**T. C.**
**SİVAS CUMHURİYET ÜNİVERSİTESİ**
**FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

# KARAR VERME PROBLEMLERİNDE ESNEK KÜME DEĞERLİ DÖNÜŞÜMLERİN UYGULANMASI

**YÜKSEK LİSANS TEZİ**


**Melike ASLAN**

**(201192171077)**


**Matematik Ana Bilim Dalı**

**Tez Danışmanı: Prof. Dr. İdris ZORLUTUNA**

**SİVAS**

**EYLÜL 2019**

**Melike ASLAN**'ın hazırladığı ve **"KARAR VERME PROBLEMLERİNDE ESNEK KÜME DEĞERLİ DÖNÜŞÜMLERİN UYGULANMASI"** adlı bu çalışma aşağıdaki jüri tarafından **MATEMATİK ANA BİLİM DALI**'nda **YÜKSEK LİSANS TEZİ** olarak kabul edilmiştir.

| | | |
|---|---|---|
| **Tez Danışmanı** | **Prof. Dr. İdris ZORLUTUNA**<br>Sivas Cumhuriyet Üniversitesi | ……………… |
| **Jüri Üyesi** | **Doç. Dr. Mehmet Ali ÖZTÜRK**<br>Adıyaman Üniversitesi | ………..……… |
| **Jüri Üyesi** | **Dr. Öğr. Üyesi Serkan ATMACA**<br>Sivas Cumhuriyet Üniversitesi | ………..……... |

Bu tez, Sivas Cumhuriyet Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü tarafından **YÜKSEK LİSANS TEZİ** olarak onaylanmıştır.

**Prof. Dr. Özlem Pelin CAN**

FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ MÜDÜRÜ

Bu tez, Sivas Cumhuriyet Üniversitesi Senatosu’nun 20.08.2014 tarihli ve 7 sayılı kararı ile kabul edilen Fen Bilimleri Enstitüsü Lisansüstü Tez Yazım Kılavuzu (Yönerge)’nda belirtilen kurallara uygun olarak hazırlanmıştır.

## ETİK

Sivas Cumhuriyet Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Tez Yazım Kılavuzu (Yönerge)'nda belirtilen kurallara uygun olarak hazırladığım bu tez çalışmasında;

- ✓ Bütün bilgi ve belgeleri akademik kurallar çerçevesinde elde ettiğimi,
- ✓ Görsel, işitsel ve yazılı tüm bilgi ve sonuçları bilimsel ahlak kurallarına uygun olarak sunduğumu,
- ✓ Başkalarının eserlerinden yararlanılması durumunda ilgili eserlere, bilimsel normlara uygun olarak atıfta bulunduğumu ve atıfta bulunduğum eserlerin tümünü kaynak olarak gösterdiğimi,
- ✓ Bütün bilgilerin doğru ve tam olduğunu, kullanılan verilerde herhangi bir değişiklik yapmadığımı,
- ✓ Tezin herhangi bir bölümünü, Sivas Cumhuriyet Üniversitesi veya bir başka üniversitede, bir başka tez çalışması olarak sunmadığımı; beyan ederim.

4.09.2019

Melike ASLAN

## KATKI BELİRTME VE TEŞEKKÜR

Tezin her aşamasında yardımlarını esirgemeyen danışman hocam Prof. Dr. İdris ZORLUTUNA’ ya ve bu tez çalışmam süresince bilgi ve deneyimleri ile yol gösteren Dr. Öğr. Üyesi Serkan ATMACA’ ya ayrıca manevi desteklerini esirgemeyen sevgili eşim Murat ASLAN, oğullarım Kerem ASLAN ve Bartu ASLAN’ a teşekkür ediyorum.

# ABSTRACT

## APPLICATIONS OF SOFT SET VALUED MAPPINGS IN DECISION MAKING PROBLEMS



**Melike ASLAN**

**Master of Science Thesis**
**Department of Mathematics**
**Supervisor: Prof. Dr. İdris ZORLUTUNA**


**2019, 44+ix pages**



This thesis, which aims to develop a new decision making method with the help of soft sets, consists of three parts.

In the first chapter, the concepts of fuzzy sets and soft sets and the basic features of these concepts are presented by compiling from the literature.

In the second part of the thesis, uni-int decision making and Yager's (1975) fuzzy decision making methods are presented in addition to the first decision making method using soft sets.

In the third and last part of the thesis, a new map between soft sets families is defined by using set valued maps. This map is exemplified, its properties are examined and used to solve a decision making problem.



**Key Words:** Soft Set, Soft Set Valued Mapping, Decision Making

# ÖZET

## KARAR VERME PROBLEMLERİNDE ESNEK KÜME DEĞERLİ DÖNÜŞÜMLERİN UYGULANMASI

**Melike ASLAN**

**Yüksek Lisans Tezi**

**Matematik Anabilim Dalı**

**Danışman: Prof. Dr. İdris ZORLUTUNA**

**2019, 44+ix sayfa**

Esnek kümeler yardımıyla yeni bir karar verme metodu geliştirmeyi amaçlayan bu tez çalışması üç bölümden oluşmaktadır.

Birinci bölümde bulanık kümeler ile esnek kümeler kavramları ile bu kavramların temel özellikleri literatürden derlenerek sunulmuştur.

Tezin ikinci bölümünde, esnek kümeler kullanılarak oluşturulan ilk karar verme yönteminin yanında, bir-kes esnek karar verme ile Yager'in (1975) bulanık karar verme metodları tanıtılmıştır.

Tezin üçüncü ve son bölümünde ise, küme değerli dönüşümler kullanılarak esnek küme aileleri arasında yeni bir dönüşüm tanımlanmıştır. Bu dönüşüm örneklendirilmiş, özellikleri incelenmiş ve bir karar verme probleminin çözümünde kullanılmıştır.



**Anahtar kelimeler:** Esnek Küme, Esnek Küme Değerli Dönüşümler, Karar Verme

# İÇİNDEKİLER

# 1. GİRİŞ

Karar verme, birtakım alternatifler arasından bazı kriterlere göre en iyisini seçme işlemidir. Ancak gelişen dünyada Mühendislik, Ekonomi, Yönetim, Tıp ve Sosyal Bilimler gibi birçok alanda karşılaşılan karar verme problemleri çoğu kez belirsiz ve kesinlik içermeyen veriler içermelerinden dolayı oldukça karmaşık sistemler olarak karşımıza çıkmaktadırlar. Aslında insan düşüncesi bu gibi durumlarda karar verme yeteneğine sahiptir. Örneğin "uzun" ve "kısa" kavramları belirsizlik içeren kavramlar olmasına karşın, "uzun boylular arkaya, kısa boylular öne" düzenlemesi herkes tarafından yapılabilir. Ancak seçim kriterlerinin insan hafızasında tutulamayacak kadar çok olması ve klasik matematik yöntemlerinin de belirsizlik ve muğlaklık durumlarında problemi modellemede yetersiz kalması nedeniyle araştırmacılar yeni arayışlara girmişler ve belirsizlik durumlarıyla başa çıkabilmek için yeni teoriler ortaya atmışlardır.

Bunların en önemlilerinden biri Zadeh (1965) tarafından ortaya atılan bulanık (fuzzy) kümeler teorisidir. Bu teori insan düşünce ve algılarındaki belirsizlikleri sayısallaştırmaya çalışır ve belirsizlik içeren, kesinlik içermeyen durumlara kesinlik kazandırıp çözümdeki sorunları ortadan kaldıran kavramlar ve yöntemler sunar. Klasik küme teorisinde bir kümenin elemanlarının kümeye ait olması kesin tanımlarla verilirken, bulanık küme teorisinde kümenin elemanlarını [0,1] aralığında bir sayıya karşılık getiren üyelik fonksiyonları kullanılmıştır. Bulanık kümeler bu yapıları nedeniyle matematiksel modellemeye uygun araçlar olduğundan, klasik küme kavramının yetersiz kaldığı bir çok problemin çözümünde kullanılmıştır. Bir çok araştırmacı, bu küme teorisi üzerinde Cebirsel Yapılar, Topolojik Yapılar, Endüstriyel uygulamalar, Yapay zeka ve Karar verme problemleri gibi bir çok alanda çalışmışlardır. Öte yandan bir bulanık küme için gerekli olan üyelik fonksiyonu tanımı fonksiyonu tanımlayan kişiye bağlı olduğundan bulanık küme işlemleri gerçeklikten uzak olabilmektedir. Bu üyelik fonksiyonu oluşturma güçlüğü bulanık küme teorisinin kimi durumlarda yetersiz kalmasına sebeb olmaktadır. Bu eksikliğin kümenin elemanlarının yeterince parametrelendirilememesinden kaynaklandığını ileri süren Molodtsov (1999) belirsizlikleri modellemek için bulanık küme teorisine alternatif yeni bir küme teorisi olan esnek (soft) küme teorisini ortaya atmıştır. Esnek küme teorisinde nesneleri tanımlamada herhangi bir kısıtın olmaması yani herhangi bir sayının, kelimenin yada cümlenin parametre olarak seçilebilmesi, bilgi kayıplarını en aza indirerek gerçek yaşamdaki problemler için çok daha uygun modeller kurulmasına olanak sağlamaktadır. Bu yüzden araştırmacılar bu yeni teoriye çok fazla ilgi göstermiş ve farklı disiplinlerdeki uygulamaları üzerinde çalışmışlardır. Bu uygulamalardan ilk bir kaçı yine Molotdsov bu ilk çalışmasında vermiş olduğu Peron integralleri, oyun teorisi ve ölçü teorisi üzerinedir. Molodtsov'un bu çalışmasından sonra esnek küme teori kısa zamanda bir çok alanda çalışılmıştır. Bu çalışmaların başlıcaları; topoloji (Çağman ve Ark. (2011), Shabir ve Naz (2011), Zorlutuna ve Ark. (2012), Varol ve Ark. (2012) ve Georgiou ve Ark. (2013)), Cebir (Aktaş ve Çağman (2007), Feng ve Ark. (2008), Jun ve Park (2008),Acar ve Ark. (2010), Çelik ve Ark. (2011) ve İnan ve Öztürk (2012) ve karar verme problemleri (Maji ve Ark. (2002), Chen ve Ark. (2005), Çağman ve Enginoğlu (2010a) ve Çağman ve Enginoğlu (2010b)) olarak sayılabilir.

Esnek kümelerin karar verme problemlerine ilk uygulaması Maji ve arkadaşları (2002) tarafından yapılmıştır. Daha sonra Chen ve arkadaşlar (2005) ile Kong ve arkadaşları (2008) karar vermede kullanılabilen, esnek küme parametrizasyon indirgenmesi kavramı ile parametre indirgenmesi algoritmalarına giriş yapmışlardır. 2010 da Çağman ve Enginoğlu esnek kümelerin çarpımları ile uni-int (bir-kes) karar fonksiyonunu tanımlamış ve uni-int karar verme metodunun uygulanışına bir örnek vermişlerdir. Bu çalışmanın üstüne Feng ve arkadaşları (2012) uni-int$^k$, uni-int$_s^t$ ve int$^m$-int$^n$ karar verme metodlarını geliştirmişlerdir. Gong ve arkadaşları (2010) ve Xiao ve arkadaşları (2010) ise yeni tür esnek kümeler tanımlayarak, bu yeni yapıları karar verme ve bilgi sistemlerine uygulamışlardır. 2016 yılında Çetkin ve arkadaşları devrik (invers) esnek küme kavramını ortaya atarak, karar verme işlemlerinde oldukça kullanışlı olduğunu göstermişlerdir. Esnek matris kavramı ve işlemleri ise ilk olarak Çağman ve Enginoğlu (2010b) tarafından tanımlanmıştır. Yazarlar bu çalışmada esnek matrisleri kullanarak yeni karar verme yöntemleri oluşturmuşlardır. Yine bu çalışmada tanımlanan matris çarpımları, Atagün ve arkadaşları

(2018) tarafından farklı tipteki esnek matrisler için genelleştirilmiştir. Öte yandan Kamacı ve arkadaşları (2018) esnek matrisler için satır çarpımı kavramını ortaya atarak genelleştirilmiş matris çarpımlarını da kullanarak yeni karar algoritmaları oluşturmuşlardır. Son olarak Kamacı ve arkadaşları (2019), Çağman ve Enginoğlu'nun (2010a) esnek kümelerin farkı işlemini kullanarak dört yeni esnek matris işlemi tanımlamış ve bu işlemlerin özelliklerini incelemişlerdir. Ek olarak yeni karar fonksiyonları tanımlayarak yeni bir karar verme metodu geliştirmişler ve metodun bir uygulamasını vermişlerdir.

Esnek kümeler ile oluşturulan karar verme metodları göz önüne alındığında çoğunlukla kararı etkileyen parametreler genellikle alternatifler kümesi ile ilişkilidir. Ancak her zaman bu mümkün olmayabilir. Örneğin yapılacak olan bir ticari yatırım için, üretim maliyetinin, seçilen tesisin yerine ve kullanılan malzemenin türüne bağlı olması ve yine çevre kirliliğinin hem yine seçilen tesis yerine ve kullanılan atık bertaraf yönteminin türüne bağlı olması gibi durumlarda mevcut esnek küme yöntemleri yetersiz kalabilmektedir. Bu tez çalışmasında parametrelerin bazılarının karar alanı ile doğrudan doğruya ilgili olmadığı karmaşık ilişkilerin olduğu durumlarda karar vermek için yeni bir yöntem oluşturmak için çalışılmıştır. Bu amaçla önce küme değerli dönüşümler yardımıyla esnek küme aileleri arasında yeni bir fonksiyon tanımlanmış ve fonksiyonun özellikleri incelenmiştir. Daha sonra bu fonksiyon kullanılarak farklı evrenlerde yer alan karar parametreleri yani hedefler ve kısıtlar, aynı evrene taşınması yoluna gidilmiştir. Böylece daha önce esnek kümeler yardımıyla oluşturan bir karar verme metodu kullanılabilir. Bu çalışmanın son bölümünde bu işlem bir örnek karar verme problemi üzerinde denenmiş ve Çağman ve Enginoğlu'nun (2010a) bir-kes metodu yardımıyla problem çözülmüştür.

# 2. ÖNBİLGİLER

## 2.1 Bulanık Kümeler ve Fonksiyonlar

**Tanım 2.1.1** *(Zadeh, 1965) $X \neq \varnothing$ bir küme ve $I = [0,1]$ kapalı aralık olsun. $X$ den $I$ ya tanımlı bütün dönüşümlerin kümesi $I^X$ olmak üzere, $I^X$ in her bir elemanına, $X$ de bir bulanık küme denir. Bulanık kümeleri A, B,... gibi semboller ile göstereceğiz.*

*$X$ deki bir $A$ bulanık kümesi, $A = \{(x, \mu_A(x)) : x \in X\}$ biçiminde sıralı ikililerin bir kümesi olarak veya $A = \{x^{\mu_A(x)} : x \in X\}$ biçiminde gösterilebilir. Burada $\mu_A$ ya $A$ nın üyelik fonksiyonu, $\mu_A(x)$ sayısına ise $x$ elemanının $A$ bulanık kümesine üyelik derecesi denir. Eğer $\mu_A$ sadece 0 ve 1 değerlerini alıyorsa, $A$ bulanık olmayan (crips) kümedir. Sıfır değerine sahip üyelik dereceleri genellikle yazılmaz. $\mu_A$ nın sıfırdan farklı değerler aldığı noktalar kümesi, $A$ nın dayanağı olarak adlandırılır (Ming ve Ming, 1980) ve $supp(A) = \{x \in X : \mu_A(x) > 0\}$ ile gösterilir.*

*Her $x \in X$ için $\mu_A(x) = 0$ ise, $A$ ya boş bulanık küme denir ve $0_X$ ile gösterilir. Eğer her $x \in X$ için $\mu_A(x) = 1$ ise, $A$ ya evrensel bulanık küme denir ve $1_X$ ile gösterilir.*

**Örnek 2.1.1** *$X = \{a, b, c, d, e\}$ olsun. $X$ üzerinde, $\mu_A(a) = 0,4$, $\mu_A(b) = 0,3$, $\mu_A(c) = 0,7$, $\mu_A(d) = 0$, $\mu_A(e) = 1$ biçiminde tanımlı $\mu_A : X \to [0,1]$ fonksiyonu $X$ üzerinde A= $\{a^{0,4}, b^{0,3}, c^{0,7}, e^1\}$ bulanık kümesini tanımlar.*

**Tanım 2.1.2** *(Zadeh, 1965) A, $B \in I^X$ olsun.*

*(1) Her $x \in X$ için $\mu_A(x) \leq \mu_B(x)$ ise $A$ ya $B$ nin bulanık altkümesi denir ve $A \leq B$ ile gösterilir.*

*(2) Her $x \in X$ için $\mu_A(x) = \mu_B(x)$ ise $A$ ve $B$ bulanık kümeleri eşittir denir ve A=B ile gösterilir.*

*(3) Her $x \in X$ için üyelik fonksiyonu $\mu_C(x) = \max\{\mu_A(x), \mu_B(x)\}$ biçiminde tanımlı olan $C$ bulanık kümesine, $A$ ile $B$ bulanık kümelerinin birleşimi denir ve $C{=}A{\vee}B$ ile gösterilir.*

*(4) Her $x \in X$ için üyelik fonksiyonu $\mu_C(x) = \min\{\mu_A(x), \mu_B(x)\}$ biçiminde*

*tanımlı olan C bulanık kümesine, A ile B bulanık kümelerinin kesişimi denir ve* $C{=}A{\wedge}B$ *ile gösterilir.*

*(5) Her* $x \in X$ *için üyelik fonksiyonu* $\mu_C(x) = 1 - \mu_A(x)$ *biçiminde tanımlı olan C bulanık kümesine, A bulanık kümesinin tümleyeni denir ve* $A^c$ *ile gösterilir.*

**Tanım 2.1.3** $\{A_i : i \in J\}$, *X üzerindeki bulanık kümelerin bir ailesi olsun. Her* $x \in X$ *için üyelik fonksiyonları* $\mu_C(x) = \sup_{i\in J}\{\mu_{A_i}(x)\}$ *ve* $\mu_D(x) = \inf_{i\in J}\{\mu_{A_i}(x)\}$ *biçiminde tanımlı olan C ve D bulanık kümelerine,* $\{A_i : i \in J\}$ *ailesinin sırasıyla birleşimi ve kesişimi denir ve* $C = \bigvee_{i\in J} A_i$ *ve* $D = \bigwedge_{i\in J} A_i$ *biçiminde gösterilir.*

**Tanım 2.1.4** *(Zadeh, 1965)* $A \in I^X$, $\operatorname{supp} A = \{x\}$ *ve* $\mu_A(x) = \alpha$ $(0 < \alpha \leq 1)$ *olsun. Bu durumda A bulanık kümesine X de bir bulanık nokta denir ve* $x_\alpha$ *ile gösterilir.*

**Tanım 2.1.5** *(Zadeh, 1965)* $A$, $x_\alpha \in I^X$ *olsun. Eğer* $\alpha \leq \mu_A(x)$ *ise,* $x_\alpha$ *bulanık noktası A bulanık kümesine aittir denir ve* $x_\alpha \in A$ *ile gösterilir.*

**Tanım 2.1.6** *(Ming ve Ming, 1980)* $A$, $B \in I^X$ *olsun. Eğer* $\mu_A(x) + \mu_B(x) > 1$ *olacak biçimde bir* $x \in X$ *varsa, A ile B çakışığımsıdır denir ve bu durum* $AqB$ *ile gösterilir. Eğer A ile B çakışığımsı değil ise bu* $A\overline{q}B$ *biçiminde gösterilir.*

**Tanım 2.1.7** *(Zadeh, 1965) X ve Y boştan farklı iki küme ve* $f : X \to Y$ *bir fonksiyon olsun. Bu durumda bir bulanık kümenin f altındaki görüntüsü ve ters görüntüsü aşağıdaki gibi tanımlanır.*

*(1) X deki bir A bulanık kümesinin f fonksiyonu altındaki görüntüsü, üyelik fonksiyonu her* $y \in Y$ *için*

$$\mu_B(y) = \begin{cases} \sup\limits_{x\in f^{-1}(y)} \{\mu_A(x)\} & ,f^{-1}(y) \neq \varnothing \\ 0 & ,f^{-1}(y) = \varnothing \end{cases}$$

*biçiminde tanımlı olan Y deki B bulanık kümesidir.*

*(2) Y deki bir B bulanık kümesinin f fonksiyonu altındaki ters görüntüsü, üyelik fonksiyonu, her* $x \in X$ *için,*

$$\mu_A(x) = \mu_B(f(x))$$

*biçiminde tanımlı olan X teki A bulanık kümesidir.*

## 2.2 Esnek Kümeler ve Fonksiyonlar

Bu kesimde, bilimin çeşitli dallarında ortaya çıkan belirsizlik durumları ile başa çıkabilmek için Molodtsov (1999) tarafından ortaya atılan yeni bir yaklaşım olan esnek kümeler ile ilgili temel kavramlar tanıtılarak, çeşitli yazarlar tarafından incelenen özellikler sunulacaktır.

Çalışma boyunca $X$ ile nesnelerin herhangi bir evrenini, $E$ ile $X$ deki elemanlar için uygun parametrelerin bir kümesi ve $P(X)$ ile de $X$ in kuvvet kümesi gösterilecektir.

**Tanım 2.2.1** *(Molodtsov, 1999) $F : E \to P(X)$ bir dönüşüm olmak üzere $(F, E)$ çiftine $X$ üzerinde bir esnek küme denir.*

*Buna göre, bir esnek küme $X$ in alt kümelerinin parametrelendirilmiş bir ailesidir. Bu aileden her $e \in E$ için $F(e)$ kümesi, $(F, E)$ esnek kümesinin $e-$elemanlarının kümesi ya da esnek kümenin $e-$yaklaşık elemanlarının kümesi olarak düşünülebilir.*

**Örnek 2.2.1** *(Molodtsov, 1999) Bay $X$ in satın alacağını düşünerek "evlerin çekiciliği" ni tanımlayan bir $(F, E)$ esnek kümesi aşağıdaki gibi oluşturulabilir.*

*$X$ düşünülen evlerin bir kümesi ve $E$ evler için bir parametre kümesi olsun. Her parametre bir kelime veya bir cümle olabilir. $E = \{$pahalı, güzel, ağaç, ucuz, yeşil çevreli, modern, iyi durumda, kötü durumda$\}$ ise bu esnek kümeyi tanımlamak, pahalı evleri, güzel evleri, ağaç evleri ... işaret etmek demektir.*

*Burada $F(e)$ kümelerinin bazıları boş olabileceği gibi, bazılarının arakesitleri boş olmayabilir.*

**Örnek 2.2.2** *(Molodtsov, 1999) Zadeh'in (1965) bulanık kümesi esnek kümenin bir özel durumu olarak düşünülebilir. $A$ bir bulanık küme ve $\mu_A$ onun üyelik fonksiyonu yani $\mu_A$, $X$ in $[0, 1]$ içine bir dönüşümü olarak verilsin. $\mu_A$ fonksiyonu için*

$$F(\alpha) = \{x \in X : \mu_A(x) \geq \alpha\},\ \alpha \in [0, 1]$$

*$\alpha$-seviye kümelerinin ailesi olsun. Eğer $F$ ailesi bilinirse, $\mu_A(x)$ fonksiyonu*

$$\mu_A(x) = \sup_{\alpha \in [0,1]} \{\alpha : x \in F(\alpha)\}$$

*olarak tanımlanabilir. Bu şekilde her $A$ bulanık kümesi $(F, [0, 1])$ gibi bir esnek küme olarak düşünülebilir.*

**Örnek 2.2.3** *(Molodtsov, 1999) $(X,\tau)$ bir topolojik uzay olsun. Bir $x \in X$ için açık komşulukların ailesi $\tau(x)$, $(\tau(x),\tau)$ esnek kümesi olarak düşünülebilir.*

Maji ve arkadaşları (2003) esnek küme tanımını aşağıdaki gibi genelleştirerek, esnek kümeler üzerindeki cebirsel işlemleri tanımladılar.

**Tanım 2.2.2** *(Maji ve ark., 2003) $A \subseteq E$ ve $F : A \rightarrow P(X)$ bir dönüşüm olmak üzere $(F,A)$ çiftine $X$ üzerinde bir esnek küme denir.*

**Tanım 2.2.3** *(Maji ve ark., 2003) $(F,A)$ ve $(G,B)$ $X$ ortak evreninde iki esnek küme olsun.*

*(1) $A \subset B$ ve her $e \in A$ için, $F(e) = G(e)$ ise $(F,A)$ ya $(G,B)$ nin bir esnek altkümesidir denir. Bu durum $(F,A) \widetilde{\subseteq} (G,B)$ ile gösterilir.*

*(2) Eğer $(F,A) \widetilde{\subseteq} (G,B)$ ve $(G,B) \widetilde{\subseteq} (F,A)$ ise, $(F,A)$ ile $(G,B)$ esnek eşittir denir.*

*(3) Her $e \in A$ için $F(e) = \varnothing$ ise, $(F,A)$ esnek kümesine, $X$ üzerinde null esnek küme denir ve $\Phi$ ile gösterilir.*

*(4) Her $e \in A$ için $F(e) = X$ ise, $(F,A)$ esnek kümesine, $X$ üzerinde evrensel esnek küme denir ve $\widetilde{A}$ ile gösterilir.*

*(5) $C = A \cup B$ ve her $e \in C$ için*

$$H(e) = \begin{cases} F(e) & , \ e \in A - B \\ G(e) & , \ e \in B - A \\ F(e) \cup G(e) & , \ e \in A \cap B \end{cases}$$

*olmak üzere $(H,C)$ esnek kümesine, $(F,A)$ ve $(G,B)$ esnek kümelerinin birleşimi denir ve $(H,C) = (F,A) \widetilde{\cup} (G,B)$ ile gösterilir.*

*(6) $C = A \cap B$ ve her $e \in C$ için $H(e) = F(e)$ veya $G(e)$ (her ikiside aynı küme olduğundan) $(H,C)$ kümesine, $(F,A)$ ve $(G,B)$ esnek kümelerinin kesişimi denir ve $(F,A) \widetilde{\cap} (G,B) = (H,C)$ ile gösterilir.*

**Tanım 2.2.4** *(Maji ve ark., 2003) $E = \{e_1, e_2, ..., e_n\}$ parametre kümesi olsun. $E$ nin "değil kümesi" $\rceil E$ ile gösterilir ve her $i \in I$ için "$\neg e_i = e_i$ değil" olmak üzere $\rceil E = \{\neg e_1, \neg e_2, ..., \neg e_n\}$ biçiminde tanımlanır. Buradaki $\rceil$ ve $\neg$ farklı operatörlerdir.*

**Tanım 2.2.5** *(Maji ve ark., 2003)* $(F, A)$ *esnek kümesinin tümleyeni* $(F, A)^c$ *ile gösterilir ve* $(F, A)^c = (F^c, A)$ *olarak tanımlanır. Burada* $F^c : A \to P(X)$, *her* $\alpha \in \rceil A$ *için* $F^c(\alpha) = X - F(\alpha)$ *olarak tanımlanır ve,* $F$ *nin esnek tümleyen fonksiyonu olarak adlandırılır. Açıktır ki* $(F^c)^c$ *ile* $F$ *aynıdır ve* $((F, A)^c)^c = (F, A)$ *dır.*

Pei ve Miao (2005)'te esnek kümelerin cebirsel yapılarını daha etkili biçimde inceleyebilmek için Maji ve arkadaşlarının (2003) alt küme tanımını aşağıdaki gibi düzenlediler.

**Tanım 2.2.6** *(Pei ve Miao, 2005)* $(F, A)$ *ve* $(G, B)$ *ortak* $X$ *evreninde esnek kümeler olsunlar. Eğer*

*(1)* $A \subseteq B$

*(2)* $\forall e \in A,\ F(e) \subseteq G(e)$

*koşulları sağlanırsa,* $(F, A)$ *ya* $(G, B)$ *nin bir esnek altkümesidir denir. Bu durum* $(F, A) \widetilde{\subseteq} (G, B)$ *ile gösterilir.*

Majumdar ve Samanta (2008) ya göre herhangi bir $(F, A)$ esnek kümesi, $e \in A$ iken $F(e) \neq \emptyset$ ve $e \in E \setminus A$ iken $F(e) = \emptyset$ olmak üzere bir $(F, E)$ esnek kümesine genişletilebilir. Bu düşünceden hareketle Çağman ve Enginoğlu (2010), Maji ve arkadaşlarının (2003) esnek kümeler üzerindeki cebirsel işlemlerini aşağıdaki biçimde yeniden tanımlayarak, özelliklerini incelediler.

Buradan itibaren $A \subseteq E$ altkümesi üzerinde boş kümeden farklı değerleri olan bir $F$ dönüşümü ile tanımlı $(F, E)$ esnek kümesi için, $F_A$ gösterimi kullanılacak ve bu esnek küme $F_A : E \to P(X)$ dönüşümü olarak düşünülecektir. Ayrıca $X$ üzerindeki bu esnek kümelerin ailesi $S(X, E)$ ile gösterilecektir.

**Tanım 2.2.7** *(Çağman ve Enginoğlu, 2010)* $F_A$, $G_B \in S(X, E)$ *olsun.*

*(1) Her* $e \in E$ *için* $F_A(e) \subseteq G_B(e)$ *oluyorsa,* $F_A$ *ya* $G_B$ *nin esnek alt kümesi denir ve* $F_A \widetilde{\subseteq} G_B$ *ile gösterilir.*

*(2) Eğer* $F_A \widetilde{\subseteq} G_B$ *ve* $G_B \widetilde{\subseteq} F_A$ *ise bu esnek kümelere esnek eşittir denir.*

*(3)* $C = A \cup B$ *olmak üzere her* $e \in E$ *için* $H_C(e) = F_A(e) \cup G_B(e)$ *biçiminde tanımlı olan* $H_C$ *esnek kümesine,* $F_A$ *ve* $G_B$ *nin esnek birleşimi denir ve* $F_A \widetilde{\cup} G_B$ *gösterilir.*

*(4) $C = A \cap B$ olmak üzere her $e \in E$ için $H_C(e) = F_A(e) \cap G_B(e)$ biçiminde tanımlı olan $H_C$ esnek kümesine, $F_A$ ve $G_B$ nin esnek kesişimi denir ve $F_A \widetilde{\cap} G_B$ gösterilir.*

*(5) Her $e \in E$ için $F_A(e) = \varnothing$ biçiminde tanımlı olan $F_A$ esnek kümesine, boş esnek küme denir ve $F_\varnothing$ ile gösterilir.*

*(6) Her $e \in E$ için $F_A(e) = X$ biçiminde tanımlı olan $F_A$ esnek kümesine, evrensel esnek küme denir ve $F_E$ ile gösterilir.*

**Örnek 2.2.4** *(Çağman ve Enginoğlu, 2010) Bir şirketin eleman alımı için yaptığı ilanın neticesinde başvuran adaylar kümesi $U = \{u_1, u_2, u_3, u_4, u_5\}$ olsun. Bu şirket eleman alımında "deneyim", "bilgisayar bilgisi", genç yaş" ve "yüksek öğrenim" parametrelerini dikkate alsın. Bu parametreleri $(i = 1, 2, 3, 4)$ olmak üzere sırasıyla $x_i$ ile gösterirsek, parametre kümesi $E = \{x_1, x_2, x_3, x_4\}$ olacaktır. Bu şirketin eleman alım komisyonunda $X$, $Y$, ve $Z$ kişilerinin yer aldığını düşünelim. Her bir komisyon üyesinin göz önüne aldığı alt parametre kümelerinin ise sırasıyla $A = \{x_1, x_3, x_4\}$, $B = \{x_1, x_2, x_4\}$ ve $C = A$ olduğunu varsayalım. $X, Y$ ve $Z$ komisyon üyelerinin değerlendirmelerinin sırasıyla*

$$F_A(x_1) = \{u_1, u_2\}, \; F_A(x_3) = \{u_1, u_4, u_5\}, \; F_A(x_4) = \{u_3, u_5\}$$
$$F_B(x_1) = \{u_1, u_3, u_4\}, \; F_B(x_2) = \{u_1, u_3\}, \; F_B(x_4) = \{u_1, u_2, u_3, u_5\}$$
$$F_C(x_1) = \varnothing, \; F_C(x_3) = \{u_2, u_3, u_4\}, \; F_C(x_4) = U$$

*biçiminde olduğunu kabul edersek, bunların oluşturacağı $F_A$, $F_B$ ve $F_C$ esnek kümeleri sırasıyla*

$$F_A = \{(x_1, \{u_2, u_4\}), (x_3, \{u_1, u_4, u_5\}), (x_4, \{u_3, u_5\})\}$$
$$F_B = \{(x_1, \{u_1, u_3, u_4\}), (x_2, \{u_1, u_3\}), (x_4, \{u_1, u_2, u_3, u_5\})\}$$
$$F_C = \{(x_3, \{u_2, u_3, u_4\}), (x_4, U)\}$$

*biçiminde elde edilir. Burada $F_C(x_1) = \varnothing$, olması, $Z$ komisyon üyesine göre $U$ nun hiçbir elemanının $x_1 \in E$ ile ilişkili olmadığı anlamına gelir. Bu nedenle, bu gibi elemanlar kümede gösterilmezler.*

**Tanım 2.2.8** *(Ali ve ark., 2009) $F_A \in S(X, E)$ olsun. Her $e \in E$ için $F_A^c(e) = X - F_A(e)$ biçiminde tanımlı olan esnek kümeye, $F_A$ nın tümleyeni denir ve $F_A^c$ gösterilir.*

*Açıkça* $(F_A^c)^c = F_A$, $F_E^c = F_\varnothing$ *ve* $F_\varnothing^c = F_E$

**Tanım 2.2.9** *(Zorlutuna ve ark., 2012)* $X$ *boştan farklı bir küme,* $J$ *keyfi index kümesi ve her* $i \in J$ *için* $F_{A_i} \in S(X, E)$ *olsun.*

*(1)* $C = \bigcup_{i \in J} A_i$ *olmak üzere her* $e \in E$ *için* $H_C(e) = \bigcup_{i \in J} F_{A_i}(e)$ *biçiminde tanımlı olan* $H_C$ *esnek kümesine,* $F_{A_i}$ *esnek kümelerinin esnek birleşimi denir ve* $\widetilde{\bigcup}_{i \in J} F_{A_i}$ *ile gösterilir.*

*(2)* $C = \bigcap_{i \in J} A_i$ *olmak üzere her* $e \in E$ *için* $H_C(e) = \bigcap_{i \in J} F_{A_i}(e)$ *biçiminde tanımlı olan* $H_C$ *esnek kümesine,* $F_{A_i}$ *esnek kümelerinin esnek kesişimi denir ve* $\widetilde{\bigcap}_{i \in J} F_{A_i}$ *ile gösterilir.*

**Tanım 2.2.10** *(Zorlutuna ve ark., 2012)* $F_A \in S(X, E)$ *ve* $A = \{e\}$ *bir tek nokta kümesi olsun. Eğer* $F_A(e) \neq \varnothing$ *ise,* $F_A$ *esnek kümesine esnek nokta denir ve* $e_F$ *ile gösterilir.*

**Tanım 2.2.11** *(Zorlutuna ve ark., 2012)* $e_F$, $G_B \in S(X, E)$ *olsun. Eğer* $e_F(e) \subseteq G_B(e)$ *ise* $e_F$, $G_B$ *ye aittir denir ve* $e_F \widetilde{\in} G_B$ *biçiminde gösterilir.*

**Tanım 2.2.12** *(Kharal ve Ahmad, 2011)* $S(X, E)$ *ve* $S(Y, K)$ *esnek küme aileleri ile* $u : X \to Y$, $p : E \to K$ *fonksiyonları verilsin. Bu durumda bir* $u_p : S(X, E) \to S(Y, K)$ *esnek dönüşümü aşağıdaki gibi tanımlanır.*

*(1)* $F_A \in S(X, E)$ *esnek kümesinin* $u_p$ *altındaki görüntüsü* $u_p(F_A)$, $S(Y, K)$ *da* $G_B$ *esnek kümesidir ve* $\forall k \in K$ *için,*

$$G_B(k) = \begin{cases} \bigcup\limits_{e \in p^{-1}(k) \cap A} u(F_A(e)), & p^{-1}(k) \cap A \neq \varnothing; \\ \varnothing, & p^{-1}(k) \cap A = \varnothing \end{cases}$$

*biçimide tanımlanır.*

*(2)* $G_B \in S(Y, K)$ *esnek kümesinin* $u_p$ *altındaki ters görüntüsü* $u_p^{-1}(G_B)$, $S(X, E)$ *üzerinde* $F_A$ *esnek kümesidir ve* $\forall e \in E$ *için,*

$$F_A(e) = \begin{cases} u^{-1}(G_S(p(e))) & ,p(e) \in B; \\ \varnothing & ,p(e) \notin B \end{cases}$$

*biçiminde tanımlanır.*

*Eğer* $u$ *ve* $p$ *bire-bir ise,* $u_p$ *esnek dönüşümü bire-birdir,* $u$ *ve* $p$ *örten ise,* $u_p$ *esnek dönüşümü örtendir,* $u$ *ve* $p$ *sabit ise,* $u_p$ *esnek dönüşümü sabittir denir.*

# 3. BAZI KARAR VERME YÖNTEMLERİ

## 3.1 Esnek Kümelerin Tablo Gösterimi

Esnek kümelerin bir karar verme probleminde ilk uygulaması 2002 yılında Maji ve arkadaşları tarafından verilmiştir. Bu çalışmada yazarlar bir kişinin kendisi için satın almayı düşündüğü en uygun evi seçme problemine çözüm aramışlardır. Bu amaçla Pawlak' ın (1991) kaba (rough) matematiğinde tanımladığı bilginin indirgenmişi (reduct of knowledge) kavramı kullanılarak indirgenmiş esnek kümeyi tanımladılar. Sezgisel olarak bilginin indirgenmişi, bilgide var olan temel kavramların hepsini tanımlamaya yeterli olan onun esas parçasıdır. Bu kesim bu çalışmanın detaylarını içermektedir.

$U = \{h_1, h_2, h_3, h_4, h_5, h_6\}$ evlerin bir kümesi ve $E = \{pahalı, güzel, ahsap,$ $ucuz,$ $bahçeli,$ $modern,$ $bakımlı, bakımsız\}$ evler ile ilişkilendirilebilecek parametrelerin bir kümesi olsun. Bu durumda $(F, E) = \{pahalı\ evler = \varnothing, güzel\ evler = \{h_1, h_2, h_3, h_4, h_5, h_6\}, ahsap\ evler = \{h_1, h_2, h_6\}, modern\ evler = \{h_1, h_2, h_6\}, bakımsız\ evler = \{h_2, h_4, h_5\},$ $ucuz\ evler = \{h_1, h_2, h_3, h_4, h_5, h_6\}, bakımlı\ evler = \{h_1, h_3, h_6\}, bahçeli\ evler = \{h_1, h_2, h_3, h_4, h_6\}\}$ esnek kümesi "evlerin çekiciliğini" tanımlamaktadır.

Eğer bay X bu evlerden birini almak isterse, seçim onun kendi seçtiği parametrelere göre olacaktır. Bay X in parametrelerinin kümesine $P$ diyelim. Bir başka kişi bay Y bir ev almak istediğinde, onun seçtiği parametreler kümesi $Q \subseteq E$ olabilir. Bir diğer kişi bay Z, kendi seçtiği bir diğer $R \subseteq E$ parametre kümesine göre ev almak isteyebilir. Bay X için en uygun ev, bay Y veya bay Z için en uygun ev olmayabilir.

Kabul edelim ki bay X in seçtiği parametreler kümesi $P = \{güzel, ahsap,$ $ucuz,$ $bahçeli, bakımlı\}$ olsun. Bu durumda $(F, P)$ esnek kümesi aşağıdaki tablo biçiminde gösterilebilir.

| U | $e_1$ | $e_2$ | $e_3$ | $e_4$ | $e_5$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $h_1$ | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| $h_2$ | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| $h_3$ | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| $h_4$ | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| $h_5$ | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| $h_6$ | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |

Bu gösterim biçimi bir esnek kümenin bilgisayar hafızasında kaydedilmesi için oldukça kullanışlıdır. Bu tablodaki değerler $h_i \in F(e_j)$ ise $h_{ij} = 1$, aksi halde $h_{ij} = 0$ olacak biçimde verilmiştir. Böylece bir esnek küme, bir bilgi sistemi (Bkz. Pawlak, 1991) olarak görülebilir.

$(F, E)$ esnek kümesi ele alındığında, $P \subseteq E$ ise açıktır ki $(F, P)$, $(F, E)$ esnek kümesinin bir alt kümesidir. Eğer $Q$, $P$ nin bir indirgenmişi ise, $(F, Q)$, $(F, P)$ nin indirgenmiş esnek kümesi (reduct-soft-set) olarak adlandırılır. Yine buradaki $(F, Q)$, $(F, P)$ nin bütün temel yaklaşık tanımlarını verecek yeterli olan esas parçasıdır. Karar vermede kullanılacak olan bir $h_i \in U$ objesinin seçim değeri, $h_{ij}$ ler indirgenmiş esnek kümenin tablosundaki girişler olmak üzere

$$c_i = \sum_j h_{ij}$$

sayısıdır. Buna göre bay X istediği evi seçmek için aşağıdaki algoritmayı kullanabilir.

1. $(F, E)$ esnek kümesini gir,
2. bay $X$ in seçtiği parametrelerin oluşturduğu bir $P \subseteq E$ alt kümesini gir,
3. $(F, P)$ nin bütün indirgenmiş esnek kümelerini bul,
4. $(F, P)$ nin bir indirgenmiş $(F, Q)$ esnek kümesini seç,
5. $c_k = \max c_i$ olan $k$ değerini bul.

Bu durumda $h_k$ seçilebilecek en iyi objedir. Eğer $k$ nın birden fazla değeri varsa, bay X bunlardan herhangi birini seçebilir. Şimdi bizim problemimizi çözmek için bu algoritmayı kullanalım.

Tablodan anlaşıldığı üzere $\{e_1, e_2, e_4, e_5\}$,$\{e_2, e_{3,}e_4, e_5\}$ kümeleri, $P = \{e_1, e_2, e_{3,}e_4, e_5\}$ kümesinin indirgenmiş iki kümesidir. Bunlardan birini $Q = \{e_1, e_2, e_4, e_5\}$

olarak seçelim. Seçim değerlerini birleştirirsek, indirgenmiş esnek küme aşağıdaki gibi gösterilebilir.

| u | $e_1$ | $e_2$ | $e_4$ | $e_5$ | Seçim değeri |
|---|---|---|---|---|---|
| $h_1$ | 1 | 1 | 1 | 1 | $c_{1=4}$ |
| $h_2$ | 1 | 1 | 1 | 0 | $c_{2=3}$ |
| $h_3$ | 1 | 0 | 1 | 1 | $c_{3=3}$ |
| $h_4$ | 1 | 0 | 1 | 0 | $c_{4=2}$ |
| $h_5$ | 1 | 0 | 0 | 0 | $c_{5=1}$ |
| $h_6$ | 1 | 1 | 1 | 1 | $c_{6=4}$ |

Burada max $c_i$ ya $c_1$ yada $c_6$ dır.

Sonuç olarak bay X ya $h_1$ evini yada $h_6$ evini satın alabilir.

Bir ev satın almak için $P$ parametre kümesindeki parametrelerin tamamı bay X tarafından aynı öneme sahip olmayabilir. Bay X seçtiği parametrelerin ağırlığını belirleyebilir, yani her bir $p_i \in P$ parametresi bir $w_i \in (0,1]$ ağırlığına sahip olabilir.

Lin (1996) matematiksel analizin yeni bir teorisi olarak $W$-esnek kümeler teorisine giriş yapmıştır. Burada $W$-esnek küme ağırlıklı esnek küme anlamındadır. Daha sonra Maji ve arkadaşları (2002) Lin'in bu yöntemini kullanarak, girişleri 0 ve 1 yerine $d_{ij} = w_j \times h_{ij}$ olan $(F,Q)$ indirgenmiş esnek kümesinin ağırlıklı tablosunu tanımladılar. Burada $h_{ij}$ ler $(F,Q)$ indirgenmiş esnek kümesinin girişleridir.

Bir $h_i \in U$ objesinin ağırlıklı seçim değeri $c_i$, $d_{ij} = w_j \times h_{ij}$ olmak üzere

$$c_i = \sum_j d_{ij}$$

biçiminde tanımlıdır. Bay X ev seçimindeki son kararı için aşağıdaki revize edilmiş algoritmayı kullanabilir.

1. $(F,E)$ esnek kümesini gir,
2. $E$ parametre kümesinin bir altkümesi olan bay X in seçimlerinin $P$ kümesi gir,
3. tüm indirgenmiş $(F,P)$ esnek kümeleri bul,
4. bir indirgenmiş $(F,P)$ esnek kümesi seç, bu küme $(F,Q)$ olsun,

5. bay X in ağırlıklı kararlarına göre $(F, Q)$ esnek kümesinin ağırlıklı tablosunu bul,

6. $c_k = \max c_i$ olan k yı bul.

Bu durumda $h_k$ optimal seçilen objedir. Eğer $k$ nın birden çok değeri varsa, bunlardan herhangi biri bay X tarafından seçilebilir.

Şu halde daha önceki problem bu revize edilmiş algoritmaya göre tekrar çözülebilir.

Kabul edelimki bay X, $Q$ nun parametreleri için aşağıdaki ağırlıkları belirlesin.

"güzel": $w_1 = 0.8$

"Ahşap": $w_2 = 0.3$

"Bahçeli": $w_4 = 0.9$

"Bakımlı": $w_5 = 0.8$

Bu durumda aşağıda oluşturulan tabloya bakılarak, bay X, kendisinin $P$ den seçtiği parametrelere göre almak için $h_1$ veya $h_6$ evlerini seçecektir

| $U$ | $e_1.w_1 = 8$ | $e_2.w_2 = 3$ | $e_4.w_4 = 9$ | $e_5.w_5 = 8$ | Seçim değeri |
|---|---:|---:|---:|---:|---:|
| $h_1$ | 1 | 1 | 1 | 1 | $c_1 = 2.8$ |
| $h_2$ | 1 | 1 | 1 | 0 | $c_2 = 2.0$ |
| $h_3$ | 1 | 0 | 1 | 1 | $c_3 = 2.5$ |
| $h_4$ | 1 | 0 | 1 | 0 | $c_4 = 1.7$ |
| $h_5$ | 1 | 0 | 0 | 0 | $c_5 = 0.8$ |
| $h_6$ | 1 | 1 | 1 | 1 | $c_6 = 2.8$ |

## 3.2 Bir-Kes Metodu

Esnek kümeler yardımıyla oluşturulan bir diğer karar verme metodu 2010 yılında Çağman ve Enginoğlu tarafında ortaya atılan bir-kes (uni-int) metodudur. Bu çalışmada yazarlar esnek kümeler yeni bir bakış açısı ortaya koymuş ve esnek kümeler için dört yeni çarpım işlemi tanımlayarak yeni bir karar verme algoritması oluşturmuşlardır. Daha sonra metodun başarı ile uygulandığını gösteren bir örnek vermişlerdir. Bu kesim bu çalışmanın detaylarını içermektedir. Ayrıca bu kesimde alternatif objelerin evreni $U$ ile bu alternatifleri niteleyen parametrelerin kümesi yine $E$ ile gösterilecektir.

**Esnek Kümelerin Esnek Çarpımları**

Bu alt kesimde, iki değişkenli yaklaşım fonksiyonları yardımıyla tanımlanan dört farklı esnek küme çarpımı tanıtıldı. Ve-çarpım, Veya-çarpım, Değil-Ve-çarpım ve Değil-Veya-çarpım olarak isimlendirilen bu çarpımlar, sırasıyla, $\wedge-$çarpım, $\vee-$çarpım, $\overline{\wedge}-$çarpım ve $\underline{\vee}-$çarpım sembolleri ile gösterilmektedir.

**Tanım 3.2.1** *$F_A, F_B \in S(E,U)$ olsun. $F_A \wedge F_B$ ile gösterilen ve*

$$F_{A\wedge B} : E \times E \longrightarrow P(U),\ F_{A\wedge B}(x,y) = F_A(x) \cap F_B(y)$$

*biçiminde tanımlanan esnek kümeye $F_A$ ve $F_B$ nin esnek $\wedge-$çarpımı denir.*

**Tanım 3.2.2** *$F_A, F_B \in S(E,U)$ olsun. $F_A \vee F_B$ ile gösterilen ve*

$$F_{A\vee B} : E \times E \longrightarrow P(U),\ F_{A\vee B}(x,y) = F_A(x) \cup F_B(y)$$

*biçiminde tanımlanan esnek kümeye $F_A$ ve $F_B$ nin esnek $\vee-$çarpımı denir.*

**Tanım 3.2.3** *$F_A, F_B \in S(E,U)$ olsun. $F_A \overline{\wedge} F_B$ ile gösterilen ve*

$$F_{A\overline{\wedge} B} : E \times E \longrightarrow P(U),\ F_{A\overline{\wedge} B}(x,y) = F_A(x) \cap F_B^c(y)$$

*biçiminde tanımlanan esnek kümeye $F_A$ ve $F_B$ nin $\overline{\wedge}-$çarpımı denir.*

**Tanım 3.2.4** *$F_A, F_B \in S(E,U)$ olsun. $F_A \underline{\vee} F_B$ ile gösterilen ve*

$$F_{A\underline{\vee} B} : E \times E \longrightarrow P(U),\ F_{A\underline{\vee} B}(x,y) = F_A(x) \cup F_B^c(y)$$

*biçiminde tanımlanan esnek kümeye $F_A$ ve $F_B$ nin $\underline{\vee}-$çarpımı denir.*

**Örnek 3.2.1** $U = \{u_1, u_2, u_3, u_4, u_5\}$ *ve* $E = \{x_1, x_2, x_3, x_4\}$ *olmak üzere* $F_A = \{(x_2, \{u_2, u_3, u_4, u_5\}), (x_3, \{u_1, u_2, u_3\}), (x_4, \{u_1, u_2, u_5\})\}$ *ve* $F_B = \{(x_1, \{u_1, u_2\}), (x_3, \{u_3, u_4, u_5\}), (x_4, U)\}$ *esnek kümelerini düşünelim. Bu durumda* $F_A \wedge F_B$ *esnek kümesi aşağıdaki gibidir.*

$$\begin{aligned} F_A \wedge F_B = \; & \{((x_2, x_1), \{u_2\}), ((x_2, x_3), \{u_3, u_4, u_5\}), ((x_2, x_4), \{u_2, u_3, u_4, u_5\}), \\ & ((x_3, x_1), \{u_1, u_2\}), ((x_3, x_3), \{u_3\}), ((x_3, x_4), \{u_1, u_2, u_3\}) \\ & ((x_4, x_1), \{u_1, u_2\}), ((x_4, x_3), \{u_5\}), ((x_4, x_4), \{u_1, u_2, u_5\})\} \end{aligned}$$

*Yine* $F_A \veebar F_B$ *esnek kümesi*

$$\begin{aligned} F_A \veebar F_B = \; & \{((x_2, x_1), \{u_2, u_3, u_4, u_5\}), ((x_2, x_3), U), ((x_2, x_4), \{u_2, u_3, u_4, u_5\}), \\ & ((x_3, x_1), U), ((x_3, x_3), \{u_1, u_2, u_3\}), ((x_3, x_4), \{u_1, u_2, u_3\}), \\ & ((x_4, x_1), U), ((x_4, x_3), \{u_1, u_2, u_5\}), ((x_4, x_4), \{u_1, u_2, u_5\})\} \end{aligned}$$

*şeklinde olacaktır.* $F_A \vee F_B$ *ile* $F_A \barwedge F_B$ *esnek çarpım kümeleri benzer şekilde bulunabilir.*

**Uyarı 3.2.1** $\vee$, $\wedge$, $\veebar$ *ve* $\barwedge$ *işlemleri değişmeli değildir. Ayrıca kolayca gösterilebilir ki* $F_A \barwedge F_B = F_A \wedge F_B^c$ *ve* $F_A \veebar F_B = F_A \vee F_B^c$ *eşitlikleri doğrudur.*

**Önerme 3.2.1** $F_A, F_B, F_C \in S(E, U)$ *olsun. Bu durumda aşağıdakiler doğrudur.*

*(1)* $F_A \vee (F_B \vee F_C) = (F_A \vee F_B) \vee F_C$

*(2)* $F_A \wedge (F_B \wedge F_C) = (F_A \wedge F_B) \wedge F_C$

**Uyarı 3.2.2** $\barwedge$ *ve* $\veebar$ *işlemleri birleşmeli değildir.*

**Önerme 3.2.2** $F_A, F_B, \in S(E, U)$ *olsun. Bu durumda aşağıdakiler doğrudur.*

*(1)* $(F_A \vee F_B)^c = F_A^c \wedge F_B^c$

*(2)* $(F_A \wedge F_B)^c = F_A^c \vee F_B^c$

*(3)* $(F_A \veebar F_B)^c = F_A^c \barwedge F_B^c$

*(4)* $(F_A \barwedge F_B) = F_A^c \veebar F_B^c$

**İddia 3.2.1** *Her* $x, y \in E$ *için*

*(1)*
$$\begin{aligned} F^c_{A \vee B}(x, y) &= U - (F_A(x) \cup F_B(y)) \\ &= (U - F_A(x)) \cup (U - F_B(y)) \\ &= F_A^c(x) \cap F_B^c(y) \\ &= (F_A^c \wedge F_B^c)(x, y) \end{aligned}$$

*(3)* $F^c_{A\veebar B}(x,y) \quad = U - (F_A(x) \cup F^c_B(y))$

$= (U - F_A(x)) \cap (U - F^c_B(y))$

$= F^c_A(x) \cap (U - F^c_B(y))$

$= (F^c_A \overline{\wedge} F^c_B)(x,y)$

*(2) ve (4) eşitliklerinin ispatları benzer biçimde yapılabilir.*

**bir-kes Karar Verme Metodu**

Burada bir- kes karar verme metodu tanıtılmaktadır. Bu metod, karar vericinin belirlediği parametrelere ve yapacağı sınıflandırmalara göre verilen alternatifler kümesinin uygun bir alt kümesinin elde edilmesini amaçlamaktadır. Böylece karar vericinin, çok sayıda alternatifin yerine daha az sayıda alternatif üzerinde çalışması sağlanmış olur. Tanımlamalarda kolaylık olması açısından $U$ üzerinde tanımlanan tüm $\wedge$-çarpımlarının kümesini $\wedge(U)$ ile gösterelim.

**Tanım 3.2.5** *$F_A$, $F_B \in S(E,U)$ olsun. Bu durumda, $\wedge$-çarpımlar için $bir_x kes_y$ ve $bir_y kes_x$ ile gösterilen operatörler sırasıyla*

$$bir_x kes_y : \wedge(U) \rightharpoonup P(U),\ bir_x kes_y(F_A \wedge F_B) = \cup_{x\in A}\left(\cap_{y\in B}\left(F_{A\wedge B}(x,y)\right)\right)$$

$$bir_y kes_x : \wedge(U) \rightharpoonup P(U),\ bir_y kes_x(F_A \wedge F_B) = \cup_{y\in B}\left(\cap_{x\in A}\left(F_{A\wedge B}(x,y)\right)\right)$$

*biçiminde tanımlanır.*

Bu operatörlerin her biri $F_A \wedge F_B$ çarpımını $U$ evreninin bir alt kümesine dönüştürür. Buradaki $bir_x kes_y$ operatörüne $bir_y kes_x$ operatörünün simetri operatörü denir ve $sim - bir_x kes_y$ ile gösterilir. Buna göre $sim - bir_x kes_y = bir_y kes_x$ ve $sim - sim - bir_x kes_y = bir_x kes_y$ dir. Ayrıca $bir_x kes_y(F_A \wedge F_B)$ ve $bir_y kes_x(F_A \wedge F_B)$ değerleri, $F_A \wedge F_B$ esnek kümesinin sırasıyla $bir - kes$ ve $sim - bir - kes$ kümeleri olarak adlandırılır.

**Notasyon 3.2.1** *$bir_x kes_y(F_A \wedge F_B) \neq bir_y kes_x(F_A \wedge F_B)$ olduğu kolayca görülebilir.*

**Önerme 3.2.3** *Her $F_A \wedge F_B \in \wedge(U)$ için $bir_x kes_y(F_A \wedge F_B) = bir_y kes_x(F_B \wedge F_A)$ eşitliği doğrudur.*

**İspat.** Tanım 3.2.5 den kolayca elde edilir. ■

**Tanım 3.2.6** *$F_A \wedge F_B \in \wedge(U)$ olsun. $bir - kes : \wedge(U) \rightharpoonup P(U)$*

$$bir - kes(F_A \wedge F_B) = bir_x kes_y(F_A \wedge F_B) \cup bir_y kes_x(F_A \wedge F_B)$$

*biçiminde tanımlanan fonksiyona $\wedge$-çarpımlar için $bir - kes$ karar fonksiyonu denir.*

Buradaki $bir - kes(F_A \wedge F_B)$ değerleri, $U$ nun bir alt kümesidir ve bu küme $F_A \wedge F_B$ esnek kümesinin $bir - kes$ karar kümesi olarak adlandırılır.

**Uyarı 3.2.3** *$\wedge$-çarpım değişmeli olmamasına rağmen aşağıdaki önerme doğrudur.*

**Önerme 3.2.4** *Her $F_A \wedge F_B \in \wedge(U)$ için $bir - kes(F_A \wedge F_B) = bir - kes(F_B \wedge F_A)$ dır.*

**İspat.** Önerme 3.2.3 den kolayca elde edilebilir. ■

**bir-kes Karar Verme Metodunun Algoritması**

Kabul edelim ki bir alternatifler kümesi ve alternatifler ile ilgili bir parametreler kümesi verilmiş olsun. Bu durumda aşağıda algoritması verilen $bir - kes$ karar verme metodu ile en uygun alternatiflerin bir kümesi seçilebilir.

1. Parametre kümelerinin uygun alt kümelerini seç,
2. seçilen her bir parametre kümesi için bir esnek küme inşaa et,
3. inşa edilen esnek kümelerin $\wedge$-çarpımını bul,
4. çarpım kümesinin $bir - kes$ karar kümesini hesapla.

Eğer bulunan $bir - kes$ karar kümesi üzerinde çalışmak için yeterince küçük değilse metod yine uygulanarak onun bir alt kümesi elde edilebilir. Aşağıdaki bu metodun uygulamasına bir örnek verilmiştir.

**Örnek 3.2.2** *Kabul edelim ki bir şirket bünyesindeki bir boş pozisyon için eleman almak istiyor. Boş olan bu pozisyona başvuran aday sayısının 48 olduğunu düşünelim. En uygun elemanı seçmek için biri insan kaynakları bölümünden, diğeri de yönetim kadrosundan olmak üzere iki karar verici görevlendirilsin. Karar vericiler adayların tamamı ile yüz yüze görüşmek istiyorlar. Ancak aday sayısını çokluğu nedeniyle bu oldukça zor görünmektedir. Bu nedenle karar vericiler aday sayısını makul bir sayıya indirmek için $bir - kes$ karar verme metodunu kullanırlar.*

*Adayların kümesi* $U = \{u_1, u_2, ..., u_{48}\}$ *ve bu adayların özelliklerini belirten parametrelerin kümesi* $E = \{x_1, x_2, ..., x_7\}$ *olsun.* $i = 1, 2, ..., 7$ *için* $x_i$ *parametreleri sırasıyla "deneyim", "bilgisayar bilgisi", "eğitim", "genç yaş", "yüksek öğrenim", "evli olma" ve "sağlıklı" olarak alınsın. Bu durumda karar vericiler aşağıdaki adımları izlerler:*

*Adım 1: Karar vericilerin adayları değerlendirmek için sırasıyla* $A = \{x_1, x_2, x_4, x_7\}$ *ve* $B = \{x_1, x_2, x_5\}$ *parametre kümelerini seçtikleri biliniyor.*

*Adım 2: Karar vericiler adayların CV lerini dikkatlice inceledikten sonra kendi seçtikleri parametre kümelerine göre hedefleri açısından adayları değerlendirerek sırasıyla aşağıdaki esnek kümeleri oluşururlar.*

$$
\begin{aligned}
F_A = \quad & \{(x_1, \{u_4, u_7, u_{13}, u_{21}, u_{28}, u_{31}, u_{32}, u_{36}.u_{39}, u_{41}, u_{43}, u_{44}, u_{48}\}), \\
& (x_2, \{u_1, u_3, u_{13}, u_{18}, u_{19}, u_{21}, u_{22}, u_{24}, u_{28}, u_{32}, u_{36}, u_{42}, u_{44}, u_{46}\}), \\
& (x_4, \{u_2, u_3, u_{13}, u_{15}, u_{18}, u_{23}, u_{25}, u_{28}, u_{30}, u_{33}, u_{36}, u_{38}, u_{42}, u_{43}\}), \\
& (x_7, \{u_1, u_5, u_{12}, u_{13}, u_{17}, u_{20}, u_{24}, u_{28}, u_{29}, u_{34}, u_{36}, u_{41}, u_{45}, u_{47}\})\} \\
F_B = \quad & \{(x_1, \{u_3, u_4, u_5, u_8, u_{14}, u_{21}, u_{22}, u_{27}, u_{34}, u_{35}, u_{37}, u_{40}, u_{42}, u_{46}\}), \\
& (x_2, \{u_1, u_4, u_7, u_{10}, u_{11}, u_{13}, u_{15}, u_{21}, u_{29}, u_{30}, u_{32}, u_{36}, u_{42}, u_{45}\}), \\
& (x_5, \{u_2, u_4, u_8, u_9, u_{12}, u_{13}, u_{14}, u_{16}, u_{17}, u_{21}, u_{23}, u_{28}, u_{36}, u_{42}, u_{44}\})\}
\end{aligned}
$$

*Adım3: Her iki üyenin de ortak görüşüne başvurulduğu için bu problemde, inşa edilen esnek kümelerin* $\wedge-$*çarpımı kullanılabilir. Buna göre;*

$$
\begin{aligned}
F_A \wedge F_B = \quad & \{((x_1, x_1), \{u_4, u_{21}\}), ((x_1, x_2), \{u_4, u_7, u_{13}, u_{21}, u_{32}, u_{36}, u_{43}\}), \\
& ((x_1, x_5), \{u_4, u_{13}, u_{21}, u_{28}, u_{36}, u_{44}\}), ((x_2, x_1), \{u_3, u_{21}, u_{22}, u_{42}, u_{46}\}), \\
& ((x_2, x_2), \{u_1, u_{13}, u_{21}, u_{32}, u_{36}, u_{42}\}), ((x_2, x_5), \{u_{13}, u_{21}, u_{28}, u_{36}, u_{42}, u_{44}\}), \\
& ((x_4, x_1), \{u_3, u_{42}\}), ((x_4, x_2), \{u_{13}, u_{15}, u_{30}, u_{36}, u_{42}, u_{43}\}), \\
& ((x_4, x_5), \{u_2, u_{13}, u_{23}, u_{28}, u_{36}, u_{42}\}), ((x_7, x_1), \{u_5, u_{34}\}), \\
& ((x_7, x_2), \{u_1, u_{13}, u_{29}, u_{36}, u_{45}\}), ((x_7, x_5), \{u_{12}, u_{13}, u_{17}, u_{28}, u_{36}\})\}
\end{aligned}
$$

$\wedge$*-çarpım kümesi yazılır.*

*Adım 4. Son olarak* $bir - kes\,(F_A \wedge F_B)$ *karar kümesi aşağıdaki gibi elde edilir.*

$$bir_x kes_y(F_A \wedge F_B) = \cup_{x\in A}\left(\cap_{y\in B}\left(F_{A\wedge B}(x,y)\right)\right)$$

$$= \bigcup \begin{cases} \cap\{\{u_4,u_{21}\},\{u_4,u_7,u_{13},u_{21},u_{32},u_{36},u_{43}\}, \\ \quad \{u_4,u_{13},u_{21},u_{28},u_{36},u_{44}\}\} \\ \cap\{\{u_3,u_{21},u_{22},u_{42},u_{46}\},\{u_1,u_{13},u_{21},u_{32},u_{36},u_{42}\}, \\ \quad \{u_{13},u_{15},u_{30},u_{36},u_{42},u_{44}\}\} \\ \cap\{\{u_3,u_{42}\},\{u_{13},u_{15},u_{30},u_{36},u_{42},u_{43}\}, \\ \quad \{u_2,u_{13},u_{23},u_{28},u_{36},u_{42}\}\} \\ \cap\{\{u_5,u_{34}\},\{u_1,u_{13},u_{29},u_{36},u_{45}\}, \\ \quad \{u_{12},u_{13},u_{17},u_{28},u_{36}\}\} \end{cases}$$

*Buradan* $bir_x kes_y(F_A \wedge F_B) = \cup\{\{u_4,u_{21}\},\{u_{42}\},\{u_{42}\},\varnothing\} = \{u_4,u_{21},u_{42}\}$ *olarak elde edilir. Ayrıca*

$$bir_y kes_x(F_A \wedge F_B) = \cup_{y\in B}\left(\cap_{x\in A}\left(F_{A\wedge B}(x,y)\right)\right)$$

$$= \bigcup \begin{cases} \cap\{\{u_4,u_{21}\},\{u_3,u_{21},u_{22},u_{42},u_{46}\},\{u_3,u_{42}\},\{u_5,u_{34}\}\} \\ \cap\{\{u_4,u_7,u_{13},u_{21},u_{32},u_{36},u_{43}\},\{u_1,u_{13},u_{21},u_{32},u_{36},u_{42}\}, \\ \quad \{u_{13},u_{15},u_{30},u_{36},u_{45}\},\{u_1,u_{13},u_{29},u_{36},u_{42},u_{44}\}\} \\ \cap\{\{u_4,u_{13},u_{21},u_{28},u_{36},u_{44}\},\{u_{13},u_{15},u_{30},u_{36},u_{42},u_{43}\}, \\ \quad \{u_2,u_{13},u_{23},u_{28},u_{36},u_{42}\}\},\{u_{12},u_{13},u_{17},u_{28},u_{36}\}\} \end{cases}$$

*olduğundan* $bir_y kes_x(F_A \wedge F_B) = \cup\{\varnothing,\{u_{13},u_{36}\},\{u_{13},u_{36}\}\} = \{u_{13},u_{36}\}$ *olacaktır.*

*Dolayısıyla karar vericiler yüz yüze görüşmek için aşağıdaki* $bir - kes$ *karar kümesinde yer alan adayları seçerler.*

$$bir - kes\,(F_A \wedge F_B) = bir_x kes_y(F_A \wedge F_B) \cup bir_y kes_x(F_A \wedge F_B) = \{u_4,u_{13},u_{21},u_{36},u_{42}\}$$

*Sonuç olarak, belirlenen kriterlere göre* $u_4,u_{13},u_{21},u_{36},u_{42}$ *adaylarının başvuran diğer adaylardan daha uygun olduğu kararına varılır. Böylece komisyon üyeleri 48 adayla uğraşmak yerine sadece bu beş adayı göz önüne alırlar.*

**Not.** Metodun daha kolay anlaşılması için uygulama da alternatifler ve parametreler kümelerinin eleman sayıları düşük tutulmuştur. Gerçek problemler, çok sayıda alternatif ve parametre içerdiği için bu metodun bilgisayar programı yapılarak kullanılması daha uygun olacaktır. Bu amaçla, Çağman ve Enginoğlu (2010b.), esnek matrisleri tanımlamışlardır. Ayrıca , $bir - kes$ metodunun matris temsili olan maks-min (max-min) karar verme metodunu geliştirdiler. Bu metodlar, belirsizlik içeren bir çok farklı probleme uygulanabilir.

## 3.3 Bulanık Kümeler ile Basit Karar Verme

Bu kesimde Yager ve Basson (1975) tarafından bulanık kümeler ile oluşturulan bir basit karar verme metodu tanıtılacaktır. Bu karar verme biçiminde, kısıtlar ve hedefler “ve” ifadeleriyle simetrik bir şekilde birbirine bağlanır. Başka bir deyişle hedefler ve kısıtlar karar alanını oluşturmak için kesişirler.

Kabul edelim ki $X = \{x_1, x_{2,}..., x_n\}$ alternatiflerin bir kümesi ve bu küme üzerinde birer bulanık küme olarak tanımlanan hedeflerin $G_1, G_2, ..., G_p$ ve kısıtların $C_1, C_2, ..., C_m$ kümeleri tanımlanmış olsun. Bu durumda $G$ ve $C$ kümelerinin kesişimlerinden elde edilen bulanık küme

$$D = C_1 \wedge C_2 \wedge ... \wedge C_m \wedge G_1 \wedge G_2 \wedge ... \wedge G_p$$

hedef ve kısıtların değerlendirilmesinden elde edilen karar kümesidir. Yani bu $D$ kümesinin üyelik fonksiyonu her $x \in X$ için

$$\mu_D(x) = \min\left\{\mu_{G_1}(x), ..., \mu_{G_p}(x), \mu_{C_1}(x), ..., \mu_{C_m}(x)\right\}$$

biçiminde tanımlanır. Karar kümesinin bu üyelik fonksiyonu alternatiflerin herbirinin hedef ve kısıtlara uygunluğunun derecesi olarak yorumlanabilir.

Aşağıdaki örneği düşünelim.

Bir yatırımcı yeni kuracağı fabrika için $x_1, x_{2,}x_3$ gibi üç lokasyondan birini seçmek istiyor. Yatırımcının kuracağı fabrika için alternatiflerde emlak maliyetinin ucuzluğu, ham maddeye ve pazara yakın olması hedef ve kısıtlarıdır.

Bu hedef ve kısıtların alternatiflerin $X = \{x_1, x_2, x_3\}$ uzayı üzerinde tanımlanan bulanık kümeleri

$$G_1 = \left\{x_1^{0.5}, x_2^{0.8}, x_3^{0.3}\right\}$$

$$C_1 = \left\{x_1^{0.7}, x_2^{0.9}, x_3^{0.5}\right\}$$

$$C_2 = \left\{x_1^{0.4}, x_2^{0.2}, x_3^{0.9}\right\}$$

biçiminde olsun. Bu durumda

$$\begin{aligned} D &= G_1 \wedge C_1 \wedge C_2 \\ &= \left\{x_1^{0.4}, x_2^{0.2}, x_3^{0.3}\right\} \end{aligned}$$

olarak hesaplanır. Buradan en iyi seçimin $x_1$ olduğu görülür.

Yukarıdaki karar verme temel olarak bir maksimum karar verme işlemidir. Yani $D$ deki alternatiflerin üzerindeki maksimum değer hesaplanır. Burada en iyi seçim doğrudan değerlendirme değerine bağlıdır. Örneğin

$$C_1 = \left\{x_1^{0.07}, x_2^{0.09}, x_3^{0.05}\right\}$$

olarak alınsaydı en iyi seçim $x_3$ olacaktı. Bu nedenle bu işlemde üyelik değerlerinin önemi çok büyüktür. Ayrıca bu kararda tüm hedeflerin ve kısıtların eşit önemde olduğu varsayılmıştır. Özetle bu yöntemde;

(1) Her $x_i$ alternatifi için tüm hedef ve kısıt kümelerinde en küçük üyelik değeri seçilerek $D$ karar kümesi oluşturulur. Yani $\mu_D(x_i) = \min \mu(x_i)$ değeri tüm $C$ ler ve $G$ lerden alınır.

(2) En iyi seçim $D$ deki en yüksek üyelik değerine sahip alternatiftir. Eğer en yüksek üyelik değerlerinde bir eşitlik söz konusu ise herhangi biri seçilebilir

Hedef ve kısıtların önemlerinin farklı olduğu durumlarda karar verecek kişinin bu amaca ulaşmak için farklı bir yol izlemesi gerekir. Böyle bir durumda karar verici hedef ve kısıtların önemini bir $\alpha \geqslant 0$ sayısı yardımıyla değiştirebilir. Yani hedef ve kısıtların gücünü artırıp azaltabilir. $\alpha$ nın değeri büyüdükçe hedef ve kısıtların önemi artar, $\alpha$ nın değeri küçüldükçe hedef ve kısıtların önemi azalır.

Önceki örneği ele alırsa, eğer $G_1$ hedefi çok önemli ($\alpha = 2$) ve $C_2$ kısıtı çok önemli değil ($\alpha = \frac{1}{2}$) olduğu durumda

$$\begin{aligned}
G_1 &= \{x_1^{0.5}, x_2^{0.8}, x_3^{0.3}\} \\
G_1^2 &= \{x_1^{0.25}, x_2^{0.64}, x_3^{0.09}\} \\
C_1 &= \{x_1^{0.7}, x_2^{0.9}, x_3^{0.5}\} \\
C_2 &= \{x_1^{0.4}, x_2^{0.2}, x_3^{0.9}\} \\
C_2^{\frac{1}{2}} &= \{x_1^{0.63}, x_2^{0.45}, x_3^{0.95}\}
\end{aligned}$$

elde edilir. Şu halde

$$\begin{aligned}
D &= G_1^2 \wedge C_1 \wedge C_2^{\frac{1}{2}} \\
&= \{x_1^{0.25}, x_2^{0.64}, x_3^{0.09}\} \wedge \{x_1^{0.7}, x_2^{0.9}, x_3^{0.5}\} \wedge \{x_1^{0.63}, x_2^{0.45}, x_3^{0.95}\} \\
&= \{x_1^{0.25}, x_2^{0.45}, x_3^{0.09}\}
\end{aligned}$$

olarak elde edilir. Buradan da görüleceği gibi $G_1$ in önemini artırılarak verilecek kararda $G_1$ in önemli olduğu gerçeğini yansıtan $x_2$ alternatifi en iyi tercih olarak belirlenir.

**Farklı Evrenlerdeki Kısıtların Kararı Etkilemesi**

Karar verme problemlerinin çoğunluğunda kararı etkileyen faktörler genellikle alternatifler kümesi ile ilişkilidir. Ancak her zaman bu mümkün olmayabilir. Örneğin yapılacak olan bir ticari yatırım için, üretim maliyetinin, seçilen tesisin yerine ve kullanılan malzemenin türüne bağlı olması, öte yandan çevre kirliliğinin hem yine seçilen tesis yerine ve kullanılan atık bertaraf yönteminin türüne bağlı olması gibi durumlarda mevcut yöntemler yetersiz kalabilmektedir. Burada bu gibi durumların söz konusu olduğu yani hedefler ve kısıtların bazılarının alternatiflerin alanıyla doğrudan doğruya ilgili olmadığı ve karmaşık ilişkilerin olduğu durumlarda karar verme için yeni bir teknik geliştirilecektir.

**Tanım 3.3.1** *$X$ ve $Y$ herhangi iki uzay olmak üzere bir*

$$f : Y \to X$$

*fonksiyonu tanımlansın. Eğer $A$, $Y$ de bir bulanık küme ise bu durumda $A$ nın $f$ altındaki görüntüsü üyelik fonksiyonu*

$$\mu(x) = \sup_{y \in f^{-1}(x)} \mu_A(y)$$

*olan bir bulanık kümedir. Burada supremum $Y$ deki $f^{-1}(x)$ alt kümesinin noktaları üzerinden hesaplanır.*

Böylece farklı uzaylarda bulunan hedefler ve kısıtlar fonksiyon yardımıyla aynı uzaydaymış gibi düşünülerek karar verilebilir.

Uygulama olarak önceki örneği ele alalım. Yatırımcının kurmak istediği fabrika için muhtemel yöneticilerinin kümesi

$$Y = \{\text{John, Bill, Tom, Al}\}$$

olsun. Ayrıca kabul edelim ki bu muhtemel yöneticilerle ilgili olarak;

John $x_1$ lokasyonuna kurulacak fabrikayı yönetmeye istekli,

Bill $x_1$ lokasyonuna kurulacak fabrikayı yönetmeye istekli,

Tom $x_2$ lokasyonuna kurulacak fabrikayı yönetmeye istekli,

Al $x_2$ veya $x_3$ lokasyonlarına kurulacak fabrikaları yönetmeye istekli, bilgileri verilsin. Bu durumda

$$f : Y \to X$$

fonksiyonu $f(J) = x_1,\ f(B) = x_1,\ f(T) = x_2,\ f(A) = x_2$ veya $x_3$ biçiminde tanımlanmış olur. Ek olarak yatırımcının bu yöneticiler hakkındaki yetkinlikleri ile ilgili düşüncelerini gösteren

$$C_3 = \left\{J^{0.4}, B^{0.7}, T^{0.8}, A^{0.6}\right\}$$

kısıt kümesinin verildiğini düşünelim.

Bu durumda bulanık karar tekniğinin uygulanması için yöneticilerin yetkinliklerinin bulanık kümesi $C_3$ , $f$ fonksiyonu yardımıyla alternatifler uzayına taşınmalıdır. Böylece

$$\mu_{f(C_3)}(x) = \sup_{y \in f^{-1}(x)} \left\{\mu_{C_3}(y)\right\}$$

olacağından

$$\begin{aligned} \mu_{f(C_3)}(x_1) &= \sup_{y \in f^{-1}(x_1)} \left\{\mu_{C_3}(y)\right\} \\ &= \sup \left\{\mu_{C_3}(J), \mu_{C_3}(B)\right\} \\ &= \sup \{0.4, 0.7\} \\ &= 0.7 \end{aligned}$$

olur. Benzer şekilde

$$\begin{aligned} \mu_{f(C_3)}(x_2) &= \sup \left\{\mu_{C_3}(T), \mu_{C_3}(A)\right\} \\ &= 0.8 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mu_{f(C_3)}(x_3) &= \mu_{C_3}(A) \\ &= 0.6 \end{aligned}$$

olacağından

$$f(C_3) = \left\{x_1^{0.7}, x_2^{0.8}, x_3^{0.6}\right\}$$

olarak bulunur. Dolayısıyla karar kümesi

$$\begin{aligned} D &= G_1 \wedge C_1 \wedge C_2 \wedge f(C_3) \\ &= \{x_1^{0.5}, x_2^{0.8}, x_3^{0.3}\} \wedge \{x_1^{0.7}, x_2^{0.9}, x_3^{0.5}\} \wedge \{x_1^{0.4}, x_2^{0.2}, x_3^{0.9}\} \wedge \{x_1^{0.7}, x_2^{0.8}, x_3^{0.6}\} \\ &= \{x_1^{0.4}, x_2^{0.2}, x_3^{0.3}\} \end{aligned}$$

olarak elde edilir. Bunun sonucunda tercih edilebilecek yöneticilerde dikkate alındığında yatırım için en uygun yerin $x_1$ lokasyonu olduğu kararına ulaşılır.

# 4. ESNEK YAPILAR ARASINDA KÜME DEĞERLİ DÖNÜŞÜMLER VE KARAR VERME

## 4.1 Esnek Küme Değerli Dönüşümler

Bu kesimde küme değerli dönüşümler yardımıyla esnek küme aileleri arasında yeni bir fonksiyon tanımlanacaktır. Bu fonksiyon için örnek verilerek temel koruma özellikleri ispatlanacaktır.

Önce klasik kümeler arasında tanımlı küme değerli dönüşümler ile ilgili tanımları hatırlayalım.

**Tanım 4.1.1** *$X$ ve $Y$ iki küme olsun. $X$ in her bir öğesine $Y$ nin boş olmayan bir alt kümesini karşılık getiren bir $F$ bağıntısına $X$ ten $Y$ ye bir küme değerli dönüşüm denir ve $F : X \rightsquigarrow Y$ olarak yazılır. $x \in X$ öğesine karşılık gelen alt küme $F(x)$ ile gösterilir.*

**Tanım 4.1.2** *$X$ ve $Y$ iki küme ve $F : X \rightsquigarrow Y$ bir küme değerli dönüşüm olsun. $y \in Y$ iken $F^-(y) = \{x \in X : y \in F(x)\}$ biçiminde tanımlanır. Ayrıca bir $B \subseteq Y$ için, $F^+(B) = \{x \in X : F(x) \subseteq B\}$ ve $F^-(B) = \{x \in X : F(x) \cap B \neq \emptyset\}$ kümelerine sırasıyla $B$ nin $F$ altındaki üst ters görüntüsü ve $B$ nin $F$ altındaki alt ters görüntüsü denir. Bir $A \subseteq X$ kümesinin $F$ altındaki görüntüsü ise $F(A) = \cup\{F(x) : x \in A\}$ dır.*

*Eğer $F(X) = Y$ ise $F$ ye örten küme değerli dönüşüm adı verilir.*

**Teorem 4.1.1** *$X$ ve $Y$ iki küme, $F : X \rightsquigarrow Y$ bir küme değerli dönüşüm ve $B \subseteq Y$ olsun. Bu durumda $X - F^+(B) = F^-(Y - B)$ eşitliği doğrudur.*

**Tanım 4.1.3** *$S(X, E)$ ve $S(Y, K)$ esnek küme aileleri ile $u : X \rightsquigarrow Y$, $p : E \rightsquigarrow K$ küme değerli fonksiyonları verilsin. Bu durumda $S(X, E)$ ile $S(Y, K)$ aileleri arasındaki bir $u_p$ esnek küme değerli dönüşümü aşağıdaki gibi tanımlanır.*
*(1) $F_A \in S(X, E)$ esnek kümesinin $u_{p^+}(F_A)$ ve $u_{p^-}(F_A)$ ile gösterilen ve sırasıyla $u_p$ altındaki üst ve alt görüntüleri olarak adlandırılan $S(Y, K)$ üzerindeki esnek*

*kümeler, her $k \in K$ için*

$$u_{p^+}(F_A)(k) = \begin{cases} \underset{e \in p^+(k)}{\cup} u(F_A(e)) & ; p^+(k) \neq \varnothing \\ \varnothing & ; p^+(k) = \varnothing \end{cases}$$

*ve*

$$u_{p^-}(F_A)(k) = \begin{cases} \underset{e \in p^-(k)}{\cup} u(F_A(e)) & ; p^-(k) \neq \varnothing \\ \varnothing & ; p^-(k) = \varnothing \end{cases}$$

*biçiminde tanımlanır.*

*(2) $G_B \in S(Y, K)$ esnek kümesinin $u_p^+(G_B)$ ve $u_p^-(G_B)$ ile gösterilen ve sırasıyla $u_p$ altındaki üst ters ve alt ters görüntüleri olarak adlandırılan $S(X, E)$ üzerindeki esnek kümeler, her $e \in E$ için*

$$u_p^+(G_B)(e) = u^+(\underset{k \in p(e)}{\cup} G_B(k))$$

*ve*

$$u_p^-(G_B)(e) = u^-(\underset{k \in p(e)}{\cup} G_B(k))$$

*biçiminde tanımlanır.*

**Örnek 4.1.1** *$E = \{e_1, e_2, e_3, e_4\}$, $K = \{k_1, k_2, k_3\}$, $X = \{x_1, x_2, x_3, x_4\}$ ve $Y = \{y_1, y_2, y_3, y_4\}$ olmak üzere $F_A = \{(e_1, \{x_1, x_2\}), (e_2, \{x_1, x_3\}), (e_3, \{x_4\}), (e_4, \{x_2\})\}$ ve $G_B = \{(k_1, \{y_1, y_3\}), (k_2, \{y_3, y_4\}), (k_3, \{y_2, y_4\})\}$ verilsin. Ayrıca $u(x_1) = \{y_1\}$, $u(x_2) = \{y_2, y_3\}$, $u(x_3) = \{y_4\}$, $u(x_4) = \{y_1, y_4\}$, $p(e_1) = \{k_1, k_2, k_3\}$, $p(e_2) = \{k_1, k_2\}$, $p(e_3) = \{k_2\}$, $p(e_4) = \{k_3\}$ biçiminde tanımlı $u : X \rightsquigarrow Y$ ve $p : E \rightsquigarrow K$ küme değerli fonksiyonları verilsin. Bu durumda*

$u_{p^+}(F_A)(k_1) = \underset{e \in p^+(k_1)}{\cup} u(F_A(e)) = \varnothing$

$u_{p^+}(F_A)(k_2) = \underset{e \in p^+(k_2)}{\cup} u(F_A(e)) = u(F_A(e_3)) = u(x_4) = \{y_1, y_4\}$

$u_{p^+}(F_A)(k_3) = \underset{e \in p^+(k_3)}{\cup} u(F_A(e)) = u(F_A(e_4)) = u(x_2) = \{y_2, y_3\}$

$u_{p^-}(F_A)(k_1) = \underset{e \in p^-(k_1)}{\cup} u(F_A(e)) = u(F_A(e_1)) \cup u(F_A(e_2)) = u(\{x_1, x_2\}) \cup u(\{x_1, x_3\}) = \{y_1, y_2, y_3, y_4\}$

$u_{p^-}(F_A)(k_2) = \underset{e\in p^-(k_2)}{\cup} u(F_A(e)) = u(F_A(e_1)) \cup u(F_A(e_2)) \cup u(F_A(e_3)) = u(\{x_1, x_2\}) \cup u(\{x_1, x_3\}) \cup u(\{x_4\}) = \{y_1, y_2, y_3, y_4\}$

$u_{p^-}(F_A)(k_3) = \underset{e\in p^-(k_3)}{\cup} u(F_A(e)) = u(F_A(e_1)) \cup u(F_A(e_4)) = u(\{x_1, x_2\}) \cup u(\{x_2\}) = \{y_1, y_2, y_3\}$

*olduğundan* $u_{p^+}(F_A) = \{(k_2, \{y_1, y_4\}), (k_3, \{y_2, y_3\})\}$ *ve* $u_{p^-}(F_A) = \{(k_1, Y), (k_2, Y), (k_3, \{y_1, y_2, y_3\})\}$ *olarak bulunur. Yine*

$u_p^+(G_B)(e_1) = u^+(\underset{k\in p(e_1)}{\cup} G_B(k)) = u^+(G_B(k_1) \cup G_B(k_2) \cup G_B(k_3)) = u^+(\{y_1, y_3\} \cup \{y_3, y_4\} \cup \{y_2, y_4\}) = X$

$u_p^+(G_B)(e_2) = u^+(\underset{k\in p(e_2)}{\cup} G_B(k)) = u^+(G_B(k_1) \cup G_B(k_2)) = u^+(\{y_1, y_3\} \cup \{y_3, y_4\}) = \{x_1, x_3, x_4\}$

$u_p^+(G_B)(e_3) = u^+(\underset{k\in p(e_3)}{\cup} G_B(k)) = u^+(G_B(k_2)) = u^+(\{y_3, y_4\}) = \{x_3\}$

$u_p^+(G_B)(e_4) = u^+(\underset{k\in p(e_3)}{\cup} G_B(k)) = u^+(G_B(k_3)) = u^+(\{y_2, y_4\}) = \{x_3\}$

$u_p^-(G_B)(e_1) = u^-(\underset{k\in p(e_1)}{\cup} G_B(k)) = u^-(G_B(k_1) \cup G_B(k_2) \cup G_B(k_3)) = u^-(\{y_1, y_3\} \cup \{y_3, y_4\} \cup \{y_2, y_4\}) = X$

$u_p^-(G_B)(e_2) = u^-(\underset{k\in p(e_2)}{\cup} G_B(k)) = u^-(G_B(k_1) \cup G_B(k_2)) = u^-(\{y_1, y_3\} \cup \{y_3, y_4\}) = X$

$u_p^-(G_B)(e_3) = u^-(\underset{k\in p(e_3)}{\cup} G_B(k)) = u^-(G_B(k_2)) = u^-(\{y_3, y_4\}) = \{x_2, x_3, x_4\}$

$u_p^-(G_B)(e_4) = u^-(\underset{k\in p(e_4)}{\cup} G_B(k)) = u^-(G_B(k_3)) = u^-(\{y_2, y_4\}) = \{x_2, x_3, x_4\}$

*olduğundan* $u_p^+(G_B) = \{(e_1, X), (e_2, \{x_1, x_3, x_4\}), (e_3, \{x_3\}), (e_4, \{x_3\})\}$ *ve* $u_p^-(G_B) = \{(e_1, X), (e_2, X), (e_3, \{x_2, x_3, x_4\}), (e_4, \{x_2, x_3, x_4\})\}$ *olarak bulunur.*

**Teorem 4.1.2** $u_p : S(X, E) \rightsquigarrow S(Y, K)$ *esnek küme değerli dönüşüm ve* $F_A, G_B \in S(X, E)$ *olsun. Bu durumda aşağıdakiler doğrudur.*

*(1)* $u_p^+(F_\varnothing) = F_\varnothing$ *ve* $u_p^-(F_\varnothing) = F_\varnothing$

*(2)* $u_p^+(F_K) = F_E$ *ve* $u_p^-(F_K) = F_E$

*(3)* $u_p^+(F_A \tilde{\cup} G_B) \tilde{\supset} u_p^+(F_A) \tilde{\cup} u_p^+(G_B)$

*(4)* $u_p^-(F_A \tilde{\cup} G_B) = u_p^-(F_A) \tilde{\cup} u_p^-(G_B)$

*(5)* $u_p^+(F_A \tilde{\cap} G_B) = u_p^+(F_A) \tilde{\cap} u_p^+(G_B)$

*(6)* $u_p^-(F_A \tilde{\cap} G_B) \tilde{\subset} u_p^-(F_A) \tilde{\cap} u_p^-(G_B)$

*(7)* $F_A \tilde{\subseteq} G_B$ *ise* $u_p^+(F_A) \tilde{\subseteq} u_p^+(G_B)$ *ve* $u_p^-(F_A) \tilde{\subseteq} u_p^-(G_B)$ *dir.*

**İspat.** (1) Her $e \in E$ için

$$\begin{aligned} u_p^+(F_\varnothing)(e) &= u^+(\bigcup_{k\in p(e)} F_\varnothing(k)) \\ &= u^+(\bigcup_{k\in p(e)} \varnothing) \\ &= u^+(\varnothing) \\ &= \varnothing \end{aligned}$$

olduğundan $u_p^+(F_\varnothing) = F_\varnothing$ dır. Yine her $e \in E$ için

$$\begin{aligned} u_p^-(F_\varnothing)(e) &= u^-(\bigcup_{k\in p(e)} F_\varnothing(k)) \\ &= u^-(\bigcup_{k\in p(e)} \varnothing) \\ &= u^-(\varnothing) \\ &= \varnothing \end{aligned}$$

olduğundan $u_p^-(F_\varnothing) = F_\varnothing$ dır.

(2) Her $e \in E$ için

$$\begin{aligned} u_p^+(F_K)(e) &= u^+(\bigcup_{k\in p(e)} F_K(k)) \\ &= u^+(\bigcup_{k\in p(e)} Y) \\ &= u^+(Y) \\ &= X \end{aligned}$$

olduğundan $u_p^+(F_K) = F_E$ dir. Yine her $e \in E$ için

$$\begin{aligned} u_p^-(F_K)(e) &= u^-(\bigcup_{k\in p(e)} F_K(k)) \\ &= u^-(\bigcup_{k\in p(e)} Y) \\ &= u^-(Y) \\ &= X \end{aligned}$$

olduğundan $u_p^-(F_K) = F_E$ dir.

(3) Her $e \in E$ için

$$\begin{aligned}
u_p^+(F_A\widetilde{\cup}G_B)(e) &= u^+(\underset{k\in p(e)}{\cup}(F_A\widetilde{\cup}G_B)(k)) \\
&= u^+(\underset{k\in p(e)}{\cup}(F_A(k)\cup G_B(k))) \\
&= u^+((\underset{k\in p(e)}{\cup}F_A(k))\cup(\underset{k\in p(e)}{\cup}G_B(k))) \\
&\supset u^+(\underset{k\in p(e)}{\cup}F_A(k))\cup u^+(\underset{k\in p(e)}{\cup}G_B(k)) \\
&= u_p^+(F_A)(e)\cup u_p^+(G_B)(e) \\
&= (u_p^+(F_A)\widetilde{\cup}u_p^+(G_B))(e)
\end{aligned}$$

olduğundan $u_p^+(F_A\widetilde{\cup}G_B)\widetilde{\supset}u_p^+(F_A)\widetilde{\cup}u_p^+(G_B)$ elde edilir.

(4) Her $e \in E$ için

$$\begin{aligned}
u_p^-(F_A\widetilde{\cup}G_B)(e) &= u^-(\underset{k\in p(e)}{\cup}(F_A\widetilde{\cup}G_B)(k)) \\
&= u^-(\underset{k\in p(e)}{\cup}(F_A(k)\cup G_B(k))) \\
&= u^-((\underset{k\in p(e)}{\cup}F_A(k))\cup(\underset{k\in p(e)}{\cup}G_B(k))) \\
&= u^-(\underset{k\in p(e)}{\cup}F_A(k))\cup u^-(\underset{k\in p(e)}{\cup}G_B(k)) \\
&= u_p^-(F_A)(e)\cup u_p^-(G_B)(e) \\
&= (u_p^-(F_A)\widetilde{\cup}u_p^-(G_B))(e)
\end{aligned}$$

olduğundan $u_p^-(F_A\widetilde{\cup}G_B)=u_p^-(F_A)\widetilde{\cup}u_p^-(G_B)$ elde edilir.

(5) Her $e \in E$ için

$$\begin{aligned}
u_p^+(F_A\widetilde{\cap}G_B)(e) &= u^+(\underset{k\in p(e)}{\cup}(F_A\widetilde{\cap}G_B)(k)) \\
&= u^+(\underset{k\in p(e)}{\cup}(F_A(k)\cap G_B(k))) \\
&= u^+((\underset{k\in p(e)}{\cup}F_A(k))\cap(\underset{k\in p(e)}{\cup}G_B(k))) \\
&= u^+(\underset{k\in p(e)}{\cup}F_A(k))\cap u^+(\underset{k\in p(e)}{\cup}G_B(k)) \\
&= u_p^+(F_A)(e)\cap u_p^+(G_B)(e) \\
&= (u_p^+(F_A)\widetilde{\cap}u_p^+(G_B))(e)
\end{aligned}$$

olduğundan $u_p^+(F_A\widetilde{\cap}G_B)=u_p^+(F_A)\widetilde{\cap}u_p^+(G_B)$ elde edilir.

(6) Her $e \in E$ için

$$\begin{aligned} u_p^-(F_A \widetilde{\cap} G_B)(e) &= u^-(\bigcup_{k\in p(e)}(F_A \widetilde{\cap} G_B)(k)) \\ &= u^-(\bigcup_{k\in p(e)}(F_A(k) \cap G_B(k))) \\ &= u^-((\bigcup_{k\in p(e)} F_A(k)) \cap (\bigcup_{k\in p(e)} G_B(k))) \\ &\subset u^-(\bigcup_{k\in p(e)} F_A(k)) \cap u^-(\bigcup_{k\in p(e)} G_B(k)) \\ &= u_p^-(F_A)(e) \cap u_p^-(G_B)(e) \\ &= (u_p^-(F_A) \widetilde{\cap} u_p^-(G_B))(e) \end{aligned}$$

olduğundan $u_p^-(F_A \widetilde{\cap} G_B) \widetilde{\subset} u_p^-(F_A) \widetilde{\cap} u_p^-(G_B)$ elde edilir.

(7) $F_A \widetilde{\subseteq} G_B$ olsun. Bu durumda her $k \in K$ için

$$\begin{aligned} u_p^+(F_A)(k) &= u^+(\bigcup_{k\in p(e)} F_A(k)) \\ &\subseteq u^+(\bigcup_{k\in p(e)} G_B(k)) \\ &= u_{p^+}(G_B)(k) \end{aligned}$$

ve

$$\begin{aligned} u_{p^-}(F_A)(k) &= u^-(\bigcup_{k\in p(e)} F_A(k)) \\ &\subseteq u^-(\bigcup_{k\in p(e)} G_B(k)) \\ &= u_{p^-}(G_B)(k) \end{aligned}$$

olduğundan $u_p^+(F_A) \widetilde{\subseteq} u_p^+(G_B)$ ve $u_p^-(F_A) \widetilde{\subseteq} u_p^-(G_B)$ olacaktır. ■

**Teorem 4.1.3** *$u_p : S(X,E) \rightsquigarrow S(Y,K)$ esnek küme değerli dönüşüm ve $F_A, G_B \in S(Y,K)$ olsun. Bu durumda aşağıdakiler doğrudur.*

*(1) $u_{p^+}(F_\varnothing) = F_\varnothing$ ve $u_{p^-}(F_\varnothing) = F_\varnothing$*

*(2) p ile u örten iken $u_{p^-}(F_E) = F_K$*

*(3) $u_{p^+}(F_A \widetilde{\cup} G_B) = u_{p^+}(F_A) \widetilde{\cup} u_{p^+}(G_B)$*

*(4) $u_{p^-}(F_A \widetilde{\cup} G_B) = u_{p^-}(F_A) \widetilde{\cup} u_p^-(G_B)$*

*(5) $u_{p^+}(F_A \widetilde{\cap} G_B) \widetilde{\subseteq} u_{p^+}(F_A) \widetilde{\cap} u_{p^+}(G_B)$*

*(6) $u_{p^-}(F_A \widetilde{\cap} G_B) \widetilde{\subseteq} u_{p^-}(F_A) \widetilde{\cap} u_{p^-}(G_B)$*

*(7) $F_A \widetilde{\subseteq} G_B$ ise $u_{p^+}(F_A) \widetilde{\subseteq} u_{p^+}(G_B)$ ve $u_{p^-}(F_A) \widetilde{\subseteq} u_{p^-}(G_B)$ dir.*

**İspat.** (1) Her $k \in K$ için

$$\begin{aligned}
u_{p^+}(F_\varnothing)(k) &= \begin{cases} \bigcup\limits_{e\in p^+(k)} u(F_\varnothing(e)) & ;\ p^+(k)\neq\varnothing \\ \varnothing & ;\ p^+(k)=\varnothing \end{cases} \\
&= \begin{cases} \bigcup\limits_{e\in p^+(k)} u(\varnothing) & ;\ p^+(k)\neq\varnothing \\ \varnothing & ;\ p^+(k)=\varnothing \end{cases} \\
&= \begin{cases} \bigcup\limits_{e\in p^+(k)} \varnothing & ;\ p^+(k)\neq\varnothing \\ \varnothing & ;\ p^+(k)=\varnothing \end{cases} \\
&= \begin{cases} \varnothing & ;\ p^+(k)\neq\varnothing \\ \varnothing & ;\ p^+(k)=\varnothing \end{cases} \\
&= \varnothing
\end{aligned}$$

olduğundan $u_{p^+}(F_\varnothing) = F_\varnothing$ dir. Yine her $k \in K$ için

$$\begin{aligned}
u_{p^-}(F_\varnothing)(k) &= \begin{cases} \bigcup\limits_{e\in p^-(k)} u(F_\varnothing(e)) & ;p^-(k)\neq\varnothing \\ \varnothing & ;p^-(k)=\varnothing \end{cases} \\
&= \begin{cases} \bigcup\limits_{e\in p^-(k)} u(\varnothing) & ;p^-(k)\neq\varnothing \\ \varnothing & ;p^-(k)=\varnothing \end{cases} \\
&= \begin{cases} \bigcup\limits_{e\in p^-(k)} \varnothing & ;p^-(k)\neq\varnothing \\ \varnothing & ;p^-(k)=\varnothing \end{cases} \\
&= \begin{cases} \varnothing & ;p^-(k)\neq\varnothing \\ \varnothing & ;p^-(k)=\varnothing \end{cases} \\
&= \varnothing
\end{aligned}$$

olduğundan $u_{p^-}(F_\varnothing) = F_\varnothing$ dir.

(2) $p$ ile $u$ örten olsun. Her $k \in K$ için

$$\begin{aligned}
u_{p^-}(F_E)(k) &= \begin{cases} \bigcup\limits_{e\in p^-(k)} u(F_E(e)) & ;p^-(k)\neq\varnothing \\ \varnothing & ;p^-(k)=\varnothing \end{cases} \\
&= \bigcup\limits_{e\in p^-(k)} u(F_E(e)) \\
&= \bigcup\limits_{e\in p^-(k)} u(X) \\
&= Y
\end{aligned}$$

olduğundan $u_{p^-}(F_E) = F_K$ dir.

(3) Her $k \in K$ için

$$
\begin{aligned}
u_{p^+}(F_A \widetilde{\cup} G_B)(k) &= \begin{cases} \bigcup\limits_{e \in p^+(k)} u(F_A(e) \cup G_B(e)) & ;p^+(k) \neq \varnothing \\ \varnothing & ;p^+(k) = \varnothing \end{cases} \\
&= \begin{cases} \bigcup\limits_{e \in p^+(k)} u(F_A(e)) \cup u(G_B(e)) & ;p^+(k) \neq \varnothing \\ \varnothing & ;p^+(k) = \varnothing \end{cases} \\
&= \begin{cases} \bigcup\limits_{e \in p^+(k)} u(F_A(e)) & ;p^+(k) \neq \varnothing \\ \varnothing & ;p^+(k) = \varnothing \end{cases} \cup \begin{cases} \bigcup\limits_{e \in p^+(k)} u(G_B(e)) & ;p^+(k) \neq \varnothing \\ \varnothing & ;p^+(k) = \varnothing \end{cases} \\
&= u_{p^+}(F_A)(e) \widetilde{\cup} u_{p^+}(G_B)(e)
\end{aligned}
$$

olduğundan $u_{p^+}(F_A \widetilde{\cup} G_B) = u_{p^+}(F_A) \widetilde{\cup} u_{p^+}(G_B)$ elde edilir.

(4) Her $k \in K$ için

$$
\begin{aligned}
u_{p^-}(F_A \widetilde{\cup} G_B)(k) &= \begin{cases} \bigcup\limits_{e \in p^-(k)} u(F_A(e) \cup G_B(e)) & ;p^-(k) \neq \varnothing \\ \varnothing & ;p^-(k) = \varnothing \end{cases} \\
&= \begin{cases} \bigcup\limits_{e \in p^-(k)} u(F_A(e)) \cup u(G_B(e)) & ;p^-(k) \neq \varnothing \\ \varnothing & ;p^-(k) = \varnothing \end{cases} \\
&= \begin{cases} \bigcup\limits_{e \in p^-(k)} u(F_A(e)) & ;p^-(k) \neq \varnothing \\ \varnothing & ;p^-(k) = \varnothing \end{cases} \cup \begin{cases} \bigcup\limits_{e \in p^-(k)} u(G_B(e)) & ;p^-(k) \neq \varnothing \\ \varnothing & ;p^-(k) = \varnothing \end{cases} \\
&= u_{p^-}(F_A)(e) \cup u_{p^-}(G_B)(e)
\end{aligned}
$$

olduğundan $u_{p^-}(F_A \widetilde{\cup} G_B) = u_{p^-}(F_A) \widetilde{\cup} u_p^-(G_B)$ elde edilir.

(5) Her $k \in K$ için

$$
\begin{aligned}
u_{p^+}(F_A \widetilde{\cap} G_B)(k) &= \begin{cases} \bigcup\limits_{e \in p^+(k)} u(F_A(e) \cap G_B(e)) & ;p^+(k) \neq \varnothing \\ \varnothing & ;p^+(k) = \varnothing \end{cases} \\
&\subset \begin{cases} \bigcup\limits_{e \in p^+(k)} u(F_A(e)) \cap u(G_B(e)) & ;p^+(k) \neq \varnothing \\ \varnothing & ;p^+(k) = \varnothing \end{cases} \\
&= \begin{cases} \bigcup\limits_{e \in p^+(k)} u(F_A(e)) & ;p^+(k) \neq \varnothing \\ \varnothing & ;p^+(k) = \varnothing \end{cases} \cap \begin{cases} \bigcup\limits_{e \in p^+(k)} u(G_B(e)) & ;p^+(k) \neq \varnothing \\ \varnothing & ;p^+(k) = \varnothing \end{cases} \\
&= u_{p^+}(F_A)(k) \widetilde{\cap} u_{p^+}(G_B)(k)
\end{aligned}
$$

olduğundan $u_{p^+}(F_A \widetilde{\cap} G_B) \widetilde{\subseteq} u_{p^+}(F_A) \widetilde{\cap} u_{p^+}(G_B)$ elde edilir.

(6) Her $k \in K$ için

$$
\begin{aligned}
u_{p^-}(F_A\widetilde{\cap}G_B)(k) &= \begin{cases} \bigcup\limits_{e\in p^-(k)} u(F_A(e)\cap G_B(e)) & ;p^-(k)\neq\varnothing \\ \varnothing & ;\, p^-(k)=\varnothing \end{cases} \\
&\subset \begin{cases} \bigcup\limits_{e\in p^-(k)} u(F_A(e))\cap u(G_B(e)) & ;p^-(k)\neq\varnothing \\ \varnothing & ;p^-(k)=\varnothing \end{cases} \\
&= \begin{cases} \bigcup\limits_{e\in p^-(k)} u(F_A(e)) & ;p^-(k)\neq\varnothing \\ \varnothing & ;p^-(k)=\varnothing \end{cases} \cap \begin{cases} \bigcup\limits_{e\in p^-(k)} u(G_B(e)) & ;p^-(k)\neq\varnothing \\ \varnothing & ;p^-(k)=\varnothing \end{cases} \\
&= u_{p^-}(F_A)(e)\widetilde{\cap}u_{p^-}(G_B)(e)
\end{aligned}
$$

olduğundan $u_{p^-}(F_A\widetilde{\cap}G_B)\widetilde{\subseteq}u_{p^-}(F_A)\widetilde{\cap}u_{p^-}(G_B)$ elde edilir.

(7) $F_A\widetilde{\subseteq}G_B$ olsun Bu durumda her $k\in K$ için

$$
\begin{aligned}
u_{p^+}(F_A)(k) &= \begin{cases} \bigcup\limits_{e\in p^+(k)} u(F_A(e)) & ;p^+(k)\neq\varnothing; \\ \varnothing & ;p^+(k)=\varnothing \end{cases} \\
&\subseteq \begin{cases} \bigcup\limits_{e\in p^+(k)} u(G_B(e)) & ;p^+(k)\neq\varnothing \\ \varnothing & ;p^+(k)=\varnothing \end{cases} \\
&= u_{p^+}(G_B)(k)
\end{aligned}
$$

ve

$$
\begin{aligned}
u_{p^-}(F_A)(k) &= \begin{cases} \bigcup\limits_{e\in p^-(k)} u(F_A(e)) & ;p^-(k)\neq\varnothing \\ \varnothing & ;p^-(k)=\varnothing \end{cases} \\
&\subseteq \begin{cases} \bigcup\limits_{e\in p^-(k)} u(G_B(e)) & ;p^-(k)\neq\varnothing \\ \varnothing & ;p^-(k)=\varnothing \end{cases} \\
&= u_{p^-}(G_B)(k)
\end{aligned}
$$

olduğundan $u_{p^+}(F_A)\widetilde{\subseteq}u_{p^+}(G_B)$ ve $u_{p^-}(F_A)\widetilde{\subseteq}u_{p^-}(G_B)$ olacaktır. ■

**Uyarı 4.1.1** *$p: E \rightsquigarrow K$ ve $u: X \rightsquigarrow Y$ küme değerli dönüşümleri örten olsa bile $u_p: S(X,E) \rightsquigarrow S(Y,K)$ esnek küme değerli dönüşümü için $u_{p^+}(F_E) = F_K$ olmayabilir. Örnek 4.1.1 i ele alırsak;*

$$u_{p^+}(F_E)(k_1) = \bigcup_{e\in p^+(k_1)} u(F_E(e)) = \varnothing$$
$$u_{p^+}(F_E)(k_2) = \bigcup_{e\in p^+(k_2)} u(F_E(e)) = u(F_E(e_3)) = u(X) = Y$$
$$u_{p^+}(F_E)(k_3) = \bigcup_{e\in p^+(k_3)} u(F_E(e)) = u(F_E(e_4)) = u(X) = Y$$

*olduğundan $u_{p^+}(F_E) = \{(k_2,Y),(k_3,Y)\} \neq F_K = \{((k_1,Y),(k_2,Y),(k_3,Y)\}$ dır.*

**Teorem 4.1.4** *$u_p : S(X,E) \rightsquigarrow S(Y,K)$ esnek küme değerli dönüşüm ve $G_B \in S(Y,K)$ olsun. Bu durumda aşağıdakiler doğrudur.*

*(1) $u_p^+(G_B^c) = (u_p^-(G_B))^c$*

*(2) $u_p^-(G_B^c) = (u_p^+(G_B))^c$*

**İspat.** (1) Her $e \in E$ için

$$\begin{aligned} u_p^+(G_B^c)(e) &= u^+(\bigcup_{k\in p(e)} G_B^c(k)) \\ &= u^+(\bigcup_{k\in p(e)} (Y\backslash G_B(k))) \\ &= u^+(Y\backslash(\bigcap_{k\in p(e)} G_B(k))) \\ &= X\backslash(u^-(\bigcup_{k\in p(e)} G_B(k))) \\ &= X\backslash u_p^-(G_B)(e) \end{aligned}$$

olduğundan $u_p^+(G_B^c) = (u_p^-(G_B))^c$ elde edilir.

(2) Her $e \in E$ için

$$\begin{aligned} u_p^-(G_B^c)(e) &= u^-(\bigcup_{k\in p(e)} G_B^c(k)) \\ &= u^-(\bigcup_{k\in p(e)} (Y\backslash G_B(k))) \\ &= u^-(Y\backslash(\bigcap_{k\in p(e)} G_B(k))) \\ &= X\backslash(u^+(\bigcup_{k\in p(e)} G_B(k))) \\ &= X\backslash u_p^+(G_B)(e) \end{aligned}$$

olduğundan $u_p^-(G_B^c) = (u_p^+(G_B))^c$ elde edilir. ■

## 4.2 Karar Verme Problemlerinde Bir Uygulama

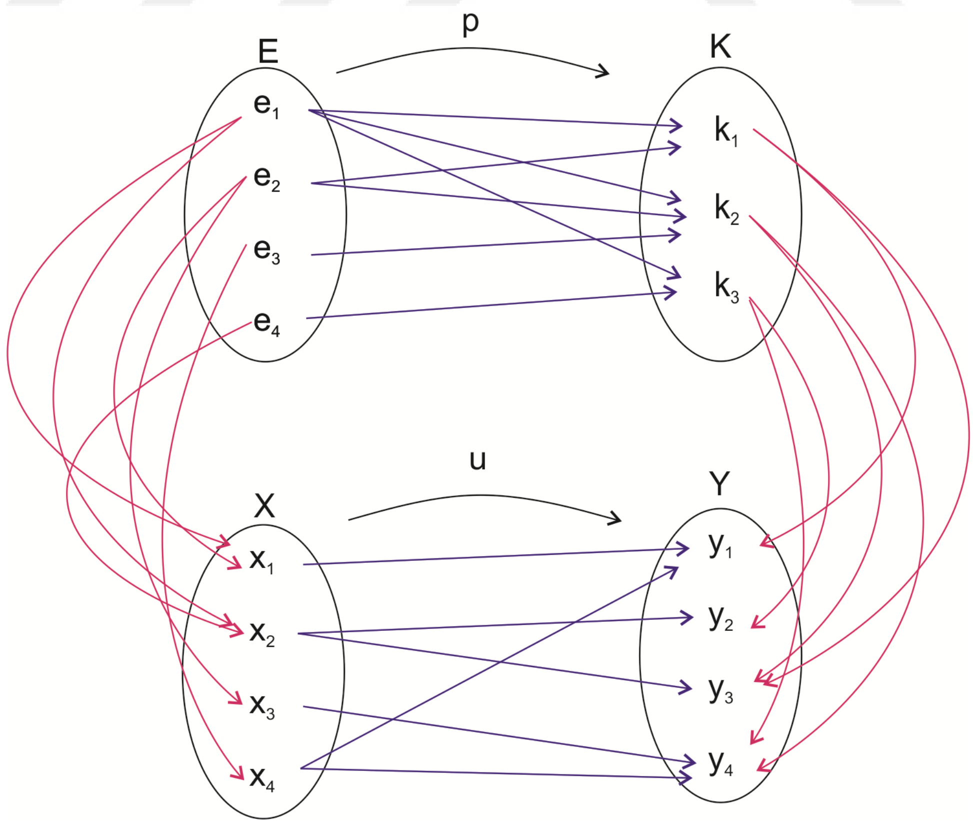
Bir yatırımcı $E = \{e_1 =$giyim, $e_2 =$spor, $e_3 =$kozmetik, $e_4 =$oyuncak$\}$ sektörlerinden satış yapan $X = \{x_1, x_2, x_3.x_4\}$ mağazalarından birini açmak istiyor. Kabul edelim ki $x_1$ mağazası giyim ve spor, $x_2$ mağazası giyim ve oyuncak, $x_3$ mağazası spor ve $x_4$ mağazası kozmetik sektörlerinde yer almaktadır. Bu ilişkileri gösteren

$$F_A = \{(e_1, \{x_1, x_2\}), (e_2, \{x_1, x_3\}), (e_3, \{x_4\}), (e_4, \{x_2\})\}$$

esnek kümesi yazılabilir. Öte yandan yatırımcı tüketicilerin farklı cinsiyet ve yaş gruplarının $K = \{k_1 =$erkek, $k_2 =$kadın, $k_3 =$çocuk$\}$, mağazaların $Y = \{y_1 =$uygun fiyat, $y_2 =$tanınmış marka, $y_3 =$kalite, $y_4 =$bol çeşit$\}$ niteliklerine olan eğilimini de karar vermede kullanmak istiyor. Bu eğilimler ise

$$G_B = \{(k_1, \{y_1, y_3\}), (k_2, \{y_3, y_4\}), (k_3, \{y_2, y_4\})\}$$

esnek kümesi ile verilsin. Sektörlerin cinsiyet ve yaş grupları ile ilişkisini $p(e_1) = \{k_1, k_2, k_3\}$, $p(e_2) = \{k_1, k_2\}$, $p(e_3) = \{k_2\}$, $p(e_4) = \{k_3\}$ ile tanımlı $p$ küme değerli fonksiyonu, mağazaların niteliklerini gösteren küme değerli fonksiyon $u$ ise $u(x_1) = \{y_1\}$, $u(x_2) = \{y_2, y_3\}$, $u(x_3) = \{y_4\}$, $u(x_4) = \{y_1, y_4\}$ biçiminde tanımlı olsun.



Bu durumda

$$u_p^+(G_B) = \{(e_1, X), (e_2, \{x_1, x_3, x_4\}), (e_3, \{x_3\}), (e_4, \{x_3\})\}$$

ve

$$u_p^-(G_B) = \{(e_1, X), (e_2, X), (e_3, \{x_2, x_3, x_4\}), (e_4, \{x_2, x_3, x_4\})\}$$

biçimindedir.

Yatırımcı $bir - kes$ karar verme metodunda bu iki esnek kümeyide kullanabilir. Karar üzerinde daha fazla söz sahibi olmak isteyen yatırımcı, büyük küme olan $u_p^-(G_B)$ kümesi ile $F_A$ kümesine $bir - kes$ karar verme metodunu uygulayabilir. Çünkü bu durumda karar verme metodunun uygulanması sonucunda daha büyük bir uygun alternatifler kümesi elde edilme olasığı vardır.

Önce $F_A$ ile $u_p^+(G_B)$ kümeleri için $bir - kes$ karar verme metodunu uygulayalım. İşlem kolaylığı sağlaması için kabul edelim ki $u_p^+(G_B) = F_C$ olsun. Şu halde

$$\begin{aligned} F_A \wedge F_C = \quad & \{((e_1, e_1), \{x_1, x_2\}), ((e_1, e_2), \{x_1\}), ((e_1, e_3), \varnothing), ((e_1, e_4), \varnothing), \\ & ((e_2, e_1), \{x_1, x_3\}), ((e_2, e_2), \{x_1, x_3\}), ((e_2, e_3), \{x_3\}), ((e_2, e_4), \{x_3\}), \\ & ((e_3, e_1), \{x_4\}), ((e_3, e_2), \{x_4\}), ((e_3, e_3), \varnothing), ((e_3, e_4), \varnothing), \\ & ((e_4, e_1), \{x_2\}), ((e_4, e_2), \varnothing), ((e_4, e_3), \varnothing), ((e_4, e_4), \varnothing)\} \end{aligned}$$

$\wedge$-çarpım kümesi yazılır. Buradan

$$\begin{aligned} bir_x kes_y(F_A \wedge F_C) &= \cup_{x\in A} \left(\cap_{y\in C} \left(F_{A\wedge C}(x, y)\right)\right) \\ &= \bigcup \begin{cases} \cap\{ & \{x_1, x_2\}, \{x_1\}, \varnothing, \varnothing\} \\ \cap\{ & \{x_1, x_3\}, \{x_1, x_3\}, \{x_3\}, \{x_3\}\} \\ \cap\{ & \{x_4\}, \{x_4\}, \varnothing, \varnothing\} \\ \cap\{ & \{x_2\}, \varnothing, \varnothing, \varnothing\} \end{cases} \\ &= \{x_3\} \end{aligned}$$

ve

$$bir_y kes_x(F_A \wedge F_C) = \cup_{y\in C}\left(\cap_{x\in A}\left(F_{A\wedge C}(x,y)\right)\right)$$
$$= \bigcup \begin{cases} \cap\{ & \{x_1,x_2\},\{x_1,x_3\}\{x_4\},\{x_2\} \\ \cap\{ & \{x_1\},\{x_1,x_3\},\{x_4\},\varnothing \\ \cap\{ & \varnothing,\{x_3\},\varnothing,\varnothing \\ \cap\{ & \varnothing,\{x_3\},\varnothing,\varnothing \end{cases}$$
$$= \varnothing$$

olduğundan

$$bir - kes(F_A \wedge u_p^+(G_B) = bir - kes(F_A \wedge F_C) = \{x_3\} \cup \varnothing = \{x_3\}$$

olarak bulunur. Buna göre $x_3$ mağazası en uygun seçim olacaktır.

Şimdi ise $F_A$ ile $u_p^-(G_B)$ kümeleri için $bir - kes$ karar verme metodunu uygulayalım. Yine işlem kolaylığı sağlaması için kabul edelim ki $u_p^-(G_B) = F_D$ olsun. Şu halde

$$\begin{aligned} F_A \wedge F_D = \quad & \{((e_1,e_1),\{x_1,x_2\}),((e_1,e_2),\{x_1,x_2\}),((e_1,e_3),\{x_2\}),((e_1,e_4),\{x_2\}), \\ & ((e_2,e_1),\{x_1,x_3\}),((e_2,e_2),\{x_1,x_3\}),((e_2,e_3),\{x_3\}),((e_2,e_4),\{x_3\}), \\ & ((e_3,e_1),\{x_4\}),((e_3,e_2),\{x_4\}),((e_3,e_3),\{x_4\}),((e_3,e_4),\{x_4\}), \\ & ((e_4,e_1),\{x_2\}),((e_4,e_2),\{x_2\}),((e_4,e_3),\{x_2\}),((e_4,e_4),\{x_2\})\} \end{aligned}$$

$\wedge$-çarpım kümesi yazılır. Buradan

$$bir_x kes_y(F_A \wedge F_D) = \cup_{x\in A}\left(\cap_{y\in D}\left(F_{A\wedge D}(x,y)\right)\right)$$
$$= \bigcup \begin{cases} \cap\{ & \{x_1,x_2\},\{x_1,x_2\},\{x_2\},\{x_2\} \\ \cap\{ & \{x_1,x_3\},\{x_1,x_3\},\{x_3\},\{x_3\} \\ \cap\{ & \{x_4\},\{x_4\},\{x_4\},\{x_4\} \\ \cap\{ & \{x_2\},\{x_2\},\{x_2\},\{x_2\} \end{cases}$$
$$= \{x_2,x_3,x_4\}$$

ve

$$bir_y kes_x(F_A \wedge F_D) = \cup_{y\in D}\left(\cap_{x\in A}\left(F_{A\wedge D}(x,y)\right)\right)$$
$$= \bigcup \begin{cases} \cap\{ & \{x_1,x_2\},\{x_1,x_3\},\{x_4\},\{x_2\} \\ \cap\{ & \{x_1,x_2\},\{x_1,x_3\},\{x_4\},\{x_2\} \\ \cap\{ & \{x_2\},\{x_3\},\{x_4\},\{x_2\} \\ \cap\{ & \{x_2\},\{x_3\},\{x_4\},\{x_2\} \end{cases}$$
$$= \varnothing$$

olduğundan

$$bir - kes(F_A \wedge u_p^-(G_B) = bir - kes(F_A \wedge F_D) = \{x_2, x_3, x_4\} \cup \varnothing = \{x_2, x_3, x_4\}$$

olarak bulunur. Buna göre yatırımcı $x_2$, $x_3$ veya $x_4$ mağazalarından herhangi birini seçebilir.

Sonuç olarak $bir - kes$ karar verme metodundan $x_3$ mağazası yatırımcı için en uygun mağazadır. Ancak yatırımcı $x_3$ mağazası dışında $x_2$ veya $x_4$ mağazalarını da düşünebilir. Karar verme metodundan çıkan bir başka sonuç ise $x_1$ mağazasının yatırım için uygun olmadığıdır.

## KAYNAKLAR

**Acar, U., Koyuncu, F. and Tanay, B.** (2010) Soft sets and soft rings, *Comput. Math. Appl.* 59, 3458-3463.

**Aktaş, H. and Çağman, N**. (2007) Soft sets and soft groups, *Inform. Sci.* 177 (13), 2726-2735.

**Ali, M. I., Feng, F., Liu, X., Min, W.K. ve Shabir, M.** (2009). On some new operations in soft set theory, Comput. Math. Appl. 57, 1547-1553.

**Atagün, A. O., Kamacı, H. and Oktay, O.** (2018) Reduced soft matrices and generalized products with applications in decision making, *Neural Comput. Appl.* 29 (9), 445-456.

**Chen, D., Tsang, E. C. C., Yeung, D. S. and Wang, X**. (2005) The parametrization reduction of soft sets and its applications, *Comput. Math. Appl.* 49, 757-763.

**Çağman, N., Karataş, S. and Enginoglu, S.** (2011) Soft topology, *Comput. Math. Appl.* 62, 351-358.

**Çağman, N. and Enginoglu, S.** (2010) soft set theory and uni-int decision making, *Eur. J. Oper. Res. 207,* 848-855.

**Çağman, N. and Enginoglu,** S. (2010) Soft matrix theory and its decision making, *Comput. Math. Appl.* 59, 3308-3314.

**Çelik, Y., Ekiz, C. and Yamak, S.** (2011) A new view on soft rings, *Hacet. J. Math. Stat.* 40 (2), 273-286.

**Çetkin, V., Aygünoğlu, A. and Aygün, H.,** (2016) A new approach in handling soft decision making problems, *J. Nonlinear Sci. Appl.* 9 (1), 231-239.

**Feng, F., Jun, Y.B. and Zhao, X.** (2008) Soft semirings, *Comput. Math. Appl.* 56, 2621-2628.

**Georgiou, D. N., Megaritis, A.C. and Petropoulos V.I.,** (2013) On soft topological spaces, *Appl. Math. Inf. Sci. inpress.*

**Gong, K., Xiao, Z. and Zhang, X.,** (2010) The bijective soft set with its operations, *Comput. Math. Appl.* 60 (8), 2270-2278.

**Inan, E. and Öztürk, M. A.** *(2012)* Fuzzy soft rings and fuzzy soft ideals, *Neural Comput. and Applic* 1-8.

**Jun, Y. B. and Park, C.H.** (2008) Applications of soft sets in ideal theory of BCK/BCI-algebras, *Inform. Sci.* 178, 2466-2475.

**Kamacı, H., Atagün, A. O. and Sönmezoğlu, A.,** (2018) Row-products of soft matrices with applications in multipledisjoint decision making, *Appl. Soft Comput.* 62, 892-914.

**Kamacı, H., Atagün, A. O. and Aygün, E.,** (2019) Difference operations of soft matrices with applications in decision making, *Punjap Univ. J. of Math.*, 51 (3), 1-21.

**Kharal, A., Ahmad, B.,** (2011) Mappings of soft classes, *New Math. and Nat. Computation 07*, 471-481.

**Kong, Z., Gao, L., Wang, L. and Li, S., (2008)** The normal parameter reduction of soft sets and its algorithm, *Comput. Math. Appl.* 56 (12), 3029-3037.

**Lin, T. Y.** (1996) A Set Theory For Soft Computing. A unified view of fuzzy sets via neighbrohoods, *IEEE International Conference on Fuzzy Systems,* New Orleans, Louisiana, September 8-11, 1140-1146.

**Maji, P. K., Roy, A. R. and Biswas, R.** (2002) An application of soft sets in desicion making problem, *Comput. Math. Appl. 44*, 1077-1083.

**Maji, P. K., Biswas, R. and Roy, A. R.** (2003). Soft set theory, Comput. Math. Appl. 45, 555-562.

**Majumdar, P. ve Samanta, S. K. (2008).** Similarity measure of soft set, New Math. Nat. Comput. 4 (1), 1-12.

**Ming, P. B. and Ming, L. Y.** (1980) Fuzzy topology I.Neighbourhood structure of a fuzzy point and Moore-Smith convergence, *J. Math. Anal. Appl.* 76**,** 571-599.

**Molodtsov, D.** (1999) Soft set theory-First results, *Comput. Math. Appl. 37* (4/5), 19-31.

**Pawlak, Z.** (1991) Rough Sets, Theoretical aspects of reasoning about data. *Kluwer Academic, Boston.*

**Pei, D. and Miao, D.** (2005) From soft sets to information systems, *in Proceedings of the IEEE International Conference on Granular Computing.* 2, 617–621.

**Shabir, M. and Naz, M.** (2011) On soft topological spaces, *Comput. Math. Appl. 61,* 1786-1799.

**Xiao, Z., Gong, K., Xia, S. and Zou, Y.,** (2010) Exclusive disjunctive soft sets, *Comput. Math. Appl.* 59 (6), 2128-2137.

**Varol, B. P., Shostak, A. and , Aygün H.** (2012) A new approach to soft topology, *Hacet. J. Math. Stat.* 41 (5), 731-741.

**Yager, R. R. and Basson, D.,** (1975) Decision making with fuzzy sets, Decision Sciences, 6, 590-600.

**Zadeh, L. A.** (1965) Fuzzy sets, *Inform. and Control* 8, 338-353.

**Zorlutuna, İ., Akdağ, M., Min, W. K. and Atmaca, S.** (2012) Remarks on soft topological spaces, *Ann. Fuzzy Math. Inform. 3 (2)*, 171-185.

# ÖZGEÇMİŞ

**Kişisel bilgiler**

| | |
|---|---|
| Adı Soyadı | Melike ASLAN |
| Doğum Yeri ve Tarihi | Erzincan, 18.09.1978 |
| Medeni Hali | Evli |
| Yabancı Dil | İngilizce |
| İletişim Adresi | Cumhuriyet Üniversitesi Matematik Bölümü 58140 Sivas |
| E-posta Adresi | melikeasln58@gmail.com |

**Eğitim ve Akademik Durumu**

| | |
|---|---|
| Lise | Sivas Lisesi, 1995 |
| Lisans | Cumhuriyet Üniversitesi, 2000 |
| Yüksek Lisans | Cumhuriyet Üniversitesi- |

**İş Tecrübesi**

| | |
|---|---|
| MEB | Matematik Öğretmeni, 2000 |
| Necip Fazıl Kısakürek MTAL | Müdür Yrd. 2018 |