



**T.C.  
İSTANBUL ÜNİVERSİTESİ-CERRAHPAŞA  
LİSANSÜSTÜ EĞİTİM ENSTİTÜSÜ**



**YÜKSEK LİSANS TEZİ**

**Ters Sarkacın Deneysel ve Teorik Kontrolü**

**Dilara TAN**

**DANIŞMAN  
Prof. Dr. Erol UZAL**

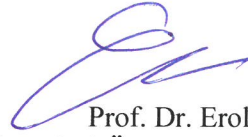
**Makine Mühendisliği Anabilim Dalı**

**Makine Mühendisliği Programı**

**İSTANBUL-2019**

Bu çalışma 19.06.2019 Tarihinde aşağıdaki jüri tarafından  
Makine Mühendisliğı Anabilim Dalı, Makine Mühendisliğı Programı Yüksek Lisans Tezi  
olarak kabul edilmiştir.

TEZ JÜRİSİ



Prof. Dr. Erol UZAL  
İstanbul Üniversitesi-Cerrahpaşa  
Fakülte



Prof. Dr. Metin Orhan KAYA  
İstanbul Üniversitesi-Cerrahpaşa  
Fakülte



Prof. Dr. Cüneyt FETVACI  
İstanbul Üniversitesi-Cerrahpaşa  
Fakülte



20.04.2016 tarihli Resmi Gazete’de yayımlanan Lisansüstü Eğitim ve Öğretim Yönetmeliğinin 9/2 ve 22/2 maddeleri gereğince; Bu Lisansüstü teze, İstanbul Üniversitesi-Cerrahpaşa’nın aboneli olduğu intihal yazılım programı kullanılarak Lisansüstü Eğitim Enstitüsü’nün belirlemiş olduğu ölçütlere uygun rapor alınmıştır.

Bu tez, İstanbul Üniversitesi-Cerrahpaşa Bilimsel Araştırma Projeleri Yürütücü Sekreterliğinin ..... numaralı projesi ile desteklenmiştir.

Bu tez, ..... numaralı ..... projesi ile desteklenmiştir.

## ÖNSÖZ

Yüksek lisans tez çalışmamda bilgi ve tecrübesini esirgemeyen değerli danışman hocam Prof. Dr. Erol UZAL'a, destek ve yardımlarından dolayı sevgili eşim Fatih Burak Tan'a, annem Nazan KART ve babam Rahmi KART'a sonsuz teşekkürlerimi sunarım.

Mayıs 2019

Dilara TAN



# İÇİNDEKİLER

Sayfa No

ÖNSÖZ .....	iv
İÇİNDEKİLER.....	v
ŞEKİL LİSTESİ .....	vii
SİMGE VE KISALTMA LİSTESİ.....	ix
ÖZET .....	x
SUMMARY .....	xi
<b>1. GİRİŞ .....</b>	<b>1</b>
<b>2. GENEL KISIMLAR.....</b>	<b>2</b>
<b>3. MALZEME VE YÖNTEM.....</b>	<b>4</b>
3.1 DOĞRUSAL KONTROL YÖNTEMLERİ .....	4
3.1.1 Kontrol Edilebilirlik ve Gözlemlenebilirlik .....	4
3.1.2 Kutup Yerleştirme Kontrolü.....	5
3.1.3 Gözlemciye Dayalı Doğrusal Karesele Düzenleyici Kontrolü.....	5
3.1.4 Gözlemci Tasarımı .....	8
3.2 SİSTEMİN MEKANİK VE ELEKTRONİK DONANIMI.....	12
<b>4. BULGULAR.....</b>	<b>17</b>
4.1 SİSTEM MODELİ.....	17
4.1.1 Sistemin Hareket Denklemleri.....	17
4.1.2 Sistemin Doğrusallaştırılmış Hareket Denklemleri.....	19
4.1.3 Sistemin Durum Uzay Gösterimi .....	19
4.1.4 Kontrol Edilebilirlik ve Gözlenebilirlik .....	21
4.2 SİSTEMİN KUTUP YERLEŞTİRME KONTROLÜ İLE SİSTEMİN SİMÜLASYONU .....	22
4.3 DOĞRUSAL KARESEL DÜZENLEYİCİ KONTROLÜ İLE SİSTEMİN SİMÜLASYONU .....	26
4.4 DOĞRUSAL KARESEL DÜZENLEYİCİ İLE KUTUP YERLEŞTİRME KONTROLÇÜLERİN KARŞILAŞTIRILMASI.....	32
4.4.1 Gözlemciye Dayalı Doğrusal Karesele Düzenleyici ile Sistemin Simülasyonu .....	34
<b>5. TARTIŞMA VE SONUÇ .....</b>	<b>40</b>
<b>KAYNAKLAR.....</b>	<b>41</b>



## ŞEKİL LİSTESİ

	Sayfa No
Şekil 1.1: Ters Sarkaç Kullanım Örnekleri .....	1
Şekil 3.1: Örnek Blog Diyaramı .....	11
Şekil 3.2: Gerçek sistemin fotoğrafı .....	12
Şekil 3.3: DC motorlarla L298N sürücü kartı bağlantısı .....	14
Şekil 3.4: PWM Sinyal.....	14
Şekil 3.5: Duty Cycle .....	15
Şekil 4.1: Küresel Ters Sarkaç Modeli .....	17
Şekil 4.2: Kutup Yerleştirme Kontrolü uygulandığında farklı seçilen kutuplarda sistemin hız cevabı .....	22
Şekil 4.3: Kutup Yerleştirme Kontrolü uygulandığında farklı seçilen kutuplarda sistemin konum cevabı .....	23
Şekil 4.4: Kutup Yerleştirme Kontrolü uygulandığında kararsız davranış gösteren sistemin sistemin hız cevabı .....	24
Şekil 4.5: Kutup Yerleştirme Kontrolü uygulandığında kararsız davranış gösteren sistemin sistemin konum cevabı.....	25
Şekil 4.6: Doğrusal Karesel Düzenleyici Blog Diyagramı .....	27
Şekil 4.7: Doğrusal Karesel Düzenleyici Sistemin Açısal Cevabı.....	28
Şekil 4.8: Doğrusal Karesel Düzenleyici Sistemin Açısal Hız Cevabı.....	29
Şekil 4.9: Doğrusal Karesel Düzenleyici Sistemin Konum Cevabı.....	30
Şekil 4.10: Doğrusal Karesel Düzenleyici Sistemin Hız Cevabı .....	31
Şekil 4.11: Doğrusal Karesel Düzenleyici Kontrol ile Kutup Yerleştirme Kontrolü uygulanmış sistemdeki sarkaç açılarının ve açısal hızlarının karşılaştırılması .....	32
Şekil 4.12 Doğrusal Karesel Düzenleyici Kontrol ile Tam Durum Beslemeli kontrol uygulanmış sistemdeki sarkaç açılarının karşılaştırılması .....	33
Şekil 4.13: Gözlemciye dayalı Doğrusal Kuadratik Düzenleyici Kontrolü Blog Diagramı .....	34

<b>Şekil 4.14:</b> Gözlemci Blog Diagramı .....	35
<b>Şekil 4.15:</b> Gözlemciye Dayalı Doğrusal Karesel Düzenleyici Sistemin Açık Cevabı .....	36
<b>Şekil 4.16:</b> Gözlemciye Dayalı Doğrusal Karesel Düzenleyici Sistemin Açık Hız Cevabı.....	37
<b>Şekil 4.17:</b> Gözlemciye Dayalı Doğrusal Karesel Düzenleyici Sistemin Konum Cevabı.....	38
<b>Şekil 4.18:</b> Gözlemciye Dayalı Doğrusal Karesel Düzenleyici Sistemin Hız Cevabı .....	39





## SİMGE VE KISALTIMA LİSTESİ

<b>Simgeler</b>	<b>Açıklama</b>
$\phi$	: Sarkacın x-z düzlemiyle yaptığı açı [derece]
$\theta$	: Sarkacın y-z düzlemiyle yaptığı açı [derece]
$x$	: Arabanın x doğrultusundaki yer değiştirmesi [m]
$y$	: Arabanın y doğrultusundaki yer değiştirmesi [m]
$I$	: Sarkacın atalet momenti [kg.m <sup>2</sup> ]
$l$	: Sarkaç boyunun yarısı [m]
$M$	: Arabanın kütlesi [kg]
$m$	: Sarkacın kütlesi [kg]
$s$	: Sistem kutupları
$Q$	: Durum maliyet matrisi
$R$	: Performans indeks matrisi
$K$	: Kazanç vektörü
$L$	: Gözleyici kazanç vektörü

<b>Kısaltmalar</b>	<b>Açıklama</b>
<b>LQR</b>	: Linear Quadratic Regulator

## ÖZET

### YÜKSEK LİSANS TEZİ

#### Ters Sarkacın Deneysel ve Teorik Kontrolü

Dilara TAN

İstanbul Üniversitesi-Cerrahpaşa

Lisansüstü Eğitim Enstitüsü

Makine Mühendisliği Anabilim Dalı

Danışman : Prof. Dr. Erol UZAL

Farklı kontrol teorilerinin rahatlıkla uygulanabilmesi ve deneysel olarak gözlemlenmesinin kolay olması sebebiyle seçilen küresel ters sarkaç modelini kararlı duruma getirmek için Doğrusal Karesel Düzenleyici Kontrol ve Kutup Yerleştirme Kontrolü uygulanmış ve sistem cevapları kıyaslanmış böylece farklı kontrol yöntemleriyle sistem cevaplarının nasıl değiştiği gözlemlenmiştir. Daha sonra ölçülmesi zor ve maliyetli olan sistem parametrelerini tahmin etmek için gözlemci uygulanmış ve gerçek sisteme uygulanması için Gözlemciye Dayalı Doğrusal Karesel Düzenleyici ile sistem kontrolü sağlanmıştır.

Haziran 2019, 54 sayfa.

**Anahtar kelimeler:** Doğrusal Karesel Düzenleyici Kontrol, Gözlemci, Multi Giriş Çıkışlı Sistemler, Küresel Ters Sarkaç, Kontrol Teorileri , Kararlılık,Kutup Yerleştirme

## **SUMMARY**

### **M.Sc. THESIS**

#### **Experimental and Theoretical Control of Inverted Pendulum**

**Dilara TAN**

**Istanbul University-Cerrahpasa**

**Institute of Graduate Studies**

**Department of Mechanical Engineering**

**Supervisor : Prof. Dr. Erol UZAL**

Spherical Inverted Pendulum model is widely used in control theories since it can be easily applied to different control theories. In order to stabilize this model, linear quadratic regulator control and Pole Placement Control were applied and system responses were compared. Afterwards, the observer was applied to estimate the system parameters which were difficult and costly to measure and system control was provided with the Observer-Based Linear Quadratic Regulator to apply to the real system.

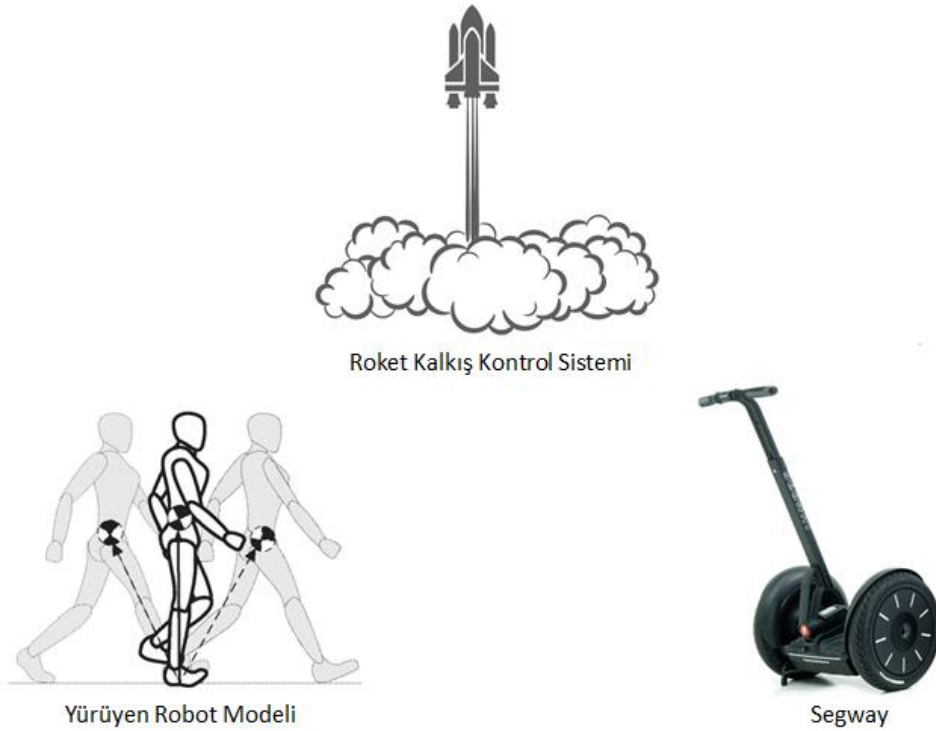
May 2019, 54 pages.

**Keywords:** Linear Quadratic Regulator Control, Observer, Multi-Input Multi-Output(MIMO) System, Spherical Inverted Pendulum, Control Theories, Stability, Pole Placement

## 1. GİRİŞ

Ters sarkaç, nonlinear hareket denklemleri ile tanımlanan ve doğası gereği stabil olmayan mekanik bir sistemdir. Ters sarkaç modeli, kolaylıkla göz önüne getirilebilir stabil olmayan nonlinear bir dinamik problemi olduğundan kontrol mühendisliğinde bir eğitim aracı olarak ve aynı zamanda dünya çapında araştırma çalışmalarında yaygın bir şekilde kullanılmaktadır.

Bu çalışmada, yatay düzlemde hareket edebilen bir plaka üzerine küresel mafsallarla bağlanmış ters sarkaç kontrol edilmeye çalışılacaktır. Başka bir deyişle, ters sarkacın bağlı olduğu plakaya yatay düzlemde  $x$  ve  $y$  doğrultularında kuvvet uygulanarak sarkaç dik bir şekilde dengeye getirilmek istenmektedir. Bu model küresel ters sarkaç sistemi olarak adlandırılmaktadır. Küresel ters sarkaç sistemi, zorlayıcı ve ileri kontrol stratejilerinin test edilmesine olanak sağlayan bir kontrol problemi olduğundan son yıllarda kayda değer bir ilgi görmektedir. Gerçek dünyadan bu problem ile direkt olarak bağlantılı örnekler vermek gerekirse, roketlerin kalkış anındaki durum kontrol sistemleri, yürüyen robotların denge kontrolü, günümüzde oldukça popüler olan Segway ulaşım araçları sıralanabilir.



**Şekil 1.1:** Ters Sarkaç Kullanım Örnekleri

## 2. GENEL KISIMLAR

Doğrusal ters sarkaç sistemi, dinamiğinin doğrusal olmayışı, karasız davranış sergilemesi ve kısmen kontrolsüz oluşu sebebiyle kontrol sistemleri için oldukça popüler bir model olmuştur. Bu sebeplerdendir ki, bu model üzerinde çok çeşitli çalışmalar yapılmış ve farklı yaklaşımlarla kontrol uygulanmıştır. Bu bölümde farklı çalışmalardan bazılarına değinilip içerikleri hakkında kısa bilgiler verilecektir.

Kumar, Mehrotra, Mahto[1] çalışmalarında ters sarkaç modellemesini Euler-Lagrange enerji denklemini kullanarak yapmışlardır. Kontrolör kazancı, durum geri bildirimini ve doğrusal kuadratik optimal regülatör kontrol tekniklerini kullanarak sonuçları karşılaştırmışlardır.

Tsegazeab Shishaye[2]'nin ters sarkaç durum uzay modelleme yöntemi kullanılarak sunulmuştur. Ve yöntem olarak, tam durum geribildirim kontrolörü, kutup yerleştirme ve LQR (Doğrusal Kuadratik Düzenleme) kullanılmıştır. Daha sonra, sabit bir durum hata denetleyicisi tasarlanarak izleme sorunu ortadan kaldırılmıştır. Gerçeklik koşullarını göz önünde bulundurarak, ilk olarak bazı durum değişkenlerinin ölçülebilir olduğunu varsaymışlardır, daha sonra durum gözlemcilerinin azaltıldığı bir tasarım ve daha sonra en kötü senaryo için tam durum değişkenlerinin gözlemcisi tasarlamışlardır. Son olarak, durum geri besleme kontrolörü ve durum gözlemcisi toplanır ve bu yeni sisteme sabit bir durum hata kontrolörü ekleyerek çalışmalarını tamamlamışlardır.

Varghese, Vincent, Bagyaveereswaran [3] ters sarkaç kontrolü için optimal bir kontrol tekniği önermişlerdir. Sistem modellenmiş, doğrusallaştırılmış ve kontrol edilmiştir. Burada kontrol amacı, sistemi istenen pozisyona ulaştığında ters çevrilmiş sarkaç dik pozisyonda stabilize olacak şekilde sistemi kontrol etmektir. Sistemi kontrol etmek için başlangıçta PID kontrolörü kullanılmışlardır. Daha sonra, iyi bilinen bir optimal kontrol tekniği olan Lineer Kuadratik Regülatör (LQR) kullanmışlardır. Böylece hem PID hem de LQR kontrol cihazlarının çeşitli kombinasyonlarını uygulamışlardır. Son olarak sistemi, Model Öngörücü denetleyici (MPC) kullanılarak da kontrol etmişlerdir. MPC, gelecekteki olayları hesaplamak ve gerekli kontrol eylemlerini uygulamak için iyi tahmin yeteneğine sahiptir. Sistemin performansı karşılaştırmış ve analiz edilmişlerdir.

Zhangab, Hub , Gub , Wang [4] çalışmalarında, uçan ters sarkaç problemine odaklanmaktadır, yani uçan bir araç üzerinde bir sarkaç dengelenmeye çalışılmıştır. Sistem dinamiğini analiz ettikten sonra, aktif bozulma reddetme kontrolüne (ADRC- Active Disturbance Rejection Control) dayanan bir kontrol stratejisi önerilmiştir. Sadece sarsıntı dengeleme değil, aynı zamanda aracın yörünge takibini de başarılı bir şekilde gerçekleştirmişlerdir.



### 3. MALZEME VE YÖNTEM

#### 3.1 DOĞRUSAL KONTROL YÖNTEMLERİ

##### 3.1.1 Kontrol Edilebilirlik ve Gözlemlenebilirlik

Doğrusal bir sistemin durum uzay gösterimi Denklem 3.1 ve 3.2'deki gibi tanımlanmaktadır. Denklemlerdeki A,B ve C matrisleri sırasıyla sistem matrisini, giriş matrisini, çıkış matrisini,  $u$  kontrol sinyalinin ve  $y$  sistem çıkışını temsil etmektedir.

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad (3.1)$$

$$y = Cx + Du \quad (3.2)$$

Doğrusal bir sisteme doğrusal kontrolcü uygulanabilmesi için sistemdeki tüm durum değişkenleri ölçülebilir ve aynı zamanda sistem kontrol edilebilir olmalıdır.

Kontrol edilebilirlik matrisi  $C_0$  Denklem 3.3'de gösterilmiştir. Kontrol edilebilirlik matrisindeki  $n$  durum değişkenlerinin sayısını temsil etmektedir. Doğrusal bir sistemin kontrol edilebilir olması için  $C_0$  matrisinin rankının sistemin durum değişkenleri sayısına eşit olması gerekmektedir.

$$C_0 = [B \quad AB \quad A^2B \quad \dots \quad A^{n-1}B] \quad (3.3)$$

$$\text{Rank}(C_0) = n \quad (3.4)$$

Bazı durumlarda sistemin tüm durum değişkenleri ölçülemeyebilir. Böyle sistemlere doğrusal kontrolcü uygulanabilmesi için ölçülemeyen durum değişkenlerinin tahmin edilmesi gerekir. Bunun için sisteme gözlemleyici uygulanmalıdır. Ancak her sisteme gözlemleyici uygulanamaz. Gözlemleyici uygulanabilmesi için Denklem 3.5'de tanımlanan gözlemlenebilirlik matrisi  $O$ 'nun rankının sistemin durum değişkenlerinin sayısına eşit olması gerekmektedir.[5]

$$O = \begin{bmatrix} C \\ CA \\ CA^2 \\ \vdots \\ CA^{n-1} \end{bmatrix} \quad \text{Rank}(O) = n \quad (3.5)$$

### 3.1.2 Kutup Yerleştirme Kontrolü

Kutup yerleştirme kontrolünde sistemin davranışını belirleyen sistem kutupları arzu edilen noktada seçilerek kontrolcü sabitleri bulunur. Bu doğrusal bir kontrol yöntemi olduğundan sistemin ölçülebilir ve kontrol edilebilir olması gerekmektedir. Bu şartlar sağlandığı durumda sisteme Denklem 3.6'daki kontrol kanunu uygulanarak Denklem 3.7' deki kapalı çevrim sistemi elde edilir.

$$u = -Kx \quad (3.6)$$

$$\dot{x} = (A + BK)x \quad (3.7)$$

Son olarak Denklem 3.8' deki eşitliğe seçilen kutuplar yerleştirilerek sistemin kontrol sabitleri bulunur. [7]

$$|sI - A - BK| = (s - \mu_1)(s - \mu_2) \dots (s - \mu_n) \quad (3.8)$$

### 3.1.3 Gözlemciye Dayalı Doğrusal Karesel Düzenleyici Kontrolü

Doğrusal Karesel Düzenleyici kontrol, çok girişli ve çok çıkışlı zamandan bağımsız lineer sistemlerde (MIMO) başarılı sonuçlar verebilmesi, çeşitli dinamik sistemlere kolayca uygulanabilmesi ve optimal çözümü hedeflemesi yönünden oldukça tercih edilen bir kontrol yöntemidir. Burada optimal çözüm ile kastedilen, sistemin durum değişkenlerinin hedeflenen referans değere ulaşma hızının artırılması ile birlikte sarf edilen enerjinin minimize edilmesidir.

Doğrusal Karesel Düzenleyici kontrol teorisi Denklem 3.10'de tanımlanan bedel fonksiyonunu minimize etmeye dayalıdır.

$$J = \int_0^{\infty} (y(t)^T y(t)) dt \quad (3.9)$$

$$J = \int_0^{\infty} (x(t)^T Q x(t) + 2x(t)^T S u(t) + u(t)^T R u(t)) dt \quad (3.10)$$

Burada Q matrisi durum değişkenlerinin istenilen referans noktasına ulaşma hızını etkileyen matris iken R matrisi kontrol için sarf edilen enerji seviyesini belirler. Q matrisinin büyük olması sistemin kutupların s-düzleminin negatif reel eksen üzerinde sola taşınmasına neden



olarak durum değişkenlerinin daha hızlı bir şekilde istenilen referans noktasına ulaşmasını sağlar.

Aşağıdaki Denklem 3.11, 3.12 ve 3.13 kullanılarak Q, S ve R matrisleri oluşturulabilir.

$$Q = C^T C; \quad Q^T = Q \geq 0 \quad (3.11)$$

$$S = C^T D \quad (3.12)$$

$$R = D^T D \quad R^T = R > 0 \quad (3.13)$$

Hamiltonian matrisi Doğrusal Karesel Düzenleyici kontrol problemi çözümü için Denklem 3.14'daki gibi oluşturulmalıdır.

$$H = \frac{1}{2} [x(t)^T Q x(t) + 2x(t)^T S u(t) + u(t)^T R u(t)] + \lambda(t)^T [A x + B u] \quad (3.14)$$

Hamiltonian matrisinin girişe göre kısmı türevi ile optimal değerler bulunur. Daha sonra Denklem 3.16 kabulü ile Denklem 3.21'deki Ricatti diferansiyel denklemi elde edilir.

$$\dot{\lambda}(t) = -\frac{\partial H}{\partial x} = -(Q x(t) + A^T \lambda(t)) \quad (3.15)$$

$$\lambda(t) = P(t)x(t) \quad (3.16)$$

$$\dot{\lambda}(t) = \dot{P}(t)x(t) + P(t)\dot{x}(t) \quad (3.17)$$

$$\dot{\lambda}(t) = \dot{P}(t)x(t) + P(t)(A x(t) + B R^{-1} B^T \lambda(t)) \quad (3.18)$$

$$-(Q x(t) + A^T P(t)x(t)) = (\dot{P}(t) + P(t)A + P(t)B R^{-1} B^T P(t))x(t) \quad (3.19)$$

$$(\dot{P}(t) + P(t)A + A^T P(t) - P(t)B R^{-1} B^T P(t) + Q)x(t) = 0 \quad (3.20)$$

$$\dot{P}(t) + P(t)A + A^T P(t) - P(t)B R^{-1} B^T P(t) + Q = 0 \quad (3.21)$$

Performans indeksinin sonsuza gitmesi ile beraber P(t) matrisi sabit olmakta, dolayısıyla P matrisinin türevi sıfır olmaktadır. Böylece Denklem 3.24'teki cebirsel Ricatti denklemi elde edilir.

$$J = \frac{1}{2} x(t_f)^T M x(t_f) + \int_0^{t_f} (x(t)^T Q x(t) + u(t)^T R u(t)) dt \quad (3.22)$$

$$J = \int_0^{\infty} (x(t)^T Q x(t) + u(t)^T R u(t)) dt \quad (3.23)$$

$$t_f \rightarrow \infty \Rightarrow PA + A^T P - PBR^{-1}B^T P + Q = 0 \quad (3.24)$$

Doğrusal karesel düzenleyici kontrolü kapalı çevrim sistemi durum uzay gösterimi Denklem 3.28'deki gibi ifade edilir.

$$u^*(t) = -(R^{-1}B^T P)x(t) \quad (3.25)$$

$$u^*(t) = -Kx(t) \quad (3.26)$$

$$P > 0 \quad (3.27)$$

$$\dot{x} = (A - BK)x \quad (3.28)$$

Doğrusal karesel düzenleyici kontrolü ile hesaplanan kontrol kazancı sabitleri sistem hatası ile kontrol için gereken enerji arasındaki optimal dengeyi sağlar. Bu metodu öncelikle iki parametrenin belirlenmesi gerekir. Bunlardan birisi performans indeks matrisi R diğeri ise durum maliyet matrisi Q'dur. Q ve R ağırlık matrisleri hesabı için sırasıyla Denklem 3.29 ve 3.30 kullanılabilir.

$$Q = C^T C = \gamma \begin{bmatrix} q_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & q_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & q_n \end{bmatrix} \quad (3.29)$$

$$R = \rho \begin{bmatrix} q_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & q_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & q_m \end{bmatrix} \quad (3.30)$$

Bu iki matrisin bağıl ağırlıkları yapılan denemeler ve hatalar ile ayarlanabilir. Burada Q'nun R den yüksek olması düzenleyicinin hızını artırır. R'nin Q'dan yüksek olması ise enerjinin düşük olması fakat düzenleyici hızının düşük olması anlamına gelir.

Kapalı çevrim için sistem kararlılığın kontrolü, Denklem 3.31'deki Lyapunov fonksiyonu ve Denklem 3.32'deki gibi fonksiyonun türevi kullanılarak sağlanabilir. Burada fonksiyonun türevinin değeri negatif matris olursa Lyapunov fonksiyonunun şartı sağlanmış olur.

$$V = x^T P x \quad (3.31)$$

$$\dot{V} = \dot{x}^T P x + x^T P \dot{x} \quad (3.32)$$

$$\dot{V} = x^T [(A - BR^{-1}B^T P)^T P + P(A - BR^{-1}B^T P)]x \quad (3.33)$$

$$\dot{V} = x^T [(PA + A^T P - PBR^{-1}B^T P + Q) - Q - PBR^{-1}B^T P]x \quad (3.34)$$

$$\dot{V} = x^T [(PA + A^T P - PBR^{-1}B^T P + Q) - Q - PBR^{-1}B^T P]x \quad (3.35)$$

$$\dot{V} = x^T [-Q - PBR^{-1}B^T P]x \quad (3.36)$$

Denklem 3.36'daki ifadenin sağ tarafının negatifliğinin sağlanması için aşağıdaki koşullar sağlanmalıdır.[8]

$$R > 0, R^{-1} > 0, P > 0, Q \geq 0 \quad (3.37)$$

$$Q + PBR^{-1}B^T P > 0 \quad (3.38)$$

$$V > 0, \dot{V} < 0 \quad (3.39)$$

Sistem giriş ve çıkışlarını gözlemleyerek bazı durum tahminlerinde bulunmak mümkündür. Teoride tüm durumlar gözlenebilir kabul edilse de gerçekte sensör maliyetleri, alan kısıtı ya da modelin ölçülemeyen verilere sahip olması gibi sebeplerden sistemi kontrol edebilmek için bazı durum değişkenlerinin gerçek değerleri yerine tahmini değerleri de kullanılmaktadır. Bu yöntem gerçeğe çok yakın sonuçlar verse de bazı dezavantajları da mevcuttur. Sistemdeki ani değişimler ve gürültüler tahminleri olumsuz yönde etkileyip, gerçek değerlerden uzaklaştırabilir.

Sistemde gözleyici tasarımı yapılmadan önce gözlenebilirliğini kontrol etmek gerekir.

### 3.1.4 Gözlemci Tasarımı

Gözleyici tahminleri için mevcut sistemi taklit eden yeni bir sistem oluşturulmalıdır. Denklem 3.40 taklit sistem dinamiğini ifade etmektedir.

$$\dot{\hat{x}} = \tilde{A}\hat{x} + \tilde{B}u + Ly \quad (3.40)$$

$$\tilde{y} = C\tilde{x} \quad (3.41)$$

Denklem 3.41'deki  $\tilde{x}$  gözleyici sistem durumlarıdır. Bu gözleyici durumları ile gerçek durumlar arasındaki hatayı Denklem 3.42'de gösterildiği gibi bulabiliriz ve bu denklemden Denklem 3.45'deki hata dinamiği denkleminde ulaşabiliriz.

$$E \triangleq (x - \tilde{x}) \quad (3.42)$$

$$\dot{E} = (\dot{x} - \dot{\tilde{x}}) \quad (3.43)$$

$$\dot{E} = (Ax + Bu) - (\tilde{A}\tilde{x} + \tilde{B}u + Ly) \quad (3.44)$$

$$\dot{E} = \tilde{A}E + (A - \tilde{A} - LC)x + (B - \tilde{B})u \quad (3.45)$$

Denklem 3.45'teki hata dinamiğinde giriş ve sistem durumlarından bağımsız hale getirmek için, Denklem 3.46 ve Denklem 3.47 denklemleri yazılmalıdır.

$$\tilde{A} = A - LC \quad (3.46)$$

$$\tilde{B} = B \quad (3.47)$$

Denklem 3.46 ve Denklem 3.47'deki eşitlikler Denklem 3.45'e yazılırsa hata dinamiği 3.48'deki gibi olur.

$$\dot{E} = \tilde{A}E = (A - LC)E \quad (3.48)$$

$$\dot{\tilde{x}} = A\tilde{x} + \tilde{B}u + L(y - C\tilde{x}) \quad (3.49)$$

Sistem ile gözleyici çıkışı arasındaki fark L gözlem katsayısıyla çarpılır ve fark arttıkça yani hata arttıkça gözleyici durum dinamiği hızlanırken hatanın sifira yakınsaması yavaşlamaya sebep olacaktır. Yakınsama sağlandığında ise  $L(y - C\tilde{x})$  terimi sıfır olacağından gözleyici ile sistem durum dinamikleri Denklem 3.51'de gösterildiği gibi birbirinin aynısı olacaktır.

$$L(y - C\tilde{x}) = 0 \quad (3.50)$$

$$Ax + Bu = A\tilde{x} + \tilde{B}u \quad (3.51)$$

Gözlemleyicinin tahmin ettiği durumları kontrolörümüzün girdisi olarak kullanmayı planladığımızdan, durum tahmininin, genel kapalı döngü sistemimizden daha hızlı bir şekilde yakınsamasını isteriz. Bu durumda gözlemci kutupları kontrolcü kutuplarına göre 4-10 kat daha hızlı seçilmelidir. Gözlemci kutuplarını çok büyük seçmek de, eğer ölçüm gürültü nedeniyle bozulmuşsa veya genel olarak sensor ölçümünde hatalar varsa sorun yaratabilir.

Gözleyici tasarımı için seçilecek olan L gözleyici kazanç vektörü Denklem 3.52'deki gibi hesaplanmalıdır.  $\mu$  gözlemci kutuplarını ifade eder. Alt indis  $n$  ise gözlenen durum sayısına eşittir.

$$|sI - (A - LC)| = (s - \mu_1)(s - \mu_2) \dots (s - \mu_n) \quad (3.52)$$

L gözleyici kazancını bulmanın farklı yöntemleri de vardır. Ackermann formülü, Direct değişim formülü diğer yöntem çeşitlerindedir.

Sistemin tüm durum değişkenleri ölçülemediği durumlarda doğrusal karesel düzenleyici kontrol uygulanırken aynı zamanda da gözlemci uygulanması gerektiğinden Bölüm 3.1.3'te bahsetmiştik. Bu durumda sistem durumları düzenlenirken, gözleyici tahminleri ile sistem durumları arasındaki farkın dengelenmesi istenmektedir. Doğrusal karesel düzenleyici kontrol yöntemiyle hesaplanan kazanç vektörü  $K$  ile gözlemciden elde edilen durum değişkenlerinin değerleri çarpılarak Denklem 3.53'deki kontrol kanunu sisteme uygulanır. Böylece sistem Denklem 3.57'deki gibi ifade edilir.[9]

$$u = K\tilde{x} \quad (3.53)$$

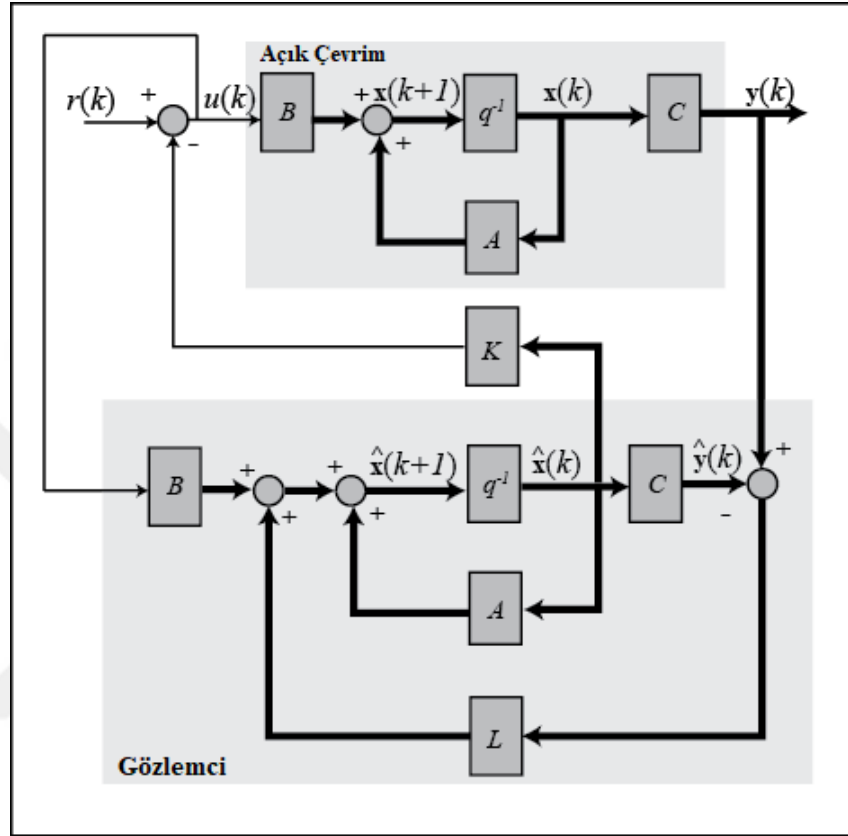
$$\tilde{x} = x - e \quad (3.54)$$

$$\dot{x} = Ax - BK\tilde{x} = (A - BK)x + BKe \quad (3.55)$$

$$\dot{e} = (A - LC)e \quad (3.56)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{e} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A - BK & BK \\ 0 & A - LC \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ e \end{bmatrix} \quad (3.57)$$

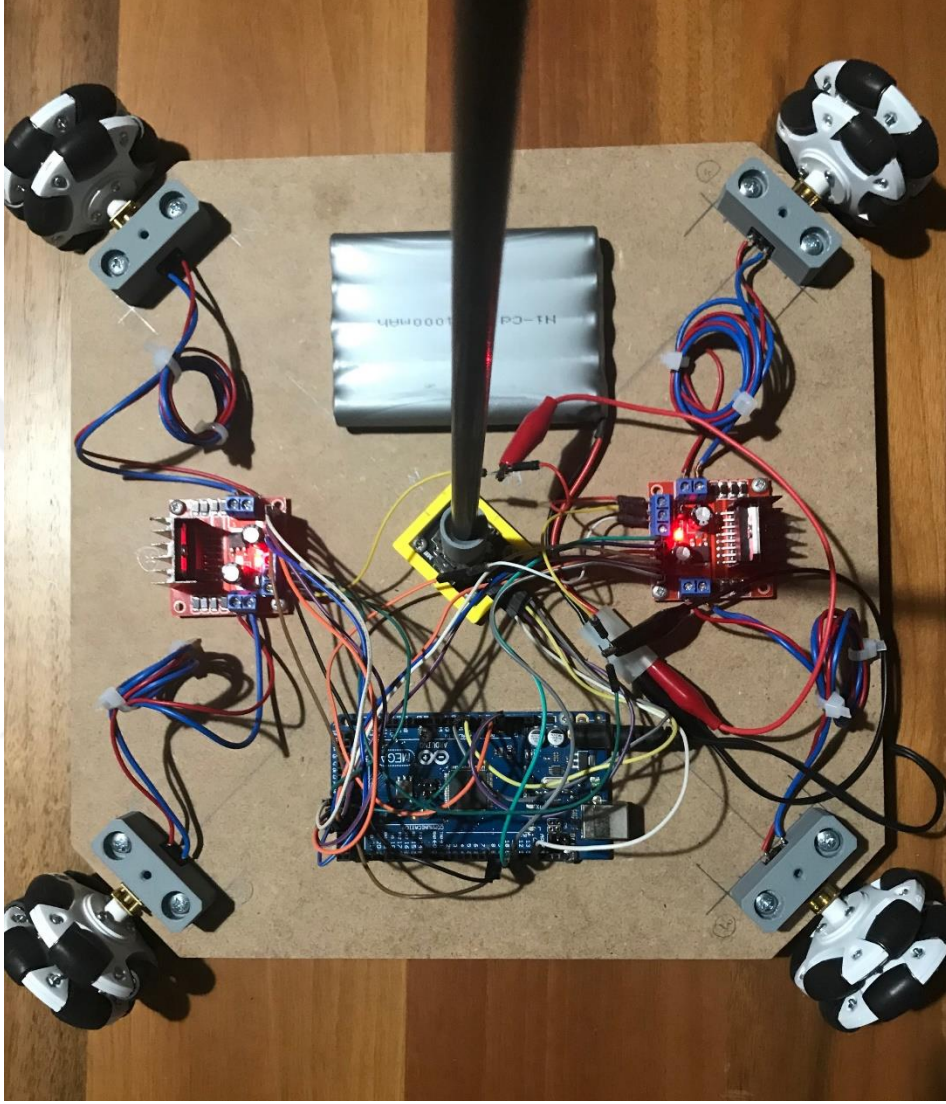
Gözlemciye dayalı doğrusal karesel düzenleyici kontrolcü ile kontrol edilen sisteme ait blok diyagramı Matlab Simulink'te Şekil 3.1'deki gibi oluşturularak simülasyonlar gerçekleştirilebilir.



Şekil 3.1: Örnek Blok Diyagramı

### 3.2 SİSTEMİN MEKANİK VE ELEKTRONİK DONANIMI

Sistem mekanik olarak sekiz temel ögeden oluşmaktadır.



Şekil 3.2: Gerçek sistemin fotoğrafı

Sistemde dört adet omni teker kullanılmıştır. Plaka için kullanılan sunta malzemeye, tekerler, hareket kabiliyeti için çapraz montaj edilmiştir. Çift sıra beşer adet tekerden yani toplamda on adet tekerden oluşan yapısı ile bağlı bulunduğu plakaya her yöne hareket edebilme kabiliyeti kazandırmaktadır.

### 1. Plaka

Uygun ölçüde kesilen plakanın üzerine bütün komponentler montaj edilmiştir.

### 2. Denetleyici Kart

Denetleyici olarak ulaşılabilirliği ve kullanım kolaylığı açısından Arduino Mega seçilmiştir. Kendi IDE'si ve geliştirme kütüphaneleri mevcuttur böylece fazla mikrodenetleyici konusuna hakim olunmadan programlama yapılabilir.

### 3. Dc Motor ve L298N sürücü kartı

Omni tekerlere tahrik vermek için ise 12 V 2000 RPM Redüktörlü DC Motor kullanılmıştır. DC motorlar ise L298N sürücü kartı kullanılarak PWM ile hız ve yön tayin edilmiştir. Sürücü kartlarını beslemek için bir adet 12 Volt 1000 Mah şarjlı pil kullanılmıştır.

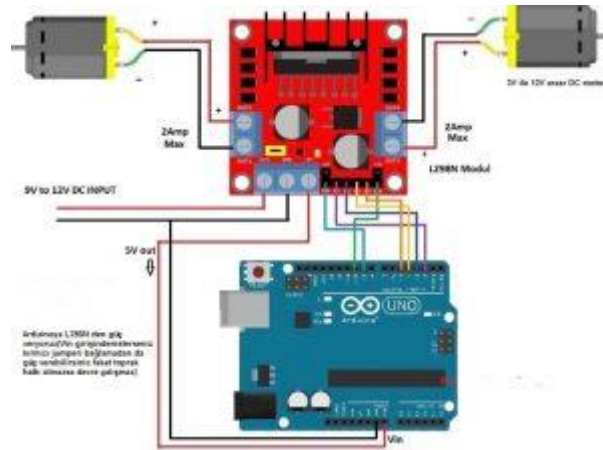
Fırçalı DC motorları sürmek için H-köprüsü adı verilen devreler kullanılır çünkü Arduino veya mikrokontrolörler, genel olarak 100 miliampere kadar akım verebilirler. Bu da DC motora yetmez. Bu sebeple L298N motor sürücü kartı kullanılmıştır.

2 adet DC motoru aynı anda kontrol edebilir. PWM ile de dönme yönü ve hızı kontrol edilir.

Sol ve sağ tarafta, DC motorları bağlamak için OUT portları bulunmaktadır. Bu portlardan iki motora da çıkış verilmektedir.

IN1 ile IN4 pinleri arasındaki pinler Arduino'ya bağlanmış olan giriş pinleridir.

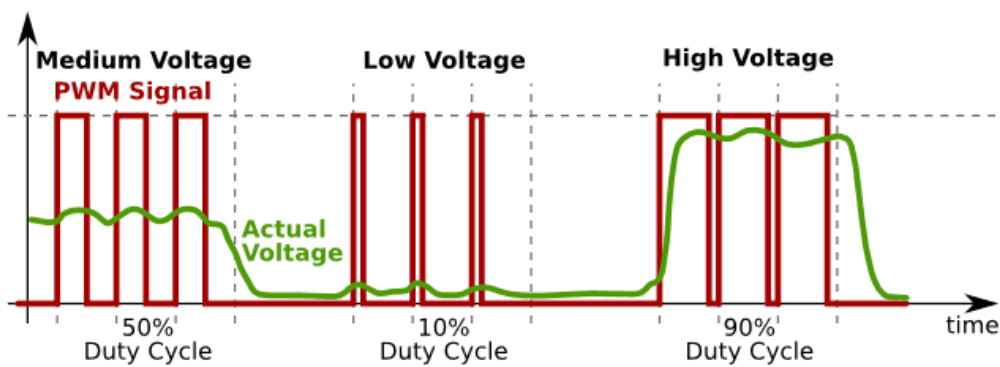




Şekil 3.3: DC motorlarla L298N sürücü kartı bağlantısı

IN3 ve IN4 , IN1 ve IN2 polaritesini ters çevirdiğimizde motorun dönme yönünü tersine çevirir.12V ile 0V arasında bir güç vererek kartı beslenebilmektedir ve 9V pil kullanılmıştır. + 5V terminali, gerektiğinde Arduino'ya veya başka bir modüle güç sağlamak için kullanılabilen OUTPUT'tur.

ENA ve ENB'ye PWM sinyali uygulayarak, motorların hızı kontrol edilmiştir. PWM ile DC motor hız kontrolü analog sinyal bir sinüs eğrisi gibi dalgalıdır, fakat dijital sinyal sadece 1 ve 0'lardan oluşmaktadır. Bir şekilde 1 ve 0'lar ile bu sinyale yakın bir sinyal elde edilir. Bunun için PWM tekniği kullanılır.



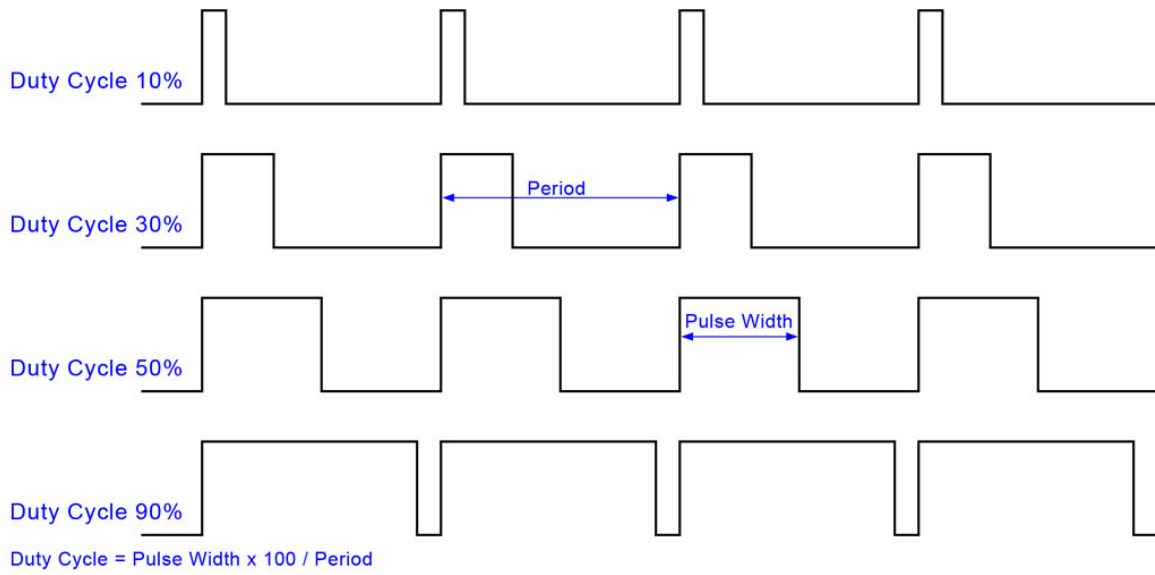
Şekil 3.4: PWM Sinyali

PWM tekniği, iki durumlu dijital sinyalleri kullanarak analog bir ortalama değer oluşturmaya yarar. Üretilen bir kare dalgada ON-OFF süreleri ayarlanarak sisteme verilen güç ayarlanabilir.

PWM analog olarak elde edilebileceği gibi mikrodenetleyiciler üzerinden de elde edilebilir. Bu sistemde denetleyici üzerinden PWM sinyali elde edilmiştir.

PWM sinyali anahtarlama ile elde edilir. Burada önemli olan iki kavram vardır. Bunlar frekans ve duty cycle(görev döngüsü)dır.

Duty Cycle: Sinyalin ON süresinin sabit T periyoduna oranıdır. Yüzde olarak ifade edilebilir ve her zaman 0-1 arası bir değer alır. Bir PWM sinyalinin ortalama değeri, duty cycle ile doğru orantılıdır ve  $D * V_{max} + (1-D) * V_{min}$  olarak bulunur.



Şekil 3.5: Duty Cycle

**Frekans:** PWM frekansı sürülecek elemana göre özenle seçilmelidir. Transformator, DC motor gibi elemanlar anahtarlarken frekansın insan kulağının duyma frekansları olan 20Hz-20kHz dışında seçilmesi gerekir. Aksi takdirde devre çalışırken rahatsız edici sesler çıkarabilir. DC motorlarda frekans arttıkça tork azalır. Bu durumda tork ile gürültü arasında uygun bir seçim yapmak gerekir. Anahtarlama güç kaynaklarında frekans bobin değerlerini küçültürken anahtarlama kayıplarını artırır bu yüzden yine burada da frekans konusunda uygun bir seçim yapmak gerekir.

#### 4. Sensörler

Sistem kontrolü için açı değerlerinin bilgisine ihtiyaç duyulmaktadır. Çubuğun eksenlerle yaptığı açı bilgisi potansiyometrelerle ölçülebileceğinden ve çubuğumuz iki eksen de hareket sağladığından hem x hem de y ekseni ile yaptığı açıyı okuyabilmek adına joystick sensör kullanılmıştır. Joystick sensörler içlerinde analog çıkış veren iki adet potansiyometre ve dijital çıkış veren bir adet buton bulundurlar. Potansiyometrelerden çıkan analog değerleri açı değerlerine dönüştürülmüştür.

#### 5. Pil

Arduino ve sürücü kartlara 9V pilden enerji sağlanmıştır.

#### 6. Bağlantı Parçaları ve Kablolar

Arduino yazılımı bilgisayar ortamında geliştirilip USB kablo ile bilgisayara bağlanan arduino kartı üzerine program aktarılır. Bunun için arduino girişine uyumlu USB kablo , diğer elektronik komponentleri bağlamak için iste jumper ve krokodil kablolar kullanılmıştır.

Tüm bağlantı ihtiyacı duyan komponentlerin bağlantı parçaları 3D yazıcıda işlenmiştir.

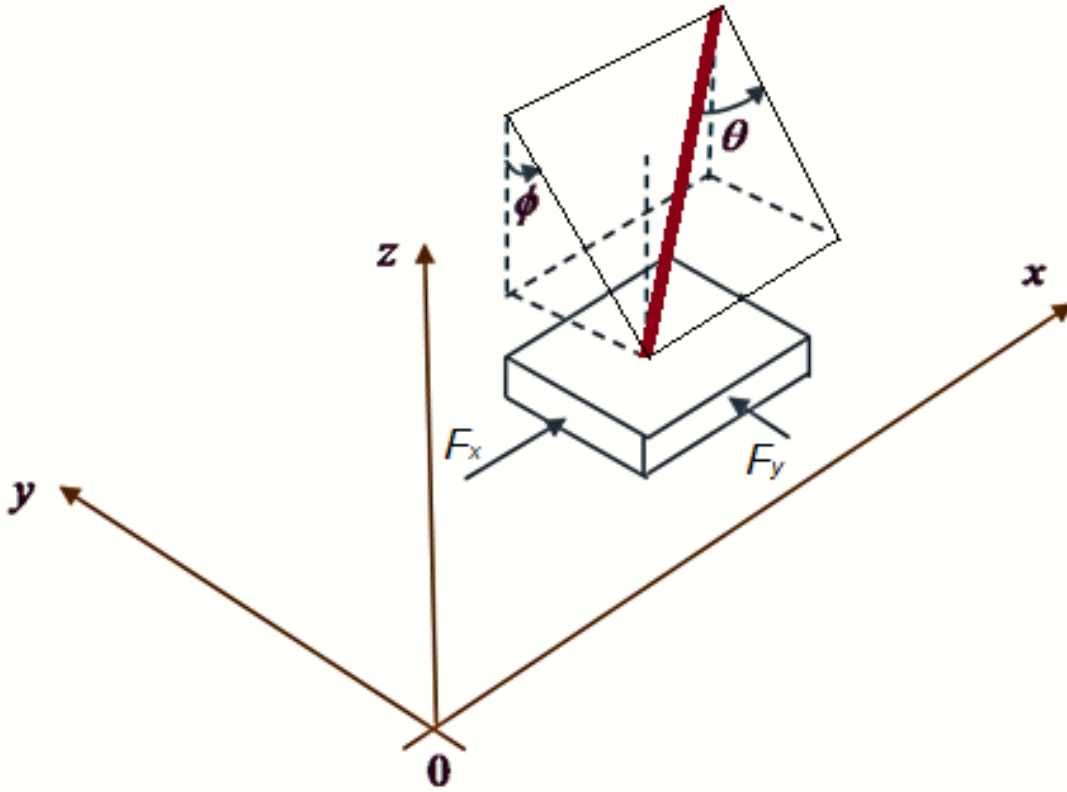
#### 7. Sarkaç

Joystickte monte edilerek joystick sensörden alınan açı bilgisiyle dik konuma getirilmesi sağlanmaktadır.

## 4. BULGULAR

### 4.1 SİSTEM MODELİ

#### 4.1.1 Sistemin Hareket Denklemleri



Şekil 4.1: Küresel Ters Sarkaç Modeli

Bu çalışmada kullanılacak olan Küresel Ters Sarkaç Sistemi Şekil 4.1’de gösterildiği üzere, yatay düzlem x ve y doğrultularında hareket edebilen bir plaka ve bu plakaya küresel mafsallik ile bağlanmış bir sarkaçtan oluşmaktadır. Sistemde kullanılan sarkacın uzunluğu  $2l$ , çubuğun iz düşüm açıları  $\theta$  ve  $\phi$  olmak üzere sistemin konum bileşenleri Denklem 4.1, 4.2 ve 4.3’teki gibi yazılır.

$$x = l \sin \theta \quad (4.1)$$

$$y = l \sin \phi \cos \theta \quad (4.2)$$

$$z = l \cos \phi \cos \theta \quad (4.3)$$

Sistemin doğrusal olmayan hareket denklemlerini elde etmek için kullanılacak olan Lagrange metoduna ait Lagrangian fonksiyonu Denklem 4.4'te gösterilmiştir.

$$L = T - U \quad (4.4)$$

Lagrangian fonksiyonunda yer alan sistemin toplam kinetik enerjisi  $T$  Denklem 4.5'te, sistemin potansiyel enerjisi  $U$  ise Denklem 4.6'da tanımlanmıştır. Bu denklemlerde  $M$  plakanın kütesini,  $m$  ise sarkacın kütesini temsil etmektedir.

$$T = \frac{1}{2}(M + m)(\dot{x}^2 + \dot{y}^2) + \frac{1}{2}m[l^2\dot{\theta}^2 + l^2\dot{\phi}^2\cos^2\theta + 2l(\dot{x}\dot{\theta}\cos\theta - \dot{y}\dot{\theta}\sin\theta\sin\phi + \dot{y}\dot{\phi}\cos\theta\cos\phi)] \quad (4.5)$$

$$U = mgl \cos \theta \cos \phi \quad (4.6)$$

4.5 ve 4.6 denklemleri Lagrangian fonksiyonunda yerine yazılarak Denklem 4.7'deki Lagrangian fonksiyonu elde edilir.

$$L = \frac{1}{2}(M + m)(\dot{x}^2 + \dot{y}^2) + \frac{1}{2}m[l^2\dot{\theta}^2 + l^2\dot{\phi}^2\cos^2\theta + 2l(\dot{x}\dot{\theta}\cos\theta - \dot{y}\dot{\theta}\sin\theta\sin\phi + \dot{y}\dot{\phi}\cos\theta\cos\phi)] - mgl \cos \theta \cos \phi \quad (4.7)$$

Son olarak Denklem 4.8'deki Lagrange denklemi kullanılarak sistemin doğrusal olmayan hareket denklemleri Denklem 4.9, 4.10, 4.11 ve 4.12'deki gibi elde edilir.

$$Q_i = \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) - \left( \frac{\partial L}{\partial q_i} \right) \quad (4.8)$$

$$(M + m)\ddot{x} + ml(\ddot{\theta} \cos \theta - \dot{\theta}^2 \sin \theta) = F_x \quad (4.9)$$

$$(M + m)\ddot{y} - ml(\ddot{\theta} \sin \theta \sin \phi + \dot{\theta}^2 \cos \theta \sin \phi + \dot{\theta}\dot{\phi} \sin \theta \cos \phi - \ddot{\phi} \cos \theta \cos \phi + \dot{\phi}\dot{\theta} \sin \theta \cos \phi + \dot{\phi}^2 \cos \theta \sin \phi) = F_y \quad (4.10)$$

$$\frac{4l}{3} \ddot{\theta} + \ddot{x} \cos \theta - \ddot{y} \sin \theta \sin \phi - l \dot{\phi}^2 \sin \theta \cos \theta - g \sin \theta \cos \phi = 0 \quad (4.11)$$

$$\frac{4l}{3} \ddot{\phi} \cos^2 \theta + 2l\dot{\phi}\dot{\theta} \cos \theta \sin \theta + \ddot{y} \cos \theta \cos \phi - g \cos \theta \sin \phi = 0 \quad (4.12)$$

#### 4.1.2 Sistemin Doğrusallaştırılmış Hareket Denklemleri

Küresel ters sarkaç sistemine doğrusal kontrolcü uygulanabilmesi için sistemin doğrusal olmayan hareket denklemlerinin doğrusallaştırılması gerekmektedir. Sistem,  $\theta = 0$  ve  $\phi = 0$  civarında Taylor serisi kullanılarak doğrusallaştırılarak doğrusal hareket denklemleri Denklem 4.13, 4.14, 4.15 ve 4.16'daki gibi elde edilir. Sistemin  $\theta = \phi = 0$  civarında doğrusallaştırılmasının nedeni sarkacın bu değerde dengelenmek istenmesidir. Böylece uygulanacak doğrusal kontrolcü sistemi bu değer civarında kontrol edebilir.

$$(M + m)\ddot{x} + ml\ddot{\theta} = F_x \quad \dots(4.13)$$

$$(M + m)\ddot{y} + ml\ddot{\phi} = F_y \quad \dots(4.14)$$

$$\frac{4l}{3} \ddot{\theta} + \ddot{x} - g\theta = 0 \quad \dots(4.15)$$

$$\frac{4l}{3} \ddot{\phi} + \ddot{y} - g\phi = 0 \quad \dots(4.16)$$

Son olarak doğrusal hareket denklemleri  $\ddot{x}$ ,  $\ddot{y}$ ,  $\ddot{\theta}$  ve  $\ddot{\phi}$  yalnız bırakılarak düzenlenirse doğrusal hareket denklemleri Denklem 4.17, 4.18, 4.19 ve 4.20 gibi elde edilir.

$$\ddot{x} = \frac{4F_x - 3mg\theta}{m + 4M} \quad \dots(4.17)$$

$$\ddot{y} = \frac{4F_y - 3mg\phi}{m + 4M} \quad \dots(4.18)$$

$$\ddot{\theta} = \frac{3[g\theta(m+M) - F_x]}{l(m+4M)} \quad \dots(4.19)$$

$$\ddot{\phi} = \frac{3[g\phi(m+M) - F_y]}{l(m+4M)} \quad \dots(4.20)$$

#### 4.1.3 Sistemin Durum Uzay Gösterimi

Sistemin, denklem (4.21) ve (4.22)'de tanımlanan durum uzay gösteriminde yer alan  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D$  matrislerinin yazılabilmesi için sistemin doğrusal hareket denklemleri ve (4.23), (4.24), (4.25), (4.26) da yer alan özdeşlikler kullanılır.



$$D = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.30)$$

$A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D$  matrislerinin elde edilmesi ile birlik doğrusal sistemin Denklem 4.21 ve 4.22’de tanımlanan durum uzay gösterimi elde edilir.

#### 4.1.4 Kontrol Edilebilirlik ve Gözlenebilirlik

Sistemde sekiz adet durum değişkeni olduğundan kontrol edilebilirlik matrisi Denklem 4.31’deki gibi yazılır.

$$C_o = [B \quad AB \quad A^2B \quad A^3B \quad A^4B \quad A^5B \quad A^6B \quad A^7B] \quad (4.31)$$

Denklem 4.32’de  $C_o$  matrisinin rankı sistemin durum değişkeni sayısına eşit bulunduğu anda sistem kontrol edilebilirlik şartını sağlamaktadır.

$$Rank(C_o) = 8 \quad \dots(4.32)$$

Aynı şekilde sistemi gözlenebilirlik matrisi durum değişkeni sayısı sekiz olduğundan Denklem 4.33’teki gibi elde edilir. Gözlenebilirlik matrisinin rankı sistemin durum değişkeni sayısına eşit olduğundan sistem gözlenebilirlik şartını da sağlamaktadır.

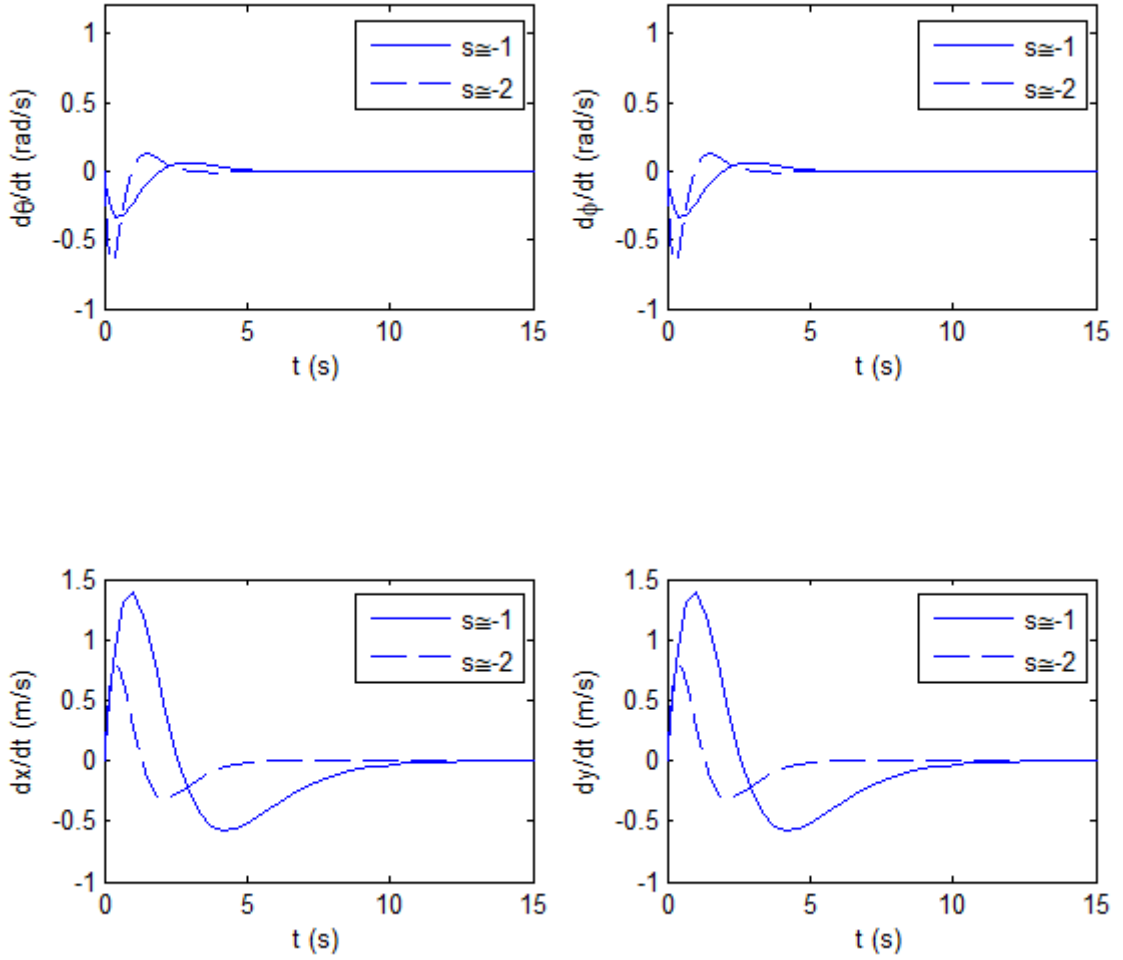
$$O = \begin{bmatrix} C \\ CA \\ CA^2 \\ CA^3 \\ CA^4 \\ CA^5 \\ CA^6 \\ CA^7 \end{bmatrix} \quad Rank(O) = 8 \quad \dots(4.33)$$



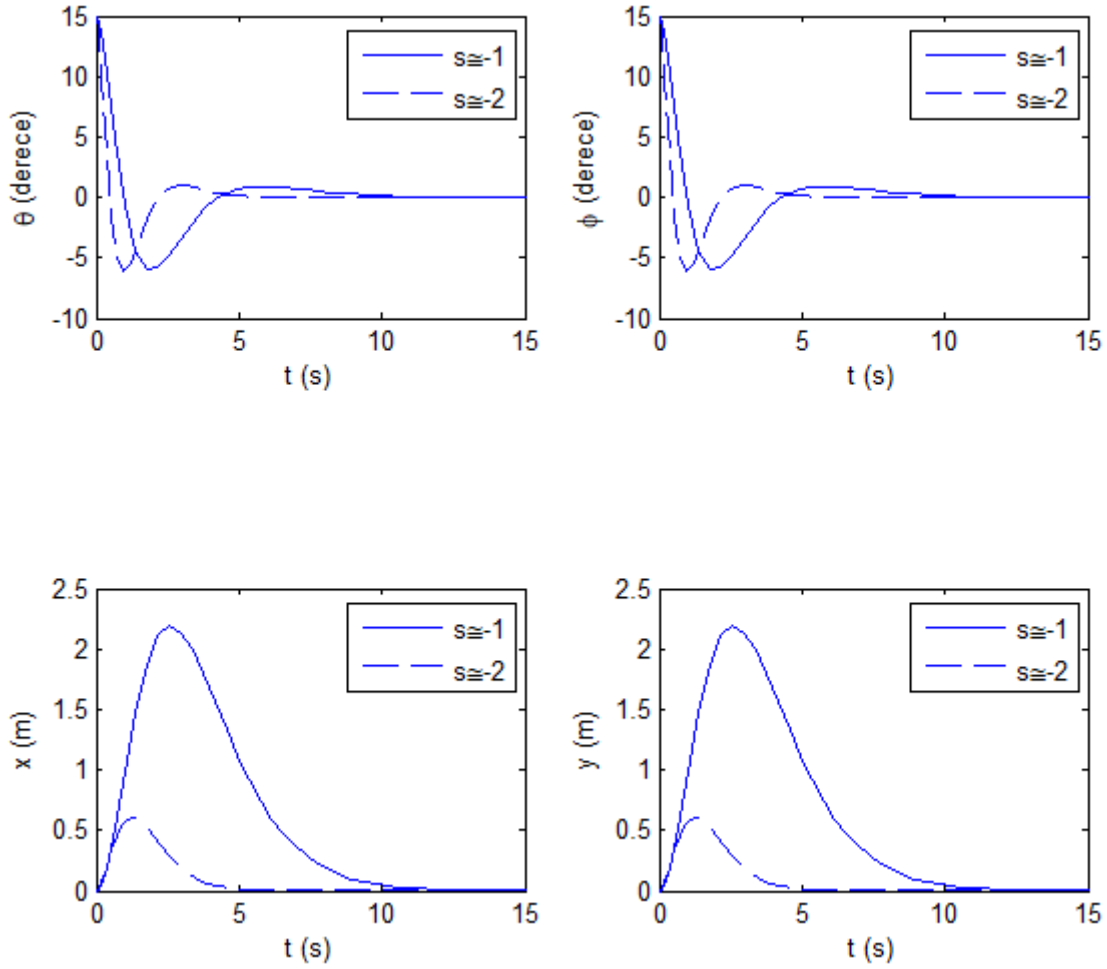
## 4.2 SİSTEMİN KUTUP YERLEŞTİRME KONTROLÜ İLE SİSTEMİN SİMÜLASYONU

Durum uzay gösterimi bulunan sisteme kontrol kanunu uygulanmış ve sistemin kapalı çevrimi elde edilmiştir.

K kazanç vektörü hesabı için uygun kutuplar -1 ve -2 civarlarında seçilmiş, çubuğun başlangıç açıları ise  $\theta$  ve  $\phi$  15 derece olacak şekilde sistem simüle edilmiştir.



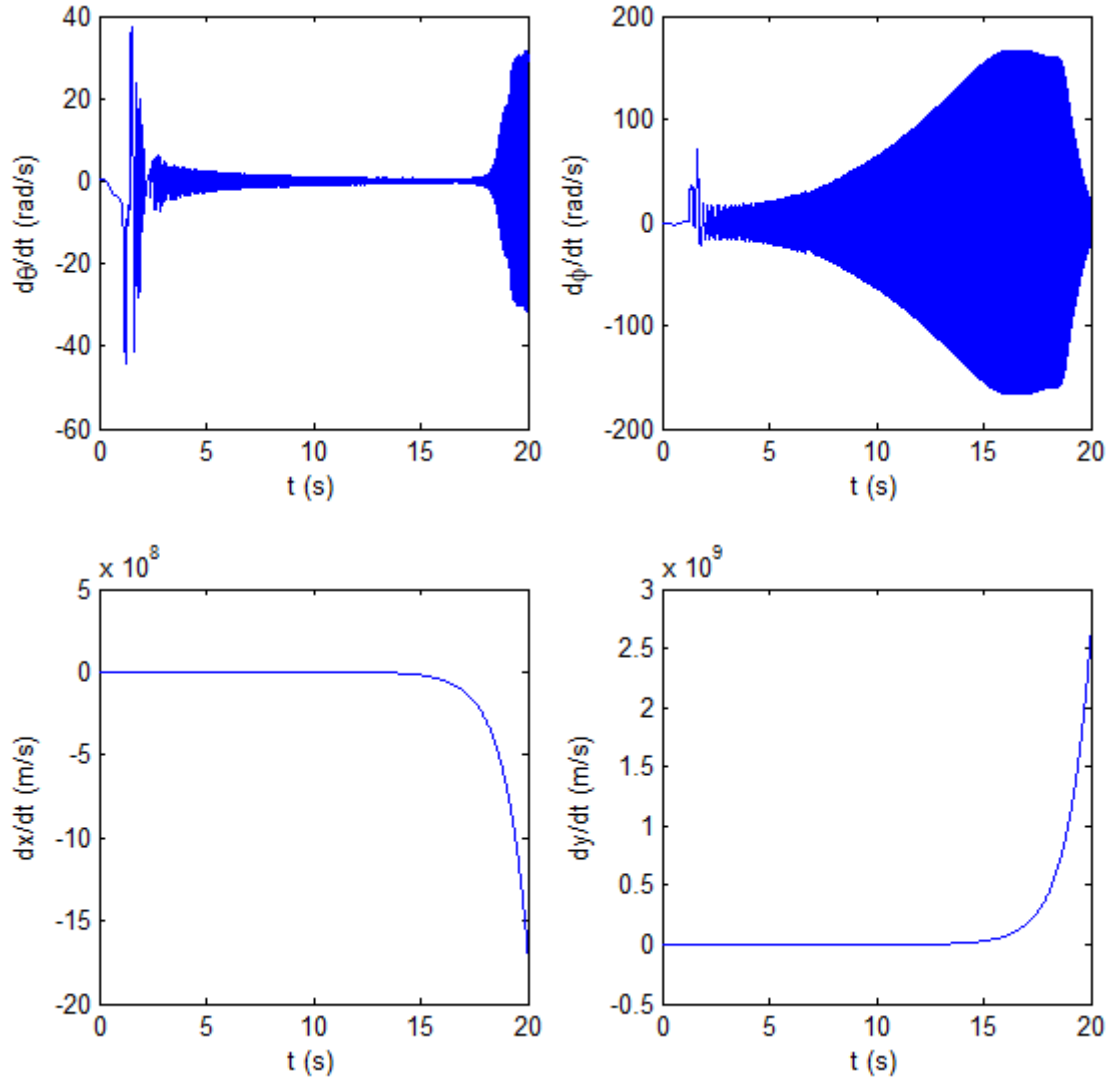
Şekil 4.2: Kutup Yerleştirme Kontrolü uygulandığında farklı seçilen kutuplarda sistemin hız cevabı



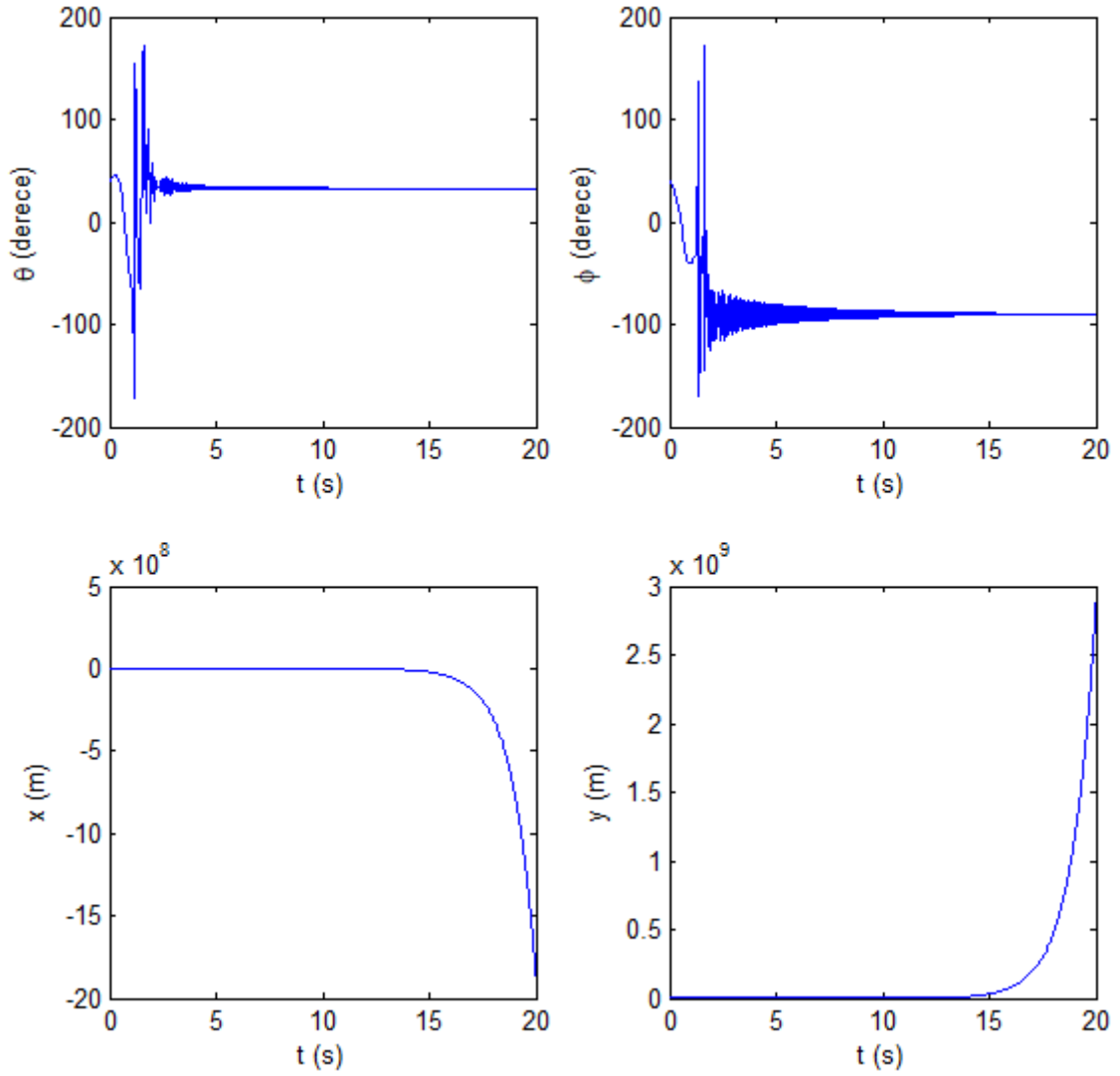
**Şekil 4.3:** Kutup Yerleştirme Kontrolü uygulandığında farklı seçilen kutuplarda sistemin konum cevabı

Seçilen her iki kutup değerlerinde de sistemin kararlı olduğu gözlemlenmiştir. Sistem kutuplarının değişmesiyle sistemin denge durumuna gelme hızları da değişmektedir. Sistem kutuplarının negatif reel eksende sıfırdan uzaklaşmasıyla sistem cevabı hızlanmaktadır. Fakat bunun kuvvet değerlerini de etkileyeceği unutulmamalıdır. Sistem cevabı hızı arttıkça arabaya uygulanması gereken kuvvet değerleri de artacaktır. Burada motor gücü, araba stroğu gibi fiziksel sınırlamalar göz önünde bulundurularak uygun kutup değerleri seçilmelidir.

Sistem kutupları  $-2$  civarında  $\theta$  ve  $\phi$  40 derece olarak seçildiğinde sistem simülasyonu Şekil 4.4 ve Şekil 4.5'te görüldüğü gibi kararsız davranış sergilemektedir.



**Şekil 4.4:** Kutup Yerleştirme Kontrolü uygulandığında kararsız davranış gösteren sistemin sistemin hız cevabı



**Şekil 4.5:** Kutup Yerleştirme Kontrolü uygulandığında kararsız davranış gösteren sistemin sistemin konum cevabı

Sistem kutupları sıfırdan uzaklaştıkça sistem çubuğu daha büyük açılarda denge konumuna getirebilir fakat daha önce bahsedildiği gibi kuvvet olumsuz etkilenecektir. Sistem, açılar sıfır civarında lineerleştirildiği için yapılan kabul sonucunda kontrolcü açılar sıfıra ne kadar yakın olursa o kadar doğru sonuçlar verecektir.

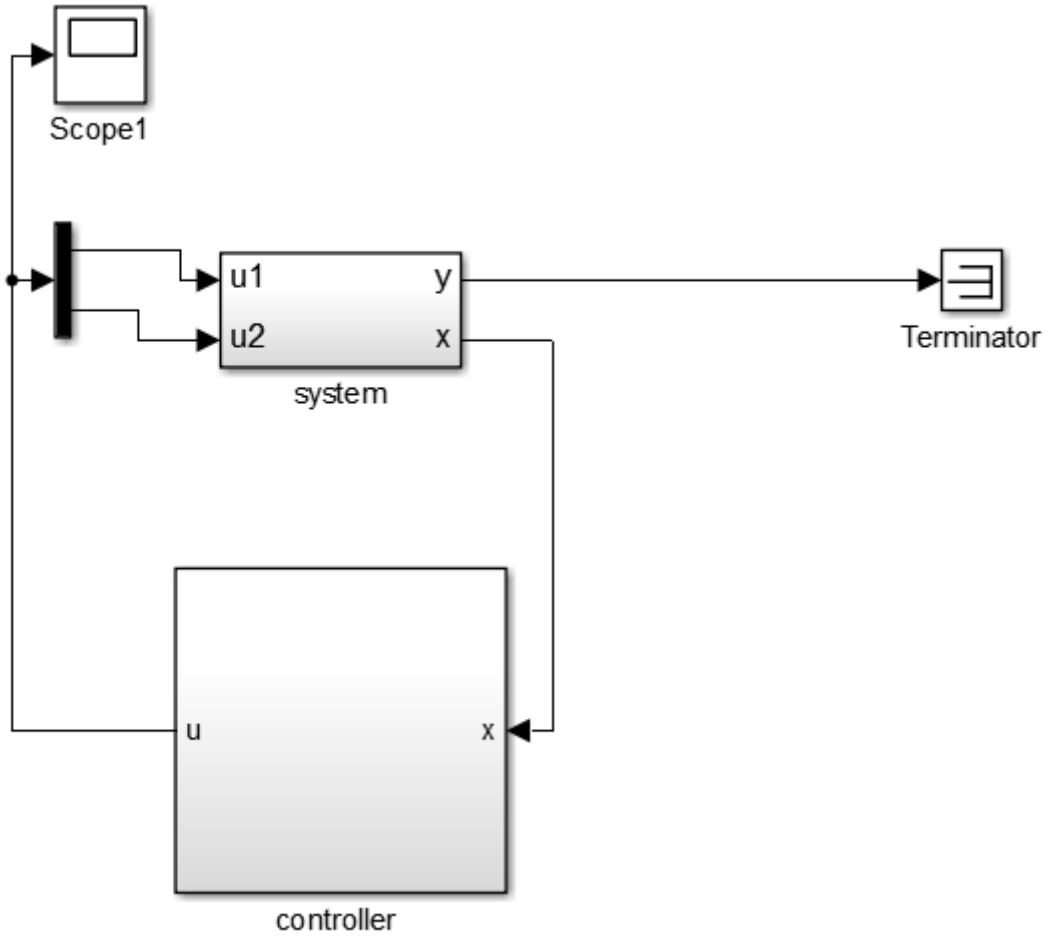
### 4.3 DOĞRUSAL KARESEL DÜZENLEYİCİ KONTROLÜ İLE SİSTEMİN SİMÜLASYONU

Sistemin kontrol edilebilmesi için, ölçemediğimiz dört durumu gözlemlememiz gerekmektedir. Bunlar çubuğun açısal hızları ve arabanın hızlarıdır. MATLAB yardımıyla kapalı çevrim sistemini kontrol etmek için K kontrol kazanç matrisi ve L gözlemci kazanç matrisi bulunur.

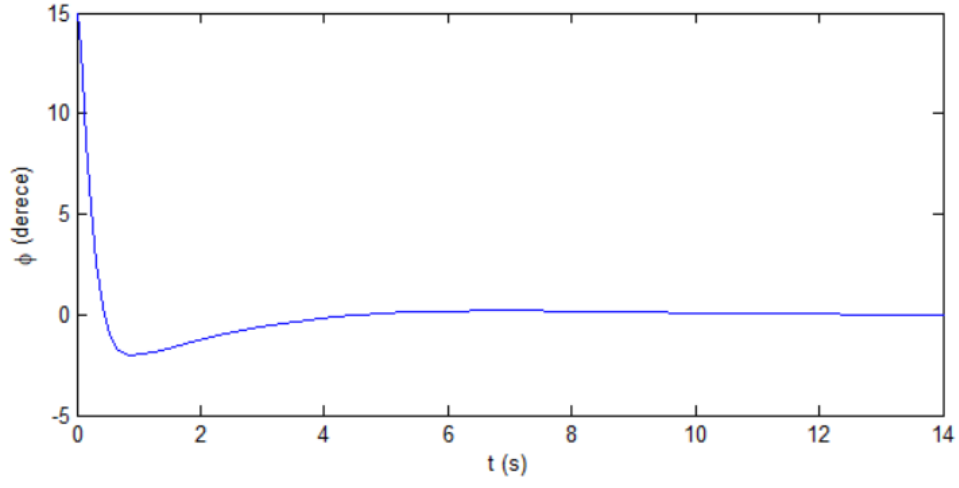
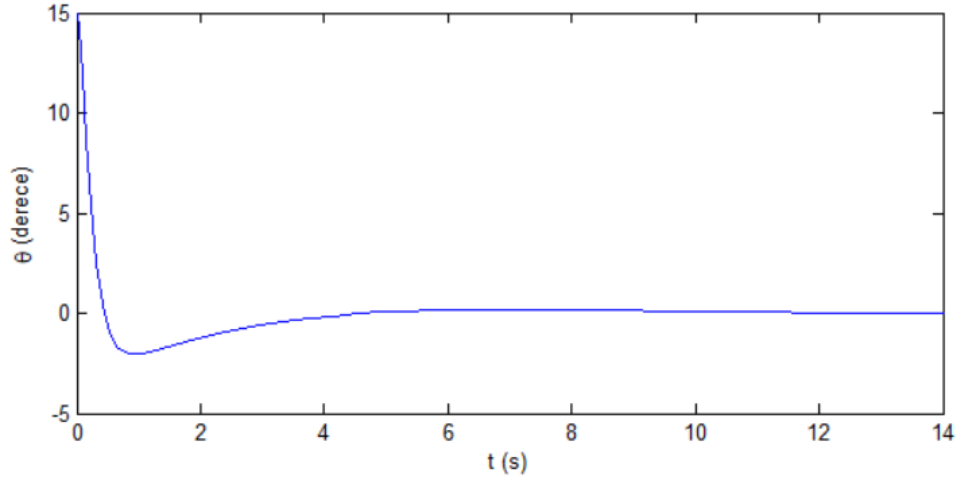
K kontrol kazanç matrisini  $\text{lqr}(A,B,Q,R)$  komutuyla ve L gözlemci kazanç matrisini  $\text{place}(A',C',\text{obp})$  komutunun transpozisini alarak bulmak için Q ve R matrisleri yazılır.

$$Q = C^T C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

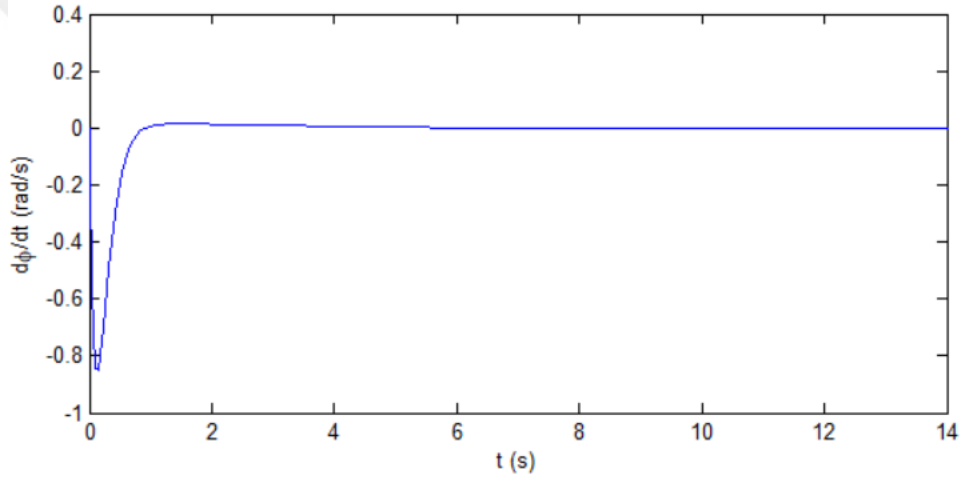
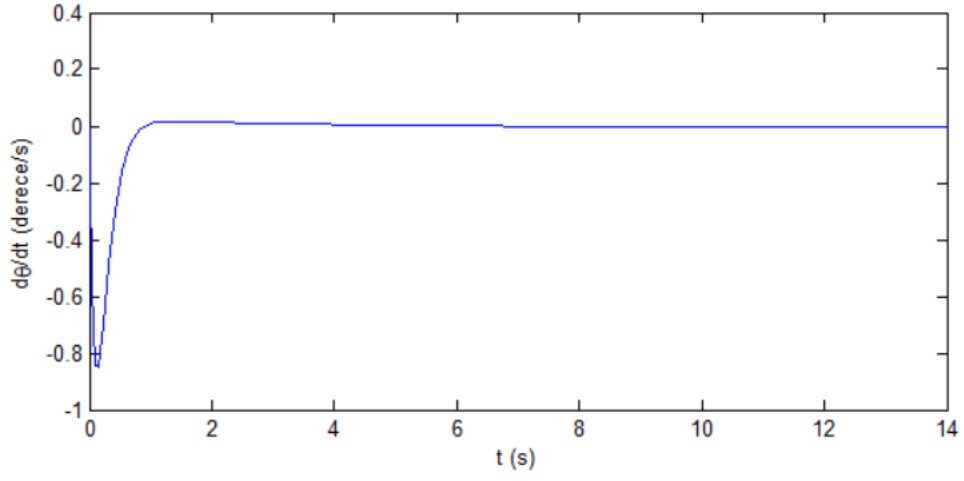
$$R = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$



Şekil 4.6: Doğrusal Karesel Düzenleyici Blok Diyagramı

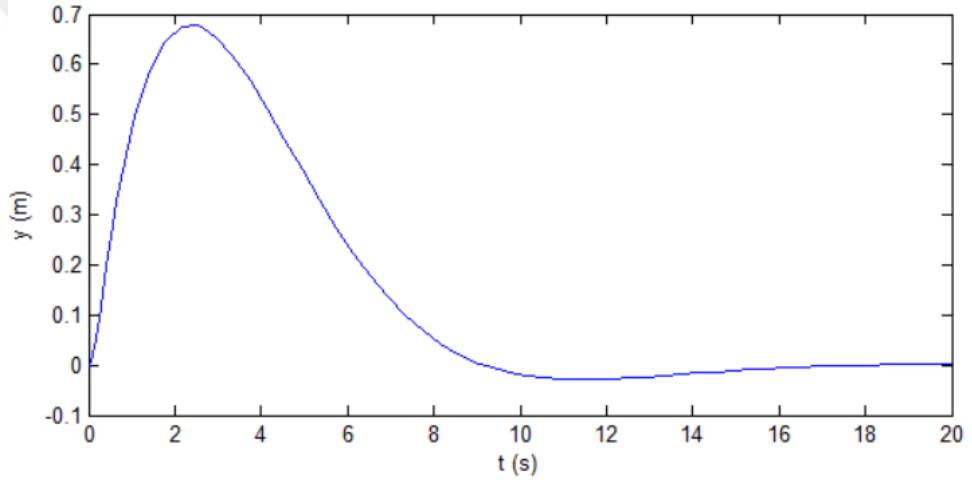
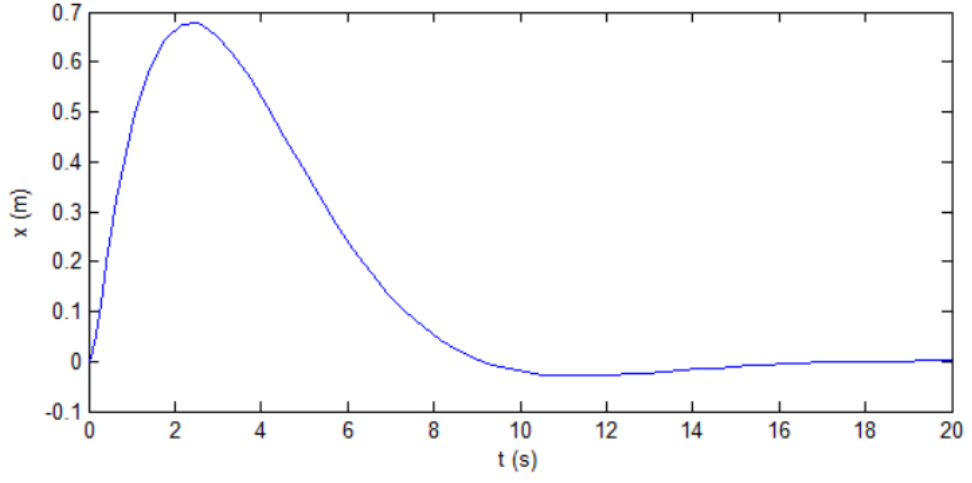


Şekil 4.7: Doğrusal Karesel Düzenleyici Sistemin Açısal Cevabı

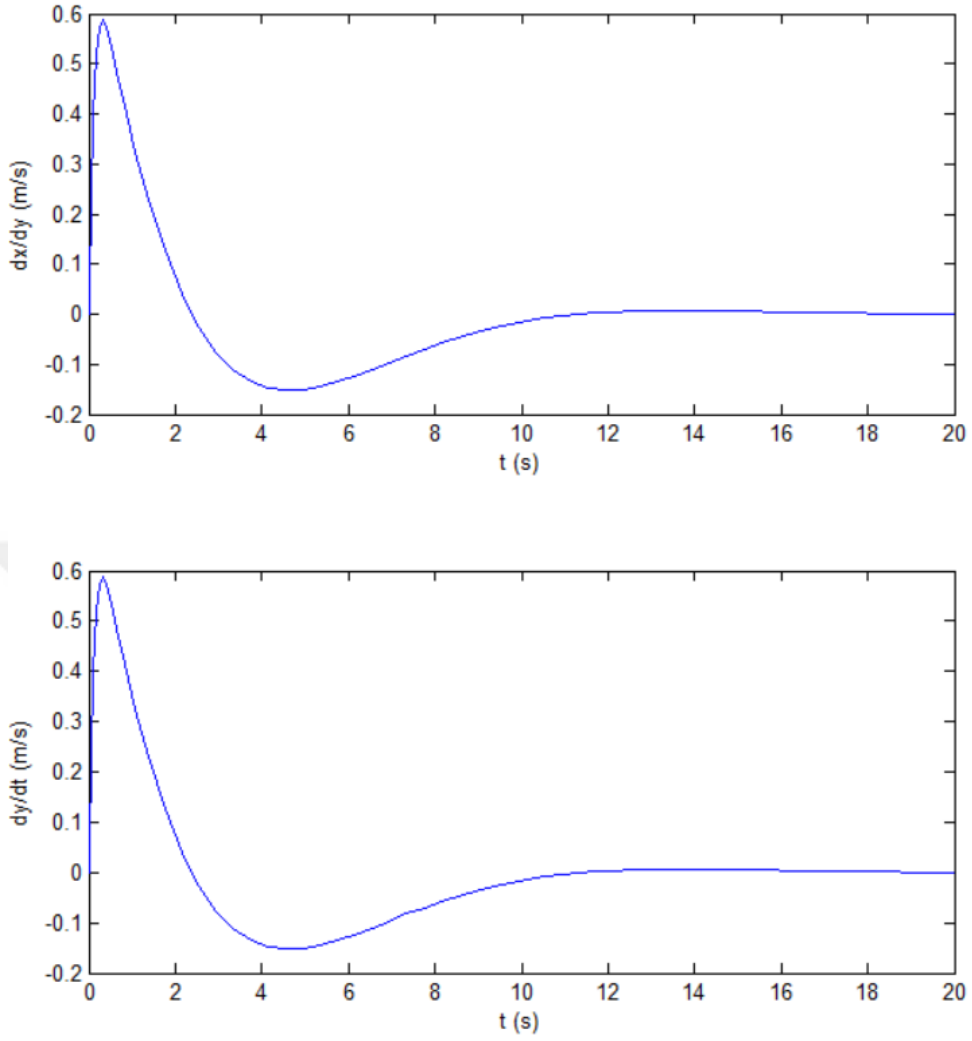


**Şekil 4.8:** Doğrusal Karesel Düzenleyici Sistemin Açısal Hız Cevabı





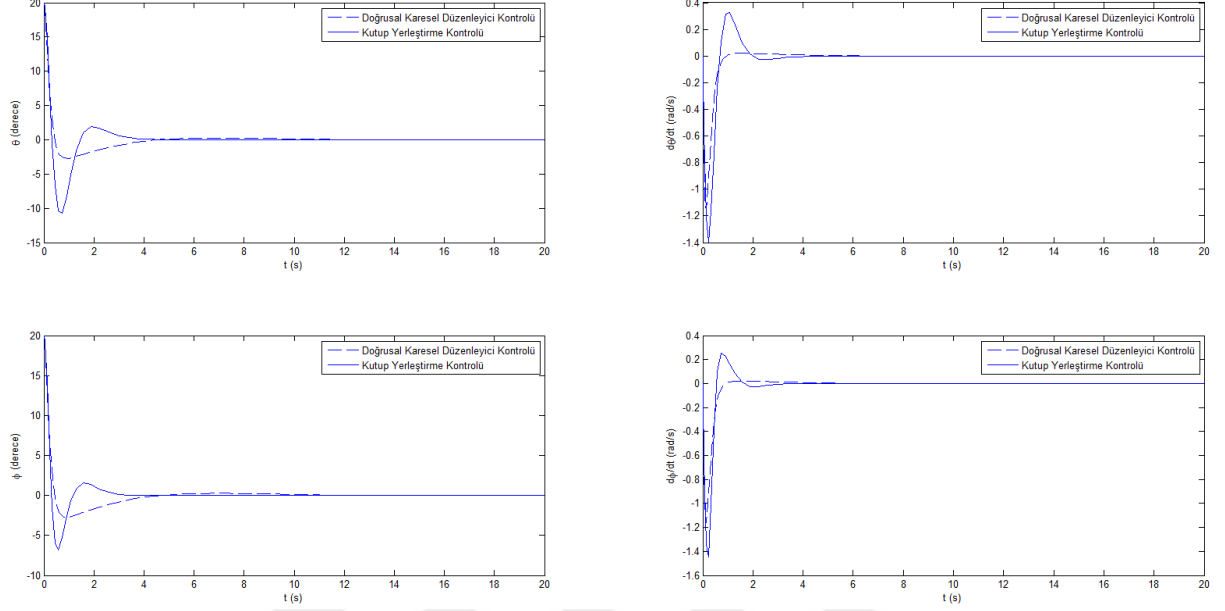
Şekil 4.9: Doğrusal Karesel Düzenleyici Sistemin Konum Cevabı



**Şekil 4.10:** Doğrusal Karesel Düzenleyici Sistemin Hız Cevabı

Sistem cevaplarında açıkça görüldüğü üzere doğrusal karesel düzenleyici ile sistem denge konumuna ulaşabilmiştir fakat bu kontrolcünün uygulanabilmesi için tüm durum değişkenleri gözlemlenebilir olmalıdır. Gerçek sistemde tüm durum değişkenleri gözlemlenemediğinden sisteme Gözlemciye Dayalı Doğrusal Karesel Kontrolcü uygulanacaktır.

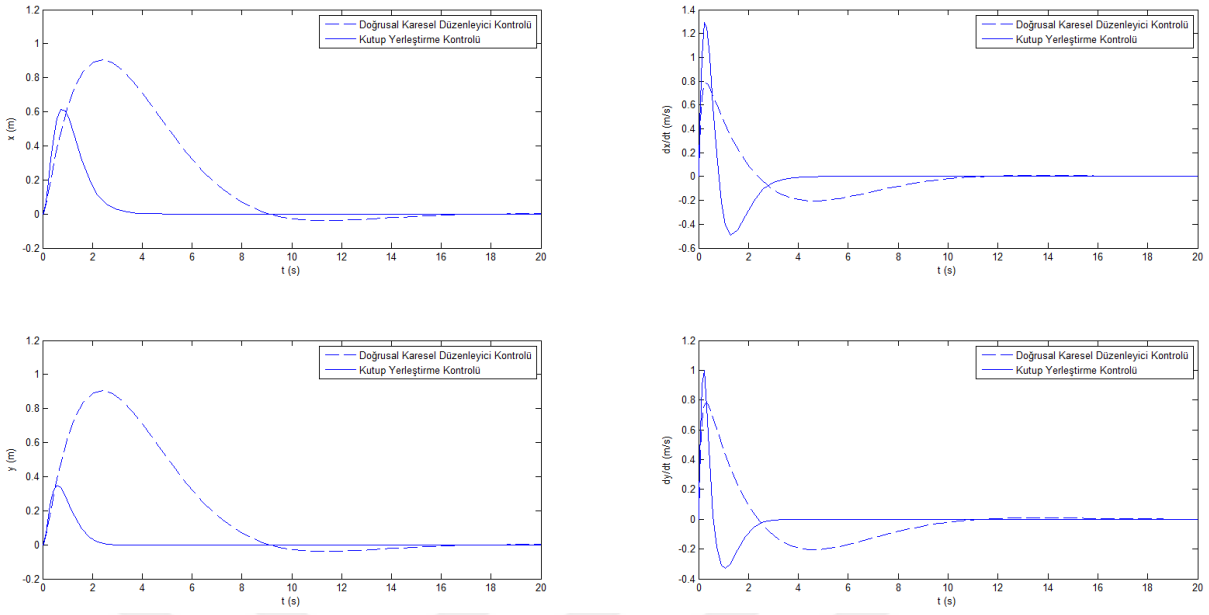
#### 4.4 DOĞRUSAL KARESEL DÜZENLEYİCİ İLE KUTUP YERLEŞTİRME KONTROLCÜLERİN KARŞILAŞTIRILMASI



**Şekil 4.11:** Doğrusal Karesel Düzenleyici Kontrol ile Kutup Yerleştirme Kontrolü uygulanmış sistemdeki sarkaç açılarının ve açısal hızlarının karşılaştırılması

Araba konumu başlangıçta sıfır konumunda ve sarkaç açıları  $\theta$  ve  $\phi$  20 derece iken kutup yerleştirme kontrolünde gözlemciye dayalı doğrusal karesel düzenleyici kontrole kıyasla sarkaç daha büyük açılarda salınım yaparak daha çabuk sıfır denge konumuna geldiği gözlemlenmektedir.

Maksimum açısal hızın kutup yerleştirme kontrolüne kıyasla doğrusal karesel düzenleyici kontrolde daha fazla olduğu gözlemlenmektedir.



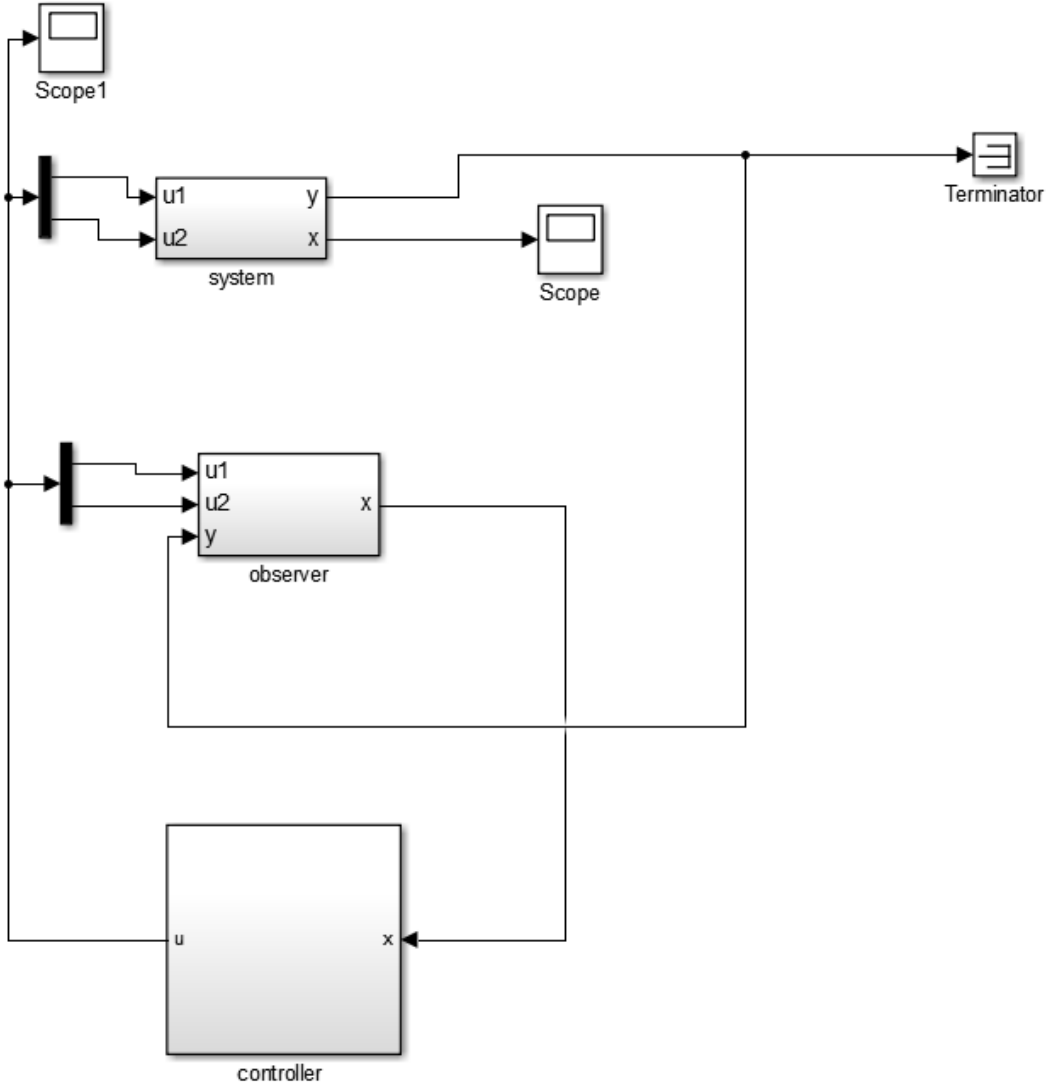
**Şekil 4.12** Doğrusal Karesel Düzenleyici Kontrol ile Tam Durum Beslemeli kontrol uygulanmış sistemdeki sarkaç açılarının karşılaştırılması

Araba konumu başlangıçta sıfır konumunda ve sarkaç açıları  $\theta$  ve  $\phi$  20 derece iken kutup yerleştirme kontrolü çubuğu dik konuma getirerek arabayı sıfır noktasına gözlemciye dayalı doğrusal karesel düzenleyici kontrole göre iki kat daha hızlı çekebilmiştir. Sistemi kararlı duruma getirebilmek için x doğrultusunda kat ettikleri mesafe birbirlerine çok yakın iken y doğrultusunda sistem kutup yerleştirme kontrolü, gözlemciye dayalı doğrusal karesel düzenleyici kontrole göre yaklaşık yarı yol kat etmiştir.

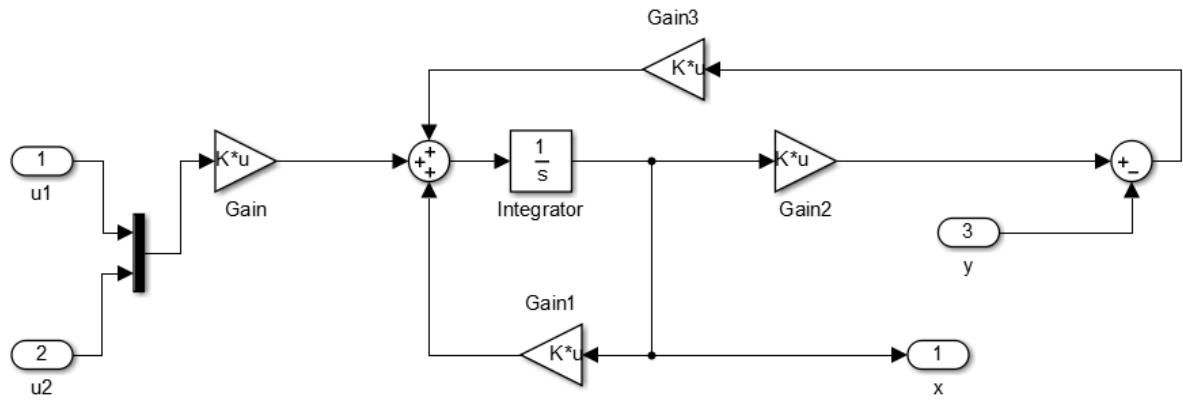
Arabanın x doğrultusundaki maksimum hızı kontrolcüye göre değişkenlik gösterirken y doğrultusunda ulaştığı maksimum hızlar benzerlik göstermektedir.

#### 4.4.1 Gözlemciye Dayalı Doğrusal Karesel Düzenleyici ile Sistemin Simülasyonu

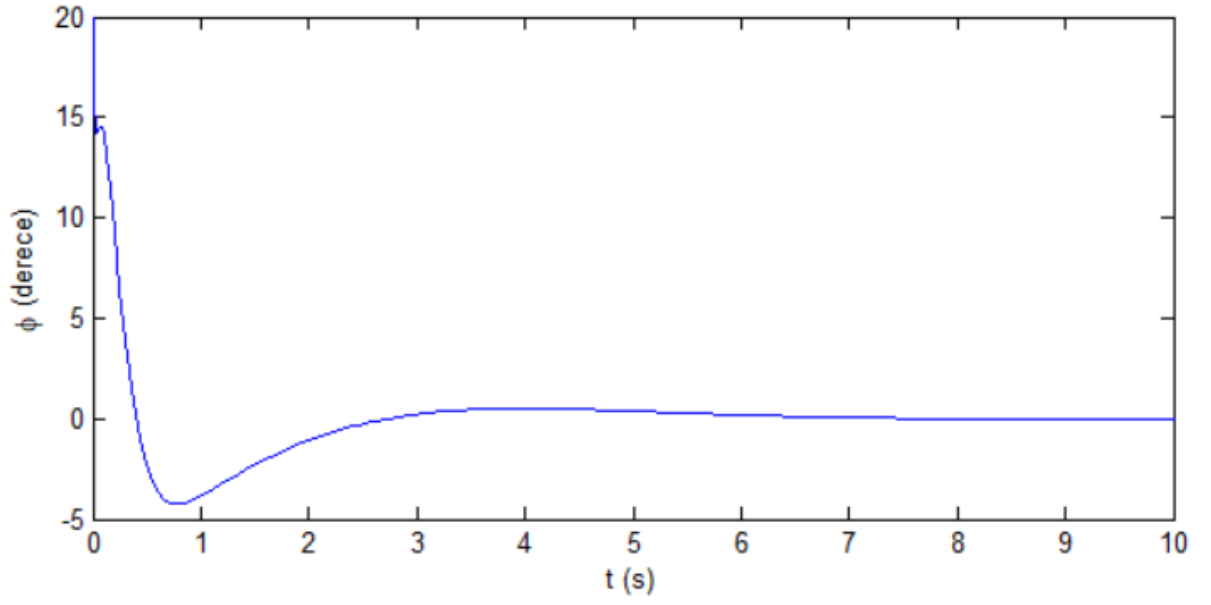
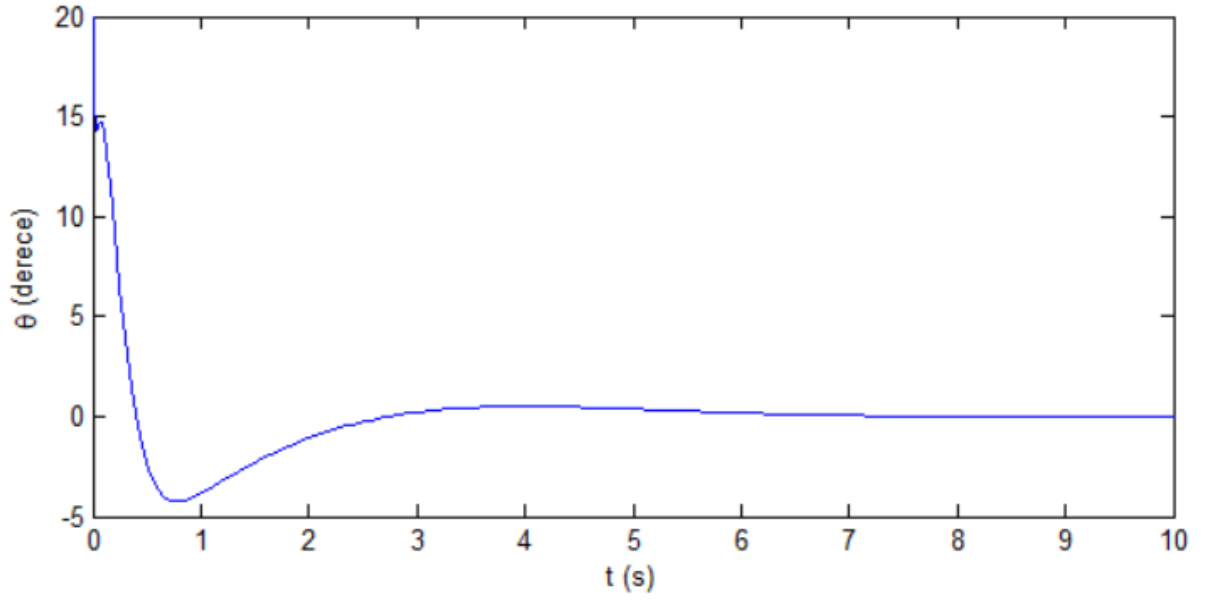
Gözlemciye dayalı kapalı çevrim sisteminin blok diyagramı Matlab Simulink'te Şekil 4.13'teki gibi oluşturulur. Şekil 4.14'te ise sistem içerisindeki gözlemci tasarımı gösterilmiştir.



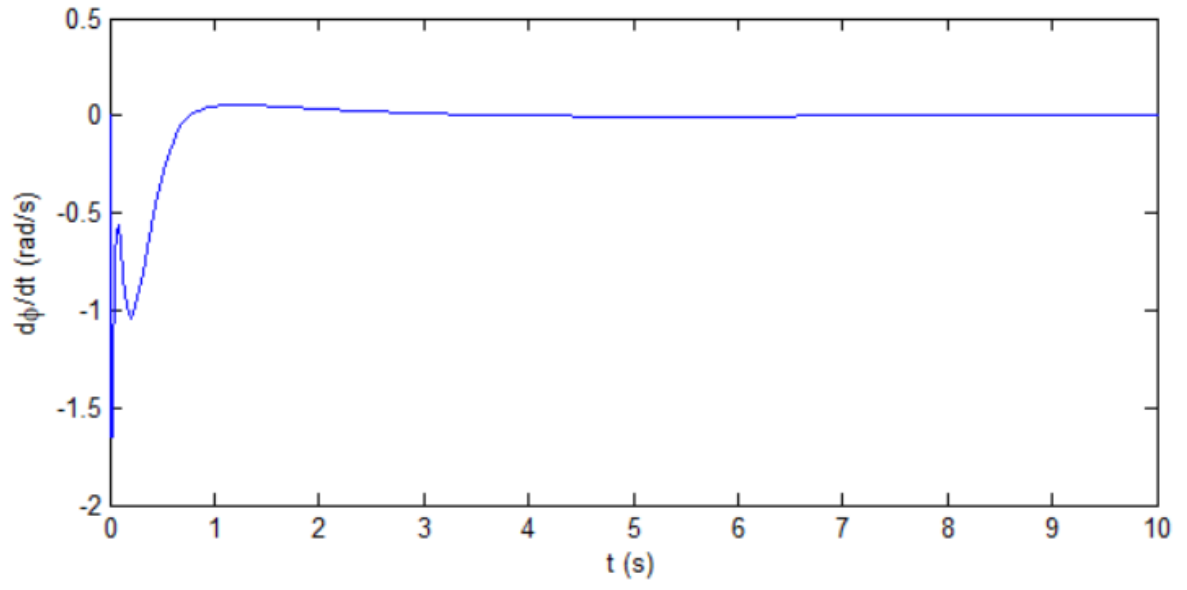
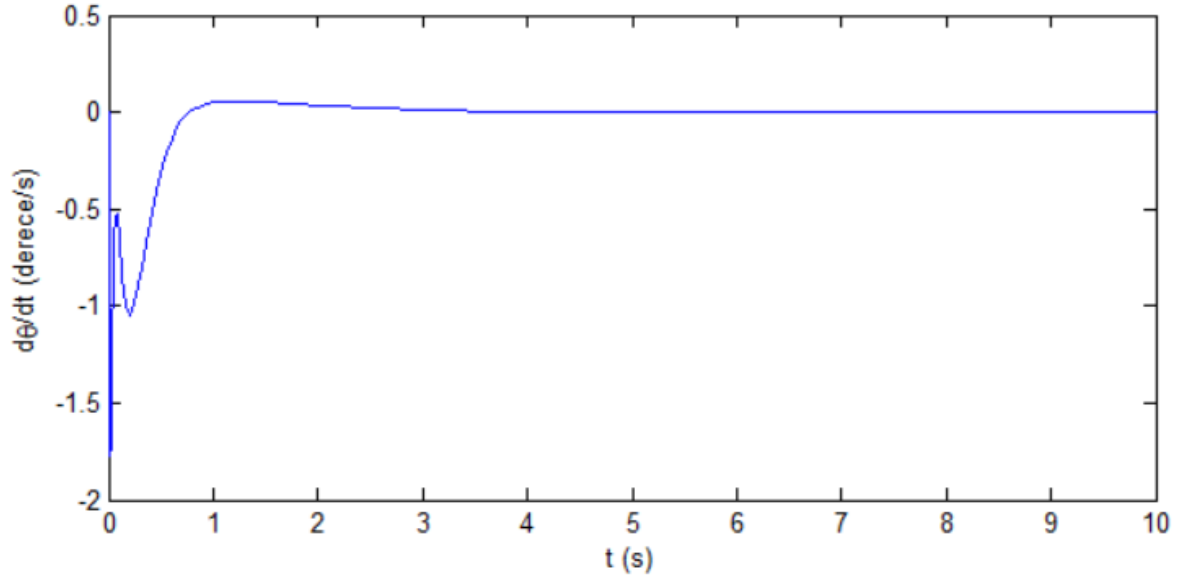
Şekil 4.13: Gözlemciye dayalı Doğrusal Kuadratik Düzenleyici Kontrolü Blok Diagramı



Şekil 4.14: Gözlemci Blog Diagramı

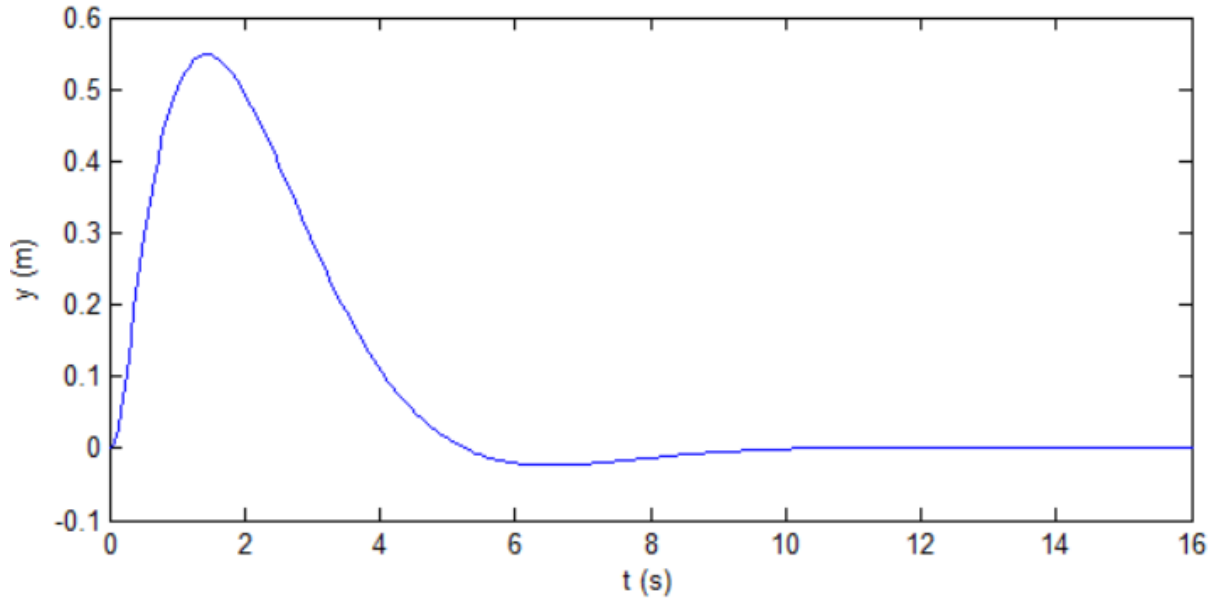
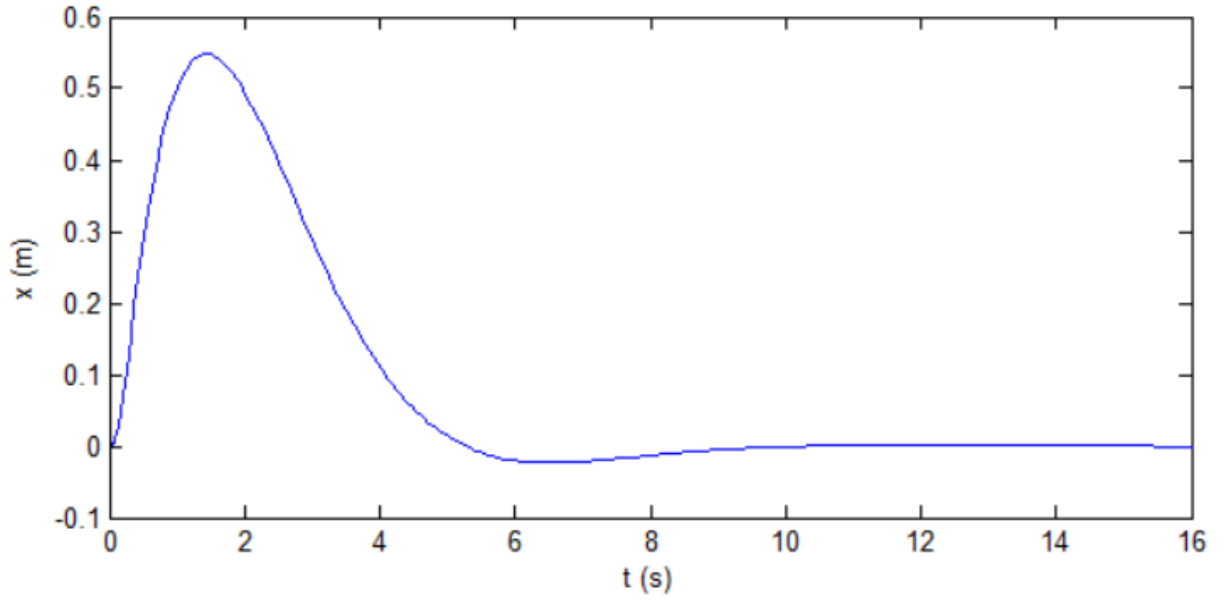


Şekil 4.15: Gözlemciye Dayalı Doğrusal Karesel Düzenleyici Sistemin Açık Cevabı

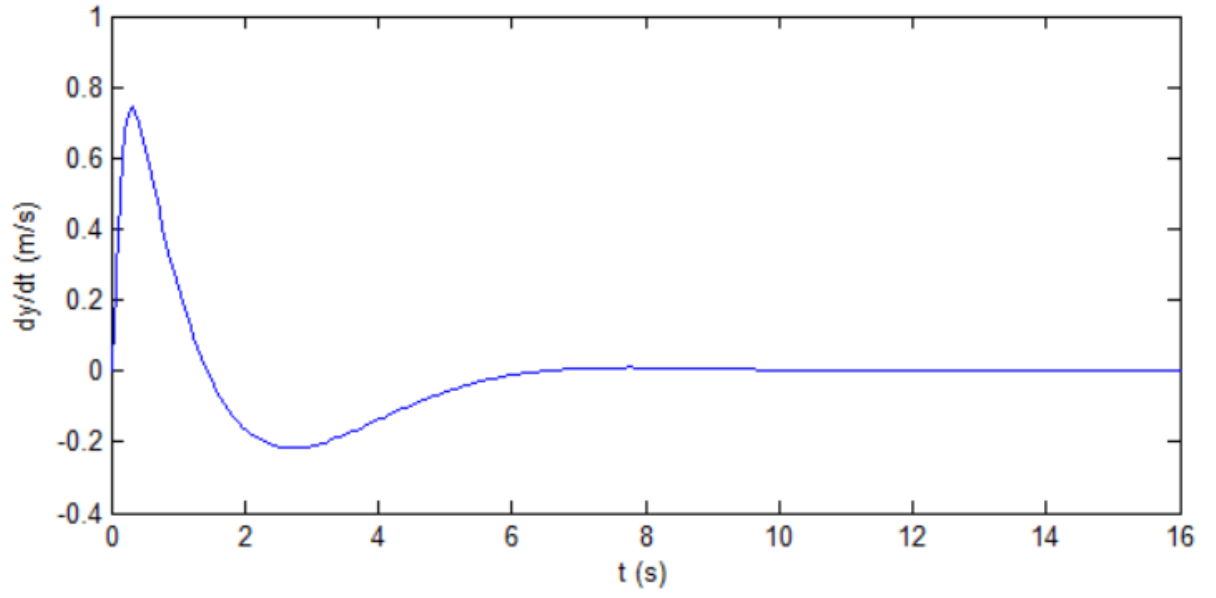
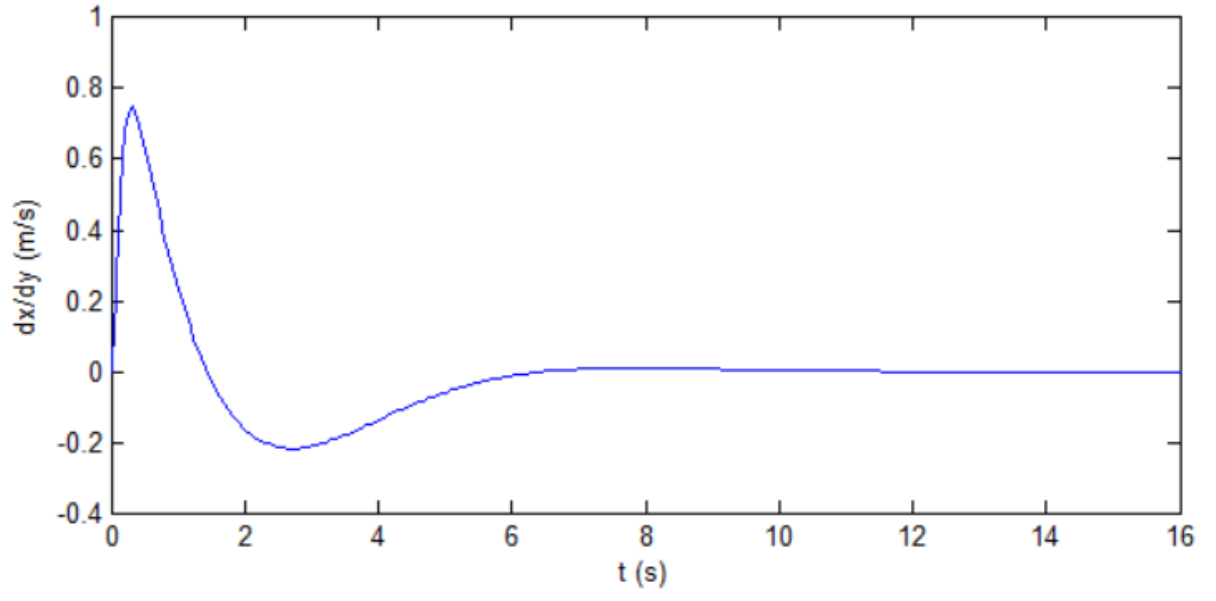


Şekil 4.16: Gözlemciye Dayalı Doğrusal Karesel Düzenleyici Sistemin Açısal Hız Cevabı





Şekil 4.17: Gözlemciye Dayalı Doğrusal Karesel Düzenleyici Sistemin Konum Cevabı



Şekil 4.18: Gözlemciye Dayalı Doğrusal Karesel Düzenleyici Sistemin Hız Cevabı

## 5. TARTIŞMA VE SONUÇ

Bu tez çalışmasında, küresel ters sarkaç sistemi doğrusal bir kontrolcü olan doğrusal karesel düzenleyici uygulanarak kontrol edilmiştir. Bu nedenle öncelikli olarak sistemin doğrusal olmayan hareket denklemleri çıkarılmış sonrasında bu denklemler Taylor serisi kullanılarak doğrusallaştırılmıştır. Çubuğun dik denge konumuna yakın açılarda hareket edeceği kabulü ile doğrusallaştırma işlemi sistemin denge noktası civarında yapılmıştır. Sonrasında bu hareket denklemleri kullanılarak doğrusal kontrolcü için gerekli olan sistem matrisleri ve durum uzay modeli oluşturulmuştur.

Normal şartlarda bir sisteme doğrusal karesel düzenleyici uygulanabilmesi için sistemin tüm durum değişkenlerinin ölçülebilir olması gerekmektedir. Öncelikle sistemin tüm durum değişkenlerini ölçülebilir kabul ederek kutup yerleştirme kontrolü ve doğrusal karesel düzenleyici kontrolü uygulayarak MATLAB yardımıyla sistemin kontrol edilebildiği görülmüştür. Aynı zamanda kutup yerleştirme yönteminde farklı kutuplardaki sistem cevapları tartışılmıştır ve sonuçları doğrusal karesel düzenleyici kontrolünde elde edilen sistem cevabı ile karşılaştırılmıştır. Karşılaştırma sonucunda her iki kontrolcünün sistem cevaplarının birbirine yakın olduğu ve her iki kontrolcünün de çubuğu ve arabayı denge konumuna getirebildiği görülmüştür. Ancak kutup yerleştirme yönteminde sistem, başlangıçta sarkaç açılarının çubuğun denge konumundan çok fazla uzaklaşmayacak açı değerlerinde denge konumuna getirilebilirken doğrusal karesel düzenleyici yöntemi ile teoride açı sınırlaması olmaksızın sistem denge konumuna getirilebilmiştir.

Gerçek uygulamalarda çubuğun ve arabanın hızlarını ölçemediğimiz için ölçülemeyen bu durum değişkenleri için gözlemci kullanılmış ve böylece sistem gözlemciye dayalı doğrusal karesel düzenleyici ile kontrol edilmiştir.

Bu çalışma kapsamında gerçekte doğrusal olmayan bir sisteme belirli kabullerle doğrusal kontrolcüler uygulanmıştır. Gelecek uygulamalarda doğrudan doğrusal olmayan sistemlere uygulanabilen sliding mode, bulanık mantık ve yapay sinir ağları gibi daha gelişmiş kontrol yöntemleri uygulanabilir.

## KAYNAKLAR

- [1]. Kumar, P., Mehrotra, O.N., Mahto, J., 2012, Controller Design Of Inverted Pendulum Using Pole Placement and LQR, *IJRET: International Journal of Research in Engineering and Technology*, V. 1, Issue 4, Pg. 532 – 538.
- [2]. Shishaye, T., 2012, *Controlling an inverted pendulum using full state feedback controller*, [https://www.academia.edu/4468049/Controlling\\_an\\_Inverted\\_pendulum\\_using\\_state\\_space\\_modeling\\_method\\_step\\_by\\_step\\_design\\_guide\\_for\\_control\\_students](https://www.academia.edu/4468049/Controlling_an_Inverted_pendulum_using_state_space_modeling_method_step_by_step_design_guide_for_control_students), [Ziyaret tarihi: 17 Eylül 2018]
- [3]. Varghese, E.S., Vincent, A., Bagyaveereswaran, V., 2017, Optimal Control of Inverted Pendulum System Using PID Controller, LQR and MPC, *IOP Conf. Series: Materials Science and Engineering* 263 052007.
- [4] Zhangab, C., Hub, H., Gub, D., Wang, J., 2017, Cascaded Control for Balancing an Inverted Pendulum on a Flying Quadrotor, *Robotica*, V. 35, Issue 6, Pg. 1263-1279.
- [5] SMITH, J.O., 2007, Controllability and Observability, [https://ccrma.stanford.edu/~jos/fp/Controllability\\_Observability.html](https://ccrma.stanford.edu/~jos/fp/Controllability_Observability.html), [Ziyaret tarihi: 8 Aralık 2018]
- [6] Engin T., Çengel A. Y., 2008, Mühendisler İçin Diferansiyel Denklemler, [https://www.academia.edu/6535572/M%C3%BChendisler\\_%C4%B0%C3%A7in\\_Diferansiyel\\_Denklemel\\_Engin\\_%C3%87engel\\_-1\\_-M%C3%BChendisler%C4%B0%C3%A7in\\_D%C4%B0FERANS%C4%B0YELDENKLEMLER](https://www.academia.edu/6535572/M%C3%BChendisler_%C4%B0%C3%A7in_Diferansiyel_Denklemel_Engin_%C3%87engel_-1_-M%C3%BChendisler%C4%B0%C3%A7in_D%C4%B0FERANS%C4%B0YELDENKLEMLER), [Ziyaret tarihi 24 Kasım 2018]
- [7] Li P., 2008, Pole Placement via State Feedback, <http://www.me.umn.edu/courses/me8281/notes/statefeedback.pdf>, [Ziyaret tarihi: 12 Ocak 2019]
- [8] Murray M. R., 2006, LQR Control, <https://www.cds.caltech.edu/~murray/courses/cds110/wi06/lqr.pdf>, [Ziyaret tarihi 18 Ocak 2019]

[9] Passino K. M., 2002, Quijano N., Linear Quadratic Regulator and Observer Design for a Flexible Joint,

<http://www2.ece.ohio-state.edu/~passino/lab4prelab.pdf> [Ziyaret tarihi 25 Ocak 2019]



## ÖZGEÇMİŞ

Kişisel Bilgiler	
Adı Soyadı	Dilara TAN
Doğum Yeri	Gölcük
Doğum Tarihi	24.12.1991
Uyruğu	<input checked="" type="checkbox"/> T.C. <input type="checkbox"/> Diğer:
Telefon	0505 602 8649
E-Posta Adresi	dilaratapdik@gmail.com
Web Adresi	



Eğitim Bilgileri	
Lisans	
Üniversite	İstanbul Üniversitesi
Fakülte	Mühendislik Fakültesi
Bölümü	Makine Mühendisliği
Mezuniyet Yılı	11.07.2014

Yüksek Lisans	
Üniversite	İstanbul Üniversitesi-Cerrahpaşa
Enstitü Adı	Lisansüstü Eğitim Enstitüsü
Anabilim Dalı	Makine Mühendisliği
Programı	Makine Mühendisliği Programı