

Tuzaklanmış İyonda Negativity ve Konkurus Hesaplarıyla
Kuantum Dolaşıklık

Yüksek Lisans Tezi

Soner ÖZEN

DANIşMAN

Yrd. Doç.Dr. Rasim DERMEZ

Fizik Anabilim Dalı

HAZİRAN 2009

Bu tez çalışması 07-FENED-09 numaralı proje ile AKU-BAP tarafından desteklenmiştir.

AFYON KOCATEPE ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

YÜKSEKLİSANS TEZİ

TUZAKLANMIŞ İYONDA NEGATİVİTE VE KONKURUS HESAPLARIYLA
KUANTUM DOLAŞIKLIK

SONER ÖZEN

DANIŞMAN

Yrd. Doç.Dr. RASİM DERMEZ

FİZİK ANABİLİM DALI

HAZİRAN 2009

ONAY SAYFASI

Yrd. Doç.Dr. Rasim DERMEZ danışmanlığında,
Soner ÖZEN tarafından hazırlanan
Tuzaklanmış İyonda Negativity ve Konkurus Hesaplarıyla Kuantum Dolaşıklık
başlıklı bu çalışma lisansüstü eğitim ve öğretim yönetmeliğinin ilgili maddeleri
uyarınca
10/06/2009
tarihinde aşağıdaki juri tarafından
Fizik Anabilim Dalında
yükseklisans tezi olarak oybirliği ile kabul edilmiştir.

Ünvanı, Adı, SOYADI

İmza

Başkan Doç.Dr. Mevlüt DOĞAN

Üye Yrd. Doç.Dr. Rasim DERMEZ

Üye Doç.Dr. Muhammet YÜRÜSOY

Afyon Kocatepe Üniversitesi

Fen Bilimleri Enstitüsü Yönetin Kurulu'nun

...../...../..... tarih ve

..... sayılı kararıyla onaylanmıştır.

Doç.Dr. Zehra BOZKURT

Enstitü Müdürü

ÖZET

Yüksek Lisans Tezi

TUZAKLANMIŞ İYONDA NEGATİVİTY VE KONKURUS HESAPLARIYLA KUANTUM DOLAŞIKLIK

Soner ÖZEN

Afyon Kocatepe Üniversitesi

Fen Bilimleri Enstitüsü

Fizik Anabilim Dalı

Danışman: Yrd. Doç.Dr. Rasim DERMEZ

Tuzaklanmış üç seviyeli bir iyonun iki lazer ışınıyla etkileşimi göz önüne alınarak bu sistemin kuantum dolaşıklığı incelenmiştir. Lazer-iyon dolaşık sistemi için dolaşıklık miktarının ölçüsü olan konkurus ve negativity grafikleri Mathematica programında oluşturulmuştur. Oluşturulan bu grafikler farklı şartlar altında zamana göre çizdirilerek üç boyutlu grafikler elde edilmiştir. Ayrıca Lamb-Dicke parametresi olan 3 farklı eta değerinde sıfıncı merteye ve birinci merteye için 6 konkurus, 6 negativity grafiği olmak üzere toplamda 12 grafik oluşturulmuştur. Ortaya çıkan tüm bu grafikler üzerinden dolaşıklık miktarları yorumlanmıştır. Konkurus ve negativity nicelikleri yanında etkileşimden sonra ortaya çıkan son dalga fonksiyonunun genliklerinin zamana göre değişimi farklı şartlarda çizdirilmiştir. Yine Mathematica programında oluşturduğumuz bu grafiklerimiz 2-boyutta elde edilmiştir. Sonuç olarak, en yüksek dolaşıklık miktarının lazer-iyon dalga fonksiyonunun genlikleri olan x ve y 'nin eşit olduğu durumda ve eta değerinin arttığı durumda gerçekleştiğini saptadık. Buna ek olarak dolaşıklık miktarının belirli zaman değerinde maksimum verdiği sonucuna ulaştık.

2009, 74 sayfa

Anahtar Kelimeler: dolaşıklık, tuzaklanmış iyon, konkurus, negativity, iyon-foton etkileşimi, dolaşıklık miktarı.

ABSTRACT

M. Sc. Thesis

THE QUANTUM ENTANGLEMENT WITH NEGATIVITY AND CONCURRENCE CALCULATIONS IN TRAPPED ION

Soner ÖZEN

Afyon Kocatepe University

Institute For The Natural and Applied Sciences

Department of Physics

Supervisor: Assist. Prof. Dr. Rasim DERMEZ

Interaction in mind of trapped a three level ion with two laser beams is a review quantum entanglement of this system. Negativity and concurrence graphics as a measure of the amount of entanglement have been created in the Mathematica program. Three dimensional graphics have been obtained created under different conditions of these graphics can be drawn according to time. Also 3 eta value called as Lamb-Dicke parameter were created 6 concurrence, 6 negativity graphics to 12 graphics in total for zeroth order and first order. Amount of entanglement is interpreted on the resulting all these graphics. Besides the quantity of concurrence and negativity, after emerging from the interaction amplitude of the latest wave function, according to the time of change has been drawn in different conditions. However the Mathematica program has created this graph has been obtained in the 2-dimensions. As a result, we have identified that is done in cases increases the value of eta and the maximum amount of entanglement of the laser-ion wave function with amplitude that is equal of x and y. In addition, we have reached the conclusion that the maximum certain time value the amount of entanglement.

2009, 74 Pages

Keywords: entanglement, trapped ion, concurrence, negativity, ion-photon interaction, amount of entanglement.

TEŞEKKÜR

Tezin her aŐamasında beni yÖnlendiren saygıdeğer danıŐmanım Yrd. DoÇ.Dr. Rasim DERMEZ'e yÖkseklisans tezine baŐlamadan Önce verdiği moral desteği ve Ön alıŐmalar için, tezi hazırladığım süre içinde bana sunduğu bilgi ve deneyimler için kendisine teŐekkürlerimi sunarım.

Koç Üniversitesi Fizik Bölümünden DoĐ.Dr. Özgür Esat Müstecaplıoğlu'na internet üzerinden verdiği tüm bilgi ve yöntem destekleri için teşekkür ederim.

Gerek yüksek lisansa baŐlarken gerekse de tezimi hazırlarken bana gösterdikleri tüm Özveri ve moral destekleri için canım aileme çok teşekkür ederim.

İÇİNDEKİLER

ÖZET	i
ABSTRACT	ii
TEŞEKKÜR	iii
SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ	v
ŞEKİLLER DİZİNİ	vii
ÇİZELGELER DİZİNİ	x
1. GİRİŞ	1
1.1. Kuantum Teorisine Genel Bir Bakış	1
1.2. Kuantum Mekaniğin Bazı Temel Terimleri	5
1.2.1. Bit ve Kuantum Bit (Kubit)	5
1.2.2. Kuantum Kriptoloji, Teleportasyon ve Kopyalanamama	7
2. KUANTUM DOLAŞIKLIK	10
2.1. Einstein-Podolsky-Rosen İkilemi	13
2.2. EPR-Bell Durumlarının Dolaşıklık Miktarları	15
2.3. Atom Dolaşıklığı	18
3. TUZAKLANMIŞ İYON	21
3.1. Paul Tuzağı (Paul Trap)	27
3.2. Lineer Tuzaklama Yöntemi	29
3.3. Birçok Farklı İlk Şartlar Altında Tuzaklanmış İyonun İki Lazer İle Etkileşimi	30
3.3.1. Lazer-İyon dolaşık sisteminin kuantum dolaşıklığının karakterize edilmesi	30
3.3.2. Lazer-İyon sisteminin konkrus ve negativity hesapları	43
4. SONUÇLAR VE YORUM	53
5. KAYNAKLAR	55
EK 1	xi
EK 2	xii

SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ

1. Simgeler

ω	Açısal frekans
ψ	Dalga fonksiyonu
F_n	Fock durum genliği
D	Glauber yer değiştirme operatörü
H	Hamiltonyen
ν	Harmonik tuzaklama frekansı
$ \rangle, \langle $	Ket, Bra
C	Konkurus terimi
m	Kütle
η	Lamb-Dicke parametresi
p_x	Momentum
N	Negativity terimi
x, y, z	Normalizasyon katsayıları
α, β	Olasılık genlikleri
h, \hbar	Planck sabiti, Planck sabitinin 2π de 1'i
Ω	Rabi frekansı
k_i	Schmidt katsayıları
a, a^\dagger	Yaratma operatörü, Yok etme operatörü
ρ	Yoğunluk matrisi

2. Kısaltmalar

AC	Alternatif akım
BB84	Bennett ve Brassard'ın 1984 yılı makalesi
EPR	Einstein-Podolsky-Rosen
GHZ	Greenberger-Horne-Zeilinger
Kubit	Kuantum Bit
r.f.	Radyo frekansı

ŞEKİLLER DİZİNİ

Şekil 1.1 Schrödinger'in kedisinin dalga fonksiyon gösterimi	3
Şekil 2.1 Foton dolaşıklığı deney gösterimi	11
Şekil 2.2 Dolaşık fotonların ekran görüntüsü.....	11
Şekil 2.3 EPR düşünce deneyi.....	14
Şekil 2.4 a) İki kubitin gösterimi b) İki küdritin gösterimi c) İki kuadritin gösterimi .	16
Şekil 2.5 İki n seviyeli iyonun etkileşim gösterimi	19
Şekil 2.6 Tuzaklanmış üç iyonun lazer etkileşimi.....	20
Şekil 2.7 D. Mermin'in GHZ durumunun gösterimi	20
Şekil 3.1 İyon tuzağının elektrot yapısı.....	22
Şekil 3.2 İki lazer ışını ile üç seviyeli iyon etkileşimi.....	22
Şekil 3.3 a) Lineer rf Paul tuzağı, b) Kapalı bölge rf Paul tuzağı	29
Şekil 3.4 Üç bölüm dört çubuktan oluşan lineer tuzaklama gösterimi.....	29
Şekil 3.5 Birinci mertebede $\omega = \frac{1}{\sqrt{2}}$, $\alpha=0.01$, $\eta=0.01$, $x=0$ değerlerinde u, v, w grafikleri	34
Şekil 3.6 Birinci mertebede $\omega = \frac{1}{\sqrt{2}}$, $\alpha=0.01$, $\eta=0.01$, $x=0.2$ değerlerinde u, v, w grafikleri	35
Şekil 3.7 Birinci mertebede $\omega = \frac{1}{\sqrt{2}}$, $\alpha=0.01$, $\eta=0.01$, $x=0.4$ değerlerinde u, v, w grafikleri	35
Şekil 3.8 Birinci mertebede $\omega = \frac{1}{\sqrt{2}}$, $\alpha=0.01$, $\eta=0.01$, $x = \frac{1}{\sqrt{2}}$ değerlerinde u, v, w grafikleri	36
Şekil 3.9 Birinci mertebede $\omega = \frac{1}{\sqrt{2}}$, $\alpha=0.01$, $\eta=0.01$, $x=1$ değerlerinde u, v, w grafikleri	36
Şekil 3.10 Birinci mertebede $\omega = \frac{1}{\sqrt{2}}$, $\alpha=0.01$, $\eta=0.01$, $x=2$ değerlerinde u, v, w grafikleri	37
Şekil 3.11 Birinci mertebede $\omega = \frac{1}{\sqrt{2}}$, $\alpha=0.01$, $\eta=0.01$, $x=10$ değerlerinde u, v, w grafikleri	37
Şekil 3.12 Birinci mertebede $\omega = \frac{1}{\sqrt{2}}$, $\alpha=0.01$, $\eta=0.01$, $x=100$ değerlerinde u, v, w grafikleri	38

Şekil 3.13 Sıfırıncı mertebede $\omega = \frac{1}{\sqrt{2}}$, $\alpha=0.01$, $\eta=0.01$, $x=0$ değerlerinde u, v, w grafikleri	39
Şekil 3.14 Sıfırıncı mertebede $\omega = \frac{1}{\sqrt{2}}$, $\alpha=0.01$, $\eta=0.01$, $x=0.2$ değerlerinde u, v, w grafikleri	40
Şekil 3.15 Sıfırıncı mertebede $\omega = \frac{1}{\sqrt{2}}$, $\alpha=0.01$, $\eta=0.01$, $x=0.4$ değerlerinde u, v, w grafikleri	40
Şekil 3.16 Sıfırıncı mertebede $\omega = \frac{1}{\sqrt{2}}$, $\alpha=0.01$, $\eta=0.01$, $x = \frac{1}{\sqrt{2}}$ değerlerinde u, v, w grafikleri	41
Şekil 3.17 Sıfırıncı mertebede $\omega = \frac{1}{\sqrt{2}}$, $\alpha=0.01$, $\eta=0.01$, $x=1$ değerlerinde u, v, w grafikleri	41
Şekil 3.18 Sıfırıncı mertebede $\omega = \frac{1}{\sqrt{2}}$, $\alpha=0.01$, $\eta=0.01$, $x=2$ değerlerinde u, v, w grafikleri	42
Şekil 3.19 Sıfırıncı mertebede $\omega = \frac{1}{\sqrt{2}}$, $\alpha=0.01$, $\eta=0.01$, $x=10$ değerlerinde u, v, w grafikleri	42
Şekil 3.20 Sıfırıncı mertebede $\omega = \frac{1}{\sqrt{2}}$, $\alpha=0.01$, $\eta=0.01$, $x=100$ değerlerinde u, v, w grafikleri	43
Şekil 3.21 Sıfırıncı mertebeye için $\eta=0.01$ değerinde x ve t'nin 0-15 aralığında oluşturulan 3-boyutlu konkurus grafiği	44
Şekil 3.22 Sıfırıncı mertebeye için $\eta=0.1$ değerinde x ve t'nin 0-15 aralığında oluşturulan 3-boyutlu konkurus grafiği	45
Şekil 3.23 Sıfırıncı mertebeye için $\eta=0.3$ değerinde x ve t'nin 0-15 aralığında oluşturulan 3-boyutlu konkurus grafiği	46
Şekil 3.24 Sıfırıncı mertebeye için $\eta=0.01$ değerinde x ve t'nin 0-15 aralığında oluşturulan 3-boyutlu negativity grafiği	46
Şekil 3.25 Sıfırıncı mertebeye için $\eta=0.1$ değerinde x ve t'nin 0-15 aralığında oluşturulan 3-boyutlu negativity grafiği	47
Şekil 3.26 Sıfırıncı mertebeye için $\eta=0.3$ değerinde x ve t'nin 0-15 aralığında oluşturulan 3-boyutlu negativity grafiği	48
Şekil 3.27 Birinci mertebeye için $\eta=0.01$ değerinde x ve t'nin 0-15 aralığında oluşturulan 3-boyutlu konkurus grafiği	49
Şekil 3.28 Birinci mertebeye için $\eta=0.1$ değerinde x ve t'nin 0-15 aralığında oluşturulan 3-boyutlu konkurus grafiği	49

Şekil 3.29 Birinci mertebe için $\eta=0.3$ değerinde x ve t 'nin 0-15 aralığında oluşturulan 3-boyutlu konkurus grafiği	50
Şekil 3.30 Birinci mertebe için $\eta=0.01$ değerinde x ve t 'nin 0-15 aralığında oluşturulan 3-boyutlu negativity grafiği	51
Şekil 3.31 Birinci mertebe için $\eta=0.1$ değerinde x ve t 'nin 0-15 aralığında oluşturulan 3-boyutlu negativity grafiği	51
Şekil 3.32 Birinci mertebe için $\eta=0.3$ değerinde x ve t 'nin 0-15 aralığında oluşturulan 3-boyutlu negativity grafiği	52

ÇİZELGELER DİZİNİ

Çizelge 1.1 Fotonun farklı polarizasyonlarına karşılık gelen bazı kubit durumlarının listesi.....	6
Çizelge 1.2 BB84 protokolü	8
Çizelge 3.1 u_0-w_3 fonksiyonlarının birinci mertebede farklı x değerlerinde görünen maksimum noktalarının tablosu.....	31
Çizelge 3.2 u_0-w_3 fonksiyonlarının sıfıncı mertebede farklı x değerlerinde görünen maksimum noktalarının tablosu.....	32

1. GİRİŞ

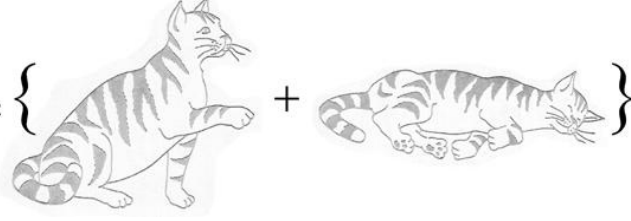
1.1. Kuantum Teorisine Genel Bir Bakış

1900 yılında Max Planck, siyah cisim ışınmasını açıklamak için ışığın kuantumlu olabileceğini ileri sürdü. Işığın kuantum denilen enerji paketçiklerinden oluştuğunu ve kendi adı ile anılan h Planck sabitinden ($6,65 \times 10^{-34} \text{ J.s}$) küçük olmayıp katları şeklinde olduğunu tespit etmiştir. O zamana dek, ışığın şiddetiyle enerjisinin doğru orantılı olduğu sanılıyordu. Oysa ışığın frekansı ile enerjisi doğru orantılıydı. 1905 te Einstein bu kurama dayanarak fotoelektrik olayı açıkladı. Işık, dalga özelliği yanında foton denen kuantum (enerji paketleri) özelliği de gösteriyordu. Siyah cisim ışınması, Compton olayı, fotoelektrik olay, çift yarık deneyi gibi fiziksel olaylarda ışık hem dalga hemde tanecik görüntüsüyle ortaya çıkmaktadır. Işınımda özelleştirilen bu kuantum mekaniksel ikileme “İkilik ilkesi” denir. Bu yaklaşımlar klasik fiziğin ilkelerine tümüyle ters düşmektedir. 1924 te Fransız fizikçi Louis de Broglie, çok çarpıcı bir düşünce üretti. Basit bir matematikle, hareketli her parçacığın aynı zamanda dalga özelliği göstermesi gerektiğini matematiksel bir formülle ileri sürdü [İnt.Kyn.1]. Atomik olayların tam bir tanımı 1925 yılında Heisenberg tarafından yapıldı. Heisenberg, “matris mekaniği” işlem bütünlüğü yardımıyla kuantum mekaniğinin matematiksel temellerini hocası Max Born’un katkısı ile atmayı başarmıştır. Pauli “dışarlama ilkesi” aracılığıyla Bohr’un çalıştığı elektron davranışlarını sınırlandırma durumunu net olarak açıklamıştır. Heisenberg’in kuantum mekaniği “dışarlama ilkesi” ile tamamlanmış oldu. Schrödinger matris mekaniğine gerek kalmadan atomik tayfi dalga olayına uygulayabilen diferansiyel denklemleri çözmeyi başardı. Schrödinger 1926 yılında “Schrödinger dalga denklemi” olarak tanımladığı elektron dalgalarını fizikçilerin tanıdığı su ve ses dalgası gibi klasik türden dalgalara benzetmekteydi. Bu yüzden Schrödinger’in dalga mekaniği Max Planck ve De Broglie gibi fizikçiler tarafından da kabul gördü. 1927 de Amerikalı bilimciler Davisson ve Germer (1927), elektronların tıpkı bir ışık gibi kristallerde kırınım gösterdiğini buldular.

Fizikçiler arasındaki görüş ayrılıkları 1927 Solvay konferansında dışa vurdu. Tartışmaların başını N. Bohr ile A. Einstein çekiyordu. Kuantum kuramının doğuşunu kavrayabilmek için biraz gerilere gitmemiz gerekiyor. 19. yy sonlarında üç önemli problem, klasik görüşlerle açıklanamıyordu; siyah cisim ışımasının enerji dağılımı (morötesi felaketi), fotoelektrik olay, atomların kararlılığı [İnt.Kyn.1]. 1900 ile 1930 arasında, kuantum mekaniği denen bu yeni yaklaşım atom, molekül ve çekirdeklerin davranışını başarıyla açıkladı. Bohr, Planck'ın kuantum kuramını, Einstein'in ışığın foton kuramını ve Rutherford'un atom modelini birleştirdi. Elektron yüksek enerjili durumdan daha düşük enerjili duruma sıçrayarak düşer, bu sırada ışık yayınlanır. Kuantum mekanik yasalarına göre, katı olarak tanıdığımız top, atom veya elektron aynı anda farklı iki yerde de bulunabilir. Böyle bir elektronun yeri ancak ona çarpıp geri dönen bir foton veya benzeri bir etkileşim sonucunda bilinebilir [Schrödinger 1935]. 20. yüzyılın başında kuramsallaşmaya başlayan kuantum ve rölativite teorisi fizik dünyasında önem kazandı. Rölativite teorisi tekil çalışmalarla gelişirken kuantum teorisine birçok bilim adamı katkıda bulunmuştur. Max Planck, Albert Einstein, Niels Bohr, Louise De Broglie, Erwin Schrödinger, Werner Heisenberg, Dirac ve Wolfgang Pauli kuantum teorisine katkılarından dolayı Nobel Ödülü almışlardır.

1935'te ortaya koyduğu "Schrödinger'in Kedisi" adı ile anılan düşünce deneyi bunların en ünlüsüdür. Aynı yıl Einstein, Podolski ve Rosen (EPR) "EPR Deneyi" adıyla bir düşünsel deneyle kuantum kuramının aldığı biçime yorum getirmeye çalıştılar [Schrödinger 1935]. Sağlıklı bir kediyi hava alabilen bir kutu içine koyalım. Kutuda zehirli bir gaz şişesi bulunsun ve bu gazın şişeden salınmasını sağlayacak mekanizma, bir radyoaktif parçacık ile kontrol edilsin. Bu mikroskobik parçacığın davranışını ancak kuantum mekaniği ile ifade edebiliriz. Fakat şimdi makroskobik bir sistem olan kedinin kaderi de artık parçacığın davranışına bağlanmış oluyor. Schrödinger'in iddiasına göre belirli bir zaman sonunda kedinin canlı ve ölü olma olasılıkları eşittir. Dalga fonksiyonunun anlamı "ya bozunma oldu ve kedi öldü ya da olmadı ve kedi hayatta" gibi farklı iki olasılığı ifade etmek değildir. Schrödinger'in analizi doğru ise kuantum kuramı, (birisi bakıp durumu bu iki seçenekten birine indirgeyene kadar) kedinin iki durumunun yan yana bulunduğunu söylüyor. Kedi yarı ölü yarı diridir. Schrödinger'in

Kedisi durumunda güçlendirilmiş olan iki geçmiş vardır. Birinde kedi ölmüştür, diğerinde ise canlı kalır. Kuantum kuramında her iki olasılık birlikte var olabilir.

$$\Psi = \frac{1}{2^{1/2}} \left\{ \text{Kedisi} + \text{Ölmüş Kedisi} \right\}$$


Şekil 1.1 Schrödinger'in kedisinin dalga fonksiyon gösterimi

Kuantum dolaşıklık diye adlandırdığımız kavram da birbirinden ayrı cisim veya maddeler arasında bir iletişim mevcuttur. Klasik fizikte buna benzer bir durum söz konusu değildir. Yaptığımız bir gözlem-ölçüm bununla ilişkili olabilecek diğerini uzaktan bağımsız olarak etkiler. Genelde kuantum düzeyi küçük ölçekli parçacıkların düzeyi olarak düşünülse de küçük kavramı aslında fiziksel bir boyutu bildirmez. Kuantum sonuçları metrelerce hatta ışık yılları boyunca etki eder.

Bu deney elektronların spinleri ile yapılabilir. Bir fiziksel sistemden spine sahip iki parçacık salınsın. Bu salınan parçacıklar (elektron gibi) zıt yönlerde uzaklaşır. Kuantum kuramı, iki parçacığın spin ölçümünün ancak iki değer verebileceğini söyler: yukarı spin ve aşağı spin gibi. Asıl kaynaktaki sistemin toplam spinin sıfır olması için biri yukarı ise diğeri mutlaka aşağı spinli olmalıdır. Parçacık spinlerine ilişkin bir ölçüm yapılmamışsa, yukarı ve aşağı durumlu spinler üst üste binme (süperpozisyonu) durumunda olurlar. Birinin spinine yönelik bir ölçüm yapılırsa ve spini belirginleşirse (yukarı ya da aşağı) diğेरinin de spini ilk ölçülen parçanın spiniyle toplanınca sıfır olacak şekilde belli olur. Bu uzaktan etki ya da dolaşıklık durumudur. Bu durum birbirlerinden ne kadar uzakta olurlarsa olsunlar değişmez [İnt.Kyn.2].

Dolaşıklık en iyi şekilde Einstein-Podolsky-Rosen (EPR) deneyi ile ortaya konulmuştur. Bu deney Albert Einstein, Boris Podolski ve Nathan Rosen'ın adlarını taşır. "Doğanın Kuantum Mekaniksel Betimlemesi Tamamlanmış Kabul Edilebilir mi?" adlı

makalelerinde (1935), kuantum mekaniğinde mikroevrensel nesnelere dalga fonksiyonu çökmesini belirten ψ -psi fonksiyonunun, tamamlanmış bir betimleme olmadığı sonucuna varmışlardı. Einstein ışıktan hızlı giden bir haberleşme aracısını kabul etmeyip, kuantum kuramının “tam” olmadığını öne sürdü [Einstein et al. 1935]. Adını “tekinsiz uzaktan etki” olarak değiştirdi. Gereken eksik değişkenlere de “gizli değişkenler kuramı” dedi. Hatta bu üç bilim adamı bunun ölçülebileceği bir deney öneriyor. EPR deneyi denen bu deneye göre; aynı parçacık kaynağından çıkmış özdeş iki parçacığın (ki bu parçacıklar birbirine eş özelliklere sahip olacaklardır) birinin hızı, diğerinin ise konumu ölçülmek suretiyle, bir parçacığın belli bir andaki konumu ve hızının ayrı ayrı ölçülebileceği öne sürülüyor. Dolayısıyla parçacıklara ait fiziksel özelliklerin biz bakmasak da var olduğu iddia ediliyor. Bu bakış açısıyla Einstein, Podolsky ve Rosen kuantum fiziğinin eksik bir teori olduğunu iddia ediyorlar. Daha sonraki dönemlerde David Bohm gibi bilim adamlarıyla gizli değişkenler kuramı daha belirginleşse de John Bell (1964) ve Alain Aspect (1982) bu düşüncüyü matematiksel ifadelerle sınırlamayıp (Bell eşitsizliği) deneylerle de doğruladılar.

John Bell, spin halindeki parçacıkları kullanarak bir gizli değişken teorisi oluşturmaya çalıştı [Bell 1964]. İkinci makalesinde ünlü Bell Eşitsizliğini sundu. Burada hiçbir yerel gizli değişken teorisinin, kuantum mekaniğinin istatistiksel öngörülerinin tümüyle aynı olamayacağını kanıtladı [Bell 1966]. Buradaki yerel (lokal) kelimesiyle kesin bir yerde olmayı ifade etmektedir. Bu nedenle yerel gizli değişken teorisi sadece yeri kesin belirli olan durumlar için geçerlidir denilebilir. Bell, yerel gizli değişkenlerin aslında kuantum mekaniğinin tahminlerine ters yönde sonuçlar ortaya koyacağını gösterdi. Alain Aspect ve ekibi tarafından 1982 yılında bir deney yapıldı. Özel optik araçlar içinde yol alan fotonların özellikleri üzerinde çalışarak Einstein’ın belirsizlik hakkında söylediklerini ve dahası hiçbir şeyin ışıktan daha hızlı olamayacağı tezinin tersini kanıtladılar. Ayrıca aralarındaki uzaklık ne kadar uzak olursa olsun bazı durumlarda elektronlar gibi atomdan küçük parçacıkların da anında birbiriyle haberleştiklerini keşfettiler [Aspect et al. 1982]. Böylelikle gizli değişken diye bir ifadenin söz konusu olmadığı gösterilmiş oldu. Yani, tüm nesnelere birbiriyle ilişkilidirler ve atomsal gerçekliğin temel bir özelliğidir.

Kuantum kuramını özetle iki noktada toplayabiliriz: Birinci nokta, kuantum gerçekliği belirli (kesin) değil, istatistiksektir. Olgular ve olaylar (fenomenler) arasında nedensellik bağı değil, olasılık bağı vardır. İki olay arasındaki etkileşimde ya da bir olayın gelecekteki evriminde hangi sonuçların doğacağını değil, hangi sonuçların daha olası olduğunu tahmin edebiliriz. Ama bu tahminlerimiz doğru olmayabilir. İkinci sorun, kuantum parçacıklarını gözlemlemek için kullanacağımız ölçüm düzenimizdir. Kuantum gerçekliği, kısmen gözlemcinin yarattığı bir gerçekliktir.

1.2. Kuantum Mekanikinin Bazı Temel Terimleri

1.2.1. Bit ve Kuantum Bit (Kubit)

Bit, bilgisayar tabanlı bilgi taneciği demektir, fiziksel manada ise karşılığı aldığı değerdir. Ya 0 değerini alır ya da 1. Spin olarak düşünürsek spin aşağı ve spin yukarı olarak belirtilebilir. Kubit ise kuantumun ilk iki harfi ile bit ifadesinin birleşiminden oluşan kuantum bitin kısa tanımıdır. Kubit klasik anlamda bit'in tüm özelliklerini taşır ancak bit'e göre ufak bir fark vardır. Bit gibi kubitte de iki olasılık değeri vardır. Bit sıfır veya bir değerinden birini alabiliyorken kubit sıfır, bir veya bu her iki değerini süper pozisyonunu alır. Bu manada kubit, 0 ve 1 in lineer birleşimi olarak tasvir edilebilir. Kubit, gerçek fiziksel sistemi ortaya çıkaran, bit benzeri kuantum bilgiye karşılık gelen birimdir [Dermez 2005].

$$|\psi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle \quad (1.1)$$

Burada, α ve β olasılık genlikleridir.

Bazı kubit durumları farklı isim ve tanımlarla betimlenmektedirler. Fotonun polarize durumlarının tanımı ve isimleri Çizelge 1.1 de verilmiştir [Jennewein 2002].

n adet kubitte oluşan bir kuantum bilgi işleme cihazını düşünelim. Bu cihazın hal vektörü 2^n sayıda kompleks sayıyı belirlememiz gerekecektir. Bu basit ama temel argüman bize neden kuantum sistemlerini klasik bilgisayarlarda simüle etmenin zor olduğunu gösterir. Şimdide n adet bit'ten oluşan bir klasik bilgi işleme cihazı düşünelim. Bu cihazın herhangi bir anındaki halini her bitin değerini ölçerek belirleyebiliriz. Klasik fizik sistemin halini değiştirmeyen ölçümlere imkan verdiği için yapacağımız n sayıda ölçüm bize sistemin halini tek olarak belirleyecektir. Bu klasik duruma karşılık; kuantum bilgi işleme cihazı 2^n sayıda değişik halde aynı anda bulunmaktadır. Böylece problemin kesin sonucunu yüksek olasılıkla doğru olarak vermektedir. Kuantum sistemi lineer Schrödinger denklemi ile geliştiği için bu 2^n adet değişik sayısal hal birbirine paralel olarak gelişecektir. Buna kuantum paralellığı denilmektedir.

Kubit durumu	Polarizasyon durumu	Polarizasyon ismi
$ 0\rangle$	$ H\rangle$	Yatay lineer
$ 1\rangle$	$ V\rangle$	Dikey lineer
$\frac{1}{\sqrt{2}}(0\rangle + 1\rangle)$	$\frac{1}{\sqrt{2}}(H\rangle + V\rangle) = +45^\circ \rangle = 225^\circ \rangle$	$+45^\circ$ (225°) lineer
$\frac{1}{\sqrt{2}}(0\rangle - 1\rangle)$	$\frac{1}{\sqrt{2}}(H\rangle - V\rangle) = -45^\circ \rangle = 135^\circ \rangle$	-45° (135°) lineer
$\frac{1}{\sqrt{2}}(0\rangle + i 1\rangle)$	$\frac{1}{\sqrt{2}}(H\rangle + i V\rangle) = L\rangle$	Sol el dairesel
$\frac{1}{\sqrt{2}}(0\rangle - i 1\rangle)$	$\frac{1}{\sqrt{2}}(H\rangle - i V\rangle) = R\rangle$	Sağ el dairesel

Çizelge 1.1 Fotonun farklı polarizasyonlarına karşılık gelen bazı kubit durumlarının listesi

1.2.2. Kuantum Kriptoloji, Teleportasyon ve Kopyalanamama

1984 yılında Bennett ve Brassard, tek fotondan ışık pulslarının haberleşmede koşulsuz gizlilik saklayabileceğini gösterdiler [Bennett ve Brassard 1984]. Gönderilen fotonun polarizasyonuna yüklenecek sayısal bilgi (yatay polarizasyon 0, dikey polarizasyon 1) gizli haberleşmek isteyen iki kişi arasında bir anahtar oluşturmak için kullanılabilir. Bu anahtarı öğrenmeye çalışacak üçüncü bir kişi zorunlu olarak bir ölçüm yapmak zorunda kalacak ve bu ölçüm sonucunda fotonun hal vektörünü değiştirecektir. Bu değişiklik ise daha sonra gizli haberleşmeye çalışan kişiler tarafından tespit edilebilir. Sonuç olarak kuantum mekaniğinin temel prensipleri gizli haberleşmeyi olası kılmaktadır. Burada gerekli olan özellik sadece kuantum fiziği kuralları ile açıklanabilecek bir (tek foton, kuantize edilmiş elektromanyetik alan) ışık kaynağının kullanılmasıdır. Ölçüm yapılmadan bir kübitin hal vektörünün başka bir yerdeki kübite aktarılıp aktarılamayacağını 1993 yılında Bennett ve çalışma arkadaşları cevapladılar. Bu düşünce süreci içinde kuantum teleportasyonu kuantum dolaşıklığı kullanarak bilinmeyen bir $|\psi\rangle$ vektörünü başka bir kuantum sisteme aktarabiliyordu. Bu teori 1997 yılında Zeilinger grubu tarafından yapılan çalışmada deneysel olarak gösterildi [Zeilinger et al. 1997].

BB84 protokolü olarak adlandırılmış Bennett ve Brassard tarafından önerilmiş iletişimlere, kuantum mekaniği iki yolla yardımcı olur. Birincisi herhangi bir fotodedektörde parazit/gürültü minimum düzeydedir. İkincisi de kopyalanamama olarak bilinen özelliğidir. Bunun anlamı; bir kuantum sisteminin önceden durumu bilinmedikçe o kuantum sisteminin doğru bir kopyasını yapamazsınız. Dolaşık olmuş foton çiftinin her bir üyesi Bob ve Alice olsun. Üçüncü kişi Eva, tek kuantum sisteminin kopyasını yapmayı denemeden önce foton içinde bilginin nasıl kodlandığını bilmesi gerekecektir. Bu durumda ise Eva'nın bunu yapmasına gerek kalmamıştır. Çünkü kuantum mekaniği onu paradoksun içinde tutar. Gizli anahtarı öğrenmek için Eva bunu bilmek zorundadır. Bu şekilde gizli anahtarı oluşturmanın birkaç yolu vardır.

Anahtarları oluşturacak herkes şu fikri kullanır: Sisteme üyeliği kaldırmadıkça bir kuantum sisteminde kodlanmış bilgi yoktur.

Kuantum taşıma																
Alice'in rastgele bit değerleri	0	1	1	0	1	1	0	0	1	0	1	1	0	0	1	
Rastgele gönderilen tabanı	D	R	D	R	R	R	R	R	D	D	R	D	D	D	D	R
Gönderilen Alice fotonları	/		\	-			-	-	\	/		\	/	/		
Rastgele alınan tabanı	R	D	D	R	R	D	D	R	D	R	D	D	D	D	D	R
Bob tarafından alınan bit değerleri	1		1		1	0	0	0		1	1	1			0	1
Genel tartışma																
Alınan bit değerlerinin Bob bilgi tabanı	R		D		R	D	D	R		R	D	D			D	R
Alice tabanına uyanlar			√		√			√				√		√	√	
Tahminen paylaşılan bilgi			1		1			0				1		0	1	
Bob'un rastgele ortaya çıkardığı bazı anahtar bitler					1										0	
Alice'in doğruladıkları					√										√	
Sonuç																
Paylaşılan gizli bitler			1					0				1				1

Çizelge 1.2 BB84 protokolü

Çizelge 1.2 de Alice A ile Bob B ile tanımlanarak; hem A da hem de B de birbirleriyle 45 derecelik açı yapan iki kristal süzgeç çiftinin (+ ve X şeklinde iki süzgeç) olduğu kabul edilmektedir. Çizelge 1.2 deki D, (X) polarizasyonu ile tanımlı ve R, (+) polarizasyonu ile tanımlıdır. A ve B arasında bir optik fiber ağının olduğu ve her iki tarafında foton üretebildiği düşünülmektedir. A ve B tarafı ortak bir temelde anlaşarak | ve / süzgeçleri için 0 değerinde, - ve \ süzgeçleri için 1 değerinde anlaşılır. Yani her iki tarafta | ve / yönünde polarize olmuş foton için 0 bitinin, - ve \ yönünde polarize olmuş

foton için 1 bitinin geldiğini anlayacaklardır. Bu seçimin tam terside mümkündür. A, iletişimde kullanılacak rasgele tek kullanımlık bir anahtar seçmektedir. Bu anahtarı B ye gönderebilmek için BB84 algoritmasını kullanacaktır. A rastgele belirlenen bit değerlerini rastgele polarizasyon tabanıyla göndermektedir. Yine B de rastgele bir polarizasyon tabanı belirlemekte ve polarize olmuş bit değerleri elde etmektedir. B, A ya hangi bitler için hangi polarizasyon tabanını kullandığını açık olarak belirtir. Bunun üzerine A bu polarizasyonlardan hangilerinin doğru seçim hangilerinin yanlış seçim olduğunu B ye iletir. Böylece hem A hem de B tarafından ortak kullanılan polarizasyon tabanına karşılık gelen bit dizisi tek kullanımlık anahtar olarak kullanılmış olmaktadır.

2. KUANTUM DOLAŞIKLIK

Kuantum dolaşıklığı (entanglement) olarak adlandırılan etki ile nesnelere birbirinden ayrı, ama yine de iletişim halinde buldukları bir durumu ifade eder [Int.Kyn.2]. Kuantum dolaşıklık klasik mekanik ve kuantum mekaniği arasında farklılık olan konuların başında yer alır. Diğer taraftan kuantum süper pozisyon veya girişim gibi olaylar klasik fizikten yeni ve farklı davranışlar sergiler [Çakır 2005].

Kuantum dolaşıklık, enerjiye benzer fiziksel bir kaynaktır. Schrödinger, kuantum sistemleri arasındaki bağlantıyı “entanglement” olarak tanımlamış ve 1935 de aynı zamanda kuantum dolaşıklık ayrık kuantum sistemler arasında meydana gelir ve klasik olmayan ilişkiler içerir demiştir [Schrodinger 1935].

Hilbert uzayında iki kubit durumunun en genel ifadesi;

$$|\psi\rangle = a|00\rangle + b|01\rangle + c|10\rangle + d|11\rangle \quad (2.1)$$

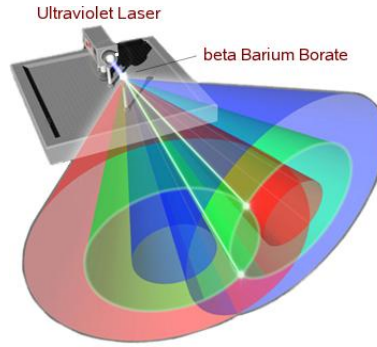
şeklinde tanımlanmaktadır. a, b, c, d katsayılarına bağlı olarak bu durum fonksiyonu ya dolaşık bir durumu yada dolaşık olmayan bir durumu tanımlayabilir. Mesela; c=d=0 için dolaşık olmayan bir durum tanımlıdır [Can 2004, Duru 2006]. İki spin parçacıklı sistemin anti simetrik dolaşık durumu;

$$|\psi^-\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|\uparrow\downarrow\rangle - |\downarrow\uparrow\rangle) \quad (2.2)$$

şeklinde tanımlanır. Parçacıklar özel durumlar olmadığı müddetçe her zaman ortogonal kuantum durumlarına sahiptir.

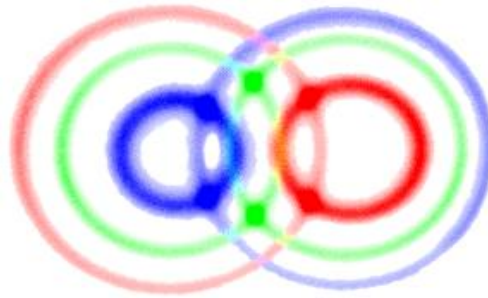
Teorik olarak kuantum dolaşıklığa bir göz atarsak; bir foton cisimden geçerek ilerlediği zaman elektron tarafından soğurulur. Elektron kendiliğinden salınan fotonca temel seviyeye geri dönecektir. Belirli kristal yapılarda, kristal yapısından dolayı yüksek

olasılıkla foton iki fotona ayrılacaktır ve bu iki foton daha düşük frekanslıdır. Bu iki fotonun toplam enerjisi lazerden çıkan (gönderilen) fotonun enerjisine eşit olmalıdır. Zaten eşit olmaması durumu enerjinin korunumu yasasına aykırı olacaktır. Gönderilen ilk foton iki ayrı fotona ayrıldığında bu iki fotonun dolaşık oldukları düşünülmektedir. Belirli bir kristale gelen fotonun iki ayrı fotona ayrılması süreci parametrik aşağı çevrim olarak adlandırılmaktadır. Genelde kristalden çıkış yapan fotonlar yatay polarize ve düşey polarize ışık konisi olarak düzene girerler. Bu yatay ve düşey ışık konileri üst üste binebilirler. Bunlara rağmen bu özel fotonların polarizasyonu bilinmemektedir. Kuantum mekaniğin doğası farklı olduklarını bize önceden bildirmektedir.



Şekil 2.1 Foton dolaşıklığı deney gösterimi

Şekil 2.1 (European Space Agency) de bir dolaşık foton oluşum deneyi görmekteyiz. Burada bir ultraviyole lazerden gönderilen bir tekli foton beta baryum borat kristalinden geçmektedir. Kristalden geçen fotonun ayrılma ihtimali vardır. Eğer ayrılırsa, foton kristalden iki foton olarak ayrılacaktır. Sonuçta dolaşık fotonlar oluşturulmuş olur. Bu dolaşık fotonların ekran görüntüsü Şekil 2.2 (Anton Zeilinger, Institute of Experimental Physics, University of Vienna) de verilmiştir.



Şekil 2.2 Dolaşık fotonların ekran görüntüsü

İki kubitin Hilbert uzayında Bell durumları olarak tanımlanan dört ayrı dolaşık durumu;

$$1- |\Psi^+\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|01\rangle + |10\rangle) \quad (2.3)$$

$$2- |\Psi^-\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|01\rangle - |10\rangle) \quad (2.4)$$

$$3- |\Phi^+\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|00\rangle + |11\rangle) \quad (2.5)$$

$$4- |\Phi^-\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|00\rangle - |11\rangle) \quad (2.6)$$

dalga fonksiyonlarıyla tanımlıdır. Bu Bell durumlarının her biri maksimum dolaşık durumlardır.

Kuantum mekanikte bir sistemin durumu $\psi(x) = \langle x|\psi\rangle$ şeklindeki dalga fonksiyonu ile belirlenir. Bu varoluşun karesi, olasılık yoğunluk fonksiyonu ile gösterilir. Eğer gözlemci sistemin konumunu ölçerse x 'de lokalleştirilmiş olarak bulacaktır. Sistemin durumu, iki dalga fonksiyonunun süperpozisyonu olarak $\psi(x) + \theta(x)$ şeklinde tanımlandığı zaman kuantum girişim ortaya çıkar. x konumunda bulunan sistem için olasılık yoğunluğu klasik fizik kurallarına uyan bir sistemde olduğu gibi olasılık dağılımlarının $|\psi(x)|^2 + |\theta(x)|^2$ toplamı şeklinde basit değildir. Fakat olasılık yoğunluğu özel lokalleşmelerden dolayı tümüyle sistem tarafından kapsanmayabilen bir girişim terimi ile modüle edilebilir. Kuantum sistemler klasik sistemler gibi eş ilişkili olabilirler. İki parçacığın $\psi(x_1, x_2) = \delta(X - x_1 - x_2)$ şeklinde durumu, konum yönüyle mükemmel eş ilişkilidir. Eğer birinci sistemin konumu bilinirse o zaman kesinlikle bir girişim olabilir. Bu iki sistemin konum ölçüm sonuçları eş ilişkili olarak verilebiliyorsa $\psi(x_1, x_2) + \theta(x_1, x_2)$ şeklindeki süperpozisyon dolaşık denir. Genel olarak dolaşıklık; ölçüm sonuçları ile eş ilişkili verilen iki yada daha fazla kuantum sistemi ile durumların

süperpozisyonudur. Kuantum mekanik dinamiklerle kurulan dolaşık durumla sağlanan güçlü korelasyonlar kuantum teknolojisinde önemlidir.

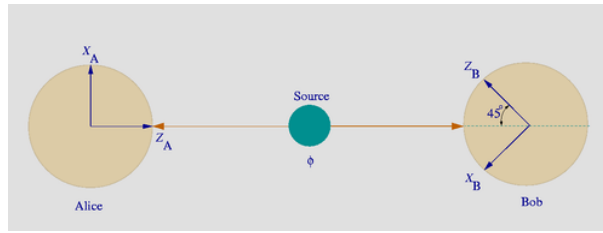
2.1. Einstein-Podolsky-Rosen İkilemi

Albert Einstein'ın görüşlerinin bazıları kuantum kuramının temelini oluşturur. 1905 yılı gibi erken bir tarihte elektromanyetik alanın kuantumu olarak foton kavramını ilk kez Einstein öne sürmüştür. Bu kavramdan dalga-parçacık ikiliği fikri geliştirilmiştir. Einstein daha sonraları bu kavramlara dayanarak geliştirilen kuramın, fiziksel dünyanın geçici tanımından başka bir şey olabileceğini asla kabul edememiştir. Bu kuramın olasılıkçı yönüne duyduğu rahatsızlık Einstein'ı takip eden herkesçe çok iyi bilinir. 1926 yılında Max Born'un mektuplarından birine verdiği yanıt: *“Kuantum mekaniği çok etkileyici. Fakat içimden bir ses bana yinede henüz bunun tam gerçek olmadığını söylüyor. Kuram pek çok şey bildiriyor ama bizi Tanrının sınırlarına yaklaştırmıyor. Ne olursa olsun inanıyorum ki Tanrı zar atmıyor”* bu hoşnutsuzluğu dile getirmiştir [Penrose 2004].

EPR fikri (Einstein-Podolsky-Rosen ikilemi) ilk olarak kuantum teorisinin eksikliğini kanıtlamak için Einstein ve arkadaşlarınca ortaya atılan bir düşünce deneyiydi ki bu düşünce deneyini “g Gedankenexperiment” olarak tanımlamışlar. Fakat sonraki yıllarda EPR'ye dönük deneylerin yapılması bu olayın paradoks olmaktan çok “doğanın davranışı” olduğu düşüncesinin ağır basmasına neden oldu. EPR fikrinin en ilgi çekici yanı iki dolaşık parçacığın aralarında uzun mesafeler olmasına rağmen birbirlerinin kuantum durumlarını bir an için etkileyebilmeleridir.

Diyelim ki, A ve B bölgelerinden oluşan fiziksel bir sisteme sahibiz. A ve B bölgelerini iki farklı parçacık olarak kabul edelim. A'nın durumunu belirleyecek iki ve birbirine dik seçeneğin $|\alpha\rangle$ ve $|\rho\rangle$ olduğunu, B'nin durumunu belirleyecek seçeneklerin ise $|\beta\rangle$ ve $|\sigma\rangle$ olduklarını varsayalım. Daha önce gördüğümüz gibi genel birleşik durum A durumu ile B durumunun sadece bir çarpımı değil fakat bu gibi çarpımların bir birleştirmedir. Bu durumda A ve B'nin ilişkili olduğunu (korelasyon) söyleriz. Sistemin

$|\alpha\rangle|\beta\rangle + |\rho\rangle|\sigma\rangle$ olduğunu varsayalım. Ölçüm yapıldığında son durum ya $|\alpha\rangle|\beta\rangle$ yada $|\rho\rangle|\sigma\rangle$ olacaktır. Ölçüm sonucuna göre diğerinin ne olduğu saptanabilir. Aynı anda her iki durumu da görmemiz mümkün değildir. Ancak bir ölçüm yapıldığı takdirde diğer durum tespit edilebilir. Tıpkı usta bir bilardo oyuncusunun bilardo masasındaki topların her birinin nereye doğru gittiğini görememesi fakat amacına ulaşabilmesi düşünülebilir. Klasik olarak bile tam olarak tespit edilemeyen iki farklı durum, kuantum dünyasında da anlık olarak da tespit edilmesi mümkün değildir.



Şekil 2.3 EPR düşünce deneyi

Şekil 2.3 de temsil edilen EPR düşünce deneyi elektronlarla gerçekleştirilmiştir. Merkezdeki kaynaktan iki elektron gönderilmektedir. Bu gönderilen elektronlar, A ile temsil edilen elektron Alice isimli gözlemci tarafından ve B ile temsil edilen elektron Bob isimli gözlemci tarafından algılanacaktır. Şimdi karşımıza iki durum çıkacaktır. 1. durumda; Alice tarafından ölçülen A elektronu yukarı yönde spin, Bob tarafından ölçülen B elektronu aşağı yönde spin verecektir. 2. durumda ise; A elektronu aşağı yönde spin, B elektronu yukarı yönde spin verecektir. İşte bu 2 durumun kuantum süperpozisyonu olarak dolaşık bir durum karşımıza çıkacaktır. Bu olay anlık bir olaydır.

EPR makalesi 2 önemli sonuç ortaya koymuştur. Bunlar;

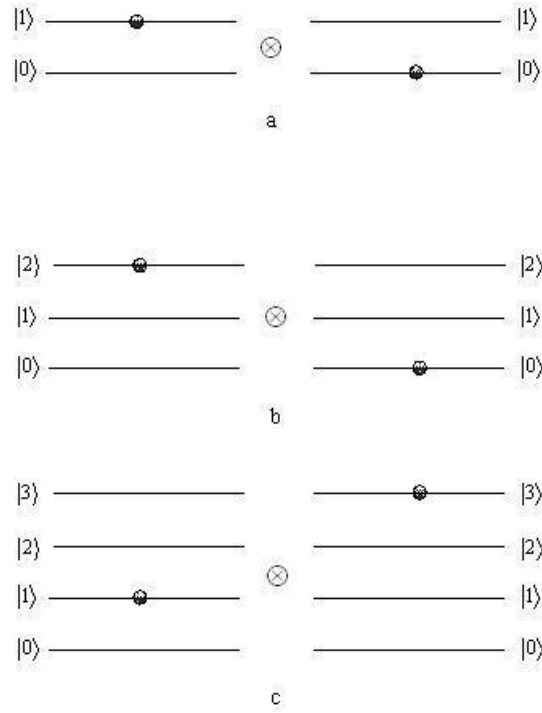
- ✓ “Birinci parçacığın başka bir özelliğini, belki de çelişen bir özelliğini bile ölçebiliriz ve çiftin diğer teki olan ikinci parçacığın ilgili özelliğini bilebiliriz. Böylece ikinci parçacığın ilgili diğer özelliği gerçek olacaktır” düşüncesini içermektedir.
- ✓ EPR'nin yerellik varsayımına göre; galaksinin iki ucunda iki parçacık olsun. Bu parçacıklardan birine hiç dokunulmadan diğer parçacık ölçülsün. EPR'ye göre

birinciyi ölçerek kesinlikle uzakta olan ikincinin gerçek durumunu değiştiremeyiz. Birinci parçacığın her iki ölçümünü de yapabildiğimiz için ve yerellik varsayımıyla bu sadece kendi başına ikinci parçacığı etkilemeyeceğine göre, ikinci parçacığın, her iki olası özelliği için birinci parçacığın ölçümlerine dayanan önceden ayarlanmış gerçek değerler olmalıdır.

2.2. EPR-Bell Durumlarının Dolaşıklık Miktarları

1935 yılında Einstein, Podolsky ve Rosen iki parçacıklı durumlar için ilk klasik dolaşıklığı ortaya koymuşlardır. Bu EPR düşünce deneyi 1980 li yıllarda bir fizik laboratuvarında test edilmiştir. Aspect deneyleri, Einstein'ın öngörülerinin hatalı olduğunu gösteren ve Bohr'un Einstein'a karşı kuantum teorisini savunmasını destekleyen niteliktedir. EPR'de ancak yerel nedensellik ihlal edilirse, yani uzaktan etkileme mümkün olursa gerçekleşeceği söylenen durumun; Aspect deneylerinde gerçekleştiği gösterilmiştir. Aspect, deneylerini fotonların kutuplanma özelliklerini kullanarak gerçekleştirdi. Deneyler için foton çifti salan atomlar kullanıldı. Bu foton çiftleri birbirlerinden ne kadar ayrılırlarsa ayrılırlar -kuantum teorisine göre- birinin kutuplanması dikse, diğeriinki yatay olmalıdır. Kuantum teorisinin önemli bir özelliğinin ölçmeyi yapanın ölçüleni etkilemesi olduğunu hatırlayalım. Kutuplanmayı ölçen alet (polarizatör) fotonun kutuplanmasının dik veya yatay olmasını da etkiler. EPR hayali deneylerini gerçek deney olarak gerçekleştiren Aspect ve arkadaşları, bütünü parçaların toplamından fazla bir şey olduğunu, bütünü parçalara indirgeyip anlayamayacağımızı, parçaların birbirlerinden ayrıldıklarında uzak mesafelerde bile bütünsel özellikler gösterebildiklerini deneyleriyle doğrulamışlardır.

Dolaşıklık iki kubit için çok daha iyi anlaşılacaktır. İki parçacıklı dolaşık durum Erwin Schrödinger tarafından matematiksel olarak formüleleştirilmiştir. İki seviyeli sistemler kubit, üç seviyeli sistemler küdrüt, dört seviyeli sistemler kuadrüt olarak adlandırılırlar.



Şekil 2.4 a) İki kubitin gösterimi b) İki küdritin gösterimi c) İki kuadritin gösterimi

İki kubitin temel durumun Schmidht formunda ifadesi,

$$|\psi\rangle = \sum_{i=1}^2 k_i |ii\rangle \quad (2.7)$$

ile gösterilir ve k_1, k_2 Schmidht katsayılarıdır [Rai and Luthra 2005]. Schmidht katsayıları normalizasyon şartına uyarlar.

$$k_1^2 + k_2^2 = 1 \quad (2.8)$$

A ve B ile adlandırılmış iki kubitin oluşturduğu bir sistem için tanımlı dört EPR-Bell durumu mevcuttur. Bu 4 EPR-Bell durumunun her biri dolaşık bir durumu ifade eder. 4 EPR-Bell durumu,

$$|\psi_1\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|00\rangle_{AB} + |11\rangle_{AB}) \quad (2.9)$$

$$|\psi_2\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|01\rangle_{AB} + |10\rangle_{AB}) \quad (2.10)$$

$$|\psi_3\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|00\rangle_{AB} - |11\rangle_{AB}) \quad (2.11)$$

$$|\psi_4\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|01\rangle_{AB} - |10\rangle_{AB}) \quad (2.12)$$

ile tanımlanmaktadır. İki parçacıklı sistemin en küçük boyutu “d” ile tanımlıdır. d boyutunun değerleri 0 ve 1 alındığında AB sisteminin Schmidt formunda ifadesi,

$$|\psi\rangle = \sqrt{p_0}|\phi_0^A\rangle|\phi_0^B\rangle + \sqrt{p_1}|\phi_1^A\rangle|\phi_1^B\rangle \quad (2.13)$$

şeklinde formüledir. Burada p_0 ve p_1 indirgenmiş yoğunluk matrisin özdeğerleridir. $|\psi\rangle$ ifadesinin normalizasyon koşuluna uyması beklenir ki $p_0 + p_1$ ifadesi her zaman “1” e eşittir. Matris olarak ifade edilecek EPR-Bell durum fonksiyonlarını ayrı ayrı eşlenikleri ile çarptığımızda AB sisteminin yoğunluk matrisini elde ederiz.

$$\rho_{AB} = |\psi_i\rangle\langle\psi_i| \quad (2.14)$$

EPR-Bell durumlarının her birinin yoğunluk matrisi hesap edilip indirgenmiş yoğunluk matrisleri bulunduğu her birinin aynı matris sonucunu verdiği görülür.

$$\rho_A = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} \end{pmatrix} \quad (2.15)$$

İndirgenmiş yoğunluk matrisi $\rho_A = Tr_B(\rho_{AB})$ şeklinde tanımlıdır. Tr_B B üzerinden kısmi iz olarak bilinmektedir. Schmidt katsayıları ρ_A ’nın özdeğerlerinin kareköküdür. ρ_A ’nın özdeğerleri “1/2” dir. Böylece Schmidt katsayıları,

$$k_1, k_2 = \sqrt{\frac{1}{2}} \quad (2.16)$$

değerlerini almıştır.

Dolaşıklığın ölçüsü olan konkurus ifadesi [Ou and Fan 2007],

$$C \equiv \sqrt{2(1 - \text{Tr} \rho_A^2)} = \sqrt{2 \left(1 - \sum_i p_i^2 \right)} \quad (2.17)$$

şeklindedir. Dolaşıklığın bir diğer ölçüsünde negativity tanımıdır. İki parçacıklı sistemin negativity eşitliği ise,

$$N = \frac{\left[\left(\sum_i k_i \right)^2 - 1 \right]}{d - 1} \quad (2.18)$$

Sistemin boyutu “d=2” alındığında konkurus ve negativity ifadelerimiz “1” değerini vermektedir. Bu “1” değeri 4 EPR-Bell durumunun maksimum dolaşıklık miktarını belirtir. Konkurusun aralığı “0” dan “1” e kadardır [Özen ve Dermez 2009]. Bu hesapların Mathematica verileri Ek 1 de verilmiştir.

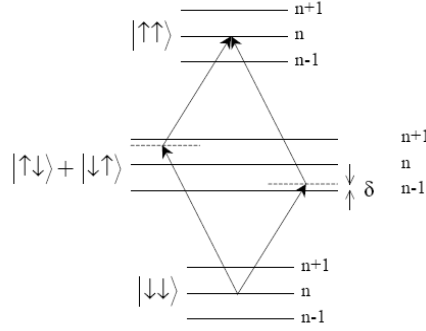
2.3. Atom Dolaşıklığı

Tuzaklanmış atomik iyonlar uzun tutarlılık zamanı ve uzun tuzaklama ömründen dolayı ölçeklendirilebilir kuantum hesabı için uygun sistemler arasındadır [Maunz et al. 2007, Moehring et al. 2007]. Tuzaklanmış atomlar lazerler ile kolayca etkilenebilir ve ortamdan çok iyi izole olabirler [Moehring et al. 2007]. Genellikle iyon tuzaklama hesaplarında kubitler için tuzaklanan iyonun hiperfin durumları kullanılır. Yakın mesafeli tuzaklanmış iyonlar Coulomb çifti hareketi nedeniyle dolaşık olabilmesine rağmen fotonlar tarafından, ek bir etki yüzünden küçük bir derece yerel iyon dolaşıklığı daha olağan görünür [Cory and Havel 2004]. İki iyon veya atomun uzak dolaşıklığı Bell durum ölçü parçacığınca saçılan hedef iki foton tarafından elde edilebilir. Bell durum ölçüsünün aslı iki fotonun kuantum girişimidir.

Şekil 2.6 ile gösterilen iki n seviyeli iyonun, etkileşim ile ortaya çıkan dolaşıklığı

$$|\psi_e\rangle = \frac{(|\uparrow\uparrow\rangle + |\downarrow\downarrow\rangle)}{\sqrt{2}} \quad , \quad |\psi_e\rangle = \frac{(|\uparrow\downarrow\rangle + |\downarrow\uparrow\rangle)}{\sqrt{2}} \quad (2.19)$$

şeklinde dalga fonksiyonlarıyla tanımlanmaktadır. Bu dalga fonksiyonların birincisi simetrik, ikincisi anti simetrik dolaşık dalga fonksiyonudur.

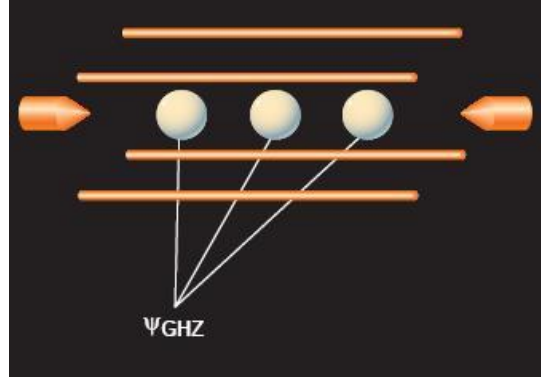


Şekil 2.5 İki n seviyeli iyonun etkileşim gösterimi

Kuantum mekaniği, dolaşık olabilecek sistemin sayısına bir sınırlama getirmemektedir. Bu zamana kadar dolaşıklığın birçok laboratuvar çalışması iki parçacıktan daha fazla parçacıkla düzenlenmektedir. Bir üçlü sistem için dolaşıklık durumu;

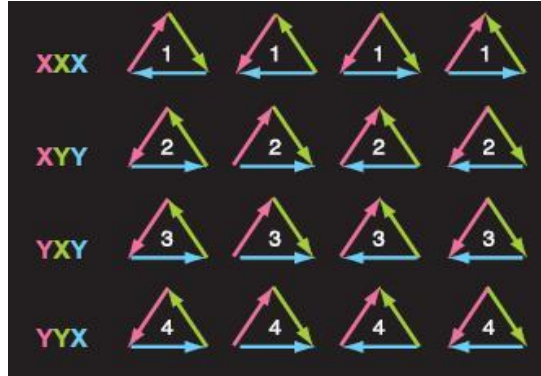
$$|GHZ\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|000\rangle + |111\rangle) \quad (2.20)$$

dalga fonksiyonu şeklinde tanımlanabilir [Greenberger et al. 1989]. Bu türdeki çoklu parçacık dolaşık durumları Greenberger-Horne-Zeilinger (GHZ) kuantum durumları olarak bilinmektedir. GHZ durumları özellikle iki parçacıktan daha çok dolaşıklık incelemelerinde öneme sahiptir.



Şekil 2.6 Tuzaklanmış üç iyonun lazer etkileşimi

1990 yılında D. Mermin GHZ durumunun klasik olmayan veya saklı değişken tanımı olarak belirtilebilir deney gösterimini öne sürdü. Şekil 2.8 de görüldüğü gibi kuantum ilişki 4 farklı ölçüm yapılarak gösterilmiştir [Mermin 1990]. Gösterimin klasik yorumla çelişkili olduğu belirtilmiştir.



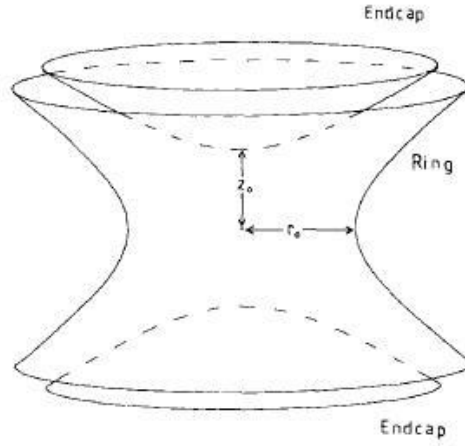
Şekil 2.7 D. Mermin'in GHZ durumunun gösterimi

3. TUZAKLANMIŞ İYON

İyonları tuzaklama düşüncesi ilk olarak 1936 yılında Hollandalı F.M. Penning tarafından ileri sürülmüştür. Penning, durgun manyetik alan ve homojen olmayan statik elektrik alan kuvveti altında parçacıkları depolamayı yani tuzaklamayı düşünmüştür [Phillips 2004]. Alman bilim adamı Wolfgang Paul ise 1950'li yıllarda ikinci tür bir iyon tuzağı bulmuştur. Paul tuzaklama ile adlandırılan tuzaklama, ilgili parçacıkların ve atomların AC (alternatif akım) elektrik alanı altında gerçekleştirilmiştir. Günümüzde kullanılanlar da hala bu öncülerin geliştirdiği ilkelere dayanmaktadır. İlk deneyler binler, milyonlar basamağındaki çok sayıda iyonla yapıldığından tamamıyla açığa kavuşmamıştır. Yıllar geçtikçe araştırmacılar, tuzaklanan iyon sayısını birkaç indirmeyi amaçladılar. 1978'de Alman P. Toschek ile ABD'li Hans Dehmelt ve arkadaşları bir tuzak içinde birkaç baryum iyonundan oluşan bir iyon bulutu elde etmeyi başarmışlar. Zaman zaman iyon sayısını bire kadar indirmeyi başarmışlar. Deneylerini daha sonraları daha başarılı hale getirerek ışığın bir iyondan mı yoksa daha fazla iyondan mı geldiğini belirlemeyi başarmışlardır. Bilim adamlarının merakla bekledikleri deney sonuçları uç koşullarda (çok az sayıda iyon bulunan) geçerli olması gereken, atomların foton yayınlaması ya da soğurması gibi tümüyle kuantum mekaniksel olaylar deney sonuçları ile doğrulanmıştır. Deneyin daha da geliştirilebilmesi mümkündür. Bu, bir tuzaktaki birkaç iyonu uzun süre kolayca gözlemlemek için onların ısıl (termik) hareketlerini durdurmak kısacası onların ısılarını düşürmek gerektiriyordu. Ancak 1987'de yapılan deneyler şaşırtıcı bir sonuç vermiştir. Isılarının düşürülmesi sonunda birkaç iyondan oluşan düzensiz bir buluttan yayınlaması beklenen ışığın davranışının tümüyle değiştiği gözlemlendi. Tuzağın içinin çekilen fotoğrafları, iyonların kristallere benzeyen düzenli yapılar verecek biçimde dizildiklerini göstermiştir [İnt.Kyn.3].

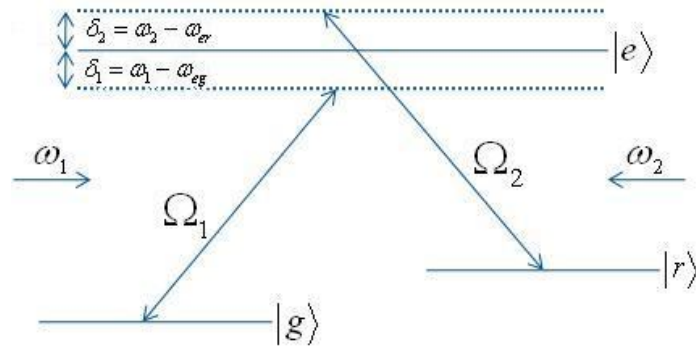
İyon tuzaklamanın deneysel olarak nasıl oluşturulduğuna bir göz atalım. İyon tuzağının temel parçası, içinde iyonlara bir elektrik alan kuvvetinin etki ettiği elektrik yüklü metal bir kutudur. Kutu, alt ve üstten çukur bakır kapaklarla kapatılmış, kendi de bakırdan bir halkadır. Halka ve kapaklar, birbirlerine tam dokunmayacak biçimde yerleştirilmişlerdir; böylece, farklı gerilimlerde tutulabilirler. Örneğin; halkaya pozitif (+),

kapaklara negatif (-) elektrik gerilimi uygulayarak pozitif (+) yüklü iyonun bu durum altındaki davranışları incelenir. Eğer iyon tam merkezde değilse iyonun yakın olduğu kapağa doğru hareket etmesinden başka bir şey beklenemez. Şayet tam merkezde ise elektriksel etkiler birbirini dengeleyecektir [İnt.Kyn.3]. Pozitif yüklü halkanın etkisi ise iyonu merkeze doğru itecektir ve merkezde kalmaya mecbur bırakacaktır.



Şekil 3.1 İyon tuzağının elektrot yapısı

Birde halkaya negatif (-), kapaklara pozitif (+) elektrik gerilimi uyguladığımızı varsayarak yorumlayalım. Kapaklar artı yüklü iyonu merkeze doğru itecektir. Halka etrafında dairesel bir eksi yük ile iyonu çekmeye zorlayacaktır. Bu dairesel etki manyetik alan olarak bilinmektedir. Bu durumda halkanın yükünden ve özelliğinden dolayı iyonun hareketi kararsızdır. Penning, tuzaklamada işte böyle bir manyetik alandan yararlanmışır. Böylece Penning tuzağı diye ifade edilen tuzaklamada iyonun uzayın üç doğrultusunda da tuzaklanması gerçekleştirilmiş olur [Blatt et al. 1992].



Şekil 3.2 İki lazer ışını ile üç seviyeli iyon etkileşimi

Şekil 3.2 de sağdan ve soldan iki lazer ışınının gönderilmesiyle iyon etkileşimi gerçekleştirilmektedir. İki klasik lazer alanı tarafından harmonik potansiyelde iyon tuzaklanması düşünülmektedir. Bu tuzaklamada lineer tuzaklama yöntemi düşünülmektedir. Tuzaklama x-ekseni boyunca tasarlanmaktadır ve sıkıca hapsedilmiş enine hareket ihmal edilmektedir [Müstecaplıoğlu 2003]. İyonun her iki lazer ışınıyla etkileşimi sonucu tüm sistemin toplam Hamiltonyeni,

$$H = H_{CM} + H_{ion} + H_1 + H_2 \quad (3.1)$$

$$H_{CM} = \frac{p_x^2}{2m} + \frac{1}{2}mv^2x^2 \quad (3.2)$$

$$H_{ion} = \omega_{eg}R_{ee} + (\omega_{eg} - \omega_{er})R_{rr} \quad (3.3)$$

burada H_1 ve H_2 soldan ve sağdan gelen iki lazer ışınının iyon ile etkileşimi ile toplam Hamiltonyene ek olarak gelen etkileşim Hamiltonyenleridir. ω_{eg} ; uyarılmış seviye ve temel seviye arasındaki frekans, ω_{er} ; uyarılmış seviye ile raman seviyesi arasındaki frekansdır. Ω ise zamana bağlı olmayan Rabi frekansı olarak adlandırılır. Bu katsayı Abdel Aty (2005) makalesinde zamana bağlı yeni kapling parametresi (new time-dependent coupling parameter) olarak alınmıştır [Abdel-Aty 2005].

$$H_1 = \frac{\Omega_1}{2} e^{i(\pm k_1 x - \omega_1 t)} R_{eg} + H.c \quad (3.4)$$

$$H_2 = \frac{\Omega_2}{2} e^{i(\pm k_2 x - \omega_2 t)} R_{er} + H.c \quad (3.5)$$

a ve b temel, uyarılmış ve raman seviyeleri olarak iyonik geçiş operatörleri $R_{ab} = |a\rangle\langle b|$ bilinmektedir ve $R_{gg} + R_{rr} + R_{ee} = 1$ dir. İki lazer ışını ω_i frekansı ve $k_i > 0$ dalga sayısı tarafından karakterizedir. “i” ifadeleri kompleks olduğunu değil fonon sayısını belirtir (i=1,2 -1 birinci lazer ışını, 2 ikinci lazer ışını-).

İyonik kütle merkezi hareketinin kuantum mekaniksel incelemesi $p_x = i\sqrt{\frac{mV}{2}}(a^\dagger - a)$ ve $x = \sqrt{1/2mV}(a + a^\dagger)$ yolu ile H_{CM} 'nin standart harmonik osilatör niceliğince temsil edilebilir. Harmonik tuzaklama frekansı “ ν ” bütün seviyeler için aynı varsayılmaktadır. Bozonik operatörler a ve a^\dagger olağan Eyl-Heisenberg cebirine uyan titreşimli fononların yaratma ve yok etme operatörleridir. Yaratma operatörü $a = \sqrt{\frac{mV}{2\hbar}}\left(\frac{x+ip}{mV}\right)$ ve yok etme operatörü $a^\dagger = \sqrt{\frac{mV}{2\hbar}}\left(\frac{x-ip}{mV}\right)$ dir. Lamb-Dicke parametreleri (η) olarak bilinen $\eta_i = k_i\sqrt{1/2mV}$ sistemin Hamiltonyeninde yazılırsa,

$$H = H_0 + V \quad (3.6)$$

$$H_0 = \nu a^\dagger a - \delta_1 R_{ee} - (\delta_1 - \delta_2) R_{rr} \quad (3.7)$$

$$V = \frac{\Omega_1}{2} e^{\pm i\eta_1(a^\dagger+a)} R_{eg} + \frac{\Omega_2}{2} e^{\pm i\eta_2(a^\dagger+a)} R_{er} + H.c \quad (3.8)$$

Sistemin toplam Hamiltonyenini yazarken $H_{CM} + H_{ion}$ 'un H_0 olarak ve $H_1 + H_2$ 'nin ise V olarak yazıldığına dikkat edilmelidir. $\delta_1 = \omega_1 - \omega_{eg}$ ve $\delta_2 = \omega_2 - \omega_{er}$ dir.

$$H = \nu a^\dagger a - \delta_1 R_{ee} - (\delta_1 - \delta_2) R_{rr} + \frac{\Omega_1}{2} e^{\pm i\eta_1(a^\dagger+a)} R_{eg} + \frac{\Omega_2}{2} e^{\pm i\eta_2(a^\dagger+a)} R_{er} + H.c \quad (3.9)$$

Abdel-Aty (2005) makalesinde Eq(1) deki klasik elektrik alan $E_j^-(\hat{x}, t) = E_0 \exp(i\omega_j t) \cos\left(\frac{\omega_j}{c} \hat{x} + \phi_j\right)$ ile verilmiştir. $E_j^-(\hat{x}, t)$ ifadesindeki kosinüslü terim bir sürekli dalga (standing wave, sadece kosinüs) için lazer alanının mod yapısını tanımlar. Burada ϕ_j dalga için tuzak potansiyelinin konumunu tanımlar, burada \hat{x} konum operatörüdür [Abdel-Aty 2005]. Biz ise çalışmamızda etkileşim

hamiltonyeninde klasik elektrik alanı gezgin dalga (travelling wave, $\cos+i.\sin$) formunda aldık.

$U_0 = e^{[-i\omega_1 R_{ee} - i(\omega_1 - \omega_2) R_{rr}]}$ potansiyelince bir döner kafes dönüşümü uygulanmaktadır.

Glauber yer değiştirme operatörü olan $D(\alpha) = e^{(\alpha a^\dagger - \alpha^* a)}$ 'nın biçiminde bozonik serbestlik derecesinin V etkileşimine girmektedir. Yer değiştirme operatöründe $\alpha = \pm i\eta$ dir. Her iki lazer ışınının frekanslarının eşit oldukları varsayılırsa; $\delta_1 = \delta_2$ ve Rabi frekanslarında $\Omega_1 = \Omega_2 = \Omega$ olur. Glauber yer değiştirme operatörünü η cinsinden yazarsak; $D(\eta) = e^{i\eta(a+a^\dagger)}$ olacaktır. Uyarılma sonucu oluşan Rabi frekansı $\Omega = 2\nu$ iken, dönüşüm matris U bazı ara işlemlerden sonra

$$U = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 & \sqrt{2} & \sqrt{2} \\ -\sqrt{2}D(\eta) & D(\eta) & -D(\eta) \\ \sqrt{2}D(-\eta) & D(-\eta) & -D(-\eta) \end{pmatrix} \quad (3.10)$$

matrisini vermektedir [Dermez ve Müstecaplıoğlu 2009]. Dönüştürülmüş Hamiltonyen (The transformed Hamiltonian), U matrisi yardımı ile bulunur.

$$\tilde{H} = U^\dagger H U = \tilde{H}_0 + \tilde{V} \quad (3.11)$$

$$\tilde{H}_0 = \nu a^\dagger a + \eta \nu^2 + \nu (R_{rr} - R_{gg}) \quad (3.12)$$

$$\tilde{V} = -i\mu (a^\dagger R_{er} - a^\dagger R_{ge} + h.c.) \quad (3.13)$$

μ ile tanımlı değer karşılığı $\mu = \frac{\nu\eta}{\sqrt{2}}$ dir. Titreşimli fononların koherens yer değiştirme genliği α ile tanımlanmaktadır ve $\eta < \frac{1}{\alpha}$ eşitsizliği, rotasyon dalga yaklaşımı altında saptanan Hamiltonyen için tutarlılık gösterir [Müstecaplıoğlu 2003, Dermez ve Müstecaplıoğlu 2009].

Başlangıç durum fonksiyonunun zamanla değişim fonksiyonu,

$$|\psi(t)\rangle = U_0^\dagger U e^{-it\tilde{H}_0} K(t) U^\dagger |\psi(0)\rangle \quad (3.14)$$

$$|\psi(0)\rangle = (x|g\rangle + y|r\rangle + z|e\rangle) \otimes \sum_{n=0}^{\infty} F_n |n\rangle \quad (3.15)$$

Burada $|\psi(0)\rangle$, iyon-lazer kuantum sisteminin dalga fonksiyonudur. F_n ise titreşimli fononların Fock durumlarının genliğidir. Etkileşimin görüntü değişimi $e^{-it\tilde{H}_0}$ dir. Fotonların üç seviyeli iyon ile etkileşimi sonrası oluşan son dalga fonksiyonu,

$$|\psi(t)\rangle = \sum_{n=0}^{\infty} (u_n(t)|e, n\rangle + v_n(t)|r, n\rangle + w_n(t)|g, n\rangle) \quad (3.16)$$

ile tanımlanır. $u_n(t)$, $v_n(t)$, $w_n(t)$ fonksiyonları,

$$u_n(t) = \frac{e^{-i\omega_n t}}{\sqrt{2}} [B_n(t) + C_n(t)] \quad (3.17)$$

$$v_n(t) = \sum_{m=0}^{\infty} D_{mn}(i\eta) \left[-\frac{1}{\sqrt{2}} A_m(t) + \frac{B_m(t) - C_m(t)}{2} \right] \quad (3.18)$$

$$w_n(t) = \sum_{m=0}^{\infty} D_{mn}(-i\eta) \left[\frac{1}{\sqrt{2}} A_m(t) + \frac{B_m(t) - C_m(t)}{2} \right] \quad (3.19)$$

Görüldüğü üzere fonksiyonlarımız $A_m(t)$, $B_m(t)$, $C_m(t)$ zamana bağlı fonksiyonları içermektedir.

$$A_m(t) = \left[A_m \cos(\mu t \sqrt{2m+1}) - \left(B_{m-1} \sqrt{\frac{m}{2m+1}} + C_{m+1} \sqrt{\frac{m+1}{2m+1}} \right) \sin(\mu t \sqrt{2m+1}) \right] e^{-ivt(m+\eta^2)} \quad (3.20)$$

$$B_m(t) = \left[A_{m+1} \sqrt{\frac{m+1}{2m+3}} \sin(\mu t \sqrt{2m+3}) + B_m \left[1 - \frac{m+1}{2m+3} [1 - \cos(\mu t \sqrt{2m+3})] \right] - C_{m+2} \frac{\sqrt{(m+1)(m+2)}}{2m+3} [1 - \cos(\mu t \sqrt{2m+3})] \right] e^{-ivt(m+1+\eta^2)} \quad (3.21)$$

$$C_m(t) = \left[A_{m-1} \sqrt{\frac{m}{2m-1}} \sin(\mu t \sqrt{2m-1}) + C_m \left[1 - \frac{m}{2m-1} [1 - \cos(\mu t \sqrt{2m-1})] \right] - B_{m-2} \frac{\sqrt{m(m-1)}}{2m-1} [1 - \cos(\mu t \sqrt{2m-1})] \right] e^{-i\mu t(m-1+\eta^2)} \quad (3.22)$$

$$A_m = \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_{n=0}^{\infty} [x F_n D_{mn}(i\eta) - y F_n D_{mn}(-i\eta)] \quad (3.23)$$

$$B_m = \frac{z}{\sqrt{2}} F_m + \frac{1}{2} \sum_{n=0}^{\infty} [x F_n D_{mn}(i\eta) + y F_n D_{mn}(-i\eta)] \quad (3.24)$$

$$C_m = \frac{z}{\sqrt{2}} F_m - \frac{1}{2} \sum_{n=0}^{\infty} [x F_n D_{mn}(i\eta) + y F_n D_{mn}(-i\eta)] \quad (3.25)$$

Bu fonksiyonlar yerlerine koyulup uzun hesaplardan sonra etkileşimden sonraki toplam dalga fonksiyonuna ulaşılır. Eş.(3.16) dalga fonksiyonuyla Eş.(2.14) denklemini kullanarak iyon-lazer kuantum sisteminin yoğunluk matrisi elde edilir. $\rho_A = Tr_B(\rho_{AB})$ eşitliğiyle indirgenmiş yoğunluk matrisi bulunur. Daha sonra gerekli eşitlikler yardımıyla hesaplamak istediğimiz dolaşıklık miktarı, kuantum entropi gibi nicelikler hesap edilebilir. Bu hesaplar Maple, Mathematica gibi programlama dilleri ile hesap edilirse işlemlerin hata payı daha düşük olacaktır ve daha hızlı sonuçlara ulaşılarak zaman tasarrufu edilebilir.

3.1. Paul Tuzağı (Paul Trap)

Paul'un önerisinde yalnızca elektrik alanları kullanılır. Fakat bu kez elektrik alanları, zamana bağlı olarak hızla değişirler. Önce halka artı gerilimdeyken, kapaklar eksi gerilimde olsunlar. Gerilimler zamanın fonksiyonu olduğundan başlangıçta merkezde bulunan iyon merkezden uzaklaşmaya başlayacaktır. Bir süre sonra da halka ve kapak gerilimlerinin işaretleri değiş tokuş olunca; halka eksi ve kapaklar artı gerilime geçeceklerinden iyon kapakların itme etkisi ile merkeze gelerek yatay doğrultuda uzaklaşmaya başlayacaktır. Yine gerilimlerin işareti değişecek hareket düşey doğrultuya geçecek ve böyle sürüp gidecektir. Böylece de iyon kutunun içindeki küçük bir bölgede

hareket etmeye zorlanmış ya da tuzaklanmış olacaktır. Paul'un yöntemi, Penning'in yönteminden daha uygundur. Çünkü tuzaklanmış iyonların durdurulmasına da izin verir. Oysaki Paul'un yöntemindeki daire biçimindeki hareket durdurulamaz.

Şimdi matematiksel yönüne genel olarak bir bakalım: Bir iyon hapsederken $F=-k.r$ kuvveti uygulanmaktadır. Elektriksel alan kuvvet ile orantılıdır ve elektriksel potansiyelin diverjansına eşittir. Üç boyutlu uzayda elektrik potansiyeli

$$\Phi \propto (\alpha x^2 + \beta y^2 + \gamma z^2) \quad (3.26)$$

orantılı varsayalım. Elektrik kuadrapol alanı

$$\Phi = \frac{\Phi_0}{r_0^2} (\alpha x^2 + \beta y^2 + \gamma z^2) \quad (3.27)$$

olarak belirtilmektedir. Eş.(3.27) tüm potansiyel değerlerinde koşullara uymalıdır. Laplace çözümlerinden;

$$\nabla^2 \Phi = 0 \quad \rightarrow \quad \alpha + \beta + \gamma = 0 \quad (3.28)$$

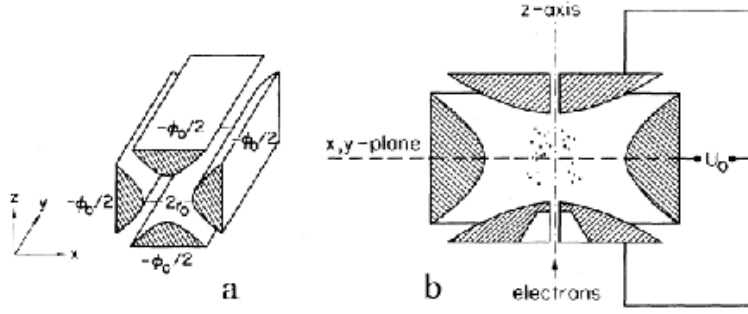
eşitlikleri bulunur. Örneğin; α için "1", β için "0" değeri verirsek; α , β , γ toplamının "0" olması için γ değerinin "-1" olması gerekir ki $\alpha = -\gamma$ olur. Elektrik kuadrapol alanı,

$$\Phi = \frac{\Phi_0}{r_0^2} (x^2 - z^2) \quad (3.29)$$

olur. Bir iyon tuzağı için, $\alpha = \beta = 1$ ve $\gamma = -2$ değerleri verilsin. $x = r \cos \theta$ ve $y = r \sin \theta$ 'dir. Eş.(3.27) den $x^2 + y^2$ toplamı, $\cos^2 \theta + \sin^2 \theta = 1$ olduğu için r^2 ifadesini verir. Bu verilere göre; kuadrapol alanı

$$\Phi = \frac{\Phi_0}{r_0^2} (r^2 - 2z^2) \quad (3.30)$$

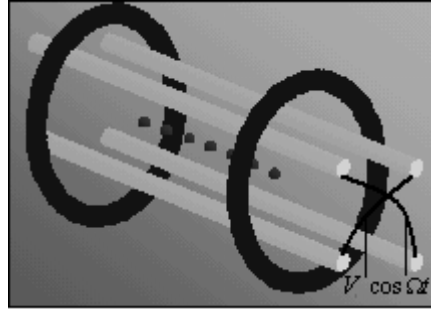
olacaktır.



Şekil 3.3 a) Lineer rf Paul tuzağı, b) Kapalı bölge rf Paul tuzağı

3.2. Lineer Tuzaklama Yöntemi

Lineer tuzak üç parçadan oluşan bir alettir [Welling et al. 1998, Prasad et al. 1999]. Her bir bölüm olarak dört çubuk montaj edilmektedir [Raizen et al. 1992]. Gerekli kuadrapol alanına ulaşmak için, çubukların çapraz kesitleri hiperbolik olmalıdır. Mekanizmadaki zorluklar nedeniyle bu çubuklar kuadrapol alanın bir yaklaşımı dairesel çapraz kesitler kullanarak elde edilmektedir [Prasad et al. 1999].



Şekil 3.4 Üç bölüm dört çubuktan oluşan lineer tuzaklama gösterimi

Şekil 3.4 de çaprazlama karşıt elektrotlar arasına $V_0 \cos \Omega t$ voltajı uygulanmaktadır. Tuzaklanan iyonlar z eksenini boyuncadır. Radyo frekansı (r.f.) elektrik alanları, tuzağın merkez bölümünün bütün eksenini boyunca tuzak eksenine çaprazdır. Tuzak ekseninin zamanla değişen potansiyeli,

$$\phi = \frac{V_0 (x^2 - y^2)}{2R^2} \cos \Omega t \quad (3.31)$$

Burada R, tahmini olarak tuzak elektrotlarının ekseninden yüzeyine mesafesine eşittir. Yeterince yüksek frekansdaki Ω için radyal doğrultuda sözde harmonik potansiyel sonucu,

$$\phi_p = \frac{q V_0^2}{4m \Omega^2 R^4} (x^2 + y^2) = \frac{m}{2q} \omega_r^2 (x^2 + y^2) \quad (3.32)$$

$$\omega_r = \frac{q V_0}{\sqrt{2m} \Omega R^2} \quad (3.33)$$

ω_r , radyal doğrultuda titreşim frekansıdır. Tuzak eksenini boyunca sağlanan hapsedilme için U_0 statik voltajı son kesime uygulanmaktadır ve tuzaklanan pozitif iyonlar için $U_0 > 0$ dir.

Lineer tuzaklamanın avantajları; hızlı tarama süresi, artan iyon depolama kapasitesi ve olayı yorumlama kolaylığı sağlamasıdır [İnt.Kyn.4, Schwartz et al. 2002].

3.3. Birçok Farklı İlk Şartlar Altında Tuzaklanmış İyonun İki Lazer İle Etkileşimi

3.3.1. Lazer-İyon dolaşık sisteminin kuantum dolaşıklığının karakterize edilmesi

İki lazer ışının üç seviyeli iyonla etkileşiminden sonra Hilbert uzayında 6-boyutlu bir sistem ile ilgilenilmektedir. Eş.(3.16) ile verilen fotonların üç seviyeli iyon ile etkileşimi sonrası oluşan dalga fonksiyonunda yer alan u, v, w dalga genlik fonksiyonlarını

incelemeye aldık. u , v , w fonksiyonları Eş.(3.17)-Eş.(3.19) da görüldüğü gibi zamana göre değişen bir fonksiyondur. Normalizasyon şartlarına uyması gereken bu fonksiyonların 3 seviyeli ilk dalga fonksiyonunun içerdiği olasılık genlikleri ile değişimini x 'e göre Mathematica programında çizdirerek etkileşimle nasıl bir değişim olduğunu görmeye çalışmaktayız.

	x=0	x=0.2	x=0.4	$x=1/\sqrt{2}$	x=1	x=2	x=10	x=100
u_0	0.236	0.186	0.123	0.0041	0.236	0.63	3.32	33.5
u_1	0.5	0.59	0.66	0.71	0.5	1.32	7	70
u_2	0.335	0.26	0.175	0.0058	0.335	0.88	4.66	47
u_3	0.0049	0.0049	0.0049	0.0049	0.0049	0.0013	0.00025	0.000025
v_0	1	0.98	0.92	0.705	1	2.65	14	140
v_1	0.55	0.57	0.56	0.5	0.55	1.47	7.8	78
v_2	0.25	0.20	0.14	0.0248	0.25	0.65	3.4	34
v_3	0.0072	0.0064	0.0054	0.0035	0.0072	0.0115	0.058	0.58
w_0	1	0.98	0.91	0.705	1	2.6	14	140
w_1	0.55	0.57	0.57	0.51	0.55	1.46	7.8	78
w_2	0.24	0.19	0.126	0.0138	0.24	0.64	3.4	34
w_3	0.0072	0.0064	0.0054	0.0035	0.0072	0.0115	0.058	0.58

Çizelge 3.1 u_0 - w_3 fonksiyonlarının birinci mertebede farklı x değerlerinde görünen maksimum noktalarının tablosu

Çizelge 3.1 deki u , v , w fonksiyonlarının maksimum değerleri için; $\omega = \frac{1}{\sqrt{2}}$, alfa 0.01 ve eta 0.01 alınmıştır. Tabloya baktığımızda u , v , w değerlerinin x 'e göre değişiminde merkez değer olarak x 'in $\frac{1}{\sqrt{2}}$ değeri ortaya çıkmaktadır. Bu değer in önemi iyon dalga fonksiyonunun olasılık genlikleri olan x ve y değerlerinin birbirine eşit olmasıdır. Biz $x=x$, $y=\sqrt{1-x^2}$ olarak aldık ve z olasılık genliğini hesaba katmayarak 0 değerini verdik. Aldığımız bu farklı x değerlerinden “ $x=0$ ” ve “ $x=1$ ” noktalarında y değerleri sırasıyla 1 ve 0 olmalıdır. Bu noktalarda maksimumların birbirleriyle eş değerde oldukları görülmektedir. u_3 değerinin 0 ve 1 aralığında her x değerinde sabit bir maksimum verdiği görülmektedir. Demek ki u_3 değerimiz x 'e göre değişmemektedir.

u_3 fonksiyonu içinde $\sqrt{1-x^2}$ ve sanal değer (I) bulunmaktadır. Bu ifadelerden dolayı x 'in 1'den büyük olduğu her değerde sanal kısımlarda hesaba girecektir ki biz bunu Çizelge 3.1 de x 'in 2, 10 ve 100 değerlerinde x 'e göre azalan bir etki yaptığını görmekteyiz. Bu sanal kısımları sadece u_3 ifadesi değil diğer u, v, w fonksiyonları da içerdiğinden aynı şekilde x 'e verilen 1 den büyük değerlerde $\sqrt{1-x^2}$ den doğan sanal kısımlarda hesaba girecektir. Tabloya bakarak v ile w fonksiyonlarının maksimumlarının birbirine çok yakın hatta aynı oldukları gözükmemektedir. Gerçektende çok fazla bir farklılık yoktur. Bu genlik fonksiyonlarının içerdiği zamana bağlı e_n ($A_n(t)$), r_n ($B_n(t)$), g_n ($C_n(t)$) fonksiyonları aynı olup yalnızca yer değiştirme operatörlerinden dolayı bazı terimlerin işaretlerinin farklı olması maksimumlara etki etmektedir. Bu işaret farklılığı da bazı terimlerde yok denecek kadar az farklılık oluşturmaktadır.

	x=0	x=0.2	x=0.4	$x=1/\sqrt{2}$	x=1	x=2	x=10	x=100
u_0	0.236	0.186	0.123	2.6×10^{-17}	0.236	0.63	3.32	33.5
u_1	0.5	0.59	0.66	0.71	0.5	1.32	7	70
u_2	0.335	0.26	0.175	3.7×10^{-17}	0.335	0.88	4.66	47
u_3	0	0	0	0	0	0	0	0
v_0	1	0.98	0.92	0.705	1	2.65	14	140
v_1	0.55	0.57	0.56	0.5	0.55	1.47	7.8	78
v_2	0.235	0.185	0.122	2.6×10^{-17}	0.235	0.63	3.35	33.5
v_3	0	0	0	0	0	0	0	0
w_0	1	0.98	0.91	0.705	1	2.6	14	140
w_1	0.55	0.57	0.57	0.5	0.55	1.46	7.8	78
w_2	0.235	0.185	0.122	2.6×10^{-17}	0.235	0.63	3.35	33.5
w_3	0	0	0	0	0	0	0	0

Çizelge 3.2 u_0 - w_3 fonksiyonlarının sıfıncı mertebede farklı x değerlerinde görünen maksimum noktalarının tablosu

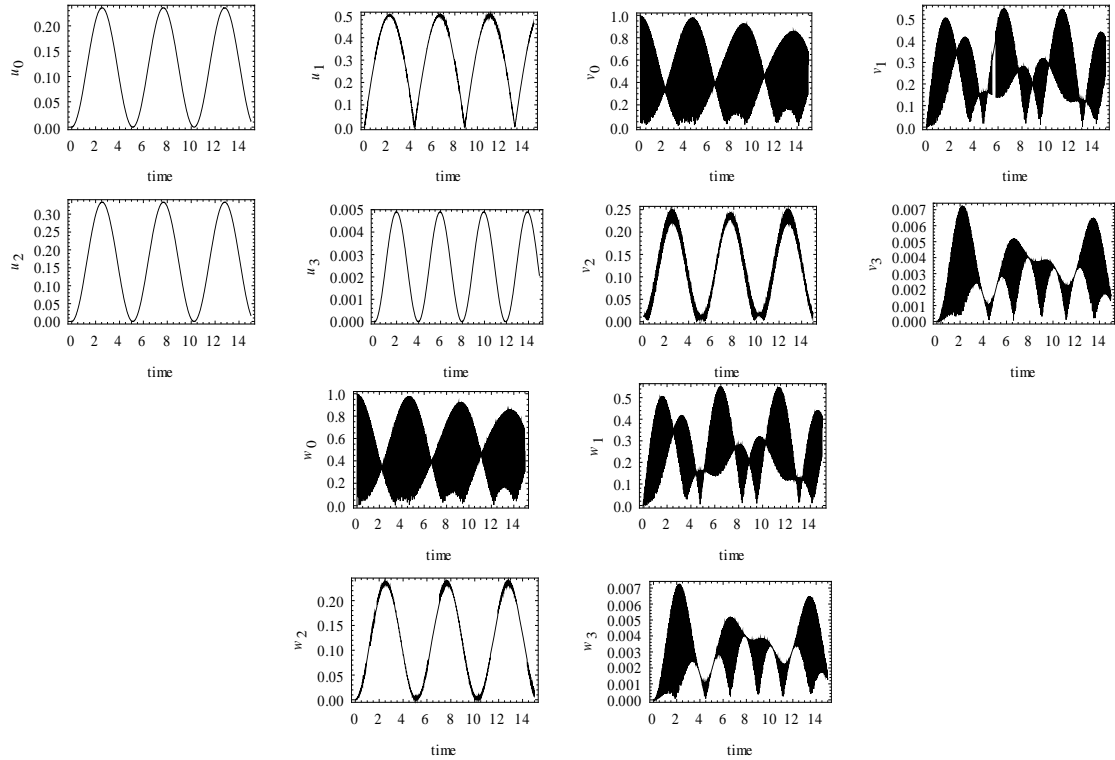
Çizelge 3.1 deki omega alfa eta değerleri sıfıncı mertebeye için oluşturduğumuz u_0 - w_3 fonksiyonları içinde geçerlidir. Çizelge 3.2 de bu u_0 - w_3 fonksiyonlarının sıfıncı mertebeye için maksimum noktalarının tablosu verilmiştir. Çizelge 3.1 den farklı olarak net bir şey göze çarpmakta; u_3, v_3, w_3 değerleri tüm x değerlerinde sıfır değerini

göstermektedir. Bunun nedeni sıfırcı merteye olduğu için eta ve alfa değerlerinin dereceleri sıfır olacaktır. Bu durumda da eta ve alfa değerler 1 değerine sahip olacaktır. u_3 , v_3 , w_3 fonksiyonları içinde eta ve alfa değerlerin bulunduğu g_3 fonksiyonunu içerdiğinden u_3 , v_3 ve w_3 değerleri zamana veya iyon dalga fonksiyon genliklerine bağlı olmaksızın sıfırı göstermektedir. Çizelge 3.2 deki değerlerin diğer tüm yorumları birinci merteye için verdiğimiz çizelgenin yorumlarıyla benzeşmektedir. Sadece eta ve alfa ifadeler olmadığından değerler arasında çok ufak farklar görülmektedir.

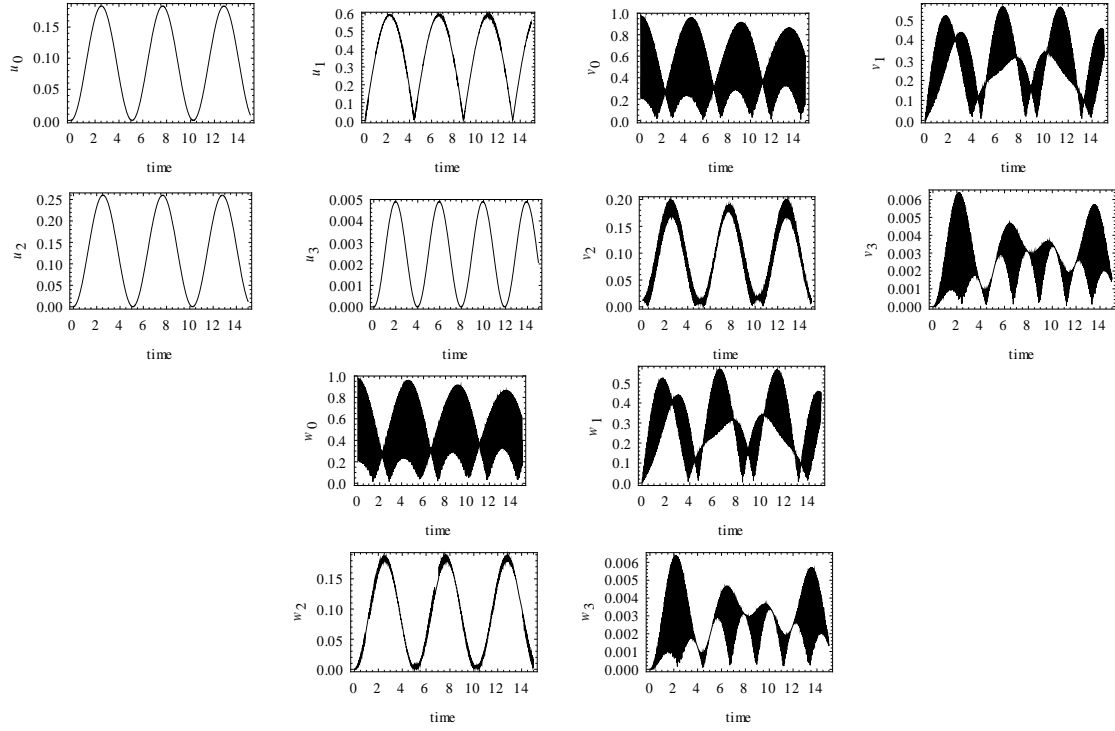
Eş.(3.20)-Eş.(3.22) fonksiyonlarını Mathematica programında hesaplatarak Eş.(3.17)-Eş.(3.18) de belirtilen $u_n(t)$, $v_n(t)$, $w_n(t)$ fonksiyonlarının $n=0,1,2,3$ değerlerindeki sonuçları elde edildi. Son dalga fonksiyonu olasılık genlikleri toplam da 12 adet olarak bulundu. Eş.(3.20)-Eş.(3.22) fonksiyonlarının Mathematica verileri Ek-2 de verilmiştir. $u_n(t)$, $v_n(t)$, $w_n(t)$ olasılık genliklerinin birinci merteye için düzenlemeleri yapıldıktan sonra Mathematica programında grafikleri çizdirilmiştir. Birinci merteye için oluşan tüm bu olasılık genliği grafikleri Şekil 3.5-Şekil 3.12 de x 'in 8 farklı değeri için verilmiştir.

Birinci mertebede u , v , w fonksiyonları bazı x değerlerinde çizdirildi. İyon dalga fonksiyonunun genliklerinden biri olan bu x 'in $0, 0.2, 0.4, \frac{1}{\sqrt{2}}, 1, 2, 10$ ve 100 değerleri için piklerin zamana göre değişimi incelendiğinde u_0 ve u_2 fonksiyonlarının aynı zamanda tepe ve dip noktalar oluşturduğunu ve parabollerin birbirine benzediğini gördük. 0-15 zaman aralığında, u_0 ve u_2 fonksiyonları x 'in $\frac{1}{\sqrt{2}}$ değerinde (z eksenini için sıfır değerini verdiğimizden $x=y$ değerinde) 6 tepe 6 dip pik verdi. Bu $x=y$ değerinden uzaklaştıkça pik sayısı azalarak 3 tepe 4 dip nokta oluşturmaktadır. Diğer u fonksiyonları u_1 ve u_3 pikleri, tüm x değerlerinde 0-15 zaman aralığında 4 tepe 4 dip nokta vermektedir. Tüm x değerlerinde u_1 ve u_3 fonksiyonları aynı pik genişliğine ve aralığına sahiptir. Tepe noktası değerleri ayrı ayrı u_0 , u_1 , u_2 , u_3 fonksiyonları için farklıdır. Önceden belirttiğimiz üzere v ve w fonksiyonları arasındaki farkın yer

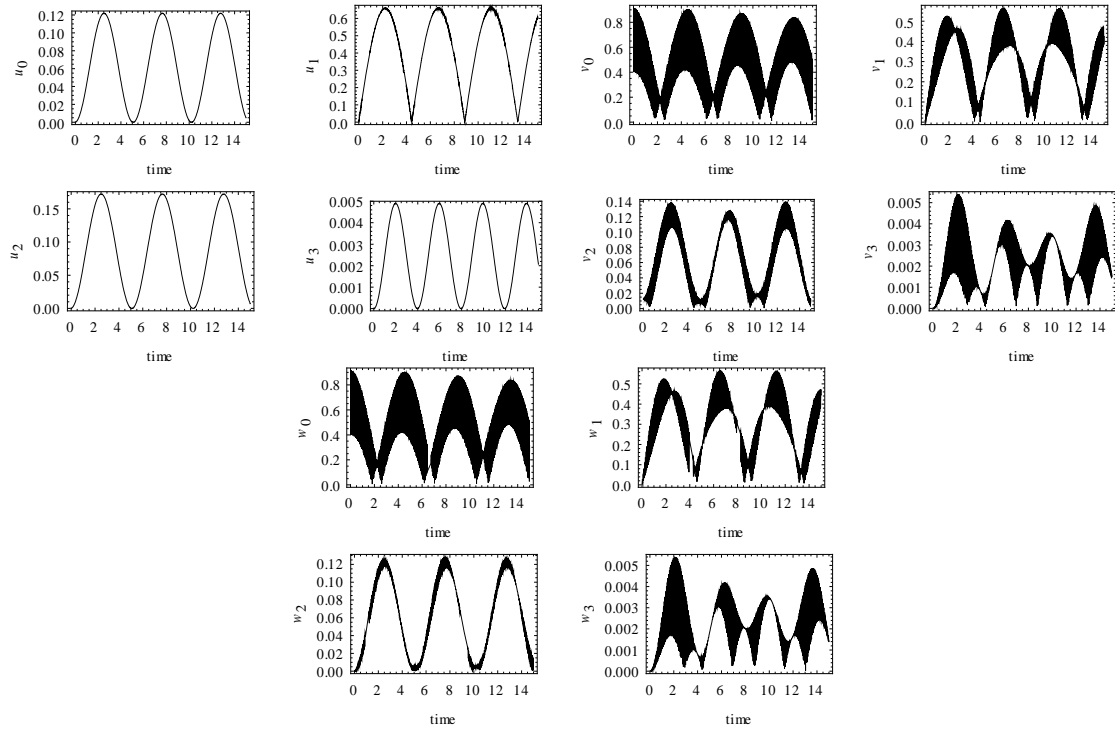
değiştirme operatöründen dolayı sadece bazı ifadelerin işaretlerinin farklı olmasıydı. Bu nedenle u ve w fonksiyonlarının çok ufak farklılıklar dışında kabaca aynı olması beklenmektedir. Zamana bağlı olarak çizdirilen grafiklerde bu benzerlikler görüldü ve hatta tıpa tıp aynı dahi denilebilir. v_0 ve w_0 , v_1 ve w_1 , v_2 ve w_2 , v_3 ve w_3 grafikleri hem pik aralıkları ve genişlikleri hem de zamana göre değişen değerleri açısından birbiriyle eşitir. x 'in y 'ye eşit olduğu $\frac{1}{\sqrt{2}}$ değerinde u_1 , v_1 , w_1 grafiklerinin ve u_3 , v_3 , w_3 grafiklerinin aynı piklere sahip oldukları fakat farklı maksimum değerlere sahip oldukları görüldü. Yine $x=\frac{1}{\sqrt{2}}$ değerinde v_2 ve w_2 piklerinin karmaşık, $x=\frac{1}{\sqrt{2}}$ değerinden uzaklaştıkça da diğer u ve w piklerinin karmaşık bir hal aldığı görüldü. Zamana göre çizdirdiğimiz x 'in 1 ve daha büyük değerlerinde i 'li kompleks ifadeler yer aldığından grafiklerin maksimum noktaları orantılı olarak artacak şekilde aynı pikleri verdi.



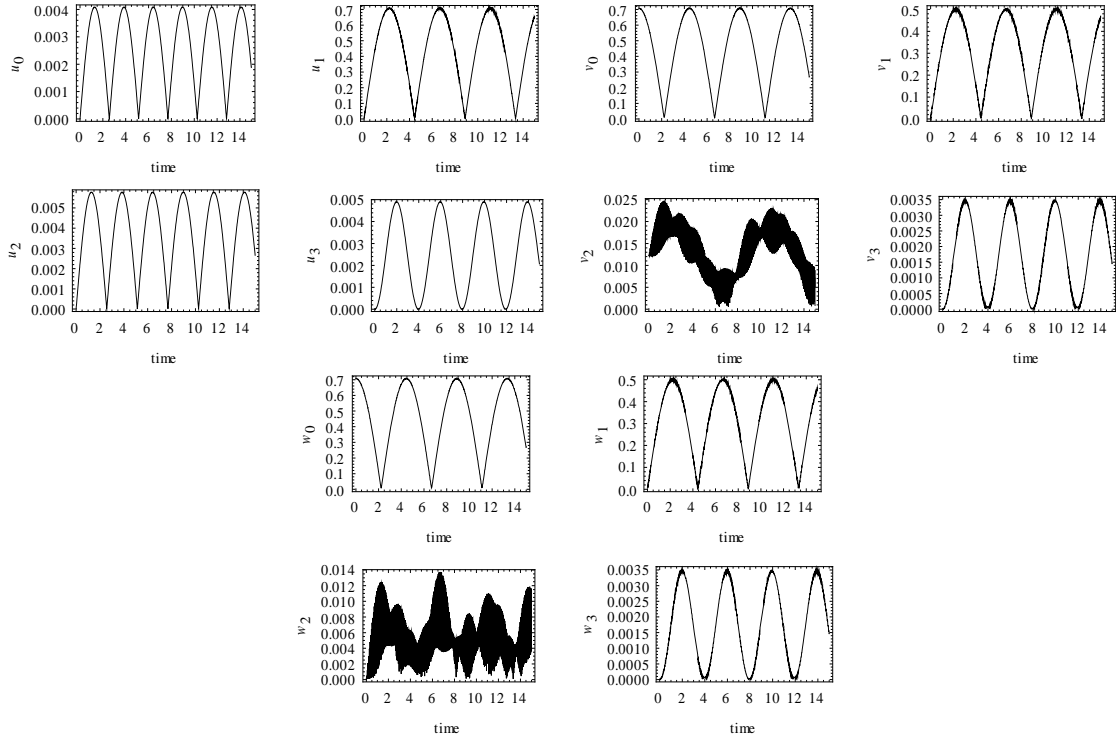
Şekil 3.5 Birinci mertebede $\omega=\frac{1}{\sqrt{2}}$, $\alpha=0.01$, $\eta=0.01$, $x=0$ değerlerinde u , v , w grafikleri



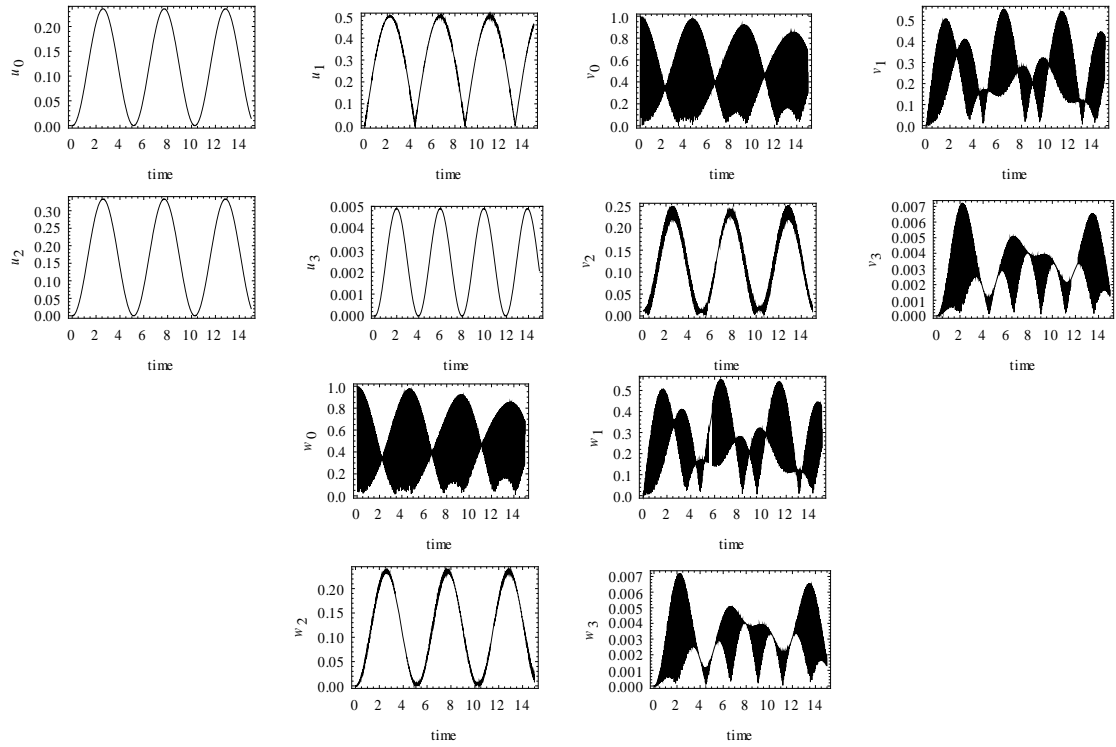
Şekil 3.6 Birinci mertebede $\omega = \frac{1}{\sqrt{2}}$, $\alpha=0.01$, $\eta=0.01$, $x=0.2$ değerlerinde u, v, w grafikleri



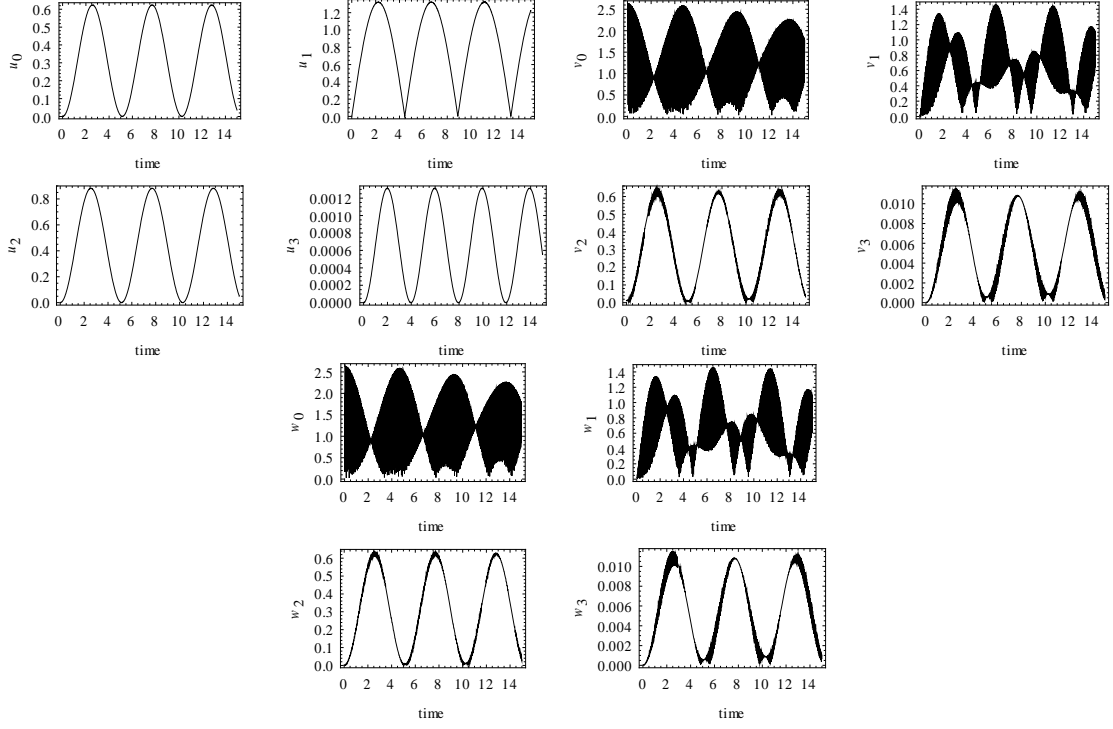
Şekil 3.7 Birinci mertebede $\omega = \frac{1}{\sqrt{2}}$, $\alpha=0.01$, $\eta=0.01$, $x=0.4$ değerlerinde u, v, w grafikleri



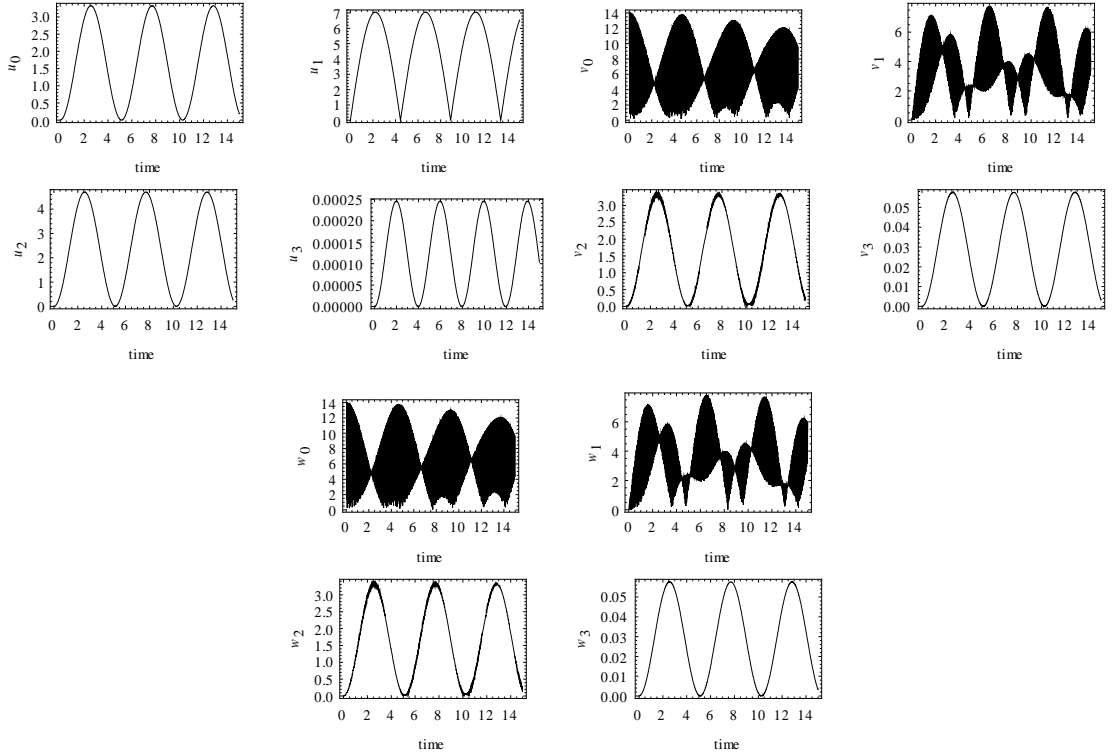
Şekil 3.8 Birinci mertebede $\omega = \frac{1}{\sqrt{2}}$, $\alpha = 0.01$, $\eta = 0.01$, $x = \frac{1}{\sqrt{2}}$ değerlerinde u, v, w grafikleri



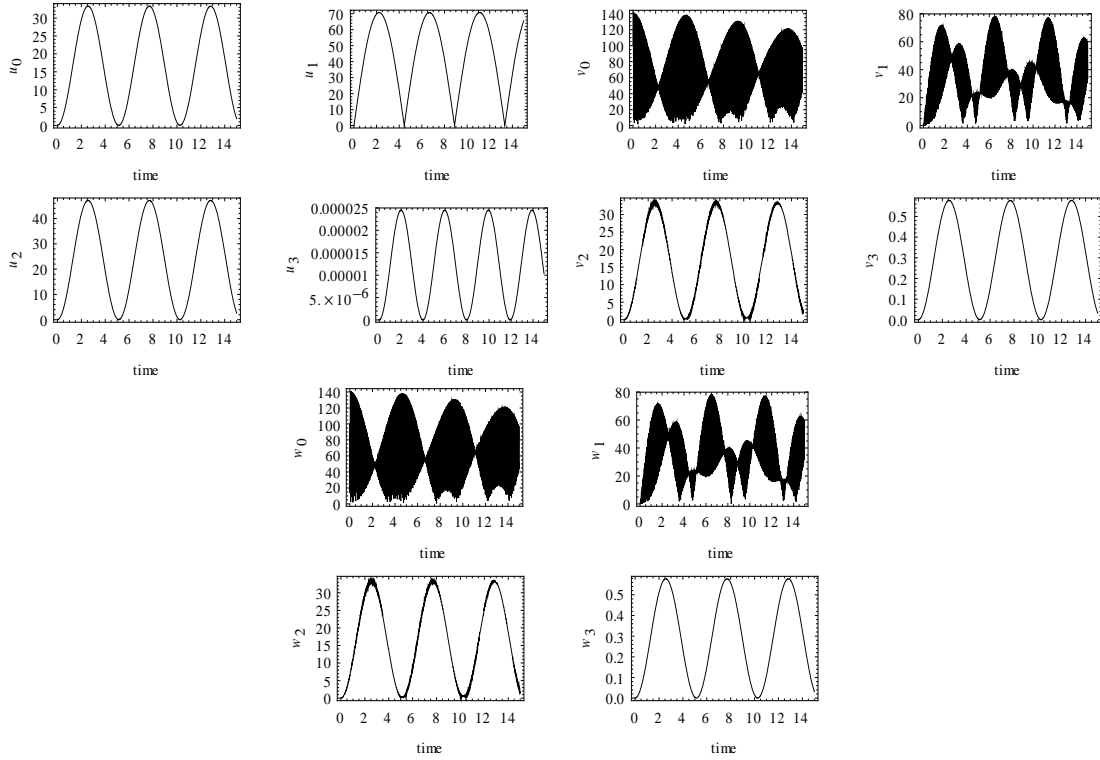
Şekil 3.9 Birinci mertebede $\omega = \frac{1}{\sqrt{2}}$, $\alpha = 0.01$, $\eta = 0.01$, $x = 1$ değerlerinde u, v, w grafikleri



Şekil 3.10 Birinci mertebede $\omega = \frac{1}{\sqrt{2}}$, $\alpha=0.01$, $\eta=0.01$, $x=2$ değerlerinde u , v , w grafikleri



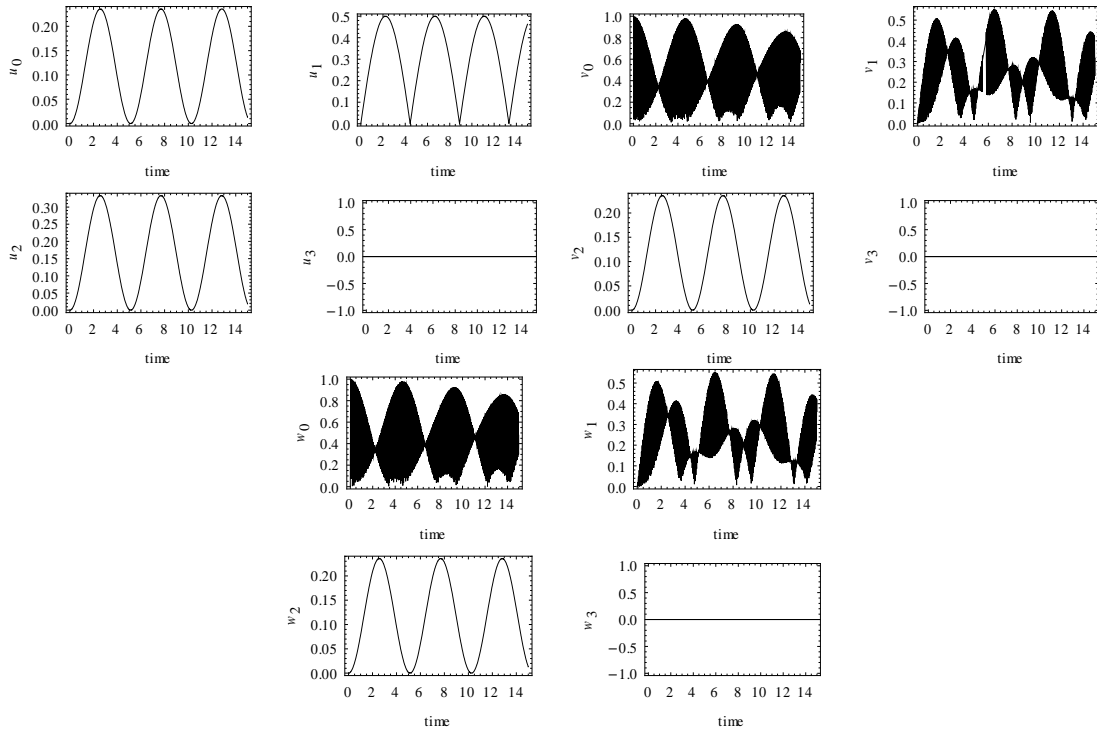
Şekil 3.11 Birinci mertebede $\omega = \frac{1}{\sqrt{2}}$, $\alpha=0.01$, $\eta=0.01$, $x=10$ değerlerinde u , v , w grafikleri



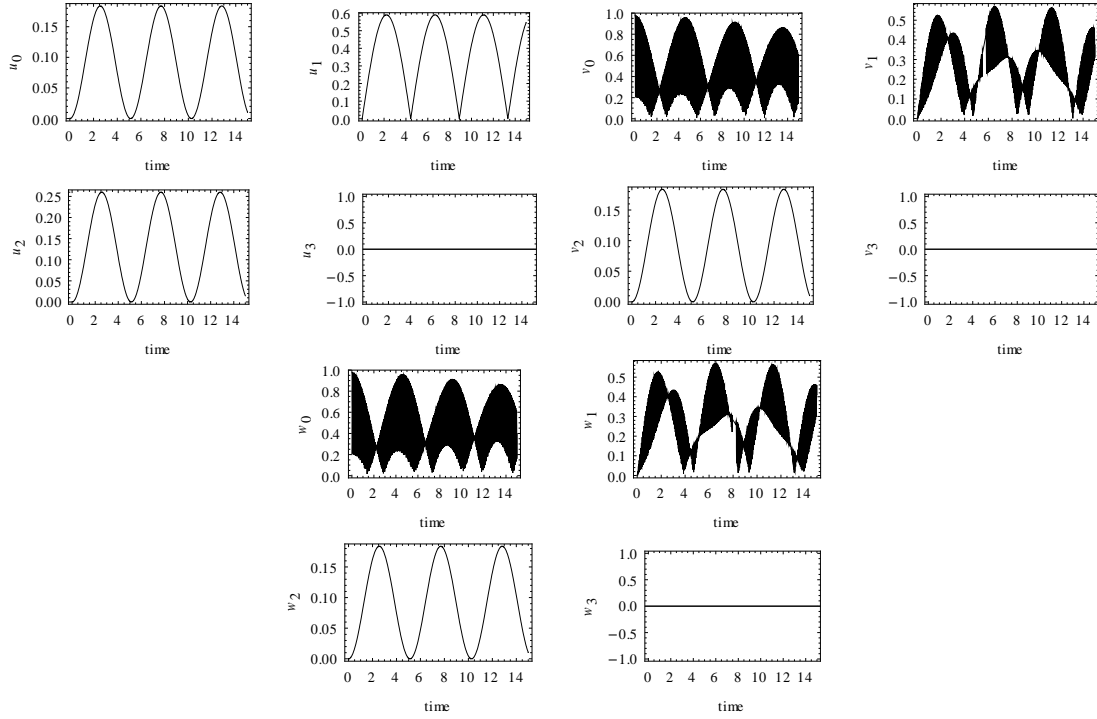
Şekil 3.12 Birinci mertebede $\omega = \frac{1}{\sqrt{2}}$, $\alpha=0.01$, $\eta=0.01$, $x=100$ değerlerinde u , v , w grafikleri

Yine birinci mertebede olduğu gibi Eş.(3.20)-Eş.(3.22) fonksiyonlarını Mathematica programında hesaplatarak Eş.(3.17)-Eş.(3.18) de belirtilen $u_n(t)$, $v_n(t)$, $w_n(t)$ fonksiyonlarının $n=0,1,2,3$ değerlerindeki sonuçları elde edildi. Son dalga fonksiyonu olasılık genlikleri toplam da 12 adet olarak bulundu. Eş.(3.20)-Eş.(3.22) fonksiyonlarının Mathematica verileri Ek-2 de verilmiştir. $u_n(t)$, $v_n(t)$, $w_n(t)$ olasılık genliklerinin sıfırncı mertebeye için düzenlemeleri yapıldıktan sonra Mathematica programında grafikleri çizdirilmiştir. Sıfırncı mertebeye demek η ve α değerlerinin kuvvetinin sıfır olması demektir. Yani olasılık genliği fonksiyonlarımızın η ve α değerleri içermediği anlamına gelmektedir. Sıfırncı mertebeye için oluşan tüm bu olasılık genliği grafikleri Şekil 3.13-Şekil 3.20 de yine x 'in 8 farklı değeri için verilmiştir.

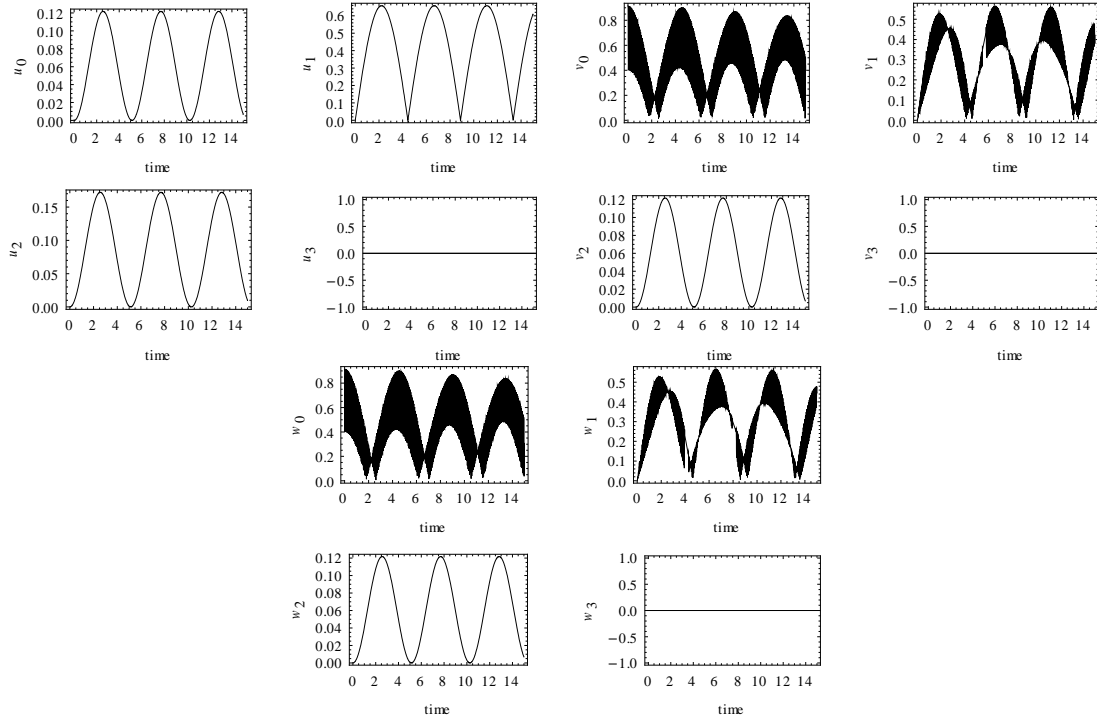
Sıfırıncı mertebe için; birinci mertebede belirlenen ilk şartlar alınmıştır ve aynı x değerleri kullanılmıştır. Yine zaman aralığı 0-15 arasında alınmıştır. Grafiklere bakıldığında u_3 , v_3 , w_3 genlik fonksiyonlarının grafiklerinin tüm t değerlerinde sıfır olduğu görüldü. Aldığımız tüm x değerleri için bütün grafiklerde aynı sayıda pik olduğu saptanmıştır. Birinci mertebede $x=\frac{1}{\sqrt{2}}$ değeri için yapılan yorum sıfırıncı mertebe içinde geçerli olmamaktadır. Sıfırıncı mertebe için $x=y$ konumuna yaklaşırken piklerin genişliğinde bir azalma olduğu görülmektedir. u_0 ve u_2 grafiklerinde aynı t değerlerinde 3 tepe 3 dip pik oluştuğu görülmüştür. Tüm x değerlerimizde u_1 grafiklerinde ise 4 tepe 4 dip pik oluştuğu saptandı. Sıfırıncı mertebe içinde v ve w fonksiyonlarının grafikleri birbiriyle benzer şekilde görüntü vermiştir. u_0 'ın tepe oluşturduğu noktada u_1 , u_1 'in tepe oluşturduğu t değerinde u_0 dip pik vermiştir. Aynı yorum v_0 ve v_1 içinde geçerlidir. u_2 ve v_2 , 3 tepe 4 dip pik vermektedir. Olasılık genliğinin $x=0$ ve $x=1$ olduğu grafiklerin tepe ve dip değerleri dahil her şeyi ile aynı olduğu görülmektedir. Sıfırıncı ve birinci mertebe için tüm fonksiyonların birbiri ile benzer grafikler sergilediği gözlemlenmiştir.



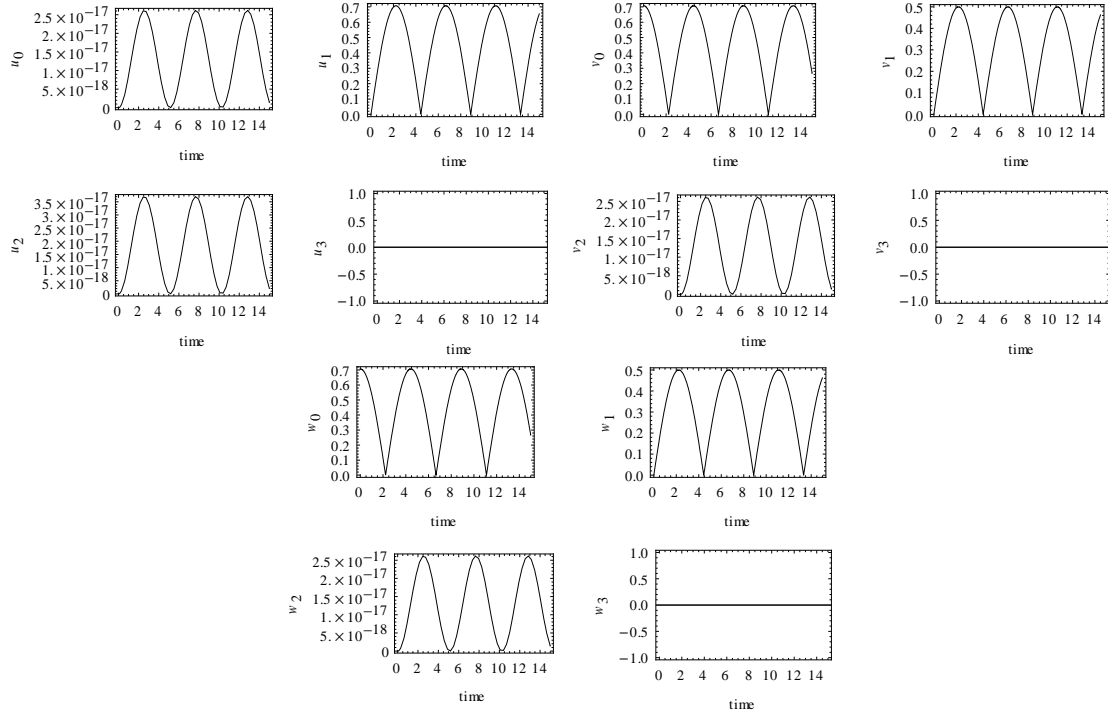
Şekil 3.13 Sıfırıncı mertebede $\omega=\frac{1}{\sqrt{2}}$, $\alpha=0.01$, $\eta=0.01$, $x=0$ değerlerinde u, v, w grafikleri



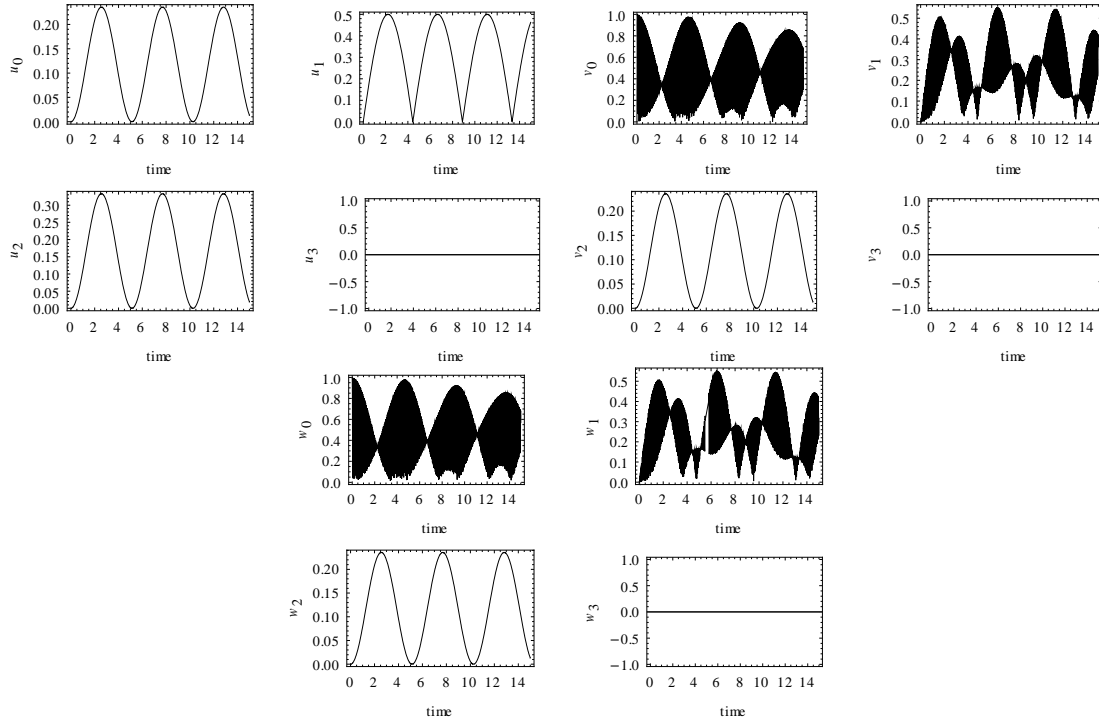
Şekil 3.14 Sıfırıncı mertebede $\omega = \frac{1}{\sqrt{2}}$, $\alpha=0.01$, $\eta=0.01$, $x=0.2$ değerlerinde u , v , w grafikleri



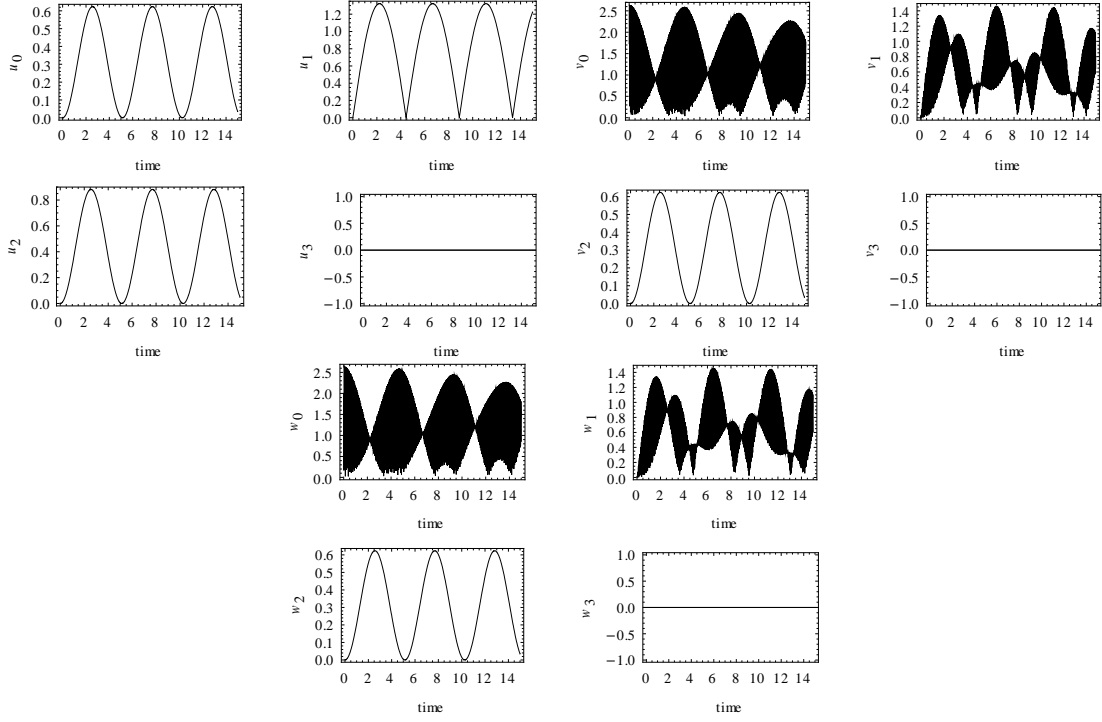
Şekil 3.15 Sıfırıncı mertebede $\omega = \frac{1}{\sqrt{2}}$, $\alpha=0.01$, $\eta=0.01$, $x=0.4$ değerlerinde u , v , w grafikleri



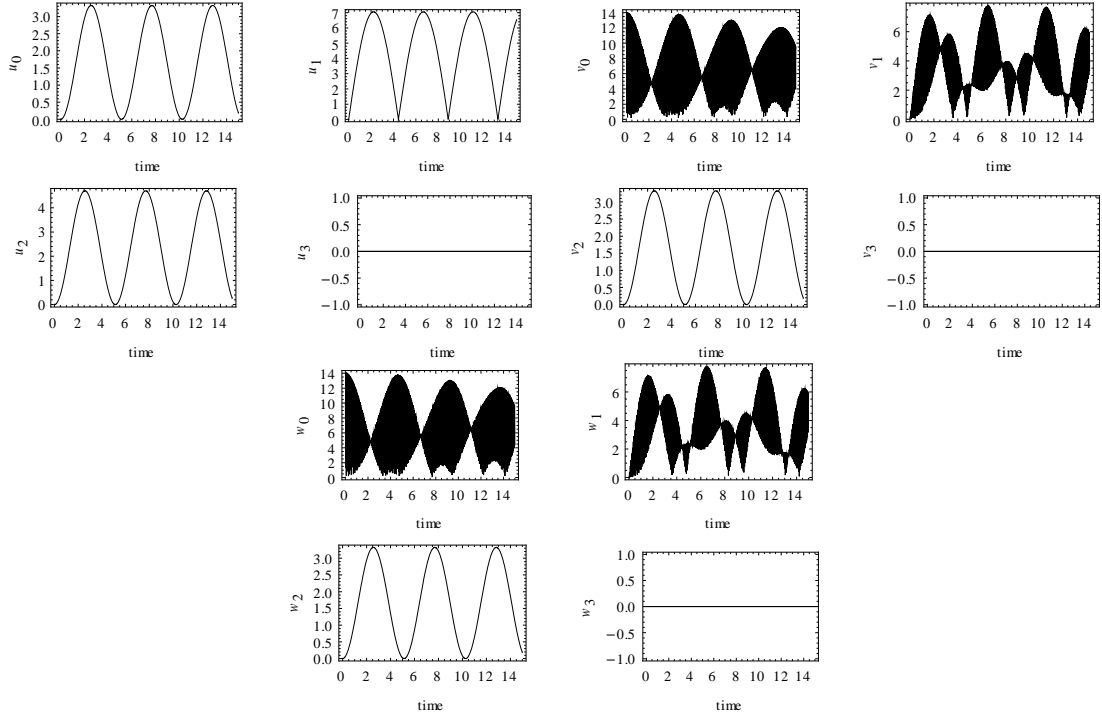
Şekil 3.16 Sıfırıncı mertebede $\omega = \frac{1}{\sqrt{2}}$, $\alpha = 0.01$, $\eta = 0.01$, $x = \frac{1}{\sqrt{2}}$ değerlerinde u, v, w grafikleri



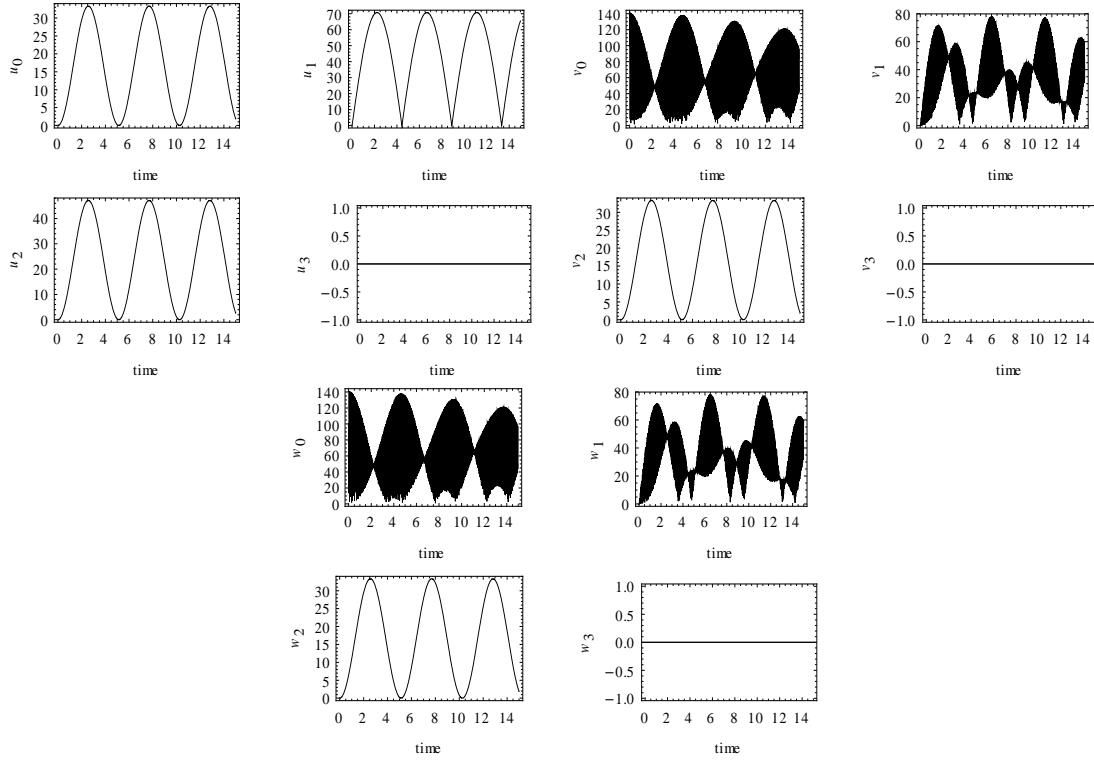
Şekil 3.17 Sıfırıncı mertebede $\omega = \frac{1}{\sqrt{2}}$, $\alpha = 0.01$, $\eta = 0.01$, $x = 1$ değerlerinde u, v, w grafikleri



Şekil 3.18 Sıfırıncı mertebede $\omega = \frac{1}{\sqrt{2}}$, $\alpha=0.01$, $\eta=0.01$, $x=2$ değerlerinde u , v , w grafikleri



Şekil 3.19 Sıfırıncı mertebede $\omega = \frac{1}{\sqrt{2}}$, $\alpha=0.01$, $\eta=0.01$, $x=10$ değerlerinde u , v , w grafikleri



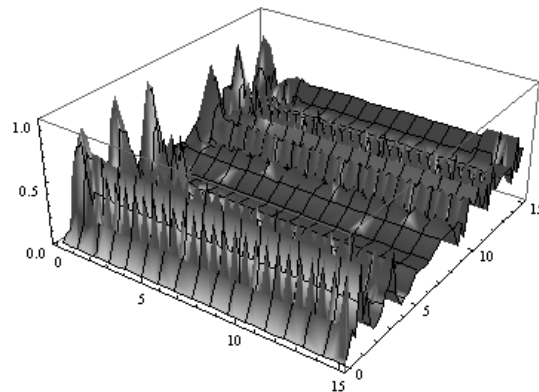
Şekil 3.20 Sıfırncı mertebede $\omega = \frac{1}{\sqrt{2}}$, $\alpha = 0.01$, $\eta = 0.01$, $x = 100$ değerlerinde u , v , w grafikleri

3.3.2. Lazer-İyon sistemin konkurus ve negativity hesapları

Üç seviyeli iyon ile lazerin etkileşimi sonucu oluşan Eş.(3.16) son dalga fonksiyonu ile bu sistemin dolaşıklık miktarlarını hesapladık. Bu hesaplamalarda Mathematica programı yardımıyla Eş.(3.16) fonksiyonunda yer alan $u_n(t)$, $v_n(t)$, $w_n(t)$ fonksiyonlarının içerdiği Eş.(3.20)-Eş.(3.22) zamana bağlı dalga fonksiyon genliklerini elde ettik. Bu genliklerin oluşturulduğu Mathematica çıktıları Ek 2 de verilmiştir. Mathematica da oluşan $A_n(t)$, $B_n(t)$, $C_n(t)$ fonksiyonlarını birinci mertebe ve sıfırncı mertebe olarak elle düzenleyerek $u_n(t)$, $v_n(t)$, $w_n(t)$ fonksiyonlarını birinci mertebe ve sıfırncı mertebe olarak ayrı ayrı Mathematica programına yazarak dolaşıklık miktarlarını görmeye çalıştık. Dolaşıklık miktarlarını sıfırncı mertebe ve birinci mertebe için dolaşıklığın ölçüsü olan konkurus ve negativity

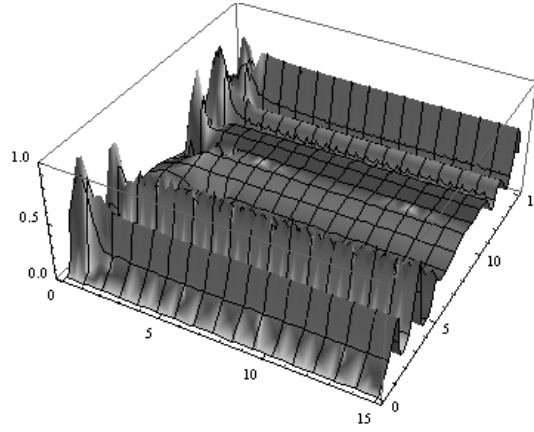
grafiklerini oluşturarak incelemeye aldık. Bu grafiklerimizi normalizasyon katsayısı olan x ve t 'ye göre 3-boyutlu çizdirdik. Bu eksenler; x ve t için 0-15 aralığında alında ve buna göre konkurus grafikleri oluşturuldu. Mathematica programıyla oluşturulan bu grafikler $\alpha = 0.01$, $\nu = 10^6$, $\omega = 5 \times 10^{14}$, $\omega_1 = \omega - \eta^2 \nu$ ilk değerlerine göre oluşturuldu. Normalizasyon koşullarımızı $x = x$, $y = \sqrt{1-x^2}$, $z = 0$ olarak aldık. Konkurus grafikleri hem rho hesabıyla hemde Schmidt katsayılarıyla oluşturulmaya çalışıldı. Konkurus için yapacağımız yorumlar Schmidt katsayılarıyla ve rho hesabıyla oluşan grafikleri içermektedir. Schmidt katsayılarıyla ayrıca negativity grafiklerini de çizdirdik. Üç farklı eta değerinde; $\eta = 0.01, 0.1, 0.3$ ayrı ayrı üçer grafik oluşturuldu.

Şekil 3.21 ile verilen grafiğe bakıldığında t doğrultusu boyunca 6 tepe, 6 dip pik oluştuğu görülmektedir. Diğer eksenimiz olan x doğrultusuna bakıldığında en yüksek konkurus değerlerinin 0-1 aralığında olduğu açıkça görülmektedir. Bu aralıkta en yüksek değer 0.6 veya 0.7 anında olduğunu saptadık ve bu değer $x=y$ değeri olan normalizasyon katsayılarının eşit olduğu noktada olduğu kanısına vardık. x -ekseni boyunca 1-15 aralığında grafikte 0.4-0.6 aralığında tepe noktaları oluşmaktadır ve tek tek t değerlerinde grafik belirli bir titreşim piki şeklinde düzgün olarak ilerlemektedir. Konkurus değerinin t 'ye göre değişiminde dip pikler sıfıra tepe pikleri ise maksimum değer olan 1'e yaklaşmaktadır. Dip piklerin yaklaşık olarak belirli t aralıklarında oluştuğunu, tepe piklerinin ise 0-5 ve 10-15 aralıklarında eşit aralıklarla 3'er pik verdiklerini gözlemledik.



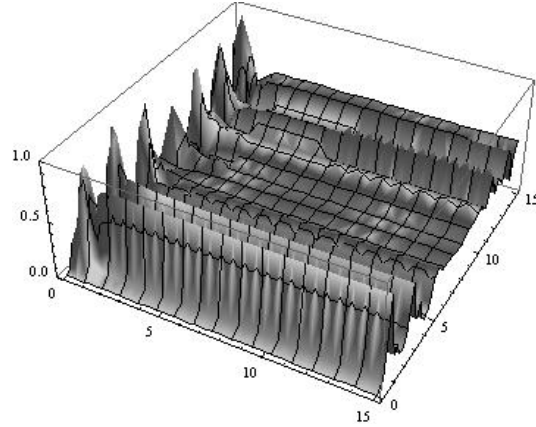
Şekil 3.21 Sıfırıncı mertebe için eta=0.01 değerinde x ve t 'nin 0-15 aralığında oluşturulan 3-boyutlu konkurus grafiği

Şekil 3.22 ile Şekil 3.21 karşılaştırıldığında aynı t değerlerinde maksimum ve minimum verdikleri görülmektedir. Fakat η 'nın 0.1 olduğu grafikte t 'nin 5-6 arasında oluşan 1 tepe piki ile t 'nin 7 civarında oluşan 1 dip piki görülmemektedir. Genel görüntü itibari ile her iki grafik birbirlerine benzemektedirler. Farklı x değerlerinde tek tek incelendiğinde dalgalanmalarda farklılıklar göze çarpmaktadır. Mesela x 'in 0 olduğu noktada t 'nin 1-2 aralığında; $\eta=0.01$ de konkurus değeri 0.2 olarak görülürken, $\eta=0.1$ olduğu grafikte 0.6 dan 0.1'e iniş yapan pik vermektedir. Bu farklılıklar ara ara değişik x değerlerinde göze çarpmaktadır. x değerinin 1-15 aralığına bakıldığında en yüksek pik t 'nin 3-4 aralığında oluşan 0.7 değerindeki pikidir.



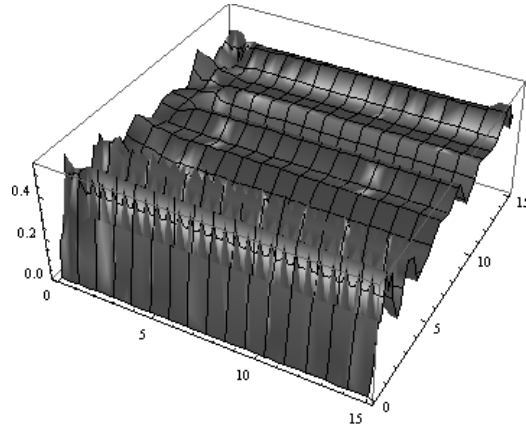
Şekil 3.22 Sıfırıncı merteye için $\eta=0.1$ değerinde x ve t 'nin 0-15 aralığında oluşturulan 3-boyutlu konkurus grafiği

Şekil 3.23 da t ekseninde 7 tepe 5 dip pik olduğu görülmektedir. Oluşan tepe pikleri maksimum değer olan 1'e, dip pikler ise 0'a yaklaşmaktadır. Yine diğer η değerlerinde olduğu gibi x -ekseninde en yüksek konkurus değerleri 0-1 aralığındadır. x 'in 1-15 aralığında yine t 'ye bağlı olarak en yüksek konkurus değeri 0.7 olup t 'nin yaklaşık 1 olduğu noktadadır.



Şekil 3.23 Sıfırıncı merteye için $\eta=0.3$ değerinde x ve t 'nin 0-15 aralığında oluşturulan 3-boyutlu konkurus grafiği

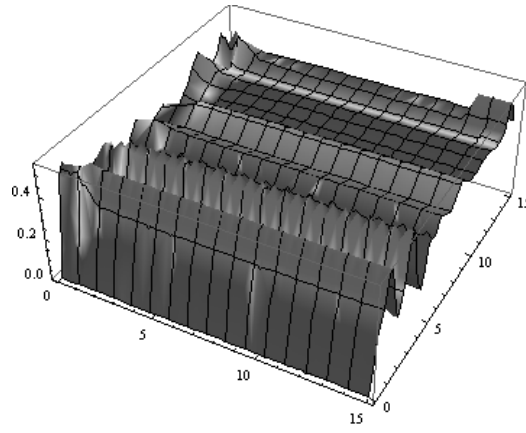
Sıfırıncı merteye için oluşturduğumuz 3 farklı η değerinde negativity grafiklerimizi tek tek inceleyelim. Şekil 3.24 grafiğinde en yüksek negativity değeri 0.5 olarak tespit edildi. Zamanla yükselen bir negativity değeri göze çarpmaktadır. Negativity değerinin x 'e göre değişimine bakıldığında aynı t değerlerinde genel olarak sabit bir değerde ilerlediği görülmektedir. Zamanın yaklaşık 1 civarında oluşan 0.5 değerindeki tepe piki x doğrultusu boyunca aynı değerde seyretmektedir. Dip piklerin t doğrultusunda yukarı doğru yükseldiği görülmektedir. Bu durum konkurus grafiklerinden farklı olan bir durumdur.



Şekil 3.24 Sıfırıncı merteye için $\eta=0.01$ değerinde x ve t 'nin 0-15 aralığında oluşturulan 3-boyutlu negativity grafiği

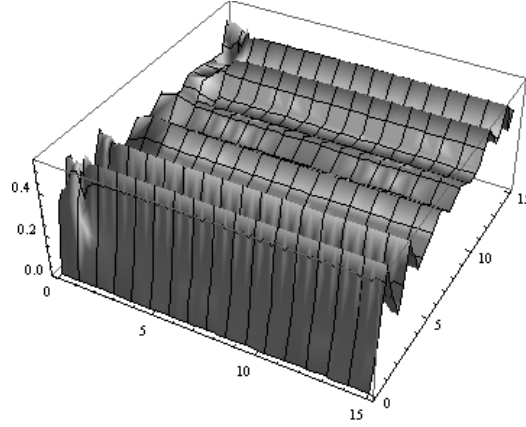
Şekil 3.25 ile verilen negativity grafiğimizin pikleri Şekil 3.24 ile verilen grafikte oluşan piklerle benzerlik göstermektedir. Yine en yüksek negativity değeri 0.5 de

görülmektedir. Eta değerinin 0.01 olduğu durumda t'nin yaklaşık 10 değerinde x'in 1-15 aralığında oluşan aşağı doğru pik 0.1 eta değerindeki grafikte görülmemektedir. Demek ki bazı farklı durumlar oluşabilmektedir. Bu durumu eta değerinin yükselmesi ile x'in yüksek değerlerinde yani kompleks ifadelerin olduğu değerlerde daha yüksek negativity değerleri verdiği yönünde yorumlayabiliriz. Normalizasyon katsayısı x'in 1-15 aralığında yine her t değerinde sabit değerde ilerleyen bir grafik verdiği görülmektedir. Yalnız t'nin 2-5 aralığında x boyunca çok ufak sıkça inişli çıkışlı bir grafik verdiğini saptadık.



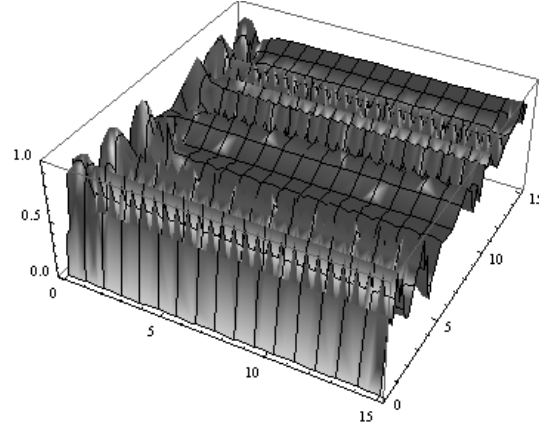
Şekil 3.25 Sıfırıncı mertebeye için eta=0.1 değerinde x ve t'nin 0-15 aralığında oluşturulan 3-boyutlu negativity grafiği

Sıfırıncı mertebede negativity grafiklerinin sonucunu olan Şekil 3.26 ile verilen grafikte yine diğer 2 grafiğe benzeyen bir grafik görülmektedir. En yüksek negativity değeri 0.5, en düşük negativity değeri ise 0.1 olarak oluştu ki bu 3 grafikte de tepe ve dip noktalar aynı t değerlerinde kendini göstermektedir. x'in 1-15 aralığına baktığımızda zamanla değişiminde diğer 2 grafiğe göre yukarı doğru çekilmeler görülmektedir. Mesela; t'nin yaklaşık 5 olduğu değerde gözükten dip pik 0.2 den 0.3 değerine çıkmış ve yine t'nin 12 olduğu değerde $\eta=0.3$ grafiğinde 0.5 değerini verirken $\eta=0.1$ olduğu grafikte 0.4 değerini vermektedir. Fakat bu etaya göre değişim x'in 0-1 ve t doğrultusu boyunca oluşan aralıkta görüldüğünü söylemek mümkün değildir.



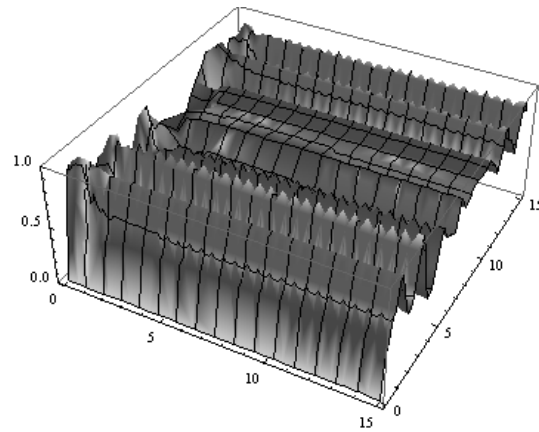
Şekil 3.26 Sıfırncı mertebe için $\eta=0.3$ değerinde x ve t 'nin 0-15 aralığında oluşturulan 3-boyutlu negativity grafiği

Birinci mertebe için konkrus grafiklerini incelediğimizde: Şekil 3.27 grafiği için zamana göre değişiminde 6 tepe, 7 dip pik verdiği görülmektedir. Zamana göre değişimde dip pik değerlerinin t arttıkça bir miktar arttığını gördük ve zamanla dolaşıklık miktarının arttığını söyleyebiliriz. Yine $\eta=0.01$ değerinde grafikte 6 tepe pikinin t 'nin yaklaşık 0-5 aralığında 3, 10-15 aralığında 3 tepe piki verdiği görülüyor ve belirli zaman aralıklarında dolaşıklık en yüksek değerini verebilmektedir denilebilir. 0.01 η değerinde x doğrultusu boyunca grafiğe bakıldığında x 'in yaklaşık 1.5 olduğu noktadan itibaren aynı t değerlerinde istikrarlı bir grafik oluştuğu görülmektedir. Aslında bu istikrarın 1 değerinden sonra seyretmesi normaldir. Çünkü; bu noktadan sonra formüllerden ileri gelen karmaşık (kompleks) ifadeler devreye girmektedir. Bu yorum sıfırncı mertebe için yaptığımız yorumlar içinde geçerlidir. Normalizasyon katsayısı x 'in 0-1 aralığında parabol oluşmaktadır. Bu parabol birbirinden bağımsız olarak x ve t 'ye göre değişmektedir. Dolaşıklık miktarı olan konkrus değerinin en yüksek değeri x 'in 0.5-1 aralığında seyretmektedir. Zaman değerinin yaklaşık 1 olduğu noktada x doğrultusu boyunca konkrus değerinin diğer t değerlerine göre daha yüksek değerde olduğu açıkça görülmektedir.



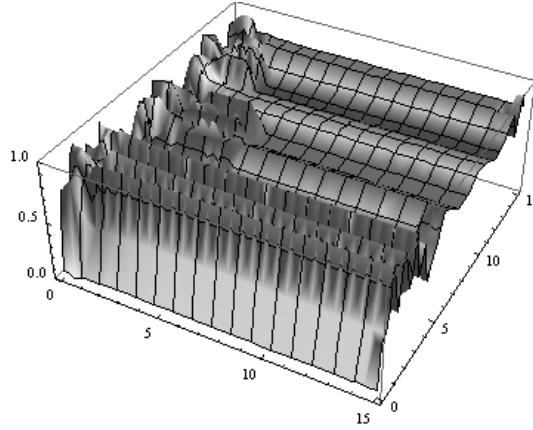
Şekil 3.27 Birinci merteye için $\eta=0.01$ değerinde x ve t 'nin 0-15 aralığında oluşturulan 3-boyutlu konkurus grafiği

Şekil 3.28'e baktığımızda Şekil 3.27'e göre zamana göre değişiminde konkurus değerinin grafiğin genelinde daha dar bir aralıkta seyrettiğini görmekteyiz. Grafiğin t 'ye göre değişiminde dalgalanmaların çokta farklı olmadığı görülmektedir. Dediğimiz gibi bazı t değerlerinde oluşan dip noktaların daha yukarı doğru çekildiği fark edilmektedir. x doğrultusu boyunca η 'nın 0.01 olduğu grafik için yaptığımız yorumlar η 'nın 0.1 olduğu grafik içinde geçerlidir denilebilir. η değerinin artması ile zamana göre değişen piklerin konkurus doğrultusu boyunca yukarı doğru daralan bir seyir izlediği açıkça görülmektedir. 0.3 değeri için bakıldığında bu durum daha da netlik kazanmaktadır.



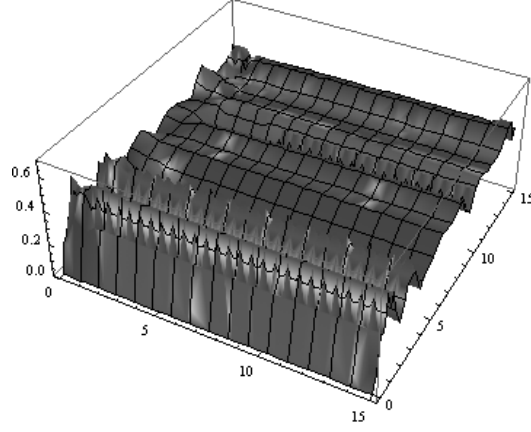
Şekil 3.28 Birinci merteye için $\eta=0.1$ değerinde x ve t 'nin 0-15 aralığında oluşturulan 3-boyutlu konkurus grafiği

Şekil 3.29 ile verilen η 'nın 0.3 değerindeki grafiğimizde dip piklerin konkurus değerleri maksimuma yaklaşmaktadır. Ayrıca diğer iki grafiğimizden farklı olarak x 'in 2-6 aralığı ve t 'nin 5-8 aralığına karşılık gelen piklerde maksimuma daha da yaklaştığı görülmekte ve yine x 'in 1-3 aralığı ve t 'nin 10-13 aralığına karşılık gelen piklerde diğer η değerli grafiklere göre maksimumlar daha da yukarı çıkmaktadır.



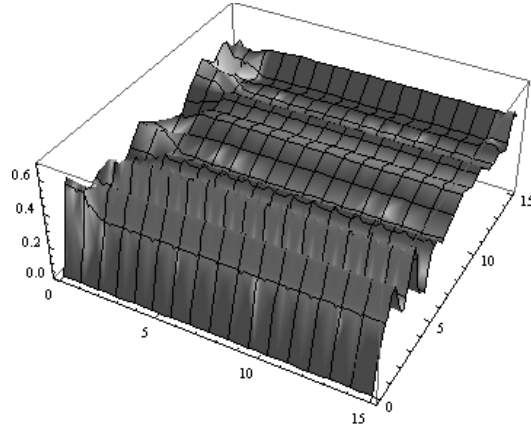
Şekil 3.29 Birinci merteye için $\eta=0.3$ değerinde x ve t 'nin 0-15 aralığında oluşturulan 3-boyutlu konkurus grafiği

Dolaşıklığın diğer bir ölçüsü olan negativity değerlerini Schmidt katsayılarıyla x 'in 0-15 ve t 'nin 0-15 aralığında, $\alpha = 0.01$, $\nu = 10^6$, $\omega = 5 \times 10^{14}$, $\omega_1 = \omega - \eta^2 \nu$ şartlarında birinci merteye için η değerinin 0.01, 0.1, 0.3 değerlerindeki grafiklerini inceleyeceğiz. Öncelikle bu 3 grafikte yine zamana göre değişimde titreşimli bir grafik karşımıza çıkmaktadır. Şekil 3.30 ile verilen Lamb Dicke parametresi η 'nın 0.01 değerinde oluşan grafiğe bakıldığında belirtilen t aralığında 6 tepe piki olduğu görülmektedir. Dip pik sayısının tüm x değerinde ortalama 5 pik verdiğini saptadık. Negativity değerlerinin zamana göre değişimde yükselen bir grafik oluşturduğunu görmekteyiz. Negativity ekseninde en yüksek değerini t 'nin 1 olduğu noktada 0.5, en düşük değerini ise t 'nin 2 olduğu noktada 0.1 değerini vermektedir. Zamanın 5-11 olduğu aralıkta negativity değeri 0.25 ile 0.4 arasında seyretmektedir. x 'in 2-15 aralığında belirli bir düzende pikler olduğu görülmektedir. Aslında birinci mertebeden η 'nın 0.01 olduğu konkurus grafiği ile uyumlu bir grafik çıkması beklenirdi. Fakat bu uyum η 'nın 0.01 olduğu değer için pek geçerli değildir. Diğer η değerlerindeki negativity ve konkurus grafiklerinin piklerinde uyum olduğunu görmekteyiz.



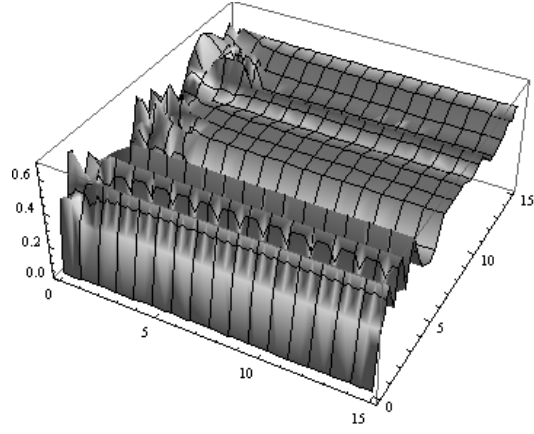
Şekil 3.30 Birinci merteye için $\eta=0.01$ değerinde x ve t 'nin 0-15 aralığında oluşturulan 3-boyutlu negativity grafiği

Şekil 3.31'ye baktığımızda en yüksek pikin t 'nin 3-4 arasında, en düşük pikin 4-5 arasında oluştuğunu tespit ettik. Negativity değeri ne kadar tavan yaparsa hemen ardında bir o kadar azalmakta olduğunu grafiklerden görmekteyiz. Yine x 'in 2-15 aralığında düzenli bir grafiğin oluştuğu görülmektedir. En yüksek negativity değerinin 0.55, en düşük değerinin 0.1 civarında olduğunu saptadık.



Şekil 3.31 Birinci merteye için $\eta=0.1$ değerinde x ve t 'nin 0-15 aralığında oluşturulan 3-boyutlu negativity grafiği

Şekil 3.32 de en yüksek negativity değerinin η arttıkça arttığını görmekteyiz. 0.3 η değerinde en yüksek negativity değeri t 'nin 12 olduğu noktada 0.7 dir. En düşük değerinin ise t 'nin 4, x 'in 1-2 olduğu aralıkta 0.25 olarak görülmektedir. x 'in 3-15 aralığında grafik düzenli olarak değişen pikler sergilemektedir. Grafiklerimizde x 'in 0-1 aralığında tepe piklerinden çok dip pikler belirgin bir değişim göstermektedir.



Şekil 3.32 Birinci merteye için $\eta=0.3$ değerinde x ve t'nin 0-15 aralığında oluşturulan 3-boyutlu negativity grafiği

4. SONUÇLAR VE YORUM

Fotonlarla üç seviyeli iyonun etkileşimi sonrasında ortaya çıkan dalga fonksiyonumuzun Eş.(3.17)-Eş.(3.19) ile verilen olasılık katsayılarının zamana göre değişimi grafikleri Mathematica programında çizdirildi. Sıfırıncı mertebede $n=0,1,2,3$ için $u_n(t)$, $v_n(t)$, $w_n(t)$ olasılık katsayılarının grafiklerinde x değerinin $\frac{1}{\sqrt{2}}$ değerine yaklaştıkça oluşan piklerdeki genişlik azalmaktadır. Yani zamana karşılık gelen 1'den çok genlik değerinin azaldığı saptandı. Eş.(3.15) ile belirttiğimiz fotonun seviyesini belirleyen n değerinde artış oldukça $u_n(t)$, $v_n(t)$, $w_n(t)$ olasılık genliklerinin düzene girdiği görüldü. Tüm bu sonuçlardan sonra en düzgün ve en anlaşılır olasılık genliklerinin x 'in $\frac{1}{\sqrt{2}}$ 'ye yakın olduğu sayılarda ve n foton sayılarının yüksek olduğu değerlerde ortaya çıktığı sonucuna varıldı. Şekil 3.5-Şekil 3.12 ile verilen birinci mertebeye olasılık katsayıları grafiklerinde sıfırıncı mertebede olduğu gibi $x=y$ değerine yaklaştıkça zamana karşılık gelen olasılık genliklerinin pik genişliğinin azaldığı görüldü. İyon dalga fonksiyon genliği olan x 'in $\frac{1}{\sqrt{2}}$ değerinde u_0 ve u_2 olasılık genlikleri zamanın 0-15 aralığında daha çok noktada tepe oluşturmuştur. Bu durumda $x=y$ değerinde dolaşıklığın daha yüksek olması beklenecektir. Şekil 3.5-Şekil 3.20 ile verilen sıfırıncı ve birinci mertebeye grafikleri genel olarak değerlendirildiğinde; en yüksek olasılıklı dolaşıklığın sıfırıncı mertebeye göre, birinci mertebeye beklenmektedir.

Sıfırıncı mertebeye için konkur grafikleri Şekil 3.21-Şekil 3.23 ile verilmiştir. 3 farklı η değerinde çizdirilen 3-boyutlu grafiklerde belirli zaman periyotlarında dolaşıklığın maksimuma yaklaştığı görülmektedir. η değeri arttıkça konkur değerlerinde bazı noktalarda artış bazı noktalarda azalma görülmektedir. Fakat konkur pikleri daha dar bir aralıkta seyretmektedir. η değerinin artması dolaşıklığa bir düzen getirmiştir. İyon dalga fonksiyonu genliği olan x doğrultusu boyunca değişiminde en yüksek concurrence

değerinin 0.5-1 arasında bir noktada oluştuğu görüldü. Konkurus değerinin en yüksek olduğu noktanın, olasılıkların eşit olduğu $x=y$ değerinde meydana geldiği tespit edildi. Şekil 3.24-Şekil 3.26 ile verilen sıfıncı mertebede negativity grafiklerinde, eta değerinin artmasıyla t eksenini boyunca piklerde ve maksimum negativity değerlerinde çok fazla bir değişim görülmedi. Ancak yüksek x değerlerinde eta değeri arttıkça piklerin zamanla yukarı doğru çıktığı görüldü. Aynı ayrı değerlendirildiklerinde t değeri arttıkça negativity değerinin arttığı tespit edildi.

Şekil 3.27-Şekil 3.29 grafikleri ile verilen birinci mertebeye için çizdirilen üç farklı eta değerindeki grafiklere bakarak eta değerinin artması halinde dolaşıklık miktarının ölçüsü olan konkurus değeri artmaktadır. En yüksek konkurus değerleri x'in 0.5-1 aralığında oluşmuştur. Bu en yüksek noktaların iyon dalga fonksiyonunun olasılık genlikleri olan x ve y'nin eşit olduğu değerinde meydana geldiği incelemelerden sonra bulundu. Zamanın fonksiyonu şeklinde 5 er birimlik periyotlar alındığında x'in 0-1 aralığı göz önünde bulundurularak dolaşık miktarı maksimum değer olan 1'e oldukça yaklaşmaktadır. Bu durum her 3 grafik içinde geçerlidir. Grafikler, ilgili bölge için değerlendirmede bulundurulduğunda 2009 Dermez R. ve Müstecaplıoğlu Ö.E. makalesindeki Figür 2-4 grafikleriyle uyumlu olduğu görülmektedir. Birinci mertebede negativity grafiklerinde belirli zaman aralıklarında maksimumların oluştuğu ve bu maksimum noktaların eta değeri arttıkça daha da yüksek değer kazandığı görüldü. Şekil 3.30-Şekil 3.32 ile verilen farklı eta değerlerindeki negativity grafiklerinde tespit edilen en önemli nokta eta değerinin artması ile dolaşıklığın ölçüsü olan negativity değerinde artış olmasıdır.

Sonuç olarak Lamb-Dicke parametresi eta değerinin ve ayrıca alfa ve eta'nın derecesiyle (kuvveti ile) belirlenen mertbenin artmasıyla dolaşıklık miktarının yükseldiği tespit edilmiştir. Mathematica programı yardımıyla elde ettiğimiz tüm bu grafiklerde beklenen sonuçlara ulaşılmıştır.

5. KAYNAKLAR

- Abdel-Aty, M. 2005. Information entropy of a time-dependent three-level trapped ion interaction with a laser field. *J. Phys. A*, 38, 8589-8602.
- Aspect, A., Grangier, P. and Roger, G. 1982. Experimental realization of Einstein-Podolsky-Rosen-Bohm Gedankenexperiment: A new violation of Bell's inequalities. *Phys. Rev. Lett.*, 49, 91-94.
- Bell, J.S. 1964. On the Einstein Podolsky Rosen paradox. *Physics*, 1, 195-200.
- Bell, J.S. 1966. On the problem of hidden variables in quantum mechanics. *Rev. Mod. Phys.*, 38, 447-452.
- Bennett, C.H. and Brassard, G. 1984. Quantum cryptography: Public key distribution and coin tossing. International conference on computers, systems&signal processing, Bangalore, India, December 10-12, 175-179.
- Blatt, R., Gill, P. and Thompson, R.C. 1992. Current perspectives on the physics of trapped ions. *J. Mod. Opt.*, 39, 193-220.
- Bouwmeester, D., Pan, J.-W., Mattle, K., Eibl, M., Weinfurter, H. and Zeilinger, A. 1997. Experimental quantum teleportation. *Nature*, 390, 575-579.
- Can, M.A. 2004. Entanglement in atom-photon systems. PhD thesis. Bilkent University, 88 p., Ankara.
- Cory, D.G. and Havel, T.F. 2004. Ion entanglement in quantum information processing. *Science*, 304, 1456-1457.
- Çakır, Ö. 2005. Robust entanglement in atomic system. PhD thesis. Bilkent University, 107 p., Ankara.
- Davisson, C. and Germer, L.H. 1927. Diffraction of electrons by a crystal of nickel. *Phys. Rev.*, 30, 705-740.
- Dermez, R. 2005. Kuantum bilgi teorisinde atomik ve fotonik dolaşıklık. PhD tezi. Osmangazi Üniversitesi, 116 s., Eskişehir.
- Dermez, R. ve Müstecaplıoğlu, Ö.E. 2009. Long-lived entangled qudits in a trapped

- three-level ion beyond the Lamb-Dicke limit. *Phys. Scr.*, 79, 015304.
- Duru, A. 2006. Intrinsic entanglement of photons. M. Sc. thesis. Bilkent University, 44 p., Ankara.
- Einstein, A., Podolsky, B. and Rosen, N. 1935. Can quantum mechanical description of physical reality be considered complete? *Phys. Rev.*, 47, 777-780.
- Greenberger, D. M., Horne, M. A. and Zeilinger, A. 1989. Quantum theory and conceptions of the universe, Kluwer Academic Publishers, 107 p., Dordrecht.
- Jennewein, T.D. 2002. Quantum communication and teleportation experiments using entangled photon pairs. PhD thesis. Vienna University, 141 p., Vienna.
- Maunz, P., Moehring, D.L., Madsen, M.J., Kohn, R.N., Jr., Younge, K.C. and Monroe, C. 2006. Quantum interference of photon pairs from two trapped atomic ions. *quant-ph*, 0608047v1.
- Maunz, P., Moehring, D.L., Olmschenk, S., Younge, K.C., Matsukevich, D.N. and Monroe, C. 2007. Quantum interference of photon pairs from two remote trapped atomic ions. *Nature*, 3, 538-541.
- Mermin, N.D. 1990. Simple unified form for the major no-hidden-variables theorems. *Phys. Rev. Lett.*, 65, 3373-3376.
- Moehring, D.L., Madsen, M.J., Younge, K.C., Kohn, R.N., Jr., Maunz, P., Duan, L.-M., Monroe, C. and Blinov, B.B. 2007. Quantum networking with photons and trapped atoms (Invited). *J. Opt. Soc. Am. B*, 24, 300-315.
- Mustecaplioglu, O.E. 2003. Motional macroscopic quantum superposition states of a trapped three level ion. *Phys. Rev. A*, 68, 023811.
- Ou, Y.-C. and Fan, H. 2007. Bounds on negativity of superpositions. *Phys. Rev. A*, 76, 022320.
- Özen, S. ve Dermez, R. 2009. Negativity and Concurrence computation of 4 EPR-Bell states for two qubits. *BPL*, 16, 161046.
- Penrose, R. 2004. Fiziğin gizemi (çeviri: T. Dereli), 10. Baskı, TÜBİTAK yayını, 188s., Ankara.

- Phillips, E.S.G. 2004. Controlled dynamics of laser-cooled ions in a Penning traps. PhD thesis. London University, 222 p., London.
- Prasad, S.R., Datta, P.P. and Menon A.G. 1999. Ion trapping techniques. Current Science, 76, 200-206.
- Rai, S. and Luthra, J.R. 2005. Negativity and Concurrence as complete entanglement measures for two arbitrary qudits. quant-ph, 0508045v1.
- Rai, S. and Luthra, J.R. 2005. Negativity and Concurrence for two qutrits. quant-ph, 0507263v1.
- Raizen, M.G., Gilligan, J.M., Bergquist, J.C., Itano, W.M. and Wineland, D.J. 1992. Linear trap for high-accuracy spectroscopy of stored ions. J. Mod. Opt., 39, 233-242.
- Schrödinger, E. 1935. Discussion of probability relations between seperated systems. Proceedings of the Cambridge Philosophical Society, 31, 555-562.
- Schwartz, J.C., Senko, M.W. and Syka, J.E.P. 2002. A two-dimensional quadrupole ion trap mass spectrometer. J. Am. Soc. Mass Spectrom., 13, 659-669.
- Welling, M., Schuessler, H.A., Thompson, R.I. and Walther, H. 1998. Ion/molecule reactions, mass spectrometry and optical spectroscopy in a linear ion trap. Int. J. Mass. Spectrom. Ion Process., 172, 95-114.

5.1 İnternet Kaynakları

Erişim Tarihi

- | | |
|--|------------|
| 1- http://www.zamandayolculuk.com/cetinbal/index.html | 24.11.2008 |
| 2- http://www.kuantumbeyin.com/ | 16.02.2009 |
| 3- http://www.bilimveteknoloji.info/ | 19.02.2009 |
| 4- http://en.wikipedia.org/wiki/Quadrupole_ion_trap | 25.02.2009 |

EK 1

```
<<LinearAlgebra`MatrixManipulation`  
a={{1/√2,0,0,1/√2}};MatrixForm[a];b={{1/√2},{0},{0},{1/√2}};  
MatrixForm[b];MatrixForm[b.a]  
MatrixForm[{{Tr[Take[b.a,{1,2},{1,2}]], Tr[Take[b.a,{1,2},{3,4}]],  
{Tr[Take[b.a,{3,4},{1,2}]], Tr[Take[b.a,{3,4},{3,4}]}}}]
```

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{2} & 0 & 0 & \frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{2} & 0 & 0 & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

```
Eigenvalues[%]  
{1/2,1/2}
```

```
SC=√%  
{1/√2,1/√2}
```

```
C=√2(1-(((Part[SC,1])^4+(Part[SC,2])^4)))  
1
```

```
N=((Part[SC,1]+Part[SC,2])^2)-1  
1
```

EK 2

$m_{max}=30; x=x; y=\text{Sqrt}[1-(x^2)]; z=0; \omega=1/\sqrt{2}; d[n_, m_, z_] := \sqrt{\frac{\text{Min}[m, n]!}{\text{Max}[m, n]!}} * \text{Exp}[-$
 $0.5 * \text{Abs}[z]^2] * z^{\text{Abs}[n-m]} * \text{LaguerreL}[\text{Min}[m, n], \text{Abs}[n-m], \text{Abs}[z]^2]; f[n_, \alpha_] := \text{Exp}[-$
 $0.5 * \text{Abs}[\alpha]^2] * \alpha^n / \sqrt{n!}; \text{terma}[n_, m_, \eta_, \alpha_] := f[m, \alpha] * (x * d[n, m, I * \eta] - y * d[n, m, -$
 $I * \eta]); \text{termb}[n_, m_, \eta_, \alpha_] := f[m, \alpha] * (x * d[n, m, I * \eta] + y * d[n, m, -I * \eta]);$
 $a[n_, \eta_, \alpha_] := 1/\sqrt{2} * \text{Sum}[\text{terma}[n, m, \eta, \alpha], \{m, 0,$
 $m_{max}\}]; b[n_, \eta_, \alpha_] := (z/\text{Sqrt}[2]) * f[n, \alpha] + 0.5 * \text{Sum}[\text{termb}[n, m, \eta, \alpha], \{m, 0, m_{max}\}];$
 $c[n_, \eta_, \alpha_] := (z/\text{Sqrt}[2]) * f[n, \alpha] - 0.5 * \text{Sum}[\text{termb}[n, m, \eta, \alpha], \{m, 0, m_{max}\}];$
 $\text{ant}[n_, t_, \eta_, \alpha_] := a[n, \eta, \alpha] * \text{Cos}[t * \sqrt{n+0.5}] - (\text{If}[n > 0, b[n-1,$
 $\eta, \alpha] * \sqrt{\frac{n}{2 * n+1}}, 0] + c[n+1, \eta, \alpha] * \sqrt{\frac{n+1}{2 * n+1}}) * \text{Sin}[t * \sqrt{n+0.5}];$
 $\text{bnt}[n_, t_, \eta_, \alpha_] := a[n+1, \eta, \alpha] * \sqrt{\frac{n+1}{2 * n+3}} * \text{Sin}[t * \sqrt{n+1.5}] + b[n, \eta, \alpha] * (1-$
 $(n+1)/(2 * n+3) * (1 - \text{Cos}[t * \sqrt{n+1.5}])) - c[n+2, \eta, \alpha] * \sqrt{(n+1) * (n+2)} / (2 * n+3) * (1-$
 $\text{Cos}[t * \sqrt{n+1.5}]); \text{cnt}[n_, t_, \eta_, \alpha_] := \text{If}[n > 0, a[n-1,$
 $\eta, \alpha] * \sqrt{\frac{n}{2 * n-1}} * \text{Sin}[t * \sqrt{n-0.5}], 0] + c[n, \eta, \alpha] * (1 - n / (2 * n - 1) * (1 - \text{Cos}[t * \sqrt{n-0.5}])) -$
 $\text{If}[n > 1, b[n-2, \eta, \alpha] * \sqrt{n * (n-1)} / (2 * n - 1) * (1 - \text{Cos}[t * \sqrt{n-0.5}]), 0];$
 $\text{Series}[\text{ant}[0, t, \eta, \alpha], \{\eta, 0, 1\}, \{\alpha, 0, 1\}]$
 $((x - \sqrt{1-x^2}) \text{Cos}[0.707107 t]) / \sqrt{2} + 0.5 (x + \sqrt{1-x^2}) \text{Sin}[0.707107 t] \alpha + 0[\alpha]^2) + (0.5$
 $(i x - i \sqrt{1-x^2}) \text{Sin}[0.707107 t] + ((i x + i \sqrt{1-x^2}) \text{Cos}[0.707107 t]) / \sqrt{2} + 0[\alpha]^2) \eta + 0[\eta]^2$
 $\text{Series}[\text{ant}[1, t, \eta, \alpha], \{\eta, 0, 1\}, \{\alpha, 0, 1\}]$
 $(-0.288675 ((x + \sqrt{1-x^2}) \text{Sin}[1.22474 t]) + ((x - \sqrt{1-x^2}) \text{Cos}[1.22474 t]$
 $\alpha) / \sqrt{2} + 0[\alpha]^2) + (((i x + i \sqrt{1-x^2}) \text{Cos}[1.22474 t]) / \sqrt{2} + (-0.288675 (i x -$
 $i \sqrt{1-x^2}) + 0.408248 (i \sqrt{2} x - i \sqrt{2} \sqrt{1-x^2})) \text{Sin}[1.22474 t] \alpha + 0[\alpha]^2) \eta + 0[\eta]^2$
 $\text{Series}[\text{ant}[2, t, \eta, \alpha], \{\eta, 0, 1\}, \{\alpha, 0, 1\}]$
 $(-0.316228 ((x + \sqrt{1-x^2}) \text{Sin}[1.58114 t]) \alpha + 0[\alpha]^2) + (-0.316228 ((i x - i \sqrt{1-x^2})$
 $\text{Sin}[1.58114 t]) + ((i \sqrt{2} x + i \sqrt{2} \sqrt{1-x^2}) \text{Cos}[1.58114 t] \alpha) / \sqrt{2} + 0[\alpha]^2) \eta + 0[\eta]^2$
 $\text{Series}[\text{ant}[3, t, \eta, \alpha], \{\eta, 0, 1\}, \{\alpha, 0, 1\}]$
 $0[\alpha]^2 + (-0.327327 ((i \sqrt{2} x - i \sqrt{2} \sqrt{1-x^2}) \text{Sin}[1.87083 t]) \alpha + 0[\alpha]^2) \eta + 0[\eta]^2$
 $\text{Series}[\text{bnt}[0, t, \eta, \alpha], \{\eta, 0, 1\}, \{\alpha, 0, 1\}]$
 $(0.5 (x + \sqrt{1-x^2}) (1 + 1/3 (-1 + \text{Cos}[1.22474 t])) + ((x - \sqrt{1-x^2}) \text{Sin}[1.22474 t]$
 $\alpha) / \sqrt{6} + 0[\alpha]^2) + (((i x + i \sqrt{1-x^2}) \text{Sin}[1.22474 t]) / \sqrt{6} + (0.5 (i x - i \sqrt{1-x^2}) (1 + 1/3 (-$

$$\begin{aligned}
& 1+\text{Cos}[1.22474 t]))+0.235702 (i \sqrt{2} x-i \sqrt{2} \sqrt{1-x^2}) (1-\text{Cos}[1.22474 t])) \alpha+0[\alpha]^2 \\
& \eta+0[\eta]^2 \\
& \text{Series}[\text{bnt}[1, t, \eta, \alpha],\{\eta, 0, 1\},\{\alpha, 0, 1\}] \\
& (0.5 (x+\sqrt{1-x^2}) (1-2/5 (1-\text{Cos}[1.58114 t])) \alpha+0[\alpha]^2)+(0.5 (i x-i \sqrt{1-x^2}) (1-2/5 (1- \\
& \text{Cos}[1.58114 t]))+(i \sqrt{2} x+i \sqrt{2} \sqrt{1-x^2}) \text{Sin}[1.58114 t] \alpha)/\sqrt{5}+0[\alpha]^2) \eta+0[\eta]^2 \\
& \text{Series}[\text{bnt}[2, t, \eta, \alpha],\{\eta, 0, 1\},\{\alpha, 0, 1\}] \\
& 0[\alpha]^2+(0.5 (i \sqrt{2} x-i \sqrt{2} \sqrt{1-x^2}) (1-3/7 (1-\text{Cos}[1.87083 t])) \alpha+0[\alpha]^2) \eta+0[\eta]^2 \\
& \text{Series}[\text{bnt}[3, t, \eta, \alpha],\{\eta, 0, 1\},\{\alpha, 0, 1\}] \\
& 0[\alpha]^3+0[\alpha]^2 \eta+0[\eta]^2 \\
& \text{Series}[\text{cnt}[0, t, \eta, \alpha],\{\eta, 0, 1\},\{\alpha, 0, 1\}] \\
& (-0.5 (x+\sqrt{1-x^2})+0[\alpha]^2)+(-0.5 (i x-i \sqrt{1-x^2}) \alpha+0[\alpha]^2) \eta+0[\eta]^2 \\
& \text{Series}[\text{cnt}[1, t, \eta, \alpha],\{\eta, 0, 1\},\{\alpha, 0, 1\}] \\
& (((x-\sqrt{1-x^2}) \text{Sin}[0.707107 t])/\sqrt{2}-0.5 ((x+\sqrt{1-x^2}) \text{Cos}[0.707107 t]) \alpha+0[\alpha]^2)+(- \\
& 0.5 ((i x-i \sqrt{1-x^2}) \text{Cos}[0.707107 t]))+(i x+i \sqrt{1-x^2}) \text{Sin}[0.707107 t] \alpha)/\sqrt{2}+0[\alpha]^2) \\
& \eta+0[\eta]^2 \\
& \text{Series}[\text{cnt}[2, t, \eta, \alpha],\{\eta, 0, 1\},\{\alpha, 0, 1\}] \\
& (-0.235702 ((x+\sqrt{1-x^2}) (1-\text{Cos}[1.22474 t]))+((x-\sqrt{1-x^2}) \text{Sin}[1.22474 t] \\
& \alpha)/\sqrt{3}+0[\alpha]^2)+(((i x+i \sqrt{1-x^2}) \text{Sin}[1.22474 t])/\sqrt{3}+(-0.5 (i \sqrt{2} x-i \sqrt{2} \sqrt{1-x^2}) (1- \\
& 2/3 (1-\text{Cos}[1.22474 t]))-0.235702 (i x-i \sqrt{1-x^2}) (1-\text{Cos}[1.22474 t])) \alpha+0[\alpha]^2) \\
& \eta+0[\eta]^2 \\
& \text{Series}[\text{cnt}[3, t, \eta, \alpha],\{\eta, 0, 1\},\{\alpha, 0, 1\}] \\
& (-0.244949 ((x+\sqrt{1-x^2}) (1-\text{Cos}[1.58114 t])) \alpha+0[\alpha]^2)+(-0.244949 ((i x-i \sqrt{1-x^2}) (1- \\
& \text{Cos}[1.58114 t]))+\sqrt{\frac{3}{10}} (i \sqrt{2} x+i \sqrt{2} \sqrt{1-x^2}) \text{Sin}[1.58114 t] \alpha+0[\alpha]^2) \eta+0[\eta]^2
\end{aligned}$$

ÖZGEÇMİŞ

Adı Soyadı : Soner ÖZEN
Doğum Yeri : TERME/SAMSUN
Doğum Tarihi : 10.06.1986
Medeni Hali : Bekar
Yabancı Dili : İngilizce

Eğitim Durumu (Kurum ve Yıl)

Lise : Çarşamba Lisesi, Samsun 2000-2001; Gülkent Lisesi, Isparta
2000-2001; Afyon Lisesi, Afyonkarahisar 2001-2003
Lisans : Afyon Kocatepe Üniversitesi, Afyonkarahisar 2003-2007
Yüksek Lisans : Afyon Kocatepe Üniversitesi, Afyonkarahisar 2007-2009

Yayınlar (SCI ve diğer)

Özen, S. ve Dermez, R., “Negativity and Concurrence computation of 4 EPR-Bell states for two qubits”, BPL **16**, 161046 (2009).

Uluslararası konferans ve Sempozyumlardaki Tebliğler

Özen, S. ve Dermez, R., “Negativity and Concurrence computation of 4 EPR-Bell states for two qubits”, 25th International Physics Congress, Sözlü bildiri, Bodrum, Turkey, August 2008.