

T.C.
YOZGAT BOZOK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
MATEMATİK ANABİLİM DALI

Yüksek Lisans Tezi

**DENEME DENKLEM YÖNTEMİNİN YENİ
VERSİYONLARININ İNCELENMESİ**

Ali EKİN

Tez Danışmanı

Doç. Dr. Yusuf PANDIR

Yozgat 2019

T.C.
YOZGAT BOZOK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
MATEMATİK ANABİLİM DALI

Yüksek Lisans Tezi

**DENEME DENKLEM YÖNTEMİNİN YENİ
VERSİYONLARININ İNCELENMESİ**

Ali EKİN

Tez Danışmanı

Doç. Dr. Yusuf PANDIR

Yozgat 2019



YOZGAT BOZOK ÜNİVERSİTESİ

TEZ ONAY FORMU

T.C.
YOZGAT BOZOK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

Enstitümüzün Matematik Anabilim Dalı Tezli Yüksek Lisans Programı 70111315013 numaralı öğrencisi Ali EKİN'in hazırladığı “Deneme Denklem Yönteminin Yeni Versiyonlarının İncelenmesi” başlıklı tezi ile ilgili tez savunma sınavı, Lisansüstü Eğitim-Öğretim ve Sınav Yönetmeliği'nin ilgili maddeleri gereğince 12/09/2019 Perşembe günü saat 10:00'da yapılmış, tezin onayına oy birliği ile karar verilmiştir.

Başkan : Doç. Dr. Yusuf GÜREFE

Jüri Üyesi (Danışman) : Doç. Dr. Yusuf PANDIR

Jüri Üyesi : Dr. Öğr. Üyesi Yusuf Ali TANDOĞAN

ONAY:

Bu tezin kabulü, Enstitü Yönetim Kurulu'nun 10.10.2019 tarih ve 48 sayılı Enstitü Yönetim Kurulu Kararı ile onaylanmıştır.

10.10.2019

Prof. Dr. Mustafa SAÇMACI

Müdür



İÇİNDEKİLER

	<u>Sayfa</u>
ÖZET	iii
ABSTRACT	iv
TEŞEKKÜR	v
ŞEKİLLER LİSTESİ	vi
1. GİRİŞ	1
1.1. Temel Tanımlar.....	3
1.1.1. Kısmi Türevli Diferansiyel Denklemler.....	3
1.1.2. Soliton Kavramı.....	5
2. YÖNTEMLER	8
2.1. Deneme Denklem Yöntemi.....	8
2.1. Yeni Versiyon Deneme Denklem Yöntemi.....	9
3. BULGULAR	12
3.1. Kararsız Lineer Olmayan Schrödinger Denklemi ve Uygulaması.....	12
3.2. KdV (Korteweg-de Vries) Denklemi ve Uygulaması	24
SONUÇ	35
KAYNAKLAR	37
ÖZGEÇMİŞ	41

DENEME DENKLEM YÖNTEMİNİN YENİ VERSİYONLARININ İNCELENMESİ

Ali EKİN

Yozgat Bozok Üniversitesi

Fen Bilimleri Enstitüsü

Matematik Anabilim Dalı

Yüksek Lisans Tezi

2019; Sayfa: 41

Tez Danışmanı: Doç. Dr. Yusuf PANDIR

ÖZET

Bu çalışmada, tam çözümlerinin elde edilebilmesine olanak sağlayan deneme denklem yöntemi incelenmiştir. Bu yöntem lineer olmayan kısmi diferansiyel denklemlerin tam çözümlerinin bulunmasına olanak sağlamaktadır. Bu yöntem daha da geliştirilerek yeni versiyon deneme denklem yöntemi olarak ifade edilmiştir. Geliştirilen bu yöntem; kararsız lineer olmayan Schrödinger denklemi ve KdV (Korteweg-de Vries) denklemlerine uygulanmış ve bu denklemlerin yeni farklı tam çözümleri bulunmuştur. Bulunan bu yeni tam çözümlerin literatürde yer almayan çözümler olduğunu söyleyebiliriz. Ayrıca, bulunan bu yeni tam çözümlerin fiziksel davranışları göstermek için iki ve üç boyutlu grafikleri çizilmiştir.

Anahtar Kelimeler: Deneme denklem yöntemi, Yeni versiyon deneme denklem yöntemi, Lineer olmayan kısmi türevli diferansiyel denklemler, Kararsız lineer olmayan Schrödinger denklemi, KdV (Korteweg-de Vries) denklemi

INVESTIGATION OF NEW VERSIONS OF THE TRIAL EQUATION METHOD

Ali EKİN

Yozgat Bozok University

Graduate School of Natural and Applied Sciences

Department of Mathematics

Master of Science Thesis

2019; Page: 41

Thesis Supervisor: Assoc. Prof. Dr. Yusuf PANDIR

ABSTRACT

In this study, trial equation method which provides exact solutions is examined. This method allows new exact solutions of the nonlinear partial differential equations. Also, this method has been further developed and expressed as the new version of trial equation method. The developed method was applied to unstable nonlinear Schrödinger equation and KdV (Korteweg-de Vries) equation and new exact solutions of these equations have been found. We can say that these new exact solutions which are not in the literature. In addition, two and three dimensional graphs were drawn to illustrate the physical behavior of these new exact solutions.

Keywords: Trial equation method, New version of the trial equation method, Nonlinear partial differential equations, Unstable nonlinear Schrödinger equation, KdV (Korteweg-de Vries) equation

TEŞEKKÜR

Bu alıőmamın bütün aőamalarında bana desteklerini esirgemeyen, sabırla ve özveriyle bana sürekli yardımcı olan, bilgi deneyim ve tecrübelerinden yararlandığım danışman hocam Sayın Doç. Dr. Yusuf PANDIR' a, teőekkürlerimi sunarım. Ayrıca desteğini her zaman yanımda hissettiğim saygıdeğer büyüğüm Prof. Dr. Dilek PANDIR hocama ve yüksek lisans yaptığım süreçte maddi ve manevi desteklerini daima hissettiğim baőta annem, babam ve bu çalıőmamda beni motive eden her zaman yanımda olan abim Mustafa İÇME' ye çok teşekkür ederim.



ŞEKİLLER LİSTESİ

Sayfa

- Şekil 1.1: Örnek bir dalga modeli 6
- Şekil 3.1: (3.26) denklemindeki çözümün $\alpha_1 = C_1 = A_1 = 2$, $\beta = \sqrt{2}$, $\alpha_2 = 1$, $D_1 = \frac{1}{2}$, $r = 3$ değerleri için üç ve iki boyutlu grafik gösterimi..... 16
- Şekil 3.2: (3.27) denklemindeki çözümün $\alpha_1 = B_1 = A_1 = 2$, $\beta = \sqrt{2}$, $\alpha_2 = 1$, $\alpha_3 = \frac{5}{3}$, $D_1 = \sqrt{\frac{1}{3}}$, $C_2 = -1$, $r = 3$ değerleri için üç ve iki boyutlu grafik gösterimi..... 17
- Şekil 3.3: (3.28) denklemindeki çözümün $\alpha_1 = C_3 = 2$, $\beta = \sqrt{2}$, $\alpha_2 = E_2 = 1$, $\alpha_3 = \frac{5}{3}$, $\alpha_4 = \frac{3}{2}$, $r = 3$ değerleri için reel kısmının üç ve iki boyutlu grafik gösterimi..... 17
- Şekil 3.4: (3.28) denklemindeki çözümün $\alpha_1 = C_3 = 2$, $\beta = \sqrt{2}$, $\alpha_2 = E_2 = 1$, $\alpha_3 = \frac{5}{3}$, $\alpha_4 = \frac{3}{2}$, $r = 3$ değerleri için sanal kısmının üç ve iki boyutlu grafik gösterimi..... 18
- Şekil 3.5: (3.32) denklemindeki çözümün $\alpha_1 = A_1 = 2$, $\beta = \sqrt{2}$, $\alpha_2 = E_2 = B_1 = 1$, $\alpha_3 = \frac{5}{3}$, $r = 3$ değerleri için reel kısmının üç ve iki boyutlu grafik gösterimi..... 19
- Şekil 3.6: (3.32) denklemindeki çözümün $\alpha_1 = A_1 = 2$, $\beta = \sqrt{2}$, $\alpha_2 = E_2 = B_1 = 1$, $\alpha_3 = \frac{5}{3}$, $r = 3$ değerleri için sanal kısmının üç ve iki boyutlu grafik gösterimi..... 19
- Şekil 3.7: (3.44) denklemindeki çözümün $\alpha_1 = C_1 = 2$, $\beta = \sqrt{2}$, $\alpha_2 = C_5 = 1$, $D_1 = \frac{1}{2}$, $r = 3$ değerleri için üç ve iki boyutlu grafik gösterimi..... 22
- Şekil 3.8: (3.45) denkleminde $\alpha_1 = A_1 = E_1 = 2$, $\beta = \sqrt{2}$, $\alpha_2 = B_1 = 1$,

	$C_2 = -1, D_2 = \sqrt{\frac{1}{3}}, r = 3$ değerleri için üç ve iki boyutlu grafik gösterimi.....	22
Şekil 3.9:	(3.46) denklemde $\alpha_1 = C_3 = 2, \beta = \sqrt{2}, \alpha_2 = B_1 = E_2 = 1, r = 3$ değerleri için reel kısmının üç ve iki boyutlu grafik gösterimi.....	23
Şekil 3.10:	(3.46) denklemde $\alpha_1 = C_3 = 2, \beta = \sqrt{2}, \alpha_2 = B_1 = E_2 = 1, r = 3$ değerleri için sanal kısmının üç ve iki boyutlu grafik gösterimi.....	23
Şekil 3.11:	(3.71) denklemde $\alpha_2 = D_3 = 1, \alpha_1 = k = C_1 = 2, C_4 = A_2 = \frac{4}{3}, c = \frac{1}{8}$ değerleri için üç ve iki boyutlu grafik gösterimi.....	29
Şekil 3.12:	(3.72) denklemde $\alpha_2 = 1, \alpha_1 = k = E_1 = 2, C_2 = -1, D_4 = \frac{2}{\sqrt{3}}, c = \frac{1}{8}$ $A_1 = \frac{2}{3}, A_2 = \frac{4}{3}$ değerleri için üç ve iki boyutlu grafik gösterimi.....	29
Şekil 3.13:	(3.73) denklemde $\alpha_2 = 1, \alpha_1 = k = C_6 = 2, C_3 = -1, E_2 = \frac{-3}{2}, c = \frac{1}{8}$ $\alpha_3 = \frac{5}{3}, \alpha_4 = 4, A_1 = \frac{2}{3}$ değerleri için üç ve iki boyutlu grafik gösterimi	30
Şekil 3.14:	(3.84) denklemde $\alpha_2 = B_1 = B_2 = C_7 = C_8 = D_3 = 1, C_4 = \frac{4}{3}, c = \frac{1}{8}$ $\alpha_1 = k = C_1 = 2$, değerleri için üç ve iki boyutlu grafik gösterimi.....	33
Şekil 3.15:	(3.85) denklemde $\alpha_2 = B_1 = B_2 = 1, \alpha_3 = \frac{5}{3}$ $\alpha_1 = k = E_1 = B_3 = B_4 = 2, C_2 = -1, A_1 = \frac{2}{3}, E_3 = \frac{3}{2}, c = \frac{1}{8}, D_4 = \frac{2}{\sqrt{3}}$ değerleri için üç ve iki boyutlu grafik gösterimi.....	33
Şekil 3.16:	(3.86) denklemde $\alpha_2 = B_1 = B_2 = 1, \alpha_4 = 4$ $A_2 = \frac{4}{3}, C_3 = -1, E_2 = \frac{-3}{2}, E_4 = -3, c = \frac{1}{8}, \alpha_1 = k = C_6 = B_4 = B_5 = 2$, değerleri için üç ve iki boyutlu grafik gösterimi.....	34

1. GİRİŞ

Yaşamımızı sürdürmekte olduğumuz dünya ve dünya ile birlikte tüm evren belirli bir düzen içerisinde birbirine bağlı bir şekilde bir uyum ve yasalar içerisinde süregelmektedir. Bu yasalar matematiksel kavramlarla açıklandığında dünyadaki bu karmaşık uyum daha anlaşılır olur. Dünyadaki bu yasalara göre oluşan veya oluşmakta olan olayların sonucunda gerçekleşen fiziksel olaylar ile bu olayların anlaşılması üzerine önerilen yöntemler ve bu yöntemlerin uygulaması ile çıkan çözümler matematiksel olarak güzel ve daha anlaşılır olarak ifade edilerek mantığa yatkın anlamlı bir hal alır burada söz edilen karmaşık uyum ve doğa yasaları birer diferansiyel denklem ile açıklanabilir. Genel olarak uygulamalı bilimlerde ve ekonomi gibi bilimsel alanlarda oluşan bu problemler diferansiyel denklemler ile açıklanır. Fiziksel olan bu olayların zamanla değişimleri türevi, bu türevler de diferansiyel denklemleri meydana getirir. Temel olarak diferansiyel denklem bilinmeyen fonksiyon ve onun türevlerini barındıran terimleri içeren denklemlerdir.

Doğa da yaşanan olayları mantıklı bir şekilde açıklayabilmemiz için Diferansiyel denklemleri çözümlenmemiz gerekmektedir. Son zamanlarda kısmi türevli diferansiyel denklemlerin çözümlerinin üzerine yapılan araştırmalar bilim insanlarının ilgisini çekmiştir. Bilim insanları bu tarz diferansiyel denklemlerin çözümünü veren birçok yöntem bulmuş ve bu yöntemleri geliştirmişlerdir. Bu yöntemler birçok çözümün elde edilmesini sağlamıştır. Elde edilen çözümler fiziksel olaylara mantıklı açıklamalar kazandırmıştır. Bu tarz fiziksel olayların anlaşılabilmesi için lineer olmayan kısmi türevli diferansiyel denklemlerin tam çözümlerinden elde edilen dalga kavramına ihtiyaç bulunmaktadır. Dalgalar çeşitlilik göstermektedir. Lineer olmayan kısmi türevli diferansiyel denkleminin çözümlerinden soliton olarak adlandırılan tek bir dalga hareketi bulunur. Birçok bilim insanı bu tarz soliton çeşitlerini elde etmek için analitik yöntemler önermişlerdir. Bu sayede çeşitli analitik yöntemler literatüre kazandırılarak hareketli dalga çeşitleri elde edilmiştir.

Son yıllarda lineer olmayan kısmi türevli diferansiyel denklemlerle ilgili yapılan araştırmalarda artış gözlenmektedir. Fen ve mühendislik bilimlerinin birçok

uygulama alanlarında bu tarz denklemlerin farklı türlerinin ortaya çıktığı görülmektedir. Söz konusu denklemlerin, lineer olmayan doğa ve fizik olaylarının araştırılmasındaki önemli rolüyle genel çözümlerinin elde edilmesi oldukça önemlidir. Bu lineer olmayan doğa ve fizik olayları, akışkanlar mekaniği, biyoloji, plazma fiziği, optik fiberler, kimyasal kinematik, katı hal fiziği, jeokimya, kimyasal fizik ve mühendislik alanlarında görülmektedir. Uygulama alanı oldukça fazla olan lineer olmayan kısmi türevli diferansiyel denklemlerin tam çözümlerinin elde edilmesine olanak sağlayan bir dizi etkin ve güçlü yöntemler farklı bilim insanları tarafından literatüre kazandırılmıştır. Önerilen yeni yöntemler sayesinde yeni çözüm fonksiyonlarının belirlenmesi ile birden çok fiziksel olayın anlaşılması daha da kolay hale gelecektir. Bu nedenle tam çözümlerin bulunmasına olanak sağlayan yeni yöntemler önerilmiş ve geliştirilmiştir.

Literatürde var olan tam çözüm yöntemlerine örnek olarak; tanh fonksiyon yöntemi [1, 2], Hirota'nın bilinear dönüşüm yöntemi [3, 4], üstel fonksiyon yöntemi [5, 6], (G'/G) -açılım yöntemi [7, 8], çoklu üstel fonksiyon yöntemi [9, 10], deneme denklem yöntemi [11-14], genişletilmiş deneme denklem yöntemi [15-17], geliştirilmiş (G'/G) -açılım yöntemi [18, 19], çoklu genişletilmiş deneme denklem yöntemi [20], Weierstrass eliptik fonksiyon açılım yöntemi [21], Jakobi eliptik fonksiyon yöntemi [22, 23], ilk integral yöntemi [24], modifiye edilmiş Kudryashov yöntemi [25, 26], genelleştirilmiş Kudryashov yöntemi [27-32] ve F -açılım yöntemi [33-35] verilebilir.

Ma ve Fuchssteiner [36] lineer olmayan kısmi türevli diferansiyel denklemlerin tam çözümlerinin bulmak için güçlü bir yöntem önerdi. Buradaki temel amaçları, çözülebilen bir diferansiyel denklemin çözüm fonksiyonlarını polinom veya rasyonel polinom fonksiyonlar cinsine genişletmek idi. Daha sonra önerilen bu yöntem birçok araştırmacı tarafından ele alınarak geliştirildi. Liu bu yöntemi geliştirerek deneme denklem yöntemi olarak literatüre kazandırdı [37-39]. Son zamanlarda Pandır ve ark. [15, 16] tarafından Liu tarafından önerilen daha da geliştirilerek genişletilmiş deneme denklem yöntemi olarak literatüre sunulmuştur. Pandır ve Güreffe [20] genişletilmiş deneme denklem yönteminin daha genel bir halini kısmi türevli diferansiyel denklemlere uygulayarak farklı ve yeni tam çözümleri elde ettiler.

Bu tez çalışmasında, deneme denklem yöntemlerinin incelenmesi yapılarak, deneme denklem yönteminin yeni bir versiyonu sunulmuştur. İlk önce Liu'nun önerdiğini deneme denklem yöntemi verilmiş daha sonra ise bu önerilen yöntemin geliştirilmesiyle yeni versiyon deneme denklem yöntemi olarak adlandırılan yöntem verilmiştir. Geliştirilen yeni versiyon deneme denklem yöntemi lineer olmayan kısmi türevli diferansiyel denklemlerin yeni tam çözümlerinin elde edilmesi için geliştirilmiştir. Önerilen yöntem sırasıyla kararsız lineer olmayan Schrödinger denklemine ve KdV(Korteweg-de Vries) denklemine uygulanmıştır. Geliştirilen yöntem için ilgili algoritmaların tasarlanması ve yazılan kodlar sayesinde ele alınan denklemlerin çözülmesiyle denklemlerin literatürde bulunmayan yeni tam çözümleri bulunmuştur. Ele alınan denklemlerin tasarlanan algoritmaya göre yazılması, elde edilen çözümlerin iki ve üç boyutlu grafiklerinin çizilmesi için Mathematica 10 paket programından faydalanılmıştır.

Tezin birinci bölümünde temel tanımlar ve kavramlar ifade edilmiştir. İkinci bölümünde ise deneme denklem yöntemi ve yeni versiyon deneme denklem yöntemi genel hatlarıyla verilmiştir. Üçüncü bölümde yeni versiyon deneme denklem yöntemi kararsız lineer olmayan Schrödinger denklemine ve KdV(Korteweg-de Vries) denklemine uygulanmıştır. Son bölümde ise geliştirilen yöntemle elde edilen tam çözümler denklemlerin diğer yöntemlerle elde edilen sonuçları karşılaştırılıp, yeni tam çözümlerin değerlendirilmesi yapılmıştır.

1.1. Temel Tanımlar

Bu bölümde kısmi türevli diferansiyel denklemler ve soliton kavramı ile ilgili temel tanımlar ve özellikler verilmiştir.

1.1.1. Kısmi Türevli Diferansiyel Denklemler

Doğada meydana gelen olayları anlamamızı sağlayan yasalar, olayların gerçekleşmesiyle oluşan oranları veren ilişkilerdir. Diferansiyel kavramı sürekli değişen bir miktar ile değişim oranı arasındaki ilişkiyi ifade eder. Bu sebeple doğada meydana gelen birçok fiziksel olayların sonucunda ilişkiler matematiksel bir algoritmaya göre modellenerek bir diferansiyel denklemi meydana getirir. Doğa

bilimleri (fizik, kimya vb.), mühendislik bilimleri ve ekonomi bilimlerinde karşılaşılan problemlerin modellenmesiyle oluşturulan diferansiyel denklemlerin çözümlerinin bulunması gerekir. Oluşturulan diferansiyel denklemlerin çözümleri sayesinde fiziksel olayların daha iyi anlaşılması sağlanır. Bu sebeple diferansiyel denklemlerin çözümlerinin bulunması tüm bilimsel araştırmalarda oldukça önem arz etmektedir.

Tanım 1.1: x bağımsız değişkeni, $y = y(x)$ bilinmeyen fonksiyonu ifade etmek üzere bir adi diferansiyel denklem

$$\Lambda(x, y, y', y'', \dots, y^{(n)}) = 0 \quad (1.1)$$

şeklinde tanımlanır. Bilinmeyen fonksiyon ve onun türevlerinden meydana gelen denklem diferansiyel denklem olarak adlandırılır. Bilinmeyen fonksiyon birden fazla bağımsız değişkene bağlı ise, bu takdirde bu denkleme kısmi türevli diferansiyel denklem adı verilir.

Bir kısmi türevli diferansiyel denklem, x, y, t, \dots bağımsız değişkenler ve $u = u(x, y, t, \dots)$ bilinmeyen fonksiyon olmak üzere

$$H(x, y, t, u, u_x, u_y, u_t, u_{xx}, u_{yy}, u_{tt}, u_{xy}, \dots) = 0 \quad (1.2)$$

şeklinde ifade edilir.

Tanım 1.2: Bir diferansiyel denklemin içinde yer alan en yüksek mertebeli türevin mertebesine denklemin mertebesi, en yüksek mertebeli türevin derecesine de diferansiyel denklemin derecesi olarak adlandırılır.

Diferansiyel denklemlerin sınıflandırması için farklılıklar mevcuttur. Örneğin diferansiyel denklemler denklemde yer alan en yüksek mertebeli türeve veya derecesine göre veya lineer olup olmamasına göre sınıflandırılabilir. Denklemde bulunan bağımlı değişkenin ve onun türevlerinin derecesi bir ise denkleme lineer diferansiyel denklem, diğer durumlarda ise denkleme lineer olmayan diferansiyel

denklem olarak adlandırılır. Denklemde bulunan katsayılara göre sabit katsayılı, değişken katsayılı ve kompleks katsayılı olarak da sınıflandırma yapılır.

Kısmi türevli diferansiyel denklemlerde farklı sınıflandırma çeşitleri bulunmaktadır. Bir kısmi türevli diferansiyel denklemde yer alan en yüksek türevli terimler lineer olduğunda denklem yarı lineer olarak adlandırılır. Eğer denklemdeki en yüksek mertebeden türevlerin katsayıları sadece bağımsız değişkenlerin fonksiyonları olduğunda denklem hemen hemen lineer olarak isimlendirilir.

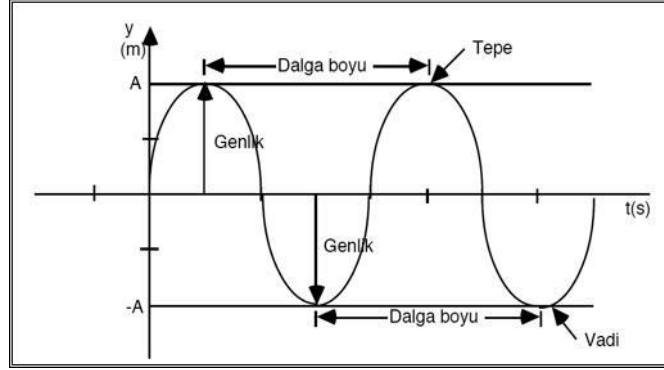
Bir kısmi türevli diferansiyel denklemde bulunan bağımsız değişkenlerin sayısı ve mertebesi denklemin çözülmesinde uygulanacak yöntemlerin seçiminde önemli rol oynar. Bu sebeple denklemin birden fazla çözümü olabileceği gibi bazen sadece tek bir çözümü bazen de hiç çözümü bulunmayabilir. Ayrıca denklemin bazı özel çözümleri dışında bütün çözümlerini kapsayan genel çözümün bulunması mümkün olmayabilir.

Kısmi türevli diferansiyel denklemlerin uygulamalarında daha çok başlangıç veya sınır şartları eklenerek denkleme ait özel çözümlerin elde edilmesi istenir.

1.1.2. Soliton Kavramı

Dalga kavramı ile uygulamalı bilimlerdeki birçok olayların ifade edilmesinde karşılaşılır. Belli bir ortamda yayılan enerjinin taşınmasına olanak sağlayan titreşimler dalga olarak tanımlanır. Su yüzeyindeki dalgalar, belli ortamda ilerleyen ses dalgaları, deniz dibindeki oluşan dalgalar, ışık demeti şeklindeki parçacıklar ve deprem sırasında meydana gelen sarsıntılar birer dalga örnekleridir. Dalganın salınımının sıklığı (f) frekansını, salınımının şiddeti genliğini ve iki tepesi veya çukuru arasındaki uzaklığı ise (λ) dalga boyunu ifade eder. Dalganın sınıflandırılması; dalganın oluşmasına olanak sağlayan titreşimlere göre periyodik veya periyodik olmama şeklindedir. Periyodik dalgalara bir kemandaki nota sesi, periyodik olmayan dalgalara bir patlama sonucu meydana gelen ses örnek olarak verilebilir. Duran ve hareketli olmak üzere iki dalga çeşidi vardır. Sabit bir pozisyonda olup ortamın hareketine ters hareket yapan dalga duran dalga çeşidine,

belli iki nokta arasında enerjinin taşınmasıyla hareket eden dalga ise hareketli dalga çeşididir.



Şekil 1.1. Örnek bir dalga modeli

1834 yılında İskoç mühendis John Scott Rusell tek dalga hareketini ilk kez gözlemlemiştir. Bu gözlemlenen dalga hareketinin periyodik bir dalga olmadığı ve şeklini değiştirmeden tümsek bir hareket ederek yayılan bir dalga olduğunu ifade edilmiştir. Bu tespitten sonra, bu tarz doğa olaylarının modellenmesi için gerekli bir teorik yapı oluşturulmuş ve 1895 yılında Diederik Johannes Korteweg ve öğrencisi Gustav de Vries tarafından soliton teorisinin başlangıcı olarak kabul edilen Korteweg de Vries (KdV) denklemi oluşturulmuştur. KdV denklemi fazla derinliği olmayan sularda meydana gelen dalgaların yayılmasını ifade eden bir model olarak tasarlanmıştır. Bu denklemin standart formu

$$u_t + 6uu_x + u_{xxx} = 0 \quad (1.3)$$

şeklindedir.

ε , x konumunda t zamanında dalganın yerden uzaklığını ifade etmek üzere (1.3) denkleminin genel çözümü

$$u(x, t) = \ell \operatorname{sech}^2(\varepsilon(x - vt)), \quad v = 2\ell = 4\varepsilon^2 \quad (1.4)$$

olarak bulunmuştur. Burada meydana gelen dalgaların lineer olmayan bir formda olduğu belirtilmiştir.

Sahip oldukları şekil, hız ve enerjilerini koruyarak yayılan lineer olmayan dalgalar solitonlar olarak adlandırılır [40]. Solitonlar herhangi bir etkileşme anından sonra ve karşılıklı olarak çarpışmalarda özelliklerini korurlar. Ayrıca fiziksel olayların modellenmesiyle meydana gelen solitonlar lineer olmayan kısmi türevli diferansiyel denklemlerin çözümlerinin açıklanmasında önemli rol oynarlar. Lineer olmayan sistemlerin açıklamasında da solitonlar önemli katkı sağlarlar. Uygulamalı matematik ve matematiksel fiziğin önemli bir dalı soliton teorisidir. Akışkanlar mekaniğinde, biyolojik sistemlerde ve parçacık fiziğinde karşılaşılan solitonlar teknolojik gelişmeye paralel olarak birçok alanda kendisine uygulama sahası bulmuştur. Son yıllarda özellikle sağlık bilimlerinde sinir sistemindeki nöronların gönderdiği sinyaller işlendiğinde solitonların oluştuğu gözlemlenmiştir.

2. YÖNTEMLER

Bu bölümde deneme denklem yöntemlerinin incelenmesi yapılmıştır. İlk önce Liu'nun önerdiğini deneme denklem yöntemi verilmiş daha sonra ise bu önerilen yöntemin geliştirilmesiyle elde edilen yeni versiyon deneme denklem yönteminden bahsedilmiştir. Deneme denklem yöntemleri ile ilgili birçok araştırmacı çalışmalar yapmış ve ele alınan bu yöntem geliştirilerek farklı lineer olmayan kısmi türevli diferansiyel denklemlerin çözümleri elde edilmiştir.

2.1. Deneme Denklem Yöntemi

Cheng-Shi Liu tarafından önerilen deneme denklem yöntemi; kısmi türevli diferansiyel denklemlerin analitik çözümlerinin elde edilmesine olanak sağlamaktadır. Bu bölümde, deneme denklem yönteminin ana hatları ifade edilmiştir. Bağımsız değişkenler x, y, z, \dots, t olmak üzere bir lineer olmayan kısmi türevli diferansiyel denklemi

$$\Psi(u, u_x, u_y, u_z, \dots, u_t, \dots, u_{xx}, u_{xy}, u_{xz}, \dots, u_{xt}, \dots) = 0 \quad (2.1)$$

şeklinde ele alalım. Burada e_j ($j=1,2,3,\dots,m$) sabitler, Ψ 'de $u(x, y, z, \dots, t)$ nin bir polinomu olmak üzere

$$u(x, y, z, \dots, t) = u(\xi), \quad \xi = e_1x + e_2y + e_3z + \dots + e_mt \quad (2.2)$$

dönüşümünü kullanılmıştır. (2.1) denklemine bu tanımlanan hareketli dalga dönüşümü uygulanıp ve gerekli kısmi türevler denklemde yerine yazıldığında

$$\Omega(u, u', u'', u''', \dots) = 0 \quad (2.3)$$

şeklinde bir lineer olmayan adi diferansiyel denklem elde edilir. (2.3) denklemindeki $u(\xi)$ çözüm fonksiyonu; a_i ($i=0, \dots, n$) daha sonra belirlenecek sabitler olmak üzere

$$(u')^2 = F(u) = a_n u^n + \dots + a_1 u + a_0 \quad (2.4)$$

denklemin çözümünden elde edilen çözüm fonksiyonudur. (2.4) denkleminde yararlanılarak (2.3) denkleminde yer alan diğer türevler de hesaplanır. Böylece (2.3) denklemini $P(u) = r_s u^s + \dots + r_1 u + r_0$ şeklinde bir polinom ifadesine dönüştür. a_i katsayılarını belirlemek için; $P(u)$ polinomunu bir sıfır polinomu olarak düşünüp, bu polinomdaki $r_k (k = 0, \dots, s)$ katsayıları sıfıra eşitlenerek bir cebirsel denklem sistemi elde edilir. Mathematica paket programı yardımıyla elde edilen cebirsel denklem sistemi çözülüp, bulunması gereken $a_i (i = 0, \dots, n)$ ve $e_j (j = 1, 2, 3, \dots, m)$ katsayıları bulunur. Elde edilen katsayılar (2.4) denkleminde yerine yazılır ve (2.4) denkleminin integrali alınarak çözümler elde edilmeye çalışılır. (2.4) denklemini aşağıdaki gibi

$$\pm(\xi - \xi_0) = \int \frac{du}{\sqrt{F(u)}} \quad (2.5)$$

bir integrale karşılık gelir. (2.5) de yer alan integralin çözümüne ihtiyaç duyulmaktadır. Buradaki integralin çözümünde bazen tam diskriminat sistemine bazen ise diğer yöntemlere başvurulabilir. Buradan elde edilen $u(\xi)$ şeklindeki fonksiyonlara (2.2) yer alan dönüşüm uygulanarak, (2.1) denkleminin farklı hareketli dalga çözümleri elde edilir.

2.2. Yeni Versiyon Deneme Denklem Yöntemi

Bu bölümde geliştirdiğimiz yeni versiyon deneme denklem yöntemi ile farklı soliton çözümlerinin elde edilmesi düşünülmüştür. 2.1 bölümdeki belirtildiği gibi (2.1) ifadesindeki kısmi türevli diferansiyel denkleminde (2.2) ifadesinde verilen şartlar altında hareketli dalga dönüşümü uygulanıp, hesaplanması gereken türevler alındığında ve gerekiyorsa integral işlemleri yapılarak (2.3) gibi bir lineer olmayan adi diferansiyel denklem elde edilir.

(2.3) denklemindeki $u(\xi)$ çözüm fonksiyonu; $A_0, A_i, B_i (i=1, \dots, M)$ daha sonra belirlenecek sabitler ve

$$(P')^2(\xi) = h_0 + h_1 P(\xi) + h_2 P^2(\xi) + \dots + h_N P^N(\xi) \quad (2.6)$$

olmak üzere

$$u(\xi) = A_0 + \sum_{i=1}^M A_i P^i(\xi) + B_i P^{-i}(\xi) \quad (2.7)$$

şeklindedir. (2.7) çözüm fonksiyonundan yararlanılarak (2.3) denkleminde yer alan ilgili türevler $\Lambda(\xi) = (P')^2(\xi)$ olmak üzere

$$\begin{aligned} (u'(\xi))^2 &= P'(\xi)^2 \left(\sum_{i=1}^M i A_i P^{i-1}(\xi) - i B_i P^{-i-1}(\xi) \right)^2 \\ &= \Lambda(\xi) \left(\sum_{i=1}^M i A_i P^{i-1}(\xi) - i B_i P^{-i-1}(\xi) \right)^2 \end{aligned} \quad (2.8)$$

$$u''(\xi) = \frac{\Lambda'(\xi)}{2} \sum_{i=1}^M i A_i P^{i-1}(\xi) - i B_i P^{-i-1}(\xi) + \Lambda(\xi) [i(i-1) A_i P^{i-2}(\xi) + i(i+1) B_i P^{-i-2}(\xi)] \quad (2.9)$$

elde edilir. Buradaki P fonksiyonu (2.6) denkleminin çözümünden elde edilen çözümlerdir. (2.3) ifadesinde yer alan lineer olmayan yüksek dereceden terim ile en yüksek mertebeden türev içeren terim arasında kurulan balans prosedürüyle (2.7) yeni çözüm fonksiyonunda bulunan M sayısı belirlenir. Oluşan (2.7) çözüm fonksiyonuna göre ilgili türevler alınıp, (2.3) denkleminde yerine yazılarak P fonksiyonuna bağlı sıfır polinomu elde edilir. Bu polinom da yer alan katsayılar sıfıra eşitlenerek bir cebirsel denklem sistemi oluşturulur. Oluşturulan cebirsel denklem sistemi Mathematica paket programı yardımıyla çözüldüğünde, bulunması gereken $A_0, A_i, B_i (i=1, \dots, M)$ ve $e_j (j=1, 2, 3, \dots, m)$ katsayıları elde edilir. Elde edilen katsayılar ile (2.6) denkleminde yer alan N sayısına göre hesaplanan P fonksiyonu

(2.7) denkleminde yerine yazılır. Böylece elde edilen $u(\xi)$ şeklindeki fonksiyonlarına (2.2) ifadesinde yer alan dönüşüm uygulanarak, (2.1) denkleminin yeni hareketli dalga çözümleri elde edilir.



3. BULGULAR

Bu bölümde kararsız lineer olmayan Schrödinger denklemi ile KdV denklemi genel hatlarıyla incelenip, daha sonra yeni versiyon deneme denklem yönteminin bu denklemlere uygulamaları incelenmiştir.

3.1. Kararsız Lineer Olmayan Schrödinger Denklemi ve Uygulaması

Kararsız lineer olmayan Schrödinger denklemi, lineer olmayan Schrödinger denkleminin uzay ve zaman değişkenlerinin yer değiştirmesiyle meydana gelen bir tipidir. Bu tipin davranışı, iki katmanlı baroklinik kararsızlığı ile kayıpsız simetrik iki akışlı plazma kararsızlığını ifade etmektedir. Kararsız lineer olmayan Schrödinger denkleminin en genel hali

$$iu_t + u_{xx} + 2\lambda|u|^2 u - 2\gamma u = 0 \quad (3.1)$$

şeklindedir. Burada λ ve γ marjinal olarak kararlı veya kararsız ortamlardaki bozulmaların zaman içindeki gelişimini açıklayan keyfi reel sabitlerdir. Ayrıca u denklemi sağlayan x ve t bağımsız değişkenlerine bağlı bir fonksiyondur [41-43]. Manalan (2016), kararsız lineer olmayan Schrödinger denkleminin optik çözümlerini elde etmek için $\tan(\Phi(\xi)/2)$ açılım yöntemini kullandı. Tebue ve ark. (2016), yeni Jacobi eliptik fonksiyon rasyonel açılım ve üstel rasyonel fonksiyon yöntemlerini kullanarak tam çözümleri elde ettiler. (3.1) denklemine yeni versiyon deneme denklem yöntemini uygulamak için öncelikle hareketli dalga dönüşümü olarak

$$u(x, t) = e^{i\theta} u(\xi), \quad \theta = \beta x + rt, \quad \xi = x + vt \quad (3.2)$$

alalım. $u = u(\xi)$, $\frac{\partial u}{\partial \xi} = u'$ ve $v = -2\beta$ olmak üzere, (3.1) denklemi

$$u'' - (\beta^2 + r + 2\gamma)u + 2\lambda u^3 = 0 \quad (3.3)$$

şeklinde lineer olmayan 2. mertebeden bir adi diferansiyel denklem elde edilir.

(3.3) denklemi için önerilen çözüm fonksiyonu $(P')^2(\xi) = h_0 + h_1P(\xi) + h_2P^2(\xi) + \dots + h_NP^N(\xi)$ olmak üzere (2.7) ifadesini ele alalım. Burada yer alan M sayısı belirlemek için balans prosedürünü uygulamak gerekmektedir. Balans işlemi elde edilen (3.3) denklemde yer alan en yüksek mertebeden türev içeren u'' terimi ile en yüksek dereceden lineer olmayan u^3 terimleri arasında aşağıdaki gibi yapılır. (2.6) denklemde belirtilen

$$P'(\xi) = \sqrt{h_0 + h_1P(\xi) + h_2P^2(\xi) + \dots + h_NP^N(\xi)} \cong \pm \sqrt{h_N}P(\xi)^{N/2} + \dots \quad (3.4)$$

şeklinde yazılabileceğinden (2.7) ifadesindeki çözüm fonksiyonu kısaca

$$u = A_M P(\xi)^M + \dots \quad (3.5)$$

olarak alınır. Buradan $N = 4$ olmak üzere, balans prosedürü için gerekli olan terimler

$$u^3 = A_M^3 P(\xi)^{3M} + \dots \quad (3.6)$$

$$u''(\xi) \cong M(M+1)A_M P(\xi)^{M+2} + \dots \quad (3.7)$$

şeklinde hesaplanır. Buna göre elde edilen $u'' \approx u^3$ terimlerinin denkliğinden balans terimi $M = 1$ olarak elde edilir. Elde edilen bu balans terimi (2.7) denklemde yerine yazıldığında (3.1) denklemin yeni çözüm fonksiyonunun genel hali

$$u(\xi) = A_0 + A_1 P(\xi) + \frac{B_1}{P(\xi)} \quad (3.8)$$

olarak belirlenir. (3.3) denklemde yer alan u'' ve u^3 terimleri (3.8) çözüm fonksiyonuna göre hesaplandıktan sonra (3.3) denklemde yerine yazıldığında $P(\xi)$ fonksiyonuna bağlı bir polinom denklemi elde edilir. Buradaki polinomu sıfır polinomu olarak kabul edersek, bu polinomun katsayıları sıfıra eşitlenerek bir cebirsel denklem sistemi elde edilir. Bu sistem Mathematica paket programıyla çözüldüğünde $A_0, A_1, B_1, h_0, h_1, h_2, h_3, h_4$ ve β, r katsayıları bulunur. Bu katsayılar (3.8) çözüm

fonksiyonunda ve (2.6) denkleminde yerine yazılır. (2.6) denkleminde katsayılar yerine yazıldığında

$$\pm(\xi - \xi_0) = \int \frac{dP}{\sqrt{h_0 + h_1 P(\xi) + h_2 P^2(\xi) + h_3 P^3(\xi) + h_4 P^4(\xi)}} \quad (3.9)$$

integralinin hesaplanmasıyla $P(\xi)$ fonksiyonları elde edilir. Bu $P(\xi)$ fonksiyonları (3.8) çözüm fonksiyonunda yerine yazılarak (3.1) denkleminin aşağıda belirtilen durumlardaki çözümleri bulunmuştur.

1. Durum:

$$\begin{aligned} A_0 = A_0, \quad A_1 = A_1, \quad B_1 = 0, \quad h_0 = h_0, \quad h_1 = \frac{4A_0(r + \beta^2 + 2\gamma - 2\lambda A_0^2)}{A_1}, \\ h_2 = 2(r + \beta^2 + 2\gamma - 6\lambda A_0^2), \quad h_3 = -8\lambda A_0 A_1, \quad h_4 = -2\lambda A_1^2, \quad \beta = \beta, \quad r = r, \end{aligned} \quad (3.10)$$

bulunan katsayıları için (3.8) çözüm fonksiyonu

$$u_1(\xi_1) = A_0 + A_1 P(\xi_1), \quad (3.11)$$

şeklindedir. Ayrıca bulunan diğer katsayılar (2.5) denkleminde yerine yazıldığında

$$\pm(\xi - \xi_0) = \int \frac{dP}{\sqrt{h_0 + \frac{4A_0(r + \beta^2 + 2\gamma - 2\lambda A_0^2)}{A_1} P(\xi) + 2(r + \beta^2 + 2\gamma - 6\lambda A_0^2) P^2(\xi) - 8\lambda A_0 A_1 P^3(\xi) - 2\lambda A_1^2 P^4(\xi)}} \quad (3.12)$$

bulunur. (3.12) ifadesindeki integrali hesaplamak oldukça zordur. Bunun için (3.12)

ifadesini $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ ve α_4 'ler $P^4 + \frac{h_3}{h_4} P^3 + \frac{h_2}{h_4} P^2 + \frac{h_1}{h_4} P + \frac{h_0}{h_4} = 0$ polinom denkleminin

kökleri olmak üzere

$$\pm(\xi - \xi_0) = \int \frac{dP}{\sqrt{h_4 + \frac{h_1}{h_4} P(\xi) + \frac{h_2}{h_4} P^2(\xi) + \frac{h_3}{h_4} P^3(\xi) + P^4(\xi)}} \quad (3.13)$$

şeklinde kabul edelim. (3.13) ifadesinin integrali alındığında

$$F(\varphi, l) = \int_0^\varphi \frac{d\psi}{\sqrt{1-l^2 \sin^2 \psi}}, \quad \varphi = \arcsin \sqrt{\frac{(P-\alpha_1)(\alpha_2-\alpha_4)}{(P-\alpha_2)(\alpha_1-\alpha_4)}}, \quad l^2 = \frac{(\alpha_2-\alpha_3)(\alpha_1-\alpha_4)}{(\alpha_1-\alpha_3)(\alpha_2-\alpha_4)}. \text{ ol}$$

mak üzere

$$\pm(\xi - \xi_0) = -\frac{1}{P - \alpha_1}, \quad (3.14)$$

$$\pm(\xi - \xi_0) = \frac{2}{\alpha_1 - \alpha_2} \sqrt{\frac{P - \alpha_2}{P - \alpha_1}}, \quad \alpha_2 > \alpha_1, \quad (3.15)$$

$$\pm(\xi - \xi_0) = \frac{1}{\alpha_1 - \alpha_2} \ln \left| \frac{P - \alpha_1}{P - \alpha_2} \right|, \quad \alpha_1 > \alpha_2, \quad (3.16)$$

$$\pm(\xi - \xi_0) = \frac{2}{\sqrt{(\alpha_1 - \alpha_2)(\alpha_1 - \alpha_3)}} \ln \left| \frac{\sqrt{(P - \alpha_2)(\alpha_1 - \alpha_3)} - \sqrt{(P - \alpha_3)(\alpha_1 - \alpha_2)}}{\sqrt{(P - \alpha_2)(\alpha_1 - \alpha_3)} + \sqrt{(P - \alpha_3)(\alpha_1 - \alpha_2)}} \right|, \quad \alpha_1 > \alpha_2 > \alpha_3, \quad (3.17)$$

$$\pm(\xi - \xi_0) = \frac{2F(\varphi, l)}{\sqrt{(\alpha_1 - \alpha_3)(\alpha_2 - \alpha_4)}}, \quad \alpha_1 > \alpha_2 > \alpha_3 > \alpha_4, \quad (3.18)$$

bulunur. (3.14)-(3.18) denklemlerinden P fonksiyonları çekildiğinde ve (3.11) denkleminde yerine yazıldığında $\theta_1 = \beta x + rt$, $\xi_1 = x - 2\beta t$ olmak üzere sırasıyla

$$u_{1,1}(x, t) = e^{i\theta_1} \left[A_0 + A_1 \left(\alpha_1 \pm \frac{1}{\xi_1 - \xi_0} \right) \right] \quad (3.19)$$

$$u_{1,2}(x, t) = e^{i\theta_1} \left[A_0 + A_1 \left(\alpha_1 \pm \frac{4(\alpha_2 - \alpha_1)}{4 - (\alpha_1 - \alpha_2)^2 (\xi_1 - \xi_0)^2} \right) \right] \quad (3.20)$$

$$u_{1,3}(x, t) = e^{i\theta_1} \left[A_0 + A_1 \left(\frac{\alpha_2 e^{\pm(\alpha_1 - \alpha_2)(\xi_1 - \xi_0)} - \alpha_1}{e^{\pm(\alpha_1 - \alpha_2)(\xi_1 - \xi_0)} - 1} \right) \right] \quad (3.21)$$

$$u_{1,4}(x, t) = e^{i\theta_1} \left[A_0 + A_1 \left(\alpha_1 - \frac{2(\alpha_1 - \alpha_2)(\alpha_1 - \alpha_3)}{2\alpha_1 - \alpha_2 - \alpha_3 + (\alpha_3 - \alpha_2) \cosh \left[\sqrt{(\alpha_1 - \alpha_2)(\alpha_1 - \alpha_3)} (\xi_1 - \xi_0) \right]} \right) \right] \quad (3.22)$$

$$u_{1,5}(x,t) = e^{i\theta} \left[A_0 + A_1 \left(\alpha_2 + \frac{(\alpha_1 - \alpha_2)(\alpha_4 - \alpha_2)}{\alpha_4 - \alpha_2 + (\alpha_1 - \alpha_4) \operatorname{sn}^2 \left[\frac{\sqrt{(\alpha_1 - \alpha_3)(\alpha_2 - \alpha_4)}}{2} (\xi_1 - \xi_0), \frac{(\alpha_2 - \alpha_3)(\alpha_1 - \alpha_4)}{(\alpha_1 - \alpha_3)(\alpha_2 - \alpha_4)} \right]} \right) \right] \quad (3.23)$$

elde edilir. Eğer $A_0 = -A_1\alpha_1$ ve $\xi_0 = 0$ olarak alındığında; (3.19)-(3.20) denklemleri sırasıyla

$$u_{1,1}(x,t) = e^{i(\beta x + rt)} \left(\pm \frac{A_1}{x - 2\beta t} \right) \quad (3.24)$$

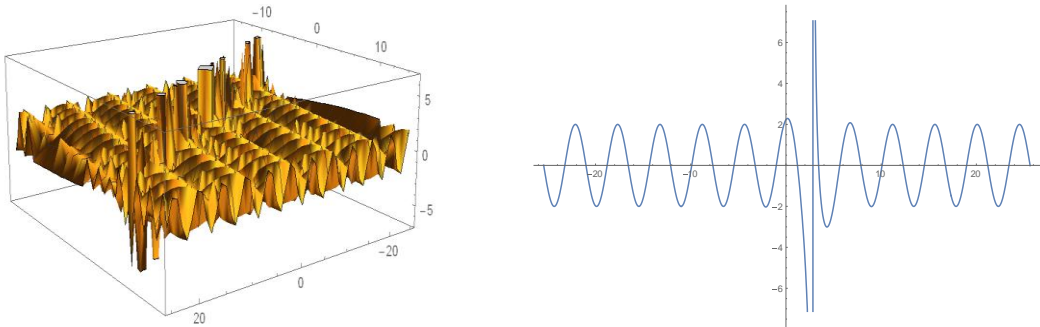
$$u_{1,2}(x,t) = e^{i(\beta x + rt)} \left(\pm \frac{4A_1(\alpha_2 - \alpha_1)}{4 - (\alpha_1 - \alpha_2)^2 (x - 2\beta t)^2} \right) \quad (3.25)$$

rasyonel fonksiyon çözümlerini, $C_1 = \pm A_1\alpha_2$ ve $D_1 = \frac{\alpha_1 - \alpha_2}{2}$ olmak üzere

$$u_{1,3}(x,t) = e^{i(\beta x + rt)} C_1 \coth [D_1(x - 2\beta t)] \quad (3.26)$$

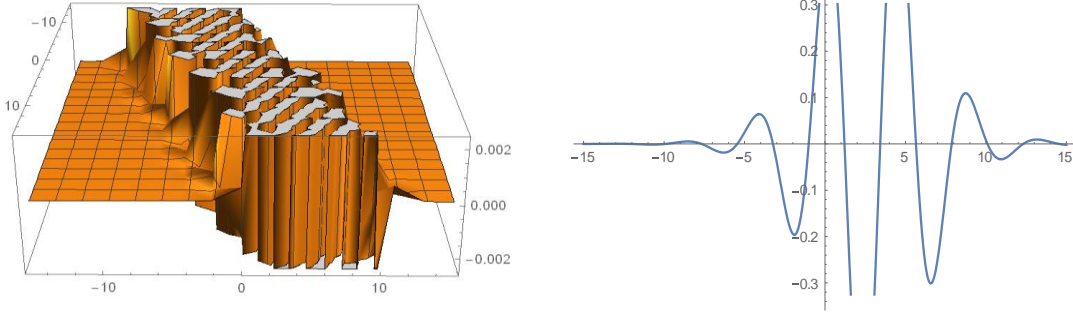
hareketli dalga çözümünü, $C_2 = \frac{-2(\alpha_1 - \alpha_2)(\alpha_1 - \alpha_3)}{\alpha_3 - \alpha_2}$, $E_1 = \frac{2\alpha_1 - \alpha_2 - \alpha_3}{\alpha_3 - \alpha_2}$ ve

$D_2 = \sqrt{(\alpha_1 - \alpha_2)(\alpha_1 - \alpha_3)}$ olmak üzere aşağıdaki soliton çözümü verir.



Şekil 3.1. (3.26) denklemindeki çözümün $\alpha_1 = C_1 = A_1 = 2$, $\beta = \sqrt{2}$, $\alpha_2 = 1$, $D_1 = \frac{1}{2}$, $r = 3$ değerleri için üç ve iki boyutlu grafik gösterimi.

$$u_{1,4}(x,t) = e^{i(\beta x + rt)} \frac{A_1 C_2}{E_1 + \cosh[D_2(x - 2\beta t)]} \quad (3.27)$$



Şekil 3.2. (3.27) denklemindeki çözümün $\alpha_1 = B_1 = A_1 = 2$, $\beta = \sqrt{2}$, $\alpha_2 = 1$, $\alpha_3 = \frac{5}{3}$, $D_1 = \sqrt{\frac{1}{3}}$, $C_2 = -1$, $r = 3$ değerleri için üç ve iki boyutlu grafik gösterimi.

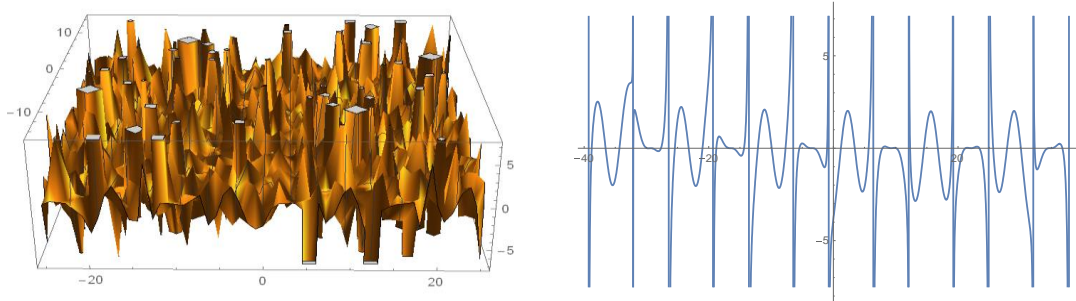
Eğer (3.23) denkleminde $A_0 = -A_1 \alpha_2$ alınırsa Jakobi eliptik fonksiyon çözümü

$$C_3 = \frac{A_1(\alpha_1 - \alpha_2)(\alpha_4 - \alpha_2)}{\alpha_1 - \alpha_4}, \quad E_2 = \frac{\alpha_4 - \alpha_2}{\alpha_1 - \alpha_4}, \quad \text{ve} \quad \varphi_1 = \frac{\sqrt{(\alpha_1 - \alpha_3)(\alpha_2 - \alpha_4)}}{2}(x - 2\beta t),$$

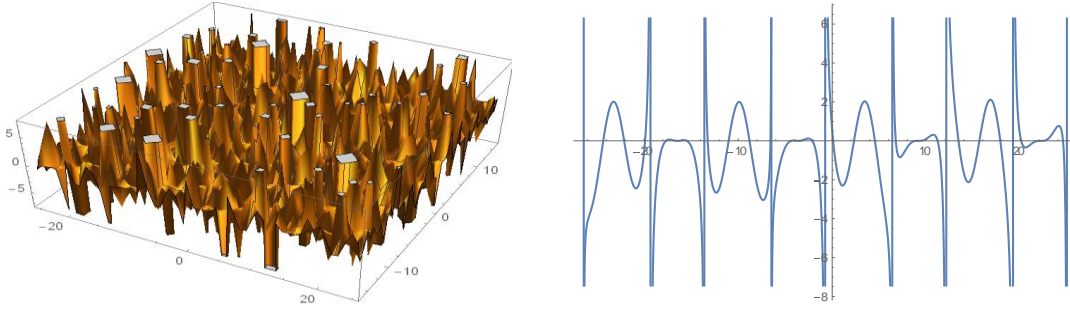
$$l_1^2 = \frac{(\alpha_2 - \alpha_3)(\alpha_1 - \alpha_4)}{(\alpha_1 - \alpha_3)(\alpha_2 - \alpha_4)} \text{ olmak üzere}$$

$$u_{1,5}(x,t) = e^{i(\beta x + rt)} \frac{C_3}{E_2 + \text{sn}^2(\varphi_1, l_1)} \quad (3.28)$$

olarak ifade edilir.



Şekil 3.3. (3.28) denklemindeki çözümün $\alpha_1 = C_3 = 2$, $\beta = \sqrt{2}$, $\alpha_2 = E_2 = 1$, $\alpha_3 = \frac{5}{3}$, $\alpha_4 = \frac{3}{2}$, $r = 3$ değerleri için reel kısmının üç ve iki boyutlu grafik gösterimi.



Şekil 3.4. (3.28) denklemindeki çözümün $\alpha_1 = C_3 = 2$, $\beta = \sqrt{2}$, $\alpha_2 = E_2 = 1$, $\alpha_3 = \frac{5}{3}$, $\alpha_4 = \frac{3}{2}$, $r = 3$ değerleri için sanal kısmının üç ve iki boyutlu grafik gösterimi.

2. Durum:

$$\begin{aligned} A_0 = 0, \quad A_1 = A_1, \quad B_1 = B_1, \quad h_0 = -\lambda B_1^2, \quad h_1 = h_3 = 0, \\ h_2 = -2\lambda A_1 B_1, \quad h_4 = -2\lambda A_1^2, \quad r = -\beta^2 - 2\gamma + 3\lambda A_1 B_1 \end{aligned} \quad (3.29)$$

elde edilen katsayıları için (3.8) çözüm fonksiyonu

$$u_2(\xi_1) = A_1 P(\xi_1) + \frac{B_1}{P(\xi_1)}, \quad (3.30)$$

şeklindedir. Ayrıca bulunan diğer katsayılar (2.5) denkleminde yerine yazıldığında

$$\pm(\xi - \xi_0) = \int \frac{dP}{\sqrt{-\lambda B_1^2 - 2\lambda A_1 B_1 P^2(\xi) - 2\lambda A_1^2 P^4(\xi)}} \quad (3.31)$$

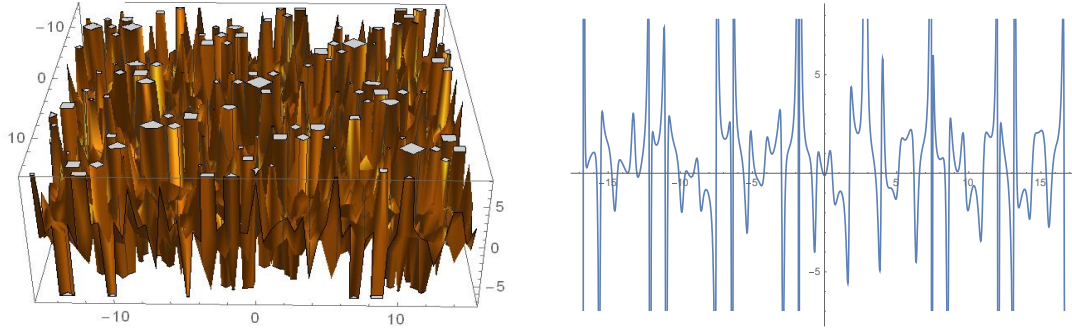
bulunur. (3.12) ifadesindeki integral hesaplandığında

$$C_4 = \pm \sqrt{\frac{B_1}{(i-1)A_1}}, \quad \xi_0 = 0, \quad \varphi_2 = \sqrt{(1-i)\lambda A_1 B_1} (x - 2\beta t), \quad l_2^2 = i$$

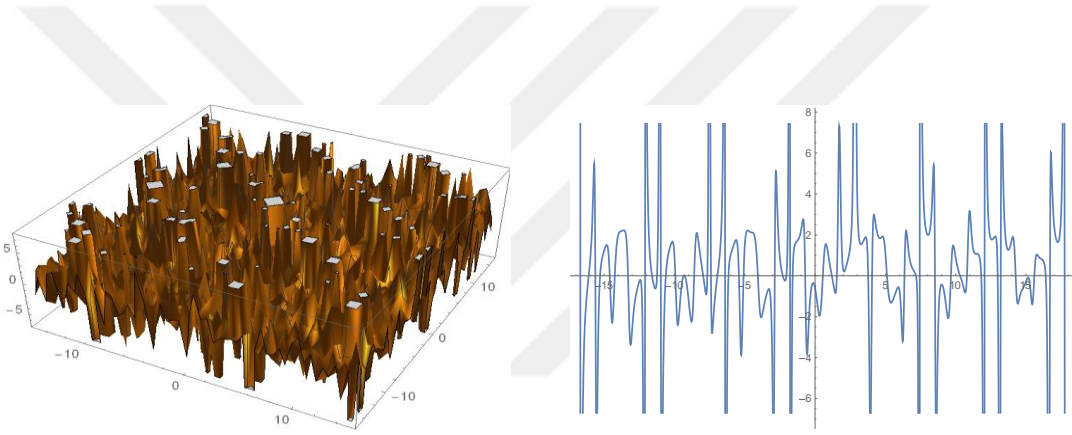
$\theta_2 = \beta x - (\beta^2 + 2\gamma - 3\lambda A_1 B_1)t$ olmak üzere

$$u_2(\xi_1) = e^{i\theta_2} C_4 \left(A_1 \operatorname{sn}^2(\varphi_2, l_2) + \frac{B_1}{\operatorname{sn}^2(\varphi_2, l_2)} \right) \quad (3.32)$$

şeklinde literatürde olmayan Jakobi eliptik fonksiyon çözümü elde edilir.



Şekil 3.5. (3.32) denklemindeki çözümün $\alpha_1 = A_1 = 2$, $\beta = \sqrt{2}$, $\alpha_2 = E_2 = B_1 = 1$, $\alpha_3 = \frac{5}{3}$, $r = 3$ değerleri için reel kısmının üç ve iki boyutlu grafik gösterimi.



Şekil 3.6. (3.32) denklemindeki çözümün $\alpha_1 = A_1 = 2$, $\beta = \sqrt{2}$, $\alpha_2 = E_2 = B_1 = 1$, $\alpha_3 = \frac{5}{3}$, $r = 3$ değerleri için sanal kısmının üç ve iki boyutlu grafik gösterimi.

3. Durum:

$$A_0 = A_0, A_1 = A_1, B_1 = -\frac{28A_0^2}{13A_1}, h_0 = -\frac{784\lambda A_0^4}{169A_1^2}, h_1 = \frac{96\lambda A_0^3}{13A_1},$$

$$h_2 = \frac{56\lambda A_0^2}{13}, h_3 = -8\lambda A_0 A_1, h_4 = -2\lambda A_1^2, \beta = \beta, r = -\beta^2 - 2\gamma - \frac{6\lambda A_0^2}{13}, \quad (3.33)$$

bulunan katsayıları için (3.8) çözüm fonksiyonu

$$u_3(\xi_1) = A_0 + A_1 P(\xi_1) + \frac{B_1}{P(\xi_1)}, \quad (3.34)$$

şeklindedir. Ayrıca bulunan diğer katsayılar (2.5) denkleminde yerine yazıldığında

$$\pm(\xi - \xi_0) = \int \frac{dP}{\sqrt{-\frac{784\lambda A_0^4}{169A_1^2} + \frac{96\lambda A_0^3}{13A_1} P(\xi) + \frac{56\lambda A_0^2}{13} P^2(\xi) - 8\lambda A_0 A_1 P^3(\xi) - 2\lambda A_1^2 P^4(\xi)}} \quad (3.35)$$

elde edilir. (3.35) ifadesindeki integrali hesaplamak kolay değildir. Bunun için (3.35)

ifadesini $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ ve α_4 'ler $P^4 + \frac{h_3}{h_4} P^3 + \frac{h_2}{h_4} P^2 + \frac{h_1}{h_4} P + \frac{h_0}{h_4} = 0$ polinom denkleminin

kökleri olmak üzere

$$\pm(\xi - \xi_0) = \int \frac{dP}{\sqrt{\frac{h_0}{h_4} + \frac{h_1}{h_4} P(\xi) + \frac{h_2}{h_4} P^2(\xi) + \frac{h_3}{h_4} P^3(\xi) + P^4(\xi)}} \quad (3.36)$$

şeklinde kabul edelim. (3.36) ifadesinin integrali alındığında (3.14)-(3.18)

ifadelerindeki bağıntılar bulunur. Buradan P fonksiyonları çekildiğinde ve (3.34)

denkleminde yerine yazıldığında $\theta_3 = \beta x - \left(\beta^2 + 2\gamma + \frac{6\lambda A_0^2}{13} \right) t$, $\xi_1 = x - 2\beta t$ olmak

üzere sırasıyla

$$u_{3,1}(x, t) = e^{i\theta_3} \left[A_0 + A_1 \left(\alpha_1 \pm \frac{1}{\xi_1 - \xi_0} \right) + \frac{B_1}{\alpha_1 \pm \frac{1}{\xi_1 - \xi_0}} \right] \quad (3.37)$$

$$u_{3,2}(x, t) = e^{i\theta_3} \left[A_0 + A_1 \left(\alpha_1 \pm \frac{4(\alpha_2 - \alpha_1)}{4 - (\alpha_1 - \alpha_2)^2 (\xi_1 - \xi_0)^2} \right) + \frac{B_1}{\alpha_1 \pm \frac{4(\alpha_2 - \alpha_1)}{4 - (\alpha_1 - \alpha_2)^2 (\xi_1 - \xi_0)^2}} \right] \quad (3.38)$$

$$u_{3,3}(x, t) = e^{i\theta_3} \left[A_0 + A_1 \left(\frac{\alpha_2 e^{\pm(\alpha_1 - \alpha_2)(\xi_1 - \xi_0)} - \alpha_1}{e^{\pm(\alpha_1 - \alpha_2)(\xi_1 - \xi_0)} - 1} \right) + \frac{B_1}{\frac{\alpha_2 e^{\pm(\alpha_1 - \alpha_2)(\xi_1 - \xi_0)} - \alpha_1}{e^{\pm(\alpha_1 - \alpha_2)(\xi_1 - \xi_0)} - 1}} \right] \quad (3.39)$$

$$u_{3,4}(x,t) = e^{i\theta_3} \left[\begin{aligned} & A_0 + A_1 \left(\alpha_1 - \frac{2(\alpha_1 - \alpha_2)(\alpha_1 - \alpha_3)}{2\alpha_1 - \alpha_2 - \alpha_3 + (\alpha_3 - \alpha_2) \cosh \left[\sqrt{(\alpha_1 - \alpha_2)(\alpha_1 - \alpha_3)} (\xi_1 - \xi_0) \right]} \right) \\ & + \frac{B_1}{\alpha_1 - \frac{2(\alpha_1 - \alpha_2)(\alpha_1 - \alpha_3)}{2\alpha_1 - \alpha_2 - \alpha_3 + (\alpha_3 - \alpha_2) \cosh \left[\sqrt{(\alpha_1 - \alpha_2)(\alpha_1 - \alpha_3)} (\xi_1 - \xi_0) \right]}} \end{aligned} \right] \quad (3.40)$$

$$u_{3,5}(x,t) = e^{i\theta_3} \left[\begin{aligned} & A_0 + A_1 \left(\alpha_2 + \frac{2(\alpha_1 - \alpha_2)(\alpha_4 - \alpha_2)}{\alpha_4 - \alpha_2 + (\alpha_1 - \alpha_4) \operatorname{sn}^2 \left[\frac{\sqrt{(\alpha_1 - \alpha_3)(\alpha_2 - \alpha_4)}}{2} (\xi_1 - \xi_0), \frac{(\alpha_2 - \alpha_3)(\alpha_1 - \alpha_4)}{(\alpha_1 - \alpha_3)(\alpha_2 - \alpha_4)} \right]} \right) \\ & + \frac{B_1}{\alpha_2 + \frac{2(\alpha_1 - \alpha_2)(\alpha_4 - \alpha_2)}{\alpha_4 - \alpha_2 + (\alpha_1 - \alpha_4) \operatorname{sn}^2 \left[\frac{\sqrt{(\alpha_1 - \alpha_3)(\alpha_2 - \alpha_4)}}{2} (\xi_1 - \xi_0), \frac{(\alpha_2 - \alpha_3)(\alpha_1 - \alpha_4)}{(\alpha_1 - \alpha_3)(\alpha_2 - \alpha_4)} \right]}} \end{aligned} \right] \quad (3.41)$$

elde edilir. Eğer $A_0 = -A_1\alpha_1$ ve $\xi_0 = 0$ olarak alındığında; (3.37)-(3.38) denklemleri ve (3.40) denklemleri sırasıyla

$$u_{3,1}(x,t) = e^{i\theta_3} \left(\pm \frac{A_1}{x - 2\beta t} + \frac{B_1(x - 2\beta t)}{\alpha_1(x - 2\beta t) \pm 1} \right) \quad (3.42)$$

$$u_{3,2}(x,t) = e^{i\theta_3} \left(\pm \frac{4A_1(\alpha_2 - \alpha_1)}{4 - (\alpha_1 - \alpha_2)^2(x - 2\beta t)^2} + \frac{B_1(4 - (\alpha_1 - \alpha_2)^2 \xi_1^2)}{\alpha_1(4 - (\alpha_1 - \alpha_2)^2 \xi_1^2) \pm 4(\alpha_2 - \alpha_1)} \right) \quad (3.43)$$

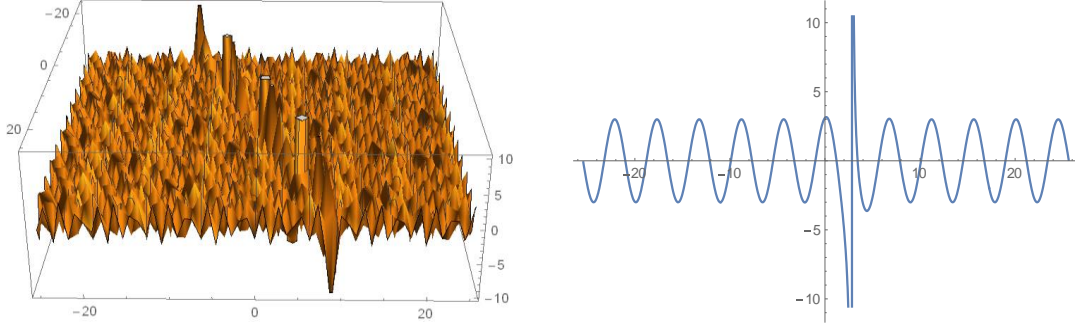
rasyonel fonksiyon çözümlerini, $C_5 = \pm \frac{B_1}{\alpha_2}$, olmak üzere

$$u_{3,3}(x,t) = e^{i\theta_3} \left(C_1 \coth [D_1(x - 2\beta t)] + C_5 \tanh [D_1(x - 2\beta t)] \right) \quad (3.44)$$

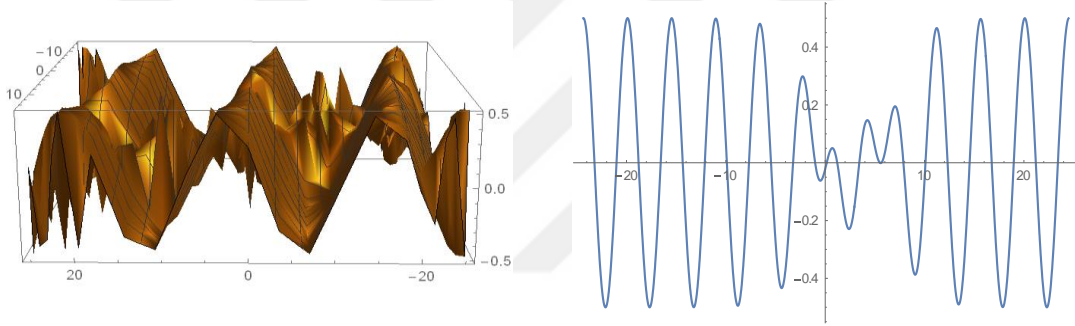
hareketli dalga çözümünü,

$$u_{3,4}(x,t) = e^{i\theta_3} \left(\frac{A_1 C_2}{E_1 + \cosh [D_2(x - 2\beta t)]} + \frac{B_1}{\alpha_1 - \frac{C_2}{E_1 + \cosh [D_2(x - 2\beta t)]}} \right) \quad (3.45)$$

soliton çözümünü verir.



Şekil 3.7. (3.44) denklemindeki çözümün $\alpha_1 = C_1 = 2$, $\beta = \sqrt{2}$, $\alpha_2 = C_5 = 1$, $D_1 = \frac{1}{2}$, $r = 3$ değerleri için üç ve iki boyutlu grafik gösterimi.

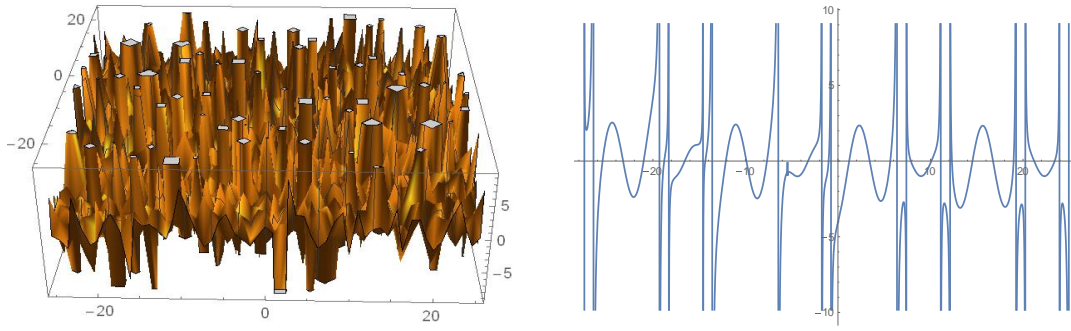


Şekil 3.8. (3.45) denklemde $\alpha_1 = A_1 = E_1 = 2$, $\beta = \sqrt{2}$, $\alpha_2 = B_1 = 1$, $C_2 = -1$, $D_2 = \sqrt{\frac{1}{3}}$, $r = 3$ değerleri için üç ve iki boyutlu grafik gösterimi.

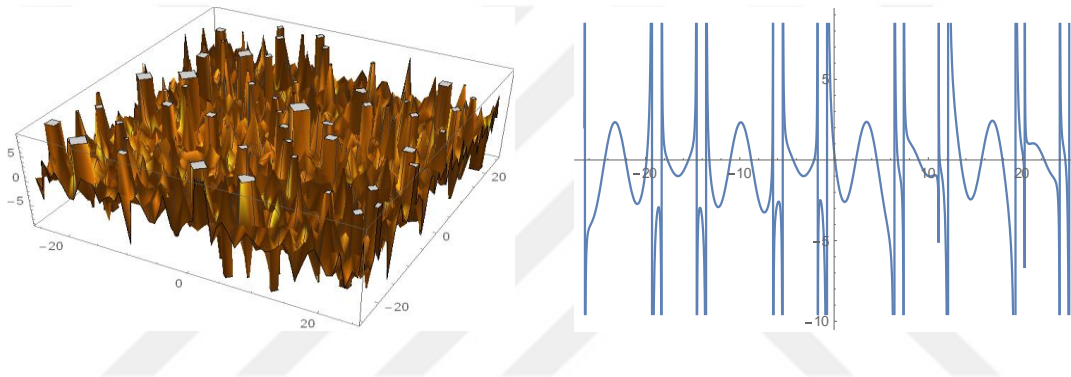
Eğer (3.41) denkleminde $A_0 = -A_1\alpha_2$ alınırsa Jakobi eliptik fonksiyon çözümü

$$u_{3,5}(x,t) = e^{i\theta_3} \left(\frac{C_3}{E_2 + sn^2(\varphi_1, l_1)} + \frac{B_1}{\alpha_2 + \frac{C_3}{E_2 + sn^2(\varphi_1, l_1)}} \right) \quad (3.46)$$

olarak bulunur.



Şekil 3.9. (3.46) denkleminde $\alpha_1 = C_3 = 2$, $\beta = \sqrt{2}$, $\alpha_2 = B_1 = E_2 = 1$, $r = 3$ değerleri için reel kısmının üç ve iki boyutlu grafik gösterimi.



Şekil 3.10. (3.46) denkleminde $\alpha_1 = C_3 = 2$, $\beta = \sqrt{2}$, $\alpha_2 = B_1 = E_2 = 1$, $r = 3$ değerleri için sanal kısmının üç ve iki boyutlu grafik gösterimi.

Kararsız lineer olmayan Schrödinger denklemini için elde ettiğimiz tüm tam çözümler incelendiğinde; (3.26) tam çözümü literatürdeki Arbabi'nin [41] $u_{32}(x, t)$ çözümüyle Lu'nun [42] (47) çözümüyle ve Lu'nun [43] (14) çözümüyle ile benzerlik göstermektedir. Ayrıca (3.44) tam çözümü literatürdeki Lu'nun [43] (28) çözümüyle benzerlik göstermektedir. Diğer elde ettiğimiz tam çözümler ise literatürde yer almayan çözümler olup, yeni versiyon deneme denklemlerle elde edilen yeni tam çözümler olduğu söylenebilir. Burada bulunan bu yeni tam çözümler kararsız lineer olmayan Schrödinger denklemini sağladığı kontrol edilmiştir.

3.2. KdV(Korteweg-de Vries) Denklemi ve Uygulaması

Lineer olmayan KdV(Korteweg-de Vries) denklemi

$$w_t + w_{xxx} - 6ww_x = 0 \quad (3.47)$$

şeklindedir. KdV denklemi lineer olmayan mekanik ve teorik fiziğin birçok kısmında, lineer olmayan tek boyutlu dalgaları tanımlamak için kullanılır (k dalga sayısı olmak üzere, dağılma yasasında lineer dalgalar $w = a_1k + a_3k^3$ formuna sahiptir). Özellikle, orta-genlikli sığ su yüzey dalgalarının matematiksel modellemesi KdV denkleminde dayanmaktadır. Burada x ve t bağımsız değişkenler olmak üzere w reel değerli bir fonksiyonu ifade etmektedir [44].

Tezin bu kısmında KdV denkleminin yeni versiyon deneme denklem yöntemi uygulanmıştır. Bu denklem için hareketli dalga dönüşümü

$$w(x, t) = w(\tau), \quad \tau = k(x - ct), \quad (3.48)$$

şeklinde uygulandığında ve τ 'ya göre bir kez integrali alınıp integrasyon sabiti sıfır olarak seçildiğinde, (3.47) denklemi

$$-kcw(\tau) - 3kw^2(\tau) + k^3w''(\tau) = 0 \quad (3.49)$$

şeklinde lineer olmayan ikinci mertebeden bir adi diferansiyel denkleme indirgenir. Elde edilen (3.49) denklemi için önerilen çözüm fonksiyonunu $(P')^2(\tau) = h_0 + h_1P(\tau) + h_2P^2(\tau) + \dots + h_NP^N(\tau)$ olmak üzere (2.7) ifadesindeki gibi kabul edelim. Buradaki M sayısını belirlemek için balans prosedürünü uygulamak gerekmektedir. Balans prosedürünü elde edilen (3.49) denklemindeki en yüksek mertebeden türev w'' terimi ile en yüksek dereceden lineer olmayan w^2 terimleri arasında aşağıdaki gibi uygulayalım. (2.6) ifadesini

$$P'(\tau) = \sqrt{h_0 + h_1P(\tau) + h_2P^2(\tau) + \dots + h_NP^N(\tau)} \cong \pm \sqrt{h_N}P(\tau)^{N/2} + \dots \quad (3.50)$$

olarak yazılabileceğimizden $N = 4$ olmak üzere, balans prosedürü için gerekli olan terimleri (2.7) ifadesini göz önüne alarak kısaca

$$u = A_M P(\tau)^M + \dots \quad (3.51)$$

$$u^2 = A_M^2 P(\tau)^{2M} + \dots \quad (3.52)$$

$$u''(\tau) \cong M(M+1)A_M P(\tau)^{M+2} + \dots \quad (3.53)$$

şeklinde hesaplarız. Buna göre $u'' \approx u^2$ terimlerinin denkleğinden balans terimi $M = 2$ olarak bulunur. Bulunan balans terimi (2.7) denkleminde yerine yazıldığında (3.49) denklemin yeni çözüm fonksiyonu

$$w(\tau) = A_0 + A_1 P(\tau) + A_2 P^2(\tau) + \frac{B_1}{P(\tau)} + \frac{B_2}{P^2(\tau)} \quad (3.54)$$

olarak belirlenir. Bu çözüm fonksiyonuna göre (3.49) denkleminde yer alan w'' ve w^2 terimleri hesaplandıktan sonra (3.49) denkleminde yerine yazıldığında $P(\tau)$ fonksiyonuna bağlı bir polinom ifadesi bulunur. Bu polinomu sıfır polinomu olarak kabul edersek, bu polinomun katsayıları sıfıra eşitlenerek bir cebirsel denklem sistemi oluşturulur. Oluşturulan bu sistem Mathematica paket programıyla çözüldüğünde $A_0, A_1, A_2, B_1, B_2, h_0, h_1, h_2, h_3, h_4$ ve k, c katsayıları elde edilir. Bu katsayılar (3.54) çözüm fonksiyonunda ve (2.6) denkleminde yerine yazılır. (2.6) denklemindeki katsayılar yerine yazıldığında

$$\pm(\tau - \tau_0) = \int \frac{dP}{\sqrt{h_0 + h_1 P(\tau) + h_2 P^2(\tau) + h_3 P^3(\tau) + h_4 P^4(\tau)}} \quad (3.55)$$

integralinin hesaplanmasıyla $P(\tau)$ fonksiyonları elde edilir. Bulunan $P(\tau)$ fonksiyonları (3.54) çözüm fonksiyonunda yerine yazılarak (3.47) denkleminin aşağıda belirtilen durumlardaki çözümleri elde edilmiştir.

1. Durum:

$$A_0 = A_0, \quad A_1 = \frac{2k^2 h_3}{3}, \quad A_2 = \frac{4k^2 h_4}{3}, \quad B_1 = B_2 = 0, \quad c = \frac{k^2 h_3^3 - 48A_0 h_3 h_4 + 48k^2 h_1 h_4^2}{8h_3 h_4},$$

$$h_0 = \frac{-72A_0^2 h_3 h_4 - 4k^4 h_1 h_3^2 h_4 + 3k^2 A_0 h_3^3 + 144k^2 A_0 h_1 h_4^2}{64k^4 h_3 h_4^2}, \quad h_2 = \frac{h_3^3 + 8h_1 h_4^2}{4h_3 h_4}, \quad h_1 = h_1, \quad h_3 = h_3, \quad h_4 = h_4 \quad (3.56)$$

bulunan katsayıları için (3.54) çözüm fonksiyonu

$$w_1(\tau_1) = A_0 + A_1 P(\tau_1) + A_2 P^2(\tau_1), \quad (3.57)$$

şeklindedir. Ayrıca bulunan diğer katsayılar (2.5) denkleminde yerine yazıldığında

$$\pm(\tau - \tau_0) = \int \frac{dP}{\sqrt{\frac{h_0}{h_4} + \frac{h_1}{h_4} P(\tau) + \frac{h_2}{h_4} P^2(\tau) + \frac{h_3}{h_4} P^3(\tau) + P^4(\tau)}} \quad (3.58)$$

şeklinde kabul edelim. (3.58) ifadesindeki integrali hesaplamak oldukça zordur.

Bunun için $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ ve α_4 'ler $P^4 + \frac{h_3}{h_4} P^3 + \frac{h_2}{h_4} P^2 + \frac{h_1}{h_4} P + \frac{h_0}{h_4} = 0$ polinom

denkleminin kökleri olmak üzere (3.58) ifadesinin integrali alındığında

$$F(\varphi, l) = \int_0^\varphi \frac{d\psi}{\sqrt{1 - l^2 \sin^2 \psi}}, \quad \varphi = \arcsin \sqrt{\frac{(P - \alpha_1)(\alpha_2 - \alpha_4)}{(P - \alpha_2)(\alpha_1 - \alpha_4)}}, \quad l^2 = \frac{(\alpha_2 - \alpha_3)(\alpha_1 - \alpha_4)}{(\alpha_1 - \alpha_3)(\alpha_2 - \alpha_4)}. \text{ ol}$$

mak üzere

$$\pm(\tau - \tau_0) = -\frac{1}{P - \alpha_1}, \quad (3.59)$$

$$\pm(\tau - \tau_0) = \frac{2}{\alpha_1 - \alpha_2} \sqrt{\frac{P - \alpha_2}{P - \alpha_1}}, \quad \alpha_2 > \alpha_1, \quad (3.60)$$

$$\pm(\tau - \tau_0) = \frac{1}{\alpha_1 - \alpha_2} \ln \left| \frac{P - \alpha_1}{P - \alpha_2} \right|, \quad \alpha_1 > \alpha_2, \quad (3.61)$$

$$\pm(\tau - \tau_0) = \frac{2}{\sqrt{(\alpha_1 - \alpha_2)(\alpha_1 - \alpha_3)}} \ln \left| \frac{\sqrt{(P - \alpha_2)(\alpha_1 - \alpha_3)} - \sqrt{(P - \alpha_3)(\alpha_1 - \alpha_2)}}{\sqrt{(P - \alpha_2)(\alpha_1 - \alpha_3)} + \sqrt{(P - \alpha_3)(\alpha_1 - \alpha_2)}} \right|, \quad \alpha_1 > \alpha_2 > \alpha_3, \quad (3.62)$$

$$\pm(\tau - \tau_0) = \frac{2F(\varphi, l)}{\sqrt{(\alpha_1 - \alpha_3)(\alpha_2 - \alpha_4)}}, \quad \alpha_1 > \alpha_2 > \alpha_3 > \alpha_4, \quad (3.63)$$

bulunur. (3.59)-(3.63) denklemlerinden P fonksiyonları çekildiğinde ve (3.57)

denkleminde yerine yazıldığında $\tau_1 = k \left(x - \frac{k^2 h_3^3 - 48A_0 h_3 h_4 + 48k^2 h_1 h_4^2}{8h_3 h_4} t \right)$ olmak

üzere sırasıyla

$$w_{1,1}(x, t) = A_0 + A_1 \left(\alpha_1 \pm \frac{1}{\tau_1 - \tau_0} \right) + A_2 \left(\alpha_1 \pm \frac{1}{\tau_1 - \tau_0} \right)^2 \quad (3.64)$$

$$w_{1,2}(x, t) = A_0 + A_1 \left(\alpha_1 \pm \frac{4(\alpha_2 - \alpha_1)}{4 - (\alpha_1 - \alpha_2)^2 (\tau_1 - \tau_0)^2} \right) + A_2 \left(\alpha_1 \pm \frac{4(\alpha_2 - \alpha_1)}{4 - (\alpha_1 - \alpha_2)^2 (\tau_1 - \tau_0)^2} \right)^2 \quad (3.65)$$

$$w_{1,3}(x, t) = A_0 + A_1 \left(\frac{\alpha_2 e^{\pm(\alpha_1 - \alpha_2)(\tau_1 - \tau_0)} - \alpha_1}{e^{\pm(\alpha_1 - \alpha_2)(\tau_1 - \tau_0)} - 1} \right) + A_2 \left(\frac{\alpha_2 e^{\pm(\alpha_1 - \alpha_2)(\tau_1 - \tau_0)} - \alpha_1}{e^{\pm(\alpha_1 - \alpha_2)(\tau_1 - \tau_0)} - 1} \right)^2 \quad (3.66)$$

$$w_{1,4}(x, t) = A_0 + A_1 \left(\alpha_1 - \frac{2(\alpha_1 - \alpha_2)(\alpha_1 - \alpha_3)}{2\alpha_1 - \alpha_2 - \alpha_3 + (\alpha_3 - \alpha_2) \cosh \left[\sqrt{(\alpha_1 - \alpha_2)(\alpha_1 - \alpha_3)} (\tau_1 - \tau_0) \right]} \right) \quad (3.67)$$

$$+ A_2 \left(\alpha_1 - \frac{2(\alpha_1 - \alpha_2)(\alpha_1 - \alpha_3)}{2\alpha_1 - \alpha_2 - \alpha_3 + (\alpha_3 - \alpha_2) \cosh \left[\sqrt{(\alpha_1 - \alpha_2)(\alpha_1 - \alpha_3)} (\tau_1 - \tau_0) \right]} \right)^2$$

$$\begin{aligned}
w_{1,5}(x,t) = A_0 + A_1 & \left(\alpha_2 + \frac{(\alpha_1 - \alpha_2)(\alpha_4 - \alpha_2)}{\alpha_4 - \alpha_2 + (\alpha_1 - \alpha_4) \operatorname{sn}^2 \left[\frac{\sqrt{(\alpha_1 - \alpha_3)(\alpha_2 - \alpha_4)}}{2} (\tau_1 - \tau_0), \frac{(\alpha_2 - \alpha_3)(\alpha_1 - \alpha_4)}{(\alpha_1 - \alpha_3)(\alpha_2 - \alpha_4)} \right]} \right) \\
& + A_2 \left(\alpha_2 + \frac{(\alpha_1 - \alpha_2)(\alpha_4 - \alpha_2)}{\alpha_4 - \alpha_2 + (\alpha_1 - \alpha_4) \operatorname{sn}^2 \left[\frac{\sqrt{(\alpha_1 - \alpha_3)(\alpha_2 - \alpha_4)}}{2} (\tau_1 - \tau_0), \frac{(\alpha_2 - \alpha_3)(\alpha_1 - \alpha_4)}{(\alpha_1 - \alpha_3)(\alpha_2 - \alpha_4)} \right]} \right)^2
\end{aligned} \quad (3.68)$$

elde edilir. Eğer $A_0 = -A_1\alpha_1$, $h_3 = h_4$, $A_1 = \frac{A_2}{2}$ ve $\tau_0 = 0$ olarak seçildiğinde; (3.64)-(3.65) denklemleri sırasıyla

$$w_{1,1}(x,t) = A_2 \left[\pm \frac{1}{2k(x-ct)} + \left(\alpha_1 \pm \frac{1}{k(x-ct)} \right)^2 \right] \quad (3.69)$$

$$w_{1,2}(x,t) = A_2 \left[\pm \frac{4(\alpha_2 - \alpha_1)}{8 - 2(\alpha_1 - \alpha_2)^2 k^2 (x-ct)^2} + \left(\alpha_1 \pm \frac{4(\alpha_2 - \alpha_1)}{4 - (\alpha_1 - \alpha_2)^2 k^2 (x-ct)^2} \right)^2 \right] \quad (3.70)$$

rasyonel fonksiyon çözümlerini, $C_4 = \pm A_2 \alpha_2^2$ ve $D_3 = \frac{k(\alpha_1 - \alpha_2)}{2}$ olmak üzere

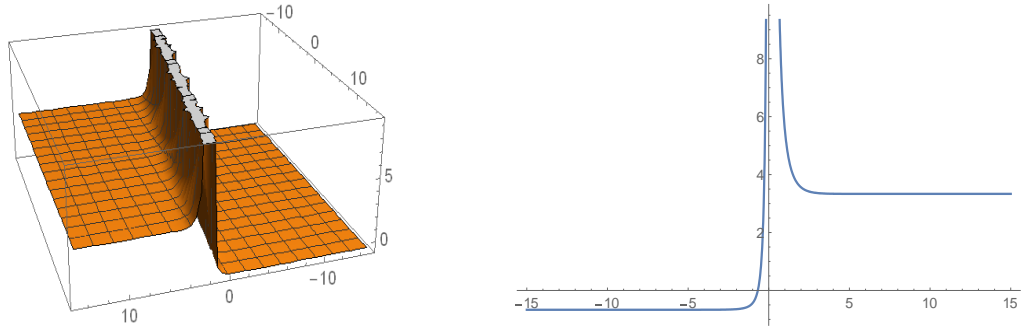
$$w_{1,3}(x,t) = C_1 \coth [D_3(x-ct)] + C_4 \coth^2 [D_3(x-ct)] \quad (3.71)$$

hareketli dalga çözümünü, $C_2 = \frac{-2(\alpha_1 - \alpha_2)(\alpha_1 - \alpha_3)}{\alpha_3 - \alpha_2}$, $E_1 = \frac{2\alpha_1 - \alpha_2 - \alpha_3}{\alpha_3 - \alpha_2}$ ve

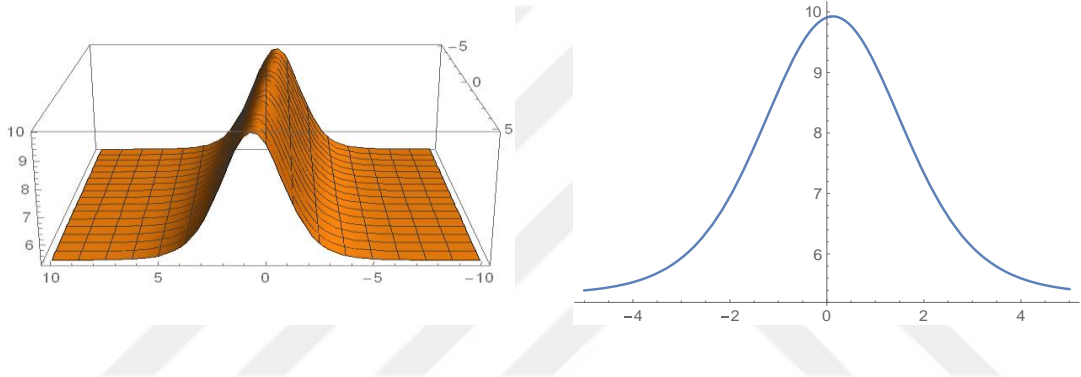
$D_4 = k\sqrt{(\alpha_1 - \alpha_2)(\alpha_1 - \alpha_3)}$ olmak üzere

$$w_{1,4}(x,t) = \frac{A_1 C_2}{E_1 + \cosh [D_4(x-ct)]} + A_2 \left(\alpha_1 + \frac{C_2}{E_1 + \cosh [D_4(x-ct)]} \right)^2 \quad (3.72)$$

soliton çözümünü verir.



Şekil 3.11. (3.71) denkleminde $\alpha_2 = D_3 = 1$, $\alpha_1 = k = C_1 = 2$, $C_4 = A_2 = \frac{4}{3}$, $c = \frac{1}{8}$ değerleri için üç ve iki boyutlu grafik gösterimi.



Şekil 3.12. (3.72) denkleminde $\alpha_2 = 1$, $\alpha_1 = k = E_1 = 2$, $C_2 = -1$, $D_4 = \frac{2}{\sqrt{3}}$, $c = \frac{1}{8}$ $A_1 = \frac{2}{3}$, $A_2 = \frac{4}{3}$ değerleri için üç ve iki boyutlu grafik gösterimi.

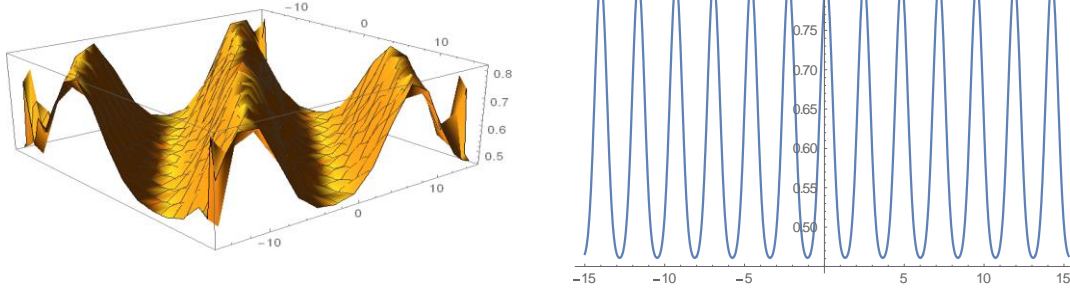
Eğer (3.68) denkleminde $A_0 = -A_1\alpha_2$ alınırsa Jakobi eliptik fonksiyon çözümü

$$C_3 = \frac{A_1(\alpha_1 - \alpha_2)(\alpha_4 - \alpha_2)}{\alpha_1 - \alpha_4}, C_6 = \frac{(\alpha_1 - \alpha_2)(\alpha_4 - \alpha_2)}{\alpha_1 - \alpha_4}, E_2 = \frac{\alpha_4 - \alpha_2}{\alpha_1 - \alpha_4},$$

$$\varphi_3 = \frac{k\sqrt{(\alpha_1 - \alpha_3)(\alpha_2 - \alpha_4)}}{2}(x - ct), l_1^2 = \frac{(\alpha_2 - \alpha_3)(\alpha_1 - \alpha_4)}{(\alpha_1 - \alpha_3)(\alpha_2 - \alpha_4)} \text{ olmak üzere}$$

$$w_{1,5}(x, t) = \frac{C_3}{E_2 + sn^2(\varphi_3, l_1)} + A_2 \left(\alpha_2 + \frac{C_6}{E_2 + sn^2(\varphi_3, l_1)} \right)^2 \quad (3.73)$$

olarak ifade edilir.



Şekil 3.13. (3.73) denkleminde $\alpha_2 = 1$, $\alpha_1 = k = C_6 = 2$, $C_3 = -1$, $E_2 = \frac{-3}{2}$, $c = \frac{1}{8}$, $\alpha_3 = \frac{5}{3}$, $\alpha_4 = 4$, $A_1 = \frac{2}{3}$ değerleri için üç ve iki boyutlu grafik gösterimi.

2. Durum:

$$A_0 = \frac{131(\sqrt{24492985} - 2585)k^2h_3^2 - 5k^2h_3^2\sqrt{262(36077\sqrt{24492985} - 246508345)}}{3294912h_4},$$

$$A_1 = \frac{2k^2h_3}{3}, \quad A_2 = \frac{4k^2h_4}{3}, \quad B_1 = -\frac{55k^2h_3^3(\sqrt{24492985} - 3109)}{1647456h_4^2},$$

$$B_2 = \frac{55k^2h_3^4(4157\sqrt{24492985} - 20337665)}{3453067776h_4^3}, \quad c = \frac{5k^2h_3^3\sqrt{36077\sqrt{24492985} - 246568345}}{2096\sqrt{262}h_4},$$

$$h_0 = h_0, \quad h_1 = h_1, \quad h_2 = h_2, \quad h_3 = h_3, \quad h_4 = h_4 \quad (3.74)$$

bulunan katsayıları için (3.54) çözüm fonksiyonu

$$w_2(\tau_2) = A_0 + A_1P(\tau_2) + A_2P^2(\tau_2) + \frac{B_1}{P(\tau_2)} + \frac{B_2}{P^2(\tau_2)}, \quad (3.75)$$

şeklindedir. Ayrıca ilgili diğer katsayılar (2.5) denkleminde yerine yazıldığında

$$\pm(\tau - \tau_0) = \int \frac{dP}{\sqrt{\frac{h_0}{h_4} + \frac{h_1}{h_4}P(\tau) + \frac{h_2}{h_4}P^2(\tau) + \frac{h_3}{h_4}P^3(\tau) + P^4(\tau)}} \quad (3.76)$$

olarak elde edilir. (3.76) ifadesindeki integrali hesaplamak için $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ ve α_4 'ler

$$P^4 + \frac{h_3}{h_4}P^3 + \frac{h_2}{h_4}P^2 + \frac{h_1}{h_4}P + \frac{h_0}{h_4} = 0 \text{ polinom denkleminin kökleri olmak üzere (3.76)}$$

ifadesinin integralini hesapladığımızda (3.59)-(3.63) sonuçlar bulunur. (3.59)-(3.63) denklemlerinden P fonksiyonları çekildiğinde ve (3.75) denkleminde yerine

$$\text{yazıldığında } \tau_2 = k \left(x - \frac{5k^2 h_3^3 \sqrt{36077 \sqrt{24492985} - 246568345}}{2096 \sqrt{262} h_4} t \right) \text{ olmak üzere}$$

sırasıyla

$$w_{2,1}(x, t) = A_0 + A_1 \left(\alpha_1 \pm \frac{1}{\tau_2 - \tau_0} \right) + A_2 \left(\alpha_1 \pm \frac{1}{\tau_2 - \tau_0} \right)^2 + \frac{B_1}{\alpha_1 \pm \frac{1}{\tau_2 - \tau_0}} + \frac{B_2}{\left(\alpha_1 \pm \frac{1}{\tau_2 - \tau_0} \right)^2} \quad (3.77)$$

$$w_{2,2}(x, t) = A_0 + A_1 \left(\alpha_1 \pm \frac{4(\alpha_2 - \alpha_1)}{4 - (\alpha_1 - \alpha_2)^2 (\tau_2 - \tau_0)^2} \right) + A_2 \left(\alpha_1 \pm \frac{4(\alpha_2 - \alpha_1)}{4 - (\alpha_1 - \alpha_2)^2 (\tau_2 - \tau_0)^2} \right)^2 + \frac{B_1}{\alpha_1 \pm \frac{4(\alpha_2 - \alpha_1)}{4 - (\alpha_1 - \alpha_2)^2 (\tau_2 - \tau_0)^2}} + \frac{B_2}{\left(\alpha_1 \pm \frac{4(\alpha_2 - \alpha_1)}{4 - (\alpha_1 - \alpha_2)^2 (\tau_2 - \tau_0)^2} \right)^2} \quad (3.78)$$

$$w_{2,3}(x, t) = A_0 + A_1 \left(\frac{\alpha_2 e^{\pm(\alpha_1 - \alpha_2)(\tau_2 - \tau_0)} - \alpha_1}{e^{\pm(\alpha_1 - \alpha_2)(\tau_2 - \tau_0)} - 1} \right) + A_2 \left(\frac{\alpha_2 e^{\pm(\alpha_1 - \alpha_2)(\tau_2 - \tau_0)} - \alpha_1}{e^{\pm(\alpha_1 - \alpha_2)(\tau_2 - \tau_0)} - 1} \right)^2 + \frac{B_1}{\frac{\alpha_2 e^{\pm(\alpha_1 - \alpha_2)(\tau_2 - \tau_0)} - \alpha_1}{e^{\pm(\alpha_1 - \alpha_2)(\tau_2 - \tau_0)} - 1}} + \frac{B_2}{\left(\frac{\alpha_2 e^{\pm(\alpha_1 - \alpha_2)(\tau_2 - \tau_0)} - \alpha_1}{e^{\pm(\alpha_1 - \alpha_2)(\tau_2 - \tau_0)} - 1} \right)^2} \quad (3.79)$$

$$w_{2,4}(x, t) = A_0 + A_1 \left(\alpha_1 - \frac{2(\alpha_1 - \alpha_2)(\alpha_1 - \alpha_3)}{2\alpha_1 - \alpha_2 - \alpha_3 + (\alpha_3 - \alpha_2) \cosh \left[\sqrt{(\alpha_1 - \alpha_2)(\alpha_1 - \alpha_3)} (\tau_2 - \tau_0) \right]} \right) + A_2 \left(\alpha_1 - \frac{2(\alpha_1 - \alpha_2)(\alpha_1 - \alpha_3)}{2\alpha_1 - \alpha_2 - \alpha_3 + (\alpha_3 - \alpha_2) \cosh \left[\sqrt{(\alpha_1 - \alpha_2)(\alpha_1 - \alpha_3)} (\tau_2 - \tau_0) \right]} \right)^2 + \frac{B_1 \left(2\alpha_1 - \alpha_2 - \alpha_3 + (\alpha_3 - \alpha_2) \cosh \left[\sqrt{(\alpha_1 - \alpha_2)(\alpha_1 - \alpha_3)} (\tau_2 - \tau_0) \right] \right)}{\alpha_1 \alpha_2 + \alpha_1 \alpha_3 - 2\alpha_2 \alpha_3 + \alpha_1 (\alpha_3 - \alpha_2) \cosh \left[\sqrt{(\alpha_1 - \alpha_2)(\alpha_1 - \alpha_3)} (\tau_2 - \tau_0) \right]} + B_2 \left(\frac{2\alpha_1 - \alpha_2 - \alpha_3 + (\alpha_3 - \alpha_2) \cosh \left[\sqrt{(\alpha_1 - \alpha_2)(\alpha_1 - \alpha_3)} (\tau_2 - \tau_0) \right]}{\alpha_1 \alpha_2 + \alpha_1 \alpha_3 - 2\alpha_2 \alpha_3 + \alpha_1 (\alpha_3 - \alpha_2) \cosh \left[\sqrt{(\alpha_1 - \alpha_2)(\alpha_1 - \alpha_3)} (\tau_2 - \tau_0) \right]} \right)^2 \quad (3.80)$$

$$\begin{aligned}
w_{2,5}(x,t) = & A_0 + A_1 \left(\alpha_2 + \frac{(\alpha_1 - \alpha_2)(\alpha_4 - \alpha_2)}{\alpha_4 - \alpha_2 + (\alpha_1 - \alpha_4) \operatorname{sn}^2 \left[\frac{\sqrt{(\alpha_1 - \alpha_3)(\alpha_2 - \alpha_4)}}{2} (\tau_2 - \tau_0), \frac{(\alpha_2 - \alpha_3)(\alpha_1 - \alpha_4)}{(\alpha_1 - \alpha_3)(\alpha_2 - \alpha_4)} \right]} \right) \\
& + A_2 \left(\alpha_2 + \frac{(\alpha_1 - \alpha_2)(\alpha_4 - \alpha_2)}{\alpha_4 - \alpha_2 + (\alpha_1 - \alpha_4) \operatorname{sn}^2 \left[\frac{\sqrt{(\alpha_1 - \alpha_3)(\alpha_2 - \alpha_4)}}{2} (\tau_2 - \tau_0), \frac{(\alpha_2 - \alpha_3)(\alpha_1 - \alpha_4)}{(\alpha_1 - \alpha_3)(\alpha_2 - \alpha_4)} \right]} \right)^2 \\
& + \frac{B_1}{\alpha_2 + \frac{(\alpha_1 - \alpha_2)(\alpha_4 - \alpha_2)}{\alpha_4 - \alpha_2 + (\alpha_1 - \alpha_4) \operatorname{sn}^2 \left[\frac{\sqrt{(\alpha_1 - \alpha_3)(\alpha_2 - \alpha_4)}}{2} (\tau_2 - \tau_0), \frac{(\alpha_2 - \alpha_3)(\alpha_1 - \alpha_4)}{(\alpha_1 - \alpha_3)(\alpha_2 - \alpha_4)} \right]}} \\
& + \frac{B_2}{\left(\alpha_2 + \frac{(\alpha_1 - \alpha_2)(\alpha_4 - \alpha_2)}{\alpha_4 - \alpha_2 + (\alpha_1 - \alpha_4) \operatorname{sn}^2 \left[\frac{\sqrt{(\alpha_1 - \alpha_3)(\alpha_2 - \alpha_4)}}{2} (\tau_2 - \tau_0), \frac{(\alpha_2 - \alpha_3)(\alpha_1 - \alpha_4)}{(\alpha_1 - \alpha_3)(\alpha_2 - \alpha_4)} \right]} \right)^2}
\end{aligned} \tag{3.81}$$

elde edilir. Eğer $A_0 = -A_1\alpha_1$, ve $\tau_0 = 0$ olarak seçildiğinde; (3.77)-(3.78) denklemleri sırasıyla

$$w_{2,1}(x,t) = \alpha_1 \pm \frac{1}{k(x-ct)} + A_2 \left(\alpha_1 \pm \frac{1}{k(x-ct)} \right)^2 + \frac{B_1}{\alpha_1 \pm \frac{1}{k(x-ct)}} + \frac{B_2}{\left(\alpha_1 \pm \frac{1}{k(x-ct)} \right)^2} \tag{3.82}$$

$$\begin{aligned}
w_{2,2}(x,t) = & \pm \frac{4(\alpha_2 - \alpha_1)}{4 - (\alpha_1 - \alpha_2)^2 k^2 (x-ct)^2} + A_2 \left(\alpha_1 \pm \frac{4(\alpha_2 - \alpha_1)}{4 - (\alpha_1 - \alpha_2)^2 k^2 (x-ct)^2} \right)^2 \\
& + \frac{B_1}{\alpha_1 \pm \frac{4(\alpha_2 - \alpha_1)}{4 - (\alpha_1 - \alpha_2)^2 k^2 (x-ct)^2}} + \frac{B_2}{\left(\alpha_1 \pm \frac{4(\alpha_2 - \alpha_1)}{4 - (\alpha_1 - \alpha_2)^2 k^2 (x-ct)^2} \right)^2}
\end{aligned} \tag{3.83}$$

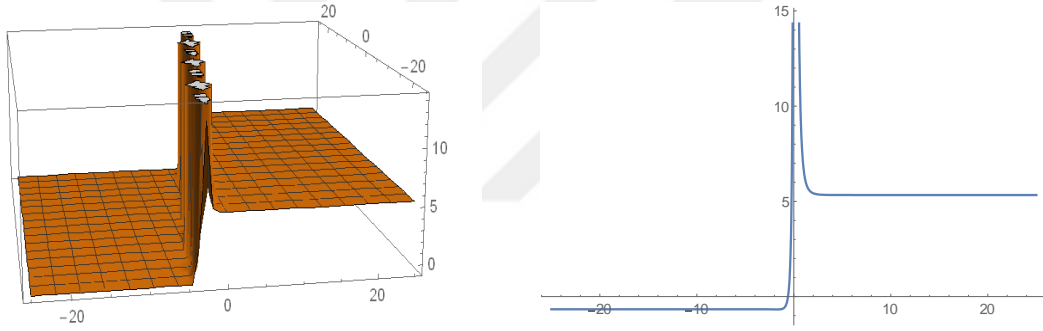
rasyonel fonksiyon çözümlerini, $C_7 = \frac{B_1}{\alpha_2}$ ve $C_8 = \frac{B_2}{\alpha_2^2}$ olmak üzere

$$w_{2,3}(x,t) = C_1 \coth[D_3(x-ct)] + C_4 \coth^2[D_3(x-ct)] + C_7 \tanh[D_3(x-ct)] + C_8 \tanh^2[D_3(x-ct)] \quad (3.84)$$

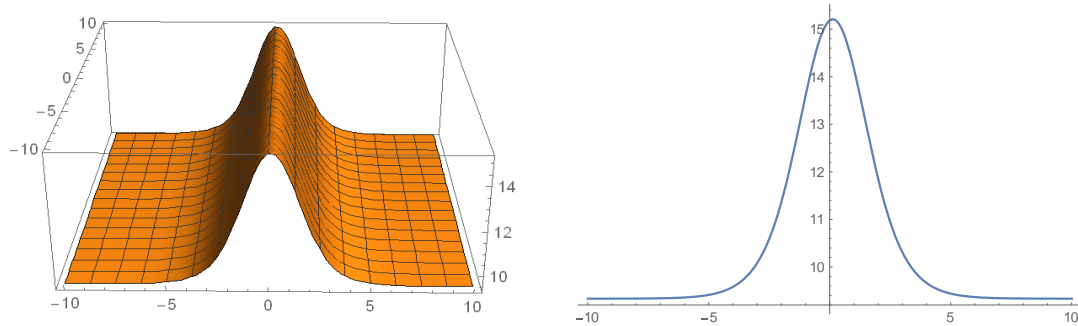
hareketli dalga çözümünü, $B_3 = \alpha_1 B_1$, $B_4 = \alpha_1 B_2$, $E_3 = \frac{\alpha_1 \alpha_2 + \alpha_1 \alpha_3 - 2\alpha_2 \alpha_3}{\alpha_1(\alpha_3 - \alpha_2)}$ olmak üzere

$$w_{2,4}(x,t) = \frac{A_1 C_2}{E_1 + \cosh[D_4(x-ct)]} + A_2 \left(\alpha_1 + \frac{C_2}{E_1 + \cosh[D_4(x-ct)]} \right)^2 + B_3 \left(\frac{E_1 + \cosh[D_4(x-ct)]}{E_3 + \cosh[D_4(x-ct)]} \right) + B_4 \left(\frac{E_1 + \cosh[D_4(x-ct)]}{E_3 + \cosh[D_4(x-ct)]} \right)^2 \quad (3.85)$$

soliton çözümünü verir.



Şekil 3.14. (3.84) denkleminde $\alpha_2 = B_1 = B_2 = C_7 = C_8 = D_3 = 1$, $C_4 = \frac{4}{3}$, $c = \frac{1}{8}$ $\alpha_1 = k = C_1 = 2$, değerleri için üç ve iki boyutlu grafik gösterimi.



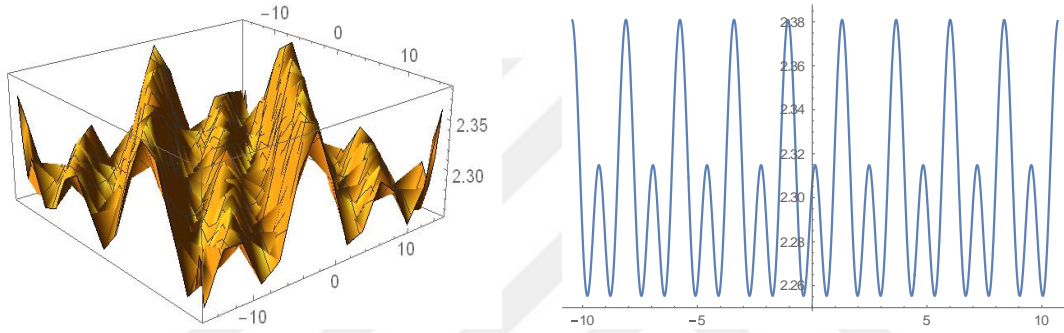
Şekil 3.15. (3.85) denkleminde $\alpha_2 = B_1 = B_2 = 1$, $\alpha_3 = \frac{5}{3}$, $C_2 = -1$, $A_1 = \frac{2}{3}$, $E_3 = \frac{3}{2}$, $c = \frac{1}{8}$ $\alpha_1 = k = E_1 = B_3 = B_4 = 2$, $D_4 = \frac{2}{\sqrt{3}}$ değerleri için üç ve iki boyutlu grafik gösterimi.

Eğer (3.81) denkleminde $A_0 = -A_1\alpha_2$ alınırsa Jakobi eliptik fonksiyon çözümü

$$B_4 = \alpha_2 B_1, \quad B_5 = \alpha_2^2 B_2, \quad E_4 = \frac{\alpha_1(\alpha_4 - \alpha_2)}{\alpha_2(\alpha_1 - \alpha_4)}, \text{ olmak üzere}$$

$$w_{2,5}(x,t) = \frac{C_3}{E_2 + sn^2(\varphi_3, l_1)} + A_2 \left(\alpha_2 + \frac{C_6}{E_2 + sn^2(\varphi_3, l_1)} \right)^2 + B_4 \frac{E_2 + sn^2(\varphi_3, l_1)}{E_4 + sn^2(\varphi_3, l_1)} + B_5 \left(\frac{E_2 + sn^2(\varphi_3, l_1)}{E_4 + sn^2(\varphi_3, l_1)} \right)^2 \quad (3.86)$$

olarak ifade edilir.



Şekil 3.16. (3.86) denkleminde $\alpha_2 = B_1 = B_2 = 1, \alpha_4 = 4$
 $A_2 = \frac{4}{3}, C_3 = -1, E_2 = \frac{-3}{2}, E_4 = -3, c = \frac{1}{8}, \alpha_1 = k = C_6 = B_4 = B_5 = 2,$ değerleri için üç
 ve iki boyutlu grafik gösterimi.

SONUÇ

Bu tez çalışmasında lineer olmayan kısmi türevli diferansiyel denklemlerin tam çözümlerin bulunmasına olanak sağlayan yeni ve etkin bir yöntem önerilmiştir. Bu yöntemin uygulaması sonucunda elde edilen yeni ve farklı tam çözümler sayesinde birçok fiziksel olayların modellenmesiyle oluşturulan problemlerin anlaşılması mümkün olacaktır. Önerilen bu yöntem literatürde var olan deneme denklem yöntemlerinin incelenmesi sonucunda geliştirilmiş ve yeni versiyon deneme denklem yöntemi olarak adlandırılmıştır. Oluşturulan bu yöntem için (2.6) diferansiyel denklemden çözümler elde edilerek çözümler fonksiyonları temel alınarak (2.7) çözümler fonksiyonu lineer olmayan diferansiyel denklemlerin çözümler fonksiyonu olarak önerilmiştir. Bu sayede farklı çözümlerin bir arada yer aldığı çözümler fonksiyonlarının elde edilmesi düşünülmüştür. Önerilen bu çözümler fonksiyonu (2.3) diferansiyel denkleminde yerine yazılmadan önce dengeleme teriminin belirlenmesi gerekmektedir. Yapılan balans işlemine göre M sayısı belirlenir. Daha sonra belirlenen değer (2.7) yeni çözümler fonksiyonunda yerine yazılarak gerekli dönüşümler yapıldığında kısmi türevli diferansiyel denklemler için yeni tam çözümler fonksiyonları elde edilmiş olur. Bu geliştirilen yöntem kararsız lineer olmayan Schrödinger denklemi ve KdV (Korteweg-de Vries) denklemlerine ayrı ayrı uygulanmış ve elde edilen literatürde bulunmayan yeni farklı tam çözümler değişik durumlar altında ifade edilmiştir.

Geliştirilen bu yeni yöntem sayesinde literatürde yer almayan yeni tam çözümler fonksiyonları elde edilmiştir. Bu elde edilen yeni tam çözümler fonksiyonları, soliton dalgaların farklı ve birlikte oldukları karmaşık durumlara karşılık gelmektedir. Bu çözümlerin daha iyi anlaşılması için, bu yeni farklı tam çözümlerin iki ve üç boyutlu grafikleri özel olarak seçilen farklı katsayılar göre çizilmiştir. Bunun neticesinde yeni farklı tam çözümlerin fiziksel davranışları hakkında bilgi sahibi olunmuştur. İstenildiği takdirde bu yeni farklı tam çözümlerin fiziksel davranışları diğer araştırmacılar tarafından incelenebilir. Çizilen grafiklerden de görüldüğü üzere bu yeni farklı tam çözümler fonksiyonları farklı solitonlara karşılık gelmektedir. Literatürde var olan çeşitli solitonların (dark, bright) dışında farklı

birçok soliton çeşidin bir arada olduğu solitonlar çizilen grafiklerde gösterilmeye çalışılmıştır. Bunun neticesinde fiziksel olayların daha iyi kavranabileceğini ifade edebiliriz. (2.7) çözüm fonksiyonunun farklı durumları oluşturulabilirse, buradan daha genel çözüm fonksiyon sınıflarının elde edileceğini söyleyebiliriz. Buradan yeni farklı tam çözümlerin bulunmasına olanak sağlanabilir.



KAYNAKLAR

1. Malfliet, W., The tanh method: a tool for solving certain classes of nonlinear evolution and wave equations, *J. Comput. Appl. Math.*, 164–165, 529-541, 2004.
2. Malfliet, W., Hereman, W., The Tanh method: I Exact solutions of nonlinear evolution and wave equations, *Phys. Scripta*, 54, 563–568, 1996.
3. Hietarinta, J., Hirota's Bilinear Method and its Generalization, *Int. J. Mod. Phys. A*, 12(1), 43-51, 1997.
4. Pashaev, O., Tanoglu, G., Vector Shock Soliton and the Hirota Bilinear Method, *Chaos, Solitons & Fractals*, 26, 95-105, 2005.
5. He, J. H., Wu, X. H., Exp-Function Method for Nonlinear Wave Equations, *Chaos, Soliton & Fractals*, 30, 700-708, 2006.
6. Ravi, L. K., Ray, S. S., Sahoo, S., New Exact Solutions of Coupled Boussinesq-Burgers Equations by Exp-Function Method, *J. Ocean Eng. Sci.*, 2, 34–46, 2017.
7. Akbar, M. A., Ali, N. H. M., Mohyud-Din, S. T., The modified alternative (G'/G) -expansion method to nonlinear evolution equation: application to the (1+1)-dimensional Drinfel'd-Sokolov-Wilson equation, *SpringerPlus*, 327, 2-16, 2013.
8. Shakeel, M., Mohyud-Din, S. T., New (G'/G) -Expansion Method and its Application to the Zakharov-Kuznetsov–Benjamin-Bona-Mahony (ZK–BBM) Equation, *J. Assoc. Arab Univ. Basic & Appl. Sci.*, 18(1), 66-81, 2015.
9. Ma, W. X., Huang, T., Zhang, Y., A Multiple Exp-Function Method for Nonlinear Differential Equations and its Application, *Phys. Script.*, 82(6), 065003, 2010.
10. Ma, W. X., Zhu, Z., Solving the (3+1)-dimensional Generalized KP and BKP by the Multiple Exp-Function Algorithm, *Appl. Math. Comput.*, 218, 11871-11879, 2012.
11. Liu, C.S., Trial Equation Method for Nonlinear Evolution Equations with Rank Inhomogeneous: Mathematical Discussions and Applications, *Commun. Theor. Phys.*, 45(2), 219-223, 2006.

12. Liu, C.S., Applications of Complete Discrimination System for Polynomial for Classifications of Traveling Wave Solutions to Nonlinear Differential Equations, *Comput. Phys. Commun.*, 181(2), 317-324, 2010.
13. Gurefe, Y., et al., Application of Trial Equation Method to the Nonlinear Partial Differential Equations Arising in Mathematical Physics, *Pramana-J. Phys.*, 77(6), 1023-1029, 2011.
14. Gurefe, Y., et al., Application of an Irrational Trial Equation Method to High Dimensional Nonlinear Evolution Equations, *J. Adv. Math. Stud.*, 5(1), 41-47, 2012.
15. Pandir, Y., et al., Classifications of Exact Solutions for Some Nonlinear Partial Differential Equations with Generalized Evolution, *Abstr. Appl. Anal.*, 2012, Article ID 478531, 16 pp, 2012.
16. Pandir, Y., et al., Classification of Exact Solutions to the Generalized Kadomtsev-Petviashvili Equation, *Phys. Scr.*, 87(2), 025003, 12 pp, 2013.
17. Gurefe, Y., et al., Extended Trial Equation Method to Generalized Nonlinear Partial Differential Equations, *Appl. Math. Comput.*, 219(10), 5253-5260, 2013.
18. Zhang, J., Jiang, F., Zhao, X., An Improved An improved (G'/G) -expansion method for solving nonlinear evolution equations-Expansion Method for Solving Nonlinear Evolution Equations, *Int. J. Comput. Math.*, 87(8), 1716-1725, 2010.
19. Guo, S., Zhou, Y., The Extended (G'/G) -Expansion Method and its Applications to the Whitham–Broer–Kaup–Like Equations and Coupled Hirota–Satsuma KdV Equations, *Appl. Math. Comput.*, 215, 3214-3221, 2010.
20. Pandir, Y., Gurefe, Y., Misirli, E., A Multiple Extended Trial Equation Method for the Fractional Sharma-Tasso-Olver Equation, *AIP Conf. Proc.*, 1558, 1927, 2013.
21. Laia, X. J., Zhang, J. F., Meia, S. H., Application of the Weierstrass Elliptic Expansion Method to the Long-Wave and Short-Wave Resonance Interaction System, *Z. Naturforsch.*, 63a, 273-279, 2008.
22. Fu, Z., Liu, S., Liu, S. and Zhao, Q., New Jacobi Elliptic Function Expansion and New Periodic Solutions of Nonlinear Wave Equations, *Phys. Lett. A*, 290, 72-76, 2001.
23. Shen, S., Pan, Z., A Note on the Jacobi Elliptic Function Expansion Method, *Phys. Lett. A*, 308, 143-148, 2003.

24. Abbasbandy, S., Shirzadi, A., The first integral method for modified Benjamin-Bona- Mahony equation, *Commun. Nonlinear Sci. Numer. Simul.* 15, 1759-1764, 2010
25. Pandir Y., Symmetric Fibonacci Function Solutions of Some Nonlinear Partial Differential Equations, *Appl. Math. Inf. Sci.*, 8, 2237-2241, 2014.
26. Tandogan, Y. A., Pandir, Y., Gurefe, Y., Solutions of the Nonlinear Differential Equations by use of Modified Kudryashov Method, *Turkish J. Math. Comput. Sci.*, Article ID 20130021, 7 pages, 2013.
27. Pandir Y., Turhan, N., A New Version of the Generalized F-Expansion Method and its Applications, *AIP Conf. Proc.*, 1798, 020122, 2017.
28. Pandir Y., Turhan, N., A New Type of the Generalized F-Expansion Method and its Application to Sine-Gordon Equation, *Celal Bayar Univ. J. Sci.*, 13(3), 647-650, 2017.
29. Pandir, Y., Demiray, S. T., Bulut, H., A New Approach for Some NLDEs with Variable Coefficients, *Optik*, 127, 11183-11190, 2016.
30. Demiray, S. T., Pandir Y., Bulut, H., New Solitary Wave Solutions of Maccari System, *Ocean Eng.*, 103, 153-159, 2015.
31. Demiray, S. T., Pandir Y., Bulut, H., New Soliton Solutions for Sasa-Satsuma Equation, *Waves in Random Complex Media*, 25(3), 417-418, 2015.
32. Pandir, Y., Sonmezoglu, A., Duzgun, H. H., Turhan, N., Exact Solutions of Nonlinear Schrödinger's Equation by using Generalized Kudryashov Method, *AIP Conf. Proc.*, 1648, 370004, 2015.
33. Wang, M., Li, X., Applications of F-Expansion to Periodic Wave Solutions for a New Hamiltonian Amplitude Equation, *Chaos, Solitons & Fractals*, 24, 1257-1268, 2005.
34. Yang, K., Liu, J., The Extended F-Expansion Method and Exact Solutions of Nonlinear PDEs, *Chaos, Solitons & Fractals*, 22, 111-121, 2004.
35. Abdou, M.A., Further Improved F-Expansion and New Exact Solutions for Nonlinear Evolution Equations, *Nonlinear Dynamics*, 52, 227-288, 2008.
36. Ma, W. X., Fuchssteiner, B., Explicit and Exact Solutions to a Kolmogrov-Petrovski-Piskunov Equation, *Int. J. Nonlinear Mech.*, 31(3), 329-338, 1996.
37. Liu, C.S., Trial Equation Method and Its Applications to Nonlinear Evolution Equations, *Phys. Sinica*, 54(6), 2505-2509, 2005.

38. Liu, C.S., Using Trial Equation to Solve the Exact Solutions for Two Kinds of KdV Equations with Variable Coefficients, *Acta Phys. Sinica*, 54, 4506-4510, 2005.
39. Liu, C.S., A New Trial Equation Method and Its Applications, *Commun. Theor. Phys.*, 45(3), 395-397, 2006.
40. Wadati, M., Sogo, K., Gauge Transformations in Soliton Theory, *J. Phys. Soc. Japan*, 52(2), 394-398, 1983.
41. Arbabi, S., Najafi, M., Exact Solitary Wave Solutions of the Complex Nonlinear Schrödinger Equations, *Optik*, 127, 4682-4688, 2016.
42. Lu, D., Seadawy, A. R., Ali, A., Structure of Traveling Wave Solutions for Some Nonlinear Models via Modified Mathematical Method, *Open Phys.*, 16, 854-860, 2018.
43. Lu, D., Seadawy, A. R., Arshad M., Bright-dark Solitary Wave and Elliptic Function Solutions of Unstable Nonlinear Schrodinger Equation and Their Applications, *Opt Quant Electron* 50:23, 1-10, 2018.
44. Lü, H. L., Liu, X. Q., Niu, L., A Generalized (G'/G) -Expansion Method and its Applications to Nonlinear Evolution Equations, *Appl. Math. Comput.* 215, 3811-3816, 2010.

ÖZGEÇMİŞ

1992 yılında Mardin’de doğan Ali EKİN, orta öğrenimini Noter Cevdet ALTUN ilköğretim okulunda ve lise öğrenimi Okay Yaşar Anadolu Lisesinde tamamlamıştır. 2010 yılında kazandığı Bozok Üniversitesi Fen Fakültesi Matematik Bölümünü 2015 yılında bitirmiştir. Aynı yıl Bozok Üniversitesinde Pedagojik Formasyon eğitimi alıp 2015 yılında mezun olmuştur. 2011 yılında Yozgat Final dershanesinde staj, 2012 yılında Özel Almira eğitim merkezi, 2013 yılında Özel Doğdaş eğitim merkezi, 2014-2015 Sorgun Açı dershanesi, 2016 İlkadım eğitim merkezi olan Milli Eğitim Bakanlığına bağlı eğitim kurumlarında öğretmen olarak çalışmış ve 2016 Eylülünden beri Milli Eğitim Bakanlığına bağlı Özel Yozgat Çözüm Ortaokulunda matematik öğretmeni olarak çalışmaktadır.

2016 yılında yüksek lisans eğitimine Yozgat Bozok Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Matematik Bölümü Uygulamalı Matematik Anabilim Dalı’nda başlamıştır.

İletişim Bilgileri:

Telefon: 541 617 95 67

E-posta: aliekin34@hotmail.com