M A R M A R A   Ü N İ V E R S İ T E S İ

F E N   B İ L İ M L E R İ   E N S T İ T Ü S Ü

Y ü k s e k   L i s a n s   T e z i

Yönetem : Doç. Dr. NESRİN TARKAN

Hazırlayan: ÖZGÜL VAYVAY

Tez Konusu: Enerji İletim Hatlarında
Endüktans ve Kapasitans Hesabı

Teslim Tarihi: 4 Haziran 1984

ÖNSÖZ

Alternatif akım devrelerinde, devreden alternatif akım geçmesi ile, iletken etrafında olduğu gibi iletken içersinde de değişken alternatif manyetik alan meydana gelir. Bunun sonucunda meydana gelen girdap akımları, eksene yakın yerlerde telden geçen akımın zayıflamasına, tel yüzeyine yakın yerlerde ise kuvetlenmesine neden olurlar. Bundan ötürü akım iletken kesitine düzgün olarak yayılmaz ve yüzeye doğru sıkışır. Bunun neticesi olarakta akımın geçtiği kesit küçülmüş olur.

Alternatif akım devrelerinde tel etrafında oluşan değişken manyetik akının yine o iletkeni kesmesinden dolayı tel üzerinde özindükleme e.m.k. indüklenir. Bu uzun enerji iletim hatları için oldukça önemlidir. Çünkü özindükleme e.m.k. değeri esas akım değişmelerine karşı koyacak şekilde etkili olacağından, bunun neticesi olarak meydana gelen reaktans dan ötürü hat üzerinde gerilim düşümü meydana gelir.

Yine uzun iletim hatlarında iletkenlerin birbirine yakın seyretmesi, akımın yüksek gerilimli bulunması nedenleri ile bir iletim hattında telin iki ucundaki akımın birbirine eşit olmadığı görülür. Bunun nedeni ise, kaçak akılar ile, hatlar arasında oluşan kapasitans akımlarıdır.

Enerji iletim hatlarında, gerilim düşümü, enerji kaybının tayin edilebilmesi için hatların yapılışına bağlı olan (R,L,C,) sabitelerinin hesaplanması gerekmektedir. Bu sabitelerin değerleri hat malzemesine ve hatların düzenlenmesine bağlıdır.

Yüksek lisans bitirme tezi olarak hazırlanan bu yapıtta, enerji iletim hatlarında hat sabitelerinin hesabı konusu 3 kısımda manyetik olan, 4 kısımda elektriksel alan, teorik olarak incelenmiş, (L,C) sabitelerinin hesabı hatların Dizayn şekillerine göre etraflıca anlatılmıştır.

Bu tezin enerji iletim sistemleri ile uğraşan tüm teknik elamanlara yararlı olmasını diler, tezin hazırlanmasında beni her bakımdan teşvik eden, bilgi, tecrübe ve desteklerinden yararlandığım değerli Hocam Sayın Doç. Dr. Nesrin Tarkan'a burada teşekkürlerimi sunarım.

25 Mayıs 1984 Özgül NAYVAY

İ Ç İ N D E K İ L E R

1 - GİRİŞ :

Elektrik şebekelerinin işletilmesi, korunması ve stabitenin sağlanması için hat parametrelerinin bilinmesi gerekir. Türkiye Elektrik kurumunun 380 kv ve 154 kv'luk enerji iletim hatlarının çeşitli direk tiplerine göre parametrelerinin, yaklaşık hesap metodu yardımı ile hesaplanması burada incelencektir. Teorik olarak bulunan sonçlar pratikte tam olarak gerçekleşmeyeceği için; bulunan sonuçların kabul edilebilir sınırlar içinde kalması öngörülmüştür.

Enerji iletim hatları, tesis ve şartlar nedeni ile tam simetrik olarak düzenlenemezler. Bu bakımdan hattın her fazının endüktans ve kapasitansları bir birine eşit olmayabilir. Bunun etkisiylede alıcı tarafından simetrili bir çalışma sağlanamaz. Dengeli ve simetrili bir çalışma sağlamak maksadı ile enerji iletim hatları çeşitli tertiplerde çaprazlanırlar. Böylece mümkün olduğu kadar her fazın endüktans ve kapasitansları bir birine eşit yapılır. Tablolardaki endüktans ve kapasitans değerleri çaprazlanmış hatlar için bulunan değerlerdir. Hesaplarda iki direk tipi göz önüne alınmış kesit olarak da belli değerler alınarak tablolar oluşturulmuştur.

Hat parametrelerinden endüktans (L) ve Kapasitans (C) konuları burada geniş olarak incelenecektir.

2 - ENERJİ İLETİM HATLARINDA DİRENÇ HESABI :

Bir iletkenin dirençi, o iletkenin cinsine, kesitine ve uzunluluğuna bağlıdır. Direnç; enerji iletim hatlarında gerilim düşümüne ve güç kaybına neden olduğundan çok iyi hesaplanması gerekir. Burada söz konusu edilen etkin direnç olup değeri;

$$R = \frac{P}{I^2} \qquad - 2.1 -$$

bağıntısından bulunur. Bağıntıda (R) efektif direnç, (P) hattaki güç kaybı, (I) de hattan çekilen akımdır. İletkenin doğru akım dirençi ise;

$$R = \frac{L}{K.S}$$ - 2.2 -

dir. (L) iletkenin uzunluğu (m), (K) iletkenin iletkenlik katsayısı ($m/\Omega\, mm^2$) (S) de iletkenin kesiti (mm^2) dir.

Enerji iletim hatlarında kullanılan çelik-Alüminyum (st-AL)iletkenlerin dirençleri hesaplanırken, ortada bulunan çelik çekirdek kesiti ihmal edilerek sadeçe alüminyum kesit hesaba katılır. Havai hatlarda kullanılan iletkenler eşmerkezli bir yapıya sahip olup, damarlar eksene paralel olmayıp, eksen boyunca spiral şeklinde bir yol yapıya sahiptir. Bundan dolayı pratik olarak iletkenin dirençi %2 artırılır.

Bir iletkenin doğru akım dirençi başka, alternatif akım etkin dirençi başkadır, İçinden doğru akım geçen bir iletkende akım yoğunluğu her noktada aynıdır. Alternatif akımda ise self endüksiyon (özindükleme) e.m.k. nedeniyle akım yoğunluğu tüm kesitte aynı değildir.

Bir iletken içinde akım, birbirlerine paralel birçok akım yoğunluğundan akar. Bu akım yollarının endüktansları, ince akım yollarının kesit üzerindeki yerlerine bağlıdır. İletkenin merkezindeki paralel akım yolları diğerlerine göre daha büyük manyetik akı zincirleri oluşturduklarından, buralarda daha büyük endüktif reaktans oluşur. Bu nedenle akım, daha az endüktif reaktans oluşan çevredeki paralel akım yollarını tercih edecektir. İşte bir iletkenden geçen akımın iletkenin merkezindeki büyük enüktif reaktansın nedeni ile iltkenin merkezinden çevresine yayılmasına veya başka bir deyişle akım yoğunluğunun iletkenin çevresinde büyük değerler alması olayına skin effect(yüzey etkisi) denir.

Skin effect nedeni ile akım taşınma yönünden iletken kesiti küçülmüş olacağından; direnç kesitle ters orantılı olduğundan alternatif akım etkin dirençi, doğru akım dirençinden daima büyüktür. Yüksek frekanslarda bu çok daha büyük olur. Pratikte ençok kullanılan ARNOLD formülü ile doğru akım direncinden alternatif akım etkin dirençi aşağıdaki gibi bulunur.

Doğru akım dirençi; $R = \frac{L}{K.S}$ dir.

$$X = \sqrt{\frac{8\pi . f}{R.10^9}} \qquad - 2.3 -$$

bağıntısından bulunan x sabiti

$$X < 3 \text{ ise } \quad Re = \frac{1}{2} R \left(1 + \sqrt{1 + \frac{x^2}{48}} \right)$$
$$X > 3 \text{ ise } \quad Re = R \left(\frac{x}{2\sqrt{2}} + 0,26 \right) \qquad - 2.4 -$$

Değerlerine göre 2.4 nolu bağıntılardan alternatif akım etkin dirençi hesaplanır. Bağıntalarda R doğru akım dirençi, Re alternatif akım etkin dirençi, f frekanstır.

3 - ENDÜKTANS :

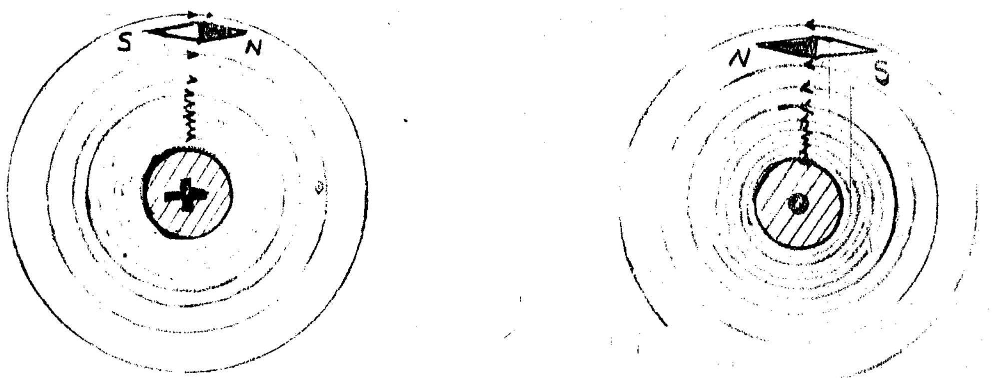
3.1. ELEKTROMANYETİZMA :

Elektrik akımlarınında aynen tabii mıknatıslar gibi bir manyetik alan meydana getirdiği çeşitli deneylerle tesbit edilmiştir. Bir pusula iğnesinin, akım geçen bir iletken civarında sapması, elektrikle manyetizma arasında bir ilişkinin olduğunu göstermesi bakımından önemlidir. Danimarka'lı fizikçi Öersted 1820 yıllarında bir tel yakınına konulan pusula iğnesinin telden akım geçtiğinde saptığını tesbit etmiştir. Öersted deneylerinde; bir tel yakınına konulan ufak bir mıknatısın telden akım geçince saptığını, akım kesildiğinde mıknatısın derhal eski durumunu aldığını, telden geçen akım yönü değiştirildiğinde mıknatısın evvelkinin aksi yönünde saptığını tesbit etmiştir.

Manyetik alan mıknatıslar üzerine bir kuvvet momenti tesir eden bölge olarak tarif edildiğinden, bu deneyler akım geçen iletkenler civarında manyetik bir alanın meydana geldiğini gösterir.

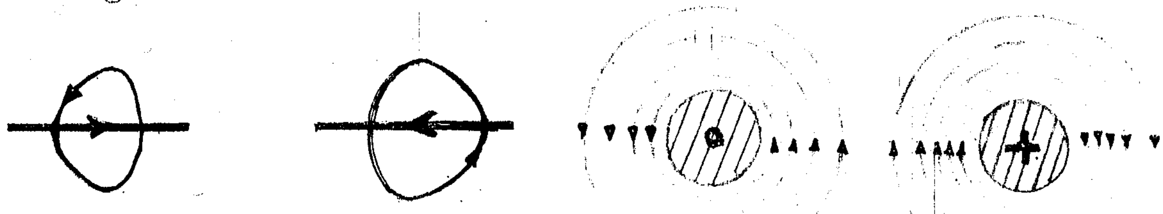
Elektrik alanları durmakta olan elektrik yükleri tarafından meydana getirildiği halde; manyetik alanlar hareket eden elektrik yükleri yani elektrik akımları tarafından meydana getirilirler. Amerika'lı bir fizikçi olan H.A. Rowland (1876) klasik deneyi ile manyetik alanların yüklerin hareketleri ile hasıl olduğunu ispatlamıştır.

Bir iletken civarındaki manyetik alanın şekli daimi mıknatıslarda olduğu gibi demir tozları ile tayin edilebilir. Bir mukavvayı ortasından delip içinden akım geçen bir iletkeni bu delikten geçirip, mukavva üzerine demir tozları serpip, mukavvaya elimizle dokunduğumuzda; demir tozlarının iletken etrafında daireler şeklinda dizildiklerini, kesiksiz olduklarını ve demir tozlarının iletkene yakın yerlerde sık iletkenden uzaklaştıkca seyrek olarak dizilmelerinden, iletken etrafında meydana gelen kuvvet çizgilerinin ; iletkene yakın yerlerde sık, iletkenden uzaklaştıkça seyrekleştiği anlaşılmaktadır. Şekil 3.1 de doğru şeklindeki iletmenin akım yönüne göre alan çizgileri görülmektedir.



Şekil 3.1

Hareket halindeki elektrik yüklerinin meydana getirdiği manyetik alan yönü çeşitli usullerle bulunabilir. Doğrusal bir iletkenin meydana getirdiği alanın yönünün bulunması için şekil 3.2 de görüldüğü gibi iletkeni dört ayrı durumda incelemek gerekir.



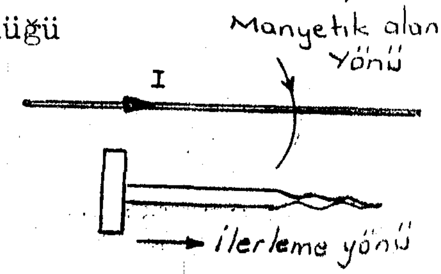
(a) (b) (c) (d)

Şekil 3.2

Şekil (a) da akım iletkenden soldan sağa doğru geçmekte
Şekil (b) de " " sağdan sola " ",
Şekil (c) de ise akım iletken içersinden bize gelecek yönde
(akım iletkenden çıkıyor kabul edilir.)
Şekil (d) de ise akım yönü bizden düzleme doğrudur.
(akım iletkene giriyor kabul edilir.)

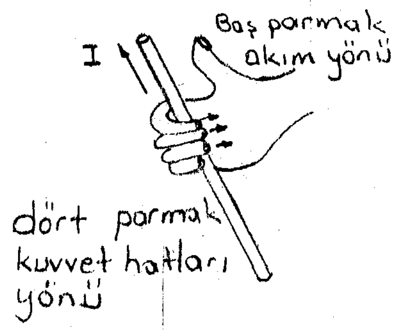
İçinden akım geçen iletkenler etrafında meydana gelen manyetik kuvvet çizgilerinin yönü; burgu kaidesi, sağ el kaidesi gibi usullerle bulunabilir.

Burgu kaidesi: Şekil 3.3 de görüldüğü gibi içinden akım geçen bir iletkene paralel olarak tutulan burgunun akım sapından girip uçundan çıkacak şekilde tutulduğunda burgunun akım yönünde ilerlemesi için döndürülen yönü manyetik alanın yönünü gösterir.



Şekil 3.3

Sağ el kaidesi: İçinden akım geçen tel baş parmak akım yönünü gösterecek şekilde sağ el avuç içine alındığında diğer dört parmak kuvvet çizgilerinin yönünü gösterir. Şekil 3.4

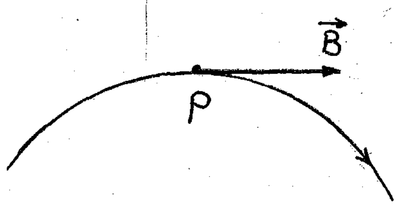


Şekil 3.4

Manyetik alanın her noktada bir yönü olduğu gibi her noktada değişen bir şiddeti vardır. Öersted'in deneyinden bir kaç ay sonra fransız fizikçileri Biot ve Savard; içinden akım geçen çok uzun bir tel civarındaki bir P noktasındaki manyetik alanın P nin tele olan dik mesafesi ile ters orantılı (I) akımı ile doğru orantılı olduğunu bulmuşlardır. Bu neticeye göre orantı sabiti b olmak üzere $H = b\frac{I}{r}$ dir.

Biot ve Savard bu eşitliği, telden farklı mesafelere koydukları ufak bir mıknatısın titreşimlerinin peryodunu tayin ederek bulmuşlardır. Telden r mesafedeki alan H ise mıknatısın titreşim peryodu $T = 2\pi\sqrt{\frac{e}{H.M}}$ dir. (e) eğlemsizlik momenti (M) de manyetik momentidir.

Alan şiddeti manyetik endüksiyon denilen ve B harfi ile gösterilen bir yüklükle belirtilir. Manyetik endüksiyon vektör karekterinde olan bir vektörel büyüklüktür. Hem yönü ve hemde şiddeti vardır. Manyetik alanın her hangi bir noktasında $\vec{B}$ vektörünün doğrultusu bu noktadan geçen alan cizgisinin o noktadaki teğeti doğrultusunda olup yönüde alanın yönünden ibarettir. Şekil 3.5 de P noktasındaki manyetik endüksiyon vektörü görülmektedir. Düzgün alanda $\vec{B}$ her noktada aynı değer ve yöndedir. Manyetik endüksiyon Birim yüzeyden geçen manyetik kuvvet çizgisi sayısıdır. m^2 ye weber olarak seçilir. Bir yüzey arasından geçen kuvvet çizgilerinintoplam sayısına manyetik akı adı verilir $\emptyset$ harfi ile gösterilir. Birimi weberdir. Alan çizgilerine dik olarak yerleştirilen bir s yüzeyinden geçen akı $\emptyset = B.S$ weber`dir. Şayet s yüzeyi (m^2) alan çizgilerine dik değilse bu takdirde $\emptyset$ akısı; $\emptyset = B.S.\cos\varphi$ olur. Manyetik akı skaler bir yüklüktür.



Şekil 3.5

Manyetik akı ve manyetik endüksiyon için Maxwell (M) ve ga uss (G) birimleride kullanılır.

$VS/m^2 = wb/m^2$ birimine T esla denir. T ile gösterilir.
$1M = 1Gcm^2 = 10^{-8}$ wb

$1G = 10^{-4}\ wb/m^2 = 10^{-4}$ T bağıntısı vardır. Manyetik alanı göstermek maksadı ile faydalanılan endüksiyon çizgilerinin sayısını sınırlamak için bu çizgilere dik olan birim yüzeyden geçen çizgi sayısını B ye eşit yapılır. Aslında her noktadan bir kuvvet çizgisi geçer. Bir noktadaki B indüksiyonu yüzölçüm biriminden geçen akıya eşit olduğundan B ye akı yoğunluğuda denir.

Baher uzunluk birime düşen amper-sarımı gösteren $H = \frac{NI}{l}$ ye manyetik alan şiddeti denir. Devre bir iletkenden ibaretse $H = \frac{I}{l}$ A/cm yada A/m birimi elde edilir. Manyetik akının maxwell ve manyetik endüksiyonun da gauss birimleri ile ölçüldüğü birim sisteminde alan şiddetinin birimi örsted`dir.

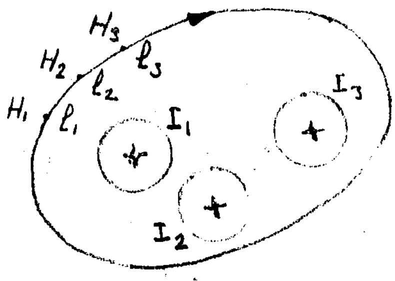
Bu birim ile A/cm birimi arasında $1 \frac{A}{cm} = 0{,}4$ Örsted: 1,256 örsted'dir.

Manyetik alan şiddeti ile manyetik endüksiyon arasında $B = \mu . H$ bağıntısı vardır. Alan şiddeti de manyetik endüksiyon gibi vektörel bir büyüklüktür. $\vec{H}$ vektörünün yönü $\vec{B}$ vektörü ile aynıdır. $B = \mu . H$ bagıntısında μ ye ortamın permeabilitesi adı verilir. Birmi $VS/_{mA} = \Omega s/_m$ olup Ωs ye kısaca Henri adı verilir. h harfi ile gösterildiğinden böylece μ nün birimi $h/_m$ olur. Ortamın permeabilirtesi yani mağnetik geçirgenlik $\mu = \mu_0 . \mu_r$ şeklinde iki faktörden teşekkül eder. Burada μ_0 boşluğun daha çok havanın geçirgenliğini gösterir, değeri pratik birim sisteminde $\mu_0 = 4\pi . 10^{-7}$ h/m $=$ $1{,}256 . 10^{-6}$ h/m dir. Bağıl geçirgenlik adını verdiğimiz μ_r ise, her hangi bir malzemenin içindeki geçirgenliğin boşluğa nazaran ne kadar büyük yada küçük olduğunu gösterir. Hava için $\mu_r = 1$ olup $\mu_0 = \mu_0$ alınabilir.

Alan şiddeti; bir p noktasına konulan birim kutba tesir eden kuvvet olarakta tarif edilebilir.

$H = \frac{NI}{\ell}$ ifadesini $F = H . \ell = NI$ şeklinde yazalım.

Manyetik alan şiddetini alan çizgisinin uzunluğu ile çarparak bulunan $H . \ell$ ye manyetik gerilim yada manyetomotor kuvvet adı verilir F harfi ile gösterilir. Manyetik bir devrede manyetik kuvvet çizgilerini yaratan kuvvettir. Elektrik devrelerinde E.M.K. tekabül eder. Birimi Amper sarım dır. Şekil 3.6 da bir sarımdan ibaret olan üç akımın meydana getirdikleri manyetik alana ait her hangi bir alan çizgisi görülmektedir. I_1, I_2, I_3 akımların meydana getirdikleri alanlar H_1, H_2, H_3 olsun. Buna göre alan çizgisi boyunca her noktada alan farklı yönde ve farklı değerdedir. Bununla beraber alan çisgisi üstünde alınan ℓ_1, ℓ_2, ℓ_3 ..... gibi küçük parçalar boyunca alanın H_1, H_2, H_3..... gibi sabit değerler aldığı kabul edi-



Şekil 3.6

lirse bu takdirde ;

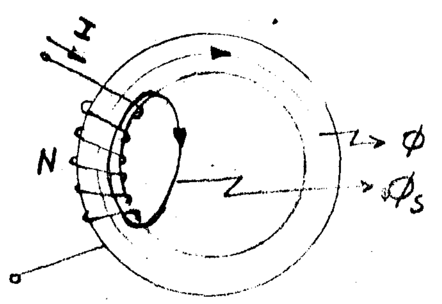
$F = N.I = H.\ell$ ifadesi $H_1\ell_1 + H_2\ell_2 + H_3\ell_3 + \dots + H_n\ell_n = I_1 + I_2 + I_3 = F$

Yazılabilir. Bunu genel olarak;

$\Sigma H\ell = \Sigma I = F$ şeklinde yazabiliriz. Bobin halinde ise $\Sigma H\ell = NI = F$ olur. Bu ifadelere Amper kanunu adı verilir. Manyetik alanların hesabı için önemli bir kanundur.

Aşağıda manyetik devrelerde kullanılan başlıca terimler ve tarifler kısaca özetlenmiştir.

1-Manyetik devre : Manyetik kuvvet çizgilerinin dolaştığı devreye manyetik devre adı verilir. Elektrik devrelerinde akımın geçtiği belli bir yol vardır. Bir telden elektrik akımı geçerken telin üzerindeki yalıtkan ve etrafındaki havanın dirençi o kadar büyüktürki bunlardan geçen akım pratik olarak sıfırdır. Oysa akı için yalıtkan bir madde yoktur. Örneğin hava oldukça iyi manyetik bir iletkendir. O halde elektrik devrelerinde olduğu manyetik kuvvet çizgilerini istediğimiz bir yoldan (manyetik devreden) geçirmek olanaksızdır. Şekil 3.7 de manyetik devre dışındaki kaçak ϕ_s akısı görülmektedir.



Şekil 3.7

2-Manyetik akı (ϕ) : Bir manyetik devredeki toplam kuvvet hattı sayısıdır. $\phi = B.S$ wb. dir. Veya $\phi = \frac{F}{R}$ dir.

3-Manyetik direnç (Relüktans)R : manyetik kuvvet çizgilerinin geçtiği yolun dirençidir.

$R = \frac{F}{\phi}$ veya $R = \frac{\ell}{\mu . s}$ dir.

4-Manyetik gerilim (Manyetemotor kuvvet) F : Manyetik bir devrede manyetik kuvvet çizgilerini yaratan kuvvettir. Elektrik devrelerinde gerilime takabül eder.

$F = N.I$ Amper Sarım yada $F = 1{,}256$ N.I. Jilbert veyahut $F = \phi.R$ dir.

5-Geçirgenlik (μ) : Bir metaryelin içindeki kuvvet çizgisi sayısının, bu metaryol boşlukla değiştirildiği zamanki kuvvet çizgisi sayısına oranıdır.

$\mu = \frac{B}{H}$ veya $\mu = \mu_r \cdot 4\pi \cdot K$ veyahut $\mu = \mu_r \cdot \mu_o$

olup $\mu_o = 4\pi . 10^{-7}\ h/_m$ dir.

6-Alan Şiddeti (H) : Bir noktadaki alan şiddeti; o noktada bulunan birim kutba tesir eden kuvvet olarak tarif edilir. (NI) ; Amper Sarım/cm veya Amper-Sarım/$_m$ olarakta ölçüldüğü gibi Jilbert/$_{cm}$ veya kısaca Öersted olarakta ifade edilir.

$H = \frac{NI}{L} = \frac{F}{L}$, $H = \frac{B}{\mu}$ ve $H = \frac{1,256NI}{L}$ Jilbert/$_{cm}$,

(örsted) formülleri ile hesaplanır. (C.GS de havada $1cm^2$den 1 kuvvet hattı geçtiği takdirde o noktadaki alan şiddetine birim alan şiddeti denir.)

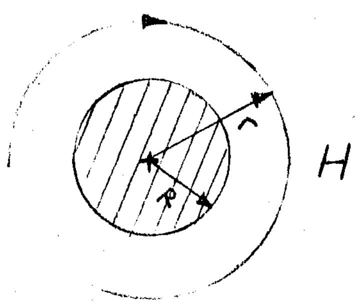
7-Manyetik endüksiyon (B) : Birim yüzeyden geçen kuvvet hattıdır. $B = \frac{\emptyset}{S}$ olup birimi wb/$_{m^2}$ yada kısaca (T) Tesladır. Gauss da (G) kullanılan diğer bir birim sistemidir. $1G = 10^{-4}$ T dir. $B = \mu . H$ bağıntısı şu şekilde de ifade edilebilir. Bir demir parcası iki zıt kutup arasına veya akım geçen bir bobin içine konulduğunda; manyetik tesirden dolayı demirin içindeki molekülsel mıknatıslar yön alırlar. Bu suretle evvelce mevcut olan H şiddetindeki alana H_1 şiddetinde yeni bir alan ilave olur. Bu durumda $1cm^2$ den veya $1m^2$den geçen kuvvet çizgisi sayısı artar. İşte bu durumda birim yüzeyden geçen kuvvet hattı sayısına manyetik endüksiyon adı verilir. Manyetik endüksiyon $B = \mu . H$ bağıntısına göre hem (μ) ye ve Hemde (H) alan şiddetine Bağlıdır. Formülleri kısaca tekrarlarsak;

$$\emptyset = B.S = H.\mu.S = \frac{NI}{L} . \mu . S = \frac{\frac{NI}{L}}{\mu . S} = \frac{NI}{R} = \frac{F}{R} \text{ wb. olur.}$$

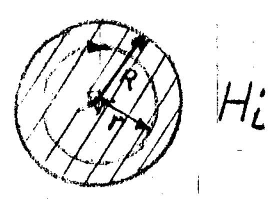
3.1.1. DOĞRUSAL İLETKENİN ALAN ŞİDDETİ HESABI:

Çok uzun doğrusal bir iletkenin civarında meydana gelen alanın şiddetini amper kanunu $\oint H\ell = NI = F$ bağıntısından yararlanarak bulubiliriz. Şekil 3.8 de görülen ve yarı çapı iletkenin merkezine göre r olan kuvvet çizgisinin alan şiddeti her noktada simetriden dolayı aynı değerdedir. Alan çizgisi boyu $2\pi r$ ye eşit olacağından Amper kanununa göre $H.2\pi r = I$ olacaktır. Buradan $H = \frac{I}{2\pi r}$ olur. Bu bize iletkenden uzaklaştıkça alan şiddetinin azaldığını gösterir. Havada $\mu = \mu_0$ olduğundan $B = \mu.H : 4\pi.10^{-7}.\frac{I}{2\pi r} = \frac{2I}{r}.10^{-7}T.$ olarak manyetik endüksiyon bulunur. Telin dışında olduğu gibi içinde de bir manyetik alan meydana gelir. Şekil 3.9 da görüldüğü gibi iletkenin yarı çapını R ile gösterirsek r yarı çaplı alan çizgisine göre bu alan içinde kalan akımı I\` ile gösterirsek amper formülüne göre $H_i.2\pi r = I'$ olur. Akım yoğunluğu $I/\pi R^2$ olduğundan $I' = \pi r^2 I / \pi R^2 = r^2 I / R^2$ olur. Böylece içteki alan şiddeti $H_i.2\pi r = r^2 I / R^2$ den

$$H_i = \frac{I}{2\pi R^2}.r$$ bulunur.



Şekil 3.8

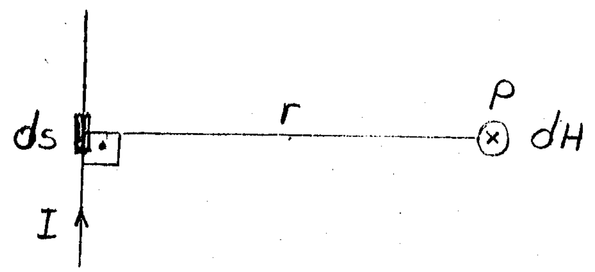


Şekil 3.9

Bu ifadeye göre alan şiddeti merkezden çevreye doğru r uzaklığı ile orantılı olarak artmaktadır.

3.1.2. BİOT - SAVART FORMÜLÜ:

Matematik ve fizikçi olan Pierre laplace (1749-1827) Biot-Savard deneyleri neticelerini; sonsuz küçük bir I ds akım elamanın alanı; elemana dik mesafenin karesi ile ters orantılı kabul edilmek şartı ile izah edilebileceğini göstermiştir. (şekil 3.10).



$$dH = \frac{b.I.ds}{r^2}$$

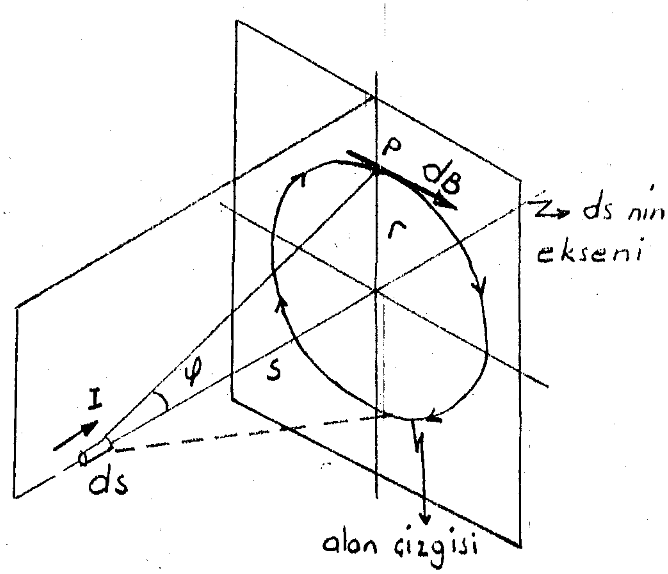
bağıntıda (b) orantı sabitidir.

Şekil 3.10

$H = \frac{I}{2r}$ alan şiddeti formulü çok uzun iletkenlerin alan şiddetinin hesaplanmasında doğru sonuç verir. Her hangi bir şekilde tertiplenmiş iletkenlerin etrafındaki alanların hesaplanmasına yarayan formül $dH = \frac{I ds \sin\varphi}{4\pi a^2}$ olup, bu formüle Biot-Savart formülü denir. Formülde (ds) iletken üzerinde alınan sonsuz küçüklükte bir iletken elamanını, (a) bu elamanla alanın hesaplandığı p noktası arasındaki uzaklığı (φ) ise (ds) elemanı ile (ds) yi P noktasına birleştiren doğru arasındaki açıyı göstermektedir. Şekil 3.11. de (dB) sonsuz küçük manyetik endüksiyon değeri;

$dB = k' \frac{I.ds.\sin\varphi}{a^2}$ dir.

denklemdeki k'çarpanı, seçilen birimlere bağlı olan bir orantı sabitidir. M.K.S birim sisteminde k'nin değeri 10^{-7} weber/Amp.metre ye eşit kabul edilmektedir.

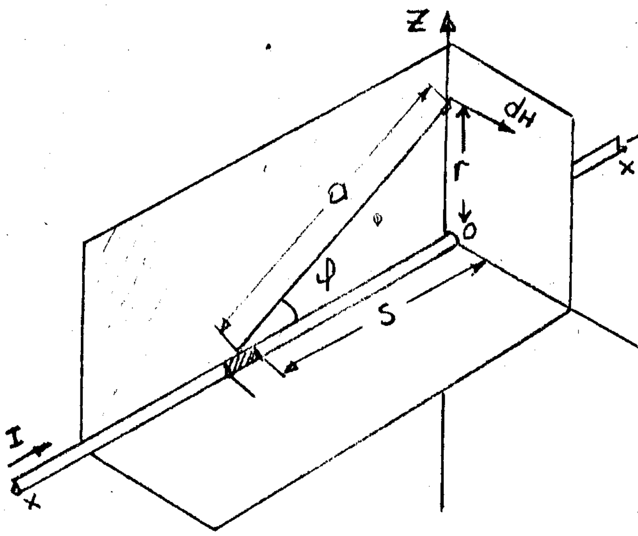


Şekil 3.11.

$K' = \frac{\mu_0}{4\pi}$, $\mu_0 = 4\pi K' = 4\pi 10^{-7}$ wb/Amp.m. dir.

Bu takdirde $dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{Ids.Sin\varphi}{a^2}$ şeklini alır. Bu denkleme göre bir akım elamanından ileri gelen dB manyetik endüksiyonu, elamanın ekseni üzerindeki bütün noktalarında sıfırdır. Çünkü buygibi noktalarda $\sin\varphi = 0$ dır. Elamandan verilen bir a uzaklığında elamandan kendi eksenine dikey olarak geçirilen bir düzlem için, manyetik endüksiyon maksimumdur. Zira düzlemin bütün noktalarında $\varphi = 90^{\circ}$ ve $\sin\varphi = 1$ dir.

Şekil 3.12 de gösterilen uzun bir doğrusal iletkenden (r) kadar uzaklıkta bulunan P noktasınının manyetik alanını hesaplamak için Biot-Savard formülünü kullanalım.



Şekil 3.12

$dH : \frac{I\ ds\ \sin\varphi}{4\pi a^2}$ bu denklemde şekil 1.12 de görüldüğü gibi $a = r.Cosec\varphi$, $S = r.Cotg\varphi$ türevi alınırsa $ds : -aCosec^2\varphi\ .d\varphi$ olacağından ds ve r yerine bu yeni bulduğumuz değerlerini yazarsak.

$$dH = -\frac{I.r.Cosec^2\varphi\, d\varphi.Sin\varphi}{4\pi.r^2.Cosec^2\varphi} = -\frac{I.d\varphi}{4\pi r}\ .\ Sin\varphi \text{ bulunur.}$$

Eğer iletken sonsuz uzun ise yada r uzaklığına göre uzun ise integral limitleri $-\infty$'dan $+\infty$'a kadardır. (φ)açının buna karşılık limitleri ise π'den O'ra kadardır. o halde

$dH = -\frac{I}{4\pi r}\ .\ Sin\varphi.d\varphi$ bağıntınının integralini alırsak

$$H = -\int_{\pi}^{0} \frac{I}{4\pi r}\ .\ Sin\varphi\ .\ d\varphi = -\frac{I}{4\pi r}\int_{\pi}^{0} Sin\varphi d\varphi = -\frac{I}{4\pi r} - \Big[Cos\varphi\Big]_{\pi}^{0}$$

$H = \frac{2I}{4\pi r} = \frac{I}{2\pi r}$ bulunurki buda amper kanunundan faydalanılarak çıkartılan formülden başka bir şey değildir. O halde pratik olarak doğrusal uzun bir iletkenin;

Dışandaki her hangi bir hoktadaki alan şiddeti

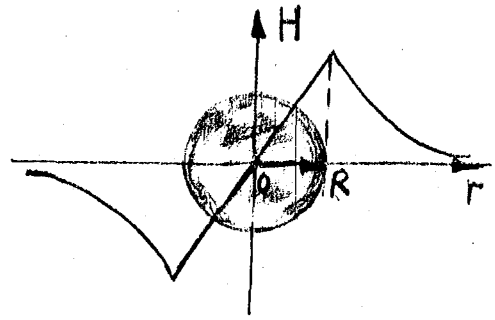
$H_d = \frac{I}{2\pi r}$ bağıntısından

içindeki her hangi bir noktadaki alan şiddeti ise

$H_i = \frac{I}{2\pi R^2} \cdot r$ bağıntısından hesaplanabilir.

Şekil 3.13 de H nin telin içinde ve dışında r uzaklığı ile nasıl değiştiğini gösteren grafik görülmektedir. iletkenin yüzeyinde R=r olacağından

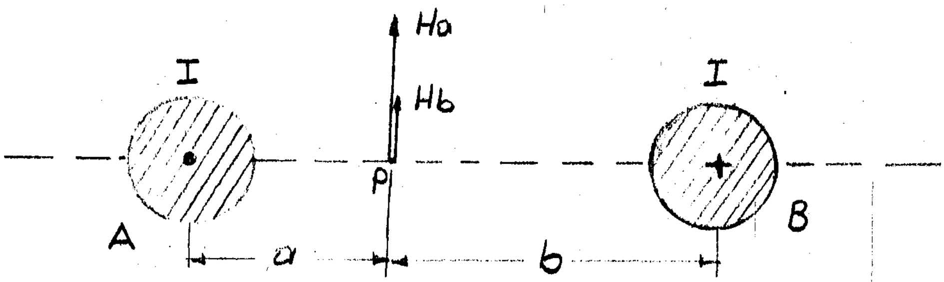
$H = \frac{I}{2\pi R}$ olur.



Şekil 3.13

3. 1.3 ALANLARIN BİRLEŞTİRİLMESİ :

Şekil 3.14 de çok uzun paralel iki iletken görülmektedir. Bu iletkenlerden eşit değerde fakat zıt yönlü I akımının geçtiğini farz edelim.

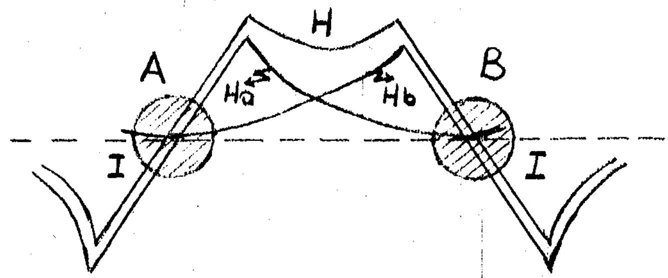


Şekil 3.14

A iletkeninin B noktasında meydana getirdiği alan şiddeti $H_a = \frac{I}{2\pi . a}$, B iletkeninin aynı P noktasındaki alan şiddeti ise $H_b = \frac{I}{2\pi b}$ dir. Her iki iletkenin meydana getirdikleri alan yönleri sağ el yada burgu kaidesi ile bulunabilir. Bu kaidelere göre P noktasındaki alan yönlerinin aynı olduğu görülür. Mesela iki iletken arasındaki P noktasında A teline ait olan H_a alan şiddeti bu noktadan geçen alan çizgisini gösteren daireye teğet olup yukarı doğru yöndedir. B teline ait H_b alan şiddeti de yine aynı noktadan geçen fakat B iletkenine ait olan alan çizgisini gösteren daireye tağet olup aynı yöndedir. Bunların Bileşkesi ise

$H = H_a + H_b$ ve $H = \frac{I}{2\pi}\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right)$ dir.

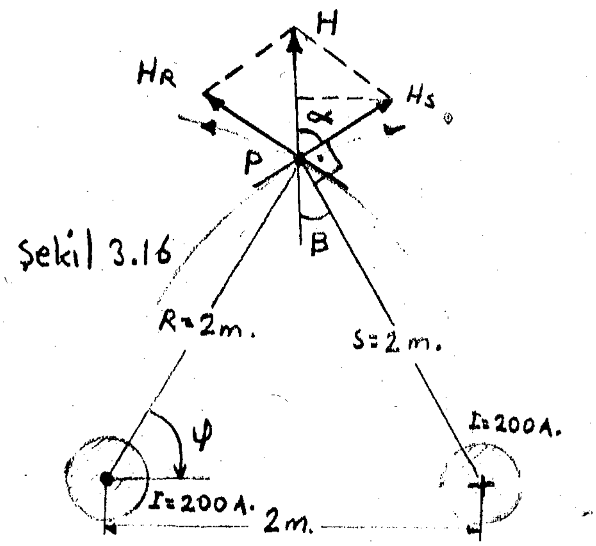
Şekil 3.15 de iki paralel iletkenin bulunduğu düzlende H_a , H_b ve H alanlarının nasıl değiştiği görülmektedir.



Şekil 3.15

3.1.4. KONUMLARI FARKLI İLETKENLERİN BİLEŞKE ALANLARININ BULUNMASI :

Şekil 3.16 da ki sistemde bileşke alan $\vec{H} = \vec{H}_R + \vec{H}_S$ dir.



Şekil 3.16

$H_R = \frac{I}{2\pi . R} = \frac{200}{2\pi . 2} = \frac{200}{12,56} =$ 16 A/m.

$H_S = \frac{I}{2\pi . S} = \frac{200}{2\pi . 2} = \frac{200}{12,56} = 16 A/_m$.

$\varphi = 60^0$ olduğundan

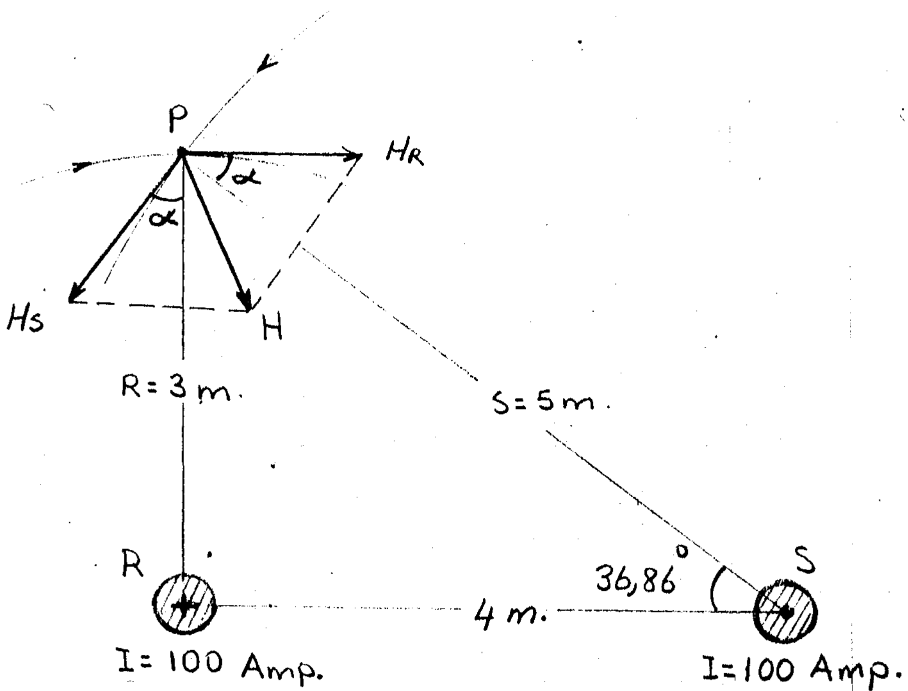
$\beta = 30^0$ ve α: $180-(90^0 + \beta)$ $= 180-(90^0 + 30^0) = 60^0$ olur.

$\cos 60^0 = \frac{\frac{H}{2}}{H_S}$ den

$\vec{H} = \vec{H}_S = \vec{H}_R = 16$ A/m bulunur.

Şekil 3.17 de $H_R = 5,3$ A/m , $H_S = 3,18$ A/m ve $\alpha = 36,86^0$ dir.

$\vec{H}_R$ ve $\vec{H}_S$ alanları bulunduktan sonra çizimle $\vec{H}$ birleşke alanı kolaylıkla bulunabilir. Hesap Yolu ile $\vec{H}_R$ ve $\vec{H}_S$ vektörleri Yatay ve düşey bileşenlerine ayrılır. Bileşke alan bu bileşenlerden bulunur. H_R nin Yatay bileşeni $H_{Rx} = H_R = 5,3$ $A/_m$ düşey bileşeni $H_{RY} = 0$ dır. H_S nin Yatay bileşeni $H_{Sx} = H_S . \sin\alpha = 3,18 \cdot 0,6 = 1,9$ A/m. H_S nin düşey bileşeni ise $H_{SY} = H_S . \cos\alpha = 3,18 . 0,8 = 2,54$ $A/_m$. $\vec{H}$ bileşke alanının yatay bileşeni $\vec{H}_x = \vec{H}_{Rx} - \vec{H}_{Sx}$ $H_x = 5,3 - 1,9 = 3,4$ $A/_m$.



Şekil 3.17

Şekil 3.17 de ki sistemde bileşke alan

$$\vec{H} = \vec{H_R} + \vec{H_S}$$

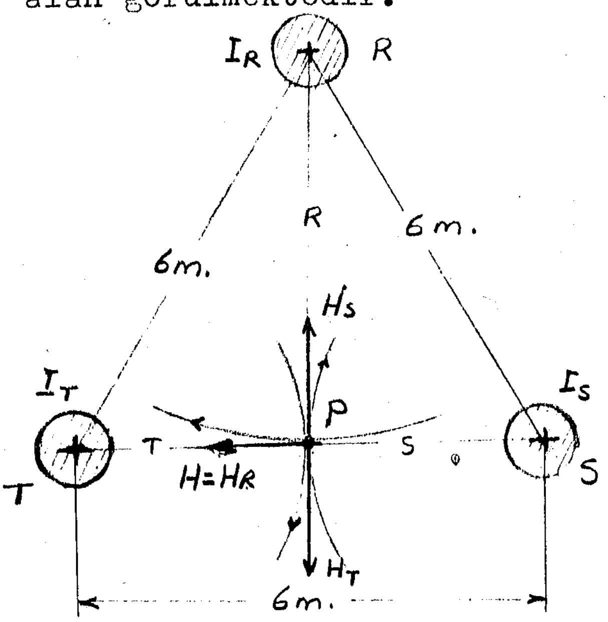
$$H_R = \frac{I}{2\pi . R} = \frac{100}{6,28 . 3} = 5,3 \ A/m$$

$$H_S = \frac{I}{2\pi . S} = \frac{100}{6,28 . 5} = 3,18 \ A/m$$ bulunur.

Düşey bileşeni $H_{Ry} = 0$ olduğundan $H_y = H_{sy} = 2,54$ A/m Bileşke alan şiddeti ise

$$H = \sqrt{H_x^2 + H_y^2} = \sqrt{(3,4)^2 + (2,54)^2} = 4,24 \text{ A/m} \quad \text{bulunur.}$$

Şekil 3.18 de ise eş kenar üçgenin köşegenlerine yerleştirilmiş 3 fazlı simetrili sistemin P noktasındaki bileşke alan görülmektedir.



Şekil 3.18

$I_R = I_S = I_T = 100$ Amper ise

T = S = 3 m ve R = 5,196 m olduğundan

$$H_R = \frac{I}{2\pi.R} = \frac{100}{6,28.5,196} = 3 \text{ A/m}$$

$$H_S = \frac{I}{2\pi.s} = \frac{100}{6,28.3} = 5,3 \text{A/m}$$

$$H_T = \frac{I}{2\pi.T} = \frac{100}{6,28.3} = 5,3 \text{A/m}$$

I_R, I_S, I_T fazlası P noktasında yukarıda şiddetleri bulunan alanları meydana getirirler.

Bu alanlar vektörel olarak şekil 1.18 de gösterilmiştir. $H_S = H_T$ olup yönce zıt yönde olduklarından bir birini yok ederler. Böylece P noktasındaki bileşke alan $H = H_R = 3$ A/m olur. Bu noktadaki manyetik endüksiyon ise

$B = \mu_0 .H = 4\pi .10^{-7}.3 = 3,768.10^{-6}$ Tesla bulunur. Veya

$B = \mu_0 .H = 1,256.10^{-8}.0,03 = 1,256.3.10^{-10} = 3,768.10^{-10}$ G.

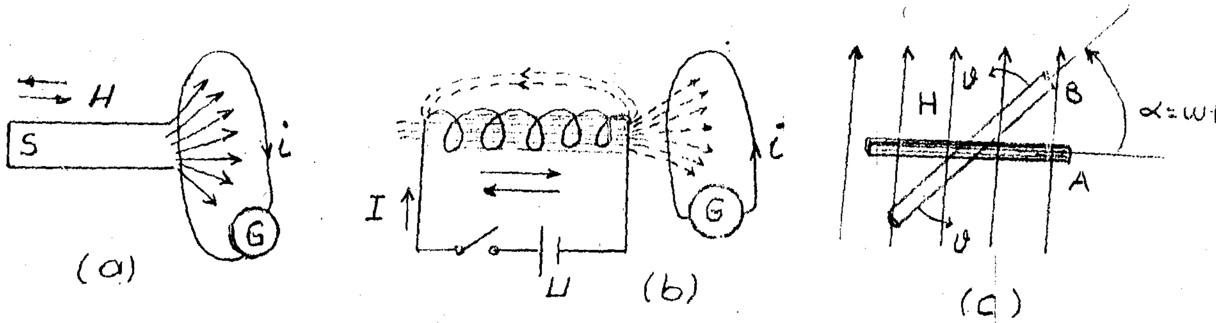
yada B nin birimi VS/cm^2 olur. Burada H = 0,03 A/cm alınmıştır.

3.2. ELEKTROMANYETİK ENDÜKSİYON :

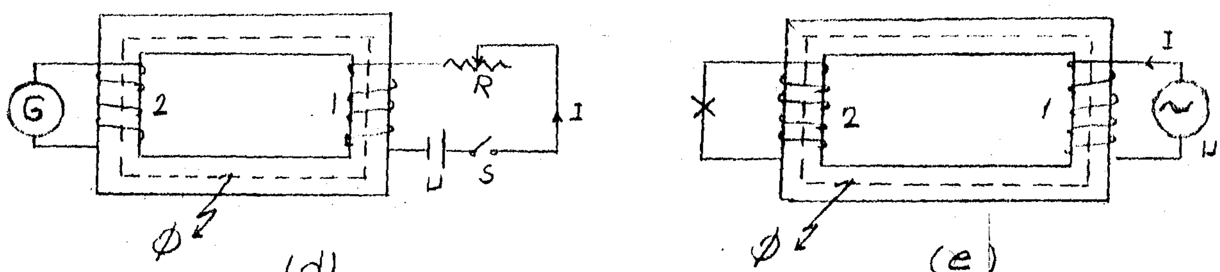
1820 de Öersted bir elektrik akımının daima bir manyetik alan meydana getirdiğini keşfettikten sonra o zamanki fizikçiler bir birlerine şu soruyu sormaya başlamışlardır. Devamlı bir elektrik akımı devamlı bir manyetik alan meydana getirdiğine göre; devamlı bir manyetik alanda devamlı bir akım meydana getiremezmi ? Böyle bir elektrik akımı bulmakta sarfedilen bütün gayretler o zaman için boşa çıkmış Ampere ve Arago olaya rasladıkları halde farkını varamamışlardır. 1830 da Joseph Henry elektromiknatısın birinin kutupları arasındaki demir köprüdeki bobinde, elektromiknatısın bobinindeki akımın başladığı veya süresiz olduğu zamanlarda, akım geçtiğini görmüştür. Başlangıçta Michael Faraday da bu olayı başarı ile çözemeyenler arasında idi Faraday deney ve uğraşlarını sıklaştırarak nihayet 1831 de bir demir nüve üzerine sarılan bobinden akım geçmeye başladığı veya akım kesildiği anda, aynı nüveye sarılmış diğer bir bobinden akım geçtiğini izlemiştir. Bu neticeyi hemen açıklaması, deney neticelerini açıklamamış olan Henry`den evvel bulmuş olmasını sağlamıştır.

Faraday`ın buluşunun önemi ve bugünkü modern teknolojinin gelişmesindeki katkısı şüphesiz inkâr edilemez. Çünkü elektrik enerji kaynakları, elektrik enerjisinin naklini sağlayan transformatorlar Faraday`ın elektromanyetik endüksiyon olayının keşfedilmelerinin neticeleridir.

Elektromanyetik endüksiyon olayları; manyetik alanlardan istifade edilerek elektrik akımının meydana gelmesini sağlayan olaylardır. Elektrik akımının manyetik alan meydana getirmesinin tersine olarak; endüksiyon olayları, manyetik olayların elektrik akımı meydana getirmesidir. Endüksiyon akımına ait Faraday deneyleri şekil 3.19 da görülmektedir. Bu deney neticelerini genel olarak; hareket endüksiyonu ve Transformasyon endüksiyonu olarak ikiye ayırmak mümkündür.



Hareket endüksiyonları



Transformasyon endüksiyon

Şekil 3.19

Şekil (a) da görüldüğü gibi daimi mıknatısın kuzey kutbu bir galvonometereye bağlı iletken halkaya doğru hareket ettirilirse, galvonometre şekilde görülen yönde bir akım gösterir. Mıknatıs yada halka birbirine göre hareket etmezlerse galvonometreden akım geçmez mıkmatıs halkaya doğru ne kadar hızlı hareket ettirilirse galyonometere göstergesi o kadar fazla sapar. Mıknatıs geriye doğru hareket ederse galvomometre aksi yönde bir akım gösterir. Halkadan (telden) bir akım geçmesi bir gerilimin bulunmasını icap ettirir. Bu endüksiyon e.m.k. halka ile mıknatısın birbirlerine bağlı hareketinden meydana gelmektedir. Yani e.m.k. tel içindeki manyetik alanın zamanla değişmesi neticesinden hasıl olmaktadır.

Mıknatıs yerine şekil (b) de görüldüğü gibi bir selenoid alınıp, selenoid ten akım geçirilip selenoid ve halka birbirlerine göre hareket ettirilirse yine galvonometrenin saptığı görülür. Hareket endüksiyonu şekil (C) de daha iyi anlaşılmaktadır. İletken manyetik alan içinde saat ibresinin ters yönünde sabit bir açısal hızla döndürülürse, bu dönme esnasında bir devirde her an değişik sayıda kuvvet hattı keseceğinden zamana bağlı olarak üzerinde bir endüksiyon e.m.k. meydana gelir.

Şekil (d) de ise Faraday'ın yapmış olduğu bir başka deneye göre, bir üreteç tarafından beslenen birinci bobin bir manyetik alan meydana getirir. Bu alan çizgileri 2 inci bobin içinden de geçerler. 2 inci bobin uçları hassa bir galvonometreye bağlanmıştır. Anahtar açıkken galvonometrede hiç bir hareket görülmez. Fakat anahtar kapatıldığı anda veya açıldığı anda galvonometre ibresinde sapma görülür. Bir devreden akım geçebilmesi için o devrenin iki uçu arasında bir gerilimin bulunması gerektiğinden, bu deneydede gerek anahtar kapatıldığında ve gerekse anahtar açıldığında 2 inci bobinde bir gerilimin meydana geldiği anlaşılmaktadır. 2 inci bobinde bir akımın geçmesine sebeb olan şey; gerek anahtar kapatıldığında ve gerekse anahtar açıldığında 1 inci bobindeki akımın değişmesi dolayisiyle bu anlarda değişik manyetik alanın ikinci bobini kesmesidir. Endüksiyon esnasında bobinde meydana gelen e.m.k.'te endüksiyone.m.k. ve bu esnada bobinden geçen akımada indüksiyon akımı adı verilir.

O halde endüksiyon yapabilmek için 2 inci bobini kesen akıyı değiştirmek gerekir. Bunun için direnç yardımı ile birinci bobinden geçen I akımını değiştirirsek bu akım tarafından meydana gelen manyetik alan değişir. Bu değişken manyetik alanı kesen 2 inci bobinde, manyetik alanda bir değişiklik yapıldığı müddetçe bir endüksiyon e.m.k. hasıl olur.

Şekil d de 1 inci bobine zamanla yönünü ve şiddetini değiştiren bir alternatif akım üretici bağlanmıştır. Burada 1 inci sargıdan geçen akım her an yönünü ve şiddetini değiştirdiğinden, bu akım tarafından meydana getirilen manyetik alanda her an yönünü ve şiddetini akımla beraber değiştirmektedir. Çünkü bir manyetik alan akıma tabi olarak degişir. Akım artarsa manyetik alanda artar akım azalırsa manyetik alanda azalır. İşte 2 inci bobin devamlı suretle değişen bir manyetik alan içinde kalacağından ikinci bobinde devamlı surette bir endüksiyon e.m.k. endüklenir. İşte bu şekilde çalışan elektrik makinalarına T ransformatör adı verilir. İkinci bobinde bu yolla endüklenen e.m.k. karşılıklı endüksiyon e.m.k. dir.

Bu deneylerden endüksiyon e.m.k. nin manyetik endüksiyon B nin zamanla değişmesine bağlı olduğu anlaşılmaktadir. Keza bu alanda yapılan deneylerden endüksiyon e.m.k. nin bobinin yüzeyi ile bu yüzeyin B nin değişmelerine göre durumuna bağlı olduğu anlaşılmaktadır. Bobinin yada iletkenin yüzeyi B ye normal olduğu zaman (dik) e.m.k maksimum, paralel olduğu zaman sıfırdır.

3.2.1. ENDÜKSİYON E.M.K. YÖNÜ VE DEĞERİ:

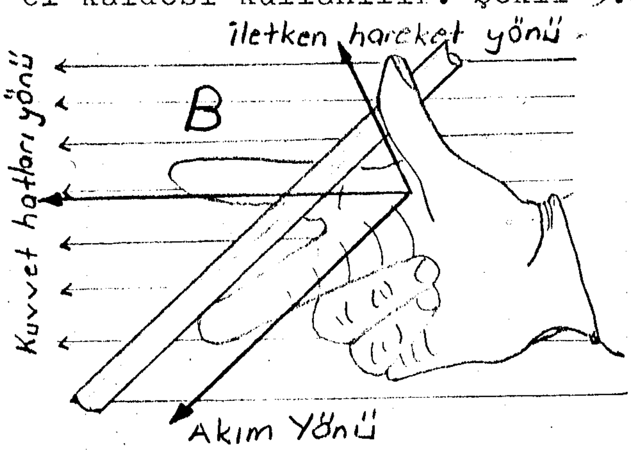
Değişen bir manyetik alanın kestiği bir bobinde meydana gelen endüksiyon e.m.k. veya endüksiyon akımının yönü, manyetik alanın yönüne bağlıdır. Yukardaki deneylerde meydana gelen endüksiyon akımının yönü kendisini meydana getiren manyetik akıyı doğuran akım yönüne zıt olduğu görülür. Yani endüksiyon akımının Yönü, esas akım yönüne tersdir. Bu bakımdan bu endüksiyon akımınında meydana getireceği manyetik alanın yönü, kendisini meydana getiren manyetik alana zıt olup, ondaki değişmeleri önleyecek şekildedir.

Bir endüksiyon olayı esnasında meydana gelen endüksiyon e.m.k nin Yönü Lenz kaidesi denilen bir kaide yardımı ile açıklanabilir. 1834 de bir Rus fizikçisi olan Emil Lenz(1804-1865) Henry`nin çalışmalarını hiç bilmeden ve Faraday`ın çalışmalarınıda çok az öğrenerek elektromanyetik endüksiyonu keşfeden bir bilgindir.

LENZ KANUNU:

Bir endüksiyon olayı esnasında meydana gelen endüksiyon elektromotor kuvveti, hâsıl ettiği elektrik akımının manyetik alanı, kendisini hâsıl eden manyetik akı değişmelerine mani olacak yöndedir.

Endüksiyon olayları neticesinde meydana gelen endüksiyon e.m.k Yönünü bulmak için fleming tarafından konulmuş olan sağ el kaidesi kullanılır. Şekil 3.20



Şekil 3.20

Sağ el kaidesi: Baş parmak iletkenin hareket Yönünü işaret parmağı alan Yönünü gösterecek şekilde iletken sağ ele alındığında, orta parmak meydana gelen endüksiyon e.m.k. Yönünü gösterir.

Faraday Kanunu:

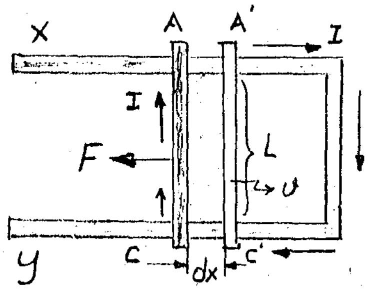
Faraday yaptığı deneylerden, bir bobini yada iletkeni kesen manyetik akı değiştiği zaman bobinde endüksiyon e.m.k meydana geldiğini ve bu e.m.k tin değerinin bobinin sarım sayısı ve akımın değişim hızı ile orantılı olduğunu bulmuştur. Sargı sayısını N'le ortalama e.m.k Eort'la gösterilirse; bobindeki manyetik akı (t) saniyede $\emptyset_1$ Weber değerinden $\emptyset_2$ Weber değerine geçtiği zaman, ortalama e.m.k'tin değeri

$$E_{ort} = -N \frac{(\emptyset_2-\emptyset_1)}{t}$$

volt şeklinde elde edilir. Buradaki (-) işareti e.m.k tin kendisini meydana getiren etkiye ters olduğunu gösterir. Endüksiyon e.m.k ti manyetik akının değişim hızı ile orantılı olduğuna göre manyetik akının (t) zamanına göre değişim hızı matematikte $d\emptyset/dt$ türevi ile ifade edildiğinden yukardaki bağıntı $E = -N \frac{d\emptyset}{dt}$ şekline sokulabilir. Bunu akı yoğunluğu cinsinden yazarsak $E = -N.S \frac{dB}{dt}$ elde edilir. Bu eşitliğin kullanılabilmesi için S nin büyüklüğü ve yönü sabit olmalıdır. Halbuki şekil 3.19 (C) deki hareket endüksiyonunda iletken yukarı doğru yönelmiş düzgün bir alan içersine yerleştirilmiş olup her an iletkenin konumu değişmektedir. İletken A durumunda iken iletken $\emptyset_m = B.S$ maksimum kuvvet hattı kesmektedir. Burada B alanın manyetik endüksiyonu S de iletken yüzeyini göstermektedir. (S) m^2 ve B (Tesla) biriminde seçilirse ($\emptyset$) wb. biriminde bulunur. Şimdi bobin sabit bir açısal hızla (ω) saat ibresinin ters yönünde döndürüldüğüne göre her hangi bir (t) anında (S) iletken yüzeyinden geçen akı; yüzeyle, B'nin yüzeye normal bileşeninin çarpımına eşit olacağından $\emptyset = B.S \cos\alpha = \emptyset_m.\cos wt$ olacaktır. Bu suretle iletkenden geçen akımın zamanla değiştiği anlaşılır. Endüksiyon e.m.k'nın her hangi bir andaki değeri için;

$$e = -N \frac{d\emptyset}{dt} = -N \frac{d(\emptyset m.\cos wt)}{dt} = N.\omega.\emptyset_m.\sin wt = Em.\sin wt$$

bağıntısı elde edilir. Tek bir sarım için $e = -\frac{d\emptyset}{dt}$ dir.



Şekil 3.21

Şekil 3.21 de hareket endüksiyonuna ait başka bir örnek verilmiştir. X,Y paralel iki iletkeni AC de bu iletkenler üzerinde serbesçe kayabilen bir teli göstermektedir. U şeklindeki X,Y telinin düzleminin düzgün bir manyetik alanın B akı yoğunluğuna normal olacak şekilde yer aldığını farz edelim. ve B nin doğrultusu kağıt düzleminin arkasından önüne doğru olsun. AC nin sağa doğru dx gibi ufak bir miktar kaydığını farz edelim. Bu kayma dt zamanı zarfırda olsun. $e = -\frac{(\phi_2-\phi_1)}{t}$ yada $e = -\frac{d\phi}{dt}$ eşitliğine göre meydana gelen kapalı devrede bir endüksiyon e.m.k ve dolayisiyle bir endüksiyon akımı meydana gelir. Manyetik alanda bulunan bir akım Ampere kanununa göre bir $F = B.I.L$ kuvvetine maruz kalır. Burada B akı yoğunluğu I akım L de hareketli AÇ telinin boyudur. F kuvveti lenz kanununa göre akı değişmelerine mani olarak Yönde, yani Şekil 3.21 de olduğu gibi sola doğrudur. Kuvvettin bu yolda olması için (I) akım sol el kaidesine göre A C üzerinden A ya doğru olmalıdır. Telin bu kuvvet tesirinde dx kadar hareket etmesi için $dw = Fdx = -BLIdx$ işi yapılmalıdır. $L.\,dx = ds$ yüzey değişimini gösterdiği için manyetik endüksiyonla (B) çarpılırsa $d\phi = BLdx$ akı değişimi elde edilir.

$dw = -I\,d\phi$, $I = \frac{dq}{dt}$ ve $\frac{dw}{dt} = E$ **olduğundan**

bu eşitlikler $dw = I.d\phi$ bağıntısında yerine konulursa

$E\,dq = -\frac{dq}{dt}.d\phi$ ve $E = -\frac{d\phi}{dt}$ bulunur. N sarımlı olarak AC teli düşünülürse $E = -N\frac{d\phi}{dt}$ bulunur.

$dw = F.dx = -BLI.dx$ eşitliğinin terimleri ;

$dw = E.dq = -BLI.dx$ ve $I = \frac{dq}{dt}$ olduğundan

$E.dq = -\frac{B.dq.L.dx}{dt}$ ve AC telinin hızı $\vartheta = \frac{dx}{dt}$ olduğundan $E = -BL.\vartheta$ elde edilir. Başka bir şekilde hareketi iletkene etkiyen itme kuvveti

$F = I.L.B$ ve dt müddetince hız ϑ olduğuna göre gidilen yol $dx = \vartheta.dt$ Yapılan iş $dw = F.dx = I.L\,B.\vartheta.dt$ dir.

[illegible] Idt çarpımı bu müddet zarfında

Fakat Idt çarpımı bu müddet zarfında yer değiştiren dq yüküdür. O halde $dw = BL\vartheta.dq$ yazılabilir. dw/dq e.m.k. eşitlenirse $E = B.L.\vartheta$ bulunur. (B) wb/m^2 (L) metre ve (ϑ) m/S alınırsa E volt olarak bulunur. Endüksiyon e.m.k. $E = -\frac{d\emptyset}{dt} = B.L.\vartheta$ olduğunu şu şekilde ispatlayabiliriz.

Şekil 3.21 de AC iletkeni dx kadar uzaklığa giderken taranan alan $ds = L.dx$ olup bu yüzeyden geçen akı $d\emptyset = B.ds = B.L.dx$ dir. Her iki taraf dt ye bölündüğünde $\frac{d\emptyset}{dt} = B.L\frac{dx}{dt} = B.L.\vartheta$ elde edilir. Böylece bir devrede endüklenen e.m.k in sayıca değerinin, arasından geçen akının değişim oranına eşit olduğunu gösterir.

Alan çizgileri hareket düzlemine dik değilse B yerine B nin ϑ ye dik bileşeni kullanılacağından endüksiyon e.m.k

$E = -B.L.\vartheta.Sin\alpha$ yazılmalıdır.

Transformasyon endüksiyonunda endüksiyon e.m.k ti

$$e = -N\frac{d\emptyset}{dt} = N.\omega.\emptyset_m.Sin\,wt = Em.Sinwt$$

$Em = E.\sqrt{2}$ ve $\omega = 2\pi f$ olduğundan

$Em = N.\omega.\emptyset_m = N.2\pi f.\emptyset_m$ olacağından her iki tarafı $\sqrt{2}$ bölersek

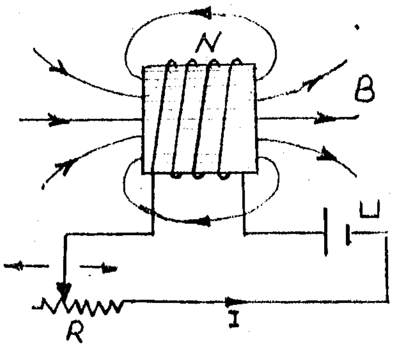
$E = \frac{2\pi}{\sqrt{2}} \cdot f.\emptyset.N = 4{,}44.f.\emptyset.N$ bağıntısı elde edilir.

($\emptyset$) manyetik akı makswel cinsinden seçilirse

$E = 4{,}44.f.\emptyset.N.10^{-8}$ volt bulunur. $\emptyset = B.S$ olduğundan karşılıklı yada transformansyon endüksiyon e.m.k. ti için

$E = 4{,}44.f.B.S.N.$ bağıntısı yazılabilir.

3.2.2. ÖZ İNDÜKLEME (SELF ENDÜKSİYON)



Şekil 3.22.

Her hangi bir devrede bir akım var olduğu vakit bir manyetik alan hasıl olur. Bu alan şekil 3.22 de görüldüğü gibi devrenin kendisindende geçmekte olup, akım değiştiği vakit alanda değişir. O halde içersinden değişken bir akım geçmekte olan her hangi bir devrede, kendi mağnetik alanın değişimi sebebi ile bir e.m.k indüklenir. Örneğin şekil 3.22 de görüldüğü gibi reasta yardımı ile akım değiştirildiğinde bobinden geçen $\varnothing$ akısı değişir ve dolayisiyle N sarımlı bobinde bir e.m.k indüklenir. O halde bir devreden geçen akım değişimi, bu akım tarafından meydana getirilen akıyı değiştirmekte, aynı devre bu değişik manyetik alan içinde kalacağından devre üzerinde bir endüksiyon e.m.k meydana gelmektedir. Bu e.m.k. lenz kanununa göre kendisini doğuran sebebe ters yöndedir. E.M.K. sebebi akımdaki artma yada azalmadır. Eğer akım artmakta ise, endüksiyon e.m.k nin yönü esas akım Yönüne terstir. Eğer akım azalmakta ise endüksiyon e.m.k ve akım aynı yöndedir. Görülüyorki endüksiyon e.m.k ti tarafından kendisine karşı gelinen şey akımın kendisi değil, fakat akımdaki değişimdir.

Manyetik akının değişmesi bobinin yada iletkenin kendi akımında değişmeden dolayı meydana geldiğinden bu suretle meydana gelen gerilime; kendi kendine manasına gelen self endüksiyon e.m.k yada öz indükleme e.m.k adı verilir. Olayada özindükleme olayı denir.

Diğer endüktanslarda olduğu gibi self endüksiyon (özindükleme) e.m.k, ti de benzer şekilde

$$e_s = -N \frac{d\varnothing}{dt} \quad \text{yada} \quad e_s = -\frac{d\varnothing}{dt}$$ formülleri yardımı ile

bulunur.

Akım birimi başına geçen akı sarım sayısına, devrenin (L) self endüktansı (özindükleme kat sayısı veya self endüksiyon kat sayısı) adı verilir.

$L = \frac{N.\emptyset}{i}$ Buna göre self endüktans birimi amper başına Weber-Sarım dırki, buna Joseph Henry onuruna kısaca henri adı verilir. Tek sarımlı düz bir iletken için $L = \frac{\emptyset}{i}$ dir. I yerine i kullanmamız, akımın değiştiğini ve değişen büyüklüğü göstermemiz içindir.

Bir devrenin self-endüktansı(özindükleme katsayısı) devrenin sarım sayısına, biçimine, büyüklüğüne kısacası fiziksel yapısına bağlıdır. $L = \frac{N.\emptyset}{i}$ bağıntısını

$N.\emptyset = L.i$ şeklinde yazıp her iki tarafın t ye göre türevini alırsak;

$N \frac{d\emptyset}{dt} = L \frac{di}{dt}$ elde edilirki, self endüksiyon e.m.k ti

$e_s = -N \frac{d\emptyset}{dt}$ olduğundan benzer şekilde eşitlikten $e_s = -L \frac{di}{dt}$ yazılabilir. Bu ifadeye göre; eğer bir devreden geçen akım her bir saniyede 1 amper değiştiği vakit, o devrede endüksiyonla bir voltluk e.m.k endükleniyorsa bu devrenin endüktansı (L) bir henridir denir. Pratikte bu birim değeri büyük olduğundan bunun yerine ekseriye mili henri değeri kullanılır. $1mH = 10^{-3}$ H. dir.

Manyetik devrelerde $\emptyset = \frac{F}{R} = \frac{NI}{R} = G.NI$ dir.

Burada R manyetik direnç olup buna relüktans'da denir. Şayet endüktanslı bir devrede her sarımdan aynı $\emptyset$ akısı geçecek olursa N sarım için toplam akı $\emptyset_T = N.\emptyset = \frac{N^2}{R}.I$ olurki

$\frac{N^2}{R}$ ye L denirse $\emptyset_T = L.I$ yazılabilir. Bu eşitlikten

$L = \frac{\emptyset_T}{I} = \frac{N.\emptyset}{I}$ bağıntısı tekrar bulunur. Self endüksiyon gerilimi $e_s = -N \frac{d\emptyset}{dt}$ veya $e_s = -L \frac{di}{dt}$ olup bu iki formülü eşitlersek;

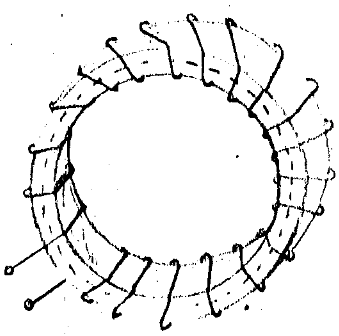
$N.d\emptyset . \cancel{dt} : L\, di.\cancel{dt}$ her iki tarafın integralini alırsak $N.\emptyset = L.I$ den $L = \frac{N.\emptyset}{I}$ tekrar bulunur. $\emptyset = B.S = \mu.H.S = \frac{NI}{L}.S.\mu$ olup $\emptyset$ nin yerine bu değeri yazarsak;

$L = \frac{N.NI}{I} \cdot \frac{\mu.S}{L} = \frac{N^2.\mu.S}{L}$ Henri bulunur.

Bu bağıntıya göre devrenin endüktansının, devrenin fiziksel yapısına bağlı olduğu anlaşılır.

$$L = \frac{N^2.\mu.S}{l} = \frac{N^2}{\frac{l}{\mu.S}} = \frac{N^2}{R} \quad \Omega.S = 1 \text{ Henri bulunur.}$$

Örnek :



Yandaki nüvenin çevresi 20 cm ve kesit yüzölçümü 1 cm^2 dir. Nüve 100 sipir olacak şekilde sarılmıştır. μ_r = 1000 olduğuna göre endüktansını hesaplayınız.

$$B = \mu.H = \mu_r.\mu_0 \frac{N.i}{L} = \frac{1000.4\pi.10^{-7}.100.i}{0,20}$$

$B = 0,63.i$ wb/amp-m^2 dir.

$\emptyset = B.S = 0,63.i.10^{-4}\,m^2 = 6,3.10^{-5}.i$ wb/Amp

$$L = \frac{N.\emptyset}{i} = \frac{100.6,3.10^{-5}.i}{i} = 6,3.10^{-3} \text{ wb-sarım/Amp} = 6,3.10^{-3} \text{Henri}$$

bulunur.

3.2.3 ALTERNATİF AKIM DEVRELERİNDE ENDÜKTANS:

Endüktans; Bir devredeki akımın her türlü değişmelerine karşı o devrenin karşı koyma özelliği olarakta ifade edilebilir. Endüktans,üzerinden geçen akım değişmelerine karşı koyan, manyetik enerji depolayan devre elamanıdır. L harfi ile gösterilir birimi Henridir.

Bir iletken yada bir bobin etrafında meydana gelen manyetik alan, o iletken yada bobinden geçen akıma tabi olarak değişir. İletkenden geçen akım alternatif akımsa, iletken etrafında meydana gelen alanda alternatif manyetik alandır. Bir iletkenden geçen akım artarsa, meydana gelen manyetik akı yine o iletkeni keser ve onda öyle bir gerilim endüklerki bu gerilim akımın artmasına karşı koyar. Eğer akım azalacak olursa meydana gelen manyetik akının kuvvet hatları iletkeni bir evvelkinin karşı yönde keserek ondan geçmekte olan akımın aynı yönde devam etmesine çalışan bir gerilim endükler. Bu gerilime self endüksiyon yada özindükleme gerilimi dendidiği daha önce açıkladık. Bu gerilimin zıt etkisi lenz kanununa göre ifade edilir.

Doğru akım devrelerinde zıt etki ancak anahtar kapandığı yada açıldığı anlarda kısa bir müddet için meydana geldiği halde; Alternatif akım devrelerinde akımın sinüsoidal olarak değişmesinden bu zıt etki; devamlı suretle self-endüksiyon e.m.k meydana geldiğinden, bu gerilim akımdaki değişmelere karşı durur, Bundanda anlaşıldığı gibi alternatif akım devrelerinde akımın geçmesine omik dirençten başka self endüksiyon gerilimi yani devrenin endüktansı da karşı koyar.

Endüktansın etkisi kısa doğrusal bir iletkende oldukça küçüktür. Devre bir bobin şeklinde bir çok sarımdan meydana gelmişse endüktans oldukça büyük olur. Bobin içersine demir konursa endüktansın etkisi bir kat daha artar. Uzun iletim hatlarında endüktansın etkisi oldukça önemlidir.

Endüktansın her hangi bir akım değişmesine karşı durması, akımın en büyük ve en küçük değerlerini gerilimden daha sonra almasına sebeb olur. Bir alternatif akım devresinde akımın geçmesine endüktansın gösterdiği zorluğa "endüktif reaktans" adı verilir.

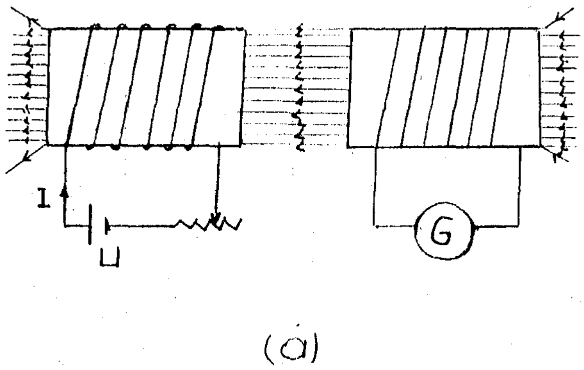
Endüktif reaktans, $XL = \omega.L = 2\pi.f.L$ formülünden ohm olarak hesaplanır. Bağıntıdan anlaşılacağı üzere endüktif reaktans; frekans ve endüktansla doğru orantılıdır.

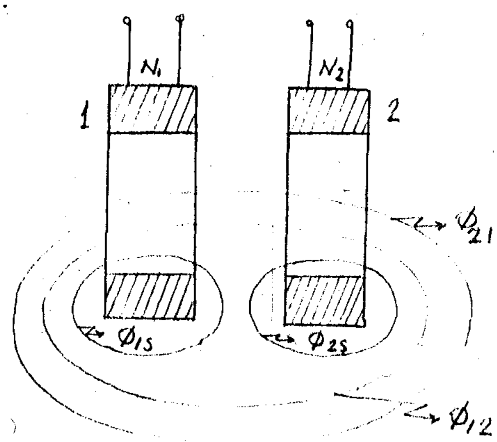
Yalnız endüktansı olan bir alternatif akım devresinden geçen akım $i = Im.Sin\ wt$ şeklinde bir sinüsoidal fonksiyon olsun. Endüktans uçlarındaki gerilim

$$e = L\frac{di}{dt} = L\frac{d}{dt}(Im.Sinwt) \text{ den}$$

$e = L.W.Im.Coswt = WL.Im.Coswt = Em.Coswt = Em\ sin(wt + 90^{o})$ bulunur. Bu ifadeye göre sırf endüktanslı bir devrede akım gerilimden 90^{o} geri kalmaktadır.

3.2.4 KARŞILIKLI ENDÜKTANS (ORTAK ENDÜKTANS):





Şekil 3.23

Şekil a da görüldüğü gibi eksenleri aynı doğrultuda olan veya bir birine yakın iki bobin alalım bu bobinlerden birinden doğru akım geçirdiğimizde meydana gelen manyetik alan öbür bobinide kavrar. Eğer bobinden geçen akım şiddetini değiştirirsek manyetik alanın değeride değişir. Bu değişen alan içinde kalan ikinci bobinde endüksiyonla bir e.m.k endüklenirki bu e.m.k te karşılıklı endüksiyon e.m.k. adı verilir. Eğer bobine doğru akım yerine alternatif akım uygulanırsa; 2 inci bobin devamlı suretle değişen bir alternatif manyetik alan içinden kalacağından üzerinde devamlı surette karşılıklı endüksiyon e.m.k. hasıl olur. Bobinler transformatorlardaki gibi bir demir nüve üzerine yerleştirilirse bir bobinin meydana getirdiği manyetik akı öbür bobini daha çok kavrar. Buna sıkı kuplaj adı verilir. Bobinler arasındaki uzaklık çok fazla veya bobin eksenleri bir birne dik ise kuplaj sıfırdır.

İkinci bobinde karşılıklı endüksiyon e.m.k. ti (E_s) birinci bobindeki (dI_p/dt) akım değişimi ile orantılıdır. Bir orantı sabiti kullanarak $E_s = -M \frac{dI_p}{dt}$ eşitliği Yazılabilir. Buradaki M katsayısı iki devrenin karşılıklı endüksiyon katsayısıdır. Primer(1inci)bobinde akım 1Amp/sn. Hızla değiştiği zaman sekonderde(2inci)1 voltluk endüksiyon e.m.k. ti meydana gelirse, iki bobinin karşılıklı endüksiyon katsayıları 1 Henri olur.

$\emptyset$ weber, I amper alınırsa;

$$E_s = -M \frac{dI_p}{dt} = -N_s \frac{d\emptyset_s}{dt} \quad \text{buradan } M\, dI_p = N_s . d\emptyset$$

ve $M = N_s \frac{d\emptyset_s}{dI_p}$ Henri olarak bulunur. Primerin bütün akısı sekonderden geçtiği özel halde manyetik kaçak yoktur denir. Bu durumda yukardaki eşitlik $\emptyset_s = \emptyset_p$ olduğundan;

$M = N_s \frac{\emptyset_p}{I_p}$ şeklini alır.

Şekil 3.23 (b) de ortak endüktans şu şekilde izah edilebilir. Birinci bobinden geçen i_1 akımı $\emptyset_1$ akısı meydana getirir. Bu akının bir kısmı hem birinci bobini ve hemde ikinci bobini ($\emptyset_{12}$), geri kalanıda ($\emptyset_{1S}$) yalnız birinci bobini kavrar. $\emptyset_1 = \emptyset_{1S} + \emptyset_{12}$ olarak gösterilebilir. Yalnız birinci bobini kavrayan $\emptyset_{1S}$ akısına kaçak akıda denir. Aynı şekilde ikinci bobinden geçen i_2 akımı da $\emptyset_2$ manyetik akısını meydana getirir. Bu akının da bir kısmı hem ikinci ve hende birinci bobini ($\emptyset_{21}$), geri kalanıda yalnız ikinci bobini ($\emptyset_{2S}$) kavrar. Bu akı içinde $\emptyset_2 = \emptyset_{2S} + \emptyset_{21}$ yazılabilir. Burada da ($\emptyset_{2S}$) kaçak akıdır. Birinci bobinin sarım sayısı (N_1) le, ikinci bobinin sarım sayısı N_2 ile gösterilirse; Her sarımdan aynı akı geçeceğine göre,1 inci bobin tarafından ikinci bobinden geçirilen toplam akı, $\Psi_{12} = N_2 . \emptyset_{12}$ aynı şekilde 2 inci bobininde birinci bobinden geçirdiği toplam akı $\Psi_{21} = N_1 . \emptyset_{21}$ dir. Bu akılar tarafından karşılıklı endüksiyon yolu ile birinci ve ikinci bobinde endüklenen karşılıklı endüksiyon gerilimleri;

$$e_1 = -\frac{d\Psi_{21}}{dt} = -N_1 \frac{d\emptyset_{21}}{dt}$$

$$e_2 = -\frac{d\Psi_{12}}{dt} = -N_2 \frac{d\emptyset_{12}}{dt}$$

dir. Ψ_{12} ve Ψ_{21} toplam akıları için self endüksiyonda olduğu gibi ($\emptyset_T = L . i$)

$\Psi_{12} = M_{12} . i_1$ ve $\Psi_{12} = M_{21} . i_2$ bağıntıları yazılabilir.

Burada (M_{12}) birinci bobinin ikinci bobine göre, (M_{21}) de ikinci bobinin birinci bobine göre ortak endüktanslarıdır. Şekil 3.23 (b) de $\emptyset_{12}$ ve $\emptyset_{21}$ manyetik akılarına karşı gösterilen relüktans aynı olacağından;

$$\emptyset_{12} = \frac{F_1}{Rm_1} = \frac{N_1 \cdot i_1}{Rm}, \quad \emptyset_{21} = \frac{F_2}{Rm_2} = \frac{N_2 \cdot i_2}{Rm}$$ yazılabilir.

$\Psi_{12} = N_2 \cdot \emptyset_{12}$ keza $\Psi_{21} = N_1 \cdot \emptyset_{21}$ ve $\Psi_{12} = M_{12} \cdot i_1$, $\Psi_{21} = M_{21} \cdot i_2$

olduğundan $M_{12} = M_{21} = M = \dfrac{\Psi_{21}}{i_2} = \dfrac{\Psi_{12}}{i_1} = \dfrac{N_1 . N_2}{Rm}$ bağıntısı bulunur. Buradan iki bobinin tek bir ortak endüktansa sahip oldukları sonuçuna varılır. Karşılıklı endüktansa sahip oldukları sonuçuna varılır. Karşılıklı endüksiyon yolu iki bobinde indüklenen gerilimler için;

$$e_1 = -M \frac{di_2}{dt} \quad \text{ve} \quad e_2 = -M \frac{di_1}{dt}$$ bağıntıları yazılabilir.

Bir manyetik devrede kuplaj sıkı veya gevşek olabilir. Bu kuplajın derecesini belli etmek için kuplaj katsayısı kavramından yararlanılır. Kuplaj katsayıları;

$$K_1 = \frac{\emptyset_{12}}{\emptyset_1} \quad \text{ve} \quad K_2 = \frac{\emptyset_{21}}{\emptyset_2}$$ oranı ile belirlenir. Diğer taraftan karşılıklı endüktans katsayısı için; $\emptyset_{12} = k_1 \cdot \emptyset_1$ ve $\emptyset_{21} = \emptyset_2 . K_2$ olduğundan $M = \dfrac{N_2 . \emptyset_{12}}{i_1} = \dfrac{N_1 . \emptyset_{21}}{i_2}$ bağıntılarından

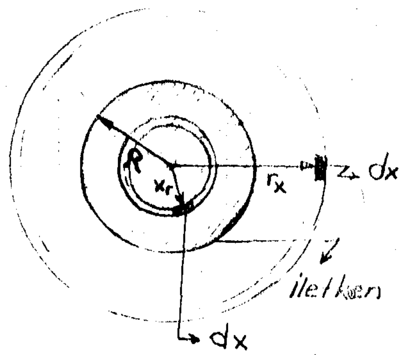
$M^2 = K_1 . K_2 \dfrac{N_1 . \emptyset_1}{i_1} \cdot \dfrac{N_2 . \emptyset_2}{i_2}$ yazılabilir. $\dfrac{N_1 . \emptyset_1}{i_1} = L_1$ ve $\dfrac{N_2 . \emptyset_2}{i_2} = L_2$ olup yukardaki bağıntı $M^2 = K_1 . K_2 . L_1 . L_2$ olur. Ortak endüktans da $M = \sqrt{k_1 . K_2} \cdot \sqrt{L_1 . L_2}$ olur. L_1 ve L_2 bobinlerin endüktansı, $\sqrt{k_1 . k_2} = k$ da iki bobin ortak kuplaj katsayısıdır.

Bu duruma göre ortak endüktans katsayısı $M : k \sqrt{L_1 . L_2}$ henri olarak bulunur. k_1 ve k_2 daima birden küçük olacağından k kuplaj katsayısıda birden küçüktür. Manyetik kuplajın olmaması halinde $k = o$ olur.

3.3. İLETİM HATLARINDA ENDÜKTANS HESABI:

İletim hatlarında endüktans önemli bir sabitedir. Bilindiği gibi iletkenden geçen akımdan dolayı hatların içinde ve dışında bir manyetik akı oluşmakta, buda endüktansın doğmasına neden olmaktadır. Bir hattın L endüktansını hesaplamak için önce bir iletkenin ne kadar akı ile kavrandığı bilinmelidir.

Bunun için yarı çapı R olan şekil 3.24 de gösterilen bir tek iletkenden hareket edilir.



Şekil 3.24

İletkenin içinde x mesafesindeki alan şiddeti $H_x = \dfrac{i_x}{2\pi . x}$ ve B endüksiyonuda $B = \mu_0 . H_x = \dfrac{\mu_0 . i_x}{2\pi . x}$ dir. İletkenden geçen toplam akım i olduğuna göre $i_x = \dfrac{X^2}{R^2} . i$ dir. i_x yerine bu eşitliği yazarsak $B = \dfrac{\mu_0 . X . i}{2\pi R^2}$ olur.

dx genişliğinde 1 birim uzunluğunda yüzeyi kesen akı $\emptyset = B.S$ bağıntısından $d\emptyset' = B.1.dx$ olup 1 birim uzunlukta alındığına göre $d\emptyset' = B.dx.1 = B.dx$ olur. Bu akıyı i toplam akımı değil i_x akımı sarar. Bunu i akımı cinsinden ifade etmek istersek $\dfrac{i_x}{i} = \dfrac{X^2}{R^2}$ katsayısı ile çarpılması gerektiğinden, şu halde iletken akımının halkalanma akısı olarak

$$d\emptyset' = B.dx. \frac{X^2}{R^2} = \mu_0 . \frac{X^3}{2\pi r^4} . i . dx \qquad 3\text{-}1$$

bağıntısı elde edilir.

İletken içersinde iletkeni tümüyle kavrayan akıyı bulmak için $d\emptyset'$ nin sufırdan R ye kadar integralini almak gerekir.

$d\emptyset' = \mu_0 \dfrac{X^3}{2\pi R^4} . i . dx$ eşitliğinin integrali alınırsa

$$\emptyset' = \int_0^r \frac{\mu_0 X^3}{2\pi r^4} . i . dx = \frac{\mu_0 . i}{2\pi r^4} \int_0^r X^3 . dx = \frac{\mu_0 . i}{2\pi r^4} . \frac{X^4}{4}$$

buradan $\emptyset' = \dfrac{\mu_0}{8\pi} . i$ bulunur. $x = r$ dir.

O halde birim uzunluk için iletkenin içindeki akı

$$\varnothing' = \frac{\mu_0}{8\pi} \cdot i \qquad 3\text{-}2$$

dir.

İkinci olarak iletkenin dışındaki akıyı bulalım. Bunun için iletken dışında r_x gibi bir uzaklık düşünelim. r_x uzaklığındaki alan şiddeti $H_{r_x} = \frac{i}{2\pi r_x}$ olup i akımı iletkenden geçen akımdır. $B = \mu_0 \cdot H_{r_x}$ den, iletkenin dışındaki manyetik endüksiyon içinde $B = \mu_0 \frac{i}{2\pi r_x}$ bağıntısı yazılabilir.

İletken dışında bütün kuvvet hatları akımının tamamı ile halkalandığından, $d\varnothing'' = B.dr_x$ olup $B.dr_x$ ifadesinin R den büyük (İletkenin yarı çapından) mesela r ye kadar integralini alırsak, iletkenin dışındaki iletkeni kavrayan akı ($\varnothing''$) elde edilir.

$$d\varnothing'' = B.dr_x \text{ den } \varnothing'' = \int_R^r B.dr_x = \int_R^r \frac{\mu_0 \cdot i}{2\pi r_x} \cdot dr_x \text{ ve}$$

$$\varnothing'' = \frac{\mu_0 \cdot i}{2\pi} \int_R^r \frac{1}{r_x} .dr_x = \frac{\mu_0 . i}{2\pi} \cdot \Big| \, Lnr_x \Big|_R^r = \frac{\mu_0 . i}{2\pi} (Lnr - LnR) \text{ den}$$

$$\varnothing'' = \frac{\mu_0 . i}{2\pi} \cdot Ln \frac{r}{R} \qquad 3\text{-}3$$

bulunur.

Böylece iletkeni kavrayan toplam akı;

$$\varnothing = \varnothing' + \varnothing'' = \frac{\mu_0 \cdot i}{8\pi} + \frac{\mu_0 . i}{2\pi} (Ln \frac{r}{R}) \text{ den}$$

$$\varnothing = \frac{\mu_0 . i}{2\pi} \left(\frac{1}{4} + Ln \frac{r}{R} \right) \qquad 3\text{-}4$$

bağıntısı elde edilir.

(İletkenin iç akı hesabında deri olayı göz önüne alınmamıştır. Yani akımın tüm kesite eşit dağıldığı düşünülmüştür.)

Diğer taraftan akı ile akım arasında $\varnothing = L. i$ bağıntısı olduğundan;

$$\frac{\mu_0}{2\pi} . i \cdot \left(\frac{1}{4} + Ln \frac{r}{R} \right) = L. i$$

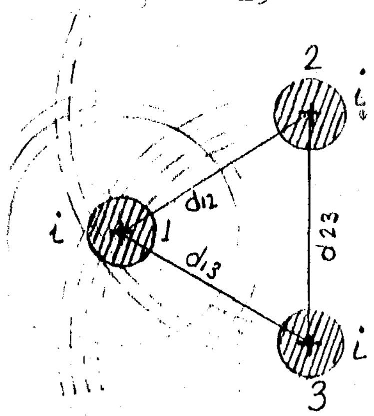
den iletkenin birim uzunluk için endüktansı;

$$L = \frac{\mu_0}{2\pi}\left(\frac{1}{4} + \operatorname{Ln}\frac{r}{R}\right) \qquad 3\text{-}5$$

henri (H) olarak bulunur.

3.3.1. ÜÇ İLETKENLİ HAT:

Şekil 3.25 de görüldüğü gibi üç iletkenli bir sistem düşünelim. İletkenlerin yarı çapları R_1, R_2, R_3, iletkenlerden bizden kağıt düzlemine doğru geçen akımlarda $\dot{i}_1$, $\dot{i}_2$, $\dot{i}_3$ olup, $\dot{i}_1 + \dot{i}_2 + \dot{i}_3 = 0$ olduğunu var sayalım. İletkenler arasındaki uzaklık; 1 le 2 arası (d_{12}) 2 ile 3 arası (d_{23}) ve 3 le 1 arası (d_{13}) olsun.



1 nolu iletkenin hakiki halkalanma akısını elde etmek için yalnız kendi akımı tarafından meydana getiren manyetik kuvvet hatlarından başka 2 ve 3 nolu iletkenlerden geçen akımların meydana getirdikleri kuvvet hatlarından bir bölümüde bu iletkenide kavradığından bu kuvvet hatlarınında hesaba katılması gerekir.

Şekil 3.25

Şekil 3.25 de görüldüğü gibi 1 nolu iletken, yalnız kendi kuvvet hatları tarafından sarılmayıp şekilde kesik çizgilerle gösterilen 2 ve 3 nolu iletkenlerden geçen $\dot{i}_2$ ve $\dot{i}_3$ nolu akımlarının meydana getirdiği kuvvet hatlarının bir bölümü tarafındanda sarılmıştır. 3-4 nolu bağıntıdan

$$\phi = \frac{\mu_0 \cdot \dot{i}}{2\pi}\left(\frac{1}{4} + \operatorname{Ln}\frac{r}{R}\right)$$

yararlanarak $\dot{i}_1$ akımının 1 nolu iletkendeki halkalanma alısı $\phi_{11} = \frac{\mu_0 \cdot \dot{i}_1}{2\pi}\left(\frac{1}{4} + \operatorname{Ln}\frac{r}{R}\right)$

d_{12} ve d_{13} rin R eşit kabul edilmesi halindede, $\dot{i}_2$ akımının 1 nolu iletken üzerindeki halkalanma akısı

$$\phi_{12} : \frac{\mu_0 \cdot \dot{i}_2}{2\pi}\left(\operatorname{Ln}\frac{r}{d_{12}}\right)$$

$\dot{i}_3$ akımın 1 nolu iletken üzerindeki halkalanma akısı

$$\emptyset_{13} = \frac{\mu_0 . \dot{i}_3}{2\pi} \left(\mathrm{Ln}\frac{r}{d_{13}}\right)$$ olacağından,

1 nolu iletkeni kavrayan toplam akı ise

$$\emptyset_1 = \emptyset_{11} + \emptyset_{12} + \emptyset_{13} = \frac{\mu_0}{2\pi}.\dot{i}_1\left(\frac{1}{4} + \mathrm{Ln}\frac{r}{R_1}\right) + \frac{\mu_0}{2\pi}.\dot{i}_2.\mathrm{Ln}\frac{r}{d_{12}} + \frac{\mu_0}{2}.\dot{i}_3\mathrm{Ln}\frac{r}{d_{13}}$$

veya $\emptyset_1 = \frac{\mu_0}{2\pi} \left(\dot{i}_1 + \dot{i}_2 + \dot{i}_3\right)\mathrm{Ln}r + \dot{i}_1\left(\mathrm{Ln}\frac{1}{R_1} + \frac{1}{4}\right) + \dot{i}_2\mathrm{Ln}\frac{1}{d_{12}} + \dot{i}_3\mathrm{Ln}\frac{1}{d_{13}}$

olur. $\dot{i}_1 + \dot{i}_2 + \dot{i}_3 = 0$ olduğundan;

$$\emptyset_1 = \frac{\mu_0}{2\pi}\left[\dot{i}_1\left(\mathrm{Ln}\frac{1}{R_1} + \frac{1}{4}\right) + \dot{i}_2\mathrm{Ln}\frac{1}{d_{12}} + \dot{i}_3\mathrm{Ln}\frac{1}{d_{13}}\right] \qquad 3\text{-}6$$

elde edilir.

Aynı şekilde 2 ve 3 nolu iletkenleri kavrayan akılar için-de;

$$\emptyset_2 = \emptyset_{22} + \emptyset_{21} + \emptyset_{23} = \frac{\mu_0}{2\pi}\left[\dot{i}_2\left(\mathrm{Ln}\frac{1}{R_2} + \frac{1}{4}\right) + \dot{i}_1\frac{1}{d_{21}} + \dot{i}_3\mathrm{Ln}\frac{1}{d_{23}}\right]$$

$$\emptyset_3 = \emptyset_{33} + \emptyset_{31} + \emptyset_{32} = \frac{\mu_0}{2\pi}\left[\dot{i}_3\left(\mathrm{Ln}\frac{1}{R_3} + \frac{1}{4}\right) + \dot{i}_1\frac{1}{d_{31}} + \dot{i}_2\mathrm{Ln}\frac{1}{d_{32}}\right] \qquad 3\text{-}7$$

bağıntıları yazılabilir. Bu bağıntılarada gerekli kısaltma-yarı yapmak için;

$$M_{11} = \frac{\mu_0}{2\pi}\left(\mathrm{Ln}\frac{1}{R_1} + \frac{1}{4}\right), \quad M_{22} = \frac{\mu_0}{2\pi}\left(\mathrm{Ln}\frac{1}{R_2} + \frac{1}{4}\right), \quad M_{33} = \frac{\mu_0}{2\pi}\left(\mathrm{Ln}\frac{1}{R_3} + \frac{1}{4}\right)$$

$$M_{12} = \frac{\mu_0}{2\pi}\mathrm{Ln}\frac{1}{d_{12}}, \quad M_{13} = \frac{\mu_0}{2\pi}\mathrm{Ln}\frac{1}{d_{13}}, \quad M_{21} = \frac{\mu_0}{2\pi}\mathrm{Ln}\frac{1}{d_{21}}, \quad M_{23} = \frac{\mu_0}{2\pi}\mathrm{Ln}\frac{1}{d_{23}}$$

$$M_{31} = \frac{\mu_0}{2\pi}\mathrm{Ln}\frac{1}{d_{31}}, \quad M_{32} = \frac{\mu_0}{2\pi}\mathrm{Ln}\frac{1}{d_{32}} \qquad 3\text{-}8$$

eşitlikleri kullanılırsa,

$$\emptyset_1 = \emptyset_{11} + \emptyset_{12} + \emptyset_{13} = \dot{i}_1 M_{11} + \dot{i}_2 M_{12} + \dot{i}_3 M_{13}$$

$$\emptyset_2 = \emptyset_{21} + \emptyset_{22} + \emptyset_{23} = \dot{i}_1 M_{21} + \dot{i}_2 M_{22} + \dot{i}_3 M_{23} \qquad 3\text{-}9$$

$$\emptyset_3 = \emptyset_{31} + \emptyset_{32} + \emptyset_{33} = \dot{i}_1 M_{31} + \dot{i}_2 M_{32} + \dot{i}_3 M_{33}$$

bağıntıları elde edilirki;

Bu bağıntılarda M_{11}, M_{22}, M_{33} iletkenlerin self endüktans katsayıları M_{12}, M_{13}, M_{21}, M_{23} .....de karşılıklı endüktans katsayılarıdır. Yukardaki bağıntıları matrisle ifade edersek;

$$\begin{bmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \\ \phi_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} & M_{13} \\ M_{21} & M_{22} & M_{23} \\ M_{31} & M_{23} & M_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \end{bmatrix} \qquad 3\text{-}10$$

matrisi yazılabilir.
Genel şekli ile $\left[\phi\right] = \left[M\right]\left[i\right]$ olur. Çıkartılan bu matris denklemi istenilen sayıda iletkenler için de genişletilebilinir.

$$\begin{bmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \\ \phi_3 \\ \phi_4 \\ \cdots \\ \phi_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} & M_{13} & M_{14} & \cdots & M_{1n} \\ M_{21} & M_{22} & M_{23} & M_{24} & \cdots & M_{2n} \\ M_{31} & M_{32} & M_{33} & M_{34} & \cdots & M_{3n} \\ M_{41} & M_{42} & M_{43} & M_{44} & \cdots & M_{4n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ M_{m1} & M_{m2} & M_{m3} & M_{m4} & \cdots & M_{mn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \\ i_4 \\ \cdots \\ i_n \end{bmatrix} \qquad 3\text{-}11$$

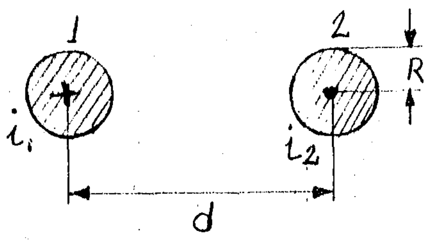
Bu bağıntılar genel anlamda Maxwell akı denklemleridir.

Şekil 3.25 deki üç iletkenli sistemde, iletkenlerin toplam halkalanma akıları olarak;

$$\begin{aligned} \phi_1 &= M_{11}\, i_1 + M_{12}\, i_2 + M_{13}\, i_3 \\ \phi_2 &= M_{21}\, i_1 + M_{22}\, i_2 + M_{23}\, i_3 \\ \phi_3 &= M_{31}\, i_1 + M_{32}\, i_2 + M_{33}\, i_3 \end{aligned} \qquad 3\text{-}12$$

bağıntıları elde edilir.

3.3.2. BİR FAZLI HATLARDA ENDÜKTANS HESABI:



Şekil 3.26

Bir fazlı hatlarda endüktans hesabı için yukardaki bağıntıdan yararlanılmaktadır. Şekil 3.26 görüldü gibi iki iletken arasındaki uzaklığı d ile gösterirsek, iletkenlerin yarı çaplarıda $R_1 = R_2 = R$ olup,

1 nolu iletkenin halkalanma akısı $\emptyset_1 = M_{11} \cdot \dot{i}_1 + M_{12} \dot{i}_2$ yazılabilir.

Bir fazlı hatlarda $\dot{i}_1 = - \dot{i}_2$ olacağından

$\emptyset_1 = M_{11} \dot{i}_1 - M_{12} \dot{i}_1 = \dot{i}_1 (M_{11} - M_{12})$ olmaktadır.

$M_{11} = \frac{\mu_0}{2\pi} (Ln \frac{1}{R_1} + \frac{1}{4})$, $M_{12} = \frac{\mu_0}{2\pi} Ln \frac{1}{d_{12}}$ olduğunu

daha önce bulduk. $R_1 = R$ ve $d = d_{12}$ alınarak

$$\emptyset_1 = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \dot{i}_1 (Ln \frac{1}{R} + \frac{1}{4} - Ln \frac{1}{d}) = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \dot{i}_1 (\frac{1}{4} + Ln \frac{d}{R})$$

elde olunur. Akı ile akım arasındaki $\emptyset_1 = L_1 \cdot \dot{i}_1$ bağıntısından gidiş yada geliş hattının birim uzunluğuna ait ehdüktansı

$L = \frac{\mu_0}{2\pi} (\frac{1}{4} + Ln \frac{d}{R})$ olur. Gidiş-geliş hattının birim uzunluğa ait toplam endüktansı bu değerin iki katı olduğundan bir fazlı hat sisteminde endüktans;

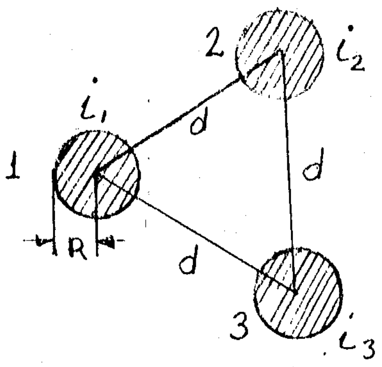
$$L = \frac{\mu_0}{\pi} (\frac{1}{4} + Ln \frac{d}{R}) \qquad 3\text{-}13$$

olmuş olur.

Bağıntıdan anlaşıldığı gibi hattın endüktansı; iletkenin yarı çapı ve iletkenler arasındaki mesafe ile orantılıdır. Endüktans bulunduktan sonra birim uzunluk başına hattın reaktansı $X_L = W.L = 2\pi.f.L$ denkleminden ohm olarak hesaplanabilir.

$\mu_0 = 4\pi.10^{-7}$ H/m dir.

3.3.3. SİMETRİK ÜÇ FAZLI ENERJİ İLETİM HATTINDA ENDÜKTANS HESABI:



Şekil 3.27

Şekil 3.27 de görüldüğü gibi şekildeki gibi tertiplenmiş simetrik 3 fazlı iletim hatlarında ($R_1=R_2=R_3=R$) iletken yarı çapları birbirine eşit, ayrı zamanda iletkenler arasındaki uzaklıklarda aynı olduğundan ($d_{12}=d_{13}=d_{23}$) = (d) ile ifade edilmiştir.

Maxwell denkleminden mesela 1 nolu iletkenin halkalanma akısı olarak.

$\varnothing_1 = M_{11} \cdot \dot{i}_1 + M_{12}\,\dot{i}_2 + M_{13}\,\dot{i}_3$ bağıntısı aynen yazılabilir. Sistem simetrik olduğundan $M_{12} = M_{13} = M_{23}$ olacağından $\varnothing_1 = M_{11} \cdot \dot{i}_1 + M_{12}(\dot{i}_2 + \dot{i}_3)$ şeklini alır. Üç fazlı sistemde $\dot{i}_1 = -(\dot{i}_2 + \dot{i}_3)$ olduğu göz önüne alanırsa 1 nolu iletkeni kavrayan toplam akı için

$\varnothing_1 = \dot{i}_1(M_{11} - M_{12})$ bağıntısı bulunur. $M_{11} = \frac{\mu_0}{2\pi}\left(\ln\frac{1}{R} + \frac{1}{4}\right)$

ve $M_{12} = \frac{\mu_0}{2\pi}\ln\frac{1}{d}$ eşitliklerini bağıntıda yerine koyarsak

$$\varnothing_1 = \dot{i}_1\frac{\mu_0}{2\pi}\left(\ln\frac{1}{R} + \frac{1}{4} - \ln\frac{1}{d}\right) = \frac{\mu_0}{2\pi}\cdot\dot{i}_1\left(\frac{1}{4} + \ln\frac{d}{R}\right)$$

elde olunur. Birim uzunluk başına endüktans değeri de

$$L = \frac{\mu_0}{2\pi}\left(\frac{1}{4} + \ln\frac{d}{R}\right) \qquad 3\text{-}14$$

olarak hesap edilir.

Faz başına birim uzunluğa ait hattın reaktansı $X_L = 2\pi . f . L$ olarak hesaplanır.

Genel olarak havai hat sistemlerinde iletken reaktansı devamlı suretle hesaplanmaz. Ortalama olarak faz başına $X_L = 0{,}40\ \text{ohm/km}$ alınır.

O halde simetrik 3 fazlı sistemde;

$M_{12} = M_{13} = M_{23} = M_{32} = M_{31} = M_{21}$ olduğundan bunları M le ifade edersek $M = \frac{\mu_o}{2\pi} \ln \frac{1}{d}$ olur. Diğer taraftan $M_{11} = M_{22} = M_{33} = L_{11} = L_{22} = L_{33}$ veya bunları La olarak gösterirsek akıların matris ifadesi

$$\begin{bmatrix} \emptyset_1 \\ \emptyset_2 \\ \emptyset_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{11} & M & M \\ M & L_{22} & M \\ M & M & L_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \end{bmatrix} \text{ veya } \begin{bmatrix} \emptyset_1 \\ \emptyset_2 \\ \emptyset_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} La & M & M \\ M & La & M \\ M & M & La \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \end{bmatrix} \qquad 3\text{-}15$$

bu matrislerden örneğin;

$\emptyset_1 = L_{11} \cdot i_1 + M(i_2 + i_3) = i_1(L_{11} - M) = i_1(La - M)$ bulunurki buradan faz başına birim uzunluk için endüktans

$$L = \frac{\mu_o}{2\pi} \left(\frac{1}{4} + \ln \frac{d}{R}\right) \qquad 3\text{-}16$$

bağıntısı tekrar bulunur.

Akımların simetrisiz olması halinde akımların bileşenleri etkin değerlere göre ;

$I_1 = Io + Ip + In, \quad I_2 = Io + a^2 Ip + a In,$

$I_3 = Io + a Ip + a^2 In$ olup bunları örneğin;

$\emptyset_1 = L_{11} \cdot I_1 + M(I_2 + I_3)$ bağıntısında yerlerine yazarsak;

$\emptyset_1 = L_{11}(Io + Ip + In) + M(Io + a^2 Ip + a In + Io + a Ip + a^2 In)$ buradan $\emptyset_1 = Io(L_{11} + 2M) + Ip(L_{11} - M) + In(L_{11} - M)$ sonucuna varılırki $\emptyset_1 = \emptyset o + \emptyset p + \emptyset n$ olduğu göz önüne alınırsa, sıfır sistem için endüktans

$$Lo = \frac{\emptyset_o}{Io} = L_{11} + 2M = \frac{\mu_o}{\pi} \left(\frac{1}{8} + \ln \frac{1}{2Rd}\right) \qquad 3\text{-}17$$

Pozitif sistem için endüktans;

$$Lp = \frac{\emptyset p}{Ip} = L_{11} - M = \frac{\mu_o}{2\pi}\left(\frac{1}{4} + Ln\frac{d}{R}\right) \qquad 3\text{-}18$$

negatif sistem içinde

$$Ln = \frac{\emptyset n}{In} = L_{11} - M = \frac{\mu_o}{2}\left(\frac{1}{4} + Ln\frac{d}{R}\right) \qquad 3\text{-}19$$

bağıntıları bulunur.

Sistem çevresel simetrili ise Yani

$L_{11} = L_{22} = L_{33} = La$ ve $M_{12} = M_{23} = M_{31} = M_1$

$M_{13} = M_{21} = M_{32} = M_2$ olduğunda akı matrisi

$$\begin{bmatrix} \emptyset_1 \\ \emptyset_2 \\ \emptyset_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} La & M_1 & M_2 \\ M_2 & La & M_1 \\ M_1 & M_2 & La \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{i}_1 \\ \dot{i}_2 \\ \dot{i}_3 \end{bmatrix} \qquad 3\text{-}20$$

yazılabilir. Örneğin

$\emptyset_1 = La.\,\dot{i}_1 + M_1.\,\dot{i}_2 + M_2.\,\dot{i}_3$ olacağından bağıntıda

$\dot{i}_1 = \dot{i}_o + \dot{i}_p + \dot{i}_n, \quad \dot{i}_2 = \dot{i}_o + a^2\,\dot{i}_p + a\dot{i}_n, \quad \dot{i}_3 = \dot{i}_o + a\dot{i}_p + a^2\dot{i}_n$

eşitlikleri yerine konulup gerekli kısaltmalar yapılırsa;

$\emptyset_1 = (La + M_1 + M_2)\dot{i}_o + (La + a^2M_1 + aM_2)\dot{i}_p + (La + aM_1 + a^2M_2)\,\dot{i}_n$

elde edilir. Aynı yolla $\emptyset_2$ ve $\emptyset_3$ bağıntılarıda bulunabilir.

$\emptyset_1 = \emptyset o + \emptyset p + \emptyset n$ olup, yukardaki bağıntıya göre özdeşliğini

yazarsak;

$$\begin{aligned}
\emptyset o &= (M_2 \quad La \quad M_1)\dot{i}_o & \text{ve} \quad L_{oo} &= \frac{\emptyset o}{\dot{i}o} = M_2 + La + M_1 \\
\emptyset p &= (La + a^2M_1 + aM_2)\,\dot{i}p & L_{pp} &= \frac{\emptyset p}{\dot{i}p} = La + a^2M_1 + aM_2 \qquad 3\text{-}21 \\
\emptyset n &= (La + aM_1 + a^2M_2)\,\dot{i}n & L_{nn} &= \frac{\emptyset n}{\dot{i}n} = La + aM_1 + a^2M_2
\end{aligned}$$

olarak bileşen endüktanslar bulunur. Bileşen endüktansların üçüde bir birinden farklı olup, La üçündede aynıdır. O halde

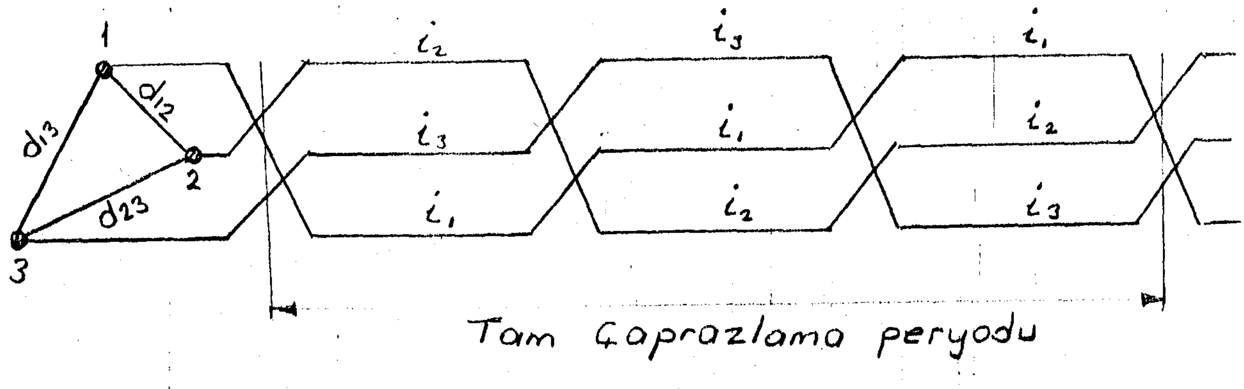
$$\emptyset_1 = Loo.\ \dot{i}o + Lpp.\ \dot{i}p + Lnn.\ \dot{i}n \qquad 3\text{-}22$$

bağıntısı yazılabilir.

($\emptyset_2$ ve $\emptyset_3$ bağıntılarının bulunuşu okuyuculara bırakılmıştır.)

3.3.4. SİMETRİSİZ FAKAT ÇAPRAZLANMIŞ ÜÇ FAZLI ENERJİ İLETİM HATTINDA ENDÜKTANS HESABI:

3 fazlı enerji iletim hatları çeşitli nedenlerden ötürü tatbikatta simetrisiz olarak tertiplenmişlerdir. Her fazda bu durumda endüktans ve kapasite farklı olacağından; bütün hat boyunca her fazın endüktans ve kapasitesini mümkün olduğu kadar eşit yapmak için şekil 3.28 de görüldüğü gibi iki istasyon arasında en azından tam bir çaprazlama yapılmaktadır. Şekildede görüldüğü gibi mesela 1 nolu iletkenin tekrar aynı konuma gelmesine Tam çaprazlama denir. Bu peryod sonunda 2 ve 3 nolu iletkenlerde eski konumlarına gelmektedir. Böylece simetrik olmayan hatlarda self bakımından bir eşitlik sağlanır. 1 nolu iletkenin yada $\dot{i}_1$ akımının halkalanma akısını tayin etmek için örneğin, $\dot{i}_2$ akımının meydana getirdiği akıların hattın muftelif noktalarında farklı olacağına dikkat etmek gerekir. Çünkü $\dot{i}_1$ ile $\dot{i}_2$ arasındaki mesafe sabit olmayıp d_{12}, d_{31}, d_{23}, e eşit olarak değişmektedir. Bu akımdan karşılıklı endüktans katsayıları için ortalama bir değer alınır.



Şekil 3.28

Bu duruma göre $\varnothing_1 = M_{11}\,\dot{i}_1 + M_{12}.\,\dot{i}_2 + M_{13}.\,\dot{i}_3$ bağıntısı

$$\varnothing_1 = M_{11}\,\dot{i}_1 + \dot{i}_2\left(\frac{M_{12}\quad M_{13}\quad M_{23}}{3}\right) + \dot{i}_3\left(\frac{M_{31}\quad M_{23}\quad M_{12}}{3}\right) \text{ ve}$$

$M_{12} = M_{21}$, $M_{13} = M_{31} = M_{32}$ olduğundan

$$\varnothing_1 = M_{11}\, i_1 + \left(\frac{M_{12}+M_{23}+M_{31}}{3}\right)\,(i_2 + i_3) \quad \text{olup}$$

$i_2 + i_3 = -i_1$ olduğundan $\varnothing_1 = M_{11}.\, i_1 + \frac{M_{12}+M_{23}+M_{31}}{3}.(-i_1)$

den $\varnothing_1 = i_1\left(M_{11} - \frac{M_{12}+M_{23}+M_{31}}{3}\right)$ elde olunur.

$$M_{11} = \frac{\mu_0}{2\pi}\left(\frac{1}{4} + \text{Ln}\,\frac{1}{R}\right), \quad M_{12} = \frac{\mu_0}{2\pi}\,\text{Ln}\,\frac{1}{d_{12}} \qquad 3\text{-}23$$

$$M_{23} = \frac{\mu_0}{2\pi}\,\text{Ln}\,\frac{1}{d_{23}}, \quad M_{31} = \frac{\mu_0}{2}\,\text{Ln}\,\frac{1}{d_{31}}$$

olduğundan

$$\varnothing_1 = \frac{\mu_0}{2\pi}.\, i_1\left[\frac{1}{4} + \text{Ln}\,\frac{1}{R} - \frac{1}{3}\left(\text{Ln}\,\frac{1}{d_{12}} + \text{Ln}\,\frac{1}{d_{23}} + \text{Ln}\,\frac{1}{d_{31}}\right)\right]$$

$$\varnothing_1 = \frac{\mu_0}{2\pi}.\, i_1\left(\frac{1}{4} + \text{Ln}\,\frac{\sqrt[3]{d_{12}.d_{23}.d_{31}}}{R}\right) \qquad 3\text{-}24$$

elde edilir.

İletken aralıklarının ortalama değerini $d = \sqrt[3]{d_{12}.d_{23}.d_{31}}$ olarak gösterirsek, bu takdirde simetrik olmayan fakat çaprazlanmış 3 fazlı alternatif akım iletim hattında

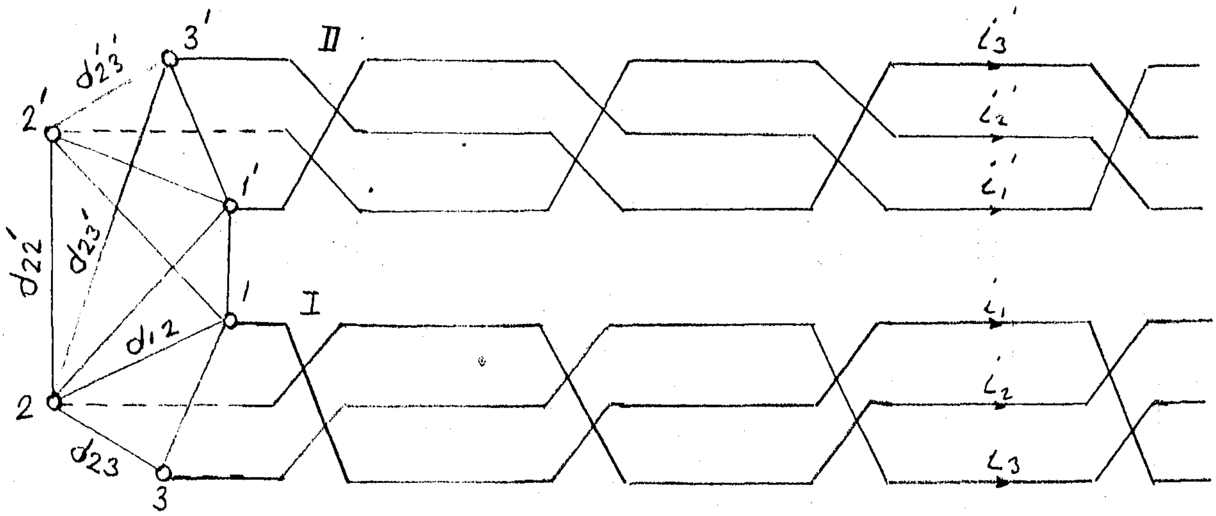
$\varnothing_1 = \frac{\mu_0}{2\pi}\, i_1\left(\frac{1}{4} + \text{Ln}\,\frac{d}{R}\right)$ olacağından birim uzunluk başına endüktansı

$$L = \frac{\mu_0}{2\pi}\left(\frac{1}{4} + \text{Ln}\,\frac{d}{R}\right) \qquad 3\text{-}25$$

henri olarak bulunur.

3.3.5 SİMETRİK OLARAK ÇAPRAZLANMIŞ ÇİFT ÜÇ FAZLI ENERJİ İLETİM HATLARINDA ENDÜKTANS HESABI:

Simetrik olmayan üç fazlı hatlarda yapılan çaprazlama şekli, bu çift sistemdede yapılarak hat boyunca her iletkene ait endüktansların aynı olması sağlanır. Şekil 3.29 da gösterilen tam çaprazlama yapılmış çift hat sisteminde endüktans hesabında, 3 fazlı sistemde kullanılan hesap işleminden yararlanılır.



Şekil 3.29

Bu sistemde I ve II nola iletim hattının eşit olarak yüklendiğini farz edelim. 1 nolu sistemde $\dot{i}_1$ akımının endüktansının hesaplanmasında, kendi sistemindeki $\dot{i}_2$ ve $\dot{i}_3$ akımlarının karşılıklı endüktans etkisi olduğu gibi, II nolu sistemdeki $\dot{i}_1$, $\dot{i}_2$, $\dot{i}_3$ akımlarınında karşılıklı endüktans etkisi vardır. Çaprazlamanın her bir bölümdeki tesiri farklı olduğundan burada da kat sayılardan ortalama bir değer bulunacaktır. Böylece 1 nolu sistemdeki 1 nolu iletkenin 2 nolu sistem tarafından halkalanma akısı olarak;

$$\phi_{II\,1} = \dot{i}_1 \frac{(M'_{11}+M'_{22}+M'_{33})}{3} + \dot{i}_2 \frac{(M'_{12}+M'_{23}+M'_{31})}{3} + \dot{i}_3 \frac{(M'_{13}+M'_{21}+M'_{32})}{3}$$

Bu bağıntıda örneğin (M_{22}') 2 iletkeninin 2' iletkenine göre alan katsayısı (karşılıklı endüktans) olup değeri

$M_{22}' = \frac{\mu_0}{2\pi} \text{Ln} \frac{1}{d_{22}'}$ dür. (d_{22}') 2 iletkeni ile 2' iletkeni arasındaki mesafedir. $M_{12}' = M_{21}$ keza $M_{23} = M_{32}$ olduğundan

$$\emptyset_{II\,1} = \dot{i}_1 \frac{(M_{11}'+M_{22}'+M_{33}')}{3} \quad \frac{(M_{12}'+M_{23}'+M_{31}')}{3} \quad (\dot{i}_2 + \dot{i}_3) \text{ ve}$$

$(\dot{i}_2 + \dot{i}_3) = -\dot{i}_1$ olduğundan;

$$\emptyset_{II\,1} = \dot{i}_1 \left(\frac{M_{11}'+M_{22}'+M_{33}'}{3} - \frac{M_{12}'+M_{23}'+M_{31}'}{3}\right) \qquad 3\text{-}26$$

elde olunur.

Bağıntıda kat sayıların değerlerini yerine koyarsak

$$\emptyset_{II\,1} = \frac{\mu_0}{2\pi} \dot{i}_1 \left[\frac{1}{3} \left(\text{Ln}\frac{1}{d_{11}'} + \text{Ln}\frac{1}{d_{22}'} + \text{Ln}\frac{1}{d_{33}'}\right) - \frac{1}{3} \cdot \left(\text{Ln} \frac{1}{d_{12}'} + \text{Ln} \frac{1}{d_{23}'} + \text{Ln} \frac{1}{d_{31}'}\right)\right]$$

$$\emptyset_{II\,1} = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \dot{i}_1 . \text{Ln} \sqrt[3]{\frac{d_{12}'\, d_{23}'\, d_{31}'}{d_{11}'\, d_{22}'\, d_{33}'}} \qquad 3\text{-}27$$

bulunur. 1 nolu sistemdeki 1 nolu iletkeni kavrayan toplam akıyı bulmak için, 1 nolu sistemin 1 nolu iletkeni halkalayan akısınıda $\emptyset_{II\,1}$ değerine ilave etmak gerekir.

$\emptyset_1 = \emptyset_{I\,1} + \emptyset_{II\,1}$ dir. $\emptyset_{I\,1} = \frac{\mu_0}{2\pi}\left(\frac{1}{4} + \text{Ln} \frac{d}{R}\right)$ olarak kısım 3.3.4 de bulunmuştu. O halde

$$\emptyset_1 = \frac{\mu_0}{2\pi} \dot{i}_1 \left(\frac{1}{4} + \text{Ln} \frac{d}{R}\right) \frac{\mu_0}{2\pi} \dot{i}_1 \left(\text{Ln} \sqrt[3]{\frac{d_{12}.d_{23}.d_{31}}{d_{11}.d_{22}.d_{33}}}\right. \text{ olur.}$$

denklemi kısaltmak için;

$$d' = \sqrt[3]{d_{12}' \cdot d_{23}' \cdot d_{31}'}$$

$$d'' = \sqrt[3]{d_{11}' \cdot d_{22}' \cdot d_{33}'} \qquad 3\text{-}28$$

$$d = \sqrt[3]{d_{12} \cdot d_{23} \cdot d_{31}}$$

Şeklinde ifade ettiğim bu eşitlikleri yukardaki bağıntıda kullanırsak;

$$\emptyset_1 = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot i_1 \left(\frac{1}{4} + \text{Ln}\ \frac{d}{R}\right) + \frac{\mu_0}{2\pi}\ i_1 \left(\text{Ln}\ \frac{d^{\mathrm{l}}}{d^{\mathrm{ll}}}\right)$$

$$\emptyset_1 = \frac{\mu_0}{2\pi}\ i_1 \left(\frac{1}{4} + \text{Ln}\ \frac{d}{R} \cdot \frac{d^{\mathrm{l}}}{d^{\mathrm{ll}}}\right) \quad \text{bulunur.}$$

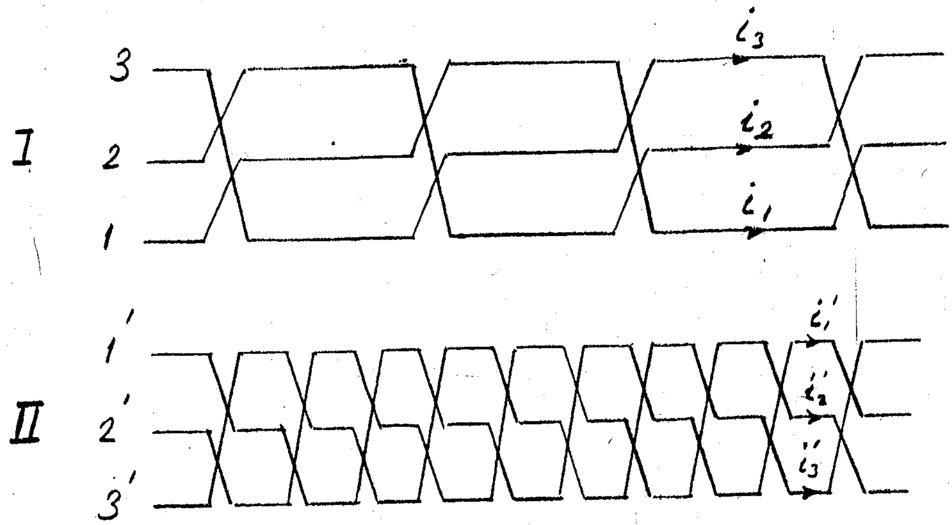
Buradan faz başına beher birim uzunluk başına hat endüktansı içinde;

$$L = \frac{\mu_0}{2\pi} \left[\frac{1}{4} + \text{Ln}\ \frac{d}{R} \cdot \frac{d^{\mathrm{l}}}{d^{\mathrm{ll}}} \right] \qquad 3\text{-}29$$

değeri bulunur.

Çift hat sisteminde tek hat sistemine nazaran hat endüktansı % 5 ile % 10 daha fazladır.

İkinci sistemin birinci sistem üzerindeki etkisini ortadan kaldırmak için şekil 3.30 da gösterilen çaprazlama yapılır. Bu çaprazlama ile karşılıklı olarak I ve II nolu sistemlerin karşılıklı etkileri sıfır olur.



Şekil 3.30

Şekil de görüldüğü gibi, tam çarprazlama peryodunun üçte biri peryodunda II inci sistem tekrar tam çaprazlama yapılmıştır. Böylece II inci ve I inci sistemlerin bir birine etkisi ortadan kaldırılır. Şöyleki; Bu sistemde

$\emptyset_1 = \emptyset_{I\,1} + \emptyset_{II\,1}$ idi. Bu çaprazlamada $\emptyset_{II\,1} = 0$

dır. Çünkü çaprazlamadan dolayı

$\emptyset_{II\,1} = M_{11}' \cdot \dot{i}_1 + M_{12}' \cdot \dot{i}_2 + M_{13}' \cdot \dot{i}_3$ olup M_{11}' katsayısı

$$M_{11}' = \frac{1}{9}\,(M_{12}' + M_{13}' + M_{11}' + M_{21}' + M_{22}' + M_{23}' + M_{33}' + M_{31} + M_{32}')$$

değeri elde edilirki, çaprazlamadan ötürü M_{12}' ve M_{13}' katsayıları içinde aynı değer elde edileceğinden $M_{11}' = M_{12}' = M_{13}'$ olmaktadır. Bu duruma göre

$\emptyset_{II\,1} = M_{11}'(\dot{i}_1 + \dot{i}_2 + \dot{i}_3)$ olacaktırki $\dot{i}_1 + \dot{i}_2 + \dot{i}_3 = 0$

olduğundan $\emptyset_{II\,1} = 0$ sonucu bulunur.

$\emptyset_1 = \emptyset_{I\,1}$ olduğundan

$$\emptyset_1 = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \dot{i}_1 \left(\frac{1}{4} + \mathrm{Ln}\,\frac{d}{R}\right) \qquad 3\text{-}30$$

$$d = \sqrt[3]{d_{12} \cdot d_{23} \cdot d_{31}}$$

$$L = \frac{\mu_0}{2\pi}\left(\frac{1}{4} + \mathrm{Ln}\,\frac{d}{R}\right)$$

elde olunurki çift sistem tek sisteme dönüştürülmüş olur. Bu şekilde endüktans tek sistemdeki gibi hesap edilir.

3.4. İLETKENLERİN GEOMETRİK ORTALAMA YARIÇAPININ BULUNMASI

Dolu kesitli bir iletkenin yarıçapı (R) olarak ifade edilirse; havai hatların endüktans hesabında kullanılan

$$L = \frac{\mu_0}{2\pi}\left(\ln\frac{d}{R}+\frac{1}{4}\right) = \frac{\mu_0}{2\pi}\ln\frac{d}{R.e^{-\frac{1}{4}}} = \frac{\mu_0}{2\pi}.\ln\frac{d}{GMR} \quad H/m\text{-faz}$$

$$GMR = R.e^{-\frac{1}{4}} = 0{,}7788 \qquad 3\text{-}31$$

bağıntısı (GMR) geometrik ortalama yarı çap cinsinden ifade edilmiş olur.

Eş ekseni yedi damarlı bir iletkende her bir damarın yarı çapı ρ ve damar sayısı $n = 7$ alınırsa

$$GMR = \sqrt[n^2]{(D_{AA}.D_{AB}.D_{AC}.\ldots.D_{AG})\,(D_{BA}.D_{BB}\ldots D_{BG})\ldots(D_{GA}.D_{GB}\ldots D_{GG})}$$

Her bir damarın geometrik ortalama yarı çapı yukarda belirtildiği gibi $0{,}7788.\rho$ olur. Bunlardan iletkende yedi tane olduğundan

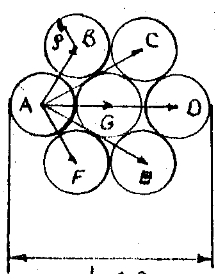
$$D_{AB} = D_{AF} = D_{AG} = 2.\rho$$

$$D_{AC} = D_{AE} = 2\sqrt{3}.\rho$$

$$D_{AD} = 4.\rho$$

olduğu şekilden görülmektedir. A dış damar kısmı iletkeni

için $(2\rho\,.2\rho\,.2\rho\,.2\sqrt{3}\rho\,.4\rho) = 3.2^7.\rho^6$



Şekil 3.31

Şeklinde yazılabilir. Dış kısımda bunun gibi altı damar olduğundan bu terimin altıncı kuvveti alınarak $(3.2^7.\rho^6)^6$ yazılır. Merkez de bulunan bir damarın çevredeki damarlara göre uzaklığı $(2.\rho)$ olduğu için bu değerinde altıncı kuvveti alınarak $(2.\rho)^6$ ve iletkendeki 7 kısmı iletkenin her biri için yedi tane $(0{,}7788)^7$ yazılırsa $n^2 = 49$ olacağından iletkenin geometrik ortalama yarı çapı,

$$GMR : \sqrt[49]{(0,7788.\rho)^7.(3.2^7.\rho^6).(2.\rho)^6}$$

$$GMR = 2,177.\rho \qquad 3\text{-}32$$

olarak bulunur.

7 damarlı iletkende iletken çapı $d=2R=6.\rho$ ve iletken yarı çapı $R=3\rho$ olduğundan damar yarıçapı $\rho=R/3$ bulunur. İletkenin kendi (GMR) ortalama geometrik yarı çapını kısmı iletkenlerin yarıçapı ile ifade edersek

$$GMR = 2,177.\rho = 2,177\frac{R}{3} = 0,726.R \qquad 3\text{-}33$$

bulunur. Çeşitli tipteki iletkenlerin kendi geometrik ortalama yarı çapları aşağıda tablo halinde verilmiştir.

ÖRGÜLÜ ALÜMİNYUM İLETKENLERİN GMR HESABI

Örgülü iletkendeki toplam damar sayısı	İletkenin geometrik ortalama yarıçapı (GMR)	İletkenin iç endüktansı (mH/km-faz)
7	0,726 R	0,0639
19	0,758 R	0,0522
37	0,768 R	0,0528
61	0,772 R	0,0515
91	0,774 R	0,0509
127	0,776 R	0,0503
Yuvarlak dolu kesit	0,788 R	0,0497
Dikdörtgen kesitli dolu iletken (kenarları a ve b)	0,2235 (a+b)	

ÇELİK - ALÜMİNYUM İLETKENLERİN GMR DEĞERLERİ

Damar sayısı ve kat adedi	Geometrik Ortalama Yarıçapı (GMR)
Tek katlı iletkenler	0,35 R - 0,70 R
İki katlı ve 26 damarlı iletkenler.	0,809 R
İki katlı ve 30 damarlı iletkenler	0,826 R
Üç katlı ve 54 damarlı iletkenler	0,810 R

Endüktans bağıntılarında da görüleceği üzere enerji hatlarının L endüktans değeri, iletkenin yarı çapı (R) ile ters, iletkenler arası uzaklık (d) ile doğru orantılı olarak değişir. Bilindiği gibi bir iletkenin endüktif reaktansı

$$XL = \omega . L = 2\pi . f . L$$

bağıntısı ile bulunduğundan

$$XL = 2\pi f \frac{\mu_0}{2\pi} \text{Ln} \frac{d}{GMR} = f . \mu_0 . \text{Ln} \frac{d}{GMR} \qquad 3\text{-}34$$

bağıntısı yazılabilir.

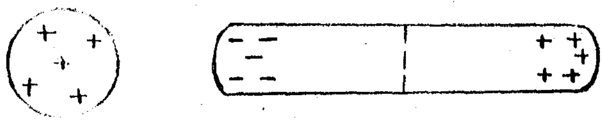
K A P A S İ T A N S

4.1. Elektriksel Alan:

Elektron teorisine göre elektriklenmiş veya şarjlanmış bir cisim, fazla veya eksik bir veya diğer cins elektriğe malik olan cisim demektir. Bir atomda hafif ve faal olan elektron olduğundan, elektrikle şarj edilen bir cisme giren veya çıkan elektrondur. Elektronların girmesi veya çıkması, bunların temas halinde oldukları diğer bir cisme elektronların akmasını veya geçmesini sağlamakla olur.

Şu halde pozitif şarjlı bir cisim demek, elektronlarından bir kaçını kaybederek pozitif şarjlı kalmış cisim demektir. Negatif şarjlı cisim demek, normalden fazla elektron almış cisim demektir. Bir cisimden elektronlar ancak çekirdeğin elektronlar üzerine tesir ettirdiği çekme kuvvetini yenen bir basınç veya bir iş sarfetmekle (enerji) çıkarılabilir. Elektronların ayrıldıkları cisimlere tekrar dönmelerine müsaade edildiği takdirde bir iş yapılır.

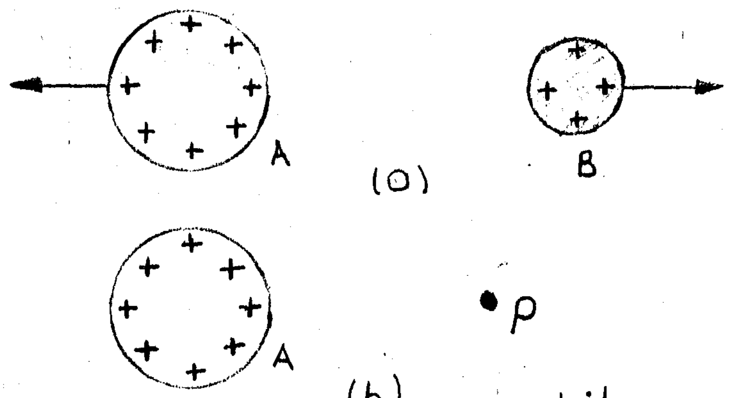
Şarjları elde etmek için muhtelif metodlar vardır. Mesela bir kumaşa sürtülmüş kehribar negatif, cam ise pozitif olarak şarjlanır. Bu sürtme metodudur. Diğer bir metod indüksiyon metodu olup şarjlı bir cisim, bir iletkene yaklaştırıldığında iletkenin kendiside şarj olmuş gibi hareket eder.



Şekil 4.1

Şekil 4.1'de görüldüğü gibi şarjsız bir iletke pozitif şarjlı bir cisme yaklaştırıldığında şarjlı cisme yakın tarafı negatif şarjlı diğer taraf pozitif şarjlanır. Bir diğer metod polarizasyon metodu olup, yalıtkanların indüksiyonu için kullanılmaktadır. Kimyasal yol, jenaratör metodu, kristallere tatbik edilen mekaniki basınç, termoelektrik ve fotoelektrik tesirlerde şarjları ayırmakiçin kullanılan diğer metodlardır.

Elektrik akımı geçen bir iletken civarında manyetik bir alanın meydana geldiği bilinmektedir. Buna benzer elektrikle yüklü (şarjlı) cisimler etrafındada bir alan meydana gelir. Elektrik alanı denilen bu alanın varlığı elektrikle yüklü cisimler üzerine yaptığı kuvvet tesiri ile anlaşılır. Şekil 4.2'de görüldüğü gibi pozitifyüklü A cisminin civarında pozitif yüklü bir B cismini dolaştırdığımızda B cismi A cismi tarafından itilir. Şu halde A cisminin etrafında yüklü cisimlere etki eden bir alan meydana geliyor.



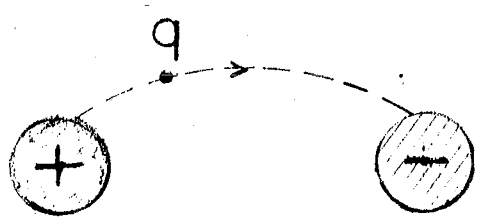
Şekil 4.2

Yüklü cismin meydana getirdiği etki sahasına elektrik alanı adı verilir. Manyetik alan hareket eden yükler tarafından meydana getirildiği halde elektrik alanı hem duran ve hemde hareket eden elektrik yükleri tarafından meydana getirilir.

Şekil 4.2 (b)'deki P noktası B'nin daha önce bulunmakta olduğu yerdir. A cisminin P noktasında bir elektrik alanı hasıl ettiği ya da meydana getirdiği söylenebilir. Eğer B cismi şimdi P noktasına getirilirse B cismi üzerine doğrudan doğruya A cismi tarafından değil de, daha ziyade alan tarafından bir kuvvet uygulandığı düşünülebilir. A cisminin etrafında bütün noktalarda B cisminin üzerine bir kuvvet etki edeceğine göre, A'nın etrafındaki bütün uzay bir elektrik alanıdır. Aynı şekilde B cismininde bir alan meydana getirdiği ve A cismi üzerine B'nin alanı tarafındanda bir kuvvet uygulandığı söylenebilir.

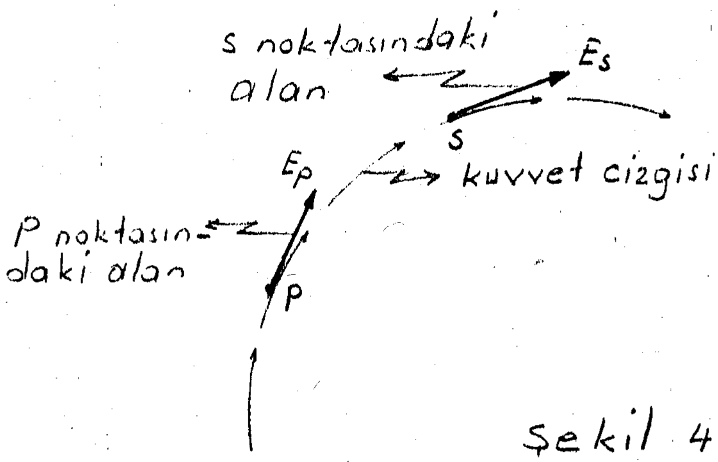
Herhangi bir noktada bir elektrik alanının varlığı deneyle anlaşılır. Bir noktaya konmuş olan yüklü bir cisim üzerine, elektrik menşeli bir kuvvet etki ettiği takdirde, o noktada bir elektrik alanı vardır., denir.

Kuvvet vektörel bir büyüklük olduğumdan, elektrik alanıda, hem büyüklüğü hemde doğrultu yönü olan vektörel bir büyüklüktür. Elektrik alanını göstermek için manyetik alanda olduğu gibi kuvvet çizgilerinden yararlanılır. Elektrik alanında kuvvet çizgileri pozitif yüklü cisimden başlayarak negatif yüklü cisimlerde son bulurlar. Sekil 4.3'de görüldüğü gibi pozitif yüklü cisimden başlayarak negatif yüklü cisimlerde pozitif yüklü A cismi ile negatif yüklü B cismi arasına çok küçük bir q yükü koyduğumuzda, ikisi arasında oluşan alan içine konan bu q yükü iki kuvvetin tesiri altında kalır. Şayet q yükü pozitifse, bu takdirde A cismi tarafından itilecek negatif B cismi tarafından çekilecektir. q yükü yalnız bu kuvvetlerin tesiri altında hareket edecek olursa eğri şeklinde bir kuvvet çizgisi boyunca ilerler. Bu pozitif yükün hareket yönü alanın yönüdür.



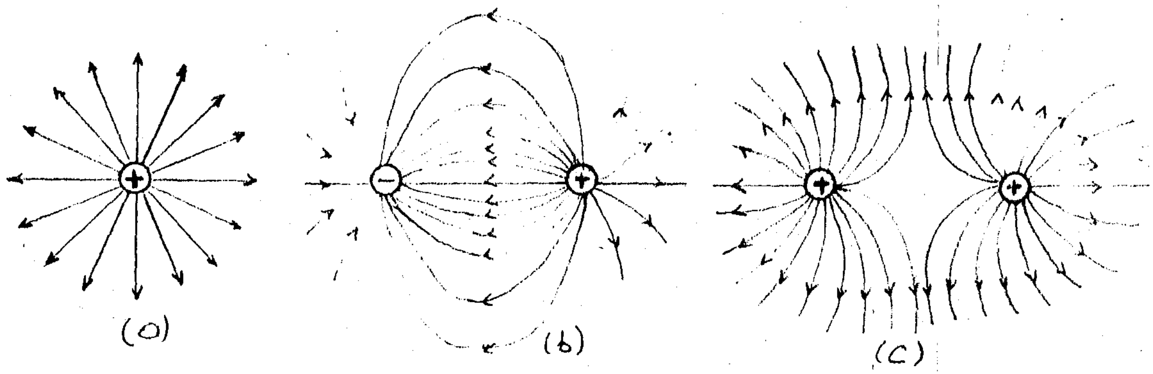
Şekil 4.3

Kuvvet çizggleri kavramı elektrik ve manyetik alanları canlandırmaya yardım etmek üzere, Michael Faraday (1791 - 1867) tarafından ortaya atılmış hayali çizgilerdir. Elektrik alanı içindeki kuvvet çizgilerinin herhangi bir noktadaki doğrultusu (yani teğetinin doğrultusu) o noktadaki alan doğrultusunun aynıdır. (şekil 4.4') görüldüğü gibi bir alanın doğrultusu, genel olarak bir noktadan öbürüne değiştiğinden kuvvet çizgileri genellikle eğriseldirler. Kuvvet çizgisinin teğeti olan doğrultu pozitif yükün hareket doğrultusunu gösterir.



Şekil 4-4

Şekil 4.5'de tek bir pozitifyük etrafındaki; biri pozitif diğeri negatif olan iki eşit yük etrafındaki, ve iki eşit pozitif yük etrafındaki elektriksel alan ve kuvvet çizgilerinin bir kısmı görülmektedir.



Şekil 4.5

Kuvvet çizgilerinin üzerindeki oklar pozitif yükün alandaki hareket yönünü gösterir. Demekki kuvvet çizgileri pozitif yükten birbirinden uzaklaşarak çıkıp negatif yüke birbirine yaklaşarak girerler. Bir yük etrafındaki uzaydan hiç bir kuvvet çizgisi çıkmaz yada son bulmaz. Bir elektrik alanındaki her kuvvet çizgisi şekil 4w5 b'de görüldüğü gibi bir ucunda pozitif yük, öbür ucunda bir negatif yük ile son bulan sürekli çizgilerdir. Şekil (a)'da pozitif yükten çıkan kuvvet çizgilerinin son buldukları negatif yükler ortamın bir yerinde bulunmalıdırlar.

Kuvvet çizgilerinin alana dik birim yüzeydeki sayılarını, alan şiddetine eşit olarak seçmekle hem kuvvet çizgileri sınırlanmış ve hemde bu çizgiler alan doğrultusunu ve şiddetini göstermek içinde kullanılmış olur. Çizgilerin sıklaştığı yerde alan şiddetlidir. Havada bulunan bir q pozitif yükünden $4\pi q$ kuvvet çizgisi çıkar. (kürenin alanı $4\pi r^2$ olup (r) bir birim alanmıştır.)

4.2. Alan Şiddeti:

Bir elektrik alanı içindeki bir noktadaki alan şiddeti, o noktaya konulan bir pozitif birim yüke etki eden kuvvettir. Noktasal bir yükün alanı Coulomb kanunundan yararlanarak bulunur. (Aynı isimli elektrik yüklerinin birbirini itmesi ve zıt isimli yüklerin birbirini çekmesi 1785'de Coulomb tarafından ortaya atılmış olup, halbuki Priestley ve Cavendish, Coulomb bu neticeyi açıklamadan önce bu konuyu bilmekteydiler.) Coulomb kanununa göre, boyutları aralarındaki açıklığa nazaran çok küçük olan yüklü iki iletken cisim arasında yüklerin işaretlerine göre meydana gelen itme veya çekme kuvveti, bu yüklerin çarpımları ile doğru orantılı ve aralarındaki mesafenin karesi ile ters orantılıdır.

$$\vec{F} = \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2} \cdot k \cdot \vec{u_r}$$ Bu formülde (r), Q_1 ve Q_2 yükleri arasındaki uzaklık, $\vec{u_r}$ yükleri birleştiren doğrultu üzerinde bir yükten diğerine yönelik birim vektörü, k ise kullanılan birimlere ve deneyin yapıldığı ortama bağlı olan bir katsayıyı göstermekte olup MKS sisteminde $k = \frac{1}{4\pi\varepsilon}$ olup ε (epsilon)na ortamın dielektrik sabiti adı verilir. k'nın yerine bu değeri yazılırsa $F = \frac{Q_1 \cdot Q_2}{4\pi\varepsilon r^2}$ olur. Bu formülde, elektrik yükleri birimi kulon (C), kuvvet birimi Nevton (N) aradaki mesafe metre (m) olarak alındığında ε için $C^2/Nm^2 = C/Vm = F/m$ $\left(\frac{Farad}{metre}\right)$ birimi elde edilir. Dielektrik sabiti $\varepsilon = \varepsilon_r \cdot \varepsilon_0$ gibi iki faktöre ayrılır. Burada ε_r ortamın bağıl dielektrik sabiti ε_0 da boşluğun dielektrik sabitidir. Değeri $\varepsilon_0 = \frac{10^{-9}}{36\pi}$ $F/m = 8{,}86 \cdot 10^{-12}$ $[F/m]$ dır. ε_r birimsiz bir sayı olup, deneyin yapıldığı ortamın dielektrik sabitinin boşluğun dielektrik sabitine nazaran kaç katı olduğunu gösterir. Mesela bağıl dielektrik sabiti ε_r hava için 1, mika için 4,5 .... 5,5 alınır. Şimdi bir Q yükü tarafından meyadana getirilen alan içine sokulan değer ve boyut olarak alanı bozmayacak kadar küçük olan diğer bir q yüküne tesir eden kuvvet:

$F = \dfrac{Q \cdot q}{4\pi\varepsilon r^2}$ olup bu bağımtının her iki tarafını (q) ya bölersek, $\vec{E} = \dfrac{\vec{F}}{q} = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon} \cdot \dfrac{Q}{r^2}$ bağırtısı elde edilir. Burada vektörel olarak gösterilen $\vec{E}$ büyüklüğü elektrik alanının alan şiddetidir. O halde bir elektrik alanı içindeki herhangi bir noktadaki alan şiddeti, $q = +1\,[C]$ pozitif birim yüke tesir eden kuvvet olarakta tarif edilebilir. Alan şiddetinin vektörel ve mutlak değeri için

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q} \text{ veya } \vec{E} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon r^2} \cdot \vec{u}_r = \vec{u}_r \cdot E_r \text{ veyahut}$$

$|\vec{E}| = E_r = \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon r^2}$ bağıntıları elde edilir. Bu bağımtılar Q noktasal yükünden r uzaklığında bulunan bir noktadaki alan şiddetini verir. Bu bağıntılar aynı zamanda alanda herhangi bir noktadaki alan şiddeti vektörünün, yön ve değer ihtibariyle, pozitif birim yüke tesir eden kuvvet ile özdeş olduğunu gösterir. Alanın her noktasında, birim pozitif yüke tesir eden kuvvet bir vektör ile gösterilebilir. Buna göre elektrik alanı bir kuvvet ve dolayısiyle bir vektör alanı olarak ele alınır. Böyle bir vektörün alanı, bundan önce gördüğümüz gibi, alan şiddeti vektörüne teğet olarak çizilen ve aynı yönde olan alan çizgileri yardımı ile gösterilir.

Alan şiddetinin MKSA birim sisteminde birimi Volt/metre $[V/m]$ dir. Yüksek gerilim tekniğinde alan şiddeti birimi için $[Kv/cm]$ birimi kullanılır. $E = \dfrac{F}{q}$ bağıntısına göre alan şiddeti birimi kulon başına Nevtondur.

Ortamda n tane $Q_1, Q_2, Q_3 \cdots\cdots Q_n$ noktasal yüklerinin bulunması halinde, herhangi bir noktadaki elektrik alan şiddeti, bu yüklerin sözü edilen noktalardaki alan şiddetlerinin vektörel toplamına eşittir. Bu yüklerin bir düzlem üzerinde olması halindey bileşke alan şiddeti, çizimsel yöntemle kolayca bulunabilir.

Bileşke alan şiddeti:

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 + \cdots + \vec{E}_n = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \sum_{i=1}^{i=n} \frac{Q_i}{r_i^2} \vec{u}_r \text{ olur.}$$

sözü edilen yükler, herhangi bir P noktasına $r_1, r_2, r_3 \cdots r_n$ uzaklıkta iseler, bu yüklerden herbiri P noktasına konmuş birim pozitif yüke bir kuvvet uygularlar. Uygulanan bu kuvvetlerin vektörel toplamı birim pozitif yüke etki yapan kuvvetlerin bileşkesidir.

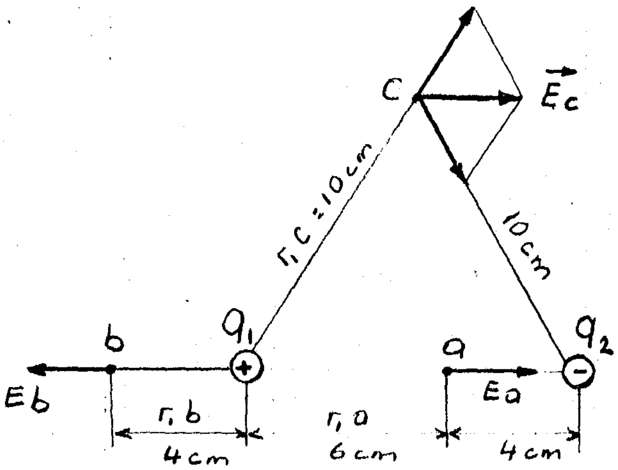
$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \cdots + \vec{F}_n = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{Q_1 . q}{r_1^2} + \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{Q_2 . q}{r_2^2} + \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{Q_3 . q}{r_3^2}$$

$$+ \cdots + \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{Q_n . q}{r_n^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot q \left(\frac{Q_1}{r_1^2} + \frac{Q_2}{r_2^2} + \frac{Q_3}{r_3^2} + \cdots + \frac{Q_n}{r_n^2} \right)$$

dolayısıyle $\vec{F} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot q \sum_{i=1}^{i=n} \frac{Q_n}{r_i^2}$ olur.

Pratikte, elektrik alanları genellikle nokta yüklerden ziyade, sonlu irilikte iletkenlerin yüzeyleri üzerine dağılmış yükler tarafından meydana getirilirler. Bu takdirde, elektrik alan şiddetini hesaplamak için dağılmış yükler sonsuz küçük dq yüklerine bölündüğünden $E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \int \frac{dq}{r^2}$ intigral bağıntısından yararlanılır.

Örnek: 1 $+12.10^{-9}$ ve -12.10^{-9} kulon değerinde noktasal q_1 ve q_2 yükleri şekil 4.6'da görüldüğü gibi 10 cm aralıkla konmuşlardır. Bu yüklerden dolayı a,b ve c noktalarında meydana gelen elektrik alan şiddetlerini hesaplayınız.



Şekil 4.6

Bu noktaların herbirindeki alan şiddeti $E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \sum \frac{q}{r^2}$ vektörel toplamın değerinde olmalıdır.

a noktasında pozitif yükünden ileri gelen vektör sağa doğru yönelmiş olup büyüklüğü $E_{1a} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q_1}{r_{1a}^2}$ dan; $k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$ ile ifade edilirse $k = \frac{1}{4\pi \cdot 4\pi \cdot 8{,}86 \cdot 10^{-12}} = 9 \cdot 10^9 \ N m^2/C^2$ bulunur. O halde $\vec{E_{1a}} = 9 \cdot 10^9 \frac{12 \cdot 10^{-9}}{(0{,}06)^2} = 3 \cdot 10^4 \ N/C$.

a noktasında negatif q_2 yükünden ileri gelen vektörde sağa doğru yönelmiştir. (kuvvet çizgisi yönü) değeri

$$\vec{E_{2a}} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q_2}{r_{2a}} = 9 \cdot 10^9 \frac{12 \cdot 10^{-9}}{(0{,}04)^2} = 6{,}75 \cdot 10^4 \ N/C$$

a noktasındaki bileşke alan şiddeti:

$\vec{E_a} = \vec{E_{1a}} + \vec{E_{2a}} = (3 + 6{,}75) \cdot 10^4 = 9{,}75 \cdot 10^4 \ N/C$ dur. vektör sağa doğrudur.

b noktasında pozitif q_1 yükünden ileri gelen vektör sola doğru, q_2 negatif yükünden ileri gelen vektör sağa doğrudur.

$$\vec{E_{1b}} = 9 \cdot 10^9 \frac{12 \cdot 10^{-9}}{(0{,}04)^2} = 6{,}75 \cdot 10^4 \ N/C, \quad E_{2b} = 9 \cdot 10^9 \frac{12 \cdot 10^{-9}}{(0{,}14)^2} = 0{,}55 \cdot 10^4 \ N/C$$

dolayisiyle b noktasında

$\vec{E_b} = \vec{E_{1b}} + \vec{E_{2b}} = (6{,}75 + 0{,}55) \cdot 10^4 = 6{,}2 \cdot 10^4 \ N/C$ olup vektör sola doğrudur.

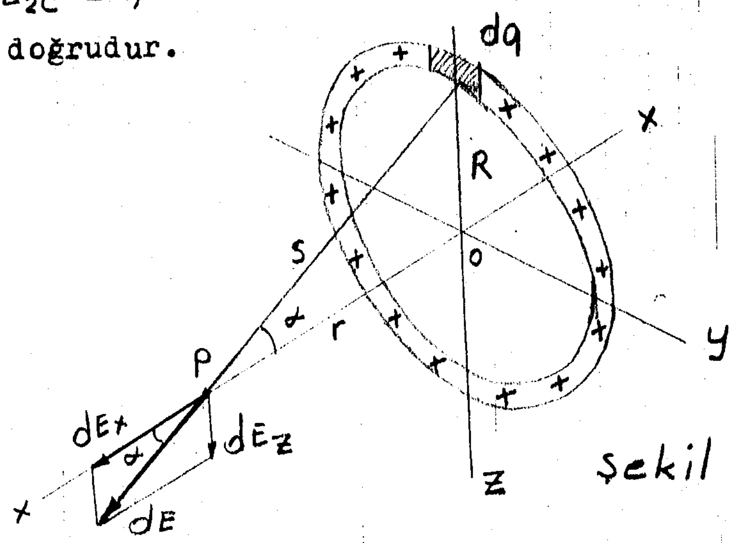
C noktasındaki vektörlerden herbirinin büyüklüğü,

$\vec{E_{1c}} = \vec{E_{2c}} = \frac{12 \cdot 10^{-9}}{(0{,}1)^2} \cdot 9 \cdot 10^9 = 1{,}08 \cdot 10^4 \ N/C$ dur.

Bu vektörlerin doğrultuları şekil üzerinde gösterilmiştir.

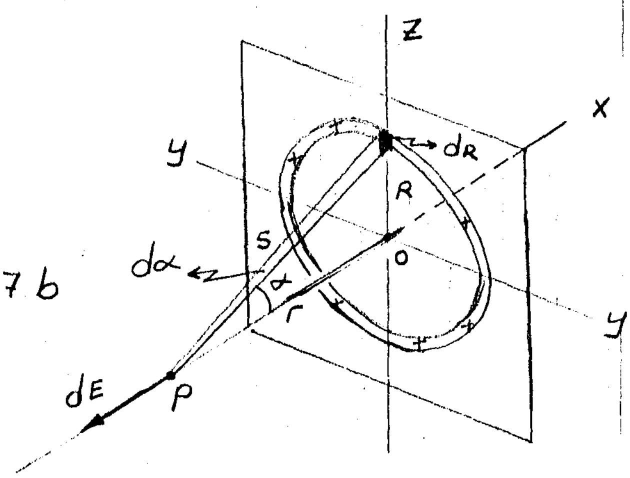
$$\vec{E_c} = \vec{E_{1c}} + \vec{E_{2c}} = 1{,}08 \cdot 10^4 \cdot \sin 30^0 \cdot 2 = 1{,}08 \cdot 10^4 \ N/C$$

vektör sağa doğrudur.



Şekil 4.7 a

Örnek : 2



Şekil 4.7 b

Şekil 4.7 (a)'da pozitif yüklü R yarı çaplı bir halka xz düzleminde bulunmaktadır. Halkanın ekseni üzerinde bulunan noktalardaki alan şiddetini hesaplayınız.

Burada alan dağılmış yük tarafndan meydana getirilmektedir. Alan şiddetini $\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int\frac{dq}{r^2}$ yi hesaplamamız gerekmektedir. Halkanın bir dq yüküne malik olan sonsuz küçük bir parçası P noktasında $dE=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{dq}{s^2}$ şiddetinde bir alan hasıl eder. Bu alan xz düzlemindedir. x ekseni ile α açısı yapar. Bileşke şiddet bu ifade ile bulunamaz. Zira integrasyon vektörel değil cebirsel bir toplamdır. Fakat dE vektörü x ve z bileşenlerine ayrılabilir. Bu bileşenler ayrı ayrı toplanabilir. Şekildede görüldüğü gibi halkanın bütün parçaları gözönüne alındıkları vakit dE_z bileşenleri simetriden ötürü birbirini götürecek, dolayisiylebileşke alan x ekseni doğrultusunda olacaktır. Değeri:

$$\vec{E}=\int dE_x=\int dE.\cos\alpha=\int\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{dq}{s^2}\cdot\cos\alpha=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{\cos\alpha}{s^2}\int dq$$ olur. $\int dq$

halka üzerindeki toplam yüktür. Bu sebeple:

$$E=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{q.\cos\alpha}{s^2}$$ dir. Halkanın merkezinde $\alpha=90^0$, $\cos\alpha=0$ olduğundan şekildede görüldüğü gibi bileşke alan şiddeti $E=0$ dır. R'ye büyük uzaklıklarda α açısı küçüktür. $\cos\alpha$ yaklaşık 1 dir. S^2 de yaklaşık r^2 olduğundan, o halde halkadan büyük uzaklıklarda $E=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{q}{r^2}$ alınabilir.

Buna göre büyük uzaklıklarda halka nokta gibi düşünülebilir. şekil 4.7 b de x ekseni üzerindeki noktalarda alan şiddeti ne olur.

Düzlemi R yarı çaplı ve dR genişlikli dar halkalara ayıralım ve bundan önceki örnekteki (şekil 4.7 a) sonuçları kullanılım. σ, YZ düzleminin birim yüzeyindeki yükü göstersin Dar halkanın yüzölçümü $dA = 2\pi R . dR$ dir. Bu halka üzerindeki dq yükü $dq = \sigma . dA = 2\pi R . dR . \sigma$ olur. Şekil 2.7.b'deki dE vektörü P'de halka tarafından meydana getirilen bileşke alan şiddetidir.

$$E = \frac{1}{4\pi \varepsilon_0} \cdot \frac{q . \cos\alpha}{s^2}$$ denkleminde

q yerine dq değerini koyarsak

$$dE = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} \cdot \frac{R . \cos\alpha}{s^2} . dR$$

elde edilir. Dar yük halkaları tarafından meydana getirilen alanların hepsi aynı doğrultudadır. Dolayısiyle bileşke alan yukarıdaki ifadenin integralidir. Burada bağımsız değişken olarak α almak işi basitleştirir.

Şekilde $R = r . tg\alpha$ $s = r . \sec\alpha$ olup $dR = r . \sec^2\alpha . d\alpha$ dır.

$$dE = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} \cdot \frac{R . \cos\alpha}{s^2} . dR = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} \cdot \frac{r . tg\alpha . \cos\alpha}{r^2 . \sec^2\alpha} . r . \sec^2\alpha . d\alpha$$

dan $dE = \dfrac{\sigma}{2\varepsilon_0} . \sin\alpha . d\alpha$ bulunur. $\alpha = 0$ ve $\alpha = \pi/2$

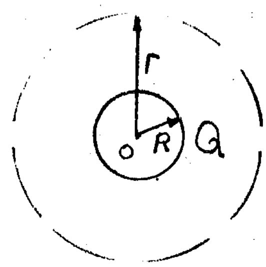
sınırları arasında bu ifadenin integrali alınırsa,

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} \cdot \int_0^{\pi/2} \sin\alpha . d\alpha = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} \Big| -\cos\alpha \Big|_0^{\pi/2} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$

ifadesi bulunur.

Alan şiddeti; r bu ifadede olmadığına göre, düzleme olan uzaklığa bağlı değildir. Yani alan düzgündür. Aynı şekilde yz düzleminin öbür tarafındada aynı değerde fakat ters yönde bir alan meydana gelir.

4.3. Elektrik Akısı, Yoğunluğu ve Deplasman vektörü:



Şekil 4.8

Şekil 4.8'de görülen madeni kürenin üstünde Q elektrik yükünün bulunduğunu farz edelim. Bu kürenin yüzeyi $4\pi R^2$ olduğunudan, birim yüzeye düşen elektrik yükü

$$D = \frac{Q}{4\pi R^2}$$

olup burada Q küreden çıkan (+ yük için) veya küreye giren (- yük için) elektrik akısına, D ise bu akının küre yüzeyi üzerindeki yoğunluğuna tekabül eder. r yarı çaplı herhangi bir küredende aynı akı geçeceğinden bu küre üstündeki akı yoğunluğuda $D = \dfrac{Q}{4\pi r^2}$ dir.

Düzgün bir elektriksel alanın alan çizgilerine dik olarak alınan bir S yüzeyinden geçen elektrik akısı $\phi_S = D \cdot S$ bağıntısı yardımı ile hesaplanır. S yüzeyinin normali alan yönü ile bir α açısı yaptığı takdirde akı $\phi_S = D \cdot S \cdot \cos\alpha$ olur.

nokta şeklindeki bir yükün herhangi bir noktadaki alan şiddeti

$$E = \frac{Q}{4\pi \varepsilon_0 r^2}$$

olduğundan alan şiddeti ile elektrik akısı yoğunluğu arasında

$$D = \varepsilon_0 \cdot E$$

bağıntısı vardır. O halde bir elektrik alanı aynı zamanda

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \cdot \vec{E}$$

deplasman vektörü yardımı ilede gösterilebilir. Demekki $(\vec{D})$ deplesman vektörü ile $(\vec{E})$ alan vektörü boşlukta birbirine

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E}$$

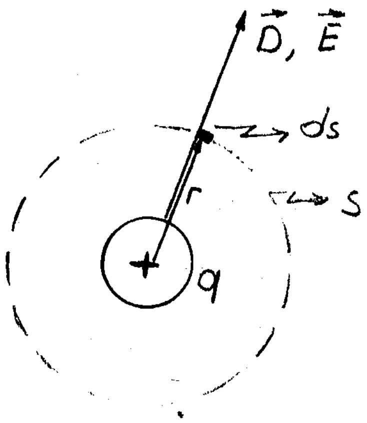
bağıntısı ile bağlıdırlar. Şu halde noktasal bir Q yükünün, kendisinden R uzaklıkta bir noktada meydana getirdiği deplasman vektörü ve modülü,

$$\vec{D} = \frac{Q}{4\pi \varepsilon_0} \vec{u}_R \quad \text{ve} \quad D = \varepsilon_0 \cdot E = \varepsilon_0 \frac{Q}{4\pi \varepsilon_0 R^2} = \frac{Q}{4\pi R^2} \quad \text{olur.}$$

$\vec{E}$ vektör alanında olduğu gibi, buradada, deplasman vektör alanı $\vec{D}$ vektörüne teğet olarak çizilen ve aynı yönde olan deplasman çizgileri yardımı ile gösterilebilir. Deplasmanın (akı yoğunluğu) MKSA- birim sisteminde birimi

$$\text{kulon/metre kare} \left[C/m^2 \right] \text{ dir.}$$

Şekil 4.9'da görüldüğü gibi q noktasal yükünü kuşatan r yarı çaplı eş merkezli bir küreyi ve bunun üzerinde bir da yüzey elamanını ele alalım. Küresel simetriden dolayı deplasman ve alan şiddeti vektörleri radyal doğrultuda olacağından, alan şiddeti vektörleri radyal doğrultuda olacağından, alan çizgileri (E ve D) küre yüzeyini her noktada dik olarak keserler. Dolayisiyle $\vec{D}$ ve $\vec{E}$ vektörleri alan çizgileri yönünde olacaktır.



şekil 4.9

$$dq = D \cdot ds$$

$$q = \int D \cdot ds = D \int ds$$

$$q = D \cdot S = D \cdot 4\pi r^2$$

buradan

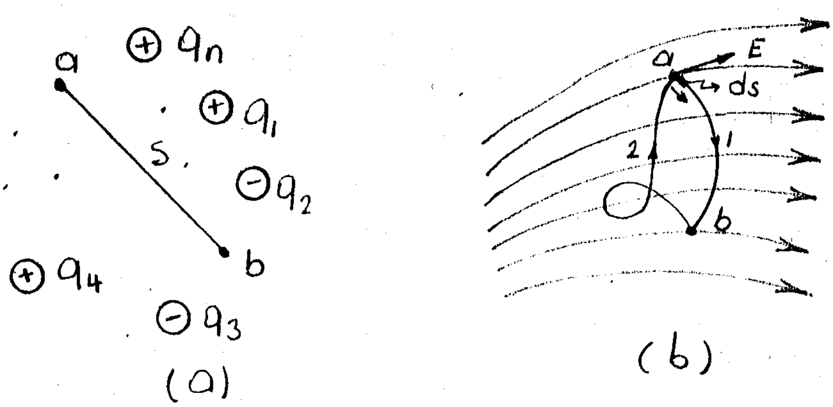
$$D = \frac{q}{4\pi r^2} \quad \text{ve}$$

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \cdot \vec{E} \text{ den} \qquad E = \frac{D}{\varepsilon_0} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

bağıntısı tekrar elde edilir.

$D = \varepsilon \cdot E$ bağıntısı manyetik alanda görülen $B = \mu . H$ bağıntısına benzer. Düzgün bir elektriksel alan içinde deplasman vektörü her yerde aynı değer ve yöndedir.

4.4. Gerilim ve Potansiyel



şekil 4.10

Şekil 4.10 a'da dağılmış yükler, şekil 4.10 b'de de bu yükler tarafından meydana getirilen elektriksel alan görülmektedir. a'daki pozitif bir yükü s mesafesindeki b noktasına taşımak için yapılacak iş $W = F.\ S.\ \cos\alpha$

bağıntısı ile tanımlanır. Burada S mesafe F tatbik edilen kuvvettir.

$$F.\ \cos\alpha \qquad F \text{ nin}$$

büyüklük ve yönce sabit kalmak üzere F'nin s düzlemi üzerindeki bileşenidir.

$$W = F.\ S.\ \cos\alpha$$

bağıntısından burada F'nin değeri bulunamaz çünkü a, b yolunda yüklü cisme etki eden kuvvet büyüklük ve yönce değişecektir. Ancak integral yardımı ile bulunabilir.

Elektriksel alanda bulunan bir noktadaki potansiyel, herhangi bir yükü sonsuz büyük bir mesafeden, bu noktaya getirmede, birim yük için yapılan işten ibarettir. Birim pozitif yükü sonsuzdan b'ye getirmekle yapılan iş, a'ya getirmekle yapılan işten büyükse b'nin potansiyeli A'nınkinden yüksektir denir.

Statik elektrik alanında $\vec{E}$ alan şiddeti vektörünün kapalı bir S yörüngesi boyunca eğrisel integralinin sıfır, yahut statik elektrik alanında kapalı bir yörünge boyunca yapılan toplam işin sıfıra eşit

$$\oint \vec{E}.\ \vec{ds} = 0$$

integrali ile ifade edilir. Şekil 4.10 b'de görüldüğü gibi, böyle bir alanda herhangi bir a ve b gibi iki nokta arasında, alan şiddeti vektörünün eğrisel integral değeri,

$$\oint_S \vec{E}.\ \vec{ds} = \int_{a_1 b} \vec{E}.\ \vec{ds} + \int_{b_2 a} \vec{E}.\ \vec{ds} = 0 \text{ dan } \int_{a_1 b} \vec{E}.\ \vec{ds} = -\int_{b_2 a} \vec{E}.\ \vec{ds} = \int_{a_2 b} \vec{E}.\ \vec{ds}$$

eşitliğinden de görüleceği üzere izlenen yörüngeye bağlı olmayıp a ve b noktalarının koordinatlarına bağlıdır. $\vec{E}$ alan şiddeti birim pozitif yüke tesir eden kuvvet olduğuna göre,

$$(\vec{E}.\ \vec{ds})$$

çarpımı, birim pozitif yükün, alan tesiri ile ds mesafesi kadar kayması halinde alan tarafından yapılan işi ve

$$\left(-\vec{E}.\vec{ds}\right)$$

çarpımı ise, birim pozitif yükü, ters yönde ds kadar kaydırmak için dış kuvvetler tarafından yapılan, diğer bir deyimle harcanan işi gösterir. Bu bize elektrik alanının her noktasanın belirli bir enerjiye yani belirli bir potansiyel enerjiye sahip olduğunu gösterir. Potansiyel enerji alanda elektrikli bir cisim bulunması veya alana böyle bir cisim sokulması halinde kendini gösterir.

Potansiyelleri birbirinden farklı olan a ve b gibi iki nokta arasındaki potansiyel farkına,

$$U_a - U_b = \int_a^b \vec{E}.\vec{ds} = U_{ab}$$

bu iki nokta arasındaki gerilim denir. Bu bağıntıya göre, a, ve b noktaları arasındaki gerilim, pozitif birim yükün alan tesiri ile a noktasından b noktasına götürülmesi halinde alan tarafından yapılan işi gösterir. $U_{ab} > 0$ halinde $U_a > U_b$ büyük tersine $U_{ab} < 0$ ise yani negatif olması halinde, a noktasının potansiyeli b noktasının potansiyelinden $U_a < U_b$ küçüktür. Gerilim ve potansiyel skalar bir büyüklüktür.

Herhangi bir noktanın potansiyeli, potansiyeli sıfır kabul edilen referans bir noktaya göre ifade edilebilir. Herhangi bir P noktasının referans noktasına nazaran potansiyeli

$$U_P = \int_P^A \vec{E}.\vec{ds} = -\int_A^P \vec{E}.\vec{ds}$$

integrali yardımı ile ifade edilebilir. Burada A potansiyeli sıfır $U_A = 0$ kabul edilen referans noktasını göstermektedir. Referans noktasının seçimi genellikle serbesttir. Bununla beraber umumiyetle toprak referans noktası olarak seçilir. Sonsuzda referans noktası alınabilir. Sonsuz seçilmesi halinde

$$U_p = \int_P^{\infty} \vec{E}.\vec{ds} = -\int_{\infty}^{P} \vec{E}.\vec{ds}$$

şeklinde P noktasının potansiyeli ifade edilir. Noktasal bir yükün alanında, bu yükten r uzaklıkta olan herhangi bir noktanın sonsuza göre potansiyeli

$$U_p = \int_r^{\infty} \vec{E}.\vec{dr} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon}\int_r^{\infty} \frac{dr}{r^2} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon r}$$

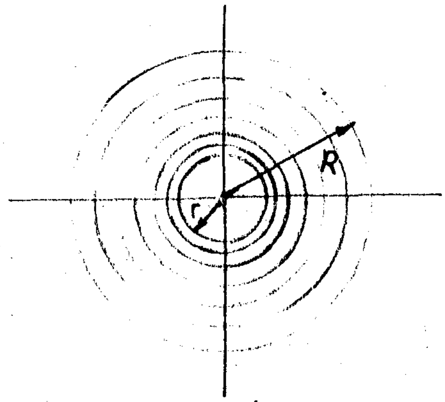
bağıntısı yardımı ile bulunur.

$r \to \infty$ için $U = 0$

olacağından sonsuzdaki bir nokta, noktasal yükün potansiyel alanı için referans bir nokta olarak alınabilir.

Potansiyelleri birbirene eşit olan noktaları birleştiren yüzeylere eş potansiyel yüzeyler denir. Bir eş potansiyel yüzey üzerinde iki nokta arasındaki potansiyel farkı ve dolayisiyle bu iki nokta arasında yapılan iş sıfıra eşittir. Eş potansiyel yüzeyler ve dolayisiyle eş potansiyel çizgiler E ve D alan çizgileri ile dik olarak kesişirler.

Noktasal bir yükün alanı, yukarıda da belirtildiği gibi, simetrik küresel bir alan olması dolayısiyle, eş potansiyel yüzeyler eş merkezli birer küre yüzeyi teşkil ederler. Bunların bir simetri düzlemi üzerindeki izleri, eş potansiyel çizgileri verir, Bunlarında eş merkezli birer daire olacağı aşikardır. Şekil 4.11'de noktasal yükün alanı, eş potansiyel çizgiler yardımı ile gösterilmiştir. Eş potansiyel çizgiler potansiyel farkı esas tutularak çizilmiştir. Eş potansiyel çizgiler ne kadar sık olursa bu noktalardaki alan şiddeti de o nisbette büyük olur.



Şekil 4.11

Düzgün bir alan içinde bulunan a ve b noktaları arasındaki uzaklığı s ile gösterirsek a noktasından b noktasına bir Q yükünün gitmesiyle yapılan iş

$$W = F \cdot S = Q \cdot E \cdot S$$

bağıntısı ile ifade edilebilir. Bu eşitliğin her iki tarafını Q'ya bölersek,

$$\frac{W}{Q} = E \cdot S$$

bağıntısı bulunur.

Bir noktadan yere giden 1 kulon değerinde bir yükün yaptığı iş bir joul ise, bu noktanın potansiyeli bir volttur. Bu tarife göre, a ve b noktaları arasındaki gerilim:

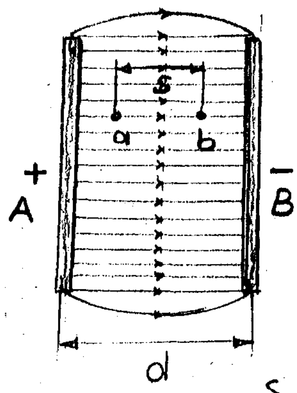
$$U_{ab} = \frac{W}{Q} = E \cdot S$$

bağıntısı ile tanımlanır. birimi

$$Juol/kulon \; [J/C]$$

olup kısaca voltla ifade edilir.

Şekil 4.12'de pozitif ve negatif yüklü iki paralel levha arasında meydana gelen elektrik alanı görülmektedir. Bu levhalar yeter derecede birbirine yakın olursa aralarında meydana gelen alan düzgün elektriksel alandır.



Şekil 4.12

a ve b noktaları arasında uzaklık s olup, a noktasına bir pozitif Q yükünün getirildiği düşünülürse bu yük

$$F = Q \cdot E$$

kuvvetinin tesiri altında kalarak negatif levhaya doğru gider. Q yükünün a noktasından s kadar uzaklıkta bulunan b noktasına gelinceye kadar alan kuvveti ($\vec{E}$) bir iş görecektir. Bu iş

$$W = F \cdot S = Q \cdot E \cdot S \quad dir.$$

a ve b noktaları arasındaki gerilim

$$U_{ab} = \frac{W}{Q}$$

oranı ile tarif edildiğinden

$$U_{ab} = E \cdot S \quad dir.$$

Bu bağıntıya göre düzgün alan içindeki elektrik alanı şiddeti, bir alan çizgisi boyunca beher metreye isabet eden gerilimden başka bir şey değildir.

$$E = \frac{U_{ab}}{S} = \frac{U_a - U_b}{S}$$

Alan düzgün olmadığında $\vec{E}$ her yerde büyüklük ve yönce farklı olacağından, bu durumda iş formülü ancak alan çizgisi üzerinde ds gibi sonsuz küçük bir uzunluk için yazılabileceğini daha önce gördük. Bu durumda Q yükü alan çizgisi boyunca ds kadar gittiği vakit yapılan iş:

$$dW = F \cdot ds = Q \cdot E \cdot ds \quad olur.$$

a ve b noktaları arasında Q yükünün hareketi ile görülen iş

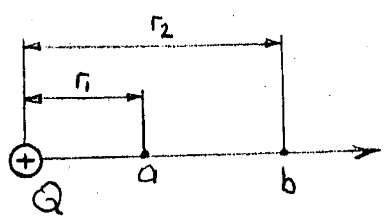
$$W = Q\int_a^b E.ds \quad \text{olup, gerilim ise} \quad U_{ab} = \int_a^b \vec{E}.\vec{ds} \quad \text{dir.}$$

Şayet Q yükü bir alan çizgisi boyunca herhangi bir eğri boyunca hareket ederse

$$U_{ab} = \int_a^b E.ds.\cos\alpha$$

bağıntısı kullanılır. (α) $\vec{E}$ vektörü ile eğrinin teğetleri doğrultusundaki ve b ye doğru yönelen ds vektörü arasındaki açıdır.

Şekil 4.13'de Q yükünden r_1 ve r_2 uzaklığında bulunan iki nokta arasındaki gerilim:



Şekil 4.13

$$U_{ab} = \int_{r_1}^{r_2} E.dr \quad \text{den}$$

$$E = \frac{Q}{4\pi\varepsilon r^2} \quad \text{olduğundan}$$

$$U_{ab} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon}\int_{r_1}^{r_2}\frac{dr}{r^2}$$

$$U_{ab} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon}\left|-\frac{1}{r}\right|_{r_1}^{r_2} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon}\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)$$

formülü ile bulunur. a noktasının potansiyeli

$$U_a = \frac{Q}{4\pi\varepsilon r_1}$$

ve b noktasının potansiyeli

$$U_b = \frac{Q}{4\pi\varepsilon r_2}$$

olduğundan

$$U_{ab} = U_a - U_b = \frac{Q}{4\pi\varepsilon}\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right) \quad \text{olur.}$$

4.5. Gauss Teoremi:

Merkezinde bir q nokta pozitif yükü bulunan, herhangi yarıçaplı bir küresel yüzeyden geçen toplam kuvvet çizgisi sayısı nümerik olarak q'ye eşittir.

$$E=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{q}{r^2} \text{ veya } \varepsilon_0.E=\frac{1}{4\pi}\cdot\frac{q}{r^2} \text{ den}$$

$$q=\varepsilon_0.E.4\pi r^2=\varepsilon_0.E.S=D.S$$

olup kuvvet çizgilerini N'le gösterirsek, Gauss Teoremine göre, herhangi bir kapalı yüzeyden, dışarı doğru geçen net kuvvet çizgileri sayısı yüzey içindeki net pozitif yüke eşittir.

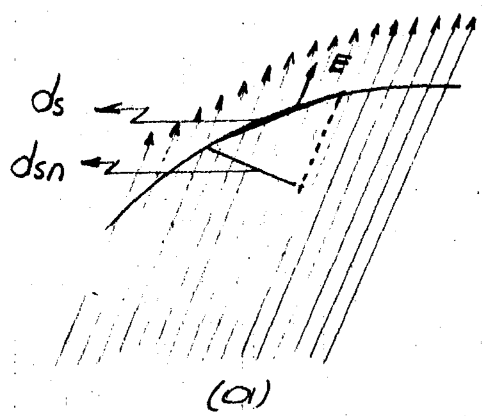
$$N=\sum q$$

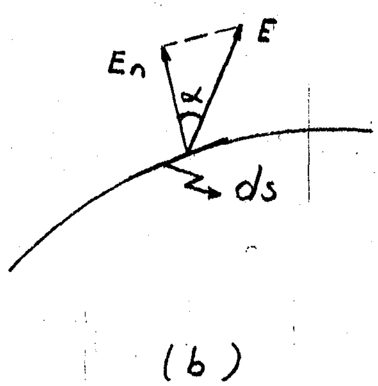
$\vec{D}$ deplasman vektörünün akısı ile ilgili olarak Gauss Teoremini şu şekildede ifade edebiliriz.

$\vec{D}$ vektörünün kapalı bir yüzeyden geçirdiği akı, bu yüzeyin kapladığı bölge içinde bulunan yüklerin cebirsel toplamına eşittir.

Bu kanunun pratik fayd sı N net kuvvet çizgisi sayısının elektrik şiddeti cinsinden ifade edilebilmesidir. Herhangi bir biçimde, bir yüzey için, herhangi bir keyfi yük dağılımı tarafından meydana getirilen alan içinde, kuvvet çizgileri yüzeyi genel olarak dik açılarla kesmezler ve şiddet yüzeyin bir noktasından öbürüne değişir. Şekil 4.14 (a)'da ds yüzeyinden geçen alan çizgileri görülmektedir. ds elamanının merkezindeki elektrik alan şiddeti E olup ds yüzeyinden geçen çizgi sayısı

$$dN=\varepsilon_0.E.ds_n=\varepsilon_0.E.ds.\cos\alpha \text{ dır}$$





Şekil 4.14

Şekil incelenirse ds'den geçen çizgiler dsn'den geçen çizgilerdir. Yukarıdaki Denklemi,

$$dN = \varepsilon_0 (E . \cos\alpha) . ds$$

şeklinde yazarsak $E . \cos\alpha$ şekil 4.14 b'de E'nin ds'ye normal bileşeni olan En dir. Böylece çizgiler bir yüzeyden herhangi bir doğrultuda geçtikleri vakit yüzeyin bir elamanından geçen kuvvet çizgilerinin sayısı

$$dN = \varepsilon_0 . E_n . ds \quad olur.$$

Dağılmış yükü çevreleyen yüzey ds_1 , ds_2 . . . . v. s. yüzölçümlü bir çok elamana bölünmüş olsun E_{n_1} , E_{n_2} . . . v. s. bu elamanların merkezlerinde elektrik alan şiddetlerinin normal bileşenini göstersin. Bu takdirde elamanlarından geçen kuvvet çizgileri, $dN_1 = \varepsilon_0 . E_{n_1} . ds_1$, $dN_2 = \varepsilon_0 . E_{n_2} . ds_2$ . . . . v. s. olacağından bütün yüzeyden geçen kuvvet çizgilerin toplamı,

$$N = dN_1 + dN_2 + \dots + dN_n = \varepsilon_0 (E_{n_1} . ds_1 + E_{n_2} . ds_2 + \dots + E_{nn} . ds_n)$$

$$= \varepsilon_0 \sum E_n . ds \quad olur.$$

limitte yüzey elamanları çok küçük seçildikleri vakit

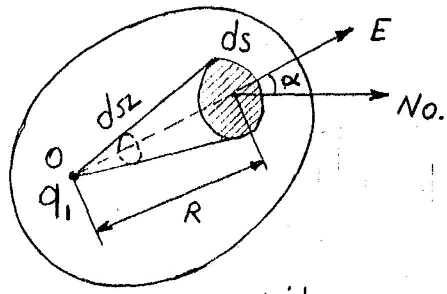
$$N = \varepsilon_0 \int E_n . ds$$

olurki integral limitleri bütün yüzeyi kaplayacak şekilde seçilirse N'ni En cinsinden ifade etmiş olduğumuzdan

$$\varepsilon_0 \int E_n . ds = \sum q$$

olarak elde ederizki burada $\sum q$ yüzey içersinde bulunan net pozitif yüktür. Bu bağıntı Gauss teoremidir.

Bu teoremi şekil 4.15'de görüldüğü değişik bir yüzey ve diferansiyel katı açıdan istifade ederek çıkartalım.



Şekil 4.15

Şekil 4.15'de görüldüğü gibi içinde noktasal bir yük bulunan kapalı bir s yüzeyi düşünelim. O noktasında bulunan q_1 yükünün s yüzeyi üzerindeki bir diferansiyel yüzey parçasından geçirdiği diferansiyel akı $d\phi_E = E.ds.\cos\alpha$

olup bunun yerine D vektörünün akısını yazarsak

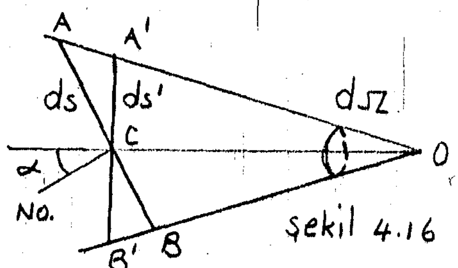
$$d\phi_D = D.ds\cos\alpha = \frac{q_1}{4\pi R^2}.ds.\cos\alpha$$

elde edilir. diferansiyel katı açı:

$$d\Omega = \frac{ds.\cos\alpha}{R^2}$$

olduğundan

$$d\phi_D = \frac{q_1}{4\pi}.d\Omega$$



Şekil 4.16

bulunur. Diferansiyel katı açının bağıntısını şu şekilde bulabiliriz. Şekil 4.16'da görüldüğü gibi tepesi o ve tepedeki katı açısı sonsuz küçük $d\Omega$ ya eşit olan diferansiyel bir koni alalım. Bu koninin herhangi bir yüzey üzerinde ayırdığı diferansiyel AB kısmının yüzölçümü ds olsun. ds çok küçük olduğundan bir düzlem olarak kabul edilebilir. O noktasının ds yüzey parçasına uzaklığı $OC = R$ ile ve diferansiyel koninin, yarıçapı R ve merkezi O olan küre üzerinde sınırladığı ds'ye eşit yüzey parçasını $A'B'$ ile gösterirsek

$$d\Omega = \frac{ds'}{R^2}$$

OC'nin AB'ye normalle yaptığı açı α olsun $A'B'$ yüzeyinide çok küçük olduğu için, bir düzlem olarak kabul edebiliriz.

Bu takdirde ds'nin ds' ile yaptığı açı α dır. Şu halde

$ds' = ds.\cos\alpha$ olacağından $d\Omega =$

Şekil 4.15'de q_1 yükünün meydana getirdiği D vektörünün bütün s yüzeyinden geçirdği akı ise, bu yüzeyi teşkil eden bütün diferansiyel ds yüzeylerinden geçirdiği diferansiyel akıların toplamıdır. Bu toplam q_1 in bulunduğu O noktası etrafındaki bütün $d\Omega$ katı açılarının toplamını hesaplamayı gerektirir. Halbuki, bir nokta etrafındaki katı açı 4π steradyan olduğundan, q_1 yükünün meydana getirdiği D vektörünün geçirdiği akı

$$\int_0^{4\pi} \frac{q_1}{4\pi}\, d\Omega = q_1 \quad \text{olur.}$$

Kapalı S yüzeyi içinde bulunan diğer noksal yüklere tekabül eden akılarda aynı şekilde bulunacağından; bütün yüklerin meydana getirdiği bileşke D vektörünün bu yüzeyden geçirdiği toplam akı

$$\emptyset_D = \Sigma q$$

şeklini alır. Σq yüklerin cebirsel toplamıdır.

D vektörünün ds yüzeyine normal olan Dn bileşenini $D.\cos\alpha$ gösterirse

$$d\emptyset_D = D_n \cdot ds$$

ve diferansiyel akıların S yüzeyi için toplamını almak, yani bu ifadenin S yüzeyi boyunca integralini hesaplamak gerekir. Bu durumda

$$\emptyset_D = \int_S d\emptyset_D = \int_S D_n \cdot ds \quad \text{veya} \quad \emptyset_D = \oint_S D_n \cdot ds = \Sigma q$$

ifadesi bulunurki bu ifade deplasman vektör nün modülüne göre yazılmış bir ifadedir.

O noktasındaki yükün s kapalı yüzeyinden geçirdiği toplam deplasman akısı

$$\int_0^{2\pi} \frac{q}{4\pi} d\Omega = \frac{1}{2} q \text{ dur.}$$

S yüzeyi üzerindeki bütün yüklerin bu yüzeyden geçirdikleri toplam akı ise

$$\phi = \frac{1}{2} \Sigma q \text{ olur.}$$

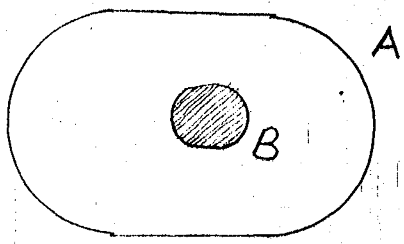
4.6 İletkenlerde Elektrik Yükü

Yabancı etkilerden uzakta, tek başına bulunan bir iletken üzerindeki elektrik yükü, iletken cismin her tarafında serbestçe dolaştığından bu yük iletkenin her noktasına dağılmıştır.

Şu halde bir iletken üzerinde bulunan elektrik yükleri başka yüklerin etkisi ile kolayca hareket edebilirler. Ancak hiçbir kuvvete maruz kalmadıkları takdirde denge halinde bulunabilirler. Bu özelliğe dayanarak iletkenin tanımını yapmak mümkündür.

Bir cismin herhangi bir noktadaki elektrik yükü, ancak kendini hareket ettirmeye çalışan hiçbir kuvvetin etkisi altında kalmadığı zaman denge halinde bulunabiliyorsa, bu cisim bir iletkendir.

Üzerinde elektrik yükü denge halinde olan bir iletken alalım. Eğer bu iletkenlerin içinde herhangi bir noktadaki elektrik yüklerini düşünecek olursak, iletkendeki yükler denge halinde bulunduklarına göre, bu noktadaki yükler hareket etmezler. Şu halde bunlar üzerine etkiyen kuvvetlerin bileşkesi sıfırdır. Bu ise iletken içinde alınan herhangi bir noktada alan şiddetinin sıfır olduğunu gösterir. Şekil 4.17'deki A iletkeni içinde herhangi bir B kapalı yüzeyi ele alacak olursak, iletken içinde alan sıfır olduğundan B yüzeyinden dışarı çıkan akıda sıfırdır.



Şekil 4.17

Halbuki Gauss teoremine göre bu akı, kapalı yüzey içindeki yüklerin toplamına eşittir. Şu halde

$$\Sigma q = 0 \quad dır$$

Demekki denge halinde bir iletken içinde net bir elektrik yükü bulunmaz. Halbuki A iletkeni elektrik yükü ile yüklü bir iletken olduğuna göre, bütün elektrik yükünün iletkenin dış yüzeyine dağılmış olması gerekir.

4.6.1. Bir İletkenin Potansiyeli: Bütün diğer elektrik yüklerinden uzakta ve üzerindeki yükler denge halinde bulunan bir iletken düşünelim. Bu iletken üzerinde herhangi bir M noktasındaki potansiyel, q yüklerinin M noktasına uzaklığı R ile gösterilirse

$$\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\Sigma\frac{q}{R} \quad ye$$

eşittir. Bu potansiyel iletkenin her noktasında aynıdır. Aksi takdirde, pozitif yükler küçülen potansiyel ve negatif yüklerde büyüyen potansiyel yönünde hareket etmek isteyeceklerdir. Bu durumda iletken üzerinde bir yük hareketi meydana gelir. Halbuki yüklerin denge halinde bulundukları kabul edildiğine göre, iletkenin her noktasının potansiyeli aynıdır. E=o olduğundan

$$du/d_N = 0 \quad dan \quad du = 0 \quad ve \int du = u$$

sabit olması gerekir. Daha önce söylediğimiz gibi bir iletkenin potansiyeli, bu iletken üzerinde bir M noktasında bulunan

+1 yükün yere gitmekle yaptığı işe eşittir. Yerin potansiyeli 0 olduğundan $+1 \cdot (U_m - 0) = U_m$ dir.

Bir iletkenin potansiyelinin işareti yükünün işaretinin aynıdır. Pozitif veya negatif bütün yükler yere gitmek isterler. Eğer yük pozitifse bu yükü taşıyan iletkenin potansiyelide pozitif ve yerin potansiyeli sıfır olduğundan, iletkenin potansiyeli yerin potansiyelinden büyüktür. Pozitif yükler, küçülen potansiyel yönünde hareket ettiklerinden iletkenin yükü yere gitmek ister. Eğer yük negatifse, iletkenin potansiyeli yerin potansiyelinden küçüktür, ve negatif yükler büyüyen potansiyel yönünde hareket edeceklerinden, iletkenin yükü gene yere gitmek ister.

4.6.2. Bir İletkenin Çok Yakınında ve Üzerindeki Noktalarda Alan Şiddetleri: Elektrostatik Basınç: Tek başına ve yükü denge halinde bulunan bir iletkenin bütün yükü dış yüzeyine dağılmış olduğuna göre, birim yüzeye isabet eden bir σ yüzey yoğunluğu düşünülebilinir. Böyle bir iletkenin bütün yükü, içinden dışarıya doğru atılmış olduğu için dış yüzeyinde toplanmış gibi düşünülebilir. Elektrik yüklerinin, iletkenin dış yüzeyindende fırlayarak gitmelerine, iletkeni kaplayan yalıtkan cisim, mesela hava engel olmaktadır. Bu takdirde yükleri iletkenden dışarı atmaya çalışan bir kuvvet vardır. birim yüzeye isabet eden bu kuvvete elektrostatik basınç adı verilir.

İletkenin dış yüzeyinde toplanan elektrik yükleri kendi yakınlarında bir alan meydana getirirler. Bir iletkenin dış yüzeyi yakınında bir noktada alan vektörü bu yüzeye dik, iletkenin yükü pozitif olduğu takdirde yönü içeriden dışarı doğru ve şiddeti $\dfrac{\sigma}{\varepsilon_0}$ dir.

Çünkü $\sigma . ds$ akısı tamamen ds yüzeyinden geçmektedir. $\vec{D}$ ve $\vec{E}$ vektörleri ds yüzeyine dik olduklarından bu akının değeri

$$D.ds = \varepsilon_0 . E.ds$$

Gauss teoremine göre

$$D.ds = \sigma . ds \quad \text{olduğundan}$$

$$D = \sigma = \varepsilon_0 . E \quad \text{buradan} \quad E = \frac{1}{\varepsilon_0} \sigma$$

elde edilir. Eğer iletken üzerinde bir nokta alınırsa, bu noktada alan şiddeti

$$\frac{\sigma}{2\varepsilon_0} \text{ ra}$$

eşittir.

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} \quad \text{olduğundan}$$

iletkenin dışında ve bu iletkenin hemen yakınında bulunan bir noktada alan şiddeti

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$$

Bir iletken cisim üzerindeki yük dağılışı bu cismin şekline bağlıdır. Potansiyeli değiştirmeksizin, sadece sivri uçlar teşkil ederek yükleri buralarda toplamak ve böylece sivri uç civarında alan şiddetini artırmak mümkündür. Meydana gelen bu şiddetli alanın etkisi ile bu sivri uç yakınında hava iyonlaşır, yani atomlar nötr halden çıkıp pozitif ve negatif elektrik yükü ile yüklenirler eğer sivri uçun yükü pozitifse, negatif iyonlar sivri uç tarafından çekilir ve pozitif iyonlarda itilir. Bunun iki türlü sonucu görülür.

a) İletkenin pozitif yükünün bir kısmı, aldığı negatif iyonlar etkisi ile nötrleşir ve dolayisiyle iletken yükü azalır.

b) Pozitif iyonlar iletkenden uzaklaştığı için, sanki iletkenin pozitif yükü sivri uçtan dışarıya kaçıyormuş gibi görünür. Hatta iletkenin sivri uçundan uzaklaşan pozitif iyonlar eğer iletkenin meydana getirdiği alan şiddeti yeter büyüklükte ise hava ceryanı bile meydana getirebilirler.

Yüksek potansiyelli iletkenlerde elektrik yükü kaybına neden olurlar. Çünkü yüksek potansiyelli iletkenin yakınında alan şiddetide büyük olur. Bu olay yüksek enerji iletim hatlarında korona etkisi ile tanımlanır. Bu enerji kaybınada neden olur.

4.7. Çizgisel Yük Kaynağı Alanı:

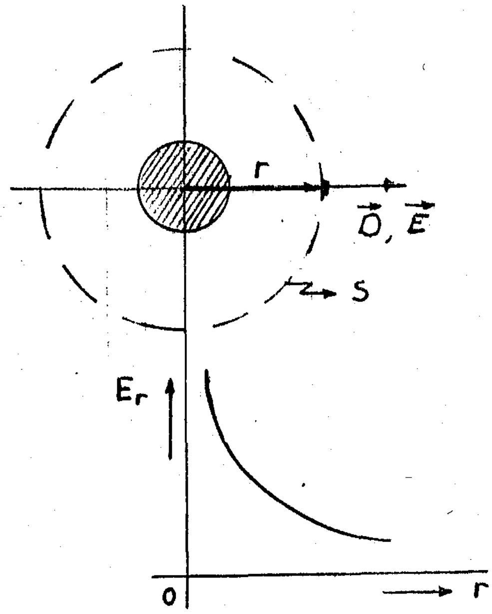
Yarı çapı sonsuz küçük olan düzgün yüklü, çok uzun doğrusal bir iletken, çizgisel bir yük kaynağı olarak düşünülebilir. Böyle bir kaynağın alanı çizgileri iletkeni dik olarak keserler. Çizgisel yük kaynağına dik paralel düzlemlerdeki alan şekilleri birbirinin aynı olur. Alan değişimi sadece radyal yönde meydana gelir. Bu nedenle, bu gibi alanlara iki boyutlu olan veyahut diğer bir deyimle paralel düzlemsel alanlar denir.

Çizgisel yük kaynağının ℓ uzunluğundaki bir parçasını ele alalım. Bu parçanın toplam yükü Q olsun kaynağın çizgisel yük yoğunluğunu

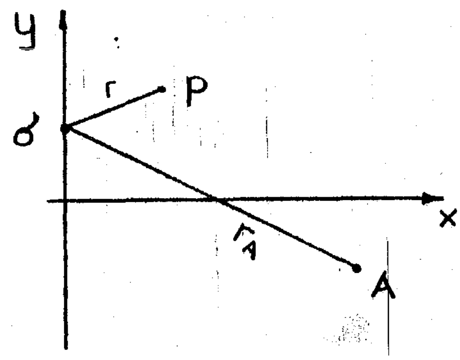
$$\sigma = \frac{Q}{\ell}$$

olarak gösterelim. Yük kaynağını kuşatan eş eksenli r yarı-çaplı bir silindir, yüzeyine Gauss teoremini uygulayalım. Her iki ucundan eksene dik birer düzlem ile kesilen yük kaynağı ile birlikte r yarı çaplı eş eksenli silindirin her iki ucuda bu düzlemler tarafından aynı şekilde dik olacak şekilde kesilecektir. Silindirin her iki ucunda deplasman vektörleri, kesilen yüzeylere paralel olacağından, bu yüzeylerdeki deplesman akılarıda sıfır olur. Böylece uç tesirlerinin ortadan kalkması sağlanmış olur.

Şekil 4.18'de görülen söz konusu r yarı çaplı silindir yüzeyine Gauss teoremi uygulandığında bu yüzeyin herhangi bir p noktasındaki deplasman ve alan şiddeti için:



Şekil 4.18



Şekil 4.19

$$\vec{D} = \vec{u}_r \cdot D_r$$

$$\oint_S \vec{D} \cdot \vec{ds} = \oint_S D_r \, ds = D_r \cdot 2\pi r \cdot \ell = Q = \sigma \cdot \ell \quad \text{ve} \quad D_r = \frac{\sigma}{2\pi r}$$

$$E_r = \frac{\sigma}{2\pi \varepsilon r} \quad , \quad \vec{E} = \vec{u}_r \cdot E_r$$

bağıntıları elde edilir. Çizgisel yük kaynağının potansiyel alanı ise:

$$U = -\int \vec{E} \cdot \vec{dr} = -\int E_r \, dr = -\frac{\sigma}{2\pi\varepsilon} \int \frac{dr}{r} = -\frac{\sigma}{2\pi\varepsilon} \ln r + K$$

bağıntısından bulunur. Burada K integral sabitinin değeri potansiyel sıfır kabul edilen referans noktasına göre sınır şartlarından bulunur. Referans noktasını A ile ve referans noktasının çizgisel yük kaynağına olan uzaklığını r_A ile gösterelim. Şekil 4.19 referans noktanın potansiyeli

$$r = r_A \quad \text{için}$$

sıfır olacağına göre

$$(U_A = 0) \, , \quad K = \frac{\sigma}{2\pi\varepsilon} \ln r_A$$

olup ve dolayisiyle potansiyel ifadesi içinde

$$U = -\frac{\sigma}{2\pi\varepsilon} \ln \frac{r}{A} = \frac{\sigma}{2\pi\varepsilon} \ln \frac{r_A}{r} \quad \text{bağıntısı bulunur.}$$

4.7.1 Dairesel Kesitli Bir İletkenin Alanı:

Buraya kadar umumiyetle yarı çapı sonsuz küçük olan noktasal bir yükün alanı ele alınmıştır. Uzayda izotrop ve homojen bir ortamda bulunan ve yarı capı R, uzunluğu l ve toplam yükü Q olan bir iletkenin alananı bulalım. İletken yarı capının, iletken uzunluğuna göre çok küçük olduğunu $R \ll l$ kabul edelim. Uzayda yalnız başına bulunan böyle bir iletkende, uç tesirler ihmal edilmek suretiyle, iletken üzerindeki yüklerin düzgün olarak dağıldığı ve bunun sonucu olarakta alanın simetrik bir alan olabileceğini kabul edebiliriz. Bu durumda iletkenin alanı, iletkenin eksenindeki çizgisel yük kaynağının alanı ile özdeş olacağından, çizgisel yük kaynağı için bulunan bağıntılar buradada kullanılabilir. Yüzeysel yük yoğunluğu burada

$$\sigma = \frac{Q}{l}$$

olduğuna göre, iletken yüzeyindeki alan şiddeti için diğer bir deyimle maksimum alan şiddeti için $(r = R)$,

$$E_r = \frac{\sigma}{2\pi\varepsilon} \cdot \frac{1}{r} \quad \text{bağıntısından} \quad E_{max} = \frac{\sigma}{2\pi\varepsilon} \cdot \frac{1}{R}$$

ve alan şiddeti değişimi içinde

$$E_r = E_{max} \cdot \frac{R}{r}$$

bağıntısı elde edilir.

Potansiyeli sıfır kabul edilen A referans noktasının iletken eksenine olan uzaklığı r_A olduğuna göre herhangi bir P noktasındaki potansiyel için:

$$U_P = \int_P^A E_r . dr = \int_P^A \frac{\sigma}{2\pi\varepsilon} \cdot \frac{dr}{r} = \frac{\sigma}{2\pi\varepsilon} \int_P^A \frac{dr}{r} = \frac{\sigma}{2\pi\varepsilon} \Big[\ln r \Big]_P^A$$

$$U_P = \frac{\sigma}{2\pi\varepsilon} \ln \frac{r_A}{r}$$

bağıntısı yazılabilir. Buradan

$$U = E_{max} \cdot R . \ln \frac{r_A}{r}$$

bağıntısı elde edilir.

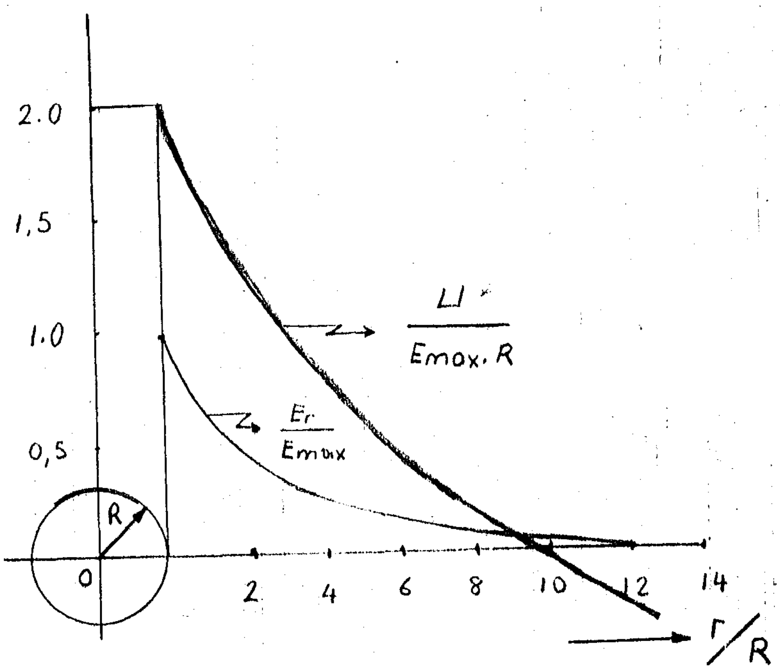
Alan şiddeti ve potansiyelin

$$E_r / E_{max} \quad \text{ve} \quad U / E_{max} \cdot R$$

bağıl değerlerinin, r/R bağlı olarak değişimi şekil 4.20'de gösterilmiştir. Burada referans nokta

$$(U = 0) \ , \ r/R = 10$$

değerine tekabül eden değeri için seçilmiştir.



Şekil 4.20

4.7.2. Eş Eksenlli İki Silindir Ar asındaki Alan:

Yarı çapları R_1 , R_2 ve uzunluğu l olan eş eksenli silindirik sistemin bir gerilim kaynağına bağlandığını ve dış elektrodun topraklandığını farz edelim. Bu durumda elektrot yükleri zıd işarette olmak üzere $Q_1 = -Q_2 = Q$ birbirine eşit ve potansilelleri $U_1 = U$, $U_2 = 0$ ve dolayisiyle dış alan sıfır olur. Bu sistemin alanı çizgisel bir yük kaynağı alanından gidilerek bulunabilir. Yük yoğunluğu σ olduğuna göre alan şiddeti ve potansiyel için

$$r = R \quad ve \quad U_2 = 0$$

şartı gözönüne alınarak:

$$E_r = \frac{\sigma}{2\pi\varepsilon} \cdot \frac{1}{r} , \quad U = -\int E_r \cdot dr = \frac{\sigma}{2\pi\varepsilon} \ln \frac{R_2}{r}$$

bağıntıları elde edilir.

$$r = R_1 \quad ve \quad r = R_2 \quad için \quad U_1 - U_2 = U_{12}$$

sınır şartları gözönüne alındığında gerilim için:

$$U_{12} = U_1 - U_2 = \int_{R_1}^{R_2} E_r \cdot dr = \frac{\sigma}{2\pi\varepsilon} \ln \frac{R_2}{R_1}$$

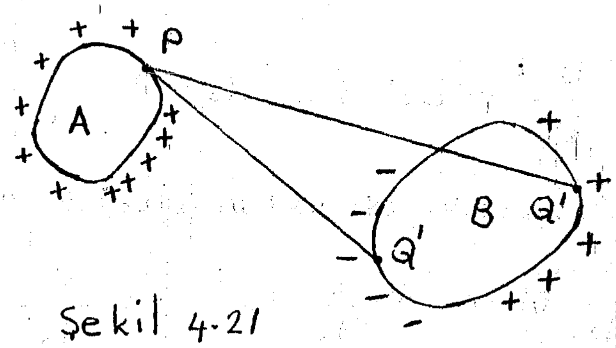
bağıntısı elde edilir.

4.8. Kapasite:

Bir iletkenin elektrik bakımından durumu, yüküne ve potansiyeline bağlıdır. Yükü ve potansiyeli bilinen bir iletkenin elektriksel durumu tamamen belirlidir. Yükün potansiyele oranına "Kapasite"denir. C harfi ile gösterilir Birimi Faraddır.

Her türlü elektriksel etkilerden uzakta bulunan bir iletkenin kapasitesi iletkenin yükü Q ve potansiyeli U olmak üzere

$$C = \frac{Q}{U}$$

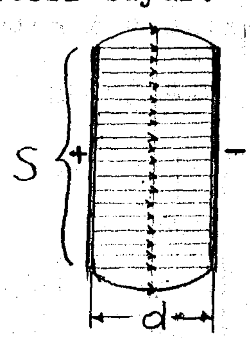


Şekil 4.21

B iletkeni A'ya yaklaştırılınca bunun üzerindeki $+Q'$ ve $-Q'$ yüklerininde P noktasında meydana getirecekleri potansiyelleri hesaba katmak gerekir. $+Q'$ ve $-Q'$ yüklerinin (P) noktasında meydana getirdikleri potansiyel negatif bir sonuç verir. Dolayisiyle B iletkeni A'ya yaklaştırılınca A iletkenin potansiyeli azalır.

$$C = \frac{Q}{U}$$

bağıntısından kapasitesi büyür.



Şekil 4.22

Şekil 4.22'de görüldüğü gibi paralel levhalı kondansatörün levhalarındaki alanın homojen olduğu kabul edilirse levhalar arasındaki gerilim U ile gösterilirse alan şiddeti:

$$E = \frac{U}{d} \quad \text{dir.}$$

Kondansatörün S yüzeyinden çıkan elektrik akısı Q'ya eşit olacağından akı yoğunluğu

$$\sigma = D = \frac{Q}{S}$$

ve diğer tarafta,

$$D = \varepsilon . E$$

iletken arasındaki havada levhalar arasındaki dielektrik maddedir. Şekil 4.25'de görülen sistemde yerin etkisini nazari ihtibare almadan bu iki iletkenin kapasitesini bulalım.

Eşit yarı çaplı paralel iki silindir sisteminde silindir yarı çapları eksenler arasındaki açıklığa nazaran $R \ll d$ çok küçük olması halinde, paralel iki iletkenden teşekkül eden sistem elde edilir.

İletkenlerin yarı çapları $R_1 = R_2 = R$, boyları ℓ ve iki iletkenin eksenleri arasındaki uzaklık d olsun. Bu iletkenler bir gerilim kaynağına bağlandığında iletkenlerin yükleri zıt işaretli olmak üzere birbirine eşit olur.

$$Q_1 = -Q_2 = Q$$

Merkezi O da bulunan iletkenin P noktasında meydana getirdiği alan şiddeti:

$$E = \frac{\varnothing}{\varepsilon . S} \quad dir.$$

Burada $\varnothing$ deplasman akısı, s ise merkezi o ve yarı çapı r ye eşit olan daire kesitli ve ℓ boyundaki silindirin yanal yüzeyinin yüz ölçümüdür.

$$S = 2\pi r . \ell$$

İletken yüklerini, iletkenlerin boyları çaplarına göre çok büyük olacağından çizgisel yük kaynağı olarak kabul edilebilir. Çizgisel yük kaynağından giderek, bu iki iletkenin P noktasında meydana getirdikleri maksimum alan şiddet bulunabilir.

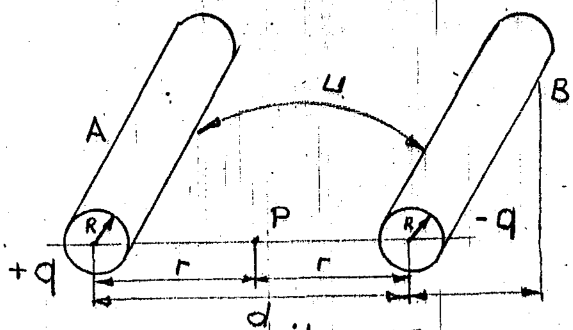
S yüzeyinden çıkan deplasman akısı

$$\varnothing = \varepsilon . E . S = 2\pi r . \ell . \varepsilon . E$$

olup Gauss teoremine göre $\varnothing = Q$ olduğundan

$$Q = \varepsilon . E . 2\pi . r . \ell$$

bulunur. Yük yoğunluğu $q_1 = -q_2 = \sigma = q = Q/\ell$



ifadesi ile gösterilirse

$$q = \varepsilon . E . 2\pi . r$$

bağıntısından alan şiddeti

$$E = \frac{q}{\varepsilon . 2\pi . r}$$

Şekil 4.25

bulunur. O halde şikil 4.25'de sözü edilen iletkenlerin P noktasında meydana getirdikleri alan şiddetleri:

$$\vec{E_1} = \frac{q}{2\pi\varepsilon . r} . \vec{u_r} \quad , \quad \vec{E_2} = \frac{q}{2\pi\varepsilon . r} . \vec{u_r}$$

P noktasındaki alan şiddeti:

$$\vec{E} = \vec{E_1} + \vec{E_2}$$

olacağından,

$$E_r = 2 \frac{q}{2\pi\varepsilon . r} = \frac{q}{\pi . \varepsilon . r}$$

olur. İletkenler arasındaki gerilim,

$$U = U_A - U_B = \int_R^{d-R} E_r . dr = \frac{q}{\varepsilon . \pi} \int_R^{d-R} \frac{dr}{r} = \frac{q}{\pi . \varepsilon} \Big| Ln\, r \Big|_R^{d-R} \quad ve$$

$$U = \frac{q}{\pi\varepsilon} Ln \frac{d-R}{R}$$ bulunur. Burada R, $d-R$

ile gösterilen integral sınırlarıdır. Çünkü iki iletken arasındaki açıklık R'den d-R'ne kadardır. $R \ll d$ olduğundan d mesafesi yanında iletken yarı çapı ihmal edilebilir. Bu takdirde:

$$U = \frac{q}{\pi . \varepsilon} Ln \frac{d}{R} \quad olur.$$

$$C = \frac{Q}{U} = \frac{q . \ell}{U} \quad ve$$

$$\frac{q}{\pi . \varepsilon} = \frac{U}{Ln \frac{d}{R}}$$

bağıntıları yarıdımı ile paralel iki iletkenli hattın kapasitesi için:

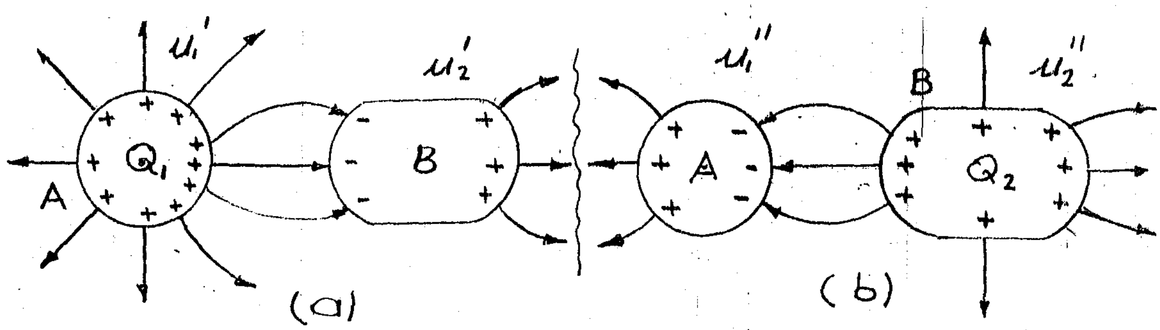
$$C = \frac{\pi \cdot \varepsilon \cdot l}{Ln \frac{d}{R}} = \frac{2\pi \cdot \varepsilon \cdot l}{2\, Ln \frac{d}{R}}$$

bağıntısı bulunur.

4.9. **Yüklerin Potansiyele Etkisi:**

Elektrikle yüklü birbirine karşı yalıtılmış cisimlerden teşekkül eden çok iletkenli bir sistemde herhangi bir iletkenin potansiyeli, yalnız bu iletkenin yüküne bağlı, değil aynı zamanda sistemi teşkil eden diğer bütün iletkenlerin yüklerinede bağlıdır. Elektrik yükü ve potansiyel skalar bir büyüklük olduğundan, bahis konusu edilen iletkenin potansiyeli, iletkenin kendi yükünden başka diğer bütün iletken yüklerinin bu iletken üzerinde meydana getirdikleri potansiyellerin cebirsel toplamına eşittir. Ortamda dielektrik sabiti alan şiddetine bağlı olmadığı takdirde, söz konusu sistemde her bir iletkenin potansiyeli, sistemde bulunan bütün iletken yüklerinin lineer bir fonksiyonu olur.

Şekil 4.26 a ve b'de gösterildiği gibi iki elektroddan teşekkül eden sistemi ele alırsak, şekil (a)'da A elektrodunun $+Q_1$ yükü ile yüklendiği, buna karşılık B elektrodunun yüksüz olduğu farz edilmiştir.



Şekil 4.26

Q_1 yükünün B elektrodu üzerinde uzaktan teşir suretiyle meydana getirdiği yüklerin toplamı sıfırdır. Bu durumda elektrodların potansiyelleri Q_1 yüküne bağlı olarak

$$U_1' = a_{11} \cdot Q_1 \quad , \quad U_2' = a_{21} \cdot Q_1$$

şeklinde yazılabilir.

Şekil b'de ise B elektrodunun $+Q_2$ yükü ile yüklendiği, A elektrodunun ise yüksüz olduğu farz edilmiştir. Burada B elektrodunun uzaktan tesir suretiyle A elektrodu üzerinde meydana getirdiği yüklerin toplamı sıfırdır. Bu durumda elektrodların potansiyelleri Q_2 yüküne bağlı olarak:

$$U_1'' = a_{12} \cdot Q_2 \quad , \quad U_2'' = a_{22} \cdot Q_2$$

şeklinde yazılabilir.

Her iki elektrodun söz konusu yükler ile yüklenmiş olması halinde ise, elektrodların potansiyelleri her iki haldeki potansiyellerin toplamına eşit olur.

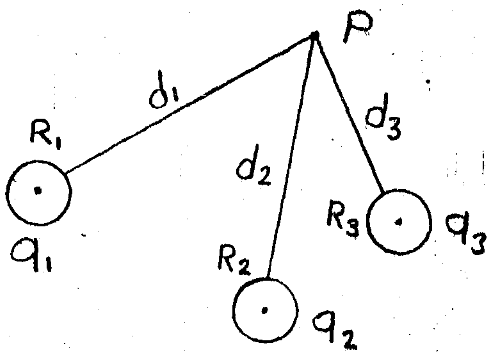
$$U_1 = U_1' + U_1'' = a_{11} \cdot Q_1 + a_{12} \cdot Q_2$$

$$U_2 = U_2' + U_2'' = a_{21} \cdot Q_1 + a_{22} \cdot Q_2$$

Bu denklem sisteminde a_{11}, a_{22} katsayıları öz potansiyel katsayıları a_{12}, a_{21} ise karşı potansiyel katsayılarıdır. Aslında söz konusu sistemdeki (a) katsayıları, Q yükü ile U potansiyelleri arasındaki bağıntıyı sağlayan

$$\left[\frac{1}{\text{Kapasite}} = \frac{1}{C} \right]$$

birer orantı faktörüdür. Bu katsayılar elektrodların şekillerine, daha doğrusu yüzeysel boyutlarına, elektrodlar arasındaki uzaklığa ve ortamın dielektrik sabitine bağlıdır.



Şekil 4.27

Şekil 4.27'de bir birim uzunlukta yarı çapları

R_1 , R_2 , R_3

ve yükleri q_1 , q_2 , q_3 olan üç iletkenli bir sistem görülmektedir. Alan şekline toprağın etkisi ihmal edildiğinde, bu yüklerin P noktasında meydana getirdikleri potansiyel, bu üç yükün bu noktada meydana getirdikleri potansiyellerin toplamıdır.

$$U_P = U_{P_1} + U_{P_2} + U_{P_3} = \frac{q_1}{2\pi\varepsilon_0} \ln\frac{d_1}{R_1} + \frac{q_2}{2\pi\varepsilon_0} \ln\frac{d_2}{R_2} + \frac{q_3}{2\pi\varepsilon_0} \ln\frac{d_3}{R_3}$$

potansiyel katsayıları :

$$a_{P_2} = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0} \ln\frac{d_1}{R_1} , \quad a_{P_2} = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0} \ln\frac{d_2}{R_2} , \quad a_{P_3} = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0} \ln\frac{d_3}{R_3}$$

olduğundan

$$U_P = a_{P_1} \cdot q_1 + a_{P_2} \cdot q_2 + a_{P_3} \cdot q_3$$

şeklinde yazılabilir.

4.9.1 Toprak Üstünde Bir İletkenli Hattın Potansiyeli:

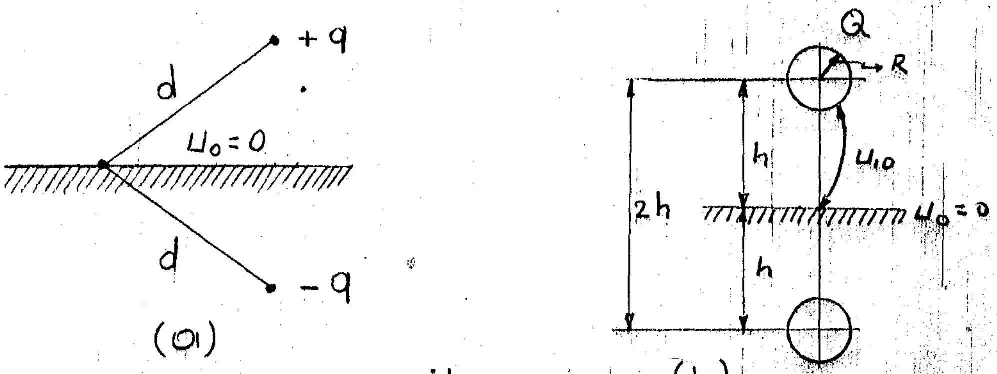
Enerji iletim hatları mekanda tam serbest olarak tertiplenmiş olmayıp daima iletken olarak kabul ettiğimiz toprağın yakınındadırlar. Toprağın potansiyelinin sabit olması neticesinde alan kuvvet hatları toprak üzerine dik olduklarından, toprağın potansiyel üzerine tesiri yerine, bir iletkenimki düşünülebilir. Bunun içinde +q yükü bulunan hakikaten mevcut iletkenlere simetrik olarak -q yüklü iletken kabul edilir. Şekil

4.28 a'da, yükleri çizgisel yük kabul edip toprak üzerindeki potansiyelini hesaplarsak

$$U_o = -\frac{q}{2\pi \varepsilon_o} Ln\, d + \frac{q}{2\pi \varepsilon_o} Ln\, d + c'$$

elde edilir.

Toprağın potansiyeli sıfıra eşit kabul edilirse, böylece iletkenlerin potansiyelleri hatların toprağa karşı gerilimlerine eşit olur ve buna görede integral sabitesi $c' = 0$ elde edilir.



Şekil 4.28

Şekil 4.25'de paralel iki iletkenli sistemde alan şekline toprağın etkisi ihmal edilmiştir. Şekil 4.28 b'de verilen toprak üstünde, toprağa paralel olarak çekilmiş bir iletkenden teşekkül eden sistemde toprak etkisi gözönüne alındığında bu sistem için gerekli bağıntılar paralel iki iletkenli sistemden giderek bulunabilir. Çünkü bu sistem tatbikat bakımından toprak üstünde bir iletkenli havai hatta eşdeğerdir. Burada toprak düzlemi paralel iki iletkenli sistemdeki simetri düzlemini teşkil edeceğinden, Böylece iki iletkenli sisteme ait bağıntılarda, Bu sistem için, d yerine $2h$ u yerine $2U_{10}$ konulduğunda söz konusu sistemin gerilimi ve kapasitesini veren aşağıdaki yaklaşık bağıntılar elde edilir.

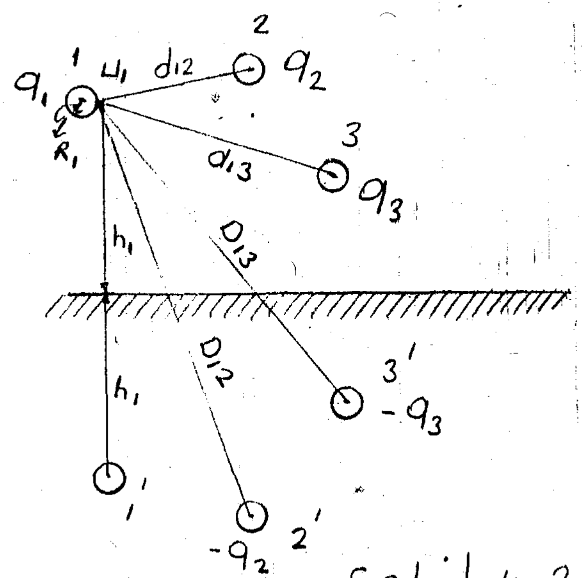
$$U_{10} = \frac{Q}{2\pi \varepsilon_0 \cdot \ell} \, Ln \, \frac{2h}{R}$$

$$C_{10} = \frac{2\pi \cdot \varepsilon_0 \cdot \ell}{Ln \, \frac{2h}{R}}$$

Maksimum alan şiddeti içinde ;

$$E_{max} = \frac{U_{10}}{R \cdot Ln \, \frac{2h}{R}}$$ yazılabilir.

4.9.2 Toprak Üzerinde Üç İletkenli Hattın potansiyeli:



Şekil 4.29

Şekil 4.29'da toprak üzerinde toprağa paralel üç iletkenli bir havai hat sistemi görülmektedir. Sistemdeki iletkenleri yarı çapları R_1, R_2, R_3 ve birim uzunluk başına yük yoğunluğu q_1, q_2, q_3 İletkenlerin boylarına nazaran çapları çok küçük olduğundan yükleri çizgisel yük kaymağı olarak düşünürsek, 1 nolu iletkenin yüzeyindeki potansiyel için aşağıdaki bağıntı yazılabilir.

$$2\pi\varepsilon_0 U_1 = -q_1 \cdot Ln R_1 - q_2 Ln d_{12} - q_3 Ln d_{13} + q_1 Ln 2h_1 + q_2 Ln D_{12} + q_3 Ln D_{13} \quad \text{veya}$$

$$2\pi\varepsilon_0 U_1 = q_1 Ln \frac{2h_1}{R_1} + q_2 Ln \frac{D_{12}}{d_{12}} + q_3 Ln \frac{D_{13}}{d_{13}} \quad \text{veyahut}$$

$$U_1 = \frac{q_1}{2\pi\varepsilon_0} Ln \frac{2h_1}{R_1} + \frac{q_2}{2\pi\varepsilon_0} Ln \frac{D_{12}}{d_{12}} + \frac{q_3}{2\pi\varepsilon_0} Ln \frac{D_{13}}{d_{13}}$$

bağıntıları kurulabilir. Denklemlerde mesela d_{12} 1 nolu iletken ile 2 nolu iletkenin merkezleri arasında mesafe D_{12} ise 1 nolu iletkenle 2 nolu iletkenin toprak görüntüsünün merkezi arasındaki mesafedir. Böylece şekil 4.29'daki sistem için, potansiyel üzerine toprak etkisi ve diğer iletken yüklerinin etkisi dikkate alındığında 2 ve 3 nolu iletken potansiyelleri içinde,

$$2\pi\varepsilon_0 U_2 = -q_1 Ln d_{21} - q_2 Ln R_2 - q_3 Ln d_{23} + q_1 Ln D_{21} + q_2 Ln 2h_2 + q_3 Ln D_{23}$$

$$U_2 = \frac{q_1}{2\pi\varepsilon_0} Ln \frac{D_{21}}{d_{21}} + \frac{q_2}{2\pi\varepsilon_0} Ln \frac{2h}{R_2} + \frac{q_3}{2\pi\varepsilon_0} Ln \frac{D_{23}}{d_{23}}$$

$$2\pi\varepsilon_0 U_3 = -q_1 Ln d_{31} - q_2 Ln d_{32} - q_3 Ln R_3 + q_1 Ln D_{31} + q_2 ln D_{32} + q_3 Ln 2h_3 \quad \text{veya}$$

$$U_3 = \frac{q_1}{2\pi\varepsilon_0} Ln \frac{D_{31}}{d_{31}} + \frac{q_2}{2\pi\varepsilon_0} Ln \frac{D_{32}}{d_{32}} + \frac{q_3}{2\pi\varepsilon_0} Ln \frac{2h_3}{R_3}$$

bağıntıları kurulabilir.

Aşağıdaki kısaltmalar yapılırsa:

$$a_{11} = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0} Ln \frac{2h_1}{R_1}, \quad a_{22} = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0} Ln \frac{2h_2}{R_2}, \quad a_{33} = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0} Ln \frac{2h_3}{R_3}$$

$$a_{12} = a_{21} = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0} Ln \frac{D_{12}}{d_{12}}, \quad a_{23} = a_{32} = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0} Ln \frac{D_{23}}{d_{23}}, \quad a_{13} = a_{31} = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0} Ln \frac{D_{31}}{d_{31}}$$

bu takdirde iletkenlerin potansiyelleri için,

$$U_1 = a_{11} \cdot q_1 + a_{12} \cdot q_2 + a_{13} \cdot q_3$$

$$U_2 = a_{21} \cdot q_1 + a_{22} \cdot q_2 + a_{23} \cdot q_3$$

$$U_3 = a_{31} \cdot q_1 + a_{32} \cdot q_2 + a_{33} \cdot q_3$$

potansiyel katsayılarına göre denklem sistemi kurulabilir.

4.10. Enerji İletim Hatlarında Kapasite Hesabı:

4.10.1. Kapasite Hesaplarında Kullanılan Bazı Terim ve Tarifler:

İletkenin Yanal yüzünün alanı: S harfi ile gösterilir birimi m^2 dir.

Yarı çapı R (metre) boyu ℓ (metre) olan bir iletkenin Yanal yüzünün alanı aşağıdaki bağıntıdan hesaplanır.

$$S = 2\pi \cdot R \cdot \ell$$

İletkenin Yükü: Qharfi ile gösterilir birimi kulon $[C]$ olur. Yarı çapı R boyu ℓ olan iletken üzerindeki toplam elektrik yüküdür. İletkenin boyu çapına göre çok büyük $\ell \gg R$ olduğundan, kapasite hesaplarında bu yük çizgisel yük kaynağı olarak düşünülecektir.

Yük yoğunluğu: q yada σ harfi ile gösterilir. Birimi kulon (C) dur. Bir iletkende birim uzunlukta bulunan yüktür.

$$q = \frac{Q}{\ell}$$

Elektrik Akısı: N yada ϕ_s ile gösterilir. Bir s yüzeyine giren yada çıkan toplam alan kuvvet çizgisi sayısıdır. Bir iletkenin birim yüzeyindeki akı yoğunluğu D ise, elektrik akısı

$$\phi_s = D \cdot S = D \cdot 2\pi \cdot R \cdot \ell$$

Gauss teoremine göre elektrik akısı yüke eşit olduğundan

$$\phi_S = Q = D.S = D.2\pi.R.\ell$$

Deplasman akısı: D harfi ile gösterilir, deplasman yoğunluğu veya akı yoğunluğuda denir. yukardaki bağıntıdan deplasman yoğunluğu için

$$D = \frac{Q}{2\pi.R.\ell}$$

yük oldduğuna görede

$$D = \frac{q}{2\pi.R}$$

bağıntısı yazılabilir. Bu

Birim yüzeydeki akı yoğunluğu olup birimi kulon/metre² $[C/m^2]$ dir.

Alan Şiddeti: E harfi ile gösterilir. Birimi volt/metre $[V/m]$ yada $E = \frac{F}{Q}$ bağıntısına göre Newton/kulon $[N/C]$ dur.

Bir elektrik alanı içinde, herhangi bir noktadaki alan şiddeti, o noktaya konulan birim pozitif yüke etki eden kuvvet olarak tarif edilebilir.

Deplasman yoğunluğu ile alan şiddeti arasında aşağıdaki bağıntı vardır. $D = \varepsilon.E$ bağıntıda ε

Dielektrik katsayısıdır. $\varepsilon = \varepsilon_r.\varepsilon_o$

olup, ε_r ortamın dielektrik katsayısı, ε_o ise boşluğun dielektrik sabitesidir. $\varepsilon_o = 8{,}86.10^{-12}$ Farat/metre $[F/m]$ dir.

Havai hat iletkenlerinin kapasite hesabında $\varepsilon = \varepsilon_o$ yazılabilir.

Yukardaki bağıntılardan alan şiddeti için aşağıdaki bağıntı kurulabilir.

$$E = \frac{D}{\varepsilon_o} = \frac{q}{2\pi.\varepsilon_o.R}$$

Bağıntıda R iletkenin yarı çapı olduğuna göre, çizgisel yükten R mesafedeki alan şiddeti bağıntı yarıdımı ile hesaplanır ki, buda iletkenin yüzeyindeki alan şiddeti demektir. Düzgün bir elektriksel alanda merkezden R uzaklıktaki bütün noktalarda alan şiddetinin modülü birbirine eşittir. Alan şiddeti vektörel bir büyüklüktür. Yönü alan çizgilerinden yararlanılarak tayin edilir.

Potansiyel: U harfi ile gösterilir birimi joul/kulon [J/C] olup kısaca volt'la ifade edilir.

Elektriksel alanda bulunan bir noktadaki potansiyel, herhangi bir yükü sonsuz büyük bir mesafeden, bu noktaya getirmede, birim yük için yapılan işten ibarettir. Birim pozitif yükü sonsuzdan b'ye getirmekle yapılan iş, a ya getirmekle yapılan işten büyükse b'nin potansiyeli a noktasınının potansiyelinden büyüktür. denir.

Bir noktadan yere giden bir kulon değerinde bir yükün yaptığı iş bir jül ise, bu noktanın potansiyeli bir volttur. Potansiyelleri birbirinden farklı olan a ve b gibi iki nokta arasındaki potansiyel farkına bu iki nokta arasındaki gerilim denir. Yukardaki tarife göre, düzgün bir elektriksel alanda a ve b gibi iki nokta arasındaki gerilim aşağıdaki bağıntı ile bulunur.

$$U_{ab} = \frac{W}{Q} = E(a-b) = E \cdot S$$

bağıntıda (S) a ve b noktaları arasındaki uzaklıktır. Alan düzgün değilse potansiyel ve gerilim için aşağıdaki bağıntılar kurulabilir. a ve b noktaları arasındaki gerilim,

$$U_{ab} = \int_a^b \vec{E} \cdot \vec{ds}$$

herhangi bir P noktasının referans noktasına göre

$$U_A = 0 \quad \text{potansiyeli}$$

$$U_P = \int_P^A \vec{E} \cdot \vec{ds} = -\int_A^P \vec{E} \cdot \vec{ds}$$

yarı çapı R olan çizgisel yük kaynağı olarak düşünülen bir iletkenin potansiyeli,

$$U = -\int \vec{E} \cdot \vec{dR} = -\int E \cdot dr = -\frac{q}{2\pi\varepsilon_0}\int \frac{dR}{R} = -\frac{q}{2\pi\varepsilon_0} \ln R + K \qquad 4.1$$

Aynı kaynağın r mesafedeki bir P noktasındaki potansiyeli, $U_A = 0$

$$U_P = \int_P^A \vec{E}.\vec{dR} = \int_P^A E.dR = \frac{q}{2\pi\varepsilon}\int_P^A LnR = \frac{q}{2\pi\varepsilon} \ln\frac{r}{R} \qquad 4.2$$

Şekil 4.30 (a)'da yükü Q, yarı çapı R ve boyu L olan iletkenin D deplasman Yoğunluğu ;

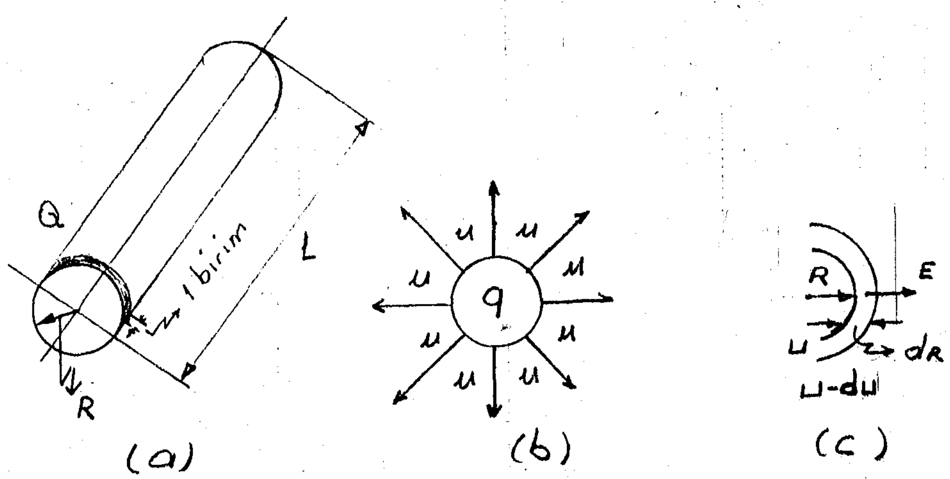
$$D = \frac{q}{2\pi r}$$

bağıntısı yardımı ile hesaplanır. (bak şekil 4.30.b)

D deplasman yoğunluğu E alan şiddeti ile orantılı olduğundan

$$D = \varepsilon_o . E \quad ve \quad E = \frac{q}{2\pi.\varepsilon_o.R}$$

bağıntısından modülü hesaplanan alan şiddeti vektörü şekil 4.30 (c)'de görülmektedir.



Şekil 4.30

Potansiyel yüzeyleri Şekil 4.30 (b)'den de görüleceği üzere merkezi yük olan dairedir. Alan şiddeti yönünde dR kadar ilerlenirse (bak şekil 4.30.c) bu takdirde u potansiyeli du kadar düşer. Şu halde

$$-\frac{du}{dR} = E = \frac{q}{2\pi\,\varepsilon_o . R}$$

bağıntısının integrali alınırsa,

$$U = -\frac{q}{2\pi\varepsilon_o}\int\frac{dR}{R} = -\frac{q}{2\pi\varepsilon_o}\ln R + K \qquad 4.3$$

olur. K integral sabiti potansiyeli sıfır kabul edilen referans noktasına göre sınır şartlarından bulunur. Şekil 4.19'da çizgisel yük kaynağı için bulunan integral sabitesi bu integral sabitesi içinde geçerli olacağından

$$K = \frac{q}{2\pi\varepsilon_o}\ln h_A \qquad 4.4$$

olur. h_A iletkenle A referans noktası arasındaki uzaklık olup $U_A = 0$ farz edilmiştir. Bu takdirde ~~gerilim~~ bağıntısı için

$$U = \frac{q}{2\pi\varepsilon_o}\ln\frac{h_A}{R} \qquad 4.5$$

yazılabilir. Referans noktası olarak toprak alınıp, toprak etkisi dikkate alındığında (bak şekil 4.28)

$$U = \int_R^{2h} E.dR = \int_R^{2h}\frac{q}{2\pi\varepsilon_o R}.dR = \int_R^{2h}\frac{q}{2\pi\varepsilon_o}\cdot\frac{dR}{R}$$

$$U = \frac{q}{2\pi\varepsilon_o}\cdot\int_R^{2h}\frac{dR}{R} = \frac{q}{2\pi\varepsilon_o}\cdot\left[\ln R\right]_R^{2h} \text{ ve}$$

$$2\pi\varepsilon_o U = q(\ln 2h - \ln R)$$

$$2\pi\cdot\varepsilon_o U = q.\ln\frac{2h}{R}$$

$$U = \frac{q}{2\pi\cdot\varepsilon_o}\ln\frac{2h}{R} \qquad 4.6$$

bağıntısı yardımı ile iletkenin potansiyeli hesaplanır.

Kapasite: C harfi ile gösterilir, birimi faraddır. 1 volt altında 1 kulonluk elektrik yükü toplayan kondansatör kapasitesi 1 Faraddır. Yükün potansiyele oranına kapasite denir.

$$C = \frac{Q}{U} \quad \text{Farad } [F]$$

Uzayda R yarı çaplı bir kürenin kapasitesi, kürenin mutlak potansiyeli,

$$U = \frac{Q}{4\pi \varepsilon . R}$$

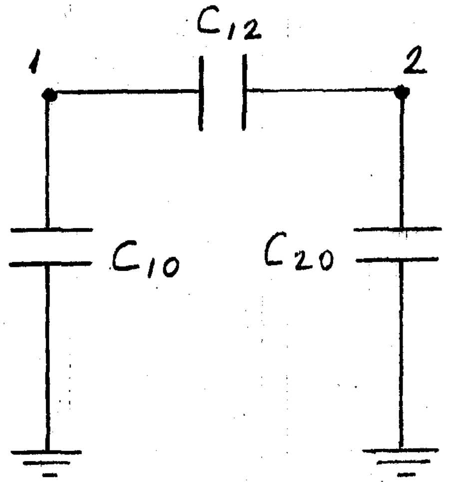
olduğa göre

$$C = \frac{Q}{U} = 4\pi . \varepsilon . R \quad dir.$$

İşletme Kapasitesi: Herhangi bir iletim sisteminde bu sistemi teşkil eden iletkenlerden birinin, mesela 1 nolu faz iletkeninin işletme kapasitesi, genel olarak bu iletkenin Q_1 yükü ile bu iletkenin toprağa karşı olan U_{10} faz gerilimine oranıdır.

$$C_{b_1} = \frac{Q_1}{U_{10}} \qquad 4.7$$

Büklüm Kapasitesi: Bir gerilim kaynağına bağlı iki faz iletkeni arasındaki bileşke kapasite, söz konusu devrenin büklüm kapasitesini verir. Cbük ifade edilir. Şekil 4.31'deki sistemin büklüm kapasitesi



Şekil 4.31

$$C_{bük} = C_{12} + \frac{C_{10} \cdot C_{20}}{C_{10} + C_{20}} \quad dir. \qquad 4.8$$

bağıntıda;

C_{12} = 1 ve 2 nolu iletkenler arasındaki kapasite

C_{10}, C_{20} = iletkenlerle toprak arasındaki kapasitedir.

İletken Yüksekliği: Faz iletkenleri ile toprak arasındaki yüksekliktir. h harfi ile gösterilir. Hesaplamalarda ortalama hat yüksekliği esas tutulur.

$$h = h_m - 0,7f$$

bağıntıda h ortalama hat yüksekliği, hm hattın maksimum yüksekliği f ise hattın sehimini gösterir.

Maksimum Alan Şiddeti: Emax.la ifade edilir. $[V/m]$

Yüksek gerilim tekniğinde kv/cm ile ölçülür. Yarı çapı R ve çizgisel yük yoğunluğu q olan çok uzun bir iletkenin maxsimum alan şiddeti aşağıdaki bağıntı ile bulunur.

$$E_{max} = \frac{Q}{2\pi\varepsilon . l} \cdot \frac{1}{R} \qquad Q = q . l$$

daha önceki bağıntılar gözönüne alınır sa, $E_{max} = \dfrac{U_0}{R \ln \frac{r}{R}}$ 4.9

4.10.2. Kapasite Denklem Sistemleri:

Yükün potansiyel üzerine etkisinden giderek potansiyel katsayılarına göre denklem sistemi oluşturulabilir. (Bak kısım 4.9.2)

Toprak üstünde, toprağa paralel iki iletkenli hat sisteminin potansiyelleri için aşağıdaki bağıntı kurulabilir.

$$U_1 = U_1' + U_1'' = a_{11} \cdot Q_1 + a_{12} \cdot Q_2$$

$$U_2 = U_2' + U_2'' = a_{21} \cdot Q_1 + a_{22} \cdot Q_2$$

İki iletkenli sistem için yazılan bu sonuçlar, toprak üstünde, yükleri Q_1, Q_2, Q_3 ..... Q_n ve potansiyelleri U_1, U_2 ....U_n olan n iletkenli sisteme de uygulanabilir. Söz konusu sistem için:

$$\begin{aligned}
U_1 &= a_{11} Q_1 + a_{12} Q_2 + a_{13} Q_3 + \cdots + a_{1n} Q_n \\
U_2 &= a_{21} Q_1 + a_{22} Q_2 + a_{23} Q_3 + \cdots + a_{2n} Q_n \\
U_3 &= a_{31} Q_1 + a_{32} Q_2 + a_{33} Q_3 + \cdots + a_{3n} Q_n \\
&\cdots\cdots\cdots\cdots \\
U_n &= a_{n1} Q_1 + a_{n2} Q_2 + a_{n3} Q_3 + \cdots + a_{nn} Q_n
\end{aligned} \qquad 4.10$$

Bu denklem sistemine kapasite hesaplarında Maxwell'in 1.inci denklem sistemi denir. a_{ik} potansiyel katsayılı denklem sisteminin matris ifadesi

$$\begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ \cdots \\ U_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} \cdots & a_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{n1} & a_{n2} \cdots & a_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \\ \cdots \\ Q_n \end{bmatrix}$$

A potansiyel katsayılı kare matrisin A^{-1} tersi yardımı ile $[U] = [A]\,[Q]$ ve $[Q] = [A]^{-1}\,[U]$

$$\begin{bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \\ \cdots \\ Q_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{A_{11}}{|A|} & \frac{A_{21}}{|A|} & \cdots & \frac{A_{n1}}{|A|} \\ \frac{A_{12}}{|A|} & \frac{A_{22}}{|A|} & \cdots & \frac{A_{n2}}{|A|} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \frac{A_{1n}}{|A|} & \frac{A_{2n}}{|A|} & \cdots & \frac{A_{nn}}{|A|} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ \cdots \\ U_n \end{bmatrix} \qquad 4.11$$

matris ifadesi elde edilir. Burada $|A|$, a_{ik} potansiyel katsayılı kare matrisin determinatı, A_{ki} ise bu matriste a_{ik} elamanlarına ait (işaretli minörleri) kofaktördür.

$$b_{11} = \frac{A_{11}}{|A|} \quad , \quad b_{12} = \frac{A_{21}}{|A|} \quad , \quad b_{21} = \frac{A_{12}}{|A|} \; , \; \cdots\cdots$$

olmak üzere b_{ik} katsayılı matris ifadesi

$$\begin{bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \\ \cdots \\ \cdots \\ Q_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & \cdots & b_{1n} \\ b_{21} & b_{22} & \cdots & b_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ b_{n1} & b_{n2} & \cdots & b_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ \cdots \\ \cdots \\ U_n \end{bmatrix}$$

yazılabilir. b_{ik} katsayılı denklem sistemi ise

$$\begin{aligned} Q_1 &= b_{11} U_1 + b_{12} U_2 + \cdots + b_{1n} U_n \\ Q_2 &= b_{21} U_1 + b_{22} U_2 + \cdots + b_{2n} U_n \\ \cdots & \quad \cdots \quad \cdots \quad \cdots \\ Q_n &= b_{n1} U_1 + b_{n2} U_2 + \cdots \quad b_{nn} U_n \end{aligned} \qquad 4.12$$

şeklinde yazılırki, bu denklem sistemine ise Maxwell'in 2.inci denklem sistemi denir. Burada b kat sayıları kapasite boyutunda birer katsayıdır. Farklı indisli b_{ik} katsayılarına tesir katsayıları veyahut elektrostatik endükleme katsayıları ve eşit indisli b_{ii} kat sayılarınada kısaca öz kapasite katsayıları denir. b katsayıları ile a katsayıları arasındaki bağıntılar, kapasite hesaplarında çıkarılacaktır. b_{ii} katsayıları daima pozitif işaretli b_{ik} katsayıları ise negatif işaretlidir.

b katsayılı denklem sistemi iletkenler arasındaki gerilimlere (potansiyel) görede ifade edilebilir. Kapasite hesaplarında denklem sisteminin bu şekilde ifadesinde bazı yararlı tarafları vardır. Bu sistemde toprak bir elektrod olarak ele alınır ve potansiyeli, yani referans potansiyel U_0=0 kabul edilir. Buna göre:

$$
\begin{aligned}
Q_1 &= C_{11}(U_1-0) + C_{12}(U_1-U_2) + \cdots\cdots + C_{1n}(U_1-U_n) \\
Q_2 &= C_{21}(U_2-U_1) + C_{22}(U_2-0) + \cdots\cdots + C_{2n}(U_2-U_n) \\
&\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\
Q_k &= C_{k1}(U_k-U_1) + C_{k2}(U_k-U_2) + \cdots + C_{kk}(U_k-0) + \cdots + C_{kn}(U_k-U_n) \\
&\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\
Q_n &= C_{n1}(U_n-U_1) + C_{n2}(U_n-U_2) + \cdots\cdots + C_{nn}(U_n-0)
\end{aligned}
\qquad 4.13
$$

denklem sistemi elde edilir. Buda Maxwell'in 3.üncü denklem sistemidir. Burada C kat sayıları, iletkenler arasındaki ve iletkenlerle toprak arasındaki kısmi kapasiteleri gösterir. Eşit indisli C_{ii} kat sayıları $(C_{11}, C_{22} \cdots)$ söz konusu i iletkeni ile toprak arasındaki öz kapasitedir. Farklı indisli C_{ik} kat sayılarıda $(C_{12}, C_{23} \cdots)$ iki iletken arasındaki kapasitedir. Yani iletkeninin k ıncı iletkene göre kısmı kapasitesi yani karşıt kapasitesidir. Öz kapasiteler iletkenlerin toprağa karşı kapasiteleri olduğundan bu kapasiteleri C_{i0} indisi ilede gösterebiliriz.

C_{ii} ve C_{ik} katsayıları hatların geometrik boyutlarından giderek bulunacağı gibi deneysel olarakta tayin edilebilir.

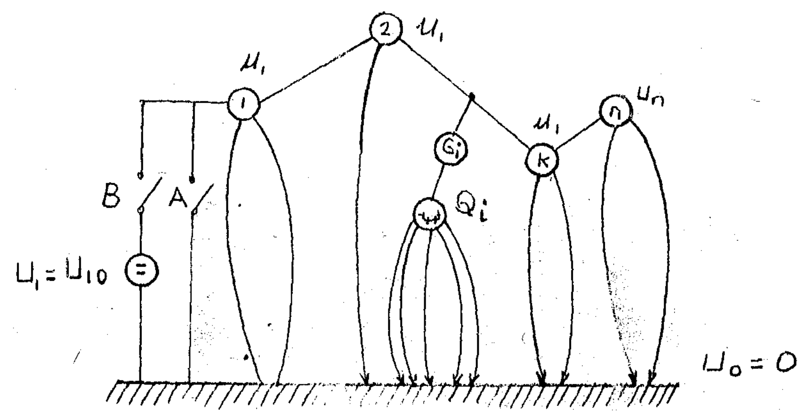
C_{ii} bulunması: C katsayılı denklem sisteminde (4-13 nolu) bütün iletkenlerin potansiyeli i iletkeninin potansiyeline eşit yapıldığında,

$$U_1 = U_2 = \cdots\cdots = U_n = U_i$$

4-13 nolu denklem sisteminde $Q_i = C_{ii} \cdot U_i$ hariç diğer bütün terimler sıfır olacağından,

$$C_{ii} = \frac{Q_i}{U_i} \quad \text{dir.} \qquad 4.14$$

C_{ii}'yi deneysel olarak tayin etmek için, bütün iletkenlerin



Şekil 4.32

Şekil 4.32'de görüldüğü gibi, birbirleriyle birleştirilmesi ve toprağa karşı potansiyeli $U_i = U_{i0}$ olan bir doğru gerilim kaynağına bağlanması gerekir. Gerilim kaynağı devresinde bulunan B anahtarı kapatılmak sureti ile bütün iletkenler aynı potansiyele getirilir. Bu dolma olayı esnasında her iletken aynı işaretli olmak üzere belirli bir yükle yüklenir. i iletkeninin yükünü ölçmek için iletken sisteminin B anahtarı açılmak sureti ile gerilim kaynağından irtibatı kesilir. Bunu takiben sistem (A) anahtarı kapatılmak suretiyle toprakla birleştirilir. Bu esnada meydana gelen boşalma olayında, i iletkeninin devresinden akan Q_i yük miktarı G_i balistik galvonometresi yardımı ile ölçülür. Böylece söz konusu i iletkeninin C_{ii} öz kapasitesi 4-14 nolu bağıntı yardımı ile hesaplanır. C_{ii}'nin işareti U_{i0} ve Q_i aynı işaretli olduğundan daima pozitifdir.

$$C_{ii} = \frac{Q_i}{U_{i0}} \quad \text{ve} \quad (C_{ii} > 0)$$

C_{ik} **Bulunması:** 4-13 nolu C kat sayılı denklem sisteminde k iletkeninin yükünü veren ifadede, i iletkeni hariç diğer bütün iletkenlerin potansiyelleri sıfır yapıldığında,

$$Q_k = C_{k1}(U_k - U_1) + C_{k2}(U_k - U_2) + \dots + C_{ki}(U_k - U_i) + \dots$$

$$\dots + C_{kn}(U_k - U_n)$$

$$U_1 = U_2 = \dots = U_{i-1} = U_{i+1} = \dots = U_n = 0 \qquad 4.15$$

$$Q_k = -C_{ki} \cdot U_i \quad \text{den} \quad C_{ki} = -\frac{Q_k}{U_i}$$

bağıntısı elde edilir.

C katsayıları ile b ve a katsayıları arasındaki bağıntı:

İlkönce C_{ii} katsayıları ile B_{ik} katsayıları arasındaki bağıntıyı bulalım. Bu amaçla b katsayılı denklem sisteminde i'ninci iletkenin Q_i yükünü veren ifadede, bütün iletkenlerin potansiyellerini U_i eşit yaptığımızda,

$$U_1 = U_2 = \dots = U_i = \dots = U_n$$

$$Q_i = (b_{i1} + b_{i2} + \dots + b_{ii} + \dots + b_{in}) U_i$$

bağıntısı elde edilir. Bu bağıntıyı, yukardaki aynı şartlar altında C kat sayılı denklem sisteminden elde edilen

$Q_i = C_{ii} \cdot U_i$ bağıntısı ile karşılaştırıldığında:

$$C_{ii} = C_{i0} = b_{i1} + b_{i2} + \dots + b_{ii} + \dots + b_{in} \qquad 4.16$$

bağıntısı elde edilir.

Diğer taraftan C_{ki} ve b_{ki} katsayıları için bulunan bağıntılardan, $i \neq k$ olmak şartı ile,

$$C_{ki} = -b_{ki} = \frac{Q_k}{U_i} \quad , \quad C_{ki} > 0 \qquad 4.17$$

bağıntısı elde edilir. Burada b_{ki} katsayısının, yukarıda belirtildiği üzere, daima negatif olduğundan C_{ki} katsayısınında daima pozitif işaretli olacağı anlaşılır. Maxwell'in denklem sistemlerinde katsayılar arasında

$$C_{ik} = C_{ki} \; , \; b_{ik} = b_{ki} \; , \; a_{ik} = a_{ki} \qquad 4.18$$

eşitlik vardır.

Yukarıdaki bağıntılarda C katsayıları, sözkonusu iletkem (elektrod) sisteminde Farad $[F]$ boyutunda kısmı kapasiteleri gösterir. a katsayıları $[1/F]$ boyutunda katsayılar olduğundan ve bu katsayılar iletken sisteminin geometrik boyutlarından tayin edildiğinden, a katsayıları ile C katsayıları arasında belirli bir bağıntının kurulması gerekir. b_{ik} katsayıları ile C_{ik} ve C_{ii} katsayıları arasında yukarıda bulduğumuz katsayıları gözönüne aldığımızda 4-11 nolu matris bağıntısı yardımı ile C_{ik} kısmi kapasiteler ile a_{ik} katsayıları arasında

$$C_{ik} = -\frac{A_{ki}}{|A|} \qquad i \neq k \qquad 4.19$$

Aynı şekilde C_{ii} kısmi kapasiteleri ile a_{ik} katsayıları arasında

$$C_{ii} = C_{io} = \sum_{k=1}^{n} \frac{A_{ki}}{|A|} \quad (i,k = 1,2 \ldots n) \qquad 4.20$$

bağıntısı elde edilir.

Şekil 4.33'deki n iletkenli enerji iletim sisteminin potansiyelleri için Q_i toplam yüküne göre

$$
\begin{aligned}
U_1 &= \frac{Q_1}{2\pi\varepsilon l} \ln\frac{2h_1}{R_1} + \frac{Q_2}{2\pi\varepsilon l}\ln\frac{D_{12}}{d_{12}} + \cdots\cdots + \frac{Q_n}{2\pi\varepsilon l}\ln\frac{D_{1n}}{d_{1n}} \\
U_2 &= \frac{Q_1}{2\pi\varepsilon l} \ln\frac{D_{21}}{d_{21}} + \frac{Q_2}{2\pi\varepsilon l}\ln\frac{2h_2}{R_2} + \cdots\cdots + \frac{Q_n}{2\pi\varepsilon l}\ln\frac{D_{2n}}{d_{2n}} \qquad 4.21
\end{aligned}
$$

. . . .

$$U_n = \frac{Q_1}{2\pi\varepsilon l} Ln \frac{D_{n1}}{d_{n1}} + \frac{Q_2}{2\pi\varepsilon l} Ln \frac{D_{n2}}{d_{n2}} + \dots + \frac{Q_n}{2\pi\varepsilon l} Ln \frac{2h_n}{R_n}$$

bağıntıları kurulabilir. Bu bağıntıda

h_i = iletkenle toprak arasındaki yükseklik

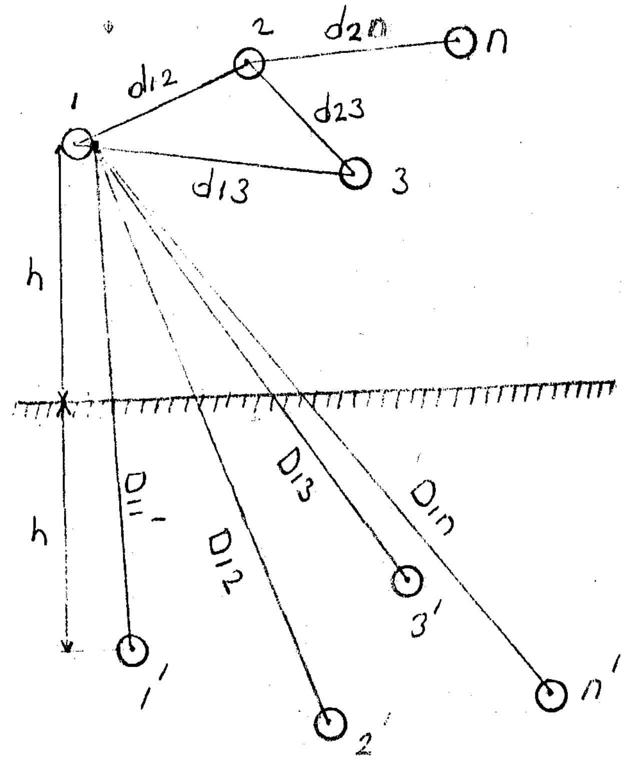
$R_1, R_2, R_3 \dots\dots R_i, R_n$ = iletkenlerin yarı çapları

d_{ik} = iki iletken arasındaki mesafe

D_{ik} = potansiyeli bulunan iletkenle, diğer iletkenlerin toprak tesirinden dolayı görüntüsü arasındaki mesafedir.

L = iletkenlerin boyu

Q_i = L uzunluğundaki iletkenin yüküdür.



Şekil 4.33

$$a_{11} = \frac{1}{2\pi\varepsilon \ell} \ln \frac{2h_1}{R_1} \;,\; a_{22} = \frac{1}{2\pi\varepsilon \ell} \ln \frac{2h_2}{R_2} \;,\; a_{33} = \cdots \tag{4.22}$$

$$a_{21} = a_{12} = \frac{1}{2\pi\varepsilon \ell} \ln \frac{D_{12}}{d_{12}} \;,\; a_{23} = a_{32} = \frac{1}{2\pi\varepsilon \ell} \ln \frac{D_{23}}{d_{23}} \;,\; a_{ik} = \cdots$$

şeklinde gerekli kısaltmalar yapıldığında, a_{ik} katsayılı Maxwell'-in 1 inci kapasite denklem sistemi elde edilir.

$$\begin{aligned} U_1 &= a_{11} Q_1 + a_{12} Q_2 + \cdots + a_{1n} Q_n \\ U_2 &= a_{21} Q_1 + a_{22} Q_2 + \cdots + a_{2n} Q_n \\ &\cdots\cdots\cdots\cdots \\ &\cdots\cdots\cdots\cdots \\ U_n &= a_{n1} Q_1 + a_{n2} Q_2 + \cdots + a_{nn} Q_n \end{aligned} \tag{4.23}$$

a_{ik} katsayılı denklem sisteminin matris ifadesinden giderek:

$$\begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ \cdot\cdot \\ U_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} \cdots & a_{2n} \\ \cdot\cdot & \cdots & \cdots \\ a_{n1} & a_{n2} \cdots & a_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \\ \cdot\cdot \\ Q_n \end{bmatrix} \tag{4.24}$$

a_{ik} katsayılar kare matrisinin,

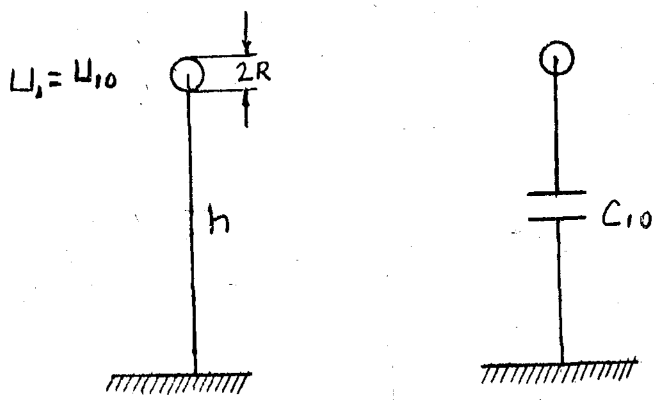
$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix} \tag{4.25}$$

(A^{-1}) ters matrisi yardımı ile,

$$\begin{bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \\ \cdots \\ Q_n \end{bmatrix} = [A]^{-1} \cdot \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ \cdots \\ U_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{A_{11}}{|A|} & \frac{A_{21}}{|A|} \cdots & \frac{A_{n1}}{|A|} \\ \frac{A_{12}}{|A|} & \frac{A_{22}}{|A|} \cdots & \frac{A_{n2}}{|A|} \\ \cdots & \cdots & \cdots \\ \frac{A_{1n}}{|A|} & \frac{A_{2n}}{|A|} & \frac{A_{nn}}{|A|} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ \cdots \\ U_n \end{bmatrix} \qquad 4.26$$

A kare matrisinin determinatı $|A|$ ve a_{ik} elamanlarına ait A_{ik} kofaktörü bulunarak 4-19 ve 4-20 nolu bağıntılardan C_{ii} ve C_{ik} kısmı kapasiteler hesaplanır.

4.10.3 Bir İletkenli Hat Sistemi:



Şekil 4.34

Şekil 4.34'de görüldüğü gibi toprak üstünde h yükseklikte bir iletkenden teşekkül eden dönüşümü toprak üzerinden tamamlayan hat sisteminde iletkenin toprağa karşı potansiyeli $U_1 = U_{10}$ ve yükü Q_1 olduğuna göre $U_1 = a_{11} \cdot Q_1$ ve

a_{ik} katsayılı denklem sisteminden,

$$C_{11} = C_{10} = \frac{Q_1}{U_1} = \frac{1}{a_{11}}$$

bağıntısından hattın toprağa karşı kapasitesi hesaplanır.

4-22 nolu bağıntı yardımı ile uzunluğu L yüksekliği h ve yarı çapı R olan iletkenin a_{11} katsayısı

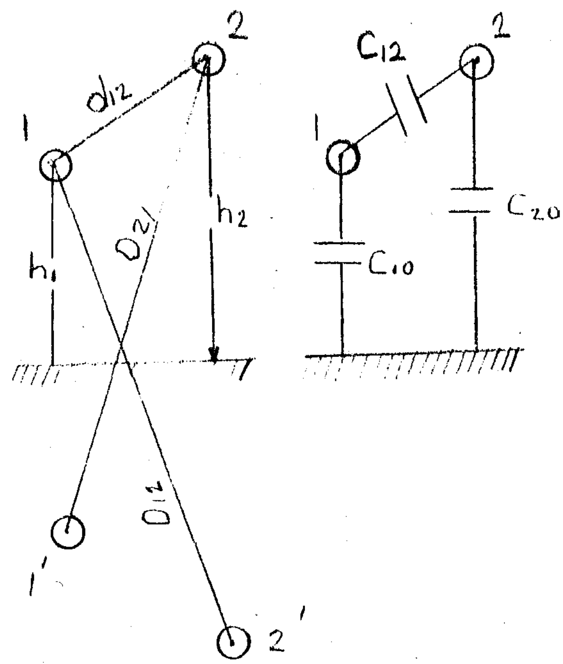
$$a_{11} = \frac{1}{2\pi\varepsilon L} \ln \frac{2h}{R} \;, \qquad C_{11} = C_{10} = \frac{1}{a_{11}} \text{ den}$$

hattın toprağa karşı kapasitesi,

$$C_{11} = C_{10} = \frac{2\pi\varepsilon L}{\ln \frac{2h}{R}} = C_b$$

olur. Burada hattın toprağa karşı kapasitesi, aynı zamanda işletme (Cb) kapasitesidir.

4.10.3.1 İki İletkenli Hat Sistemi:



Şekil 4.35

Hattın potansiyel denklem sistemi 39 nolu bağıntıdan

$$U_1 = a_{11} \cdot Q_1 + a_{12} \cdot Q_2$$
$$U_2 = a_{21} \cdot Q_1 + a_{22} \cdot Q_2$$

Şekil 4.35'de gösterilen hat sisteminin çaprazlanmış olduğunu kabul edersek 4-26 nolu matris ifadesinden a_{ik} katsayılarının A^{-1} ters matrisi yardımı ile 4-19 ve 4-20 nolu bağıntılardan

$$C_{ik} = -\frac{A_{ki}}{|A|} \ , \quad C_{ii} = C_{io} = \sum_{k=1}^{n} \frac{A_{ki}}{|A|}$$

$$A_{ik} = (-1)^{(i+k)} |M_{ik}|$$ giderek söz konusu hat sisteminin kısmı kapasiteleri bulunur.

$$A = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = a_{11} \cdot a_{22} - a_{12}^2 \ , \quad a_{12} = a_{21}$$

$$A_{11} = a_{22} \ , \quad A_{12} = -a_{21} \ , \quad A_{21} = -a_{12} \ , \quad A_{22} = a_{11}$$

$$C_{12} = C_{21} = -\frac{A_{21}}{|A|} = \frac{a_{12}}{|A|} = \frac{a_{12}}{a_{11} \cdot a_{22} - a_{12}^2}$$

$$C_{11} = C_{10} = \frac{a_{22} - a_{12}}{|A|} = \frac{a_{22} - a_{12}}{a_{11} \cdot a_{22} - a_{12}^2}$$

$$C_{22} = C_{20} = \frac{a_{11} - a_{12}}{|A|} = \frac{a_{11} - a_{12}}{a_{11} \cdot a_{22} - a_{12}^2}$$

bağıntıları elde edilir. a_{ik} kat sayılı denklem sistemi,

b_{ik} katsayılı demklem sistemine buda C_{ik} katsayılı denklem sistemine dönüştürülmek suretiyle yukardaki bağıntılar aynen bulunabilir.

$$Q_1 = \frac{a_{22}}{A} \cdot U_1 - \frac{a_{12}}{A} U_2 = b_{11} \cdot U_1 + b_{12} U_2$$

$$Q_2 = -\frac{a_{21}}{A} U_1 + \frac{a_{11}}{A} U_2 = b_{21} U_1 + b_{22} U_2$$

Buda C_{ik} katsayılı denklem sistemine dönüştürülür.

$$Q_1 = C_{11} U_1 + C_{12}(U_1 - U_2) = (C_{11} + C_{12}) U_1 - C_{12} U_2$$

$$Q_2 = C_{21}(U_2 - U_1) + C_{22} U_2 = -C_{21} U_1 + (C_{22} + C_{12}) U_2$$

Eşitlikleri gözönüne alınarak b_{ik} ve C_{ik} denklem sistemleri birbiri ile karşılaştırıldığında,

$$C_{11} + C_{12} = b_{11} = \frac{a_{22}}{|A|}$$

$$C_{22} + C_{12} = b_{22} = \frac{a_{11}}{|A|}$$

$$C_{12} = -b_{12} = \frac{a_{12}}{|A|}$$

bağıntıları ve buradanda kısmi kapasiteler için yukarda bulunan aynı sonuçlar

$$C_{12} = -\frac{A_{ki}}{A} = -\frac{A_{21}}{|A|} = \frac{a_{12}}{|A|} \quad , \quad C_{ii} = C_{i0} = \sum_{k=1}^{n} \frac{A_{ki}}{|A|}$$

$$C_{11} = C_{10} = \frac{A_{11}}{|A|} + \frac{A_{21}}{|A|} = \frac{a_{22} - a_{12}}{|A|}$$

$$C_{22} = C_{20} = \frac{A_{22}}{|A|} + \frac{A_{12}}{|A|} = \frac{a_{11} - a_{12}}{|A|}$$

elde edilir.

Şekil 4.35'den ve 4-22 nolu bağıntılardan,

$$a_{12}=\frac{1}{2\pi\varepsilon.L}\,Ln\,\frac{D_{12}}{d_{12}}\;,\quad a_{21}=\frac{1}{2\pi\varepsilon L}\,Ln\,\frac{D_{21}}{d_{21}}\;,\quad a_{21}=a_{12}$$

$$a_{11}=\frac{1}{2\pi\varepsilon L}\,Ln\,\frac{2h_1}{R}\;,\quad a_{22}=\frac{1}{2\pi\varepsilon L}\,Ln\,\frac{2h_2}{R}$$

eşitlikleri elde edilir. Hattın büklüm kapasitesi yani iletkenler arasındaki bileşke kapasite şekil 4.35'den

$$C_{bük}=C_{12}+\frac{C_{10}\cdot C_{20}}{C_{10}+C_{20}}$$

bağıntısı yardımı ile bulunur. Bu bağıntıda kısmı kapasiteler için a_{ik} katsayılarına göre yukarda bulunan değerleri yerine konulursa:

$$C_{bük}=\frac{1}{a_{11}+a_{22}-2a_{12}}$$

bağıntısı elde edilir.

Hattaki iletkenlerin işletme kapasiteleri, hattın tertip tarzına, bağlama ve işletme şekline ve çaprazlanmış olup olmamasına bağlıdır. İlki iletkenli böyle bir hatta genel olarak,

$$U_1=-U_2=U\;,\quad U_1=U_2=U\;,\; Q_1=-Q_2=Q \;\text{ ve }\; Q_1=Q_2=Q$$

İşletme şekilleri bahis konusu olabilir. Hattın faz iletkenleri direğe nazaran simetri yerleştirilmemeleri halinde, fazların işletme kapasiteleri birbirine eşit olmaz.

Hattın işletme şekli,

$$U_1=-U_2=U=U_{12}/2$$

olduğunda c katsayılı denklem sisteminden,

$$Q_1 = (C_{10} + 2C_{12})U$$

$$Q_2 = (C_{20} + 2C_{12})U$$

bağıntıları elde edilir. Hattın işletme kapasiteleri bu bağıntıdan,

$$Cb_1 = \frac{Q_1}{U} = C_{10} + 2C_{12} = \frac{a_{22} + a_{12}}{|A|}$$

$$Cb_2 = \frac{Q_2}{U} = C_{20} + 2C_{12} = \frac{a_{11} + a_{12}}{|A|}$$

$$A = a_{11} \cdot a_{22} - a_{12}^2$$

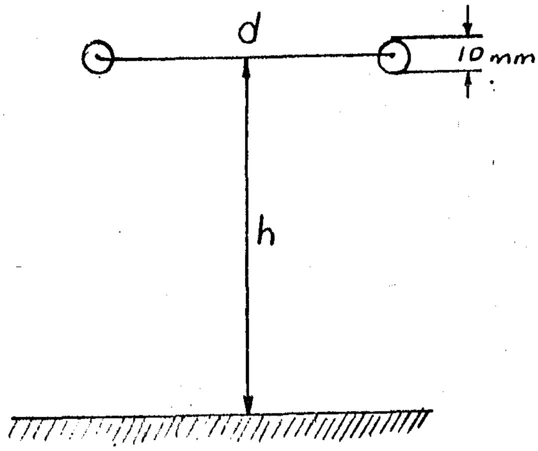
şeklinde bulunur.

Simetrik hat tertibinde, $a_{11} = a_{22}$, $C_{10} = C_{20} = C_0$ olacağından, faz iletkenlerinin işletme kapasiteleri,

$$Cb_1 = Cb_2 = Cb = C_0 + 2C_{12} = \frac{1}{a_{11} - a_{12}}$$

şeklinde birbirine eşit olur.

Örnek: Şekil 4.36'da verilen, simetrik yatay tertipte düzenlenen iki iletkenli bir fazlı hat sisteminin uzunluğu L:10 km. sehim göz önüne alınarak hesaplanan ortalama yükseklik $h = h_m - 0{,}7f = 11\ m.$ iletkenler arasındaki açıklık d:1 m ve iletken yarı çapları R:5 mm olduğuna göre, her iki hattın kısmı kapasitelerini, işletme ve büklüm kapasitelerini bulunuz.



h = 11 m
R = 5 mm
d = 1 m

Şekil 4.36

$$a_{11} = \frac{1}{2\pi\varepsilon \ell} \ln \frac{2h}{R} = 1{,}8.10^{6} \ln \frac{2200}{0{,}5} = 15{,}1.10^{6}\ F^{-1}$$

$$a_{12} = 1{,}8.10^{6} \ln \frac{2200}{100} = 5{,}5.10^{6}\ F^{-1}$$

Bu katsayılara göre kısmi kapasiteler,

$$C_{10} = C_{20} = C_0 = \frac{1}{a_{11} + a_{12}} = \frac{10^{-6}}{(15{,}1 + 5{,}56)} = 48{,}4.10^{-9} F.$$

$$C_{12} = \frac{a_{12}}{a_{11}^2 - a_{12}^2} = \frac{5{,}56.10^{-6}}{15{,}1^2 - 5{,}56^2} = 28{,}2.10^{-9} F$$

İşletme ve büklüm kapasitesi:

$$C_b = C_0 + C_{12} \cdot 2 = 104{,}8.10^{-9} F.$$

$$C_{bük} = \frac{C_b}{2} = 52{,}4.10^{-9} F.$$

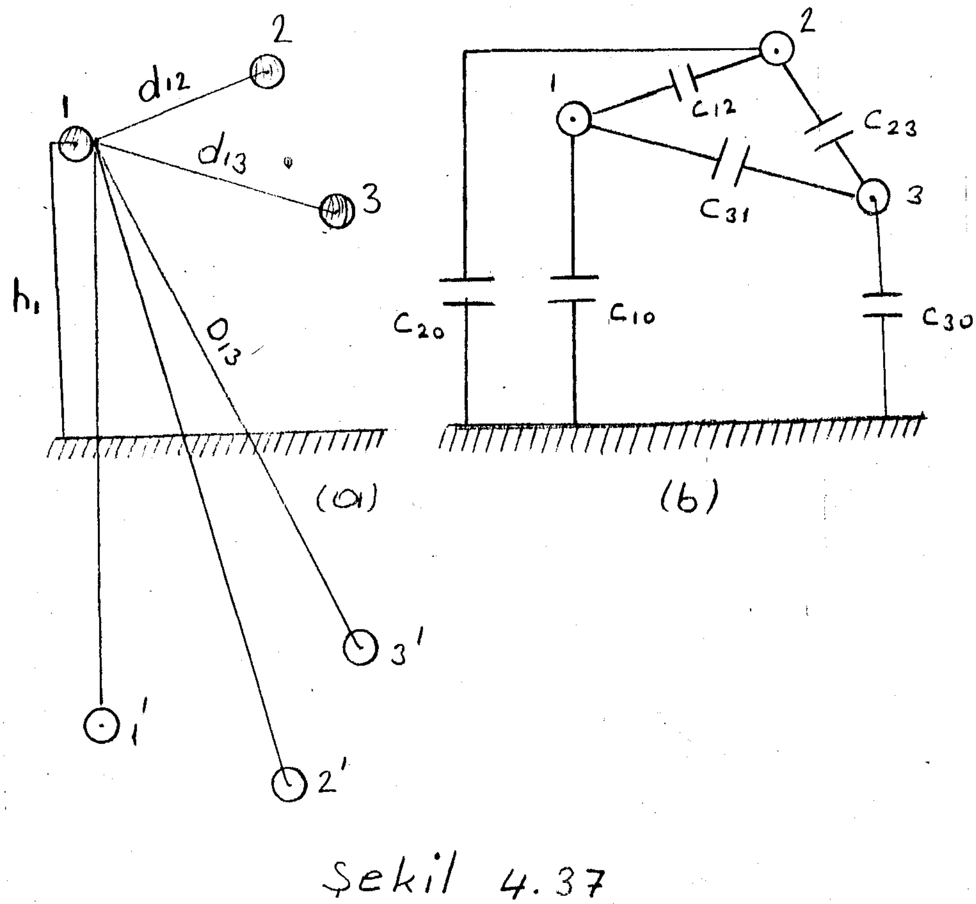
olarak bulunur.

4.10.4 Üç Fazlı Tek Hat Sistemleri:

Üç fazlı bir hat sistemi, tek veya çift hat sistemi halinde döşenmiş ve muhtelif şekillerle tertiplenmiş , bir veya bir kaç koruma iletkeni ile korunmuş ve bu arada faz iletkenleri muhtelif şekilde çaprazlanmış olabilir.

4.10.4.1. Koruma İletkensiz Çaprazlanmamış Sistem:

Şekil 4.37'de gösterilen ve simetrik olmayan herhangi bir tertipte yerleştirilmiş çaprazlanmamış bir hat sisteminin kısmı kapasiteleri ile işletme kapasiteleri aşağıdaki şekilde hesaplanabilir.



Şekil 4.37

4-23 nolu b_{ik} katsayılı 1 inci Maxwell kapasite denklem sisteminden Şekil 4.37'deki hat sistemi için, hat potansiyelleri,

$$U_1 = a_{11}\, Q_1 + a_{12}\, Q_2 + a_{13}\, Q_3$$

$$U_2 = a_{21}\, Q_1 + a_{22}\, Q_2 + a_{23}\, Q_3$$

$$U_3 = a_{31}\, Q_1 + a_{32}\, Q_2 + a_{33}\, Q_3$$

A katsayılar matrisinin $[A]^{-1}$ ters matrisi yardımı ile ,

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} \quad \text{ve} \quad A^{-1} = \frac{A^{+}}{|A|}$$

olup A katsayılar determinatı ve a_{ik} elamanlarının kofaktörleri aşağıdaki şekilde hesaplanır.

$$|A| = a_{11}\left(a_{22}\cdot a_{33} - a_{23}^2\right) - a_{12}\left(a_{12}\cdot a_{33} - a_{31}\cdot a_{23}\right) +$$
$$a_{13}\left(a_{21}\cdot a_{32} - a_{13}\cdot a_{22}\right)$$

$A_{11} = a_{22}\cdot a_{33} - a_{23}^2$, $A_{12} = -\left(a_{12}\cdot a_{33} - a_{23}\cdot a_{13}\right)$, $A_{13} = a_{12}\cdot a_{32} - a_{13}\cdot a_{22}$

$A_{21} = -\left(a_{12}\cdot a_{33} - a_{32}\cdot a_{13}\right)$, $A_{22} = a_{11}\cdot a_{33} - a_{31}^2$, $A_{23} = -\left(a_{11}\cdot a_{32} - a_{31}\cdot a_{12}\right)$

$A_{31} = a_{12}\cdot a_{23} - a_{22}\cdot a_{13}$, $A_{32} = -\left(a_{11}\cdot a_{23} - a_{21}\cdot a_{13}\right)$, $A_{33} = a_{11}\, a_{22} - a_{12}^2$

$$\begin{bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \\ Q_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{A_{11}}{|A|} & \frac{A_{21}}{|A|} & \frac{A_{31}}{|A|} \\ \frac{A_{12}}{|A|} & \frac{A_{22}}{|A|} & \frac{A_{32}}{|A|} \\ \frac{A_{13}}{|A|} & \frac{A_{23}}{|A|} & \frac{A_{33}}{|A|} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \end{bmatrix}$$

Bu matristen:

$$Q_1 = \frac{A_{11}}{|A|} U_1 + \frac{A_{21}}{|A|} U_2 + \frac{A_{31}}{|A|} U_3$$

$$Q_2 = \frac{A_{12}}{|A|} U_1 + \frac{A_{22}}{|A|} U_2 + \frac{A_{32}}{|A|} U_3 \qquad 4.27$$

$$Q_3 = \frac{A_{13}}{|A|} U_1 + \frac{A_{23}}{|A|} U_2 + \frac{A_{33}}{|A|} U_3$$

denklem sistemi elde edilir 4-19 ve 4-20 nolu bağıntılar yardımı ile 4-27 nolu denklemden,

$$C_{12} = -\frac{A_{21}}{|A|} = \frac{a_{12} \cdot a_{33} - a_{23} \cdot a_{13}}{|A|}, \quad C_{23} = -\frac{A_{23}}{|A|} = \frac{a_{11} \cdot a_{32} - a_{31} \cdot a_{12}}{|A|}$$

$$C_{31} = -\frac{A_{13}}{|A|} = \frac{-a_{12} \cdot a_{23} + a_{22} \cdot a_{13}}{|A|} = \frac{a_{22} \cdot a_{13} - a_{12} \cdot a_{23}}{|A|} \qquad 4.28$$

$$C_{10} = \frac{A_{11} + A_{21} + A_{31}}{|A|} = \frac{a_{22} \cdot a_{33} - a_{23}^2 + a_{13} a_{23} - a_{12} \cdot a_{33} + a_{12} \cdot a_{23} - a_{22} \cdot a_{13}}{|A|}$$

$$C_{20} = \frac{A_{12} + A_{22} + A_{32}}{|A|} = \frac{a_{23} \cdot a_{13} - a_{12} a_{33} + a_{11} \cdot a_{33} - a_{31}^2 + a_{21} \cdot a_{13} - a_{11} \cdot a_{23}}{|A|}$$

$$C_{30} = \frac{A_{13}+A_{23}+A_{33}}{|A|} = \frac{a_{12}\cdot a_{32} - a_{13}\cdot a_{22} + a_{31}\cdot a_{12} - a_{11}\cdot a_{32} + a_{11}\cdot a_{22} - a_{12}^2}{|A|}$$

kısmı kapasiteler hesaplanır. 4-28 nolu bağıntılardaki a_{ii} ve a_{ik} katsayıları, 4-22 nolu bağıntıya göre,

$$a_{11} = \frac{1}{2\pi\varepsilon l} Ln \frac{2h_1}{R_1}, \quad a_{22} = \frac{1}{2\pi\varepsilon l} Ln \frac{2h_2}{R_2}, \quad a_{33} = \frac{1}{2\pi\varepsilon l} Ln \frac{2h_3}{R_3} \qquad 4.29$$

$$a_{12} = a_{21} = \frac{1}{2\pi\varepsilon l} Ln \frac{D_{12}}{d_{12}}, \quad a_{23} = a_{32} = \frac{1}{2\pi\varepsilon l} Ln \frac{D_{23}}{d_{23}}, \quad a_{31} = a_{13} = \frac{1}{2\pi\varepsilon l} Ln \frac{D_{31}}{d_{31}}$$

iletkenlerin geometrik durumları göz önüne alınarak hesaplanır.

4.10.4.2. Hat Sisteminin İşletme Bakımından Durumu:

Bir hat sistemi işletme bakımından simetrik veya simetrisiz olabilir. İşletme bakımından simetrik olmayan bir hat aşağıda belirtileceği üzere, bazı tedbirlere baş vurmak suretiyle simetrik bir işletme haline getirilebilir.

Hat sistemine yıldız noktası topraklanmış simetrik 3 fazlı bir alternetif gerilim tatbik edildiğini düşünürsek, hattın boşta çalışmada faz yükleri Q_1, Q_2, Q_3 ve toprağa karşı potansiyelleri $U_1 = U_{10}$, $U_2 = U_{20}$, $U_3 = U_{30}$

olduğuna göre sistemin b_{ik} katsayılı denklem sistemi:

$$Q_1 = b_{11} \cdot U_{10} + b_{12} U_{20} + b_{13} \cdot U_{30}$$

$$Q_2 = b_{21} U_{10} + b_{22} U_{20} + b_{23} U_{30} \qquad 4.30$$

$$Q_3 = b_{31} U_{10} + b_{32} U_{20} + b_{33} U_{30}$$

$$\dot{U}_{10} + \dot{U}_{20} + \dot{U}_{30} = 0$$

olup bu pozitif simetrili sistemde:

$$\dot{U}_{10} = \dot{U}_p \ , \quad \dot{U}_{20} = a^2 \dot{U}_{10} \text{ ve } \dot{U}_{30} = a \dot{U}_{10} \qquad 4.31$$

dir. Yukarda 4.30 nolu denklem sisteminde $\dot{U}_{20}$ ve $\dot{U}_{30}$ yerine $\dot{U}_{10} = \dot{U}_p$ cinsinden değerleri yerine konulursa,

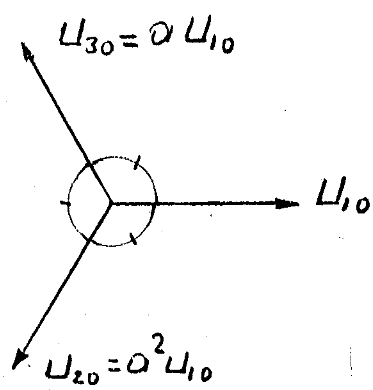
$$\dot{Q}_1 = (b_{11} + a^2 b_{12} + a b_{13}) \dot{U}_{10}$$

$$\dot{Q}_2 = (b_{22} + a^2 b_{23} + a b_{21}) \dot{U}_{20} \qquad 4.32$$

$$\dot{Q}_3 = (b_{33} + a^2 b_{31} + a b_{32}) \dot{U}_{30}$$

denklem sistemi bulunur.

Bu denklem sisteminde



Şekil 4.38

Şekil 4.38'deki pozitif faz sırasından a döndürme openatörü olup

$$a=-0,5+j0,866 \ , \quad a^2=-0,5-j0,866$$

$$a+a^2+1=0 \ , \quad a^2+a=-1 \ , \quad a^3=1 \ \text{dir}$$

b ve c kat sayıları arasında daha önceden bulunan

$$C_{ii}=\sum_{k=1}^{k=n} b_{ik} \ , \quad C_{ik}=-b_{ik} \ , \quad C_{ik}=C_{ki}$$

bağıntıları göz önüne alındığında,

$$\dot{Q}_1=(C_{10}+C_{12}+C_{13}-a^2C_{12}-a_{13})\dot{U}_{10}$$

$$\dot{Q}_2=(C_{20}+C_{12}+C_{23}-a^2C_{23}-aC_{12})\dot{U}_{20} \qquad 4.33$$

$$\dot{Q}_3=(C_{30}+C_{13}+C_{23}-a^2C_{13}-aC_{23})\dot{U}_{30}$$

şeklinde denklem yazılabilir. Sistemin yıldız noktası topraklanmış bir sistem olduğundan parantez içindeki kapasitelerin toplamı, fazların C_1 , C_2 , C_3 bileşke kapasitelerini diğer bir deyimle fazların isletme kapasitelerini verir. Buna göre fazların işletme kapasitelerini veren aşağıdaki denklem sistemi elde edilir.

$$C_{b1}=C_{10}+C_{12}(1-a^2)+C_{13}(1-a)=\frac{\dot{Q}_1}{\dot{U}_{10}}$$

$$C_{b2}=C_{20}+C_{21}(1-a)+C_{23}(1-a^2)=\frac{\dot{Q}_2}{\dot{U}_{20}} \qquad 4.34$$

$$C_{b3}=C_{30}+C_{31}(1-a^2)+C_{32}(1-a)=\frac{\dot{Q}_3}{\dot{U}_{30}}$$

faz iletkenlerinin simetrik veya simetrik olmayan bir tertipte yerleştirilmiş olmasına göre, fazların bileşke kapasiteleride reel veya kompleks bir büyüklük olur.
Sistemin tam simetrik olması halinde,

$$C_{12} = C_{23} = C_{31} = C \quad , \quad C_{10} = C_{20} = C_{30} = C_0 \qquad 4.35$$

olacağından, fazların işletme kapasiteleri reel ve birbirine

$$C_1 = C_2 = C_3 = C_0 + 3C$$

eşit olur.

Herhangi bir hat tertibinin kapasite bakımından simetrik bir duruma getirilebilmesi, diğer bir deyimle kısmı kapasiteler arasındaki eşitliklerin elde edilmesi, ancak a_{ik}'lı potansiyel katsayıları arasında,

$$a_{12} = a_{23} = a_{31} = a_m$$

$$a_{11} = a_{22} = a_{33} = a_0 \qquad 4.36$$

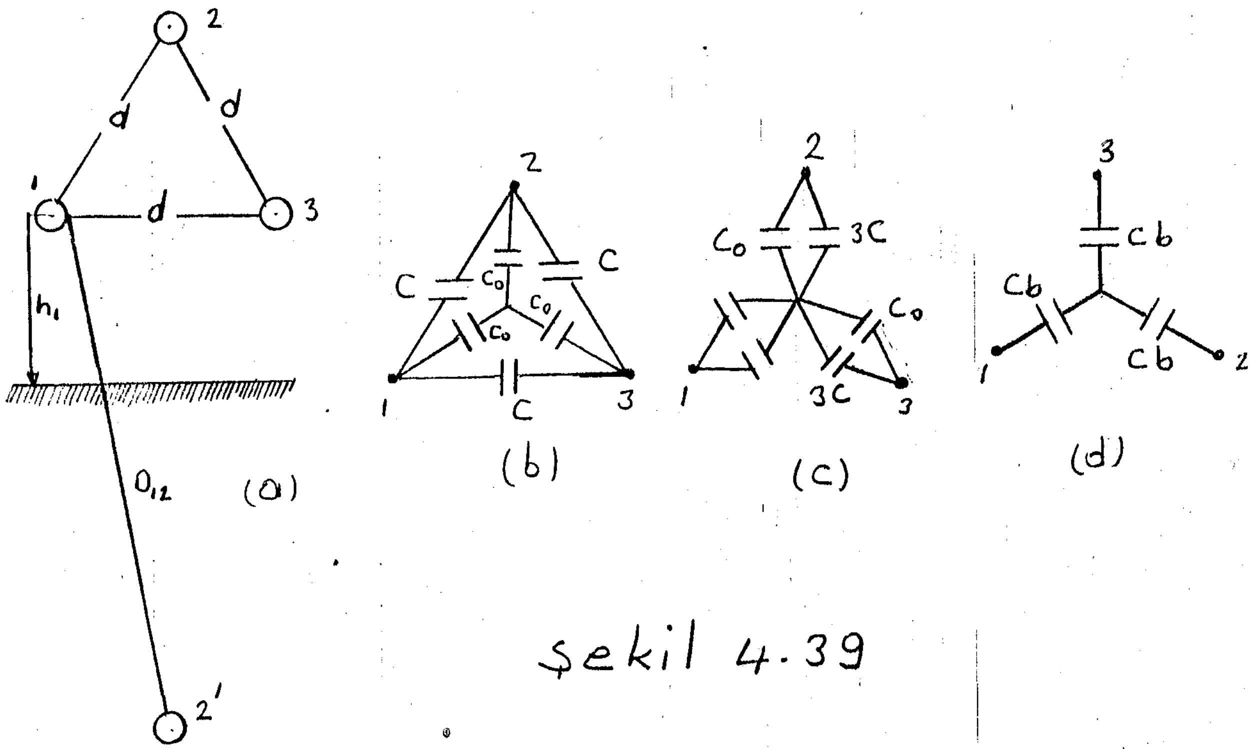
eşitliğinin sağlanması ile mümkün olur. Havai hatlarda böyle bir eşitlik, ancak hat tertibinin şekil 4.39 a'da görüldüğü gibi üçgen simetrik tertipte yerleştirilmesi ile mümkün olur. Bu arada faz iletkenlerinin topraktan yükseklikleri

$$h_1 \cong h_2 \cong h_3 \cong \sqrt[3]{h_1 \cdot h_2 \cdot h_3} = h_0$$

ve ortalama h_0 hat yüksekliğinin iletkenler arasındaki açıklığa nazaran $h_0 \gg d$ çok büyük olması halinde yaklaşık olarak gerçekleşir. Bu şartlar altında fazların bileşke (işletme kapasiteleri)

$$C_1 \cong C_2 \cong C_3 = C_0 + 3C = C_b \qquad 4.37$$

olur.



Şekil 4.39

Şekil 4.39 b,c,d görüldüğü gibi iletkenler arasındaki c kısmı kapasitelerinin teşkil ettiği kapasite üçgeninin eşdeğer yıldız sisteme dönüştürülmesi sureti ilede gösterilebilir. Bu durumda sistemin büklüm kapasitesi

$$C_{bük} = \frac{1}{2}\, C_b \qquad 4.38$$

olur.

Şekil 4.39 a'daki söz konusu hat sisteminde

$$R_1 = R_2 = R_3 = R \;,\; d_{12} = d_{23} = d_{31} = d$$

$$h_1 = h_2 = h_3 = \sqrt[3]{h_1 \cdot h_2 \cdot h_3} = h_0 \;,\; D_{12} = D_{23} = D_{31} = D = 2h_0$$

kabul edildiğinde,

$$a_{11} = a_{22} = a_{33} = a_0 = \frac{1}{2\pi \varepsilon L} \, Ln \, \frac{2h_0}{R}$$

$$a_{12} = a_{23} = a_{31} = a_m = \frac{1}{2\pi \varepsilon L} \, Ln \, \frac{2h_0}{d} \qquad 4.39$$

a_{ik} potansiyel katsayıları birbirine eşit olur. İlerde görüleceği üzere a_0 ve a_m aynı zamanda çaprazlanmış hatlarda potansiyel katsayılarının ortalama değerlerine tekabül eder.

Simetrik olmayan hat tertibi için kısım 4.10.4.1'deki A katsayılar matrisi göz önüne alındığında şekil 4.39'daki sistem için,

$$A = a_{11}^3 - 3a_{11}a_{12}^2 + a_{12}^3 \cdot 2 = (a_{11} - a_{12})^2 (a_{11} + 2a_{12}) \qquad 4.40$$

olur. Bu takdirde kısmi kapasiteler için 4-28 nolu bağıntılara benzer şekilde,

$$C = C_{12} = C_{23} = C_{31} = \frac{a_{12}}{(a_{11}-a_{12})^2 (a_{11}+2a_{12})}$$

$$C_0 = C_{10} = C_{20} = C_{30} = \frac{1}{(a_{11}+2a_{12})} \qquad 4.41$$

işletme kapasiteleri içinde,

$$Cb = C_0 + 3C = \frac{1}{(a_{11}-a_{12})^2} \qquad 4.42$$

bağıntıları elde edilir. a kat sayılarının değerleri yerine konulduğunda,

$$C_0 = \frac{2\pi\varepsilon \cdot l}{3 \ln \frac{2h_0}{\sqrt[3]{R.d^2}}} = \frac{1}{3} C_{e0}$$

$$Cb = \frac{2\pi\varepsilon \cdot l}{\ln \frac{d}{R}} = 2 C_{bük} \qquad 4.43$$

ifadeleri elde edilir. İşletme kapasitesini veren ifadede h yüksekliğinin bulunmaması, kabul edilen şartlar altında söz konusu simetrik üçgen tertipteki hattın işletme ve büklüm kapasitelerinin, hattın yüksekliğine bağlı olmadığını, diğer bir deyimle toprak etkisinin bulunmadığını gösterir. 4.143 nolu bağıntıda C_o toprak kapasitesini veren ifadede C_{eo} ile gösterilen kapasite değeri, ileride görüleceği üzere üçlü bir demet iletkenin toprak kapasitesini ve bu ifadedeki

$$\sqrt[3]{R \cdot d^2} = R_e$$

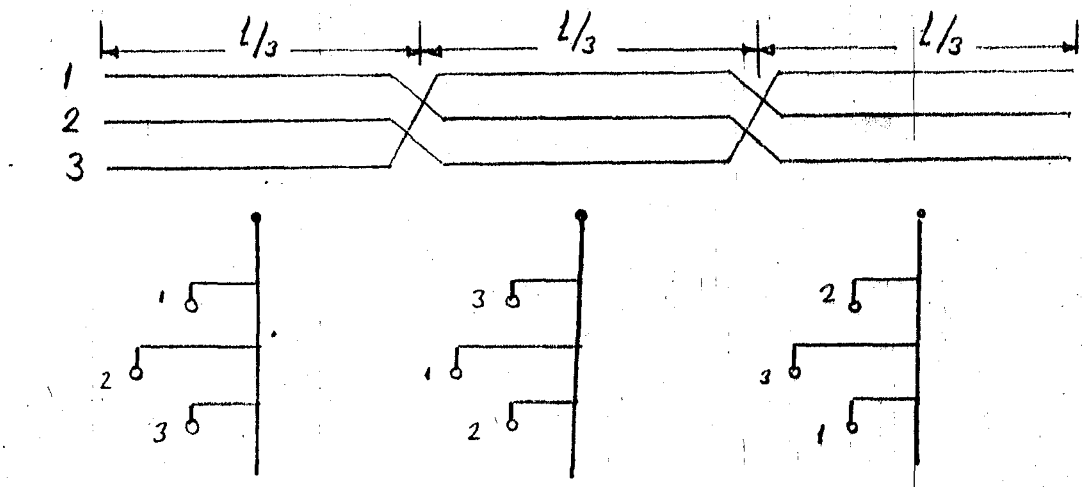
bağıntısında R_e yarı çapıda, söz konusu demet iletkenin toprak kapasitesi bakımından eş değeri olan iletkenin yarı çapını, diğer bir deyimle eşdeğer yarı çapını verir. Kabul edilen şartlar altında iki kapasite arasında,

$$C_{eo} = 3\,C_o \quad \text{bağıntısı vardır}$$

4.10.4.3 Çaprazlanmış Üç Fazlı Hat Sistemi:

Enerji iletim hatlarında faz iletkenlerinin simetrik yerleştirilmemeli nedeni ile bu simetresizlikten dolayı gerilim ve akım sistemlerinde meydana gelebilecek simetrisizliklerin düzeltilmesi, enerji iletim hatlarının yakınından geçen haberleşme hatlarında enerji iletim hatlarının sebeb oldukları elektrostatik ve elektromanyetik gerilim indüklemelerinin, bunun sonucunda meydana gelen parazitlerin önlenmesi gayesi ile enerji iletim sistemleri çaprazlama yolu ile simetrik bir işletme haline getirilir. Aynı zamanda üç fazlı hat sistemleri bir fazlı eşdeğer şemalar halinde incelenebilir.

Şekil 4.40'da α çaprazlaması adı verilen ve üç fazlı tek hat sistemlerinde kullanılan çaprazlama görülmektedir.



Şekil 4.40

Çaprazlama tüm hat boyunca eşit aralıklarda yapılmalı ve belirli bir uzunluğu aşmamalıdır. Mesela eşit kenarlı üçgen tertipdeki bir hatta bu uzunluk 80 km'yi, diğer tertiplerde ise 40 km'yi aşmamalıdır.* Simetrik tertipte olmayan üç fazlı bir hattın çaprazlanması halinde, eğer hatta tatbik edilen üç fazlı gerilim sistemi simetrik bir sistem ise, bu takdirde faz iletkenlerinin potansiyelleri ve yükleride hattın tüm uzunluluğu bakımından aynı şekilde simetrik birer sistem teşkil eder. Çaprazlanma bölgeleri içinde faz yükleri birbirine eşit olmadığı halde, çaprazlama ile faz iletkenlerinin tüm uzunlukları boyunca toplam yükleri miktarca birbirine eşit olur. Kısmi kapasitelerin hesaplanmasında kesin hesap metodu uzun ve yorucu olduğundan, daha çok →

* V.DE'ye göre

yaklaşık hesap metodu kullanılır. Yaklaşık hesap metodunda, potansiyel katsayıları için,

$$a_{11} = a_{22} = a_{33} \;, \qquad a_0 = \frac{a_{11} + a_{22} + a_{33}}{3}$$
$$a_{12} = a_{23} = a_{31} \;, \qquad a_m = \frac{a_{12} + a_{23} + a_{31}}{3} \qquad 4.44$$

ortalama değerleri esas alınır.

Hatta tatbik edilen gerilim pozitif simetrili bir sistem ise,

$$\dot{U}_{10} + \dot{U}_{20} + \dot{U}_{30} = 0$$
$$\dot{Q}_1 + \dot{Q}_2 + \dot{Q}_3 = 0 \qquad 4.45$$

bağıntıları kurulabilir. Potansiyel katsayılarına göre denklem sistemi,

$$\dot{U}_1 = \dot{U}_{10} = a_0 \dot{Q}_1 + a_m \dot{Q}_2 + a_m \dot{Q}_3$$
$$\dot{U}_2 = \dot{U}_{20} = a_m \dot{Q}_1 + a_0 \dot{Q}_2 + a_m \dot{Q}_3 \qquad 4.46$$
$$\dot{U}_3 = \dot{U}_{30} = a_m \dot{Q}_1 + a_m \dot{Q}_2 + a_0 \dot{Q}_3$$

veyahut,

$$\dot{Q}_1 = \dot{Q}_p \;, \qquad \dot{Q}_2 = a^2 \dot{Q}_1 \;, \qquad \dot{Q}_3 = a \dot{Q}_1$$

olduğundan,

$$\dot{U}_{10} = \left[a_0 + (a + a^2)\, a_m\right] \cdot \dot{Q}_1 = (a_0 - a_m) \cdot \dot{Q}_1$$

$$\dot{U}_{20} = \left[a_0 + (a + a^2)\, a_m\right] \dot{Q}_2 = (a_0 - a_m) \cdot \dot{Q}_2 \qquad 4.47$$

$$\dot{U}_{30} = \left[a_0 + (a + a^2)\, a_m\right] \dot{Q}_3 = (a_0 - a_m) \cdot \dot{Q}_3$$

olur. Yukardaki denklem sisteminden ve 4-19, 4-20, 4-40, 4-41 nolu bağıntılar göz önüne alındığında, söz konusu çaprazlanmış hattın kısmı kapasiteleri için,

$$A = (a_0 - a_m)^2 (a_0 + 2a_m)$$

$$C = C_{12} = C_{23} = C_{31} = \frac{a_m}{(a_0 - a_m)(a_0 + 2a_m)} \qquad 4.48$$

$$C_0 = C_{10} = C_{20} = C_{30} = \frac{1}{(a_0 + 2a_m)}$$

bağıntıları elde edilir.

Çaprazlama ile böylece simetrik bir işleme elde edilmiş olacağından her üç fazın bileşke kapasitelerinin birbirine eşit olması nedeni ile sistem için,

$$Cb = Cb_1 = Cb_2 = Cb_3 = \frac{\dot{Q}_1}{\dot{U}_{10}} = \frac{\dot{Q}_2}{\dot{U}_{20}} = \frac{\dot{Q}_3}{\dot{U}_{30}} = \frac{1}{a_0 - a_m} \qquad 4.49$$

$$Cb = C_0 + 3C$$

müşterek bir işletme kapasitesinin elde edileceği kolayca görülür. Burada a_0 ve a_m ortalama potansiyel katsayılarının değerleri,

$$a_0 = \frac{1}{3}(a_{11} + a_{22} + a_{33}) = \frac{1}{2\pi\varepsilon l} Ln \frac{2h}{R}$$

$$a_m = \frac{1}{3}\left(a_{12} + a_{23} + a_{31}\right) = \frac{1}{2\pi\varepsilon l}\, Ln \frac{D}{d}$$

$$h = \sqrt[3]{h_1 \cdot h_2 \cdot h_3}$$

$$d = \sqrt[3]{d_{12} \cdot d_{23} \cdot d_{31}} \qquad 4.50$$

$$D = \sqrt[3]{D_{12} \cdot D_{23} \cdot D_{31}}$$

$$R = R_1 = R_2 = R_3$$

olur.

Buna göre, söz konusu simetrik olmayan fakat çaprazlanmış hattın kısmı ve işletme kapasiteleri için (4.48, 49 ve 50) nolu bağıntılar göz önüne alındığında,

$$C = \frac{2\pi\varepsilon . l}{Ln \frac{2h.d}{R.D} \cdot Ln \frac{2h.D^2}{R.d^2}} \cdot Ln \frac{D}{d} \qquad 4.51$$

$$C_o = \frac{2\pi\varepsilon . l}{Ln \frac{2h.D^2}{R.d^2}} , \qquad Cb = \frac{2\pi\varepsilon . l}{Ln \frac{2h.d}{R.D}}$$

bağıntıları elde edilir. Tatbikatta bir çok hallerde $D \cong 2h$ alınabilir. Bu takdirde yukardaki ifadeler,

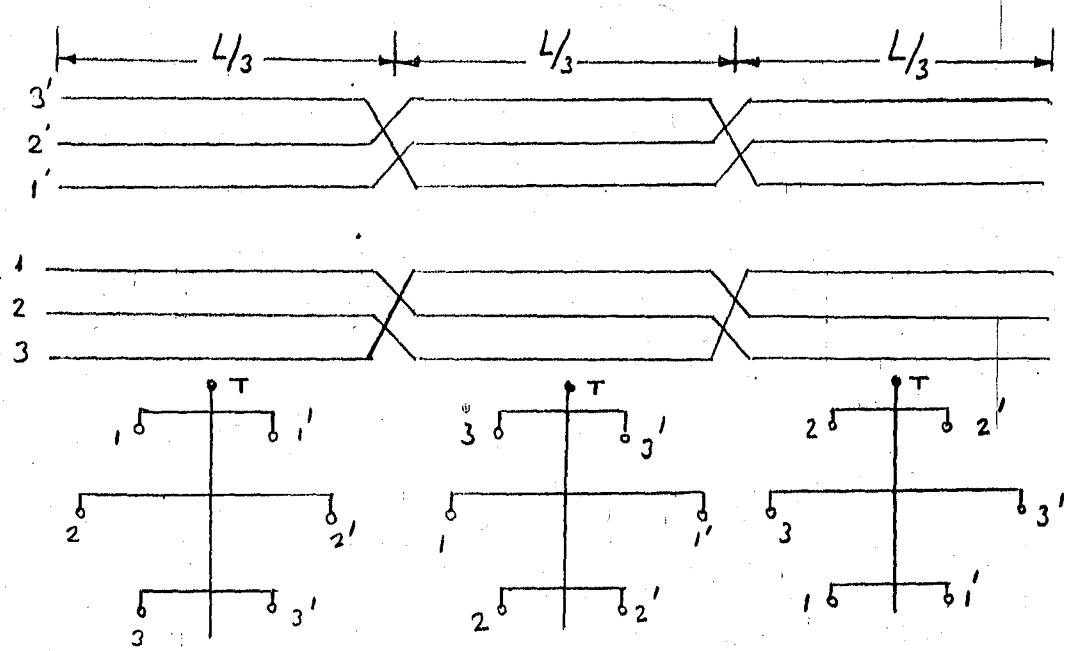
$$C \cong \frac{2\pi\varepsilon . l}{3\, Ln \frac{d}{R}\, Ln \frac{2h}{\sqrt[3]{R d^2}}}\, Ln \frac{2h}{d}$$

$$C_o \cong \frac{2\pi\varepsilon . l}{3\, Ln \frac{2h}{\sqrt[3]{R.d^2}}} = \frac{1}{3} C_{eo} , \qquad Cb \cong \frac{2\pi\varepsilon . l}{Ln \frac{d}{R}}$$

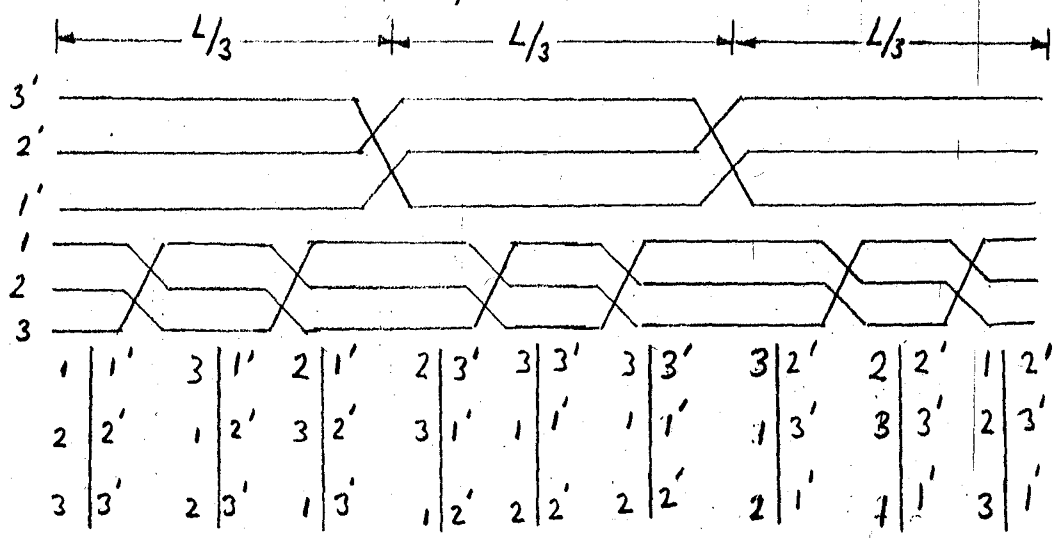
şeklinde yaklaşık olarak bulunabilir.

4.10.5. Üç Fazlı Çift Hat Sistemleri:

Üçfazlı çift hat sistemlerinde şekil 4.41'de görüldüğü gibi β veya γ adları ile adlandırılan çaprazlama tertipleleri kullanılır.



γ- Çaprazlaması (çift hat)



β- Çaprazlaması (çift hat)

Şekil 4.41

γ - çaprazlama tertibinde birbirine paralel olarak bağlanmış aynı fazların toprağa karşı potansiyelleri ve hattın tüm uzunluğundaki yükleri birbirine eşit olacağından, çift hattı teşkil eden iki tek hat sisteminden, ilk önce birinin potansiyel denklem sistemini ele alalım:

$$U_{10} = (a_0 + a_0')Q_1 + (a_m + a_m')Q_2 + (a_m + a_m')Q_3$$

$$U_{20} = (a_m + a_m')Q_1 + (a_0 + a_0')Q_2 + (a_m + a_m')Q_3 \qquad 4.53$$

$$U_{30} = (a_m + a_m')Q_1 + (a_m + a_m')Q_2 + (a_0 + a_0')Q_3$$

Burada a_0, a_m birinci hat sisteminin ve a_0', a_m' ise, ikinci hat sisteminin birinci sistem üzerine yaptığı etkiyi gösteren ortalama potansiyel katsayılarıdır. Çaprazlama γ tartibinde olduğuna göre a_0 ve a_m potansiyel katsayıları için,

$$a_0 = \frac{a_{11} + a_{22} + a_{33}}{3} \quad , \quad a_0' = \frac{a_{11}' + a_{22}' + a_{33}'}{3} \qquad 4.54$$

$$a_m = \frac{a_{12} + a_{23} + a_{31}}{3} \quad , \quad a_m' = \frac{a_{12}' + a_{23}' + a_{31}'}{3}$$

bağıntıları yazılabilir. Bu takdirde 4.53 nolu denklem

$$U_{10} = k_{11} Q_1 + k_{12} Q_2 + k_{12} Q_3$$
$$U_{20} = k_{12} Q_1 + k_{11} Q_2 + k_{12} Q_3 \qquad 4.55$$
$$U_{30} = k_{12} Q_1 + k_{12} Q_2 + k_{11} Q_3$$

$$k_{11} = k_{22} = \cdots, \quad k_{11} = a_0 + a_0', \quad k_{12} = a_m + a_m', \quad k_{12} = k_{32} = \cdots$$

şeklinde yazılabilir. Bu denklem sistemi çapraslanmış üç fazlı tek hattın denklem sistemi ile aynı yapıdadır. Bu durumda k_{11} ve k_{12}'nin yukardaki değerleri alınmak şartı ile çift hat sisteminin kapasiteleri 4-(47,48,49,50) nolu bağıntılar yardımı ile aynı şekilde hesaplanabilir.

Yukardaki denklem sistemi çift hat sistemini teşkil eden tek hat sisteminden birine aittir. İkinci hat sistemi paralel bağlandığına ve direğe göre simetrik olduğuna göre, bulunan bu sonuçların iki ile çarpılması gerekir. Buna göre, çift hat sisteminin kısmı kapasiteleri,

$$C_{12} = C_{23} = C_{13} = C = 2 \cdot \frac{k_{12}}{(k_{11} - k_{12})(k_{11} + 2k_{12})} \qquad 4.56$$

$$C_{10} = C_{20} = C_{30} = C_0 = 2 \frac{1}{(k_{11} + 2k_{12})} = 2 \cdot \frac{1}{(a_0 + 2a_m) + (a_0' + 2a_m')}$$

ve sistemin işletme kapasitesi,

$$C_b = 2 \frac{1}{(k_{11} - k_{12})} = 2 \cdot \frac{1}{(a_0 - a_m) + (a_0' - 2a_m')} \qquad 4.57$$

olur. Bağıntılarda paydadaki ikinci terimler, ikinci hat sisteminin birinci hat sistemi üzerine yaptığı etkiyi gösteren terimdir. İşletme kapasitesinde bu etkinin derecesi a_0' ile a_m' arasındaki farkın büyüklüğüne bağlıdır. $a_0' = a_m'$ olması halinde, bu etki ortadan kalkar ve çift hat sisteminin işletme kapasitesi müstakil tek bir hat sisteminin işletme kapasitesine eşit olur. Fakat tatbikatta bir çok hallerde $a_0' \neq a_m'$ olduğundan, böyle bir durum nadiren söz konusu olabilir. Sözü edilen sistem için potansiyel katsayıları,

$$a_0 = \frac{1}{2\pi\varepsilon L} \ln \frac{2h}{R}, \quad a_m = \frac{1}{2\pi\varepsilon L} \ln \frac{D}{d}$$

$$a_0' = \frac{1}{2\pi\varepsilon L} \ln \frac{D''}{d''}, \quad a_m' = \frac{1}{2\pi\varepsilon L} \ln \frac{D'}{d'} \qquad 4.58$$

$$d' = \sqrt[3]{d_{12}' \cdot d_{23}' \cdot d_{31}'} \qquad d'' = \sqrt[3]{d_{11}' \cdot d_{22}' \cdot d_{33}'}$$

$$D' = \sqrt[3]{D_{12}' \cdot D_{23}' \cdot D_{31}'} \qquad D'' = \sqrt[3]{D_{11}' \cdot D_{22}' \cdot D_{33}'}$$

$$R = R_1 = R_2 = R_3 = R_1' = R_2' = \ldots$$

olur. Potansiyel katsayıları için diğer açıklamalar 4-50 nolu bağıntıda verilmiştir. 4-58 nolu bağıntıya göre C_0 kısmı, öb işletme kapasitesini veren aşağıdaki bağıntılar elde edilir.

$$C_o = 2\frac{2\pi\varepsilon . L}{Ln\frac{2h . D^2}{R . (d')^2} + Ln\frac{D'' . (D')^2}{d'' . d'}}$$

$$Cb = 2 . \frac{2\pi\varepsilon . L}{Ln\frac{2hD''}{R . d''} - Ln\frac{D . D'}{d . d'}} \qquad , 4.59$$

olur. Faz iletkenlerinin yarı çapları birbirine eşit olduğundan tatbikatta umumiyetle,

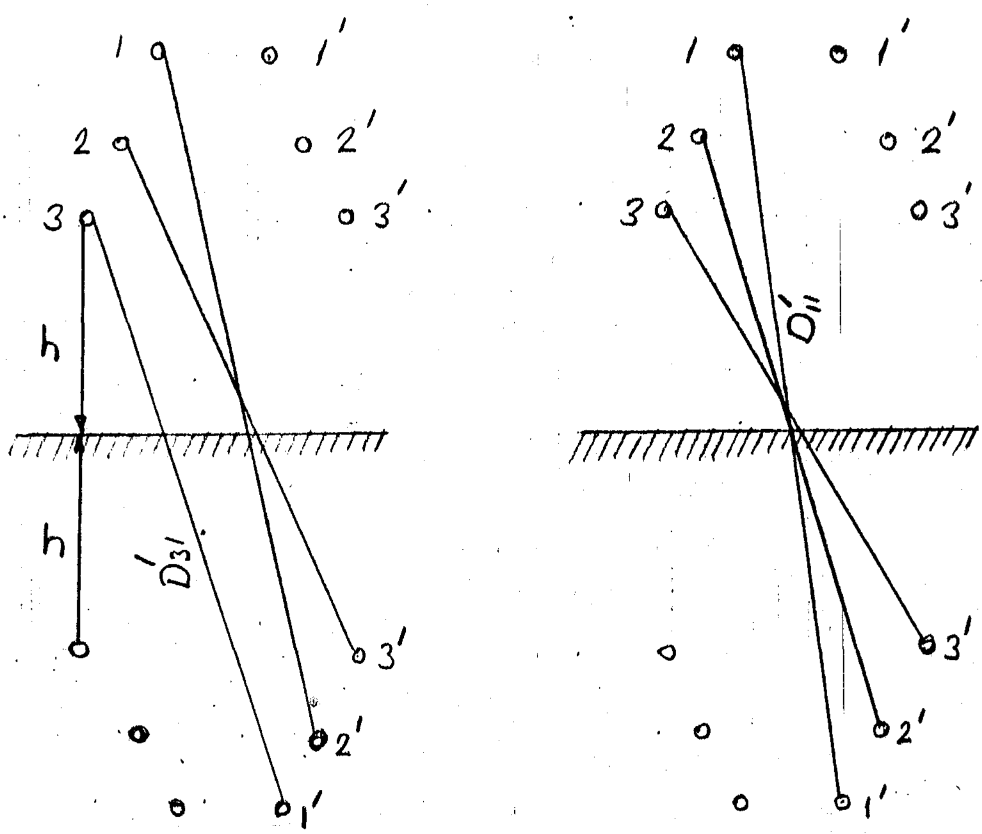
$$D' \cong D'' \quad , \quad D = 2h$$

alınabileceğinden bu durumda 4-59 nolu bağıntı,

$$C_o = 2 . \frac{2\pi\varepsilon . L}{3 . \left[Ln\frac{2h}{\sqrt[3]{R . d^2}} + Ln\frac{D'}{\sqrt[3]{d'' . (d')^2}}\right]}$$

$$Cb = 2\frac{2\pi\varepsilon . L}{Ln\frac{d . d'}{R . d''}} \qquad 4.60$$

halini alır. Şekil 4.42'de sözü edilen hat sisteminde potansiyel katsayıları ile kısmı kapasite bağıntılarından kullanılan bazı terimler verilmiştir.



Şekil 4.42

4.10.6 Koruma İletkenli Enerji İletim Sistemleri:

4.10.6.1 Bir koruma İletkenli Tek Hat Sistemi:

Bir koruma iletkenli çaprazlanmamış üç fazlı tek hat sistemi, dört iletkenli bir sistem gibi ele alınarak hesaplanır. Şekil 4.43'de gösterilen dört iletkenli böyle bir sistemin

C_{ii} ve C_{ik} kısmi kapasiteleri hattım,

$$U_1 = a_{11} Q_1 + a_{12} Q_2 + a_{13} Q_3 + a_{14} Q_4$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

$$U_2 = a_{41} Q_1 + a_{42} Q_2 + a_{43} Q_3 + a_{44} Q_4$$

potansiyel katsayılı denklem sisteminden giderek bulunur. Bu sistemde önce koruma iletkeninin topraklanmadığını farz edelim.

Koruma iletkeninin potansiyel katsayılarındaki 4 indisini T indisi olarak gösterelim. $a_{ik} = a_{ki}$ eşitliği göz önüne alınarak, söz konusu dört iletkenli sistemin kısmi kapasitelerini veren ifadelerden C_{10} ve C_{12} kısmi kapasitelerine ait ifadeler örnek olarak aşağıda gösterilmiştir.

$$C_{12} = \frac{1}{|A|}\Big[a_{12}(a_{33}a_{TT} - a_{TT}^{3}) - a_{23}(a_{13}a_{TT} - a_{1T}a_{3T}) + a_{2T}(a_{13}a_{3T} - a_{1T}a_{33})\Big]$$

$$|A| = (a_{11}a_{22} - a_{12}^{2})(a_{33}a_{TT} - a_{3T}^{2}) - (a_{11}a_{23} - a_{12}a_{13})(a_{23}a_{TT} - a_{2T}a_{3T})$$

$$+ (a_{11}a_{2T} - a_{12}a_{1T})(a_{23}a_{3T} - a_{2T}a_{33}) + (a_{12}a_{23} - a_{13}a_{22})(a_{13}a_{TT} - a_{1T}a_{3T})$$

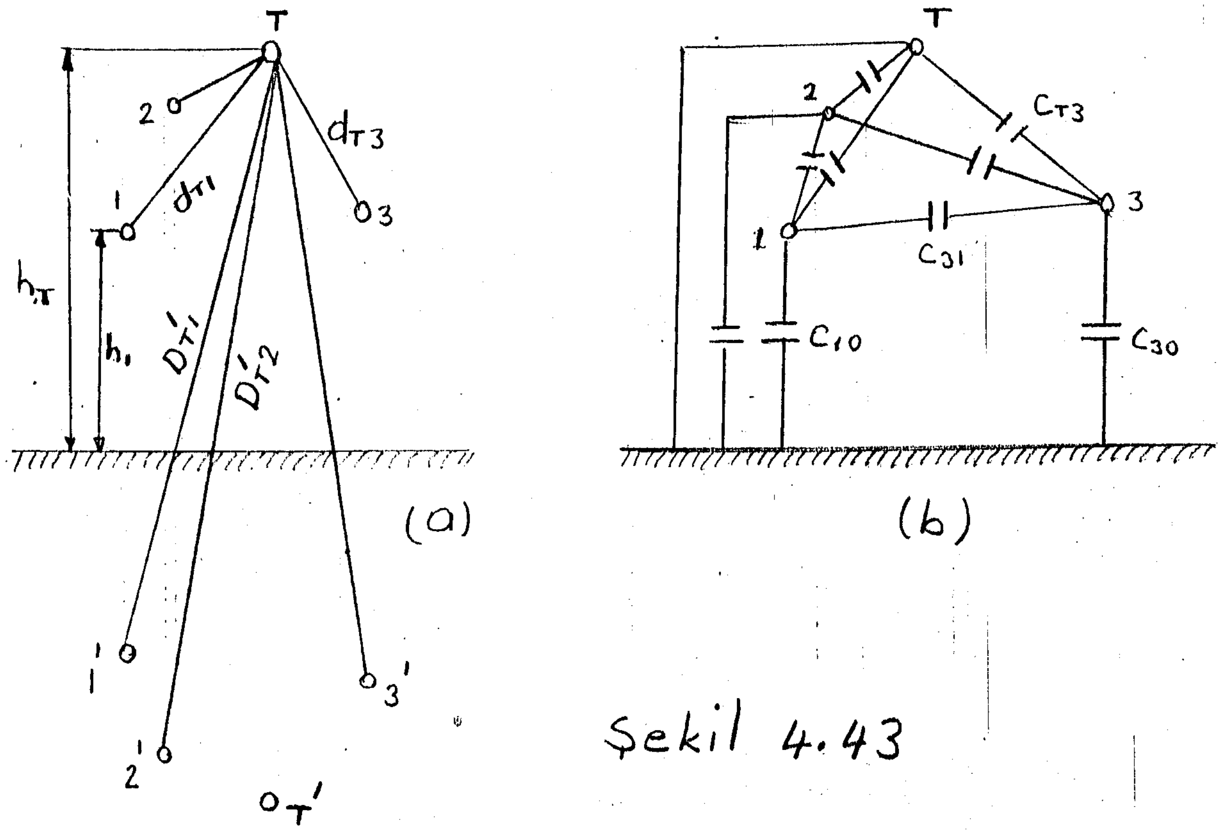
$$- (a_{12}a_{2T} - a_{1T}a_{22})(a_{13}a_{3T} - a_{1T}a_{33}) + (a_{13}a_{2T} - a_{1T}a_{23})(a_{13}a_{2T} - a_{1T}a_{23}) \qquad 4.61$$

$$C_{10} = \frac{1}{|A|}\Big[(a_{22} - a_{12})(a_{33}a_{TT} - a_{3T}^{2}) - (a_{23} - a_{13})(a_{TT}a_{33} - a_{2T}a_{3T})$$

$$+ (a_{2T} - a_{1T})(a_{23}a_{3T} - a_{33}a_{2T}) + (a_{TT} - a_{3T})(a_{12}a_{23} - a_{22}a_{13})$$

$$- (a_{3T} - a_{33})(a_{12}a_{2T} - a_{22}a_{1T}) + (a_{2T} - a_{23})(a_{13}a_{2T} - a_{23}a_{1T})\Big]$$

Dört iletkenli sisteme ait yukardaki bağıntılarda koruma iletkeninin yarı çapını sıfır kabul ettiğimizde $(a_{TT} \to \infty)$ üç iletkenli sisteme ait bağıntılar elde edilir.



Şekil 4.43

Yukardaki denklem sistemlerinin kurulmasında koruma iletkaninin topraklanmadığı faz edilerek denklem sistemleri yazılmıştır. Gerçekte koruma iletkenleri topraklandığından, söz konusu dört iletkenli sistemde koruma iletkeninin C_{T0} toprak kısmı kapasitesi şekil 4.43 b'de görüldüğü gibi kısa devre olacağından, ortadan kalkar.

Faz iletkenlerine ait a_{ii} ve a_{ik} potansiyel katsayıları üç iletkenli sistemde 4-29 nolu bağıntı ile verilmiştir. Koruma iletkenine ait potansiyel katsayıları ise,

$$a_{Ti} = \frac{1}{2\pi\varepsilon . L} \ln \frac{D'_{Ti}}{d_{Ti}} \qquad 4.62$$

$$a_{TT} = \frac{1}{2\pi\varepsilon \cdot L} \ln \frac{2h_T}{R_T}$$

olur.

Sözü edilen üç fazlı tek hat sisteminin α tertibine göre çaprazlanmış olduğunu farz edelim. Hat sisteminin kapasitelerini yaklaşık hesap metodundan yararlanarak bulalım. Bu takdirde hesaplamalarda a_0, a_m, a_{Tm} potansiyel katsayıları için 4-54 nolu bağıntıdaki ortalama potansiyel katsayıları esas alınacaktır. Koruma iletkenine ait a_{Tm} ortalama potansiyel katsayısı

$$a_{Tm} = \frac{a_{T1} + a_{T2} + a_{T3}}{3} \qquad 4.63$$

bağıntısı ile gösterilir.

Faz iletkenlerinin toprağa karşı potansiyelleri

$$U_1 = U_{10}\ ,\ U_2 = U_{20}\ ,\ U_3 = U_{30}\ ,\ U_4 = U_T = U_{T0} = 0$$

olduğuna göre (koruma hattı topraklı $U_{T0} = 0$) hattın denklem sistemi,

$$\begin{aligned} U_{10} &= a_0 Q_1 + a_m Q_2 + a_m Q_3 + a_{Tm} Q_T \\ &\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ 0 &= a_{Tm} Q_1 + a_{Tm} Q_2 + a_{Tm} Q_3 + a_{TT} Q_T \end{aligned} \qquad 4.64$$

olur. Burada koruma iletkeninin yükünü veren

$$a_T = \frac{a_{Tm}}{a_{TT}}\left(Q_1 + Q_2 + Q_3\right), \quad a_T = \frac{a_{Tm}^2}{a_{TT}} \qquad 4.65$$

kısaltmaları göz önüne alındığında, 4-64 nolu dört iletken için yazılmış denklem sistemi,

$$U_{10} = (a_0 - a_T) Q_1 + (a_m - a_T) Q_2 + (a_m - a_T) Q_3$$

$$U_{20} = (a_m - a_T) Q_1 + (a_0 - a_T) Q_2 + (a_m - a_T) Q_3 \qquad 4.66$$

$$U_{30} = (a_m - a_T) Q_1 + (a_m - a_T) Q_2 + (a_0 - a_T) Q_3$$

şeklinde üç iletkenli bir hattın denklem sistemine dönüştürülebilir. Söz konusu hat sistemine pozitif simetrili bir gerilim uygulandığında, 4-66 nolu denklem sistemi,

$$k_{11} = a_0 - a_T \quad , \quad k_{12} = a_m - a_T$$

$$\dot{U}_{10} = k_{11} \dot{Q}_1 + k_{12} \dot{Q}_2 + k_{12} \dot{Q}_3 = (k_{11} - k_{12}) \dot{Q}_1$$

$$\dot{U}_{20} = k_{12} \dot{Q}_1 + k_{11} \dot{Q}_2 + k_{12} \dot{Q}_3 = (k_{11} - k_{12}) \dot{Q}_2 \qquad 4.67$$

$$\dot{U}_{30} = k_{12} \dot{Q}_1 + k_{12} \dot{Q}_2 + k_{11} \dot{Q}_3 = (k_{11} - k_{12}) Q_3$$

şeklinde yazılabilir.

Sistemin C_{ik} ve C_{ii} kısmi kapasiteleri üç iletkenli çaprazlanmış sisteme ait 456 nolu bağıntı yardımı ile bulunur. Bu bağıntılarda a_{ii} ve a_{ik}'nın yerine k_{11} ve k_{12} konulduğunda ve yukarda verilen değerler dikkate alındığında, kısmi kapasiteler için

$$|K| = (k_{11} - k_{12})^2 (k_{11} + 2k_{12})$$

$$C = C_{12} = C_{23} = C_{31} = \frac{k_{12}}{(k_{11}-k_{12})(k_{11}-2k_{12})} = \frac{a_m - a_T}{(a_0-a_m)(a_0+2a_m-3a_T)}$$

$$C_E = C_{1E} = C_{2E} = C_{3E} = \frac{1}{(k_{11}+2k_{12})} = \frac{1}{(a_0+2a_m-3a_T)} \qquad 4.68$$

ifadeleri elde edilir. Bu bağıntılarda a_T için 4-65 nolu bağıntı göz önüne alındığında C_E için

$$C_E = \frac{1}{a_0+2a_m-3\dfrac{a_{Tm}^2}{a_{TT}}} \qquad 4.69$$

bağıntısı elde edilir. Burada C_E kapasitesi faz iletkenlerinin toprağa karşı olan kısmi kapasiteleri ile koruma iletkenine karşı olan kısmi kapasitelerinin, diğer bir deyimle birbirine paralel olan bu kapasitelerin toplamına eşit bileşke kapasiteyi gösterir. **Bundanda anlaşıldığı gibi koruma iletkeni faz iletkenlerinin toprak kapasitelerini büyültecek şekilde tesir eder.** Bu kapasiteye faz iletkenlerinin toprağa karşı etkin kapasiteside denir. Sistemin cb işletme kapasitesi,

$$C_b = C_0 + 3C$$

bağıntısında C_0 yerine C_E koymak suretiyle bulunabilir. Bu takdirde 4-57 nolu bağıntıdan, cb

$$C_b = \frac{1}{k_{11}-k_{12}} = \frac{1}{a_0-a_m} \qquad 4.70$$

bağıntısı yardımı ile bulunabilir. Bu ifadeden anlaşılacağı üzere işletme kapasitesi, a_T potansiyel katsayısına bağlı değildir. Yani koruma iletkeninin işletme kapasitesine bir etkisi yoktur. Buna karşılık koruma iletkeni, toprak kısmi kapasitelerini büyültecek ve buna mukabil iletkenler arasındaki kısmi kapasiteleri küçültecek şekilde tesir eder.

a_o ve a_m potansiyel katsayılarına ait bağıntılar 4-58 nolu bağıntılarda verilmiştir. a_{Tm} ve a_{TT} potansiyel katsayıları ise,

$$a_{Tm}=\frac{1}{2\pi\varepsilon L}\ln\frac{D_T}{d_T}\ ,\quad a_{TT}=\frac{1}{2\pi\varepsilon.L}\ln\frac{2h_T}{R_T} \qquad 4.71$$

$$D_T=\sqrt[3]{D_{T_1}.D_{T_2}.D_{T_3}} \qquad d_T=\sqrt[3]{d_{T_1}.d_{T_2}.d_{T_3}}$$

bağıntıları yardımı ile elde edilir. Bu bağıntılar 4-69 ve 4-70 nolu denklemlerde göz önüne alındığında sistemin C_E etkin ve Cb işletme kapasiteleri için aşağıdaki bağıntılar elde edilir.

$$C_E=\frac{1}{3}\cdot\frac{2\pi.\varepsilon.L}{\ln\frac{\sqrt[3]{2h.D^2}}{\sqrt[3]{R.d^2}}-\frac{\left(\ln\frac{D_T}{d_T}\right)^2}{\ln\frac{2h_T}{R_T}}} \qquad 4.72$$

$$Cb=\frac{2\pi.\varepsilon.L}{\ln\frac{2h.d}{R.D}}$$

4.10.6.2. Bir Koruma İletkenli Çift Hat Sistemi:

Koruma iletkeni şekil 4.44'de görüldüğü gibi faz iletkenlerine simetrik olarak yerleştirilsin Önce iki hat sisteminden mesela birinci hat sistemini ele alalım. Dört iletkenli bu sistemin, potansiyel denklem sistemi,

$$U_{10}=(a_o+a_o').Q_1+(a_m+a_m').Q_2+(a_m+a_m').Q_3+a_{Tm}.Q_T$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \qquad 4.73$$

$$0=a_{T1}Q_1+a_{T2}Q_2+a_{T3}Q_3+a_{T1}'Q_1+a_{T2}'Q_2+a_{T3}'Q_3+a_{TT}.Q_T$$

olur. Potansiyel katsayıları,

$$a_{Tm}=\frac{a_{T1}+a_{T2}+a_{T3}}{3}\ ,\quad a'_{Tm}=\frac{a'_{T1}+a'_{T2}+a'_{T3}}{3}$$ 4.74

$$a_{Tm}=a'_{Tm}$$

göz önüne alındığında 4-73 nolu potansiyel denklem sistemi,

$$U_{10}=(a_0+a'_0)Q_1+(a_m+a'_m)Q_2+(a_m+a'_m)Q_3+a_{Tm}Q_T$$

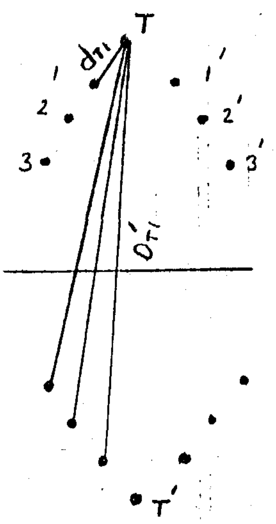
$$\cdots\quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$ 4.75

$$0=2a_{Tm}Q_1+2a_{Tm}Q_2+2a_{Tm}Q_3+a_{TT}Q_T$$

olur. Burada:

$$Q_T=-\frac{2a_{Tm}}{a_{TT}}(Q_1+Q_2+Q_3)\ ,\quad a_T=\frac{a_{Tm}^2}{a_{TT}}$$ 4.76

bağıntıları göz önüne alındığında, 4-75 nolu denklem sistemi,



Şekil 4.44

$$U_{10}=k_{11}Q_1+k_{12}Q_2+k_{12}Q_3$$

$$U_{20}=k_{12}Q_1+k_{11}Q_2+k_{12}Q_3$$

$$U_{30}=k_{12}Q_1+k_{12}Q_2+k_{11}Q_3$$ 4.77

$$k_{11}=a_0+a'_0-2a_T$$

$$k_{12}=a_m+a'_m-2a_T$$

şeklinde üç iletkenli denklem sistemine dönüştürülür.

$$D_T=\sqrt[3]{D_{T1}\cdot D_{T2}\cdot D_{T3}}$$

$$d_T=\sqrt[3]{d_{T1}\cdot d_{T2}\cdot d_{T3}}$$ 4.78

$$D'_T=D_T\ ,\quad d_T=d'_T$$

Sistemin kısmi ve işletme kapasiteleri, k_{11} ve k_{12}'nin yukarda verilen değerleri esas alınmak sureti ile 4-56 ve 4-57 nolu bağıntılar yardımı ile hesaplanır. Sistemin etkin kapasitesi,

$$C_E = 2\frac{1}{(k_{11}+2k_{12})} = 2\frac{2\pi\varepsilon \cdot \ell}{(a_0+2a_m)+(a_0'-2a_m')-3a_T} \qquad 4.79$$

bağıntısıyla bulunur. Burada söz konusu ortalama potansiyel katsayıları şekil 4.44 yardımı ile,

$$a_0 = \frac{1}{2\pi\varepsilon\ell} \ln\frac{2h}{R}, \quad a_m = \frac{1}{2\pi\varepsilon\cdot\ell}\ln\frac{D}{d}$$

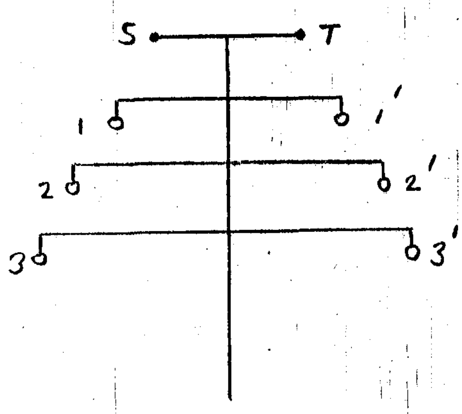
$$a_0' = \frac{1}{2\pi\varepsilon\cdot\ell}\ln\frac{D'}{d''}, \quad a_m' = \frac{1}{2\pi\varepsilon\cdot\ell}\ln\frac{D'}{d'} \qquad 4.80$$

$$a_{TT} = \frac{1}{2\pi\varepsilon\cdot\ell}\ln\frac{2h_T}{R_T}, \quad a_{Tm} = \frac{1}{2\pi\varepsilon\ell}\ln\frac{D_T}{d_T}$$

olur.

4.10.6.3. İki Koruma İletkenli Çift Hat Sistemi:

Şekil 4.45'de görülen iki koruma iletkenli çift hat sisteminde, koruma iletkenlerinin (S,T) direğe nazaran simetrik olarak yerleştirildiğini farz edelim.



Şekil 4.45

S ve T koruma iletkenlerinin yükleri ile öz ve ortalama potansiyel katsayıları arasında:

$$Q_S = Q_T \quad , \quad a_{SS} = a_{TT} \; , \; a_{Sm} = a_{Tm} \; , \; a'_{Tm} = a'_{Sm}$$

eşitlikleri göz önüne alındığında söz konusu hattın denklem sistemi,

$$U_{10} = (a_0 + a_0')Q_1 + (a_m + a_m')Q_2 + (a_m + a_m')Q_3 + 2a_{Tm}Q_T$$

$$\cdots \qquad 4.81$$

$$0 = 2a_{Tm}(Q_1 + Q_2 + Q_3) + (a_{TS} + a_{TT})Q_T$$

olur. Burada,

$$Q_T = -\frac{2a_{Tm}}{a_{TS} + a_{TT}}(Q_1 + Q_2 + Q_3) \qquad 4.82$$

$$a_T = \frac{2a_{Tm}^2}{a_{TS} + a_{TT}}$$

kısaltmaları göz önüne alındığında 4-81 nolu söz konusu hattın denklem sistemi aşağıdaki gibi üç faz iletkenli bir hattın,

$$U_{10} = k_{11}Q_1 + k_{12}Q_2 + k_{12}Q_3$$

$$U_{20} = k_{12}Q_1 + k_{11}Q_2 + k_{12}Q_3 \qquad 4.83$$

$$U_{30} = k_{12}Q_1 + k_{12}Q_2 + k_{11}Q_3$$

$$k_{11} = a_0 + a_0' - 2a_T \quad , \quad k_{12} = a_m + a_m' - 2a_T$$

denklem sistemine dönüştürülür. Hattın kapasiteleri 4-56 ve 4-57 nolu bağıntılar yardımı ile hesaplanır,

İletim hatlarında işletme kapasitesi $C_b = 9.10^{-9}$ F/km , toprak telli çift hatta etkin kapasite

$$C_E = 3,5 \cdot 10^{-9} F/km$$

toprak telli çift hat sisteminde faz iletkenleri arasındaki C_{ik}' kapasitesi $1,8 \cdot 10^{-9} F/km$

arasında ortalama olarak alınabilir.

4.10.7. Demet İletkenlerde Kapasite Hesabı

Çok uzun mesafelere enerji iletiminde ekonomik ve teknolojik sebepler, yüksek gerilimlerin kullanılmasını zorunlu kılar. Çok yüksek gerilimlerde korona olaylarının sebep oldukları yan tesirleri mümkün olduğu kadar müsade edilebilen sınırların altında tutulabilmesi için enerji iletim hatları buna göre boyutlandırılır.

Korona olayının önüne geçilmesi, ancak iletken yüzeyindeki maksimum alan şiddetinin, korona başlangıç alan şiddetinden küçük tutulması suretiyle olur. Bu da enerji iletim hatlarında ya faz arası açıklıklarının yada iletken yarı çaplarının korona meydanagelmeyecek şekilde büyük seçilmesi suretiyle sağlanır. Bu şekilde hesaplanan iletken yarı çapları, çok yüksek gerilimlerde oldukça büyük değerler alır. Bu durumda bir taraftan lüzumsuz malzeme sarfiyatını önlemek, diğer taraftan tesis ve teknik bakımdan bazı kolaylıklar sağlamak maksadı ile, söz konusu iletkenlerin içi boş iletkenler şeklinde yapılır. 400 kv ve bunun üstündeki gerilimlerde ise, bu gibi içi boş iletkenler yerine demet iletkenler kullanılır.

Demet iletkenler aynı fazda birden fazla iletkenin bir eksen etrafında eşit aralıklarla yerleştirilmesi ve kendi aralarında paralel bağlanmaları ile elde edilen iletken gruplarıdır. Demet iletkeni teşkil eden iletkenlere kısmi iletkenler adı verilir.

Demet iletkenler enerji iletiminde avantajlı özelliklere sahiptir. Bu iletkenlerde maksimum olan şiddeti istenilen değere kolaylıkla düşürülebilir. Belli bir alan şiddeti için, tek iletkenli sisteme göre işletme gerilimleri daha yüksektir. Diğer taraftan demet iletkenlerin normal iletkenlere göre kapasitelerinin büyük, endüktanslarının küçük olmaları nedeni ile

$$Z = \sqrt{L/C}$$

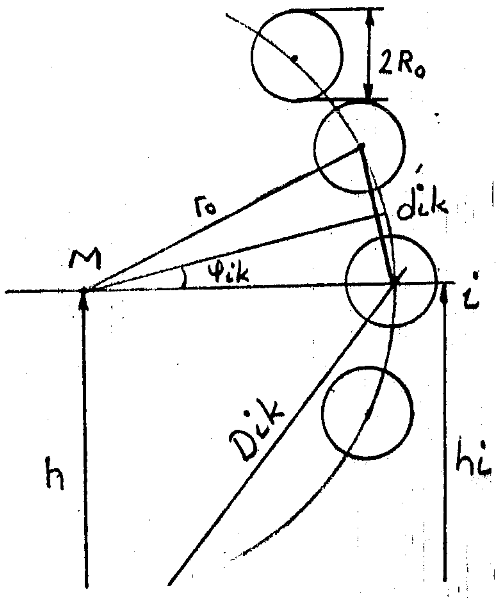
karekteristik empedansları, normal iletkenlere göre daha küçük olur. Gerilimin yüksek, karekteristik empedansın küçük olması

$$N = \frac{U^2}{Z}$$

doğal güçün o oranda büyük olmasını sağlar. Bu avantajları yanında demet iletkenler imal ve tesis bakımından da bir çok kolaylıklar gösterir. Bu bakımdan çok yüksek gerilimlerde demet iletkenlerin kullanılması bir avantaj teşkil eder.

Demet iletkenlerin kapasiteleri, normal olarak potansiyel denklem sistemlerinden gidilerek hesaplanabilir. Fakat demet iletkeni teşkil eden kısmi iletkenlerin sayısının büyük olması halinde, hesap işlemleri oldukça uzun zaman alıcı ve yorucu olacağından, esasen tatbikatta karşılaşılan hallerde boyut ölçmelerinde daima belirli bir hata söz konusu olabileceğinden, yaklaşık hesap metodu kullanılır. Aşağıda görüleceği üzere yapılacak hesaplarda demet iletkenlerin işletme kapasiteleri ele alınacaktır.

Şekil 4.46'da gösterilen ve yarı çapı r_0 olan bir daire çevresinde eşit aralıklarla çevreselsimetrik tertipte yerleştirilmiş bulunan ve yarı çapları R_0 olan n sayıda kısmi iletkenden teşekkül eden bir demet iletkenin işletme kapasitesini bulalım.



Şekil 4.46

Kısmi iletkenlerin topraktan olan h_i yükseklikleri, iletkenler arasındaki d_{ik} açıklıklarına nazaran oldukça büyük olduğundan, kısmi iletkenlerin ortalama yükseklikleri, yaklaşık olarak demet iletkenin h ortalama yüksekliğine eşit olarak alınabilir. Bu takdirde kısmi iletkenlerin öz potansiyel katsayıları, yaklaşık olarak,

$$a_{11} \cong a_{22} \cong \ldots \cong a_{ii} \cong \frac{1}{2\pi\varepsilon . l} \ln \frac{2h}{R_0} \qquad 4.84$$

birbirine eşit olur. Kısmi iletkenlerin potansiyelleri, iletkenlerin birbiriyle paralel bağlanmış olmaları nedeni ile birbirine eşit olacağından, demet iletkenin Q toplam yükünün demet iletkenlerdeki kısmi iletkenlere, eşit olacak şekilde

$$Q_n = \frac{Q}{n}$$

dağılacağı yaklaşık olarak kabul edilebilir. Bu durumda demet iletkenin u potansiyeli, kısmi iletlerden birinin, mesela $i$ninci iletkenin u_i potansiyeline eşit olacağına göre demet iletkenin u potansiyeli, potansiyel denklem sistemine göre,

$$U = U_i = (a_{i1} + a_{i2} + \cdots + a_{ii} + a_{in}) \frac{Q}{n} = \frac{Q}{n} \sum_{k=1}^{k=n} a_{ik} \qquad 4.85$$

bağıntısı yardımı ile ifade edilebilir. Burada a_{ii} ve a_{ik} 4.21 nolu bağıntıdaki değerleri göz önüne alındığında, yukardaki ifade:

$$U = \frac{Q}{2\pi\varepsilon . l} \ln \frac{\sqrt{2h_i \prod_{\substack{k=1 \\ k\neq i}}^{k=n} D_{ik}}}{\sqrt{R_0 \prod_{\substack{k=1 \\ k\neq i}}^{k=n} d_{ik}}} \qquad 4.86$$

şeklinde yazılabilir. Burada kısmi iletkenler arasındaki d_{ik} açıklığı, şekil 4.46'dan da görüleceği gibi

$$d_{ik} = 2r_0 \sin \frac{\varphi_{ik}}{2}(k-1) = 2r_0 \sin \frac{\pi}{n}(k-1) \qquad 4.87$$

ve dolayısiyle:

$$\prod_{\substack{k=1 \\ k\neq i}}^{k=n} d_{ik} = (2r_0)^{n-1} \sin\frac{\pi}{n} . \sin\frac{2\pi}{n} \cdots \sin\frac{(n-1)\pi}{n} = (2r_0)^{n-1} \cdot \frac{n}{2^{n-1}} = n . r_0^{n-1}$$

olduğundan başlangıçta yapılan kabule göre

$$2h_i \cong D_{ik} = 2h$$

alınabileceğinden, demet iletkenin potansiyeli için,

$$U = \frac{Q}{2\pi\varepsilon l} \ln \frac{2h}{\sqrt[n]{R_0 . n . r_0^{n-1}}} = \frac{Q}{2\pi\varepsilon l} \ln \frac{2h}{R_{en}} \qquad 4.88$$

bağıntısı elde edilir. Buradan, demet iletkenin işletme kapasitesi için,

$$Cb = \frac{Q}{U_o} = \frac{2\pi \varepsilon . l}{Ln \frac{2h}{R_{en}}} \qquad 4.89$$

bağıntısı bulunur. Bu bağıntı bize yarı çapı,

$$R_{en} = \sqrt[n]{R_o . n . r_o^{\,n-1}} = \sqrt[n]{R_o . n \left(\frac{d'}{2 \, Sin \frac{\ }{\ }} \right)^{n-1}}$$

olan düzgün yüzeyli tek bir iletkenin toprak kapasitesini verir. Yarı çapı R_{en} olan böyle bir iletkene, söz konusu demet iletkenin toprak kapasitesi bakımından eş değeri ve R_{en} yarı çapınada, demet iletkenin toprak kapasitesi bakımından eş değer yarı çapı denir.

Demet iletkenlerin eşdeğer yarı çaplı normal birer iletken gibi ele alınabilmeleri, birden fazla demet iletkenden teşekkül eden normal iletkenli birer sistem gibi ele alınarak yaklaşık olarak hesaplanabileceğini gösterir. Enerji iletiminde demet iletkenler arasındaki ortalama faz açıklıkları, kısmi iletkenler arasındaki açıklaklara nazaran oldukça büyüktür. Bu da bize demet iletkenlerin kapasitelerinin hesaplanmasında yaklaşık hesap metodunun uygulanabileceğini ve normal iletkenli üç fazlı hat sistemleri için bulunan kapasite bağıntılarının demet iletkenli sistemler içinde kullanılabileceğini gösterir.

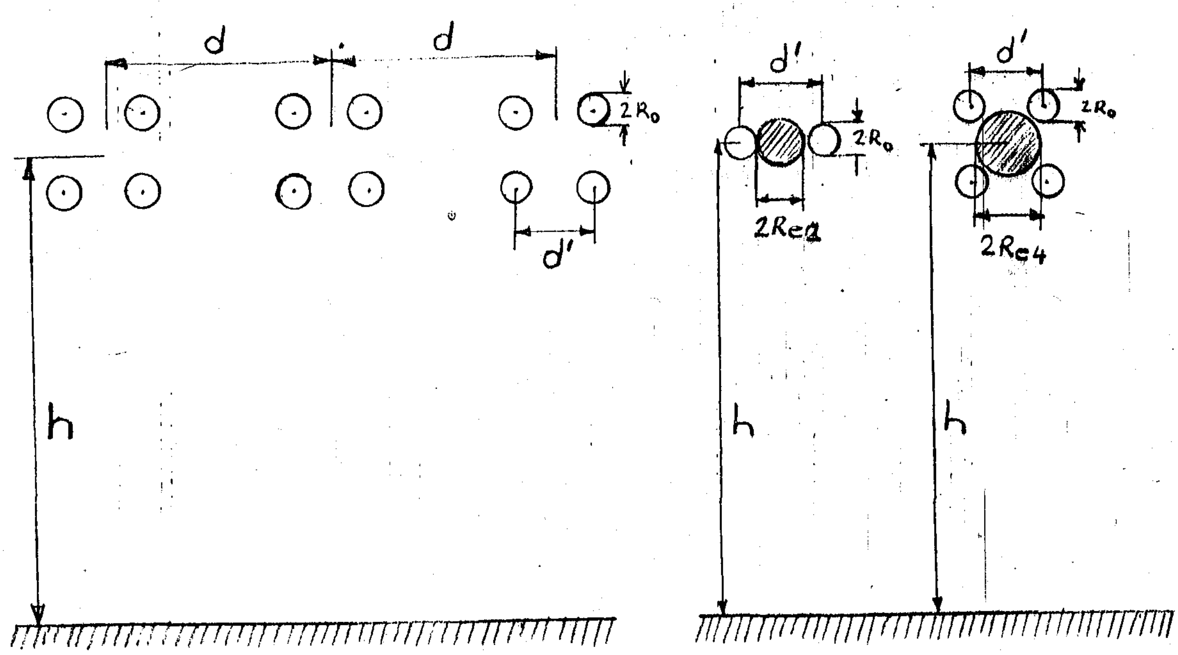
Tatbikatta genellikle ikili, üçlü ve dörtlü demet iletkenler kullanılır. Bunların eşdeğer yarı çapları aşağıdaki bağıntılar yardımı ile verilmiştir.

$$n=2 \quad , \quad R_{e2} = \sqrt[2]{R_o \cdot d'}$$

$$n=3 \quad , \quad R_{e3} = \sqrt[3]{R_o \cdot (d')^2} \qquad 4.90$$

$$n=4 \quad , \quad R_{e4} = \sqrt[4]{R_o (d')^3 \cdot \sqrt{2}}$$

Şekil (4.47 a'da) 4 kısmi iletkenden oluşan demet iletkenli üç fazlı bir hat sisteminin ile şekil 4.47 b'de ikili ve dörtlü demet iletkenin eşdeğer yarı çapları şematik olarak gösterilmiştir.



Şekil 4.47

$$D_o = 2h \quad ve \quad d_o = d\sqrt[3]{2}$$

olduğundan üç fazlı demet iletkenli çaprazlanmış bir hat sisteminin işletme kapasitesi için

$$Cb = \frac{2\pi \varepsilon . l}{Ln \dfrac{d_o}{R_{en}}} = \frac{2\pi \varepsilon . l}{Ln \dfrac{d . \sqrt[3]{2}}{\sqrt[4]{R_o (d_o')^3 . \sqrt{2}}}} \qquad 4.91$$

bağıntıları yazılabilir. Şekil 4.47 ve 4-90 nolu bağıntıya göre demet iletkenlerin R_{en} eşdeğer yarı çapları, kısmi iletkenler arasındaki (d') açıklığa ve bunların (R_o) yarı çapına, kısmi iletken (n) sayısına bağlıdır.

5. Programlar

Bu kısımda direk tipi, direk boyutları ile 154-380 kv'luk enerji iletim hatlarında kullanılan direklerin çeşitli sistemlere göre parametreleri verilmiş, bunlara ait örnek problemler yapılmıştır. Tablo 5.1'de taşıyıcı direklerin boyutları, tablo 5.2'de çeşitli sistemlere göre parametreler, şekil 5.1 ve şekil 5.2'de de örnek problemlerde kullanılan direk tipleri görülmektedir.

TAŞIYICI DİREKLERİN BOYUTLARI

DİREK ADI	D1 [m]	D2 [m]	D3 [m]	D [m]	DT [m]	DB [m]	BIZ [m]	H1 [m]	H2 [m]	T [m]	H [m]	DİR. TİPİ
4A1	—	—	—	8,7	11,962	0,457	4,26	—	—	3,5	32,295	3
A	—	—	—	9,0	13,89	0,4	4,0	—	—	3,55	28,0	3
T	6,4	8,2	7	—	—	—	2,20	4,15	4,15	3,15	17,9	2
TA	6,4	8,2	7	—	—	—	2,20	4,15	4,15	3,15	18,7	2
E	7,6	9,6	8,2	—	—	—	2,20	4,1	4,1	5,45	17,15	2
G	8,52	10,68	8,52	—	—	—	2,20	4,64	4,19	5,18	19,14	2
N	7,4	9,2	8	—	—	—	2,20	4,2	4,2	4,1	19,3	2
A	10,8	13,08	10,8	—	—	—	2,20	4,49	4,04	5,79	16,95	2
N1	6,6	9,2	7,2	—	—	—	2,20	4,1	4,1	3,3	19,3	2
TA1	6,4	8,8	7	—	—	—	2,20	4,15	4,15	3,15	18,7	2
E1	7,6	10,2	8,2	—	—	—	2,20	4,1	4,1	5,45	17,15	2
T Çukuro.	7	8,2	7,4	—	—	—	2,20	4,15	4,15	3,15	20,72	2
ST. Çuk.ova	5	6	5	—	—	—	1,20	2,5	2,5	2	16,3	2
A 2	—	—	—	6,8	8,9	—	2,20	—	—	1,7	20,6	3
AS	—	—	—	6,7	8,7	—	2,20	—	—	1,7	19,3	3
A1	—	—	—	5,9	7,2	—	2,20	—	—	1,7	19,3	3
AA	—	—	—	6,7	8,7	—	2,20	—	—	1,7	19,3	3
A	—	—	—	5,9	7,5	—	2,20	—	—	1,7	19,3	3
S	—	—	—	6,1	7,3	—	2,20	—	—	1,9	17,9	3
S1	—	—	—	6,85	8,2	—	2,20	—	—	2,35	18,8	3
D	—	—	—	7	7	—	2,20	—	—	3,88	18,9	3
T Çuk.ova	—	—	—	5,9	7,2	—	2,20	—	—	1,7	20,75	3

Tablo-5-1.

380 KV LUK HATLARDA KULLANILAN DİREKLERİN PARAMETRELERİ

DİREK TİPİ	KESİT MCM	O M İ K D E Ğ E R L E R (+) ve (-) BİLEŞEN R OHM/KM	X OHM/KM	Y UMHO/KM	SIFIR BİLEŞEN RO OHM/KM	XO OHM/KM	YO UMHO/KM
4A	954.0	0.0353	0.3162	3.54742	0.1851	1.0625	1.5766
	900.0	0.0374	0.3172	3.53684	0.1966	1.0656	1.5718
	874.5	0.0386	0.3177	3.53128	0.2027	1.0573	1.5695
A	954.0	0.0353	0.3221	3.48188	0.1851	1.0821	1.5475
	900.0	0.0374	0.3230	3.47150	0.1966	1.0852	1.5429
	874.5	0.0386	0.3235	3.46633	0.2027	1.0869	1.5406 ?

Tablo 5-2

154 KV LUK ÇİFT DEVRE HATLARIN PARAMETRELERİ

O M I K D E Ğ E R L E R

		( ) VE (–) BİLEŞEN			SIFIR BİLEŞEN		
DİREK TİPİ	KESİT MCM	R OHM/KM	X OHN/KM	Y UMHO/KM	RO OHM/KM	XO OHM/KM	YO UMHO/KM
T	795.0	0.0826	0.4017	2.82682	0.3179	1.3499	0.69626
	477.0	0.1375	0.4171	2.72037	0.5293	1.4013	0.67004
	336.0	0.1948	0.4279	2.64946	0.7500	1.4376	0.65258
	266.0	0.2454	0.4353	2.60290	0.9449	1.4627	0.64111
TA	795.0	0.0826	0.4017	2.82682	0.3179	1.3499	0.69626
	477.0	0.1375	0.4171	2.72037	0.5293	1.4013	0.67004
	336.0	0.1948	0.4279	2.64946	0.7500	1.4376	0.65258
	266.0	0. 2454	0.4353	2.60290	0.9449	1.4627	0.64111
E	795.0	0.0826	0.3976	2.85741	0.3179	1.3359	0.70380
	477.0	0.1375	0.4129	2.74869	0.5293	1.3873	0.67702
	336.0	0.1948	0.4237	2.67631	0.7500	1.4236	0.65919
	266.0	0.2454	0.4312	2.62882	0.9449	1.4487	0.64749
G	795.0	0.0826	0.4024	2.82226	0.3179	1.3520	0.69514
	477.0	0.1375	0.4177	2.71615	0.5293	1.4034	0.66900
	336.0	0.1948	0.4285	2.64545	0.7500	1.4397	0.65159
	266.0	0.2454	0.4359	2.59904	0.9449	1.4648	0.64016
N	795.0	0.0826	0.3999	2.84060	0.3179	1.3435	0.69966
	477.0	0.1375	0.4152	2.73314	0.5293	1.3950	0.67319
	336.0	0.1948	0.4260	2.66156	0.7500	1.4313	0.65556
	266.0	0.2454	0.4334	2.61459	0.9449	1.4563	0.64399
A	795.0	0.0826	0.3963	2.86704	0.3179	1.3316	0.70617
	477.0	0.1375	0.4116	2.75760	0.5293	1.3830	0.67921
	336.0	0.1948	0.4224	2.68476	0.7500	1.4193	0.66127
	266.0	0.2454	0.4299	2.63697	0.9449	1.4443	0.64950

Tablo 5-2

154 KV LUK ÇİFT DEVRE HATYARIN PARAMETRELERİ

O M I K D E Ğ E R L E R İ

DİREK TİPİ	KESİT MCM	R OHM/KM	X OHM/KM	Y OMHO/KM	RO OHM/KM	XO OHM/KM	YO OMHO/KM
		(+) VE (–)BİLEŞEN			SIFIR BİLEŞEN		
NI	795.0	0.0826	0.4008	0.83397	0.3179	1.3466	0.69802
	477.0	0.1375	0.4161	2.72700	0.5293	1.3980	0.67167
	336.4	0.1948	0.4269	2.65574	0.7500	1.4343	0.65412
	266.8	0.2454	0.4343	2.60897	0.9449	1.4594	0.64260
TAI	795.0	0.0826	0.4022	2.82378	0.3179	1.3513	0.69551
	477.0	0.1375	0.4175	2.71756	0.5293	1.4027	0.66935
	336.4	0.1948	0.4283	2.64678	0.7500	1.4390	0.65192
	266.8	0.2454	0.4357	2.60033	0.9449	1.4641	0.64047
BI	795.0	0.0825	0.3982	2.85298	0.3179	1.3379	0.70270
	477.0	0.1375	0.4135	2.74460	0.5293	1.3893	0.67601
	336.4	0.1948	0.4243	2.67243	0.7500	1.4256	0.65823
	266.8	0.2454	0.4318	2.62507	0.9449	1.4507	0.64657
TCU	795.0	0.0825	0.4000	2.83956	0.3179	1.3440	0.69940
	477.0	0.1375	0.4153	2.[illegible]	0.5293	1.3955	0.67295
	336.4	0.1948	0.4261	2.66065	0.7500	1.4317	0.65533
	266.8	0.2454	0.4336	2.61371	0.9449	1.4568	0.64377
STC	795.0	0.0825	0.3658	2.11519	0.3179	1.2290	0.76729
	477.0	0.1375	0.3811	2.98641	0.5293	1.2805	0.73557
	336.4	0.1948	0.3919	2.90116	0.7500	1.3167	0.71457
	266.8	0.2454	0.3994	2.84544	0.9449	1.3418	0.70085

Tablo 5-2

154 KV LUK DEVRE HATLARIN PARAMETRELERİ

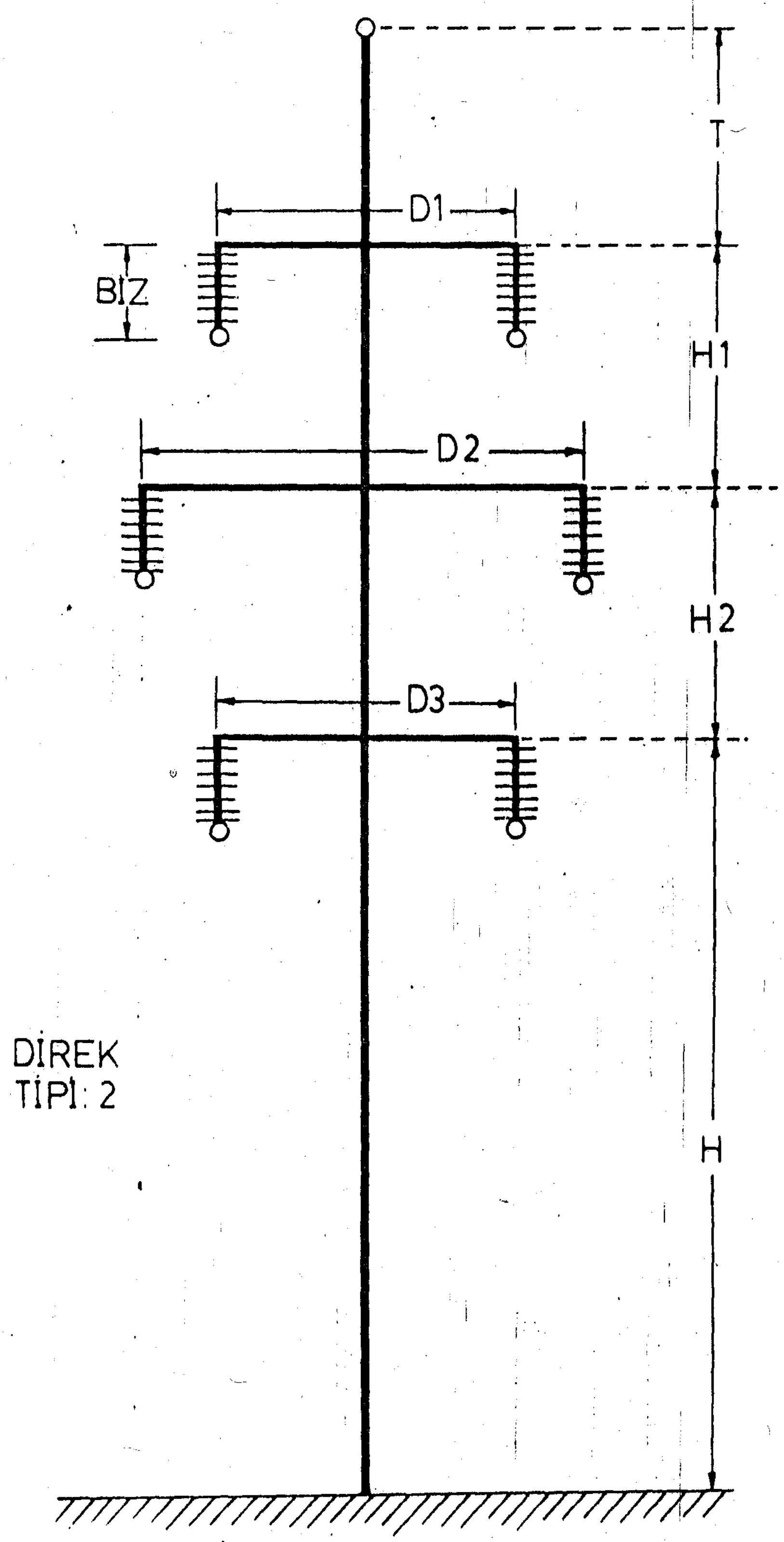
O M İ K D E Ğ E R L E R

DİREK TİPİ	KESİT MCM	R OHM/KM	X OHM/KM	X OMHO/KM	RO OHM/KM	XO OHM/KM	YO OMHO/KM
	(+)VE (-) BİLEŞEN				SIFIR BİLEŞEN		
AZ	795.0	0.0826	0.4168	2.72127	0.2585	1.1879	1.26571
	477.0	0.1375	0.4321	2.62249	0.4303	1.2316	1.21976
	336.4	0.1948	0.4429	2.55652	0.6098	1.2623	1.18908
	266.8	0.2454	0.4504	2.51315	0.7682	1.2836	1.16891
AS	795.0	0.0826	0.4204	2.69728	0.2585	1.1982	1.25455
	477.0	0.1375	0.4357	2.60020	0.4303	1.2418	1.20940
	336.4	0.1943	0.4465	2.53533	0.6098	1.2726	1.17922
	266.8	0.2454	0.4540.	2.49267	0.7682	1.2938	1.15938
AI	795.0	0.0826	0.4079	2.78274	0.2585	1.1625 2062	1.29430
	477.0	0.1375	0.4232	2.67953	0.4303	1.2062	1.24629
	336.4	0.1948	0.4340	2.61070	0.6098	1.2369	1.21428
	266.8	0.2454	0.4415	2.56549	0.7682	1.2582	1.19325
AA	795.0	0.0.826	0.4159	2.72756	0.2585	1.1853	1.26863
	477.0	0.1375	0.4312	2.62832	0.4303	1.2289	1.22248
	336.4	0.1948	0.4420	2.56207	0.6098	1.2597	1.19166
	266.8	0.2454	0.4495	2.51851	0.7682	1.2809	1.17140
A	795.0	0.0826	0.4079	2.78274	0.2585	1.1625	1.29430
	477.0	0.1375	0.4232	2.67953	0.4303	1.2062	1.24629
	336.4	0.1948	0.4340	2.61070	0.6098	1.2369	1.21428
	266.8	0.2454	0.4415	2.56549	0.7682	1.2582	1.19325
S	795.0	0.0826	0.4100	2.76806	0.2585	1.1685	1.28747
	477.0	0.1375	0.4253	2.66591	0.4303	1.2121	1.23996
	336.4	0.1948	0.4361	2.59777	0.6098	1.2429	1.20827
	266.8	0.2454	0.4436	2.55300	0.7682	1.2642	1.18744

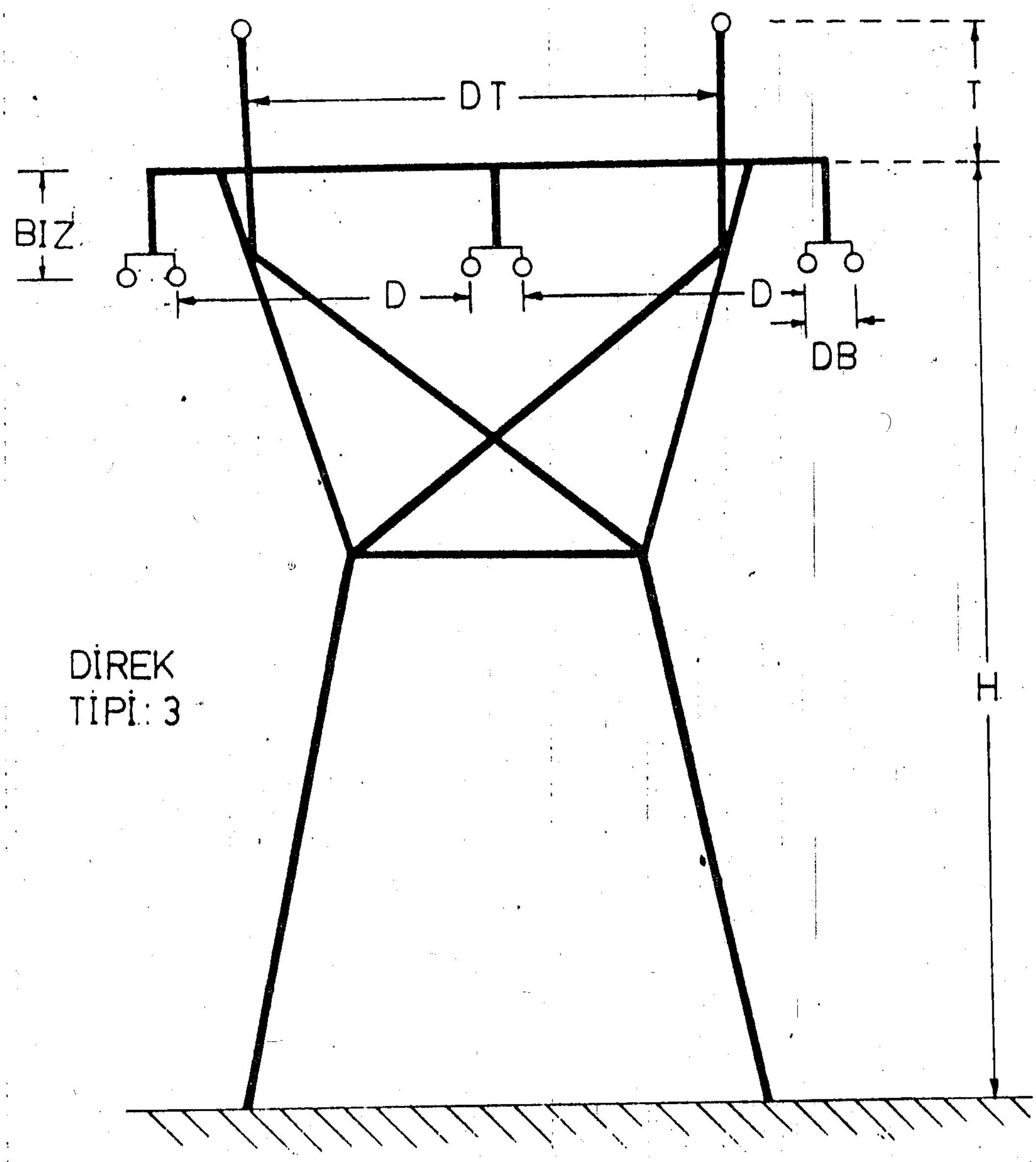
154 KV LUK TEK DEVRE HATLARIN PARAMETRELERİ

		O M I K	D E Ğ E R L E R				
		(+) VE (-) BİLESEN			SIFIR BİLESEN		
DİREK TİPİ	KESİT MCM	R OHM/KM	X OHM/KM	Y UMHO/KM	RO OHM/KM	XO OHM/KM	YO UMHO/KM
SI	795.0	0.0826	0.4173	2.71817	0.2585	1.1892	1.26426
	477.0	0.1375	0.4326	2.61961	0.4303	1.2329	1.21842
	336.4	0.1948	0.4434	2.55378	0.6098	1.2636	1.18781
	266.8	0.2454	0.4508	2.51051	0.7682	1.2849	1.16768
D	795.0	0.0826	0.4186	2.70905	0.2585	1.1931	1.26002
	477.0	0.1375	0.4339	2.61114	0.4303	1.2368	1.21448
	336.4	0.1948	0.4447	2.54573	0.6098	1.2675	1.18406
	266.8	0.2454	0.4522	2.50272	0.7682	1.2888	1.16406
TCU	795.0	0.0826	0.4079	2.78274	0.2585	1.1625	1.29430
	477.0	0.1375	0.4232	2.67953	0.4303	1.2062	1.24629
	336.4	0.1948	0.4340	2.61070	0.6098	1.2369	1.21428
	266.8	0.2454	0.4415	2.56549	0.7682	1.2582	1.19325

Tablo 5-2



Şekil-5.1



Şekil-6-2

5.1 ÖRNEK HESAPLAMALAR

Örnek-1: 154 kV tam çaprazlanmış çift devre enerji iletim hattının kilometre başına selfi

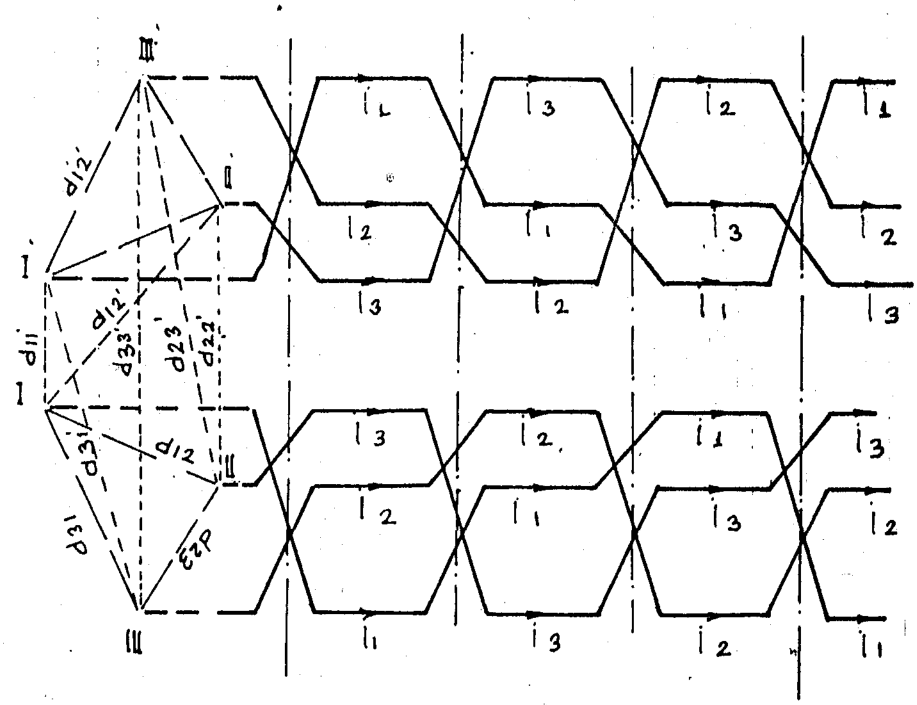
Veriler : Direk tipi: 2
Direk adı : T

$D_1 = 6{,}4$ m $\quad D_2 = 8{,}2$ m $\quad D_3 = 7$ m

$BIZ = 2{,}2$ m $\quad H_1 = 4{,}15$ m $\quad H_2 = 4{,}15$ m

$T = 3{,}15$ m $\quad H = 17{,}9$ m

$S = 795$ mm $\quad R = 15{,}9077$ mm $= 15{,}9077 \cdot 10^{-3}$ m



Şekil-5.3

$d_{12} = 4{,}246491$ m, $\quad d_{12}' = 8{,}3971721$ m, $\quad d_{11}' = 6{,}4$ m,

$d_{23} = 4{,}1931492$ m, $\quad d_{23}' = 8{,}6592436$ m, $\quad d_{22}' = 8{,}2$ m,

$d_{31} = 8{,}3054199$ m, $\quad d_{31}' = 10{,}666771$ m, $\quad d_{33}' = 7$ m,

$$d = \sqrt[3]{d_{12}\, d_{23}\, d_{31}} \qquad d' = \sqrt[3]{d_{12}'\, d_{23}'\, d_{31}'} \qquad d'' = \sqrt[3]{d_{11}'\, d_{22}'\, d_{33}'}$$

$d = 5{,}2882345$ m $\quad d' = 9{,}1878803$ m $\quad d'' = 7{,}161\,9381$

$$L = \frac{\mu_0}{2\pi}\left[\ln\left(\frac{d \cdot d'}{d'' \cdot R}\right) + \frac{1}{4}\right] \quad (\text{H/m})$$

$$\mu_0 = 4.\pi.10^{-7} \text{ H/m} = 4.\pi.10^{-4} \text{ H/km}$$

$$L = \frac{4.\pi.10^{-4}}{2.\pi}\left[\ln \frac{5,2882345 .\ 9,1878803}{7,1619391 .\ 15,907745.10^{-3}} + \frac{1}{4}\right] \quad \text{H/km}$$

$$L = 0,0012611076 \qquad XL = 2\pi f L$$

$$X_L = 2.3,14 .\ 0,0012611076 . 50$$

$$X_L = 0,4122371 \quad \text{ohm/km}$$

Örnek-2- 380 kV tam çaprazlanmış çift devre enerji iletim hattının selfini bulalım (Hat düzlemsel bir yüzey olşturacağından hesaplamalar tek devreye göre yapılacaktır)

Veriler: Direk tipi: 3

Direk adı : A

$D = 9,04$ m

$D_T = 13,89$ m

$D_B = 0,84$ m

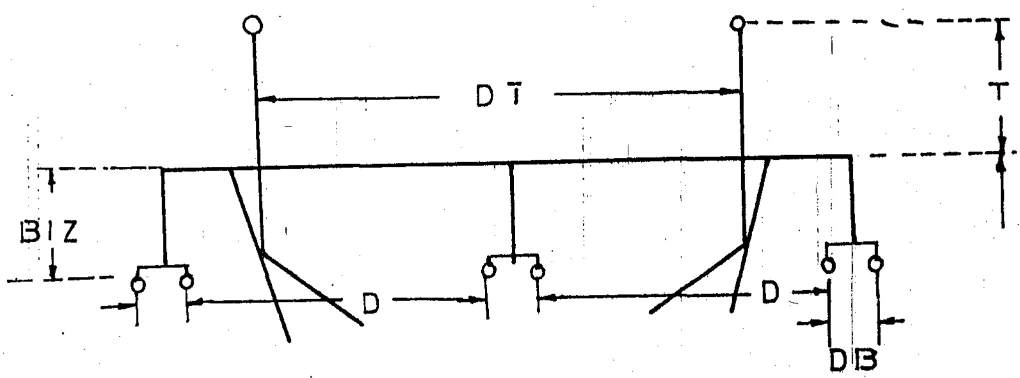
$BIZ = 0,4$ m

$T = 3,55$ m

$H = 28$ m

$S = 954$ mm

$$R = \sqrt{\frac{S}{\pi}} = \sqrt{\frac{954}{3,14}} = 17,42 \text{ mm}$$



Şekil-5.4

$d_{12} = 9,04$ m

$d_{23} = 9,04$ m

$d_{31} = 18,08$ m

$$d = \sqrt[3]{d_{12} \quad d_{23} \quad d_{31}}$$

$$d = 11,389686 \text{ m}$$

$$L = \frac{\mu_o}{2\pi}\left[\ln \frac{d}{R} + \frac{1}{4}\right],$$

$\mu_o = 4.\pi.10^{-4}$ H/km olduğundan

$$L = 2\left[\ln \frac{d}{R} + \frac{1}{4}\right].\ 10^{-4} \quad \text{H/km}$$

$$L = 2\left[\ln \frac{11,389686}{17,42.\ 10^{-3}} + 0,25\right].10^{-4} \quad \text{H/km}$$

$$L = 0,00134656 \quad \text{H/km}$$

$$X_L = 2.\pi.f.L \qquad X_L = 2.3,14.50.0,00134656$$

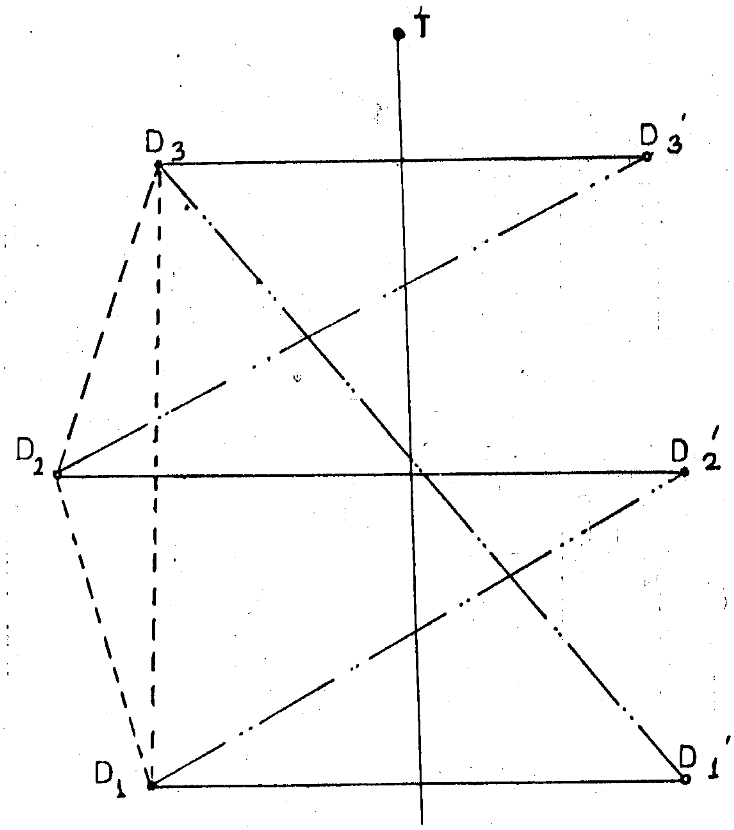
$$X_L = 0,4228 \text{ H/km}$$

Örnek-3- 154 kV üç fazlı çift hat tek koruma iletkenli hat sisteminin işletme kapasitesini bulalım

Veriler: Direk tipi : 2

Direk adı : T

$D_1 = 6,4$ m	$D_2 = 8,2$ m	$D_3 = 7$ m
BIZ $= 2,2$ m	$H_1 = 4,15$ m	$H_2 = 4,15$ m
$T = 3,15$ m	$H = 17,9$ m	$H_T = 29,35$ m
$S = 795$ mm	$R = 15,9077$ mm $= 15,9077 \cdot 10^{-3}$ m	
$L = 100$ km	$R_T = 11,13$ mm $= 11,13 \cdot 10^{-3}$ m	



Şekil-5.5

$d_{12} = 4,246491$ m, $d_{23} = 4,1931492$ m, $d_{31} = 8,3054199$ m,

$d_{23}' = 8,3971721$ m, $d_{12}' = 8,6592436$ m, $d_{31}' = 10,666771$ m,

$d_{11}' = 6,4$ m, $d_{22}' = 8,2$ m, $d_{33}' = 7$ m,

$$d = \sqrt[3]{d_{12} \cdot d_{23} \cdot d_{31}}$$

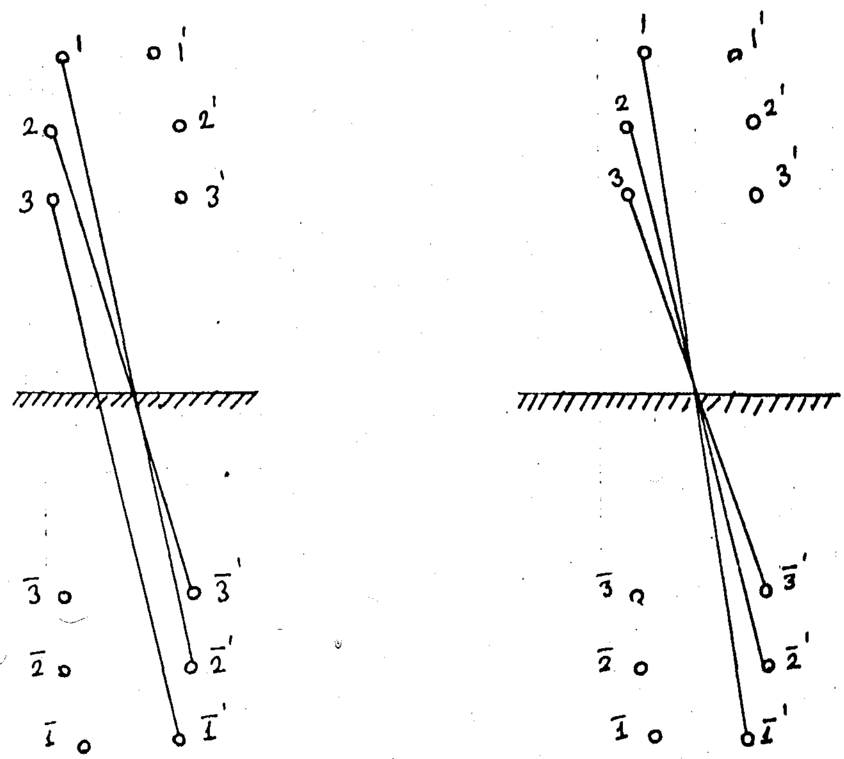
$d = 5,2882345$ m

$$d' = \sqrt[3]{d_{12}' \cdot d_{23}' \cdot d_{31}'}$$

$d' = 9,1878803$ m

$$d'' = \sqrt[3]{d_{11}' \cdot d_{22}' \cdot d_{33}'}$$

$d'' = 7,1619391$ m



Şekil-5-6

$D_{\bar{1}2'} = 47{,}139288$ m

$D_{\bar{2}3'} = 36{,}353301$ m

$D_{\bar{3}1'} = 40{,}261396$ m

$$D_0' = \sqrt[3]{D_{\bar{1}2'} \cdot D_{\bar{2}3'} \cdot D_{\bar{3}1'}}$$

$D_0'' = 41{,}014608$ m

$D_{\bar{1}1'} = 48{,}424787$ m

$D_{\bar{2}2'} = 40{,}538007$ m

$D_{\bar{3}3'} = 32{,}170794$ m

$$D_0'' = \sqrt{D_{\bar{1}1'} \cdot D_{\bar{2}2'} \cdot D_{\bar{3}3'}}$$

$D_0'' = 39{,}822694$ m

Farklı yüksekliklerdeki iletkenlerin ortalama yüksekliğini bulalım.

$h_1 = 24$ m

$h_2 = 19{,}85$ m

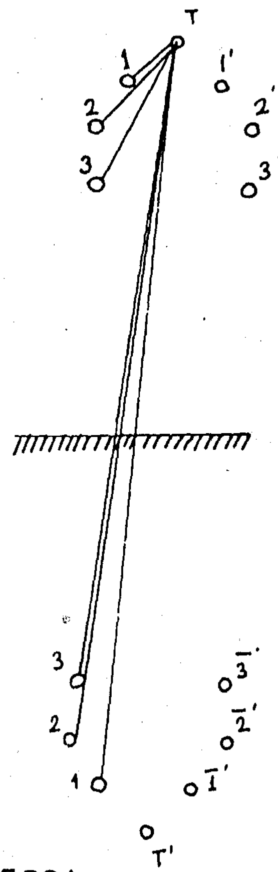
$h_3 = 15{,}7$ m

$$h = \sqrt[3]{h_1 \cdot h_2 \cdot h_3}$$

$h = 19{,}55647$ m

$h_o \cong h$

Hat iletkenlerinin koruma iletkenine olan ortalama uzaklık ları ve hat iletkenlerinin toprağa karşı simetrilerinin koruma iletkenine olan ortalama uzaklıklarını bulalım.



Şekil-5.7

$D_{T1'} = 53,445884$ m

$D_{T2'} = 49,370538$ m

$D_{T3'} = 45,185755$ m

$d_{T1} = 6,2339795$ m

$d_{T2} = 10,34698$ m

$d_{T3} = 14,091575$ m

$$D_{T0}=\sqrt{D_{T1'}\cdot D_{T2'}\cdot D_{T3}}$$

$$d_{T0}=\sqrt[3]{d_{T1}\cdot d_{T2}\cdot d_{T3}}$$

$D_{T0} = 49,218445$ m

$d_{T0} = 9,6867816$ m

Hesaplanan bu değerlerden sonra,(2 -148.a,b,c) bağıntılarından sistemin kısmi kapasiteleri ve işletme kapasitesi A_{11} ve A_{12} nin değerleri esas alınmak sureti ile faz iletkenlerinin toprağa karşı etkin kapasitesi için a_0, a_m birinci hat sisteminin ve a_0', a_m' ise, ikinci hat sisteminin birinci hat sistemine yaptığı tesiri gösteren ortalama potansiyel katsayıları aşağıda verilmiştir.

$$a_o = \frac{1}{2\pi\varepsilon l} \ln \frac{2h_o}{R} = 1{,}8.10^5 \ln \frac{2.19{,}57}{15{,}07.10^{-3}} = 1415070{,}7\ F^{-1}$$

$$a_m = \frac{1}{2\pi\varepsilon l} \ln \frac{D_o}{d_o}$$

Burada $\left(\frac{d}{2h}\right) \ll 1$ olduğundan $h_o \cong h$, $D_o = 2h$, $D_{To} = h + h_T$ alınır

$$a_m = \frac{1}{2\pi\varepsilon l} \ln \frac{2h}{d_o} = 1{,}8.10^5 \ln \frac{2.19{,}57}{5{,}28823} = 360173{,}8\ F^{-1}$$

$$a_o' = \frac{1}{2\pi\varepsilon l} \ln \frac{D_o'}{d_o'} = 1{,}8.10^5 \ln \frac{41{,}015}{7{,}1620} = 314126{,}74\ F^{-1}$$

$$a_m' = \frac{1}{2\pi\varepsilon l} \ln \frac{D_o'}{d_o'} = 1{,}8.10^5 \ln \frac{41{,}015}{9{,}1879} = 269289{,}08\ F^{-1}$$

$$a_{TT} = \frac{1}{2\pi\varepsilon l} \ln \frac{2h_T}{R_T} = 1{,}8.10^5 \ln \frac{2.29{,}35}{11{,}13.10^{-3}} = 1542699{,}2\ F^{-1}$$

$$a_{Tm} = \frac{1}{2\pi\varepsilon l} \ln \frac{D_{To}}{d_{To}} = 1{,}8.10^5 \ln \frac{49{,}2184}{9{,}6868} = 292590{,}62\ F^{-1}$$

$$a_{Tm}^2 = 8{,}561.10^{10} , \qquad a_T = \frac{a_{Tm}^2}{a_{TT}} = 55493{,}168\ F^{-1}$$

Faz iletkenlerinin toprağa karşı etkin kapasitesi

$$C_E = 2\frac{1}{(A_{11}+2A_{12})} = 2\frac{2\pi\varepsilon l}{(a_o+2a_m)+(a_o+2a_m)-3a_T}$$

$$C_E = \frac{1}{(1415070+2.363173{,}8)+(314126{,}7+2.269289)-3.55493{,}168} \quad 1{,}11212.10$$

$$C_E = 3{,}9414.10^{-9}\ F/m$$

$$C_E = 3{,}9414.10^{-9}\ F/km$$

Üç fazlı tek koruma iletkenli hatta iletkenler arası kısmı kapasite

$$C_{12} = C_{23} = C_{31} = 2 \frac{A_{12}}{(A_{11} - A_{12})(A_{11} + 2A_{12})}$$

$$A_{11} = a_o + a_o' - 2a_T$$

$$A_{11} = 1415070,7 + 314126,74 - 2.55493,168$$

$$A_{11} = 1729197,4 - 110986,34$$

$$A_{11} = 1618211,1 \; F^{-1}$$

$$A_{12} = a_m + a_m' - 2a_T$$

$$A_{12} = 360173,8 + 269289,08 - 2.55493,168$$

$$A_{12} = 629462,88 - 110986,34$$

$$A_{12} = 518476,54 \; F^{-1}$$

$$C_{12} = 2 \frac{518476,54}{(1618211,1 - 518476,54)(1618211,1 + 2.518476,54)}$$

$$C_{12} = C_{23} = C_{31} = 3,551239 \cdot 10^{-7} \; F$$

Bu bulunan C_{12} iletkenler arası kısmi kapasite çift hat sistemine göre ve 100 km uzunluğundaki hatta göre yapıldığından, bu hattın, bir hat sistemine göre ve kilometre başına iletkenler arası kısmi kapasitesi

$$C_{12} = 1,7756195 \cdot 10^{-9} \; F/km$$

olarak bulunur.

Bu üç fazlı tek koruma iletkenli çift hat sisteminin işletme kapasitesi de

$$C_b = 2 \frac{1}{A_{11} - A_{12}} = 2 \frac{1}{(a_o - a_m)(a_o' - a_m')}$$

A_{11} ve A_{12}'yi iletkenler arası kısmi kapasite hasabında daha önce bulmuştuk. Buna göre C_b işletme kapasitesi,

$$C_b = \frac{2}{1618211,1 - 518476,54}$$

$$C_b = 1,8186207 \cdot 10^{-6} \text{ F}$$

Bu C_b işletme kapasitesini biz çift hat tek koruma iletkenli 100 km'lik hat için bulduk. Bu işletme kapasitesinin çift hat sisteminin bir hattına düşen ve kilometre başına değerini bulalım.

$\frac{C_b}{2.100}$ oranı bize kilometre başına işletme kapasitesini verecektir. Bu değer

$$C_b = 9,0931033 \cdot 10^{-9} \text{ F/km}$$

dir.

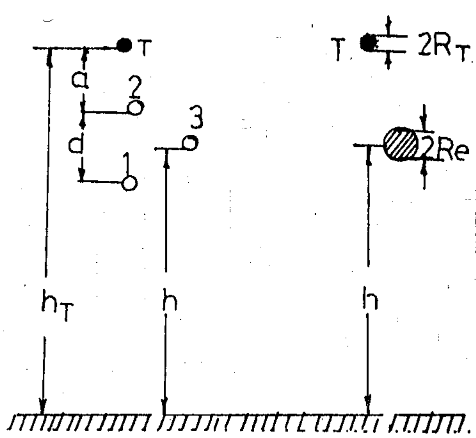
Örnek-4- Şekil-5.8 de verilen ve eşit kenarlı üçgen şekilde yerleştirilmiş üç fazlı hat sisteminin koruma iletkensiz ve iletkenli durumda faz iletkenlerinin toprak kapasiteleri bulunacak ve koruma iletkeninin etkisi hesaplanacaktır.

Hattın geometrik boyutları:

$l = 1$ km, $R = 5$ mm, $R_T = 3,5$ mm, $a = 50$ cm

$d = 100$ cm, $h = 10$ m, $h_T = 11$ m .

Bu arada $d_T \cong d_{T0} = 104$ cm bulunmuştur.



Şekil- 5.8

Burada $(d/2h)^2 \ll 1$ olduğundan, yaklaşık olarak,

$$h_o \cong h \,, \qquad D_o \cong 2h \,, \qquad D_{To} \cong h + h_T$$

kabul edilecek ve yaklaşık ifadeler kullanılacaktır. Buna göre,

a. Koruma iletkensiz durumda

Toprak kısmi kapasitesi

$$C_o = C_{10} \cong C_{20} \cong C_{30} = \frac{2\pi\varepsilon l}{3 \ln \frac{2.h}{\sqrt{R.d}}} \cong 3{,}88.10^{-9} \text{ F}$$

b. Koruma iletkenli durumda

Faz iletkenlerinin toprağa karşı etkin kapasitesi, diğer bir deyimle bileşke kapasitesi

$$C_E = \frac{2\pi\varepsilon l}{3\left[\ln \frac{2\,h}{\sqrt[3]{R\,d^2}} - \frac{\left(\ln \frac{h + h_T}{d}\right)^2}{\ln \frac{2\,h_T}{R_T}}\right]} = 4{,}96.10^{-9} \text{ F}$$

olarak bulunur.

6. **Sonuç**

Örnek problemlerde bulunan sonuçlar teorik ve yaklaşık değerlerdir. Bu nedenle praktik ölçmelerle bulunan değerlerden farklı olacaktır. Bu farklılık belirli bir hata sınırı içinde kaldığından, pratik olarak kabul edilebilir, değerlerdir. Hesaplamalar yolu ile bulunan bu değerler TEK'nun ölçü sonucu bulunan değerleri ile karşılaştırıldığında hatanın %10'nun altında kaldığı görülür.

Eğer sonuçların daha gerçekçi değerler olması istenirse, burada kullandığımız yaklaşık hesap metodu yerine kesin hesap metodunun kullanılması gerekir. Bu hesap metodu uzun zaman alıcı ve yorucu bir çalışma gerektireceği aşikardır.

Tezin Hazırlanmasında Faydalanılan Kaynaklar:

1- Elektroteknik (1) prof. y. müh. Adnan Ergeneli
İstanbul Devlet Mühendislik ve Mimarlık Akademisi
Yayınları Sayı: 85/1

2- Elektroteknik Prof. y. Müh. Ahmet Akhunlar
İ.T.Ü. Mühendislik- Mimarlık fakültesi Sayı:104

3- Analitik ve Denel Fizik Cilt:III
Deniz kuvvetleri komutanlığı Dİ 1160-M/M.H.O

4- Üniversite Fiziği çeviren Prof. Nusret Kürkçüoğlu
İ.T.Ü. Maden Fakültesi Sayı:804

5- Yüksek gerilim Tekniği Cilt 1
Prof İzzet Gönenç
İ.T.Ü. Elektrik fakültesi Sayı:1085

6- Elektrik santralları ve şebekeleri
Çeviren Prof. Dr. Mustafa Bayram
İ.T.Ü. Elektrik Fakültesi Sayı: 1159

7- Orta Gerilim Şebekeleri 1. Kısım
Prof. Mehmet İnan
İ.T.Ü. Elektrik Fakültesi Sayı:1163