T.C.
PAMUKKALE ÜNİVERSİTESİ
SOSYAL BİLİMLER ENSTİTÜSÜ
İŞLETME ANABİLİM DALI
ÜRETİM YÖNETİMİ VE PAZARLAMA BİLİM DALI

BULANIK DOĞRUSAL PROGRAMLAMA VE BİR ÜRETİM PLANLAMASINDA UYGULAMA ÖRNEĞİ

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Hazırlayan
Ayşegül TUŞ

Danışman
Yrd. Doç. Dr. İrfan ERTUĞRUL

Denizli, 2006

YÜKSEK LİSANS TEZİ ONAY FORMU

İŞLETME Anabilim Dalı, Üretim ve Pazarlama Bilim Dalı öğrencisi Ayşegül TUŞ tarafından Yrd. Doç.Dr. İrfan ERTUĞRUL yönetiminde hazırlanan "BULANIK DOĞRUSAL PROGRAMLAMA VE BİR ÜRETİM PLANLAMASINDA UYGULAMA ÖRNEĞİ" başlıklı tez aşağıdaki jüri üyeleri tarafından 14-07-2006 tarihinde yapılan tez savunma sınavında başarılı bulunmuş ve Yüksek Lisans Tezi olarak kabul edilmiştir.

Prof. Dr. Mustafa GÜNEŞ
Jüri Başkanı

Yrd.Doç.Dr.İrfan ERTUĞRUL
Jüri Üyesi (Danışman)

Yrd.Doç.Dr.Özcan MUTLU
Jüri Üyesi

Pamukkale Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Yönetim Kurulu'nun 19.07.2006 tarih ve 13/03.. sayılı kararıyla onaylanmıştır.

Prof. Dr. Nazım Kadri EKİNCİ
Müdür

ÖZET

20. yüzyılın başlarında, karmaşık gerçek dünya problemlerini kesin matematiksel modeller haline getirmek, bilim ve mühendisliğin temel eğilimi olmuş ve yöneylem araştırması, gerçek dünya karar verme problemlerine uygulanmaya başlamıştır. Ancak uygulamalı durumlar, genellikle iyi tanımlanmış değildir ve bu nedenle kesin olarak tarif edilemez. Bu kesin olmayış, tesadüfî olmaktan çok belirsizlikten ileri gelmektedir. Bunun için klasik yöneylem araştırması yaklaşımları, uygulamalı karar verme problemlerinin çözümünde gerçekten uygun olmayabilir.

1965 yılında Zadeh tarafından temelleri atılan bulanık küme teorisi, gerçek dünyanın matematiksel olarak ifade edilmesini, böylece klasik matematiğin yarattığı kesin sınırların aşılarak belirsizliğin karar süreçlerinde yer almasını sağlamıştır.

Klasik matematiksel programlama modellerinin belirsizlik içeren durumları incelemede yetersiz kalması nedeniyle yapılan bu çalışmanın temel amacı, bulanıklık altında en iyi karar vermeyi sağlayan modellerden biri olan Bulanık Doğrusal Programlama (BDP) modelinin işletmelerin üretim planlamasında önemli bir araç olarak nasıl kullanılabileceğini ortaya koymaktır. Bu çalışma, bulanık küme teorisi ile karar vericiye klasik küme teorisinden daha geniş bir hareket alanı sağlayarak Doğrusal Programlama (DP) modelinin gerçek dünyayı yansıtma becerisine ve uygulanabilirliğine katkıda bulunmuştur.

ANAHTAR KELİMELER: Bulanık küme, Doğrusal Programlama (DP), Bulanık Doğrusal Programlama (BDP), Etkileşimli Bulanık Doğrusal Programlama (EBDP)

ABSTRACT

In the early twentieth century, reducing complex real-world problems into precise mathematical models became the main trend in science and engineering and Operations Research (OR) has been applied to real-world decision making problems. However, practical situations are often not well-defined and thus can not be described precisely. This imprecise nature is actually fuzziness rather than randomness. Therefore, traditional OR approaches may not really be suitable for solving practical decision making problems.

Fuzzy set theory, that was proposed by Zadeh in 1965, provides to express real world mathematically thus to take part uncertainty in decision process by passing over certain limitations classical mathematic create.

The aim of this study which is prepared since classical mathematical programming models are inadequate to examine situations that consist of uncertainty; is to bring up how Fuzzy Linear Programming (FLP) model which is one of the models providing the best decision-making under fuzzy environments can be used at business production planning. This study contributes to capability of reflecting real world and applicability of Linear Programming (LP) model with fuzzy set theory by supplying decision maker a wider moving area than classical set theory.

KEYWORDS: Fuzzy set, Linear Programming (LP), Fuzzy Linear Programming (FLP), Interactive Fuzzy Linear Programming (IFLP)

İÇİNDEKİLER

BİRİNCİ BÖLÜM

BULANIK MANTIK VE BULANIK KÜME TEORİSİ

İKİNCİ BÖLÜM

DOĞRUSAL PROGRAMLAMA

ÜÇÜNCÜ BÖLÜM

BULANIK DOĞRUSAL PROGRAMLAMA

DÖRDÜNCÜ BÖLÜM

BULANIK DOĞRUSAL PROGRAMLAMA MODELİNİN BİR MERMER İŞLETMESİNDE UYGULANMASI

ŞEKİLLER LİSTESİ

TABLOLAR LİSTESİ

ÖNSÖZ

Değişik şartlar altında kesin veriler, gerçek dünya karar problemlerini modellemede yetersiz veya eksik kalabilir. Pek çok uygulamalı optimizasyon problemi, problem kısıtlarında bazı esnekliklerle belirtilir. Özellikle karar vermede, esneklik iyi sonuçlar verir. Bulanık kümeler, esnek kısıtları modellemek için uygun gösterim olarak tanımlanır. Gerçek yaşam karar problemlerinin matematiksel modelleri oluşturuluyorken, iki ana özellik; problem yapısındaki amaç ve problemin tanımında varolan bulanıklıktır. Bu çalışma bulanık küme teorisi, Doğrusal Programlama (DP) ve Bulanık Doğrusal Programlama (BDP) hakkında bazı teorik bilgileri ve bir mermer işletmesinin üretim planlamasında BDP modelinin uygulamasını kapsamaktadır.

Yapılan bu çalışmanın bu konu ile ilgili bundan sonra yapılacak olan çalışmalara kaynak oluşturacağını ümit ediyorum.

Akademisyenliğe adım attığım günden bu yana vermiş olduğu emeklerden ve bu tezin oluşmasında sağladığı katkılardan dolayı çok değerli danışman hocam Sayın Yrd. Doç. Dr. İrfan ERTUĞRUL'a sonsuz şükranlarımı sunarım.

Bu süre zarfında her zaman yanımda olan ve beni sürekli motive eden değerli İngilizce Okutmanı Sayın Hülya ERTUĞRUL'a ve çalışma arkadaşım Araştırma Görevlisi Sayın Esra AYTAÇ'a çok teşekkür ederim. Ayrıca haklarını hiçbir zaman ödeyemeyeceğim aileme bana verdikleri manevi destekten dolayı teşekkür ederim. Son olarak bu tezi hazırlarken elinden geldiğince bana yardım eden, beni yalnız bırakmayan ve bana sürekli moral veren çok değerli Andaç Işık'a sonsuz teşekkürler.

Ar. Gör. Ayşegül TUŞ

GİRİŞ

Günümüzde yaşanan hızlı değişim ile herşey oldukça karmaşık bir hale gelmektedir. Bu karmaşıklık genellikle belirsizlikten veya bilgi eksikliğinden kaynaklanır. Belirsizlik veya bilgi eksikliğini içeren problemler de yöneticileri subjektiflik altında karar almaya zorlar. Hızlı ve doğru karar vermenin yolu ise seçenekleri artıran ve belirsizlikleri azaltan bilimsel yöntemlerden yararlanmaktır.

Bilimde değişim, belirsizliğe karşı klasik bakıştan modern bakışa kademeli bir geçiş şeklinde kendini göstermiştir. Klasik görüşe göre bilim, sadece belirli durumlar için çalışmalarını ortaya koymalı, belirsizlikten mümkün olduğunca kaçınılmalıdır. Modern görüşe göre ise belirsizlik, bilim için gerekli, kaçınılması gereken değil aksine büyük bir yarar sağlayan bir olgu olarak değerlendirilmektedir.[1]

Basit ve yalıtılmış doğal çevrelerde çok iyi sonuçlar veren klasik yöntemler, karmaşık, etkileşimli ve subjektif özellikler taşıyan problemlerin çözümünde her zaman o derece iyi sonuçlar vermeyebilmektedir. Bilim ve teknolojideki gelişmeler, günümüzün modern toplumunu öylesine karmaşık bir hale getirmiştir ki, karar süreçleri belirsiz ve incelenmesi zor bir özellik kazanmıştır.[2] Belirsizliği incelemek için kullanılan olasılık teorisinin kavram ve yöntemleri 1960'lı yıllarda tekrar gözden geçirilmiş ve eleştirilmiştir. Daha sonra, bu eleştiriler doğrultusunda olasılık teorisinin yerine kullanılabilecek yöntemler geliştirmek için yoğun çalışmalar yapılmıştır.

1965 yılında Zadeh tarafından temelleri atılan bulanık küme teorisi, gerçek dünyanın matematiksel olarak ifade edilmesini, böylece klasik matematiğin yarattığı kesin sınırların aşılarak belirsizliğin karar süreçlerinde yer almasını sağlamıştır. Bilim ve teknolojinin hemen hemen her alanında bulanık küme teorisinin yaygın kullanımı ile sıradan insanlar bile kendilerini, gündelik yaşamlarında bu teorinin

---

[1] N. Baykal, T. Beyan (2004). *Bulanık Mantık İlke ve Temelleri,* Ankara: Bıçaklar Kitabevi, 310.
[2] A. Baray (1993). Bulanık Kümeler Kuramı ve İşletme Uygulamaları, *İ.Ü.İşletme Fakültesi Dergisi,* Cilt:22, Sayı:2, s. 91-104, 92.

kullanımı ile ortaya çıkan endüstriyel ürünlerle iç içe, “fuzzy” kelimesi ile başlayan elektronik eşyaları kullanırken bulmuşlardır. Pratikte bu denli yaygın olan çalışmalar, endüstriyel sistemlerde de karar verme konusuna getirdiği yeni açılımlar ile klasik yöneylem araştırması çalışmalarının etki alanını genişletmiştir.[3]

Klasik matematiksel programlama modellerinin bulanıklık içeren durumları incelemede yetersiz kalması nedeniyle yapılan bu çalışma giriş ve sonuç dışında dört bölümden oluşmaktadır. Birinci bölümde çalışmanın temel konusunu oluşturan Doğrusal Programlama (DP) modelindeki bulanıklığı açıklayabilmek için bulanıklık olgusu, kümeler ve önermeler arasındaki ilişkiye dayanarak ele alınmıştır. Ayrıca, klasik durumdan bulanık duruma geçiş süreci, klasik mantık ile bulanık mantık arasındaki farklılıklara ve klasik kümeler ile bulanık kümeler arasındaki farklılıklara göre ayrıntılı bir şekilde açıklanmaya çalışılmıştır. Daha sonra Bulanık Doğrusal Programlama (BDP) problemlerine ilişkin çözüm yaklaşımlarını açıklamak için gerekli olan kavramlar ve konular verilmiştir. İkinci bölümde DP modeli ve üçüncü bölümde DP modelindeki bulanıklığın nerede ve nasıl oluşabileceği ile BDP modelinin sınıflandırılması üzerinde durulmuştur. Sonra bulanık ortamda bir karar verme aracı olarak BDP modelinin nasıl kullanılabileceği incelenmiştir. BDP’nin dört temel türü olan bulanık kısıtlayıcılı, bulanık amaç fonksiyonlu ve bulanık kısıtlayıcılı, bulanık amaç katsayılı ve bulanık parametreli DP problemleri ele alınmıştır. Burada sözü edilen bulanık kısıtlayıcılı, bulanık amaç fonksiyonlu ve bulanık kısıtlayıcılı problemler için Zimmermann, Werners, Verdegay ve Chanas tarafından geliştirilen çözüm yaklaşımları incelenmiştir. Bu inceleme amaç gereği, bulanıklığın subjektif tercihe dayanan üyelik fonksiyonları ile nitelendiği durumla sınırlandırılmıştır. Bu yaklaşımların bulanıklıkla olan ilgileri analiz edilmiş, DP’ye ve birbirlerine göre getirdikleri yaklaşım farkları vurgulanmıştır. Son olarak bu yaklaşımları sentezleyen Young-Jou Lai ve Ching-Lai Hwang tarafından oluşturulmuş Etkileşimli Bulanık Doğrusal Programlama (EBDP) algoritması sunulmuştur.

---

[3] T. Paksoy, M. Atak (2003). Etkileşimli Bulanık Çok Amaçlı Doğrusal Programlama ile Bütünleşik Üretim Planlama: Hidrolik Pompa İmalatçısı Firma Örnek Olayı, *Gazi Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü Dergisi*, Cilt: 15, No: 2, s.457- 466.

Uygulama kısmında Denizli'de bulunan bir mermer işletmesinin aylık üretim planlamasına ait DP modeli kurulmuş; kurulan modelin BDP ile yeniden çözümleri EBDP algoritması kullanılarak çalışmaya dâhil edilmiştir. Çalışmanın uygulama kısmını oluşturan dördüncü bölümde ilk olarak, uygulama yapılan işletme ve işletmenin üretim süreci açıklanmaya çalışılmıştır. Daha sonra, BDP modelini kurmak için gerekli olan karar değişkenleri, amaç fonksiyonu ve kısıtlayıcılar belirlenmiştir. Teorik kısımda incelenen Zimmermann, Werners, Verdegay ve Chanas yaklaşımlarına göre, kurulan BDP modelinin çözüm değerleri EBDP algoritması ile verilmiştir.

Sonuç kısmında ise BDP problemleri için geliştirilen çözüm yaklaşımları birbirleriyle karşılaştırılarak, bunlar arasında etkinlik açısından bir sıralama ölçütü geliştirilmeye çalışılmıştır. Burada BDP modelinin DP modeline göre sağladığı üstünlükler de irdelenmiştir. Ayrıca, çalışmanın uygulama kısmında oluşturulan çözüm değerlerinin bir üretim planlaması için nasıl kullanılabileceği anlatılmaya çalışılmış ve kurulan BDP modelinin işletmeye sağladığı yararlar ortaya koyulmuştur. Sonuçlar irdelenerek bazı önerilere yer verilmiştir. Birçok uygulama alanında olduğu gibi üretim planlamasında da belirli bir oranda belirsizlik olduğu için kurulan DP modelinin BDP modeli ile yeniden çözümü uygun görülmüştür.

BİRİNCİ BÖLÜM
BULANIK MANTIK VE BULANIK KÜME TEORİSİ

Bulanık teori, 20. yüzyılın ikinci yarısında ortaya çıkmıştır. Bu teori diğer üç teoremin; klasik küme teorisindeki keskin sınırlar, her önermenin ya doğru ya da yanlış olduğunu söyleyen klasik mantık (Aristotelesçi - iki değerli mantık) ve klasik ölçme teorisindeki, özellikle de olasılık teorisindeki toplanırlık ilkesi temel varsayımlarına bir meydan okumadır. 1980'lerden itibaren bulanık teori, çeşitli etkenlerle yavaş yavaş ilerlemeye başlamıştır. Oysa bulanık teori ilk başta çoğunlukla şüphe, bazı yerlerde açıkça düşmanlıkla karşılanmıştır. ABD'de bazı etkili bilim adamları teorinin ilk gelişme evrelerinde bayağı kızgınlık göstermiştir. Buna karşılık tanınmış birçok Japon akademisyen bu teoriyi desteklemiş ve bunun sonucu birçok başarılı uygulama ve teoride gelişmeler gerçekleşmiştir.[4]

Bulanık mantığın temelini oluşturan bulanık teori, dilsel terimlerden kaynaklanan kesin olmayışı ya da belirsizliği modellemeyi mümkün kılan bir matematiksel disiplindir ve sayısal olmayan, insan sebep, algı ve yorumlarını içeren sistemleri modellemek için kullanılır.[5] Bulanık teori ortaya atılıncaya kadar belirsizlikle ilgili matematiksel işlemler yalnızca olasılık teorisi ile modellenmiştir. Olasılık teorisindeki belirsizlik, olayın belli bir dağılıma bağlı olarak gerçekleşme ihtimali ile ilgilenir. Bu durum olasılık teorisinde rastgelelik kavramıyla açıklanmaktadır. Bulanık teorideki belirsizlik ise bir kümenin sınırlarının kesin olarak tanımlanması ile ilgilidir.[6]

Bulanık teorideki başka bir yenilik ise kullanılan bilginin niteliğidir. Bulanık teori, ölçmeye dayalı bilgi yerine algıya dayalı bilgiyi kullanır. Olasılık teorisinin en büyük engeli, algıya dayalı bilgiyi işleyememesidir. Çünkü olasılık teorisinde

---

[4] M. Gençer (1991). Bulanık Kuram ve Uygulamalarında Gelişmeler, *Elektrik Mühendisliği Dergisi*, s. 239-242, 239.

[5] R.T. Marler et al (2004). A Fuzzy Approach for Determining a Feasible Point in a Constrained Problem, *2004 ASME/JSME Pressure Vessels and Piping Conference,* July, San Diego, CA, American Society of Mechanical Engineers, New York, NY.

[6] T. J. Ross et al (2002). *Fuzzy Logic and Probability Applications, Bridging the Gap*, Philadephia: Sıam Publishers, 90.

algıların anlamını gösterecek ve hesaplamaya katacak bir mekanizma bulunmamaktadır. Bu nedenle klasik teorilere göre yapılacak mantıksal çıkarımlar için ölçmeye dayalı bilgiler olan sayılara ihtiyaç duyulmaktadır. Buna karşılık bulanık teori, konuşma dili ile ifade edilen bilgileri mantıksal çıkarım için kullanma imkânı vermektedir. Bulanık teoride sayılarla yapılan hesaplama yerine kelimelerle yapılan hesaplama mümkündür. Kısaca bulanık teori ile olaylar daha gerçekçi ve dilsel değişkenlerle açıklanabilir hale getirilebilir.[7]

1.1 Bulanık Mantık

Bulanık mantık iki anlamda kullanılmaktadır. Dar anlamda bulanık mantık, klasik iki değerli mantığın genelleştirilmiş halidir. Geniş anlamda ise bulanık kümeleri kullanan bütün teorileri ve teknolojileri ifade eder.[8]

Bulanık mantık, belirsiz olarak tanımlanan değişkenlerle özel olarak ilgilenen bir sistem olup bilimsel terminoloji ve teknolojide "Fuzzy Logic" kelimelerinin karşılığı olarak kullanılmaktadır.[9]

Klasik mantık sistemleri, sadece belirli koşullarda oluşan, doğruluk değerleri tamamen doğru ya da tamamen yanlıştan birisine sahip önermelerle ilgilenir. Belirsizlikle ilgilenmez. Üçüncü bir durumun gerçekleşmesinin imkânsız olduğu varsayılır. Bu nedenle klasik mantık *iki değerli mantık* olarak da bilinir.[10] Diğer taraftan, klasik kümelere dayanarak oluşturulan önermelerin, ikiden fazla doğruluk değeri ile eşleştirilebildiği mantık sistemlerine *çok değerli mantık* denir. Çok değerli mantıkta, önermelerin tamamen doğru, tamamen yanlış ve kısmen doğru (kısmen yanlış) olduğu kabul edilir.

[7] N. Baykal, T. Beyan, 2004: 310.
[8] J. Yen, R. Langari (1999). *Fuzzy Logic, Intelligence, Control and Information,* NJ: Prentice Hall, 3.
[9] B.K. Hansen (1996). *Fuzzy Logic and Linear Programming Find Optimal Solutions for Meteorological Problems,* Term Paper for Fuzzy Logic Course at Technical University of Nova Scotia.
[10] G. Chen, T.T. Pham (2001). *Introduction to Fuzzy Sets, Fuzzy Logic and Fuzzy Control Systems,* Boca Raton, FL: CRC Press, 57.

Bulanık mantık, belirsizlik altında akıl yürütme ile çok değerli mantığın birleştirildiği mantıksal bir sistemdir. Bir mantık sisteminin temel amacı, verilen önermelerden yeni önermeler elde etmek ve bu önermelerin doğruluk değerlerini belirlemektir. Böyle bir süreç, akıl yürütme süreci olarak bilinir. Doğru veya yanlış biçimde kesin bir hüküm bildiren ifadeye *önerme*, bir önermenin doğru veya yanlış olması halinde aldığı sayısal değere ise *doğruluk değeri* denir. Bir hükmün doğru veya yanlış olarak kabul edilmesini sağlayan sözel ifade, söz konusu hükümle bire bir bağlantılı olan kümenin sınır koşulu olarak yorumlanabilir.

Klasik mantık ile çok değerli mantığın birbirinden ayrıldığı tek nokta, oluşturulan önermelere atanan doğruluk değerlerinin sayısıdır. Oluşturulan önermelerin klasik mantıkta sadece 1 ve 0 ile eşleştirilebilen doğruluk değerleri, çok değerli mantıkta genişletilmiştir. Sonuç olarak klasik mantığın oluşturulan bazı önermelerin doğruluk değerlerinin belirlenmesindeki yetersizliği ile "çok, oldukça, hemen hemen" gibi belirsizlik içeren kavramların insan düşünce biçimine yaklaşabilmek için kullanılma gerekliliği bulanık mantığın gelişmesine yol açmıştır.[11]

Gerçekte insan kararları belirsiz veya bulanıktır ve kesin sayısal değerlerle belirtmeye uygun değildir. Bu nedenle insan kararlarını modellemede sözel değişkenler kullanmak daha gerçekçi olabilir. İşte bulanık mantığın diğer mantık sistemlerinden önemli bir farklılığı, bulanık mantığın sözel değişkenlerin kullanımına izin vermesidir.[12] Değişken değeri olarak bir dildeki kelimeleri alabilen değişkene *sözel değişken* denir.[13] Burada sözü edilen kelimeler, klasik küme teorisinde sınır koşulunu net olarak ifade edemeyen kelimelerdir. Bazı kelimelerin anlamı, bir karmaşıklık veya belirsizlik gösterebildiği için sözel değişkenin bulanık kümelere dayanarak tanımlanması gerekir.[14]

---

[11] M.M. Özkan (2003). *Bulanık Hedef Programlama*, Bursa: Ekin Kitabevi, 123-126.
[12] D.F. Li, J.B. Yang (2004). Fuzzy Linear Programming Technique for Multiattribute Group Decision Making in Fuzzy Enviroments, *Information Sciences,* 158, p.263-275, 264.
[13] L.A. Zadeh (1975). The Concept of a Linguistic Variable and Its Application to Approximate Reasoning-I, *Information Sciences*, Vol:8, p.199-249.
[14] Özkan , 2003: 126.

Bulanık mantığın en geçerli olduğu iki durumdan ilki, incelenen olayın çok karmaşık olması ve bununla ilgili yeterli bilginin bulunmaması durumunda kişilerin görüş ve değer yargılarına yer verilmesi, ikincisi ise insan muhakemesine, kavrayışlarına ve karar vermesine gerek duyulan hallerdir.[15]

Bulanık mantık yaklaşımı; makinelere insanların özel verilerini işleyebilme, onların deneyimlerinden ve önsezilerinden yararlanarak çalışabilme yeteneği verir. Bu yeteneği kazandırırken sayısal ifadeler yerine sembolik ifadeler kullanır. İşte bu sembolik ifadelerin makinelere aktarılması matematiksel bir temele dayanır. Bu matematiksel temel, bulanık küme teorisi ve buna dayanan bulanık mantıktır.[16]

Matematikçilerin elinde bir sistemin girdilerine yanıt verecek özel algoritmalar bulunmadığında bulanık mantık, belirsiz niceliklere başvuran "sağduyulu" kurallar kullanarak sistemi denetleyebilmekte ve betimleyebilmektedir.[17] Başka bir deyişle, belirsiz bilgileri işleyebilmeyi ve kesin rakamlar ile ifade edilemeyen durumlarda karar vermeyi kolaylaştırmaktadır.[18] Bulanık mantık ile ürünlerin kullanımı, tasarlanması, denenmesi daha kolay ve standart sistemlere göre daha iyi bir denetim sağlamaktadır. Ayrıca bulanık mantığın uygulamaya geçirilişi kolay, hızlı ve ekonomiktir.

Bulanık mantığın tüm bu avantajlarının yanında bir takım dezavantajları da bulunmaktadır. Bulanık mantıkta kullanılan üyelik fonksiyonlarının değişkenlerinin belirlenmesinde kesin sonuç veren bir yöntem ve öğrenme yeteneği yoktur. En uygun yöntem deneme-yanılma yöntemidir, bu da çok uzun zaman alabilir. Uzun testler yapmadan gerçekten ne kadar üyelik fonksiyonu gerektirdiğini önceden kestirmek çok güçtür. Bunun yanında bulanık mantık yaklaşımında üyelik fonksiyonu değişkenleri sisteme özeldir, başka sistemlere uyarlanması çok zordur.[19]

---

[15] A. Kandel (1986). *Fuzzy Mathematical Techniques with Applications*, Boston: Addison-Wesley Publishing Company, 2.
[16] Ç. Elmas (2003). *Bulanık Mantık Denetleyiciler(Kuram, Uygulama, Sinirsel Bulanık Mantık)*, Ankara: Seçkin Kitabevi, 25.
[17] İ. Ertuğrul (1996). *Bulanık Mantık ve Bir Üretim Planlamasında Uygulama Örneği* (Basılmamış Yüksek Lisans tezi), Pamukkale Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü, Denizli, 5.
[18] E. Öztemel (2003). *Yapay Sinir Ağları*, İstanbul: Papatya Yayıncılık, 27.
[19] Elmas, 2003: 29, 40.

Bulanık mantığın uygulamada pek çok yararı bulunmaktadır. Polonyalı mantıkçı Jan Lukasiewicz'in 1920'lerde ortaya koyduğu çok değerli mantık fikrini, bir kümenin tüm elemanlarını kapsayacak şekilde genişleten Zadeh'in bu yaklaşımı, İngiltere'de Queen Mary College'da İbrahim Mamdani tarafından 1974 yılında bir buhar makinesi için bir denetleyici olarak tasarlanıp pratiğe geçirilmiştir. Mamdani, bulanık kümeleri pratik denetim sistemlerinde kullanan ilk kişi olmuştur. Günümüzde bulanık sistemler, endüstriyel süreç denetim sistemleri gibi uygulamaların yanı sıra yönetim bilimi ve karar vermede, iklimlendirmede, tıp endüstrisinde, otomobil denetim sistemleri gibi mekanik kontrol sistemlerinde de kullanılmaktadır. Bulanık denetimin gelişimi ilk olarak Avrupa'da görüldü ise de kullanım alanının merkezi Japonya ve Uzak Asya ülkeleri olmuştur. Bu uygulamalardan en etkileyicisi Japonya'da Sendai şehri metro sistemidir.[20] 1987'den beri, bulanık denetim sistemi trenlerin rotalarında hızla yol almalarını, yumuşak bir şekilde hızlanmalarını ve frenlemelerini, istasyonlara girişlerini, hassas bir şekilde durmalarını zaman kaybetmeden ve yolcuları sarsmadan gerçekleştirmektedir. İsimlerinden kökenleri anlaşılan, Matsushita, Nissan, Mitsubishi, Sony gibi firmalar, bulanık yöntemler kullanarak piyasaya sürdükleri ürünleriyle bulundukları pazarda hızla yükselerek birer dev haline gelmişlerdir. Yıkanacak çamaşırı değerlendirip gerekli olan deterjanı, su sıcaklığını ve yıkama şeklini ayarlayan çamaşır makineleri, elin titremesini çekilen nesnenin hareketinden ayıran ve mercekleri otomatik olarak ayarlayıp net görüntü üreten video kameralar ve kontrastı, parlaklığı, rengi ve netliği otomatik olarak ayarlayan TV'ler piyasaya hâkim olmuştur. Günlük hayatta elimizin ulaştığı her noktada karşımıza çıkan bu bulanık mantık uygulamaları ona olan ticari ve akademik ilgiyi daha da artırmaktadır.[21]

1.2 Bulanık Küme Teorisi

1895 tarihinde George Cantor tarafından ortaya konulan klasik küme teorisi, daha sonraları Bertrand Russel tarafından sorgulanmaya başlanmıştır. Lukasiewicz

---

[20] Hansen, 1996.

[21] T. Paksoy (2002). "Bulanık Küme Teorisi ve Doğrusal Programlamada Kullanımı: Karşılaştırmalı Bir Analiz", *Selçuk Üniversitesi Mühendislik Mimarlık Fakültesi Dergisi,* Cilt 17, No 1, ss. 1 – 16.

ve Black (1937) muğlâklık (vagueness) ve çok değerli mantık üzerinde çeşitli araştırmalar yapmıştır.[22]

"Bulanık" teriminden ilk kez 1962 yılında L.A. Zadeh'in "Devre Teorisinden Sistem Teorisine" adlı çalışmasında bahsedilmiştir.[23] Zadeh'e göre bir sistemdeki karmaşıklık arttıkça sistemi betimleyen ifadelerin anlamı azalmakta ve anlamlı ifadeler de belirsizliğe doğru gitmektedir. Zadeh, sistemdeki karmaşıklığın yarattığı belirsizliğin farklı görünümlerini ve kişilerin algılama farklılıklarını 1965 yılında yayınlanan "Bulanık Kümeler" adlı makalesinde ele almıştır. Bu makalede, bulanık kümelerin tanımı, temel işlemleri, kavramları ve özellikleri verilmiştir.[24] Bulanık küme teorisi, belirlilik adına yapılan varsayımlarla fazlaca basitleştirilen ve sanal bir ortamda yaşatılan modellerin geliştirilmesi, böylece gerçek dünyanın karmaşık sistemlerinin çözümlenmesi için ortaya atılmıştır. Bu teori, karar vericiye sadece verilen kısıtlar altında alternatiflerin değerlendirilerek sistemin optimize edilmesinde değil, aynı zamanda yeni alternatiflerin geliştirilmesinde de yardımcı olur.[25] Karar verme problemlerinin çoğu nicel ve nitel özellikler içerirler ki bunlar sıklıkla kesin olmayan veriler ve insan kararlarına dayanılarak değerlendirilir. Bulanık küme teorisi böyle karar problemleriyle ilgilenmeye çok uygundur.[26] Bulanık kümelerin karar verme olayına uygulanması, çoğu yerde, klasik karar verme teorisinin uzantılarını içermektedir. Karar verme belirsizlik ve risk faktörüne sahip iken bulanık karar verme teorisi amaçların ve kısıtların belirsizliğini ortadan kaldırmaya çalışmaktadır.[27]

Günlük hayattaki konuşmalarımızda ve birçok olayda ayrım ve gruplamalar o kadar kesin olmayıp çevreye ve insanlara göre değişmektedir. Bu tür kümelerde elemandan eleman olmayana geçiş kesin değil, derecelere göredir. Açıktır ki bu tip

---

[22] H. Tatlı, Şen, Z. (2001). Günlük En Büyük Sıcaklıkların Bulanık Kümeler ile Kestirimi, *Turk J Engin Environ Sci*, Tübitak, 25, s.1-9, 2.
[23] M.H. Atin (1999). *Bulanık Lineer Programlama* (Basılmamış Yüksek Lisans Tezi), Yıldız Teknik Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul, 4.
[24] Baykal, Beyan, 2004: 18.
[25] Paksoy, Atak, 2003: 457- 466.
[26] Li et al, 2004: 274.
[27] Ç. Uzun (1995). *Bulanık Lineer Programlama ve Bir Uygulama* (Basılmamış Yüksek Lisans Tezi), Yıldız Teknik Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.

belirsizlik ve dereceleme, olasılık teorisi ile modellenemez.[28] Bunun için derecelendirilmiş kavramlar teorisi olarak da ifade edilebilen bulanık küme teorisi geliştirilmiştir.[29]

Bulanık küme teorisi, ilk olarak yapay zekâ alanında; daha sonraları yöneylem araştırması, yönetim bilimi, uzman sistemler, kontrol teorisi, bulanık kontrol, sinir ağları ve istatistik olmak üzere pek çok alanda kullanılmıştır.[30] Yöneylem araştırmasında; karar almada sıkça kullanılan doğrusal ve doğrusal olmayan programlama, tamsayılı programlama, dinamik programlama, kuyruk modelleri, çok amaçlı karar verme, ulaştırma modelleri, oyun teorisi ve şebeke analizi gibi problemlerin çözümünde kullanılmaktadır.

1.2.1 Küme tanımı

Nesneler hakkındaki bilgiyi düzenlemeye, özetlemeye ve genelleştirmeye yönelindiğinde, çoğu zaman küme kavramı kullanılır. Ele alınan herhangi bir konuya ilişkin bilgi, küme kavramıyla sistematik olarak bir araya toplanır. İyi tanımlı nesneler topluluğuna veya sınıfına *küme*, bir kümeyi oluşturan nesnelerin her birine *kümenin elemanları* ve üzerinde çalışılan kümelerin her birini alt küme olarak kabul eden en geniş kümeye *evrensel küme* denir.[31]

Bir küme sonlu ya da sonsuz, sayılabilir ya da sayılamaz olabilir. Kümeler, klasik kümeler ve bulanık kümeler olarak iki grupta incelenebilir:

1.2.1.1 Klasik küme

Klasik bir küme, evrensel kümedeki nesnelerin ortak özelliklerine göre bir araya getirilme işlemi olarak tanımlanabilir. Klasik küme kavramında, bir kümeyi

---

[28] Ö.F. Yılmaz (1998). *Bulanık Doğrusal Programlama ile Asgari Ücretin Belirlenmesi* (Basılmamış Yüksek Lisans Tezi), Gazi Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Ankara, 4.
[29] Tatlı, Şen, 2001: 2.
[30] S.Ö. Tuncel (1997). *Bulanık Doğrusal Programlama* (Basılmamış Bilim Uzmanlığı Tezi), Hacettepe Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Ankara, 42.
[31] M. Özkan (2002). *Bulanık Doğrusal Programlama ve Bir Tekstil İşletmesinde Uygulama Denemesi* (Basılmamış Doktora Tezi), Uludağ Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü, Bursa, 7-8.

oluşturan elemanların o kümeye ait olup olmadığı kesin olarak bilinir.[32] Diğer bir ifadeyle klasik kümelerde küme üyeliği arasındaki geçiş 0'dan 1'e ve 1'den 0'a kesikli bir durumdur. Çünkü klasik küme teorisinde evrensel kümede yer alan nesneler veya sınır koşulu net bir şekilde tanımlanır.[33]

Klasik bir küme pek çok şekilde ifade edilebilir. Sonlu bir küme, genel olarak,

$E = \{ a_1, a_2, \dots , a_n \}$

ve sonsuz küme genel olarak,

$E = \{ a_1, \dots , a_n, \dots\}$

şeklinde ifade edilir. Burada E, evrensel bir kümeyi, bu kümedeki a_i elemanı, kümenin üyesini ifade eder. Evrensel kümeler, klasik kümelerdir.

x elemanı, E evrensel kümesinin bir üyesi olsun. A kümesi klasik bir küme ise, matematiksel olarak,

$\forall x \in E : \mu_A(x) \in \{0,1\}$

biçiminde ifade edilir.

$\mu_A(x)$, "karakteristik fonksiyon" ya da "üyelik fonksiyonu" olarak adlandırılır.[34] $A \subset E$ alt kümesi bulanık olmayan bir küme ise genellikle,

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 1, & x \in A \\ 0, & x \notin A \end{cases}$$

olarak gösterilir.[35] O halde üyelik fonksiyonu, E evrensel kümesine ait bir x elemanının A alt kümesine ait olma derecesini veren bir fonksiyondur.

Boş bir küme (Ø) ise;

$\forall x \in E : \mu_{\emptyset}(x) = 0$

biçiminde tanımlanır.[36] Şekil 1.1, x'in A ya da B kümesinin üyesi olduğu klasik bir kümeyi göstermektedir.[37]

---

[32] Elmas, 2003: 53.
[33] Özkan, 2003: 4.
[34] A. Kaufmann, M.M. Gupta (1988). *Fuzzy Mathematical Models in Engineering and Management Science,* North Holland: Elsevier Science Publishers B.V., 9-10.
[35] G. Bojadziev, M. Bojadziev (1995) *Fuzzy Sets, Fuzzy Logic, Applications*, London: World Scientific, 104.

A	B
. x	

Şekil 1.1: Klasik bir küme

1.2.1.2 Bulanık küme

Bulanık küme kavramı ilk olarak Azeri asıllı L. A. Zadeh tarafından 1965 yılında ortaya atılmıştır. Brown, 1971 yılında bulanık kümelerde temel kavramları ayrıntısıyla açıkladığı makalesini yayınlamıştır. Mizumoto ve Tanaka, 1981 yılında bulanık kümelerin özelliklerini incelemiştir. Türkşen, 1985 yılında bulanık küme teorisini ve uygulamalarını incelediği makalesini yayınlamıştır.

Bulanık küme kavramı, hayat koşullarında karşılaşılan belirsizliklerin matematiksel olarak açıklanmasını ve bir fonksiyon yardımıyla ifade edilmesini öngörür. Türkşen (1985)'e göre, bulanık küme teorisinin amacı, belirsizlik ifade eden, tanımlanması güç ya da anlamı zor kavramlara üyelik derecesi atayarak onlara belirlilik kazandırmaktır. Bu nedenle yaklaşım, iki değerli kümeler teorisinin çok değerli kümeler teorisine dönüşümünden doğmaktadır. Bulanık kümeler, belirlilik derecesi ya hep ya da hiç kavramının ötesinde bir görüşten ortaya çıkmaktadır.[38]

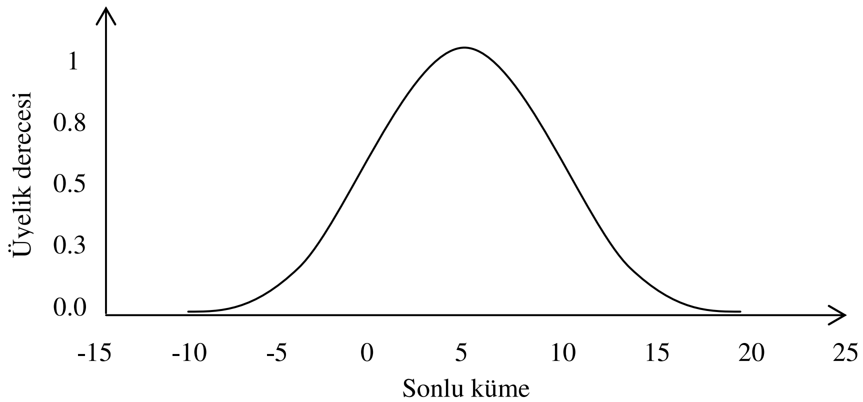
Bulanık küme kavramı, klasik küme kavramının genel bir halidir. Yani, bulanık küme kavramının tanımları, teoremleri ve ispatları bulanık olmayan kümeler için de geçerlidir.[39]

Klasik kümelerde bir elemanın bir kümeye ait olup-olmaması, kümenin karakteristik değeri ile açıklanır. Karakteristik değer, bir önermeye bağlı olarak, her elemanı {0, 1} kümesine tasvir ederek; ilgili elemanın ilgili kümeye ait olup olmamasını açıklar. Bulanık küme tanımında ise herhangi bir elemanın ilgili kümeye ait olması, [0, 1] sürekli aralığında karakteristik değere atanan sayının büyüklüğü ile

---

[36] Kaufmann, Gupta, 1988: 10.
[37] Marler et al, 2004.
[38] N. Yapıcı (2000). *Bulanık Doğrusal Programlamaya Sinir Ağları Yaklaşımı* (Basılmamış Yüksek Lisans Tezi), Selçuk Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Konya.1-3, 5.
[39] Uzun, 1995: 1.

açıklanır. Ancak, bulanık kümeyi klasik kümelerden ayırmak için karakteristik değere *üyelik fonksiyonu* denir. Klasik kümelerden farklı olarak {0, 1} kümesi yerine [0, 1] sürekli aralığı söz konusudur ve bu aralıktaki değerler üyelik derecesi adını alır.[40] Örneğin "5 civarındaki sayılar" kümesindeki 'civar' sözcüğü bulanıklık içerdiğinden sınırları klasik kümelerdeki gibi kolayca belirlenemez. Bu durum, Şekil 1.2'de gösterilmektedir.[41]



Şekil 1.2: Beş civarındaki sayılar kümesi için önerilen fonksiyon

0 ve 1 sayıları [0, 1] aralığının elemanları olduğundan her klasik küme bir bulanık küme olarak kabul edilebilir.[42]

E, bir evrensel küme, x ise bu evrensel kümenin bir elemanı olsun. A, E'nin bulanık bir alt kümesi ise, E'deki her bir elemanı birbirine bağlayan [0, 1] aralığında bir gerçel sayı olan üyelik fonksiyonu $\mu_A(x)$ şeklinde tanımlanır. Burada 0 sayısı ilgili nesnenin kümenin üyesi olmadığını, 1 sayısı ilgili nesnenin kümenin tam üyesi olduğunu ve bu iki değer arasındaki herhangi bir sayı ise ilgili nesnenin kümeye üyelik derecesini veya kısmi üyeliğini gösterir.[43] Buna göre bulanık küme teorisinde kümenin elemanı olmayan nesnelerden, kümenin tam elemanı olan nesnelere doğru esnek ve dereceli bir geçişe izin verilir. Diğer bir ifadeyle bulanık küme teorisi, kısmi üyeliğe izin vererek klasik küme teorisini genelleştirir ve küme üyeliği için [0, 1]

---

[40] Bojadziev, Bojadziev, 1995: 114.
[41] Tatlı, Şen, 2001: 2.
[42] M. Güneş, O.N. Yiğitbaşı, Türk Vergi Sisteminde Bulanık Mantık Uygulamaları, *5. Ulusal Ekonometri ve İstatistik Sempozyumu,* Çukurova. (www.ceterisparibus.net/kongre/cukurova_5htm.)
[43] Kaufmann, Gupta, 1988: 13.

aralığındaki herhangi bir değeri kabul eder. Bulanık bir küme, evrensel kümedeki her bir elemanın [0,1] aralığındaki bir sayı ile eşlendiği bir üyelik fonksiyonu olarak $\mu_A(x) \to [0,1]$ şeklinde tanımlanır.[44] Buna göre bulanık bir küme, matematiksel olarak çeşitli şekillerde gösterilebilir. Bu gösterimlerden bazıları aşağıda verilmiştir:

$$\forall x \in E : \mu_A(x) \in [0,1]$$

$$A = \{x, \mu_A(x) | x \in E\}$$

Tanımdan da görüldüğü gibi bulanık küme, olası kısmi üyelere izin veren bir sınıftır. Burada, $\mu_A(x)$, x'in A'daki üyelik derecesini verir ve E'deki A kümesi ise $A = \{(x, \mu_A(x)), x \in E\}$ sıralı ikililerinin bir alt kümesidir.[45] $\mu_A(x)$'in değeri, 1'e yaklaştıkça x'in A bulanık kümesindeki üyeliği artar.[46]

E evrensel kümesi E = { x_1, x_2, ... , x_n } şeklinde sonlu (kesikli) bir küme olsun. E'deki bir bulanık küme aşağıdaki gibi ifade edilebilir:

$\forall x \in E$ için $A = \mu_A(x_1)/x_1 + \mu_A(x_2)/x_2 + ... + \mu_A(x_n)/x_n$

$$= \sum_{i=1}^{n} \mu_A(x_i)/x_i$$

E evrensel kümesi sonlu değilse (sonsuz), yani sürekli ise, buna ait olan bir bulanık küme ise şu şekilde ifade edilebilir:[47]

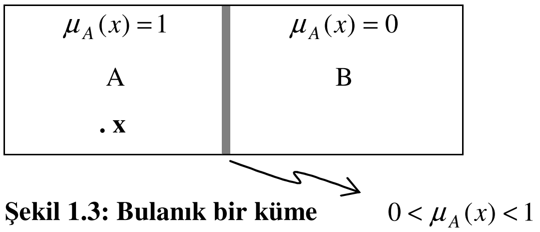
$$A = \int_E \mu_A(x)/x$$

Buradaki $\sum$, $\int$, / ve + işaretleri cebirsel anlamda sırasıyla toplam, integral alma, bölme ve toplama işlemlerini göstermez. $\sum$ ve $\int$ işaretleri, sıralı ikililerin sırasıyla kesikli ve sürekli evrenlerde bir araya getirilmesini ifade eder. / işareti, matematiksel olarak (x, $\mu_A(x)$) sıralı ikilisini ifade etmek için kullanılan bir ayraçtır.

---

[44] Özkan, 2003: 6.
[45] K. Tomsovic (1992). A fuzzy Linear Programming Approach to the Reactive Power/Voltage Control Problem, *Transactions on Power Systems*, Vol:7, No:1, 288.
[46] Bojadziev, Bojadziev, 1995: 114.
[47] Uzun, 1995: 1.

Yani herhangi bir elemanla onun üyelik derecesi arasında bağlantıyı göstermek amacıyla kullanılmaktadır.[48] + işareti ise, sıralı ikililerin birleşimini gösterir.[49]



Şekil 1.3: Bulanık bir küme

Bulanık kümelerde Şekil 1.3'te de görüldüğü gibi x'in bir küme ya da diğerinin kesin bir üyesi olması gerekmez. $\mu_A(x)$, A kümesinde x'in üyelik fonksiyonudur. Eğer x, A kümesinin bir üyesiyse $\mu_A(x)$ = 1'dir. Eğer x, B kümesinin bir üyesiyse $\mu_A(x)$ = 0'dır. Eğer x, A ve B kümelerinin arasında bir yerde ise, o zaman $\mu_A(x)$, 0 ve 1 arasında bir değere sahiptir.[50]

Bulanık kümeler, tanımlı oldukları evrensel küme ile ilişkili bir kavram ve bu kavramın kullanıldığı ortama göre biçimlenir.[51] Sözel değişkenler, net olarak ifade edilemeyen kavramların yaklaşık olarak nitelenebilmesini sağlar. Sözel değişkenler, sözel ifadeleri matematiksel olarak ifade edebilmek için bulanık kümelerin kullanımını gerektiren bir araç haline gelir. Sözel bir değişken, yapısal olarak (x, T(x), E, G, M) ile gösterilen 5 bileşenden oluşur. Burada x, *sözel değişkenin adı*; T(x), sözel değişkenle ilişkilendirilen kavramlardan oluşturulan bir *terimler kümesi*; E, sözel değişkenin tanımlı olduğu *evrensel küme*; G, sözel değişkenin terimler kümesini oluştururken kullanılan söz dizimsel veya gramere dayalı bir *kural*dır. Diğer bir ifadeyle G, evrensel kümedeki bulanık olmayan değerleri de dikkate alarak terimler kümesini küçükten büyüğe doğru sıralayan tamamen sezgisel bir kuraldır. M, terimler kümesini evrensel kümede tanımlı olan bulanık kümelerle ilişkilendiren anlama dayalı bir kuraldır.[52]

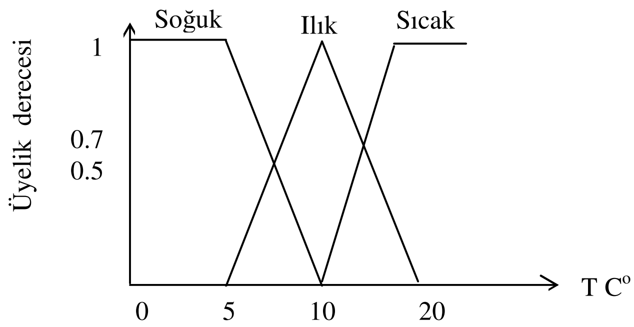
---

[48] T. Terano et al (1991). *Fuzzy Systems Theory and its Applications*, San Diego: Academic Pres Inc, 27
[49] Ross et al, 2002: 32.
[50] Marler et al, 2004.
[51] Özkan, 2003: 9.
[52] Baykal, Beyan, 2004: 44.

Örneğin, sıcaklık, bir sözel değişkenin anlamını veriyorsa onun ad kümesi, T(x), şöyle gösterilebilir:

T(sıcaklık) = {(çok soğuk), (soğuk), (ılık), (sıcak), (çok sıcak)}

Burada T(sıcaklık), her terimi E içinde bir bulanık küme ile temsil edilir. "Sıcaklık" sözcüğüne nicelik anlam kazandırılması için; örneğin 10 C^o civarı ılık, 5 C^o civarı soğuk ve 20 C^o civarı sıcak kabul edilir ve evrensel küme, E = [0 C^o, 20 C^o] olarak ele alındığında "bulanık sıcaklık kümesi" Şekil 1.4'teki gibi gösterilebilir.[53]



Şekil 1.4: Sıcaklığın bulanık kümesi

1.2.2 Bulanık kümelere ait temel kavramlar

Bu bölümde bulanık kümelere ait temel kavramlardan söz edilecektir.

Yükseklik

Bulanık bir kümenin üyelik fonksiyonunun en büyük üyelik derecesi, bu kümenin yüksekliğini belirler.

A bulanık kümesinin yüksekliği;

$$\text{Yükseklik(A)} = \sup\left(\mu_A(x)\right); \quad \forall x \in E$$

biçiminde tanımlanır. "sup" deyimi burada "en büyük (yüksek)" anlamında kullanılmıştır. A bulanık kümesi kesikli/sonlu bir evrensel kümede tanımlı ise en küçük üst sınırı gösteren sup terimi (supremum) yerine maksimum terimi kullanılır.[54]

[53] Tatlı, Şen, 2001: 3.
[54] Özkan, 2003: 39.

Normallik

Bulanık bir A kümesinin aldığı en büyük üyelik derecesinin değeri 1 ise A bulanık kümesi normallik özelliğine sahiptir. Bu özellik matematiksel olarak aşağıdaki gibi gösterilir:[55]

Yükseklik(A) = $\sup\left(\mu_A(x)\right) = 1;\ \exists x \in E$

$A \subset R$ bulanık alt kümesi yalnız ve yalnız $\forall x \in R$ için $\bigvee_n \mu_A(x) = 1$ ise normaldir. Yani $\mu_A(x)$'in en büyük değeri 1'e eşit ise A bir normal bulanık alt kümedir.[56]

Yüksekliği 1'den küçük olan bulanık kümelere ise *normalaltı (subnormal) bulanık kümeler* denir. Diğer bir ifadeyle, normalaltı bulanık kümelerde evrensel kümenin her elemanı, ilgili bulanık kümeye tam olarak üye değildir veya ilgili bulanık kümeye kısmen üyedir.[57] Boş olmayan her normalaltı bulanık bir küme, üyelik derecelerinin her birini en büyük üyelik derecesine bölerek normalleştirilebilir.[58]

$$NORM(A) = \frac{\mu_A(x)}{Yükseklik(A)};\ \forall x \in E$$

Destek kümesi

E evrensel kümesindeki $\mu_A(x)$ noktalarının oluşturduğu kümeye *A'nın desteği* denir.[59] Bir başka deyişle, A bulanık kümesinin desteği, E evrensel kümesinin kesin alt kümesi olarak tanımlanır.[60] E'nin olağan bir alt kümesi olan bu küme aşağıdaki gibi ifade edilir:

Destek(A) = $Supp(A) = \{x \mid \mu_A(x) > 0 \text{ ve } x \in E\}$

---

[55] Tuncel, 1997: 9.
[56] Uzun, 1995: 2-3.
[57] Özkan, 2003: 39.
[58] Bojadziev, Bojadziev, 1995: 114.
[59] Uzun, 1995: 2.
[60] H.J. Zimmermann (1991). *Fuzzy Set Theory and Its Applications,* Norwell, Massachusetts: Kluwer Academic Publishers, 14.

Kernel kümesi

Kernel kümesi, bulanık küme A'ya tamamen üye olan veya bulanık A kümesinin üyelik fonksiyonunda üyelik derecesi 1'e eşit olan elemanların bir araya getirildiği bir kümedir. Kernel kümesi de destek kümesi gibi bulanık olmayan bir kümedir. Bu küme, matematiksel olarak aşağıda verildiği gibi tanımlanır:

$$Kernel(A) = \{x \in E \mid \mu_A(x) = 1\}$$

Sınır kümesi

Sınır kümesi, A bulanık kümesine sadece kısmen üye olan elemanların bir araya getirildiği bir kümedir. Diğer bir ifadeyle, sınır kümesi, evrensel küme E'de tanımlı olan A bulanık kümesine kısmen üye olan elemanların yer aldığı klasik bir kümedir. Bu küme, matematiksel olarak aşağıdaki gibi ifade edilebilir:

$$\text{Sınır}(A) = \{x \in E \mid 0 < \mu_A(x) < 1\}$$

Merkez

Bulanık küme A'nın üyelik fonksiyonunun maksimum değeri sonlu bir sayı olduğunda, bu kümede yer alan elemanların ortalama değeri, bulanık küme A'nın merkezini verir. Ortalama değer negatif (veya pozitif) sonsuza eşitse üyelik fonksiyonunun maksimum değerine ulaştığı noktalar arasından en büyük (veya en küçük) olan noktaya *merkez* denir.

α - kesimi

A bulanık kümesinin üyelik dereceleri α'ya eşit veya daha büyük elemanlardan oluşturulan klasik kümeye α - *kesim kümesi* denir. Seçilen her bir α değeri ile farklı bir α- kesim kümesi oluşturulur. α değeri, $\alpha \in (0,1]$ koşuluyla tanımlanan 0 ve 1 arasındaki bir sayıdır. Her bir α düzeyi, üyelik fonksiyonunun farklı bir dilimini belirler.[61]

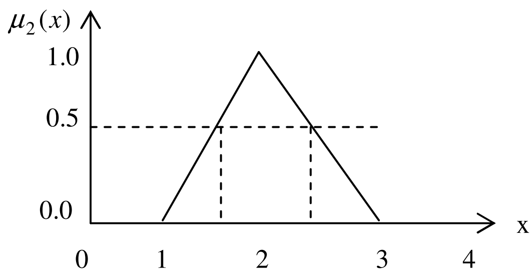
Bir A bulanık kümesinin α - kesimi şu şekilde tanımlanabilir:[62]

$$A_\alpha = \{x \mid \mu_A(x) \geq \alpha \text{ ve } x \in E\}$$

---

[61] Özkan, 2003: 40-42.
[62] Tomsovic, 1992: 288.

α, $\mu(x)$ üyelik fonksiyonu için bir değerdir. Bir üyelik fonksiyonu, bir kısıt değeri ya da bir amaç değeri gibi, bir fonksiyon değerini, bir kümede üyelik derecesine işaretlerken; bir α- kesimi, üyelik derecesini, fonksiyon değerlerinin gerçek bir aralığına işaretler. Bir α- kesimi, ters bir üyelik fonksiyonudur. Şekil 1.5, "yaklaşık iki", $^{0.5}$(yaklaşık iki) = [1.5, 2.5] gibi bir bulanık sayı için genel bir üyelik fonksiyonu gösterir. [1.5, 2.5], üyelik fonksiyonunun 0.5'a eşit ya da daha büyük olduğu x değerlerinin aralığıdır. Bir üyelik fonksiyonu, her biri 0 ve 1 arasında bir α değeri ile birleşen aralıkların kesin bir serisi olan α- kesimlerinin bir serisiyle sunulabilir.[63]



Şekil 1.5: "yaklaşık iki" için üyelik fonksiyonu

α- kesimi, bir bulanık kümenin desteğinin daha genelleştirilmiş halidir ve görüleceği gibi $\alpha = 0$ değeri için $A_\alpha = Supp(A)$ elde edilir.[64]

A_α kümesi, α = 0 iken evrensel kümeye, α = 1 iken kernel kümesine denktir. Bu durum, matematiksel olarak sırasıyla $A_0 = E$ ve $A_1 = kernel(A)$ şeklinde ifade edilir. α- kesim kümeleri aşağıda verilen özellikleri sağlar:[65]

$(A \cup B)_\alpha = A_\alpha \cup B_\alpha$

$(A \cap B)_\alpha = A_\alpha \cap B_\alpha$

$(\overline{A})_\alpha \neq (\overline{A_\alpha})$; eğer $\alpha \neq 0.5$ ise

[63] Marler et al, 2004.
[64] Uzun, 1995: 2.
[65] Özkan, 2003: 42.

α - kesimi kavramı, zayıf α - kesimi ve kuvvetli α - kesimi olmak üzere iki gruba ayrılır ve matematiksel olarak sırasıyla,

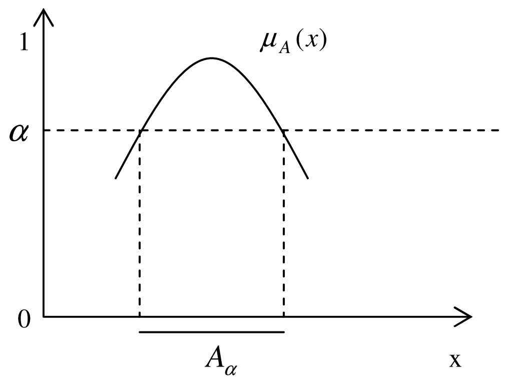
$A_\alpha = \{x | \mu_A(x) > \alpha\}$; $\alpha \in [0,1)$

ve

$A_\alpha = \{x | \mu_A(x) \geq \alpha\}$; $\alpha \in (0,1]$

biçiminde gösterilir. Eğer A bulanık kümesi, normallik özelliğine sahipse $\alpha \in [0,1]$ olur.

Bu iki kavram arasındaki farklılık; eşitlik işaretinin varlığından ya da yokluğundan kaynaklanmaktadır. Eğer kümenin üyelik fonksiyonu sürekliyse zayıf α- kesimi ile kuvvetli α- kesimi arasındaki farklılık ortadan kalkar. Zayıf α-kesimleri ile hesaplama yapmak daha kolaydır. Eğer destek kümesi gerçel sayılardan oluşuyorsa ve üyelik fonksiyonu sürekliyse dışbükey bulanık bir kümenin zayıf α-kesimi Şekil 1.6'daki gibi kapalı bir aralıktır.[66]



Şekil 1. 6: Zayıf bir α-kesimi

Dışbükeylik

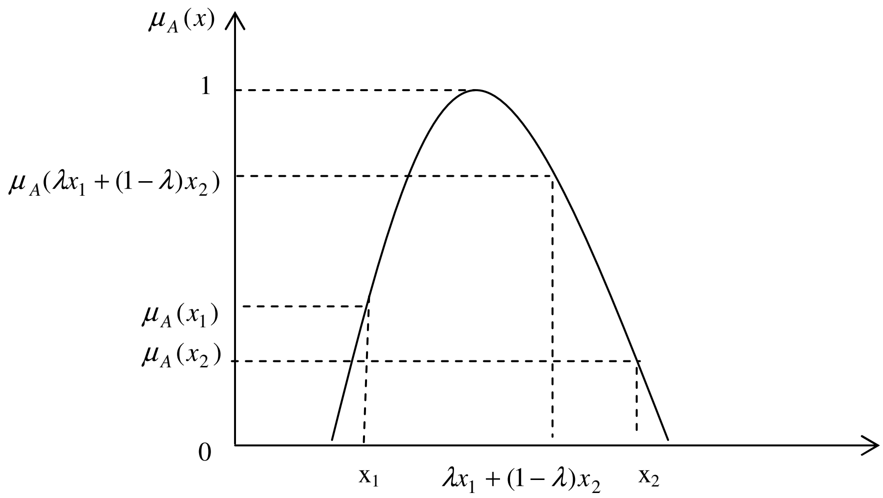
Dışbükeylik kavramı, klasik kümelerde taşıdığı özelliklerin birçoğunu koruyacak şekilde bulanık kümelere genişletilebilir. Bunun için, evrensel kümenin n-boyutlu öklitsel uzay R^n'de tanımlı olması gerekir. Bulanık kümelerde dışbükeylik kavramı, özellikle optimizasyon ile ilgili uygulamalarda oldukça faydalı olup α-kesimlerine veya üyelik fonksiyonlarına göre tanımlanabilir. α- kesimlerine göre

[66] Terano et al, 1991: 29,30.

dışbükeylik tanımı şöyledir: Eğer α - kesim kümelerinin her biri dışbükey kümeler ise bulanık küme A da dışbükey bir kümedir. Üyelik fonksiyonlarına göre dışbükeylik kavramı ise $x_1, x_2 \in E$ ve $\lambda \in [0,1]$ koşulları ile aşağıda verildiği gibi tanımlanabilir. $\forall x_1, x_2 \in R$ ve $\forall \lambda \in [0,1]$ için $A \subset R$ kümesi aşağıdaki eşitsizliği sağlıyorsa dışbükeydir:[67]

$$\mu_A[\lambda x_1 + (1-\lambda)x_2] \geq \min(\mu_A(x_1), \mu_A(x_2))$$

Yukarıda verilen dışbükeylik tanımı, Şekil 1.7'de gösterilmiştir.[68]



Şekil 1.7: Üyelik fonksiyonu dışbükey olan bulanık bir küme

$\forall \lambda \in [0,1]$ için ayrıca α - kesimlerinin tümü dışbükey ise bulanık küme de dışbükeydir. A bulanık kümesi dışbükey ise bu kümenin tümleyeni olan bulanık küme içbükeydir. Dışbükey bulanık kümelerin kesişimi dışbükeydir.[69]

Nicellik (kardinalite)

Klasik kümelerde kardinalite kavramı, bir kümede yer alan eleman sayısı anlamına gelmektedir. Klasik kümelerde iki kümenin birbirine denk olması için, bu iki küme arasında birebir örten bir f fonksiyonunun tanımlı olması gerekir. Bu durum, aynı zamanda eleman sayılarının eşit olmasını da gerektirir. Kardinalite

---

[67] Zimmermann, 1991: 15.
[68] S.H. Çelik (2000). *Bulanık Rastgele Doğrusal Programlama* (Basılmamış Yüksek Lisans Tezi), Ankara Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Ankara, 13.
[69] Yılmaz, 1998: 14 -15.

kavramı, bulanıklıktan arındırma, alt küme olma derecesi gibi diğer bazı özellik ve kuralları tanımlamak için gereklidir. Bu kavram bulanık kümelerde, normalaltı bulanık kümeler için bir normalizasyon faktörü olarak da kullanılır.[70]

Bir A bulanık kümesinin kardinali, A'nın özelliklerine sahip E'deki elemanların miktarını göstermektedir. Kardinalite,

X sonlu ise;

$$|A| = \sum_x \mu_A(x),\ x \in E$$

X sonlu değil ise;

$$|A| = \int_x \mu_A(x)dx$$

şeklinde tanımlanır. A'nın bağıl(göreli) kardinalitesi ise şu şekilde tanımlanabilir:[71]

$$\|A\| = \frac{|A|}{|X|}$$

m. kuvvet

Bulanık kümelerin m. kuvveti Zadeh tarafından şu şekilde tanımlanmıştır:[72]

$$\mu_A^m(x) = [\mu_A]^m$$

Geçiş(köprü) noktası

A bulanık kümesinin geçiş noktaları, üyelik derecesi 0.5 olan E evrensel kümesinin elemanlarıdır.

Boş küme

Bir A bulanık kümesi, ancak ve ancak, $\forall x \in E$ için $\mu_A(x) = 0$ ise boş küme olarak tanımlanabilir.[73]

$$A = \emptyset \Leftrightarrow \mu_A(x) = 0, \forall x \in E$$

---

[70] Özkan, 2003: 41.
[71] Zimmermann, 1991: 16.
[72] Uzun, 1995: 3.
[73] Paksoy, 2002: 1-16.

1.2.3 Temel işlemler ve cebirsel özellikler

Bu bölümde ilk olarak, klasik kümelerin daha sonra bulanık kümelerin temel işlemleri ve bazı cebirsel özelliklerinden söz edilecektir.

1.2.3.1 Klasik kümelerin temel işlemleri ve bazı cebirsel özellikleri

Klasik kümelerde kesişim, birleşim ve tümleme şeklinde üç temel işlem vardır. Bu işlemleri ifade edebilmek için A ve B kümelerinin aynı evrensel kümede tanımlı olduğu kabul edilsin. Bulanık kümelerdeki kesişim, birleşim, tümleme ve kapsama işlemlerine bir zemin hazırlayabilmek için temel küme işlemleri üyelik fonksiyonlarına göre aşağıdaki gibi tanımlanabilir:[74]

Kesişim: $A \cap B = \{x | x \in A \text{ ve } x \in B, x \in E\}$

$$\mu_{A \cap B}(x) = \mu_A(x) \wedge \mu_B(x) = \min\ (\mu_A(x), \mu_B(x))$$

Birleşim: $A \cup B = \{x | x \in A \text{ veya } x \in B, x \in E\}$

$$\mu_{A \cup B}(x) = \mu_A(x) \vee \mu_B(x) = \max\ (\mu_A(x), \mu_B(x))$$

Tümleyen: $\overline{A} = \{x | x \in E \text{ ve } x \notin A\}$

$$\mu_{\overline{A}}(x) = 1 - \mu_A(x)$$

Kapsama: $A \subseteq B \leftrightarrow \mu_A(x) \leq \mu_B(x)$

Burada A ve B klasik kümelerdir. $\mu_A(x)$ ve $\mu_B(x)$, A ve B kümelerinin üyelik fonksiyonlarıdır ve doğal olarak yalnızca 0 ve 1 değerlerini almaktadır. İki klasik kümenin birleşimi, kesişimi ve tümleyeni de klasik kümedir.

Dolayısıyla $A \cap B, A \cup B$ ve $\overline{A}$ kümelerinin üyelik fonksiyonları olan $\mu_{A \cap B}(x)$, $\mu_{A \cup B}(x)$ ve $\mu_{\overline{A}}(x)$ de yalnızca 0 ve 1 değerlerini alır. $\wedge$, "minimum" ve $\vee$, "maksimum" anlamında kullanılmıştır.[75] Bazı kaynaklarda tümleyen işlemi için $\mu_{\overline{A}}(x)$ yerine $\mu_{A^C(x)}$ ifadesi kullanılmaktadır.[76]

---

[74] Özkan, 2002: 12 -13.
[75] Kaufmann, Gupta, 1988: 10.
[76] Tuncel, 1997: 13.

Klasik kümelerin kesişim, birleşim ve tümleme işlemlerinin birkaç temel özelliği aşağıda verildiği gibidir:[77]

A, B, C $\subset$ E olsun.

a) Değişim(commutativity):

$A \cap B = B \cap A$

$A \cup B = B \cup A$

b) Birleşim(associativity):

$(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$

$(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$

c) Dağılım(distributivity):

$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$

$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$

d)Yansıma(idempotency)(Tek kuvvet özelliği(totoloji ilkesi)):

$A \cap A = A$

$A \cup A = A$

d) Özdeşlik:

$A \cap \emptyset = \emptyset$

$\mathrm{A} \cup \emptyset = \mathrm{A}$

$\mathrm{A} \cap \mathrm{E} = \mathrm{A}$

$\mathrm{A} \cup \mathrm{E} = \mathrm{E}$

e) Çelişmezlik ilkesi(exclusion):

$A \cap \overline{A} = \emptyset$

f) Üçüncünün olmazlığı ilkesi(excluded middle):

$A \cup \overline{A} = E$

g) Sarma(Çift değilleme)(involution):

$\overline{\overline{\mathrm{A}}} = \mathrm{A}$

h) De Morgan Kuralı:

$\overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}$

$\overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}$

---

[77] K.P.Sankar (1986). *Fuzzy Mathematical Approach to Pattern Recognition*, New York: Halsted Press, 42.

Yukarıda verilen temel özellikler ile bulanık küme durumundaki temel özellikler karşılaştırıldığında üçüncünün olmazlığı ilkesi ile çelişmezlik ilkesinin bulanık kümelerde geçerli olmadığı görülür. Klasik kümelerde bir nesne bir kümenin elemanı ise bu nesne doğal olarak ilgili kümenin tümleyen kümesinin elemanı değildir. Oysa bulanık bir kümenin kısmi olarak üyesi olan bir nesne, aynı zamanda ilgili kümenin tümleyen kümesinin de kısmi olarak üyesidir. Üçüncünün olmazlığı ilkesi ile çelişmezlik kuralının bulanık kümelerde geçerli olmadığını gösterebilmek için bir evrensel küme, her bir elemanın üyelik derecesinin 1 olduğu ve bir boş küme, her bir elemanın üyelik derecesinin 0 olduğu bir küme olarak tanımlanır. Bu durumda söz konusu kurallar matematiksel olarak aşağıda verildiği gibi ifade edilebilir:

$$\mu_{A \cap \bar{A}}(x) \neq \mu_{\phi}(x)$$
$$\mu_{A \cup \bar{A}}(x) \neq \mu_{E}(x)$$

Üçüncünün olmazlığı ilkesi ile çelişmezlik ilkesinin bulanık kümelerde de geçerli olması isteniyorsa dağılma ve yansıma kuralları göz ardı edilir.

Klasik kümelerdeki kesişim, birleşim ve tümleme gibi mantıksal işlemler bulanık kümelere de uygulanabilir. Klasik kümelerde olduğu gibi, bulanık kümelerde de kesişim, birleşim ve tümleme işlemlerinin tek bir tanımı yoktur. Matematiksel olarak farklı fonksiyonlarla ifade edilen tümel evetleme(ve-s-eşleşmeleri) ve tikel evetleme(veya-t-eşleşmeleri) işlemcileri(veya sırasıyla kesişim ve birleşim işlemleri), klasik kümelerde birbirine denk sonuçlar verir. s-eşleşmeleri t-eşleşmelerinin dualidir. Diğer bir deyişle her bir t-eşleşmesi için dual bir s-eşleşmesi oluşur. Bulanık kümelerde kesişim, birleşim ve tümleme işlemleri için işlemci çeşitliliği, teorik bir bakış açısının varlığı, klasik mantıkta kullanılan küme işlemcilerinin bulanık küme durumuna genişletilmesi ve uygulamaya dayanan nedenlerle açıklanabilir. Bulanık kümelerde kesişim, birleşim ve tümleme işlemleri seçilen işlemciye bağlı olarak farklı bir bulanık küme ile sonuçlanır. Bu durum, klasik kümeler ile bulanık kümeler arasındaki önemli bir faklılıktır.[78]

[78] Özkan, 2002: 1, 14.

1.2.3.2 Bulanık kümelerin temel işlemleri ve bazı cebirsel özellikleri

Bulanık kümelerde işlemler üyelik fonksiyonları yardımıyla tanımlanmıştır.[79] E'nin iki farklı bulanık alt kümesi A ve B olsun. Bulanık kümeler üzerinde geçerli olan bazı temel işlemler bu iki küme üzerinde incelensin:

Alt küme

Eğer A ve B gibi iki bulanık kümenin üyelik fonksiyonları arasında,

$\forall x \in E$ için, $\mu_A(x) \leq \mu_B(x)$

ilişkisi varsa A bulanık kümesi B bulanık kümesinin bir alt kümesidir. Diğer bir ifadeyle B, A'yı kapsar. Bu durum matematiksel olarak $A \subseteq B$ ile gösterilir.[80]

Eğer $A \subseteq B$ ve $\mu_A(x) \neq \mu_B(x)$; $\exists x \in E$ ise, A bulanık kümesi B bulanık kümesinin bir özalt kümesidir. Bu durum matematiksel olarak $A \subset B$ ile gösterilir.

Eşitlik

A ve B bulanık kümelerine ilişkin üyelik fonksiyonları, evrensel kümede yer alan her bir eleman için aynı üyelik derecesini alıyorsa söz konusu iki küme birbirine eşittir. İki bulanık kümenin eşitliği, matematiksel olarak aşağıda verildiği gibi ifade edilebilir:

$\mu_A(x) = \mu_B(x)$, $\forall x \in E \leftrightarrow A = B$

Diğer taraftan iki bulanık kümenin üyelik fonksiyonları arasında,

$\mu_A(x) \neq \mu_B(x)$, $\exists x \in E \leftrightarrow A \neq B$

ilişkisi varsa bu iki kümenin eşit olmadığı söylenir.[81]

Tümleme(complement)

$\forall x \in E$ için, $\mu_A(x) = 1 - \mu_B(x)$

koşulu sağlanıyorsa A ve B birbirlerinin tümleyenidir. Bu işlem $B = A^C$ ya da $A = B^C$ şeklinde ifade edilir. A^C ve B^C sırasıyla A ve B'nin tümleyenleridir.[82] A^C ve B^C,

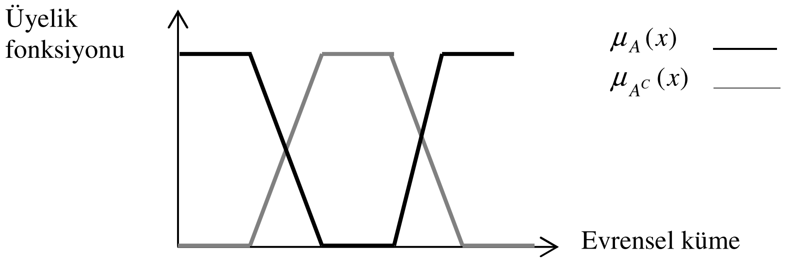
---

[79] Yapıcı, 2000: 10.
[80] Bojadziev, Bojadziev, 1995: 123.
[81] Özkan, 2002: 21-22.

$\overline{A}$ ve $\overline{B}$ şeklinde de gösterilebilir.[83] E evrensel kümesine göre A bulanık kümesinin tümleyeni,[84]

$\forall x \in E$ için, $\mu_{A^c}(x) = 1 - \mu_A(x)$

biçiminde tanımlanır. Tümleyen “değil” bağlacına karşılık gelir.[85]



Şekil 1.8: Bir bulanık kümenin tümleyeni

Bulanık birleşim

A ve B bulanık kümelerinin birleşimi,

$$A \cup B = \int_x (\mu_A(x) \vee \mu_B(x)) / x$$

şeklinde tanımlanır ve $A \cup B$ ile gösterilir.[86] Bulanık birleşim kümesi, sözel olarak hem bulanık A hem de bulanık B kümesini kapsayan en küçük üyelik dereceli bulanık küme olarak ifade edilebilir.[87] Burada $\vee$ bir maksimum işaretidir ve mantıksal “veya” olarak düşünülür.[88]

<u>Maksimum İşlemcisi</u>: A ve B bulanık kümeleri için $\{(x, \mu_{A \cup B})\}$ şeklindeki bir bulanık kümeyi ifade eder.

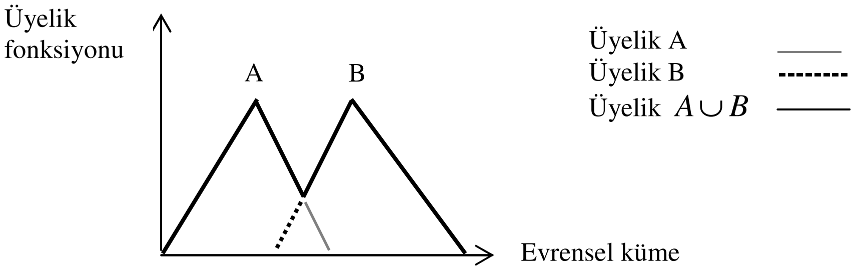
$A, B \subset E$ olmak üzere;

$\forall x \in E$ için, $\mu_{A \cup B}(x) = \max(\mu_A(x), \mu_B(x)) = \mu_{A \cup B}(x) = \mu_A(x) \vee \mu_B(x)$

---

[82] Paksoy, 2002: 1-16.
[83] Yılmaz, 1998: 9.
[84] Tomsovic, 1992: 288.
[85] Yılmaz, 1998: 10.
[86] Uzun, 1995: 4.
[87] Özkan, 2002: 18.
[88] Tuncel, 1997: 15.

ifadesi ile gösterilir.[89] İki bulanık kümenin birleşiminin üyelik fonksiyonu, bireysel üyelik fonksiyonlarının maksimumu olarak tanımlanır.[90]



Şekil 1.9: İki bulanık kümenin birleşimi

Bulanık kesişim

A ve B bulanık kümelerinin kesişimi,

$$A \cap B = \int_x (\mu_A(x) \wedge \mu_B(x)) / x$$

şeklinde tanımlanır ve $A \cap B$ ile gösterilir.[91] Bulanık kesişim kümesi, sözel olarak hem bulanık A hem de bulanık B kümesi tarafından kapsanan en büyük üyelik dereceli bulanık küme olarak ifade edilebilir.[92] Burada $\wedge$ bir minimum işaretidir ve mantıksal "ve" olarak düşünülür.

<u>Minimum İşlemcisi</u>: A ve B bulanık kümeleri için $\{(x, \mu_{A \cap B})\}$ şeklindeki bir bulanık küme minimum işlemcisi ile ifade edilir.[93]

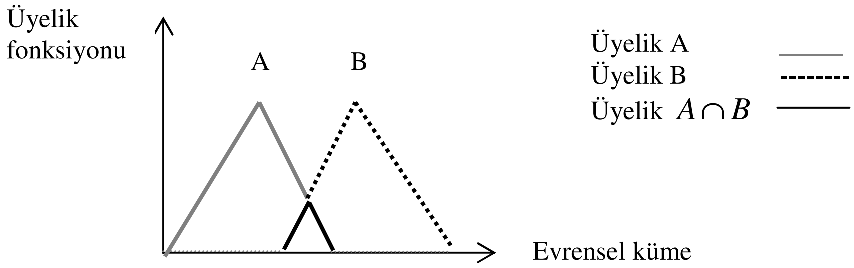
$A, B \subset E$ olmak üzere;

$\forall x \in E$ için, $\mu_{A \cap B}(x) = \min(\mu_A(x), \mu_B(x)) = \mu_{A \cap B}(x) = \mu_A(x) \wedge \mu_B(x)$

ifadesi ile gösterilir.[94] İki bulanık kümenin kesişiminin üyelik fonksiyonu, bireysel üyelik fonksiyonlarının minimumu olarak tanımlanır.[95]

---

[89] Tomsovic, 1992: 288.
[90] T. Paksoy (2002). 1-16; H.T. Nguyen, E.A. Walker (1999). *A First Course in Fuzzy Logic*, Florida: Chapman&Hall/Crc, 7.
[91] Tuncel, 1997: 15.
[92] Özkan, 2002: 18.
[93] Uzun, 1995: 5.
[94] Tomsovic, 1992: 288.
[95] Paksoy, 2002, 1-16; Nguyen, Walker, 1999, 7.



Şekil 1.10: İki bulanık kümenin kesişimi

Maksimum ve minimum işlemcileri hesaplanması ve kodlanması kolay olduğundan karar vericilerin davranış biçimine uygun düşer. Bazen karar vericiler en büyük kayıplarının en küçüğünü ya da en küçük kazançların en büyüğünü seçme eğilimindedir. Uygun işlemci seçilirken aşağıda belirtilen noktalara dikkat edilmesi önerilmektedir: [96]

1. Varsayımları az işlemci daha iyidir.
2. Bir işlemcinin gerçek hayat şartlarına uyup uymadığı deneysel gözlemlerle ispatlanmalıdır.
3. Bir işlemci sözel yoruma ve ilgilenilen duruma uymalıdır.
4. Hesaplanması karmaşık olmamalıdır.
5. Sonuç üyelik derecesinin değişim aralığı olabildiğince geniş olmalıdır.
6. İşlemcinin olabildiğince düşük ölçü düzeyine uygun olması tercih edilir.

Cebirsel çarpım

A ve B bulanık kümelerinin cebirsel çarpımının üyelik fonksiyonu aşağıdaki şekilde tanımlanır:

$\forall x \in E$ için, $\mu_{A.B}(x) = \mu_A(x).\mu_B(x)$

Cebirsel toplam

A ve B bulanık kümelerinin cebirsel toplamlarının üyelik fonksiyonu aşağıdaki şekilde tanımlanır:

$\forall x \in E$ için , $\mu_{A+B}(x) = \mu_A(x) + \mu_B(x) - \mu_A(x).\mu_B(x)$

[96] Yılmaz, 1998: 21-22.

Cebirsel kuvvet

A, herhangi bir bulanık küme, α pozitif bir sayı olmak üzere A^{α},

$\mu_A^{\alpha}(x) = [\mu_A(x)]^{\alpha}$

biçiminde tanımlanır. Herhangi bir bulanık kümenin α katı,

$\mu_{\alpha A}(x) = \alpha\mu_A(x)$

şeklinde tanımlanır.

Cebirsel fark

A ve B'nin A-B farkının üyelik fonksiyonu,

$\forall x \in E$ için, $\mu_{A \cap B^C}(x) = \min(\mu_A(x), \mu_{B^C}(x))$ şeklinde tanımlanır. B^C, B bulanık kümesinin tümleyenidir.[97]

1.2.4 Bulanık sayılar

Bulanık kümelerde geçerli olan birleşim, kesişim, α- kesimi gibi küme-teorik işlemler bulanık sayılara da kolayca uygulanabilir. Gerçel sayı doğrusu üzerinde tanımlanan ve bulanık kümelerin özel bir alt kümesi olan bulanık sayılar, α- kesim yöntemi ile aralık analizi arasındaki ilişkiye dayanarak açıklanmaya çalışılmıştır. Bulanık sayılarla hesap yapmanın temeli aralık analizine dayanır. Aralık analizi, bulanık sayılarda bir tür tolerans veya güven aralığı olarak algılanabilir.[98]

Bulanık bir sayının üyelik fonksiyonu sürekli ise zayıf α- kesmesi kapalı bir aralık olur. Ancak kapalı bir aralık elde etmek için üyelik fonksiyonunun mutlaka sürekli olması gerekmez.[99]

Gerçel sayılar kümesinde tanımlı bir A bulanık kümesinin bulanık sayı belirtmesi için en azından aşağıdaki 3 özelliğin sağlanması gerekmektedir:

Özellik 1: A kümesi normal bir bulanık küme olmalıdır.

Özellik 2: $\forall\ \alpha \in (0,1]$ için, ${}^{\alpha+}A$ kapalı bir aralık olmalıdır.

---

[97] Tuncel, 1997: 16.
[98] Özkan, 2003: 59, 61.
[99] Terano et al, 1991: 33.

Özellik 3: A'nın destek kümesi sınırlı bir küme olmalıdır.

İkinci özelliğe göre her bulanık sayının dışbükey bir bulanık küme olduğu açıktır. Fakat tersi her zaman doğru değildir. Çünkü bazı dışbükey bulanık kümelerin α-kesimleri açık veya yarı açık aralıklar olabilir. Kapalı aralıkların standart aritmetik işlemlerine göre bulanık sayılar üzerinde anlamlı aritmetik işlemler tanımlanabilmesi için özellik 1 ve özellik 2 zorunlu koşullardır.[100] Bu özellikler bir araya getirilerek bulanık bir sayının tanımı aşağıdaki gibi verilebilir:

Normal ve dışbükey bir bulanık kümenin zayıf α- kesimi kapalı küme ise bu bulanık küme bir *bulanık sayı* olarak adlandırılır.[101]

Bulanık sayı hiçbir zaman rastgele değişken olarak anlaşılmamalıdır. Rastgele değişken, olasılık teorisinde tanımlıdır ve objektiftir. Bulanık sayı ise subjektiftir.[102]

Sıradan bir sayı, tek bir noktada tanımlıdır ve üyelik derecesi 0 ya da 1'dir. Bulanık bir sayı ise en az bir aralıkta tanımlı ve üyelik derecesi [0,1] kapalı aralığındaki herhangi bir değerdir. Diğer bir ifadeyle bulanık bir sayının eşit olduğu değer kesin olarak bilinmemekte ancak alabileceği değerler ve bu değerlerin üyelik dereceleri kesin olarak bilinmektedir.[103] Kaufmann ve Gupta (1988) tarafından belirtildiği gibi, bulanık sayılar bu özellikleri nedeniyle R'de tanımlı hem normal hem de dışbükey bulanık alt kümelerdir.[104]

Her bulanık sayı bulanık küme olmasına rağmen, her bulanık küme bulanık bir sayı değildir. Kesin olmayan veya yaklaşık sayısal miktarların modellenmesinde bulanık sayılar oldukça yararlıdır. Bulanık sayıların kullanım alanları arasında

---

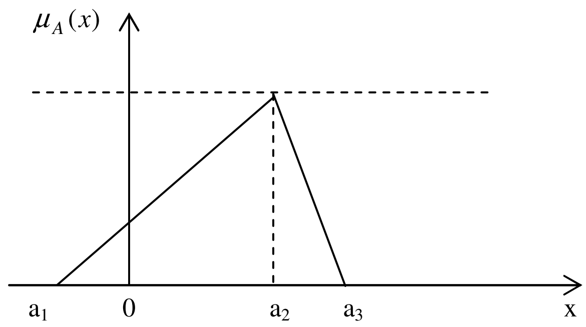
[100] A.S. Öğütlü (2002). *Bulanık Doğrusal Programlama ve Bir Yem Karışım Problemine Uygulanması* (Basılmamış Yüksek Lisans Tezi),Osmangazi Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Eskişehir, 25.
[101] K. Yenilmez (2001). *Bulanık Doğrusal Programlama Problemleri için Yeni Çözüm Yaklaşımları ve Duyarlılık Analizi*(Basılmamış Doktora Tezi), Osmangazi Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Eskişehir, 21.
[102] Uzun, 1995: 3.
[103] Çelik, 2000: 19.
[104] Kaufmann, Gupta, 1988: 20.

bulanık regresyon, bulanık programlama ve bulanık karar verme ön plana çıkmaktadır.[105]

Bulanık kümeler üyelik fonksiyonlarıyla tanımlandıkları için bulanık sayıların üyelik fonksiyonları ile aynı kavramdır ve bu nedenle üyelik fonksiyonu çeşidi kadar bulanık sayı çeşidi vardır.[106] Bulanık sayılar kümesinin eleman sayısı sonsuzdur. Çeşitli bulanık sayı biçimleri arasında en önemli grubu üçgensel ve yamuksal bulanık sayılar oluşturur. Özellikle olabilirlik matematiksel programlama problemlerini çözmede bu tip bulanık sayılar çok sık kullanılır.[107] Bu sayılar, isimlerini üyelik fonksiyonlarının biçimlerinden alır.[108]

1.2.4.1 Üçgensel bulanık sayılar

Üçgensel bulanık sayılar özellikle sistem modellemede çok sık kullanılmaktadır.



Şekil 1.11: Üçgensel bulanık sayı

Üçgensel bulanık bir sayı (a_1, a_2, a_3) gibi üçlüyle tanımlanabilir. Üyelik fonksiyonu ise,

[105] Özkan, 2003: 59-60.
[106] Baykal, Beyan, 2004: 234.
[107] Çelik, 2000: 19.
[108] Özkan, 2003: 60.

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 0, & x < a_1 \\ \dfrac{x-a_1}{a_2-a_1}, & a_1 \le x \le a_2 \\ \dfrac{a_3-x}{a_3-a_2}, & a_2 \le x \le a_3 \\ 0, & x > a_3 \end{cases}$$

biçimindedir.

Üçgensel bulanık sayıların bazı önemli cebirsel özellikleri şöyledir:

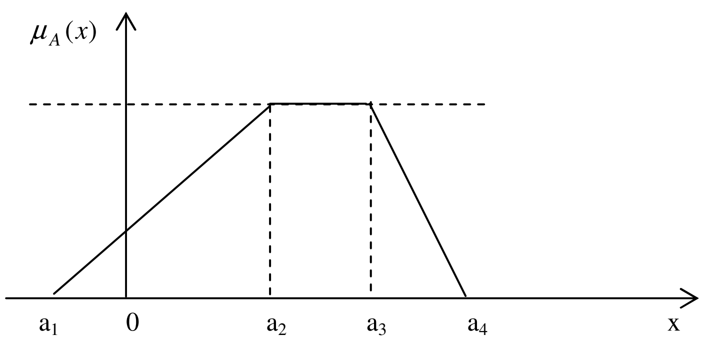
1. İki üçgensel bulanık sayının toplanması ya da çıkarılması işlemleri sonucunda yine üçgensel bulanık bir sayı elde edilir.

2. Üçgensel bulanık sayıların çarpılması, bölünmesi ya da tersinin alınması işlemleri sonucunda her zaman üçgensel bulanık bir sayı elde edilmeyebilir.

3. Üçgensel bulanık sayıların maksimum ya da minimum işlemleri sonucunda her zaman üçgensel bulanık bir sayı elde edilmeyebilir.

1.2.4.2 Yamuksal bulanık sayılar

Üçgensel bulanık sayılar, yamuksal bulanık sayıların özel bir tipidir. Şekil 1.12'de de görüldüğü gibi $\alpha = 1$ durumunda bir nokta değil, (a_2, a_3) aralığında tanımlı bir doğru söz konusudur. Üçgensel bulanık bir sayı, yamuksal bulanık bir sayının $a_2 = a_3$ olan özel bir durumudur. Yamuksal bulanık sayılar üçgensel bulanık sayılarla aynı cebirsel özelliklere sahiptir.



Şekil 1.12: Yamuksal bulanık sayı

Yamuksal bulanık bir sayı (a_1, a_2, a_3, a_4) gibi dörtlüyle tanımlanabilir. Üyelik fonksiyonu ise,

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 0, & x < a_1 \\ \dfrac{x-a_1}{a_2-a_1}, & a_1 \le x \le a_2 \\ 1, & a_2 \le x \le a_3 \\ \dfrac{a_4-x}{a_4-a_3}, & a_3 \le x \le a_4 \\ 0, & x > a_4 \end{cases}$$

biçiminde tanımlanır.[109]

1.2.5 Üyelik fonksiyonları

Hem klasik kümelerin hem de bulanık kümelerin temelini üyelik fonksiyonları oluşturur.[110] Bir üyelik fonksiyonunun derecesi, verilen toleranslar içinde memnuniyetin öznel bir derecesini gösterir. Diğer taraftan olabilirliğin derecesi, bir olayın meydana çıkmasının öznel veya nesnel derecesidir. Matematiksel programlama problemlerinde bulanıklığı/kesin olmamayı modellerken bu farkı anlamak önemlidir.[111]

Üyelik fonksiyonu, E evrensel kümesine ait bir x öğesinin A alt kümesine ait olma derecesini veren bir fonksiyondur. Klasik ve bulanık kümelerin üyelik fonksiyonları sembolik olarak sırasıyla,

$$\forall x \in E : \mu_A(x) \in \{0,1\}$$
$$\forall x \in E : \mu_A(x) \in [0,1]$$

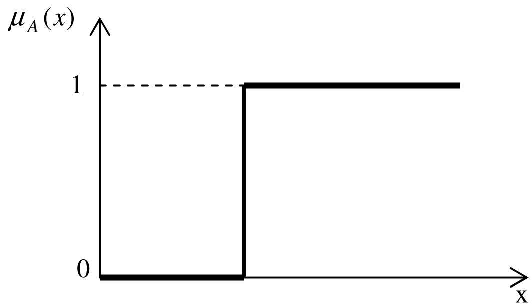
şeklinde gösterilir. Görüldüğü gibi klasik kümeler ile bulanık kümeler arasındaki en önemli farklılık, üyelik fonksiyonlarının aldığı değerlerden kaynaklanmaktır.[112] Klasik bir kümenin elemanlarının üyelik dereceleri yalnızca 0 ya da 1 değerlerini

---

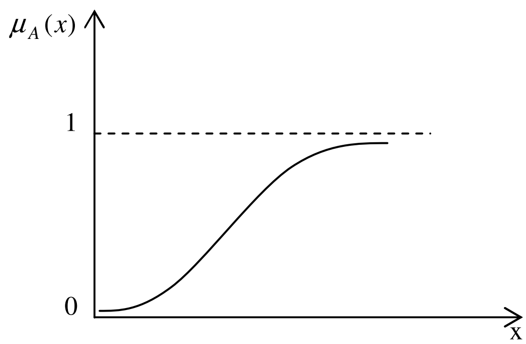
[109] Kaufmann, Gupta, 1988: 26, 28, 31, 32.
[110] Özkan, 2002: 1.
[111] Atin, 1999: 2.
[112] M.M. Özkan (Fall 2002-2003). Bulanık Hedef Programlama Modeli ve Bir Uygulama Denemesi, *Review of Social, Economic and Business Studies*, Vol: 2, p.265-301, 266.

alırken, bulanık bir kümenin elemanlarının üyelik dereceleri [0,1] kapalı aralığındaki herhangi bir değeri alabilmektedir.[113]

Üyelik fonksiyonları, karakteristik fonksiyonların uzantısı, bulanık kümeler ise klasik kümelerin uzantısıdır. Bulanık kümeler, klasik kümelerin bir uzantısı olduğundan bu kümeler için yapılan tanımlamalar, bulanık kümeler için de yapılabilir. Tüm bu tanımlamalarda üyelik fonksiyonunun ikili (0,1) değerleri de klasik küme tanımlarıyla tamamen örtüşür.[114] Zadeh (1965), bulanık kümelerdeki üyelik fonksiyonlarının doğrulayıcı ve yoklayıcı olgular değil ama derece veren olgular olduğunu belirtmiştir.[115]



Şekil 1.13: Klasik üyelik fonksiyonu



Şekil 1.14: Bulanık üyelik fonksiyonu

---

[113] J.J. Buckley (2003). *Fuzzy Probabilities, New Approach and Applications*, New York: Physica-Verlag, 7.
[114] Yılmaz, 1998: 8.
[115] Çelik, 2000: 6.

1.2.5.1 Üyelik fonksiyonu biçimleri

Üyelik fonksiyonlarının doğru ve uygulama ile örtüşen bir şekilde belirlenmesi, bulanık küme teorisinde önemli bir yer tutmaktadır. Bulanık bir kümeye ilişkin üyelik fonksiyonunun belirlenmesi, rastgele bir değişkenin olasılık yoğunluk fonksiyonunun belirlenmesine benzetilebilir. Bulanık bir kümenin üyelik fonksiyonunu belirleme süreci, kavramların uygulamadaki anlamına dayanarak sezgisel olarak yapılabilir.

Bir sistemin işleyişi veya bir nesne için ne kadar veya hangi noktadan sonra gibi soruların yanıtları ile bulanık kümelerin üyelik fonksiyonları oluşturulmaya çalışılır. Bulanık kümelere ilişkin üyelik fonksiyonları kesikli-sürekli, parametrik-parametrik olmayan ve simetrik-asimetrik şeklinde sınıflandırılabilir.[116]

Üyelik fonksiyonları, tercihe dayalı ve olabilirlik dağılımlı olmak üzere iki gruba ayrılabilir. Tercihe dayalı bir üyelik fonksiyonu, tercih bilgisini karar vericiden alarak oluşturulabilir. Diğer yandan olasılık dağılımının bazı yönlerden aynısı olan olabilirlik dağılımı, olayların olası ortaya çıkışları düşünülerek oluşturulabilir.[117] Olabilirlik, öğeler arasında hiçbir ayrım gözetmeden herbirinin eşit önemi varmış gibi sonuçların yazılmasıdır.[118]

Üyelik fonksiyonları aşağıda verilen dört ana grupta ele alınabilir:[119]

1. Deneysel karar vermeye dayalı üyelik fonksiyonları (Zadeh'in unimodel (tek model) fonksiyonları, Dimitru ve Luban'ın kuvvet fonksiyonları, Sawarovski'nin sinüs fonksiyonu)
2. Güvenilirlik[120] kavramına dayalı üyelik fonksiyonları (Zimmemann (1976)'ın doğrusal fonksiyonu, Tanaka, Uejima ve Asai'nin simetrik üçgensel fonksiyonu, Hannan'ın parçalı doğrusal fonksiyonu, Leberling'in hiperbolik

---

[116] Özkan, Fall 2002-2003: 266.
[117] Tuncel, 1997: 28.
[118] Z. Şen (2004). *Mühendislikte Bulanık(Fuzzy) Mantık ile Modelleme Prensipleri*, İstanbul: Su Vakfı Yayınları, 44.
[119] Çelik, 2000: 24-25.
[120] R. Fuller (1989). On Stability in Fuzzy Linear Programming Problems, *Fuzzy Sets and Systems*, 30, p.339-344.

fonksiyonu, Sakawa ve Yumihe'nin üstel ve ters hiperbolik fonksiyonları, Dimitru ve Luban'ın fonksiyonu, Dubois ve Prade'in doğrusal rastgele (L-R) bulanık sayısı)

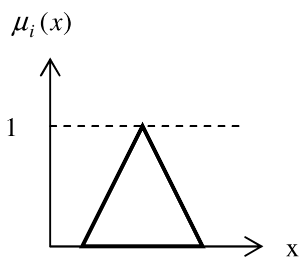
3. Teorik isteğe dayalı üyelik fonksiyonları (Civanlar ve Trussel'in fonksiyonları, Sawarovski'nin fonksiyonu)
4. Kişilere özel kavramlar için bir model oluşturan üyelik fonksiyonları (Hersh ve Caramazza'nın fonksiyonu, Zimmermann ve Zysno'nun fonksiyonu, Dombi'nin fonksiyonu)

Çok sayıda üyelik fonksiyonu tipi olmakla beraber pratikte en fazla kullanılan üyelik fonksiyonları aşağıda verilmiştir:

Üçgen üyelik fonksiyonu

Bir üçgen üyelik fonksiyonu a_1, a_2 ve a_3 olarak üç parametre ile tanımlanır.

$$\mu_A(x; a_1, a_2, a_3) = \begin{cases} a_1 \le x \le a_2 \text{ ise } (x - a_1) / (a_2 - a_1) \\ a_2 \le x \le a_3 \text{ ise } (a_3 - x) / (a_3 - a_2) \\ x > a_3 \text{ veya } x < a_1 \text{ ise } 0 \end{cases}$$

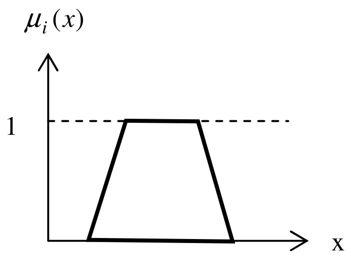


Şekil 1.15: Üçgen üyelik fonksiyonu

Yamuk üyelik fonksiyonu

Bir yamuk üyelik fonksiyonu a_1, a_2, a_3 ve a_4 olarak dört parametre ile tanımlanır. Üçgen üyelik fonksiyonu, yamuk üyelik fonksiyonunun özel bir durumudur.

$$\mu_A(x; a_1, a_2, a_3, a_4) = \begin{cases} a_1 \le x \le a_2 \text{ ise } (x - a_1) / (a_2 - a_1) \\ a_2 \le x \le a_3 \text{ ise } 1 \\ a_3 \le x \le a_4 \text{ ise } (a_4 - x) / (a_4 - a_3) \\ x > a_4 \text{ veya } x < a_1 \text{ ise } 0 \end{cases}$$



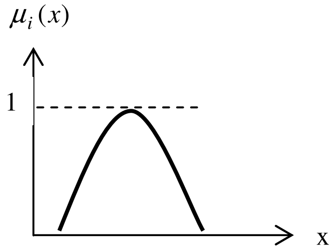
Şekil 1.16: Yamuk üyelik fonksiyonu

Gaussian üyelik fonksiyonu

Bu tip bir üyelik fonksiyonu m ve σ parametreleri ile tanımlanır.

$$\mu_A(x; m, \sigma) = \exp\left\{\frac{-(x-m)^2}{2\sigma^2}\right\}$$

Bu fonksiyonda m fonksiyon merkezini ve σ da genişliğini ifade eder. σ değeri değiştirilerek, fonksiyonun biçimi değiştirilebilir. σ küçük olursa üyelik fonksiyonu daha ince olurken, bu değer büyüdükçe üyelik fonksiyonu gittikçe yayvanlaşacaktır.[121]



Şekil 1.17: Gaussian üyelik fonksiyonu

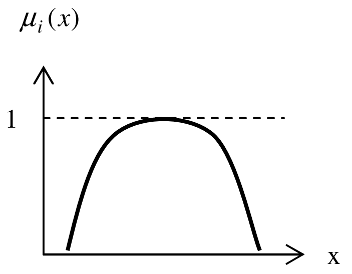
Çan şekilli üyelik fonksiyonu

Bu tip üyelik fonksiyonu a_1, a_2 ve a_3 olarak üç parametre ile tanımlanır.

---

[121] Yen, Langari, 1999: 64.

$$\mu_A\,(x;\,a_1,\,a_2,\,a_3) = \left\{ \frac{1}{1+\left|\dfrac{x-a_3}{a_1}\right|^{a_2}} \right\}$$

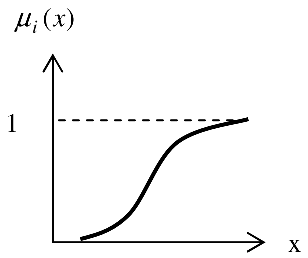


Şekil 1.18: Çan şekilli üyelik fonksiyonu

Sigmoidal üyelik fonksiyonu

Bu tip üyelik fonksiyonu a_1 ve a_2 parametreleri ile tanımlanır.

$$\mu_A(x;a_1,a_2) = \left\{ \frac{1}{1+e^{-a_1(x-a_2)}} \right\}$$



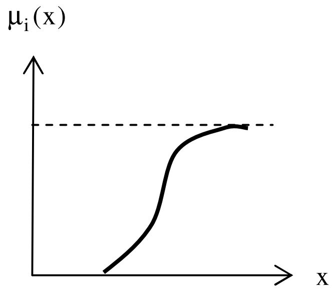
Şekil 1.19: Sigmoidal üyelik fonksiyonu

S üyelik fonksiyonu

Bu üyelik fonksiyonu a_1 ve a_2 parametre ile tanımlanan düzgün bir üyelik fonksiyonudur. Bu fonksiyonun adı şeklinin S harfine benzemesinden gelmektedir.[122]

[122] Bojadziev, Bojadziev, 1995: 65.

$$\mu_A(\mathrm{x};\mathrm{a}_1,\mathrm{a}_2) = \begin{cases} x \le a_1 \text{ ise } 0 \\ a_1 \le x \le [(a_1 + a_2)/2] \text{ ise } 2[(x - a_1)/(a_2 - a_1)]^2 \\ [(a_1 + a_2)/2] \le x \le a_2 \text{ ise } 1 - 2[(x - a_2)/(a_2 - a_1)]^2 \\ a_2 \le x \text{ ise } 1 \end{cases}$$



Şekil 1.20: S üyelik fonksiyonu

1.2.6 Bulanık küme teorisinin avantajları ve dezavantajları

Bulanık küme teorisinin avantajları:

- Bulanık küme teknikleri kesin olmamaya yol açan bazı problemler için iyi çözüm olarak görülür.
- Uygulayıcılar için mümkün birçok tanım ve kesin problemin farklı çözümleri olduğu için bulanık küme teknikleri etkin sonuçlar verir.
- İnsan faktörünün içine girdiği, belirsizlik, kişisel önyargı, davranış ve amaçların kapsandığı durumlarda uygulama alanı bulduğundan gerçek hayat problemleri için klasik matematiksel modellemeden daha esnek ve güvenlidir.

Bulanık küme teorisinin dezavantajları:

- Üyelik fonksiyonlarının makul bir şekilde oluşumu açık değildir. Daha basit fonksiyonların birleşimi ve istatistiksel veri kullanımı içerilmesi önerilmiştir, fakat henüz genel yaklaşım görüntüsü tamamen oluşmamıştır.

- Uygulayıcılar için tanımların seçimi tam uygun olmayabilir. Zadeh'in kabul ettiği gibi farklı tanımlar farklı durumlarda geçerlidir. Bununla birlikte, kullanılan tanımlar her zaman açık değildir.[123]

[123] Çelik, 2000: 29-30.

İKİNCİ BÖLÜM
DOĞRUSAL PROGRAMLAMA

Matematiksel programlama, belirli eşitlik veya eşitsizlik kısıtları altında yine belirli bir fonksiyonun en iyi değerinin, dolayısıyla fonksiyona bu en iyi değeri verecek olan çözümlerin araştırıldığı kavram ve yöntemler bütünüdür. İncelenen problemdeki kısıt ve amaç fonksiyonlarının doğrusal olup olmamasına göre matematiksel programlama temelde; doğrusal programlama ve doğrusal olmayan programlama olarak iki alt branşa ayrılır.[124] Konu gereği, bu çalışmada doğrusal programlama ile ilgilenilecektir.

Doğrusal Programlama (DP), belirli bir amacın gerçekleşme derecesini etkileyen bazı kısıtlayıcı koşulların bulunması ve bunların doğrusal eşitlik veya eşitsizlikler olarak verilmesi durumunda, bu amaca en iyi biçimde ulaşılması için sınırlı kaynakların en etkin şekilde kullanılmasını sağlayan matematiksel bir yöntemdir.[125] Diğer bir tanımla DP, verilen optimallik ölçütüne bağlı kalarak kıt kaynakların optimal şekilde dağıtımını içeren deterministik matematiksel bir teknik ve bir karar verme aracıdır.[126]

Optimizasyon problemlerinde amaç fonksiyonu ve kısıtlar doğrusal olarak ifade edilebiliyorsa model *"doğrusal programlama"* adını alır.[127] DP kullanılarak bağımsız değişkenlerin bir dizi fonksiyonu altında yine bağımsız değişkenlerin bir fonksiyonu olan bağımlı değişkenin optimal değeri araştırılır. Bir karar verilirken, karar vericinin seçebileceği alternatifler ve bu alternatiflerin hepsini ya da birkaçını aynı anda seçmesini önleyen birtakım faktörler varsa DP'den yararlanılabilir.[128]

Bir DP modeli, amaç fonksiyonu ve kısıtlayıcı kümesi şeklinde 2 kısımda ele alınır. DP modelinde, kısıtlayıcılardan hareketle uygun çözüm alanı veya olası

---

[124] Yenilmez, 2001: 24.
[125] Y. Tulunay (1991). *Matematik Programlama ve İşletme Uygulamaları,* İstanbul: İst. Ün. İşletme Fakültesi Yayını, 167.
[126] A. Öztürk (2004). *Yöneylem Araştırması*, Bursa: Uludağ Üniversitesi Yayınları, 36.
[127] Hansen, 1996.
[128] Tuncel, 1997: 34.

çözümler kümesi oluşturulur. Uygun çözüm alanı oluşturulurken temel olarak yapılan işlem, kısıtlayıcıların kesişim kümesinin belirlenmesidir. Belirlenen bu kesişim kümesinde yer alan olası seçenekler, amaç fonksiyonuna göre değerlendirilir. DP modelinde maksimizasyon ve minimizasyon şeklinde oluşturulan amaç fonksiyonları, kısıtlayıcı kümesine göre en uygun kılınır ve amaç fonksiyonlarının olabildiğince iyi değerler alması istenir. Bu nedenle DP problemlerinde amaç fonksiyonları, olası seçenekleri en iyiden en kötüye doğru sıralayan bir fayda fonksiyonu olarak kabul edilebilir. Diğer bir ifadeyle, DP modelinde belirli bir seçenekler kümesinin sağlayacağı fayda olabildiğince arttırılmaya çalışılır.[129]

2.1 Doğrusal Programlama İle İlgili Yapılan Çalışmalar

DP ile ilgili ilk çalışmalar, 1928 yılında J.V. Neumann tarafından oyunlar teorisinin temellerinin atılmasından sonra oyun problemlerinin DP ile ilişkilendirilmesiyle başlamıştır. Von Neumann ve Morgenstern, "Oyunlar Kuramı ve Ekonomik Davranış" adlı çalışmalarında, ekonomi ile oyunlar teorisi arasındaki ilişkiyi açıklamış ve ilgiyi bu yöne çekmiştir. W.W. Leontief ise 1936 yılında yayınlanan "A.B.D.'nin Ekonomik Sisteminde Girdi-Çıktı İlişkisinin Niteliği" adlı makalesinde girdi-çıktı analizi kavramını ortaya atmıştır. Girdi-çıktı kavramı, bir endüstri sisteminin doğrusal modeli ile ilgilidir. [130]

1930'lu yılların sonu ve 1940'lı yıllarda, problemlerin DP ile formülasyonu ve çözümünü veren genel bir yöntem elde edilmesi konusunda pek çok çalışma yapılmıştır. 1939 yılında Sovyet matematikçisi ve ekonomisti L.V. Kantorovich gerçek bir üretim planlaması ve organizasyonu problemini bir DP problemi olarak ele almıştır. 1941 yılında Hitchock ve 1947 yılında Koopmans, klasik ulaştırma problemini DP problemlerinin özel bir biçimi olarak incelemiştir. 1945 yılında bir ekonomist olan G. Stigler, en küçük maliyetli diyet problemini formüle etmiştir.

I. Dünya Savaşı sırasında İngiliz ve daha sonra Amerikalı araştırmacılar, askeri sorunların çözümünde DP'yi kullanmıştır. II. Dünya Savaşının sona

[129] Özkan, 2002: 52.
[130] Öğütlü, 2002: 39.

ermesinden kısa bir süre sonra A.B.D. hava kuvvetlerinde görevli bir ekip, uygulanan matematiksel tekniklerin planlama ve bütçeleme konusundaki etkinliklerini denetlemiştir. Bu ekipte yer alan G. Dantzig, büyük organizasyonların aktivitelerinin bir DP problemi olarak ele alınabileceğini ve doğrusal bir amaç fonksiyonunun en küçüklenmesi ile optimal programlara ulaşılabileceğini açıklamıştır. 1947 yılı Temmuz ayında SCOOP (optimum programların bilimsel hesabı) projesi üzerinde çalışmaya başlayan aynı ekip, aynı yılın sonunda, genel bir DP probleminin matematiksel modelini oluşturmuş ve çözüm için Simplex yöntemi geliştirmiştir. DP ile ilgilenen matematikçi, ekonomist ve planlamacılar, diğer alanlardan hızla bu alana kaymış ve çalışmaya başlamıştır. 1949 yılında DP konusundaki ilk sempozyum yapılmış ve sunulan bildiriler daha sonra T.C. Koopmans tarafından "Üretim ve Dağıtımın Etkinlik Analizi" adlı kitabında toplanmıştır.[131]

2.2 Doğrusal Programlama Problemlerinin Formülasyonu

Karar verici DP modeli haline getirdiği matematiksel problemin çözümüne göre kararını vermektedir. DP, birçok problemin çözümünde kullanılabildiği için Yöneylem Araştırması başlığı ile anılan planlama araçlarının en önemlisi haline gelmiştir.[132]

Çok farklı alanlarda uygulanabilir olan doğrusal karar modeli, uygun işlemlerle istenen şekle dönüştürülebilmektedir. Modelin geliştirilmesiyle, karar probleminin seçenekleri kısıtlarla ifade edilmekle birlikte bunların içerisinden hangisinin amaç fonksiyonunu en büyük veya en küçük yaptığını söylemek zordur. Çoğunlukla, matematiksel olarak kısıtların her birini sağlayan sonsuz çözüm sözkonusu olup, hangisinin en iyi çözüm olduğunu bulabilmek için yeni kavram ve bilgilere ihtiyaç vardır.[133]

DP problemleri ile ilgili bazı temel kavramlar aşağıdaki gibi tanımlanabilir:

Değişken: Problemde değişim gösteren faktörlerdir.

[131] Tuncel, 1997: 35-36.
[132] Güneş, Yiğibaşı (www.ceterisparibus.net/kongre/cukurova_5htm.)
[133] Yenilmez, 2001: 26.

Karar (kontrol) değişkeni: Karar verici denetimi altında olan değişkenlerdir. DP kullanılarak amaç fonksiyonunu en iyileyen karar değişkeni değerleri saptanır.
Amaç fonksiyonu: Karar değişkenlerinin matematiksel fonksiyonudur ve sistemi tanımlamak için kullanılır. Karar vericinin isteklerini ifade etmek için kullanılır. Alacağı değer önceden belirlenemez.
Kısıt: Karar değişkenlerinin matematiksel fonksiyonudur ve sistemi tanımlamak için kullanılır. Karar vericinin elindeki olanakları ifade eden ve karar vericiyi belli koşullar altında karar vermeye yönelten matematiksel fonksiyonlardır. Bulunan çözümler mutlaka problemin kısıtlarını sağlamalıdır.[134]

DP modelinin formülasyonunda izlenecek aşamalar şunlardır:

1. Amacın belirlenmesi,
2. Karar değişkenlerinin tanımlanması,
3. Amaç fonksiyonunun matematiksel olarak belirtilmesi,
4. Her bir sınırlayıcı koşulla ilgili olarak açıklayıcı bilgilerin belirtilmesi,
5. Birim cinsinden sınırlayıcı koşul olarak sağ taraf değerlerinin belirtilmesi,
6. Her bir sınırlayıcı koşula göre denklem katsayılarının belirtilmesi,
7. Sol tarafa her sınırlayıcı koşul için karar değişkenlerinin yazılması,
8. Her bir sınırlayıcı koşul için karar değişkenleri katsayılarının belirtilmesi.

Karar değişkenlerini tanımlarken; kararlara ilişkin alternatif faaliyetler, çalışma etkinliğinin ölçümü, kontrol edilebilen ve kontrol edilemeyen değişkenler göz önünde bulundurulmalıdır.[135]

n tane değişken ve m tane eşitlik ya da eşitsizlik şeklinde kısıt içeren bir DP problemi, matematiksel olarak genellikle aşağıdaki gibi formüle edilir:

$$\max(\min)\ Z(x) = c_1x_1 + c_2x_2 + ... + c_nx_n \tag{1}$$

Kısıtlar:

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + ... + a_{1n}x_n \{ \leq, =, \geq \} b_1$$

$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + ... + a_{2n}x_n \{ \leq, =, \geq \} b_2$$

---

[134] Tuncel, 1997: 36.
[135] M. Tekin (2004). *Sayısal Yöntemler*, Konya, 49-50.

$$a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + ... + a_{mn}x_n \{ \leq,=,\geq \} b_m \quad (2)$$

$$x_j \geq 0 \quad (3)$$

şeklindedir.[136]

Genel olarak DP problemi, sınırlayıcı koşullar adı verilen doğrusal denklemler veya eşitsizlikler grubu ile birlikte amaç denklemi adı verilen değişkenlerin doğrusal bir fonksiyonu optimize etmeyi gerektirir.[137] Bir DP problemi 3 kısımdan oluşur: (1) ile verilen amaç fonksiyonu, (2) ile verilen kısıtlar ve (3) ile verilen işaret kısıtı.[138]

Problem kısaca,

$$\max (\min) Z(x) = \sum_{j=1}^{n} c_j x_j$$

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \{\leq,=,\geq\} b_i, i = 1,...,m$$

$$x_j \geq 0, j = 1,...,n$$

biçiminde de formüle edilebilir. Burada,

x_j : karar vericinin denetimi altında olan ve bilinmeyeni gösteren karar değişkenlerini,

Z(x) : en iyilenecek amaç fonksiyonunu,

c_j : j. karar değişkeninin amaç fonksiyonundaki katkı katsayısını,

a_{ij} : j. karar değişkeninin i. kısıttaki katkı katsayısını(teknolojik katsayıları),

b_i : i. sınırlı kaynak miktarını yani i. kısıtın sağ taraf değerini

göstermektedir.[139]

Tüm kısıtları sağlayan x_1, ..., x_n değişken kümesine *uygun alan* denir.[140] Tanımlanan terminolojiye göre DP problemi, uygun alanda amaç fonksiyonunu en büyükleyen veya en küçükleyen çözüm noktasını bulmak olarak ifade edilebilir.[141]

---

[136] J. Ramik, M. Vlanch (2002). Fuzzy Mathematical Programming: A Unified Approach Based on Fuzzy Relations, *Fuzzy Optimization and Decision Making*, 1, 335-346, 338.
[137] O. Halaç (1991). *Kantitatif Karar Verme Teknikleri*, İstanbul: Evrim Dağıtım, 363.
[138] W.L. Winston (1994). *Operations Research: Applications and Algorithms*, Duxbury Pres, 111.
[139] H. Sarıaslan, A.A. Karacabey (2003). *İşletmelerde Sayısal Analizler*, Ankara: Turhan Kitabevi, 70.
[140] S. Nahmias (1997). *Production and Operations Analysis*, Chicago: McGraw Hill, 175.

Bir DP problemi matris gösterimiyle;

max (min) Z = CX

AX { ≤,=,≥ } B

X ≥ 0

biçiminde formüle edilir.[142] Burada,

C : (1 x n) boyutlu amaç fonksiyonu katsayıları vektörünü,

A : (m x n) boyutlu kısıt (teknolojik) katsayıları matrisini,

X : (n x 1) boyutlu karar değişkenleri vektörünü,

B : (m x 1) boyutlu sağ taraf değerleri (ihtiyaçlar) vektörünü göstermektedir.

DP problemlerinde kısıtlar ve amaç fonksiyonları, x_j değişkenlerine göre doğrusaldır. Kısıtları sağlayan x_j değerine *çözüm* ve negatif olmama kısıtları ile birlikte diğer tüm kısıtları sağlayan çözüme *uygun çözüm* denir. Bulunan çözüm amaç fonksiyonunu en iyileyen uygun çözüm ise *optimal çözüm* adını alır. DP'de amaç, optimal çözüme ulaşmaktır.[143]

DP problemlerinin çözümü için grafik yöntemi, simpleks yöntemi ve Karmarkar algoritması kullanılmaktadır. Bu yöntemler uygulandığında elde edilen DP probleminin çözümü sonucunda; optimal çözüm, seçenekli optimal çözüm, sınırsız çözüm, uygun olmayan çözüm elde edilebilir.[144]

2.3 Doğrusal Programlamanın Temel Şartları

Karar problemlerinin çözümünde DP modelinin uygulanabilmesi için gerekli olan bazı temel şartlar şunlardır:[145]

- Amaç fonksiyonu ve kısıtlayıcılar iyi bir şekilde tanımlanmalıdır.
- Elde seçilebilecek hareket biçimleri bulunmalıdır.
- Değişkenler kendi aralarında ilişkili olmalıdır.

---

[141] Öğütlü, 2002: 42.
[142] Sarıaslan, Karacabey, 2003: 70.
[143] Tuncel, 1997: 38.
[144] Yapıcı, 2000: 31.
[145] İ. Doğan (1995). Yöneylem *Araştırması Teknikleri ve İşletme Uygulamaları*, Eskişehir: Bilim Teknik Yayınevi, 5-7.

- Kullanılacak kaynakların arzı sınırlı olmalıdır.
- Değişkenler arasında kurulan bağlantıların doğrusal olması gerekir.
- DP'nin uygulanacağı işletme problemi kısa dönemli olmalıdır.

2.4 Doğrusal Programlama İçin Varsayımlar

Gerçek dünya ile ilgili karar problemlerine çözüm getirmek için kurulan DP modeli bu problemlerin içinde yer aldıkları ortam ve şartlar hakkında yapılan bir takım varsayımlara dayanır. Modelin getireceği çözümün doğruluğu, gerçek dünya şartlarının bu varsayımlara uygunluk derecesine bağlıdır. DP modelinin karar problemlerine uygulanma alanını belirli bir ölçüde daraltan bu varsayımlar; oransallık, toplanabilirlik, bölünebilirlik ve kesinlik varsayımlarıdır. [146]

a) *Oransallık (Doğrusallık) Varsayımı*: Oransallık özelliği, en iyi değeri araştırılan amacın ve kararı etkileyen kısıtların her bir değişkene göre doğrusal olarak ifade edilebiliyor olmasıdır. Bunun anlamı her bir değişkenin amaç fonksiyonuna ve kısıta katkısının doğrudan değişkenin seviyesi ile orantılı olması demektir.[147] Bu varsayım birbirlerinden bağımsız olarak düşünülen aktivitelerle ilgilidir. Herhangi bir karar değişkeninin amaç fonksiyonuna katkısı, diğer karar değişkenlerinin değerlerinden bağımsızdır. Oransallık varsayımı sağlanmadığında, doğrusal olmayan programlama kullanılır. Bu varsayım amaç fonksiyonu ve kısıtların doğrusal olması için gerekli ancak yeterli değildir.

b)Toplanabilirlik varsayımı: Bir problem, oransallık varsayımının yanı sıra toplanabilirlik varsayımını da sağlıyorsa doğrusaldır. Bir problemin toplanabilirlik varsayımını sağlaması için amaç fonksiyonu değerinin maliyetlerin ya da karın tek tek toplamına eşit olması gerekir. Herhangi bir kısıta toplam katkının da aktivite katkılarının tek tek toplamına eşit olması gerekir. Toplanabilirlik varsayımı sağlanmadığında da doğrusal olmayan programlama kullanılır.

---

[146] C. Özgüven (2003). *Doğrusal Programlama ve Uzantıları*, Ankara: Detay Yayıncılık, 6.
[147] Yapıcı, 2000: 29.

c)Bölünebilirlik varsayımı: Fiziksel gereksinmeler ve bazı özel durumlar için karar değişkenlerinin değerlerinin tamsayı olması gerekir. Bu tür problemleri çözmek için "tamsayılı programlama" olarak adlandırılan özel bir programlama türü kullanılır. Bölünebilirlik varsayımı, aktivite birimlerinin kesirli düzeylere bölünebilmesine olanak verir. Bu nedenle, karar değişkenlerinin değerlerinin tamsayı olması gerekmez. Bu özellik genellikle negatif olmama özelliği olarak da adlandırılır.

d)Kesinlik (Belirlilik) varsayımı: Kesinlik varsayımının sağlanması için modeldeki tüm parametreler (a_{ij}, b_i, c_j) bilinen sabitler olmalıdır. Gerçek hayatta karşılaşılan problemlerin çok nadir olarak bu varsayımı sağladığı görülür. DP, genellikle gelecekteki aktivitelerin seçimi için kullanılır. Bu nedenle parametre değerleri, gelecekteki koşulların öngörüsüne dayanır. Bu durumda başvurulan yöntemlerden biri, parametre değerleri için optimal çözümü bulduktan sonra bu çözümün parametrelere olan duyarlılığını, duyarlılık analizini kullanarak test etmektir.[148]

DP modelinde doğrusallık, toplanabilirlik, sınırlılık ve negatif olmama varsayımlarına ek olarak, kapalı bir şekilde geçerli olan bazı varsayımlar vardır. Bunlar, her bir kısıtlayıcının önem (ağırlık) derecesinin eşit olması; kısıtlayıcılarda matematiksel anlamda herhangi bir ihlale izin verilmemesi; sağ taraf sabitleri(b_i), teknoloji katsayıları(a_{ij}) ve amaç fonksiyonu katsayılarının(c_j) kesin olarak bilinmesi; maksimizasyonun (veya minimizasyonun) tam zorunluluk olması şeklinde ifade edilebilir.[149]

2.5 Doğrusal Programlamanın Uygulama Alanları

İlk önceleri askeri alanda uygulanan DP, daha sonra endüstriyel alanda petrol, gıda, tekstil, kâğıt, kimya vb. sektörlerdeki çeşitli problemleri çözmek için kullanılmıştır. Bu sektörlerdeki DP uygulamaları, örneğin petrol endüstrisinde üretim, rafine, dağıtım aşamalarındaki problemlerin çözümünde ve kirlilik denetiminde, gıda sektöründe düşük maliyetli menü yapımında ve pişmiş

---

[148] F.S. Hillier, G.J. Lieberman (1990). *Introduction to Operations Research*, New York: McGraw-Hill, 41-42.
[149] Özkan, 2003: 162.

yiyeceklerin ihtiyaç noktalarına ulaştırılmasında, ziraat ekonomisi sektöründe ise hayvan beslenmesinde rasyonel yem karışımının belirlenmesinde yer almıştır.[150]

1952 ve daha sonraki yıllarda, DP probleminin çözümü için bilgisayar programları hazırlanmıştır. Bu sayede DP, büyük ölçekli problemlerde de rahatlıkla kullanılmaya başlanmıştır. Bilgisayar teknolojisindeki ve yazılımındaki bu hızlı gelişimin sonucunda DP sadece akademik bir ilgi alanı olmaktan çıkmış; endüstri, çevre, ulaştırma, enerji ve daha pek çok alandaki birçok sorunun çözümünde yaygın olarak kullanılmaya başlanmıştır.[151]

DP, endüstri haricinde ekonomik, sosyal, politik ve toplumsal sorunların çözümünde de başarılı ve yararlı sonuçlar vermiştir. Yatırım planlarının değerlendirilmesi, portföy seçimi, bütçe yapımı, finans planlaması, kazanç değerlendirme, kaynak tahsisi, politik kampanyaların planlanması, eğitim planlaması, uzun dönemli çizelgeleme, ulaştırma, kitle iletişim araçları seçimi, ağ analizi problemleri, DP'nin kullandığı problemlerin sadece birkaçıdır.[152]

[150] Öğütlü, 2002: 40.
[151] Tuncel, 1997: 35-36.
[152] Öğütlü, 2002: 40.

ÜÇÜNCÜ BÖLÜM
BULANIK DOĞRUSAL PROGRAMLAMA

Deneysel araştırmalar, Doğrusal Programlama (DP)'nın gerçek-dünya problemlerinde çok sık uygulanan yöneylem araştırması tekniklerinden biri olduğunu gösterir. Buna rağmen DP, yüksek bilgi maliyetlerine neden olan çok iyi tanımlanmış kesin verilere gereksinim duyduğu için beklenenden daha az uygulama sayısına sahiptir. Gerçek yaşam uygulamalarında, kesin olarak verilmiş bilgilere güvenmek aldatıcı olabilir. Belirsiz ve kesin olmayan verinin üstesinden gelebilmek, büyük ölçüde DP'nin yayılma ve uygulamasına katkıda bulunur. Bulanık veriyi modellemede olasılık dağılımlarının kullanımı, bu katkıyı sağlamada çok yararlı olmamıştır. 1965 yılında Lotfi A. Zadeh tarafından yapılan "bulanık kümeler" çalışmasından beri, stokastik kavramlara başvurmaksızın belirsiz veriyi modellemek için uygun ve güçlü bir yaklaşım ortaya çıkmıştır.[153] İşte bu çalışmanın konusu da bulanık verinin DP sistemleriyle nasıl bütünleşeceğini gözden geçirmektir.

Gerçek yaşam karar verme problemlerinin çoğu, amaç ve kısıt fonksiyonlarının bazı katsayılarının tam olarak belirlenemediği, belirsiz olduğu bir ortamda yer alır. Verilen kesin bir karar modelinin kullanımı, gerçekçi olmayan çözümlere yol açabilir. Bu koşullarda bulanık mantık teorisi, bu belirsizlikle baş etmek için kavramsal ve teorik bir çatıya izin verir.[154]

Matematiksel programlamada, gerçek bir problemin matematiksel bir modelin terimleriyle tanımlandığı (model kurma) ve elde edilen modeli kullanarak optimal bir çözümün bulunduğu (model çözümleme) problemler mevcuttur. Eğer herhangi bir model söz konusu probleme herhangi bir sınırlama olmaksızın yaklaşıyorsa modelin daha da karmaşıklaştığı, bir çözüm bulmanın zorlaştığı ve birbirleriyle çelişkili sonuçlar elde etmenin doğal olduğu söylenir. Ayrıca gerçek

---

[153] H. Rommelfanger (1996). Fuzzy Linear Programming and Applications, *Europan Journal of Operational Research*, 92, p.512-527, 513.
[154] C. Stanciulescu et al (2003). Multiobjective Fuzzy Linear Programming Problems with Fuzzy Decision Variables, *European Journal of Operational Research,* 149, p. 654-675, 655.

problemler, günlük dilde ifade edilen kısıt ve amaçlar içerir. Bunlar “A lira civarında kazanmak istiyoruz” ya da “yatırımları B lira civarında ya da daha az miktarda tutmak istiyoruz” gibi ifadelerdir. Bu tür belirsizliği bulanık küme terimleriyle ifade eden bulanık matematiksel programlama, basit ve çok kullanışlı bir yöntemdir.[155]

Bulanık optimizasyon problemi, kısıtların ve amaçların aynı anda gerçeklenmesi olarak belirlenir. Bulanık optimizasyon, bulanık kümeleri kullanarak esnek, yaklaşık ya da belirsiz kısıtlar ve amaçlar ile optimizasyon problemlerini formüle eden teknikler topluluğudur. Genelde bulanık kümeler bulanık optimizasyonda kısıt ve amaç fonksiyonlarındaki belirsizliği sunmak ya da kısıtlar ve amaçlardaki esnekliği sunmak olarak iki farklı yolla kullanılır. İlk durumda, bulanık kümeler, α- kesimini kullanarak aralık matematiğin boyutu olan kurallara göre kullanılan aralıkların genelleştirilmiş formülasyonlarını sunar. İkinci durumda ise bulanık kümeler, formülasyonda verilen esneklikle, kısıtların gerçekleşme derecesi ya da amaçların istek seviyelerini sunar. Bu nedenle, kesin olan kısıtlar ve amaçlar optimizasyon amacını geliştirmek için işletilebilen bazı esnekliklere sahip varsayılır.[156]

Klasik bir karar verme modelini belirleyen parametreleri tahmin etmek zor bir iştir. Bu, genellikle belirsiz bilgiye sahip ya da kendi görüşünü subjektif olarak ifade eden bir karar verici tarafından ya da geçmiş verilerden istatistiksel çıkarımlarla verilir ve bunların kararlılığı şüphelidir. Bunun için, DP’ye bulanık kümeler ve bulanık yaklaşımlarla kesin olmayan veri ya da belirsizliği yansıtan bir modeli yapılandırmak makuldür. Parametrelerin bulanıklığı, çözümü bulanık olan ve olabilirlik dağılımıyla belirlenen bir probleme artış verir. Çözümün olabilirlik dağılımı elde edildiğinde, karar verici karar vektörüyle daha kesin bilgi isterse durumu değiştirebilir ve yeni bir problem çözülebilir. Bu durumda, daha önce elde

---

[155] Terano et al, 1991: 125.
[156] U. Kaymak, J.M. Sousa (2001). *Weighted Constraints in Fuzzy Optimization*, ERIM Report Series Research in Management, ERS-2001-19-LIS, 21 pages.

edilen bulanık çözüme bulanık amacın olabildiğince yaklaştığı bir karar vektörü bulunmaya çalışılır.[157]

Bilgi maliyetlerini azaltmak ve aynı zamanda gerçekçi olmayan modellemeden kaçınmak için Bulanık Doğrusal Programlama (BDP)'nın kullanımı önerilebilir. BDP uygulaması problemlerin etkileşimli bir yoldan çözüleceğini ifade eder. İlk aşamada, bulanık sistem, herhangi bir pahalı ek bilgi kazanımı olmadan yalnızca karar vericinin sağlayabileceği bilgiyi kullanarak modellenir. Böylece, karar verici daha fazla bilginin elde edilmesi gerektiğini ve dikkatli bir şekilde ek avantajlar ve doğan maliyetleri karşılaştırarak kararı doğrulayabileceğini görebilir.[158]

Kısaca BDP, bulanık mantık ve DP'nin bir birleşimidir.[159] Yani BDP, DP yöntemi kullanılarak çözümlenebilen problemlere birçok karar sürecinde görülen belirsizlik dâhil edildiğinde kullanılan bir yöntemdir. Günümüzde, birçok karar sürecinin belirsiz bir yapıya sahip olduğu düşünülürse BDP'nin DP'den daha etkin ve kullanışlı bir yöntem olduğu sonucuna varılabilir.[160]

3.1 Bulanık Doğrusal Programlama İle İlgili Yapılan Çalışmalar

Karar verme problemlerinde bulanık küme teorisinin kullanımına ilişkin ilk çalışmanın R.E. Bellman ve L.A. Zadeh'in 1970 yılında yayınlanan "Bulanık Bir Çevrede Karar Verme"(Decision-Making in a Fuzzy Enviroment) adlı makaleleri olduğu söylenebilir.[161] Bu makalenin yayınlanmasından sonra bulanık ortamda karar verme DP yaklaşımıyla ele alınan problemlere de uygulanmaya başlanmıştır.[162]

BDP ile ilgili ilk çalışmayı Zimmermann (1974) yapmıştır. Zimmermann, ilk olarak klasik DP problemlerine bulanık küme teorisini sunmuştur. Bu çalışmada,

---

[157] M.A. Para et al (1999). Solution of a Possibilistic Multiobjective Linear Programming Problem, *European Journal of Operational Research,* 119, p.338-344, 338.
[158] Rommelfanger, 1996: 513; Ramik, Vlanch, 2002: 335-346.
[159] Hansen, 1996.
[160] Tuncel, 1997: 96.
[161] M. Delgado et al (1989). A General Model for Fuzzy Linear Programming, *Fuzzy Sets and Systems*, 29(1), p.21-29, 22.
[162] Zimmermann, 1991: 248.

bulanık amaç ve bulanık kısıtlarla DP problemi düşünülmüştür.[163] Daha sonra Tanaka, Okuda ve Asai (1974) bulanık kısıtlarla BDP'nin bir formülasyonunu önermiş ve bulanık sayılar arasında eşitsizlik ilişkilerine dayanan çözümü için bir yöntem sunmuştur.[164] C.V. Negoita ve M. Sularia (1976), bulanık kısıtlı DP problemlerini formüle etmiş ve bulanık amaç fonksiyonunun maksimize edildiği bir karar probleminin klasik bir matematiksel programlama problemine indirgenebileceğini göstermiştir.[165] Zimmermann (1977), BDP'de ikililik (dualite) ile ilgili çalışmalar yapmıştır.[166] Orlovski (1978), Yager (1979), Freeling (1980), D. Dubois ve H. Prade (1980) ve daha pek çok bilim adamı bu konuda çeşitli çalışmalar yapmıştır.[167] Bulanık katsayılarla BDP problemi Negotia (1981) tarafından formüle edilmiş ve robust programlama olarak adlandırılmıştır.[168] Parçalı üyelik fonksiyonlu BDP problemleri, Hannan (1981) ve Nakamura (1984) tarafından incelenmiştir.[169] Bu çalışmalarda, amaçların üçgensel üyelik fonksiyonlarıyla temsil edildiği çok amaçlı bir BDP modeli klasik DP modeline dönüştürülerek çözülmüştür.[170] Chanas (1983), BDP'de parametrik programlamayı kullanmıştır. Tanaka ve Asai (1984), teknoloji matrisi ve amaç fonksiyonu katsayılarını, kısıtların sağ taraf sabitlerini bulanık sayılar olarak alıp, bunları bulanık fonksiyonlar olarak düşünmüştür. Yine Tanaka ve Asai (1984), amaç fonksiyonuna bir tatmin düzeyi vererek onu da bir kısıt gibi düşünen bir yöntem önermiştir.[171] H. Tanaka, H. Ichihashi ve K. Asai (1985), bulanık parametreler ve/ya da bulanık değişkenlerle doğrusal kısıtları araştırmıştır.[172] Bulanık amaç problemine optimal bir çözümün eksikliğinden dolayı, Slowinski (1986), karar vericinin tatmin derecesini ifade etmek için tatmin edici bir çözüm

---

[163] R.C. Wang, T.F. Liang (2004). Application of Fuzzy Multi-Objective Linear Programming to Aggregate Production Planning, *Computers&Industrial Engineering*, 46, p.17-41, 18.
[164] Delgado et al, 1989: 21.
[165] Tuncel, 1997: 42.
[166] H.C. Wu (2003). Duality Theory in Fuzzy Linear Programming with Fuzzy Coefficients, *Fuzzy Optimization and Decision Making*, 2, p.61-73, 61.
[167] Tuncel, 1997: 42.
[168] P. Vasant, Fuzzy Optimization in Forecasting and Management of Industrial Production Engineering, p. 191-200 (Open University Malaysia).
(www.f.waseda.jp/watada/TJS2004/TJS2004PDF/contents&program.pdf.)
[169] M. Inuiguchi et al (1990). A Solution Algorithm for Fuzzy Linear Programming with Piecewise Linear Membership Functions, *Fuzzy Sets and Systems,* 34, p.15-31, 15.
[170] Öğütlü, 2002: 46.
[171] Paksoy, 2002: 1-16.
[172] Vasant, 191-200. (www.f.waseda.jp/watada/TJS2004/TJS2004PDF/contents&program.pdf.)

hesaplamayı tavsiye etmiştir.[173] Carlsson ve Korhonen (1986), DP'deki tüm katsayıları bulanık olarak ele alan ve parametrik bir çözüm sunan bir yaklaşım önermiştir. Yazenin (1987), bulanık ve stokastik programlamayı karşılaştırmıştır. Werners (1987), etkileşimli bir model üzerinde çalışmıştır.[174] Delgado ve Verdegay (1989), hem bulanık sayı hem de bulanık kısıtlar kümesini içeren genel bir BDP modeli sunmuş ve bu modeli çözmek için bir yaklaşım vermiştir. Bu yaklaşım, bulanık sayılar arasındaki ilişkiyi karşılaştırmaya dayanır.[175] Luhandjura (1989), bulanık parametrelerle matematiksel programlama problemleri üzerinde çalışmıştır.[176] H. Rommelfanger, R. Hanuscheck, J. Wolf (1989), amaç fonksiyonunda bulanık parametrelerle DP problemlerini çözmek için yeni bir yöntem sunmuştur.[177] Zimmermann (1991), "Bulanık Küme Teorisi ve Uygulamaları" isimli kitabında temel kavramlardan, bulanık ortamda karar verme problemlerinden ve BDP modellerinden bahsetmiştir.[178] Tanaka (1991), parametrik bir DP problemi olarak BDP problemini formüle etmiştir.[179] Lai ve Hwang (1992), "Bulanık Matematiksel Programlama" isimli kitaplarında bulanık kümeler, bulanık sayılar, bulanık matematiksel programlama ve BDP modellerini incelemiştir.[180] Shaocheng (1994), aralık sayılar ve bulanık sayılarla BDP üzerinde çalışmış ve bulanık kısıtlı DP problemlerini öncelikle amaç fonksiyonu için bir üst sınır belirleyerek bulanıklıktan kurtarmış, sonra da elde ettiği problemi Sakawa ve Yana tarafından önerilen bulanık karar kümesi yöntemi ile çözmüştür.[181] Julien (1994), olabilirlikçi DP yönteminin, DP probleminde duyarlılık analizine alternatif bir yöntem olduğunu belirtmiş ve bulanık sayı parametreleri ile olabilirlikçi DP problemlerinin çözümünü geliştirmiştir. Julien, BDP problemini farklı α - kesim seviyelerinde en iyi ve en kötü DP problemine dönüştürmüştür. Inuiguchi ve Sakawa (1994), olabilirlikçi DP

---

[173] R.C. Wang, H.H. Fang (2001). Theory and Methodology Aggregate Production Planning with Multiple Objectives in a Fuzzy Enviroment, *European Journal of Operational Research,* 133, p.521-536, 528.
[174] Paksoy, 2002: 1-16.
[175] Delgado et al, 1989: 28.
[176] Çelik, 2000: 3.
[177] H. Rommelfanger et al (1989). Linear Programming with Fuzzy Objectives, Fuzzy Sets and Systems 29:31-48.
[178] Zimmermann, 1991.
[179] G. Zhang et al (2003). Formulation of Fuzzy Linear Programming Problems as Four-Objective Constrained Optimization Problems, *Applied Mathematics and Computation,* 139, p.383-399,384.
[180] Yapıcı, 2000: 3.
[181] Yenilmez, 2001: 65.

problemi için en iyi çözümü test eden bir yöntem sunmuştur. Bu yöntemde olabilirlik ve gereklilik ölçümlerini kullanarak olabilirlikçi DP için olabilir ve gerekli optimallikleri tanımlamış ve olabilirlikçi amaç fonksiyonu ile DP problemini açıklamıştır.[182] Li Xiaozhong (1997), bulanık kısıtlarla olabilirlikçi DP problemlerini tartışmıştır. Fakat bu modellerde değişkenlerin kesin olduğu varsayılır. Ancak, BDP'nin optimal çözümünün yaklaşık olarak ne olduğu ve daha iyi çözümün ne olduğu gibi sorularla sıkça karşılaşılır. BDP değişkenleri bulanık olanlardır ve uygun BDP problemleri, bulanık değişkenlerle olanlardır.[183] Amaç fonksiyonu ve kısıtları bulanık olan DP problemleri ve bu tip problemlerin çözümü için yapılan çalışmalardan birinde Wang (1997), pratik üretim planlama problemlerine uygun matematiksel model için tek bir optimal çözüm bulmak yerine, kabul edilebilir üyelik derecesiyle farklı çözümler grubunu, ağırlıklı gradient (eğim) yönünde değişim gösteren bir genetik algoritmayla bulmuştur. Bu çözümler, bulanık optimal çözümün dışbükey kesim kümesini yapılandırır. Ayrıca, insan-bilgisayar etkileşimi ile karar verici tarafından önerilen çözüm, başarılan çözümlerin uygun dışbükey birleşimleri olarak elde edilebilir.[184] Inuiguchi ve Sakawa (1998), bir bulanık amaç fonksiyonu ile DP problemlerini yerleştirmede optimalliğin esnekliği ve güçlülüğünü (robust) tartışmıştır. Optimal değerden sapma üzerinde tanımlanan bulanık bir amaç, esnek-optimal çözümü belirlemek için sunulur. Bulanık katsayılar, olabilirlik dağılımları olarak düşünülür. Olabilirlik dağılımına dayanan gereklilik ölçüsü, robust-optimal çözüm gibi mutlaka optimal bir çözüm belirlemek için kullanılır. Çoğu durumda mutlaka optimal çözüm olmadığı için, esnek-optimal çözüm belirlenir ve en iyi esnek-optimal çözüm için bir çözüm algoritması önerilir.[185] BDP problemlerinin çözümü ile ilgili olarak Guu ve Wu (1999) tarafından önerilen iki aşamalı yaklaşım, karar verici max-min işlemcisini geliştirebilecek etkin bir çözüm araştırıyorsa, karar vericinin bu isteğini gelişmeye müsait bir ortam varsa otomatik olarak yerine getirir. Böylece iki aşamalı yaklaşım yöntemi, yalnız amaç fonksiyonunun en yüksek üyelik

---

[182] Çelik, 2000: 4.
[183] L.A. Xiaozhong, General Model for Fuzzy Linear Programming Problems with Fuzzy Variables, p.137-140, 137.
[184] D.W. Wang (1997). An Inexact Approach for Linear Programming Problems with Fuzzy Objective and Resources, *Fuzzy Sets and Systems*, 89(1), p.61-68.
[185] M. Inuiguchi, M. Sakawa (1998). Robust Optimization under Softness in a Fuzzy Linear Programming Problem, *International Journal of Approximate Reasoning*, 18, p.21-34.

derecesini araştırmakla kalmaz, bunun yanında her bir kısıt kaynağından en iyi şekilde yararlanmayı da sağlar. ve-işlemcisi, uygun bir parametre seçilmedikçe böyle bir garanti sağlayamaz.[186] Tüm katsayıları ve değişkenleri bulanık (sayı) olan BDP problemleri ile ilgili yapılan bir diğer çalışmada Buckley ve Feuring (2000), problemi öncelikle çok amaçlı BDP problemine dönüştürüp, daha sonra bu çok amaçlı BDP probleminin baskın olmayan çözümlerinin kümesi üzerinde inceleme yapmak için bulanık esnek programlamadan yararlanmıştır.[187] Amaç fonksiyonu bulanık olan BDP problemlerinin çözümü ile ilgili çalışmalardan biri de Chanas ve Zielinski (2000) tarafından yapılmıştır.[188] Jamison ve Lodwick (2001) tarafından yapılan çalışmada, problemde her bir sabit, bulanık bir sayı ile değiştirilip, amaç ve kısıtlar, olası kısıt bozulmaları için amacı cezalandırarak kısıtlanmamış bulanık bir fonksiyon olarak yeniden biçimlendirilir. Bu bulanık fonksiyonun aralığı, bulanık sayılar uzayında yer alır. Bu bulanık fonksiyonun şeklinin beklenen orta noktasını optimize ederek amaç yeniden belirlenir ve bu amacın bir içbükey fonksiyon belirtip ayrıntılı olarak maksimize edilebileceği gösterilir.[189] Xinwang Liu (2001), bulanık sayılar için yeni bir sıralama yöntemi önermiştir. Bulanık amaç dağılım fonksiyonu ve kısıtların gerçekleşme derecesi arasında bağlantı kurularak yöntem, bulanık olasılık programlama tekniği ile BDP problemlerine uygulanır. Kısıtların gerçekleşme derecesi ile karar verici kendi iyimser ve kötümser tavrına göre kesin optimal çözüm elde edebilir.[190] Jershan Chiang (2001), BDP'yi formüle etmek için diğer çalışmalardan farklı olarak istatistiksel veri ile istatistiksel güven aralığı kavramını kullanmıştır.[191] BDP ile ilgili yapılan tüm bu çalışmalar aşağıda bir tablo halinde gösterilmektedir.

---

[186] S.M. Guu, Y.K. Wu (1999). Two Phase Approach for Solving The Fuzzy Linear Programming Problems, *Fuzzy Sets and Systems*, 107(2), p.191-195.
[187] J.J. Buckley, T. Feuring (2000). Evolutionary Algorithm Solution to Fuzzy Problems: Fuzzy Linear Programming, *Fuzzy Sets and Systems*, 109(1), p.35-53.
[188] S. Chanas, P. Zielinski (2000). On the Equivalance of Two Optimization Methods for the Fuzzy Linear Programming Problems, *Europan Journal of Operational Research*, 121(1), p.56-63.
[189] K.D. Jamison, W.A. Lodwick (2001). Fuzzy Linear Programming Using a Penalty Method, *Fuzzy Sets and Systems*, 119(1), p.97-110.
[190] X. Liu (2001). Measuring the Satisfaction of Constraints in Fuzzy Linear Programming, *Fuzzy Sets and Systems*, 122, p.263-275.
[191] J. Chiang (2001). Fuzzy Linear Programming Based on Statistical Confidence Interval and Interval-Valued Fuzzy Set, *European Journal of Operational Research*, 129, p.65-86.

Tablo 3.1: BDP ile ilgili yapılan çalışmalar

Çalışmayı yapan	*Çalışmanın yapıldığı yıl*	*Yapılan çalışma*
Bellman ve Zadeh	1970	"Bulanık Ortamda Karar Verme"
Zimmermann	1974	Bulanık amaç ve bulanık kısıtlarla BDP (BDP ile ilgili ilk çalışma)
Tanaka, Okuda ve Asai	1974	Bulanık kısıtlarla BDP
Negoita ve Sularia	1976	
Zimmermann	1977	BDP'de dualite
Negoita	1981	Bulanık katsayılarla BDP – robust programlama
Hannan	1981	Parçalı üyelik fonksiyonlu BDP
Nakamura	1984	
Chanas	1983	BDP'de parametrik programlama
Tanaka ve Asai	1984	Bulanık amaç ve teknoloji katsayılı, bulanık kısıtlı BDP
Tanaka, Ichihashi ve Asai	1985	BDP'de bulanık parametreler/bulanık değişkenlerle bulanık kısıtlar
Slowinski	1986	BDP için optimal çözüm yerine tatmin edici bir çözüm
Carlsson ve Korhonen	1986	Bulanık parametreli BDP modeli
Yazenin	1987	Bulanık ve stokastik programlama: karşılaştırma
Werners	1987	Etkileşimli BDP modeli
Delgado ve Verdegay	1989	Hem bulanık sayı hem bulanık kısıtlar kümesini içeren genel bir BDP modeli
Luhandjura	1989	Bulanık parametrelerle BDP
Rommelfanger, Hanuscheck ve Wolf	1989	Bulanık amaç katsayılı BDP
Zimmermann	1991	"Bulanık Küme Teorisi ve Uygulamaları"
Tanaka	1991	Parametrik BDP
Lai ve Hwang	1992	"Bulanık Matematiksel Programlama"
Shaocheng	1994	Aralık sayılar ve bulanık sayılarla BDP
Julien	1994	Olabilirlik DP problemi
Inuiguchi ve Sakawa	1994	Olabilirlik DP problemi için en iyi çözümü test eden bir yöntem
Xiazhong	1997	Bulanık kısıtlarla olabilirlik DP problemi
Wang	1997	Amaç fonksiyonu ve kısıtları bulanık DP problemleri için bir yaklaşım
Inuiguchi ve Sakawa	1998	Bulanık amaç fonksiyonu ile DP probleminde optimallığın esnekliği ve robustlığı
Guu ve Wu	1999	BDP problemlerinin çözümü için iki aşamalı yaklaşım
Buckley ve Feuring	2000	Bulanık problemler için evrimsel algoritma çözümü
Chanas ve Zielinski	2000	Amaç fonksiyonu bulanık BDP problemleri için bir çözüm
Jamison ve Lodwick	2001	Ceza yöntemi ile BDP
Liu	2001	Yeni bir sıralama yöntemi ile BDP
Chang	2001	BDP için istatistiksel veri ve istatistiksel güven aralığı

3.2 Bulanık Doğrusal Programlama Problemlerinin Formülasyonu

Günlük hayatta karşılaşılan pek çok karar verme problemi bir DP problemi olarak formüle edilebilir. Ancak, çoğu durumda DP problemlerinde kısıtların veya amaç fonksiyonlarının kesin olarak belirlenmesi mümkün olmamaktadır. Böyle durumlarda BDP yöntemlerine başvurulur.[192]

Yönetim kararlarında, amaçların çoğu dilsel terimlerle yaklaşık olarak ifade edilebilir. Fakat kesin matematiksel formül bunun için uygun değildir. Bulanık matematiksel programlama yöntemlerinin özel bir türü olan BDP, bulanık küme teorisinin bir uygulamasıdır ve DP'nin bulanık ortamda karar vermek için geliştirilen bir uzantısıdır.[193] BDP yöntemi, hem amaç fonksiyonları hem de kısıtlarda subjektif ihtiyaçların mevcut olduğu mühendislik problemlerine DP'yi uygulamak için büyük bir esneklik getirmiştir.[194]

DP problemlerinin girdileri; kar katsayıları(C), teknik katsayılar(A) ve kaynak sınırları(B) çeşitli nedenlerle, örneğin bilgi eksikliği, bilgiye ulaşamama veya durgun olmayan ekonomik ortamlar nedeniyle bulanık olabilir.[195] Bir ürünün satış fiyatının, dolayısıyla da bu üründen elde edilecek birim karın(c_j), rekabet, maliyet v.b. faktörlerle kesin olarak ifade edilmesi gerçekçi bulunmayabilir. Diğer taraftan, belirli bir ürüne olan talep miktarı(b_i) çoğu durumda tam olarak bilinmez. Ayrıca istihdam edilen işgücünden fazla mesai yapması istenebileceği gibi, işgücünün de greve gitmesi söz konusu olabilir. Benzer olarak, istihdam edilen vasıfsız işgücünün belirli bir işte uzmanlaşması veya işgücündeki tutarsızlıklar (işin yavaşlatılması) nedeniyle işgücü kısıtlayıcısına ilişkin teknoloji katsayıları(a_{ij}) bulanıklık içerebilir. Dolayısıyla a_{ij}, b_i ve c_j katsayıları bulanık sayılarla veya bulanıklığı niteleyen tolerans aralıkları ile ifade edilir.[196] Aynı şekilde matris elemanları içinde üretimde olduğu gibi insan ve diğer sonuçları çeşitli nedenlerle etkileyen faktörlerin olması

---

[192] G. Zhang et al ,2003: 384.
[193] Kaymak, Sousa, 2001, 21 pages.
[194] R. Zhao et al (1992). The Complete Decision Set of the Generalized Symmetrical Fuzzy Linear Programming, *Fuzzy Sets and Systems*, 51, 1, p.53-65, 53.
[195] Yılmaz, 1998: 27.
[196] Özkan, 2003: 162.

nedeniyle her bir katsayı için “civarında”, “aralığında”, “kadar” gibi bulanık terimler sözkonusudur.[197] Bir DP modeli parametrelerin, amaç ve kısıtların bulanık olup olmamasına göre farklı modellenir.[198] Bu nedenle BDP modelinin genel bir gösterimi yoktur.[199]

3.3 Bulanık Doğrusal Programlama İçin Varsayımlar

Herhangi bir problemi BDP problemi olarak ele alabilmek ve modelini kurabilmek için birtakım varsayımların sağlanması gerekir. Bu varsayımlardan üçü, klasik DP problemlerini incelemek ve modelini kurabilmek için de sağlanması gereken oransallık, toplanabilirlik ve bölünebilirlik varsayımlarıdır.

Herhangi bir problemi BDP problemi olarak ele alıp modelini kurabilmek için sağlanması gereken dördüncü varsayım kesin olmama varsayımıdır. Kesin olmama varsayımının sağlanabilmesi için modeldeki parametrelerden (a_{ij}, b_i, c_j) bir kısmının ya da hepsinin bilinmeyen sabitler olması gerekir. Bir başka deyişle, problemde yer alan parametre ve sağ taraf değerlerinin bir kısmı ya da hepsi kesin olarak bilinmez ama olası parametre ve sağ taraf değerleri ile bunların üyelik dereceleri bilinir. Gerçek hayatta karşılaşılan problemlerin çoğunlukla bu varsayımı sağladığı bir gerçektir. Çünkü optimizasyon problemleri genellikle gelecekteki faaliyetlerin seçimi için kullanılır. Bu nedenle, parametre ve sağ taraf değerleri gelecekteki koşulların öngörüsüne dayanır.[200]

3.4 Bulanık Doğrusal Programlamanın Uygulama Alanları

BDP, 1978 yılında Zimmermann tarafından ortaya atıldıktan sonra, problemlerin modellenmesi ve çözümünde yaygın olarak kullanılmaya başlanmıştır. BDP, DP’nin kullanıldığı bütün alanlarda kullanılabilmektedir. Gerçek problemlerin parametre değerlerinin çoğunlukla önceden bilinmemesi nedeniyle BDP, DP’nin önüne geçmeye başlamış ve bilgisayar teknolojisindeki hızlı gelişmeler sonucunda

[197] Yılmaz, 1998: 27.
[198] Öğütlü, 2002: 48.
[199] Yapıcı, 2000: 1.
[200] Tuncel, 1997: 45-46.

büyük ölçekli gerçek yaşam problemlerinde de kullanılmaya başlanmıştır.[201] Aşağıdaki liste, BDP'nin uygulamalarının çok sayıda ve çeşitte olduğunu gösterir.[202]

Tarımsal ekonomiler:

- su arz planı (Slowinski, 1986, 1987);
- bölgesel kaynak dağılımı (Mjelde, 1986; Leung, 1988);
- tarımda su kullanımı analizi (Owsinski, Zadrozny ve Kacprzyk, 1987);
- beslenme karması (Lai ve Hwang, 1992);
- tarım yapısı optimizasyon problemi (Czyzak, 1990).

Atama problemleri:

- şebeke yerleşim problemleri (Darzentas, 1987).

Bankacılık ve finans:

- proje yatırımı (Hanuscheck, 1986; Wolf, 1988; Lai ve Hwang, 1992);
- kar paylaştırma (Ostermark, 1988);
- sermaye varlık fiyatlama modeli (Ostermark, 1989);
- banka hedging kararı (Lai ve Hwang, 1992).

Çevre yönetimi:

- hava kirliliğini düzenleme problemi (Sommer ve Polatschek, 1978);
- enerji emisyon modelleri (Oder ve Rentz, 1993).

Üretim:

- optimal sistem dizaynı (Zeleny, 1986);
- üretim programlama (Carlsson ve Korhonen, 1986);
- bütünleşik üretim planlama problemi (Verdegay, 1987);
- manyetik bant üretimi (Wagenknecht ve Hartmann, 1987);
- petrol üretiminin optimal dağılımı (Ramik ve Rimanek, 1987);
- ham yağ üretimi (Wagenknecht ve Hartmann, 1987);
- ürün-karması seçme problemi (Verdegay, 1987);
- makine optimizasyon problemleri (Trappey, Liu ve Chang, 1988).

[201] Tuncel, 1997: 46.
[202] Rommelfanger, 1996: 523-524.

Personel yönetimi:

- personel talebi ve uygun personel yapısı koordinasyonu (Spengler, 1992).

Ulaştırma:

- kamyon filosu (Zimmermann, 1976),
- ulaştırma problemi (Verdegay, 1984).

Son zamanlarda ise Deporter ve Ellis (1990), proje tamamlama zamanlarının minimizasyonunda; Östermark (1996), portföy yönetiminde; Miller vd. (1997), taze domateslerin paketlenmesinde üretim planlamada; Pendharkar (1997), kömür madenlerinde üretim planlamada; Shih (1999), çimento taşıma planlamasında; Vlaisavljevic ve Djukanovic (1999), güç sistemlerinin çizelgelenmesinde; Gupta vd. (2000), tarımsal alanların planlamasında; Venkatesh vd. (2001), reaktif güç ünitelerinin denetiminde BDP kullanmıştır.[203]

3.5 Bulanık Doğrusal Programlama İle Doğrusal Programlama Yönteminin Karşılaştırılması

Varsayımları açısından: Bir problemin bu iki yöntemden herhangi biri kullanılarak çözülebilmesi için oransallık, toplanabilirlik ve bölünebilirlik varsayımlarının sağlanması gerekir. Ancak problemin DP ile çözülebilmesi için kesinlik varsayımının sağlanması gerekirken, BDP ile çözülebilmesi için kesin olmama varsayımının sağlanması gerekir. Gerçek hayatta karşılaşılan problemlerin çoğunlukla kesin olmama varsayımını sağladığı düşünülürse BDP'nin DP'ye üstün olduğu söylenebilir. Yine bir problemin söz konusu iki yöntemden biri kullanılarak çözülebilmesi için karar değişkenleri arasında alternatif seçim olanağı olmalı ve kaynaklar kısıtlı olmalıdır.

Formülasyonları açısından: Formülasyonda yer alan değişken, karar değişkeni, amaç fonksiyonu ve kısıt gibi temel kavramların tanımı her iki yöntem için de aynıdır. DP ile BDP problemlerinin formülasyonları arasındaki farklılık $\le$ yerine $\underset{\sim}{\le}$ (dilsel yorumu "yaklaşık olarak daha küçük ya da eşit"), = yerine $\underset{\sim}{=}$ (dilsel yorumu

[203] Paksoy, 2002: 1-16.

“yaklaşık eşit”), $\geq$ yerine $\gtrsim$ (dilsel yorumu “yaklaşık olarak daha büyük ya da eşit”) ve örneğin c_1 yerine $\tilde{c}_1$ gösteriminin kullanılmasından kaynaklanmaktadır. “~” simgesi bulanıklaştırıcı olarak adlandırılmakta ve incelenmekte olan problemdeki bulanık öğeleri göstermek için kullanılmaktadır. Bu gibi gösterimler içeren eşitlik ya da eşitsizlik şeklindeki kısıtlar bulanık eşitlik ya da bulanık eşitsizlik olarak adlandırılır. $\tilde{c}_1$ gibi gösterimler ise bulanık sayı olarak adlandırılır.

Amaçları açısından: DP’de amaç, problemin optimal uygun çözümüne ulaşmaktır. BDP’de ise amaç, en yüksek üyelik derecesine sahip bulanık karar olarak tanımlanan optimal karara ulaşmaktır. Amaç fonksiyonunu en iyilemektense amaç fonksiyonunu belirli bir tatmin derecesi ile ele alan bir yaklaşımı benimsemenin gerçek problemleri incelemek için daha uygun bir yaklaşım olduğu söylenmektedir.

Yapıları açısından: DP’de amaç fonksiyonu, problemin formülasyon ve çözüm aşamasında gereklidir. Oysa BDP’de herhangi bir amaç fonksiyonunun olması gerekli değildir. Problemin formülasyonu aşamasında herhangi bir amaç fonksiyonu mevcut olsa bile, çözüm aşamasında bu fonksiyon kısıta dönüştürülür.[204]

Son olarak, herhangi bir kısıttaki ihlalin mümkün olmayan çözüme sebebiyet verdiği DP’den farklı olarak BDP’de küçük ihlaller kabul edilebilir. Tüm bu farklılıklardan anlaşılacağı üzere BDP, DP’nin daha genişletilmiş bir halidir. BDP’de, DP’nin aksine tek tip bir model yoktur ve modellenecek sistemin özelliklerine ve kabullerine bağlı olarak pek çok varyasyon mümkündür. Bu çeşitliliği karşılayabilmek için BDP çok sayıda yöntem önerir.[205] Bu çalışmada bu yöntemlerden bir kısmı incelenmiştir.

[204] Tuncel, 1997: 45, 47-48.
[205] Zimmermann, 1991: 249.

3.6 Rastgelelik İle Bulanıklık Arasındaki Farklılıklar

Rastgelelik ve bulanıklık, belirsizliği farklı açılardan ele alır. Genel olarak rastgelelik, bir olayın meydana gelmesindeki belirsizliği açıklarken bulanıklık bir olayın belirsizliğini açıklar.[206] Rastgeleliğin en önemli özelliği, sonuçların ortaya çıkmasında tamamen şans olayının rol oynaması ve gerekli öngörülerin ve tahminlerin kesin bir doğrulukla önceden yapılamamasıdır. Ancak bilinen belirsizliklerin hepsi rastgele karakterde değildir. Sözel belirsizlikler bulanıklık adını alır.[207] Bir kavramı, bir amacı, bir sistemi tanımlayan ifadelerdeki belirsizliğe veya kesin olmama haline *bulanıklık* denir. İnsanların düşünce biçimindeki algılama farklılıkları, onların subjektif davranışları ve amaçlarındaki belirsizlikler, bulanıklık olgusu ile açıklanabilir.[208] Bulanıklık, karar vericinin doğasında vardır ve dilsel değişkenler bulanık oranlar kullanarak nitel özellikler üzerinde alternatif bir değerlendirme yapmaya çok elverişlidir.[209] Ne kadar çok yetersiz veri varsa bulanıklık o kadar fazla olur. Gerçek dünya sorunları ne kadar yakından incelemeye alınırsa çözüm daha da bulanık hale gelecektir. Çünkü çok fazla olan bilgi kaynaklarının tümü aynı anda ve etkileşimli olarak kavranamaz ve bunlardan net sonuçlar çıkarılamaz.[210]

Rastgelelik, olayın oluşundaki kesin olmayışlığı ifade eder. Bulanıklık ise olayın olup olmadığını değil, hangi dereceye kadar olduğunu ölçer. Bulanıklık, genel olarak gerekirci olmasına rağmen, rastgelelik öngörüye dayanır. Bulanıklığın aksine rastgelelik, bilginin artmasıyla birlikte ortadan kalkar.[211]

Matematiksel programlama problemlerini içeren rastgelelik ve bulanıklık ile başa çıkmak için iki temel yaklaşım geliştirilmiştir. Bunlar stokastik programlama yaklaşımı ve bulanık programlama yaklaşımıdır. Stokastik programlama; olasılık teorisine dayalı bir optimizasyon yöntemidir. Diğer yandan bulanık programlama;

---

[206] Hansen, 1996; Ross et al, 2002: 90.
[207] Şen, 2004: 8-10
[208] Özkan, Fall 2002-2003: 265.
[209] Li, Yang, 2004: 263.
[210] Şen, 2004: 8-10
[211] Baykal, Beyan, 2004: 310-311.

bulanık kavramlarla karar verme durumlarında belirsizliği sunar.[212] Optimizasyon problemlerinde oluşan rastgelelik, stokastik optimizasyon problemleri olarak; optimizasyon problemlerinde oluşan bulanıklık ise bulanık optimizasyon problemleri olarak sınıflandırılır.[213] Stokastik faktörün parametreleri güvenilir ve kesin değilse bulanık küme teorisinin kullanımı iyi bir seçimdir.[214]

Rastgelelik, bulanık olmayan bir kümedeki bir nesnenin üye olma ya da olmaması ile ilgili bir belirsizlik türüdür. Bulanıklık ise tam üyelik ve üye olmama arasında üyelik derecelerinin olabildiği sınıflarla ilgili bir belirsizlik türüdür. Örneğin, "Can'ın uzun adamlar sınıfına üyeliğinin derecesi 0.8'dir." ifadesi, Can'ın uzun adamlar bulanık kümesine üyeliği ile ilgili bulanık bir ifadedir. "Can'ın bir yıl içinde evlenme olasılığı 0.8'dir." ifadesi ise Can'ın evlenme olayının meydana gelmesinin belirsizliği ile ilgili olasılıkçı bir ifadedir. Aradaki bu farklılıktan dolayı bulanık küme teorisi ile matematiksel yöntemler, olasılık teorisi ile ilgili matematiksel yöntemlerden tamamen farklıdır. Bununla birlikte olasılık teorisindeki olasılık ölçüsü kavramı, bulanık küme teorisindeki üyelik fonksiyonu kavramına karşılık gelir. Ayrıca a ve b gerçel sayılar ise, a + b ve a.b işlemlerinin sonucu sırasıyla max (a, b) ve min (a, b) basit işlemlerinin sonucuna eşdeğerdir. Bu nedenle bir karar sürecindeki belirsizliğin olasılıksal bir model ile incelenebildiği durumlarda bile olasılık teorisinin kavramsal çerçevesini kullanmaktansa bulanık küme teorisinin sağladığı yöntemleri kullanmak çok daha avantajlıdır.[215]

3.7 Bulanık Doğrusal Programlama İle Diğer Yöntemler Arasındaki Farklılıklar

Bir DP modelinin parametrelerinden herhangi birinde görülen belirsizliği incelemek için başvurulan klasik yöntemler duyarlılık analizi, gölge fiyatlar ve parametrik programlama yardımıyla yapılan optimizasyon sonrası incelemedir. Fakat

---

[212] M.Sakawa, K. Kato (2002). An Interactive Fuzzy Satisficing Method for Multiobjective Stochastic Linear Programming Problems Using Chance Constrained Conditions, *Journal of Multi-Criteria Decision Analysis*, 11, p.125-137, 125.
[213] Wu, 2003, 61.
[214] L.Dai et al (2003). Aggregate Production Planning Utilizing a Fuzzy Linear Programming, *Journal of Integrated Design and Process Science*, Vol: 7, No: 4, p.81-95, 82.
[215] Tuncel, 1997: 49.

bu yöntemlerden hiçbiri, parametrelerdeki belirsizliğin etkilerinin tam olarak incelenmesi için uygun değildir. Duyarlılık analizi, optimal bir çevrede alternatifler üretmek için kullanılabilir. Gölge fiyatlar, kısıt vektörünün bir fonksiyonu olarak optimal çözümün ne kadar iyileştirilebileceğini gösterir. Parametrik programlama kullanılarak, kısıtlar ve amaç fonksiyonundaki tüm değişiklikleri incelemek mümkündür. Fakat bu yöntemlerden hiçbiri, parametrelerdeki tüm değişiklikleri bir arada ele almaz. Parametrelerdeki belirsizliği modele taşımak için bir diğer yöntem, olasılık teorisinden yararlanarak stokastik programlama kullanmaktır. Stokastik programlama, ancak ve ancak "problemi tanımlayan parametrelerden bazıları rastgele değişkenlerdir" varsayımı sağlandığında kullanılabilir. Ayrıca stokastik programlama modelleri, yapı olarak genellikle çok karmaşıktır ve dolayısıyla pratikte nadiren kullanılır.[216] BDP, yalındır ve diğer yöntemlere kıyasla tek amaçlı problemler için uygun bir araçtır.[217]

3.8 Bulanık Ortamda Karar Verme

Bulanık küme teorisinin uygulamasının önemli bir alanı karar verme ve karar desteğidir.[218] BDP, amaç fonksiyonlarının en büyüklemesinin veya en küçüklemesinin ötesinde karar vericiyi çözümsüzlükten kurtaracak, karar verici için kabul edilebilir sınırlarda esneklik tanır. Gerçek dünyaya ilişkin belirsizliğin modelde yer alması ve çözümlenmesi bulanık küme terimlerinin kullanıldığı BDP ile mümkündür. Modelde yer alan belirsizlikler amaç fonksiyonları, kısıtlar ya da her ikisi için de söz konusu olabilir. Bu belirsizliği içeren karar verme olgusu "bulanık ortamda karar verme" biçiminde ifade edilebilir.[219]

Klasik bir karar verme problemi 6 bileşenden oluşur. Bu bileşenler sırasıyla karar verici, amaç, karar ölçütleri, seçenekler, olaylar ve sonuç olarak ifade edilebilir. Burada amaç bileşeni, bir maksimizasyon veya minimizasyon ölçütü olarak

---

[216] Tuncel, 1997: 49.
[217] P.M. Vasant (2004). Application of Multiobjective Fuzzy Linear Programming in Supply Production Planning Problem, *Jurnal Teknologi*, 40(D), p. 37-48, Universiti Teknologi Malaysia.
[218] B. Werners (1987). An Interactive Fuzzy Programming System, *Fuzzy Sets and Systems*, 23, p.131-147, 131.
[219] Çelik, 2000: 43.

yorumlanabilir. Fayda, kar, gelir ve maliyet fonksiyonları ise karar ölçütlerini oluşturur. Evrensel bir küme, seçenekler kümesi olarak kabul edilebilir. Evrensel kümenin hangi elemanlarının karar probleminin çözümü olarak kabul edilip edilmeyeceğini belirleyen kısıtlayıcı koşulları ise olayları belirler. Bu bakış açısından, mevcut durumu veya kısıtlayıcı koşullarını dikkate alarak, karar vericinin belirlediği amaç veya amaç doğrultusunda ilerleme çabası, karar problemlerinin özünü oluşturur.

Bulanık bir ortamda karar verme problemi de yukarıda ele alınan 6 bileşenle açıklanabilir. Burada söz konusu bileşenlerden karar verici ve seçenekler kümesinde herhangi bir bulanıklık olmadığı kabul edilmiştir. Amaç ve karar ölçütü bileşenleri ise aşağıda açıklanan anlamda bulanıklık içerebilir. Karar verici, amaç fonksiyonu için ulaşmak istediği erişim düzeyini bulanık olarak belirleyebilir. Ayrıca, karar ölçütünü gösteren kar veya maliyet fonksiyonuna ilişkin parametre değerleri bulanık olabilir. Bu çalışmada, söz konusu bu iki bileşen bulanık amaç olarak ele alınacaktır. Diğer taraftan, olayları niteleyen kısıtlayıcıların parametre değerleri ve/veya sağ taraf sabitleri bulanık olabilir. Ayrıca kısıtlayıcıları ifade etmede kullanılan $\leq, =, \geq$ ilişkilerinde bazı toleranslara yer verilebilir. Söz konusu bu bileşen, bu çalışmada bulanık kısıtlayıcı olarak ele alınacaktır.[220]

3.8.1 Bulanık karar ve optimal karar

Klasik karar teorisinde bir karar, karar seçeneklerinin (karar uzayı) bir kümesi; doğal durumların (durum uzayı) bir kümesi; bir karar ve bir sonuç durum çiftinin her biriyle tayin edilen bir bağıntı ve son olarak, onların arzu edilirliğine göre sonuçları düzenleyen fayda fonksiyonu ile tanımlanabilir. Kesinlik altında karar vermede, karar verici beklenen durumları bilir ve doğanın verilen hakim durumunda en yüksek fayda ile karar seçeneğini seçer. Risk altında karar vermede ise durumun ne olacağını bilemez, sadece durumların bir olasılık fonksiyonunu bilir. O zaman, karar verme daha zor olur.

[220] Özkan, Fall 2002-2003: 266-267.

Bulanık karar kavramını ilk olarak 1970'de Bellman ve Zadeh ortaya atmıştır. Yazarlar klasik karar teorisinde olduğu gibi bir bulanık ortamda amaç(ları) ve kısıtları aynı anda sağlayan bir karar elde etmeye çalışmış, kararın üyelik fonksiyonunun oluşturulmasında "mantıksal ve" kavramından faydalanmıştır.

Amaç fonksiyonları veya kısıtlar için kesin değerler yerine, sınırları kesin olarak belirlenmemiş seçeneklerin söz konusu olduğu "civarında", "etrafında" terimleri kullanılabilir. Bu ifadelerin yer aldığı bulanık amaçlar ve kısıtlar, bulanık kümeler kullanılarak, seçenekler arasından kesin olarak tanımlanabilir. Bu durum göz önüne alındığında bulanık bir karar, bulanık amaçların ve bulanık kısıtların kesişimi sonucunda elde edilen bulanık alternatifler kümesidir. Dolayısıyla bulanık bir karar, amaçlar ve bazı kısıtlar bulanıksa elde edilebilir. Bulanık ortamda kısıtlar ve amaç fonksiyonları arasındaki ilişki tamamen simetriktir, yani ilişki arasında bir fark yoktur.[221]

Bulanık amaç, evrensel küme E'nin bir alt kümesi olan $\tilde{G}$ bulanık kümesi ile ifade edilir. Bulanık amaç kümesinin üyelik fonksiyonu $\mu_{\tilde{G}}(x)$ ile gösterilir. $\mu_{\tilde{G}}(x)$ üyelik fonksiyonu, $\mu_{\tilde{G}}(x) \in [0,1]$ koşulu ile belirli bir x vektörünün bulanık amaca olan üyelik derecesini gösterir. $\mu_{\tilde{G}}(x)$ üyelik fonksiyonu 1 üyelik derecesini aldığında ilgili amaca tamamen ulaşıldığı; 0 üyelik derecesini aldığında ilgili amaca tamamen ulaşılmadığı ve 0 ile 1 arasında bir üyelik derecesi aldığında ilgili amaca kısmen ulaşıldığı düşünülür.[222] Bir bulanık amaç için üyelik fonksiyonu, kullanıcının tercihini belirleyen ve karar ya da amaç uzayında çözümleri sıralamayı belirten bir fonksiyon olarak yorumlanabilir.[223]

Bulanık kısıtlayıcı, evrensel küme E'de yer alan bulanık bir küme $\tilde{C}$ olarak ifade edilir. Bulanık kısıtlayıcı kümesinin üyelik fonksiyonu $\mu_{\tilde{C}}(x)$ ile gösterilir. $\mu_{\tilde{C}}(x)$ üyelik fonksiyonu, $\mu_{\tilde{C}}(x) \in [0,1]$ koşulu ile belirli bir x vektörünün bulanık

---

[221] Zimmermann, 1991: 241-243.
[222] Dai et al, 2003: 84.
[223] T. Canz (1996) Fuzzy Linear Programming in DSS for Energy System Planning, International Institute for Applied Systems Analysis, Working Paper.

kısıtlayıcıya olan üyelik derecesini gösterir. $\mu_{\tilde{C}}(x)$ üyelik fonksiyonu 1 üyelik derecesini aldığında ilgili kısıtlayıcının tamamen sağlandığı; 0 üyelik derecesini aldığında ilgili kısıtlayıcının tamamen sağlanmadığı ve 0 ile 1 arasında bir üyelik derecesi aldığında ilgili kısıtlayıcının kısmen sağlandığı açıktır.[224]

Bulanık amaçlar ve/veya bulanık kısıtlayıcılarla verilen bir kararın (sonuç bileşeninin) bulanık olması kaçınılmazdır. Bellman ve Zadeh'e göre bulanık bir karar, verilen amaçlar ve kısıtlayıcıların uzlaştırılmasıyla belirlenen bulanık bir küme olarak tanımlanır. Bu çalışmada bulanık kararın($\tilde{D}$) üyelik fonksiyonları $\mu_{\tilde{D}}(x)$ şeklinde ifade edilecektir. Bulanık karar kümesi, bulanık kısıtlayıcı ve bulanık amaç başarımının aynı anda karşılanma derecesini gösterir. Diğer bir deyişle, bulanık karar kümesi için temel kural, "$\tilde{G}$ amacına ulaşmak ve $\tilde{C}$ kısıtlayıcısını sağlamak" şeklindedir. Bu durumda bulanık bir karar belirlenen amaç ve kısıtlayıcıların bir kesişim kümesi olarak ele alınmalıdır. Burada, bulanık amaç ve bulanık kısıtlayıcıları aynı anda ele almak için kullanılan ve bağlacının tek bir tanımı olmamasına rağmen, genel olarak bu bağlaç bir minimizasyon işlemcisi olarak kabul edilir. Bu durumda bulanık karar kümesi aşağıda verildiği gibi tanımlanır:[225]

$\tilde{G}$ bulanık amacı ve $\tilde{C}$ bulanık kısıtı X alternatifler uzayında verilmiş olsun. G ve C, $\tilde{G}$ ve $\tilde{C}$'nin kesişimi sonucu elde edilen bir bulanık küme olan $\tilde{D}$ kararını oluşturmak üzere bir araya gelsin. Bu durum sembolik olarak;

$\tilde{D} = \tilde{G} \cap \tilde{C}$

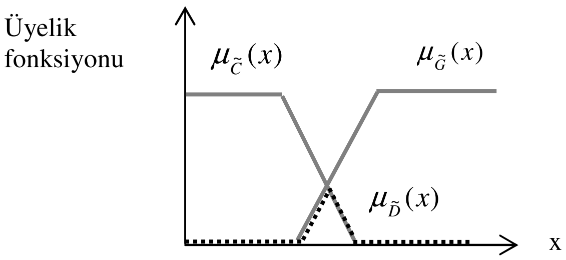
ve

$\mu_{\tilde{D}}(x) = \mu_{\tilde{G}\cap\tilde{C}} = \mu_{\tilde{G}}(x) \wedge \mu_{\tilde{C}}(x) = \min\,[\,\mu_{\tilde{C}}(x)\,,\mu_{\tilde{G}}(x)\,] \quad \forall x \in E$

şeklinde ifade edilir. $\tilde{G}$, $\tilde{C}$ ve $\tilde{D}$ arasındaki ilişki Şekil 3.1'de gösterilmektedir.

---

224 Dai et al, 2003: 84.
225 Özkan, Fall 2002-2003: 267.



Şekil 3.1: Bulanık karar

Bu tanım n adet amaç ve m adet kısıtlayıcı için aşağıdaki gibi ifade edilebilir: [226]

$\tilde{D} = \tilde{G}_1 \cap \tilde{G}_2 \cap ... \cap \tilde{G}_n \cap \tilde{C}_1 \cap \tilde{C}_2 \cap ... \cap \tilde{C}_m$

veya

$\mu_{\tilde{D}}(x) = \min\,[\mu_{\tilde{G}_i}(x), \mu_{\tilde{C}_J}(x)] \quad \forall x \in E; i = 1,2,...n; j = 1,2,...,m$

Bulanık karar kümesi $\mu_{\tilde{D}}(x)$'in bulanıklıktan arındırılması veya diğer bir ifadeyle, $\mu_{\tilde{D}}(x)$ kümesinden klasik bir kararın verilmesi gerekebilir. Böyle bir durum, bulanık karar kümesinin en yüksek üyelik dereceli elemanının belirlenmesi anlamına gelir. Bu ise, matematiksel olarak aşağıdaki gibi ifade edilir:[227]

$\mu_{\tilde{D}}(x^*) = \max_{x \in E} \mu_{\tilde{D}}(x)$

veya

$\mu_{\tilde{D}}(x^*) = \max_{x \in E}\{\min[\mu_{\tilde{G}}(x), \mu_{\tilde{C}}(x)]\}$

Burada, x^* en iyileme yönündeki bir kararı ifade eder. Bulanık amaç ve/veya kısıtlayıcıların kesişim kümesinde en yüksek üyelik dereceli tek bir eleman olması için bulanık karar kümesinin aşağıda verilen dış bükeylik tanımını karşılaması gerekir:[228]

$\mu_{\tilde{D}}[\lambda x_1 + (1-\lambda)x_2] \geq \min[\mu_{\tilde{D}}(x_1), \mu_{\tilde{D}}(x_2)]; \forall \lambda \in [0,1]$

[226] Zimmermann, 1991: 245-246.
[227] Bojadziev, Bojadziev, 1995: 210.
[228] Terano et al, 1991: 127.

O halde bir BDP problemi için optimal karar, elde edilen bulanık kararlar arasında en büyük üyelik derecesi değerine sahip olan bulanık karardır.[229] Diğer bir deyişle optimal bir karar, hem kısıtları hem de amaçları aynı anda sağlayan en küçük üyelik derecesine sahip kararlar arasından seçilen en büyük üyelik derecesine sahip karardır.[230] BDP problemlerinde amaç, optimal karara ulaşmaktır.

BDP'de optimal kararlar, bulanık kümelerle tanımlanır ve optimal kararların $\mu_{\tilde{D}}(x)$ üyelik fonksiyonları matematiksel olarak;

$$\mu_{\tilde{D}}(x) = \begin{cases} \max \mu_{\tilde{D}}, & x \in X \text{ ise} \\ 0, & \text{diğer} \end{cases}$$

şeklinde tanımlanır. Burada bir optimal karar, X alternatifler kümesindeki $\mu_{\tilde{D}}(x)$'i en iyileyen bir alternatiftir.

$\tilde{D}$ bulanık kararı, bulanık amaçların ve bulanık kısıtların kesişimi olarak tanımlanırken, tüm amaç ve kısıtların eşit öneme sahip oldukları varsayılmaktadır. Fakat amaç ve kısıtlardan bir kısmının diğerlerinden daha önemli olduğu durumlar söz konusu olabilir. Bu gibi durumlarda $\tilde{D}$ bulanık kararı, terimlerin göreli önemini yansıtan katsayıları ağırlıklandırarak amaç ve kısıtların dışbükey kombinasyonu olarak ifade edilebilir.[231] Bu çalışmada ele alınacak BDP problemlerindeki bulanık amaç ve bulanık kısıtların $\tilde{D}$ bulanık kararını oluşturmada eşit öneme sahip oldukları varsayılacaktır. Bu nedenle dışbükey kombinasyon konusuna girilmeyecektir.

3.8.2 Bulanık doğrusal programlamada max(min) işlemcisi

Kısıtları ve amaçları ifade eden $\tilde{C}$ ve $\tilde{G}$ bulanık kümeleri ile bu kümelerin üyelik fonksiyonları olan $\mu_{\tilde{C}}(x)$ ve $\mu_{\tilde{G}}(x)$ verildiğinde bulanık bir karar Bellman ve

---

[229] Yenilmez, 2001: 55.
[230] R.S. Chanda, P.K. Bhattacherjee 2004 (December 2003). Transmission Expansion Planning: A Fuzzy Linear Programming Based Approach, *IE(I) Journal-EL*, Vol: 84, 117.
[231] Tuncel, 1997: 54, 55.

Zadeh (1970) tarafından bulanık kısıtların ve bulanık amaçların kesişimi olarak tanımlanmış ve,

$\tilde{D} = \tilde{G} \cap \tilde{C}$; $\mu_{\tilde{D}}(x) = \mu_{\tilde{G} \cap \tilde{C}} = \mu_{\tilde{G}}(x) \wedge \mu_{\tilde{C}}(x) = \min\ (\mu_{\tilde{C}}(x), \mu_{\tilde{G}}(x))$

şeklinde ifade edilmiştir.

Matematiksel olarak model kesişimine en kolay yol, minimum işlemcisidir.[232] minimum işlemcisi, karar verici optimal üyelik fonksiyonu değerlerini yaklaşık olarak eşit kılmak istediğinde ya da karar verici minimum işlemcisinin yaklaşık bir temsilci olduğunu hissettiğinde tercih edilir.[233] Bu çalışmada bulanık kesişim ve bulanık birleşimdeki işlemci çeşitliliği göz ardı edilerek, amaç ve/veya kısıtlayıcılardan hareketle bulanık karar kümesini oluşturmak için, minimum işlemcisi kullanılmıştır.

Bulanık kararın üyelik fonksiyonu $\mu_{\tilde{D}}(x)$'in herhangi bir x kararı için aldığı değer, ilgili kararın kısıt ve amaçları aynı anda tatmin etme derecesini veya bulanık bir küme olan bulanık karar $\tilde{D}$'ye ait olma derecesini verir. Aynı anda tatmin derecesini hesaplamak için kullanılan minimum işlemcisi en kötü durumu yansıtmakta, kısıtlar ve amaçlar arasında herhangi bir ödünleşim, etkileşim ve karşılıklı bağımlılığa izin vermemektedir. Birçok karar probleminde ödünleşimin olmayışı uygun olmayabilir. Buna karşın mantıktaki "veya" bağlacına karşı gelen birleşim işlemi(maksimum işlemcisi) ile sunulan tam ödünleşim de uygun olmayabilir. Bu nedenle alternatif bir bulanık küme kesişimi, amaçlar ve kısıtlar arasında bir derece pozitif ödünleşimin varolduğu bir durumu yansıtmak için kullanılabilir.[234]

Bulanık karar $\tilde{D}$'yi optimize etmek, yani amaç ve kısıtları aynı anda sağlayan en iyi $x^* \in X$ kararı belirlenmek isteniyorsa söz konusu problem, amaç ve kısıtları bulanık kümelerle tanımlı ve BDP ile ele alınabilecek bir problem olarak görülebilir.

---

[232] Werners, 1987: 131.
[233] Wang, Liang, 2004: 35.
[234] Zimmermann, 1991: 247.

Bu duruda söz konusu problem için optimal bir karar max(min) işlemcisiyle belirlenir.[235] Yani optimal bir karar;

$$\mu_{\tilde{D}}(x^*) = \max \mu_{\tilde{D}}(x) = \max(\mu_{\tilde{G}}(x) \wedge \mu_{\tilde{C}}(x)) = \max[\min(\mu_{\tilde{G}}(x), \mu_{\tilde{C}}(x))]$$

koşulunu sağlayan x* kararıdır.[236]

Herhangi bir BDP problemi için optimal karar saptanırken genellikle max(min) işlemcisi kullanılmaktadır.[237] max(min) işlemcisi en kötü durumlar arasından en iyi bulanık çözümü seçen güvenilir bir yöntemdir.

Herhangi bir BDP probleminin çözümünde max(min) işlemcisi kullanıldığında söz konusu problem amaç fonksiyonunun en büyüklendiği kesin bir DP problemine dönüşür ve Simplex yöntemi kullanılarak kolaylıkla en iyi karara ulaşılabilir.[238] BDP'nin bu özelliği çerçevesinde amaçların ve kısıtların yapısı için ek varsayımlar söz konusu değildir.[239]

BDP problemlerinin çözümünde max(min) işlemcisi kullanmanın dezavantajı, tam bulanık karar kümesi ile ilgili bilginin kaybedilerek sadece optimal alternatiflerin elde edilebilmesidir. Bulanık bir karar, optimal çözüme yakın diğer alternatifler konusunda bazı bilgiler verir. Bu nedenle eğer mümkünse, incelenen BDP problemlerinin tam bulanık karar kümelerinin saptanması ile ilgili algoritmalar araştırılmalıdır. Tam bulanık karar kümesi ya da bir başka deyişle eksiksiz çözüm kümesi $\mu_{\tilde{D}}(x)$>0 koşulunu sağlayan tüm x çözüm vektörlerini içeren bir kümedir.[240]

3.9 Bulanık Doğrusal Programlamada Parametrik Programlama

DP'de herhangi bir DP probleminin optimal çözümünün amaç fonksiyonundaki ya da ihtiyaçlar vektöründeki sistematik değişmelere olan duyarlılığının incelendiği yönteme *parametrik programlama* denir.[241] Amaç

---

[235] Wang, 1997: 61.
[236] Öğütlü, 2002: 60.
[237] Chanda, Bhattacherjee, 2004: 117.
[238] Tuncel, 1997: 55-56.
[239] Delgado et al, 1989: 22.
[240] Zhao et al, 1992: 54.
[241] Hillier, Lieberman, 1990: 98.

fonksiyonunun ya da ihtiyaçlar vektörünün elemanlarının bir λ parametresinin doğrusal fonksiyonları olduğu DP problemlerine ise *parametrik problemler* denir.[242] Parametrik programlama, amaç fonksiyonu katsayılarındaki ve kısıtların sağ taraflarındaki önceden belirlenmiş sürekli değişimlerden dolayı optimum çözümde meydana gelen değişiklikleri inceler.[243]

Herhangi bir BDP probleminin parametrik programlama yöntemi kullanılarak çözülebilmesi için söz konusu problem, üyelik fonksiyonları üzerinde yapılan bazı işlemler sonucunda bir parametrik programlama problemine dönüştürülür. Bulanık kısıtların ve bulanık amaçların üyelik fonksiyonlarının biçimleri ile ilgili olarak bazı varsayımlar kabul edildiğinde, BDP problemleri kesin parametrik programlama problemlerine eşdeğer olmaktadır.

Bir BDP problemi, parametrik programlama yöntemi kullanılarak çözüldüğünde amaç fonksiyonunu analitik olarak $\theta = 1 - \lambda$ parametresine bağlı olarak en iyileyen çözümler kümesi elde edilir. Yani her θ değeri için eğer varsa kısıtların hepsini 1-θ derecesi ile sağlayan ve aynı zamanda amaca olası en büyük üyelik derecesini veren bir çözüm elde edilir. Problemin amaç fonksiyonunun en iyi değeri analitik olarak θ parametresine bağlı olarak ifade edilebilir. Bu değer θ'ya bağlı sürekli parçalı doğrusal bir fonksiyondur.

BDP problemlerini çözmek için parametrik programlama yöntemini kullanmanın avantajları;

a) İncelenmekte olan problemlerin boyutları büyümez.

b) En iyi kararın yanı sıra diğer seçim olasılıklarını görmeye de imkan tanıyan tam bulanık karar kümesine ulaşılabilir.

c) Mevcut gerçeklerle ilgili ek bilgiden dolayı karar verici tarafından daha kolay saptanabilen hem b_0 amaç hem de p_0 hoşgörü miktarı değeri parametrik problemin çözümünden hemen sonra tayin edilebilir.

---

[242] Tuncel, 1997: 57.

[243] H.A. Taha (2000). *Yöneylem Araştırması*, Çev. Ş. Alp Baray, Şakir Esnaf, İstanbul: Literatür Yayınları, 324.

d) Amacın üyelik fonksiyonunu doğrusal varsaymak şart değildir, monoton artan (ya da azalan) olduğunu varsaymak yeterlidir.

e) Amaç ve kısıtları birleştiren “$\wedge$” bağlacı için “çarpım” gibi diğer işlemcileri kullanmak mümkündür.

şeklinde özetlenebilir.[244]

3.10 Bulanık Doğrusal Programlamada Üyelik Fonksiyonu Biçimleri

Bir problemi BDP yöntemi ile çözerken dikkat edilmesi gereken en önemli noktalardan biri kullanılacak üyelik fonksiyonu biçiminin seçilmesidir. Çünkü seçilen üyelik fonksiyonu biçiminin doğruluğu ve problemin yapısına uygunluğu, problemin çözümünü doğrudan etkilemektedir.[245] Belli bir değişim aralığında kaynakların değişim derecesi ve optimum çözümün gerçekleşme düzeyi üyelik fonksiyonlarıyla karakterize edilmektedir.[246] Üyelik fonksiyonunun değeri, amacın tatmin edildiği dereceyi gösterir. Üyelik yükseldikçe çözümün gerçekleşmesi artar.[247] Bulanık verilerin üyelik fonksiyonlarını belirlemek zordur. Bir üyelik fonksiyonunu en uygun yapılandırma yolu doğrusal şekli kullanmaktır.[248]

DP modelindeki bulanıklığı niteleyen üyelik fonksiyonları literatürde şöyledir: [249]

doğrusal biçimli (Zimmermann, 1975; Sommer, 1978; Werners, 1984);

içbükey biçimli:

üstel fonksiyonlarla (Zimmerman, 1978; Sakawa, 1983);

parçalı doğrusal fonksiyonlarla (Hannan, 1982; Rommelfanger, 1984; Nakamura, 1984; Sakawa ve Yano, 1990);

s-biçimli:

parçalı doğrusal fonksiyonlarla (Hannan, 1981; Rommelfanger, 1984);

hiperbolik fonksiyonlarla (Leberling, 1981, 1983; Sakawa ve Yano, 1990);

---

[244] Tuncel, 1997: 59.
[245] Tuncel, 1997: 60.
[246] Yılmaz, 1998: 39.
[247] Tomsovic, 1992: 288.
[248] Wang, Fang, 2001: 525.
[249] Rommelfanger, 1996: 514.

lojistik fonksiyonlarla (Zimmermann ve Zysno, 1982);
kübik fonksiyonlarla (Schwab, 1983);
hiperbolik ters fonksiyonlarla (Sakawa ve Yano, 1990).

Tüm bu üyelik fonksiyonu biçimlerinin birbirlerinden üstün olduğu taraflar, uygun olduğu BDP problemleri ve kullandığı yöntemler vardır. Zimmermann (1978), çok amaçlı BDP problemini çözmek için max(min) işlemcisi kullandığında ve tüm üyelik fonksiyonu biçimleri doğrusal olduğunda, problemin kolaylıkla tek amaçlı bir DP problemine indirgenebileceğini göstermiştir. Bununla birlikte, bu tür problemler için doğrusal olmayan üyelik fonksiyonu biçimlerinin daha uygun olabileceği düşünülmektedir. Leberling (1981) ise tüm üyelik fonksiyonu biçimleri hiperbolik olduğunda aynı indirgemenin yapılabileceğini iddia etmiştir. Hannan (1981) ve Nakamura (1984), BDP problemlerinin çözümünde max(min) işlemcisi ile birlikte parçalı doğrusal üyelik fonksiyonlarını kullanmıştır. Hannan'ın yöntemi, tüm üyelik fonksiyonları (0,1) aralığında içbükey ise uygulanabilir. Nakamura'nın yöntemi ise DP yöntemini tekrarlayarak kullanmayı gerektirir.[250] Rommelfanger (1984), parçalı doğrusal içbükey üyelik fonksiyonlarını kullanmayı ve bir etkileşimli süreçle vektör optimizasyon probleminin çözümünü araştırmayı önermiştir.[251] Carlsson ve Korhonen (1986) ise BDP problemlerinin çözümünde doğrusal biçim kadar sınırlayıcı olmayan, ancak parametre değerlerindeki belirsizlik miktarını tanımlamak için yeterince esnek olan üstel biçimli üyelik fonksiyonlarını kullanmıştır.[252] Inuiguchi vd. (1990), amaç fonksiyonu parametreleri bulanık olan DP problemlerinin çözümünde max(min) işlemcisi kullanıldığında ve tüm amaçlar sürekli parçalı doğrusal üyelik fonksiyonlu güçlü dışbükey bulanık kümeler ile tanımlandığında, söz konusu problemlerin kesin DP problemlerine indirgenebileceğini göstermiştir.[253] Yang vd. (1991), BDP problemlerinin çözümünde içbükey üyelik fonksiyonları kullanıldığında problemin, değişkenlerin hem sürekli hem de 0-1 kesikli değerlerini aldığı kesin DP problemine indirgenebileceğini göstermiştir.[254] Maleki vd. (2000),

[250] Inuiguchi et al, 1990: 16.
[251] Rommelfanger et al, 1989: 31-48.
[252] P.M. Vasant (2003). Application of Fuzzy Linear programming in Production Planning, *Fuzzy Optimization and Decision Making*, 3, p.229-241, 229.
[253] Inuiguchi et al, 1990: 15-31.
[254] Tuncel, 1997: 61.

tüm parametreleri yamuk şeklinde üyelik fonksiyonlarına sahip bulanık sayılar şeklinde ele alıp, bu sayıların karşılaştırma kavramını (sıralama bağıntısını) kullanarak yeni çözüm yaklaşımları önermiştir. [255]

Doğrusal bir üyelik fonksiyonu, fazla bilginin olmadığı durumlarda kullanılır. Ancak doğrusal olmayan üyelik fonksiyonları gerekli olup olmasa da literatürde bazı farklılıklar vardır. Doğrusal bir üyelik değişimi, DP problemleri ile tatmin edicidir. Çoğu bulanık programlama problemi, standart ortalamalarla çözüm için uygun bir modele çevrilir ve doğrusal olmayan üyelik fonksiyonlarıyla bu geçiş oldukça karmaşık olabilir. Dhingra (1992), Rao (1992) ve Lai-Hwang (1994) doğrusal olmayan üyelik fonksiyonlarının kullanımını çalışmıştır. Örnek problemler, üyelik fonksiyonunun doğasını değiştirmenin, sonucu etkilediğini ama değişik çıktılar arasında farklılıkların önemli olmadığını gösterir.[256] Bir tanjant tipi üyelik fonksiyonu, üstel üyelik fonksiyonu ve hiperbolik üyelik fonksiyonu doğrusal olmayan üyelik fonksiyonlarıdır. Doğrusal olmayan üyelik fonksiyonu ile belirlenen bulanık bir matematiksel programlama doğrusal olmayan programlamayla sonuçlanır.[257] Junzo Watada(1997), bulanık karar verme problemini çözmede doğrusal üyelik fonksiyonu kullanmanın zorluklarının üstesinden gelmek için lojistik üyelik fonksiyonun bir şeklini önermiştir. Ancak doğrusal olmayan özelliklere dayanan lojistik üyelik fonksiyonunun yeni bir şeklinin türetilebileceği ve gerçek yaşam problem parametrelerine uymada esnekliğin araştırılabileceği beklenir. Lojistik fonksiyon, bulanık üyelik fonksiyonu olarak kullanılacak monotonik olarak artmayan bir fonksiyondur. Bu çok önemlidir. Çünkü belirsiz çevreden dolayı değişkenlerin kullanılırlığı, belirsizlik derecesiyle gösterilir. S-eğrisi üyelik fonksiyonu, lojistik fonksiyonun özel bir durumudur.[258] S-eğrisi üyelik fonksiyonu, bir doğrusal üyelik fonksiyonundaki açıkların üstesinden gelmek için kullanılır ve arz üretim planlama problemleri için bulanık parametrelerde belirsizliği tanımlamak için oldukça esnektir.[259] S-eğrisi üyelik fonksiyonu, Leberling tarafından kullanılan

---

[255] H.R. Maleki et al (2000). Linear Programming with Fuzzy Variables, *Fuzzy Sets and Systems*, 109, p.21-33.
[256] Marler et al, 2004.
[257] Vasant, 191-200. (www.f.waseda.jp/watada/TJS2004/TJS2004PDF/contents&program.pdf.)
[258] Vasant, 2003: 229.
[259] Vasant, 2004: 37-48.

lojistik fonksiyon ve tanjant hiperbolik fonksiyona benzer bir şekle sahiptir, fakat tanjant hiperbolünden daha kolay elde edilir. Yamuksal ve üçgensel üyelik fonksiyonları, lojistik fonksiyondan bir yaklaşımdır.

BDP problemlerinin çözümünde kullanılacak üyelik fonksiyonu biçimlerinin çözümüne ilişkin tüm bu çabalara karşın halen en sık kullanılan üyelik fonksiyonu biçimleri doğrusal ve parçalı doğrusal olanlardır.[260] Bu çalışmada ele alınacak BDP problemlerinin çözümü için doğrusal ve parçalı doğrusal üyelik fonksiyonu biçimleri kullanılacaktır. Kolaylık sağlaması bakımından bu tür üyelik fonksiyonu biçimlerinin ve kullanılacak çözüm yöntemlerinin karar vericinin kararına ve karar sürecinin rasyonelliğine uygun olduğu ön varsayımı yapılacaktır.

3.11 Bulanık Doğrusal Programlama Modelleri

Model; "gerçek sistemlerin temsili" olarak tanımlanabilir.[261] Herhangi bir model, gerçek hayatta karşılaşılan problemi en iyi şekilde temsil etmelidir.[262] Burada amaç, bütün model sistemlerinde üç anahtar karakteristik olan; karmaşıklık, güvenirlik ve belirsizlik arasındaki ilişkiler için mümkün olduğunca sıkı bağlantı kurmaktır. Bu ilişkiler tam anlaşılır olmayabilir. Genel olarak çok fazla belirsizlik, karmaşanın azalmasına ve modelin sonuçlandırılmasında güvenilirliği arttırmaktadır. Burada temel öneri, sistemleri modellemede, belirsizlikten optimal düzeyde faydalanıp, her bir model problemini tahmin ederek, metotlar geliştirmektir. Böylece belirsizlik, modellemede önemli rol oynamakta, amaca uygun modelin diğer temel karakteristiklerini elde etmektedir.[263]

Bir sistemin değişen koşullar altındaki davranışlarını incelemek, kontrol etmek ve geleceği hakkında varsayımlarda bulunmak amacı ile elemanları arasındaki bağıntıları kelimeler veya matematiksel terimlerle belirleyen ifadeler topluluğuna *model* denir.[264] Bir sistemin bileşenlerinin simgelerle tanımlanıp, bunlar arasındaki

---

[260] Inuiguchi et al, 1990: 30.
[261] Sarıaslan, Karacabey, 2003: 47.
[262] Tekin, 2004: 9.
[263] Çelik, 2000: 6-7.
[264] Tulunay, 1991: 3.

ilişkilerin fonksiyonlarla gösterimine *matematiksel model*, sistemin yöneticisinin kontrolü altında olan ve karar değişkeni olarak adlandırılan değişkenlere hangi değerlerin verilmesi gerektiğini belirlemek amacıyla kullanılan matematiksel modellere de *karar modeli* denir. Sistemin davranışını etkilediği halde, karar vericinin kontrolü dışında değer alan bileşenlere *parametre* ve modelde karar değişkenleri ya da karar değişkenleriyle parametreler arasındaki zorunlu ilişkilerin her birine de *kısıt* denir.

Bir karar modeli, yapısal olarak seçeneklerin neler olduğunu belirleyen kısıt bağıntıları ve en iyi seçeneğin hangisi olduğunu bulmak için işleme giren bir amaç fonksiyonundan oluşur. Kısıtların tamamı ve amaç fonksiyonu doğrusal fonksiyonlarla ifade edilmiş ise doğrusal bir karar modeli sözkonusu demektir. Yöneylem araştırmasının en gelişmiş ve yaygın uygulama alanını oluşturan DP, doğrusal karar modelleriyle ilgili kavramlar ve teknikler topluluğudur.[265] Literatürde karar modelleri için yapılan en genel sınıflama Tablo 3.2'de verilmiştir. Bu sınıflama Zimmermann tarafından yapılmıştır. Bulanık matematiksel programlama konusunda yapılan çalışmalar temelde bu sınıflamaya uymaktadır.[266] Bulanık matematiksel programlama problemleri, alternatifler arası tercihlerin alternatifler kümesinde tanımlanan amaç fonksiyon(lar)ı aracılığıyla ifade edildiği karar verme problemlerinin bir alt kümesini oluşturur.[267]

Tablo 3.2: Karar modelleri için yapılan en genel sınıflama

		Amaçlar	
		Kesin	**Bulanık**
Kısıtlar	**Kesin**	Klasik Karar (Mat. Prog. Modeli)	Simetrik Model
	Bulanık	Simetrik Olmayan Model	Simetrik Model

BDP problemlerinin, bulanıklığın ilgili modele nasıl ve nerede girileceği bilgisine göre oluşturulan birçok türü vardır. Karar verici ile etkileşime girilip girilmeyeceği bilgisine bağlı olarak, BDP problemlerinin farklı bir ayrımı yapılabilir. BDP problemleri, elde edilen çözümün bulanık olup olmaması ölçütüne göre de

[265] Yenilmez, 2001: 25, 26.
[266] Uzun, 1995: 8, 9.
[267] Ramik, Vlanch, 2002: 335.

ayrılır. BDP problemleri, Zimmermann tarafından simetrik modeller ve simetrik olmayan modeller olarak ele alınmıştır.

Zimmermann'a göre, amaç fonksiyonu ve kısıtlayıcıların bulanık olması halinde simetrik bir model sözkonusudur.[268] Simetrik modeller, Bellman ve Zadeh (1970) tarafından yapılan bulanık karar tanımına dayanır. Bellman ve Zadeh, belirsizlik durumunda amaç ve kısıtların bulanık kümelerle gösterilebileceğini varsaymıştır. Dolayısıyla bulanık bir karar, bulanık amaç ve bulanık kısıtların bir araya gelmesi olarak tanımlanabilir ve en iyi karar max(min) işlemcisi ile saptanabilir.[269] Bellman ve Zadeh'in simetrik modeli, bulanık sayılar arasında sıralama temeline dayanmakta ve bulanık karar kümesinin üyeliğini değişken şeklinde alarak problemi bulanık olmayan hale getirmektedir. Bulanıklıktan kurtarılan problemler kısıtlardan dolayı genelde doğrusal olmayan ve içbükeydir.[270]

Bulanık karar problemlerinde kısıtlar ve amaç fonksiyonu üyelik fonksiyonları ile karakterize edilmektedir. Bulanık olmayan ortamlarda amaç fonksiyonunu en büyükleyen ya da en küçükleyen alternatif aranırken kısıtların yani kaynakların hangi dereceye kadar kullanıldığı göz önüne alınmaz. Bulanık programlama problemlerinin çözümünde simetrik modelde amaç fonksiyonunun en büyüklenmesine çalışıldığı kadar kısıtların da sonuna kadar kullanılması istenir. Bu modelde amaç fonksiyonu kısıt gibi değerlendirilir.[271] Amacın bulanık olduğu DP problemlerinde, amaç için belirli bir amaç ve amaç için de maksimum tolerans değeri belirlenerek, amaç fonksiyonunu en iyilemek yerine amaç için belirlenen amaca mümkün olduğu kadar yüksek bir derecede ulaşılmaya çalışılır. Bu da amaç fonksiyonunun bulanık bir kısıta dönüştürülmesiyle gerçekleştirilebilir. Kısaca amaç ve kısıtları bulanık olan modellere simetrik modeller denir. Bunun nedeni, amaç fonksiyonunun bulanık bir kısıta dönüştürülmesiyle amaç ile kısıtlar arasındaki farklılığın ortadan kalkmasıdır.[272]

---

[268] Özkan, 2003: 163, 164.
[269] Tuncel, 1997: 62.
[270] R.N. Gasimov, K. Yenilmez (2002). Solving Fuzzy Linear Programming Problems with Linear Membership Functions, *Turk J Math*, TÜBİTAK, 26, p.375-396, 375.
[271] Yılmaz, 1998: 29.
[272] Kaymak, Sousa, 2001: 21 pages.

Amaç ve kısıtların birleşiminin farklı istekleri olabileceği için simetrik model her zaman uygun olmayabilir. Bulanık karar problemlerinin çözümünde simetrik olmayan modelleme şu iki yaklaşıma dayanır:[273]

a) Bulanık karar kümesinin belirlenmesi

b) Uygun dönüştürmeler yapıldıktan sonra amaç fonksiyonu ile kısıtları bir araya toplayarak kesin optimal kararın saptanması.

Simetrik olmayan modellerin çözümünde genellikle parametrik programlama yöntemi kullanılmaktadır.[274]

BDP modelleri için Lai-Hwang tarafından yapılan diğer bir sınıflama ise kesin olmayan parametrelerin olabilirlik dağılımları ya da tercihe dayalı üyelik fonksiyonlarıyla nasıl modellendiğine bağlıdır.[275] Bu çalışmada BDP modelleri subjektif tercihe dayalı üyelik fonksiyonları ile çözülmüştür.

BDP, Li ve Wang'a göre iki kategoride sınıflandırılabilir: Bulanık kısıtlarla BDP ve bulanık katsayılarla BDP. Fakat bulanık katsayıların üyelik fonksiyonlarını belirlemek, özellikle de tam bilgi yoksa kolay değildir. Ancak aralık-değerli üyelik fonksiyonu elde etmek kolaydır ve bu bulanık problemlerin doğuştan özelliğini yansıtabilir.[276]

Görüldüğü gibi BDP modellerini sınıflandırmanın birçok yolu olmasına rağmen, bu modeller genellikle esnek programlama, olabilirlikçi programlama ve robust programlama olarak üç sınıfta ele alınır.[277]

Esnek programlama modelleri, Bellman ve Zadeh'in bulanık karar kümesi tanımına dayanarak Tanaka ve Zimmermann tarafından geliştirilmiştir. Esnek

---

[273] Zimmermann, 1991: 254-255.

[274] Tuncel, 1997: 62; Yılmaz, 1998: 32.

[275] Y.J. Lai, C.L. Hwang (1992). Intereactive Fuzzy Linear Programming, *Fuzzy Sets and Systems*, Volume:45, Issue:2, p.169-183, 181; S.M. Guu, Y.K. Wu , 1999, p.191-195.

[276] L. Xiaozhong, W. Wende, A Kind of Interval-Valued Fuzzy Linear Programming Problems.

[277] M. Inuiguchi, J. Ramik (2000). Possibilistic Linear Programming Problems: A Brief of Mathematical Programming and a Comparison with Stochastic Programming in Portfolio Selection Problem, *Fuzzy Sets and Systems* , 111, p. 3-28, 4-5.

programlamada temel olarak, bulanık amaç ve bulanık kısıtlayıcılar altında karar verme problemi ele alınmıştır. Burada, bulanık amaç ve bulanık kısıtlayıcılar sırasıyla amaç fonksiyonu ve kısıtlayıcıların esnekliğini gösterir.

Olabilirlikçi programlama modellerinde, amaç fonksiyonu ve kısıtlayıcılarına ilişkin parametrelerin kesin olmaması durumu incelenir. Ayrıca, bu modellerde bulanık katsayılar, katsayı değerlerindeki olabilirlik dağılımları olarak görülür. Esnek programlamanın aksine, bu modellerde bulanık amaçlar ve bulanık kısıtlayıcılar durumu ele alınmaz. Olabilirlikçi programlama modellerinde Dubois-Prade, Tanaka, Orlovski ve Ramik-Rimanek tarafından geliştirilen modeller ön plana çıkmıştır. Dubois-Prade, belirsiz katsayılarla doğrusal eşitlik sistemlerini incelemiştir. Tanaka, Orlovski ve Ramik-Rimanek ise birbirinden bağımsız olarak bulanık katsayılı DP problemlerini sunmuştur.

Robust programlama modelleri ise hem belirsiz katsayıları hem de karar verici tercihinin belirsiz olduğu durumları ele alır. Negoita, karar verici tercihinin belirsiz olmasını bulanık bir başarım bölgesi ile göstermiş ve bulanık bir fonksiyon değerinin önceden belirlenen bulanık başarım bölgesi içinde olması gerektiği üzerinde durmuştur. Orlovski, bulanık tercih bağıntısıyla kendisinin geliştirdiği karar yöntemine dayanan bulanık katsayılı bir modeli formüle etmiştir. Luhandjula ise bulanık katsayılı amaç fonksiyonunda iç içe geçmiş amaç değerleri ile bulanık katsayılı kısıtlayıcıların sol ve sağ tarafı arasındaki farklılıkları incelemiştir. Olabilirlikçi programlama modelleri ve robust programlama modelleri ayrı bir çalışma konusu olup, söz konusu modeller ve bu modellerin çözümü için geliştirilen yaklaşımlar bu çalışmanın dışındadır.

BDP modellerini formüle ederken, karar verici, farklı amaç fonksiyonlarının farklı değerleri için üyelik derecelerini belirlemek ister. Sonuç, amaçların ve kısıtların tam simetrisidir. Karar vericinin her zaman amaçlarla ilgili açık bir fikri yoktur. Fakat verilen koşullar altında başarabileceğinin en iyisini dikkate alır. Karar verici, bir klasik DP modeli kullandığında kısıtlarla amaç fonksiyonunu maksimize eden, amacını tamamen tatmin edecek bir çözüm düşünür. Karar vericinin amaç fonksiyonunun ulaşacağı değer konusunda bir fikri yoktur. Optimal çözümden elde edilen ek bilgi, karar vericinin kendi önceki maksimizasyon fikrini, tatmin edici bir anlayışa çevirmesine neden olur.[278]

Bir DP probleminin modeli,

$\max Z = c^T x$

Kısıtlayıcılar

$A_x \leq b$

$x \geq 0$

şeklindedir. Burada $c^T x$ terimi $\sum_{j=1}^{n} c_j x_j$ ifadesini, $Ax \leq b$ ise $\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \leq b_i$ (i = 1,2,...,m) ifadesini gösterir. Bu modelde c_j, a_{ij} ve b_i parametreleri kesin olarak bilinir. Ayrıca, kısıtlayıcı kümesindeki ≤ işareti, uygun çözüm alanını oluşturabilmek için matematiksel bir zorunluluktur.[279] Klasik DP problemlerinde olası çözüm seçeneklerinin yer aldığı karar kümesi veya uygun çözüm alanı kısıtlayıcılara göre belirlenir. Söz konusu karar kümesinin belirlenmesinde amaç fonksiyonunun herhangi bir rolü yoktur. Diğer bir ifadeyle, klasik DP modelinde amaç fonksiyonu, kısıtlayıcıların oluşturduğu kesişim kümesinde yer alan seçenekleri en iyiden en kötüye doğru sıralayan bir karar ölçütüdür. Bu bakış açısından klasik DP problemlerinin simetrik bir yapıda olmadığı ifade edilebilir.[280]

DP problemlerindeki bulanıklık amaç fonksiyonu, kısıtlayıcılar, amaç fonksiyonu parametreleri, teknoloji katsayıları ve sağ taraf sabitlerinden kaynaklanabilir. BDP problemlerinin dört temel türü vardır. Bunlar; bulanık kısıtlayıcılı DP, bulanık amaç fonksiyonlu ve bulanık kısıtlayıcılı DP, bulanık amaç katsayılı DP ve bulanık parametreli DP problemleridir.

---

[278] Werners, 1987: 134.
[279] Hansen, 1996.
[280] Özkan, 2002: 59.

3.11.1 Bulanık kısıtlayıcılı DP problemi

$\max Z = c^T x$

Kısıtlayıcılar

$(Ax)_i \leq \tilde{b}_i$ i = 1, 2, ..., m

$x \geq 0$

veya

$\max Z = c^T x$

Kısıtlayıcılar

$(Ax)_i \underset{\sim}{\leq} b_i$ i = 1, 2, ..., m

$x \geq 0$

olmak üzere iki şekilde ortaya çıkabilir.

(i) Bulanık kaynak kısıtları

DP modellerinde maksimum kaynak miktarını gösteren sağ taraf parametreleri açıkça tanımlanamayabilir, yani bulanık olabilir. Bu durumda oluşturulacak kısıtlar "bulanık kaynak kısıtları" olarak isimlendirilir.[281]

Karar verici tüm katsayıları kesin sayılarla belirleyebiliyor fakat kısıtların sağ taraflarının hepsini kesin sayılarla belirleyemiyorsa BDP'nin en yalın şekli alınır. Zimmermann, $[b_i, b_i + p_i] \subseteq R, p_i \geq 0$ ile bulanık bir küme ve monoton azalan üyelik fonksiyonu $\mu_{\tilde{B}_i}$ ile kesin olmayan sağ taraf $\tilde{B}_i$'yi tanımlamıştır. Her bir esnek kısıt, karar problemine ek bir amaç ekler. Literatürde bu bulanık bir amaçtır. Bulanık kaynak kısıtlarının sağ taraf parametreleri açıkça verilmiş bir nitelik olmayıp, $[b_i, b_i + p_i] \subseteq R, p_i \geq 0$ desteğine sahip ve monoton azalan bir üyelik fonksiyonuyla temsil edilen bulanık bir kümedir. Burada $p_i \geq 0$, bulanık sağ taraf parametresine ilişkin maksimum tolerans değeridir.[282]

---

[281] Lai, Hwang, 1992: 172.
[282] Rommelfanger, 1996: 514.

Kaynak sınırları olarak adlandırılan sağ taraf sabitleri bulanıklığa en çok imkân veren DP modeli parçasıdır. Çünkü işgücü, makine zamanı, hammadde miktarı birçok faktöre bağlıdır. Aslında sabit düşünülmesi, olayı etkileyen faktörlerin tümünü göz ardı ederek problemi basitleştirmektir. Örneğin insan gücü kullanan bir üretimde insanlarla ilgili onlarca olay çalışma zamanının sabit bir değerde gitmesine imkân vermez. Dolayısıyla çalışma zamanı sabit değerin artı-eksi çevresinde, belli bir aralıkta gerçekleşecektir. Bununla birlikte karı en büyüklemek için kaynakları sonuna kadar kullanmak veya ek kaynak imkânları karlı olacak ise bunun değişim aralığı ve getirisi bilinmek istenecektir.[283]

(ii) Bulanık eşitsizlik kısıtları

Bazı durumlarda karar verici kısıtların sağlanmasında bazı ihlalleri hoşgörebilir, yani kısıtların "mümkün olduğu kadar iyi" karşılanmasına izin verebileceğini varsayabilir. Kısıt kümesindeki her kısıt için bu varsayım,

$(Ax)_i\{ \lesssim, \gtrsim \}b_i \quad i = 1,2,...m$

ile temsil edilir ve " $\lesssim$ " şeklindeki bulanık kısıtlar;

$$\mu_i(x) = \begin{cases} 1 & ; \text{eğer } (Ax)_i < b_i \text{ ise} \\ f_i(Ax)_i & ; \text{eğer } b_i \leq (Ax)_i \leq b_i + p_i \text{ ise} \\ 0 & ; \text{eğer } (Ax)_i > b_i + p_i \text{ ise} \end{cases}$$

" $\gtrsim$ " şeklindeki bulanık kısıtlar;

$$\mu_i(x) = \begin{cases} 0 & ; \text{eğer } (Ax)_i < b_i - p_i \text{ ise} \\ f_i(Ax)_i & ; \text{eğer } b_i - p_i \leq (Ax)_i \leq b_i \text{ ise} \\ 1 & ; \text{eğer } (Ax)_i > b_i \text{ ise} \end{cases}$$

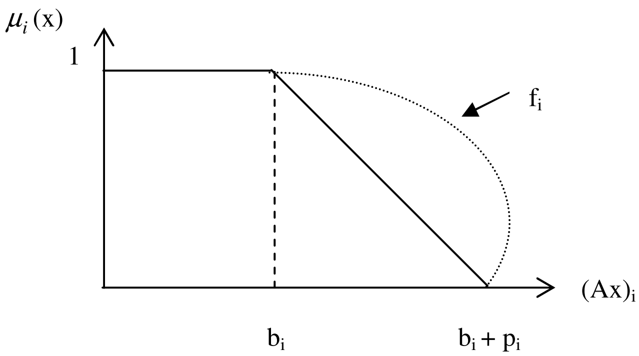
biçimindeki üyelik fonksiyonlarıyla modellenir.

[283] Yılmaz, 1998: 36.

Yukarıda tanımlanan üyelik fonksiyonlarına göre karar vericinin " $\lesssim$ " şeklindeki kısıtlarda $b_i + p_i$, i = 1,2, ..., m değerine kadar, " $\gtrsim$ " şeklindeki kısıtlarda $b_i - p_i$, i = 1,2, ..., m değerine kadar ihlalleri hoş gördüğü ifade edilebilir.[284]

Bulanık eşitsizlik kısıtlarının üyelik fonksiyonları, Şekil 3.2 ve Şekil 3.3'te gösterilmiştir. Şekillerden de görüldüğü gibi bu çalışmada bulanık eşitsizliklerin parçalı doğrusal üyelik fonksiyonlarıyla nitelendiği kabul edilmiştir. f_i fonksiyonları " $\lesssim$ " şeklindeki bulanık kısıtlayıcılar için sürekli ve monoton azalan ve " $\gtrsim$ " şeklindeki bulanık kısıtlayıcılar için ise sürekli ve monoton artan olarak tanımlanmıştır. Söz konusu bu durum, bulanık amaca ilişkin üyelik fonksiyonları için de geçerlidir. Diğer taraftan $Ax = \tilde{b}$ (veya $Ax \cong b$) şeklindeki bulanık kısıtlayıcılar için üçgensel üyelik fonksiyonlarının uygun olduğu kabul edilmiştir.[285]

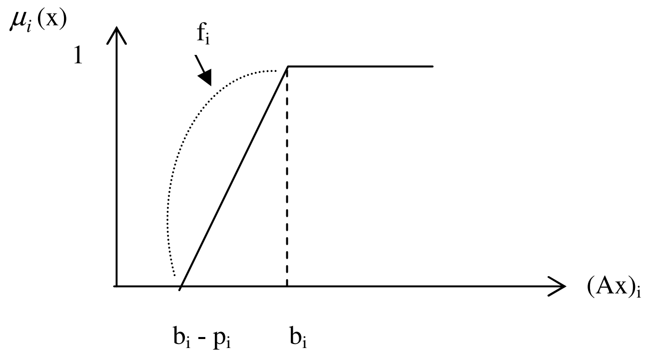
Her $x \in X$ için tanımlı μ_i fonksiyonları $x \in R^n$ için i. kısıtın sağlanma derecesini verir. Fakat bu değer R üzerinde tanımlı f_i fonksiyonları vasıtasıyla hesaplanır.



Şekil 3.2: " $\lesssim$ " şeklindeki bulanık kısıtların üyelik fonksiyonu

---

[284] Öğütlü, 2002: 64.
[285] Özkan, 2002: 54.



Şekil 3.3: " $\underset{\sim}{\geq}$ " şeklindeki bulanık kısıtların üyelik fonksiyonu

Bazı bakış açılarına göre (i) ve (ii) farklı modeller olarak düşünülse bile, bulanık kaynak kısıtları ve bulanık eşitsizlik kısıtlarının üyelik fonksiyonlarının aynı olduğu ön varsayımı altında söz konusu modelleri ele almak için aynı yaklaşım kullanılabilir.[286] Bu çalışmada her iki model eşdeğer kabul edilecektir.

3.11.2 Bulanık amaç fonksiyonlu ve bulanık kısıtlayıcılı DP problemi

$$\widetilde{\max}\, Z = c^T x$$

Kısıtlayıcılar

$$(Ax)_i \leq \tilde{b}_i \quad \text{i = 1, 2, ..., m}$$

$$x \geq 0$$

Bu modelde, amaç fonksiyonundaki bulanıklık, karar vericinin amaçladığı erişim düzeyinin bulanık olması ile ifade edilir. Yani, bu modellerde amaç fonksiyonundaki bulanıklık amaç fonksiyonu parametrelerinden (c_j katsayılarından) kaynaklanmaz. Ayrıca, bu modellerde teknoloji katsayıları da bulanık olmayan bir şekilde belirlenir. Bulanık amaç ve bulanık kısıtlayıcılı DP problemlerinin çözülebilmesi için bulanık amaç ve bulanık kısıtlayıcılara ilişkin erişim düzeyleri ile maksimum toleransların belirlenmesi gerekir.[287]

---

[286] Lai, Hwang, 1992: 172.
[287] Özkan, 2003: 165.

3.11.3 Amaç fonksiyonu bulanık parametreli DP problemi

Karar verici ürettiği her bir ürün için, yılın satış zamanlarına, diğer markalı ürünlerle rekabet yarışı gibi durumlara bağlı olarak fiyatlarını oturtmak için bir değer aralığı kararlaştırır. Bu gibi faktörlere bağlı olarak karını maksimum tutamaz. Çünkü böyle bir rekabet ortamında ilgili ürün için pazar araştırması maliyeti o ürünün karını azaltacaktır. Bu nedenle karar verici karını en büyüklemek için amaç fonksiyonunun katsayılarını, dolayısıyla amaç fonksiyonunu bulanık kuracaktır.[288]

$$\max Z = \tilde{c}^T x$$

Kısıtlayıcılar

$$(Ax)_i \leq \tilde{b}_i \quad \text{i = 1, 2, ..., m}$$

$$x \geq 0$$

şeklinde ifade edilir. Bu modelde amaç fonksiyonu katsayıları bulanık sayılarla veya bulanıklığı niteleyen tolerans aralıkları ile tanımlanır.[289]

3.11.4 Bulanık parametreli DP problemi

$$\max \mathrm{Z} = \sum_{\mathrm{j}=1}^{\mathrm{n}} \tilde{\mathrm{c}}_\mathrm{j} \mathrm{x}_\mathrm{j}$$

Kısıtlayıcılar

$$\sum_{j=1}^{n} \tilde{a}_{ij} x_j \leq \tilde{b}_i \quad \text{i = 1, 2, ..., m}$$

$$x \geq 0$$

şeklinde ifade edilebilir. Bu model için parametrik programlama temeline dayanan ve parametrelerdeki bulanıklığın karar verici ile etkileşime girerek tanımlandığı bir çözüm yaklaşımı Carlsson ve Korhonen tarafından önerilmiştir.[290]

---

[288] Yılmaz, 1998: 33.
[289] J.M. Cadenas, J.L. Verdegay (2000). Using Ranking Functions in Multiobjective Fuzzy Linear Programming, *Fuzzy Sets and System,* 111, p.47-53; Wu, H.C., 2003, p.61-73.
[290] Özkan, 2003: 166.

3.12 Bulanık Doğrusal Programlama Modellerinde Çözüm Yaklaşımları

Bu çalışmada, DP problemlerindeki bulanıklığın subjektif tercihe dayanarak oluşturulan üyelik fonksiyonları ile nitelendiği bir durum için Zimmermann, Chanas, Werners ve Verdegay tarafından geliştirilen çözüm yaklaşımları açıklanmaya çalışılacaktır.

3.12.1 Zimmermann yaklaşımı

Zimmermann, bulanık amaç ve bulanık kısıtlayıcılı DP problemleri için simetrik bir yaklaşım önermiştir.[291] Zimmermann'a göre bulanık amaç fonksiyonu, karar vericiden sağlanan bulanık bir erişim düzeyi ile bulanık bir kısıtlayıcı olarak ifade edilebilir. Bu durumda, bulanık karar kümesi belirlenirken bulanık amaç ve bulanık kısıtlayıcılar birbirlerinden farksız olarak ele alınır. [292]

Zimmermann (1983), karar vericinin ulaşmak istediği amaç fonksiyonunun değeri için bir Z istek seviyesinin(aspiration level), kurulabileceğini ve kısıtların her birinin bir bulanık küme olarak modellenebileceğini öne sürmüştür.[293]

Bu yaklaşımda bulanık amaç fonksiyonunun b_0 amacı ve p_0 hoşgörü miktarı ile tüm bulanık kaynakların b_i ve p_i değerleri önceden verilir. Bulanık amaçlar ve bulanık kısıtların birbirilerinden farksız oldukları düşünülür ve $\forall i$ için $[b_i, b_i + p_i]$ aralıklarıyla tanımlanır. Dolayısıyla,

$$\widetilde{\max}\ Z = c^T x$$

$$(Ax)_i \underset{\sim}{\leq} b_i \quad , i = 1, 2, ..., m$$

$$x \geq 0 \qquad (1)$$

eşitliği, x'in bulunması problemine dönüşür.[294]

---

[291] Wang, 1997: 61.
[292] Kaymak, Sousa, 2001: 21 pages.
[293] Zimmermann, 1991: 250.
[294] Tuncel, 1997: 67-68.

x’i bul

$c^T x \;\underset{\sim}{\geq}\; b_0$

$(Ax)_i \;\underset{\sim}{\leq}\; b_i$, i = 1,2, ..., m

$x \geq 0$ (2)

Burada $\underset{\sim}{\leq}$ işareti, $\leq$ işaretinin bulanıklaştırılmış halidir. $\underset{\sim}{\leq}$ işareti, “$(Ax)_i$ kısıtlayıcısı b_i civarında veya daha azdır” şeklinde yorumlanır. Benzer olarak, $\underset{\sim}{\geq}$ işareti de $\geq$ işaretinin bulanıklaştırılmış halidir. $\underset{\sim}{\geq}$ işareti, “$c^T x$ amacı b_0 civarında veya daha fazladır” şeklinde yorumlanır.[295] Bulanık amaç fonksiyonunun her iki tarafı da (-1) ile çarpılırsa, BDP problemi aşağıda verildiği gibi tamamen simetrik olarak ifade edilebilir.

$-c^T x \;\underset{\sim}{\leq}\; -b_0$

$(Ax)_i \;\underset{\sim}{\leq}\; b_i$, i = 1, 2, …,m

$x \geq 0$ (3)

Burada B = $\begin{bmatrix} -c^T \\ A_i \end{bmatrix}$ ve d = $\begin{bmatrix} -b_0 \\ b_i \end{bmatrix}$ sütun vektörleri tanımlanırsa BDP problemi aşağıda verildiği gibi düzenlenebilir:

$Bx \;\underset{\sim}{\leq}\; d$

$x \geq 0$ (4)

Bulanık amaç ve bulanık kısıtlayıcılar, seçenekler kümesindeki bulanık kümeler olarak tanımlandığı için bunlara ilişkin üyelik fonksiyonlarının belirlenmesi gerekir. (4) nolu modelin i’inci satırı için, üyelik fonksiyonunun monotonik olarak artmayan bir yapıda olması gerekir. Yani, i’inci bulanık eşitsizlik tamamen sağlanırsa, üyelik derecesi 1 olmalı, $[d_i, d_i + p_i]$ aralığında üyelik derecesi 1’den 0’a doğru monotonik olarak azalmalı ve i’inci bulık eşitsizlik tamamen sağlanmıyorsa,

---

[295] Terano et al, 1991: 128.

üyelik derecesi 0 olmalıdır. Burada, $d_i = b_i$ (i = 0, 1, 2, ..., m)'dir. p_i ise i'inci bulanık eşitsizliğin sağ taraf sabiti (erişim düzeyi) için karar vericinin belirlediği maksimum toleranstır. Diğer bir ifadeyle, p_i'ler amaç fonksiyonu ve kısıtlayıcılardaki kabul edilebilir toleransları gösteren ve karar verici tarafından belirlenen sabitlerdir. Bu durumda, i'inci bulanık eşitsizliğin üyelik fonksiyonu matematiksel olarak aşağıdaki gibi ifade edilir:[296]

$$\mu_i[(Bx)_i] = \begin{cases} 0 & ; \text{eğer } (Bx)_i > d_i + p_i \text{ ise} \\ \in [0,1] & ; \text{eğer } d_i \leq (Bx)_i \leq d_i + p_i \text{ ise} \\ 1 & ; \text{eğer } (Bx)_i < d_i \text{ ise} \end{cases} \tag{5}$$

Buradan hareketle, bulanık amaç fonksiyonu ve bulanık kısıtlayıcıların parçalı doğrusal üyelik fonksiyonları sırasıyla aşağıda verildiği gibi tanımlanır:

$$\mu_0(x) = \begin{cases} 0 & ; \text{eğer } c^T x < b_0 - p_0 \text{ ise} \\ 1 - \dfrac{b_0 - c^T x}{p_0} & ; \text{eğer } b_0 - p_0 \leq c^T x \leq b_0 \text{ ise} \\ 1 & ; \text{eğer } c^T x > b_0 \text{ ise} \end{cases} \tag{6}$$

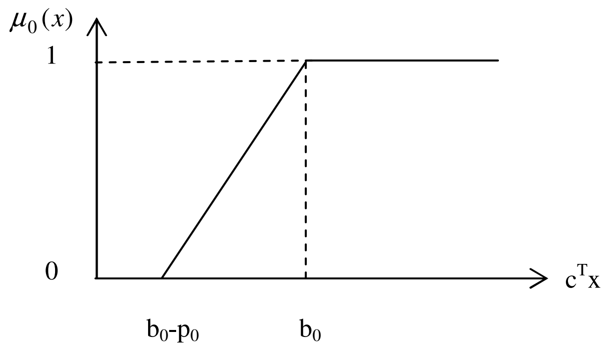
$$\mu_i(x) = \begin{cases} 0 & ; \text{eğer } (Ax)_i > b_i + p_i \text{ ise} \\ 1 - \dfrac{(Ax)_i - b_i}{p_i} & ; \text{eğer } b_i \leq (Ax)_i \leq b_i + p_i \text{ ise} \\ 1 & ; \text{eğer } (Ax)_i < b_i \text{ ise} \end{cases} \tag{7}$$

Burada, örneğin $\mu_0(x)$ üyelik fonksiyonu, çözüm vektörü x'in bulanık eşitsizlik $c^T x \gtrsim b_0$'i sağlama derecesi olarak yorumlanır. Bulanık amaç ve bulanık kısıtlayıcıların üyelik fonksiyonları Şekil 3.4, Şekil 3.5 ve Şekil 3.6'da gösterilmiştir. Bu şekillerde, bulanık amaç fonksiyonu ve bulanık kısıtlayıcılara ilişkin üyelik

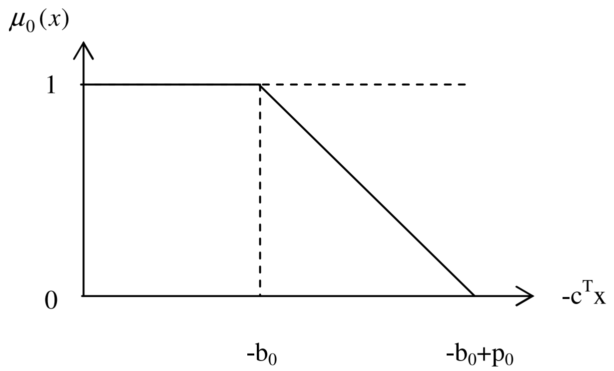
---

[296] Zimmermann, 1991: 250-251.

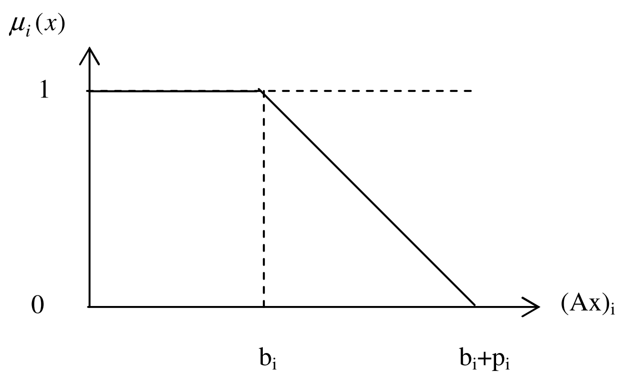
fonksiyonlarının sırasıyla monotonik olarak artmayan ve monotonik olarak azalmayan fonksiyonlar olduğu görülebilmektedir.[297]



Şekil 3.4: $c^T x \underset{\sim}{\geq} b_o$ şeklindeki bulanık amacın üyelik fonksiyonu



Şekil 3.5: $-c^T x \underset{\sim}{\leq} -b_o$ şeklindeki bulanık amacın üyelik fonksiyonu



Şekil 3.6: $(Ax)_i \underset{\sim}{\leq} b_i$ şeklindeki bulanık kısıtlayıcının üyelik fonksiyonu

[297] Özkan, 2003: 167-168.

Bulanık amaç ve bulanık kısıtlayıcıların üyelik fonksiyonları belirlendiği için bulanık karar kümesi,

$$\mu_{\tilde{D}}(x) = \min[\mu_0(x), \mu_i(x)] \quad i = 1, 2, ..., m \tag{8}$$

eşitliğinden oluşturulabilir. Bulanık karar kümesinin en yüksek üyelik dereceli elemanı ise,

$$\mu_{\tilde{D}}(x^*) = \max_{x \geq 0}(\min[\mu_0(x), \mu_i(x)]) \quad i = 1, 2, ..., m \tag{9}$$

veya,

$$\mu_{\tilde{D}}(x^*) = \max_{x \geq 0}(\min[(1 - \frac{b_0 - c^T x}{p_0}), (1 - \frac{(Ax)_i - b_i}{p_i}]) \; i = 1, 2, ..., m \tag{10}$$

eşitliklerinden belirlenir.

Bulanık amaç ve bulanık kısıtlayıcılar için tolerans betimlemesi kullanıldığı zaman, bir maksimizasyon kararı olan $\mu_{\tilde{D}}(x^*)$, klasik bir DP modelinin kurulması ile belirlenebilir. Diğer bir ifadeyle, simetrik BDP problemleri, ek bir değişken olan λ'nın kullanılması ile klasik bir DP modeli olarak ifade edilebilir. Dolayısıyla, bulanık karar kümesi için,

$$\min_i[\mu_0(x), \mu_i(x)] = \mu_0(x) \wedge \mu_i(x) = \lambda \tag{11}$$

ifadesi yazılabilir.[298] Burada λ değişkeni, bulanık amaç ve bulanık kısıtlayıcıların çözüm vektörü x tarafından aynı anda sağlanma derecesini gösterir. λ değişkeni, $\lambda \in [0,1]$ aralığında tanımlanır. Bu durumda, bulanık karar kümesinin eşitlik (11) ile verilen tanımı, aşağıda verilen ifadeye denktir:[299]

$$\begin{aligned} \mu_0(x) &\geq \lambda \\ \mu_i(x) &\geq \lambda \end{aligned} \tag{12}$$

Buradan, $\mu_{\tilde{D}}(x^*)$'ı belirleme problemi klasik bir DP problemi olarak aşağıda verildiği gibi ifade edilir:

---

[298] Özkan, 2002: 65.
[299] Zhao et al, 1992: 57.

$$\begin{aligned}
&\max \lambda \\
&\mu_0(x) \geq \lambda \\
&\mu_i(x) \geq \lambda \\
&\lambda \in [0,1]
\end{aligned} \tag{13}$$

Bulanık amaç ve bulanık kısıtlayıcıların üyelik fonksiyonları yukarıdaki modelde yerine konduğu zaman aşağıda verilen DP modeline ulaşılır:[300]

$$\begin{aligned}
&\max \lambda \\
&1 - \frac{b_0 - c^T x}{p_0} \geq \lambda \\
&1 - \frac{(Ax)_i - b_i}{p_i} \geq \lambda; \forall i \\
&\lambda \in [0,1] \\
&x \geq 0
\end{aligned} \tag{14}$$

Bu model, $c^T x$ ve $(Ax)_i$ terimlerine göre düzenlendiği zaman,

$$\begin{aligned}
&\max \lambda \\
&c^T x \geq b_0 - (1-\lambda) p_0 \\
&(Ax)_i \leq b_i + (1-\lambda) p_i; \forall i \\
&\lambda \in [0,1] \\
&x \geq 0
\end{aligned} \tag{15}$$

olarak ifade edilir.[301] Burada c_j, a_{ij}, b_0, p_0, b_i ve p_i'lerin problemin çözümünden önce, karar verici tarafından belirlenmesi gerekmektedir. Yukarıda verilen DP probleminin klasik bir DP problemi olduğu açıktır.

$\lambda = 1 - \theta$ olsun. O zaman eşitlik şuna eşittir:

$$\begin{aligned}
&\min \theta \\
&c^T x \geq b_0 - \theta p_0 \\
&(Ax)_i \leq b_i + \theta p_i; \forall i \\
&\theta \in [0,1] \text{ ve } x \geq 0
\end{aligned} \tag{16}$$

---

[300] Kaymak, Sousa, 2001: 21 pages.
[301] Özkan, 2003: 171.

c, A, b_0, p_0, b_i ve p_i, $\forall i$ verilir ve θ, maksimum toleransın bir parçasıdır. Bu eşitliğin optimal çözümü tektir.[302]

Bulanık amaç ve bulanık kısıtlayıcılı DP problemlerinde bazı kısıtlayıcılar bulanıklık içermeyebilir. Bu durumda, ilgili kısıtlayıcıların (Ex) maksimum toleransları 0 olarak kabul edilir. Diğer bir ifadeyle, bulanık olmayan kısıtlayıcılar herhangi bir dönüşüm işlemi yapılmadan,

$$
\begin{array}{lll}
\max \lambda & & \\
c^T x \geq b_0 - (1-\lambda) p_0 & \longrightarrow & \text{Bulanık amaç} \\
(Ax)_i \leq b_i + (1-\lambda) p_i ; \forall i & \longrightarrow & \text{Bulanık kısıtlayıcılar} \\
(Ex)_i \leq b_i & \longrightarrow & \text{Bulanık olmayan kısıtlayıcılar} \\
\lambda \in [0,1] & & \\
x \geq 0 & &
\end{array}
\qquad (17)
$$

şeklinde bir önceki modele ilave edilebilir.[303]

Zimmermann tarafından önerilen BDP'nin formülasyonunda, bulanık amaçlar ve bulanık kısıtların sırasıyla uygun gerçek çizgiler üzerinde bulanık kümeler olarak açıkça verildiği ve gerçekte doğrusal şekilde üyelik fonksiyonlarıyla belirlendiği varsayılır.[304]

Zimmermann yaklaşımına göre, bulanık kısıtlar ve amaç, tolerans tanımı kullanarak kesin olanlara çevrilir. Daha sonra, en yüksek üyelik derecesi ile tek bir optimal çözüm, DP için simpleks yöntemiyle başarılabilir. Ancak, tam bir optimal çözüm, karar verici tarafından istenmeyebilir. Çünkü üyelik fonksiyonu karar vericinin tercih kriteri değildir. Genelde, bulanık bir çevrede veriler kesin değildir, bu yüzden tam bir çözüm hesaplamak anlamsızdır.

Karar verici, sadece bulanık amacın b_0 hedefi verilip p_0 toleransı verilmezken bulanık amaç ve bulanık kısıtlar ile BDP problemini çözmek isteyebilir. Yani;

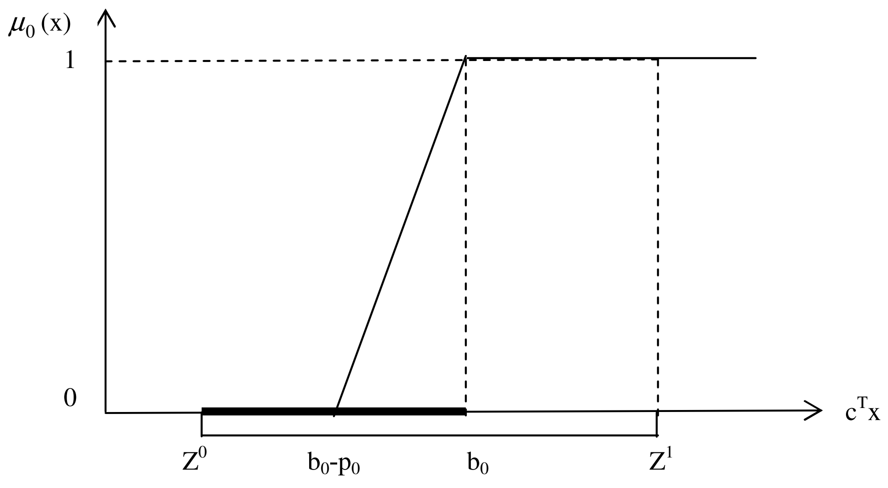
---

[302] Lai, Hwang, 1992: 174.
[303] Özkan, 2003: 171-172.
[304] K. Nakamula (1984). Some Extensions of Fuzzy Linear Programming, *Fuzzy Sets and Systems,* 14, p.211-229,211.

$$\tilde{\max}\ Z = c^T x$$
$$(Ax)_i \lesssim b_i,\ \forall i,$$
$$x \geq 0 \qquad (18)$$

c, A, b_0 ve p_i, $\forall i$, verilir, fakat p_0 verilmez. p_0 verilmezken, p_0'ın 0 ve b_0-Z^0 arasında olması gerektiği bilinir. Her bir $p_0 \in [0,\ b_0\text{-}Z^0]$ için, eşitlik (6) gibi bulanık amacın üyelik fonksiyonu elde edilebilir. Yüksek-verimlilik sisteminde amaç değerinin $\theta = 0$'da Z^0'dan az olan pozitif üyelik derecesi vermesinin anlamı yoktur. Şekil 3.7, p_0'ın mümkün aralığını gösterir.

Bu problem ile Zimmermann arasındaki farklılık, p_0'ın bu problemde başlangıçta verilmemesidir. Bunun için, $p_0 \in [0,\ b_0\text{-}Z^0]$ iken p_0'lar kümesi varsayılabilir. O zaman, verilen her bir p_0 için problem bir Zimmermann problemidir. Bu verilen p_0'lar kümesi için çözümler, Tablo 3.3'te sunulur. Bu tabloyu gösterdikten sonra, karar verici tam bir p_0 seçebilir. Sonra karar vericinin tam p_0'ı ile Zimmmermann yaklaşımı çözülür. Bu çözüm eşitlik (18) için son optimal çözüm olacaktır.[305]



Şekil 3.7: p_0'ın uygun aralığı

[305] Lai, Hwang, 1992: 175.

Tablo 3.3: Verilen bir p_0'lar kümesi için bulanık bir simetrik BDP'nin optimal çözümü

				Kullanılan kaynaklar			
p_0	θ	Z**	x^{**}	b_1	b_2	...	b_m
0							
.							
.							
.							
b_0-Z^0							

3.12.2 Werners yaklaşımı

Zimmermann yaklaşımından farklı olarak, Werners yaklaşımında amaç fonksiyonuna ilişkin üyelik fonksiyonu oluşturulan modelin çözülmesiyle analist tarafından belirlenir. Werners yaklaşımında, kısıtlayıcıların üyelik fonksiyonları karar verici tarafından belirlenebilmesine rağmen, kısıtlayıcıların bulanık olması nedeniyle, bulanık olarak algılanan amaç fonksiyonuna ilişkin üyelik fonksiyonu, karar verici tarafından önceden belirlenemez. Werners, amaç fonksiyonuna ilişkin üyelik fonksiyonunu belirleyebilmek için Orlovski'nin önerdiği bulanık karar kümesini temel olarak almıştır. Orlovski, bulanık kısıtlayıcıların oluşturduğu tanım kümesinin (veya bulanık çözüm uzayının) her bir α-kesim kümesi için, amaç fonksiyonunun optimal değerlerini belirlemeyi ve bu optimal değerlerle eşit üyelik dereceli olan çözüm uzayının α-kesim kümesini, bulanık karar kümesi olarak ele almayı önermiştir.[306]

$$\max Z = c^T x$$
$$(Ax)_i \ \underset{\sim}{\leq} \ b_i \ , \ \forall_i$$
$$x \geq 0 \tag{19}$$

Werners(1987), eşitlik (19)'da sağ taraf değerleri bulanık olduğu için amaç fonksiyonunun da bulanık olması görüşündedir.[307] Yani:

---
306 Werners, 1987: 135.
307 Tuncel, 1997: 65.

$$\widetilde{\max}\, Z = c^T x$$
$$(Ax)_i \lesssim b_i,\ \forall i$$
$$x \geq 0 \tag{20}$$

Bu eşitlik şuna eşittir:

$$\begin{aligned} &\widetilde{\max}\, Z = c^T x \\ &(A_x)_i \leq b_i + \theta p_i \\ &\theta \in [0,1],\, x \geq 0 \end{aligned} \tag{21}$$

c, A, b_i ve p_i verilmiş fakat bulanık amacın hedefi verilmemiştir. Werners yaklaşımını kullanarak bu problemi çözmek için Z^0 ve Z^1 değerlerini belirlemek gerekir. Zimmermann algoritmasında olduğu gibi p_0 ve b_0 değerlerini karar vericiye sorarak üyelik fonksiyonu oluşturmak yerine, Werners, karar vericinin bu değerleri veremeyeceğini düşünerek iki olası uç nokta olan Z^0 ve Z^1 değerlerini kullanmaktadır. Bu değerler ise aşağıdaki gibidir:

$$Z^0 = \min\left(\max_{x \in X} c^T x\right) = Z^*(\theta = 0)$$

$$Z^1 = \max\left(\max_{x \in X} c^T x\right) = Z^*(\theta = 1) \tag{22}$$

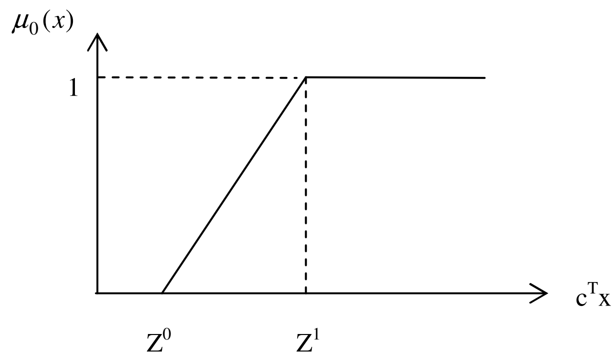
$$X = \{\ x \,|\, (Ax)_i \leq b_i + \theta p_i, \forall i,\ \theta \in [0,1] \text{ ve } x \geq 0\ \}$$

Dolayısıyla Z^0 ve Z^1 değerlerini kullanarak amaç fonksiyonu için sürekli artan doğrusal bir üyelik fonksiyonu oluşturulabilir. Optimal çözüm, Z^0 ve Z^1 arasında bir değer alacağı için optimal çözümün değeri arttıkça memnuniyet de artacaktır.

Bu durumda amaç fonksiyonunun ve bulanık kısıtların üyelik fonksiyonu aşağıdaki gibidir:

$$\mu_0(x) = \begin{cases} 1 & ;\ \text{eğer } c^T x > Z^1 \text{ ise} \\ 1 - \dfrac{Z^1 - c^T x}{Z^1 - Z^0} & ;\ \text{eğer } Z^0 \leq c^T x \leq Z^1 \text{ ise} \\ 0 & ;\ \text{eğer } c^T x < Z^0 \text{ ise} \end{cases} \tag{23}$$

$$\mu_i(x) = \begin{cases} 1 & ;\text{ eğer } (Ax)_i < b_i \text{ ise} \\ 1 - \dfrac{(Ax_i) - b_i}{p_i} & ;\text{ eğer } b_i \le (Ax)_i \le b_i + p_i \text{ ise} \\ 0 & ;\text{ eğer } (Ax)_i > b_i + p_i \text{ ise} \end{cases} \tag{24}$$



Şekil 3.8: Amaç fonksiyonunun üyelik fonksiyonu

Optimal karara ulaşmak için Bellman ve Zadeh tarafından önerilen min-işlemcisi kullanarak, μ_D üyelik fonksiyonu ile belirlenen D karar alanı elde edilebilir:

$$\mu_D = \min(\mu_0, \mu_1, ..., \mu_m) \tag{25}$$

μ_D'nin eşitlik (20)'nin optimal çözüm olarak maksimum olduğu kararı seçmek makuldür. Bunun için eşitlik (20) şuna eşittir:

$$\begin{aligned} & \max \lambda \\ & \mu_0 \ge \lambda \\ & \mu_i \ge \lambda \\ & \lambda, \mu_0 \text{ ve } \mu_i \in [0,1], \forall i \\ & x \ge 0 \end{aligned} \tag{26}$$

c, A, b_i ve p_i, $\forall i$, verilir ve $\lambda = \mu_D = \min(\mu_o, \mu_1, ..., \mu_m)$'dir. Bu eşitlik, gerçekte Zimmermann (1978) tarafından sunulan modele benzeyen simetrik bir modeldir. İki model arasındaki farklılık üyelik fonksiyonlarının biçimlerinden kaynaklanmaktadır.

$\lambda = 1-\theta$ olsun. Bu problem şuna eşit olacaktır:

$$\begin{aligned}
&\min \theta \\
&c^T x \geq Z^1 - \theta(Z^1 - Z^0), \qquad (27)\\
&(Ax)_i \leq b_i + \theta p_i, \forall i, \\
&\theta \in [0,1] \text{ ve } x \geq 0
\end{aligned}$$

c, A, b_i ve p_i, $\forall i$ verilir ve θ, ilk kısıt için (Z^1-Z^0)'ın bir parçası ve diğerleri için maksimum toleransın bir parçasıdır. Çözüm tek bir optimal çözümdür. [308]

3.12.3 Verdegay yaklaşımı

Kaynaklarda, kısıtların, sağ tarafında, modelin tüm kısıtlarında ya da bir kısmında bulanıklık olduğunda sabit değerlere karşılık mümkün değişim miktarları (tolerans limitleri) karar vericiden istenir. Her bir verilen tolerans limiti p_i ile [b_i, b_i + p_i] aralığındadır.[309] Verdegay (1982), sağ taraf değerleri bulanık olan DP problemlerinin kesin bir parametrik programlama problemine eşdeğer olduğunu ilk olarak kanıtlayan kişidir.[310]

Zimmermann ve Werners'tan farklı olarak, Verdegay, bulanık kısıtlayıcılı bir DP probleminin çözümünün bulanık bir küme ile temsil edilmesi gerektiğini öne sürmüştür. Verdegay bu düşünceden hareketle bulanık kısıtlayıcılı bir DP problemi modelinin çözümünü betimleme teoremi ve parametrik programlamayı kullanarak belirlemeye çalışmıştır. Betimleme teoremi, bulanık bir kümenin α-kesim kümelerine göre ifade edilebilmesine olanak tanır. Verdegay'a göre, söz konusu modelin optimal çözümünün bulunması için bulanık kısıtlayıcı kümesinin $\alpha \in [0,1]$ koşuluyla α-kesim kümelerinin belirlenmesi gerekir. Bulanık kısıtlayıcıların $\mu_i(x)$ ile gösterilen üyelik fonksiyonlarının sürekli ve monotonik bir şekilde tanımlanması halinde kısıtlayıcı kümesinin α- kesim kümeleri aşağıdaki gibi bulunur. α- seviye kesen kavramı Tanaka ve arkadaşları ve Orlovski'nin önceki çalışmalarına dayanır.

---

308 Lai, Hwang, 1992: 170, 174.
309 Yılmaz, 1998: 40.
310 Tuncel, 1997: 65.

$$X_\alpha = \{x | \mu_i(x) \geq \alpha, \forall i, x \geq 0\} \forall \alpha \in [0,1] \tag{28}$$

Bulanık kısıtlayıcıların oluşturduğu uygun çözüm alanı X, betimleme teorisine göre aşağıda verildiği gibi ifade edilir:[311]

$$X = \sum_{\alpha \in [0,1]} \alpha x X_\alpha \tag{29}$$

Bu durumda, bulanık kısıtlayıcılı DP probleminin çözümü, aşağıda verilen problemin çözülmesiyle belirlenir:

$$\begin{aligned} & \max Z = c^T x \\ & x \in X_\alpha \\ & \alpha \in [0,1] \end{aligned} \tag{30}$$

veya

$$\begin{aligned} & \max Z = c^T x \\ & \mu_i(x) \geq \alpha \\ & \alpha \in [0,1] \\ & x \geq 0 \end{aligned} \tag{31}$$

Bulanık kısıtlayıcıların üyelik fonksiyonları:

$$\mu_i(x) = \begin{cases} 0 & ; \text{eğer } (Ax)_i > b_i + p_i \text{ ise} \\ 1 - \dfrac{(Ax)_i - b_i}{p_i} & ; \text{eğer } b_i \leq (Ax)_i \leq b_i + p_i \text{ ise} \\ 1 & ; \text{eğer } (Ax)_i < b_i \text{ ise} \end{cases} \tag{32}$$

olarak tanımlandığı için (31) nolu model aşağıda verildiği gibi düzenlenebilir:

$$\begin{aligned} & \max Z = c^T x \\ & 1 - \frac{(Ax)_i - b_i}{p_i} \geq \alpha \\ & \alpha \in [0,1] \\ & x \geq 0 \end{aligned} \tag{33}$$

veya

---

311 Özkan, 2002: 76.

$$\begin{aligned}
&\max Z = c^T x\\
&(Ax)_i \le b_i + (1-\alpha)p_i\\
&\alpha \in [0,1]\\
&x \ge 0
\end{aligned} \tag{34}$$

Burada $\theta = 1-\alpha$ olarak kabul edilirse aşağıda verilen parametrik programlama problemine ulaşılır.[312] Elde edilen bu parametrik çözümde $\theta = 0$ için α =1'dir. θ, [0,1] aralığında hareket ederken, memnuniyet derecesi %100'den 0'a doğru iner. $\theta = 0$ için sapma sıfır düzeyindedir ve memnuniyet derecesi 1 tam değerini alır. $\theta = 1$ en yüksek toleransı gösterir ve Z, maksimizasyon probleminde en yüksek değerini alır.[313]

$$\begin{aligned}
&\max Z = c^T x\\
&(Ax)_i \le b_i + \theta p_i\\
&\theta \in [0,1]\\
&x \ge 0
\end{aligned} \tag{35}$$

Seçilen her bir θ değeri için bu problemin farklı bir optimal çözümü bulunur. $\theta \in [0,1]$ koşuluyla, belirlenen θ değerine göre yukarıda verilen problemin çözülmesi, bulanık karar kümesinin bir elemanının belirlenmesi anlamına gelir. Bu nedenle θ üyelik dereceli çözüm gerçekte bulanıktır.[314] Diğer bir ifadeyle Verdegay yaklaşımında, bulanık karar kümesinin en yüksek üyelik dereceli elemanının belirlenmesi problemi ele alınmaz. Ayrıca amaç fonksiyonu kısıtlar gibi değerlendirilmediğinden bu çözüm biçimi simetrik olmayan yaklaşım olarak adlandırılır.[315] Bu yaklaşımda, parametrik programlama yardımıyla hesaplanan çözümlerden hangisinin BDP probleminin çözümü olarak kabul edileceği, tamamen karar vericinin tercihine bırakılmıştır.[316] Kaynakların kullanımı arttırılarak, optimal

---

[312] Tuncel, 1997: 66.
[313] Paksoy, 2002: 1-16.
[314] Öğütlü, 2002: 67.
[315] Yılmaz, 1998: 41.
[316] Özkan, 2002: 77.

çözüm davranışı gözlenebilir. Sonuçlar, Tablo 3.4'tedir ve karar vericiye sunulur. Karar verici, uygulama için kendi tatmin edici çözümünü seçebilir.[317]

Tablo 3.4: Parametrik bir programlama problemi için çözümler

		Kullanılan Kaynaklar			
θ	**Z*(θ)**	**b_1**	**b_2**	**...**	**b_m**
0.0					
0.1					
0.2					
...					
0.8					
0.9					
1.0					

3.12.4 Chanas yaklaşımı

Chanas (1983), $\mu_D(x)$ yerine $\mu_D(\theta)$'yı kullanmayı önermiştir. Burada θ, kısıtların sapma derecesi olarak yorumlanır. Chanas, sadece doğrusal üyelik fonksiyonları içerildiğinde, sadece x^0'dansa tam bulanık karar kümesi x'in parametrik programlama kullanarak türetilebileceğini kanıtlamıştır.[318]

Chanas, Zimmermann'dan farklı olarak bulanık kısıtlayıcıların belirlediği uygun çözüm alanı hakkındaki bilgi eksikliği yüzünden b_0 ve p_0 değerlerinin karar verici tarafından başlangıçta belirlenemeyeceğini ifade etmiştir. Bilindiği üzere, b_0 ve p_0 değerleri sırasıyla amaç fonksiyonunun ulaşması istenen erişim düzeyini ve bu erişim düzeyinin maksimum toleransını göstermektedir. Chanas yaklaşımında, karar vericinin b_0 ve p_0 değerlerini belirlemesine yardım edebilmek için aşağıda verilen bulanık kısıtlayıcılı DP probleminin çözülmesi gerekir:

$$\widetilde{\max}\, Z = c^T x$$

$$(Ax)_i \lesssim b_i, \ i = 1, \ldots, m$$

$$x \geq 0 \qquad (36)$$

[317] Lai, Hwang, 1992: 173.
[318] Zhao et al, 1992: 53.

b_0 ve p_0'ı saptamak konusunda karar vericiye yardım etmek için Chanas, ilk olarak bu problemi çözer ve sonuçları karar vericiye iletir. Burada her b_i için p_i hoşgörü miktarı verilmiştir ve bulanık kısıtların üyelik fonksiyonları,

$$\mu_i(x) = \begin{cases} 0 & ; \text{eğer} \quad (Ax)_i > b_i + p_i \ \text{ ise} \\ 1 - \dfrac{(Ax)_i - b_i}{p_i} & ; \text{eğer} \quad b_i \le (Ax)_i \le b_i + p_i \ \text{ise} \\ 1 & ; \text{eğer} \quad (Ax)_i < b_i \ \text{ ise} \end{cases} \tag{37}$$

şeklindeki parçalı doğrusal üyelik fonksiyonları ile nitelenir. Bulanık kısıtlayıcılara ilişkin üyelik fonksiyonlarının en azından λ düzeyine kadar sağlanması (yani $\mu_i(x) \ge \lambda$ olması) gerektiği için, (36) nolu model,

$$\begin{aligned} &\max Z = c^T x \\ &(Ax)_i \le b_i + (1-\lambda)p_i, i = 1,2,...,m \\ &\lambda \in [0,1] \\ &x \ge 0 \end{aligned} \tag{38}$$

olarak ifade edilebilir. Buradan, kısıtlayıcılardaki tolerans derecesini gösteren θ parametresi, $\theta = 1 - \lambda$ olarak tanımlandığı zaman,

$$\begin{aligned} &\max Z = c^T x \\ &(Ax)_i \le b_i + \theta p_i, i = 1,2,...,m \\ &\theta \in [0,1] \\ &x \ge 0 \end{aligned} \tag{39}$$

şeklindeki parametrik programlama problemine ulaşılır. Bu durumda, $\mu_i(x) \ge 1-\theta$ şeklinde düzenlenebilir. Chanas'a göre θ parametresinin her bir değeri için (39) nolu modelin kabul edilebilir çözümlerini gösteren θ_x'de

$$\mu_i(\theta_x) \ge 1-\theta \tag{40}$$

ifadesi sağlanır. Burada, her bir θ_x çözümü için, bazı kısıtlayıcıların (1-θ)'dan büyük olabileceği, en az bir adet kısıtlayıcının ise (1-θ)'ya eşit olduğu düşüncesinden hareketle, bulanık kısıtlayıcıların ortak başarım derecesi aşağıdaki gibi tanımlanır:[319]

$$\mu_{\tilde{C}}(\theta_x) = \min\{\mu_i(\theta_x)\} = 1-\theta \tag{41}$$

Buradan, θ parametresinin her bir değeri için, bulanık kısıtlayıcıları 1-θ düzeyinde sağlayan bir çözüm belirlenir. Bu durumda, (39) nolu parametrik programlama probleminin $x^*(\theta)$ ve $Z^*(\theta)$ ile temsil edilen parametrik optimal çözüm değerleri, b_0 ve p_0 değerlerinin belirlenmesi için karar vericiye sunulur. Karar vericiden sağlanan b_0 ve p_0 değerlerine göre,

$$\mu_0(x) = \begin{cases} 0 & ;\text{ eğer } \quad c^T x < b_0 - p_0 \text{ ise} \\ 1-\dfrac{b_0 - c^T x}{p_0} & ;\text{ eğer } \quad b_0\text{-}p_0 \le c^T x \le b_0 \text{ ise} \\ 1 & ;\text{ eğer } \quad c^T x > b_0 \text{ ise} \end{cases} \tag{42}$$

ile nitelenen bulanık amacın üyelik fonksiyonu, optimal parametrik çözüm olan $x^*(\theta)$'da aşağıda verildiği gibi tanımlanır:

$$\mu_0[x^*(\theta)] = \begin{cases} 0 & ;\text{ eğer } \quad c^T x^*(\theta) < b_0 - p_0 \text{ ise} \\ 1-\dfrac{b_0 - c^T x^*(\theta)}{p_0} & ;\text{ eğer } \quad b_0\text{-}p_0 \le c^T x^*(\theta) \le b_0 \text{ ise} \\ 1 & ;\text{ eğer } \quad c^T x^*(\theta) > b_0 \text{ ise} \end{cases} \tag{43}$$

Amaç fonksiyonunun parametrik üyelik fonksiyonu, θ parametresine göre parçalı doğrusal, sürekli ve iç bükey bir fonksiyondur. Amaç fonksiyonu ve kısıtlayıcıların üyelik fonksiyonları sırasıyla $\mu_0[x^*(\theta)]$ ve $\mu_{\tilde{C}}(\theta_x) = 1-\theta$ olarak belirlendiği için bulanık karar kümesi $\mu_{\tilde{D}}(x)$, θ'nın bir fonksiyonu olarak,

$$\mu_{\tilde{D}}(\theta) = \min\{\mu_0[x^*(\theta)], \mu_{\tilde{C}}(\theta_x)\} \tag{44}$$

şeklinde ifade edilebilir.[320] Buradan bulanık karar kümesinin en yüksek üyelik dereceli elemanı $\mu_{\tilde{D}}(x^*)$ ise;

[319] Özkan, 2002: 80-81.
[320] Tuncel, 1997: 70-71.

$$\mu_{\tilde{D}}(x^{*}) = \max_{\theta}\{\mu_{\tilde{D}}(\theta)\} \qquad (45)$$

ifadesi ile bulunur. Chanas'a göre, bulanık karar kümesinin en yüksek üyelik dereceli elemanı, θ parametresine göre $\mu_0[x^*(\theta)] = \mu_{\tilde{C}}(\theta_x)$ (veya $\mu_0[x^*(\theta)] = 1-\theta$) eşitliğinin analitik olarak çözülmesiyle belirlenir.[321]

3.12.5 Bulanık doğrusal programlama modellerinde çözüm yaklaşımlarının karşılaştırılması

Zimmermann, Werners, Chanas ve Verdegay yaklaşımlarının her biri problem çözme ve karar vermede DP'nin bir çeşididir. Bu yaklaşımlar ve kavramların farklılıkları ve katkılarını anlamak, bunlar arasında bazı temel noktaları tartışmak için gereklidir.

Zimmermann yaklaşımında, DP probleminin aksine karar verici, problemi kesin sınırlar ile tanımlama zorunluluğundan kurtulmaktadır. Ayrıca sadece bir fazla değişken ve kısıt kullanarak klasik yöntemlerle çözüme ulaşılabilmektedir. İşlem zamanı bakımından bu, yaklaşımı oldukça etkin kılar.[322]

Zimmermann yaklaşımında, amaç b_0 ve bunun maksimum toleransı p_0'ın önceden verilmesi gerekir. Gerçek-dünya problemlerinde, karar vericiye başlangıçta hiçbir bilgi vermeden b_0 ve p_0 değerlerini sormak gerçekçi değildir. Bunun için, bulanık amacın üyelik fonksiyonu tartışılabilir ve bu yüzden çözüm de tartışılabilir. Örneğin, eğer b_0 çok geniş verilirse BDP modelinde çözüm olmayacaktır. Aynı zamanda, eğer p_0 çok geniş verilirse, üyelik fonksiyonu için anlamı olmayacaktır. Bu nedenle çözüm sorgulanabilir. Bulanık amacın üyelik fonksiyonunu oluşturmak için karar vericiye b_0 ve p_0'ı sormak yerine, Werners iki olası ekstremum(uç) nokta olan Z^0 ve Z^1 değerlerini kullanmaktadır.

Werners'in ve Zimmermann'ın üyelik fonksiyonu arasındaki farklılık, Şekil 9'da gösterilmektedir. Bu şekilde, Zimmermann'ın b_0 ve p_0'ının $Z^0 \leq b_0 \leq Z^1$ ve

[321] Özkan, 2002: 82.
[322] Paksoy, 2002: 1-16.

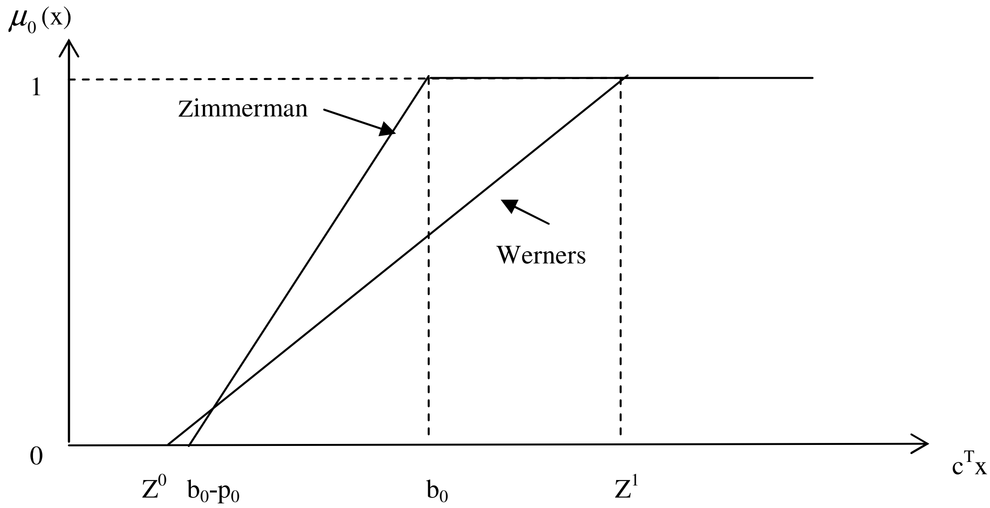
$b_0 - p_0 \geq Z^0$ şeklinde rasyonel olduğu varsayılır. Eğer böyle ise karar verici, çoğu zaman daha kabul edilebilir olarak Zimmermann'ın üyelik fonksiyonunu düşünebilir.

Tanaka ve Zimmermann, DP ile Bellman ve Zadeh tarafından önerilen max(min) işlemcisi ve bulanık küme teorisine bağlıyken, Verdegay ve Chanas, varsayılan doğrusal üyelik fonksiyonlarıyla belirlenen bulanık kaynaklarla BDP ve parametrik kaynaklarla parametrik programlama problemi arasında eşitlik ilişkisini elde eder. Yani, simetrik BDP için öncellikle kesin amaç ve bulanık kısıtlar ile simetrik olmayan BDP'nin alt problemi gözden geçirilebilir. Daha sonra bunun uygun parametrik programlama problemi yapılandırılır ve çözülür. Çözümler tabloda sunulur. Bu tablo, sadece bir parametreye bağlı bir optimal çözüm sağlamayıp, aynı zamanda gerçekten tüketilmiş kaynakları da sağlar. Bunun için, ilk olarak bir parametrik programlama probleminin çözüm tablosunu sunarak b_0 ve p_0'ı sağlamanın zorluğunun üstesinden gelinir. Bu çözüm tablosuna baktıktan sonra, karar verici kesin olarak kendi subjektif b_0 ve p_0'ını yerleştirebilir. Zimmermann modelinin çözümüne o zaman güvenilir.

Verdegay, BDP ile parametrik yaklaşıma bağlıyken, Chanas, bulanık amacın üyelik fonksiyonunun, parametrik optimal çözümle direk olarak yapılandırılmasını önermiştir. Yani, μ_0, x'in genel fonksiyonu yerine parametrenin bir fonksiyonudur. Ancak, herhangi bir gerçek dünya probleminde kısıt sayısı ve karar değişkenleri her zaman büyüktür. Bu yüzden Chanas'ın yaklaşımı, bulanık amacın üyelik fonksiyonunu formüle etmek için pratik değildir.[323]

---

[323] Lai et al, 1992: 170.



Şekil 3.9: Zimmermannn ve Werners'ın μ_0 üyelik fonksiyonu arasındaki farklılık

3.13 Etkileşimli Bulanık Doğrusal Programlama

Karar süreçleri, kesin yaklaşımlardan ziyade, bulanık küme teorisi kullanılarak daha iyi belirlenir ve çözülür. Bununla birlikte, karar vericinin kendisi bulanık küme teorisinde çok önemli bir rol oynamaktadır. Bu sebeple, karar verici ile karar süreci arasındaki etkileşimli bir süreç, problemleri çözmek için gerekli olmaktadır. Bu, gerçekte kullanıcıya-bağlı BDP tekniğidir. Üstelik, problem-odaklı kavram, Simon'un ifade ettiği gibi uygulamalı problemleri çözmede hayati derecede önemli bir kavramdır:

"Belki de, hedeflerimize doğru hızla ilerlemede en önemli şey, problem odaklı noktayı benimsememizdir. Çözmeye uğraştığımız problemin hangi problemlere istekli olmamız ve üstesinden gelmemiz gerektiğini belirleyen tekniklere izin vermektense, buna uyguladığımız metotları belirlemesine izin verelim. Bu, hem keşifsel hem algoritmik olarak tekniklerin giriş alanımıza uygulamaya istekli olmamız gerektiği anlamına gelmektedir."

İşte Etkileşimli Bulanık Doğrusal Programlama (EBDP), kullanıcıya-bağlı (etkileşimli) ve problem-odaklı bir yaklaşım olup, gerçek dünyanın bulanık olan yapısını modelleyebilen ve kullanıcı ile etkileşimli olarak çalışan, çözüm aşamasında da bu etkileşimi sürdürerek en iyi çözüme ulaşmayı amaç edinen, sisteme daha gerçekçi bir yaklaşım ile bulanıklığı içeren bir yöntemdir.

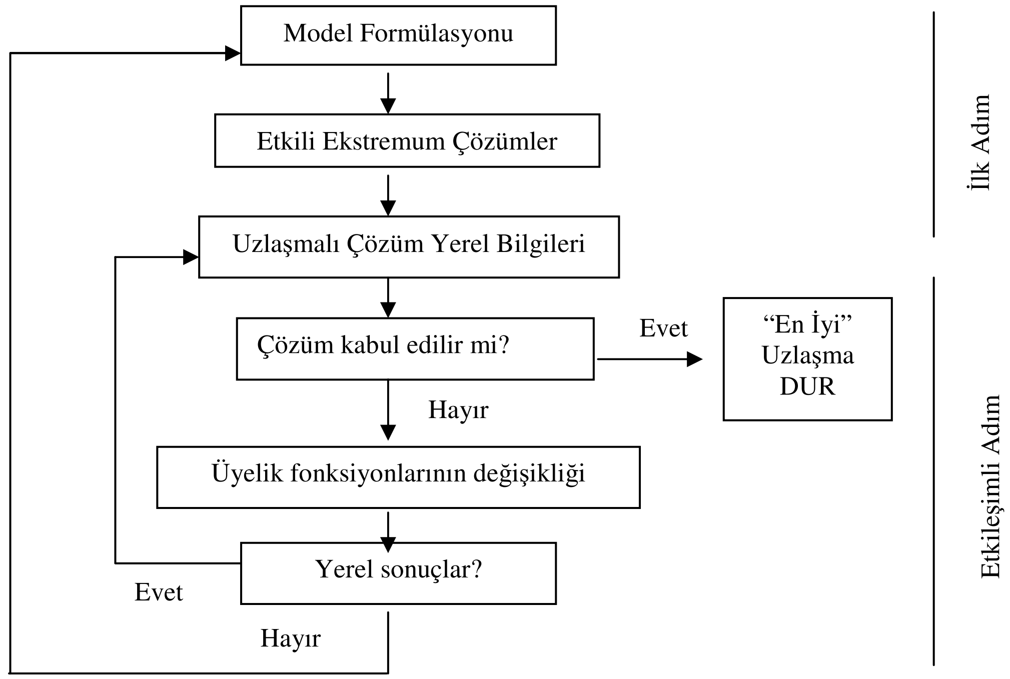
EBDP, sistem geliştirme ve sistem analizi alanlarında oldukça etkin bir kullanım imkânına sahiptir. EBDP ile ortaya çıkabilecek risk faktörleri mümkün olduğu kadar azaltılmakta, en azından çözüm süreci sırasında ortaya çıkabilecek risk faktörlerinin neler olacağı hakkında karar vericiye ön bilgi imkânı verilmektedir.

EBDP, gösterilen DP problemini çözmek için etkili ve sistematik bir yaklaşım sunar ve karar vericiye sonuçları (çözümler ve kullanılan kaynakları) gösterir. Karar verici bu çözümle tatmin olabilir ya da orijinal modeli değiştirme ve /ya da bazı durumları değiştirmek isteyebilir. Tatmin edilirse, problem çözülür. Tatmin edilmezse, etkileşimli bir süreç işler. Problem-çözme prosedürü, karar vericinin tatmin edici bir çözüm elde etmesine kadar devam eder. EBDP sayesinde karar verme süreci yalnızca bir DP probleminin optimal çözümünü bulmayı değil, aynı zamanda incelenen sistemin minimum malzeme ve zarar ile yüksek derecede verimli bir sistem haline getirilmesini sağlamaktadır. Bunun için EBDP, sisteme adaptasyonu, tüm olasılıkları inceleyerek sistemin özelliklerini öğrenmeyi, "EĞER-O HALDE" mantığını kullanarak desteklemektedir.[324]

EBDP, Zimmermann'ın simetrik modeli, Werners'in, Verdegay'ın ve Chanas'ın BDP yaklaşımları ve buna ek olarak gerçek dünya DP sisteminin belirli bir alanını çözmek için karar destek sistemi sağlar. Şekil 3.10'daki akış şeması, bir karar destek sisteminin nasıl işlediğini gösterir. Kesin veya bulanık kısıtlar ve kesin veya bulanık amaçlarla programlama modellerini çözmede karar vericiyi destekleyen etkileşimli bir sistem sunulur. Sistemin bir parçası, amaçları sunan üyelik fonksiyonlarının belirlenmesidir. Bu amaçla, bulanık ekstremum çözümler hesaplanır ve karar vericiye sunulur. Bunlar ve önerilen uzlaşmalı çözümlerin her biri bulanık-etkindir. Sistem, bulanık-etkin ekstremum çözümleri ve bulanık-etkin uzlaşmalı çözümü belirler. Bu çözümler, karar verici tarafından yargılanır ve karar verici, bunlardan birinin subjektif olarak en iyi mi ya da değişikliğin gerekli olup

[324] Lai, Hwang, 1992: 169-171.

olmadığına karar verir. Son durumda karar verici, sistemle desteklenen üyelik fonksiyonlarını değiştirir.[325]



Şekil 3.10: Karar destek sisteminin akış şeması

EBDP metotları, 1980'den beri çalışılmaktadır. Tipik çalışmalar, Baptistella ve Ollero, Fabian, Ciobanu ve Stoica, Ollero, Aracil ve Camacho, Seo ve Sakawa, Slowinski, Werners ve Zimmermann'ınkilerdir. Zimmermann, bulanık çevre içerisinde bazı genel kavramları ve karar destek sistemlerinin modelleme metotlarını tanımlamıştır. Diğerleri ise çok kriterli, kesin ya da bulanık karar verme problemlerini çözmek için etkileşimli yaklaşımlar geliştirmiştir.[326] Sakawa vd. (1987), her bir amaç için bulanık hedeflerin olduğu çok amaçlı DP probleminin çözümü için etkileşimli bulanık bir yöntem önermiştir. Werners (1987), kesin veya bulanık amaç ve kısıtlar ile programlama modellerinin çözümünde karar vericiyi destekleyen etkileşimli bir sistem tanıtmıştır. Tapia ve Murtagh (1991), amaçların yanı sıra en iyi uzlaşan çözüm için seçim kriterlerinde çokluluk içeren karar verme

[325] Werners, 1987: 131-132.
[326] Lai, Hwang, 1992: 171.

problemlerinin çözümü için bir yöntem önermiştir. Sakawa ve Sawada (1994), büyük ölçekli çok amaçlı DP problemleri için etkileşimli bir bulanık yöntem önermiştir.[327]

3.13.1 Etkileşimli bulanık doğrusal programlama algoritması

Adım 1

Simplex yöntemini kullanarak klasik DP problemi çözülür. Tek optimal çözüm, bağlı ve kullanılan kaynakları ile karar vericiye sunulur.

Adım 2

Bu çözüm karar vericiyi tatmin etti mi? Aşağıdaki durumlar gözden geçirilir:

i) Eğer sonuçlar tatmin edici ise, çıktılar alınır ve çözüm işlemi sona erer.

ii) Eğer kaynak i, bazı i'ler için atıl ise mümkün olan b_i azaltılır ve Adım 1'e gidilir.

iii) Mümkün olan kaynaklar kesin değil ise ve bazı toleranslar mümkün ise, bununla parametrik analizler yapılır ve Adım 3'e devam edilir.

Adım 3

Parametrik DP problemi çözülür. Sonuçlar ile bir tablo oluşturulur ve aynı zamanda $Z^0 = Z^*(\theta = 0)$ ve $Z^1 = Z^*(\theta = 1)$ değerleri tanımlanır.

Adım 4

Oluşturulan ilk tabloda gösterilen çözümlerden herhangi biri karar vericiyi tatmin ediyor mu? Aşağıdaki durumlar incelenir:

i) Eğer sonuç tatmin ediyorsa, çıktılar alınır ve çözüm prosedürü sona erer.

ii) Eğer kaynak i, bazı i'ler için boş ise b_i düşürülür (ve p_i değiştirilir) ve Adım 1'e gidilir.

iii) Eğer tolerans i, bazı i'ler için kabul edilemez ise, p_i isteğe göre değiştirilir ve Adım 3'e gidilir

iv) Eğer amaç belirsiz olarak değerlendirilirse, Adım 5'den devam edilir.

---

[327] Paksoy, Atak, 2003: 457- 466.

Adım 5

İlk tabloya başvurduktan sonra, karar vericinin subjektif amacı b_0 ve onun toleransı p_0, simetrik BDP probleminin çözümü için sorulur. Eğer karar verici, bulanık amaç için b_0 amacını vermek istemezse, Adım 6'ya gidilir. Eğer b_0 verilirse, Adım 8'e gidilir.

Adım 6

Z^0 ve Z^1 ile elde edilen değerler ile oluşturulan model çözülür. Buradan Werners'in tek optimal çözümü elde edilir.

Adım 7

Elde edilen çözüm tatmin edici mi? Aşağıdaki durumlar gözden geçirilir:

i) Eğer sonuç tatmin edici ise, çıktılar alınır ve çözüm prosedürü sona erer.

ii) Eğer kullanıcı kendi amacını belirlerse, amaç b_0 verilir ve Adım 8'e gidilir.

iii) Eğer kaynak i, bazı i'ler için atıl ise, b_i düşürülür (ve p_i değiştirilir) ve daha sonra Adım 1'e gidilir.

iv) Eğer tolerans i, bazı i'ler için kabul edilir değilse, p_i isteğe göre değiştirilir ve Adım 3'e gidilir.

Adım 8

p_0 karar verici tarafından belirlendi mi? Eğer karar verici p_0'ı belirlemeyi isterse, ilk tablo karar vericiye yardımcı olmak amacıyla sunulur. Daha sonra Adım 9'a gidilir. Eğer, p_0 verilmemiş ise, Adım 11'e gidilir.

Adım 9

Zimmermann'ın yaklaşımı olan model çözülür ve buradan Zimmermann'ın tek optimal çözümü elde edilir.

Adım 10

Elde edilen çözüm tatmin edici mi?

i) Eğer sonuç tatmin ediyorsa, çıktılar alınır ve çözüm prosedürü sona erer.

ii) Eğer kullanıcı kendi amacını ve onun toleransını daha iyi görürse, b_0 (ve p_0) verilir ve Adım 8'e dönülür.

iii) Eğer kaynak i, bazı i'ler için atıl ise, b_i düşürülür (ve p_i değiştirilir) ve Adım 1'e gidilir.

iv) Eğer tolerans i, bazı i'ler için kabul edilemezse, p_i isteğe göre değiştirilir ve Adım 3'e gidilir.

Adım 11

En son oluşturulan problem modeli tekrar bu değerler için çözülür, buradan p_0'lar kümesi elde edilir. Bu değerler ile bir önceki problemi çözebilmek için Adım 9'a gidilir. Buradan elde edilen veriler ile tekrar bir tablo oluşturulur.

Adım 12

Çıkan sonuçlar karar vericiyi tatmin ediyor mu? Eğer cevap evet ise, sonuçların çıktısı alınır ve çözüm prosedürü sona erer. Cevap aksi olursa, Adım 13'ten devam edilir.

Adım 13

İleri analiz için p_0 değerini belirlemesi için karar vericiye sorulur ve Adım 9'a dönülür. Bu adımda, p_0'ı karar vericiye sormak daha mantıklıdır. Çünkü, bu anda karar verici olası p_0 değerleri hakkında daha iyi bilgiye sahiptir.

Bu EBDP algoritmasını gerçekleştirebilmek için yalnızca iki çözüm tekniğine ihtiyacımız vardır: Simplex Yöntemi ve Parametrik Yöntem. Bu nedenle EBDP, basitliği sayesinde bir bilgisayar sisteminde kolayca programlanabilir.[328]

[328] Lai, Hwang, 1992: 175-177.

DÖRDÜNCÜ BÖLÜM
BULANIK DOĞRUSAL PROGRAMLAMA MODELİNİN BİR MERMER İŞLETMESİNDE UYGULANMASI

Çalışmanın bu bölümünde Denizli ilindeki bir mermer işletmesinin honlu & dolgulu traverten fayans bölümü için hazırlanan bir aylık üretim planına ilişkin gerçek veriler önce DP problemi olarak daha sonra BDP problemi olarak modellenmiştir. BDP modelleme aşamasında Zimmermann, Werners, Chanas ve Verdegay yaklaşımları etkileşimli olarak uygulanmıştır. Bu uygulama, doğal taş sektöründe üretim planlama problemini çözmek için BDP'nin nasıl kullanılacağını göstermektedir.

Bu çalışmadaki amaç, elde edilen bilgiler doğrultusunda ve BDP yardımıyla mermer işletmesinin 2005 yılı aylık üretim planlamasını belirli bir tatmin derecesiyle satış gelirini maksimize ederek yapmaktır. Uygulamanın asıl amacı, bulanıklık kavramının EBDP problemlerinde ne derece önemli olduğunun vurgulanması, bulanık küme kavramının ortaya çıkmasından ve yöneylem araştırmasına uygulanmasından sonra, gerçek dünya problemlerine nasıl uygulandığı ve ne derece etkili olduğunun gösterilmesidir. Bu mantıktan hareketle, bir üretim sisteminde bu metot desteğinde bir üretim planlama uygulaması gerçekleştirilmiştir. Uygulanan yöntem ile reel dünyanın özelliklerini yansıtmaya çalışan, onun belirsizliklerini göz ardı etmeyen bir programlama yaklaşımı ile işletmenin bir aylık üretim planı analitik olarak oluşturulmuştur.

4.1 Giriş

Denizli havzası traverten oluşumları yönünden Türkiye'de ve Dünya'da önemli bir konuma sahiptir. Her yıl yerli ve yabancı birçok turistin uğradığı güncel Pamukkale travertenleri dışında havzanın değişik kesimlerinde, özellikle kuzey kenarları boyunca traverten oluşumları yaygındır. Havza genelinde eski ve yeni travertenlerin kapladıkları toplam alan 100 km^2'den fazla olup, kalınlıkları yer yer 60 m'yi geçmektedir. Eski travertenlerden bir kısmı mermercilik sektöründe değerlendirilmektedir.

Bilimsel tanımıyla mermer; kireçtaşlarının zamanla doğada meydana gelen ısı ve basınç etkisiyle kristalize olmuş şeklidir ve ‘hakiki mermer’ olarak adlandırılmaktadır. Kireçtaşından oluşan mermer, hem kalsiyum karbonat, hem de magnezyum karbonat içerebilmektedir. Ticari anlamda mermer; blok verebilen, kesilip cilalandığında parlayabilen, dayanıklı ve güzel görünümlü her türden taşların bütünü için kullanılan bir terimdir. Ticari tanımlama içinde hakiki mermerin yanında, iyi parlatılabilen kalker, traverten, serpantin, oniks mermeri, dolomit, granit, diyabaz, bazalt, arduvaz, kumtaşı, tektonik breş ve konglomera da yer almaktadır. Bu çalışma traverten için yapılmıştır. Traverten, kalsiyum ve bikarbonatça zengin sıcak yeraltı sularının kaynaklar çevresinde oluşturduğu kireçtaşlarıdır.

4.2 Bir Mermer İşletmesi ve Üretim Süreci Hakkında Bilgi

4.2.1 İşletme profili

Uygulama için seçilen işletme, 1993 yılında Denizli Organize Sanayi Bölgesi’nde kurulmuştur. 50 kişilik mühendislik ekibi, sağlık görevlileri, eğitmenleri, uzman danışmanları; 500 kişilik çalışanı vardır. 2004 yılı için planlamış olduğu “teknoloji yenileme yatırımları” nı 2003 yılı son çeyreği ile 2004 yılı ilk çeyreği arasında tamamlamış olup toplam olarak 3.5 milyon Euro tutarında bir yatırım yapmış, bu yatırım sayesinde istihdamında %7 oranında bir artışla üretim kapasitesini 75.000 m^2/ay’dan 140.000 m^2/ay’a çıkartmıştır.

4.2.2 Üretim bilgileri

Bu işletme, üretimini Denizli’de 55.000 m^2 açık alan üzerine kurulu, 15.000 m^2 kapalı alana sahip olan tesislerde sürdürmektedir. Bu kapalı alan 4 ana koridora bölünmüş ve 8 ana süreç merkezi bu koridorlara yerleştirilmiştir. Bu süreç merkezleri;

1- Blok stok ve yükleme koridoru,

2- Ham kesim koridoru,

3- Yarı-mamul koridoru,

4- Son işlem koridoru,

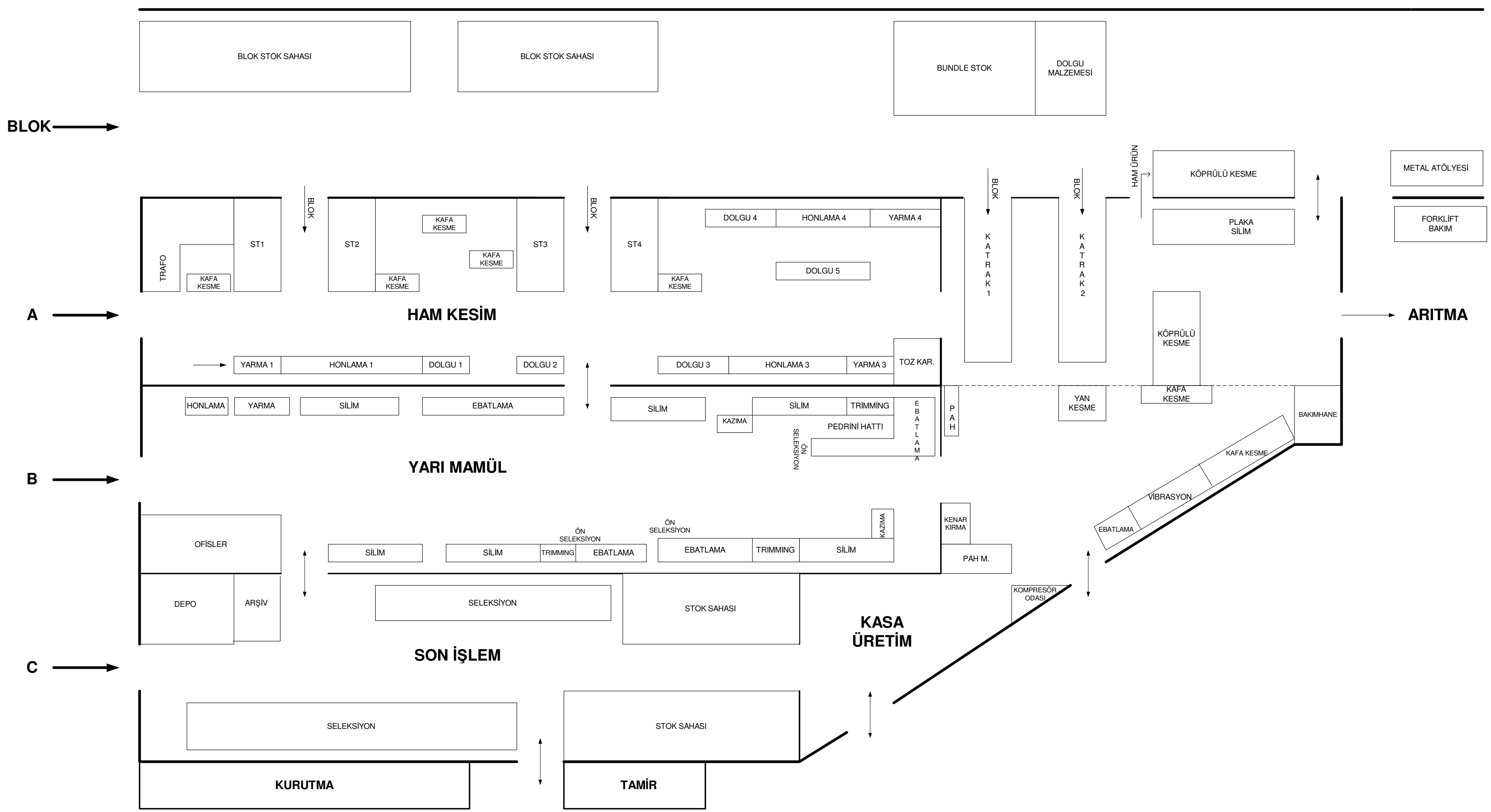
5- Eskitme süreç ünitesi,

6- Kasa üretim ünitesi,

7- Kurutma ünitesi,

8- Tamir atölyesidir.

Tüm bu süreç merkezlerinin işletme alanındaki yerleşimi Şekil 4.1'de verilen işletme planında gösterilmiştir.



Şekil 4.1: İşletme alanı planı

Blok stok ve yükleme koridorunda temel olarak ocaktan gelen blokların kamyonlardan indirilmesi, ST ve Katrak makinelerine yüklenmeleri yapılmaktadır. Bunun dışında bu koridor bundle ürün, çimento ve çeşitli malzemelerin yer aldığı stok sahası olarak kullanılmaktadır. Ayrıca yine bu koridorda metal işleme atölyesi ve köprülü kesme ünitesi vardır.

Ham kesim koridorunda blokların ham kesimleri yapılmaktadır ve istenen ürünün özelliklerine göre kafa kesme, köprülü kesme, plaka silim, yarma, kalibre-honlama ve dolgu işlemleri yapılmaktadır. Toz karışım ünitesi yine bu koridordadır. Dolgusu tamamlanan ürünler kurutma ünitesine alınıp hava koşullarına göre belirlenen sürede doğal kurumaya bırakılmaktadır. Tamir atölyesinde ise üretim sırasında zarar gören ürünlerin yeniden işlenebilmeleri için gerekli işlemler yapılmaktadır.

Yarı-mamul koridorunda kalibresi, dolgusu veya eskitmesi tamamlanmış ürünlerin ebatlama ve yüzey işlem üniteleri yer almaktadır. Bu koridorun çıkışında eskitme süreçlerinin yer aldığı üretim merkezi vardır. Kasa üretim merkezinde ise ürünlerin müşterilere aktarılmasında kullanılan kasaların uygun ölçülerde hazırlanması yapılmaktadır.

Geniş bir ürün gabına sahip olan bu işletme, gerekli hammaddeyi Denizli bölgesindeki zengin rezervlere sahip 4 ayrı traverten ocağından sağlamaktadır. Ağırlıklı olarak traverten üreten işletme, bünyesinde kurduğu traverten grubu ile yurt içinde traverteni, uluslararası fuarlarda da Türkiye'yi ve Türk travertenini tanıtmaktadır. Bu işletme aylık ortalama 185 konteynırlık ihracatla Türkiye mermer ihracatında çok önemli bir yere sahiptir. Batı Anadolu'daki ocaklarından aylık 7500 m^3 blok traverten çıkararak bu bloklardan 140.000 m^2 yarı mamul üretip, bu üretiminin 125.000 m^2'sini ihraç etmektedir. Bu kapasite bloğun sağlamlığına, büyüklüğüne ve sertliğine göre değişmektedir.

4.2.2.1 İşletmedeki süreçler

Yukarıda genel hatlarıyla verilmeye çalışılan üretim süreçleri bu bölümde daha detaylı olarak anlatılmaktadır. Bu süreçler incelenirken daha çok yapılan işlem, üretim kısıtları, verim ve üretimi etkileyen faktörler üzerinde durulmuştur.

Katrak Makinesinde Ham Kesim:

Ocaktan getirilen bloklara yapılan ilk işlem ham kesimdir. Ham kesimin amacı blok halindeki ürünün müşterinin talebine göre işlenebilmesi için belli kalınlıkta plaka ve strip malzemenin üretilmesidir. Bunun için işletmede iki seçenek vardır ve bunlardan biri katrak makinesidir. Katrak makinesinde kesilen plakalarda ölçü standardı ve kesim kalitesi diğer yöntemlere göre daha yüksektir. Bıçak kasası her bıçağın yüksek tonajlarda gerilmesine olanak sağlar, bu kasa sabit pozisyonda çalışır ve biyel kol tarafından hareketlendirilmiştir. Sağlam bir platform üzerine sabitlenen blok taşıyıcı vagon bıçaklara (elmas soket) doğru yükselme hareketi yaparak kesim işlemini sağlar. İşletmede tercih edilen ebatlara göre farklı sayıda bıçak takılabilen 3 adet katrak makinesi vardır. Katrak makinesi üretim hızı ST makinelerine göre daha hızlıdır ve kalitesi açısından daha kaliteli ürünler çıkarmaktadır. Katrak makinesi 10 m^3 hacmindeki bir bloğu 6 saatte plaka haline getirebilmektedir ve saatte 35-40 cm dalma yapabilmektedir. Bir katrak makinesinin ortalama kesim hızı 0,5873 m^2/dk.'dır. İşletmede katrak makinelerinin herbiri günde toplam 24 saat, net 22.8 saat kesim yapmaktadır. Kesme hızı hız kontrol cihazı ile kumanda panosundan ayarlanır. Kesim anında gerekli su miktarının sağlanamaması veya su basıncının düşmesi halinde soketler sürtünmeden ve oluşan ısıdan deforme olur, bu yüzden kesim anındaki su beslemesi de üretimi etkileyen önemli bir faktördür.

Katrak makinesinde iyi bir verim elde edebilmek için blok seçimine çok dikkat edilmelidir. Katrakta kesimi yapılacak ürünün sıkı yapıda olması gerekmektedir. Ürün içindeki çatlak, damar, gözeneklerin sayısı ve büyüklüğü arttığında bıçaklar zarar görmekte ve bloğun kalibresinde sorun yaşanmaktadır. Blok seçiminde bir diğer kriter bloğun ebatlarıdır. Katraktaki üretim kısıtı 3x2x2 (12 m^3)

ebatlarıdır. Bu ebatları aşan bloklar katrağın standart ebatlarını aştığı için ST makinelerine aktarılır. Katrak makinelerinde verimi etkileyen bir diğer faktör vibrasyondur. Yüksek gerilmelerde vibrasyon hem plakanın kalibresini bozmakta, hem de bıçakların zarar görmesine neden olmaktadır. Vibrasyonun önlenmesi için katrak makinesinin tedarikçisinin seçimine ve katrak makinesinin montajına dikkat edilmesi gerekmektedir. Katrak makinesinde kesimi tamamlanan ürün ya plaka halinde satışa sunulmakta ya da strip haline getirilmesi için köprülü kesme makinelerine verilmektedir.

ST Makinesinde Ham Kesim

Blokların ham kesiminde kullanılan bir diğer makine ST makineleridir. ST'ler genellikle katraklar için uygun olmayacak kadar küçük ve katrağa konulduğunda dağılma, parçalanma riski taşıyan blokların kesilmesi işleminde kullanılır. Bu makinelerde yatay ve dikey kesim olarak iki boyutlu bir kesim vardır. ST kesimde blok kızağa yerleştirilir ve platforma taşınır. Platformda sabitlendikten sonra dikey testere istenen ebatlara göre dalma hareketini yapar ve yatay testere de tabandan kesimi yapar. Kesime başlanmadan önce istenen ürünün ebatlarına, çatlak, damar ve delik yapısına göre blok seçimi yapılır, burada amaç malzeme kaybını minimuma indirmektir.

İşletmede 4 adet ST makinesi ve hepsinde 1 tane dikey kesim testeresi vardır. Piyasada birden fazla testere takılabilen modeller de vardır. Üretim hızı katrak makinesiyle kıyaslandığında yarı yarıyadır ve 10 m^3'lük bir bloğun kesimi 12 saatte tamamlanmaktadır. Ancak ST makineleri blok seçiminde daha esneklik sağlamaktadır. Büyük ebattaki, sıkı yapıda olmayan bloklar bu makinelerde kesilebilmektedir. Ayrıca ürünün istenen kalınlıkta kesilmesinde de esneklik sağlamaktadır ve 1 cm. inceliğindeki ürünler kesilebilmektedir. Ancak bu incelikteki kesimlerde malzeme kaybı arttığı için daha kalın kesimler tercih edilmektedir. Verim, yapılan kesimin kalınlığıyla doğru orantılıdır. Bir ST makinesi için ortalama üretim hızı 0,3059 m^2/dk.'dır. İşletmede ST makinelerinin herbiri günde toplam 21 saat, net 18.7 saat kesim yapmaktadır.

Bu makinelerdeki kesimde karşılaşılan önemli sorunlardan biri istenen ölçü standardı ve kalitedir. Katrak makinelerinden çıkan ürünlerle kıyaslandığında daha sorunlu malzemeler çıkmakta ve takip eden süreçlerde kalibre, abrasiv ve silim hatasıyla sonuçlanabilmektedir. Bu sorunların minimuma indirilmesi için bloğun yapısına göre en uygun kesme hızı belirlenmeli, kesim anındaki titreme en aza indirilmeli ve testereler düzenli olarak kontrol edilmelidir. Tüm kesim işlemlerinde olduğu gibi burada da su besleme hızı ve basıncı önemlidir.

Köprülü Kesme

Bu makine katraktan elde edilen ve kenarları düzgün şekle sahip olmayan plakaların ebatlanmasında ve kenarlarının düzleştirilmesi işleminde kullanılır. İşletmede bu makinelerden 3 adet bulunmaktadır. Kesimin hassasiyeti için lazer tekniği kullanılmaktadır. Tablaya yükleme tamamlandıktan sonra plakalar yere paralel hale getirilir ve ilk önce kenarlarından alım yapılır. Daha sonra plakalardan istenen ebatlarda strip malzemeler elde edilir ve yarma makinelerine gönderilir. Burada üretimi etkileyen faktörler testerenin dönme hızı, ilerleme hızı ve su beslemesidir. Malzemenin özelliklerine göre bu faktörler ayarlanır. Bir köprü kesme makinesi için ortalama kesim hızı 0,7085 m^2/dk.'dır ve işletmedeki herbir makine günde toplam 21 saat, net 18.3 saat çalışmaktadır.

Kafa Kesme

ST makinelerinin yanlarına konan bu makinelerden toplam 7 tane bulunmaktadır. Bu makine ST makinesinden çıkan malzemenin baş kısımlarının kesilerek düzeltilmesinde ya da istenilen ölçüye getirilmesinde kullanılır. Testerenin kesme ve ilerleme hızı ayarlanabilmektedir. Kesme hızı kesici diske ve taşın sertliğine göre değişir.

Yarma

Yarma makinesi çeşitli kalınlıklardaki stripleri ortadan ikiye ayırmak için kullanılır. Böylece ST'nin kesim hızı bu makine sayesinde ikiye katlanmış olur. Bu makinelerden işletmede 4 adet vardır. Bir yarma makinesinin ortalama hızı 1,5962 m^2/dk.'dır ve herbir makine günde toplam 21 saat, net 15.33 saat çalışmaktadır.

Yatay yarma makineleri karo üretiminde verim arttırıcı özelliği ile bilinen önemli bir makinedir. Bu süreç özellikle karo üretimine yönelik ST kesimlerinde oluşabilecek hatalardan, yükleme - boşaltma hatalarından ve diğer hatalardan kurtulmak için özellikle tercih edilir. ST kesiminde de anlatıldığı gibi ince kesimlerde malzeme kaybı artmaktadır ve kalın kesim tercih edilmektedir. Bu yüzden ST makinelerinde kalın kesimi yapılan ürünlerin yatay olarak kesimi yarma makinelerinde yapılmakta ve kalınlıkları istenen ebatlara indirilmektedir. Burada yere paralel olarak beslenen strip malzeme yine yere paralel konumda olan kesim ünitesi ile ikiye yarılmaktadır. Bu işlemde bıçak kalibresi, titreşim, kesme ve ilerleme hızı kalite için önemlidir. Süreçte üretim kısıtlarından biri ürünün enidir, 61 boyutundaki malzemeler sadece 1. hatta işlenebilmektedir. Diğer hatlar bu genişlik için uygun değildir. Üretimde yaşanan sorunların başında ilk olarak ST'den çıkan malzemenin ölçü standartlarına uymaması gelmektedir. Burada yaşanan sorunlardan bir diğeri beslenen taşın sertliğinin değişkenlik göstermesidir. Beslenen taşın sertliği arttığında soketlerin zorlanması artacağından konveyör hızı yavaşlatılarak sorun giderilir. Yarma makinesinin çıkışında yer alan operatör istenen ölçülerde çıkan malzemeyi kalibre-honlamaya vermektedir ve istenen ölçülerde ve yapıda olmayan malzemeleri ayırmaktadır.

Kalibre ve Honlama

İşletmede değişik marka ve kafa sayılarına sahip 6 adet kalibre ve honlama makinesi bulunmaktadır. Bu süreçte 2 yüzey işlem söz konusudur. Yarmada yapılan kesim hassas kesim olmadığı için çıkan ürünün yüzeyinde dalgalanmalar ve kesimden kaynaklanan pürüzlenmeler söz konusudur. Ürünün kalınlığında ölçü standardizasyonunun sağlanması için bu 2 işlem yapılmaktadır. Yarmadan istenen özelliklerde çıkan malzemeler ilk önce kalibreleme işlemine tabii tutulur. Malzeme soketler kullanılarak yarı mamul ürünün istenen standart ölçülerine kadar inceltilir. Diğer işlemlerde de olduğu gibi burada da soketlerin kalibresi, titreşim, su beslemesi, testerenin kesme ve ilerleme hızı kalite için önemlidir. Kalibre makinesinde ampermetre göstergeleri vardır ve zorlanmalarda yüksek değerler göstermektedir. Böyle bir durumda konveyör hızı düşürülerek zorlanmanın sebep olacağı yüzey bozuklukları ve soket deformasyonu azaltılır.

Kalibreden çıkan ürün seri olarak honlamaya geçer ve burada abrasivler yardımıyla kalibre izleri giderilir. Burada sadece yüzeyin pürüzleri giderilir, her hangi bir kalınlık inceltme söz konusu değildir. Bu süreçte kullanılan abrasivlerin derecesi 60, 120 veya 180'dir. Malzemenin sertlik derecesine göre abrasivlerin dereceleri ayarlanır, burada 60 en sert aşındırma derecesine sahiptir. Mermer cinsine göre ortalama bir makinede 1,4369 m^2/dk. kalibre-honlama yapılır ve işletmedeki makinelerin herbiri günde toplam 21 saat, net 17.44 saat çalışmaktadır. Kalibre ve honlamadan çıkan malzeme operatör tarafından renginin tonuna göre sınıflandırılır ve dolgu hattına gönderir. Bu sınıflandırmanın sebebi dolgu renginin taşın genel görüntüsünde sırıtmamasıdır. Buna göre honlamadan çıkan malzeme koyu, orta ve açık malzeme olarak sınıflandırılır ve buna göre uygun dolgu hattına gönderilir.

Dolgulama

İşletmede değişik kafa sayılarında 5 adet dolgulama makinesi bulunmaktadır. Ortalama bir makinede 0,9451 m^2/dk. dolgulama yapılır ve işletmedeki makinelerin her biri günde toplam 21 saat, net 15.8 saat çalışmaktadır. Bu süreçteki amaç, traverten taşının doğal yapısından kaynaklanan deliklerin dolgu maddesiyle doldurularak taşın direncinin arttırılması ve görünümünün iyileştirilmesidir. Dolgu maddesi olarak kalsit, kaolen ve çimento malzemelerinin karışımı kullanılmaktadır. Gerektiği durumlarda renklendirme için boya da kullanılmaktadır. Karışımda kalsit bağlayıcı, kaolen ise renklendirici olarak kullanılmaktadır. Çimentonun görevi ise mukavemet arttırmaktır. İşletmede bulunan dolgu makineleri 4 veya 6 kafalıdır. Büyük delikli malzemeler 6 kafalı makinelere gönderilirken, daha sıkı malzemeler 4 kafalı makinelere gönderilmektedir. Operatör çok büyük deliklerde malzeme hatta girmeden önce delikleri toz karışım ile doldurur ve bundan sonra malzeme ilk kafalara girer. İlk kafalarda bulunan karışım çamur halindedir ve delikler bu karışım ile tamamen doldurulabilecek şekilde konveyör hızı ayarlanır. Malzeme ilk kafalardan sonra toz karışımın bulunduğu kafalara gelir ve delikler tamamen dolgu malzemesiyle doldurulup sıkılaştırılır. Dolgulama işlemlerinden çıkan malzemeyi operatör kontrol eder ve büyük deliklerde bir kez daha spatula ile üzerinden geçer, daha sonra da malzemeyi kurutmaya gönderir.

Kurutma

Kurutma işleminde amaç delikleri dolduran dolgu malzemesinin doğal ortamda kurutulmasıdır ve böylece dolgu malzemesinin istenen sertliğe ve mukavemet derecesine ulaşmasıdır. Bu işlem yapılmaz ise dolgu istenen dayanımı gösteremez ve müşteri memnuniyetsizliğine sebep olur. Dolgu malzemesinin kuruma süresi iklim koşullarına bağlıdır. Sıcak ve kuru hava şartlarında 24 saat yeterliyken, nemli ve soğuk hava şartlarında bu süre 36 saati geçmektedir. Burada zamandan kazanılması için fırınlama düşünülebilir, ancak hızlı kurutma dolgu malzemesinin istenmeyen yapısal özellik kazanmasına sebep olacaktır. Kurutma süresini tamamlayan ürünler fayans hatlarına aktarılır.

Kazıma

Kazıma, fayans hatlarının ilk işlemidir ve operatörler tarafından yapılır. Burada amaç silimde temizlenemeyecek büyüklükteki dolgu izlerinden kurtulmaktır. Silimde parlatma-cila amacıyla yumuşak abresiv taşları kullanıldığından dolgu kalıntılarının temizlenmesi üründeki silim hatalarını düşürecektir.

Silim

Yukarıda da belirtildiği gibi buradaki amaç dolgu izlerinin giderilmesi ve malzemeye artık son yüzey özelliğinin verilmesidir. Bu amaç için yumuşak abresiv taşlarının bulunduğu kafalar kullanılmaktadır. Kurutma süresi çok uzun tutulduysa dolgu istenenden daha fazla sertleşecektir ve yüzeyden temizlenmesi zorlaşacaktır. Bunun için bu durumda daha sert abresiv taşı kullanılmalıdır. Ortalama bir makinede 1,2789 m^2/dk. silim yapılır. İşletmede 6 adet silim makinesi olup her biri günde toplam 21 saat, net 16.33 saat çalışmaktadır. Silimden sonra malzeme istenen yüzey kalitesine kavuşmuştur ve artık son ebatlamaya geçilebilir.

Son Ebatlama

Silimden çıkan malzemenin ürünün boyutları kalibre ve honlamadan çıkan ürünün ölçüleridir. Bu boyuttaki ürünler satışa sunulmak için talep edilen ölçülerde burada kesilir. Bu makineler baş kesme makineleri ile yapı olarak aynıdır. Aradaki fark, bu makinelerin testerelerinin çok olması ve aralarının ayarlanabilir olmasıdır.

Bir ebatlama makinesi ortalama 1,1922 m^2/dk. ebatlar. İşletmede 4 adet ebatlama makinesi bulunmakta ve herbiri günde toplam 21 saat, net 17.98 saat çalışmaktadır. Bu makineler, plakaların seri olarak ebatlanmasında kullanılır. Ebatlama işlemi hassas gönyelerle ve dayama sistemi ile sağlanır. Bu ürünün satıştaki ebatlarına önce yan kesim sonra da çoklu ebatlama yapılarak ulaşılır. Bu işlem için işletmedeki 3 fayans hattı kullanılmaktadır. Bunun dışında sorunlu malzemelerin yeniden ebatlanmasında kullanılan 2 çoklu ebatlama makinesi daha vardır.

Eskitme süreçleri

Eskitme süreçleri müşterinin talepleri doğrultusunda tercih edilen işlemlerdir. Bu ürünler için yapılan özellikli süreçler; kenar kırma, vibrasyon ve patinato işlemleridir. Kenar kırık ürün için yarma ve kalibre-honlamadan çıkan malzeme dolgulamaya girmeden kenar kırma makinelerine getirilir. Burada kırma derinliği ve kırma genişliği dikkat edilerek malzeme işlenir. İşlenen malzemeden kriterlere uyan ürünler patinato makinesine gider. Bu makinedeki işlemin amacı kırmadan kaynaklanan keskin sivri uçların yuvarlatılmasıdır.

Vibrasyon makinesi ise “eskitme” ürün için kullanılan bir yöntemdir. Burada malzeme yarmaya girmeden kalibre-honlamada işlendikten sonra vibrasyon makinesinde işlenir. Vibrasyon makinesinde bulunan çeşitli ebattaki taşların içine atılan malzemenin köşeleri ve yüzeyi sürtünmeyle birlikte işlenir. İşlenen malzeme kullanılmış taş görüntüsü vermektedir. Vibrasyondan çıkan malzeme yarma işlemine tabii tutulup ön seleksiyon yapılır.

Kasa Üretim

Burada yapılan işlem sevkıyat ve depolamada kullanılan ahşap kasaların hazırlanmasıdır. Ahşap malzeme dilimler halinde tedarikçiden gelmektedir ve bu ünitede saklanacak malzemenin ebatlarına ve sayısına göre belirli ebatlarda çakılmaktadır.

Ön seleksiyon

Bu bölümde yüzey işlemleri ve ebatlaması tamamlanan malzemelerin istenen özelliklere sahip olup olmadığı kontrol edilir. Burada ürünler temiz, hatalı ve alt ebata düşürülecek malzemeler olarak sınıflandırılır. Temiz ürünler müşterinin beklediği standart özellikteki (kalibre, ebat, yüzey kalitesi) ürünlerdir. Bu ürünler seleksiyon hattına transfer edilir.

Hatalı ürünler küçük kenar kırığı, silim, dolgu ve kalibre hatası gibi tamir atölyesinde onarılması yapılabilecek ürünlerdir. Bu ürünler tamir atölyesinde işlendikten sonra tekrar bir yüzey temizleme sürecine sokulup seleksiyon hattına gönderilir. Ön seleksiyonda büyük kırıklı ürünler kurtarılabilecekse bir alt ebattaki ürünün ebatlarında tekrar işlenerek seleksiyon hattına gönderilir.

Seleksiyon

Mermer üzerinde yapılan kesme, parlatma, kurutma işlemlerinin bitmesinden sonra fayanslar ayırma bölümüne gelir. Geniş bir alana sahip ve yeterince aydınlatılmış bu bölümde fayanslar üzerindeki hatalar ve kusurlar seçilerek ayrılır. Sağlam olanlar ise renk ve desen türlerine göre ayrılarak ambalajlanır. Ortalama bir makinede 2,6129 m^2 /dk. seleksiyon yapılır. İşletmede 2 adet seleksiyon makinesi vardır ve herbiri günde toplam 21 saat, net 20.53 saat seleksiyon yapar.

Burada ürünlerin hem kalite kontrolleri yapılmakta hem de renk ve yapısal özelliklerine göre sınıflandırılmaktadır. Kalite kontrol sırasında hatalı bulunan ürünler (büyük kırık, küçük kırık, kalibre, abrasiv, dolgu, çatlak vb.) ya tamir atölyesine, ya da yeniden ebatlamaya gönderilir. Kalite kriterlerini sağlayan ürünler ise bu bölümdeki sınıflandırma kriterlerine göre kasalanmakta ve sevkıyat alanına aktarılmaktadır.

Her aşamada dikkatli çalışma, hassas bir seleksiyon ve kalite kontrol, bu üretim süreçlerinin en temel koşuludur.

4.2.2.2 Ürün bazlı süreç akımının incelenmesi

Bu işletmede üretilen ürünler şunlardır:

- Honlu&dolgulu/dolgusuz traverten fayans
- Honlu&dolgulu/dolgusuz traverten plaka

- Eskitme(tumbled) traverten
- Patinatolu&dolgulu/dolgusuz kenar kırmalı

Bu ürünler 4 ana üretim sürecinden elde edilir. Bunlar;

- Honlu/dolgulu üretim süreci
- Eskitme üretim süreci
- Patinato-kenar kırıklı üretim süreci
- Plaka üretim sürecidir.

Çalışma konusu olarak bu bölümlerden sadece honlu&dolgulu traverten fayans bölümü seçilmiştir.

4.2.2.2.1 Honlu & dolgulu üretim süreci

Honlu dolgulu ürün, işletmenin satışları içinde en yüksek hacme sahiptir. Bu üretimin başlangıç noktası blok seçimidir. Blok seçimindeki kriterler şunlardır:

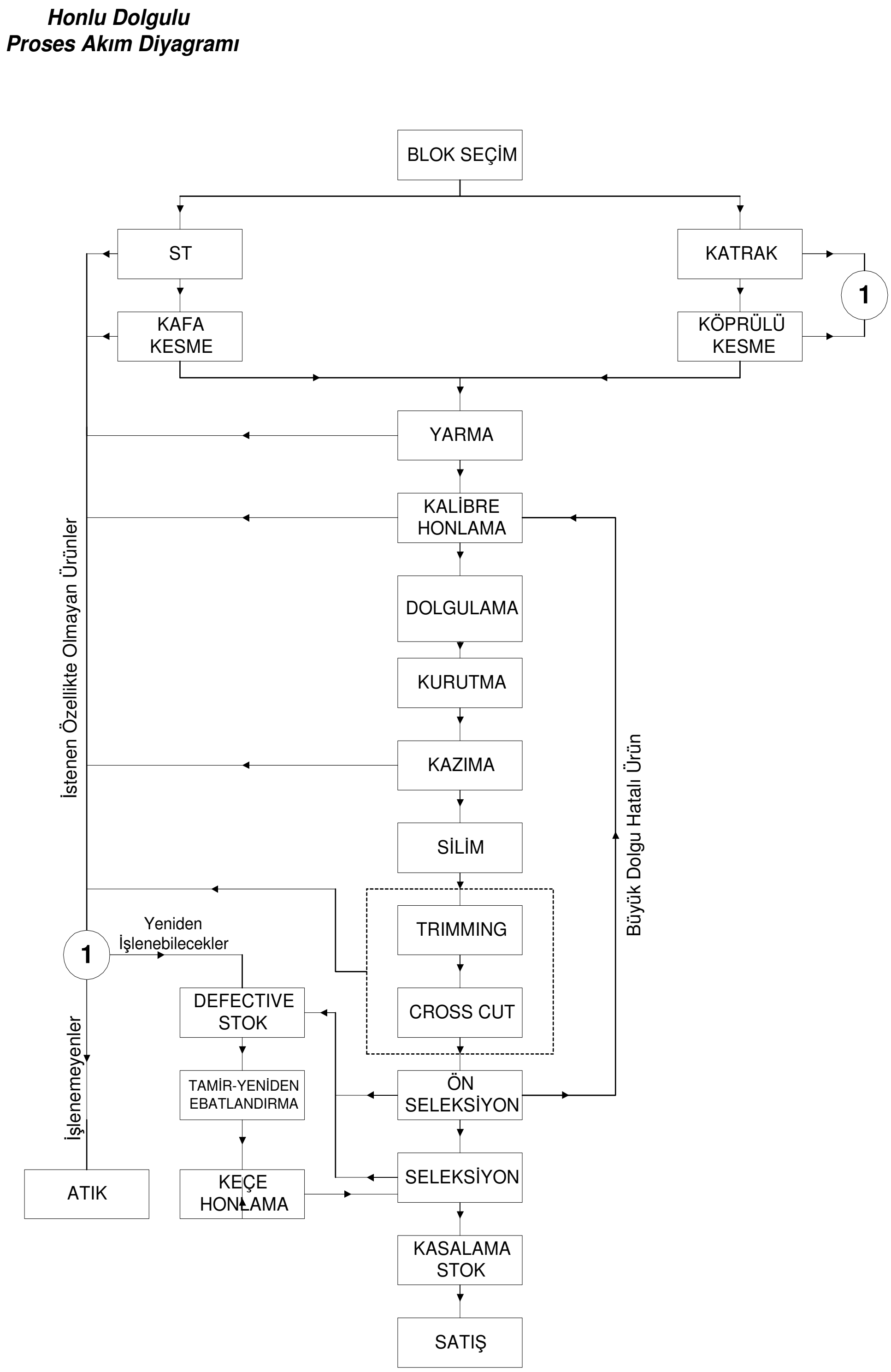
1-Renk: Açık, orta veya koyu

2-Verim: Çatlak, damar, sıkılık

3-Ebat: Makineye uygunluk

Müşterinin istediği ürünün özelliklerine göre blok seçimi yapılır ve ham kesim için ST veya katrak makinelerine verilir. ST veya katrak seçiminde yine hangi ürünün üretilmek istendiği etkilidir. Sıkı, düzgün ve büyük üretim hacmindeki malzemelerin kesimi çoğunlukla katrak makinelerinde işlenmektedir. Malzemenin ham kesimi katrak makinesinde yapıldıysa köprülü kesmede, ST makinesinde yapıldıysa kafa kesme ünitesinde strip ürün üretilir. Bu strip malzeme yarma makinelerinde işlemden geçer ve tam otomatik kalibre honlama makinelerinde honlanır. Renk tonlarına ayrıldıktan sonra dolgu makinelerinde dolgulama işlemine tabi tutularak kurutulmaya alınır. Kurutulma işlemi tamamlanan yarı mamul ürünler sırasıyla kazıma ve silim işlemlerinden geçerek honlama/ebatlama hattında 0-1 mm. hassasiyetle ebatlanır, ebatlama sonunda malzemenin hakim rengi ve deseni dikkate alınarak ön seleksiyon işlemine tabi tutulur. Ön seleksiyonda büyük dolgu veya kalibre hatası olan ürün tekrar kalibre-honlamaya gönderilir. Köşe kırık ve küçük dolgu hatası gibi tamir atölyesinde düzeltilebilecek ürünler tamir edilip keçe honlamaya gönderilir ve tekrar ön seleksiyona girer. Ayrıca bu aşamada kalite kontrol işlemi de gerçekleşir. Kriterlere uymayan mamuller ayrılır. Ön seleksiyonda temiz ürün olarak seçilen ürünler seleksiyona geçer. Seleksiyon işleminde birçok kriter gözönüne alınarak ayrım yapılır. Ürünler seleksiyondan sonra kasalanıp stoğa alınarak satışa hazır hale gelir. Üretim sürecini daha iyi ifade edebilmek için bu bölümün iş akış şeması Şekil 4.2'de verilmiştir.

.



Şekil 4.2: Honlu&dolgulu traverten fayans bölümünün iş akış şeması

4.3 İşletmenin üretim planı için BDP modelinin kurulması

DP modelinin çözüm değerlerinin tam sayı olma zorunluluğu yoktur. Ayrıca DP modelinin çözüm değerleri çoğu kez kesirli değerler olmaktadır. BDP'de de bu aynen geçerlidir. Dolayısıyla bu çalışmada ürünlerin sayısal değerlerinden ziyade m^2 olarak değerleri seçilerek böyle bir sorunun ortaya çıkmasından kaçınılmıştır. Model için honlu & dolgulu traverten fayans bölümünün 2005 yılı aylık ortalama verileri kullanılmıştır. Aşağıda sırasıyla modeli oluşturacak karar değişkenleri, amaç fonksiyonu ve kısıtlayıcılar belirlenmiştir.

Modelin Karar Değişkenleri

Bu çalışmada bir mermer işletmesinin 2005 yılı aylık honlu & dolgulu traverten fayans üretimi planlanacaktır. Üretim planlaması sadece toplam talebin yaklaşık % 90'ını oluşturan honlu & dolgulu travertenler için yapılacaktır. Üretim planlaması aylık bazda yapılmıştır.

Farklı ölçülere ve renge göre üretilen 49 çeşit ürün, modelin karar değişkenlerini oluşturmaktadır.

Tablo 4.1: Honlu&dolgulu traverten fayans çeşitleri

X_1	30.6 cm. x 30.6 cm.. x 1.0 cm. ölçüsünde	Extra Light honlu&dolgulu traverten fayanstan üretilmesi planlanan miktar(m^2)
X_2	40.6 cm. x 40.6 cm. x 1.2 cm. ölçüsünde	Extra Light honlu&dolgulu traverten fayanstan üretilmesi planlanan miktar(m^2)
X_3	45.7 cm. x 45.7 cm. x 1.2 cm. ölçüsünde	Extra Light honlu&dolgulu traverten fayanstan üretilmesi planlanan miktar(m^2)
X_4	61.0 cm.x 61.0 cm.x 1.5 cm. ölçüsünde	Extra Light honlu&dolgulu traverten fayanstan üretilmesi planlanan miktar(m^2)
X_5	40.6 cm.x 61.0 cm.x 1.2 cm. ölçüsünde	Extra Light honlu&dolgulu traverten fayanstan üretilmesi planlanan miktar(m^2)
X_6	45.7 cm.x 45.7 cm.x 1.0 cm. ölçüsünde	Extra Light honlu&dolgulu traverten fayanstan üretilmesi planlanan miktar(m^2)
X_7	30.6 cm.x 61.0 cm.x 1.2 cm ölçüsünde	Extra Light honlu&dolgulu traverten fayanstan üretilmesi planlanan miktar(m^2)

X_8	30.6 cm. x 30.6 cm.. x 1.0 cm. ölçüsünde	Light honlu&dolgulu traverten fayanstan üretilmesi planlanan miktar(m^2)
X_9	40.6 cm. x 40.6 cm. x 1.2 cm. ölçüsünde	Light honlu&dolgulu traverten fayanstan üretilmesi planlanan miktar(m^2)
X_{10}	45.7 cm. x 45.7 cm. x 1.2 cm. ölçüsünde	Light honlu&dolgulu traverten fayanstan üretilmesi planlanan miktar(m^2)
X_{11}	61.0 cm.x 61.0 cm.x 1.5 cm. ölçüsünde	Light honlu&dolgulu traverten fayanstan üretilmesi planlanan miktar(m^2)
X_{12}	40.6 cm.x 61.0 cm.x 1.2 cm. ölçüsünde	Light honlu&dolgulu traverten fayanstan üretilmesi planlanan miktar(m^2)
X_{13}	45.7 cm.x 45.7 cm.x 1.0 cm. ölçüsünde	Light honlu&dolgulu traverten fayanstan üretilmesi planlanan miktar(m^2)
X_{14}	30.6 cm.x 61.0 cm.x 1.2 cm ölçüsünde	Light honlu&dolgulu traverten fayanstan üretilmesi planlanan miktar(m^2)
X_{15}	30.6 cm. x 30.6 cm.. x 1.0 cm. ölçüsünde	Medium honlu&dolgulu traverten fayanstan üretilmesi planlanan miktar(m^2)
X_{16}	40.6 cm. x 40.6 cm. x 1.2 cm. ölçüsünde	Medium honlu&dolgulu traverten fayanstan üretilmesi planlanan miktar(m^2)
X_{17}	45.7 cm. x 45.7 cm. x 1.2 cm. ölçüsünde	Medium honlu&dolgulu traverten fayanstan üretilmesi planlanan miktar(m^2)
X_{18}	61.0 cm.x 61.0 cm.x 1.5 cm. ölçüsünde	Medium honlu&dolgulu traverten fayanstan üretilmesi planlanan miktar(m^2)
X_{19}	40.6 cm.x 61.0 cm.x 1.2 cm. ölçüsünde	Medium honlu&dolgulu traverten fayanstan üretilmesi planlanan miktar(m^2)
X_{20}	45.7 cm.x 45.7 cm.x 1.0 cm. ölçüsünde	Medium honlu&dolgulu traverten fayanstan üretilmesi planlanan miktar(m^2)
X_{21}	30.6 cm.x 61.0 cm.x 1.2 cm ölçüsünde	Medium honlu&dolgulu traverten fayanstan üretilmesi planlanan miktar(m^2)
X_{22}	30.6 cm. x 30.6 cm.. x 1.0 cm. ölçüsünde	Standart Light honlu&dolgulu traverten fayanstan üretilmesi planlanan miktar(m^2)
X_{23}	40.6 cm. x 40.6 cm. x 1.2 cm. ölçüsünde	Standart Light honlu&dolgulu traverten fayanstan üretilmesi planlanan miktar(m^2)
X_{24}	45.7 cm. x 45.7 cm. x 1.2 cm. ölçüsünde	Standart Light honlu&dolgulu traverten fayanstan üretilmesi planlanan miktar(m^2)
X_{25}	61.0 cm.x 61.0 cm.x 1.5 cm. ölçüsünde	Standart Light honlu&dolgulu traverten fayanstan üretilmesi planlanan miktar(m^2)

X_{26}	40.6 cm.x 61.0 cm.x 1.2 cm. ölçüsünde	Standart Light honlu&dolgulu traverten fayanstan üretilmesi planlanan miktar(m^2)
X_{27}	45.7 cm.x 45.7 cm.x 1.0 cm. ölçüsünde	Standart Light honlu&dolgulu traverten fayanstan üretilmesi planlanan miktar(m^2)
X_{28}	30.6 cm.x 61.0 cm.x 1.2 cm ölçüsünde	Standart Light honlu&dolgulu traverten fayanstan üretilmesi planlanan miktar(m^2)
X_{29}	30.6 cm. x 30.6 cm.. x 1.0 cm. ölçüsünde	Standart Medium honlu&dolgulu traverten fayanstan üretilmesi planlanan miktar(m^2)
X_{30}	40.6 cm. x 40.6 cm. x 1.2 cm. ölçüsünde	Standart Medium honlu&dolgulu traverten fayanstan üretilmesi planlanan miktar(m^2)
X_{31}	45.7 cm. x 45.7 cm. x 1.2 cm. ölçüsünde	Standart Medium honlu&dolgulu traverten fayanstan üretilmesi planlanan miktar(m^2)
X_{32}	61.0 cm.x 61.0 cm.x 1.5 cm. ölçüsünde	Standart Medium honlu&dolgulu traverten fayanstan üretilmesi planlanan miktar(m^2)
X_{33}	40.6 cm.x 61.0 cm.x 1.2 cm. ölçüsünde	Standart Medium honlu&dolgulu traverten fayanstan üretilmesi planlanan miktar(m^2)
X_{34}	45.7 cm.x 45.7 cm.x 1.0 cm. ölçüsünde	Standart Medium honlu&dolgulu traverten fayanstan üretilmesi planlanan miktar(m^2)
X_{35}	30.6 cm.x 61.0 cm.x 1.2 cm ölçüsünde	Standart Medium honlu&dolgulu traverten fayanstan üretilmesi planlanan miktar(m^2)
X_{36}	30.6 cm. x 30.6 cm.. x 1.0 cm. ölçüsünde	Wavy (Comm.) honlu&dolgulu traverten fayanstan üretilmesi planlanan miktar(m^2)
X_{37}	40.6 cm. x 40.6 cm. x 1.2 cm. ölçüsünde	Wavy (Comm.) honlu&dolgulu traverten fayanstan üretilmesi planlanan miktar(m^2)
X_{38}	45.7 cm. x 45.7 cm. x 1.2 cm. ölçüsünde	Wavy (Comm.) honlu&dolgulu traverten fayanstan üretilmesi planlanan miktar(m^2)
X_{39}	61.0 cm.x 61.0 cm.x 1.5 cm. ölçüsünde	Wavy (Comm.) honlu&dolgulu traverten fayanstan üretilmesi planlanan miktar(m^2)
X_{40}	40.6 cm.x 61.0 cm.x 1.2 cm. ölçüsünde	Wavy (Comm.) honlu&dolgulu traverten fayanstan üretilmesi planlanan miktar(m^2)
X_{41}	45.7 cm.x 45.7 cm.x 1.0 cm. ölçüsünde	Wavy (Comm.) honlu&dolgulu traverten fayanstan üretilmesi planlanan miktar(m^2)
X_{42}	30.6 cm.x 61.0 cm.x 1.2 cm ölçüsünde	Wavy (Comm.) honlu&dolgulu traverten fayanstan üretilmesi planlanan miktar(m^2)
X_{43}	30.6 cm. x 30.6 cm.. x 1.0 cm. ölçüsünde	Color honlu&dolgulu traverten fayanstan üretilmesi planlanan miktar(m^2)

X_{44}	40.6 cm. x 40.6 cm. x 1.2 cm. ölçüsünde	Color honlu&dolgulu traverten fayanstan üretilmesi planlanan miktar(m^2)
X_{45}	45.7 cm. x 45.7 cm. x 1.2 cm. ölçüsünde	Color honlu&dolgulu traverten fayanstan üretilmesi planlanan miktar(m^2)
X_{46}	61.0 cm.x 61.0 cm.x 1.5 cm. ölçüsünde	Color honlu&dolgulu traverten fayanstan üretilmesi planlanan miktar(m^2)
X_{47}	40.6 cm.x 61.0 cm.x 1.2 cm. ölçüsünde	Color honlu&dolgulu traverten fayanstan üretilmesi planlanan miktar(m^2)
X_{48}	45.7 cm.x 45.7 cm.x 1.0 cm. ölçüsünde	Color honlu&dolgulu traverten fayanstan üretilmesi planlanan miktar(m^2)
X_{49}	30.6 cm.x 61.0 cm.x 1.2 cm ölçüsünde	Color honlu&dolgulu traverten fayanstan üretilmesi planlanan miktar(m^2)

Mantıksal olarak karar değişkenlerinin alacağı değerler negatif olamaz. Yani $X_1, X_2, ..., X_{49} \geq 0$ olmak zorundadır.

Modelin Amaç Fonksiyonu

Modelin amaç fonksiyonu satış gelirinin maksimize edilmesi yönünde belirlenecektir. Bölümün satış gelirini oluşturacak ürünlere ilişkin satış fiyatları $/$m^2$ olarak aşağıdaki tabloda verilmiştir. Ürünlerin m^2 başına $ olarak satış fiyatları modelin amaç fonksiyonu katsayıları olmaktadır.

Bu çalışmadaki amaç, mevcut kaynakları verimli bir şekilde kullanan, çeşitli kısıtları sağlayan ve toplam geliri maksimize eden bir üretim planı yapmaktır. Burada amaç fonksiyonu (Z) maksimum gelir şeklinde olacaktır.

İşletme yetkilileri, her tip traverten fayans için birim satış fiyatlarını kesin olarak verebilmektedir.

Tablo 4.2: Honlu&dolgulu traverten fayans için satış fiyatları

Karar değişkeni	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7	X_8	X_9	X_{10}	X_{11}
Satış fiyatı($/m^2)	21	25	27	30	26	26	25	21	22.5	25.5	28
Karar değişkeni	X_{12}	X_{13}	X_{14}	X_{15}	X_{16}	X_{17}	X_{18}	X_{19}	X_{20}	X_{21}	X_{22}
Satış fiyatı($/m^2)	26	24.5	25	21	21	23	26	26	22	25	19.5
Karar değişkeni	X_{23}	X_{24}	X_{25}	X_{26}	X_{27}	X_{28}	X_{29}	X_{30}	X_{31}	X_{32}	X_{33}
Satış fiyatı($/m^2)	20.5	21.5	24	23.5	19.5	22.5	18.5	18	19	22	23.5
Karar değişkeni	X_{34}	X_{35}	X_{36}	X_{37}	X_{38}	X_{39}	X_{40}	X_{41}	X_{42}	X_{43}	X_{44}
Satış fiyatı($/m^2)	18	22.5	15.5	16	17.5	20	17.5	16.5	17.5	14	14.5
Karar değişkeni	X_{45}	X_{46}	X_{47}	X_{48}	X_{49}						
Satış fiyatı($/m^2)	16	17	17	15	16						

Bu katsayılar karar değişkenleri ile ilişkilendirilerek modelin amaç fonksiyonu aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$\max Z = 21X_1 + 25X_2 + 27X_3 + 30X_4 + 26X_5 + 26X_6 + 25X_7 + 21X_8 + 22.5X_9 + 25.5X_{10} + 28X_{11} + 26X_{12} + 24.5X_{13} + 25X_{14} + 21X_{15} + 21X_{16} + 23X_{17} + 26X_{18} + 26X_{19} + 22X_{20} + 25X_{21} + 19.5X_{22} + 20.5X_{23} + 21.5X_{24} + 24X_{25} + 23.5X_{26} + 19.5X_{27} + 22.5X_{28} + 18.5X_{29} + 18X_{30} + 19X_{31} + 22X_{32} + 23.5X_{33} + 18X_{34} + 22.5X_{35} + 15.5X_{36} + 16X_{37} + 17.5X_{38} + 20X_{39} + 17.5X_{40} + 16.5X_{41} + 17.5X_{42} + 14X_{43} + 14.5X_{44} + 16X_{45} + 17X_{46} + 17X_{47} + 15X_{48} + 16X_{49}$$

Modelin Kısıtlayıcıları

Modelde yer alan kısıtlayıcılar; üretim aşamalarına ilişkin kısıtlayıcılar, üretim kapasitesine ilişkin kısıtlayıcılar ve ürünlere olan talep miktar kısıtlayıcıları olarak *3* kısımda ele alınmıştır.

Üretim aşamalarına ilişkin kısıtlar

1 birim traverten fayans 7 aşama sonucunda üretilir. Bu aşamalarla ilgili ayrıntılı bilgi Tablo 4.3, Tablo 4.4 ve Tablo 4.5'te verilmiştir.

Tablo 4.3: Üretim aşamalarına ilişkin makine sayıları ve günlük çalışma kapasiteleri

Makineler	Makine sayısı	1 makinenin günlük toplam çalışma kapasitesi (saat)	1 makinenin günlük net çalışma kapasitesi (saat)
Ham Kesim (ST+K.Kesme)	7 (4+3)	21	18.55
Yarma	4	21	15.33
Kal&Hon	6	21	17.44
Dolgu	5	21	15.8
Silim	6	21	16.33
Ebatlama	4	21	17.98
Seleksiyon	2	21	20.53

Tablo 4.4: Üretim aşamalarına ilişkin makinelerin aylık (26 günlük) çalışma kapasiteleri

Makineler	Aylık toplam çalışma kapasitesi (dk)	Aylık net çalışma kapasitesi (dk)	Fark (dk)
Ham Kesim (ST+K.Kesme)	229.320	202.519	26.801
Yarma	131.040	95.659	35.381
Kal&Hon	196.560	163.238	33.322
Dolgu	163.800	123.240	40.560
Silim	196.560	152.849	43.711
Ebatlama	131.040	112.195	18.845
Seleksiyon	65.520	64.054	1.466

Tablo 4.5: Üretim aşamalarına ilişkin makinelerin m^2 başına üretim süreleri (dk)

Makineler	Çalışma kapasitesi (dk/m^2)
Ham Kesim (ST+K.Kesme)	1.0450
Yarma	0.6265
Kal&Hon	0.6959
Dolgu	1.0581
Silim	0.7819
Ebatlama	0.8388
Seleksiyon	0.3827

Bu durumda üretim sürecine ilişkin kısıtlayıcılar aşağıdaki şekilde yazılabilir:

Ham Kesim (ST + K.Kesme)

$$1.0450\,(X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 + X_6 + X_7 + X_8 + X_9 + X_{10} + X_{11} + X_{12} + X_{13} + X_{14} + X_{15} + X_{16} + X_{17} + X_{18} + X_{19} + X_{20} + X_{21} + X_{22} + X_{23} + X_{24} + X_{25} + X_{26} + X_{27} + X_{28} + X_{29} + X_{30} + X_{31} + X_{32} + X_{33} + X_{34} + X_{35} + X_{36} + X_{37} + X_{38} + X_{39} + X_{40} + X_{41} + X_{42} + X_{43} + X_{44} + X_{45} + X_{46} + X_{47} + X_{48} + X_{49}) \underset{\sim}{\leq} 202.519 \text{ dk.}$$

Yarma

$$0.6265\,(X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 + X_6 + X_7 + X_8 + X_9 + X_{10} + X_{11} + X_{12} + X_{13} + X_{14} + X_{15} + X_{16} + X_{17} + X_{18} + X_{19} + X_{20} + X_{21} + X_{22} + X_{23} + X_{24} + X_{25} + X_{26} + X_{27} + X_{28} + X_{29} + X_{30} + X_{31} + X_{32} + X_{33} + X_{34} + X_{35} + X_{36} + X_{37} + X_{38} + X_{39} + X_{40} + X_{41} + X_{42} + X_{43} + X_{44} + X_{45} + X_{46} + X_{47} + X_{48} + X_{49}) \underset{\sim}{\leq} 95.659 \text{ dk.}$$

Kalibre&Honlama

$$0.6959\,(X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 + X_6 + X_7 + X_8 + X_9 + X_{10} + X_{11} + X_{12} + X_{13} + X_{14} + X_{15} + X_{16} + X_{17} + X_{18} + X_{19} + X_{20} + X_{21} + X_{22} + X_{23} + X_{24} + X_{25} + X_{26} + X_{27} + X_{28} + X_{29} + X_{30} + X_{31} + X_{32} + X_{33} + X_{34} + X_{35} + X_{36} + X_{37} + X_{38} + X_{39} + X_{40} + X_{41} + X_{42} + X_{43} + X_{44} + X_{45} + X_{46} + X_{47} + X_{48} + X_{49}) \underset{\sim}{\leq} 163.238 \text{ dk.}$$

Dolgu

$$1.0581\,(X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 + X_6 + X_7 + X_8 + X_9 + X_{10} + X_{11} + X_{12} + X_{13} + X_{14} + X_{15} + X_{16} + X_{17} + X_{18} + X_{19} + X_{20} + X_{21} + X_{22} + X_{23} + X_{24} + X_{25} + X_{26} + X_{27} + X_{28} + X_{29} + X_{30} + X_{31} + X_{32} + X_{33} + X_{34} + X_{35} + X_{36} + X_{37} + X_{38} + X_{39} + X_{40} + X_{41} + X_{42} + X_{43} + X_{44} + X_{45} + X_{46} + X_{47} + X_{48} + X_{49}) \underset{\sim}{\leq} 123.240 \text{ dk.}$$

Silim

$$0.7819\,(X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 + X_6 + X_7 + X_8 + X_9 + X_{10} + X_{11} + X_{12} + X_{13} + X_{14} + X_{15} + X_{16} + X_{17} + X_{18} + X_{19} + X_{20} + X_{21} + X_{22} + X_{23} + X_{24} + X_{25} + X_{26}$$

$+ X_{27} + X_{28} + X_{29} + X_{30} + X_{31} + X_{32} + X_{33} + X_{34} + X_{35} + X_{36} + X_{37} + X_{38} + X_{39}$
$+ X_{40} + X_{41} + X_{42} + X_{43} + X_{44} + X_{45} + X_{46} + X_{47} + X_{48} + X_{49}) \underset{\sim}{\leq} 152.849$ dk.

Ebatlama $0.8388 (X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 + X_6 + X_7 + X_8 + X_9 + X_{10} + X_{11} + X_{12} + X_{13}$
$+ X_{14} + X_{15} + X_{16} + X_{17} + X_{18} + X_{19} + X_{20} + X_{21} + X_{22} + X_{23} + X_{24} + X_{25} + X_{26}$
$+ X_{27} + X_{28} + X_{29} + X_{30} + X_{31} + X_{32} + X_{33} + X_{34} + X_{35} + X_{36} + X_{37} + X_{38} + X_{39}$
$+ X_{40} + X_{41} + X_{42} + X_{43} + X_{44} + X_{45} + X_{46} + X_{47} + X_{48} + X_{49}) \underset{\sim}{\leq} 112.195$ dk.

Seleksiyon $0.3827 (X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 + X_6 + X_7 + X_8 + X_9 + X_{10} + X_{11} + X_{12} + X_{13}$
$+ X_{14} + X_{15} + X_{16} + X_{17} + X_{18} + X_{19} + X_{20} + X_{21} + X_{22} + X_{23} + X_{24} + X_{25} + X_{26}$
$+ X_{27} + X_{28} + X_{29} + X_{30} + X_{31} + X_{32} + X_{33} + X_{34} + X_{35} + X_{36} + X_{37} + X_{38} + X_{39}$
$+ X_{40} + X_{41} + X_{42} + X_{43} + X_{44} + X_{45} + X_{46} + X_{47} + X_{48} + X_{49}) \underset{\sim}{\leq} 64.054$ dk.

Burada çalıştırılan makinelerden üretime katılanların mümkün olduğunca çok çalışması isteneceği açıktır. Bu nedenle ilgili kısıtlayıcıların sağ taraf sabitleri bulanık olarak tanımlanmıştır. Söz konusu kısıtların sağ taraf sabitleri doğrusal olarak azalan üyelik fonksiyonları ile nitelenmiştir. Üyelik fonksiyonlarında fiili elverişli süreler b_i ile teorik elverişli süreler ise $b_i + p_i$ ile ifade edilmiştir. Bunlar arasındaki farklar ise tolerans miktarlarını gösteren p_i olarak kabul edilmiştir. Buna göre ham kesim, yarma, kalibre&honlama, dolgu, silim, ebatlama ve seleksiyon kısıtlayıcılarına ilişkin üyelik fonksiyonları aşağıda verildiği gibi ifade edilebilir. Burada ham kesim, yarma, kalibre&honlama, dolgu, silim, ebatlama ve seleksiyon kısıtlayıcılarının sol tarafları sırasıyla $(AX)_1$, $(AX)_2$, ..., $(AX)_7$ ile gösterilmiştir.

$$\mu_1(x) = \begin{cases} 1 & ; (AX)_1 < 202.519 \text{ dk. ise} \\ 1- [1.0450(AX)_1 - 202.519] / 26.801 & ; 202.519 \leq (AX)_1 \leq 229.320 \text{ dk. ise} \\ 0 & ; (AX)_1 > 229.320 \text{ dk. ise} \end{cases}$$

$$\mu_2(x) = \begin{cases} 1 & ; (AX)_2 < 95.659 \text{ dk. ise} \\ 1- [0.6265(AX)_2 - 95.659] / 35.381 & ; 95.659 \leq (AX)_2 \leq 131.040 \text{ dk. ise} \\ 0 & ; (AX)_2 > 131.040 \text{ dk. ise} \end{cases}$$

$$\mu_3(x) = \begin{cases} 1 & ; (AX)_3 < 163.238 \text{ dk. ise} \\ 1- [0.6959(AX)_3 - 163.238] / 33.322 & ; 163.238 \leq (AX)_3 \leq 196.560 \text{ dk. ise} \\ 0 & ; (AX)_3 > 196.560 \text{ dk. ise} \end{cases}$$

$$\mu_4(x) = \begin{cases} 1 & ; (AX)_4 < 123.240 \text{ dk. ise} \\ 1- [1.0581(AX)_4 - 123.240] / 40.560 & ; 123.240 \leq (AX)_4 \leq 163.800 \text{ dk. ise} \\ 0 & ; (AX)_4 > 163.800 \text{ dk. ise} \end{cases}$$

$$\mu_5(x) = \begin{cases} 1 & ; (AX)_5 < 152.849 \text{ dk. ise} \\ 1- [0.7819(AX)_5 - 152.849] / 43.711 & ; 152.849 \leq (AX)_5 \leq 196.560 \text{ dk. ise} \\ 0 & ; (AX)_5 > 196.560 \text{ dk. ise} \end{cases}$$

$$\mu_6(x) = \begin{cases} 1 & ; (AX)_6 < 112.195 \text{ dk. ise} \\ 1- [0.8388(AX)_6 - 112.195] / 18.845 & ; 112.195 \leq (AX)_6 \leq 131.040 \text{ dk. ise} \\ 0 & ; (AX)_6 > 131.040 \text{ dk. ise} \end{cases}$$

$$\mu_7(x) = \begin{cases} 1 & ; (AX)_7 < 64.054 \text{ dk. ise} \\ 1- [0.3827(AX)_7 - 64.054] / 1.466 & ; 64.054 \leq (AX)_7 \leq 65.520 \text{ dk. ise} \\ 0 & ; (AX)_7 > 65.520 \text{ dk. ise} \end{cases}$$

Üretim kapasitesine ilişkin kısıtlar

İşletme yöneticileri çeşitli kesintiler ve arızalar, makinelerin aşınma riski, bakım-onarım çalışmaları v.b. nedenlerden dolayı işletmenin tam kapasitesinden daha az çalışmasını istemekte, ancak çok gerekli durumlarda işletmenin tam kapasite ile çalışmasına razı olmaktadır. İşletme tam kapasite ile çalışırsa ayda 128.800 m^2 honlu&dolgulu traverten fayans üretebilmektedir. Fakat yukarıda belirtilen nedenlerden dolayı işletme yetkililerinin hedefi ayda en fazla 96.600 m^2

honlu&dolgulu traverten fayans üretmektir. Bu duruma ilişkin tablo aşağıdaki gibidir.

Tablo 4.6: Aylık üretilen ortama honlu&dolgulu traverten fayans miktarı(m^2)

Ürün Grupları	Yüzde (%)	Tam kapasite miktarı (m^2)	Net kapasite miktarı (m^2)	Fark (m^2)
Extra Light	1,23	1.582	1.186	396
Light	10,64	13.707	10.280	3.427
Medium	25,07	32.290	24.217	8.073
Standart (Light + Medium)	24,15	31.100	23.325	7.775
Wavy (Comm.)	34,27	44.135	33.103	11.032
Color	4,65	5.986	4.489	1.497
Toplam	**1,00**	**128.800**	**96.600**	**32.200**

Bu durumda üretim kapasitesine ilişkin kısıtlayıcılar aşağıda verildiği gibi ifade edilebilir:

$$X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 + X_6 + X_7 \lesssim 1.186 \text{ m}^2$$

$$X_8 + X_9 + X_{10} + X_{11} + X_{12} + X_{13} + X_{14} \lesssim 10.280 \text{ m}^2$$

$$X_{15} + X_{16} + X_{17} + X_{18} + X_{19} + X_{20} + X_{21} \lesssim 24.217 \text{ m}^2$$

$$X_{22} + X_{23} + X_{24} + X_{25} + X_{26} + X_{27} + X_{28} + X_{29} + X_{30} + X_{31} + X_{32} + X_{33} + X_{34} + X_{35} \lesssim 23.325 \text{ m}^2$$

$$X_{36} + X_{37} + X_{38} + X_{39} + X_{40} + X_{41} + X_{42} \lesssim 33.103 \text{ m}^2$$

$$X_{43} + X_{44} + X_{45} + X_{46} + X_{47} + X_{48} + X_{49} \lesssim 4.489 \text{ m}^2$$

Bu kısıtlar bulanıktır. Çünkü işletme yetkilileri ancak çok gerekli olduğu durumlarda bu kısıta ilişkin hedeflerinden en fazla % 25'lik bir sapmaya razı olmaktadır.

Honlu & dolgulu traverten fayans, müşterinin istediği ölçülerde üretilir. Üretilen fayanslar hangi ölçüde üretilirse üretilsin, bir üretim hatasının oluşması kaçınılmazdır. Honlu&dolgulu traverten fayans bölümü için hedeflenen hata oranı en fazla % 25'tir. Bu nedenle fayans miktarı kısıtlayıcılarının sağ taraf sabitleri çalışmada bulanık olarak tanımlanmıştır. Üretim sürecine ilişkin kısıtlayıcılara bağlı olarak fayans miktarı kısıtlayıcılarındaki bulanıklık da doğrusal olarak azalan üyelik fonksiyonları ile nitelenmiştir. Burada amaç, istenen hata oranını olabildiğince düşürmektir. Dolayısıyla fiili fayans miktarları b_i değeri, eldeki fayans miktarı $b_i + p_i$ değeri ve maksimum kesim firesi ise tolerans miktarını gösteren p_i değeri olarak tanımlanmıştır. Buna göre, fayans miktarı kısıtlayıcılarına ilişkin üyelik fonksiyonları aşağıdaki şekilde ifade edilebilir. Burada fayans miktarı kısıtlayıcılarının sol tarafları extra light fayans için $(AX)_8$, light fayans için $(AX)_9$, medium fayans için $(AX)_{10}$, standart light ve standart medium fayans için $(AX)_{11}$, wavy fayans için $(AX)_{12}$, color fayans için $(AX)_{13}$ simgeleri ile gösterilmiştir.

$$\mu_8(x) = \begin{cases} 1 & ; (AX)_8 < 1.186 \text{ m}^2 \text{ ise} \\ 1 - [(AX)_8 - 1.186\,] / 396 & ; 1.186 \le (AX)_8 \le 1.582 \text{ m}^2 \text{ ise} \\ 0 & ; (AX)_8 > 1.582 \text{ m}^2 \text{ ise} \end{cases}$$

$$\mu_9(x) = \begin{cases} 1 & ; (AX)_9 < 10.280 \text{ m}^2 \text{ ise} \\ 1 - [(AX)_9 - 10.280\,] / 3.427 & ; 10.280 \le (AX)_9 \le 13.707 \text{ m}^2 \text{ ise} \\ 0 & ; (AX)_9 > 13.707 \text{ m}^2 \text{ ise} \end{cases}$$

$$\mu_{10}(x) = \begin{cases} 1 & ; (AX)_{10} < 24.217 \text{ m}^2 \text{ ise} \\ 1 - [(AX)_{10} - 24.217\,] / 8.073 & ; 24.217 \le (AX)_{10} \le 32.290 \text{ m}^2 \text{ ise} \\ 0 & ; (AX)_{10} > 32.290 \text{ m}^2 \text{ ise} \end{cases}$$

$$\mu_{11}(x) = \begin{cases} 1 & ; (AX)_{11} < 23.325 \text{ m}^2 \text{ ise} \\ 1 - [(AX)_{11} - 23.325\,] / 7.775 & ; 23.325 \le (AX)_{11} \le 31.100 \text{ m}^2 \text{ ise} \\ 0 & ; (AX)_{11} > 31.100 \text{ m}^2 \text{ ise} \end{cases}$$

$$\mu_{12}(x) = \begin{cases} 1 & ; (AX)_{12} < 33.103 \text{ m}^2 \text{ ise} \\ 1 - [(AX)_{12} - 33.103] / 11.032 & ; 33.103 \le (AX)_{12} \le 44.135 \text{ m}^2 \text{ ise} \\ 0 & ; (AX)_{12} > 44.135 \text{ m}^2 \text{ ise} \end{cases}$$

$$\mu_{13}(x)=\begin{cases} 1 & ;\ (AX)_{13} < 4.489\ m^2 \text{ ise} \\ 1-[(AX)_{13} - 4.489\ ]\ /\ 1.497 & ;\ 4.489 \leq (AX)_{13} \leq 5.986\ m^2 \text{ ise} \\ 0 & ;\ (AX)_{13} > 5.986\ m^2 \text{ ise} \end{cases}$$

Talebe ilişkin kısıtlar

İşletme yöneticileri, ürettikleri ürünlere ilişkin aylık talep miktarlarını belirlemişlerdir. İşletmenin prensiplerinden biri taleplerin anında karşılanması yani zamanında hizmettir. Bu nedenle talep açığı olmaması için üretim miktarı, en az talep miktarı kadar olmalıdır. Talep miktarları aşağıdaki tabloda verilmiştir.

Tablo 4.7: Honlu&dolgulu traverten fayans için talep miktarları

Ürünler	Aylık talep Miktarı (m^2)	Ürünler	Aylık talep miktarı (m^2)	Ürünler	Aylık talep miktarı (m^2)
X_1	62.87	X_{15}	1283.5	X_{36}	1754.37
X_2	130.86	X_{16}	2671.4	X_{37}	3651.45
X_3	470.85	X_{17}	9612.24	X_{38}	13138.67
X_4	169.56	X_{18}	3461.65	X_{39}	4731.62
X_5	41.65	X_{19}	850.29	X_{40}	1162.23
X_6	11.83	X_{20}	241.42	X_{41}	329.99
X_7	33.39	X_{21}	681.64	X_{42}	931.72
X_8	544.86	$X_{22} + X_{29}$	1236.23	X_{43}	237.93
X_9	1134.04	$X_{23} + X_{30}$	2573.01	X_{44}	495.21
X_{10}	4080.51	$X_{24} + X_{31}$	9258.23	X_{45}	1781.86

X_{11}	1469.51	$X_{25} + X_{32}$	3334.16	X_{46}	641.7
X_{12}	360.96	$X_{26} + X_{33}$	818.97	X_{47}	157.62
X_{13}	102.49	$X_{27} + X_{34}$	232.53	X_{48}	44.75
X_{14}	289.37	$X_{28} + X_{35}$	656.54	X_{49}	126.36

Bu bilgilere göre modelde yer alan talep kısıtlayıcıları şu şekilde ifade edilmiştir:

$X_1 \geq 62.87\ m^2$ $\quad$ $X_{22} + X_{29} \geq 1236.23\ m^2$

$X_2 \geq 130.86\ m^2$ $\quad$ $X_{23} + X_{30} \geq 2573.01\ m^2$

$X_3 \geq 470.85\ m^2$ $\quad$ $X_{24} + X_{31} \geq 9258.23\ m^2$

$X_4 \geq 169.56\ m^2$ $\quad$ $X_{25} + X_{32} \geq 3334.16\ m^2$

$X_5 \geq 41.65\ m^2$ $\quad$ $X_{26} + X_{33} \geq 818.97\ m^2$

$X_6 \geq 11.83\ m^2$ $\quad$ $X_{27} + X_{34} \geq 232.53\ m^2$

$X_7 \geq 33.39\ m^2$ $\quad$ $X_{28} + X_{35} \geq 656.54\ m^2$

$X_8 \geq 544.86\ m^2$ $\quad$ $X_{36} \geq 1754.37\ m^2$

$X_9 \geq 1134.04\ m^2$ $\quad$ $X_{37} \geq 3651.45\ m^2$

$X_{10} \geq 4080.51\ m^2$ $\quad$ $X_{38} \geq 13138.67\ m^2$

$X_{11} \geq 1469.51\ m^2$ $\quad$ $X_{39} \geq 4731.62\ m^2$

$X_{12} \geq 360.96\ m^2$ $\quad$ $X_{40} \geq 1162.23\ m^2$

$X_{13} \geq 102.49\ m^2$ $\quad$ $X_{41} \geq 329.99\ m^2$

$X_{14} \geq 289.37\ m^2$ $\quad$ $X_{42} \geq 931.72\ m^2$

$X_{15} \geq 1283.5\ m^2$ $\quad$ $X_{43} \geq 237.93\ m^2$

$X_{16} \geq 2671.4\ m^2$ $\quad$ $X_{44} \geq 495.21\ m^2$

$X_{17} \geq 9612.24\ m^2$ $\quad$ $X_{45} \geq 1781.86\ m^2$

$X_{18} \geq 3461.65\ m^2$ $\quad$ $X_{46} \geq 641.7\ m^2$

$X_{19} \geq 850.29\ m^2$

$X_{20} \geq 241.42\ m^2$

$X_{21} \geq 681.64\ m^2$

$X_{47} \geq 157.62\ m^2$

$X_{48} \geq 44.75\ m^2$

$X_{49} \geq 126.36\ m^2$

4.4 İşletmenin üretim planlamasının BDP modeli ile çözümlenmesi

Yukarıda verilen bilgiler doğrultusunda işletmenin 2005 yılı aylık honlu & dolgulu traverten fayans üretimi modelinin bir bütün halinde yazımı aşağıda verilmiştir:

$$\max Z = 21X_1 + 25X_2 + 27X_3 + 30X_4 + 26X_5 + 26X_6 + 25X_7 + 21X_8 + 22.5X_9 + 25.5X_{10} + 28X_{11} + 26X_{12} + 24.5X_{13} + 25X_{14} + 21X_{15} + 21X_{16} + 23X_{17} + 26X_{18} + 26X_{19} + 22X_{20} + 25X_{21} + 19.5X_{22} + 20.5X_{23} + 21.5X_{24} + 24X_{25} + 23.5X_{26} + 19.5X_{27} + 22.5X_{28} + 18.5X_{29} + 18X_{30} + 19X_{31} + 22X_{32} + 23.5X_{33} + 18X_{34} + 22.5X_{35} + 15.5X_{36} + 16X_{37} + 17.5X_{38} + 20X_{39} + 17.5X_{40} + 16.5X_{41} + 17.5X_{42} + 14X_{43} + 14.5X_{44} + 16X_{45} + 17X_{46} + 17X_{47} + 15X_{48} + 16X_{49}$$

Ham Kesim (ST + K.Kesme)

$$1.0450\ (X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 + X_6 + X_7 + X_8 + X_9 + X_{10} + X_{11} + X_{12} + X_{13} + X_{14} + X_{15} + X_{16} + X_{17} + X_{18} + X_{19} + X_{20} + X_{21} + X_{22} + X_{23} + X_{24} + X_{25} + X_{26} + X_{27} + X_{28} + X_{29} + X_{30} + X_{31} + X_{32} + X_{33} + X_{34} + X_{35} + X_{36} + X_{37} + X_{38} + X_{39} + X_{40} + X_{41} + X_{42} + X_{43} + X_{44} + X_{45} + X_{46} + X_{47} + X_{48} + X_{49}) \underset{\sim}{\leq} 202.519 \text{ dk.}$$

Yarma

$$0.6265\ (X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 + X_6 + X_7 + X_8 + X_9 + X_{10} + X_{11} + X_{12} + X_{13} + X_{14} + X_{15} + X_{16} + X_{17} + X_{18} + X_{19} + X_{20} + X_{21} + X_{22} + X_{23} + X_{24} + X_{25} + X_{26} + X_{27} + X_{28} + X_{29} + X_{30} + X_{31} + X_{32} + X_{33} + X_{34} + X_{35} + X_{36} + X_{37} + X_{38} + X_{39} + X_{40} + X_{41} + X_{42} + X_{43} + X_{44} + X_{45} + X_{46} + X_{47} + X_{48} + X_{49}) \underset{\sim}{\leq} 95.659 \text{ dk.}$$

Kalibre&Honlama

$$0.6959\ (X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 + X_6 + X_7 + X_8 + X_9 + X_{10} + X_{11} + X_{12} + X_{13} + X_{14} + X_{15} + X_{16} + X_{17} + X_{18} + X_{19} + X_{20} + X_{21} + X_{22} + X_{23} + X_{24} + X_{25} + X_{26} + X_{27} + X_{28} + X_{29} + X_{30} + X_{31} + X_{32} + X_{33} + X_{34} + X_{35} + X_{36} + X_{37} + X_{38} + X_{39} + X_{40} + X_{41} + X_{42} + X_{43} + X_{44} + X_{45} + X_{46} + X_{47} + X_{48} + X_{49}) \underset{\sim}{\leq} 163.238 \text{ dk.}$$

Dolgu

$$1.0581\ (X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 + X_6 + X_7 + X_8 + X_9 + X_{10} + X_{11} + X_{12} + X_{13} + X_{14} + X_{15} + X_{16} + X_{17} + X_{18} + X_{19} + X_{20} + X_{21} + X_{22} + X_{23} + X_{24} + X_{25} + X_{26} + X_{27} + X_{28} + X_{29} + X_{30} + X_{31} + X_{32} + X_{33} + X_{34} + X_{35} + X_{36} + X_{37} + X_{38} + X_{39} + X_{40} + X_{41} + X_{42} + X_{43} + X_{44} + X_{45} + X_{46} + X_{47} + X_{48} + X_{49}) \underset{\sim}{\leq} 123.240 \text{ dk.}$$

Silim $0.7819 (X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 + X_6 + X_7 + X_8 + X_9 + X_{10} + X_{11} + X_{12} + X_{13} + X_{14} + X_{15} + X_{16} + X_{17} + X_{18} + X_{19} + X_{20} + X_{21} + X_{22} + X_{23} + X_{24} + X_{25} + X_{26} + X_{27} + X_{28} + X_{29} + X_{30} + X_{31} + X_{32} + X_{33} + X_{34} + X_{35} + X_{36} + X_{37} + X_{38} + X_{39} + X_{40} + X_{41} + X_{42} + X_{43} + X_{44} + X_{45} + X_{46} + X_{47} + X_{48} + X_{49}) \lesssim 152.849$ dk.

Ebatlama $0.8388 (X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 + X_6 + X_7 + X_8 + X_9 + X_{10} + X_{11} + X_{12} + X_{13} + X_{14} + X_{15} + X_{16} + X_{17} + X_{18} + X_{19} + X_{20} + X_{21} + X_{22} + X_{23} + X_{24} + X_{25} + X_{26} + X_{27} + X_{28} + X_{29} + X_{30} + X_{31} + X_{32} + X_{33} + X_{34} + X_{35} + X_{36} + X_{37} + X_{38} + X_{39} + X_{40} + X_{41} + X_{42} + X_{43} + X_{44} + X_{45} + X_{46} + X_{47} + X_{48} + X_{49}) \lesssim 112.195$ dk.

Seleksiyon $0.3827 (X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 + X_6 + X_7 + X_8 + X_9 + X_{10} + X_{11} + X_{12} + X_{13} + X_{14} + X_{15} + X_{16} + X_{17} + X_{18} + X_{19} + X_{20} + X_{21} + X_{22} + X_{23} + X_{24} + X_{25} + X_{26} + X_{27} + X_{28} + X_{29} + X_{30} + X_{31} + X_{32} + X_{33} + X_{34} + X_{35} + X_{36} + X_{37} + X_{38} + X_{39} + X_{40} + X_{41} + X_{42} + X_{43} + X_{44} + X_{45} + X_{46} + X_{47} + X_{48} + X_{49}) \lesssim 64.054$ dk.

$X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 + X_6 + X_7 \lesssim 1.186\ m^2$

$X_8 + X_9 + X_{10} + X_{11} + X_{12} + X_{13} + X_{14} \lesssim 10.280\ m^2$

$X_{15} + X_{16} + X_{17} + X_{18} + X_{19} + X_{20} + X_{21} \lesssim 24.217\ m^2$

$X_{22} + X_{23} + X_{24} + X_{25} + X_{26} + X_{27} + X_{28} + X_{29} + X_{30} + X_{31} + X_{32} + X_{33} + X_{34} + X_{35} \lesssim 23.325\ m^2$

$X_{36} + X_{37} + X_{38} + X_{39} + X_{40} + X_{41} + X_{42} \lesssim 33.103\ m^2$

$X_{43} + X_{44} + X_{45} + X_{46} + X_{47} + X_{48} + X_{49} \lesssim 4.489\ m^2$

X_1	$\geq$	$62.87\ m^2$	$X_{22} + X_{29}$	$\geq$	$1236.23\ m^2$
X_2	$\geq$	$130.86\ m^2$	$X_{23} + X_{30}$	$\geq$	$2573.01\ m^2$
X_3	$\geq$	$470.85\ m^2$	$X_{24} + X_{31}$	$\geq$	$9258.23\ m^2$
X_4	$\geq$	$169.56\ m^2$	$X_{25} + X_{32}$	$\geq$	$3334.16\ m^2$

X_5	$\geq$	41.65 m^2	$X_{26} + X_{33}$	$\geq$	818.97 m^2
X_6	$\geq$	11.83 m^2	$X_{27} + X_{34}$	$\geq$	232.53 m^2
X_7	$\geq$	33.39 m^2	$X_{28} + X_{35}$	$\geq$	656.54 m^2
X_8	$\geq$	544.86 m^2	X_{36}	$\geq$	1754.37 m^2
X_9	$\geq$	1134.04 m^2	X_{37}	$\geq$	3651.45 m^2
X_{10}	$\geq$	4080.51 m^2	X_{38}	$\geq$	13138.67 m^2
X_{11}	$\geq$	1469.51 m^2	X_{39}	$\geq$	4731.62 m^2
X_{12}	$\geq$	360.96 m^2	X_{40}	$\geq$	1162.23 m^2
X_{13}	$\geq$	102.49 m^2	X_{41}	$\geq$	329.99 m^2
X_{14}	$\geq$	289.37 m^2	X_{42}	$\geq$	931.72 m^2
X_{15}	$\geq$	1283.5 m^2	X_{43}	$\geq$	237.93 m^2
X_{16}	$\geq$	2671.4 m^2	X_{44}	$\geq$	495.21 m^2
X_{17}	$\geq$	9612.24 m^2	X_{45}	$\geq$	1781.86 m^2
X_{18}	$\geq$	3461.65 m^2	X_{46}	$\geq$	641.7 m^2
X_{19}	$\geq$	850.29 m^2	X_{47}	$\geq$	157.62 m^2
X_{20}	$\geq$	241.42 m^2	X_{48}	$\geq$	44.75 m^2
X_{21}	$\geq$	681.64 m^2	X_{49}	$\geq$	126.36 m^2

$X_i \geq 0$

4.4.1 EBDP algoritması

Yukarıda verilen modelin çözümünde dört yöntemin sentezi olan Young-Jou Lai ve Ching-Lai Hwang tarafından oluşturulan EBDP algoritması kullanılmıştır.

Adım 1: Bu model WinQSB paket programı kullanılarak önce klasik DP problemi olarak çözülür ve kullanılan kaynaklar ile tek bir optimal çözüm karar vericiye sunulur. Bu durumda Z = 2.069.920 $'dır. WinQSB paket programıyla bulunan optimal çözüm değerleri ve kullanılan kaynaklar Ek 1'de verilmiştir.

Adım 2(iii): Mümkün kaynaklar kesin olmadığı ve bazı toleranslar olası olduğu için, parametrik analiz yapılır. Bu, kesin bir amaç ve bulanık kısıtlarla simetrik olmayan bir BDP problemidir ve Verdegay yaklaşımı ile çözülecektir.

4.4.1.1 Verdegay Yaklaşımı

Bulanık karar kümesinin parametrik olarak ifade edildiği Verdegay yaklaşımında, bulanık karar kümesinin en yüksek üyelik dereceli elemanının seçilmesi problemi, tamamen karar vericinin tercihine kalmıştır. Zimmermann yaklaşımında bulanık karar kümesinin sadece en yüksek üyelik dereceli elemanı belirlenebilirken, Werners yaklaşımında bulanık karar kümesinin en yüksek ve en düşük üyelik dereceli elemanları belirlenebilmektedir. Zimmermann ve Werners yaklaşımlarında kullanılan λ ve α terimleri, bulanık amaç ve bulanık kısıtlayıcıların aynı anda sağlanma derecesini göstermektedir. Dolayısıyla, Verdegay yaklaşımında $\theta = 1 - \lambda$ ile tanımlanan θ'nın bir memnuniyetsizlik derecesi olduğu ifade edilebilir. Buna göre modele ilişkin bulanık karar kümesini belirleyebilmek için $\theta = 1 - \lambda$ dönüşümü ile aşağıda verilen DP probleminin çözülmesi gerekir. Burada $(AX)_i \leq b_i + (1-\lambda)p_i$ olarak düzenlenen $(AX)_i \; \tilde{\leq} \; b_i$ şeklindeki bir bulanık eşitsizliğin , $(AX)_i \leq b_i + \theta p_i$ ifadesine dönüşeceği açıktır. Şöyle ki:

Max $Z = 21X_1 + 25X_2 + 27X_3 + 30X_4 + 26X_5 + 26X_6 + 25X_7 + 21X_8 + 22.5X_9 + 25.5X_{10} + 28X_{11} + 26X_{12} + 24.5X_{13} + 25X_{14} + 21X_{15} + 21X_{16} + 23X_{17} + 26X_{18} + 26X_{19} + 22X_{20} + 25X_{21} + 19.5X_{22} + 20.5X_{23} + 21.5X_{24} + 24X_{25} + 23.5X_{26} + 19.5X_{27} + 22.5X_{28} + 18.5X_{29} + 18X_{30} + 19X_{31} + 22X_{32} + 23.5X_{33} + 18X_{34} + 22.5X_{35} + 15.5X_{36} + 16X_{37} + 17.5X_{38} + 20X_{39} + 17.5X_{40} + 16.5X_{41} + 17.5X_{42} + 14X_{43} + 14.5X_{44} + 16X_{45} + 17X_{46} + 17X_{47} + 15X_{48} + 16X_{49}$

$1.0450\,(X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 + X_6 + X_7 + X_8 + X_9 + X_{10} + X_{11} + X_{12} + X_{13} + X_{14} + X_{15} + X_{16} + X_{17} + X_{18} + X_{19} + X_{20} + X_{21} + X_{22} + X_{23} + X_{24} + X_{25} + X_{26} + X_{27} + X_{28} + X_{29} + X_{30} + X_{31} + X_{32} + X_{33} + X_{34} + X_{35} + X_{36} + X_{37} + X_{38} + X_{39} + X_{40} + X_{41} + X_{42} + X_{43} + X_{44} + X_{45} + X_{46} + X_{47} + X_{48} + X_{49}) - 26801\theta \leq 202.519$ dk.

$0.6265\,(X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 + X_6 + X_7 + X_8 + X_9 + X_{10} + X_{11} + X_{12} + X_{13} + X_{14} + X_{15} + X_{16} + X_{17} + X_{18} + X_{19} + X_{20} + X_{21} + X_{22} + X_{23} + X_{24} + X_{25} + X_{26} + X_{27} + X_{28} + X_{29} + X_{30} + X_{31} + X_{32} + X_{33} + X_{34} + X_{35} + X_{36} + X_{37} + X_{38} + X_{39} + X_{40} + X_{41} + X_{42} + X_{43} + X_{44} + X_{45} + X_{46} + X_{47} + X_{48} + X_{49}) - 35381\theta \leq 95.659$ dk.

$0.6959\,(X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 + X_6 + X_7 + X_8 + X_9 + X_{10} + X_{11} + X_{12} + X_{13} + X_{14} + X_{15} + X_{16} + X_{17} + X_{18} + X_{19} + X_{20} + X_{21} + X_{22} + X_{23} + X_{24} + X_{25} + X_{26} + X_{27} + X_{28} + X_{29} + X_{30} + X_{31} + X_{32} + X_{33} + X_{34} + X_{35} + X_{36} + X_{37} + X_{38} + X_{39} + X_{40} + X_{41} + X_{42} + X_{43} + X_{44} + X_{45} + X_{46} + X_{47} + X_{48} + X_{49}) - 33322\theta \leq 163.328$ dk.

$1.0581\,(X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 + X_6 + X_7 + X_8 + X_9 + X_{10} + X_{11} + X_{12} + X_{13} + X_{14} + X_{15} + X_{16} + X_{17} + X_{18} + X_{19} + X_{20} + X_{21} + X_{22} + X_{23} + X_{24} + X_{25} + X_{26} + X_{27} + X_{28} + X_{29} + X_{30} + X_{31} + X_{32} + X_{33} + X_{34} + X_{35} + X_{36} + X_{37} + X_{38} + X_{39} + X_{40} + X_{41} + X_{42} + X_{43} + X_{44} + X_{45} + X_{46} + X_{47} + X_{48} + X_{49}) - 40560\theta \leq 123.240$ dk.

$0.7819\,(X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 + X_6 + X_7 + X_8 + X_9 + X_{10} + X_{11} + X_{12} + X_{13} + X_{14} + X_{15} + X_{16} + X_{17} + X_{18} + X_{19} + X_{20} + X_{21} + X_{22} + X_{23} + X_{24} + X_{25} + X_{26} + X_{27} + X_{28} + X_{29} + X_{30} + X_{31} + X_{32} + X_{33} + X_{34} + X_{35} + X_{36} + X_{37} + X_{38} + X_{39} + X_{40} + X_{41} + X_{42} + X_{43} + X_{44} + X_{45} + X_{46} + X_{47} + X_{48} + X_{49}) - 43711\theta \leq 152.849$ dk.

$0.8388\,(X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 + X_6 + X_7 + X_8 + X_9 + X_{10} + X_{11} + X_{12} + X_{13} + X_{14} + X_{15} + X_{16} + X_{17} + X_{18} + X_{19} + X_{20} + X_{21} + X_{22} + X_{23} + X_{24} + X_{25} + X_{26} + X_{27} + X_{28} + X_{29} + X_{30} + X_{31} + X_{32} + X_{33} + X_{34} + X_{35} + X_{36} + X_{37} + X_{38} + X_{39} + X_{40} + X_{41} + X_{42} + X_{43} + X_{44} + X_{45} + X_{46} + X_{47} + X_{48} + X_{49}) - 18845\theta \leq 112.195$ dk.

$0.3827\,(X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 + X_6 + X_7 + X_8 + X_9 + X_{10} + X_{11} + X_{12} + X_{13} + X_{14} + X_{15} + X_{16} + X_{17} + X_{18} + X_{19} + X_{20} + X_{21} + X_{22} + X_{23} + X_{24} + X_{25} + X_{26} + X_{27} + X_{28} + X_{29} + X_{30} + X_{31} + X_{32} + X_{33} + X_{34} + X_{35} + X_{36} + X_{37} + X_{38} + X_{39} + X_{40} + X_{41} + X_{42} + X_{43} + X_{44} + X_{45} + X_{46} + X_{47} + X_{48} + X_{49}) - 1466\theta \leq 64.054$ dk.

$X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 + X_6 + X_7 - 396\theta \leq 1.186\ m^2$

$X_8 + X_9 + X_{10} + X_{11} + X_{12} + X_{13} + X_{14} - 3427\theta \leq 10.280\ m^2$

$X_{15} + X_{16} + X_{17} + X_{18} + X_{19} + X_{20} + X_{21} - 8073\theta \leq 24.217\ m^2$

$X_{22} + X_{23} + X_{24} + X_{25} + X_{26} + X_{27} + X_{28} + X_{29} + X_{30} + X_{31} + X_{32} + X_{33} + X_{34} + X_{35} - 7.775\theta \leq 23.325\ m^2$

$X_{36} + X_{37} + X_{38} + X_{39} + X_{40} + X_{41} + X_{42} - 11.032\theta \leq 33.103\ m^2$

$X_{43} + X_{44} + X_{45} + X_{46} + X_{47} + X_{48} + X_{49} - 1.497\theta \leq 4.489\ m^2$

$$X_1 \geq 62.87\ m^2 \qquad X_{22} + X_{29} \geq 1236.23\ m^2$$

$$X_2 \geq 130.86\ m^2 \qquad X_{23} + X_{30} \geq 2573.01\ m^2$$

$$X_3 \geq 470.85\ m^2 \qquad X_{24} + X_{31} \geq 9258.23\ m^2$$

$$X_4 \geq 169.56\ m^2 \qquad X_{25} + X_{32} \geq 3334.16\ m^2$$

$$X_5 \geq 41.65\ m^2 \qquad X_{26} + X_{33} \geq 818.97\ m^2$$

$$X_6 \geq 11.83\ m^2 \qquad X_{27} + X_{34} \geq 232.53\ m^2$$

$$X_7 \geq 33.39\ m^2 \qquad X_{28} + X_{35} \geq 656.54\ m^2$$

$$X_8 \geq 544.86\ m^2 \qquad X_{36} \geq 1754.37\ m^2$$

$$X_9 \geq 1134.04\ m^2 \qquad X_{37} \geq 3651.45\ m^2$$

$$X_{10} \geq 4080.51\ m^2 \qquad X_{38} \geq 13138.67\ m^2$$

$$X_{11} \geq 1469.51\ m^2 \qquad X_{39} \geq 4731.62\ m^2$$

$$X_{12} \geq 360.96\ m^2 \qquad X_{40} \geq 1162.23\ m^2$$

$$X_{13} \geq 102.49\ m^2 \qquad X_{41} \geq 329.99\ m^2$$

$$X_{14} \geq 289.37\ m^2 \qquad X_{42} \geq 931.72\ m^2$$

$$X_{15} \geq 1283.5\ m^2 \qquad X_{43} \geq 237.93\ m^2$$

$$X_{16} \geq 2671.4\ m^2 \qquad X_{44} \geq 495.21\ m^2$$

$$X_{17} \geq 9612.24\ m^2 \qquad X_{45} \geq 1781.86\ m^2$$

$$X_{18} \geq 3461.65\ m^2 \qquad X_{46} \geq 641.7\ m^2$$

$$X_{19} \geq 850.29\ m^2 \qquad X_{47} \geq 157.62\ m^2$$

$$X_{20} \geq 241.42\ m^2 \qquad X_{48} \geq 44.75\ m^2$$

$$X_{21} \geq 681.64\ m^2 \qquad X_{49} \geq 126.36\ m^2$$

$X_i \geq 0$

$\theta \in [0, 1]$

Adım 3: Parametrik DP problemi çözülür. Sonuçlar ile bir tablo oluşturur ve aynı zamanda $Z^0 = Z^*(\theta = 0)$ ve $Z^1 = Z^*(\theta = 1)$ değerleri tanımlanır.

Tablo 4.8: Parametrik DP problemi için çözümler

$\theta = 0$	Z = 2.069.920 $
$\theta = 0.1$	Z = 2.144.963 $
$\theta = 0.2$	Z = 2.220.005 $
$\theta = 0.3$	Z = 2.295.047 $
$\theta = 0.4$	Z = 2.370.090 $
$\theta = 0.5$	Z = 2.445.132 $
$\theta = 0.6$	Z = 2.520.174 $
$\theta = 0.7$	Z = 2.595.216 $
$\theta = 0.8$	Z = 2.670.259 $
$\theta = 0.9$	Z = 2.745.301 $
$\theta = 1$	Z = 2.820.343 $

Verdegay yaklaşımı ile oluşturulan parametrik çözümlerin alışılagelmiş bir çözüm olarak ifade edilebilmesi için karar verici tercihine gereksinim duyulur. Burada karar vericinin $\theta \in [0, 1]$ aralığından bir θ değerini belirlemesi istenir. θ değerinin belirlenmesinde karar vericiye yardımcı olabilmek için seçilen θ değerlerine göre alışılagelmiş çözümler oluşturulabilir. Çalışmada seçilen θ değerleri için oluşturulan çözümler Ek 2'de verilmiştir.

Gelirin artması, memnuniyet derecesinin (λ) artması anlamına gelmemektedir. Geliri arttırmak için kısıtlardan ne kadar çok saparsak, yani θ değeri ne kadar yüksek olursa, memnuniyetimiz o derece azalacaktır. Başka bir deyişle kısıtlardan ne kadar çok saparsak, gelirimiz artacak, ancak o derece memnuniyetimiz azalacaktır(memnuniyetsizlik derecesi artacaktır).

λ = memnuniyet derecesi = kısıtlardan sapmama derecesi

$\theta = 1 - \lambda$ = memnuniyetsizlik derecesi = kısıtlardan sapma derecesi

Adım 4 (iv) : Oluşturulan ilk tabloda gösterilen çözümleri gözden geçirdikten sonra karar verici uygulama için tatmin edici bir çözüm seçebilir. Ya da eğer amaç belirsiz olarak değerlendirilirse Adım 5'ten devam edilir. Burada bulanık bir amaç ve bulanık kısıtlarla simetrik DP'nin düşünüldüğü varsayılsın.

Adım 5: İlk tabloya başvurduktan sonra karar vericinin subjektif amacı (b_0) ve onun toleransı (p_0) simetrik BDP probleminin çözümü için sorulur. Eğer karar verici bulanık amaç için b_0 amacını vermek istemezse Adım 6'ya, eğer b_0 verilirse Adım 8'e gidilir.

Adım 6: Z^0 ve Z^1 ile elde edilen değerler ile oluşturulan model çözülür. Buradan Werners'in tek optimal çözümü elde edilir.

4.4.1.2 Werners Yaklaşımı

Werners yaklaşımında, kısıtlayıcıların bulanık olması nedeniyle amaç fonksiyonu da bulanık olarak ifade edilmektedir. Zimmermann ve Werners yaklaşımları arasındaki temel fark, amaç fonksiyonuna ilişkin üyelik fonksiyonunun belirlenmesindedir. Zimmermann yaklaşımında amaç fonksiyonunun üyelik fonksiyonu karar verici tarafından subjektif olarak belirlenmektedir. Werners yaklaşımında ise amaç fonksiyonunun üyelik fonksiyonu, oluşturulan modelin $\alpha = 0$ ve $\alpha = 1$ düzeylerinde çözülmesiyle belirlenmektedir. Bu nedenle, satış gelirinin en çoklanması yönünde oluşturulan amaç fonksiyonuna ilişkin üyelik fonksiyonunu belirlemek için aşağıda verilen DP modelinin çözülmesi gereklidir.

$\max Z = 21X_1 + 25X_2 + 27X_3 + 30X_4 + 26X_5 + 26X_6 + 25X_7 + 21X_8 + 22.5X_9 + 25.5X_{10} + 28X_{11} + 26X_{12} + 24.5X_{13} + 25X_{14} + 21X_{15} + 21X_{16} + 23X_{17} + 26X_{18} + 26X_{19} + 22X_{20} + 25X_{21} + 19.5X_{22} + 20.5X_{23} + 21.5X_{24} + 24X_{25} + 23.5X_{26} + 19.5X_{27} + 22.5X_{28} + 18.5X_{29} + 18X_{30} + 19X_{31} + 22X_{32} + 23.5X_{33} + 18X_{34} + 22.5X_{35} + 15.5X_{36} + 16X_{37} + 17.5X_{38} + 20X_{39} + 17.5X_{40} + 16.5X_{41} + 17.5X_{42} + 14X_{43} + 14.5X_{44} + 16X_{45} + 17X_{46} + 17X_{47} + 15X_{48} + 16X_{49}$

$1.0450\,(X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 + X_6 + X_7 + X_8 + X_9 + X_{10} + X_{11} + X_{12} + X_{13} + X_{14} + X_{15} + X_{16} + X_{17} + X_{18} + X_{19} + X_{20} + X_{21} + X_{22} + X_{23} + X_{24} + X_{25} + X_{26} + X_{27} + X_{28} + X_{29} + X_{30} + X_{31} + X_{32} + X_{33} + X_{34} + X_{35} + X_{36} + X_{37} + X_{38} + X_{39} + X_{40} + X_{41} + X_{42} + X_{43} + X_{44} + X_{45} + X_{46} + X_{47} + X_{48} + X_{49}) \leq$

$202.519 + (1 - \alpha)26.801$ dk.

$0.6265\,(X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 + X_6 + X_7 + X_8 + X_9 + X_{10} + X_{11} + X_{12} + X_{13} + X_{14} + X_{15} + X_{16} + X_{17} + X_{18} + X_{19} + X_{20} + X_{21} + X_{22} + X_{23} + X_{24} + X_{25} + X_{26} + X_{27} + X_{28} + X_{29} + X_{30} + X_{31} + X_{32} + X_{33} + X_{34} + X_{35} + X_{36} + X_{37} + X_{38} + X_{39} + X_{40} + X_{41} + X_{42} + X_{43} + X_{44} + X_{45} + X_{46} + X_{47} + X_{48} + X_{49}) \leq 95.659 + (1 - \alpha)35.381$ dk.

$0.6959\,(X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 + X_6 + X_7 + X_8 + X_9 + X_{10} + X_{11} + X_{12} + X_{13} + X_{14} + X_{15} + X_{16} + X_{17} + X_{18} + X_{19} + X_{20} + X_{21} + X_{22} + X_{23} + X_{24} + X_{25} + X_{26} + X_{27} + X_{28} + X_{29} + X_{30} + X_{31} + X_{32} + X_{33} + X_{34} + X_{35} + X_{36} + X_{37} + X_{38} + X_{39} + X_{40} + X_{41} + X_{42} + X_{43} + X_{44} + X_{45} + X_{46} + X_{47} + X_{48} + X_{49}) \leq 163.328 + (1 - \alpha)33.322$ dk.

$1.0581\,(X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 + X_6 + X_7 + X_8 + X_9 + X_{10} + X_{11} + X_{12} + X_{13} + X_{14} + X_{15} + X_{16} + X_{17} + X_{18} + X_{19} + X_{20} + X_{21} + X_{22} + X_{23} + X_{24} + X_{25} + X_{26} + X_{27} + X_{28} + X_{29} + X_{30} + X_{31} + X_{32} + X_{33} + X_{34} + X_{35} + X_{36} + X_{37} + X_{38} + X_{39} + X_{40} + X_{41} + X_{42} + X_{43} + X_{44} + X_{45} + X_{46} + X_{47} + X_{48} + X_{49}) \leq 123.240 + (1 - \alpha)40.560$ dk.

$0.7819\,(X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 + X_6 + X_7 + X_8 + X_9 + X_{10} + X_{11} + X_{12} + X_{13} + X_{14} + X_{15} + X_{16} + X_{17} + X_{18} + X_{19} + X_{20} + X_{21} + X_{22} + X_{23} + X_{24} + X_{25} + X_{26} + X_{27} + X_{28} + X_{29} + X_{30} + X_{31} + X_{32} + X_{33} + X_{34} + X_{35} + X_{36} + X_{37} + X_{38} + X_{39} + X_{40} + X_{41} + X_{42} + X_{43} + X_{44} + X_{45} + X_{46} + X_{47} + X_{48} + X_{49}) \leq 152.849 + (1 - \alpha)43.711$ dk.

$0.8388\,(X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 + X_6 + X_7 + X_8 + X_9 + X_{10} + X_{11} + X_{12} + X_{13} + X_{14} + X_{15} + X_{16} + X_{17} + X_{18} + X_{19} + X_{20} + X_{21} + X_{22} + X_{23} + X_{24} + X_{25} + X_{26} + X_{27} + X_{28} + X_{29} + X_{30} + X_{31} + X_{32} + X_{33} + X_{34} + X_{35} + X_{36} + X_{37} + X_{38} + X_{39} + X_{40} + X_{41} + X_{42} + X_{43} + X_{44} + X_{45} + X_{46} + X_{47} + X_{48} + X_{49}) \leq 112.195 + (1 - \alpha)18.845$ dk.

$0.3827\,(X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 + X_6 + X_7 + X_8 + X_9 + X_{10} + X_{11} + X_{12} + X_{13} + X_{14} + X_{15} + X_{16} + X_{17} + X_{18} + X_{19} + X_{20} + X_{21} + X_{22} + X_{23} + X_{24} + X_{25} + X_{26} + X_{27} + X_{28} + X_{29} + X_{30} + X_{31} + X_{32} + X_{33} + X_{34} + X_{35} + X_{36} + X_{37} + X_{38} + X_{39} + X_{40} + X_{41} + X_{42} + X_{43} + X_{44} + X_{45} + X_{46} + X_{47} + X_{48} + X_{49}) \leq 64.054 + (1 - \alpha)1.466$ dk.

$X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 + X_6 + X_7 \leq 1.186 + (1 - \alpha)396\ m^2$

$X_8 + X_9 + X_{10} + X_{11} + X_{12} + X_{13} + X_{14} \leq 10.280 + (1 - \alpha)3.427\ m^2$

$X_{15} + X_{16} + X_{17} + X_{18} + X_{19} + X_{20} + X_{21} \leq 24.217 + (1 - \alpha)8.073\ m^2$

$X_{22} + X_{23} + X_{24} + X_{25} + X_{26} + X_{27} + X_{28} + X_{29} + X_{30} + X_{31} + X_{32} + X_{33} + X_{34} + X_{35} \leq 23.325 + (1 - \alpha)7.775\ m^2$

$X_{36} + X_{37} + X_{38} + X_{39} + X_{40} + X_{41} + X_{42} \leq 33.103 + (1 - \alpha)11.032\ m^2$

$X_{43} + X_{44} + X_{45} + X_{46} + X_{47} + X_{48} + X_{49} \leq 4.489 + (1 - \alpha)1.497$ m^2

X_1	$\geq$	62.87 m^2	$X_{22} + X_{29}$	$\geq$	1236.23 m^2
X_2	$\geq$	130.86 m^2	$X_{23} + X_{30}$	$\geq$	2573.01 m^2
X_3	$\geq$	470.85 m^2	$X_{24} + X_{31}$	$\geq$	9258.23 m^2
X_4	$\geq$	169.56 m^2	$X_{25} + X_{32}$	$\geq$	3334.16 m^2
X_5	$\geq$	41.65 m^2	$X_{26} + X_{33}$	$\geq$	818.97 m^2
X_6	$\geq$	11.83 m^2	$X_{27} + X_{34}$	$\geq$	232.53 m^2
X_7	$\geq$	33.39 m^2	$X_{28} + X_{35}$	$\geq$	656.54 m^2
X_8	$\geq$	544.86 m^2	X_{36}	$\geq$	1754.37 m^2
X_9	$\geq$	1134.04 m^2	X_{37}	$\geq$	3651.45 m^2
X_{10}	$\geq$	4080.51 m^2	X_{38}	$\geq$	13138.67 m^2
X_{11}	$\geq$	1469.51 m^2	X_{39}	$\geq$	4731.62 m^2
X_{12}	$\geq$	360.96 m^2	X_{40}	$\geq$	1162.23 m^2
X_{13}	$\geq$	102.49 m^2	X_{41}	$\geq$	329.99 m^2
X_{14}	$\geq$	289.37 m^2	X_{42}	$\geq$	931.72 m^2
X_{15}	$\geq$	1283.5 m^2	X_{43}	$\geq$	237.93 m^2
X_{16}	$\geq$	2671.4 m^2	X_{44}	$\geq$	495.21 m^2
X_{17}	$\geq$	9612.24 m^2	X_{45}	$\geq$	1781.86 m^2
X_{18}	$\geq$	3461.65 m^2	X_{46}	$\geq$	641.7 m^2
X_{19}	$\geq$	850.29 m^2	X_{47}	$\geq$	157.62 m^2
X_{20}	$\geq$	241.42 m^2	X_{48}	$\geq$	44.75 m^2
X_{21}	$\geq$	681.64 m^2	X_{49}	$\geq$	126.36 m^2

$X_i \geq 0$

$\alpha \in [0, 1]$

Yukarıda verilen BDP modelinde $\alpha = 0$ olarak kabul edildiğinde, aşağıda verilen DP modeline ulaşılır.

max $Z = 21X_1 + 25X_2 + 27X_3 + 30X_4 + 26X_5 + 26X_6 + 25X_7 + 21X_8 + 22.5X_9 + 25.5X_{10} + 28X_{11} + 26X_{12} + 24.5X_{13} + 25X_{14} + 21X_{15} + 21X_{16} + 23X_{17} + 26X_{18} + 26X_{19} + 22X_{20} + 25X_{21} + 19.5X_{22} + 20.5X_{23} + 21.5X_{24} + 24X_{25} + 23.5X_{26} + 19.5X_{27} + 22.5X_{28} + 18.5X_{29} + 18X_{30} + 19X_{31} + 22X_{32} + 23.5X_{33} + 18X_{34} + 22.5X_{35} + 15.5X_{36} + 16X_{37} + 17.5X_{38} + 20X_{39} + 17.5X_{40} + 16.5X_{41} + 17.5X_{42} + 14X_{43} + 14.5X_{44} + 16X_{45} + 17X_{46} + 17X_{47} + 15X_{48} + 16X_{49}$

$1.0450\ (X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 + X_6 + X_7 + X_8 + X_9 + X_{10} + X_{11} + X_{12} + X_{13} + X_{14} + X_{15} + X_{16} + X_{17} + X_{18} + X_{19} + X_{20} + X_{21} + X_{22} + X_{23} + X_{24} + X_{25} + X_{26} + X_{27} + X_{28} + X_{29} + X_{30} + X_{31} + X_{32} + X_{33} + X_{34} + X_{35} + X_{36} + X_{37} + X_{38} + X_{39} + X_{40} + X_{41} + X_{42} + X_{43} + X_{44} + X_{45} + X_{46} + X_{47} + X_{48} + X_{49}) \leq$ 229.320 dk.

$0.6265\ (X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 + X_6 + X_7 + X_8 + X_9 + X_{10} + X_{11} + X_{12} + X_{13} + X_{14} + X_{15} + X_{16} + X_{17} + X_{18} + X_{19} + X_{20} + X_{21} + X_{22} + X_{23} + X_{24} + X_{25} + X_{26} + X_{27} + X_{28} + X_{29} + X_{30} + X_{31} + X_{32} + X_{33} + X_{34} + X_{35} + X_{36} + X_{37} + X_{38} + X_{39} + X_{40} + X_{41} + X_{42} + X_{43} + X_{44} + X_{45} + X_{46} + X_{47} + X_{48} + X_{49}) \leq$ 131.040 dk.

$0.6959\ (X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 + X_6 + X_7 + X_8 + X_9 + X_{10} + X_{11} + X_{12} + X_{13} + X_{14} + X_{15} + X_{16} + X_{17} + X_{18} + X_{19} + X_{20} + X_{21} + X_{22} + X_{23} + X_{24} + X_{25} + X_{26} + X_{27} + X_{28} + X_{29} + X_{30} + X_{31} + X_{32} + X_{33} + X_{34} + X_{35} + X_{36} + X_{37} + X_{38} + X_{39} + X_{40} + X_{41} + X_{42} + X_{43} + X_{44} + X_{45} + X_{46} + X_{47} + X_{48} + X_{49}) \leq$ 196.560 dk.

$1.0581\ (X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 + X_6 + X_7 + X_8 + X_9 + X_{10} + X_{11} + X_{12} + X_{13} + X_{14} + X_{15} + X_{16} + X_{17} + X_{18} + X_{19} + X_{20} + X_{21} + X_{22} + X_{23} + X_{24} + X_{25} + X_{26} + X_{27} + X_{28} + X_{29} + X_{30} + X_{31} + X_{32} + X_{33} + X_{34} + X_{35} + X_{36} + X_{37} + X_{38} + X_{39} + X_{40} + X_{41} + X_{42} + X_{43} + X_{44} + X_{45} + X_{46} + X_{47} + X_{48} + X_{49}) \leq$ 163.800 dk.

$0.7819\ (X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 + X_6 + X_7 + X_8 + X_9 + X_{10} + X_{11} + X_{12} + X_{13} + X_{14} + X_{15} + X_{16} + X_{17} + X_{18} + X_{19} + X_{20} + X_{21} + X_{22} + X_{23} + X_{24} + X_{25} + X_{26} + X_{27} + X_{28} + X_{29} + X_{30} + X_{31} + X_{32} + X_{33} + X_{34} + X_{35} + X_{36} + X_{37} + X_{38} + X_{39} + X_{40} + X_{41} + X_{42} + X_{43} + X_{44} + X_{45} + X_{46} + X_{47} + X_{48} + X_{49}) \leq$ 196.560 dk.

$0.8388\ (X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 + X_6 + X_7 + X_8 + X_9 + X_{10} + X_{11} + X_{12} + X_{13} + X_{14} + X_{15} + X_{16} + X_{17} + X_{18} + X_{19} + X_{20} + X_{21} + X_{22} + X_{23} + X_{24} + X_{25} + X_{26} + X_{27} + X_{28} + X_{29} + X_{30} + X_{31} + X_{32} + X_{33} +$

$X_{34} + X_{35} + X_{36} + X_{37} + X_{38} + X_{39} + X_{40} + X_{41} + X_{42} + X_{43} + X_{44} + X_{45} + X_{46} + X_{47} + X_{48} + X_{49}) \leq$ 131.040 dk.

$0.3827\ (X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 + X_6 + X_7 + X_8 + X_9 + X_{10} + X_{11} + X_{12} + X_{13} + X_{14} + X_{15} + X_{16} + X_{17} + X_{18} + X_{19} + X_{20} + X_{21} + X_{22} + X_{23} + X_{24} + X_{25} + X_{26} + X_{27} + X_{28} + X_{29} + X_{30} + X_{31} + X_{32} + X_{33} + X_{34} + X_{35} + X_{36} + X_{37} + X_{38} + X_{39} + X_{40} + X_{41} + X_{42} + X_{43} + X_{44} + X_{45} + X_{46} + X_{47} + X_{48} + X_{49}) \leq$ 65.520 dk.

$X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 + X_6 + X_7 \leq 1.582\ m^2$
$X_8 + X_9 + X_{10} + X_{11} + X_{12} + X_{13} + X_{14} \leq 13.707\ m^2$
$X_{15} + X_{16} + X_{17} + X_{18} + X_{19} + X_{20} + X_{21} \leq 32.290\ m^2$
$X_{22} + X_{23} + X_{24} + X_{25} + X_{26} + X_{27} + X_{28} + X_{29} + X_{30} + X_{31} + X_{32} + X_{33} + X_{34} + X_{35} \leq 31.100\ m^2$
$X_{36} + X_{37} + X_{38} + X_{39} + X_{40} + X_{41} + X_{42} \leq 44.135\ m^2$
$X_{43} + X_{44} + X_{45} + X_{46} + X_{47} + X_{48} + X_{49} \leq 5.986\ m^2$

X_1	$\geq$	62.87 m^2	$X_{22}+X_{29}$	$\geq$	1236.23 m^2
X_2	$\geq$	130.86 m^2	$X_{23}+X_{30}$	$\geq$	2573.01 m^2
X_3	$\geq$	470.85 m^2	$X_{24}+X_{31}$	$\geq$	9258.23 m^2
X_4	$\geq$	169.56 m^2	$X_{25}+X_{32}$	$\geq$	3334.16 m^2
X_5	$\geq$	41.65 m^2	$X_{26}+X_{33}$	$\geq$	818.97 m^2
X_6	$\geq$	11.83 m^2	$X_{27}+X_{34}$	$\geq$	232.53 m^2
X_7	$\geq$	33.39 m^2	$X_{28}+X_{35}$	$\geq$	656.54 m^2
X_8	$\geq$	544.86 m^2	X_{36}	$\geq$	1754.37 m^2
X_9	$\geq$	1134.04 m^2	X_{37}	$\geq$	3651.45 m^2
X_{10}	$\geq$	4080.51 m^2	X_{38}	$\geq$	13138.67 m^2
X_{11}	$\geq$	1469.51 m^2	X_{39}	$\geq$	4731.62 m^2
X_{12}	$\geq$	360.96 m^2	X_{40}	$\geq$	1162.23 m^2
X_{13}	$\geq$	102.49 m^2	X_{41}	$\geq$	329.99 m^2

X_{14}	$\geq$	289.37 m^2	X_{42}	$\geq$	931.72 m^2
X_{15}	$\geq$	1283.5 m^2	X_{43}	$\geq$	237.93 m^2
X_{16}	$\geq$	2671.4 m^2	X_{44}	$\geq$	495.21 m^2
X_{17}	$\geq$	9612.24 m^2	X_{45}	$\geq$	1781.86 m^2
X_{18}	$\geq$	3461.65 m^2	X_{46}	$\geq$	641.7 m^2
X_{19}	$\geq$	850.29 m^2	X_{47}	$\geq$	157.62 m^2
X_{20}	$\geq$	241.42 m^2	X_{48}	$\geq$	44.75 m^2
X_{21}	$\geq$	681.64 m^2	X_{49}	$\geq$	126.36 m^2

$X_i \geq 0$

$\alpha = 1$ olduğu zaman ise aşağıda verilen DP modeline ulaşılır.

max $Z = 21X_1 + 25X_2 + 27X_3 + 30X_4 + 26X_5 + 26X_6 + 25X_7 + 21X_8 + 22.5X_9 + 25.5X_{10} + 28X_{11} + 26X_{12} + 24.5X_{13} + 25X_{14} + 21X_{15} + 21X_{16} + 23X_{17} + 26X_{18} + 26X_{19} + 22X_{20} + 25X_{21} + 19.5X_{22} + 20.5X_{23} + 21.5X_{24} + 24X_{25} + 23.5X_{26} + 19.5X_{27} + 22.5X_{28} + 18.5X_{29} + 18X_{30} + 19X_{31} + 22X_{32} + 23.5X_{33} + 18X_{34} + 22.5X_{35} + 15.5X_{36} + 16X_{37} + 17.5X_{38} + 20X_{39} + 17.5X_{40} + 16.5X_{41} + 17.5X_{42} + 14X_{43} + 14.5X_{44} + 16X_{45} + 17X_{46} + 17X_{47} + 15X_{48} + 16X_{49}$

$1.0450\ (X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 + X_6 + X_7 + X_8 + X_9 + X_{10} + X_{11} + X_{12} + X_{13} + X_{14} + X_{15} + X_{16} + X_{17} + X_{18} + X_{19} + X_{20} + X_{21} + X_{22} + X_{23} + X_{24} + X_{25} + X_{26} + X_{27} + X_{28} + X_{29} + X_{30} + X_{31} + X_{32} + X_{33} + X_{34} + X_{35} + X_{36} + X_{37} + X_{38} + X_{39} + X_{40} + X_{41} + X_{42} + X_{43} + X_{44} + X_{45} + X_{46} + X_{47} + X_{48} + X_{49}) \leq$ 202.519 dk.

$0.6265\ (X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 + X_6 + X_7 + X_8 + X_9 + X_{10} + X_{11} + X_{12} + X_{13} + X_{14} + X_{15} + X_{16} + X_{17} + X_{18} + X_{19} + X_{20} + X_{21} + X_{22} + X_{23} + X_{24} + X_{25} + X_{26} + X_{27} + X_{28} + X_{29} + X_{30} + X_{31} + X_{32} + X_{33} + X_{34} + X_{35} + X_{36} + X_{37} + X_{38} + X_{39} + X_{40} + X_{41} + X_{42} + X_{43} + X_{44} + X_{45} + X_{46} + X_{47} + X_{48} + X_{49}) \leq$ 95.659 dk.

$0.6959\ (X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 + X_6 + X_7 + X_8 + X_9 + X_{10} + X_{11} + X_{12} + X_{13} + X_{14} + X_{15} + X_{16} + X_{17} + X_{18} + X_{19} + X_{20} + X_{21} + X_{22} + X_{23} + X_{24} + X_{25} + X_{26} + X_{27} + X_{28} + X_{29} + X_{30} + X_{31} + X_{32} + X_{33} + X_{34} + X_{35} + X_{36} + X_{37} + X_{38} + X_{39} + X_{40} + X_{41} + X_{42} + X_{43} + X_{44} + X_{45} + X_{46} + X_{47} + X_{48} + X_{49}) \leq$ 163.238 dk.

$1.0581\ (X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 + X_6 + X_7 + X_8 + X_9 + X_{10} + X_{11} + X_{12} + X_{13} + X_{14} + X_{15} + X_{16} + X_{17}$

$+ X_{18} + X_{19} + X_{20} + X_{21} + X_{22} + X_{23} + X_{24} + X_{25} + X_{26} + X_{27} + X_{28} + X_{29} + X_{30} + X_{31} + X_{32} + X_{33} + X_{34} + X_{35} + X_{36} + X_{37} + X_{38} + X_{39} + X_{40} + X_{41} + X_{42} + X_{43} + X_{44} + X_{45} + X_{46} + X_{47} + X_{48} + X_{49}) \leq$ 123.240 dk.

$0.7819\ (X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 + X_6 + X_7 + X_8 + X_9 + X_{10} + X_{11} + X_{12} + X_{13} + X_{14} + X_{15} + X_{16} + X_{17} + X_{18} + X_{19} + X_{20} + X_{21} + X_{22} + X_{23} + X_{24} + X_{25} + X_{26} + X_{27} + X_{28} + X_{29} + X_{30} + X_{31} + X_{32} + X_{33} + X_{34} + X_{35} + X_{36} + X_{37} + X_{38} + X_{39} + X_{40} + X_{41} + X_{42} + X_{43} + X_{44} + X_{45} + X_{46} + X_{47} + X_{48} + X_{49}) \leq$ 152.849 dk.

$0.8388\ (X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 + X_6 + X_7 + X_8 + X_9 + X_{10} + X_{11} + X_{12} + X_{13} + X_{14} + X_{15} + X_{16} + X_{17} + X_{18} + X_{19} + X_{20} + X_{21} + X_{22} + X_{23} + X_{24} + X_{25} + X_{26} + X_{27} + X_{28} + X_{29} + X_{30} + X_{31} + X_{32} + X_{33} + X_{34} + X_{35} + X_{36} + X_{37} + X_{38} + X_{39} + X_{40} + X_{41} + X_{42} + X_{43} + X_{44} + X_{45} + X_{46} + X_{47} + X_{48} + X_{49}) \leq$ 112.195 dk.

$0.3827\ (X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 + X_6 + X_7 + X_8 + X_9 + X_{10} + X_{11} + X_{12} + X_{13} + X_{14} + X_{15} + X_{16} + X_{17} + X_{18} + X_{19} + X_{20} + X_{21} + X_{22} + X_{23} + X_{24} + X_{25} + X_{26} + X_{27} + X_{28} + X_{29} + X_{30} + X_{31} + X_{32} + X_{33} + X_{34} + X_{35} + X_{36} + X_{37} + X_{38} + X_{39} + X_{40} + X_{41} + X_{42} + X_{43} + X_{44} + X_{45} + X_{46} + X_{47} + X_{48} + X_{49}) \leq$ 64.054 dk.

$X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 + X_6 + X_7 \leq 1.186\ m^2$
$X_8 + X_9 + X_{10} + X_{11} + X_{12} + X_{13} + X_{14} \leq 10.280\ m^2$
$X_{15} + X_{16} + X_{17} + X_{18} + X_{19} + X_{20} + X_{21} \leq 24.217\ m^2$
$X_{22} + X_{23} + X_{24} + X_{25} + X_{26} + X_{27} + X_{28} + X_{29} + X_{30} + X_{31} + X_{32} + X_{33} + X_{34} + X_{35} \leq 23.325\ m^2$
$X_{36} + X_{37} + X_{38} + X_{39} + X_{40} + X_{41} + X_{42} \leq 33.103\ m^2$
$X_{43} + X_{44} + X_{45} + X_{46} + X_{47} + X_{48} + X_{49} \leq 4.489\ m^2$

X_1	$\geq$	62.87 m^2	$X_{22}+X_{29}$	$\geq$	1236.23 m^2
X_2	$\geq$	130.86 m^2	$X_{23}+X_{30}$	$\geq$	2573.01 m^2
X_3	$\geq$	470.85 m^2	$X_{24}+X_{31}$	$\geq$	9258.23 m^2
X_4	$\geq$	169.56 m^2	$X_{25}+X_{32}$	$\geq$	3334.16 m^2
X_5	$\geq$	41.65 m^2	$X_{26}+X_{33}$	$\geq$	818.97 m^2
X_6	$\geq$	11.83 m^2	$X_{27}+X_{34}$	$\geq$	232.53 m^2

X_7	$\geq$	33.39 m^2	$X_{28}+X_{35}$	$\geq$	656.54 m^2
X_8	$\geq$	544.86 m^2	X_{36}	$\geq$	1754.37 m^2
X_9	$\geq$	1134.04 m^2	X_{37}	$\geq$	3651.45 m^2
X_{10}	$\geq$	4080.51 m^2	X_{38}	$\geq$	13138.67 m^2
X_{11}	$\geq$	1469.51 m^2	X_{39}	$\geq$	4731.62 m^2
X_{12}	$\geq$	360.96 m^2	X_{40}	$\geq$	1162.23 m^2
X_{13}	$\geq$	102.49 m^2	X_{41}	$\geq$	329.99 m^2
X_{14}	$\geq$	289.37 m^2	X_{42}	$\geq$	931.72 m^2
X_{15}	$\geq$	1283.5 m^2	X_{43}	$\geq$	237.93 m^2
X_{16}	$\geq$	2671.4 m^2	X_{44}	$\geq$	495.21 m^2
X_{17}	$\geq$	9612.24 m^2	X_{45}	$\geq$	1781.86 m^2
X_{18}	$\geq$	3461.65 m^2	X_{46}	$\geq$	641.7 m^2
X_{19}	$\geq$	850.29 m^2	X_{47}	$\geq$	157.62 m^2
X_{20}	$\geq$	241.42 m^2	X_{48}	$\geq$	44.75 m^2
X_{21}	$\geq$	681.64 m^2	X_{49}	$\geq$	126.36 m^2

$X_i \geq 0$

$\alpha = 0$ ve $\alpha = 1$ düzeyleri için oluşturulan DP problemlerinin WinQSB paket programında bulunan optimal çözüm değerleri sırasıyla Ek 3.1 ve Ek 3.2'de verilmiştir. Buradan amaç fonksiyonunun üyelik fonksiyonu;

$$\mu_0(x) = \begin{cases} 0 & ;\ c^T x < z^0 \text{ ise} \\ \dfrac{c^T x - z^0}{z^1 - z^0} = 1 - \dfrac{z^1 - c^T x}{z^1 - z^0} & ;\ z^0 \leq c^T x \leq z^1 \text{ ise} \\ 1 & ;\ c^T x > z^1 \text{ ise} \end{cases}$$

ifadesinden oluşturulabilir. Amaç fonksiyon değerinin $\alpha = 0$ iken max Z = Z^1 = 2.820.343 \$ ve $\alpha = 1$ iken max Z = Z^0 = 2.069.920 \$ olduğu ekte görülebilir. Bu nedenle amaç fonksiyonunun üyelik fonksiyonu aşağıdaki şekilde yazılabilir:

$$\mu_0(x) = \begin{cases} 0 & ; c^T x < 2.069.920 \ \$ \text{ ise} \\ 1 - \dfrac{2.820.243 - c^T x}{750.423} & ; 2.069.920 \ \$ \leq c^T x \leq 2.820.343 \ \$ \text{ ise} \\ 1 & ; c^T x > 2.820.343 \ \$ \text{ ise} \end{cases}$$

Buradan bulanık amaç ve kısıtlayıcıların optimal uzlaşma düzeyini belirleyebilmek için aşağıda verilen DP probleminin çözülmesi gerekir. Burada $\alpha = \lambda$ olarak alınmıştır. BDP probleminin klasik DP problemi olarak çözülmesine bir zemin hazırlamak için kısıtlayıcıların sağ taraf sabitleri yalnız bırakılarak $(AX)_i \leq b_i + (1 - \lambda)p_i$ ve $(AX)_i \geq b_i - (1 - \lambda)p_i$ ifadeleri sırasıyla $(AX)_i + \lambda p_i \leq b_i + p_i$ ve $(AX)_i - \lambda p_i \leq b_i - p_i$ olarak düzenlenmiştir.

max λ

$21X_1 + 25X_2 + 27X_3 + 30X_4 + 26X_5 + 26X_6 + 25X_7 + 21X_8 + 22.5X_9 + 25.5X_{10} + 28X_{11} + 26X_{12} + 24.5X_{13} + 25X_{14} + 21X_{15} + 21X_{16} + 23X_{17} + 26X_{18} + 26X_{19} + 22X_{20} + 25X_{21} + 19.5X_{22} + 20.5X_{23} + 21.5X_{24} + 24X_{25} + 23.5X_{26} + 19.5X_{27} + 22.5X_{28} + 18.5X_{29} + 18X_{30} + 19X_{31} + 22X_{32} + 23.5X_{33} + 18X_{34} + 22.5X_{35} + 15.5X_{36} + 16X_{37} + 17.5X_{38} + 20X_{39} + 17.5X_{40} + 16.5X_{41} + 17.5X_{42} + 14X_{43} + 14.5X_{44} + 16X_{45} + 17X_{46} + 17X_{47} + 15X_{48} + 16X_{49} – 750.423 \lambda \geq 2.069.920$ \$

$1.0450 (X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 + X_6 + X_7 + X_8 + X_9 + X_{10} + X_{11} + X_{12} + X_{13} + X_{14} + X_{15} + X_{16} + X_{17} + X_{18} + X_{19} + X_{20} + X_{21} + X_{22} + X_{23} + X_{24} + X_{25} + X_{26} + X_{27} + X_{28} + X_{29} + X_{30} + X_{31} + X_{32} + X_{33} + X_{34} + X_{35} + X_{36} + X_{37} + X_{38} + X_{39} + X_{40} + X_{41} + X_{42} + X_{43} + X_{44} + X_{45} + X_{46} + X_{47} + X_{48} + X_{49}) + 26801 \lambda \leq 229.320$ dk.

$0.6265 (X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 + X_6 + X_7 + X_8 + X_9 + X_{10} + X_{11} + X_{12} + X_{13} + X_{14} + X_{15} + X_{16} + X_{17} + X_{18} + X_{19} + X_{20} + X_{21} + X_{22} + X_{23} + X_{24} + X_{25} + X_{26} + X_{27} + X_{28} + X_{29} + X_{30} + X_{31} + X_{32} + X_{33} + X_{34} + X_{35} + X_{36} + X_{37} + X_{38} + X_{39} + X_{40} + X_{41} + X_{42} + X_{43} + X_{44} + X_{45} + X_{46} + X_{47} + X_{48} + X_{49}) + 35381 \lambda \leq 131.040$ dk.

$0.6959 (X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 + X_6 + X_7 + X_8 + X_9 + X_{10} + X_{11} + X_{12} + X_{13} + X_{14} + X_{15} + X_{16} + X_{17} + X_{18} + X_{19} + X_{20} + X_{21} + X_{22} + X_{23} + X_{24} + X_{25} + X_{26} + X_{27} + X_{28} + X_{29} + X_{30} + X_{31} + X_{32} + X_{33} + X_{34} + X_{35} + X_{36} + X_{37} + X_{38} + X_{39} + X_{40} + X_{41} + X_{42} + X_{43} + X_{44} + X_{45} + X_{46} + X_{47} + X_{48} + X_{49}) + 33322 \lambda \leq 196.560$ dk.

$1.0581\,(X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 + X_6 + X_7 + X_8 + X_9 + X_{10} + X_{11} + X_{12} + X_{13} + X_{14} + X_{15} + X_{16} + X_{17} + X_{18} + X_{19} + X_{20} + X_{21} + X_{22} + X_{23} + X_{24} + X_{25} + X_{26} + X_{27} + X_{28} + X_{29} + X_{30} + X_{31} + X_{32} + X_{33} + X_{34} + X_{35} + X_{36} + X_{37} + X_{38} + X_{39} + X_{40} + X_{41} + X_{42} + X_{43} + X_{44} + X_{45} + X_{46} + X_{47} + X_{48} + X_{49}) + 40560\lambda \leq 163.800$ dk.

$0.7819\,(X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 + X_6 + X_7 + X_8 + X_9 + X_{10} + X_{11} + X_{12} + X_{13} + X_{14} + X_{15} + X_{16} + X_{17} + X_{18} + X_{19} + X_{20} + X_{21} + X_{22} + X_{23} + X_{24} + X_{25} + X_{26} + X_{27} + X_{28} + X_{29} + X_{30} + X_{31} + X_{32} + X_{33} + X_{34} + X_{35} + X_{36} + X_{37} + X_{38} + X_{39} + X_{40} + X_{41} + X_{42} + X_{43} + X_{44} + X_{45} + X_{46} + X_{47} + X_{48} + X_{49}) + 43711\lambda \leq 196.560$ dk.

$0.8388\,(X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 + X_6 + X_7 + X_8 + X_9 + X_{10} + X_{11} + X_{12} + X_{13} + X_{14} + X_{15} + X_{16} + X_{17} + X_{18} + X_{19} + X_{20} + X_{21} + X_{22} + X_{23} + X_{24} + X_{25} + X_{26} + X_{27} + X_{28} + X_{29} + X_{30} + X_{31} + X_{32} + X_{33} + X_{34} + X_{35} + X_{36} + X_{37} + X_{38} + X_{39} + X_{40} + X_{41} + X_{42} + X_{43} + X_{44} + X_{45} + X_{46} + X_{47} + X_{48} + X_{49}) + 18845\lambda \leq 131.040$ dk.

$0.3827\,(X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 + X_6 + X_7 + X_8 + X_9 + X_{10} + X_{11} + X_{12} + X_{13} + X_{14} + X_{15} + X_{16} + X_{17} + X_{18} + X_{19} + X_{20} + X_{21} + X_{22} + X_{23} + X_{24} + X_{25} + X_{26} + X_{27} + X_{28} + X_{29} + X_{30} + X_{31} + X_{32} + X_{33} + X_{34} + X_{35} + X_{36} + X_{37} + X_{38} + X_{39} + X_{40} + X_{41} + X_{42} + X_{43} + X_{44} + X_{45} + X_{46} + X_{47} + X_{48} + X_{49}) + 1466\lambda \leq 65.520$ dk.

$X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 + X_6 + X_7 + 396\lambda \leq 1.582\ m^2$

$X_8 + X_9 + X_{10} + X_{11} + X_{12} + X_{13} + X_{14} + 3427\lambda \leq 13.707\ m^2$

$X_{15} + X_{16} + X_{17} + X_{18} + X_{19} + X_{20} + X_{21} + 8073\lambda \leq 32.290\ m^2$

$X_{22} + X_{23} + X_{24} + X_{25} + X_{26} + X_{27} + X_{28} + X_{29} + X_{30} + X_{31} + X_{32} + X_{33} + X_{34} + X_{35} + 7775\lambda \leq 31.100\ m^2$

$X_{36} + X_{37} + X_{38} + X_{39} + X_{40} + X_{41} + X_{42} + 11032\lambda \leq 44.135\ m^2$

$X_{43} + X_{44} + X_{45} + X_{46} + X_{47} + X_{48} + X_{49} + 1497\lambda \leq 5.986\ m^2$

X_1	$\geq$	62.87 m^2	$X_{22}+X_{29}$	$\geq$	1236.23 m^2
X_2	$\geq$	130.86 m^2	$X_{23}+X_{30}$	$\geq$	2573.01 m^2
X_3	$\geq$	470.85 m^2	$X_{24}+X_{31}$	$\geq$	9258.23 m^2
X_4	$\geq$	169.56 m^2	$X_{25}+X_{32}$	$\geq$	3334.16 m^2

X_5	$\geq$	41.65 m^2	$X_{26}+X_{33}$	$\geq$	818.97 m^2
X_6	$\geq$	11.83 m^2	$X_{27}+X_{34}$	$\geq$	232.53 m^2
X_7	$\geq$	33.39 m^2	$X_{28}+X_{35}$	$\geq$	656.54 m^2
X_8	$\geq$	544.86 m^2	X_{36}	$\geq$	1754.37 m^2
X_9	$\geq$	1134.04 m^2	X_{37}	$\geq$	3651.45 m^2
X_{10}	$\geq$	4080.51 m^2	X_{38}	$\geq$	13138.67 m^2
X_{11}	$\geq$	1469.51 m^2	X_{39}	$\geq$	4731.62 m^2
X_{12}	$\geq$	360.96 m^2	X_{40}	$\geq$	1162.23 m^2
X_{13}	$\geq$	102.49 m^2	X_{41}	$\geq$	329.99 m^2
X_{14}	$\geq$	289.37 m^2	X_{42}	$\geq$	931.72 m^2
X_{15}	$\geq$	1283.5 m^2	X_{43}	$\geq$	237.93 m^2
X_{16}	$\geq$	2671.4 m^2	X_{44}	$\geq$	495.21 m^2
X_{17}	$\geq$	9612.24 m^2	X_{45}	$\geq$	1781.86 m^2
X_{18}	$\geq$	3461.65 m^2	X_{46}	$\geq$	641.7 m^2
X_{19}	$\geq$	850.29 m^2	X_{47}	$\geq$	157.62 m^2
X_{20}	$\geq$	241.42 m^2	X_{48}	$\geq$	44.75 m^2
X_{21}	$\geq$	681.64 m^2	X_{49}	$\geq$	126.36 m^2

$X_i \geq 0$
$\lambda \in [0, 1]$

Bu DP probleminin WinQSB paket programında bulunan optimal çözüm değerleri Ek 3.3’te verildiği gibidir.

Oluşturulan model Werners yaklaşımı ile çözümlenirken [2.069.920, 2.820.343] aralığında bulanık olarak ifade edilen amaç fonksiyonu (satış geliri) ekte verilen çözüm değerlerine göre 2.445.507 $’lık bir satış gelirini gösterir. Bu durum, bulanık amaç fonksiyonunun üyelik fonksiyonundan görülebilir. Şöyle ki:

$$\mu_0(x) = \begin{cases} 0 & ; c^T x < 2.069.920 \text{ \$ ise} \\ 1 - \dfrac{2.820.343 - c^T x}{750.423} & ; 2.069.920 \text{ \$} \leq c^T x \leq 2.820.343 \text{ \$ ise} \\ 1 & ; c^T x > 2.820.343 \text{ \$ ise} \end{cases}$$

$$\mu_0(x) = \lambda \Rightarrow 1 - \frac{2.820.343 - c^T x}{750.423} = 0.5005 \Rightarrow c^T x = 2.445.507 \text{ \$}$$

Adım 7: Eğer kullanıcı kendi amacını belirlerse hedef b_0 verilir ve Adım 8'e gidilir.

Adım 8: Eğer karar verici p_0'ı belirlemek isterse, ilk tablo karar vericiye yardımcı olmak amacıyla sunulur. Daha sonra Adım 9'a gidilir. Eğer p_0 verilmezse Adım 11'e gidilir.

Adım 9: Zimmermann'ın yaklaşımı olan model çözülür ve buradan Zimmermann'ın tek optimal çözümü elde edilir.

4.4.1.3 Zimmermann Yaklaşımı

Zimmermann yaklaşımında amaç fonksiyonu katsayıları ile kısıtlayıcılardaki teknoloji katsayıları bulanık olmayan bir şekilde belirlenmektedir. Bu yaklaşımda modelin amaç fonksiyonu ve kısıtlayıcıların sağ taraf sabitleri bulanık olarak ifade edilmektedir.

Zimmermann yaklaşımında amaç fonksiyonundaki bulanıklık, subjektif olarak belirlenebilen erişim düzeyi (b_0) ve bu erişim düzeyine ilişkin tolerans miktarı (p_0) ile belirtilmektedir. Oluşturulan modelde işletme yönetiminin honlu&dolgulu traverten fayans bölümüne ilişkin 2.500.000 $ civarı veya daha fazla şeklinde satış geliri hedeflediği kabul edilmiştir. Belirlenen bu erişim düzeyi için tanımlanan tolerans miktarı 400.000 $ olarak kabul edilmiştir. Burada, bulanık amaç fonksiyonu, bulanık eşitsizlik kısıtlayıcılarına benzer bir şekilde parçalı doğrusal üyelik fonksiyonu ile nitelenmiştir. Amaç fonksiyonunun üyelik fonksiyonu sürekli azalan doğrusal bir fonksiyon, üretim aşamalarına ve üretim kapasitesine ilişkin kısıtların üyelik fonksiyonları sürekli artan doğrusal bir fonksiyon olacaktır. Amaç fonksiyonunun üyelik fonksiyonu aşağıdaki şekilde yazılabilir:

$$\mu_0(x) = \begin{cases} 0 & ; c^T x < 2.100.000 \$ \text{ ise} \\ 1- [2.500.000 - c^T x] / 400.000 & ; 2.100.000 \$ \leq c^T x \leq 2.500.000 \$ \text{ ise} \\ 1 & ; c^T x > 2.500.000 \$ \text{ ise} \end{cases}$$

Zimmermann yaklaşımında bulanık amaç ve bulanık kısıtlayıcıların aynı anda sağlanma derecesi λ ile gösterilmektedir. Bulanık karar kümesinin en yüksek üyelik dereceli elemanını (veya λ'yı) belirleyebilmek için aşağıda verilen DP probleminin çözülmesi gerekir. Modelde yer alan $(AX)_i \underset{\sim}{\leq} b_i$ ve $(AX)_i \underset{\sim}{\geq} b_i$ şeklindeki bulanık kısıtlayıcılar, üyelik fonksiyonlarına dayanarak sırasıyla $(AX)_i \leq b_i + (1 - \lambda)p_i$ ve $(AX)_i \geq b_i - (1 - \lambda)p_i$ ile gösterilecektir.

max λ

$21X_1 + 25X_2 + 27X_3 + 30X_4 + 26X_5 + 26X_6 + 25X_7 + 21X_8 + 22.5X_9 + 25.5X_{10} + 28X_{11} + 26X_{12} + 24.5X_{13} + 25X_{14} + 21X_{15} + 21X_{16} + 23X_{17} + 26X_{18} + 26X_{19} + 22X_{20} + 25X_{21} + 19.5X_{22} + 20.5X_{23} + 21.5X_{24} + 24X_{25} + 23.5X_{26} + 19.5X_{27} + 22.5X_{28} + 18.5X_{29} + 18X_{30} + 19X_{31} + 22X_{32} + 23.5X_{33} + 18X_{34} + 22.5X_{35} + 15.5X_{36} + 16X_{37} + 17.5X_{38} + 20X_{39} + 17.5X_{40} + 16.5X_{41} + 17.5X_{42} + 14X_{43} + 14.5X_{44} + 16X_{45} + 17X_{46} + 17X_{47} + 15X_{48} + 16X_{49} - 400.000\ \lambda \geq 2.100.000$ \$

$1.0450\ (X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 + X_6 + X_7 + X_8 + X_9 + X_{10} + X_{11} + X_{12} + X_{13} + X_{14} + X_{15} + X_{16} + X_{17} + X_{18} + X_{19} + X_{20} + X_{21} + X_{22} + X_{23} + X_{24} + X_{25} + X_{26} + X_{27} + X_{28} + X_{29} + X_{30} + X_{31} + X_{32} + X_{33} + X_{34} + X_{35} + X_{36} + X_{37} + X_{38} + X_{39} + X_{40} + X_{41} + X_{42} + X_{43} + X_{44} + X_{45} + X_{46} + X_{47} + X_{48} + X_{49}) + 26801\lambda \leq 229.320$ dk.

$0.6265\ (X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 + X_6 + X_7 + X_8 + X_9 + X_{10} + X_{11} + X_{12} + X_{13} + X_{14} + X_{15} + X_{16} + X_{17} + X_{18} + X_{19} + X_{20} + X_{21} + X_{22} + X_{23} + X_{24} + X_{25} + X_{26} + X_{27} + X_{28} + X_{29} + X_{30} + X_{31} + X_{32} + X_{33} + X_{34} + X_{35} + X_{36} + X_{37} + X_{38} + X_{39} + X_{40} + X_{41} + X_{42} + X_{43} + X_{44} + X_{45} + X_{46} + X_{47} + X_{48} + X_{49}) + 35381\lambda \leq 131.040$ dk.

$0.6959\ (X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 + X_6 + X_7 + X_8 + X_9 + X_{10} + X_{11} + X_{12} + X_{13} + X_{14} + X_{15} + X_{16} + X_{17} + X_{18} + X_{19} + X_{20} + X_{21} + X_{22} + X_{23} + X_{24} + X_{25} + X_{26} + X_{27} + X_{28} + X_{29} + X_{30} + X_{31} + X_{32} + X_{33} + X_{34} + X_{35} + X_{36} + X_{37} + X_{38} + X_{39} + X_{40} + X_{41} + X_{42} + X_{43} + X_{44} + X_{45} + X_{46} + X_{47} + X_{48} + X_{49}) +$

$33322\lambda \leq 196.560$ dk.

$1.0581\ (X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 + X_6 + X_7 + X_8 + X_9 + X_{10} + X_{11} + X_{12} + X_{13} + X_{14} + X_{15} + X_{16} + X_{17} + X_{18} + X_{19} + X_{20} + X_{21} + X_{22} + X_{23} + X_{24} + X_{25} + X_{26} + X_{27} + X_{28} + X_{29} + X_{30} + X_{31} + X_{32} + X_{33} + X_{34} + X_{35} + X_{36} + X_{37} + X_{38} + X_{39} + X_{40} + X_{41} + X_{42} + X_{43} + X_{44} + X_{45} + X_{46} + X_{47} + X_{48} + X_{49}) + 40560\lambda \leq 163.800$ dk.

$0.7819\ (X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 + X_6 + X_7 + X_8 + X_9 + X_{10} + X_{11} + X_{12} + X_{13} + X_{14} + X_{15} + X_{16} + X_{17} + X_{18} + X_{19} + X_{20} + X_{21} + X_{22} + X_{23} + X_{24} + X_{25} + X_{26} + X_{27} + X_{28} + X_{29} + X_{30} + X_{31} + X_{32} + X_{33} + X_{34} + X_{35} + X_{36} + X_{37} + X_{38} + X_{39} + X_{40} + X_{41} + X_{42} + X_{43} + X_{44} + X_{45} + X_{46} + X_{47} + X_{48} + X_{49}) + 43711\lambda \leq 196.560$ dk.

$0.8388\ (X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 + X_6 + X_7 + X_8 + X_9 + X_{10} + X_{11} + X_{12} + X_{13} + X_{14} + X_{15} + X_{16} + X_{17} + X_{18} + X_{19} + X_{20} + X_{21} + X_{22} + X_{23} + X_{24} + X_{25} + X_{26} + X_{27} + X_{28} + X_{29} + X_{30} + X_{31} + X_{32} + X_{33} + X_{34} + X_{35} + X_{36} + X_{37} + X_{38} + X_{39} + X_{40} + X_{41} + X_{42} + X_{43} + X_{44} + X_{45} + X_{46} + X_{47} + X_{48} + X_{49}) + 18845\lambda \leq 131.040$ dk.

$0.3827\ (X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 + X_6 + X_7 + X_8 + X_9 + X_{10} + X_{11} + X_{12} + X_{13} + X_{14} + X_{15} + X_{16} + X_{17} + X_{18} + X_{19} + X_{20} + X_{21} + X_{22} + X_{23} + X_{24} + X_{25} + X_{26} + X_{27} + X_{28} + X_{29} + X_{30} + X_{31} + X_{32} + X_{33} + X_{34} + X_{35} + X_{36} + X_{37} + X_{38} + X_{39} + X_{40} + X_{41} + X_{42} + X_{43} + X_{44} + X_{45} + X_{46} + X_{47} + X_{48} + X_{49}) + 1466\lambda \leq 65.520$ dk.

$X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 + X_6 + X_7 + 396\lambda \leq 1.582\ m^2$

$X_8 + X_9 + X_{10} + X_{11} + X_{12} + X_{13} + X_{14} + 3427\lambda \leq 13.707\ m^2$

$X_{15} + X_{16} + X_{17} + X_{18} + X_{19} + X_{20} + X_{21} + 8073\lambda \leq 32.290\ m^2$

$X_{22} + X_{23} + X_{24} + X_{25} + X_{26} + X_{27} + X_{28} + X_{29} + X_{30} + X_{31} + X_{32} + X_{33} + X_{34} + X_{35} + 7775\lambda \leq 31.100\ m^2$

$X_{36} + X_{37} + X_{38} + X_{39} + X_{40} + X_{41} + X_{42} + 11032\lambda \leq 44.135\ m^2$

$X_{43} + X_{44} + X_{45} + X_{46} + X_{47} + X_{48} + X_{49} + 1497\lambda \leq 5.986\ m^2$

X_1	$\geq$	62.87 m^2	$X_{22}+X_{29}$	$\geq$	1236.23 m^2
X_2	$\geq$	130.86 m^2	$X_{23}+X_{30}$	$\geq$	2573.01 m^2
X_3	$\geq$	470.85 m^2	$X_{24}+X_{31}$	$\geq$	9258.23 m^2
X_4	$\geq$	169.56 m^2	$X_{25}+X_{32}$	$\geq$	3334.16 m^2

X_5	$\geq$	41.65 m^2	$X_{26}+X_{33}$	$\geq$	818.97 m^2
X_6	$\geq$	11.83 m^2	$X_{27}+X_{34}$	$\geq$	232.53 m^2
X_7	$\geq$	33.39 m^2	$X_{28}+X_{35}$	$\geq$	656.54 m^2
X_8	$\geq$	544.86 m^2	X_{36}	$\geq$	1754.37 m^2
X_9	$\geq$	1134.04 m^2	X_{37}	$\geq$	3651.45 m^2
X_{10}	$\geq$	4080.51 m^2	X_{38}	$\geq$	13138.67 m^2
X_{11}	$\geq$	1469.51 m^2	X_{39}	$\geq$	4731.62 m^2
X_{12}	$\geq$	360.96 m^2	X_{40}	$\geq$	1162.23 m^2
X_{13}	$\geq$	102.49 m^2	X_{41}	$\geq$	329.99 m^2
X_{14}	$\geq$	289.37 m^2	X_{42}	$\geq$	931.72 m^2
X_{15}	$\geq$	1283.5 m^2	X_{43}	$\geq$	237.93 m^2
X_{16}	$\geq$	2671.4 m^2	X_{44}	$\geq$	495.21 m^2
X_{17}	$\geq$	9612.24 m^2	X_{45}	$\geq$	1781.86 m^2
X_{18}	$\geq$	3461.65 m^2	X_{46}	$\geq$	641.7 m^2
X_{19}	$\geq$	850.29 m^2	X_{47}	$\geq$	157.62 m^2
X_{20}	$\geq$	241.42 m^2	X_{48}	$\geq$	44.75 m^2
X_{21}	$\geq$	681.64 m^2	X_{49}	$\geq$	126.36 m^2

$X_i \geq 0$

$\lambda \in [0, 1]$

Bu problemin WinQSB paket programıyla bulunan optimal çözüm değerleri Ek 4'te verildiği gibidir. Ekte verilen çözüm değerleri analiz edildiğinde;

Oluşturulan modeli Zimmermann yaklaşımı ile çözümlerken 2.500.000 $'lık satış geliri hedefine gösterilen tolerans miktarının 400.000 $ olduğu kabul edilmiştir. "2.100.000 $ civarı veya daha fazla" şeklinde [2.100.000, 2.500.000] aralığında bulanık olarak ifade edilen amaç fonksiyonu(satış geliri), Ek 4'te verilen çözüm değerlerine göre 2.350.480 $’lık bir satış gelirini gösterir. Bu durum, bulanık amacın üyelik fonksiyonundan görülebilir.

$$\mu_0(x) = \begin{cases} 0 & ;\ c^T x < 2.100.000\ \$\ \text{ise} \\ 1\text{-}\ [2.500.000\ \text{-}c^T x]\ /\ 400.000 & ;\ 2.100.000\ \$\ \leq c^T x \leq 2.500.000\ \$\ \text{ise} \\ 1 & ;\ c^T x > 2.500.000\ \$\ \text{ise} \end{cases}$$

Burada $\lambda = 0.6262$ değeri, bulanık amaç ve bulanık kısıtlayıcıların aynı anda sağlanma derecesini gösterir.

Adım 11: p_0’ın verilmediği varsayılsın. En son oluşturulan problem modeli tekrar bu değerler için çözülür. Buradan p_0’lar kümesi elde edilir. Bu değerler ile bir önceki problemi çözmek için Adım 9’a gidilir. Buradan elde edilen veriler ile tekrar bir tablo oluşturulur. $p_0 \in [0\ \$,\ 500.000\ \$]$ için 6 mümkün değer alınır. Bunlar 0 $, 100.000 $, 200.000 $, 300.000 $, 400.000 $, 500.000 $ olsun.

Tablo 4.9: Verilen her bir p_0 değeri için bulanık bir simetrik BDP’nin optimal çözümleri

p_0 ($)	θ^*	Z^*($)
0	0.5731	2.500.000
100.000	0.5057	2.449.430
200.000	0.4525	2.409.500
300.000	0.4094	2.377.180
400.000	0.3738	2.350.480
500.000	0.3439	2.328.050

Adım 12: Tabloyu gösterdikten sonra karar verici tatmin edici bir çözüm seçebilir ve çözüm işlemini sona erdirebilir.

Adım 13: Ya da ileri bir analiz için p_0 değerini belirlemesi için karar vericiye sorulur ve Adım 9’a dönülür. Bu adımda p_0’ı karar vericiye sormak daha mantıklıdır. Çünkü bu anda karar verici olası p_0 değerleri hakkında daha iyi bilgiye sahiptir.

4.4.1.4 Chanas Yaklaşımı

Chanas yaklaşımı, Verdegay yaklaşımı ile belirlenen bulanık karar kümesinin parametrik olarak ifade edildiği ve bu kümenin en yüksek üyelik dereceli elemanının belirlendiği yaklaşımdır. Bu yaklaşımda, Verdegay yaklaşımında olduğu gibi parametrik programlama temel olarak alınmıştır. Verdegay yaklaşımına ilave olarak, Chanas yaklaşımında karar vericiden sağlanan b_0 ve p_0 değerleri ile bulanık karar kümesinin en yüksek dereceli elemanı belirlenebilmektedir.

BDP modelini Chanas yaklaşımı ile çözümleyebilmek için ilk olarak θ = 0 ve θ = 1 düzeyindeki optimal çözüm değerlerinin belirlenmesi gerekir. Modelin θ = 0 ve θ = 1 düzeyindeki optimal çözüm değerlerinden oluşturulan parametrik çözüm değerleri Verdegay yaklaşımında hesaplanarak Ek 2.1 ve Ek 2.11'de verilmişti. Buradan parametrik olarak Z = 2.069.920 + 750.423 θ şeklinde ifade edilen amaç fonksiyonunun üyelik fonksiyonu belirlenebilir. Bunun için, Zimmermann yaklaşımında olduğu gibi, karar vericinin amaç fonksiyonu için belirlediği erişim düzeyinin (b_0) 2.500.000 $ olduğunu ve bu erişim düzeyine 400.000 $'lık bir tolerans($p_0$) sağladığını kabul edelim. Bu durumda amaç fonksiyonunun üyelik fonksiyonu aşağıdaki gibidir:

$$\mu_0(x) = \begin{cases} 0 & ; c^T x < 2.100.000 \text{ \$ ise} \\ 1 - \dfrac{2.500.000 - c^T x}{400.000} & ; 2.100.000 \text{ \$} \leq c^T x \leq 2.500.000 \text{ \$ ise} \\ 1 & ; c^T x > 2.500.000 \text{ \$ ise} \end{cases}$$

$c^T x$ = 2.069.920 + 750.423 θ değerini amaç fonksiyonunun üyelik fonksiyonunda yerine konduğunda,

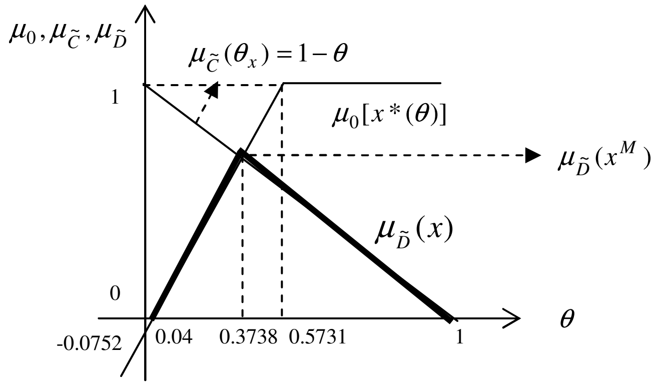
$$\mu_0[x^*(\theta)] = \begin{cases} 0 & ; 2.069.920 + 750.423\,\theta < 2.100.000 \text{ \$} \\ 1 - \dfrac{2.500.000 - (2.069.920 + 750.423\theta)}{400.000} & ; 2.100.000 \text{ \$} \leq 2.069.920 + 750.423\,\theta \leq 2.500.000 \text{\$} \\ 1 & ; 2.069.920 + 750.423\,\theta > 2.500.0000 \text{ \$} \end{cases}$$

ifadesi elde edilir. Bu üyelik fonksiyonu sadeleştirilerek θ'ya göre düzenlenirse,

$$\mu_0[x^*(\theta)] = \begin{cases} 0 & ; \theta < 0.04 \text{ ise} \\ -0.0752 + 1.87605575\theta & ; 0.04 \leq \theta \leq 0.573 \text{ ise} \\ 1 & ; \theta > 0.573 \text{ ise} \end{cases}$$

ifadesine ulaşılır.

Chanas yaklaşımında bulanık kısıtlayıcıların ortak başarım derecesi $\mu_{\tilde{C}}(\theta_x) = 1 - \theta$ olarak, bulanık karar kümesi ise $\mu_{\tilde{D}}(x) = [\min\{\mu_0[x^*(\theta)], \mu_{\tilde{C}}(\theta_x)\}]$ olarak tanımlanmaktadır. Bu nedenle, amaç fonksiyonunun üyelik fonksiyonu ile kısıtlayıcıların ortak başarım derecesinin kesişim kümesini hesaplamak, bulanık karar kümesini verecektir. $\mu_{\tilde{D}}(x^M) = \max_{\theta}[\min\{\mu_0[x^*(\theta)], \mu_{\tilde{C}}(\theta_x)\}]$ ifadesiyle tanımlanan bulanık karar kümesinin en yüksek üyelik dereceli elemanı Chanas'a göre $\mu_0[x^*(\theta)] = \mu_{\tilde{C}}(\theta_x)$ eşitliğinden analitik olarak belirlenebilir. Buna göre $\mu_{\tilde{D}}(x^M) = \max_{\theta}[\min\{< -0.0752 + 1.87605575\theta >, < 1 - \theta >\}]$ ifadesini belirlemek için amaç fonksiyonunun üyelik fonksiyonu ile bulanık kısıtlayıcıların ortak başarım derecesi birbirine eşitlenir. Buradan $-0.0752 + 1.87605575\theta$ = 1-θ eşitliğini çözümleyerek, $\theta = 0.3738$ değeri elde edilir. Bu değer θ parametresine göre bulanık karar kümesinin en yüksek üyelik dereceli elemanını verir. Bulanık amaç fonksiyonu, bulanık kısıtlayıcıların ortak başarım derecesi ve bulanık karar kümesi Şekil 4.3'te gösterilmiştir.



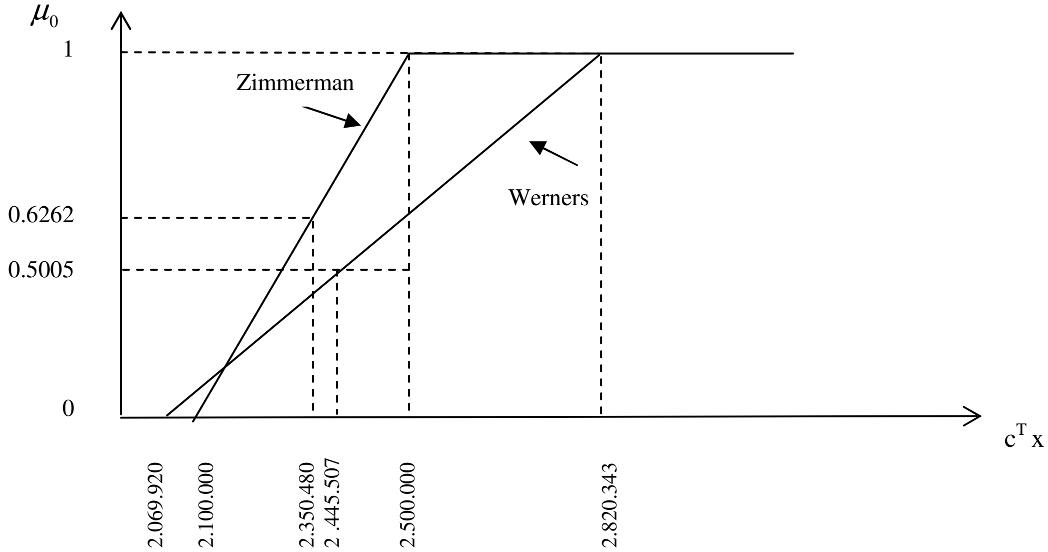
Şekil 4.3: Bulanık karar kümesi

Bulanık karar kümesinin en yüksek üyelik dereceli elemanını karar değişkenlerine göre ifade edebilmek için θ = 0.3738 değerinin parametrik çözümde yerine konması gerekir. BDP modelinin θ = 0.3738 düzeyindeki optimal çözüm değerleri Zimmermann yaklaşımı için Ek 4'te verilen çözüm değerlerine denktir. Bu durum iki yaklaşımda da amaç fonksiyonuna ilişkin erişim düzeyi ve tolerans miktarının aynı alınmasından kaynaklanmaktadır. Ayrıca, Chanas ve Zimmermann yaklaşımlarında sırasıyla θ = 0.3738 ve λ = 0.6262 olarak belirlenen parametre değerleri için Verdegay yaklaşımında tanımlanan 1-λ = θ eşitliği geçerliliğini korumaktadır.

Son olarak Adım 6 ve Adım 9'da verilen Werners ve Zimmermann çözümlerinin karşılaştırması Tablo 4.10 ve Şekil 4.4'te gösterilmektedir.

Tablo 4.10: Zimmermann ve Werners'ın optimal çözüm değerlerinin karşılaştırması

	Werners	Zimmermann
θ	0.4995	0.3738
Z^*($)	2.445.507	2.350.480



Şekil 4.4: Zimmermann ve Werners'ın μ_0 üyelik fonksiyonlarının çözümlerinin karşılaştırması

Şekil 4.4'te görüldüğü gibi $Z^0 \leq b_0 \leq Z^1$ ve $b_0 - p_0 \geq Z^0$'dır. O halde, karar verici, çoğu zaman daha kabul edilebilir olarak Zimmermann'ın üyelik fonksiyonunu düşünebilir. İki model arasındaki farklılık üyelik fonksiyonlarının biçimlerinden kaynaklanmaktadır.

SONUÇ VE ÖNERİLER

Belirsizlik durumunda karar verme problemlerine, belirsizliği derecelendirerek çözüm arayan bulanık küme teorisinin DP'ye önerdiği yaklaşımlar gerçek dünyanın karmaşık yapısının modellenmesinde daha başarılı olmuştur. Klasik DP'nin belirsizliği kapsayacak şekilde genişletilmesi ile ortaya çıkan BDP'ye literatürde pek çok farklı çözüm yaklaşımı önerilmiştir.

Bu çalışma, teorik ve uygulama olarak iki kısımdan oluşmaktadır. Çalışmanın teorik kısmında, ilk olarak DP modelindeki bulanıklığı açıklayabilmek için gerekli olan konular ve kavramlar üzerinde durulmuştur. Daha sonra belirsizliği farklı noktalardan kavrayan ve ilgilenilen sisteme özel modeller sunan Zimmermann, Werners, Verdegay ve Chanas tarafından geliştirilen çözüm yaklaşımları incelenmiştir. Verdegay, sadece sağ taraf sabitlerini bulanık olarak almış, BDP problemine parametrik bir çözüm önermiştir. Werners ise sağ taraf sabitleri ile birlikte amaç fonksiyonunu da bulanık olarak düşünmüş, karar fonksiyonu için tanımladığı alt ve üst sınırlar ile bir karar aralığı yaratmış ve bulanık kısıtlar ile kesişiminden bulanık karara ulaşmıştır. Zimmermann, amaç fonksiyonu için bir istek düzeyi tanımlayarak bulanık küme olarak modellediği kısıtlar altında çözüme gitmiştir. Chanas, önerdiği parametrik yaklaşım ile optimal çözümü bulurken karar vericiye kısıtlar ve amaç fonksiyonundaki değişikliklerin analizini yapma imkânını da sunmuştur. Çalışma kapsamında, her bir tekniğin farklı belirsizlik anlayışları ile BDP' ye getirdikleri çözüm yaklaşımları incelenmiş, avantaj ve dezavantajları vurgulanmış, ayrıca konuya ilişkin bir üretim planlama çalışması sunulmuştur.

İncelenen yaklaşımlardan Zimmermann ve Werners yaklaşımlarında BDP modeli DP modeline dönüştürülmektedir. Bu yaklaşımlarda, bulanık karar kümesinin sadece en yüksek üyelik dereceli elemanı belirlenmektedir. Verdegay ve Chanas yaklaşımlarında ise BDP modeli parametrik programlama modeline dönüştürülmektedir. Böylece bu yaklaşımlar bulanık karar kümesinin tamamen belirlenmesine olanak sağlar. Bununla birlikte bulanık karar kümesinin hangi elemanının BDP modelinin çözümü olarak kabul edileceği Verdegay yaklaşımında tamamen karar vericinin tercihine bırakılmıştır. Chanas yaklaşımında ise bulanık karar kümesi ve bulanık karar kümesinin en yüksek üyelik dereceli elemanı belirlenebilmektedir.

Bu çözüm yaklaşımlarından hangisinin seçileceği DP problemlerinde bulanıklığın nerede oluştuğuna, bulanık karar kümesinin tamamen belirlenip belirlenmeyeceğine, bulanıklığın nasıl niteleneceğine ve karar vericinin problemin çözüm sürecindeki rolüne bağlıdır. Ele alınan yaklaşımlar ile BDP problemlerinin çözümü belirlenirken genellikle karar verici tercihine gereksinim duyulmaktadır. Şöyle ki; amaç fonksiyonunun erişim düzeyi ve bu erişim düzeyine ilişkin tolerans değeri, Zimmermann ve Chanas yaklaşımlarında karar verici tarafından belirlenmektedir. Verdegay yaklaşımında ise parametrik olarak belirlenen çözüm değerleri arasından karar vericinin tercih ettiği çözüm, alışılagelmiş bir karar olarak kabul edilmektedir.

BDP modelinin çözümü için Zimmermann’ın önerdiği yaklaşımın, az sayıda varsayım ve işlemsel kolaylık sağlama gibi üstünlükleri vardır. Buna rağmen, karar verici ile iletişime girilemiyorsa veya karar vericinin belirlediği erişim düzeyi ile tolerans değeri gerçekçi ve güvenilir değilse Zimmermann yaklaşımı ile belirlenen çözüm uygulanabilir bir çözüm olma özelliğini yitirir. Çünkü amaç fonksiyonunun erişim düzeyinin çok yüksek verilmesi halinde problem uygun olmayan bir çözümle sonuçlanır. Buna ek olarak tolerans değerinin çok yüksek verilmesi ise üyelik fonksiyonunun anlamını azaltır. Bu nedenlerle Werners yaklaşımı Zimmermann yaklaşımına tercih edilebilir.

Amaç fonksiyonunun üyelik fonksiyonunu oluştururken karar vericinin bilgi eksikliğinden kaynaklanabilecek subjektiflik önlenmek isteniyorsa Verdegay ve Chanas yaklaşımları Zimmermann yaklaşımına tercih edilebilir. Verdegay ve Chanas yaklaşımları arasından ise Chanas yaklaşımı tercih edilebilir. Amaç fonksiyonunun erişim düzeyi ve tolerans değerinin aynı olması halinde Zimmerman yaklaşımına denk sonuçlar verir. Bu nedenle, işlemsel kolaylık ölçütüne göre Zimmermann yaklaşımı Chanas yaklaşımına tercih edilebilir.

Söz konusu yaklaşımlar ile BDP problemlerinin çözümünü belirlemek için gerekli olan bilgisayar kullanım zamanı bakımından, DP temeline dayanan Zimmermann ve Werners yaklaşımları parametrik programlama temeline dayanan Verdegay ve Chanas yaklaşımlarına tercih edilebilir. Bununla birlikte, amaç fonksiyonunun üyelik fonksiyonu oluşturuluyorken ve/veya bulanık karar kümesinin hangi elemanının problemin çözümü olarak kabul edileceği belirlenirken, karar vericinin tercihi göz ardı edilebilir. Bunun için, Werners yaklaşımı ile Chanas ve Zimmermann yaklaşımları birleştirilebilir. Dolayısıyla, karar vericiden ek bir bilgi sağlama ihtiyacı olmadan bulanık amaca ilişkin üyelik fonksiyonu Werners yaklaşımı ile belirlenerek bu üyelik fonksiyonu Chanas ve Zimmermann yaklaşımlarında kullanılabilir. Burada, bulanık karar kümesinin tamamen belirlenmesi ölçütüne göre Werners yaklaşımı ile Chanas yaklaşımının birleştirilmesi tercih edilebilir.

Çalışmanın uygulama kısmında elde edilen sonuçlar analiz edildiğinde; üretilecek ürünlerin 6 tanesi (X_4, X_{11}, X_{18}, X_{25}, X_{39}, X_{46}) talep edilenden daha fazlasının üretilebileceğini göstermektedir. Diğerleri ise talep miktarını karşılamaya yöneliktir. Bu durumda, üretim kapasitesine ilişkin kısıtlar tam olarak kullanılmakta ancak üretim aşamalarına ilişkin kısıtlar tamamen kullanılmamaktadır.

DP modeli ile verilen kısıtlar altında optimal çözüm 2.069.920 $ olmaktadır. Verdegay yaklaşımı ile elde edilen çözüm değerlerine göre her bir Θ değeri için optimal çözüm bulunmuştur. Θ değeri 0'dan 1'e doğru arttıkça satış geliri de artmaktadır. Buradan açıkça görülmektedir ki, kesim firesi azaldıkça ve üretim kapasitesi arttıkça üretim miktarı artmakta ve dolayısıyla gelir de artmaktadır. İşletmede kullanılan makinelerden yüksek verim alınabilmesi için makineler düzenli olarak çalıştırılmalı, ST ve katrak makinelerinin üretim hızı ile fayans hattı makinelerinin üretim hızı birbiri ile uyumlu olmalıdır.

Werners yaklaşımı ile elde edilen çözüm değerlerine göre, $\alpha = 0$ için optimal çözüm değeri (Z^1) $\Theta = 1- \alpha$ olduğu için, Verdegay modelindeki $\Theta = 1$ çözüm değeriyle, $\alpha = 1$ için optimal çözüm değeri (Z^0) ise $\Theta = 0$ çözüm değeriyle aynıdır.

Yani işletme elindeki kaynaklarla en az 2.069.920 $ ve en çok 2.820.343 $ gelir elde edebilecektir. Bu iki değer arasındaki optimal çözüm değeri ise 0.5005 üyelik derecesi ile 2.445.507 $'dır.

Zimmerman yaklaşımı ile elde edilen çözüm değerlerine göre verilen toleransa göre 0.6262 üyelik derecesi ile gelir 2.350.480 $ olmuştur. Bu satış gelirine ulaşmak için, ham kesim makinelerinin toplam 99.011,91 dk., yarma makinelerinin 40.824,42 dk., kalibre honlama makinelerinin 100.094,20 dk., dolgu makinelerinin 23.453,49 dk., silim makinelerinin 84.246,23 dk., ebatlama makinelerinin 28.114,71 dk. ve seleksiyon makinelerinin 23.026,37 dk. daha az çalışmaları yeterlidir. Bu durumda X_4 ürününden talep edilenden 413,0326 m^2, X_{11} ürününden 3.579,43 m^2, X_{18} ürününden 8.432,91 m^2, X_{25} ürününden 8.121,97 m^2, X_{39} ürününden 11.527,21 m^2 ve X_{46} ürününden 1.563,22 m^2 daha fazla üretilmektedir.

DP ve BDP çözüm değerleri Tablo 4.11'de görülmektedir. Genel olarak çözüm değerleri analiz edildiğinde, DP modelinin çözümlerine kıyasla, BDP modelinin karar verici için çok daha fazla bilgi sağladığı ve daha anlamlı sonuçlar verdiğini ve ayrıca BDP modelinin mermer endüstrisinde üretim planlama problemlerini çözme potansiyeline sahip olduğunu söylemek mümkündür. DP modelinde olduğu gibi BDP modeli de seçenekli çözümleri sağlayabilmektedir. Buna ek olarak, BDP modelinde bulanık karar kümesinin oluşturulması, aslında bir problemin sonsuz sayıda alternatif çözümünün belirlenmesi anlamına gelir. BDP modelinde karar vericinin yönlendirdiği veya karar vericinin memnun olabileceği bir çözüm araştırılır.

Tablo 4.11: DP ve BDP çözüm değerleri

DP	BDP								
	Verdegay Yaklaşımı		*Werners Yaklaşımı*				*Zimmermann Yaklaşımı*		*Chanas Yaklaşımı*
Z	θ	Z	Z^0	Z^1	λ	Z	λ	Z	θ
2.069.920	0	2.069.920 $	2.069.920 $	2.820.343 $	0.5005	2.445.507 $	0.6262	2.350.480 $	0.3738
	0.1	2.144.963 $							
	0.2	2.220.005 $							
	0.3	2.295.047 $							
	0.4	2.370.090 $							
	0.5	2.445.132 $							
	0.6	2.520.174 $							
	0.7	2.595.216 $							
	0.8	2.670.259 $							
	0.9	2.745.301 $							
	1	2.820.343 $							

Uygulamada da görüldüğü gibi, BDP ve çözüm işlemleri, kullanıcı tarafından yönlendirilmeye izin veren bir yaklaşım izlemektedir. Bu yüzden, karar vericinin karşılaşabileceği çok çeşitli durumlar, modelin kurulması ve kurulan modelin çözülmesinde dikkate alınmaktadır. Karar verici, çözümden memnun olabilir veya olmayabilir. Ancak EBDP algoritması sayesinde karar verici, modelin kurulmasından itibaren çözüm işleminin içinde bulunduğu için istediği zaman, orijinal modeli modifiye etmek için bazı durumları değiştirebilir. Modelin bir avantajı ise karar vericinin herhangi bir zamanda kendisini tatmin edici sonuca ulaştığında çözüm işlemini durdurabilmesidir. Artık istenilen çözüme ulaşılmıştır. Aksi durum söz konusu olursa yani karar verici çıkan sonuçlardan memnun değilse etkileşimli çözüm süreci, tatmin edici sonuca ulaşılıncaya kadar devam edebilir. Burada algoritmanın yaklaşım amacının yalnızca verilen bir DP problemini çözmek değil, aynı zamanda yüksek verimli bir sistemi dizayn etmek olduğu dikkat edilmesi gerekli bir durumdur. En iyi seçimi yapmak için karar vericinin önerilen prosedürlerin farklı varsayımlarını gözden geçirmesi ve onları gerçek karar problemi ile karşılaştırması gerekir. Herhangi bir durumda çözümün etkileşimli bir süreçte adım adım belirlenmesi gerekir. Böylece, gerçek problemin yetersiz modellenmesinden kaçınılabilir ve bilgi maliyetleri genel olarak azalır.

Sonuç olarak üretim planlamasında kesin olmayış ve belirsizliklere karşı, bulanık küme teorisi matematiksel bir araç olarak kullanılabilir ve bir BDP modeli üretim endüstrisinin üretim planlamasını modellemede kullanılabilir. BDP modelinin, sistemin çıktılarının en iyilenmesinin yanında, en iyi çıktıyı veren girdi bileşiminin belirlenmesine ve optimal bir sistemin tasarlanmasına yardımcı olduğu görülmektedir. Sayısal simülasyonlar BDP yaklaşımının optimal sonuçlar ve daha yüksek tatmin derecesi ile üretim planlaması geliştirmede, bir üretim endüstrisinin karar vericilerine ya da yönetime güçlü araçlar sağladığını göstermektedir.

BDP problemlerinin çözümünde çözümün etkinliğini belirleyen en önemli unsur, bulanıklığın modele yansıtılmasında kullanılacak olan parametrelerdir. Bu parametrelerin nasıl bir bulanık geometri teşkil ettiği karar verme sürecinin en hassas noktasıdır. Çünkü çözümün başarısı, modelin sistemi yansıtmadaki başarısına bağlıdır. Elbette bu da modeli oluşturan parametrelerin belirlenmesini son derece önemli hale getirir. Bundan sonra yapılacak çalışmalarda, parametrelerin bulanıklığını yansıtacak geometrilerin belirlenmesinde, yani üyelik fonksiyonlarının oluşturulması üzerinde çalışma derinleştirilebilir. Bulanık bir çevrede karar problemlerini çözmek için ortalama ya da diğer işlemciler uygulanabilir. Bu çalışmada sunulan yöntem ve modellerin endüstriden başka yapılandırma faaliyetlerinin karar verme süreçlerinde kullanılıp kullanılamayacağını bulmak için esnek programlama ve duyarlılık analizi ile geliştirilmesi önerilebilir. Modelin bir olası boyutu ise doğrusal olmayan amaç fonksiyonunu düşünmektir. Doğrusal Olmayan Programlama (DOP), DP üzerinde avantaja sahiptir. Çünkü DOP, DP'nin görmezden geldiği ölçek ekonomisi gibi belli faktörleri göz önüne alır. DOP'de maliyet tahminleri, üretim seviyesine bağlıdır. Örneğin, üretim maliyeti üretimdeki artışla azalabilir. Maliyet fonksiyonlarının doğrusal olmayışını göz önünde tutarak, doğrusal olmayan bir amaç fonksiyonu ve doğrusal olmayan kısıtlar elde edilebilir.

Son yıllarda yapılan çalışmalar, daha çok yapay zekânın genetik algoritmalar, yapay sinir ağları gibi diğer teknikleriyle birlikte uygulama imkânı bulmuştur. Ancak bu çalışmalar yine de yetersiz düzeydedir. Bugün Uzak Asya'da bu konuda yapılan araştırmalar Batı'dan çok öndedir. Özellikle uygulama konusundaki yetersiz literatür, yapılacak yeni çalışmalar ile genişleyecektir.

Sonuç olarak karar problemlerinde varolan belirsizlikleri azaltmak mümkün olsa bile esnek düşünme yeteneğine sahip olan insan, karar verme aşamalarında bulanık mantığı ve yöneylem araştırması yöntemlerine uygulamalarını çok etkin bir şekilde kullanmalıdır. Karar problemlerindeki belirsizliğe göre farklı modeller kullanmak, bu modellerin çözümlerini bulmak ve bu çözümler arasından en uygununu belirlemek, etkin kararlar alınmasına büyük destek verebilecektir.

KAYNAKÇA

Arıkan, F. (1996) *Bulanık Hedef Programlamanın Çok Amaçlı Proje Şebekesine Uygulanması* (Basılmamış Yüksek Lisans Tezi), Gazi Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Ankara.

Arıkan, F., Güngör, Z. (2004). Çok Amaçlı Hücresel Tasarım için BDP Yaklaşımı, *YA/EM'2004, XXIV Ulusal Kongresi*, Gaziantep-Adana.

Atin, M. H. (1999). *Bulanık Lineer Programlama* (Basılmamış Yüksek Lisans Tezi), Yıldız Teknik Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.

Baray, A. (1993). Bulanık Kümeler Kuramı ve İşletme Uygulamaları, *İ.Ü.İşletme Fakültesi Dergisi,* Cilt:22, Sayı:2, s. 91-104.

Baykal, N., Beyan, T.(2004). *Bulanık Mantık İlke ve Temelleri,* Ankara: Bıçaklar Kitabevi.

Baykal, N., Beyan, T.(2004). *Bulanık Mantık Uzman Sistemler ve Denetleyiciler*, Ankara: Bıçaklar Kitabevi.

Bojadziev, G., Bojadziev, M. (1995). *Fuzzy Sets, Fuzzy Logic, Applications*, London: World Scientific.

Buckley, J.J. (2003). *Fuzzy Probabilities, New Approach and Applications*, New York: Physica-Verlag.

Buckley, J.J., Feuring T. (2000). Evolutionary Algorithm Solution to Fuzzy Problems: Fuzzy Linear Programming, *Fuzzy Sets and Systems*, 109(1), p.35-53.

Cadenas, J.M., Verdegay, J.L. (2000). Using Ranking Functions in Multiobjective Fuzzy Linear Programming, *Fuzzy Sets and Systems,* 111, p.47-53.

Canz, T. (1996). Fuzzy Linear Programming in DSS for Energy System Planning, International Institute for Applied Systems Analysis, Working Paper.

Chanas, S., Zielinski P. (2000). On the Equivalance of Two Optimization Methods for the Fuzzy Linear Programming Problems, *Europan Journal of Operational Research*, 121(1), p.56-63.

Chanda, R.S., Bhattacherjee, P.K., 2004(December 2003). Transmission Expansion Planning: A Fuzzy Linear Programming Based Approach, *IE(I) Journal-EL*, Vol: 84.

Chen, G., Pham, T. T. (2001). *Introduction to Fuzzy Sets, Fuzzy Logic and Fuzzy Control Systems,* Boca Raton, FL: CRC Press.

Chiang, J. (2001). Fuzzy Linear Programming Based on Statistical Confidence Interval and Interval-Valued Fuzzy Set, *European Journal of Operational Research*, 129, p.65-86.

Çelik, S.H. (2000). *Bulanık Rastgele Doğrusal Programlama* (Basılmamış Yüksek Lisans Tezi), Ankara Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Ankara.

Dai, L. et al, (2003). Aggregate Production Planning Utilizing a Fuzzy Linear Programming, *Journal of Integrated Design and Process Science*, Vol: 7, No: 4, p.81-95.

Delgado, M. et al, (1989). A General Model for Fuzzy Linear Programming, *Fuzzy Sets and Systems*, 29(1), p.21-29.

Doğan, İ. (1995). Yöneylem *Araştırması Teknikleri ve İşletme Uygulamaları*, Eskişehir: Bilim Teknik Yayınevi.

Elmas, Ç. (2003). *Bulanık Mantık Denetleyiciler(Kuram, Uygulama, Sinirsel Bulanık Mantık)*, Ankara: Seçkin Kitabevi.

Ertuğrul, İ. (1996). *Bulanık Mantık ve Bir Üretim Planlamasında Uygulama Örneği* (Basılmamış Yüksek Lisans tezi), Pamukkale Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü, Denizli.

Fuller, R. (1989). On Stability in Fuzzy Linear Programming Problems, *Fuzzy Sets and Systems*, 30, p.339-344.

Gasimov, R.N., Yenilmez K. (2002). Solving Fuzzy Linear Programming Problems with Linear Membership Functions, *Turk J Math*, TÜBİTAK, 26, p.375-396.

Gençer, M. (1991). Bulanık Kuram ve Uygulamalarında Gelişmeler, *Elektrik Mühendisliği Dergisi*, s. 239-242.

Guu, S.M., Wu, Y.K. (1999). Two Phase Approach for Solving The Fuzzy Linear Programming Problems, *Fuzzy Sets and Systems*, 107(2), p.191-195.

Güneş, M., Umarusman, N. (Fall 2002-2003). Bir Karar Destek Aracı Bulanık Hedef Programlama ve Yerel Yönetimlerde Vergi Optimizasyonu Uygulaması, *Review of Social, Economic and Business Studies*, Vol:2, p.242-255.

Güneş, M., Yiğitbaşı, O.N., Türk Vergi Sisteminde Bulanık Mantık Uygulamaları, *5. Ulusal Ekonometri ve İstatistik Sempozyumu,* Çukurova. (www.ceterisparibus.net/kongre/cukurova_5htm.)

Halaç, O. (1991). *Kantitatif Karar Verme Teknikleri*, İstanbul: Evrim Dağıtım.

Hansen, B.K. (1996). *Fuzzy Logic and Linear Programming Find Optimal Solutions for Meteorological Problems,* Term Paper for Fuzzy Logic Course at Technical University of Nova Scotia.

Hillier, F.S., Lieberman, G.J. (1990). *Introduction to Operations Research*, New York: McGraw-Hill.

Inuiguchi M., Ramik J. (2000). Possibilistic Linear Programming Problems: A Brief of Mathematical Programming and a Comparison with Stochastic Programming in Portfolio Selection Problem, *Fuzzy Sets and Systems* , 111, p. 3-28.

Inuiguchi, M. (2004). Fuzzy Linear Programming with Interactive Unceratin Parameters, *Reliable Computing*, 10, p.357-367.

Inuiguchi, M. et al, (1990). A Solution Algorithm for Fuzzy Linear Programming with Piecewise Linear Membership Functions, *Fuzzy Sets and Systems,* 34, p.15-31.

Inuiguchi, M., Sakawa, M. (1998). Robust Optimization under Softness in a Fuzzy Linear Programming Problem, *International Journal of Approximate Reasoning*, 18, p.21-34.

Jamison K.D., Lodwick, W.A. (2001). Fuzzy Linear Programming Using a Penalty Method, *Fuzzy Sets and Systems*, 119(1), p.97-110.

Jamison, K.D., Lodwick, W.A. (1999). Minimizing Unconstrained Fuzzy Functions, *Fuzzy Sets and Systems,* 103, p.457-464.

Jan, G.M. et al, (2003). Maximum Feasibility Problem for Continuous Linear Inequalities with Applications to Fuzzy Linear Programming, *Fuzzy Optimization and Decision Making*, 2, p.297-316.

Kandel, A. (1986). *Fuzzy Mathematical Techniques with Applications*, Boston: Addison-Wesley Publishing Company.

Kaufmann, A., Gupta, M. M. (1988). *Fuzzy Mathemetical Models in Engineering and Management Science,* North Holland: Elsevier Science Publishers B.V.

Kaymak, U., Sousa, J.M. (2001). *Weighted Constraints in Fuzzy Optimization*, ERIM Report Series Research in Management, ERS-2001-19-LIS, 21 pages.

Kosko B. (1997). *Fuzzy Engineering*, New Jersey: Prentice Hall.

Lai Y.J., Hwang, C.L. (1992). Intereactive Fuzzy Linear Programming, *Fuzzy Sets and Systems*, Volume:45, Issue:2, p.169-183.

Li, D.F., Yang, J.B. (2004). Fuzzy Linear Programming Technique for Multiattribute Group Decision Making in Fuzzy Enviroments, *Information Sciences,* 158, p.263-275.

Liu, X. (2001). Measuring the Satisfaction of Constraints in Fuzzy Linear Programming*, Fuzzy Sets and Systems*, 122, p.263-275.

M.K.S., Mermer Kesme ve Silme Makineleri San. ve Tic. Ltd. Şti., Genel ürün kataloğu. (http:// www.mks.com.tr)

Maleki H.R. et al, (2000). Linear Programming with Fuzzy Variables, *Fuzzy Sets and Systems*, 109, p.21-33.

Marler, R.T. et al, (2004). A Fuzzy Approach for Determining a Feasible Point in a Constrained Problem, *2004 ASME/JSME Pressure Vessels and Piping Conference,* July, San Diego, CA, American Society of Mechanical Engineers, New York, NY.

Mermer ST Makineleri. (www.odevsitesi.com, http: // www.odevsitesi.com / odevler / 2005 – 9/145892 – mermer.htm)

Nahmias, S. (1997). *Production and Operations Analysis*, Chicago: McGraw Hill.

Nakamula, K. (1984). Some Extensions of Fuzzy Linear Programming, *Fuzzy Sets and Systems,* 14, p.211-229.

Nasuf E. (2003). Mermercilik sektörüne değişik bir bakış, *Türkiye İhracatçılar Meclisi Yayın Organı(TİM), Turkish Time Dergisi,* www.turkishtime.org/sector

Nguyen, H.T., Walker, E.A. (1999). *A First Course in Fuzzy Logic*, Florida: Chapman&Hall/Crc.

Nishizaki, I., Sakawa, M. (2000). Solutions Based on Fuzzy Goals in Fuzzy Linear Programming Games, *Fuzzy Sets and Systems,* 115, p.105-119.

Ozkul, M. vd, (2002), Denizli Travertenlerinin Petrografik Özellikleri ve Depolanma Ortamları, *MTA Dergisi,* 125, s.13-29.

Öğütlü, A.S. (2002). *Bulanık Doğrusal Programlama ve Bir Yem Karışım Problemine Uygulanması* (Basılmamış Yüksek Lisans Tezi), Osmangazi Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Eskişehir.

Özgüven, C. (2003). *Doğrusal Programlama ve Uzantıları*, Ankara: Detay Yayıncılık.

Özkan, M. (2002). *Bulanık Doğrusal Programlama ve Bir Tekstil İşletmesinde Uygulama Denemesi* (Basılmamış Doktora Tezi), Uludağ Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü, Bursa.

Özkan, M. M. (2003). *Bulanık Hedef Programlama*, Bursa: Ekin Kitabevi.

Özkan, M. M. (Fall 2002-2003). Bulanık Hedef Programlama Modeli ve Bir Uygulama Denemesi, *Review of Social, Economic and Business Studies*, Vol: 2, p.265-301.

Öztemel, E. (2003). *Yapay Sinir Ağları*, İstanbul: Papatya Yayıncılık.

Öztürk, A. (2004). *Yöneylem Araştırması*, Bursa: Uludağ Üniversitesi Yayınları.

Paksoy, T. (2002). Bulanık Küme Teorisi ve Doğrusal Programlamada Kullanımı: Karşılaştırmalı Bir Analiz, *Selçuk Üniversitesi Mühendislik Mimarlık Fakültesi Dergisi,* Cilt:17, No:1, s.1-16.

Paksoy, T., Atak, M. (2003). Etkileşimli Bulanık Çok Amaçlı Doğrusal Programlama ile Bütünleşik Üretim Planlama: Hidrolik Pompa İmalatçısı Firma Örnek Olayı, *Gazi Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü Dergisi*, Cilt: 15, No: 2, s.457- 466.

Parra, M.A. et al, (1999). Solution of a Possibilistic Multiobjective Linear Programming Problem, *European Journal of Operational Research,* 119, p.338-344.

Pendharkar, P.C. (1997). A Fuzzy Linear Programming Model for Production Planning in Coal Mines, *Computers&Operations Research*, Volume:24, Number:12, p.1141-1149.

Ramik, J., Vlach, M. (2002). Fuzzy Mathematical Programming: A Unified Approach Based on Fuzzy Relations, *Fuzzy Optimization and Decision Making*, 1, 335-346.

Rommelfanger, H. (1996). Fuzzy Linear Programming and Applications, *Europan Journal of Operational Research*, 92, p.512-527.

Rommelfanger, H. et al, (1989). Linear Programming with Fuzzy Objectives, *Fuzzy Sets and Systems*, 29, p.31-48.

Ross, T.J. et al, (2002). *Fuzzy Logic and Probability Applications, Bridging the Gap,* Philadephia: Sıam Publishers.

Sakawa, M., Kato, K. (2002). An Interactive Fuzzy Satisficing Method for Multiobjective Stochastic Linear Programming Problems Using Chance Constrained Conditions, *Journal of Multi-Criteria Decision Analysis*, 11, p.125-137.

Sankar, K.P. (1986). *Fuzzy Mathematical Approach to Pattern Recognition*, New York: Halsted Pres.

Sarıaslan, H., Karacabey, A.A.,(2003). *İşletmelerde Sayısal Analizler*, Ankara: Turhan Kitabevi.

Stanciulescu, C. et al, (2003). Multiobjective Fuzzy Linear Programming Problems with Fuzzy Decision Variables, *European Journal of Operational Research,* 149, p.654-675.

Şen Z. (2004). *Mühendislikte Bulanık(Fuzzy) Mantık ile Modelleme Prensipleri*, İstanbul: Su Vakfı Yayınları.

Taha, H. A. (2000). *Yöneylem Araştırması*, Çev. Ş. Alp Baray, Şakir Esnaf, İstanbul: Literatür Yayınları.

Tatlı, H., Şen, Z. (2001). Günlük En Büyük Sıcaklıkların Bulanık Kümeler ile Kestirimi, *Turk J Engin Environ Sci*, Tübitak, 25, s.1-9.

Tekin, M.(2004). *Sayısal Yöntemler*, Konya.

Terano T. et al, (1991). *Fuzzy Systems Theory and its Applications*, San Diego: Academic Pres Inc.

Tomsovic, K. (1992). A fuzzy Linear Programming Approach to the Reactive Power/Voltage Control Problem, *Transactions on Power Systems*, Vol:7, No:1.

Tulunay, Y. (1991). *Matematik Programlama ve İşletme Uygulamaları,* İstanbul: İst. Ün. İşletme Fakültesi Yayını.

Tuncel, S. Ö. (1997). *Bulanık Doğrusal Programlama* (Basılmamış Bilim Uzmanlığı Tezi), Hacettepe Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Ankara.

Uzun, Ç. (1995). *Bulanık Lineer Programlama ve Bir Uygulama* (Basılmamış Yüksek Lisans Tezi), Yıldız Teknik Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.

Vasant, P. (2004). Decision Making in Industrial Production Planning Using Fuzzy Linear Programming, *IMA Journal of Management Mathematics*, 15, p.53-65.

Vasant, P., Fuzzy Optimization in Forecasting and Management of Industrial Production Engineering, p. 191-200(Open University Malaysia). (www.f.waseda.jp/watada/TJS2004/TJS2004PDF/contents&program.pdf.)

Vasant, P.M. (2003). Application of Fuzzy Linear programming in Production Planning, *Fuzzy Optimization and Decision Making*, 3, p.229-241.

Vasant, P.M. (2004). Application of Multiobjective Fuzzy Linear Programming in Supply Production Planning Problem, *Jurnal Teknologi*, 40(D), p. 37-48, Universiti Teknologi Malaysia.

Wang D.W. (1997). An Inexact Approach for Linear Programming Problems with Fuzzy Objective and Resources, *Fuzzy Sets and Systems*, 89(1), p.61-68.

Wang, R.C., Fang, H.H. (2001). Theory and Methodology Aggregate Production Planning with Multiple Objectives in a Fuzzy Enviroment, *European Journal of Operational Research,* 133, p.521-536.

Wang, R.C., Liang, T.F. (2004). Application of Fuzzy Multi-Objective Linear Programming to Aggregate Production Planning, *Computers&Industrial Engineering*, 46, p.17-41.

Werners, B. (1987). An Interactive Fuzzy Programming System, *Fuzzy Sets and Systems*, 23, p.131-147.

Winston W.L. (1994). *Operations Research: Applications and Algorithms*, California: Duxbury Pres.

Wu, H.C., (2003). Duality Theory in Fuzzy Linear Programming with Fuzzy Coefficients, *Fuzzy Optimization and Decision Making*, 2, p.61-73.

Xiaozhong, L. A General Model for Fuzzy Linear Programming Problems with Fuzzy Variables, p.137-140. (www.listic.univsavoie.fr/modules.php?name = Busefal&func = AfficherVolume&no_volume = 76)

Xiaozhong, L., Wende, W., A Kind of Interval-Valued Fuzzy Linear Programming Problems. (www.listic.univsavoie.fr/modules.php?name = Busefal&func = AfficherVolume&no_volume = 80)

Yapıcı, N. (2000). *Bulanık Doğrusal Programlamaya Sinir Ağları Yaklaşımı* (Basılmamış Yüksek Lisans Tezi), Selçuk Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Konya.

Yen, J., Langari, R., (1999). *Fuzzy Logic, Intelligence, Control and Information,* NJ: Prentice Hall.

Yenilmez, K. (2001). *Bulanık Doğrusal Programlama Problemleri için Yeni Çözüm Yaklaşımları ve Duyarlılık Analizi* (Basılmamış Doktora Tezi), Osmangazi Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Eskişehir.

Yılmaz, M., Bilecik Bölgesi Mermerleri Federal Mermer A.Ş. Ocak ve Fabrikasında Mermer Üretim ve Verimlilik Analizi. (www.odevsitesi.com)

Yılmaz, Ö.F. (1998). *Bulanık Doğrusal Programlama ile Asgari Ücretin Belirlenmesi* (Basılmamış Yüksek Lisans Tezi), Gazi Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Ankara.

Zadeh, L.A. (1975). The Concept of a Linguistic Variable and Its Application to Approximate Reasoning-I, *Information Sciences*, Vol:8, p.199-249.

Zhang, G. et al, (2003). Formulation of Fuzzy Linear Programming Problems as Four-Objective Constrained Optimization Problems, *Applied Mathematics and Computation,* 139, p.383-399.

Zhao, R. et al, (1992). The Complete Decision Set of the Generalized Symmetrical Fuzzy Linear Programming, *Fuzzy Sets and Systems*, 51, 1, p.53-65.

Zimmermann, H.J. (1991). *Fuzzy Set Theory and Its Applications,* Massachusetts: Kluwer Academic Publishers.

EKLER

EK 1. DP Modelinin Optimal Çözümleri

	Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit c(j)	Total Contribution	Reduced Cost	Basis Status	Allowable Min. c(j)	Allowable Max. c(j)
1	X1	62,87	21	1.320,27	0	basic	-M	30
2	X2	130,86	25	3.271,50	0	basic	-M	30
3	X3	470,85	27	12.712,95	0	basic	-M	30
4	X4	434,55	30	13.036,50	0	basic	27	M
5	X5	41,65	26	1.082,90	0	basic	-M	30
6	X6	11,83	26	307,58	0	basic	-M	30
7	X7	33,39	25	834,75	0	basic	-M	30
8	X8	544,86	21	11.442,06	0	basic	-M	28
9	X9	1.134,04	22,5	25.515,90	0	basic	-M	28
10	X10	4.080,51	25,5	104.053,00	0	basic	-M	28
11	X11	3.767,77	28	105.497,60	0	basic	26	M
12	X12	360,96	26	9.384,96	0	basic	-M	28
13	X13	102,49	24,5	2.511,01	0	basic	-M	28
14	X14	289,37	25	7.234,25	0	basic	-M	28
15	X15	1.283,50	21	26.953,50	0	basic	-M	26
16	X16	2.671,40	21	56.099,40	0	basic	-M	26
17	X17	9.612,24	23	221.081,50	0	basic	-M	26
18	X18	8.876,51	26	230.789,30	0	basic	26	M
19	X19	850,29	26	22.107,54	0	basic	-M	26
20	X20	241,42	22	5.311,24	0	basic	-M	26
21	X21	681,64	25	17.041,00	0	basic	-M	26
22	X22	1.236,23	19,5	24.106,48	0	basic	18,5	24
23	X23	2.573,01	20,5	52.746,71	0	basic	18	24
24	X24	9.258,23	21,5	199.052,00	0	basic	19	24
25	X25	8.549,49	24	205.187,80	0	basic	23,5	M
26	X26	818,97	23,5	19.245,79	0	basic	23,5	24
27	X27	232,53	19,5	4.534,34	0	basic	18	24
28	X28	656,54	22,5	14.772,15	0	basic	22,5	24
29	X29	0	18,5	0	-1	at bound	-M	19,5
30	X30	0	18	0	-2,5	at bound	-M	20,5
31	X31	0	19	0	-2,5	at bound	-M	21,5
32	X32	0	22	0	-2	at bound	-M	24
33	X33	0	23,5	0	0	at bound	-M	23,5
34	X34	0	18	0	-1,5	at bound	-M	19,5
35	X35	0	22,5	0	0	at bound	-M	22,5
36	X36	1.754,37	15,5	27.192,73	0	basic	-M	20
37	X37	3.651,45	16	58.423,20	0	basic	-M	20
38	X38	13.138,67	17,5	229.926,70	0	basic	-M	20
39	X39	12.134,57	20	242.691,40	0	basic	17,5	M
40	X40	1.162,23	17,5	20.339,03	0	basic	-M	20
41	X41	329,99	16,5	5.444,84	0	basic	-M	20
42	X42	931,72	17,5	16.305,10	0	basic	-M	20
43	X43	237,93	14	3.331,02	0	basic	-M	17
44	X44	495,21	14,5	7.180,55	0	basic	-M	17
45	X45	1.781,86	16	28.509,76	0	basic	-M	17
46	X46	1.645,27	17	27.969,59	0	basic	17	M
47	X47	157,62	17	2.679,54	0	basic	-M	17
48	X48	44,75	15	671,25	0	basic	-M	17
49	X49	126,36	16	2.021,76	0	basic	-M	17
	Objective	Function	(Max.) =	2.069.920,00	(Note:	Alternate	Solution	Exists!!)

	Constraint	Left Hand Side	Direction	Right Hand Side	Slack or Surplus	Shadow Price	Allowable Min. RHS	Allowable Max. RHS
1	C1	100.947,00	≤	202.519,00	101.572,00	0	100947	M
2	C4	60.519,90	≤	95.659,00	35.139,10	0	60519,9	M
3	C5	67.223,95	≤	163.238,00	96.014,05	0	67223,95	M
4	C6	102.212,50	≤	123.240,00	21.027,54	0	102212,5	M
5	C7	75.531,55	≤	152.849,00	77.317,46	0	75531,54	M
6	C8	81.028,09	≤	112.195,00	31.166,92	0	81028,08	M
7	C9	36.968,82	≤	64.054,00	27.085,18	0	36968,82	M
8	C10	1.186,00	≤	1.186,00	0	30	921,01	21.058,92
9	C11	10.280,00	≤	10.280,00	0	28	7981,74	30.152,92
10	C12	24.217,00	≤	24.217,00	0	26	18802,14	44.089,92
11	C13	23.325,00	≤	23.325,00	0	24	18109,67	43.197,92
12	C15	33.103,00	≤	33.103,00	0	20	25700,05	52.975,92
13	C16	4.489,00	≤	4.489,00	0	17	3485,43	24.361,92
14	C17	62,87	≥	62,87	0	-9	0	327,86
15	C18	130,86	≥	130,86	0	-5	0	395,85
16	C19	470,85	≥	470,85	0	-3	0	735,84
17	C20	434,55	≥	169,56	264,99	0	-M	434,55
18	C21	41,65	≥	41,65	0	-4	0	306,64
19	C22	11,83	≥	11,83	0	-4	0	276,82
20	C23	33,39	≥	33,39	0	-5	0	298,38
21	C24	544,86	≥	544,86	0	-7	0	2.843,12
22	C25	1.134,04	≥	1.134,04	0	-5,5	0	3.432,30
23	C26	4.080,51	≥	4.080,51	0	-2,5	0	6.378,77
24	C27	3.767,77	≥	1.469,51	2.298,26	0	-M	3.767,77
25	C28	360,96	≥	360,96	0	-2	0	2.659,22
26	C29	102,49	≥	102,49	0	-3,5	0	2.400,75
27	C30	289,37	≥	289,37	0	-3	0	2.587,63
28	C31	1.283,50	≥	1.283,50	0	-5	0	6.698,36
29	C32	2.671,40	≥	2.671,40	0	-5	0	8.086,26
30	C33	9.612,24	≥	9.612,24	0	-3	0	15.027,10
31	C34	8.876,51	≥	3.461,65	5.414,86	0	-M	8.876,51
32	C35	850,29	≥	850,29	0	0	0	6.265,15
33	C36	241,42	≥	241,42	0	-4	0	5.656,28
34	C37	681,64	≥	681,64	0	-1	0	6.096,50
35	C38	1.236,23	≥	1.236,23	0	-4,5	0	6.451,56
36	C39	2.573,01	≥	2.573,01	0	-3,5	0	7.788,34
37	C40	9.258,23	≥	9.258,23	0	-2,5	0	14.473,56
38	C41	8.549,49	≥	3.334,16	5.215,33	0	-M	8.549,49
39	C39	818,97	≥	818,97	0	-0,5	0	6.034,30
40	C40	232,53	≥	232,53	0	-4,5	0	5.447,86
41	C41	656,54	≥	656,54	0	-1,5	0	5.871,87
42	C42	1.754,37	≥	1.754,37	0	-4,5	0	9.157,32
43	C43	3.651,45	≥	3.651,45	0	-4	0	11.054,40
44	C44	13.138,67	≥	13.138,67	0	-2,5	0	20.541,62
45	C45	12.134,57	≥	4.731,62	7.402,95	0	-M	12.134,57
46	C46	1.162,23	≥	1.162,23	0	-2,5	0	8.565,18
47	C47	329,99	≥	329,99	0	-3,5	0	7.732,94
48	C48	931,72	≥	931,72	0	-2,5	0	8.334,67
49	C49	237,93	≥	237,93	0	-3	0	1.241,50
50	C50	495,21	≥	495,21	0	-2,5	0	1.498,78
51	C51	1.781,86	≥	1.781,86	0	-1	0	2.785,43
52	C52	1.645,27	≥	641,7	1.003,57	0	-M	1.645,27
53	C53	157,62	≥	157,62	0	0	0	1.161,19
54	C54	44,75	≥	44,75	0	-2	0	1.048,32
55	C55	126,36	≥	126,36	0	-1	0	1.129,93

EK 2.1. Verdegay Modelinin ϴ = 0 için Optimal Çözüm Değerleri

	Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit c(j)	Total Contribution	Reduced Cost	Basis Status	Allowable Min. c(j)	Allowable Max. c(j)
1	X1	62,87	21	1.320,27	0	basic	-M	30
2	X2	130,86	25	3.271,50	0	basic	-M	30
3	X3	470,85	27	12.712,95	0	basic	-M	30
4	X4	434,55	30	13.036,50	0	basic	27	M
5	X5	41,65	26	1.082,90	0	basic	-M	30
6	X6	11,83	26	307,58	0	basic	-M	30
7	X7	33,39	25	834,75	0	basic	-M	30
8	X8	544,86	21	11.442,06	0	basic	-M	28
9	X9	1.134,04	22,5	25.515,90	0	basic	-M	28
10	X10	4.080,51	25,5	104.053,00	0	basic	-M	28
11	X11	3.767,77	28	105.497,60	0	basic	26	M
12	X12	360,96	26	9.384,96	0	basic	-M	28
13	X13	102,49	24,5	2.511,01	0	basic	-M	28
14	X14	289,37	25	7.234,25	0	basic	-M	28
15	X15	1.283,50	21	26.953,50	0	basic	-M	26
16	X16	2.671,40	21	56.099,40	0	basic	-M	26
17	X17	9.612,24	23	221.081,50	0	basic	-M	26
18	X18	8.876,51	26	230.789,30	0	basic	26	M
19	X19	850,29	26	22.107,54	0	basic	-M	26
20	X20	241,42	22	5.311,24	0	basic	-M	26
21	X21	681,64	25	17.041,00	0	basic	-M	26
22	X22	1.236,23	19,5	24.106,48	0	basic	18,5	24
23	X23	2.573,01	20,5	52.746,71	0	basic	18	24
24	X24	9.258,23	21,5	199.052,00	0	basic	19	24
25	X25	8.549,49	24	205.187,80	0	basic	23,5	M
26	X26	818,97	23,5	19.245,79	0	basic	23,5	24
27	X27	232,53	19,5	4.534,34	0	basic	18	24
28	X28	656,54	22,5	14.772,15	0	basic	22,5	24
29	X29	0	18,5	0	-1	at bound	-M	19,5
30	X30	0	18	0	-2,5	at bound	-M	20,5
31	X31	0	19	0	-2,5	at bound	-M	21,5
32	X32	0	22	0	-2	at bound	-M	24
33	X33	0	23,5	0	0	at bound	-M	23,5
34	X34	0	18	0	-1,5	at bound	-M	19,5
35	X35	0	22,5	0	0	at bound	-M	22,5
36	X36	1.754,37	15,5	27.192,73	0	basic	-M	20
37	X37	3.651,45	16	58.423,20	0	basic	-M	20
38	X38	13.138,67	17,5	229.926,70	0	basic	-M	20
39	X39	12.134,57	20	242.691,40	0	basic	17,5	M
40	X40	1.162,23	17,5	20.339,03	0	basic	-M	20
41	X41	329,99	16,5	5.444,84	0	basic	-M	20
42	X42	931,72	17,5	16.305,10	0	basic	-M	20
43	X43	237,93	14	3.331,02	0	basic	-M	17
44	X44	495,21	14,5	7.180,55	0	basic	-M	17
45	X45	1.781,86	16	28.509,76	0	basic	-M	17
46	X46	1.645,27	17	27.969,59	0	basic	17	M

47	X47	157,62	17	2.679,54	0	basic	-M	17
48	X48	44,75	15	671,25	0	basic	-M	17
49	X49	126,36	16	2.021,76	0	basic	-M	17
50	X50	0	0	0	0	basic	-M	M

Objective Function (Max.) = 2.069.920,00 (Note: Alternate Solution Exists!!)

	Constraint	Left Hand Side	Direction	Right Hand Side	Slack or Surplus	Shadow Price	Allowable Min. RHS	Allowable Max. RHS
1	C1	100.947,00	≤	202.519,00	101.572,00	0	100.947,00	M
2	C4	60.519,90	≤	95.659,00	35.139,10	0	60.519,90	M
3	C5	67.223,95	≤	163.238,00	96.014,05	0	67.223,95	M
4	C6	102.212,50	≤	123.240,00	21.027,54	0	102.212,50	M
5	C7	75.531,55	≤	152.849,00	77.317,46	0	75.531,54	M
6	C8	81.028,09	≤	112.195,00	31.166,92	0	81.028,08	M
7	C9	36.968,82	≤	64.054,00	27.085,18	0	36.968,82	M
8	C10	1.186,00	≤	1.186,00	0	30	921,01	21.058,92
9	C11	10.280,00	≤	10.280,00	0	28	7.981,74	30.152,92
10	C12	24.217,00	≤	24.217,00	0	26	18.802,14	44.089,92
11	C13	23.325,00	≤	23.325,00	0	24	18.109,67	43.197,92
12	C15	33.103,00	≤	33.103,00	0	20	25.700,05	52.975,92
13	C16	4.489,00	≤	4.489,00	0	17	3.485,43	24.361,92
14	C17	62,87	≥	62,87	0	-9	0	327,86
15	C18	130,86	≥	130,86	0	-5	0	395,85
16	C19	470,85	≥	470,85	0	-3	0	735,84
17	C20	434,55	≥	169,56	264,99	0	-M	434,55
18	C21	41,65	≥	41,65	0	-4	0	306,64
19	C22	11,83	≥	11,83	0	-4	0	276,82
20	C23	33,39	≥	33,39	0	-5	0	298,38
21	C24	544,86	≥	544,86	0	-7	0	2.843,12
22	C25	1.134,04	≥	1.134,04	0	-5,5	0	3.432,30
23	C26	4.080,51	≥	4.080,51	0	-2,5	0	6.378,77
24	C27	3.767,77	≥	1.469,51	2.298,26	0	-M	3.767,77
25	C28	360,96	≥	360,96	0	-2	0	2.659,22
26	C29	102,49	≥	102,49	0	-3,5	0	2.400,75
27	C30	289,37	≥	289,37	0	-3	0	2.587,63
28	C31	1.283,50	≥	1.283,50	0	-5	0	6.698,36
29	C32	2.671,40	≥	2.671,40	0	-5	0	8.086,26
30	C33	9.612,24	≥	9.612,24	0	-3	0	15.027,10
31	C34	8.876,51	≥	3.461,65	5.414,86	0	-M	8.876,51
32	C35	850,29	≥	850,29	0	0	0	6.265,15
33	C36	241,42	≥	241,42	0	-4	0	5.656,28
34	C37	681,64	≥	681,64	0	-1	0	6.096,50
35	C38	1.236,23	≥	1.236,23	0	-4,5	0	6.451,56
36	C39	2.573,01	≥	2.573,01	0	-3,5	0	7.788,34
37	C40	9.258,23	≥	9.258,23	0	-2,5	0	14.473,56
38	C41	8.549,49	≥	3.334,16	5.215,33	0	-M	8.549,49
39	C39	818,97	≥	818,97	0	-0,5	0	6.034,30
40	C40	232,53	≥	232,53	0	-4,5	0	5.447,86
41	C41	656,54	≥	656,54	0	-1,5	0	5.871,87

42	C42	1.754,37	≥	1.754,37	0	-4,5	0	9.157,32
43	C43	3.651,45	≥	3.651,45	0	-4	0	11.054,40
44	C44	13.138,67	≥	13.138,67	0	-2,5	0	20.541,62
45	C45	12.134,57	≥	4.731,62	7.402,95	0	-M	12.134,57
46	C46	1.162,23	≥	1.162,23	0	-2,5	0	8.565,18
47	C47	329,99	≥	329,99	0	-3,5	0	7.732,94
48	C48	931,72	≥	931,72	0	-2,5	0	8.334,67
49	C49	237,93	≥	237,93	0	-3	0	1.241,50
50	C50	495,21	≥	495,21	0	-2,5	0	1.498,78
51	C51	1.781,86	≥	1.781,86	0	-1	0	2.785,43
52	C52	1.645,27	≥	641,7	1.003,57	0	-M	1.645,27
53	C53	157,62	≥	157,62	0	0	0	1.161,19
54	C54	44,75	≥	44,75	0	-2	0	1.048,32
55	C55	126,36	≥	126,36	0	-1	0	1.129,93
56	θ	0	=	0	0	750.423,00	0	2,4947

EK 2.2. Verdegay Modelinin ϴ = 0.1 için Optimal Çözüm Değerleri

	Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit c(j)	Total Contribution	Reduced Cost	Basis Status	Allowable Min. c(j)	Allowable Max. c(j)
1	X1	62,87	21	1.320,27	0	basic	-M	30
2	X2	130,86	25	3.271,50	0	basic	-M	30
3	X3	470,85	27	12.712,95	0	basic	-M	30
4	X4	474,15	30	14.224,50	0	basic	27	M
5	X5	41,65	26	1.082,90	0	basic	-M	30
6	X6	11,83	26	307,58	0	basic	-M	30
7	X7	33,39	25	834,75	0	basic	-M	30
8	X8	544,86	21	11.442,06	0	basic	-M	28
9	X9	1.134,04	22,5	25.515,90	0	basic	-M	28
10	X10	4.080,51	25,5	104.053,00	0	basic	-M	28
11	X11	4.110,47	28	115.093,20	0	basic	26	M
12	X12	360,96	26	9.384,96	0	basic	-M	28
13	X13	102,49	24,5	2.511,01	0	basic	-M	28
14	X14	289,37	25	7.234,25	0	basic	-M	28
15	X15	1.283,50	21	26.953,50	0	basic	-M	26
16	X16	2.671,40	21	56.099,40	0	basic	-M	26
17	X17	9.612,24	23	221.081,50	0	basic	-M	26
18	X18	9.683,81	26	251.779,00	0	basic	26	M
19	X19	850,29	26	22.107,54	0	basic	-M	26
20	X20	241,42	22	5.311,24	0	basic	-M	26
21	X21	681,64	25	17.041,00	0	basic	-M	26
22	X22	1.236,23	19,5	24.106,48	0	basic	18,5	24
23	X23	2.573,01	20,5	52.746,71	0	basic	18	24
24	X24	9.258,23	21,5	199.052,00	0	basic	19	24
25	X25	9.326,99	24	223.847,80	0	basic	23,5	M
26	X26	818,97	23,5	19.245,79	0	basic	23,5	24
27	X27	232,53	19,5	4.534,34	0	basic	18	24
28	X28	656,54	22,5	14.772,15	0	basic	22,5	24
29	X29	0	18,5	0	-1	at bound	-M	19,5

30	X30	0	18	0	-2,5	at bound	-M	20,5
31	X31	0	19	0	-2,5	at bound	-M	21,5
32	X32	0	22	0	-2	at bound	-M	24
33	X33	0	23,5	0	0	at bound	-M	23,5
34	X34	0	18	0	-1,5	at bound	-M	19,5
35	X35	0	22,5	0	0	at bound	-M	22,5
36	X36	1.754,37	15,5	27.192,73	0	basic	-M	20
37	X37	3.651,45	16	58.423,20	0	basic	-M	20
38	X38	13.138,67	17,5	229.926,70	0	basic	-M	20
39	X39	13.237,77	20	264.755,40	0	basic	17,5	M
40	X40	1.162,23	17,5	20.339,03	0	basic	-M	20
41	X41	329,99	16,5	5.444,84	0	basic	-M	20
42	X42	931,72	17,5	16.305,10	0	basic	-M	20
43	X43	237,93	14	3.331,02	0	basic	-M	17
44	X44	495,21	14,5	7.180,55	0	basic	-M	17
45	X45	1.781,86	16	28.509,76	0	basic	-M	17
46	X46	1.794,97	17	30.514,49	0	basic	17	M
47	X47	157,62	17	2.679,54	0	basic	-M	17
48	X48	44,75	15	671,25	0	basic	-M	17
49	X49	126,36	16	2.021,76	0	basic	-M	17
50	X50	0,1	0	0	0	basic	-M	M

Objective Function (Max.) = 2.144.963,00 (Note: Alternate Solution Exists!!)

	Constraint	Left Hand Side	Direction	Right Hand Side	Slack or Surplus	Shadow Price	Allowable Min. RHS	Allowable Max. RHS
1	C1	101.631,80	≤	202.519,00	100.887,20	0	101.631,80	M
2	C4	58.999,13	≤	95.659,00	36.659,87	0	58.999,13	M
3	C5	66.132,54	≤	163.238,00	97.105,46	0	66.132,54	M
4	C6	101.563,50	≤	123.240,00	21.676,46	0	101.563,50	M
5	C7	73.678,16	≤	152.849,00	79.170,84	0	73.678,16	M
6	C8	81.844,52	≤	112.195,00	30.350,48	0	81.844,52	M
7	C9	38.054,51	≤	64.054,00	25.999,49	0	38.054,52	M
8	C10	1.186,00	≤	1.186,00	0	30	881,41	21.672,21
9	C11	10.280,00	≤	10.280,00	0	28	7.639,04	30.766,21
10	C12	24.217,00	≤	24.217,00	0	26	17.994,84	44.703,21
11	C13	23.325,00	≤	23.325,00	0	24	17.332,17	43.811,21
12	C15	33.103,00	≤	33.103,00	0	20	24.596,85	53.589,21
13	C16	4.489,00	≤	4.489,00	0	17	3.335,73	24.975,21
14	C17	62,87	≥	62,87	0	-9	0	367,46
15	C18	130,86	≥	130,86	0	-5	0	435,45
16	C19	470,85	≥	470,85	0	-3	0	775,44
17	C20	474,15	≥	169,56	304,59	0	-M	474,15
18	C21	41,65	≥	41,65	0	-4	0	346,24
19	C22	11,83	≥	11,83	0	-4	0	316,42
20	C23	33,39	≥	33,39	0	-5	0	337,98
21	C24	544,86	≥	544,86	0	-7	0	3.185,82
22	C25	1.134,04	≥	1.134,04	0	-5,5	0	3.775,00
23	C26	4.080,51	≥	4.080,51	0	-2,5	0	6.721,47
24	C27	4.110,47	≥	1.469,51	2.640,96	0	-M	4.110,47

25	C28	360,96	≥	360,96	0	-2	0	3.001,92
26	C29	102,49	≥	102,49	0	-3,5	0	2.743,45
27	C30	289,37	≥	289,37	0	-3	0	2.930,33
28	C31	1.283,50	≥	1.283,50	0	-5	0	7.505,66
29	C32	2.671,40	≥	2.671,40	0	-5	0	8.893,56
30	C33	9.612,24	≥	9.612,24	0	-3	0	15.834,40
31	C34	9.683,81	≥	3.461,65	6.222,16	0	-M	9.683,81
32	C35	850,29	≥	850,29	0	0	0	7.072,45
33	C36	241,42	≥	241,42	0	-4	0	6.463,58
34	C37	681,64	≥	681,64	0	-1	0	6.903,80
35	C38	1.236,23	≥	1.236,23	0	-4,5	0	7.229,06
36	C39	2.573,01	≥	2.573,01	0	-3,5	0	8.565,84
37	C40	9.258,23	≥	9.258,23	0	-2,5	0	15.251,06
38	C41	9.326,99	≥	3.334,16	5.992,83	0	-M	9.326,99
39	C39	818,97	≥	818,97	0	-0,5	0	6.811,80
40	C40	232,53	≥	232,53	0	-4,5	0	6.225,36
41	C41	656,54	≥	656,54	0	-1,5	0	6.649,37
42	C42	1.754,37	≥	1.754,37	0	-4,5	0	10.260,52
43	C43	3.651,45	≥	3.651,45	0	-4	0	12.157,60
44	C44	13.138,67	≥	13.138,67	0	-2,5	0	21.644,82
45	C45	13.237,77	≥	4.731,62	8.506,15	0	-M	13.237,77
46	C46	1.162,23	≥	1.162,23	0	-2,5	0	9.668,38
47	C47	329,99	≥	329,99	0	-3,5	0	8.836,14
48	C48	931,72	≥	931,72	0	-2,5	0	9.437,87
49	C49	237,93	≥	237,93	0	-3	0	1.391,20
50	C50	495,21	≥	495,21	0	-2,5	0	1.648,48
51	C51	1.781,86	≥	1.781,86	0	-1	0	2.935,13
52	C52	1.794,97	≥	641,7	1.153,27	0	-M	1.794,97
53	C53	157,62	≥	157,62	0	0	0	1.310,89
54	C54	44,75	≥	44,75	0	-2	0	1.198,02
55	C55	126,36	≥	126,36	0	-1	0	1.279,63
56	θ	0,1	=	0,1	0	750.423,00	0	2,4947

EK 2.3. Verdegay Modelinin Θ = 0.2 için Optimal Çözüm Değerleri

	Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit c(j)	Total Contribution	Reduced Cost	Basis Status	Allowable Min. c(j)	Allowable Max. c(j)
1	X1	62,87	21	1.320,27	0	basic	-M	30
2	X2	130,86	25	3.271,50	0	basic	-M	30
3	X3	470,85	27	12.712,95	0	basic	-M	30
4	X4	513,75	30	15.412,50	0	basic	27	M
5	X5	41,65	26	1.082,90	0	basic	-M	30
6	X6	11,83	26	307,58	0	basic	-M	30
7	X7	33,39	25	834,75	0	basic	-M	30
8	X8	544,86	21	11.442,06	0	basic	-M	28
9	X9	1.134,04	22,5	25.515,90	0	basic	-M	28
10	X10	4.080,51	25,5	104.053,00	0	basic	-M	28
11	X11	4.453,17	28	124.688,80	0	basic	26	M
12	X12	360,96	26	9.384,96	0	basic	-M	28

13	X13	102,49	24,5	2.511,01	0	basic	-M	28
14	X14	289,37	25	7.234,25	0	basic	-M	28
15	X15	1.283,50	21	26.953,50	0	basic	-M	26
16	X16	2.671,40	21	56.099,40	0	basic	-M	26
17	X17	9.612,24	23	221.081,50	0	basic	-M	26
18	X18	10.491,11	26	272.768,90	0	basic	26	M
19	X19	850,29	26	22.107,54	0	basic	-M	26
20	X20	241,42	22	5.311,24	0	basic	-M	26
21	X21	681,64	25	17.041,00	0	basic	-M	26
22	X22	1.236,23	19,5	24.106,48	0	basic	18,5	24
23	X23	2.573,01	20,5	52.746,71	0	basic	18	24
24	X24	9.258,23	21,5	199.052,00	0	basic	19	24
25	X25	10.104,49	24	242.507,80	0	basic	23,5	M
26	X26	818,97	23,5	19.245,79	0	basic	23,5	24
27	X27	232,53	19,5	4.534,34	0	basic	18	24
28	X28	656,54	22,5	14.772,15	0	basic	22,5	24
29	X29	0	18,5	0	-1	at bound	-M	19,5
30	X30	0	18	0	-2,5	at bound	-M	20,5
31	X31	0	19	0	-2,5	at bound	-M	21,5
32	X32	0	22	0	-2	at bound	-M	24
33	X33	0	23,5	0	0	at bound	-M	23,5
34	X34	0	18	0	-1,5	at bound	-M	19,5
35	X35	0	22,5	0	0	at bound	-M	22,5
36	X36	1.754,37	15,5	27.192,73	0	basic	-M	20
37	X37	3.651,45	16	58.423,20	0	basic	-M	20
38	X38	13.138,67	17,5	229.926,70	0	basic	-M	20
39	X39	14.340,97	20	286.819,40	0	basic	17,5	M
40	X40	1.162,23	17,5	20.339,03	0	basic	-M	20
41	X41	329,99	16,5	5.444,84	0	basic	-M	20
42	X42	931,72	17,5	16.305,10	0	basic	-M	20
43	X43	237,93	14	3.331,02	0	basic	-M	17
44	X44	495,21	14,5	7.180,55	0	basic	-M	17
45	X45	1.781,86	16	28.509,76	0	basic	-M	17
46	X46	1.944,67	17	33.059,39	0	basic	17	M
47	X47	157,62	17	2.679,54	0	basic	-M	17
48	X48	44,75	15	671,25	0	basic	-M	17
49	X49	126,36	16	2.021,76	0	basic	-M	17
50	X50	0,2	0	0	0	basic	-M	M

Objective Function (Max.) = 2.220.005,00 (Note: Alternate Solution Exists!!)

	Constraint	Left Hand Side	Direction	Right Hand Side	Slack or Surplus	Shadow Price	Allowable Min. RHS	Allowable Max. RHS
1	C1	102.316,60	≤	202.519,00	100.202,40	0	102.316,60	M
2	C4	57.478,36	≤	95.659,00	38.180,64	0	57.478,36	M
3	C5	65.041,15	≤	163.238,00	98.196,86	0	65.041,14	M
4	C6	100.914,60	≤	123.240,00	22.325,38	0	100.914,60	M
5	C7	71.824,78	≤	152.849,00	81.024,23	0	71.824,77	M
6	C8	82.660,96	≤	112.195,00	29.534,05	0	82.660,95	M

7	C9	39.140,21	≤	64.054,00	24.913,79	0	39.140,21	M
8	C10	1.186,00	≤	1.186,00	0	30	841,81	22.285,50
9	C11	10.280,00	≤	10.280,00	0	28	7.296,34	31.379,50
10	C12	24.217,00	≤	24.217,00	0	26	17.187,54	45.316,50
11	C13	23.325,00	≤	23.325,00	0	24	16.554,67	44.424,50
12	C15	33.103,00	≤	33.103,00	0	20	23.493,65	54.202,50
13	C16	4.489,00	≤	4.489,00	0	17	3.186,03	25.588,50
14	C17	62,87	≥	62,87	0	-9	0	407,06
15	C18	130,86	≥	130,86	0	-5	0	475,05
16	C19	470,85	≥	470,85	0	-3	0	815,04
17	C20	513,75	≥	169,56	344,19	0	-M	513,75
18	C21	41,65	≥	41,65	0	-4	0	385,84
19	C22	11,83	≥	11,83	0	-4	0	356,02
20	C23	33,39	≥	33,39	0	-5	0	377,58
21	C24	544,86	≥	544,86	0	-7	0	3.528,52
22	C25	1.134,04	≥	1.134,04	0	-5,5	0	4.117,70
23	C26	4.080,51	≥	4.080,51	0	-2,5	0	7.064,17
24	C27	4.453,17	≥	1.469,51	2.983,66	0	-M	4.453,17
25	C28	360,96	≥	360,96	0	-2	0	3.344,62
26	C29	102,49	≥	102,49	0	-3,5	0	3.086,15
27	C30	289,37	≥	289,37	0	-3	0	3.273,03
28	C31	1.283,50	≥	1.283,50	0	-5	0	8.312,96
29	C32	2.671,40	≥	2.671,40	0	-5	0	9.700,86
30	C33	9.612,24	≥	9.612,24	0	-3	0	16.641,70
31	C34	10.491,11	≥	3.461,65	7.029,46	0	-M	10.491,11
32	C35	850,29	≥	850,29	0	0	0	7.879,75
33	C36	241,42	≥	241,42	0	-4	0	7.270,88
34	C37	681,64	≥	681,64	0	-1	0	7.711,10
35	C38	1.236,23	≥	1.236,23	0	-4,5	0	8.006,56
36	C39	2.573,01	≥	2.573,01	0	-3,5	0	9.343,34
37	C40	9.258,23	≥	9.258,23	0	-2,5	0	16.028,56
38	C41	10.104,49	≥	3.334,16	6.770,33	0	-M	10.104,49
39	C39	818,97	≥	818,97	0	-0,5	0	7.589,30
40	C40	232,53	≥	232,53	0	-4,5	0	7.002,86
41	C41	656,54	≥	656,54	0	-1,5	0	7.426,87
42	C42	1.754,37	≥	1.754,37	0	-4,5	0	11.363,72
43	C43	3.651,45	≥	3.651,45	0	-4	0	13.260,80
44	C44	13.138,67	≥	13.138,67	0	-2,5	0	22.748,02
45	C45	14.340,97	≥	4.731,62	9.609,35	0	-M	14.340,97
46	C46	1.162,23	≥	1.162,23	0	-2,5	0	10.771,58
47	C47	329,99	≥	329,99	0	-3,5	0	9.939,34
48	C48	931,72	≥	931,72	0	-2,5	0	10.541,07
49	C49	237,93	≥	237,93	0	-3	0	1.540,90
50	C50	495,21	≥	495,21	0	-2,5	0	1.798,18
51	C51	1.781,86	≥	1.781,86	0	-1	0	3.084,83
52	C52	1.944,67	≥	641,7	1.302,97	0	-M	1.944,67
53	C53	157,62	≥	157,62	0	0	0	1.460,59
54	C54	44,75	≥	44,75	0	-2	0	1.347,72
55	C55	126,36	≥	126,36	0	-1	0	1.429,33
56	θ	0,2	=	0,2	0	750.423,00	0	2,4947

EK 2.4. Verdegay Modelinin Ө = 0.3 için Optimal Çözüm Değerleri

	Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit c(j)	Total Contribution	Reduced Cost	Basis Status	Allowable Min. c(j)	Allowable Max. c(j)
1	X1	62,87	21	1.320,27	0	Basic	-M	30
2	X2	130,86	25	3.271,50	0	Basic	-M	30
3	X3	470,85	27	12.712,95	0	Basic	-M	30
4	X4	553,35	30	16.600,50	0	Basic	27	M
5	X5	41,65	26	1.082,90	0	Basic	-M	30
6	X6	11,83	26	307,58	0	Basic	-M	30
7	X7	33,39	25	834,75	0	Basic	-M	30
8	X8	544,86	21	11.442,06	0	Basic	-M	28
9	X9	1.134,04	22,5	25.515,90	0	Basic	-M	28
10	X10	4.080,51	25,5	104.053,00	0	Basic	-M	28
11	X11	4.795,87	28	134.284,40	0	Basic	26	M
12	X12	360,96	26	9.384,96	0	Basic	-M	28
13	X13	102,49	24,5	2.511,01	0	Basic	-M	28
14	X14	289,37	25	7.234,25	0	Basic	-M	28
15	X15	1.283,50	21	26.953,50	0	Basic	-M	26
16	X16	2.671,40	21	56.099,40	0	Basic	-M	26
17	X17	9.612,24	23	221.081,50	0	Basic	-M	26
18	X18	11.298,41	26	293.758,70	0	Basic	26	M
19	X19	850,29	26	22.107,54	0	Basic	-M	26
20	X20	241,42	22	5.311,24	0	Basic	-M	26
21	X21	681,64	25	17.041,00	0	Basic	-M	26
22	X22	1.236,23	19,5	24.106,48	0	Basic	18,5	24
23	X23	2.573,01	20,5	52.746,71	0	Basic	18	24
24	X24	9.258,23	21,5	199.052,00	0	Basic	19	24
25	X25	10.881,99	24	261.167,80	0	Basic	23,5	M
26	X26	818,97	23,5	19.245,79	0	Basic	23,5	24
27	X27	232,53	19,5	4.534,34	0	Basic	18	24
28	X28	656,54	22,5	14.772,15	0	Basic	22,5	24
29	X29	0	18,5	0	-1	at bound	-M	19,5
30	X30	0	18	0	-2,5	at bound	-M	20,5
31	X31	0	19	0	-2,5	at bound	-M	21,5
32	X32	0	22	0	-2	at bound	-M	24
33	X33	0	23,5	0	0	at bound	-M	23,5
34	X34	0	18	0	-1,5	at bound	-M	19,5
35	X35	0	22,5	0	0	at bound	-M	22,5
36	X36	1.754,37	15,5	27.192,73	0	Basic	-M	20
37	X37	3.651,45	16	58.423,20	0	Basic	-M	20
38	X38	13.138,67	17,5	229.926,70	0	Basic	-M	20
39	X39	15.444,17	20	308.883,40	0	Basic	17,5	M
40	X40	1.162,23	17,5	20.339,03	0	Basic	-M	20
41	X41	329,99	16,5	5.444,84	0	Basic	-M	20
42	X42	931,72	17,5	16.305,10	0	Basic	-M	20
43	X43	237,93	14	3.331,02	0	Basic	-M	17
44	X44	495,21	14,5	7.180,55	0	Basic	-M	17
45	X45	1.781,86	16	28.509,76	0	Basic	-M	17

46	X46	2.094,37	17	35.604,29	0	Basic	17	M
47	X47	157,62	17	2.679,54	0	Basic	-M	17
48	X48	44,75	15	671,25	0	Basic	-M	17
49	X49	126,36	16	2.021,76	0	Basic	-M	17
50	X50	0,3	0	0	0	Basic	-M	M

Objective Function (Max.) = 2.295.047,00 (Note: Alternate Solution Exists!!)

	Constraint	Left Hand Side	Direction	Right Hand Side	Slack or Surplus	Shadow Price	Allowable Min. RHS	Allowable Max. RHS
1	C1	103.001,40	≤	202.519,00	99.517,60	0	103.001,40	M
2	C4	55.957,60	≤	95.659,00	39.701,41	0	55.957,59	M
3	C5	63.949,74	≤	163.238,00	99.288,27	0	63.949,73	M
4	C6	100.265,70	≤	123.240,00	22.974,29	0	100.265,70	M
5	C7	69.971,40	≤	152.849,00	82.877,61	0	69.971,39	M
6	C8	83.477,40	≤	112.195,00	28.717,61	0	83.477,39	M
7	C9	40.225,90	≤	64.054,00	23.828,10	0	40.225,90	M
8	C10	1.186,00	≤	1.186,00	0	30	802,21	22.898,78
9	C11	10.280,00	≤	10.280,00	0	28	6.953,64	31.992,78
10	C12	24.217,00	≤	24.217,00	0	26	16.380,24	45.929,78
11	C13	23.325,00	≤	23.325,00	0	24	15.777,17	45.037,78
12	C15	33.103,00	≤	33.103,00	0	20	22.390,45	54.815,78
13	C16	4.489,00	≤	4.489,00	0	17	3.036,33	26.201,78
14	C17	62,87	≥	62,87	0	-9	0	446,66
15	C18	130,86	≥	130,86	0	-5	0	514,65
16	C19	470,85	≥	470,85	0	-3	0	854,64
17	C20	553,35	≥	169,56	383,79	0	-M	553,35
18	C21	41,65	≥	41,65	0	-4	0	425,44
19	C22	11,83	≥	11,83	0	-4	0	395,62
20	C23	33,39	≥	33,39	0	-5	0	417,18
21	C24	544,86	≥	544,86	0	-7	0	3.871,22
22	C25	1.134,04	≥	1.134,04	0	-5,5	0	4.460,40
23	C26	4.080,51	≥	4.080,51	0	-2,5	0	7.406,87
24	C27	4.795,87	≥	1.469,51	3.326,36	0	-M	4.795,87
25	C28	360,96	≥	360,96	0	-2	0	3.687,32
26	C29	102,49	≥	102,49	0	-3,5	0	3.428,85
27	C30	289,37	≥	289,37	0	-3	0	3.615,73
28	C31	1.283,50	≥	1.283,50	0	-5	0	9.120,26
29	C32	2.671,40	≥	2.671,40	0	-5	0	10.508,16
30	C33	9.612,24	≥	9.612,24	0	-3	0	17.449,00
31	C34	11.298,41	≥	3.461,65	7.836,76	0	-M	11.298,41
32	C35	850,29	≥	850,29	0	0	0	8.687,05
33	C36	241,42	≥	241,42	0	-4	0	8.078,18
34	C37	681,64	≥	681,64	0	-1	0	8.518,40
35	C38	1.236,23	≥	1.236,23	0	-4,5	0	8.784,06
36	C39	2.573,01	≥	2.573,01	0	-3,5	0	10.120,84
37	C40	9.258,23	≥	9.258,23	0	-2,5	0	16.806,06
38	C41	10.881,99	≥	3.334,16	7.547,83	0	-M	10.881,99
39	C39	818,97	≥	818,97	0	-0,5	0	8.366,80
40	C40	232,53	≥	232,53	0	-4,5	0	7.780,36

41	C41	656,54	≥	656,54	0	-1,5	0	8.204,37
42	C42	1.754,37	≥	1.754,37	0	-4,5	0	12.466,92
43	C43	3.651,45	≥	3.651,45	0	-4	0	14.364,00
44	C44	13.138,67	≥	13.138,67	0	-2,5	0	23.851,22
45	C45	15.444,17	≥	4.731,62	10.712,55	0	-M	15.444,17
46	C46	1.162,23	≥	1.162,23	0	-2,5	0	11.874,78
47	C47	329,99	≥	329,99	0	-3,5	0	11.042,54
48	C48	931,72	≥	931,72	0	-2,5	0	11.644,27
49	C49	237,93	≥	237,93	0	-3	0	1.690,60
50	C50	495,21	≥	495,21	0	-2,5	0	1.947,88
51	C51	1.781,86	≥	1.781,86	0	-1	0	3.234,53
52	C52	2.094,37	≥	641,7	1.452,67	0	-M	2.094,37
53	C53	157,62	≥	157,62	0	0	0	1.610,29
54	C54	44,75	≥	44,75	0	-2	0	1.497,42
55	C55	126,36	≥	126,36	0	-1	0	1.579,03
56	θ	0,3	=	0,3	0	750.423,00	0	2,4947

EK 2.5. Verdegay Modelinin ϴ = 0.4 için Optimal Çözüm Değerleri

	Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit c(j)	Total Contribution	Reduced Cost	Basis Status	Allowable Min. c(j)	Allowable Max. c(j)
1	X1	62,87	21	1.320,27	0	basic	-M	30
2	X2	130,86	25	3.271,50	0	basic	-M	30
3	X3	470,85	27	12.712,95	0	basic	-M	30
4	X4	592,95	30	17.788,50	0	basic	27	M
5	X5	41,65	26	1.082,90	0	basic	-M	30
6	X6	11,83	26	307,58	0	basic	-M	30
7	X7	33,39	25	834,75	0	basic	-M	30
8	X8	544,86	21	11.442,06	0	basic	-M	28
9	X9	1.134,04	22,5	25.515,90	0	basic	-M	28
10	X10	4.080,51	25,5	104.053,00	0	basic	-M	28
11	X11	5.138,57	28	143.880,00	0	basic	26	M
12	X12	360,96	26	9.384,96	0	basic	-M	28
13	X13	102,49	24,5	2.511,01	0	basic	-M	28
14	X14	289,37	25	7.234,25	0	basic	-M	28
15	X15	1.283,50	21	26.953,50	0	basic	-M	26
16	X16	2.671,40	21	56.099,40	0	basic	-M	26
17	X17	9.612,24	23	221.081,50	0	basic	-M	26
18	X18	12.105,71	26	314.748,50	0	basic	26	M
19	X19	850,29	26	22.107,54	0	basic	-M	26
20	X20	241,42	22	5.311,24	0	basic	-M	26
21	X21	681,64	25	17.041,00	0	basic	-M	26
22	X22	1.236,23	19,5	24.106,48	0	basic	18,5	24
23	X23	2.573,01	20,5	52.746,71	0	basic	18	24
24	X24	9.258,23	21,5	199.052,00	0	basic	19	24
25	X25	11.659,49	24	279.827,80	0	basic	23,5	M
26	X26	818,97	23,5	19.245,79	0	basic	23,5	24
27	X27	232,53	19,5	4.534,34	0	basic	18	24
28	X28	656,54	22,5	14.772,15	0	basic	22,5	24
29	X29	0	18,5	0	-1	at bound	-M	19,5
30	X30	0	18	0	-2,5	at bound	-M	20,5
31	X31	0	19	0	-2,5	at bound	-M	21,5

32	X32	0	22	0	-2	at bound	-M	24
33	X33	0	23,5	0	0	at bound	-M	23,5
34	X34	0	18	0	-1,5	at bound	-M	19,5
35	X35	0	22,5	0	0	at bound	-M	22,5
36	X36	1.754,37	15,5	27.192,73	0	basic	-M	20
37	X37	3.651,45	16	58.423,20	0	basic	-M	20
38	X38	13.138,67	17,5	229.926,70	0	basic	-M	20
39	X39	16.547,37	20	330.947,40	0	basic	17,5	M
40	X40	1.162,23	17,5	20.339,03	0	basic	-M	20
41	X41	329,99	16,5	5.444,84	0	basic	-M	20
42	X42	931,72	17,5	16.305,10	0	basic	-M	20
43	X43	237,93	14	3.331,02	0	basic	-M	17
44	X44	495,21	14,5	7.180,55	0	basic	-M	17
45	X45	1.781,86	16	28.509,76	0	basic	-M	17
46	X46	2.244,07	17	38.149,19	0	basic	17	M
47	X47	157,62	17	2.679,54	0	basic	-M	17
48	X48	44,75	15	671,25	0	basic	-M	17
49	X49	126,36	16	2.021,76	0	basic	-M	17
50	X50	0,4	0	0	0	basic	-M	M

Objective Function (Max.) = 2.370.090,00 (Note: Alternate Solution Exists!!)

	Constraint	Left Hand Side	Direction	Right Hand Side	Slack or Surplus	Shadow Price	Allowable Min. RHS	Allowable Max. RHS
1	C1	103.686,20	≤	202.519,00	98.832,80	0	103.686,20	M
2	C4	54.436,83	≤	95.659,00	41.222,18	0	54.436,82	M
3	C5	62.858,35	≤	163.238,00	100.379,70	0	62.858,34	M
4	C6	99.616,79	≤	123.240,00	23.623,21	0	99.616,79	M
5	C7	68.118,02	≤	152.849,00	84.730,99	0	68.118,01	M
6	C8	84.293,84	≤	112.195,00	27.901,17	0	84.293,83	M
7	C9	41.311,59	≤	64.054,00	22.742,40	0	41.311,59	M
8	C10	1.186,00	≤	1.186,00	0	30	762,61	23.512,07
9	C11	10.280,00	≤	10.280,00	0	28	6.610,94	32.606,07
10	C12	24.217,00	≤	24.217,00	0	26	15.572,94	46.543,07
11	C13	23.325,00	≤	23.325,00	0	24	14.999,67	45.651,07
12	C15	33.103,00	≤	33.103,00	0	20	21.287,25	55.429,07
13	C16	4.489,00	≤	4.489,00	0	17	2.886,63	26.815,07
14	C17	62,87	≥	62,87	0	-9	0	486,26
15	C18	130,86	≥	130,86	0	-5	0	554,25
16	C19	470,85	≥	470,85	0	-3	0	894,24
17	C20	592,95	≥	169,56	423,39	0	-M	592,95
18	C21	41,65	≥	41,65	0	-4	0	465,04
19	C22	11,83	≥	11,83	0	-4	0	435,22
20	C23	33,39	≥	33,39	0	-5	0	456,78
21	C24	544,86	≥	544,86	0	-7	0	4.213,92
22	C25	1.134,04	≥	1.134,04	0	-5,5	0	4.803,10
23	C26	4.080,51	≥	4.080,51	0	-2,5	0	7.749,57
24	C27	5.138,57	≥	1.469,51	3.669,06	0	-M	5.138,57
25	C28	360,96	≥	360,96	0	-2	0	4.030,02
26	C29	102,49	≥	102,49	0	-3,5	0	3.771,55
27	C30	289,37	≥	289,37	0	-3	0	3.958,43
28	C31	1.283,50	≥	1.283,50	0	-5	0	9.927,56
29	C32	2.671,40	≥	2.671,40	0	-5	0	11.315,46
30	C33	9.612,24	≥	9.612,24	0	-3	0	18.256,30
31	C34	12.105,71	≥	3.461,65	8.644,06	0	-M	12.105,71
32	C35	850,29	≥	850,29	0	0	0	9.494,35
33	C36	241,42	≥	241,42	0	-4	0	8.885,48

34	C37	681,64	≥	681,64	0	-1	0	9.325,70
35	C38	1.236,23	≥	1.236,23	0	-4,5	0	9.561,56
36	C39	2.573,01	≥	2.573,01	0	-3,5	0	10.898,34
37	C40	9.258,23	≥	9.258,23	0	-2,5	0	17.583,56
38	C41	11.659,49	≥	3.334,16	8.325,33	0	-M	11.659,49
39	C39	818,97	≥	818,97	0	-0,5	0	9.144,30
40	C40	232,53	≥	232,53	0	-4,5	0	8.557,86
41	C41	656,54	≥	656,54	0	-1,5	0	8.981,87
42	C42	1.754,37	≥	1.754,37	0	-4,5	0	13.570,12
43	C43	3.651,45	≥	3.651,45	0	-4	0	15.467,20
44	C44	13.138,67	≥	13.138,67	0	-2,5	0	24.954,42
45	C45	16.547,37	≥	4.731,62	11.815,75	0	-M	16.547,37
46	C46	1.162,23	≥	1.162,23	0	-2,5	0	12.977,98
47	C47	329,99	≥	329,99	0	-3,5	0	12.145,74
48	C48	931,72	≥	931,72	0	-2,5	0	12.747,47
49	C49	237,93	≥	237,93	0	-3	0	1.840,30
50	C50	495,21	≥	495,21	0	-2,5	0	2.097,58
51	C51	1.781,86	≥	1.781,86	0	-1	0	3.384,23
52	C52	2.244,07	≥	641,7	1.602,37	0	-M	2.244,07
53	C53	157,62	≥	157,62	0	0	0	1.759,99
54	C54	44,75	≥	44,75	0	-2	0	1.647,12
55	C55	126,36	≥	126,36	0	-1	0	1.728,73
56	θ	0,4	=	0,4	0	750.423,00	0	2,4947

EK 2.6. Verdegay Modelinin Ө = 0.5 için Optimal Çözüm Değerleri

	Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit c(j)	Total Contribution	Reduced Cost	Basis Status	Allowable Min. c(j)	Allowable Max. c(j)
1	X1	62,87	21	1.320,27	0	basic	-M	30
2	X2	130,86	25	3.271,50	0	basic	-M	30
3	X3	470,85	27	12.712,95	0	basic	-M	30
4	X4	632,55	30	18.976,50	0	basic	27	M
5	X5	41,65	26	1.082,90	0	basic	-M	30
6	X6	11,83	26	307,58	0	basic	-M	30
7	X7	33,39	25	834,75	0	basic	-M	30
8	X8	544,86	21	11.442,06	0	basic	-M	28
9	X9	1.134,04	22,5	25.515,90	0	basic	-M	28
10	X10	4.080,51	25,5	104.053,00	0	basic	-M	28
11	X11	5.481,27	28	153.475,60	0	basic	26	M
12	X12	360,96	26	9.384,96	0	basic	-M	28
13	X13	102,49	24,5	2.511,01	0	basic	-M	28
14	X14	289,37	25	7.234,25	0	basic	-M	28
15	X15	1.283,50	21	26.953,50	0	basic	-M	26
16	X16	2.671,40	21	56.099,40	0	basic	-M	26
17	X17	9.612,24	23	221.081,50	0	basic	-M	26
18	X18	12.913,01	26	335.738,30	0	basic	26	M
19	X19	850,29	26	22.107,54	0	basic	-M	26
20	X20	241,42	22	5.311,24	0	basic	-M	26
21	X21	681,64	25	17.041,00	0	basic	-M	26
22	X22	1.236,23	19,5	24.106,48	0	basic	18,5	24
23	X23	2.573,01	20,5	52.746,71	0	basic	18	24
24	X24	9.258,23	21,5	199.052,00	0	basic	19	24
25	X25	12.436,99	24	298.487,80	0	basic	23,5	M
26	X26	818,97	23,5	19.245,79	0	basic	23,5	24
27	X27	232,53	19,5	4.534,34	0	basic	18	24

28	X28	656,54	22,5	14.772,15	0	basic	22,5	24
29	X29	0	18,5	0	-1	at bound	-M	19,5
30	X30	0	18	0	-2,5	at bound	-M	20,5
31	X31	0	19	0	-2,5	at bound	-M	21,5
32	X32	0	22	0	-2	at bound	-M	24
33	X33	0	23,5	0	0	at bound	-M	23,5
34	X34	0	18	0	-1,5	at bound	-M	19,5
35	X35	0	22,5	0	0	at bound	-M	22,5
36	X36	1.754,37	15,5	27.192,73	0	basic	-M	20
37	X37	3.651,45	16	58.423,20	0	basic	-M	20
38	X38	13.138,67	17,5	229.926,70	0	basic	-M	20
39	X39	17.650,57	20	353.011,40	0	basic	17,5	M
40	X40	1.162,23	17,5	20.339,03	0	basic	-M	20
41	X41	329,99	16,5	5.444,84	0	basic	-M	20
42	X42	931,72	17,5	16.305,10	0	basic	-M	20
43	X43	237,93	14	3.331,02	0	basic	-M	17
44	X44	495,21	14,5	7.180,55	0	basic	-M	17
45	X45	1.781,86	16	28.509,76	0	basic	-M	17
46	X46	2.393,77	17	40.694,09	0	basic	17	M
47	X47	157,62	17	2.679,54	0	basic	-M	17
48	X48	44,75	15	671,25	0	basic	-M	17
49	X49	126,36	16	2.021,76	0	basic	-M	17
50	X50	0,5	0	0	0	basic	-M	M

Objective Function (Max.) = 2.445.132,00 (Note: Alternate Solution Exists!!)

	Constraint	Left Hand Side	Direction	Right Hand Side	Slack or Surplus	Shadow Price	Allowable Min. RHS	Allowable Max. RHS
1	C1	104.371,00	≤	202.519,00	98.148,01	0	104.371,00	M
2	C4	52.916,05	≤	95.659,00	42.742,95	0	52.916,05	M
3	C5	61.766,95	≤	163.238,00	101.471,10	0	61.766,93	M
4	C6	98.967,88	≤	123.240,00	24.272,13	0	98.967,87	M
5	C7	66.264,64	≤	152.849,00	86.584,38	0	66.264,63	M
6	C8	85.110,27	≤	112.195,00	27.084,74	0	85.110,27	M
7	C9	42.397,29	≤	64.054,00	21.656,71	0	42.397,29	M
8	C10	1.186,00	≤	1.186,00	0	30	723,01	24.125,36
9	C11	10.280,00	≤	10.280,00	0	28	6.268,24	33.219,36
10	C12	24.217,00	≤	24.217,00	0	26	14.765,64	47.156,36
11	C13	23.325,00	≤	23.325,00	0	24	14.222,17	46.264,36
12	C15	33.103,00	≤	33.103,00	0	20	20.184,05	56.042,36
13	C16	4.489,00	≤	4.489,00	0	17	2.736,93	27.428,36
14	C17	62,87	≥	62,87	0	-9	0	525,86
15	C18	130,86	≥	130,86	0	-5	0	593,85
16	C19	470,85	≥	470,85	0	-3	0	933,84
17	C20	632,55	≥	169,56	462,99	0	-M	632,55
18	C21	41,65	≥	41,65	0	-4	0	504,64
19	C22	11,83	≥	11,83	0	-4	0	474,82
20	C23	33,39	≥	33,39	0	-5	0	496,38
21	C24	544,86	≥	544,86	0	-7	0	4.556,62
22	C25	1.134,04	≥	1.134,04	0	-5,5	0	5.145,80
23	C26	4.080,51	≥	4.080,51	0	-2,5	0	8.092,27
24	C27	5.481,27	≥	1.469,51	4.011,76	0	-M	5.481,27
25	C28	360,96	≥	360,96	0	-2	0	4.372,72
26	C29	102,49	≥	102,49	0	-3,5	0	4.114,25
27	C30	289,37	≥	289,37	0	-3	0	4.301,13
28	C31	1.283,50	≥	1.283,50	0	-5	0	10.734,86
29	C32	2.671,40	≥	2.671,40	0	-5	0	12.122,76

30	C33	9.612,24	≥	9.612,24	0	-3	0	19.063,60
31	C34	12.913,01	≥	3.461,65	9.451,36	0	-M	12.913,01
32	C35	850,29	≥	850,29	0	0	0	10.301,65
33	C36	241,42	≥	241,42	0	-4	0	9.692,78
34	C37	681,64	≥	681,64	0	-1	0	10.133,00
35	C38	1.236,23	≥	1.236,23	0	-4,5	0	10.339,06
36	C39	2.573,01	≥	2.573,01	0	-3,5	0	11.675,84
37	C40	9.258,23	≥	9.258,23	0	-2,5	0	18.361,06
38	C41	12.436,99	≥	3.334,16	9.102,83	0	-M	12.436,99
39	C39	818,97	≥	818,97	0	-0,5	0	9.921,80
40	C40	232,53	≥	232,53	0	-4,5	0	9.335,36
41	C41	656,54	≥	656,54	0	-1,5	0	9.759,37
42	C42	1.754,37	≥	1.754,37	0	-4,5	0	14.673,32
43	C43	3.651,45	≥	3.651,45	0	-4	0	16.570,40
44	C44	13.138,67	≥	13.138,67	0	-2,5	0	26.057,62
45	C45	17.650,57	≥	4.731,62	12.918,95	0	-M	17.650,57
46	C46	1.162,23	≥	1.162,23	0	-2,5	0	14.081,18
47	C47	329,99	≥	329,99	0	-3,5	0	13.248,94
48	C48	931,72	≥	931,72	0	-2,5	0	13.850,67
49	C49	237,93	≥	237,93	0	-3	0	1.990,00
50	C50	495,21	≥	495,21	0	-2,5	0	2.247,28
51	C51	1.781,86	≥	1.781,86	0	-1	0	3.533,93
52	C52	2.393,77	≥	641,7	1.752,07	0	-M	2.393,77
53	C53	157,62	≥	157,62	0	0	0	1.909,69
54	C54	44,75	≥	44,75	0	-2	0	1.796,82
55	C55	126,36	≥	126,36	0	-1	0	1.878,43
56	θ	0,5	=	0,5	0	750.423,00	0	2,4947

EK 2.7. Verdegay Modelinin Θ = 0.6 için Optimal Çözüm Değerleri

	Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit c(j)	Total Contribution	Reduced Cost	Basis Status	Allowable Min. c(j)	Allowable Max. c(j)
1	X1	62,87	21	1.320,27	0	basic	-M	30
2	X2	130,86	25	3.271,50	0	basic	-M	30
3	X3	470,85	27	12.712,95	0	basic	-M	30
4	X4	672,15	30	20.164,50	0	basic	27	M
5	X5	41,65	26	1.082,90	0	basic	-M	30
6	X6	11,83	26	307,58	0	basic	-M	30
7	X7	33,39	25	834,75	0	basic	-M	30
8	X8	544,86	21	11.442,06	0	basic	-M	28
9	X9	1.134,04	22,5	25.515,90	0	basic	-M	28
10	X10	4.080,51	25,5	104.053,00	0	basic	-M	28
11	X11	5.823,97	28	163.071,20	0	basic	26	M
12	X12	360,96	26	9.384,96	0	basic	-M	28
13	X13	102,49	24,5	2.511,01	0	basic	-M	28
14	X14	289,37	25	7.234,25	0	basic	-M	28
15	X15	1.283,50	21	26.953,50	0	basic	-M	26
16	X16	2.671,40	21	56.099,40	0	basic	-M	26
17	X17	9.612,24	23	221.081,50	0	basic	-M	26
18	X18	13.720,31	26	356.728,10	0	basic	26	M

19	X19	850,29	26	22.107,54	0	basic	-M	26
20	X20	241,42	22	5.311,24	0	basic	-M	26
21	X21	681,64	25	17.041,00	0	basic	-M	26
22	X22	1.236,23	19,5	24.106,48	0	basic	18,5	24
23	X23	2.573,01	20,5	52.746,71	0	basic	18	24
24	X24	9.258,23	21,5	199.052,00	0	basic	19	24
25	X25	13.214,49	24	317.147,80	0	basic	23,5	M
26	X26	818,97	23,5	19.245,79	0	basic	23,5	24
27	X27	232,53	19,5	4.534,34	0	basic	18	24
28	X28	656,54	22,5	14.772,15	0	basic	22,5	24
29	X29	0	18,5	0	-1	at bound	-M	19,5
30	X30	0	18	0	-2,5	at bound	-M	20,5
31	X31	0	19	0	-2,5	at bound	-M	21,5
32	X32	0	22	0	-2	at bound	-M	24
33	X33	0	23,5	0	0	at bound	-M	23,5
34	X34	0	18	0	-1,5	at bound	-M	19,5
35	X35	0	22,5	0	0	at bound	-M	22,5
36	X36	1.754,37	15,5	27.192,73	0	basic	-M	20
37	X37	3.651,45	16	58.423,20	0	basic	-M	20
38	X38	13.138,67	17,5	229.926,70	0	basic	-M	20
39	X39	18.753,77	20	375.075,40	0	basic	17,5	M
40	X40	1.162,23	17,5	20.339,03	0	basic	-M	20
41	X41	329,99	16,5	5.444,84	0	basic	-M	20
42	X42	931,72	17,5	16.305,10	0	basic	-M	20
43	X43	237,93	14	3.331,02	0	basic	-M	17
44	X44	495,21	14,5	7.180,55	0	basic	-M	17
45	X45	1.781,86	16	28.509,76	0	basic	-M	17
46	X46	2.543,47	17	43.238,99	0	basic	17	M
47	X47	157,62	17	2.679,54	0	basic	-M	17
48	X48	44,75	15	671,25	0	basic	-M	17
49	X49	126,36	16	2.021,76	0	basic	-M	17
50	X50	0,6	0	0	0	basic	-M	M
	Objective	Function	(Max.) =	2.520.174,00	(Note:	Alternate	Solution	Exists!!)

	Constraint	Left Hand Side	Direction	Right Hand Side	Slack or Surplus	Shadow Price	Allowable Min. RHS	Allowable Max. RHS
1	C1	105.055,80	≤	202.519,00	97.463,20	0	105.055,80	M
2	C4	51.395,29	≤	95.659,00	44.263,72	0	51.395,28	M
3	C5	60.675,54	≤	163.238,00	102.562,50	0	60.675,53	M
4	C6	98.318,95	≤	123.240,00	24.921,05	0	98.318,95	M
5	C7	64.411,26	≤	152.849,00	88.437,75	0	64.411,25	M
6	C8	85.926,70	≤	112.195,00	26.268,30	0	85.926,70	M
7	C9	43.482,98	≤	64.054,00	20.571,02	0	43.482,98	M
8	C10	1.186,00	≤	1.186,00	0	30	683,41	24.738,64
9	C11	10.280,00	≤	10.280,00	0	28	5.925,54	33.832,64

10	C12	24.217,00	≤	24.217,00	0	26	13.958,34	47.769,64
11	C13	23.325,00	≤	23.325,00	0	24	13.444,67	46.877,64
12	C15	33.103,00	≤	33.103,00	0	20	19.080,85	56.655,64
13	C16	4.489,00	≤	4.489,00	0	17	2.587,23	28.041,64
14	C17	62,87	≥	62,87	0	-9	0	565,46
15	C18	130,86	≥	130,86	0	-5	0	633,45
16	C19	470,85	≥	470,85	0	-3	0	973,44
17	C20	672,15	≥	169,56	502,59	0	-M	672,15
18	C21	41,65	≥	41,65	0	-4	0	544,24
19	C22	11,83	≥	11,83	0	-4	0	514,42
20	C23	33,39	≥	33,39	0	-5	0	535,98
21	C24	544,86	≥	544,86	0	-7	0	4.899,32
22	C25	1.134,04	≥	1.134,04	0	-5,5	0	5.488,50
23	C26	4.080,51	≥	4.080,51	0	-2,5	0	8.434,97
24	C27	5.823,97	≥	1.469,51	4.354,46	0	-M	5.823,97
25	C28	360,96	≥	360,96	0	-2	0	4.715,42
26	C29	102,49	≥	102,49	0	-3,5	0	4.456,95
27	C30	289,37	≥	289,37	0	-3	0	4.643,83
28	C31	1.283,50	≥	1.283,50	0	-5	0	11.542,16
29	C32	2.671,40	≥	2.671,40	0	-5	0	12.930,06
30	C33	9.612,24	≥	9.612,24	0	-3	0	19.870,90
31	C34	13.720,31	≥	3.461,65	10.258,66	0	-M	13.720,31
32	C35	850,29	≥	850,29	0	0	0	11.108,95
33	C36	241,42	≥	241,42	0	-4	0	10.500,08
34	C37	681,64	≥	681,64	0	-1	0	10.940,30
35	C38	1.236,23	≥	1.236,23	0	-4,5	0	11.116,56
36	C39	2.573,01	≥	2.573,01	0	-3,5	0	12.453,34
37	C40	9.258,23	≥	9.258,23	0	-2,5	0	19.138,56
38	C41	13.214,49	≥	3.334,16	9.880,33	0	-M	13.214,49
39	C39	818,97	≥	818,97	0	-0,5	0	10.699,30
40	C40	232,53	≥	232,53	0	-4,5	0	10.112,86
41	C41	656,54	≥	656,54	0	-1,5	0	10.536,87
42	C42	1.754,37	≥	1.754,37	0	-4,5	0	15.776,52
43	C43	3.651,45	≥	3.651,45	0	-4	0	17.673,60
44	C44	13.138,67	≥	13.138,67	0	-2,5	0	27.160,82
45	C45	18.753,77	≥	4.731,62	14.022,15	0	-M	18.753,77
46	C46	1.162,23	≥	1.162,23	0	-2,5	0	15.184,38
47	C47	329,99	≥	329,99	0	-3,5	0	14.352,14
48	C48	931,72	≥	931,72	0	-2,5	0	14.953,87
49	C49	237,93	≥	237,93	0	-3	0	2.139,70
50	C50	495,21	≥	495,21	0	-2,5	0	2.396,98
51	C51	1.781,86	≥	1.781,86	0	-1	0	3.683,63
52	C52	2.543,47	≥	641,7	1.901,77	0	-M	2.543,47
53	C53	157,62	≥	157,62	0	0	0	2.059,39
54	C54	44,75	≥	44,75	0	-2	0	1.946,52
55	C55	126,36	≥	126,36	0	-1	0	2.028,13
56	θ	0,6	=	0,6	0	750.423,00	0	2,4947

EK 2.8. Verdegay Modelinin ϴ = 0.7 için Optimal Çözüm Değerleri

	Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit c(j)	Total Contribution	Reduced Cost	Basis Status	Allowable Min. c(j)	Allowable Max. c(j)
1	X1	62,87	21	1.320,27	0	basic	-M	30
2	X2	130,86	25	3.271,50	0	basic	-M	30
3	X3	470,85	27	12.712,95	0	basic	-M	30
4	X4	711,75	30	21.352,50	0	basic	27	M
5	X5	41,65	26	1.082,90	0	basic	-M	30
6	X6	11,83	26	307,58	0	basic	-M	30
7	X7	33,39	25	834,75	0	basic	-M	30
8	X8	544,86	21	11.442,06	0	basic	-M	28
9	X9	1.134,04	22,5	25.515,90	0	basic	-M	28
10	X10	4.080,51	25,5	104.053,00	0	basic	-M	28
11	X11	6.166,67	28	172.666,80	0	basic	26	M
12	X12	360,96	26	9.384,96	0	basic	-M	28
13	X13	102,49	24,5	2.511,01	0	basic	-M	28
14	X14	289,37	25	7.234,25	0	basic	-M	28
15	X15	1.283,50	21	26.953,50	0	basic	-M	26
16	X16	2.671,40	21	56.099,40	0	basic	-M	26
17	X17	9.612,24	23	221.081,50	0	basic	-M	26
18	X18	14.527,61	26	377.717,80	0	basic	26	M
19	X19	850,29	26	22.107,54	0	basic	-M	26
20	X20	241,42	22	5.311,24	0	basic	-M	26
21	X21	681,64	25	17.041,00	0	basic	-M	26
22	X22	1.236,23	19,5	24.106,48	0	basic	18,5	24
23	X23	2.573,01	20,5	52.746,71	0	basic	18	24
24	X24	9.258,23	21,5	199.052,00	0	basic	19	24
25	X25	13.991,99	24	335.807,80	0	basic	23,5	M
26	X26	818,97	23,5	19.245,79	0	basic	23,5	24
27	X27	232,53	19,5	4.534,34	0	basic	18	24
28	X28	656,54	22,5	14.772,15	0	basic	22,5	24
29	X29	0	18,5	0	-1	at bound	-M	19,5
30	X30	0	18	0	-2,5	at bound	-M	20,5
31	X31	0	19	0	-2,5	at bound	-M	21,5
32	X32	0	22	0	-2	at bound	-M	24
33	X33	0	23,5	0	0	at bound	-M	23,5
34	X34	0	18	0	-1,5	at bound	-M	19,5
35	X35	0	22,5	0	0	at bound	-M	22,5
36	X36	1.754,37	15,5	27.192,73	0	basic	-M	20
37	X37	3.651,45	16	58.423,20	0	basic	-M	20
38	X38	13.138,67	17,5	229.926,70	0	basic	-M	20
39	X39	19.856,97	20	397.139,40	0	basic	17,5	M
40	X40	1.162,23	17,5	20.339,03	0	basic	-M	20
41	X41	329,99	16,5	5.444,84	0	basic	-M	20
42	X42	931,72	17,5	16.305,10	0	basic	-M	20
43	X43	237,93	14	3.331,02	0	basic	-M	17
44	X44	495,21	14,5	7.180,55	0	basic	-M	17
45	X45	1.781,86	16	28.509,76	0	basic	-M	17

46	X46	2.693,17	17	45.783,89	0	basic	17	M
47	X47	157,62	17	2.679,54	0	basic	-M	17
48	X48	44,75	15	671,25	0	basic	-M	17
49	X49	126,36	16	2.021,76	0	basic	-M	17
50	X50	0,7	0	0	0	basic	-M	M

Objective Function (Max.) = 2.595.216,00 (Note: Alternate Solution Exists!!)

	Constraint	Left Hand Side	Direction	Right Hand Side	Slack or Surplus	Shadow Price	Allowable Min. RHS	Allowable Max. RHS
1	C1	105.740,60	≤	202.519,00	96.778,41	0	105.740,60	M
2	C4	49.874,52	≤	95.659,00	45.784,49	0	49.874,51	M
3	C5	59.584,15	≤	163.238,00	103.653,90	0	59.584,13	M
4	C6	97.670,03	≤	123.240,00	25.569,97	0	97.670,03	M
5	C7	62.557,87	≤	152.849,00	90.291,13	0	62.557,87	M
6	C8	86.743,14	≤	112.195,00	25.451,87	0	86.743,13	M
7	C9	44.568,68	≤	64.054,00	19.485,32	0	44.568,68	M
8	C10	1.186,00	≤	1.186,00	0	30	643,81	25.351,93
9	C11	10.280,00	≤	10.280,00	0	28	5.582,84	34.445,93
10	C12	24.217,00	≤	24.217,00	0	26	13.151,04	48.382,93
11	C13	23.325,00	≤	23.325,00	0	24	12.667,17	47.490,93
12	C15	33.103,00	≤	33.103,00	0	20	17.977,65	57.268,93
13	C16	4.489,00	≤	4.489,00	0	17	2.437,53	28.654,93
14	C17	62,87	≥	62,87	0	-9	0	605,06
15	C18	130,86	≥	130,86	0	-5	0	673,05
16	C19	470,85	≥	470,85	0	-3	0	1.013,04
17	C20	711,75	≥	169,56	542,19	0	-M	711,75
18	C21	41,65	≥	41,65	0	-4	0	583,84
19	C22	11,83	≥	11,83	0	-4	0	554,02
20	C23	33,39	≥	33,39	0	-5	0	575,58
21	C24	544,86	≥	544,86	0	-7	0	5.242,02
22	C25	1.134,04	≥	1.134,04	0	-5,5	0	5.831,20
23	C26	4.080,51	≥	4.080,51	0	-2,5	0	8.777,67
24	C27	6.166,67	≥	1.469,51	4.697,16	0	-M	6.166,67
25	C28	360,96	≥	360,96	0	-2	0	5.058,12
26	C29	102,49	≥	102,49	0	-3,5	0	4.799,65
27	C30	289,37	≥	289,37	0	-3	0	4.986,53
28	C31	1.283,50	≥	1.283,50	0	-5	0	12.349,46
29	C32	2.671,40	≥	2.671,40	0	-5	0	13.737,36
30	C33	9.612,24	≥	9.612,24	0	-3	0	20.678,20
31	C34	14.527,61	≥	3.461,65	11.065,96	0	-M	14.527,61
32	C35	850,29	≥	850,29	0	0	0	11.916,25
33	C36	241,42	≥	241,42	0	-4	0	11.307,38
34	C37	681,64	≥	681,64	0	-1	0	11.747,60
35	C38	1.236,23	≥	1.236,23	0	-4,5	0	11.894,06
36	C39	2.573,01	≥	2.573,01	0	-3,5	0	13.230,84
37	C40	9.258,23	≥	9.258,23	0	-2,5	0	19.916,06
38	C41	13.991,99	≥	3.334,16	10.657,83	0	-M	13.991,99
39	C39	818,97	≥	818,97	0	-0,5	0	11.476,80
40	C40	232,53	≥	232,53	0	-4,5	0	10.890,36

41	C41	656,54	≥	656,54	0	-1,5	0	11.314,37
42	C42	1.754,37	≥	1.754,37	0	-4,5	0	16.879,72
43	C43	3.651,45	≥	3.651,45	0	-4	0	18.776,80
44	C44	13.138,67	≥	13.138,67	0	-2,5	0	28.264,02
45	C45	19.856,97	≥	4.731,62	15.125,35	0	-M	19.856,97
46	C46	1.162,23	≥	1.162,23	0	-2,5	0	16.287,58
47	C47	329,99	≥	329,99	0	-3,5	0	15.455,34
48	C48	931,72	≥	931,72	0	-2,5	0	16.057,07
49	C49	237,93	≥	237,93	0	-3	0	2.289,40
50	C50	495,21	≥	495,21	0	-2,5	0	2.546,68
51	C51	1.781,86	≥	1.781,86	0	-1	0	3.833,33
52	C52	2.693,17	≥	641,7	2.051,47	0	-M	2.693,17
53	C53	157,62	≥	157,62	0	0	0	2.209,09
54	C54	44,75	≥	44,75	0	-2	0	2.096,22
55	C55	126,36	≥	126,36	0	-1	0	2.177,83
56	θ	0,7	=	0,7	0	750.423,00	0	2,4947

EK 2.9. Verdegay Modelinin Θ = 0.8 için Optimal Çözüm Değerleri

	Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit c(j)	Total Contribution	Reduced Cost	Basis Status	Allowable Min. c(j)	Allowable Max. c(j)
1	X1	62,87	21	1.320,27	0	basic	-M	30
2	X2	130,86	25	3.271,50	0	basic	-M	30
3	X3	470,85	27	12.712,95	0	basic	-M	30
4	X4	751,35	30	22.540,50	0	basic	27	M
5	X5	41,65	26	1.082,90	0	basic	-M	30
6	X6	11,83	26	307,58	0	basic	-M	30
7	X7	33,39	25	834,75	0	basic	-M	30
8	X8	544,86	21	11.442,06	0	basic	-M	28
9	X9	1.134,04	22,5	25.515,90	0	basic	-M	28
10	X10	4.080,51	25,5	104.053,00	0	basic	-M	28
11	X11	6.509,37	28	182.262,40	0	basic	26	M
12	X12	360,96	26	9.384,96	0	basic	-M	28
13	X13	102,49	24,5	2.511,01	0	basic	-M	28
14	X14	289,37	25	7.234,25	0	basic	-M	28
15	X15	1.283,50	21	26.953,50	0	basic	-M	26
16	X16	2.671,40	21	56.099,40	0	basic	-M	26
17	X17	9.612,24	23	221.081,50	0	basic	-M	26
18	X18	15.334,91	26	398.707,70	0	basic	26	M
19	X19	850,29	26	22.107,54	0	basic	-M	26
20	X20	241,42	22	5.311,24	0	basic	-M	26
21	X21	681,64	25	17.041,00	0	basic	-M	26
22	X22	1.236,23	19,5	24.106,48	0	basic	18,5	24

23	X23	2.573,01	20,5	52.746,71	0	basic	18	24
24	X24	9.258,23	21,5	199.052,00	0	basic	19	24
25	X25	14.769,49	24	354.467,80	0	basic	23,5	M
26	X26	818,97	23,5	19.245,79	0	basic	23,5	24
27	X27	232,53	19,5	4.534,34	0	basic	18	24
28	X28	656,54	22,5	14.772,15	0	basic	22,5	24
29	X29	0	18,5	0	-1	at bound	-M	19,5
30	X30	0	18	0	-2,5	at bound	-M	20,5
31	X31	0	19	0	-2,5	at bound	-M	21,5
32	X32	0	22	0	-2	at bound	-M	24
33	X33	0	23,5	0	0	at bound	-M	23,5
34	X34	0	18	0	-1,5	at bound	-M	19,5
35	X35	0	22,5	0	0	at bound	-M	22,5
36	X36	1.754,37	15,5	27.192,73	0	basic	-M	20
37	X37	3.651,45	16	58.423,20	0	basic	-M	20
38	X38	13.138,67	17,5	229.926,70	0	basic	-M	20
39	X39	20.960,17	20	419.203,40	0	basic	17,5	M
40	X40	1.162,23	17,5	20.339,03	0	basic	-M	20
41	X41	329,99	16,5	5.444,84	0	basic	-M	20
42	X42	931,72	17,5	16.305,10	0	basic	-M	20
43	X43	237,93	14	3.331,02	0	basic	-M	17
44	X44	495,21	14,5	7.180,55	0	basic	-M	17
45	X45	1.781,86	16	28.509,76	0	basic	-M	17
46	X46	2.842,87	17	48.328,79	0	basic	17	M
47	X47	157,62	17	2.679,54	0	basic	-M	17
48	X48	44,75	15	671,25	0	basic	-M	17
49	X49	126,36	16	2.021,76	0	basic	-M	17
50	X50	0,8	0	0	0	basic	-M	M

Objective Function (Max.) = 2.670.259,00 (Note: Alternate Solution Exists!!)

	Constraint	Left Hand Side	Direction	Right Hand Side	Slack or Surplus	Shadow Price	Allowable Min. RHS	Allowable Max. RHS
1	C1	106.425,40	≤	202.519,00	96.093,60	0	106.425,40	M
2	C4	48.353,75	≤	95.659,00	47.305,26	0	48.353,74	M
3	C5	58.492,73	≤	163.238,00	104.745,30	0	58.492,73	M
4	C6	97.021,11	≤	123.240,00	26.218,89	0	97.021,11	M
5	C7	60.704,49	≤	152.849,00	92.144,52	0	60.704,48	M
6	C8	87.559,59	≤	112.195,00	24.635,43	0	87.559,57	M
7	C9	45.654,37	≤	64.054,00	18.399,63	0	45.654,37	M
8	C10	1.186,00	≤	1.186,00	0	30	604,21	25.965,21
9	C11	10.280,00	≤	10.280,00	0	28	5.240,14	35.059,21

10	C12	24.217,00	≤	24.217,00	0	26	12.343,74	48.996,21
11	C13	23.325,00	≤	23.325,00	0	24	11.889,67	48.104,21
12	C15	33.103,00	≤	33.103,00	0	20	16.874,45	57.882,21
13	C16	4.489,00	≤	4.489,00	0	17	2.287,83	29.268,21
14	C17	62,87	≥	62,87	0	-9	0	644,66
15	C18	130,86	≥	130,86	0	-5	0	712,65
16	C19	470,85	≥	470,85	0	-3	0	1.052,64
17	C20	751,35	≥	169,56	581,79	0	-M	751,35
18	C21	41,65	≥	41,65	0	-4	0	623,44
19	C22	11,83	≥	11,83	0	-4	0	593,62
20	C23	33,39	≥	33,39	0	-5	0	615,18
21	C24	544,86	≥	544,86	0	-7	0	5.584,72
22	C25	1.134,04	≥	1.134,04	0	-5,5	0	6.173,90
23	C26	4.080,51	≥	4.080,51	0	-2,5	0	9.120,37
24	C27	6.509,37	≥	1.469,51	5.039,86	0	-M	6.509,37
25	C28	360,96	≥	360,96	0	-2	0	5.400,82
26	C29	102,49	≥	102,49	0	-3,5	0	5.142,35
27	C30	289,37	≥	289,37	0	-3	0	5.329,23
28	C31	1.283,50	≥	1.283,50	0	-5	0	13.156,76
29	C32	2.671,40	≥	2.671,40	0	-5	0	14.544,66
30	C33	9.612,24	≥	9.612,24	0	-3	0	21.485,50
31	C34	15.334,91	≥	3.461,65	11.873,26	0	-M	15.334,91
32	C35	850,29	≥	850,29	0	0	0	12.723,55
33	C36	241,42	≥	241,42	0	-4	0	12.114,68
34	C37	681,64	≥	681,64	0	-1	0	12.554,90
35	C38	1.236,23	≥	1.236,23	0	-4,5	0	12.671,56
36	C39	2.573,01	≥	2.573,01	0	-3,5	0	14.008,34
37	C40	9.258,23	≥	9.258,23	0	-2,5	0	20.693,56
38	C41	14.769,49	≥	3.334,16	11.435,33	0	-M	14.769,49
39	C39	818,97	≥	818,97	0	-0,5	0	12.254,30
40	C40	232,53	≥	232,53	0	-4,5	0	11.667,86
41	C41	656,54	≥	656,54	0	-1,5	0	12.091,87
42	C42	1.754,37	≥	1.754,37	0	-4,5	0	17.982,92
43	C43	3.651,45	≥	3.651,45	0	-4	0	19.880,00
44	C44	13.138,67	≥	13.138,67	0	-2,5	0	29.367,22
45	C45	20.960,17	≥	4.731,62	16.228,55	0	-M	20.960,17
46	C46	1.162,23	≥	1.162,23	0	-2,5	0	17.390,78
47	C47	329,99	≥	329,99	0	-3,5	0	16.558,54
48	C48	931,72	≥	931,72	0	-2,5	0	17.160,27
49	C49	237,93	≥	237,93	0	-3	0	2.439,10
50	C50	495,21	≥	495,21	0	-2,5	0	2.696,38
51	C51	1.781,86	≥	1.781,86	0	-1	0	3.983,03
52	C52	2.842,87	≥	641,7	2.201,17	0	-M	2.842,87

53	C53	157,62	≥	157,62	0	0	0	2.358,79
54	C54	44,75	≥	44,75	0	-2	0	2.245,92
55	C55	126,36	≥	126,36	0	-1	0	2.327,53
56	θ	0,8	=	0,8	0	750.423,00	0	2,4947

EK 2.10. Verdegay Modelinin ϴ = 0.9 için Optimal Çözüm Değerleri

	Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit c(j)	Total Contribution	Reduced Cost	Basis Status	Allowable Min. c(j)	Allowable Max. c(j)
1	X1	62,87	21	1.320,27	0	basic	-M	30
2	X2	130,86	25	3.271,50	0	basic	-M	30
3	X3	470,85	27	12.712,95	0	basic	-M	30
4	X4	790,95	30	23.728,50	0	basic	27	M
5	X5	41,65	26	1.082,90	0	basic	-M	30
6	X6	11,83	26	307,58	0	basic	-M	30
7	X7	33,39	25	834,75	0	basic	-M	30
8	X8	544,86	21	11.442,06	0	basic	-M	28
9	X9	1.134,04	22,5	25.515,90	0	basic	-M	28
10	X10	4.080,51	25,5	104.053,00	0	basic	-M	28
11	X11	6.852,07	28	191.858,00	0	basic	26	M
12	X12	360,96	26	9.384,96	0	basic	-M	28
13	X13	102,49	24,5	2.511,01	0	basic	-M	28
14	X14	289,37	25	7.234,25	0	basic	-M	28
15	X15	1.283,50	21	26.953,50	0	basic	-M	26
16	X16	2.671,40	21	56.099,40	0	basic	-M	26
17	X17	9.612,24	23	221.081,50	0	basic	-M	26
18	X18	16.142,21	26	419.697,50	0	basic	26	M
19	X19	850,29	26	22.107,54	0	basic	-M	26
20	X20	241,42	22	5.311,24	0	basic	-M	26
21	X21	681,64	25	17.041,00	0	basic	-M	26
22	X22	1.236,23	19,5	24.106,48	0	basic	18,5	24
23	X23	2.573,01	20,5	52.746,71	0	basic	18	24
24	X24	9.258,23	21,5	199.052,00	0	basic	19	24
25	X25	15.546,99	24	373.127,80	0	basic	23,5	M
26	X26	818,97	23,5	19.245,79	0	basic	23,5	24
27	X27	232,53	19,5	4.534,34	0	basic	18	24
28	X28	656,54	22,5	14.772,15	0	basic	22,5	24
29	X29	0	18,5	0	-1	at bound	-M	19,5
30	X30	0	18	0	-2,5	at bound	-M	20,5
31	X31	0	19	0	-2,5	at bound	-M	21,5
32	X32	0	22	0	-2	at bound	-M	24
33	X33	0	23,5	0	0	at bound	-M	23,5
34	X34	0	18	0	-1,5	at bound	-M	19,5
35	X35	0	22,5	0	0	at bound	-M	22,5
36	X36	1.754,37	15,5	27.192,73	0	basic	-M	20
37	X37	3.651,45	16	58.423,20	0	basic	-M	20

38	X38	13.138,67	17,5	229.926,70	0	basic	-M	20
39	X39	22.063,37	20	441.267,40	0	basic	17,5	M
40	X40	1.162,23	17,5	20.339,03	0	basic	-M	20
41	X41	329,99	16,5	5.444,84	0	basic	-M	20
42	X42	931,72	17,5	16.305,10	0	basic	-M	20
43	X43	237,93	14	3.331,02	0	basic	-M	17
44	X44	495,21	14,5	7.180,55	0	basic	-M	17
45	X45	1.781,86	16	28.509,76	0	basic	-M	17
46	X46	2.992,57	17	50.873,69	0	basic	17	M
47	X47	157,62	17	2.679,54	0	basic	-M	17
48	X48	44,75	15	671,25	0	basic	-M	17
49	X49	126,36	16	2.021,76	0	basic	-M	17
50	X50	0,9	0	0	0	basic	-M	M

Objective Function (Max.) = 2.745.301,00 (Note: Alternate Solution Exists!!)

	Constraint	Left Hand Side	Direction	Right Hand Side	Slack or Surplus	Shadow Price	Allowable Min. RHS	Allowable Max. RHS
1	C1	107.110,20	≤	202.519,00	95.408,80	0	107.110,20	M
2	C4	46.832,98	≤	95.659,00	48.826,03	0	46.832,97	M
3	C5	57.401,34	≤	163.238,00	105.836,70	0	57.401,33	M
4	C6	96.372,19	≤	123.240,00	26.867,80	0	96.372,20	M
5	C7	58.851,11	≤	152.849,00	93.997,90	0	58.851,10	M
6	C8	88.376,01	≤	112.195,00	23.818,99	0	88.376,01	M
7	C9	46.740,07	≤	64.054,00	17.313,94	0	46.740,06	M
8	C10	1.186,00	≤	1.186,00	0	30	564,61	26.578,50
9	C11	10.280,00	≤	10.280,00	0	28	4.897,44	35.672,50
10	C12	24.217,00	≤	24.217,00	0	26	11.536,44	49.609,50
11	C13	23.325,00	≤	23.325,00	0	24	11.112,17	48.717,50
12	C15	33.103,00	≤	33.103,00	0	20	15.771,25	58.495,50
13	C16	4.489,00	≤	4.489,00	0	17	2.138,13	29.881,50
14	C17	62,87	≥	62,87	0	-9	0	684,26
15	C18	130,86	≥	130,86	0	-5	0	752,25
16	C19	470,85	≥	470,85	0	-3	0	1.092,24
17	C20	790,95	≥	169,56	621,39	0	-M	790,95
18	C21	41,65	≥	41,65	0	-4	0	663,04
19	C22	11,83	≥	11,83	0	-4	0	633,22
20	C23	33,39	≥	33,39	0	-5	0	654,78
21	C24	544,86	≥	544,86	0	-7	0	5.927,42
22	C25	1.134,04	≥	1.134,04	0	-5,5	0	6.516,60
23	C26	4.080,51	≥	4.080,51	0	-2,5	0	9.463,07
24	C27	6.852,07	≥	1.469,51	5.382,56	0	-M	6.852,07
25	C28	360,96	≥	360,96	0	-2	0	5.743,52
26	C29	102,49	≥	102,49	0	-3,5	0	5.485,05
27	C30	289,37	≥	289,37	0	-3	0	5.671,93
28	C31	1.283,50	≥	1.283,50	0	-5	0	13.964,06
29	C32	2.671,40	≥	2.671,40	0	-5	0	15.351,96
30	C33	9.612,24	≥	9.612,24	0	-3	0	22.292,80
31	C34	16.142,21	≥	3.461,65	12.680,56	0	-M	16.142,21

32	C35	850,29	≥	850,29	0	0	0	13.530,85
33	C36	241,42	≥	241,42	0	-4	0	12.921,98
34	C37	681,64	≥	681,64	0	-1	0	13.362,20
35	C38	1.236,23	≥	1.236,23	0	-4,5	0	13.449,06
36	C39	2.573,01	≥	2.573,01	0	-3,5	0	14.785,84
37	C40	9.258,23	≥	9.258,23	0	-2,5	0	21.471,06
38	C41	15.546,99	≥	3.334,16	12.212,83	0	-M	15.546,99
39	C39	818,97	≥	818,97	0	-0,5	0	13.031,80
40	C40	232,53	≥	232,53	0	-4,5	0	12.445,36
41	C41	656,54	≥	656,54	0	-1,5	0	12.869,37
42	C42	1.754,37	≥	1.754,37	0	-4,5	0	19.086,12
43	C43	3.651,45	≥	3.651,45	0	-4	0	20.983,20
44	C44	13.138,67	≥	13.138,67	0	-2,5	0	30.470,42
45	C45	22.063,37	≥	4.731,62	17.331,75	0	-M	22.063,37
46	C46	1.162,23	≥	1.162,23	0	-2,5	0	18.493,98
47	C47	329,99	≥	329,99	0	-3,5	0	17.661,74
48	C48	931,72	≥	931,72	0	-2,5	0	18.263,47
49	C49	237,93	≥	237,93	0	-3	0	2.588,80
50	C50	495,21	≥	495,21	0	-2,5	0	2.846,08
51	C51	1.781,86	≥	1.781,86	0	-1	0	4.132,73
52	C52	2.992,57	≥	641,7	2.350,87	0	-M	2.992,57
53	C53	157,62	≥	157,62	0	0	0	2.508,49
54	C54	44,75	≥	44,75	0	-2	0	2.395,62
55	C55	126,36	≥	126,36	0	-1	0	2.477,23
56	θ	0,9	=	0,9	0	750.423,00	0	2,4947

EK 2.11. Verdegay Modelinin Ө = 1 için Optimal Çözüm Değerleri

	Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit c(j)	Total Contribution	Reduced Cost	Basis Status	Allowable Min. c(j)	Allowable Max. c(j)
1	X1	62,87	21	1.320,27	0	basic	-M	30
2	X2	130,86	25	3.271,50	0	basic	-M	30
3	X3	470,85	27	12.712,95	0	basic	-M	30
4	X4	830,55	30	24.916,50	0	basic	27	M
5	X5	41,65	26	1.082,90	0	basic	-M	30
6	X6	11,83	26	307,58	0	basic	-M	30
7	X7	33,39	25	834,75	0	basic	-M	30
8	X8	544,86	21	11.442,06	0	basic	-M	28
9	X9	1.134,04	22,5	25.515,90	0	basic	-M	28
10	X10	4.080,51	25,5	104.053,00	0	basic	-M	28
11	X11	7.194,77	28	201.453,60	0	basic	26	M
12	X12	360,96	26	9.384,96	0	basic	-M	28
13	X13	102,49	24,5	2.511,01	0	basic	-M	28
14	X14	289,37	25	7.234,25	0	basic	-M	28
15	X15	1.283,50	21	26.953,50	0	basic	-M	26
16	X16	2.671,40	21	56.099,40	0	basic	-M	26
17	X17	9.612,24	23	221.081,50	0	basic	-M	26

18	X18	16.949,51	26	440.687,30	0	basic	26	M
19	X19	850,29	26	22.107,54	0	basic	-M	26
20	X20	241,42	22	5.311,24	0	basic	-M	26
21	X21	681,64	25	17.041,00	0	basic	-M	26
22	X22	1.236,23	19,5	24.106,48	0	basic	18,5	24
23	X23	2.573,01	20,5	52.746,71	0	basic	18	24
24	X24	9.258,23	21,5	199.052,00	0	basic	19	24
25	X25	16.324,49	24	391.787,80	0	basic	23,5	M
26	X26	818,97	23,5	19.245,79	0	basic	23,5	24
27	X27	232,53	19,5	4.534,34	0	basic	18	24
28	X28	656,54	22,5	14.772,15	0	basic	22,5	24
29	X29	0	18,5	0	-1	at bound	-M	19,5
30	X30	0	18	0	-2,5	at bound	-M	20,5
31	X31	0	19	0	-2,5	at bound	-M	21,5
32	X32	0	22	0	-2	at bound	-M	24
33	X33	0	23,5	0	0	at bound	-M	23,5
34	X34	0	18	0	-1,5	at bound	-M	19,5
35	X35	0	22,5	0	0	at bound	-M	22,5
36	X36	1.754,37	15,5	27.192,73	0	basic	-M	20
37	X37	3.651,45	16	58.423,20	0	basic	-M	20
38	X38	13.138,67	17,5	229.926,70	0	basic	-M	20
39	X39	23.166,57	20	463.331,40	0	basic	17,5	M
40	X40	1.162,23	17,5	20.339,03	0	basic	-M	20
41	X41	329,99	16,5	5.444,84	0	basic	-M	20
42	X42	931,72	17,5	16.305,10	0	basic	-M	20
43	X43	237,93	14	3.331,02	0	basic	-M	17
44	X44	495,21	14,5	7.180,55	0	basic	-M	17
45	X45	1.781,86	16	28.509,76	0	basic	-M	17
46	X46	3.142,27	17	53.418,59	0	basic	17	M
47	X47	157,62	17	2.679,54	0	basic	-M	17
48	X48	44,75	15	671,25	0	basic	-M	17
49	X49	126,36	16	2.021,76	0	basic	-M	17
50	X50	1	0	0	0	basic	-M	M
	Objective	Function	(Max.) =	2.820.343,00	(Note:	Alternate	Solution	Exists!!)

	Constraint	Left Hand Side	Direction	Right Hand Side	Slack or Surplus	Shadow Price	Allowable Min. RHS	Allowable Max. RHS
1	C1	107.795,00	≤	202.519,00	94.724,01	0	107.795,00	M
2	C4	45.312,21	≤	95.659,00	50.346,80	0	45.312,20	M
3	C5	56.309,93	≤	163.238,00	106.928,10	0	56.309,92	M
4	C6	95.723,27	≤	123.240,00	27.516,72	0	95.723,28	M
5	C7	56.997,71	≤	152.849,00	95.851,28	0	56.997,72	M
6	C8	89.192,44	≤	112.195,00	23.002,56	0	89.192,44	M
7	C9	47.825,76	≤	64.054,00	16.228,24	0	47.825,76	M
8	C10	1.186,00	≤	1.186,00	0	30	525,01	27.191,79
9	C11	10.280,00	≤	10.280,00	0	28	4.554,74	36.285,79
10	C12	24.217,00	≤	24.217,00	0	26	10.729,14	50.222,79

11	C13	23.325,00	≤	23.325,00	0	24	10.334,67	49.330,79
12	C15	33.103,00	≤	33.103,00	0	20	14.668,05	59.108,79
13	C16	4.489,00	≤	4.489,00	0	17	1.988,43	30.494,79
14	C17	62,87	≥	62,87	0	-9	0	723,86
15	C18	130,86	≥	130,86	0	-5	0	791,85
16	C19	470,85	≥	470,85	0	-3	0	1.131,84
17	C20	830,55	≥	169,56	660,99	0	-M	830,55
18	C21	41,65	≥	41,65	0	-4	0	702,64
19	C22	11,83	≥	11,83	0	-4	0	672,82
20	C23	33,39	≥	33,39	0	-5	0	694,38
21	C24	544,86	≥	544,86	0	-7	0	6.270,12
22	C25	1.134,04	≥	1.134,04	0	-5,5	0	6.859,30
23	C26	4.080,51	≥	4.080,51	0	-2,5	0	9.805,77
24	C27	7.194,77	≥	1.469,51	5.725,26	0	-M	7.194,77
25	C28	360,96	≥	360,96	0	-2	0	6.086,22
26	C29	102,49	≥	102,49	0	-3,5	0	5.827,75
27	C30	289,37	≥	289,37	0	-3	0	6.014,63
28	C31	1.283,50	≥	1.283,50	0	-5	0	14.771,36
29	C32	2.671,40	≥	2.671,40	0	-5	0	16.159,26
30	C33	9.612,24	≥	9.612,24	0	-3	0	23.100,10
31	C34	16.949,51	≥	3.461,65	13.487,86	0	-M	16.949,51
32	C35	850,29	≥	850,29	0	0	0	14.338,15
33	C36	241,42	≥	241,42	0	-4	0	13.729,28
34	C37	681,64	≥	681,64	0	-1	0	14.169,50
35	C38	1.236,23	≥	1.236,23	0	-4,5	0	14.226,56
36	C39	2.573,01	≥	2.573,01	0	-3,5	0	15.563,34
37	C40	9.258,23	≥	9.258,23	0	-2,5	0	22.248,56
38	C41	16.324,49	≥	3.334,16	12.990,33	0	-M	16.324,49
39	C39	818,97	≥	818,97	0	-0,5	0	13.809,30
40	C40	232,53	≥	232,53	0	-4,5	0	13.222,86
41	C41	656,54	≥	656,54	0	-1,5	0	13.646,87
42	C42	1.754,37	≥	1.754,37	0	-4,5	0	20.189,32
43	C43	3.651,45	≥	3.651,45	0	-4	0	22.086,40
44	C44	13.138,67	≥	13.138,67	0	-2,5	0	31.573,62
45	C45	23.166,57	≥	4.731,62	18.434,95	0	-M	23.166,57
46	C46	1.162,23	≥	1.162,23	0	-2,5	0	19.597,18
47	C47	329,99	≥	329,99	0	-3,5	0	18.764,94
48	C48	931,72	≥	931,72	0	-2,5	0	19.366,67
49	C49	237,93	≥	237,93	0	-3	0	2.738,50
50	C50	495,21	≥	495,21	0	-2,5	0	2.995,78
51	C51	1.781,86	≥	1.781,86	0	-1	0	4.282,43
52	C52	3.142,27	≥	641,7	2.500,57	0	-M	3.142,27
53	C53	157,62	≥	157,62	0	0	0	2.658,19
54	C54	44,75	≥	44,75	0	-2	0	2.545,32
55	C55	126,36	≥	126,36	0	-1	0	2.626,93
56	θ	1	=	1	0	750.423,00	0	2,4947

EK 3.1. Werners Modelinin α = 0 için Optimal Çözüm Değerleri

	Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit c(j)	Total Contribution	Reduced Cost	Basis Status	Allowable Min. c(j)	Allowable Max. c(j)
1	X1	62,87	21	1.320,27	0	basic	-M	30
2	X2	130,86	25	3.271,50	0	basic	-M	30
3	X3	470,85	27	12.712,95	0	basic	-M	30
4	X4	830,55	30	24.916,50	0	basic	27	M
5	X5	41,65	26	1.082,90	0	basic	-M	30
6	X6	11,83	26	307,58	0	basic	-M	30
7	X7	33,39	25	834,75	0	basic	-M	30
8	X8	544,86	21	11.442,06	0	basic	-M	28
9	X9	1.134,04	22,5	25.515,90	0	basic	-M	28
10	X10	4.080,51	25,5	104.053,00	0	basic	-M	28
11	X11	7.194,77	28	201.453,60	0	basic	26	M
12	X12	360,96	26	9.384,96	0	basic	-M	28
13	X13	102,49	24,5	2.511,01	0	basic	-M	28
14	X14	289,37	25	7.234,25	0	basic	-M	28
15	X15	1.283,50	21	26.953,50	0	basic	-M	26
16	X16	2.671,40	21	56.099,40	0	basic	-M	26
17	X17	9.612,24	23	221.081,50	0	basic	-M	26
18	X18	16.949,51	26	440.687,30	0	basic	26	M
19	X19	850,29	26	22.107,54	0	basic	-M	26
20	X20	241,42	22	5.311,24	0	basic	-M	26
21	X21	681,64	25	17.041,00	0	basic	-M	26
22	X22	1.236,23	19,5	24.106,48	0	basic	18,5	24
23	X23	2.573,01	20,5	52.746,71	0	basic	18	24
24	X24	9.258,23	21,5	199.052,00	0	basic	19	24
25	X25	16.324,49	24	391.787,80	0	basic	23,5	M
26	X26	818,97	23,5	19.245,79	0	basic	23,5	24
27	X27	232,53	19,5	4.534,34	0	basic	18	24
28	X28	656,54	22,5	14.772,15	0	basic	22,5	24
29	X29	0	18,5	0	-1	at bound	-M	19,5
30	X30	0	18	0	-2,5	at bound	-M	20,5
31	X31	0	19	0	-2,5	at bound	-M	21,5
32	X32	0	22	0	-2	at bound	-M	24
33	X33	0	23,5	0	0	at bound	-M	23,5
34	X34	0	18	0	-1,5	at bound	-M	19,5
35	X35	0	22,5	0	0	at bound	-M	22,5
36	X36	1.754,37	15,5	27.192,73	0	basic	-M	20
37	X37	3.651,45	16	58.423,20	0	basic	-M	20
38	X38	13.138,67	17,5	229.926,70	0	basic	-M	20
39	X39	23.166,57	20	463.331,40	0	basic	17,5	M
40	X40	1.162,23	17,5	20.339,03	0	basic	-M	20
41	X41	329,99	16,5	5.444,84	0	basic	-M	20
42	X42	931,72	17,5	16.305,10	0	basic	-M	20
43	X43	237,93	14	3.331,02	0	basic	-M	17
44	X44	495,21	14,5	7.180,55	0	basic	-M	17

45	X45	1.781,86	16	28.509,76	0	basic	-M	17
46	X46	3.142,27	17	53.418,59	0	basic	17	M
47	X47	157,62	17	2.679,54	0	basic	-M	17
48	X48	44,75	15	671,25	0	basic	-M	17
49	X49	126,36	16	2.021,76	0	basic	-M	17

Objective Function (Max.) = 2.820.343,00 (Note: Alternate Solution Exists!!)

	Constraint	Left Hand Side	Direction	Right Hand Side	Slack or Surplus	Shadow Price	Allowable Min. RHS	Allowable Max. RHS
1	C1	134.596,00	≤	229.320,00	94.724,01	0	134.596,00	M
2	C4	80.693,21	≤	131.040,00	50.346,80	0	80.693,20	M
3	C5	89.631,93	≤	196.560,00	106.928,10	0	89.631,92	M
4	C6	136.283,30	≤	163.800,00	27.516,72	0	136.283,30	M
5	C7	100.708,70	≤	196.560,00	95.851,28	0	100.708,70	M
6	C8	108.037,40	≤	131.040,00	23.002,56	0	108.037,40	M
7	C9	49.291,76	≤	65.520,00	16.228,24	0	49.291,76	M
8	C10	1.582,00	≤	1.582,00	0	30	921,01	27.587,79
9	C11	13.707,00	≤	13.707,00	0	28	7.981,74	39.712,79
10	C12	32.290,00	≤	32.290,00	0	26	18.802,14	58.295,79
11	C13	31.100,00	≤	31.100,00	0	24	18.109,67	57.105,79
12	C15	44.135,00	≤	44.135,00	0	20	25.700,05	70.140,78
13	C16	5.986,00	≤	5.986,00	0	17	3.485,43	31.991,79
14	C17	62,87	≥	62,87	0	-9	0	723,86
15	C18	130,86	≥	130,86	0	-5	0	791,85
16	C19	470,85	≥	470,85	0	-3	0	1.131,84
17	C20	830,55	≥	169,56	660,99	0	-M	830,55
18	C21	41,65	≥	41,65	0	-4	0	702,64
19	C22	11,83	≥	11,83	0	-4	0	672,82
20	C23	33,39	≥	33,39	0	-5	0	694,38
21	C24	544,86	≥	544,86	0	-7	0	6.270,12
22	C25	1.134,04	≥	1.134,04	0	-5,5	0	6.859,30
23	C26	4.080,51	≥	4.080,51	0	-2,5	0	9.805,77
24	C27	7.194,77	≥	1.469,51	5.725,26	0	-M	7.194,77
25	C28	360,96	≥	360,96	0	-2	0	6.086,22
26	C29	102,49	≥	102,49	0	-3,5	0	5.827,75
27	C30	289,37	≥	289,37	0	-3	0	6.014,63
28	C31	1.283,50	≥	1.283,50	0	-5	0	14.771,36
29	C32	2.671,40	≥	2.671,40	0	-5	0	16.159,26
30	C33	9.612,24	≥	9.612,24	0	-3	0	23.100,10
31	C34	16.949,51	≥	3.461,65	13.487,86	0	-M	16.949,51
32	C35	850,29	≥	850,29	0	0	0	14.338,15
33	C36	241,42	≥	241,42	0	-4	0	13.729,28
34	C37	681,64	≥	681,64	0	-1	0	14.169,50
35	C38	1.236,23	≥	1.236,23	0	-4,5	0	14.226,56
36	C39	2.573,01	≥	2.573,01	0	-3,5	0	15.563,34
37	C40	9.258,23	≥	9.258,23	0	-2,5	0	22.248,56
38	C41	16.324,49	≥	3.334,16	12.990,33	0	-M	16.324,49
39	C39	818,97	≥	818,97	0	-0,5	0	13.809,30

40	C40	232,53	≥	232,53	0	-4,5	0	13.222,86
41	C41	656,54	≥	656,54	0	-1,5	0	13.646,87
42	C42	1.754,37	≥	1.754,37	0	-4,5	0	20.189,32
43	C43	3.651,45	≥	3.651,45	0	-4	0	22.086,40
44	C44	13.138,67	≥	13.138,67	0	-2,5	0	31.573,62
45	C45	23.166,57	≥	4.731,62	18.434,95	0	-M	23.166,57
46	C46	1.162,23	≥	1.162,23	0	-2,5	0	19.597,18
47	C47	329,99	≥	329,99	0	-3,5	0	18.764,94
48	C48	931,72	≥	931,72	0	-2,5	0	19.366,67
49	C49	237,93	≥	237,93	0	-3	0	2.738,50
50	C50	495,21	≥	495,21	0	-2,5	0	2.995,78
51	C51	1.781,86	≥	1.781,86	0	-1	0	4.282,43
52	C52	3.142,27	≥	641,7	2.500,57	0	-M	3.142,27
53	C53	157,62	≥	157,62	0	0	0	2.658,19
54	C54	44,75	≥	44,75	0	-2	0	2.545,32
55	C55	126,36	≥	126,36	0	-1	0	2.626,93

EK 3.2. Werners Modelinin α = 1 için Optimal Çözüm Değerleri

	Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit c(j)	Total Contribution	Reduced Cost	Basis Status	Allowable Min. c(j)	Allowable Max. c(j)
1	X1	62,87	21	1.320,27	0	basic	-M	30
2	X2	130,86	25	3.271,50	0	basic	-M	30
3	X3	470,85	27	12.712,95	0	basic	-M	30
4	X4	434,55	30	13.036,50	0	basic	27	M
5	X5	41,65	26	1.082,90	0	basic	-M	30
6	X6	11,83	26	307,58	0	basic	-M	30
7	X7	33,39	25	834,75	0	basic	-M	30
8	X8	544,86	21	11.442,06	0	basic	-M	28
9	X9	1.134,04	22,5	25.515,90	0	basic	-M	28
10	X10	4.080,51	25,5	104.053,00	0	basic	-M	28
11	X11	3.767,77	28	105.497,60	0	basic	26	M
12	X12	360,96	26	9.384,96	0	basic	-M	28
13	X13	102,49	24,5	2.511,01	0	basic	-M	28
14	X14	289,37	25	7.234,25	0	basic	-M	28
15	X15	1.283,50	21	26.953,50	0	basic	-M	26
16	X16	2.671,40	21	56.099,40	0	basic	-M	26
17	X17	9.612,24	23	221.081,50	0	basic	-M	26
18	X18	8.876,51	26	230.789,30	0	basic	26	M
19	X19	850,29	26	22.107,54	0	basic	-M	26
20	X20	241,42	22	5.311,24	0	basic	-M	26
21	X21	681,64	25	17.041,00	0	basic	-M	26
22	X22	1.236,23	19,5	24.106,48	0	basic	18,5	24
23	X23	2.573,01	20,5	52.746,71	0	basic	18	24
24	X24	9.258,23	21,5	199.052,00	0	basic	19	24
25	X25	8.549,49	24	205.187,80	0	basic	23,5	M
26	X26	818,97	23,5	19.245,79	0	basic	23,5	24
27	X27	232,53	19,5	4.534,34	0	basic	18	24
28	X28	656,54	22,5	14.772,15	0	basic	22,5	24

29	X29	0	18,5	0	-1	at bound	-M	19,5
30	X30	0	18	0	-2,5	at bound	-M	20,5
31	X31	0	19	0	-2,5	at bound	-M	21,5
32	X32	0	22	0	-2	at bound	-M	24
33	X33	0	23,5	0	0	at bound	-M	23,5
34	X34	0	18	0	-1,5	at bound	-M	19,5
35	X35	0	22,5	0	0	at bound	-M	22,5
36	X36	1.754,37	15,5	27.192,73	0	basic	-M	20
37	X37	3.651,45	16	58.423,20	0	basic	-M	20
38	X38	13.138,67	17,5	229.926,70	0	basic	-M	20
39	X39	12.134,57	20	242.691,40	0	basic	17,5	M
40	X40	1.162,23	17,5	20.339,03	0	basic	-M	20
41	X41	329,99	16,5	5.444,84	0	basic	-M	20
42	X42	931,72	17,5	16.305,10	0	basic	-M	20
43	X43	237,93	14	3.331,02	0	basic	-M	17
44	X44	495,21	14,5	7.180,55	0	basic	-M	17
45	X45	1.781,86	16	28.509,76	0	basic	-M	17
46	X46	1.645,27	17	27.969,59	0	basic	17	M
47	X47	157,62	17	2.679,54	0	basic	-M	17
48	X48	44,75	15	671,25	0	basic	-M	17
49	X49	126,36	16	2.021,76	0	basic	-M	17

Objective Function (Max.) = 2.069.920,00 (Note: Alternate Solution Exists!!)

	Constraint	Left Hand Side	Direction	Right Hand Side	Slack or Surplus	Shadow Price	Allowable Min. RHS	Allowable Max. RHS
1	C1	100.947,00	≤	202.519,00	101.572,00	0	100947	M
2	C4	60.519,90	≤	95.659,00	35.139,10	0	60519,9	M
3	C5	67.223,95	≤	163.238,00	96.014,05	0	67223,95	M
4	C6	102.212,50	≤	123.240,00	21.027,54	0	102212,5	M
5	C7	75.531,55	≤	152.849,00	77.317,46	0	75531,54	M
6	C8	81.028,09	≤	112.195,00	31.166,92	0	81028,08	M
7	C9	36.968,82	≤	64.054,00	27.085,18	0	36968,82	M
8	C10	1.186,00	≤	1.186,00	0	30	921,01	21.058,92
9	C11	10.280,00	≤	10.280,00	0	28	7981,74	30.152,92
10	C12	24.217,00	≤	24.217,00	0	26	18802,14	44.089,92
11	C13	23.325,00	≤	23.325,00	0	24	18109,67	43.197,92
12	C15	33.103,00	≤	33.103,00	0	20	25700,05	52.975,92
13	C16	4.489,00	≤	4.489,00	0	17	3485,43	24.361,92
14	C17	62,87	≥	62,87	0	-9	0	327,86
15	C18	130,86	≥	130,86	0	-5	0	395,85
16	C19	470,85	≥	470,85	0	-3	0	735,84
17	C20	434,55	≥	169,56	264,99	0	-M	434,55
18	C21	41,65	≥	41,65	0	-4	0	306,64
19	C22	11,83	≥	11,83	0	-4	0	276,82
20	C23	33,39	≥	33,39	0	-5	0	298,38
21	C24	544,86	≥	544,86	0	-7	0	2.843,12
22	C25	1.134,04	≥	1.134,04	0	-5,5	0	3.432,30
23	C26	4.080,51	≥	4.080,51	0	-2,5	0	6.378,77
24	C27	3.767,77	≥	1.469,51	2.298,26	0	-M	3.767,77

25	C28	360,96	≥	360,96	0	-2	0	2.659,22
26	C29	102,49	≥	102,49	0	-3,5	0	2.400,75
27	C30	289,37	≥	289,37	0	-3	0	2.587,63
28	C31	1.283,50	≥	1.283,50	0	-5	0	6.698,36
29	C32	2.671,40	≥	2.671,40	0	-5	0	8.086,26
30	C33	9.612,24	≥	9.612,24	0	-3	0	15.027,10
31	C34	8.876,51	≥	3.461,65	5.414,86	0	-M	8.876,51
32	C35	850,29	≥	850,29	0	0	0	6.265,15
33	C36	241,42	≥	241,42	0	-4	0	5.656,28
34	C37	681,64	≥	681,64	0	-1	0	6.096,50
35	C38	1.236,23	≥	1.236,23	0	-4,5	0	6.451,56
36	C39	2.573,01	≥	2.573,01	0	-3,5	0	7.788,34
37	C40	9.258,23	≥	9.258,23	0	-2,5	0	14.473,56
38	C41	8.549,49	≥	3.334,16	5.215,33	0	-M	8.549,49
39	C39	818,97	≥	818,97	0	-0,5	0	6.034,30
40	C40	232,53	≥	232,53	0	-4,5	0	5.447,86
41	C41	656,54	≥	656,54	0	-1,5	0	5.871,87
42	C42	1.754,37	≥	1.754,37	0	-4,5	0	9.157,32
43	C43	3.651,45	≥	3.651,45	0	-4	0	11.054,40
44	C44	13.138,67	≥	13.138,67	0	-2,5	0	20.541,62
45	C45	12.134,57	≥	4.731,62	7.402,95	0	-M	12.134,57
46	C46	1.162,23	≥	1.162,23	0	-2,5	0	8.565,18
47	C47	329,99	≥	329,99	0	-3,5	0	7.732,94
48	C48	931,72	≥	931,72	0	-2,5	0	8.334,67
49	C49	237,93	≥	237,93	0	-3	0	1.241,50
50	C50	495,21	≥	495,21	0	-2,5	0	1.498,78
51	C51	1.781,86	≥	1.781,86	0	-1	0	2.785,43
52	C52	1.645,27	≥	641,7	1.003,57	0	-M	1.645,27
53	C53	157,62	≥	157,62	0	0	0	1.161,19
54	C54	44,75	≥	44,75	0	-2	0	1.048,32
55	C55	126,36	≥	126,36	0	-1	0	1.129,93

EK 3.3. Werners Modelinin Optimal Çözüm Değerleri

	Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit c(j)	Total Contribution	Reduced Cost	Basis Status	Allowable Min. c(j)	Allowable Max. c(j)
1	X1	62,87	0	0	0	basic	-M	0
2	X2	130,86	0	0	0	basic	-M	0
3	X3	470,85	0	0	0	basic	-M	0
4	X4	632,3629	0	0	0	basic	0	0,0025
5	X5	41,65	0	0	0	basic	-M	0
6	X6	11,83	0	0	0	basic	-M	0
7	X7	33,39	0	0	0	basic	-M	0
8	X8	544,86	0	0	0	basic	-M	0
9	X9	1.134,04	0	0	0	basic	-M	0
10	X10	4.080,51	0	0	0	basic	-M	0
11	X11	5.479,65	0	0	0	basic	0	0,0003
12	X12	360,96	0	0	0	basic	-M	0

13	X13	102,49	0	0	0	basic	-M	0
14	X14	289,37	0	0	0	basic	-M	0
15	X15	1.283,50	0	0	0	basic	-M	0
16	X16	2.671,40	0	0	0	basic	-M	0
17	X17	9.612,24	0	0	0	basic	-M	0
18	X18	12.909,19	0	0	0	basic	0	0,0001
19	X19	850,29	0	0	0	basic	-M	0
20	X20	241,42	0	0	0	basic	-M	0
21	X21	681,64	0	0	0	basic	-M	0
22	X22	1.236,23	0	0	0	basic	0	0
23	X23	2.573,01	0	0	0	basic	0	0
24	X24	9.258,23	0	0	0	basic	0	0
25	X25	12.433,32	0	0	0	basic	0	0,0001
26	X26	818,97	0	0	0	basic	0	0
27	X27	232,53	0	0	0	basic	0	0
28	X28	656,54	0	0	0	basic	0	0
29	X29	0	0	0	0	at bound	-M	0
30	X30	0	0	0	0	at bound	-M	0
31	X31	0	0	0	0	at bound	-M	0
32	X32	0	0	0	0	at bound	-M	0
33	X33	0	0	0	0	at bound	-M	0
34	X34	0	0	0	0	at bound	-M	0
35	X35	0	0	0	0	at bound	-M	0
36	X36	1.754,37	0	0	0	basic	-M	0
37	X37	3.651,45	0	0	0	basic	-M	0
38	X38	13.138,67	0	0	0	basic	-M	0
39	X39	17.645,36	0	0	0	basic	0	0,0001
40	X40	1.162,23	0	0	0	basic	-M	0
41	X41	329,99	0	0	0	basic	-M	0
42	X42	931,72	0	0	0	basic	-M	0
43	X43	237,93	0	0	0	basic	-M	0
44	X44	495,21	0	0	0	basic	-M	0
45	X45	1.781,86	0	0	0	basic	-M	0
46	X46	2.393,06	0	0	0	basic	0	0,0007
47	X47	157,62	0	0	0	basic	-M	0
48	X48	44,75	0	0	0	basic	-M	0
49	X49	126,36	0	0	0	basic	-M	0
50	λ	0,5005	1	0,5005	0	basic	0	M

Objective Function (Max.) = 0,5005 (Note: Alternate Solution Exists!!)

	Constraint	Left Hand Side	Direction	Right Hand Side	Slack or Surplus	Shadow Price	Allowable Min. RHS	Allowable Max. RHS
1	C1	131.168,80	≤	229.320,00	98.151,24	0	131.168,80	M
2	C4	88.304,24	≤	131.040,00	42.735,76	0	88.304,23	M
3	C5	95.094,11	≤	196.560,00	101.465,90	0	95.094,09	M
4	C6	139.530,90	≤	163.800,00	24.269,06	0	139.530,90	M
5	C7	109.984,40	≤	196.560,00	86.575,61	0	109.984,40	M
6	C8	103.951,40	≤	131.040,00	27.088,60	0	103.951,40	M
7	C9	43.858,16	≤	65.520,00	21.661,84	0	43.858,16	M
8	C10	1.582,00	≤	1.582,00	0	0	1.115,51	22.013,77

9	C11	13.707,00	≤	13.707,00	0	0	9.422,96	34.288,60
10	C12	32.290,00	≤	32.290,00	0	0	21.306,36	53.023,65
11	C13	31.100,00	≤	31.100,00	0	0	20.708,92	51.987,96
12	C15	44.135,00	≤	44.135,00	0	0	28.995,62	65.338,59
13	C16	5.986,00	≤	5.986,00	0	0	4.204,43	27.432,63
14	C17	62,87	≥	62,87	0	0	0	526,7745
15	C18	130,86	≥	130,86	0	0	0	594,2742
16	C19	470,85	≥	470,85	0	0	0	934,0195
17	C20	632,3629	≥	169,56	462,8029	0	-M	632,3629
18	C21	41,65	≥	41,65	0	0	0	504,9418
19	C22	11,83	≥	11,83	0	0	0	475,1218
20	C23	33,39	≥	33,39	0	0	0	496,8042
21	C24	544,86	≥	544,86	0	0	0	4.620,14
22	C25	1.134,04	≥	1.134,04	0	0	0	5.195,18
23	C26	4.080,51	≥	4.080,51	0	0	0	8.113,67
24	C27	5.479,65	≥	1.469,51	4.010,14	0	-M	5.479,65
25	C28	360,96	≥	360,96	0	0	0	4.389,50
26	C29	102,49	≥	102,49	0	0	0	4.144,94
27	C30	289,37	≥	289,37	0	0	0	4.327,17
28	C31	1.283,50	≥	1.283,50	0	0	0	10.992,16
29	C32	2.671,40	≥	2.671,40	0	0	0	12.380,06
30	C33	9.612,24	≥	9.612,24	0	0	0	19.214,74
31	C34	12.909,19	≥	3.461,65	9.447,55	0	-M	12.909,20
32	C35	850,29	≥	850,29	0	0	0	10.297,84
33	C36	241,42	≥	241,42	0	0	0	9.896,71
34	C37	681,64	≥	681,64	0	0	0	10.180,28
35	C38	1.236,23	≥	1.236,23	0	0	0	10.552,57
36	C39	2.573,01	≥	2.573,01	0	0	0	11.840,19
37	C40	9.258,23	≥	9.258,23	0	0	0	18.476,78
38	C41	12.433,32	≥	3.334,16	9.099,16	0	-M	12.433,32
39	C39	818,97	≥	818,97	0	0	0	9.941,76
40	C40	232,53	≥	232,53	0	0	0	9.548,87
41	C41	656,54	≥	656,54	0	0	0	9.826,96
42	C42	1.754,37	≥	1.754,37	0	0	0	15.109,87
43	C43	3.651,45	≥	3.651,45	0	0	0	16.956,38
44	C44	13.138,67	≥	13.138,67	0	0	0	26.294,16
45	C45	17.645,36	≥	4.731,62	12.913,74	0	-M	17.645,36
46	C46	1.162,23	≥	1.162,23	0	0	0	14.317,71
47	C47	329,99	≥	329,99	0	0	0	13.584,73
48	C48	931,72	≥	931,72	0	0	0	14.087,21
49	C49	237,93	≥	237,93	0	0	0	1.994,55
50	C50	495,21	≥	495,21	0	0	0	2.250,95
51	C51	1.781,86	≥	1.781,86	0	0	0	3.534,97
52	C52	2.393,06	≥	641,7	1.751,36	0	-M	2.393,06
53	C53	157,62	≥	157,62	0	0	0	1.908,98
54	C54	44,75	≥	44,75	0	0	0	1.799,61
55	C55	126,36	≥	126,36	0	0	0	1.879,47
56	C56	2.069.211,00	≥	2.069.211,00	0	0	315.181,30	2.820.343,00

EK 4. Zimmermann Modelinin Optimal Çözüm Değerleri

	Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit c(j)	Total Contribution	Reduced Cost	Basis Status	Allowable Min. c(j)	Allowable Max. c(j)
1	X1	62,87	0	0	0	basic	-M	0
2	X2	130,86	0	0	0	basic	-M	0
3	X3	470,85	0	0	0	basic	-M	0
4	X4	582,5925	0	0	0	basic	0	0,0025
5	X5	41,65	0	0	0	basic	-M	0
6	X6	11,83	0	0	0	basic	-M	0
7	X7	33,39	0	0	0	basic	-M	0
8	X8	544,86	0	0	0	basic	-M	0
9	X9	1.134,04	0	0	0	basic	-M	0
10	X10	4.080,51	0	0	0	basic	-M	0
11	X11	5.048,94	0	0	0	basic	0	0,0003
12	X12	360,96	0	0	0	basic	-M	0
13	X13	102,49	0	0	0	basic	-M	0
14	X14	289,37	0	0	0	basic	-M	0
15	X15	1.283,50	0	0	0	basic	-M	0
16	X16	2.671,40	0	0	0	basic	-M	0
17	X17	9.612,24	0	0	0	basic	-M	0
18	X18	11.894,56	0	0	0	basic	0	0,0001
19	X19	850,29	0	0	0	basic	-M	0
20	X20	241,42	0	0	0	basic	-M	0
21	X21	681,64	0	0	0	basic	-M	0
22	X22	1.236,23	0	0	0	basic	0	0
23	X23	2.573,01	0	0	0	basic	0	0
24	X24	9.258,23	0	0	0	basic	0	0
25	X25	11.456,13	0	0	0	basic	0	0,0001
26	X26	818,97	0	0	0	basic	0	0
27	X27	232,53	0	0	0	basic	0	0
28	X28	656,54	0	0	0	basic	0	0
29	X29	0	0	0	0	at bound	-M	0
30	X30	0	0	0	0	at bound	-M	0
31	X31	0	0	0	0	at bound	-M	0
32	X32	0	0	0	0	at bound	-M	0
33	X33	0	0	0	0	at bound	-M	0
34	X34	0	0	0	0	at bound	-M	0
35	X35	0	0	0	0	at bound	-M	0
36	X36	1.754,37	0	0	0	basic	-M	0
37	X37	3.651,45	0	0	0	basic	-M	0
38	X38	13.138,67	0	0	0	basic	-M	0
39	X39	16.258,83	0	0	0	basic	0	0,0001
40	X40	1.162,23	0	0	0	basic	-M	0
41	X41	329,99	0	0	0	basic	-M	0
42	X42	931,72	0	0	0	basic	-M	0
43	X43	237,93	0	0	0	basic	-M	0
44	X44	495,21	0	0	0	basic	-M	0
45	X45	1.781,86	0	0	0	basic	-M	0
46	X46	2.204,92	0	0	0	basic	0	0,0007
47	X47	157,62	0	0	0	basic	-M	0
48	X48	44,75	0	0	0	basic	-M	0
49	X49	126,36	0	0	0	basic	-M	0
50	λ	0,6262	1	0,6262	0	basic	0	M

	Objective	Function	(Max.) =	0,6262	(Note:	Alternate	Solution	Exists!!)
	Constraint	Left Hand Side	Direction	Right Hand Side	Slack or Surplus	Shadow Price	Allowable Min. RHS	Allowable Max. RHS
1	C1	130.308,10	≤	229.320,00	99.011,91	0	130.308,10	M
2	C4	90.215,59	≤	131.040,00	40.824,42	0	90.215,58	M
3	C5	96.465,80	≤	196.560,00	100.094,20	0	96.465,79	M
4	C6	140.346,50	≤	163.800,00	23.453,49	0	140.346,50	M
5	C7	112.313,80	≤	196.560,00	84.246,23	0	112.313,80	M
6	C8	102.925,30	≤	131.040,00	28.114,71	0	102.925,30	M
7	C9	42.493,63	≤	65.520,00	23.026,37	0	42.493,63	M
8	C10	1.582,00	≤	1.582,00	0	0	1.164,66	20.691,50
9	C11	13.707,00	≤	13.707,00	0	0	9.801,85	32.993,78
10	C12	32.290,00	≤	32.290,00	0	0	21.975,11	51.757,39
11	C13	31.100,00	≤	31.100,00	0	0	21.405,58	50.751,40
12	C15	44.135,00	≤	44.135,00	0	0	29.872,36	64.165,07
13	C16	5.986,00	≤	5.986,00	0	0	4.387,42	26.309,79
14	C17	62,87	≥	62,87	0	0	0	477,1861
15	C18	130,86	≥	130,86	0	0	0	544,6047
16	C19	470,85	≥	470,85	0	0	0	884,3095
17	C20	582,5925	≥	169,56	413,0326	0	-M	582,5925
18	C21	41,65	≥	41,65	0	0	0	455,252
19	C22	11,83	≥	11,83	0	0	0	425,432
20	C23	33,39	≥	33,39	0	0	0	447,1346
21	C24	544,86	≥	544,86	0	0	0	4.200,52
22	C25	1.134,04	≥	1.134,04	0	0	0	4.773,09
23	C26	4.080,51	≥	4.080,51	0	0	0	7.686,79
24	C27	5.048,94	≥	1.469,51	3.579,43	0	-M	5.048,94
25	C28	360,96	≥	360,96	0	0	0	3.961,84
26	C29	102,49	≥	102,49	0	0	0	3.719,63
27	C30	289,37	≥	289,37	0	0	0	3.901,07
28	C31	1.283,50	≥	1.283,50	0	0	0	10.023,05
29	C32	2.671,40	≥	2.671,40	0	0	0	11.410,96
30	C33	9.612,24	≥	9.612,24	0	0	0	18.226,50
31	C34	11.894,56	≥	3.461,65	8.432,91	0	-M	11.894,56
32	C35	850,29	≥	850,29	0	0	0	9.283,20
33	C36	241,42	≥	241,42	0	0	0	8.917,87
34	C37	681,64	≥	681,64	0	0	0	9.174,15
35	C38	1.236,23	≥	1.236,23	0	0	0	9.612,96
36	C39	2.573,01	≥	2.573,01	0	0	0	10.891,76
37	C40	9.258,23	≥	9.258,23	0	0	0	17.519,79
38	C41	11.456,13	≥	3.334,16	8.121,97	0	-M	11.456,13
39	C39	818,97	≥	818,97	0	0	0	8.968,48
40	C40	232,53	≥	232,53	0	0	0	8.609,26
41	C41	656,54	≥	656,54	0	0	0	8.861,69
42	C42	1.754,37	≥	1.754,37	0	0	0	13.801,44
43	C43	3.651,45	≥	3.651,45	0	0	0	15.638,46
44	C44	13.138,67	≥	13.138,67	0	0	0	24.949,02
45	C45	16.258,83	≥	4.731,62	11.527,21	0	-M	16.258,83
46	C46	1.162,23	≥	1.162,23	0	0	0	12.972,57
47	C47	329,99	≥	329,99	0	0	0	12.257,52
48	C48	931,72	≥	931,72	0	0	0	12.742,06
49	C49	237,93	≥	237,93	0	0	0	1.807,27
50	C50	495,21	≥	495,21	0	0	0	2.063,53
51	C51	1.781,86	≥	1.781,86	0	0	0	3.347,11
52	C52	2.204,92	≥	641,7	1.563,22	0	-M	2.204,92

53	C53	157,62	≥	157,62	0	0	0	1.720,84
54	C54	44,75	≥	44,75	0	0	0	1.612,05
55	C55	126,36	≥	126,36	0	0	0	1.691,61
56	C56	2.100.000,00	≥	2.100.000,00	0	0	900.095,60	2.820.343,00

ÖZGEÇMİŞ

Ayşegül Tuş, 1980 yılında Almanya'da doğdu. Denizli Anafartalar Lisesi'ni bitirdikten sonra 1998 yılında Hacettepe Üniversitesi İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi İşletme Bölümü'nü kazandı.

2002 yılında Pamukkale Üniversitesi İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi, İşletme Bölümü, Sayısal Yöntemler Anabilim Dalı'nda araştırma görevlisi olarak göreve başladı. 2003 yılında Pamukkale Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü, İşletme Anabilim Dalı'nda yüksek lisansa başladı. Halen aynı üniversitede araştırma görevlisi olarak görevine devam etmektedir.