

158024

T.C.
MERSİN ÜNİVERSİTESİ
SAĞLIK BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
BİYOİSTATİSTİK ANABİLİM DALI

**SÜREKLİ DEĞİŞKENLER İÇİN GÜVENİLİRLİK ANALİZİNDE
KULLANILAN İLİŞKİ KATSAYILARININ DEĞİŞKEN
VARYANSINDAN VE ETKİ BÜYÜKLÜĞÜNDEN ETKİLENME
DURUMLARI**

Semra ERDOĞAN

YÜKSEK LİSANS TEZİ

DANIŞMAN
Yrd. Doç. Dr. E. Arzu KANIK

MERSİN 2004

T.C.
MERSİN ÜNİVERSİTESİ
SAĞLIK BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
BİYOİSTATİSTİK ANABİLİM DALI

**SÜREKLİ DEĞİŞKENLER İÇİN GÜVENİLİRLİK ANALİZİNDE
KULLANILAN İLİŞKİ KATSAYILARININ DEĞİŞKEN
VARYANSINDAN VE ETKİ BÜYÜKLÜĞÜNDEN ETKİLENME
DURUMLARI**

Semra ERDOĞAN

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Tez No: 23

DANIŞMAN
Yrd. Doç. Dr. E. Arzu KANIK

MERSİN 2004

Mersin Üniversitesi Sağlık Bilimleri Enstitüsü

Biyostatistik Yüksek Lisans Programı Çerçevesinde yürütülmüş olan Sürekli Değişkenler İçin Güvenilirlik Analizinde Kullanılan İlişki Katsayılarının Değişken Varyansından ve Etki Büyüklüğünden Etkilenme Durumları adlı çalışma, aşağıdaki jüri tarafından Yüksek Lisans tezi olarak kabul edilmiştir.

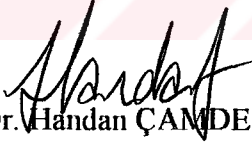
Tez Savunma Tarihi .. 08/07/2004



Yrd. Doç. Dr. E. Arzu KANIK

Mersin Üniversitesi

Jüri Başkanı



Yrd. Doç. Dr. Handan ÇAMDEVİREN

Mersin Üniversitesi

Jüri Üyesi




Yrd. Doç. Dr. Resul BUĞDAYCI


Mersin Üniversitesi

Jüri Üyesi

Yukarıdaki tez, Enstitü Yönetim Kurulunun 14.07.2004 tarih ve 2004/224 sayılı kararı ile kabul edilmiştir.



Prof. Dr. Mustafa ERDOĞAN
Enstitü Müdürü



The stamp is circular with the text "T.C. MERSİN ÜNİVERSİTESİ SAĞLIK BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ MÜDÜRLÜĞÜ" around the perimeter. In the center, there is a crescent moon and a star, with the year "1923" below it.

TEŞEKKÜR

Mersin Üniversitesi Sağlık Bilimleri Enstitüsünde tamamlamış olduğum “Sürekli Değişkenler İçin Güvenilirlik Analizinde Kullanılan İlişki Katsayılarının Değişken Varyansından ve Etki Büyüklüğünden Etkilenme Durumları” başlıklı yüksek lisans tezimi hazırlarken çalışmamın her aşamasında yakın ilgi ve önerileri ile beni yönlendiren ve bilimsel desteğini esirgemeyen Anabilim Dalı Başkanı ve danışman hocam, Sayın Yrd.Doç.Dr.E.Arzu Kanık’a ve tezimin en başından sonuna kadar yardımlarını esirgemeyen hocam Yrd.Doç.Dr.Handan Çamdeviren’e, göstermiş olduğu anlayış ve sabırdan dolayı eşime ve bütün öğrenim hayatımı borçlu olduğum anneme ve babama teşekkürlerimi sunarım.

Semra ERDOĞAN

Mersin, Temmuz 2004

İÇİNDEKİLER

TEŞEKKÜR.....	i
İÇİNDEKİLER.....	ii
ŞEKİLLER DİZİNİ.....	iv
ÇİZELGELER DİZİNİ.....	v
ÖZET.....	vi
ABSTRACT.....	vii
1. GİRİŞ	1
2. TEORİK TEMELLER	2
2.1. Güvenilirlik Kavramı.....	2
2.2. Klasik Test Teorisi.....	2
2.2.1. Gözlenen Değer ve Gerçek Değer.....	3
2.2.1.1. Rasgele Hata.....	4
2.2.1.2. Sistematik Hata.....	5
2.2.2. Klasik Test Teorisinin (Doğru Skor Teorisi) Önemi.....	6
2.2.3. Klasik Test Teorisinin Yaklaşımları.....	6
2.2.3.1. Klasik Test Teorisinin Yaklaşımlarının İspatları.....	7
2.3. Güvenilirlik Kavramının Farklı Tanımlamaları.....	9
2.4. Güvenilirlik Katsayısının Yorumu.....	10
2.5. Sürekli Değişkenler için Güvenilirlik Analizinde Kullanılan İlişki Katsayıları.....	11
2.5.1. Sınıf İçi Korelasyon Katsayısı (Intraclass Correlation Coefficient).....	12
2.5.1.1. Model 1 (Tek Yönlü Rasgele Etki Modeli).....	15
2.5.1.2. Model 2 (İki Yönlü Rasgele Etki Modeli, İnteraksiyon Olduğu Durum).....	25
2.5.1.3. Model 2A (İki Yönlü Rasgele Etki Modeli, İnteraksiyon Olmadığı Durum).....	31
2.5.1.4. Model 3 (İki Yönlü Karma Model, İnteraksiyon Etkisi Olduğu Durumda).....	33
2.5.1.5. Model 3A (İki Yönlü Karma Model, İnteraksiyon Etkisi Olmadığı Durumda).....	37
2.5.2. Concordance Korelasyon Katsayısı.....	39
2.5.2.1. CCC (ρ_c)'nın Özellikleri.....	41
2.5.2.2. ICC'sı ve CCC'sı Arasındaki İlişki.....	44
2.5.2.3. Varyans Bileşenleri ile CCC'nın Tahmin Edilmesi.....	46
2.5.2.3.1. k Değerlendirici İçin CCC'nın Tahmini.....	46
2.5.2.3.2. Etkileyici Değişkenler (Covariate) ile Düzeltilmiş CCC.....	47
3. MATERYAL METOT	52
3.1. İstatistik Analiz.....	53
4. BULGULAR	54
5. TARTIŞMA VE SONUÇ	57

5.1. İstatistik Analiz Sonuçları.....	57
6. ÖNERİLER.....	81
KAYNAKLAR.....	82
ÖZGEÇMİŞ.....	85



ŞEKİLLER DİZİNİ

Şekil 2.1. Klasik Test Teorisinde Gözlenen Değerin Analizi.....	4
Şekil 5.1. ICC'nin Varyanstan Etkilenme Durumu	58
Şekil 5.2. CCC'nin Varyanstan Etkilenme Durumu	59
Şekil 5.3. ICC'nin Model 1'e Ait Değerlerinin Etki Büyüklüğünden Etkilenme Durumu.....	60
Şekil 5.4. $r = 0.50$ için ICC'nın Model 1'e Ait Değerlerinin Etki Büyüklüğünden Etkilenme Durumu	61
Şekil 5.5. $r = 0.60$ için ICC'nın Model 1'e Ait Değerlerinin Etki Büyüklüğünden Etkilenme Durumu.....	62
Şekil 5.6. $r = 0.70$ için ICC'nın Model 1'e Ait Değerlerinin Etki Büyüklüğünden Etkilenme Durumu.....	63
Şekil 5.7. $r = 0.80$ için ICC'nın Model 1'e Ait Değerlerinin Etki Büyüklüğünden Etkilenme Durumu	64
Şekil 5.8. $r = 0.90$ için ICC'nın Model 1'e Ait Değerlerinin Etki Büyüklüğünden Etkilenme Durumu	65
Şekil 5.9. $r = 0.95$ için ICC'nın Model 1'e ait Değerlerinin Etki Büyüklüğünden Etkilenme Durumu	66
Şekil 5.10. ICC'nin Model 2'ye Ait Değerlerinin Etki Büyüklüğünden Etkilenme Durumu	67
Şekil 5.11. $r = 0.50$ için ICC'nın Model 2'ye Ait Değerlerinin Etki Büyüklüğünden Etkilenme Durumu	68
Şekil 5.12. $r = 0.60$ için ICC'nın Model 2'ye Ait Değerlerinin Etki Büyüklüğünden Etkilenme Durumu.....	69
Şekil 5.13. $r = 0.70$ için ICC'nın Model 2'ye Ait Değerlerinin Etki Büyüklüğünden Etkilenme Durumu.....	70
Şekil 5.14. $r = 0.80$ için ICC'nın Model 2'ye Ait Değerlerinin Etki Büyüklüğünden Etkilenme Durumu.....	71
Şekil 5.15. $r = 0.90$ için ICC'nın Model 2'ye Ait Değerlerinin Etki Büyüklüğünden Etkilenme Durumu.....	72
Şekil 5.16. $r = 0.95$ için ICC'nın Model 2'ye Ait Değerlerinin Etki Büyüklüğünden Etkilenme Durumu.....	73
Şekil 5.17. ICC'nin Model 3'e Ait Değerlerinin Etki Büyüklüğünden Etkilenme Durumu	74
Şekil 5.18. CCC'nin Etki Büyüklüğünden Etkilenme Durumu	74
Şekil 5.19. $r = 0.50$ için CCC'nin Etki Büyüklüğünden Etkilenme Durumu.....	75
Şekil 5.20. $r = 0.60$ için CCC'nin Etki Büyüklüğünden Etkilenme Durumu.....	76
Şekil 5.21. $r = 0.70$ için CCC'nin Etki Büyüklüğünden Etkilenme Durumu.....	77
Şekil 5.22. $r = 0.80$ için CCC'nin Etki Büyüklüğünden Etkilenme Durumu.....	78
Şekil 5.23. $r = 0.90$ için CCC'nin Etki Büyüklüğünden Etkilenme Durumu.....	79
Şekil 5.24. $r = 0.95$ için CCC'nin Etki Büyüklüğünden Etkilenme Durumu.....	80

ÇİZELGELER DİZİNİ

Çizelge 2.1. Eşleştirilmiş T Testine ait Örnek Veri	12
Çizelge 2.2. Korelasyonu Yüksek Fakat Ortalamaları ve Standart Sapmaları Farklı Olan Bir Veri ...	13
Çizelge 2.3. Sınıf İçi Korelasyon Katsayısının Kabul Edilebilir Seviyeleri	14
Çizelge 2.4. Sınıf İçi Korelasyon Katsayılarının Varyans Analiz Modelleri	15
Çizelge 2.5. Varyans Analiz Tablosu.....	16
Çizelge 2.6. Tek Yönlü Rasgele Etki Modeline ait Varyans Analiz Tablosu	16
Çizelge 2.7. ICC'nin Üç Modele Ait Ölçüm Güvenilirlikleri ve Tanımlamaları.....	20
Çizelge 2.8. X değişkenine ait Ölçüm Değerleri	23
Çizelge 2.9. Çizelge 2.8'e ait Verilerin Varyans Analiz Tablosu	23
Çizelge 2.10. İki Yönlü Rasgele Etki Modeline İlişkin Varyans Analiz Tablosu	25
Çizelge 2.11. Örnek 1'e ait Veriler İçin İki Yönlü Rasgele Etki Modeli Varyans Analiz Tablosu.....	29
Çizelge 2.12. İki Yönlü Rasgele Etki Modeline İlişkin Varyans Analiz Tablosu (İnteraksiyon Yokken).....	32
Çizelge 2.13. İki Yönlü Karma Etki Modeline ait Varyans Analiz Tablosu	34
Çizelge 2.14. Örnek 1'e ait Verilerin Model 3 Uygulandığındaki Varyans Analiz Tablosu	36
Çizelge 2.15. İki Yönlü Karma Etki Modeline ait Varyans Analiz Tablosu (İnteraksiyon Yokken)..	38
Çizelge 2.16. İki Farklı Ölçüm Aracı Kullanıldığında Elde Edilen Ölçümler	43
Çizelge 4.1. $\mu_1 = \mu_2 = 10$ ve Varyans Değerlerine Göre Intraclass Korelasyon Katsayıları ve Concordance Korelasyon Katsayısı Değerleri.....	54
Çizelge 4.2. $\sigma_1 = \sigma_2 = 1$ ve Etki Büyüklüklerine Göre Intraclass Korelasyon Katsayıları ve Concordance Korelasyon Katsayısı Değerleri.....	55

ÖZET

Tıp araştırmalarında ölçümlerin tekrar elde edilebilirliği, birden fazla ölçüm aracı veya değerlendiricinin ölçüm sonuçları arasındaki tutarlılığı, kararlılığı ya da benzerliği önemli bir rol oynamaktadır. Üzerinde çalışılan değişken kategorik olduğunda iki farklı araştırmacının yaptığı ölçümlerin uyumu veya aynı araştırmacının iki kez yaptığı ölçümlerin uyumu Cohen's kappa ile ölçülmektedir. Üzerinde çalışılan değişken sürekli olduğunda ise intraclass korelasyon katsayısı (ICC) ve concordance korelasyon katsayısı (CCC) ölçüm güvenilirliğinin saptanmasında yaygın olarak kullanılmaktadır.

Bu çalışma ile ICC'nın ve CCC'nın etki büyüklüğünden ve varyanstan etkilenme durumlarını araştırmak amacıyla bir simülasyon çalışması yapılmıştır. Bu çalışma sonucunda, hem ICC'nın hem de CCC'nın varyansın değişmesi durumunda pearson korelasyon katsayısına eşit olduğu, etki büyüklüğü arttıka bu iki korelasyon katsayılarının azaldığı görülmüştür.

Anahtar Kelimeler : İnterclass korelasyon katsayısı, Concordance korelasyon katsayısı, Güvenilirlik, Tekrar elde edilebilirlik.

ABSTRACT

In clinical studies, the repeatability of measures, the consistence, stability and similarity of more than one measures tools and raters between the measurement results plays an important role. The need to quantify agreement between two raters or two methods of measuring a response often arises in research. Cohen's kappa statistics is an appropriate measure of agreement when levels of the categorical variable are nominal. Whereas the intraclass correlation coefficient is commonly used when the data are measured on a continuous scale.

In this study, a simulation method was used to examine the condition (state) of ICC and CCC's affecting from the effect size and the variance. As a result, both the ICC and the CCC are equal to Pearson correlation coefficient when the variance changes, whereas they decrease when the effect size increases.

Key Words: Intraclass correlation coefficient, Concordance correlation coefficient, Reliability, Repeatability.

1. GİRİŞ

Bilimde ölçme çok önemli bir yere sahiptir. Ölçme yöntemlerinin geliştirilmesiyle pek çok bilim dalında ilerlemeler kaydedilmiştir. Bugün ölçmeyi kullanmayan ve ölçme yöntemlerinden yararlanmayan bir bilim dalı hemen hemen yoktur. Ölçme, başta sağlık ve davranış bilim dalları olmak üzere bütün bilim dallarında önemli hale gelmiştir. Bu nedenle pek çok bilim dalı kendine özgü ölçme teorileri geliştirmiştir.

Psikologlar ve eğitimciler yetenek ve başarı testlerinin uygulama ve tasarlanmasında, sosyal psikologlar kişilik, tutum, görüş ve düşünce analizlerinde, sosyologlar organizasyon ve kültür gibi toplumsal konularda bireyin tutumu ile ilgili çalışmalarda, psikiyatri tanı koymada depresyon, anksiyete gibi hastalıkların kişilerdeki seviyelerini ölçmek amacıyla, nöroloji'de EEG ve EMG , kardiolojide EKG, göğüs hastalıklarında solunum fonksiyonları gibi pek çok alanda geliştirilmiş özel ölçekler kullanılmaktadır. Araştırmacılar, bu özel ölçekler ile ölçtüğünü iddia ettiği yapıyı ne derecede kesin ve doğru ölçtüğünü göstermektedir. Aynı zamanda da ölçekler ile doğru bir şekilde tanı koyabilme seviyeleri ölçülmektedir.

Bunların yanı sıra radyoloji, biyokimya, mikrobiyoloji, patoloji, fizik tedavi ve kardioloji gibi alanlarda da bir çok kez ölçüm sonucu alınarak yada birden fazla kişi tarafından yapılan ölçümlerin tutarlılığını test etmek amacı ile kullanılan en önemli istatistiksel yöntemlerden biri olan güvenilirlik yöntemlerinden faydalanılmaktadır. Ayrıca, yeni geliştirilmiş bir ölçüm aracı daha önceden kanıtlanmış olan gold standart olarak kabul edilen bir ölçüm aracına göre ne kadar doğru ölçüm yapıp yapmadığı güvenilirlik analizlerinden faydalanılarak test edilir. Sonuç olarak diyebiliriz ki Güvenilirlik ölçümün kalitesi demektir.

2. TEORİK TEMELLER

2.1. Güvenilirlik Kavramı

Güvenilirlik, genel anlamda kararlılık (stable), önceden kestirilebilirlik (predictable), tekrar elde edilebilirlik (reproducibility) ve tutarlı (consistent) olma terimleriyle açıklanabilir. Güvenilirlik kavramının özünü kısmen değişkenlik, kısmen de doğruluk (accuracy) ve kesinlik (precision) oluşturmaktadır.

Güvenilirlik kavramına gerek araştırmalarda gerekse günlük konuşmalarda sıkça rastlanmaktadır. Örneğin, bir kişi arabasından bahsederken “arabama güvenirim” ya da bir haberdan bahsederken “güvenilir kaynaklara göre” ifadelerini kullanırken çekinmeden ve kuşku duymadan inandığını ve bağlandığını ifade etmek ister. Kelime anlamı ile güvenilirlik “korku, çekinme ve kuşku duymadan inanma ve bağlanabilme durumu” anlamına gelmektedir.

Bir araştırmada, değişmeyen koşullar altında ölçüm tekrar tekrar yapıldığında, ölçümlerden elde edilen sonuçlar aynı ise, yada bir ölçüm aracı ile birden fazla kişi tarafından alınan ölçümlerin birbirleriyle tutarlı olması durumunda ölçüm güvenilir olarak düşünülür. Ancak ölçüm aracının hatalı olmaması gerekmektedir. Ölçüm aracı hatalı olursa sistematik olarak hep aynı hatayı yapacağından ölçüm doğru olmaz ancak güvenilir olabilir. Bunun yanı sıra ölçüm sonuçlarının gold standartla da uyumlu olması da çok önemlidir. Başka bir ifade ile güvenilirlik, ölçümün tutarlılığının ya da aynı ölçüm aracıyla, aynı koşullar altında, aynı bireyden aynı cevabın alınmasını ifade eder. Örneğin, bir kişiye bir soru farklı zamanlarda sorulduğunda hep aynı cevabı veriyorsa ya da aynı ölçüm birimi iki kez uygulandığında benzer sonuçlar alınıyorsa, ölçüm güvenilir olarak değerlendirilir (1,2).

2.2. Klasik Test Teorisi

Ölçümlerde hata yapmanın (yanılmanın) pek çok olası durumu vardır. Diğer bir deyişle, hatanın pek çok kaynağı vardır. Bu problemi çözmek için bir hata teorisi

veya bir hata modeli kurmak gerekir. Bunun için bu konuda bazı istatistiksel teoriler geliştirilmiştir. Bunlardan biri ve üzerinde çok çalışılan teori Klasik Test Teorisidir. Gerçek Puan Teorisi veya Doğru Skor Teorisi de denilmektedir. Ölçmede, bireylerin ölçülen niteliklerine veya özelliklerine ilişkin gerçek değerleri bulunmak istenir. Ancak, ölçmeye karışan çeşitli hatalar yüzünden elde edilen gözlenen değerler gerçek değerlerden farklılık göstermektedir. Bu hatalar, ölçme sürecini etkileyen faktörler ya da ölçme araçlarının kusurlu olmalarından yani bazen ölçümü yapan kişiler bazen de ölçüm aracından kaynaklanmaktadır. Bu hatalar hangi sebeple olursa olsun gerçek değerler , gözlenen değerler yardımıyla kestirilmeye çalışılır (3).

2.2.1. Gözlenen Değer ve Gerçek Değer

Bir araştırma sonucunda elde edilecek olan sonuçların geçerli olmasını sağlayan önemli etkenlerden birisi araştırmacının incelediği konuyu ölçebilecek en uygun ölçme aracını belirlemesidir. Ağırlık, uzunluk, ısı, nem ve miktar ölçen araçların yanı sıra bilgi, tutum ve davranış ölçen soru ve gözlemlerde birer ölçme aracıdır.

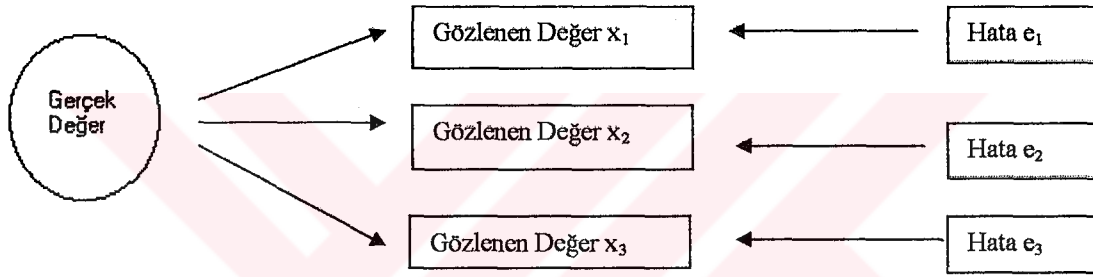
Bir kişinin ağırlığı , ölçme aracı olan bir terazi ile farklı kişiler tarafından birer kez veya aynı kişi tarafından birden çok kez tartıldığında sonuçların aynı olmadığı görülebilir. Ölçme işlemi boyunca kişinin ağırlığında bir değişme olmadığı ve ölçme aracı değişmediği halde, farklı ölçme işlemlerinde farklı sonuçlar alındığına göre, ölçme işlemlerine hata karıştığı kabul edilebilir. Kişinin ölçülen niteliğinin, ölçmenin yapıldığı anda sahip olduğu bir değeri, bir de ölçme sonunda elde edilen bir değeri vardır. Ölçümün yapıldığı andaki sahip olduğu değere gerçek değer ve ölçüm sonucunda elde edilen değere de gözlenen değer denir (4) .

Gözlenen değer güvenilirliğin en önemli bileşenlerinden biridir. Gözlenen değerlerin de iki bileşeni vardır. Bunlar gerçek değer ve hata değeridir. Diğer bir deyişle; gözlenen değer, gerçek değer ile hata değerinin toplamından oluşmaktadır. Test sonucunda elde edilen gözlenen değer genellikle x ile gösterilir. Gözlenen

değer, gerçek değer ile ölçüm değerinin bileşiminden oluşur. Gerçek değer t ile, hata değeri ise e ile gösterilir. Ve gözlenen değer;

$$X = t + e \quad 2.1$$

ile verilir. Bu ifadeye klasik test teorisinin temel denklemi denir. Şekil 2.1'de klasik test teorisinde gözlenen değerinin analizi verilmektedir.



Şekil 2.1. Klasik Test Teorisinde Gözlenen Değerin Analizi

Gerçek değer teorik bir kavram olup değişkenin gerçek değerini yansıtır ve gerçek değer ne olduğu hiçbir zaman bilinmez. Hata değeri ise, gözlenen değer ile gerçek değer arasındaki farktan kaynaklanmaktadır. Hata değeri, rasgele (tesadüfi) hata ve sistematik (systematic) hata değeri olmak üzere iki alt bileşene ayrılır. Rasgele (tesadüfi) hata e_r ile sistematik hata e_s ile gösterilir. Böylece denklem,

$$X = t + e_r + e_s \quad 2.2$$

haline gelir (2,3).

2.2.1.1. Rasgele Hata

Rasgele hata, değişkenin ölçümlerini rasgele olarak etkileyen ve geçici etmenlere bağlı olan pek çok faktörden etkilenir. Diğer bir deyişle, rasgele hata

kişisel etmenler, ölçmeyi yapandan kaynaklanan, ölçme ortamından kaynaklanan, ölçme aracından kaynaklanan etmenler ve diğer pek çok başka faktörün sebep olduğu bir hata türüdür. Kaynakları ve bir ölçmedeki miktarları kesin olarak bilinemez. Örneğin; herhangi bir hastanın hastanede alınan kan örneği sonucu gerçek kan grubundan farklı çıkabilir. Eğer testi yapan kişi o gün çok yorgun ise hastanın kan örneğini başka birinin kan örneği ile karıştırmış olabilir. Böyle bir durumda ölçmeyi yapandan kaynaklanan bir hata yüzünden test sonucu yanlış olacaktır. Hamilelik testi için farklı test yöntemleri kullanıldığında ölçüm sonuçlarının farklılık göstermesi de ölçüm araçlarından kaynaklanan bir hatanın olabileceğini ifade etmektedir.

Rasgele hata ile ilgili olarak öncelikle bilinmesi gereken önemli nokta bir ölçmedeki miktarların kesin olarak bilinmemesidir. Ayrıca rasgele hatalar ölçmelere bazen pozitif (olumlu) bazen de negatif (olumsuz) olarak karışabilirler ve bu sebepten dolayı dağılımdaki bütün rasgele hata toplamının sifıra eşit olmak zorunda olduğunu gösterir ve matematiksel işlemlerle düzeltilemez. Rasgele hata ile ilgili olarak vurgulanması gereken ikinci önemli nokta ise , verilerdeki değişkenliği hesaba kattığı halde bu durum gruplar için ortalama ölçüm değerlerini etkilemez. Bu yüzden, random hata bazen ölçümlerde “noise (kontrol edilemeyen hata) ” olarak da adlandırılır . Rasgele hata içermeyen bir ölçüm çok güvenilir bir ölçümdür. Ölçüm güvenilirlik tahminleri rasgele hatalar üzerine kurulmuştur (5).

2.2.1.2. Sistematik Hata

Ölçüm durumunda gerçek hata ve gözlenen hata arasındaki bir farklılığa sebep olan her şeyi ya da ölçüm aracının yapım hatalarından veya bozukluğundan kaynaklanan hataları ifade eder. Örneğin, cetvel 1 mm. kısa ya da uzun yapılmış ise her ölçümde bu değişmez hata yapılacaktır. Hatanın miktarı cetvelin kısa veya uzun olan miktarı kadardır. Bu cetvelle birden fazla ölçüm yapıldığında bu ölçmedeki hata miktarı tekrar sayısı kadar olacaktır. Yani hata, cetvelin ölçmede kullanılma sayısı kadar tekrar edilmiştir. Buna sistematik hata denir. Bu hata türü, ölçüm aracından

veya ölçümü yapan kişi tarafından kaynaklanmakta ve çoğu durumda miktarı bilinmemektedir. Bundan dolayı da hatanın düzeltilmesi mümkündür. Sistemik hata, ne pozitif ne de negatif bir tutarlılığın olması eğiliminden dolayı rasgele hatadan farklılık gösterir. Bu özelliğinden dolayı sistemik hata bazen ölçümlerde “bias (sapma)” olarak adlandırılır (5).

2.2.2. Klasik Test Teorisinin (Doğru Skor Teorisi) Önemi

Klasik test teorisinin en önemli özelliği bu teorisinin ölçüm için en basit ve en güçlü model oluşudur. Pek çok ölçümde bir hata bileşeni olduğunu hatırlatır. İkinci önemli özelliği ise, bu teori güvenilirlik teoreminin temelini atar. Rasgele bir hata (hepsi doğru değer) içermeyen bir ölçüm mükemmel güvenilir bir ölçümdür. Buna karşın hiç doğru değer içermeyen tamamen rasgele hataya sahip bir ölçümde ise güvenilirlik sıfırdır. Üçüncü özelliği ise, önceden bilinen oranlara dayalı olarak gözlenen değerlerle yapılan genelleştirmeye gitmek amacıyla bilgisayar simülasyonlarında uygulanabilir olmasıdır (6).

2.2.3. Klasik Test Teorisinin Yaklaşımları

1. Ölçüm hatalarının (hata değerlerinin) beklenen değeri sıfıra eşittir. $E_p E_p = 0$ bunu $M_e = 0$ şeklinde de verebiliriz. Diğer bir deyişle, negatif ve pozitif farklılıklar uyumun (denge) dışında bir eğilim gösterecektir (7).
2. Gerçek değerler ile hata değerleri arasındaki kovaryans dolayısıyla korelasyon sıfıra eşittir, yani ilişki yoktur. $\rho(t, e) = 0$ (8,9).
3. Bir ölçümdeki i ve j 'ye ait iki ölçüm için gerçek değer ile ikinci ölçümün hata değeri arasındaki korelasyon sıfıra eşittir. $\rho(t_i, e_j) = 0$ (8,9).
4. İki ölçüme ait hata değerleri arasındaki korelasyon sıfıra eşittir. $\rho(e_i, e_j) = 0$ (8).
5. Ardışık olan gözlenen değerler arasındaki ilişki miktarı (otokorelasyon) sıfıra eşittir. $\rho(X_i, X_{i+1}) = 0$; $\rho(X_{i-1}, X_i) = 0$

2.2.3.1. Klasik Test Teorisinin Yaklaşımlarının İspatları

Bu önemli yaklaşımlardan yararlanarak gözlenen ve gerçek değerlerin aritmetik ortalamalarının beklenen değerlerini hesaplırsak;

$$E(x) = E(t + e) \quad 2.3$$

$$= E(t) + E(e)$$

$$E(e) = 0 \text{ olduğundan,}$$

$$E(x) = E(t) \quad 2.4$$

olarak elde edilir. Bu eşitliğe göre, gözlenen ve gerçek değerlerin beklenen değerleri birbirine eşittir. Yani,

$$\mu_x = \mu_t$$

şeklinde ispatlanmış olur. Bu durumu başka bir şekilde de ispatlayabiliriz;

$$x = t + e \quad 2.5$$

Denklemin her iki tarafına Σ (toplam) sembolünü yerleştirecek olursak;

$$\Sigma x = \Sigma (t + e)$$

$$\Sigma x = \Sigma t + \Sigma e \quad 2.6$$

Her iki tarafı N'e bölersek;

$$\frac{\Sigma x}{N} = \frac{\Sigma t}{N} + \frac{\Sigma e}{N} \quad 2.7$$

şeklinde olur. 2.7 eşitliği ile her bir değer aritmetik ortalamasına ulaşılmış olur ve bu 2.8 eşitliği ile

$$M_x = M_t + M_e \quad 2.8$$

gösterilir. 2.5 eşitliği ile 2.8 eşitliği alt alta çıkarıldığında,

$$(x - M_x) = (t - M_t) + (e - M_e) \quad 2.9$$

şeklinde olur. Burada ortalamalar sıfıra eşit olduğundan 2.9 eşitliği

$$x = t + e$$

haline dönüşecektir (3,7,8,9).

Gözlenen değer in varyansı;

$$\sigma^2(x) = \sigma^2(t + e) \quad 2.10$$

$$\sigma_x^2 = \sigma_t^2 + \sigma_e^2 + 2\sigma_{te} \quad 2.11$$

$\sigma_{te} = \rho_{te}\sigma_t^2\sigma_e^2$ dir. 2.11 eşitliğinde yerine koyacak olursak,

$$= \sigma_t^2 + \sigma_e^2 + 2\sigma_e^2\sigma_t^2\rho_{te} \quad 2.12$$

şeklinde olur. Bu eşitlikte ρ_{te} , yani gerçek değer ile hata değeri arasındaki korelasyon sıfıra eşittir, bu yüzden gözlenen değer in varyansı ,

$$\sigma_x^2 = \sigma_t^2 + \sigma_e^2 \quad 2.13$$

şeklinde ifade edilir. Yani, gözlenen değer in varyansı, gerçek değer in varyansı ile hata değerinin varyansına eşittir .

Bu durumu başka bir şekilde de ifade edebiliriz;

$$\sigma_x^2 = \frac{\sum x^2}{N} \quad \sigma_t^2 = \frac{\sum t^2}{N} \quad \sigma_e^2 = \frac{\sum e^2}{N} \quad 2.14$$

x yerine (t + e) koyduğumuzda;

$$\sigma_x^2 = \frac{\sum (t + e)^2}{N} \quad 2.15$$

$$\sigma_x^2 = \frac{\sum t^2 + 2\sum te + \sum e^2}{N} \quad 2.16$$

$$\sigma_x^2 = \frac{\sum t^2}{N} + \frac{2\sum te}{N} + \frac{\sum e^2}{N} \quad 2.17$$

gerçek ve hata değerleri arasındaki korelasyon sifira eşit olduğundan (Klasik Test teorisinin ikinci yaklaşımı)

$$r_{te} = \frac{\sum te}{N\sigma_t\sigma_e} = 0 \quad 2.18$$

şeklinde elde edilir. 2.18 eşitliğin sol tarafını $2\sigma_t\sigma_e$ ile çarparsak;

$$2\sigma_t\sigma_e \frac{\sum te}{N\sigma_t\sigma_e} = \frac{2\sum te}{N} = 0 \quad 2.19$$

olur. 2.19 eşitliğinde orta terim artık sıfırdır. Yerine koyacak olursak;

$$\begin{aligned} \sigma_x^2 &= \frac{\sum t^2}{N} + 0 + \frac{\sum e^2}{N} \\ \sigma_x^2 &= \frac{\sum t^2}{N} + \frac{\sum e^2}{N} \end{aligned} \quad 2.20$$

olur. Bu da

$$\sigma_x^2 = \sigma_t^2 + \sigma_e^2$$

eşitliğini verir. Buradan da söyleyebiliriz ki gerçek varyans ile hata varyansının toplamı gözlenen değer varyansına eşittir (7, 8, 9,10).

2.3. Güvenilirlik Kavramının Farklı Tanımlamaları

Bir testin güvenilirliğini farklı ifadelerle de tanımlayabiliriz.

- ✓ Gözlenen değer ile gerçek değer arasındaki korelasyonun karesi olarak tanımlanan Güvenilirlik (p_{xt}^2), gözlenen değer varyansının gerçek değer varyansının oranına eşittir (7).

$$\rho_{xt}^2 = \frac{\sigma_t^2}{\sigma_x^2} \quad 2.21$$

✓ Güvenilirlik, hata varyansının toplam varyansa oranının bir eksisidir $(1 - \left(\frac{\sigma_e^2}{\sigma_x^2}\right))$.

2.21 eşitliğinde, σ_t^2 yerine $(\sigma_x^2 - \sigma_e^2)$ ifadesini koyacak olursak, güvenilirlik katsayısı, 2.23 eşitliği şeklinde elde edilir.

$$\rho_{xt}^2 = \frac{\sigma_x^2 - \sigma_e^2}{\sigma_x^2} \quad 2.22$$

$$\rho_{xt}^2 = 1 - \frac{\sigma_e^2}{\sigma_x^2} \quad 2.23$$

2.23 eşitliğine dayanarak, ölçüm yapılan bireye ait hata varyansı sıfır olduğu durumda güvenilirlik katsayısı 1 olacaktır ve böylece maksimum güvenilirliğe ulaşılabileceği şeklinde bir yorum yapılabilir. Aynı zamanda hata varyansı artarken güvenilirlik katsayısının da azalacağını ifade edebiliriz. Buna göre, güvenilirlik katsayısının ölçüm hatalarının bir göstergesi olduğunu söyleyebiliriz (10).

2.4. Güvenilirlik Katsayısının Yorumu

Ölçümler arası ilişkiyi veren güvenilirlik katsayısının 0.9 ve daha yüksek olması ilgili ölçümün karar vermek için uygun olduğu anlamına gelir. Yani kullanılan ölçüm aracı gerçek değerleri ölçmede yüksek güvenilirliğe sahiptir. Eğer katsayı 0.8 ile 0.89 arasında ise yeterli ve iyi bir güvenilirlik, katsayı 0.6 ile 0.79 arasında ise düşük ya da az güvenilir, 0.4 ile 0.59 arasında ise güvenilirliği şüpheli olarak adlandırılır. Ancak bu oranlar kullanılan yöntem ve çalışmanın amacına göre farklı yorumlanabilmektedir (11).

2.5. Sürekli Değişkenler İçin Güvenilirlik Analizinde Kullanılan İlişki Katsayıları

Farklı ölçüm yöntemlerinden veya farklı değerlendiriciler tarafından ölçülmüş olan sürekli veriler arasındaki ilişki (uyum, korelasyon) bilimsel topluluklar açısından oldukça önemli kabul edilen bir problemdir. Özellikle klinik araştırmalarda sıklıkla ortaya çıkan oldukça önemli bir konudur .

İnsan ölçümün bir parçası olduğunda mutlaka elde edilen sonucun güvenilir ya da tutarlı olup olmadığı düşünülmelidir. Değerlendiriciler arası güvenilirliği tahmin etmenin iki yolu vardır. Bunlardan birincisi, sınıflandırılmış veriler üzerinde çalışıldığında, her iki değerlendirici anket formunu doldurduktan sonra değerlendiriciler arası uygunluk yüzdesini hesaplamaktır. Örneğin, 100 soruluk bir anket her iki değerlendiriciye uygulansın ve 86 tanesinin her iki değerlendirici tarafından aynı kategoriye yerleştirilmiş olsun. Bu durumda, iki değerlendirici arasındaki uyuşmanın yüzdesi 0.86 olur. Böylece kaba bir değerlendirme yapılmış olur. Değerlendiriciler arası güvenilirlik tahmini için diğer bir yöntem, ölçüm birimlerinin sürekli olduğu durumlarda kullanılır. Bu yöntemde ise, değerlendiricilerin (gözlemcilerin) değerlendirmeleri arasındaki ilişki (korelasyon) hesaplanmalıdır. Örneğin, bir poliklinikte aynı bölüme başvuran hastalar iki farklı doktor tarafından muayene ediliyor olsun. Aynı hastalara iki farklı doktor tarafından tavsiye edilen ilaçlar arasındaki ilişki bu iki doktor arasındaki tutarlılığı göstermektedir.

Sürekli değişkenler için birden fazla değerlendirici tarafından değerlendirilen ölçümler arasındaki ilişkiyi hesaplamak için kullanılan en popüler ölçüm yöntemleri Sınıf içi korelasyon katsayısı (Intraclass Correlation Coefficient, ICC) ve Concordance korelasyon katsayısıdır (CCC) (12,13,14).

2.5.1. Sınıf İçi Korelasyon Katsayısı (Intraclass Correlation Coefficient)

Değerlendiriciler arası güvenilirlik katsayısının hesaplanmasında, homojen ölçümlerde yani aynı deney şartları altındaki deneklerden farklı değerlendiriciler tarafından yapılan sürekli ölçümlerin uyumu ile aynı deney şartları altındaki deneklerden bir değerlendiricinin birden çok kez elde ettiği ölçümlerin uyumu sınıf (grup) içi korelasyon katsayısı ile analiz edilir. Sınıf içi korelasyon katsayısı (ICC) psikolojide, psikometride ve özellikle genetik alanlarda daha çok kullanılmaktadır.

Sınıf içi korelasyon, bütün deneklere ve bütün tahminlere (değerlendirmelere) karşı toplam varyasyon için aynı deneklerin farklı tahminlerinin değişkenliğini karşılaştırarak tahminin güvenilirliğini değerlendirir. Aynı zamanda sınıf içi korelasyon, parametrik veya en azından sürekli ölçümlerde değerlendiriciler arasındaki ilişkinin (uyumun) seviyesini belirler (15,16).

Sürekli değişkenler için ölçüm uyumu analizlerinde araştırmacılar tarafından en çok yapılan hatalardan birisi bu uyumu test etmek için eşleştirilmiş (paired) t testinin veya Pearson korelasyon katsayısının kullanılmasıdır. Genellikle ölçüm uyumu yüksek olduğunda bu iki test ile de uyumun iyi olduğuna ilişkin bir bilgi edinilebilmektedir. Ancak bu iki testin ölçüm uyumu analizlerinde kullanılması hatalıdır. Özellikle ölçüm uyumunun iyi olmadığı çalışmalar bu iki yöntemin kullanılmasının neden hatalı olduğunu daha iyi açıklamaktadır. Bu durum aşağıda verilen Çizelge 2.1 ve Çizelge 2.2 ile açıklanmaktadır.

Çizelge 2.1. Eşleştirilmiş T Testine Ait Örnek Veri

1.ölçüm (X_1)	5	6	7	8	9	10
2. ölçüm (X_2)	11	9	8	7	6	4
Fark	-6	-3	-1	1	3	6

İki ölçüme ait farkların toplamları sifira eşittir. Farkın sıfır olması demek Paired t testinden elde edeceğimiz istatistik sonucunun da sıfır olacağını göstermektedir. t'nin sıfır olması ölçümler arasında anlamlı bir fark olmadığını

gösterir. Ölçümler arasında bir farklılığın olmaması aralarında bir ilişki var gibi yorumlanabilir ama bu hatalı bir yorum olur. Çünkü bu durum, ölçümler arasında gerçek bir uyum olduğunu göstermez. Bu verilere ait sınıf içi korelasyon katsayısı -0.95 olarak hesaplanmıştır. Gerçek bir uyumun olabilmesi için sınıf içi korelasyon katsayısının pozitif ve oldukça yüksek bir değere eşit olması istenir.

Çizelge 2.2. Korelasyonu Yüksek Fakat Ortalamaları ve Standart Sapmaları Farklı Olan Bir Veri

1.ölçüm (X_1)	5	10	8	4	3
2. ölçüm (X_2)	8	18	14	6	4

Çizelge 2.2’de ise iki ölçüm arasındaki korelasyon (ilişki) katsayısı $r = 1$ ’dir. Çünkü, iki ölçüm arasında $x_2 = 2x_1 - 2$ tam doğrusal bir ilişki vardır. Korelasyon katsayısının yüksek olması ile birlikte iki uygulamadan elde edilen sonuçların ortalamaları ve standart sapmaları farklı olabilir. Örneğimizde, I. ölçüme ait ortalama ve standart sapma değerleri sırasıyla 6 ve 2.91 iken, II. ölçüme ait ortalama ve standart sapma değerleri 10 ve 5.83 olarak hesaplanmıştır. Korelasyon katsayısına bakarak bu iki ölçüm arasında kuvvetli bir ilişki olduğunu söylememize rağmen, iki ölçüm arasında anlamlı bir farklılık (ortalama ve varyansları birbirinden farklı) vardır. Ölçümler arasında çok kuvvetli bir ilişki olması iki ölçüm arasında gerçek bir uyum olduğunu göstermez. Bu ölçümlere ait sınıf içi korelasyon katsayısı 0.54 olarak hesaplanmıştır. Gerçek uyumun olabilmesi için sınıf içi korelasyon katsayısının pozitif ve oldukça yüksek olması gerekir. Sınıf içi korelasyon katsayısı değişkenlerin hem ölçümleri ile hem de bu ölçümlere ait varyanslar ile ilgilenir

Sınıf içi güvenilirlik katsayısı küçük örneklerde ($n < 15$) veya ikiden daha çok test yapıldığında bu testler arasında bir ilişki olduğunda tercih edilir. Sınıf içi korelasyon katsayısı kompleks tasarımlar için geliştirilmiştir. Normal dağılım gösteren iki değişken gibi basit durumlarda bile, sınıf içi korelasyon katsayısı Pearson korelasyon katsayısından daha avantajlıdır (13,17).

Sınıf içi korelasyon katsayısının kabul edilebilir seviyeleri Çizelge 2.3’deki gibi verilebilir (18).

Çizelge 2.3. Sınıf İçi Korelasyon Katsayısının Kabul Edilebilir Seviyeleri

Sınıf içi korelasyon değeri	Kabul edilebilir Seviye
< 0.40	Zayıf
0.40 – 0.59	Orta
0.60 – 0.74	İyi
> 0.74	Çok İyi

Bu korelasyon katsayısının kabul edilebilir seviyeleri verilerin özelliğine ve kullanıldığı alana göre farklılık göstermektedir. Örneğin, fizyolojik veriler üzerinde bir çalışma yapılıyor ise bu durumda sınıf içi korelasyon katsayısının 0.90'nın üzerinde olması kabul edilebilir seviyesinin “yüksek”, 0.80 ile 0.89 arasında olması “orta”, ve 0.80'nin altında olması “şüpheli” olarak nitelendirilir. Davranış bilimleri alanına ait veriler üzerinde bir çalışma yapıyorsak sınıf içi korelasyon katsayısının en az 0.70 olması ölçüm aracının özelliğine göre “kabul edilebilir” olarak nitelendirilebilir. Birden fazla değerlendirici arasında bir uyum olduğunu söyleyebilmek için sınıf içi korelasyon katsayısının en az 0.70 olması gerekmektedir. Sınıf içi korelasyon katsayısı 0.95 ile 1.00 arasında bir değer alıyorsa değerlendiriciler arasındaki uyumun “mükemmel” olduğunu, 0.85 ile 0.94 arasında bir değer alıyorsa değerlendiriciler arasındaki uyumun “yüksek” olduğunu, korelasyon değerinin 0.70'in altında olması durumunda değerlendiricilerin birbirleriyle hiçbir şekilde uyumlu olmadığını söyleyebiliriz (19).

Sınıf içi korelasyon katsayısı, birden fazla değerlendiricinin güvenilirliğini tahmin etmek için varyans analizine ve varyans bileşenlerinin tahminine dayanmaktadır. Sınıf içi güvenilirlik katsayısında öncelikle modelimizi belirlememiz gerekmektedir. Tek yönlü rasgele etki modeli, iki yönlü rasgele etki modeli veya iki yönlü karma etki modeli olmak üzere üç farklı modelimiz vardır. Öncelikle varyans modelimizin tek veya iki yönlü olup olmadığına karar vermemiz gerekmektedir. Şayet iki yönlü etki modelini kullanmaya karar vermişsek o zaman da rasgele veya karma modelden hangisini seçeceğimizi belirlememiz gerekmektedir.

Değerlendiriciler rasgele belirleniyorsa rasgele etki modelini, değerlendiricileri biz seçiyorsak iki yönlü karma etki modelini kullanırız.

n tane denekten oluşan ve k tane değerlendirici tarafından değerlendirilen bir durumda sınıf içi korelasyon katsayılarının (ICC) tanımlarının geliştirilmesinde kullanılan varyans analiz modelleri Çizelge 2.4. 'de verilmiştir (20).

Çizelge 2.4. Sınıf İçi Korelasyon Katsayılarının Varyans Analiz Modelleri

Durum	Model
Tek Yönlü Rasgele Etki Modeli (One-Way Random Effect, Model 1)	$x_{ij} = \mu + p_i + w_{ij}$
İki Yönlü Rasgele Etki Modeli, İnteraksiyon olduğu durumda (Two-Way Random Effect, Model 2)	$x_{ij} = \mu + p_i + r_j + (pr)_{ij} + e_{ij}$
İki Yönlü Rasgele Etki Modeli, İnteraksiyon olmadığı durumda (Two-Way Random Effect, Model 2A)	$x_{ij} = \mu + p_i + r_j + e_{ij}$
İki Yönlü Karma Etki Modeli , İnteraksiyon olduğu durumda (Two-Way Mixed Effect Model, Model 3)	$x_{ij} = \mu + p_i + r_j + (pr)_{ij} + e_{ij}$
İki Yönlü Karma Etki Modeli , İnteraksiyon olmadığı durumda (Two-Way Mixed Effect Model, Model 3A)	$x_{ij} = \mu + p_i + r_j + e_{ij}$

2.5.1.1. Model 1 (Tek Yönlü Rasgele Etki Modeli)

n tane denek bir popülasyondan rasgele seçilir. Her bir denek aynı değerlendirici tarafından k kez ölçülür. Çizelge 2.5'deki gibi ölçümler sütunlara, denekler ise satırlara yerleştirilir (20).

Çizelge 2.5. Varyans Analiz Tablosu

Denekler	Ölçümler			
	1	2	...j	...k
1	X_{11}	X_{12}	... X_{1j}	... X_{1k}
2	X_{21}	X_{22}	... X_{2j}	... X_{2k}
.
.
i	X_{i1}	X_{i2}	... X_{ij}	... X_{ik}
.
n	X_{n1}	X_{n2}	... X_{nj}	... X_{nk}

Tek yönlü varyans analizine ilişkin rasgele etki modeli (One Way ANOVA);

$$x_{ij} = \mu + p_i + w_{ij} \quad \begin{matrix} i = 1, \dots, n \\ j = 1, \dots, k \end{matrix} \quad 2.24$$

şeklinde verilir. Burada, μ bütün gözlemlere ait populasyon ortalaması, p_i i.deneğe ait rasgele etki ve w_{ij} ise hatanın etkisini göstermektedir. p_i , ortalaması sıfır ve varyansı σ_p^2 ile, w_{ij} ise ortalaması sıfır ve varyansı σ_w^2 ile normal bir dağılıma sahiptir ve bu iki etkinin (deneklerin ve artıkların etkisi) dağılımları birbirlerinden bağımsızdır. Tek yönlü rasgele etki modeline ilişkin varyans analizi Çizelge 2.6.'da verilmektedir.

Çizelge 2.6. Tek Yönlü Rasgele Etki Modeline Ait Varyans Analiz Tablosu

Kaynak	Serbestlik Derecesi (SD)	MS	Kareler Ortalaması
Denekler Arası	n-1	MSP	$k \sigma_p^2 + \sigma_w^2$
Denekler (Grup) içi	n (k-1)	MSW	σ_w^2

Genel olarak sınıf içi korelasyon katsayısı denekler arası varyasyonun grup içi varyasyona oranlanmasıyla hesaplanır. Sınıf içi korelasyon katsayısı için kullanılacak varyans analizinde her bir denek bir grup gibi düşünülür. Güvenilirlik ölçümü veya ICC (sınıf içi korelasyon katsayısı);

$$\rho = \frac{\sigma_p^2}{\sigma_p^2 + \sigma_W^2} \quad 2.25$$

ile tanımlanır (20, 21, 22, 23).

Çizelge 2.6'daki varyans analiz tablosunda yer alan kareler ortalaması terimlerinden faydalanacak olursak, Grup içi kareler ortalaması (MSW); σ_W^2 , Denekler arası kareler ortalaması (MSP); $k \sigma_p^2 + \sigma_W^2$ şeklinde idi. Denekler arası kareler ortalaması eşitliğinden σ_p^2 'yi çekecek olursak,

$$\begin{aligned} k \sigma_p^2 &= \text{MSP} - \sigma_W^2 \\ k \sigma_p^2 &= \text{MSP} - \text{MSW} \\ \sigma_p^2 &= \frac{(\text{MSP} - \text{MSW})}{k} \end{aligned} \quad 2.26$$

şeklinde elde edilir. Bu eşitlikleri 2.25 eşitliğinde yerine koyacak olursak ;

$$\begin{aligned} \hat{\rho} &= \frac{\frac{(\text{MSP} - \text{MSW})}{k}}{\frac{(\text{MSP} - \text{MSW})}{k} + \text{MSW}} \\ &= \frac{\frac{(\text{MSP} - \text{MSW})}{k}}{\frac{(\text{MSP} - \text{MSW} + k\text{MSW})}{k}} \\ &= \frac{\text{MSP} - \text{MSW}}{\text{MSP} + (k - 1)\text{MSW}} \end{aligned} \quad 2.27$$

şeklinde elde edilir ve $k = 2$ olduğu zaman (iki tane ölçümümüz varsa) 2.27 eşitliğinde paydadaki $(k-1)$ terimi ortadan kalkacaktır. Buradan sınıf içi korelasyon katsayısı ;

$$\hat{\rho} = \frac{MSP - MSW}{MSP + MSW} \quad 2.28$$

şeklinde elde edilecektir.

Gerçekte 2.25 eşitliği bir korelasyon katsayısı olarak yorumlanır. Verilen bir i. denek için i ve j gibi iki gözlemin kovaryanslarını dikkate aldığımızda (23) ;

$$\begin{aligned} Cov(x_{ij}, x_{ii}) &= \varepsilon \{ [x_{ij} - \varepsilon(x_{ij})][x_{ii} - \varepsilon(x_{ii})] \\ &= \varepsilon [(p_i + w_{ij})][(p_i + w_{ji})] \end{aligned} \quad 2.29$$

$\varepsilon (x_{ij}) = \varepsilon (x_{ii}) = \mu$ 'dür. Böylece;

$$Cov(x_{ij}, x_{ii}) = \sigma_p^2 \quad 2.30$$

$\varepsilon (p_i^2) = \sigma_p^2$ 'den ve 2.29 eşitliğinin beklenen değeri sıfır olduğundan,

$$\begin{aligned} Var(x_{ij}) &= Var(\mu + p_i + w_{ij}) \\ &= \sigma_p^2 + \sigma_w^2 \end{aligned} \quad 2.31$$

2.30 ve 2.31 eşitliklerinden ;

$$\left[\frac{Cov(x_{ij}, x_{ii})}{\sqrt{Varx_{ij}} \sqrt{Varx_{ii}}} \right] = \frac{\sigma_p^2}{\sigma_p^2 + \sigma_w^2} = \rho \quad 2.32$$

elde edilir. Grup içi varyansın ve σ_w^2 'nin küçük olduğu bir durumda ρ ' nun 1'e yakın olduğu fark edilir. Aksine grup içi varyansın çok büyük olması örneğin ölçümler arası uyumun çok küçük olduğu bir durumda, ρ değeri küçülür (23, 24).

Verilerin eksik olduğu durumda da tek ve iki yönlü etki modellerine ilişkin formüller kullanılarak ICC'nın bir tahminini elde edebiliriz. Verilerin eksik olması

demek, k tane ölçüme veya k tane değerlendiriciye ait herhangi bir verinin olmaması yani her bir değerlendirici için denek sayılarının eşit olmaması ya da başka bir deyişle bazı deneklere ait verilerin olmaması demektir. Tek yönlü rasgele etki modeline ait σ_p^2 eşitliğinde k yerine yeni bir k_0 değeri tanımladığımızda ;

$$\sigma_p^2 = \frac{(MSP - MSW)}{k_0} \quad 2.33$$

yeni bir σ_p^2 değeri elde edilir. Burada k_0 ;

$$k_0 = \frac{1}{k-1} \left(\sum n_i - \frac{\sum n_i^2}{\sum n_i} \right) \quad 2.34$$

şeklinde ifade edilir. 2.25 eşitliğinde σ_p^2 yerine konulup güvenilirlik katsayısı hesaplanır ve elde edilen değer anlamlılığı test edilir (25).

Eğer verilerimizi SPSS kullanarak analiz etmek ve ICC'nı hesaplatmak istersek yapacağımız iş oldukça kolaydır. Verileri SPSS'e girdikten sonra Analysis / Scale / Reliability Analysis komutları seçilir. İletişim tablosunda değişkenler Item'lara atılarak Statistics komutu seçilir. Yeni iletişim tablosundan Intraclass Correlation Coefficient komutunu seçildikten sonra uygulanacak model belirlenir. SPSS sonuçlarına göre iki ICC değeri elde ederiz. Yani her bir modelin sınıf içi korelasyon katsayısında tek ölçüm güvenilirliği ve ortalama ölçüm güvenilirliği olmak üzere iki farklı ölçüm güvenilirliği vardır (17).

1. Tek ölçüm güvenilirliği (Single Measure Intraclass Correlation) ; hesaplamalarda tek bir değerlendiriciye ait tekrarlanan ölçümlerinin veya birden fazla değerlendiriciye ait ölçüm değerlerinin tek tek değerleri dikkate alınır.
2. Ortalama ölçüm güvenilirliği (Average Measure Intraclass Correlation) ; hesaplamalarda tekrarlanan ölçümlere ait verilerin veya her bir deneğe ait değerlendirmeciler tarafından verilen ölçüm değerlerinin ortalama değerleri alınarak hesaplanır.

Araştırmacının ilk hedefi hesaplamalarda ölçüm ortalamalarını kullanmak ise ortalama ölçüm güvenilirliği aksi takdirde tek ölçüm güvenilirliği kullanılır. Çoğunlukla tek ölçüm güvenilirliği kullanılmaktadır. ICC'nın üç modele ait ölçüm güvenilirlikleri ve tanımlamaları Çizelge 2.7'de verilmektedir (26).

Çizelge 2.7. ICC'nın Üç Modele Ait Ölçüm Güvenilirlikleri ve Tanımlamaları

ICC Tipi	Tanımı
ICC(1,1), Tek Yönlü Rasgele Etki Modeli, Tek Ölçüm Güvenilirliği	Her bir denek aynı değerlendirici tarafından değerlendirilir ve güvenilirlik katsayısı k tane ölçümün her biri tek tek göz önünde bulundurularak hesaplanır.
ICC(1,k), Tek Yönlü Rasgele Etki Modeli, Ortalama Ölçüm Güvenilirliği	Yukarıdaki gibi tanımlanır, fakat k tane ölçümün ortalaması alınarak hesaplanır.
ICC(2,1), İki Yönlü Rasgele Etki Modeli, Tek Ölçüm Güvenilirliği	Her bir denek geniş bir populyasyondan rasgele olarak seçilen değerlendiriciler tarafından değerlendirilir ve güvenilirlik katsayısı k tane ölçüm tek tek ele alınarak hesaplanır.
ICC(2,k), İki Yönlü Rasgele Etki Modeli, Ortalama Ölçüm Güvenilirliği	Yukarıdaki gibi tanımlanır, fakat k tane ölçümün ortalaması alınarak hesaplanır.
ICC(3,1), İki Yönlü Karma Model, Tek Ölçüm Güvenilirliği	Her bir denek geniş bir populyasyondan bizim belirlediğimiz değerlendiriciler tarafından değerlendirilir ve güvenilirlik katsayısı k tane ölçüm tek tek ele alınarak hesaplanır.
ICC(3,k), İki Yönlü Karma Model, Ortalama Ölçüm Güvenilirliği	Yukarıdaki gibi tanımlanır fakat k tane ölçümün ortalaması alınarak hesaplanır.

Bütün modeller için tek ölçüm güvenilirliği ile ortalama ölçüm güvenilirliği arasında şöyle bir bağıntı vardır :

$$r_{average} = \frac{kr_{single}}{(k-1)r_{single} + 1} \quad 2.35$$

Bu bağıntı Spearman-Brown prophecy formülü olarak adlandırılır. Burada r_{single} tek ölçüm güvenilirliğini, $r_{average}$ ise ortalama ölçüm güvenilirliğini göstermektedir. Bu formülden k çekildiği zaman;

$$k = \frac{r_{single}(1 - r_{average})}{r_{average}(1 - r_{single})} \quad 2.36$$

elde edilir. Buradaki k ortalama ölçüm güvenilirliğinin (average measure) güvenilir bir şekilde hesaplanması için uygun olan tekrar sayısını vermektedir. Ayrıca, bu formülde yer alan r_{single} ve $r_{average}$ ya geçmiş çalışmalardan yararlanılarak ya da bir pilot çalışmadan yararlanılarak hesaplanır (27).

Tek yönlü rasgele etki modeline göre ortalama ölçüm güvenilirliği 2.37 eşitliğinden faydalanılarak hesaplanır.

$$\rho = \frac{\sigma_p^2}{\sigma_p^2 + \frac{1}{k} \sigma_w^2} \quad 2.37$$

Varyans analiz tablosundan faydalanarak hesaplamak istersek sınıf içi korelasyon katsayısının tahmini değeri,

$$\hat{\rho} = \frac{MSP - MSW}{MSP} \quad 2.38$$

şeklinde elde edilir (20,24).

2.25 eşitliğinde ρ σ_p^2 'nin bir fonksiyonudur ve tek yönlü rasgele etki modelinde sıfır hipotezi; $H_0 : \sigma_p^2 = 0$, $H_0 : \rho = \rho_0$ veya H_0 : Denekler arasında hiçbir farklılık yoktur şeklinde kurulur ve tek yönlü varyans analizi F testi ile anlamlılığı test edilir.

$$F = \frac{MSP}{MSW} \quad 2.39$$

şeklinde hesaplanan F değeri (n-1) ve n(k-1) serbestlik dereceli F tablo değeri ile karşılaştırılır . Tek yönlü rasgele etki modelinde tek ölçüm ve ortalama ölçüm olmak üzere iki farklı güven aralığı hesaplanır. Tek ölçüm için güven aralığı;

$$\frac{F_L - 1}{F_L + (k-1)} < \rho < \frac{F_U - 1}{F_U + (k-1)} \quad 2.40$$

şeklinde hesaplanır. Burada, F_U üst sınırı, F_L ise alt sınırı göstermekte ve

$$F_U = F F_{\left(1-\frac{\alpha}{2}\right)[n(k-1), n-1]} \quad \text{ve} \quad F_L = \frac{F}{F_{\left(1-\frac{\alpha}{2}\right)[(n-1), n(k-1)]}} \quad 2.41$$

şeklinde ifade edilmektedir. Ortalama ölçüm için güven aralığı ise;

$$1 - \frac{1}{F_L} < \rho < 1 - \frac{1}{F_U} \quad 2.42$$

şeklinde hesaplanır. Burada,

$$F_U = F F_{\left(1-\frac{\alpha}{2}\right)[n(k-1), n-1]} \quad \text{ve} \quad F_L = \frac{F}{F_{\left(1-\frac{\alpha}{2}\right)[(n-1), n(k-1)]}} \quad 2.43$$

şeklinde hesaplanmaktadır (20,22,28).

ÖRNEK 1: Biyokimya laboratuvarında 5 kişi üzerinde sürekli bir x değişkenine ait A, B ve C olmak üzere alınan üç farklı ölçüm Çizelge 2.8.'de verilmektedir. Bu verilere göre üç ölçüm arasında uyum olup olmadığını test edelim.

Çizelge 2.8. X Değişkenine ait Ölçüm Değerleri

Grup	A	B	C
1	65	66	63
2	70	71	72
3	72	75	74
4	54	50	56
5	62	65	70

Bu verilere ait varyans analiz tablosu ;

Çizelge 2.9. Çizelge 2.8'e ait Verilerin Varyans Analiz Tablosu

Kaynak	Ser. Der. (Sd)	MS	Kareler Ort.
Gruplar Arası	4	MSP	184.1667
Grup içi	10	MSW	6.2667

$$\rho = \frac{MSP - MSW}{MSP + (k - 1)MSW}$$
$$\rho = \frac{184.1667 - 6.2667}{184.1667 + 2 * 6.2667}$$
$$\rho = 0.904$$

olarak elde edilir. Bu bulduğumuz değer bizim için A,B ve C ölçümlerinin tek ölçüm güvenilirliğini vermektedir. Ortalama ölçüm güvenilirliği ise;

$$\hat{\rho} = \frac{MSP - MSW}{MSP}$$
$$\hat{\rho} = \frac{184.1667 - 6.2667}{184.1667} = 0.9659$$

olarak elde edilir. Elde edilen bu sonuçlar tekrarlanan ölçümler arasında oldukça iyi bir uyum olduğunu gösterir.

H₀: Denekler arasında fark yoktur.

$$F = \frac{MSP}{MSW}$$

$$F = \frac{184.1667}{6.2667}$$

$$F = 29.39$$

olarak hesaplanır. $F_{0.05,4,10} = 4.47$ $F_h > F_t$ olduğu için H_0 hipotezi reddedilir. Denekler arasında anlamlı bir fark vardır. Bu fark istatistiksel olarak da anlamlı bulunmuştur. Tek yönlü rasgele etki modelinde tek ölçüm ve ortalama ölçüm için güven aralıkları aşağıdaki gibi hesaplanır. Tek ölçüm için güven aralığı;

$$F_U = FF_{\alpha[n(k-1),n-1]} \text{ ve } F_L = \frac{F}{F_{\alpha[(n-1),n(k-1)]}}$$

$$F_{0.025;4,10} = 4.47, F_{0.025,10,4} = 8.84$$

$$F_U = 29.39 * 8.84 = 259.8076, F_L = \frac{29.39}{4.47} = 6.57$$

$$\frac{F_L - 1}{F_L + (k-1)} < \rho < \frac{F_U - 1}{F_U + (k-1)}$$

$$\frac{6.57 - 1}{6.57 + 2} < \rho < \frac{259.8076 - 1}{259.8076 + 2}$$

$$0.65 < \rho < 0.989$$

Ortalama ölçüm için güven aralığı ise;

$$1 - \frac{1}{F_L} < \rho < 1 - \frac{1}{F_U}$$

$$1 - \frac{1}{6.57} < \rho < 1 - \frac{1}{259.8076}$$

$$0.848 < \rho < 0.996$$

2.5.1.2. Model 2 (İki Yönlü Rasgele Etki Modeli, İnteraksiyon Olduğu Durum)

Populasyondan rasgele olarak seçilen n denek, rasgele olarak seçilen k değerlendirici tarafından değerlendirilir. Değerlendiriciler (rasgele bir örnekten alınmış olsun) sütunlara, kişiler (denekler) ise satırlara yerleştirildiğinde iki yönlü rasgele etki modeli (Two - Way Random Model);

$$x_{ij} = \mu + p_i + r_j + (pr)_{ij} + e_{ij} \quad \begin{matrix} i = 1, \dots, n \\ j = 1, \dots, k \end{matrix} \quad 2.44$$

Burada ;

μ ; bütün gözlemlere ait populasyon ortalamasını,

p_i ; i.deneğe ait etki,

r_j ; j. değerlendiriciye ait etki,

$(pr)_{ij}$; interaksiyon terimi, i ve j gözlemlerin birlikte etkisi,

e_{ij} ; i ve j gözlemleri birleştirildiğindeki hatadır.

$p_i, r_j, (pr)_{ij}$ ve e_{ij} ortalaması sıfır ve varyansları sırasıyla $\sigma_p^2, \sigma_r^2, \sigma_{pr}^2$ ve σ_e^2 ile normal dağılıma sahiptir ve bütün bu etkiler (deneklerin, değerlendiricilerin ve hata terimlerinin etkisi) birbirlerinden bağımsızdır.

İnteraksiyon etkisi olduğu durumda iki yönlü rasgele etki modeli için varyans analiz tablosu Çizelge 2.10'da verilmektedir (20).

Çizelge 2.10. İki Yönlü Rasgele Etki Modeline İlişkin Varyans Analiz Tablosu

Kaynak	Ser. Der. (Sd)	Kareler Ort.	Kareler Ort.
Denekler arası	n-1	MSP	$\sigma_e^2 + k \sigma_p^2 + \sigma_{pr}^2$
Denekler (Grup) içi	N(k-1)	MSW	$\sigma_r^2 + \sigma_{pr}^2 + \sigma_e^2$
Değerlen. arası	k-1	MSR	$\sigma_e^2 + n \sigma_r^2 + \sigma_{pr}^2$
Hata	(n-1)(k-1)	MSE	$\sigma_e^2 + \sigma_{pr}^2$

İki yönlü rasgele etki modelleri (Model 2 ve Model 3) için iki farklı ICC vardır. Bunlardan birincisi ölçümler arasındaki tutarlılığın bir ölçüsünü (Consistency definition) verirken, ikincisi ise ölçümler arasındaki mutlak uyumun derecesini (Absolute agreement definition) vermektedir. Bunların her ikisinde de kullanılan formüller farklıdır. Model 2’de tutarlılığın bir ölçüsünü (consistency definition) hesaplamak istiyorsak,

$$\rho = \frac{MSP - MSE}{MSP + (k - 1)MSE} \quad 2.45$$

formülünü kullanırız. Buradan elde edilen sonuç bir korelasyon sonucudur. Özellikle varyanslar eşit ve ölçümler arasındaki ilişkinin derecesi çok yüksek ise bu durumda hesaplanan iki yönlü rasgele etki modelindeki consistency versiyonu korelasyon değerine eşit olacaktır ve bu sonuç bizi yanıltır. Çünkü, ölçümler arasında bir ilişki olması ölçümler arasında da bir uyum olacağını göstermez. Böyle bir durumda tercihimiz tabii ki mutlak uyumun bir ölçüsü olan “Absolute agreement” versiyonu olacaktır (20,21,29).

2.30 eşitliğine benzer şekilde;

$$Cov(x_{ij}, x_{ii}) = \sigma_p^2$$

ve x_{ij} 'nin varyansı,

$$\begin{aligned} Var(x_{ij}) &= Var[\mu + p_i + r_i + (pr)_i + e_{ij}] \\ Var(x_{ij}) &= \sigma_p^2 + \sigma_r^2 + \sigma_{pr}^2 + \sigma_e^2 \end{aligned} \quad 2.46$$

Bu nedenle,

$$\begin{aligned} \rho &= \left[\frac{Cov(x_{ij}, x_{ii})}{\sqrt{Varx_{ij}} \sqrt{Varx_{ii}}} \right] \\ &= \frac{\sigma_p^2}{\sigma_p^2 + \sigma_r^2 + \sigma_{pr}^2 + \sigma_e^2} \end{aligned} \quad 2.47$$

2.47 eşitliği ile verilen ICC yalnızca bir korelasyon katsayısı olarak yorumlanır, bununla birlikte varyans bileşenleri paydasının tamamı göz önüne alındığında 2.45 eşitliğinin varyans bileşenleri için tahminleri;

$$\hat{\sigma}_p^2 = \frac{(MSP - MSE)}{k} \quad 2.48$$

$$\hat{\sigma}_r^2 = \frac{(MSR - MSE)}{n} \quad 2.49$$

$$\hat{\sigma}_e^2 + \hat{\sigma}_{pr}^2 = MSE \quad 2.50$$

ile ifade edilir. Böylece ICC'sı,

$$\rho = \frac{[MSP - MSE]}{\left[MSP + MSE(k - 1) + \frac{k(MSR - MSE)}{n} \right]} \quad 2.51$$

olur. Bu elde edilen formül iki yönlü rasgele etki modeli için mutlak uyumun ölçüsünü veren bir formüldür. Bu iki yönlü modelde çeşitli varyans bileşenleri için elde edilen tahminlerde interaksiyonun olup olmadığı durumda herhangi bir varsayıma ihtiyaç olmadığı fark edilir. Yani, σ_p^2 ve σ_r^2 için yansız tahminler interaksiyonun olduğu veya olmadığı durumlarda herhangi bir varsayımı olmaksızın elde edilebilirler (23).

2.51 ile verilen Model 2'ye ait korelasyon katsayısı tek ölçümler için kullanılır. Ortalama ölçüm için kullanacağımız sınıf içi korelasyon katsayısı ise,

$$\rho = \frac{\sigma_p^2}{\sigma_p^2 + \frac{(\sigma_r^2 + \sigma_{pr}^2 + \sigma_e^2)}{k}} \quad 2.52$$

şeklinde elde edilir. Varyans analiz tablosundan faydalanılarak ICC verilmek istenirse,

$$\hat{\rho} = \frac{MSP - MSE}{MSP + \frac{(MSR - MSE)}{n}} \quad 2.53$$

gibi olur. ICC'nun anlamlılık testi yapıldığında interaksiyon hakkında varsayımlar yapılmasına gerek yoktur. ρ 'nun anlamlılığı genellikle ;

$$F = \frac{MSP}{MSE}$$

ve $(n-1)$, $(n-1)(k-1)$ serbestlik dereceli F tablo değeri ile test edilir. Aynı zamanda güven aralıklarını da hesaplayabiliriz. Yalnız bu etki modeline ait güven aralıkları tek yönlü rasgele etki modeline ait güven aralığı hesaplamalarından daha karmaşıktır. Çünkü, bu etki modeli birbirinden bağımsız üç tane kareler ortalamasının bir fonksiyonudur. Bu etki modeline ait tek ölçüm için yaklaşık güven aralığı;

$$\frac{n(MSP - F_*MSE)}{F_*[kMSR + (kn - k - n)MSE] + nMSP} < \rho < \frac{n(F^*MSP - MSE)}{kMSR + (kn - k - n)MSE + nF^*MSP}$$

şeklinde tanımlanır. Burada tanımlanan $F_* = F_{(1-\frac{\alpha}{2})(n-1, v)}$ ile $F^* = F_{(1-\frac{\alpha}{2})(v, n-1)}$ serbestlik dereceli birer tablo değerleridir. Burada v ile gösterilen ise,

$$v = \frac{(aMSR + bMSE)^2}{\frac{(aMSR)^2}{k-1} + \frac{(bMSE)^2}{(n-1)(k-1)}} \quad 2.54$$

ve $a = \frac{k(\hat{\rho})}{n(1 - \hat{\rho})}$, $b = 1 + \frac{k\hat{\rho}(n-1)}{n(1 - \hat{\rho})}$ ile tanımlanır. Ortalama ölçüm için güven aralıkları hesaplanacak olursa,

$$\frac{n(MSP - F_*MSE)}{F_*[MSR - MSE] + nMSP} < \rho < \frac{n(F^*MSP - MSE)}{MSR - MSE + nF^*MSP} \quad 2.55$$

şeklinde elde edilir. F^* ve F_* , v , a ve b yukarıda tanımlandıkları gibidir (20, 22, 30).

ÖRNEK 2: Tek yönlü rasgele etki modelinde kullandığımız Örnek 1'e ait veriler 5 kişi üzerinde A, B ve C olmak üzere üç farklı laborant tarafından alınan ölçümler olsun. Bu verilere iki yönlü rasgele etki modelini uyguladığımızda ;

Çizelge 2.11. Örnek 1'e ait Veriler İçin İki Yönlü Rasgele Etki Modeli Varyans Analiz Tablosu

Kaynak	Ser. Der. (Sd)	Kareler Ort.
Denekler	4	184.1667
Değerlendiriciler	2	7.4667
Hata	8	5.9667

$$\rho = \frac{[MSP - MSE]}{\left[MSP + MSE(k-1) + \frac{k(MSR - MSE)}{n} \right]}$$

$$\rho = \frac{[184.1667 - 5.9667]}{\left[184.1667 + 5.9667 * 2 + \frac{3 * (7.4667 - 5.9667)}{5} \right]}$$

$$\rho = \frac{178.2}{197.0001} = 0.9045$$

Ortalama ölçüme ait ICC değeri ise;

$$\hat{\rho} = \frac{MSP - MSE}{MSP + \frac{(MSR - MSE)}{n}}$$

$$\hat{\rho} = \frac{184.1667 - 5.9667}{184.1667 + \frac{(7.4667 - 5.9667)}{5}} = 0.966$$

$$F = \frac{MSP}{MSE} = \frac{184.1667}{5.9667} = 30.865$$

olarak hesaplanır. $F_{0.05,4,8} = 3.84$ $F_h > F_t$ olduğu için H_0 hipotezi reddedilir. Laborantlar arasında anlamlı bir fark vardır. Bu fark istatistiksel olarak da anlamlı bulunmuştur. Bu verilere göre güven aralıklarını hesaplamak istersek,

$$a = \frac{k(\hat{\rho})}{n(1-\hat{\rho})} = \frac{3.0.9045}{5.(1-0.9045)} = 5.68$$

$$b = 1 + \frac{k\hat{\rho}(n-1)}{n(1-\hat{\rho})} = 1 + \frac{3.0.9045.4}{5.(1-0.9045)} = 23.73$$

$$v = \frac{(aMSR + bMSE)^2}{\frac{(aMSR)^2}{k-1} + \frac{(bMSE)^2}{(n-1)(k-1)}}$$

$$v = \frac{(5.68 * 7.4667 + 23.73 * 5.9667)^2}{\frac{(5.68 * 7.4667)^2}{2} + \frac{(23.73 * 5.9667)^2}{4 * 2}}$$

$$v = \frac{33856.2381}{3405.2986} \cong 10$$

$$F_* = F_{\left(1-\frac{\alpha}{2}\right)(n-1, v)} = 4.47; F^* = F_{\left(1-\frac{\alpha}{2}\right)(v, n-1)} = 8.84$$

$$\frac{n(MSP - F_*MSE)}{F_*[kMSR + (kn - k - n)MSE] + nMSP} < \rho < \frac{n(F^*MSP - MSE)}{kMSR + (kn - k - n)MSE + nF^*MSP}$$

$$\frac{787.4777}{1207.6599} < \rho < \frac{8110.33464}{8204.33514}$$

$$0.65 < \rho < 0.989$$

Ortalama ölçüm için güven aralıkları hesaplanacak olursa,

$$\frac{n(MSP - F_*MSE)}{F_*[MSR - MSE] + nMSP} < \rho < \frac{n(F^*MSP - MSE)}{MSR - MSE + nF^*MSP}$$

$$\frac{5(184.1667 - 4.47 * 5.9667)}{4.47[7.4667 - 5.9667] + 5 * 184.1667} < \rho < \frac{5(8.84 * 184.1667 - 5.9667)}{7.4667 - 5.9667 + 5 * 8.84 * 184.1667}$$

$$\frac{787.4777}{927.5385} < \rho < \frac{8110.33464}{8141.66814}$$

$$0.848 < \rho < 0.996$$

olarak hesaplanır.

2.5.1.3. Model 2A (İki Yönlü Rasgele Etki Modeli, İnteraksiyon Olmadığı Durumda)

Değerlendiriciler ve denekler arasındaki interaksiyon etkileri hariç Model 2 ile aynıdır. Değerlendiriciler (rasgele bir örnekten alınmış olsun) kolonlara, kişiler (denekler) ise satırlara yerleştirildiğinde iki yönlü rasgele etki modeli (Two - Way Random Model);

$$x_{ij} = \mu + p_i + r_j + e_{ij} \quad \begin{matrix} i = 1, \dots, n \\ j = 1, \dots, k \end{matrix} \quad 2.56$$

şeklinde ifade edilir. Burada ;

μ ; bütün gözlemlere ait populasyon ortalamasını,

p_i ; i.deneğe ait etki,

r_j ; j. değerlendiriciye ait etki,

e_{ij} ; i ve j gözlemleri birleştirildiğindeki hatadır.

p_i , r_j ve e_{ij} ortalaması sıfır ve varyansları sırasıyla σ_p^2 , σ_r^2 ve σ_e^2 ile normal dağılıma sahiptirler ve bütün bu etkiler (deneklerin, değerlendiricilerin ve hata terimlerinin etkisi) birbirlerinden bağımsızdırlar. İnteraksiyon olmadığı bir durumda iki yönlü rasgele etki modeli için varyans analiz tablosu Çizelge 2.12'de verilmektedir(20).

Çizelge 2.12. İki Yönlü Rasgele Etki Modeline İlişkin Varyans Analiz Tablosu (İnteraksiyon Yokken)

Kaynak	Ser. Der. (Sd)	Kareler Ort.	Kareler Ort.
Denekler arası	n-1	MSP	$\sigma_e^2 + k \sigma_p^2$
Denekler (Grup) içi	n(k-1)	MSW	$\sigma_r^2 + \sigma_e^2$
Değer.arası	k-1	MSR	$\sigma_e^2 + n\sigma_r^2$
Hata	(n-1)(k-1)	MSE	σ_e^2

İnteraksiyon etkisi olmadığında ICC ise,

$$\rho = \frac{\sigma_p^2}{\sigma_p^2 + \sigma_r^2 + \sigma_e^2} \quad 2.57$$

şeklinde elde edilir. Bu elde edilen tek ölçüme ait ICC 'dır. Ortalama ölçüme ait ICC ise interaksiyon olsa da olmasa da aynı şekilde yani Model 2 için kullandığımız formülle hesaplanır. Aynı zamanda anlamlılık testi ve güven aralıkları için kullanacağımız hesaplamalar Model 2 ile aynıdır (20).

2.5.1.4. Model 3 (İki Yönlü Karma Model, İnteraksiyon Etkisi Olduğu Durumda)

Populasyondan rasgele olarak seçilen n denek bizim belirlediğimiz k değerlendirici tarafından değerlendirilir. Bu modelde deneklerin etkisi rasgele, değerlendiricilerin etkisi ise sabittir (fix). Değerlendirici sayısı sabit (fix) iken, hata terimindeki değerlendiriciler arası varyans ihmal edilmek (kaldırılmak) istendiğinde klasik iki yönlü karma model (Two-way Mixed Etki Modeli)

$$x_{ij} = \mu + p_i + r_j + (pr)_{ij} + e_{ij} \quad 2.58$$

şeklinde ifade edilir (20). Burada ;

μ ; genel populasyon ortalaması

p_i ; i. deneğe ait rasgele etki

r_j ; j. değerlendiriciye ait rasgele etki

$(pr)_{ij}$; interaksiyon terimi, i ve j gözlemlere ait rasgele etki

e_{ij} ; i ve j gözlemleri birleştirildiğindeki hatadır.

Model 2' de olduğu gibi p_i ve e_{ij} ortalaması sıfır ve varyansları sırasıyla σ_p^2 ve σ_e^2 ile normal dağılıma sahiptir. Yalnız değerlendiricilere ait ve interaksiyona ait etkiler Model 2' den farklılık gösterir. Çünkü, burada değerlendiricilere ait etkilerin ve interaksiyon etkilerinin toplamları sıfıra eşittir. $\sum r_j = 0$, $\sum_{j=1}^k pr_{ij} = 0$ ve Model

2' de σ_r^2 'ye uygun olan parametresi $\Phi_r^2 = \frac{\sum r^2}{(n-1)}$ dir. İnteraksiyon mevcut iken iki yönlü karma etki modeli için varyans analiz tablosu Çizelge 2.13' de (20) verilmektedir.

Çizelge 2.13. İki Yönlü Karma Etki Modeline ait Varyans Analiz Tablosu

Kaynak	Ser. Der.	Kareler Ort.	Kareler Ort.
	(Sd)		
Denekler	n-1	MSP	$\sigma_e^2 + k \sigma_p^2$
Denekler içi	n(k-1)	MSW	$\sigma_e^2 + \frac{k}{(k-1)} \sigma_p^2 + \frac{\sum r^2}{(k-1)}$
Değerlendirici	k-1	MSR	$\sigma_e^2 + \frac{k}{(k-1)} \sigma_p^2 + n \frac{\sum r^2}{(k-1)}$
Denekler içi	(n-1)(k-1)	MSE	$\sigma_e^2 + \frac{k}{(k-1)} \sigma_p^2$

Model 2’de olduğu gibi iki yönlü karma modelinde (Model 3) tutarlılığın ölçüsü (Consistency Definition) ve mutlak uyumun ölçüsü (Absolute Agreement Definition) olmak üzere iki farklı versiyonu vardır. Bunların her ikisinin de kullanılan formüller farklıdır.

2.30 eşitliğine benzer şekilde,

$$Cov(x_{ij}, x_{ii}) = \sigma_p^2$$

ve x_{ij} ’nin varyansı,

$$Var(x_{ij}) = \sigma_p^2 + \sigma_{pr}^2 + \sigma_e^2 \quad 2.59$$

r_j göz önünde bulundurulması gereken sabit bir etkidir. Böylece,

$$\begin{aligned} \rho &= \left[\frac{Cov(x_{ij}, x_{ii})}{\sqrt{Varx_{ij}} \sqrt{Varx_{ii}}} \right] \\ &= \frac{[Cov(x_{ij}, x_{ii})]}{\frac{\sigma_p^2}{\sigma_p^2 + \sigma_{pr}^2 + \sigma_e^2}} \quad 2.60 \end{aligned}$$

elde edilir (20). 2.60 eşitliği ile verilen ρ bir korelasyon katsayısı olarak yorumlanır, yalnızca paydadaki bütün varyans bileşenleri değerlendirildiği zaman yansız tahminleri elde edilebilir. ICC'nin anlamlılık testi için uygun F testi uygulamak için interaksiyonun mevcut olması gereklidir. İnteraksiyon mevcutsa σ_p^2 veya σ_{pr}^2 içermez. σ_{pr}^2 'yi içine alan ρ için tahmini değer ;

$$\rho = \frac{(MSP - MSE + \sigma_{pr}^2)}{[MSP + MSE(k-1) + \sigma_{pr}^2]} \quad 2.61$$

ile verilir (20) . Bu formül mutlak uyumun bir ölçüsünü verir, fakat bu formül çok katı bir formüldür. Tabii ki, σ_{pr}^2 için bazı değerler var olmadıkça bu denklem tarafından ρ 'nun hesaplanması olası değildir. İnteraksiyon sıfır olduğunda tutucu bir tahmin;

$$\rho \cong \frac{(MSP - MSE)}{[MSP + MSE(k-1)]} \quad 2.62$$

eşitliği kullanılarak elde edilir (20). Bu, Model 3'de tutarlılığın ölçüsüne ait bir formül olup tercih edeceğimiz formüldür. Burada \cong sembolü yaklaşık eşit şeklinde ifade edilir. Model 3'e ait bu formül tek ölçüm için geçerlidir. Yalnız interaksiyon etkisi mevcut iken ortalama ölçüme ait ICC hesaplanamaz. Sıfır interaksiyonunun bazı varsayımları altında bu tahmin F ile test edilir.

$$F = \frac{MSP}{MSE}$$

(n-1) ve (n-1) (k-1) serbestlik dereceli F tablo değeri ile test edilir. Bu model için tek ölçüme ait güven aralıkları,

$$\frac{F_L - 1}{F_L + (k-1)} < \rho < \frac{F_U - 1}{F_U + (k-1)} \quad 2.63$$

şeklinde hesaplanır. Burada, F_U üst sınırı, F_L ise alt sınırı ifade etmekte ve

$$F_U = F F_{\left(1-\frac{\alpha}{2}\right)[n(k-1), n-1]} \quad \text{ve} \quad F_L = \frac{F}{F_{\left(1-\frac{\alpha}{2}\right)[(n-1), n(k-1)]}} \quad 2.64$$

şeklinde hesaplanmaktadır. İnteraksiyon mevcut iken ortalama ölçüm için bir ICC hesaplanamıyorsa güven aralıkları da hesaplanamayacaktır (20, 21, 22, 23, 29, 30).

Model 1 ve Model 2 'de verilen örneği Model 3 ile test etmek gerekirse;

Çizelge 2.14. Örnek 1'e ait Verilerin Model 3 Uygulandığındaki Varyans Analiz Tablosu

Kaynak	Ser. Der. (Sd)	Kareler Ort.
Denekler	4	184.1667
Değerlendiriciler	2	7.4667
Hata	8	5.9667

$$\rho \cong \frac{(MSP - MSE)}{[MSP + MSE(k - 1)]}$$

$$\rho \cong \frac{(184.1667 - 5.9667)}{[184.1667 + 2 * 5.9667]} = 0.9087$$

olarak elde edilir.

$$\begin{aligned} F &= \frac{MSP}{MSE} \\ &= \frac{184.1667}{5.9667} \\ &= 30.865 \end{aligned}$$

olarak hesaplanır. $F_{0.05,4,8} = 3.84$ $F_h > F_t$ olduğu için H_0 hipotezi reddedilir. Laborantların ölçümleri arasında anlamlı bir fark vardır. Bu fark istatistiksel olarak da anlamlı bulunmuştur. Tek ölçüme ait güven aralıklarını hesaplamak gerekirse,

$$F_U = F F_{\left(1-\frac{\alpha}{2}\right)[n(k-1), n-1]} \text{ ve } F_L = \frac{F}{F_{\left(1-\frac{\alpha}{2}\right)[(n-1), n(k-1)]}}$$

$$F_{0.025, 4, 10} = 4.47 \text{ , } F_{0.025, 10, 4} = 8.84$$

$$F_U = 29.39 * 8.84 = 259.8076; F_L = \frac{29.39}{4.47} = 6.57$$

$$\frac{F_L - 1}{F_L + (k-1)} < \rho < \frac{F_U - 1}{F_U + (k-1)}$$

$$\frac{6.57 - 1}{6.57 + 2} < \rho < \frac{259.8076 - 1}{259.8076 + 2}$$

$$0.65 < \rho < 0.989$$

2.5.1.5. Model 3A (İki Yönlü Karma Model, İnteraksiyon Etkisi Olmadığı Durumda)

Değerlendiriciler ve denekler arasındaki interaksiyon etkileri hariç Model 3 ile aynıdır. Değerlendiriciler (rasgele bir örnekten alınmış olsun) sütunlara, denekler ise satırlara yerleştirildiğinde iki yönlü karma etki modeli (Two - Way Mixed Model);

$$x_{ij} = \mu + p_i + r_j + e_{ij} \quad \begin{array}{l} i = 1, \dots, n \\ j = 1, \dots, k \end{array} \quad 2.65$$

şeklinde verilir (20). Burada ;

μ ; genel populasyon ortalaması, p_i ; i.deneğe ait rasgele etki , r_j ; j. değerlendiriciye ait etki , e_{ij} ; i ve j gözlemleri birleştirildiğindeki hatadır.

Model 3’de olduğu gibi p_i ve e_{ij} ortalaması sıfır ve varyansları sırasıyla σ_p^2 ve σ_e^2 ile normal dağılıma sahiptir. Yalnız değerlendiricilere ait etkiler Model 3A’dan farklılık gösterir. Çünkü, burada değerlendiricilere ait etkilerin toplamları sıfıra eşittir. $\sum r_j = 0$ ve Model 3 A’da σ_r^2 ‘ye uygun olan parametresi $\Phi_r^2 = \frac{\sum r^2}{(n-1)}$ dir. İnteraksiyonun olmadığı bir durumda iki yönlü karma etki modeli için varyans analiz tablosu Çizelge 2.15’de verilmektedir (20).

Çizelge 2.15. İki Yönlü Karma Etki Modeline ait Varyans Analiz Tablosu (İnteraksiyon Yokken)

Kaynak	Ser. Der. (Sd)	Kareler Ort.	Kareler Ort.
Denekler	n-1	MSP	$\sigma_e^2 + k \sigma_p^2$
Denekler içi	n(k-1)	MSW	$\sigma_e^2 + \frac{\sum r^2}{(k-1)}$
Değerlendiriciler	k-1	MSR	$\sigma_e^2 + n \frac{\sum r^2}{(k-1)}$
Denekler içi	(n-1)(k-1)	MSE	σ_e^2

Bu modele göre ICC formülümüz;

$$\rho = \frac{\sigma_p^2}{\sigma_p^2 + \sigma_e^2} \quad 2.66$$

şeklinde olacaktır. 2.66 eşitliği tek ölçüme ait ICC için geçerlidir. Ortalama ölçüme ait ICC’ni hesaplamak için ise,

$$\rho = \frac{\sigma_p^2}{\sigma_p^2 + \frac{\sigma_e^2}{k}} \quad 2.67$$

formülünden yararlanılır. Varyans analiz tablosundan faydalanacak olursak ICC ,

$$\hat{\rho} = \frac{MSP - MSE}{MSP} \quad 2.68$$

şeklinde olacaktır . Bu modele ait F testi ve güven aralıkları hesaplanabilir. Tek ölçüm için Model 3'teki hesaplamalarla aynıdır. Ortalama ölçüm için güven aralıkları ,

$$1 - \frac{1}{F_L} < \rho < 1 - \frac{1}{F_U} \quad 2.69$$

şeklinde elde edilir. Burada, F_U üst sınırı, F_L ise alt sınırı ifade etmekte ve

$$F_U = F_{F\left(1-\frac{\alpha}{2}\right)[n(k-1), n-1]} \quad \text{ve} \quad F_L = \frac{F}{F_{F\left(1-\frac{\alpha}{2}\right)[(n-1), n(k-1)]}} \quad 2.70$$

şeklinde hesaplanır (20, 22).

2.5.2. Concordance Korelasyon Katsayısı (CCC)

Concordance korelasyon katsayısı Lin tarafından 1989 yılında tanımlanmıştır. Lin'e göre; iki değişkenli normal bir dağılım altında Y_1 ve Y_2 her bir değerlendiriciye ait ölçümlerin sırasını, $\mu = (\mu_1, \mu_2)$ değerlendiricilerin ölçümlerinin ortalama vektörü ve kovaryans matrisleri ise ;

$$\begin{bmatrix} \sigma_1^2 & \sigma_{12} \\ \sigma_{21} & \sigma_2^2 \end{bmatrix}$$

biçiminde gösterilir. Lin, CCC'nı uyum noktasına ilişkin Y_1 ve Y_2 arasındaki uzaklığa dayandırır. Y_1 ve Y_2 'nin arasındaki uyumun derecesi farklarının karelerinin beklenen değerleri ile ifade edilebilir (31). Örneğin,

$$\begin{aligned}
E[(Y_1 - Y_2)^2] &= (\mu_1 - \mu_2)^2 + (\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - 2\sigma_{12}) \\
&= (\mu_1 - \mu_2)^2 + (\sigma_1 - \sigma_2)^2 + 2(1 - \rho)\sigma_1\sigma_2
\end{aligned} \tag{2.71}$$

Burada ρ Pearson korelasyon katsayısıdır. ρ aynı zamanda 45° 'lik bir açıdan dik sapmaların karesinin iki ile çarpılmış şeklinde de gösterilebilir.

Concordance korelasyon katsayısı (CCC) aşağıdaki formülden faydalanılarak hesaplanır (14).

$$\rho_c = 1 - \frac{E[(Y_1 - Y_2)^2]}{E[(Y_1 - Y_2)^2]_{Y_1 \text{ ve } Y_2 \text{ ilişkili değilken}}} \tag{2.72}$$

$$\rho_c = 1 - \frac{E[(Y_1 - Y_2)^2]}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + (\mu_1 - \mu_2)^2} \tag{2.73}$$

2.73 eşitliğinde $E[(Y_1 - Y_2)^2]$ yerine $(\mu_1 - \mu_2)^2 + (\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - 2\sigma_{12})$ ifadesi kullanıldığında,

$$\rho_c = 1 - \frac{(\mu_1 - \mu_2)^2 + (\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - 2\sigma_{12})}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + (\mu_1 - \mu_2)^2}$$

$$\rho_c = \frac{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + (\mu_1 - \mu_2)^2 - (\mu_1 - \mu_2)^2 - \sigma_1^2 - \sigma_2^2 + 2\sigma_{12}}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + (\mu_1 - \mu_2)^2}$$

$$\rho_c = \frac{2\sigma_{12}}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + (\mu_1 - \mu_2)^2} \tag{2.74}$$

şeklinde elde edilir (14).

2.5.2.1. CCC (ρ_c)'nın Özellikleri

1. -1 ile $+1$ arasında bir değer alır ve Pearson korelasyon katsayısının mutlak değerinden daha büyük bir değer alamaz. Yani, $-1 \leq -|\rho| \leq \rho_c \leq |\rho| \leq 1$

2. Pearson korelasyon katsayısının sadece sifıra eşit olduğu bir durumda CCC' da sifıra eşit olacaktır.

3. Ortalamalar ve varyanslar birbirine eşit ise CCC Pearson korelasyon katsayısına eşit olur. Yani; $\sigma_1 = \sigma_2$ ve $\mu_1 = \mu_2$ olduğu durumda $\rho_c = \rho$ olur.

4. Aşağıdaki koşullardan en az biri sağlandığında;

a) $(\mu_1 - \mu_2)^2 + (\sigma_1 - \sigma_2)^2 + 2(1 \pm \rho)\sigma_1\sigma_2 = E[(Y_1 - Y_2)^2] = 0$ veya

b) $\sigma_1 = \sigma_2$ ve $\mu_1 = \mu_2$ veya

c) Değerlendiricilerin her birinde mükemmel bir ilişki (uyum) var ise (örneğin, 1,1; 2,2; 3,3; 4,4; 5,5) veya mükemmel bir ters ilişki (uyum) var ise (örneğin, 5,1; 4,2; 3,3; 2,4; 1,5) $\rho_c = \pm 1$ olur.

CCC değerlendiriciler 45° lik çizginin üzerine düştüğü bir derece ile değerlendirilir. Bu kararlılığın (kesinliğin, tutarlılığın) ve tahminin ölçüsünü verir. Ölçümlerin birbirine karşı grafikleri çizildiği zaman noktalar 45° lik açı yapacak bir şekilde doğru oluştursa bile $\rho_c < 1$ bir değer olabilir (Bu koşulda Pearson korelasyon katsayısı yani $\rho = 1$ 'e eşittir (31).

Örneklemin n tane bağımsız değerlendiricileri için CCC formülünde populasyon parametreleri yerine örneklemdaki karşılıklarını kullandığımızda 2.75 eşitliğine (28) ;

$$r_c = \frac{2\sum d_x d_y}{\sum d_x^2 + \sum d_y^2 + (n-1)(\bar{x} - \bar{y})^2} \quad 2.75$$

veya 2.76 eşitliğine (30)

$$\hat{\rho}_c = r_c = \frac{2S_{12}}{S_1^2 + S_2^2 + (\bar{Y}_1 - \bar{Y}_2)^2} \quad 2.76$$

ulaşılabilir. Burada;

$$\begin{aligned} \sum d_x^2 &= \sum x^2 - \frac{(\sum x)^2}{n} & \sum d_y^2 &= \sum y^2 - \frac{(\sum y)^2}{n} \\ \sum d_x d_y &= \sum xy - \frac{\sum x \sum y}{n} \end{aligned}$$

ve

$$\bar{Y}_j = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n Y_{ij}, \quad S_j^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (Y_{ij} - \bar{Y}_j)^2 \quad j=1,2,\dots$$

$$S_{12} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (Y_{i1} - \bar{Y}_1)(Y_{i2} - \bar{Y}_2)$$

ile verilir. Lin (1989) iki değişkenli normal dağılım gösteren örneklemler için ters hiperbolik tanjant dönüşümlerini veya Z dönüşümlerini kullanmayı önerir. Z dönüşümü,

$$Z_c = \tanh^{-1}(\rho_c) = \frac{1}{2} \ln \frac{1 + \rho_c}{1 - \rho_c} \quad 2.77$$

şeklinde elde edilir (32).

ÖRNEK 4: Bir laboratuvar personeli iki farklı ölçüm aracı kullanarak 10 kişi zerindeki Glukoz miktarını ölçmek istiyor ve bunun için bir otoanalizorde enzimatik yöntem ile bir de glukoz stripleri kullanarak izelge 2.16'daki verileri elde ediyor. Bu verilere göre bu iki yöntem arasında bir ilişki var mıdır?

Çizelge 2.16. İki Farklı Ölçüm Aracı Kullanıldığında Elde Edilen Ölçümler

Denek	Otoanalizör (x)	Glukoz Stripleri (y)
1	70	65
2	68	72
3	73	72
4	76	74
5	80	78
6	69	65
7	74	72
8	72	73
9	71	68
10	73	75

$$\sum x = 726 \quad \sum y = 714 \quad \sum x^2 = 52820 \quad \sum y^2 = 51140 \quad \sum xy = 51938$$

$$\bar{x} = 72.6 \quad \bar{y} = 71.4$$

$$\sum d_x^2 = \sum x^2 - \frac{(\sum x)^2}{n} = 52820 - \frac{(726)^2}{10} = 112.4$$

$$\sum d_y^2 = \sum y^2 - \frac{(\sum y)^2}{n} = 51140 - \frac{(714)^2}{10} = 160.4$$

$$\sum d_x d_y = \sum xy - \frac{\sum x \sum y}{n} = 51938 - \frac{726 * 714}{10} = 101.6$$

$$r_c = \frac{2 \sum d_x d_y}{\sum d_x^2 + \sum d_y^2 + (n-1)(\bar{x} - \bar{y})^2}$$

$$r_c = \frac{2 * 101.6}{112.4 + 160.4 + 9 * (72.6 - 71.4)^2}$$

$$r_c = \frac{203.2}{285.76} = 0.711$$

olarak elde edilir. Bu sonuca göre iki farklı ölçüm aracı arasında bir uyum olduğunu söyleyebiliriz.

2.5.2.2. ICC'sı ve CCC'sı Arasındaki İlişki

Sürekli bir özelliğin n tane denek üzerinde k tane değerlendirici tarafından ölçüldüğü varsayılarak her bir değerlendirici tarafından bütün denekler için tek bir ölçüm alınır. Değerlendiricilerin fix bir etkiye sahip olduğunu varsayarak aşağıdaki eşitlikler elde edilecektir:

$$\sigma_p^2 = \frac{2}{k(k-1)} \sum_{i=1}^{k-1} \sum_{j=i+1}^k \sigma_{ij} \quad 2.78$$

$$\sigma_r^2 = \frac{1}{k(k-1)} \sum_{i=1}^{k-1} \sum_{j=i+1}^k (\mu_i - \mu_j)^2 \quad 2.79$$

ve

$$\begin{aligned} \sigma_e^2 &= \frac{2}{k(k-1)} \sum_{i=1}^{k-1} \sum_{j=i+1}^k \frac{1}{2} (\sigma_i^2 + \sigma_j^2 - 2\sigma_{ij}) \\ &= \frac{1}{k} \sum \sigma_i^2 - \frac{2}{k(k-1)} \sum_{i=1}^{k-1} \sum_{j=i+1}^k \sigma_{ij} \end{aligned} \quad 2.80$$

Burada; μ_i ve σ_i^2 i. değerlendiriciye ait ortalama ve varyansı (i. değerlendirici tarafından elde edilen ölçümlerin ortalaması ve varyansı) , σ_{ij} ; i. ve j. değerlendiricilerden elde edilen ölçümler arasındaki kovaryansı gösterir. Böylece, ICC değerlendiricilerin ölçümlerinin ortalaması, varyansı ve kovaryansı bakımından 2.52 eşitliğini tekrar yazacak olursak;

$$\rho_{ICC} = \frac{\sigma_p^2}{\sigma_p^2 + \sigma_r^2 + \sigma_e^2}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{\frac{2}{k(k-1)} \sum_{i=1}^{k-1} \sum_{j=i+1}^k \sigma_{ij}}{\frac{2}{k(k-1)} \sum_{i=1}^{k-1} \sum_{j=i+1}^k \sigma_{ij} + \frac{1}{k(k-1)} \sum_{i=1}^{k-1} \sum_{j=i+1}^k (\mu_i - \mu_j)^2 + \frac{1}{k} \sum \sigma_i^2 - \frac{2}{k(k-1)} \sum_{i=1}^{k-1} \sum_{j=i+1}^k \sigma_{ij}} \\
&= \frac{\frac{2}{k(k-1)} \sum_{i=1}^{k-1} \sum_{j=i+1}^k \sigma_{ij}}{\frac{1}{k} \sum \sigma_i^2 + \frac{1}{k(k-1)} \sum_{i=1}^{k-1} \sum_{j=i+1}^k (\mu_i - \mu_j)^2} \\
&= \frac{\frac{2}{k(k-1)} \sum_{i=1}^{k-1} \sum_{j=i+1}^k \sigma_{ij}}{\frac{(k-1)}{k(k-1)} \sum \sigma_i^2 + \frac{1}{k(k-1)} \sum_{i=1}^{k-1} \sum_{j=i+1}^k (\mu_i - \mu_j)^2} \\
&= \frac{\frac{1}{k(k-1)} 2 \sum_{i=1}^{k-1} \sum_{j=i+1}^k \sigma_{ij}}{\frac{1}{k(k-1)} \left((k-1) \sum \sigma_i^2 + \sum_{i=1}^{k-1} \sum_{j=i+1}^k (\mu_i - \mu_j)^2 \right)} \\
\rho_{icc} &= \frac{2 \sum_{i=1}^{k-1} \sum_{j=i+1}^k \sigma_{ij}}{(k-1) \sum \sigma_i^2 + \sum_{i=1}^{k-1} \sum_{j=i+1}^k (\mu_i - \mu_j)^2} \quad 2.81
\end{aligned}$$

şeklinde elde edilir. Lin(1989), King ve Chinchilli (2001) ve Barnhart (2002)'in çalışmalarında k değerlendirici için toplam concordance korelasyon katsayısı da tam olarak aynı eşitliğe sahiptir. Bu eşitlikte k = 2 için,

$$\rho_{icc} = \frac{2\sigma_{12}}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + (\mu_1 - \mu_2)^2} \quad 2.82$$

olarak elde edilecektir. Bu eşitlik 2.74 eşitliğine yani CCC'sına eşit olur. Bundan dolayı, CCC değerlendiriciler fix (özel seçimli) bir etki içerdiğinde ICC'na eşit çıkmaktadır.

Bu sonuç, kolaylıkla ikiden fazla değerlendiriciye genelleştirilebilir olan bir karma etki modeli yoluyla CCC'nin varyans bileşenleri tarafından tahmin edilebileceğini ifade eder (14).

2.5.2.3. Varyans Bileşenleri ile CCC'nin Tahmin Edilmesi

2.5.2.3.1. k Değerlendirici İçin CCC'nin Tahmini

S_i^2 , σ_i^2 'nin, \bar{Y}_i , μ_i 'nin ve S_{ij} , σ_{ij} 'nin yansız birer tahmin edicileri olduğunu varsayalım. Eğer bu tahminler CCC'nun bileşenlerini tahmin etmek için kullanılırsa ve onların tahminlerini de aldığımızda 2.81 eşitliğine ulaşılır.

$$E\left(\frac{2}{k(k-1)} \sum_{i=1}^{k-1} \sum_{j=i+1}^k S_{ij}\right) = \frac{2}{k(k-1)} \sum_{i=1}^{k-1} \sum_{j=i+1}^k \sigma_{ij}$$

$$E\left(\frac{1}{k} \sum_{i=1}^k S_i^2\right) = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k \sigma_i^2 \quad 2.83$$

Fakat, Fleiss'e (1986) göre;

$$E\left(\frac{1}{k(k-1)} \sum_{i=1}^{k-1} \sum_{j=i+1}^k (\bar{Y}_i - \bar{Y}_j)^2\right) = \left(\frac{1}{k(k-1)} \sum_{i=1}^{k-1} \sum_{j=i+1}^k (\mu_i - \mu_j)^2 + \frac{\sigma_e^2}{n}\right) \quad 2.84$$

olur. Burada, n denek sayısını göstermektedir. Sonuç olarak; $\sum_{i=1}^{k-1} \sum_{j=i+1}^k (\bar{Y}_i - \bar{Y}_j)^2$,

$\sum_{i=1}^{k-1} \sum_{j=i+1}^k (\mu_i - \mu_j)^2$ 'nin yanlı bir tahmin edicisidir ve 2.84 eşitliğinden

$\sum_{i=1}^{k-1} \sum_{j=i+1}^k (\mu_i - \mu_j)^2$ eşitliğini çekecek olursak;

$$\sum \sum (\mu_i - \mu_j)^2 = \sum_{i=1}^{k-1} \sum_{j=i+1}^k (\bar{Y}_i - \bar{Y}_j)^2 - \frac{k(k-1)}{n} \hat{\sigma}_e^2 \quad 2.85$$

$\hat{\sigma}_e^2$ yerine $\sum_{i=1}^{k-1} \sum_{j=i+1}^k (S_i^2 + S_j^2 - 2S_{ij})$ koyacak olursak,

$$\sum \sum (\mu_i - \mu_j)^2 = \sum_{i=1}^{k-1} \sum_{j=i+1}^k (\bar{Y}_i - \bar{Y}_j)^2 - \frac{k(k-1)}{n} \sum_{i=1}^{k-1} \sum_{j=i+1}^k (S_i^2 + S_j^2 - 2S_{ij}) \quad 2.86$$

şekline dönüşecektir. Belli ki, bu yanlışlık örnek genişliğine ve hata varyansına bağlı olarak daha fazla veya daha az önemli olacaktır. Ancak pratikte bu yanlışlık dikkate alınmaz ve bu yanlışlık tahmin edicileri yerine konduğunda CCC'sının tahmin edicisi ise,

$$\hat{\rho}_c = \frac{2 \sum_{i=1}^{k-1} \sum_{j=i+1}^k S_{ij}}{(k-1) \sum_{i=1}^k S_i^2 + \sum_{i=1}^{k-1} \sum_{j=i+1}^k (\bar{Y}_i - \bar{Y}_j)^2 - \frac{k(k-1)}{n} \sum_{i=1}^{k-1} \sum_{j=i+1}^k (S_i^2 + S_j^2 - 2S_{ij})} \quad 2.87$$

şeklinde elde edilecektir (14).

2.5.2.3.2. Etkileyici Değişkenler (Covariate) ile Düzeltilmiş CCC

Kovaryansa dayalı herhangi bir göstergesi tahmin edecek bir odak noktası etkileyici değişkenlerce tanımlanmaktadır. Özellikle etkileyici değişkenler deneklerin etkisi ile ilgilenirler. Etkileyici değişkenler varyans bileşenlerine dayanarak tahmin edildiğinde, deneklerin etkilerinin varyansını değişkenliğin diğer grup içi kaynakları kaldırılarak yalnızca analiz edilmiş ölçümün değişkenliğini hesaba katarak denekler arası varyans tahmin edildiğinde CCC 'sı yükselecektir. Bunu gerçekleştirebilmek

için takip eden deneklere ait kovaryans düzenini hesaba katan (kovaryans analizi) bir yöntem gereklidir.

Sonuç olarak, CCC değerlendiricilerin etkisinin sabit, deneklerin etkisinin rasgele olduğu karma modelin varyans bileşenleri kullanılarak tahmin edilecektir. $\hat{\rho}_c$, asimptotik bir normal dağılım gösterdiğinde (Lin, 1989) ilk olarak Z_c 'nin güven aralığı tahmin edilir ve ρ_c için elde edilen güven aralığına ters hiperbolik tangent dönüşümü uygulanır.

\hat{Z}_c ve $\hat{\rho}_c$ 'nin standart hataları Delta Metodu kullanılarak yaklaştırılır. Delta metodu, rasgele değişkenlerin fonksiyonlarının varyanslarını tahmin etmekte kullanılan faydalı bir yoldur. A ve B olmak üzere iki rasgele değişkenimiz olsun. Bu değişkenlere ait ortalamaları μ_A ve μ_B , varyansları σ_A^2 ve σ_B^2 ile kovaryansları ise $Cov(A,B)$ ile gösterilecek olursa ve bu iki değişkene ait fonksiyonu da $f(A,B)$ ile gösterecek olursak, bu fonksiyonun yaklaşık varyansı 2.88 (33) eşitliği ile verilir.

$$\text{Var}(f(a,b)) = \left(\frac{df}{da}\right)^2 \text{Var}(a) + 2\left(\frac{df}{da}\right)\left(\frac{df}{db}\right) \text{Cov}(a,b) + \left(\frac{df}{db}\right)^2 \text{Var}(b) \quad 2.88$$

Bu yöntemle Delta Metodu denir. Delta metoduna göre, k değerlendirici için ICC ve CCC birbirine eşit bir formül ile gösterilir. Yani,

$$\rho_c = \frac{\sigma_p^2}{\sigma_p^2 + \sigma_r^2 + \sigma_e^2} = \rho_{ICC} \quad 2.89$$

p, r ve e'ye göre türev alacak olursak;

$$\frac{\partial \rho_c}{\partial \sigma_p^2} = \frac{(\sigma_p^2 + \sigma_r^2 + \sigma_e^2) - \sigma_p^2}{(\sigma_p^2 + \sigma_r^2 + \sigma_e^2)^2} = 1 - \frac{\sigma_p^2}{\sigma_p^2 + \sigma_r^2 + \sigma_e^2} = \frac{1 - \rho_c}{\sigma_p^2 + \sigma_r^2 + \sigma_e^2} \quad 2.90$$

$$\frac{\partial \rho_c}{\partial \sigma_r^2} = \frac{-\sigma_p^2}{(\sigma_p^2 + \sigma_r^2 + \sigma_e^2)^2} = \frac{-\rho_c}{\sigma_p^2 + \sigma_r^2 + \sigma_e^2} \quad 2.91$$

$$\frac{\partial \rho_c}{\partial \sigma_e^2} = \frac{-\sigma_p^2}{(\sigma_p^2 + \sigma_r^2 + \sigma_e^2)^2} = \frac{-\rho_c}{\sigma_p^2 + \sigma_r^2 + \sigma_e^2} \quad 2.92$$

olur ve sonra $\hat{\rho}_c$ 'nin varyans ifadesi;

$$\begin{aligned} Var(\hat{\rho}_c) \approx & \left(\frac{\partial \rho_c}{\partial \sigma_p^2} \right)^2 Var(\sigma_p^2) + \left(\frac{\partial \rho_c}{\partial \sigma_r^2} \right)^2 Var(\sigma_r^2) + \left(\frac{\partial \rho_c}{\partial \sigma_e^2} \right)^2 Var(\sigma_e^2) + 2 \left(\frac{\partial \rho_c}{\partial \sigma_p^2} \frac{\partial \rho_c}{\partial \sigma_r^2} \right) \\ & Cov(\sigma_p^2, \sigma_r^2) + 2 \left(\frac{\partial \rho_c}{\partial \sigma_r^2} \frac{\partial \rho_c}{\partial \sigma_e^2} \right) Cov(\sigma_r^2, \sigma_e^2) + 2 \left(\frac{\partial \rho_c}{\partial \sigma_p^2} \frac{\partial \rho_c}{\partial \sigma_e^2} \right) Cov(\sigma_p^2, \sigma_e^2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Var(\hat{\rho}_c) \approx & \left(\frac{1-\rho_c}{\sigma_p^2 + \sigma_r^2 + \sigma_e^2} \right)^2 Var(\sigma_p^2) + \left(\frac{-\rho_c}{\sigma_p^2 + \sigma_r^2 + \sigma_e^2} \right)^2 Var(\sigma_r^2) + \\ & \left(\frac{-\rho_c}{\sigma_p^2 + \sigma_r^2 + \sigma_e^2} \right)^2 Var(\sigma_e^2) + 2 \left(\frac{1-\rho_c}{\sigma_p^2 + \sigma_r^2 + \sigma_e^2} \right) \left(\frac{-\rho_c}{\sigma_p^2 + \sigma_r^2 + \sigma_e^2} \right) Cov(\sigma_p^2, \sigma_r^2) + 2 \\ & \left(\frac{-\rho_c}{\sigma_p^2 + \sigma_r^2 + \sigma_e^2} \right) \left(\frac{-\rho_c}{\sigma_p^2 + \sigma_r^2 + \sigma_e^2} \right) Cov(\sigma_r^2, \sigma_e^2) + 2 \left(\frac{1-\rho_c}{\sigma_p^2 + \sigma_r^2 + \sigma_e^2} \right) \\ & \left(\frac{-\rho_c}{\sigma_p^2 + \sigma_r^2 + \sigma_e^2} \right) Cov(\sigma_p^2, \sigma_e^2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Var(\hat{\rho}_c) \approx & \frac{(1-\rho_c)^2 Var(\sigma_p^2) + [\rho_c^2 \{Var(\sigma_r^2) + Var(\sigma_e^2)\} + 2Cov(\sigma_r^2, \sigma_e^2)] - [2(1-\rho_c)\rho_c \{Cov(\sigma_p^2, \sigma_r^2) + Cov(\sigma_p^2, \sigma_e^2)\}]}{\sigma_p^2 + \sigma_r^2 + \sigma_e^2} \end{aligned}$$

biçiminde elde edilir. Varyans bileşenlerinin standart hatalarının anlamı tahmin metoduna bağlıdır. Genellikle bu metot temellendirilmiş bir en çok olabilirlik metodu olacaktır, maksimum en çok olabilirlik veya sınırlı maksimum en çok olabilirlik

gibi. Öyleyse parametrelerin varyansları ve kovaryansları σ_r^2 'nin durumu hariç değerlendiricilerin etkisinin sabit olduğu düşünüldüğünde Fisher'in bilgi matrisinin tersi ile çok benzeyecektir. Burada, standart hata;

$$Var(\hat{\sigma}_r^2) \approx \frac{4}{k^2(k-1)^2} \sum_{i=1}^{k-1} \sum_{j=i+1}^k \{(\bar{Y}_i - \bar{Y}_j)^2 Var(\bar{Y}_i - \bar{Y}_j)\} + \frac{Var(\hat{\sigma}_e^2)}{(nm)^2} \quad 2.93$$

gibi yaklaştırılabilir. Varyans bileşenlerinin standart hatası, değerlendiriciler karma etki modeline sahip olduğunda tahminin metoduna bağlıdır. σ_r^2 kareler toplamı;

$$\sigma_r^2 = \frac{1}{k(k-1)} \sum_{i=1}^{k-1} \sum_{j=i+1}^k (\mu_i - \mu_j)^2$$

$$\hat{\sigma}_r^2 = \frac{1}{k(k-1)} \sum_{i=1}^{k-1} \sum_{j=i+1}^k (\bar{Y}_i - \bar{Y}_j)^2 - \frac{\sigma_e^2}{nm} \quad 2.94$$

ile tahmin edilir. $\hat{\sigma}_r^2$ 'nin varyansını;

$$Var(\hat{\sigma}_r^2) = \left(\frac{df}{(\bar{Y}_i - \bar{Y}_j)} \right)^2 Var(\bar{Y}_i - \bar{Y}_j) + \left(\frac{df}{d\sigma_e^2} \right)^2 Var(\sigma_e^2) \quad 2.95$$

Delta Metodu eşitliğinden faydalanarak ;

$$Var(\hat{\sigma}_r^2) = \frac{1}{k(k-1)} \sum_{i=1}^{k-1} \sum_{j=i+1}^k \{(\bar{Y}_i - \bar{Y}_j)^2 Var(\bar{Y}_i - \bar{Y}_j)\} + \frac{Var(\hat{\sigma}_e^2)}{(nm)^2} \quad 2.96$$

biçiminde elde edilir. Eğer Z dönüşümü kullanılırsa; $Z = 0.5 \log \frac{(1 + \rho_c)}{(1 - \rho_c)}$ şeklinde,

standart hatası ise yine Delta Metodunu kullanarak;

$$Var(\hat{Z}_c) \approx \left(\frac{\partial Z}{\partial \rho_c} \right)^2 Var(\rho_c) = \frac{Var(\rho_c)}{(1 + \rho_c)^2 (1 - \rho_c)^2} \quad 2.97$$

şeklinde elde edilir.

Fleiss ve Shrout (1978), değerlendiricilerin etkisinin rasgele bir etki gibi değerlendirildiğinde F dağılımı temeline dayanan ICC için bir güven aralığı ile ifade eder. Bu yaklaşım aynı zamanda CCC hakkında alışılmış olan sonuçları verecektir. Güven aralığı;

$$\frac{k\sigma_p^2 + (1-F^*)\sigma_e^2}{F^*\{k\sigma_r^2 + (k-1)\sigma_e^2\} + k\sigma_p^2 + \sigma_e^2} < \rho_c < \frac{kF_*\sigma_p^2 + (F_*-1)\sigma_e^2}{k\sigma_r^2 + (k-1)\sigma_e^2 + F_*(k\sigma_p^2 + \sigma_e^2)} \quad 2.98$$

şeklindedir. Burada F^* ve F_* (n-1,v) ve (v, n-1) serbestlik dereceli bir F dağılımının (1- $\alpha/2$)'lik yüzdesini gösterir. Burada,

$$v = \frac{(k-1)(n-1)[k\hat{\rho}_{ICC}F_r + n\{1 + (k-1)\hat{\rho}_{ICC}\} - k\hat{\rho}_{ICC}]}{(n-1)k^2\hat{\rho}_{ICC}^2F_r^2 + [n\{1 + (k-1)\hat{\rho}_{ICC}\} - k\hat{\rho}_{ICC}]^2} \quad 2.99$$

ve burada $F_r = 1 + n \frac{\hat{\sigma}_r^2}{\hat{\sigma}_e^2}$ 'dir (33, 14).

3. MATERYAL METOT

Bu çalışma ile sürekli değişkenlerin tekrar elde edilebilirlik analizinde kullanılan Sınıf içi korelasyon (ICC) ve Concordance korelasyon (CCC) ilişki katsayılarının varyanstan ve etki büyüklüğünden etkilenme durumlarını araştırabilmek için bir simulasyon çalışması yapılmıştır. Bu veriler bilgisayar ortamında MNRDGv1 (34) programı ile üretildikten sonra ICC'nı SPSS 11.5 paket programı (35) yardımı ile CCC'nı da Excel'de yapılmış olan Linconcordance (36) adlı bir program ile hesaplanmıştır.

Bu korelasyon katsayılarının varyanstan etkilenip etkilenmediklerini görebilmek amacıyla ortalamaları, varyansları ve pearson korelasyon katsayıları aşağıdaki gibi olduğu durumlarda 984 farklı kombinasyon 1000 tekrarlı olarak simulasyonla denenmiştir.

$$N = 100$$

$$\mu_1 = \mu_2 = 10$$

$$\sigma^2 = 0.25, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100$$

$$\rho = 0.50, 0.60, 0.70, 0.80, 0.90, 0.95$$

Yukarıda verilen varyans ve ρ korelasyon değerleri için ayrı ayrı veriler üretip her biri için ICC ve CCC hesaplanmıştır. Sınıf içi korelasyon katsayısının daha önce belirtilen üç farklı modeli için de hesaplamalar yapılmıştır. 6 farklı korelasyon değeri için sınıf içi korelasyon katsayısının üç farklı modelinde 198 farklı kombinasyon, Concordance korelasyon katsayısı için de 66 farklı olmak üzere toplam 264 farklı kombinasyon denemesi yapılmıştır.

Etki büyüklüklerinin (EB), ICC'nı ve CCC'nı etkileyip etkilemediklerini araştırırken ise iki grubun varyanslarını homojen olarak kabul edilmiş ortalamalar arasındaki farkların ve pearson korelasyon katsayılarının da aşağıdaki gibi olduğu durumlar için çeşitli kombinasyonlardan simulasyon yapılmıştır.

$$EB = \frac{(\mu_1 - \mu_2)}{\sigma}$$

EB = 0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 0.6, 0.7, 0.8, 0.9, 1.0, 1.1, 1.2, 1.3, 1.4, 1.5, 1.6, 1.7, 1.8, 1.9, 2.0, 2.1, 2.2, 2.3, 2.4, 2.5, 2.6, 2.7, 2.8, 2.9, 3.0

$\rho = 0.50, 0.60, 0.70, 0.80, 0.90, 0.95$

Etki büyüklüklerinden etkilenme durumlarını test ederken, 30 farklı etki büyüklükleri ve 6 farklı ρ korelasyon değerleri için ICC 'nın üç farklı modelinde 540 farklı kombinasyon, CCC için de 180 farklı olmak üzere toplam 720 farklı kombinasyon denemesi yapılmıştır.

3.1. İstatistik Analiz

Tüm kombinasyonlar için hesaplanan ICC ve CCC değerleri ile etki büyüklüğü ve korelasyon değerleri SPSS 11.5 paket programına girilerek ICC ve etki büyüklüğü ile CCC ve etki büyüklüğü arasındaki ilişkiler doğrusal olmayan regresyon analizi ve çoklu lineer regresyon analizi uygulanmıştır.

4. BULGULAR

$n = 100$ 'lük setlerde 1000 tekrarlı olarak üretilen veriler üzerinde yapılan ve materyal metotta açıklanan varyans değerlerine ait sınıf içi ve concordance korelasyon katsayısı değerleri Çizelge 4.1'de, eşit varyanslı ve çeşitli etki büyüklüklerine sahip verilere ait sınıf içi korelasyon katsayısının üç modeline ait değerlerini ve concordance korelasyon katsayısı değerlerini gösteren çalışmanın sonuçları da Çizelge 4.2'de verilmiştir. Her iki çizelgede de ICC için ilk verilen değer Model 1'e , ikinci verilen değer Model 2'ye, üçüncü verilen değer ise Model 3'e ait olan değerlerdir.

Çizelge 4.1. $\mu_1 = \mu_2 = 10$ ve Varyans Değerlerine Göre Intraclass Korelasyon Katsayıları ve Concordance Korelasyon Katsayısı Değerleri

		σ^2										
		0.25	1	4	9	16	25	36	49	64	81	100
$\rho = 0.50$	ρ_{ICC}	0.50	0.50	0.50	0.49	0.50	0.50	0.50	0.50	0.50	0.50	0.50
		0.50	0.50	0.50	0.49	0.50	0.50	0.50	0.50	0.50	0.50	0.50
		0.50	0.50	0.50	0.49	0.50	0.50	0.50	0.50	0.50	0.50	0.50
	ρ_e	0.50	0.50	0.50	0.49	0.50	0.50	0.50	0.50	0.50	0.50	0.50
$\rho = 0.60$	ρ_{ICC}	0.60	0.60	0.61	0.60	0.60	0.60	0.59	0.60	0.60	0.60	0.60
		0.60	0.60	0.61	0.60	0.60	0.60	0.59	0.60	0.60	0.60	0.60
		0.60	0.60	0.61	0.60	0.60	0.60	0.59	0.60	0.60	0.60	0.60
	ρ_e	0.60	0.60	0.61	0.60	0.60	0.60	0.59	0.60	0.60	0.60	0.60
$\rho = 0.70$	ρ_{ICC}	0.70	0.70	0.71	0.70	0.69	0.70	0.71	0.70	0.69	0.70	0.70
		0.70	0.70	0.71	0.70	0.69	0.70	0.71	0.70	0.69	0.70	0.70
		0.70	0.70	0.71	0.70	0.69	0.70	0.71	0.70	0.69	0.70	0.70
	ρ_e	0.70	0.70	0.71	0.70	0.69	0.70	0.71	0.70	0.69	0.70	0.70
$\rho = 0.80$	ρ_{ICC}	0.80	0.80	0.80	0.81	0.80	0.80	0.79	0.80	0.80	0.80	0.80
		0.80	0.80	0.80	0.81	0.80	0.80	0.79	0.80	0.80	0.80	0.80
		0.80	0.80	0.80	0.81	0.80	0.80	0.79	0.80	0.80	0.80	0.80
	ρ_e	0.80	0.80	0.80	0.81	0.80	0.80	0.79	0.80	0.80	0.80	0.80
$\rho = 0.90$	ρ_{ICC}	0.90	0.90	0.90	0.91	0.90	0.90	0.90	0.89	0.90	0.90	0.90
		0.90	0.90	0.90	0.91	0.90	0.90	0.90	0.89	0.90	0.90	0.90
		0.90	0.90	0.90	0.91	0.90	0.90	0.90	0.89	0.90	0.90	0.90
	ρ_e	0.90	0.90	0.90	0.91	0.90	0.90	0.90	0.89	0.90	0.90	0.90
$\rho = 0.95$	ρ_{ICC}	0.95	0.95	0.96	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.94	0.95	0.95
		0.95	0.95	0.96	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.94	0.95	0.95
		0.95	0.95	0.96	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.94	0.95	0.95
	ρ_e	0.95	0.95	0.96	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.94	0.95	0.95

Çizelge 4.2. $\sigma_1 = \sigma_2 = 1$ ve Etkli Büyüklüklerine göre İnterclass Korelasyon Katsayıları ve Concordance Korelasyon Katsayısı Değerleri

$\mu_1 - \mu_2$	$\rho = 0.50$			$\rho = 0.60$			$\rho = 0.70$			$\rho = 0.80$			$\rho = 0.90$			$\rho = 0.95$			
	ρ_{ICC}	ρ_e	ρ_{ICC}	ρ_e	ρ_{ICC}	ρ_e	ρ_{ICC}	ρ_e	ρ_{ICC}	ρ_e	ρ_{ICC}	ρ_e	ρ_{ICC}	ρ_e	ρ_{ICC}	ρ_e	ρ_{ICC}	ρ_e	
0.1	0.50	0.50	0.50	0.60	0.60	0.60	0.70	0.70	0.70	0.80	0.80	0.80	0.90	0.90	0.90	0.90	0.94	0.95	0.94
0.2	0.50	0.50	0.51	0.59	0.60	0.59	0.68	0.68	0.70	0.78	0.80	0.78	0.88	0.88	0.90	0.88	0.93	0.94	0.93
0.3	0.47	0.48	0.51	0.57	0.58	0.60	0.66	0.67	0.70	0.75	0.76	0.79	0.86	0.86	0.90	0.86	0.90	0.91	0.94
0.4	0.46	0.48	0.51	0.53	0.55	0.60	0.63	0.64	0.70	0.73	0.74	0.80	0.83	0.83	0.90	0.84	0.88	0.95	0.88
0.5	0.41	0.44	0.50	0.50	0.53	0.60	0.61	0.63	0.70	0.70	0.71	0.80	0.79	0.80	0.90	0.80	0.82	0.94	0.84
0.6	0.36	0.41	0.49	0.47	0.51	0.60	0.55	0.58	0.69	0.66	0.69	0.80	0.69	0.74	0.90	0.76	0.79	0.81	0.95
0.7	0.34	0.41	0.51	0.41	0.47	0.59	0.50	0.55	0.69	0.61	0.64	0.80	0.64	0.69	0.90	0.72	0.74	0.94	0.76
0.8	0.29	0.37	0.49	0.38	0.46	0.60	0.47	0.53	0.70	0.55	0.61	0.80	0.61	0.64	0.90	0.68	0.67	0.95	0.71
0.9	0.24	0.35	0.50	0.33	0.43	0.60	0.41	0.50	0.70	0.49	0.57	0.80	0.57	0.58	0.90	0.64	0.62	0.95	0.68
1.0	0.17	0.32	0.49	0.32	0.41	0.61	0.36	0.46	0.70	0.44	0.53	0.79	0.53	0.52	0.90	0.60	0.56	0.95	0.63
1.1	0.16	0.32	0.51	0.32	0.37	0.60	0.30	0.43	0.70	0.43	0.49	0.79	0.50	0.46	0.90	0.56	0.50	0.95	0.59
1.2	0.10	0.29	0.50	0.29	0.34	0.59	0.24	0.40	0.69	0.40	0.47	0.80	0.47	0.40	0.90	0.52	0.43	0.95	0.55
1.3	0.05	0.27	0.49	0.27	0.33	0.61	0.19	0.38	0.69	0.38	0.43	0.79	0.43	0.34	0.90	0.49	0.36	0.94	0.51
1.4	0.01	0.26	0.50	0.26	0.30	0.60	0.15	0.36	0.70	0.36	0.40	0.80	0.40	0.28	0.90	0.46	0.31	0.95	0.48
1.5	-0.04	0.24	0.51	0.24	0.27	0.58	0.08	0.32	0.69	0.32	0.37	0.80	0.37	0.22	0.90	0.42	0.24	0.95	0.44

Çizelge 4.2.'nin Devamı

$\mu_1 - \mu_2$	$\rho = 0.50$			$\rho = 0.60$			$\rho = 0.70$			$\rho = 0.80$			$\rho = 0.90$			$\rho = 0.95$										
	ρ_{ICC}	ρ_e	ρ_{ICC}	ρ_{ICC}	ρ_e	ρ_{ICC}	ρ_{ICC}	ρ_e	ρ_{ICC}	ρ_{ICC}	ρ_e	ρ_{ICC}	ρ_{ICC}	ρ_e	ρ_{ICC}	ρ_{ICC}	ρ_e									
1.6	-0.09	0.22	0.49	0.22	-0.02	0.27	0.61	0.27	0.02	0.30	-0.69	0.30	0.10	0.35	0.80	0.35	0.89	0.39	0.15	0.39	0.89	0.39	0.19	0.42	0.95	0.42
1.7	-0.12	0.21	0.50	0.21	-0.07	0.24	0.59	0.25	-0.02	0.28	0.70	0.28	0.04	0.32	0.80	0.32	0.90	0.37	0.10	0.37	0.90	0.37	0.14	0.39	0.95	0.39
1.8	-0.16	0.20	0.51	0.20	-0.11	0.23	0.61	0.23	-0.06	0.27	0.71	0.27	0.00	0.31	0.80	0.31	0.90	0.34	0.04	0.34	0.90	0.34	0.09	0.37	0.95	0.37
1.9	-0.21	0.18	0.50	0.18	-0.16	0.21	0.59	0.21	-0.09	0.26	0.71	0.26	-0.06	0.28	0.80	0.28	0.91	0.33	0.01	0.33	0.91	0.33	0.02	0.34	0.95	0.34
2.0	-0.25	0.16	0.50	0.16	-0.21	0.19	0.59	0.19	-0.15	0.24	0.71	0.24	-0.09	0.27	0.80	0.27	0.90	0.30	-0.04	0.30	0.90	0.30	-0.02	0.32	0.95	0.32
2.1	-0.28	0.16	0.52	0.16	-0.24	0.19	0.60	0.19	-0.20	0.22	0.70	0.22	-0.15	0.25	0.79	0.25	0.90	0.28	-0.10	0.28	0.90	0.28	-0.06	0.30	0.95	0.30
2.2	-0.31	0.15	0.52	0.15	-0.27	0.18	0.59	0.18	-0.23	0.20	0.70	0.20	-0.17	0.24	0.80	0.24	0.90	0.27	-0.13	0.27	0.90	0.27	-0.13	0.27	0.95	0.27
2.3	-0.35	0.14	0.52	0.14	-0.31	0.17	0.60	0.17	-0.26	0.19	0.69	0.19	-0.23	0.22	0.80	0.22	0.90	0.25	-0.17	0.25	0.90	0.25	-0.16	0.26	0.95	0.26
2.4	-0.38	0.13	0.51	0.13	-0.35	0.15	0.59	0.15	-0.30	0.18	0.70	0.18	-0.27	0.20	0.80	0.20	0.90	0.23	-0.23	0.23	0.90	0.23	-0.20	0.25	0.95	0.25
2.5	-0.41	0.12	0.51	0.12	-0.36	0.15	0.61	0.15	-0.34	0.17	0.70	0.17	-0.29	0.19	0.80	0.19	0.90	0.22	-0.27	0.22	0.90	0.22	-0.24	0.23	0.95	0.23
2.6	-0.44	0.12	0.52	0.12	-0.41	0.14	0.60	0.14	-0.37	0.16	0.70	0.16	-0.33	0.18	0.80	0.18	0.90	0.21	-0.29	0.21	0.90	0.21	-0.27	0.22	0.95	0.22
2.7	-0.46	0.11	0.52	0.11	-0.44	0.13	0.60	0.13	-0.40	0.15	0.70	0.15	-0.36	0.17	0.81	0.17	0.90	0.19	-0.32	0.19	0.90	0.19	-0.32	0.20	0.94	0.20
2.8	-0.49	0.11	0.52	0.11	-0.47	0.12	0.60	0.12	-0.43	0.14	0.69	0.14	-0.40	0.16	0.80	0.16	0.90	0.18	-0.36	0.18	0.90	0.18	-0.35	0.19	0.95	0.19
2.9	-0.50	0.10	0.52	0.10	-0.49	0.11	0.59	0.11	-0.46	0.13	0.69	0.13	-0.42	0.15	0.80	0.15	0.90	0.17	-0.39	0.17	0.90	0.17	-0.37	0.18	0.95	0.18
3.0	-0.53	0.09	0.52	0.09	-0.51	0.11	0.60	0.11	-0.48	0.13	0.70	0.13	-0.44	0.15	0.80	0.15	0.90	0.16	-0.42	0.16	0.90	0.16	-0.40	0.17	0.95	0.17

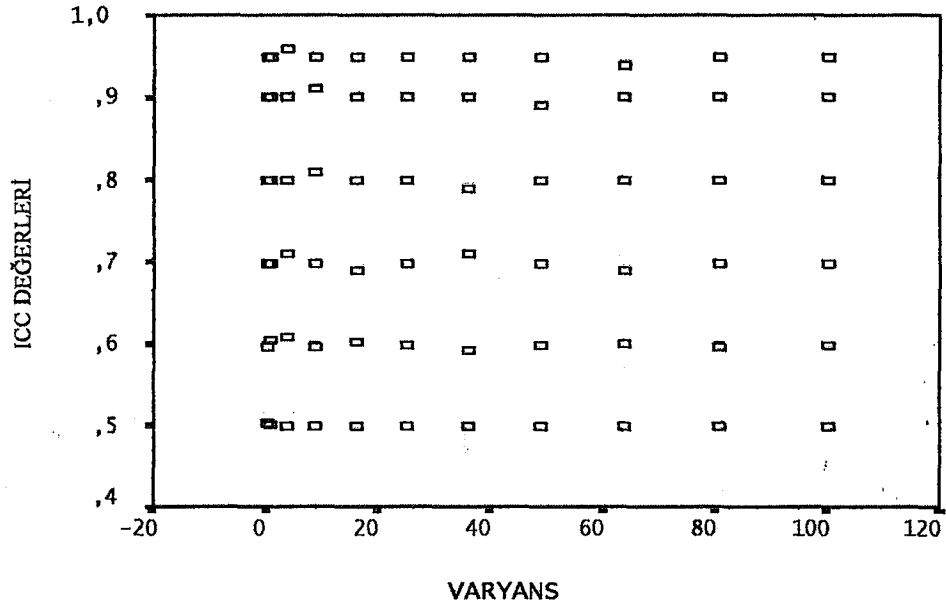
5. TARTIŞMA VE SONUÇ

Çizelge 4.1 incelendiğinde farklı varyans değerleri için ICC ve CCC değerlerinin pearson korelasyon katsayısı değerlerine eşit çıktığını görüyoruz. Bu durumda, üzerinde durulan değişkenin her iki ölçümünde de $\mu_1 = \mu_2$ ve $\sigma_1 = \sigma_2$ olduğu bir durumda hesaplanan ICC ve CCC sonuçlarının pearson korelasyon katsayısına eşit olduğunu göstermektedir. Aynı tablodan iki ölçümde sabit kalmak koşuluyla varyansların ortalamaya göre büyümesinin (varyasyon katsayılarının) ICC ve CCC sonuçlarını etkilemediğini göstermektedir. Concordance korelasyon katsayısının özelliğinden birisi de genel bölümleri anlatırken ifade edildiği gibi ortalamaları ve varyansları birbirine eşit olan iki grubun CCC değeri pearson korelasyon katsayısına eşit olmasıdır. CCC'nin bu özelliği de simulasyon çalışması ile burada ispatlanmış oldu. Aynı şekilde ICC'nin de üç modeli için farklı pearson korelasyon değerleri için aynı sonuçları verdiği yani pearson korelasyon katsayısına eşit olduğu gözlenmektedir.

ICC'nin ve CCC'nin etki büyüklüklerinden etkilenme durumlarını yukarıda Çizelge 4.2.'de verilmişti. Bu çizelgeden de anlaşılacağı üzere, çeşitli pearson korelasyon değerleri için ICC'nin Model 2 ve Model 3 değerleri birbirine yakın ve aynı zamanda Model 2 değerleri ile CCC'nin değerleri birbirlerine eşit, Model 3 değerleri ise Pearson korelasyon katsayısına eşit olarak elde edilmektedir. Sonuç olarak bu çizelgeden çeşitli pearson korelasyon değerlerine göre etki büyüklükleri arttıkça ICC ve CCC değerleri azalmakta ancak Model 3 değerleri sabit kalmaktadır diyebiliriz. Bundan yola çıkarak gerek CCC, gerekse ICC'nin temel amacı olan tekrar elde edilebilirlik için Model 3'ün uygun olmadığı kararına varabiliriz.

5.1. İstatistik Analiz Sonuçları

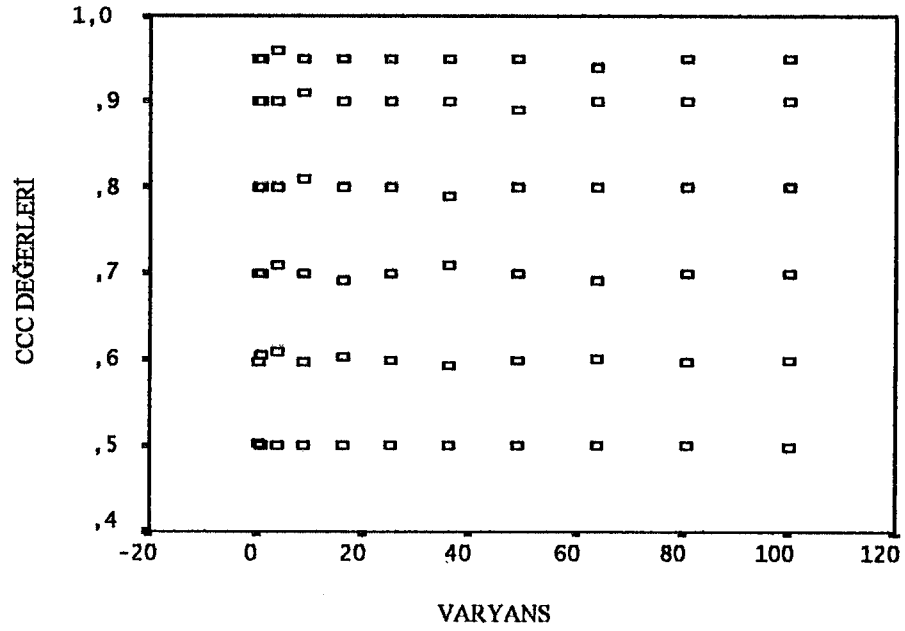
ICC ve CCC'nin varyanstan ve etki büyüklüğünden etkilenme durumlarını bir de SPSS paket programından elde ettiğimiz grafiklerle de gösterebiliriz.



Şekil 5.1. ICC'nin Varyanstan Etkilenme Durumu

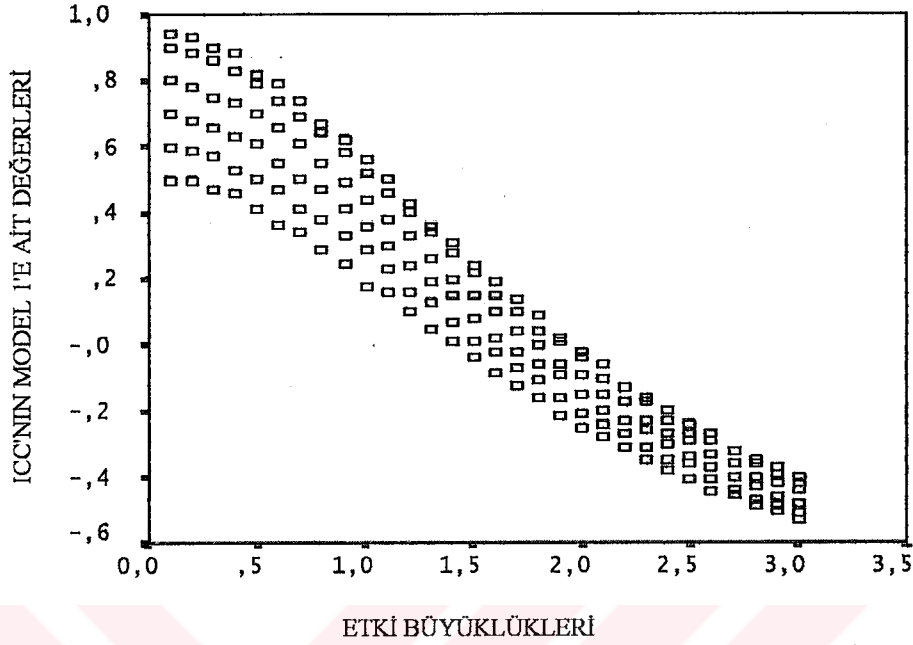
Şekil 5.1'e göre, bütün varyans değerleri için her bir pearson korelasyon değerleri ICC değerlerine eşit çıkmaktadır ve böyle bir durumda ICC'nin her bir değerinin üniform bir dağılım gösterdiği söylenebilir. Şekil 5.1'e göre, varyansın değişmesi yani azalması veya artması korelasyon katsayısı değerini etkilememektedir.

Concordance korelasyon katsayısının varyanstan etkilenme durumu ise Şekil 5.2'de görülmektedir. ICC'da olduğu gibi CCC içinde aynı şeyleri söylemek mümkündür. Yani bu dağılım da her bir pearson korelasyonu için bir üniform dağılım göstermektedir. Ortalamaları ve varyansları eşit olan iki grubun CCC değerleri ile pearson korelasyon katsayıları birbirine eşittir. Bu durum şekilden de net bir biçimde görülmektedir.



Şekil 5.2. CCC'nin Varyanstan Etkilenme Durumu

ICC'nin Model 1'e ait değerlerinin etki büyüklüğünden etkilenme durumu Şekil 5.3 ile , Model 2'ye ait değerlerinin etkilenme durumu Şekil 5.10 ile ve Model 3'e ait etkilenme durumu Şekil 5.17 ile verilmektedir. Şekil 5.4'den itibaren Şekil 5.9'a kadar olan şekillerde Model 1'e ait her bir korelasyon için ayrı ayrı etki büyüklüğünden etkilenme durumları, Şekil 5.11'den itibaren Şekil 5.16'ya kadar olan şekillerde ise Model 2'ye ait her bir korelasyon için ayrı ayrı etki büyüklüğünden etkilenme durumları gösterilmektedir. Model 1 ve Model 2'ye ait değerlerin etki büyüklüğünden etkilendiği ve etki büyüklüğü arttıkça ICC değerlerinin düştüğü, Model 3'e ait değerler için ise ICC değerlerinin pearson korelasyon katsayısına eşit olduğu görülmektedir. ICC'nin Model 3'e ait değerlerinin etki büyüklüğünden etkilenme durumunu gösteren grafikten faydalanarak diyebiliriz ki bu dağılım üniform bir dağılım göstermektedir.



Şekil 5.3. ICC'nin Model 1'e Ait Değerlerinin Etki Büyüklüğünden Etkilenme Durumu

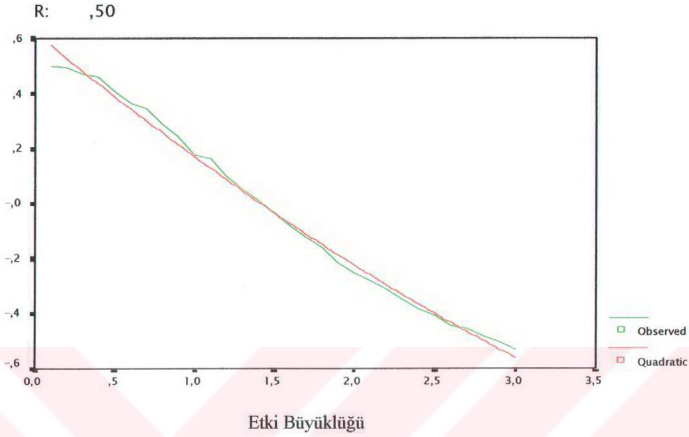
ICC'nin Model 1'e ait değerlerinin etki büyüklüğünden etkilenme durumunu gösteren veriler için en uygun modelin Quadratic bir model olduğu SPSS paket programından belirlenmiştir. Aynı zamanda bu modele ait regresyon denklemleri her bir pearson korelasyon katsayısı için ayrı ayrı hesaplanmış ve grafikleri elde edilmiştir.

Korelasyon katsayısı 0.50 için yapılan basit regresyon analizi sonucunda modele ait regresyon denklemi,

$$ICC_1 = 0.621 - 0.478 D + 0.028 D^2 \quad (p = 0.0001)$$

şeklindedir. Bu denklemin standart hatası $s = 0.02622$ ve determinasyon katsayısı $\% R^2 = 99.47$ olarak hesaplanmıştır. Ayrıca $r = 0.50$ için ICC ve etki büyüklüğünü gösteren grafik Şekil 5.4 ile verilmektedir.

ICC_1



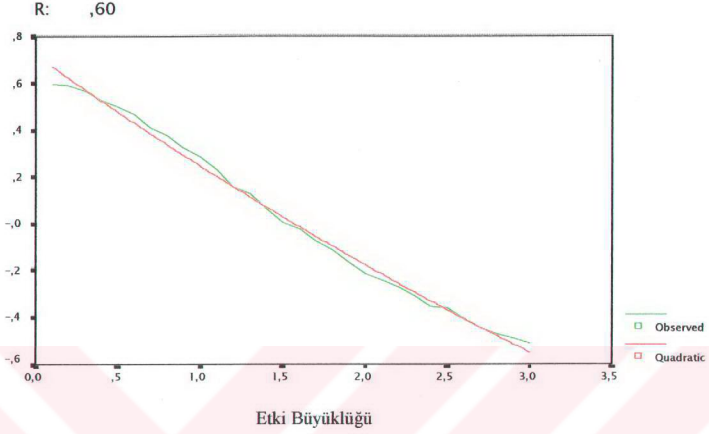
Şekil 5.4. $r = 0.50$ için ICC'nın Model 1'e Ait Değerlerinin Etki Büyüklüğünden Etkilenme Durumu

Korelasyon katsayısı 0.60 için yapılan basit regresyon analizi sonucunda modele ait regresyon denklemi,

$$ICC_1 = 0.723 - 0.499 D + 0.025 D^2 \quad (p = 0.0001)$$

şeklindedir. Bu denklemin standart hatası $s = 0.02798$ ve determinasyon katsayısı $\% R^2 = 99.47$ olarak hesaplanmıştır Ayrıca $r = 0.60$ için ICC ve etki büyüklüğünü gösteren grafik Şekil 5.5 ile verilmektedir.

ICC_1



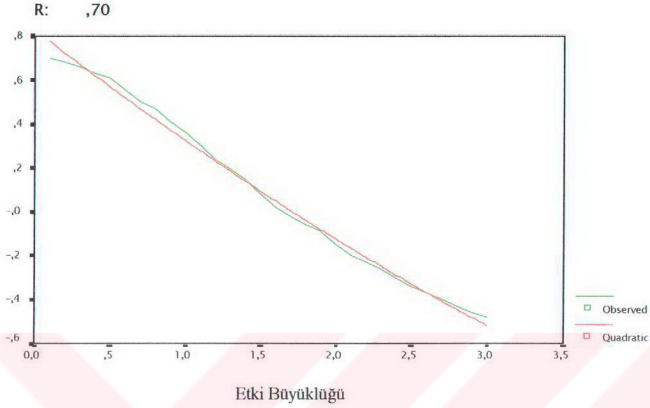
Şekil 5.5. $r = 0.60$ için ICC'nın Model 1'e Ait Değerlerinin Etki Büyüklüğünden Etkilenme Durumu

Korelasyon katsayısı 0.70 için yapılan basit regresyon analizi sonucunda modele ait regresyon denklemi,

$$ICC_1 = 0.828 - 0.530 D + 0.027 D^2 \quad (p = 0.0001)$$

şeklindedir. Bu denklemin standart hatası $s = 0.02987$ ve determinasyon katsayısı $\% R^2 = 99.47$ olarak hesaplanmıştır. Ayrıca $r = 0.70$ için ICC ve etki büyüklüğünü gösteren grafik Şekil 5.6 ile verilmektedir

ICC_1



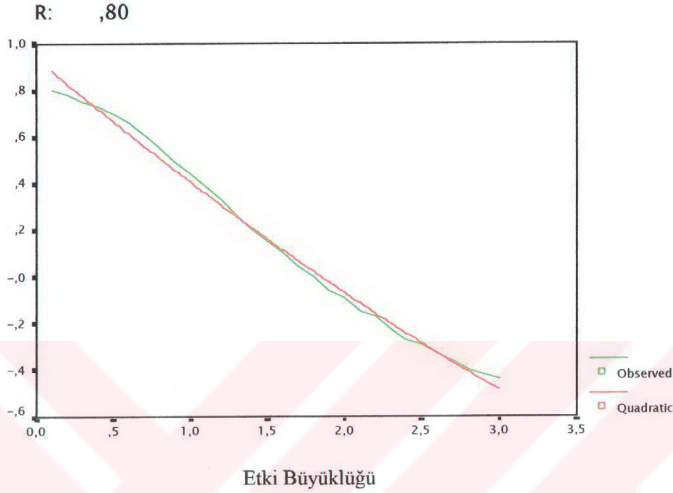
Şekil 5.6. $r = 0.70$ için ICC'nın Model 1'e Ait Değerlerinin Etki Büyüklüğünden Etkilenme Durumu

Korelasyon katsayısı 0.80 için yapılan basit regresyon analizi sonucunda modele ait regresyon denklemi,

$$ICC_1 = 0.939 - 0.562 D + 0.0289 D^2 \quad (p = 0.0001)$$

şeklinde elde edilmiştir. Bu denklemin standart hatası $s = 0.0336$ ve determinasyon katsayısı $\%R^2 = 99.397$ olarak hesaplanmıştır. Ayrıca $r = 0.80$ için ICC ve etki büyüklüğünü gösteren grafik Şekil 5.7 ile verilmektedir .

ICC_1



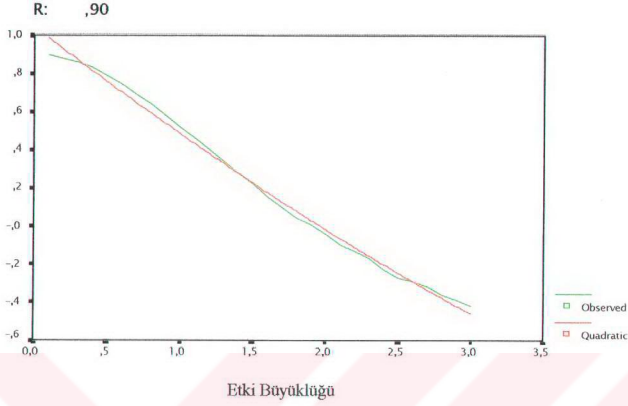
Şekil 5.7. $r = 0.80$ için ICC'nın Model 1'e Ait Değerlerinin Etki Büyüklüğünden Etkilenme Durumu

Korelasyon katsayısı 0.90 için yapılan basit regresyon analizi sonucunda modele ait regresyon denklemi,

$$ICC_1 = 1.046 - 0.589 D + 0.029 D^2 \quad (p = 0.0001)$$

şeklinde elde edilmiştir. Bu denklemin standart hatasının $s = 0.034$ ve determinasyon katsayısının $\%R^2 = 99.447$ olarak hesaplanmıştır. Ayrıca $r = 0.90$ için ICC ve etki büyüklüğünü gösteren grafik Şekil 5.8 ile verilmektedir

ICC_1



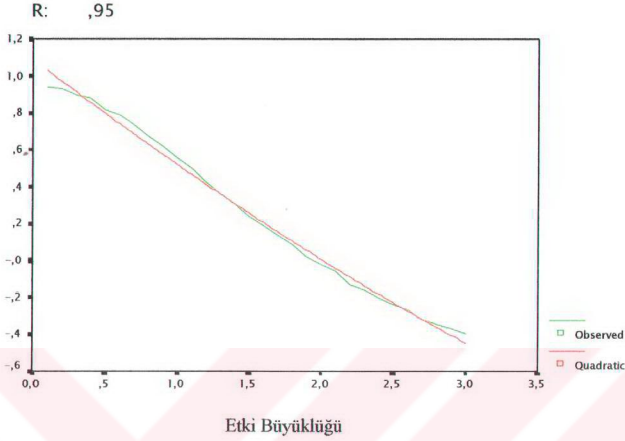
Şekil 5.8. $r = 0.90$ için ICC'nın Model 1'e Ait Değerlerinin Etki Büyüklüğünden Etkilenme Durumu

Korelasyon katsayısı 0.95 için yapılan basit regresyon analizi sonucunda modele ait regresyon denklemi,

$$ICC_1 = 1.093 - 0.60 D + 0.029 D^2 \quad (p = 0.0001)$$

şeklinde elde edilmiştir. Bu denklemin standart hatası $s = 0.035$ ve determinasyon katsayısı $\% R^2 = 99.44$ olarak hesaplanmıştır. Ayrıca $r = 0.95$ için ICC ve etki büyüklüğünü gösteren grafik Şekil 5.9 ile verilmektedir.

ICC_1



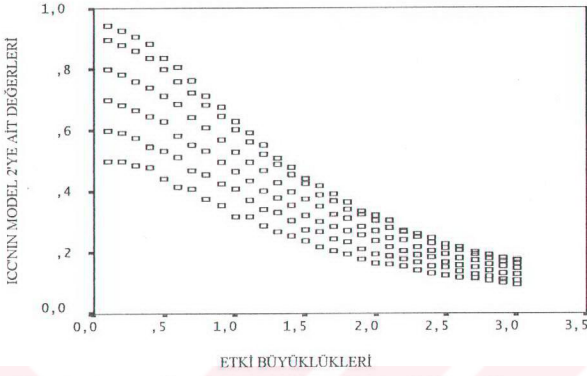
Şekil 5.9. $r = 0.95$ için ICC'nın Model 1'e ait Değerlerinin Etki Büyüklüğünden Etkilenme Durumu

Şekil 5.3 ve her bir korelasyon katsayısı için tahmin denklemleri incelendiğinde ilgili pearson korelasyon katsayısının tahmin denklemlerinin a sabitleri üzerindeki etkisi görülmektedir. Bu durumdan yola çıkarak hem etki büyüklüğünün hem de korelasyon katsayısının ICC üzerine birlikte etkilerinin incelenmesi amacıyla çoklu lineer regresyon analizi uygulandığında regresyon denklemi;

$$ICC_1 = 0.354 - 0.457 D + 0.64 R \quad (p = 0.0001)$$

şeklinde elde edilir. Bu denklemin standart hatası $s = 0.051$ ve determinasyon katsayısı $\% R^2 = 0.985$ olarak hesaplanmıştır.

ICC'nın Model 2 'ye ait değerlerinin etki büyüklüğünden etkilenme durumu Şekil 2.10 ile görülmektedir.



Şekil 5.10. ICC'nin Model 2'ye Ait Değerlerinin Etki Büyüklüğünden Etkilenme Durumu

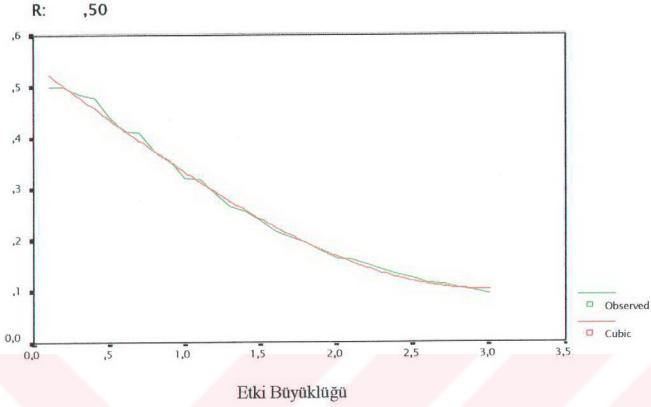
ICC'nin Model 2'ye ait değerlerinin etki büyüklüğünden etkilene durumunu gösteren veriler için en uygun modelin Cubic bir model olduğu SPSS paket programından belirlenmiş ve bu modele ait regresyon denklemleri her bir Pearson korelasyon katsayıları için ayrı ayrı hesaplanmış ve grafikleri elde edilmiştir. Bütün korelasyon değerleri için modele sadece bağımsız değişken, etki büyüklüğü ve etki büyüklüğünün küpü dahil edilmiştir. Etki büyüklüğünün karesi modeli anlamsız kıldığı için modelden çıkarılmıştır.

Korelasyon katsayısı 0.50 için yapılan basit regresyon analizi sonucunda modele ait regresyon denklemi,

$$ICC_2 = 0.545 - 0.221 D + 0.008 D^3 \quad (p = 0.0001)$$

şeklinde elde edilmiştir. Bu denklemin standart hatası $s = 0.00871$ ve determinasyon katsayısı $\% R^2 = 99.63$ olarak hesaplanmıştır. Ayrıca $r = 0.50$ için ICC ve etki büyüklüğünü gösteren grafik Şekil 5.11 ile verilmektedir.

ICC_2



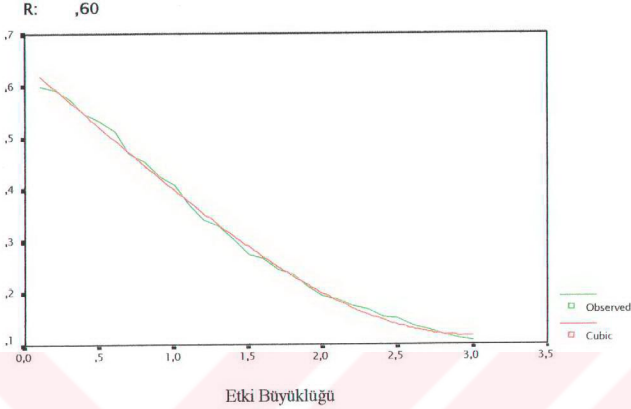
Şekil 5.11. $r = 0.50$ için ICC'nın Model 2'ye Ait Değerlerinin Etki Büyüklüğünden Etkilenme Durumu

Korelasyon katsayısı 0.60 için yapılan basit regresyon analizi sonucunda modele ait regresyon denklemi,

$$ICC_2 = 0.648 - 0.26 D + 0.009 D^3 \quad (p = 0.0001)$$

şeklinde elde edilmiştir. Bu denklemin standart hatası $s = 0.00838$ ve determinasyon katsayısı $\% R^2 = 99.76$ olarak hesaplanmıştır. Ayrıca $r = 0.60$ için ICC ve etki büyüklüğünü gösteren grafik Şekil 5.12 ile verilmektedir.

ICC_2



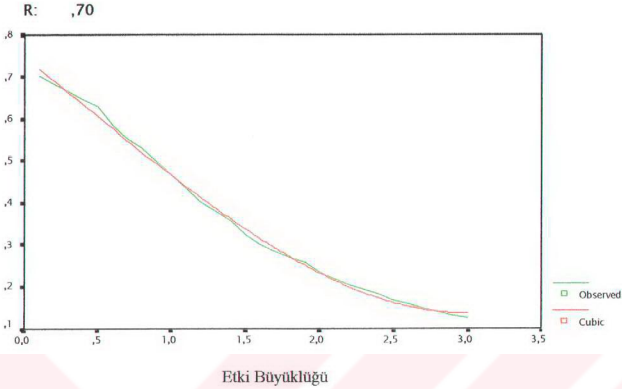
Şekil 5.12. $r = 0.60$ için ICC'nın Model 2'ye Ait Değerlerinin Etki Büyüklüğünden Etkilenme Durumu

Korelasyon katsayısı 0.70 için yapılan basit regresyon analizi sonucunda modele ait regresyon denklemi,

$$ICC_2 = 0.754 - 0.303 D + 0.011 D^3 \quad (p = 0.0001)$$

şeklinde elde edilmiştir. Bu denklemin standart hatası $s = 0.00957$ ve determinasyon katsayısı $\% R^2 = 99.77$ olarak hesaplanmıştır. Ayrıca $r = 0.70$ için ICC ve etki büyüklüğünü gösteren grafik Şekil 5.13 ile verilmektedir.

ICC_2



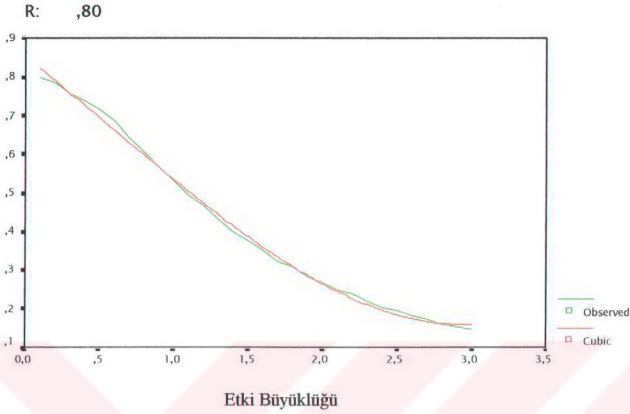
Şekil 5.13. $r = 0.70$ için ICC'nın Model 2'ye Ait Değerlerinin Etki Büyüklüğünden Etkilenme Durumu

Korelasyon katsayısı 0.80 için yapılan basit regresyon analizi sonucunda modele ait regresyon denklemi,

$$ICC_2 = 0.866 - 0.348 D + 0.012 D^3 \quad (p = 0.0001)$$

şeklinde elde edilmiştir. Bu denklemin standart hatası $s = 0.01147$ ve determinasyon katsayısı $\% R^2 = 99.75$ olarak hesaplanmıştır Ayrıca $r = 0.80$ için ICC ve etki büyüklüğünü gösteren grafik Şekil 5.14 ile verilmektedir.

ICC_2



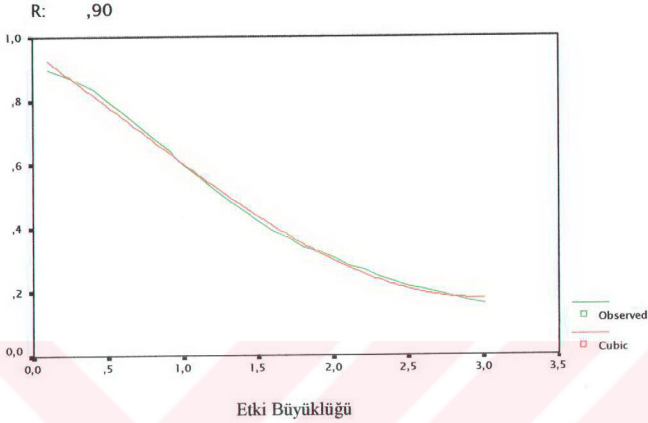
Şekil 5.14. $r = 0.80$ için ICC'nin Model 2'ye Ait Değerlerinin Etki Büyüklüğünden Etkilenme Durumu

Korelasyon katsayısı 0.90 için yapılan basit regresyon analizi sonucunda modele ait regresyon denklemi,

$$ICC_2 = 0.973 - 0.39 D + 0.014 D^3 \quad (p = 0.0001)$$

şeklinde elde edilmiştir. Bu denklemin standart hatası $s = 0.01222$ ve determinasyon katsayısı $\% R^2 = 99.78$ olarak hesaplanmıştır Ayrıca $r = 0.90$ için ICC ve etki büyüklüğünü gösteren grafik Şekil 5.15 ile verilmektedir.

ICC_2



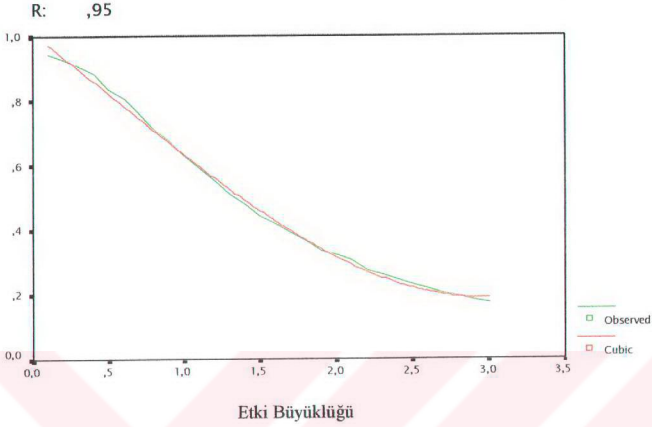
Şekil 5.15. $r = 0.90$ için ICC'nın Model 2'ye Ait Değerlerinin Etki Büyüklüğünden Etkilenme Durumu

Korelasyon katsayısı 0.95 için yapılan basit regresyon analizi sonucunda modele ait regresyon denklemi,

$$ICC_2 = 1.025 - 0.411 D + 0.014 D^3 \quad (p = 0.0001)$$

şeklinde elde edilmiştir. Bu denklemin standart hatası $s = 0.01297$ ve determinasyon katsayısı $\% R^2 = 99.77$ olarak hesaplanmıştır. Ayrıca $r = 0.90$ için ICC ve etki büyüklüğünü gösteren grafik Şekil 5.16 ile verilmektedir.

ICC_2



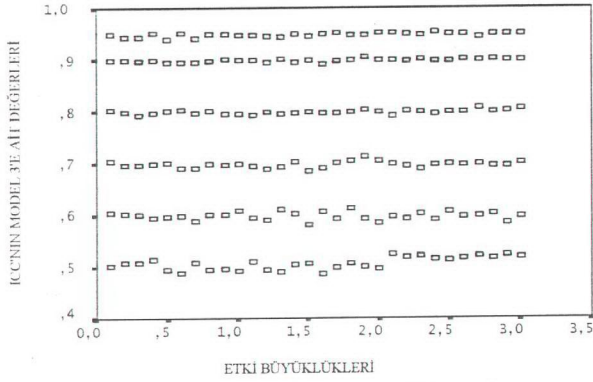
Şekil 5.16. $r = 0,95$ için ICC'nın Model 2'ye Ait Değerlerinin Etki Büyüklüğünden Etkilenme Durumu

Hem etki büyüklüğünün hem de korelasyon katsayısının ICC üzerine birlikte etkilerinin incelenmesi amacıyla çoklu lineer regresyon analizi uygulandığında regresyon denklemi;

$$ICC_2 = 0.351 - 0.225 D + 0.516 R \quad (p = 0.0001)$$

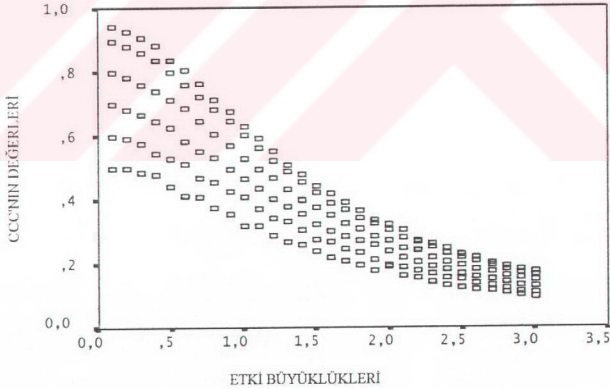
şeklinde elde edilir. Bu denklemin standart hatası $s = 0.057$ ve determinasyon katsayısı $\% R^2 = 0.933$ olarak hesaplanmıştır.

ICC'nın Model 3'e ait değerlerinin etki büyüklükleri ne olursa olsun korelasyon katsayısına eşit olduğu Şekil 5.17' de gözlenmektedir. Şekil 5.17'ye göre ICC'nın her bir korelasyon değeri için ayrı ayrı bir üniform dağılım gösterdiği söylenebilir.



Şekil 5.17. ICC'nin Model 3'e Ait Değerlerinin Etki Büyüklüğünden Etkilenme Durumu

CCC değerlerinin etki büyüklüklerinden etkilenme durumu Şekil 5.18 ile verilmektedir. Bu şekilde göre ortalamalar arasındaki fark arttıkça CCC değerleri azalmaktadır.



Şekil 5.18 CCC'nın Etki Büyüklüğünden Etkilenme Durumu

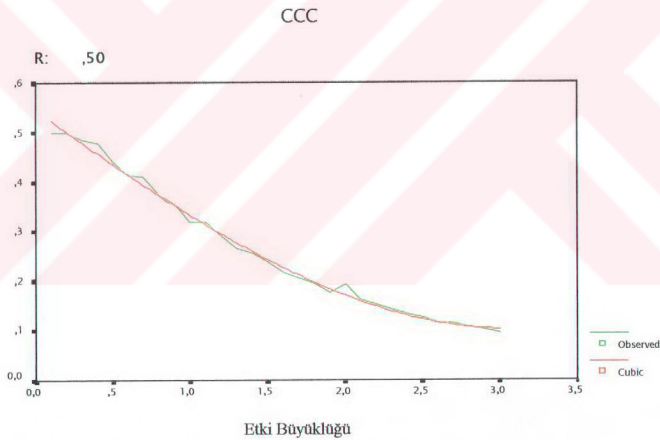
CCC'na ait değerlerinin etki büyüklüğünden etkilenme durumunu gösteren veriler için en uygun modelin Cubic bir model olduğu SPSS paket programından belirlenmiş ve bu modele ait regresyon denklemleri her bir pearson korelasyon

katsayıları için ayrı ayrı hesaplanmış ve grafikleri elde edilmiştir. Bütün korelasyon değerleri için modele sadece bağımsız değişken, etki büyüklüğü ve etki büyüklüğünün küpü dahil edilmiştir. Etki büyüklüğünün karesi modeli anlamsız kıldığı için modelden çıkarılmıştır.

Korelasyon katsayısı 0.50 için yapılan basit regresyon analizi sonucunda modele ait regresyon denklemi,

$$CCC = 0.543 - 0.218 D + 0.008 D^3 \quad (p = 0.0001)$$

şeklinde elde edilmiştir. Bu denklemin standart hatası $s = 0.00974$ ve determinasyon katsayısı $\% R^2 = 99.534$ olarak hesaplanmıştır. Ayrıca $r = 0.50$ için CCC ve etki büyüklüğünü gösteren grafik Şekil 5.19 ile verilmektedir.

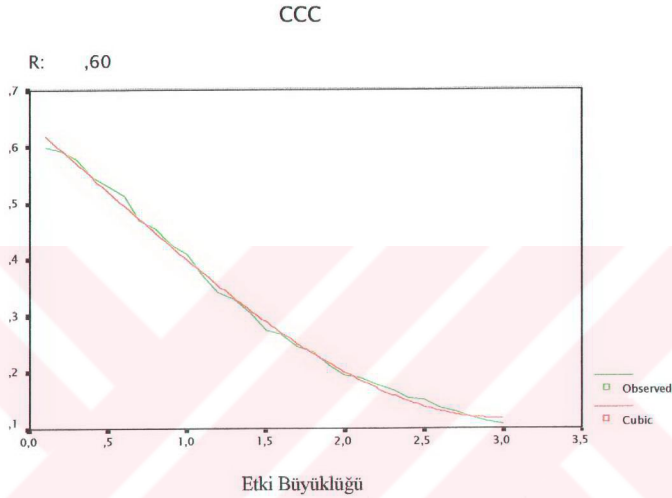


Şekil 5.19. $r = 0.50$ için CCC'nin Etki Büyüklüğünden Etkilenme Durumu

Korelasyon katsayısı 0.60 için yapılan basit regresyon analizi sonucunda modele ait regresyon denklemi,

$$CCC = 0.648 - 0.26 D + 0.009 D^3 \quad (p = 0.0001)$$

şeklinde elde edilmiştir. Bu denklemin standart hatası $s = 0.00837$ ve determinasyon katsayısı $\% R^2 = 99.76$ olarak hesaplanmıştır. Ayrıca $r = 0.60$ için CCC ve etki büyüklüğünü gösteren grafik Şekil 5.20 ile verilmektedir.



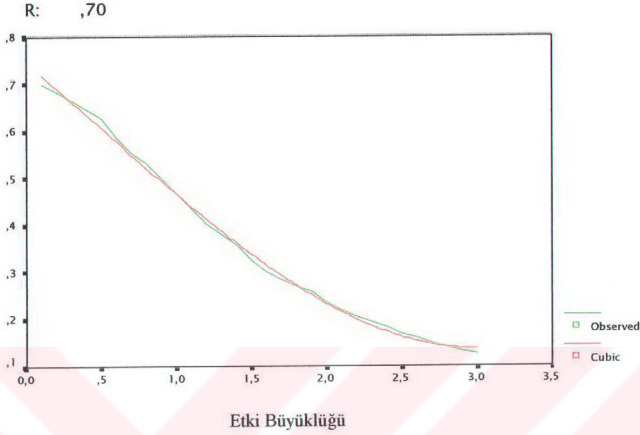
Şekil 5.20. $r = 0.60$ için CCC'nın Etki Büyüklüğünden Etkilenme Durumu

Korelasyon katsayısı 0.70 için yapılan basit regresyon analizi sonucunda modele ait regresyon denklemi,

$$CCC = 0.754 - 0.303 D + 0.011 D^3 \quad (p = 0.0001)$$

şeklinde elde edilmiştir. Bu denklemin standart hatası $s = 0.00955$ ve determinasyon katsayısı $\% R^2 = 99.77$ olarak hesaplanmıştır. Ayrıca $r = 0.70$ için CCC ve etki büyüklüğünü gösteren grafik Şekil 5.21 ile verilmektedir.

CCC



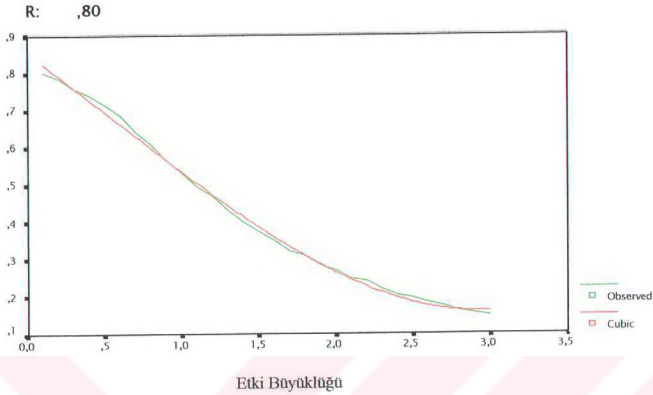
Şekil 5.21. $r = 0.70$ için CCC'nın Etki Büyüklüğünden Etkilenme Durumu

Korelasyon katsayısı 0.80 için yapılan basit regresyon analizi sonucunda modele ait regresyon denklemi,

$$CCC = 0.866 - 0.348 D + 0.012 D^3 \quad (p = 0.0001)$$

şeklinde elde edilmiştir. Bu denklemin standart hatası $s = 0.0114$ ve determinasyon katsayısı $\% R^2 = 99.75$ olarak hesaplanmıştır. Ayrıca $r = 0.80$ için CCC ve etki büyüklüğünü gösteren grafik Şekil 5.22 ile verilmektedir.

CCC



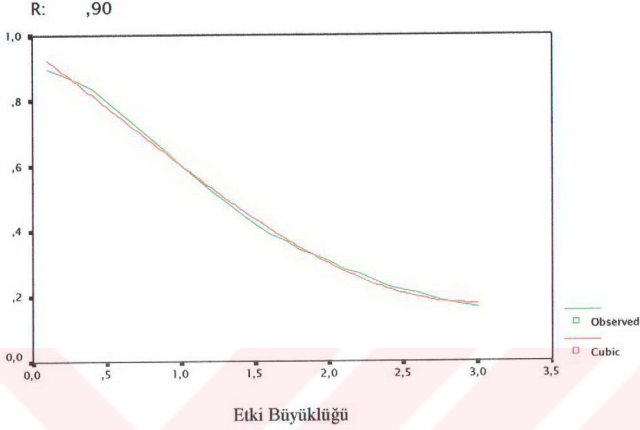
Şekil 5.22. $r = 0.80$ için CCC'nin Etki Büyüklüğünden Etkilenme Durumu

Korelasyon katsayısı 0.90 için yapılan basit regresyon analizi sonucunda modele ait regresyon denklemi,

$$CCC = 0.973 - 0.39 D + 0.014 D^3 \quad (p = 0.0001)$$

şeklinde elde edilmiştir. Bu denklemin standart hatası $s = 0.01223$ ve determinasyon katsayısı $\% R^2 = 99.78$ olarak hesaplanmıştır. Ayrıca $r = 0.90$ için CCC ve etki büyüklüğünü gösteren grafik Şekil 5.23 ile verilmektedir.

CCC



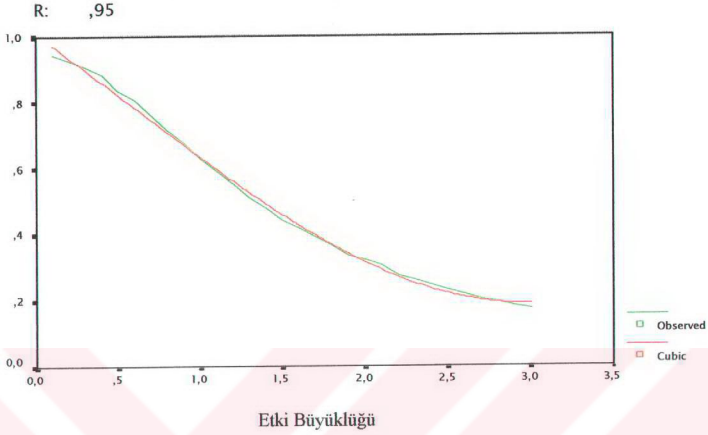
Şekil 5.23. $r = 0.90$ için CCC'nın Etki Büyüklüğünden Etkilenme Durumu

Korelasyon katsayısı 0.95 için yapılan basit regresyon analizi sonucunda modele ait regresyon denklemi,

$$CCC = 1.025 - 0.411 D + 0.014 D^3 \quad (p = 0.0001)$$

şeklinde elde edilmiştir. Bu denklemin standart hatası $s = 0.013$ ve determinasyon katsayısı $\% R^2 = 99.77$ olarak hesaplanmıştır. Ayrıca $r = 0.95$ için CCC ve etki büyüklüğünü gösteren grafik Şekil 5.24 ile verilmektedir.

CCC



Şkil 5.24. $r = 0.95$ için CCC'nın Etki Büyüklüğünden Etkilenme Durumu

Hem etki büyüklüğünün hem de korelasyon katsayısının CCC üzerine birlikte etkilerinin incelenmesi amacıyla çoklu lineer regresyon analizi uygulandığında regresyon denklemi;

$$CCC = 0.352 - 0.225 D + 0.514 R \quad (p = 0.0001)$$

şeklinde elde edilir. Bu denklemin standart hatası $s = 0.057$ ve determinasyon katsayısı $\% R^2 = 0.933$ olarak hesaplanmıştır.

6. ÖNERİLER

ICC analizi kullanılırken model seçiminin önemi bu tez çalışmasından çıkan en önemli sonuçtur. ICC, Model 1 ve Model 2'nin etki büyüklüğünden olumsuz etkilenmesine karşın Model 3 değişkenler arasındaki mevcut ilişkiyi koruyabilmektedir. Zaten uygulamada gerçekleştirilen deneylerde denekler rasgele, değerlendiriciler ise genellikle araştırmayı planlayan kişi tarafından seçilmektedir. Bu şekilde planlanan araştırmalara uygun modelin Model 3, değerlendiricilerin rasgele seçildiği bir araştırma planında da kullanılacak olan modelin Model 2 olduğunu daha önceden de bahsedilmiştir. Ancak, Model 2 ile Model 3 arasındaki fark Model 2'ye ait ICC formülünde payda da değerlendiricilere ait olan σ_e^2 'nin yer almasıdır. Değerlendiriciler fix olduğunda yani araştırmayı planlayan kişi tarafından belirlendiğinde σ_e^2 varyans değil bir kareler toplamıdır. Buna rağmen karma modelde yani değerlendiricilerin fix olduğu bir modelde σ_e^2 'nin dikkate alınmaması ICC'nin planlanması amacına uygun değildir. Pratik olarak araştırma hipotezimize uygun olan ICC formülü Model 2'ye ait olan formüldür. Bundan dolayı ICC'nin hesaplanmasında Model 2 tercih edilmelidir. CCC ise değerlendirici sayısı iki olduğunda ICC'na eşit çıkmaktadır. Öyleyse iki farklı yöntem arasındaki ya da iki farklı değerlendirici arasındaki uyum (ilişki) test edilmek isteniyorsa hem ICC hem de CCC kullanılabilir. Fakat, ikiden fazla değerlendirici arasındaki ya da ikiden fazla yöntem arasındaki uyum test edilmek isteniyorsa tercih edilecek olan ICC olmalıdır. Tek bir değerlendiriciye ait birden fazla ölçüm yapıldığında ve bu ölçümler arasında uyum araştırıldığında ise tercih edilecek olan model Model 1'dir. Model 3, değerlendiriciler arası varyansı dikkate almadığı için ortalamalar arasındaki farktan yani etki büyüklüğünden etkilenmemektedir. Bu modelin dezavantajıdır. Bu model yalnızca pearson korelasyon katsayısını ortaya koymaktadır.

KAYNAKLAR

- 1) Trochim, WMK, Theory of Reliability. Erişim : trochim.human.cornell.edu/kb/reliabl.htm. Erişim Tarihi: 01.08.2003.
- 2) Johnson, How Stable and Consistent is Your Instrument? A Brief look at Reliability. Erişim : <http://trochim.human.cornell.edu/tutorial/Johnson/mclody.htm> . Erişim Tarihi: 24.09.2003.
- 3) Dato N. M. de Gruijter&Leo J. Th. Van der Kamp, *Statistical Test Theory for Education And Psychology.*, 2002.
- 4) Baykul, Y. *Eğitimde ve Psikolojide Olęme : Klasik Test Teorisi ve Uygulaması*. Ankara: ÖSYM Yayınları, 2000: 98-167.
- 5) Trochim, WMK, *Measurement Error*. Erişim: <http://www.tech.farmingdale.edu/Nibrakiaz/MET409/True Score Theory.mht>. Erişim Tarihi: 01.08.2003.
- 6) Trochim, WMK, *Reliability. (True Score Theory)*. Erişim :trochim.human.cornell.edu/kb/reliabl.htm. Erişim Tarihi: 01.08.2003.
- 7) Baggaley, AR, *Intermediate Correlational Methods, Reliability and Validity of Measurement: part Two*. New York: London, 1964.
- 8) Carmines GE, Zeller AR, *Reliability and Validity Assessment*. Beverly Hills, London: Sage Publications, 1985.
- 9) Magnusson, D, *Test Theory*. University of Stockholm, Addison-Wesley Publishing Company.1966.
- 10) Novick RM, Lord MF, *Statistical Theories of Mental Test Scores*. London: Addison-Wesley Publishing Company , 1967.
- 11) Frary, RB. *Testing Memo 8 :Reliability of Test Scores*. Virginia Polytechnic Institute and State University. Erişim: [http://www. Testscoring.vt.edu/memo08.html](http://www.Testscoring.vt.edu/memo08.html). Erişim Tarihi: 01.08.2003.
- 12) Trochim, WMK. *Reliability*. Erişim : <http://trochim.human.cornell.edu/kb/reliable.htm> (\Types of Relibility). Erişim Tarihi: 01.08.2003.
- 13) Lewis, R J. *Reliability and Validity : Meaning and Measurement* . Erişim : <http://www.ambpcds.org/ReliabilityandValidity.pdf>. Erişim Tarihi: 17.05.1999.
- 14) Carrasco LJ, Jover L. Estimating the Generalized Concordance Correlation Coefficient through Variance Component. *Biometrics*, 2003; 59: 849-858.

- 15) *Intraclass Correlation and Variance Component Methods. Intraclass Correlation and Related Methods.* Erişim : <http://ourworld.compuserve.com/homepages/jsucbersa/vicc.htm> Erişim Tarihi: **09.09.2003.**
- 16) *Intraclass Correlation.* Erişim: http://department.obg.cuhk.edu.hk/ResearchSupport/Intraclass_Correlation.ASP Erişim Tarihi: **09.09.2003.**
- 17) *P.1765: Reliability. Reliability.* Erişim: <http://www2.chass.ncsu.edu/garson/pa765/reliab.htm> Erişim Tarihi: **25.08.2003.**
- 18) **Barrett P.** *Assessing the Reliability of Rating Data.* Erişim: <http://www.pbarrctt.net/raterc.pdf> Erişim Tarihi: **2001.**
- 19) **Alper, R.** *Spor Bilimlerinde Uygulamalı İstatistik.* Ankara : Nobel Yayın Dağıtım. **2001**
- 20) **McGraw KO, Wong SP.** Forming Inferences About Some Intraclass Correlation Coefficients *Psychological Methods.* **1996;** Vol 1: 30-46.
- 21) **Bonett, DG** Sample size requirements for estimating intraclass correlations with desired precision. *Statistics in Medicine.* **2002;** 21:1331-1335.
- 22) **Fleiss JL, Shrout PE.** Intraclass Correlation: Uses in Assessing Rater Reliability. *Psychological Bulletin.* **1979;** 86(2):420-428.
- 23) **Bartko, JJ.** The Intraclass Correlation Coefficient as a Measure of Reliability. *Psychological Reports.* **1966;** 19: 3-11.
- 24) **Howell, DC.** *Intraclass Correlation. Intraclass Correlation : For Unordered Pairs.* Erişim: www.uvm.edu/~dhowell/statpapes/more_stuff/icc/icc.html Erişim Tarihi: **09.09.2003.**
- 25) **Sokal RR, Rohlf F.J.** *Biometry.* 2nd W.H.Freedman and Company, New York. **1981;** 209-219.
- 26) Erişim: [www.powmri.edu.au/FBRG/The last word on ICCs.doc](http://www.powmri.edu.au/FBRG/The%20last%20word%20on%20ICCs.doc) Erişim Tarihi: **10.04.2004.**
- 27) Erişim: www.sciencedaily.com/encyclopedia/spearman-brown_prediction_formula Erişim Tarihi: **18.05.2004**
- 28) **Zar, JH.** *Biostatistical Analysis.* 4th Ed. New Jersey : Prentice Hall, Upper Saddle River. **1999.**
- 29) **Zhang, J.** *Interrater Reliability- Intraclass Correlation Coefficients.* Applied Research Lab. Erişim: <http://www.ma.nip.edu> Erişim Tarihi: **10.08.2003.**

- 30) Hays, WL. Statistics for Psychologist. 1965; 413-449.
- 31) Lin LI-Kuei. A Concordance Correlation Coefficient to Evaluate Reproducibility. *Biometrics*, 1989; 45: 255-268.
- 32) Lin LI-Kuei. Assay Validation Using the Concordance Correlation Coefficient. *Biometrics*, 1992; 48: 599-604.
- 33) Variance Estimation, Continued. The Delta Method SPH 5421 notes 029 Erişim: [http// www.biostat.unn.edu/~john-c/5421/notes.029](http://www.biostat.unn.edu/~john-c/5421/notes.029). Erişim Tarihi:15.04.2004.
- 34) Kank Arzu. Basilmamış Simulasyon Ders Notları.
- 35) SPSS Inc. SPSS for windows. Version 11.5
- 36) Lin's Concordance vs Pearson Correlation Erişim: <http://www.ucsf.edu/cando/resources/linconcordance.xls> Erişim Tarihi: 10.08.2003

ÖZGEÇMİŞ

1972 yılında Bayburt'ta doğdu. İlk, orta ve lise öğrenimini Zonguldak'ta tamamladı. 1988 yılında girdiği Hacettepe Üniversitesi Fen Fakültesi İstatistik bölümünden 1992 yılında mezun oldu. 1994 yılından beri Mersin Üniversitesi Tarsus Meslek Yüksekokulunda Öğretim Görevlisi olarak Bilgisayar, Matematik, Nümerik Analiz ve İstatistik dersleri vermektedir. 2002 yılında Mersin Üniversitesi Tıp Fakültesi Biyoistatistik Anabilim dalında Yüksek Lisans öğrenimine başladı. Şu anda da Mersin Üniversitesi Tıp Fakültesi Biyoistatistik Anabilim dalında öğretim görevlisi olarak çalışmaktadır.

