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (2.31)$$

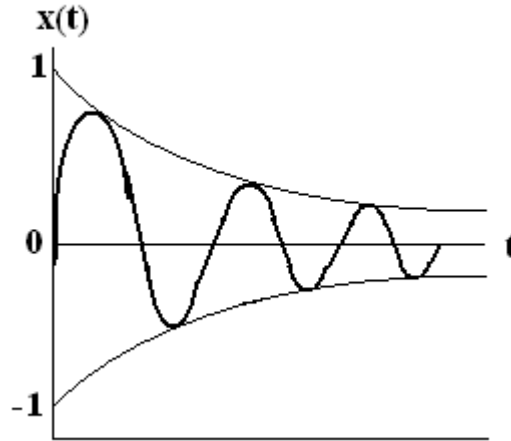
$$T = \frac{1}{f} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} \quad (2.32)$$

### 2.4.3 Sönümlü ve Zorlanmış Harmonik Hareket

Harmonik hareket yapan bütün sistemler sürtünmeden veya engelleyici kuvvetlerden etkilenirler. Bu tür kuvvetler, hareket halindeki bir sistemin enerjisini tüketme eğilimi göstererek, sistemin hareketini yavaşlatmaya ya da söndürmeye çalışırlar (Yalçın 1996). Basit bir sarkaçta bu açıkça gözlenebilir. Hareket verildiğinden kısa bir süre sonra sarkaç genliğinin azaldığını görmekteyiz. Bu yavaşlama sarkacın tamamen durmasına kadar devam etmektedir. Bunun nedeni hava ile sarkaç arasında oluşan sürtünme kuvvetidir. Bu kuvvet (2.33)'te verilmektedir.

$$F_s = -bv \quad (2.33)$$

Formüldeki  $b$ , sönüm katsayısıdır ve eksi işareti kuvvetin hareket yönüne ters olduğunu göstermektedir. Şekil 2.7'de sönümlü hareketin eğrisini göstermektedir.

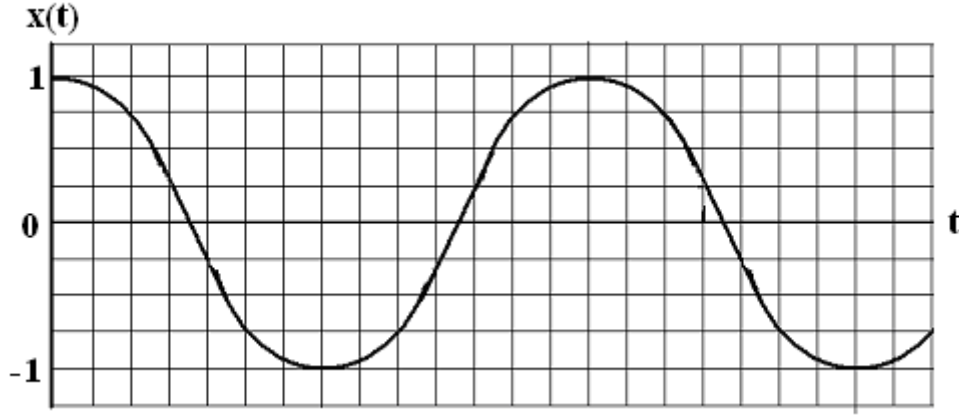


Şekil 2.7 Sönümlü hareket eğrisi

Bazı durumlarda hareketin sürmesini isteriz. Bunun için dışardan bir kuvvet uygulanması gerekmektedir. Bu kuvvet sinüs fonksiyonla ifade edilir. Dış kuvvet ile sürdürülen harekete zorlanmış harmonik hareket denmektedir. Şekil 2.8'de sönümsüz harmonik hareketin eğrisi verilmektedir.

Zorlayıcı hareketin frekansı sistemin frekansına eşit olduğu zaman rezonans olayı meydana gelmektedir. Teorik olarak rezonansda genlik sonsuza gitmektedir. Yalnız normal şartlarda bu

mümkün değildir. Örneğin yay-kütle sisteminde, yayın uzama miktarı sınırlıdır. Bu durumdaki sistem zorlanmaya maruz kalır ve yayın kopmasına gibi hasar meydana gelebilir.



Şekil 2.8 Sönümsüz harmonik hareketin eğrisi

## 2.5 Ansys Sonlu elemanlar Programı

Normal şartlarda çözülmesi güç olan statik ve dinamik problemler için çeşitli firmalar tarafından pek çok paket programlar geliştirilmiştir. ADAMS, MENTAT, MARC, ANSYS ve NASTRAN gibi pek çok program çeşitli araştırmalarda başarıyla kullanılmaktadır. Bu çalışmada ANSYS paket programı kullanılmıştır.

ANSYS genel amaçlı sonlu elemanlar paket programıdır ve mekanik problemlerin nümerik çözümünde kullanılır. Bu problemler; statik/dinamik yapısal analizler (lineer veya non-lineer), ısı transferi ve akış problemleri ile akustik ve elektro-manyetik problemleri içerir (Karakuş 2006)

ANSYS programı üç ana evreden oluşmaktadır.

### 2.5.1 Preprocessing (Ön işlemci)

İlk olarak çözülmesi gereken model bu kısımda oluşturulmaktadır. Bu model farklı uzunluk birimleri kullanılarak iki boyutlu veya üç boyutlu olarak oluşturulabilir. Eğer model başka bir program ile oluşturulmuş ise, uygun uzantılı olması şartı ile ANSYS tarafından kolaylıkla

tanımlanabilir. Model hazırlandıktan sonra sıra modelin ağ (mesh) yapısını oluşturulmasına sıra gelmektedir. ANSYS kütüphanesinde problemin tipine göre en iyi sonuç alabilmesi için çok çeşitli elemanlar bulunmaktadır. Eleman tipini seçilmesi düğüm sayısını belirler. Genelde daha iyi sonuçlar alabilmemiz için, bir veya birkaç tane bölge incelenmesi gereken olabilir. Bu durumda bu bölgelerde daha sık bir ağ oluşturmamıza imkan sağlar. Çözüm aşamasında bize zaman kazandırması açısından bu büyük bir avantajdır. Bir sonraki aşama modeli oluşturan malzemelerin özelliklerini girilmesidir. Yoğunluk, poisson oranı ve elastisite modülü gibi mekanik özellikleri haricinde, analiz tipine bağlı ısı veya akışkan özellikler de olabilir.

### **2.5.2 Solution (Çözüm)**

Çözüm kısmında ilk önce yapılacak analiz tipini (statik, modal gibi) belirleriz. Ondan sonra sınır şartları belirlenir. Sınır şartları düğüm noktalarına, çizgiye veya alana uygulanabilir. Bu tamamen modelin şekline, modeli oluşturan elemanların geometrisine ve problemin tipine bağlıdır. Örnek olarak bir kiriş ele alalım. Bu kirişi tek taraflı sınırlarsak, konsol kiriş olur. Eğer her iki tarafına sınırlamalar uygulanırsa basit mesnetlenmiş kiriş olacaktır. Sonraki aşamada modele etki eden yükleri uygulanır. Yükler çok çeşitli (kuvvet, basınç gibi) olabilir ve bir noktaya, bir çizgiye, bir alana veya cismin tümüne uygulanabilir. Doğru bir sonuç için, uygulanan yüklerin birimleri ile malzeme özelliklerinde kullanılan birimler tutarlı olması gerekmektedir.

Tüm bu işlemler tamamlandıktan sonra sıra çözüm (solve) kısmına gelmektedir. Genel olarak bir sonlu elemanlar çözücüsü üçe ayrılır. Bunlar ön-çözücü, matematik motoru ve son-çözücüdür. Ön-çözücü modeli okur ve modelin matematiksel şekilde formülize eder. Preprocessing kademesinde tanımlanan bütün parametreler ön-çözücü tarafından kontrol edilir ve herhangi bir şeyin eksik bırakıldığını bulursa matematik motorunun devreye girmesini engeller. Model doğruysa, çözücü devreye girerek eleman direngenlik matrisini oluşturur ve yer değiştirme, basınç gibi sonuçları üreten matematik motorunu çalıştırır. Sonuçlar, son-çözücü tarafından düğüm noktaları için deformasyon miktarı, gerilme, hız gibi değerleri üretir (Karakuş 2006).



### 2.5.3 Postprocessing (Son işlemci)

Bu kısımda analizi gerçekleştirilen model ile ilgili elde edilen sonuçları bize vermektedir. Bu sonuçlar rapor şeklinde olabileceği gibi, grafik şeklinde, diyagram şeklinde veya şekil olarak ta olabilir.

## 2.6 Deneysel Çalışmalar

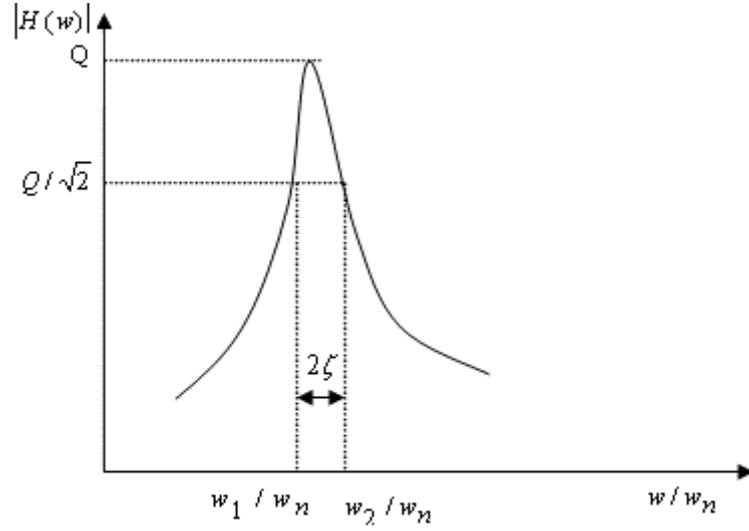
### 2.6.1 Lastiğin serbest ve yüklü durumdaki titreşimlerinin ölçümü

Lastiğin serbest ve yüklü durumundaki doğal frekanslarını tespit etmek için sonlu eleman modelini oluşturduğumuz 175/70 R 13 ebatlarında jantlı bir binek taşıt lastiği seçilmiştir. Deneilerin uygulanmasında yarım bant genişliği metodu kullanılmıştır.

### 2.6.2 Yarım Bant Genişliği Metodu

Dampingi tanımlamak için kullanılan yaygın metotlardan birisi frekans cevabını esas alan yarım bant genişliği metodudur. Sönümlü tek serbestlik dereceli sistem için frekans cevabının boyu Şekil 2.9'da gösterilmiştir (Çolakoğlu 2002). Frekans cevap eğrisinde pik değerinin boyu  $1/\sqrt{2}$  ye eşit olduğunda bant genişliği ölçülür. Bu genişlik iki frekans arasındaki farka eşittir.

$$2\zeta = \frac{w_2 - w_1}{w_n} = \frac{\Delta w}{w_n} \quad (2.34)$$



Şekil 2.9 Tek serbestlik dereceli sistem için yarım bant genişliği

### 2.6.3 Logaritmik Sönüm

Logaritmik sönüm, dampingi tanımlamak için en çok kullanılan zaman cevap metodudur. Denklem (2.35)'te dış kuvvet sıfıra eşit olduğunda

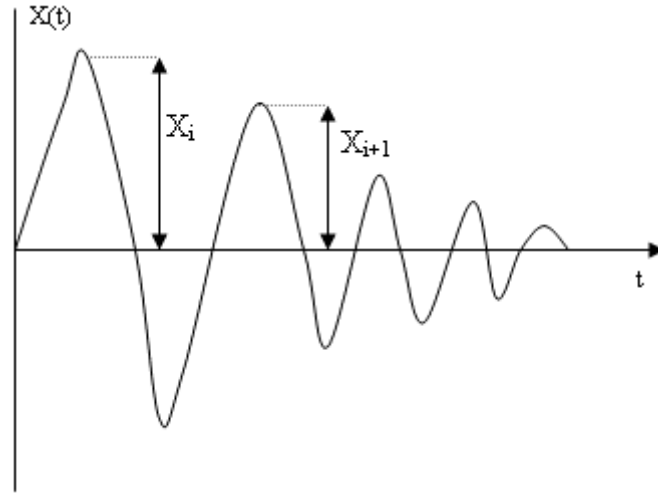
$$x + 2\zeta \cdot w \cdot x + w_n^2 \cdot x = 0 \quad (2.35)$$

tek serbestlik dereceli titreşimde sönüm eksponansiyel olur. Bu  $x(t)$  ile  $t$  arasındaki ilişki olarak Şekil 2.10'da görülmektedir (Çolakoğlu 2002). Zamana bağlı sönüme Logaritmik sönüm ( $\delta$ ) denilir ve analitik olarak tanımlanmaktadır.

$$\delta = \frac{1}{n} \ln \left( \frac{x_0}{x_n} \right) \quad (2.36)$$

düşük sönümlerde ( $\zeta < 0.1$ ) damper faktörü ile Logaritmik sönüm arasındaki ilişki şu şekildedir:

$$\delta \cong 2 \cdot \pi \cdot \zeta \quad (2.37)$$

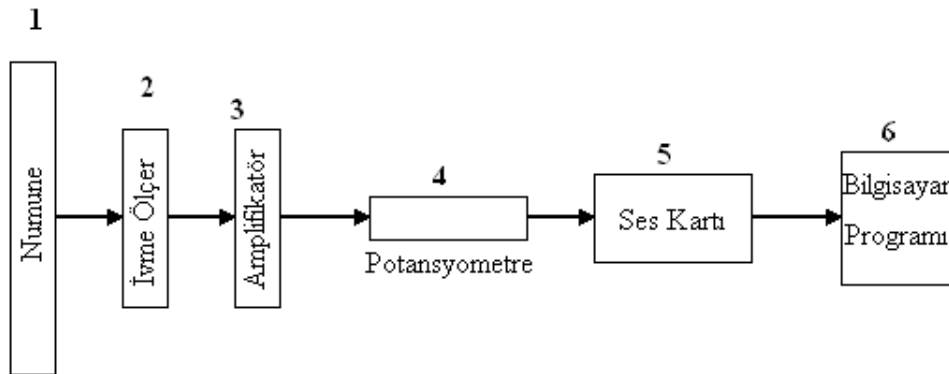


Şekil 2.10 Logaritmik sönüm

Logaritmik sönüm metodu kullanılarak, bir frekans averajlı kayıp faktörü ölçülebilir. Diğer taraftan her bir eğilme modunun farklı kayıp faktörüne sahip olmasından dolayı frekans analiz bandında birden fazla modun bulunması durumunda ölçümde problem meydana gelir. Bir diğer sorun ise eğri uydurma işleminde meydana gelir. Eğer ölçülen eğri düz çizgiye yakınsa bu durumda uydurma işlemi kolay olur. Ama sönüm eğrisi salınımlıysa veya parçalanmış doğru segmentlerinden oluşmuşsa sönüm oranı hakkında karar vermek oldukça zor olacaktır. Bu metot orta ve yüksek frekanslarda kullanılması halinde iyi sonuç alınır.

#### 2.6.4 Deney Düzenegi

Lastiğin titreşim deneylerinde kullanılan deney şeması Şekil 2.11'da gösterilmiştir.



Şekil 2.11 Lastik titreşim deney şeması

1. Numune
2. İvme ölçer
3. Amplifikatör
4. Potansiyometre
5. Ses kartı
6. Bilgisayar programı

Titreşim deneylerinde frekans değerleri ölçülecek olan numune deney düzeneğine bağlanır. Burada;

**İvme ölçer:** İvme ölçer numunedeki titreşim değerlerini elektriksel sinyale çevirir.

**Amplifikatör:** İvme ölçerden gelen elektriksel sinyalin düzenlenip yükseltilmesini sağlar.

**Potansiyometre:** Amplifikatör cihazı ile düzenlenip yükseltilerek gelen sinyalin büyüklüğünün ayarlanmasını sağlar.

**Ses kartı:** Bilgisayar için bulunan ses kartı potansiyometreden gelen sinyalin, içerdikleri ses işleme çipleri ile sesi işleyerek sinyalin bilgisayara girişini sağlar.

**Bilgisayar programı:** Numune üzerinde meydana gelen sönümlü titreşim sinyallerini Fourier transformunu kullanarak sinyali frekans cevabı ve zaman cevabına dönüştürür (Karakuş 2005).

### 2.6.5 Deneyin Yapılışı

Titreşim deneylerin frekansları ölçülecek olan lastik 2 değişik durumda titreşim deneyi yapılmıştır.

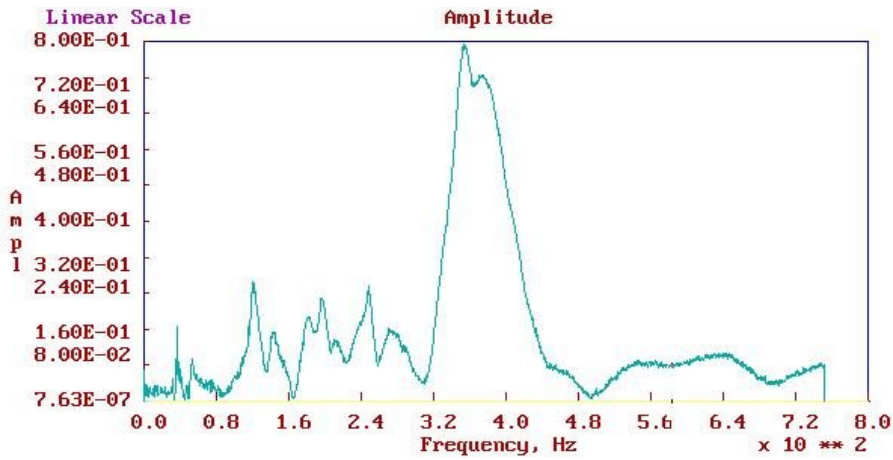
1. Serbest-serbest
2. Bağlı serbest

### 2.6.5.1 Serbest-serbest durumda titreşim ölçümü

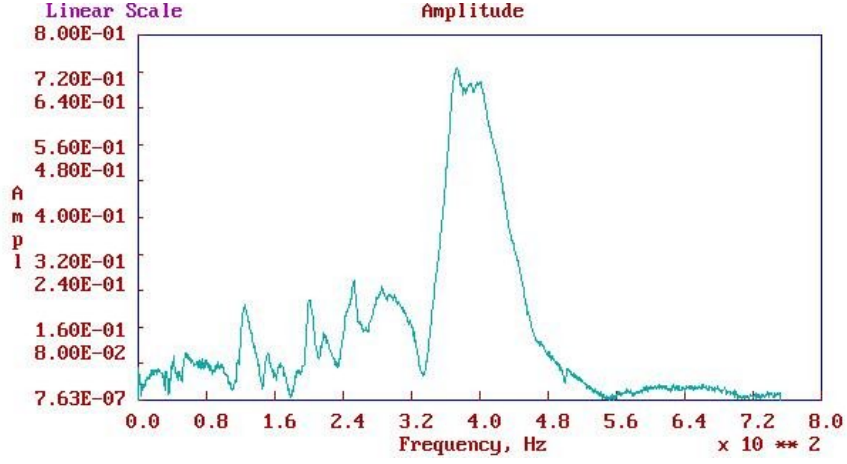
Deneyde kullanılacak olan lastik bir zincir ile ölçüm yapılabilecek uygun bir yere asılmıştır. İvme ölçer titreşim modlarının tam olarak görülebilmesi için lastiğin yanak kısmına bağlandı. Bu durumda 23'ten 35 PSI'e kadar 6 farklı şişirme basıncında 60 ölçüm gerçekleştirilerek titreşim mod değerleri bulunmuştur.

### 2.6.5.2 Bağlı-bağlı durumda titreşim ölçümü

Lastik uygun bir taşıta takılarak, lastiğin alt kısmına kuvvet ölçer yerleştirildi. Taşıtın ön kısmına önce 1 kişi daha sonra 2 kişi oturtulmuş ve boş durumdayken lastiğe gelen yük Newton (N) biriminden ölçüldü. Lastiğin altından kuvvet ölçer alınıp yerine tahta takoz yerleştirildi. İvme ölçer lastiğin yanak kısmına bağlandı ve farklı basınçlarda ve lastiğe gelen yükler değiştirilerek titreşim modları ölçüldü. Titreşim modlarının belirlendiği genlik- frekans grafiklerinden örnek olarak Şekil 2.12 ve Şekil 2.13 gösterilmektedir.



Şekil 2.12 Titreşim frekans ölçümü (23 PSI -1370 N).



Şekil 2.13 Titreşim frekans ölçümü (29 PSI -1589 N)

### 3. ANALİZ VE HESAPLAMALAR

Bu çalışma başka bir bilimsel çalışmanın devamı olmasına rağmen, kullanılan modelin oluşturulması ve özellikleri şu şekilde açıklanabilir:

#### 3.1 Üç Boyutlu Sonlu Eleman Lastik Modelinin Oluşturulması

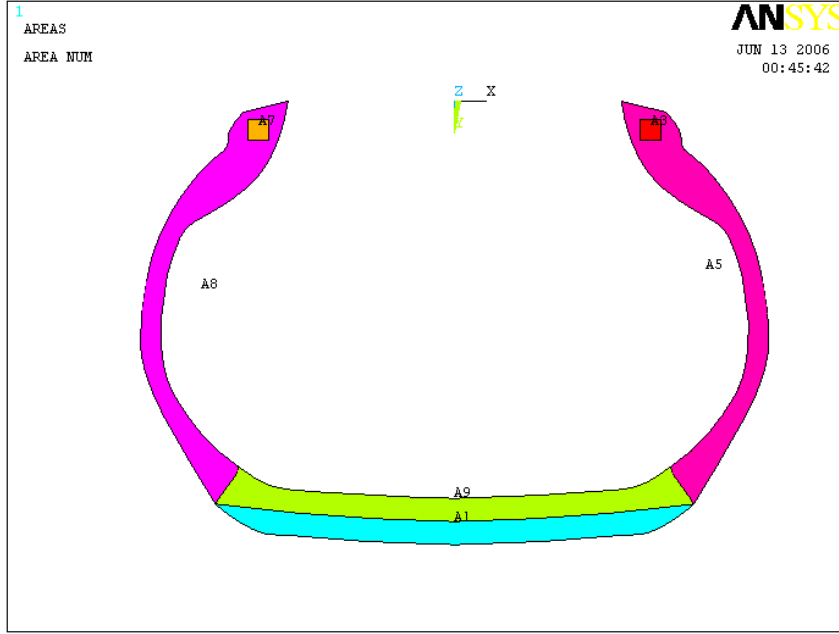
Model olarak kullanılan lastik 175/70 R13 B250 82T ebatlarında radyal katlı lastiktir.

Çizilge 3.1 Lastik Verileri

175/70 R13 B250 82T	
Kısımlar	Veriler
Kesit Genişliği	175,1 mm
Kesit Oranı	70%
Gövde Yapısı	Radyal Lastik
Jant Çapı	13 inç
Yük Kapasitesi	475 kg
Hız Sınırı	190 km/h
Dış Çap	577,1 mm



3.2A’de lastikte kullanılan ana maddenin ve takviye elemanlarının özellikleri verilmiştir. Ayrıca beton levhanın özellikleri de burada verilmiştir. Çizelge 3.2B’de ise lastik kısımlarının malzeme özellikleri verilmektedir. Çizelgelerde verilen değerler Ansys programında Material Props kısmında kullanılmışlardır.



Şekil 3.2 175/70 R13 ebatlarındaki lastik kesitinin 2 boyutlu modeli

Çizelge 3.2A Lastiğin malzeme özellikleri ve betonun özellikleri

Malzeme	Elastisite modülü (MPa)	Kayma Modülü (MPa)	Yoğunluk(kg/m <sup>3</sup> )	Poisson Oranı
Çelik tel	200000	6400	7850	0,33
Bez	3970	1527	1100	
Kauçuk	14	5	1150	
Beton	29000			0,15



Çizelge 3.2B Lastiğin kısım özellikleri

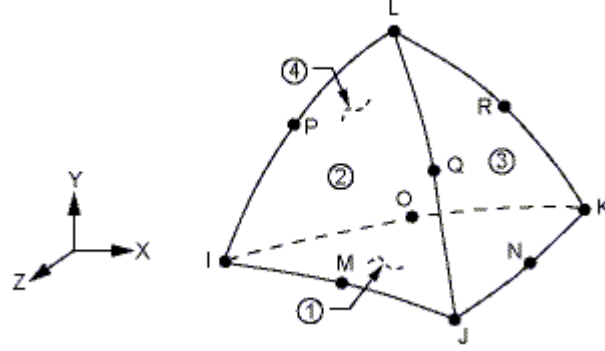
Lastik kısmı	Malzeme	Elastisite modülü E (MPa)	Poisson oranı	Kayma modülü G (MPa)
Diş	İzotropik	$E_x = 14$ $E_y = 14$ $E_z = 14$	$\nu = 0,45$	
Yanak	Ortotropik	$E_x = 14,7$ $E_y = 113$ $E_z = 113$	$\nu_{xy} = 0,049$ $\nu_{xz} = 0,049$ $\nu_{yz} = 0,057$	$G_{xy} = 5,3$ $G_{yz} = 5,3$ $G_{xz} = 5,3$
Kompozit kat	Ortotropik	$E_x = 18$ $E_y = 170$ $E_z = 1844$	$\nu_{xy} = 0,044$ $\nu_{xz} = 0,13$ $\nu_{yz} = 0,13$	$G_{xy} = 6,2$ $G_{yz} = 364$ $G_{xz} = 350$
Topuk	Ortotropik	$E_x = 21,5$ $E_y = 21,5$ $E_z = 70000$	$\nu_{xy} = 0,38$ $\nu_{xz} = 0,0012$ $\nu_{yz} = 0,0012$	$G_{xy} = 5,3$ $G_{yz} = 5,3$ $G_{xz} = 5,3$

### 3.3 Üç Boyutlu Modelde Ağ Oluşturulması

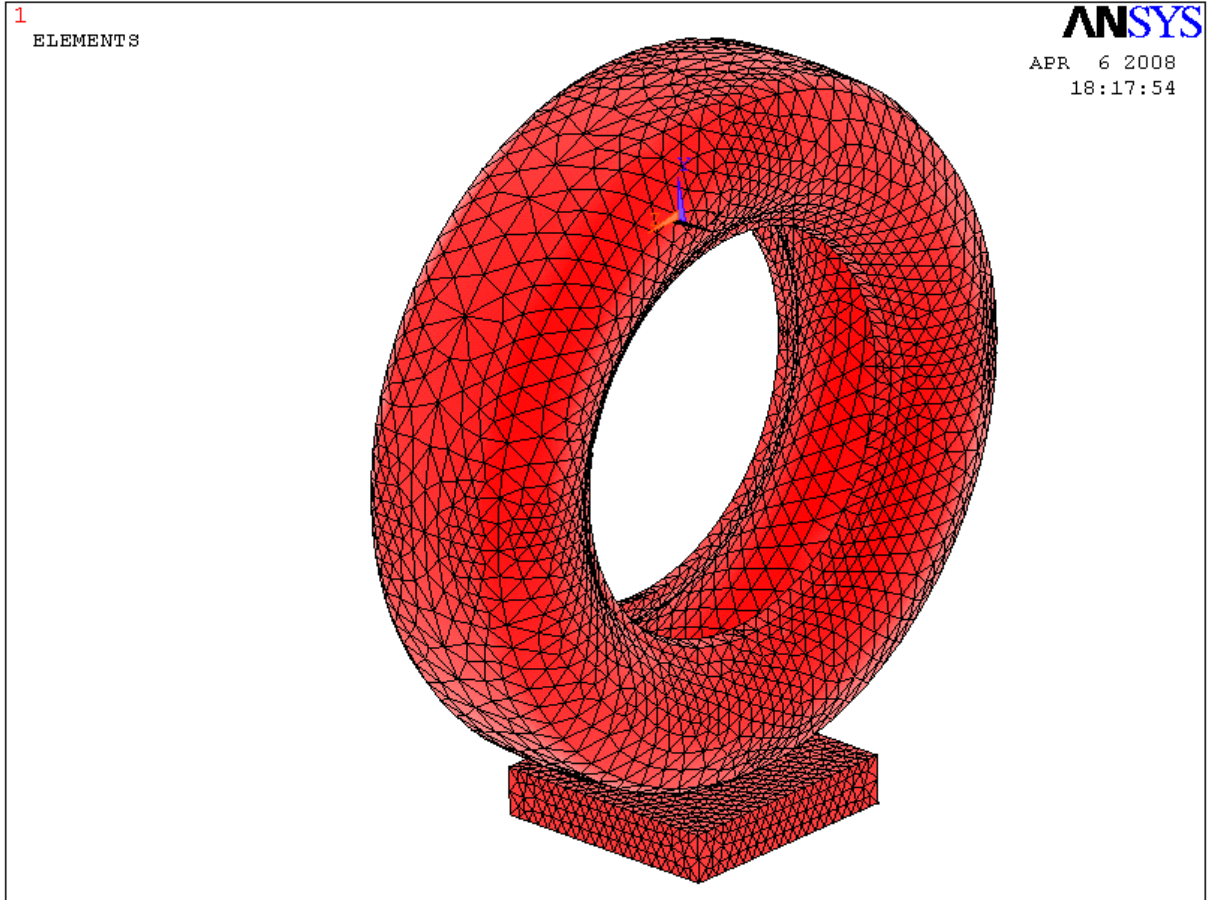
Modelin oluşturulmasından ve malzeme özelliklerini atandıktan sonra sıra lastiğin ve beton levhanın ağ oluşturmasına gelmiştir. Lastik için Ansys 9.0 kütüphanesinde bulunan ve yaygın olarak kullanılan SOLID92 tipi elemanı seçilmiştir. Bu eleman quadratik deplasman davranışına sahiptir ve düzensiz ağları modellemek için çok uygundur. Her düğüm noktasında 3 serbestlik derecesine (-x, -y ve -z yönlerinde) sahip 10 düğüm noktası ile tanımlanmaktadır. Eleman geometrisi Şekil 3.3A'de görülmektedir (Karakuş 2006). Bu elemanla bölünmüş

lastikte 21551 adet eleman ve 39181 adet düğüm elde edilmiştir. Modelin ağ olarak görüntüsü Şekil 3.3B’de verilmiştir.

Lastiğin alt kısmı ve beton bloğun arasında CONTA174 ve TARGE170 numaralı temas elemanlar kullanılarak temas çifti oluşturulmuştur.



Şekil 3.3A SOLID92 tipi elemanın geometrisi



Şekil 3.3B Modelin ağ görünümü

### 3.4 Üç Boyutlu Modeldeki Sınır Şartlarının Uygulanması

Normal şartlarda lastikteki iç basınç ve jant ile lastiğin sürtünmesinden dolayı meydana gelen çok büyük sürtünme kuvvetinin, lastiğin janta oturduğu topuk kısımdaki tüm düğüm noktalar seçilerek x, y, ve z yönlerin ve dönme serbestlik dereceleri sıfır olarak sınır şartı uygulanmıştır. Bu sınır şartı sonucunda lastik bir bütün olarak uzayda her yönde mesnetlenmiş olduğunu gösterir.

Normal şartlarda bir lastik – yol etkileşimde yol sabit iken, lastiğin ekseni yola dik doğrultuda öteleme hareketi yapmaktadır. Bizim durumumuzda lastik sabit olduğundan, bu etkileşimi sağlayabilmemiz için beton bloğun hareketli olması gerekmektedir. Bloğun hareketi tek doğrultuda serbest iken, diğer doğrultular kısıtlanmıştır. Serbest olan doğrultu Şekil 1.2’de gösterilen “Z” doğrultusuyla çakışmaktadır.

Lastiğin alt kısmı ve beton bloğun arasında CONTA174 ve TARGE170 numaralı temas elemanlar kullanılarak temas çifti oluşturulmuştur. CONTA174 ve TARGE170 temas elemanların bazı düğümleri bağlanarak lastik ile blok arasında temas sağlanmıştır.

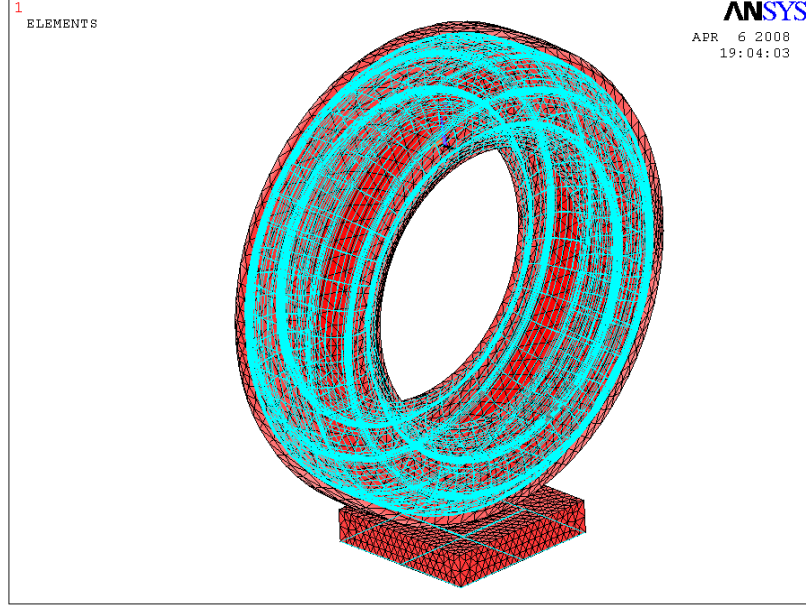
Bu çalışmada üç farklı iç basınç, beton levhanın alt kısmında uygulanan dört farklı kuvvet ve beton ile lastik arasında üç farklı sürtünme katsayısı sınır şartı kombinasyonları ek olarak kullanılarak analizler yapılmıştır. Bu değerler Çizelge 3.4’te gösterilmiştir.

Çizelge3.4 Uygulanan sınır şartların değerleri

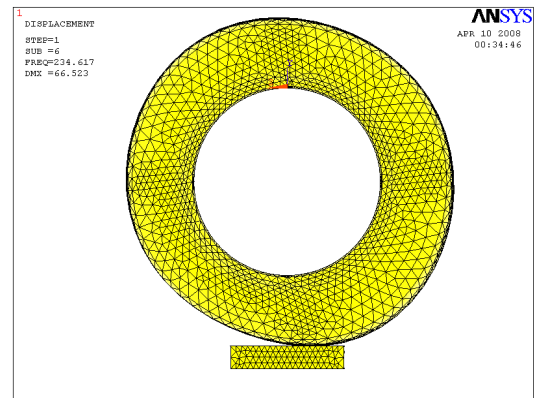
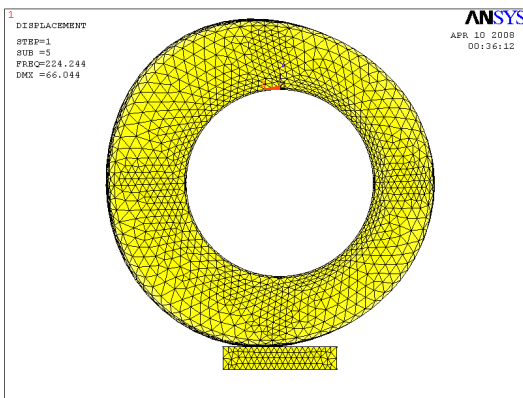
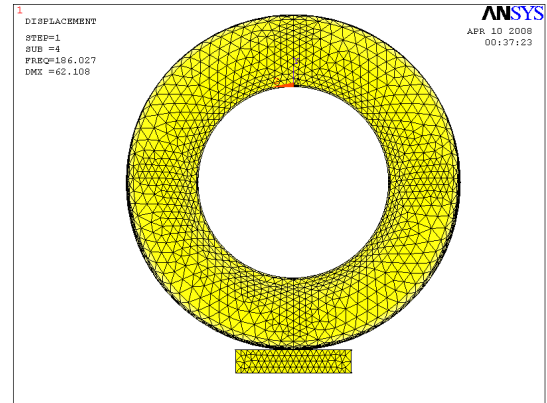
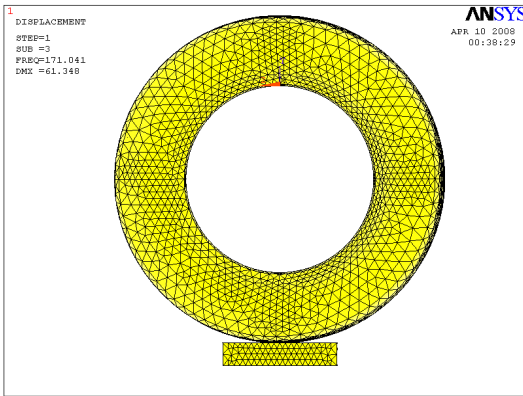
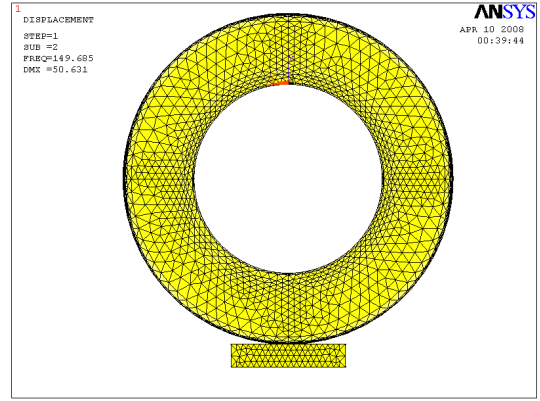
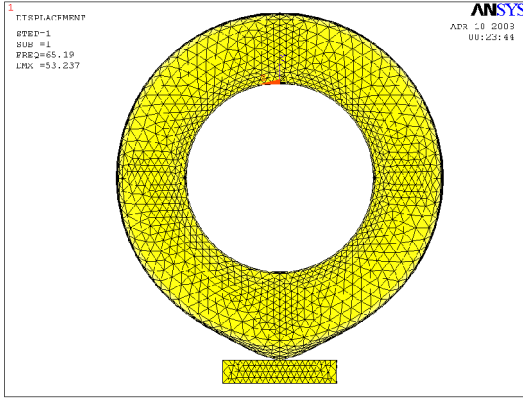
	Basınç (PSI)	Kuvvet (N)	Sürtünme Katsayısı ( $\mu$ )
1	23	1000	0,1
2	29	2000	0,4
3	35	3000	0,8
4		4000	

Ön gerilmeli Modal analizinde Block Lanczos yöntemi kullanılarak ilk 6 adet serbest-serbest titreşim modları bulunmuştur. Aslında bu çalışma bir devam niteliği taşıdığı için, farklı olarak

sadece Çizelge 3.4'teki değerler kullanılmıştır. Modelin yük altındaki görünüşü şekil 3.4A'da ve 6 adet mod görüntüleri şekil 3.4B'de gösterilmiştir gösterilmiştir.



şekil 3.4A Modelin yüklü durumundaki görünüşü (4000 N, 35 PSI,  $\mu=0.8$ )



Şekil 3.4B Modelin 6 modun görüşleri (4000 N, 35 PSI,  $\mu=0.8$ )

## 4.TARTIŞMA ve SONUÇLAR

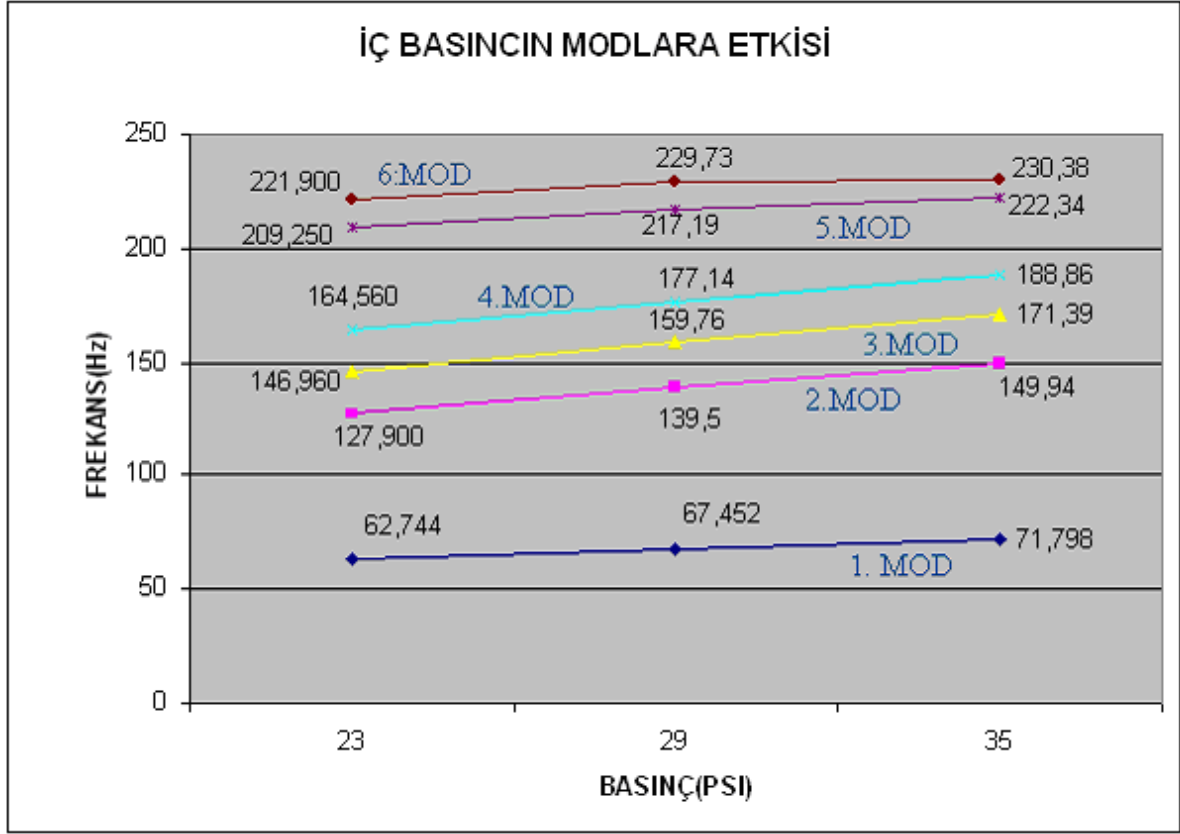
### 4.1 Lastikteki İç Basıncının Titreşim Frekanslarının Üzerindeki Etkisi

Çizelge 4.1 'de deneysel ve nümerik doğal frekans değerleri görünmektedir. Üç boyutlu sonlu elemanlar modeli kullanılarak, sabit yük altında lastik basıncının doğal frekanslara etkisi incelenmiştir. Çizelgede de görüldüğü gibi sabit yük altındaki lastiğin basıncı arttıkça, titreşim frekanslarında da artış olmaktadır. İkinci modun değeri birinci moda göre yaklaşık olarak iki misli artmaktadır. Üçüncü, dördüncü ve beşinci modlardaki artış ilk iki moda göre büyük olmasa da orantılı bir artış görünmektedir. Sadece ikinci ve üçüncü modların arasındaki artış oranının azaldığı gözlenmektedir. Çizelgedeki nümerik sonuçları ile bir önceki çalışmalarda elde edilen deneysel sonuçların kıyaslaması yapılmıştır. Her ne kadar değerlerin arasındaki fark büyük gibi gözükse de, deneysel sonuçlarının arasındaki aynı orantısal artış görünmektedir. Bu da nümerik modelin ve analizlerin doğruluğuna bir işaretir.

Çizelge 4.1 Yüklü durumdaki lastik için basınç - frekans ilişkisi

	23 PSI -1215 N		29 PSI -1215 N		35 PSI-1215N	
$\mu=0.8$	Nümerik(Hz)	Deneysel(Hz)	Nümerik(Hz)	Deneysel(Hz)	Nümerik(Hz)	Deneysel(Hz)
1.Mod	65,993	53,06	70,460	57,1	74,400	91,24
2.Mod	129,12	121,43	140,77	123,39	150,75	142,48
3.Mod	147,07	152,83	159,85	155,51	171,42	171
4.Mod	172,01	193,65	184,21	193,66	193,30	203,37
5.Mod	209,72	250,32	217,67	237,59	221,96	244,69

Şekil 4.1'i incelediğimizde ise aynı kuvvet ve sürtünme katsayısı altında, basıncın yükselmesiyle tüm modlarda hemem hemen eşit miktarlarda artmalar gözlenmektedir.



Şekil 4.1  $\mu=0.4$ , 2000N durumu için frekans – basınç ilişkisi

#### 4.2 Lastik Üzerine Uygulanan Kuvvetin Titreşim Frekanslarındaki Etkisi

Üç boyutlu modelin sabit basınç altında kuvvetin etkisi Çizelge 4.2 'de gösterilmektedir. Genel olarak lastiğe uygulanan kuvvet miktarı artıkça titreşim frekanslarında düşüş yaşanmaktadır. Birinci moda bu düşüş çok belirgin iken, diğer modlarda bu düşüş gittikçe azalmaktadır. Hatta yok denilebilecek kadar azdır. Bu yüzden kuvvetin sadece birinci modun üzerinde etkisi var diyebiliriz.

Çizelge 4.2 Yüklü durumdaki lastik için kuvvet (N) – frekans (Hz) ilişkisi

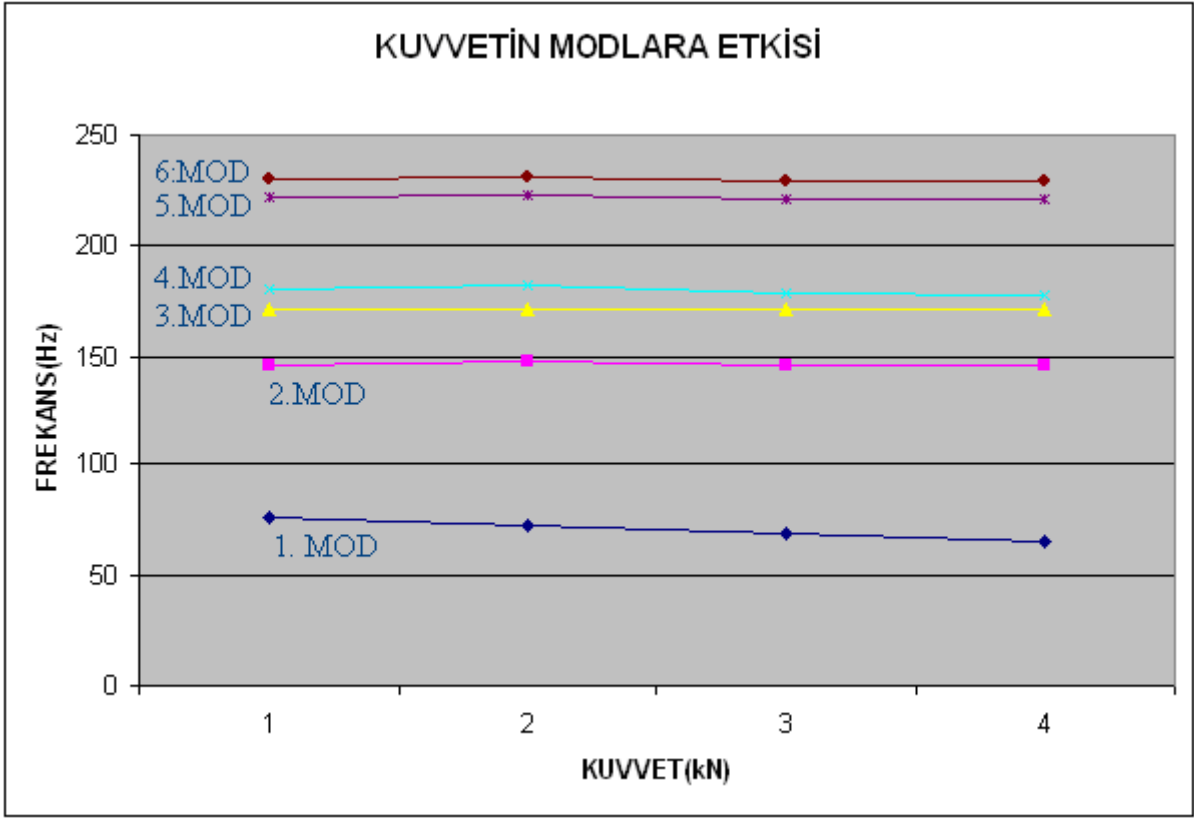
	$\mu=0.1$			
<b>35 PSI</b>	1000N	2000N	3000N	4000N
<b>1.Mod</b>	75,596	71,973	68,796	64,653
<b>2.Mod</b>	146,42	147,85	146,46	146,31
<b>3.Mod</b>	171,59	171,5	171,36	171,14
<b>4.Mod</b>	180,15	182,39	178,74	177,86
<b>5.Mod</b>	221,78	222,71	221,42	221,41
<b>6.Mod</b>	229,88	230,83	229,38	229,34

	$\mu=0.4$			
<b>35 PSI</b>	1000N	2000N	3000N	4000N
<b>1.Mod</b>	75,44	71,798	68,649	65,19
<b>2.Mod</b>	149,47	149,94	148,26	149,68
<b>3.Mod</b>	171,54	171,39	171,23	171,04
<b>4.Mod</b>	188,36	188,86	182,73	186,03
<b>5.Mod</b>	223,84	222,34	220,96	224,24
<b>6.Mod</b>	233,96	230,38	229,1	234,62

	$\mu=0.8$			
<b>35 PSI</b>	1000N	2000N	3000N	4000N
<b>1.Mod</b>	75,276	71,603	68,707	65,695
<b>2.Mod</b>	150,34	151,39	150,34	151,36
<b>3.Mod</b>	171,47	171,29	171,16	171,01
<b>4.Mod</b>	191,84	195,48	189,46	192,86
<b>5.Mod</b>	223,96	224,55	222,35	225,02
<b>6.Mod</b>	234,49	237,56	230,31	241,22

Bu durum Şekil 4.2’de daha iyi anlaşılmaktadır. Birinci moddaki değişim lacivert (en alt) çizgi ile görünmektedir. Diğer modlardaki ilişki grafikte düz çizgiye yakın bir şekilde görünmektedirler. Bu üçüncü mod için çok belirgindir (sarı çizgi). Kuvvet – Mod ilişkisi lineer bir bağıntı ile gösterebilir.

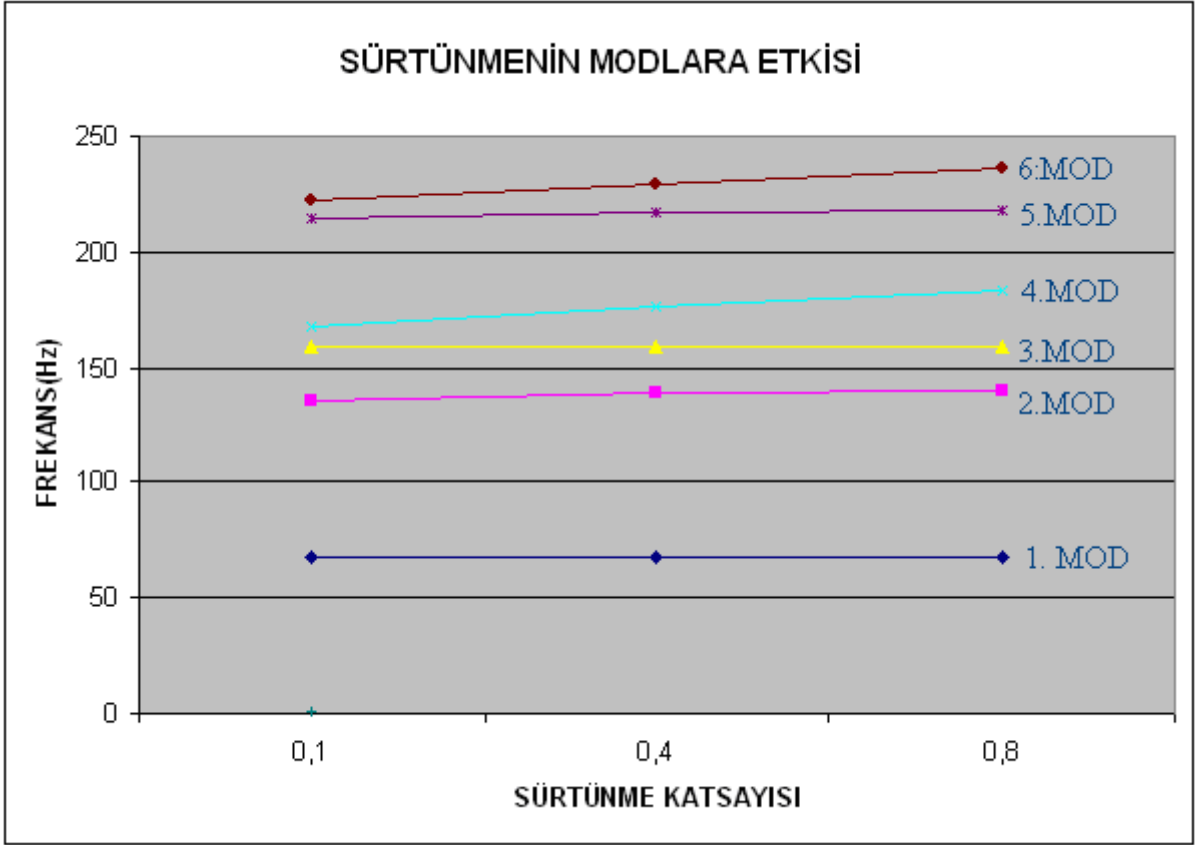




Şekil 4.2  $\mu=0.1$  durumu için mod – kuvvet ilişkisi

#### 4.3 Lastik ile Beton Levha Arasındaki Sürtünme Titreşim Frekanslarına Etkisi

Modelde uygulanan sürtünme katsayısı ile elde edilen frekans titreşimlerin arasındaki etki Çizelge 4.2 ve Şekil 4.3’de verilmektedir. Birinci ve üçüncü modlarda bir değişiklik göstermezken (grafikte lacivert ile sarı çizgiler), ikinci-beşinci ve dördüncü-altıncı modların artışları aynı miktarda olmaktadır.



Şekil 4.3 F=2000N ve P=29PSI durumu için sürtünme-frekans ilişkisi

Özet olarak modal analizi için şunları söyleyebiliriz:

- Titreşim frekansların değişimindeki en büyük etken lastiğin iç basıncıdır. Basınç değeri artıkça tüm mod değerlerinde artış meydana gelmektedir.
- İç basıncın tersine kuvvetteki artış titreşim frekans değerlerinin azalmasına neden olur. Kuvvetteki artış birinci mod dışında titreşim frekanslarına çok az bir etkisi vardır.
- Sürtünme katsayısının da titreşim frekanslarının üzerinde bir etkisi yokmuş gibi görünmektedir. Burada kıyaslama açısından şu yorumu yapabiliriz: sürtünme katsayısının 0,1 ile 0,8 değerleri arasındaki farkı göz önüne aldığımızda, frekans değişimlerinin ihmal edilecek kadar az olduğunu kabul edilebilir.

## 5. GENEL SONUÇ

Bu çalışmada 175/70 R 13 ebatlarındaki otomobil lastiğinin modal analizi yapılmıştır. Bu analizde sonlu elemanlar metodu yardımıyla yüklü durumdaki bir lastikteki titreşim frekans değerleri incelenmiştir. Farklı basınç, kuvvet ve sürtünme katsayıları kullanılarak, toplamda 40 farklı analiz yapılmıştır.

Elde edilen sonuçların doğrultusunda, titreşim frekanslarının değişiminde en büyük etken lastikteki iç basınç olduğu bulunmuştur. Basınç değerinin artması doğal frekansın da artmasına neden olmaktadır.

İç basıncın tersine, beton levhaya uygulanan kuvvetin artmasıyla doğal frekans değerlerinde düşme meydana gelmiştir. Yani kuvvet ile modlar arasında ters orantı vardır.

İncelemeler sonucunda sürtünme katsayısının doğal frekans değişimine etkisi olmadığı sonuca varılmıştır.

Yulardakiler şu şekilde açıklanabilir:

Basıncı az olan bir otomobil lastiğini göz önüne alalım. Lastiğin kesitini göz önüne aldığımızda, lastiğin üst kısmı Şekil 3.1'de ki gibi orijinal formundadır. Tam ters taraftaki kısım, yani yer ile temas ettiği kısım araç tarafından uygulanan kuvvetten dolayı deforme olmuş haldedir. Bu deformasyon bir nevi süspansiyon görevi görmektedir ve titreşimleri absorbe etmektedir. Basıncın düşmesi deformasyon mesafesinin büyümesine neden olacaktır, dolayısıyla basıncın azalması doğal frekansının azalmasına da neden olmaktadır.

Diğer taraftan ise lastiğe uygulanan kuvvetin artması da deformasyonun artmasına neden olacaktır. Yani kuvvetin artması, basıncın azalmasıyla meydana gelen etki aynı olacaktır.

## KAYNAKLAR

- Akyüz, P. Ö., “Fizik”, Literatür Yayıncılık, İstanbul, 1988
- Burke, A.M. ve Olatunbosun, O.A., 1997, “Contact modelling of the tyre/road interface”, International Journal of Vehicle Desing, Vol. 18, No. 2, pp. 194-202.
- Çolakoğlu, M., 2002, “Bir Malzeme Özelliği Olarak Damping Ölçüm Teknikleri”, 9. Denizli Sempozyumu, Sy. 137-144.
- Duvernier, M., Fraysse, P., Bomblain, V., Dormegnien, E., “Tyre modelling for NVG Engineering in ADAMS ”, Michelin Tyre Company
- Fervers, C.W., 2004, “Improved FEM simulation model for tire–soil interaction”, Journal of Terramechanics, Vol. 41, April, pp. 87-100.
- Hölscher, H., Tewes, M., Botkin, N., Löhndorf, M., Hoffmann, K., Quandt, E., 2004, “Modeling of Pneumatic Tires by a Finite Element Model for the Development of a Tire Friction Remote Sensor”
- Jia, L., Xu, Y., Zhang, J., 2005, “Free vibration analysis of radial pneumatic tires using Bezier functions”, Journal of Sound and Vibration, Vol. 285, pp. 887-903
- Johnson, A.R., Tanner, J.A., Mason, A.J., 1999, “Quasi-Static Viscoelastic Finite Element Model of an Aircraft Tire”, National Aeronautics and Space Administration, Langley Research Center Hampton, Virginia.
- Lahtinen, I., Kiviniemi, T., Sainio, P., 2000, “Snow Surface model for tyre performance simulation”, Seoul FISITA World Automotive Congress, June, Seoul, Korea.
- Pelc, J., 2005, “Towards realistic simulation of deformations and stresses in pneumatic tyres”, Applied Mathematical Modelling.
- Karakuş, M., 2006, “Bir otomobil lastiğın nümerik olarak gerilme ve titreşim analizi”, Yüksek Lisans Tezi, Afyon Kocatepe Üniversitesi, Makine Eğitimi Anabilim Dalı

- Karapaça, U., 2005, “Tekerlek ve Lastik Mekanigi”, [http://www.obitet.gazi.edu.-trobitetlastiklertekerler\\_lastik\\_mekanigi.htm](http://www.obitet.gazi.edu.-trobitetlastiklertekerler_lastik_mekanigi.htm).mht
- Rill, G., 2003, “Vehicle Dynamics”, Lecture Notes, Fachhochschule Resensburg, University of Applied Sciences, Hochschule Für Technik Wirtschaft Soziales, <http://homepage.fh-resenberg.de/%7Erig39165>, October 2003.
- Sui, J.S. ve Hirshey II, J.A., “A New Analytical Tire Model for Vehicle Dynamic Analysis”, DaimlerChrysler Corporation.
- Topçu, M., Taşgetiren, S., 1997, “İki boyutlu problemler için sonlu elemanlar ağı oluşturulması”, Pamukkale Üniversitesi, Mühendislik Bilimleri Dergisi, Sayı 2, s.315-322
- Topçu, M., Taşgetiren, S., “Mühendisler için sonlu elemanlar metodu”, Pamukkale Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi, Ders Kitapları Yayın No:007, Denizli, Eylül 1998
- Yalçın, C., “Fiziğin Temelleri”, Arkadaş Yayınevi, Ankara, 1996.
- Yan, X., 2001, “Non-linear three-dimensional finite element modeling of radial tires”, Mathematics and Computers in Simulation”, Vol. 58, Feb., pp.51-70.
- Xu, Y., Jia, L., Zhang, J., 2005, “Modeling tire/road contact using piecewise Ritz procedure”, Journal of Terramechanics, Vol. 42, July, pp. 99-113.
- Zegelaar, P.W.A. ve Pacejka, H.B., 1998, “The In-Plane Dynamics of Tyres on Uneven Roads”, Vehicle Research Laboratory, Faculty of Mechanical Engineering, Delft University of Technology, Mekelweg 2, 2628 CD Delft, The Netherlands.

## ÖZGEÇMİŞ

1971 yılında Bulgaristan'da doğdu. İlk, orta ve lise eğitimini Bulgaristan'da tamamladı. 2005 yılında Afyon Kocatepe Üniversitesi, Teknik Eğitim Fakültesi, Makine Eğitimi Bölümünden Makine Resim Öğretmeni olarak mezun oldu. 2005 yılında Afyon Kocatepe Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Makine Eğitimi Anabilim dalında yüksek lisans eğitimine başladı.

## **TEŞEKKÜR**

Tezimin tamamlanmasında büyük emeği geçen ve hep yanımda olan kıymetli hocam Yrd. Doç. Dr. Mehmet ÇOLAKOĞLU'na, Prof. Dr. Süleyman TAŞGETİREN'e, çalıőmamda büyük yardımları olan Arő. Gör. Barıő GÖKÇE'ye ve Murat KARAKUŞ'a sonsuz teőekkürlerimi sunarım.