PORTFÖY ANALİZİNDE BULANIK MANTIK YAKLAŞIMI VE UYGULAMA ÖRNEĞİ

Dilek PELİTLİ

Temmuz 2007
DENİZLİ

PORTFÖY ANALİZİNDE BULANIK MANTIK YAKLAŞIMI VE UYGULAMA ÖRNEĞİ

Pamukkale Üniversitesi
Sosyal Bilimler Enstitüsü
Yüksek Lisans Tezi
İşletme Anabilim Dalı
Üretim Yönetimi ve Pazarlama Bilim Dalı

Dilek PELİTLİ

Danışman: Yrd. Doç. Dr. İrfan ERTUĞRUL

Temmuz 2007
DENİZLİ

YÜKSEK LİSANS TEZİ ONAY FORMU

İşletme Anabilim Dalı, Üretim Yönetimi ve Pazarlama Bilim Dalı öğrencisi Dilek PELİTLİ tarafından Yrd. Doç. Dr. İrfan ERTUĞRUL yönetiminde hazırlanan **"Portföy Analizinde Bulanık Mantık Yaklaşımı Ve Uygulama Örneği"** başlıklı tez aşağıdaki jüri üyeleri tarafından 11.07.2007 tarihinde yapılan tez savunma sınavında başarılı bulunmuş ve Yüksek Lisans Tezi olarak kabul edilmiştir.

Yrd. Doç. Dr. Hakan AYGÖREN

Jüri Başkanı

Yrd. Doç. Dr. İrfan ERTUĞRUL

Jüri Üyesi (Danışman)

Yrd. Doç. Dr. Sezai TOKAT

Jüri Üyesi

Pamukkale Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Yönetim Kurulu'nun 17.08.2007 tarih ve ...16/1... sayılı kararıyla onaylanmıştır.

Doç. Dr. Mehmet Meder
Müdür

Bu tezin tasarımı, hazırlanması, yürütülmesi, araştırılmalarının yapılması ve bulgularının analizlerinde bilimsel etiğe ve akademik kurallara özenle riayet edildiğini; bu çalışmanın doğrudan birincil ürünü olmayan bulguların, verilerin ve materyallerin bilimsel etiğe uygun olarak kaynak gösterildiğini ve alıntı yapılan çalışmalara atfedildiğini beyan ederim.

İmza : Pelitli

Öğrenci Adı Soyadı : Dilek PELİTLİ

TEŞEKKÜR

Yüksek lisans öğretimim boyunca bana vermiş olduğu emeklerden ve bu çalışmanın gerçekleşmesinde her türlü öğüt ve yardımlarıyla sağlamış olduğu katkılarından dolayı çok değerli danışman hocam Sayın Yrd. Doç. Dr. İrfan ERTUĞRUL'a sonsuz teşekkürlerimi sunarım.

Çalışma süresince her türlü yönlendirmelerinden dolayı, Araştırma Görevlileri Sayın Ayşegül TUŞ, Sayın Esra AYTAÇ ve Sayın Nilsen KARAKAŞOĞLU'na çok teşekkür ederim. Ayrıca Sayın Yöneticim Hülya ÖZDEMİR'e, iş arkadaşlarıma ve aileme bana verdikleri desteklerden dolayı çok teşekkür ederim.

ÖZET

PORTFÖY ANALİZİNDE BULANIK MANTIK YAKLAŞIMI VE UYGULAMA ÖRNEĞİ

Pelitli, Dilek
Yüksek Lisans Tezi, Üretim Yönetimi ve Pazarlama ABD
Tez Yöneticisi: Yrd. Doç. Dr. İrfan ERTUĞRUL

Temmuz 2007, 212 Sayfa

Sermaye piyasaları, fon fazlası olanlarla yatırım projelerini gerçekleştirmek isteyen ve fon açığı bulunanları bir araya getirir. Ayrıca sermaye piyasaları, sanayiye ucuz maliyetli fon sağlarken, tasarruf sahiplerine de yüksek kazanç sağlayabilmektedir. Tasarruf sahiplerinin birikimlerini sermaye piyasalarında değerlemeye başlamaları ile birlikte, portföy ve portföy yönetimi ile ilgili konular tartışılmaya başlamıştır.

Portföy, bir yatırımcının sahip olduğu menkul kıymetlerin listesidir. Portföy yönetimi yatırımcının elindeki fonların, mevcut menkul kıymetler arasında minimum risk ve maksimum karlılığı sağlayacak şekilde dağıtılmasıdır. Portföy analizi ise portföy riskinin, beklenen getirisinin ve müşterinin tercihlerinin belirlenmesidir. Getiri hesaplamalarında kararlar geleceğe ilişkin verildiğinden belirsizlik öne çıkmaktadır. Bu gibi belirsizliğin hakim olduğu durumlarda, etkili bir yaklaşım olan bulanık mantık yaklaşımı ele alınmaktadır.

Bu çalışmada ilk olarak portföy yönetimi ile ilgili teorik bilgiler verilmiş, portföy seçim modelleri üzerinde durulmuştur. Daha sonra bulanık teori hakkında temel tanımlar verilmiş ve bulanık matematiksel programlama yaklaşımları üzerinde durulmuştur. Son aşamada ise İstanbul Menkul Kıymetler Borsası (İMKB)'dan alınan verilerle bir Bulanık Doğrusal Programlama yöntemi ile portföy seçim modeli üzerinde uygulama yapılmış ve portföy optimizasyonu gerçekleştirilmiştir.

Anahtar Kelimeler: Portföy analizi, Beklenen getiri, Risk, Bulanık mantık, Bulanık doğrusal programlama, Üyelik fonksiyonu, Bulanık portföy analizi.

ABSTRACT

FUZZY LOGIC APPROACH IN PORTFOLIO ANALYSIS AND APPLICATION SAMPLE

Pelitli, Dilek
M. Sc. Thesis in Production Management and Marketing
Supervisor: Assist. Prof. Dr. İrfan ERTUĞRUL

July 2007, 212 Pages

Capital markets congregate people who want to actualize investment projects with the ones who have fund surplus and fund deficit. In addition, while providing low cost products for the industry, the capital markets can provide high profits to owners of savings. Along with the valuation of savings in capital markets by the owners of savings, the matters related to portfolio and portfolio management began to be discussed.

Portfolio is the list of securities that an investor owns. On the other hand, portfolio management is the distribution of funds that an investor owns between existing securities in a way to provide minimum risk and maximum profit. Portfolio analysis is the determination of portfolio risk, its expected profit and preferences of the customer. Since the decisions are taken considering future in profit calculations, uncertainty appears. At such situations that bear this kind of uncertainty, fuzzy linear programming, appeals as an effective approach for the concerned analyses.

In this study, first, theoretical information on portfolio management is given, and probabilistic portfolio selection models are studied. Then, basic definitions on fuzzy logic are made and Fuzzy Linear Programming Approaches are briefly explained. In final stage, an application is presented on a fuzzy logic portfolio selection model with the data obtained from Istanbul Stock Exchange (IMKB) and portfolio optimization is realized.

Keywords: Portfolio analysis, Expected profit, Risk, Fuzzy logic, Fuzzy linear programming, Membership function, Fuzzy portfolio analysis.

İÇİNDEKİLER

ÜÇÜNCÜ BÖLÜM
BULANIK DOĞRUSAL PROGRAMLAMA

DÖRDÜNCÜ BÖLÜM
PORTFÖY ANALİZİ PROBLEMİNDE BULANIK MANTIK YAKLAŞIMININ UYGULAMASI

ŞEKİLLER DİZİNİ

TABLOLAR DİZİNİ

GİRİŞ

Belirsizlik ve risk altında kararların alındığı finansal piyasalar, ekonominin vazgeçilmez unsurudur. Yatırım ortamı, belirsiz bir ortamdır ve yatırımcı için birçok risk unsuru içermektedir. Yatırımcı, servetini çeşitli menkul kıymetler arasında paylaştırarak oluşturduğu portföylerle bu risk unsurlarını yok etmeye çalışır. Çünkü portföyün bir bütün olarak sahip olduğu risk, portföyü oluşturan her bir menkul kıymetin sahip olduğu riskler toplamından daha küçüktür. Bilinen finansal karar verme teknikleri geçmiş dönem verilerinden hareketle geleceği tahmin ilkesine dayanmaktadır. Geçmiş dönem verileri hareketli ortalamalar, üssel düzeltim vb. istatistik tekniklerle yumuşatılarak modeller oluşturulmaktadır. Fakat finansal varlıkların geçmiş dönem verilerinin istikrarsız olmalarının yanı sıra bunların çok sayıda sosyo-ekonomik değişkenin etkisi altında olmaları ve bunların modellere yansıtılamayışları ciddi bir problem olarak karşımıza çıkmaktadır. Bu nedenle zaman serileri, trend analizi, regresyon analizi gibi kantitatif tekniklerin finansal varlıkların fiyat tahminlerinde kullanılamayacağı veya elde edilecek sonuçların güvenilirliğinin az olacağı belirtilmektedir. Finansal karar vermede temel yaklaşım, portföy oluşturmaktır.

Portföy, genel ekonomik koşullara ve yatırımcıların arzularına göre değişik amaçlarla oluşturulabilir. Portföy yönetiminin amacı, sahip olunan servetin satın alma gücünün korunması olabileceği gibi servetin artırılması da olabilir. Yatırımcının kabul ettiği bir risk düzeyinde en yüksek getiriyi sağlamak da portföy yönetiminin amacı olabilir. Bu amaç, bazen endeksin getiri oranı, pazarın getiri oranı veya ekonomideki referans getiri oranlarının elde edilmesi şeklinde de belirlenebilir.

Geleneksel yöntemler kullanılarak hisse senetlerinden portföyler oluşturulabileceği gibi, modern portföy seçim yöntemiyle de portföyü oluşturan hisse senetleri arasındaki ilişkiye dikkat edilerek portföyün riski azaltılmaya ve beklenen getiri artırılmaya çalışılır. Etkin sınır üzerinde belirlenen çeşitli portföy bileşimlerinden yatırımcıya uygun olanının seçimine gidilebilir. Hangi portföy bileşiminin seçileceği yatırımcının riske karşı tutumuna bağlı olmaktadır.

Karar verici, yatırımından en iyi verimi elde edebilmek için yönetim ve karar verme sürecinde izleyeceği yolu belirlemek ister. Yatırımının mevcut durumunu koruyabilmenin yanısıra, geliştirme kaygısı da taşındığı için belli prensipler doğrultusunda hareket edilir. İşte belirli bir amaç ve kısıtlayıcı koşullar altında model oluşturmada doğrusal ve bulanık doğrusal programlamadan yararlanılabilir.

Bu çalışmada da, bulanık matematiksel programlamada var olan yaklaşımlar yardımıyla belirli bir dönemde İMKB 50 endeksinde yer alan hisse senetlerinden optimal bir portföy oluşturulmaya çalışılmıştır. Bu amaçla Konno-Yamazaki portföy seçim modeli temel alınmış ve bu modelin beklenen getiri kısıtı ve amaç fonksiyonu Verdagay, Werners ve Zimmermann’ın yaklaşımları yardımıyla bulanıklaştırılmıştır. Son olarak elde edilen bulanık portföy seçim modeli yardımıyla ilgili döneme ait optimal getiri ve riski sağlayan hisse senetleri bulunmuştur.

BİRİNCİ BÖLÜM

PORTFÖY ANALİZİ

1.1. PORTFÖY TANIMI

Portföy; kelime anlamı olarak "cüzdan" demektir. Menkul kıymetler açısından portföy, menkul kıymetlerden oluşan bir topluluğu ifade etmektedir.

Portföy; ağırlıklı olarak hisse senedi, tahviller ve türevlerden oluşan, belirli bir kişi veya grubun elinde olan finansal nitelikteki kıymetler olarak tanımlanabilir.

Portföy; belirli amaçları gerçekleştirmek isteyen yatırımcıların sahip olduğu, birbirleriyle ilişkisi olan ve kendine öz ölçülebilir nitelikleri olan bir varlıktır (Eroğlu, 2006: 7).

1.2. PORTFÖY YÖNETİMİ

Portföy yönetimi, portföyü oluşturmak ve oluşturulan portföyden hangi yatırım aracının ne zaman çıkarılacağına ve yerine hangi yatırım aracının alınacağına karar verilen bir süreçtir (Türe, 2006: 54).

Karar vericinin risk ve getiriye karşı gösterdiği tutum çerçevesinde portföy içine hangi varlıkların hangi oranlarda gireceğine ve zamanla değişen ekonomik koşullara bağlı olarak hangi varlıkların portföyden çıkacağına karar vermektir (Eroğlu, 2006: 8).

Portföy yönetimine kapsam ve ele alınan ayrıntılar yönünden farklı içerikler ve tanımlar yüklenebilir. Sharpe (1985), en geniş çerçevede portföy yönetimini "paranın yönetilme süreci" olarak tanımlamıştır (Eroğlu, 2006: 8).

Sharpe (1985), portföy yönetimiyle ilgili üç fonksiyon belirlemiştir. Bunlar:

- Portföy analizi: Portföyün riskinin, beklenen getirisinin ve müşterinin tercihlerinin belirlenmesidir.
- Portföy revizyonu: Satın alınacak ve satılacak menkul kıymetlerin belirlenmesidir.
- Performans değerlendirmesi: Portföyün fiili performansının ve bu performansın nedenlerinin belirlenmesidir.

Ayrıca Sharpe (1985), portföy yönetiminin aktif veya pasif, kontrollü veya kontrolsüz olabileceğini, açık veya zımmi yöntemler kullanılabileceğini, etkin piyasalar kuramına göre veya tersi hareket edebileceğini belirtmiştir. Ancak son yıllardaki eğilimin göreceli olarak daha etkin piyasalar anlayışı çerçevesinde çok daha fazla kontrollü işlemlere doğru olduğunu da eklemiştir.

Farrell (1983) ise portföy yönetiminin üç temel faaliyetten ibaret olduğunu söylemiştir. Bunlar;

1. Varlık dağıtımı: En düşük risk düzeyinde en yüksek getirinin elde edilmesi için ana varlık gruplarının birleştirilmesi.

2. Ana varlık gruplarının ağırlıklarının değiştirilmesi: Böylece uzun dönemde getirinin yükseltilmesi için fırsatlar değerlendirilebilecektir.

3. Varlık gruplarından bireysel menkul kıymet seçimi: Bu sayede yine beklenen getiride artış sağlanabilir.

Görüldüğü gibi Farrell (1983), portföy yönetiminde getiriyi ön plana çıkarmıştır.

Cohen Zinbarg ve Zeikel (1982) ise etkin portföy yönetimini “bir fon havuzunun sadece ilk değerini koruyacak şekilde değil aynı zamanda riskine uygun enflasyonun üzerinde uygun bir getiriyi sağlayacak şekilde idare edilmesi sanatı” şeklinde tanımlamıştır.

Bu tanımlara yenilerini eklemek mümkündür. Ancak belli noktadan sonra bazı temel unsurların tekrar edilmeye başlandığı ve bakış açısına göre bu unsurlara verilen ağırlıkların değiştiği anlaşılacaktır. *Portföy yönetimi* genel olarak;

“Belli tutardaki bir fonun, fon sahibinin tercihlerini de dikkate alarak, üstlenilen riske göre en yüksek getiriyi elde edecek belirli varlık gruplarına yatırıldığı zaman içindeki gelişmelere göre varlıkların portföy içindeki ağırlıklarının değiştirildiği ve performanslarının sürekli olarak değerlendirildiği dinamik bir süreçtir” (Eroğlu, 2006: 9).

1.2.1. Portföy Planlaması

Portföy planlaması yapılırken yapılacak olan işlemler; yatırımcının durumunun incelenmesi, yatırım uzmanının veya portföy yöneticisinin durumunun saptanması, yatırımcı adına faaliyette bulunan portföy yöneticisine yol gösterecek yatırım ölçütlerinin saptanmasıdır.

Yatırım planlaması yapılırken öncelikle yatırım süresinin ve yatırımcının amaçlarının belirlenmesi gerekmektedir (Korkmaz, Ceylan, 1993: 14). Ayrıca yatırım sürecinde meydana gelecek fon hareketlerinin tahmin edilmesi gerekmektedir. Çünkü değişik yatırım süreleri, değişik nitelikte alışveriş kararlarını gerektirmektedir. Portföy yöneticisinin ise geçerliliğini kanıtlamış tesadüfî yöntemlerden daha iyi sonuçlar alabilecek düzeyde olması gerekmektedir. Portföy yöneticisi yatırım ölçütüne karar verirken, yatırımcının hedeflerini ve kendi beklentilerini gözardı etmemelidir (Türe, 2006: 55).

1.2.2. Portföy Seçimi

Yatırımcı için önemli olan konu hangi portföye yatırım yapacağıdır. Yatırımcı, portföyleri risk ve getiri temeline göre değerlendirerek portföyü seçer (Dağlı, 2004: 341). Bunun seçimi için değişik menkul kıymetlere yapılacak yatırım tutarının hesaplanması gerekir. Portföy seçiminde portföyün hangi varlıklardan oluşacağına karar verilmektedir. Portföyün yüzde kaçının nakit olacağı vb. şekillerdeki oransal kararlar da bu aşamada verilmektedir (Türe, 2006: 56).

Portföy seçiminde iki kavram vardır: Etkin portföy ve optimal portföy. Etkin portföy, belirli bir risk seviyesinde en yüksek beklenen getiriye sahip veya belirli bir beklenen getiri seviyesinde en düşük riske sahip portföydür. Yatırımcılar için bu portföylerin önemi büyüktür. Yatırımcılar, etkin portföyleri araştırıp bulmaya çalışırlar. Etkin portföyleri birleştiren çizgi, etkin sınır olarak adlandırılır. Etkin sınır üzerinde yer alan portföylerin tamamı optimal portföydür. Yatırımcılar kendileri için en uygun olan portföyü seçerler (Dağlı, 2004: 343-344). Optimal portföy, belli bir beklenen getiri seviyesinde riski en düşük veya belli bir risk altında beklenen getirisi en yüksek olan portföydür (Usul ve Bekçi, 2001: 1).

1.2.3. Yatırım Analizi

Yatırım analizi ile portföye alınacak menkul kıymetlerin incelenmesi ve performanslarının ne olabileceğinin tahmin edilmesi amaçlanmaktadır. Ayrıca yatırım analizi, bu varlıkların geçmiş performanslarının değerlendirilmesiyle yetinmeyip ileriye yönelik matematiksel tahminleri de içermektedir.

Yatırım analizinin aşamaları; eknomi analizi, sektör analizi, menkul kıymetler arasından seçim ve tahmin analizi olarak sıralanabilir.

Yatırım analizi sırasında genel ekonomik durumun gidişatıyla da ilgilenilmektedir. Ekonominin içinde bulunduğu durum hakkında değerlendirme yapabilmek için gayri safi milli hasıla, kişi başına düşen milli gelir, faiz oranları vb. değişkenlerden faydalanılmaktadır. Örneğin ekonomi durgunluk döneminde ise işletmeler bu durumdan olumsuz yönde etkilenecektir (Ceylan ve Kokmaz, 1993: 15).

1.2.4. Portföy Revizyonu

Portföy revizyonu, satın alınacak ve satılacak menkul kıymetlerin belirlenmesidir (Eroğlu, 2006: 8). Portföy revizyonu aşamasında, portföy değerlendirmesi yapıldıktan sonra alınması gereken önlemler saptanacaktır. Portföy revizyonunun amacı, belirli bir risk seviyesinde portföyün getirisini maksimum yapmaktır. Portföy revizyonu sürekli analiz gerektiren bir işlem olduğundan ekonomik, sektör ve menkul kıymet analizlerinin sürekli yapılması gerekmektedir. Böylece piyasada çıkan fırsatlar değerlendirilmiş olacak ve portföyden bazı varlıklar çıkartılıp yerlerine yenileri alınmış olacaktır (Türe, 2004: 57).

1.2.5. Portföy Değerlendirmesi

Portföy değerlendirmesi; portföyün fiili performansının ve bu performansın nedenlerinin belirlenmesidir (Eroğlu, 2006: 8).

Sistemin dinamik olmasından dolayı oluşturulan portföylerin belirli zaman aralıklarında tekrar değerlendirilmesi gerekmektedir. Böylece zaman içerisinde portföyün değerinde olan değişim gözlenecek ve portföy yöneticisi, yönetim sürecinin başında koyduğu amaçların ne derecede gerçekleşip gerçekleşmediğini değerlendirmiş olacaktır.

Portföy değerlendirilmesi, iki aşamada olmaktadır. Bu aşamalar, performans ölçütlerinin hesaplanması ve performans karşılaştırmalarının yapılmasıdır.

Performans ölçülmesi, tek tek varlıkların ölçülmesi ile olabileceği gibi portföyün bir bütün olarak yarattığı sonuçların değerlendirilmesi şeklinde de olabilir. Sonuç olarak her iki durumda da varlıkların değerlerindeki değişim hesaplanmış olacaktır (Türe, 2006: 56-57).

1.3. PORTFÖY ÇEŞİTLERİ

1.3.1. Tamamı Tahvillerden Oluşan Portföyler

Tahvil sabit getirili menkul kıymetlerdir. Devletin bir yıl, anonim ortakların en az iki yıl ya da daha uzun vadeyle ödünç para bulmak amacıyla itibari kıymetleri eşit ve ibareleri aynı olmak üzere çıkarılan borç senetleridir. Tahvil, sahiplerine alacaklılık hakkı verir. Ama şirket yönetimine katılamazlar. Tahvil sahibi ile şirket arasındaki hukuki ilişki, vade ile sınırlıdır (Uzunoğlu, 2002: 11-12).

Bu portföyler, sadece tahvillerden oluşur. Anapara güvenine önem veren ve risk almayı sevmeyen yatırımcılar tarafından tercih edilir. Riski düşük olduğundan getirisi de kısıtlıdır.

1.3.2. Tamamı Hisse Senetlerinden Oluşan Portföyler

Hisse senedi, bir anonim şirketin sermayesinin birbirine eşit paylardan bir parçasını temsil eden ve kanuni şekil şartlarına uygun olarak düzenlenen hukuken kıymetli evrak hükmünde belgedir. Portföy, tamamen hisse senetlerinden oluşur. Bu portföy seçiminde istenildiği zaman alım satım yapabilecek hisselerin bulunmasına özen gösterilmelidir. Ekonominin istikrarlı olduğu dönemlerde bu tür portföyler tercih edilebilir.

1.3.3. Hisse Senetleri ve Tahvillerden Oluşan Portföyler

Bu portföy türü, diğerlerine oranla daha çok tercih edilmektedir. Çünkü bu portföy türünde anapara tahvil ve hisse senetleri arasında paylaştırılarak dengeli bir portföy oluşturmak amaçlanmıştır. Hisse senetleri ve tahvillerden oluşan portföylerde ekonominin içinde bulunduğu duruma göre hisse senedi ve tahvillerin portföy içerisindeki oranlarında değişiklikler yapılabilmektedir.

1.3.4. Diğer Yatırım Araçlarından Oluşan Portföyler

Portföyler, hisse senetleri ve tahvil gibi menkul kıymetlerin dışında varlığa dayalı menkul kıymetler, finansman bonoları, repo, hazine bonosu gibi yatırım araçlarından da oluşabilmektedir. Ancak bu portföyler oluşturulurken yatırım araçları arasında karşılaştırma yapılmalı ve yatırım süresi boyunca hangi yatırım araçlarının getirilerinin daha yüksek olduğu istatistikî tekniklerle tahmin edilmelidir (Türe, 2006: 59).

1.4. PORTFÖY ANALİZİ VE TEMEL TANIMLAR

Portföy analizi; basitçe riski az, getirisi yüksek portföylerin belirlenmesi konusunu kapsayan bir risk–getiri analizidir. Kısaca, yatırım yapmak için uygun bir portföyün belirlenmesi sürecidir (Dağlı, 2004: 315).

Portföy analizi; portföyün riskinin beklenen getirisinin ve müşterinin tercihlerinin belirlenmesidir. Portföy analizi, temel finansal varlıklara bağlı olan bilgi ile elde edilenler ile hedefleri oluşturan portföylerin daha iyi veya daha kötü olduklarını belirlemedeki kriterlerle hesaplama işlemi sonucunda portföyün değerlendirilmesidir. Portföy analizinin sonuçları, finansal varlıklarla ilgili bilginin mantıksal sonuçlarıdır (Aykaç, 1996: 1).

1.4.1. Menkul Kıymet

Menkul kıymetler, ihraç eden ile satın alan arasında alacaklılık ya da ortaklık ilişkisi sağlayan standart tipte, piyasada tedavül edebilen yapıda ve sahibine belli dönemlerde ilave satın alma gücü biçiminde gelir getiren kıymetli evraklardır. İhraç edenin kamu tüzel kişisi ya da özel hukuk kişisi olmasının bir önemi yoktur. Sermaye Piyasası yasası 3. maddesi ile nelerin menkul kıymet sayılacağı belirtilmiştir. Bunlar; hisse senetleri, tahvil, intifa senedi, kâr ve zarar ortaklık belgeleri, hazine bonoları, devlet ve diğer kamu tüzel kişilerin tahvil ve bonoları, tertip halinde çıkarılan ve iki yıl veya daha uzun süreli ipotekli borç senetleridir (Kara, 1990: 88).

1.4.2. Hisse Senedi

Hisse senedi, şirketin iktisadi varlıkları üzerinde mülkiyet hakkını temsil eden bir menkul kıymettir. Bir anonim şirketin birbirine eşit paylardan birini temsil eden, sahibine şirkete payı nispetinde ortaklık sağlayan kıymetli evraktır. Diğer bir tanımla, hisse senetleri herhangi bir ticari veya sanayi kuruluşa veya bankaya, gerekli sermayenin sağlanması için dolaşıma çıkarılan ve müşterileri tarafından satın alınan hisselerdir. Hisse senedine yatırım yapan yatırımcılar, şirket kârından pay alma, şirket yönetimine katılma, oy kullanma, tasfiyeden pay alma, şirket faaliyetlerinden bilgilenme ve rüçhan hakkına (sermaye artırımında öncelikli pay alma hakkı) sahiptirler (Çapanoğlu, 1993: 40).

Hisse senedi; ekonomi, sermaye piyasası ve borsa açısından son derece önemli bir menkul kıymet türüdür. Genellikle, borsanın gelişme düzeyi hisse senedi işlemlerinin yoğunluk derecesiyle ölçülmektedir (Fertekligil, 2000: 275).

1.4.3. Tahviller

Anonim ortaklıkların, mevzuata göre özelleştirme kapsamına alınanlar dahil iktisadi teşebbüslerinin, mahalli idareler ile bu idarelerle ilgili özel mevzuat uyarınca faaliyet gösteren kuruluş idare ve işletmelerinin ödünç para bulmak için itibari kıymetleri eşit ve ibareleri aynı olmak üzere çıkardıkları borç senetlerine tahvil denir. Tahvillerin vadesi iki yıldan az olmamak üzere serbestçe belirtilen bir ödeme planı dahilinde itfa edilir. Tahvillerin ana parası vade bitiminde bir kere ödenir (Ergeç, 1997: 10).

1.4.4. Getiri

Yatırım araçlarının sağladığı kazançlara getiri denilmektedir. Bu getiri temettü kazancı, fiyat artış kazancı, faiz geliri, kâr payı, gelir payı gibi farklı şekillerde ortaya çıkabilir (Ertuna, 1991: 6).

1.4.5. Risk

Genel olarak risk, beklenen sonucu elde etmede var olan belirsizliktir (Scott, 1990: 4). Risk beklenen getirinin gerçekleşen getiriden sapma olasılığıdır (Bakırhan, 1989: 4). Risk ile beklenen getiri arasında doğru ilişki vardır. Riski düşük yatırımların beklenen getirisi de düşüktür, riski yüksek yatırımın beklenen getirisi de yüksektir (Scott, 1990: 9).

Yatırımcının yapmış olduğu yatırımdan sağlayacağı verimin, beklenen verimin altına düşme veya üstüne çıkma olasılığı söz konusudur. Bu olasılık, yatırımcı açısından yaptığı yatırımın riskini oluşturur.

Portföy kuramında yatırımcının riski kontrol altına alabilme veya sınırlayabilme olanağının olup olmamasına göre toplam risk, sistematik veya sistematik olmayan risk olarak iki ana gruba ayrılır.

Sistematik veya sistematik olmayan risk:

Sistematik risk, menkul kıymetlerin getirilerindeki dalgalanmaların, piyasadaki tüm finansal varlıkların fiyatlarını aynı zamanda etkileyen faktörlerden kaynaklanan kısmıdır.

Sistematik risk, portföyün çeşitlendirmesi ile giderilemeyen risk olarak da tanımlanabilir. Sistematik risk; satın alma gücü riski, faiz oranı riski, piyasa riski, politik risk, kur riskidir.

Toplam riskin diğer bir bölümü olan sistematik olmayan risk, bir şirket veya sektöre özgü olan risktir. İşçi grevi, yönetim hataları, keşifler, reklam kampanyaları, tüketici tercihlerindeki değişmeler, kanuni uygulamalar firmaların getirilerinde dalgalanmalarına yol açabilir. Sistematik olmayan faktörler, diğer endüstriler ve genel olarak menkul kıymetler piyasasını etkileyen faktörlerden bağımsızdır. Sistematik olmayan risk, çok iyi çeşitlendirilmiş bir portföyde ortadan kaldırılabilecek bir risk türüdür. Sistematik riskin kontrol edilmesi imkansızken, sistematik olmayan riskin kaynaklarında yapılan değişmelerle ve yönlendirmelerle kontrol edilmesi ve yok edilmesi mümkündür.

Sistematik olmayan riskin kaynakları; finansal risk, iş ve endüstri riski, yönetim riskidir (Demirtaş ve Güngör, 2004: 2).

1.5. TEMEL ANALİZ

Hisse senetlerinin değerlendirilmesinde kullanılan en geniş kapsamlı yöntem temel analizdir. Temel analiz yapmaktaki amaç, hisse senetlerinin inceleme döneminde olması gereken değerlerini hesaplamak ve bu değerleri aynı dönemdeki piyasa değerleri ile karşılaştırmak, böylece yatırım yapılacak hisse senetlerini belirlemektir (İlhan, 1991: 2). Bu yöntemde hisse senedinin fiyatını belirleyen karlılık, likidite, finansal yapı, dağıtım kanalları, yönetim becerisi, rekabet, ekonomik tahminler gibi temel olguların ve bunların o hisse senedinin fiyatını nasıl etkilediğinin analiz edilmesi ile hisse senedinin yatırım değerinin ya da gerçek değerinin belirlenmesi söz konusudur.

Hisse senedini değerlemeden önce yapılan temel analizde ekonomi, sektör ve şirket analizleri yapılır.

1.5.1. Ekonomi Analizi

Hisse senedi fiyatları, ekonomik koşullardan etkilenir. Bu nedenle temel analizin ilk aşamasını ekonomi analizi oluşturur. Ekonomik konjonktürdeki canlanma beklentisi, hisse senedine yatırım için uygun bir ortam iken ekonomik konjonktürdeki daralma beklentisi, hisse senedi yatırımlarının elden çıkarılması için uygun bir ortama işaret eder (Dağlı, 2004: 215).

Ekonomik gelişme veya daralma, işletmenin stok, finanslama, fiyatlandırma ve yatırım politikasını etkiler. Ayrıca, enflasyon oranı, piyasadaki faiz oranı gibi büyüklükler, yatırımcıların yapacakları yatırımdan bekledikleri kazanç oranının belirlenmesine teşkil ederler. Bu nedenlerle, genel ekonomik durumdaki değişmenin yönünün tahmin edilmesi yatırımcı açısından büyük önem taşımaktadır. Genel ekeonomik durumla ilgili, gayri safi milli hasıla, kişi başına harcanabilir gelir, para arzı, faiz oranları, dış ticaret ve ödemeler dengesi açıkları, kamu kesimi harcamaları, enflasyon, işsizlik, sabit yatırım harcamaları, para ve maliye politikaları gibi göstergeler ve bunlardaki değişmeler fikir verebilir.

Bu göstergelerden bazıları öncü, bazıları eşanlı, bazıları da gecikmeli göstergelerdir. Genel ekonomik durumun yakın geleceği hakkında bilgi sahibi olmak isteyen yatırımcı için öncü göstergelerin büyük önemi vardır. Çünkü öncü göstergelerden bazıları (para arzı, yeni kurulan işletme sayısı vb.) genel ekonomik faaliyetin en yüksek düzeyine ulaşmasından, bazıları da (dış ticaret açığı, işsizlik, kamu kesimi açıklarının artması vb.) genel ekonomik faaliyetin en düşük düzeyine ulaşmasından bir süre önce en yüksek ve en düşük düzeylerine ulaşırlar. Genel ekonomik düzeyin arttığı dönemde yatırımcıların yatırım yapmak için tercih ettiği bir dönemdir. Aksi bir durum ise yatırımcıların elindeki yatırım araçlarını satması için uyarıcı olabilir (Bolak, 2001: 189-190).

1.5.2. Endüstri Analizi

Genel ekonomi üzerinde yapılan inceleme, ikinci aşamada işletmenin faaliyette bulunduğu endüstri dalına yöneltilir.

Bazı endüstriler, konjonktürel dalgalanmalardan bağımsız olarak sürekli gelişme içinde, bazıları kararlı bir denge içinde bulunurlarken, bazıları da ekonominin gelişme dönemlerinde kar, durgunluk dönemlerinde ise zarar ederler. İlgilenilen endüstrinin bu kategorilerden hangisine dahil olduğunu bilmek, ekonominin genel gidişatı hakkındaki tahminlerini yapmış olan yatırımcı için yararlı olacaktır (Bolak, 2001: 190).

Endüstrilerin sınıflandırılması işlemi tamamlandıktan sonra her bir endüstrinin yatırımcılar açısından analizine geçilir. Analiz için ilk olarak endüstrinin hayat çizgisi incelenir. Endüstrinin hayat çizgisi girişten başlayarak, düşüşe kadar endüstrinin çeşitli gelişim aşamalarını ifade eder.

Giriş aşamasında, yeni bir fikrin ortaya çıkması sonucu yeni bir endüstrinin oluşmasını ifade eder. Endüstrinin tutunup tutunmayacağı netlik kazanmadığı için, oldukça riskli bir aşamadır. Bu aşamada risk sermayedarları yatırım yapar. Bu aşamada başarı sağlanırsa, yani firmalar piyasada kendilerine yer edinirlerse bu takdirde ikinci aşamaya geçilir.

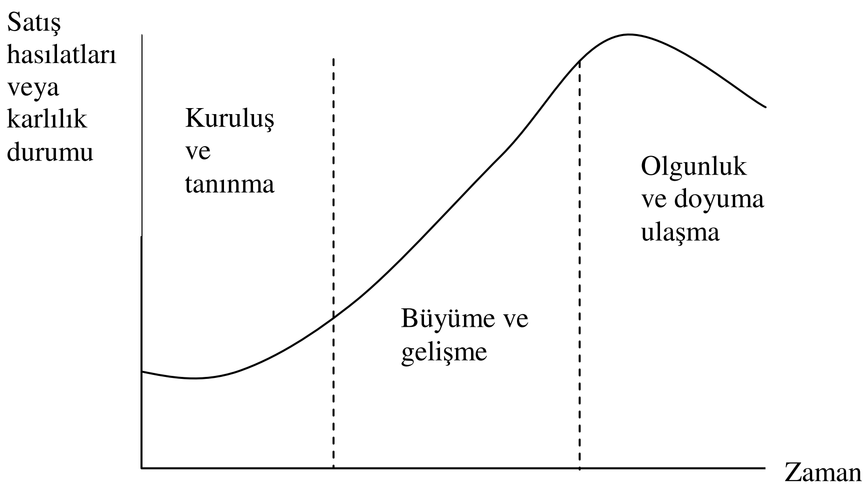
İkinci aşama olan büyüme aşamasında, mal ve hizmetlere yönelik talep artışı sonucu endüstrinin satışları ve kârları hızla büyümektedir. Elde edilen kârlar, yatırımların finansmanında kullanılmaktadır. Karşılığında yatırımcılara hisse senedi şeklinde kâr payı dağıtılmakta yani bedelsiz hisse senedi verilmektedir (Dağlı, 2001: 226).

Üçüncü aşama olan gelişme aşamasında, mali yapıları yönetimleri ve pazarlama organizasyonu daha güçlü olan işletmeler piyasaya hâkim olurlar. Bu aşama, uzun yıllar sürebilir ve bu aşamada endüstrideki işletmelerin hisse senetleri arzulanır yatırımlar niteliğindedir.

Olgunluk aşamasında büyüme artık durur, satışlar diğer endüstrilere ya da ekonomi geneline oranla daha yavaş artar. Bu aşamada, işletmeler yeni ürün ya da teknolojilere yönelip kendilerini yenileyemedikleri taktirde çöküş ve gerileme aşamasına girerler. Bu nedenle bu aşamadaki endüstrilere dahil olan işletmelerin hisse senetleri artık arzulanır yatırımlar değildir.

Son aşama olan düşüş aşamasında, endüstrideki toplam satışlar düşmeye başlar. Bu aşamada endüstrideki firmalar, yatırımlarının bir bölümünü elden çıkararak küçülmeye başlarlar. Yatırımcılar, düşüş aşamasındaki endüstrilerden uzak durmalıdır.

Sonuç olarak, büyüme aşamasının başlangıcındaki endüstrilere yatırım yapılması ve gelişme aşamasının sonunda ise bu yatırımın elden çıkartılması, yatırımcıya en yüksek getiriyi sağlar (Dağlı, 2004: 228).



Şekil 1.1. Endüstri Hayat Eğrisi

1.5.3. Firma Analizi

Temel analizin en önemli kısmı, firma analizidir. İzlenmesi gereken çok sayıda firma vardır. Bu firmalarla ilgili çok sayıda bilgi, rapor, haber ve finansal tablolar vardır. Bunları iyi bir şekilde okuyup yorumlamak gereklidir. Ünlü borsa uzmanı Warren Buffet, "Hisse senedi almayın, şirketin işini satın alın" demektedir. Bu nedenle firmayı tam olarak incelemek gerekmektedir. Sadece şirketin bilançosu ve gelir tablosuna bakıldığında şirketin geçmişi incelemiş olur. Gerçekte, hisse senedi yatırımcıları firmanın gelecekte elde edeceği gelire ortak olmaktadır. Bu nedenle firmanın işini iyi anlayıp, fırsatları ve riskleri değerlendirmek gerekmektedir. Firma analizi, firma ile ilgili bilgilerin değerlendirilmesi ve finansal analizler olmak üzere iki kısımda yapılır (Karan, 2001: 456).

Firma ile ilgili bilgilerin değerlendirilmesine firmanın yönetim kalitesinin incelenmesi ile başlanır. Firma analizi, firmanın ürettiği ürüne ve kullandığı teknolojiye ait niteliklerin, hukuki durumun, firmanın mali durumunun ve taşıdığı risk gibi nicel büyüklüklerin incelenmesini içerir.

Firmanın ürettiği ürünle ilgili olarak, üretilen mal ve hizmetin kalitesi, firmanın pazar payı, mamulün hayat eğrisinin hangi evresinde bulunduğu, kullanılan üretim teknolojisinin diğer firmalara karşı göreli üstünlüğü, üretilen mal ve hizmetlerin başka mamuller için talep yaratıp yaratmadığı gibi hususlar düşünülebilir.

Firmanın gelecek yıllarda sağlayacağı kârların ve dağıtacağı kar paylarının tahmini için, geçmiş yıllarda sağlanan kârlar ve kâr payları incelenir.

Firma analizinde geçmiş yıllardan elde edilen verilerle hazırlanan finansal oranlarla incelemeye ek olarak, genel ekonomik durumdaki değişiklik beklentileri, işletmenin yeni yatırımları, yeniden değerleme değer artış fonlarının büyüklüğü vb. faktörler de göz önünde bulundurulur (Bolak, 2001: 193-195).

1.6. TEKNİK ANALİZ

Teknik analiz, geçmiş fiyat hareketlerine bakarak hisse senedi fiyatı tahmin etme tekniğidir. Bu analiz türü hisse senetlerinin yalnız kazanma beklentilerini değil görünmeyen piyasa psikolojisini de yansıtmaktadır. Teknik analiz bilimsel bir yöntem olmamakla birlikte, incelenen hisse senedinin içinde olduğu sektör, şirketin mali yapısı ve şirketin adı önemsenmez (Üstünel, 2000: 8).

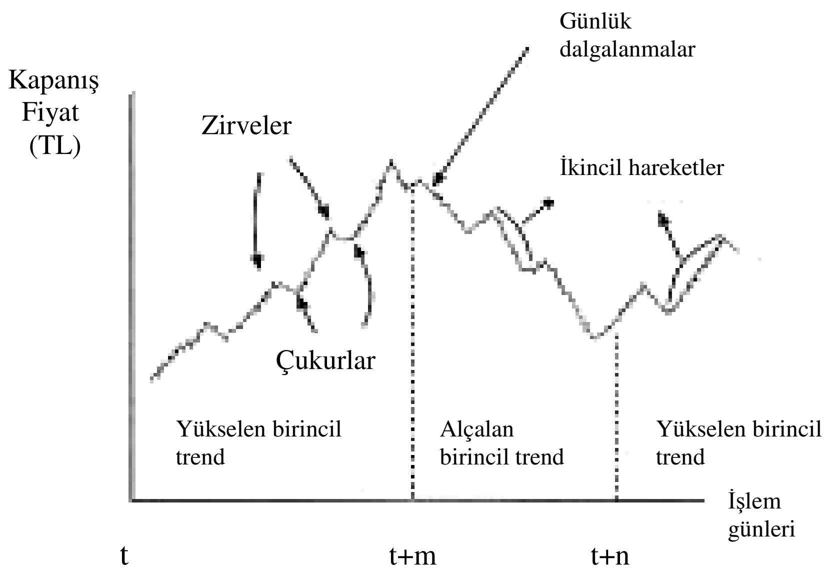
Teknik analizin dayandığı teoriler şöyle özetlenebilir:

- Piyasa fiyatı sadece arz ve talebin karşılaşması ile belirlenir.
- Arz ve talebi etkileyen akılcı ve akıl dışı pek çok faktör vardır. Piyasa bu etkenlerden sürekli olarak etkilenir.
- Piyasadaki küçük dalgalanmalar önemsenmez, fiyatlar uzun dönemde belirli trendler izlerler.
- Arz talep ilişkisindeki kaymalar er veya geç piyasa fiyatlarının izlediği trendde değişmelere neden olurlar (İlhan, 1991: 6).

1.6.1. Pazarın Genel Eğilimini Tahmin Etmeye Yönelik Yöntemler

<u>*Dow teorisi:*</u> Dow Jones Şirketi'nin kurucusu olan ve 1900'lü yıllarda "Wall Street Journal" dergisinin editörlüğünü yapmakta olan Charles Dow tarafından ortaya atılmıştır. Hisse senetleri piyasasının belirli trendler izlediğini, bu trendlerin izlenmesiyle piyasanın genel gidişatının önceden tahmin edilebileceğini öne sürmüştür. Dow teorisine göre piyasanın üç türlü hareketi vardır (Shah, 1987: 199): Günlük dalgalanmalar, ikincil trendler, birincil trend. Günlük dalgalanmalar, anlamlı olmayan dalgalanmalardır. İkincil hareketler, birincil trendin genel ortalamasından sapmaları düzeltir nitelikteki kısa dönemli (2 haftadan 9 aya kadar) dalgalanmalardır. Birincil trend, tüm piyasanın aşağı ya da yukarı çekildiği birkaç yıl sürebilecek uzun dönemli eğilimdir (Bolak, 2001: 210).

Dow teorisinin temel amacı, birincil trendi yakalamaktır. Birincil trend yükselen (ilerleyen) birincil trend veya alçalan (gerileyen) birincil trend olmak üzere iki şekilde ortaya çıkmaktadır. Dow teorisinde ikincil trendler birincil trendin yönünün belirlenmesine yardımcı oldukları için önemli bir yere sahiptirler. Günlük dalgalanmalara ise önem verilmez.



Şekil 1.2. Dow Teorisine göre hisse senedi fiyat hareketleri

Şekil 1.2'de Dow teorisi çizgi grafik şeklinde ifade edilmiştir. Şekilde yatay eksen zaman dilimi olarak işlem günlerini, dikey eksen ise hisse senetlerinin günlük kapanış fiyatlarını göstermektedir. Günlük kapanış fiyatları birleştirilerek çizgi grafik elde edilmiştir. Başlangıç tarihi şekilde tam olarak görülmemekle birlikte t ile $t + m$ günleri arasında piyasa, yükselen birincil trende sahiptir. Şekil 1.2'de görüldüğü üzere $t + m$ işlem gününde piyasada birincil trendin yönünün değiştiğini gösteren bir bir işaret bulunmaktadır. Bu işarete *yetersiz geri dönüş* adı verilir. Yükselen bir piyasada eğer ikincil hareket bir önceki zirve noktasına ulaşamıyorsa, yetersiz geri dönüşten sözedilir ve bu nokta ile birlikte birincil trendin yönü değişir. $t + m$ gününden önce bütün zirveler yükselirken yetersiz geri dönüş noktası ile birlikte zirveler $t + n$ gününün hemen öncesine kadar alçalmaktadır. $t + n$ gününde ikincil hareket bir önceki çukura ulaşamadığı için bu yeni bir yetersiz geri dönüş noktasını ve böylece alçalan birincil trendin sona erdiğini ve yeni bir yükselen birincil trendin başladığını gösterir.

Dow teorisine göre, hisse senedine yükselen birincil trendin başlangıcında yatırım yapılır; alçalan birincil trendin başlangıcında ise söz konusu yatırım satılarak realize edilir. Dow teorsinin bu anlamdaki yorumuna basitçe *satın al elde tut stratejisi* adı verilir (Dağlı, 2004: 287-288).

Fiyatı artanlar ve azalanlar: Bu yöntemle, fiyatı artan hisse senedi sayısıyla fiyatı gerileyen hisse senedi sayısı arasındaki fark alınır ve her gün hesaplanan bu farkın bir önceki günün farkına eklenerek “artan azalan doğrusu” olarak bilinen gösterge elde edilir.

Borsada işlem hacmi: İşlem hacmindeki değişmeler, fiyat değişmeleri için öncü göstergedir. Fiyatlar artarken işlem hacmi artar. Fiyatlar düşerken işlem hacmi azalır.

Küçük siparişler indeksi: Küçük tasarruf sahipleri, fiyatlar en yüksek düzeye yaklaşırken satın almakta, fiyatlar en düşük düzeye yaklaşırken satmaktadırlar. Küçük siparişler diğer siparişlerden soyutlanarak az sayıda alımların, az sayıda satımların oranlanmasıyla küçük siparişler endeksi oluşturulursa piyasanın genel gidişatı hakkında fikir verecek gösterge elde edilir.

Açıktan satışlar ya da kısa satışlar: Piyasada açıktan satış ya da kısa satış işlemlerinin artması, bir süre sonra, açıktan satılan hisselerin yerine konması zamanı geldiğinde, söz konusu hisselere olan talebin artmasını ve dolayısıyla, fiyatların yükselmesi sonucunu doğurur. Piyasada kısa satışların hacminin artması, gelecekte fiyatların yükseleceğinin bir göstergesi olarak kabul edilir.

Güven indeksi: Yatırımcıların risk almaya karşı gösterdikleri isteklili̇ğin bir göstergesidir. Güven indeksinin değeri ekonomik durumla ilgili beklentiler hakkında fikir verir. İndeks değerinin yüksek olması, ekonomik durumla ilgili olumlu beklentiler bulunduğunu, hisse senetleri piyasasının da canlanacağını, indeks değerinin düşük olması ise tam tersi gelişmelere işaret eder (Bolak, 2001: 210-211) .

1.6.2. Tek Tek Hisse Senetleri Hareketlerini Tahmin Etmeye Yönelik Yöntemler

Çubuk grafikleri: Günlük verilerden oluşur. Dikey eksen fiyatı, yatay eksen zamanı gösterir. Dikey çizgi günün en yüksek fiyatından en düşük fiyatına kadar uzanırken, çizgi üzerindeki yatay çizgi kapanış fiyatını gösterecektir.

Nokta ve şekil grafikleri: Her günkü fiyatların kaydedilmesi yerine, yalnızca fiyatlarda önemli bir değişiklik gözlendiğinde kayıt yapılır.

Hareketli ortalamalar: Fiyatların günlük seyriyle son güne ait fiyatların hareketli ortalaması şeklinde hesaplanan fiyatlar arasındaki ilişkilerden faydalanılır.

Momentum: Bu kavram, fiyat hareketlerindeki hızı esas alır. Momentum, fiyatlardaki yükseliş ya da düşüş hızını ölçer. Momentumun yükselmesi piyasanın sağlamlığını, düşmesi ise piyasanın zayıfladığını gösterir.

Stokastik: Stokastik gösterge yükselme trendinde günün kapanış fiyatının o günkü işlem aralığının üst üçte birinde, bir düşme trendinde ise alt üçte birinde kapanmasıdır.

Göreli güç: Belirli piyasa koşulları altında bazı hisse senetlerinin değerlerinden daha iyi performans göstereceği ve bu durumun uzun dönemler boyunca büyük ölçüde değişmeden süreceği varsayımına dayanır.

1.6.3. Rassal Yürüyüş ve Etkin Piyasalar Kuramı

Etkin piyasa çok sayıda alıcı ve satıcının bulunduğu ve piyasadaki menkul kıymetler hakkında elde edilen bilgilerin karşılıklı etkileşim sonucu fiyatlara tam olarak yansıdığını ve menkul kıymetler hakkında yeni bilgiler geldiğinde fiyatların bu bilgilere göre değiştiği piyasalardır. Etkin bir sermaye piyasasında menkul kıymet fiyatları menkul kıymetlerle ilgili her türlü bilgiyi yansıtmaktadır. Fiyatların değişmesi piyasaya yeni bilgilerin gelmesi ile söz konusudur. Yani etkin bir sermaye piyasasında fiyat değişmeleri tamamen rassaldır. Her türlü bilgi piyasaya aktarılmış ve yatırımcılar tarafından değerlendirilmiş ise, herhangi bir andaki hisse senedinin fiyatı, hisse senedinin gerçek değerine eşit olacaktır. Etkin piyasalar kuramı, temel ve teknik yaklaşımların geçersiz olduğunu ileri sürer. Piyasadaki menkul kıymet fiyatları tesadüfen oluşmaktadır. Bu kuramın varsayımları:

- Piyasada çok sayıda alıcı ve satıcı vardır. Hiçbir alıcı ve satıcı piyasayı etkileyecek paya sahip değildir.
- Menkul kıymetlerle ilgili bilgiler düşük bir maliyetle ve yatırımcılara en kısa zamanda sağlanmaktadır.
- Etkin piyasalarda işlem giderleri oldukça düşüktür.
- Piyasaların kuramsal yapısı değişmiştir. Düzenleyici mevzuat piyasaların istikrarlı çalışmasını sağlamaktadır.

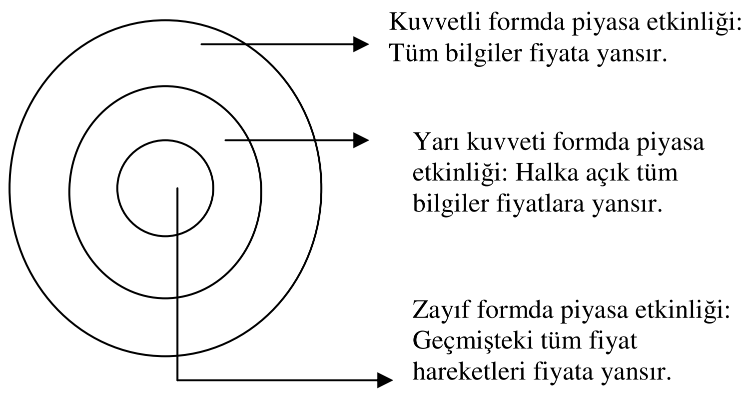
- Vergi ile ilgili düzenlemeler yoktur.
- Tüm finansal varlıklar tamamen bölünebilir (Ceylan, Korkmaz, 1993: 175-176).

Rassal yürüyüş ve etkin piyasalar kuramı 3 ayrı düzeyde ele alınabilir.

Zayıf formda piyasa etkinliği: Hisse senetleriyle ilgili geçmiş fiyat ve miktar verilerinden yararlanılarak basit bir satın al ve tut politikasına nazaran daha fazla kâr elde edilebileceği kabul edilir. Satın al ve tut politikası tesadüfî olarak belli sayıda hisse senedinin belirlenmesi ve bunların satın alınarak en az bir faaliyet dönemi boyunca elden çıkartmadan saklanması esasına dayanmaktadır.

Yarı kuvvetli formda piyasa etkinliği: Hisse senetleri fiyatları, halka açıklanan tüm bilgileri yansıtacak şekilde oluşuyorsa piyasada yarı kuvvetli formda etkinlik bulunduğundan söz edilir. Piyasanın yarı kuvvetli formda etkin olması halinde ancak içerden bilgi edinebilen bazı kişiler kısa dönemli fiyat hareketlerinden yararlanarak diğer yatırımcıların elde edebileceği ortalama piyasa getirisinin üzerinde getiri elde etme imkânı bulabilirler. Temel analiz ve teknik analiz yöntemlerini kullananlar, herhangi bir üstünlük sağlayamayacaklardır.

Kuvvetli formda piyasa etkinliği: Piyasadaki hisse senetleri fiyatları, halka açıklanan veya açıklanmayan tüm bilgileri yansıtacak şekilde oluşuyorsa piyasanın kuvvetli formda etkin olduğundan söz edilebilir. Bu durumda içerden bilgi edinenlerin dahi, sürekli olarak pazar getirisinin üzerinde kazanç sağlamaları mümkün değildir (Bolak, 2001: 212-227).



Şekil 1.3. Üç ayrı formdaki piyasa etkinliğinin birbirleri ile ilişkileri

1.7. GELENEKSEL PORTFÖY YAKLAŞIMI (BASİT ÇEŞİTLENDİRME)

Yatırımcılar, yaptıkları yatırımların sonucunda büyük kazançlar elde etmek isterler. Fakat bunun için fazla riske katlanmak gerekir. Yatırımcıların amacı optimum riskle yüksek kazanç sağlamaktır. Bu nedenle yatırımcılar, tek bir yatırım aracına yatırım yapmak yerine daha fazla yatırım aracına yatırım yaparak üstlenmiş oldukları risklerini azaltmaya çalışmaktadırlar (Fıscher, Jordon, 1987: 603-604).

Geleneksel portföy yaklaşımında, yatırımcılar ortaya çıkan risk düzeylerine göre faydalarını maksimum yapmaya çalışırlar. Yani herhangi bir tüketicinin nasıl en yüksek faydayı sağlayacak mal ve hizmetleri seçtiği varsayılırsa, yatırımcının da aynı şekilde risk ve getiriye ilişkin fayda tercihlerini maksimize edecek bir portföyü seçtiği kabul edilmektedir (Ceylan, Korkmaz, 1993: 89).

Örneğin, parasının bir kısmını A, bir kısmını B varlığına yatıran bir yatırımcı yeni bir finansal varlık oluşturmuş demektir ve bu finansal varlığın beklenen getirisi aşağıdaki şekilde hesaplanabilir:

$$E_p = x_A E_A + x_B E_B \qquad (1.1)$$

E_P = Portföyün beklenen getirisi

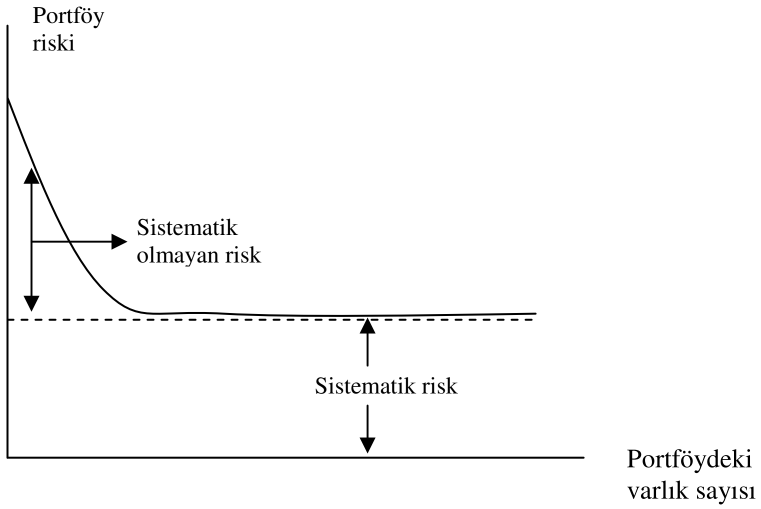
x_A = A varlığının portföy içindeki oranı

x_B = B varlığının portföy içindeki oranı

Görüldüğü gibi portföyün beklenen getirisi, portföyde yer alan finansal varlıkların beklenen getirilerinin ağırlıklı ortalamasına eşittir. Uç bir durum olarak, portföyde yer alan tüm varlıkların aynı beklenen getiriye sahip olduklarını varsayarak, portföyün beklenen getirisinin de aynı olacağı anlaşılmaktadır.

Portföy oluşturmaktan sağlanan esas yarar, riskin dağıtılmasında gözlenmektedir. Bütün finansal varlıkların getirileri aynı yönde haraket etmeyeceği, bazıları zarar ederken bazıları kâr sağlayacağı için portföyün riski, tek bir finansal varlığınkinden küçük olacaktır.

Geleneksel portföy analizi yaklaşımı, bu prensipten hareketle, portföy içindeki varlık sayısının arttırılması (çeşitlendirme) ilkesine dayanır. Yatırımcılar basit çeşitlendirmeye gitseler yani tesadüfü olarak çeşitli farklı finansal varlıklara yatırım yapsalar, bu varlıkların birbirlerini telafi edici yöndeki fiyat hareketleri nedeni ile risklerini azaltabileceklerdir (Aykaç, 1996: 42-44). Şekil 1.4'te görüldüğü gibi yeterince çeşitlendirilmiş portföylerde risk oranı giderek azalmaktadır. Özellikle de sistematik olmayan riskte önemli bir düşüş görülmektedir. İyi bir çeşitlendirme yapılmış portföyler sadece sistematik risk taşırlar, sistematik olmayan riskler neredeyse sıfıra yaklaşır.



Şekil 1.4. Çeşitlendirmeyle riskin azaltılması

Tüm finansal varlıkların aynı riske (σ) sahip olduklarını, herhangi iki finansal varlığın getirileri arasında hiçbir ilişki bulunmadığını kabul edecek olursak, N adet finansal varlığın her birini aynı oranda (1/N) ihtiva eden bir portföyün riski aşağıdaki şekilde hesaplanabilir:

$$\sigma_p^2 = x_1^2\sigma^2 + x_2^2\sigma^2 + ... + x_n^2\sigma^2 \qquad (1.2)$$

σ_p^2 = portföy riski

σ^2 = finansal varlıkların riski

$x_{1..n}$ = finansal varlıkların portföy içindeki ağırlığı

Görüldüğü gibi portföyde yer alan finansal varlıkların getirileri arasında hiçbir ilişki bulunmadığında çeşitlendirmeyle önemli bir risk indirimi sağlanabilmekte, hatta yeterince varlık portföye dahil edilecek olursa, riski sıfıra yaklaştırılabileceği anlaşılmaktadır.

Geleneksel portföy analizinde finansal varlıkların birbirleriyle ilgisi olmayan endüstrilerde seçilmesi ile iyi bir çeşitlendirme yapılabileceğine, bir ortalık ya da bir endüstriye ait finansal varlıklara, tahvil portföylerinde ise aynı vadeye sahip tahvillere portföy içinde aşırı ağırlık verilmemesi gerektiğine, yalın çeşitlendirilmiş bir portföyde finansal varlık sayısının 10-15'e çıkarılması ile portföy riskinin büyük ölçüde düşerek piyasadaki sistematik risk düzeyine yaklaşacağına inanılır.

Aşırı çeşitlendirmenin sakıncaları aşağıdaki gibidir:

- Satın alınacak finansal varlıklar araştırılırken taşıdığı riske katlanılması için gerekli getiriyi sağlayamayan finansal varlıkların da satın alınabilmesi,
- Değişik ortaklıklara ait çok sayıda finansal varlığı içeren bir portföyün iyi bir şekilde yönetilmesinin güçlüğü,
- Çok sayıda finansal varlıklarla ilgili araştırma yapma maliyetinin yüksek olması,
- Yüksek değişim giderleri; portföye dahil edilen finansal varlık sayısının artmasıyla, aynı finansal varlığın alınan ya da satılan miktarı azaldıkça değişim giderlerinin (aracılık komisyonu, borsa yönetimine ödenen ücretler vb.) toplam maliyet içindeki payının artması (Aykaç, 1996: 42-44).

1.8. MODERN PORTFÖY YAKLAŞIMI

Modern portföy teorisi, piyasada bilgilerin nasıl değerlendirildiği, yatırımcıların ne şekilde davrandığı, bu davranışlarının fiyat oluşumlarına ne yönde etkilediği, bu ilişkilerin nasıl nicelleştirilebileceği ile ilgili bir dizi teroik yapıya dayanır (İlhan, 1991: 29).

Modern portföy yaklaşımı konusunda ilk çalışma, Harry M.Markowitz tarafından yapılmıştır. Markowitz, 1952 yılında yayınladığı bir makalede portföyde yer alan menkul kıymetlerin belirli risk seviyelerinde mümkün olan maksimum getiri oranının nasıl sağlanacağını araştırmıştır (Bailey vd., 1993: 137).

Modern portföy kuramının varsayımları aşağıdaki gibi sıralanabilir:

- Yatırımcının amacı, fayda fonksiyonunu maksimize etmektir.
- Yatırımcı, yatırım kararını, risk ve getiriyi esas alarak verir. Getiri ölçütü olarak, portföyü oluşturan varlıkların beklenen getirilerinin ortalaması, riskin ölçütü olarak da bu portföy getirilerinin varyansı kullanılır.
- Yatırımcıların risk ve getiri hakkındaki beklentileri homojendir.
- Yatırımcılar özdeş, zaman ufkuna sahiptir.
- Bilgi akışına herhangi bir kısıtlama konmamıştır ve yatırımcılar için söz konusu bilgilere eş zamanlı olarak ulaşmak mümkündür (Yörük, 2000: 13).

1.8.1. Markowitz (Ortalama-Varyans) Modeli

Markowitz, etkin portföylerin beklenen getiri ve bu getirinin varyansının göz önüne alınarak oluşturulması gerektiğini ifade etmektedir (Harrington, 1987: 9). Markowitz'in adını verdiği bu çeşitlendirme türü, aralarındaki korelasyon katsayısı birden küçük olan varlıkları bir araya getirerek portföyün getirisinde herhangi bir düşme olmadan riskini sınırlayabilme olarak tanımlanır. Markowitz çeşitlendirmenin temel yaklaşımı "çok sayıda menkul kıymete" değil, "doğru menkul kıymete" yatırım yapmaktır.

Markowitz bunu şöyle ifade eder:

"Portföy analizi, yalnızca çeşitlendirmeyi içermez; aynı zamanda doğru bir sebep için doğru çeşitlendirmeyi içerir. Çeşitlendirmenin yetersizliği, yatırımcılar tarafından, elde tutulan menkul kıymetlerin sayısına bağlı olarak değerlendirilemez. Örneğin, 60 değişik demiryolu menkulünden oluşan bir portföy, demiryolu, hizmet, maden ve çeşitli üretim sektörlerinden oluşan aynı sayıdaki menkulu içeren portföy kadar iyi çeşitlendirilmiş olmayacaktır. Bunun nedeni, aynı endüstrideki firmaların aynı anda güçsüzleşmesinin farklı endüstrideki firmalardan daha muhtemel olmasıdır.

Benzer şekilde, getirilerinin varyansını küçültmeye çalışırken, çok sayıda menkul kıymete yatırım yapmak yeterli değildir. Aralarında yüksek kovaryans olan menkul kıymetlere yatırım yapmaktan çekinmek gerekir" (Bakırhan, 1989: 22).

Markowitz tarafından geliştirilen ortalama-varyans optimizasyon modeli oluşturulacak portföyün riskini minimize etmeyi hedeflemiştir. Kurulan modelde eldeki fonun tümünü yatırım enstrümanlarına dağıtılması ve hedeflenen getiri seviyesine ulaşılması modelin kısıtlarıdır.

Markowitz portföy seçim modeli şu varsayımlara dayanmaktadır:

- Yatırımların getirileri yatırımların çıktısı olarak ifade edilebilir.
- Yatırımcının risk tahmini, varlıkların ya da portföyün getirilerine varyansı ile orantılıdır.
- Yatırımcılar kararlarını verirken sadece beklenen getiri ve getirinin varyansını model parametreleri olarak kullanmaya razıdırlar.
- Yatırımcı riskten kaçma eğilimi göstermektedir. Herhangi bir beklenen getiri düzeyinde, ulaşabileceği minimum riski, herhangi bir risk düzeyinde de ulaşabileceği maksimum getiriyi seçecektir.

Markowitz modeli, hedeflenen beklenen getiri düzeyini karşılayacak minimum varyanslı (minimum riskli) portföyü bulmaya çalışır. Modelde amaç fonksiyonu minimize edilecek portföy varyansıdır ve şu şekilde gösterilir:

$$\text{Min} \quad \sum_{i=1}^{N} \sum_{j=1}^{N} x_i x_j \sigma_{ij} \tag{1.3}$$

N = mevcut varlık sayısı

σ_{ij} = i ve j varlıkları arasındaki kovaryans değeri

(i = 1,..,N). (j = 1,..,N)

x_i = karar değişkenleri

x_j = karar değişkenleri

Yukarıdaki amaç fonksiyonu aşağıdaki gibi iki parça halinde daha rahat yorumlanabilir:

$$\text{Min } \sum_{i=1}^{N} x_i^{\,2}\sigma_i^{\,2} + 2\sum_{i=1}^{N-1}\ \sum_{j=1+1}^{N} x_i x_j \sigma_{ij} \tag{1.4}$$

Bu ifadenin ilk kısmında varlıkların varyansları, ikinci kısmında da varlıklar arası ilişkinin ölçütü olan kovaryans değerleri gösterilmiştir. Böylece amaç fonksiyonunda, portföyün riski minimize edilirken, varlıkların içsel riski yanı sıra, birlikte hareket edip etmedikleri de göz önünde bulundurularak çeşitlendirmeye gidilmektedir (Haugen, 1993: 411).

Standart Markowitz modelinde iki temel kısıt vardır. Bunlardan birincisi, hedeflenen beklenen getiri düzeyinin karşılanmasını sağlayacak aşağıdaki matematiksel ifadedir:

$$\sum_{i=1}^{N} x_i \mu_i = R \tag{1.5}$$

$\mu_i =$ i varlığının beklenen getirisi (i = 1, .., N)

R = Hedeflenen beklenen getiri düzeyi

x_i = Menkul kıymetin portföy içindeki ağırlığı (Farrell, Fuller, 1987: 58).

Modelde ikinci temel kısıt ise, portföyde bulunan varlıkların ağırlıkları toplamının 1 olmasını sağlayan aşağıdaki ifadedir:

$$\sum_{i=1}^{N} x_i = 1 \tag{1.6}$$

Karar değişkenlerinin negatif olma kısıtı da eklendiğinde aşağıdaki genel model elde edilir (Ulucan, 2004: 17-18):

$$\text{Min} \sum_{I=1}^{N}\ \sum_{J=1}^{N} x_i x_j \sigma_{ij}$$

$$\sum_{i=1}^{N} x_i \mu_i \geq R$$

$$\sum_{i=1}^{N} x_i = 1$$

$$0 \leq x_i \leq 1 \text{ , } i = 1,.., N$$

1.8.1.1. Ortalama-varyans ölçütü

Yatırım analizinde ortalama-varyans modelinin kullanılmasında iki önemli değişken, beklenen getiri ve varyanstır. Beklenen getiri yatırım kârlılığını, varyans ise riski ifade etmektedir.

İki yatırım alternatifi arasında tercih yapılırken öncelikle her iki yatırım alternatifinin beklenen getirileri ve varyanslarının tespit edilmesi gerekir. Örneğin, 1. alternatifin 2. alternatiften üstün olduğunu söyleyebilmek için aşağıdaki koşulların gerçekleşmesi gereklidir:

$$E(r_1) \geq E(r_2) \tag{1.7}$$

$$\sigma_1^2 \leq \sigma_2^2 \tag{1.8}$$

$E(r_1)$ = 1.yatırım alternatifinin beklenen (ortalama) getirisi

$E(r_2)$ = 2.yatırımın altenatifinin beklenen (ortalama) getirisi

σ_1^2 = 1.yatırımın varyansı

σ_2^2 = 2.yatırımın varyansı

Bunun anlamı, eğer 1. alternatifin beklenen getirisi 2. alternatifin beklenen getirisinden büyük veya eşit iken, 1.alternatifin varyansı 2. alternatifin varyansından küçük veya eşit ise, modern portföy teorisinin üstünlük ilkesine göre 1. seçenek, 2. seçeneğe tercih edilecektir.

1.8.1.2. Ortalama-varyans ölçütü ve portföy seçimi

Markowitz çeşitlendirmesi, herhangi bir portföyün gelirini feda etmeksizin portföy riskini azaltmak için aralarında negatif ilişki olan menkul kıymetlerin bir portföyde toplanması olarak bilinir. Markowitz çeşitlendirmesi, riski sistematik düzeyine düşürebilir. Fakat yalın çeşitlendirme ile risk, sistematik risk seviyesine düşürülemez. Markowitz çeşitlendirmesi yalın çeşitlendirmeden daha analitiktir ve menkul kıymetlerin korelasyonlarını göz önünde tutar. Menkul kıymetler arasında korelasyon azaldıkça risk de azalır. Eğer menkul kıymetler arasındaki korelasyon katsayısı (-1) düzeyinde ise teorik olarak portföyün sistematik olmayan riski sıfıra indirilebilir.

1.8.1.3. İki menkul kıymetten oluşan portföyler ve Markowitz çeşitlendirmesi

Bir portföyün sadece iki menkul kıymetten oluşmayacağı, optimal bir portföyde bulunacak menkul kıymet sayısı hakkında tam ve kesin bir rakamın olmadığı bilinmektedir. Portföyler genellikle ikiden fazla menkul kıymetten oluşmaktadır. Fakat iki menkul kıymetten oluşan bir portföy üzerinde durmakta temel olarak fayda bulunmaktadır.

Portföyün getirisi : $E(r_p) = x_1 E(r_1) + x_2 E(r_2) \quad n = 2$ (1.9)

r_1 ve r_2 : Tesadüfi olarak seçilmiş iki menkul kıymete ilişkin getiriler

$E(r_1)$: Birinci menkul kıymetin beklenen (ortalama) getirisi

$E(r_2)$: İkinci menkul kıymetin beklenen (ortalama) getirisi

x_1 : Birinci menkul kıymetin portföy içindeki ağırlığı

x_2 : İkinci menkul kıymetin portföy içindeki ağırlığı

Portföyün getirisi, tek tek menkul kıymetlerin getirilerinin ağırlıklı ortalamasıdır. Portföy riski ise, portföyü oluşturan menkul kıymetlerin getirilerinin varyansları ile bu getiriler arasındaki kovaryansın ilişkisine bağlı olarak değişmektedir.

Portföye dahil edilen menkul kıymetler arasındaki ilişki, korelasyon katsayı ile gösterilir. Korelasyon katsayısı, (+1) ve (-1) arasında değerler alır. Ancak teorik değerlendirmelerde korelasyon katsayısının (+1), 0 ve (-1) olması durumu göz önüne alınır.

Korelasyon katsayısının (+1) olması durumu

Portföyü oluşturan menkul kıymetlerin getirileri arasındaki korelasyonun tam olması durumunda (p_{12} = 1), portföy riskini sınırlamak mümkün değildir. Çünkü portföydeki menkul kıymetlerin fiyatlarının aynı yönde değiştiği anlamına gelmektedir. Başka bir deyişle portföy, tek bir menkul kıymetten oluşmuş gibidir.

Korelasyon katsayısının sıfır olması durumu

Portföyü oluşturan menkul kıymetlerin getirileri arasında herhangi bir ilişki bulunmuyorsa, çeşitlendirme yoluyla risk azaltılabilir. Korelasyon katsayısının sıfır olması durumunda, portföy riskinde görülen sınırlama, portföy riskine ilişkin formülasyon üzerinden de izlenilebilir. p_{12}'nin sıfır olması durumunda formülün üçüncü terimi sıfır olacaktır. Bu durumda iki menkul kıymetten oluşan portföyün standart sapması aşağıdaki gibi yazılır:

$$\sigma_p = \sqrt{x_1^2\sigma_1^2 + x_2^2\sigma_2^2} \tag{1.10}$$

Korelasyonun sıfır olduğu bir durumda menkul kıymetlerin seçimi yoluyla riskin sınırlandırılması, tüm yatırımcılar için kolaylıkla yapılabilecek bir çeşitlendirme türüdür. Yapılan araştırmalar, hisse senedi fiyat indeksleri ile tahvil fiyat indeksleri arasındaki ilişkinin derecesini sıfır olarak belirlemiştir.

Korelasyon katsayısının (-1) olması durumu

Menkul kıymetlerin getirileri arasındaki ilişkinin negatif olması ihtimali, en az rastlanılan bir durumdur. Korelasyon katsayısın negatif olması halinde, portföy riski minimum düzeye indirilebilir. Eğer korelasyon katsayısı (-1) ise menkul kıymetler arasında mükemmel negatif tam korelasyon var demektir. Bu durumda portföy riski, belirli menkul kıymet birleşiminde sıfır olacaktır. Portföy çeşitlendirmesinde menkul kıymetler arasındaki korelasyon katsayısının (-1) veya yakın bir değerde olması arzu edilir. Ancak piyasada her zaman korelasyon katsayısı (-1) veya bu değere yakın menkul kıymetler bulmak mümkün değildir. Modern portföy kuramının özünde aralarında negatif ilişki olan menkul kıymet çeşitlendirmesi vardır. p = 0, p = (+1)'e göre daha iyi sonuç vermektedir. Eğer yatırımcı yeterince düşük korelasyona sahip menkul kıymetleri bulabilirse, Markowitz çeşitlendirmesi yoluyla portföy riskini sistematik risk düzeyine indirebilir. Ancak, piyasada getirileri arasında korelasyonun düşük olduğu menkul kıymetlerin sayısı oldukça azdır (Ökmen, 2003: 16-17).

1.8.1.4. Üç menkul kıymetten oluşan portföyler ve Markowitz çeşitlendirmesi

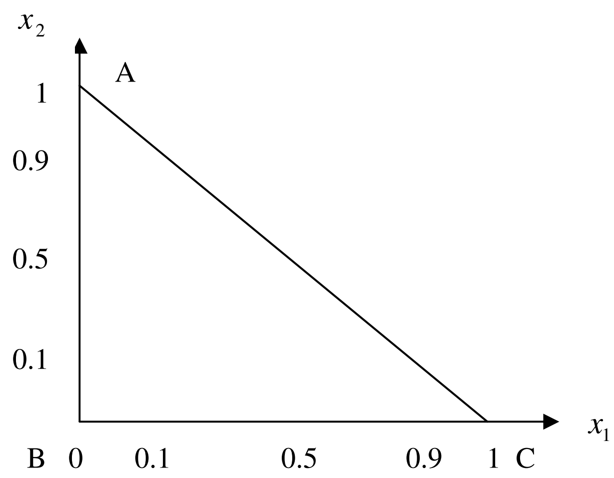
İkiden fazla menkul kıymetten oluşan portföy riskinin hesaplanması daha fazla işlem yapmayı gerektirir. Çünkü menkul kıymetler arasındaki korelasyon sayısı, portföydeki menkul kıymet artışından daha fazladır. Çoklu menkul kıymetlerin riskinin hesaplanması için, mekul kıymetler arasındaki kovaryansların hesaplanması gerekmektedir.

Geçerli portföy alanı: Üç menkul kıymetten oluşan bir portföyde, menkul kıymetlerin portföy içindeki ağırlıkları toplamı 1'e eşitse, her bir menkul kıymetin portföy içindeki ağırlığı sıfıra eşit veya sıfırdan büyüktür. Standart portföy analizinde negatif yatırıma izin verilmez. Yani,

$$x_1 + x_2 + x_3 = 1 \tag{1.11}$$

$$x_1 \geq 0$$
$$x_2 \geq 0$$
$$x_3 \geq 0$$

Portföyün geçerli olması için, tüm x_i'lerin sıfırdan büyük olması ve x_i'lerin toplamının 1'e eşit olması gerekmektedir. Bu durumda bir portföy Şekil 1.5'deki ABC üçgeni üzerinde ye da içinde yer aldığında geçerli olacaktır.



Şekil 1.5. Meşru yatırım alanı

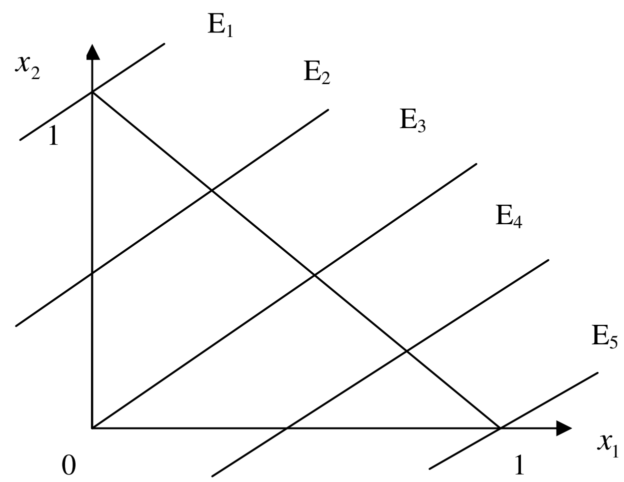
<u>*Eş ortalama doğruları:*</u> Üç menkul kıymetten oluşan bir portföyün getirisi;

$E(r_p) = x_1E(r_1) + x_2E(r_2) + x_3E(r_3)$ olup, her bir hisse senedinden beklenen getiri oranlarının ağırlıklı bir ortalamasıdır. Bu eşitlikte, x_3 değerinin yerine, (1 - x_1 – x_2)'yi ikame edecek olursak eşitlik;

$$E(r_p) = x_1E(r_1) + x_2E(r_2) + (1 - x_1 - x_2)E(r_3) \quad (1.12)$$

$$E(r_p) = x_1E(r_1) - E(r_3) + x_2E(r_2) - E(r_3) + E(r_3) \quad (1.13)$$

Bu eşitliğin ifade ettiği doğru, aynı beklenen getiriye sahip portföylerin, ya da noktaların hattıdır. Buna *eş-ortalama doğrusu* denir. Kabul edilen her bir $E(r_p)$ için, $E(r_1) = E(r_2) = E(r_3)$ olduğunda buna parelel eş-ortalama doğruları elde edilecektir.



Şekil 1.6. Eş-Ortalama Doğruları

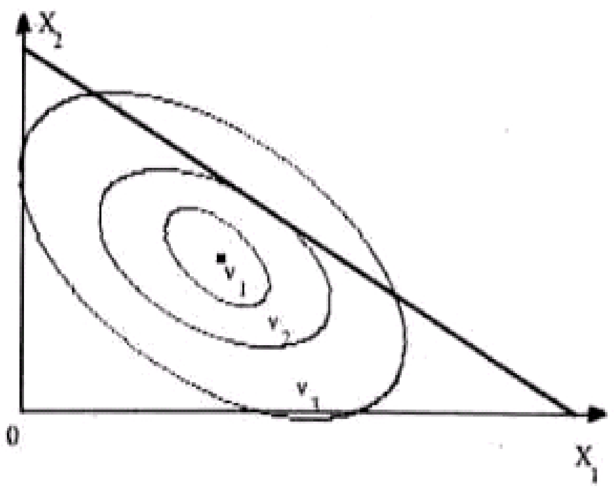
<u>*Eş varyans eğrileri:*</u> Üç menkul kıymetten oluşan porföyün varyansı;

$$\sigma_p^2 = x_1^2\sigma_{11} + x_2^2\sigma_{22} + x_3^2\sigma_{33} + 2x_1x_2\sigma_{12} + 2x_1x_2\sigma_{13} + 2x_2x_3\sigma_{23} \tag{1.14}$$

$$x_3 = 1 - x_1 - x_2$$

$$\sigma_p^2 = x_1^2[\sigma_{11} - 2\sigma_{13} + \sigma_{33}] + x_2^2[\sigma_{22} - 2\sigma_{23} + \sigma_{33}] + 2x_1x_2[\sigma_{12} - \sigma_{13} - \sigma_{23} + \sigma_{33}]$$
$$+ 2x_1[\sigma_{13} - \sigma_{33}] \tag{1.15}$$

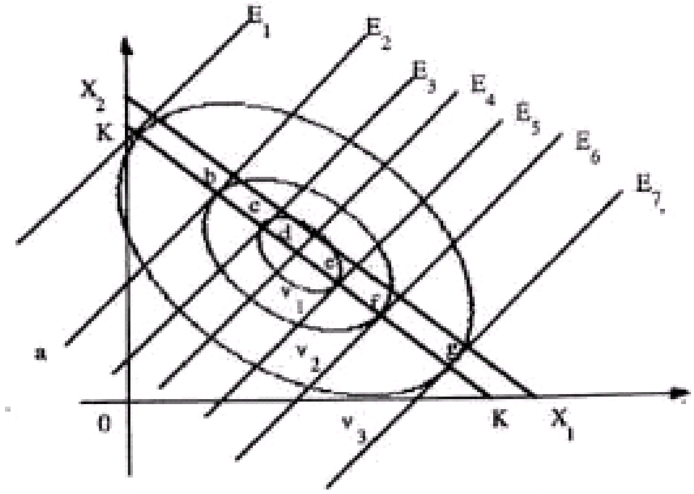
Belirli σ_p^2 değerleri için eşitliği sağlayan katsayıların oluşturduğu eğriye eş varyans eğrisi denir. Varyansı (σ_p^2)'yi minimize eden bir nokta, bu tür ortak merkezli elipslerin veya eş-varyans eğrilerinin merkezi olacaktır. Varyans (σ_p^2) arttıkça, ilgili eş varyans eğrileri, kendi genel şekillerini, merkezlerini veya istikametlerini değiştirmeksizin genişleyecektir. Merkez nokta, geçerli portföy setinin içinde veya dışında yer alabilir. Ancak, nerede yer alırsa alsın , merkez değerden büyük her varyans (σ_p^2) değeri için, bir eşvaryans elipsi mevcuttur.



Şekil 1.7. Eş - varyans eğrileri

<u>*Kritik doğru:*</u> Herhangi bir E_i doğrusu üzerindeki tüm beklenen getiriler ve herhangi bir V_i elipsi üzerindeki tüm varyanslar birbirine eşittir. Şekil 1.8'de a noktası başlangıç noktası alınarak, E_2 doğrusu üzerinde sağa hareket edilirse aynı ortalama getiri düzeyinde V_3 ve V_2 eş-varyans eğrileri ile karşılaşılır. Ortalama getiri değişmezken belli bir noktaya kadar varyans düşecek, sonra yeniden yükselmeye başlayacaktır. Bu nokta E_2 eş-ortalama doğrusunun, V_2 eş-varyans elipsine teğet olduğu

noktadır. Şekil 1.8'de b noktası olarak işaretlenen teğet noktası, E_2 eş-ortalama doğrusunun ulaşabileceği en düşük varyans noktasına denk gelmektedir.



Şekil 1.8. Eş-ortalama ve eş-varyans eğrileri

Diğer eş ortalama doğrularında en düşük varyans değerine sahip olacak şekilde eş-varyans eğrilerine teğet oldukları birer noktaları vardır. Bunlar, E_3 için c, E_4 için d, E_5 için e ve E_6 için f noktalarıdır. Şekil 1.8'deki K doğrusu eş-ortalama doğruları ile eş-varyans elipslerinin teğetlerinin birleştirilmesiyle oluşturulmuştur. Bu doğru üzerindeki her nokta, belirli bir ortalama getiri düzeyinde minumum varyansların ifade edildiği portföy bileşenlerine denk gelmektedir. Bu doğru kreitk doğru olarak adlandırılır. Kritik doğrunun mutlaka eş-varyans elipslerinin merkezinden geçmesi gerekir. Ancak doğrunun geçerli yatırım alanında olup olmaması önemli değildir.

Etkin portföyler: Markowitz'e göre etkin portföyler; belirli bir getiri düzeyinde en düşük riske sahip ya da belirli bir risk düzeyinde en yüksek beklenen getiriye sahip portföylerdir. Bir portföyün etkin olarak ifade edilebilmesi için ;

- P portföyü geçerli yatırım alanı içinde olmalıdır.
- Geçerli yatırım alanı içindeki herhangi bir portföy, eğer P portföyünden daha yüksek bir beklenen getiriye sahipse, aynı zamanda daha yüsek bir varyansasahip olmalıdır.

- Geçerli yatırım alanı içindeki herhangi bir portföy, eğer P portföyünden daha düşük bir varyansa sahip ise, aynı zamanda, daha düşük bir beklenen getiriye sahip olmalıdır.

Bir portöyün etkin olmayan bir portföy olarak değerlendirilmesi için birinci şartı taşıyıp, ikinci veya üçüncü şartı taşımaması gereklidir. Çünkü bir portföy birinci şartı taşımıyorsa o portföy geçerli olmayan bir portföydür (Ceylan,1993: 119-125).

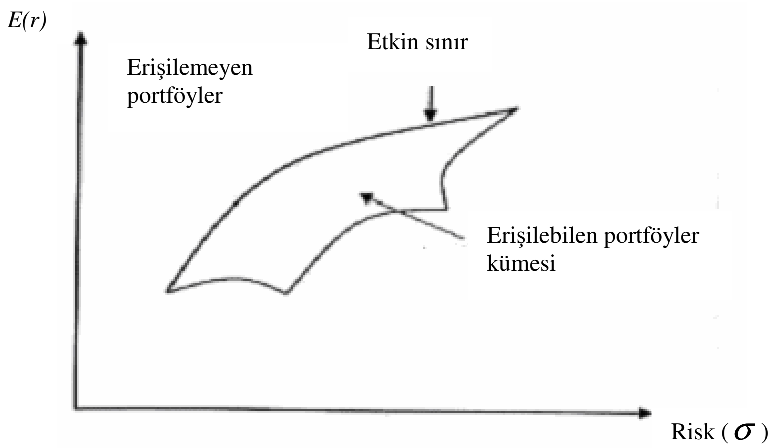
1.8.1.5. N sayıda menkul kıymetten oluşan portföyler ve Markowitz çeşitlendirmesi

Gerçek hayatta, yatırımcıların portföylerine alacağı ve hakkında bilgi sahibi olması gereken yüzlerce finansal varlık vardır. Bu nedenle N sayıda menkul kıymetten oluşan portföyün beklenen getirileri ve risklerinin hesaplanması gerekmektedir.

N sayıda menkul kıymet bulunan bir portföyde menkul kıymetlere değişik ağırlıklar verilerek sınırsız sayıda portföy oluşturulabilir. Yatırımcı beklenen bir getiri oranı düzeyinde,kovaryansların ağırlıklı ortalamasını mümkün olduğu kadar düşürecek bir biçimde, parasını menkul kıymetler arasında paylaştırabilmek için “etkin portföyleri” seçmelidir. Yatırımcı hem beklenen getiriyi hem de varyansı dikkate almalıdır. Yatırımcı varyansı göz önüne almaksızın sadece beklenen getiriyi maksimize etmek isterse, fonlarını en fazla getiriyi sağlayacak tek bir menkul kıymete yatıracaktır. Eğer yatırımcılar varyansın en aza indirilmesi ile ilgileniyorsa ve beklenen getiriyi göz ardı ediyorsa, yatırımlarını çeşitlendirmeye gidecektir. Çeşitlendirme yapılırken, portföylerdeki her bir menkul kıymetin payı matematiksel olarak belirlenir. Markowitz, değişik risk ve getiri düzeylerindeki etkin portföyleri birleştiren eğriyi “Etkin Sınır” olarak tanımlamış ve portföy yöneticisinin amacını “etkin sınır üzerindeki noktaları belirlemek” olarak ifade etmiştir (Ceylan, 1993: 125).

1.8.1.6. Etkin portföyler ve optimal portföy seçimi

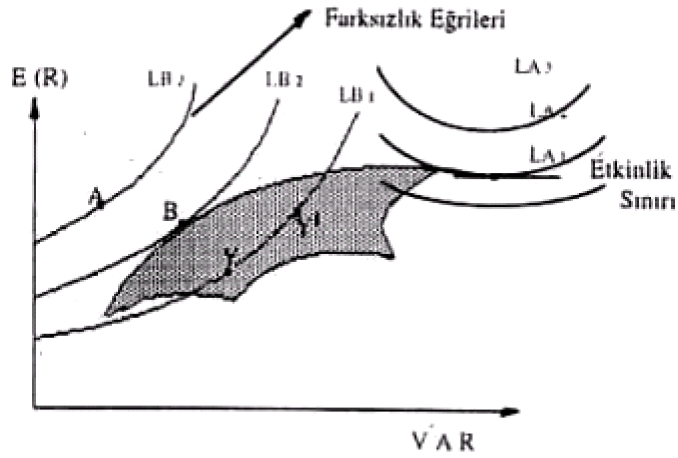
Belirli bir risk seviyesinde en yüksek beklenen getiriye sahip veya belirli bir beklenen getiri seviyesinde en düşük riske sahip portföye *etkin portföy* adı verilir. Etkin portföylerde risk ve getiri birlikte ele alındığı için yatırımcıların gözünde bu portföylerin önemi büyüktür.Çünkü bu portföyler diğer portföylere göre belli bir risk düzeyinde daha fazla getiri sağlarlar ya da belli bir getiri düzeyinde daha düşük risk taşırlar. Bu portföyler diğerlerine göre üstündürler. Etkin portföyleri birleştiren çizgi ise *etkin sınır* adını alır. Etkin sınır üzerinde risk ve getiri açısından en iyi portföyler yer alır. Şekil 1.9'da etkin sınır üzerinde erişilebilen bütün olası portföyler arasında risk-getirisi en üstün olanlar sıralanmaktadır. Etkin sınırın altında ise erişilebilen ancak etkin olmayan portföyler yer almaktadır. Etkin sınırın üstünde ise erişilmesi mümkün olmayan portföyler yer almaktadır.



Şekil 1.9. Etkin sınır ve erişilebilen portföyler

Markowitz modeline göre yatırımcılar, etkin sınır üzerinde yer alan portföyler arasından kendileri için en uygun olanını seçerler. Fakat modelde tek bir optimal portföy olmamakta, etkin sınır üzerinde yer alan portföylerin tamamı optimal kabul edilmektedir. Ancak yatırımcıların değişik risk tercihleri vardır ve genel olarak riskten hoşlanmazlar. Yatırımcıların şahsi tercihlerini tatmin eden risk-getiri bileşiminin belirlenmesinde kayıtsızlık eğrilerinden yararlanılır.

Yatırımcıların risk-getiri tecihlerini tanımlayan eğriye *farksızlık eğrisi* adı verilir. Üzerindeki tüm noktalarda risk-getiri açısından yatırımcıya aynı faydayı sağladığı için *eş fayda eğrisi* adı da verilmektedir. Farksızlık eğrisinin eğimi ne kadar dikleşirse, yatırımcı o ölçüde risk üstlenmekten kaçınır. Etkin portföyler etkin sınır ile sınırlandırılmıştır. Etkin sınırın üzerinde yer alan portföylere erişmenin mümkün olmaması nedeniyle orda yer alan farksızlık eğrilerinin pratikte hiçbir anlamı yoktur. Bu nedenle optimal portföy, farksızlık eğrilerinin etkinlik sınırına teğet oldukları noktadaki porföydür. Bu portföy yatırımcıya en çok faydayı sağlayan portföydür (Dağlı, 2004: 341-346).



Şekil 1.10. Optimal portföy seçimi

Şekil 1.10'da B portföyü B yatırımcısı için en yüksek faydayı sağlayan bir seçimi göstermektedir. Şekildeki Y ve Y' noktalarında bulunan portföyler optimal değildir. Bu portföyler daha düşük farksızlık eğrisinde bulunmasına rağmen etkinlik sınırı ile bir ilişkisi olmadığından ideal portföy değildirler. A yatırımcısının farksızlık eğrileri daha yüksek bir riski içerdiğinden, yatırımcı daha yüksek bir getiri sağlayacak portföy bileşimini tercih edecektir. Bu nedenle A yatırımcısı için optimal portföy bileşimi C noktasında oluşmaktadır.

Gerçek hayatta, yatırım yapan kişilerin etkinlik sınırının belirlenmesi ve farksızlık eğrilerinin dikkate alınması mümkün değildir. Ancak yatırımcılar bu modelin ortaya koyduğu sonuçlara göre aynı amaçlara ulaşmak için yatırım stratejileri belirlemektedirler. Yatırımcılar beklenen getirileri ve bu beklenen getiri düzeyinde göze aldıkları riske göre oluşturdukları en iyi portföye sahip olmak isterler (Korkmaz ve Ceylan, 1993: 129).

1.8.2. Sermaye Varlık Fiyatlama Modeli (CAPM)

1960'larda Markowitz tarafından ortaya konan portföy teorisi; Sharpe, Linter ve Tobin gibi bilim adamları tarafından geliştirilmiş, bir varlığın riski ve getirisinin birbirleriyle ilişkileri daha kapsamlı bir bilimsel tabana oturtulmuştur. Bu teori, literatüde "Sermaye Varlıkları Fiyatlama Modeli (CAPM)" olarak adlandırılır. CAPM, herhangi bir menkul kıymetin beklenen getirisi ile risk derecesi arasındaki ilişkiyi gösterir. Bu ilişki genel olarak doğrusaldır. Bir menkul kıymetin beklenen getirisinin, o menkul kıymetin sistematik riski ile pozitif ilişkili ve herhangi bir menkul kıymetten beklenen risk piriminin de bütün piyasadan beklenen risk pirimine oransal olması gerekir.

CAPM'ın sermaye piyasalarının işleyişi ve yatırımcıların davranışlarıyla ilgili pek çok varsayımı vardır. Bunlar:

- Piyasada çok sayıda alıcı ve satıcı vardır ve bunlardan hiçbirinin işlemleri piyasadaki fiyatları etkileyecek güçte değildir.

- Bütün yatırımcılar fayda fonksiyonlarını maksimum yapmak isterler ve riskten kaçınırlar. Aynı beklenen getiriye sahip iki yatırım seçeneği varsa yatırımcılar getirisinin varyansı küçük olan yatırım seçeneğini tercih edeceklerdir.

- İşlem maliyetleri ve vergiler yoktur.

- Yatırımcıların hepsi alternatif yatırımlarla ilgili bütün bilgilere sahiptir ve bu bilgilerin elde edilmesinin bir maliyeti yoktur. Ayrıca yatırımcılar alternatif yatırım fırsatlarının varyans ve beklenen getirisiyle ilgili olarak aynı beklentilere sahiptir.

- Bütün yatırımcılar için, aynı yatırım dönemleri vardır ve menkul kıymetler aynı dönem süresince elde tutulur.

- Piyasada risksiz menkul kıymetler vardır. Risksiz menkul kıymetler üzerinden istenildiği kadar borç alma veya verme olanağı bulunmaktadır. Bütün yatırımcılar, risksiz faiz oranından borç verebilmekte veya alabilmektedirler ve bireysel veya kurumsal yatırımcı için bu oran değişmez.

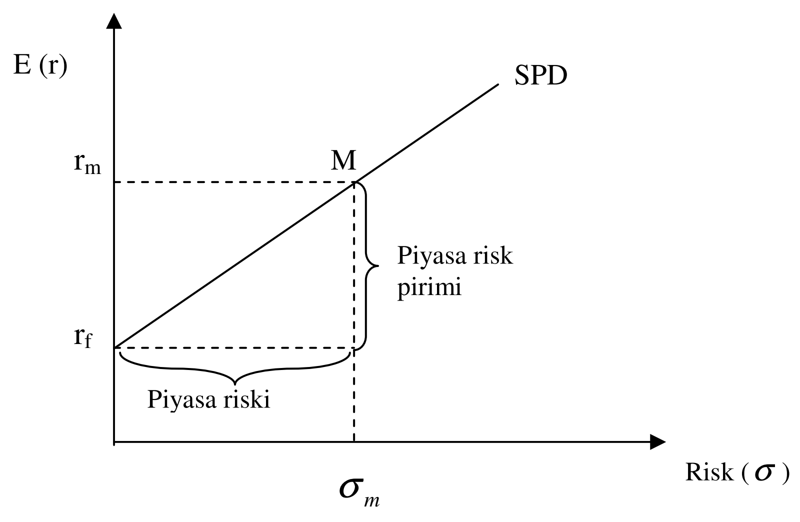
- Yatırım yapılacak varlıklar sonsuz olarak bölünebilmektedir. Yani, her yatırımcı herhangi bir menkul kıymete istediği kadar küçük miktarda yatırım yapabilmektedir (Baştürk, 2004: 78-79).

Bu varsayımların incelenmesi ile görülebileceği gibi CAPM, durumu olağanüstü basit bir duruma indirgemiştir. Herkes aynı bilgiye sahiptir ve menkul kıymetler için gelecekte beklenen şeyde hemfikirdirler. Yatırımcıların bilgiyi analiz edişleri ve işleme koyuşları aynıdır. Piyasalar mükemel piyasalardır yatırımı engelleyecek hiçbir anlaşmazlık yoktur. Bu varsayımlarla, piyasadaki bütün yatırımcıların ortak davranışları incelenerek bütün menkul kıymetlerin risk ve getirileri arasındaki denge ilişkisi oluşturulabilir.

CAPM tüm yatırımcıların homojen beklentileri olduğundan, risk-getiri diyagramı ile değerlendirmeler yapmaktadır. Bu diyagramda etkin sınır ile risksiz varlık bir arada değerlendirmeye alınır. Risksiz oran hazine bonsunun faiz oranı olarak kabul edilir. Markowitz modelinde yatırım seçenekleri yalnız riskli varlıklardan oluşmaktadır. Bu modelde riskli varlıkların yanı sıra yatırım seçeneği olarak risksiz orandan bir varlığa yatırım yapmak mümkündür (Karan, 2001: 196-197).

Sermaye Piyasası Doğrusu:

Sermaye piyasası doğrusu (SPD), tamamen çeşitlendirilmiş portföyler için beklenen getiri ve toplam risk arasındaki denge ilişkisini ortaya koyar. Yatırım yapılabilecek bütün riskli ve risksiz portföy bileşimleri Şekil 1.11'de görülen SPD üzerinde yer alır.



Şekil 1.11. Sermaye piyasası doğrusu

Etkin portföyler için risk ve beklenen getiri arasındaki denge ilişkisini ortaya koyan ve risk ölçüsü olarak toplam riski (standart sapmayı) kullanan SPD aşağıdaki şekilde formüle edilebilir:

$$r_p = r_f + \left[\frac{r_m - r_f}{\sigma_m} \right] \sigma_p \tag{1.16}$$

E(r) = Beklenen getiri

r_p = Etkin portföyün beklenen getirisi

r_f = Risksiz oran

r_m = Pazar portföyünün beklenen getirisi

σ_m = Pazar portföyünün toplam riski

σ_p = Etkin portföyün toplam riski (Dağlı,2004:354-355).

SPD, bir yatırımcının hiç risk almadığı takdirde risksiz orandan getiri elde edebileceği, daha fazla getiri almak isterse, belli bir riske katlanacağı, dolayısı ile alacağı ilave getirinin, aldığı riskin bir ödülü (riskin pazar fiyatı) olduğunu açıklamaktadır. Bunun matematiksel ifadesi aşağıdaki gibidir (Karan, 2001: 196-197):

$$(r_m - r_f)/\sigma_p \tag{1.17}$$

Beta Katsayıları:

Tek bir menkul kıymetin değerlendirilmesi söz konusu olduğunda beta katsayısından yararlanılır. Tek bir menkul kıymet için hesaplanan risk pirimi ile yatırımın toplam riskini gösteren standart sapma arasında bir ilişki kurulamaz. Çünkü standart sapmanın içeriğinde iki çeşit risk unsuru yer almasına rağmen finansal varlık fiyatlandırma modelinde bunlardan sadece bir tanesine yer verilir. Bu ise piyasa riski adını alır ve beta katsayısı ile ölçülür.

Beta olarak adlandırılan beta katsayısı bir menkul kıymetin ya da portföyün çeşitlendirmeyle yok edilemeyen risk unsurunu (sistematik riski) ölçer. Beta menkul kıymetin piyasa portföyü karşısındaki duyarlılığını ortaya koyan nispi bir risk göstergesidir (Sharpe, 1985: 198).

Bir menkul kıymetin betası aşağıdaki şekilde formüle edilebilir:

$$\beta_i = \frac{Cov_{i,M}}{\sigma_{M^2}} \tag{1.18}$$

veya

$$\beta_i = \frac{\sigma_i}{\sigma_M} \, . \; r_{i,M} \tag{1.19}$$

Burada;

β_i = i menkul kıymetin betası,

$Cov_{i,M}$ = i menkul kıymeti ile piyasa portföyü arasındaki kovaryans

σ_M^2 = piyasa portföyünün varyansı,

σ_M = piyasa portföyünün standart sapması

σ_i = i menkul kıymetin standart sapması

$r_{i,M}$ = piyasa portföy ile i menkul kıymeti arasındaki korelasyon katsayısı

Piyasa portföyünün betası 1'e eşittir. Piyasa portföyünden daha riskli hisse senetlerinin betası 1'den büyük, piyasa portföyünden daha az riskli hisse senetlerinin betası ise 1'den küçüktür (Dağlı, 2004: 356-357).

Menkul Kıymet Piyasa Doğrusu (MKPD):

Sermaye piyasası doğrusu etkin portföyler için beklenen getiri ile standart sapma arasındaki denge ilişkisini gösterir. Bireysel riskli menkul kıymetler her zaman bu doğrunun altında olacaktır çünkü, tek bir riskli menkul kıymet tek başına tutulduğunda etkin olmayan bir portföydür. CAPM bireysel bir menkul kıymetin beklenen getirisi ve standart sapması arasında özel bir ilişki içermez. Sharpe tarafından geliştirilen Menkul Kıymet Piyasa Doğrusu (MKPD) modelinde etkin bir pazarda menkul kıymetlerin beklenen getirileri ile betaları arasındaki ilişkileri incelenmiş ve böylece her menkul kıymetin betası hesaplanabildiğinden, değerlendirmeye bireysel menkul kıymetler de dahil edilmiştir. MKPD tek bir yatırımcının risk-getiri ilişkisini ele alır.

Portföyün riski sistematik risk ve firma riskinden oluşmaktadır. Portföye yeni menkul kıymetler ilave edilirse, toplam risk azalırken portföydeki sistematik risk unsurunun toplam risk içindeki payı artar. Çeşitlemenin fazlalaşması portföyün pazarla olan ilişkisini arttırır sistematik risk giderek toplam riskin yerini alır. Bu durumda sistematik risk, risk-getiri ilişkilerinin değerlendirilmesinde değişken olarak kullanılabilir.

MKPD'nun matematiksel ifadesini elde etmek için SPD'ndaki hisse senedi standart sapması yerine $\sigma_p = \delta_{im}\,\sigma_i$ yazılmıştır.

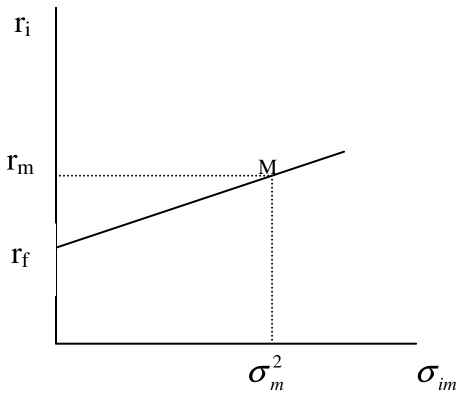
$$r_p = r_f + \left[\frac{r_m - r_f}{\sigma_m}\right]\delta_{im}\sigma_i \qquad (1.20)$$

Bu ifade bir menkul kıymetin beklenen getirisinin risksiz getiri ile katlanılan sistematik riske bağlı bir pirimin toplamına eşit olduğunu göstermektedir. SPD ile MKPD arasındaki tek fark kullanılan risk ölçütüdür. Korelasyon katsayısı (δ_{im}), $Cov_{(im)} / \sigma_i \sigma_m$ olduğundan,

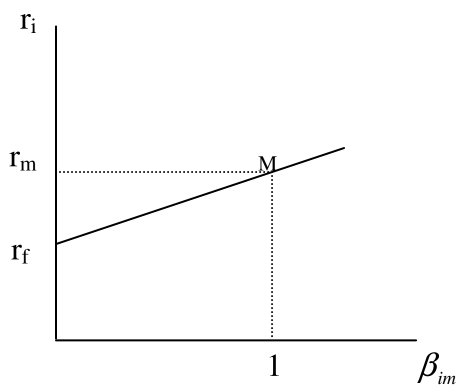
$$r_i = r_f + \left[\frac{Cov_{(im)}}{\sigma_m^2}\right]\left[r_m - r_f\right] \qquad (1.21)$$

ve $\beta_i = \left[\frac{Cov_{(im)}}{\sigma_m^2}\right]$ olduğundan (1.22)

$r_i = r_f + \beta_i \left\lfloor r_m - r_f \right\rfloor$ olacaktır. (1.23)



a) Kovaryans versiyonu

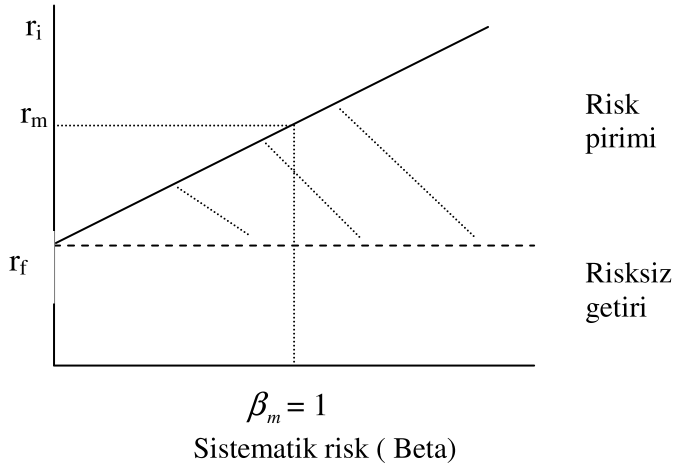


b) Beta vesiyonu

Şekil 1.12. Menkul kıymet piyasa doğrusu

Şekil 1.12'deki pazar portföyünün getirisi r_m ve betası 1'dir.

Portföyün beklenen getirisi, portföyü oluşturan bireysel menkul kıymetlerin getirisinin ağırlıklı ortalamasıdır. Yani, bütün menkul kıymetler MKPD'nun üstünde olduğu için bütün portföyler de MKPD üzerinde olacaktır. Etkin portföyler hem SPD hem de MKPD üzerinde yer almaktadır. Etkin olmayan portföyler ise MKPD'nun üstünde, SPD'nun altında yer almaktadır.



Şekil 1.13. MKPD’nda risk pirimi

CAPM’e göre tüm menkul kıymetlerin bu doğru üzerinde yer alması gerekmektedir. Böylece tüm menkul kıymetlerin beklenen getirileri kolayca belirlenebilecektir. Bu doğru üzerinde yer alan menkul kıymetlerin betaları onların hangi öçüde risk taşıdıklarını da gösterecektir. Betası pazar betası olan 1’den küçükler yani riski az olanlar doğrunun solunda, birden büyük olanlar da doğrunun sağında yer almaktadır. MKPD’nda risksiz getirinin üstündeki alan bize risk pirimini vermektedir. Şekil 1.13’de görüleceği gibi, hisse senelerinin betaları yükseldikçe risk pirimleri artmaktadır.

MKPD yatırım uzmanlarına bir hisse senedinin ucuz veya pahalı olduğu yönünde değerlendirmele yapmasına olanak da vermektedir. Yatırım uzmanları CAPM modeline dengede olan bir pazarda menkul kıymetlerin beklenen getirileri ile olması gereken getirilerinin aynı olduğunu kabul etmektedirler. Eğer bazı menkul kıymetlerin beklenen getirileri olması gereken getirilerinden farklı olursa, bu menkul kıymetler MKPD’da yer alamazlar. Bazıları olması gerekenden daha yüksek, bazıları da daha düşük bir getiriye sahip olmaları durumunda bu hisse senetlerinin pahalı ya da ucuz olduğu yönünde değerlendirmeler yapmak mümkündür (Karan, 2001: 204-208).

1.8.3. Arbitraj Fiyatlama Modeli

Arbitraj fiyatlama modeli, sermaye varlıkları fiyatlama modeline alternatif olarak Stephan A. Ross tarafından geliştirilmiştir (Arthur vd, 1987: 198-199). Tek fiyat yasasına dayanmaktadır. Model, aynı ürünün iki ayrı fiyattan satılamayacağı ve arbitraj yapılamayacağı esasına dayanır.

Arbitraj; çeşitli piyasalardaki fiyat farklarından yararlanılarak kıymetli maden, senet ve yabancı para satın alarak bunları aynı anda diğer piyasalarda satarak kazanç sağlama işlemidir.

Bu model, piyasada varlıkların fiyatlarının arbitraja imkan vermeyecek şekilde dengede olacağını ileri sürerek, hisse senetlerinin piyasa fiyatlarının tek fiyat şeklinde gerçekleşeceğini savunmaktadır. Yani, bu modele göre piyasa dengesinin kurulması kolaylaşacaktır. Arbitraj fiyatlama modeli, sistematik riski daha küçük parçalara bölmektedir. Ancak bunların neler olduğu ifade edilmemektedir. Menkul kıymetlerin getirilerini etkileyecek her faktör, modelin açıkça belirtmediği faktörler olabilir. Örneğin faiz oranlarındaki beklenmeyen bir değişme birçok şirketin hisse senetlerinin fiyatlarını etkilemektedir.

Arbitraj fiyatlama modeli, beklenen getiri ve risk arasında kabul ettiği ilişki nedeniyle, hiçbir yatırımcının arbitraj yoluyla servetini veya kazancını sınırsız olarak arttıramayacağını ileri sürmektedir. Hisse senetlerinin getirilerinin, enflasyona, endüstriyel üretime, yatırımcının riske karşı davranışına karşı duyarlı olduğu saptanmıştır. Bu modele göre, bir hisse senedinin beklenen getirisi doğrudan bu hisse senedinin yukarıda belirtilen faktörlerin duyarlılığının büyüklüğüne bağlıdır.

Modelin iyi çeşitlendirilmiş portföyler için geçerliliği ispat edilmiştir. Aynı şekilde portföyler için geçerli olan ilişkilerin büyük bir olasılıkla tek tek menkul kıymetler için de geçerli olduğu söylenebilir.

Arbitraj fiyatlama modelinin, sermaye varlıkları fiyatlama modeline göre hisse senetlerinin beklenen getirilerinin tahmininde daha tutarlı olduğu ileri sürülmüştür. Buna rağmen sermaye varlıkları fiyatlama modelinin yerini alamadığı, onu tamamladığı ifade edilmektedir. Model daha gerçekçi ve daha basit olmasına rağmen, anlaşılması ve uygulaması daha zordur (Ökmen, 2003: 30-31).

1.9. PORTFÖY ANALİZİNDE SADELEŞTİRİLMİŞ MODELLER

1.9.1. Sharpe Tekli İndeks Modeli ve Çeşitlendirme

Finansal varlıkların getirilerini bir takım göstergelere veya indekslere bağlı olarak ifade etmek amacıyla geliştirilen modellere indeks modelleri adı verilmektedir. İndeks modellerin en önemli yararı; söz konusu gösterge veya indekslerdeki değişim beklentilerinden yararlanarak, finansal varlığın getirisi hakkında öngörüde bulunabilme olanağı sağlamalarıdır (Bolak, 2001: 269).

Markowitz çeşitlendirmesinin büyük zaman ve maliyet unsurlar taşıması nedeniyle, menkul kıymetlerin getirileri arasındaki ilişkiyi daha basitçe temsil edecek bir modele gereksinim duyulmuştur. William Sharpe tarafından geliştirilen tekli indeks modeli, Markowitz modelinde ulaşılan sonuçlar kadar sapmasız olmasa da daha az girdi ve daha az işlem gerektirmesi nedeniyle uygulamada geniş bir kullanım alanı bulmuştur.

Tekli indeks modelinin temel hareket noktası, her menkul kıymetin birbiriyle ayrı ayrı birlikte değişimi değil, pazar portföyü veya bir indeksle değişiminin ortaya konmasıdır.

Modelin varsayımları;

- Markowitz modelindeki çok sayıda kovaryansı tahmin etmenin yarattığı güçlük, temel bir varsayımla ortadan kaldırılmıştır. Tekli indeks modeli, her bir menkul kıymetin, bazı durumlarda çok, bazı durumlarda az olmak üzere pazar portföyünün çekimine cevap verdiğini varsayar. Modele göre kovaryans matrisindeki bütün rakamlar, pazar portföyüne menkul kıymetlerin verdikleri tepkilere göre açıklanabilir. Bütün menkul kıymetlerle pazar arasında doğrusal bir ilişkinin olduğu varsayılır.

- Menkul kıymetler arasındaki artık değerlerin kovaryansı sıfırdır. Menkul kıymetlerin birlikte sistematik hareketlerinin nedeni, pazarla birlikte ortak hareketleridir.

$$Cov(e_i, e_j) = 0 \tag{1.24}$$

$e_i = i$ menkul kımet artık değeri

$e_j = j$ menkul kıymet artık değeri

- Karakteristik doğru, en uygun doğru olduğu için doğrudan sapmaların karelerinin toplamı minimize edilirse,

$$E(e_j) = 0 \tag{1.25}$$

$$Cov(e_j, E(r_p)) = 0 \tag{1.26}$$

elde edilir.

$E(e_j)$ = artık değeri beklenen değeri

$E(r_p)$ = pazar portföyünün getirisi

Yani, belli bir dönemdeki artık değerin beklenen değeri sıfırdır. Artık değerin pazarın getirisiyle kovaryansı sıfırdır.

Tekli indeks modelinin geçerliliği, menkul kıymetlerin artık değerleri arasındaki kovaryansların tamamen sıfır olduğu varsayımının ne derece geçerli olduğuna bağlıdır. Çünkü gerçekte artık değerler bir dereceye kadar ilişkilidir ve bu ilişki arttıkça, model doğruluktan sapacaktır. Ancak, modelin işlem hacmi ve süresi konusunda sağladığı kolaylık, bu sakıncayı giderebilecek düzeyde ise tercih edilmelidir.

1.9.1.1. Portföy getirisi ve riski

Portföyün beklenen getirisi:

$$E(r) = \sum_{i=1}^{n} x_i r_i \tag{1.27}$$

$$E(r) = \sum_{i=1}^{n} x_i(\alpha_i + \beta_i r_P) = \sum_{i=1}^{n} X_i \alpha_i + \sum_{i=1}^{n} X_i \beta \tag{1.28}$$

Pazar portföyünün betası 1'dir. Menkul kıymetler, betaların birden küçük veya büyük olmasına göre pazardan daha çok riskli veya daha az riskli kabul edilirler (Bakırhan, 1989: 30-34). Aşağıdaki denklemden görüldüğü gibi menkul kıymetlerin riski sistematik ve sistematik olmayan risk toplamından oluşmaktadır (Özçam, 1997: 39).

$$\sigma^2 = \underbrace{\sum_{i=1}^{n} x_i^{\,2} \beta_i^{\,2} \sigma_m}_{\text{Sistematik risk}} + \underbrace{\sum_{i=1}^{n} x_i^{\,2} \sigma_{ei}^{\,2}}_{\text{Sistematik olmayan risk}}$$

σ_m = Pazar portföyünün varyansı

σ_{ei} = artık varyans

Sistematik risk, iyi çeşitlendirilmiş birçok menkul kıymetten oluşan bir portföyün varyansına, menkul kıymetin katkısı olan kısmını ifade eder. Çeşitlendirme yoluyla giderilemeyen risktir. Sistematik risk, menkul kıymetin pazarın hareketine ne ölçüde cevap verdiğini gösteren beta katsayısı ile pazarın hareketinin ne ölçüde olduğunu gösteren pazar portföyünün varyansından oluşur.

Sistematik olmayan risk (veya artık varyans) ise çeşitlendirme yoluyla giderilebilen risktir. Artık varyans nedeniyle portföy varyansı, portföydeki menkul kıymetlerin varyanslarının ağırlıklı ortalamasından azdır. Artık varyans, değişkenlerin karakteristik doğrudan sapmalar nedeniyle ortaya çıkan kısmını açıklar.

Çeşitlendirme yaptıkça portföyün artık varyansı sıfıra yaklaşacaktır. Portföydeki bazı menkul kıymetler karakteristik doğrunun altında yer alırken, bazıları üstünde yer alacağı için portföyün artık değeri, menkul kıymetlerin artık değerlerinin ortalaması olarak, portföydeki kağıt sayısı arttıkça her zaman küçülecektir.

Tekli indeks modelinde, menkul kıymetin portföyün getirisine ve sistematik riskine katkısı bu menkul kıymetin (β) katsayısı ile ölçülür. Portföyün katsayısı (β), portföyde yer alan menkul kıymetlerin beta katsayılarının ağırlıklı ortalamasıdır. Eğer portföyün (β) katsayısı, 1'den büyükse, portföyün getirisinde piyasanın getirisindeki değişme ile aynı yönde ve ondan daha büyük bir değişme olacaktır. Eğer (β), +1'den küçük ve -1'den büyük bir değer alırsa portföyün getirisinde piyasanın getirisindeki değişmeden daha küçük bir değişme olacaktır. Eğer (β), -1'den küçük bir değer alırsa portföyün getirisinde piyasanın getirisindeki değişmeyle ters yönlü ve ondan büyük bir değişme olacaktır.

1.9.1.2. Etkin portföylerin oluşturulması

Optimum portföylerin oluşturulmasında bir menkul kıymetin portföye dahil edilmesindeki istenebilirliği ölçmeye yarayan standart bir kıstas bulunması, optimum portföylerin hesaplanmasını kolaylaştıracaktır. Menkul kıymetlerin birlikte hareketinin tekli indeks modeli standart formuyla açıklanması halinde böyle bir ölçüt mevcuttur. Bu durumda herhangi bir menkul kıymetin istenebilirliği doğrudan doğruya "betaya göre fazla getiri" oranına bağlıdır. Fazla getiri, bir menkul kıymetin beklenen getirisinin risksiz faiz oranları üzerinde kalan kısmıdır. Betaya göre fazla getiri oranı, hisse senedinin her birim çeşitlendirilmeyen (sistematik) riskine denk gelen ek getirisini ölçer. Yani:

$$\theta_i \ . \ \frac{E(r_i - r_F)}{\beta_i} \qquad (1.29)$$

θ_i = betaya göre fazla getiri oranı

$E(r_i)$ = beklenen getiri

r_f = risksiz faiz oranı

β_i = Sistematik risk katsayısı (menkul kıymetin getirisinin piyasa getirisindeki yüzde değişimine göre gösterdiği değişim)

Menkul kıymetler portföye alınmak için bu orana dayanılarak sıralanacaklardır. Örneğin, belli bir betaya göre fazla getiri oranına sahip bir menkul kıymet, optimum portföyün içine dahil edilmişse, daha yüksek betaya göre fazla getiri oranına sahip menkul kıymetlerde optimum portföye dahil edilecektir. Kaç tane menkul kıymetin optimum portföye dahil edilip edilmeyeceği ise belirlenecek bir optimum değer yardımıyla saptanacaktır. Bu değerin üzerindeki oran değerleri bulunan menkul kıymetler portföye dahil edilecektir (Bakırhan, 1989: 30-3).

1.9.2. Çok İndeksli Modeller

Tek indeksli modelde menkul değerlerin fiyatlarının piyasadaki oluşumlara bağlı olarak birlikte değiştikleri varsayılmıştı. Oysa pazar dışı faktörlerin de menkul değerlerin fiyatları üzerinde etkileri vardır. Bu nedenle çok indeksli modelde pazar indeksi yanında endüstri indeksi, faiz oranları, savunma harcamaları ve benzeri diğer bir takım indekslere bağlı olarak finansal varlığın getirisi belirlenir (Akmut, 1989: 115).

Her ne kadar çok indeksli modelde birkaç tane indeks kullanılsa da portföydeki her menkul kıymetin performansı bu indekslerden sadece bir tanesi ile ilgilidir. Menkul kıymetle en yüksek korelasyona sahip olan indeks, genelde en iyi indeks olarak değerlendirilir (Ökmen, 2003: 49).

Çok indeksli modeller uyarınca, i finansal varlığının getirisini açıklamak için:

$$r_i = \alpha_i + \beta_{i1} I_1 + \beta_{i2} I_2 + ... + \beta_{iM} I_M + e_i \qquad (1.30)$$

α_i = indekslerden bağımsız getiri

$I_1..I_M$ = değişik indeksler

$\beta_{i1}...\beta_{iM}$ = i finansal varlığın getirisinin, söz konusu indeks veya göstergelerin düzeylerindeki değişimlere duyarlılığını

e_i = finansal varlığın getirisinin indekslerle açıklanamayan ksmı

şeklindeki regresyon denklemi sonuçlarından yararlanılacaktır. (Elton ve Gruber, 1979: 8). Finansal varlığın getirisinin, indekslerle açıklanamayan kısmını gösteren e_i'nin beklenen değeri “0” olmakta, e_i dağılımının varyansı ise yine sistematik olmayan varyansı oluşturmaktadır. Çok indeksli bir modelde sistematik olmayan varyansın azalacağı ve modelin açıklama gücünün artacağı beklenmektedir.

Sharpe tarafından değinilen basit bir “çok indeksli” modelde; indekslerden birinin belli bir sektördeki faaliyet düzeyini, diğerinin ise genel ekonomik düzeyi yansıttığı varsayılmıştır. Buna göre her bir finansal varlığın getirisi aşağıdaki şekilde ifade edilir.

$$r_i = \alpha_i + \beta_{i1} I_1 + \beta_{i2} I_2 + e_i \tag{1.31}$$

Çok indeksli modellerde, indeksler arasında korelasyon bulunmayacağı kabul edilmekle birlikte, burada ele alınan iki indeksin birbirinden bağımsız olacağını kabul etmek mümkün değildir. Makul olarak, bu iki indeks arasında doğrusal bir ilişki bulunacağını varsayar ve bu ilişkiyi aşağıdaki gibi ifade edersek;

$$I_1 = a + bI_2 + c \tag{1.32}$$

a, b = sabit

c = beklenen değeri 0, standart sapması σ_c olan tesadüfi değişken

Eşitlik (1.32)'deki eşitliği eşitlik (1.31)'de yerine koyarak aşağıdaki formüle ulaşılabilir:

$$r_i = \alpha_i + \beta_{i1}(a + bI_2 + c) + \beta_{i2} I_2 + e_i$$

$$r_i = (\alpha_i + a\beta_{i1}) + (b\beta_{i1} + \beta_{i2}) I_2 + c\beta_{i1} + e_i$$

Burada, birinci parantez içindeki toplam; sabit terim olacak, ikinci parantez içindeki toplam ise I_2'deki bir değişimin r_i'deki etkisini gösterecektir. Burada β_{i2} direkt, $b\beta_{i1}$ ise I_1 aracılığıyla gerçekleşen dolaylı etkiyi yansıtmaktadır. $c\beta_{i1}$; I_1'in I_2 ile beklenen ilişkisinden sapmasının yaratacağı etkiyi ölçerken, son olarak e_i de, i finansal varlığın kendine özgü niteliklerinden kaynaklanan sapmayı teşkil edecektir. ($c\beta_{i1}$ + e_i)'nin beklenen değeri "0"dır.

Bu düzenlemeyle model yeniden tek indeksli bir görünüm kazanmış, ancak burada, tek indekse olan duyarlılık katsayısı, iki indeks arasındaki ilişkiyi de kapsayacak şekilde düzenlenmiştir (Bolak, 2001: 271-272).

1.9.3. Tek İndeksli ve Çok İndeksli Modelin Karşılaştırılması

Cohen ve Pogue'nin bulmuş olduğu sürpriz sonuç, tek indeksli modelin çok indeksli modeli düşük performanslı ettiği sonucudur. Öte yandan, Wallingford, iki indeksli modelin tek indeksli modele göre daha etkin portföyler meydana getirdiği sonucuna ulaşmıştır. Wallingford'un örneği sadece 20 adet menkul kıymetten oluşuyordu ve gerçek tarihsel verilerle simüle edilmiş verilerden faydalanmıştır.

Cohen ve Pogue, Wallingford gibi Markowitz'in tam kovaryans modelinin baskın etkin sınırı temsil ettiğini bulmuşlardır. Wallingford'dan farklı olarak, kendi örneklerinin tek indeks varsayımlarına yeterince uyumlu derecede homojen (sadece hisse senedi) olduğu hususunu vurgulamışlardır.

Dr. G.Alexander ise Cohen ve Pouge ile Wallingford'un yapmış olduğu çalışmaların sonuçları arasındaki bazı belirsizlikleri açıklayan deneysel çalışmalar yapmıştır. İlk olarak, Alexander'ın çalışması göstermektedir ki; tek indeksli pazar modeli etkin sınırlı portföyleri ortaya çıkarmaktadır.

İkinci olarak Alexander'ın bulmuş olduğu heterojen menkul kıymetler (hisse senedi, tahvil ve hazine bonoları) analiz edildiğinde tek indeksli modelle tespit edilen etkin portföylere göre çok indeksli modelle tespit edilenlerin daha baskın olduğudur. Sadece hisse senedi analizi yapıldığında iyi çeşitlendirilmiş hisse senedi piyasa indeksi ile tek indeksli model, çok indeksli modele göre daha istenen etkin portföyler kullanmaktadır (Ökmen, 2003: 52).

1.10. PORTFÖY PERFORMANSININ ÖLÇÜLMESİ

Portföy yönetimindeki başarı, portföyün performansı ile ölçümlenebilir. Bununla birlikte, portföy performansının ölçmesi sorunu, gerek akademisyenler gerek uygulamacılar arasında halen tartışma konusu olmaktadır. Roll (1977, 1978, 1980), Finansal Varlık Fiyatlama Modeli'nin uygulaması ve yatırım performansının ölçülmesine yönelik çalışmalarında portföyün seçim güçlüğünden bahsetmiştir.

Portföy performansı ya da getirisi, basit bir yüzde getiri hesabı ile yapılabilir. Riski dikkate almayan bu yöntem eşit riske sahip portföylerin performanslarının ölçülmesinde yararlı olsa da riski göze almadığı için sakıncalı sonuçlar verebilir.

$$\text{Portföy verimi} = \frac{NAV_t + D_t}{NAV_{t-1}} \tag{1.33}$$

NAV_t = finansal varlık net değerinin t dönemi sonundaki değeri

NAV_{t-1} = finansal varlık net değerinin t-1 dönemi sonundaki değeri

D_t = ödenen temettü

1.10.1. Sharpe'ın Performans Kriteri

Sharpe performans ölçüsü, portföyün toplam riskini ele almaktadır. Sharpe'ın (Risk Pirimi / Toplam Risk) şeklinde ifade edilen performans ölçütü portföyün toplam riskine kıyasla yatırımcının risksiz faiz oranı üzerinde talep ettikleri ek getiriyi gösterir. Yani bu indeks, portföyün taşıdığı toplam risk başına ne kadarlık bir ek getiri sağlandığını ölçmektedir. Bu ölçüde daha çok iyi çeşitlendirilmiş portföyler için uygundur.

$$S_i = \frac{r_i - r_f}{SD_i} \qquad (1.34)$$

S_i = Sharpe performans indeksi

r_i = i portföyün ortalama getirisi

r_f = Risksiz faiz oranı

$SD_i(\sigma)$ = i portföyünün standart sapması (Alexander ve Francis, 1986: 238).

1.10.2. Treynor'un Performans Kriteri

Treynor performans ölçüsü, performans değerlendirmede pazar riskini dikkate alan ilk yaklaşım olmuştur. Treynor modelinin özellikleri şu şekilde sayılabilir:

- Treynor'a göre risk iki kısımdan oluşmaktadır. Riskin bir kısmı pazardaki dalgalanmalardan kaynaklanır bir kısmı ise firmaya özgüdür.

- Karakteristik doğru pazara bağlı olan riski ifade etmek için kullanılmaktadır. Bir finansal varlığın getirisinin pazar getirisi ile ilişkisini gösterir.

- Karakteristik doğrunun eğimi portföy getirisinin, pazara bağlı olan değişkenliğini gösterir.

- Treynor ölçüsünde risk karşılığı olarak betanın kullanılması portföyün tam olarak çeşitlendirildiği varsayımına dayanmaktadır. Formülde T değerinin yüksek olması performansın yüksek olduğunu göstermektedir.

$$T_n = \frac{r_i - r_f}{\beta} \tag{1.35}$$

T_n = Treynor performans ölçüsü

r_i = i portföyünün getirisi

r_f = Risksiz faiz oranı

(β) = Karakteristik doğrunun eğimi veya beta

Yukarıdaki formüldeki Treynor ölçüsü portföyün risk pirimini ölçer. Risk pirimi, portföy getirisi ile risksiz faiz oranı arasındaki farka eşittir (Korkmaz ve Ceylan:1993: 182).

1.10.3. Jensen'in Performans Kriteri

Jensen performans ölçüsü de Finansal Varlık Fiyatlama Modeli'ne dayanmaktadır (Alexander, Francis, 1986: 244). Jensen ölçüsü, Sharpe ve Treynor ölçülerinin aksine zamana göre değişken risksiz faiz oranını dikkate almaktadır. Bilindiği gibi Sharpe ve Treynor göstergelerinde tüm dönem için ortalama risksiz faiz oranı kullanılmaktadır. Herhangi bir menkul kıymetin veya portföyün bir dönemlik beklenen getirisi aşağıdaki şekilde formüle edilebilir (Erdoğan ve Özer, 1998: 36-45):

$$E(r_i) = r_f + \beta_i (E(r_m) - r_f) \tag{1.36}$$

$E(r_i)$ = i portföyünün beklenen getirisi

r_f = Risksiz faiz oranı

β_i = i portföyünün sistematik risk katsayısı

$E(r_m)$ = Pazar portföyünün beklenen getirisi

Eşitlikte yer alan beklenen getiri oranları ile risksiz faiz oranları dönem içinde farklı değerler taşıyabilir. Bu nedenle herhangi bir menkul kıymetin veya portföyün beklenen getiri oranlarının zaman serileri üzerinde durulur. Ayrıca CAPM'nin geçerli olduğu kabul edilirse, gerçekleşen getiri oranları açısından (1.36)'daki eşitlik yeniden düzenlenebilir (Dağlı, 2004: 373):

$$E(r_i) - r_f = \alpha_i + \beta_i \ (E(r_m) - r_f) \tag{1.37}$$

α_i = sabit katsayı

1.11. DOĞRUSAL PROGRAMLAMA İLE PORTFÖY ANALİZİ

Modern portföy teorisinin başlangıcı olarak kabul edilen Markowitz'in portföy optimizasyon modeli teorik uygun olmasına rağmen, uygulamada özellikle büyük ölçekli portföylerde tercih edilmemiştir. Markowitz'in modelinin kullanışsız olmasının en önemli sebebi, büyük ölçekli kovaryans matrislerine sahip karesel (kuadratik) programlama problemlerinin çözümünde ortaya çıkan zorluklar teşkil etmektedir. Bir çok bilim adamı çözüm aşamasında karşılaşılan bu zorluktan kurtulmak için yeni modeller oluşturmaya çalışmışlardır. Temel çalışmalardan olan Sharpe (1967, 1971) ve Stone (1973) da Markowitz'e alternatif yeni çözüm yöntemleri geliştirmeye çalışmıştır.

Konno (1988 ve 1990) da Markowitz yöntemi geliştirmeye çalışmış, Markowitz yaklaşımında kullanılan karesel programlama yerine doğrusal programlama kullanmıştır. Konno ve Yamazaki, 1991'deki çalışmalarında ise Markowitz risk fonksiyonu yerine mutlak sapmalı risk fonksiyonu tercih edilmiştir. Bu sayede Markowitz modelindeki temel zorluklar ortadan kaldırılmaya çalışılmıştır (Türe, 2006: 66).

1991 yılında, Hiroshi Konno ve Hiroaki Yamazaki, portföy optimizasyonunda aşağıdaki doğrusal programlama modelini geliştirmişlerdir:

Amaç fonksiyonu: $$MinZ = \sum_{t=1}^{T} y_t / T \tag{1.38}$$

Kısıt 1: $$y_t + \sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \geq 0, \qquad t = 1,\ldots\ldots\ldots, T \tag{1.39}$$

Kısıt 2: $$y_t - \sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \geq 0, \qquad t = 1,\ldots\ldots\ldots, T \tag{1.40}$$

Kısıt 3: $$\sum_{j=1}^{n} r_i x_i \geq p * M_0 , \qquad (1.41)$$

Kısıt 4: $$\sum_{j=1}^{n} x_j = M_o , \qquad (1.42)$$

$$0 \leq x_j \leq u_j \qquad j = 1,.........., n$$

$$y_t \geq 0$$

Konno - Yamazaki doğrusal programlama modelinin etkinlik sınırının her bir noktasının belirlenebilmesi için, eğer $u_j = \infty$ ve j = 1,..........,n ise portföy optimizasyonu için en fazla $2T + 2$ kadar kısıt atanabilir.

Portföy riskinin minimize edildiği modelde,

$a_{tj} = r_{jt} - r_j$

j = 1,.........,n, t = 1,..........,T olmak üzere;

T = İncelenen dönem sayısı

$t = T$ dönemi içindeki herhangi bir t .dönem

ρ = Beklenen getiri oranı

r_j = j. hisse senedinin ortalama getiri oranı

r_{jt} = t dönemi boyunca j. hisse senedinin gerçekleşen getiri oranı

x_j = j. hisse senedine yapılan yatırımın payı

u_j = j. hisse senedine yapılan yatırımın üst sınırı

M_0 = Toplam yatırım miktarı

y_t = Yardımcı değişken

şeklinde tanımlanmıştır (Atan, 2003: 2-3).

İKİNCİ BÖLÜM

BULANIK MANTIK VE BULANIK KÜMELER

2.1. KLASİK MANTIKTAN BULANIK MANTIĞA

2.1.1. Mantığın Bir Bilim Dalı Olarak Gelişimi

Bilimin başlangıcı kabul edilen süreç, Platon'un (İ.Ö. 428-348) öğrencisi eski Yunan filozoflarından Aristoteles (İ.Ö. 384-322) ile başlamıştır. Aristotales'in dönemi, antik çağ olarak adlandırılan ve henüz mantığın ortaya çıkmadığı bir döneme denk geldiğinden o dönemlerde mantıktan ziyade bilgi kavramı önceliklidir. Bu bilgiler de henüz sınıflandırılmamıştır. Aristotales, bir hipotez ortaya konulduğunda, iş gören düşünce türünün nitelikleri üzerinde duruyor, onları kurallar zincirine bağlamak suretiyle, düşüncede modelleme yolunu açmak istiyordu. Bu, "Buluş Mantığı" yolunu açan ilk düşünceler olarak kaydedilmelidir. Yoksa Aristoteles salt bir mantık yapmış olmak için bir çalışma başlatmış değildir. Aristotales'in çalışmasının başlangıcında böyle bir yükleniş vardır. Bilgileri tek tek biriktirmek yerine, bilgileri bir araya getirerek ortaya çıkan sentezler yardımıyla bütünlüğü oluşturmak, bilime giden yolda atılmış en önemli anlayış ve seziş olarak değerlendirilmelidir. Sözü edilen bilgi birikimi antik çağa gelindiğinde önemli ve çeşitlilik gösteren bir seviyeye ulaşmıştır. Aristoteles, bu ortamda "Klasik Mantık" adı verilen eserini ortaya koymuştur.

"Modern Mantığın" kurucusu George Boole'dür (1815-1864). Boole, 1848 yılında "Matematiğin Mantıksal Çözümlemesi" adlı eserini yazarak yeni bir mantığın öncüsü olmuştur. Daha sonraları cebir alanında yazdığı bir eseriyle, kendi adıyla da anılan ve bilim literatüründe "Boole Cebri" adı verilen yeni bir cebir ortaya koymuştur. Modern mantığın temel prensibi ikililik (dualite)'dir. Doğru (D) ve yanlışın (Y), Boole cebirindeki karşılıkları sırasıyla 1 ve 0'dır. Bu ikililik Aristotales mantığındaki"üçüncü halin imkânsızlığı" prensibiyle de uyumludur.

2.1.2. Çok Değerli Mantık

İki değerli mantığa eleştiri getirenler, ikili sisteme alternatif olarak üç değerli mantığı ortaya koymuşlardır. Boole tarafından ortaya konan iki değerli mantıkta, sadece {0, 1} kümesinin elemanları olan 1 ve 0 değerleri vardır. Üç değerli mantığı ortaya atanlar ise 0 ve 1 arasına 1/2 değerini yerleştirerek {0, ½, 1} kümesini baz almışlardır. İkili düzendeki 2n durumuna karşılık, üçlük düzende 3n durum söz konusudur. Belirsizliğin 1/2 ile ifade edildiği üç değerli mantığın iki değerli mantığın üzerine inşa edildiği önemle vurgulanmalıdır.

N değerli mantık üzerindeki çalışmaların 1930'lu yıllarda başladığı ve $n \underset{\cdot}{=} 3$ için N değerli mantıkların ilkinin Lukasiewicz tarafından bulunduğu bilinmektedir. Bu tür mantıklar için genel bir tanım verilmek istendiğinde ilk ilke, herhangi bir pozitif N tamsayı değeri için genelleştirilmiş mantıklardaki doğruluk değerlerinin, genellikle [0, 1] birim aralığındaki rasyonel sayılarla sınırlandırılmış olmasıdır (Kocadağlı, 2006: 20).

2.2. BELİRSİZLİK KAVRAMI VE BULANIK MANTIK

2.2.1. Belirsizlik Kavramı

Basit ve yalıtılmış doğal çevrelerde çok iyi sonuç veren klasik yöntemler; karmaşık, etkileşimli ve göreli özellikler taşıyan çağdaş problemlerin çözümünde her zaman o derece iyi sonuçlar veremeyebilmektedir. Nitekim bilim ve teknolojideki gelişmeler, günümüzün modern toplumunu öylesine karmaşık hale getirmiştir ki, karar süreçleri, belirsiz ve incelenmesi zor bir özellik kazanmıştır. Bu durum, etkili karar verme için karar destek sistemlerini (decision support systems, DSS) başka bir deyişle yöneticilerin etkili karar alabilmeleri için gerekli tüm bilgi ve veriyi işleyebilen ve organize edebilen sistemleri gerektirmektedir. Karar verme sürecinde karar vericiler, dış çevrelerinde veya organizasyon içinde farklı biçimlerde bulunan bilgiyi (örneğin söylemeden anlaşılan veya açık bilgi) ve farklı tipteki veriyi (içsel veya dışsal veri) birleştirmektedir. Bu anlamda düşünüldüğünde karar vericinin görevi, karar vermeyi etkileyen belirsizlikler nedeniyle oldukça zordur. Karar ortamı, karar vericinin doğa durumlarına ve onların gerçekleşmesine ilişkin bilgi derecesine bağlıdır. Buna göre, karar ortamını oluşturan ve belirleyen verilere göre karar ortamları genel olarak;

- Belirli ortam,

- Riskli ortam ve
- Belirsiz ortam

olmak üzere üçe ayrılmaktadır.

Belirlilik ortamının, iki temel varsayımın aynı anda sağlanması ile ortaya çıktığı söylenebilmektedir. Bu iki temel varsayım:

1. Belli bir stratejinin seçiminden elde edilecek sonucun kesinlikle bilindiği,

2. Hangi durumun gerçekleşeceğine ilişkin bilginin tam ve kesin olarak elde edildiği başka bir deyişle, belli bir durumun gerçekleşme olasılığının 1 olduğudur (Aytaç, 2006: 1-4).

Risk ortamında karar vermede, alınacak belirli bir karara ilişkin değişik sayıda koşullar söz konusudur. Her seçeneğin her koşul altında varacağı sonuçlar, belirli bir olasılıkla (riskle) oluşmaktadır. Risk ortamının varlığı da, belirlilik ortamı gibi iki varsayıma bağlıdır. Bunlar:

1. Birden çok durumun var olması ve var olan bu durumların gerçekleşme olasılıklarının tam olarak belirlenebilmesi,

2. Belli bir stratejinin seçimiyle ortaya çıkan sonuçların tam ve kesin olarak bilinmesidir.

Buradan da anlaşılacağı gibi, bir durumun gerçekleşmesi belirlilik ortamında kesin olarak bilinirken, risk ortamında olasılıklar biçiminde bilinmektedir.

Belirsizlik ortamı genelde, gerçekleşecek durumların olasılıklarının kesin olarak bilinmediği durumlarda ortaya çıkmaktadır. Diğer bir deyişle, ortamların ve seçeneklerin nasıl bir sonuç vereceği karar verici tarafından bilinmezse, burada meydana gelecek sonuçlara herhangi bir olasılık değeri verilememektedir.

Karar vericinin her karar ortamında kullandığı karar verme araçları farklıdır. Bu karar verme araçlarına kısaca bakıldığında; *belirlilik ortamı* deterministiktir ve en basit karar verme koşullarından biridir. Böyle bir ortamda genelde karşılaşılan seçenekler, minimum ya da maksimum olarak karar verici tarafından tercih edilmekte ve doğrusal programlama, CPM gibi optimizasyon tekniklerinin yanısıra diferansiyel hesap, türev, integral, fonksiyonlar kuramı gibi temel analiz yöntemleri kullanılarak problemin çözümüne gidilmektedir.

Risk ortamında, olaylar belli olasılık değerlerine göre meydana geldiğinden öncelikle olasılık kuramının kullanılması gerekmektedir. Burada, beklenen değer kavramı esas alınmaktadır. Yani, beklenen karı en yüksek yapan seçenek ve beklenen zararı en az yapan seçenek, en uygun sonucu sağlayan seçenek olarak adlandırılmaktadır. Burada da bilinen olasılıklı programlama, PERT, simülasyon gibi optimizasyon teknikleri olasılık teorisi ile birlikte kullanılmaktadır.

Belirsizlik altında karar ölçütleri, gelecekte olması olanaklı doğa durumlarının bilinip ancak karar vericinin bu durumlara olasılık atayabilecek bilgisi olmadığının kabul edildiği karar durumlarında uygulanabilmektedir (Tütek ve Gümüşoğlu, 2000: 69). Belirsizlik ortamında karar verme ile ilgili olarak ortaya atılan çeşitli kuramlar mevcuttur. Bunlardan bazıları klasik olasılık kuramı, Bayes kuramı, klasik kümeler kuramına dayalı Hartley kuramı, Dempster Shafer Kuramı ve Zadeh'in Lukasiewicz Mantığını temel alan Bulanık Kümeler Kuramı'dır (Baray, 1993: 93).

2.2.2. Bulanık Mantık ve Uygulamaları

Bulanık mantık ilk defa 1960 yılında, University of California, Berkeley'den Dr. Lotfi Zadeh tarafından, doğal dildeki belirsizliği modellemek için ortaya konmuştur. Bulanık mantık dar anlamda, klasik iki değerli mantığın genelleştirilmiş halidir. Geniş anlamda ise bulanık kümeleri kullanan bütün teorileri ve teknolojileri ifade eder (Baykal ve Beyan, 2004: 39).

Blanık mantığın ardındaki temel fikir, bir önermenin 'doğru', 'yanlış', 'çok doğru', 'yaklaşık olarak doğru', 'yaklaşık olarak yanlış' vb.. gibi olabileceğidir. Bulanık mantığı tanımlamanın en basit yolu, yaklaşımsal nedensellemenin bir mantığı olduğunu söylemektir. Bulanık mantığın belirleyici özellikleri:

- Doğru, çok doğru, az doğru, daha az doğru, yanlış gibi sözel olarak ifade edilen doğruluk değerlerine sahiptir.

- Geçerliliği kesin değil, fakat yaklaşık olan çıkarım kuallarına sahiptir.

- Belirsizik içerir.

Bulanık mantık ilişki olarak makinaları ve ürünleri, insanların yaptığı şekle benzeyen süreç bilgisi vasıtasıla, bağımsız ve daha etkili bir şekilde işletmeyi mümkün kılar. Aynı zamanda, bulanık mantık sebebe yaklaşma kavramına dayanan bir tahmin tekniğidir (Ertuğrul, 1996: 4-7).

Bulanık kavram ve sistemlerin dünyanın değişik araştırma merkezlerinde dikkat çekmesi, 1975 yılında Mamdani ve Assilian tarafından yapılan gerçek bir kontrol uygulaması ile olmuştur. Bu araştırıcılar, ilk defa bir buhar makinesi kontrolünün bulanık sistem ile modellenmesini başarmıştır.

Daha sonraki yıllarda bulanık sistem uygulaması bir çimento fabrikasının işletilmesi ve kontrolü için yapılınca, artık bulanık kavramlar dünyanın birçok yerinde yavaş yavaş kullanılmaya başlanmıştır. Bu başlama, batıda çok yavaş olurken, doğuda ve özellikle de Japonya, Singapur, Kore ve Malezya'da fazlaca kendisini göstermiştir. Teknolojiye duyarlı olan Japon mühendisleri, bulanık kontrol birimlerini kurmanın ne kadar kolay olduğunu görerek, bunları birçok cihazın yapımında kullanmaya başlamışlardır. Bunlar arasında bulanık sistemin elektrikli süpürgeler, çamaşır makineleri, asansörler, metro ve şirket işletimi gibi konularda kullanılmasında 1980 sonrasında patlama olmuştur (Şen, 2004: 9).

Çoğu endüstriyel uygulamalar bulanık mantık sistemlerini, sinirsel ağlar ile çalıştırmaktadır. Sinirsel ağların ve bulanık sistemlerin birleşmesi, umut verici bir alandır. Hem sinirsel ağlar hem de bulanık mantık, model gerektirmeyen sayısal yaklaşımlardır. Her yaklaşım, karmaşık matematiksel analizden çok basit bir algoritmik prosesi uygulamakta ve parametreleri ayarlamaktadır. Bu benzerlikler, iki prosesin birleştirilmesi için potansiyeli geliştirmektedir. "Bulanık sinirsel ağlar (fuzzy neural networks)" adı verilen yaklaşım, sinirsel ağları ana parça olarak kullanmakta ve sonra bulanık mantık sisteminin özelliklerini eklemektedir. Bunun tersine "sinirsel bulanık sistemler (neural fuzzy systems)" yaklaşımında bulanık sisteme sinirsel ağların özellikleri eklenmektedir (Ting-Du, 1997: 266).

2.3. BULANIK KÜME KURAMI

2.3.1. Küme Tanımı

Nesneler hakkındaki bilgiyi düzenlemeye, özetlemeye ve genelleştirmeye yönelindiğinde, çoğu zaman küme kavramı kullanılır. Ele alınan herhangi bir konuya ilişkin bilgi, küme kavramıyla sistematik olarak bir araya toplanır. İyi tanımlı nesneler topluluğuna veya sınıfına *küme*, bir kümeyi oluşturan nesnelerin her birine *kümenin elemanları* ve üzerinde çalışılan kümelerin her birini alt küme olarak kabul eden en geniş kümeye *evrensel küme* denir (Özkan, 2002: 7-8).

2.3.2. Klasik Küme

Klasik bir küme, evrensel kümedeki nesnelerin ortak özelliklerine göre bir araya getirilme işlemi olarak tanımlanabilir. Klasik küme kavramında, bir kümeyi oluşturan elemanların o kümeye ait olup olmadığı kesin olarak bilinir (Elmas, 2003: 53). Diğer bir ifadeyle klasik kümelerde küme üyeliği arasındaki geçiş 0'dan 1'e ve 1'den 0'a kesikli bir durumdur. Çünkü klasik küme teorisinde evrensel kümede yer alan nesneler veya sınır koşulu net bir şekilde tanımlanır (Özkan, 2003: 4).

Klasik bir küme pek çok şekilde ifade edilebilir. Sonlu bir küme, genel olarak,

$$E = \{ a_1, a_2, \dots , a_n \}$$

ve sonsuz küme genel olarak,

$$E = \{ a_1, \dots , a_n, \dots\}$$

şeklinde ifade edilir. Burada E, evrensel bir kümeyi, bu kümedeki a_i elemanı, kümenin üyesini ifade eder. Evrensel kümeler, klasik kümelerdir.

x elemanı, E evrensel kümesinin bir üyesi olsun. A kümesi klasik bir küme ise, matematiksel olarak,

$$\forall x \in E : \mu_A(x) \in \{0,1\}$$

biçiminde ifade edilir.

$\mu_A(x)$, “karakteristik fonksiyon” ya da “üyelik fonksiyonu” olarak adlandırılır (Kaufmann, 1988: 9). $A \subset E$ alt kümesi bulanık olmayan bir küme ise genellikle,

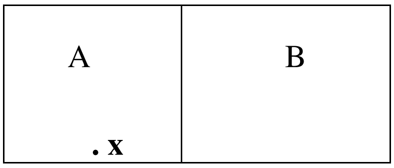
$$\mu_A(x) = \begin{cases} 1, & x \in A \\ 0, & x \notin A \end{cases}$$

olarak gösterilir (Bojadziev, 1995: 104). O halde üyelik fonksiyonu, E evrensel kümesine ait bir x elemanının A alt kümesine ait olma derecesini veren bir fonksiyondur.

Boş bir küme (Ø) ise;

$$\forall x \in E : \mu_{\emptyset}(x) = 0$$

biçiminde tanımlanır (Kaufmann ve Gupta, 1988: 10). Şekil 2.1, x’in A ya da B kümesinin üyesi olduğu klasik bir kümeyi göstermektedir.



Şekil 2.1. Klasik bir küme

2.3.2.1. Klasik kümeler için temel kavramlar

Klasik kümeleri göstermenin çeşitli yolları vardır. Listeleme yönteminde bir küme, elemanları ile yazılmaktadır. Kapsamsal tanım da denilen bu yöntemde kümeyi oluşturan bu nesneler sırasına bakmadan küme parantezi içinde, aralarına “ , ” konularak yazılmaktadır. Bu gösterim, sonlu kümelerde kullanılmaktadır. Örneğin, bir E kümesinin listeleme yöntemi ile gösterimi;

E = $\{x_1, x_2, x_3, ..., x_n\}$ şeklindedir.

Kural yöntemi ya da içlemsel denilen yöntemde ise, kümeyi oluşturan elemanların ortak özelliği yazılmaktadır. Örneğin, E kümesinin elemanları p_1, p_2, p_3, ..., p_n koşullarını yerine getiriyorsa B kümesi şu şekilde tanımlanmaktadır:

E = {y|y ; p_1, p_2, p_3, ..., p_n koşullarını yerine getirenler}

Burada E, evrensel kümeyi ifade etmektedir. *Evrensel küme,* incelenecek olayın veya olaylar dizisinin olabilecek tüm sonuçlarının bulunduğu kümedir. Evrensel kümeye bazen temel küme, toplum kümesi veya referans küme de denmektedir. Evrensel her küme, bulanık olmayan bir kümedir. Örneğin, E = {a,b,c,d,e,f} evrensel küme ve E'nin A = {a,c,d} gibi bir alt kümesi verilsin. E ve A kümeleri, sırasıyla

$$E = \begin{array}{cccccc} a & b & c & d & e & f \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{array} \qquad A = \begin{array}{cccccc} a & b & c & d & e & f \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{array}$$

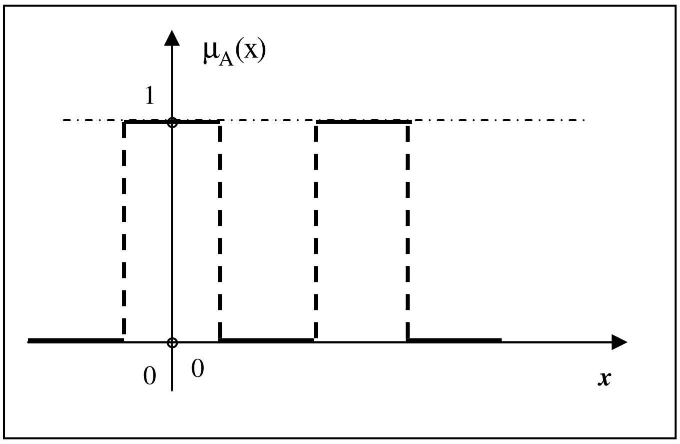
biçiminde ifade edilebilmektedir. Burada 0 ve 1 sayıları, elemanların üyeliğini tanımlamaktadır. 1 sayısı, elemanın alt kümeye ait olduğunu; 0 sayısı ise, elemanın altkümeye ait olmadığı anlamına gelmektedir (Yenilmez, 2001: 7). Şimdi E evrensel küme, $x \in E$ ve $A \subseteq E$ olmak üzere, klasik küme sonlu, sayılabilir ya da sayılamaz olabilen $x \in E$ elemanlarının bir birleşimi olarak düşünülebilmekte ve

$$\mu_A(x) = \begin{cases} & x \in E \\ & x \notin E \end{cases}$$

eşitliği ile tanımlanmaktadır. Bu eşitlikte $\mu_A(x) : X \rightarrow \{0,1\}$ klasik kümeler için üyelik fonksiyonunu ya da üyelik derecesini göstermektedir (Bojadziev, 1991: 104). Üyelik fonksiyonu bilindiği gibi, E evrensel kümesine ait bir x elemanının A kümesine ait olma derecesini belirtmektedir. Bu eşitlikte $\mu_A(x) = 1$ ise "x elemanı A kümesine aittir", $\mu_A(x) = 0$ ise "x elemanı A kümesine ait değildir." anlamını taşımaktadır. Üyelik fonksiyonu, bu değerler dışında bir değer almamaktadır. A klasik kümesinin üyelik derecesi, $\mu_A(x)$'in değer kümesi {0,1} değerini alır. (Yapıcı, 2000: 5). Şekil 2.2'de klasik bir küme görülmektedir (Kaufmann ve Gupta, 1988: 14). Buna göre yukarıda verilen A altkümesi için,

$\mu_A(a) = 1$, $\mu_A(b) = 0$, $\mu_A(c) = 1$

$\mu_A(d) = 1$, $\mu_A(e) = 0$, $\mu_A(f) = 0$ olmaktadır.



Şekil 2.2. $\forall x \in R$ **olan klasik bir küme**

Evrensel kümenin tam karşıtı olan ve hiçbir şey bulundurmayan kümeye de *boş küme* adı verilmektedir. Bir E evrensel kümesindeki A kümesinin boş küme olması, $A = \phi$ veya { } olarak ifade edilmektedir. Boş küme kavramı, hem klasik hem de bulanık kümelerde aynı anlama sahiptir. Klasik ve bulanık kümelerde boş kümenin bir şekil ile gösterilmesi mümkün değildir. Boş bir küme (Ø); $\forall x \in E : \mu_{\varnothing}(x) = 0$ biçiminde tanımlanmaktadır.

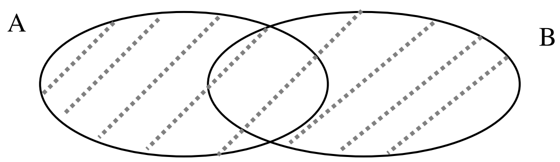
Alt kümeler, evrensel kümenin değişik düşünce ve önerilere göre parçalanarak alt kümeler haline getirilmesi ile olmaktadır. Başka bir deyişle bir alt küme, evrensel kümenin bazı üyelerinin yığınıdır (Tuncel, 1997: 4). Örneğin bir zar atıldığında 5'ten küçük olabilirlilikler kümesi, B = {1,2,3,4}'tür.

Her küme, kendisinin ve evrensel kümenin bir alt kümesidir. $A \subseteq B$ ve $B \subseteq A$ ise A ve B aynı üyeleri içermekte ve bu durumda A ve B kümelerine *eşit kümeler* denmektedir. Bir E evrensel kümesinde tanımlanan A ve B şeklindeki iki alt kümenin eşit olması, A = B olarak gösterilmektedir.

2.3.2.2. Klasik kümelerde işlemler

Birleşim İşlemi: Birleşim işlemi sonucu alt kümelerin "veya" ifadesi ile bir araya getirilmesi söz konusudur. Burada sözel işlem, "veya" kelimesinin mantıksal anlamından gelmektedir. Birleşim işlemi, klasik kümeler için "$\cup$" işareti ile gösterilmektedir. Şekil 2.3'te klasik iki kümenin birleşimi Venn Şeması ile gösterilmiştir.

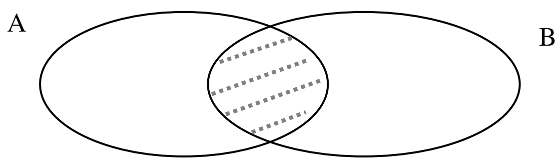
Birleşim: $\mu_{A \cup B}(x) = \mu_A(x) \vee \mu_B(x)$



Şekil 2.3. İki klasik kümenin birleşimi

Kesişim İşlemi: Kesişim işlemi sonucu kümelerde iki alt kümenin "ve" ifadesi ile bir araya getirilmesi söz konusudur. Burada "ve" ifadesi ile göz önünde tutulan iki veya daha fazla alt kümelerde bulunan ortak öğelerin teşkil ettikleri küme anlaşılmaktadır. A ve B gibi iki kümenin kesişimi, "$\cap$" ile gösterilmektedir (Ertuğrul, 2005: 12). Şekil 2.4'te klasik iki kümenin kesişimi, Venn Şeması ile gösterilmiştir.

Kesişim: $\mu_{A \cap B}(x) = \mu_A(x) \wedge \mu_B(x)$



Şekil 2.4. İki klasik kümenin kesişimi

Fark İşlemi: Klasik kümelerde fark işlemi sonucunda, A klasik kümesinden B klasik kümesinin çıkarılması ile elde edilen kümede, A'ya ait olan ama B'nin öğesi olamayan öğeler bulunmaktadır.

Tümleme İşlemi: Bir evrensel kümenin alt kümesi olan A klasik kümesinin tümleyeni A'nın öğeleri dışında bulunan evrensel kümenin tüm öğelerini içeren küme olarak tanımlanmakta ve $\overline{A}$ olarak gösterilmektedir.

Tümleyen: $\mu_{\overline{A}}(x) = 1 - \mu_A(x)$

2.3.3. Bulanık Küme

Belirsiz durumlarla günlük yaşantıda oldukça sık karşılaşılmaktadır. Hal böyle olunca belirsizliğin matematiksel ifadesi problemi de matematikçilerin üzerinde eğildikleri önemli bir konu haline gelmiştir. İşte bulanık kümeler kuramı, bu önem vermenin bir sonucu olarak ortaya atılmıştır. Bulanık kümeler kuramı, benzer dünyada var olan ikiden fazla doğruluk değerlerini dikkate alarak belirsiz ortamlarda doğru karar vermeye ışık tutan, elektronikten beşeri ilişkilere kadar geniş uygulama alanına sahip bir kuramdır. Başka bir deyişle bulanık küme kuramı, klasik matematiğin standartlarına göre pek çok bakımdan belirsiz olan veya kesin olmayan karar süreçlerine matematiksel bir kesinlik kazandıran kavramlar ve yöntemler bütünüdür (Yenilmez, 2001: 2).

Bulanık bir küme, sınır koşulları esnek olarak tanımlanabilen bir kümedir. Bulanık küme kuramı, kısmi üyeliğe izin vererek geleneksel küme kuramını genelleştirmekte ve küme üyeliği için, [0,1] aralığında herhangi bir değeri kabul etmektedir. Geleneksel kümelere bakıldığında, geleneksel kümelerde kümeye üye olanlar veya olmayanlar arasındaki ayrım, esnek olmayan ve sert bir yapıdadır. Diğer bir ifadeyle geleneksel kümelerde küme üyeliği arasındaki geçiş, 0'dan 1'e ve 1'den 0'a kesikli bir durumdur. İşte geleneksel ve bulanık kümeler, sınır koşulu ve üyelik derecesi anlamında birbirinden ayrılmakta ve birbiriyle karşılaştırılmaktadır (Aytaç, 2006: 55).

Türkşen'e göre bulanık küme kuramının amacı, belirsizlik ifade eden tanımlanması güç ya da anlamı zor kavramlara üyelik derecesi atayarak onlara belirlilik kazandırmaktır. Bu nedenle yaklaşım, iki değerli kümeler kuramının, çok değerli kümeler kuramına dönüşümünden doğmaktadır. Bulanık kümeler, belirlilik derecesi ya hep ya da hiç kavramının ötesinde bir görüşten ortaya çıkmaktadır (Yapıcı, 2000: 5).

Bulanık küme kuramı, tanımlamayı ve kesin sınırları gerektirmeyen bu tür problemleri çözmek için geliştirilerek kısmi üyelik ilişkilerini göz önüne almaktadır. Bulanık küme kuramı, basitleştirilmiş modeli faydalı hale getirmek için geliştirilmekte; bu yüzden insani durumları içeren gerçek dünya sistemlerinin çözümü sırasında daha sağlam ve esnek model geliştirilebilmektedir (Atin, 1999: 4). Bulanık küme kuramı, kesin olmamaya yol açan bazı problemler için iyi bir çözüm olarak görüldüğü için; ekonomi, işletme, kontrol teorisi, karar ve bilgi sistemleri, mantık, insan durumu, yapay zeka/uzman sistem, sosyal bilimler, yöneylem araştırması vb. konularda uygulanabilmektedir.

Bulanık küme kuramının dezavantajlarına kısaca bakıldığında, üyelik fonksiyonlarının makul bir şekilde oluşumu açık değildir. Daha basit fonksiyonların bileşimi ve istatistiksel veri kullanımı önerilmiştir, fakat henüz genel yaklaşım görüntüsü tamamen oluşmamıştır. Uygulayıcılar için tanımların seçimi, tam uygun olmayabilmektedir. Zadeh'in kabul ettiği gibi farklı tanımlar, farklı durumlar geçerlidir. Bununla birlikte, kullanılan tanımlar her zaman açık değildir (Çelik, 2000: 30).

2.3.3.1. Bulanık kümelere ait temel kavramlar

Bulanık bir küme, üyeleri kesin olarak belirli olmayan ama aday öğelerin bu kümeye üyelik derecelerinin bilindiği bir kümedir.

Bulanık kümeler de klasik kümelere benzer şekilde iki yöntemle gösterilmektedir. Bunlardan birincisi, küme elemanlarının üyelik derecelerine göre sıralanması, diğeri de matematiksel olarak üyelik fonksiyonu tanımlamaktır.

A bulanık kümesi, $\mu_A : E \rightarrow [0,1]$ A'nın üyelik fonksiyonu ve $\mu_A(x) \in [0,1]$ $x \in$ E'nin A'daki üyelik derecesi olmak üzere;

$$A = \{x, \mu_A(x)\}$$

olarak yazılabilmektedir. Bu durumda E'deki bulanık küme olan A,

$$A = \{\mu_A(x_1)/x_1 + \mu_A(x_2)/x_2 + \dots\dots + \mu_A(x_n)/x_n\} = \sum \frac{\mu_A(x_i)}{x_i}$$

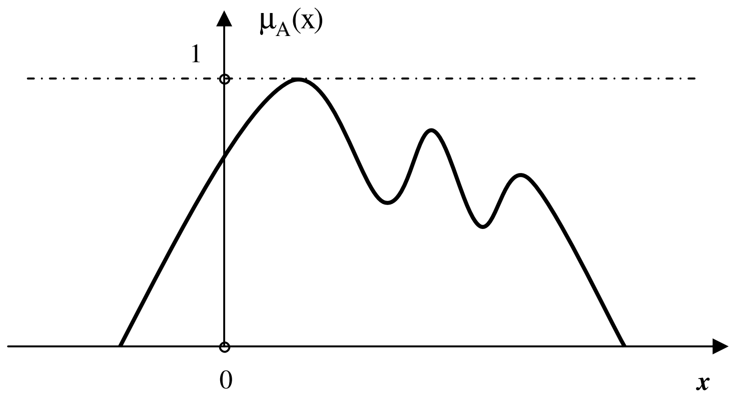
şeklindedir (Ross vd., 2002: 32).

Bu gösterimdeki toplama işareti, alışa geldiğimiz toplamı değil, artı işareti ile küme öğelerinin topluluğunu ifade etmektedir.

Bulanık kümenin sürekli veya sayılamaz olması durumunda gösterimi ise;

$$A = \left\{ \int \frac{\mu_A(x_i)}{x_i} \right\}$$ şeklindedir.

Burada kullanılan integral işareti ise, bilinen integral anlamına gelmemekte yine topluluğu gösteren bir işaret olarak algılanmaktadır (Zadeh, 1975: 222).



Şekil 2.5. $\forall x \in R$ **Olan Bulanık Bir Küme**

Şekil 2.5'te, $\forall x \in R$ olan bulanık bir küme görülmektedir. Görüldüğü gibi kesin bir küme ile bulanık bir küme arasındaki temel farklılık, öğelerin aldığı üyelik derecelerinden kaynaklanmaktadır (Tuncel, 1997: 6). Kesin bir kümenin üyelik dereceleri yalnızca 0 ya da 1 değerlerini alırken, bulanık bir kümenin öğelerinin üyelik dereceleri [0,1] kapalı aralığındaki herhangi bir değeri alabilmektedir (Buckley, 2003: 7).

A ve B gibi iki bulanık kümenin üyelik dereceleri aynı ise, bu iki kümeye *eşit kümeler* denmekte ve

$$\forall x \in E, A = B \Leftrightarrow \mu_A(x) = \mu_B(x)$$

şeklinde gösterilmektedir. Her eleman için $\mu_A(x) \neq \mu_B(x)$ ise $A \neq B$'dir (Özkan, 2002: 22).

Eğer E evrensel kümesinin her bir elemanının bulanık A kümesindeki üyelik derecesi, bulanık B kümesindeki üyelik derecesinden küçük veya eşitse A bulanık kümesi, B bulanık kümesinin alt kümesi olmaktadır. Bu durumda,

$$\mu_A(x) \leq \mu_B(x), \; x \in E$$

$A \subseteq B$'dir.

Destek (Support) Kümesi: E evrensel kümesindeki bir A bulanık kümesinin destek kümesi, keskin küme olup E'nin A bulanık kümesinde 0'dan farklı üyelik derecesine sahip olan elemanların hepsini içermektedir. E'nin bulanık kümelerinin destekleyicileri aşağıda gösterildiği gibi ifade edilmektedir (Çelik, 2000: 10):

$$\text{SuppA} = \{x \in E | \mu_A(x) > 0\}$$

α*-Kesme (cut) Kümesi :* α eleman işareti (0,1] olmak üzere, bir A bulanık kümesinin α-kesmesi, E evrensel kümesinin bulanık olmayan bir alt kümesidir. Bulanık A kümesinin α-bölüm keskin kümesi A_α ile gösterilmekte ve E evrensel kümesinin A kümesindeki bütün elemanlarından üyelik derecesi α özel değerinden büyük veya eşit olanları içermektedir (Kandel, 1986: 7). Bu durumda,

$$A_\alpha = \{x \in E | \mu_A(x) \geq \alpha\}$$

olmaktadır.

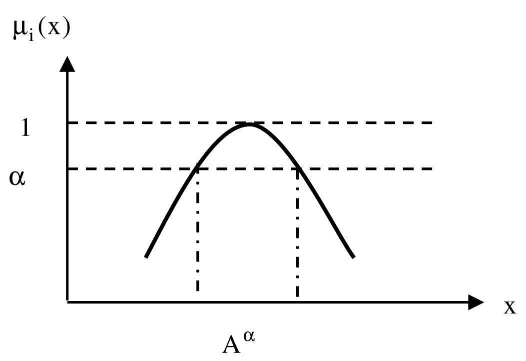
α kesme kavramı, zayıf α-kesme ve kuvvetli α-kesme olmak üzere iki gruba ayrılmakta ve matematiksel olarak sırasıyla;

$$A_\alpha = \{x | \mu_A(x) > \alpha\} \quad ; \ \alpha \in [0,1) \quad \text{ve}$$

$$A_\alpha = \{x | \mu_A(x) \geq \alpha\} \quad ; \ \alpha \in (0,1]$$

biçiminde gösterilmektedir.

Bu iki kavram arasındaki farklılık, eşit işaretinin varlığından ya da yokluğundan kaynaklanmaktadır. Eğer kümenin üyelik fonksiyonu sürekliyse, zayıf α kesme ile kuvvetli α kesme arasındaki farklılık ortadan kalkmaktadır. Zayıf α kesme ile hesaplama yapmak daha kolaydır. Eğer destek kümesi gerçel sayılardan oluşuyorsa ve üyelik fonksiyonu sürekliyse, konveks bulanık kümenin zayıf α kesmesi Şekil 2.6'daki gibi kapalı aralıktır (Tuncel, 1997: 8).

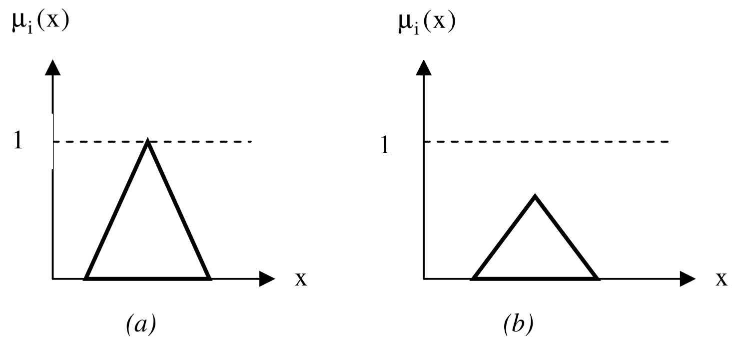


Şekil 2.6. Zayıf α kesmesi

Normallik: Normal bulanık kümede, en azından bir tane üyelik derecesi 1'e eşit olan öğe bulunmalıdır. Bu özellik, matematiksel olarak aşağıdaki gibi gösterilmektedir:

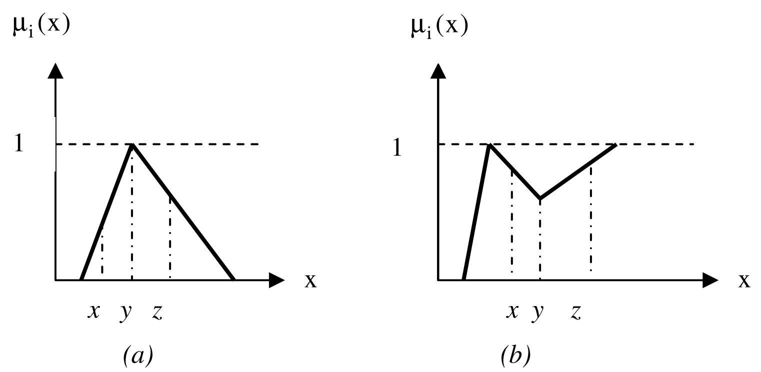
$$\forall x \in E : \sup_x \mu_A(x) = 1$$

Bulanık bir küme normal değilse, küme normal altı (subnormal) olarak tanımlanmaktadır. Boş olmayan her normal altı bulanık bir küme, üyelik derecelerinin her birini en büyük üyelik derecesine bölerek normalleştirilebilmektedir (Bojadziev, 1991: 114). Şekil 2.7, normal ve normal altı kümeyi göstermektedir.



Şekil 2.7. Bulanık Kümeler a) normal b) normal altı

Dışbükeylik (Konvekslik): Dışbükeylik; üyelik fonksiyonunun sürekli artan, sürekli azalan veya üçgen gibi olması durumudur (Baykal, Beyan, 2004: 84). Şekil 2.8, dışbükey olan ve olmayan bulanık alt küme örnekleridir.



Şekil 2.8. Bulanık Kümeler a) dışbükey b) dışbükey olmayan

Dışbükeyliğin matematik olarak tanımlanmasında, aynı bulanık alt kümeye düşen x, y ve z gibi üç tane öğe düşünülürse ve bunlar arasında değerce büyüklük olarak x<y<z gibi bir sıra bulunuyor ise, bunlardan ortadakinin üyelik fonksiyonu önceki ve sonrakine göre,

$$\mu_i(y) \geq EK[\mu_i(x), \mu_i(z)]$$

bağıntısı daima geçerli olmalıdır. İşte bu durumda o kümeye dışbükey bulanık küme adı verilmektedir.

2.3.3.2. Bulanık kümelerde işlemler

Bulanık kümelerde işlemler üyelik fonksiyonları yardımıyla tanımlanmıştır (Yapıcı, 2000: 10). E'nin iki farklı bulanık alt kümesi A ve B olsun. Bulanık kümeler üzerinde geçerli olan bazı temel işlemler bu iki küme üzerinde incelensin:

Alt küme

Eğer A ve B gibi iki bulanık kümenin üyelik fonksiyonları arasında,

$$\forall x \in E \text{ için, } \mu_A(x) \leq \mu_B(x)$$

ilişkisi varsa A bulanık kümesi B bulanık kümesinin bir alt kümesidir. Diğer bir ifadeyle B, A'yı kapsar. Bu durum matematiksel olarak $A \subseteq B$ ile gösterilir (Bojadziev, 1995: 123).

Eğer $A \subseteq B$ ve $\mu_A(x) \neq \mu_B(x)$; $\exists x \in E$ ise, A bulanık kümesi B bulanık kümesinin bir özalt kümesidir. Bu durum matematiksel olarak $A \subset B$ ile gösterilir.

Eşitlik

A ve B bulanık kümelerine ilişkin üyelik fonksiyonları, evrensel kümede yer alan her bir eleman için aynı üyelik derecesini alıyorsa söz konusu iki küme birbirine eşittir. İki bulanık kümenin eşitliği, matematiksel olarak aşağıda verildiği gibi ifade edilebilir:

$$\mu_A(x) = \mu_B(x), \ \forall x \in E \leftrightarrow A = B$$

Diğer taraftan iki bulanık kümenin üyelik fonksiyonları arasında,

$$\mu_A(x) \neq \mu_B(x), \ \exists x \in E \leftrightarrow A \neq B$$

ilişkisi varsa bu iki kümenin eşit olmadığı söylenir (Özkan, 2002: 21-22).

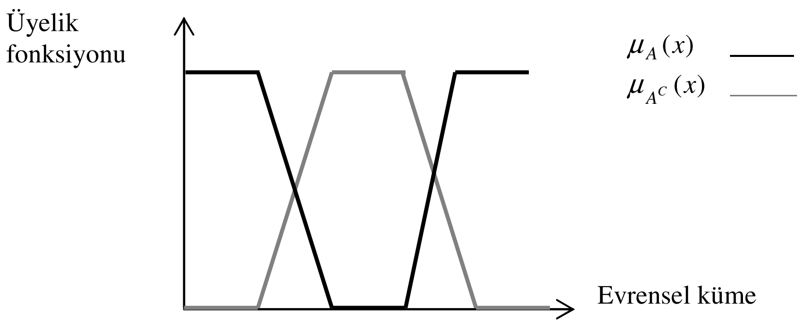
Tümleme(complement:)

$\forall x \in E$ için, $\mu_A(x) = 1 - \mu_B(x)$

koşulu sağlanıyorsa A ve B birbirlerinin tümleyenidir. Bu işlem B = A^C ya da A = B^C şeklinde ifade edilir. A^C ve B^C sırasıyla A ve B'nin tümleyenleridir (Paksoy, 2002: 1-16). A^C ve B^C, $\overline{A}$ ve $\overline{B}$ şeklinde de gösterilebilir (Yılmaz, 1998: 9). E evrensel kümesine göre A bulanık kümesinin tümleyeni (Tomsovic, 1992: 288),

$\forall x \in E$ için, $\mu_{A^c}(x) = 1 - \mu_A(x)$

biçiminde tanımlanır. Tümleyen "değil" bağlacına karşılık gelir (Yılmaz, 1998: 10).



Şekil 2.9. Bir bulanık kümenin tümleyeni

Bulanık Birleşim:

A ve B bulanık kümelerinin birleşimi,

$$A \cup B = \int_x (\mu_A(x) \vee \mu_B(x)) / x$$

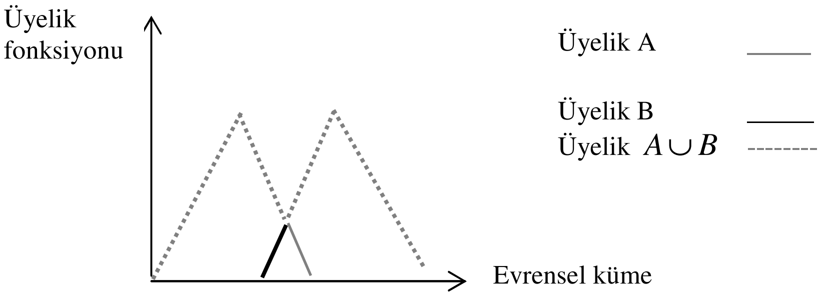
şeklinde tanımlanır ve $A \cup B$ ile gösterilir (Uzun, 1995: 4). Bulanık birleşim kümesi, sözel olarak hem bulanık A hem de bulanık B kümesini kapsayan en küçük üyelik dereceli bulanık küme olarak ifade edilebilir (Özkan, 2002: 18). Burada $\vee$ bir maksimum işaretidir ve mantıksal "veya" olarak düşünülür (Tuncel, 1997: 15).

<u>Maksimum İşlemcisi</u>: A ve B bulanık kümeleri için $\{(x, \mu_{A \cup B})\}$ şeklindeki bir bulanık kümeyi ifade eder.

$A, B \subset E$ olmak üzere;

$\forall x \in E$ için, $\mu_{A \cup B}(x) = \max(\mu_A(x), \mu_B(x)) = \mu_{A \cup B}(x) = \mu_A(x) \vee \mu_B(x)$

ifadesi ile gösterilir (Tomsovic, 1992: 288). İki bulanık kümenin birleşiminin üyelik fonksiyonu, bireysel üyelik fonksiyonlarının maksimumu olarak tanımlanır (Paksoy, 2002: 7).



Şekil 2.10. İki bulanık kümenin birleşimi

Bulanık kesişim:

A ve B bulanık kümelerinin kesişimi,

$$A \cap B = \int_x (\mu_A(x) \wedge \mu_B(x)) / x$$

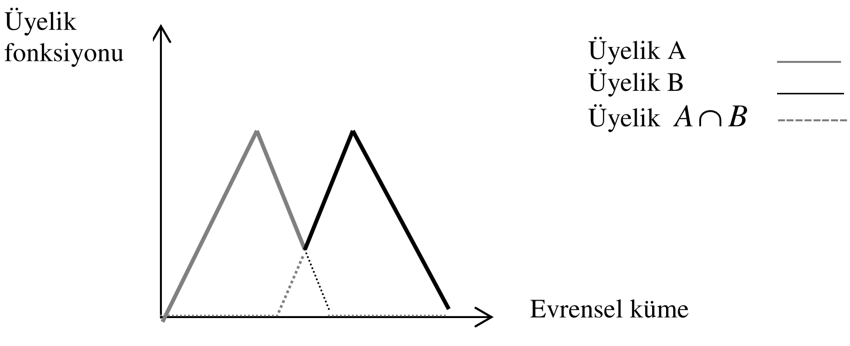
şeklinde tanımlanır ve $A \cap B$ ile gösterilir (Tuncel, 1997: 15). Bulanık kesişim kümesi, sözel olarak hem bulanık A hem de bulanık B kümesi tarafından kapsanan en büyük üyelik dereceli bulanık küme olarak ifade edilebilir (Özkan, 2002: 18). Burada $\wedge$ bir minimum işaretidir ve mantıksal "ve" olarak düşünülür.

<u>Minimum İşlemcisi</u>: A ve B bulanık kümeleri için $\{(x, \mu_{A \cap B})\}$ şeklindeki bir bulanık küme minimum işlemcisi ile ifade edilir (Uzun, 1995: 5).

$A, B \subset E$ olmak üzere;

$\forall x \in E$ için, $\mu_{A \cap B}(x) = \min(\mu_A(x), \mu_B(x)) = \mu_{A \cap B}(x) = \mu_A(x) \wedge \mu_B(x)$

ifadesi ile gösterilir (Tomsovic, 1992: 288). İki bulanık kümenin kesişiminin üyelik fonksiyonu, bireysel üyelik fonksiyonlarının minimumu olarak tanımlanır (Paksoy, 2002: 7).



Şekil 2.11. İki bulanık kümenin kesişimi

Maksimum ve minimum işlemcileri hesaplanması ve kodlanması kolay olduğundan karar vericilerin davranış biçimine uygun düşer. Bazen karar vericiler en büyük kayıplarının en küçüğünü ya da en küçük kazançların en büyüğünü seçme eğilimindedir. Uygun işlemci seçilirken aşağıda belirtilen noktalara dikkat edilmesi önerilmektedir (Yılmaz, 1998, 21-22):

1. Varsayımları az işlemci daha iyidir.
2. Bir işlemcinin gerçek hayat şartlarına uyup uymadığı deneysel gözlemlerle ispatlanmalıdır.
3. Bir işlemci sözel yoruma ve ilgilenilen duruma uymalıdır.
4. Hesaplanması karmaşık olmamalıdır.
5. Sonuç üyelik derecesinin değişim aralığı olabildiğince geniş olmalıdır.
6. İşlemcinin olabildiğince düşük ölçü düzeyine uygun olması tercih edilir.

Cebirsel çarpım:

A ve B bulanık kümelerinin cebirsel çarpımının üyelik fonksiyonu aşağıdaki şekilde tanımlanır:

$\forall x \in E$ için, $\mu_{A.B}(x) = \mu_A(x).\mu_B(x)$

Cebirsel toplam:

A ve B bulanık kümelerinin cebirsel toplamlarının üyelik fonksiyonu aşağıdaki şekilde tanımlanır:

$\forall x \in E$ için , $\mu_{A+B}(x) = \mu_A(x) + \mu_B(x) - \mu_A(x).\mu_B(x)$

Cebirsel kuvvet:

A, herhangi bir bulanık küme, α pozitif bir sayı olmak üzere A^{α},

$\mu_A^{\alpha}(x) = [\mu_A(x)]^{\alpha}$

biçiminde tanımlanır. Herhangi bir bulanık kümenin α katı,

$\mu_{\alpha A}(x) = \alpha\mu_A(x)$

şeklinde tanımlanır.

Cebirsel fark:

A ve B'nin A-B farkının üyelik fonksiyonu,

$\forall x \in E$ için, $\mu_{A \cap B^C}(x) = \min(\mu_A(x), \mu_{B^C}(x))$ şeklinde tanımlanır.

B^C, B bulanık kümesinin tümleyenidir (Tuncel, 1997: 16).

2.4. BULANIK SAYILAR

Bulanık kümelerde geçerli olan birleşim, kesişim, α- kesimi gibi küme-teorik işlemler bulanık sayılara da kolayca uygulanabilir. Gerçel sayı doğrusu üzerinde tanımlanan ve bulanık kümelerin özel bir alt kümesi olan bulanık sayılar, α- kesim yöntemi ile aralık analizi arasındaki ilişkiye dayanarak açıklanmaya çalışılmıştır. Bulanık sayılarla hesap yapmanın temeli aralık analizine dayanır. Aralık analizi, bulanık sayılarda bir tür tolerans veya güven aralığı olarak algılanabilir (Özkan, 2003: 59 - 61).

Bulanık bir sayının üyelik fonksiyonu sürekli ise zayıf α- kesmesi kapalı bir aralık olur. Ancak kapalı bir aralık elde etmek için üyelik fonksiyonunun mutlaka sürekli olması gerekmez (Terano et al, 1991: 33).

Gerçel sayılar kümesinde tanımlı bir A bulanık kümesinin bulanık sayı belirtmesi için en azından aşağıdaki 3 özelliğin sağlanması gerekmektedir:

Özellik 1: A kümesi normal bir bulanık küme olmalıdır.

Özellik 2: $\forall\ \alpha \in (0,1]$ için, ${}^{\alpha+}A$ kapalı bir aralık olmalıdır.

Özellik 3: A'nın destek kümesi sınırlı bir küme olmalıdır.

İkinci özelliğe göre her bulanık sayının dışbükey bir bulanık küme olduğu açıktır. Fakat tersi her zaman doğru değildir. Çünkü bazı dışbükey bulanık kümelerin α**-**kesimleri açık veya yarı açık aralıklar olabilir. Kapalı aralıkların standart aritmetik işlemlerine göre bulanık sayılar üzerinde anlamlı aritmetik işlemler tanımlanabilmesi için özellik 1 ve özellik 2 zorunlu koşullardır (Öğütlü, 2002: 25). Bu özellikler bir araya getirilerek bulanık bir sayının tanımı aşağıdaki gibi verilebilir:

Normal ve dışbükey bir bulanık kümenin zayıf α- kesimi kapalı küme ise bu bulanık küme bir *bulanık sayı* olarak adlandırılır (Yenilmez, 2001: 21).

Bulanık sayı hiçbir zaman rastgele değişken olarak anlaşılmamalıdır. Rastgele değişken, olasılık teorisinde tanımlıdır ve objektiftir. Bulanık sayı ise subjektiftir (Uzun, 1995: 3).

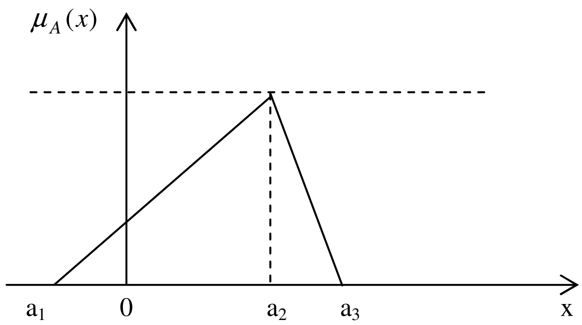
Sıradan bir sayı, tek bir noktada tanımlıdır ve üyelik derecesi 0 ya da 1'dir. Bulanık bir sayı ise en az bir aralıkta tanımlı ve üyelik derecesi [0,1] kapalı aralığındaki herhangi bir değerdir. Diğer bir ifadeyle bulanık bir sayının eşit olduğu değer kesin olarak bilinmemekte ancak alabileceği değerler ve bu değerlerin üyelik dereceleri kesin olarak bilinmektedir (Çelik, 2000: 19). Kaufmann ve Gupta (1988) tarafından belirtildiği gibi, bulanık sayılar bu özellikleri nedeniyle R'de tanımlı hem normal hem de dışbükey bulanık alt kümelerdir (Kaufmann ve Gupta, 1988: 20).

Her bulanık sayı bulanık küme olmasına rağmen, her bulanık küme bulanık bir sayı değildir. Kesin olmayan veya yaklaşık sayısal miktarların modellenmesinde bulanık sayılar oldukça yararlıdır. Bulanık sayıların kullanım alanları arasında bulanık regresyon, bulanık programlama ve bulanık karar verme ön plana çıkmaktadır.

Bulanık kümeler, üyelik fonksiyonlarıyla tanımlandıkları için bulanık sayıların üyelik fonksiyonları ile aynı kavramdır ve bu nedenle üyelik fonksiyonu çeşidi kadar bulanık sayı çeşidi vardır. Bulanık sayılar kümesinin eleman sayısı sonsuzdur. Çeşitli bulanık sayı biçimleri arasında en önemli grubu üçgensel ve yamuksal bulanık sayılar oluşturur. Özellikle olabilirlik matematiksel programlama problemlerini çözmede bu tip bulanık sayılar çok sık kullanılır. Bu sayılar, isimlerini üyelik fonksiyonlarının biçimlerinden alır (Özkan, 2003: 60).

2.4.1. Üçgensel Bulanık Sayılar

Üçgensel bulanık sayılar özellikle sistem modellemede çok sık kullanılmaktadır.



Şekil 2.12. Üçgensel bulanık sayı

Üçgensel bulanık bir sayı (a_1, a_2, a_3) gibi üçlüyle tanımlanabilir. Üyelik fonksiyonu ise;

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 0, & x < a_1 \\ \dfrac{x-a_1}{a_2-a_1}, & a_1 \le x \le a_2 \\ \dfrac{a_3-x}{a_3-a_2}, & a_2 \le x \le a_3 \\ 0, & x > a_3 \end{cases}$$

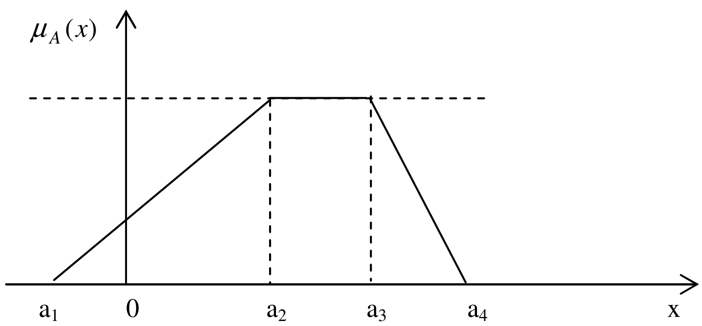
biçimindedir.

Üçgensel bulanık sayıların bazı önemli cebirsel özellikleri şöyledir:

- İki üçgensel bulanık sayının toplanması ya da çıkarılması işlemleri sonucunda yine üçgensel bulanık bir sayı elde edilir.
- Üçgensel bulanık sayıların çarpılması, bölünmesi ya da tersinin alınması işlemleri sonucunda her zaman üçgensel bulanık bir sayı elde edilmeyebilir.
- Üçgensel bulanık sayıların maksimum ya da minimum işlemleri sonucunda her zaman üçgensel bulanık bir sayı elde edilmeyebilir.

2.4.2. Yamuksal Bulanık Sayılar

Üçgensel bulanık sayılar, yamuksal bulanık sayıların özel bir tipidir. Şekil 2.13'de de görüldüğü gibi $\alpha = 1$ durumunda bir nokta değil, (a_2, a_3) aralığında tanımlı bir doğru söz konusudur. Üçgensel bulanık bir sayı, yamuksal bulanık bir sayının $a_2 = a_3$ olan özel bir durumudur. Yamuksal bulanık sayılar üçgensel bulanık sayılarla aynı cebirsel özelliklere sahiptir.



Şekil 2.13. Yamuksal bulanık sayı

Yamuksal bulanık bir sayı (a_1, a_2, a_3, a_4) gibi dörtlüyle tanımlanabilir. Üyelik fonksiyonu ise;

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 0, & x < a_1 \\ \dfrac{x-a_1}{a_2-a_1}, & a_1 \le x \le a_2 \\ 1, & a_2 \le x \le a_3 \\ \dfrac{a_4-x}{a_4-a_3}, & a_3 \le x \le a_4 \\ 0, & x > a_4 \end{cases}$$

biçiminde tanımlanır (Kaufmann ve Gupta, 1988: 26, 28, 31, 32).

2.5. ÜYELİK FONKSİYONLARI

Genel olarak, küme üyelerinin değerleri ile değişiklik gösteren eğriye *üyelik fonksiyonu* adı verilmektedir. Başka bir deyişle, bulanık küme tarafından tanımlanan ve 0 ile 1 arasında değer verebilen ilgili karakteristik fonksiyona *üyelik fonksiyonu* denilmektedir. Buna göre *üyelik derecesi,* 0 ile 1 arasındaki değişimin, her bir öğe için değeridir. Üyelik fonksiyonu grafiğinde x ekseni, üyeleri gösterirken; y ekseni de, üyelik derecelerini göstermektedir.

X evrensel kümesinde tanımlanan, bulanık küme A için μ_A üyelik fonksiyonu şöyle ifade edilmektedir:

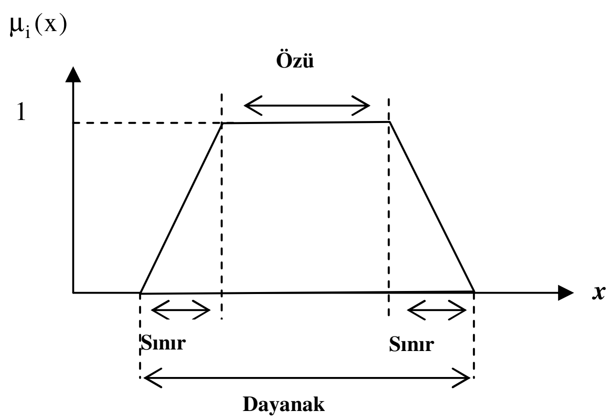
$$\mu_A : X \rightarrow [0,1]$$

μ_A üyelik fonksiyonu, [0,1] kapalı aralığında gerçek bir sayıyı göstermektedir. Burada 0 sayısı, ilgili nesnenin kümenin üyesi olmadığını; 1 sayısı, ilgili nesnenin kümenin tam üyesi olduğunu ve bu iki değer arasındaki herhangi bir sayı ise, ilgili nesnenin kümeye derecesini veya kısmi üyeliğini belirtmektedir. $\mu_A(x)$ değerinin 1'e yakın olması, x'in A kümesine daha fazla ait olması demektir.

Bulanık kümelerin üyelik fonksiyonlarının tanımlanmasında, sayısal ve işlevsel olmak üzere iki yol vardır. Sayısal tanımlama, bulanık kümenin üyelik işlevini ve üyelik derecesini belirten sayılardan oluşmuş vektör olarak tanımlanmaktadır. Bu vektörün boyutu, ayrıklaştırma seviyesine bir başka deyişle uzaydaki süreksiz elemanların sayısına bağlı olmaktadır. İşlevsel tanımlama ise, bulanık kümenin üyelik fonksiyonu, tanım uzayındaki her bir eleman için üyelik derecesini hesaplayabilen analitik deyimlerle tanımlanmaktadır.

Üyelik fonksiyonları genellikle küçük, orta, büyük olarak 3; küçük, orta küçük, orta, orta büyük, büyük olarak 5 veya çok küçük, küçük, az küçük, sıfır, az büyük, büyük, çok büyük olarak 7 etikette tek sayı olarak tanımlanmaktadır (Ertuğrul, 1996: 17).

En genel hali ile yamuk şeklindeki bir üyelik fonksiyonu Şekil 2.14'te görüldüğü gibi değişik kısımlara sahiptir.



Şekil 2.14. Üyelik fonksiyonunun kısımları

Görüldüğü gibi verilen bir alt kümede bir değil, birden fazla öğenin üyelik derecesi 1'e eşit alınabilmektedir. İşte üyelik dereceleri 1'e eşit olan öğelerin toplandığı alt küme kısmına, o alt kümenin özü (core) denmektedir. Burada $\mu_i(x) = 1$'dir.

Bir alt kümenin tüm öğelerini içeren aralığa, o alt kümenin dayanağı (support) adı verilmektedir. Dayanakta bulunan her öğenin az veya çok değerde üyelik dereceleri vardır. Gösterim olarak, $\mu_i(x) > 0$'dır.

Üyelik dereceleri 1'e veya 0'a eşit olmayan öğelerin oluşturduğu kısımlara üyelik fonksiyonunun sınırları (boundary) veya geçiş bölgeleri denmektedir. Gösterim olarak, $0 < \mu_i(x) < 1$'dir. Genel olarak tüm üyelik fonksiyonlarında, biri sağda diğeri solda olmak üzere iki tane geçiş bölgesi vardır.

Bulanık kümelerin üyelik fonksiyonlarında üyelik derecelerinin 0,5'e eşit olması durumundaki noktaya geçiş noktası (cross-over) denmektedir. Yani $\mu_i(x) =$ 0,5'tir. Bulanık kümenin yüksekliği, üyelik derecesinin en büyük olduğu öğeye karşılık gelmektedir. Normal bulanık kümenin yüksekliği, 1'e eşittir. Normal olmayan bulanık kümeleri normal hale dönüştürmek için (dışbükey olmaları şartı ile), kümenin üyelik derecesinin, en büyük üyelik derecesine bölünmesi gerekmektedir.

Bir bulanık kümenin üyelik fonksiyonu belirli bir x = c noktası için simetrik ise bulanık küme, simetrik olarak tanımlanmaktadır. $\mu_i(x+c) = \mu_i(c-x)$ olarak gösterilmektedir.

Üyelik Fonksiyonu Tipleri:

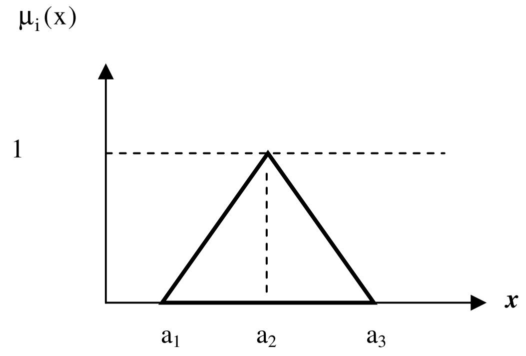
Çok sayıda üyelik fonksiyonu olmakla birlikte pratikte en fazla kullanılan üyelik fonksiyonları; üçgen, yamuk, çan eğrisidir. Denetimi yapılan sistemin özelliğine göre bunların dışında uygun bir fonksiyon da kullanılabilmektedir.

Üçgen Üyelik Fonksiyonu

Bir üçgen üyelik fonksiyonu a_1, a_2 ve a_3 olarak üç parametre ile tanımlanmaktadır.

$$\mu_A(x;a_1,a_2,a_3) = \begin{cases} a_1 \le x \le a_2 & \text{ise;} \quad (x-a_1)/(a_2-a_1) \\ a_2 \le x \le a_3 & \text{ise;} \quad (a_3-x)/(a_3-a_2) \\ x > a_3 \text{ veya } x < a_1 & \text{ise;} \quad 0 \end{cases}$$

Şekil 2.15'te üçgen üyelik fonksiyonuna bir örnek gösterilmektedir.



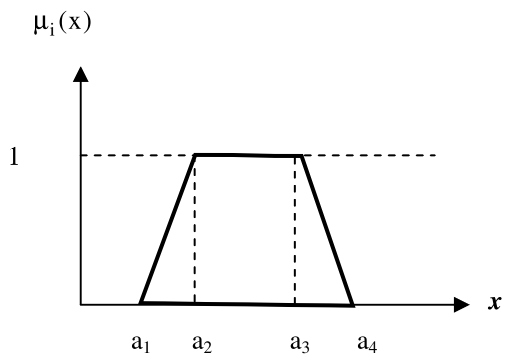
Şekil 2.15. Üçgen üyelik fonksiyonlarının gösterimi

Yamuk Üyelik Fonksiyonu

Bir yamuk üyelik fonksiyonu a_1, a_2, a_3 ve a_4 olarak dört parametre ile tanımlanmaktadır. Aslında üçgen üyelik fonksiyonu, yamuk üyelik fonksiyonunun özel bir durumudur.

$$\mu_A(x; a_1,a_2,a_3,a_4) = \begin{cases} a_1 \le x \le a_2 & \text{ise;} \quad (x-a_1)/(a_2-a_1) \\ a_2 \le x \le a_3 & \text{ise;} \quad 1 \\ a_3 \le x \le a_4 & \text{ise;} \quad (a_4-x)/(a_4-a_3) \\ x > a_4 \text{ veya } x < a_1 & \text{ise;} \quad 0 \end{cases}$$

Şekil 2.16'da üçgen yamuk fonksiyonuna bir örnek gösterilmektedir



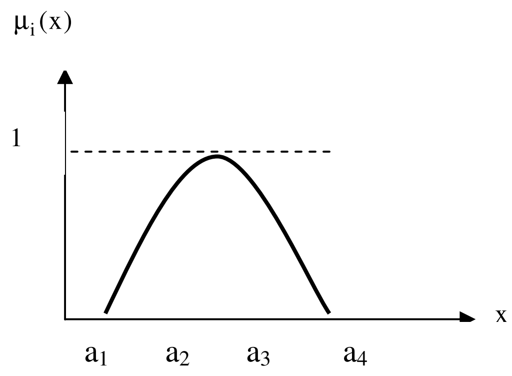
Şekil 2.16. Yamuk üyelik fonksiyonlarının gösterimi

Gaussian Üyelik Fonksiyonu

Bu tip bir üyelik fonksiyonu m ve σ parametreleri ile tanımlanmaktadır.

$$\mu_A(x;m,\sigma)=\exp\left\{\frac{-(x-m)^2}{2\sigma^2}\right\}$$

Burada m, fonksiyon merkezini ve σ da genişliğini ifade etmektedir. σ küçük olduğunda üyelik fonksiyonu daha ince olurken, bu değer büyüdükçe üyelik fonksiyonu gittikçe yayvanlaşacaktır (Yen ve Langari, 1999: 64). Şekil 2.17'de Gaussian üyelik fonksiyonuna bir örnek gösterilmektedir.



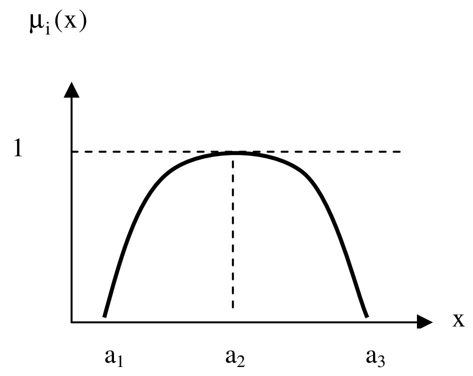
Şekil 2.17. Gaussian üyelik fonksiyonlarının gösterimi

Çan Şekilli Üyelik Fonksiyonu

Bu tip üyelik fonksiyonu a_1, a_2 ve a_3 olarak üç parametre ile tanımlanmaktadır.

$$\mu_A(x;a_1,a_2,a_3)=\left\{\frac{1}{1+\left|\frac{x-a_3}{a_1}\right|^{a_2}}\right\}$$

Şekil 2.18'de çan şekilli üyelik fonksiyonuna bir örnek gösterilmektedir.



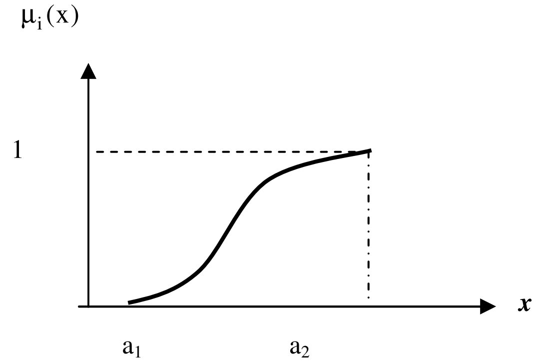
Şekil 2.18. Çan şekilli üyelik fonksiyonlarının gösterimi

Sigmodial Üyelik Fonksiyonu

Bu tip üyelik fonksiyonu, a_1 ve a_2 olarak iki parametre ile tanımlanmaktadır.

$$\mu_A(x;a_1,a_2) = \left\{\frac{1}{1+e^{-a_1(x-a_2)}}\right\}$$

Şekil 2.19'da sigmodial üyelik fonksiyonuna bir örnek gösterilmektedir.



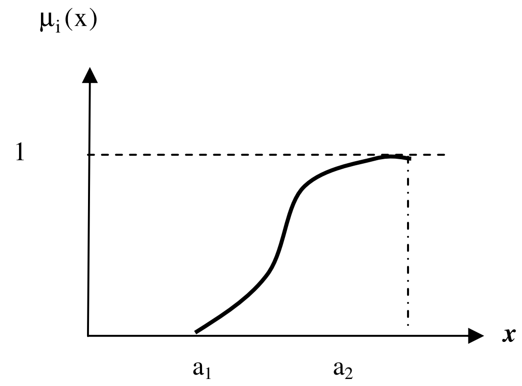
Şekil 2.19. Sigmodial üyelik fonksiyonlarının gösterimi

S Üyelik Fonksiyonu

Bu üyelik fonksiyonu a_1 ve a_2 parametre ile tanımlanan düzgün bir üyelik fonksiyonudur. Bu fonksiyonun adı, şeklinin S harfine benzemesinden gelmektedir (Bojadziev, 1991: 65).

$$\mu_A(x; a_1, a_2) = \begin{cases} x \le a_1 & \text{ise; } 0 \\ a_1 \le x \le [(a_1 + a_2)/2] & \text{ise; } 2[(x - a_1)/(a_2 - a_1)]^2 \\ [(a_1 + a_2)/2] \le x \le a_2 & \text{ise; } 1 - 2[(x - a_2)/(a_2 - a_1)]^2 \\ a_2 \le x & \text{ise; } 1 \end{cases}$$

Şekil 2.20'de S üyelik fonksiyonuna bir örnek gösterilmektedir.



Şekil 2.20. S üyelik fonksiyonlarının gösterimi

2.6. BULANIK KÜME TEORİSİNİN AVANTAJLARI VE DEZAVANTAJLARI

Bulanık küme teorisinin avantajları:

- Bulanık küme teknikleri kesin olmamaya yol açan bazı problemler için iyi çözüm olarak görülür.
- Uygulayıcılar için mümkün birçok tanım ve kesin problemin farklı çözümleri olduğu için bulanık küme teknikleri etkin sonuçlar verir.
- İnsan faktörünün içine girdiği, belirsizlik, kişisel önyargı, davranış ve amaçların kapsandığı durumlarda uygulama alanı bulduğundan gerçek hayat problemleri için klasik matematiksel modellemeden daha esnek ve güvenlidir.

Bulanık küme teorisinin dezavantajları:

- Üyelik fonksiyonlarının makul bir şekilde oluşumu açık değildir. Daha basit fonksiyonların birleşimi ve istatistiksel veri kullanımı içerilmesi önerilmiştir, fakat henüz genel yaklaşım görüntüsü tamamen oluşmamıştır.

- Uygulayıcılar için tanımların seçimi tam uygun olmayabilir. Zadeh'in kabul ettiği gibi farklı tanımlar farklı durumlarda geçerlidir. Bununla birlikte, kullanılan tanımlar her zaman açık değildir (Tuş, 2006: 40-41).

ÜÇÜNCÜ BÖLÜM

BULANIK DOĞRUSAL PROGRAMLAMA

3.1. DOĞRUSAL PROGRAMLAMA

Matematiksel programlama, belirli eşitlik veya eşitsizlik kısıtları altında yine belirli bir fonksiyonun en iyi değerinin, dolayısıyla fonksiyona bu en iyi değeri verecek olan çözümlerin araştırıldığı kavram ve yöntemler bütünüdür. İncelenen problemdeki kısıt ve amaç fonksiyonlarının doğrusal olup olmamasına göre matematiksel programlama temelde; doğrusal programlama ve doğrusal olmayan programlama olarak iki alt branşa ayrılır. Konu gereği, bu çalışmada doğrusal programlama ile ilgilenilecektir.

Doğrusal Programlama (DP), belirli bir amacın gerçekleşme derecesini etkileyen bazı kısıtlayıcı koşulların bulunması ve bunların doğrusal eşitlik veya eşitsizlikler olarak verilmesi durumunda, bu amaca en iyi biçimde ulaşılması için sınırlı kaynakların en etkin şekilde kullanılmasını sağlayan matematiksel bir yöntemdir. Diğer bir tanımla DP, verilen optimallik ölçütüne bağlı kalarak kıt kaynakların optimal şekilde dağıtımını içeren deterministik matematiksel bir teknik ve bir karar verme aracıdır (Tulunay, 1991: 167).

Optimizasyon problemlerinde amaç fonksiyonu ve kısıtlar doğrusal olarak ifade edilebiliyorsa model *"doğrusal programlama"* adını alır. DP kullanılarak bağımsız değişkenlerin bir dizi fonksiyonu altında yine bağımsız değişkenlerin bir fonksiyonu olan bağımlı değişkenin optimal değeri araştırılır. Bir karar verilirken, karar vericinin seçebileceği alternatifler ve bu alternatiflerin hepsini ya da birkaçını aynı anda seçmesini önleyen birtakım faktörler varsa DP'den yararlanılabilir.

Bir DP modeli, amaç fonksiyonu ve kısıtlayıcı kümesi şeklinde 2 kısımda ele alınır. DP modelinde, kısıtlayıcılardan hareketle uygun çözüm alanı veya olası çözümler kümesi oluşturulur. Uygun çözüm alanı oluşturulurken temel olarak yapılan işlem, kısıtlayıcıların kesişim kümesinin belirlenmesidir. Belirlenen bu kesişim kümesinde yer alan olası seçenekler, amaç fonksiyonuna göre değerlendirilir. DP modelinde maksimizasyon ve minimizasyon şeklinde oluşturulan amaç fonksiyonları, kısıtlayıcı kümesine göre en uygun kılınır. Bu en uygulama sürecinde, amaç fonksiyonlarının olabildiğince iyi değerler alması istenir. Bu nedenle DP problemlerinde amaç fonksiyonları, olası seçenekleri en iyiden en kötüye doğru sıralayan bir fayda fonksiyonu olarak kabul edilebilir. Diğer bir ifadeyle, DP modelinde belirli bir seçenekler kümesinin sağlayacağı fayda olabildiğince arttırılmaya çalışılır. Bu bakış açısından DP modelinde amaç fonksiyonlarının sınırlandırılmamış olduğu ifade edilir (Özkan, 2002: 52).

3.1.1. Doğrusal Programlama İle İlgili Yapılan Çalışmalar

DP ile ilgili ilk çalışmalar, 1928 yılında J.V. Neumann tarafından oyunlar teorisinin temellerinin atılmasından sonra oyun problemlerinin DP ile ilişkilendirilmesiyle başlamıştır. Von Neumann ve Morgenstern, "Oyunlar Kuramı ve Ekonomik Davranış" adlı çalışmalarında, ekonomi ile oyunlar teorisi arasındaki ilişkiyi açıklamış ve ilgiyi bu yöne çekmiştir. W.W. Leontief ise 1936 yılında yayınlanan "A.B.D.'nin Ekonomik Sisteminde Girdi-Çıktı İlişkisinin Niteliği" adlı makalesinde girdi-çıktı analizi kavramını ortaya atmıştır. Girdi-çıktı kavramı, bir endüstri sisteminin doğrusal modeli ile ilgilidir (Öğütlü, 2002: 39).

1930'lu yılların sonu ve 1940'lı yıllarda, problemlerin DP ile formülasyonu ve çözümünü veren genel bir yöntem elde edilmesi konusunda pek çok çalışma yapılmıştır. 1939 yılında Sovyet matematikçisi ve ekonomisti L.V. Kantorovich, gerçek bir üretim planlaması ve organizasyonu problemini bir DP problemi olarak ele almıştır. 1941 yılında Hitchock ve 1947 yılında Koopmans, klasik ulaştırma problemini DP problemlerinin özel bir biçimi olarak incelemiştir. 1945 yılında bir ekonomist olan G. Stigler, en küçük maliyetli diyet problemini formüle etmiştir.

I. Dünya Savaşı sırasında İngiliz ve daha sonra Amerikalı araştırmacılar, askeri sorunların çözümünde DP'yi kullanmıştır. II. Dünya Savaşının sona ermesinden kısa bir süre sonra A.B.D. hava kuvvetlerinde görevli bir ekip, uygulanan matematiksel tekniklerin planlama ve bütçeleme konusundaki etkinliklerini denetlemiştir. Bu ekipte yer alan G. Dantzig, büyük organizasyonların aktivitelerinin bir DP problemi olarak ele alınabileceğini ve doğrusal bir amaç fonksiyonunun en küçüklenmesi ile optimal programlara ulaşılabileceğini açıklamıştır. 1947 yılı Temmuz ayında SCOOP (optimum programların bilimsel hesabı) projesi üzerinde çalışmaya başlayan aynı ekip, aynı yılın sonunda, genel bir DP probleminin matematiksel modelini oluşturmuş ve çözüm için Simplex yöntemi geliştirmiştir. DP ile ilgilenen matematikçi, ekonomist ve planlamacılar, diğer alanlardan hızla bu alana kaymış ve çalışmaya başlamıştır. 1949 yılında DP konusundaki ilk sempozyum yapılmış ve sunulan bildiriler daha sonra T.C. Koopmans tarafından "Üretim ve Dağıtımın Etkinlik Analizi" adlı kitabında toplanmıştır.

3.1.2. Doğrusal Programlama Problemlerinin Formülasyonu

Karar verici DP modeli haline getirdiği matematiksel problemin çözümüne göre kararını vermektedir. DP, birçok problemin çözümünde kullanılabildiği için Yöneylem Araştırması başlığı ile anılan planlama araçlarının en önemlisi haline gelmiştir.

Çok farklı alanlarda uygulanabilir olan doğrusal karar modeli, uygun işlemlerle istenen şekle dönüştürülebilmektedir. Modelin geliştirilmesiyle, karar probleminin seçenekleri kısıtlarla ifade edilmekle birlikte bunların içerisinden hangisinin amaç fonksiyonunu en büyük veya en küçük yaptığını söylemek zordur. Çoğunlukla, matematiksel olarak kısıtların her birini sağlayan sonsuz çözüm sözkonusu olup, hangisinin en iyi çözüm olduğunu bulabilmek için yeni kavram ve bilgilere ihtiyaç vardır (Tuş, 2006: 59-60)

DP problemleri ile ilgili bazı temel kavramlar aşağıdaki gibi tanımlanabilir:

Değişken: Problemde değişim gösteren faktörlerdir.

Karar (kontrol) değişkeni: Karar verici denetimi altında olan değişkenlerdir. DP kullanılarak amaç fonksiyonunu en iyileyen karar değişkeni değerleri saptanır.

Amaç fonksiyonu: Karar değişkenlerinin matematiksel fonksiyonudur ve sistemi tanımlamak için kullanılır. Karar vericinin isteklerini ifade etmek için kullanılır. Alacağı değer önceden belirlenemez.

Kısıt: Karar değişkenlerinin matematiksel fonksiyonudur ve sistemi tanımlamak için kullanılır. Karar vericinin elindeki olanakları ifade eden ve karar vericiyi belli koşullar altında karar vermeye yönelten matematiksel fonksiyonlardır. Bulunan çözümler mutlaka problemin kısıtlarını sağlamalıdır.

DP modelinin formülasyonunda izlenecek aşamalar şunlardır:

1. Amacın belirlenmesi,

2. Karar değişkenlerinin tanımlanması,

3. Amaç fonksiyonunun matematiksel olarak belirtilmesi,

4. Her bir sınırlayıcı koşulla ilgili olarak açıklayıcı bilgilerin belirtilmesi,

5. Birim cinsinden sınırlayıcı koşul olarak sağ taraf değerlerinin belirtilmesi,

6. Her bir sınırlayıcı koşula göre denklem katsayılarının belirtilmesi,

7. Sol tarafa her sınırlayıcı koşul için karar değişkenlerinin yazılması,

8. Her bir sınırlayıcı koşul için karar değişkenleri katsayılarının belirtilmesi.

Karar değişkenlerini tanımlarken; kararlara ilişkin alternatif faaliyetler, çalışma etkinliğinin ölçümü, kontrol edilebilen ve kontrol edilemeyen değişkenler göz önünde bulundurulmalıdır.

n tane değişken ve m tane eşitlik ya da eşitsizlik şeklinde kısıt içeren bir DP problemi, matematiksel olarak genellikle aşağıdaki gibi formüle edilir:

$$\max (\min) Z(x) = c_1x_1 + c_2x_2 + ... + c_nx_n \tag{3.1}$$

Kısıtlar:

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + ... + a_{1n}x_n \{ \leq,=,\geq \} b_1$$

$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + ... + a_{2n}x_n \{ \leq,=,\geq \} b_2$$

$$a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + ... + a_{mn}x_n \{ \leq,=,\geq \} b_m \tag{3.2}$$

$$x_j \geq 0 \tag{3.3}$$

şeklindedir.

Genel olarak DP problemi, sınırlayıcı koşullar adı verilen doğrusal denklemler veya eşitsizlikler grubu ile birlikte amaç denklemi adı verilen değişkenlerin doğrusal bir fonksiyonu optimize etmeyi gerektirir. Bir DP problemi 3 kısımdan oluşur: (3.1) ile verilen amaç fonksiyonu, (3.2) ile verilen kısıtlar ve (3.3) ile verilen işaret kısıtı.

Problem kısaca,

$$\max (\min) Z(x) = \sum_{j=1}^{n} c_j x_j$$

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \{\leq, =, \geq\} b_i, i = 1,...,m$$
$$x_j \geq 0, j = 1,...,n$$

biçiminde de formüle edilebilir. Burada,

x_j : karar vericinin denetimi altında olan ve bilinmeyeni gösteren karar değişkenlerini,

Z(x) : en iyilenecek amaç fonksiyonunu,

c_j : j. karar değişkeninin amaç fonksiyonundaki katkı katsayısını,

a_{ij} : j. karar değişkeninin i. kısıttaki katkı katsayısını(teknolojik katsayıları),

b_i : i. sınırlı kaynak miktarını yani i. kısıtın sağ yan değerini

göstermektedir (Hallaç, 1991: 363).

Tüm kısıtları sağlayan x_1, ..., x_n değişken kümesine *uygun alan* denir. Tanımlanan terminolojiye göre DP problemi, uygun alanda amaç fonksiyonunu en büyükleyen veya en küçükleyen çözüm noktasını bulmak olarak ifade edilebilir.

Bir DP problemi matris gösterimiyle;

$$\max (\min) Z = CX$$

$$AX \{ \leq, =, \geq \} B$$

$$X \geq 0$$

biçiminde formüle edilir. Burada,

C : (1 x n) boyutlu amaç fonksiyonu katsayıları vektörünü,

A : (m x n) boyutlu kısıt (teknolojik) katsayıları matrisini,

X : (n x 1) boyutlu karar değişkenleri vektörünü,

B : (m x 1) boyutlu sağ yan değerleri (ihtiyaçlar) vektörünü göstermektedir.

DP problemlerinde kısıtlar ve amaç fonksiyonları, x_j değişkenlerine göre doğrusaldır. Kısıtları sağlayan x_j değerine *çözüm* ve negatif olmama kısıtları ile birlikte diğer tüm kısıtları sağlayan çözüme *uygun çözüm* denir. Bulunan çözüm amaç fonksiyonunu en iyileyen uygun çözüm ise *optimal çözüm* adını alır. DP'de amaç, optimal çözüme ulaşmaktır.

DP problemlerinin çözümü için grafik yöntemi, simpleks yöntemi ve Karmarkar algoritması kullanılmaktadır. Bu yöntemler uygulandığında elde edilen DP probleminin çözümü sonucunda; optimal çözüm, seçenekli optimal çözüm, sınırsız çözüm, uygun olmayan çözüm elde edilebilir.

3.1.3. Doğrusal Programlamanın Temel Şartları

Karar problemlerinin çözümünde DP modelinin uygulanabilmesi için gerekli olan bazı temel şartlar şunlardır (Doğan, 1995: 5-7):

- Amaç fonksiyonu ve kısıtlayıcılar iyi bir şekilde tanımlanmalıdır.
- Elde seçilebilecek hareket biçimleri bulunmalıdır.
- Değişkenler kendi aralarında ilişkili olmalıdır.
- Kullanılacak kaynakların arzı sınırlı olmalıdır.
- Değişkenler arasında kurulan bağlantıların doğrusal olması gerekir.
- DP'nin uygulanacağı işletme problemi kısa dönemli olmalıdır.

3.2. BULANIK DOĞRUSAL PROGRAMLAMA

Deneysel araştırmalar, Doğrusal Programlama (DP)'nın gerçek-dünya problemlerinde çok sık uygulanan yöneylem araştırması tekniklerinden biri olduğunu gösterir. Buna rağmen DP, yüksek bilgi maliyetlerine neden olan çok iyi tanımlanmış kesin verilere gereksinim duyduğu için beklenenden daha az uygulama sayısına sahiptir. Gerçek yaşam uygulamalarında, kesin olarak verilmiş bilgilere güvenmek aldatıcı olabilir. Ayrıca, bir DP probleminin optimal çözümü sınırlı sayıda kısıta bağlıdır. Bu nedenle kısıtların oluşturulması için toplanan verilerin çoğunun çözüm üzerinde etkisi azdır. Belirsiz ve kesin olmayan verinin üstesinden gelebilmek, büyük ölçüde DP'nin yayılma ve uygulamasına katkıda bulunur. Bulanık veriyi modellemede olasılık dağılımlarının kullanımı, bu katkıyı sağlamada çok yararlı olmamıştır. 1965 yılında Lotfi A. Zadeh tarafından yapılan "bulanık kümeler" çalışmasından beri, stokastik kavramlara başvurmaksızın belirsiz veriyi modellemek için uygun ve güçlü bir yaklaşım ortaya çıkmıştır. İşte bu çalışmanın konusu da bulanık verinin DP sistemleriyle nasıl bütünleşeceğini gözden geçirmektir.

Gerçek yaşam karar verme problemlerinin çoğu, amaç ve kısıt fonksiyonlarının bazı katsayılarının tam olarak belirlenemediği, belirsiz olduğu bir ortamda yer alır. Verilen kesin bir karar modelinin kullanımı, gerçekçi olmayan çözümlere yol açabilir. Bu koşullarda bulanık mantık teorisi, bu belirsizlikle baş etmek için kavramsal ve teorik bir çatıya izin verir.

Matematiksel programlamada, gerçek bir problemin matematiksel bir modelin terimleriyle tanımlandığı (model kurma) ve elde edilen modeli kullanarak optimal bir çözümün bulunduğu (model çözümleme) problemler mevcuttur. Eğer herhangi bir model söz konusu probleme herhangi bir sınırlama olmaksızın yaklaşıyorsa modelin daha da karmaşıklaştığı, bir çözüm bulmanın zorlaştığı ve birbirleriyle çelişkili sonuçlar elde etmenin doğal olduğu söylenir. Ayrıca gerçek problemler, günlük dilde ifade edilen kısıt ve amaçlar içerir. Bunlar "A lira civarında kazanmak istiyoruz" ya da "yatırımları B lira civarında ya da daha az miktarda tutmak istiyoruz" gibi ifadelerdir. Bu tür belirsizliği bulanık küme terimleriyle ifade eden bulanık matematiksel programlama, basit ve çok kullanışlı bir yöntemdir.

Bulanık optimizasyon problemi, kısıtların ve amaçların aynı anda gerçeklenmesi olarak belirlenir. Bulanık optimizasyon, bulanık kümeleri kullanarak esnek, yaklaşık ya da belirsiz kısıtlar ve amaçlar ile optimizasyon problemlerini formüle eden teknikler topluluğudur. Genelde bulanık kümeler bulanık optimizasyonda kısıt ve amaç fonksiyonlarındaki belirsizliği sunmak ya da kısıtlar ve amaçlardaki esnekliği sunmak olarak iki farklı yolla kullanılır. İlk durumda, bulanık kümeler, α- kesimini kullanarak aralık matematiğin boyutu olan kurallara göre kullanılan aralıkların genelleştirilmiş formülasyonlarını sunar. İkinci durumda ise bulanık kümeler, formülasyonda verilen esneklikle, kısıtların gerçekleşme derecesi ya da amaçların istek seviyelerini sunar. Bu nedenle, kesin olan kısıtlar ve amaçlar optimizasyon amacını geliştirmek için işletilebilen bazı esnekliklere sahip varsayılır.

Klasik bir karar verme modelini belirleyen parametreleri tahmin etmek zor bir iştir. Bu, genellikle belirsiz bilgiye sahip ya da kendi görüşünü subjektif olarak ifade eden bir karar verici tarafından ya da geçmiş verilerden istatistiksel çıkarımlarla verilir ve bunların kararlılığı şüphelidir. Bunun için, DP'ye bulanık kümeler ve bulanık yaklaşımlarla kesin olmayan veri ya da belirsizliği yansıtan bir modeli yapılandırmak makuldür. Parametrelerin bulanıklığı, çözümü bulanık olan ve olabilirlik dağılımıyla belirlenen bir probleme artış verir. Çözümün olabilirlik dağılımı elde edildiğinde, karar verici karar vektörüyle daha kesin bilgi isterse durumu değiştirebilir ve yeni bir problem çözülebilir. Bu durumda, daha önce elde edilen bulanık çözüme bulanık amacın olabildiğince yaklaştığı bir karar vektörü bulunmaya çalışılır.

Bilgi maliyetlerini azaltmak ve aynı zamanda gerçekçi olmayan modellemeden kaçınmak için Bulanık Doğrusal Programlama (BDP)'nın kullanımı önerilebilir. BDP uygulaması problemlerin etkileşimli bir yoldan çözüleceğini ifade eder. İlk aşamada, bulanık sistem, herhangi bir pahalı ek bilgi kazanımı olmadan yalnızca karar vericinin sağlayabileceği bilgiyi kullanarak modellenir. Böylece, karar verici daha fazla bilginin elde edilmesi gerektiğini ve dikkatli bir şekilde ek avantajlar ve doğan maliyetleri karşılaştırarak kararı doğrulayabileceğini görebilir.

Kısaca BDP, bulanık mantık ve DP'nin bir birleşimidir. Yani BDP, DP yöntemi kullanılarak çözümlenebilen problemlere birçok karar sürecinde görülen belirsizlik dâhil edildiğinde kullanılan bir yöntemdir. Günümüzde, birçok karar sürecinin belirsiz bir yapıya sahip olduğu düşünülürse BDP'nin DP'den daha etkin ve kullanışlı bir yöntem olduğu sonucuna varılabilir.

3.2.1. Bulanık Doğrusal Programlama ile İlgili Yapılan Çalışmalar

Karar verme problemlerinde bulanık küme teorisinin kullanımına ilişkin ilk çalışmanın R.E. Bellman ve L.A. Zadeh'in 1970 yılında yayınlanan "Bulanık Bir Çevrede Karar Verme"(Decision-Making in a Fuzzy Enviroment) adlı makaleleri olduğu söylenebilir (Delgado vd, 1989: 22). Bu makalenin yayınlanmasından sonra bulanık ortamda karar verme DP yaklaşımıyla ele alınan problemlere de uygulanmaya başlanmıştır (Zimmermann, 1991: 248).

BDP ile ilgili ilk çalışmayı Zimmermann (1974) yapmıştır. Zimmermann, ilk olarak klasik DP problemlerine bulanık küme teorisini sunmuştur. Bu çalışmada, bulanık amaç ve bulanık kısıtlarla DP problemi düşünülmüştür (Wang, Liang , 2004: 17). Daha sonra Tanaka, Okuda ve Asai (1974) bulanık kısıtlarla BDP'nin bir formülasyonunu önermiş ve bulanık sayılar arasında eşitsizlik ilişkilerine dayanan çözümü için bir yöntem sunmuştur (Delgado vd, 1989: 21). C.V. Negoita ve M. Sularia (1976), bulanık kısıtlı DP problemlerini formüle etmiş ve bulanık amaç fonksiyonunun maksimize edildiği bir karar probleminin klasik bir matematiksel programlama problemine indirgenebileceğini göstermiştir (Tuncel, 1997: 42). Zimmermann (1977), BDP'de ikililik (dualite) ile ilgili çalışmalar yapmıştır (Wu, 2003: 61). Orlovski (1978), Yager (1979), Freeling (1980), D. Dubois ve H. Prade (1980) ve daha pek çok bilim adamı bu konuda çeşitli çalışmalar yapmıştır (Tuncel, 1997: 42). Bulanık katsayılarla BDP problemi Negotia (1981) tarafından formüle edilmiş ve robust programlama olarak adlandırılmıştır. Parçalı üyelik fonksiyonlu BDP problemleri, Hannan (1981) ve Nakamura (1984) tarafından incelenmiştir (Inuiguchi vd, 1990: 15). Bu çalışmalarda, amaçların üçgensel üyelik fonksiyonlarıyla temsil edildiği çok amaçlı bir BDP modeli klasik DP modeline dönüştürülerek çözülmüştür (Öğütlü, 2002: 46). Chanas (1983), BDP'de parametrik programlamayı kullanmıştır. Tanaka ve Asai (1984), teknoloji matrisi ve amaç fonksiyonu katsayılarını, kısıtların sağ taraf sabitlerini bulanık sayılar olarak alıp, bunları bulanık fonksiyonlar olarak düşünmüştür. Yine Tanaka ve Asai (1984), amaç fonksiyonuna bir tatmin düzeyi vererek onu da bir kısıt gibi düşünen bir yöntem önermiştir (Paksoy, 2002: 1-16). H. Tanaka, H. Ichihashi ve K. Asai (1985), bulanık parametreler ve/ya da bulanık değişkenlerle doğrusal kısıtları araştırmıştır.

Bulanık amaç problemine optimal bir çözümün eksikliğinden dolayı, Slowinski (1986), karar vericinin tatmin derecesini ifade etmek için tatmin edici bir çözüm hesaplamayı tavsiye etmiştir (Wang, Fang, 2001: 528). Carlsson ve Korhonen (1986), DP'deki tüm katsayıları bulanık olarak ele alan ve parametrik bir çözüm sunan bir yaklaşım önermiştir. Yazenin (1987), bulanık ve stokastik programlamayı karşılaştırmıştır. Werners (1987), etkileşimli bir model üzerinde çalışmıştır. Delgado ve Verdegay (1989), hem bulanık sayı hem de bulanık kısıtlar kümesini içeren genel bir BDP modeli sunmuş ve bu modeli çözmek için bir yaklaşım vermiştir. Bu yaklaşım, bulanık sayılar arasındaki ilişkiyi karşılaştırmaya dayanır (Delgado vd, 1989: 28). Luhandjura (1989), bulanık parametrelerle matematiksel programlama problemleri üzerinde çalışmıştır. H. Rommelfanger, R. Hanuscheck, J. Wolf (1989), amaç fonksiyonunda bulanık parametrelerle DP problemlerini çözmek için yeni bir yöntem sunmuştur.

Zimmermann (1991), "Bulanık Küme Teorisi ve Uygulamaları" isimli kitabında temel kavramlardan, bulanık ortamda karar verme problemlerinden ve BDP modellerinden bahsetmiştir. Tanaka (1991), parametrik bir DP problemi olarak BDP problemini formüle etmiştir (Zhang vd, 2003: 384). Lai ve Hwang (1992), "Bulanık Matematiksel Programlama" isimli kitaplarında bulanık kümeler, bulanık sayılar, bulanık matematiksel programlama ve BDP modellerini incelemiştir (Yapıcı, 2000: 3). Shaocheng (1994), aralık sayılar ve bulanık sayılarla BDP üzerinde çalışmış ve bulanık kısıtlı DP problemlerini öncelikle amaç fonksiyonu için bir üst sınır belirleyerek bulanıklıktan kurtarmış, sonra da elde ettiği problemi Sakawa ve Yana tarafından önerilen bulanık karar kümesi yöntemi ile çözmüştür (Yenilmez, 2001: 65). Julien (1994), olabilirlikçi DP yönteminin, DP probleminde duyarlılık analizine alternatif bir yöntem olduğunu belirtmiş ve bulanık sayı parametreleri ile olabilirlikçi DP problemlerinin çözümünü geliştirmiştir. Julien, BDP problemini farklı α- kesim seviyelerinde en iyi ve en kötü DP problemine dönüştürmüştür. Inuiguchi ve Sakawa (1994), olabilirlikçi DP problemi için en iyi çözümü test eden bir yöntem sunmuştur. Bu yöntemde olabilirlik ve gereklilik ölçümlerini kullanarak olabilirlikçi DP için olabilir ve gerekli optimallikleri tanımlamış ve olabilirlikçi amaç fonksiyonu ile DP problemini açıklamıştır (Çelik, 2000: 4). Li Xiaozhong (1997), bulanık kısıtlarla olabilirlikçi DP problemlerini tartışmıştır. Fakat bu modellerde değişkenlerin kesin olduğu varsayılır. Ancak, BDP'nin optimal çözümünün yaklaşık olarak ne olduğu ve daha iyi çözümün ne olduğu gibi sorularla sıkça karşılaşılır. BDP değişkenleri bulanık olanlardır ve uygun

BDP problemleri, bulanık değişkenlerle olanlardır (Xiaozhong:137). Amaç fonksiyonu ve kısıtları bulanık olan DP problemleri ve bu tip problemlerin çözümü için yapılan çalışmalardan birinde Wang (1997), pratik üretim planlama problemlerine uygun matematiksel model için tek bir optimal çözüm bulmak yerine, kabul edilebilir üyelik derecesiyle farklı çözümler grubunu, ağırlıklı gradient (eğim) yönünde değişim gösteren bir genetik algoritmayla bulmuştur. Bu çözümler, bulanık optimal çözümün dışbükey kesim kümesini yapılandırır. Ayrıca, insan-bilgisayar etkileşimi ile karar verici tarafından önerilen çözüm, başarılan çözümlerin uygun dışbükey birleşimleri olarak elde edilebilir. (Wang, 1997: 61) Inuiguchi ve Sakawa (1998), bir bulanık amaç fonksiyonu ile DP problemlerini yerleştirmede optimalliğin esnekliği ve güçlülüğünü (robust) tartışmıştır. Optimal değerden sapma üzerinde tanımlanan bulanık bir amaç, esnek-optimal çözümü belirlemek için sunulur. Bulanık katsayılar, olabilirlik dağılımları olarak düşünülür. Olabilirlik dağılımına dayanan gereklilik ölçüsü, robust-optimal çözüm gibi mutlaka optimal bir çözüm belirlemek için kullanılır. Çoğu durumda mutlaka optimal çözüm olmadığı için, esnek-optimal çözüm belirlenir ve en iyi esnek-optimal çözüm için bir çözüm algoritması önerilir (Inuiguchi, Sakawa, 1998: 21). BDP problemlerinin çözümü ile ilgili olarak Guu ve Wu (1999) tarafından önerilen iki aşamalı yaklaşım, karar verici max-min işlemcisini geliştirebilecek etkin bir çözüm araştırıyorsa, karar vericinin bu isteğini gelişmeye müsait bir ortam varsa otomatik olarak yerine getirir. Böylece iki aşamalı yaklaşım yöntemi, yalnız amaç fonksiyonunun en yüksek üyelik derecesini araştırmakla kalmaz, bunun yanında her bir kısıt kaynağından en iyi şekilde yararlanmayı da sağlar. ve-işlemcisi, uygun bir parametre seçilmedikçe böyle bir garanti sağlayamaz. Tüm katsayıları ve değişkenleri bulanık (sayı) olan BDP problemleri ile ilgili yapılan bir diğer çalışmada Buckley ve Feuring (2000), problemi öncelikle çok amaçlı BDP problemine dönüştürüp, daha sonra bu çok amaçlı BDP probleminin baskın olmayan çözümlerinin kümesi üzerinde inceleme yapmak için bulanık esnek programlamadan yararlanmıştır (Buckley, Feuring, 2000: 53). Amaç fonksiyonu bulanık olan BDP problemlerinin çözümü ile ilgili çalışmalardan biri de Chanas ve Zielinski (2000) tarafından yapılmıştır. Jamison ve Lodwick (2001) tarafından yapılan çalışmada, problemde her bir sabit, bulanık bir sayı ile değiştirilip, amaç ve kısıtlar, olası kısıt bozulmaları için amacı cezalandırarak kısıtlanmamış bulanık bir fonksiyon olarak yeniden biçimlendirilir. Bu bulanık fonksiyonun aralığı, bulanık sayılar uzayında yer alır. Bu bulanık fonksiyonun şeklinin beklenen orta noktasını optimize ederek amaç yeniden belirlenir ve bu amacın bir içbükey fonksiyon belirtip ayrıntılı olarak maksimize edilebileceği gösterilir (Lodwick, 2001: 97-110). Xinwang Liu (2001), bulanık sayılar için yeni bir sıralama yöntemi önermiştir. Bulanık amaç dağılım fonksiyonu ve kısıtların gerçekleşme derecesi arasında bağlantı kurularak yöntem, bulanık olasılık programlama tekniği ile BDP problemlerine uygulanır. Kısıtların gerçekleşme derecesi ile karar verici kendi iyimser ve kötümser tavrına göre kesin optimal çözüm elde edebilir. Jershan Chiang (2001), BDP'yi formüle etmek için diğer çalışmalardan farklı olarak istatistiksel veri ile istatistiksel güven aralığı kavramını kullanmıştır (Chiang, 2001: 65). BDP ile ilgili yapılan tüm bu çalışmalar, Tablo 3.1'de gösterilmektedir.

Tablo 3.1. BDP ile ilgili yapılan çalışmalar

Çalışmayı yapan	*Çalışmanın yapıldığı yıl*	*Yapılan çalışma*
Bellman ve Zadeh	1970	"Bulanık Ortamda Karar Verme"
Zimmermann	1974	Bulanık amaç ve bulanık kısıtlarla BDP (BDP ile ilgili ilk çalışma)
Tanaka, Okuda ve Asai	1974	Bulanık kısıtlarla BDP
Negoita ve Sularia	1976	
Zimmermann	1977	BDP'de dualite
Negoita	1981	Bulanık katsayılarla BDP – robust programlama
Hannan	1981	Parçalı üyelik fonksiyonlu BDP
Nakamura	1984	
Chanas	1983	BDP'de parametrik programlama
Tanaka ve Asai	1984	Bulanık amaç ve teknoloji katsayılı, bulanık kısıtlı BDP
Tanaka, Ichihashi ve Asai	1985	BDP'de bulanık parametreler/bulanık değişkenlerle bulanık kısıtlar
Slowinski	1986	BDP için optimal çözüm yerine tatmin edici bir çözüm
Carlsson ve Korhonen	1986	Bulanık parametreli BDP modeli
Yazenin	1987	Bulanık ve stokastik programlama:

Devamı arkada

		karşılaştırma
Werners	1987	Etkileşimli BDP modeli
Delgado ve Verdegay	1989	Hem bulanık sayı hem bulanık kısıtlar kümesini içeren genel bir BDP modeli
Luhandjura	1989	Bulanık parametrelerle BDP
Rommelfanger, Hanuscheck ve Wolf	1989	Bulanık amaç katsayılı BDP
Zimmermann	1991	"Bulanık Küme Teorisi ve Uygulamaları"
Tanaka	1991	Parametrik BDP
Lai ve Hwang	1992	"Bulanık Matematiksel Programlama"
Shaocheng	1994	Aralık sayılar ve bulanık sayılarla BDP
Julien	1994	Olabilirlik DP problemi
Inuiguchi ve Sakawa	1994	Olabilirlik DP problemi için en iyi çözümü test eden bir yöntem
Xiazhong	1997	Bulanık kısıtlarla olabilirlik DP problemi
Wang	1997	Amaç fonksiyonu ve kısıtları bulanık DP problemleri için bir yaklaşım
Inuiguchi ve Sakawa	1998	Bulanık amaç fonksiyonu ile DP probleminde optimallığın esnekliği ve robustlığı
Guu ve Wu	1999	BDP problemlerinin çözümü için iki aşamalı yaklaşım
Buckley ve Feuring	2000	Bulanık problemler için evrimsel algoritma çözümü
Chanas ve Zielinski	2000	Amaç fonksiyonu bulanık BDP problemleri için bir çözüm
Jamison ve Lodwick	2001	Ceza yöntemi ile BDP
Liu	2001	Yeni bir sıralama yöntemi ile BDP
Chang	2001	BDP için istatistiksel veri ve istatistiksel güven aralığı

3.2.2. Bulanık Doğrusal Programlama Problemlerinin Formülasyonu

Günlük hayatta karşılaşılan pek çok karar verme problemi bir DP problemi olarak formüle edilebilir. Ancak, çoğu durumda DP problemlerinde kısıtların veya amaç fonksiyonlarının kesin olarak belirlenmesi mümkün olmamaktadır. Böyle durumlarda BDP yöntemlerine başvurulur (Zhang vd, 2003: 383-399).

Yönetim kararlarında, amaçların çoğu dilsel terimlerle yaklaşık olarak ifade edilebilir. Fakat kesin matematiksel formül, bunun için uygun değildir. Bulanık matematiksel programlama yöntemlerinin özel bir türü olan BDP, bulanık küme teorisinin bir uygulamasıdır ve DP'nin bulanık ortamda karar vermek için geliştirilen bir uzantısıdır. BDP yöntemi, hem amaç fonksiyonları hem de kısıtlarda subjektif ihtiyaçların mevcut olduğu mühendislik problemlerine DP'yi uygulamak için büyük bir esneklik getirmiştir.

DP problemlerinin girdileri; kar katsayıları (C), teknik katsayılar (A) ve kaynak sınırları(B) çeşitli nedenlerle, örneğin bilgi eksikliği, bilgiye ulaşamama veya durgun olmayan ekonomik ortamlar nedeniyle bulanık olabilir. Bir ürünün satış fiyatının, dolayısıyla da bu üründen elde edilecek birim karın (c_j), rekabet, maliyet v.b. faktörlerle kesin olarak ifade edilmesi gerçekçi bulunmayabilir. Diğer taraftan, belirli bir ürüne olan talep miktarı (b_i) çoğu durumda tam olarak bilinmez. Ayrıca istihdam edilen işgücünden fazla mesai yapması istenebileceği gibi, işgücünün de greve gitmesi söz konusu olabilir. Benzer olarak, istihdam edilen vasıfsız işgücünün belirli bir işte uzmanlaşması veya işgücündeki tutarsızlıklar (işin yavaşlatılması) nedeniyle işgücü kısıtlayıcısına ilişkin teknoloji katsayıları (a_{ij}) bulanıklık içerebilir. Dolayısıyla a_{ij}, b_i ve c_j katsayıları bulanık sayılarla veya bulanıklığı niteleyen tolerans aralıkları ile ifade edilir. Aynı şekilde matris elemanları içinde üretimde olduğu gibi insan ve diğer sonuçları çeşitli nedenlerle etkileyen faktörlerin olması nedeniyle her bir katsayı için "civarında", "aralığında", "kadar" gibi bulanık terimler sözkonusudur. Bir DP modeli parametrelerin, amaç ve kısıtların bulanık olup olmamasına göre farklı modellenir. Bu nedenle BDP modelinin genel bir gösterimi yoktur (Yapıcı, 2000: 1).

3.2.3. Bulanık Doğrusal Programlamanın Uygulama Alanları

BDP, 1978 yılında Zimmermann tarafından ortaya atıldıktan sonra, problemlerin modellenmesi ve çözümünde yaygın olarak kullanılmaya başlanmıştır. BDP, DP'nin kullanıldığı bütün alanlarda kullanılabilmektedir. Gerçek problemlerin parametre değerlerinin çoğunlukla önceden bilinmemesi nedeniyle BDP, DP'nin önüne geçmeye başlamış ve bilgisayar teknolojisindeki hızlı gelişmeler sonucunda büyük ölçekli gerçek yaşam problemlerinde de kullanılmaya başlanmıştır. Aşağıdaki liste, BDP'nin uygulamalarının çok sayıda ve çeşitte olduğunu gösterir (Rommelfanger, 1996: 523-524).

Tarımsal ekonomiler:

- su arz planı (Slowinski, 1986, 1987);
- bölgesel kaynak dağılımı (Mjelde, 1986; Leung, 1988);
- tarımda su kullanımı analizi (Owsinski, Zadrozny ve Kacprzyk, 1987);
- beslenme karması (Lai ve Hwang, 1992);
- tarım yapısı optimizasyon problemi (Czyzak, 1990).

Atama problemleri:

- şebeke yerleşim problemleri (Darzentas, 1987).

Bankacılık ve finans:

- proje yatırımı (Hanuscheck, 1986; Wolf, 1988; Lai ve Hwang, 1992);
- kar paylaştırma (Ostermark, 1988);
- sermaye varlık fiyatlama modeli (Ostermark, 1989);
- banka hedging kararı (Lai ve Hwang, 1992).

Çevre yönetimi:

- hava kirliliğini düzenleme problemi (Sommer ve Polatschek, 1978);
- enerji emisyon modelleri (Oder ve Rentz, 1993).

Üretim:

- optimal sistem dizaynı (Zeleny, 1986);
- üretim programlama (Carlsson ve Korhonen, 1986);

- bütünleşik üretim planlama problemi (Verdegay, 1987);
- manyetik bant üretimi (Wagenknecht ve Hartmann, 1987);
- petrol üretiminin optimal dağılımı (Ramik ve Rimanek, 1987);
- ham yağ üretimi (Wagenknecht ve Hartmann, 1987);
- ürün-karması seçme problemi (Verdegay, 1987);
- makine optimizasyon problemleri (Trappey, Liu ve Chang, 1988).

Personel yönetimi:

- personel talebi ve uygun personel yapısı koordinasyonu (Spengler, 1992).

Ulaştırma:

- kamyon filosu (Zimmermann, 1976),
- ulaştırma problemi (Verdegay, 1984).

Son zamanlarda ise Deporter ve Ellis (1990), proje tamamlama zamanlarının minimizasyonunda; Östermark (1996), portföy yönetiminde; Miller vd. (1997), taze domateslerin paketlenmesinde üretim planlamada; Pendharkar (1997), kömür madenlerinde üretim planlamada; Shih (1999), çimento taşıma planlamasında; Vlaisavljevic ve Djukanovic (1999), güç sistemlerinin çizelgelenmesinde; Gupta vd. (2000), tarımsal alanların planlamasında; Venkatesh vd. (2001), reaktif güç ünitelerinin denetiminde BDP kullanmıştır (Paksoy, 2002: 1-16).

3.2.4. Bulanık Doğrusal Programlama ile Doğrusal Programlama Yönteminin Karşılaştırılması

Varsayımları açısından: Bir problemin bu iki yöntemden herhangi biri kullanılarak çözülebilmesi için oransallık, toplanabilirlik ve bölünebilirlik varsayımlarının sağlanması gerekir. Ancak problemin DP ile çözülebilmesi için kesinlik varsayımının sağlanması gerekirken, BDP ile çözülebilmesi için kesin olmama varsayımının sağlanması gerekir. Gerçek hayatta karşılaşılan problemlerin çoğunlukla kesin olmama varsayımını sağladığı düşünülürse BDP'nin DP'ye üstün olduğu söylenebilir. Yine bir problemin söz konusu iki yöntemden biri kullanılarak çözülebilmesi için karar değişkenleri arasında alternatif seçim olanağı olmalı ve kaynaklar kısıtlı olmalıdır.

Formülasyonları açısından: Formülasyonda yer alan değişken, karar değişkeni, amaç fonksiyonu ve kısıt gibi temel kavramların tanımı her iki yöntem için de aynıdır. DP ile BDP problemlerinin formülasyonları arasındaki farklılık $\leq$ yerine $\underset{\sim}{\leq}$ (dilsel yorumu "yaklaşık olarak daha küçük ya da eşit"), = yerine $\underset{\sim}{=}$ (dilsel yorumu "yaklaşık eşit"), $\geq$ yerine $\underset{\sim}{\geq}$ (dilsel yorumu "yaklaşık olarak daha büyük ya da eşit") ve örneğin c_1 yerine $\tilde{c}_1$ gösteriminin kullanılmasından kaynaklanmaktadır. "~" simgesi bulanıklaştırıcı olarak adlandırılmakta ve incelenmekte olan problemdeki bulanık öğeleri göstermek için kullanılmaktadır. Bu gibi gösterimler içeren eşitlik ya da eşitsizlik şeklindeki kısıtlar bulanık eşitlik ya da bulanık eşitsizlik olarak adlandırılır. $\tilde{c}_1$ gibi gösterimler ise bulanık sayı olarak adlandırılır.

Amaçları açısından: DP'de amaç, problemin optimal uygun çözümüne ulaşmaktır. BDP'de ise amaç, en yüksek üyelik derecesine sahip bulanık karar olarak tanımlanan optimal karara ulaşmaktır. Amaç fonksiyonunu en iyilemektense amaç fonksiyonunu belirli bir tatmin derecesi ile ele alan bir yaklaşımı benimsemenin gerçek problemleri incelemek için daha uygun bir yaklaşım olduğu söylenmektedir.

Yapıları açısından: DP'de amaç fonksiyonu, problemin formülasyon ve çözüm aşamasında gereklidir. Oysa BDP'de herhangi bir amaç fonksiyonunun olması gerekli değildir. Problemin formülasyonu aşamasında herhangi bir amaç fonksiyonu mevcut olsa bile, çözüm aşamasında bu fonksiyon kısıta dönüştürülür.

Son olarak, herhangi bir kısıttaki ihlalin mümkün olmayan çözüme sebebiyet verdiği DP'den farklı olarak BDP'de küçük ihlaller kabul edilebilir. Tüm bu farklılıklardan anlaşılacağı üzere BDP, DP'nin daha genişletilmiş bir halidir. BDP'de, DP'nin aksine tek tip bir model yoktur ve modellenecek sistemin özelliklerine ve kabullerine bağlı olarak pek çok varyasyon mümkündür. Bu çeşitliliği karşılayabilmek için BDP çok sayıda yöntem önerir (Zimmermann, 1991: 249). Bu çalışmada bu yöntemlerden bir kısmı incelenmiştir.

3.2.5. Bulanık Ortamda Karar Verme

Bulanık küme teorisinin uygulamasının önemli bir alanı karar verme ve karar desteğidir.(Werners,1987: 131) BDP, amaç fonksiyonlarının en büyüklemesinin veya en küçüklemesinin ötesinde karar vericiyi çözümsüzlükten kurtaracak, karar verici için kabul edilebilir sınırlarda esneklik tanır. Gerçek dünyaya ilişkin belirsizliğin modelde yer alması ve çözümlenmesi bulanık küme terimlerinin kullanıldığı BDP ile mümkündür. Modelde yer alan belirsizlikler amaç fonksiyonları, kısıtlar ya da her ikisi için de söz konusu olabilir. Bu belirsizliği içeren karar verme olgusu “bulanık ortamda karar verme” biçiminde ifade edilebilir.

Klasik bir karar verme problemi 6 bileşenden oluşur. Bu bileşenler sırasıyla karar verici, amaç, karar ölçütleri, seçenekler, olaylar ve sonuç olarak ifade edilebilir. Burada amaç bileşeni, bir maksimizasyon veya minimizasyon ölçütü olarak yorumlanabilir. Fayda, kar, gelir ve maliyet fonksiyonları ise karar ölçütlerini oluşturur. Evrensel bir küme, seçenekler kümesi olarak kabul edilebilir. Evrensel kümenin hangi elemanlarının karar probleminin çözümü olarak kabul edilip edilmeyeceğini belirleyen kısıtlayıcı koşulları ise olayları belirler. Bu bakış açısından, mevcut durumu veya kısıtlayıcı koşullarını dikkate alarak, karar vericinin belirlediği amaç veya amaç doğrultusunda ilerleme çabası, karar problemlerinin özünü oluşturur.

Bulanık bir ortamda karar verme problemi de yukarıda ele alınan 6 bileşenle açıklanabilir. Burada söz konusu bileşenlerden karar verici ve seçenekler kümesinde herhangi bir bulanıklık olmadığı kabul edilmiştir. Amaç ve karar ölçütü bileşenleri ise aşağıda açıklanan anlamda bulanıklık içerebilir. Karar verici, amaç fonksiyonu için ulaşmak istediği erişim düzeyini bulanık olarak belirleyebilir. Ayrıca, karar ölçütünü gösteren kar veya maliyet fonksiyonuna ilişkin parametre değerleri bulanık olabilir. Bu çalışmada, söz konusu bu iki bileşen bulanık amaç olarak ele alınacaktır. Diğer taraftan, olayları niteleyen kısıtlayıcıların parametre değerleri ve/veya sağ taraf sabitleri bulanık olabilir. Ayrıca kısıtlayıcıları ifade etmede kullanılan $\leq,=,\geq$ ilişkilerinde bazı toleranslara yer verilebilir. Söz konusu bu bileşen, bu çalışmada bulanık kısıtlayıcı olarak ele alınacaktır (Özkan, 2002-2003: 266-267).

3.2.5.1. Bulanık karar ve optimal karar

Klasik karar teorisinde bir karar, karar seçeneklerinin (karar uzayı) bir kümesi; doğal durumların (durum uzayı) bir kümesi; bir karar ve bir sonuç durum çiftinin her biriyle tayin edilen bir bağıntı ve son olarak, onların arzu edilirliğine göre sonuçları düzenleyen fayda fonksiyonu ile tanımlanabilir. Kesinlik altında karar vermede, karar verici beklenen durumları bilir ve doğanın verilen hakim durumunda en yüksek fayda ile karar seçeneğini seçer. Risk altında karar vermede ise durumun ne olacağını bilemez, sadece durumların bir olasılık fonksiyonunu bilir. O zaman, karar verme daha zor olur.

Bulanık karar kavramını ilk olarak 1970'de Bellman ve Zadeh ortaya atmıştır. Yazarlar klasik karar teorisinde olduğu gibi bir bulanık ortamda amaç(ları) ve kısıtları aynı anda sağlayan bir karar elde etmeye çalışmış, kararın üyelik fonksiyonunun oluşturulmasında "mantıksal ve" kavramından faydalanmıştır.

Amaç fonksiyonları veya kısıtlar için kesin değerler yerine, sınırları kesin olarak belirlenmemiş seçeneklerin söz konusu olduğu "civarında", "etrafında" terimleri kullanılabilir. Bu ifadelerin yer aldığı bulanık amaçlar ve kısıtlar, bulanık kümeler kullanılarak, seçenekler arasından kesin olarak tanımlanabilir. Bu durum göz önüne alındığında bulanık bir karar, bulanık amaçların ve bulanık kısıtların kesişimi sonucunda elde edilen bulanık alternatifler kümesidir. Dolayısıyla bulanık bir karar, amaçlar ve bazı kısıtlar bulanıksa elde edilebilir. Bulanık ortamda kısıtlar ve amaç fonksiyonları arasındaki ilişki tamamen simetriktir, yani ilişki arasında bir fark yoktur (Zimmermann, 1991: 241-243).

Bulanık amaç, evrensel küme E'nin bir alt kümesi olan $\tilde{G}$ bulanık kümesi ile ifade edilir. Bulanık amaç kümesinin üyelik fonksiyonu $\mu_{\tilde{G}}(x)$ ile gösterilir. $\mu_{\tilde{G}}(x)$ üyelik fonksiyonu, $\mu_{\tilde{G}}(x) \in [0,1]$ koşulu ile belirli bir x vektörünün bulanık amaca olan üyelik derecesini gösterir. $\mu_{\tilde{G}}(x)$ üyelik fonksiyonu, 1 üyelik derecesini aldığında ilgili amaca tamamen ulaşıldığı; 0 üyelik derecesini aldığında ilgili amaca tamamen ulaşılmadığı ve 0 ile 1 arasında bir üyelik derecesi aldığında ilgili amaca kısmen ulaşıldığı düşünülür. Bir bulanık amaç için üyelik fonksiyonu, kullanıcının tercihini belirleyen ve karar ya da amaç uzayında çözümleri sıralamayı belirten bir fonksiyon olarak yorumlanabilir.

Bulanık kısıtlayıcı, evrensel küme E'de yer alan bulanık bir küme $\tilde{C}$ olarak ifade edilir. Bulanık kısıtlayıcı kümesinin üyelik fonksiyonu $\mu_{\tilde{C}}(x)$ ile gösterilir. $\mu_{\tilde{C}}(x)$ üyelik fonksiyonu, $\mu_{\tilde{C}}(x) \in [0,1]$ koşulu ile belirli bir x vektörünün bulanık kısıtlayıcıya olan üyelik derecesini gösterir. $\mu_{\tilde{C}}(x)$ üyelik fonksiyonu 1 üyelik derecesini aldığında ilgili kısıtlayıcının tamamen doyurulduğu; 0 üyelik derecesini aldığında ilgili kısıtlayıcının tamamen doyurulmadığı ve 0 ile 1 arasında bir üyelik derecesi aldığında ilgili kısıtlayıcının kısmen doyurulduğu açıktır.

Bulanık amaçlar ve/veya bulanık kısıtlayıcılarla verilen bir kararın (sonuç bileşeninin) bulanık olması kaçınılmazdır. Bellman ve Zadeh'e göre bulanık bir karar, verilen amaçlar ve kısıtlayıcıların uzlaştırılmasıyla belirlenen bulanık bir küme olarak tanımlanır. Bu çalışmada bulanık kararın($\tilde{D}$) üyelik fonksiyonları $\mu_{\tilde{D}}(x)$ şeklinde ifade edilecektir. Bulanık karar kümesi, bulanık kısıtlayıcı doyumunun ve bulanık amaç başarımının eşanlı olarak karşılanma derecesini gösterir. Diğer bir deyişle, bulanık karar kümesi için temel kural, "$\tilde{G}$ amacına ulaşmak ve $\tilde{C}$ kısıtlayıcısını doyurmak" şeklindedir. Bu durumda bulanık bir karar belirlenen amaç ve kısıtlayıcıların bir kesişim kümesi olarak ele alınmalıdır. Burada, bulanık amaç ve bulanık kısıtlayıcıları eşanlı olarak ele almak için kullanılan ve bağlacının tek bir tanımı olmamasına rağmen, genel olarak bu bağlaç bir minimizasyon işlemcisi olarak kabul edilir. Bu durumda bulanık karar kümesi aşağıda verildiği gibi tanımlanır:

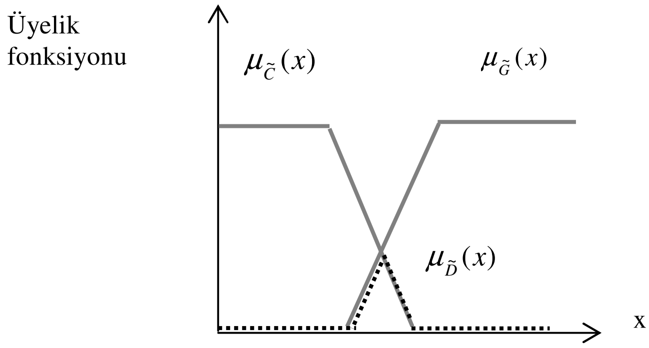
$\tilde{G}$ bulanık amacı ve $\tilde{C}$ bulanık kısıtı X alternatifler uzayında verilmiş olsun. G ve C, $\tilde{G}$ ve $\tilde{C}$'nin kesişimi sonucu elde edilen bir bulanık küme olan $\tilde{D}$ kararını oluşturmak üzere bir araya gelsin. Bu durum sembolik olarak;

$$\tilde{D} = \tilde{G} \cap \tilde{C}$$

ve

$$\mu_{\tilde{D}}(x) = \mu_{\tilde{G}\cap\tilde{C}} = \mu_{\tilde{G}}(x) \wedge \mu_{\tilde{C}}(x) = \min\,[\,\mu_{\tilde{C}}(x)\,, \mu_{\tilde{G}}(x)\,] \quad \forall x \in E$$

şeklinde ifade edilir. $\tilde{G}$, $\tilde{C}$ ve $\tilde{D}$ arasındaki ilişki Şekil 3.1'de gösterilmektedir:



Şekil 3.1. Bulanık karar

Bu tanım n adet amaç ve m adet kısıtlayıcı için aşağıdaki gibi ifade edilebilir:

$$\tilde{D} = \tilde{G}_1 \cap \tilde{G}_2 \cap ... \cap \tilde{G}_n \cap \tilde{C}_1 \cap \tilde{C}_2 \cap ... \cap \tilde{C}_m$$

veya

$$\mu_{\tilde{D}}(x) = \min\ [\mu_{\tilde{G}_I}(x), \mu_{\tilde{C}_J}(x)] \quad \forall x \in E; i = 1,2,...n; j = 1,2,...,m$$

Bulanık karar kümesi $\mu_{\tilde{D}}(x)$'in bulanıklıktan arındırılması veya diğer bir ifadeyle, $\mu_{\tilde{D}}(x)$ kümesinden klasik bir kararın verilmesi gerekebilir. Böyle bir durum, bulanık karar kümesinin en yüksek üyelik dereceli elemanının belirlenmesi anlamına gelir. Bu ise, matematiksel olarak aşağıdaki gibi ifade edilir:

$$\mu_{\tilde{D}}(x^*) = \max_{x \in E} \mu_{\tilde{D}}(x)$$

veya

$$\mu_{\tilde{D}}(x^*) = \max_{x \in E}\{\min[\mu_{\tilde{G}}(x), \mu_{\tilde{C}}(x)]\}$$

Burada, x^* en iyileme yönündeki bir kararı ifade eder. Bulanık amaç ve/veya kısıtlayıcıların kesişim kümesinde en yüksek üyelik dereceli tek bir eleman olması için bulanık karar kümesinin aşağıda verilen dış bükeylik tanımını karşılaması gerekir (Terano vd, 1991: 127):

$$\mu_{\tilde{D}}[\lambda x_1 + (1-\lambda)x_2] \geq \min[\mu_{\tilde{D}}(x_1), \mu_{\tilde{D}}(x_2)]; \forall \lambda \in [0,1]$$

O halde bir BDP problemi için optimal karar, elde edilen bulanık kararlar arasında en büyük üyelik derecesi değerine sahip olan bulanık karardır. Diğer bir deyişle optimal bir karar, hem kısıtları hem de amaçları aynı anda sağlayan en küçük üyelik derecesine sahip kararlar arasından seçilen en büyük üyelik derecesine sahip karardır. BDP problemlerinde amaç, optimal karara ulaşmaktır.

BDP'de optimal kararlar, bulanık kümelerle tanımlanır ve optimal kararların $\mu_{\tilde{D}}(x)$ üyelik fonksiyonları matematiksel olarak;

$$\mu_{\tilde{D}}(x) = \begin{cases} \max \mu_{\tilde{D}}, \ x \in X \text{ ise} \\ 0, \quad \text{diğer} \end{cases}$$

şeklinde tanımlanır. Burada bir optimal karar, X alternatifler kümesindeki $\mu_{\tilde{D}}(x)$'i en iyileyen bir alternatiftir.

$\tilde{D}$ bulanık kararı, bulanık amaçların ve bulanık kısıtların kesişimi olarak tanımlanırken, tüm amaç ve kısıtların eşit öneme sahip oldukları varsayılmaktadır. Fakat amaç ve kısıtlardan bir kısmının diğerlerinden daha önemli olduğu durumlar söz konusu olabilir. Bu gibi durumlarda $\tilde{D}$ bulanık kararı, terimlerin göreli önemini yansıtan katsayıları ağırlıklandırarak amaç ve kısıtların dışbükey kombinasyonu olarak ifade edilebilir. Bu çaışmada ele alınacak BDP problemlerindeki bulanık amaç ve bulanık kısıtların $\tilde{D}$ bulanık kararını oluşturmada eşit öneme sahip oldukları varsayılacaktır. Bu nedenle dışbükey kombinasyon konusuna girilmeyecektir.

3.2.5.2. Bulanık doğrusal programlamada max(min) işlemcisi

Kısıtları ve amaçları ifade eden $\tilde{C}$ ve $\tilde{G}$ bulanık kümeleri ile bu kümelerin üyelik fonksiyonları olan $\mu_{\tilde{C}}(x)$ ve $\mu_{\tilde{G}}(x)$ verildiğinde bulanık bir karar Bellman ve Zadeh (1970) tarafından bulanık kısıtların ve bulanık amaçların kesişimi olarak tanımlanmış ve,

$$\tilde{D} = \tilde{G} \cap \tilde{C} \ ; \ \mu_{\tilde{D}}(x) = \mu_{\tilde{G} \cap \tilde{C}} = \mu_{\tilde{G}}(x) \wedge \mu_{\tilde{C}}(x) = \min \ (\mu_{\tilde{C}}(x), \mu_{\tilde{G}}(x))$$

şeklinde ifade edilmiştir.

Matematiksel olarak model kesişimine en kolay yol, minimum işlemcisidir (Werners, 1987: 131). Minimum işlemcisi, karar verici optimal üyelik fonksiyonu değerlerini yaklaşık olarak eşit kılmak istediğinde ya da karar verici minimum işlemcisinin yaklaşık bir temsilci olduğunu hissettiğinde tercih edilir. Bu çalışmada bulanık kesişim ve bulanık birleşimdeki işlemci çeşitliliği göz ardı edilerek, amaç ve/veya kısıtlayıcılardan hareketle bulanık karar kümesini oluşturmak için, minimum işlemcisi kullanılmıştır.

Bulanık kararın üyelik fonksiyonu $\mu_{\tilde{D}}(x)$'in herhangi bir x kararı için aldığı değer, ilgili kararın kısıt ve amaçları eşanlı tatmin etme derecesini veya bulanık bir küme olan bulanık karar $\tilde{D}$'ye ait olma derecesini verir. Eşanlı tatmin derecesini hesaplamak için kullanılan minimum işlemcisi en kötü durumu yansıtmakta, kısıtlar ve amaçlar arasında herhangi bir ödünleşim, etkileşim ve karşılıklı bağımlılığa izin vermemektedir. Birçok karar probleminde ödünleşimin olmayışı uygun olmayabilir. Buna karşın mantıktaki "veya" bağlacına karşı gelen birleşim işlemi(maksimum işlemcisi) ile sunulan tam ödünleşim de uygun olmayabilir. Bu nedenle alternatif bir bulanık küme kesişimi, amaçlar ve kısıtlar arasında bir derece pozitif ödünleşimin varolduğu bir durumu yansıtmak için kullanılabilir.

Bulanık karar $\tilde{D}$'yi optimize etmek, yani amaç ve kısıtları eşanlı sağlayan en iyi $x^* \in X$ kararı belirlenmek isteniyorsa söz konusu problem, amaç ve kısıtları bulanık kümelerle tanımlı ve BDP ile ele alınabilecek bir problem olarak görülebilir. Bu duruda söz konusu problem için optimal bir karar max(min) işlemcisiyle belirlenir. Yani optimal bir karar;

$$\mu_{\tilde{D}}(x^*) = \max \mu_{\tilde{D}}(x) = \max(\mu_{\tilde{G}}(x) \wedge \mu_{\tilde{C}}(x)) = \max[\min(\mu_{\tilde{G}}(x), \mu_{\tilde{C}}(x))]$$

koşulunu sağlayan x* kararıdır.

Herhangi bir BDP problemi için optimal karar saptanırken genellikle max(min) işlemcisi kullanılmaktadır. max(min) işlemcisi en kötü durumlar arasından en iyi bulanık çözümü seçen güvenilir bir yöntemdir.

Herhangi bir BDP probleminin çözümünde max(min) işlemcisi kullanıldığında söz konusu problem amaç fonksiyonunun en büyüklendiği kesin bir DP problemine dönüşür ve Simplex yöntemi kullanılarak kolaylıkla en iyi karara ulaşılabilir. BDP'nin bu özelliği çerçevesinde amaçların ve kısıtların yapısı için ek varsayımlar söz konusu değildir (Delgado vd, 1989: 22).

BDP problemlerinin çözümünde max(min) işlemcisi kullanmanın dezavantajı, tam bulanık karar kümesi ile ilgili bilginin kaybedilerek sadece optimal alternatiflerin elde edilebilmesidir. Bulanık bir karar, optimal çözüme yakın diğer alternatifler konusunda bazı bilgiler verir. Bu nedenle eğer mümkünse, incelenen BDP problemlerinin tam bulanık karar kümelerinin saptanması ile ilgili algoritmalar araştırılmalıdır. Tam bulanık karar kümesi ya da bir başka deyişle eksiksiz çözüm kümesi $\mu_{\tilde{D}}(x)$>0 koşulunu sağlayan tüm x çözüm vektörlerini içeren bir kümedir.

3.2.6. Bulanık Doğrusal Programlama Modelleri

Model; "gerçek sistemlerin temsili" olarak tanımlanabilir. Herhangi bir model, gerçek hayatta karşılaşılan problemi en iyi şekilde temsil etmelidir (Tekin, 2004: 9). Burada amaç, bütün model sistemlerinde üç anahtar karakteristik olan; karmaşıklık, güvenirlik ve belirsizlik arasındaki ilişkiler için mümkün olduğunca sıkı bağlantı kurmaktır. Bu ilişkiler tam anlaşılır olmayabilir. Genel olarak çok fazla belirsizlik, karmaşanın azalmasına ve modelin sonuçlandırılmasında güvenilirliği arttırmaktadır. Burada temel öneri, sistemleri modellemede, belirsizlikten optimal düzeyde faydalanıp, her bir model problemini tahmin ederek, metotlar geliştirmektir. Böylece belirsizlik, modellemede önemli rol oynamakta, amaca uygun modelin diğer temel karakteristiklerini elde etmektedir.

Bir sistemin değişen koşullar altındaki davranışlarını incelemek, kontrol etmek ve geleceği hakkında varsayımlarda bulunmak amacı ile elemanları arasındaki bağıntıları kelimeler veya matematiksel terimlerle belirleyen ifadeler topluluğuna *model* denir. Bir sistemin bileşenlerinin simgelerle tanımlanıp, bunlar arasındaki ilişkilerin fonksiyonlarla gösterimine *matematiksel model*, sistemin yöneticisinin kontrolü altında olan ve karar değişkeni olarak adlandırılan değişkenlere hangi değerlerin verilmesi gerektiğini belirlemek amacıyla kullanılan matematiksel modellere de *karar modeli* denir. Sistemin davranışını etkilediği halde, karar vericinin kontrolü dışında değer alan bileşenlere *parametre* ve modelde karar değişkenleri ya da karar değişkenleriyle parametreler arasındaki zorunlu ilişkilerin her birine de *kısıt* denir.

Bir karar modeli, yapısal olarak seçeneklerin neler olduğunu belirleyen kısıt bağıntıları ve en iyi seçeneğin hangisi olduğunu bulmak için işleme giren bir amaç fonksiyonundan oluşur. Kısıtların tamamı ve amaç fonksiyonu doğrusal fonksiyonlarla ifade edilmiş ise doğrusal bir karar modeli sözkonusu demektir. Yöneylem araştırmasının en gelişmiş ve yaygın uygulama alanını oluşturan DP, doğrusal karar modelleriyle ilgili kavramlar ve teknikler topluluğudur. Literatürde karar modelleri için yapılan en genel sınıflama Tablo 3.2'de verilmiştir. Bu sınıflama Zimmermann tarafından yapılmıştır. Bulanık matematiksel programlama konusunda yapılan çalışmalar temelde bu sınıflamaya uymaktadır. Bulanık matematiksel programlama problemleri, alternatifler arası tercihlerin alternatifler kümesinde tanımlanan amaç fonksiyonları aracılığıyla ifade edildiği karar verme problemlerinin bir alt kümesini oluşturur.

Tablo 3.2. Karar modelleri için yapılan en genel sınıflama

		Amaçlar	
Kısıtlar		**Kesin**	**Bulanık**
	Kesin	Klasik Karar (Mat. Prog. Modeli)	Simetrik Model
	Bulanık	Simetrik Olmayan Model	Simetrik Model

BDP problemlerinin, bulanıklığın ilgili modele nasıl ve nerede girileceği bilgisine göre oluşturulan birçok türü vardır. Karar verici ile etkileşime girilip girilmeyeceği bilgisine bağlı olarak, BDP problemlerinin farklı bir ayrımı yapılabilir. BDP problemleri, elde edilen çözümün bulanık olup olmaması ölçütüne göre de ayrılır. BDP problemleri, Zimmermann tarafından simetrik modeller ve simetrik olmayan modeller olarak ele alınmıştır.

Zimmermann'a göre, amaç fonksiyonu ve kısıtlayıcıların bulanık olması halinde simetrik bir model sözkonusudur. Simetrik modeller, Bellman ve Zadeh (1970) tarafından yapılan bulanık karar tanımına dayanır. Bellman ve Zadeh, belirsizlik durumunda amaç ve kısıtların bulanık kümelerle gösterilebileceğini varsaymıştır. Dolayısıyla bulanık bir karar, bulanık amaç ve bulanık kısıtların bir araya gelmesi olarak tanımlanabilir ve en iyi karar max(min) işlemcisi ile saptanabilir. Bellman ve Zadeh'in simetrik modeli, bulanık sayılar arasında sıralama temeline dayanmakta ve bulanık karar kümesinin üyeliğini değişken şeklinde alarak problemi bulanık olmayan hale getirmektedir. Bulanıklıktan kurtarılan problemler kısıtlardan dolayı genelde doğrusal olmayan ve içbükeydir (Gasimov ve K.Yenilmez, 2002: 375).

Bulanık karar problemlerinde kısıtlar ve amaç fonksiyonu üyelik fonksiyonları ile karakterize edilmektedir. Bulanık olmayan ortamlarda amaç fonksiyonunu en büyükleyen ya da en küçükleyen alternatif aranırken kısıtların yani kaynakların hangi dereceye kadar kullanıldığı göz önüne alınmaz. Bulanık programlama problemlerinin çözümünde simetrik modelde amaç fonksiyonunun en büyüklenmesine çalışıldığı kadar kısıtların da sonuna kadar kullanılması istenir. Bu modelde amaç fonksiyonu kısıt gibi değerlendirilir. Amacın bulanık olduğu DP problemlerinde, amaç için belirli bir amaç ve amaç için de maksimum tolerans değeri belirlenerek, amaç fonksiyonunu en iyilemek yerine amaç için belirlenen amaca mümkün olduğu kadar yüksek bir derecede ulaşılmaya çalışılır. Bu da amaç fonksiyonunun bulanık bir kısıta dönüştürülmesiyle gerçekleştirilebilir. Kısaca amaç ve kısıtları bulanık olan modellere simetrik modeller denir. Bunun nedeni, amaç fonksiyonunun bulanık bir kısıta dönüştürülmesiyle amaç ile kısıtlar arasındaki farklılığın ortadan kalkmasıdır.

Amaç ve kısıtların birleşiminin farklı istekleri olabileceği için simetrik model her zaman uygun olmayabilir. Bulanık karar problemlerinin çözümünde simetrik olmayan modelleme şu iki yaklaşıma dayanır:

- Bulanık karar kümesinin belirlenmesi
- Uygun dönüştürmeler yapıldıktan sonra amaç fonksiyonu ile kısıtları bir araya toplayarak kesin optimal kararın saptanması.

Simetrik olmayan modellerin çözümünde genellikle parametrik programlama yöntemi kullanılmaktadır.

BDP modelleri için Lai-Hwang tarafından yapılan diğer bir sınıflama ise kesin olmayan parametrelerin olabilirlik dağılımları ya da tercihe dayalı üyelik fonksiyonlarıyla nasıl modellendiğine bağlıdır. Bu çalışmada BDP modelleri subjektif tercihe dayalı üyelik fonksiyonları ile çözülmüştür.

BDP, Li ve Wang'a göre iki kategoride sınıflandırılabilir: Bulanık kısıtlarla BDP ve bulanık katsayılarla BDP. Fakat bulanık katsayıların üyelik fonksiyonlarını belirlemek, özellikle de tam bilgi yoksa kolay değildir. Ancak aralık-değerli üyelik fonksiyonu elde etmek kolaydır ve bu bulanık problemlerin doğuştan özelliğini yansıtabilir.

Görüldüğü gibi BDP modellerini sınıflandırmanın birçok yolu olmasına rağmen, bu modeller genellikle esnek programlama, olabilirlikçi programlama ve robust programlama olarak üç sınıfta ele alınır (Ramik, 2000: 4-5).

Esnek programlama modelleri, Bellman ve Zadeh'in bulanık karar kümesi tanımına dayanarak Tanaka ve Zimmermann tarafından geliştirilmiştir. Esnek programlamada temel olarak, bulanık amaç ve bulanık kısıtlayıcılar altında karar verme problemi ele alınmıştır. Burada, bulanık amaç ve bulanık kısıtlayıcılar sırasıyla amaç fonksiyonu ve kısıtlayıcıların esnekliğini gösterir.

Olabilirlikçi programlama modellerinde, amaç fonksiyonu ve kısıtlayıcılarına ilişkin parametrelerin kesin olmaması durumu incelenir. Ayrıca, bu modellerde bulanık katsayılar, katsayı değerlerindeki olabilirlik dağılımları olarak görülür. Esnek programlamanın aksine, bu modellerde bulanık amaçlar ve bulanık kısıtlayıcılar durumu ele alınmaz. Olabilirlikçi programlama modellerinde Dubois-Prade, Tanaka, Orlovski ve Ramik-Rimanek tarafından geliştirilen modeller ön plana çıkmıştır. Dubois-Prade, belirsiz katsayılarla doğrusal eşitlik sistemlerini incelemiştir. Tanaka, Orlovski ve Ramik-Rimanek ise birbirinden bağımsız olarak bulanık katsayılı DP problemlerini sunmuştur.

Robust programlama modelleri ise hem belirsiz katsayıları hem de karar verici tercihinin belirsiz olduğu durumları ele alır. Negoita, karar verici tercihinin belirsiz olmasını bulanık bir doyum bölgesi ile göstermiş ve bulanık bir fonksiyon değerinin önceden belirlenen bulanık doyum bölgesi içinde olması gerektiği üzerinde durmuştur. Orlovski, bulanık tercih bağıntısıyla kendisinin geliştirdiği karar yöntemine dayanan bulanık katsayılı bir modeli formüle etmiştir. Luhandjula ise bulanık katsayılı amaç fonksiyonunda iç içe geçmiş amaç değerleri ile bulanık katsayılı kısıtlayıcıların sol ve sağ tarafı arasındaki farklılıkları incelemiştir. Olabilirlikçi programlama modelleri ve robust programlama modelleri ayrı bir çalışma konusu olup, söz konusu modeller ve bu modellerin çözümü için geliştirilen yaklaşımlar bu çalışmanın dışındadır.

BDP modellerini formüle ederken, karar verici, farklı amaç fonksiyonlarının farklı değerleri için üyelik derecelerini belirlemek ister. Sonuç, amaçların ve kısıtların tam simetrisidir. Karar vericinin her zaman amaçlarla ilgili açık bir fikri yoktur. Fakat verilen koşullar altında başarabileceğinin en iyisini dikkate alır. Karar verici, bir klasik DP modeli kullandığında kısıtlarla amaç fonksiyonunu maksimize eden, amacını tamamen tatmin edecek bir çözüm düşünür. Karar vericinin amaç fonksiyonunun ulaşacağı değer konusunda bir fikri yoktur. Optimal çözümden elde edilen ek bilgi, karar vericinin kendi önceki maksimizasyon fikrini, tatmin edici bir anlayışa çevirmesine neden olur.

Bir DP probleminin modeli:,

Amaç fonksiyonu,

$$\max Z = c^T x$$

Kısıtlayıcılar,

$$A_x \leq b$$

$$x \geq 0$$

şeklindedir. Burada $c^T x$ terimi $\sum_{j=1}^{n} c_j x_j$ ifadesini, $Ax \leq b$ ise $\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \leq b_i$ (i = 1,2,...,m) ifadesini gösterir. Bu modelde c_j, a_{ij} ve b_i parametreleri kesin olarak bilinir. Ayrıca, kısıtlayıcı kümesindeki ≤ işareti, uygun çözüm alanını oluşturabilmek için matematiksel bir zorunluluktur. Klasik DP problemlerinde olası çözüm seçeneklerinin yer aldığı karar kümesi veya uygun çözüm alanı kısıtlayıcılara göre belirlenir. Söz konusu karar kümesinin belirlenmesinde amaç fonksiyonunun herhangi bir rolü yoktur. Diğer bir ifadeyle, klasik DP modelinde amaç fonksiyonu, kısıtlayıcıların oluşturduğu kesişim kümesinde yer alan seçenekleri en iyiden en kötüye doğru sıralayan bir karar ölçütüdür. Bu bakış açısından klasik DP problemlerinin simetrik bir yapıda olmadığı ifade edilebilir.

DP problemlerindeki bulanıklık amaç fonksiyonu, kısıtlayıcılar, amaç fonksiyonu parametreleri, teknoloji katsayıları ve sağ taraf sabitlerinden kaynaklanabilir. BDP problemlerinin dört temel türü vardır. Bunlar; bulanık kısıtlayıcılı DP, bulanık amaç fonksiyonlu ve bulanık kısıtlayıcılı DP, bulanık amaç katsayılı DP ve bulanık parametreli DP problemleridir.

Bulanık kısıtlayıcılı DP problemi:

Amaç fonksiyonu,

$$\max Z = c^T x$$

Kısıtlayıcılar,

$$(Ax)_i \leq \tilde{b}_i \quad \text{i = 1, 2, ..., m}$$

$$x \geq 0$$

veya

Amaç fonksiyonu,

$$\max Z = c^T x$$

Kısıtlayıcılar,

$$(Ax)_i \ \underset{\sim}{\leq}\ b_i \quad \text{i = 1, 2, ..., m}$$

$$x \geq 0$$

olmak üzere iki şekilde ortaya çıkabilir.

(i) Bulanık kaynak kısıtları

DP modellerinde maksimum kaynak miktarını gösteren sağ taraf parametreleri açıkça tanımlanamayabilir, yani bulanık olabilir. Bu durumda oluşturulacak kısıtlar “bulanık kaynak kısıtları” olarak isimlendirilir.

Karar verici tüm katsayıları kesin sayılarla belirleyebiliyor fakat kısıtların sağ taraflarının hepsini kesin sayılarla belirleyemiyorsa BDP’nin en yalın şekli alınır. Zimmermann, $[b_i,\ b_i + p_i] \subseteq R, p_i \geq 0$ ile bulanık bir küme ve monoton azalan üyelik fonksiyonu $\mu_{\tilde{B}_i}$ ile kesin olmayan sağ taraf $\tilde{B}_i$’yi tanımlamıştır. Her bir esnek kısıt, karar problemine ek bir amaç ekler. Literatürde bu bulanık bir amaçtır. Bulanık kaynak kısıtlarının sağ taraf parametreleri açıkça verilmiş bir nitelik olmayıp, $[b_i,\ b_i + p_i] \subseteq R, p_i \geq 0$ desteğine sahip ve monoton azalan bir üyelik fonksiyonuyla temsil edilen bulanık bir kümedir. Burada $p_i \geq 0$, bulanık sağ taraf parametresine ilişkin maksimum tolerans değeridir.

Kaynak sınırları olarak adlandırılan sağ taraf sabitleri bulanıklığa en çok imkân veren DP modeli parçasıdır. Çünkü işgücü, makine zamanı, hammadde miktarı birçok faktöre bağlıdır. Aslında sabit düşünülmesi, olayı etkileyen faktörlerin tümünü göz ardı ederek problemi basitleştirmektir. Örneğin insan gücü kullanan bir üretimde insanlarla ilgili onlarca olay çalışma zamanının sabit bir değerde gitmesine imkân vermez. Dolayısıyla çalışma zamanı sabit değerin artı-eksi çevresinde, belli bir aralıkta gerçekleşecektir. Bununla birlikte karı en büyüklemek için kaynakları sonuna kadar kullanmak veya ek kaynak imkânları karlı olacak ise bunun değişim aralığı ve getirisi bilinmek istenecektir.

(ii) Bulanık eşitsizlik kısıtları

Bazı durumlarda karar verici kısıtların sağlanmasında bazı ihlalleri hoşgörebilir, yani kısıtların “mümkün olduğu kadar iyi” karşılanmasına izin verebileceğini varsayabilir. Kısıt kümesindeki her kısıt için bu varsayım,

$$(Ax)_i \{ \tilde{\leq}, \tilde{\geq} \} b_i \quad i = 1,2,...m$$

ile temsil edilir ve

" $\lesssim$ " şeklindeki bulanık kısıtlar;

$$\mu_i(x) = \begin{cases} 1 & ; \text{eğer } (Ax)_i < b_i \text{ ise} \\ f_i(Ax)_i & ; \text{eğer } b_i \le (Ax)_i \le b_i + p_i \text{ ise} \\ 0 & ; \text{eğer } (Ax)_i > b_i + p_i \text{ ise} \end{cases}$$

" $\gtrsim$ " şeklindeki bulanık kısıtlar;

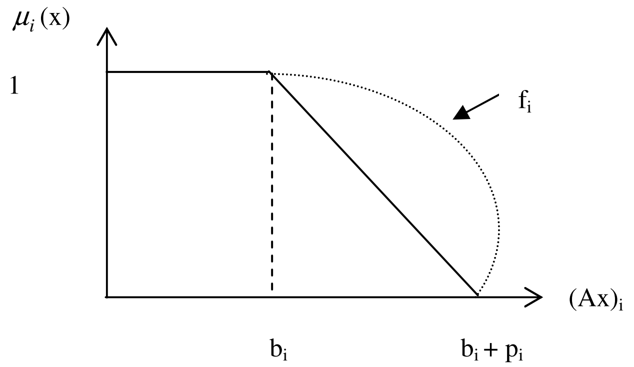
$$\mu_i(x) = \begin{cases} 0 & ; \text{eğer } (Ax)_i < b_i - p_i \text{ ise} \\ f_i(Ax)_i & ; \text{eğer } b_i - p_i \le (Ax)_i \le b_i \text{ ise} \\ 1 & ; \text{eğer } (Ax)_i > b_i \text{ ise} \end{cases}$$

biçimindeki üyelik fonksiyonlarıyla modellenir.

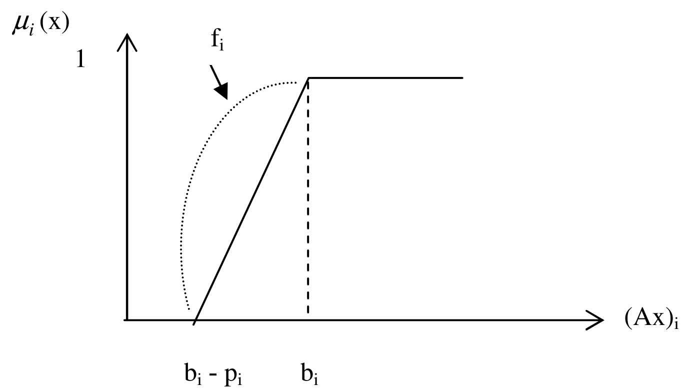
Yukarıda tanımlanan üyelik fonksiyonlarına göre karar vericinin " $\lesssim$ " şeklindeki kısıtlarda $b_i + p_i$, i = 1,2, ..., m değerine kadar, " $\gtrsim$ " şeklindeki kısıtlarda $b_i - p_i$, i = 1,2, ..., m değerine kadar ihlalleri hoş gördüğü ifade edilebilir.

Bulanık eşitsizlik kısıtlarının üyelik fonksiyonları, Şekil 3.2 ve Şekil 3.3'te gösterilmiştir. Şekillerden de görüldüğü gibi bu çalışmada bulanık eşitsizliklerin parçalı doğrusal üyelik fonksiyonlarıyla nitelendiği kabul edilmiştir. f_i fonksiyonları " $\lesssim$ " şeklindeki bulanık kısıtlayıcılar için sürekli ve monoton azalan ve " $\gtrsim$ " şeklindeki bulanık kısıtlayıcılar için ise sürekli ve monoton artan olarak tanımlanmıştır. Söz konusu bu durum, bulanık amaca ilişkin üyelik fonksiyonları için de geçerlidir. Diğer taraftan $Ax = \tilde{b}$ (veya $Ax \cong b$) şeklindeki bulanık kısıtlayıcılar için üçgensel üyelik fonksiyonlarının uygun olduğu kabul edilmiştir.

Her $x \in X$ için tanımlı μ_i fonksiyonları $x \in R^n$ için i. kısıtın sağlanma derecesini verir. Fakat bu değer R üzerinde tanımlı f_i fonksiyonları vasıtasıyla hesaplanır.



Şekil 3.2. “ $\tilde{\leq}$ ” şeklindeki bulanık kısıtların üyelik fonksiyonu



Şekil 3.3. “ $\tilde{\geq}$ ” şeklindeki bulanık kısıtların üyelik fonksiyonu

Bazı bakış açılarına göre (i) ve (ii) farklı modeller olarak düşünülse bile, bulanık kaynak kısıtları ve bulanık eşitsizlik kısıtlarının üyelik fonksiyonlarının aynı olduğu ön varsayımı altında söz konusu modelleri ele almak için aynı yaklaşım kullanılabilir (Lai, Hwang, 1992: 172). Bu çalışmada her iki model eşdeğer kabul edilecektir.

Bulanık amaç fonksiyonlu ve bulanık kısıtlayıcılı DP problem:

Amaç fonksiyonu,

$$\widetilde{\max}\, Z = c^T x$$

Kısıtlayıcılar,

$$(Ax)_i \leq \tilde{b}_i \quad \text{i = 1, 2, ..., m}$$

$x \geq 0$

Bu modelde, amaç fonksiyonundaki bulanıklık, karar vericinin amaçladığı erişim düzeyinin bulanık olması ile ifade edilir. Yani, bu modellerde amaç fonksiyonundaki bulanıklık amaç fonksiyonu parametrelerinden (c_j katsayılarından) kaynaklanmaz. Ayrıca, bu modellerde teknoloji katsayıları da bulanık olmayan bir şekilde belirlenir. Bulanık amaç ve bulanık kısıtlayıcılı DP problemlerinin çözülebilmesi için bulanık amaç ve bulanık kısıtlayıcılara ilişkin erişim düzeyleri ile maksimum toleransların belirlenmesi gerekir.

Amaç fonksiyonu bulanık parametreli DP problemi:

Karar verici ürettiği her bir ürün için, yılın satış zamanlarına, diğer markalı ürünlerle rekabet yarışı gibi durumlara bağlı olarak fiyatlarını oturtmak için bir değer aralığı kararlaştırır. Bu gibi faktörlere bağlı olarak karını maksimum tutamaz. Çünkü böyle bir rekabet ortamında ilgili ürün için pazar araştırması maliyeti o ürünün karını azaltacaktır. Bu nedenle karar verici karını en büyüklemek için amaç fonksiyonunun katsayılarını, dolayısıyla amaç fonksiyonunu bulanık kuracaktır.

Amaç fonksiyonu,

$$\max Z = \tilde{c}^T x$$

Kısıtlayıcılar,

$$(Ax)_i \leq \tilde{b}_i \quad \text{i = 1, 2, ..., m}$$

$$x \geq 0$$

şeklinde ifade edilir. Bu modelde amaç fonksiyonu katsayıları bulanık sayılarla veya bulanıklığı niteleyen tolerans aralıkları ile tanımlanır.

Bulanık parametreli DP problemi:

Amaç fonksiyonu,

$$\max Z = \sum_{j=1}^{n} \tilde{c}_j x_j$$

Kısıtlayıcılar,

$$\sum_{j=1}^{n} \tilde{a}_{ij} x_j \leq \tilde{b}_i \quad \text{i = 1, 2, ..., m}$$

$x \geq 0$ şeklinde ifade edilebilir. Bu model için parametrik programlama temeline dayanan ve parametrelerdeki bulanıklığın karar verici ile etkileşime girerek tanımlandığı bir çözüm yaklaşımı Carlsson ve Korhonen tarafından önerilmiştir.

3.2.7. Bulanık Doğrusal Programlama Modellerinde Çözüm Yaklaşımları

Bu çalışmada, DP problemlerindeki bulanıklığın subjektif tercihe dayanarak oluşturulan üyelik fonksiyonları ile nitelendiği bir durum için Zimmermann, Werners ve Verdegay tarafından geliştirilen çözüm yaklaşımları açıklanmaya çalışılacaktır.

3.2.7.1. Zimmermann yaklaşımı

Zimmermann, bulanık amaç ve bulanık kısıtlayıcılı DP problemleri için simetrik bir yaklaşım önermiştir (Wang, 1997: 61). Zimmermann'a göre bulanık amaç fonksiyonu, karar vericiden sağlanan bulanık bir erişim düzeyi ile bulanık bir kısıtlayıcı olarak ifade edilebilir. Bu durumda, bulanık karar kümesi belirlenirken bulanık amaç ve bulanık kısıtlayıcılar birbirlerinden farksız olarak ele alınır (Kaymak ve Sousa, 2001: 21).

Zimmermann (1983), karar vericinin ulaşmak istediği amaç fonksiyonunun değeri için bir Z istek seviyesinin(aspiration level), kurulabileceğini ve kısıtların her birinin bir bulanık küme olarak modellenebileceğini öne sürmüştür (Zimmermann, 1991: 250).

Bu yaklaşımda bulanık amaç fonksiyonunun b_0 amacı ve p_0 hoşgörü miktarı ile tüm bulanık kaynakların b_i ve p_i değerleri önceden verilir. Bulanık amaçlar ve bulanık kısıtların birbirilerinden farksız oldukları düşünülür ve $\forall i$ için $[b_i, b_i + p_i]$ aralıklarıyla tanımlanır. Dolayısıyla,

$$\tilde{\max}\, Z = c^T x \tag{3.4}$$

$$(Ax)_i \ \underset{\sim}{\leq}\ b_i \quad , i = 1, 2, ..., m$$

$$x \geq 0$$

eşitliği, x'in bulunması problemine dönüşür.

$$c^T x \ \underset{\sim}{\geq}\ b_0 \tag{3.5}$$

$$(Ax)_i \ \underset{\sim}{\leq}\ b_i \quad , i = 1,2, ..., m$$

$$x \geq 0$$

Burada $\underset{\sim}{\leq}$ işareti, $\leq$ işaretinin bulanıklaştırılmış halidir. $\underset{\sim}{\leq}$ işareti, "$(Ax)_i$ kısıtlayıcısı b_i civarında veya daha azdır" şeklinde yorumlanır. Benzer olarak, $\underset{\sim}{\geq}$ işareti de $\geq$ işaretinin bulanıklaştırılmış halidir. $\underset{\sim}{\geq}$ işareti, "$c^T x$ amacı b_0 civarında veya daha fazladır" şeklinde yorumlanır. Bulanık amaç fonksiyonunun her iki tarafı da (-1) ile çarpılırsa, BDP problemi aşağıda verildiği gibi tamamen simetrik olarak ifade edilebilir.

$$-c^T x \ \underset{\sim}{\leq}\ -b_0 \tag{3.6}$$

$$(Ax)_i \ \underset{\sim}{\leq}\ b_i \quad , i = 1, 2, \ldots, m$$

$$x \geq 0$$

Burada $B = \begin{bmatrix} -c^T \\ A_i \end{bmatrix}$ ve $d = \begin{bmatrix} -b_0 \\ b_i \end{bmatrix}$ sütun vektörleri tanımlanırsa BDP problemi aşağıda verildiği gibi düzenlenebilir:

$$Bx \ \underset{\sim}{\leq}\ d$$

$$x \geq 0$$

Bulanık amaç ve bulanık kısıtlayıcılar, seçenekler kümesindeki bulanık kümeler olarak tanımlandığı için bunlara ilişkin üyelik fonksiyonlarının belirlenmesi gerekir. nolu modelin i'inci satırı için, üyelik fonksiyonunun monotonik olarak artmayan bir yapıda olması gerekir. Yani, i'inci bulanık eşitsizlik tamamen doyurulursa, üyelik derecesi 0 olmalı ve $[d_i, d_i + p_i]$ aralığında üyelik derecesi 1'den 0'a doğru monotonik olarak azalmalıdır. Burada, $d_i = b_i$ (i = 0, 1, 2, ..., m)'dir. p_i ise i'inci bulanık eşitsizliğin sağ taraf sabiti (erişim düzeyi) için karar vericinin belirlediği maksimum toleranstır. Diğer bir ifadeyle, p_i'ler amaç fonksiyonu ve kısıtlayıcılardaki kabul edilebilir toleransları gösteren ve karar verici tarafından belirlenen sabitlerdir. Bu durumda, i'inci bulanık eşitsizliğin üyelik fonksiyonu matematiksel olarak aşağıdaki gibi ifade edilir (Zimmermann, 1991, 250-251).

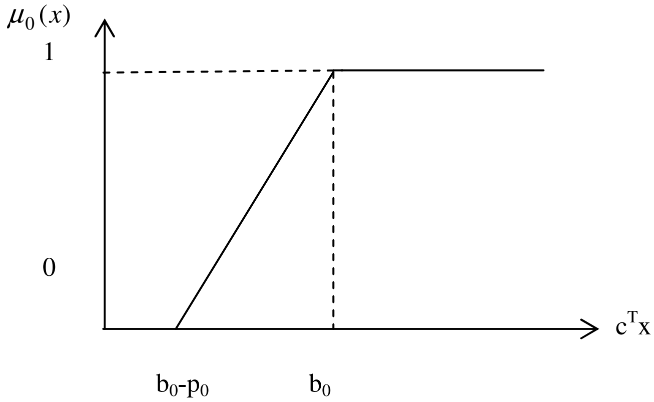
$$\mu_i[(Bx)_i] = \begin{cases} 0 & ;\text{ eğer } (Bx)_i > d_i + p_i \text{ ise} \\ \in [0,1] & ;\text{ eğer } d_i \le (Bx)_i \le d_i + p_i \text{ ise} \\ 1 & ;\text{ eğer } (Bx)_i < d_i \text{ ise} \end{cases} \tag{3.7}$$

Buradan hareketle, bulanık amaç fonksiyonu ve bulanık kısıtlayıcıların parçalı doğrusal üyelik fonksiyonları sırasıyla aşağıda verildiği gibi tanımlanır:

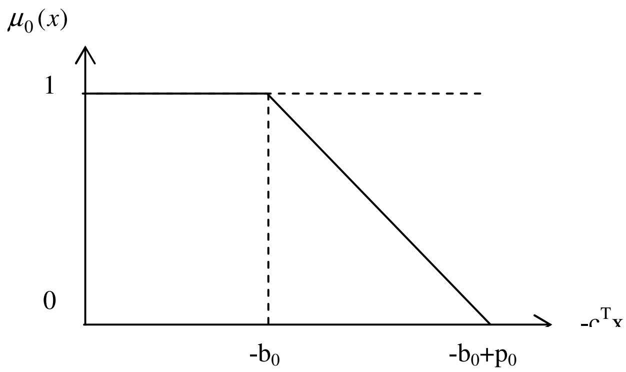
$$\mu_0(x) = \begin{cases} 0 & ;\text{ eğer } c^T x < b_0 - p_0 \text{ ise} \\ 1 - \dfrac{b_0 - c^T x}{p_0} & ;\text{ eğer } b_0\text{-}p_0 \le c^T x \le b_0 \text{ ise} \\ 1 & ;\text{ eğer } c^T x > b_0 \text{ ise} \end{cases} \tag{3.8}$$

$$\mu_i(x) = \begin{cases} 0 & ;\text{ eğer } (Ax)_i > b_i + p_i \text{ ise} \\ 1 - \dfrac{(Ax)_i - b_i}{p_i} & ;\text{ eğer } b_i \le (Ax)_i \le b_i + p_i \text{ ise} \\ 1 & ;\text{ eğer } (Ax)_i < b_i \text{ ise} \end{cases} \tag{3.9}$$

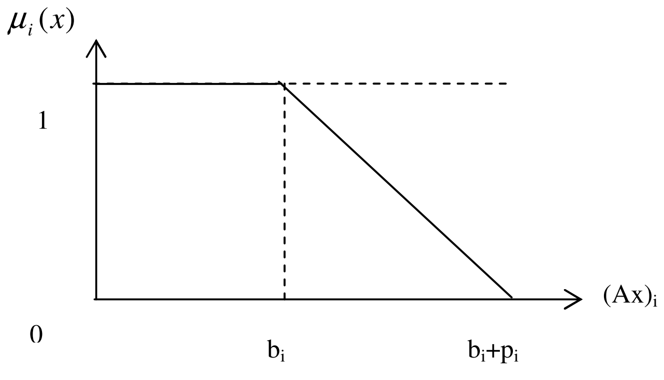
Burada, örneğin $\mu_0(x)$ üyelik fonksiyonu, çözüm vektörü x'in bulanık eşitsizlik $c^T x \underset{\sim}{\geq} b_0$'i doyurma derecesi olarak yorumlanır. Bulanık amaç ve bulanık kısıtlayıcıların üyelik fonksiyonları Şekil 3.4, Şekil 3.5 ve Şekil 3.6'da gösterilmiştir. Bu şekillerde, bulanık amaç fonksiyonu ve bulanık kısıtlayıcılara ilişkin üyelik fonksiyonlarının sırasıyla monotonik olarak artmayan ve monotonik olarak azalmayan fonksiyonlar olduğu görülebilmektedir.



Şekil 3.4. $c^T x \underset{\sim}{\geq} b_o$ şeklindeki bulanık amacın üyelik fonksiyonu



Şekil 3.5. $-c^T x \underset{\sim}{\leq} -b_o$ şeklindeki bulanık amacın üyelik fonksiyonu



Şekil 3.6. $(Ax)_i \underset{\sim}{\leq} b_i$ şeklindeki bulanık kısıtlayıcının üyelik fonksiyonu

Bulanık amaç ve bulanık kısıtlayıcıların üyelik fonksiyonları belirlendiği için bulanık karar kümesi,

$$\mu_{\tilde{D}}(x) = \min[\mu_0(x), \mu_i(x)] \quad \text{i = 1, 2, ..., m} \tag{3.10}$$

eşitliğinden oluşturulabilir. Bulanık karar kümesinin en yüksek üyelik dereceli elemanı ise,

$$\mu_{\tilde{D}}(x^*) = \max_{x \geq 0}(\min[\mu_0(x), \mu_i(x)]) \quad \text{i = 1, 2, ..., m} \tag{3.11}$$

veya,

$$\mu_{\tilde{D}}(x^*) = \max_{x \geq 0}(\min[(1 - \frac{b_0 - c^T x}{p_0}), (1 - \frac{(Ax)_i - b_i}{p_i}]) \quad \text{i = 1, 2, ..., m} \tag{3.12}$$

eşitliklerinden belirlenir.

Bulanık amaç ve bulanık kısıtlayıcılar için tolerans betimlemesi kullanıldığı zaman, bir maksimizasyon kararı olan $\mu_{\tilde{D}}(x^*)$, klasik bir DP modelinin kurulması ile belirlenebilir. Diğer bir ifadeyle, simetrik BDP problemleri, ek bir değişken olan λ'nın kullanılması ile klasik bir DP modeli olarak ifade edilebilir. Dolayısıyla, bulanık karar kümesi için,

$$\min_i[\mu_0(x), \mu_i(x)] = \mu_0(x) \wedge \mu_i(x) = \lambda \tag{3.13}$$

ifadesi yazılabilir.(Özkan, 2002: 65) Burada λ değişkeni, bulanık amaç ve bulanık kısıtlayıcıların çözüm vektörü x tarafından eşanlı olarak doyurulma derecesini gösterir. λ değişkeni, $\lambda \in [0,1]$ aralığında tanımlanır. Bu durumda, bulanık karar kümesinin eşitlik (11) ile verilen tanımı, aşağıda verilen ifadeye denktir (Zhao vd, 1992: 57).

$$\begin{aligned} \mu_0(x) &\geq \lambda \\ \mu_i(x) &\geq \lambda \end{aligned} \tag{3.14}$$

Buradan, $\mu_{\tilde{D}}(x^*)$'ı belirleme problemi klasik bir DP problemi olarak aşağıda verildiği gibi ifade edilir:

$$\begin{aligned}&\max \lambda\\&\mu_0(x) \geq \lambda\\&\mu_i(x) \geq \lambda\\&\lambda \in [0,1]\end{aligned} \tag{3.15}$$

Bulanık amaç ve bulanık kısıtlayıcıların üyelik fonksiyonları yukarıdaki modelde yerine konduğu zaman aşağıda verilen DP modeline ulaşılır:

$$\begin{aligned}&\max \lambda\\&1-\frac{b_0 - c^T x}{p_0} \geq \lambda\\&1-\frac{(Ax)_i - b_i}{p_i} \geq \lambda; \forall i\\&\lambda \in [0,1]\\&x \geq 0\end{aligned} \tag{3.16}$$

Bu model, $c^T x$ ve $(Ax)_i$ terimlerine göre düzenlendiği zaman,

$$\begin{aligned}&\max \lambda\\&c^T x \geq b_0 - (1-\lambda) p_0\\&(Ax)_i \leq b_i + (1-\lambda) p_i ; \forall i\\&\lambda \in [0,1]\\&x \geq 0\end{aligned} \tag{3.17}$$

olarak ifade edilir (Özkan, 2003: 171). Burada c_j, $a_{ij,}$ b_0, $p_{0,}$ b_i ve p_i'lerin problemin çözümünden önce, karar verici tarafından belirlenmesi gerekmektedir. Yukarıda verilen DP probleminin klasik bir DP problemi olduğu açıktır.

$\lambda = 1 - \theta$ olsun. O zaman eşitlik şuna eşittir:

$$\begin{aligned}&\min \theta\\&c^T x \geq b_0 - \theta p_0\\&(Ax)_i \leq b_i + \theta p_i ; \forall i\\&\theta \in [0,1] \text{ ve } x \geq 0\end{aligned} \tag{3.18}$$

c, A, b_0, p_0, b_i ve p_i, $\forall i$ verilir ve θ, maksimum toleransın bir parçasıdır. Bu eşitliğin optimal çözümü tektir(Lai, Hwang, 1992: 174).

Bulanık amaç ve bulanık kısıtlayıcılı DP problemlerinde bazı kısıtlayıcılar bulanıklık içermeyebilir. Bu durumda, ilgili kısıtlayıcıların (Ex) maksimum toleransları 0 olarak kabul edilir. Diğer bir ifadeyle, bulanık olmayan kısıtlayıcılar herhangi bir dönüşüm işlemi yapılmadan,

$$\begin{aligned}
&\max \lambda \\
&c^T x \geq b_0 - (1-\lambda) p_0 && \longrightarrow \text{Bulanık amaç} \\
&(Ax)_i \leq b_i + (1-\lambda) p_i ; \forall i && \longrightarrow \text{Bulanık kısıtlayıcılar} \\
&(Ex)_i \leq b_i && \longrightarrow \text{Bulanık olmayan kısıtlayıcılar} \\
&\lambda \in [0,1] \\
&x \geq 0
\end{aligned}$$

(3.19)

(3.20)

şeklinde bir önceki modele ilave edilebilir.

3.2.7.2. Werners yaklaşımı

Zimmermann yaklaşımından farklı olarak, Werners yaklaşımında amaç fonksiyonuna ilişkin üyelik fonksiyonu oluşturulan modelin çözülmesiyle analist tarafından belirlenir. Werners yaklaşımında, kısıtlayıcıların üyelik fonksiyonları karar verici tarafından belirlenebilmesine rağmen, kısıtlayıcıların bulanık olması nedeniyle, bulanık olarak algılanan amaç fonksiyonuna ilişkin üyelik fonksiyonu, karar verici tarafından önceden belirlenemez. Werners, amaç fonksiyonuna ilişkin üyelik fonksiyonunu belirleyebilmek için Orlovski'nin önerdiği bulanık karar kümesini temel olarak almıştır. Orlovski, bulanık kısıtlayıcıların oluşturduğu tanım kümesinin (veya bulanık çözüm uzayının) her bir α-kesim kümesi için, amaç fonksiyonunun optimal değerlerini belirlemeyi ve bu optimal değerlerle eşit üyelik dereceli olan çözüm uzayının α-kesim kümesini, bulanık karar kümesi olarak ele almayı önermiştir (Werners, 1987: 135).

$$\max Z = c^T x$$

$$(Ax)_i \ \underset{\sim}{\leq} \ b_i \ , \forall i \tag{3.21}$$

$$x \geq 0$$

Werners(1987), eşitlik (19)'da sağ yan değerler bulanık olduğu için amaç fonksiyonunun da bulanık olması görüşündedir. Yani:

$$\widetilde{\max}\, Z = c^T x$$

$$(Ax)_i \lesssim b_i \,,\ \forall_i \qquad (3.22)$$

$$x \geq 0$$

Bu eşitlik şuna eşittir:

$$\begin{aligned} &\widetilde{\max}\, Z = c^T x \\ &(A_x)_i \leq b_i + \theta p_i \\ &\theta \in [0,1], x \geq 0 \end{aligned} \qquad (3.23)$$

c, A, b_i ve p_i verilmiş fakat bulanık amacın hedefi verilmemiştir. Werners yaklaşımını kullanarak bu problemi çözmek için Z^0 ve Z^1 değerlerini belirlemek gerekir. Zimmermann algoritmasında olduğu gibi p_0 ve b_0 değerlerini karar vericiye sorarak üyelik fonksiyonu oluşturmak yerine, Werners, karar vericinin bu değerleri veremeyeceğini düşünerek iki olası uç nokta olan Z^0 ve Z^1 değerlerini kullanmaktadır. Bu değerler ise aşağıdaki gibidir:

$$Z^0 = \min\left(\max_{x \in X} c^T x\right) = Z^*(\theta = 0)$$

$$Z^1 = \max\left(\max_{x \in X} c^T x\right) = Z^*(\theta = 1) \qquad (3.24)$$

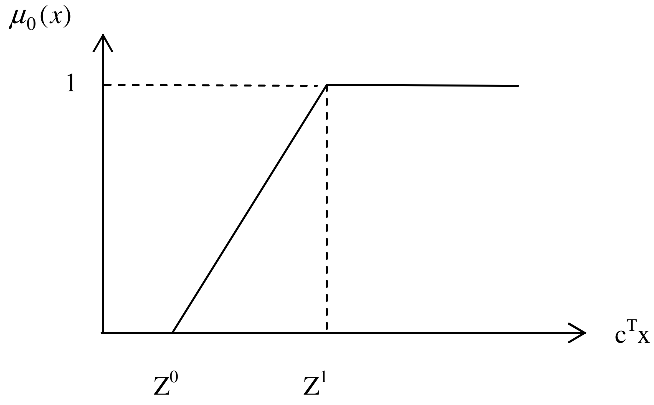
$$X = \{\, x \,|\, (Ax)_i \leq b_i + \theta p_i, \forall i,\ \theta \in [0,1] \text{ ve } x \geq 0 \,\}$$

Dolayısıyla Z^0 ve Z^1 değerlerini kullanarak amaç fonksiyonu için sürekli artan doğrusal bir üyelik fonksiyonu oluşturulabilir. Optimal çözüm, Z^0 ve Z^1 arasında bir değer alacağı için optimal çözümün değeri arttıkça memnuniyet de artacaktır.

Bu durumda amaç fonksiyonunun ve bulanık kısıtların üyelik fonksiyonu aşağıdaki gibidir:

$$\mu_0(x) = \begin{cases} 1 & ;\ \text{eğer } c^T x > Z^1 \text{ ise} \\ 1 - \dfrac{Z^1 - c^T x}{Z^1 - Z^0} & ;\ \text{eğer } Z^0 \le c^T x \le Z^1 \text{ ise} \\ 0 & ;\ \text{eğer } c^T x < Z^0 \text{ ise} \end{cases} \tag{3.25}$$

$$\mu_i(x) = \begin{cases} 1 & ;\ \text{eğer } (Ax)_i < b_i \text{ ise} \\ 1 - \dfrac{(Ax_i) - b_i}{p_i} & ;\ \text{eğer } b_i \le (Ax)_i \le b_i + p_i \text{ ise} \\ 0 & ;\ \text{eğer } (Ax)_i > b_i + p_i \text{ ise} \end{cases} \tag{3.26}$$



Şekil 3.7. Amaç fonksiyonunun üyelik fonksiyonu

Optimal karara ulaşmak için Bellman ve Zadeh tarafından önerilen min-işlemcisi kullanarak, μ_D üyelik fonksiyonu ile belirlenen D karar alanı elde edilebilir:

$$\mu_D = \min(\mu_0, \mu_1, ..., \mu_m) \tag{3.27}$$

μ_D'nin eşitlik (3.21)'in optimal çözüm olarak maksimum olduğu kararı seçmek makuldür. Bunun için eşitlik (3.21) şuna eşittir:

$$\max \lambda$$

$$\mu_0 \ge \lambda$$

$\mu_i \geq \lambda$ (3.28)

λ, μ_0 ve $\mu_i \in [0,1], \forall i$

$x \geq 0$

c, A, b_i ve p_i, $\forall i$, verilir ve $\lambda = \mu_D = \min(\mu_o, \mu_1, ..., \mu_m)$'dir. Bu eşitlik, gerçekte Zimmermann (1978) tarafından sunulan modele benzeyen simetrik bir modeldir. İki model arasındaki farklılık üyelik fonksiyonlarının biçimlerinden kaynaklanmaktadır.

$\lambda = 1 - \theta$ olsun. Bu problem şuna eşit olacaktır:

$$\begin{aligned} &\min \theta \\ &c^T x \geq Z^1 - \theta(Z^1 - Z^0), \\ &(Ax)_i \leq b_i + \theta p_i, \forall i, \end{aligned} \tag{3.29}$$

$\theta \in [0,1]$ ve $x \geq 0$

c, A, b_i ve p_i, $\forall i$ verilir ve θ, ilk kısıt için (Z^1-Z^0)'ın bir parçası ve diğerleri için maksimum toleransın bir parçasıdır. Çözüm tek bir optimal çözümdür (Lai, Hwang, 1992: 170, 174).

3.2.7.3. Verdegay yaklaşımı

Kaynaklarda, kısıtların, sağ tarafında, modelin tüm kısıtlarında ya da bir kısmında bulanıklık olduğunda sabit değerlere karşılık mümkün değişim miktarları (tolerans limitleri) karar vericiden istenir. Her bir verilen tolerans limiti p_i ile [b_i, b_i + p_i] aralığındadır (Yılmaz,1998: 40). Verdegay (1982), sağ yan değerleri bulanık olan DP problemlerinin kesin bir parametrik programlama problemine eşdeğer olduğunu ilk olarak kanıtlayan kişidir (Tuncel, 1997: 65).

Zimmermann ve Werners'tan farklı olarak, Verdegay, bulanık kısıtlayıcılı bir DP probleminin çözümünün bulanık bir küme ile temsil edilmesi gerektiğini öne sürmüştür. Verdegay bu düşünceden hareketle bulanık kısıtlayıcılı bir DP problemi modelinin çözümünü betimleme teoremi ve parametrik programlamayı kullanarak belirlemeye çalışmıştır. Betimleme teoremi, bulanık bir kümenin α-kesim kümelerine göre ifade edilebilmesine olanak tanır. Verdegay'a göre, söz konusu modelin optimal çözümünün bulunması için bulanık kısıtlayıcı kümesinin $\alpha \in [0,1]$ koşuluyla α-kesim kümelerinin belirlenmesi gerekir. Bulanık kısıtlayıcıların $\mu_i(x)$ ile gösterilen üyelik fonksiyonlarının sürekli ve monotonik bir şekilde tanımlanması halinde kısıtlayıcı kümesinin α - kesim kümeleri aşağıdaki gibi bulunur. α - seviye kesen kavramı Tanaka ve arkadaşları ve Orlovski'nin önceki çalışmalarına dayanır.

$$X_\alpha = \{x | \mu_i(x) \geq \alpha, \forall i, x \geq 0\} \forall \alpha \in [0,1] \tag{3.30}$$

Bulanık kısıtlayıcıların oluşturduğu uygun çözüm alanı X, betimleme teorisine göre aşağıda verildiği gibi ifade edilir:

$$X = \sum_{\alpha \in [0,1]} \alpha x X_\alpha \tag{3.31}$$

Bu durumda, bulanık kısıtlayıcılı DP probleminin çözümü, aşağıda verilen problemin çözülmesiyle belirlenir:

$$\max \mathrm{Z} = \mathrm{c}^{\mathrm{T}} \mathrm{x}$$

$$\mathrm{x} \in \mathrm{X}_\alpha$$

$$\alpha \in [0,1] \tag{3.32}$$

veya

$$\begin{aligned} &\max Z = c^T x \\ &\mu_i(x) \geq \alpha \\ &\alpha \in [0,1] \\ &x \geq 0 \end{aligned} \tag{3.33}$$

Bulanık kısıtlayıcıların üyelik fonksiyonları:

$$\mu_i(x) = \begin{cases} 0 & ; \text{eğer } (Ax)_i > b_i + p_i \text{ i} \\ 1 - \dfrac{(Ax)_i - b_i}{p_i} & ; \text{eğer } b_i \leq (Ax)_i \leq b_i + p_i \text{ ise} \\ 1 & ; \text{eğer } (Ax)_i < b_i \text{ ise} \end{cases} \tag{3.34}$$

olarak tanımlandığı için (3.33) nolu eşitlik aşağıda verildiği gibi düzenlenebilir:

$$\max Z = c^T x$$
$$1 - \frac{(Ax)_i - b_i}{p_i} \geq \alpha \qquad (3.35)$$
$$\alpha \in [0,1]$$
$$x \geq 0$$

veya

$$\max Z = c^T x$$
$$(Ax)_i \leq b_i + (1-\alpha) p_i \qquad (3.36)$$
$$\alpha \in [0,1]$$
$$x \geq 0$$

Burada $\theta = 1 - \alpha$ olarak kabul edilirse aşağıda verilen parametrik programlama problemine ulaşılır. Elde edilen bu parametrik çözümde θ = 0 için α =1'dir. θ, [0,1] aralığında hareket ederken, memnuniyet derecesi %100'den 0'a doğru iner. θ = 0 için sapma sıfır düzeyindedir ve memnuniyet derecesi 1 tam değerini alır. θ = 1 en yüksek toleransı gösterir ve Z, maksimizasyon probleminde en yüksek değerini alır (Paksoy, 2002: 1-16).

$$\max Z = c^T x$$

$$(Ax)_i \leq b_i + \theta p_i \qquad (3.37)$$

$$\theta \in [0,1]$$

$$x \geq 0$$

Seçilen her bir θ değeri için bu problemin farklı bir optimal çözümü bulunur. $\theta \in [0,1]$ koşuluyla, belirlenen θ değerine göre yukarıda verilen problemin çözülmesi, bulanık karar kümesinin bir elemanının belirlenmesi anlamına gelir. Bu nedenle θ üyelik dereceli çözüm gerçekte bulanıktır. Diğer bir ifadeyle Verdegay yaklaşımında, bulanık karar kümesinin en yüksek üyelik dereceli elemanının belirlenmesi problemi ele alınmaz. Ayrıca amaç fonksiyonu kısıtlar gibi değerlendirilmediğinden bu çözüm biçimi simetrik olmayan yaklaşım olarak adlandırılır. Bu yaklaşımda, parametrik programlama yardımıyla hesaplanan çözümlerden hangisinin BDP probleminin çözümü olarak kabul edileceği, tamamen karar vericinin tercihine bırakılmıştır. Kaynakların kullanımı arttırılarak, optimal çözüm davranışı gözlenebilir (Lai, Hwang, 1992: 173).

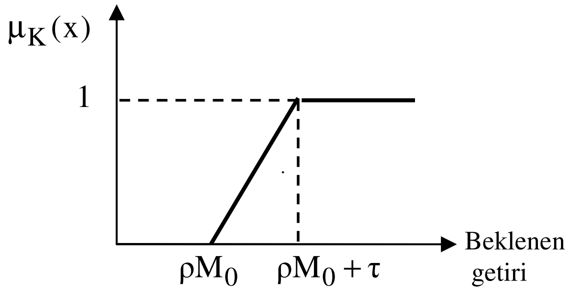
3.2.8. Portföy Analizinde Bulanık Doğrusal Programlama Yaklaşımı

Konno–Yamazaki portföy modeli, beklenen bir getiri seviyesinde ortalama getirisinden (r_j) sapması en küçük hisse senetlerini belirleme de etkin bir yöntemdir ve sadece belirli bir getiri seviyesindeki anı fotoğraflamaktadır. Yani, çözümler ortalama getirisi beklenen getiri seviyesine eşit veya en yakın hisse senetlerinde yoğunlaşmaktadır. Ancak bu model, karar vericilere farklı getiri ve risk kombinasyonlarında nasıl bir portföy oluşturulması gerekliliği hakkında bir bilgi vermemektedir. Ayrıca, riske karşı kayıtsız yatırımcılar riskle pek ilgilenmezler ve yatırım kararlarını sadece beklenen getiriye göre alırlar . Riske karşı kayıtsız yatırımlar için farklı getiri seviyelerinde optimal çözümler elde etmek için Konno–Yamazaki portföy modeli çözülerek de sonuca gidebilir. Ancak, riskten kaçan ve riski seven yatırımcılar için risk ve getiri arasında bir tercih söz konusudur. Örneğin, beklenen getiri oranındaki artıma bağlı olarak katlanılabilecek risk düzeyinden daha yüksek bir risk alınabilir veya çok düşük bir riskle makul bir getiri beklenebilir.

Görüldüğü gibi getiri ve risk faktörleri, yatırımcılar tarafından kesin ve doğru bir şekilde değerlendirilemez. Bu nedenle, bu çalışmada getiri ve riskin bulanık olduğu göz önünde bulundurularak, getiri ve risk için oluşturulan üyelik fonksiyonları ve bulanık matematiksel programlamada kullanılan yaklaşımlar yardımıyla optimal getiri ve risk memnuniyeti altında etkin bir portföy oluşturulmaya çalışılmıştır. Aşağıda Konno–Yamazaki modelinin 3. eşitsizlik kısıtının sağ taraf sabiti olan beklenen getiri oranının (ρ) bulanık olduğunu göz önüne alırsak, Konno–Yamazaki DP modeli, bulanık kaynaklı DP modeline dönüşür. Beklenen getirinin artması yatırımcıların memnuniyetini arttıracağından, 3. kısıtın üyelik fonksiyonu aşağıda Şekil 3.8’de görüldüğü gibi parçalı lineer monoton artan bir fonksiyon olarak tasarlanabilir.

$$\mu_K(x) = \begin{cases} 0, & \sum_{j=1}^{n} r_j x_j < \rho M_0 \\ [\sum_{j=1}^{n} r_j x_j - \rho M_0]/\tau, & \rho M_0 \le \sum_{j=1}^{n} r_j x_j \le \rho M_0 + \tau \\ 1, & \sum_{j=1}^{n} r_j x_j > \rho M_0 + \tau \end{cases} \tag{3.38}$$

Burada τ, beklenen getirinin tolerans değeridir.



Şekil 3.8. Getirinin üyelik fonksiyonu

Böylece, bulanık kaynaklı Konno–Yamazaki doğrusal programlama modeli aşağıdaki gibi gösterilebilir.

Amaç fonksiyonu: $MinZ = \sum_{t=1}^{T} y_t / T$

Kısıt 1: $y_t - \sum_{j=1}^{n} a_{tj} x_j \ge 0 \qquad t = 1, 2, \ldots, T$

Kısıt 2: $y_t + \sum_{j=1}^{n} a_{tj} x_j \ge 0 \qquad t = 1, 2, \ldots, T$

Kısıt 3: $\sum_{j=1}^{n} r_j x_j \ge pM_0$

Kısıt 4: $\sum_{j=1}^{n} x_j = M_o$

$$0 \le x_j \le u_j \ , \quad y_t \ge 0 \qquad j = 1, 2, \ldots, n \tag{3.39}$$

Burada,

T = İncelenen dönem sayısı

t = T dönemi içindeki herhangi bir t. dönem

ρ = Beklenen getiri oranı

$r_j = j$. hisse senedinin ortalama getiri oranı

r_{jt} = t dönemi boyunca j . hisse senedinin gerçekleşen getiri oranı

$a_{tj} = r_{jt} - r_j$ j. hisse senedinin riski

$x_j = j$. hisse senedine yapılan yatırımın payı

$u_j = j$. hisse senedine yapılan yatırımın üst sınırı

M_0 = Toplam yatırım miktarı

y_t = Yardımcı değişken

olmak üzere, pM_0, τ beklenen getirinin önceden bilinen tolerans değeri [pM_0, pM_0 + τ_i] kapalı aralığındadır. pM_0 + τ_i, beklenen getirinin üst sınırı olarak karar verici tarafından belirlenir. Verdegay'a göre bulanık kaynaklı DP modelleri aşağıdaki modele denktir :

Min Z

$x \in X_\alpha$

Burada X_α, $\alpha \in [0, 1]$ olmak üzere α - kesim kümesidir:

$$X_\alpha = \{x \mid \forall i,\ \mu_i \geq \alpha,\ x \geq 0\}$$

Beklenen getirinin üyelik fonksiyonu Verdegay'ın modelinde yerine konursa,

$$\mu_K \geq \alpha$$

$$[\sum_{J=1}^{n} r_j x_j - pM_o] / \tau \geq \alpha$$

$$[\sum_{J=1}^{n} r_j x_j - pM_o] \geq \tau\ \alpha$$

$$\sum_{j=1}^{n} r_j x_j \geq pM_0 + \tau\ \alpha \tag{3.40}$$

olmak üzere, bulanık kaynaklı DP modelimiz aşağıdaki parametrik DP modeline dönüşür.

Amaç fonksiyonu: $MinZ = \sum_{t=1}^{T} y_t / T$

1. Kısıt: $y_t - \sum_{j=1}^{n} a_{tj} x_j \geq 0$ t = 1, 2,…, T

2. Kısıt: $y_t + \sum_{j=1}^{n} a_{tj} x_j \geq 0$ t = 1, 2,…, T

3. Kısıt: $\sum_{J=1}^{n} r_j x_j \geq pM_0 + \alpha\ \tau$ $\alpha \in [0, 1]$

4. Kısıt: $\sum_{j=1}^{n} x_j = M_0$

$$0 \leq x_j \leq u_j,\ \ y_t \geq 0 \qquad j = 1, 2, \ldots, n \tag{3.41}$$

Bu model $\alpha \in [0, 1]$ olmak üzere beklenen getirinin α memnuniyet seviyeleri göz önüne alınarak çözülebilir ve belirli bir α memnuniyet seviyesinde hangi hisse senetlerine ne kadar oranda yatırım yapılması gerektiği bulunabilir.

Ancak, konunun başında bahsedildiği gibi amacımız çeşitli getiri ve risk kombinasyonları arasından bir optimum çözüme ulaşmak olduğundan bu model amacımız için yeterli değildir. Werners, bulanık kaynaklar ve bulanık eşitsizlik kısıtlarından dolayı amaç fonksiyonunun da bulanık olabileceğini ileri sürmüştür. Yukarıda Verdegay'ın yaklaşımında olduğu gibi her bir kaynak için toleransların biliniyor olduğu varsayılmaktadır. İlk olarak, (3.40) modeli $\rho M_0\,(\alpha = 0)$ ve $\rho M_0 + \tau$ $(\alpha = 1)$ beklenen getirileri için çözülerek amaç fonksiyonu değeri olarak sırasıyla Z^0 ve Z^1 minimize edilen risk değerleri elde edilir. Modeldeki beklenen getiri değeri artırıldığında minimize edilen risk değerleri de artacağından $Z^1 > Z^0$'dır. Yatırımcılar riske karşı duyarlı olduğundan risk artığında memnuniyet azalacaktır. Bunun için amacın üyelik fonksiyonu, Z^0 ve Z^1 değerlerinin kullanılmasıyla parçalı doğrusal monoton azalan bir üyelik fonksiyonu gibi tasarlanabilir:

$$\mu_Z(x) = \begin{cases} 1, & Z < Z^0 \\ 1\text{-}\,[Z - Z^0]/Z^1 - Z^0, & Z^0 \le Z \le Z^1 \\ 0, & Z > Z^1 \end{cases} \tag{3.42}$$

Z değeri arttığında amaç fonksiyonun üyelik derecesi (memnuniyetin) azalmaktadır. Beklenen getirinin üyelik fonksiyonu $(\mu_K(x))$ ve amacın üyelik fonksiyonunun $(\mu_0(x))$ yardımıyla optimal bir çözüm elde etmek için max-min operatörü kullanılabilir. Şöyle ki,

"$max_{x\ge0}\,\alpha$, $\alpha = \min[\mu_Z(x),\ \mu_K(x)]$"

olmak üzere, max-min operatörünün kullanılmasıyla problem çok amaçlı optimizasyon problemine dönüşür:

$$\max_{x\ge0} \min\,[\mu_Z(x),\ \mu_K(x)]$$

Eşitlik (3.42) aşağıdaki probleme denktir.

Maks. α

$\mu_Z(x) \ge \alpha$

$\mu_K(x) \geq \alpha$ i = 1, 2, …, m

$\alpha \in [0,1]$, $x \geq 0$

Üyelik fonksiyonlarının denklem (3.42)'de yerine konmasıyla, bulanık amaçlı ve kaynaklı doğrusal programlama problemi, aşağıdaki standart DP problemine dönüşür.

Amaç fonksiyonu,

Maks. α

Kısıt 1: $\sum_{t=1}^{T} y_t / T + \alpha(Z^1 - Z^0) \leq Z^1$

Kısıt 2: $y_t + \sum_{j=1}^{n} a_{tj} x_j \geq 0$ t = 1, 2,…, T

Kısıt 3: $y_t - \sum_{j=1}^{n} a_{tj} x_j \geq 0$ t = 1, 2,…, T

Kısıt 4: $\sum_{j=1}^{n} r_j x_j - \alpha\tau \geq pM_0$ $\alpha \in [0, 1]$

Kısıt 5: $\sum_{j=1}^{n} x_j = M_0$

$0 \leq x_j \leq u_j$, $y_t \geq 0$ j = 1, 2,…, n

Bu modelin çözülmesiyle de, optimal bir α^* değeri için hangi hisse senetlerine ne kadar oranda yatırım yapılması gerektiği bulanabilir (Cinemre, 2006: 355-357).

DÖRDÜNCÜ BÖLÜM

PORTFÖY ANALİZİ PROBLEMİNDE BULANIK MANTIK YAKLAŞIMININ UYGULAMASI

4.1. UYGULAMANIN AMACI

Bu çalışma ile yatırımcılar için optimal portföy oluşturulmaya çalışılmıştır. Optimal portföy, beklenen getiri seviyesinde riski en düşük veya belli bir risk altında beklenen getirisi en yüksek olan portföydür. Portföy oluşturmada risk ve beklenen getiri birbirini zıt yönde etkiler. Yani risk düştükçe beklenen getiri düşer veya beklenen getiri yükseldikçe risk yükselir. Bu çalışmada da çeşitli risk düzeylerinde seçilebilecek optimal portföyler oluşturulmaya çalışılmıştır.

4.2. UYGULAMANIN KAPSAMI

Bu çalışmada, İMKB 50'de Ekim 2001–Eylül 2006 döneminde işlem gören 35 hisse senedine ait aylık veriler kullanılarak, bulanık matematiksel programlama yaklaşımları ile optimal portföy oluşturulmaya çalışılmıştır. Bunun için ilk olarak 2001'in Ekim ayı başlangıç alınarak hisse senetlerinin aylık artım oranları bulunmuş ve her bir hisse senedinin 60 aylık ortalama getirisi hesaplanmıştır. Elde edilen verilerle model kurulup çözümlenmiştir.

4.3. MODELİN KURULMASI VE ÇÖZÜMLENMESİ

4.3.1. Verdegay Yaklaşımı

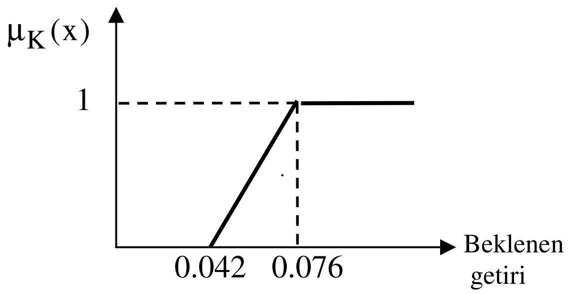
Verdegay yaklaşımındaki problem kesin bir amaç ve bulanık kısıtlarla simetrik olmayan bir BDP problemidir. Bulanık karar kümesinin parametrik olarak ifade edildiği Verdegay yaklaşımında, bulanık karar kümesinin en yüksek üyelik dereceli elemanının seçilmesi problemi, tamamen karar vericinin tercihine kalmıştır.

Modelin oluşturulabilmesi için bazı verilerin hesaplanması gereklidir. Bunun için öncelikle hisse senetlerinin ortalama getirileri hesaplanmıştır. Daha sonra beklenen getiri (hisse senetlerinin ortalama getiri oranlarının ortalaması, ρ), 0.042 (% 4.2) ve hisse senetlerinden elde edilebilecek maksimum beklenen getiri oranı (ρ_{max}) da, hisse senetlerinin ortalama getirilerinin maksimumu olarak 0.076 (% 7.6) hesaplanmıştır. Böylece, beklenen getirinin toleransı ($\tau = \rho_{max} - \rho$) % 3.4 olarak bulunmuştur. Beklenen getirinin üyelik fonksiyonu, $M_0 = 1$ alınarak aşağıdaki gibi oluşturulmuştur.

$$\mu_K(x) = \begin{cases} 0, & \sum_{j=1}^{n} r_j x_j < \rho M_0 \\ [\sum_{j=1}^{n} r_j x_j - \rho M_0]/\tau, & \rho M_0 \le \sum_{j=1}^{n} r_j x_j \le \rho M_0 + \tau \\ 1, & \sum_{j=1}^{n} r_j x_j > \rho M_0 + \tau \end{cases}$$

$$\mu_K(x) = \begin{cases} 0, & , \sum_{j=1}^{35} r_j x_j \langle 0.042 \\ [\sum_{j=1}^{35} r_j\ x_j\ - 0.042]\ /0.034 & , 0.042 \le \sum_{j=1}^{35} r_j\ x_j \le 0.076 \\ 1, & , \sum_{j=1}^{35} r_j x_j \rangle 0.076 \end{cases}$$

Burada τ, beklenen getirinin tolerans değeridir.



Şekil 4.1. Getirinin üyelik fonksiyonu

Böylece, bulanık kaynaklı Konno–Yamazaki DP modeli aşağıdaki gibi gösterilebilir:

$$\text{Min Z} = \sum_{t=1}^{T} y_T \,/ T$$

Min Z = 1/60 ($Y_1 + Y_2 + Y_3 + Y_4 + Y_5 + Y_6 + Y_7 + Y_8 + Y_9 + Y_{10} + Y_{11} + Y_{12} + Y_{13} + Y_{14} + Y_{15} + Y_{16} + Y_{17} + Y_{18} + Y_{19} + Y_{20} + Y_{21} + Y_{22} + Y_{23} + Y_{24} + Y_{25} + Y_{26} + Y_{27} + Y_{28} + Y_{29} + Y_{30} + Y_{31} + Y_{32} + Y_{33} + Y_{34} + Y_{35} + Y_{36} + Y_7 + Y_{38} + Y_{39} + Y_{40} + Y_{41} + Y_{42} + Y_{43} + Y_{44} + Y_{45} + Y_{46} + Y_{47} + Y_{48} + Y_{49} + Y_{50} + Y_{51} + Y_{52} + Y_{53} + Y_{54} + Y_{55} + Y_{56} + Y_{57} + Y_{58} + Y_{59} + Y_{60}$)

Kısıt 1: $y_t + \sum_{j=1}^{n} a_{tj} x_j \geq 0$, t = 1,.........., T

$y_1 + 0.12X_1 + 0.21X_2 + 0.11X_3 + 0.23X_4 + 0.25X_5 + 0.57X_6 + 0.12X_7 + 0.21X_8 + 0.95X_9 + 0.14X_{10} + 0.17X_{11} + 0.28X_{12} + 0.06X_{13} + 0.12X_{14} + 0.42X_{15} + 0.18X_{16} + 0.38X_{17} + 0.27X_{18} + 0.24X_{19} + 0.26X_{20} + 0.24X_{21} + 0.27X_{22} + 0.11X_{23} + 0.19X_{24} + 0.62X_{25} + 0.36X_{26} + 0.16X_{27} - 0.02X_{28} + 0.30X_{29} + 0.37X_{30} + 0.15X_{31} + 0.37X_{32} + 0.68X_{33} + 0.89X_{34} + 0.42X_{35} \geq 0$

$y_2 + 0.11X_1 + 0.62X_2 + 0.22X_3 + 0.26X_4 + 0.24X_5 + 0.10X_6 + 0.62X_7 + 0.84X_8 + 0.14X_9 + 0.21X_{10} - 0.01X_{11} + 0.29X_{12} + 0.12X_{13} + 0.11X_{14} + 0.15X_{15} + 0.14X_{16} + 0.14X_{17} + 0.06X_{18} + 0.30X_{19} + 0.32X_{20} + 0.08X_{21} + 0.11X_{22} + 0.17X_{23} + 0.04X_{24} + 0.14X_{25} + 0.10X_{26} + 0.07X_{27} - 0.02X_{28} + 0.09X_{29} + 0.08X_{30} - 0.21X_{31} + 0.27X_{32} + 0.33X_{33} + 0.57X_{34} + 0.01X_{35} \geq 0$

$y_3 + 0.22X_1 + 0.03X_2 + 0.03X_3 + 0.21X_4 + 0.17X_5 + 0.23X_6 + 0.12X_7 + 0.14X_8 + 0.28X_9 + 0.08X_{10} - 0.07X_{11} + 0.12X_{12} + 0.19X_{13} + 0.03X_{14} + 0.11X_{15} + 0.06X_{16} + 0.14X_{17} + 0.07X_{18} + 0.13X_{19} + 0.19X_{20} + 0.08X_{21} + 0.19X_{22} + 0.07X_{23} + 0.06X_{24} + 0.13X_{25} + 0.05X_{26} + 0.21X_{27} - 0.02X_{28} + 0.27X_{29} + 0.07X_{30} - 0.02X_{31} + 0.09X_{32} + 0.03X_{33} + 0.05X_{34} + 0.19X_{35} \geq 0$

…..

…..

…..

$y_{58} - 0.10X_1 - 0.05X_2 + 0.08X_3 + 0.04X_4 - 0.05X_5 - 0.02X_6 - 0.01X_7 - 0.13X_8 - 0.13X_9 + 0.02X_{10} - 0.03X_{11} + 0.02X_{12} - 0.01X_{13} + 0.07X_{14} + 0.08X_{15} - 0.07X_{16} + 0.05X_{17} + 0.02X_{18} + 0.08X_{19} + 0.04X_{20} - 0.11X_{21} - 0.06X_{22} - 0.06X_{23} + 0.03X_{24} + 0.07X_{25} - 0.12X_{26} - 0.08X_{27} - 0.10X_{28} - 0.14X_{29} + 0.17X_{30} - 0.01X_{31} - 0.11X_{32} - 0.20X_{33} + 0.08X_{34} + 0.07X_{35} \geq 0$

$y_{59} + 0.07X_1 + 0.06X_2 - 0.08X_3 - 0.06X_4 + 0.18X_5 - 0.03X_6 - 0.04X_7 - 0.11X_8 - 0.04X_9 + 0.07X_{10} - 0.10X_{11} - 0.04X_{12} + 0.02X_{13} - 0.03X_{14} + 0.02X_{15} + 0.14X_{16} - 0.04X_{17} - 0.04X_{18} + 0.13X_{19} - 0.09X_{20} - 0.14X_{21} - 0.03X_{22} - 0.04X_{23} - 0.08X_{24} + 0X_{25} - 0.07X_{26} - 0.01X_{27} - 0.07X_{28} - 0.04X_{29} - 0.09X_{30} - 0.08X_{31} - 0.05X_{32} + 0.01X_{33} - 0.11X_{34} + 0.06X_{35} \geq 0$

$y_{60} - 0.08X_1 - 0.09X_2 - 0.02X_3 - 0X_4 - 0.12X_5 - 0.05X_6 - 0.12X_7 - 0.08X_8 + 0.08X_9 - 0.01X_{10} - 0.10X_{11} + 0.04X_{12} - 0.08X_{13} - 0.04X_{14} - 0.13X_{15} + 0.05X_{16} - 0.05X_{17} - 0.16X_{18} - 0.07X_{19} + 0.04X_{20} - 0.03X_{21} + 0.13X_{22} - 0.02X_{23} - 0.16X_{24} - 0.11X_{25} - 0.10X_{26} - 0.01X_{27} - 0.07X_{28} - 0.11X_{29} + 0.31X_{30} - 0X_{31} - 0.13X_{32} - 0.19X_{33} - 0.11X_{34} - 0.09X_{35} \geq 0$

Kısıt 2: $$y_t - \sum_{j=1}^{n} a_{tj} x_j \geq 0$$

$y_1 - 0.12X_1 - 0.21X_2 - 0.11X_3 - 0.23X_4 - 0.25X_5 - 0.57X_6 - 0.12X_7 - 0.21X_8 - 0.95X_9 - 0.14X_{10} - 0.17X_{11} - 0.28X_{12} - 0.06X_{13} - 0.12X_{14} - 0.42X_{15} - 0.18X_{16} - 0.38X_{17} - 0.27X_{18} - 0.24X_{19} - 0.26X_{20} - 0.24X_{21} - 0.27X_{22} - 0.11X_{23} - 0.19X_{24} - 0.62X_{25} - 0.36X_{26} - 0.16X_{27} + 0.02X_{28} - 0.30X_{29} - 0.37X_{30} - 0.15X_{31} - 0.37X_{32} - 0.68X_{33} - 0.89X_{34} - 0.42X_{35} \geq 0$

$y_2 - 0.11X_1 - 0.62X_2 - 0.22X_3 - 0.26X_4 - 0.24X_5 - 0.10X_6 - 0.62X_7 - 0.84X_8 - 0.14X_9 - 0.21X_{10} + 0.01X_{11} - 0.29X_{12} - 0.12X_{13} - 0.11X_{14} - 0.15X_{15} - 0.14X_{16} - 0.14X_{17} - 0.06X_{18} - 0.30X_{19} - 0.32X_{20} - 0.08X_{21} - 0.11X_{22} - 0.17X_{23} - 0.04X_{24} - 0.14X_{25} - 0.10X_{26} - 0.07X_{27} + 0.02X_{28} - 0.09X_{29} - 0.08X_{30} + 0.21X_{31} - 0.27X_{32} - 0.33X_{33} - 0.57X_{34} - 0.01X_{35} \geq 0$

$y_3 - 0.22X_1 - 0.03X_2 - 0.03X_3 - 0.21X_4 - 0.17X_5 - 0.23X_6 - 0.12X_7 - 0.14X_8 - 0.28X_9 - 0.08X_{10} + 0.07X_{11} - 0.12X_{12} - 0.19X_{13} - 0.03X_{14} - 0.11X_{15} - 0.06X_{16} - 0.14X_{17} - 0.07X_{18} - 0.13X_{19} - 0.19X_{20} - 0.08X_{21} - 0.19X_{22} - 0.07X_{23} - 0.06X_{24} - 0.13X_{25} - 0.05X_{26} - 0.21X_{27} + 0.02X_{28} - 0.27X_{29} - 0.07X_{30} + 0.02X_{31} - 0.09X_{32} - 0.03X_{33} - 0.05X_{34} - 0.19X_{35} \geq 0$

…..

…..

…..

$y_{58} + 0.10X_1 + 0.05X_2 - 0.08X_3 - 0.04X_4 + 0.05X_5 + 0.02X_6 + 0.01X_7 + 0.13X_8 - 0.13X_9 - 0.02X_{10} + 0.03X_{11} - 0.02X_{12} + 0.01X_{13} - 0.07X_{14} - 0.08X_{15} + 0.07X_{16} - 0.05X_{17} - 0.02X_{18} - 0.08X_{19} - 0.04X_{20} + 0.11X_{21} + 0.06X_{22} + 0.06X_{23} - 0.03X_{24} - 0.07X_{25} + 0.12X_{26} + 0.08X_{27} + 0.10X_{28} + 0.14X_{29} - 0.17X_{30} + 0.01X_{31} + 0.11X_{32} + 0.20X_{33} - 0.08X_{34} - 0.07X_{35} \geq 0$

$y_{59} - 0.07X_1 - 0.06X_2 + 0.08X_3 + 0.06X_4 - 0.18X_5 + 0.03X_6 + 0.04X_7 + 0.11X_8 + 0.04X_9 - 0.07X_{10} + 0.10X_{11} + 0.04X_{12} - 0.02X_{13} + 0.03X_{14} - 0.02X_{15} - 0.14X_{16} + 0.04X_{17} + 0.04X_{18} - 0.13X_{19} + 0.09X_{20} + 0.14X_{21} + 0.03X_{22} + 0.04X_{23} + 0.08X_{24} - 0X_{25} + 0.07X_{26} + 0.01X_{27} + 0.07X_{28} + 0.04X_{29} + 0.09X_{30} + 0.08X_{31} + 0.05X_{32} - 0.01X_{33} + 0.11X_{34} - 0.06X_{35} \geq 0$

$y_{60} + 0.08X_1 + 0.09X_2 + 0.02X_3 + 0X_4 + 0.12X_5 + 0.05X_6 + 0.12X_7 + 0.08X_8 - 0.08X_9 + 0.01X_{10} + 0.10X_{11} - 0.04X_{12} + 0.08X_{13} + 0.04X_{14} + 0.13X_{15} - 0.05X_{16} + 0.05X_{17} + 0.16X_{18} + 0.07X_{19} - 0.04X_{20} + 0.03X_{21} - 0.13X_{22} + 0.02X_{23} + 0.16X_{24} + 0.11X_{25} + 0.10X_{26} + 0.01X_{27} + 0.07X_{28} + 0.11X_{29} - 0.31X_{30} + 0X_{31} + 0.13X_{32} + 0.19X_{33} + 0.11X_{34} + 0.09X_{35} \geq 0$

Kısıt 3: $$\sum_{j=1}^{n} r_j x_j \geq pM_0 + \alpha_T$$

$0.04X_1 + 0.06X_2 + 0.08X_3 + 0.05X_4 + 0.03X_5 + 0.05X_6 + 0.06X_7 + 0.06X_8 + 0.05X_9 + 0.07X_{10} + 0.04X_{11} - 0.05X_{12} + 0.03X_{13} + 0.03X_{14} + 0.03X_{15} + 0.03X_{16} + 0.01X_{17} + 0.02X_{18} + 0.04X_{19} + 0.05X_{20} + 0.05X_{21} + 0.01X_{22} + 0.03X_{23} + 0.03X_{24} + 0.02X_{25} + 0.07X_{26} + 0.04X_{27} + 0.02X_{28} + 0.04X_{29} + 0X_{30} + 0.03X_{31} + 0.07X_{32} + 0.05X_{33} + 0.06X_{34} + 0.05X_{35} \geq 0.042 + 0.034\alpha$

Kısıt 4: $$\sum_{j=1}^{n} x_j = M_0$$

$X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 + X_6 + X_7 + X_8 + X_9 + X_{10} + X_{11} + X_{12} + X_{13} + X_{14} + X_{15} + X_{16} + X_{17} + X_{18} + X_{19} + X_{20} + X_{21} + X_{22} + X_{23} + X_{24} + X_{25} + X_{26} + X_{27} + X_{28} + X_{29} + X_{30} + X_{31} + X_{32} + X_{33} + X_{34} + X_{35} = 1$

$$0 \leq x_j \leq u_j, \qquad j = 1, 2, \ldots, 35$$

$$t = 1, 2, \ldots, 60$$

Tablo 4.1. Hisse senetlerinin isimleri ve kısaltmaları

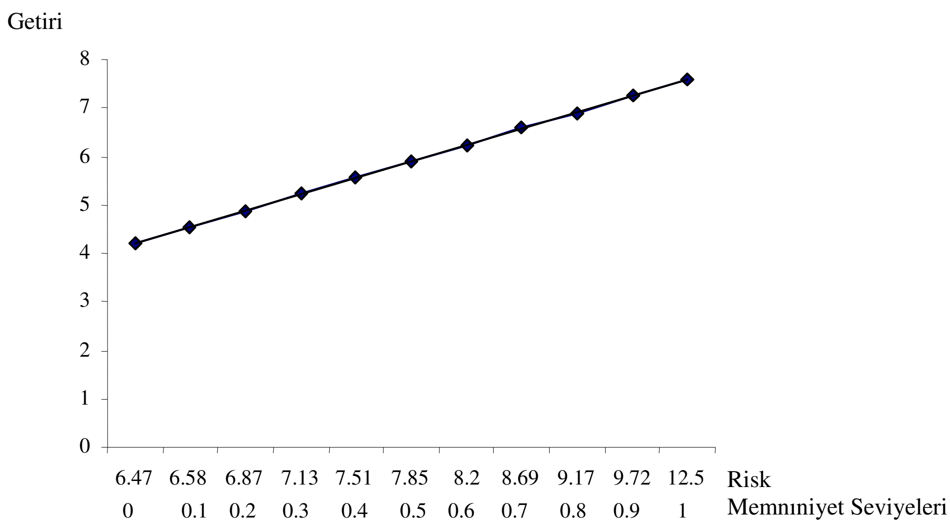
Xi	Hisse senetleri	Kısaltmalar	Xi	Hisse senetleri	Kısaltmalar
X1	AKBANK	AKBNK	X19	SABANCI HOLD.	SAHOL
X2	FORTIS	FORTS	X20	ŞİŞE CAM	SISE
X3	FINANSBANK	FINBN	X21	ŞEKERBANK	SKBNK
X4	GARANTİ BANK	GARAN	X22	TÜRK HAVA YOL.	THYAO
X5	YAPI KREDİ B.	YKBNK	X23	TOFAŞ OTO FAB.	TOASO
X6	ARÇELİK	ARCLK	X24	TÜPRAŞ	TUPRS
X7	DOĞAN HOLDİNG	DOHOL	X25	VESTEL	VESTL
X8	DOĞAN YAYIN H.	DYHOL	X26	DEVA HOLDİNG	DEVA
X9	TURKCELL	TCELL	X27	FORD OTOSAN	FROTO
X10	TÜRK SAN.KALK.B.	TSKB	X28	İHLAS HOLD.	IHLAS
X11	EREĞLİ DEMİR Ç.	EREGL	X29	GSD HOLDİNG	GSDHO
X12	HÜRRİYET GAZETE	HURGZ	X30	AK ENERJİ	AKENER
X13	İŞ BANKASI (C)	İSCTR	X31	KARTONSAN	KARTN
X14	İŞ GMYO	İSGYO	X32	KARDEMİR (D)	KRDMD
X15	KOÇ HOLDİNG	KCHOL	X33	NET HOLDİNG	NTHOL
X16	MİGROS	MİGRS	X34	ASELSAN	ASELS
X17	PETKİM	PETKM	X35	ANADOLU SİG.	ANSGR
X18	PETROL OFİSİ	PTOFS			

$\alpha \in [0, 1]$ için modelin çözülmesiyle Tablo 4.2'deki sonuçlar elde edilmiştir.

Tablo 4.2. Bulanık kaynaklı modelin çözüm sonuçları

α Memnuniyet Seviyeleri	Kısıt (kar %)	Amaç (risk %) Z
0	4.2	6.47
0.1*	4.54	6.58
0.2	4.88	6.87
0.3	5.22	7.13
0.4	5.56	7.51
0.5	5.9	7.85
0.6	6.24	8.2
0.7	6.58	8.69
0.8	6.9	9.17
0.9	7.26	9.72
1	7.6	12.52

Çeşitli memnuniyet seviyelerindeki risk ve getiri arasındaki ilişkiyi görmek için Şekil 4.2'den yararlanılabilir.



Şekil 4.2. Risk-getiri arasındaki ilişki

Şekil 4.2'den görüldüğü gibi müşterinin alabileceği risk arttıkça getiri de artmaktadır. Risk ile getiri arasında doğru orantı vardır.

Karar verici hangi memnuniyet seviyesindeki portföye sahip olmak istediğini belirlemek için çeşitli memnuniyet seviyelerinde elde edilen getiri ve risk değerlerini kullanarak, birim başına en fazla getiriyi getirecek α değerini seçmek ister. Bunun için risk ve getirilerin artım oranları bulunarak birbirine oranlanır ve birim başına en fazla getiriyi sağlayan α optimal değer olarak kabul edilir.

$\alpha = 0.1$ iken, getirideki artış $4.54 - 4.20 = 0.34$,

riskteki artış $6.58 - 6.47 = 0.11$

$\alpha = 0.1$ iken riske karşı getirideki artış $0.34 / 0.11 = 3.09$ olur.

Çeşitli α değerlerinde riske göre birim getiri oranları hesaplanmış ve değerler Tablo 4.3'te verilmiştir. Tablo 4.3'te görüldüğü gibi $\alpha = 0.1$ iken getiri riskin 3.09 katı kadar artış göstermiştir. Bu nedenle yatırımcılar memnuniyet seviyesini $\alpha = 0.1$ olarak alırlar. Bu değerde riske oranla en fazla getiriyi elde ederler.

Tablo 4.3. Memnuniyet seviyelerindeki getiri risk oranları

Memnuniyet Seviyeleri α	**Getirideki Artış**	**Riskteki Artış**	**Getiri/Risk Oranı**
0	-	-	-
0.1*	0.34	0.11	3.09
0.2	0.68	0.4	1.70
0.3	1.02	0.66	1.55
0.4	1.36	1.04	1.31
0.5	1.7	1.38	1.23
0.6	2.04	1.73	1.18
0.7	2.38	2.22	1.07
0.8	2.7	2.7	1.00
0.9	3.06	3.25	0.94
1	3.4	6.05	0.56

$\alpha = 0.1$ memnuniyet seviyesinde minimize edilen risk oranı % 6.58 ve beklenen getiri oranı % 4.54 olmak üzere oluşturulan portföydeki hisse senetleri ve yatırım içindeki % lik oranları Tablo 4.4'te gösterilmiştir.

Tablo 4.4. $\alpha = 0.1$ için bulanık kaynaklı modelin çözümlenmesi

X_i	Hiss.Snt.	%
X1	AKBN	28.25
X10	TSKB	10.82
X16	KCHOL	2.72
X24	TUPRS	18.98
X26	DEVA	13.79
X27	FROTO	8.4
X30	AKENER	1.14
X31	KARTN	6.72
X33	NTHOL	9.18

$\alpha = 0.5$ memnuniyet seviyesinde minimize edilen risk oranı % 7.85 ve beklenen getiri oranı % 5.90 olmak üzere Tablo 4.5'teki sonuçlar elde edilmiştir.

Tablo 4.5. $\alpha = 0.5$ için bulanık kaynaklı modelin çözümlenmesi

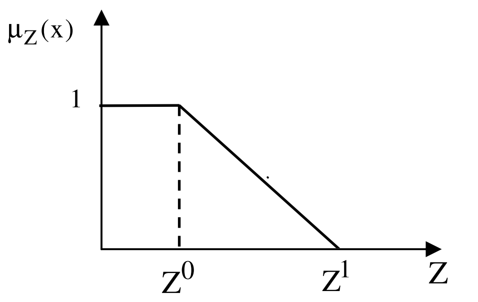
X_i	Hiss.Snt.	%
X1	AKBN	19.2
X2	FORTS	4.14
X3	FINBN	22.5
X8	DYHOL	2.11
X10	TSKB	9.17
X26	DEVA	18.68
X27	FROTO	6.46
X31	KARTN	8.32
X32	KRDMD	1.44
X33	NTHOL	7.98

4.3.2. Werners Yaklaşımı

Verdegay yaklaşımında model $\alpha \in [0, 1]$ olmak üzere beklenen getirinin α memnuniyet seviyeleri göz önüne alınarak çözülmüş ve belirli bir α memnuniyet seviyesinde hangi hisse senetlerine ne kadar oranda yatırım yapılması gerektiği bulunmuştur.

Ancak, amacımız çeşitli getiri ve risk kombinasyonları arasından bir optimum çözüme ulaşmak olduğundan bu model amacımız için yeterli değildir. Werner, bulanık kaynaklar ve bulanık eşitsizlik kısıtlarından dolayı Verdegay modelinin amaç fonksiyonunun da bulanık olabileceğini ileri sürmüştür. Modelde Verdegay'ın yaklaşımında olduğu gibi her bir kaynak için toleransların biliniyor olduğu varsayılmaktadır. İlk olarak, ρM_0 ($\alpha = 0$) ve $\rho M_0 + \tau$ ($\alpha = 1$) beklenen getirileri için çözülerek amaç fonksiyonu değeri olarak sırasıyla Z^0 ve Z^1 minimize edilen risk değerleri elde edilir. Modeldeki beklenen getiri değeri artırıldığında minimize edilen risk değerleri de artacağından $Z^1 > Z^0$'dır. Yatırımcılar riske karşı duyarlı olduğundan risk artığında memnuniyet azalacaktır. Bunun için amacın üyelik fonksiyonu, aşağıda görüldüğü gibi $\alpha = 0$ iken Z^0 ve $\alpha = 1$ iken Z^1 değerlerinin kullanılmasıyla parçalı doğrusal monoton azalan bir üyelik fonksiyonu gibi tasarlanabilir.

$$\mu_Z(x) = \begin{cases} 1, & Z < Z^0 \\ 1 - [Z - Z^0]/Z^1 - Z^0, & Z^0 \leq Z \leq Z^1 \\ 0, & Z > Z^1 \end{cases}$$



Şekil 4.3. Amacın (Riskin) üyelik fonksiyonu

Şekil 4.3 incelendiğinde, Z değeri arttığında amaç fonksiyonunun üyelik derecesinin (memnuniyetin) azaldığı kolayca anlaşılmaktadır. Beklenen getirinin üyelik fonksiyonu ($\mu_K(x)$) ve amacın üyelik fonksiyonunun ($\mu_0(x)$) yardımıyla optimal bir çözüm elde etmek için max-min operatörü kullanılabilir. *Şöyle ki,*

$$max_{x \geq 0}\, \alpha\,,\ \alpha = \min[\,\mu_Z(x),\ \mu_K(x)\,]$$

olmak üzere, max-min operatörünün kullanılmasıyla problem çok amaçlı optimizasyon problemine dönüşür (Wang, 1997):

$$\max_{x \geq 0} \min\ [\,\mu_Z(x),\ \mu_K(x)\,]$$

Verdegay yaklaşımında çözülen modelde $Z^0 = 6.47$ ve $Z^1 = 12.52$ olarak bulunmuştur. Bu değerlere göre amacın üyelik fonksiyonu aşağıdaki gibi oluşturulur:

$$\mu_Z(x) = \begin{cases} 1, & Z < 0.065 \\ 1- [Z - 0.065] / 0.060\,, & 0.0647 \leq Z \leq 0.125 \\ 0, & Z > 0.125 \end{cases}$$

Beklenen getirinin üyelik fonksiyonunu oluşturmak için ilk olarak ($\tau = p_{max} - p$) toleransı bulmak gerekir. Tolerans, Verdegay yaklaşımı uygulama aşamasında $\tau = \%\ 3.4$ olarak bulunmuştur.

$$\mu_K(x) = \begin{cases} 0, & \sum_{j=1}^{n} r_j x_j < \rho M_0 \\ [\sum_{j=1}^{n} r_j x_j - pM_0]/\tau, & pM_0 \leq \sum_{j=1}^{n} r_j x_j \leq pM_0 + \tau \\ 1, & \sum_{j=1}^{n} r_j x_j \rangle pM_0 + \tau \end{cases}$$

$$\mu_K(x) = \begin{cases} 0, & , \quad \sum_{j=1}^{35} r_j x_j \ \langle \ 0.042 \\ [\sum_{j=1}^{35} r_j \ x_j \ - 0.042 \ ] \ / \ 0.034 & , \quad 0.042 \leq \sum_{j=1}^{35} r_j \ x_j \ \leq 0.076 \\ 1, & , \quad \sum_{j=1}^{35} r_j x_j \ \rangle \ 0.076 \end{cases}$$

Üyelik fonksiyonlarının da yerine konmasıyla, bulanık amaçlı ve kaynaklı doğrusal programlama problemi, aşağıdaki standart DP problemine dönüşür:

Amaç fonksiyonu:

Max α

Kısıt 1 : $\sum_{t=1}^{T} y_T \ / T \ + \alpha \ (Z^1 - Z^0) \leq Z^1$

$1/60 \ (Y_1 + Y_2 + Y_3 + Y_4 + Y_5 + Y_6 + Y_7 + Y_8 + Y_9 + Y_{10} + Y_{11} + Y_{12} + Y_{13} + Y_{14} + Y_{15} + Y_{16} + Y_{17} + Y_{18} + Y_{19} + Y_{20} + Y_{21} + Y_{22} + Y_{23} + Y_{24} + Y_{25} + Y_{26} + Y_{27} + Y_{28} + Y_{29} + Y_{30} + Y_{31} + Y_{32} + Y_{33} + Y_{34} + Y_{35} + Y_{36} + Y_7 + Y_{38} + Y_{39} + Y_{40} + Y_{41} + Y_{42} + Y_{43} + Y_{44} + Y_{45} + Y_{46} + Y_{47} + Y_{48} + Y_{49} + Y_{50} + Y_{51} + Y_{52} + Y_{53} + Y_{54} + Y_{55} + Y_{56} + Y_{57} + Y_{58} + Y_{59} + Y_{60}) + 0.060\alpha \leq 0.125$

Kısıt 2 : $y_t + \sum_{j=1}^{n} a_{tj} x_j \geq 0 \quad , \quad t = 1,.........., T$

$y_1 + 0.12X_1 + 0.21X_2 + 0.11X_3 + 0.23X_4 + 0.25X_5 + 0.57X_6 + 0.12X_7 + 0.21X_8 + 0.95X_9 + 0.14X_{10} + 0.17X_{11} + 0.28X_{12} + 0.06X_{13} + 0.12X_{14} + 0.42X_{15} + 0.18X_{16} + 0.38X_{17} + 0.27X_{18} + 0.24X_{19} + 0.26X_{20} + 0.24X_{21} + 0.27X_{22} + 0.11X_{23} + 0.19X_{24} + 0.62X_{25} + 0.36X_{26} + 0.16X_{27} - 0.02X_{28} + 0.30X_{29} + 0.37X_{30} + 0.15X_{31} + 0.37X_{32} + 0.68X_{33} + 0.89X_{34} + 0.42X_{35} \ \geq 0$

$y_2 + 0.11X_1 + 0.62X_2 + 0.22X_3 + 0.26X_4 + 0.24X_5 + 0.10X_6 + 0.62X_7 + 0.84X_8 + 0.14X_9 + 0.21X_{10} - 0.01X_{11} + 0.29X_{12} + 0.12X_{13} + 0.11X_{14} + 0.15X_{15} + 0.14X_{16} + 0.14X_{17} + 0.06X_{18} + 0.30X_{19} + 0.32X_{20} + 0.08X_{21} + 0.11X_{22} + 0.17X_{23} + 0.04X_{24} + 0.14X_{25} + 0.10X_{26} + 0.07X_{27} - 0.02X_{28} + 0.09X_{29} + 0.08X_{30} - 0.21X_{31} + 0.27X_{32} + 0.33X_{33} + 0.57X_{34} + 0.01X_{35} \ \geq 0$

$y_3 + 0.22X_1 + 0.03X_2 + 0.03X_3 + 0.21X_4 + 0.17X_5 + 0.23X_6 + 0.12X_7 + 0.14X_8 + 0.28X_9 + 0.08X_{10} - 0.07X_{11} + 0.12X_{12} + 0.19X_{13} + 0.03X_{14} + 0.11X_{15} + 0.06X_{16} + 0.14X_{17} + 0.07X_{18} + 0.13X_{19} + 0.19X_{20} + 0.08X_{21} + 0.19X_{22} + 0.07X_{23} + 0.06X_{24} + 0.13X_{25} + 0.05X_{26} + 0.21X_{27} - 0.02X_{28} + 0.27X_{29} + 0.07X_{30} - 0.02X_{31} + 0.09X_{32} + 0.03X_{33} + 0.05X_{34} + 0.19X_{35} \geq 0$

……..

……..

……..

$y_{58} - 0.10X_1 - 0.05X_2 + 0.08X_3 + 0.04X_4 - 0.05X_5 - 0.02X_6 - 0.01X_7 - 0.13X_8 - 0.13X_9 + 0.02X_{10} - 0.03X_{11} + 0.02X_{12} - 0.01X_{13} + 0.07X_{14} + 0.08X_{15} - 0.07X_{16} + 0.05X_{17} + 0.02X_{18} + 0.08X_{19} + 0.04X_{20} - 0.11X_{21} - 0.06X_{22} - 0.06X_{23} + 0.03X_{24} + 0.07X_{25} - 0.12X_{26} - 0.08X_{27} - 0.10X_{28} - 0.14X_{29} + 0.17X_{30} - 0.01X_{31} - 0.11X_{32} - 0.20X_{33} + 0.08X_{34} + 0.07X_{35} \geq 0$

$y_{59} + 0.07X_1 + 0.06X_2 - 0.08X_3 - 0.06X_4 + 0.18X_5 - 0.03X_6 - 0.04X_7 - 0.11X_8 - 0.04X_9 + 0.07X_{10} - 0.10X_{11} - 0.04X_{12} + 0.02X_{13} - 0.03X_{14} + 0.02X_{15} + 0.14X_{16} - 0.04X_{17} - 0.04X_{18} + 0.13X_{19} - 0.09X_{20} - 0.14X_{21} - 0.03X_{22} - 0.04X_{23} - 0.08X_{24} + 0X_{25} - 0.07X_{26} - 0.01X_{27} - 0.07X_{28} - 0.04X_{29} - 0.09X_{30} - 0.08X_{31} - 0.05X_{32} + 0.01X_{33} - 0.11X_{34} + 0.06X_{35} \geq 0$

$y_{60} - 0.08X_1 - 0.09X_2 - 0.02X_3 - 0X_4 - 0.12X_5 - 0.05X_6 - 0.12X_7 - 0.08X_8 + 0.08X_9 - 0.01X_{10} - 0.10X_{11} + 0.04X_{12} - 0.08X_{13} - 0.04X_{14} - 0.13X_{15} + 0.05X_{16} - 0.05X_{17} - 0.16X_{18} - 0.07X_{19} + 0.04X_{20} - 0.03X_{21} + 0.13X_{22} - 0.02X_{23} - 0.16X_{24} - 0.11X_{25} - 0.10X_{26} - 0.01X_{27} - 0.07X_{28} - 0.11X_{29} + 0.31X_{30} - 0X_{31} - 0.13X_{32} - 0.19X_{33} - 0.11X_{34} - 0.09X_{35} \geq 0$

Kısıt 3: $$y_t - \sum_{j=1}^{n} a_{tj} x_j \geq 0$$

$y_1 - 0.12X_1 - 0.21X_2 - 0.11X_3 - 0.23X_4 - 0.25X_5 - 0.57X_6 - 0.12X_7 - 0.21X_8 - 0.95X_9 - 0.14X_{10} - 0.17X_{11} - 0.28X_{12} - 0.06X_{13} - 0.12X_{14} - 0.42X_{15} - 0.18X_{16} - 0.38X_{17} - 0.27X_{18} - 0.24X_{19} - 0.26X_{20} - 0.24X_{21} - 0.27X_{22} - 0.11X_{23} - 0.19X_{24} - 0.62X_{25} - 0.36X_{26} - 0.16X_{27} + 0.02X_{28} - 0.30X_{29} - 0.37X_{30} - 0.15X_{31} - 0.37X_{32} - 0.68X_{33} - 0.89X_{34} - 0.42X_{35} \geq 0$

$y_2 - 0.11X_1 - 0.62X_2 - 0.22X_3 - 0.26X_4 - 0.24X_5 - 0.10X_6 - 0.62X_7 - 0.84X_8 - 0.14X_9 - 0.21X_{10} + 0.01X_{11} - 0.29X_{12} - 0.12X_{13} - 0.11X_{14} - 0.15X_{15} - 0.14X_{16} - 0.14X_{17} - 0.06X_{18} - 0.30X_{19} - 0.32X_{20} - 0.08X_{21} - 0.11X_{22} - 0.17X_{23} - 0.04X_{24} - 0.14X_{25} - 0.10X_{26} - 0.07X_{27} + 0.02X_{28} - 0.09X_{29} - 0.08X_{30} + 0.21X_{31} - 0.27X_{32} - 0.33X_{33} - 0.57X_{34} - 0.01X_{35} \geq 0$

$y_3 - 0.22X_1 - 0.03X_2 - 0.03X_3 - 0.21X_4 - 0.17X_5 - 0.23X_6 - 0.12X_7 - 0.14X_8 - 0.28X_9 - 0.08X_{10} + 0.07X_{11} - 0.12X_{12} - 0.19X_{13} - 0.03X_{14} - 0.11X_{15} - 0.06X_{16} - 0.14X_{17} - 0.07X_{18} - 0.13X_{19} - 0.19X_{20} - 0.08X_{21} - 0.19X_{22} - 0.07X_{23} - 0.06X_{24} - 0.13X_{25} - 0.05X_{26} - 0.21X_{27} + 0.02X_{28} - 0.27X_{29} - 0.07X_{30} + 0.02X_{31} - 0.09X_{32} - 0.03X_{33} - 0.05X_{34} - 0.19X_{35} \geq 0$

……..

……..

……..

$y_{58} + 0.10X_1 + 0.05X_2 - 0.08X_3 - 0.04X_4 + 0.05X_5 + 0.02X_6 + 0.01X_7 + 0.13X_8 - 0.13X_9 - 0.02X_{10} + 0.03X_{11} - 0.02X_{12} + 0.01X_{13} - 0.07X_{14} - 0.08X_{15} + 0.07X_{16} - 0.05X_{17} - 0.02X_{18} - 0.08X_{19} - 0.04X_{20} + 0.11X_{21} + 0.06X_{22} + 0.06X_{23} - 0.03X_{24} - 0.07X_{25} + 0.12X_{26} + 0.08X_{27} + 0.10X_{28} + 0.14X_{29} - 0.17X_{30} + 0.01X_{31} + 0.11X_{32} + 0.20X_{33} - 0.08X_{34} - 0.07X_{35} \geq 0$

$y_{59} - 0.07X_1 - 0.06X_2 + 0.08X_3 + 0.06X_4 - 0.18X_5 + 0.03X_6 + 0.04X_7 + 0.11X_8 + 0.04X_9 - 0.07X_{10} + 0.10X_{11} + 0.04X_{12} - 0.02X_{13} + 0.03X_{14} - 0.02X_{15} - 0.14X_{16} + 0.04X_{17} + 0.04X_{18} - 0.13X_{19} + 0.09X_{20} + 0.14X_{21} + 0.03X_{22} + 0.04X_{23} + 0.08X_{24} - 0X_{25} + 0.07X_{26} + 0.01X_{27} + 0.07X_{28} + 0.04X_{29} + 0.09X_{30} + 0.08X_{31} + 0.05X_{32} - 0.01X_{33} + 0.11X_{34} - 0.06X_{35} \geq 0$

$y_{60} + 0.08X_1 + 0.09X_2 + 0.02X_3 + 0X_4 + 0.12X_5 + 0.05X_6 + 0.12X_7 + 0.08X_8 - 0.08X_9 + 0.01X_{10} + 0.10X_{11} - 0.04X_{12} + 0.08X_{13} + 0.04X_{14} + 0.13X_{15} - 0.05X_{16} + 0.05X_{17} + 0.16X_{18} + 0.07X_{19} - 0.04X_{20} + 0.03X_{21} - 0.13X_{22} + 0.02X_{23} + 0.16X_{24} + 0.11X_{25} + 0.10X_{26} + 0.01X_{27} + 0.07X_{28} + 0.11X_{29} - 0.31X_{30} + 0X_{31} + 0.13X_{32} + 0.19X_{33} + 0.11X_{34} + 0.09X_{35} \geq 0$

Kısıt 4: $$\sum_{j=1}^{n} r_j x_j - \alpha\tau \geq pM_0 \qquad , \quad \alpha \in [0, 1]$$

$0.04X_1 + 0.06X_2 + 0.08X_3 + 0.05X_4 + 0.03X_5 + 0.05X_6 + 0.06X_7 + 0.06X_8 + 0.05X_9 + 0.07X_{10} + 0.04X_{11} - 0.05X_{12} + 0.03X_{13} + 0.03X_{14} + 0.03X_{15} + 0.03X_{16} + 0.01X_{17} + 0.02X_{18} + 0.04X_{19} + 0.05X_{20} + 0.05X_{21} + 0.01X_{22} + 0.03X_{23} + 0.03X_{24} + 0.02X_{25} + 0.07X_{26} + 0.04X_{27} + 0.02X_{28} + 0.04X_{29} + 0X_{30} + 0.03X_{31} + 0.07X_{32} + 0.05X_{33} + 0.06X_{34} + 0.05X_{35} - 0.034\alpha \geq 0.042$

Kısıt 5: $$\sum_{j=1}^{n} x_j = M_0$$

$X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 + X_6 + X_7 + X_8 + X_9 + X_{10} + X_{11} + X_{12} + X_{13} + X_{14} + X_{15} + X_{16} + X_{17} + X_{18} + X_{19} + X_{20} + X_{21} + X_{22} + X_{23} + X_{24} + X_{25} + X_{26} + X_{27} + X_{28} + X_{29} + X_{30} + X_{31} + X_{32} + X_{33} + X_{34} + X_{35} = 1$

$$0 \leq x_j \leq u_j, \qquad j = 1, 2, \ldots, 35$$

$$t = 1, 2, \ldots, 60$$

Bu modelin WinQSB paket programıyla çözümlenmesi ile α = 0.66 bulunmuştur. Bu değerde min. risk oranı üyelik fonksiyonundan aşağıdaki şekilde bulunabilir:

$$\mu_Z(x) = \alpha = 1 - [Z - 0.065] / 0.060$$

$$0.66 = 1 - [Z - 0.065] / 0.060$$

$$1 - 0.66 = [Z - 0.065] / 0.060$$

$$0.034 * 0.060 = Z - 0.065$$

$$0.0204 + 0.065 = Z$$

$$0.0854 = Z$$

α = 0.66 memnuniyet seviyesinde minimize edilen risk oranı % 8.54 olarak bulunmuştur. α = 0.66 memnuniyet seviyesinde oluşturulan portföydeki hisse senetleri ve yatırım içerisindeki %'lik oranları Tablo 4.6 da verilmiştir.

Tablo 4.6. Bulanık amaçlı ve bulanık kaynaklı modelin çözümlenmesi

X_i	Hiss.Snt.	%
X1	AKBN	7.38
X2	FORTS	5.53
X3	FINBN	28.79
X8	DYHOL	7.96
X10	TSKB	12.31
X26	DEVA	18.82
X31	KARTN	8.45
X32	KRDMD	3.76
X33	NTHOL	7.00

4.3.3. Zimmermann Yaklaşımı

Zimmermann yaklaşımında amaç fonksiyonu katsayıları ile kısıtlayıcılardaki teknoloji katsayıları bulanık olmayan bir şekilde belirlenmektedir. Bu yaklaşımda modelin amaç fonksiyonu ve kısıtlayıcıların sağ taraf sabitleri bulanık olarak ifade edilmektedir.

Zimmermann yaklaşımında amaç fonksiyonundaki bulanıklık, subjektif olarak belirlenebilen erişim düzeyi (b_0) ve bu erişim düzeyine ilişkin tolerans miktarı (p_0) ile belirtilmektedir. Oluşturulan modelde risk 0.09 olarak belirlenmiş (b_0) ve belirlenen bu erişim düzeyi için tolerans miktarı 0.02 (p_0) olarak kabul edilmiştir. Burada, bulanık amaç fonksiyonu, bulanık eşitsizlik kısıtlayıcılarına benzer bir şekilde parçalı doğrusal üyelik fonksiyonu ile nitelenmiştir. Amaç fonksiyonunun üyelik fonksiyonu aşağıdaki şekilde yazılabilir.

$$\mu_Z(x) = \begin{cases} 0 & ;\ \text{eğer} \quad Z < b_0 \\ 1-(b_0 - Z)/p_0 & ;\ \text{eğer} \quad b_0-p_0 \leq Z \leq b_0+p_0 \\ 1 & ;\ \text{eğer} \quad Z > b_0+p_0 \end{cases}$$

$$\mu_Z(x) = \begin{cases} 0 & ;\ \text{eğer} \quad Z < 0.09 \\ 1-(0.09 - Z)/0.02 & ;\ \text{eğer} \quad 0.09 \leq Z \leq 0.11 \\ 1 & ;\ \text{eğer} \quad Z > 0.11 \end{cases}$$

Üyelik fonksiyonlarının da yerine konmasıyla, bulanık amaçlı ve kaynaklı doğrusal programlama problemi, aşağıdaki standart DP problemine dönüşür:

Amaç fonksiyonu:

$$\text{Max } \alpha$$

Kısıt 1 : $\sum_{t=1}^{T} y_T / T + \alpha\, p_0 \leq b_0 + p_0$

$1/60\ (Y_1 + Y_2 + Y_3 + Y_4 + Y_5 + Y_6 + Y_7 + Y_8 + Y_9 + Y_{10} + Y_{11} + Y_{12} + Y_{13} + Y_{14} + Y_{15} + Y_{16} + Y_{17} + Y_{18} + Y_{19} + Y_{20} + Y_{21} + Y_{22} + Y_{23} + Y_{24} + Y_{25} + Y_{26} + Y_{27} + Y_{28} + Y_{29} + Y_{30} + Y_{31} + Y_{32} + Y_{33} + Y_{34} + Y_{35} + Y_{36} + Y_7 + Y_{38} + Y_{39} + Y_{40} + Y_{41} + Y_{42} + Y_{43} + Y_{44} + Y_{45} + Y_{46} + Y_{47} + Y_{48} + Y_{49} + Y_{50} + Y_{51} + Y_{52} + Y_{53} + Y_{54} + Y_{55} + Y_{56} + Y_{57} + Y_{58} + Y_{59} + Y_{60}) + 0.02\alpha \le 0.11$

Kısıt 2 : $y_t + \sum_{j=1}^{n} a_{tj} x_j \ge 0$, t = 1,.........., T

$y_1 + 0.12X_1 + 0.21X_2 + 0.11X_3 + 0.23X_4 + 0.25X_5 + 0.57X_6 + 0.12X_7 + 0.21X_8 + 0.95X_9 + 0.14X_{10} + 0.17X_{11} + 0.28X_{12} + 0.06X_{13} + 0.12X_{14} + 0.42X_{15} + 0.18X_{16} + 0.38X_{17} + 0.27X_{18} + 0.24X_{19} + 0.26X_{20} + 0.24X_{21} + 0.27X_{22} + 0.11X_{23} + 0.19X_{24} + 0.62X_{25} + 0.36X_{26} + 0.16X_{27} - 0.02X_{28} + 0.30X_{29} + 0.37X_{30} + 0.15X_{31} + 0.37X_{32} + 0.68X_{33} + 0.89X_{34} + 0.42X_{35} \ge 0$

$y_2 + 0.11X_1 + 0.62X_2 + 0.22X_3 + 0.26X_4 + 0.24X_5 + 0.10X_6 + 0.62X_7 + 0.84X_8 + 0.14X_9 + 0.21X_{10} - 0.01X_{11} + 0.29X_{12} + 0.12X_{13} + 0.11X_{14} + 0.15X_{15} + 0.14X_{16} + 0.14X_{17} + 0.06X_{18} + 0.30X_{19} + 0.32X_{20} + 0.08X_{21} + 0.11X_{22} + 0.17X_{23} + 0.04X_{24} + 0.14X_{25} + 0.10X_{26} + 0.07X_{27} - 0.02X_{28} + 0.09X_{29} + 0.08X_{30} - 0.21X_{31} + 0.27X_{32} + 0.33X_{33} + 0.57X_{34} + 0.01X_{35} \ge 0$

$y_3 + 0.22X_1 + 0.03X_2 + 0.03X_3 + 0.21X_4 + 0.17X_5 + 0.23X_6 + 0.12X_7 + 0.14X_8 + 0.28X_9 + 0.08X_{10} - 0.07X_{11} + 0.12X_{12} + 0.19X_{13} + 0.03X_{14} + 0.11X_{15} + 0.06X_{16} + 0.14X_{17} + 0.07X_{18} + 0.13X_{19} + 0.19X_{20} + 0.08X_{21} + 0.19X_{22} + 0.07X_{23} + 0.06X_{24} + 0.13X_{25} + 0.05X_{26} + 0.21X_{27} - 0.02X_{28} + 0.27X_{29} + 0.07X_{30} - 0.02X_{31} + 0.09X_{32} + 0.03X_{33} + 0.05X_{34} + 0.19X_{35} \ge 0$

……..

……..

……..

$y_{58} - 0.10X_1 - 0.05X_2 + 0.08X_3 + 0.04X_4 - 0.05X_5 - 0.02X_6 - 0.01X_7 - 0.13X_8 - 0.13X_9 + 0.02X_{10} - 0.03X_{11} + 0.02X_{12} - 0.01X_{13} + 0.07X_{14} + 0.08X_{15} - 0.07X_{16} + 0.05X_{17} + 0.02X_{18} + 0.08X_{19} + 0.04X_{20} - 0.11X_{21} - 0.06X_{22} - 0.06X_{23} + 0.03X_{24} + 0.07X_{25} - 0.12X_{26} - 0.08X_{27} - 0.10X_{28} - 0.14X_{29} + 0.17X_{30} - 0.01X_{31} - 0.11X_{32} - 0.20X_{33} + 0.08X_{34} + 0.07X_{35} \ge 0$

$y_{59} + 0.07X_1 + 0.06X_2 - 0.08X_3 - 0.06X_4 + 0.18X_5 - 0.03X_6 - 0.04X_7 - 0.11X_8 - 0.04X_9 + 0.07X_{10} - 0.10X_{11} - 0.04X_{12} + 0.02X_{13} - 0.03X_{14} + 0.02X_{15} + 0.14X_{16} - 0.04X_{17} - 0.04X_{18} + 0.13X_{19} - 0.09X_{20} - 0.14X_{21} - 0.03X_{22} - 0.04X_{23} - 0.08X_{24} + 0X_{25} - 0.07X_{26} - 0.01X_{27} - 0.07X_{28} - 0.04X_{29} - 0.09X_{30} - 0.08X_{31} - 0.05X_{32} + 0.01X_{33} - 0.11X_{34} + 0.06X_{35} \ge 0$

$y_{60} - 0.08X_1 - 0.09X_2 - 0.02X_3 - 0X_4 - 0.12X_5 - 0.05X_6 - 0.12X_7 - 0.08X_8 + 0.08X_9 - 0.01X_{10} - 0.10X_{11} + 0.04X_{12} - 0.08X_{13} - 0.04X_{14} - 0.13X_{15} + 0.05X_{16} - 0.05X_{17} - 0.16X_{18} - 0.07X_{19} + 0.04X_{20} - 0.03X_{21} + 0.13X_{22} - 0.02X_{23} - 0.16X_{24} - 0.11X_{25} - 0.10X_{26} - 0.01X_{27} - 0.07X_{28} - 0.11X_{29} + 0.31X_{30} - 0X_{31} - 0.13X_{32} - 0.19X_{33} - 0.11X_{34} - 0.09X_{35} \ge 0$

Kısıt 3: $y_t - \sum_{j=1}^{n} a_{tj} x_j \geq 0$

$y_1 - 0.12X_1 - 0.21X_2 - 0.11X_3 - 0.23X_4 - 0.25X_5 - 0.57X_6 - 0.12X_7 - 0.21X_8 - 0.95X_9 - 0.14X_{10} - 0.17X_{11} - 0.28X_{12} - 0.06X_{13} - 0.12X_{14} - 0.42X_{15} - 0.18X_{16} - 0.38X_{17} - 0.27X_{18} - 0.24X_{19} - 0.26X_{20} - 0.24X_{21} - 0.27X_{22} - 0.11X_{23} - 0.19X_{24} - 0.62X_{25} - 0.36X_{26} - 0.16X_{27} + 0.02X_{28} - 0.30X_{29} - 0.37X_{30} - 0.15X_{31} - 0.37X_{32} - 0.68X_{33} - 0.89X_{34} - 0.42X_{35} \geq 0$

$y_2 - 0.11X_1 - 0.62X_2 - 0.22X_3 - 0.26X_4 - 0.24X_5 - 0.10X_6 - 0.62X_7 - 0.84X_8 - 0.14X_9 - 0.21X_{10} + 0.01X_{11} - 0.29X_{12} - 0.12X_{13} - 0.11X_{14} - 0.15X_{15} - 0.14X_{16} - 0.14X_{17} - 0.06X_{18} - 0.30X_{19} - 0.32X_{20} - 0.08X_{21} - 0.11X_{22} - 0.17X_{23} - 0.04X_{24} - 0.14X_{25} - 0.10X_{26} - 0.07X_{27} + 0.02X_{28} - 0.09X_{29} - 0.08X_{30} + 0.21X_{31} - 0.27X_{32} - 0.33X_{33} - 0.57X_{34} - 0.01X_{35} \geq 0$

$y_3 - 0.22X_1 - 0.03X_2 - 0.03X_3 - 0.21X_4 - 0.17X_5 - 0.23X_6 - 0.12X_7 - 0.14X_8 - 0.28X_9 - 0.08X_{10} + 0.07X_{11} - 0.12X_{12} - 0.19X_{13} - 0.03X_{14} - 0.11X_{15} - 0.06X_{16} - 0.14X_{17} - 0.07X_{18} - 0.13X_{19} - 0.19X_{20} - 0.08X_{21} - 0.19X_{22} - 0.07X_{23} - 0.06X_{24} - 0.13X_{25} - 0.05X_{26} - 0.21X_{27} + 0.02X_{28} - 0.27X_{29} - 0.07X_{30} + 0.02X_{31} - 0.09X_{32} - 0.03X_{33} - 0.05X_{34} - 0.19X_{35} \geq 0$

……..

……..

……..

$y_{58} + 0.10X_1 + 0.05X_2 - 0.08X_3 - 0.04X_4 + 0.05X_5 + 0.02X_6 + 0.01X_7 + 0.13X_8 - 0.13X_9 - 0.02X_{10} + 0.03X_{11} - 0.02X_{12} + 0.01X_{13} - 0.07X_{14} - 0.08X_{15} + 0.07X_{16} - 0.05X_{17} - 0.02X_{18} - 0.08X_{19} - 0.04X_{20} + 0.11X_{21} + 0.06X_{22} + 0.06X_{23} - 0.03X_{24} - 0.07X_{25} + 0.12X_{26} + 0.08X_{27} + 0.10X_{28} + 0.14X_{29} - 0.17X_{30} + 0.01X_{31} + 0.11X_{32} + 0.20X_{33} - 0.08X_{34} - 0.07X_{35} \geq 0$

$y_{59} - 0.07X_1 - 0.06X_2 + 0.08X_3 + 0.06X_4 - 0.18X_5 + 0.03X_6 + 0.04X_7 + 0.11X_8 + 0.04X_9 - 0.07X_{10} + 0.10X_{11} + 0.04X_{12} - 0.02X_{13} + 0.03X_{14} - 0.02X_{15} - 0.14X_{16} + 0.04X_{17} + 0.04X_{18} - 0.13X_{19} + 0.09X_{20} + 0.14X_{21} + 0.03X_{22} + 0.04X_{23} + 0.08X_{24} - 0X_{25} + 0.07X_{26} + 0.01X_{27} + 0.07X_{28} + 0.04X_{29} + 0.09X_{30} + 0.08X_{31} + 0.05X_{32} - 0.01X_{33} + 0.11X_{34} - 0.06X_{35} \geq 0$

$y_{60} + 0.08X_1 + 0.09X_2 + 0.02X_3 + 0X_4 + 0.12X_5 + 0.05X_6 + 0.12X_7 + 0.08X_8 - 0.08X_9 + 0.01X_{10} + 0.10X_{11} - 0.04X_{12} + 0.08X_{13} + 0.04X_{14} + 0.13X_{15} - 0.05X_{16} + 0.05X_{17} + 0.16X_{18} + 0.07X_{19} - 0.04X_{20} + 0.03X_{21} - 0.13X_{22} + 0.02X_{23} + 0.16X_{24} + 0.11X_{25} + 0.10X_{26} + 0.01X_{27} + 0.07X_{28} + 0.11X_{29} - 0.31X_{30} + 0X_{31} + 0.13X_{32} + 0.19X_{33} + 0.11X_{34} + 0.09X_{35} \geq 0$

Kısıt 4: $\sum_{j=1}^{n} r_j x_j - \alpha\tau \geq pM_0 \quad , \quad \alpha \in [0, 1]$

$0.04X_1 + 0.06X_2 + 0.08X_3 + 0.05X_4 + 0.03X_5 + 0.05X_6 + 0.06X_7 + 0.06X_8 + 0.05X_9 + 0.07X_{10} + 0.04X_{11} - 0.05X_{12} + 0.03X_{13} + 0.03X_{14} + 0.03X_{15} + 0.03X_{16} + 0.01X_{17} + 0.02X_{18} + 0.04X_{19} + 0.05X_{20} + 0.05X_{21} + 0.01X_{22} + 0.03X_{23} + 0.03X_{24} + 0.02X_{25} + 0.07X_{26} + 0.04X_{27} + 0.02X_{28} + 0.04X_{29} + 0X_{30} + 0.03X_{31} + 0.07X_{32} + 0.05X_{33} + 0.06X_{34} + 0.05X_{35} - 0.034\alpha \geq 0.042$

Kısıt 5: $\sum_{j=1}^{n} x_j = M_0$

$X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 + X_6 + X_7 + X_8 + X_9 + X_{10} + X_{11} + X_{12} + X_{13} + X_{14} + X_{15} + X_{16} + X_{17} + X_{18} + X_{19} + X_{20} + X_{21} + X_{22} + X_{23} + X_{24} + X_{25} + X_{26} + X_{27} + X_{28} + X_{29} + X_{30} + X_{31} + X_{32} + X_{33} + X_{34} + X_{35} = 1$

$0 \leq x_j \leq u_j, \qquad j = 1, 2, \ldots, 35$

$t = 1, 2, \ldots, 60$

Bu modelin WinQSB paket programıyla çözümlenmesi ile $\alpha = 0.82$ bulunmuştur. Bu değerde min. risk oranı üyelik fonksiyonundan aşağıdaki şekilde bulunabilir:

$$\mu_Z(x) = \alpha = 1 - [0.09 - Z] / 0.02$$

.

$$0.82 = 1 - [0.09-Z] / 0.02$$

$$1 - 0.82 = [0.09-Z] / 0.02$$

$$0.18 * 0.02 = 0.09 - Z$$

$$Z = 0.09 - 0.0036$$

$$Z = 0.0864$$

$\alpha = 0.82$ memnuniyet seviyesinde minimize edilen risk oranı % 8.64 olarak bulunmuştur. $\alpha = 0.82$ memnuniyet seviyesinde oluşturulan portföydeki hisse senetleri ve yatırım içerisindeki % lik oranları Tablo 4.7’de verilmiştir.

Tablo 4.7. Bulanık amaçlı ve bulanık kaynaklı modelin çözümlenmesi

X_i	Hiss.Snt.	%
X2	FORTS	1.42
X3	FINBN	35.14
X8	DYHOL	11.06
X10	TSKB	21.06
X26	DEVA	20.34
X31	KARTN	5.63
X32	KRDMD	5.35

SONUÇ VE ÖNERİLER

Finansal piyasalardaki belirsizlik ve bu piyasaların ekonomik ve sosyal birçok olaydan etkilenmesi Doğrusal Programlama (DP)'nın sunduğu önerileri yetersiz kılmaktadır. Gerçek hayatta özellikle finansal yönetimde, yatırımcının bilgisi ve deneyimi karar verme aşamasında önem kazanmıştır. Bu nedenle Bulanık Doğrusal Programlama (BDP) yönteminin belirsiz olan durumların modellemesindeki başarısı, finansal piyasalarda da kullanılmasını sağlamıştır. Bu sayede portföy yöneticisinin portföy üzerine müdahale miktarı artmakta ve modelde kullanılan bazı parametreleri kendi bireysel kararlarına göre belirleyebilmektedir. Ayrıca bulanık üyelik fonksiyonları sayesinde yatırımcı problemlere daha kolay müdahale edebilmektedir. Portföy yöneticileri içinde bulunulan duruma göre veya yatırımcıların tiplerine göre (riski seven, riskten kaçınan) portöy modeline kolaylıkla şekil verebilmektedir. Böylece BDP yöntemi ile farklı yatırımcı tiplerine farklı öneriler sunulabilmektedir.

Bu çalışmanın birinci bölümünde, portföy analizi ve portföy yönetimi ile ilgili temel tanımlara yer verilip, beklenen getiri ve risk kavramları üzerinde durulup, sonrasında portföy analizi yöntemlerine değinilmiştir.

İkinci bölümünde, bulanık mantık ve bulanık küme kavramları incelenmiştir.

Üçüncü bölümde, DP ve BDP üzerinde durulmuştur. Portföy analizinde BDP'dan ve çeşitli çözüm yaklaşımlarından bahsedilmiştir.

Dördüncü bölüm olan uygulama kısmında, İstanbul Menkul Kımetler Borsası'ndan elde edilen verilerle üçüncü bölümde bahsedilen modellerin kullanılabilirliğini göstermek amacı ile bir uygulama yapılarak model çeşitli yaklaşımlarla çözülmüştür.

Uygulamada kullanılan yaklaşımlar; Zimmermann, Werners ve Verdegay tarafından geliştirilen yaklaşımlardır. Verdegay, sadece sağ taraf sabitlerini bulanık olarak almış, BDP problemine parametrik bir çözüm önermiştir. Werners ise sağ taraf sabitleri ile birlikte amaç fonksiyonunu da bulanık olarak düşünmüş, karar fonksiyonu için tanımladığı alt ve üst sınırlar ile bir karar aralığı yaratmış ve bulanık kısıtlar ile kesişiminden bulanık karara ulaşmıştır. Zimmermann, amaç fonksiyonu için bir istek düzeyi tanımlayarak bulanık küme olarak modellediği kısıtlar altında çözüme gitmiştir.

İncelenen yaklaşımlardan Zimmermann ve Werners yaklaşımlarında BDP modeli DP modeline dönüştürülmektedir. Bu yaklaşımlarda, bulanık karar kümesinin sadece en yüksek üyelik dereceli elemanı belirlenmektedir. Verdegay yaklaşımında ise BDP modeli parametrik programlama modeline dönüştürülmektedir. Böylece bu yaklaşım bulanık karar kümesinin tamamen belirlenmesine olanak sağlar. Bununla birlikte bulanık karar kümesinin hangi elemanının BDP modelinin çözümü olarak kabul edileceği Verdegay yaklaşımında tamamen karar vericinin tercihine bırakılmıştır.

Bu çözüm yaklaşımlarından hangisinin seçileceği DP problemlerinde bulanıklığın nerede oluştuğuna, bulanık karar kümesinin tamamen belirlenip belirlenmeyeceğine, bulanıklığın nasıl niteleneceğine ve karar vericinin problemin çözüm sürecindeki rolüne bağlıdır. Ele alınan yaklaşımlar ile BDP problemlerinin çözümü belirlenirken genellikle karar verici tercihine gereksinim duyulmaktadır. Şöyle ki; amaç fonksiyonunun erişim düzeyi ve bu erişim düzeyine ilişkin tolerans değeri, Zimmermann yaklaşımında karar verici tarafından belirlenmektedir. Verdegay yaklaşımında ise parametrik olarak belirlenen çözüm değerleri arasından karar vericinin tercih ettiği çözüm, alışılagelmiş bir karar olarak kabul edilmektedir.

BDP modelinin çözümü için Zimmermann'ın önerdiği yaklaşımın, az sayıda varsayım ve işlemsel kolaylık sağlama gibi üstünlükleri vardır. Buna rağmen, karar verici ile iletişime girilemiyorsa veya karar vericinin belirlediği erişim düzeyi ile tolerans değeri gerçekçi ve güvenilir değilse Zimmermann yaklaşımı ile belirlenen çözüm uygulanabilir bir çözüm olma özelliğini yitirir. Çünkü amaç fonksiyonunun erişim düzeyinin çok yüksek verilmesi halinde problem uygun olmayan bir çözümle sonuçlanır. Buna ek olarak tolerans değerinin çok yüksek verilmesi ise üyelik fonksiyonunun anlamını azaltır. Bu nedenlerle Werners yaklaşımı Zimmermann yaklaşımına tercih edilebilir.

Amaç fonksiyonunun üyelik fonksiyonunu oluştururken karar vericinin bilgi eksikliğinden kaynaklanabilecek subjektiflik önlenmek isteniyorsa Verdegay yaklaşımı Zimmermann yaklaşımına tercih edilebilir.

Söz konusu yaklaşımlar ile BDP problemlerinin çözümünü belirlemek için gerekli olan bilgisayar kullanım zamanı bakımından, DP temeline dayanan Zimmermann ve Werners yaklaşımları parametrik programlama temeline dayanan Verdegay yaklaşımlarına tercih edilebilir. Bununla birlikte, amaç fonksiyonunun üyelik fonksiyonu oluştururken ve/veya bulanık karar kümesinin hangi elemanının problemin çözümü olarak kabul edileceği belirlenirken, karar vericinin tercihi göz ardı edilebilir. Bunun için, Werners yaklaşımı ile Zimmermann yaklaşımları birleştirilebilir. Dolayısıyla, karar vericiden ek bir bilgi sağlama ihtiyacı olmadan bulanık amaca ilişkin üyelik fonksiyonu Werners yaklaşımı ile belirlenerek bu üyelik fonksiyonu Zimmermann yaklaşımında kullanılabilir.

Bulanık kaynaklı portföy modelinin Verdegay yaklaşımı ile $\alpha \in [0, 1]$ için çözülmesiyle her α değeri için belirli bir getiriye ve riske sahip farklı portföyler elde edilmiş ve $\alpha = 0, 0.1, \ldots, 0.9, 1$ değerlerine karşılık gelen getiri ve risk değerleri Tablo 4.2'de gösterilmiştir. İncelemeler sonucu, $\alpha = 0.5$ seviyesinin üzerindeki seviyelerde beklenen getirinin artımına bağlı olarak portföyleri oluşturan hisse senetlerinin sayısında hızlı bir düşüş olduğu görülmüş ve yatırım miktarı sadece belirli hisse senetlerinde yoğunlaşmıştır. Ayrıca Tablo 4.2 incelendiğinde $\alpha = 0.5$ seviyesinin üzerindeki seviyelerde risk değerlerinin daha hızlı artığı kolayca görülmektedir. Bunun için $\alpha^* = 0.5$ seviyesine karşılık gelen % 5.9 beklenen getiri değeri ve % 7.85 risk değeri optimal olarak alınmıştır. Aslında burada optimal olarak aldığımız 0.5 değeri yatırımcıların daha fazlasına katlanmak istemedikleri maksimum riski ifade eder. $\alpha = 0$ değeri normal bir yatırımcının alacağı minumum riski ifade eder. $\alpha = 0.5$ memnuniyet seviyesinde oluşturulacak portföy için Akbank hisse senedine %19.2, Fortis hisse senedine % 4.14, Finansbank hisse senedine % 22.5, Doğan Yayın Holding hisse senedine % 2.11, Türk Sanayi Kalkınma Bankası hisse senedine % 9.17, Deva Holding hisse senedine % 18.68, Fort Otomotiv hisse senedine % 6.46, Kartonsan hisse senedine % 8.32, Kardemir hisse senedine % 1.44, Net Holding hisse senedine % 7.98 oranında yatırım yapılması gerektiği sonucu çıkmıştır.

$\alpha = 0, 0.1, \ldots, 0.9, 1$ değerlerine karşılık getirideki artış ve riskteki artışlar oranlandığında birim başına riske göre en fazla getiri $\alpha = 0.1$ düzeyinde sağlanmıştır. Bu oranlar Tablo 4.3'te verilmiştir. Bu durumda yatırımcı $\alpha = 0.1$ memnuniyet seviyesinde % 4.54 beklenen getiri değeri ve % 6.58 risk değeri olan portföy, riski sevmeyen yatırımcılar için optimal portföydür. Bu portföyü oluşturmak için, Akbank hisse senedine %28.25, Türk Sanayi Kalkınma Bankası hisse senedine % 10.82, Koç Holding hisse senedine % 2.72, Tüpraş hisse senedine % 18.98, Deva Holding hisse senedine % 13.79, Fort Otomotiv hisse senedine % 8.4, Akenerji hisse senedine % 1.14, Kartonsan hisse senedine % 6.72, Net Holding hisse senedine % 9.18 oranında yatırım yapılması gerektiği sonucu çıkmıştır.

Verdegay yaklaşımı ile elde edilen çözüm değerlerine göre her bir α değeri için optimal çözüm bulunmuştur. α değeri 0'dan 1'e doğru arttıkça risk ve getiri de artmaktadır. Yatırımcılar her bir α değerindeki risk ve beklenen getiriyi dikkate almalı ve kendilerine en uygun olan α değerini seçmelidir. Burada riskten kaçınan yatırımcılar daha düşük düzeydeki α değerlerini seçmelidirler. Bu düşük değerlerdeki getiri oranları düşük olduğu için memnuniyet seviyeleri de düşüktür.

Werners yaklaşımı ile elde edilen çözüm değerlerine göre, $\alpha = 0$ için optimal çözüm değer $Z^0 = 6.47$ ve $\alpha = 1$ için optimal çözüm değer $Z^1 = 12.52$ olarak bulunmuştu. Yani yatırımcılar en az % 6.47 en fazla %12.52 riske katlanırlar. Bu iki değer arasındaki optimal çözüm değeri ise $\alpha = 0.66$ üyelik derecesi ile % 8.54'tür. Bu çözüm değerindeki portföyü oluşturmak için Akbank hisse senedine % 7.38, Fortis hisse senedine % 5.53, Finansbank hisse senedine % 28.79, Doğan Yayın Holding hisse senedine % 7.96, Türk Sanayi Kalkınma Bankası hisse senedine % 12.81, Deva Holding hisse senedine %18.82, Kartonsan hisse senedine % 8.45, Kardemir hisse senedine % 3.76, Net Holding hisse senedine % 7 oranında yatırım yapılması gerekmektedir.

Zimmerman yaklaşımı ile elde edilen çözüm değerlerine göre verilen toleransa göre 0.82 üyelik derecesi ile risk % 8.64 olmuştur. Zimmerman yaklaşımına göre oluşturulacak portföy için Fortis hisse senedine % 1.42, Finansbank hisse senedine % 35.14, Doğan Yayın Holding hisse senedine % 11.06, Türk Sanayi Kalkınma Bankası hisse senedine % 21.06, Deva Holding hisse senedine % 20.34, Kartonsan hisse senedine % 5.63, Kardemir hisse senedine % 5.35 oranında yatırım yapılması gerekmektedir.

Genel olarak çözüm değerleri analiz edildiğinde, DP modelinin çözümlerine kıyasla, BDP modelinin karar verici için çok daha fazla bilgi sağladığı ve daha anlamlı sonuçlar verdiğini söylemek mümkündür. DP modelinde olduğu gibi BDP modeli de seçenekli çözümleri sağlayabilmektedir. Buna ek olarak, BDP modelinde bulanık karar kümesinin oluşturulması, aslında bir problemin sonsuz sayıda alternatif çözümünün belirlenmesi anlamına gelir. BDP modelinde karar vericinin yönlendirdiği veya karar vericinin doyurucu bulabileceği bir çözüm araştırılır. Uygulamadaki portföyü oluşturmada da getirinin ve riskin kesin olmayışı sebebiyle BDP matematiksel bir araç olarak kullanılmıştır.

BDP problemlerinin çözümünde çözümün etkinliğini belirleyen en önemli unsur, bulanıklığın modele yansıtılmasında kullanılacak olan parametrelerdir. Bu parametrelerin nasıl bir bulanık geometri teşkil ettiği karar verme sürecinin en hassas noktasıdır. Çünkü çözümün başarısı, modelin sistemi yansıtmadaki başarısına bağlıdır. Elbette bu da modeli oluşturan parametrelerin belirlenmesini son derece önemli hale getirir. Bundan sonra yapılacak çalışmalarda, parametrelerin bulanıklığını yansıtacak geometrilerin belirlenmesinde, yani üyelik fonksiyonlarının oluşturulması üzerinde çalışma derinleştirilebilir.

Ayrıca uygulamada portföy analizi yapılırken, hisse senetlerinin getirilerinin ve getiriden sapmalarının normal dağılıma sahip olduğu varsayılmıştır; fakat yapılan bazı çalışmalar hisse senetleri getirilerinin normalden farklı bir dağılım gösterdiğini ortaya çıkarmıştır (Yrd.Doç.Dr. Hakan Aygören, "İstanbul Menkul Kıymetler Borsa'sında (IMKB) oynaklık yapısına ilişkin bir araştırma"). Bundan sonraki yapılacak çalışmalarda bu durumun dikkate alınması faydalı olacaktır.

Sonuç olarak karar problemlerinde varolan belirsizlikleri azaltmak mümkün olsa bile esnek düşünme yeteneğine sahip olan insan, karar verme aşamalarında bulanık mantığı ve yöneylem araştırması yöntemlerine uygulamalarını çok etkin bir şekilde kullanmalıdır. Karar problemlerindeki belirsizliğe göre farklı modeller kullanmak, bu modellerin çözümlerini bulmak ve bu çözümler arasından en uygununu belirlemek, etkin kararlar alınmasına büyük destek verebilecektir.

KAYNAKLAR

Akmut, Ö. (1989). *Sermaye Piyasası Analizleri ve Portföy Yönetimi*, Ankara.

Alexander G.J., Francis J.C.(1986). *Portfolio Analysis, Prentice-Hall, Englewood Clifts*, New Jersey.

Atan M., Duman S. (2001). Konno Yamazaki Portföy Modelinin Doğrusal Programlama Yardımıyla Çözümlenmesi, Gazi Üniversitesi, İ.İ.B.F. Ekonometri Bölümü, Ankara

Atin M.H., (1999). *Bulanık Lineer Programlama* (Basılmamış Yüksek Lisans Tezi), Yıldız Teknik Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.

Aykaç, B. (1996). *Portföy Analizi ve Bir Uygulama* (Basılmamış Yüksek Lisans Tezi), İstanbul Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul

Aytaç, E. (2006). *Kalite Kontrolde Bulanık Mantık Yaklaşımı ve Bir Uygulama* (Basılmamış Yüksek Lisans Tezi), Pamukkale Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Denizli.

Arthur, Z.et al, (1987). *Investment Analysis and Portfolio Management.*

Bailey, J.V. et al, (1993). *Fundamentals of Investments*, Prentice Hall, Englewood Cliffs, New Jersey.

Bakırhan, C. (1989*). Portföy Analizi ve Markowitz ve Sharpe Yöntemlerinin İMKB Uygulaması* (Basılmamış Yüksek lisans Tezi), Ankara Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Ankara

Baray, A. (1993). Bulanık Kümeler Kuramı ve İşletme Uygulamaları, İ.Ü.İşletme Fakültesi Dergisi, Cilt:22, Sayı: 2.

Baştürk, F. (2004). F/K Oranı ve Firma Büyüklüğü Anomalilerinin Bir Arada Ele Alınarak Portföy Oluşturulması ve Bir Uygulama Örneği, Anadolu Üniversitesi Yayınları, Eskişehir.

Baykal, N., Beyan, T. (2004). *Bulanık Mantık İlke ve Temelleri*, Bıçaklar Kitabevi, Ankara.

Bekçi, İ.,Usul, H.,Eroğlu A. (2001) Portföy Seçimi Problemine Bulanık Mantık Yaklaşımı, Süleyman Demirel Üniversitesi, İ.İ.B.F. Dergisi, Cilt:6, Sayı: 2, s. 89-107.

Bolak, M. (2001). *Sermaye Piyasası Menkul Kıymetler ve Portföy Analizi*, Beta Yayınevi, İstanbul.

Bojadziev, G., Bojadziev, M. (1995). *Fuzzy Sets, Fuzzy Logic, Applications*, London: World Scientific.

Buckley J.J.,(2003). Fuzzy Probabilities, New Approach and Applications, Physica-Verlag, New York, p.7.

Cadenas, J.M., Verdegay, J.L. (2000). Using Ranking Functions in Multiobjective Fuzzy Linear Programming, Fuzzy Sets and Systems, 111, p.47-53.

Ceylan, A., Korkmaz, T. (1993). *Uygulamalı Portföy Yönetimi*, Ekin Kitabevi, Bursa.

Cinemre, N., Kocadağlı, O. (2006). Bulanık Matematiksel Programlama Yaklaşımıyla Portföy Oluşturulması, Yöneylem Araştırması –Endüstri Mühendisliği, XXVI. Ulusal Kongresi, Kocaeli.

Chanas, S., Zielinski P. (2000). On the Equivalance of Two Optimization Methods for the Fuzzy Linear Programming Problems, Europan Journal of Operational Research, 121(1), p.56-63.

Chanda, R.S., Bhattacherjee, P.K., 2004(December 2003). Transmission Expansion Planning: A Fuzzy Linear Programming Based Approach, IE(I) Journal-EL, Vol: 84.

Chen, G., Pham, T. T. (2001). Introduction to Fuzzy Sets, Fuzzy Logic and Fuzzy Control Systems, Boca Raton, FL: CRC Press.

Chiang, J. (2001). Fuzzy Linear Programming Based on Statistical Confidence Interval and Interval-Valued Fuzzy Set, European Journal of Operational Research, 129, p.65-86.

Çapanoğlu, M.B. (1993). *Türkiye ve Dış Ülkelerde Sermaye Piyasası Özelleştirme Uygulamaları ve Genel Olarak Menkul Kıymet Borsaları*, Beta Basım Yayın, İstanbul.

Çelik, S.H. (2000). *Bulanık Rastgele Doğrusal Programlama* (Basılmamış Yüksek Lisans Tezi), Ankara Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Ankara.

Dağlı, H. (2004). *Sermaye Piyasası ve Portföy Analizi*, Derya Kitabevi, Trabzon.

Dai, L. et al, (2003). Aggregate Production Planning Utilizing a Fuzzy Linear Programming, Journal of Integrated Design and Process Science, Vol: 7, No: 4, p.81-95.

Delgado, M. et al, (1989). A General Model for Fuzzy Linear Programming, Fuzzy Sets and Systems, 29(1), p.21-29.

Demirtaş, Ö., Güngör, Z. (2004). Portföy Yönetimi ve Portföy Seçimine Yönelik Uygulama, Gazi Üniversitesi, Endüstri Mühendisliği Bölüm Başkanlığı.

Doğan, İ. (1995). *Yöneylem Araştırması Teknikleri ve İşletme Uygulamaları*, Bilim Teknik Yayınevi, Eskişehir.

Elmas, Ç. (2003*). Bulanık Mantık Denetleyiciler(Kuram, Uygulama, Sinirsel Bulanık Mantık)*, Seçkin Kitabevi, Ankara.

Elton E.J., Gruber M.J. (1979). *Studies in the Management Sciences*, North-Holland Publishing Company, Amsterdam.

Erdoğan, O., Özer L. (1998). *Sermaye Piyasasında Kurumsal Yatırımcılar*, Mart Matbaacılık, İstanbul.

Ergeç, F. (1997). *Rüçhan Hakkının Kantitatif Modeller İle Fiyatlandırılması*, Pelin Oset Ltd.Şti., Ankara.

Eroğlu,G. (2006). *Portföy Analizinde Bulanık Programlama* (Yüksek Lisans Tezi), Ankara Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü , Ankara

Ertuğrul, İ. (1996). *Bulanık Mantık ve Bir Üretim Planlamasında Uygulama Örneği* (Basılmamış Yüksek Lisans Tezi), Pamukkale Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Denizli.

Ertuğrul, İ. (2005). *Temel Matematik*, Bursa: Ekin Kitabevi.

Ertuna, İ.Ö. (1991). Yatırım ve Portföy Analizi (Bilgisayar Uygulamalı Örnekleri), İstanbul.

Farrell, J.L., Fuller R.J. (1987). *Modern Investments and Security Analysis*, McGraw-Hall Book Company.

Fertekligil, A. (2000). *Türkiye'de Borsanın Tarihçesi*, Mart Matbaacılık, İstanbul.

Fıscher, D.E., Jordon, R.J. (1987). *Security Analysis and Portfolio Management*, Englewood Clifts, New Jersey.

Gasimov, R.N., Yenilmez K. (2002). Solving Fuzzy Linear Programming Problems with Linear Membership Functions, Turk J Math, TÜBİTAK, 26, p.375-396.

Halaç, O. (1991). *Kantitatif Karar Verme Teknikleri*, Evrim Dağıtım, İstanbul.

Hansen, B.K. (1996). Fuzzy Logic and Linear Programming Find Optimal Solutions for Meteorological Problems, Term Paper for Fuzzy Logic Course at Technical University of Nova Scotia.

Harrington, D.R. (1987). *Modern Portfolio Theory, The Capital Asset Pricing Model, and Arbitrage Pricing Theory*, Prentice-Hall, Inc., New Jersey.

Haugen, R.A. (1993). *Modern İnvestmen Theory*, Prentice Hall Internatıonal Editions.

Hillier, F.S., Lieberman, G.J. (1990). *Introduction to Operations Research*, New York: McGraw-Hill.

Inuiguchi M., Ramik J. (2000). Possibilistic Linear Programming Problems: A Brief of Mathematical Programming and a Comparison with Stochastic Programming in Portfolio Selection Problem, Fuzzy Sets and Systems, 111, p. 3-28.

Inuiguchi, M. (2004). Fuzzy Linear Programming with Interactive Unceratin Parameters, Reliable Computing, 10, p.357-367.

Inuiguchi, M., Sakawa, M. (1998). Robust Optimization under Softness in a Fuzzy Linear Programming Problem, International Journal of Approximate Reasoning, 18, p.21-34.

İlhan B., (1991). *Hisse Senedi Analiz Yöntemleri, Portföy Analizi ve Bir Uygulama* (Basılmamış Yüksek Lisans Tezi), İstanbul Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul

Jamison K.D., Lodwick, W.A. (2001). Fuzzy Linear Programming Using a Penalty Method, Fuzzy Sets and Systems, 119(1), p.97-110.

Jamison, K.D., Lodwick, W.A. (1999). Minimizing Unconstrained Fuzzy Functions, Fuzzy Sets and Systems, 103, p.457-464.

Kara, Ş., (1990). *Sermaye Piyasası*, Doyuran Matbaası, 1990.

Kaufmann, A., Gupta, M. M. (1988). *Fuzzy Mathemetical Models in Engineering and Management Science*, North Holland: Elsevier Science Publishers B.V.

Kandel, A. (1986). *Fuzzy Mathematical Techniques with Applications*, MA: Addison-Wesley Publishing Company, Boston.

Kaymak, U., Sousa, J.M. (2001). Weighted Constraints in Fuzzy Optimization, ERIM Report Series Research in Management, ERS-2001-19-LIS, 21 pages.

Kocadağlı, O. (2006). *Bulanık Matematiksel Programlama ve Portföy Analizi Uygulaması* (Basılmamış Yüksek Lisans Tezi), Mimar Sinan Güzel Sanatlar Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.

Lai Y.J., Hwang, C.L. (1992). Intereactive Fuzzy Linear Programming, Fuzzy Sets and Systems, Volume:45, Issue:2, p.169-183.

Langari R., Yen, J. (1999). Fuzzy Logic, Intelligence, Control and Information, Prentice Hall, New Jersey, p.64.

Liu, X. (2001). Measuring the Satisfaction of Constraints in Fuzzy Linear Programming, Fuzzy Sets and Systems, 122, p.263-275.

Öğütlü, A.S. (2002). *Bulanık Doğrusal Programlama ve Bir Yem Karışım Problemine Uygulanması* (Basılmamış Yüksek Lisans Tezi), Osmangazi Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Eskişehir.

Ökmen, N. (2003). *Portföy Analizi* (Basılmamış Yüksek Lisans Tezi), Gazi Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Ankara.

Özçam, M. (1997). *Varlık Fiyatlama Modelleri Aracılığıyla Dinamik Portföy Yönetimi*, Tisamat Basım Sanayi, Ankara.

Özkan, M. (2002). *Bulanık Doğrusal Programlama ve Bir Tekstil İşletmesinde Uygulama Denemesi* (Basılmamış Doktora Tezi), Uludağ Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Bursa.

Özkan, M. M. (2003). *Bulanık Hedef Programlama,* Ekin Kitabevi, Bursa.

Özkan, M. M. (Fall 2002-2003). Bulanık Hedef Programlama Modeli ve Bir Uygulama Denemesi, Review of Social, Economic and Business Studies, Vol: 2, p.265-301.

Öztürk, A. (2004). *Yöneylem Araştırması*, Uludağ Üniversitesi Yayınları, Bursa.

Paksoy, T. (2002). Bulanık Küme Teorisi ve Doğrusal Programlamada Kullanımı: Karşılaştırmalı Bir Analiz, Selçuk Üniversitesi Mühendislik Mimarlık Fakültesi Dergisi, Cilt:17, No:1, s.1-16.

Paksoy, T., Atak, M. (2003). Etkileşimli Bulanık Çok Amaçlı Doğrusal Programlama ile Bütünleşik Üretim Planlama: Hidrolik Pompa İmalatçısı Firma Örnek Olayı, Gazi Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü Dergisi, Cilt: 15, No: 2, s.457- 466.

Paksoy, T. (2002). 1-16; H.T. Nguyen, E.A. Walker (1999). A First Course in Fuzzy Logic, Chapman&Hall/Crc, Florida.

Ramik, J., Vlach, M. (2002). Fuzzy Mathematical Programming: A Unified Approach Based on Fuzzy Relations, Fuzzy Optimization and Decision Making, 1, 335-346.

Ross T.J. et al, (2002). Fuzzy Logic and Probability Applications: Bridging The Gap, SIAM Publishers, Philadephia.

Sakawa, M., Kato, K. (2002). An Interactive Fuzzy Satisficing Method for Multiobjective Stochastic Linear Programming Problems Using Chance Constrained Conditions, Journal of Multi-Criteria Decision Analysis, 11, p.125-137.

Sankar, K.P. (1986). *Fuzzy Mathematical Approach to Pattern Recognition*, Halsted Pres, New York.

Scott, D.L. (1990). *Understanding and Managıng Investment Risk&Return*, MxGraw-Hıll Book Company, United Kingdom.

Shah, J.K. (1987). *Investment Analysis and Portfolio Management*.

Sharpe, W.F., (1985). *Investments,* Prentice-Hall International.

Şen Z. (2004). *Mühendislikte Bulanık(Fuzzy) Mantık ile Modelleme Prensipleri*, Su Vakfı Yayınları, İstanbul.

Taha, H. A. (2000). *Yöneylem Araştırması*, Çev. Ş. Alp Baray, Şakir Esnaf, Literatür Yayınları, İstanbul.

Tekin, M.(2004). *Sayısal Yöntemler*, Konya.

Terano T. et al, (1991). Fuzzy Systems Theory and its Applications, San Diego: Academic Pres Inc.

Tomsovic, K. (1992). A fuzzy Linear Programming Approach to the Reactive Power/Voltage Control Problem, Transactions on Power Systems, Vol:7, No:1.

Tulunay, Y. (1991). *Matematik Programlama ve İşletme Uygulamaları*, İstanbul Üniversitesi İşletme Fakültesi Yayını, İstanbul.

Tuncel, S. Ö. (1997). *Bulanık Doğrusal Programlama* (Basılmamış Yüksek Lisans Tezi), Hacettepe Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Ankara.

Tuş, Ayşegül (2006). *Bulanık Doğrusal Programlama ve Bir Üretim Planlamasında Uygulama Örneği* (BasılmamışYüksek Lisans Tezi), Pamukkale Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Denizli.

Türe,H. (2006). *Bulanık Doğrusal Programlama ve Bir uygulama* (Basılmamış Yüksek Lisans Tezi), Gazi Üniversitesi Sosyal BilimlerEnstitüsü, Ankara.

Tütek H., Gümüşoğlu Ş. (2000). *Sayısal Yöntemler*, İstanbul: Beta Yayınları.

Ting-Du, T., Wolfe P. (1997). Implementation of Fuzzy Logic Systems and Neural Networks in Industry, Computers in Industry, Vol:32, p.261-272.

Ulucan, A. (2004). *Portföy Optimizasyonu Kuadratik Tabanlı Modelleme*, Siyasal Kitabevi, Ankara.

Uzun, Ç. (1995). *Bulanık Lineer Programlama ve Bir Uygulama* (Basılmamış Yüksek Lisans Tezi), Yıldız Teknik Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.

Uzunoğlu, S. (2002). Menkul Kımetler, Ak Emeklilik ders notları

Üstünel, İ. (2000). *Durağan Portföy Analizi ve İMKB Verilerine Uygulanması*, Emir Ofset, İstanbul.

Wang D.W. (1997). An Inexact Approach for Linear Programming Problems with Fuzzy Objective and Resources, Fuzzy Sets and Systems, 89(1), p.61-68.

Wang, R.C., Liang, T.F. (2004). Application of Fuzzy Multi-Objective Linear Programming to Aggregate Production Planning, *Computers&Industrial Engineering*, 46, p.17-41

Wang, R.C., Fang, H.H. (2001). Theory and Methodology Aggregate Production Planning with Multiple Objectives in a Fuzzy Enviroment, European Journal of Operational Research, 133, p.521-536.

Werners, B. (1987). An Interactive Fuzzy Programming System, Fuzzy Sets and Systems, 23, p.131-147.

Winston W.L. (1994). *Operations Research: Applications and Algorithms*, California: Duxbury Pres.

www.imkb.gov.tr (2007).

Xiaozhong, L. A General Model for Fuzzy Linear Programming Problems with Fuzzy Variables, p.137-140. (www.listic.univsavoie.fr/modules.php?name = Busefal&func = AfficherVolume&no_volume = 76)

Xiaozhong, L., Wende, W., A Kind of Interval-Valued Fuzzy Linear Programming Problems. (www.listic.univsavoie.fr/modules.php?name = Busefal&func = AfficherVolume&no_volume = 80)

Yapıcı, N. (2000). *Bulanık Doğrusal Programlamaya Sinir Ağları Yaklaşımı* (Basılmamış Yüksek Lisans Tezi), Selçuk Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Konya.

Yenilmez, K. (2001). *Bulanık Doğrusal Programlama Problemleri için Yeni Çözüm Yaklaşımları ve Duyarlılık Analizi* (Basılmamış Doktora Tezi), Osmangazi Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Eskişehir.

Yılmaz, Ö.F. (1998). *Bulanık Doğrusal Programlama ile Asgari Ücretin Belirlenmesi* (Basılmamış Yüksek Lisans Tezi), Gazi Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Ankara.

Yörük, N. (2000). *Finansal Varlık Fiyatlama Modelleri ve Arbitraj Fiyatlama Modelinin İMKB'de Test Edilmesi*, Emir Ofset, İstanbul.

Zadeh, L.A. (1975). The Concept of a Linguistic Variable and Its Application to Approximate Reasoning-I, Information Sciences, Vol:8, p.199-249.

Zhang, G. et al, (2003). Formulation of Fuzzy Linear Programming Problems as Four-Objective Constrained Optimization Problems, Applied Mathematics and Computation,139, p.383-399.

Zimmermann, H.J. (1991). *Fuzzy Set Theory and Its Applications*, Massachusetts: Kluwer Academic Publishers.

EKLER

Ek-1 Hisse senetlerinin aylık artım oranları (%)
(Negatif işaretliler parantez içinde gösterilmiştir.)

Dönem S.	Dönemler	AKBANK X1	FORTIS X2	FINANSBANK X3	GARANTI X4	YAPIKREDI X5
60	06/09	(3.13)	(2.27)	5.22	4.67	(8.39)
59	06/08	11.11	12.82	(0.86)	(0.47)	21.19
58	06/07	(5.26)	1.04	(0.89)	9.14	(1.26)
57	06/06	(0.12)	(18.22)	1.99	(16.53)	(6.27)
56	06/05	(13.00)	(19.32)	9.42	(13.39)	(17.74)
55	06/04	(2.65)	(7.14)	(10.39)	9.91	10.07
54	06/03	(15.67)	(15.44)	6.94	(15.97)	(7.79)
53	06/02	16.52	6.43	(4.00)	(2.46)	4.76
52	06/01	4.55	5.26	25.00	24.49	16.67
51	05/12	1.85	13.69	9.09	7.46	8.62
50	05/11	28.57	30.25	34.15	13.43	15.08
49	05/10	(6.15)	0.42	(8.31)	0.00	(10.00)
48	05/09	12.58	8.72	2.13	5.79	(3.45)
47	05/08	8.16	1.87	21.55	3.83	0.00
46	05/07	14.55	(0.47)	(1.69)	11.39	13.73
45	05/06	5.48	(0.92)	21.65	11.65	(0.97)
44	05/05	9.77	(4.41)	28.31	4.04	1.38
43	05/04	1.53	22.04	15.95	(3.32)	(5.93)
42	05/03	(15.31)	0.54	(5.78)	(13.95)	(6.09)
41	05/02	(4.19)	6.94	15.33	11.21	6.48
40	05/01	0.00	36.22	23.97	25.59	27.36
39	04/12	22.79	56.79	49.38	21.71	10.99
38	04/11	2.26	1.25	9.46	(11.17)	15.06
37	04/10	(2.21)	(5.88)	(1.33)	13.89	(15.95)
36	04/09	6.25	5.59	18.93	2.54	9.72
35	04/08	5.79	1.76	4.79	8.24	(8.28)
34	04/07	11.01	1.44	8.44	2.82	10.56
33	04/06	10.77	16.11	7.69	9.26	12.70
32	04/05	(6.82)	(14.72)	(15.38)	(6.90)	4.13
31	04/04	(5.71)	4.09	(1.74)	(7.94)	(18.24)
30	04/03	3.96	26.44	17.01	(1.05)	24.37
29	04/02	6.92	11.54	12.21	16.46	7.21
28	04/01	(11.56)	(9.30)	(16.56)	0.00	(4.31)
27	03/12	13.08	33.33	43.59	31.20	62.92
26	03/11	(6.47)	2.38	6.50	(10.07)	(14.42)
25	03/10	25.23	51.81	29.47	36.27	29.19
24	03/09	27.59	(1.19)	4.40	18.06	15.00
23	03/08	10.83	8.89	5.81	8.54	0.72
22	03/07	(6.55)	1.89	(13.13)	7.61	(9.74)
21	03/06	17.65	(2.75)	3.13	(2.04)	(7.78)
20	03/05	(5.41)	2.83	3.23	3.70	3.09
19	03/04	23.33	16.48	12.05	18.13	13.68
18	03/03	(25.41)	(22.55)	(13.54)	(28.89)	(19.72)
17	03/02	(1.61)	15.20	21.52	4.65	7.58
16	03/01	12.73	4.08	1.28	0.00	20.00
15	02/12	(14.06)	(12.89)	(24.27)	(24.56)	(19.12)
14	02/11	36.00	23.63	60.15	52.00	23.64
13	02/10	1.05	1.11	33.87	29.31	27.91
12	02/09	1.06	(1.10)	(11.43)	(7.23)	(12.24)

11	02/08	1.08	(6.19)	12.90	(7.04)	(26.87)
10	02/07	(8.82)	(1.02)	0.00	(10.13)	6.35
9	02/06	27.50	2.08	(13.89)	(21.00)	(55.63)
8	02/05	(5.88)	(2.04)	(16.28)	0.00	(7.79)
7	02/04	0.00	4.26	8.86	(7.41)	(3.75)
6	02/03	18.06	1.08	0.00	5.88	19.40
5	02/02	(17.24)	(19.13)	(29.78)	(13.56)	(19.28)
4	02/01	(5.43)	4.55	(11.76)	11.32	(6.74)
3	01/12	26.03	8.91	10.87	26.19	20.27
2	01/11	15.87	68.33	29.21	31.25	27.59
1	01/10	16.67	27.66	18.67	28.00	28.89

Dönem S.	Dönemler	ARCELIK X6	DOĞAN H. X7	DOĞAN YAYIN H. X8	TURKCELL X9	TSKB X10
60	06/09	0.00	(6.40)	(2.07)	13.24	6.15
59	06/08	1.61	1.63	(4.74)	1.49	13.54
58	06/07	2.76	5.13	(6.30)	(7.59)	9.05
57	06/06	(7.65)	12.50	(10.00)	19.43	(23.91)
56	06/05	(8.48)	(14.82)	(10.45)	(11.02)	(20.38)
55	06/04	0.90	2.44	8.06	(2.33)	3.59
54	06/03	(9.76)	(12.14)	(1.59)	(9.47)	(15.63)
53	06/02	(0.81)	33.33	1.61	4.97	5.31
52	06/01	31.91	19.32	15.89	10.37	22.83
51	05/12	8.05	6.28	29.23	(2.96)	3.14
50	05/11	8.07	22.49	21.05	19.01	26.70
49	05/10	3.87	(10.11)	(2.29)	(4.05)	(2.76)
48	05/09	(2.52)	(3.09)	(3.31)	0.68	26.57
47	05/08	(1.85)	0.52	(2.69)	0.68	2.14
46	05/07	1.89	14.88	10.71	10.61	36.59
45	05/06	10.42	7.01	7.69	(7.04)	(1.44)
44	05/05	22.98	6.08	(2.52)	7.06	2.07
43	05/04	(19.23)	(15.91)	(9.73)	(8.11)	(3.38)
42	05/03	(9.83)	(4.86)	(2.63)	(2.12)	18.40
41	05/02	0.00	2.78	3.83	(3.57)	28.21
40	05/01	4.85	25.87	10.37	4.26	48.85
39	04/12	7.14	15.32	10.91	7.43	16.96
38	04/11	(13.97)	(6.77)	4.76	(3.31)	0.00
37	04/10	1.70	(1.48)	1.94	35.07	(2.61)
36	04/09	12.10	4.85	(4.63)	21.82	18.56
35	04/08	0.00	8.65	8.00	(8.33)	1.89
34	04/07	6.80	14.49	9.89	(3.30)	16.67
33	04/06	5.00	3.50	4.60	18.07	0.99
32	04/05	(7.89)	(4.76)	(7.94)	1.95	(8.18)
31	04/04	(8.43)	(17.32)	(9.13)	(17.65)	(5.17)
30	04/03	9.21	2.42	3.48	13.33	8.41
29	04/02	16.03	22.77	12.92	22.22	8.08
28	04/01	(16.03)	(5.61)	(17.59)	(3.57)	(10.00)
27	03/12	22.83	56.43	34.16	25.00	41.03
26	03/11	(11.19)	(8.56)	(2.42)	(0.88)	5.41
25	03/10	37.50	39.55	44.74	18.32	15.63
24	03/09	7.22	18.58	19.25	(6.37)	8.47
23	03/08	12.79	12.40	20.66	8.51	(4.84)
22	03/07	(13.13)	(7.96)	15.99	(1.05)	(7.46)

21	03/06	(10.00)	(15.67)	(14.62)	2.70	(11.84)
20	03/05	2.80	2.29	19.82	(1.60)	33.33
19	03/04	32.17	24.76	11.28	8.05	32.56
18	03/03	(20.69)	(22.22)	(22.00)	(19.07)	(18.87)
17	03/02	0.00	3.85	(5.66)	(4.44)	(1.85)
16	03/01	11.54	0.00	9.28	15.98	(11.48)
15	02/12	(18.75)	(32.47)	(20.49)	(17.45)	(3.67)
14	02/11	42.22	77.67	46.99	17.50	30.77
13	02/10	12.50	(15.49)	(7.78)	29.87	16.07
12	02/09	(2.44)	(12.35)	(7.22)	(10.47)	(5.08)
11	02/08	(10.87)	(10.00)	(18.69)	(13.13)	13.46
10	02/07	15.00	15.38	17.24	41.43	(1.89)
9	02/06	14.94	(1.27)	9.43	(15.66)	(11.67)
8	02/05	11.36	(13.19)	(17.19)	(7.78)	(11.76)
7	02/04	(5.66)	1.11	33.33	4.65	(8.11)
6	02/03	17.78	15.38	28.00	(4.44)	15.63
5	02/02	(13.46)	(20.41)	(17.58)	(14.29)	(21.63)
4	02/01	(14.75)	7.69	(2.15)	(16.00)	30.32
3	01/12	27.08	18.18	20.78	32.98	14.63
2	01/11	14.29	67.39	90.59	18.99	28.13
1	01/10	61.54	17.35	27.85	100.00	20.75

Dönem S.	Dönemler	EREĞLİ D. Ç. X11	HÜRRİYET G. X12	İŞ BANKASI X13	İŞ GMYO X14	KOÇ HOLDİNG X15
60	06/09	(5.59)	9.20	(4.73)	(0.75)	(10.83)
59	06/08	(6.54)	0.58	5.62	0.76	4.81
58	06/07	1.32	6.79	2.56	10.00	10.17
57	06/06	13.53	(25.00)	(15.22)	(7.34)	(14.89)
56	06/05	(13.44)	(9.07)	(17.12)	(22.85)	(15.86)
55	06/04	(3.66)	(5.83)	0.36	2.40	1.40
54	06/03	(7.87)	(7.21)	(10.40)	(11.64)	(10.63)
53	06/02	(3.26)	0.91	4.17	11.18	9.59
52	06/01	2.79	3.77	2.56	14.86	14.96
51	05/12	2.29	1.92	0.00	7.25	(4.51)
50	05/11	19.86	36.84	25.13	14.52	31.94
49	05/10	(17.98)	(5.00)	0.00	(8.02)	(17.38)
48	05/09	21.92	12.99	16.88	23.58	(2.40)
47	05/08	11.45	1.14	5.96	(3.64)	14.43
46	05/07	12.93	10.06	(3.21)	1.38	4.24
45	05/06	5.45	21.37	26.49	6.37	1.72
44	05/05	6.61	6.73	4.96	27.66	13.46
43	05/04	(8.53)	(15.65)	(8.15)	(14.58)	(11.86)
42	05/03	(5.84)	(13.53)	(14.29)	(12.73)	(14.13)
41	05/02	5.38	(1.73)	15.92	0.46	0.58
40	05/01	6.56	8.81	5.37	14.06	(1.70)
39	04/12	2.52	14.39	10.37	15.19	12.10
38	04/11	1.71	(4.79)	10.66	(3.57)	(12.29)
37	04/10	6.36	7.16	10.91	(5.49)	1.70
36	04/09	6.80	(4.39)	10.55	37.79	7.98
35	04/08	13.19	6.54	1.26	10.26	7.95
34	04/07	20.53	11.60	4.63	8.33	12.69
33	04/06	2.73	12.57	9.09	0.00	8.94
32	04/05	(6.83)	(8.07)	(2.46)	(5.26)	(5.28)

31	04/04	(19.10)	(13.90)	(12.47)	(11.11)	(15.48)
30	04/03	19.88	0.54	(1.67)	22.14	4.73
29	04/02	8.50	16.25	16.50	(7.28)	0.00
28	04/01	(7.83)	(20.00)	(9.65)	16.15	(11.00)
27	03/12	49.55	30.72	39.33	27.45	32.04
26	03/11	(11.20)	(2.55)	(4.00)	(7.27)	(11.27)
25	03/10	13.64	28.69	18.11	14.58	25.15
24	03/09	26.15	3.39	22.12	3.23	18.12
23	03/08	5.31	14.56	18.86	17.72	15.00
22	03/07	7.25	5.10	(2.78)	(10.23)	(3.23)
21	03/06	0.00	(4.85)	(4.76)	(9.28)	(4.62)
20	03/05	2.12	22.00	(2.07)	(5.83)	(1.27)
19	03/04	26.00	22.41	22.15	43.06	14.91
18	03/03	(14.29)	(34.09)	(25.47)	(18.18)	(23.61)
17	03/02	(10.26)	1.15	21.84	6.02	2.86
16	03/01	16.42	0.00	0.00	2.47	1.45
15	02/12	(22.99)	(20.91)	(29.84)	(29.57)	(21.59)
14	02/11	24.29	37.50	40.91	36.90	23.94
13	02/10	11.11	14.29	31.34	16.67	14.52
12	02/09	(17.11)	(12.50)	(9.46)	(1.37)	(4.62)
11	02/08	4.11	(25.93)	(1.33)	(3.95)	(13.33)
10	02/07	15.87	13.68	(8.54)	(1.30)	20.97
9	02/06	5.00	18.75	(33.87)	(10.47)	5.08
8	02/05	(11.76)	(0.36)	(17.33)	(14.00)	0.00
7	02/04	13.33	7.69	1.35	(2.44)	(9.23)
6	02/03	(10.45)	15.56	5.71	(2.38)	12.07
5	02/02	(18.29)	4.65	(12.50)	(19.23)	(18.31)
4	02/01	12.33	4.88	(1.23)	0.00	(6.58)
3	01/12	10.61	17.14	22.73	6.12	13.43
2	01/11	3.13	33.33	15.79	13.95	17.54
1	01/10	20.75	32.91	9.62	15.59	44.30

Dönem S.	Dönemler	MİGROS X16	PETKİM X17	PETROL OFİSİ X18	SABANCI H. X19	ŞİŞECAM X20
60	06/09	7.80	(3.81)	(14.59)	(3.60)	8.93
59	06/08	16.53	(2.78)	(2.63)	16.60	(4.27)
58	06/07	(4.72)	5.88	3.64	11.21	8.33
57	06/06	(2.31)	(3.77)	(26.17)	(12.65)	(6.90)
56	06/05	(18.75)	(13.82)	(10.12)	(20.59)	(20.68)
55	06/04	10.18	(1.60)	(5.06)	(1.32)	1.74
54	06/03	(4.02)	(14.97)	28.06	(8.65)	(8.00)
53	06/02	19.18	(5.16)	23.01	1.96	21.36
52	06/01	11.45	(1.27)	(9.60)	33.33	9.57
51	05/12	(0.76)	2.61	21.36	(5.56)	4.44
50	05/11	11.86	16.79	9.57	28.57	15.98
49	05/10	3.51	(3.68)	5.38	(9.35)	(9.35)
48	05/09	(0.87)	15.25	(12.55)	16.81	(8.15)
47	05/08	9.52	(1.67)	7.14	3.48	(3.72)
46	05/07	0.96	2.56	15.53	11.65	24.10
45	05/06	(1.89)	9.35	12.79	10.04	18.90
44	05/05	12.54	6.15	19.46	18.07	10.26
43	05/04	1.60	(14.58)	(15.53)	(13.68)	(10.06)
42	05/03	(10.48)	(35.16)	(10.25)	(15.68)	(19.14)
41	05/02	0.96	7.69	(9.63)	(1.77)	2.96
40	05/01	(7.14)	29.01	20.54	7.62	9.14

39	04/12	21.08	5.65	0.00	16.15	10.71
38	04/11	2.21	(18.42)	(7.05)	(15.51)	(6.67)
37	04/10	8.38	33.33	(7.31)	(0.93)	9.09
36	04/09	3.09	5.56	11.23	10.77	(0.75)
35	04/08	3.18	1.89	6.46	4.84	11.08
34	04/07	9.03	0.95	8.02	5.68	12.73
33	04/06	4.35	0.00	(0.53)	4.14	11.75
32	04/05	(0.99)	(2.78)	(12.15)	(6.04)	(2.18)
31	04/04	(15.48)	(11.48)	(8.55)	(11.20)	(6.41)
30	04/03	16.67	14.02	10.38	0.00	9.86
29	04/02	(1.37)	(12.30)	6.00	7.76	20.34
28	04/01	(9.20)	3.39	1.01	(12.78)	5.36
27	03/12	14.20	18.00	19.28	20.91	38.61
26	03/11	(13.73)	(9.91)	(6.74)	(12.70)	(11.79)
25	03/10	19.30	5.71	6.59	36.96	16.24
24	03/09	13.25	(1.87)	(3.47)	22.67	11.30
23	03/08	2.03	0.94	21.83	12.78	7.27
22	03/07	4.96	(10.17)	(11.25)	(2.21)	(3.51)
21	03/06	1.44	(24.36)	(11.60)	(0.73)	(7.07)
20	03/05	0.72	6.12	(9.05)	(2.84)	1.10
19	03/04	13.47	5.00	11.55	11.72	19.34
18	03/03	(10.91)	1.45	(8.62)	(21.95)	(17.57)
17	03/02	1.85	(2.82)	9.73	12.64	13.85
16	03/01	(6.90)	22.41	7.25	4.60	4.84
15	02/12	(13.00)	(36.96)	1.47	(25.00)	(31.87)
14	02/11	9.89	50.82	83.78	24.73	35.82
13	02/10	10.98	18.45	0.00	24.00	26.42
12	02/09	(1.20)	(4.63)	(26.00)	(3.85)	(11.67)
11	02/08	(6.74)	0.00	(9.09)	(11.36)	13.21
10	02/07	28.99	8.00	14.58	12.82	6.00
9	02/06	(2.82)	(9.09)	(11.11)	(2.50)	(9.09)
8	02/05	(16.86)	(8.33)	(10.00)	(8.05)	(11.29)
7	02/04	(10.42)	(7.69)	3.45	(7.94)	3.33
6	02/03	6.67	1.56	(20.55)	10.53	1.69
5	02/02	(18.18)	(20.99)	(34.82)	(16.18)	(26.06)
4	02/01	(12.00)	(4.71)	(9.68)	(13.92)	(1.72)
3	01/12	8.70	14.86	8.77	16.18	23.40
2	01/11	16.16	15.63	7.55	33.33	36.23
1	01/10	20.73	39.13	29.27	27.50	30.19

Dönem S.	Dönemler	ŞEKERBANK X21	TÜRK HAVA Y. X22	TOFAŞ OTO FAB. X23	TÜPRAŞ X24	VESTEL X25
60	06/09	2.53	14.71	1.50	(12.90)	(8.29)
59	06/08	(8.85)	(1.92)	(0.99)	(5.31)	2.12
58	06/07	(5.45)	(4.59)	(2.42)	6.60	9.25
57	06/06	(30.82)	(6.84)	7.25	0.00	(15.20)
56	06/05	(2.45)	(19.31)	(6.64)	0.89	(14.64)
55	06/04	23.48	(2.03)	(0.47)	18.14	(13.09)
54	06/03	(10.20)	(13.45)	(2.74)	(6.14)	(4.35)
53	06/02	4.26	3.64	4.29	(8.18)	9.52
52	06/01	41.00	(2.37)	47.89	10.89	4.58
51	05/12	(3.85)	(1.17)	(1.39)	4.20	2.03
50	05/11	31.31	25.74	15.20	3.03	4.24
49	05/10	(17.15)	(5.56)	0.00	(2.53)	(1.67)
48	05/09	(2.85)	(4.64)	17.37	15.05	(2.83)
47	05/08	(12.14)	(6.21)	0.00	6.19	(4.08)
46	05/07	41.41	6.62	4.26	1.57	5.53

45	05/06	23.75	18.90	20.11	9.77	2.95
44	05/05	4.58	18.69	6.34	10.35	(1.25)
43	05/04	(7.27)	(17.05)	(25.51)	(8.38)	(11.11)
42	05/03	(4.09)	(14.00)	(12.41)	12.35	1.89
41	05/02	14.48	0.00	(7.84)	6.25	(0.93)
40	05/01	53.47	(5.66)	11.68	16.79	2.88
39	04/12	56.52	(3.05)	1.48	(5.52)	4.00
38	04/11	15.72	(17.17)	(24.58)	6.62	(11.50)
37	04/10	(1.24)	15.12	(0.56)	10.57	(3.42)
36	04/09	17.52	16.22	9.92	6.03	7.34
35	04/08	(4.20)	(1.33)	6.50	8.41	11.79
34	04/07	19.17	2.04	20.59	9.74	7.14
33	04/06	(6.25)	(3.29)	0.00	8.94	(0.55)
32	04/05	2.40	(2.56)	(20.31)	(0.56)	(1.61)
31	04/04	(17.22)	(12.85)	(2.29)	(7.39)	(21.19)
30	04/03	4.86	11.18	11.02	0.91	4.42
29	04/02	42.57	8.78	15.69	(8.33)	2.73
28	04/01	(11.40)	(4.52)	(17.74)	2.56	(6.78)
27	03/12	15.15	18.32	40.91	14.71	37.21
26	03/11	7.61	(2.96)	(6.78)	(15.70)	(7.03)
25	03/10	12.20	14.41	19.19	1.68	20.92
24	03/09	0.00	(0.84)	11.24	4.39	4.79
23	03/08	3.80	6.25	9.20	16.92	5.04
22	03/07	(15.96)	(11.11)	(1.21)	4.28	(2.80)
21	03/06	(11.32)	(13.10)	0.61	(14.22)	(8.33)
20	03/05	(8.62)	0.69	(2.68)	0.00	4.00
19	03/04	58.90	24.14	18.67	47.11	15.38
18	03/03	(14.12)	(10.77)	(15.73)	(10.34)	(10.96)
17	03/02	13.33	0.00	23.61	8.75	4.29
16	03/01	(2.60)	10.17	7.46	2.56	11.11
15	02/12	(30.00)	(36.56)	(21.18)	(25.71)	(28.41)
14	02/11	39.24	60.34	6.25	28.05	41.94
13	02/10	6.76	13.73	50.94	22.39	29.17
12	02/09	2.78	(7.27)	(24.29)	(10.67)	(20.00)
11	02/08	(24.21)	1.85	(15.66)	(6.25)	(6.25)
10	02/07	(39.00)	5.88	1.22	23.08	0.00
9	02/06	(9.33)	(7.27)	(7.87)	(2.99)	12.28
8	02/05	(10.71)	(9.84)	(8.25)	(8.22)	(13.64)
7	02/04	(4.55)	(1.61)	5.43	6.12	(2.94)
6	02/03	(8.33)	10.71	0.00	(15.91)	6.25
5	02/02	(24.71)	(22.22)	(13.21)	(25.11)	(17.95)
4	02/01	44.89	(7.69)	1.92	(4.08)	5.41
3	01/12	12.82	20.00	10.64	8.89	15.63
2	01/11	13.04	12.07	19.90	7.14	16.36
1	01/10	28.80	28.89	13.95	22.09	64.18

Dönem S.	Dönemler	DEVA H. X26	FORD X27	İHLAS H. X28	GSD H. X29	AK ENERJİ X30
60	06/09	(2.48)	2.53	(4.92)	(7.14)	31.68
59	06/08	0.00	2.94	(4.69)	(0.79)	(8.52)
58	06/07	(5.35)	(3.77)	(7.25)	(9.93)	17.33
57	06/06	(17.31)	(16.54)	(4.17)	0.00	(23.47)
56	06/05	52.94	(3.79)	(16.28)	(8.44)	(19.67)
55	06/04	0.74	13.33	(3.37)	(3.14)	(12.86)
54	06/03	(12.90)	(5.51)	5.95	(17.70)	(5.08)
53	06/02	(12.92)	4.10	(1.18)	9.05	4.42
52	06/01	(2.73)	3.39	(5.56)	(0.45)	(7.38)
51	05/12	50.00	1.75	8.43	23.33	3.39
50	05/11	22.00	22.28	5.06	30.95	13.46
49	05/10	32.28	3.21	(3.66)	(6.15)	(0.95)
48	05/09	13.17	(0.10)	2.50	42.06	(5.41)
47	05/08	15.17	1.02	(4.76)	20.00	(5.93)
46	05/07	56.76	11.36	13.51	5.00	7.27
45	05/06	17.83	3.53	(19.57)	(9.91)	2.80
44	05/05	7.56	9.68	15.27	29.09	5.94
43	05/04	(15.22)	(8.82)	(19.19)	(17.14)	(19.20)
42	05/03	(14.81)	(5.26)	(15.38)	(13.22)	(10.07)
41	05/02	6.93	0.00	(1.68)	30.11	(2.80)
40	05/01	16.76	6.54	9.17	43.08	15.32
39	04/12	8.81	7.00	0.00	8.33	5.98
38	04/11	(8.62)	(14.53)	(9.17)	(15.49)	(6.40)
37	04/10	2.35	(0.85)	(2.44)	5.97	(3.10)
36	04/09	(1.73)	5.36	14.96	36.73	(2.27)
35	04/08	8.81	2.59	2.54	2.08	(1.49)
34	04/07	1.92	2.78	9.26	6.67	3.88
33	04/06	(18.88)	3.85	(7.69)	(10.00)	0.64
32	04/05	19.33	(5.42)	(8.59)	(13.79)	4.44
31	04/04	20.00	1.82	(15.79)	(15.94)	(7.53)
30	04/03	11.61	20.22	17.83	8.79	5.80
29	04/02	16.67	0.00	4.03	5.36	5.34
28	04/01	(10.28)	(2.66)	(6.06)	5.66	(7.75)
27	03/12	24.42	23.68	21.10	27.71	19.33
26	03/11	(10.42)	(8.43)	(11.38)	(10.75)	(3.25)
25	03/10	12.15	30.71	16.04	20.78	9.82
24	03/09	(1.38)	31.61	3.92	1.32	0.00
23	03/08	(18.11)	5.46	(3.77)	1.33	13.13
22	03/07	4.95	3.98	(9.40)	(21.05)	(13.16)
21	03/06	(5.61)	(1.68)	(9.46)	(23.39)	(10.24)
20	03/05	15.30	(0.56)	(1.33)	(1.59)	(5.42)
19	03/04	14.57	18.03	59.57	43.18	12.69
18	03/03	(20.59)	(11.59)	(12.56)	(7.37)	(9.46)
17	03/02	22.89	1.47	(15.69)	15.85	4.23
16	03/01	1.22	21.43	16.36	0.00	(1.39)
15	02/12	(10.87)	(25.33)	(32.10)	(36.92)	(31.43)
14	02/11	8.24	33.93	150.00	36.84	20.69
13	02/10	(24.11)	3.70	26.56	5.56	14.47
12	02/09	67.16	(8.47)	(15.79)	(12.20)	(9.52)
11	02/08	24.07	(9.23)	(16.48)	(8.89)	(3.45)
10	02/07	35.00	6.56	(6.19)	4.65	8.75
9	02/06	(13.04)	7.02	(19.17)	(17.31)	(5.88)

8	02/05	(11.54)	(6.56)	1.82	(23.53)	(6.85)
7	02/04	10.64	(3.17)	12.24	23.64	(10.98)
6	02/03	2.17	(8.70)	(5.77)	(4.11)	(10.87)
5	02/02	(20.69)	16.95	(30.67)	(23.16)	(13.21)
4	02/01	(7.94)	(3.28)	70.45	(10.38)	23.26
3	01/12	12.50	24.49	0.00	30.86	7.50
2	01/11	16.67	11.36	0.00	12.50	8.11
1	01/10	42.86	19.57	0.00	33.33	37.04

Dönem S.	Dönemler	KARTONSAN X31	KARDEMİR X32	NET H. X33	ASELSAN X34	ANADOLU SİG. X35
60	06/09	3.11	(5.88)	(13.24)	(4.08)	(4.40)
59	06/08	(4.17)	2.00	6.25	(4.85)	10.62
58	06/07	2.44	(3.85)	(14.67)	14.96	11.88
57	06/06	(5.20)	(3.70)	(14.77)	(20.00)	(16.87)
56	06/05	4.85	(20.59)	(8.33)	(24.18)	(26.35)
55	06/04	10.46	(5.56)	(15.79)	(7.32)	12.69
54	06/03	(12.72)	16.13	165.12	6.49	(16.88)
53	06/02	(7.49)	19.23	4.88	4.05	3.04
52	06/01	1.08	(7.14)	(2.38)	18.40	27.07
51	05/12	6.94	19.15	2.44	32.42	23.13
50	05/11	(5.98)	9.30	7.89	15.12	13.08
49	05/10	25.17	(10.42)	2.70	(12.77)	(4.41)
48	05/09	(3.29)	(4.00)	(5.13)	11.37	8.80
47	05/08	5.56	(9.09)	0.00	(4.52)	(6.72)
46	05/07	5.88	11.68	2.63	8.33	16.52
45	05/06	11.48	3.97	(2.56)	12.09	18.97
44	05/05	8.93	11.50	0.00	4.61	22.88
43	05/04	(22.05)	(16.91)	(2.50)	(23.40)	(24.36)
42	05/03	(13.53)	(14.47)	(17.24)	26.34	(9.30)
41	05/02	(15.84)	0.00	16.94	35.77	(5.49)
40	05/01	34.67	0.00	5.08	19.13	11.66
39	04/12	12.78	(1.85)	34.09	(12.88)	13.19
38	04/11	(23.56)	(5.26)	(9.28)	33.33	4.35
37	04/10	96.61	0.00	(13.76)	0.51	16.46
36	04/09	22.07	37.90	(5.22)	(2.96)	20.92
35	04/08	(2.03)	8.77	(0.86)	8.56	7.69
34	04/07	4.23	40.74	7.41	2.75	13.04
33	04/06	(3.40)	(4.71)	(6.90)	(3.19)	3.21
32	04/05	(5.16)	6.82	0.00	(1.05)	(14.47)
31	04/04	(19.46)	12.80	18.37	(12.04)	0.00
30	04/03	10.17	67.11	13.95	2.86	17.53
29	04/02	(2.21)	26.35	14.67	(4.55)	8.99
28	04/01	1.12	(8.64)	(1.32)	(10.57)	(9.18)
27	03/12	10.49	32.79	16.92	28.13	44.12
26	03/11	0.00	2.52	3.17	(11.93)	(12.82)
25	03/10	4.52	16.67	10.53	10.66	27.87
24	03/09	28.10	2.00	3.64	6.73	23.23
23	03/08	0.83	9.89	1.85	20.63	10.00
22	03/07	(1.64)	(14.95)	(10.00)	(1.23)	(6.25)
21	03/06	1.67	(22.46)	(18.92)	(11.48)	(8.57)
20	03/05	(1.64)	(4.83)	1.37	(19.04)	(11.02)

19	03/04	9.96	7.41	87.18	(1.28)	20.41
18	03/03	9.09	(10.00)	(7.14)	(26.56)	(12.17)
17	03/02	1.85	(4.76)	0.00	(1.54)	4.17
16	03/01	9.09	128.26	(4.55)	6.56	(2.04)
15	02/12	(8.33)	(22.47)	(32.31)	5.17	(16.95)
14	02/11	5.88	61.82	44.44	26.09	31.11
13	02/10	0.99	10.00	9.76	(6.12)	27.84
12	02/09	(2.88)	(12.28)	(14.58)	4.26	(4.35)
11	02/08	0.00	(8.06)	(20.00)	6.82	1.10
10	02/07	9.47	51.22	(4.76)	96.43	1.11
9	02/06	1.06	(26.79)	(12.50)	(12.50)	(9.09)
8	02/05	4.30	(16.42)	(5.26)	(16.88)	(10.76)
7	02/04	(1.06)	(2.90)	(5.00)	17.87	5.97
6	02/03	3.30	(1.43)	3.90	(2.60)	4.69
5	02/02	(7.14)	(23.08)	(21.43)	(6.10)	(18.99)
4	02/01	(3.92)	4.60	4.26	(4.65)	(9.20)
3	01/12	5.15	16.00	8.05	11.69	24.29
2	01/11	(17.80)	33.93	38.46	63.83	6.06
1	01/10	18.00	43.59	73.17	95.83	46.67

EK - 2 Hisse senetleri ortalamadan sapmaları (Riskler a_{tj})

Dönem S.	Dönemler	AKBANK	FORTIS	FINANSBANK	GARANTI	YAPIKREDI
60	06/09	-0.08	-0.09	-0.02	0.00	-0.12
59	06/08	0.07	0.06	-0.08	-0.06	0.18
58	06/07	-0.10	-0.05	-0.08	0.04	-0.05
57	06/06	-0.05	-0.25	-0.06	-0.22	-0.10
56	06/05	-0.17	-0.26	0.02	-0.18	-0.21
55	06/04	-0.07	-0.14	-0.18	0.05	0.07
54	06/03	-0.20	-0.22	-0.01	-0.21	-0.11
53	06/02	0.12	0.00	-0.12	-0.08	0.01
52	06/01	0.00	-0.01	0.17	0.19	0.13
51	05/12	-0.03	0.07	0.02	0.02	0.05
50	05/11	0.24	0.24	0.27	0.08	0.12
49	05/10	-0.11	-0.06	-0.16	-0.05	-0.13
48	05/09	0.08	0.02	-0.05	0.01	-0.07
47	05/08	0.04	-0.05	0.14	-0.01	-0.03
46	05/07	0.10	-0.07	-0.09	0.06	0.10
45	05/06	0.01	-0.07	0.14	0.07	-0.04
44	05/05	0.05	-0.11	0.21	-0.01	-0.02
43	05/04	-0.03	0.16	0.08	-0.08	-0.09
42	05/03	-0.20	-0.06	-0.13	-0.19	-0.10
41	05/02	-0.09	0.01	0.08	0.06	0.03
40	05/01	-0.04	0.30	0.16	0.21	0.24
39	04/12	0.18	0.50	0.42	0.17	0.08
38	04/11	-0.02	-0.05	0.02	-0.16	0.12
37	04/10	-0.07	-0.12	-0.09	0.09	-0.19
36	04/09	0.02	-0.01	0.11	-0.03	0.06
35	04/08	0.01	-0.05	-0.03	0.03	-0.12
34	04/07	0.07	-0.05	0.01	-0.02	0.07
33	04/06	0.06	0.10	0.00	0.04	0.09
32	04/05	-0.11	-0.21	-0.23	-0.12	0.01
31	04/04	-0.10	-0.02	-0.09	-0.13	-0.22
30	04/03	-0.01	0.20	0.09	-0.06	0.21
29	04/02	0.02	0.05	0.05	0.11	0.04
28	04/01	-0.16	-0.16	-0.24	-0.05	-0.08
27	03/12	0.09	0.27	0.36	0.26	0.59
26	03/11	-0.11	-0.04	-0.01	-0.15	-0.18
25	03/10	0.21	0.45	0.22	0.31	0.26
24	03/09	0.23	-0.08	-0.03	0.13	0.12
23	03/08	0.06	0.03	-0.02	0.03	-0.03
22	03/07	-0.11	-0.04	-0.21	0.03	-0.13
21	03/06	0.13	-0.09	-0.04	-0.07	-0.11
20	03/05	-0.10	-0.04	-0.04	-0.01	0.00
19	03/04	0.19	0.10	0.04	0.13	0.10
18	03/03	-0.30	-0.29	-0.21	-0.34	-0.23
17	03/02	-0.06	0.09	0.14	0.00	0.04
16	03/01	0.08	-0.02	-0.06	-0.05	0.17
15	02/12	-0.19	-0.19	-0.32	-0.30	-0.23
14	02/11	0.32	0.17	0.53	0.47	0.20
13	02/10	-0.03	-0.05	0.26	0.24	0.24
12	02/09	-0.03	-0.07	-0.19	-0.12	-0.16
11	02/08	-0.03	-0.13	0.05	-0.12	-0.30
10	02/07	-0.13	-0.07	-0.08	-0.15	0.03
9	02/06	0.23	-0.04	-0.21	-0.26	-0.59

8	02/05	-0.10	-0.08	-0.24	-0.05	-0.11
7	02/04	-0.04	-0.02	0.01	-0.12	-0.07
6	02/03	0.14	-0.05	-0.08	0.01	0.16
5	02/02	-0.22	-0.26	-0.37	-0.19	-0.23
4	02/01	-0.10	-0.02	-0.19	0.06	-0.10
3	01/12	0.22	0.03	0.03	0.21	0.17
2	01/11	0.11	0.62	0.22	0.26	0.24
1	01/10	0.12	0.21	0.11	0.23	0.25

Dönem S.	Dönemler	ARCELIK	DOĞAN H.	DOĞAN YAYIN H.	TURKCELL	TSKB
60	06/09	-0.05	-0.12	-0.08	0.08	-0.01
59	06/08	-0.03	-0.04	-0.11	-0.04	0.07
58	06/07	-0.02	-0.01	-0.13	-0.13	0.02
57	06/06	-0.12	0.07	-0.16	0.14	-0.31
56	06/05	-0.13	-0.21	-0.17	-0.16	-0.27
55	06/04	-0.04	-0.03	0.02	-0.07	-0.03
54	06/03	-0.14	-0.18	-0.08	-0.15	-0.23
53	06/02	-0.05	0.28	-0.05	0.00	-0.02
52	06/01	0.27	0.14	0.10	0.05	0.16
51	05/12	0.04	0.00	0.23	-0.08	-0.04
50	05/11	0.04	0.17	0.15	0.14	0.20
49	05/10	-0.01	-0.16	-0.09	-0.09	-0.10
48	05/09	-0.07	-0.09	-0.10	-0.04	0.20
47	05/08	-0.06	-0.05	-0.09	-0.04	-0.05
46	05/07	-0.03	0.09	0.04	0.05	0.30
45	05/06	0.06	0.01	0.01	-0.12	-0.08
44	05/05	0.18	0.00	-0.09	0.02	-0.05
43	05/04	-0.24	-0.22	-0.16	-0.13	-0.10
42	05/03	-0.14	-0.11	-0.09	-0.07	0.11
41	05/02	-0.05	-0.03	-0.03	-0.09	0.21
40	05/01	0.00	0.20	0.04	-0.01	0.42
39	04/12	0.03	0.10	0.05	0.02	0.10
38	04/11	-0.18	-0.13	-0.02	-0.08	-0.07
37	04/10	-0.03	-0.07	-0.04	0.30	-0.10
36	04/09	0.08	-0.01	-0.11	0.17	0.12
35	04/08	-0.05	0.03	0.02	-0.13	-0.05
34	04/07	0.02	0.09	0.04	-0.08	0.10
33	04/06	0.00	-0.02	-0.02	0.13	-0.06
32	04/05	-0.12	-0.11	-0.14	-0.03	-0.15
31	04/04	-0.13	-0.23	-0.15	-0.23	-0.12
30	04/03	0.05	-0.03	-0.03	0.08	0.01
29	04/02	0.12	0.17	0.07	0.17	0.01
28	04/01	-0.21	-0.11	-0.24	-0.09	-0.17
27	03/12	0.18	0.51	0.28	0.20	0.34
26	03/11	-0.16	-0.14	-0.09	-0.06	-0.02
25	03/10	0.33	0.34	0.38	0.13	0.09
24	03/09	0.03	0.13	0.13	-0.12	0.02
23	03/08	0.08	0.07	0.14	0.03	-0.12
22	03/07	-0.18	-0.14	0.10	-0.06	-0.14
21	03/06	-0.15	-0.21	-0.21	-0.02	-0.19
20	03/05	-0.02	-0.04	0.13	-0.07	0.26
19	03/04	0.28	0.19	0.05	0.03	0.26

18	03/03	-0.25	-0.28	-0.28	-0.24	-0.26
17	03/02	-0.05	-0.02	-0.12	-0.10	-0.09
16	03/01	0.07	-0.06	0.03	0.11	-0.18
15	02/12	-0.23	-0.38	-0.27	-0.23	-0.11
14	02/11	0.38	0.72	0.41	0.12	0.24
13	02/10	0.08	-0.21	-0.14	0.25	0.09
12	02/09	-0.07	-0.18	-0.14	-0.16	-0.12
11	02/08	-0.15	-0.16	-0.25	-0.18	0.07
10	02/07	0.10	0.10	0.11	0.36	-0.09
9	02/06	0.10	-0.07	0.03	-0.21	-0.19
8	02/05	0.07	-0.19	-0.24	-0.13	-0.19
7	02/04	-0.10	-0.05	0.27	0.00	-0.15
6	02/03	0.13	0.10	0.22	-0.10	0.09
5	02/02	-0.18	-0.26	-0.24	-0.19	-0.29
4	02/01	-0.19	0.02	-0.08	-0.21	0.23
3	01/12	0.23	0.12	0.14	0.28	0.08
2	01/11	0.10	0.62	0.84	0.14	0.21
1	01/10	0.57	0.12	0.21	0.95	0.14

Dönem S.	Dönemler	EREĞLİ D. Ç.	HÜRRİYET G.	İŞ BANKASI	İŞ GMYO	KOÇ HOLDİNG
60	06/09	-0.10	0.04	-0.08	-0.04	-0.13
59	06/08	-0.10	-0.04	0.02	-0.03	0.02
58	06/07	-0.03	0.02	-0.01	0.07	0.08
57	06/06	0.10	-0.30	-0.19	-0.11	-0.18
56	06/05	-0.17	-0.14	-0.21	-0.26	-0.19
55	06/04	-0.08	-0.11	-0.03	-0.01	-0.01
54	06/03	-0.12	-0.12	-0.14	-0.15	-0.13
53	06/02	-0.07	-0.04	0.01	0.08	0.07
52	06/01	-0.01	-0.01	-0.01	0.12	0.12
51	05/12	-0.02	-0.03	-0.03	0.04	-0.07
50	05/11	0.16	0.32	0.22	0.11	0.29
49	05/10	-0.22	-0.10	-0.03	-0.11	-0.20
48	05/09	0.18	0.08	0.13	0.20	-0.05
47	05/08	0.08	-0.04	0.03	-0.07	0.12
46	05/07	0.09	0.05	-0.07	-0.02	0.02
45	05/06	0.02	0.17	0.23	0.03	-0.01
44	05/05	0.03	0.02	0.02	0.24	0.11
43	05/04	-0.12	-0.20	-0.12	-0.18	-0.15
42	05/03	-0.10	-0.18	-0.18	-0.16	-0.17
41	05/02	0.01	-0.06	0.12	-0.03	-0.02
40	05/01	0.03	0.04	0.02	0.11	-0.04
39	04/12	-0.01	0.10	0.07	0.12	0.09
38	04/11	-0.02	-0.10	0.07	-0.07	-0.15
37	04/10	0.02	0.02	0.07	-0.09	-0.01
36	04/09	0.03	-0.09	0.07	0.34	0.05
35	04/08	0.09	0.02	-0.02	0.07	0.05
34	04/07	0.17	0.07	0.01	0.05	0.10
33	04/06	-0.01	0.08	0.06	-0.03	0.06
32	04/05	-0.11	-0.13	-0.06	-0.09	-0.08
31	04/04	-0.23	-0.19	-0.16	-0.14	-0.18
30	04/03	0.16	-0.04	-0.05	0.19	0.02

29	04/02	0.05	0.12	0.13	-0.11	-0.03
28	04/01	-0.12	-0.25	-0.13	0.13	-0.14
27	03/12	0.46	0.26	0.36	0.24	0.29
26	03/11	-0.15	-0.07	-0.07	-0.11	-0.14
25	03/10	0.10	0.24	0.15	0.11	0.23
24	03/09	0.22	-0.01	0.19	0.00	0.15
23	03/08	0.01	0.10	0.15	0.14	0.12
22	03/07	0.03	0.00	-0.06	-0.14	-0.06
21	03/06	-0.04	-0.10	-0.08	-0.13	-0.07
20	03/05	-0.02	0.17	-0.06	-0.09	-0.04
19	03/04	0.22	0.18	0.19	0.40	0.12
18	03/03	-0.18	-0.39	-0.29	-0.21	-0.26
17	03/02	-0.14	-0.04	0.18	0.03	0.00
16	03/01	0.12	-0.05	-0.03	-0.01	-0.01
15	02/12	-0.27	-0.26	-0.33	-0.33	-0.24
14	02/11	0.20	0.33	0.37	0.34	0.21
13	02/10	0.07	0.10	0.28	0.13	0.12
12	02/09	-0.21	-0.17	-0.13	-0.05	-0.07
11	02/08	0.00	-0.31	-0.05	-0.07	-0.16
10	02/07	0.12	0.09	-0.12	-0.05	0.18
9	02/06	0.01	0.14	-0.37	-0.14	0.02
8	02/05	-0.16	-0.05	-0.21	-0.17	-0.03
7	02/04	0.09	0.03	-0.02	-0.06	-0.12
6	02/03	-0.14	0.11	0.02	-0.06	0.09
5	02/02	-0.22	0.00	-0.16	-0.23	-0.21
4	02/01	0.08	0.00	-0.05	-0.03	-0.09
3	01/12	0.07	0.12	0.19	0.03	0.11
2	01/11	-0.01	0.29	0.12	0.11	0.15
1	01/10	0.17	0.28	0.06	0.12	0.42

Dönem S.	Dönemler	MİGROS	PETKİM	PETROL OFİSİ	SABANCI H.	ŞİŞECAM
60	06/09	0.05	-0.05	-0.16	-0.07	0.04
59	06/08	0.14	-0.04	-0.04	0.13	-0.09
58	06/07	-0.07	0.05	0.02	0.08	0.04
57	06/06	-0.05	-0.05	-0.28	-0.16	-0.12
56	06/05	-0.21	-0.15	-0.12	-0.24	-0.25
55	06/04	0.08	-0.03	-0.07	-0.05	-0.03
54	06/03	-0.07	-0.16	0.26	-0.12	-0.13
53	06/02	0.17	-0.06	0.21	-0.02	0.17
52	06/01	0.09	-0.03	-0.11	0.30	0.05
51	05/12	-0.03	0.01	0.20	-0.09	0.00
50	05/11	0.09	0.15	0.08	0.25	0.11
49	05/10	0.01	-0.05	0.04	-0.13	-0.14
48	05/09	-0.03	0.14	-0.14	0.13	-0.13
47	05/08	0.07	-0.03	0.05	0.00	-0.08
46	05/07	-0.02	0.01	0.14	0.08	0.19
45	05/06	-0.04	0.08	0.11	0.07	0.14
44	05/05	0.10	0.05	0.18	0.15	0.06
43	05/04	-0.01	-0.16	-0.17	-0.17	-0.15
42	05/03	-0.13	-0.36	-0.12	-0.19	-0.24
41	05/02	-0.02	0.06	-0.11	-0.05	-0.02
40	05/01	-0.10	0.28	0.19	0.04	0.05
39	04/12	0.18	0.04	-0.02	0.13	0.06
38	04/11	0.00	-0.20	-0.09	-0.19	-0.11

37	04/10	0.06	0.32	-0.09	-0.04	0.04
36	04/09	0.00	0.04	0.09	0.07	-0.05
35	04/08	0.01	0.01	0.05	0.01	0.06
34	04/07	0.06	0.00	0.06	0.02	0.08
33	04/06	0.02	-0.01	-0.02	0.01	0.07
32	04/05	-0.04	-0.04	-0.14	-0.10	-0.07
31	04/04	-0.18	-0.13	-0.10	-0.15	-0.11
30	04/03	0.14	0.13	0.09	-0.04	0.05
29	04/02	-0.04	-0.14	0.04	0.04	0.16
28	04/01	-0.12	0.02	-0.01	-0.16	0.01
27	03/12	0.12	0.17	0.17	0.17	0.34
26	03/11	-0.16	-0.11	-0.09	-0.16	-0.16
25	03/10	0.17	0.04	0.05	0.33	0.12
24	03/09	0.11	-0.03	-0.05	0.19	0.07
23	03/08	-0.01	0.00	0.20	0.09	0.03
22	03/07	0.02	-0.11	-0.13	-0.06	-0.08
21	03/06	-0.01	-0.26	-0.13	-0.04	-0.12
20	03/05	-0.02	0.05	-0.11	-0.06	-0.04
19	03/04	0.11	0.04	0.10	0.08	0.15
18	03/03	-0.14	0.00	-0.10	-0.25	-0.22
17	03/02	-0.01	-0.04	0.08	0.09	0.09
16	03/01	-0.10	0.21	0.05	0.01	0.00
15	02/12	-0.16	-0.38	0.00	-0.29	-0.36
14	02/11	0.07	0.49	0.82	0.21	0.31
13	02/10	0.08	0.17	-0.02	0.20	0.22
12	02/09	-0.04	-0.06	-0.28	-0.07	-0.16
11	02/08	-0.09	-0.01	-0.11	-0.15	0.09
10	02/07	0.26	0.07	0.13	0.09	0.01
9	02/06	-0.05	-0.10	-0.13	-0.06	-0.14
8	02/05	-0.19	-0.10	-0.12	-0.12	-0.16
7	02/04	-0.13	-0.09	0.02	-0.11	-0.01
6	02/03	0.04	0.00	-0.22	0.07	-0.03
5	02/02	-0.21	-0.22	-0.37	-0.20	-0.31
4	02/01	-0.15	-0.06	-0.12	-0.17	-0.06
3	01/12	0.06	0.14	0.07	0.13	0.19
2	01/11	0.14	0.14	0.06	0.30	0.32
1	01/10	0.18	0.38	0.27	0.24	0.26

Dönem S.	Dönemler	ŞEKER BANK	TÜRK HAVA Y.	TOFAŞ OTO FAB.	TÜPRAŞ	VESTEL
60	06/09	-0.03	0.13	-0.02	-0.16	-0.11
59	06/08	-0.14	-0.03	-0.04	-0.08	0.00
58	06/07	-0.11	-0.06	-0.06	0.03	0.07
57	06/06	-0.36	-0.08	0.04	-0.03	-0.17
56	06/05	-0.08	-0.21	-0.10	-0.02	-0.17
55	06/04	0.18	-0.03	-0.04	0.15	-0.15
54	06/03	-0.15	-0.15	-0.06	-0.09	-0.07
53	06/02	-0.01	0.02	0.01	-0.11	0.07
52	06/01	0.36	-0.04	0.45	0.08	0.02
51	05/12	-0.09	-0.03	-0.05	0.01	0.00
50	05/11	0.26	0.24	0.12	0.00	0.02
49	05/10	-0.22	-0.07	-0.03	-0.06	-0.04
48	05/09	-0.08	-0.06	0.14	0.12	-0.05

47	05/08	-0.17	-0.08	-0.03	0.03	-0.06
46	05/07	0.36	0.05	0.01	-0.02	0.03
45	05/06	0.19	0.17	0.17	0.07	0.01
44	05/05	-0.01	0.17	0.03	0.07	-0.04
43	05/04	-0.12	-0.19	-0.29	-0.12	-0.13
42	05/03	-0.09	-0.15	-0.16	0.09	0.00
41	05/02	0.09	-0.01	-0.11	0.03	-0.03
40	05/01	0.48	-0.07	0.08	0.14	0.01
39	04/12	0.51	-0.05	-0.02	-0.09	0.02
38	04/11	0.11	-0.19	-0.28	0.03	-0.14
37	04/10	-0.06	0.14	-0.04	0.07	-0.06
36	04/09	0.12	0.15	0.07	0.03	0.05
35	04/08	-0.09	-0.03	0.03	0.05	0.10
34	04/07	0.14	0.01	0.17	0.07	0.05
33	04/06	-0.11	-0.05	-0.03	0.06	-0.03
32	04/05	-0.03	-0.04	-0.24	-0.04	-0.04
31	04/04	-0.22	-0.14	-0.06	-0.11	-0.23
30	04/03	0.00	0.10	0.08	-0.02	0.02
29	04/02	0.37	0.07	0.12	-0.11	0.00
28	04/01	-0.17	-0.06	-0.21	-0.01	-0.09
27	03/12	0.10	0.17	0.38	0.12	0.35
26	03/11	0.02	-0.04	-0.10	-0.19	-0.09
25	03/10	0.07	0.13	0.16	-0.01	0.19
24	03/09	-0.05	-0.02	0.08	0.01	0.03
23	03/08	-0.01	0.05	0.06	0.14	0.03
22	03/07	-0.21	-0.13	-0.05	0.01	-0.05
21	03/06	-0.16	-0.15	-0.03	-0.17	-0.11
20	03/05	-0.14	-0.01	-0.06	-0.03	0.02
19	03/04	0.54	0.23	0.15	0.44	0.13
18	03/03	-0.19	-0.12	-0.19	-0.14	-0.13
17	03/02	0.08	-0.01	0.20	0.06	0.02
16	03/01	-0.08	0.09	0.04	-0.01	0.09
15	02/12	-0.35	-0.38	-0.25	-0.29	-0.31
14	02/11	0.34	0.59	0.03	0.25	0.40
13	02/10	0.02	0.12	0.48	0.19	0.27
12	02/09	-0.02	-0.09	-0.28	-0.14	-0.22
11	02/08	-0.29	0.00	-0.19	-0.09	-0.09
10	02/07	-0.44	0.04	-0.02	0.20	-0.02
9	02/06	-0.14	-0.09	-0.11	-0.06	0.10
8	02/05	-0.16	-0.11	-0.12	-0.11	-0.16
7	02/04	-0.10	-0.03	0.02	0.03	-0.05
6	02/03	-0.13	0.09	-0.03	-0.19	0.04
5	02/02	-0.30	-0.24	-0.17	-0.28	-0.20
4	02/01	0.40	-0.09	-0.01	-0.07	0.03
3	01/12	0.08	0.19	0.07	0.06	0.13
2	01/11	0.08	0.11	0.17	0.04	0.14
1	01/10	0.24	0.27	0.11	0.19	0.62

Dönem S.	Dönemler	DEVA H.	FORD	İHLAS H.	GSD H.	AK ENERJİ
60	06/09	-0.10	-0.01	-0.07	-0.11	0.31
59	06/08	-0.07	-0.01	-0.07	-0.04	-0.09
58	06/07	-0.12	-0.08	-0.10	-0.14	0.17
57	06/06	-0.24	-0.20	-0.06	-0.04	-0.24
56	06/05	0.46	-0.08	-0.19	-0.12	-0.20
55	06/04	-0.06	0.09	-0.06	-0.07	-0.13
54	06/03	-0.20	-0.09	0.04	-0.21	-0.05
53	06/02	-0.20	0.00	-0.03	0.05	0.04
52	06/01	-0.10	-0.01	-0.08	-0.04	-0.08
51	05/12	0.43	-0.02	0.06	0.20	0.03
50	05/11	0.15	0.18	0.03	0.27	0.13
49	05/10	0.25	-0.01	-0.06	-0.10	-0.01
48	05/09	0.06	-0.04	0.00	0.38	-0.06
47	05/08	0.08	-0.03	-0.07	0.16	-0.06
46	05/07	0.50	0.07	0.11	0.01	0.07
45	05/06	0.11	0.00	-0.22	-0.14	0.02
44	05/05	0.00	0.06	0.13	0.25	0.06
43	05/04	-0.22	-0.13	-0.21	-0.21	-0.20
42	05/03	-0.22	-0.09	-0.18	-0.17	-0.10
41	05/02	0.00	-0.04	-0.04	0.26	-0.03
40	05/01	0.10	0.03	0.07	0.39	0.15
39	04/12	0.02	0.03	-0.02	0.05	0.06
38	04/11	-0.16	-0.18	-0.11	-0.19	-0.07
37	04/10	-0.05	-0.05	-0.05	0.02	-0.03
36	04/09	-0.09	0.01	0.13	0.33	-0.03
35	04/08	0.02	-0.01	0.00	-0.02	-0.02
34	04/07	-0.05	-0.01	0.07	0.03	0.04
33	04/06	-0.26	0.00	-0.10	-0.14	0.00
32	04/05	0.12	-0.09	-0.11	-0.17	0.04
31	04/04	0.13	-0.02	-0.18	-0.20	-0.08
30	04/03	0.04	0.16	0.16	0.05	0.05
29	04/02	0.10	-0.04	0.02	0.02	0.05
28	04/01	-0.17	-0.07	-0.08	0.02	-0.08
27	03/12	0.17	0.20	0.19	0.24	0.19
26	03/11	-0.18	-0.12	-0.14	-0.14	-0.04
25	03/10	0.05	0.27	0.14	0.17	0.09
24	03/09	-0.09	0.28	0.02	-0.02	0.00
23	03/08	-0.25	0.02	-0.06	-0.02	0.13
22	03/07	-0.02	0.00	-0.12	-0.25	-0.14
21	03/06	-0.13	-0.06	-0.12	-0.27	-0.11
20	03/05	0.08	-0.04	-0.04	-0.05	-0.06
19	03/04	0.07	0.14	0.57	0.40	0.12
18	03/03	-0.28	-0.16	-0.15	-0.11	-0.10
17	03/02	0.16	-0.02	-0.18	0.12	0.04
16	03/01	-0.06	0.18	0.14	-0.04	-0.02
15	02/12	-0.18	-0.29	-0.34	-0.41	-0.32
14	02/11	0.01	0.30	1.48	0.33	0.20
13	02/10	-0.31	0.00	0.24	0.02	0.14
12	02/09	0.60	-0.12	-0.18	-0.16	-0.10
11	02/08	0.17	-0.13	-0.19	-0.13	-0.04
10	02/07	0.28	0.03	-0.08	0.01	0.08
9	02/06	-0.20	0.03	-0.21	-0.21	-0.06
8	02/05	-0.19	-0.10	0.00	-0.27	-0.07

7	02/04	0.03	-0.07	0.10	0.20	-0.11
6	02/03	-0.05	-0.13	-0.08	-0.08	-0.11
5	02/02	-0.28	0.13	-0.33	-0.27	-0.14
4	02/01	-0.15	-0.07	0.68	-0.14	0.23
3	01/12	0.05	0.21	-0.02	0.27	0.07
2	01/11	0.10	0.07	-0.02	0.09	0.08
1	01/10	0.36	0.16	-0.02	0.30	0.37

Dönem S.	Dönemler	KARTON SAN	KARDEMİR	NET H.	ASELSAN	ANADOLU SİG.
60	06/09	0.00	-0.13	-0.19	-0.11	-0.09
59	06/08	-0.08	-0.05	0.01	-0.11	0.06
58	06/07	-0.01	-0.11	-0.20	0.08	0.07
57	06/06	-0.09	-0.11	-0.20	-0.26	-0.22
56	06/05	0.02	-0.28	-0.14	-0.31	-0.31
55	06/04	0.07	-0.13	-0.21	-0.14	0.08
54	06/03	-0.16	0.09	1.60	0.00	-0.22
53	06/02	-0.11	0.12	0.00	-0.02	-0.02
52	06/01	-0.02	-0.14	-0.08	0.12	0.22
51	05/12	0.04	0.12	-0.03	0.26	0.18
50	05/11	-0.09	0.02	0.03	0.09	0.08
49	05/10	0.22	-0.17	-0.03	-0.19	-0.09
48	05/09	-0.07	-0.11	-0.10	0.05	0.04
47	05/08	0.02	-0.16	-0.05	-0.11	-0.12
46	05/07	0.03	0.05	-0.03	0.02	0.11
45	05/06	0.08	-0.03	-0.08	0.06	0.14
44	05/05	0.06	0.04	-0.05	-0.02	0.18
43	05/04	-0.25	-0.24	-0.08	-0.30	-0.29
42	05/03	-0.17	-0.21	-0.23	0.20	-0.14
41	05/02	-0.19	-0.07	0.12	0.29	-0.11
40	05/01	0.31	-0.07	0.00	0.13	0.07
39	04/12	0.09	-0.09	0.29	-0.19	0.08
38	04/11	-0.27	-0.12	-0.15	0.27	-0.01
37	04/10	0.93	-0.07	-0.19	-0.06	0.11
36	04/09	0.19	0.31	-0.11	-0.09	0.16
35	04/08	-0.05	0.02	-0.06	0.02	0.03
34	04/07	0.01	0.34	0.02	-0.04	0.08
33	04/06	-0.07	-0.12	-0.12	-0.10	-0.02
32	04/05	-0.09	0.00	-0.05	-0.08	-0.20
31	04/04	-0.23	0.06	0.13	-0.18	-0.05
30	04/03	0.07	0.60	0.09	-0.04	0.12
29	04/02	-0.06	0.19	0.09	-0.11	0.04
28	04/01	-0.02	-0.16	-0.07	-0.17	-0.14
27	03/12	0.07	0.26	0.12	0.22	0.39
26	03/11	-0.03	-0.05	-0.02	-0.18	-0.18
25	03/10	0.01	0.10	0.05	0.04	0.23
24	03/09	0.25	-0.05	-0.02	0.00	0.18
23	03/08	-0.03	0.03	-0.03	0.14	0.05
22	03/07	-0.05	-0.22	-0.15	-0.08	-0.11
21	03/06	-0.02	-0.29	-0.24	-0.18	-0.14
20	03/05	-0.05	-0.12	-0.04	-0.25	-0.16
19	03/04	0.07	0.00	0.82	-0.08	0.15
18	03/03	0.06	-0.17	-0.12	-0.33	-0.17

17	03/02	-0.01	-0.12	-0.05	-0.08	-0.01
16	03/01	0.06	1.21	-0.10	0.00	-0.07
15	02/12	-0.12	-0.29	-0.38	-0.01	-0.22
14	02/11	0.03	0.55	0.39	0.20	0.26
13	02/10	-0.02	0.03	0.04	-0.13	0.23
12	02/09	-0.06	-0.19	-0.20	-0.02	-0.09
11	02/08	-0.03	-0.15	-0.25	0.00	-0.04
10	02/07	0.06	0.44	-0.10	0.90	-0.04
9	02/06	-0.02	-0.34	-0.18	-0.19	-0.14
8	02/05	0.01	-0.23	-0.11	-0.23	-0.16
7	02/04	-0.04	-0.10	-0.10	0.11	0.01
6	02/03	0.00	-0.08	-0.01	-0.09	0.00
5	02/02	-0.10	-0.30	-0.27	-0.13	-0.24
4	02/01	-0.07	-0.02	-0.01	-0.11	-0.14
3	01/12	0.02	0.09	0.03	0.05	0.19
2	01/11	-0.21	0.27	0.33	0.57	0.01
1	01/10	0.15	0.37	0.68	0.89	0.42

Ek - 3 Verdegay yaklaşımı çözümleri
Ek - 3a α = 0 değeri için çözümler

	Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit c(j)	Total Contribution	Reduced Cost	Basis Status	Allowable Min. c(j)	Allowable Max. c(j)
1	Y1	0.2307	0.016	0.0037	0	basic	0.0115	0.0235
2	Y2	0.0974	0.016	0.0016	0	basic	0.0112	0.0169
3	Y3	0.1106	0.016	0.0018	0	basic	0.0076	0.0184
4	Y4	0.0613	0.016	0.001	0	basic	0.0131	0.0173
5	Y5	0.2066	0.016	0.0033	0	basic	0.0154	0.0185
6	Y6	0	0.016	0	0.003	at bound	0.013	M
7	Y7	0.0467	0.016	0.0007	0	basic	0.0104	0.0171
8	Y8	0.1191	0.016	0.0019	0	basic	0.0089	0.0172
9	Y9	0.0046	0.016	0.0001	0	basic	0.013	0.0193
10	Y10	0.0505	0.016	0.0008	0	basic	0.0127	0.0168
11	Y11	0.0399	0.016	0.0006	0	basic	0.0057	0.0175
12	Y12	0	0.016	0	0.0088	at bound	0.0072	M
13	Y13	0.0018	0.016	0	0	basic	0.0082	0.0246
14	Y14	0.2171	0.016	0.0035	0	basic	0.0137	0.019
15	Y15	0.2182	0.016	0.0035	0	basic	0.0099	0.0235
16	Y16	0	0.016	0	0.0072	at bound	0.0088	M
17	Y17	0.0003	0.016	0	0	basic	0.011	0.0386
18	Y18	0.1931	0.016	0.0031	0	basic	0.0131	0.0192
19	Y19	0.2483	0.016	0.004	0	basic	0.0154	0.0181
20	Y20	0.0196	0.016	0.0003	0	basic	0.0091	0.0222
21	Y21	0.05	0.016	0.0008	0	basic	0.0124	0.0281
22	Y22	0.0609	0.016	0.001	0	basic	0.0147	0.0214
23	Y23	0.0017	0.016	0	0	basic	0.0121	0.0179
24	Y24	0.1059	0.016	0.0017	0	basic	0.0108	0.0175
25	Y25	0.1149	0.016	0.0018	0	basic	0.0107	0.0166
26	Y26	0.1142	0.016	0.0018	0	basic	0.0095	0.0184
27	Y27	0.1369	0.016	0.0022	0	basic	0.0121	0.018
28	Y28	0.1069	0.016	0.0017	0	basic	0	0.0186
29	Y29	0	0.016	0	0	basic	0.0086	M
30	Y30	0.0408	0.016	0.0007	0	basic	0.0125	0.0166
31	Y31	0.0656	0.016	0.001	0	basic	0.0104	0.0213
32	Y32	0.0526	0.016	0.0008	0	basic	0.0032	0.0256
33	Y33	0.025	0.016	0.0004	0	basic	0.0106	0.0209
34	Y34	0.0398	0.016	0.0006	0	basic	0.0115	0.0259
35	Y35	0	0.016	0	0.0076	at bound	0.0084	M
36	Y36	0.0121	0.016	0.0002	0	basic	0.0145	0.0222
37	Y37	0.0369	0.016	0.0006	0	basic	0.0156	0.0172
38	Y38	0.0761	0.016	0.0012	0	basic	0.0132	0.0185
39	Y39	0.1007	0.016	0.0016	0	basic	0.0066	0.0174
40	Y40	0.0726	0.016	0.0012	0	basic	0.0155	0.0208
41	Y41	0.0174	0.016	0.0003	0	basic	0.0123	0.0206
42	Y42	0.1196	0.016	0.0019	0	basic	0.0074	0.0185
43	Y43	0.1053	0.016	0.0017	0	basic	0.0149	0.022
44	Y44	0.0383	0.016	0.0006	0	basic	0.0036	0.0187
45	Y45	0.0181	0.016	0.0003	0	basic	0.0147	0.0272
46	Y46	0.1137	0.016	0.0018	0	basic	0.0134	0.0206
47	Y47	0.0226	0.016	0.0004	0	basic	0.0063	0.0262

48	Y48	0.0394	0.016	0.0006	0	basic	0.0149	0.0194
49	Y49	0.0001	0.016	0	0	basic	0.0134	0.0189
50	Y50	0.1218	0.016	0.0019	0	basic	0.0091	0.0172
51	Y51	0.042	0.016	0.0007	0	basic	0.0139	0.0292
52	Y52	0.0072	0.016	0.0001	0	basic	0.0032	0.019
53	Y53	0	0.016	0	0.0006	at bound	0.0154	M
54	Y54	0	0.016	0	0.0071	at bound	0.0089	M
55	Y55	0.0088	0.016	0.0001	0	basic	0.0142	0.0198
56	Y56	0.0548	0.016	0.0009	0	basic	0.0077	0.0169
57	Y57	0.122	0.016	0.002	0	basic	0.0127	0.0187
58	Y58	0.0627	0.016	0.001	0	basic	0.008	0.0176
59	Y59	0.0081	0.016	0.0001	0	basic	0.0019	0.0168
60	Y60	0.0618	0.016	0.001	0	basic	0.0151	0.0191
61	X1	0.2807	0	0	0	basic	-0.0003	0.0007
62	X2	0	0	0	0.0086	at bound	-0.0086	M
63	X3	0	0	0	0.018	at bound	-0.018	M
64	X4	0	0	0	0.0178	at bound	-0.0178	M
65	X5	0	0	0	0.037	at bound	-0.037	M
66	X6	0	0	0	0.0206	at bound	-0.0206	M
67	X7	0	0	0	0.0237	at bound	-0.0237	M
68	X8	0	0	0	0.0034	at bound	-0.0034	M
69	X9	0	0	0	0.0131	at bound	-0.0131	M
70	X10	0.0667	0	0	0	basic	-0.0023	0.0033
71	X11	0	0	0	0.0092	at bound	-0.0092	M
72	X12	0	0	0	0.0072	at bound	-0.0072	M
73	X13	0	0	0	0.0221	at bound	-0.0221	M
74	X14	0	0	0	0.0281	at bound	-0.0281	M
75	X15	0	0	0	0.0264	at bound	-0.0264	M
76	X16	0.1005	0	0	0	basic	-0.0012	0.0001
77	X17	0	0	0	0.0355	at bound	-0.0355	M
78	X18	0	0	0	0.0191	at bound	-0.0191	M
79	X19	0	0	0	0.0379	at bound	-0.0379	M
80	X20	0	0	0	0.0121	at bound	-0.0121	M
81	X21	0	0	0	0.0223	at bound	-0.0223	M
82	X22	0	0	0	0.0259	at bound	-0.0259	M
83	X23	0	0	0	0.0299	at bound	-0.0299	M
84	X24	0.1517	0	0	0	basic	-0.0003	0.0009
85	X25	0	0	0	0.0153	at bound	-0.0153	M
86	X26	0.1267	0	0	0	basic	-0.0038	0.0061
87	X27	0.0738	0	0	0	basic	-0.0008	0.0002
88	X28	0	0	0	0.025	at bound	-0.025	M
89	X29	0	0	0	0.0531	at bound	-0.0531	M
90	X30	0.0338	0	0	0	basic	-0.0018	0.0015
91	X31	0.0796	0	0	0	basic	-0.0003	0.0011
92	X32	0	0	0	0.0391	at bound	-0.0391	M
93	X33	0.0866	0	0	0	basic	-0.0023	0.0092
94	X34	0	0	0	0.0126	at bound	-0.0126	M
95	X35	0	0	0	0.0401	at bound	-0.0401	M

Objective Function (Min.) = 0.0647

Ek – 3b α = 0.1 değeri için çözümler

	Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit c(j)	Total Contribution	Reduced Cost	Basis Status	Allowable Min. c(j)	Allowable Max. c(j)
1	Y1	0.2298	0.016	0.0037	0	basic	0.0072	0.0214
2	Y2	0.102	0.016	0.0016	0	basic	0.015	0.0185
3	Y3	0.1133	0.016	0.0018	0	basic	0.0127	0.0218
4	Y4	0.0503	0.016	0.0008	0	basic	0.0138	0.0225
5	Y5	0.2132	0.016	0.0034	0	basic	0.0154	0.0166
6	Y6	0.0057	0.016	0.0001	0	basic	0.0141	0.018
7	Y7	0.0402	0.016	0.0006	0	basic	0.0147	0.0176
8	Y8	0.1197	0.016	0.0019	0	basic	0.0146	0.0248
9	Y9	0.0119	0.016	0.0002	0	basic	0.0146	0.0168
10	Y10	0.0354	0.016	0.0006	0	basic	0.0152	0.0174
11	Y11	0.0333	0.016	0.0005	0	basic	0.014	0.0254
12	Y12	0	0.016	0	0.0052	at bound	0.0108	M
13	Y13	0.0007	0.016	0	0	basic	0.0115	0.0219
14	Y14	0.2324	0.016	0.0037	0	basic	0.0149	0.0192
15	Y15	0.2208	0.016	0.0035	0	basic	0.0122	0.0207
16	Y16	0	0.016	0	0.0087	at bound	0.0073	M
17	Y17	0	0.016	0	0	basic	0.0026	M
18	Y18	0.2034	0.016	0.0033	0	basic	0.0149	0.0193
19	Y19	0.271	0.016	0.0043	0	basic	0.0153	0.0168
20	Y20	0.0064	0.016	0.0001	0	basic	0.0142	0.0189
21	Y21	0.0639	0.016	0.001	0	basic	0.0124	0.0177
22	Y22	0.0653	0.016	0.001	0	basic	0.0127	0.0175
23	Y23	0.0058	0.016	0.0001	0	basic	0.0137	0.0173
24	Y24	0.0981	0.016	0.0016	0	basic	0.0117	0.019
25	Y25	0.1077	0.016	0.0017	0	basic	0.0153	0.0185
26	Y26	0.1129	0.016	0.0018	0	basic	0.0131	0.0292
27	Y27	0.1464	0.016	0.0023	0	basic	0.0146	0.0176
28	Y28	0.1068	0.016	0.0017	0	basic	0.0114	0.024
29	Y29	0	0.016	0	0	basic	0.01	M
30	Y30	0.0308	0.016	0.0005	0	basic	0.0152	0.0169
31	Y31	0.0552	0.016	0.0009	0	basic	0.0125	0.0186
32	Y32	0.0572	0.016	0.0009	0	basic	0.0065	0.0207
33	Y33	0.0292	0.016	0.0005	0	basic	0.009	0.0176
34	Y34	0.0407	0.016	0.0007	0	basic	0.0134	0.0198
35	Y35	0	0.016	0	0.003	at bound	0.013	M
36	Y36	0.0151	0.016	0.0002	0	basic	0.0117	0.0175
37	Y37	0.0179	0.016	0.0003	0	basic	0.0152	0.0164
38	Y38	0.0774	0.016	0.0012	0	basic	0.012	0.0169
39	Y39	0.0881	0.016	0.0014	0	basic	0.0093	0.022
40	Y40	0.0968	0.016	0.0015	0	basic	0.0085	0.0167
41	Y41	0.003	0.016	0	0	basic	0.0122	0.018
42	Y42	0.1026	0.016	0.0016	0	basic	0.0121	0.0214
43	Y43	0.11	0.016	0.0018	0	basic	0.0077	0.0179
44	Y44	0.0299	0.016	0.0005	0	basic	0.0118	0.0631
45	Y45	0.0198	0.016	0.0003	0	basic	0.0121	0.0176
46	Y46	0.1313	0.016	0.0021	0	basic	0.0051	0.0197
47	Y47	0.0181	0.016	0.0003	0	basic	0.0128	0.025
48	Y48	0.0565	0.016	0.0009	0	basic	0.0149	0.0174

49	Y49	0.0075	0.016	0.0001	0	basic	0.015	0.0194
50	Y50	0.1259	0.016	0.002	0	basic	0.0146	0.0184
51	Y51	0.0462	0.016	0.0007	0	basic	0.0041	0.0206
52	Y52	0.0107	0.016	0.0002	0	basic	0.0116	0.0334
53	Y53	0.019	0.016	0.0003	0	basic	0.0069	0.017
54	Y54	0	0.016	0	0.0074	at bound	0.0086	M
55	Y55	0.0092	0.016	0.0001	0	basic	0.0131	0.0179
56	Y56	0.0438	0.016	0.0007	0	basic	0.0146	0.0207
57	Y57	0.1318	0.016	0.0021	0	basic	0.0146	0.017
58	Y58	0.0627	0.016	0.001	0	basic	0.0123	0.0301
59	Y59	0	0.016	0	0.0013	at bound	0.0147	M
60	Y60	0.0812	0.016	0.0013	0	basic	0.0152	0.0169
61	X1	0.2826	0	0	0	basic	-0.0002	0.0003
62	X2	0	0	0	0.0067	at bound	-0.0067	M
63	X3	0	0	0	0.0152	at bound	-0.0152	M
64	X4	0	0	0	0.0174	at bound	-0.0174	M
65	X5	0	0	0	0.0345	at bound	-0.0345	M
66	X6	0	0	0	0.0201	at bound	-0.0201	M
67	X7	0	0	0	0.0226	at bound	-0.0226	M
68	X8	0	0	0	0.0037	at bound	-0.0037	M
69	X9	0	0	0	0.013	at bound	-0.013	M
70	X10	0.1082	0	0	0	basic	-0.005	0.0012
71	X11	0	0	0	0.011	at bound	-0.011	M
72	X12	0	0	0	0.0067	at bound	-0.0067	M
73	X13	0	0	0	0.019	at bound	-0.019	M
74	X14	0	0	0	0.0283	at bound	-0.0283	M
75	X15	0	0	0	0.0263	at bound	-0.0263	M
76	X16	0.0272	0	0	0	basic	-0.0002	0.0005
77	X17	0	0	0	0.0363	at bound	-0.0363	M
78	X18	0	0	0	0.0181	at bound	-0.0181	M
79	X19	0	0	0	0.0361	at bound	-0.0361	M
80	X20	0	0	0	0.0104	at bound	-0.0104	M
81	X21	0	0	0	0.0208	at bound	-0.0208	M
82	X22	0	0	0	0.0256	at bound	-0.0256	M
83	X23	0	0	0	0.0264	at bound	-0.0264	M
84	X24	0.1898	0	0	0	basic	-0.0003	0.0004
85	X25	0	0	0	0.0147	at bound	-0.0147	M
86	X26	0.1379	0	0	0	basic	-0.0063	0.0055
87	X27	0.084	0	0	0	basic	-0.0002	0.0003
88	X28	0	0	0	0.0272	at bound	-0.0272	M
89	X29	0	0	0	0.0511	at bound	-0.0511	M
90	X30	0.0114	0	0	0	basic	-0.0027	0.0011
91	X31	0.0672	0	0	0	basic	-0.0008	0.0003
92	X32	0	0	0	0.0379	at bound	-0.0379	M
93	X33	0.0918	0	0	0	basic	-0.0043	0.0023
94	X34	0	0	0	0.014	at bound	-0.014	M
95	X35	0	0	0	0.0399	at bound	-0.0399	M

Objective Function (Min.) = 0.0658

Ek – 3c α = 0.2 değeri için çözümler

	Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit c(j)	Total Contribution	Reduced Cost	Basis Status	Allowable Min. c(j)	Allowable Max. c(j)
1	Y1	0.2239	0.016	0.0036	0	basic	0.0141	0.0161
2	Y2	0.1137	0.016	0.0018	0	basic	0.0153	0.0171
3	Y3	0.1157	0.016	0.0019	0	basic	0.0146	0.0238
4	Y4	0.0519	0.016	0.0008	0	basic	0.0139	0.0162
5	Y5	0.2115	0.016	0.0034	0	basic	0.0158	0.022
6	Y6	0	0.016	0	0.0148	at bound	0.0012	M
7	Y7	0.0419	0.016	0.0007	0	basic	0.0151	0.0165
8	Y8	0.1271	0.016	0.002	0	basic	0.0063	0.0168
9	Y9	0.0215	0.016	0.0003	0	basic	0.0068	0.0166
10	Y10	0.0143	0.016	0.0002	0	basic	0.0092	0.0161
11	Y11	0.0239	0.016	0.0004	0	basic	0.0157	0.0171
12	Y12	0	0.016	0	0.016	at bound	0	M
13	Y13	0.0015	0.016	0	0	basic	0.0125	0.0161
14	Y14	0.2505	0.016	0.004	0	basic	0.0159	0.0316
15	Y15	0.2214	0.016	0.0035	0	basic	0.0154	0.0198
16	Y16	0	0.016	0	0.0107	at bound	0.0053	M
17	Y17	0.0017	0.016	0	0	basic	0.0108	0.0163
18	Y18	0.2118	0.016	0.0034	0	basic	0.0153	0.0169
19	Y19	0.252	0.016	0.004	0	basic	0.0158	0.019
20	Y20	0	0.016	0	0.0127	at bound	0.0033	M
21	Y21	0.0609	0.016	0.001	0	basic	0.0148	0.0191
22	Y22	0.077	0.016	0.0012	0	basic	0.0157	0.0409
23	Y23	0.0198	0.016	0.0003	0	basic	0.0001	0.0162
24	Y24	0.0987	0.016	0.0016	0	basic	0.0156	0.0166
25	Y25	0.1223	0.016	0.002	0	basic	0.0153	0.0163
26	Y26	0.1025	0.016	0.0016	0	basic	0.01	0.0163
27	Y27	0.1641	0.016	0.0026	0	basic	0.0157	0.0168
28	Y28	0.1198	0.016	0.0019	0	basic	0.0079	0.0172
29	Y29	0.0092	0.016	0.0001	0	basic	0.0093	0.0164
30	Y30	0.0367	0.016	0.0006	0	basic	0.0084	0.0163
31	Y31	0.0489	0.016	0.0008	0	basic	0.0158	0.0179
32	Y32	0.0691	0.016	0.0011	0	basic	0.0159	0.0235
33	Y33	0.0358	0.016	0.0006	0	basic	0	0.0161
34	Y34	0.0367	0.016	0.0006	0	basic	0.0157	0.0427
35	Y35	0.0052	0.016	0.0001	0	basic	0.0151	0.0178
36	Y36	0.0199	0.016	0.0003	0	basic	0.0158	0.0604
37	Y37	0	0.016	0	0	basic	0.0106	M
38	Y38	0.0829	0.016	0.0013	0	basic	0.0054	0.0163
39	Y39	0.1106	0.016	0.0018	0	basic	0.0157	0.0164
40	Y40	0.105	0.016	0.0017	0	basic	0.0158	0.0184
41	Y41	0.0044	0.016	0.0001	0	basic	0.0157	0.0224
42	Y42	0.11	0.016	0.0018	0	basic	0.0125	0.0161
43	Y43	0.102	0.016	0.0016	0	basic	0.0152	0.0162
44	Y44	0.0329	0.016	0.0005	0	basic	0.0155	0.0167
45	Y45	0.0215	0.016	0.0003	0	basic	0.015	0.0169
46	Y46	0.1386	0.016	0.0022	0	basic	0.0153	0.0161
47	Y47	0.0206	0.016	0.0003	0	basic	0.0119	0.0168
48	Y48	0.0522	0.016	0.0008	0	basic	0.0157	0.0204

49	Y49	0.0132	0.016	0.0002	0	basic	0.0159	0.03
50	Y50	0.1447	0.016	0.0023	0	basic	0.0153	0.0171
51	Y51	0.0481	0.016	0.0008	0	basic	0.0142	0.0161
52	Y52	0.0155	0.016	0.0002	0	basic	0.0158	0.0182
53	Y53	0.0237	0.016	0.0004	0	basic	0.0156	0.0166
54	Y54	0	0.016	0	0.0034	at bound	0.0126	M
55	Y55	0.0255	0.016	0.0004	0	basic	0.0144	0.0406
56	Y56	0.0393	0.016	0.0006	0	basic	0.0159	0.0167
57	Y57	0.1414	0.016	0.0023	0	basic	0.0048	0.0165
58	Y58	0.0707	0.016	0.0011	0	basic	0.0064	0.0163
59	Y59	0	0.016	0	0.0005	at bound	0.0155	M
60	Y60	0.0783	0.016	0.0013	0	basic	0.0157	0.0186
61	X1	0.28	0	0	0	basic	-0.0001	0.003
62	X2	0	0	0	0.0048	at bound	-0.0048	M
63	X3	0.0469	0	0	0	basic	-0.0001	0.0004
64	X4	0	0	0	0.0153	at bound	-0.0153	M
65	X5	0	0	0	0.0407	at bound	-0.0407	M
66	X6	0	0	0	0.0218	at bound	-0.0218	M
67	X7	0	0	0	0.03	at bound	-0.03	M
68	X8	0	0	0	0.0112	at bound	-0.0112	M
69	X9	0	0	0	0.006	at bound	-0.006	M
70	X10	0.1289	0	0	0	basic	-0.0001	0.001
71	X11	0	0	0	0.012	at bound	-0.012	M
72	X12	0	0	0	0.0102	at bound	-0.0102	M
73	X13	0	0	0	0.0285	at bound	-0.0285	M
74	X14	0	0	0	0.0267	at bound	-0.0267	M
75	X15	0	0	0	0.0289	at bound	-0.0289	M
76	X16	0.006	0	0	0	basic	-0.0015	0.0001
77	X17	0	0	0	0.0476	at bound	-0.0476	M
78	X18	0	0	0	0.0271	at bound	-0.0271	M
79	X19	0	0	0	0.0306	at bound	-0.0306	M
80	X20	0	0	0	0.008	at bound	-0.008	M
81	X21	0	0	0	0.0354	at bound	-0.0354	M
82	X22	0	0	0	0.0446	at bound	-0.0446	M
83	X23	0	0	0	0.0236	at bound	-0.0236	M
84	X24	0.1313	0	0	0	basic	-0.0001	0.0024
85	X25	0	0	0	0.0193	at bound	-0.0193	M
86	X26	0.1443	0	0	0	basic	-0.0018	0
87	X27	0.1093	0	0	0	basic	-0.0026	0.0001
88	X28	0	0	0	0.0313	at bound	-0.0313	M
89	X29	0	0	0	0.0663	at bound	-0.0663	M
90	X30	0	0	0	0.0213	at bound	-0.0213	M
91	X31	0.0616	0	0	0	basic	-0.0011	0.011
92	X32	0	0	0	0.0233	at bound	-0.0233	M
93	X33	0.0918	0	0	0	basic	-0.0009	0.0011
94	X34	0	0	0	0.0139	at bound	-0.0139	M
95	X35	0	0	0	0.0238	at bound	-0.0238	M

Objective Function (Min.) = 0.0687

Ek – 3d α = 0.3 değeri için çözümler

	Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit c(j)	Total Contribution	Reduced Cost	Basis Status	Allowable Min. c(j)	Allowable Max. c(j)
1	Y1	0.2181	0.016	0.0035	0	basic	0.0066	0.0312
2	Y2	0.1213	0.016	0.0019	0	basic	0.0107	0.0208
3	Y3	0.1123	0.016	0.0018	0	basic	0.0046	0.0284
4	Y4	0.0641	0.016	0.001	0	basic	0.0107	0.0184
5	Y5	0.201	0.016	0.0032	0	basic	0.0146	0.0178
6	Y6	0	0.016	0	0.0128	at bound	0.0032	M
7	Y7	0.0462	0.016	0.0007	0	basic	0.0057	0.0184
8	Y8	0.1366	0.016	0.0022	0	basic	0.0054	0.0193
9	Y9	0.0385	0.016	0.0006	0	basic	0.0125	0.0185
10	Y10	0.0085	0.016	0.0001	0	basic	0.0134	0.0176
11	Y11	0.0173	0.016	0.0003	0	basic	0.0083	0.0218
12	Y12	0	0.016	0	0.008	at bound	0.008	M
13	Y13	0	0.016	0	0	basic	0.0035	M
14	Y14	0.2597	0.016	0.0042	0	basic	0.0136	0.0238
15	Y15	0.2234	0.016	0.0036	0	basic	0.0066	0.0324
16	Y16	0.0003	0.016	0	0	basic	0.0083	0.0247
17	Y17	0.0093	0.016	0.0001	0	basic	0.0071	0.0316
18	Y18	0.2085	0.016	0.0033	0	basic	0.0125	0.0208
19	Y19	0.2105	0.016	0.0034	0	basic	0.0152	0.0181
20	Y20	0	0.016	0	0.0057	at bound	0.0103	M
21	Y21	0.0547	0.016	0.0009	0	basic	0.0103	0.0263
22	Y22	0.0849	0.016	0.0014	0	basic	0.0118	0.0211
23	Y23	0.0354	0.016	0.0006	0	basic	0.0087	0.0187
24	Y24	0.1011	0.016	0.0016	0	basic	0.008	0.0196
25	Y25	0.1428	0.016	0.0023	0	basic	0.0123	0.0175
26	Y26	0.0918	0.016	0.0015	0	basic	0	0.0397
27	Y27	0.1822	0.016	0.0029	0	basic	0.0099	0.0201
28	Y28	0.1329	0.016	0.0021	0	basic	0	0.0216
29	Y29	0.0179	0.016	0.0003	0	basic	0	0.0386
30	Y30	0.0547	0.016	0.0009	0	basic	0.0135	0.0173
31	Y31	0.0474	0.016	0.0008	0	basic	0	0.023
32	Y32	0.0791	0.016	0.0013	0	basic	0	0.0337
33	Y33	0.0436	0.016	0.0007	0	basic	0.005	0.0253
34	Y34	0.0283	0.016	0.0005	0	basic	0.0106	0.0223
35	Y35	0.0115	0.016	0.0002	0	basic	0	0.0256
36	Y36	0.0248	0.016	0.0004	0	basic	0.0016	0.0341
37	Y37	0	0.016	0	0.0046	at bound	0.0114	M
38	Y38	0.0916	0.016	0.0015	0	basic	0.0111	0.0211
39	Y39	0.1424	0.016	0.0023	0	basic	0.0072	0.0176
40	Y40	0.1032	0.016	0.0017	0	basic	0.0145	0.021
41	Y41	0.0047	0.016	0.0001	0	basic	0.0083	0.03
42	Y42	0.1267	0.016	0.002	0	basic	0.0073	0.0185
43	Y43	0.0922	0.016	0.0015	0	basic	0.0125	0.0288
44	Y44	0.0448	0.016	0.0007	0	basic	0.0089	0.0193
45	Y45	0.0258	0.016	0.0004	0	basic	0.0107	0.0305
46	Y46	0.1325	0.016	0.0021	0	basic	0.0132	0.0231
47	Y47	0.0276	0.016	0.0004	0	basic	0	0.0237
48	Y48	0.0315	0.016	0.0005	0	basic	0.0146	0.0188

49	Y49	0.01	0.016	0.0002	0	basic	0.0124	0.0209
50	Y50	0.1597	0.016	0.0026	0	basic	0	0.0222
51	Y51	0.0514	0.016	0.0008	0	basic	0.0065	0.0287
52	Y52	0.0202	0.016	0.0003	0	basic	0	0.0234
53	Y53	0.0248	0.016	0.0004	0	basic	0.0141	0.0264
54	Y54	0	0.016	0	0.0051	at bound	0.0109	M
55	Y55	0.04	0.016	0.0006	0	basic	0.0079	0.0211
56	Y56	0.0316	0.016	0.0005	0	basic	0.0053	0.0197
57	Y57	0.1475	0.016	0.0024	0	basic	0.0088	0.0247
58	Y58	0.0788	0.016	0.0013	0	basic	0	0.0205
59	Y59	0	0.016	0	0.0025	at bound	0.0135	M
60	Y60	0.0609	0.016	0.001	0	basic	0.0147	0.0197
61	X1	0.2375	0	0	0	basic	-0.0005	0.0007
62	X2	0	0	0	0.0025	at bound	-0.0025	M
63	X3	0.1134	0	0	0	basic	-0.0034	0.0015
64	X4	0	0	0	0.0164	at bound	-0.0164	M
65	X5	0	0	0	0.0451	at bound	-0.0451	M
66	X6	0	0	0	0.0231	at bound	-0.0231	M
67	X7	0	0	0	0.0249	at bound	-0.0249	M
68	X8	0	0	0	0.0101	at bound	-0.0101	M
69	X9	0	0	0	0.008	at bound	-0.008	M
70	X10	0.1198	0	0	0	basic	-0.0018	0.0026
71	X11	0	0	0	0.0115	at bound	-0.0115	M
72	X12	0	0	0	0.011	at bound	-0.011	M
73	X13	0	0	0	0.0304	at bound	-0.0304	M
74	X14	0	0	0	0.0267	at bound	-0.0267	M
75	X15	0	0	0	0.0299	at bound	-0.0299	M
76	X16	0.0313	0	0	0	basic	-0.0011	0.0003
77	X17	0	0	0	0.052	at bound	-0.052	M
78	X18	0	0	0	0.0239	at bound	-0.0239	M
79	X19	0	0	0	0.0326	at bound	-0.0326	M
80	X20	0	0	0	0.0087	at bound	-0.0087	M
81	X21	0	0	0	0.0325	at bound	-0.0325	M
82	X22	0	0	0	0.0468	at bound	-0.0468	M
83	X23	0	0	0	0.0271	at bound	-0.0271	M
84	X24	0.0457	0	0	0	basic	-0.0004	0.0015
85	X25	0	0	0	0.0222	at bound	-0.0222	M
86	X26	0.1495	0	0	0	basic	-0.006	0.006
87	X27	0.1477	0	0	0	basic	-0.0007	0.0006
88	X28	0	0	0	0.0338	at bound	-0.0338	M
89	X29	0	0	0	0.0638	at bound	-0.0638	M
90	X30	0	0	0	0.0212	at bound	-0.0212	M
91	X31	0.0697	0	0	0	basic	-0.0046	0.0112
92	X32	0	0	0	0.0338	at bound	-0.0338	M
93	X33	0.0855	0	0	0	basic	-0.004	0.0066
94	X34	0	0	0	0.0096	at bound	-0.0096	M
95	X35	0	0	0	0.0239	at bound	-0.0239	M

Objective Function (Min.) = 0.0713

Ek – 3e α = 0.4 değeri için çözümler

	Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit c(j)	Total Contribution	Reduced Cost	Basis Status	Allowable Min. c(j)	Allowable Max. c(j)
1	Y1	0.2205	0.016	0.0035	0	basic	0.0093	0.0176
2	Y2	0.1302	0.016	0.0021	0	basic	0.0137	0.0172
3	Y3	0.106	0.016	0.0017	0	basic	0	0.0322
4	Y4	0.071	0.016	0.0011	0	basic	0.0149	0.0231
5	Y5	0.2114	0.016	0.0034	0	basic	0.0097	0.0166
6	Y6	0	0.016	0	0.0006	at bound	0.0154	M
7	Y7	0.0407	0.016	0.0007	0	basic	0	0.0196
8	Y8	0.144	0.016	0.0023	0	basic	0	0.0399
9	Y9	0.0567	0.016	0.0009	0	basic	0.014	0.0276
10	Y10	0	0.016	0	0.0121	at bound	0.0039	M
11	Y11	0.0024	0.016	0	0	basic	0.0118	0.0383
12	Y12	0.0064	0.016	0.0001	0	basic	0.0142	0.0211
13	Y13	0	0.016	0	0	basic	0.0015	M
14	Y14	0.2759	0.016	0.0044	0	basic	0.0111	0.0298
15	Y15	0.225	0.016	0.0036	0	basic	0.015	0.0401
16	Y16	0	0.016	0	0.01	at bound	0.006	M
17	Y17	0.0191	0.016	0.0003	0	basic	0.015	0.0321
18	Y18	0.2123	0.016	0.0034	0	basic	0	0.0175
19	Y19	0.1848	0.016	0.003	0	basic	0.0009	0.0175
20	Y20	0	0.016	0	0.0093	at bound	0.0067	M
21	Y21	0.054	0.016	0.0009	0	basic	0.0114	0.0237
22	Y22	0.1	0.016	0.0016	0	basic	0	0.0174
23	Y23	0.0474	0.016	0.0008	0	basic	0.0136	0.0217
24	Y24	0.0904	0.016	0.0014	0	basic	0.0132	0.0255
25	Y25	0.1482	0.016	0.0024	0	basic	0.0146	0.0353
26	Y26	0.0807	0.016	0.0013	0	basic	0.0115	0.0586
27	Y27	0.1989	0.016	0.0032	0	basic	0.0132	0.036
28	Y28	0.1462	0.016	0.0023	0	basic	0	0.0191
29	Y29	0.0282	0.016	0.0005	0	basic	0.0044	0.0227
30	Y30	0.0581	0.016	0.0009	0	basic	0.0145	0.0378
31	Y31	0.0429	0.016	0.0007	0	basic	0	0.0173
32	Y32	0.0882	0.016	0.0014	0	basic	0.0051	0.0209
33	Y33	0.0536	0.016	0.0009	0	basic	0.0121	0.0296
34	Y34	0.0228	0.016	0.0004	0	basic	0	0.0172
35	Y35	0.016	0.016	0.0003	0	basic	0	0.0559
36	Y36	0.0314	0.016	0.0005	0	basic	0	0.0185
37	Y37	0	0.016	0	0.0069	at bound	0.0091	M
38	Y38	0.0934	0.016	0.0015	0	basic	0.015	0.0298
39	Y39	0.1651	0.016	0.0026	0	basic	0.0101	0.0269
40	Y40	0.1165	0.016	0.0019	0	basic	0.0068	0.0188
41	Y41	0.01	0.016	0.0002	0	basic	0	0.0183
42	Y42	0.1362	0.016	0.0022	0	basic	0.0135	0.0266
43	Y43	0.0882	0.016	0.0014	0	basic	0	0.0257
44	Y44	0.0519	0.016	0.0008	0	basic	0.0143	0.0312
45	Y45	0.0364	0.016	0.0006	0	basic	0.0141	0.0305
46	Y46	0.1352	0.016	0.0022	0	basic	0.0034	0.0198
47	Y47	0.0338	0.016	0.0005	0	basic	0.0134	0.0305

48	Y48	0.0234	0.016	0.0004	0	basic	0	0.0171
49	Y49	0.0114	0.016	0.0002	0	basic	0.0015	0.017
50	Y50	0.1717	0.016	0.0027	0	basic	0.0082	0.0413
51	Y51	0.0638	0.016	0.001	0	basic	0.0137	0.0309
52	Y52	0.0238	0.016	0.0004	0	basic	0.0018	0.0198
53	Y53	0.0391	0.016	0.0006	0	basic	0.015	0.0401
54	Y54	0	0.016	0	0.0029	at bound	0.0131	M
55	Y55	0.0623	0.016	0.001	0	basic	0.0033	0.0173
56	Y56	0.0137	0.016	0.0002	0	basic	0.0089	0.0165
57	Y57	0.1522	0.016	0.0024	0	basic	0.0115	0.0236
58	Y58	0.0825	0.016	0.0013	0	basic	0.0129	0.0454
59	Y59	0.0099	0.016	0.0002	0	basic	0.0143	0.0492
60	Y60	0.0576	0.016	0.0009	0	basic	0	0.0186
61	X1	0.2243	0	0	0	basic	-0.0032	0.0002
62	X2	0	0	0	0.0038	at bound	-0.0038	M
63	X3	0.1798	0	0	0	basic	-0.0006	0.0045
64	X4	0	0	0	0.0206	at bound	-0.0206	M
65	X5	0	0	0	0.0422	at bound	-0.0422	M
66	X6	0	0	0	0.0191	at bound	-0.0191	M
67	X7	0	0	0	0.0206	at bound	-0.0206	M
68	X8	0	0	0	0.0014	at bound	-0.0014	M
69	X9	0	0	0	0.0039	at bound	-0.0039	M
70	X10	0.1194	0	0	0	basic	-0.003	0.0004
71	X11	0	0	0	0.0116	at bound	-0.0116	M
72	X12	0	0	0	0.0086	at bound	-0.0086	M
73	X13	0	0	0	0.0368	at bound	-0.0368	M
74	X14	0	0	0	0.0339	at bound	-0.0339	M
75	X15	0	0	0	0.0307	at bound	-0.0307	M
76	X16	0	0	0	0.0022	at bound	-0.0022	M
77	X17	0	0	0	0.0538	at bound	-0.0538	M
78	X18	0	0	0	0.0288	at bound	-0.0288	M
79	X19	0	0	0	0.0331	at bound	-0.0331	M
80	X20	0	0	0	0.0103	at bound	-0.0103	M
81	X21	0	0	0	0.044	at bound	-0.044	M
82	X22	0	0	0	0.0499	at bound	-0.0499	M
83	X23	0	0	0	0.0318	at bound	-0.0318	M
84	X24	0	0	0	0.0055	at bound	-0.0055	M
85	X25	0	0	0	0.0252	at bound	-0.0252	M
86	X26	0.1668	0	0	0	basic	-0.0007	0.0053
87	X27	0.137	0	0	0	basic	-0.0002	0.0036
88	X28	0	0	0	0.039	at bound	-0.039	M
89	X29	0	0	0	0.0679	at bound	-0.0679	M
90	X30	0	0	0	0.0322	at bound	-0.0322	M
91	X31	0.081	0	0	0	basic	-0.0068	0.0048
92	X32	0.0026	0	0	0	basic	-0.0076	0.0013
93	X33	0.0828	0	0	0	basic	-0.0229	0.0031
94	X34	0.0064	0	0	0	basic	-0.0097	0.001
95	X35	0	0	0	0.0278	at bound	-0.0278	M

Objective Function (Min.) = 0.0751

Ek – 3f α = 0.5 değeri için çözümler

	Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit c(j)	Total Contribution	Reduced Cost	Basis Status	Allowable Min. c(j)	Allowable Max. c(j)
1	Y1	0.2234	0.016	0.0036	0	basic	0.007	0.0171
2	Y2	0.1692	0.016	0.0027	0	basic	0.0123	0.017
3	Y3	0.0888	0.016	0.0014	0	basic	0.0138	0.0247
4	Y4	0.0828	0.016	0.0013	0	basic	0.0135	0.02
5	Y5	0.246	0.016	0.0039	0	basic	0.01	0.0178
6	Y6	0	0.016	0	0.0077	at bound	0.0083	M
7	Y7	0.026	0.016	0.0004	0	basic	0.0113	0.0215
8	Y8	0.1522	0.016	0.0024	0	basic	0.0135	0.0242
9	Y9	0.0779	0.016	0.0012	0	basic	0.0042	0.0211
10	Y10	0.0058	0.016	0.0001	0	basic	0.0096	0.0183
11	Y11	0	0.016	0	0	basic	0.0088	M
12	Y12	0.0153	0.016	0.0002	0	basic	0	0.0167
13	Y13	0	0.016	0	0	basic	0.0152	M
14	Y14	0.2811	0.016	0.0045	0	basic	0.0153	0.0205
15	Y15	0.229	0.016	0.0037	0	basic	0.0141	0.0224
16	Y16	0	0.016	0	0.0085	at bound	0.0075	M
17	Y17	0.035	0.016	0.0006	0	basic	0.001	0.0197
18	Y18	0.2163	0.016	0.0035	0	basic	0	0.0194
19	Y19	0.1679	0.016	0.0027	0	basic	0.01	0.0192
20	Y20	0	0.016	0	0.0069	at bound	0.0091	M
21	Y21	0.0628	0.016	0.001	0	basic	0.0071	0.0191
22	Y22	0.1038	0.016	0.0017	0	basic	0.011	0.0253
23	Y23	0.0497	0.016	0.0008	0	basic	0	0.0185
24	Y24	0.0584	0.016	0.0009	0	basic	0.015	0.0206
25	Y25	0.1578	0.016	0.0025	0	basic	0.0098	0.0239
26	Y26	0.075	0.016	0.0012	0	basic	0	0.0279
27	Y27	0.2103	0.016	0.0034	0	basic	0.0131	0.045
28	Y28	0.1578	0.016	0.0025	0	basic	0.009	0.0361
29	Y29	0.0406	0.016	0.0006	0	basic	0	0.0192
30	Y30	0.0663	0.016	0.0011	0	basic	0.0095	0.0182
31	Y31	0.0393	0.016	0.0006	0	basic	0.0144	0.0328
32	Y32	0.0931	0.016	0.0015	0	basic	0.0135	0.0384
33	Y33	0.056	0.016	0.0009	0	basic	0.0029	0.0219
34	Y34	0.021	0.016	0.0003	0	basic	0.0103	0.0366
35	Y35	0.0166	0.016	0.0003	0	basic	0.0007	0.029
36	Y36	0.0322	0.016	0.0005	0	basic	0.0129	0.0292
37	Y37	0	0.016	0	0.0103	at bound	0.0057	M
38	Y38	0.086	0.016	0.0014	0	basic	0.0006	0.0204
39	Y39	0.195	0.016	0.0031	0	basic	0.0124	0.0178
40	Y40	0.1255	0.016	0.002	0	basic	0.0129	0.0176
41	Y41	0.0099	0.016	0.0002	0	basic	0.0047	0.035
42	Y42	0.1444	0.016	0.0023	0	basic	0.0029	0.0247
43	Y43	0.0738	0.016	0.0012	0	basic	0.0116	0.0214
44	Y44	0.0513	0.016	0.0008	0	basic	0.015	0.0212
45	Y45	0.0438	0.016	0.0007	0	basic	0.0139	0.0213
46	Y46	0.1232	0.016	0.002	0	basic	0.0093	0.0178
47	Y47	0.039	0.016	0.0006	0	basic	0.0132	0.0254

48	Y48	0.0144	0.016	0.0002	0	basic	0.0095	0.019
49	Y49	0.0111	0.016	0.0002	0	basic	0.0146	0.0336
50	Y50	0.1731	0.016	0.0028	0	basic	0.0121	0.0396
51	Y51	0.0845	0.016	0.0014	0	basic	0	0.0173
52	Y52	0.0252	0.016	0.0004	0	basic	0.0148	0.0288
53	Y53	0.0516	0.016	0.0008	0	basic	0	0.0241
54	Y54	0	0.016	0	0.0038	at bound	0.0122	M
55	Y55	0.0803	0.016	0.0013	0	basic	0.0087	0.0185
56	Y56	0	0.016	0	0	basic	0.0133	M
57	Y57	0.148	0.016	0.0024	0	basic	0.0085	0.0177
58	Y58	0.0861	0.016	0.0014	0	basic	0	0.0277
59	Y59	0.0183	0.016	0.0003	0	basic	0.0133	0.0215
60	Y60	0.0626	0.016	0.001	0	basic	0	0.0183
61	X1	0.192	0	0	0	basic	-0.0034	0.0031
62	X2	0.0414	0	0	0	basic	-0.0011	0.0003
63	X3	0.225	0	0	0	basic	-0.0004	0.0022
64	X4	0	0	0	0.0211	at bound	-0.0211	M
65	X5	0	0	0	0.0477	at bound	-0.0477	M
66	X6	0	0	0	0.0215	at bound	-0.0215	M
67	X7	0	0	0	0.0176	at bound	-0.0176	M
68	X8	0.0211	0	0	0	basic	-0.0012	0.0021
69	X9	0	0	0	0.0085	at bound	-0.0085	M
70	X10	0.0917	0	0	0	basic	-0.0025	0.0037
71	X11	0	0	0	0.0141	at bound	-0.0141	M
72	X12	0	0	0	0.0103	at bound	-0.0103	M
73	X13	0	0	0	0.0411	at bound	-0.0411	M
74	X14	0	0	0	0.0365	at bound	-0.0365	M
75	X15	0	0	0	0.0365	at bound	-0.0365	M
76	X16	0	0	0	0.0085	at bound	-0.0085	M
77	X17	0	0	0	0.0606	at bound	-0.0606	M
78	X18	0	0	0	0.032	at bound	-0.032	M
79	X19	0	0	0	0.0375	at bound	-0.0375	M
80	X20	0	0	0	0.0137	at bound	-0.0137	M
81	X21	0	0	0	0.0364	at bound	-0.0364	M
82	X22	0	0	0	0.0569	at bound	-0.0569	M
83	X23	0	0	0	0.0393	at bound	-0.0393	M
84	X24	0	0	0	0.0113	at bound	-0.0113	M
85	X25	0	0	0	0.0322	at bound	-0.0322	M
86	X26	0.1868	0	0	0	basic	-0.0201	0.0006
87	X27	0.0646	0	0	0	basic	-0.0005	0.0018
88	X28	0	0	0	0.0431	at bound	-0.0431	M
89	X29	0	0	0	0.0682	at bound	-0.0682	M
90	X30	0	0	0	0.0401	at bound	-0.0401	M
91	X31	0.0832	0	0	0	basic	-0.0098	0.005
92	X32	0.0144	0	0	0	basic	-0.0074	0.0028
93	X33	0.0798	0	0	0	basic	-0.0093	0.0023
94	X34	0	0	0	0.0069	at bound	-0.0069	M
95	X35	0	0	0	0.0293	at bound	-0.0293	M

Objective Function (Min.) = 0.0785

Ek – 3g $\alpha = 0.6$ değeri için çözümler

	Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit c(j)	Total Contribution	Reduced Cost	Basis Status	Allowable Min. c(j)	Allowable Max. c(j)
1	Y1	0.2247	0.016	0.0036	0	basic	0.0104	0.0171
2	Y2	0.2099	0.016	0.0034	0	basic	0.0137	0.017
3	Y3	0.0725	0.016	0.0012	0	basic	0.0138	0.0256
4	Y4	0.0907	0.016	0.0015	0	basic	0.0135	0.0206
5	Y5	0.2776	0.016	0.0044	0	basic	0	0.0178
6	Y6	0	0.016	0	0.0068	at bound	0.0092	M
7	Y7	0.0128	0.016	0.0002	0	basic	0.0084	0.0215
8	Y8	0.1616	0.016	0.0026	0	basic	0.0135	0.0259
9	Y9	0.0998	0.016	0.0016	0	basic	0.0082	0.0211
10	Y10	0.0107	0.016	0.0002	0	basic	0.0111	0.0183
11	Y11	0	0.016	0	0	basic	0.0096	M
12	Y12	0.0073	0.016	0.0001	0	basic	0.0121	0.0167
13	Y13	0.0097	0.016	0.0002	0	basic	0.0152	0.02
14	Y14	0.2941	0.016	0.0047	0	basic	0.0153	0.0192
15	Y15	0.2325	0.016	0.0037	0	basic	0.0141	0.0249
16	Y16	0	0.016	0	0.0087	at bound	0.0073	M
17	Y17	0.0462	0.016	0.0007	0	basic	0.0056	0.0197
18	Y18	0.2189	0.016	0.0035	0	basic	0.0027	0.0194
19	Y19	0.1506	0.016	0.0024	0	basic	0.0071	0.0192
20	Y20	0	0.016	0	0.0057	at bound	0.0103	M
21	Y21	0.0725	0.016	0.0012	0	basic	0.011	0.0191
22	Y22	0.1099	0.016	0.0018	0	basic	0.011	0.0227
23	Y23	0.0471	0.016	0.0008	0	basic	0.0086	0.0185
24	Y24	0.0305	0.016	0.0005	0	basic	0.015	0.0211
25	Y25	0.1678	0.016	0.0027	0	basic	0.011	0.0239
26	Y26	0.0668	0.016	0.0011	0	basic	0	0.0283
27	Y27	0.2258	0.016	0.0036	0	basic	0.0131	0.0583
28	Y28	0.1696	0.016	0.0027	0	basic	0.009	0.0293
29	Y29	0.0496	0.016	0.0008	0	basic	0	0.0192
30	Y30	0.074	0.016	0.0012	0	basic	0.0102	0.0182
31	Y31	0.0422	0.016	0.0007	0	basic	0.0144	0.0228
32	Y32	0.1039	0.016	0.0017	0	basic	0.0135	0.0233
33	Y33	0.0545	0.016	0.0009	0	basic	0.0081	0.0219
34	Y34	0.0212	0.016	0.0003	0	basic	0.0103	0.0286
35	Y35	0.0181	0.016	0.0003	0	basic	0	0.029
36	Y36	0.0369	0.016	0.0006	0	basic	0.0129	0.0237
37	Y37	0	0.016	0	0.0107	at bound	0.0053	M
38	Y38	0.0745	0.016	0.0012	0	basic	0.008	0.0204
39	Y39	0.2235	0.016	0.0036	0	basic	0.0082	0.0178
40	Y40	0.138	0.016	0.0022	0	basic	0.0112	0.0176
41	Y41	0.0146	0.016	0.0002	0	basic	0.0047	0.0339
42	Y42	0.1451	0.016	0.0023	0	basic	0	0.0247
43	Y43	0.0589	0.016	0.0009	0	basic	0.0116	0.0258
44	Y44	0.0526	0.016	0.0008	0	basic	0.015	0.0205
45	Y45	0.0498	0.016	0.0008	0	basic	0.0139	0.0237
46	Y46	0.1034	0.016	0.0017	0	basic	0.0126	0.0178
47	Y47	0.0422	0.016	0.0007	0	basic	0.0132	0.0231

48	Y48	0.0057	0.016	0.0001	0	basic	0.0056	0.019
49	Y49	0.0195	0.016	0.0003	0	basic	0.0146	0.0216
50	Y50	0.1751	0.016	0.0028	0	basic	0.0121	0.0257
51	Y51	0.0965	0.016	0.0015	0	basic	0.0098	0.0173
52	Y52	0.0333	0.016	0.0005	0	basic	0.0148	0.0226
53	Y53	0.0615	0.016	0.001	0	basic	0	0.0275
54	Y54	0	0.016	0	0.0036	at bound	0.0124	M
55	Y55	0.0972	0.016	0.0016	0	basic	0	0.0185
56	Y56	0	0.016	0	0	basic	0.0126	M
57	Y57	0.1438	0.016	0.0023	0	basic	0.0116	0.0177
58	Y58	0.0865	0.016	0.0014	0	basic	0	0.0317
59	Y59	0.0265	0.016	0.0004	0	basic	0.0133	0.0294
60	Y60	0.0651	0.016	0.001	0	basic	0	0.0183
61	X1	0.1555	0	0	0	basic	-0.0035	0.0025
62	X2	0.0762	0	0	0	basic	-0.0013	0.0003
63	X3	0.2783	0	0	0	basic	-0.0004	0.0013
64	X4	0	0	0	0.0214	at bound	-0.0214	M
65	X5	0	0	0	0.0484	at bound	-0.0484	M
66	X6	0	0	0	0.0216	at bound	-0.0216	M
67	X7	0	0	0	0.0174	at bound	-0.0174	M
68	X8	0.0431	0	0	0	basic	-0.0012	0.0028
69	X9	0	0	0	0.0089	at bound	-0.0089	M
70	X10	0.0762	0	0	0	basic	-0.0025	0.0032
71	X11	0	0	0	0.0145	at bound	-0.0145	M
72	X12	0	0	0	0.0108	at bound	-0.0108	M
73	X13	0	0	0	0.0415	at bound	-0.0415	M
74	X14	0	0	0	0.0369	at bound	-0.0369	M
75	X15	0	0	0	0.0369	at bound	-0.0369	M
76	X16	0	0	0	0.0088	at bound	-0.0088	M
77	X17	0	0	0	0.0613	at bound	-0.0613	M
78	X18	0	0	0	0.0325	at bound	-0.0325	M
79	X19	0	0	0	0.0378	at bound	-0.0378	M
80	X20	0	0	0	0.0137	at bound	-0.0137	M
81	X21	0	0	0	0.0367	at bound	-0.0367	M
82	X22	0	0	0	0.0574	at bound	-0.0574	M
83	X23	0	0	0	0.0402	at bound	-0.0402	M
84	X24	0	0	0	0.012	at bound	-0.012	M
85	X25	0	0	0	0.033	at bound	-0.033	M
86	X26	0.1841	0	0	0	basic	-0.003	0.0006
87	X27	0	0	0	0.0005	at bound	-0.0005	M
88	X28	0	0	0	0.0439	at bound	-0.0439	M
89	X29	0	0	0	0.0685	at bound	-0.0685	M
90	X30	0	0	0	0.041	at bound	-0.041	M
91	X31	0.0857	0	0	0	basic	-0.0112	0.005
92	X32	0.0261	0	0	0	basic	-0.0089	0.0028
93	X33	0.0749	0	0	0	basic	-0.013	0.0023
94	X34	0	0	0	0.0064	at bound	-0.0064	M
95	X35	0	0	0	0.0292	at bound	-0.0292	M

Objective Function (Min.) = 0.082

Ek - 3h $\alpha = 0.7$ değeri için çözümler

	Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit c(j)	Total Contribution	Reduced Cost	Basis Status	Allowable Min. c(j)	Allowable Max. c(j)
1	Y1	0.233	0.016	0.0037	0	basic	0.0104	0.0235
2	Y2	0.2476	0.016	0.004	0	basic	0.0141	0.026
3	Y3	0.0585	0.016	0.0009	0	basic	0.0035	0.0188
4	Y4	0.0652	0.016	0.001	0	basic	0.0133	0.0206
5	Y5	0.2858	0.016	0.0046	0	basic	0	0.024
6	Y6	0	0.016	0	0.0013	at bound	0.0147	M
7	Y7	0.0043	0.016	0.0001	0	basic	0.0129	0.0207
8	Y8	0.1816	0.016	0.0029	0	basic	0	0.0186
9	Y9	0.1519	0.016	0.0024	0	basic	0.0082	0.0214
10	Y10	0.0416	0.016	0.0007	0	basic	0.0113	0.0188
11	Y11	0	0.016	0	0	basic	0.0109	M
12	Y12	0	0.016	0	0.0039	at bound	0.0121	M
13	Y13	0.0119	0.016	0.0002	0	basic	0.0119	0.02
14	Y14	0.2985	0.016	0.0048	0	basic	0.0101	0.019
15	Y15	0.2318	0.016	0.0037	0	basic	0.0034	0.0249
16	Y16	0	0.016	0	0.0095	at bound	0.0065	M
17	Y17	0.0379	0.016	0.0006	0	basic	0.0147	0.0279
18	Y18	0.2135	0.016	0.0034	0	basic	0.0087	0.0311
19	Y19	0.1415	0.016	0.0023	0	basic	0.0071	0.0212
20	Y20	0.042	0.016	0.0007	0	basic	0.0103	0.0173
21	Y21	0.1206	0.016	0.0019	0	basic	0.011	0.0187
22	Y22	0.1035	0.016	0.0017	0	basic	0.0114	0.0221
23	Y23	0.06	0.016	0.001	0	basic	0.0086	0.0244
24	Y24	0.0083	0.016	0.0001	0	basic	0	0.0178
25	Y25	0.1583	0.016	0.0025	0	basic	0.0142	0.0282
26	Y26	0.0605	0.016	0.001	0	basic	0	0.0233
27	Y27	0.2565	0.016	0.0041	0	basic	0	0.0476
28	Y28	0.1761	0.016	0.0028	0	basic	0	0.0237
29	Y29	0.0548	0.016	0.0009	0	basic	0	0.0466
30	Y30	0.0803	0.016	0.0013	0	basic	0.0145	0.0313
31	Y31	0.0443	0.016	0.0007	0	basic	0	0.0193
32	Y32	0.1019	0.016	0.0016	0	basic	0.0128	0.0233
33	Y33	0.076	0.016	0.0012	0	basic	0.0081	0.0183
34	Y34	0.0294	0.016	0.0005	0	basic	0	0.0185
35	Y35	0.0199	0.016	0.0003	0	basic	0.0094	0.0532
36	Y36	0.0435	0.016	0.0007	0	basic	0.0052	0.0227
37	Y37	0	0.016	0	0.0133	at bound	0.0027	M
38	Y38	0.0799	0.016	0.0013	0	basic	0.008	0.0234
39	Y39	0.1934	0.016	0.0031	0	basic	0.0153	0.0201
40	Y40	0.1708	0.016	0.0027	0	basic	0.0131	0.0203
41	Y41	0.0402	0.016	0.0006	0	basic	0.0017	0.0222
42	Y42	0.1179	0.016	0.0019	0	basic	0.0112	0.0259
43	Y43	0.0828	0.016	0.0013	0	basic	0.0096	0.017
44	Y44	0.0414	0.016	0.0007	0	basic	0.0042	0.0205
45	Y45	0.0461	0.016	0.0007	0	basic	0	0.0237
46	Y46	0.1252	0.016	0.002	0	basic	0.0126	0.0171
47	Y47	0.0276	0.016	0.0004	0	basic	0.0111	0.0231

48	Y48	0.0038	0.016	0.0001	0	basic	0.0056	0.0227
49	Y49	0.017	0.016	0.0003	0	basic	0.0092	0.0216
50	Y50	0.1633	0.016	0.0026	0	basic	0.0113	0.0257
51	Y51	0.1162	0.016	0.0019	0	basic	0.01	0.0209
52	Y52	0.0493	0.016	0.0008	0	basic	0	0.0193
53	Y53	0.0825	0.016	0.0013	0	basic	0	0.0269
54	Y54	0	0.016	0	0.0026	at bound	0.0134	M
55	Y55	0.0876	0.016	0.0014	0	basic	0.014	0.0245
56	Y56	0	0.016	0	0	basic	0.0081	M
57	Y57	0.1678	0.016	0.0027	0	basic	0.0116	0.0243
58	Y58	0.0799	0.016	0.0013	0	basic	0.0006	0.0363
59	Y59	0.0403	0.016	0.0006	0	basic	0.0019	0.0215
60	Y60	0.0597	0.016	0.001	0	basic	0.0019	0.0447
61	X1	0.02	0	0	0	basic	-0.0017	0.0025
62	X2	0.0474	0	0	0	basic	-0.0003	0.0034
63	X3	0.2812	0	0	0	basic	-0.0012	0.0013
64	X4	0	0	0	0.0219	at bound	-0.0219	M
65	X5	0	0	0	0.0505	at bound	-0.0505	M
66	X6	0	0	0	0.0218	at bound	-0.0218	M
67	X7	0	0	0	0.017	at bound	-0.017	M
68	X8	0.1003	0	0	0	basic	-0.0021	0.0005
69	X9	0	0	0	0.0094	at bound	-0.0094	M
70	X10	0.1568	0	0	0	basic	-0.0025	0.0007
71	X11	0	0	0	0.0168	at bound	-0.0168	M
72	X12	0	0	0	0.0125	at bound	-0.0125	M
73	X13	0	0	0	0.0428	at bound	-0.0428	M
74	X14	0	0	0	0.0384	at bound	-0.0384	M
75	X15	0	0	0	0.0381	at bound	-0.0381	M
76	X16	0	0	0	0.0098	at bound	-0.0098	M
77	X17	0	0	0	0.0641	at bound	-0.0641	M
78	X18	0	0	0	0.0367	at bound	-0.0367	M
79	X19	0	0	0	0.0382	at bound	-0.0382	M
80	X20	0	0	0	0.0139	at bound	-0.0139	M
81	X21	0	0	0	0.0378	at bound	-0.0378	M
82	X22	0	0	0	0.0596	at bound	-0.0596	M
83	X23	0	0	0	0.0433	at bound	-0.0433	M
84	X24	0	0	0	0.0156	at bound	-0.0156	M
85	X25	0	0	0	0.0362	at bound	-0.0362	M
86	X26	0.1961	0	0	0	basic	-0.003	0.0068
87	X27	0	0	0	0.0031	at bound	-0.0031	M
88	X28	0	0	0	0.0473	at bound	-0.0473	M
89	X29	0	0	0	0.0705	at bound	-0.0705	M
90	X30	0	0	0	0.0451	at bound	-0.0451	M
91	X31	0.084	0	0	0	basic	-0.0055	0.0027
92	X32	0.0455	0	0	0	basic	-0.0086	0.0123
93	X33	0.0687	0	0	0	basic	-0.013	0.0044
94	X34	0	0	0	0.0045	at bound	-0.0045	M
95	X35	0	0	0	0.028	at bound	-0.028	M

Objective Function (Min.) = 0.0869

Ek – 3ı α = 0.8 değeri için çözümler

	Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit c(j)	Total Contribution	Reduced Cost	Basis Status	Allowable Min. c(j)	Allowable Max. c(j)
1	Y1	0.1968	0.016	0.0031	0	basic	0.0149	0.0429
2	Y2	0.2534	0.016	0.0041	0	basic	0.0142	0.0186
3	Y3	0.0585	0.016	0.0009	0	basic	0	0.0261
4	Y4	0.061	0.016	0.001	0	basic	0.0119	0.0233
5	Y5	0.2949	0.016	0.0047	0	basic	0.0057	0.057
6	Y6	0	0.016	0	0.0039	at bound	0.0121	M
7	Y7	0	0.016	0	0.0066	at bound	0.0094	M
8	Y8	0.1954	0.016	0.0031	0	basic	0	0.0243
9	Y9	0.1637	0.016	0.0026	0	basic	0.0084	0.0301
10	Y10	0.0464	0.016	0.0007	0	basic	0.0119	0.023
11	Y11	0.0212	0.016	0.0003	0	basic	0.0086	0.0185
12	Y12	0	0.016	0	0.0117	at bound	0.0043	M
13	Y13	0.0245	0.016	0.0004	0	basic	0.0039	0.0206
14	Y14	0.3064	0.016	0.0049	0	basic	0.0127	0.0216
15	Y15	0.2236	0.016	0.0036	0	basic	0.0132	0.03
16	Y16	0	0.016	0	0.0141	at bound	0.0019	M
17	Y17	0.0434	0.016	0.0007	0	basic	0.0126	0.0267
18	Y18	0.2247	0.016	0.0036	0	basic	0.0069	0.0311
19	Y19	0.0941	0.016	0.0015	0	basic	0.0151	0.0238
20	Y20	0.0582	0.016	0.0009	0	basic	0.0068	0.0189
21	Y21	0.1203	0.016	0.0019	0	basic	0.0127	0.0218
22	Y22	0.1063	0.016	0.0017	0	basic	0.0049	0.028
23	Y23	0.064	0.016	0.001	0	basic	0.0069	0.0274
24	Y24	0.0017	0.016	0	0	basic	0.0002	0.0202
25	Y25	0.1676	0.016	0.0027	0	basic	0.0132	0.0204
26	Y26	0.0592	0.016	0.0009	0	basic	0	0.0574
27	Y27	0.2808	0.016	0.0045	0	basic	0	0.0225
28	Y28	0.1894	0.016	0.003	0	basic	0	0.0399
29	Y29	0.0536	0.016	0.0009	0	basic	0.0111	0.0434
30	Y30	0.0801	0.016	0.0013	0	basic	0.0115	0.0301
31	Y31	0.058	0.016	0.0009	0	basic	0	0.0179
32	Y32	0.1127	0.016	0.0018	0	basic	0.0089	0.0205
33	Y33	0.0721	0.016	0.0012	0	basic	0.0105	0.0206
34	Y34	0.0336	0.016	0.0005	0	basic	0.009	0.0213
35	Y35	0.0184	0.016	0.0003	0	basic	0	0.0453
36	Y36	0.0585	0.016	0.0009	0	basic	0.0084	0.0182
37	Y37	0.0093	0.016	0.0001	0	basic	0.015	0.023
38	Y38	0.0681	0.016	0.0011	0	basic	0	0.0317
39	Y39	0.1909	0.016	0.0031	0	basic	0.0144	0.0199
40	Y40	0.1921	0.016	0.0031	0	basic	0.0072	0.0177
41	Y41	0.0492	0.016	0.0008	0	basic	0.0109	0.0254
42	Y42	0.0987	0.016	0.0016	0	basic	0.0124	0.031
43	Y43	0.0772	0.016	0.0012	0	basic	0.0103	0.0183
44	Y44	0.05	0.016	0.0008	0	basic	0.0004	0.0213
45	Y45	0.0534	0.016	0.0009	0	basic	0	0.0217
46	Y46	0.1357	0.016	0.0022	0	basic	0.0102	0.0183
47	Y47	0.0327	0.016	0.0005	0	basic	0.0037	0.0237
48	Y48	0.0153	0.016	0.0002	0	basic	0.0062	0.0213

49	Y49	0.0293	0.016	0.0005	0	basic	0.0031	0.0308
50	Y50	0.1804	0.016	0.0029	0	basic	0.009	0.0253
51	Y51	0.1207	0.016	0.0019	0	basic	0.008	0.0268
52	Y52	0.0702	0.016	0.0011	0	basic	0	0.0196
53	Y53	0.0898	0.016	0.0014	0	basic	0	0.0247
54	Y54	0.1141	0.016	0.0018	0	basic	0.0064	0.0164
55	Y55	0.0827	0.016	0.0013	0	basic	0.0125	0.0309
56	Y56	0	0.016	0	0	basic	0.0039	M
57	Y57	0.17	0.016	0.0027	0	basic	0.0077	0.0346
58	Y58	0.0687	0.016	0.0011	0	basic	0.0129	0.033
59	Y59	0.0434	0.016	0.0007	0	basic	0	0.0322
60	Y60	0.0477	0.016	0.0008	0	basic	0.0128	0.0396
61	X1	0	0	0	0.012	at bound	-0.012	M
62	X2	0.0444	0	0	0	basic	-0.0008	0.0026
63	X3	0.3274	0	0	0	basic	-0.0028	0.0022
64	X4	0	0	0	0.0238	at bound	-0.0238	M
65	X5	0	0	0	0.0636	at bound	-0.0636	M
66	X6	0	0	0	0.0258	at bound	-0.0258	M
67	X7	0	0	0	0.0176	at bound	-0.0176	M
68	X8	0.11	0	0	0	basic	-0.0052	0.0022
69	X9	0	0	0	0.0078	at bound	-0.0078	M
70	X10	0.2016	0	0	0	basic	-0.0021	0.0011
71	X11	0	0	0	0.031	at bound	-0.031	M
72	X12	0	0	0	0.0129	at bound	-0.0129	M
73	X13	0	0	0	0.0564	at bound	-0.0564	M
74	X14	0	0	0	0.0522	at bound	-0.0522	M
75	X15	0	0	0	0.0491	at bound	-0.0491	M
76	X16	0	0	0	0.0198	at bound	-0.0198	M
77	X17	0	0	0	0.0834	at bound	-0.0834	M
78	X18	0	0	0	0.0587	at bound	-0.0587	M
79	X19	0	0	0	0.045	at bound	-0.045	M
80	X20	0	0	0	0.0229	at bound	-0.0229	M
81	X21	0	0	0	0.037	at bound	-0.037	M
82	X22	0	0	0	0.0823	at bound	-0.0823	M
83	X23	0	0	0	0.0592	at bound	-0.0592	M
84	X24	0	0	0	0.0303	at bound	-0.0303	M
85	X25	0	0	0	0.0579	at bound	-0.0579	M
86	X26	0.1977	0	0	0	basic	-0.0037	0.0102
87	X27	0	0	0	0.0138	at bound	-0.0138	M
88	X28	0	0	0	0.0658	at bound	-0.0658	M
89	X29	0	0	0	0.0814	at bound	-0.0814	M
90	X30	0	0	0	0.0728	at bound	-0.0728	M
91	X31	0.0682	0	0	0	basic	-0.0068	0.0011
92	X32	0.0506	0	0	0	basic	-0.0025	0.0125
93	X33	0	0	0	0.0006	at bound	-0.0006	M
94	X34	0	0	0	0.0057	at bound	-0.0057	M
95	X35	0	0	0	0.0305	at bound	-0.0305	M

Objective Function (Min.) = 0.0917

Ek – 3i α = 0.9 değeri için çözümler

	Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit c(j)	Total Contribution	Reduced Cost	Basis Status	Allowable Min. c(j)	Allowable Max. c(j)
1	Y1	0.1925	0.016	0.0031	0	basic	0.0152	0.0226
2	Y2	0.2603	0.016	0.0042	0	basic	0.0139	0.0171
3	Y3	0.0611	0.016	0.001	0	basic	0.0041	0.0316
4	Y4	0.0625	0.016	0.001	0	basic	0.0114	0.0171
5	Y5	0.3105	0.016	0.005	0	basic	0	0.0217
6	Y6	0	0.016	0	0.0088	at bound	0.0072	M
7	Y7	0	0.016	0	0.0014	at bound	0.0146	M
8	Y8	0.2138	0.016	0.0034	0	basic	0	0.0241
9	Y9	0.1802	0.016	0.0029	0	basic	0.0132	0.0326
10	Y10	0.0421	0.016	0.0007	0	basic	0.0154	0.0213
11	Y11	0.0301	0.016	0.0005	0	basic	0.0146	0.0281
12	Y12	0.0136	0.016	0.0002	0	basic	0.0132	0.0163
13	Y13	0.0471	0.016	0.0008	0	basic	0.0132	0.0164
14	Y14	0.3422	0.016	0.0055	0	basic	0.0121	0.0165
15	Y15	0.2343	0.016	0.0037	0	basic	0.0076	0.0178
16	Y16	0	0.016	0	0.0145	at bound	0.0015	M
17	Y17	0.0441	0.016	0.0007	0	basic	0.0119	0.0208
18	Y18	0.2354	0.016	0.0038	0	basic	0.0142	0.0228
19	Y19	0.0949	0.016	0.0015	0	basic	0.014	0.0251
20	Y20	0.0655	0.016	0.001	0	basic	0.0143	0.0203
21	Y21	0.125	0.016	0.002	0	basic	0.0138	0.0219
22	Y22	0.1197	0.016	0.0019	0	basic	0.009	0.0175
23	Y23	0.0659	0.016	0.0011	0	basic	0.0152	0.0252
24	Y24	0.0079	0.016	0.0001	0	basic	0.0143	0.0367
25	Y25	0.1651	0.016	0.0026	0	basic	0.0109	0.0174
26	Y26	0.0569	0.016	0.0009	0	basic	0.0147	0.0264
27	Y27	0.2984	0.016	0.0048	0	basic	0	0.0175
28	Y28	0.2018	0.016	0.0032	0	basic	0	0.0205
29	Y29	0.0591	0.016	0.0009	0	basic	0.0131	0.0371
30	Y30	0.0781	0.016	0.0013	0	basic	0.0121	0.0236
31	Y31	0.055	0.016	0.0009	0	basic	0.0076	0.0168
32	Y32	0.118	0.016	0.0019	0	basic	0.0107	0.0166
33	Y33	0.0744	0.016	0.0012	0	basic	0.0152	0.0233
34	Y34	0.0416	0.016	0.0007	0	basic	0.0112	0.0202
35	Y35	0.0166	0.016	0.0003	0	basic	0	0.0201
36	Y36	0.0618	0.016	0.001	0	basic	0.0092	0.0171
37	Y37	0.0585	0.016	0.0009	0	basic	0.0146	0.0197
38	Y38	0.0533	0.016	0.0009	0	basic	0.0144	0.0246
39	Y39	0.1921	0.016	0.0031	0	basic	0.0131	0.0166
40	Y40	0.1828	0.016	0.0029	0	basic	0.0143	0.0188
41	Y41	0.0675	0.016	0.0011	0	basic	0.0133	0.026
42	Y42	0.094	0.016	0.0015	0	basic	0.0133	0.0187
43	Y43	0.071	0.016	0.0011	0	basic	0.0151	0.021
44	Y44	0.0636	0.016	0.001	0	basic	0.012	0.0172
45	Y45	0.0585	0.016	0.0009	0	basic	0.0089	0.0185
46	Y46	0.1373	0.016	0.0022	0	basic	0.0156	0.0182
47	Y47	0.0393	0.016	0.0006	0	basic	0.0094	0.0197
48	Y48	0.0181	0.016	0.0003	0	basic	0.0147	0.0223

49	Y49	0.0528	0.016	0.0008	0	basic	0.0076	0.0166
50	Y50	0.1959	0.016	0.0031	0	basic	0.0016	0.0198
51	Y51	0.1158	0.016	0.0019	0	basic	0.0155	0.0209
52	Y52	0.0859	0.016	0.0014	0	basic	0.0065	0.0169
53	Y53	0.0905	0.016	0.0014	0	basic	0.0133	0.0243
54	Y54	0.1013	0.016	0.0016	0	basic	0.0147	0.0193
55	Y55	0.0925	0.016	0.0015	0	basic	0.0062	0.0191
56	Y56	0	0.016	0	0	basic	0.0155	M
57	Y57	0.1662	0.016	0.0027	0	basic	0.0148	0.0206
58	Y58	0.0713	0.016	0.0011	0	basic	0.0115	0.0204
59	Y59	0.0458	0.016	0.0007	0	basic	0.0019	0.0185
60	Y60	0.0461	0.016	0.0007	0	basic	0.0135	0.0336
61	X1	0	0	0	0.011	at bound	-0.011	M
62	X2	0	0	0	0.0011	at bound	-0.0011	M
63	X3	0.3892	0	0	0	basic	-0.0011	0.0003
64	X4	0	0	0	0.0232	at bound	-0.0232	M
65	X5	0	0	0	0.0695	at bound	-0.0695	M
66	X6	0	0	0	0.0306	at bound	-0.0306	M
67	X7	0	0	0	0.0169	at bound	-0.0169	M
68	X8	0.1143	0	0	0	basic	-0.0054	0.0007
69	X9	0	0	0	0.0132	at bound	-0.0132	M
70	X10	0.2261	0	0	0	basic	-0.0004	0.0021
71	X11	0	0	0	0.0264	at bound	-0.0264	M
72	X12	0	0	0	0.019	at bound	-0.019	M
73	X13	0	0	0	0.0567	at bound	-0.0567	M
74	X14	0	0	0	0.0558	at bound	-0.0558	M
75	X15	0	0	0	0.0521	at bound	-0.0521	M
76	X16	0	0	0	0.0226	at bound	-0.0226	M
77	X17	0	0	0	0.0941	at bound	-0.0941	M
78	X18	0	0	0	0.0664	at bound	-0.0664	M
79	X19	0	0	0	0.044	at bound	-0.044	M
80	X20	0	0	0	0.0225	at bound	-0.0225	M
81	X21	0	0	0	0.0393	at bound	-0.0393	M
82	X22	0	0	0	0.0938	at bound	-0.0938	M
83	X23	0	0	0	0.0649	at bound	-0.0649	M
84	X24	0	0	0	0.0344	at bound	-0.0344	M
85	X25	0	0	0	0.0672	at bound	-0.0672	M
86	X26	0.1929	0	0	0	basic	-0.0002	0.0022
87	X27	0	0	0	0.0084	at bound	-0.0084	M
88	X28	0	0	0	0.0716	at bound	-0.0716	M
89	X29	0	0	0	0.085	at bound	-0.085	M
90	X30	0	0	0	0.0821	at bound	-0.0821	M
91	X31	0.0187	0	0	0	basic	-0.0035	0.0011
92	X32	0.0587	0	0	0	basic	-0.0019	0.0179
93	X33	0	0	0	0.0057	at bound	-0.0057	M
94	X34	0	0	0	0.0017	at bound	-0.0017	M
95	X35	0	0	0	0.0254	at bound	-0.0254	M

Objective Function (Min.) = 0.0972

Ek – 3j α =1değeri için çözümler

	Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit c(j)	Total Contribution	Reduced Cost	Basis Status	Allowable Min. c(j)	Allowable Max. c(j)
1	Y1	0.214	0.016	0.0034	0	basic	0	M
2	Y2	0.24	0.016	0.0038	0	basic	0	M
3	Y3	0.054	0.016	0.0009	0	basic	0	M
4	Y4	0.122	0.016	0.002	0	basic	0	M
5	Y5	0.342	0.016	0.0055	0	basic	0	M
6	Y6	0.08	0.016	0.0013	0	basic	0	M
7	Y7	0.034	0.016	0.0005	0	basic	0	M
8	Y8	0.236	0.016	0.0038	0	basic	0	M
9	Y9	0.262	0.016	0.0042	0	basic	0	M
10	Y10	0.128	0.016	0.002	0	basic	0	M
11	Y11	0.03	0.016	0.0005	0	basic	0	M
12	Y12	0.19	0.016	0.003	0	basic	0	M
13	Y13	0.168	0.016	0.0027	0	basic	0	M
14	Y14	0.538	0.016	0.0086	0	basic	0	M
15	Y15	0.308	0.016	0.0049	0	basic	0	M
16	Y16	0.448	0.016	0.0072	0	basic	0	M
17	Y17	0.036	0.016	0.0006	0	basic	0	M
18	Y18	0.194	0.016	0.0031	0	basic	0	M
19	Y19	0.024	0.016	0.0004	0	basic	0	M
20	Y20	0.072	0.016	0.0012	0	basic	0	M
21	Y21	0.14	0.016	0.0022	0	basic	0	M
22	Y22	0.214	0.016	0.0034	0	basic	0	M
23	Y23	0	0.016	0	0.016	at bound	0	M
24	Y24	0.038	0.016	0.0006	0	basic	0	M
25	Y25	0.172	0.016	0.0028	0	basic	0	M
26	Y26	0.026	0.016	0.0004	0	basic	0	M
27	Y27	0.32	0.016	0.0051	0	basic	0	M
28	Y28	0.208	0.016	0.0033	0	basic	0	M
29	Y29	0.106	0.016	0.0017	0	basic	0	M
30	Y30	0.294	0.016	0.0047	0	basic	0	M
31	Y31	0.03	0.016	0.0005	0	basic	0	M
32	Y32	0.138	0.016	0.0022	0	basic	0	M
33	Y33	0.048	0.016	0.0008	0	basic	0	M
34	Y34	0.142	0.016	0.0023	0	basic	0	M
35	Y35	0.01	0.016	0.0002	0	basic	0	M
36	Y36	0.19	0.016	0.003	0	basic	0	M
37	Y37	0.082	0.016	0.0013	0	basic	0	M
38	Y38	0.036	0.016	0.0006	0	basic	0	M
39	Y39	0.216	0.016	0.0035	0	basic	0	M
40	Y40	0.068	0.016	0.0011	0	basic	0	M
41	Y41	0.02	0.016	0.0003	0	basic	0	M
42	Y42	0.162	0.016	0.0026	0	basic	0	M
43	Y43	0.048	0.016	0.0008	0	basic	0	M
44	Y44	0.142	0.016	0.0023	0	basic	0	M
45	Y45	0.072	0.016	0.0012	0	basic	0	M

46	Y46	0.034	0.016	0.0005	0	basic	0	M
47	Y47	0.02	0.016	0.0003	0	basic	0	M
48	Y48	0.074	0.016	0.0012	0	basic	0	M
49	Y49	0.164	0.016	0.0026	0	basic	0	M
50	Y50	0.17	0.016	0.0027	0	basic	0	M
51	Y51	0.06	0.016	0.001	0	basic	0	M
52	Y52	0.046	0.016	0.0007	0	basic	0	M
53	Y53	0.024	0.016	0.0004	0	basic	0	M
54	Y54	0.03	0.016	0.0005	0	basic	0	M
55	Y55	0.16	0.016	0.0026	0	basic	0	M
56	Y56	0.1	0.016	0.0016	0	basic	0	M
57	Y57	0.08	0.016	0.0013	0	basic	0	M
58	Y58	0.092	0.016	0.0015	0	basic	0	M
59	Y59	0.068	0.016	0.0011	0	basic	0	M
60	Y60	0.064	0.016	0.001	0	basic	0	M
61	X1	0	0	0	-0.165	at bound	-M	M
62	X2	0	0	0	-0.0774	at bound	-M	M
63	X3	0.6	0	0	0	basic	-M	M
64	X4	0	0	0	-0.1067	at bound	-M	M
65	X5	0	0	0	-0.1346	at bound	-M	M
66	X6	0	0	0	-0.0918	at bound	-M	M
67	X7	0	0	0	-0.0661	at bound	-M	M
68	X8	0	0	0	-0.0822	at bound	-M	M
69	X9	0	0	0	-0.1045	at bound	-M	M
70	X10	0	0	0	-0.0782	at bound	-M	M
71	X11	0	0	0	-0.1472	at bound	-M	M
72	X12	0	0	0	-0.1123	at bound	-M	M
73	X13	0	0	0	-0.1528	at bound	-M	M
74	X14	0	0	0	-0.1526	at bound	-M	M
75	X15	0	0	0	-0.1536	at bound	-M	M
76	X16	0	0	0	-0.1853	at bound	-M	M
77	X17	0	0	0	-0.2077	at bound	-M	M
78	X18	0	0	0	-0.1622	at bound	-M	M
79	X19	0	0	0	-0.1246	at bound	-M	M
80	X20	0	0	0	-0.1064	at bound	-M	M
81	X21	0	0	0	-0.0869	at bound	-M	M
82	X22	0	0	0	-0.2026	at bound	-M	M
83	X23	0	0	0	-0.143	at bound	-M	M
84	X24	0	0	0	-0.1755	at bound	-M	M
85	X25	0	0	0	-0.1826	at bound	-M	M
86	X26	0	0	0	-0.0966	at bound	-M	M
87	X27	0	0	0	-0.1534	at bound	-M	M
88	X28	0	0	0	-0.171	at bound	-M	M
89	X29	0	0	0	-0.0966	at bound	-M	M
90	X30	0	0	0	-0.2472	at bound	-M	M
91	X31	0	0	0	-0.216	at bound	-M	M
92	X32	0.4	0	0	0	basic	-M	M
93	X33	0	0	0	-0.0574	at bound	-M	M
94	X34	0	0	0	-0.0667	at bound	-M	M
95	X35	0	0	0	-0.101	at bound	-M	M
	Objective Function		(Min.) =	0.1252				

Ek - 4 Max α için Werners yaklaşımı çözümü

	Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit c(j)	Total Contribution	Reduced Cost	Basis Status	Allowable Min. c(j)	Allowable Max. c(j)
1	Y1	0.2281	0	0	0	basic	-0.0728	0.0549
2	Y2	0.2328	0	0	0	basic	-0.0939	0.0185
3	Y3	0.0641	0	0	0	basic	-0.0272	0.1192
4	Y4	0.0768	0	0	0	basic	-0.0453	0.0259
5	Y5	0.2833	0	0	0	basic	-0.0776	0.157
6	Y6	0	0	0	0	basic	-M	0.0122
7	Y7	0.0067	0	0	0	basic	-0.0459	0.0305
8	Y8	0.1746	0	0	0	basic	-0.0252	0.1595
9	Y9	0.1314	0	0	0	basic	-0.0513	0.0783
10	Y10	0.0285	0	0	0	basic	-0.0266	0.0459
11	Y11	0	0	0	0	basic	-M	0.0496
12	Y12	0	0	0	-0.0379	at bound	-M	0.0379
13	Y13	0.0137	0	0	0	basic	-0.0387	0.0397
14	Y14	0.3002	0	0	0	basic	-0.0294	0.0573
15	Y15	0.2332	0	0	0	basic	-0.0867	0.1224
16	Y16	0	0	0	-0.0923	at bound	-M	0.0923
17	Y17	0.0415	0	0	0	basic	-0.1165	0.0131
18	Y18	0.2153	0	0	0	basic	-0.1473	0.071
19	Y19	0.1437	0	0	0	basic	-0.0503	0.0864
20	Y20	0.0247	0	0	0	basic	-0.0126	0.0568
21	Y21	0.1009	0	0	0	basic	-0.0261	0.0495
22	Y22	0.1068	0	0	0	basic	-0.0601	0.0441
23	Y23	0.0539	0	0	0	basic	-0.0803	0.0725
24	Y24	0.0176	0	0	0	basic	-0.0177	0.1505
25	Y25	0.1625	0	0	0	basic	-0.1196	0.0172
26	Y26	0.0625	0	0	0	basic	-0.0715	0.1544
27	Y27	0.2454	0	0	0	basic	-0.2845	0.162
28	Y28	0.1744	0	0	0	basic	-0.0745	0.1564
29	Y29	0.0526	0	0	0	basic	-0.2933	0.1568
30	Y30	0.0774	0	0	0	basic	-0.1476	0.0146
31	Y31	0.0447	0	0	0	basic	-0.0316	0.1553
32	Y32	0.1041	0	0	0	basic	-0.0712	0.0314
33	Y33	0.0668	0	0	0	basic	-0.0226	0.0777
34	Y34	0.0264	0	0	0	basic	-0.0238	0.1573
35	Y35	0.0191	0	0	0	basic	-0.3596	0.0642
36	Y36	0.0417	0	0	0	basic	-0.0651	0.1054
37	Y37	0	0	0	-0.1296	at bound	-M	0.1296
38	Y38	0.0766	0	0	0	basic	-0.0719	0.0784
39	Y39	0.2064	0	0	0	basic	-0.0401	0.0063
40	Y40	0.1569	0	0	0	basic	-0.0411	0.028
41	Y41	0.0301	0	0	0	basic	-0.0594	0.1437
42	Y42	0.1289	0	0	0	basic	-0.0986	0.0466
43	Y43	0.0725	0	0	0	basic	-0.0097	0.0629
44	Y44	0.0478	0	0	0	basic	-0.0441	0.1125
45	Y45	0.0488	0	0	0	basic	-0.0755	0.154
46	Y46	0.1141	0	0	0	basic	-0.0105	0.033
47	Y47	0.0344	0	0	0	basic	-0.0701	0.0477
48	Y48	0.0035	0	0	0	basic	-0.0651	0.1009
49	Y49	0.0198	0	0	0	basic	-0.0547	0.0656
50	Y50	0.1687	0	0	0	basic	-0.0949	0.0452
51	Y51	0.1075	0	0	0	basic	-0.0473	0.0591
52	Y52	0.0446	0	0	0	basic	-0.0321	0.1582

53	Y53	0.0745	0	0	0	basic	-0.1043	0.1601
54	Y54	0	0	0	-0.0252	at bound	-M	0.0252
55	Y55	0.0918	0	0	0	basic	-0.0833	0.0193
56	Y56	0	0	0	0	basic	-M	0.0767
57	Y57	0.1566	0	0	0	basic	-0.0795	0.0435
58	Y58	0.0826	0	0	0	basic	-0.1999	0.148
59	Y59	0.0358	0	0	0	basic	-0.053	0.139
60	Y60	0.0613	0	0	0	basic	-0.2818	0.1359
61	X1	0.0738	0	0	0	basic	-0.0254	0.0158
62	X2	0.0553	0	0	0	basic	-0.0333	0.0033
63	X3	0.2879	0	0	0	basic	-0.0131	0.0117
64	X4	0	0	0	-0.2126	at bound	-M	0.2126
65	X5	0	0	0	-0.4906	at bound	-M	0.4906
66	X6	0	0	0	-0.2118	at bound	-M	0.2118
67	X7	0	0	0	-0.1656	at bound	-M	0.1656
68	X8	0.0796	0	0	0	basic	-0.0052	0.0208
69	X9	0	0	0	-0.0915	at bound	-M	0.0915
70	X10	0.1231	0	0	0	basic	-0.0063	0.0245
71	X11	0	0	0	-0.1638	at bound	-M	0.1638
72	X12	0	0	0	-0.1212	at bound	-M	0.1212
73	X13	0	0	0	-0.4161	at bound	-M	0.4161
74	X14	0	0	0	-0.3736	at bound	-M	0.3736
75	X15	0	0	0	-0.3704	at bound	-M	0.3704
76	X16	0	0	0	-0.0949	at bound	-M	0.0949
77	X17	0	0	0	-0.6233	at bound	-M	0.6233
78	X18	0	0	0	-0.3566	at bound	-M	0.3566
79	X19	0	0	0	-0.3714	at bound	-M	0.3714
80	X20	0	0	0	-0.1354	at bound	-M	0.1354
81	X21	0	0	0	-0.3677	at bound	-M	0.3677
82	X22	0	0	0	-0.5795	at bound	-M	0.5795
83	X23	0	0	0	-0.4205	at bound	-M	0.4205
84	X24	0	0	0	-0.1512	at bound	-M	0.1512
85	X25	0	0	0	-0.3524	at bound	-M	0.3524
86	X26	0.1882	0	0	0	basic	-0.0653	0.0296
87	X27	0	0	0	-0.0301	at bound	-M	0.0301
88	X28	0	0	0	-0.4594	at bound	-M	0.4594
89	X29	0	0	0	-0.6858	at bound	-M	0.6858
90	X30	0	0	0	-0.4381	at bound	-M	0.4381
91	X31	0.0845	0	0	0	basic	-0.0261	0.0535
92	X32	0.0376	0	0	0	basic	-0.1173	0.085
93	X33	0.0702	0	0	0	basic	-0.0427	0.1263
94	X34	0	0	0	-0.0434	at bound	-M	0.0434
95	X35	0	0	0	-0.2722	at bound	-M	0.2722
96	t	0.6627	1	0.6627	0	basic	0	M

Objective Function (Max.) = 0.6627

Ek - 5 Max α için Zimmerman yaklaşımı çözümü

	Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit c(j)	Total Contribution	Reduced Cost	Basis Status	Allowable Min. c(j)	Allowable Max. c(j)
1	Y1	0.1958	0	0	0	basic	-0.0382	0.016
2	Y2	0.2462	0	0	0	basic	-0.0021	0.0127
3	Y3	0.0594	0	0	0	basic	-0.1672	0.1959
4	Y4	0.063	0	0	0	basic	-0.0029	0.0606
5	Y5	0.3	0	0	0	basic	-0.0725	0.2014
6	Y6	0	0	0	-0.1044	at bound	-M	0.1044
7	Y7	0	0	0	0	basic	-M	0.0032
8	Y8	0.2024	0	0	0	basic	-0.0277	0.1071
9	Y9	0.1711	0	0	0	basic	-0.0559	0.0066
10	Y10	0.048	0	0	0	basic	-0.0186	0.0127
11	Y11	0.0277	0	0	0	basic	-0.0249	0.0053
12	Y12	0	0	0	0	basic	-M	0.0095
13	Y13	0.0316	0	0	0	basic	-0.0746	0.0113
14	Y14	0.3177	0	0	0	basic	-0.0061	0.0217
15	Y15	0.2271	0	0	0	basic	-0.006	0.0914
16	Y16	0	0	0	-0.1823	at bound	-M	0.1823
17	Y17	0.0438	0	0	0	basic	-0.0085	0.0818
18	Y18	0.2263	0	0	0	basic	-0.0228	0.0672
19	Y19	0.0939	0	0	0	basic	-0.1305	0.0052
20	Y20	0.0615	0	0	0	basic	-0.0563	0.0055
21	Y21	0.1217	0	0	0	basic	-0.0977	0.0148
22	Y22	0.1115	0	0	0	basic	-0.1197	0.0074
23	Y23	0.0673	0	0	0	basic	-0.0234	0.0054
24	Y24	0	0	0	0	basic	-M	0.0803
25	Y25	0.1607	0	0	0	basic	-0.0033	0.0171
26	Y26	0.0592	0	0	0	basic	-0.0251	0.0912
27	Y27	0.2853	0	0	0	basic	-0.2291	0.0445
28	Y28	0.1932	0	0	0	basic	-0.0125	0.1623
29	Y29	0.0553	0	0	0	basic	-0.0223	0.0987
30	Y30	0.0774	0	0	0	basic	-0.0658	0.0357
31	Y31	0.0571	0	0	0	basic	-0.1147	0.0432
32	Y32	0.1115	0	0	0	basic	-0.0178	0.0191
33	Y33	0.0767	0	0	0	basic	-0.0194	0.0117
34	Y34	0.0369	0	0	0	basic	-0.2009	0.0077
35	Y35	0.0172	0	0	0	basic	-0.205	0.0252
36	Y36	0.0606	0	0	0	basic	-0.0851	0.005
37	Y37	0.0204	0	0	0	basic	-0.0133	0.0284
38	Y38	0.0648	0	0	0	basic	-0.0342	0.011
39	Y39	0.1856	0	0	0	basic	-0.0047	0.0135
40	Y40	0.1874	0	0	0	basic	-0.041	0.0036
41	Y41	0.0547	0	0	0	basic	-0.098	0.0063
42	Y42	0.0989	0	0	0	basic	-0.0054	0.0953
43	Y43	0.08	0	0	0	basic	-0.017	0.0079
44	Y44	0.0573	0	0	0	basic	-0.0235	0.0699
45	Y45	0.0577	0	0	0	basic	-0.0083	0.0917
46	Y46	0.1411	0	0	0	basic	-0.0112	0.0032
47	Y47	0.0368	0	0	0	basic	-0.0161	0.0896
48	Y48	0.0161	0	0	0	basic	-0.0927	0.0041

49	Y49	0.0339	0	0	0	basic	-0.0491	0.018
50	Y50	0.1835	0	0	0	basic	-0.0167	0.0484
51	Y51	0.1212	0	0	0	basic	-0.0054	0.0962
52	Y52	0.0754	0	0	0	basic	-0.064	0.0431
53	Y53	0.0924	0	0	0	basic	-0.0154	0.1573
54	Y54	0.1088	0	0	0	basic	-0.0293	0.0082
55	Y55	0.0846	0	0	0	basic	-0.0184	0.0605
56	Y56	0.0074	0	0	0	basic	-0.0061	0.0572
57	Y57	0.1674	0	0	0	basic	-0.0901	0.0068
58	Y58	0.0699	0	0	0	basic	-0.0082	0.1886
59	Y59	0.0461	0	0	0	basic	-0.0075	0.1853
60	Y60	0.0466	0	0	0	basic	-0.0201	0.1605
61	X1	0	0	0	-0.1374	at bound	-M	0.1374
62	X2	0.0142	0	0	0	basic	-0.0042	0.0089
63	X3	0.3514	0	0	0	basic	-0.0026	0.0192
64	X4	0	0	0	-0.2814	at bound	-M	0.2814
65	X5	0	0	0	-0.8355	at bound	-M	0.8355
66	X6	0	0	0	-0.3651	at bound	-M	0.3651
67	X7	0	0	0	-0.209	at bound	-M	0.209
68	X8	0.1106	0	0	0	basic	-0.0018	0.0551
69	X9	0	0	0	-0.1383	at bound	-M	0.1383
70	X10	0.2106	0	0	0	basic	-0.0275	0.001
71	X11	0	0	0	-0.3198	at bound	-M	0.3198
72	X12	0	0	0	-0.2168	at bound	-M	0.2168
73	X13	0	0	0	-0.6833	at bound	-M	0.6833
74	X14	0	0	0	-0.6573	at bound	-M	0.6573
75	X15	0	0	0	-0.6261	at bound	-M	0.6261
76	X16	0	0	0	-0.2632	at bound	-M	0.2632
77	X17	0	0	0	-1.1141	at bound	-M	1.1141
78	X18	0	0	0	-0.7749	at bound	-M	0.7749
79	X19	0	0	0	-0.5353	at bound	-M	0.5353
80	X20	0	0	0	-0.2664	at bound	-M	0.2664
81	X21	0	0	0	-0.4641	at bound	-M	0.4641
82	X22	0	0	0	-1.1088	at bound	-M	1.1088
83	X23	0	0	0	-0.773	at bound	-M	0.773
84	X24	0	0	0	-0.3964	at bound	-M	0.3964
85	X25	0	0	0	-0.793	at bound	-M	0.793
86	X26	0.2034	0	0	0	basic	-0.0068	0.1868
87	X27	0	0	0	-0.1089	at bound	-M	0.1089
88	X28	0	0	0	-0.8439	at bound	-M	0.8439
89	X29	0	0	0	-1.0122	at bound	-M	1.0122
90	X30	0	0	0	-0.9632	at bound	-M	0.9632
91	X31	0.0563	0	0	0	basic	-0.0313	0.0098
92	X32	0.0535	0	0	0	basic	-0.2302	0.0077
93	X33	0	0	0	-0.0551	at bound	-M	0.0551
94	X34	0	0	0	-0.0112	at bound	-M	0.0112
95	X35	0	0	0	-0.3108	at bound	-M	0.3108
96	t	0.824	1	0.824	0	basic	0	M
	Objective	Function	(Max.)	= 0.824				

ÖZGEÇMİŞ

Dilek Pelitli, 1982 yılında Almanya'da doğdu. Denizli Lisesi'nden mezun olduktan sonra 1998 yılında Akdeniz Üniversitesi İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi İşletme Bölümü'nde öğrenimine devam etti.

2002 yılında üniversiteden mezun oldu. 2004 yılında Aslan Yapı Malzemeleri firmasında muhasebe bölümünde çalıştı. 2004 yılında Pamukkale Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü, İşletme Anabilim Dalı, Üretim yönetimi ve Pazarlama Bilim Dalı'nda yüksek lisansa başladı. Şu anda Fortis Bank'ta Dış İşlemler Bölümü'nde çalışmaya devam etmektedir.