



**T.C.
PAMUKKALE ÜNİVERSİTESİ
EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
İLKÖĞRETİM ANABİLİM DALI
İLKÖĞRETİM MATEMATİK EĞİTİMİ BİLİM DALI
YÜKSEK LİSANS TEZİ**

**7. SINIF ÖĞRENCİLERİNİN FRAKTALLARA İLİŞKİN
İNFORMEL ANLAMALARININ BELİRLENMESİ**

Derya GÜNAY

Denizli – 2013

**T.C.
PAMUKKALE ÜNİVERSİTESİ
EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
İLKÖĞRETİM ANABİLİM DALI
İLKÖĞRETİM MATEMATİK EĞİTİMİ BİLİM DALI
YÜKSEK LİSANS TEZİ**

**7. SINIF ÖĞRENCİLERİNİN FRAKTALLARA İLİŞKİN
İNFORMEL ANLAMALARININ BELİRLENMESİ**

Derya GÜNAY

Danışmanlar

Yrd. Doç Dr. Tolga KABACA

Yrd. Doç. Dr. Sibel KAZAK

Bu çalışma Bilimsel Araştırma Projesi Merkezi tarafından 2012EĞBE001 no'lu
Yüksek Lisans tez projesi olarak desteklenmiştir.

Denizli – 2013

YÜKSEK LİSANS TEZİ ONAY BELGESİ

Bu çalışma İlköğretim Anabilim Dalı, Matematik Eğitimi Bilim Dalı'nda jürimiz tarafından Yüksek Lisans Tezi olarak kabul edilmiştir.

Başkan: Doç. Dr. Asuman DUATEPE PAKSU

Üye: Yrd. Doç. Dr. Tolga KABACA

Üye: Yrd. Doç. Dr. Fatih KARAKUŞ

İmza



Pamukkale Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü Yönetim Kurulu'nun 31/10/2013 tarih ve 15/106 sayılı kararı ile onaylanmıştır.



Prof. Dr. Mehmet Ali SARIGÖLA

Enstitü Müdürü

TEŞEKKÜR

Tez çalışmamın her aşamasında bana bilgi ve tecrübeleriyle destek veren, görüş ve önerilerini benimle paylaşan, her zaman daha iyiyi oluşturmada bana yol gösteren değerli danışman hocam Yrd. Doç. Dr. Tolga KABACA'ya; tez konumun seçiminde bana yardımcı olan, uzakta da olsa hiçbir zaman beni geri çevirmeden her türlü desteği veren değerli ikinci danışman hocam Yrd. Doç. Dr. Sibel KAZAK'a sonsuz teşekkürlerimi sunuyorum.

Yüksek lisans eğitimimde göstermiş olduğu yakın ilgi, aktarmış olduğu bilgi ve tecrübelerle destek veren değerli hocam Doç. Dr. Asuman DUATEPE PAKSU'ya teşekkür ederim.

Hayatımın her döneminde bana destek ve güven veren, bugünlere gelmemde en büyük emek sahibi olan sevgili annem ve babam Nadire ve Şeref KORKUT'a; varlığı ve konuşmalarıyla beni yüreklendiren ve motive eden kardeşim Deniz KORKUT'a her ihtiyaç duyduğum anda yanımda oldukları için çok teşekkür ediyorum. Araştırmamın başından sonuna kadar bana sabırla destek veren, her vazgeçişimde beni yeniden harekete geçiren sevgili eşim Rıza GÜNAY'a ve her gayretimde aslında onun için olduğunu büyüyünce anlayacak olan canım kızım İlke'ye, benim kahrımı çektikleri için sonsuz teşekkürler. İyi ki varsınız...

Derya GÜNAY

Bilimsel Etik Sayfası

Bu tezin tasarımı, hazırlanması, yürütülmesi, araştırmanın yapılması ve bulguların çözümünde bilimsel etiğe ve akademik kurallara özenle uyulduğunu; bu çalışmanın doğrudan birincil ürünü olmayan bulguların, verilerin ve materyallerin bilimsel etiğe uygun olarak kaynak gösterildiğini ve alıntı yapılan çalışmalara atfedildiğini beyan ederim.

İmza

:



Öğrenci Adı Soyadı:

Derya GÜNAY

ÖZET

7.SINIF ÖĞRENCİLERİNİN FRAKTALLARA İLİŞKİN İNFORMEL ANLAMALARININ BELİRLENMESİ

Günay, Derya

Yüksek Lisans Tezi, İlköğretim Anabilim Dalı İlköğretim Matematik Eğitimi Bilim Dalı
Tez Danışmanları: Yrd. Doç. Dr. Tolga Kabaca
Yrd. Doç. Dr. Sibel Kazak

Temmuz 2013, 143 Sayfa

Bu araştırmada, 7. sınıf öğrencilerinin fraktalların özellikleri bakımından fraktal yapılara yönelik informel anlamalarını belirlemek amaçlanmıştır. Fraktal yapılar özel birer örüntü oldukları için diğer örüntülerden farklı olarak tekrarlama, öz benzerlik ve kesirli boyut gibi bazı özelliklere sahiptirler. Bu sebeple fraktal yapılara ilişkin informel anlamaları belirlemek için fraktalların özellikleri üzerine çalışılmıştır.

Araştırma için 7. sınıf olan 18 öğrenci ile klinik görüşmeler yapılarak fraktalları öğrencilerle tanıştırmadan önce ön bilgilerinin ne düzeyde olduğuna ilişkin bilgi toplanmıştır. Klinik görüşmeler bir görüşme formu çerçevesinde gerçekleştirilmiştir. Görüşme formu iki aşamadan oluşmaktadır. 1. aşamada öğrencilerden belirli bir adımı verilen örüntünün önceki ve sonraki adımını çizmeleri ve açıklamaları istenerek öğrencilerin önceki ve sonraki adımı söyleyebilme durumlarına göre fraktallara ilişkin farkındalığı belirlemek amaçlanmıştır. 2. aşamada ise öğrencilere aralarında fraktalların da bulunduğu sekiz örüntüyü sınıflandırmaları istenerek öğrencilerin fraktalları diğer örüntüler arasından ayırt edip edemedikleri, ayırt eden öğrencilerin sınıflandırmalarını fraktalların hangi özelliğine göre yaptıkları incelenmiştir.

Öğrenciler, her şeklin önceki ve sonraki adımını doğru çizemeseler de doğru çizim yapan öğrencilerin kullandıkları ifadelerden fraktalların tekrarlama ve öz benzerlik özelliğini kullanarak fraktalları informel olarak fark ettikleri belirlenmiştir. Örüntüleri sınıflandırırken ise hiçbir öğrencinin tüm fraktalları aynı gruba dâhil etmediği, fraktallardan ikisini ya da üçünü tekrarlama ve öz benzerlik özelliklerini fark ettiklerini belirten ifadeler kullanarak bir gruba aldıkları görülmüştür.

Sonuç olarak 7. sınıf öğrencilerinin formel anlamda fraktal kavramını bilmeseler dahi sezgisel olarak fraktallara ilişkin farkındalıklarının olduğu ve bu farkındalığın belirlenmesinde fraktalların tekrarlama ve öz benzerlik özelliklerini informel olarak kullandıkları tespit edilmiştir.

Anahtar Kelimeler: Fraktal, fraktalların özellikleri, informel anlama, 7. sınıf.

ABSTRACT**EXAMINING THE 7TH GRADERS' INFORMAL UNDERSTANDING ON THE
FRACTAL CONCEPT**

Günay, Derya

M. Sc. Thesis

Supervisors: Yrd. Doç. Dr. Tolga Kabaca
Yrd. Doç. Dr. Sibel Kazak

July 2013, 143 Page

The aim of this research is to investigate 7th grade students' informal understandings of the concept of fractal in relation to its characteristics. Fractals are special patterns, which have some distinctive characteristics. These features include iteration, self-similarity and fractional dimension. Therefore the study focuses on how students distinguish fractals from other patterns based on their characteristics.

The research method of this study employed one-on-one clinical interviews with 18 7th grade students using an interview protocol. The interview protocol consisted of two parts. In the first part, the students were asked draw previous and next stages of a given pattern at a certain stage. In the second part, 8 patterns were given to the students and they were asked to classify them.

The findings show that even though the students have not learned the fractals in a formal instruction, they could recognize fractals informally. According to their drawings and explanations, these students could distinguish fractals from other patterns regard to their characteristics such as iteration and self similarity. These results suggest that 7th grade students have informal understandings of the concept of fractal in relation to its characteristics prior to formal instruction.

Keywords: Fractal, fractals' characteristics, informal understanding, 7th grade.

İÇİNDEKİLER

Yüksek Lisans Tezi Onay Belgesi.....	i
Teşekkür.....	ii
Bilimsel Etik Sayfası.....	iii
Özet.....	iv
Abstract.....	v
İçindekiler.....	vi
Şekiller Dizini.....	viii
Tablolar Dizini.....	x

BİRİNCİ BÖLÜM

GİRİŞ

1.1. PROBLEM DURUMU.....	2
1.2. PROBLEM CÜMLESİ.....	7
1.3. AMAÇ.....	7
1.4. ÖNEM.....	9
1.5. SINIRLILIKLAR.....	10
1.6. TANIMLAR.....	10

İKİNCİ BÖLÜM

İLGİLİ ARAŞTIRMALAR

2.1. FRAKTALLARIN ÖĞRETİMİ ODAKLI OLAN ÇALIŞMALAR.....	11
2.2. FRAKTALLAR VE ÖZELLİKLERİNİN İNFORMEL OLARAK FARK EDİLDİĞİ ÇALIŞMALAR.....	16
2.3. FRAKTALLARIN ÖĞRETİMİNDE KULLANILABİLECEK ETKİNLİKLERİ TANITAN ÇALIŞMALAR.....	21

ÜÇÜNCÜ BÖLÜM

YÖNTEM

3.1. ARAŞTIRMA MODELİ	25
3.2. ARAŞTIRMA GRUBU	26
3.3. VERİLERİN TOPLANMASI	27
3.3.1. Veri Toplama Araçları	27
3.3.1.1. Görüşme formunun hazırlanması	27
3.3.1.2. Pilot çalışma	29
3.4. VERİLERİN ANALİZİ	30

DÖRDÜNCÜ BÖLÜM

BULGULAR VE YORUM

4.1. Birinci Aşamadaki Verilerin Analizi.....	34
---	----

4.1.1.	Meriç.....	35
4.1.2.	Yunus.....	37
4.1.3.	Dilek.....	39
4.1.4.	Eren.....	41
4.1.5.	Hasan.....	48
4.1.6.	Melik.....	49
4.1.7.	Meltem.....	52
4.1.8.	Satı.....	53
4.1.9.	Simge.....	57
4.1.10.	Tuğra.....	57
4.1.11.	Banu.....	59
4.1.12.	Çisem.....	60
4.1.13.	Hülya.....	61
4.1.14.	Miray.....	64
4.1.15.	Mükerrem.....	65
4.1.16.	Nuray.....	66
4.1.17.	Ufuk.....	69
4.1.18.	Veli.....	70
4.2.	İkinci Aşamadaki Verilerin Analizi.....	77
4.3.	Tartışma.....	89

BEŞİNCİ BÖLÜM

SONUÇ VE ÖNERİLER

5.1.	SONUÇLAR	92
5.2.	ÖNERİLER.....	93
	KAYNAKLAR.....	95
	EKLER.....	98
	ÖZGEÇMİŞ.....	143

ŞEKİLLER DİZİNİ

Sayfa

Şekil 4. 1: Meriç'in dördüncü şeklin önceki ve sonraki adımına ilişkin çizimi.....	35
Şekil 4. 2: Meriç'in sekizinci şeklin önceki ve sonraki adımına ilişkin çizimi.....	36
Şekil 4. 3: Yunus'un birinci şeklin önceki ve sonraki adımına ilişkin çizimi.....	38
Şekil 4. 4: Dilek'in birinci şeklin önceki ve sonraki adımına ilişkin çizimi.....	39
Şekil 4. 5: Dilek'in sekizinci şeklin önceki ve sonraki adımına ilişkin çizimi.....	40
Şekil 4. 6: Dilek'in dördüncü şeklin önceki ve sonraki adımına ilişkin çizimi.....	40
Şekil 4. 7: Eren'in birinci şeklin önceki ve sonraki adımına ilişkin çizimi.....	42
Şekil 4. 8: Eren'in ikinci şeklin önceki ve sonraki adımına ilişkin çizimi.....	43
Şekil 4. 9: Eren'in dördüncü şeklin önceki ve sonraki adımına ilişkin çizimi.....	44
Şekil 4. 10: Eren'in altıncı şeklin önceki ve sonraki adımına ilişkin çizimi.....	46
Şekil 4. 11: Eren'in sekizinci şeklin önceki ve sonraki adımına ilişkin çizimi.....	47
Şekil 4. 12: Hasan'ın sekizinci şeklin önceki ve sonraki adımına ilişkin çizimi.....	48
Şekil 4. 13: Hasan'ın ikinci şeklin önceki ve sonraki adımına ilişkin çizimi.....	49
Şekil 4. 14: Melik'in ikinci şeklin önceki ve sonraki adımına ilişkin çizimi.....	50
Şekil 4. 15: Melik'in altıncı şeklin önceki ve sonraki adımına ilişkin çizimi.....	51
Şekil 4. 16: Meltem'in birinci şeklin önceki ve sonraki adımına ilişkin çizimi.....	52
Şekil 4. 17: Meltem'in ikinci şeklin önceki ve sonraki adımına ilişkin çizimi.....	53
Şekil 4. 18: Satı'nın ikinci şeklin önceki ve sonraki adımına ilişkin çizimi.....	54
Şekil 4. 19: Satı'nın sekizinci şeklin önceki ve sonraki adımına ilişkin çizimi.....	55
Şekil 4. 20: Satı'nın birinci şeklin önceki ve sonraki adımına ilişkin çizimi.....	56
Şekil 4. 21: Simge'nin ikinci şeklin önceki ve sonraki adımına ilişkin çizimi.....	57
Şekil 4. 22: Tuğra'nın ikinci şeklin önceki ve sonraki adımına ilişkin çizimi.....	58
Şekil 4. 23: Banu'nun dördüncü şeklin önceki ve sonraki adımına ilişkin çizimi.....	59

Şekil 4. 24: Çisem'in dördüncü şeklin önceki ve sonraki adımına ilişkin çizimi.....	60
Şekil 4. 25: Hülya'nın birinci şeklin önceki ve sonraki adımına ilişkin çizimi.....	61
Şekil 4. 26: Hülya'nın altıncı şeklin önceki ve sonraki adımına ilişkin çizimi.....	63
Şekil 4. 27: Miray'ın altıncı şeklin önceki ve sonraki adımına ilişkin çizimi.....	64
Şekil 4. 28: Mükerrerem'in sekizinci şeklin önceki ve sonraki adımına ilişkin çizimi.....	65
Şekil 4. 29: Nuray'ın ikinci şeklin önceki ve sonraki adımına ilişkin çizimi.....	67
Şekil 4. 30: Nuray'ın sekizinci şeklin önceki ve sonraki adımına ilişkin çizimi.....	68
Şekil 4. 31: Ufuk'un altıncı şeklin önceki ve sonraki adımına ilişkin çizimi.....	69
Şekil 4. 32: Veysel'in dördüncü şeklin önceki ve sonraki adımına ilişkin çizimi.....	71
Şekil 4. 33: Veysel'in sekizinci şeklin önceki ve sonraki adımına ilişkin çizimi.....	72
Şekil 4. 34: Veysel'in birinci şeklin önceki ve sonraki adımına ilişkin çizimi.....	73

TABLolar DİZİNİ

Sayfa

Tablo 2. 1: Sierpinski üçgeninin boyutu ile birbirine benzer parçaları arasındaki ilişki.....	23
Tablo 3. 1. Öğrencilerin başarı seviyeleri ve cinsiyetlerine göre dağılımları	26
Tablo 3. 2. Öğrencilerin tekrarlama ve öz benzerlik özelliğini informal olarak kullandıklarını gösteren ifadeler.....	32
Tablo 4. 1: Öğrencilerin birinci aşamadaki şekillerde tanıdıkları özellikler.....	75
Tablo 4. 2: Öğrencilerin ikinci aşamadaki örüntülerle oluşturdukları gruplar.....	78
Tablo 4. 3. Birinci ve ikinci aşamada tekrarlama ve öz benzerlik özelliğini tanıyan öğrenciler.....	87

BİRİNCİ BÖLÜM

GİRİŞ

Matematiğin önemli öğrenme alanlarından birinin geometri olduğu bilinmektedir. Geometri bulunduğumuz çevre ile ilişki kurmayı, çevreyi anlamayı ve tanımayı sağlayan, matematiğin en gerçekçi alanı olarak görülmektedir (Karakuş, 2011). Bunları sağlamak için geometri öğrenme alanında ilk sınıflarda kavram ve özelliklerin öğrenciler tarafından informel olarak sezilmesi ve fark edilmesi üzerine kurulan geometri etkinlikleri yer alırken, sonraki sınıflarda öğrencilerden bu kavram, özellikler ve özellikler arasındaki ilişkileri formel olarak öğrenmeyi sağlayacak etkinliklere yer verilmiştir (MEB, 2009).

Geometri öğretiminin genel amaçları arasında öğrencinin kendi fiziksel dünyaları ve çevrelerini anlamada ve anlamlaştırmada geometriyi kullanabilme yer almaktadır (Baki, 2001). Geometri öğretiminde bu amaçların yanı sıra uzamsal becerileri geliştirme ve estetik duygular oluşturma gibi matematik eğitiminin amaçları arasından belirlenen amaçlara da yer verildiği görülmüştür (MEB, 2009). Geometri öğrenme alanı içerisinde yer alan geometrik cisimler, dönüşüm geometrisi, örüntü ve süslemeler alt öğrenme alanları öğrencilerde bu beceriler ve duyguların gelişmesine hizmet etmektedir.

Örüntüler ve süslemeler alt öğrenme alanı içerisinde yer alan doğru ve çokgen modellerinden örüntüler inşa etme ve bunların arasından fraktal olanları belirleme kazanımı yer almaktadır (MEB, 2009). Öklit geometrisi dışında gerçek hayatı modellemede daha fazla imkân tanıdığı için fraktal kavramı ön plana çıkmıştır. Baki (2001) öğrencilerin çevrelerindeki fiziksel dünyayı anlamalarında fraktal geometrinin Öklit geometrisinden daha çok fayda sağladığını belirtmiştir.

Öğrencilerin geometrik şekillerin ve nesnelerin özelliklerini tanıması, düşünmesi ve bunlar arasındaki ilişkileri kavrayabilmesi önemlidir. Fraktal

yapıların gerçekte birer örüntü olmasının yanında öğrencileri matematiksel fraktalları tanıyarak fraktallarda var olan özellikleri belirleyebilirler. Sınıf seviyeleri farklı olsa da öğrencilerin fraktal yapıları formel bir öğretimden önce de fark edebildikleri görülmüştür (Beigie, 2005; Brigner ve Ury, 2002; Simmt ve Davis, 1998). Dolayısıyla öğrencilerin mevcut matematik bilgilerini gözden geçirerek ve onları doğru biçimde kullanarak fraktalları keşfetmeleri sağlanabilir (Karakuş, 2011).

Geometri programında başlangıçta informel olarak farkındalık sağlayacak etkinliklerin devamında formel bir öğretim süreci yer almaktadır (MEB, 2009). İformel bilgilerin kullanılarak öğrencilerin geliştirdikleri informel anlamalara ilişkin çalışmalara rastlamak mümkündür (Baroody ve Wilkins, 1994; Betts ve Crampton, 2011; Maher ve Powell, 2013; Mamade, Nunes ve Bryant, 2005; O'Toole, 2006). Fraktal yapıların informel olarak fark edilmesi örüntülerin iyi bir biçimde kavratılması ile ilişkilidir. Öğrencilerin örüntülere ilişkin bilgilerini informel olarak kullanmaları fraktal yapıların ve bu yapıların özelliklerinin informel olarak fark edilmesini kolaylaştıracaktır.

Bu bölümde araştırma konusunun seçimi problem durumu, problem cümlesi, amaç, önem, sayıtlılar, sınırlılıklar ve tanımlar başlıkları altında gerekçeleriyle birlikte açıklanacaktır.

1.1. Problem Durumu

Matematik eğitimi bireylerin yaşadıkları çevreyi anlayabilme, etraflarında gelişen durumları yorumlayabilme, günlük yaşamda karşılaştıkları problemleri çözebilme becerilerinin kazanılmasını sağlar. Matematiğin "örüntülerin bilimi" olduğu görüşünden hareketle, matematiğin sayı şekil, uzay, büyüklük ve bunlar arasındaki ilişkileri incelemesi öğrencilere kazandırılacak beceriler ile onların çevrelerindeki dünyayı anlayabilmelerine yardımcı olacaktır (MEB, 2009). MEB'in 2009 yılında yayınladığı ilköğretim matematik programı, öğrencilerin cebirsel anlayışlarının yeni gelişmeye başladığı bir alt yapıya sahip olduğundan örüntüler ile öğrencilerin matematiksel kavramları ve sistemleri anlayarak

ilişkiler kurmaları ve günlük hayatta kullanmaları amaçlanmıştır. Bu amaç doğrultusunda öğrencilerin cebirsel anlayışlar geliştirmesini beklemektedir.

Öğrencilerin cebirsel anlayışlar ile sayılar ve şekiller arasındaki ilişkileri kavrayabilmeleri gelişecektir. Öğrenciler bu süreçte var olan ön bilgileri ve sezgileri ile formel öğrenme sürecinde aktif olarak yer alırlar. Öğrenciler bilgiyi sınıf içinde keşfederek, yorumlayarak ve akranları ile etkileşim kurarak yapılandırılırlar (Şaşan, 2002). Bu süreçte öğrenci eski bilgilerinin üzerine yenilerini eklediği için hiçbir zaman boş bir levha gibi görülmemelidir. Aksine öğrenci eski bilgilerini kullanarak sahip olduğu ön bilgilerle yeni öğretilecek olan bilgileri informel de olsa anlayabilecek düzeyde görülmektedir (Baroody ve Wilkins, 1994; Betts ve Crampton, 2011; Küçük, 2012; Maher ve Powell, 2013; Mamade, Nunes ve Bryant, 2005; O'Toole, 2006; Squire ve Bryant, 2002)

Öğrencilerin informel anlamalar geliştirmesi mümkün olmakta birlikte informel anlama, informel bilgi veya informel öğrenme biçimindeki ifadelerin içinde kullanılmaktadır. Matematikte informel bilgi günlük deneyimler merkezli somut bilgi, formel bilgi ise okulda öğretilen sembolik bilgi olarak anlaşılabilir (Baroody ve Wilkins, 1994). Başka bir deyişle informel bilgi öğrencilerin evden getirdikleri ya da okul matematiğindeki formel bilginin henüz gelişmediği okulda öğrenilen bilgi olarak görülmektedir (O'Toole, 2006). Vygotsky (1978) ise çocukların informel anlamaları (sezgisel olan) ile formel anlamalarını (sosyal ve bilimsel olarak kabul edilen) ayırarak okul hayatı ile çocukların informel gözlemlerini sosyal hayattaki matematiksel bilginin formelleşmesinde kabul edilen matematiksel yapılara dönüştürdüklerini ifade etmektedir (Betts ve Crampton, 2011). O'Toole'a (2006) göre öğrencilerin okul dışında geliştirdikleri informel anlamalar anlık olduğundan okul içinde de öğrencilere informel deneyimler yaşatılmalıdır. Eğitim-öğretim sürecinde öğrencilerin bir konuyu öğrenmeden önceki anlamaları informel anlama, konuyu öğrendikleri süreçte gelişen anlamaları ise formel anlama olarak ifade edilebilir. Ball (1993) matematik öğreniminde anlayarak matematik öğrenmenin, formel matematiksel fikirler ile informel anlamalar arasında bağlantı kurmayı gerektirdiğini belirtmiştir. (Mamade vd., 2005). Matematik eğitiminde sayma, sayılar, aritmetik işlemler, kombinasyon, kesirler gibi konularda informel anlamaların incelendiği çalışmalara rastlanmaktadır (Baroody ve Wilkins, 1994; Betts ve Crampton,

2011; Maher ve Powell, 2013; Mamade vd., 2005; O'Toole, 2006). Benzer şekilde informel anlamının incelenebileceği bir alan da örüntüler ve ilişkiler alt öğrenme alanı olarak düşünülebilir. Çeşitli seviyelerdeki öğrenciler örüntülerin her bir adımı arasındaki ilişkiler hakkında informel bilgiler sahip olabilirler.

Örüntülerin yalnızca cebirsel ifadelerle değil geometrik şekiller ve yapılar kullanılarak da oluşturulabileceği bilinmektedir. Özel birer örüntü olarak kabul edilen fraktallar da farklı geometrik şekillerin oluşturduğu yapılardır. Fraktal geometrinin sağladığı imkânların öğrencilerin çevrelerini anlamalarında Öklit geometrisinin sağladığından daha çok olduğu ve fraktal geometrinin Öklit geometrisinden farklı olarak uzayıp giden bir dağ sırasının engebelerini, çeşit çeşit dallanan ağaçların dallanmalarını, bulutların ya da kar tanelerinin kıvrımlarını incelediği bilinmektedir (Baki, 2001). Bu sebeple MEB (2009) ilköğretim matematik programında fraktalların örüntüler ve süslemeler alt öğrenme alanında öğrencilere öğretilmesine karar vermiştir. Fraktal yapıların görselliği ve estetikliği de göz önünde bulundurulduğunda matematiğin sanat ile ilişkisinin kurularak, estetik duygular geliştirebileceği belirtilmiştir. Böylece fraktalların doğanın geometrisi olmasının öğrencilerin sanatsal yönünü ortaya çıkararak estetik açıdan da farklı bir anlayış geliştirebileceğini söylenebilir.

2013 yılında Milli Eğitim Bakanlığı Talim Terbiye Kurulu Başkanlığı tarafından ilköğretim matematik dersi öğretim programının güncellenmesi ile fraktallar konusunun programdan çıkarıldığı görülmektedir (MEB, 2013). MEB'in (2013) güncellenen yeni programında fraktallar özel olarak vurgulanmasa da örüntülerin özel bir hali olmaları, her alanda her türlü yapıda görülmelerinin mümkün olması ve çevremizde karşılaşılabileceğimiz doğal fraktal yapılara sıklıkla rastlanmaları dolayısıyla önemi büyüktür. Fraktallar konusu MEB'in (2009) 8. sınıf müfredatında yer almasına rağmen öğrencilerin daha küçük yaşlarda da kendi çevrelerinde gerek mimari yapılarda gerekse doğal oluşumu ile dikkat çeken brokoli, eğrelti otu, akciğerlerdeki bronşlar, nehir yatakları gibi birçok yapıda fraktalları gözlemlenmeleri mümkündür. Gerçekte birer nesne olmakla birlikte tekrarlı bir süreç olarak bakıldığında fraktal yapıların örüntü oluşturdukları söylenebilir. Bu yapılar özel birer örüntü oldukları için diğer örüntülerden farklı olarak bazı özelliklere sahiptirler. Bu özelliklerden 3'ü temel

özellikler olarak kabul edilmiş ve şu şekilde sıralanmıştır (Peitgen vd.,1991; Choate, 1999; Peitgen vd., 2004; Akt. Karakuş, 2011):

1. Tekrarlama (İteration): Matematiksel anlamda bir fonksiyonun kendisi ile bileşkesi olarak tanımlanabilen tekrarlama, bir çıktının bir sonraki işlemde girdi olarak kullanılması ile elde edilen süreci tanımlar. Bir sürecin ardışık olarak devam etmesidir. Özde fraktallarda her bir adım bir sonraki adım için başlangıç oluşturur. Öz benzerlik özelliğinin ortaya çıkması için tekrarlama kuralının gerçekleşmesi gerekmektedir.

2. Öz benzerlik (Self similarity): Bir fraktalın herhangi bir parçasının fraktalın bütününe benzemesine öz benzerlik denir. Öz benzerlik için parça-bütün ilişkisinde tamamen öz benzer olmasına gerek yoktur. Bir ağacın sahip olduğu dallar tamamen birbirine benzememesine karşın bunun gibi yaklaşık öz benzer yapılar da öz benzerlik özelliğini sağlamaktadır.

3. Fraktal (kesirli) boyut (Fractal dimension): Geometride bilinen 0, 1, 2, 3 boyutlu tam sayılarla ifade edilebilen nesnelere yer almaktadır. 0 boyutlu olarak nokta, 1 boyutlu olarak doğru, 2 boyutlu olarak düzlem, 3 boyutlu olarak küp örneği verilebilirken kesirli boyut fraktalların kırıklık ya da pütürlük derecesi olarak ifade edilmekte ve fraktal nesnelere boyutlarına karşılık gelmektedir. Örneğin Sierpinski üçgeni bir fraktal yapı olup bu üçgenin boyutu 1,585 olarak ifade edilmektedir. Fraktal boyut kavramı fraktal geometrinin cebirsel konularıyla ilgili olup logaritma ile hesaplandığından (üst düzey cebirsel hesaplamalar gerektirdiğinden) ilköğretimde yer verilmemektedir. Kesirli boyutun hesaplanması şu şekildedir (Barcellos, 1987; Ufuktepe ve Aslan, 2002; Debnath, 2006; Doğan ve Genç, 2006; Kavlak, 2006):

$$\text{fraktal boyut} = \frac{\log(\text{birbirine benzeyen parça sayısı})}{\log(\text{bölünen parça sayısı})}$$

Fraktal boyutun hesaplanması incelendiğinde literatürde fraktalların fark edilmesine yönelik olarak öğrencilerin informel olarak kullandığı özellikler arasında yer almamaktadır.

Lornell ve Westerberg (1999) ve Karakuş'a (2011) göre karmaşıklık özelliğini de fraktallara ilişkin bir özellik olarak kabul edilmektedir.

4. Karmaşıklık: Lornell ve Westerberg (1999) fraktalların karmaşıklık özelliğinin daha çok doğal fraktallarda gözlenen bir özellik olduğunu belirtmişlerdir. Karakuş (2011) Öklit şekilleri kullanılarak oluşturulan fraktalların genellikle düzgün ve kurallı bir yapıya sahip olmasına karşın doğada bulunan fraktalların ise sıklıkla düzensiz ve karmaşık bir yapıya sahip olduklarını ifade etmiştir. Fraktalların karmaşıklığı onların sahip oldukları şekilsel yapı ile ilişkilendirildiğinden karmaşıklık özelliği doğadaki fraktallarda daha çok hissedilen bir özellik olarak görülmektedir.

Tüm bu özellikler göz önüne alındığında öğrencilerin fraktal yapıları fark etmelerini sağlayacak belirgin özelliklerinin olduğu görülmüştür. Böylelikle fraktallarla ilgili formel bilgilere sahip olmadan da öğrencilerin sezgisel olarak bu özellikleri fark edip fraktal örüntüleri belirleyebilecekleri düşünülmektedir (Beigie, 2005; Brigner ve Ury, 2002; Simmt ve Davis, 1998; Vacc, 1999). Yapılan çalışmalar incelendiğinde öğrencilerin fraktal yapılara ilişkin kendi tanımlamalarını yapabildikleri, etkinliklerle kendi fraktal yapılarını oluşturabildikleri ve bu yapılarda bulunan özellikleri fark edebildikleri görülmektedir. Bu sebeple fraktal yapılara ilişkin informel anlamaları belirlemek için fraktalların özelliklerinin kullanılabilmesi fark edilmiştir. Ancak yapılan araştırma 7. sınıf öğrencileri ile gerçekleştirildiğinden bu öğrencilerin fraktal boyut özelliğini anlayamayacakları, karmaşıklık özelliğini ise doğal fraktallara özgü olduğu ve örüntü olan fraktallarla çalışılacağı düşünülerek fraktallara ilişkin informel anlamaların tekrarlama ve öz benzerlik özellikleri bakımından belirlenmesi uygun görülmüştür.

Öğrencilerin sahip oldukları informel bilgilerin ve informel anlamaların formel öğrenme sürecinde olumlu etkisinin olduğu bilinmektedir. Yapılan çalışmalar (Baroddy & Wilkins, 1994; Betts & Crampton, 2011; Küçük, 2012; Mamade, vd., 2005; Squire & Bryant, 2002) bir konuya ilişkin informel anlamaların, bilginin yapılandırılması için önemli bir alt yapı oluşturacağını göstermektedir. Öğrencilerin formel bilgilere ulaşmadan önce özel birer örüntü olan fraktal yapıları diğer örüntülerin arasından fark edip edemediklerinin belirlenmesi ve fark eden öğrencilerinin bunu fraktalların hangi özelliğine göre belirlediğinin incelenmesi, öğrencilerin özellikleri bakımından fraktallara dair

informel anlamalarını gösterecektir. Buradan hareketle bu çalışmada öğrencilerin fraktallara ilişkin informel anlamalarında fraktal yapıların tekrarlama ve öz-benzerlik özelliklerinden hangilerinin öğrenciler tarafından fark edilip edilmediklerini belirlemek hedeflenmiştir.

1.2. Problem Cümlesi

Bu çalışmanın problemi “7. sınıf öğrencilerinin fraktalların özellikleri bakımından fraktal yapılara ilişkin informel anlamaları nasıldır?” olarak belirlenmiştir. Bu problem doğrultusunda belirlenen alt problemler ise aşağıda verilmiştir:

1. 7.sınıf öğrencileri fraktalları informel olarak anlamada “*tekrarlama*” özelliğinden yararlanıyorlar mı?
2. 7.sınıf öğrencileri fraktalları informel olarak anlamada “*öz benzerlik*” özelliğinden yararlanıyorlar mı?

1.3. Amaç

Fraktal yapılar daha küçük sınıflarda öğretilmese de, öğrencilerin fraktalları küçük yaşlarda anlamaya başladıkları söylenebilir. Vacc’ın (1999) 2. sınıf ve 4. sınıf öğrencileriyle yaptığı çalışmada öğrenciler fraktal yapıları isim olarak bilmeseler de bu yapıları tanımışlardır. Benzer şekilde yapılan farklı çalışmalarda da 6. ve 7. sınıf öğrencilerinin fraktallar konusunun öğretiminden önce kendi fraktal yapılarını oluşturdukları, fraktalları ve fraktalların özelliklerini keşfettikleri belirlenmiştir (Beigie, 2005; Brigner ve Ury, 2002; Simmt ve Davis, 1998).

Fraktallar konusunun 2005 programıyla matematik öğretim programına girmesinin nedeni, matematiğin “*örüntülerin bilimi*” olması ve örüntüleri içeren yapıların dikkate alınması ve bu yüzden özel birer örüntü olan fraktallara yer

verilmesi olarak belirtilmiştir (MEB, 2009). Buna istinaden yer alan kazanımda öğrencilerden örüntüler inşa ederek inşa ettikleri örüntülerden fraktal olanları belirlemeleri beklenmektedir (MEB, 2009). Öğrencilerin 8.sınıfa gelmeden önce daha küçük yaşlarda da verilen kazanımda yer alan örüntüleri inşa ederek bunların arasından farklı olan örüntüleri bulmaları mümkündür. MEB'in (2013) güncellenen ortaokul matematik programında fraktallara yönelik bir kazanım yer almasa da 1. sınıftan itibaren öğrencilerin örüntüler inşa ettikleri ve farklı olan örüntüleri belirledikleri bilinmektedir.

Raiteri ve Cambini (2004) ve Raiteri'ye (2005) göre ise fraktalların ilkokuldan ortaokula kadar eğitsel materyal olarak kullanılmalarına ilişkin bir çok neden vardır:

- Öğrencilerde duygusal zekâyı içeren estetik yönleri geliştirir.
- Tıptan sinemacılığa kadar birçok uygulamada kullanılan fraktal modelleri günceldir.
- Özellikle eğitsel amaçları içeren web'de geniş bir kaynakça mevcuttur.
- Bilgisayarların yardımı öğrencilerin önceki matematikçilere ayrılmış eğrilerin ve kavramların üstesinden gelmeye ve programı öğretmenin eksiksiz kullanmasına izin verir.
- Fraktalların doğası matematikteki keşiften çok icat etme algısını vurgular.

Eğitsel olarak önemi azımsanmayacak kadar çok olan fraktallar konusunun öğretiminden önce öğrencilerin fraktalların özelliklerine ilişkin informel anlamalarını belirlemek; öğrencilerin konu ile ilgili hazır bulunuşluklarını belirlemede, bu sayede de yapılandırmacı yaklaşıma uygun olacak şekilde etkinlikleri hazırlamada ve öğretim sürecini bu doğrultuda planlamada önem taşıyacaktır.

Bu çalışmada öğrencilerin özel birer örüntü olan fraktal yapıları fraktalların özelliklerine dayanarak diğer örüntülerin arasından informel olarak fark edip edemedikleri incelenecektir. Bu tezin amacı 7. sınıf öğrencilerinin fraktalların özelliklerine ilişkin informel anlamalarını belirlemektir.

1.4. Önem

Bu çalışmada 7. sınıf öğrencilerinin fraktalların özelliklerine ilişkin informel anlamaları incelenecektir. Bu bağlamda öğrencilerin özel bir örüntü olan fraktalları diğer örüntülerden ayırt edip edemedikleri, ayırt ettiklerinde dikkat ettikleri noktaların neler olduğu, dikkat edilen kısımların fraktalların hangi özellikleri ile ilgili olduğu ve ayırt edip edememelerinin gerekçeleri belirlenecektir. Yapılacak olan bu çalışmanın öğrencilerin fraktallar ile ilgili informel anlamalarının fraktalların özellikleri bakımından nasıl olduğuna dair literatür bilgisine katkı sağlayacağı, aynı zamanda öğrencilerin informel anlamalarının belirlenmesinin 8. sınıfta bu konunun öğretimine yönelik olarak öğrencilerin hazır bulunuşluklarını göstermede ve yapılandırmacı yaklaşıma uygun olarak etkinlikleri hazırlamada yararlı olacağı düşünülmektedir. Fraktal yapılar MEB'in (2013) güncellenen matematik programında yer almamasına karşın güncellenen yeni program kademeli olarak uygulanacağından önümüzdeki 3 yıl daha öğrencilere fraktallar konusunun öğretimi yapılacaktır.

Yapılan çalışmalara bakıldığında (Beigie, 2005; Brigner ve Ury, 2002; Simmt ve Davis, 1998; Vacc, 1999) farklı yaş grupları ile yapılan çalışmalar fraktallarla ilgili formel öğretim öncesi öğrencilerin fraktal yapılara dair birtakım sezgisel düşüncelere sahip olabileceğini göstermektedir. Ülkemizde yapılan çalışmalar ise genellikle lise seviyesinde olup öğrencilerin daha küçük yaşlarda da fraktalların özelliklerini fark ederek fraktal yapıları anlayabileceklerini gösteren nitelikte değildir. Bu çalışma ile öğrencilerin küçük yaşlarda dahi fraktalların diğer örüntülerden farklı olduğunu fark ettikleri ve fraktalların özelliklerine ilişkin informel bir farkındalığa sahip oldukları görülmüştür. Bu sebeple yapılan çalışma özgün bir çalışma olup, literatüre katkı sağlayacağı düşünülmektedir.

1.5. Sınırlılıklar

1. Araştırma, 2012-2013 eğitim-öğretim yılında Denizli ili merkez ortaokullarının 7. sınıfında öğrenim gören 18 öğrenci ile sınırlıdır.
2. Araştırmanın veri toplama aracı klinik görüşmeler ile sınırlıdır.

1.6. Tanımlar

Fraktal: Latince’de fractus kelimesinden gelir. Düzensiz, kırıklı, karmaşık anlamındadır (Mandelbrot, 1983). Matematiksel olarak fraktal ise bir şeklin orantılı olarak küçültülmüş ya da büyütülmüşleri ile inşa edilen örüntülerdir (MEB, 2009).

Özellik: Bir şeyin benzerlerinden veya başka şeylerden ayrılmasını sağlayan nitelik (Türk Dil Kurumu).

İnformel anlama: İnformel bilgi, formel bilgi gelişmeden önce okuldan edinilen bilgidir (O’Toole, 2006). Öğrenme sürecinde informel bilginin rolünün farkına varılması güçlü anlamalar oluşmasını sağlar. Buna dayanarak informel anlama ise okuldaki formel bilgiyi öğrendikten sonra içselleştirerek öğrencilerin kendilerine özgü biçime getirdikleri, sonraki öğrenmeler için kullandıkları anlamalar olarak ifade edilebilir.

Fraktallarda tekrarlama özelliği: Bir fraktalda her bir adımın bir sonraki adım için başlangıç oluşturmasıdır.

Fraktallarda öz benzerlik özelliği: Bir fraktalın herhangi bir parçasının fraktalın bütününe benzemesidir.

İKİNCİ BÖLÜM

KURAMSAL ÇERÇEVE VE İLGİLİ ARAŞTIRMALAR

Araştırmasının konusuna dayanarak yapılan araştırmalarda, 2. sınıftan itibaren matematik öğretmen adaylarına kadar farklı seviyelerdeki öğrencilerle çalışılmıştır. Öğretmen adaylarının ve lise seviyesindeki öğrencilerin oluşturdukları fraktal yapıları kullanarak fraktallara ilişkin öğrendikleri matematiksel bilgileri farklı uygulamalarda kolayca kullanabildikleri, 6 - 8. sınıf öğrencilerinin farklı bilgisayar yazılımlarını kullanarak fraktal yapılar oluşturdukları ve bu yapılardaki fraktalların özelliklerini belirleyebildikleri, 2 - 4. sınıf öğrencilerinin ise oluşturdukları fraktal yapı modellerinin diğer modellerden farklı olduklarını fark edebildikleri belirlenmiştir.

2.1. Fraktalların Öğretimi Odaklı Olan Çalışmalar

Bowers (1991) yüksek lisans tez çalışmasında fraktal kavramının anlamını oluşturmada karşılaşılan güçlükleri belirlemeyi, fraktal kavramının anlamını oluşturma sürecinde gerekli olan temel anlama davranışları oluşturmayı ve fraktal kavramının öğretimindeki öğretimsel şartları tanımlamayı amaçlamıştır. Bu amaçlar doğrultusunda bir lisenin 12. sınıfında bulunan 27 öğrenci ile çalışılmıştır. Öncelikli olarak 27 öğrenciye boyut ve benzerlik ile ilgili sorular içeren öğrencilerin var olan bilgilerini ölçmeye yönelik iki bölümden

oluşan bir anket uygulanmıştır. Anket sonuçlarına göre sorulara açık bir dille cevap veren 4 öğrenci seçilerek bu öğrencilerle klinik mülakatlar yapılmıştır. Yapılan klinik mülakatlarda öğrencilere anket sorularına verdikleri cevaplarla ilişkili olarak yazılı sorular sorularak açıklamaları istenmiştir. Mülakatlar sırasında fraktalların boyutlarını kesirli olarak bulan 3 öğrenci ile çalışmaya devam edilmiştir. Kalan öğrenciler için 3 ders boyunca 4 etkinlik uygulanarak öğrencilerin fraktal boyut ve öz benzerlik özelliklerinin kavratılması sağlanmıştır. Bu etkinliklerden birincisi boyut ve öz benzerlik kavramlarının ifade edildiği, ikincisi fraktalların biçimleri, boyut ve öz benzerlik kavramlarının fark ettirildiği, üçüncüsü fraktal bir yapı üzerinde öz benzerlik özelliğinin tanıtılarak kesirli boyut özelliğinde kullanılmasının sağlandığı, dördüncüsü ise tekrarlama özelliğinin kavratıldığı etkinliklerdir. Bowers (1991) etkinlikleri oluştururken Van Hiele geometrik düşünme düzeylerini dikkate alarak ilk iki etkinliği görsel düzeye göre son iki etkinliği ise betimleyici düzeye göre belirlemiştir. Bu etkinlikler boyunca öğrencilerin daha çok fraktalların boyutlarına ilişkin güçlükler yaşadıkları belirlenmiştir. Bu güçlüklerin (1) boyut kavramının 1, 2 ve 3 boyutlu olarak evrensel bir anlamının olmasından, (2) boyutun bir nesnenin özgün bir özelliği olduğu için fraktal boyutun tam olarak anlaşılmasından, (3) boyutun tam sayılarla gösterilmesinden ve (4) fraktalların bir süreç sonucu ortaya çıktığı için sonlu bir yapısının olmamasından kaynaklandığını belirtmiştir. Bu güçlüklerin giderilmesinde öğrencilere boyutun sezgisel olmayan bir kavram olarak tanımlanmasının önemli olduğu vurgulanmıştır. Bowers (1991) ayrıca boyutun soyut bir kavram olarak öğretilmesinin, boyut kavramının öz benzerlikten yola çıkarak tanımlanmasının ve hesaplanmasının öğrenciler açısından daha anlaşılır olduğunu belirtmiştir. Nesnelere biçimlerinin boyuta karar vermede önemli olmadığını ifade ederek fraktalların belirli bir yapının sonsuz tekrarı olan geometrik yapılardan oluşmasının öğrencilerin dikkat etmesi gereken bir özellik olduğunu vurgulamıştır.

Langille (1996) çalışmasında fraktal geometri konuları üzerine bir ünite hazırlayarak belirlenen kazanımlar doğrultusunda öğrencilerin fraktallara ilişkin bilgilerini nasıl yapılandırdıklarını belirlemeyi amaçlamıştır. Çalışma 12.sınıfta bulunan 14 öğrenci ile gerçekleştirilmiş olup 11 öğrenci ile klinik görüşmeler yapılmıştır. Ünite kapsamında 5'i bilişsel, 2'si duyuşsal olmak üzere 7 kazanım

belirlenmiştir. Bilişsel kazanımlar bir fraktalın özelliklerini tanıma, basit fraktal yapılar oluşturma, öz benzerliği tanıma ve tanımlama, öz benzerlik boyutunu algılama ve çeşitli fraktal yapılara uygulama, doğal fraktallar ile matematiksel fraktalların özelliklerini karşılaştırma olarak belirlenmiştir. Duyuşsal kazanımlar ise matematiği farklı bir açıdan görmeyi sağlama ve fraktal geometrinin doğanın geometrisi olduğu görüşünü oluşturma olarak ifade edilmiştir. Ünitenin içeriğinde doğal fraktallar, kaos oyunu, basit matematiksel fraktallar, öz benzerlik özelliği, öz benzerlik boyutu gibi konular yer almaktadır. Öğrencilerle 6 hafta süren bir öğretim gerçekleştirilmiştir. Öğretim sürecinde öğrencilerle teknoloji tabanlı etkinlikler yapılmış ve çıktıları alınmış, quizler, testler uygulanmış, ev ödevleri verilmiş, çalışma yaprakları kullanılmıştır. Dersin öğretim sürecinden sonra öğrencilerle yapılan klinik görüşmeler ve öğrencilerin yaptıkları çalışmalar karşılaştırılarak öğrencilerin fraktal geometrinin temellerini kazanıp kazanmadıklarına ve fraktallara ilişkin derin anlamalarına bakılmıştır. Öğrencilerin öz benzerlik özelliğini kazanmalarına rağmen, öz benzerlik boyutunu anlamada çok başarılı olmadıkları görülmüştür. Öğrenciler doğal fraktal yapılarla çalıştıklarında fraktal geometrinin doğanın geometrisi olduğunu anlamışlardır. Langille (1996) 12. sınıf öğrencileri ile çalışmasına rağmen öğrencilerin daha alt sınıf seviyelerinde de fraktal geometrinin konularını öğrenebileceklerini belirterek, fraktal geometri konularının 10. sınıf matematik programına dahil edilerek öğrencilerle tanıştırılmasını, 11. sınıfta ve 12. sınıfta da konulara devam edilmesinin öğrencilerin fraktal geometrideki başarılarını arttıracığını ifade etmiştir.

Doğan ve Genç' in (2006) Mandelbrot fraktalını oluşturulan fonksiyondan yararlanılarak yeni bir fraktal elde edilmesi ve elde edilen şeklin fraktal olup olmadığının belirlenmesi amacı ile yaptıkları çalışma, dört 11.sınıf öğrencisi ile gerçekleştirilmiştir. Çalışma için fraktal üretmeye yarayan "UltraFraktal 4" programı kullanılarak fraktalın fonksiyonu oluşturulmuş ($f(z) = z^9 + c$) ve oluşan fraktalın boyutu, çevresi ve alanı hesaplanmıştır. Program yardımıyla oluşturulan fraktalın çemberlerden oluştuğu ve her adımda kendini tekrarladığı görülmüştür. Öğrenciler yapılan 250 tekrarlama ile sınırlı alanda sonsuz uzunlukta, boyutu rasyonel sayı olan bir geometrik şekil elde edildiğini program yardımıyla görmüşlerdir. Elde edilen fraktal yapının 1240 yılında yapılmış olan

İtalya' daki Santa Maria kilisesinin yanındaki Del Monte kalesinin inşasında kullanıldığı tespit edilmiştir.

Baki, Karakuş ve Kösa'nın (2008) çalışmasında öğretim amaçlı hazırlanmış "The Shodor Foundation" web sitesini kullanarak fraktallar konusunda yapılan öğretime ilişkin öğretmen ve öğrenci görüşlerini almak amaçlanmıştır. Bu amaçla 8. sınıf öğrencilerinden 17 kişi öğrenci görüş formu doldurmuştur. Ayrıca sınıfın matematik öğretmeni ile de yarı yapılandırılmış görüşmeler yapılmıştır. Dersin öğretmeni tarafından seçilen web sitesi kullanılarak 4 ders saatinde Sierpinski üçgeni, Sierpinski Halısı, Koch kar tanesi fraktallarının temel özelliklerini keşfetmeye yönelik öğretim gerçekleştirilmiştir. Öğretim sürecinde öğrencilerden fraktallara ilişkin sayısal ve geometrik örüntüler bulmaları, eşkenar üçgenin ve karenin çevresi ve alanıyla ilgili hesaplamalar yapmaları, öz-benzerlik ve tekrarlama kavramlarını fark etmeleri ve temel fraktallardan bazılarını tanımaları amaçlanmıştır. Bu amaçlar doğrultusunda yapılan öğretim ile web destekli öğretim ortamının fraktallar konusunun öğretiminde hem öğretmeni bilgilendirici hem de sınıf ortamında kullanılabilecek zengin materyaller sunduğu, web destekli ortamda matematik öğrenmenin öğrencilere zevkli ve eğlenceli geldiği, öğrencilerin kendi öğrenmelerini oluşturdukları, karmaşık fraktal şekilleri çizmekle fazla zaman harcanmayacağı, fraktal şekillerin en önemli özelliklerinden olan tekrarlama kuralının web sitesindeki zengin animasyonlarla öğrenci tarafından daha kolay bulunabileceği belirlenmiş ve yapılan mülakatlar web destekli öğretim ortamının farklı seviyedeki öğrencilerde konunun kalıcılığını artırdığını göstermiştir.

Karakuş'un (2011) amacı ortaöğretim düzeyi için bir fraktal geometri öğretim programı tasarlamak ve bu programın yeterliliğini değerlendirmek olan doktora tez çalışmasında, ortaöğretim düzeyine yönelik bir fraktal geometri öğretim programı hazırlayarak programın fraktal konularındaki öğrenilebilirlik ve öğretilebilirlik boyutlarında değerlendirmesi yapılmıştır. Çalışma ilköğretim matematik öğretmenliği birinci sınıfında öğrenim gören 39 öğretmen adayı ile gerçekleştirilmiştir. Programın öğrenilebilirlik açısından değerlendirmesi yapılırken belirlenen kazanımlarından hangilerinin kazanıldığı ve kazanılmadığı nedenleri ile birlikte programın uygulama sürecinde öğrencilerin yaşadığı

deneyimler ile belirlenmiştir. Öğretilebilirlik açısından ise fraktalların öğretiminde kullanılan materyal ve metotlardan hangilerinin başarılı olduğu ve dersin öğretmenin öğretim sürecinde yaşadığı deneyimler ile belirlenmiştir. Her hafta 3 ders saati olmak üzere 6 hafta süren bir program, programın uygulama sürecinde fraktal konularının öğretiminde kullanılacak çalışma yapıları ve PowerPoint sunuları ile programın nasıl uygulanabileceğini gösteren bir öğretmen kılavuzu hazırlanmıştır. Fraktal konularının öğrenilebilirlik açısından değerlendirilmesi için öğrencilerin göstermesi beklenen davranışlar her kazanım için ayrı ayrı belirlenerek öğrenilebilirlik göstergesi düzenlenmiştir. Her hafta dersten sonra rastgele seçilen 5 öğrenci ile onların derse yönelik düşüncelerini ve öğrenmelerini belirlemek, dersin öğretmeni ile de materyallerin sınıf içi kullanılabilirliğini ve öğrencilerin öğrenmeleri üzerine olan etkilerini belirlemek amacıyla yarı yapılandırılmış görüşmeler, 6 haftalık dersin sonunda 9 sorudan oluşan bir yazılı sınav ve sınav sonuçlarına göre belirlenen 9 öğrenci ile de konuları nasıl anladıklarını ve karşılaştıkları güçlükleri belirlemek amacıyla klinik görüşmeler yapılmıştır. Yapılan görüşmelerden elde edilen öğrencilerin fraktal geometri öğretim programının kazanımlarına ulaşmaları ile ilgili sonuçlardan biri hazırlanan fraktal geometri öğretim programının öğrencilerin kendi fraktal tanımlarını oluşturmalarında ve fraktalları tanımalarında etkili olduğunu göstermiştir. Öğrencilerin bunu yaparken tekrarlama ve öz benzerlik özelliklerini sıklıkla kullandıkları görülmektedir. Karakuş (2011) bazı öğrencilerin fraktal yapıların neden fraktal olduğunu açıklayamamaları durumunu onların kavramsal değil sezgisel anlamalar gerçekleştirmelerine dayandırmıştır. Çalışmaya katılan öğrencilerin geometrik tekrarlamaları anladıkları ve örüntüleri cebirsel kurallarla kolayca ifade edebildikleri görülmesine karşın fraktalların alanının, çevresinin ve hacminin hesaplanmasında zorluk yaşadıkları belirlenmiştir. Nesnelerin öz benzer olup olmadığına karar vermede ve öz benzerlik çeşitlerini tanımada zorlanmazken bazı durumlarda hatalı öz benzerlik algıları oluşturdukları, fraktalların boyutlarını hesaplayabilmelerine karşın kesirli boyuta sahip bir fraktalın görünüşünü ifade etmede zorlandıkları görülmüştür. Fraktal geometri programının içeriğinin yeterliliğine ilişkin sonuçlar için öğrencilerin çalışma yapıları, etkinlikler ve bilgisayar programları incelenmiştir. Karakuş (2011) öğrencilerin fraktal tanımlarını ve anlamalarını yanlış oluşturduklarını, öz benzerlik konusunda yapılan tanımın eksik olduğunu, fraktal boyut kavramını

öğrencilerin hayali olarak gördüklerini belirlemiştir. Ayrıca öğrenciler fraktal geometrinin Öklit geometrisinden farklı olduğunu görmüşlerdir. Karakuş' un (2011) hazırladığı programın içeriğinin öğrenciler tarafından ilgi çekici, motivasyon artırıcı, merak artırıcı nitelikte görüldüğü ve programdaki kağıt kalem etkinliklerinin öğrencilerin fraktal şekilleri oluşmasında kolaylaştırıcı özelliğinin olduğu tespit edilmiştir. Ancak öğrencilerin fraktalların günlük yaşamla ilişkisini kurmada zorlandıkları görülmüştür. Fraktal geometri programının öğretim süreciyle ilgili sonuçlar ise öğretmenin kullandığı öğretim yöntem ve teknikleri ile öğretmen ve öğrencilerin uygulama sürecindeki deneyimlerinden elde edilmiştir. Buna göre öğretmenin fraktalların çevresi, alanı ve hacminin ilişkisini görmeyi kolaylaştırması gibi bir etkisinin olduğu görülmüştür. Ayrıca öğrencilerin fraktal boyutu kolaylıkla hesaplayabildikleri belirlenmiştir. Karakuş (2011) uygulamada öğrenci merkezli bir yaklaşım kullanılmasının öğrencilerin çoğunun aktif katılımını sağladığını belirterek ders öğretmenin fraktal geometri konusunda yeterli deneyiminin olmamasının bazı durumlarda öğrencilere hatalı açıklamalarda bulunmasına sebep olduğunu vurgulamıştır.

Özetle, bu bölümde yapılan çalışmalar, fraktalların öğretimine yönelik olarak bir öğretim programının geliştirilip uygulandığı veya fraktal kazanımı kapsamında gerçekleştirilen uygulamaları içeren çalışmalardır. Farklı yaş gruplarında gerçekleştirilmiş olup öğrencilerin fraktalların tanımını ve yapısını anlayarak fraktalların özelliklerini kavradıkları çalışmaları içermektedir.

2.2. Fraktallar ve Özelliklerinin İformel Olarak Fark Edildiği Çalışmalar

Vacc' ın (1999) amacı fraktal geometri uygulamalarında öğretmenlerin, öğretmen eğitimcilerinin ve öğretmen eğitimi araştırmacılarının farkındalığını artırmak ve bu konunun müfredata girmesinin uygunluğu hakkında bir tartışma başlatmak olan çalışmasında öğrencilerin ve öğretmen adaylarının düşünme ve algılama süreçlerini açıklayan etkinlikler kullanılmıştır. Bu çalışma 25 matematik

öğretmeni adayları, 21 kişiden oluşan 4. sınıf öğrencileri ve 23 kişiden oluşan 2. sınıf öğrencileri ile yapılmıştır. Etkinliklerin içeriğinde fraktal modellerini tanımlama, fraktalların biçimlerini ifade etme ve fraktalları ölçme ile sunulan bazı fraktal setlerinde öz benzerlik özelliğini tanıma yer almaktadır. Sonuç olarak öğretmen adaylarının geometri bilgilerinin diğer öğrencilere kıyasla daha derin olması sebebiyle klasik geometri şekillerini kullanarak fraktal yapıların biçimlerini ifade etmede zorlandıkları görülmüştür. Buna karşın 2. sınıf öğrencilerinin klasik geometri bilgisinin sınırlı olması sebebiyle fraktalların düzensiz ve parçalanmış yapıları hakkında birçok anahtar sözcük (kıvrımlı, engebeli, pürüzlü gibi) kullanarak yaratıcı ifadeler oluşturdukları, 4. sınıf öğrencilerinin ise fraktal yapıların biçimlerini ifade ederken klasik geometri kavramlarını kullandıkları tespit edilmiştir. Vacc (1999) fraktal geometrinin müfredata girmesine ilişkin olarak farklı sınıf seviyelerinde daha çok uygulama yapılarak denenmesi gerektiğini, fraktal yapılar düzensizleştikçe ve karmaşıklıklaştıkça öğrencilerin düşünme ve anlama biçimlerinin sınırlandığını, bu yüzden matematiksel anlama ve dilin gelişiminin etkilerinin incelenmesi için hem klasik geometrik yapıların hem de fraktal yapıların küçük çocuklarda daha çok çalışma yapılarak belirlenmesi gerektiğini tespit etmiştir. Vacc (1999) yapılan uygulamada öğretmenin rolünü; fraktal yapıların temel kavramlarının ve özelliklerinin anlaşılmasında öğrencilere rehberlik edilmesi ve rehberlik etmede önce fraktal geometriye ilişkin ön bilgilerinin ve ihtiyaç duyulan diğer bilgilerin yeterliliğinin sınanması olarak belirlemiştir. Fraktal geometrinin temel kavramlarını yapılandırırken de öğretmenin rolünün önemli olduğu Vacc (1999) tarafından tespit etmiştir. Ayrıca Vacc (1999) eleştirel düşünmenin geliştirilmesinde ve bilgilerin yapılandırılmasında öğretmenin açık uçlu sorular kullanmasının, öğretmenin çıkarımları ve sonuçları açıklamak yerine öğrencilerin kendi öğrenmelerini oluşturmaları konusunda cesaretlendirmesinin önemli olduğunu belirterek, açık uçlu sorularla öğrencinin rolünün dinleyiciden anlatıcıya dönüştürülmesinin fraktalların öğretiminde daha etkili öğrenmeler yarattığını vurgulamıştır.

Brigner ve Ury' nin (2002) çalışması Öklit geometrisinin yanı sıra fraktal geometrinin; keşfetme, dünyayı farklı biçimde gözleme ve ölçmede öğrencilere oldukça farklı bir bakış açısı kazandıracığı düşüncesinden hareketle

öğrencilerin fraktalları keşfetmeleri, fraktal yapılar oluşturmaları, fraktalların öz benzerlik ve tekrarlama özelliklerini anlamalarını sağlamak amacıyla yapılmıştır. Üstün yetenekli 6. sınıf öğrencileri ile yapılan çalışmada, öncelikle öğrenciler kağıt kalem kullanarak birtakım yönergeler ile Sierpinski üçgenini oluşturmuşlardır. Öğrenciler her adımda bulunan üçgenlerin sayısını, çevre uzunluğunu ve alanını hesaplamışlardır. Sierpinski üçgeni, Menger süngeri, Cantor seti, kar tanesi fraktalı gibi fraktallarla ilgili kağıt kalem etkinliklerinden sonra öğrenciler “Fracta-Sketch” bilgisayar yazılımı ile tanışmışlardır. Bu yazılım öğrencilerin çok adımlı fraktallar oluşturmalarına izin vermektedir. 0. adımdan itibaren ardışık yinelemeleri çizmeye olanak sağlar. Aynı zamanda fraktallara kalınlık, renk gibi farklı özellikler yüklenebilir. Öğrenciler kâğıt kalem etkinlikleri ile fraktalların diğer geometrik yapılardan farklı olduğunu görmüşler, ardışık aşamalarda oluşacak üçgen sayısını, alanı ve çevreyi not ederek, sezgisel gözleme karşılık alanın sınırı olmaksızın azalırken, çevrenin sınırı olmaksızın arttığını görmüşlerdir. Fracta-Sketch bilgisayar yazılımı ile başlangıç aşamasını çizdikleri Sierpinski üçgeninin ardışık yinelemelerini görerek tekrarlama özelliğini fark etmiş, bütünün herhangi bir parçasının bütünün temsili olduğunu yani öz benzerlik özelliğini keşfetmişlerdir. Bu uygulama, öğrencilerin fraktalların öz benzerlik ve tekrarlama özelliklerini anlayarak matematiksel düşüncelerini ve Sierpinski üçgeninin modeli ile estetik bilincini geliştirmiş olup öğrencilerin yaratıcı yeteneklerine katkı sağlamıştır.

Beigie’ nin (2005) çalışmasında 7. sınıf öğrencilerinin kendi fraktallarını oluşturmaları amaçlanmıştır. Öncelikle öğrencilerden Koch eğrisini içeren çalışma kâğıdındaki yönergeler doğrultusunda hazırladıkları tabloya her aşamada her bir parçanın uzunluğunu ve eğrinin toplam uzunluğunu belirlemeleri ve n. aşamada bu başlıklar altında genellemelerini yazmaları istenmiştir. Öğrenciler eğrinin uzunluğunun her sonraki aşama için hızla arttığını, aşamalar sonsuza ilerledikçe eğrinin uzunluğunun sonsuza gittiğini belirlemişlerdir. Sonrasında “The Snowflake Fractal Generator” bilgisayar yazılımı öğrencilere tanıtılarak öğrencilerden 2 noktadan 9 noktaya kadar kullanabilecekleri geometrik şekiller oluşturmaları ve oluşturdukları şekillerle fraktal yapılar yaratmaları, yarattıkları fraktalların görünümüne göre onları isimlendirmeleri istenmiştir. Öğrenciler kendi oluşturdukları fraktal yapılar için

“altlık fraktalı, kas adam fraktalı, geyik boynuzu fraktalı, çiçek fraktalı, küçük köpek fraktalı, patlama fraktalı” gibi değişik isimlendirmeler yapmışlardır. Her öğrenci kendi fraktal yapısı için kısa bir açıklama yazmıştır. Bu bölüm öğrencilere ödev olarak verilmiş, internet erişimi ile paylaşılmıştır. Öğrencilerin bilgisayarı kullanarak oluşturdukları fraktalların, onların hayal gücünün yaratıcılığını ortaya çıkardığı sonucuna ulaşılmıştır. Bu çalışma öğrencilerin fraktal geometrinin zenginliğini ve çeşitliliğini görmelerini sağlayarak matematikteki güzelliği ve sanatı fark ettirmiştir. Aynı zamanda klasik fraktal modelleri ile öğrenciler daha çok alan kaplayan ve uzunluğu artan eğriler olabileceğini görerek fraktalların her aşamadaki tekrarlı parçaları ve daha küçük parçalardaki öz benzer yapıları gözlemlemişlerdir.

Baki, Karakuş ve Kösa' nın (2007) çalışmasında ilköğretim öğrencileri ile matematik öğretmen adaylarının verilen fraktal nesnelere tanımlama şekillerini belirlemek amaçlanmıştır. Fraktallar ve fraktal geometriyle ilgili daha önceden bilgi sahibi olmayan 18 8. sınıf öğrencisi ve 17 öğretmen adayı ile çalışılmıştır. Çalışmada hem öğretmen adaylarına hem de ilköğretim öğrencilerine fraktal nesnelere ile Öklit geometrisi ile kolayca tanımlanabilen nesnelere projeksiyon ile gösterilerek öğrenciler ve öğretmen adaylarından nesnelere şekillerini grup arkadaşlarıyla tartışarak tanımlamaları istenmiştir. Çalışma rastgele seçilen 3 öğretmen adayı ve 3 ilköğretim öğrencisi ile yapılan yarı yapılandırılmış görüşmeler ve grup etkinlik kâğıtlarının incelenmesi ile gerçekleştirilmiştir. Öğretmen adaylarının fraktal nesnelere tanımlarken zorlandıkları, ilköğretim öğrencilerinden çok daha fazla ve daha sık klasik geometri bilgilerini kullandıkları tespit edilmiştir. İlköğretim öğrencilerinin öğretmen adaylarına göre oldukça yaratıcı benzetmelerde buldukları, fraktal nesnelere tanımlarken derinlemesine klasik geometri bilgileri kullanmak yerine “kıvrımlı, yamuk yumuk, girintili, zikzaklı ve çıkıntılı” kelimelerini çok daha fazla kullandıkları belirlenmiştir. Öğretmen adaylarının ise klasik geometri ile çok daha uzun zamandır çalışıyor olmalarına istinaden klasik geometri ile tanımlamalar yapmaya çalıştıkları görülmüştür. Baki, Karakuş ve Kösa (2007) bu sonuca dayanarak ilköğretim öğrencilerinin matematik öğretmen adaylarına göre fraktal nesnelere biçimlerini tanımlamada daha doğru ifadeler kullanarak daha başarılı olduklarını vurgulamışlardır.

Coşar (2012) çalışmasında ilköğretim 8. sınıf öğrencilerinin fraktal özellik gösteren şekil ve nesnelere ile ilgili düşünme, anlama ve kavrama biçimlerinin ortaya konulmasını amaçlamıştır. Bu amaç doğrultusunda farklı başarı düzeylerindeki öğrencilerin söz konusu nesnelere özelliklerini kavrama biçimleri arasındaki farklılıklar da ortaya konulmuştur. Çalışmada 194 öğrenciye fraktal şekilleri tanımlama, fraktal şekilleri açıklama ve fraktal şekillerle ilgili ölçmeye dayalı sorulardan oluşan çoktan seçmeli 24 soruluk bir fraktal geometri başarı testi uygulanmıştır. Uygulanan testin sonuçlarına göre düşük, orta ve yüksek başarı düzeylerinden 4' er öğrenci olmak üzere 12 öğrenci ile görüşmeler yapılmıştır. Görüşme soruları 4 gruptan oluşmaktadır. Birinci grup sorularda öğrencilerden fotoğrafları gösterilen çeşitli nesnelere yer alan, dört tanesi Öklid geometrisi ile tanımlanabilecek şekiller içerirken, dört tanesi de fraktal özellik gösteren nesnelere seçilmiş şekilleri tanımlamaları istenmektedir. İkinci grup sorularda oluşturulma adımları verilen fraktal özellikteki örüntülerin eksik adımlarını çizmeleri ve örüntünün nasıl oluştuğunu açıklamaları istenen üç soru yer almaktadır. Üçüncü grup soru bir adet olup soruda bir fraktal örüntünün ilk iki adımına ait çizim verilerek, çizilen üçüncü bir şeklin bu fraktal örüntüye ait üçüncü adım olup olmayacağını öğrencilerden nedenleriyle anlatmaları ve değilse üçüncü adımı çizmeleri istenmiştir. Dördüncü grup soruda ise oluşturulma aşamaları verilen üç boyutlu bir fraktalın yapılması istenerek, oluşturulan üç boyutlu modelin özelliklerine ilişkin sorular yöneltilmiştir. Birinci grup sorularda yer alan düzgün şekillere sahip nesnelere öğrenciler tanımlarken veya tarif ederken zorlanmadıkları, düzgün olmayan nesnelere ilgili olarak ise öğrencilerin geometrik terimlerini bir benzetme aracı olarak ("Üçgene benziyor", "piramit gibi", "koni gibi" vb.) kullandıkları, nesneleredeki şekilleri tanımlarken nesnenin kendi zihninde oluşturduğu imgeyi ("insan yüzündeki sivilcelere benziyor", "kendini savunmaya çalışan bir kaleye benziyor" vb.) tarif ederek hayal güçlerini ve gösterilen nesnenin şekline uygun sıfatları (Kıvrım kıvrım, girintili çıkıntılı, ayrık ayrık, pürüzlü, sivri vb.) kullandıkları görülmüştür. Öğrencilerin kullandıkları ifadeler doğadaki nesnelere Öklid geometrisinde yer alan şekillerle sınırlı olmadığını, öğrencilerin bilgilerinin günlük hayattaki uygulamalarının fraktal geometride daha fazla yer aldığını göstermekle birlikte düzgün geometrik şekiller içermeyen nesnelere fraktal olduğunun yüksek başarı düzeyindeki bazı öğrenciler tarafından fraktalların tekrarlama ve öz

benzerlik özelliklerinin daha başarılı bir şekilde tespit edildikleri ve daha iyi tanımladıkları belirlenmiştir. İkinci grup sorularda ise öğrencilerin örüntülere ait kuralları tanımlamaya çalışırken zorlandıkları ve bu zorlanmadan kaynaklanan örüntülerin bilinmeyen adımlarını ifade etmede ve çizmede başarısız oldukları görülmüştür. Bu başarısızlığın en önemli nedeninin başlangıç adımı ve üretici adım adı verilen adımların doğru olarak anlaşılması olduğu belirlenmiştir. Buna ek olarak yüksek başarı düzeyindeki öğrencilerin düşük başarı düzeyindeki öğrencilere göre kullandıkları ifadelerinin daha düzgün olduğu görülmüştür. Üçüncü grup görüşme sorusunda öğrencilerin hatayı kolaylıkla tespit ettikleri, başarı düzeyi ne olursa olsun yaptıkları yanlışların fraktalların özellikleri olan öz benzerlik ve tekrarlanmanın uygulanması kaynaklı olduğu tespit edilmiştir. Dördüncü grup görüşme sorusunda öğrencilerin bir kısmı modeldeki dikdörtgenleri bir kısmı ise modeldeki prizmaları dikkate alarak cevaplamışlardır. Modeldeki benzer parça sayısını ifade ederken ve modelin fraktal özellik gösterip göstermediğini belirlerken öğrencilerin fraktal yapıların özelliklerini kullanmada eksik kaldıkları sonucuna ulaşılmıştır.

Özetle, bu bölümde yapılan çalışmalar, farklı sınıf seviyelerindeki öğrencilerin hem fraktal yapıların hem de fraktalların tekrarlama ve öz benzerlik özelliklerinin informel olarak fark edildiği çalışmalardır. Bunlardan bir kısmı (Vacc, 1999, Brigner& Ury, 2002, Beigie, 2005) bilgisayar destekli yazılımları kullanmaya yönelik olup, diğerleri (Baki vd., 2007; Coşar, 2012) ise öğrencilerin var olan bilgilerini yönergeler doğrultusunda kullanarak fraktal yapıları tanımlamaya çalıştıkları araştırmalardır.

2.3. Fraktalların Öğretiminde Kullanılabilecek Etkinlikleri Tanıtan Çalışmalar

Fraktallara yönelik olarak yapılan uygulama odaklı çalışmalar dışında literatürdeki bazı çalışmaların fraktalların öğretimde kullanılmasına yönelik etkinlikler önerdikleri görülmüştür. Bu çalışmaların, formel eğitim sürecinde

öğretim ortamının planlanması ve etkinliklerin tasarlanması bağlamında yapılan çalışmaya katkısı olacağı düşüncesiyle yer verilmesi uygun görülmüştür.

Reinstein, Sally ve Camp' in (1997) çalışması 9-12.sınıf öğrencileri için NCTM'in internet sitesinden de ulaşılabilecek etkinlikler hazırlanarak, grafik hesap makineleri ve bilgisayarlar kullanılarak öğrencilere fraktalların temel özelliklerini tanıtmayı ve öğrencilerin kendilerinin fraktal oluşturmasını sağlamayı amaçlamıştır.

Lornell ve Westerberg' in (1999) 4 farklı etkinlik ile fraktal türlerini öğrencilere tanıtmayı amaçlayan çalışmasında etkinliklerin içerikleri şu şekildedir:

1.etkinlik: Öğrenciler günlük hayatta karşılaştıkları 2 ve 3 boyutlu nesnelerin biçimlerinin doğal nesnelere açıklamada yetersiz olduğunu fark ederler ve bunları açıklamada Öklit geometrisinden farklı yeni bir geometriye ihtiyaç duyarlar.

2.etkinlik: Öğrenciler Cantor setini tanıtır.

3.etkinlik: Koch kar tanesinin tekrarlama ile oluştuğunu ve yapısını analiz etmeyi öğrenirler.

4.etkinlik: Öğrenciler fraktalların doğasındaki mantığa aykırı görünen durumları keşfederler. Örneğin, Cantor setinin toplam parçalarının uzunluğunun 0 olduğu ve kar tanesinin sınırlı alanda sınırsız çevre uzunluğuna sahip olduğu görülür.

Bu etkinlikler ile Cantor seti ve Koch kar tanesi cebir ve analiz dersleri için gerekli olan alan ve çevre formüllerini geliştirmeyi sağlayacağı, sınırlı alanda sınırsız çevre uzunluğu gibi fraktalların özünde olan yapıları kullanarak matematiksel düşünmeyi geliştireceği, fraktalların teknolojiyi sınıfa taşıyacağı, geleneksel problemleri yanıtlamayan öğrencilerin kolayca ilgisini çekeceği ve öğrencilerin Öklit geometrisine dahil olmayan çevrelerindeki nesnelere gözlemlemeyi ve tanımlamayı öğrenecekleri düşünülmektedir.

Fraboni ve Moller' in (2008) çalışmasında Sierpinski üçgeninin oluşumu anlatılarak tekrarlamalar sonucu her aşamada oluşan şekle ilişkin oluşan üçgen sayısı, her üçgenin alanı ve her aşamadaki toplam alan ile ilgili aşağıdaki genellemelere ulaşılmıştır.

Tablo 2. 1. Sierpinski üçgenine ilişkin veriler

Aşama	Üçgen Sayısı	Her Üçgenin Alanı	Bu Aşamadaki Toplam Alan
1	1	1	1
2	3	$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{4} = 0,75$
3	9	$\frac{1}{16}$	$\frac{9}{16} = 0,563$
4	27	$\frac{1}{64}$	$\frac{27}{64} = 0,422$
n	3^n	$\frac{1}{4^n}$	$\left(\frac{3}{4}\right)^n$

İlköğretim öğrencilerinin bu genellemeleri kullanarak sayı dizileri, simetri, oran-orantı, ölçme ve kesirler gibi çeşitli başlıklarda fikir sahibi olmaları, ileriki sınıflarda ise logaritma, fonksiyonlar, Pascal üçgeni, taban aritmetiği ve kompleks sayılarda bu genellemeleri uygulamaları beklenmektedir.

Karakuş (2010) çalışmasında ilköğretim 8. sınıf matematik öğretim programında yer alan fraktallar konusunda hem öğrencilere fraktalları daha iyi anlamaları için alternatif bir yol sunmak, hem de öğretmenlere sınıflarında kullanacakları bir etkinlik tasarlamıştır. Bu etkinlikte öğrencilerden 2-3 kişilik gruplar halinde çalışarak oluşturdukları fraktalın her bir adımı için oluşan parça sayısı, kesme sayısı ve oluşan boş kare sayısı için genellemelere varmaları ve ulaştıkları genellemelerin Sierpinski üçgenine uyup uymadığını denetlemeleri beklenmektedir. Bu çalışma ile hazırlanan etkinlik, öğrencilerin fraktalların tekrarlama ve öz benzerlik özelliklerini keşfetmelerini sağlamayı amaçlamaktadır.

Özetle, fraktalların öğretiminde kullanılabilir teorik etkinlikleri içeren çalışmalar, daha çok 8. sınıftan itibaren daha üst sınıflara yönelik olup, fraktalların özelliklerini öğrencilerin öğrenmesinin yanı sıra fraktalların her bir adımında oluşan yapılarla ilgili olarak sayısal hesaplamalar yapmayı ve yapılan hesaplamaları kullanarak bazı genellemelere ulaşmayı gerektiren çalışmalardır. Her bir çalışma öneri niteliğinde olmasına rağmen informel anlamaları geliştirecek etkinlikleri de içermektedir.

Kısaca yapılan çalışmalar bakıldığında, fraktallara yönelik öğretim odaklı çalışmalarda bir öğretim programı ya da bir ders programı geliştirilmeden önce öğrencilerin fraktallara ilişkin farkındalıklarını belirlemeye yönelik bir girişimde bulunulmadığı görülmüştür. Halbuki öğrencilere bir farkındalık testi uygulanarak program hazırlandığında ya da ders planı yapıldığında, uygulanacak olan öğretim daha etkili olabilir. Fraktalların informel olarak fark edildiği çalışmalarda ise öğrenciler bilgisayar destekli olarak fraktalları fark etmişlerdir. Bu çalışma ise öğrencilere hiçbir müdahalede bulunulmadan öğrencilerin mevcut durumlarındaki bilgilerle ve doğrudan örüntüleri nasıl tanıdıklarını belirlemeye yönelik olarak yapılmıştır. Bu sayede öğrencilerin özellikleri bakımından fraktal yapılara ilişkin informel anlamaları belirlenerek öğretim ortamlarının bu doğrultuda planlanması ve öğrencilerin farkındalıklarına ilişkin etkinlikler geliştirilmesi sağlanabilir. Bu yönüyle yapılan çalışmanın literatüre katkı sağlayacağı düşünülmektedir.

ÜÇÜNCÜ BÖLÜM

YÖNTEM

3.1. Araştırma Modeli

Bu araştırma öğrencilerin informel anlamalarına yönelik olduğundan bu anlamaların belirlenmesinde gerçekleştirilecek en uygun araştırmanın türünün nitel bir araştırma olduğu belirlenmiştir. Bal'a (2001) göre nicel araştırmalar daha geniş bir alanda yüzeysel çalışmaları içerirken nitel araştırmalar sınırları belirlenmiş dar bir alanda daha derinlemesine yapılan çalışmaları içerir. Dolayısıyla bu araştırmada fraktallara yönelik bir grup öğrencinin informel anlamalarını derinlemesine belirlemek amaçlandığından nitel araştırma yöntemlerinden birinin kullanılması uygun görülmüştür.

Nitel araştırma yöntemlerinden bu çalışmanın yapılmasına olanak sağlayan araştırma deseni durum çalışmasıdır. Durum çalışması, güncel bir olguyu kendi yaşam çerçevesi içinde çalışarak bu olgunun derinlemesine incelenmesini sağlayan bir nitel araştırma desenidir (Yıldırım ve Şimşek, 2008). Bu araştırmada bahsedilen durum bir olgu olup öğrencilerin fraktal olan ve fraktal olmayan örüntülere karşı sergilemiş oldukları tavır bu araştırmanın durumunu oluşturmaktadır. Bu sebeple görüşme formu çerçevesinde sorulan sorulara öğrencilerin verdikleri cevapları çizdikleri şekilleri açıklamaları istenerek, öğrencilere bir önceki ve bir sonraki adım için neden o şekli çizdiği ve bir sonraki adımın nasıl olacağı sorularak ve örüntüleri sınıflandırmaları istendiğinde oluşturduğu grupları neden o şekilde oluşturduğu sorularak öğrencilerin informel anlamaları derinlemesine belirlenmiştir.

3.2. Araştırma Grubu

Bu araştırma 2012-2013 eğitim-öğretim yılında Denizli ili merkeze bağlı ortaokullarda öğrenim görmekte olan öğrencileri kapsamaktadır. Bu kapsamda dört farklı ortaokuldan 18 öğrenci ile klinik görüşmeler yapılmıştır. Her okuldan başarıları farklı seviyelerde olan ve öğretmenlerinin önerisi ile belirlenen öğrencilerle çalışılmıştır. Öğrenciler matematik dersi öğretmenlerinin önerisi ile farklı başarı seviyelerine sahip olan iletişim becerisini iyi bir şekilde kullanarak kendini iyi ifade edebilen öğrencilerden seçilmiştir. Araştırmaya katılan 18 öğrencinin 10'u kız, 8'i ise erkektir.

Tablo 3.1. Öğrencilerin başarı seviyeleri ve cinsiyetlerine göre dağılımları

Başarı Se- viyeleri Cinsiyet	Yüksek	Orta	Düşük
Kız	1	5	4
Erkek	4	3	1

Tablo 3.1.'den görüldüğü gibi öğrenciler yüksek, orta ve düşük başarı seviyelerinde sınıflandırılmıştır. Matematik dersi notları 80-100 puan arasında olan öğrenciler yüksek, 60-80 puan arasında olan öğrenciler orta ve 40-60 puan arasında olan öğrenciler düşük başarı seviyelerinde gruplandırılmıştır. Farklı başarı seviyelerindeki öğrenciler seçilerek öğrenci cevaplarındaki çeşitlilik gözlenmiştir. Bu öğrenciler 7. sınıf oldukları için fraktalları daha önceden görmedikleri bilinmektedir. Ancak görüşmeler sırasında bir kız öğrencinin fraktal yapıları daha önceden gördüğü belirlenmiştir. Buna rağmen öğrencinin sorulan sorularda fraktalları tanıdığına yönelik az miktarda ipucuna rastlanmıştır.

Klinik görüşme yapılan 18 öğrencinin kimliklerini gizli tutma güvencesi verildiği için her öğrenciye ait bir kod adı belirlenmiştir. Kod adları belirlenirken her öğrencinin adının baş harfi esas alınarak öğrencilerin cinsiyetine uygun olacak şekilde rastgele kod adları atanmıştır. Bulgular ve yorum bölümünde her öğrencinin kod adları kullanılarak veriler işlenmiştir.

3.3. Verilerin Toplanması

Bu araştırmada verileri elde etmek üzere öğrencilerle birebir klinik görüşmeler yapılmıştır. Klinik görüşmelerde öğrencilerin direkt olarak sorulara verdikleri cevaplardan çok, soruya cevap verirken ne düşündüklerinin ve nasıl bir yol izlediklerinin tespiti önemlidir. Opper (1977), Piaget'nin geliştirdiği klinik görüşme metodunun çocukların kendi düşüncelerini açıklayabilmeleri için rahat bir ortam sağladığını, böylece çocuğun zihinsel süreçlerinin altında yatan bilgi zenginliğini ortaya çıkarmada en etkili yöntemlerden biri olduğunu ifade etmiştir. Ayrıca klinik görüşmeler yalnızca öğrencilerle girilen diyaloglardan elde edilen verilerden değil, aynı zamanda öğrencilerin davranışlarının ve tepkilerinin gözlemlenmesiyle elde edilen verilerden de oluşmaktadır. Matematik eğitiminde klinik görüşmelerin kullanılmasındaki amaçların arasında öğrencilerin stratejilerini, bilgi yapılarını veya becerilerini karakterize etmek yer almakta olup, öğrencilere yaptıkları işlemler açıklatılarak saklı düşüncelerinin ortaya çıkarılabileceği belirtilmektedir (Karataş & Güven, 2003). Dolayısıyla bu araştırmada öğrencilerin informel anlamalarına kanıt olabilecek düşüncelerini belirlemek amacıyla klinik görüşmeler yapılmıştır.

Klinik görüşmeler bir görüşme formu çerçevesinde gerçekleştirilmiştir.

3.3.1. Veri Toplama Araçları

Bu araştırmada veri toplama aracı olarak fraktal örüntülerden ve sıradan örüntülerden oluşan iki aşamalı bir görüşme formu kullanılmıştır.

3.3.1.1. Görüşme formunun hazırlanması

Verilerin toplanmasında her öğrenci ile yaklaşık 25 dakika süren klinik görüşmeler yapılmış olup her görüşme video çekimi ile kayıt altına alınmıştır.

Klinik görüşmeler geliştirilmiş olan bir görüşme formu ile gerçekleştirilmiştir. Öncelikle Karakuş'un (2011) çalışmasından faydalanılarak taslak bir görüşme formu hazırlanmış ve bir pilot çalışma yapılmıştır. Pilot çalışma sonrasında elde edilen veriler kullanılarak görüşme formundaki sorular alt problemlere uygun olacak şekilde yeniden düzenlenmiştir.

Görüşme formunun hazırlanması süreci aşağıda açıklanmıştır.

1. Literatürden yararlanılarak taslak bir form hazırlanması
2. Taslak formun kullanılarak pilot çalışma yapılması
3. Pilot çalışmadan toplanan veriler doğrultusunda formdan bazı örüntülerin çıkarılması
4. Yapılan düzenlemelerle yeni bir görüşme formu hazırlanması
5. Görüşme formunun uzman görüşüne sunulması
6. Uzmanlardan gelen dönütler çerçevesinde formun yeniden düzenlenmesi
7. Görüşme formunun asıl uygulamaya hazır hale gelmesi

Görüşme formundaki sorular 2 aşamadan oluşmaktadır (Ek-2). İlk aşamada öğrencilere 8 farklı örüntünün yalnızca herhangi bir adımındaki oluşan şekil verilerek öğrencilerin örüntülerdeki bir önceki ve bir sonraki adımı çizmesi ve çizilen şeklin niçin o şekilde çizildiğinin açıklanması istenmiştir. Buradaki amaç öğrencilerin çizdiği şekle ve gerekçelerini açıklayabilme durumuna göre onların fraktallara ilişkin farkındalığını belirlemektir. İkinci aşamada ise birinci aşamada öğrencilere yalnızca bir adımı verilen örüntüler, ilk adımından itibaren 3. veya 4. adıma kadar bir bütün olarak öğrencilere sunulmuştur. Burada öğrencilerden istenen, örüntüleri bir bütün olarak değerlendirmeleri ve farklı olduğunu düşündükleri örüntüleri sınıflandırmalarıdır. Bu aşamada öğrencilerin fraktalları diğer örüntülerden ne derece ayırt ettiklerini, ayırt eden öğrencilerin fraktalların hangi özelliklerine göre bu ayrımı yaptıklarını belirlemek hedeflenmektedir.

Görüşme formunda hem fraktal olan hem de fraktal olmayan örüntülere yer verilmiştir. Fraktal olmayan örüntülere yer verilerek öğrencilerin fraktal olmayan bir örüntüde bile fraktalların tekrarlama ve öz benzerlik özelliklerini informel olarak fark edip edememe durumları incelenerek, bu örüntüleri sıradan

bir örüntü olarak ya da fraktal bir örüntü olarak nasıl sınıflandırdıklarına bakılmıştır.

3.3.1.2. Pilot Çalışma

Bir araştırmada bilgileri sistemli ve doğru bir şekilde elde edebilmek için araştırmanın örneklemini temsil edecek küçük bir grupta pilot çalışma yapmak, süreç içerisinde doğabilecek sorunları önceden belirleyerek önlemler almayı ve ölçme aracını test etmeyi sağlaması bakımından önemlidir (Bal, 2001). Bu sebeple bu araştırmada ölçme aracı olarak kullanılan görüşme formunun görüşme yapılan gruba uygun hale gelmesini sağlamak amacıyla asıl çalışmanın uygulandığı ortaokullardan farklı bir ortaokulun 7. sınıfında öğrenim görmekte olan 3'ü kız, 2'si erkek olmak üzere 5 öğrenci ile bir pilot çalışma yapılmıştır.

Görüşme formu için Karakuş'un (2011) doktora tez çalışmasında kullandığı etkinlik örnekleri ve görüşme sorularından yararlanılarak bir taslak hazırlanmıştır. Hazırlanan taslak görüşme formu (Ek-1) ile pilot çalışma gerçekleştirilmiştir.

Hazırlanan görüşme formunda pilot çalışma esnasında 13 farklı örüntü yer almakta iken, asıl çalışmada örüntü sayısı 8'e düşürülmüştür. Örüntü sayısının fazla olması öğrencilerin bir süre sonra görüşmeden sıkılmalarına, daha ciddiyetsiz cevaplar vermelerine, cevap verirken acele etmelerine sebep olmuştur. Aynı zamanda bazı örüntülerin verilen adımlarının karışık olması öğrencilerin o örüntü üzerinde çok fazla düşünmelerine sebep olmuştur. Bu durumun öğrencilerin planlanan süreden (20-25 dakika) daha fazla zaman (50-60 dakika) harcamalarına ve zihinlerinin karışmasına sebep olduğu belirlenmiştir. Bu sebeplerle pilot çalışmadan elde edilen verilere dayanarak asıl çalışma için örüntü sayısı azaltılarak öğrencilerin zihinlerini fazla yormayacak, çok karışık olmayan ve şekilleri net olan örüntüler seçilmiştir.

Pilot çalışma süresince öğrencilerle yapılan klinik görüşmelerden elde edilen verilere dayanarak görüşme formundaki örüntüler araştırmacı tarafından yeniden düzenlenmiş ve uzman görüşü almaya hazır hale getirilmiştir. Uzmanlar ilköğretim matematik eğitimi alanında öğretim üyesi olan iki akademisyenden oluşmaktadır. Uzmanlara gönderilen 8 örüntüden ikisinin araştırmaya uygun olmadığı, öğrencileri çalışma dışında farklı yönlendireceği gerekçesiyle çıkarılması önerilmiştir. Bunun üzerine o örüntü çıkarılarak yerine farklı bir örüntü konulmuştur. Böylece görüşme formu çalışmaya uygun olacak şekilde hazır hale getirilmiştir.

3.4. Verilerin Analizi

Araştırmadan elde edilen veriler kayıt altına alınan videolardaki görüşmelerin yazıya geçirilmesi ile sağlanmıştır. Görüşme verileri yazıya geçirildikten sonra öğrencilerin her bir aşamada verdikleri cevaplar bir araya getirilmiştir. Birinci aşamada yer alan örüntülerin herhangi bir adımının (3. veya 4. adımın) önceki ve sonraki adımları için her öğrencinin yaptığı çizimler ve açıklamalar tablolştırılmıştır (Ek-3). İkinci aşamada yer alan örüntülerin sınıflandırılmasına ilişkin öğrencilerin oluşturdukları gruplar ve açıklamaları da tablo haline getirilerek düzenlenmiştir (Ek-4). Toplanan verilerin tablolştırılmasından sonra verilerin analizine geçilmiştir.

Verilerin analizinde nitel araştırma yöntemlerinin analiz türlerinden biri olan içerik analizi kullanılmıştır. İçerik analizi, birbirine benzeyen verilerin belirli kavramlar (kodlar) ve temalar çerçevesinde bir araya getirildiği ve bunların düzenlenerek yorumlandığı analiz türüdür (Yıldırım ve Şimşek, 2008). Veri analizinde biri araştırmacı, diğerleri ilköğretim doktora öğrencisi olan 2 uzman ile çalışılmıştır. Uzmanlar birbirlerinden bağımsız olarak öğrencilerin çizimleri ve açıklamaları üzerinde çalışmışlardır. Daha sonra bir araya gelerek ortak çizimler ve ifadeler belirlenmiş ve bu ifadelere uygun kodlar tespit edilmiştir. Görüşme formunun birinci aşamasından elde edilen verilere göre 10 farklı kod, ikinci aşamasından elde edilen verilere göre de 9 farklı kod belirlenmiştir.

Görüşme formunun birinci aşamasına verilen kodlar şu şekildedir:

Y: Yer değiştirme yapanlar

D: Döndürme yapanlar

Ş1: Kuralsız olarak şekil ekleme çıkarma yapanlar

Ş2: Sayıya odaklanarak şekil ekleme çıkarma yapanlar

FD: Fraktal yapısını fark ederek çizimi doğru yapanlar

A: Öz benzerlik özelliğini fark edenler

B: Tekrarlama özelliğini fark edenler

FY: Fraktal yapısını fark eden ancak doğru çizim yapamayanlar

T: Fraktal yapısını fark etmeden doğruya yakın çizim yapanlar

Z: Aynı şekli küçültme ya da büyütme yaparak çizenler

Görüşme formunun ikinci aşamasına verilen kodlar şu şekildedir:

P: Parça parça doğru gruplama yapanlar

A: Öz benzerlik özelliğini fark edenler

B: Tekrarlama özelliğini fark edenler

K: Doğru gruplama yapanlar (Fraktalların hepsini aynı gruba alan yok. Yani K yok.)

L: Yanlış gruplama yapanlar

M: Örüntüleri üstündeki şekilleri dikkate alarak gruplayanlar (grubu örüntülerin geometrik şekillerine bakarak kare, üçgen olması gibi, gruplayanlar; yanlış yapanlar)

P+M: Gruplaması doğru ancak açıklaması yanlış olanlar

P: Sadece gruplama yapıp açıklaması olmayanlar

P+F: Gruplaması ve ifadeleri doğru olanlar

Belirlenen kodlar doğrultusunda uzmanlar tarafından kodlamalar yapılmıştır. Kodlar arasındaki ilişkilere dayanarak araştırmanın alt problemlerine hizmet edecek şekilde iki tema belirlenmiştir. Belirlenen temalar şu şekildedir:

1. Fraktalların özellikleri bakımından fraktal yapıları informel olarak tanıma.
2. Fraktal yapılara ilişkin informel bir anlayışa sahip olmama.

Temalar oluşturulurken fraktal yapısını fark ederek çizimi doğru yapanlar (FD), öz benzerlik özelliğini fark edenler (A), tekrarlama özelliğini fark edenler (B) ve parça parça doğru grupta yapanlar (P) ilk temaya dâhil edilmiştir. Diğer bütün kodlar ise ikinci temada bulunacak şekilde veriler analiz edilmiştir.

Verilerin analizinde öğrencilerin tekrarlama ve öz benzerlik özellikleri bakımından fraktalları informel olarak fark ettiklerini belirleyecek ifadeler kullandıkları görülmüştür. Bu ifadeler öğrencilerin A ve B ile kodlanan ifadelerine karşılık gelmektedir. Öğrencilerin tekrarlama ve öz benzerlik özelliğini kullanarak fraktalları informel olarak tanıdıklarını gösteren ifadeler aşağıdaki tabloda verilmiştir.

Tablo 3. 2. Öğrencilerin tekrarlama ve öz benzerlik özelliğini informel olarak kullandıklarını gösteren ifadeler

Tekrarlama özelliği için kullanılan ifadeler	Öz benzerlik özelliği için kullanılan ifadeler
Köşelerinde birer birer artıyor...	Bu büyük üçgenin içinde biraz daha küçük üçgenler...
Küçük olanları sonradan ürettiği için...	Küçük küçük aralara da koymayı düşünüyorum....
İçlerinden de üreyebilir...	İlk başta küçükler yok sadece büyükler var...
...azalacak...	Burada daha da küçük olur...
Bir sonrakinde içine...	En küçük karenin içine daha küçük kareler çizdim...
...bir bir yükselmesini sağladım...	...küçüklerinde
...birer tane daha konuyor...	Sonrasında da üçgen gelebilir...
...daha artacak...	Aynı şekilde bölünmüş...küçülmüş...
...gitgide azalıyor olabilir...	...iç içe...
...üçgeni azalttım...	
...bir tane arttırdım...	
Her adımda artıyor...	
...Bunun arkasına bir tane daha çizilecek...	
Üstüne bir tane daha ekleyerek...	
...biraz fazla artmış...fazla fazla artmış...	
...her boşlukta artıyor...	
...çoğalışı benziyor...	

Tablo 3. 2. incelendiğinde öğrencilerin açıklamalarında belirlenen ifadelerin tekrarlama ve öz benzerlik özelliğini, fraktal yapıları tanımada informel olarak kullandıklarını gösteren ifadeler olduğu görülmektedir. Dolayısıyla verilerin analizinde bu ifadeler dikkate alınarak bulgular yorumlanmıştır.

DÖRDÜNCÜ BÖLÜM

BULGULAR VE YORUM

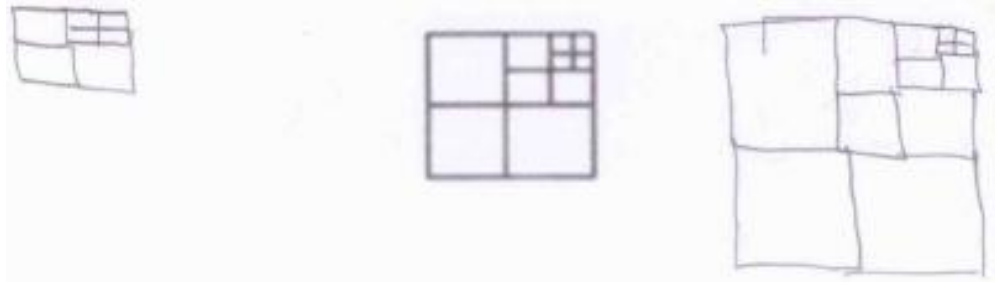
Bu bölümde öğrencilerin görüşme formu çerçevesinde görüşme sorularına verdikleri cevaplar, öğrenci bazında incelenerek alt problemlere cevap aranacaktır. Her öğrencilerin görüşme formunun birinci aşamasında çizdikleri şekiller ve ikinci aşamasında oluşturdukları gruplamalar değerlendirilerek tekrarlama ve öz benzerlik özellikleri bakımından fraktallara ilişkin informel bir anlamaya sahip olup olmadıkları değerlendirilecektir.

4.1. Birinci Aşamadaki Verilerin Analizi

Her öğrencinin verilen 8 şeklin hem önceki hem de sonraki adımlarını çizimleri ve çizim gerekçeleri alt problemlere cevap arayacak şekilde incelenecektir. Öğrencilerin tüm şekillere verdikleri cevaplar doğrultusunda özellikleri bakımından fraktallara ilişkin informel anlamalarının olup olmadığı ve fraktallara ilişkin informel anlamaları olan öğrencilerin tekrarlama ve öz benzerlik özellikleri bakımından, fraktalların informel olarak farkında olup olmadıkları analiz edilecektir. Verilen şekillerden 5'i fraktal bir örüntünün herhangi bir adımına ait olup diğer 3'ü fraktal olmayan sıradan bir örüntüden alınmıştır (Ek - 2). Öğrencilerden bu aşama için önceki ve sonraki adımlara ilişkin tahminlerini çizmeleri ve çizdikleri şekli neden o şekilde çizdiklerini açıklamaları istenmiştir.

4.1.1. Meriç

Meriç, birinci aşamada verilen 5'i fraktal bir örüntünün bir adımı olan şekillerden ikisinde fraktal yapıyı informel olarak fark ederek çizimlerini yaptığı görülmektedir. Meriç'in hem 4. şekilde hem de 8. şekilde tekrarlama ve öz benzerlik özelliği bakımından fraktal yapıları informel olarak fark ettiğini söylemek mümkündür.



Şekil 4. 1: Meriç'in dördüncü şeklin önceki ve sonraki adımına ilişkin çizimi

M: *Bunu bir öncesini ben şöyle düşünmüştüm. (Öğrenci sağ üst köşeden başlayarak önceki adımı çizmekte) böyle düşünmüştüm. Yani sıra sıra gelecek...*

Sonraki adımı çizer.

M: *Sıra sıra yani bir böyle bir bir böyle yükselmesini sağladım.*

Araştırmacı: *Hım peki sence şekil de büyüyecek mi? yoksa içe doğru küçülecek mi? Burada büyük çizdiğin için soruyorum. Bu tarafı dörde böldün. Burada bunun köşesindeki dörde bölünmüş. Senin yaptığın bunun büyümüş hali mi? Yoksa tekrar şuraya çizmen küçük olduğu için mi büyüterek çizdin?*

M: *Yok tekrar büyümüş hali.*

A: *Hım anladım bir sonraki adım da nasıl olacak?*

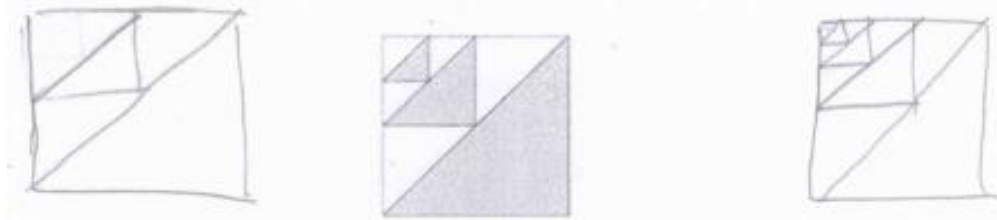
M: *Bundan sonra da bunun yanına böyle bir tane daha gelecek.*

A: *Hım büyüterek gidiyorsun?*

M: Evet büyüterek gidiyorum. Öyle düşündüm.

Meriç'in çizimi incelendiğinde önceki adımı verilen şekle benzer biçimde ve küçülterek çizdiği görülmüştür. Sonraki adımı ise yaptığı açıklamalar da dikkate alındığında büyüterek çizdiği görülmektedir. Öğrencinin sonraki adım için kullandığı "...bir bir böyle yükselmesini sağladım." ifadesi incelendiğinde öğrencinin burada belirtmek istediği durumun örüntünün tekrarlı bir biçimde devam etmesi olduğu söylenebilir. Buna dayanarak Meriç'in dördüncü şekilde tekrarlama özelliği bakımından fraktal şekli informel olarak fark ettiğini söylemek mümkündür. Ancak öğrenciye büyüterek mi çizdiği sorulduğunda Meriç'in söyleneni onayladığı gözlenmiştir. Burada öğrencinin gerçekten de bunu vurgulamak niyetinde olup olmadığı bilinmemektedir. Meriç'in önceki adımı ve sonraki adımı çizimlerine sağ üst köşede bulunan en küçük karelerden başlayarak şekilleri dışa doğru çizmesi dikkat çekicidir. Burada öğrencinin şeklin yapısının farkında olarak bu çizimleri yapmış olabileceği düşünülmektedir. Dolayısıyla öğrencinin çizimlerinde karelerle öz benzer bir yapı oluşturmaya çalıştığı söylenebilir. Aslında şeklin içe doğru küçülerek gideceği bilinmekte iken Meriç şekli içten dışa doğru büyüterek çizmiştir. Ancak bu durum onun verilen şeklin öz benzer yapılarından oluştuğunu fark etmesine engel değildir. Dolayısıyla dördüncü şekil için öz benzerlik özelliği bakımından bu şeklin fraktal olduğuna dair informel bir farkındalığın oluştuğu düşünülmektedir.

Benzer şekilde 8. şeklin çiziminde ve açıklamalarında da öğrencinin bu şekilde tekrarlama ve öz benzerlik özellikleri bakımından fraktal yapıyı informel olarak fark ettiğini belirten ifadelerle rastlanmaktadır.



Şekil 4. 2: Meriç'in sekizinci şeklin önceki ve sonraki adımına ilişkin çizimi

M: Bir önceki adımda şöyle olabilir. Üçgen gitgide azalıyor olabilir. Sonrasında da üçgen gelebilir. Böyle gidebilir diye düşündüm.

A: Evet olabilir. Bundan bir sonraki nasıl olacak peki?

M: Bundan bir sonraki? Şuraya bir üçgen daha gelecek.

Meriç'in yaptığı açıklamalar incelendiğinde şeklin önceki ve sonraki adımını oluştururken üçgenler çizdiği görülmektedir. Önceki adımda üçgenleri azalttığı sonraki adımda da üçgen eklediği ifadeleri değerlendirildiğinde Meriç'in tekrarlama özelliği bakımından fraktal yapıyı informel olarak fark ettiği söylenebilir. Aynı zamanda çizimlerinde örüntüyü üçgenlerin büyüklük ve küçüklük ilişkisine dikkat ederek çizmesi öğrencinin öz benzerlik özelliği bakımından fraktal yapıyı informel olarak fark ettiğini göstermektedir. Buradan hareketle Meriç'in sekizinci şekilde tekrarlama ve öz benzerlik özellikleri bakımından fraktallara ilişkin informel bir farkındalığının olduğunu söylemek mümkündür.

Meriç'in verilen 5 fraktal şeklin yalnızca ikisinde şeklin fraktal yapısını ve fraktalların özelliklerini tanıma eğiliminde olduğu görülmüştür. Diğer fraktal şekiller için fraktalların özelliklerini kullanarak fraktal yapıyı informel olarak fark ettiğini gösteren ifadeler rastlanmamıştır.

Meriç fraktal olmayan şekillerin çizimlerini ise şekil ekleme ve çıkarma yaparak veya şekildeki geometrik yapının yerini değiştirerek yapmıştır. Bu şekillere yönelik öğrencinin yaklaşımının fraktallarla ilişkili olmadığı söylenebilir. Öğrencinin bu yaklaşımının kendi içerisinde tutarlı olduğunu söylemek mümkündür.

4.1.2. Yunus

Yunus'un yaptığı çizimler ve açıklamalar incelendiğinde fraktal olan şekillerin hiç birinde verilen şeklin fraktal olduğunu ya da fraktalların özelliklerine ilişkin informel bir anlamaya sahip olduğunu belirleyecek ifadeler kullanmadığı görülmüştür. Yalnızca birinci şeklin önceki adımının çizimini doğru yaptığı, ancak sonraki adım için şekli döndürerek çizdiği belirlenmiştir.



Şekil 4. 3: Yunus'un birinci şeklin önceki ve sonraki adımına ilişkin çizimi

Y: Bir önceki adımda sadece normal kareler vardı.

Araştırmacı: *Kareler? Kareler mi?*

Y: Üçgenler. Üçgenler vardı. Burada biraz etrafında fazlaşmış(Verilen şekli gösterir).

A: *Şimdi sen ne yapacaksın bir sonraki için?*

Y: Bir sonraki için üçgenleri ters çevireceğim.

A: *Peki senin şu anda çizdiğinden bir sonraki adım nasıl olur?*

Y: Bir sonraki adım... Bu sefer üçgenleri yan çeviririm.

Yunus'un kullandığı ifadelerden de anlaşıldığı gibi verilen şeklin önceki adımını doğru çizmesine rağmen sonraki adımı üçgenleri ters çevirerek çizdiğini söylemesi Yunus'un önceki adımı tesadüfen doğru çizdiğini göstermektedir. Sonraki adımı çizerken ise "üçgenleri ters çevirdiği" ifadesini kullanması Yunus'un şekli döndürerek çizdiğini gösteren bir açıklama olduğu söylenebilir. Dolayısıyla önceki adıma ilişkin açıklamalarında çizimini destekleyici ifadeler kullanmadığı için Yunus'un fraktalların özellikleri bakımından fraktal yapıya dair informel bir farkındalığının olmadığını söylemek mümkündür.

Yunus'un diğer fraktal şekillerde fraktal yapıları özellikleri bakımından informel olarak anladığına dair herhangi bir ifadeye rastlanmamıştır.

Yunus fraktal olan ve fraktal olmayan diğer şekillerin çizimlerinde benzer yöntemleri kullanmıştır. Çizimlerinde ve açıklamalarında şekildeki geometrik yapının yerini değiştirdiğini ve şekil ekleme ve çıkarma yaptığını belirten ifadeler kullanmıştır.

4.1.3. Dilek

Yapılan görüşmede fraktal olarak verilen 5 şeklin ikisinde Dilek'in fraktalların özelliklerini informel olarak fark ettiğini gösteren çizimlere ve ifadelerine rastlanmaktadır.



Şekil 4. 4: Dilek'in birinci şeklin önceki ve sonraki adımına ilişkin çizimi

Öğrenci bir önceki adımı çizer.

.....

Bir sonraki adımı çizer.

Araştırmacı: *Bir sonraki için ne düşünüyorsun?
Nasıl olabilir?*

D: *(Verilen adımın ortasındaki üçgeni göstererek)
Bunun aynısı ama bu büyük üçgenin içine biraz daha
küçük üçgenler.*

A: *Tamam.*

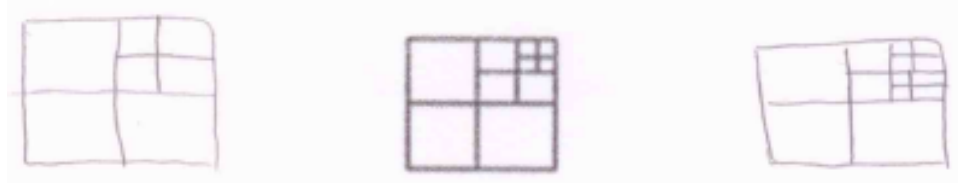
Şekilden de görüldüğü gibi Dilek kod adlı öğrencinin önceki adımı çizimi doğru iken sonraki adımı yanlış çizdiği görülmektedir. Ancak öğrencinin sonraki adımda boş olan ortadaki büyük üçgenin içine çizdiği şeklin, şeklin bütününe benzediği söylenebilir. Bu sebeple öğrencinin açıklamasında kullanmış olduğu "Bunun aynısı..." ifadesine dayanarak Dilek'in çizimi yaparken hatalar yapmasına rağmen şekildeki öz benzerlik özelliğini informel olarak fark ederek kullanmış olabileceği düşünülmektedir.



Şekil 4. 5: Dilek'in sekizinci şeklin önceki ve sonraki adımına ilişkin çizimi

Dilek sekizinci şeklin önceki ve sonraki adımını şekilde görüldüğü gibi doğru bir biçimde çizmiştir. Önceki adımı çizerken "...şu üstündeki üçgenin birini çıkardım." ifadesini kullanmıştır. Buna dayanarak Dilek'in sekizinci şekilde tekrarlama özelliği bakımından fraktal yapıyı informel olarak fark ettiği söylenebilir.

Dilek'in 4. şeklin önceki adımını şeklin fraktal yapısına uygun çizdiği, ancak sonraki adımı şekil ekleyerek devam ettiği görülmektedir.



Şekil 4. 6: Dilek'in dördüncü şeklin önceki ve sonraki adımına ilişkin çizimi

....

D: Bir önceki adımda sadece 4'e böldüm bir kareyi. Bir sonraki adımda da kareyi tekrar 4'e böldüm.

A: Bu senin çizdiğin adımdan sonraki nasıl olacak?

D: (Bir sonraki adımın sağ üstünü gösterip) Bu yanındaki kareleri daha 4'e böleceğiz.

A: Sonrakinde?

D: Altına iki kare.

....

Dilek dördüncü şeklin yapısını "Bir kareyi 4 eş parçaya bölmüşler. Bir kareyi yine 4'e bölmüşler. Onun üstündeki bir kareyi yine 4'e bölmüşler."

şeklinde açıklamıştır. Açıklamasını destekleyecek şekilde şeklin önceki adımını doğru çizdiği görülmektedir. Ancak şekli niçin bu şekilde çizdiğini açıklayacak bir ifade kullanmamıştır. Sonraki adım için kareyi tekrar 4'e bölerek ilerlemesine karşın yaptığı çizim oluşan en küçük karenin içinde değil, o karenin altında bulunmaktadır. Sonraki adımlar için de yanındaki karelerin bölünebileceğini söylemiştir. Dolayısıyla Dilek'in önceki adımdaki şekli doğru çizmesine karşın sonraki adımda kuralsız olarak şekil eklediği görülmektedir. Bu sebeple dördüncü şekil için öğrencinin fraktal bir yapının özellikleri bakımından yapıya dair informel bir anlamaya sahip olduğu söylenemez.

Dilek'in diğer fraktal şekillerde şekil ekleme ve çıkarma yaparak önceki ve sonraki adımı oluşturduğundan informel bir farkındalığa sahip olmadığı söylenebilir. Fraktal olmayan şekillerde de yer değiştirme ve şekil ekleme ve çıkarma gibi yöntemlerle önceki ve sonraki adımları oluşturduğu görülmüştür.

4.1.4. Eren

Eren, verilen 5 fraktal şeklin her biri için doğru çizimler yaparak ve açıklamalarıyla çizimlerini destekleyerek tekrarlama ve öz benzerlik özellikleri bakımından fraktalları informel olarak fark ettiğini göstermiştir. Eren'in fraktal şekiller olan 1. şekil, 2. şekil, 4. şekil ve 6. şekilde hem tekrarlama hem de öz benzerlik özelliğini informel olarak tanıma eğiliminde olduğu görülmüştür.

Eren'in şeklin önceki adımını yanlış çizmesine rağmen sonraki adımı doğru bir biçimde çizdiği görülmektedir. Öğrencinin açıklamalarına bakıldığında sonraki adımı çizerken fraktalların tekrarlama özelliğinden faydalandığı söylenebilir. Bu sebeple önceki adımı yanlış çizmesine rağmen birinci şekilde tekrarlama özelliği bakımından fraktal yapıya dair informel bir farkındalığının olduğu söylenebilir.



Şekil 4. 7: Eren'in birinci şeklin önceki ve sonraki adımına ilişkin çizimi

Araştırmacı: Neden böyle çizdin?

E: Çünkü bir öncekinde üçgenler azalıyor.

....

Bir sonraki adımı çizer.

A: Ne yapıyorsun şimdi?

E: (üst kısımdaki üçgen kadar) Bir tane daha çiziyorum.

A: Bir tane daha çiziyorum derken aynı büyüklükte mi daha mı küçük daha mı büyük?

E: Şöyle...

A: Hımm üst tarafın büyüklüğü kadar. Tamam. Tamam bunu çizdin şimdi. Senin çizdiğinden bir sonraki nasıl olabilir? Sadece sözlü olarak söyleyebilirsin.

E: Bunlar teker teker artar.

Eren, sonraki adımı çizerken verilen şeklin üst köşesine bir ekleme yapmıştır. Ancak 6. şeklin önceki ve sonraki adımını çizdikten sonra diğer çizimlerine bakılarak araştırmacı tarafından 1. şekle yeniden dönmesi sağlanmıştır. Eren, bunun üzerine 1. şeklin sonraki adımı için ilkinden farklı bir çizim yapmıştır.

A: (4. şekilde çizdiği adımı gösterip) Şuradaki kareleri şuradaki kareden gitgide bunları ne yaptın içlerine çizerek küçülttün.

E: Evet.

A: (1. şekil için) Ama mesela şunda daha farklı. Eklemeyi tercih ettin neden böyle yaptın? (2. ve 4. için) Hani bunlarda eklemedin. Ya da yer değiştirmedin. Ama burada ekledin.

E: Onu değiştirebilir miyim?

....

E: (1. şeklin son adımının sağ alt köşesini göstererek)... Şöyle şu üçgenlerin küçük aralarına da koyabilirdim.

A: Hımm. O zaman o söylediğini yan tarafa çizebilirsin. Çünkü birden fazla cevabı olabilir bunun.

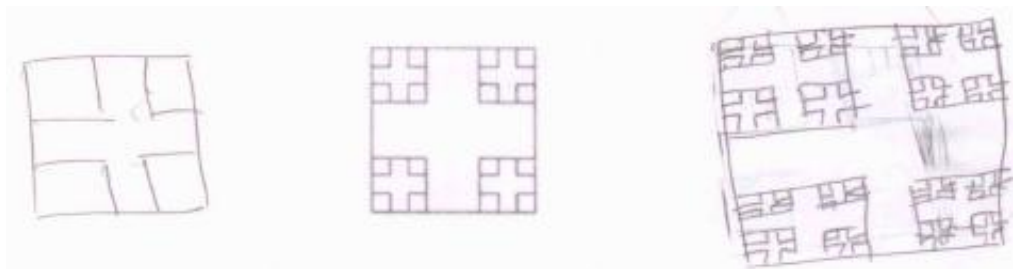
.....

A: Şimdi bunda ne yapacaksın?

E: Küçük küçük aralarına da koymayı düşünüyorum...

Öğrencinin yaptığı çizimin yanı sıra kullandığı ifadelerle bakıldığında verilen üçgende siyah olan kısımlara daha küçük üçgenler eklediği görülmektedir. Aynı zamanda öğrencinin açıklamasında “.....aralarına da koymayı düşünüyorum.” ifadesini kullanması adımların birbirini tekrarladığını belirttiğinden tekrarlama özelliğini informel olarak fark ettiğini göstermektedir. Şekli çizerken “küçük küçük....” ifadesini kullanması ise şeklin birbirine benzer üçgenlerden oluştuğunu belirttiğinden öz benzerlik özelliğini informel olarak fark ettiği düşünülmektedir. Dolayısıyla Eren’in birinci şekilde tekrarlama ve öz benzerlik özelliği bakımından fraktal yapıyı fark ettiğini söylemek mümkündür.

Eren’in ikinci şeklin hem önceki hem de sonraki adımını doğru çizdiği ve açıklamalarında tekrarlama ve öz benzerlik özelliği bakımından fraktal yapıyı informel olarak fark ettiği görülmüştür.



Şekil 4. 8: Eren’in ikinci şeklin önceki ve sonraki adımına ilişkin çizimi

E: Bir önceki böyle olur. Çünkü artılar azalacak.

A: Tamam.

Bir sonraki adımı çizer.

E: (Çizdiği şeklin sol alt köşesini gösterip) işte şuralarda artılar olacak. Şuraya çizeyim mi?

.....

A: Şimdi ne yapıyorsun?

E: Daha küçük artılar çiziyorum.

A: Nereye çiziyorsun onları?

E: (Sağ üst köşesindeki en küçük kareleri gösterip)
Bunların aralarına.

A: Hııımm. Bunu yaptın. Şimdi bu çizdiğinden bir sonraki nasıl olabilir?

E: (Çizdiği şekildeki en küçük kareleri gösterir)
Bunların şu küçük aralarına da artılar gelebilir.

A: En küçük olanların?

E: Evet.

Eren hem önceki hem de sonraki adımı doğru bir biçimde çizmiştir. Ancak şekilde yer alan kareleri oluşan yapı itibariyle “artılar” olarak ifade etmiştir. Önceki adımda “artılar azalacak” açıklamasına bakarak Eren’in fraktalların tekrarlama özelliğini informel olarak fark ettiği söylenebilir. Sonraki adımda ise kullandığı “daha küçük artılar çiziyorum.” açıklaması incelendiğinde kullanmış olduğu “daha küçük...” ifadesinin Eren’in fraktalların öz benzerlik özelliğini informel olarak fark ettiğini gösteren bir ifade olduğu söylenebilir. Çünkü daha küçük artılar diye belirterek verilen şeklin artılardan oluştuğunu ve sonraki adımların da daha küçük artılarla devam edeceğini düşünmüş olabilir. Dolayısıyla Eren’in ikinci şekilde tekrarlama ve öz benzerlik özellikleri bakımından fraktal yapıyı informel olarak fark ettiği söylenebilir.

Eren 4. şekilde ise önceki adımı çizerken tekrarlama özelliğini, sonraki adımı çizerken ise öz benzerlik özelliğini fark ettiğini gösteren ifadeler kullanmıştır.



Şekil 4. 9: Eren’in dördüncü şeklin önceki ve sonraki adımına ilişkin çizimi

....

E: (Sağ üst kısım için) Böyle yaptım. Çünkü bunda da azalacak. Bir sonraki adımda buraya bir tane daha konmuş. Yavaş yavaş birer tane daha konuyor.

A: Evet.

Bir sonraki adımı çizer.

E: Şuraya bir tane daha yaptık.

A: Peki, senin çizdiğinden bir sonraki nasıl olacak?

E: En sağ köşesindeki aralığına da bir artı konacak.

....

Eren'in verilen şeklin önceki ve sonraki adımına ilişkin çizimleri incelendiğinde her ikisinde de fraktal yapıyı fark ederek çizim yaptığı görülmektedir. Şeklin önceki adımına ilişkin yapmış olduğu açıklamalarda "...bunda da azalacak....Yavaş yavaş birer tane daha konuyor." ifadelerini kullanmıştır. Bu ifadeler dikkate alındığında Eren'in şeklin tekrarlı yapısını belirttiği düşünülmektedir. Dolayısıyla fraktalların tekrarlama özelliğini informel olarak fark ettiği söylenebilir. Aynı zamanda sonraki adımı nasıl çizdiğini açıklarken "şuraya bir tane daha yaptık." şeklinde bir ifade kullanmıştır. Burada öğrenci bir daha yaptığı şeklin "artı şekli" olduğuna dikkat çekmektedir. Aslında şeklin karelerin bölünmesi ile oluştuğu açık olmasına rağmen Eren bu ifadesi ile şekilde dikkat ettiği durumun "artı şekli" olduğunu belirtmiştir. Yine de bu algı öğrencinin doğru çizim yapmasına engel oluşturmamıştır. Aksine şekle bir tane daha artı konacağını belirtmesi onun şeklin artılardan oluştuğunu düşündüğünü göstermektedir. Dolayısıyla Eren'in benzer yapılar olarak artı şeklini gördüğü söylenebilir. Buradan hareketle şekli birbirine benzer artılar olarak gördüğü için Eren'in fraktalların öz benzerlik özelliğini informel olarak fark ettiğini söylemek mümkündür. Dolayısıyla Eren'in dördüncü şekilde tekrarlama ve öz benzerlik özellikleri bakımından fraktal yapıyı informel olarak fark ettiği söylenebilir.

Eren'in altıncı şekle ilişkin çizimleri ve açıklamaları aşağıda verilmiştir.



Şekil 4. 10: Eren'in altıncı şeklin önceki ve sonraki adımına ilişkin çizimi

....

E: (Verilen adımın üst kısımlarını göstererek) Her adımda birer tane şöyle artıyor. (Sonraki adım için)

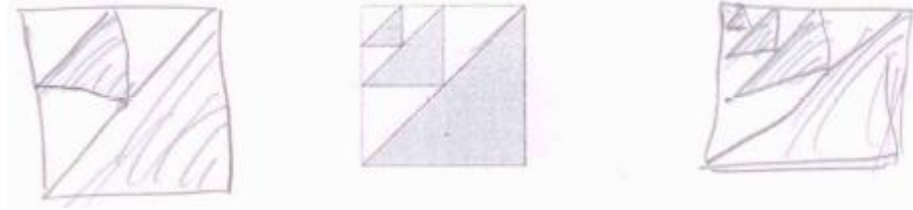
A: Bir sonrakinde?

E: Şu küçüklerinde 2'şer tane artacak.

....

Eren'in şeklin önceki ve sonraki adımlarına ilişkin çizimlerine bakıldığında öğrencinin doğru çizimler yaptığı görülmektedir. Açıklamaları incelendiğinde ise sonraki adım için şekli göstererek kullandığı ifadeler Eren'in bu şeklin önceki ve sonraki adımında fraktalların yapısına uygun bir çizim yaptığını göstermektedir. Aynı zamanda "...küçüklerinde..." ifadesini kullanması Eren'in şeklin öz benzer yapısını fark ettiğine dair bir ipucu olarak görülmektedir. Benzer şekilde sonraki adımdan bir sonraki adım sorulduğunda kullandığı "...artacak." ifadesinden de öğrencinin şeklin tekrarlı yapısını fark ettiğini söylemek mümkündür. Dolayısıyla Eren'in altıncı şekilde tekrarlama ve öz benzerlik özellikleri bakımından fraktal yapıyı informel olarak fark ettiği söylenebilir. Öğrenciye başlangıçta önceki ve sonraki adımı çizmeden önce neye benzettiği sorulduğunda dala benzettiğini söylemesi şeklin yapısının farkında olduğunu ve çizimlerini ona göre yaptığını göstermektedir.

Sekizinci şekilde ise önceki ve sonraki adımı doğru çizerek tekrarlama ve öz benzerlik özelliğini informel olarak fark ettiğini belirten ifadeler kullanmıştır.



Şekil 4. 11: Eren'in sekizinci şeklin önceki ve sonraki adımına ilişkin çizimi

E: Bunda da bir üçgeni azalttım.

....

E: Şunda da bir tane arttırdım üçgeni.

A: Peki, neden öyle yaptın?

E: Çünkü her adımda artıyor örüntüde. O yüzden.

A: Bir sonraki nasıl olacak?

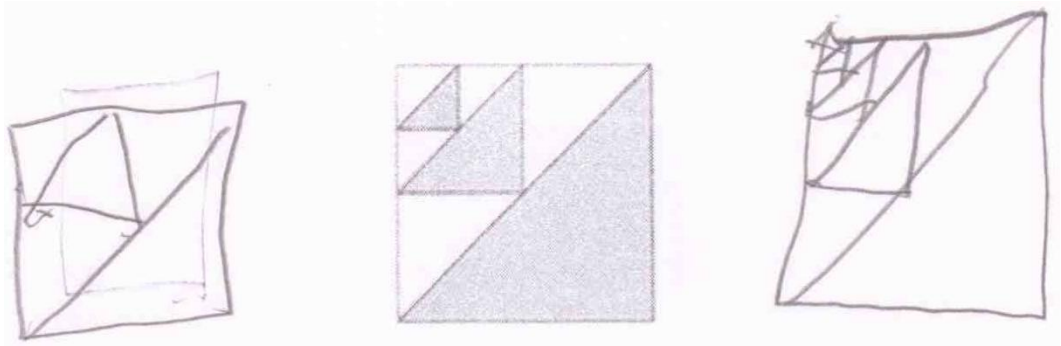
E: Bunun küçük aralığında bir tane üçgen artar.

Eren'in şeklin önceki ve sonraki adımını oluştururken fraktalların yapısına uygun çizim yaptığı görülmektedir. Eren'in çizimindeki dikkat çeken özelliklerden biri üçgenleri taramasıdır. Eren ile birlikte yalnızca iki öğrenci çizdiği üçgenleri verilen şekilde olduğu gibi taramışlardır. Diğer öğrenciler herhangi bir tarama yapmadan çizimlerini yapmışlardır. Eren'in "...bir üçgeni azalttım.", "bir tane arttırdım üçgeni." ve "...her adımda artıyor örüntüde." ifadelerinden fraktalları tanımda tekrarlama özelliğinden faydalandığını söylemek mümkündür. Aynı zamanda azalttığı ya da arttırdığı geometrik şekli üçgen olarak tanımlaması ve bu üçgenleri diğerlerine benzer olacak şekilde küçülterek çizmesi dikkate alındığında öğrencinin fraktalları tanımda öz benzerlik özelliğinden faydalandığı söylenebilir. Dolayısıyla Eren'in sekizinci şekilde tekrarlama ve öz benzerlik özellikleri bakımından fraktal yapıyı informel olarak fark ettiği söylenebilir.

Eren'in fraktal olmayan diğer şekillerin önceki ve sonraki adımlarını çizerken verilen şekillerdeki geometrik yapıların sayılarına odaklanarak şekil ekleme ve çıkarma yaptığı görülmüştür.

4.1.5. Hasan

Hasan'ın yalnızca fraktal olan 8. şeklin çizimini doğru yaptığı görülmüştür. Ancak açıklamalarında bu şeklin fraktal olduğunu informel olarak fark ettiğini destekleyecek ifadeler kullanmamıştır. Diğer fraktal şekillerden olan 2. şekil ve 6. şeklin önceki adımlarını doğru çizmesine rağmen sonraki adımlarda şekil ekleme yolunu kullandığı ve çizdiği şekiller arasında bir tutarlılık olmadığından öğrencinin önceki adımları tesadüfen doğru çizdiği düşünülmektedir.



Şekil 4. 12: Hasan'ın sekizinci şeklin önceki ve sonraki adımına ilişkin çizimi

Önceki adımı çizer.

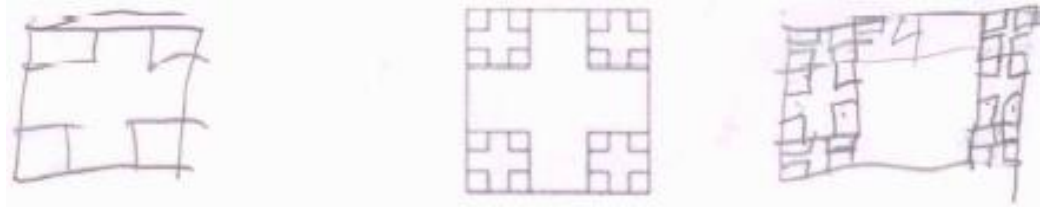
H: *Önceki adım böyle olmuş olabilir. Sonra bir üçgen daha.*

Bir sonraki adımı çizer.

H: *(Son adımını çizerek anlatır) Bunun da şeyi şöyle bir tane daha çizilebilir.*

Hasan'ın açıklamaları incelendiğinde verilen şeklin adımlarını doğru olarak çizdiği ancak çizimlerini destekleyici herhangi bir ifade kullanmadığı görülmektedir. Hasan'ın çizimleri ile fraktalların yapısını informel olarak fark ettiği gözlenmesine karşın açıklamalarından tekrarlama ve öz benzerlik özellikleri bakımından sekizinci şekildeki fraktal yapıyı informel olarak fark ettiğine dair bir bulgu mevcut değildir.

Hasan'ın ikinci şeklin ve altıncı şeklin önceki adımlarını doğru çizdiği görülmektedir. Aşağıda ikinci şekle ilişkin çizimleri verilmiştir.



Şekil 4. 13: Hasan'ın ikinci şeklin önceki ve sonraki adımına ilişkin çizimi

H: Buradaki içindeki kareleri aldım.

Araştırmacı: Aldın tamam. Sonrakinde nasıl olabilir?

....

H: (Sonraki adım için) Şimdi aynısını çizdikten sonra bir de şuraya bir tane kare yaptım. Bir tane böyle yaptım mesela.

A: Ortalarına ekledin yani?

H: Evet.

Ö: Peki, bir sonrakinde nasıl olacak?

H: Şöyle olabilir bunda da...

A: Peki, bir şey soracağım. Şimdi ilk adımda çizdiğinde bu içindeki küçük kareler yoktu, boştu. Ama sen sonradan yanlarına eklemiş oldun.

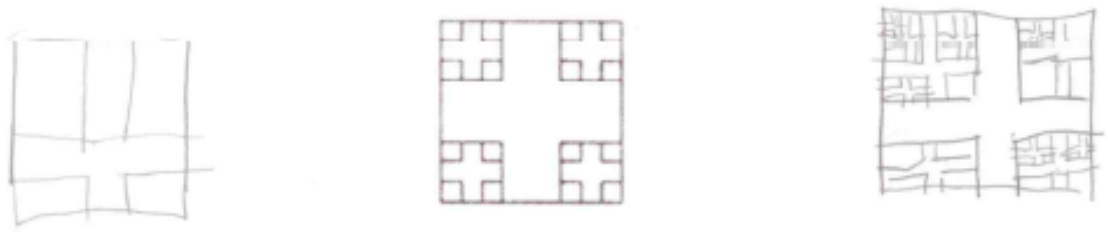
H: Öyle yaptım. Kafama öyle esti...

Hasan'ın açıklamaları incelendiğinde sonraki adımda şeklin yapısında bulunan karelerden rastgele eklediği görülmektedir. Sebebini açıklaması istendiğinde ise "Kafama öyle esti." ifadesini kullanmıştır. Dolayısıyla öğrencinin bu şeklin adımlarını çizerken herhangi bir kural aramaksızın çizim yaptığı görülmüştür. Bu sebeple önceki adımı tesadüfen doğru çizdiği, özellikleri bakımından fraktal yapıya dair informel bir farkındalığının olmadığı düşünülmektedir. Hasan altıncı şekil için de benzer yolla çizimler yapmıştır.

Hasan'ın diğer şekillerde fraktal olanlara ilişkin herhangi bir farkındalığı söz konusu değildir. Fraktal olan ve olmayan diğer şekilleri çizerken verilen şeklin yapısındaki geometrik şekilleri dikkate alarak şekil ekleme ve çıkarma yoluyla adımları oluşturduğu görülmüştür.

4.1.6. Melik

Melik'in fraktal şekillerden yalnızca ikinci şekilde tekrarlama ve öz benzerlik özellikleri bakımından fraktal yapıyı informel olarak tanıma eğiliminde olduğu görülmüştür. Altıncı şekilde ise şeklin önceki adımını doğru çizmesine rağmen sonraki adımı şekil ekleyerek oluşturduğu için bu şekilde özellikleri bakımından fraktal yapıyı informel olarak anladığı söylenemez.



Şekil 4. 14: Melik'in ikinci şeklin önceki ve sonraki adımına ilişkin çizimi

M: (Verilen adım üzerinden göstererek) Şimdi burada şöyle açılar vermiş 90 derece. Burada da bundan önce tek bu vardı. Bu artı şeklinde vardı. Ondan ilk adım böyledir.

Araştırmacı: Tamam

Bir sonraki adımı çizer.

M: Sonraki adım ise daha da küçük olur. Çünkü burada ortası olduğu için ilk burada olur. Burada daha da küçük olur.

A: Hepsinin için de mi olacak sadece bir tanesinin içinde mi olacak küçük olanlar.

M: Hepsinin içinde olacak.

Melik'in açıklamaları incelendiğinde şeklin önceki adımını doğru çizdiği görülmektedir. Ancak Melik köşelere çizilmiş olan kareleri önce "90 derecelik

açı”, sonra da *“artı şekli”* olarak ifade etmiştir. Bu ifadelerine rağmen şeklin sonraki adımını kolaylıkla çizdiği söylenebilir. Sonraki adımda her karenin içini doldurmamış olmasının sebebi, çiziminin kötü olduğunu belirtmesi üzerine yaptığı kadarının yeterli olduğunun söylenmiş olmasıdır. *“Sonraki adım ise daha da küçük olur.”* ve *“Burada daha da küçük olur.”* ifadeleri incelendiğinde öğrencinin verilen şeklin yapısına dikkat ederek daha küçük parçalardan oluştuğunu belirtmeye çalıştığı düşünülmektedir. Bu sebeple fraktalları tanımada öz benzerlik özelliğinden faydalandığı söylenebilir. Devamında ise çizdiği adımdan bir sonraki adımın nasıl olacağı sorulduğunda *“Bundan bir sonraki adım bu kareler(sonraki şekilde çizdiği en küçük kareleri gösterir.) daha da küçük olur.....(bir adım sonrasında göstererek) Bunların içine de küçükler çizilir.”* açıklamalarını yapmıştır. Bu açıklamalara istinaden kullandığı *“Bunların içine....”* ifadesinin fraktalların devam eden yapısını fark ederek tekrarlama özelliğini kullandığı görülmüştür. Dolayısıyla Melih’in ikinci şekilde tekrarlama ve öz benzerlik özelliği bakımından fraktal yapıyı informel olarak fark ettiği söylenebilir.

Melik’in altıncı şekilde önceki adımı doğru çizdiği ancak sonraki adımı farklı şekilde oluşturduğu için bu şekilde özellikleri bakımından fraktal yapıyı informel olarak fark etmediği söylenebilir.



Şekil 4. 15: Melik'in altıncı şeklin önceki ve sonraki adımına ilişkin çizimi

Şekil 4. 14'ten de görüldüğü gibi Melik'in sonraki adımı oluştururken şekil ekleme yoluyla çizim yapması altıncı şeklin fraktal yapısını ve fraktalların özelliklerini fark etmediğini göstermektedir.

Melik diğer şekillerin önceki ve sonraki adımlarını çizerken verilen şekildeki geometrik yapıya ya da bu geometrik yapıların sayısına odaklanarak

şekil ekleme ve çıkarma yapmıştır. Dolayısıyla Melik'in bu şekiller için fraktalların özelliklerine yönelik informel bir anlama geliştirdiği söylenemez.

4.1.7. Meltem

Meltem verilen fraktal şekillerin hiç birinde fraktalların yapısını ve tekrarlama ve öz benzerlik özellikleri bakımından fraktalların herhangi birini informel olarak fark ettiğini belirleyecek bir çizim yapmamıştır. Hem fraktal olan hem de fraktal olmayan şekillerin tümünde yer değiştirme ya da döndürme hareketlerinden birini ya da her ikisini de kullanarak önceki ve sonraki adımı oluşturmuştur.

Meltem birinci şekilde verilen şekli döndürerek önceki ve sonraki adımı oluşturmuştur.



Şekil 4. 16: Meltem'in birinci şeklin önceki ve sonraki adımına ilişkin çizimi

M: Mesela sayı olarak değil de yön olarak farklıdır. İlk sağda sonra, sonra yukarı doğru, sonra aşağıya doğru diye düşündüm.

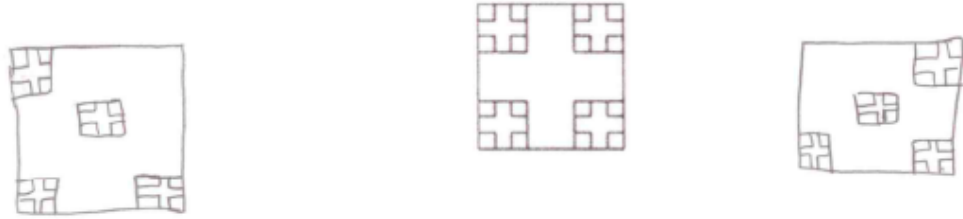
Araştırmacı: Tamam. Üçgeni bütün halde mi döndürmüş oldun?

M: Evet. Böyle düşündüm.

....

Meltem'in çizdiği şekiller ve açıklamaları incelendiğinde verilen şekli döndürerek önceki ve sonraki adımı oluşturduğu görülmektedir. Nitekim bunu açıklamaları ile de desteklemiştir. Meltem altıncı ve yedinci şeklin adımlarını da Şekil 4. 15'tekine benzer şekilde oluşturduğu görülmüştür.

Meltem'in ikinci şeklin önceki ve sonraki adımını oluştururken ise verilen şeklin içindeki geometrik yapının yerini değiştirdiği görülmüştür.

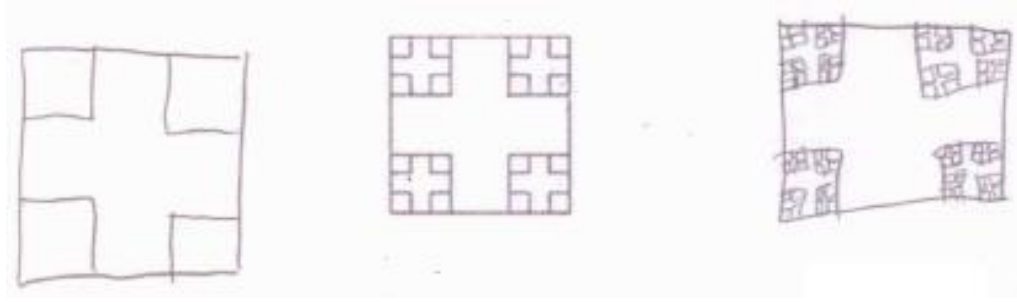


Şekil 4. 17: Meltem'in ikinci şeklin önceki ve sonraki adımına ilişkin çizimi

Meltem'in çizdiği şekil incelendiğinde verilen şekilde sağ üst köşedeki yapıyı önceki adımda ortaya taşıdığı, sol üst köşedeki yapıyı da sonraki adımda ortaya taşıdığı görülmektedir. Öğrencinin açıklamalarına bakıldığında ise sonraki adım için *“Şimdi yine bu sefer soldakini (sol üst köşedeki kare) değiştirdim. (verilen adımı gösterip) Sonraki yapacağım adımda yine buradakinin aynısı olacak...”* ifadelerini kullanmıştır. Meltem'in bu açıklamalarından da anlaşıldığı gibi önceki ve sonraki adımı çizerken şekildeki geometrik yapının yerini değiştirdiğini açıkça belirtmiştir. Meltem'in üçüncü, dördüncü, beşinci ve sekizinci şeklin önceki ve sonraki adımlarını da şekil 4. 16'dakine benzer şekilde oluşturduğu görülmüştür.

4.1.8. Satı

Satı fraktal şekillerden ikisine ilişkin özellikleri bakımından informel bir anlama geliştirmiştir. Diğer üç fraktal şekilde ise önceki adımları doğru çizdiği ancak sonraki adımları şekil ekleyerek tamamladığı görüldüğünden bu şekillerde informel bir anlamaya sahip olmadığı düşünülmektedir.



Şekil 4. 18: Sati'nın ikinci şeklin önceki ve sonraki adımına ilişkin çizimi

S: (Verilen şeklin köşelerindeki kareleri göstererek) Bir öncekinde şu içindeki kareleri attım.

Araştırmacı: Evet.

S: (Verilen şekli gösterip) Sonrası bu

A: Evet. Bir sonrakinde?

S: Bir sonrakinde de bu karelerin içine de kareler çizdim.

A: Hangi karelerin?

S: (Verilen şeklin köşelerinde ki kareleri gösterip) Şuradakilerin içine

A: En küçük?

S: En küçük karelerin içine daha küçük kareler çizdim.

.....

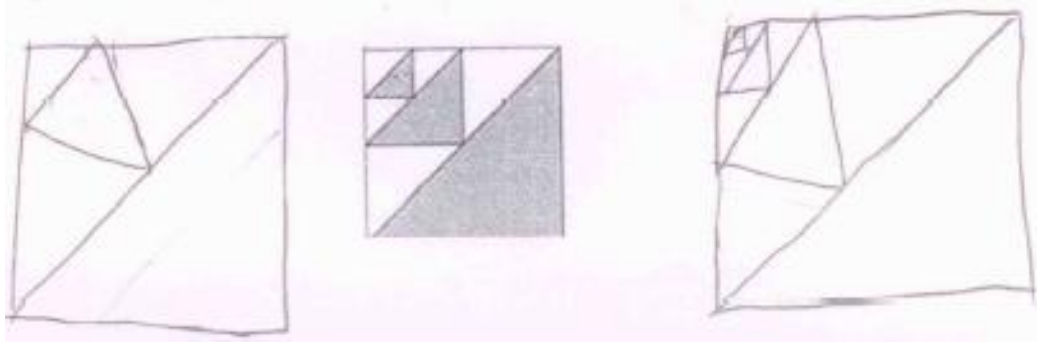
A:(Verilen şeklin köşelerindeki kareler gösterilip) Bu küçüklerin içine kareleri nasıl çizdin? Direk dörde mi böldün yoksa?

S: Yok hayır. Ayrı ayrı.

Sati'nın ikinci şeklin sonraki adımını çiziminde çok küçük hatalar olmasına rağmen genel olarak bakıldığında önceki ve sonraki adımı doğru çizdiği söylenebilir. Sonraki adımı çizerken yaptığı açıklamalar incelendiğinde "...bu karelerin içine de kareler çizdim." ifadesinden şeklin içe doğru devam ettiğini düşünmüş olabileceği, dolayısıyla fraktalları tanımada tekrarlama özelliğinden faydalandığı söylenebilir. "...karelerin içine de kareler..." ve "...en küçük karelerin içine daha küçük kareler çizdim." ifadelerinden ise örüntünün iç

içe küçülerek devam eden karelerden oluştuğunu fark ettiği, buna dayanarak da fraktalları tanımada öz benzerlik özelliğini kullandığı söylenebilir. Dolayısıyla Sati'nın ikinci şekilde tekrarlama ve öz benzerlik özelliği bakımından fraktal yapıyı informel olarak fark ettiğini söylemek mümkündür.

Sati sekizinci şekilde de şeklin fraktal yapısını fark ederek fraktalların tekrarlama özelliğine ilişkin informel bir anlama geliştirmiştir.



Şekil 4. 19: Sati'nın sekizinci şeklin önceki ve sonraki adımına ilişkin çizimi

Bir önceki adımı çizer.

S: (Verilen şekildeki sol üstteki en küçük üçgeni gösterip) *Bunu çizmeden bunu yaptım.*

Bir sonraki adımı çizer.

S: (Verilen şekildeki sol üst köşedeki en küçük üçgeni gösterip) *Bunun arkasında bir tane daha çizilecek.*

A: *Peki, sonrakini çizdin. Bundan bir sonrakinde nasıl olur?*

S: (Kendi çizdiği bir sonraki adımda en küçük üçgeni gösterip) *Bundan sonra üstüne bir tane daha ekleyerek.*

Sati'nın sonraki ve bir sonraki adım için söylemiş olduğu “*Bunun arkasında bir tane daha...*” ve “*Bundan sonra üstüne bir tane daha ekleyerek.*” ifadelerinden şeklin tekrarlı yapısını fark ettiği düşünülmektedir. Aynı zamanda her defasında eklediği geometrik şekil üçgen olduğu için verilen şeklin öz benzer yapısını da informel olarak fark etmiştir. Dolayısıyla bu şekil için Sati'nın tekrarlama ve öz benzerlik özelliği bakımından fraktal yapıyı informel olarak fark ettiğini söylemek mümkündür.

Satı diğer fraktal şekiller olan birinci, dördüncü ve altıncı şekilde Şekil 4. 20'dekine benzer çizimler yapmıştır.



Şekil 4. 20: Satı'nın birinci şeklin önceki ve sonraki adımına ilişkin çizimi

A: *Bir öncekini çizerken ne düşündün?*

S: *(Verilen şekil üzerindeki köşedeki üçgenleri göstererek) Sadece şuralardakini yaptım. Küçükleri çizmedim...*

.....

A: *Evet ne yaptın şimdi?*

S: *(Verilen şekil üzerinde tarif ederek) Şimdi bunların ikinci katlarını çizdim. Yana...*

.....

S: *(Verilen şekilden)Şunların yanlarına bir tane daha bir tane daha ekledim.*

A: *Hangilerinin en küçük olanlarını?*

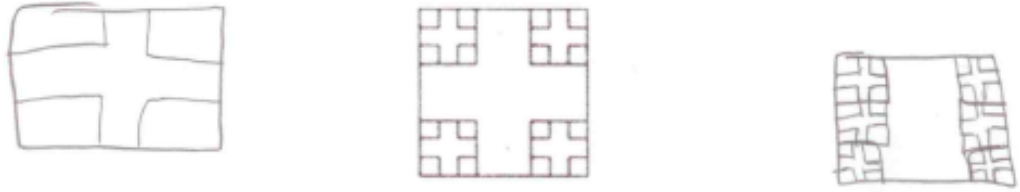
S: *Evet küçük olanların bir yanlarına ekleyerek çoğaltmak istedim.*

Öğrencinin açıklamalarına bakıldığında şeklin önceki adımını doğru çizmesine rağmen sonraki adımı çizerken yalnızca üçgen ekleyerek çizim yapması, önceki adımı tesadüfen doğru çizdiğini göstermektedir. Aynı zamanda sonraki adımı üçgenler ekleyerek çizdiğini ifade etmesi Satı'nın sonraki adımın çiziminde kuralsız olarak şekil ekleme yaptığını göstermektedir. Dolayısıyla bu şekilde Satı'nın özellikleri bakımından fraktal yapıyı informel olarak fark etmediği söylenebilir.

Satı fraktal olmayan diğer şekillerde ise verilen şeklin yapısına odaklanarak ya da şeklin yapısındaki geometrik şeklin sayısına odaklanarak çizim yapmıştır. Bu şekiller için yaptığı çizimlerin ve açıklamaların fraktallarla ilişkili olmadığı söylenebilir.

4.1.9. Simge

Simge verilen fraktal şekillerin hiç birinde tekrarlama ve öz benzerlik özellikleri bakımından fraktallardan herhangi birini informel olarak fark ettiğini belirleyecek bir çizim yapmamıştır. Fraktal şekillerden olan yalnızca ikinci şekilde önceki adımı doğru bir biçimde oluşturduğu ancak sonraki adımda ise şekil ekleme yoluyla örüntüyü devam ettirdiği görülmektedir.



Şekil 4. 21: Simge'nin ikinci şeklin önceki ve sonraki adımına ilişkin çizimi

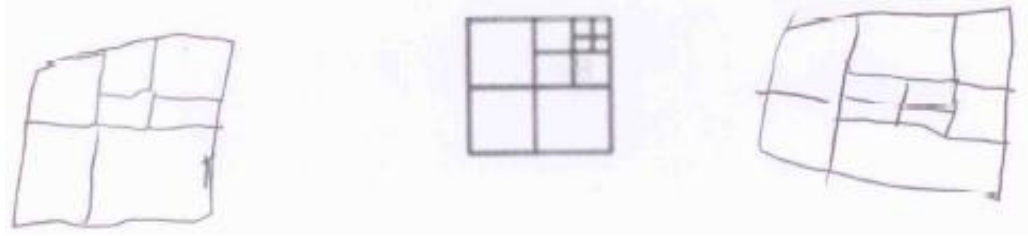
Şekil 4. 21'den görüldüğü gibi Simge şeklin önceki adımını doğru çizmesine karşın sonraki adımda aynı tutarlılığı göstermemiştir. Sonraki adımda şekildeki kareli yapıyı dikkate alarak boş gördüğü kısımları doldurmaya çalışmıştır. Dolayısıyla bu şekil için öğrencinin özellikleri bakımından fraktal yapıyı informel olarak fark ettiği söylenemez.

Simge'nin fraktal olan diğer şekillerde şekil ekleme ve çıkarma yoluyla ya da döndürme hareketiyle örüntülerin adımlarını oluşturduğu belirlenmiştir. Bu sebeple öğrencinin bu şekiller için özellikleri bakımından fraktallara dair informel bir anlama geliştirdiğini söylemek mümkün değildir. Fraktal olmayan şekillerin tümünde ise yer değiştirme ya da döndürme hareketlerinden birini ya da her ikisini de kullanarak önceki ve sonraki adımı oluşturduğu görülmüştür.

4.1.10. Tuğra

Tuğra verilen fraktal şekillerin hiç birinde tekrarlama ve öz benzerlik özellikleri bakımından fraktallardan herhangi birini informel olarak fark ettiğini

belirleyecek bir çizim yapmamıştır. Fraktal şekillerden olan yalnızca dördüncü şekilde önceki adımı doğru bir biçimde oluşturduğu ancak sonraki adımda ise şekle yer değiştirme hareketi yaptırarak örüntüyü devam ettirdiği görülmektedir.



Şekil 4. 22: Tuğra'nın dördüncü şeklin önceki ve sonraki adımına ilişkin çizimi

Tuğra: Bunun aynısını çizdim. Bunlar 4'e bölünmüş ilk baştaki. Bundan sonraki de bir altındaki de 4'e bölünebilir. Teker teker kayarak böyle olabilir.

....

T: Bir sonrakinde teker teker bunlar 4'e bölünmeye başlayacak.

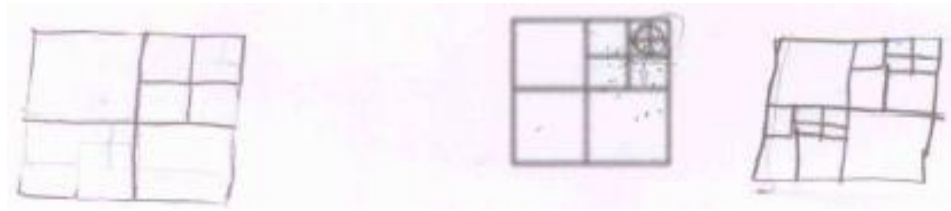
....

Tuğra'nın dördüncü şeklin önceki adımını doğruya yakın bir biçimde çizdiği görülmektedir. Ancak sonraki adımda şeklin yapısında bulunan karelerin yerlerini değiştirdiği belirlenmiştir. Buna dayanarak Tuğra'nın şeklin önceki adımını tesadüfen doğru çizdiği düşünülmektedir. Dolayısıyla Tuğra'nın bu şekilde tekrarlama ve öz benzerlik özellikleri bakımından fraktal yapıyı informel olarak fark ettiği söylenemez.

Tuğra diğer fraktallar şekillerin önceki ve sonraki adımlarının çizimlerinde ise şekillerin yapısına odaklanarak kuralsız bir biçimde ya da geometrik şeklin sayısına odaklanarak çizim yaptığı görülmüştür. Bu sebeple Tuğra'nın diğer fraktal şekillerde özellikleri bakımından fraktalları informel olarak fark etmediği söylenebilir. Fraktal olmayan diğer şekillerde ise fraktal olanlara benzer şekilde şekil ekleme ve çıkarma yoluyla örüntülerin önceki ve sonraki adımlarını oluşturduğu belirlenmiştir.

4.1.11. Banu

Banu fraktal şekillerden hiç birinde tekrarlama ve öz benzerlik özellikleri bakımından fraktallara dair informel bir farkındalık göstermemiştir. Yalnızca dördüncü şekilde şeklin önceki adımını doğru çizerken sonraki adımı şekil ekleme ve çıkarma yoluyla oluşturmuştur. Bu yüzden önceki adımı tesadüfen doğru çizdiği düşünülmektedir.



Şekil 4. 23: Banu'nun dördüncü şeklin önceki ve sonraki adımına ilişkin çizimi

Banu'nun yaptığı çizimlerden de anlaşılacağı gibi önceki adımı doğru çizdiği görülmektedir. Ancak Banu'nun önceki adıma ilişkin yaptığı açıklamalarda sürekli olarak birbirinden bağımsız ve tutarsız ifadeler kullandığı görüldüğünden burada yer verilmemiştir. Sonraki adımda ise öğrencinin şeklin sağ tarafında yer alan geometrik yapıyı dikkate alarak çizim yaptığı belirlenmiştir. Burada kullandığı “...kendinde o yavaş yavaş artmaya başlayacak...” açıklamasına dayanarak sonraki adımı çizerken kuralsız olarak şekil eklediği düşünülmektedir. Buna dayanarak Banu'nun çizimleri ve açıklamaları incelendiğinde dördüncü şekilde özellikleri bakımından fraktal yapıyı informel olarak tanıma eğiliminde olduğunu gösteren herhangi bir durumun mevcut olmadığı söylenebilir.

Banu diğer fraktal şekillerde ise genellikle şekilde verilen geometrik yapıları sayarak önceki ve sonraki adımları çizmiştir. Dolayısıyla genel olarak özellikleri bakımından fraktalları anlamaya yönelik informel bir farkındalık geliştirmedeği söylenebilir.

Banu fraktal olmayan diğer şekillerde ise fraktal şekillerde uyguladığına benzer biçimde verilen şekildeki geometrik yapıları sayarak şekil ekleme ve

çıkarma yapmıştır. Banu'nun fraktal olmayan yapılarda birbiriyle tutarlı cevaplar verdiği belirlenmiştir.

4.1.12. Çisem

Çisem fraktal şekillerin hiçbirinde tekrarlama ve öz benzerlik özellikleri bakımından fraktalları informel olarak fark ettiğini gösteren ifadeler kullanmamıştır. Yalnızca dördüncü şekilde önceki adımı doğru çizdiği ancak sonraki adımda aynı başarıyı gösteremediği belirlenmiştir.



Şekil 4. 24: Çisem'in dördüncü şeklin önceki ve sonraki adımına ilişkin çizimi

Çisem'in dördüncü şekle ilişkin yaptığı çizim incelendiğinde önceki adımı doğru çizdiği görülmektedir. Ancak sonraki adımda kareyi tekrar 4'e bölerek ilerlemesine karşın yaptığı çizim oluşan en küçük karenin içinde değil, o karenin altında bulunmaktadır. Dolayısıyla Çisem'in sonraki adımda şekil eklediği düşünülmektedir. Çisem önceki şekli doğru çizmesine karşın sonraki adımda kuralsız olarak şekil eklediği için dördüncü şekilde özellikleri bakımından fraktal yapıyı informel olarak fark ettiğini gösteren bir bulguya rastlanmamıştır.

Çisem diğer fraktal şekillerde çizimlerini kuralsız olarak ya da geometrik şekli sayarak şekil ekleme ve çıkarma yoluyla oluşturmuştur. Dolayısıyla Çisem'in özellikleri bakımından fraktalları informel olarak fark ettiği düşünülmemektedir. Fraktal olmayan şekillerde ise verilen şekillerdeki geometrik yapıları sayarak önceki ve sonraki adımları oluşturduğu görülmüştür.

4.1.13. Hülya

Hülya fraktal olarak verilen 5 şeklin ikisinde fraktalları tanımada fraktalların özelliklerini kullanmıştır. Diğer fraktal şekillerde ise önceki adımları doğru çizmesine rağmen sonraki adımlarda şekil ekleme yaparak örüntüyü tamamladığı görülmektedir.

Hülya'nın birinci şekle ilişkin çizimleri Şekil 4. 24'te verilmiştir.



Şekil 4. 25: Hülya'nın birinci şeklin önceki ve sonraki adımına ilişkin çizimi

H: Bir öncekinde küçük olanları sonradan ürettiği için fraktallar da ilk başta küçükler yok, sadece büyükler var. Sonra diğerleri de daha da üreyecek.

Araştırmacı: Hı hım. Bu yapıların (1. şekil) ne olduğunu biliyor musun?

H: hı hım.

A: Nereden biliyorsun?

H: Ablamdan duymuştum.

....

Hülya'nın açıklamalarında “*fraktallar*” kelimesini kullandığı görülmüştür. Buradan fraktallara ilişkin bir ön bilgisinin olduğu anlaşılmaktadır. Sonrasında kullandığı “...*ürettiği*...” ve “...*üreyecek.*” ifadelerini öğrencinin “*ortaya çıkma*” ya da “*devam etme*” anlamında kullandığı düşünülmektedir. Dolayısıyla bu ifadelerinden faydalanarak tekrarlama özelliğini fraktalları tanımada kullandığı söylenebilir. Aynı zamanda “...*ilk başta küçükler yok, sadece büyükler var.*” cümlesinden adımlar arasındaki küçülerek devam etme durumunu görerek fraktalları tanımada öz benzerlik özelliğinden faydalandığını söylemek mümkündür. Dolayısıyla Hülya'nın birinci şekilde önceki adımın çiziminde tekrarlama ve öz benzerlik özellikleri bakımından fraktal yapıyı informel olarak

fark ettiği söylenebilir. Birinci şeklin sonraki adımının çiziminde de benzer ifadeler rastlanmaktadır.

H: *Bu şimdi böyle ama diğeri daha büyüyebilir yani üreyebilir içinden.*

A: *Hı hım. Nerelerde üreyecek peki?*

H: *Şu (1.şekil) boşluklarda daha fazla üreyebilir.*

A: *Boşluk dediğin beyaz kısımlar mı siyah kısımlar mı?*

H: *Siyah kısımlarda.*

A: *Tamam.*

H: *Bunlarda (1.şeklin bir sonraki adımı) küçük küçük üreyebilir.*

A: *hı hım.*

Öğrencinin önceki adımda yaptığı açıklamalara benzer şekilde sonraki adım için de “...üreyebilir...” ifadesini kullandığı görülmektedir. Dolayısıyla fraktalların tekrarlı yapısını fark ettiği söylenebilir. “...küçük küçük üreyebilir.” ifadesinden de üçgenlerin giderek küçüldüğüne dikkat ederek öz benzerlik özelliğini informel olarak fark ettiği söylenebilir. Dolayısıyla Hülya'nın birinci şekilde sonraki adımın çiziminde tekrarlama ve öz benzerlik özellikleri bakımından fraktal yapıyı informel olarak fark ettiğini söylemek mümkündür.

A: *...Sen bunu çizdin bundan bir sonraki nasıl olabilir?*

H: *İçlerinden de üreyebilir.*

A: *Çizmeden sadece söyleyebilirsin.*

H: *Siyahların içinden de üçgenler oluşturabiliriz şu şekilde üçgen oluşabilir ama onlar siyah olacak şekilde üçgen oluşturabilir.*

Hülya'nın kullandığı tüm ifadeler birbirine benzer olmakla birlikte fraktal yapıları da tanıdığı göz önünde bulundurulduğunda tekrarlama ve öz benzerlik özellikleri bakımından fraktal yapıyı informel olarak fark ederek çizimlerini destekleyici ifadeler kullandığı görülmüştür.

Hülya altıncı şekilde ise önceki adımı doğru çizmiş, ancak sonraki adımda hata yapmıştır. Öğrenci sonraki adımı yanlış çizmesine rağmen açıklamaları incelendiğinde aslında ifade ettiği durum ile çizdiği şeklin birbiri ile aynı olmadığı düşünülmektedir.



Şekil 4. 26: Hülya'nın altıncı şeklin önceki ve sonraki adımına ilişkin çizimi

A: ... Bunu (6. şekli) neye benzettin? Bir şeye benzettin mi?

H: Bu direk gibi.

....

H: (6. şeklin bir önceki adımını çiziyor.) Önce tek y.

A: Hı hım.

H: (6. şeklin bir sonraki adımını çiziyor.) Bunun uçlarına eklenebilir.

A: Evet sadece bir tanesinin ucuna mı eklenir?

H: Diğerinde...

A: Bir sonrakinde?(6. şeklin bir sonraki adımından sonrakinde)

H: Bir sonrakinde bir tane daha eklenir. Sonra bir tane daha, bir tane daha ikişer ikişer de eklenebilir.

....

H: Zaten ikişer ikişer ilerliyordu.

Hülya'nın şeklin önceki adımının fraktal yapısını yansıtmak şeklinde doğru çizdiği görülmektedir. Sonraki adımda ise şeklin yalnızca bir ucuna ekleme yaptığı görülmektedir. Bir sonraki adımda da benzer bir yol izlemiştir. Hülya şekli önce bir elektrik direğine benzetmiş, sonra da "y harfi" olarak ifade etmiştir. Hülya'nın bir sonraki adımın sonraki adımı için yaptığı açıklamalar

incelendiğinde kullandığı “... *ikişer ikişer de eklenebilir.*” ve “*zaten ikişer ikişer ilerliyordu.*” ifadelerine dayanarak tekrarlama özelliği bakımından fraktal yapıyı informel olarak fark ettiğini söylemek mümkündür.

Hülya'nın fraktal yapılara ilişkin bir duyumu olmasına rağmen yalnızca iki şekil için fraktalların özelliklerini informel olarak kullandığı ifadelere rastlanmıştır. Diğer fraktal şekillerde yalnızca önceki adımlar için doğru çizimler yapması sonraki adımlar için aynı başarıyı gösterememesi şaşırtıcıdır. Fraktal olmayan şekilleri ise şekil ekleme ve çıkarma yaparak bazen kuralsız bazen de geometrik şekli sayarak önceki ve sonraki adımları oluşturmuştur. Hülya'nın bu şekillerin fraktal olmadığını fark ederek birbiriyle tutarlı çizimler ve açıklamalar yaptığı belirlenmiştir.

4.1.14. Miray

Miray'ın fraktal şekillerin hiçbirinde tekrarlama ve öz benzerlik özellikleri bakımından fraktalları informel olarak fark ettiğine ilişkin bir bulguya rastlanmamıştır. Yalnızca fraktal olan altıncı şekilde önceki adımı doğru çizdiği ancak sonraki adımda aynı tutarlılığı göstermediği belirlenmiştir.



Şekil 4. 27: Miray'ın altıncı şeklin önceki ve sonraki adımına ilişkin çizimi

Miray'ın altıncı şekle ilişkin çizimleri incelendiğinde önceki adımı doğru çizdiği görülmektedir. Sonraki adımda ise şeklin alt tarafına ekleme yaparak örüntüyü tamamladığı Şekil 4. 27'den anlaşılmaktadır. Öğrencinin şekle ilişkin açıklamaları net olmadığı için sonraki adımdan bir sonrasının nasıl olacağı

sorulduğunda “bir sonrakinde kenarlarına gelebilir.” cevabı alınmıştır. Buradan hareketle öğrencinin sonraki adımı kurlsız biçimde şekil ekleyerek oluşturmaya çalıştığı görülmektedir. Dolayısıyla Miray’ın altıncı şekildeki özellikleri bakımından fraktal yapıyı informel olarak fark etmediğini söylemek mümkündür.

Miray’ın diğer fraktal şekillerin önceki ve sonraki adımlarını oluştururken şekil ekleme ve çıkarma yaptığı belirlendiğinden tekrarlama ve öz benzerlik özellikleri bakımından fraktalları informel olarak fark ettiğini söylenmek mümkün değildir. Fraktal olmayan şekillerde ise fraktal olanlara benzer şekilde şekil ekleme ve çıkarma yaparak önceki ve sonraki adımları oluşturduğu belirlenmiştir.

4.1.15. Mükerrerem

Mükerrerem kod adlı öğrencinin fraktal olan şekillerin dört tanesinde önceki adımları doğru çizdiği belirlenmiştir. Sonraki adımlarda ise aynı tutarlı göstermediği, şekil ekleme yoluyla örüntüleri devam ettirdiği görülmüştür.



Şekil 4. 28: Mükerrerem’in sekizinci şeklin önceki ve sonraki adımına ilişkin çizimi

....

Mükerrerem: Şurası aynı şöyle olacak (karenin içindeki en büyük taralı üçgen.)

....

M: İki tane olur şundan (taralı üçgenlerden) şöyle.

Araştırmacı: Evet olabilir bir sonraki adımı?

M: (8. şeklin bir sonraki adımını çiziyor.) Böyle olabilir.

A: Hım. Peki, senin yaptığınla benim sana vermiş olduğum benzemiyor mu?

M: Sadece üçgenleri yukarıdaki...

A: hım, ne yapmış?

M: Sayıları değiştirdi.

A: Neyin sayısı değişti?

M: Mesela burada (ilk başta) aynı iken bir tane. Burada (8. şekil) iki tane.

A: İki tane.

M: Burada (bir sonraki adımda) üç tane olacak.

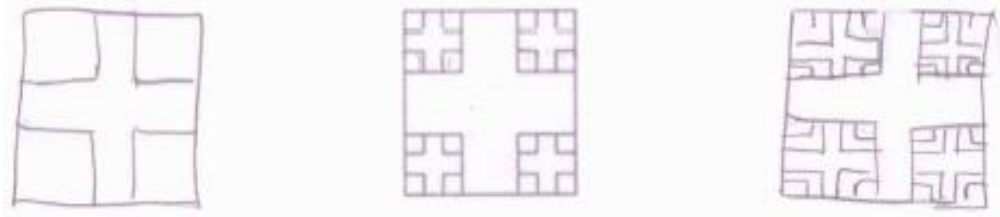
Öğrencinin yaptığı çizimler incelendiğinde önceki adımı doğru çizdiği ancak sonraki adımda aynı başarıyı gösteremediği görülmektedir. Yaptığı açıklamalara bakıldığında ise sonraki adımı oluştururken verilen şekildeki üçgenleri sayarak her adım için sırasıyla bir tane üçgen artırdığını belirten ifadeler kullanmıştır. Buradan hareketle öğrencinin önceki adımı farkında olmadan doğru çizdiği, dolayısıyla fraktalleri özellikleri bakımından informel olarak tanıma eğiliminde olmadığı söylenebilir.

Mükerrer fraktal olan ikinci, dördüncü ve altıncı şekillerin önceki ve sonraki adımları için de benzer çizimler yapmıştır. Fraktal olmayan şekillerde ise şekil ekleme ve çıkarma yoluyla önceki ve sonraki adımları oluşturduğu görülmektedir.

4.1.16. Nuray

Nuray'ın fraktal şekillerden ikisinde şeklin fraktal yapısını fraktallerin özellikleri bakımından informel olarak fark ettiğine ilişkin çizimlerine ve ifadelerine rastlanmaktadır. Fraktal şekillerden birinde yalnızca önceki adımı doğru çizerken diğer fraktal şekillerde doğru çizimler yapamadığı

gözlendiğinden bu şekillerdeki fraktalları informel olarak fark etmediği söylenebilir.



Şekil 4. 29: Nuray'ın ikinci şeklin önceki ve sonraki adımına ilişkin çizimi

N: Önce şu büyük (şeklin ortasını, boşluğu) olanı.

Araştırmacı: Hı hım.

N: Sonra bunu (köşedeki küçük kare).

A: Hım.

N: Sonra... (2. şeklin bir sonraki adımını çiziyor.)

A: Ne yapıyorsun?

N: Bunu (köşedeki karenin içini) şöyle kare kare düşündüm.

A: Hı hım.

N: Altına şey yapıyorum.

A: Birer tane daha mı ekliyorsun?

N: Hı hım.

A: Küçük olanların (karelerin) içine?

N: Evet.

A: Peki bunu çizdin şimdi. Sence bundan (2.şeklin bir sonraki adımını) bir sonraki nasıl olabilir? Sadece sözel olarak söyleyebilirsiniz.

N: Bunu da altına şöyle.

A: Hım senin oluşturduğun karelerin tekrar köşelerine yaptın?

N: Evet.

Şekil 4. 29'dan Nuray'ın önceki adımı doğru çizdiği görülmektedir. Sonraki adım incelendiğinde öğrencinin açıklamalarından fraktal yapısını informel olarak fark ettiği ancak doğru çizim yapamadığı söylenebilir. Nuray'ın küçük olan karelerin yalnızca birer köşesine kareler eklemesi onun çizimin yanlış olmasına sebep olmuştur. Nuray'ın ifadelerinde şeklin köşelerine eklemeler yaptığını belirtmesi fraktalları tanımada tekrarlama özelliğinden faydalandığını, karelerin içine yeni kareler eklediğini belirtmesi ise öz benzerlik özelliğinden faydalandığını göstermektedir. Ancak ifadeleri incelendiğinde yaptığı çizim ile ifade etmek istediği durumun birbirinden farklı olduğu görülmektedir. Dolayısıyla Nuray'ın ikinci şekilde tekrarlama ve öz benzerlik özellikleri bakımından fraktalları informel olarak tanıma eğiliminde olduğu söylenebilir.

Nuray fraktal olan sekizinci şekilde ise önceki ve sonraki adımı hatalı çizmesine rağmen açıklamalarında şeklin fraktal yapısını informel olarak belirten ifadeler kullanmıştır.



Şekil 4. 30: Nuray'ın sekizinci şeklin önceki ve sonraki adımına ilişkin çizimi

N: (8. şeklin bir önceki adımını çiziyor.) bunda (8. şekil) iki tane üçgen. (8. şeklin bir sonraki adımını çiziyor.) bunda bir tane.

A: Hım üstüne ekledin.

N: Hı hım.

A: Peki bir sonrakinde?

N: Bunun (en üsteki küçük üçgenin) üstüne.

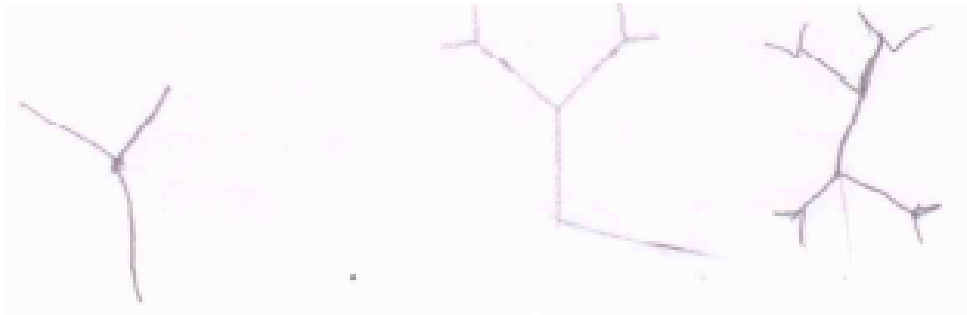
Nuray önceki ve sonraki adımda üçgenlerin sayısına ilişkin doğru ifadeler kullanmıştır. Yaptığı çizimlerde ise üçgenlerin her adımdaki büyüklük küçüklük ilişkisini doğru göstermiştir. Ancak çizimleri yaparken önceki ve sonraki adımda

ilk başta verilen şekildeki kareyi tam olarak yarıl原因amama gibi bazı hatalar yaptığı görülmektedir. Buna dayanarak Nuray'ın sekizinci şekilde fraktalın yapısını informel olarak fark ettiği ancak bunu çizimlerine yansıtamadığı söylenebilir.

Nuray'ın fraktal olan altıncı şekilde yalnızca önceki adımı doğru çizdiği görülmüştür. Diğer fraktal şekillerde ise önceki ve sonraki adımı şekil ekleme ve çıkarma yaparak oluşturduğu için bu şekillerdeki fraktal yapılarda özelliklerine dayanarak informel bir anlamaya sahip olmadığını söylemek mümkündür. Fraktal olmayan diğer şekilleri ise şekil ekleme ve çıkarma yoluyla oluşturduğu görülmüştür.

4.1.17. Ufuk

Ufuk'un fraktal şekillerin hiç birinde tekrarlama ve öz benzerlik özellikleri bakımından fraktalları fark etmede informel bir anlamaya sahip olmadığı söylenebilir. İkinci, dördüncü ve altıncı şekilde önceki adımları doğru çizdiği görülürken, sonraki adımları şekil ekleyerek sürdürdüğü için bu şekillere ilişkin olarak fraktalların özelliklerini fraktalları tanımada kullanmadığı söylenebilir.



Şekil 4. 31: Ufuk'un altıncı şeklin önceki ve sonraki adımına ilişkin çizimi

Araştırmacı: *Bunu (6.şekli) bir şeye benzettin mi?
Neye benzettin?*

U: *Ağaç.*

....

6. şeklin bir sonraki adımını çiziyor.

A: Hım alt tarafına ne ekledin? Buradakinin (üst kısmının) aynısı mı?

U: Evet aynısı.

A: Peki bir sonraki adım nasıl olacak?

U: Şöyle bir çizgi çizilerek devam edilir.

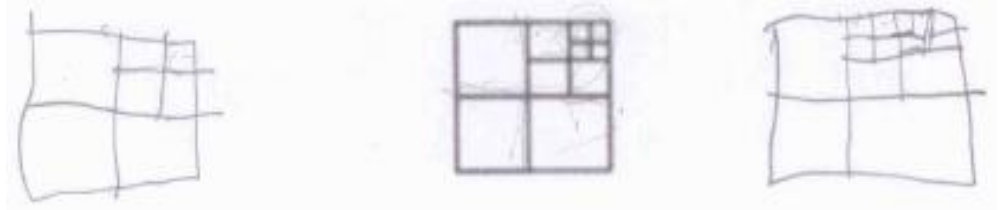
A: Hım altına çizdin.

Şekil 4. 31'den görüldüğü gibi Ufuk verilen şekli ağaca benzeterek önceki adımı doğru çizmiştir. Ancak sonraki adımda aynı başarıyı gösterdiği söylenemez. Ufuk'un kuralsız olarak şekil eklediği, şekli aşağı doğru eklemeye yaparak çizdiği görülmektedir. Ufuk verilen şeklin fraktal yapısını fark etmeden çizim yaptığı için önceki adımı tesadüfen doğru çizdiği söylenebilir. Dolayısıyla altıncı şekilde tekrarlama ve öz benzerlik özellikleri bakımından fraktalları informel olarak fark etmediğini söylemek mümkündür. İkinci ve dördüncü şekilde benzer yolla sonraki adımı oluşturduğu görüldüğünden bu şekillere yönelik olarak da fraktalları tanımada informel bir farkındalığının olmadığı söylenebilir.

Ufuk fraktal olan diğer şekillerde kuralsız biçimde şeklin geometrik yapısına göre şekil eklemeye ve çıkarmaya yaptığı görülmüştür. Fraktal olmayan şekillerde ise verilen şekildeki geometrik yapının sayısına odaklanarak şekil eklemeye ve çıkarmaya yaptığı belirlenmiştir.

4.1.18. Veli

Veli'nin fraktal olan şekillerden ikisinde tekrarlama ve öz benzerlik özellikleri bakımından fraktalları informel olarak fark ettiği belirlenmiştir. Fraktal olan bir şekilde ise yalnızca önceki adımı doğru çizdiğinden ve sonraki adımda kuralsız bir şekil ekleyerek örüntüyü devam ettirdiğinden bu şekilde fraktalların özelliklerini informel olarak kullanarak fraktal yapıyı fark ettiği söylenemez.



Şekil 4. 32: Veli'nin dördüncü şeklin önceki ve sonraki adımına ilişkin çizimi

Sonraki adımı çizer.

V: *Aynısı şundan bir tane daha atlayacağız şuraya mesela.*

Araştırmacı: *Ama ilk başta hiç yoktu, direk ilk oldu sonra yan tarafa mı geçecek?*

V: *İlk başta yani kareler oluşturuyor içinde.*

A: *Tamam.*

V: *Tekrar kare oluşturuyor(4. şeklin bir sonraki adımını gösterir.).*

A: *Yan tarafta oluşturuyor.*

V: *Yani kendi içinde kareler yapıyor.*

Veli'nin dördüncü şeklin önceki adımını doğru çizdiği ancak sonraki adımı çizerken hata yaptığı görülmektedir. Veli'nin açıklamaları incelendiğinde sonraki adım için çizdiği şekil ile yaptığı açıklamanın farklı olduğu görülmüştür. Veli aslında şeklin yapısının nasıl oluştuğuna ilişkin fraktal yapıyı fark ettiğini hissettiren ifadeler kullanmasına karşın çiziminde bu farkındalığını gösterememiştir. Veli'nin yaptığı açıklamalar incelendiğinde "...*kendi içinde kareler yapıyor.*" ifadesini kullanması Veli'nin bir fraktalın herhangi bir adımı olarak verilen şekildeki hem öz benzer kareleri, hem de karelerin kendi içinde oluştuğunu belirterek şeklin tekrarlı yapısını fark ettiği düşünülmektedir. Dolayısıyla Veli'nin tekrarlama ve öz benzerlik özellikleri bakımından fraktalları informel olarak fark ettiği söylenebilir.

Veli sekizinci şeklin önceki ve sonraki adımını ise Şekil 4. 33'te gösterildiği gibi çizmiştir.



Şekil 4. 33: Veli'nin sekizinci şeklin önceki ve sonraki adımına ilişkin çizimi

A: *Bir önceki nasıldır sence?*

V: *Şöyle olacağını düşünüyorum.*

A: *Hım ne yaptın? En üstündekini çıkardın.*

V: *Evet.*

A: *Tamam bir sonrakinini (8. şeklin bir sonraki adımını) çiz.*

V: *(8. şeklin bir sonraki adımı) Şöyle hani eklenecek.*

A: *Tamam peki bundan (8. şeklin bir sonraki adımından) bir sonraki sence nasıl olur?*

V: *Bence bundan bir sonraki bir tane daha ekleyebiliriz... En üstüne bir tane daha ekleyebiliriz.*

Veli'nin sekizinci şekle ilişkin açıklamaları incelendiğinde her bir adım için çizilen en üstteki üçgenin üstüne yeni bir üçgen daha çizileceğini belirtmiştir. Veli'nin üçgenleri her defasında eklemesi şeklin tekrarlı yapısını, küçülerek üçgen eklemesi ise şeklin öz benzer yapısını informel olarak fark ettiğini göstermektedir. Dolayısıyla Veli'nin sekizinci şekilde tekrarlama ve öz benzerlik özellikleri bakımından fraktal yapıyı informel olarak fark ettiğini söylemek mümkündür.

Veli altıncı şekilde yalnızca önceki adımı doğru bir biçimde çizerken birinci şekilde verilen şeklin aynısını önceki adımda biraz daha küçülterek sonraki adımda ise biraz daha büyüterek çizmiştir.



Şekil 4. 34: Veli'nin birinci şeklin önceki ve sonraki adımına ilişkin çizimi

....

V: Şuraya da (bir önceki adıma) bunun (1. şeklin ortasındaki büyük üçgen) gibi üçgen oluşur. Biraz üçgen küçük olması gerekiyordu ama büyük çizdim.

A: Hı hım, şimdi sadece ne yapmış oldun? Ortadakini de koydun.

V: Evet ortadakini de. Yani bunları(üçlüleri) küçülttüm bunları oluşturan küçükleri yaptım.

A: Hı hım.

V: Bunları oluşturan bunlarda (üçlüler) büyükleri oluşturur. Büyüklerde bunu oluşturacaktır (1. şekli).

....

A: Evet. Peki sonraki nasıl olacak?

V: Bir sonraki ise bunlarda (üçlüler) şunu (ortadaki üçgeni) oluşturacak daha büyük... (1. şekilde gösteriyor.)

....

V: Şuraya daha büyük çizilir bunda (1. şeklin bir sonraki adımında).

A: Üçgenin boyutunu mu büyütmüş oldun?

V: Evet yani küçük üçgenler büyütüyor.

Veli'nin önceki ve sonraki adımı çizerken ortada bulunan beyaz büyük üçgeni aynen çizdiği görülmektedir. Diğer üçgenleri ise yine bulunduğu yerlerde ancak önceki adım için verilen şekle göre daha küçük olacak şekilde çizmiştir. Sonraki adımda ise verilen şekle göre daha büyük üçgenler çizdiği görülmektedir. Veli burada önceki adım için verilen şeklin üçgenlerini

küçülttüğünü, sonraki adım için verilen şeklin üçgenlerini büyüttüğünü ifade etmektedir. Dolayısıyla Veli'nin çizimlerini yaparken verilen şekil üzerinde küçültme ya da büyütme yaptığı belirlenmiştir. Buradan hareketle öğrencinin açıklamalarında ve çizimlerinde tekrarlama ve öz benzerlik özelliklerini fraktal yapıyı informel olarak fark etmede kullandığını gösteren bir durumun mevcut olmadığı söylenebilir.

Veli fraktal olmayan diğer şekillerde ise şekil ekleme ve çıkarma yaparak ya da şekle yer değiştirme hareketi yaptırarak örüntüleri devam ettirmiştir.

Birinci aşamaya yönelik genel değerlendirme

18 öğrenciden her birinin fraktal olan ve olmayan şekiller için verdikleri cevaplar aşağıdaki tabloda bir araya getirilmiştir. Tablo incelendiğinde fraktalları tanımada tekrarlama (T) ve öz benzerlik özelliğini (Ö) informel olarak fark eden öğrenciler ile bu özelliklerden herhangi birini fark ettiğine ilişkin bir ifade kullanmamasına karşın fraktal yapılara uygun çizimler yaparak fraktal yapıları tanıdığını gösteren (F) öğrencilerin bulunduğu belirlenmiştir. Fraktal olmayan şekillerde ise hiçbir öğrencinin verilen şekle ilişkin fraktal yapıları özelliklerini kullanarak ya da kullanmadan informel olarak fark ettiklerine yönelik bulgulara rastlanmamıştır.

Tablo 4. 1: Öğrencilerin birinci aşamadaki şekillerde tanıdıkları özellikler

Öğrenci Adları	Fraktal olan şekiller					Fraktal olmayan şekiller		
	1	2	4	6	8	3	5	7
Meriç			T, Ö		T, Ö			
Yunus								
Dilek	Ö				T			
Eren	T, Ö	T, Ö	T, Ö	T, Ö	T, Ö			
Hasan					F			
Melik		T, Ö						
Meltem								
Satı		T, Ö			T, Ö			
Simge								
Tuğra								
Banu								
Çisem								
Hülya	T, Ö			T				
Miray								
Mükerrem								
Nuray		T, Ö			F			
Ufuk								
Veli			T, Ö		T, Ö			

(T:Tekrarlama özelliğini informel olarak tanıma, Ö: Öz benzerlik özelliğini informel olarak tanıma, F: Fraktalların özelliklerini kullanmadan yalnızca fraktal yapıyı fark etme)

Klinik görüşme yapılan 18 öğrencinin yalnızca biri (Eren) fraktal bir örüntünün bir adımını belirten şeklin önceki ve sonraki adımını tüm fraktal şekiller için doğru çizmiştir. Bu öğrenci 5 fraktal şekil için de önceki ve sonraki adımı çizerken tekrarlar ve öz benzerlik özellikleri bakımından fraktal yapıları informel olarak fark ettiğine yönelik ifadeler kullanmıştır.

Klinik görüşmelerde 9 öğrencinin ise fraktal yapılara ve bunların özelliklerine yönelik informel farkındalıklarını belirleyecek ifadeler

kullanmadıkları görülmüştür. Ancak bu öğrencilerin biri hariç (Meltem) diğer 8'inde verilen şeklin önceki adımını oluştururken yaptıkları çizimlerin bazı şekiller için doğru olduğu belirlenmiştir. Bu öğrenciler sonraki adımda örüntüleri fraktal yapısına uygun çizimlerle devam ettiremedikleri ve açıklayamadıkları için önceki adım ile sonraki adım arasında bir tutarsızlık meydana gelmiştir. Bu sebeple bu öğrenciler önceki adımları doğru çizmelerine rağmen sonraki adımda aynı başarıyı gösteremediklerinden bu öğrencilerin özellikleri bakımından fraktalları informel olarak anladıklarını söylemek mümkün değildir.

Diğer taraftan 8 öğrencinin en az bir fraktal şeklin önceki veya sonraki adımını doğru çizerek ve açıklayarak tekrarlama veya öz benzerlik özellikleri bakımından ya da yalnızca çizimleri ile fraktal yapıları informel olarak fark ettiklerine yönelik ifadeler kullandıkları görülmüştür. Ancak bu öğrenciler tüm fraktal şekiller için aynı başarıyı gösterememişlerdir. Ayrıca 7 öğrencinin 6'sının fraktal olarak verilen şekillerin önceki adımlarını çizmede başarılı oldukları halde sonraki adımları çizirken örüntüyü farklı bir biçimde devam ettirmişlerdir. Bu sebeple her fraktal şekil için aynı ölçüde bir informel anlama geliştirmemişlerdir. Tablo 4. 1 incelendiğinde öğrencilerin 2. şekil ve 8. şekilde var olan tekrarlama ve öz benzerlik özelliklerini daha kolay fark ettikleri görülmektedir.

Yalnızca bir öğrencinin (Tuğra) hiçbir fraktal şekilde fraktalların özellikleri bakımından informel bir anlamaya sahip olmadığı görülmüştür. Bu öğrenci fraktal olan ve olmayan tüm şekiller için benzer bir yol izleyerek her şekilde ya yer değiştirme, ya döndürme ya da yer değiştirme ve döndürme hareketinin ikisini birlikte kullanmıştır. Dolayısıyla bu öğrencinin özellikleri bakımından fraktalları informel olarak anladığına ilişkin bir bulguya rastlanmamıştır.

Görüşme yapılan öğrencilerin hepsi de fraktal olmayan üç örüntü için de birbirine benzer yollarla oluşturulmuş çizimler yaparak birbirine benzer ifadeler kullanmışlardır. Bu örüntülerin istenen adımların çizilmesi öğrencilerden beklenerek tekrarlama ya da öz benzerlik özelliğinden herhangi birini tanıyıp tanımadığına bakılmıştır. Öğrencilerin bu şekilleri sıradan bir örüntünün adımı olarak mı, fraktal bir örüntünün adımı olarak mı çizdikleri gözlenmiştir. Hiçbir öğrencinin fraktal olmayan bir şekilde fraktalların özelliklerini informel olarak kullanması beklenemez. Zaten hiçbir öğrenci de buna yönelik bir açıklamada

bulunmamıştır. Öğrencilerin her birinin oluşturdukları adımlar ve yaptıkları açıklamalar arasında bir tutarlılık olduğu görülmektedir.

4.2. İkinci Aşamadaki Verilerin Analizi

İkinci aşamada öğrencilerden verilen 8 farklı örüntüden birbirine benzer olduğunu düşündükleri örüntüleri gruplandırmaları istenmiştir (Ek - 2). Burada yer alan örüntülerin 5'i fraktal örüntülere ait olup diğerleri sıradan birer örüntüdür. Verilerin analizi esnasında gülen yüz ile gösterilen 8. örüntünün bir uzman tarafından bir örüntü bile belirtmediği rastgele birkaç şeklin sıralandığı gerekçesiyle araştırmadan çıkarılması önerilmiştir. Ancak diğer uzmanlar tarafından sözü geçen örüntü bir fraktal oluşturmadığı için öğrenci cevaplarını etkileyeceği düşünülmediğinden değerlendirmeye alınmıştır.

Bu aşamada öğrencilere öncelikle örüntüleri sözel olarak ifade etmeleri istenmiştir. Bu sayede öğrencilerin her örüntünün olduğu kuralı ifade etmesini sağlamak amaçlanmıştır. Ancak bazı öğrenciler örüntüleri yalnızca geometrik yapılarını tanımlayarak ifade etmişlerdir. Öğrencilerden daha sonra ifade ettikleri kuralları ve örüntülerin yapısal özelliklerini dikkate alarak verilen örüntüleri sınıflandırmaları yani gruplamaları söylenmiştir. Bu kısımda öğrencilerin oluşturdukları grupların çeşitliliğinin fazla olduğu görülmüştür.

İkinci aşamada bulunan 5 fraktal örüntünün hepsini de aynı gruba alan öğrenci yoktur. Genellikle öğrenciler fraktalları parça parça yani yalnızca bir kısmı aynı grupta olacak şekilde gruplara ayırmışlar ve açıklamalarını da gruplamalarına göre yapmışlardır.

Klinik görüşme yapılan 18 öğrenciden yalnızca 2 öğrencinin oluşturduğu gruplarda fraktalların yer almadığı görülmüştür. Dolayısıyla bu öğrenciler için tekrarlama ve öz benzerlik özelliklerini kullanarak fraktal örüntüleri informel olarak fark ettikleri söylenemez.

Öğrencilerden beklenen 1., 2., 4., 6. ve 8. örüntülerin hepsini aynı gruba almalarıdır. Hiçbir öğrencinin bunu başaramamıştır. Ancak öğrencilerin bir

kısının bu fraktalların en az ikisini aynı gruba alarak parçalı biçimde gruplar oluşturdukları, bir kısmının ise fraktal olan ve olmayan örüntüleri aynı gruba alma eğiliminde oldukları belirlenmiştir. Aşağıdaki tabloda her öğrencinin oluşturduğu gruplar verilmiştir.

Tablo 4. 2: Öğrencilerin ikinci aşamadaki örüntülerle oluşturdukları gruplar

Öğrenci Adları	Gruplar			
Meriç	1,6	2, 4, 8	3, 7	5
Yunus		1, 2, 4 (T)		5, 6, 7
Dilek		2, 4		
Eren		1, 2, 4, 8 (T)	3, 6	5
Hasan		2, 4	6,7	
Melik		1, 2, 3, 4, 8	6, 7	5
Meltem	1	3, 8	6, 7	5
Satı		1, 2, 3, 4, 7, 8		
Simge		1, 2, 4 (T, Ö)	3, 6	5, 7, 8
Tuğra				5, 8
Banu		2, 4 (T, Ö)	1, 3, 6, 7, 8	
Çisem		1, 2, 4, 8 (T, Ö)		5
Hülya	1, 8	2, 4	6, 7	5
Miray		2, 4	3, 6	1, 5
Mükerrem	1, 6, 8	2, 4, 7		
Nuray		1, 2, 4, 8	6, 7	
Ufuk		2, 4	1, 3, 8	5, 7
Veli		1, 2, 4, 8 (T, Ö)	6, 7	

(T:Tekrarlama özelliğini informel olarak tanıma, Ö: Öz benzerlik özelliğini informel olarak tanıma)

Tablo 4. 2 incelendiğinde en belirgin biçimde göze çarpan durumun 2. ve 4. örüntünün çoğu öğrenci tarafından aynı gruba alınmasıdır. Bu örüntüler karelerle oluşturulduğu için öğrencilerin örüntülerdeki geometrik şekilleri dikkate

olarak bu iki örüntüyü aynı gruba dahil etmiş olabilecekleri düşünülmektedir. Aynı zamanda öğrencilerden çoğu 5. örüntüyü ya yalnız biçimde gruplamışlar ya da tek olduğunu düşündükleri için grup oluşturmamışlardır. Burada verilen örüntüdeki yıldızın yer değiştirme hareketi ile adımların oluşturulduğunu öğrencilerin fark etmiş olabileceği söylenebilir.

Bu aşamada fraktalları parça parça da olsa doğru gruplayan öğrencilerden bir kısmı ise fraktalları aynı gruba almalarına rağmen yaptıkları açıklamalarda gruptaki örüntülerin niye aynı grupta bulunduğunu ifade ederken fraktalların özelliklerinden faydalanmadıkları görülmüştür. Bu öğrencilerin örüntülerin yapısında bulunan geometrik şekiller aynı olduğu için o örüntüleri aynı gruba aldıklarını belirten ifadeler kullandıkları belirlenmiştir.

İkinci aşamada fraktalların bir kısmını da olsa aynı gruba alan ve açıklamalarında fraktalların özellikleri bakımından fraktal örüntüleri informel olarak fark ettiklerini belirten ifadeler kullanan 6 öğrenci vardır. Bu öğrencilerden Simge oluşturduğu grupları harflerle isimlendirmiştir. Onun örüntüleri gruplama biçimi şu şekildedir:

....

Simge: *Şu anda şu ikisini benzettim.(1. ve 4.örüntü)*

Araştırmacı: *Olabilir. Neyini benzettin?*

S: *Çünkü ilk önce boşmuş sonra bir şey eklenmiş yine içine. Ondan sonra çoğalmış yani gittikçe çoğalışı benziyor. Sonra küçülüşü benziyor. Onlar da (1.örüntüdeki üçgenleri gösterir.) küçülmüş mesela.*

....

A: *Peki, başka A grubuna giren olabilir mi?*

S: *Başka A grubuna giren şu (2.örüntüyü gösterir.) olabilir diye düşünüyorum.*

A: *Neden?*

S: *Yine aynı şekilde çoğalmış. Sonra yine aynı şekilde bölünmüş.*

Öğrenci 1., 2. ve 4.örüntüyü bir grup yaparak bu gruba "A grubu" ismini vermiştir. Simge bu örüntülerin aynı grupta yer almasının sebebini ise

örüntülerdeki geometrik şekillerin çoğalarak ya da artarak ilerlemesi ve küçülerek devam etmesi olarak açıklamıştır. Öğrencinin açıklamalarına dayanarak “çoğalışı” ifadesinden fraktalların tekrarlama özelliğini informel olarak fark ettiğini söylemek mümkündür. Bu örüntülerdeki üçgenlerin ve karelerin artışını aynı geometrik yapının tekrarlama olarak düşünmüş olabilir. Benzer şekilde üçgenlerin ve karelerin giderek küçüldüğünü ifade etmesi de aynı yapının daha küçük olan benzerleriyle devam etmesi şeklinde düşünmüş olabilir. Buradan hareketle öğrencinin fraktalların özelliklerinden öz benzerliği kullanarak fraktal örüntüleri informel olarak tanıdığını söylemek mümkündür.

Fraktalların özelliklerini informel olarak fark eden bir diğer öğrenci de Çisem'dir. Çisem'in de Simge ile benzer açıklamalarda bulunduğu görülmektedir.

....

A: *Bunları niye birinci gruba koydun, üçünü? (1. , 2. ve 4. örüntü)*

Çisem: *Hepsi gittikçe çoğalıyor çünkü. Artıyor kare, kare, üçgenler. Bunlar da (diğer örüntüleri gösterir.) artıyor ama hani bunlar iç içe artıyorlar.*

....

Ç: *(8. örüntü) Aslında birinci gruba bu da girebilir. Çünkü içinde artıyor yine iç içe ama fazla bir şey yok bundan sonra, bunlar daha fazla iç içeler daha fazla artar. Ama bu da içine girebilir. (1. gruba)*

Çisem'in seçtiği örüntülerle oluşturduğu grubu “1. grup” olarak isimlendirdiği görülmüştür. Öğrencinin bu örüntüleri aynı gruba almasının ilk sebebini “çoğalmaları” ve “artmaları” şeklinde açıklamıştır. Öğrencinin kullandığı bu ifadelerle bakarak örüntülerin her adımında aynı uygulamanın yapılması olarak düşünmüş olabilir. Her adımda aynı uygulamanın yapılması fraktalların tekrarlama özelliği ile ilgilidir. Dolayısıyla Çisem' in tekrarlama özelliği bakımından fraktalları informel olarak fark ettiğini söylemek mümkündür. Çisem grupladığı bu örüntülerin iç içe arttıklarını ifade etmiştir. Bu ifadesi iç içe aynı geometrik şeklin devam etmesidir. Burada iç içe devam eden aynı şekiller olduğu için öz benzerlik özelliği dikkat çekmektedir. Çisem' in fraktalların öz

benzerlik özelliğini bilmeden kullandığı ifadelerle dayanarak informal bir farkındalık geliştirdiği söylenebilir.

Veli de örüntülerdeki fraktalları ayırt ederek fraktalların özelliklerini informal olarak fark eden öğrencilerden biridir.

....

Veli: 1, 8, 2,4. Çünkü git gide hepsi küçülüyor.

A: Hı hım.

V: Yani hem artıyor mesela burada (8. örüntüde) üçgen sayısı artıyor. Burada da (1. örüntüde) üçgen sayısı artıyor. Burada da (2. örüntüde) kare sayısı artıyor burada da (4. örüntüde) kare sayısı artıyor.

A: O zaman hepsi bir gruba giremez mi?

V: Yani o yüzden 1, 8, 2, 4 dedim....

Veli'nin açıklamaları incelendiğinde 1. örüntü ve 8. örüntüde üçgenlerin sayısının arttığını, 2. örüntü ve 4. örüntüde ise karelerin sayısının arttığını ifade etmiştir. Geometrik şekillerin artışı adımların birbirini tekrar etmesi olarak açıklanabilir. Dolayısıyla Veli'nin bu örüntülerde fraktalların tekrarlama özelliğini informal olarak tanıdığını söylemek mümkündür. Örüntülerde geometrik şekillerin giderek küçüldüğünü ifade etmesi ve üçgenler, kareler gibi küçülen geometrik şekilleri belirtmesi öğrencinin örüntüleri oluşturan yapıyı fark ettiğini göstermektedir. Buna dayanarak Veli'nin fraktal örüntülerdeki yapının birbirine benzer şekillerden oluştuğunu fark ettiği için fraktalların öz benzerlik özelliğini informal olarak tanıdığını söylemek mümkündür.

Örüntülerdeki fraktalları gruplayarak özelliklerini informal olarak fark eden öğrencilerden ikisinin açıklamalarından yalnızca tekrarlama özelliğini informal olarak fark ettikleri belirlenmiştir. Bu öğrencilerden Yunus, yaptığı gruplamayı şu şekilde açıklamıştır:

....

Yunus: Üçgenle kare (1. ve 2. örüntüyü gösterir.).

A: Neden?

Y: Burada başta bu da boşmuş(Örüntülerin ilk adımlarını gösterir). Sonra bu da artmış (Örüntülerin 2. adımlarını gösterir). Bunlar da biraz fazla artmış. Bunların içindeki de fazla fazla artmış (Örüntülerin 3. adımlarını gösterir). En sondaki de fazla artmış.

A: Evet.

Y: Buna dayanarak.

A: Peki o gruba giren var mı başka?

Y: Başka şu olabilir(4.örüntüyü gösterir).

A: Neden?

Y: Bunlarda da artmış çünkü. Bir de fazla artmış. Çoğalmış arttıkça. Bu olabilir.

Yunus'un yaptığı açıklamalar incelendiğinde öğrencinin seçtiği örüntülerdeki her adımı sırasıyla karşılaştırdığı görülmektedir. Öğrenci karşılaştırdığı adımlarda geometrik şekillerin artışına dikkat çekmiş ve artışları ifade etmiştir. Dolayısıyla Yunus'un fraktal örüntülerde geometrik şekillerin artarak devam ettiğini belirtmesi tekrarlama özelliğini fark ettiğini göstermektedir. Buna dayanarak öğrencinin tekrarlama özelliği bakımından fraktal örüntüleri informel olarak fark ettiğini söylemek mümkündür.

Klinik görüşme yapılan öğrencilerin bir kısmı fraktalları aynı gruba almalarına rağmen yaptıkları açıklamalarda örüntülerdeki şekilleri dikkate alarak grupladıklarını belirten ifadeler kullanmışlardır. Bu öğrenciler kare ile oluşturulan örüntüleri bir gruba, üçgen ile oluşturulan örüntüleri bir gruba alarak gruplamama yapmışlardır.

A: ...Hangileri benzer olabilir sence? Neden onla, ona benzer dedin? (2. örüntü ile 4. örüntüye A harfi yazar.)

Miray: İçindeki karelerden yaralanarak.

....

Miray'ın yaptığı açıklama incelendiğinde 2. örüntü ile 4. örüntüyü aynı gruba aldığı ve grubu "A harfi" ile isimlendirdiği görülmüştür. Öğrenci fraktal olan örüntüleri gruplamıştır. Ancak bu örüntüleri aynı gruba alma sebebini "içindeki

karelerden yaralanarak” şeklinde açıkladığı için Miray’ın fraktalların özelliklerini informel olarak fark ettiğini söylemek mümkün değildir.

Benzer şekilde Ufuk da 2. örüntü ile 4. örüntüyü aynı gruba aldığı halde açıklamalarında örüntülerin fraktal olduklarını destekleyici ifadeler kullanmadığı görülmüştür.

A: ...Hangileri aynı grupta olur?...

Ufuk: Bununla bunu alırım. (2. ile 4.)

....

U: Şöyle ikisi. (2 ve 4)

A: Hı hım başka? Bu gruba dahil edebileceğin başka var mı? Ya da farklı bir grup da oluşturabilirsin.

U: Yok.

A: Peki neden bu ikisini grupladın? (2. örüntü ve 4. örüntü)

U: İkisinde de parçalanmış.

A: Hı hım.

U: Ve onun (4. örüntüyü gösterir.) içini de parçalamışlar. Kare çizmişler o yüzden ikisi aynı grupta olabilir diye düşündüm.

Ufuk’un da 2. örüntü ile 4. örüntüyü aynı gruba aldığı açıktır. Ancak sebebini açıklarken örüntüleri fraktal olarak fark ettiğini belirten bir ifadeye rastlanmamıştır. Aksine Ufuk örüntüleri sahip oldukları karesel özelliklerine göre değerlendirerek iki örüntüyü aynı gruba almıştır. Buna dayanarak öğrencinin fraktalların özelliklerine yönelik informel bir farkındalığının olduğu söylenemez.

Miray ve Uğur dışındaki birkaç öğrencinin daha 2. örüntü ile 4. örüntüyü aynı gruba aldıkları ve sebep olarak da örüntülerin sahip oldukları karesel yapıyı göstererek aynı ifadeleri kullandıkları belirlenmiştir. Bu öğrencilerin dışında 1. örüntü ve 8. örüntüyü de benzer gerekçelerle aynı gruba alan öğrenciler de bulunmaktadır.

....

Hülya: Sayı olarak değil şekil olarak bunun (1. örüntü) içinde üçgenler artarak eklenmiş.

A: *Evet.*

H: *Bunda da (8. örüntü) o şekilde üçgenler eklenmiş içine.*

A: *Evet.*

H: *Bu ikisi birinci grupta olabilir.*

Hülya'nın yaptığı açıklamalardan anlaşılacağı gibi 1. örüntü ile 4. örüntüyü aynı gruba almıştır. Ancak sebebini açıklarken doğrudan örüntülere şekil olarak baktığını belirtmiştir. Dolayısıyla örüntülerin kendi içinde var olan tekrarlama ve öz benzerlik özellikleri bakımından fark ettiğini ifade eden herhangi bir ilişki kurmadığı açıktır. Bu yüzden Hülya'nın tekrarlama ve öz benzerlik özelliklerini kullanarak fraktalları informel olarak fark etmediği söylenebilir.

Klinik görüşme yapılan öğrencilerin birçoğunun oluşturdukları gruplarda fraktal örüntüler ile fraktal olmayan örüntüleri bir araya getirerek yanlış gruplama yaptıkları belirlenmiştir. Bu öğrencilerin yaptıkları açıklamalarda da tutarsız ifadeler kullandıkları görülmüştür. Örneğin Banu'nun bu şekilde bir gruplama yaptığı belirlenmiştir.

A: *...1. örüntü ile benzer olan var mı bunların arasında?*

Banu: *Bu (3. örüntü) benziyor olabilir. Çünkü burada (1. örüntü) arttırıyor üçgenlerini. Bu da (3. örüntü) çizgilerini arttırıyor.*

....

B: *Bunu (1. örüntü) a (grubu) buluyorum açıklamasını yapayım. Bunu da (3. örüntü) a (grubu) buluyorum.*

A: *Hı hım.*

B: *Bunu (6.örüntü) aynı buluyorum artıyor.*

A: *Hı hım.*

B: *Bunu (7. örüntü) aynı buluyorum. Bunu (8. örüntü), bunu da aynı buluyorum. Çünkü arttıkça yani şekiller oldukça küçülüyor.*

....

Banu'nun açıklamaları incelendiğinde fraktal olan 1. örüntü, 6. örüntü ve 8. örüntüyü bir gruba aldığı görülmektedir. Aynı zaman bu gruba fraktal olmayan 3. örüntü ve 7. örüntüyü de dâhil etmiştir. Açıklamalarında ise “üçgenleri *arttırma*, çizgileri *arttırma*, *arttıkça şekillerin küçülmesi*” gibi birbiriyle alakası olmayan ifadeler kullanmıştır. Dolayısıyla fraktal örüntüler ile fraktal olmayan örüntüleri birbirinden ayırt ettiği söylenemez. Buna dayanarak Banu'nun özellikleri bakımından fraktalları informel olarak fark etmediğini söylemek mümkündür.

Banu ile benzer durum Melik' te de görülmektedir.

Melik: *Bence bu ikisi olabilir. (6 ve 7. örüntüler)*

A: *Neden o ikisi?*

M: *Çünkü bunlar da gittikçe buna (6. örüntü) dal eklenmiş bunda (7. örüntü) da küçük yüz eklenmiş bir de kare eklenmiş.*

Melik' in açıklamaları incelendiğinde bir fraktal olan 6. örüntü ile fraktal olmayan 7. örüntüyü bir gruba aldığı görülmektedir. Melik oluşturduğu bir başka grupta fraktallara yer vererek aynı grupta olmalarını destekleyici açıklamalar yaparken bu grup için farklı düşündüğü görülmektedir. Burada örüntülere eklenen yapıların birer birer artacağını düşünerek iki örüntüyü bir araya getirmiştir. Dolayısıyla Melik'in özellikleri bakımından fraktalları informel olarak fark ettiği söylenemez.

İkinci aşamada bazı öğrencilerin fraktal olmayan örüntüleri bir araya getirerek bir grup oluşturdukları, bazılarının ise fraktal olmayan örüntüleri gruplamadıkları veya fraktal olmayan örüntülerden yalnız biri ile ayrı bir grup oluşturdukları görülmüştür.

....

Meriç: *Buna (3. örüntü ve 7. örüntü) C diyelim.*

A: *C' lerin özelliği nedir?*

M: *Bunu (7. örüntü) altıgendeki gibi boş düşündüm. Sonra yanına bir çizgi gelmiş. Bunun da yanına bir tane yüz gelmiş. Sonra buraya bir çizgi daha gelmiş. Buraya da bir yüz daha gelmiş. Sonra buraya bir çizgi gelince buraya da bir yüz gelecek. Ben öyle düşündüm.*

Meriç' in yaptığı açıklamalar incelendiğinde fraktal bir örüntü olan 3. örüntü ile fraktal olmayan 7.örüntüyü bir araya getirerek grup oluşturduğu görülmüştür. Kullandığı ifadeler bakıldığında örüntülerin yapısındaki şekilleri birer birer arttırarak örüntülerin devam edeceğini düşünmüş olabilir. Dolayısıyla Meriç'in yaptığı gruplama ve buna ilişkin açıklamaları yanlış olduğundan fraktallara yönelik özellikleri bakımından informel bir anlamaya sahip olmadığı söylenebilir.

Bu aşamada verilen 5. örüntü klinik görüşmelerde 6 öğrenci tarafından hiçbir gruba dahil edilmeyerek ayrı bir grupta değerlendirilmiştir. Bu örüntüye yönelik öğrencilerin açıklamaları şu şekildedir:

Meriç: *Ben onu diğerlerine benzetemedim.*

Eren: *Mesela 5 hepsinden farklı...Yer değiştirmiş.*

Melik: *Bence dışta kalan yıldız. Çünkü buna benzer bulamadım.*

Meltem: *Bence bu tek.*

Çisem: *Bu hiçbir gruba giremez bence.*

Hülya: *Şu hiçbir gruba girmez. Çünkü bu yer değiştirerek yapılmış.*

5.örüntüye yönelik öğrencilerin açıklamaları incelendiğinde verilen 8 örüntünün arasından bu örüntüyü farklı buldukları anlaşılmaktadır. Öğrenciler bu örüntüde yıldızın yer değiştirme hareketi ile bir örüntü oluşturulduğunu düşünmüş olabilirler. Öğrencilerin kullandıkları ifadeler de bunu destekleyecek niteliktedir.

Birinci ve ikinci aşamadaki verilerin birlikte değerlendirilmesi

Çalışmaya katılan 18 öğrenciden toplanan veriler doğrultusunda öğrencilerin birinci aşama ve ikinci aşamadaki sorulara verdikleri cevaplar bir araya getirilmiştir. Öğrencilerin cevaplarına göre alt problemler doğrultusunda tekrarlama ve öz benzerlik özelliklerini kullanıp kullanmamalarına bakılmıştır.

Tablo 4. 3. Birinci ve ikinci aşamada tekrarlama ve öz benzerlik özelliğini tanıyan öğrenciler

Öğrenci Adları	Birinci aşamada özellikleri tanıyanlar	İkinci aşamada özellikleri tanıyanlar	Her iki aşamada birden özellikleri tanıyanlar
Meriç	+		
Yunus		+	
Dilek	+		
Eren	+	+	+
Hasan			
Melik	+		
Meltem			
Satı	+		
Simge		+	
Tuğra			
Banu		+	
Çisem		+	
Hülya	+		
Miray			
Mükerrem			
Nuray	+		
Ufuk			
Veli	+	+	+

Çalışmaya katılan 18 öğrencinin birinci aşamadaki fraktal yapılara ilişkin örüntüleri tamamlamada, ikinci aşamadaki örüntüleri sınıflandırmaya göre daha başarılı oldukları söylenebilir. Tablo 4. 3'ten görüldüğü gibi birinci aşamada tekrarlama ve öz benzerlik özelliklerinden en az birini kullanarak fraktal yapıları informel olarak fark eden 8 öğrenci bulunmaktadır. İkinci aşamada ise tekrarlama ve öz benzerlik özelliklerinden en az birini fark ederek örüntüleri sınıflandırmada kullanan 6 öğrenci vardır.

Birinci aşamada verilen şeklin önceki ve sonraki adımını çizerken tekrarlama ve öz benzerlik özellikleri bakımından fraktal yapıyı informel olarak

fark eden öğrencilerin birçoğunun ikinci aşamadaki örüntüleri sınıflandırmada aynı farkındalığa sahip olmadıkları görülmüştür. Meriç, Dilek, Melik, Satı, Hülya ve Nuray fraktal örüntüleri ikişerli ya da üçerli gruplar halinde bir araya getirmelerine rağmen örüntüleri aynı gruba alma gerekçelerini onların sahip oldukları geometrik şekil ile ilişkilendirmişlerdir. Bu öğrencilerin oluşturdukları gruplarda yer alan örüntüler karelerle oluşturulmuş örüntüler oldukları için öğrenciler, bu örüntülerin bir araya getirileceğini düşünmüş olabilirler. Ancak yalnızca örüntülerin geometrik yapısından faydalanılarak oluşturulan gruplarda fraktalların özelliklerini fraktalları tanımda kullandıklarına ilişkin açıklamalarının bulunmadığı görülmüştür. Dolayısıyla fraktalları özellikleri bakımından informel olarak tanıdıklarına ilişkin bir bulguya rastlanmamıştır.

İkinci aşamada fraktal örüntüleri ikişerli, üçerli ya da dörderli gruplar halinde sınıflandırırken tekrarlama ve öz benzerlik özelliklerinden en az birini kullanarak fraktalları informel olarak fark ettiğini gösteren öğrencilerden 4'ünün birinci aşamada aynı farkındalığı göstermedikleri görülmüştür. Yunus, Simge, Banu ve Çisem fraktal örüntülerin bir kısmını da olsa aynı gruba alarak tekrarlama ve öz benzerlik özellikleri bakımından fraktal örüntüleri informel olarak fark ettiklerini belirten ifadeler kullanmalarına rağmen birinci aşamada hiçbir şeklin önceki ve sonraki adımını ne doğru çizmişler ne de açıklamalarında fraktal yapıyı fark ettiklerine ilişkin bir ifade kullanmışlardır.

Her iki aşamada da fraktalların özelliklerini informel olarak kullanarak fraktallara yönelik informel bir anlamaya sahip olduğu belirlenen iki öğrenci bulunmaktadır. Eren' in birinci aşamadaki tüm örüntüleri doğru bir biçimde devam ettirerek tekrarlama ve öz benzerlik özellikleri bakımından fraktal yapıları informel olarak anladığı görülmekte iken, ikinci aşamada 6. örüntü haricinde diğer fraktalları aynı gruba alarak tekrarlama özelliğini informel olarak kullandığını belirten açıklamalar yapmıştır. Veli ise birinci aşamada yalnızca 4. ve 8. örüntüde tekrarlama ve öz benzerlik özelliklerini kullanarak fraktal yapıları çizerken, ikinci aşamada 6. örüntü dışında diğer fraktalları aynı gruba alarak hem tekrarlama hem de öz benzerlik özelliğini kullanarak fraktalları informel olarak tanıdığını belirleyecek ifadelerine rastlanmıştır.

Birinci aşamada verilen şekiller arasında 6. şeklin öğrencilerin fraktalların özelliklerini kullanarak fraktal yapısını informel olarak en zor tanıdıkları şekil olduğu söylenebilir. Benzer şekilde 6. örüntü de sınıflandırılırken öğrenciler tarafından daima fraktal olmayan örüntülerle aynı gruba alınmıştır. Öğrenciler bu örüntüyü ağacın dallarına ya da elektrik direklerine benzetmelerine rağmen küçülen doğru parçaları ile oluştuğunu anlamakta zorlanmaktadırlar. Kareler ve üçgenlerden oluşan örüntülerin görselliğinin daha fazla olmasının bu zorluğa sebep olduğu düşünülmektedir. 2., 4. ve 8. şekiller ile bu şekilleri içeren örüntülerde ise öğrenciler tekrarlama ve öz benzerlik özelliklerini daha kolay fark ederek bunu çizimlerinde ve örüntüleri gruplamada ifadeleriyle yansıtmışlardır. Çünkü bu örüntülerde karelerin kullanılmasının öğrencilerin ilk bakışta dikkatlerini çeken durum olduğu düşünülmektedir.

4.3. Tartışma

Literatürde sayma, sayılar, aritmetik işlemler, kombinasyon, kesirler gibi konularda informel anlamaların gerçekleştiğine dair çalışmalar mevcuttur (Baroody & Wilkins, 1994; Betts & Crampton, 2011; Maher & Powell, 2013; Mamade vd., 2005; O'Toole, 2006). Bu araştırma geometri alanında da informel anlamaların oluşabileceğine dair bir sonuç içermektedir. Yani araştırmaya katılan öğrencilerin fraktalların özelliklerini informel olarak tanıma eğiliminde oldukları belirlenmiştir. Elde edilen bu sonuç literatürde Beigie (2005), Brigner ve Ury (2002), Simmt ve Davis (1998) ve Vacc'ın (1999) çalışmaları ile örtüşmektedir.

Araştırmaya katılan öğrencilerden özellikleri kullanarak fraktal yapıları informel olarak fark etmeyen öğrencilerden bazılarının, verilen şeklin önceki adımını fraktal yapıya uygun çizmelerine rağmen sonraki adımı çizerken aynı başarıyı gösterememişlerdir. Bundan dolayı önceki adımdaki çizimlerinin tesadüfi olduğu düşünülmüştür. Araştırmanın bu sonucu Vacc'ın (1999) bulguları ile örtüşmektedir.

Araştırmada öğrenciler birçok örüntü arasından fraktal örüntüleri ayırt etmede zorlanmışlardır. Öğrencilerin hiçbiri tüm fraktalları aynı gruba koymamalarına karşın birçoğu fraktal olanları ikişer, üçer ya da dörder olarak parça parça doğru gruplamışlardır. Brigner ve Ury'nin (2002) ile Karakuş'un (2011) araştırmaları da benzer şekilde öğrencilerin fraktal örüntülerin diğer örüntülerden farklı gördüklerini ortaya koymuştur.

Bu çalışmada önceki araştırmalara ek olarak, herhangi bir adımı verilen çeşitli örüntülerde önceki ve sonraki adımı çizmeye çalışan öğrencilerin fraktal yapıdaki örüntülerde diğer örüntülere göre farklı davranma eğiliminde oldukları da tespit edilmiştir.

Araştırmanın sonucunda öğrencilerden çoğunun fraktalların tekrarlama ve öz benzerlik özelliğinden en az birini informel olarak fark ettikleri belirlenmiştir. Bu durumu fark etmeyen öğrencilerin verilen şeklin adımlarını çizerken başarısız oldukları görülmüştür. Öğrencilerin bu başarısızlığı Coşar'ın (2012) yorumuna paralel olarak çizimi yanlış anlamalarına bağlanmıştır.

Araştırmada hem birinci hem de ikinci aşamada öğrencilerin fraktalların tekrarlama özelliğini informel olarak tanıma eğiliminde oldukları görülmüştür. Bu bulgu yapılan diğer çalışmalarla paralellik göstermektedir (Baki vd., 2008; Beige, 2005; Bowers, 1991; Doğan & Genç, 2006; Fraboni & Moller, 2008; Karakuş, 2011; Lornell & Westerberg, 1999; Raiteri & Cambini, 2004). Fraktal yapıların her adımda kendini tekrarlamasının fraktalların en önemli özelliklerinden biri olduğu söylenebilir (Baki vd., 2008). Bu sebeple tekrarlama özelliğinin informel olarak fark edilmesi büyük önem taşımaktadır.

Araştırma, fraktalların öz benzerlik özelliğinin öğrenciler tarafından informel olarak tanınma eğiliminde olduğunu göstermiştir. Öz benzerlik özelliğinin tekrarlama özelliği sonucu ortaya çıkan fraktalın bir parçasının fraktalın bütününe benzemesi olduğu bilinmektedir (Karakuş, 2011). Dolayısıyla bir yapının fraktal olduğunu anlamak için öz benzer yapılardan oluştuğunu da fark etmek gerekir. Araştırmanın bu sonucu literatürdeki pek çok kaynakta yer alan öz benzerlik özelliğinin öğrenciler (Beigie, 2005; Brigner & Ury, 2002; Bowers, 1991; Coşar, 2012; Langille, 1996) ve öğretmen adayları (Karakuş, 2011; Raiteri & Cambini, 2004) tarafından fark edilmesi ile örtüşmektedir.

Bu çalışmada fraktalların tekrarlama özelliğinin öz benzerlik özelliğine göre daha fark edilebilir olduğu, literatüre ek bir sonuç olarak tespit edilmiştir.

BEŞİNCİ BÖLÜM

SONUÇ VE ÖNERİLER

5.1. Sonuçlar

7. sınıf öğrencilerinin fraktalların özellikleri bakımından fraktal yapılara ilişkin informel anlamalarının belirlendiği bu araştırmadan elde edilen sonuçlar aşağıda özetlenmiştir:

- Araştırmada, kendilerine fraktal olan ve olmayan şekiller bir arada verilen öğrencilerin verdikleri cevaplardan ve çizimlerinden fraktal yapıları informel olarak tanıyabildiklerine dair çeşitli ipuçları elde edilmiştir. Bu ipuçları arasında en belirgin olanları, herhangi bir adımı verilen fraktal yapıdaki bir örüntüde önceki ve sonraki adımları fraktal yapıya uygun çizme eğiliminde olmaları, çeşitli örüntüler arasında fraktal yapıda olanları bir arada gruplandırma eğiliminde olmaları ve bunları yaparken tekrarlama ile öz benzerlik özelliklerini kullandıklarını çağrıştıran ifadeler kullanmalarındır. Fraktal olmayan yapılarda ise tutarlı bir şekilde fraktallara ait özelliklere dair herhangi bir çizim yapmamaları ve ifade kullanmamaları öğrencilerin fraktalları informel olarak ayırt edebildiklerine dair bulguyu güçlendirmiştir.
- Fraktal yapıları informel olarak fark eden öğrencilerin bir kısmının fraktalları informel olarak tanıırken tekrarlama ve öz benzerlik özelliklerinden en az birine başvurdukları belirlenmiştir. Bu öğrencilerin sayısı araştırma grubu ile karşılaştırıldığında azınlık düzeyindedir. Ancak,

fraktal yapıya uygun şekiller çizdikleri görülen bazı öğrencilerin buna dair tutarlı açıklamalarda bulunmadıkları görülmüştür. Bunun yanında, farklı örüntüleri gruplandırırken fraktal yapıları bir arada gruplandırırsa da tutarlı açıklamalar getiremeyen öğrenciler mevcuttur. Bu öğrenciler fraktalları informel olarak tanıyabilen öğrenciler arasında sayılmamıştır.

- Fraktalları informel olarak tanımada tekrarlama özelliğine, öz benzerlik özelliğine kıyasla daha fazla başvurulduğu tespit edilmiştir.
- Fraktalların öz benzerlik özelliğinin tekrarlama özelliğini anlamanın bir sonucu olarak görülmesine rağmen, bu araştırmada tekrarlama özelliğini informel olarak fark eden her öğrencinin öz benzerlik özelliğini informel olarak fark edemediği tespit edilmiştir.

5.2. Öneriler

Bu araştırmada öğrencilerin formel bir öğrenmeye dahil olmadan da sahip oldukları bilgilerle fraktalların özelliklerinden faydalanarak fraktal yapıları informel olarak tanıma eğiliminde oldukları sonucuna ulaşılmıştır. Bu sonuç doğrultusunda bazı öneriler sunulmuştur.

- Araştırmaya katılan öğrencilerin fraktalların tekrarlama ve öz benzerlik özelliğini informel olarak tanıma eğiliminde oldukları görülmüştür. Buna dayanarak fraktallar konusunun öğretiminde ve etkinliklerin seçiminde tekrarlama ve öz benzerlik özelliklerini ortaya çıkaracak şekilde planlama yapılması önerilebilir.
- Bu araştırma fraktalların tekrarlama özelliğinin öz benzerlik özelliğine göre informel olarak daha kolay fark edildiğini göstermiştir. Buradan hareketle öğrencilere fraktallar konusunun öğretiminde öğrencilerin öz benzerlik özelliğini rahatlıkla belirleyebileceği, bu özelliği açıkça yansıtan örneklere yer verilmesi önerilmektedir.
- Bu araştırmada 7. sınıf öğrencilerinin fraktalların özellikleri bakımından fraktal yapılara ilişkin informel anlamaları belirlenmeye

çalışılmıştır. Literatürde daha alt sınıflarda da fraktallara ilişkin informel anlamalara rastlandığı için bu konu daha alt sınıflarda da çalışılabilir.

- Araştırma bir görüşme formu çerçevesinde gerçekleştirilen klinik görüşmelerden oluşmaktadır. Dolayısıyla nitel bir çalışmadır. Çalışmanın yöntemi ve modeli değiştirilerek nicel bir çalışma ile cinsiyet, başarı seviyesi, farklı yaş grupları gibi değişkenleri içeren daha kapsamlı bir çalışma yapılabilir.
- Araştırmaya katılan öğrenci sayısı 18 öğrenci ile sınırlıdır. Öğrenci sayısı arttırıldığında elde edilecek veri çeşitliliği de artacağından daha zengin bulgular elde edilecektir. Dolayısıyla öğrenci sayısı arttırılabilir.
- Bu çalışmada yalnızca başarı seviyeleri farklı öğrenciler öğretmenlerin önerisi ile seçilmiştir. Ancak öğrencilerin başarı seviyeleri çalışma esnasında değerlendirilmemiştir. Benzer bir çalışma ile öğrencilerin başarı seviyeleri ile sorulara cevap verme durumları karşılaştırılabilir.

KAYNAKLAR

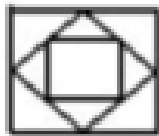
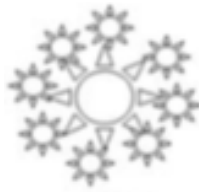
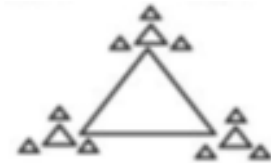
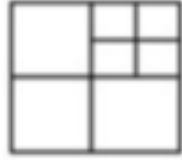
- Baki, A. (2001). Bilişim Teknolojisi Işığında Matematik Eğitiminin Değerlendirilmesi. *Milli Eğitim Dergisi*. Sayı:149, Sayfa:26-31
- Baki, A., Karakuş, F., Kösa, T. (2007). İlköğretim Öğrencileri İle Matematik Öğretmen Adaylarının Fraktal Nesnelere Tanımlama Biçimleri, *6. Matematik Sempozyumu*, (29 Kasım - 1 Aralık), Ankara.
- Baki, A., Karakuş, F. & Kösa, T. (2008). Web Destekli Öğretim Yardımıyla Fraktal Geometri Kavramlarının Öğrenilmesine Yönelik Öğretmen Ve Öğrenci Görüşleri. ietc2008.home.anadolu.edu.tr/ietc2008/13.doc
- Bal, H. (2001). *Bilimsel Araştırma Yöntem ve Teknikleri*. Süleyman Demirel Üniversitesi Basımevi, Yayın No: 20, Isparta.
- Barcellos, A. (1987). The Fractal Geometry of Mandelbrot. İnternette 5 Mart 2013' de http://mathdl.maa.org/images/upload_library/22/Hasse/Barcellos-1987.pdf alınmıştır.
- Baroody, A. J., Wilkins, J. L. M. (1984). The Development of Informal Counting, Number and Arithmetic Skills and Concepts. D. Clemson (Ed.), *Mathematics in Early Years* (6. part, pp.48-65). İnternette 4 Mart 2013'de <https://scholar.vt.edu/access/content/user/wilkins/Public/EarlyNumber.pdf> alınmıştır.
- Beigie, D. (2005). Computer Generated Fractal Art. *Mathematics Teaching in Middle School*, Vol. 10, No. 6.
- Betts, P., Crampton, A. (2011). Informally Multiplying the World of Jillian Jiggs. *Australian Primary Mathematics Classroom*, vol. 16, no. 1.
- Bowers, C.S.(1991). *On Teaching and Learning the Concept of Fractal*. Yüksek Lisans Tezi. Concordia University, Montreal, Quebec, Canada.
- Brigner, L.& Ury, P. (2002). An Adventure in Fractal Geometry: Self-similarity, Number Patterns and Chaos. *Connect*, Vol.15 No.5.
- Coşar, M.Ç. (2012). *İlköğretim Sekizinci Sınıf Öğrencilerinin Fraktallar Konusundaki Düşünme Biçimlerinin İncelenmesi*. Yüksek Lisans Tezi, Dokuz Eylül Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İzmir.
- Debnath, L. (2006). A Brief Historical Introduction to Fractals and Fractal Geometry. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, Vol. 37, No. 1, 29-50.
- Doğan, R. & Genç, M. (2006). Yaşamımızı Çevreleyen İlginç Geometrik Şekiller: Fraktallar. *Journal of İstanbul Kültür University*, 3, pp. 95-104.
- Fraboni, M. & Moller, T. (2008). Fractals in The Classroom. *Mathematics Teacher*, 102, 3, 197.

- Karakuş, F. (2010). Fraktal Kart Etkinliğiyle Fraktal Geometriye Giriş. *İlköğretim Online*, 9(1), ou:1-6. <http://ilkogretim-online.org.tr>
- Karakuş, F. (2011). *Ortaöğretim Düzeyi İçin Tasarlanan Fraktal Geometri Öğretim Programının Değerlendirilmesi*. Doktora Tezi, Karadeniz Teknik Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Trabzon.
- Karataş, İ. & Güven, B. (2003). Problem Çözme Davranışlarının Değerlendirilmesinde Kullanılan Yöntemler: Klinik Mülakatın Potansiyeli. *İlköğretim-Online*, 2(2), s.2-9. <http://ilkogretim-online.org.tr>
- Kavlak, İ. (2006). Doğadaki Fraktallar. *Journal of İstanbul Kültür University*, 3, s. 105-112.
- Kelley, P. (1999). Build a Sierpinski Pyramid. *Mathematics Teacher*, Vol.92, No. 5, pgs. 384 – 6.
- Küçük, A. (2012). Some Examples for Self Developing Informal Knowledge Models in Realistic Mathematics Education. *World Applied Sciences Journal*, 20 (1), 40-44.
- Langille, M. W. (1996). *Studying Students' Sense Making of Fractal Geometry*. Master Dissertation, Simon Fraser University.
- Lornell, R. & Westerberg, J. (1999). Fractals İn High School: Exploring A New Geometry. *Mathematics Teacher*, 92(3), p. 260-269.
- Maher, C.A. & Powell, A. B. (unknown). Research on Informal Mathematics Learning. İnternette 3 Mart 2013'de <http://andromeda.rutgers.edu/~powellab/iml.html> alınmıştır.
- Mamade, E., Nunes, T. & Bryant, P. (2005). The Equivalence and Ordering of Fractions in Part-Whole And Quotient Situations. In Chick, H. L. & Vincent, J. L. (Eds.). *Proceedings of the 29th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, Vol. 3, pp. 281-288. Melbourne: PME. İnternette 4 Mart 2013'de <http://www.maths.tcd.ie/EMIS/proceedings/PME29/PME29RRPapers/PM E29Vol3MamedeEtAl.pdf> alınmıştır.
- MEB (2009). *İlköğretim Matematik Dersi 6-8. Sınıflar Öğretim Programı*. Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı, Ankara. <http://ttkb.meb.gov.tr/>
- MEB (2013). *Ortaokul Matematik Dersi (5, 6, 7 ve 8. Sınıflar) Öğretim Programı*. Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı, Ankara. <http://ttkb.meb.gov.tr/>
- Opper, S.(1977). Piaget's Clinical Method. *The Journal of Children's Mathematical Behavior*.
- O'Toole, T. (2006). Building Powerful Understanding by Connecting Informal and Formal Knowledge. İnternette 4 Mart 2013'de <http://www.merga.net.au/documents/RP432006.pdf> alınmıştır.

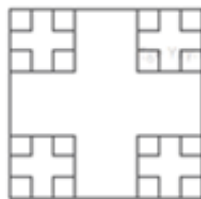
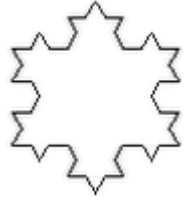
- Raiteri, A. C. & Cambini, R. (2004). Fractals As A Didactic Material. *Quaderni di Ricerca in Didattica*, n14, p.160-167.
- Raiteri, A. C. (2005). An Action Research On Line To Introduce Fractals In The Teaching And Learning Of Mathematics From Primary To Secondary School. CIEAEM 57, Italy.
- Reinstein, D., Sally, P. & Camp, D.R. (1997). Generating Fractals Through Self-Replication. *Mathematics Teacher*, Vol. 90, No. 1.
- Simmt, E. & Davis, B. (1998). A Space for Exploration in Geometry and Discrete Mathematics. *Mathematics Teacher*, 91(2), pp. 102-108.
- Squire, B. & Bryant, P. (2002). From Sharing to Dividing. Young Children's Understanding of Division. *Developmental Science*, 5:4, pp. 452-466.
- Şaşan, H. H. (2002). Yapılandırmacı Öğrenme. *Yaşadıkça Eğitim*, 74-75, 49-52.
- Türkmen, H. (2010). İnfomal (Sınıf Dışı) Fen Bilgisi Eğitimine Tarihsel Bakış ve Eğitimimize Entegrasyonu. *Çukurova Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, Cilt:03, No: 39, s: 46-59.
- Ufuktepe, Ü. & Aslan, İ. (2002). Fraktal Geometriden Bir Kesit. *Matematik Dünyası*, c. 11, s. 1.
- Vacc, N. N. (1999). Exploring Fractal Geometry with Children. *School Science and Mathematics*, vol. 99(2), 77-83.
- Yıldırım, A. & Şimşek, H. (2008). *Sosyal Bilimlerde Nitel Araştırma Yöntemleri*. (7. Baskı). Seçkin Yayıncılık, Ankara.

EKLER**EK – 1: Pilot Çalışmada Kullanılan Görüşme Formu**

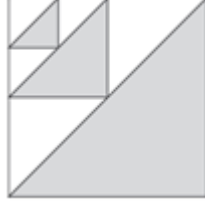
- 1) Aşağıda verilen şeklin bir örüntünün belli bir aşaması olduğunu düşünerek bir önceki ve bir sonraki adımda oluşacak şeklin ne olduğunu tahmin edebilir misiniz? Gerekçenizi açıklayınız.



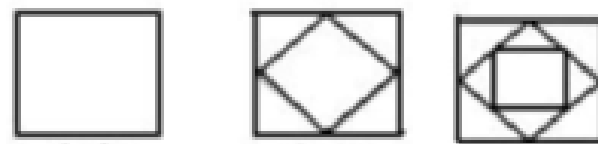
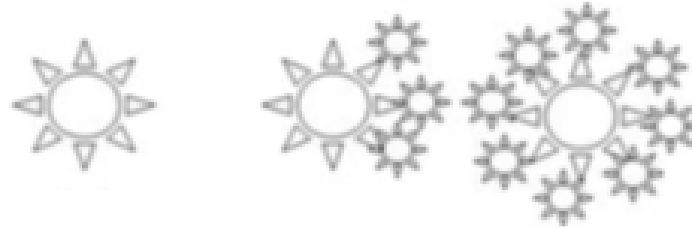
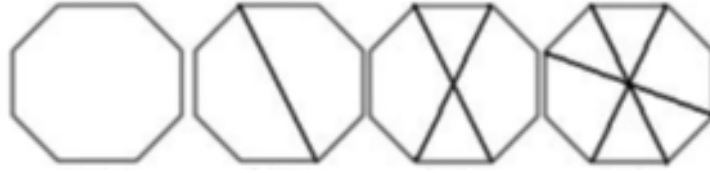
Ek – 1' in Devami



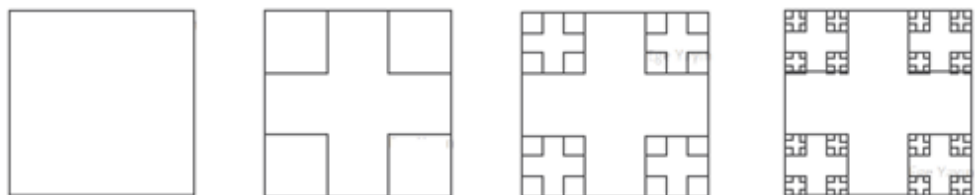
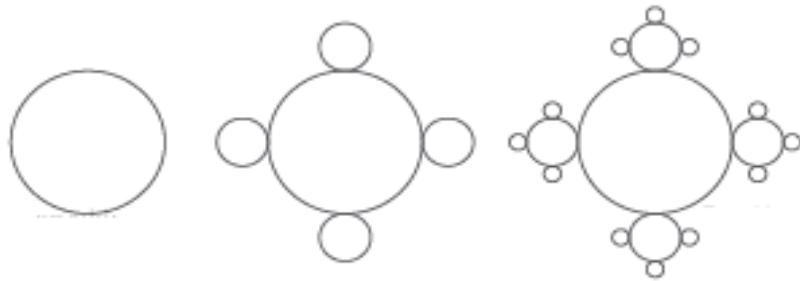
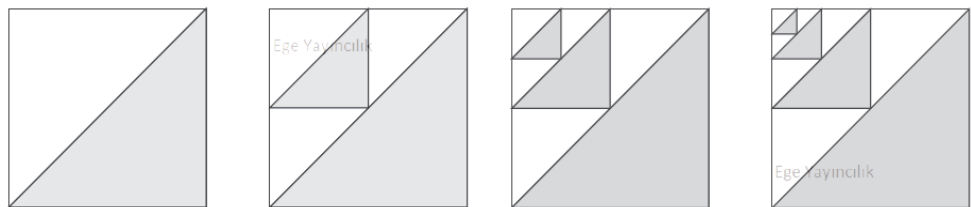
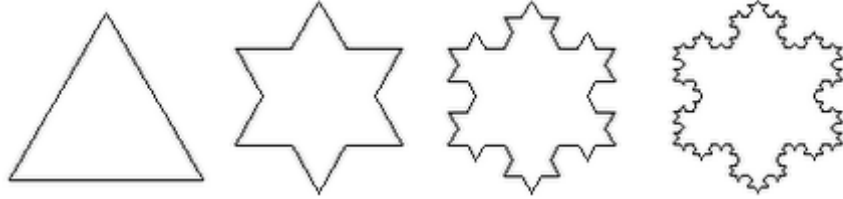
Ek – 1' in Devamı



- 2) Aşağıda verilen örüntüleri inceleyiniz. Size göre diğerlerinden farklı olanları sınıflandırınız.



Ek – 1' in Devamı



Ek – 2: Görüşme Formu (Asıl Uygulama)

1.AŞAMA:

- Aşağıda bir örüntünün belli bir adımına ait şekil verilmiştir. Bir önceki ve bir sonraki adımdaki şeklin nasıl olacağını tahmin edebilir misin? Gerekçeni açıklar mısın?

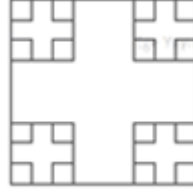
Bir önceki adım

Bir sonraki adım

1)



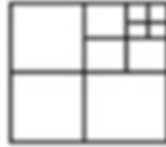
2)



3)



4)



5)

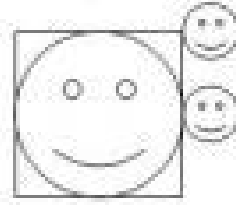


Ek – 2' nin Devamı

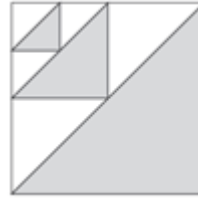
6)



7)



8)



Ek – 2' nin Devamı

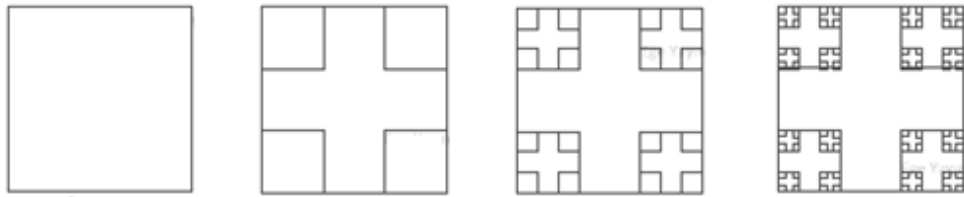
2.AŞAMA:

- Aşağıdaki örüntüleri kendi belirlediğin özelliklerine göre benzer olanları gruplayabilir misin? Her bir grupta yer alan örüntülerin genel özellikleri nelerdir?

1)



2)



3)



4)



5)

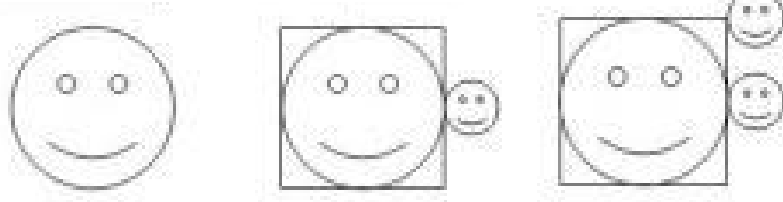


6)

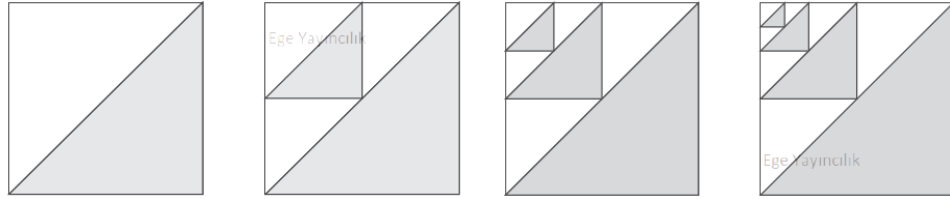


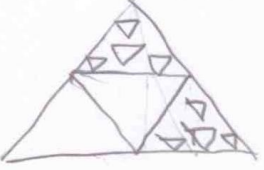

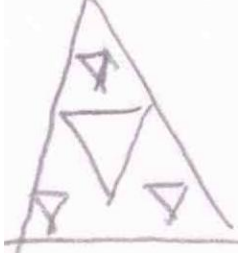

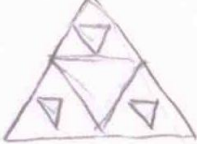

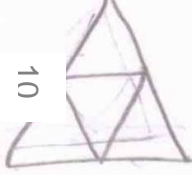
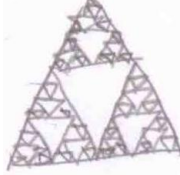
Ek – 2' nin Devamı


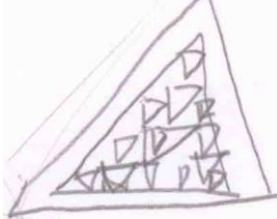
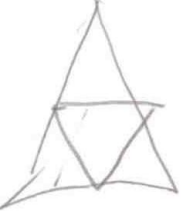
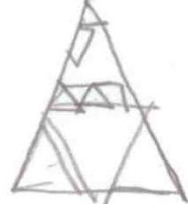
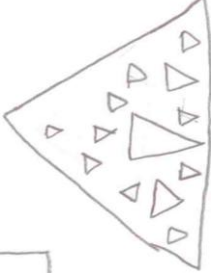
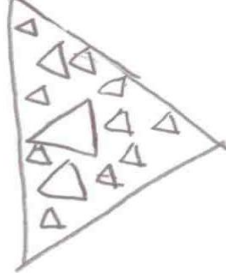
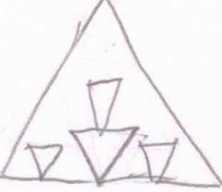

7)

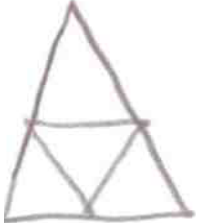
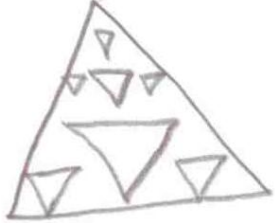
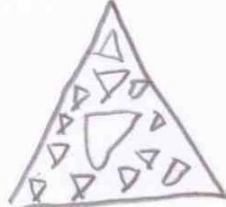
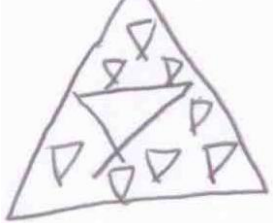
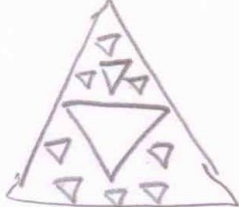
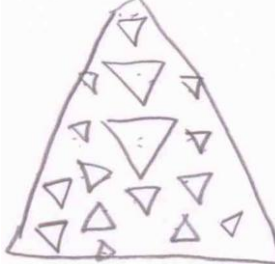
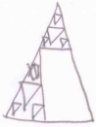
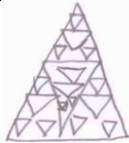
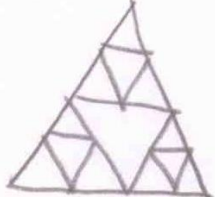
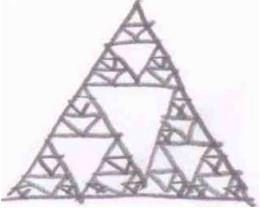


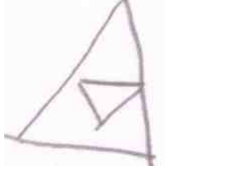

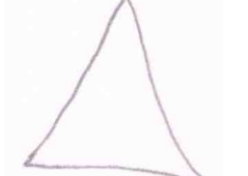
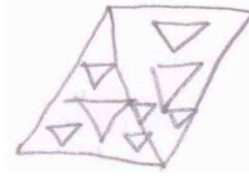
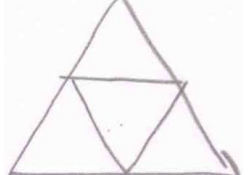



8)

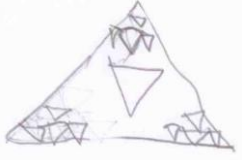



Öğrenci Adları	1. şeklin önceki adımı	1.şeklin sonraki adımı	bir sonraki adımı
Meriç	Burasının boş kalacağını düşündüm.(üçgenin sol alt köşesinin) 	Bunun için de dolu olabileceğini düşündüm. Sonraki adım da bir üçgen daha geliyor öyle devam ediyor 	yanına boş bir üçgen gelecek. Evet yanına gelecek, boş üçgen gelecek. Sonra da üçe ayrılmış şekilde, boş bir şekilde gelecek. Sonra üsteki gelecek bir tek, bir sonraki adım da sonra sıra sıra gelecek öyle öyle devam edecek.
Yunus	Bir önceki adımda sadece normal kareler vardı.Üçgenler. Üçgenler vardı. Burada biraz etrafında fazlalaşmış(Verilen şekli gösterir). 	üçgenleri ters çevireceğim. 	üçgenleri yan çeviririm.
Dilek		(verilen adımın ortasındaki üçgeni göstererek göstererek) bunun aynısı ama bu büyük üçgenin içine biraz daha küçük üçgenler. 	(kendi çizdiği adımı üzerinde tarif ederek) Şundan biraz daha büyük üçgenlerin içine daha küçük üçgenler çizilebilir.
Eren	çünkü bir öncekinde üçgenler azalıyor. 	(üst kısımdaki üçgen kadar) bir tane daha çiziyorum...üst tarafın büyüklüğü kadar. 	bunlar teker teker artar.köşelerinde birer birer artıyor.

Hasan	şimdi bu ortasındakini aldık.Ortasındakini aynısı gibi yaptım.		aynısını çizdim başka eklenilecek bir şey olmadığından dolayı bir de etrafına yaptım		bir tane daha dışına.(3. Adımda dışa çizdiğinin de bir dışına daha çizeceğini ifade etti.şonra değiştirir: dışına yaptım.
Melik	ilk adım da bir tane böyle üçgen olabilir.		sonra bir daha şöyle şurada olabilir.(verilen adımı gösterip) şunun gibi. Burada bir üçgen olabilir. (yaptığı şeklin üst kısmını gösterip) buradaki üçgenler küçük olur.		bir sonrakinde kareler daha da küçülecek.şey kare demişim. Üçgenler.Sadece şu üst kısımda ki üçgenler .ortada ki üçgen aynı kalıyor. Sağdaki ve soldaki kısımdakiler küçülüyor.
Meltem	mesela sayı olarak değil de yön olarak farklıdır. İlk sağda sonra, sonra yukarı doğru, sonra aşağıya doğru diye düşündüm.üçgeni bütün halde mi döndürmüş oldun		şeklin yönünü değiştirir.		(verilen adım da gösterip) bu seferde burası aşağıya doğru bakar.evet sonra tekrar buraya döner. 4.adımdan sonra
Satı	(verilen şekil üzerindeki köşedeki üçgenleri göstererek) sadece şuralardakini yaptım. Küçükleri çizmedim...		şimdi bunların ikinci katlarını çizdim. Yana...(verilen şekilden)şunların yanlarına bir tane daha bir tane daha ekledim. küçük olanların bir yanlarına ekleyerek çoğaltmak istedim.		(verilen şekil üzerinden tarif ederek) bu küçüklerden iki tane... şuralardan iki katını... gibi bir şey. Burada bunların iki katını çizdim burada bunların bir katını çizdim.

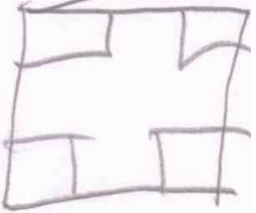
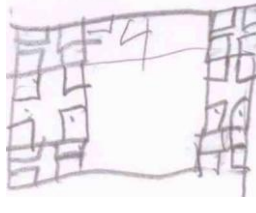
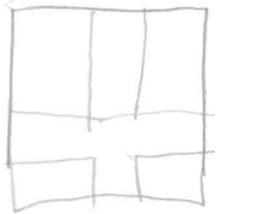

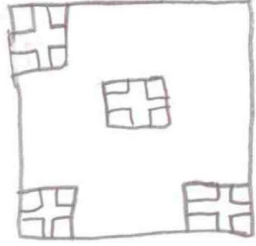
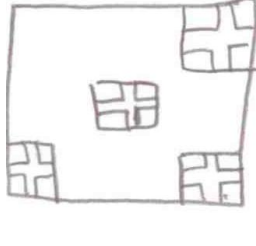
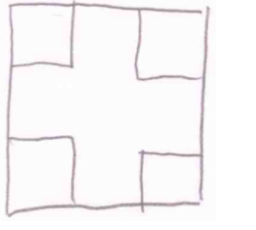
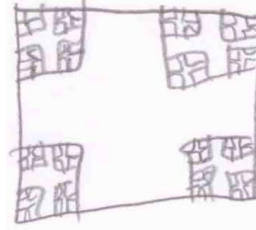
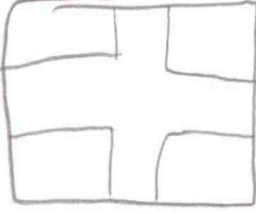
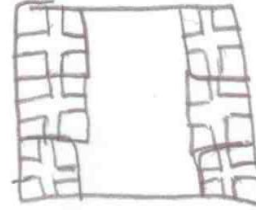
Simge	ilk önce sadece bir tane üçgen olduğunu düşündüm. Daha sonra üçgenlerin çoğaldığını düşündüm büyüklü büyüklü beyaz üçgenlerin.		Daha sonrasında da şu aşağıdaki küçük üçgenlerin yok olduğunu düşünüyorum.		benim çizdiğimden bir sonraki baştaki gibi
Tuğra	Üçgenler tersti. Burada ortadaki üçgen daha küçük. Ortadaki daha büyük. Burada ortadaki üçgen küçükten büyüğe doğru gidiyor. Öyle yapmak istedim.		Bir küçük bir büyük...		
Banu	on üç yaptım. Üç düşürdüm. Üç, hani üç eksilebileceğini düşündüm.		buraya da (bir sonraki adım) bunun üç katını yani üç fazlasını yapacağım.		bunda (1.örüntünün bir sonraki adımını) on altı yaptıysam onu da üç artırabilirim.
Çisem			bundan sonraki adımda içinde bir tane daha olur.		içlerine çiziyoruz.üçgenlerin içine.
Hülya	bir öncekinde küçük olanları sonradan ürettiği için fraktallar da ilk başta küçükler yok, sadece büyükler var. Sonra diğerleri de daha da üreyecek.		şimdi böyle ama diğeri daha büyüyebilir yani üreyebilir içinden.boşluklarda daha fazla üreyebilir.siyah kısımlarda.küçük küçük üreyebilir.		içlerinden de üreyebilir. siyahların içinden de üçgenler oluşturabiliriz şu şekilde üçgen oluşabilir ama onlar siyah olacak şekilde üçgen oluşturabilir.

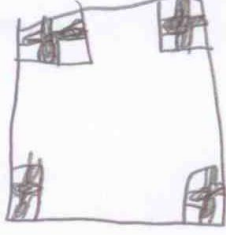
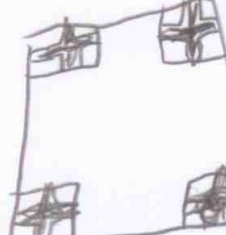
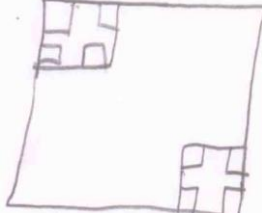
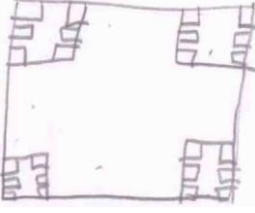
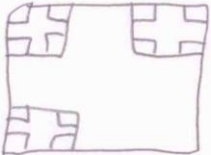
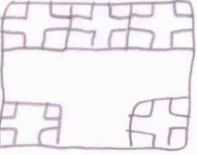
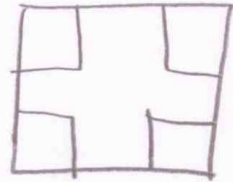
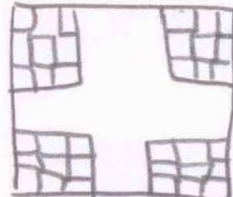
Miray	bunun içine bir tane.		tersi olacak.		Yanlarını da geliyordu
Mükerrem					birer tane artar yanındakiler.şu küçük olduğu yerler mesela.
Nuray	diğerleri yok diye düşündün		bunun iki katını yapmaya çalıştım ama.: yani şunun (alttaki küçük üçgenin) altına şurada bir tane daha.		
Ufuk	boş olmalı.		burada da tam tersi olacak.içini aynen böyle dolduruyorum.		devam edecek böyle böyle

<p>Veli</p>	<p>şuralar (1.şekilde) olduğuna göre üçü, şunların herhangi biri olmayacak.şu ortadaki mesela (küçük üçgen), şu büyük olan olmayacak.onun yerine şunlar (üçlülerden biri) herhangi biri yani şunlardan biri olmayacak.ortada şöyle küçük üçgenler oluşur.Yani bunları(üçlüleri) küçülttüm bunları oluşturan küçükleri yaptım.</p>		<p>bunlarda(üçlüler) şunu(ortadaki üçgeni) oluşturacak daha büyük... yani küçük üçgenler büyütüyor.</p>		<p>daha büyük üçgen ortadaki daha büyük olur.</p>
--------------------	---	--	---	---	---

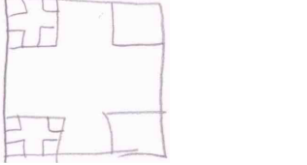

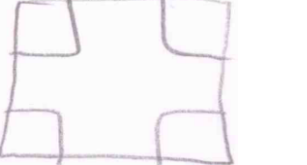
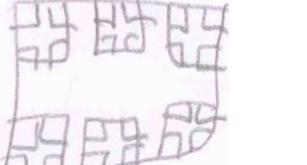
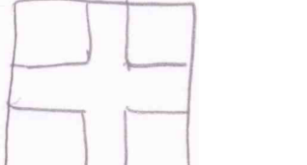
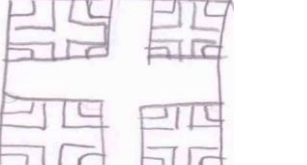

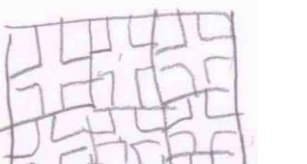
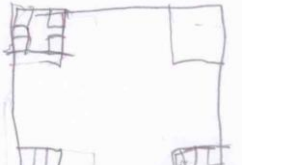

EK – 3: Görüşme Formunun Birinci Aşamasından Toplanan Veriler

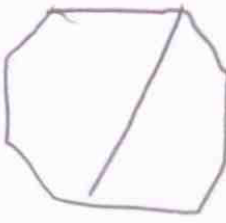

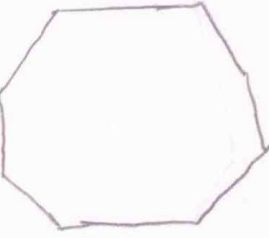
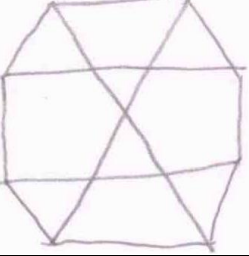
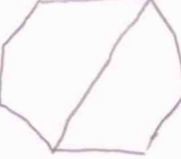
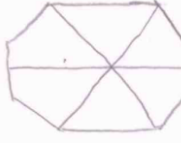
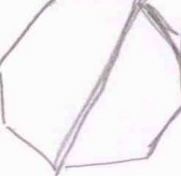


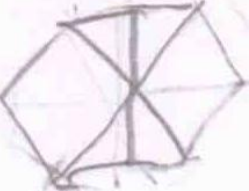
Öğrenci Adları	2.şeklin önceki adımı		2.şeklin sonraki adımı		bir sonraki adımı
Meriç	Buranın boş kalacağını düşündüm.(karenin sağ alt köşesi)		Bundan sonrasında da ortadaki de bu şekildeki gibi ayrılıp..		Bundan bir sonrakinde de hemen yanındaki dolar. Sonra burası, sonra burası, sonra burası dolar. Sonra yanına bir tane daha gelir.
Yunus	Kareyi 9 eş kareye böler. Bunda bir tane üçgen bir tane kare fazlamış(Kendi çizdiği şekli gösterir. Ortaya bir kare daha eklemiştir). Bunda bir tane kare azalmış(Verilen şekli gösterir.) Şimdi çizeceğimde bir tane daha azalacak.		Bunda 1 tane daha azaldı.		Bir sonrakinde bir tane daha azalacak.
Dilek	burada her karenin içinde 4 tane kare vardı. Ben burada her karenin içine 2 tane kare yaptım.		bunda içine dörder tane...bir sonraki adımda ortadaki kareleri gösterip)evet. Buna 4 tane buna 4 tane buna 4 tane.		
Eren	artılar azalacak.		(çizdiği şeklin sol alt köşesini gösterip) işte şuralarda artılar olacak. (sağ üst köşesindeki en küçük kareleri gösterip) bunların aralarına.		(çizdiği şekildeki en küçük karelerini gösterir) bunların şu küçük aralarına da artılar gelebilir.

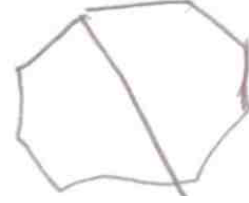
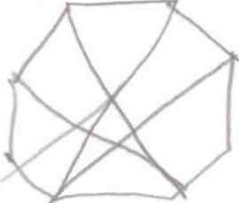

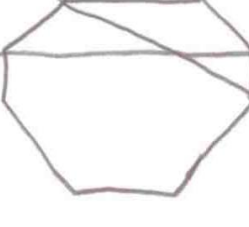
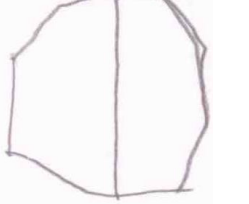
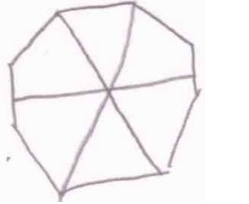
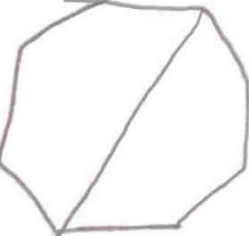
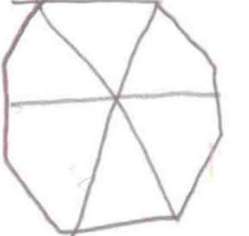
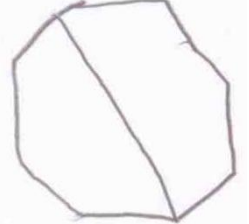
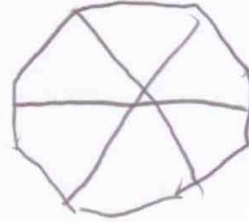
Hasan	burada ki içindeki kareleri aldım.		(3.adım için)şimdi aynısını çizdikten sonra bir de şuraya bir tane kare yaptım. Bir tane böyle yaptım mesela.ortalarına ekledin yani.		öyle yaptım.kafama öyle esti...
Melik	şimdi burada şöyle açılar vermiş 90 derece. Burada da bundan önce tek bu vardı. Bu artı şeklinde vardı. Ondan ilk adım böyledir.		sonraki adım ise daha da küçük ... olur. Çünkü burada ortası olduğu için ilk burada ... olur. Burada daha da küçük olur.		bundan bir sonraki adım bu kareler daha da küçük olur.bunların içine de küçükler çizilir.
Meltem	sağ üst köşedekini yok mu saydın. Evet.		(sol üst köşedeki kare) şimdi yine bu sefer soldakini değiştirdim. (verilen adımı gösterip)Sonraki yapacağım adımda yine buradakinin aynısı olacak. Sonra öbür sefer burası değişecek.		
Satı	(verilen şekil köşelerinde ki kareleri göstererek) bir öncekinde şu içindeki kareleri attım.		bir sonrakinde de bu karelerin içine de kareler çizdim.(verilen şeklin köşelerinde ki kareleri gösterip) şuradakilerin içine.en küçük karelerin içine daha küçük kareler çizdim.		en küçük karelere yani dört tane daha kare çizilecekti.
Simge	İlk önce boş olacak sonra dört kare olmuş olacak daha sonrasında da şu iki yanlarında da kare olmuş olacak. Ondan sonraki adımda da buraları da kare olmuş olacak.		ilk başta sadece köşelerde ki kareleri çizdin. Sonra içi dolmuş benim verdiğim şekilde. Sonra sen direk aralarını doldurdun.		(kendi çizdiği son adımı üzerinden tarif ederek) bir sonrakinde buralarda dolmuş olacak sadece ortası boş olmuş olacak. Ondan sonrakinde de hepsi dolmuş olacak.

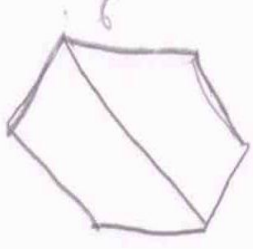
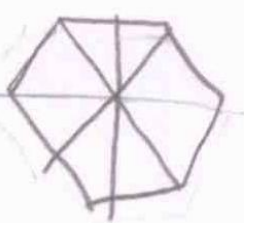
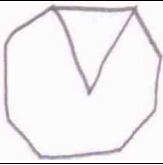
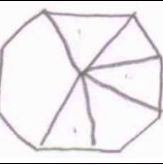
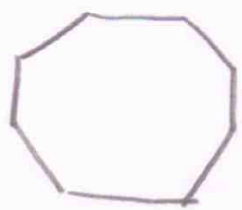

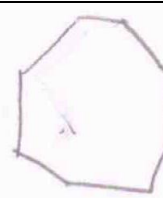
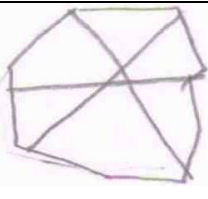
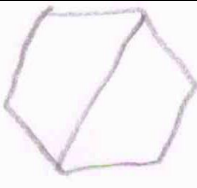
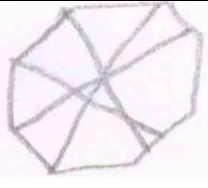
Tuğra	Artıların içi bir dolu bir boş gibi düşündüm ben. Öyle olabilir yani. Ve bu şekilde de içi taralı olacak. (karenin köşelerine içi dolu artılar çizdi.)		ilk şekle benzer bir şekil çizer.		Yine boş.
Banu	bunun (köşedeki karenin) ikisi olmayabilir.		ortaya bir tane yapılabilir.şunları (köşedeki kareleri) artırabilirim. altıya tamamlayabiliriz burada.		bundan daha da artabilir. Bir de şekiller hani bu köşelerden yerine hepsini tamamlayabilir. Şurada şurada (boşlukları) tamamlayabilir
Çisem	böyle kareler...		bundan sonraki de devam eden kareler.		buraya bir tane veya buraya bir tane çizebiliriz.
Hülya	öncesinde küçük kareler olmaz sadece büyük kareler olur.		içlerine yeni kareler eklenebilir.		ortasına da kare gelebilir. Onun içine de eklenebilir. boşluklara gelebilir. ortasına bir yine kare gelip ortası onun içine de doldurulabilir.

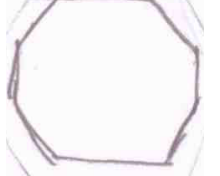
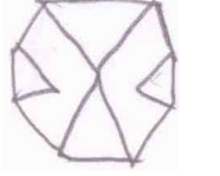
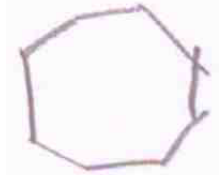



EK – 3: Görüşme Formunun Birinci Aşamasından Toplanan Veriler


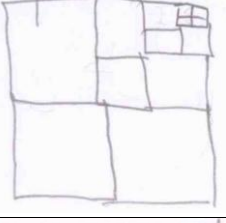
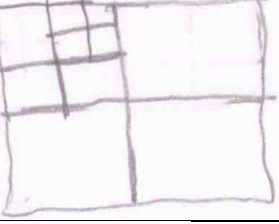
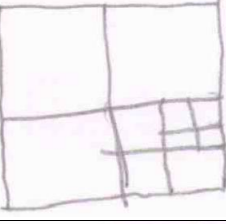
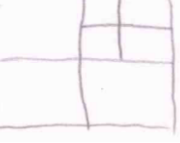
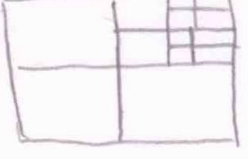
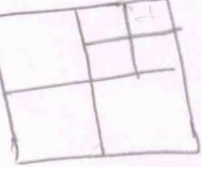
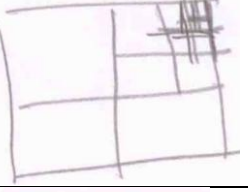
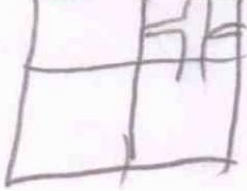
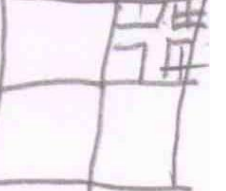
<p>Miray</p>	<p>bunların sadece ikisi içinde kare olur.</p>		<p>Bunun (çizdiğinin) yanına da yapıyorum.</p>		<p>yanına birer, ikişer daha yaparım. Dışına.</p>
<p>Mükerrem</p>			<p>dört kereydi (2.örüntüde) altı kere oldu (bir sonraki adımda) yani birer tane bir aşağı, bir yukarı ilerledi.iki tane daha artırdım.</p>		<p>bu sefer yanlarında yapar.bir alta bir üste kare.</p>
<p>Nuray</p>	<p>önce şu büyük (şeklin ortasını, boşluğu) olanı.sonra bunu (köşedeki küçük kare).</p>		<p>bunu (köşedeki karenin içini) şöyle kare kare düşündüm.altına şey yapıyorum. küçük olanların (karelerin) içine ekliyorum.</p>		<p>bunu da altına şöyle.senin oluşturduğun karelerin tekrar köşelerine yaptın</p>
<p>Ufuk</p>	<p>buraya (2.örüntü) kare çizmişler örüntü olarak.bende bunların boş olacağını düşündüm.</p>		<p>dört tane kare ile çizimler yapmışlar.bende bunun dört devam edeceğini düşündüm hepsini doldurdum.bir, iki, üç, dört ha beş tane ekledim.</p>		
<p>Veli</p>	<p>şuradaki işaret şuradaki ile aynı (2.şekilde köşelerdeki kareler). bir tane kare olacak. Burada kareler bir kare var.bir tanesi boş kalacak burada.benzer oldukları için belirli bir derece küçültülmesi gerekiyor.bir tanesi eksik olacak o zaman. Yani bir tanesi olmayacak.</p>		<p>sonraki adım için bir tane daha...arasına çizmişsin.(2.şekildeki ortadaki boşluk).</p>		<p>şurada bir tane olur yukarıda.</p>

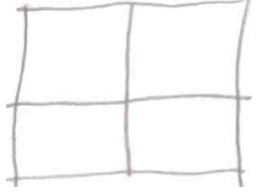
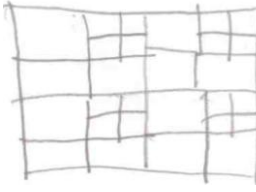
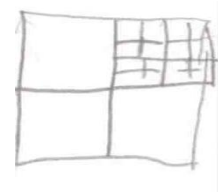
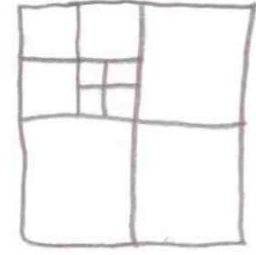
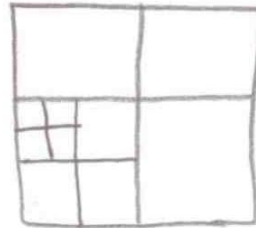
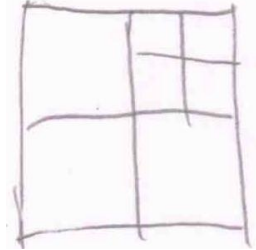
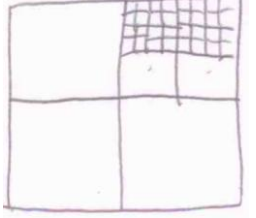
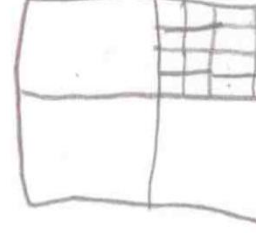
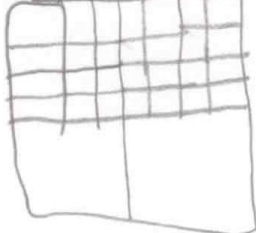
Öğrenci Adları	3.şeklin önceki adımı		3.şeklin sonraki adımı		bir sonraki adımı
Meriç	bir çizginin kalkacağını düşündüm.		Sonra buradan düz çizgi düşündüm. Sonra böyle sırayla gelecek..		
Yunus	Burada boş olacak.		Burada 2 tane daha fazla ekleyeceğim.		Bir sonrakinde şöyle üstten 2 tane daha eklenecek.
Dilek	8genin içine iki köşelerine daha çizgi çekilmiş		3 tane köşegen çizdin		
Eren	böyle olabilir. Çünkü bir tane eksik olacak.		(verilen adımda göstererek) birer çizgi arttırdım. Köşegenler bunlar zaten. Köşegenleri yavaş yavaş arttırdım.		bir tane köşegen daha artacak.
Hasan	(çizdiği şekilde köşegen çizerek) böyle olabilir.		(çizdiği şekilde içine köşegenlerin çizimini anlatır.) bu böyle bu da böyle olduktan sonra bir de buraya eklerim.		onda da dışına bir tane sekizgen ekleyebilirim...(3.adıma oratsına çizgi ekler) o zaman şuraya bir çizgi atarım.

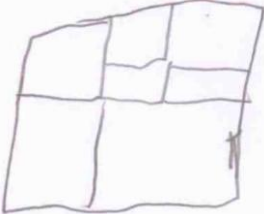
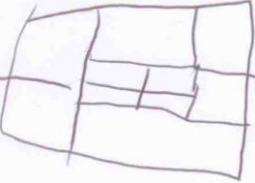
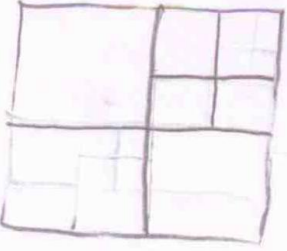
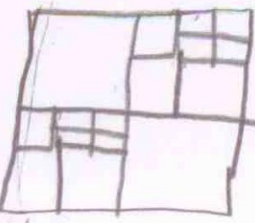
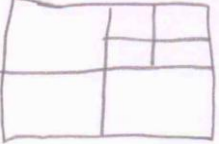
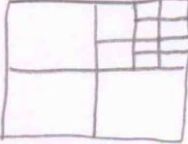
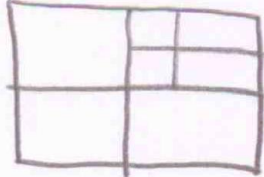
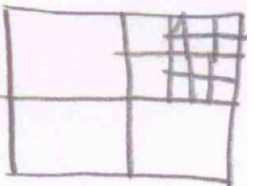
<p>Melik</p>	<p>ilk adımda böyle olabilir. Tek çizgi. Sonradan bir tane daha çizgi eklenir.</p>		<p>şurasında zaten bunlar vardı. Sonraki adımlarda da şöyle, şöyle eklenebilir.iki tane ekledim.</p>		<p>dört tane eklerim. Bir sonrakinde? Sekiz.</p>
<p>Meltem</p>	<p>çubukların yerini değiştirmek istedim.</p>		<p>çubukların yerlerinin rastgele değiştirdim.</p>		<p>(ilk çizdiği üzerinden gösterip) bir sonrakinde de aşağıdan olacak şöyle, şöyle.</p>
<p>Satı</p>	<p>8geni iki parçaya ayırdın</p>		<p>bir sonraki de dörde ayrılır. Bir sonraki de 2, 4, 6 diye devam eder.</p>		<p>(çizdiği son adımı göstererek) o da buraya buraya parçalar..... iki tane daha ekleyip....</p>
<p>Simge</p>	<p>bunu da ilk önce 1 çizgi var sonra 2 çizgi oldu sonra 3 çizgi oldu. Böylece beşgen tamamlanmış oluyor bundan sonrakinde de 1 çizgi olacak.</p>				<p>sonrakinde de hepsi çizgili olacak yani bütün uçları birleşmiş olacak.daha devam ettirmek isterseniz aralarından çizgi çekeceksiniz. Şuradan.</p>
<p>Tuğra</p>	<p>Bunda tek çizgi bunda 2 çizgi...(bir adım öncesi ve verilen şekil gösterilerek)</p>		<p>Bunda da böyle olursa 3 çizgi. Bir yer de artması lazım.</p>		<p>4 çizgi olur.</p>

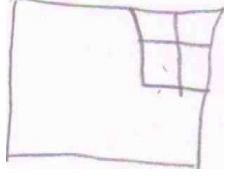
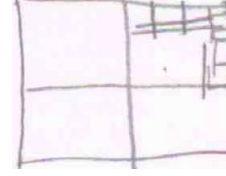
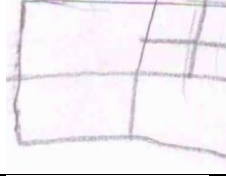
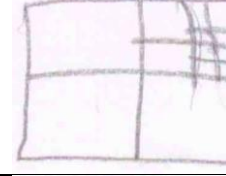
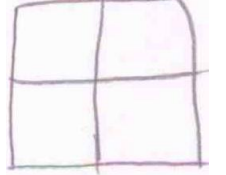
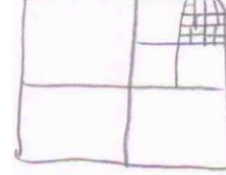
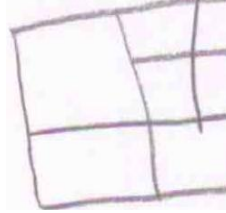
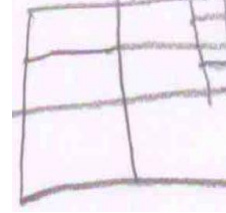
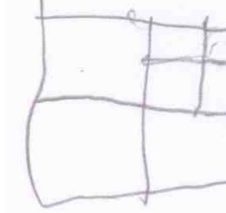
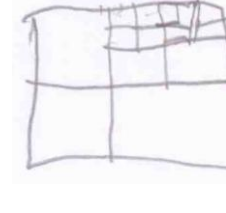
<p>Banu</p>	<p>altıgen olabilir ondan sonra altıgenden sonra iki arada kaldığı için bu (3.şekil) sekiz, altı olur bu da.Çünkü hani şeyleri artıp, azalabilir.hani azken arta arta gidebilir, çoğalabilir.bu (bir önceki) altıgen olur.: iki azalır. Burada ise bu altı iken bu sekiz. Bu sekizden de iki düşürürüz. Ha üç düşürebiliriz. bu çizikler tek olabilir.</p>		<p>(bir sonraki) altıgen olur. Burada üç tane çizilebilir.</p>		<p>bundan bir sonraki buradan geçebilir. Ve bunun altıgenin dokuzgen olabilir.</p>
<p>Çisem</p>	<p>bir öncekinde bir tane üçgen yapılır.</p>		<p>şunları saymasak şuraya bir tane gelir değil mi?</p>		<p>bundan sonraki tersini sıralayabiliriz.hım karşısına bir üçgen daha ekleyeceksin</p>
<p>Hülya</p>	<p>öncekinde hiç çizgi olmadan sadece bunlar olabilir.</p>		<p>diğerinde de buralarına çizgiler çizilebilir.</p>		<p>daha da hani küçük küçük çizilebilir içlerinden çizgiler geçirilebilir.</p>
<p>Miray</p>	<p>bunu boş bırakıyorum.</p>		<p>bir tane daha ekledim.</p>		<p>bir tane daha gelebilir ortaya.</p>
<p>Mükerrem</p>	<p>ilk şeyde bir tane çizgi vardır.</p>		<p>yanlarına ekledim.iki tane.</p>		<p>altı. Yani iki tane daha eklenecek.</p>



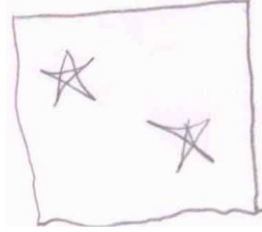
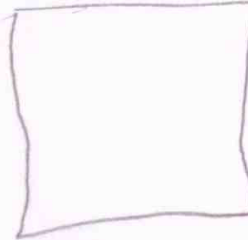
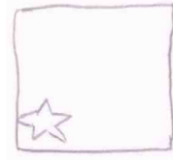

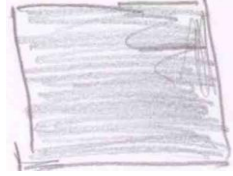

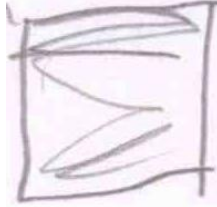

<p>Nur Sultan</p>	<p>boş. Sadece boş.</p>		<p>tekrar üçgen oluşturdun.</p>		
<p>Uğur</p>	<p>ikişer ikişer gideceğine göre.ilkinde boş olacak. sonrasında ise ikişer ikişer şey olacağını düşündüm.</p>		<p>iki tane de buraya yaptım.iki tane daha ekledim 4 oldu toplamda</p>		
<p>Veysel</p>	<p>burada (3.şekilde) iki tane olduğuna göre burada (bir önceki adımda) bir tane olması gerekiyor.</p>		<p>diğerinde de iki tane köşegen hani iki tane üçgen olmuş gibi olduğuna göre. bir tane daha köşegen aslında oluşturabiliriz.</p>		<p>gene köşegen mi çizmemiz gerekiyor? yani öyle bir şey.</p>

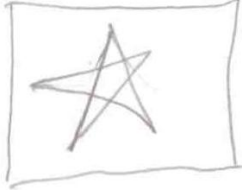

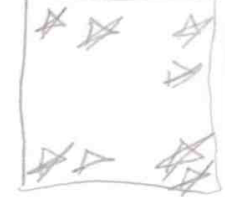
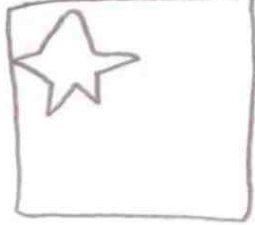
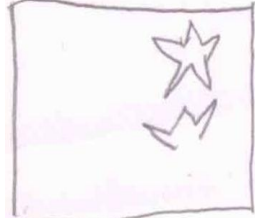
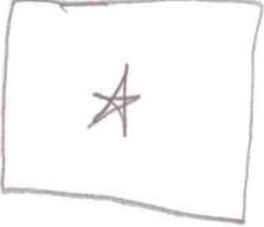

Öğrenci Adları	4.şeklin önceki adımı		4.şeklin sonraki adımı		bir sonraki adımı
Meriç	Yani sıra sıra gelecek		Sıra sıra yani bir böyle bir bir böyle yükselmesini sağladım. büyümüş hali.		bunun yanına böyle bir tane daha gelecek.büyüterek gidiyorum.
Yunus	Bölünmüş kare burada olacak(Sol üst köşeyi gösterir). İkinci adımda burada olacak(Verilen şekli gösterir.)		Bir sonrakinde altta kayacak(Sağ alt köşeye çizer.)		
Dilek	sadece 4 e böldüm bir kareyi.		Bir sonraki adımda da kareyi tekrar 4 e böldüm.		
Eren	böyle yaptım. Çünkü bunda da azalacak. Bir sonraki adımda buraya bir tane daha konmuş. Yavaş yavaş birer tane daha konuyor.		şuraya bir tane daha yaptık.		en sağ köşesindeki aralığına da bir artı konacak.
Hasan	bunla bu şöyle olmuş.ilkinde çizmemiş.		burada ayrıldıktan sonra bir tanesi daha dörde ayrılabilir.		sırayla içini doldurmuş olacaksın. Peki, onun içi dolduktan sonra? başka bir tane kutucuğa geçebilirim.

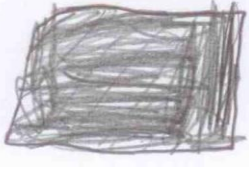
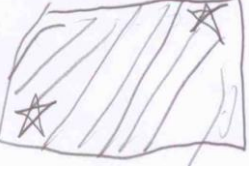
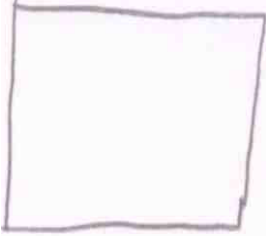
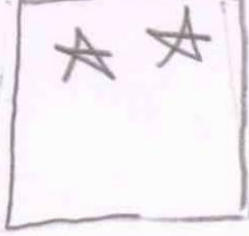
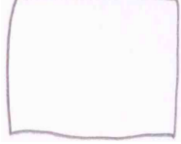

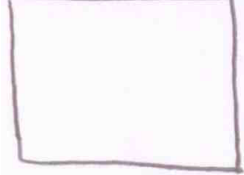
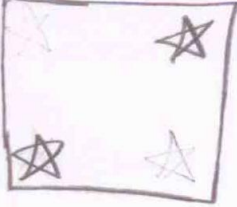
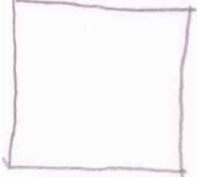
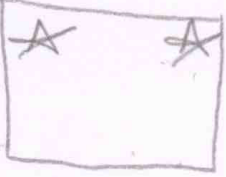
<p>Melik</p>	<p>ilk adım da bunlar yoktu. Kareler aynıydı. Gittikçe kareler daha da küçüldü.</p>		<p>bir sonrakinde bunlar da ya da şunlar daha da küçülür.</p>		<p>bunlar da küçülür.</p> 
<p>Meltem</p>	<p>artıların yerlerini değiştirdim sadece.(verilen şeklin sağ üst köşesi) bir buradakileri değiştirdim. Bir de buradakileri.burada şu tarafa kaydurdım. Bu sefer de sağ tarafta oldu. Burada sağ taraftı üst sağ köşede oldu.</p>		<p>Burada da sol alt köşeye kaydurdım. Bu seferde sol üst köşeye.</p>		<p>(bir sonraki adımının sol alt köşesini gösterip) Bu sefer de şurada olacak.</p>
<p>Satı</p>	<p>en küçük karelerini çizmeden yaptım.</p>		<p>bir tane daha kare yapılacak.</p>		
<p>Simge</p>	<p>(çizdiği ilk adımın sağ üst köşesinde) şöyle düşündüm. Şu kareler var yani içinde de bir kare var. Bunun içinde bira daha kare olacak şurası da kare olacak. Şu şekilde. Sonra içi yine tek kareye düşecek. Ondan sonra da ...</p>		<p>ondan sonrasında da yine bu sefer bu şekilde olacak .ama ikisi de dolu olacak. bundan sonrasında da üçüncüde dolacak.</p>		

<p>Tuğra</p>	<p>Bunun aynısını çizdim. Bunlar 4'e bölünmüş ilk baştaki. Bundan sonraki de bir altındaki de 4'e bölünebilir. Teker teker kayarak böyle olabilir.</p>		<p>Bir sonrakinde teker teker bunlar 4'e bölünmeye başlayacak.</p>		<p>Yukarı çıkar ve çaprazlamayla geri aşağıya döner. Burası bittikten sonra diğer tarafa geçecek.</p>
<p>Banu</p>	<p>şu bölümler azalabilir. hani dört çizgi ise burada (bir öncekinde) üç çizilir. Üç bölüme ayrılır... Bunun (küçük karenin) yeri buraya (alta) gelebilir çapraz olabilir. şekilde buraya (karede alt köşeye) yapılabilir. Bu (bir önceki) bunu (4.örüntü) tamamlamak yerine azalabilir. bu (bir öncekinde alttaki küçük kare) tam birleştirmez kendini.... Aynı bunu böyle bölüyorum. Ama şu, bu (üst köşedeki dörde bölünmüş küçük kare) olmayacak.</p>		<p>hani kendinde o yavaş yavaş artmaya başlayacak</p>		<p>aynı olur ama burada çizilir gittikten sonra birbirini tamamlar.</p>
<p>Çisem</p>	<p>bunda bu kareler olmaz. mesela bir çizgi de olabilir burada.</p>		<p>burası olur sonrakinde.</p>		
<p>Hülya</p>	<p>ilk önce hani sadece dörtgenlerin olduğu bir şekil olabilir.</p>		<p>sonrasında ürediği zaman... burada varken altında da olabilir. yani hani gittikçe yanlarında, diğer taraflarda da olabilir.</p>		

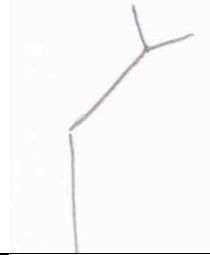
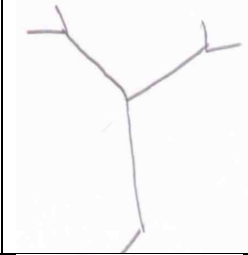
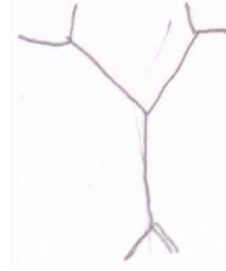
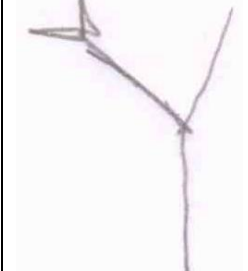
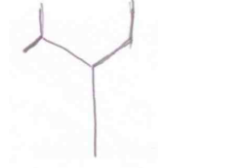
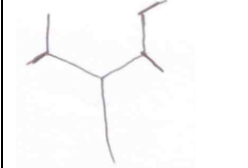

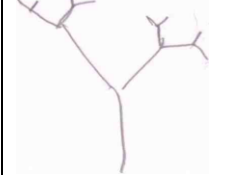
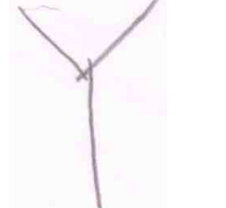
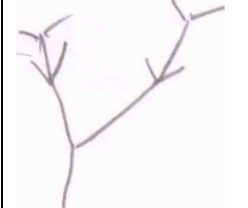
<p>Miray</p>	<p>bunun içi taramalıdır, boş kalırdı.</p>		<p>iki tane daha taradım.</p>		<p>buraya (üst köşede taradığı karenin boş olan yanına) gelebilir. bunu (dörde bölünmüş karenin sağ üstteki karesini) doldururuz.</p>
<p>Mükerrem</p>	<p>ilk karede bir tane bölünen hani artı şey vardır.</p>		<p>bir karenin içi bir tane daha kareyle doldu. Ondan sonra bir tane kare yaptım gene ama iki tanesini böldürdüm.</p>		<p>ondan sonrasında bir kere daha ürerse.bunu dolduracağım (doldurduğunun yanındaki küçük kareyi).</p>
<p>Nuray</p>	<p>bu sadece dört tane kare.</p>		<p>(köşedeki kare) bir üst katı olarak iki katı kare.</p>		<p>böyle böyle yaptık ya bir daha böyle kare kare.</p>
<p>Ufuk</p>	<p>bunun bir öndekini düşündüm.</p>		<p>şimdi şunun bu kare (4.örüntüdeki üst köşedeki kare) burada olduğuna göre bir altı örüntü olarak, örüntüyü devam ettirebileceğini düşündüm o yüzden buraya (köşedeki karenin altına) yaptım.</p>		
<p>Veli</p>	<p>şurada mesela ilk başta kare.sonra bir tane daha kare çizmiş. (4.şekil)bunu çekmiş iki kare olmuş. Şuradan çekince şöyle şunları çizmiş.</p>		<p>aynısı şundan bir tane daha atlayacağız şuraya mesela.ilk başta yani kareler oluşturuyor içinde.yani kendi içinde kareler yapıyor.</p>		


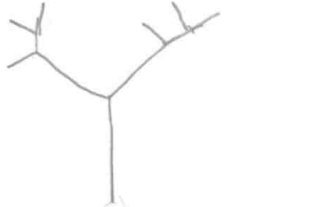
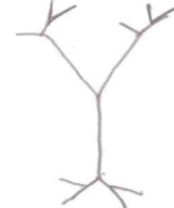
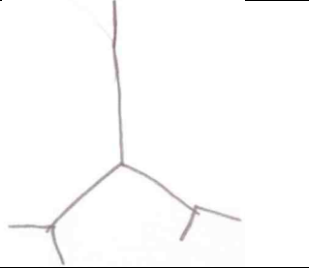
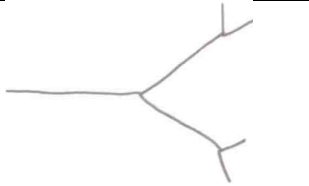
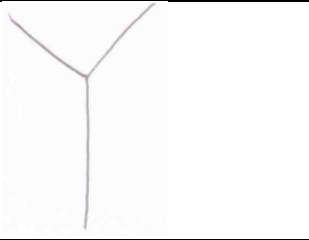
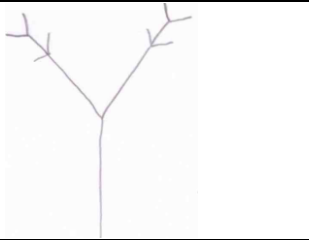
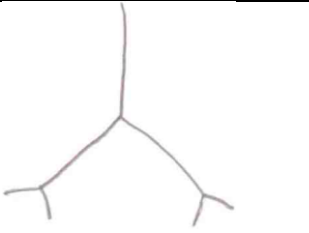
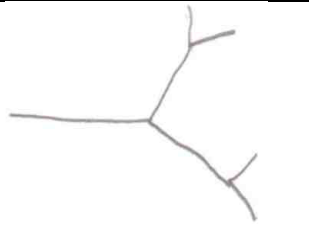
Öğrenci Adları	5.şeklin önceki adımı		5.şeklin sonraki adımı		bir sonraki adımı
Meriç	Yıldızın yer değiştirdiğini düşündüm.		Sonrası da yine yer değiştireceğini düşündüm.Yıldız böyle tur atacak. Sonra belki ortaya gelecek. Ondan sonra sağa gidecek. Aşağı gidecek.		
Yunus	Burada 2 tane yıldız olacak.		Burada 1 tane olacak(verilen adımı gösterir.). Bu da boş olacak		Bir sonrakinde de dışarıdan başlayacağız yıldız yapmaya.
Dilek	bu ortadaki bu sağ üst köşeydi. Bende sol alt köşeye attım bir öncekinde.		yine yıldızın yerini değiştiriyorsun değil mi?		sol üst köşeye gider.
Eren	burada yıldız bir adımında yok diye düşündüm.		Bir sonraki adımında ise bir tane yıldız arttırdım.		(sağ alt köşeye) bir yıldız daha şuraya eklenebilir.
Hasan	içindeki yıldız aldık mesela		(sol üst köşeye) buraya da bir tane yıldız ekleyebiliriz		çizilen son adıma bir yıldız daha eklemesi)şöyle şuraya bir tane daha bir başka yıldız daha ekleyerek.

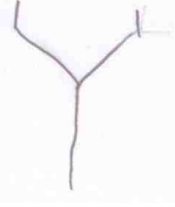
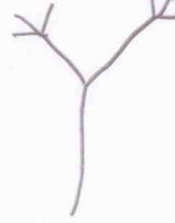
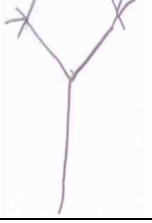

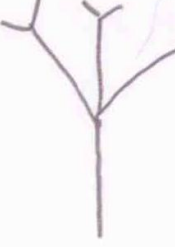


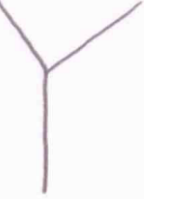
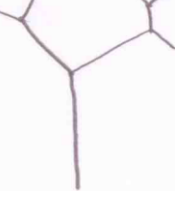
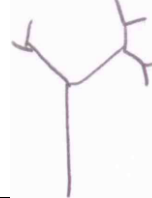
Melik	ilk başta yıldız ortada olabilir.daha büyüğü		burada her köşe de olabilir.daha küçük olarak her köşeye.		bu sefer daha küçük olacak. Köşelerde iki tane olur. şöyle gittikçe daha küçük olur. 
Meltem	sağdaydı sola aldım		Burada da buraya çizerim		(sağ alt köşeyi gösterip) burada olur. Sonra tekrar bu olur, bu olur, bu olur. Öyle öyle gider.
Satı	kare çizdim. Yıldızın yarsını çizdim.		Şimdi altına yarımını çizeceğim?....		
Simge	burada da yıldız ilk önce ortadaymış bence sonra yana gitmiş		(dikdörtgenin sol alt köşesine) ondan sonrada şuraya gelmiş.		(sol üst köşe) Bundan sonrasında buraya gelecek. (sağ alt köşe) Sonrasında da buraya gelecek.

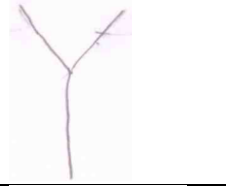
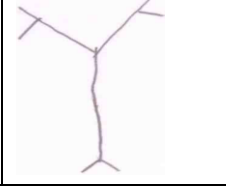
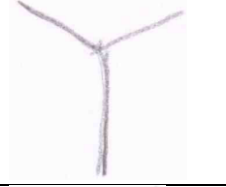
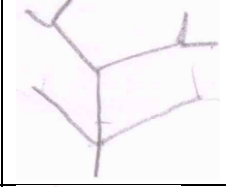
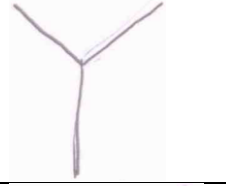
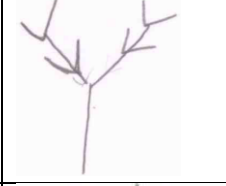


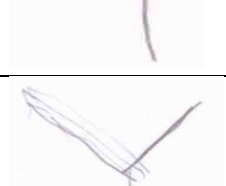
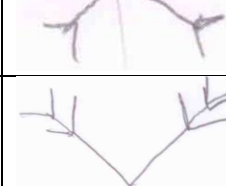
<p>Tuğra</p>	<p>Burada boş, burada bir tane var. Bundan sonrada buraya geçecek. Sonra birer tane artmaya başlayacak yıldızlar.(ilk kendi çizdiği şekli sonra ardından gelen şekli göstererek)</p>		<p>Burada, sonraki adımda burada, sonraki adımda burada ve her yer dolduktan sonra...</p>		
<p>Banu</p>	<p>sadece kare kendisi olabilir</p>		<p>sonra yıldız artabilir.sonra bundan sonra ise bu üç olur.</p>		<p>yıldızlar artar burada.</p>
<p>Çisem</p>	<p>öncekinde boş bir kare sonrakinde iki tane yıldız olur.</p>		<p>üç.</p>		
<p>Hülya</p>	<p>yıldız yok ilk başta.sadece siyah.</p>		<p>sonrasında burasında yıldız varken bu tarafına da yıldız eklenebilir yani çaprazına eklenebilir.</p>		<p>buraya eklenir sonra diğer tarafa yani çaprazına eklenebilir.</p>
<p>Miray</p>	<p>burası boş kalırdı.</p>		<p>bir tane daha ekledim.</p>		<p>onda da bir tane daha eklenir.</p>

Mükerrem	bির tane. İlk boştu içi.		ondan sonra karenin içinde bir tane yıldız oldu.iki (bir sonraki adımda). Üerse üç, dört.		
Nuray	burada sadece, burada bir tane, burada (aşağısında) bir tane.		bunu da ortasına sadece bir tane olabilir.		ortasına sadece bir tane olabilir.bir sonrakinde?ortada beş tane.ondan bir sonrakinde yedi. Ha beş, dokuz.
Ufuk	önce boş olabilir.		böyle birer birer doldurulabilir.		bir tane, bir tane...bির tane daha eklenecek.
Veli	bir önceki ortada ya da şöyle, şöyle, şöyle (yanlarda) olabilir.		diğerinde ise aşağıda.		bir sonrakinde şurada(diğerinin yanında) olur.

Öğrenci Adları	6.şeklin önceki adımı		6.şeklin sonraki adımı		bir sonraki adımı
Meriç	Bir tarafı yok		gitgide çoğalarak..Çoğalacak sonra yuvarlak bir şekil alacak.		
Yunus	Burada 1 tane daha fazlaymış(Şeklin alt tarafına çizer).Burada 1 tane azalmış(verilen şekli gösterir.) Şimdi çizeceğimde de 1 tane daha azaldı(Sağ köşedeki dalları çizmez).		Bir sonrakinde hiç olmayacak.		dallar şu çizgiler gitmeye başlayacak.
Dilek	önceki adımda kenarına bir tane çizgi çekilmiş. Bir tanesini çıkarttım		üste bir tane ekledim.		
Eren	şöyle olacak bir önceki adımda. Şunları...		şu küçüklerinde 2şer tane artacak.		
Hasan	böyle olmuş		burada böyle şeylerde eklenmiş ...		buraya bir tane daha ilerleyecek.

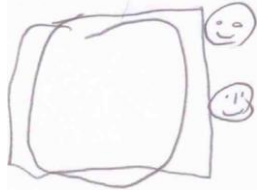
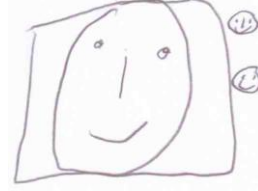
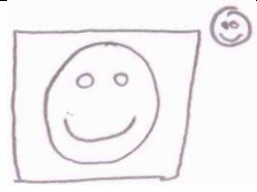




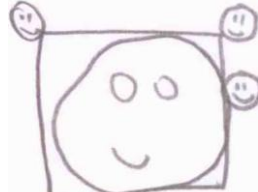
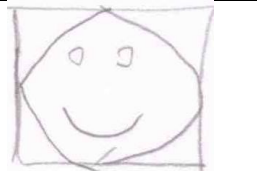
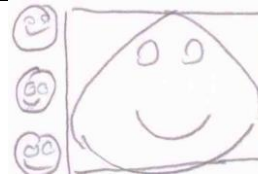


<p>Melik</p>	<p>ilk adım böyle olabilir. (verilen adımın uçlarını göstererek) Bunlar sonradan eklenmiş olabilir.</p>		<p>Sonraki adım da ise bunlara da ekleyebiliriz.</p>		<p>bir sonrakinde daha da eklenmiş olacak.alt taraflarına eklenecek.</p> 
<p>Meltem</p>	<p>yerlerini değiştirdim.(verilen şeklin üst kısmı)Bu üstteydi altta oldu.</p>		<p>şimdi de sağ oldu. Sonrada sol olacak.</p>		
<p>Satı</p>	<p>öncekinde gülen yüzden bir tane çizdim</p>		<p>dört tane Çizdim</p>		
<p>Simge</p>	<p>Şöyle ilk önce ters, sonra şu şekilde düz daha sonrasında da yan.</p>		<p>yönünü değiştirmiş oldum.</p>		<p>bir sonraki adımda sola bakacak.</p>






<p>Tuğra</p>	<p>şekil ilk başta böyle olması lazım. Ve sonraki yaprakların artması lazım. İlk başta böyleyse ortadan bir tane daha çıkacak bu şekilde dallar çoğalmaya başlayacak. Ve örüntü devam edecek.</p>		<p>Birer tane olacak şimdi iki tane olduğu için bir tane daha yapacağım.(3.adımı çizer) ve böyle bir şey olur.</p>		<p>Dallar böyle buraya doğru gelmeye başlayacak</p> 
<p>Banu</p>	<p>bunun sadece bir tanesi olabilir. Şu şekil yani bu aynı olur ama şekli olmaz. Sonra, bundan (6.şekilden) sonra bu üç ortadan geçer. Üç üç üç gider.</p>		<p>Sonra, bundan (6.örüntüden) sonra bu üç ortadan geçer. Üç üç üç gider.</p>		<p>bir sonraki adımda daha da bunlar artışı parmak şeklinde artırılabilir.aralarından geçer.Bu gittikçe böyle artırır kendini.</p>
<p>Çisem</p>	<p>Bundan öncekinde bir tane yapılır, bunlar yapılmaz.</p>				<p>uçlarına yayılır şu şekilde.</p>
<p>Hülya</p>	<p>önce tek y.</p>		<p>bunun uçlarına eklenebilir.</p>		<p>bir sonrakinde bir tane daha eklenir. Sonra bir tane daha, bir tane daha ikişer ikişer de eklenebilir.zaten ikişer ikişer ilerliyordu.</p> 

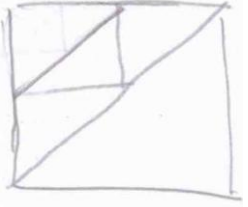
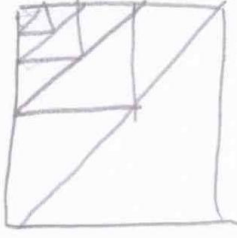
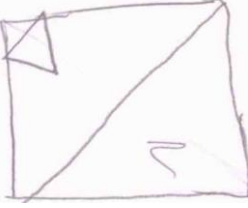
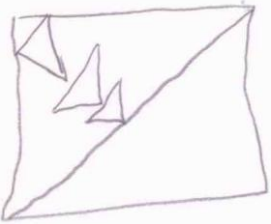
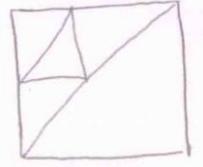
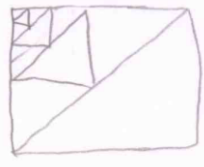
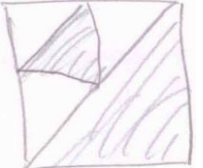

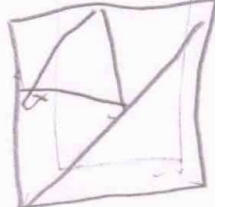
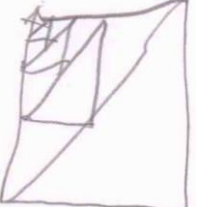
Miray	çizgileri koymam boş ... gibi		altına mı ekledin?Evet.		bir sonrakinde kenarlarına gelebilir.gövdesinden çıkacak.
Mükerrem			Bir tane daha şundan (dallardan).		vardır şu yanlarında.
Nuray	ikişer tane daha ekledin		bir sonrakinde de bunun (6.örüntünün bir sonraki adımı) bir tane daha altında.bir tane eklenecek.		
Ufuk					şöyle bir çizgi çizilerek devam edilir.
Veli	bence bir önceki adımda şunlar (uçları) yoktur.		bu ağaca dönüşüyor daldan bir dal çıktı.		

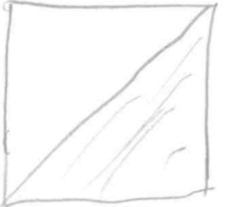
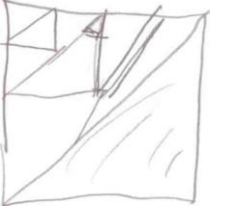
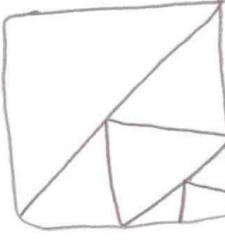
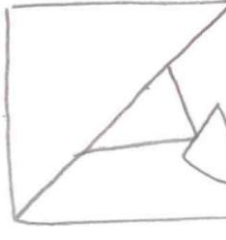
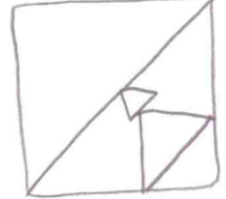
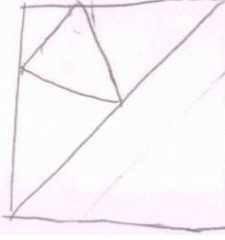
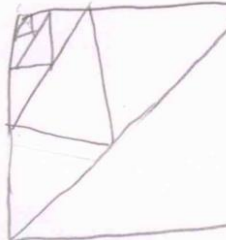
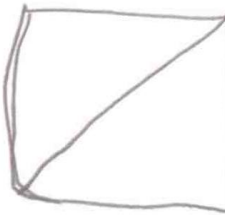
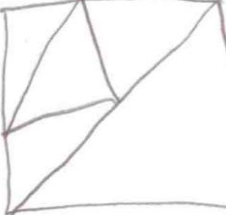
Öğrenci Adları	7.şeklin önceki adımı		7.şeklin sonraki adımı		bir sonraki adımı
Meriç	bir tanesini eksilttin.		bir tane artacağını düşündüm.		Şu kareden dolayı emin değilim de kare olmasaydı şöyle düşünürdüm, bundan sonra üç çıkacak.Bunun aralarına da şey gelecek yani beş tane falan olacak. Sonra yedi. Yani ikişer ikişer tek sayı olarak artacak diye düşünmüştüm. Ama kareyi de var sayarsak böyle etrafını sararak devam edecek diye düşündüm.
Yunus	Burada sadece gülen yüz ile kare olacak.		Burada yan tarafında da iki tane artmış(Sol tarafa 2 tane küçük gülen yüz çizer).		Bir sonrakinde altta başlayacak.Üstte.
Dilek	sadece yanlarında bir tane gülen yüz var.		Sonrakinde 1 tane daha eklenmiş		
Eren	bir tane çizdim...				(küçük suratlar)şunlar yavaş yavaş artacak.

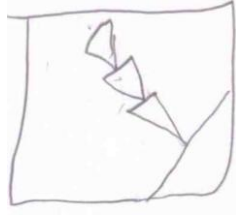
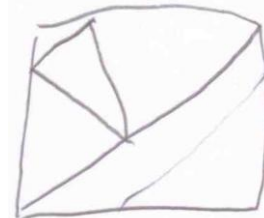
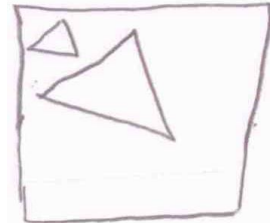
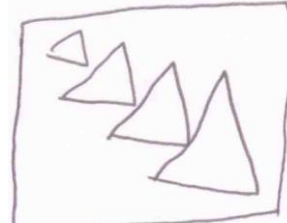
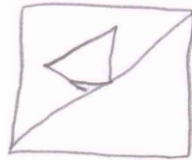
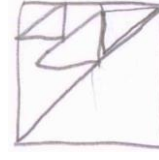
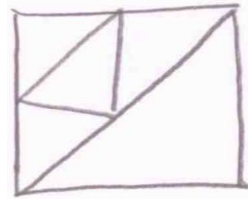
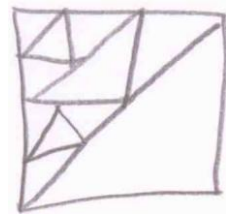
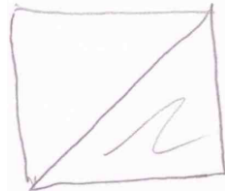
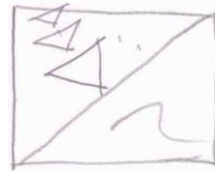
Hasan			(Şekli göstererek)sonra iki tane eklenmiş.		o da böyle böyle...altına eklenecek
Melik	bunlardan eklenmiş olabilir.		burada iki tane yüz vardı.her tarafını		on altı tane olacak. Katlanarak.daha küçük olması lazım.
Meltem	düzdü. Sol yaptım		şimdi de sağa doğru yaptım.bütün halde çeviriyorum.		mesela sadece küçüklerin yönleri değişebilir. Büyük normal kalır diğerlerinin yerleri değişir sadece.
Satı			uçlarını uzattım. bir daha uzattım.		
Simge	şimdi ilk önce gülen suratın bir tarafı sağda bir tarafı soldaymış. Daha sonrasında ikisi de sağa geçmiş. Ondan sonrasında da...		ondan sonrasında da ikisi de sola geçecek.		(ilk çizdiği adımı göstererek) bir sonraki adımda da şunun aşağıda olacak.onun bir sonrasında da yukarı da olacak bu sefer.



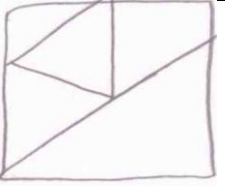
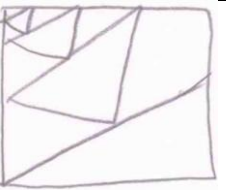
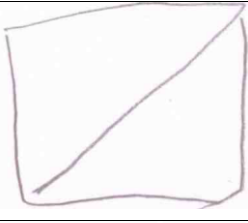
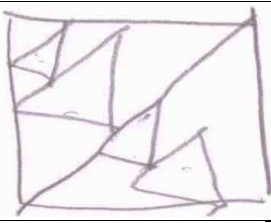
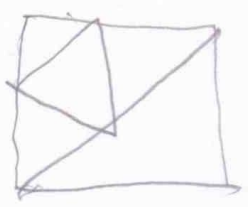
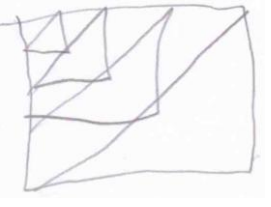
Tuğra	İlk başta bir şey yok. Sadece gülen yüzler var. Sonraki adım da gözleri çıkmaya başlayacak sonra burun filan çıkmaya başlayacak.		Buna ilave ettiğin şey sadece burun mu oluyor? Evet.		Saçları da çıkmaya başlayacak sonra...
Banu	surat sadece bir tane olur		suratlar, yanlardaki suratlar artabilir. Üç artar sonra dört gider.		sonraki adımda bunlar artar, sayıları arttıkça yüz sayıları sayıları artar burada
Çisem	bir tane gülen yüz olur.		üç oldu.		bu taraflara ekleyeceğiz.
Hülya	ilkinde sadece bir tane vardır. Sonra bir tane daha olmuş.		bir tane daha varken buralarına da bir tane eklenir.		Diğerlerinde (daha sonraki adımlarda) bir tane daha eklenir.tek tek çoğalmış gülen yüzler.
Miray	Sağ tarafta iki tane gülen yüz vardı sen onları sol tarafa aldın.		bir sonraki adımda her iki tarafta.		aitları da olur.
Mükerrem	ilk karenin içinde gülen yüz bir tane olacak.		ikincisinde bir tane içinde ama yanlarında iki tane.üçüncüde de üç tane yanında sadece.		

Nuray	böyle kenarlarına bunun kenarlarına doğru devam edecek.		üç tane. (daha sonraki adımda) sonra dört tane olacak.		
Ufuk	sadece bu olabilir.		iki tane eklenmiş burada şöyle ikişer ikişer eklenerek devam eder.		ikişer tane daha eklenir böyle çevresine.
Veli	Öncesinde bir tane gülen surat olacağını düşünüyorum.		3 tane olacak.		ya burada bir tane gülen surat olacak ya da şurada

Öğrenci Adları	8.şeklin önceki adımı		8.şeklin sonraki adımı		bir sonraki adımı
Meriç	Üçgen gitgide azalıyor olabilir. Sonrasında da üçgen gelebilir. Böyle gidebilir diye düşündüm.		Şuraya bir üçgen daha gelecek. Kalemle çizmem zor.		
Yunus	Bunda bir tane üçgen olacak		Bunda bir tane artmış(verilen şekli gösterir), bunda bir tane daha artacak(çizdiği şekli gösterir).		Bir sonrakinde ters alttan başlayacağız.
Dilek	bir öncekinde şu üstündeki üçgenin birini çıkardım.				(boş kalan kısımları gösterir.) Şu kenarlara üçgen eklenebilir.
Eren	bunda da bir üçgeni azalttım.		şunda da bir tane arttırdım üçgeni.çünkü her adımda artıyor örüntüde. O yüzden.		bunun küçük aralığında bir tane üçgen artar.
Hasan	önceki adım böyle olmuş olabilir. Sonra bir üçgen daha		bunun da şeyi şöyle bir tane daha çizilebilir.		

Melik			sonraki adımda şuradaki üçgenler birazcık...şuradan şöyle şuradan şöyle		bir sonrakinde daha da küçülür.bu tarafı küçülür bu tarafı aynı kalır.
Meltem	(verilen şekildeki sağ alt taralı üçgen) bu aşağıdaydı bunu yukarı almak istedim.		bu seferde böyle ortada olur. Ama bu sefer de üçgen olmaz. Doğru hiç onu düşünmedim...böyle olsun.burada düzdü. Şimdi ters oldu yani bunun gibi oldu.		(verilen şekli göstererek) bir sonraki de bu yönde olacak. (ilk adımını göstererek) Bu sefer de bunun aynısı olacak...bununla aynı oluyor o zaman da... 
Satı	(verilen şekildeki sol üstteki en küçük üçgeni gösterip) bunu çizmeden bunu yaptım.		(verilen şekildeki sol üst köşedeki en küçük üçgeni gösterip)bunun arkasında bir tane daha çizilecek.		(kendi çizdiği bir sonraki adımda en küçük üçgeni gösterip) bundan sonra üstüne bir tane daha ekleyerek
Simge	burada da ilk önce tektir bence. Sonrasında üçlü olmuştur.		sonrasında da yine eksilir.		yine bu şekil olacak üstünde bir tane olacak. Onun üstünde de bir küçük üçgen olacak. Öyle öyle küçülecek.

Tuğra	Burada 2 tane var. Burada artmaya başlayacak. 1, 2, 3 ve 4'üncüsü olacak.		Burada uzamaya başlıyor. Yani yükselmeye başlıyor.		
Banu	Kare aynen yapılır ama üçgen sayıları azalabilir.		iki olur sonra bundan sonra şekiller gittikçe büyür burada. büyükten en büyüğe doğru gidebilir. gidebilir.		bunun daha büyük şekilde şu taraflardan şöyle direk..aşağı doğru
Çisem	bundan öncekinde bir tane olur.		bundan sonrakinde bu sefer kalan yerlere. boşluk olan yerlere...o zaman şu şekilde. şuraya da, karşısını da...		
Hülya	sadece bu vardır. Sonra bir tane daha eklenmiştir.		iki tane varken içlerine bir tane daha üçgen eklenebilir. yanlarına ekledim. Boşluklara. bir tane daha ekledim.		bir tane daha ekliyoruz.
Miray			bir tane daha ekledim.		yanına gelebilir.

Mükerrem	şurası aynı şöyle olacak (karenin içindeki en büyük taralı üçgen.)		sadece üçgenleri yukarıdaki...sayıları değişti.mesela burada (ilk başta) aynı iken bir tane. Burada (8.şekil) iki tane.		burada (bir sonraki adımda) üç tane olacak.
Nuray	bunda iki tane üçgen. bunda bir tane.		bunun (en üsteki küçük üçgenin) üstüne		
Ufuk	burada şey çizmişler ben ilk önce bunun olduğunu düşündüm. O yüzden öyle yaptım.		böyle gider. Bir küçük, bir büyük, bir küçük diye gider.		bir sonraki bence böyle yanına bir tane daha kare çizilerek.
Veli	En üstündekini çıkardın.		şöyle hani eklenecek.		en üstüne bir tane daha ekleyebiliriz

Öğrenci Adları	Oluşturulan Gruplar	Gerekçe
Meriç	A- 1, 6	Aslında o (1.örüntü) bunun gibi (6.örüntü) o da bunun yanına iki tane geliyor. Onunda yanına iki tane geliyor.
	B- 2, 4, 8	Bu da(8.örüntü) azalarak gidiyor. O da(4.örüntü) azalarak gidiyor. Şekil olarak bakarsak şunla(2. örüntü) şu(4. örüntü) benziyor. Yani bu ikisi de benzer.
	C- 3, 7	Bunu(7.örüntü) altıgendeki gibi boş düşündüm. Sonra yanına(3.örüntünün) bir çizgi gelmiş. Bunun da yanına(7.örüntünün) bir tane yüz gelmiş. Sonra buraya bir çizgi daha gelmiş. Buraya da bir yüz daha gelmiş. Sonra buraya bir çizgi gelince buraya da bir yüz gelecek. Ben öyle düşündüm.
	5	Ben onu diğerlerine benzetemedim.
Yunus	5, 6, 7	Bunda tek tek kaymış(yıldız), bunda da tek tek artmış(dallar).
	1, 2, 4	Burada başta bu da boşmuş(Örüntülerin ilk adımlarını gösterir). Sonra bu da artmış(örüntülerin ikinci adımlarını gösterir). Bunlar da biraz fazla artmış. Bunların içindeki de fazla fazla artmış(Örüntülerin 3.adımlarını gösterir). En sondaki de fazla artmış.
Dilek	E - 2, 4	içlerine herhangi bir şekil konulmamış, boş. sadece 1.adımlarına baktım.
	1, 3 (sonra vazgeçer)	bunda boşluklardan sadece bir tane şekil kullanılmış. (3.örüntü) Bunda boşken sadece bir tane şekil, (son örüntü) bunda da ilk haline göre bir tane şekil kullanılmış. sadece 1 ve 2.adımları benziyor. Diğerlerini benzetemedim.
Eren	1, 2, 8, 4	(1.ve 2.için)çünkü aralıkları dolduruyor. Bunda da aralıkları doldurmuş bir öncekinde de. (8.örüntü) bu da artıyor. (4.örüntü) burada her boşlukta artıyor.
	3, 6	(3 için) çünkü bu da artıyor her köşegenleri yavaş yavaş artıyor. (6 için) Bu da öyle gibi. Her köşesinden artıyor bu da. Uç köşelerinden.
	5	mesela 5 hepsinden farklı. yer değiştirmiş.
Hasan	a- 2, 4	bunda (önce 2.örüntüyü sonra 4.örüntüyü gösterir)da 4'e bölmüş sonra bunu(her ikisini de gösterir) yine 4'e bölmüş benzettim.
	b- 7, 8(sonra vazgeçer)	çünkü burada normal vermiş ikisini de sonra bu(7.örüntü) bir tane artıp yanına bir şey eklenmiş...benzettim
	c- 6, 7	çünkü bu bir kafa(7.örüntü) bunda (6.örüntü)ikişer eklenmiş. Bunda da ikişer eklenmiş.

Melik	A- 1, 2, 3, 4, 8	2,4 için Gittikçe ikisi de küçülüyor. 1.için çünkü gittikçe şekiller küçülüyor. 8.için burada üçgen gittikçe küçülüyor. 3.için bu da gittikçe küçülüyor
	B- 6, 7	bunlar da gittikçe buna(6.örüntü) dal eklenmiş bunda(7.örüntü) da küçük yüz eklenmiş bir de kare eklenmiş.
	F- 5	bence dışta kalan yıldız. Çünkü buna benzer bulamadım
Meltem	Yıldız - 5	bence bu tek.
	Kare- 1(sonra siler), 3, 8	hepsi de çoğalıyor çünkü bir tanesi bile azalmıyor. çünkü 1, 2, 3, 4 diye artıyor ya.
	Üçgen- 6, 7(sonra siler)	(6.örüntü)bu 2, 2 artıyor. ikisi de 2şer 2şer artıyor. (7.örüntü için) yok hayır. Bu tek tek artıyor.(çizdiği üçgeni siler.)
	Çember- 1	(1.örüntü için) o zaman bu tek kalıyor. Bulamadım onu.
Satı	1, 2, 3, 4, 7, 8	(1.örüntünün son adımıyla 5.nin son adımı) bununla bu. çünkü eklenerek yapılmış. Hepsinde de eklenmiş. sayıları artmış.
Simge	a- 1, 2, 4	(1.ve 4.için) ilk önce boşmuş sonra bir şey eklenmiş yine içine. Ondan sonra çoğalmış yani gittikçe çoğalışı benziyor. Sonra küçülüşü benziyor. Onlarda(1.örüntüdeki üçgenler) küçülmüş mesela. (2.örüntü) yine aynı şekilde çoğalmış. Sonra yine aynı şekilde bölünmüş.
	b- 3, 6	
	5, 7 ve 8	şu üçü o üçü hiç bir şeye benzetemedim.
Tuğra	5, 8	Çünkü yıldızlar yer değiştiriyor bunda(8.örüntü) da çoğalıyorlar yani bunda da yer değiştiriyorlar. O yüzden benzer olduklarını düşünüyorum.
Banu	a- 1, 3, 6, 7, 8	Çünkü burada (1.örüntü) arttırıyor üçgenlerini. Bu da (3.örüntü) çizgilerini artırıyor. bunu (6.örüntü) aynı buluyorum artırıyor. bunu (7.örüntü) aynı buluyorum. Bunu (8.örüntü), bunu da aynı buluyorum. Çünkü arttıkça yani şekiller oldukça küçülüyor.
	b- 2, 4	çünkü burada (2.örüntüde) biz böldük, önce böldük sonra içten içe onları yapmaya başladık. Burada da (4.örüntüde) aynı işlem oluyor. Bölüyor bunu bir kendine bölüyor. Bir de bu içini tamamlamaya çalışıyor.
Çisem	1- 1, 2, 4, 8	hepsi eşit... olduğu için artıyor kare kare, üçgenler. (8. örüntü) çünkü içinde artıyor yine iç içe ama fazla bir şey yok bundan sonra, bunlar daha fazla iç içeler daha fazla artar. Ama bu da içine girebilir. (1. Gruba)
	5	hiçbir gruba giremez bence.
Hülya	1- 1, 8	(1. örüntü) bunun içinde üçgenler artarak eklenmiş. bunda da(8. örüntü) o şekilde üçgenler eklenmiş içine.

	2- 2, 4	bunu (2. örüntü) buna (4. örüntü) benzettim bu da hani içerden dörder dörder bölünerek yapılmış.
	5	hiçbir gruba girmez. Çünkü bu (5. örüntü) yer değiştirerek yapılmış.
	3- 6, 7	buda (6. örüntü) küçültülerek yapılmış aynısı. burada da (7. örüntü) aynısı küçültülmüş, dışı kaplanmış ve yanına diğeri küçültülerek eklenmiş. Bunla(6. örüntü) buna da(7. örüntü) aynı şeyi yapabiliriz hani küçültülmüş ama bu (7. örüntü) biraz dışı kaplanarak küçültülmüş.
Miray	A- 2, 4	içindeki karelerden yaralanarak.
	B- 3, 6	buradaki şekilleri benzetebilirim dışındakileri oluşturulmuş. buradakilerle (6. örüntü uçları) bu taraftakileri (3. örüntü köşeleri).
	C- 1, 5	buradaki yıldızların kenarlarındaki üçgenleri kullanarak.
Mükerrem	A- 1, 6, 8	burada (8. örüntü) kare ama içinde birer, ikişer tane arttığı için.
	B- 2, 4, 7	aynı hani ilerledikleri için. boş karede hani köşelerine kare eklemiş ya bir tane daha (2. örüntü). mesela bunla (2. örüntü) aynı bu da (4. örüntü) öyle olduğu için. Birer tane daha eklendiği için hani.
Nuray	A- 1, 2, 4, 8	Katlanmış o da (1.örüntü) bunun (2. örüntü) gibi. bu da (4. örüntü) onun gibi.
	B- 6, 7	bu da (6.örüntü) böyle şeye gidiyor. Hani... Bunlar ayrı (6. ile 7. örüntülerden B harfini sildi.) yani bu kadar.
Ufuk	2, 4	ikisinde de parçalanmış. onun içini de parçalamışlar. Kare çizmişler o yüzden ikisi aynı grupta olabilir diye düşündüm.
	1, 8, 3	ikiside örüntülü bir şekilde büyükten küçüğe doğru sıralanmış o yüzden aldım. birer birer artmış şey şunu (3.örüntü) koyabilirim.
	5, 7	ikisi de bir yerden bir yere şey olmuş.kaymış.
Veli	1, 8, 2, 4	Çünkü git gide hepsi küçülüyor. yani hem artıyor mesela burada (8.örüntüde) üçgen sayısı artıyor. Burada da (1.örüntüde) üçgen sayısı artıyor. Burada da (2.örüntü) kare sayısı artıyor burada da (4.örüntü) kare sayısı artıyor.
	6, 7	bir tane kalıyor... aynı kalıyor, mesela bir tane sap kalıyor, bir tane şöyle iki tanesi kalıyor. Bir tane daha dal yapıyor. Yani gülen surat gibi.

EK – 5: Araştırma İzin Belgesi**T.C.
DENİZLİ VALİLİĞİ
İl Millî Eğitim Müdürlüğü**

Sayı : B.08.4.MEM.0.20.20.00-044.01.00.00 41909
Konu : Anket Onayı.

10 Aralık 2012

VALİLİK MAKAMINA

İlgi : Pamukkale Üniversitesi Rektörlüğünün 22/11/2012 tarih ve 4944 sayılı yazıları.

Pamukkale Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü İlköğretim Anabilim Dalı tezli yüksek lisans öğrencisi Derya GÜNAY ilgi yazı gereği Müdürlüğümüze bağlı Merkezdeki ortaokullarda “ 7. Sınıf Öğrencilerin Fraktalların Karakteristik Özelliklerine İlişkin İnfomal Anlamalarının İncelenmesi ” konulu anket çalışmasını uygulamak istemektedir.

Yukarıda adı geçen müracaatlar ile ilgili Lisans, Yüksek Lisans, Doktora öğrencileri ve Öğretim Görevlilerinin ilgi yazıları ekinde belirtmiş oldukları okullarda, (İlköğretim/Ortaöğretim/Okulöncesi) konuları ile ilgili anket çalışmalarının “Araştırma, Yarışma ve Sosyal Etkinlik İzinleri” Genelgesinde belirtilen esaslar gereğince; Okul ve kurumların eğitim-öğretim faaliyetlerini aksatmayacak şekilde 2012/2013 eğitim-öğretim yılı içerisinde uygulamaları Müdürlüğümüzce uygun görülmüş olup;

Olurlarınıza arz ederim.


Sebahattin AKGÜL
Millî Eğitim Müdürü

OLUR
07./12/2012

Ekrem BÜYÜKATA
Vali a.
Vali Yardımcısı

**T.C.
DENİZLİ VALİLİĞİ
İl Millî Eğitim Müdürlüğü**

Sayı : B.08.4.MEM.0.20.20.00-044.01.00.00
Konu : Anket Onayı.

.....
Kurumunuzca Müdürlüğümüzden talep edilen araştırma isteklerine ait Makam Onayı ve Müdürlüğümüzce Onay verilen anket formları ekte gönderilmiştir.


Ekrem BÜYÜKATA
Vali a.
Vali Yardımcısı

Ek:
1-Anket Formları



Denizli İl Millî Eğitim Müdürlüğü Adres: Saltak Mahallesi Oğuzhan Caddesi . No: 76 20100 DENİZLİ
tıbat için S.GELMİŞ V.H.K.İ Tel:2655 554/708 Fax:2650169 Şef E.SARIYILDIZ
-posta : arge20@meb.gov.tr İnt.Adresi :denizli.meb.gov.tr

EĞİTİMDE REFORM
Daha aydınlık
gelecek!

ÖZGEÇMİŞ

Kişisel Bilgiler	
Adı	Derya
Soyadı	GÜNAY
Doğum yeri ve tarihi	Denizli – 01.08.1985
Uyruğu	T.C.
İletişim adresi ve telefonu	kalipso85@gmail.com / 05063162691
Eğitim	
İlköğretim	Namık Kemal İlkokulu - Atatürk Ortaokulu / Denizli (1996 - 1999)
Ortaöğretim	Denizli Anadolu Lisesi (DAL) / Denizli (2003)
Yükseköğretim (Lisans)	Karadeniz Teknik Üniversitesi Fatih Eğitim Fakültesi İlköğretim Matematik Öğretmenliği (2007)
Yabancı Dil	
İngilizce Üniversite Dil Sınavı (ÜDS) -Ekim 2009	65
Mesleki Deneyim	
2007 - 2008 (Şubat)	Bozkurt Cumhuriyet İlköğretim Okulu Matematik Öğretmeni
2008 - 2009	Sarayköy Duacılı Ahmet Güdücü İlköğretim Okulu Matematik Öğretmeni
2009 - (halen)	Denizli Merkez Hacı Şakir – Meliha - Nilüfer Öz Ortaokulu Matematik Öğretmeni