

158027

T.C.  
MERSİN ÜNİVERSİTESİ  
SAĞLIK BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ  
BİYOİSTATİSTİK ANABİLİM DALI

## CEVAP YÜZEYİ YÖNTEMLERİ

Seval KUL

YÜKSEK LİSANS TEZİ

DANIŞMANI

Yrd. Doç. Dr. Handan ÇAMDEVİREN

Tez No:20

MERSİN - 2004

## Mersin Üniversitesi Sağlık Bilimleri Enstitüsü

Biyoistatistik Anabilim Dalı Yüksek Lisans Programı çerçevesinde yürütülmüş olan “Cevap Yüzeyi Yöntemleri” adlı çalışma aşağıdaki jüri tarafından Yüksek Lisans Tezi olarak kabul edilmiştir.

Tez Savunma Tarihi 30 / 06 /2004



Yrd. Doç. Dr. Arzu KANIK

Mersin Üniversitesi Tıp Fakültesi

Biyoistatistik Anabilim Dalı

Jüri Başkanı



Yrd. Doç. Dr. Handan ÇAMDEVİREN

Mersin Üniversitesi Tıp Fakültesi

Biyoistatistik Anabilim Dalı

Jüri Üyesi



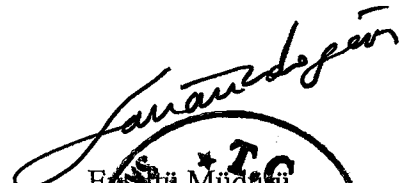
Doç. Dr. Adnan ERKUŞ

Mersin Üniversitesi Eğitim Fakültesi


Ölçme ve Değerlendirme Anabilim Dalı

Jüri Üyesi

Yukarıdaki tez, Enstitü Yönetim Kurulunun ...14.07.2004..... tarih ve 2004/223 sayılı kararı ile kabul edilmiştir.



Enstitü Müdürü  
Prof. Dr. Janan ERDOĞAN



MERSİN ÜNİVERSİTESİ SAĞLIK BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ MÜDÜRLÜĞÜ  
1923

## TEŞEKKÜR

Yüksek lisans eğitimim boyunca bana her konuda yardımcı olan, hoşgörü ve sevgi ile yaklaşan Anabilim Dalı Başkanım Yrd. Doç. Dr. Arzu KANIK ve danışman hocam Yrd. Doç. Dr. Handan ÇAMDEVİREN' e eğitimime yapmış oldukları akademik katkılarından dolayı teşekkür ederim.

Tezimin deney tasarımı ve uygulaması sırasında fikirleri ve her türlü destekleri ile katkıda bulunan Biyokimya Anabilim Dalı Öğretim Üyelerine ve büyük bir sabırla deneylerimi yapan Arş.Gör. Bahadır ERCAN'a yüksek lisans tezime katkılarından dolayı teşekkür ederim.

Tez dönemimde gösterdikleri hoşgörü ve desteklerinden dolayı aileme sonsuz teşekkür ederim.



## İÇİNDEKİLER

KABUL VE ONAY .....	iii
TEŞEKKÜR .....	iv
İÇİNDEKİLER .....	v
ŞEKİLLER DİZİNİ .....	viii
ÇİZELGELER DİZİNİ .....	x
ÖZET .....	xii
ABSTRACT .....	xiii
1. GİRİŞ.....	1
2. AMPİRİK MODELLERİN OLUŞTURULMASI.....	3
2.1. Doğrusal Regresyon Modelleri.....	3
2.2. Doğrusal Regresyon Modelindeki Parametrelerinin Tahmini.....	4
2.3. En Küçük Kareler Tekniğinin Bazı Özellikleri.....	5
2.4. Çoklu Regresyonda Hipotez Testleri.....	6
2.4.1. Regresyon Modelinin Anlamlılığının Sınanması.....	6
2.4.2. Kısmi Regresyon Katsayılarının Anlamlılığının Sınanması.....	7
2.5. Modelin Uygunluğunun Test Edilmesi .....	8
2.5.1. Artıkların Analizleri.....	8
2.5.2. Standardize Edilmiş Artıklar.....	10
2.5.3. Student t' ye Dönüştürülmüş Artıklar.....	10
2.5.4. Etkili Gözlemlerinin Belirlenmesinde Kullanılan İstatistikler.....	10
2.5.4.1. Leverage Diagnostikleri.....	11
2.5.4.2. Cook Uzaklığı.....	11
2.5.5. Uyum Yokluğunun Test Edilmesi.....	11
2.6. İkinci Dereceden Modelin Uyumu.....	12
2.7. Nitelik Bildiren Tahmin Edici Değişkenlerin Kullanımı.....	13
2.8. Cevap Değişkenlerinin Transformasyonu.....	14
2.9. Cevap Yüzeyleri Grafiği.....	14
2.10. Contour Grafiği.....	16
3. İKİ DÜZEYLİ ( $2^k$ )FAKTÖRİYEL DENEME DÜZENLERİ.....	17



3.1. Giriş.....	17
3.2. $2^2$ Deneme Düzeni.....	17
3.2.1. Regresyon Modelleri .....	20
3.3. $2^3$ Denemeleri .....	21
3.4. Tek Tekrarlı ve Paralel Ölçümlü $2^k$ Denemeleri.....	23
3.5. $2^k$ Denemelerine Merkez Noktalarının Eklenmesi.....	24
3.6. $2^k$ Denemelerinde Blok Kullanımı.....	25
<b>4. İKİ DÜZEYLİ (<math>2^k</math>) PARÇALANMIŞ (FRACTIONAL) FAKTÖRİYEL DENEME DÜZENLERİ.....</b>	<b>26</b>
4.1. Giriş.....	26
4.2. Yarıya Parçalanmış $2^k$ Faktöriyel Deneme Düzenleri.....	26
4.3. Tarama için Plackett- Burman Deneme Düzeni.....	30
<b>5. EN DİK ARTIŞ VE AZALIŞ YÖNTEMLERİ .....</b>	<b>32</b>
5.1. Giriş.....	32
5.2. En Dik Artış yada Azalış Yolunun Belirlenişi.....	32
5.3. En dik artış/azalış Hesaplanmasında İzlenecek Adımlar.....	33
5.4. İnteraksiyon ve Model Eğriselliğinin Varlığı Durumu .....	33
<b>6. İKİNCİ DERECEDEDEN CEVAP YÜZEYLERİNİN ANALİZLERİ.....</b>	<b>35</b>
6.1. Giriş .....	35
6.2. Durağan Noktaların Hesaplanması.....	35
6.3. Durağan Noktasının Yapısı (Canonical Analizi).....	37
6.4. Ridge Analizi.....	37
6.5. Birden Fazla Cevap Değişkeninin Optimizasyonu.....	39
6.6. Central Composite Deneme Düzeni .....	40
6.6.1. Ortogonal Central Composit Deneme Düzeni.....	42
6.6.2. Rotatable Deneme.....	42
6.7. Non Central Composite Deneme Düzeni .....	43
6.8. Box- Behnken Deneme Düzeni.....	44
<b>7. TAGUCHİ ROBUST REGRESYON .....</b>	<b>46</b>
7.1. En Küçük En İyidir.....	47
7.2. En Büyük En İyidir.....	48
7.3. Hedef En İyisidir.....	48

<b>8. UYGULAMALAR</b> .....	50
8.1. Materyal .....	50
8.1.1. Malondialdehit (MDA).....	50
8.1.2. MDA Ölçüm Prensibi.....	50
8.1.3. Kullanılan Faktörler ve Düzeyleri.....	50
8.2. Metot.....	51
8.2.1. 2 <sup>4</sup> Faktöriyel Deneme Düzeni.....	51
8.2.1.1. Ana Etkilerin ve Birinci Dereceden İnteraksiyon Etkilerinin Hesaplanması.....	55
8.2.1.2. Statistica Paket Programı Sonuçları.....	58
8.2.1.3. Cevap Yüzeyleri ve Contour Grafikleri.....	61
8.2.2. 2 <sup>(4-1)</sup> Parçalanmış Faktöriyel Deneme Düzeni.....	64
8.2.2.1. Ana Etkilerin Hesaplanması.....	67
8.2.2.2. Statistica Paket Programı Sonuçları.....	70
8.2.2.3. Cevap Yüzeyleri ve Contour Grafikleri.....	72
8.2.3. Ortogonal Central Composit Deneme Düzeni.....	73
8.2.3.1. Eksen Noktaların Elde Edilişi.....	73
8.2.3.2. Eksen Noktalarının Gerçek Değerlerinin Hesaplanması.....	75
8.2.3.3. Regresyon Denklemi Katsayılarının Matrisler Yardımıyla Hesaplanması.....	76
8.2.3.4. Durağan Noktanın Hesaplanması.....	77
8.2.3.5. Statistica Paket Programı Sonuçları.....	78
8.2.3.6. Cevap Yüzeyleri ve Contour Grafikleri.....	80
<b>9. KAYNAKLAR</b> .....	87

## ŞEKİLLER DİZİNİ

Şekil 2.1 Artıklar için normal olasılık grafiği.....	9
Şekil 2.2 Artık değerlerine karşın bağımlı değişkenin tahmin değerleri.....	9
Şekil 2.3 Doğrusal bir modele ilişkin cevap yüzeyi grafiği.....	15
Şekil 2.4 Karesel bir modele ilişkin cevap yüzeyi grafiği.....	15
Şekil 2.5 Doğrusal bir modele ilişkin contour grafiği.....	16
Şekil 2.6 Karesel bir modele ilişkin contour grafiği.....	16
Şekil 3.1 $2^2$ deneme düzeni.....	18
Şekil 3.2 $2^3$ deneme düzenleri.....	21
Şekil 4.1 (a) $I= + ABC$ için etkiler.....	28
Şekil 4.1 (b) $I= - ABC$ için etkiler.....	28
Şekil 6.1 Minimum noktayı test etmek amacıyla kurulan ikinci dereceden cevap yüzeyi modeli.....	38
Şekil 6.2 Maksimum noktayı test etmek amacıyla kurulan ikinci dereceden cevap yüzeyi modeli.....	38
Şekil 6.3 Üç faktörlü Central Composite deneme düzeni.....	41
Şekil 6.4 Üç faktörlü Non Central composite düzeni.....	44
Şekil 7.1 $2^2 \times 2^2$ çapraz düzen.....	47
Şekil 8.1 Artıklar için normal olasılık grafiği.....	60
Şekil 8.2 Artıklar için histogram grafiği.....	60
Şekil 8.3 (a) Örnek ve TBA miktarları için cevap yüzeyi grafiği (Kaynatma Süresi 30 dakika).....	62
Şekil 8.3 (b) Örnek ve TBA miktarları için contour grafiği (Kaynatma Süresi 30 dakika).....	62
Şekil 8.4 (a) Örnek ve TBA miktarları için cevap yüzeyi grafiği (Kaynatma Süresi 60 dakika).....	63
Şekil 8.4 (b) Örnek ve TBA miktarları için contour grafiği (Kaynatma Süresi 60 dakika).....	63

<b>Şekil 8.5</b> Örnek ve TBA miktarı, Kaynatma süresi için tahmin değerlerinin küp üzerinde gösterimi.....	64
<b>Şekil 8.6</b> Artıklara ait histogram grafiği.....	71
<b>Şekil 8.7</b> $2^{(4-1)}$ Parçalı Faktöriyel Deneme Düzeni Cevap Yüzeyi Grafiği.....	72
<b>Şekil 8.8</b> $2^{(4-1)}$ Parçalı Faktöriyel Deneme Düzeni Contour Grafiği.....	72
<b>Şekil 8.9</b> Artıklar için normal olasılık grafiği .....	79
<b>Şekil 8.10 (a)</b> TBA ve örnek için cevap yüzeyi grafiği (Kaynatma 30dk).....	81
<b>Şekil 8.10 (b)</b> TBA ve örnek için contour grafiği (Kaynatma 30dk).....	81
<b>Şekil 8.11 (a)</b> TBA ve örnek için cevap yüzeyi grafiği (Kaynatma 60dk).....	82
<b>Şekil 8.11 (b)</b> TBA ve örnek için contour grafiği (Kaynatma 60dk.).....	82
<b>Şekil 8.12 (a)</b> Örnek ve kaynatma için cevap yüzeyi grafiği (TBA 0.5 ml).....	83
<b>Şekil 8.12 (b)</b> Örnek ve kaynatma için contour grafiği (TBA 0.5 ml).....	83
<b>Şekil 8.13 (a)</b> Örnek ve kaynatma için cevap yüzeyi grafiği (TBA 1.5 ml).....	84
<b>Şekil 8.13 (b)</b> Örnek ve kaynatma için cevap yüzeyi grafiği (TBA 1.5 ml).....	84
<b>Şekil 8.14 (a)</b> TBA ve kaynatma için cevap yüzeyi grafiği (Örnek 0.05 ml).....	85
<b>Şekil 8.14 (b)</b> TBA ve kaynatma için contour grafiği (Örnek 0.05 ml).....	85
<b>Şekil 8.15 (a)</b> TBA ve kaynatma için cevap yüzeyi grafiği (Örnek 0.15 ml).....	86
<b>Şekil 8.16 (b)</b> TBA ve kaynatma için contour grafiği (Örnek 0.15 ml).....	86

## ÇİZELGELER DİZİNİ

Çizelge 2.1 Çoklu Regresyon modelinin anlamlılık sınavasında kullanılan varyans analizi çizelgesi.....	7
Çizelge 2.2 Cevap yüzeyi metotlarında yapay değişken oluşturulması.....	14
Çizelge 3.1 $2^2$ deneme düzeni için varyans analizi çizelgesi.....	19
Çizelge 3.2 Etkilerin hesaplanması için standart sıralamalar.....	20
Çizelge 3.3 Etkilerin hesaplanması için işaret çizelgesi.....	22
Çizelge 4.1 $2^{(4-1)}$ Parçalanmış Faktöriyel deneme düzeninde etkilerin hesaplanması için standart sıralama çizelgesi.....	27
Çizelge 4.2 7 faktör ve 8 tane gözlem değeri içeren Plackett - Burman deneme düzeni.....	31
Çizelge 4.3 7 faktör ve 8 tane gözlem değeri içeren deneme sıralamalarının random olarak düzenlendiği Plackett - Burman deneme düzeni.....	31
Çizelge 6.1 Central Composit deneme düzeni.....	41
Çizelge 6.2 Üç faktörlü Box- Behnken deneme düzenleri.....	45
Çizelge 8.1 MDA ölçüm prosedürü.....	51
Çizelge 8.2 Denemelerde kullanılan faktörler ve düzeyleri.....	51
Çizelge 8.3 Kodlanmış düzeyler için $2^4$ faktöriyel deneme düzeni.....	53
Çizelge 8.4 Doğal düzeyler için $2^4$ faktöriyel deneme düzeni.....	54
Çizelge 8.5 $2^4$ faktöriyel deneme düzeni varyans analizi çizelgesi.....	59
Çizelge 8.6 $2^4$ faktöriyel deneme düzeni regresyon analizi çizelgesi.....	61
Çizelge 8.7 $2^{(4-1)}$ faktöriyel deneme düzeninde etki karışımları.....	65
Çizelge 8.8 Kodlanmış veriler için $2^{(4-1)}$ faktöriyel deneme düzeni.....	66
Çizelge 8.9 Doğal düzeyler için $2^{(4-1)}$ faktöriyel deneme düzeni.....	67
Çizelge 8.10 $2^{(4-1)}$ faktöriyel deneme düzeni varyans analizi çizelgesi.....	70
Çizelge 8.11 $2^{(4-1)}$ faktöriyel deneme düzeni regresyon analizi çizelgesi.....	71
Çizelge 8.12 Kodlanmış veriler için ortogonal central composit deneme düzeni.....	74
Çizelge 8.13 Ortogonal central composit denemesine ait varyans analizi çizelgesi.....	79

**Çizelge 8.14** Ortogonal central composit denemesine ait regresyon analizi çizelgesi...80  
**Çizelge 8.15** Optimum noktaya ulaşmak için faktör düzeyleri kombinasyonları.....85



## ÖZET

### Cevap Yüzeyi Yöntemleri

Deney düzenleme yöntemleri bilimsel araştırmalarda ve endüstride bir çok farklı amaçla kullanılırlar. Bütün deneme düzenlerinde temel amaç üzerinde durulan cevap değişkenine etkisi olabileceği düşünölen faktörlerin dikkate alınması ve böylelikle denemenin hatasının minimuma indirilmesidir. Cevap yüzeyleri yöntemleri, düzeyleri önceden belirlenmiş birden fazla bağımsız faktörün düzeylerinin cevap değişkeni üzerindeki etkisini ortaya koymak veya faktörlerin kombinasyonları arasından cevap değişkenini maksimum ya da minimum yapan değeri bulmak amacıyla kullanılır.

Cevap yüzeyi yöntemlerinde model regresyon analizi yardımıyla oluşturulur. Bir faktörün ana etkisinin veya interaksiyon etkisinin cevap değişkeninin değerlerinde ne derece önemli bir etkiye sahip olduğuna regresyon katsayıları yardımıyla karar verilir. Cevap yüzeyleri yöntemlerinde ilk adım cevap değişkeni üzerinde etkisi olduğu düşünölen faktörleri ve sahip oldukları düzeyleri belirlemektir. Regresyon modelini oluşturmak için kurulacak olan deneme düzenlerini genellikle bu iki kriter belirler.

Bu çalışmada Cevap yüzeyi yöntemlerinden  $2^k$  deneme düzenleri,  $2^{k-p}$  parçalanmış deneme düzenleri ve  $3^k$  deneme düzenlerinin teorik yapısında bahsedilmiş ve Mersin Üniversitesi Tıp Fakültesi Biyokimya Anabilim dalına çeşitli nedenlerden dolayı kan vermiş hastaların serum havuzundan elde edilen Malondialdehit (MDA) değerlerinin ölçümünü etkileyen faktörleri belirlemek için en uygun model araştırılmıştır

**Anahtar Sözcükler:** Cevap Yüzeyi Yöntemleri,  $2^k$  faktöriyel deneme düzenleri, en dik artış yöntemi,  $3^k$  deneme düzenleri, ridge analizi.

## ABSTRACT

### Response Surface Methodology

Experimental designs are used in scientific and industrial research with many different purposes. Almost in all experimental designs main aim is to consider all of the factors which have influence on response and reduce design error to minimum.

Response surface methodology is used to find out most important factors have influence on response among the factors whose levels fixed before study or find the condition make response maximum or minimum.

In Response surface methodology models are built by the help of the regression analyze. Regression coefficients are used to find out main and interaction effects of factors on response. In these methods for step is to determine factors and its levels affect response. To decide most suitable experimental design these two criteria are used.

In this study  $2^k$  factorial experimental designs,  $2^{k-p}$  fractional factorial experimental designs and  $3^k$  experimental designs are mentioned theoretically and applied to data gotten from Mersin University Faculty of Medicine, biochemistry department to find most suitable model to estimate factors whose levels affect Malondialdehit (MDA) measurements.

**Key Words:** Response surface methodology,  $2^k$  factorial experimental designs, steepest ascent,  $3^k$  factorial experimental designs, ridge analyse.



# 1. GİRİŞ

Deney düzenleme yöntemleri bilimsel araştırmalarda ve endüstride bir çok farklı amaçla kullanılırlar. Bütün deneme düzenlerinde temel amaç üzerinde durulan cevap değişkenine etkisi olabileceği düşünölen faktörlerin dikkate alınması ve böylelikle denemenin hatasının minimuma indirilmesidir. Bilimsel araştırmalarda ise araştırmacılar ilgilenilen bağımlı değişken üzerine etkisi olduğu düşünölen faktörlerin etkisinin istatistiksel olarak anlamlılığını ortaya koymaya çalışırlar. Böyle bir amaçla yola çıkan bir araştırmacının aklına gelecek iki temel soru vardır: Birincisi çalışmalarına en uygun deneme düzeninin nasıl oluşturulacağı, ikincisi ise deneyin sonuçlarının nasıl analiz edileceğidir.

Cevap yüzeyi yöntemleri ilk olarak 1951 yılında Box ve Wilson tarafından tanımlanmış ve geliştirilmiştir. Box ve Wilson mümkün olan en az sayıda gözlem değeri ile cevap yüzeyi üzerinde cevap değişkeninin maksimum değerini aldığı noktaya ulaşılması amaçlanan deneme düzenlerini makalelerin de tartışmışlardır. Bazı deneme düzenlerini karşılaştırmış ve “composit denemeleri” ortaya atmışlardır. Ayrıca en dik atış yöntemi de ilk defa Box ve Wilson tarafından 1951 yılında kullanılmıştır. 1957 yılında ise Box ve Hunter central composit deneme düzenlerinde rotatability kavramını ortaya atmıştır. Box ve Draper’ın 1959 yılında farklı amaçlar için kullanılabilecek olan cevap yüzeyi yöntemlerini anlatan makalesi de cevap yüzeyi yöntemlerinin gelişiminde önemli bir yere sahiptir (1).

Cevap yüzeyi yöntemlerinde model regresyon analizi yardımıyla oluşturulur. Bir faktörün ana etkisinin veya interaksiyon etkisinin cevap değişkeninin değerlerinde ne derece önemli bir etkiye sahip olduğuna regresyon katsayıları yardımıyla karar verilir. Cevap yüzeyleri yöntemlerinde ilk adım cevap değişkeni üzerinde etkisi olduğu düşünölen faktörleri ve sahip oldukları düzeyleri belirlemektir. Regresyon modelini oluşturmak için kurulacak olan deneme düzenlerini genellikle bu iki kriter belirler.

İki düzeyli faktörler içeren deneme düzenleri  $2^k$  faktöriyel deneme düzenleri olarak adlandırılırlar ve sonucunda oluşacak model genellikle ana etkileri ve birinci

dereceden interaksiyon etkilerini içerir. Bu modeller birinci dereceden modeller olarak adlandırılırlar. Bu model eşitlik (1.1) deki gibi sembolize edilebilir (1).

$$y = \beta_0 + \beta_1\chi_1 + \beta_2\chi_2 + \beta_{12}\chi_1\chi_2 + \varepsilon \quad (1.1)$$

Bir  $2^k$  faktöriyel denemeyi parçalara bölerek daha az sayıda veriden birinci dereceden bir model oluşturmak mümkündür. Bu tür denemeler  $2^{k-p}$  parçalanmış faktöriyel denemelerdir. Ayrıca çok sayıda faktörden ve az sayıda veriden yararlanarak veri seti için en önemli olan faktörleri ortaya koyan Plackett- Burman deneme düzeni de  $2^k$  faktöriyel deneme düzenlerindedir. Birinci dereceden bir modelde optimum noktaya ulaşmak için en dik artış ya da azalış (steepest ascent/descent) yöntemi kullanılır (1).

Faktör düzeyi üç olan deneme düzenleri karesel yapıda olup karesel ilişkileri ve ikinci dereceden interaksiyon terimlerini de içerebilirler. Bu modeller ise ikinci dereceden modeller olarak adlandırılırlar. İkinci dereceden bir model eşitlik (1.2) de verilmiştir (1).

$$y = \beta_0 + \beta_1\chi_1 + \beta_2\chi_2 + \beta_{11}\chi_1^2 + \beta_{22}\chi_2^2 + \beta_{12}\chi_1\chi_2 + \varepsilon \quad (1.2)$$

En yaygın olarak kullanılan üç düzeyli faktörler içeren başlıca deneme düzenleri, Central Composit ve Box Behnken deneme düzenleridir. İkinci dereceden bir modelin optimum noktası ise "ridge analizi" yardımıyla elde edilir (1).

Cevap yüzeyi yöntemleri bir çok farklı deneme düzeni içerdiği için kullanım alanı çok geniştir. Bu yöntemler yurt dışında bir çok alanda yaygın olarak kullanılan bir yöntem olmasına karşın (2, 3, 4) ülkemizde özellikle tıp alanında uygulamalarına çok sık karşılaşılmamaktadır. Bu çalışmada cevap yüzeyi yöntemlerinin tıp alanında da kullanılabilir bir yöntem olduğunu uygulamalarla göstermek amaçlanmıştır.

## 2. AMPİRİK MODELLERİN OLUŞTURULMASI

### 2.1. Doğrusal Regresyon Modelleri

Cevap yüzeyleri yöntemlerinde, (Response Surface Methodology, RSM) gerçek regresyon modeline en yakın olan yaklaşık regresyon modelinin oluşturulması amaçlanır. Uygulamalarda genellikle gerçek regresyon modelleri bilinmez. Oluşturulacak olan model gözlem değerlerine dayalı olarak oluşturulur ve bu model ampirik bir modeldir. Cevap yüzeyleri yönteminde çoklu regresyon analizi yönteminin kullanılması gerekmektedir. İki tahmin edicinin (bağımsız değişkenin) bulunduğu birinci dereceden (first order) cevap yüzeyleri modeli aşağıda verildiği gibidir (1, 5):

$$y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \varepsilon \quad (2.1)$$

Bu denklemde  $y$  cevap değişkenini (bağımlı değişkeni),  $x_1, x_2$  tahmin edicileri (bağımsız değişkenleri),  $\beta_0$  regresyon denklemi sabitini,  $\beta_1, \beta_2$  kısmi regresyon katsayılarını,  $\varepsilon$  ise hata miktarını gösterir. Hata terimi ortalaması 0 varyansı  $\sigma^2$  olan normal dağılıma sahiptir ( $\varepsilon \sim N(0, \sigma^2)$ ). Denklem (2.1) “çoklu doğrusal regresyon modeli” olarak adlandırılır.

$y$  cevap değişkeni üzerine etkisi olduğu düşünülen  $k$  tane regresyon tahmincisini içeren çoklu regresyon modeli (1, 5),

$$y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \dots + \beta_k x_k + \varepsilon \quad (2.2)$$

şeklinde oluşturulur ve “ $k$  tane regresyon tahmin edicisi için çoklu doğrusal regresyon modeli” olarak adlandırılır.

Yukarıdaki regresyon modellerine interaksiyon terimleri eklenerek model daha kompleks bir hale getirilebilir. İki tahmin edicinin bulunduğu ve interaksiyon terimi içeren birinci dereceden (first order) RSM modeli (1, 5),

$$y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \beta_{12} x_1 x_2 + \varepsilon \quad (2.3)$$

şeklindedir. Bu model “standart regresyon modeli” olarak adlandırılabilir.

Aynı şekilde ikinci dereceden RSM modellerini de oluşturmak mümkündür. İki tahmin edici değişken içeren ikinci dereceden RSM modeli (1, 5),

$$y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \beta_{11} x_1^2 + \beta_{22} x_2^2 + \beta_{12} x_1 x_2 + \varepsilon \quad (2.4)$$

şeklindedir.

## 2.2. Doğrusal Regresyon Modelindeki Parametrelerin Tahmini

Regresyon katsayılarının tahmininde kullanılan en yaygın teknik en küçük kareler tekniğidir.  $k$  tahmin edici değişken sayısı ve  $n$  de gözlem sayısı olmak üzere  $k < n$  alındığında, her bir cevap değişkeninin tahmin edici değişkenlere göre aldığı değerler denklem (2.5) yardımıyla gösterilebilir:

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_{i1} + \beta_2 x_{i2} + \dots + \beta_k x_{ik} + \varepsilon_i \quad (2.5)$$

$$= \beta_0 + \sum_{j=1}^k \beta_j x_{ij} + \varepsilon_i \quad i = 1, 2, \dots, n \text{ şeklindedir.}$$

Regresyon modelindeki  $\beta$  parametrelerini tahmin edilmesinde kullanılan en küçük kareler tekniğinde amaç hata terimi  $\varepsilon_i$ yi en küçük yapan  $\beta$  parametrelerini tahmin etmektir. En küçük kareler fonksiyonu (least square function)

$$L = \sum_{i=1}^n \varepsilon_i^2, = \sum_{i=1}^n \left( y_i - \beta_0 - \sum_{j=1}^k \beta_j x_{ij} \right)^2 \quad (2.6)$$

şeklinde elde edilir.

Bu eşitlikten türetilen ve parametrelerin tahmininde kullanılan denklemlere ise en küçük kareler denklemleri adı verilir. Denklem sistemini matris formatında gösterildiği durumda çözmek daha kolaydır. Denklem (2.5) de belirtilmiş olan eşitlik gözlem değerleri yardımıyla aşağıdaki gibi ifade edilebilir (6):

$$y = \chi \beta + \varepsilon \quad (2.7)$$

bu eşitlikte;

$$y = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ y_k \end{bmatrix}, \chi = \begin{bmatrix} 1 & x_{11} & x_{12} & \dots & x_{1k} \\ 1 & x_{21} & x_{22} & \dots & x_{2k} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ 1 & x_{n1} & x_{n2} & \dots & x_{nk} \end{bmatrix}, \beta = \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ \beta_k \end{bmatrix} \text{ ve } \varepsilon = \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \varepsilon_k \end{bmatrix}$$

$n$  gözlem alınan birey sayısı,  $p$  ise tahmin edilecek olan parametre sayısı olmak üzere;  $y$  cevap değişkenin gözlenen değerlerini gösteren  $n \times 1$  boyutlu vektör,  $\chi$  tahmin edicilerin düzeylerini gösteren  $n \times p$  boyutlu matris,  $\beta$  regresyon katsayılarını gösteren

$p \times 1$  boyutlu vektör ve  $\varepsilon$  ise hata terimlerini gösteren  $n \times 1$  boyutlu vektördür.

$$\beta = (\chi' \chi)^{-1} \chi' y \quad (2.8)$$

Eşitlik (2.8)  $\beta$  katsayıları için en küçük kareler tahmin edicisidir. Bu eşitlik yardımıyla hata terimini minimum yapan  $\beta$  tahmin edicileri kolaylıkla tahmin edilebilir.

Diğer yöntemlerden farklı olarak cevap yüzeyleri yönteminde oluşturulacak olan modelin tahmininde tahmin edici değişkenlerin gerçek değerleri yerine kodlanmış değerleri de kullanılabilir. Kodlanmış değerler aşağıdaki şekilde elde edilir (7).

$$\chi_{ii} = \frac{\omega_{ii} - [\max(\omega_{ii}) + \min(\omega_{ii})]/2]}{[\max(\omega_{ii}) - \min(\omega_{ii})]/2} \quad (2.9)$$

$\omega_{ii}$  her bir tahmin edici değişkenin doğal düzeyleridir.

### 2.3. En Küçük Kareler Tekniğinin Bazı Özellikleri

En küçük kareler tekniği çoklu doğrusal regresyon modelindeki  $\beta$  parametrelerinin yansız tahminlerini üretir. Bir başka ifadeyle,  $E(b) = \beta$  dir ve  $b$  değerlerinin kovaryans matrisi  $b \times b$  boyutlu olup köşegene göre simetrik bir matristir. Bu matris (8);

$$Cov(b) = \sigma^2 (\chi' \chi)^{-1} \quad (2.10)$$

eşitliğinden elde edilebilir. Genellikle  $\sigma^2$  değeri tahmin edilmek zorunda kalınabilir.

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{SS_E}{n - p} \quad (2.11)$$

eşitliği ile elde edilecek olan değer  $\sigma^2$  değerinin yansız bir tahminidir (8). Buradaki SSE hata kareler toplamı,  $p$  ise bağımsız değişken sayısıdır. Matris yardımıyla hata kareler toplamı:

$$SS_E = y'y - b'\chi'y \quad (2.12)$$

eşitliğinden yararlanılarak elde edilir (8). Hata kareler toplamı “artık kareler toplamı (residual sum of square)” olarak da ifade edilebilir.

## 2.4. Çoklu Regresyonda Hipotez Testleri

Çoklu regresyon modeli içinde kullanılan parametrelerin istatistiksel olarak anlamlı olup olmadığını yani model içinde kullanımının cevap değişkeninde anlamlı bir değişime neden olup olmadığını, test etmek amacıyla kullanılan bir çok hipotez testi mevcuttur. Bu testlerin uygulanabilmesi için  $\varepsilon_i$  hata değerlerinin birbirinden bağımsız olarak ortalaması 0 ve varyansı  $\sigma^2$  olan normal dağılıma sahip olması gerekir (9).

### 2.4.1. Regresyon Modelinin Anlamlılığının Sınanması

Cevap değişkeni  $y$  ile  $x_1, x_2, \dots, x_k$  tahmin edicileri arasında doğrusal bir ilişki olup olmadığını test etmek amacıyla yapılan testlerdir. Uygun hipotez takımı aşağıdaki gibi kurulur.

$$H_0 : \beta_1 = \beta_2 = \dots = \beta_k = 0 \quad (2.13)$$

$H_1 : \beta_j \neq 0$  en az bir tek  $j$  değeri için

Yukarıda belirtilen hipotez takımı için  $H_0$  hipotezinin reddedilmesi  $x_1, x_2, \dots, x_k$  tahmin edici değişkenlerinden en az birinin modele istatistiksel olarak anlamlı bir katkı sunduğu şeklindedir.

Hipotez testinde kullanılacak olan kareler toplamı iki bileşenden oluşur, bunlar modelden (regresyondan) kaynaklanan kareler toplamı ve hatadan kaynaklanan kareler toplamıdır. Bu ifade sembollerle  $SS_T = SS_R + SS_E$  şeklinde ifade edilebilir.

$H_0$  hipotezinin doğruluğunu test etmek için aşağıda verilen F istatistiği kullanılır (8).

$$F_0 = \frac{SS_R / k}{SS_E / (n - k - 1)} = \frac{MS_R}{MS_E} \quad (2.14)$$

Bu eşitlikte  $MS_R$  modele ait kareler ortalamasını gösterirken,  $MS_E$  hata kareler ortalamasını gösterir. Eğer hesaplanacak olan  $F_0$  değeri  $F_{\alpha, k, n-k-1}$  çizelge değerini aşarsa  $H_0$  hipotezinin reddedilmesine karar verilir. Uygulanan bu testlerin tamamı varyans analizi olarak adlandırılır. Varyans analizi cevap değişkeni,  $y$ 'deki toplam

değişimin bileşenlerine ayrılması üzerine kurulmuş bir yöntemdir. Çoklu regresyon analizinin anlamlılık sınavasında kullanılan varyans analizi bileşenleri ile birlikte Çizelge 2.1 de verilmiştir.

Çizelge 2.1 Çoklu regresyon modelinin anlamlılık sınavasında kullanılan varyans analizi çizelgesi (7)

Varyasyon Kaynağı	Kareler Toplamı	Serbestlik Derecesi	Kareler Ortalaması	$F_0$
Regresyon	$SS_R = b'X'y - \frac{\left(\sum_{i=1}^n y_i\right)^2}{n}$	k	$MS_R$	$MS_R / MS_E$
Hata	$SS_E = b'X'y - b'X'y$	n-k-1	$MS_E$	
Toplam	$SS_T = y'y - \frac{\left(\sum_{i=1}^n y_i\right)^2}{n}$	n-1		

#### 2.4.2. Kısmi Regresyon Katsayılarının Anlamlılığının Sınanması

Kısmi regresyon katsayılarının tek tek anlamlılığının test edilmesindeki amaç her bir kısmi regresyon katsayısının model içinde ne kadar önemli olduğunun test edilmesidir. Test edilen katsayının anlamlılığına göre o değişken modele alınır veya modelden atılır. Böylelikle en etkili modelin oluşturulması sağlanmış olur.

Regresyon modeline bir değişkenin eklenmesi regresyon kareler toplamında bir artışa neden olur ve hata kareler toplamını düşürür (6). Modele bir tahmin edici alınacağı zaman anlamlılığına bakılması gereken bir başka değer ise belirlilik katsayısıdır (determination coefficient). Belirlilik katsayısı cevap değişkenindeki değişimin yüzde ne kadarının tahmin edicilerden kaynaklandığını ortaya koyan bir istatistiktir (5).

$$R^2 = \frac{SS_R}{SS_T} = 1 - \frac{SS_E}{SS_T} \quad (2.15)$$

şeklinde hesaplanır. Denklem 2.15'de görüleceği gibi, modele yeni alınan bir değişken regresyon kareler toplamını arttıracığı için belirlilik katsayısını da arttıracaktır.



Kısmi korelasyon katsayılarının (partial correlation coefficient) test edilmesinde kullanılan hipotez takımı aşağıda verilmiştir:

$$H_0 : \beta_j = 0 \quad (2.16)$$

$$H_1 : \beta_j \neq 0$$

Eğer  $H_0$  hipotezi kabul edilirse  $\chi_j$  tahmin edicisi modelden çıkarılır. Bu hipotez için test istatistiği eşitlik (2.17) yardımıyla hesaplanır (5).

$$t_0 : \frac{b_j}{\sqrt{\hat{\sigma}^2 C_{jj}}} = \frac{b_j}{se(b_j)} \text{ dir.} \quad (2.17)$$

Burada  $C_{jj}$  ler  $(\chi'\chi)^{-1}$  matrisinin  $b_j$  kısmi regresyon katsayısına ilişkin köşegen elemanları ve  $se(b_j)$  standart hata değeridir.  $t_0$  hesap değeri  $t_{\alpha/2, n-k-1}$  çizelge değerinden büyük çıkarsa  $H_0$  hipotezinin reddedilmesine karar verilir.

## 2.5. Model Uygunluğunun Test Edilmesi

Modelin oluşturulmasından sonra uygunluğunun sınanması iki amaçla yapılır. Birincisi oluşturulmuş modelin gerçek modele ne kadar yakın olduğunun test edilmesi, diğeri ise en küçük kareler varsayımlarından herhangi birinin ihlal edilip edilmediğinin test edilmesidir. Aşağıda bir modelin uygunluğunun sınanmasında kullanılan bazı yöntemlerden bahsedilmiştir.

### 2.5.1. Artıkların Analizleri

Artıkların analizi modelin uygunluğunun test edilmesinde çok önemli bir yere sahiptir. Bir modeldeki artıklar eşitlik (2.18) yardımıyla hesaplanır (8).

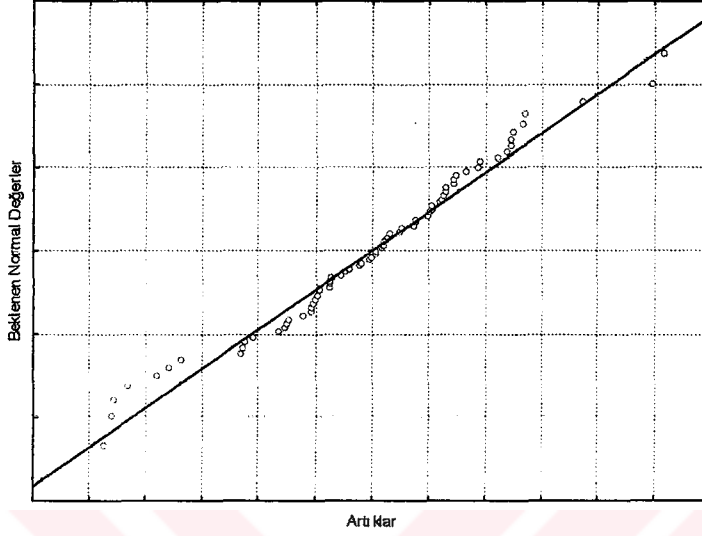
$$e_i = y_i - \hat{y}_i, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (2.18)$$

Burada  $y_i$  ölçülen cevap değeri,  $\hat{y}_i$  ise tahmin edilen cevap değeridir. Artıkların aynı zamanda gözlem değerlerinin regresyon doğrusundan olan uzaklıklarıdır.

Artıkların normal dağılıma uygunluğu varsayımı, artıkların normal olasılık grafiğinin çizilmesi ile test edilebilir. Şekil 2.1 de artıklar için normal olasılık grafiğine

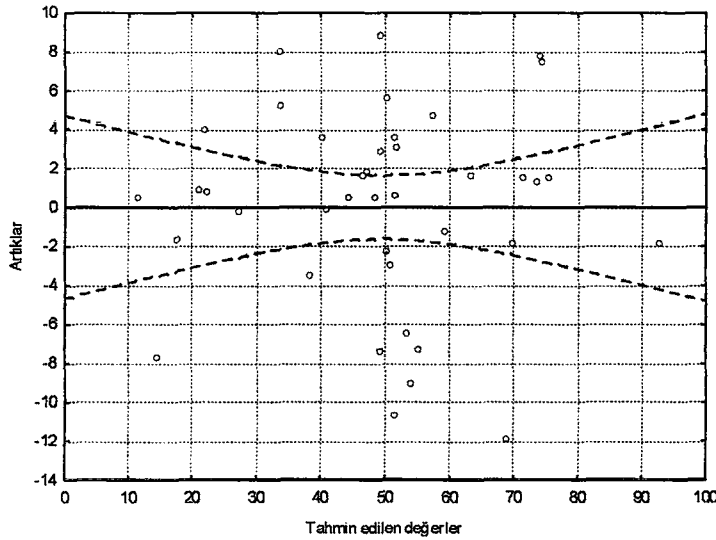


bir örnek verilmiştir. Artıklar grafikteki doğrunun etrafında toplanmaları normallik ön şartı yerine geldiğinin bir göstergesidir. Bu varsayım yerine gelmediği durumda verilerin dönüştürülmesi (transformation) yöntemine başvurulur.



Şekil 2.1 Artıklar için normal olasılık grafiği.

Bir başka yaygın olarak kullanılan grafik ise artık değerlerine karşın cevap değişkeninin tahmin değerlerinin ( $\hat{y}_i$ ) grafiğinin çizilmesidir. Bu grafikte ise artık değerlerinin kesikli çizgilerle gösterilmiş olan % 95 güven aralığı içinde yer alması beklenir (10) (Şekil 2.2).



Şekil 2.2 Artık değerlerine karşın bağımlı değişkenin tahmin değerleri

### 2.5.2. Standardize Edilmiş Artıklar

Standardize edilmiş artıkların ortalaması sıfır ve varyansı ise sabittir. Bu yüzden bu değerler sapan (outlier) gözlemlerin bulunmasında kullanılabilir (6).

$$d_i = \frac{e_i}{\hat{\sigma}} = \frac{e_i}{\sqrt{\text{MSE}}}, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (2.19)$$

MSE : Hata kareler ortalaması

Değerlerinin çoğunluğunun  $-3 \leq d \leq +3$  değerleri arasında değişmesi gerekmektedir. Bu değerlerin dışında kalanlar “aykırı gözlemler” olarak adlandırılır (6).

### 2.5.3. Student t’ ye Dönüştürülmüş Artıklar

$$r_i = \frac{e_i}{\sqrt{\hat{\sigma}^2(1 - h_{ii})}}, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (2.20)$$

$h_{ii}$  : Hat matrisinin köşegen elemanları olmak üzere

Hat matrisi

$$H_{(n \times n)} = X(X'X)^{-1}X' \quad (2.22)$$

şeklinde ifade edilir. Hesaplamalar sonunda elde edilen student t ye dönüştürülmüş olan artıklar n-p-1 serbestlik dereceli t dağılımına göre kıyaslanır.

Eğer t çizelge değeri  $r_i$  değerinden daha büyükse “bu gözlemin denkleme etkisi vardır”, t çizelge değeri  $r_i$  değerinden daha küçükse “bu gözlemin denkleme etkisi yoktur” şeklinde yorumlanır (6).

### 2.5.4. Etkili Gözlemlerin Belirlenmesinde Kullanılan İstatistikler

Modelden çıkarıldıklarında denklemin parametrelerinde istatistiksel olarak önemli değişiklikler meydana getiren gözlemler “etkili gözlemler” olarak adlandırılırlar. Bazen parametre tahminleri veri setinin geneline göre etkili gözlemler içeren bir alt kümeden daha fazla etkileniyor olabilir. Bu etkili gözlemlerin yerini tespit etmek ve

modeldeki etkilerini ölçmek gereklidir. Eğer bu gözlemler, sonucu olumsuz yönde etkiliyorlarsa veri setinden çıkartılmalıdırlar. Etkili gözlemlerin tespit edilmesi için kullanılan bir çok yöntem vardır:

#### 2.5.4.1. Leverage Diagnostikleri

Bu tekniğin uygulanmasında yine hat matrisinin köşegen elemanlarından yararlanılır.

$$h_i > \frac{2p'}{n} \quad (2.23)$$

ise veya

$$h_i > \frac{3p'}{n} \quad (2.24)$$

ise  $i$ . gözlemin etkili gözlem olduğuna karar verilir. Burada  $p' = p + 1$  hat matrisinin iz vektörü ve  $n$  gözlem sayısıdır (6).

#### 2.5.4.2. Cook Uzaklığı

Bu teknik de tahmin edilen katsayılar üzerine etkili olan gözlemlerin belirlenmesi için kullanılır.

$$D_i = \frac{r_i}{p'} \left( \frac{h_i}{1 - h_i} \right) \quad (2.25)$$

şeklinde bir uzaklık hesaplanır. Burada  $r_i$  standardize edilmiş  $i$ . artığı gösterirken,  $p' = p + 1$  ile elde edilir. Eğer Cook uzaklığı  $F_{0.50, p', n-p'}$  çizelge değerinden daha büyük değerler alıyorsa o gözlemin etkili gözlem olduğuna karar verilir (6).

#### 2.5.5. Uyum Yokluğunun Test Edilmesi

Uyum yokluğu seçilen model verileri iyi bir şekilde tanımlamadığı zaman ortaya çıkar. Uyum yokluğunun olup olmadığına tahmin edici değişkenler için cevap değişkeninin aldığı değerler tekrarlı bir şekilde elde edildiği durumdaki gözlenen hata

ile eğrinin uyumundaki hata karşılaştırılarak karar verilir. Uyum yokluğunun var olması bulunan modelin tahmin edici özelliğinin istatistiksel bir anlamlılığa sahip olmadığını gösterir. Bu sorunun giderilmesinde kullanılan iki yöntem vardır: Bunlardan birincisi verilerin dönüştürülmesi diğeri ise modelin genişletilerek daha kompleks ve daha fazla sayıda verinin elde edilmesidir.

Cevap değişkeninin her bir  $\chi_i$  tahmin edicisi için aldığı m tane değeri gösteren  $n_i$  tane gözleme sahip olduğumuzu varsayalım.  $y_{ij}$  cevap değişkeninin j. gözlem, i. tahmin edici değişken için aldığı değerleri, n bütün gözlem değerlerinin toplamının gösterebiliriz. Varyans analizi çizelgesinde yer alan artık kareler toplamının iki bileşeni vardır.

$$SS_E = SS_{PE} + SS_{LOF} \quad (2.26)$$

$SS_{PE}$  saflık hatasından (pure error) kaynaklanan kareler toplamını,  $SS_{LOF}$  uyum yokluğundan (lack of fit) kaynaklanan kareler toplamıdır. Eşitlikte;

$$SS_{PE} = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^{n_i} (y_{ij} - \bar{y}_i)^2, \text{ serbestlik derecesi } n-m \quad (2.27)$$

$$SS_{LOF} = \sum_{i=1}^m n_i (\bar{y}_i - \hat{y}_i)^2, \text{ serbestlik derecesi, } m-p \text{ dir.} \quad (2.28)$$

Uyum yokluğunun test edilmesi için kurulacak olan kontrol hipotezi “uyum yokluğu vardır” şeklindedir. Kontrol hipotezinin reddedilmesi durumunda oluşturulan modelin veri setini iyi bir şekilde temsil ettiğine karar verilir.

Uyum iyiliğinin test edilmesi için kullanılan eşitlik(7);

$$F_0 = \frac{SS_{LOF}/(m-p)}{SS_{PE}/(n-m)} = \frac{MS_{LOF}}{MS_{PE}} \quad (2.29)$$

şeklindedir.

## 2.6. İkinci Dereceden Modellerin Oluşturulması

Kareli terimler içeren bir model ikinci dereceden regresyon modeli olarak adlandırılır. Aşağıda verilen eşitlik ikinci dereceden terimler içeren bir regresyon denkleminin  $\beta$  regresyon katsayıları için en küçük kareler tahmin edicisidir.

$$b = (X'X)^{-1} X'Y \quad (2.30)$$

Bu eşitlik yardımıyla hata terimini minimum yapan  $\beta$  tahmin edicileri kolaylıkla tahmin edilebilir.  $n$  gözlem alınan birey sayısı,  $p$  ise tahmin edilecek olan parametre sayısı olmak üzere kullanılacak olan matris ve vektörler denklem (2.31)'de verilmiştir:

$$y = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_k \end{bmatrix}, \chi = \begin{bmatrix} 1 & \chi_{11} & \chi_{12} & \chi_{11}^2 & \chi_{12}^2 & \chi_{11}\chi_{12} \\ 1 & \chi_{21} & \chi_{22} & \chi_{21}^2 & \chi_{22}^2 & \chi_{21}\chi_{22} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & \chi_{n1} & \chi_{n2} & \chi_{n1}^2 & \chi_{n2}^2 & \chi_{n1}\chi_{n2} \end{bmatrix}, \beta = \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \vdots \\ \beta_k \end{bmatrix} \text{ ve } \varepsilon = \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \varepsilon_k \end{bmatrix} \quad (2.31)$$

Burada,  $y$  cevap değişkeninin gözlenen değerlerini gösteren  $n \times 1$  boyutlu vektör,  $\chi$  tahmin edicilerin düzeylerini gösteren  $n \times p$  boyutlu matris,  $\beta$  regresyon katsayılarını gösteren  $p \times 1$  boyutlu vektör ve  $\varepsilon$  ise hata terimlerini gösteren  $n \times 1$  boyutlu vektördür (10).

İkinci dereceden modellerin nasıl oluşturulduğu ve analizinin nasıl yapıldığı 6. bölümde detaylı bir şekilde açıklanacaktır.

## 2.7. Nitelik Bildiren Tahmin Edici Değişkenlerin Kullanımı

Cevap yüzeyi yöntemlerinde kullanılan tahmin edici değişkenler genellikle nicelik bildiren değişkenler olmasına rağmen nitelik bildiren değişkenleri kullanmak da mümkündür. Nitelik bildiren değişkenlerin farklı düzeylerinin modele dahil edilmesi için genellikle yapay (dummy, indicator) değişkenler kullanılır. Regresyon modeline nitelik belirten tahmin edici değişkenin düzey sayısının 1 eksiği kadar yapay değişken eklenir (7). Üç düzeyi olan bir nitelik belirten değişken için oluşturulacak olan yapay değişkenler Çizelge 2.2 de verilmiştir. Bu çizelgeye bakarak şu yorumlar yapılabilir: Birinci yapay değişkenin 0 ve ikinci yapay değişkenin 0 olduğu durum gerçekte nitelik belirten tahmin edici değişkenimizin birinci düzeyini göstermektedir.

## 2.8. Cevap Değişkenlerinin Transformasyonu

Genellikle veri transformasyonuna üç ana nedenden dolayı başvurulur; cevap değişkeninin varyansını sabitlemek, cevap değişkeninin dağılımını normal dağılıma yaklaştırmak ve oluşturulan modelin verilere uygunluğunu arttırmaktır. Cevap yüzeyleri yönteminde veri transformasyonuna, artıkların analizinde bazı ön şartlar yerine gelmediği zaman başvurulur. Artıkların varyanslarının eşit olmadığı durumda tahmin denkleminin doğal logaritmasını almak ya da Box ve Cox tarafından 1964 yılında geliştirilen eşitliği kullanmak yararlı olacaktır (7) (2.32).

$$y^{(\lambda)} = \begin{cases} \frac{y^{\lambda-1}}{\lambda y^{\lambda-1}} & \lambda \neq 0 \\ y \ln y & \lambda = 0 \end{cases} \quad (2.32)$$

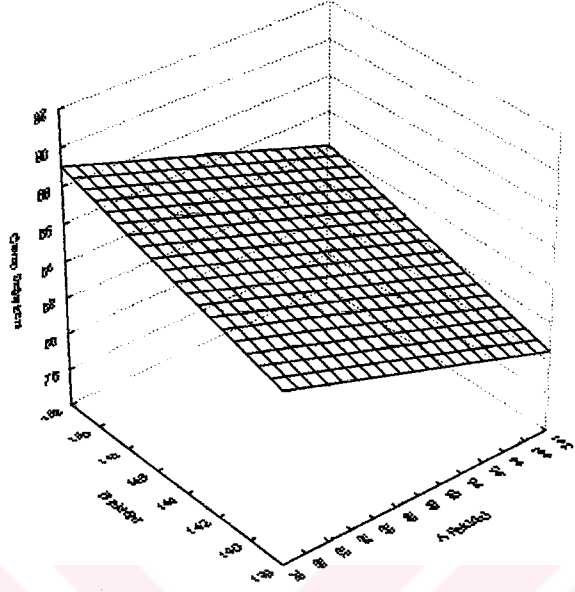
bu eşitlikte  $\lambda$  değişebilen değerler alan transformasyon parametresidir.

Çizelge 2.2 Cevap yüzeyleri yönteminde yapay değişken oluşturulması

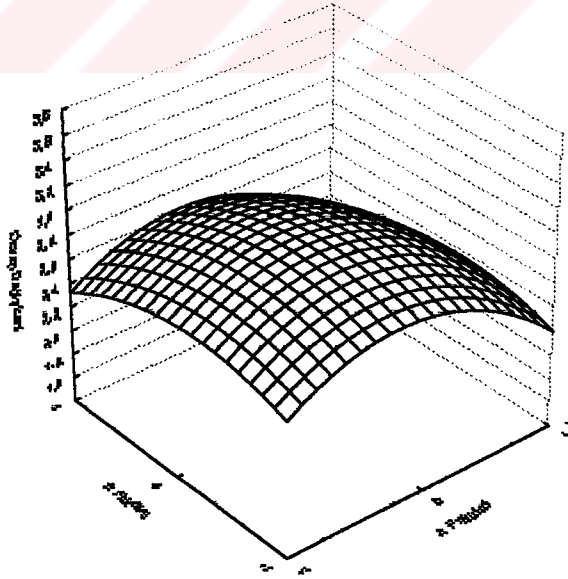
Yapay Değişkenler		Nitelik Belirten Tahmin Edici Değişkenin Düzeyleri
$\chi_1$	$\chi_2$	
0	0	Tahmin edici değişkenin birinci düzeyi
1	0	Tahmin edici değişkenin ikinci düzeyi
0	1	Tahmin edici değişkenin üçüncü düzeyi

## 2.9. Cevap Yüzeyleri Grafiği

Cevap yüzeyleri grafiği ikiden fazla faktörün düzeylerinin cevap değişkeni üzerine etkisinin üç boyutlu olarak gösteriminde kullanılan grafiklerdir. Eğer ikiden fazla faktör varsa, diğer faktörlerin düzeyleri sabitlenerek asıl ilgilenilen faktörlerin değerlerini görmek de mümkündür. Faktörler ve cevap değişkeni için oluşturulan model doğrusal bir modelse cevap yüzeyi grafiği doğrusal bir şekil alırken, karesel terimler içeren bir modelse eğrisel bir şekil alacaktır. Şekil 2.3 ve 2.4'de sırasıyla doğrusal ve karesel bir modele ilişkin cevap yüzeyi grafiği örnekleri verilmiştir.



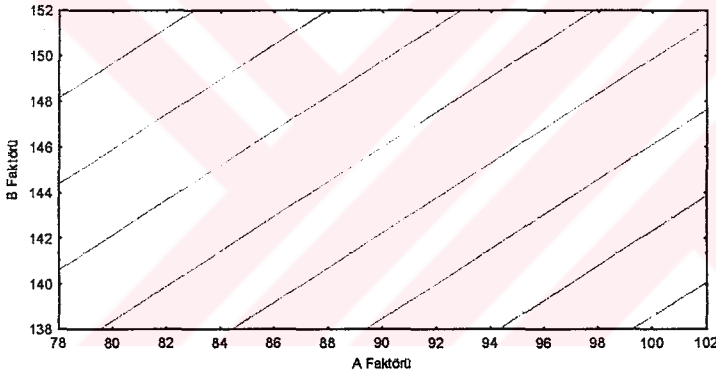
Şekil 2.3 Doğrusal bir modele ilişkin cevap yüzeyi grafiği



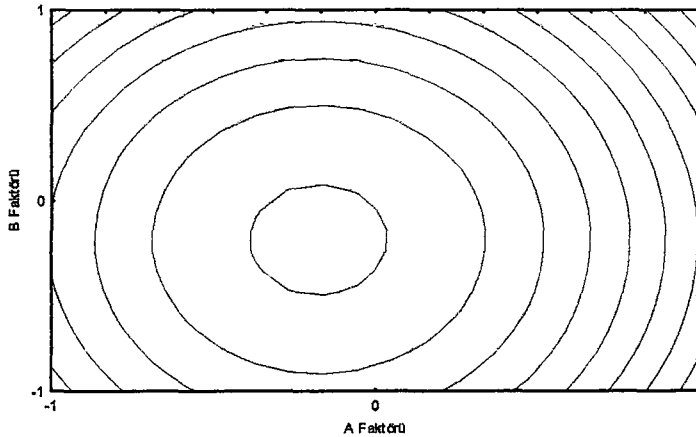
Şekil 2.4 Karesel bir modele ilişkin cevap yüzeyi grafiği

## 2.10. Contour Grafiği

Contour grafiği cevap yzeyi yntemlerinin sonuqlarını en iyi Şekilde ortaya koyan grafiklerden birisidir. X ve Y eksenlerinde faktörler yer alırken eksenlerin içinde kalan bölgeler ise cevap yzeyinin aldıkları değerleri gösterir. Cevap yzeyi grafiğine benzer olarak, eğer üçüncü bir faktör varsa düzeyi sabitlenerek grafiğe eklenebilir ve oluşturulan regresyon modeli doğrusal ise eksenler arasındaki bölge doğrusal çizgilerle ifade edilirken, karesel bir ilişki söz konusu ise daireler Şeklinde ifade edilir. Şekil 2.5 ve 2.6’da sırasıyla doğrusal ve karesel bir modele ilişkin contour grafikleri örnek olarak verilmiştir.



Şekil 2.5 Doğrusal bir modele ilişkin contour grafiği



Şekil 2.6 Karesel bir modele ilişkin contour grafiği



### 3. İKİ DÜZEYLİ ( $2^k$ )FAKTÖRİYEL DENEME DÜZENLERİ

#### 3.1.Giriş

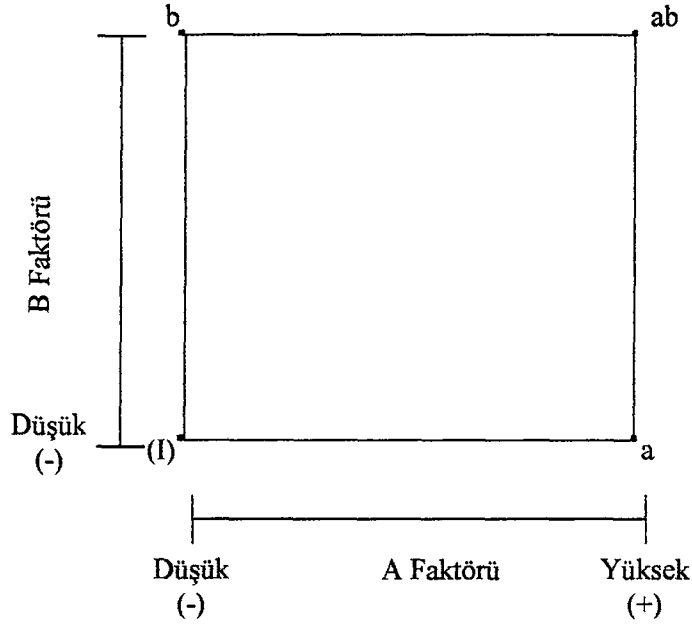
Bağımlı değişken üzerinde etkisi olduğu düşünülen birden fazla faktörün aynı modelde yer alması gerektiği durumlarda, kullanılan deneme düzenlerine “faktöriyel deneme düzenleri” adı verilir. Bu tür deneme düzenlerinde faktörlerin bağımlı değişkene etkisi “ana etki” ya da “interaksiyon etkisi” şeklinde olabilir. İki düzeyli faktöriyel denemeler k tane faktörün her birinin sadece iki düzeye sahip olduğu denemelerdir ve yaygın olarak kullanılırlar. Gerekli olan deneme sayısı sadece  $2^k$  tanedir, bu nedenle  $2^k$  faktöriyel deneme olarak adlandırılırlar. Burada k faktör sayısını, 2 ise faktörlerin düzeylerinin sayısı gösterir.

#### 3.2. $2^2$ Deneme Düzeni

$2^k$  deneme düzenlerinin içinde en basit olanıdır. Sadece 2 tane 2 düzeyli faktör içerirler. Faktörlerin düzeyleri düşük veya yüksek olarak adlandırılabilirler. Genellikle yüksek düzey “+” düşük düzey ise “-” simgesi ile gösterilir. Bu deneme düzenlerinde faktörler nicelik belirtebileceği gibi (sıcaklık, basınç gibi), nitelikte belirtebilir (iki farklı metot, iki farklı hammadde gibi).

A ve B gibi iki tane iki düzeyli faktörün kombinasyonunda elde edilecek cevap değişkeni sayısı dördür. Faktör düzeylerinin denemedeki kombinasyonları Şekil 3.1 de verilmiştir. Bu şekilde a köşesi A faktörünün yüksek seviyesi ile B faktörünün düşük seviyesi arasındaki kombinasyonu, b köşesi A faktörünün düşük seviyesi ile B faktörünün yüksek seviyesi arasındaki kombinasyonu, ab her iki faktörün yüksek düzeyleri arasındaki kombinasyonu, (I) köşesi her iki faktörün düşük seviyelerinin kombinasyonu gösterir.

Şekil 3.1 den yararlanarak A, B faktörünün ana etkileri ve AB interaksiyon etkisi için formüller türetilebilir.



Şekil 3.1  $2^2$  deneme düzeni

n tekrar sayısı olmak üzere;

A faktörünün ana etkisi kendisine göre karenin pozitif tarafındaki değerler ile negatif tarafındaki değerlerin ortalamaları arasındaki farktır (7).

$$\begin{aligned}
 A &= \bar{y}_{A^+} - \bar{y}_{A^-} & (3.1) \\
 &= \frac{ab + a}{2n} - \frac{b + (I)}{2n} \\
 &= \frac{1}{2n} [ab + a - b - (I)]
 \end{aligned}$$

B faktörünün ana etkisi kendisine göre karenin pozitif tarafındaki değerler ile negatif tarafındaki değerlerin ortalamaları arasındaki farktır (7).

$$\begin{aligned}
 B &= \bar{y}_{B^+} - \bar{y}_{B^-} & (3.2) \\
 &= \frac{ab + b}{2n} - \frac{a + (I)}{2n} \\
 &= \frac{1}{2n} [ab + b - a - (I)]
 \end{aligned}$$

AB interaksiyon etkisi sırasıyla sağdan sola ve soldan sağa doğru iki köşegen üzerindeki karşılıklı değerlerin ortalamaları arasındaki fark ile elde edilir (7).

$$AB = \frac{ab + (I)}{2n} - \frac{a + b}{2n} \quad (3.3)$$

$$= \frac{1}{2n} [ab + (I) - a - b]$$

Bir ana etkinin değeri pozitif çıkıyorsa, o ana etkinin değeri arttıkça cevap değişkeninin değerinin artacağına; negatif çıkıyorsa, ana etkinin değeri arttıkça cevap değişkeninin değerinin azalacağına karar verilir.

Hesaplanan bu ana etkilerinin istatistiksel olarak anlamlı olup olmayacağını test etmek için varyans analizi kullanılır. Eşitlik 3.1, 3.2 ve 3.3 den yararlanarak A, B, AB etkiler için kontrastlar hesaplanır (11).

$$\text{Kontrast}_A = ab + a - b - (I) \quad (3.4)$$

$$\text{Kontrast}_B = ab + b - a - (I) \quad (3.5)$$

$$\text{Kontrast}_{AB} = ab + (I) - a - b \quad (3.6)$$

Bu kontrastlardan yararlanarak kareler toplamı elde edilebilir. Varyans analizi çizelgesi Çizelge 3.1 de verilmiştir (11).

Çizelge 3.1  $2^2$  deneme düzeni için varyans analizi çizelgesi

Varyasyon Kaynağı	Kareler Toplamı	Serbestlik Derecesi	Kareler Ortalaması	$F_0$
A	$SS_A = \frac{[ab + a - b - (I)]^2}{4n}$	1	$MS_A$	$\frac{MS_A}{MS_{Hata}}$
B	$SS_B = \frac{[ab + b - a - (I)]^2}{4n}$	1	$MS_B$	$\frac{MS_B}{MS_{Hata}}$
AB	$SS_{AB} = \frac{[ab + (I) - a - b]^2}{4n}$	1	$MS_{AB}$	$\frac{MS_{AB}}{MS_{Hata}}$
Hata	$SS_E = SS_T - SS_A - SS_B - SS_{AB}$	4 (n-1)	$MS_{Hata}$	
Toplam	$SS_T = \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 \sum_{k=1}^2 y_{ijk}^2 - \frac{y_{...}^2}{4n}$	4n-1		

Toplam etkileri hesaplamak için bir başka yol standart sıralamayı belirten bir başka çizelge oluşturmaktır. Standart sıralamalar Çizelge 3.2 de verilmiştir. Bu çizelgeden yararlanarak A ana etkisinin kontrastı bulunacak olursa; A sütunundaki

işaretler dikkate alınır ve ilgili kombinasyonlarla çarpılır.  $\text{Kontrast}_A = ab + a - b - (I)$  olarak bulunur.

Çizelge 3.2 Etkilerin hesaplanması için standart sıralamalar.

Faktör Düzeylerinin Kombinasyonları	Faktörlerin Etkileri			
	I	A	B	AB
(I)	+	-	-	+
a	+	+	-	-
b	+	-	+	-
ab	+	+	+	+

### 3.2.1 Regresyon Modelleri

$2^k$  faktöriyel denemelerinden elde edilen etkileri, cevap değişkeninin değerlerini tahmin etmek için kullanılacak olan regresyon modeline dönüştürmek mümkündür. İki bağımsız değişkenin ana etkilerini ve bu iki faktör arasındaki interaksiyonu içeren birinci sıralı bir model

$$y = \beta_0 + \beta_1\chi_1 + \beta_2\chi_2 + \varepsilon \quad (3.7)$$

şeklindedir. Bu modelin tahmini ise;

$$\hat{y} = b_0 + b_1\chi_1 + b_2\chi_2 + e \quad (3.8)$$

dir.

Burada  $\chi_1$  ve  $\chi_2$  faktörlerinin kodlanmış düzeyleri kullanılır. İki düzeyli faktörler şeklinde oldukları için düşük olan düzey “-1”, yüksek olan düzey ise “+1” ile ifade edilir (12).

Bu modelde model sabiti  $b_0$  bütün gözlemlerden elde edilen değerlerin ağırlıklı ortalaması,  $b_1$  ve  $b_2$  katsayıları ilişkili faktörün ana etkisinin değerinin yarısına eşittir. Çünkü regresyon katsayıları bir değişkenin bir birimlik artışa karşı oluşturacağı etkiyi gösterirken ana etkiler iki birimlik artışın (-1 den +1) üzerine kurulmuştur. Regresyon

katsayılarını matrisler yardımıyla da hesaplamak mümkündür.  $2^2$  deneme düzeni için matrisler aşağıda verildiği gibidir (9):

$$y = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_4 \end{bmatrix} \quad \chi = \begin{bmatrix} +1 & -1 & -1 \\ +1 & -1 & +1 \\ +1 & +1 & -1 \\ +1 & +1 & +1 \end{bmatrix} \quad \beta = \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \beta_2 \end{bmatrix} \quad \varepsilon = \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \varepsilon_4 \end{bmatrix}$$

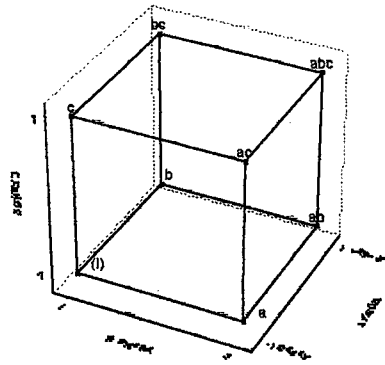
Eşitlik (3.9) dan yararlanarak b katsayı matrisi hesaplanır

$$b = (\chi' \chi)^{-1} \chi' y \quad (3.9)$$

### 3.3. $2^3$ Denemeleri

A, B, C gibi iki düzeyli üç farklı faktörün düzeylerinin cevap değişkeni üzerine etkisinin araştırıldığı deneme düzenleridir. Bu deneme düzenlerinde faktörlerin 8 farklı kombinasyonu söz konusudur.  $2^2$  deneme düzenlerinde faktörlerin kombinasyonu bir kare üzerinde gösteriliyordu. Bu deneme düzenlerinde ise kombinasyon sayısı fazla olduğu için şekilsel gösterimlerde küp kullanılır (9).

$2^3$  deneme düzenlerine faktör düzeylerinin kombinasyonları Şekil 3.2 de verilmiştir. Böyle bir gösterim, A, B, C faktörlerinin 8 farklı kombinasyonu için cevap değişkeninin aldığı tahmin değerlerinin kolaylıkla gözlemlenebilmesini sağlar.



Şekil 3.2  $2^3$  deneme düzenleri

Bu deneme düzenlerinde etkilerin hesaplanma yöntemi  $2^2$  deneme düzenine benzerdir. Fakat burada daha fazla faktör ve dolayısıyla etki olacağı için Çizelge 3.3 de verilerin standart sıralamalardan yararlanarak her bir etkiye ait kontrastları bulmak ve bu yolla etkileri hesaplamak daha kolay olacaktır. Ayrıca Çizelge 3.3 de verilen standart sıralamaların bazı önemli özellikleri vardır. Bunlar (7);

- 1) (I) nın bulunduğu sütun dışında bütün sütunlarda eşit sayıda “+” ve “-” vardır.
- 2) Her hangi iki sütunun çarpılması ile oluşacak değerler toplandığı zaman elde edilecek değer sıfırdır.
- 3) (I) sütunu herhangi bir sütunla çarpıldığı zaman sonuç değişmez.
- 4) Çizelgedeki herhangi iki sütunun çarpılması ile oluşacak olan sütun yine bu çizelgede yer alan bir sütun olacaktır. Mesela  $AB \times B = AB^2 = A$  olacaktır.

Çizelge 3.3 Etkilerin hesaplanması için standart sıralamalar çizelgesi

Faktör Düzeylerinin Kombinasyonları	Faktörlerin Etkileri							
	I	A	B	AB	C	AC	BC	ABC
(I)	+	-	-	+	-	+	+	-
a	+	+	-	-	-	-	+	+
b	+	-	+	-	-	+	-	+
ab	+	+	+	+	-	-	-	-
c	+	-	-	+	+	-	-	+
ac	+	+	-	-	+	+	-	-
bc	+	-	+	-	+	-	+	-
abc	+	+	+	+	+	+	+	+

$$\text{Kontrast}_A = -(I) + a - b + ab - c + ac - bc + abc \quad (3.10)$$

$$\text{Kontrast}_B = -(I) - a + b + ab - c - ac + bc + abc \quad (3.11)$$

$$\text{Kontrast}_C = -(I) - a - b - ab + c + ac + bc + abc \quad (3.12)$$

$$\text{Kontrast}_{AB} = +(I) - a - b + ab + c - ac - bc + abc \quad (3.13)$$

$$\text{Kontrast}_{AC} = +(I) - a + b - ab - c + ac - bc + abc \quad (3.14)$$

$$\text{Kontrast}_{BC} = +(I) + a - b - ab - c - ac + bc + abc \quad (3.15)$$

$$\text{Kontrast}_{ABC} = -(I) + a + b - ab + c - ac - bc + abc \quad (3.16)$$

Etkiler

$$A = \frac{[-(I) + a - b + ab - c + ac - bc + abc]}{4n} \quad (3.17)$$

$$B = \frac{[-(I) - a + b + ab - c - ac + bc + abc]}{4n} \quad (3.18)$$

$$C = \frac{[-(I) - a - b - ab + c + ac + bc + abc]}{4n} \quad (3.19)$$

$$AB = \frac{[+(I) - a - b + ab + c - ac - bc + abc]}{4n} \quad (3.20)$$

$$AC = \frac{[+(I) - a + b - ab - c + ac - bc + abc]}{4n} \quad (3.21)$$

$$BC = \frac{[+(I) + a - b - ab - c - ac + bc + abc]}{4n} \quad (3.22)$$

$$ABC = \frac{[-(I) + a + b - ab + c - ac - bc + abc]}{4n} \quad (3.23)$$

Varyans analizi çizelgesinin oluşturulmasında kullanılacak olan kareler toplamları

$$SS = \frac{(\text{Kontrast})^2}{8n} \quad (3.24)$$

eşitliğinden elde edilebilir (7).

### 3.4. Tek Tekrarlı ve Paralel Ölçümlü $2^k$ Denemeleri

$2^k$  denemelerinde  $k$  faktör sayısı arttıkça faktörlerin düzeylerinin kombinasyonlarının sayısı da artacaktır. Mesela 6 faktörlü bir denemede  $2^6 = 64$  tane uygulanması gereken deneme olacaktır. Bazı çalışmalarda kaynak sıkıntısı yüzünden bu denemelerin tekrarlarını almak mümkün olmayabilir. Böyle durumlarda tek tekrarlı (tekerrürlü) deneme düzenlerinin (single replicate) uygulanması mümkündür (11).

Bir tek tekrarlı deneme düzeninde tahmin hatası yoktur. Bu tür denemelerin çözümünde kullanılan farklı bir yaklaşım vardır: Yüksek düzeyli interaksiyon etkilerinin göz ardı edilebileceği varsayılır ve bu etkiler hataya katılır. Çünkü bir çok modelin düşük düzeyli interaksiyon ve ana etkilerin etkisi altında olduğu varsayılır. Bir ölçümün tekrar olabilmesi için her bir materyalden her bir denemede bağımsız bir ölçüm alınması gerekir. Fakat aynı materyalden yedek bir ölçüm alındığında bu deneme paralel ölçümlü deneme olarak adlandırılır. Paralel (duplicate) ölçümlerle çalışılması durumunda aynı deneme için alınacak ardışık ölçümler arasındaki farklılık tekrarlı deneme uygulandığı durumdan daha küçük olacaktır. Çok küçük varyansa sahip olan bir denemede aslında modele alınması istatistiksel olarak anlamlı olmayan etkilerin modele alınması söz konusu olabilir. Bu durumda paralel denemelerden elde edilen cevap değişkeni ölçümlerinin ortalamalarını alarak işlem yapmak daha uygundur (7).

### 3.5. $2^k$ Denemelerine Merkez Noktalarının Eklenmesi

İki düzeyli faktöriyel denemelerde dağılımın doğrusal olması beklenir. Bir model interaksiyon terimi içeriyorsa dağılım bir miktar eğriselleşecektir. Bu nedenle tam doğrusallık şartı yerine gelmezse dağılımın doğrusallığa yaklaşması da yeterlidir. Faktörlerin yüksek ve düşük düzeylerinin ortalaması olan değer merkez nokta olarak adlandırılır ve "0" kodu ile gösterilir. Deneme düzenine eklenen merkez noktalar modelin eğriselliğinin test edilmesinde kullanılır. Merkez nokta eklemek  $2^k$  deneme düzenlerinin etkilerini etkilemez.

Bir modelin eğriselliği merkez noktalar yardımıyla aşağıdaki gibi test edilir. Bütün faktörlerin düzeylerinin sıfır olduğu deneme n defa tekrarlanır ve bu noktalar için cevap değişkeninin aldıkları değerlerin ortalaması elde edilir ( $\bar{y}_c$ ). Ayrıca faktöriyel denemedeki bütün cevap ölçümlerinin ortalaması alınır ( $\bar{y}_f$ ). Eğer  $\bar{y}_f - \bar{y}_c$  farkı küçük bir değerse bir karesel eğrisellik söz konusu değildir, eğer  $\bar{y}_f - \bar{y}_c$  farkı büyük bir değerse karesel eğrisellik söz konusudur (10). Eğriselliğin varlığını test etmek için hipotez kontrolleri de yapılabilir, eğrisellik terimi varyans analizi çizelgesine eklenir ve test edilir. Hipotezler aşağıda verildiği gibidir (13):



$$H_0 : \sum_{j=1}^k \beta_{jj} = 0 \text{ (Eğrisellik söz konusu değildir)} \quad (3.24)$$

$$H_1 : \sum_{j=1}^k \beta_{jj} \neq 0 \text{ (Eğrisellik söz konusudur)}$$

Eğrisellik için kareler toplamı 1 serbestlik dereceli olup (3.25) no'lu eşitlik yardımıyla hesaplanır (7).

$$SS_{\text{Curvature}} = \frac{n_F n_C (\bar{y}_F - \bar{y}_C)^2}{n_F + n_C} \quad (3.25)$$

Bu değer varyans analizi çizelgesine eklenir. Eğer eğrisellik için hesaplanan değer istatistiksel olarak anlamlı bulunursa ikinci dereceden bir model kullanmak daha doğru olacaktır.

### 3.6. 2<sup>k</sup> Denemelerinde Blok Kullanımı

Deneme düzenlerinde bütün uygulamalar için aynı koşulları sağlamak her zaman mümkün olmaz. Bazı nedenlerden dolayı veriler homojen olmayabilir. Çalışmanın sağlıklı bir şekilde yapılabilmesi için bu etkinin giderilmesi gerekir. Böyle durumlarda kullanılan teknik "blok" olarak adlandırılır. Başlangıçta etkisi olduğu bilinen fakat etkisiyle ilgilenilmeyen faktörler genellikle blok olarak kullanılırlar.

N tane tekrarlı homojen olmayan birimlerden oluşan 2<sup>k</sup> deneme düzeni ile çalışıldığını varsayalım. Homojenliği sağlamak amacı ile benzer özelliğe sahip bireyler aynı bloklar altında toplanmalıdır. Bu durumda varyans analizi çizelgesine blok etkisinin eklenmesi gerekecektir. Fakat bloklar arasındaki farklılık test edilmeyecektir.

k : Blok sayısı

n : Tekrar sayısı

B<sub>i</sub><sup>2</sup> : i. blok içindeki her bir cevap değişkeninin değerinin karesi

y<sub>..</sub><sup>2</sup> : Bloklar göz önüne alınmadan bütün değerlerin kareleri toplamı olmak üzere

Blok için kareler toplamı (13);

$$SS_{\text{Blok}} = \sum_{i=1}^k \frac{B_i^2}{n} - \frac{y_{..}^2}{nk} \quad (3.26)$$

eşitliğinden yararlanarak hesaplanır ve serbestlik derecesi (k-1) dir.

## 4. İKİ DÜZEYLİ ( $2^k$ ) PARÇALANMIŞ (FRACTIONAL) FAKTÖRİYEL DENEME DÜZENLERİ

### 4.1. Giriş

$2^k$  deneme düzenlerinde k (faktör sayısı) arttıkça deneme sayısı da artacaktır. Mesela 6 faktörlü bir denemede uygulama sayısı 64 tanedir. Çok sayıda muamele içeren deneme düzenlerinde çok fazla kaynak ve zamana ihtiyaç olacaktır. Ayrıca bu tür deneme düzenlerinde serbestlik derecelerinin büyük bir kısmı üç ve daha yüksek düzeyli interaksiyon etkilerinden kaynaklanacaktır. Çok yüksek düzeyli interaksiyon etkilerinin göz ardı edilebileceği durumlarda ana etkilerin ve küçük düzeyli interaksiyon etkilerinin deneme düzeninden bir parçasına uygulanarak elde edilmesi mümkündür. Bu tür deneme düzenlerine “parçalanmış faktöriyel deneme” düzenleri adı verilir.

Parçalanmış faktöriyel deneme düzenleri uygulamaları 3 temel iddia üzerine kurulmuştur (7).

- 1) Bir çok değişkenin var olduğu durumda sonuçlar ana etkilerden ve bazı interaksiyon etkilerinden elde edilebilir.
- 2) Faktörlerin içinden elde edilen istatistiksel olarak anlamlı faktörlerin alt kümeleri yardımı ile daha güçlü bir deneme düzenleri elde edilebilir.
- 3) Birden çok parçalı faktöriyel denemelerin ardışık olarak birleştirilerek ana etkilerin ve interaksiyon etkilerinin tahmininde kullanılacak daha büyük bir deneme düzeni oluşturmak mümkündür.

### 4.2. Yarıya Parçalanmış $2^k$ Faktöriyel Deneme Düzenleri

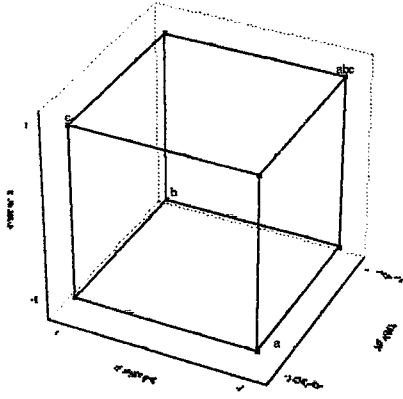
İki düzeyli üç tane faktörümüz olduğunu varsayalım. Bu deneyde uygulanacak muamele sayısı  $2^3 = 8$  dir.  $2^{3-1}$  deneme düzenini kullanarak deneme sayısını yarıya indirmek mümkündür. Böylelikle hem zaman hem de kaynak tasarrufu yapılabilir. Bu durumda deneme sayısı 4 olacaktır.

Daha önce “+” ve “-” simgelerini içeren çizelge yardımıyla etkilerin kolaylıkla hesaplanabileceğinden bahsetmiştik. ABC interaksiyonunun + olduğu ve - olduğu

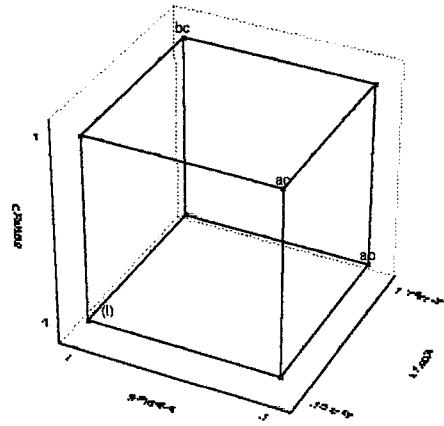
etkileri ayırarak çalışma iki eşit parçaya bölünebilir (11, 14). Çizelge 4.1 de  $2^3$  faktöriyel deneme için standart sıralama çizelgesi verilmiştir. Bu Çizelge ABC interaksiyon etkisinin “+” veya “-“ olmasına göre iki eşit parçaya ayrılmıştır. Bu yüzden ABC etkisi” “üretici” olarak adlandırılır (9). Çizelgenin birinci yarısından faydalanarak oluşturulacak olan bir denemede dikkate alınacak olan etkiler A, B, C ana etkileri ve ABC interaksiyon etkisidir. Bu denemeler tüm denemelerin yarısıdır. Geri kalan yarısından oluşturulacak olan deneme ise alternatifidir. Şekil 4.1 de her iki durumda için oluşturulacak denemenin yapısı verilmiştir.

Çizelge 4.1  $2^{(4-1)}$  Parçalanmış Faktöriyel deneme düzeninde etkilerin hesaplanması için standart sıralama çizelgesi

Faktör Düzeylerinin Kombinasyonları	Faktörlerin Etkileri							
	I	A	B	C	AB	AC	BC	ABC
a	+	+	-	-	-	-	+	+
b	+	-	+	-	-	+	-	+
c	+	-	-	+	+	-	-	+
abc	+	+	+	+	+	+	+	+
ab	+	+	+	-	+	-	-	-
ac	+	+	-	+	-	+	-	-
bc	+	-	+	+	-	-	+	-
(I)	+	-	-	-	+	+	+	



Şekil 4.1 (a)  $I = + ABC$  için etkiler



Şekil 4.2 (b)  $I = - ABC$  için etkiler

Uygulayacağımız deneme düzeni  $2^2$  deneme düzenine dönüştüğü için ana etkilerin hesaplanmasında da  $2^2$  deneme düzenindeki eşitliklerden yararlanmak mümkündür (14, 15, 16):

$I = + ABC$  için kontrastlar;

$$I_A = \frac{1}{2}(a - b - c + abc) \quad (4.1)$$

$$I_B = \frac{1}{2}(-a + b - c + abc) \quad (4.2)$$

$$I_C = \frac{1}{2}(-a - b + c + abc) \quad (4.3)$$

$I = - ABC$  için kontrastlar;

$$I_{BC} = \frac{1}{2}(a - b - c + abc) \quad (4.4)$$

$$I_{AC} = \frac{1}{2}(-a + b - c + abc) \quad (4.4)$$

$$I_{AB} = \frac{1}{2}(-a - b + c + abc) \quad (4.5)$$

Kontrastlara bakıldığında A ana etkisi ile BC interaksiyonunun aslında aynı şey olduğu gözlenebilir, aynı durum B ana etkisi ile AC interaksiyonu, C ana etkisi ile AB ana etkisi arasında da vardır. Bu özelliğe sahip iki ya da daha fazla etkiye “aliase” etki adı verilir (7, 13, 15). Aslında A, B, C ana etkilerini tahmin ettiğimiz bir durumda

aslında  $I_A = A + BC$  (4.5),  $I_B = B + AC$  (4.6), ve  $I_C = C + AB$  (4.7) değerlerini tahmin etmiş oluruz. Çünkü bu iki etki birbiri içine karışacaktır (14).

Her bir ana etkinin aliase'ı kontrastlar yazılmadan da hesaplanabilir.  $I=ABC$  (4.8) eşitliğinin her iki tarafını A ana etkisi ile çarparsak  $A.I = A^2BC$  (4.9) eşitliği elde edilir. Standart sıralama çizelgesinin özelliklerinden de hatırlanacak olursa, bir sütundaki değerlerin karesi alınarak elde edilen yeni sütun I sütununa eşit olacaktır; ve sonuç olarak  $A = BC$  (4.10) eşitliğine ulaşılır.

Aynı işlemler sırasıyla B ve C ana etkileri için tekrarlanacak olursa;

$$B.I = AB^2C \rightarrow B = AC \quad (4.11)$$

$$C.I = ABC^2 \rightarrow C = AB \quad (4.12)$$

şeklinde daha önceden kontrastlarla hesaplanmış olan eşitlikler tekrar elde edilmiş olur (9).

Yarıya parçalanmış  $2^k$  deneme düzenleri için ilk yarı ile ikinci yarıya göre hesaplanan sonuçlar arasında bir farklılık yoktur. Yukarıda belirtilen aynı eşitlikler

$$I = -ABC \quad (4.13)$$

içinde hesaplanabilir. Çıkacak sonuçlar sadece ilk parçadakilerin ters işaretlisi olacaktır (13, 14).

$$I'_A = A - BC \quad (4.14)$$

$$I'_B = B - AC \quad (4.15)$$

ve

$$I'_C = C - AB \quad (4.16)$$

Yaptığımız parçalama işleminin ne kadar doğru olduğunu test etmemiz de mümkündür. Örneğin her iki yarım parçadan elde edilecek olan A ana etkilerini toplar ve ikiye bölersek elde edeceğimiz değer parçalanmamış faktöriyel deneme düzeninden hesaplanacak olan A ana etkisinin değerine eşit olacaktır (9).

$$\frac{1}{2}(I_A + I'_A) = \frac{1}{2}(A + BC + A - BC) \rightarrow A \quad (4.17)$$

İkiye ayrılmış deneme düzenleri etkilerin birbiri ile aliase olma şekillerine göre farklı isimler alır (14).

- 1) Ayrışma III: Hiç bir ana etkinin diğeri ile aliase olmadığı, fakat birinci dereceden interaksiyonların birbiriyle aliase olabildikleri denemelerdir ( $(2^{3-1})_{III}$   $I=ABC$ ).

- 2) Ayrışma IV: Hiçbir ana etkinin birbiriyle ya da birinci dereceden interaksyon etkileri ile aliase olmadıkları, fakat iki faktörlü interaksyonların birbirleriyle aliase oldukları denemelerdir ( $(2_{IV}^{4-1})$ , I=ABCD).
- 3) Ayrışma V: Hiçbir ana etkinin ya da ikinci dereceden interaksyonun herhangi bir ana etki ya da ikinci dereceden interaksyon ile aliase olmadığı, fakat ikinci dereceden interaksyonların 3.dereceden interaksyonlarla aliase olduğu denemelerdir ( $(2_V^{5-1})$ , I=ABCDE).

### 4.3 Tarama için Plackett- Burman Deneme Düzeni

Birçok faktörden cevap değişkeninin değerlerine etkisi olanların ortaya çıkarılması ya da mümkün olan en az sayıda deneme ile en çok sayıda faktör etkisinin araştırılması gerektiği durumlarda kullanılabilecek deneme düzenleridir. Bir çok faktörün arasından önemli olanlarının belirlenmesi için bir tarama gereklidir. Bu nedenle Tarama için Plackett- Burman deneme düzeni olarak da adlandırılır. Plackett-Burman Tarama Deneme Düzeni dördün katları sayıda gözlem içerir (4, 8, 12,.....gibi) (13, 15, 16). Faktör sayısının gözlem sayısında bir eksik oldukları deneme düzenleridirler. Deneme düzeni yapısına bir örnek verecek olursak, 7 faktörün fakat sadece 8 tane gözlem değerinin bulunduğu deneme düzeni Çizelge 4.2 de verilmiştir. 7 faktörden 8 tane gözlem elde edilebilmesi için denemenin  $2^{(7-4)}$  parçalanmış deneme düzenine dönüştürülmesi gerekir. Denemelerin sıralama etkisinin giderilmesi istendiği durumlarda deneyler random bir sırayla da uygulanabilir. Aynı deneme düzeninin random olarak sıralandığı deneme düzeni Çizelge 4.3 de verilmiştir (12,19).

Çizelge 4.2 7 faktör ve 8 tane gözlem değeri içeren Plackett - Burman deneme düzeni

Sıralama	Plackett Burman Denemesi						
	A	B	C	D	E	F	G
1	-1,00000	-1,00000	-1,00000	1,00000	1,00000	1,00000	-1,00000
2	-1,00000	-1,00000	1,00000	1,00000	-1,00000	-1,00000	1,00000
3	-1,00000	1,00000	-1,00000	-1,00000	1,00000	-1,00000	1,00000
4	-1,00000	1,00000	1,00000	-1,00000	-1,00000	1,00000	-1,00000
5	1,00000	-1,00000	-1,00000	-1,00000	-1,00000	1,00000	1,00000
6	1,00000	-1,00000	1,00000	-1,00000	1,00000	-1,00000	-1,00000
7	1,00000	1,00000	-1,00000	1,00000	-1,00000	-1,00000	-1,00000
8	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000

Çizelge 4.3 7 faktör ve 8 tane gözlem değeri içeren deneme sıralamalarının random olarak düzenlendiği Plackett - Burman deneme düzeni

Sıralama	Plackett Burman Denemesi						
	A	B	C	D	E	F	G
5	1,00000	-1,00000	-1,00000	-1,00000	-1,00000	1,00000	1,00000
3	-1,00000	1,00000	-1,00000	-1,00000	1,00000	-1,00000	1,00000
2	-1,00000	-1,00000	1,00000	1,00000	-1,00000	-1,00000	1,00000
1	-1,00000	-1,00000	-1,00000	1,00000	1,00000	1,00000	-1,00000
8	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000
6	1,00000	-1,00000	1,00000	-1,00000	1,00000	-1,00000	-1,00000
7	1,00000	1,00000	-1,00000	1,00000	-1,00000	-1,00000	-1,00000
4	-1,00000	1,00000	1,00000	-1,00000	-1,00000	1,00000	-1,00000

## 5. EN DİK ARTIŞ VE AZALIŞ YÖNTEMLERİ

### 5.1. Giriş

Bu bölüme kadar birinci dereceden bir cevap yüzeyi modelinin nasıl oluşturulacağını ve test edileceğini ele aldık. Oluşturulan bu model yardımıyla verilerin elde edildiği sistemin yapısı hakkında bilgi edinmek oldukça kolaylaşır. Bazı çalışmalarda ise amaç hem sistem hakkında bilgi edinmek, hem de cevap değişkeninin maksimum ya da minimum olduğu noktayı ya da aralığı belirlemektir. En dik artış yöntemi birinci dereceden bir cevap yüzeyi modelinin maksimumu olduğu noktayı, en dik azalış yöntemi ise minimum olduğu noktayı matematiksel olarak ortaya koymak amacıyla kullanılan yöntemlerdir. Bu yöntemin oluşturulması için aşağıdaki adımlar takip edilir (20, 21, 22);

1. Birinci dereceden model oluşturulur ve uygunluğu test edilir.
2. Gerekli olan cevap değişkeninin maksimum olduğu nokta ise en dik artış yolu, gerekli olan minimum olduğu nokta ise en dik azalış yolu hesaplanır.
3. Amacımıza uygun olan yol takip edilerek denemeler uygulanır ve cevap değişkeninin değerleri elde edilir. Muhtemelen sonuçlar istediğimiz noktaya doğru yönelecektir. Belirli bir bölgede artık istenen değişimler gözlenemeyecektir. Bu noktada işlemleri durdurmak gerekir. Örneğin maksimum noktayı ararken cevap değişkeninin değeri bir yere kadar artacak ve sonra azalmaya başlayacaktır. Böyle bir durumda azalışın başladığı nokta optimum noktadır.

### 5.2. En Dik Artış ya da Azalış Yolunun Belirlenişi

Daha önceki aşamalarda oluşturulmuş olan regresyon modelindeki katsayılar ve bu katsayıların işaretleri dik artış / azalış yolun belirlenmesinde etkili olur. En dik artış yöntemi katsayılarla aynı yönde hareket ederken en dik azalış yöntemi ise ters yönde hareket eder. Katsayının büyüklüğü ise azalışın ya da artışın hızını etkiler. Büyük katsayının etkisi daha fazla, küçük katsayının ise daha az olacaktır.

$$Y = b_0 + b_1\chi_1 + b_2\chi_2 + \dots + b_k\chi_k \quad (5.1)$$



şeklinde birinci dereceden bir denklemimiz olduğunu varsayalım. Bu denklemden Lagrange çarpımını (7) çıkardıktan sonra  $\chi_i$  lere göre kısmi türevini alıp ve sıfıra eşitlersek;

$\lambda$  Merkezle değişkenin aldığı değerler arasındaki uzaklıktır (18).

$$L = b_0 + b_1\chi_1 + b_2\chi_2 + \dots + b_k\chi_k - \lambda(\sum_{j=1}^k \chi_j^2 - r^2) \quad (5.2)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \chi_j} = b_j - 2\lambda\chi_j, \quad \chi_j = \frac{b_j}{2\lambda} \quad (j=1,2,\dots,k) \quad (5.3)$$

Eğer  $\frac{1}{2\lambda}$  yerine  $\delta$  yazarsak eşitliğimiz

$$\chi_1 = \delta b_1, \quad \chi_2 = \delta b_2, \dots, \chi_k = \delta b_k \quad (5.4)$$

şekline dönüşecektir.

Bu eşitlikte  $\delta$  en dik artış yöntemi için pozitif, en dik azalış yöntemi içinse negatif değerler almalıdır.

### 5.3 En Dik Artış / Azalışın Hesaplanmasında İzlenecek Adımlar

$\chi_1 = \chi_2 = \dots = \chi_k = 0$  in başlangıç noktası olduğunu varsayalım (7, 19, 20, 21).

1. Hakkında en fazla bilgi olan veya regresyon katsayısı mutlak değerce en büyük olan  $\chi_i$  değişkeni adım genişliğinin belirlenmesinde kullanılır.
2. Diğer değişkenler için adım genişliği ise  $\Delta\chi_i$  seçilen faktörün düzeyleri ile orta nokta arasındaki fark olmak üzere;

$$\Delta\chi_j = \frac{b_j}{b_i/\Delta\chi_i}, \quad (j=1,2,\dots,k) \quad i \neq j$$

3.  $\Delta\chi_j$  'ler kodlu hallerinden doğal hallerine dönüştürülür.

### 5.4 İnteraksiyon ve Model Eğriselliğinin Varlığı Durumu

Cevap yüzeyi yöntemlerinde birinci dereceden bir denklemin kullanılabilmesi için eğrisellik testi sonucunda bir eğriselliğin bulunmaması gerekir. İnteraksiyon terimi

içeren bir model bir miktar eğrisellik de içerecektir. İnteraksiyon etkisi modelde büyük bir katsayıya sahip değilse, hala en dik artış ve azalış yöntemi uygulanabilir anlamına gelir. Bunun yanı sıra eğriselliğin varlığının saptandığı bir modelde optimum noktanın bulunması için bu en dik artış ve ya da azalış yönteminin kullanılması uygun olmayacaktır. Böyle bir durumla karşılaşan bir araştırmacı ikinci dereceden bir cevap yüzeyi modeli oluşturmalıdır (7).



## 6.İKİNCİ DERECEDEDEN CEVAP YÜZEYLERİNİN ANALİZLERİ

### 6.1 Giriş

Daha önceki bölümde sadece ana etkileri ve bu etkilerin birinci dereceden interaksiyonunu içeren birinci dereceden deneme düzenlerinden bahsedilmişti. Birinci dereceden modele sahip bir deneme düzeni doğrusal bir yapıya sahip olacaktır. Fakat bazı denemelerde eğrisellik testi sonucunda eğrisellik varlığı ortaya çıkabilir. Bu durumda ikinci dereceden cevap yüzeyleri analizlerinin kullanılması gerekir.

$$y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \beta_{11} x_1^2 + \beta_{22} x_2^2 + \beta_{12} x_1 x_2 + \varepsilon \quad (6.1)$$

Bu model ikinci dereceden cevap yüzeyi modeli olarak adlandırılır. Bu deneme düzeni bazı özelliklere sahiptir (7).

- 1) Her bir faktör en az 3 seviyeye sahip olmalıdır.
- 2) Model en az  $1 + 2k + k(k - 1)/2$  tane farklı parametreye sahip olmalıdır. Sonuç olarak deneme düzeni  $1 + 2k + k(k - 1)/2$  tane farklı noktadan elde edilen verileri içermelidir.

Bu denemelerde bağımlı değişkenin maksimum veya minimum değerini aldığı nokta “durağan nokta” olarak adlandırılır (10). Bu nokta elipsler şeklinde gösterilen sistemin merkezinde yer alır. Bazı durumlarda ise merkezde yer alan durağan nokta ne maksimum ne de minimum değeri gösterir. Bu durumda durağan nokta “saddle noktası” olarak, sistem ise “saddle sistemi” olarak adlandırılır. Durağan noktaların belirlenmesinde ikinci dereceden cevap yüzeyleri yönteminde en önemli noktalardan biridir. 3 boyutlu grafikler (cevap yüzeyi ve contour grafiği) bu noktaların belirlenmesinde yardımcı olurlar.

### 6.2 Durağan Noktaların Hesaplanması

İkinci dereceden cevap yüzeyi yöntemindeki bileşenlerin belirlenmesi regresyon denkleminde verilmiş olan katsayıların büyüklüklerine bağlıdır. Durağan noktalarının hesaplanması için izlenecek adımlar aşağıdaki gibidir (7, 11, 14, 21,22):

1) Deneiden elde edilen veriler yardımıyla ikinci dereceden bir cevap yüzeyi modeli tahmin edilir.

2) Bir modelin içinde yer alan faktörlerin her biri için kısmi türevler alınır ve sıfıra eşitlenir.

$$\frac{\partial \hat{Y}}{\partial \chi_1} = \frac{\partial \hat{Y}}{\partial \chi_2} = \dots = \frac{\partial \hat{Y}}{\partial \chi_k} = 0 \quad (6.2)$$

3) Adım 2'de elde edilen denklem sistemi çözülür. Her bir faktör için bir değer elde edilecektir. Bu değerler modelde yerine konarak durağan noktalar için tahmin edilen bağımlı değişken değeri elde edilir.

Matrisler yardımıyla da durağan noktaları elde etmek mümkündür. Eşitlik (6.1) de verilen modeli matrislerle ifade edecek olursak;

$$\hat{Y} = b_0 + \chi' b + \chi' \hat{B} \chi \quad (6.3)$$

Modelde  $b_0$  model sabitini,  $b$  doğrusal ve  $\hat{B}$  ise ikinci dereceden model katsayılarının tahminlerini göstermektedir.

Аyrıca;

$$\chi' = [\chi_1, \dots, \chi_k] \quad (6.4)$$

$\hat{B}$  ise  $k \times k$  boyutlu simetrik bir matristir.

$$\hat{B} = \begin{bmatrix} b_{11} & \frac{1}{2}b_{12} & \cdot & \cdot & \frac{1}{2}b_{1q} \\ \frac{1}{2}b_{12} & \frac{1}{2}b_{22} & \cdot & \cdot & \frac{1}{2}b_{2q} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \frac{1}{2}b_{1q} & \frac{1}{2}b_{2q} & \cdot & \cdot & b_{qq} \end{bmatrix} \quad (6.5)$$

Durağan noktalar

$$\chi_s = -\frac{1}{2} \hat{B}^{-1} b \quad (6.6)$$

eşitliğinde elde edilebilir. Eğer durağan noktaları denklem (6.1) de yerine koyarsak;

$$\hat{Y}_s = b_0 + \chi_s' b + \chi_s' \hat{B} \chi_s \quad (6.7)$$

$$\hat{Y}_s = b_0 + \frac{1}{2} \chi_s' b \quad (6.8)$$

$\hat{Y}_s$  cevap değişkeninin durağan noktada tahmin edilen değeridir.

### 6.3 Durağan Noktasının Yapısı (Kanonik Analizi)

İkinci dereceden bir denklem yeterli bulunduğu zaman, Kanonik analizi, ikinci dereceden bir denklemde durağan noktaların yeri ve yapısı hakkında karar vermek için uygulanır (19). Durağan noktasının yapısı  $\hat{B}$  matrisi yardımıyla elde edilen öz değerlerin işaretleri belirler. Bunun için de kanonik değişkenleri içeren yeni bir denklem yazmak mümkündür (7, 11, 14, 20, 22):

$$\hat{Y} = \hat{Y}_s + \sum_{i=1}^k \lambda_i W_i^2 \quad (6.10)$$

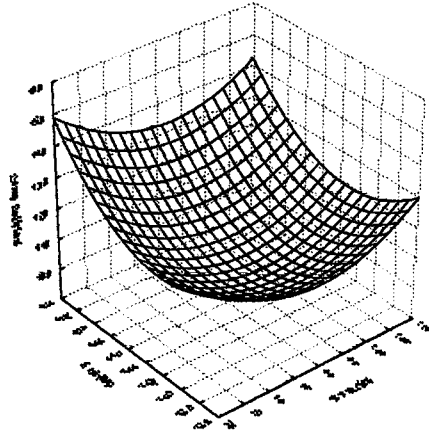
Bu eşitlikte  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_k$   $\hat{\beta}$  vektöründen elde edilecek olan öz değerleri gösterirken,  $W_1, W_2, \dots, W_k$  ise “kanonik değişkenler” olarak adlandırılırlar. Eşitlik (6.10) yardımıyla elde edilen durağan noktaların nasıl bir özelliğe sahip olduğunu anlamak mümkündür.

1. Eğer bütün  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_k$  öz değerleri negatif ise durağan nokta maksimum noktayı gösteriyordur.
2. Eğer bütün  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_k$  öz değerleri pozitif ise durağan nokta minimum noktayı gösteriyordur.
3. Eğer  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_k$  öz değerlerinin işaretleri karışık ise durağan nokta saddle noktayı gösteriyordur.

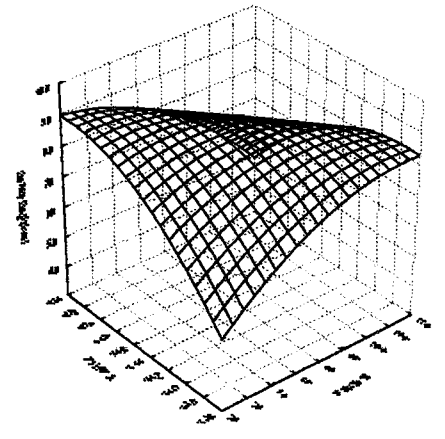
Şekil 6.1 ve 6.2 de sırasıyla minimum ve maksimum noktayı test etmek amacıyla kurulan ikinci dereceden cevap yüzeyi grafikleri verilmiştir.

### 6.4 Ridge Analizi

İkinci dereceden bir modelin ilgilenilen bölgenin dışında kullanılması önerilen bir durum değildir. Eğer durağan nokta minimum değerini ilgilenilen bölgenin dışında aldıysa durağan nokta olarak kullanılamaz. Aynı durum maksimum nokta ve saddle nokta içinde geçerlidir. Eğer bulunan noktalar denemenin güven aralığının dışında bir nokta ise kullanılması tavsiye edilmez çünkü oluşturulan model deney alanının dışındaki bölgede güvenilir olmayacaktır.



Şekil 6.1 Minimum noktayı test etmek amacıyla kurulan ikinci dereceden cevap yüzeyi modeli



Şekil 6.2 Maksimum noktayı test etmek amacıyla kurulan ikinci dereceden cevap yüzeyi modeli

Bu tür durumlarda ikinci dereceden denklemin o noktada amaca göre maksimum yada minimum olduğu istenilen bölge içinde yer alan yeni bir durağan nokta elde edilmesi için ridge analizi kullanılır. Yeni elde edilen  $s_R$  durağan nokta verilen R çapının içinde bir yerde olacaktır. ridge analizi yardımıyla cevap değişkeninin maksimum yada minimum değerlerinin bir kürenin belirli bir çapının üstünde konumlandığı bir bölge oluşturulur. Özetleyecek olursak ridge analizinin amacı deney bölgesi içinde durağan noktayı bulmaktır. Aslında ridge analizi ikinci dereceden modellerle uygulanan en dik artış yada azalış yöntemidir (7, 23, 24).

Ridge analizinin uygulanması için ikinci dereceden cevap yüzeyleri modelinden yararlanarak aşağıda verilen bölge ile sınırlanmış durağan noktaları elde etmeliyiz (6)

$$\chi_1^2 + \chi_2^2 + \dots + \chi_q^2 = R^2 \quad (6.11)$$

$$\text{yada } \chi' = (\chi_1, \chi_2, \dots, \chi_q) \text{ olmak üzere } \chi'\chi = R^2 \quad (6.12)$$

Lagrange analizini  $\mu$  çarpanı ile birlikte kullanacak olursak durağan nokta ;

$$(B - \mu I)s_R = -\frac{1}{2}b \quad (6.13)$$

$$\text{ve } \mu < \min_i v_i \text{ ve } \sqrt{s_R' s_R} = R \text{ ve} \quad (6.14)$$

$e_i$  öz değer vektörünü,  $v_i$  öz değerleri göstermek üzere

$$R^2 = s'_R s_R = \sum_{i=1}^k \left( \frac{e'_i b}{2(v_i - \mu)} \right)^2 \quad (6.15)$$

eşitliği elde edilir.

R kürenin çapı için bir seçim yapılmalıdır. Bu seçim çalışacağımız bölgeyi verecektir.

Örneğin  $R = \sqrt{2}$  olduğu bölge içindeki değerlerle ilgileniliyorsa eşitliğimiz;

$$\sum_{i=1}^k \left( \frac{e'_i b}{2(v_i - \mu)} \right)^2 = 2 \quad (6.16)$$

şeklinde olacaktır.

## 6.5 Birden Fazla Cevap Değişkeninin Optimizasyonu

Buraya kadar olan bölümlerde bir tane cevap değişkeni ile çalıştığımız bir durumda optimum noktaya nasıl ulaşılabileceğini ele aldık. Bazı çalışmalarda ise öyle bir noktaya ulaşılmak istenir ki bu nokta birden fazla cevap değişkeninin optimum olduğu değeri yada aralığı versin. Bunu yanı sıra çalışmanın başında cevap değişkenlerinin sınır değerleri biliniyor ve bu sınır değerlerinin içinde faktörlerin düzeyleri araştırılıyor olabilir.

Bu tür problemleri çözmek için kullanılan yöntemler doğrusal olmayan programlama yöntemleri olarak bilir. Bir çok doğrusal olmayan programlama yöntemi mevcuttur. Bu çalışmada 1980 yılında Derringer ve Suich tarafından ortaya konmuş olan İstenilebilirlik (Desirability) fonksiyonlarını ele alınacaktır (7, 21,25).

Her bir cevap değişkeni için istenilebilirlik fonksiyonu  $d_i$  ile gösterilir ve 0 ile 1 arasında değerler alır. Eğer  $d_i$  1 değerini alıyorsa istenilen noktaya tam olarak ulaşılmış olarak yorumlanırken 0 değerini almış ise cevap değişkeninin belirlenen bölgenin dışında bir değer aldığına karar verilir. Her bir cevap değişkeni için istenilebilirlik fonksiyonu ayrı ayrı hesaplanır (7).

Amaç cevap değişkeninin maksimum olduğu noktaya ulaşmaksa,

$$d = \begin{cases} 0 & y < L \\ \left(\frac{y-L}{T-L}\right)^r & L \leq y \leq T \\ 1 & y > T \end{cases} \quad (6.17)$$

Amaç cevap değişkeninin minimum olduğu noktaya ulaşmaksa;

$$d = \begin{cases} 0 & y < L \\ \left(\frac{U-y}{U-T}\right)^r & T \leq y \leq U \\ 1 & y > U \end{cases} \quad (6.18)$$

Amaç cevap değişkeninin belirli bir alt sınır ile üst sınır arasında olduğu noktaya ulaşmaksa;

$$d = \begin{cases} 1 & y < L \\ \left(\frac{y-L}{T-L}\right)^{r_1} & L \leq y \leq T \\ \left(\frac{U-Y}{U-T}\right)^{r_2} & T \leq y \leq U \\ 0 & y > U \end{cases} \quad (6.19)$$

fonksiyonlarında faydalanılır.

Bu fonksiyonlarda L alt sınır değerini, U üst sınır değerini, T hedef değerini gösterir.

Bütün cevap değişkenleri için bir istenilebilirlik fonksiyonu hesaplandıktan sonra m cevap değişkeni sayısı olmak üzere;

$$D = \left( \prod_{i=1}^m d_i \right)^{1/m} \quad (6.20)$$

şeklinde genel istenilebilirlik fonksiyonu elde edilir (25). Genel istenilebilirlik fonksiyonu 1 e yakın olan faktör düzeyleri koşulları en iyi sağlayan düzeylerdir.

## 6.6. Central Composite Deneme Düzeni

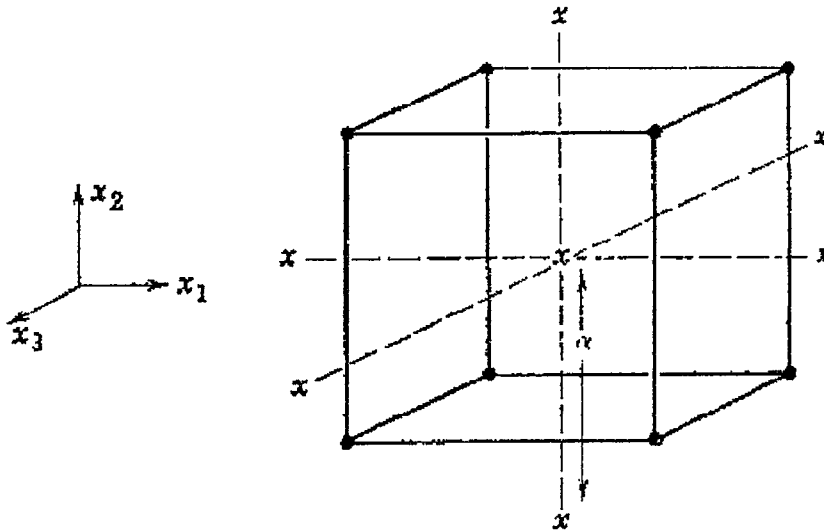
Central composite deneme düzeni (CCD) ikinci dereceden bir cevap yüzeyi modelinin oluşturulması için en popüler yöntemlerden biridir. k faktör sayısı olmak



üzere CCD  $2^k$  sayıda iki düzeyli faktöriyel denemenin ,  $2k$  sayıda eksen nokta yada yıldız nokta ile kombinasyonundan oluşur. Ayrıca  $n_c$  sayıda merkez nokta içerir. Modelde yer alan faktörlerin en az üç düzeyli olması gereklidir. Eksen noktalarının deneme düzeni içine yerleştirilişi Çizelge 6.1 de verilmiştir. Oluşturulacak olan ikinci dereceden modelin ana etkileri ve birinci dereceden interaksiyon etkileri  $2^k$  denemesinden elde edilirken, merkez noktalar yardımıyla sistemin eğriselliği test edilir. Eksen noktaları yardımıyla modeldeki karesel terimler tahmin edilir. Ayrıca Şekil 6.3 de Central Composit deneme düzenlerinin bileşenleri ve eksenlere göre yerleşimide verilmiştir. Bu şekilde  $\chi$  ler eksen noktaları gösterirken,  $\alpha$  değeri her bir eksen noktasının merkezden uzaklığını göstermektedir (7, 12, 14, 21).

Çizelge 6.1 Central Composit Deneme Düzeni

$\chi_1$	$\chi_2$	.	.	.	$\chi_k$
$-\alpha$	0	.	.	.	0
$+\alpha$	0	.	.	.	0
0	$-\alpha$	.	.	.	0
0	$+\alpha$	.	.	.	0
.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.
0	0	.	.	.	$-\alpha$
0	0	.	.	.	$+\alpha$



Şekil 6.3 Üç faktörlü Central Composite deneme düzeni

### 6.6.1. Ortogonal Central Composit Deneme Düzeni

Oluşturulan bir deneme düzeninde ana ve interaksiyon etkilerin tahmin edilebilmesi için bu etkilerin birbirinden bağımsız olmaları gereklidir. Bir başka ifade ile düzen matrisinde yer alan ana etkilerin ve birinci dereceden interaksiyon etkilerinin birbirinden bağımsız olduğu denemeler ortogonal denemeler olarak adlandırılır (9).

Teknik olarak eğer kodlarla belirtilmiş olan düzen matrisinde satırların her birinin kendi içinde toplamları 0 ise o düzen matrisinin ortogonal bir matris olduğuna ve istenilen etkilerin diğerlerin etkilerden bağımsız bir şekilde tahmin edilebileceğine karar verilir. Pratikte ortogonal düzen matrisleri ile karşılaşmak zor olabilir. Genel olarak bir denemenin ortogonalite düzeyi arttıkça etkinliği de artar. Bunun nedeni ise ilgilenilen etkiler hakkında daha bağımsız bilgilerin denemenin sonucunda elde edilecek olmasıdır. Standart bir central composit deneme düzeni yardımıyla ortogonal veya ortogonaliteye yakın bir deneme düzeni oluşturmak mümkündür. Bir denemenin ortogonalitesi eksen uzaklığı  $\alpha$  değerine ve merkez noktası sayısına bağlıdır (9,10).

$k$  : Faktör sayısı

$n_c$  :  $2^k$  Faktör kombinasyonlarının sayısı

$n_s$  : Denemedeki eksen noktalarının sayısı

$n_0$  : Denemedeki merkez noktalarının sayısı

$$\text{Eğer } \alpha = \left\{ \left[ (n_c + n_s + n_0)^{1/2} - n_c^{1/2} \right]^2 \frac{n_c}{4} \right\}^{1/4} \quad (6.21)$$

alınırsa central composit deneme düzeni ortogonal olacaktır.

### 6.6.2 Rotatable Central Composit Deneme Düzeni

Bir denemeden yansız ve mümkün olan en fazla miktarda bilgi edinmek için dikkat edilmesi gereken bir başka nokta ise denemenin rotatable olmasıdır. Cevap

değişkeninin tahmini için standart hata (6.22) eşitliğinden yararlanarak elde edilir (7).

$$\sqrt{(1 + f'(\chi)(\chi'\chi)^{-1}f''(\chi))} \quad (6.22)$$

Bu eşitlikte  $f'(\chi)$  kodlar yardımıyla elde edilen cevap yüzeyi modelinin transpozu,  $(\chi'\chi)^{-1}$  düzen matrisinin kendi transpozu ile çarpıldıktan sonra tersi alınmış halidir. Yapılan cevap değişkeni tahminlerinin ne kadarının bilindiği deneme noktalarının değişkenliğine bağlıdır. Değişkenlik yani standart hata ne kadar küçük olursa tahminin kesinliği de o kadar iyi olacaktır. Bir denemenin rotatable olması için faktörlerin kombinasyonu ile elde edilen cevap değişkeni değerleri merkez noktadan eşit uzaklıkta olmalıdır. Bu aynı zamanda noktaların eşit varyansa sahip olduğu anlamına da gelir.  $\chi_1$  ve  $\chi_2$  merkezden eşit uzaklıkta olan düzen matrisinin elemanlarının merkezden olan uzaklıkları eşit olsun (7).

$$[(\chi_1'\chi_1)^{1/2} = (\chi_2'\chi_2)^{1/2}] \quad (6.23)$$

$\hat{y}(\chi_1)$  ve  $\hat{y}(\chi_2)$  değerleri eşit varyansa sahip olacağı için eşit derecede iyi tahmin edilecektirler. Denemede varolan faktör kombinasyonları sayısı  $n_c$  olmak üzere;

$$\alpha = \sqrt[4]{n_c} \quad (6.24)$$

olarak alınırsa deneme rotatable olacaktır (9,10).

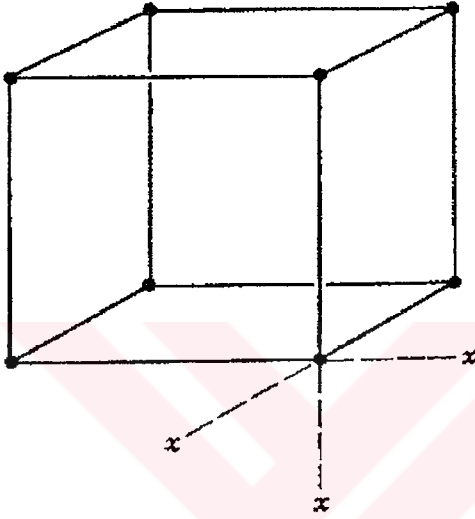
Ayrıca bir denemenin hem ortogonal hem de rotatable olarak oluşturulabilmesi için eksen noktaları belirlenmesi ardından  $n_0 : 4\sqrt{n_c} + 4 - 2k$  (6.25) eşitliğinde yararlanarak merkez noktası sayısının belirlenmesi gereklidir (9, 10).

## 6.7. Non Central Composite Deneme Düzeni

Bazen deneme düzeninin optimum noktasının faktörlerin kombinasyonlarından birisine yakın olması beklenebilir. Böyle bir durumda noncentral composit deneme düzenini kullanmak daha uygun olacaktır. Bu deneme düzeni her bir faktör için a tane ekstra noktaya sahiptir. Eğer optimum olduğu tahmin edilen değer 1 e -1 den daha yakın ise  $(1 + \alpha)$ , eğer optimum değer -1 e 1 den daha yakın ise  $(-1 - \alpha)$  değeri düzen matrisine eklenir. Örneğin eğer optimum değer üç faktörün (1, -1, 1) düzeyleri için elde edileceği düşünülüyorsa eklenecek olan ekstra noktalar şu şekilde olacaktır (13);

Birinci faktör için  $(1 + \alpha, -1, 1)$ , ikinci faktör için  $(1 -1 -\alpha 1)$  ve üçüncü faktör için  $(1 -1 1 + \alpha)$ .

Şekil 6.4 de bu örnek için non central composite denemenin yapısını gösterilmiştir. Bu şekilde  $\chi$  ler kendimiz eklediğimiz ekstra eksen noktalarını köşelerde yer alan koyu renkli noktalar ise  $2^3 = 8$  tane faktöriyel noktayı göstermektedir (27).



Şekil 6.4 Üç faktörlü Non Central Composite deneme düzeni

### 6.8 Box- Behnken Deneme Düzeni

Box ve Behnken tarafından 1980 yılında ortaya konan bu deneme düzenleri ikinci dereceden cevap yüzeylerini modeli oluşturmak için etkili bir yöntemdir (9). Dengeli tamamlanmamış blok denemelerinin üzerine kurulmuş bir yöntemdir. Modelde yer alacak faktörlerin en az üç düzeyli olması gerekir. 3 faktörlü bir deneme düzeni yardımıyla denemenin yapısını anlatmaya çalışalım. Box- Behnken deneme düzeninde faktörlerden birinin değeri merkez değerinde sabitlenirken diğer faktörlerin tüm düzeylerinin kombinasyonları uygulanır (7, 10, 13 ). Çizelge 6.2 de görülebileceği gibi ilk önce C faktörünün düzeyi sabitlenmiş A ve B faktörlerinin tüm düzeylerinin kombinasyonları uygulanmış daha sonra aynı işlemler sırayla B ve A faktörlerinin düzeyleri merkezde sabitlenerek uygulanmıştır. Düzen matrisinin en son sütunlarında ise merkez nokta değerleri yer almaktadır.

Çizelge 6.2 Üç faktörlü Box- Behnken deneme düzenleri

Sıralama	Box- Behnken Deneme Düzeni		
	A	B	C
1	-1,00000	-1,00000	0,00000
2	1,00000	-1,00000	0,00000
3	-1,00000	1,00000	0,00000
4	1,00000	1,00000	0,00000
5	-1,00000	0,00000	-1,00000
6	1,00000	0,00000	-1,00000
7	-1,00000	0,00000	1,00000
8	1,00000	0,00000	1,00000
9	0,00000	-1,00000	-1,00000
10	0,00000	1,00000	-1,00000
11	0,00000	-1,00000	1,00000
12	0,00000	1,00000	1,00000
13	0,00000	0,00000	0,00000
14	0,00000	0,00000	0,00000
15	0,00000	0,00000	0,00000

## 7. TAGUCHİ ROBUST REGRESYON ANALİZİ

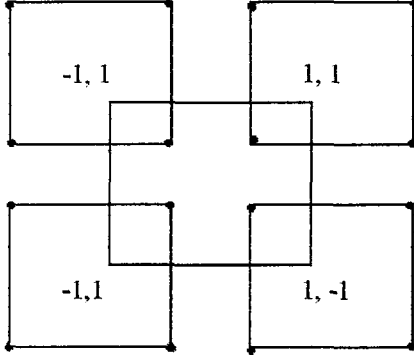
Bir sistemdeki kontrol edilebilir faktörlerin düzeylerinden en uygununu seçmek parametre düzeni olarak adlandırılır. Sistem bir süreç yada bir ürün olabilir. Sistemde değerleri kontrol altına alınabilen faktörlerle kontrol edilebilir (controllable) faktörler adı verilir (5, 9,12). Bunu yanı sıra cevap değişkenindeki değişimin büyük kısmının nedeni olduğu düşünülen ikinci bir faktör grubu vardır. Bu gruptaki faktörler ise gürültü (noise) faktörleri olarak adlandırılırlar (7, 9, 12). Gürültü faktörleri sistemde kontrol edilemeyen faktörlerdir. Bu kontrol edilememe cevap değişkenindeki varyasyonu arttıracaktır. Robust parametre düzeni düzeylerindeki değişiklikleri kaçınılmaz ve engellenemez olan gürültü faktörlerinden etkilenmeyen duyarlı olmayan bir sistem kurmaktır. Gürültü faktörleri genellikle çevresel koşullarla birlikte ortaya çıkan faktörlerdir. Örneğin sistemin kurulduğu odanın sıcaklığı ve odadaki nem miktarı kontrol edilemediği durumlarda birer gürültü faktörü özelliğindedirler. (7, 9, 12)

Özetleyecek olursak robust parametre düzenleri gürültü parametrelerindeki değişikliklerden etkilenmeyen bir deneme düzenleridirler. Gürültü faktörleri tarafından cevap değişkenine aktarılacak olan değişkenliği en aza indirirler. Böyle bir durumda kareleştirilmiş kayıp kriteri ;

$$L = \sum_{i=1}^n (y - \bar{y})^2 \quad (7.1)$$

değerinin minimum olduğu faktörlerin düzeyleri istenilen koşulları sağlayacaktır. Bu eşitlikte  $\bar{y}$  cevap değişkeni için ulaşılmaya hedeflenen değerdir.

Kontrol faktörlerini içeren bir ortogonal düzen ile gürültü faktörlerini içeren bir ortogonal düzenin çarpıştırılması ile elde edilen ortogonal denemelerin robust parametre düzeni için kullanılması toguchi yaklaşımı olarak adlandırılır. Böylece bir çapraz bölge oluşur. Örneğin  $2^2 \times 2^2$  çapraz bölge için,  $2^2$  kontrol değişkenleri için iç bölge (inner) ve  $2^2$  gürültü değişkenleri için dış bölge (outer) olarak adlandırılır. Bu örnek için çapraz düzen Şekil 7 de verilmiştir (13).



Şekil 7.1  $2^2 \times 2^2$  çapraz düzen

İç ve dış bölgelerin köşelerinde yer alan değerler kontrol değişkenleri içindir. Dışsal bölgenin içindeki her bir nokta gözlemlerin yerleşimini gösterir. Toguchi her bir dışsal bölgedeki gözlemleri özetleyici istatistikler kullanarak özetlersek cevap değişkenine ait ortalama ve varyans değerleri hakkında bilgi edinmek mümkündür. Elde edilen bu özetleyici istatistikler İşaret / Gürültü oranları (SNR, Signal to Noise Ratio) olarak adlandırılırlar. İstatistiksel analiz SNR değerleri cevap değişkeni olarak alınarak yapılır. Toguchi tarafından önerilen ve cevap yüzeyleri yöntemlerinde kullanılan çalışmanın amacına göre 3 tane özel SNR vardır (7, 9, 12, 13).

### 7.1. En Küçük En İyidir

Amaç minimum cevap değişkenine ulaşmaktır. Amaç cevap değişkenini minimize etmek olduğu zaman Toguchi cevap değişkeni için hedef değeri sıfırmış gibi davranılır. Kareleştirilmiş kayıp fonksiyonu  $E_2(y - 0)^2$  (7.2) şeklinde olur.

$$SNR_s = -10 \log \sum_{i=1}^n \frac{y_i^2}{n} \quad (7.3)$$

Yukarıdaki oran beklenen kareleştirilmiş kayıp hatası  $E_2 y^2$  değerini minimum yapan kontrol değişkenlerinin düzeylerini veren  $\chi$  değerini bulmak için kullanılan bir orandır.

$\sum_{i=1}^n$ : n tane cevap değişkeninin dış bölgedeki değerlerinin toplamıdır. SNR değeri her bir iç bölge noktası için hesaplanacaktır.

## 7.2. En Büyük En İyidir

Amaç maksimum cevap değişkenine ulaşmaktır. En küçük en iyidir durumuyla benzer bir şekilde ele alınır. Denklemdaki  $y_i$  değeri yerine  $\frac{1}{y_i}$  değeri konulur.

Beklenen kareleştirilmiş kayıp hatası;

$$E_2 \left( \frac{1}{y_i} \right)^2 \quad (7.4)$$

ve

$$\text{SNR}_1 = -10 \log \sum_{i=1}^n \frac{1/y_i^2}{n} \quad (7.5)$$

olarak elde edilir.

## 7.3. Hedef En İyisidir

Bu durumda cevap değişkenini hedef değer yapan kontrol değişkenlerinin düzeylerini veren  $\chi$  değerini bulmaktır. Bu durumda iki farklı SNR düşünülür. Hangi SNR nin kullanılacağı sistemin yapısına bağlıdır. Eğer cevap değişkeni ortalaması ve varyansı birbirinde bağımsız bir şekilde değiştirilebiliyorsa Taguchi ye göre bir yada birden fazla cevap değişkeni yanlılığı kaldırmak için kullanılabilir. Bu ayarlama değişkenleri araştırmacıya varyansı değiştirmeden ortalama değiştirmeyi sağlar. Bu analiz iki aşamalıdır. İlk olarak cevap değişkeninin hedef değere ulaşmasını sağlayan ayarlayıcı faktörler seçilir ve daha sonra SNR değerini en küçük yapan diğer kontrol faktörlerinin düzeyleri belirlenir. Bu durumda beklenen kareleştirilmiş kayıp hatası;

$$E_2 (y - t)^2 \quad (7.6)$$

ve

$$\text{SNR}_{T1} = -10 \log s^2 \quad (7.7)$$



olarak elde edilir.  $s^2$  çapraz bölgenin dış bölgesinde yer alan deneme noktaları üzerinde hesaplanan örnek varyansdır.

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}{n-1} \quad (7.8)$$

eşitliğinde hesaplanır. SNR değerini maksimum yapan faktör düzeyleri uygulandığında cevap değişkeninin değeri hedeflenen değere ulaşmış olacaktır.

Cevap değişkeninin standart hatasının ortalama değerleriyle ilişkili olduğu durumlar için farklı bir SNR değeri önerilmiştir. İlişkinin doğrusal olduğu durumlarda en iyi şekilde uygulanabilecek bir değerdir.

$$\text{SNR}_{T_2} = -\log\left(\frac{\bar{y}^2}{s^2}\right) \quad (7.9)$$

Yine SNR değeri maksimum olmalıdır.

## 8. UYGULAMALAR

### 8.1. Materyal

Bu çalışmada Mersin Üniversitesi Tıp Fakültesi Biyokimya Anabilim dalına çeşitli nedenlerden dolayı kan vermiş hastaların serum havuzundan elde edilen Malondialdehit (MDA) değerleri üzerinde çalışılmıştır.

#### 8.1.1. Malondialdehit (MDA)

Lipid peroksidasyon son ürünü olan MDA düzeylerinin serum, doku gibi biyolojik örneklerde ölçümü oksidatif stresin bir göstergesi olarak kullanılmaktadır. Biyolojik örneklerde serbest radikalleri ölçmek kısa yarı ömürlerinden dolayı çok zordur. Bu nedenle daha stabil olan son ürünlerin ölçümü tercih edilmektedir.

#### 8.1.2. MDA Ölçüm Prensibi

MDA' nın kaynar su banyosunda Tiyobarbitürik asitle (TBA) pembe renkli bir kompleks oluşturmasına ve oluşan bu rengin 532 nm dalga boyunda ölçümü esasına dayanmaktadır. MDA ölçüm prosedürü çizelge 8.1 de verilmiştir.

#### 8.1.3. Kullanılan Faktörler ve Düzeyleri

Denemelerde kullanılan faktörler ve düzeyleri çizelge 8.2 de verilmiştir.

Çizelge 8.1 MDA ölçüm prosedürü

	Örnek tüpü	Standart tüpü	Kör tüpü
Örnek	0,1 ml	-----	-----
Standart	-----	0,1 ml	-----
Sodyum Dodesil Sülfat (SDS)	0,2 ml	0,2 ml	0,2 ml
Asetik Asit	1,5 ml	1,5 ml	1,5 ml
TBA	1,5 ml	1,5 ml	1,5 ml
Distile su	0,7 ml	0,7 ml	0,8 ml
60 dakika 95 °C'de Kaynatma			
Distile su	1 ml	1 ml	1 ml
Butanol-piridin	5 ml	5 ml	5 ml
4000 rpm'de 10 dakika santrifüj			

Çizelge 8.2 Denemelerde kullanılan faktörler ve düzeyleri

Faktörler	Düşük (-1)	Orta (0)	Yüksek (+1)
Örnek (nmol/ml)	0.05	0.1	0.15
TBA (nmol/ml)	0.5	1	1.5
Kaynatma (dk.)	30	45	60
Santrifüj (dk.)	5	10	15

## 8.2. Metot

Bu çalışmada  $2^4$  faktöriyel deneme düzeni,  $2^{(4-1)}$  parçalanmış faktöriyel deneme düzeni ve ortogonal central composite deneme düzenleri uygulanmış ve hesaplamalarda Statistica 6.0 istatistik paket programı kullanılmıştır (28, 29, 30, 31, 32, 33).

### 8.2. 1 $2^4$ Faktöriyel Deneme Düzeni

Malondialdehit ölçümünün sonuçlarını değiştirebileceği düşünülen Örnek miktarı (A), TBA miktarı (B), Kaynatma süresi (C), Santrifüj zamanı (D) faktörlerinin yüksek ve düşük düzeylerinin MDA ölçümünü nasıl değiştireceğini test etmek amacıyla  $2^4$

faktöriyel deneme düzeni oluşturulmuştur. Bu amaçla 2 tekrarlı ve 2 paralelli olarak ölçülmüş 16 tane faktöriyel nokta ve 4 tane merkez nokta ölçümü alınmıştır. Oluşturulmuş olan deneme düzende ortaya çıkan kombinasyonların kodlanmış yapısı çizelge 8.3 de ve gerçek düzeylerini içeren deneme düzeni ise çizelge 8.4 de verilmiştir.

Çalışmada sadece ana etkiler ve bu ana etkilerin bir birleri ile birinci dereceden interaksyonları ile ilgilenilmiştir. Ana etkiler, çizelge 8.3 de kodlanmış veriler için  $2^4$  faktöriyel deneme düzeninde verilen kodlar yardımıyla hesaplanmıştır. Ayrıca interaksyon etkilerinin işaretleri ana etkiler için kodların yer aldığı sütunlar çarpılması ile belirlenmiştir. Çünkü interaksyon etkileri çarpımsal etkilerdir. Örneğin AB interaksyon etkisini hesaplamak için A ve B sütunlarının işaretleri çarpılmalıdır.



Çizelge 8.3 Kodlanmış düzeyler için 2<sup>4</sup> faktöriyel deneme düzeni

Uygulama Sırası	2 <sup>**</sup> (4-0) Faktöriyel Deneme Düzeni (Kodlanmış)				
	Örnek	TBA	Kaynatma	Santrifuj	MDA
1	-1	-1	-1	-1	0,7685
2	1	-1	-1	-1	0,5573
3	-1	1	-1	-1	1,0409
4	1	1	-1	-1	0,9238
5	-1	-1	1	-1	0,7991
6	1	-1	1	-1	0,5736
7	-1	1	1	-1	0,4631
8	1	1	1	-1	0,3359
9	-1	-1	-1	1	1,3259
10	1	-1	-1	1	1,6898
11	-1	1	-1	1	2,3388
12	1	1	-1	1	1,8502
13	-1	-1	1	1	0,5751
14	1	-1	1	1	0,7151
15	-1	1	1	1	0,906
16	1	1	1	1	0,8678
17 (Merkez)	0	0	0	0	0,4046
18 (Merkez)	0	0	0	0	0,3486
19 (Merkez)	0	0	0	0	0,9543
20 (Merkez)	0	0	0	0	1,2063
21	-1	-1	-1	-1	0,7278
22	1	-1	-1	-1	0,509
23	-1	1	-1	-1	1,0536
24	1	1	-1	-1	0,9034
25	-1	-1	1	-1	0,7558
26	1	-1	1	-1	0,5736
27	-1	1	1	-1	0,4937
28	1	1	1	-1	0,3232
29	-1	-1	-1	1	1,3157
30	1	-1	-1	1	1,6669
31	-1	1	-1	1	2,349
32	1	1	-1	1	1,8705
33	-1	-1	1	1	0,5828
34	1	-1	1	1	0,6871
35	-1	1	1	1	0,9187
36	1	1	1	1	0,8525
37 (Merkez)	0	0	0	0	0,3893
38 (Merkez)	0	0	0	0	0,3639
39 (Merkez)	0	0	0	0	0,9696
40 (Merkez)	0	0	0	0	1,219

Çizelge 8.4 Doğal düzeyler için 2<sup>4</sup> faktöriyel deneme düzeni

Uygulama Sırası	2 <sup>**</sup> (4-0) Faktöriyel Deneme Düzeni (Doğal Düzeyler)				
	Örnek	TBA	Kaynatma	Santrifüj	MDA
1	0.05	0,5	30	5	0,7685
2	0.15	0,5	30	5	0,5573
3	0.05	1.5	30	5	1,0409
4	0.15	1.5	30	5	0,9238
5	0.05	0,5	60	5	0,7991
6	0.15	0,5	60	5	0,5736
7	0.05	1.5	60	5	0,4631
8	0.15	1.5	60	5	0,3359
9	0.05	0,5	30	15	1,3259
10	0.15	0,5	30	15	1,6898
11	0.05	1.5	30	15	2,3388
12	0.15	1.5	30	15	1,8502
13	0.05	0,5	60	15	0,5751
14	0.15	0,5	60	15	0,7151
15	0.05	1.5	60	15	0,906
16	0.15	1.5	60	15	0,8678
17 (Merkez)	0.1	1	45	10	0,4046
18 (Merkez)	0.1	1	45	10	0,3486
19 (Merkez)	0.1	1	45	10	0,9543
20 (Merkez)	0.1	1	45	10	1,2063
21	0.05	0,5	30	5	0,7278
22	0.15	0,5	30	5	0,509
23	0.05	1.5	30	5	1,0536
24	0.15	1.5	30	5	0,9034
25	0.05	0,5	60	5	0,7558
26	0.15	0,5	60	5	0,5736
27	0.05	1.5	60	5	0,4937
28	0.15	1.5	60	5	0,3232
29	0.05	0,5	30	15	1,3157
30	0.15	0,5	30	15	1,6669
31	0.05	1.5	30	15	2,349
32	0.15	1.5	30	15	1,8705
33	0.05	0,5	60	15	0,5828
34	0.15	0,5	60	15	0,6871
35	0.05	1.5	60	15	0,9187
36	0.15	1.5	60	15	0,8525
37 (Merkez)	0.1	1	45	10	0,3893
38 (Merkez)	0.1	1	45	10	0,3639
39 (Merkez)	0.1	1	45	10	0,9696
40 (Merkez)	0.1	1	45	10	1,219

### 8.2.1.1 Ana Etkilerin ve Birinci Dereceden İnteraksiyon Etkilerinin Hesaplanması

Etkiler hesaplanırken faktörün yüksek düzeyi için cevap değişkeninin aldığı değerlerin ortalaması ile düşük düzeyi için cevap değişkeninin aldığı değerlerin ortalaması arasındaki farklar alınır. Elde edilen sonuç faktörün etkisini verir. Bu etkinin yarıya bölünmesi ile regresyon denkleminde ilgili faktör için yer alacak olan regresyon katsayısı elde edilir. Varyans analiz çizelgesinde kullanılacak olan kareler toplamını ise ilgili faktörün yüksek düzeyi için cevap değişkeninin aldığı değerlerin toplamı ile düşük düzeyi için aldığı değerlerin toplamı arasındaki farkın karesinin, toplam faktöriyel deneme sayısına (kombinasyon x tekrar) bölünmesi ile elde edilir.

Çalışmada kullanılan veriler için söz konusu etkiler aşağıdaki gibi hesaplanır.

**Ana etkiler;**

**A Faktörü ( Örnek)**

$$A_{\text{Etki}} = \frac{Y_{A^+} - Y_{A^-}}{16} = \frac{20.5119 - 10.8023}{16} = 0.60685$$

$$A_{\text{Katsayı}} = \frac{A_{\text{Etki}}}{2} = \frac{0.60685}{2} = 0.3034$$

$$A_{\text{KarelerToplamı}} = \frac{(Y_{A^+} - Y_{A^-})^2}{32} = \frac{(20.5119 - 10.8023)^2}{32} = 2.9461$$

**B Faktörü ( TBA)**

$$B_{\text{Etki}} = \frac{Y_{B^+} - Y_{B^-}}{16} = \frac{10.4231 - 20.8911}{16} = -0.6542$$

$$B_{\text{Katsayı}} = \frac{B_{\text{Etki}}}{2} = \frac{-0.6542}{2} = -0.03271$$

$$B_{\text{KarelerToplamı}} = \frac{(Y_{B^+} - Y_{B^-})^2}{32} = \frac{(10.4231 - 20.8911)^2}{32} = 3.4243$$

**C Faktörü (Kaynatma Süresi)**

$$C_{\text{Etki}} = \frac{Y_{C^+} - Y_{C^-}}{16} = \frac{17.4911 - 13.8231}{16} = 0.2292$$

$$C_{\text{Katsayı}} = \frac{C_{\text{Etki}}}{2} = \frac{0.2292}{2} = 0.1146$$

$$C_{\text{KarelerToplamı}} = \frac{(Y_{C^+} - Y_{C^-})^2}{32} = \frac{(17.4911 - 13.8231)^2}{32} = 0.4200$$

### ***D Faktörü (Santrifüj Süresi)***

$$D_{\text{Etki}} = \frac{Y_{D^+} - Y_{D^-}}{16} = \frac{14.8797 - 16.4145}{16} = -0.0946$$

$$D_{\text{Katsayı}} = \frac{D_{\text{Etki}}}{2} = \frac{-0.0946}{2} = -0.0473$$

$$D_{\text{KarelerToplamı}} = \frac{(Y_{D^+} - Y_{D^-})^2}{32} = \frac{(14.8797 - 16.4145)^2}{32} = 0.7170$$

### **Birinci Dereceden İnteraksiyon Etkileri;**

#### ***AB (Örnek\*TBA)***

$$AB_{\text{Etki}} = \frac{Y_{AB^+} - Y_{AB^-}}{16} = \frac{12.5894 - 18.7248}{16} = -0.3834$$

$$AB_{\text{Katsayı}} = \frac{AB_{\text{Etki}}}{2} = \frac{-0.3834}{2} = -0.1917$$

$$AB_{\text{KarelerToplamı}} = \frac{(Y_{AB^+} - Y_{AB^-})^2}{32} = \frac{(12.5894 - 18.7248)^2}{32} = 1.1763$$

#### ***AC (Örnek\*Kaynatma Süresi)***

$$AC_{\text{Etki}} = \frac{Y_{AC^+} - Y_{AC^-}}{16} = \frac{17.2182 - 14.096}{16} = 0.1951$$

$$AC_{\text{Katsayı}} = \frac{AC_{\text{Etki}}}{2} = \frac{0.1951}{2} = 0.0975$$



$$AC_{\text{KarelerToplamı}} = \frac{(Y_{AC^+} - Y_{AC^-})^2}{32} = \frac{(17.2182 - 14.096)^2}{32} = 0.3046$$

### **AD (Örnek\*Santrifüj Süresi)**

$$AD_{\text{Etki}} = \frac{Y_{AD^+} - Y_{AD^-}}{16} = \frac{16.3024 - 15.0118}{16} = 0.0806$$

$$AD_{\text{Katsayı}} = \frac{D_{\text{Etki}}}{2} = \frac{0.0806}{2} = 0.0403$$

$$AD_{\text{KarelerToplamı}} = \frac{(Y_{AD^+} - Y_{AD^-})^2}{32} = \frac{(16.3024 - 15.0118)^2}{32} = 0.0520$$

### **BC (TBA\*Kaynatma Süresi)**

$$BC_{\text{Etki}} = \frac{Y_{BC^+} - Y_{BC^-}}{16} = \frac{13.7218 - 17.592}{16} = -0.2419$$

$$BC_{\text{Katsayı}} = \frac{BC_{\text{Etki}}}{2} = \frac{-0.2419}{2} = -0.1209$$

$$BC_{\text{KarelerToplamı}} = \frac{(Y_{BC^+} - Y_{BC^-})^2}{32} = \frac{(13.7218 - 17.592)^2}{32} = 0.4681$$

### **BD (TBA\*Örnek)**

$$BD_{\text{Etki}} = \frac{Y_{BD^+} - Y_{BD^-}}{16} = \frac{15.849 - 15.4652}{16} = 0.0239$$

$$BD_{\text{Katsayı}} = \frac{BD_{\text{Etki}}}{2} = \frac{0.0239}{2} = 0.0119$$

$$BD_{\text{KarelerToplamı}} = \frac{(Y_{BD^+} - Y_{BD^-})^2}{32} = \frac{(15.849 - 15.4652)^2}{32} = 0.0046$$

### **CD(Kaynatma Süresi\*Santrifüj Süresi)**

$$CD_{\text{Etki}} = \frac{Y_{CD^+} - Y_{CD^-}}{16} = \frac{14.778 - 16.5362}{16} = -0.1098$$

$$CD_{\text{Katsayı}} = \frac{CD_{\text{Etki}}}{2} = \frac{-0.1098}{2} = -0.0549$$

$$CD_{\text{KarelerToplamı}} = \frac{(Y_{CD^+} - Y_{CD^-})^2}{32} = \frac{(14.778 - 16.5362)^2}{32} = 0.0966$$

### Genel Kareler Toplamı

$$SS_T = \sum \sum \sum \sum Y_{ijkl}^2 - \frac{Y^2}{40} = 45.30615 - 34.5549 = 10.7500$$

### Hata Kareler Toplamı

Genel kareler toplamından modelle alınan bütün faktörlerin kareler toplamlarının çıkarılması ile elde edilir.

$$SS_E = SS_T - SS_{\text{MODEL}}$$

### Eğrisellik Kontrolü İçin Kareler Toplamı

$n_F$  : Faktöriyel nokta sayısı

$n_C$  : Merkez noktası sayısı

$\bar{Y}_F$  : Faktöriyel noktalardan elde edilen cevap değişkeni değerlerinin ortalaması

$\bar{Y}_C$  : Merkez noktalardan elde edilen cevap değişkeni değerlerinin ortalaması

$$SS_{\text{Curvature}} = \frac{n_F n_C (\bar{Y}_F - \bar{Y}_C)^2}{n_F + n_C} = \frac{32.8(0.97882 - 0.73195)^2}{40} = 0.3900$$

#### 8.2.1.2. Statistica Paket Programı Sonuçları

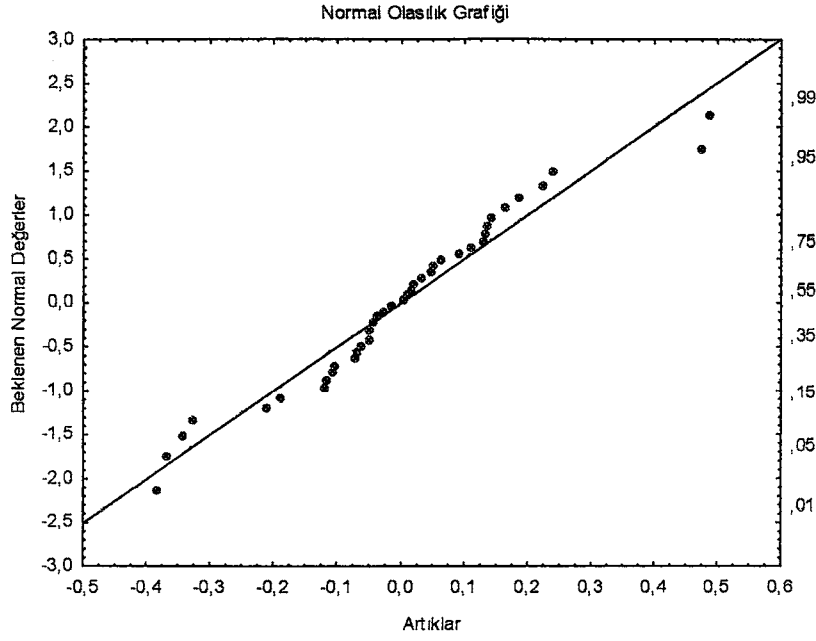
Çizelge 8.5 de verilen varyans analiz çizelgesine göz atacak olursak deneyde kullanılacak olan Örnek miktarı ( $p=0.000$ ), TBA miktarı ( $p=0.000$ ), Kaynatma Süresi ( $p=0.006$ ) faktörlerinin yüksek değerleri ile düşük değerleri arasında MDA ölçümleri bakımından farklılık olduğu görülmektedir. Buna ek olarak Santrifüj zamanı her iki zamanda da aynı MDA sonuçlarını vermektedir ( $p=0.2290$ ). Ayrıca AB ( $p=0.000$ ), AC

( $p=0.018$ ), BC ( $p=0.004$ ) interaksiyon etkileri de modelde yer alacaktır. Modelin bir miktar eğrisellik içerdiği de gözlemlenmektedir ( $p=0.008$ ), modelin içerdiği bu eğrisellik modelde yer alan interaksiyon etkilerinden kaynaklanmaktadır. Modelin belirirlik katsayısı  $R^2$  nin yüksek olmasına rağmen uyum yokluğu anlamlıdır. ( $p=0.2829$ ). Bu nedenle kullanılan modelin elde edilen verileri yeterince iyi temsil etmediğine karar verilir. Böyle durumlarda ikinci dereceden bir deneme düzeni ile çalışmak daha güvenilir sonuçlar verecektir.

Regresyon analizi uygulandıktan sonra modelin yeterliliğinin test edilmesi için artıkların normal olasılık grafiğinin çizilmesi yararlı olacaktır. Bu grafik Şekil 8.1 de verilmiştir. Artık değerleri doğrunun etrafında toplandıkları için normallik ön şartının yerine geldiğini söylemek mümkündür.

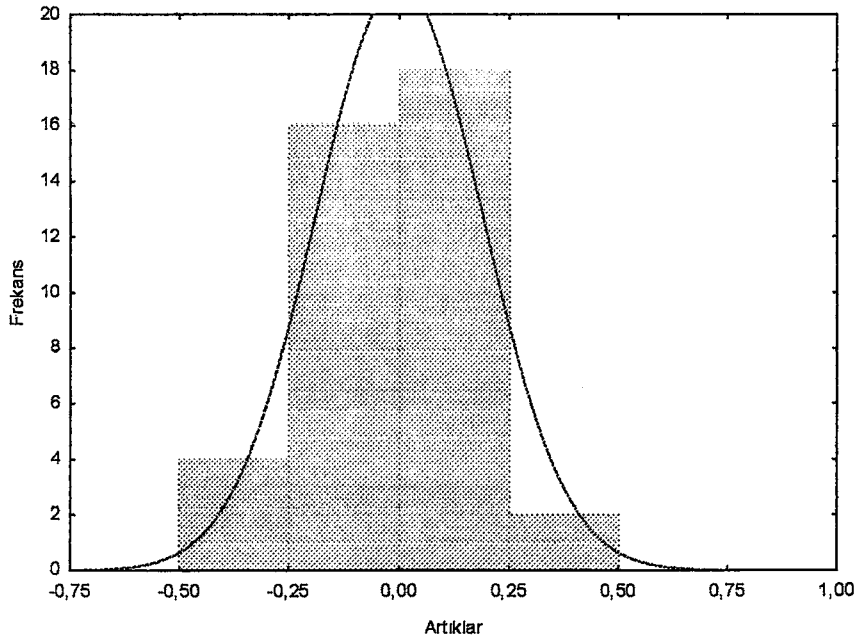
Çizelge 8.5  $2^4$  faktöriyel deneme düzeni varyans analizi çizelgesi

Faktör	$2^{**}(4-0)$ Faktöriyel deneme düzeni Varyans Analizi Çizelgesi R-kare=0,87024				
	SS	df	MS	F	p
Eğrisellik	0,3893	1	0,3893	8,2890	0,0085
(A)Örnek	2,9461	1	2,9461	62,7366	0,0000
(B)TBA	3,4243	1	3,4243	72,9198	0,0000
(C)Kaynatma	0,4204	1	0,4204	8,9532	0,0065
(D)Santrifuj	0,0717	1	0,0717	1,5270	0,2290
AB	1,1763	1	1,1763	25,0498	0,0000
AC	0,3046	1	0,3046	6,4869	0,0180
AD	0,0521	1	0,0521	1,1084	0,3034
BC	0,4682	1	0,4682	9,9695	0,0044
BD	0,0046	1	0,0046	0,0980	0,7570
CD	0,0966	1	0,0966	2,0571	0,1650
Uyum Yokluğu	0,3147	5	0,0629	1,3401	0,2830
Pure Hata	1,0801	23	0,0470		
Genel Kareler Toplamı	10,7490	39			



Şekil 8.1 Artıkları için normal olasılık grafiği

Ayrıca artıkların normal dağılıma uygunluğu göstermek için histogram grafiği Şekil 8.2 de verilmiştir. Bu grafikten de yararlanarak artıkların normal dağılıma sahip olduğu bir kez daha söylenebilir.



Şekil 8.2 Artıklar için histogram grafiği

Çizelge 8.6 2<sup>4</sup> faktöriyel deneme düzeni regresyon analizi çizelgesi

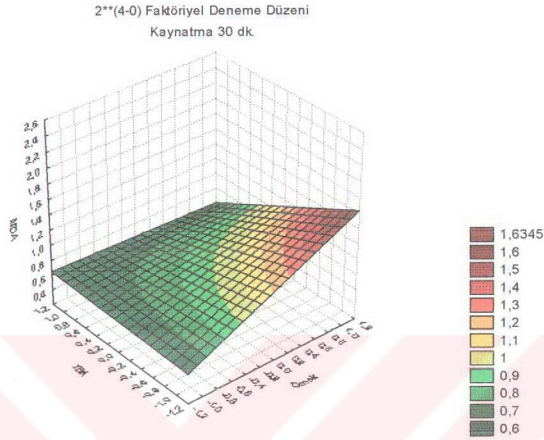
Faktör	2 <sup>**</sup> (4-0) Faktöriyel deneme düzeni Regresyon Analizi Sonuçları R-kare=0,87024					
	Regresyon Katsayıları	Std.Hata	t(3)	p	Güven Aralığı Alt Sınırı	Güven Aralığı Üst Sınırı
Sabit	0,9786	0,0383	25,5447	0,0000	0,8993	1,0578
Eğrimsellik	-0,2466	0,0857	-2,8791	0,0085	-0,4238	-0,0694
(A)Örnek	0,3034	0,0383	7,9206	0,0000	0,2242	0,3827
(B)TBA	-0,3271	0,0383	-8,5393	0,0000	-0,4064	-0,2479
(C)Kaynatma	0,1146	0,0383	2,9922	0,0065	0,0354	0,1939
(D)Santrifuj	-0,0473	0,0383	-1,2357	0,2290	-0,1266	0,0319
AB	-0,1917	0,0383	-5,0050	0,0000	-0,2710	-0,1125
AC	0,0976	0,0383	2,5469	0,0180	0,0183	0,1768
AD	0,0403	0,0383	1,0528	0,3034	-0,0389	0,1196
BC	-0,1210	0,0383	-3,1575	0,0044	-0,2002	-0,0417
BD	0,0120	0,0383	0,3131	0,7570	-0,0673	0,0912
CD	-0,0549	0,0383	-1,4343	0,1650	-0,1342	0,0243

Çizelge 8.6 da Regresyon analizi sonuçları verilmiştir. Bu sonuçlardan yararlanarak hangi faktörün MDA ölçümünde daha çok belirleyici olduğuna da bakılabilir. Örneğin TBA miktarının düşük dozundan (0.05 ml) yüksek dozuna yükseltilmesi (1 ml) 0.3271 birimlik bir azalma yaratacaktır. Aynı zamanda kaynatma ve örnek miktarının artırılmasının da MDA ölçümünü üzerinde arttırıcı bir etkisi vardır.

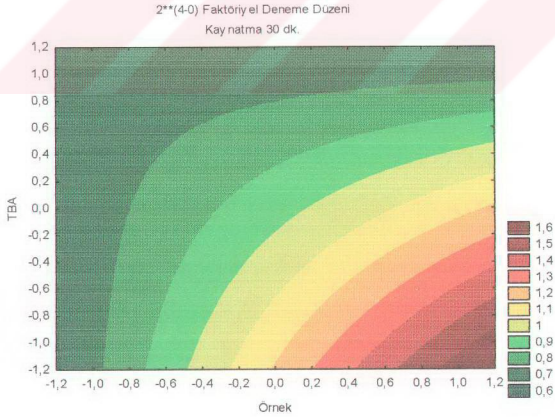
### 8.2.1.3. Cevap Yüzeyleri ve Contour Grafikleri

Cevap yüzeyi ve Contour grafiklerinin çiziminde, MDA ölçümleri üzerinde anlamlı etki yapan faktörler kullanılmıştır.

Şekil 8.3 ile 8.4 karşılaştırıldığında kaynatma miktarının artırılmasının MDA ölçüm değerini arttırdığı gözlenmektedir. Ayrıca kaynatma süresi 60 dakikaya yükseltildiğinde örnek ve TBA miktarı arasındaki etkileşim daha çok artmıştır. Örneğin Şekil 8.2 (b) de örnek miktarı 0.05 ml iken MDA ölçümü TBA miktarından etkilenmezken Şekil 8.3 (b) de MDA ölçümündeki artışın TBA nın ve Örnek miktarının her dozunda olduğu gözlemlenmektedir.



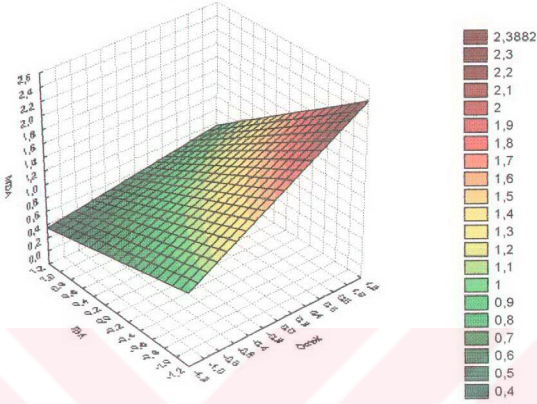
Şekil 8.3 (a) Örnek ve TBA miktarları için cevap yüzeyi grafiği (Kaynatma Süresi 30 dakika)



Şekil 8.3 (b) Örnek ve TBA miktarları için contour grafiği (Kaynatma Süresi 30 dakika)

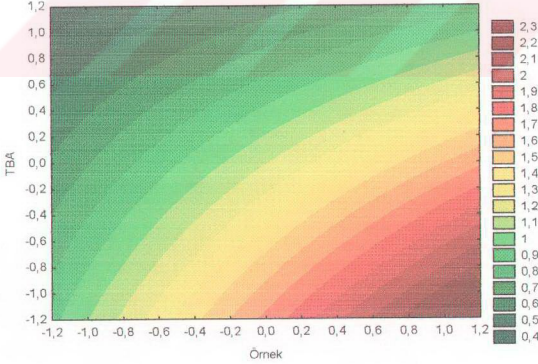


2\*\*(4-0) Faktöriyel Deneme Düzeni  
Kaynatma 60 dk.

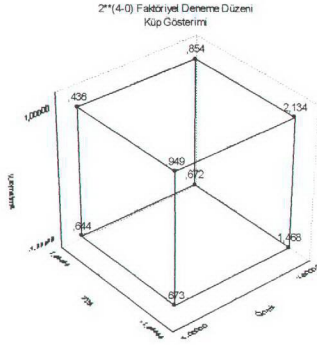


Şekil 8.4 (a) Örnek ve TBA miktarları için cevap yüzeyi grafiği (Kaynatma Süresi 60 dakika)

2\*\*(4-0) Faktöriyel Deneme Düzeni  
Kaynatma 60dk



Şekil 8.4 (b) Örnek ve TBA miktarları için contour grafiği (Kaynatma Süresi 60 dakika)



Şekil 8.5 Örnek ve TBA miktarı, Kaynatma süresi için tahmin değerlerinin küp üzerinde gösterimi

Küp grafiği yardımıyla cevap değişkeni değerlerinin her bir faktör kombinasyonu için alacağı tahmin değerlerini görmek mümkündür. Örneğin MDA ölçümü en büyük tahmin değerini (2.134) kaynatma süresi 60 dk, TBA miktarı 0.5 ml, örnek 0.15 ml kombinasyonunda alırken, en küçük tahmin değerini (0.436) kaynatma 60 dk, TBA 1.5 ml ve örnek 0,05 ml düzeyleri için almıştır.

### 8.2.2. 2<sup>(4-1)</sup> Parçalanmış Faktöriyel Deneme Düzeni

Yarıya parçalanmış deneme düzenleri 2<sup>4</sup> faktöriyel deneme düzeni ile aynı sayıda faktör içermesine rağmen bir önceki denemede düzenin yarısı kadar faktör kombinasyonu ile çalışılarak bir sonuca varılma şansı veren bir deneme düzenidir. Parçalanmış deneme düzenlerinde ana etkilerle bazı interaksiyon etkilerinin karıştığı bilinmektedir. Bu nedenle interaksiyon etkilerinin tamamı ile çalışmak mümkün değildir. Çizelge 8.7 de 2<sup>(4-1)</sup> faktöriyel deneme düzeninde etki karışımları verilmiştir. Bir etki için tahmin hesaplandığında aslında bu tahmin karıştığı etkinin tahmin değerini içerecektir.



Malondialdehit ölçümünün sonuçlarını değiştirebileceği düşünülen Örnek miktarı (A), TBA miktarı (B), Kaynatma süresi (C), Santrifüj zamanı (D) faktörlerinin yüksek ve düşük düzeylerinin MDA ölçümünü nasıl değiştireceğini test etmek amacıyla  $2^{(4-1)} = 2^3$  parçalanmış faktöriyel deneme düzeni oluşturulmuştur. Bu amaçla 8 tane faktöriyel nokta için iki tekrarlı ve iki paralelli MDA ölçümü alınmış ve 4 tane merkez nokta eklenmiştir. Sonuçlar Statistica paket programında test edilmiştir.  $2^{(4-1)}$  parçalanmış faktöriyel deneme düzeni yarıya bölünmüş deneme düzenleri oldukları için I=ABCD ve I=-ABCD şeklinde de olabilir. Deneme düzeninin her iki yarısından da elde edilecek olan sonuçlar birbirisinin aynısı olacaktır.

Oluşturulmuş olan deneme düzende ortaya çıkan kombinasyonların kodlanmış yapısı Çizelge 8.8 de ve gerçek düzeylerini içeren deneme düzeni ise Çizelge 8.9 da verilmiştir. Ana etkiler Çizelge 8.8 kodlanmış veriler için  $2^4$  faktöriyel deneme düzeninde verilen işaretler yardımıyla hesaplanmıştır. Ayrıca interaksiyon etkileri için ilgili sütunlar çarpılarak işaretleri belirlenmiştir. Örneğin AB interaksiyon etkisini hesaplamak için A ve B sütunlarının işaretleri çarpılmalıdır.

Çizelge 8.7  $2^{(4-1)}$  faktöriyel deneme düzeninde etki karışimleri

Etkiler	Aliase Yapısı
A (Örnek)	A (Örnek)+BCD (TBA*Kaynatma*Santrifüj)
B (TBA)	B (TBA)+ACD (Örnek* Kaynatma* Santrifüj)
C (Kaynatma)	C (Kaynatma)+ABD (Örnek* TBA* Santrifüj)
D (Santrifüj)	D (Santrifüj)+ABC(Örnek* TBA* Kaynatma)
AB (Örnek*TBA)	AB (Örnek* TBA)+CD(Kaynatma* Santrifüj)
AC (Örnek*Kaynatma)	AC Örnek*Kaynatma)+BD(TBA* Santrifüj)
AD (TBA*Kaynatma)	AD(Örnek* Santrifüj)+BC (TBA*Kaynatma)

Çizelge 8.8 Kodlanmış veriler için  $2^{(4-1)}$  faktöriyel deneme düzeni

Uygulama Sırası	$2^{**}(4-1)$ Parçalanmış Faktöriyel Deneme Düzeni					
	Tekrar	Örnek	TBA	Kaynama	Santrifüj	MDA
1	1	-1	-1	-1	-1	0,7685
2	1	-1	-1	1	1	0,9238
3	1	-1	1	-1	1	0,5736
4	1	-1	1	1	-1	0,4631
5	1	1	-1	-1	1	1,6898
6	1	1	-1	1	-1	2,3388
7	1	1	1	-1	-1	0,5751
8	1	1	1	1	1	0,8678
9 (Merkez)	1	0	0	0	0	0,4046
10 (Merkez)	1	0	0	0	0	0,3486
11 (Merkez)	1	0	0	0	0	0,9543
12 (Merkez)	1	0	0	0	0	1,2063
13	2	-1	-1	-1	-1	0,7278
14	2	-1	-1	1	1	0,9034
15	2	-1	1	-1	1	0,5736
16	2	-1	1	1	-1	0,4937
17	2	1	-1	-1	1	1,6669
18	2	1	-1	1	-1	2,349
19	2	1	1	-1	-1	0,5828
20	2	1	1	1	1	0,8525
21 (Merkez)	2	0	0	0	0	0,3893
22 (Merkez)	2	0	0	0	0	0,3639
23 (Merkez)	2	0	0	0	0	0,9696
24 (Merkez)	2	0	0	0	0	1,219

Çizelge 8.9 Doğal düzeyler için  $2^{(4-1)}$  faktöriyel deneme düzeni

Uygulama Sırası	2**(4-1) Parçalanmış Faktöriyel Deneme Düzeni					
	Tekrar	Örnek	TBA	Kaynama	Santrifuj	MDA
1	1	0,05	0,5	30	5	0,7685
2	1	0,05	0,5	60	15	0,9238
3	1	0,05	1,5	30	15	0,5736
4	1	0,05	1,5	60	5	0,4631
5	1	0,15	0,5	30	15	1,6898
6	1	0,15	0,5	60	5	2,3388
7	1	0,15	1,5	30	5	0,5751
8	1	0,15	1,5	60	15	0,8678
9 (Merkez)	1	0,1	1	45	10	0,4046
10 (Merkez)	1	0,1	1	45	10	0,3486
11 (Merkez)	1	0,1	1	45	10	0,9543
12 (Merkez)	1	0,1	1	45	10	1,2063
13	2	0,05	0,5	30	5	0,7278
14	2	0,05	0,5	60	15	0,9034
15	2	0,05	1,5	30	15	0,5736
16	2	0,05	1,5	60	5	0,4937
17	2	0,15	0,5	30	15	1,6669
18	2	0,15	0,5	60	5	2,349
19	2	0,15	1,5	30	5	0,5828
20	2	0,15	1,5	60	15	0,8525
21 (Merkez)	2	0,1	1	45	10	0,3893
22 (Merkez)	2	0,1	1	45	10	0,3639
23 (Merkez)	2	0,1	1	45	10	0,9696
24 (Merkez)	2	0,1	1	45	10	1,219

### 8.2.2.1 Ana Etkilerin Hesaplanması

Ana etkiler hesaplanırken faktörün en büyük değeri için cevap değişkeninin aldığı değerlerin ortalaması ile en küçük düzeyi için cevap değişkeninin aldığı değerlerin ortalaması arasındaki farklar alınır. Elde edilen sonuç faktörün etkisini verir. Bu etkinin yarıya bölünmesi ile regresyon denkleminde ilgili faktör için yer alacak olan regresyon katsayısı elde edilir. Varyans analiz çizelgesinde kullanılacak olan kareler toplamını ise ilgili faktörün en yüksek düzeyi için cevap değişkeninin aldığı değerlerin toplamı ile en düşük düzeyi için aldığı değerlerin toplamı arasındaki farkın karesinin toplam faktöriyel deneme sayısına bölünmesi ile elde edilir.

### Ana etkiler;

#### A Faktörü ( Örnek)

$$A_{\text{Etki}} = \frac{Y_{A'} - Y_{A''}}{8} = \frac{10.9227 - 5.4275}{8} = 0.6869$$

$$A_{\text{Katsayı}} = \frac{A_{\text{Etki}}}{2} = \frac{0.6869}{2} = 0.34345$$

$$A_{\text{KarelerToplamı}} = \frac{(Y_{A'} - Y_{A''})^2}{16} = \frac{(10.9227 - 5.4275)^2}{16} = 1.8873$$

#### B Faktörü ( TBA)

$$B_{\text{Etki}} = \frac{Y_{B'} - Y_{B''}}{8} = \frac{4.9822 - 11.368}{8} = -0.7982$$

$$B_{\text{Katsayı}} = \frac{B_{\text{Etki}}}{2} = \frac{-0.7982}{2} = -0.3991$$

$$B_{\text{KarelerToplamı}} = \frac{(Y_{B'} - Y_{B''})^2}{16} = \frac{(4.9822 - 11.368)^2}{16} = 2.5486$$

#### C Faktörü (Kaynatma Süresi)

$$C_{\text{Etki}} = \frac{Y_{C'} - Y_{C''}}{8} = \frac{9.1921 - 7.1581}{8} = 0.2542$$

$$C_{\text{Katsayı}} = \frac{C_{\text{Etki}}}{2} = \frac{0.2542}{2} = 0.1271$$

$$C_{\text{KarelerToplamı}} = \frac{(Y_{C'} - Y_{C''})^2}{16} = \frac{(9.1921 - 7.1571)^2}{16} = 0.2585$$

#### D Faktörü (Santrifüj Süresi)

$$D_{\text{Etki}} = \frac{Y_{D'} - Y_{D''}}{8} = \frac{8.0514 - 8.2988}{8} = -0.0309$$

$$D_{\text{Katsayı}} = \frac{D_{\text{Etki}}}{2} = \frac{-0.0309}{2} = -0.0154$$

$$D_{\text{KarelerToplamı}} = \frac{(Y_{D'} - Y_{D''})^2}{16} = \frac{(8.0514 - 8.2988)^2}{16} = 0.0038$$

### Birinci Dereceden İnteraksiyon Etkileri;

#### AB (Örnek\*TBA)

$$AB_{\text{Etki}} = \frac{Y_{AB^*} - Y_{AB^*}}{8} = \frac{6.2017 - 10.1485}{8} = -0.4933$$

$$AB_{\text{Katsayı}} = \frac{AB_{\text{Etki}}}{2} = \frac{-0.4933}{2} = -0.2466$$

$$AB_{\text{KarelerToplamı}} = \frac{(Y_{AB^*} - Y_{AB^*})^2}{16} = \frac{(6.2017 - 10.1485)^2}{16} = 0.9735$$

#### AC (Örnek\*Kaynatma Süresi)

$$AC_{\text{Etki}} = \frac{Y_{AC^*} - Y_{AC^*}}{8} = \frac{9.0516 - 7.2986}{8} = 0.2191$$

$$AC_{\text{Katsayı}} = \frac{AC_{\text{Etki}}}{2} = \frac{0.2191}{2} = 0.1920$$

$$AC_{\text{KarelerToplamı}} = \frac{(Y_{AC^*} - Y_{AC^*})^2}{16} = \frac{(9.0516 - 7.2986)^2}{16} = 0.1920$$

#### AD (Örnek\*Santrifüj Süresi)

$$AD_{\text{Etki}} = \frac{Y_{AD^*} - Y_{AD^*}}{8} = \frac{7.5301 - 8.8201}{8} = -0.1612$$

$$AD_{\text{Katsayı}} = \frac{D_{\text{Etki}}}{2} = \frac{-0.1612}{2} = -0.0806$$

$$AD_{\text{KarelerToplamı}} = \frac{(Y_{AD^*} - Y_{AD^*})^2}{16} = \frac{(7.5301 - 8.8201)^2}{16} = 0.1040$$

### Genel Kareler Toplamı

$$SS_T = \sum \sum \sum \sum Y_{ijkl}^2 - \frac{Y^2}{16} = 27.0640 - 20.545 = 7.493$$

### Hata Kareler Toplamı

Genel kareler toplamından modelle alınan bütün faktörlerin kareler toplamlarının çıkarılması ile elde edilir.

$$SS_E = SS_T - SS_{\text{MODEL}}$$

### Eğrisellik Kontrolü İçin Kareler Toplamı

$n_F$  : Faktöriyel nokta sayısı

$n_c$  : Merkez noktası sayısı

$\bar{Y}_F$  : Faktöriyel noktalardan elde edilen cevap değişkeni değerlerinin ortalaması

$\bar{Y}_C$  : Merkez noktalardan elde edilen cevap değişkeni değerlerinin ortalaması

$$SS_{\text{Curvature}} = \frac{n_F n_C (\bar{Y}_F - \bar{Y}_C)^2}{n_F + n_C} = \frac{16.8(1.0218 - 0.73195)^2}{24} = 0.44806$$

### 8.2.2.2 Statistica Paket Programı Sonuçları

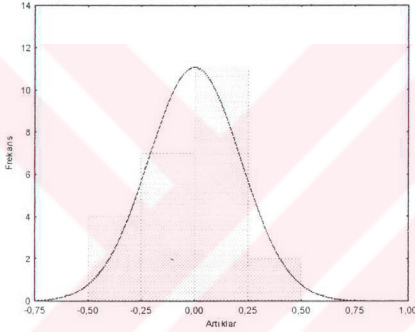
Çizelge 8.10 da verilen varyans analiz çizelgesine göz atacak olursak deneyde kullanılacak olan Örnek miktarı ( $p=0.000$ ), TBA miktarı ( $p=0.000$ ) ana etkilerinin ve AB interaksiyon etkisinin ( $p=0.000$ ) yüksek değerleri ile düşük değerleri arasında ki MDA ölçümleri bakımından farklılık olduğu görülmektedir. Buna ek olarak Kaynama ( $p=0.077$ ) ve Santrifuj süresi ( $p=0.8205$ ) MDA ölçümünü etkilememektedir. her iki zamanda da aynı MDA sonuçlarını vermektedir Modelin bir miktar eğrisellik içerdiği de gözlemlenecektir ( $p=0.0004$ ). Modelin belirirlilik katsayısı  $R^2$  (0.8562) nin yüksek oluşu modelin verileri iyi temsil ettiğini gösterir.

Çizelge 8.10  $2^{(4-1)}$  faktöriyel deneme düzeni varyans analizi çizelgesi

Faktör	$2^{**}(4-1)$ Parçalanmış Faktöriyel Deneme Düzeni Varyans Analizi Çizelgesi R-kare=0,8562				
	SS	df	MS	F	p
Eğrisellik	0,4483	1	0,4483	6,2437	0,0246
(A)Örnek	1,8873	1	1,8873	26,2836	0,0001
(B)TBA	2,5487	1	2,5487	35,4935	0,0000
(C)Kaynatma	0,2586	1	0,2586	3,6010	0,0772
(D)Santrifuj	0,0038	1	0,0038	0,0533	0,8206
AB	0,9736	1	0,9736	13,5584	0,0022
AC	0,1921	1	0,1921	2,6747	0,1228
AD	0,1040	1	0,1040	1,4484	0,2474
Pure Hata	1,0771	15	0,0718		
Genel Kareler Toplamı	7,4935	23			



$2^4$  faktöriyel denemede kullanılan veri seti kullanılmasına rağmen artıklara ait histogram grafiğine bakıldığında (Şekil 8.6) artıkların normal dağılımı ön şartının bir miktar bozulduğu gözlemlenmektedir. Bunun nedeni kombinasyon sayısının yarıya inmesidir. Çizelge 8.11 de regresyon analizi sonuçları verilmiştir. Bu sonuçlardan yararlanarak hangi faktörün MDA ölçümünde daha çok belirleyici olduğuna da bakılabilir. Örneğin TBA miktarının küçük dozundan büyük dozuna yükseltilmesi -0.3991 birimlik bir azalma yaratırken örnek miktarının etkisiyle artış 0.3434 birimdir.

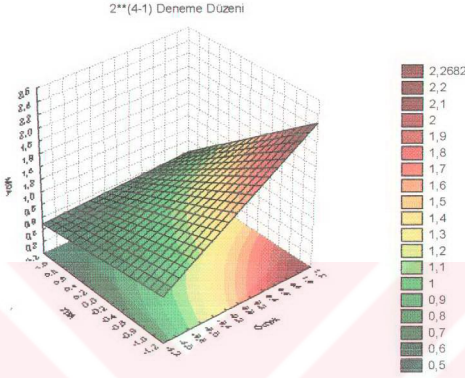


Şekil 8.6 Artıklara ait histogram grafiği

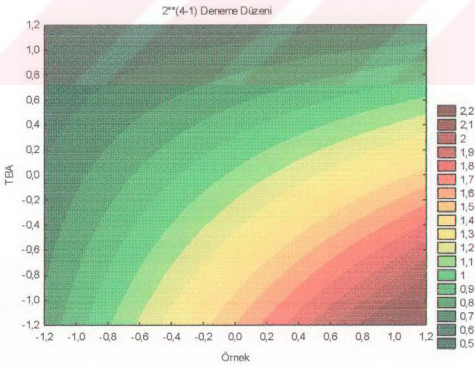
Çizelge 8.11  $2^{(4-1)}$  faktöriyel deneme düzeni regresyon analizi çizelgesi

Faktör	$2^{**}(4-1)$ Parçalanmış Faktöriyel Deneme Regresyon Analizi Sonuçları R-kare=0.8562					
	Regressn Coeff.	Std.Err. Pure Err	t(3)	p	Güven Aralığı Alt Sınırı	Güven Aralığı Üst Sınırı
Sabit	1,0219	0,0670	15,2539	0,0000	0,8791	1,1647
Eğrimsellik	-0,2899	0,1160	-2,4987	0,0246	-0,5373	-0,0426
(A)Örnek	0,3434	0,0670	5,1268	0,0001	0,2007	0,4862
(B)TBA	-0,3991	0,0670	-5,9576	0,0000	-0,5419	-0,2563
(C)Kaynama	0,1271	0,0670	1,8976	0,0772	-0,0157	0,2699
(D)Santrifuj	-0,0155	0,0670	-0,2308	0,8206	-0,1583	0,1273
AB	-0,2467	0,0670	-3,6822	0,0022	-0,3895	-0,1039
AC	0,1096	0,0670	1,6355	0,1228	-0,0332	0,2524
AD	-0,0806	0,0670	-1,2035	0,2474	-0,2234	0,0622

### 8.2.2.3 Cevap Yüzeyleri ve Contour Grafikleri



Şekil 8.7  $2^{(4-1)}$  Parçalı faktöriyel deneme düzeni cevap yüzeyi grafiği



Şekil 8.8  $2^{(4-1)}$  Parçalı faktöriyel deneme düzeni contour grafiği



$2^{(4-1)}$  parçalanmış deneme düzeninden elde edilen sonuçlar ile  $2^4$  faktöriyel denemeden elde edilen sonuçların oldukça yakın olduğu gözlenmektedir. Ana etkilerden kaynatma süresi  $2^4$  faktöriyel denemesinde modelde olmasına rağmen  $2^{(4-1)}$  deneme düzeninde modele girememiştir.

Kaynatma ve santrifüj sürelerinin etkileri istatistiksel olarak anlamlı olmadığı için cevap yüzeyi grafiklerini çizmek gerekli değildir.

### 8.2.3. Ortogonal Central Composit Deneme Düzeni

Mda ölçümünün sonuçlarını değiştirebileceği düşünülen Örnek miktarı (A), TBA miktarı (B), Kaynatma süresi (C) faktörlerinin üç farklı düzeyinin MDA ölçümünü nasıl değiştireceğini test etmek amacıyla oluşturulmuştur. Bu amaçla 8 tane faktöriyel nokta, 6 eksen nokta ve 4 tane merkez nokta ölçümü tekrarlı olarak alınmış ve Statistica paket programında analizi yapılmıştır. Oluşturulmuş olan deneme düzende ortaya çıkan kombinasyonların kodlanmış yapısı çizelge 8.12 de verilmiştir. Denemelerin sonuçlarının uygulama sırasından etkilendiği düşünüldüğü durumlarda isteğe bağlı olarak random bir sıralamada da deneyler uygulanabilir.

Çalışmada ana etkilerin doğrusal ve karesel etkilerini içeren ikinci dereceden bir model elde etmek amaçlanmıştır.

#### 8.2.3.1 Eksen Noktaların Elde Edilişi

Ortogonal bir deneme düzeni için eksen değeri  $\alpha$  aşağıdaki eşitlikten yararlanarak hesaplanıyordu.

$$\alpha = \left\{ \left[ (n_c + n_s + n_o)^{1/2} - n_c^{1/2} \right] \frac{n_c}{4} \right\}^{1/4}$$

k : Faktör sayısı

$n_c$  :  $2^k$  Faktör kombinasyonlarının sayısı

$n_s$  : Denemedeki eksen noktalarının sayısı

$n_o$  : Denemedeki merkez noktalarının sayısı

$$\alpha = \left\{ \left[ (8+6+4)^{1/2} - 8^{1/2} \right] \frac{8}{4} \right\}^{1/4} = 1.4142$$

Her bir faktörün -1.4142 ve 1.4142 olmak üzere iki tane eksen değeri vardır.

Çizelge 8.12 Kodlanmış veriler için ortogonal central composit deneme düzeni

Uygulama Sırası	2**(3) Ortogonal Central Composit Deneme Düzeni				
	Tekrar	Örnek	TBA	Kaynatma	MDA
1	1	-1,0000	-1,0000	-1,0000	0,1960
2	1	-1,0000	-1,0000	1,0000	0,3996
3	1	-1,0000	1,0000	-1,0000	0,0636
4	1	-1,0000	1,0000	1,0000	0,3207
5	1	1,0000	-1,0000	-1,0000	0,6032
6	1	1,0000	-1,0000	1,0000	1,9469
7	1	1,0000	1,0000	-1,0000	0,3105
8	1	1,0000	1,0000	1,0000	0,8780
9	1	-1,4142	0,0000	0,0000	0,2723
10	1	1,4142	0,0000	0,0000	0,9467
11	1	0,0000	-1,4142	0,0000	1,4405
12	1	0,0000	1,4142	0,0000	0,7024
13	1	0,0000	0,0000	-1,4142	0,4581
14	1	0,0000	0,0000	1,4142	0,4301
15 (Merkez)	1	0,0000	0,0000	0,0000	0,8068
16 (Merkez)	1	0,0000	0,0000	0,0000	0,6363
17 (Merkez)	1	0,0000	0,0000	0,0000	0,8831
18 (Merkez)	1	0,0000	0,0000	0,0000	0,7381
19	2	-1,0000	-1,0000	-1,0000	0,3003
20	2	-1,0000	-1,0000	1,0000	0,3894
21	2	-1,0000	1,0000	-1,0000	0,0891
22	2	-1,0000	1,0000	1,0000	0,2901
23	2	1,0000	-1,0000	-1,0000	0,6668
24	2	1,0000	-1,0000	1,0000	1,9444
25	2	1,0000	1,0000	-1,0000	0,3003
26	2	1,0000	1,0000	1,0000	0,9289
27	2	-1,4142	0,0000	0,0000	0,3894
28	2	1,4142	0,0000	0,0000	0,9544
29	2	0,0000	-1,4142	0,0000	1,4761
30	2	0,0000	1,4142	0,0000	0,7279
31	2	0,0000	0,0000	-1,4142	0,5039
32	2	0,0000	0,0000	1,4142	0,3767
33 (Merkez)	2	0,0000	0,0000	0,0000	0,8017
34 (Merkez)	2	0,0000	0,0000	0,0000	0,6541
35 (Merkez)	2	0,0000	0,0000	0,0000	0,8322
36 (Merkez)	2	0,0000	0,0000	0,0000	0,7126

### 8.2.3.2 Eksen Noktalarının Gerçek Değerlerinin Hesaplanması

**Örnek İçin;**

$$\chi_{\text{Örnek}} = \frac{\omega_i - (0.15 + 0.05)/2}{(0.15 - 0.05)/2} = \frac{\omega_i - 0.1}{0.5}$$

“-1.4142” Koduna Dönüştürme

$$\frac{\varpi_{-1.4142} - 0.1}{0.5} = -1.4142 \quad \varpi_{-1.4142} = 0.02929$$

“1.4142” Koduna Dönüştürme

$$\frac{\varpi_{1.4142} - 0.1}{0.5} = 1.4142 \quad \varpi_{1.4142} = 0.01707$$

**TBA İçin;**

$$\chi_{\text{TBA}} = \frac{\omega_i - (0.5 + 1.5)/2}{(1.5 - 0.5)/2} = \frac{\omega_i - 1}{0.5}$$

“-1.4142” Koduna Dönüştürme

$$\frac{\varpi_{-1.4142} - 1}{0.5} = -1.4142, \quad \varpi_{-1.4142} = 0.2929$$

“1.4142” Koduna Dönüştürme

$$\frac{\varpi_{1.4142} - 1}{0.5} = 1.4142, \quad \varpi_{1.4142} = 0.1717$$

**Kaynatma İçin;**

$$\chi_{\text{Kaynatma}} = \frac{\omega_i - (30 + 60)/2}{(60 - 30)/2} = \frac{\omega_i - 45}{1.5}$$

“-1.4142” Koduna Dönüştürme

$$\frac{\varpi_{-1.4142} - 45}{1.5} = -1.4142, \quad \varpi_{-1.4142} = 24$$

“1.4142” Koduna Dönüştürme

$$\frac{\bar{w}_{1,4142} - 45}{1.5} = 1.4142, \bar{w}_{1,4142} = 66$$

### 8.2.3.3 Regresyon Denklemi Katsayılarının Matrisler Yardımıyla Hesaplanması

Aşağıda verilen düzen matrisi yardımıyla regresyon sabitini, ana etkilerin doğrusal etkilerini, birinci dereceden interaksiyon etkilerini, ana etkilerin karesel etkilerine ait regresyon katsayılarını hesaplamak mümkündür.

$$\chi = \begin{bmatrix} 1 & \chi_1 & \chi_2 & \chi_3 & \chi_1\chi_2 & \chi_2\chi_3 & \chi_1\chi_3 & \chi_1^2 & \chi_2^2 & \chi_3^2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \chi_k \end{bmatrix} \quad y = \begin{bmatrix} \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \end{bmatrix} \quad (8.1)$$

(8.1) de verilen  $\chi$  düzen matrisi ve  $y$  cevap değişkeni vektörü en küçük kareler tahmincisi

$$b = (\chi'\chi)^{-1}\chi'y \quad (8.2)$$

eşitliğinde yerine konulur.

$$b = (\chi'\chi)^{-1}\chi'y = \begin{bmatrix} 0.781209 \\ 0.303463 \\ -0.223632 \\ 0.181198 \\ -0.138862 \\ -0.078736 \\ 0.191670 \\ -0.093371 \\ 0.129639 \\ -0.192628 \end{bmatrix} \quad (8.2)$$

şeklinde elde edilir. Bu eşitlikte katsayılar eşitlik (8.1) de verilen sıraylardır.

Genel Kareler Toplamı

$$GKT = y'y - \frac{(\sum y)^2}{n} = 23.5906 - 16.49 = 7.1006 \quad (8.3)$$

Hata Kareler Toplamı

$$\text{HKT} = y'y - b'\chi'y = 23.5906 - 22.6943 = 0.8963 \quad (8.4)$$

### 8.2.3.4 Durağan Noktanın Hesaplanması

Durağan noktalar regresyon analizinde yer alan katsayılar yardımıyla hesaplanır. Eşitlik (8.5) de verilen B matrisi karesel etkileri b ise doğrusal etkileri içeren matrislerdir. B matrisi köşegene göre simetrik bir matristir

$$B = \begin{bmatrix} -0.093 & -0.0694 & 0.096 \\ -0.0694 & 0.129 & -0.039 \\ 0.096 & -0.039 & -0.193 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 0.3030 \\ -0.2236 \\ 0.1812 \end{bmatrix} \quad (8.5)$$

$$\text{Durağan noktaların elde edilmesi için } \chi_s = -\frac{1}{2}B^{-1}b \quad (8.6)$$

değeri hesaplanmalıdır.

$$\chi_s = -\frac{1}{2} \begin{bmatrix} -9.722 & -6.307 & -3.561 \\ -6.307 & 3.213 & -3.786 \\ -3.561 & -3.786 & -6.187 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 0.3030 \\ -0.2236 \\ 0.1812 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.090 \\ 1.657 \\ 0.677 \end{bmatrix} \text{ noktaları durağan}$$

noktalar. Bu noktaları faktörlerin doğal düzeylerine dönüştürecek olursak;

$$\text{Örnek} = 0.1 + 0.05 * 1.090 = 0.1545$$

$$\text{TBA} = 1 + 0.5 * 1.657 = 1.83$$

$$\text{Kaynatma} = 45 + 15 * 0.677 = 55.155$$

Durağan noktadaki cevap değişkeninin tahmin değeri  $\hat{Y}_s = b_0 + \frac{1}{2}\chi'_s b$  (8.8) eşitliğinden

elde edilecektir.

$$\hat{Y}_s = 0.781 + \frac{1}{2} [1.090 \quad 1.657 \quad 0.677] \begin{bmatrix} 0.303 \\ -0.2236 \\ 0.1812 \end{bmatrix} = 0.822 \text{ değeridir.}$$

Durağan noktanın değerini ve faktörlerin düzeylerini hesapladıktan sonra bu noktanın maksimum mu minimum mu yoksa saddle nokta olduğuna karar vermek için B matrisine ait öz değerlerinin elde edilmesi gerekir. Öz değerler  $|B - \lambda I| = 0$  (8.9) eşitliğinde

$$\text{hesaplanır. } \begin{bmatrix} -0.093 - \lambda & -0.0654 & 0.096 \\ -0.0654 & 0.129 - \lambda & -0.039 \\ 0.096 & -0.039 & -0.193 - \lambda \end{bmatrix} = 0 \text{ denkleminin kökleri öz değerlerdir}$$

eşitlik (8.10) da verilmiştir.

$$\lambda = \begin{bmatrix} -0.250 \\ 0.1619 \\ -0.067 \end{bmatrix} \quad (8.10)$$

Öz değerlerin bazıları negatif bazıları pozitif işarete sahip olduğu için durağan noktamızın saddle nokta olduğuna yani ne maksimum nede minimum nokta olduğuna karar verilir. Bu değerlerden yararlanarak elde edilecek olan kanonik denklem aşağıda verilmiştir.

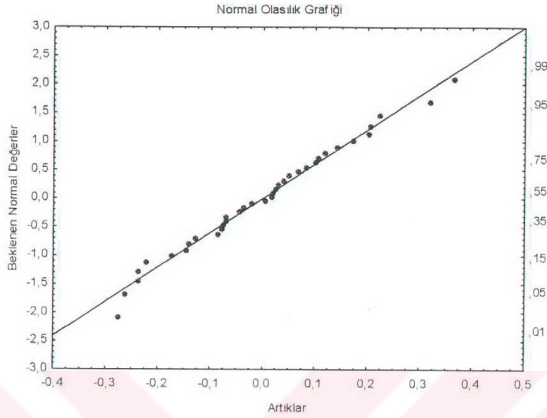
$$Y = \hat{Y}_3 + \lambda_1 \omega_1^2 + \lambda_2 \omega_2^2 + \lambda_3 \omega_3^3 \quad (8.11)$$

$$Y = 0.8229 - 0.250\omega_1^2 - 0.1619\omega_2^2 - 0.067\omega_3^3 \quad (8.12)$$

### 8.2.3.5 Statistica Paket Programı Sonuçları

Sonuçların yorumlamasına geçmeden önce artıkların dağılımının normal olup olmalığını test etmek gereklidir. Şekil 8.9 da artıklar için normal olasılık grafiği verilmiştir. Artıkların değerleri doğrunun etrafında yer aldığından dolayı normal dağılıma sahip olduklarına karar verilir.

Çizelge 8 13 de ortogonal central composit denemesine ait varyans analizi çizelgesi sonuçları verilmiştir. Çizelgeden da gözlenebileceği gibi faktörlerimizin üçünün de doğrusal ve karesel ana etkileri anlamlı olduğu gibi interaksiyon etkilerinin de tamamı anlamlıdır. Uyum yokluğu söz konusu değildir.



Şekil 8.9 Artıklar için normal olasılık grafiği

Çizelge 8.13 Ortogonal central composit denemesine ait varyans analizi çizelgesi

Faktör	Central Composit Deneme Düzeni Varyans Analizi Tablosu R-kare=0.87363				
	SS	df	MS	F	p
(A)Örnek (Lineer)	2,2101	1	2,2101	631,3814	0,0000
Örnek (Karesel)	0,1395	1	0,1395	39,8478	0,0000
(B)TBA (Lineer)	1,2003	1	1,2003	342,8845	0,0000
TBA (Karesel)	0,2689	1	0,2689	76,8160	0,0000
(C)Kaynatma (Lineer)	0,7880	1	0,7880	225,1063	0,0000
Kaynatma (Karesel)	0,5937	1	0,5937	169,5972	0,0000
AB	0,3085	1	0,3085	88,1365	0,0000
AC	0,5878	1	0,5878	167,9196	0,0000
BC	0,0992	1	0,0992	28,3359	0,0000
Uyum Yokluğu	0,8227	5	0,1645	47,0063	0,0000
Safılık Hatası	0,0735	21	0,0035		
Genel Kareler Toplamı	7,0922	35			

Çizelge 8.14 deki regresyon analizi çizelgesine göz atacak olursak en önemli etkinin örnek faktörünün doğrusal etkisi olduğunu görebiliriz.



Çizelge 8 14 Ortogonal central composit denemesine ait regresyon analizi çizelgesi

Faktör	Central Composit Deneme Düzeni (Ortogonal) Regresyon Analizi Tablosu R-kare= 0.87363					
	Regressn Coeff.	Std.Err. Pure Err	t(21)	p	-95,% Cnf.Limt	+95,% Cnf.Limt
Sabit	0,7812	0,0197	39,6120	0,0000	0,7402	0,8222
(A)Örnek (Lineer)	0,3035	0,0121	25,1273	0,0000	0,2783	0,3286
Örnek (Karesel)	-0,0934	0,0148	-6,3125	0,0000	-0,1241	-0,0626
(B)TBA (Lineer)	-0,2236	0,0121	-18,5171	0,0000	-0,2487	-0,1985
TBA (Karesel)	0,1296	0,0148	8,7645	0,0000	0,0989	0,1604
(C)Kaynatma (Lineer)	0,1812	0,0121	15,0035	0,0000	0,1561	0,2063
Kaynatma (Karesel)	-0,1926	0,0148	-13,0229	0,0000	-0,2234	-0,1619
AB	-0,1389	0,0148	-9,3881	0,0000	-0,1696	-0,1081
AC	0,1917	0,0148	12,9584	0,0000	0,1609	0,2224
BC	-0,0787	0,0148	-5,3232	0,0000	-0,1095	-0,0480

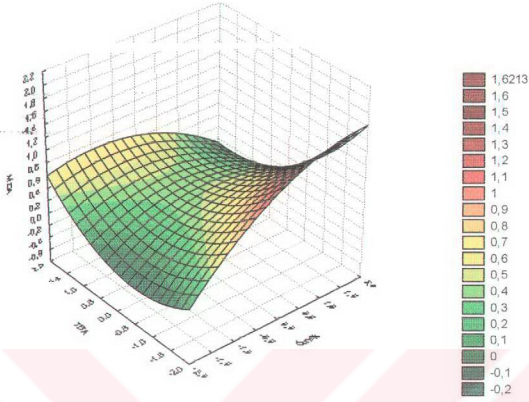
### 8.2.3.6. Cevap Yüzeyleri ve Contour Grafikleri

Cevap yüzeyi grafiklerinden genellikle cevap değişkeni için aranan bir noktaya ulaşılabilecek en iyi koşullar araştırılır. Aşağıda modele katkısı olan tüm ana etkilerin düzeyleri sabitlendiği zaman ortaya çıkacak modellerin cevap yüzeyi ve contour grafikleri verilmiştir. Bölüm 8.2.3.4 de MDA ölçümü için optimum nokta 0.8223 olarak bulunmuştu. Bu noktaya ulaşabileceğimiz en ekonomik koşulları grafiklerden görme şansımız olacaktır. Bütün grafiklerde 0.8223 değerinin düştüğü aralıklara göz atılmıştır. Çizelge 8.15 de bu değere ulaşılabilecek faktör düzeyleri kombinasyonlar belirtilmiştir. Optimum noktaya kaynatma 30dk, örnek 0.05 ml ve TBA 0.5 ml iken ulaşmak hem zamandan hem de madde miktarından tasarruf yapılmasını sağlayacaktır.

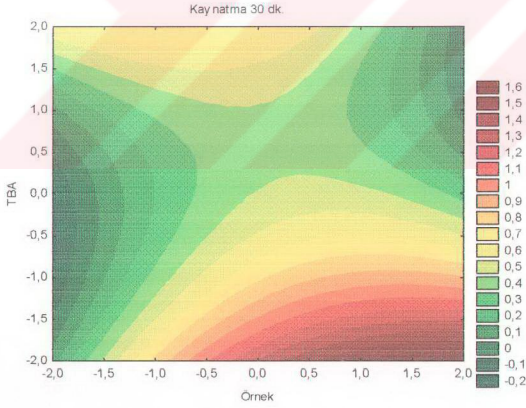
Çizelge 8.15 Optimum noktaya ulaşmak için faktör düzeyleri kombinasyonları

Şekil 8.10	Kaynatma 30 dk	Örnek 0.05 ml	TBA 0.5 ml
Şekil 8.11	Kaynatma 60 dk	Örnek 0.1 ml	TBA 1.5 ml
Şekil 8.12	TBA 0.5 ml	Kaynatma 30 dk	Örnek 0.05ml
Şekil 8.13	TBA 1.5 ml	Kaynatma 60 dk	Örnek 1.5 ml
Şekil 8.14	Uygun bir nokta bulunamamıştır.		
Şekil 8.15	Örnek 0.15	Kaynatma 30 dk	TBA 1.5 ml

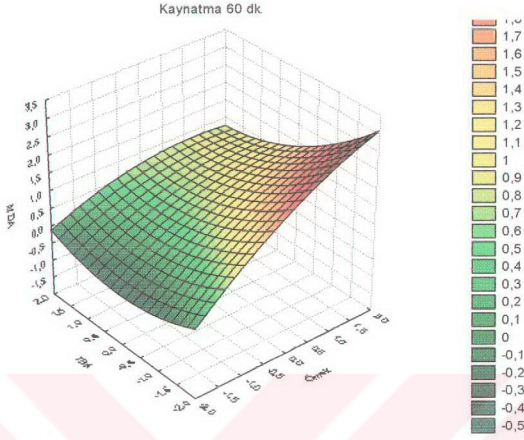




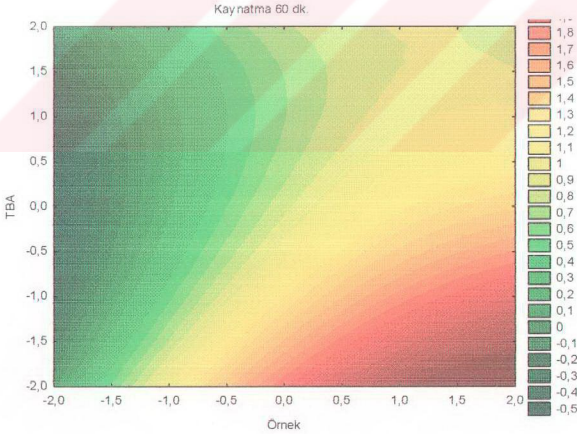
Şekil 8.10 (a) TBA ve örnek için cevap yüzeyi grafiği (Kaynatma 30dk.)



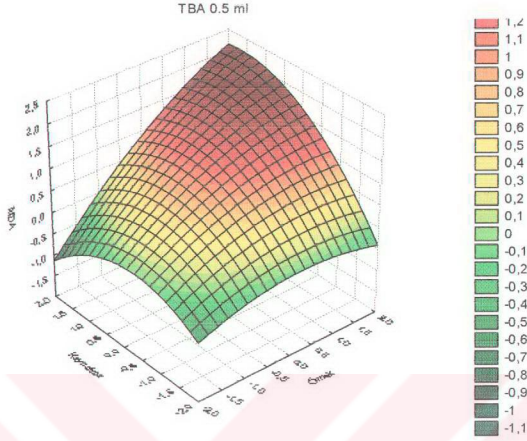
Şekil 8.10 (b) TBA ve örnek için contour grafiği (Kaynatma 30dk.)



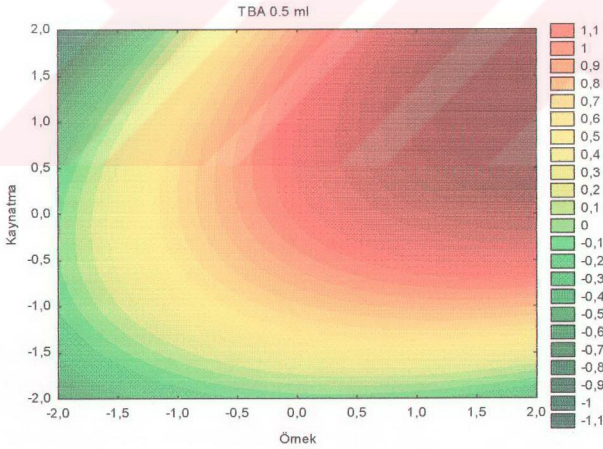
Şekil 8.11 (a) TBA ve örnek için cevap yüzeyi grafiği (Kaynatma 60dk.)



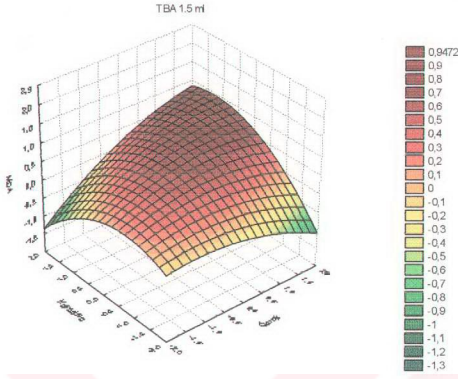
Şekil 8.11 (b) TBA ve örnek için contour grafiği (Kaynatma 60dk.)



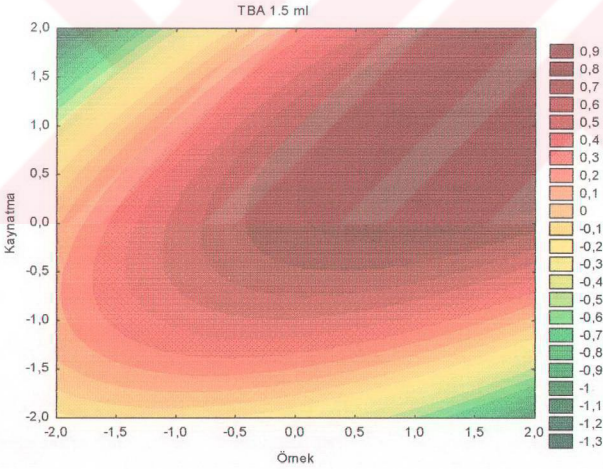
Şekil 8.12 (a) Örnek ve kaynatma için cevap yüzeyi grafiği (TBA 0.5 ml.)



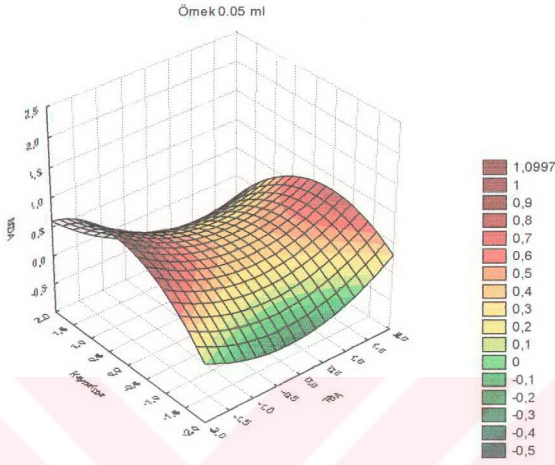
Şekil 8.12 (b) Örnek ve kaynatma için contour grafiği (TBA 0.5 ml.)



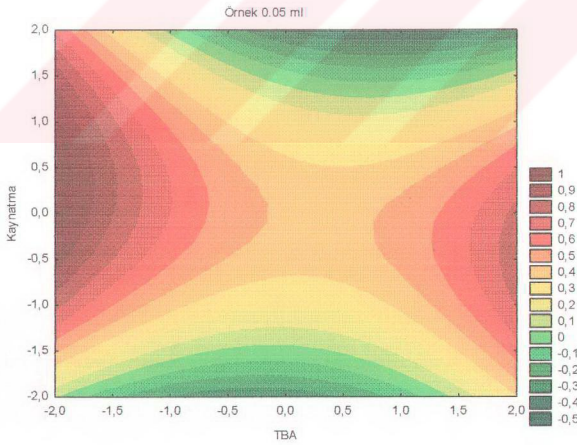
Şekil 8.13 (a) Örnek ve kaynatma için cevap yüzeyi grafiği (TBA 1.5 ml.)



Şekil 8.13 (b) Örnek ve kaynatma için cevap yüzeyi grafiği (TBA 1.5 ml.)

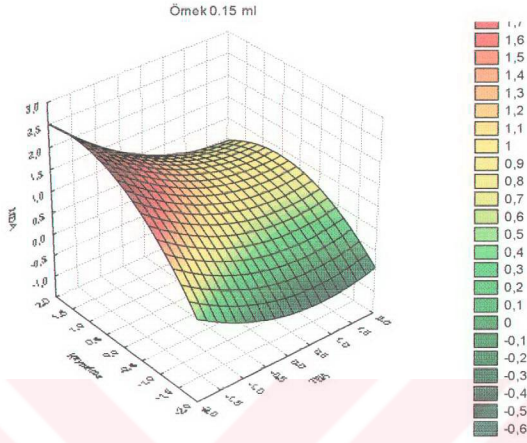


Şekil 8.14 (a) TBA ve kaynatma için cevap yüzeyi grafiği (Örnek 0.05 ml.)

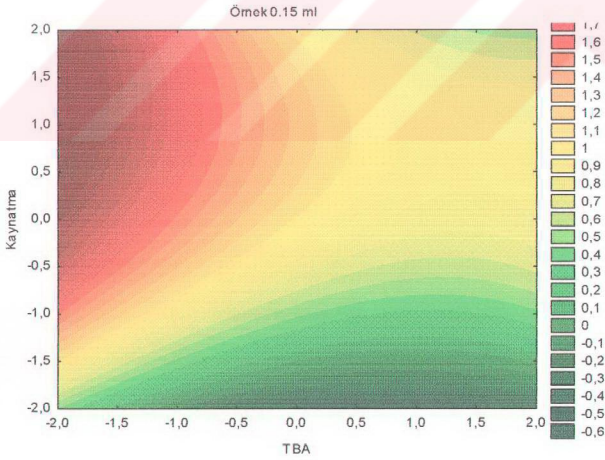


Şekil 8.14 (b) TBA ve kaynatma için contour grafiği (Örnek 0.05 ml.)





Şekil 8.15 (a) TBA ve kaynatma için cevap yüzeyi grafiği (Örnek 0.15 ml.)



Şekil 8.15 (b) TBA ve kaynatma için contour grafiği (Örnek 0.15 ml.)

## 9. KAYNAKLAR

1. **Mead R., Pike D.J.**, A Biometrics Invited Paper. A Review of Response Surface Methodology from a Biometric Viewpoint., *Biometrics*, Vol 31, No.4, (Dec., 1975), 803-851
2. **Stewart P., Heming P.J.** On the Response Surface Methodology and Designed Experiments for Computationally Intensive Distributed Aerospace Simulations, Proceeding of the 2002 Winter Simulation Conference.
3. **Yang T, Tseng L.**, Solving a Multi-objective Simulation Model Using a Hybrid Response Surface Method and Lexicographical Goal Programming Approach – a case study on integrated circuit ink-marking machines, *Journal of Operational Research Society*, 2002 53, 211-221.
4. **Grier J.B., Bailey T.G., Jackson J.A.** Using Response Surface Methodology to Link Force Structure Budgets to Campaign Objectives, Proceeding of the 1997 Winter Simulation Conference.
5. **Todoroki O.A.** Teach Yourself Response Surface Methodology. Lecture Notes, Ohokayama, moguro-ku, Tokyo, Japan. [URL:// florida.mes.titech ac.jp](http://www.florida.mes.titech.ac.jp).
6. **Çamdeviren Handan.** Regresyon Analizi Dersi Ders Notlan. Basılmamış.
7. **Myers Raymond H., Montgomery Douglas C.** Response Surface Methodology, Second Edition, Wiley Series in Probability and Statistics.
8. **Dobson J. A.** An Introduction to Generalized Linear Models, Chapman & Hall.
9. <http://www.statsoft.com>
10. **Prof. Jennings**, Design of Experiments, Lecture Notes, Purdue University, spring 2003.
11. <http://www.echip.com/html/lof.htm>
12. Statistica paket programı yardım menüsü
13. **Cochran Willian G., Cox Gertrude M.** Experimental Designs. New York: John Wiley & Sons.
14. **Buyske S.**, Advanced Design of Experiments, Lecture Notes, Rutgers University, Fall 2001.
15. **Box G.E.P, Hunter H.S.**, The  $2^{k-p}$  Fractional Factorial Designs Part I, *Technometrics*, Feb 2000, 42.

16. **Box G.E.P, Hunter H.S.**, The  $2^{k-p}$  Fractional Factorial Designs Part II, Technometrics, November, 1961, Vol. 3 No. 4.
17. **Hussey J.R, Raymond H.M., Houck C.E.**, Correlated Simulation Experiments in First-Order Response Surface Design, Operations Research, Sep/Oct 1987;35,5: ABI/ INFORM Global pg 744.
18. **Miller A., Sitter R.R.**, Using the Folded-Over 12- Run Plackett- Burman Design to Consider Interactions, Technometrics, feb 2001, 43.
19. Response Surface Methodology. [http:// www. Mne.psu.edu/ me82 /Learning/ RSM/ rsm.html/](http://www.Mne.psu.edu/me82/Learning/RSM/rsm.html)
20. **Bauer W.B. Jr, Parnell S.G., Mayers A.D.** Response Surface Methodology as a Sensitivity Analysis Tool in a Decision Analysis. Journal of Multicriteria Decision Analysis. **May 1999**: 8, 3.
21. Single response Path of Steepest Ascent. [http:// itl.nist.gov/div898/handbook/](http://itl.nist.gov/div898/handbook/)
22. **Neddermeijer H.G., Oortmarssen G.J., Nanda P.**, A frame work for Response Surface Methodology for Simulation Optimization, Proceeding of the 2000 Winter Simulation Conference.
23. **Hoerl A.E., Kennard W.R.**, Ridge Regression: Biased Estimation for Nonorthogonal Problems, Tecnometrics: Feb 2000: 42,1
24. **Gilmour S.G., Draper R.N.**, Confidence Regions Around the Ridge of Optimal Response on Fitted Second - Order Model Response Surfaces, Technometrics, Now 2003, 45, 4.
25. **Raymond H.M.**, Response Surface Methodology- Current Status and Future Directions, Journal of Quality Technology: Jan 1999; 31, 1; ABI/ INFORM Global pg 30.
26. **Morris D. M.**, A Class of Three Levels Experimental Designs for Response Surface Modelling, Technometrics; May 2000; 42, 2.
27. **Mee R.**, Noncentral Composit Designs, Technometrics; Feb 2001: 43, 1.
28. **Cheynier V., Feinberg M., Charaaras C., Ducauze C.**, Application of Response Surface Methodology to Evaluation of Bioconversion Experimental Conditions, Applied and Environmental Microbiology, Feb, 1983, p:634-639, vol:45, No:2.
29. **Riga F., Panteleo P., Laoudi C.**, Central Composite Design In A Refinery's Wastewater Treatment by Air Flotation, Global Nest: the Int. J. Vol 2, No 3, pp 245-253, 2000.



30. **Scotti M.V., Malik Z., Cheung P.Y.K., Nelder J.**, Optimization of Full Custom logic Cells Using Response Surface Methodology. *Electronics Letters*, 6<sup>th</sup> January 2000, Vol:36 No:1.
31. **Rao J.L.U.M., Satyanarayana T.**, Statistical Optimization of a High Maltoseforming, Hyperthermostable an  $\text{Ca}^{+2}$ - independent  $\alpha$ - amylase Production by an Extreme Thermophile *Geobacillus Thermoleovorans* Using Response Surface Methodology, *Journal of applied Microbiology*, 2003, 95, 712-718.
32. **Ortega N., Albillos S.M., Busto M.D.**, Application of Factorial Design And Response Surface Methodology To Analysis Of Bovine Cascins By Capillary Zone Electrophoresis, *Food Control*, 14, 2003 307-315.
33. **Giannakou S.A., Dallas P.P., Rekks D.M., Choulis N.H.**, In Vitro Of Nimodipine Permeation Through Human Epidermis Using Response Surface Methodology. *International Journal of Pharmaceutics* 241, 2002 27-34.
34. **Noordin M.Y., Venkatesh V.C., Sharif S., Elting S., Abdullah A.**, Application of Response Surface Methodology in Describing the Performance of Coated Tools When Turning AISI 1045 Steel. *Journal of Materials Processing Technology* 145, 2004 46-58.
35. **Reddy M.P., Reddy G., Seenayya G.**, Production of Thermostable Pullulanase by *Clostridium Thermosulfurogenes* SV2 in Solid-State Fermentation: Optimization of Nutrients Levels Using Response Surface Methodology. *Bioprocess Engineering* 21, 1999 497-503.