



T.C.
KONYA TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
LİSANSÜSTÜ EĞİTİM ENSTİTÜSÜ



ELİPSOİDAL YÜKSEKLİKLERİN
ORTOMETRİK YÜKSEKLİĞE
DÖNÜŞÜMÜNÜN MATLAB İLE
PROGRAMLANMASI

Hasan Hüseyin KILIÇ

YÜKSEK LİSANS

Harita Mühendisliği Anabilim Dalı

Haziran-2019
KONYA
Her Hakkı Saklıdır

TEZ KABUL VE ONAYI

Hasan Hüseyin KILIÇ tarafından hazırlanan "Elipsoidal Yüksekliklerin Ortometrik Yüksekliğe Dönüşümünün Matlab ile Programlanması" adlı tez çalışması 17/06/2019 tarihinde aşağıdaki jüri tarafından oy birliği ile Konya Teknik Üniversitesi Lisansüstü Eğitim Enstitüsü Harita Mühendisliği Anabilim Dalı'nda YÜKSEK LİSANS TEZİ olarak kabul edilmiştir.

Jüri Üyeleri

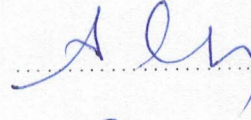
Başkan-Danışman
Prof. Dr. Cevat İNAL

Üye
Prof. Dr. Ayhan CEYLAN

Üye
Doç. Dr. Salih ALÇAY

İmza







Yukarıdaki sonucu onaylarım.

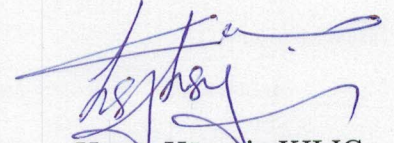
Prof. Dr. Yakup KARA
Enstitü Müdürü

TEZ BİLDİRİMİ

Bu tezdeki bütün bilgilerin etik davranış ve akademik kurallar çerçevesinde elde edildiğini ve tez yazım kurallarına uygun olarak hazırlanan bu çalışmada bana ait olmayan her türlü ifade ve bilginin kaynağına eksiksiz atıf yapıldığını bildiririm.

DECLARATION PAGE

I hereby declare that all information in this document has been obtained and presented in accordance with academic rules and ethical conduct. I also declare that, as required by these rules and conduct, I have fully cited and referenced all material and results that are not original to this work.



Hasan Hüseyin KILIÇ

27.06/2019

ÖZET

YÜKSEK LİSANS

ELİPSOİDAL YÜKSEKLİKLERİN ORTOMETRİK YÜKSEKLİĞE DÖNÜŞÜMÜNÜN MATLAB İLE PROGRAMLANMASI

Hasan Hüseyin KILIÇ

**Konya Teknik Üniversitesi
Lisansüstü Eğitim Enstitüsü
Harita Mühendisliği Anabilim Dalı**

Danışman: Prof. Dr. Cevat İNAL

2019, 114 Sayfa

**Jüri
Prof. Dr. Cevat İNAL
Prof. Dr. Ayhan CEYLAN
Doç. Dr. Salih ALÇAY**

GNSS teknikleri ile yüksek doğruluklu nokta konum bilgisi hızlı ve ekonomik olarak üretilmektedir. Ancak, bu teknik ile belirlenen yükseklikler geometrik olarak ifade edilir, referans elipsoidinin konumuna göre farklılık gösterir. Bu nedenle, elipsoidal yükseklikler doğrudan jeodezik amaçlarda kullanılmadığı için GNSS ile belirlenen elipsoidal yüksekliklerin ortometrik yüksekliğe dönüşümü zorunlu olmaktadır.

Bu çalışmada elipsoidal yüksekliklerin ortometrik yüksekliğe dönüşümü konusu incelenmiştir. Enterpolasyon yöntemleri kullanılarak elipsoidal yüksekliklerin ortometrik yüksekliğe dönüşümü konusunda MATLAB programlama dilinde bir program hazırlanmıştır. Bu program sayesinde uygulama alanında elipsoidal ve ortometrik yüksekliği bilinen noktalardan yararlanarak, elipsoidal yüksekliği bilinen diğer noktaların; ağırlıklı ortalama, polinom yüzeyleri ve multiquadratik enterpolasyon yöntemleri ile ortometrik yükseklikleri hesaplanabilmektedir. Hazırlanan program elipsoidal ve ortometrik yüksekliği bilinen 76 noktadan yararlanılarak test edilmiştir. Uygulamada, bu noktaların 40 tanesi dayanak noktası, 36 tanesi test noktası olarak kullanılmıştır. Ayrıca, test alanındaki noktaların yükseklikleri Türkiye Jeoidi-2003 (TG03) ile belirlenmiştir. Test noktalarının bilinen ortometrik yükseklikleri ile enterpolasyon ile belirlenen yükseklikler arasındaki farklar ve ortalama hatalar incelendiğinde, ağırlıklı ortalama ile enterpolasyonda delunay üçgenleme kriteri kullanıldığında $k=2$ için ortogonal polinomda kübik yüzeyin, ortogonal olmayan polinomda da bi-kübik yüzeyin daha iyi sonuçlar verdiği görülmüştür. Elde edilen enterpolasyon sonuçları ve TG03'e göre hesaplanan değerler birlikte değerlendirildiğinde, çalışma alanı için multiquadratik enterpolasyonun diğerlerine göre daha iyi sonuç verdiği görülmektedir.

Anahtar Kelimeler: Elipsoidal Yükseklik, Enterpolasyon Yöntemleri, Gravite Alanı, Jeoid, MATLAB, Ortometrik Yükseklik.

ABSTRACT

MS THESIS

**PROGRAMMING OF ELLIPSOIDAL HEIGHTS TO ORTHOMETRIC
HEIGHTS TRANSFORMATION WITH MATLAB**

Hasan Hüseyin KILIÇ

**Konya Technical University
Institute of Graduate Studies
Department of Geomatics Engineering**

Advisor: Prof. Dr. Cevat İNAL

2019, 114 Pages

Jury

**Prof. Dr. Cevat İNAL
Prof. Dr. Ayhan CEYLAN
Doç. Dr. Salih ALÇAY**

Positioning information which is high accurate is produced with GNSS techniques quickly and economically. However, ellipsoidal heights determined by these techniques are expressed geometrically, and show discrepancy depending on the position of the reference ellipsoid. For this reason, since the ellipsoidal heights cannot be used directly for geodetic purposes, the ellipsoidal heights determined with GNSS have to be transformed to orthometric height.

In this study, the transformation of the ellipsoidal heights to the orthometric height has been investigated. A program was developed in the MATLAB programming language to transform from the ellipsoidal heights to the orthometric height using interpolation methods. By means of this program, taking advantage of the known points with ellipsoidal height and orthometric height in the test area, the orthometric heights of other known points with only ellipsoidal heights are able to be calculated with inverse distance weighted methods, polynomial surfaces and multiquadratic methods. The prepared program was tested using 76 points which are known ellipsoidal and orthometric heights. In practice, 40 of these points were used as reference points and 36 as test points. In addition, the height of the points in the test area were determined with Turkey Geoid 2003 (TG03). When the differences between the known orthometric heights of the test points and the heights determined by interpolation and the root mean square errors(rms) are examined, it is seen that $k=2$ in inverse distance weighted methods, the cubic surface in the orthogonal polynomial, and bi-cubic surface in the non-orthogonal polynomial gave the best results. When the obtained interpolation results and the values calculated according to TG03 are evaluated together, it is seen that multiquadratic interpolation method gives better for the test area than the others.

Keywords: Ellipsoidal Height, Various Interpolation Methods, Ground Gravity Field, Geoid, MATLAB, Orthometric Height.

ÖNSÖZ

Tez çalışmam boyunca gösterdiği sabır ve özveri ile hiçbir zaman desteğini ve engin bilgilerini benden eksik etmeyen, çalışmalarımın her aşamasında önerileri ile beni yönlendiren değerli hocam ve sayın danışmanım Prof. Dr. Cevat İNAL'a, lisans ve yüksek lisans öğrenimim boyunca bilgilerini aktaran ve üzerimde emeği olan tüm saygıdeğer hocalarıma, çalışmam boyunca desteğini esirgemeyen Arş. Gör. Dr. Sercan BÜLBÜL hocama, tez konusu kapsamında çalışma alanına yönelik teknik destek ve veri temininde yardımcı olan çalışma arkadaşlarıma içtenlikle teşekkür ederim.

Bu çalışmam sırasında bana her türlü maddi ve manevi desteği olan, haklarımı hiçbir zaman ödeyemeyeceğim sevgili babam Mustafa KILIÇ ile sevgili annem Nigar KILIÇ'a ve desteğini esirgemedi her zaman yanımda olan canımdan bir parça eşim Gizem KILIÇ'a sonsuz şükranlarımı sunarım.

Hasan Hüseyin KILIÇ
KONYA-2019

İÇİNDEKİLER

ÖZET	iv
ABSTRACT.....	v
ÖNSÖZ	vi
İÇİNDEKİLER	vii
SİMGELER VE KISALTMALAR	ix
1. GİRİŞ	1
2. KAYNAK ARAŞTIRMASI	3
2.1. Tezin Bölümleri	8
3. TEORİK ESASLAR	9
3.1. Yükseklik Sistemleri.....	9
3.1.1. Jeopotansiyel yükseklik	10
3.1.2. Dinamik yükseklik	11
3.1.3. Normal yükseklik.....	11
3.1.4. Ortometrik yükseklik	12
3.1.5. Elipsoidal yükseklik.....	14
3.1.6. Elipsoidal yükseklik ile ortometrik yükseklik arasındaki ilişki.....	16
3.2. Jeoid Belirleme Yöntemleri	17
3.2.1. Astrojeodezik yöntemler.....	18
3.2.2. Gravimetrik yöntemler.....	19
3.2.3. Global jeopotansiyel modeller	20
3.2.4. Kombine modeller (GNSS/ Nivelman, GNSS/Gravimetrik vb.).....	21
3.3. Türkiye’de Jeoid Belirleme Çalışmaları	22
3.3.1. TG03 jeoidi	24
3.4. Jeoid Yüksekliklerinin Belirlenmesinde Kullanılan Enterpolasyon Yöntemleri. 26	
3.4.1. Ağırlıklı ortalama ile enterpolasyon	28
3.4.2. Polinomlar ile enterpolasyon	31
3.4.3. Multiquadratik enterpolasyon	38
3.4.4. Geoistatistiksel analiz ile enterpolasyon.....	41
3.4.5. Büyük ölçekli harita ve harita bilgileri üretim yönetmeliğine göre jeoid yüksekliklerinin belirlenmesi.....	55
4. ARAŞTIRMA SONUÇLARI VE TARTIŞMA.....	60
4.1. Uygulama Alanı	60
4.2. Sayısal Uygulama Sonuçları	61
4.2.1. Ağırlıklı ortalama ile enterpolasyon sonuçları.....	61
4.2.2. Polinomlar ile enterpolasyon sonuçları.....	64
4.2.3. Multiquadratik enterpolasyon sonuçları	71

4.2.4. Baz vektörlerinde ortometrik yükseklik farkları hesaplanarak GNSS/Ağ dengelemesi enterpolasyon sonuçları	74
4.2.5. Kriging enterpolasyon sonuçları	76
4.2.6. Hesaplama sonuçlarının yorumlanması	87
4.3. Jeo Enterpolasyon Programı	91
4.3.1. Jeo Enterpolasyon programı için gerekli veri formatları	96
4.3.2. Jeo Enterpolasyon programı çalışma prensibi	100
4.3.3. Jeo Enterpolasyon programıyla hesaplama sonuçları	106
5. SONUÇLAR ve ÖNERİLER.....	109
5.1. Sonuçlar	109
5.2. Öneriler	110
KAYNAKLAR	111
ÖZGEÇMİŞ	114

SİMGELER VE KISALTMALAR

Simgeler

a, b	: Elipsoidin büyük ve küçük yarı eksenleri
C_P	: Jeopotansiyel yükseklik
d	: Yatay mesafe
dN^*	: Jeoid değişim miktarı
f	: Basıklık
G	: Gravite
\bar{g}	: Jeoid kadar olan ortalama gravite değeri
H	: Ortometrik yükseklik
H	: Elipsoidal yükseklik
H^N	: Normal yükseklik
N	: Jeoid yüksekliği
P	: Ağırlık
T	: Bozucu potansiyel
V	: Çekim potansiyeli
U	: Normal potansiyel
W	: Gravite potansiyeli
x, y	: Projeksiyon koordinatları
Δg	: Gravite anomalisi
ΔH	: Ortometrik yükseklik farkı
γ	: Normal gravite değeri
$\bar{\gamma}$: Ortalama gravite değeri
$\gamma_{(0)}$: Yarıvariogram
σ	: Standart sapma değeri
ω	: Yerin açısal dönme hızı
η, ζ	: Çekül sapması bileşenleri
ζ	: Yükseklik anomalisi
φ, λ	: Jeodezik enlem ve boylam
Φ, Λ	: Astronomik enlem ve boylam

Kısaltmalar

BLUP	: En İyi Lineer Yansız Hesaplayıcı
BÖHHBÜY	: Büyük Ölçekli Harita ve Harita Bilgileri Üretim Yönetmeliği
EGM96	: Earth Gravitational Model 1996
EGM08	: Earth Gravitational Model 2008
EIGEN-CG03C	: Global Yer Potansiyel Modeli
EIGEN-CHAMP03S	: Global Yer Potansiyel Modeli
EIGEN-GL04C	: Global Yer Potansiyel Modeli
GGM02S	: Global Yer Potansiyel Modeli
GNSS	: Küresel Konum Belirleme Sistemleri
GRS80	: Geodetic Reference System 1980

GTOPO30	: Sayısal Yükseklik Modeli
KOH	: Karenel Ortalama Hata
OSU91A	: Global Yer Potansiyel Modeli
TAG94	: Türkiye Astrojeodezik Jeoidi
TDG92	: Türkiye Doppler Jeoidi 1992
TG91	: Türkiye Gravimetrik Jeoidi 1991
TG99	: Türkiye Jeoidi 1999
TG99A	: Güncelleştirilmiş Türkiye Jeoidi 1999
TG03	: Türkiye Jeoidi 2003
THG09	: Türkiye Hibrid Jeoidi 2009
TUDKA	: Türkiye Ulusal Düşey Kontrol Ağı
TUDKA99	: Türkiye Ulusal Düşey Kontrol Ağı 1999
TUTGA	: Türkiye Ulusal Temel GNSS Ağı
IGSN71	: Uluslararası Standart Gravite Ağı 1971

1. GİRİŞ

İnsanoğlu tarihsel süreç içerisinde üzerinde yaşadığı yerkürenin ve diğer gök cisimlerinin fiziksel özelliklerini daima merak etmiş ve her an bir arayış içerisinde olmuştur. Bu arayış ile konusu, yeryuvarının ve diğer gök cisimlerinin şeklini tespit etmek, yeryuvarı gravite alanıyla birlikte jeoid yüzeyini modellemek ve bunların zamana bağlı değişimlerini irdelemek olan Jeodezi bilim dalı doğmuştur. Yeni bir uğraş alanı olarak Jeodezi bilim dalının ortaya çıkmasıyla yeryuvarının şekline olan merak artmış, yerkremizin bilinmeyenlerine yönelik araştırmalar hız kesmeden devam etmiştir. İşte bu çaba ve hırs ile her deneyim, kendinden sonraki çalışmalara zemin hazırlamış ve sonucunda insanoğlunun yaşamsal faaliyetlerini daha da kolaylaştıran, ihtiyaç duyduğu sorunları daha hızlı şekilde çözümlen ve yeryüzü üzerindeki anlık konumunu belirleyen Küresel Konum Belirleme Sistemleri (GNSS) geliştirilmiştir.

Teknolojinin her geçen gün daha farklı buluşlara imza atmasıyla birlikte günümüzde, mühendislik disiplinine ihtiyaç duyan çalışmaların büyük kısmında ve jeodezik çalışmalarda GNSS tekniği, tüm dünyada olduğu gibi ülkemizde de yaygın olarak kullanılmaktadır. Bilindiği zere, GNSS tekniği ile fiziksel yeryüzünde istenilen herhangi bir noktada yatay konum bilgisi, coğrafi koordinatlar cinsinden enlem ve boylam (ϕ, λ) veya projeksiyon koordinatları cinsinden (x, y), düşey konum bilgisi olarak ise, elipsoidal yükseklik (h) yüksek doğrulukla elde edilebilmektedir. Özellikle yatay konuma ihtiyaç duyulan çalışmalarda sistemin kullanımı sıradanlaşarak oldukça kolaylaşmış ve rutin bir çalışma halini almıştır.

Ancak, düşey konum bilgisine ihtiyaç duyulan çalışmalarda GNSS tekniğinin sonuç ürünü olan elipsoidal yüksekliğin (h), yeryuvarı gravite alanı ile doğrudan ilişkili olan ve jeoid yüzeyine göre tanımlanan ortometrik yüksekliğe dnştirlmesi gerekmektedir. Bu zorunluluk elipsoidal yüksekliğin matematiksel anlamlı olup, pratikte fiziksel yeryüzü ile doğrudan ilişkili olan ortometrik yüksekliğin kullanılmasından kaynaklanmaktadır.

Erkaya (2006)'ya göre ortometrik yüksekliklerin elde edilme yöntemlerinden olan klasik nivelman tekniği oldukça fazla zaman ve işgücüne ihtiyaç duyulan, tatbik edilmesi klfteli ve ekonomik olmayan bir lme metodudur. Bahse konu tüm bu olumsuzluklar nedeniyle, nivelman tekniği, pratik iş akışında fazla zaman ve işgücü gerektirdiğinden mühendislik çalışmalarında en uygun çözümü sağlamakta yetersiz kaldığından işlemleri minimize edecek başka çözüm metotlarına başvurulmaktadır.

Hâlbuki GNSS tekniğine konu olan herhangi bir uygulama sahasında, yapılacak çalışmalar için yeterli doğruluk kriterini sağlayan bir yerel jeoid modelinden yararlanılması, en uygun çözüm yollarından birisi olarak karşımıza çıkacaktır. Uygulama sahasında yeterli doğruluğu sağlayan jeoid modelinin var olması, hem nivelman gibi fazla zaman ve işgücü gerektiren uygulamaların minimal seviyede tutulmasını sağlayacak hem de elipsoidal yüksekliklerin ortometrik yüksekliğe dönüşümü gibi var olan bir problemin de ortadan kalkmasına yardımcı olacaktır.

GNSS tekniği ile belirlenen yükseklikler geometrik olarak ifade edilir ve referans elipsoidinin konumuna göre farklılık gösterir. Bu nedenle, elipsoidal yükseklikler doğrudan jeodezik amaçlarda kullanılmadığı için GNSS ile belirlenen elipsoidal yüksekliklerin ortometrik yüksekliğe dönüşümü zorunlu olmaktadır.

Bu çalışmada elipsoidal yüksekliklerin ortometrik yüksekliğe dönüşümü konusu teorik olarak incelenmiştir. Uygulamada en çok kullanılan enterpolasyon yöntemleriyle elipsoidal yüksekliklerin ortometrik yüksekliğe dönüşümü konusunda MATLAB programlama dilinde bir program hazırlanmıştır. Bu program sayesinde uygulama alanında elipsoidal ve ortometrik yüksekliği bilinen noktalardan yararlanarak, elipsoidal yüksekliği bilinen diğer noktaların; ağırlıklı ortalama, polinom yüzeyleri ve multiquadratik enterpolasyon yöntemleri ile ortometrik yükseklikleri hesaplanabilmektedir.

2. KAYNAK ARAŞTIRMASI

Tez konusu kapsamında yapılan literatür araştırmasında birçok kaynak bulunmakta olup bu bölümde kısıtlı sayıda kaynağa yer verilmiş ve kısaca tezin bölümlerine değinilmiştir.

Jekeli (2000) tarafından yayınlanan uluslararası makalede, yükseklik sistemleri, jeoid, elipsoid, ortometrik yükseklik, dinamik yükseklik, normal yükseklik gibi yükseklik çeşitleri hakkında teorik bilgiler verilmiş, formülasyonları hakkında detaylı çıkarımlar yapılmış olup, jeoid yüksekliklerinin 30 m ile 110 m arasında değişiklik gösterdiği belirtilmiştir. Ayrıca, jeoid yüksekliklerinin yerel ve global olarak belirlenmesi ve çeşitli etki kaynakları kapsamlı olarak ele alınmıştır.

Ceylan ve ark. (2002) tarafından yayınlanan uluslararası makalede, GNSS/Nivelman tekniği ile elde edilen jeoid yükseklik değerleriyle, TG99 (Türkiye Jeoidi 1999) ve multiquadratik enterpolasyon tekniğiyle hesaplanan jeoid yükseklik değerlerini karşılaştırmak amacıyla Konya metropolitan alanında, homojen dağılım sergilemiş 53 adet noktadan 39 adedinin kontrol noktası, 14 adedinin ise test noktası olmak üzere uygulama yapıldığı belirtilmiştir. Yapılan çalışma neticesinde, GNSS/Nivelman ile multiquadratik enterpolasyon tekniklerinden elde edilen jeoid yükseklik farklarının - 9.1 cm ile - 4.8 cm arasında değiştiği, standart sapmanın ise ± 4.21 cm, GNSS/Nivelman ile TG99 jeoid yükseklik farklarının ise - 0.2 cm ile - 42.6 cm arasında olmakla birlikte standart sapmanın ± 22.22 cm olarak hesaplandığı vurgulanmıştır.

Lyszkwicz (2002) tarafından yayınlanan uluslararası makalede, Polonya'da yeryüzü noktalarının projeksiyon koordinatları ve elipsoidal yükseklik verisinden yararlanılarak, HGPS adlı bir program aracılığıyla jeoid yüksekliklerinin elde edildiği ve global jeoid modeli EGM96'nın geliştirilmesiyle oluşturulmuş Quasi97b kuasijeoid modelinin test edildiği belirtilmiştir. Ayrıca, HGPS programında kullanılan ağırlıklı ortalamalar ile enterpolasyon tekniğine ait teorik bilgilerle birlikte elde edilen değerlerin %95 güven aralığı ile istatistiksel testler ile (t testi, F testi ve χ^2 testi) değerlendirildiğine yer verilmiştir.

İnal ve Yiğit (2003) tarafından yayınlanan ulusal bildiride kriging enterpolasyon tekniğinin matematiksel bağıntılarıyla birlikte sayısal uygulama yapılmış ve seçilen test alanında jeoid yüksekliği bilinen 28 dayanak noktasından elipsoidal yükseklikleri bilinen 46 adet kontrol noktasının jeoid yüksekliklerinin kestirildiği, kriging tekniğinin

ağırlıklı ortalama ile multiquadratik enterpolasyon yöntemleriyle yaklaşık olarak aynı sonuçları ürettiğine yer verilmiştir.

İnal ve ark. (2003) tarafından yayınlanan ulusal bildiride jeoid yüksekliklerinin belirlenmesinde kullanılan enterpolasyon tekniklerine değinilmiş, matematiksel bağıntıları açıklanmış ve belirlenen 400 km²'lik uygulama alanında GNSS/Nivelman kombinasyonu ile elde edilen jeoid yükseklikleri kullanılarak, 4 ayrı modelleme tekniğiyle birlikte 14 alt varyasyon kullanılarak yükseklik dönüşümü yapılmıştır. Uygulama alanında ortometrik ve elipsoidal yükseklikleri bilinen 74 adet noktadan uygun dağılımda bulunan 21 adedinin dayanak noktası, 53 adet noktanın ise enterpolasyon tekniklerinin karşılaştırılmasında kullanıldığına yer verilmiştir.

İnal ve Yiğit (2004) yaptıkları çalışmada jeoid yüksekliklerini belirleme yöntemlerinden ağırlıklı ortalama, polinom yüzeyleri, multiquadratik, en küçük karelerle kollokasyon ve kriging enterpolasyon tekniklerinin teorik detaylarına yer vermiş ve seçilen üç farklı bölgede enterpolasyon tekniklerinin ürettikleri sonuçları karşılaştırmıştır. Sonuçların 5 modelleme tekniğiyle birlikte 18 alt varyasyon kullanılarak karşılaştırıldığını belirtmişlerdir.

Erol ve Çelik (2004) yaptıkları çalışmada, lokal jeoid modeli belirlemenin jeodezi bilim dalının önemli bir bölümünü oluşturduğunu vurgulayarak, jeoid modeli belirlemek için bir çok enterpolasyon yönteminin var olduğunu belirtmiş ve çalışmaya konu olan ters ağırlıklı enterpolasyon yöntemi ile kriging enterpolasyon tekniğine yönelik sayısal uygulama ve sonuçlarına yönelik değerlendirmelere değinmişlerdir. Bu amaçla yaptıkları sayısal uygulamanın İzmir ilinde 45x50 km²'lik bir alanda gerçekleştirildiğini ve 301 adet noktadan 181 adedinin dayanak noktası olarak kullanıldığını ve geriye kalan 120 noktanın yüksekliklerinin ise sözü edilen enterpolasyon tekniklerinden yararlanarak oluşturdukları bir bilgisayar programıyla belirlendiğini belirtmişlerdir. Sonuçlarda ters ağırlıklı enterpolasyon yönteminin ± 3.42 cm karesel ortalama hata ile kriging enterpolasyon yönteminin ise ± 3.07 karesel ortalama hata ile gerçek jeoid modeline yaklaştığını tespit etmişlerdir. Ayrıca, hazırladıkları bilgisayar programı için kriging yönteminin ters ağırlıklı enterpolasyon yöntemine göre daha karmaşık olduğunu fakat doğruluk açısından daha iyi sonuç verdiğini belirtmişlerdir.

Arslan ve Yılmaz (2005) tarafından yayınlanan ulusal makalede, jeoid belirleme hesap yöntemlerinden polinomlarla enterpolasyon tekniğine ilişkin teorik bilgiler ile İstanbul il sınırları içerisinde yapılan sayısal uygulamaya ait istatistikî veriler yer

almaktadır. Çalışmada polinomlarla enterpolasyon tekniğiyle yüzey için seçilen polinom derecesinin sonuçlara etkisinin araştırıldığına, uygulamada 393 adet noktanın kontrol noktası alınarak 50 adet test noktasına ilişkin jeoid yükseklik değerlerinin hesaplandığına ve GNSS/Nivelman yöntemi ile bulunan jeoid yükseklikleri ile karşılaştırılarak ve elde edilen sonuçların yorumlandığına yer vermişlerdir.

Gürdal ve Ceylan (2005) yaptıkları çalışmada, harita üretimi çalışmalarında, yer kontrol noktalarının GNSS ölçüleri ile belirlenen elipsoidal yüksekliklerin ülke yükseklik sistemine dönüştürülmesi için uygun doğruluğa sahip jeoid bilgisinin gerekli olduğunu belirterek, ülkemizde haritacılık çalışmalarında jeoid bilgisi elde etmek için, Büyük Ölçekli Harita ve Harita Bilgileri Üretim Yönetmeliği'nde yer alan dört temel yöntemin teori kısmına değinmiş ve bu hususta ülkemizde kullanılmış olan jeoid modeli TG99A'nın mühendislik çalışmalarında doğrudan kullanılabilirliği üzerine bir sayısal uygulama ile değerlendirmelerde bulunmuşlardır. Araştırmada Türkiye geneline olabildiğince homojen olarak dağılmış 167 adet test noktasının kullanıldığını ve bu noktaların TG99A'dan hesaplanan jeoid yükseklikleri ile geometrik nivelman ve GNSS/Nivelman ölçülerinden yararlanarak hesaplanan jeoid yükseklikleriyle karşılaştırıldığına yer vermişlerdir. Sonuçlara ilişkin, Türkiye geneline dağılmış 167 adet GNSS/Nivelman noktasında belirlenen GNSS/Nivelman jeoid yükseklikleri ile TG99A jeoid yükseklikleri arasındaki farkların en küçüğünün - 42.9 cm, en büyüğünün 34.7 cm ortalamasının 0.48 cm, standart sapmasının ise ± 12.7 cm olduğunu belirtmişlerdir.

Featherstone (2006) tarafından yapılan çalışmada, yükseklik sistemleri, yükseklik çeşitleri, yükseklik türlerinin gravite ile ilişkisi ve ortometrik ve normal ortometrik yüksekliklerin referans yüzeylerinin graviteyle olan ilişkisine dair teorik bilgiler yer almıştır.

Ceylan ve Akkul (2009) yaptıkları çalışmada jeoid belirleme yöntemleri, çekül sapması çeşitleri ve hesaplama teknikleri ile çekül sapması ve bileşenlerine detaylıca yer verilmiş, jeoid yükseklik farklarından çekül sapmasının hesaplanmasında kullanılan teknik açıklanarak belirlenen test ağında uygulama gerçekleştirildiğine, test ağındaki noktaların hesaplanan GNSS/Nivelman jeoid yükseklikleriyle elipsoidal yüksekliklerinden elde edilen sonuçların paralellik gösterdiği sonucuna varıldığına değinmişlerdir.

Gucek ve Başıć (2009) tarafından yayınlanan uluslararası makalede, GNSS ile elde edilen elipsoidal yükseklikler ile ortometrik ve normal ortometrik yükseklikler

arasındaki teorik ilişkiden söz edilerek, Hırvatistan Referans Yükseklik Sistemi HVRS71'in testi için, Zagreb ilinde 27 ayrı bölgeye bir nokta olmak üzere, normal ortometrik yüksekliği HGR71'e göre belirlenmiş 27 adet noktanın verilerinden yararlanarak yükseklik anomalilerinin belirlendiğine yer verilmiştir. Belirlenen yükseklik anomalilerinin, üç adedinin Taylor polinomları olarak adlandırılan FN310, FN312, FN318 modelleri ile ikisinin ise parametrik olmayan Watson ve Loess modelleriyle test edildiği belirtilmiştir. İstatistikî sonuçlara göre Taylor polinomlarından FN318'in standart sapmasının ± 4.99 cm, parametrik olmayan Loess modelinin ise standart sapmasının ± 3.07 cm olarak hesaplandığı vurgulanmıştır.

Şanlıoğlu ve ark. (2009) yaptıkları çalışmada, GNSS ile elde edilen ve fiziksel bir anlamı olmayan elipsoidal yüksekliklerin ortometrik yüksekliklere dönüşümünün gerekliliğine değinerek Konya ilinde yapılan sayısal uygulama sonuçlarına yer vermişlerdir. Uygulama alanının yaklaşık 1800 km² olduğu ve alanda Büyük Ölçekli Harita ve Harita Bilgileri Üretim Yönetmeliği'ne göre oluşturulmuş 6 adet TUTGA, 8 adet C1, 24 adet C2 ve 1218 adet C3 derece ölçü noktasının kullanıldığını belirtmişlerdir. Çalışmada uygulama noktalarının koordinatlarının Real Time Kinematik yöntemi ile elde edildiğini ve Konya jeoid modeli ile yüzey katsayılarının TUDKA'ya bağlı olarak 2.dereceden 9 parametrelili yüzey kullanılarak multiquadratik enterpolasyon tekniği ile belirlendiğini vurgulamışlardır. Belirlenen jeoid modelinin dengeleme sonucunda en küçük karesel ortalama hatasını ± 7.56 mm olarak hesaplamışlardır.

Alevizakou ve Lambrou (2011) tarafından yayınlanan uluslararası makalede, Jeodezi disiplininin öncelikli hedeflerinden birinin, jeoid yüzeyini belirlemek olduğu, bu yüzeyin bilgisinin jeoid yüksekliği olarak adlandırıldığı ve GNSS ölçüleriyle belirlenen ve fiziksel anlamı olmayan elipsoidal yüksekliklerden ortometrik yüksekliklere dönüşüm ile belirlendiği, bu dönüşüm işlemi için çeşitli yöntemlerin geliştirildiği ve bu metotların tabanında hem çekül sapması bileşenlerinin hem de gravite değişiminin yattığı yer almıştır. Ayrıca, ortometrik ve elipsoidal yüksekliklerin hassasiyetinin, ± 1 mm ile ± 2 cm arasında değiştiği belirtilmekte birlikte şehrsel alanlarda yapı yoğunluğunun olduğu bölgelerde bu hassasiyetin birkaç santimetreye ulaştığı vurgulanmıştır. Bu amaçla, Atina şehrinde uygulama yapıldığı ve üç yüzey tipiyle birlikte global jeoid modeli EGM08'den yararlanılarak jeoid yükseklik değerlerinin belirlendiği ve elde edilen sonuçların mukayese edilerek bölgeye en iyi uyan yüzey tipinin belirlenmeye çalışıldığı belirtilmiştir. Ayrıca çalışmada, uygulama sonuçlarına ilişkin, doğrudan EGM08 kullanıldığında, N değerleri arasındaki farkın ± 6

cm olduğu, lokal ölçüler kullanılarak EGM08 de iyileştirme yapıldığında ise bu farkın ± 1.5 santimetreye gerilediği, lokal jeoid modeli ile EGM08 arasındaki en büyük farkın ise 50 cm olduğu ve bu farkın sistematik hatadan kaynaklandığının düşünüldüğü ve uygulama ile bölgeye en iyi uyan yüzeylerin yüzey katsayılarının hesaplandığı yer almıştır.

Mehramuz ve ark. (2012) tarafından yapılan çalışmada, ortometrik ve normal ortometrik yükseklikler ile elipsoidal yüksekliklerin elde edilmesine ilişkin teorik bilgiler ile İran'ın üç farklı bölgesinde 10 enterpolasyon yöntemiyle hesaplanan jeoid yükseklik değerleri ve her bir yönteme ilişkin karesel ortalama hata ile maksimum ve minimum hatalara yer verilmiştir.

Çakır ve Yılmaz (2014) tarafından yayınlanan uluslararası makalede Kayseri ilinde jeoid yüksekliğinin 33.87 m ile 34.98 m arasında değiştiği bir uygulama alanında üç farklı yaklaşım (polinomlar, multiquadratik ve yapay sinir ağları) ile jeoid modellerinin belirlendiğini, uygulama alanında homojen dağılım sergileyen 291 adet kontrol noktası 100 adet test noktası olmak üzere toplamda 391 adet noktanın ortometrik yükseklikleri, elipsoidal yükseklikleri ve projeksiyon koordinatlarından yararlandığını, ortometrik yüksekliklerin ± 19 mm, elipsoidal yüksekliklerin ± 32 mm doğruluğa sahip olduğunu, üç farklı yaklaşım ile belirlenen jeoid modellerinin ürettiği sonuçlar karşılaştırıldığında istatistiksel bulgulara göre en iyi sonucu yapay sinir ağları tekniği ile belirlenen jeoid modelinin verdiğini tespit ettiklerini vurgulamışlardır.

Karaaslan ve ark. (2016) yaptıkları çalışmada Trabzon ilinde yaklaşık 4685 km²'lik uygulama alanında 600 adet C3 kontrol noktasının Gauss Krüger projeksiyon koordinatları, elipsoidal ve ortometrik yükseklik değerlerinden yararlanarak ağırlıklı ortalama, polinomlar ile multiquadratik enterpolasyon teknikleri ile yerel jeoid modeli belirlediklerine, uygulama alanında kullanılan noktaların jeoid yüksekliklerinin 24.6 m ile 30.4 m arasında değişkenlik gösterdiğine, belirlenen jeoid modellerinden üçüncü derece polinom yüzeyleri ile belirlenen jeoid modelinin en anlamlı sonuçları ürettiğine, ağırlık ortalamalarda ise $k=4$ değerine sahip ağırlık modeliyle en küçük değerlerin belirlendiğine, multiquadratik enterpolasyon tekniğinde ise test nokta sayısının artırılmasıyla sonuçların doğruluğunun artırılacağı kanısına vardıklarına yer vermişlerdir.

Odumosu ve ark. (2018) tarafından yapılan çalışmada Nijerya'nın Lagos eyaletinde bulunan kontrol ağında 216 adet noktada normal yükseklik ile ortometrik

yükseklik değerleri belirlenmiş ve yükseklik farkları hesaplanarak sonuçlar karşılaştırılmıştır.

Das ve ark. (2018) tarafından yayımlanan uluslararası makalede, Papua Yeni Gine'de Madang şehrinde 33 adet noktanın verileri kullanılarak seçilen test alanına yönelik ikinci, üçüncü ve dördüncü polinom yüzeyleri ile yerel jeoid modelinin hesaplandığı belirtilerek hesaplanan jeoid modellerinin doğruluğu analiz edildiğinde jeoid modeli geliştirmek için tüm kontrol noktaları kullanıldığında, standart sapmanın ikinci, üçüncü ve dördüncü derece polinomlarda ± 0.47 m ile ± 0.49 m arasında değiştiği, test alanına yönelik üçüncü derece polinom yüzeyi ile oluşturulan jeoid modelinin ± 22 cm hassasiyet ile en uygun sonuçları verdiği yer almıştır.

2.1. Tezin Bölümleri

Tez konusu kapsamında ilk olarak yükseklik kavramının teorik anlamına değinilerek yükseklik sistemleri ve aralarındaki ilişki hakkında bilgilere yer verilmiştir. Çalışmanın asıl amacı, elipsoidal yüksekliklerin ortometrik yüksekliklere dönüştürülmesi ve dönüşümün Matlab programlama dili yardımıyla programlanması olduğundan öncelikle jeoid ve jeoid belirleme yöntemleri hakkında teorik bilgiler verilmiş, dönüşüm probleminin çözümünde kullanılan enterpolasyon yöntemlerinden ağırlıklı ortalamalar, polinomlar, multiquadratik, kriging enterpolasyon yöntemlerinin matematiksel bağıntılarıyla birlikte BÖHNBÜY'ye göre dönüşüm esasları etraflıca açıklanmaya çalışılmıştır. Bu kapsamda, yapılan çalışmada seçilen bir test alanına ilişkin, test alanının karakteristik özelliklerini temsil edecek ve alan içerisinde homojen dağılım gösterecek şekilde jeoid dayanak noktaları seçilmiş, bu noktalardan yararlanarak ağırlıklı ortalamalar, polinomlar, multiquadratik, kriging enterpolasyon yöntemlerine göre uygulama alanına yönelik yerel jeoid modelleri oluşturulmuş, oluşturulan her bir yerel jeoid modellerinden jeoid yükseklikleri kestirilerek test noktalarının ortometrik yükseklikleri belirlenmiş ve enterpolasyon yöntemlerinin matematiksel bağıntılarından yola çıkılarak MATLAB programlama dili yardımıyla Jeo Enterpolasyon adında bir bilgisayar programı hazırlanmış ve programın çalışma esasları ile programdan elde edilen hesaplama sonuçlarının doğruluğu irdelenmiştir.

3. TEORİK ESASLAR

Bu bölümde çalışma konusuna ait uygulamada en çok kullanılan enterpolasyon yöntemlerinin teorik esaslarına, Türkiye'deki jeoid belirleme çalışmalarına ve 26 Haziran 2018 tarihinden itibaren yürürlükte bulunan Büyük Ölçekli Harita ve Harita Bilgileri Üretim Yönetmeliği hükümlerine yer verilmiştir.

3.1. Yükseklik Sistemleri

Yeryüzündeki noktaların yüksekliklerini tanımlayabilmek için, bir başlangıç yüzeyi ve bu yüzeye dik doğrultuların saptanması gerekir. Yeryüzünde en kolay belirlenebilen doğrultular, çekül doğrultularıdır. Bilindiği gibi durgun bir sıvı yüzeyi çekül doğrultusuna diktir. Buna göre yükseklik, yeryüzü noktalarının çekül doğrultusunda başlangıç yüzeyine yani jeoide olan uzaklığıdır. Yükseklikler, ya potansiyel değerlerden dönüştürülür ya da ölçülen yükseklik farklarına bir düzeltme getirilerek elde edilir (Erkaya, 2006).

Pratikte kullanılabilecek optimal bir yükseklik sisteminde iki temel özellik aranır.

- Nivelman sonuçlarının, nivo yüzeylerinin paralel olmamasından kaynaklanan yola bağımlılık etkisinin yok edilebilme özelliği,
- Ölçülen yükseklik farklarına getirilen düzeltmelerin küçük derecede olma özelliğidir (Yiğit, 2003).

Yukarıda belirtilen hususlardan yola çıkılarak jeodezi bilim dalında birçok yükseklik sistemi tanımlanmaktadır. Ancak, tanımlanmış yükseklik sistemleri içerisinde;

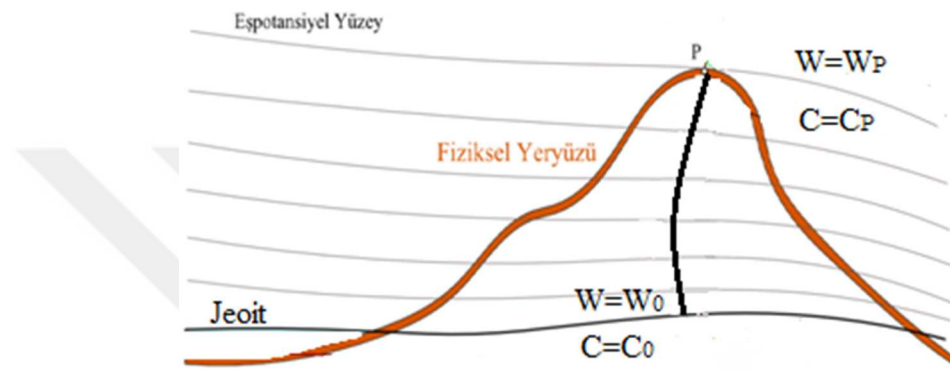
- Jeopotansiyel yükseklik
- Dinamik yükseklik
- Normal yükseklik
- Ortometrik yükseklik
- Elipsoidal yükseklik

en önemli yükseklik sistemleri arasında yer almaktadır.

3.1.1. Jeopotansiyel yükseklik

Erkaya (2006)'ya göre, fiziksel yeryüzünde bulunan herhangi bir uygulama noktasından geçen W_P potansiyelli nivo yüzeyi ile W_0 potansiyelli jeoid arasındaki farkla tanımlanan yükseklik jeopotansiyel yükseklik olarak bilinmektedir (Şekil 3.1).

Jeopotansiyel yükseklikler $kgal \cdot metre$ biriminde büyüklükler olup, fiziksel anlamına sahiptir.



Şekil 3.1. Jeopotansiyel yükseklik

Yeryüzündeki herhangi bir noktanın jeopotansiyel yüksekliği;

$$C_P = W_0 - W_P = \int_0^P dw = \int_0^P \rho dh \quad (3.1)$$

eşitliği ile ifade edilir. (3.1) eşitliğinde,

W_0 : Jeoidin potansiyeli

W_P : P noktasından geçen nivo yüzeyinin potansiyeli

dw : İki nivo yüzeyine ait potansiyeller arasında bulunan diferansiyel potansiyel fark

dh : Yükseklik farkının diferansiyel karşılığı

g : Yükseklik farkına ait fiziksel yeryüzünde ölçülen gravite büyüklüğü

C_P : P noktasına ait jeopotansiyel yüksekliğini

göstermektedir.

C_P jeopotansiyel yükseklikten yararlanarak bir noktanın yüksekliği, G gravite olmak üzere;

$$H_i = \frac{C_P}{G} \quad (3.2)$$

eşitliği ile tanımlanır. (3.2) eşitliğinde G yerine $\bar{g}, \gamma_0, \bar{\gamma}, \dots$ farklı değerler yazılarak ortometrik yükseklik, dinamik yükseklik ve normal yükseklik gibi yükseklik çeşitlerine geçiş yapılabilir.

3.1.2. Dinamik yükseklik

Jeopotansiyel yükseklik değerinin herhangi bir normal gravite büyüklüğüne (γ_0) bölünmesi ile elde edilen yükseklikler dinamik yükseklikler olarak adlandırılmaktadır ve (3.3) eşitliği ile hesaplanmaktadır.

$$H_D = \frac{C_P}{\gamma_0} \quad (3.3)$$

(3.3) eşitliğinde yer alan, γ_0 normal gravite büyüklüğü için genellikle 45° enleminin sahip olduğu sabit bir gravite büyüklüğü kullanılmaktadır. Noktanın jeopotansiyel yüksekliği hangi değere sahip olursa olsun, dinamik yüksekliği için γ_0 değeri GRS80 referans sistemi için $\gamma_0=980,6199203$ gal değeri alınarak bulunur. Her ne kadar (3.3) eşitliği ile jeopotansiyel yükseklikten uzunluk boyutuna geçiş sağlanıp tutarlı bir yükseklik sistemi oluşturulsa da, nivelman yükseklik farklarına getirilecek dinamik düzeltme değerlerinin büyük olması nedeniyle dinamik yükseklik uygulamada tercih edilmez (Aydın, 2014).

3.1.3. Normal yükseklik

Fiziksel yeryüzüne ait gerçek gravite alanına ait değerler ile normal gravite alanına ait değerlerin birbirine eşit oldukları varsayımına dayanarak belirlenen ortometrik yüksekliklerin normal yükseklik olarak adlandırıldığı Aydın (2014)'te yer almıştır. Bu varsayımla $W=U, g=\gamma, T=0$ kabul edilerek normal yükseklikler (3.4) eşitliği ile hesaplanır.

$$H^N = \frac{C_P}{\bar{\gamma}} \quad (3.4)$$

(3.4) eşitliğinde, $\bar{\gamma}$, çekül eğrisi boyunca olan ortalama gravitedir ve iteratif olarak (3.5) eşitliği ile çözülür.

$$\bar{\gamma} = \gamma \left[1 - (1 + f + m - 2f \sin^2 \varphi) \cdot \frac{H^N}{a} + \left(\frac{H^N}{a} \right)^2 \right] \quad (3.5)$$

$$m = \frac{\omega^2 ab}{kM}$$

(3.5) eşitliğinde;

γ : Aynı φ enleminde elipsoid üzerindeki normal gravite

φ : Jeodezik enlem

f : Referans elipsoidinin basıklık değeri

ω : Yeryuvarının açıl dönme hızı

a, b : Referans elipsoide ait büyük, küçük yarı eksen değerleri

kM : Newton çekim sabitinin yeryuvarı kütlesiyle çarpımı sonucu elde edilen değeri, ifade etmektedir.

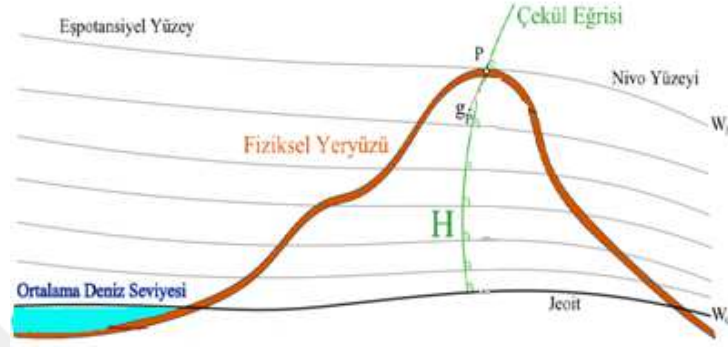
Elipsoid üzerinde yükseklik anomalileri (ζ) de belirlenebilir. Bu yolla okyanuslar üzerinde jeoid ile özdeş olan bir yüzey elde edilir. Çünkü orada $\zeta = N$ olup diğer taraflarda da jeoide çok yakındır. Bu yüzeye Molodensky tarafından kuasijeoid denmiştir. Okyanus yüzeyinde jeoid yüzeyiyle çakışık olmakla birlikte karalarda değişkenlik gösteren kuasijeoid (kojeoid), normal yükseklikler için referans yüzeyi olarak alınmaktadır. Kuasijeoidde, jeoidin dış yüzeyindeki kütle ve bunun yerçekimi ivmesi üzerindeki etkisi dikkate alınmaz. Bununla beraber kuasijeoidin bir nivo yüzeyi olmadığı ve fiziksel anlamının da bulunmadığı göz ardı edilmemelidir. Bu, jeoide benzer bir yüzeye çağrışım yaptırır. Elipsoidden H^N yüksekliğinde olan noktalar, tellüroit adı verilen yeryüzünün bir modelini oluştururlar (Erkaya, 2006).

Odumosu ve ark. (2018)'de normal yüksekliğin fiziksel bir anlamı olmadığı, pratikte ortometrik yükseklik kadar uygulanabilir olmadığı ve birçok durumda makul bir yaklaşım olsa bile, evrensel olarak sıvı akışını tahmin edemediği yer almıştır.

3.1.4. Ortometrik yükseklik

Fiziksel yeryüzü üzerinde bulunan herhangi bir uygulama noktasının ortometrik yüksekliği denildiğinde, çekül eğrisi doğrultusunda o uygulama noktasının başlangıç yüzeyi jeoid ile arasındaki düşey uzaklık anlaşılır (Şekil 3.2).

Ortometrik yükseklikler matematiksel anlama sahip olmaktan ziyade fiziksel anlam taşımakta ve büyük önem arz etmektedir. Çünkü ortometrik yükseklikler noktadan geçen nivo yüzeyinin potansiyeli ile noktanın sahip olduğu enleme ait gravite değeri kullanılarak belirlenmektedir.



Şekil 3.2. Ortometrik yükseklik (Gürses, 2011)

Jeoidin karaların altında nasıl bir davranış sergilediği bilinemediğinden ortometrik yükseklikler direkt olarak elde edilemezler. Aynı nivo yüzeyinde bulunan değişik noktaların ortometrik yükseklikleri farklılık sergileyecektir. Ortometrik düzeltmeler dinamik düzeltmelerden daha küçük olduğundan uygulamada ortometrik yükseklikler tercih edilir.

Ortometrik yükseklikler;

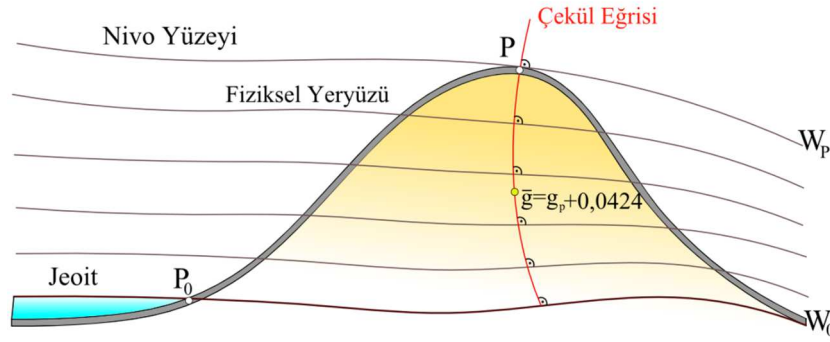
$$H = \frac{C}{\bar{g}} \quad (3.6)$$

eşitliği kullanılarak elde edilir. (3.6) eşitliğinde, \bar{g} , jeoide kadar olan ortalama gravite değerini, ifade etmektedir (Şekil 3.3).

Ortalama gravite değeri, uygulamada ortometrik yüksekliği elde edilecek olan noktada ölçülen gravite değerinden (g_P) yararlanarak;

$$\bar{g} = g_P + 0.0424 \cdot H \quad (3.7)$$

eşitliği ile hesaplanır.

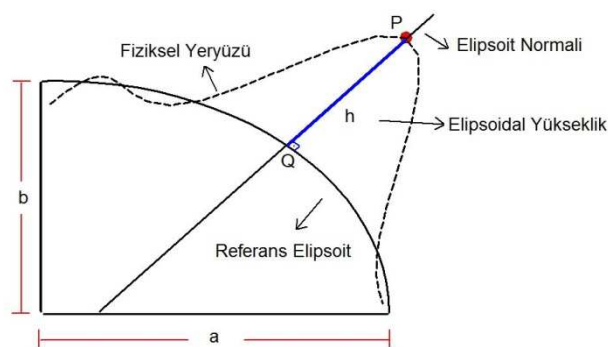


Şekil 3.3. Ortometrik yükseklik ve ortalama gravite (Gürses, 2011)

Ortometrik yükseklikler, çekül eğrilerinin yeryüzü ile jeoid arasında kalan parçaları boyunca gravite değerlerinin dağılımına (kitle yoğunluğuna) ilişkin bir varsayım öngörülmesiz belirlenemez, ancak gerçek değerlerden az ya da çok sapan bir yaklaşıklıkla elde edilebilir (Akiz, 2007).

3.1.5. Elipsoidal yükseklik

Fiziksel yeryüzü üzerinde bulunan herhangi bir uygulama noktasının elipsoidal yüksekliği denildiğinde, o uygulama noktasının, elipsoid normali doğrultusunda referans elipsoid yüzeyindeki izdüşümüyle olan düşey uzaklığı anlaşılmaktadır (Şekil 3.4).



Şekil 3.4. Elipsoidal yükseklik

Uygulamada birçok referans elipsoid modeli kullanıldığından, referans alınan elipsoidin parametreleri ile tanımlı jeodezik koordinat sistemi, elipsoidal yükseklikleri doğrudan etkilemektedir. Ayrıca, elipsoidal yükseklikler geometrik bir anlam taşıdığından yeryuvarı gravite alanı ile bir ilişkisi bulunmamaktadır ve fiziksel bir

anlama sahip olmayan büyüklüklerdir. Şekil 3.4'ten de anlaşılacağı üzere, fiziksel yeryüzündeki P uygulama noktasının elipsoid yüzeyi üzerindeki izdüşümü Q ile gösterilmiş, elipsoidal yükseklik ise h olarak verilmiştir.

Elipsoidal yükseklikler ya jeoid yüksekliği ve ortometrik yükseklik kullanılarak doğal büyüklükler yöntemi ile ya da yükseklik anomalisi ve normal yükseklik kullanılarak standart büyüklükler yöntemi ile belirlenebilirler.

3.1.5.1. Doğal büyüklükler yöntemi

Bu yöntem ile elipsoidal yükseklik, jeoid yüksekliği ve ortometrik yükseklik değeri kullanılarak;

$$h = H + N \quad (3.8)$$

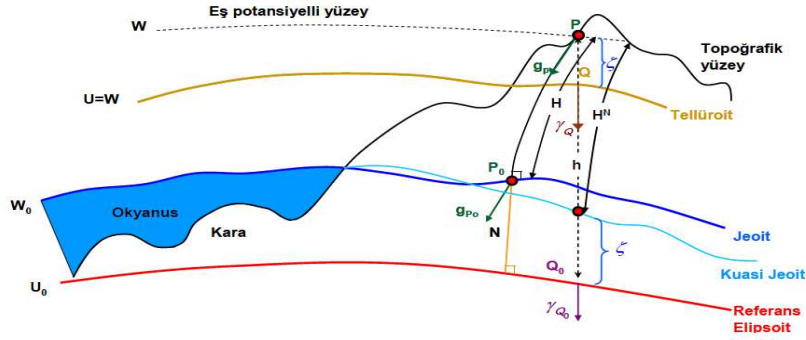
bağıntısı ile belirlenir.

3.1.5.2. Standart büyüklükler yöntemi

Bu yöntemde ise, normal yükseklik ve yükseklik anomalisi kullanılarak elipsoidal yükseklik (3.9) bağıntısı yardımıyla belirlenir.

$$h \cong H^N + \zeta \quad (3.9)$$

Doğal büyüklükler ve standart büyüklükler yöntemleriyle elipsoidal yükseklik arasındaki ilişki Şekil 3.5'te gösterilmiştir.



Şekil 3.5. Doğal büyüklükler yöntemi ve standart büyüklükler yöntemi ile elipsoidal yükseklik belirleme (Türkezer ve ark., 2012)

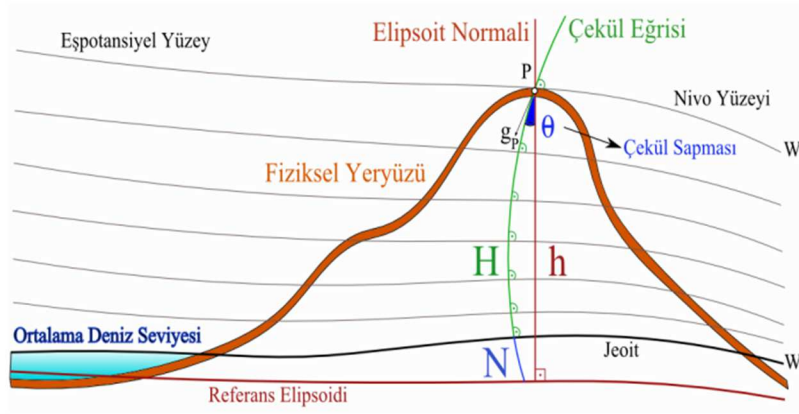
3.1.6. Elipsoidal yükseklik ile ortometrik yükseklik arasındaki ilişki

Bilindiği gibi yeryüzü üzerindeki herhangi bir noktanın yüksekliği, o noktanın seçilen bir başlangıç yüzeyine olan düşey mesafesidir. Buradan hareketle seçilen farklı referans yüzeylerine göre tanımlanan birçok yükseklik çeşidi bulunmaktadır. Bu yüksekliklerden iki tanesi de elipsoidal yükseklik ve ortometrik yüksekliktir.

Jeoidin yükseklikler için referans yüzey olarak kabul edilmesi, gerçekte var olmayan teorik bir kavram olduğundan, birtakım problemleri de karşımıza çıkarmaktadır. Bu nedenle ortometrik yüksekliğini sıfır varsayabileceğimiz bir uygulama noktası aslında bulunmamaktadır.

Mareograf istasyonlarında gerçekleştirilen ölçmelerle hesaplanan ortalama deniz yüzeyinin, jeoid yüzeyinden deniz yüzeyinde meydana gelen değişkenlikler kadar farklılık gösterdiği bilinmektedir. Fakat gelinen tarih itibariyle birçok mühendislik disiplini içeren proje ve uygulamalarda ortalama deniz seviyesinden itibaren belirlenen yüksekliklerle, jeoid yüzeyinden elde edilen yüksekliklerin eşit olduğu kabul edilmektedir. Bundan dolayı jeoidi, ortalama deniz seviyesine en iyi uyan eşpotansiyelli yüzey olarak tanımlayabiliriz (İnal, 1996).

GNSS tekniği ile belirlenen yükseklikler elipsoidal yükseklikler olup doğrudan doğruya jeodezik çalışmalarda kullanılamaz. Bu bağlamda ortometrik yükseklikler, haritacılık ve diğer mühendislik uygulamalarında yaygın biçimde tercih edilen yükseklik çeşididir (Şekil 3.6).



Şekil 3.6. Elipsoidal yükseklik ile ortometrik yükseklik arasındaki ilişki (Gürses, 2011)

Ortometrik yüksekliklerin doğruluğu lokal, bölgesel veya global alanlar için geliştirilen jeoid modelinin doğruluğuna bağlıdır (Das ve ark., 2018). Bu nedenle, GNSS ile elde edilen elipsoidal yüksekliklerin, yeryuvarı gravite alanı ile ilişkili ve aynı zamanda fiziksel anlamlı ortometrik yüksekliklere dönüşümü için, çalışma sahasına yönelik optimal çözüm sağlayabilecek jeoid yüzeyinin belirlenmesi gerekmektedir. Böylece çalışma alanına ilişkin hassas bir jeoid modelinin varlığı iş yükü ve zaman tasarrufu sağlayacak olup, yükseklik dönüşümüne ilişkin var olan büyük bir problemi de ortadan kaldıracaktır.

3.2. Jeoid Belirleme Yöntemleri

Jeoid belirleme, yatay konumu bilinen bir noktada, jeoid yüksekliğinin sayısal veya analog olarak elde edilmesini sağlayacak biçimde verilerin modellendirilmesidir. Jeoid modelleri lokal, bölgesel veya global alanlar için geliştirilebilir (Arslan ve Yılmaz, 2005).

Uygulamada jeoidin belirlenmesi, gerçek gravite alanına ait büyüklükler W (gravite potansiyeli), H (ortometrik yükseklik), g (gravite), Φ, Λ (astronomik enlem ve boylam) büyüklükleri ile referans elipsoidine ait U (normal potansiyel), h (elipsoid yüksekliği), γ (normal gravite), φ, λ (jeodezik enlem ve boylam) büyüklüklerinin karşılıklı farklarından oluşan T (bozucu potansiyel), N (jeoid yüksekliği), Δg (gravite anomalisi), η, ζ (çekül sapması bileşenleri) miktarının belirlenmesidir (Yiğit, 2003).

T (bozucu potansiyel), N (jeoid yüksekliği), Δg (gravite anomalisi), η, ζ (çekül sapması bileşenleri) kullanılarak, düzensiz bir davranış sergileyen jeoid yüzeyi çeşitli

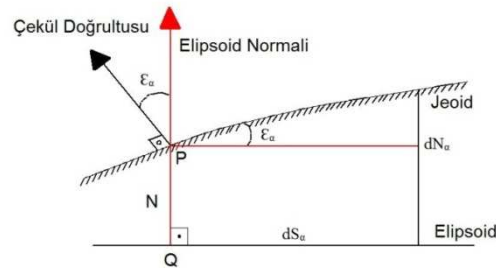
yöntemler yardımıyla global, bölgesel ve lokal olarak modellendirilebilir. Jeoid belirleme yöntemlerinden sık kullanılanlarından bazıları;

- Astrojeodezik Yöntemler
- Gravimetrik Yöntemler
- Global Jeopotansiyel Modeller
- Kombine Modeller(GNSS/Nivelman, GNSS/Gravimetrik vb.)

şeklindedir.

3.2.1. Astrojeodezik yöntemler

Fiziksel yeryüzündeki herhangi bir noktadan geçen çekül doğrultusuyla o noktanın elipsoid normali arasında ε kadar fark vardır. Literatürde bu ε farkı çekül sapması olarak adlandırılır (Şekil 3.7). Eğer çekül sapması verilmişse (ya da elde edilebiliyorsa) jeoidin şekli kolayca belirlenebilir (Ceylan ve Akkul, 2009). Çekül sapması noktanın astronomik enlem ve boylamı ile jeodezik enlem ve boylamından yararlanarak belirlenir.



Şekil 3.7. Çekül sapması ve jeoid yüksekliği

Bir noktanın çekül sapması bileşenleri;

$$\eta = (\Lambda - \lambda)\cos\varphi \quad (3.10)$$

$$\zeta = (\Phi - \varphi)$$

eşitliği ile ifade edilir. (3.10) eşitliğindeki;

φ, λ : Jeodezik anlamlı enlem, boylam değerleri

Φ, Λ : Astronomik anlamlı enlem, boylam değerleri

η, ζ : Güney-kuzey ile batı-doğu yönünde çekül sapmasına ait bileşenlerini

ifade etmektedir.

Çekül sapmasının herhangi α azimutundaki bileşeni η ve ζ cinsinden,

$$\varepsilon = \zeta \cos \alpha + \eta \sin \alpha \quad (3.11)$$

eşitliği ile hesaplanır. Bir noktadaki çekül sapmasının kuzey-güney ve doğu-batı bileşenleri biliniyor ise ds mesafe için jeoidin değişim miktarı dN ;

$$dN = -\varepsilon \cdot ds \quad (3.12)$$

olarak tanımlanabilir. Eğer P_i noktasındaki N_{P_i} jeoid yüksekliği biliniyor ise, N_{P_j} noktasındaki jeoid yüksekliği (3.13) eşitliği ile hesaplanabilir.

$$N_{P_j} = N_{P_i} - \int_{P_i}^{P_j} \varepsilon \cdot ds \quad (3.13)$$

Tuşat (2000)'e göre astrojeodezik yöntemle jeoid belirleme tekniği GNSS teknolojisinin de gelişmesiyle oldukça kullanılabilir bir yöntemdir. Ancak, yöntemin uygulanabilmesi için açık ve net gökyüzü olma zorunluluğu yöntemin dezavantajlı yönü olarak karşımıza çıkmaktadır.

3.2.2. Gravimetrik yöntemler

Çekül sapmalarını belirlemede birçok teknik kullanılmakta olup bu yöntemlerden bir tanesi de gravimetrik yöntemdir. Çekül sapmasını oluşturan etkenlerin başında, yeryuvarı kitle dağılımının düzensizliği gelmektedir. Diğer yandan, ağırlık olarak da adlandırılan yerçekimi ivmesi, yeryuvarının kütleli dağılımı ve çekim kuvvetini oluşturan kütlelerin yoğunluğundan etkilenmektedir. Gravimetrik çekül sapması, g 'nin indirgenmesiyle bulunan Δg ağırlık anomalilerinin fonksiyonu olarak ifade edilebilir. Bu şekilde elde edilen çekül sapmaları salt çekül sapmalarıdır. Ağırlık anomalileri Δg ' ler biliniyorsa jeoidin elipsoidten olan yükseklikleri (N) ve dolayısıyla gravimetrik çekül sapmaları bulunabilir (Tuşat, 2000).

3.2.3. Global jeopotansiyel modeller

Jeopotansiyel model, genel anlamda belli bir açının derecesine kadar hesaplanmış katsayıları içeren bir modeldir ve yeryuvarının çekim potansiyelini en iyi tanımlayan küresel harmonik serilerin katsayılarını barındırır (Bolat, 2013).

Gravite anomalileri, uydu izleme verileri, denizlerdeki uydu altimetre verileri ve sayısal yükseklik modelleri jeopotansiyel model belirlemek için ihtiyaç duyulan data kaynaklarıdır. GGM02S, EIGEN-CHAMP03S, EIGEN-CG03C, EIGEN-GL04C OSU91A, EGM96 ve EGM08 jeopotansiyel model yaklaşımı ile oluşturulmuş Global Jeopotansiyeller arasında yer alır. Global Yer Potansiyel Modellerinin doğrulukları desimetre mertebesinde olup, EGM96, EGM08, OSU91A modelleri en sık kullanılan modeller arasında yerini almıştır.

Yeryuvarının gravite alanının (W) küresel harmonik gösterimi;

$$W_{(r,\theta,\lambda)} = \frac{GM}{r} \left\{ 1 + \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{a}{r} \right)^n (C_{nm} \cos m \lambda + S_{nm} \sin m \lambda) P_{nm}(\cos \theta) \right\} + \phi \quad (3.14)$$

eşitliğinde verildiği gibidir.

(3.14) eşitliğindeki;

λ, r, θ : Gravitenin belirleneceği noktaya ait kutupsal koordinatlar

GM : Yerçekimi sabiti

a : Referans alınan elipsoide ait büyük yarı eksen değeri

$P_{nm}(\cos \theta)$: Legendre fonksiyonunun tam normalleştirilmiş hali

C_{nm}, S_{nm} : Yeryuvarının gravite alanına ait tam normalleştirilmiş küresel harmonik katsayıları

ϕ : Merkezkaç kuvvetine ait potansiyelini ($\phi = \frac{1}{2} \omega^2 r^2 \sin^2 \varphi$, ω , yeryuvarının açısal dönme hızı)

temsil etmektedir.

Jeopotansiyel model kullanılarak jeoid yükseklikleri (3.15) eşitliği yardımıyla da belirlenebilir.

$$N_{(r,\theta,\lambda)} = \frac{GM}{r\gamma} \left\{ \sum_{n=2}^{\infty} \left(\frac{a}{r} \right)^n \sum_{m=0}^{\infty} (\Delta C_{nm} \cos m \lambda + \Delta S_{nm} \sin m \lambda) P_{nm}(\cos \theta) \right\} \quad (3.15)$$

(3.15) eşitliğindeki;

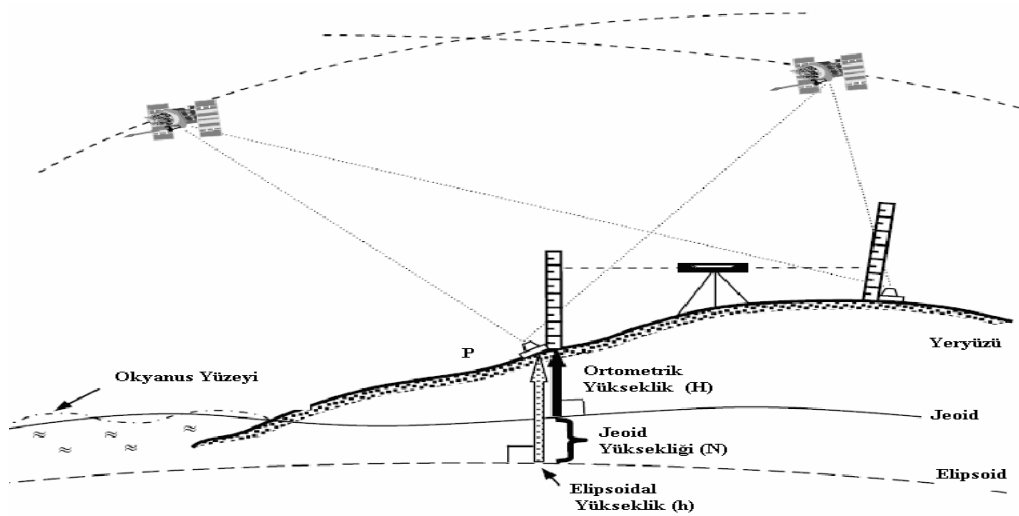
γ : Fiziksel yeryüzünde bulunan $P_{(\lambda,r,\theta)}$ noktasının normal ağırlık değerini, ifade etmektedir.

3.2.4. Kombine modeller (GNSS/ Nivelman, GNSS/Gravimetrik vb.)

3.2.4.1. GNSS/Nivelman yöntemi ile jeoid belirleme

Gravite verisinin bulunmadığı alanlarda, nivelman ile hesaplanan ortometrik yükseklikler ile GNSS tekniği ile belirlenen elipsoidal yüksekliklerin bir arada kullanıldığı varyasyonlar kullanılabilir. Elipsoidal yüksekliklerden ortometrik yüksekliklerin hesaplanabilmesi için, çalışma alanında düzenli olarak dağılmış her iki sistemde yükseklikleri bilinen ortak noktalara gereksinim vardır (Yiğit, 2003).

Bilindiği üzere, yeryüzündeki bir uygulama noktasından geçen çekül eğrisi doğrultusunda başlangıç yüzeyi jeoid ile uygulama noktası arasındaki düşey uzaklık ortometrik yükseklik, uygulama noktasının referans alınan bir elipsoid normali boyunca elipsoide olan dik uzaklığı ise elipsoidal yüksekliktir. Elipsoidal yükseklikler, GNSS teknolojisi sayesinde yatay konum bilgisinin yanında düşey konum bilgisi olarak yüksek doğrulukla elde edilebilmektedir. Ortometrik yükseklikler ise, Mareograf istasyonlarında yapılan uzun süreli ölçmeler sonucunda ortalama deniz yüzeyi referans alınarak, fazla zaman ve iş gücü gerektiren, maliyetli bir ölçme yöntemi olan nivelman ile belirlenmektedir (Şekil 3.8).



Şekil 3.8. GNSS/Nivelman tekniği ile jeoid yüksekliği belirleme (Akiz, 2007)

N jeoid yüksekliği GNSS/Nivelman tekniğinden yararlanarak;

$$N = h - H \quad (3.16)$$

eşitliğiyle hesaplanır. (3.16) eşitliğinde,

N : Jeoid yüksekliği

h : Elipsoidal yükseklik

H : Ortometrik yüksekliğini

temsil etmektedir.

GNSS tekniği ile belirlenen elipsoidal yükseklikler, yeryuvarı gravite alanından bağımsız olarak elde edilmektedir. Çalışma alanında bulunan GNSS noktalarının aralarındaki yükseklik hassasiyeti, hassas nivelman ile elde edilen yükseklik hassasiyetinden uzaktadır. Referans alınan elipsoide göre belirlenen GNSS yüksekliklerinin yeryuvarı gravite alanında nivelmanla elde edilen yüksekliklerle beraber değerlendirilebilmesi için jeoidde ait hassas bilgilere ihtiyaç vardır. GNSS gözlemlerinden türetilen ortometrik yükseklikler, elipsoidal ve jeoid yükseklikleri arasındaki ilişkilerin hassasiyetine bağılıdır. Yükseklik belirlemesinin doğruluk sistemlerine uygun yerel bir jeoid kullanılırsa, mühendislik ölçmeleri için GNSS yükseklikleri kullanılabilir (Erkaya, 2006).

Teknolojinin gelişmesiyle birlikte hayatımıza giren GNSS sistemleri gün geçtikçe geliştirilmekte, yaşanan olumlu gelişmelere paralel olarak da günümüzde Harita Mühendisliği disiplini gerektiren hâlihazır harita, kadastro, fotogrametri ve büyük mühendislik projelerinde kullanımı artmaktadır. Konunun bundan sonraki kısmında GNSS'in bu denli yaygın olarak kullanılması ve getirdiği avantajlar sebebiyle jeoid belirleme tekniği olarak GNSS/Nivelman tekniği kullanılmış olup araştırma konusu bu tekniğe göre detaylandırılmıştır.

3.3. Türkiye'de Jeoid Belirleme Çalışmaları

Ülkemizde 1970'li yıllardan günümüze kadar farklı teknikler ile jeoid tespit etme çalışmaları yapılmış, çalışmalar sonucu uygulama alanlarına ait bölgesel ve lokal jeoid modelleri geliştirilmiştir. Çalışmaların ilki 1976 yılında gerçekleştirilmiş olup, 98 adet astronomi noktasına ait çekül sapması bileşenlerinden yararlanılmıştır. Fakat yapılan ilk çalışma kapsamında kullanılan çekül sapmalarının heterojen dağılım

göstermesi, istenilen miktarda ve yoğunlukta olmaması hesaplanan jeoid modelinin ihtiyacı karşılamada yetersiz kalmasına sebep olmuştur. Teknolojinin gelişmesine paralel olarak geliştirilen uydu ölçmeleriyle nivelman yapılan noktalarda doppler ölçüleri yapılarak Güney Batı Anadolu Doppler Jeoidi üretilmiştir. Ancak, hesaplanan jeoidin istenen doğruluğu karşılayamamasından ötürü doppler ölçüleriyle jeoid belirleme çalışmaları daha sonra tekrardan başlanılmak üzere durdurulmuştur (Türkezer ve ark., 2012).

Global jeopotansiyel modellerin kullanıma sunulmasıyla graviteyle birlikte arazi yükseklikleri belirlenerek Türkiye Gravimetrik Jeoidi (TG91) hesaplanmıştır. Doppler ölçüleri kullanılarak elde edilen Türkiye Doppler Datumu'ndan sonra uydu verileriyle belirlenmiş elipsoidal yükseklikler ile ortometrik yüksekliği nivelman ile belirlenmiş 184 adet noktanın kullanıldığı Türkiye Doppler Jeoidi (TDG92) üretilmiştir. Daha sonra, astrogravimetrik nivelman yöntemiyle 1994 yılında Türkiye Astrojeodezik Jeoidi (TAG94) hesaplanmıştır.

Konum belirlemek amacıyla Türkiye Ulusal Temel GNSS Ağı (TUTGA)'nın tesis edilmesinden sonra elipsoid yüksekliklerinin yüksek doğrulukla belirleme imkânı elde edilmiştir. Tesis edilen TUTGA noktaları içerisinde belirlenen 197 adedinde, ortometrik yükseklikler Türkiye Ulusal Düşey Kontrol Ağı (TUDKA)'na bağlı olacak şekilde geometrik nivelman yöntemiyle belirlenmiş ve GNSS/Nivelman jeoid yükseklik verileri hesaplanmıştır.

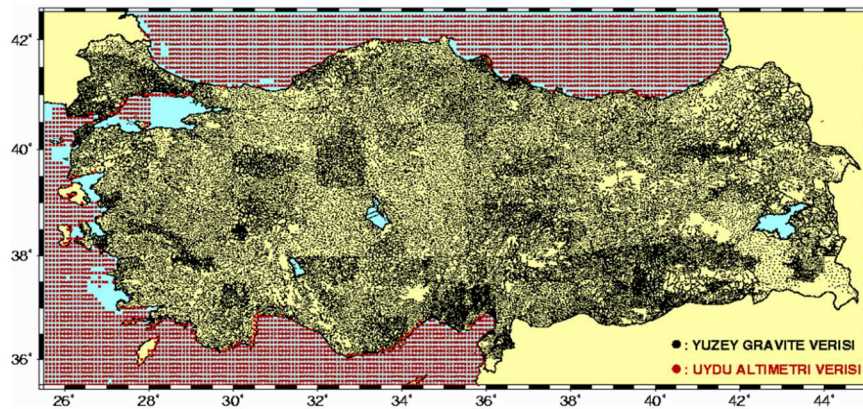
TG91, mutlak jeosentrik jeoid modeli ile tam olarak uyuşmamakta ve aralarında kayıklık ve eğim gibi uzun dalga boyunda etkili farklılıklar bulunmaktadır. Bu nedenle GNSS/Nivelman jeoidi ile TG91 jeoidinin birleştirilerek GNSS ile uyumlu jeoid modelinin oluşturulması için TUTGA99 çalışmalarının bir parçası olarak Türkiye Jeoidi 1999 (TG99) hesaplanmıştır. TG99 hesabında kullanılan GNSS/Nivelman noktalarının sayıları artırılarak yeni bir çalışma yapılmış ve Güncelleştirilmiş Türkiye Jeoidi 1999 (TG99A) hesaplanmıştır. Daha sonraki yıllarda global jeopotansiyel modelin iyileştirilmesi, yüzey gravite verilerinin, GNSS/Nivelman jeoid yüksekliklerinin ve sayısal arazi modellerinin geliştirilmesiyle birlikte Kaldır-Yerine Koy (Remove-Restore) yöntemiyle yeni Gravimetrik jeoid modelleri hesaplanmıştır. Bunlar; TG03 ve THG09'dur (Direnc ve ark., 2012). Ancak, 26 Haziran 2018 tarihinde yürürlüğe giren Büyük Ölçekli Harita ve Harita Bilgileri Üretim Yönetmeliği'ne göre yükseklik dönüşümünde TGyy jeoid modelinin kullanılması öngörülmektedir. TGyy, TUDKA99 ile uyumlandırılmış, yayımlandığı yılın son iki rakamı ile anılan ve Harita Genel

Komutanlığı tarafından yayımlanan güncel Türkiye Jeoid Modelini ifade etmekte olup, günümüzde THG09 henüz kullanıma sürülmediğinden, TGyy jeoid modeli olarak TG03 modelinin kullanılması gerekmektedir. Bu nedenle, Türkiye Jeoidi 2003 (TG03)'ün özelliklerine değinmekte yarar vardır.

3.3.1. TG03 jeoidi

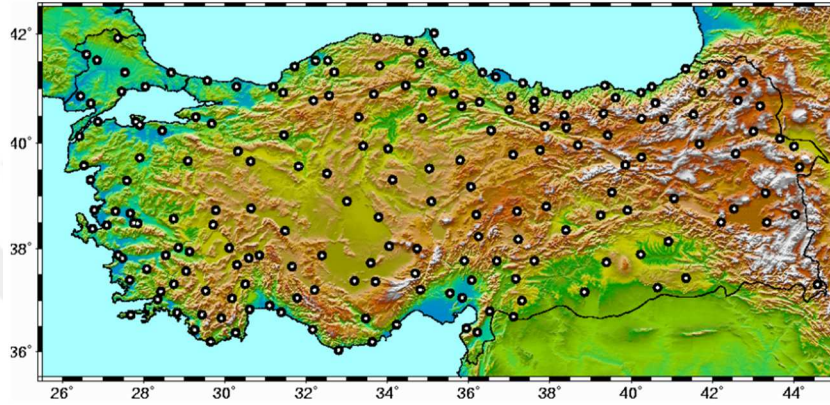
Güncelleştirilmiş Türkiye Jeoidi 1999 (TG99A)'dan sonra ülkemiz sınırları içerisindeki verilerden yararlanarak Türkiye Jeoidi 2003 (TG03) belirlenmiştir. TG03 jeoid modeli belirlenirken 34.5° - 42.5° paralelleri ve 25.5° - 45.0° boylamları arasında 3-5 km aralıklarla dağılım sergileyen 61597 uygulama noktasına ait gravite anomalilerinden yararlanılmıştır (Şekil 3.9). Hesaplama kullanılan noktaların hassasiyeti ± 3 mGal olup, gravite verileri Türkiye Temel Gravite Ağı'na dayalı ve Uluslararası Standart Gravite Ağı 1971 (IGSN71) datumuna uyumlu hale getirilmiştir. Serbest hava anomali değerleri ise GRS80 sistemine göre belirlenmiştir. Ülke sınırları haricindeki yerlerde yüzey gravite verileri bulunmadığından topografik yükseklik verileri için global topografya verisi GTOPO30'dan yararlanılmıştır (Direnç ve ark., 2012).

Hesaplamalarda Global Yer Potansiyel Modeli 1996 (Earth Geopotential Model 1996 EGM96) kullanılmış olup, Akdeniz, Ege, Marmara ve Karadeniz'de gravite anomali değerlerinin belirlenmesi için ERS-1, ERS-2 ve TOPEX/POSEIDON uydularından elde edilen uydu altimetre ölçülerinden yararlanılmıştır (Şekil 3.9).



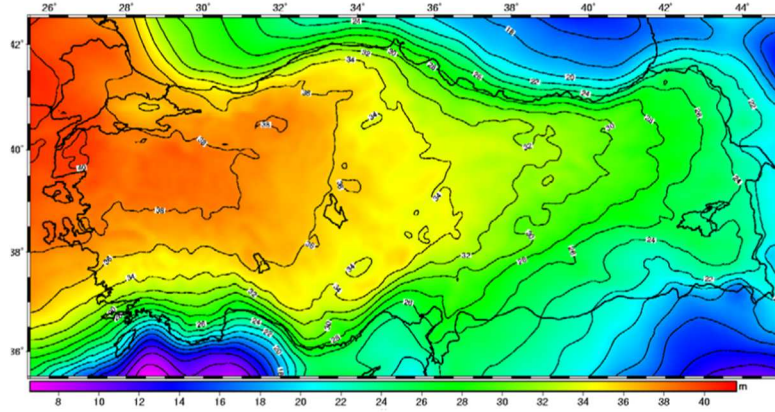
Şekil 3.9. TG03 Jeoidinin hesaplanmasında kullanılan gravite verisi (Direnç ve ark., 2012)

GNSS tekniğiyle belirlenen elipsoidal yükseklik değerleriyle uyumlu bir yüzey elde etmek için, daha önceden TG99A hesaplamalarında kullanılmış 197 GNSS/Nivelman noktasının verilerinden faydalanılmıştır. Bu 197 adet noktanın GNSS/Nivelman jeoid yükseklikleri ile Gravimetrik jeoid yükseklikleri karşılaştırılarak düzeltme değeri büyük beş adet nokta hesaplamalardan çıkarılmıştır. GNSS/Nivelman jeoid yüksekliği hesaplamalarında yararlanılan 192 noktaya ait dağılım Şekil 3.10'da verilmiştir.



Şekil 3.10. GNSS/Nivelman jeoid yüksekliği hesaplanan noktalar (Direnç ve ark., 2012)

TG03 hesabında, önceki jeoid belirleme çalışmalarından farklı olarak; denizlerde uydu altimetre ölçülerinden hesaplanan gravite anomalileri kullanılmış, böylece kıyılarda jeoidin doğruluğu artırılmıştır. Ayrıca önceki çalışmalarda hesaplamalarda kullanılan bilgisayarların sınırlı kapasitelerinden dolayı bölgelere ayrılarak yapılan hesap, bir bütün olarak yapılmış ve bölge sınırlarında meydana gelebilecek farklılıklar engellenmiştir. TG03 hesaplamalarının son aşamasında, Gravimetrik jeoid ve GNSS/Nivelman jeoidinin birleştirilmesiyle hibrid jeoid elde edilmiştir. Hesaplanan TG03 jeoidi Şekil 3.11'de verilmiştir (Direnç ve ark., 2012).



Şekil 3.11. Türkiye Jeoidi 2003 (TG03) (Direnç ve ark., 2012)

TG03 jeoid modelinin ürettiği sonuçlar, 106 adet GNSS/Nivelman noktasında teste tabi tutulmuştur. 106 adet test noktasının TG03 jeoid yükseklik değerleri, GNSS/Nivelman jeoid yükseklik değerleriyle mukayese edilmiş olup, istatistikî bulgular Çizelge 3.1’de verilmiştir.

Çizelge 3.1. TG03 jeoid modelinin testine ait istatistikî bulgular

	İç Kontrol	Dış Kontrol
Nokta Sayısı	192	106
Minimum	-0.056	-0.209
Maksimum	0.047	0.197
Ortalama	0.000	0.022
Standart Sapma	± 0.012	± 0.086
KOH	±0.012	± 0.088

Gerçekleştirilen kontroller sonucunda, GNSS tekniğiyle belirlenen elipsoidal yükseklikler kullanılarak Helmert ortometrik yükseklikleri TG03 jeoid modeli yardımıyla 9 cm hassasiyetle elde edilebilmektedir (Çizelge 3.1). Fakat kontrol çalışmalarının ülkemizin tamamını ihtiva edecek şekilde genişletilerek sürdürülmesi, bu doğrultuda bölgesel ve yerel mühendislik çalışmalarından faydalanılmasının hesaplanan TG03 jeoid modelinin doğruluğuna katkı sağlayacağı düşünülmektedir.

3.4. Jeoid Yüksekliklerinin Belirlenmesinde Kullanılan Enterpolasyon Yöntemleri

Yiğit (2003)’e göre jeoid yüksekliklerini belirlemede kullanılan yaygın yöntemlerden birisi de arazinin karakteristik özelliklerini temsil edecek şekilde tesis edilen ve arazi üzerine homojen dağılmış, jeoid dayanak noktalarının elipsoidal

yükseklikleri ile ortometrik yüksekliklerinden yararlanarak, çalışma alanı için bir analitik yüzey geçirilerek ara noktaların bilinmeyen jeoid yüksekliklerinin matematiksel bağıntılar ile hesaplanması yöntemidir. Pratikte arazi topografyasına birebir örtüşen bir analitik yüzey elde etmek imkânsız olduğundan, amaç topografyaya uyum sağlayan en yakın analitik yüzeyi belirlemektir. Belirlenen yüzey modeli ile jeoid dayanak noktalarının kapsadığı alan içinde kalan ara noktaların jeoid yüksekliklerinin enterpole edilebileceği göz ardı edilmemelidir.

Belirlenmiş bir ortogonal koordinat sistemine göre projeksiyon koordinatları elde edilmiş bir noktanın jeoid yüksekliği hesap edilebilir. Bunun için, matematiksel algoritmaları farklı birçok enterpolasyon yönteminden yararlanılabilir. Hesaplama kullanılacak enterpolasyon yöntemlerinden bazılarında, dayanak noktalarının yükseklik değerleri hatasız varsayılır, bazılarında ise ya dengeleme yapılır ya da düzensiz hatalar ayıklanır. Hesaplama sonucu elde edilen jeoid yüksekliği ile reel jeoid yüksekliği arasındaki farkın minimum olması seçilen enterpolasyon yönteminin çalışma alanına uyumu ile doğru orantılıdır. Matematiksel anlamda $E(N_{\text{hesap}})=N_{\text{reel}}$ gerçekleşmesi beklenir. Ancak, uygulamada bu beklentiyi karşılamak oldukça zordur.

Yiğit (2003)'e göre enterpolasyon hesaplamalarında başlıca üç yaklaşım kullanılmaktadır.

- Nokta bazlı enterpolasyon
- Çalışma alanının tamamını ifade eden tek bir fonksiyon ile enterpolasyon
- Lokal bazlı belirlenmiş parça parça fonksiyonlar ile enterpolasyon

Nokta bazlı enterpolasyonda, jeoid yüksekliği aranan uygulama noktası merkez alınmak suretiyle, boyutları belirlenen daire veya dörtgen içerisinde bulunan dayanak noktalarından yararlanır. Enterpolasyon noktalarından her birinin jeoid yüksekliği, kendisinin merkez olarak alındığı daire ya da dörtgen içinde yer alan dayanak noktalarına ait değerlerden belirlendiği için, enterpolasyon fonksiyonunun katsayı değerleri noktadan noktaya değişiklik göstermektedir.

Çalışma alanının tamamını ifade eden tek bir fonksiyon ile enterpolasyonda, çalışma alanı sınırları içerisinde yer alan bütün dayanak noktalarından yararlanılarak belirlenen $N = f(x,y)$ fonksiyonu kullanılır.

Lokal bazlı belirlenmiş parça parça fonksiyonlar ile enterpolasyon yöntemi ise, jeoid yüzeyinin birden fazla parçaya ayrılması esasına dayanır. Bunun sebebi ise, arazi topografyasının değişkenliğine bağlı kalan jeoid yüzeyinin homojen bir dağılım sergilememesidir.

Lokal alanlarda, jeoid yüksekliklerinin belirlenmesinde kullanılan ve optimal çözüm sağlayan enterpolasyon yöntemlerine ilgi tüm dünyada devam etmektedir. Bu çalışmada problemin çözümüne ilişkin kullanılan Ağırlıklı Ortalamalar, Polinomlar, Multiquadratik, Kriging Yöntemiyle Enterpolasyon ile 26 Haziran 2018 tarihi itibarıyla yürürlükte bulunan Büyük Ölçekli Harita ve Harita Bilgileri Üretim Yönetmeliği hükümlerine göre jeoid yüksekliği belirleme yöntemlerine değinilmiştir.

3.4.1. Ağırlıklı ortalama ile enterpolasyon

Ağırlıklı ortalama yöntemi, dayanak noktaları ile jeoid yüksekliği aranan noktalar arasındaki uzaklıklardan hesaplanan ağırlıkların enterpolasyon işleminde kullanılması esasına dayanan nokta bazlı enterpolasyon tekniğidir. İnal ve Yiğit (2004)'e göre çalışma alanında bulunan herhangi bir uygulama noktasındaki jeoid yüksekliği, o çalışma alanında GNSS/Nivelman ile jeoid yüksekliği elde edilen n adet dayanak noktaları içerisinde, jeoid yüksekliği hesaplanacak uygulama noktasına komşu olan m adedinin değerlerinden yararlanılarak (3.17) eşitliği ile bulunur.

$$N_0 = \frac{\sum_{i=1}^m N_i P_i}{\sum_{i=1}^m P_i} \quad (3.17)$$

(3.17) eşitliğinde;

N_0 : Jeoid yüksekliği enterpole edilecek nokta

N_i : i dayanak noktasındaki jeoid yüksekliği

P_i : i dayanak noktasının ağırlığı

m : Enterpolasyonda kullanılacak dayanak nokta sayısını

ifade etmektedir.

P_i ağırlıkları, jeoid yüksekliği enterpole edilecek noktaya yakın dayanak noktalarının etkisinin uzakta olan dayanak noktalarına göre daha etkili olması düşüncesiyle, dayanak noktalarının enterpolasyon noktasına olan uzaklıkları kullanılarak

$$P_i = \frac{1}{d_i^k} \quad i = 1, 2, 3, \dots, m \quad k=1, 2, 3, 4 \quad (3.18)$$

(3.18) eşitliği ile hesap edilebileceği gibi (Zhan-Ji, 1998);

$$P_i = \frac{1}{e^{(d_i^2/k^2)}} \quad i=1,2,3,\dots,m \quad k=3,4,5 \quad (3.19)$$

(3.19) eşitliğinde yer alan Gauss fonksiyonu yardımıyla da hesaplanabilir (Yanalak, 2002). (3.18) ve (3.19) eşitliklerinde;

d_i : Dayanak noktaları ile enterpolasyon noktaları arasındaki yatay mesafeyi ifade etmektedir. d_i yatay mesafesi,

$$d_i = \sqrt{(y_i - y_j)^2 + (x_i - x_j)^2} \quad (3.20)$$

eşitliği yardımıyla belirlenir.

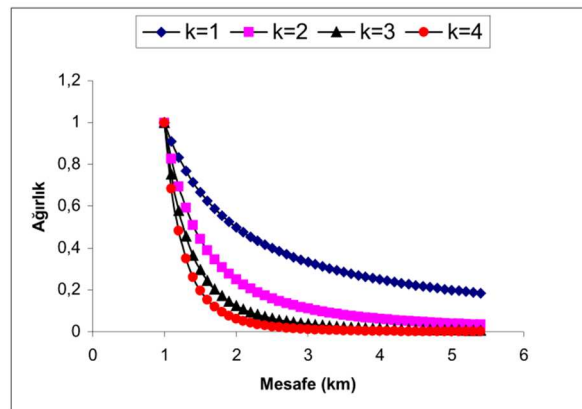
(3.20) eşitliğinde,

x_i, y_i : Dayanak noktalarının projeksiyon koordinatları,

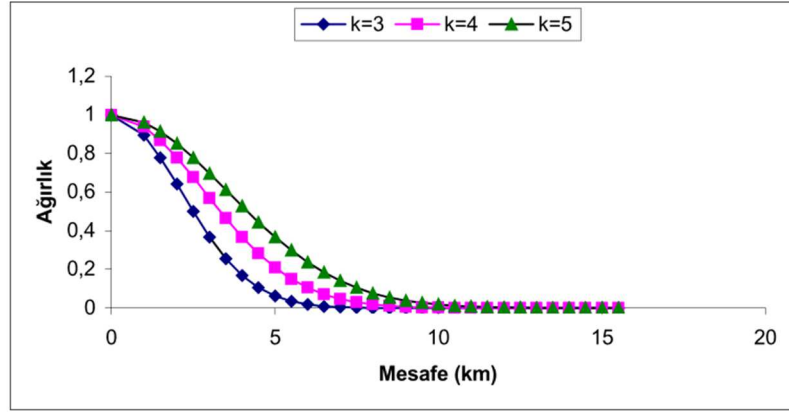
x_j, y_j : Enterpolasyon noktasının projeksiyon koordinatlarını,

göstermektedir.

Ağırlıkların belirlenmesinde (3.18) eşitliği kullanıldığında k değerinin seçimi önem kazanacaktır. Ağırlık ile uzaklık ters orantılı olduğundan k değişkeninin artmasıyla uzaktaki noktaların jeoid yüksekliği enterpole edilecek noktaya etkisi az olacaktır. Çok fazla dayanak noktası bulunan büyük bölgelerde k değişkeni büyük değerler alınarak ağırlığın etkisi azaltılmalıdır. k değeri 4 ve üzeri değerler alındığında işlem sonuçları birbirine oldukça yaklaşmakta ve yaklaşık aynı sonucu vermektedir (Şekil 3.12) ve (Şekil 3.13).



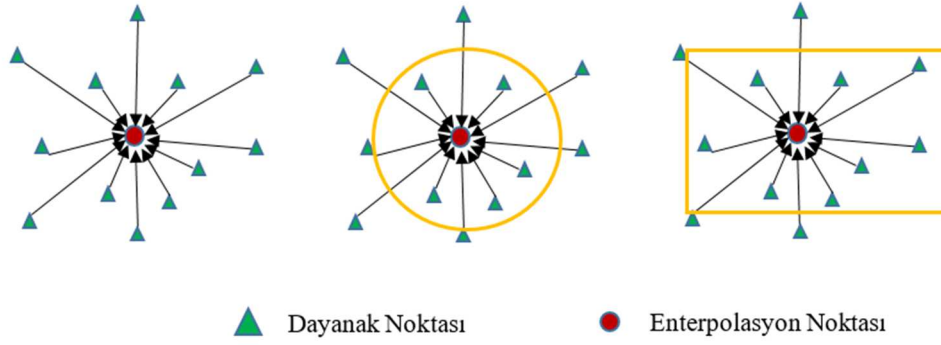
Şekil 3.12. Farklı k değerlerinin ağırlığa etkisi (Ters ağırlık) (Yiğit, 2003)



Şekil 3.13. Farklı k değerlerinin ağırlığa etkisi (Gauss) (Yiğit, 2003)

İnal ve Yiğit (2004)'e göre ağırlıklı ortalama tekniğiyle enterpolasyon noktasının jeoid yüksekliği hesaplanırken, uygulama alanında bulunan n adet dayanak noktasının tamamı kullanılabilmesi gibi jeoid yüksekliği aranan enterpolasyon noktasının civarında bulunan m adet dayanak noktasından da yararlanılabilir. Bu durumda, jeoid yüksekliği bilinmeyen enterpolasyon noktasının merkez olduğu kritik daire ya da dikdörtgen sınırları içerisinde kalan dayanak noktalarının kullanılması öngörülebilir. Ancak, konumsal olarak dayanak noktalarının sergilediği dağılım kritik daire ya da dikdörtgenin boyutlarını etkileyeceğinden, kritik daire ya da dikdörtgen boyutlarını belirlemek önem arz edecektir (Şekil 3.14).

Bu alternatif çözümden başka farklı bir düşüncede sadece enterpolasyon noktasının doğal komşularını kullanmaktır. Macedonio ve Pareschi (1991)'de, dayanak noktalarıyla beraber enterpolasyon noktası Delunay kriterine göre üçgenlendiğinde, enterpolasyon noktası ile üçgen kenarlarından birini meydana getiren tüm dayanak noktalarının enterpolasyon noktasının doğal komşusu olduğu yer almıştır. Dolayısıyla ağırlıklı ortalama ile enterpolasyon işlemi sadece bu dayanak noktalarını kullanarak yapılabilir. Doğal komşuların kullanılması kritik daire veya dikdörtgen boyutunun belirlenmesi gereğini ortadan kaldıracaktır (İnal ve Yiğit, 2004)



Şekil 3.14. Ağırlıklı ortalama yöntemi, kritik daire, kritik dikdörtgen

3.4.2. Polinomlar ile enterpolasyon

Karaaslan ve ark. (2016)'ya göre polinomlar ile enterpolasyon tekniği küçük alanlarda jeoid yüzeyi belirlemede kullanılan en etkili matematiksel modellerden biridir. Bu yöntemin temel amacı, çalışma sahasının tek bir $N=f(x,y)$ analitik fonksiyon ile ifade edilerek yüzey modeli belirlemektir. Yüzey modeli için genellikle n . dereceden ortogonal ya da ortogonal olmayan ve iki değişkenli fonksiyon ile tanımlanır. Ancak, İnal ve ark. (2003)'de polinomlarla enterpolasyonda polinomun derecesinin artması elde edilecek doğruluğun artacağı anlamına gelmeyeceği, polinom derecesinin artmasıyla yüzeyde gereksiz salınımlar oluşacağı ve yüzeyde oluşan ani iniş çıkışların gerçeğe uygun olmayan yükseklik değişimlerine neden olduğu yer almıştır.

Polinomlar ile enterpolasyon yöntemi ile yatay ve düşey konum bilgileri bilinen jeoid dayanak noktalarından yararlanarak, çalışma sahasına ilişkin tanımlanan analitik fonksiyonun bilinmeyen katsayılarının elde edilmesi, yatay konumu bilinen ancak jeoid yükseklikleri bilinmeyen noktaların jeoid yüksekliklerinin belirlenerek ortometrik yüksekliklere dönüşüm işlemi gerçekleştirilmektedir. Sıklıkla kullanılan bu yöntem, ayrıca multiquadratik enterpolasyon, kriging enterpolasyon yöntemlerinin içeriğinde de yer almaktadır.

3.4.2.1. Ortogonal polinomlar ile enterpolasyon

Ortogonal polinomlar ile trend yüzey için kullanılan genel denklem;

$$N_{(x,y)} = \sum_{k=0}^n \sum_{i=0}^n a_{ij} x^i y^j \quad (3.21)$$

şeklindedir. (3.21) eşitliğinde;

a_{ij} : Polinoma ait bilinmeyen katsayılar, n : Yüzeyin derecesi, x,y : Noktalara ait projeksiyon koordinatlarını ifade etmektedir.

Çizelge 3.2. Polinom derecesi, terim sayısı, yüzey adı.

Polinom	Derecesi	Terim Sayısı	Yüzey
$N_e = a_{00}$	Sıfır	1	Düzlem
$+a_{01}y + a_{10}x$	Birinci	3	Lineer
$+a_{02}y^2 + a_{11}xy + a_{20}x^2$	İkinci	6	Quadratik
$+ a_{03}y^3 + a_{12}xy^2 + a_{21}x^2y + a_{30}x^3$	Üçüncü	10	Kübik
$+ a_{04}y^4 + a_{13}xy^3 + a_{22}x^2y^2 + a_{31}x^3y + a_{40}x^4$	Dördüncü	15	Quartik
$+ a_{05}y^5 + a_{14}xy^4 + a_{23}x^2y^3 + a_{32}x^3y^2 + a_{41}x^4y + a_{50}x^5$	Beşinci	21	Quintik

Ortogonal polinomlarda fonksiyonun bilinmeyen katsayıları (u) ile polinom derecesi (n) arasında,

$$u = \frac{1}{2}(n + 2)(n + 1) \quad (3.22)$$

ilişkisi vardır. Bolat (2013)'te çalışma sahasına yönelik herhangi dereceden ortogonal polinom ile yüzey belirlenmek istenildiği takdirde, çalışma sahasında minimum u değeri kadar jeoid dayanak noktası bulunması gerektiği ve buradan hareketle çalışma sahasında var olan jeoid dayanak noktası ile alan için oluşturulabilecek maksimum polinomun derecesinin;

$$n = \frac{-3 + \sqrt{1+8u}}{2} \quad (3.23)$$

formülü yardımıyla önceden kestirilebileceği yer almıştır.

Jeoid dayanak nokta sayısının, trend yüzey için kullanılan fonksiyonun bilinmeyen katsayısından fazla olduğu durumlarda en küçük kareler ile dengeleme ile çözüm yapılır. Bunun için öncelikle, çalışma sahasına yönelik kullanılacak polinomun derecesi belirlenerek Çizelge 3.2'de uygun fonksiyona göre A katsayılar matrisi belirlenir. Polinomun bilinmeyen katsayılarını X bilinmeyenler matrisi ifade ederken, bu katsayıların çözümü için gerekli olan I ölçü matrisini ise çalışma sahasında bulunan

jeoid dayanak noktalarının N değerleri oluşturur. X, A ve l matrislerinin genel şekli aşağıdaki gibi olacaktır.

$$\underline{X} = \begin{bmatrix} a_{00} \\ a_{01} \\ \vdots \\ \vdots \end{bmatrix} \quad \underline{A} = \begin{bmatrix} 1 & y_1 & x_1 & \cdot & \cdot \\ 1 & y_2 & x_2 & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & y_m & x_m & \cdot & \cdot \end{bmatrix} \quad \underline{L} = \begin{bmatrix} N_1 \\ N_2 \\ \vdots \\ N_m \end{bmatrix} \quad (3.24)$$

(3.24) eşitliğindeki yüzey modeli için kullanılan polinomun X bilinmeyenler matrisi sırasıyla;

$$\underline{N} = \underline{A}^T \underline{A} \quad (3.25)$$

$$\underline{n} = \underline{A}^T \underline{l} \quad (3.26)$$

$$\underline{X} = \underline{N}^{-1} \underline{n} \quad (3.27)$$

eşitlikleri yardımıyla hesaplanarak a_{00} , a_{01} , a_{mn} bilinmeyen katsayılar elde edilmiş olur. Dengeleme işlemi ile belirlenen bilinmeyen katsayılar polinomun genel denkleminde yerine yazılarak çalışma sahası içerisinde N değeri bilinmeyen her noktanın jeoid yüksekliği enterpole edilebilir.

En küçük karelerin $\sum_{i=1}^m V^2 = \min$ koşuluna göre, jeoid dayanak noktalarına gelecek düzeltmeler;

$$\underline{V} = \underline{AX} - \underline{l} \quad (3.28)$$

eşitliğine göre elde edilir.

Ortogonal polinomlarda bilinmeyen katsayıların en küçük kareler ile dengeleme işlemi ile elde edilebilmesi için trend yüzey olarak;

- ✓ 1.derece lineer yüzey seçilir ise 3 dayanak noktası,
- ✓ 2.derece quadratik yüzey seçilir ise 6 dayanak noktası,
- ✓ 3.derece kübik yüzey seçilir ise 10 dayanak noktası

gereklidir (İnal ve Yiğit, 2004).

3.4.2.2. Ortogonal olmayan polinomlar ile enterpolasyon

Ortogonal olmayan polinomlar ile trend yüzey için kullanılan genel denklem;

$$N_{(x,y)} = \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^n a_{ij} x^i y^j \quad (3.29)$$

şeklindedir. (3.29) eşitliğinde;

a_{ij} : Polinoma ait bilinmeyen katsayılar, n : Yüzeyin derecesi, x,y : Noktalara ait projeksiyon koordinatları, ifade etmektedir.

Çizelge 3.3. Polinom derecesi, terim sayısı, yüzey adı

Polinom	Derecesi	Terim Sayısı	Yüzey
$N_e = a_{00}$	Sıfır	1	Düzlem
$+a_{01}y + a_{10}x + a_{11}xy$	Birinci	3	Bilineer
$+a_{02}y^2 + a_{12}xy^2 + a_{20}x^2 + a_{21}x^2y + a_{22}x^2y$	İkinci	6	Biquadratik
$+ a_{03}y^3 + a_{13}xy^3 + a_{23}x^2y^3 + a_{30}x^3 + a_{31}x^3y + a_{32}x^3y^2 + a_{33}x^3y^3$	Üçüncü	10	Bikübik

Ortogonal polinomlarda fonksiyonun bilinmeyen katsayıları (u) ile polinom derecesi (n) arasında,

$$u = (n + 1)^2 \quad (3.30)$$

ilişkisi vardır. Bolat (2013)'te çalışma sahasına yönelik herhangi dereceden ortogonal polinom ile yüzey belirlenmek istenildiği takdirde, çalışma sahasında minimum u değeri kadar jeoid dayanak noktası bulunması gerektiği ve buradan hareketle çalışma sahasında var olan jeoid dayanak noktası ile alan için oluşturulabilecek maksimum polinomun derecesinin;

$$n = \sqrt{u} - 1 \quad (3.31)$$

formülü yardımıyla önceden kestirilebileceği belirtilmiştir.

Jeoid dayanak nokta sayısının, trend yüzey için kullanılan fonksiyonun bilinmeyen katsayısından fazla olduğu durumlarda en küçük kareler ile dengeleme ile çözüm

yapıldığı ortogonal polinomlarda açıklanmıştır. Bilinmeyen katsayıların elde edilme yöntemi, ortogonal polinomlar ile aynı olup tek fark çalışma alanı için seçilen polinom denkleminde göre A katsayılar matrisinin oluşturulmasıdır.

Ortogonal polinomlarda bilinmeyen katsayıların en küçük kareler ile dengeleme işlemi ile elde edilebilmesi için trend yüzey olarak;

- ✓ 1.derece bilineer yüzey seçilir ise 4 dayanak noktası,
- ✓ 2.derece biquadratik yüzey seçilir ise 9 dayanak noktası,
- ✓ 3.derece bikübik yüzey seçilir ise 16 dayanak noktası

gereklidir (İnal ve Yiğit, 2004).

3.4.2.3. En uygun polinomun belirlenmesi

Uygulama sahasına yönelik hangi dereceden bir polinom yüzeyinin kullanılacağı dengeleme işlemi yapmadan, sonuçları analiz edilmeden bilinemez. Bunun için, alana ilişkin jeoid dayanak noktalarından yararlanarak 1.derece polinom yüzeyinden başlanarak dengeleme işlemi yapılır ve sırasıyla polinomun derecesi artırılarak dengeleme işlemine devam edilir. Tez konusunda yapılan literatür taramasında polinom derecesi arttıkça dengeleme sonucu elde edilen soncul varyans değerinin küçüldüğü yönünde görüşlere ulaşıldığından, soncul varyans değerinin artışa geçtiği polinomun derecesinden bir eksik polinom optimal polinom olarak düşünülebilir. Daha önce de belirtildiği gibi polinom derecesinin yüksek olması doğruluğun artacağı anlamına gelmemekle birlikte ani yükseklik değişimlerine neden olmakta ve aynı zamanda trend yüzey için bilinmeyen sayısını artırmaktadır.

En küçük kareler ile dengeleme, normal dağılım sergilediği kabul edilen ölçülerin, karesel hatalarının toplamının minimum olması şartına bağlı kalınarak, fonksiyonel modelde yer alan bilinmeyen terimlerin değerlerinin belirlendiği dengeleme tekniğidir. Ancak, normal dağılım sergilediği kabul edilen ölçüler yardımıyla belirlenen parametreler teste tabi tutulmalıdır. Model testi, kestirilmiş parametrelere yönelik anlamlılık testi ve ölçülere yönelik uyumsuz ölçü testleri istatistiksel olarak kullanılan testlerdir.

3.4.2.4. Model testi

Jeoid yükseklikleri $N_i(x,y)$ ölçü; dengeleme ile n adet ölçü değerlerinden belirlenen birim ağırlıklı ölçüye ait varyans değeri (soncul varyans), $\hat{\sigma}_0^2$ olarak kabul edilsin.

Model testi, $\hat{\sigma}_0^2$ sonsal varyans değerinin dengeleme öncesi belirlenen öncül varyans değeri σ_0^2 ile mukayese edilmesi esasına dayanmakta ve sıfır hipotezi;

$$H_0: \quad \hat{\sigma}_0^2 > \sigma_0^2 \quad \text{veya} \quad \hat{\sigma}_0^2 < \sigma_0^2 \quad (\text{tek yönlü})$$

şeklinde öngörülmektedir. χ^2 dağılıma sahip test büyüklük değeri (3.32) eşitliğiyle ifade edilir.

$$T = \frac{(n-u)\hat{\sigma}_0^2}{\sigma_0^2} \cong \chi^2 \quad (3.32)$$

(3.32) eşitliğinde, u , bilinmeyen parametre sayısını, ifade etmektedir.

T test büyüklüğü ile anlamlılık düzeyi α ve serbestlik derecesi (fazla ölçü sayısı) $f = n - u$ 'ya bağlı $\chi_{f,1-\alpha}^2$ sınır değeri arasında $T < \chi_{f,1-\alpha}^2$ eşitsizliği geçerli ise hipotez kabul edilir ve modelin uygun olduğuna; model hatası olmadığına karar verilir. Aksi durumda öngörülen hipotez reddedilir. Kurulan modelin hatalı olduğu anlamına gelir. Hata, ölçüler ile bilinmeyenler arasındaki ilişkiyi tanımlayan fonksiyonel model veya ölçülerin varyans kovaryanslarını tanımlayan stokastik model eksikliğinden kaynaklanabilir. Model hataları, parametreler için anlamlılık testi ve uyumsuz ölçü testi yapılarak araştırılır (Yiğit, 2003).

3.4.2.5. Parametreler için anlamlılık testi

Polinomlar ile enterpolasyon işleminde kullanılan polinom denkleminin sahip olduğu terim sayısı kadar bilinmeyen katsayılar elde edilmekte ve polinom derecesi arttıkça bu bilinmeyen katsayı sayısı da artmaktadır. Dengeleme sonucu elde edilen bu bilinmeyen katsayıların istatistiksel yöntemler ile test edilerek model içerisinde kullanılıp kullanılmayacağına karar verilir. Test için, Student Dağılımı adıyla bilinen T testi kullanılmaktadır.

a_{ij} : Dengeleme işlemi sonrası kestirilen polinomun bilinmeyen katsayısı,
 $m_{a_{ij}}$: Kestirilen bilinmeyen katsayının karesel ortalama hatası olmak üzere test büyüklüğü;

$$T = \frac{|a_{ij}|}{m_{a_{ij}}} \quad (3.33)$$

eşitliği ile belirlenir.

Bilinmeyen katsayıların testinde test düzeyi $\alpha=0.05$ alınmak suretiyle $f= n - u$ bağıntısıyla belirlenen serbestlik derecesi f 'e göre (f : serbestlik derecesini, n : ölçü sayısını ve u : bilinmeyen sayısını ifade eder) hesaplanan her bir değer t dağılım tablosundaki $T_{f,1-\frac{\alpha}{2}}$ sınır değeriyle karşılaştırılarak polinomun anlamlı katsayıları belirlenebilir.

Eğer;

$$\frac{|a_{ij}|}{m_{a_{ij}}} > T_{f,1-\frac{\alpha}{2}} \text{ ise, polinom katsayıları anlamlıdır. Model içerisinde}$$

enterpolasyonda kullanılabilir. Şayet;

$$\frac{|a_{ij}|}{m_{a_{ij}}} < T_{f,1-\frac{\alpha}{2}} \text{ ise, polinom katsayısı anlamsız kabul edilerek ilgili terim polinom}$$

teriminden çıkarılır ve dengeleme işlemi tekrar edilir. Anlamsız birden fazla bilinmeyen katsayı olması durumunda $\frac{|a_{ij}|}{m_{a_{ij}}}$ test büyüklüğü değeri küçük olan katsayı elimine edilir ve anlamsız polinom katsayısı kalmayıncaya kadar dengeleme işlemine devam edilir (Yılmaz ve Arslan, 2005).

3.4.2.6. Uyuşumsuz ölçü testi

Polinomlar ile enterpolasyonda, jeoid dayanak noktalarının trend yüzeye uyumlu olması beklenir. Dayanak noktaları ölçü alınarak en küçük kareler ile dengeleme yapıldığından dengeleme sonucu dayanak noktalarına getirilecek düzeltmeler de hesaplanır. Hesaplanan bu düzeltmeler ve standart sapmaları yardımıyla uyuşumsuz ölçü testi yapılarak yüzey için uyuşumsuz ölçüler belirlenir.

V_i : i ölçüsüne getirilen düzeltme miktarı

σ_{V_i} : i ölçüsünün standart sapması olmak üzere test büyüklüğü;

$$T = \frac{V_i}{\sigma_{V_i}} \quad (3.34)$$

eşitliğine göre hesaplanır.

Her bir ölçü için hesaplanan T test büyüklüğü, α , test düzeyi ve f serbestlik derecesi olmak üzere $T_{f,1-\frac{\alpha}{2}}$ tablo değeriyle karşılaştırılır.

- $\frac{V_i}{\sigma_{V_i}} < T_{\text{tablo}}$ ise, i ölçüsü trend yüzey için uyumludur.
- $\frac{V_i}{\sigma_{V_i}} > T_{\text{tablo}}$ ise, i ölçüsü uyumsuz kabul edilerek ölçüler arasından çıkarılarak trend yüzeyde kullanılmaz.

3.4.3. Multiquadratik enterpolasyon

Yılmaz (2011)'e göre multiquadratik enterpolasyon tekniği analitik bir çözümleme tekniği olup, çalışma alanındaki tüm jeoid dayanak noktalarını aynı anda kullanarak uygulama sahasını tek bir fonksiyon ile ifade etmeyi amaçlamaktadır.

Yöntemin uygulanabilmesi için öncelikle çalışma alanındaki tüm jeoid dayanak noktalarından yararlanarak n. dereceden polinom denklemine göre trend yüzey tanımlanır. Trend yüzey için, genellikle birinci veya ikinci derece polinom denklemi kullanılması önerilmektedir. Tanımlanan yüzey polinomunun bilinmeyen katsayıları en küçük kareler ile dengelemeyle çözümlenir ve jeoid dayanak noktalarının trend yüzeyden artık jeoid yükseklikleri ΔN_i , (3.35) eşitliğine göre hesaplanır.

$$\Delta N_i = N_i - N_{(x_i, y_i)} = N_i - N_{\text{trend}} \quad i = 1, 2, 3, \dots, m \quad (3.35)$$

m: Çalışma bölgesindeki jeoid dayanak nokta sayısını ifade etmektedir.

Jeoid yüksekliği enterpole edilecek noktanın ΔN_e artık jeoid yüksekliği ise;

$$\Delta N_e = N_e - N_{(x_e, y_e)} = N_e - N_{\text{trend}} \quad (3.36)$$

eşitliğiyle belirlenir. Ancak, (3.36) eşitliğindeki N_e ve ΔN_e değerleri bilinmeyen olup, herhangi birinin çözümlenmesiyle diğeri rahatlıkla hesaplanabilecektir. Multiquadratik enterpolasyon yönteminin en genel denklemi;

$$\Delta N_e = \sum_{i=1}^m C_i \theta(x_e, y_e; x_i, y_i) \quad (3.37)$$

eşitliği ile ifade edilir. (3.37) eşitliğinde;

m : jeoid dayanak nokta sayısı,

C_i : Jeoid dayanak noktalarının bilinen ΔN_i artık jeoid yüksekliklerinden çözümlenecek bilinmeyen katsayılar,

$\theta(x_e, y_e; x_i, y_i)$ ise kernel fonksiyonunu,

göstermektedir. Buradaki ΔN_e artık jeoidi, x ve y koordinatlarına bağlı olarak m adet θ yüzeyinin toplanması sonucu elde edilir. Multiquadratik jeoid yüzeyleri,

$$\Delta N_e = \sum_{i=1}^m C_i [(x_e - x_i)^2 + (y_e - y_i)^2 + \delta^2] \quad (3.38)$$

dairese paraboloid serilerinin toplamları veya

$$\Delta N_e = \sum_{i=1}^m C_i [(x_e - x_i)^2 + (y_e - y_i)^2 + \delta^2]^{1/2} \quad (3.39)$$

şeklinde iki yapraklı dairese hiperboloid serilerinin toplamları şeklinde ifade edilebilir. (3.38) ve (3.39) bağıntılarındaki δ isteğe bağlı bir katsayıdır (Zhan-Ji, 1998).

Fogel ve Tinney (1996)'da δ değerinin büyüklüğü konusunda birçok araştırma yapıldığı belirtilmiştir. (3.38) ve (3.39) eşitliklerinde yer alan δ^2 geometrik parametresi;

$$\delta = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m [(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2]}{m(m-1)}} \quad (3.40)$$

eşitliği ile hesaplanır. (3.40) bağıntısında $\delta=0$ olarak alınırsa multiquadratik yüzey;

$$\Delta N_e = \sum_{i=1}^m C_i [(x_e - x_i)^2 + (y_e - y_i)^2]^{1/2} \quad (3.41)$$

şekline dönüşür. Multiquadratik yüzey bağıntısı olarak (3.41) eşitliği kullanılırsa formülasyondaki C_i katsayılarının elde edilmesi için m adet jeoid dayanak noktasının $(x_i, y_i, \Delta N)$ bilinen değerlerinden faydalanarak;

$$\Delta N_j = \sum_{i=1}^m C_i [(x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2]^{1/2} \quad (3.42)$$

$$a_{ij} = \left[(x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2 \right]^{1/2} \quad i=1,2,\dots,m \quad (3.43)$$

olmak üzere m tane lineer denklem sistemi kurularak (3.42) formülü;

$$\begin{aligned} \Delta N_1 &= C_1 a_{11} + C_2 a_{12} + \dots + C_m a_{1m} \\ \Delta N_2 &= C_1 a_{21} + C_2 a_{22} + \dots + C_m a_{2m} \\ &\vdots \\ \Delta N_m &= C_m a_{m1} + C_2 a_{m2} + \dots + C_m a_{mm} \end{aligned} \quad (3.44)$$

biçiminde ifade edilebilir. (3.44) lineer denklem sistemi matris formatında;

$$\underline{\Delta N} = \begin{bmatrix} \Delta N_1 \\ \Delta N_2 \\ \vdots \\ \Delta N_m \end{bmatrix} \quad \underline{A} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1m} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2m} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mm} \end{bmatrix} \quad \underline{C} = \begin{bmatrix} C_1 \\ C_2 \\ \vdots \\ C_m \end{bmatrix} \quad (3.45)$$

eşitlikleri ile gösterilir. (3.45) eşitliklerinde;

$\underline{\Delta N}$: m sayıda jeoid dayanak noktasına ait artık jeoid yüksekliklerini gösteren m*1 boyutlu matrisi,

\underline{A} : (m*m) boyutlu katsayı matrisi

\underline{C} : (m*1) boyutlu C bilinmeyenler vektörünü

tanımlamaktadır. C bilinmeyen katsayılarının çözümü için;

$$\underline{AC} = \underline{\Delta N} \quad (3.46)$$

eşitliği yardımıyla;

$$\underline{C} = \underline{A}^{-1} \underline{\Delta N} \quad (3.47)$$

yazılabilir. (3.47) matris eşitliğiyle elde edilen C_i bilinmeyen katsayıları hesaplanarak;

$$\Delta N_e = N_{\text{trend}} + \sum_{i=1}^m C_i [(x_e - x_i)^2 + (y_e - y_i)^2]^{1/2} \quad (3.48)$$

bağıntısında yerine yazılarak çalışma alanı içerisinde (x_e, y_e) projeksiyon koordinatları bilinen enterpolasyon noktası için aranan jeoid yüksekliği hesaplanmış olur.

3.4.4. Geoistatistiksel analiz ile enterpolasyon

3.4.4.1. Geoistatistik

İstatistik biliminin uygulamaya yönelik bir dalı olan geoistatistik, başlangıçta yer bilimlerine ait problemlerin çözüme kavuşturulmasında kullanılmıştır. Geoistatistiksel tekniklerde, gözlem noktalarının konumları ve gözlemlerin birbiri arasındaki ilişkim göz önünde bulundurularak yansız ve minimum varyansa sahip çıkarımlar gerçekleştirilebilmektedir.

Geoistatistik, bilgisayar teknolojisindeki gelişmeler ile çeşitli parametreler yardımıyla topografyanın özelliklerinin modellenmesine olanak sağlamak ve maliyet, zaman ve işgücü tasarrufuna katkıda bulunmaktadır.

Geoistatistik analizi 4 temel işlem adımıyla ifade etmek istersek;

- I. Bölgesel değişken değerlerinin arasında bulunan farklara uzaklığın etkisini belirlemeye yarayan variogram modellerinin tespit edilmesi,
 - II. Variogram modellerine ait testlerin yapılması,
 - III. Kestirimlerin nokta bazlı, alan bazlı ya da hacimsel olacak şekilde kriging kestirim tekniğiyle gerçekleştirilmesi,
 - IV. Gerçekleştirilen kestirimlerin hatalarının tespit edilmesi,
- olarak sıralayabiliriz. Geoistatistiksel analiz için sıralanan bu dört adımının mutlaka yerine getirilmesi gerekmektedir.

Gözlem verilerinin deneysel variogram yapısının belirlenmesi ve bu yapıya teorik olarak bir modelin uydurulması geoistatistiksel çalışmaların temelini oluşturmaktadır (Yaprak ve Arslan, 2008).

3.4.4.2. Variogram analizi

Variogram analizi, çalışma alanında topografya genelinde değişkenlik gösteren bilinmeyen değerlerin konuma ne derece bağımlı olduğunu yani ölçüm işlemi uygulanan noktaların arasındaki konumsal bağımlılığı tespit etmede kullanılır.

Variogram, uzayda farklı noktadaki değişkenler arasındaki var olan bağımlılığı karakterize eden bir fonksiyondur. Kriging yöntemiyle bir noktadaki yüksekliği hesaplamak için öncelikle kriging ağırlıklarının belirlenmesi gerekmektedir. Kriging ağırlıkları ise variogram modelinin doğrudan bir fonksiyonudur. Herhangi bir çalışma bölgesinde enterpolasyon olarak kriging kullanılacaksa bu durumda seçilen variogram modeline ait parametreler bilinmeli ya da çalışma bölgesinde bulunan verilerden yararlanarak deneysel variogram modeli oluşturulmalıdır. Elde edilen bu deneysel variogram modelinden yararlanarak teorik modele ait bilinmeyen parametreler belirlenmelidir. Kriging yöntemiyle belirlenen ağırlıklar, seçilen variogram fonksiyonuyla doğrudan ilişkilidir (İnal ve Yiğit, 2003).

Geoistatistikte konumsal değişken değerleri arasındaki farkın uzaklığa bağlı değişimleri variogram fonksiyonu ile ifade edilir. Variogram fonksiyonu birbirinden s uzaklığındaki iki konumsal değişken arasındaki farkın varyansı olarak ifade edilir (Yaprak ve Arslan, 2008).

3.4.4.3. Deneysel variogram modeli

Arazi üzerinde değişkenlik gösteren parametrelerin, uzaklığa bağımlı olarak nasıl değişkenlik gösterdiği deneysel variogram modeli için önemlidir. Tez konusu kapsamında belirli bir matematiksel bağıntıyla ifade edilemeyen jeoid yüzeyi ile elipsoid yüzeyi arasındaki jeoid yüksekliği, bölgesel değişken olarak karşımıza çıkmaktadır. Belirli mesafe sınıfları için, bölgesel değişken değerleri arasındaki farkların karelerinin yarısı hesaplanırsa yarıvariogram değerleri belirlenmiş olur. Farkların alındığı mesafeler ile birlikte yarıvariogram değerleri grafiksel olarak çizilirse deneysel yarıvariogram grafiği ortaya çıkar. Şekil 3.15'te deneysel yarıvariogram grafiği gösterilmiştir.

Bölgesel değişken jeoid yüksekliğinin değerlendirilmesinde variogram fonksiyonlarından hesaplanan yarıvariogram değerleri kullanılır, yarıvariogram $\gamma(h)$ ile gösterilir ve (3.49) eşitliği ile ifade edilir. Yarıvariogram aynı zamanda semivaryans olarak da adlandırılır.

$$\gamma(h) = \frac{1}{2n(s)} \sum_{h_{ij}}^{n(h)} (N(x_i y_i) - N(x_j y_j))^2 \quad (3.49)$$

$$h_{ij} = \sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2} \quad (3.50)$$

(3.49) ve (3.50) eşitliklerinde

h_{ij} : i ve j noktalarının birbirine olan yatay uzaklığı,

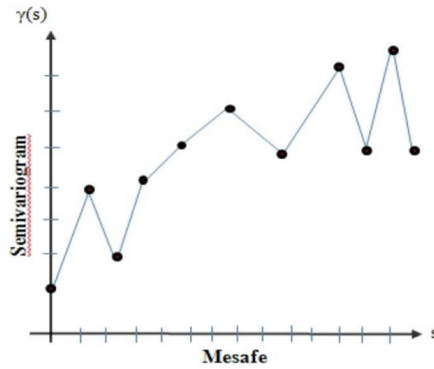
$n(h)$: h mesafedeki nokta çifti adedi,

N_i : i noktasının jeoid yüksekliği,

N_j : j noktasındaki jeoid yüksekliği değeri,

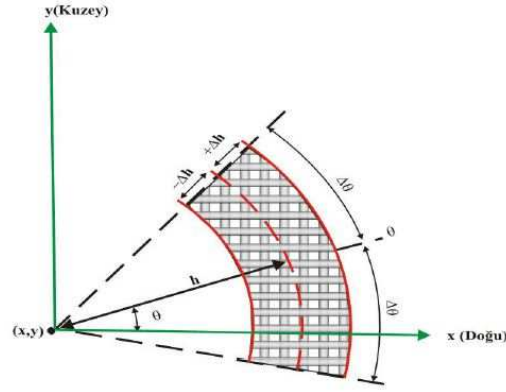
$\gamma(h)$: h mesafesine ait yarıvariogram değerini,

ifade etmektedir.



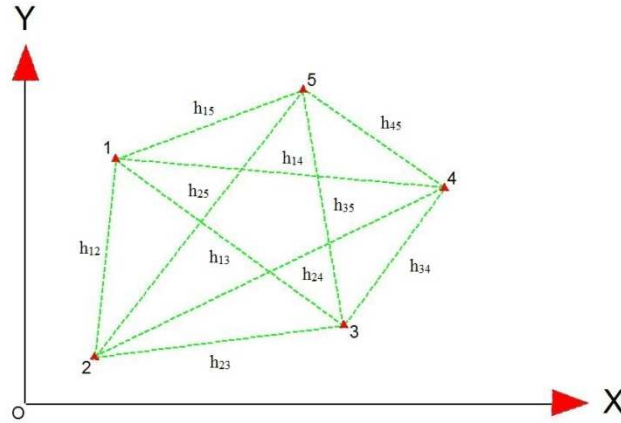
Şekil 3.15. Deneysel variogram modeli (Bolat, 2013)

Variogram, yönün ve uzunluğun bir fonksiyonudur. h kadar uzaklıktaki noktalar yön dikkate alınmaksızın hesaplanırsa, bu tip variogramlar yön bağımsız (omnidirectional, bölge içerisinde olası bütün h uzunluklarını sağlayan nokta çiftleri hesaba katılan, variogramlar) olarak adlandırılır. Herhangi bir θ yönündeki h uzunluklarına sahip nokta çiftleri dikkate alınarak variogram hesap edilirse, bunlar yön bağımlı variogram olarak adlandırılır. θ , X ekseninden itibaren saat ibresinin tersi yönünde oluşan açıdır (Şekil 3.16). $\theta=0^\circ$, $\theta=90^\circ$ ya da $\theta=45^\circ$ için variogramlar oluşturulabilir. $\Delta\theta$ açı toleransını göstermek üzere $(\theta-\Delta\theta < \theta < \theta+\Delta\theta)$ tanımlanabilir (İnal ve Yiğit, 2003).



Şekil 3.16. Variogramda yön ve uzaklık (Yiğit, 2003)

Uygulamada bilhassa meslek disiplinimizde dayanak noktalarının çalışma alanı üzerinde sabit mesafe sınıflarına ayrılmış homojen dağılım göstermesi beklenemez (Şekil 3.17). Böyle durumlarda, (3.49) eşitliği kullanılırken yeni varsayımlar getirilmesi gerekir. Eşitlikteki h_{ij} kesin bir değer olmayıp $h - \Delta h < h < h + \Delta h$ tolerans aralığındaki değerler grubunun ortalaması olarak alınır. Uzunluk toleransı olarak genellikle ilk seçilen h (lag mesafesi, gecikme uzaklığı) uzunluk miktarının yarısı düşünülür ($\Delta h = h/2$) (Isaaks ve Srivastava, 1989).



Şekil 3.17. Rastgele dağılım gösteren nokta grubu

Şekil 3.17'den de anlaşılacağı üzere, noktalar serbest dağılım göstermektedir. Dolayısıyla, (3.49) eşitliği;

$$\gamma_{(hort)} = \frac{1}{2n(s)} \sum_{h_{ij}}^{n(h)} \left(N(x_i y_i) - N(x_j y_j) \right)^2 \quad (3.51)$$

bağıntısı olarak karşımıza çıkar. (3.51) bağıntısında yer alan;

$n(h)$: h için verilen Δh aralık ve $\Delta\theta$ açılı tolerans miktarı ile tanımlanan θ yönündeki nokta çifti sayısı

h_{ort} : $n(h)$ 'daki şartları sağlayan nokta çiftlerinin birbirlerine olan uzunluklarının ortalamasını, temsil etmektedir.

h_{ort} ve θ değerleri (3.52) ve (3.53) eşitlikleriyle belirlenir.

$$h_{ort} = \frac{\sum_{i=1}^{n(h)} h_{ij}}{n} \quad (3.52)$$

$$\theta_{ij} = \arctan\left(\frac{y_j - y_i}{x_j - x_i}\right) \quad (3.53)$$

Rastgele dağılmış noktalardan oluşan bir çalışma bölgesinde variogram değerlerinin (3.51) formülü ile hesaplanmasında aşağıdaki sıra izlenir,

- a) h uzunluğu ve Δh uzunluk toleransı tanımlanır.
- b) Bir θ yönüne bağlı variogram hesaplanmak isteniyorsa θ yönü ve $\Delta\theta$ tolerans açısı belirlenir.
- c) Bu ana kriterlerden sonra bütün olası nokta çiftlerinden oluşan h_{ij} uzunlukları ve θ_{ij} değerleri hesaplanır.
- d) c şıkkında hesap edilen değerlerden a ve b şıkkındaki kriterlerin her ikisini de sağlayan nokta çiftleri belirlenir.
- e) Elde kalan nokta çiftlerinden (3.52) formülü ile h_{ort} değeri hesaplanır
- f) (3.51) formülü ile $\gamma(h_{ort})$ semivaryans değeri hesaplanır.

Yön bağımsız variogram oluşturmak için açılı toleransı $\Delta\theta = 90^\circ$ seçilir. Buraya kadar anlatılanlar bir çalışma bölgesindeki, sadece herhangi bir h uzunluk değerindeki, semivaryans değerinin nasıl hesap edileceğine aittir. Konumsal analiz için ve teorik variogram modelinin ya da parametre değerlerinin belirlenmesi için yeterli sayıdaki h uzunluğunun katları ($h, 2h, 3h, \dots$) kadar semivaryans değerlerinin de hesaplanması gerekmektedir (İnal ve Yiğit, 2003).

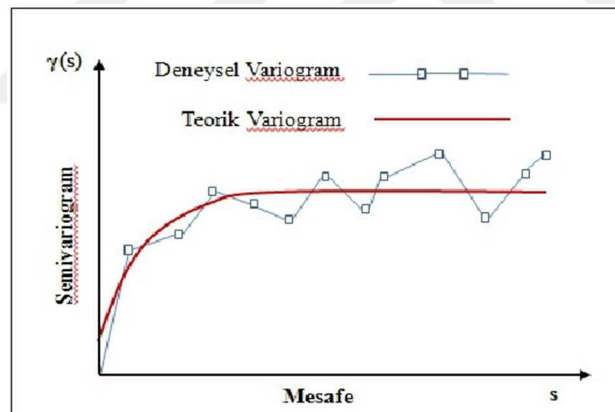
3.4.4.4. Teorik variogram modeli

Belirli matematiksel çalışmalar sonucunda ispatlanmış ve parametreleri bilinen variogram modelleridir.

Geoistatistiksel analiz ile enterpolasyon işlemi için yapılması gereken ilk iş çalışma alanında heterojen olarak dağılım gösteren, değerleri bilinmeyen enterpolasyon noktalarından yararlanarak variogram değerlerini hesaplamaktır. Her enterpolasyon noktasının öteki noktalardan olan varyansının hesaplanması ile elde edilen ve noktaların birbirlerine uzaklıklarına karşılık gelen deneysel variogram grafiğinin çizilmesi ile variogram modeli meydana gelir. Uygulama uzaklığı olarak (lag mesafesi) belirlenmesinin ardından modele uyan teorik variogram modeli belirlenir ve belirlenen modelin çapraz doğrulama tekniği ile kontrolü gerçekleştirilir.

Çapraz geçerlilik yöntemi, teorik variogram parametrelerinin çalışma alanını temsil edip edemeyeceğinin belirlenmesinde bir ölçüt olarak kullanılmaktadır. Çapraz geçerlilik analizi, kriging metodu içerisinde yer alan ölçme noktalarındaki değerleri, çevresindeki değerlerle tahmin ederek, gerçek değerlerle tahmin değerlerini karşılaştıran, seçilen modelin güvenilirliğini test eden bir yöntemdir (Yaprak ve Arslan, 2008).

Sekil 3.18’de Teorik ve deneysel variogram modelleri bir arada gösterilmektedir.



Şekil 3.18. Teorik ve deneysel variogram modelleri (Bolat, 2013)

Geoistatistiksel analizle enterpolasyon tekniğinde kullanılan teorik variogram modelleri Çizelge 3.4’te verilmiştir.

Çizelge 3.4. Teorik variogram modelleri

Variogram Modeli	Parametreler	Durum
Gaussian	$\gamma_h = C_0 + C \left(1 - \exp\left(\frac{-h^2}{a^2}\right) \right)$	
Üssel	$\gamma_h = C_0 + C \left(1 - \exp\left(\frac{-h}{a}\right) \right)$	
Küresel	$\gamma_h = C_0 + C \left(\left(\frac{3h}{2a}\right) - \left(\frac{h^3}{2a^3}\right) \right)$	$(0 \leq h \leq a)$
	$\gamma_h = C_0 + C$	$h \geq a$
Lineer	$\gamma_h = C_0 + C \cdot h$	
Logaritmik	$\gamma_h = C_0 + C \cdot \log(h)$	$h > a$

Modellerde yer alan;

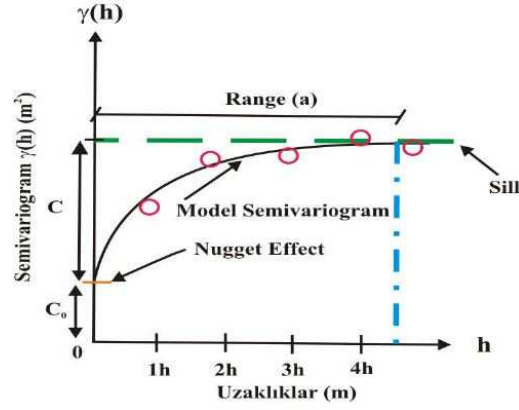
C₀: Uzaklığa bağlı değişimin verilerden belirleneceği durumlarda, aralarındaki uzaklık farkı en küçük nokta çifti arasındaki uzaklık değeri sınır değer olarak alınır. Pratikte sınır değerın altındaki uzaklık değerleri arasında bulunan uzaklık farkının değişimi elde edilemediğinden variogramın orijininde süreksizlik meydana gelir. Süreksizliğe neden olan başka bir durumda örneklemeyle, analizde yapılan hata değerleridir. Variogramda bu durum nugget etkisi C₀ olarak kendisini gösterir (İnal ve ark., 2003). Kestirim sonucunu etkilemeyip yalnızca Kriging varyansının değişmesine neden olmaktadır.

C: Variogramın yapısal bileşenleri için düşey ölçek değeridir.

C+C₀: Eşik değer (sill) olarak adlandırılan bu değer, variogram fonksiyonuna ait toplam düşey ölçek değerini ifade eder. Kestirim sonucunu etkilemeyip yalnızca kriging varyansının değişmesine sebebiyet vermektedir. Belirlenmiş h uzaklığına yönelik variogram fonksiyonuna ait yarıvaryans değeri olup, pratikte variogram hesaplamalarında yararlanılan bütün örneklere ait varyansa karşılık gelmektedir.

a : Etkileme mesafesi (range) olarak adlandırılır. Bölgesel değişkenin geçişli bir yapı sergilediği durumlarda variogram değeri belirli bir mesafeden sonra artış göstermeyip, eşik değerin (C+C₀) çevresinde bulunan faktörlerden etkilenmeye başlar. Variogram değerinin eşik değere ulaştığı mesafe variograma ait yatay mesafedir. Bu mesafeden sonra hesaplamada kullanılan veriler arasında korelasyon bulunmamaktadır.

h : Enterpolasyon noktaları ile gözlem (ölçü) noktaları arasındaki yatay mesafedir (Şekil 3.19).



Şekil 3.19. Teorik variogram grafiği (İnal ve Yiğit, 2003)

Variogram fonksiyonunun özelliklerine değinilecek olursa;

- Variogram değeri $h=0$ uzunluğunda (noktalar arasında yatay mesafenin sıfır olduğu durumlarda) sıfırdır.

$$\gamma(0) = 0 \quad (3.54)$$

- Variogram rastgele iki değişken arasında bulunan farka ait varyans değeri olarak tanımlandığından her durumda sıfırdan büyük değerler alır.

$$\gamma(h) \geq 0 \quad (3.55)$$

- Variogram simetrik özelliği bulunan fonksiyondur.

$$\gamma(h) = \gamma(-h) \quad (3.56)$$

- Variogram sonsuzda h^2 'nin artışından daha az artış gösterir.

$$\lim_{h \rightarrow \infty} \left(\frac{\gamma_h}{h^2} \right) = 0 \quad (3.57)$$

3.4.4.5. Kriging enterpolasyon tekniği

Kriging enterpolasyon yöntemi bilinen yakın noktalardan alınan verileri kullanarak diğer noktalardaki verilerin optimum değerlerini kestiren bir enterpolasyon metodudur (İnal ve ark., 2003).

Kriging enterpolasyon tekniğinde, herhangi bir çalışma alanında bulunan enterpolasyon noktalarındaki bilinmeyen parametreler, bölgede sürekli farklılık gösteren bir değişken varsayılarak, birbirine yakın noktalarda bilinen parametrelerin daha ilgileşimli olması amacıyla bölgesel değişken konuma bağlı olarak sürekli çeşitlilik arz eder.

Kriging enterpolasyon tekniği, enterpolasyon noktalarına yakın dayanak noktalarının enterpole edilecek parametreleri daha fazla etkilenmesini sağlayacak şekilde bir ağırlık modeli kullanılmasını öngörmektedir.

Kriging enterpolasyon, yarıvariogram yapısal özellikleri kullanılarak örneklenmemiş noktalardaki konumsal değişiklerin yansız tahmininin optimal şekilde yapıldığı bir tekniktir. Kriging yöntemini diğer enterpolasyon yöntemlerinden ayıran en önemli özellik, tahmin edilen her bir nokta veya alan için bir varyans değerinin hesaplanabilmesidir ki bu tahmin edilen değerin güven derecesinin bir ölçütüdür (Yaprak ve Arslan, 2008).

Kriging enterpolasyon tekniğinin genel denklemini;

$$N_P = \sum_{i=1}^n P_i N_i \quad (3.58)$$

eşitliği ile ifade edilir.

(3.58) eşitliğinde yer alan;

N_P : Jeoid yüksekliği enterpole edilecek enterpolasyon noktası,

N_i : N_P 'nin hesabında kullanılacak olan jeoid yükseklikleri,

P_i : N_P 'nin hesabında her bir N_i noktasının ağırlık değerleri,

n : N_P hesabında kullanılacak dayanak noktası sayısını,

ifade etmektedir.

Kriging enterpolasyon tekniğinin genel denklemini (3.58) eşitliği incelendiğinde, n adet dayanak noktasının N değerlerinin bilindiği, temel problemin variogram modelinin fonksiyonu P_i ağırlık değerlerinin hesaplanması olduğu ortaya çıkmaktadır.

Belirlenecek kriging ağırlıkları, enterpolasyon hatalarının ortalaması sıfır ve varyansın ise minimum olacak şekilde belirlenir. Burada ağırlık bileşeni P_i seçilirken iki kıstas göz önüne alınmalıdır.

1. Yansızlık için $E[N_p - N_i]=0$, bu şartın sağlanabilmesi için denklem (3.58)'de, $\sum P_i=1$ olmalıdır. (Burada; N_p enterpolasyon ile belirlenen değeri, N_i gerçek olan ancak bilinmeyen değeri ifade etmektedir).

2. Minimum varyans için $\text{Var}[N_p - N_i]=\text{minimum}$ olmalıdır. (Burada belirtilen varyans kriging varyansıdır) (İnal ve Yiğit, 2003).

Kriging enterpolasyon tekniğinde ağırlık değerlerinin enterpolasyon sonucunu doğrudan etkilediği aşikârdır. Enterpolasyon sonucunun doğruluğunu artırmak için ise ağırlıkların yansız olması gerektiğinden, kriging enterpolasyon tekniğine En İyi Lineer Yansız Hesaplayıcı (BLUP) olarak adlandırılmaktadır.

Herhangi bir çalışma bölgesinde enterpolasyon yöntemi olarak kriging yöntemi kullanılacak ise bu durumda seçilen variogram modeline ait parametreler bilinmelidir veya çalışma bölgesinde bulunan verilerden yararlanarak deneysel variogram modeli oluşturulmalıdır. Oluşturulan deneysel variogram modelinden yararlanarak teorik modele ait bilinmeyen parametreler belirlenmelidir (Yiğit, 2003).

Kriging yöntemi ile kestirimin özellikleri şu şekilde sıralanabilir (Yiğit, 2003).

✓ Kriging mutlak bir kestirimcidir(kestirim noktasının dayanak noktalarından herhangi biriyle çakışması durumunda noktanın değeri o dayanak noktasının değerine eşit olur).

✓ Karesel ortalama hatayı minimize eder.

✓ Sağlam (güçlü) bir tekniktir.(Variogram parametrelerindeki küçük değişiklikler sonuçlarda küçük değişikliklere eşittir.)

Kriging yöntemiyle elde edilen varyansın özellikleri:

- Farklı bölgelerde kestirimin rölatif bir indekstir.
- Data geometrisinin iyi bir işaretcisidir.
- Küçük nugget(ya da sill) küçük kriging varyansı verir.

Günümüzde kriging enterpolasyon teknikleri yaygın olarak kullanılmakta olup bunlardan bazıları aşağıda verilmiştir.

1. Ordinary Kriging
2. Universal Kriging
3. Simple Kriging
4. Block Kriging

5. İndicator Kriging
6. Disjunctive Kriging
7. Cokriging

Bunlardan en yaygın olanları Ordinary Kriging ile Universal Kriging enterpolasyon teknikleri olduğundan tez konusu kapsamında bu yöntemlerin detaylarına değinilmiştir.

3.4.4.5.1. Ordinary kriging tekniği

Aynı zamanda Punctual Kriging olarak da adlandırılır. Bu yöntemde bölgesel değişkenlerin durağan ve ortalamanın sabit olduğu varsayımına göre çözüme gidilir (Yiğit, 2003). P_i , kriging ağırlıkları, $\text{Var}[N_p - N_i] = \text{minimum}$ olması şartına göre türetilen lineer denklem sistemine göre çözümlenerek belirlenir.

$$\begin{array}{rcccccc}
 P_1\gamma(h_{11}) + P_2\gamma(h_{12}) + \dots + P_n\gamma(h_{1n}) & = & \gamma(h_{1p}) \\
 P_2\gamma(h_{21}) + P_2\gamma(h_{22}) + \dots + P_n\gamma(h_{2n}) & = & \gamma(h_{2p}) \\
 \vdots & & \vdots \\
 P_n\gamma(h_{n1}) + P_2\gamma(h_{n2}) + \dots + P_n\gamma(h_{nn}) & = & \gamma(h_{np})
 \end{array} \quad (3.59)$$

matris gösterimiyle;

$$\underline{\gamma_{n,n}} \underline{P_{n,1}} = \underline{\gamma_{0,n,1}} \quad (3.60)$$

eşitliği ile gösterilir.

(3.60) eşitliğindeki;

$\underline{\gamma_{n,n}}$: Dayanak noktalarının arasındaki tüm nokta çiftlerinin variogram değerleri matrisi

$\underline{P_{n,1}}$: Bilinmeyen kriging ağırlıkları

$\underline{\gamma_{0,n,1}}$: Dayanak noktaları ile enterpolasyon noktası arasındaki variogram değerleri matrisini,

temsil etmektedir.

$$\underline{\gamma} = \begin{bmatrix} \gamma(h_{11}) & \gamma(h_{12}) & \cdots & \gamma(h_{1n}) & 1 \\ \gamma(h_{21}) & \gamma(h_{22}) & \cdots & \gamma(h_{2n}) & 1 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \gamma(h_{n1}) & \gamma(h_{n2}) & \cdots & \gamma(h_{nn}) & 1 \\ 1 & 1 & \cdots & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad \underline{P} = \begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ \vdots \\ P_n \\ \lambda \end{bmatrix} \quad \underline{\gamma}_0 = \begin{bmatrix} \gamma(h_{1p}) \\ \gamma(h_{2p}) \\ \vdots \\ \gamma(h_{np}) \\ 1 \end{bmatrix} \quad (3.65)$$

Bilinmeyen kriging ağırlıkları;

$$\underline{P} = \underline{\gamma}^{-1} \underline{\gamma}_0 \quad (3.66)$$

denklem sistemi yardımıyla ile belirlenebilir ve tahmin varyansı;

$$\sigma_{ok}^2 = \underline{P}^T \underline{\gamma}_0 \quad (3.67)$$

denklemleriyle hesaplanır.

Ağırlıklar belirlendikten sonra kriging genel denkleminde çalışma bölgesindeki herhangi bir nokta için enterpolasyon değeri (3.58) formülüne göre belirlenir. Ağırlıklar kovaryans fonksiyonlarından ya da variogram fonksiyonlarından yararlanılarak bulunabilir.

Genellikle geoistatistikte ağırlıklar variogram parametrelerine yukarıdaki denklem sistemlerine göre bulunur. Çalışma bölgesindeki herhangi bir konumdaki P noktası için enterpolasyon değerine ulaşmak için kullanılan dayanak nokta sayısı hesaplanacak ağırlıkların sayısını etkilemektedir. Her bir dayanak noktası için bir ağırlık hesaplanmaktadır. Farklı konumlarda olan ve aynı noktaları dayanak noktası olarak kullanan noktalarda ağırlık farklı olacaktır. Bu durumda kriging algoritmasında her bir yeni nokta için ağırlık hesabının tekrarlı olarak hesap edilmesi manasına gelmektedir (İnal ve Yiğit, 2004).

3.4.4.5.2. Universal kriging tekniği

Pratikte çoğu zaman, bölgesel değişkenlerin durağanlık özelliği taşımadığı ve bir trend gösterdiği durumlarla karşılaşılabilir. Verilerin bir trend göstermesi ve bu trendin de hesaba katılarak kriging sisteminin çözülmesi Universal Kriging olarak adlandırılır. Trend olarak genellikle 1. ya da 2. dereceden polinomlar veya Fourier serisi

düşünülür. Universal Kriging sisteminde ortalama değeri bilinen fonksiyonların lineer bir kombinasyonları olarak kabul edilebilir (İnal ve Yiğit, 2004).

Yöntemin uygulanması iki farklı işlemle yapılabilir. Bunlardan birincisi; çalışma alanına uygun olacak şekilde belirlenen bir trend yüzey global olarak geçirilir ve ölçü değerleri bu trendden çıkarılarak, trend yüzey ile ölçüler arasındaki artık hatalar hesaplanır ve ardından alana ait gerçek yüzeyi elde edebilmek için belirlenen trend tüm işlemler sonucunda geri eklenmek suretiyle işlem yapılır.

İkinci olarak da, trend bilinmeyen parametreleri Ordinary Kriging denklemlerine sınırlayıcı diğer denklemler olarak eklenir ve ağırlıklarla birlikte eşzamanlı olarak çözüme gidilir. Birinci durumda yapılması gereken, trend parametreleri çözümlenir elde edilen trend yüzeyinden ölçüler çıkarılır ve kalıntılar elde edilir, kalıntılardan variogram parametreleri çözümlenir, daha sonra Ordinary Kriging uygulanır ve son olarak elde edilen değerlere trend geri eklenir. İkinci durumda ise Ordinary Kriging denklemlerine sınırlandırıcı olarak belirlenen bir drift modeli eklenir. Drift trend yüzeyiyle özdeşdir. Drift olarak genellikle 1. dereceden ya da 2.dereceden polinomlar düşünülür.

1.dereceden polinomal drift yüzeyi;

$$D_p = \alpha_1 y_i + \alpha_2 x_i \quad (3.68)$$

2.dereceden polinomal drift yüzeyi ise;

$$D_p = \alpha_1 y_i + \alpha_2 x_i + \alpha_3 y_i x_i + \alpha_4 y_i^2 + \alpha_5 x_i^2 \quad (3.69)$$

eşitlikleriyle tanımlanabilir.

Birinci derece polinomal drift yüzeyi kullanıldığında matris gösterimiyle lineer denklem sistemi;

$$\gamma = \begin{bmatrix} \gamma(h_{11}) & \gamma(h_{12}) & \cdots & \gamma(h_{1n}) & 1 & y_1 & x_1 \\ \gamma(h_{21}) & \gamma(h_{22}) & \cdots & \gamma(h_{2n}) & 1 & y_2 & x_2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \gamma(h_{n1}) & \gamma(h_{n2}) & \cdots & \gamma(h_{nn}) & 1 & y_n & x_n \\ 1 & 1 & \ddots & 1 & 0 & 0 & 0 \\ y_1 & y_2 & \ddots & \vdots & 0 & 0 & 0 \\ x_1 & x_2 & \ddots & \vdots & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} P = \begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ \vdots \\ P_n \\ \lambda \\ \alpha_1 \\ \alpha_2 \end{bmatrix} \gamma_0 = \begin{bmatrix} \gamma(h_{1p}) \\ \gamma(h_{2p}) \\ \vdots \\ \gamma(h_{np}) \\ 1 \\ y_p \\ x_p \end{bmatrix} \quad (3.70)$$

eşitlikleri ifade edilir. P , kriging ağırlıkları;

$$\underline{P} = \underline{\gamma}^{-1} \underline{\gamma}_0 \quad (3.71)$$

ile belirlenerek kriging tahmin varyansı;

$$\sigma_{UK}^2 = \underline{P}^T \underline{\gamma}_0 \quad (3.72)$$

ile hesap edilir.

3.4.5. Büyük ölçekli harita ve harita bilgileri üretim yönetmeliğine göre jeoid yüksekliklerinin belirlenmesi

Ülkemizde mühendislik projelerinin hayata geçirilmesinde önemli bir payı olan Harita Mühendisliği disiplininin ürettiği veriler, haritacılık işlerinde esas alınan ve 26 Haziran 2018 tarihinden itibaren yürürlükte bulunan Büyük Ölçekli Harita ve Harita Bilgileri Üretim Yönetmeliği hükümlerine göre kontrol edilerek, verilerin doğru, güvenilir ve standart formatta üretilmesi sağlanmaktadır. Topografya üzerindeki noktaların ortometrik yüksekliğini belirlemek için adı geçen yönetmelikte dört yöntem yer almaktadır. Bunlar;

- ✓ TGyy Jeoid Modelinin Doğrudan Kullanılması
- ✓ TGyy Jeoid Modelinin Yerel GNSS/Nivelman Noktaları İle Güncelleştirilerek Kullanılması
- ✓ Baz Vektörlerinde Ortometrik Yükseklik Farkları Hesaplanarak GNSS/Ağ Dengelemesi Yapılması
- ✓ TGyy Jeoid Modelini Kullanmadan Yerel GNSS/Nivelman Noktalarına Dayanan Bir Yerel Jeoid Modelinin Belirlenmesi ve Doğrudan Kullanılması, yöntemleridir.

Yöntemlerin içeriğine dikkat edilirse, ortometrik yüksekliklerin belirlenmesi için yönetmelikte TUDKA99 ile uyumlandırılmış, yayımlandığı yılın son iki rakamı ile anılan ve Harita Genel Komutanlığı tarafından yayımlanan güncel Türkiye Jeoid Modeli (TGyy)'nin kullanılması öngörülmektedir.

3.4.5.1. TGyy jeoid modelinin doğrudan kullanılması

GNSS tekniğiyle yüksek doğrulukla projeksiyon koordinatları ve h elipsoidal yüksekliği elde edilen bir noktanın ortometrik yüksekliği (H), noktanın projeksiyon koordinatları (x,y) ve TGyy jeoid modelinden elde edilen N_{TGyy} jeoid yüksekliği;

$$H = h - N_{TGyy} \quad (3.73)$$

eşitliği ile belirlenir.

3.4.5.2. TGyy jeoid modelinin yerel GNSS/Nivelman noktaları ile güncelleştirilerek kullanılması

Gürdal ve Ceylan (2005)'e göre GNSS tekniği ile belirlenen h elipsoidal yüksekliklerinin ITRF-96 koordinat sistemine göre dengeleme ile belirlendiği ve ortometrik yükseklik değerinin (H) nivelman ile elde edildiği uygulama noktalarında GNSS/Nivelman jeoid yükseklikleri ($N_{GNSS/Niv}$);

$$N_{GNSS/Niv} = h - H \quad (3.74)$$

eşitliği yardımıyla hesaplanır. Nivelman noktalarına ait TGyy jeoid yükseklik değerleri (N_{TGyy}), ITRF96 datumunda o noktaların yatay düzlemdeki koordinat değerlerinden hesaplanabilmektedir. TGyy jeoid modelini güncelleştirilmesi için aşağıdaki yol izlenir.

İlk olarak bölgedeki jeoidin değişimi hesaplanır. Bunun için, arazideki nivelman noktalarına ait ortometrik yükseklik ve elipsoidal yükseklik değerlerinden yararlanılarak belirlenen yerel jeoid yükseklik değerlerinden ($N_{GNSS/Niv}$), aynı nivelman noktalarının TGyy jeoid modelinden hesaplanan TGyy jeoid yükseklikleri (N_{TGyy}) çıkarılarak bölgedeki jeoidin değişim miktarı,

$$dN^* = N_{GNSS/Niv} - N_{TGyy} \quad (3.75)$$

eşitliği kullanılarak elde edilir. Daha sonra, elde edilen bölgedeki jeoidin değişim miktarı (dN^*)'ndan faydalanarak;

$$N^* = N_{TGyy} + dN^* \quad (3.76)$$

eşitliğiyle bölgeye ait güncelleştirilmiş lokal bir jeoid modeli hesaplanır. Son olarak (3.76) eşitliğinden bölge için güncelleştirilmiş lokal jeoid modelinden belirlenen jeoid yüksekliklerinden yararlanılarak, nivelman noktalarının revize edilmiş ortometrik yükseklik değerleri (H^*) (3.77) eşitliği ile belirlenir.

$$H^* = h - N^* \quad (3.77)$$

3.4.5.3. Baz vektörlerinde ortometrik yükseklik farkları hesaplanarak GNSS/Ağ dengelemesi yapılması

Bu yöntem, jeodezik ağda seçilen baz vektörlerine ait ortometrik yükseklik farklarının ölçü olarak alınarak, nivelman nokta yüksekliklerine dayalı olarak dengelenmesi şeklinde tanımlanabilir (Gürdal ve Ceylan, 2005).

Üzerinde GNSS ölçüsü yapılan ve aralarında baz vektörü oluşturan i ve j noktaları arasındaki ortometrik yükseklik farkını (3.78) eşitliğiyle belirlemek mümkündür.

$$\Delta H_{ij} = (h_j - h_i) - (N_j - N_i) \quad \text{veya} \quad \Delta H_{ij} = \Delta h_{ij} - \Delta N_{ij} \quad (3.78)$$

(3.78) eşitliğinde;

ΔH_{ij} : Baz vektörünü oluşturan i ve j noktaları arasında hesaplanan ortometrik yükseklik farkını,

h_i, h_j : i ve j noktalarının elipsoidal yükseklikleri,

N_i, N_j : i ve j noktalarının TGyy jeoid yüksekliklerini,

ifade etmektedir.

Bu yöntemde, GNSS/Nivelman ölçüleri sonucunda elde edilen ortometrik yükseklikler bilinen, (3.78) eşitliği ile hesaplanan ortometrik yükseklik farkları ölçü alınarak dengeleme işlemi yapılır.

3.4.5.4. TGyy jeoid modelini kullanmadan yerel GNSS/Nivelman noktalarına dayanan bir yerel jeoid modelinin belirlenmesi ve doğrudan kullanılması

Çalışma alanında gerçekleştirilecek mühendislik uygulamaları için mevcut jeoid modeli, istenen hassasiyeti sağlamıyor ise, 26 Haziran 2018 tarihinden itibaren yürürlükte bulunan Büyük Ölçekli Harita ve Harita Bilgileri Üretim Yönetmeliği esasları dikkate alınarak çalışma alanına yönelik bir yerel jeoid yüzeyi oluşturulabilir.

Çalışma sahasının karakteristik özelliklerini yansıtacak sayı ve sıklıkta tesis edilen jeoid dayanak noktalarında, GNSS ölçüsü ile elipsoidal yükseklikler (h), geometrik nivelman sonucu ise ortometrik yüksekliklerden (H) elde edilir. Daha sonra (3.74) eşitliğine göre jeoid dayanak noktalarında GNSS/Nivelman jeoid yükseklikleri ($N_{GNSS/Niv}$) hesaplanır. Hesaplanan $N_{GNSS/Niv}$ değerlerine uygun bir matematiksel yüzey geçirilerek de çalışma sahasına ilişkin yerel jeoid yüzeyi belirlenmiş olur.

Jeoid dayanak noktalarının oluşturulmasında aşağıdaki esaslar dikkate alınır:

- TUTGA, C1, C2 ve C3 dereceli GNSS ağı ile ana ve ara nivelman ağının ortak noktaları alınmalıdır.
- Kütle dağılımını karakterize eden yerlerde (su toplama ve bölüm çizgileri üzerinde, tepe ve çukurlarda ve benzeri yerlerde) mutlaka noktalar olmalıdır.
- En az nokta yoğunluğu; 20 km²'ye kadar 6 nokta ve bundan sonraki her 15 km²'ye 1 nokta olmalıdır.
- Jeoid dayanak noktalarının koordinatları en az C2 dereceli nokta esaslarına göre, Helmert ortometrik yükseklikleri ise ana veya ara nivelman ağı ölçme esaslarına göre belirlenirler. Ancak proje alanının 30 km² 'den küçük olması durumunda, jeoid dayanak noktaları idarenin onayı alınarak C3 derece nokta esaslarına göre belirlenebilir.
- Eğimin %20'den fazla ve ulaşımın güç olduğu jeoid dayanak noktalarının Helmert ortometrik yükseklikleri, idarenin onayı alınarak, ana ve ara nivelman noktalarından geometrik nivelman veya trigonometrik nivelman tekniğiyle yapılan bağlantı ölçümleriyle belirlenebilir.

26 Haziran 2018 tarihinden itibaren yürürlükte bulunan Büyük Ölçekli Harita ve Harita Bilgileri Üretim Yönetmeliğine göre dönüşüm için uyulması gereken ölçütler Çizelge 3.5'te verilmiştir.

Çizelge 3.5. 26 Haziran 2018 tarihli Büyük Ölçekli Harita ve Harita Bilgileri Üretim Yönetmeliği'ne göre dönüşüm ölçütleri

Jeoid Modeli	Dayanak Noktalarına Yönelik Yönetmelik Esasları		
	Nokta / Km ²	Uyuşum Testi	Ağ Derecesi
Mevcut TGyy'nin kullanılması	1 Nokta / 200 km ²	$\Delta H_{(mm)} \leq 12 \text{ mm } S_{km}$	C1 nokta doğruluğunda ölçülür ve TUDKA99'a geometrik nivelman ile bağlantısı yapılarak Helmert ortometrik yükseklikleri belirlenir.
Lokal GNSS/Nivelman Jeoid Hesabı	1 Nokta / 15 km ²	$N_{GNSS/Nivelman}$ jeoid yüksekliklerinin uyumunu için yükseklik değerlerinin doğrulukları göz önünde bulundurularak test yapılır. $1-\alpha = 0.95$ alınmalı ve uyumun doğruluk değeri (σ') ± 5 cm'den küçük olmalıdır.	TUTGA, C1, C2 ve C3 dereceli GNSS ağı ile ana ve ara nivelman ağının ortak noktaları alınmalıdır.

Mevcut TGyy modelinin çalışma alanında test edilebilmesi için 200 km² ye kadar en az 4 dayanak noktası ve sonrasında her 200 km² ye 1 dayanak noktası yer almalıdır. Uyuşum testinde kullanılacak yükseklik farkı (3.79) eşitliği ile belirlenir.

$$\Delta H_{(mm)} = H_{Nivelman} - H_{TGyy} + \text{GNSS ölçmesi} \quad (3.79)$$

Lokal GNSS/Nivelman jeoid modelinin hesaplanabilmesi için nokta yoğunluğu 20 km² ye kadar 6 dayanak noktası ve sonrasında her 15 km² ye 1 dayanak noktası yer almalıdır. Jeoid modelinde kullanılacak dayanak noktaları Türkiye Ulusal Temel GNSS Ağı (TUTGA) veya C1, C2, C3 dereceli ağna dayalı noktalar olmalıdır.

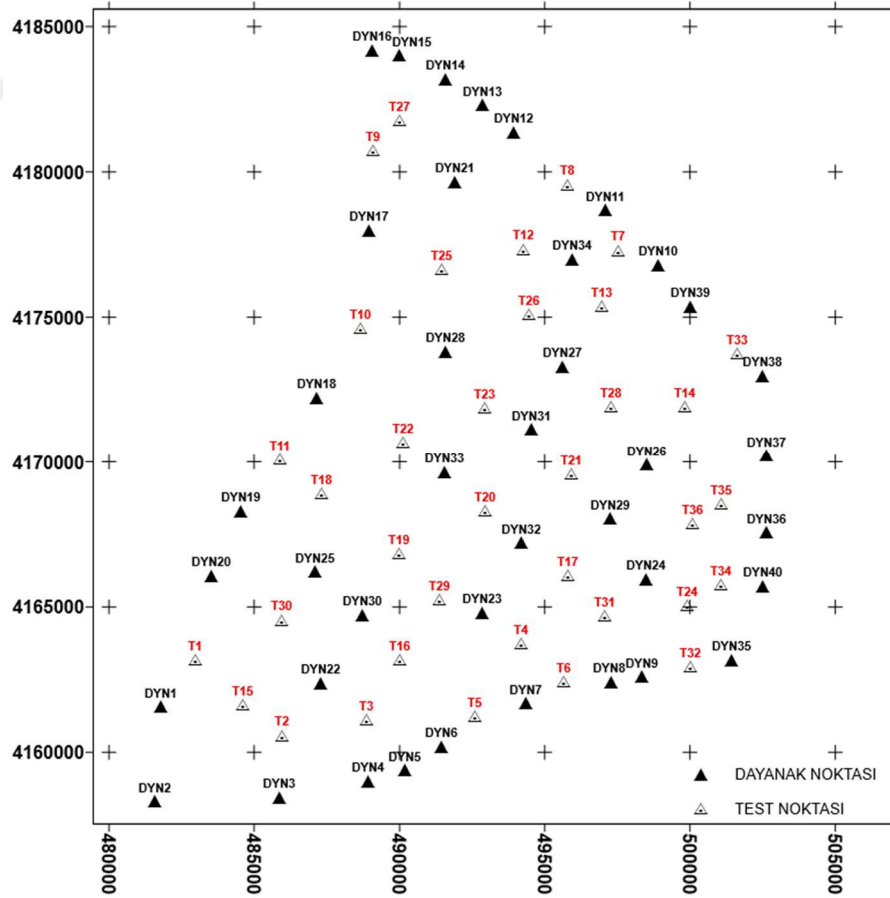
- C1 Derece Ağlar ve Noktalar: Üst derecedeki ağlara dayalı, baz uzunluğu 15-20 km olan ağ ve noktalardır.
- C2 Derece Ağlar ve Noktalar: Üst derecedeki ağlara dayalı, ortalama kenar uzunluğu 5 km olan ağ ve noktalardır.
- C3 Derece Ağlar ve Noktalar: Üst derecedeki ağlara dayalı, en büyük baz uzunluğu 3 km olan ağ ve noktalardır.

4. ARAŞTIRMA SONUÇLARI VE TARTIŞMA

Bu bölümde seçilen bir uygulama alanına, uygulama alanına ait verilerden yararlanarak teorik esasları verilmiş yöntemlere ve Matlab programlama dilinde hazırlanan Jeo Enterpolasyon programının ürettiği jeoid yüksekliği hesap sonuçlarına yer verilmiştir.

4.1. Uygulama Alanı

Tez konusu kapsamında, Konya il merkezinin güneydoğusunda yer alan $37^{\circ}33'27.35''K$ - $37^{\circ}47'27.60''K$ enlemleri ile $32^{\circ}47'28.73''D$ - $33^{\circ}1'46.71''D$ boylamları arasında, güney-kuzey yönünde ~25 km, batı-doğu yönünde ise ~18 km' lik bir alanı temsil eden uygulama alanında projeksiyon koordinatları, ortometrik yükseklikleri ve elipsoidal yükseklikleri bilinen 76 adet noktaya ait veriler kullanılmıştır. (Şekil 4.1)'de uygulama alanı gösterilmiştir.



Şekil 4.1. Uygulama Alanı

Söz konusu uygulama alanında bulunan 76 adet yer kontrol noktasının projeksiyon koordinatları (x, y) ve elipsoidal yükseklikleri (h) GNSS gözlemleriyle ITRF96 datumunda elde edilmiş, ortometrik yükseklikleri ise geometrik nivelman ile belirlenmiştir. Çalışma alanına yönelik yerel bir jeoid modeli oluşturmak için hesaplamalarda, çalışma alanının karakteristik özelliklerini yansıtacak şekilde tesis edilen 76 adet yer kontrol noktasının 40 tanesi jeoid dayanak noktası olarak kullanılmış ve geriye kalan 36 tanesi ise jeoid yüksekliği hesaplanacak test noktası olarak alınmıştır.

Uygulama alanı sınırları içerisinde bulunan 76 adet yer kontrol noktasının koordinatları Gauss Krüger projeksiyonuna göre belirlenmiş olup, noktaların jeoid yükseklik değerleri $N_{\min} = 34.6319$ m ile $N_{\max}=35.3097$ m arasında dağılım göstermektedir. Uygulama alanı içerisinde bulunan dayanak noktaları arasındaki en küçük yatay mesafe 946.54 m, en büyük yatay mesafe ise 27044.53 m'dir.

4.2. Sayısal Uygulama Sonuçları

4.2.1. Ağırlıklı ortalama ile enterpolasyon sonuçları

Ağırlıklı ortalama ile enterpolasyon yöntemine göre hesaplamalar ikiye ayrılarak yapılmıştır. Bunlardan ilki, ters ağırlık modeliyle tüm dayanak noktalarıyla modelleme, diğeri ise test noktalarının doğal komşuları olan ve test noktalarıyla üçgen kenarı oluşturan en yakın üç dayanak noktasıyla Delunay üçgen kriterine göre modellemedir. Hesaplamalarda kritik daire ya da dikdörtgen öngörülmemiş olup, (3.18) eşitliğindeki ağırlık formülündeki k değişkeni 1,2,3,4 alınarak her ağırlık modeline karşılık jeoid yükseklikleri ile ortalama hataları hesaplanmış ve Çizelge 4.1'de gösterilmiştir.

Çizelge 4.1. Ağırlıklı ortalama ile enterpolasyon yöntemi sonucu test noktalarındaki hata miktarları

Yöntem k değişkeni	Tüm Noktalar İle				Delunay Üçgen Kriteri İle			
	k=1	k=2	k=3	k=4	k=1	k=2	k=3	k=4
Test Nokta No	$\epsilon(\text{cm})$	$\epsilon(\text{cm})$	$\epsilon(\text{cm})$	$\epsilon(\text{cm})$	$\epsilon(\text{cm})$	$\epsilon(\text{cm})$	$\epsilon(\text{cm})$	$\epsilon(\text{cm})$
T1	12.14	5.89	3.11	2.55	1.35	1.56	1.90	2.26
T2	7.32	3.84	2.47	2.08	2.16	1.78	1.62	1.59
T3	6.02	3.62	2.61	2.20	2.36	1.77	1.23	0.75
T4	-3.00	-1.11	-1.49	-2.64	-2.37	-2.86	-3.38	-3.88
T5	-1.17	0.04	0.55	0.63	0.95	1.16	1.11	0.91
T6	-8.10	-1.98	0.40	0.74	2.25	1.41	0.93	0.61
T7	5.15	4.67	4.16	3.86	3.89	3.82	3.74	3.67
T8	0.28	-2.00	-3.25	-3.93	-2.49	-3.07	-3.61	-4.06
T9	10.29	4.53	1.62	0.29	-4.92	-5.23	-5.55	-5.87
T10	13.66	8.10	3.93	1.80	-0.02	0.09	0.18	0.24
T11	16.91	7.51	0.82	-2.15	-1.56	-2.37	-2.99	-3.45
T12	1.03	0.19	0.80	1.80	-1.05	0.63	1.85	2.58
T13	-3.28	-2.49	-2.30	-2.38	-1.52	-1.78	-2.05	-2.31
T14	-9.88	-4.57	-1.57	-0.13	0.78	0.92	1.04	1.13
T15	9.38	4.86	2.65	1.77	2.13	1.45	0.96	0.62
T16	8.01	4.72	1.86	-0.20	3.71	1.93	0.29	-1.08
T17	-6.96	-3.05	-1.86	-2.18	-2.51	-3.11	-3.73	-4.32
T18	15.25	8.03	2.63	-0.24	3.50	2.86	2.38	2.05
T19	10.53	6.81	3.79	1.93	4.60	3.81	3.03	2.31
T20	2.59	2.26	1.86	1.92	0.54	0.89	1.32	1.77
T21	-6.69	-3.90	-2.84	-2.61	-1.00	-1.40	-1.74	-2.01
T22	10.52	6.84	4.76	4.34	1.42	2.45	3.34	3.97
T23	2.24	0.67	-0.56	-1.06	-3.42	-2.97	-2.53	-2.12
T24	-17.36	-7.67	-3.86	-3.23	0.52	-0.58	-1.66	-2.64
T25	5.66	1.69	-1.20	-2.93	-4.76	-4.86	-4.95	-5.03
T26	-0.25	-0.21	0.52	1.45	0.10	0.90	1.59	2.17
T27	7.08	1.82	0.04	-0.49	-4.79	-4.81	-5.05	-5.42
T28	-7.15	-4.38	-3.21	-2.87	-0.49	-0.57	-0.75	-0.98
T29	6.99	5.78	5.41	5.77	1.39	3.19	4.60	5.55
T30	12.17	5.45	2.09	0.96	0.24	0.27	0.26	0.22
T31	-10.59	-3.07	1.04	2.84	-0.72	0.86	2.10	2.93
T32	-20.40	-8.19	-3.01	-1.27	-3.02	-1.91	-1.14	-0.59
T33	-8.02	-1.36	1.46	2.33	1.58	1.74	2.13	2.48
T34	-17.54	-5.90	-0.70	1.11	0.63	1.14	1.60	1.95
T35	-14.85	-5.62	-1.08	0.79	-0.86	-0.04	0.71	1.34
T36	-15.02	-7.03	-3.41	-2.23	-1.58	-1.56	-1.54	-1.53

Hesaplama sonuçları analiz edildiğinde k değişkeninin sonuçlara etkisinin önemi daha iyi anlaşılmaktadır. Burada enterpolasyon işlemi tüm jeoid dayanak noktaları

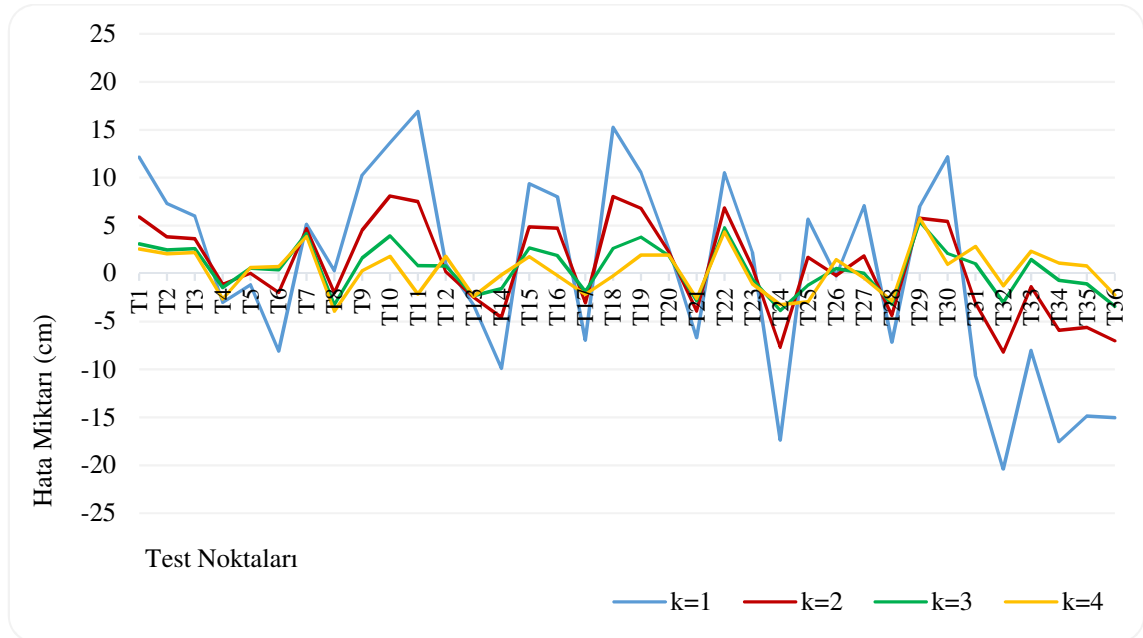
kullanıldığında k değeri arttıkça hesaplama sonuçlarından elde edilen standart sapma değerinin küçüldüğü, Delunay üçgenleme yöntemine göre test noktasıyla üçgen kenarı oluşturan test noktasının doğal komşu jeoid dayanak noktaları kullanıldığında ise standart sapma değerinin k=2 sabitine kadar azalış gösterdiği, k=2 den sonra ise artma eğilimi sergilediği gözlemlenmiştir. Bu bağlamda, tüm noktalar hesaplamaya dahil edildiğinde, en uygun k değeri standart sapması en düşük olan k=4, Delunay üçgen kriterine göre ise en uygun k değerinin k=2 olduğu saptanmıştır.

Çizelge 4.2’de standart sapma değerleri ile mutlak maksimum hata değerleri ve 5 cm’den düşük hataya sahip nokta sayısı gösterilmektedir.

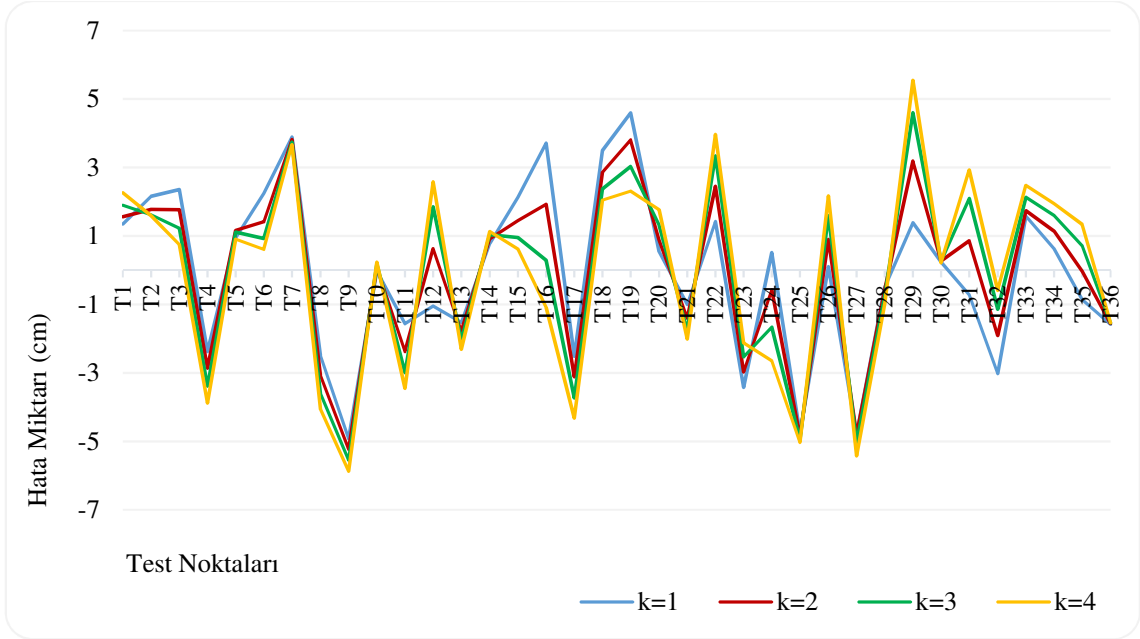
Çizelge 4.2. Ağırlık enterpolasyon yöntemi istatistikî sonuçlar

Yöntem	Tüm Noktalar İle				Delunay Üçgen Kriteri İle			
	k=1	k=2	k=3	k=4	k=1	k=2	k=3	k=4
$m_0(\text{cm})$	± 10.16	± 4.83	± 2.56	± 2.35	± 2.43	± 2.40	± 2.59	± 2.85
$ \epsilon < 5 \text{ cm}$	8	24	35	35	36	35	34	32
$ \epsilon(\text{maks}) \text{ cm}$	20.40	8.19	5.41	5.77	4.92	5.23	5.55	5.87

Hesap sonuçları grafik gösterimi ile Şekil 4.2 ve Şekil 4.3’te gösterilmiştir.



Şekil 4.2. Tüm noktalar ile ağırlıklı ortalama



Şekil 4.3. Delunay üçgenleri ile ağırlıklı ortalama

4.2.2. Polinomlar ile enterpolasyon sonuçları

Polinom yüzeyleriyle enterpolasyon yöntemi Bölüm 3.4.2’de teorisi açıklanan ortogonal polinom yüzeylerinden lineer, quadratik, kübik yüzeyler ve ortogonal olmayan polinom yüzeylerinden bilineer, biquadratik, bikübik yüzeylere göre katsayı anlamlılık testi uygulanarak ve katsayı anlamlılık testi uygulanmadan jeoid modelleri oluşturulmuş olup her tekniğe göre test noktalarının jeoid yükseklikleri kestirilmiş ve standart sapmaları hesaplanmıştır.

4.2.2.1. Katsayı anlamlılık testi uygulanmış polinomlar ile enterpolasyon sonuçları

Ortogonal polinomlar ile enterpolasyonda yüzey katsayıları hesaplanmış ve katsayı anlamlılık testine tabi tutulmuştur. Lineer yüzey denkleminde anlamsız katsayı çıkmamış olup tekrardan bir dengeleme yapılmamıştır. Quadratik yüzey ile kübik yüzey denklemleriyle enterpolasyonda dengeleme sonucu yüzey katsayılarının anlamlı olup olmadığı araştırılmış ve analiz sonucu anlamsız çıkan katsayılar yüzey denklemlerinden çıkarılarak tekrardan bir dengeleme yapılmış ve yüzey katsayıları kestirilmiştir. Yeniden yapılan dengeleme sonucunda anlamsız katsayı tespit edilmediğinden tekrardan bir dengeleme hesabı yapılmasına gerek duyulmamıştır.

Ortogonal olmayan polinomlarda yüzey denklemlerine ait katsayılar hesaplanmış ve ortogonal polinomlarda olduğu gibi katsayı anlamlılık testine tabi tutulmuştur. Dengeleme sonucu bilineer yüzey denkleminde anlamsız katsayı bulunmuş ve yüzey lineer yüzey denklemi haline dönüşmüştür. Bu yüzden lineer yüzey ile bilineer yüzey aynı sonuçları vermiştir. Biquadratik yüzey ile bikübik yüzey denklem katsayıları hesaplanmış ve anlamsız çıkan katsayılar yüzey denkleminde çıkarılarak tekrardan dengeleme ile bilinmeyen yüzey katsayıları hesaplanmıştır. Çizelge 4.3'te Polinomlar ile enterpolasyon yöntemiyle test noktalarında hesaplanan hata miktarları verilmiştir.



Çizelge 4.3. Katsayı anlamlılık testi uygulanarak polinomlar ile enterpolasyon tekniğiyle test noktalarında hesaplanan hata miktarları

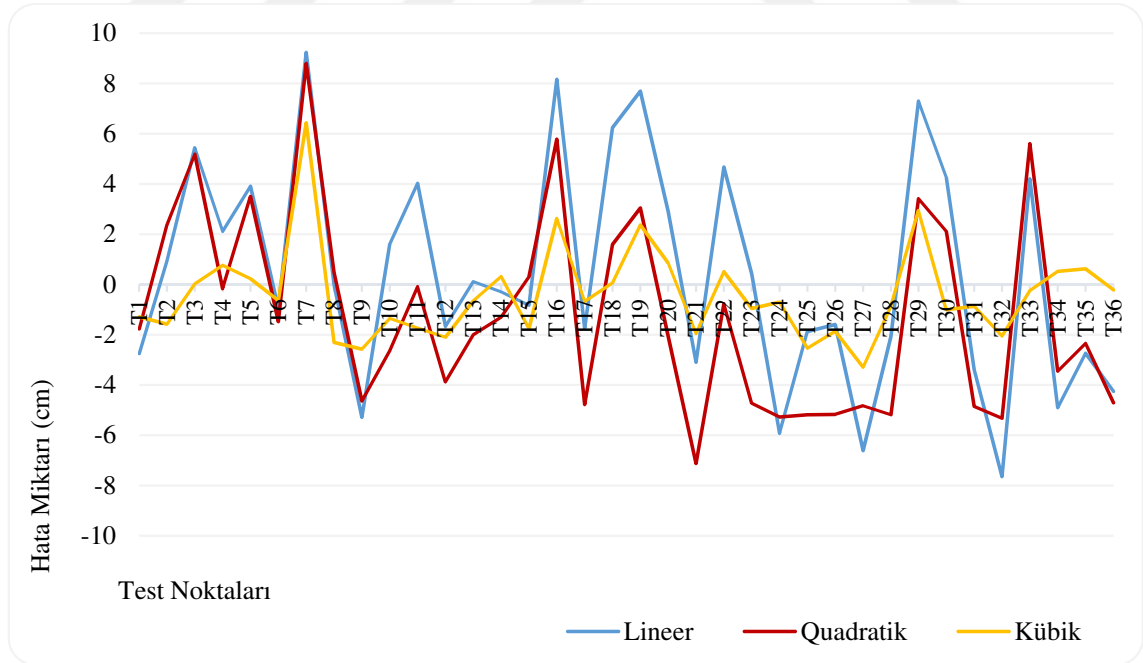
Polinom Cinsi	Ortogonal Polinomlar			Ortogonal Olmayan Polinomlar		
Polinom Yüzeyi	Lineer	Quadratik	Kübik	Bilineer	Biquadratik	Bikübik
Nokta No	$\epsilon(\text{cm})$	$\epsilon(\text{cm})$	$\epsilon(\text{cm})$	$\epsilon(\text{cm})$	$\epsilon(\text{cm})$	$\epsilon(\text{cm})$
T1	-2.75	-1.77	-1.29	-2.75	0.11	0.10
T2	0.92	2.36	-1.58	0.92	-0.27	-1.52
T3	5.44	5.19	0.02	5.44	0.76	2.16
T4	2.11	-0.16	0.76	2.11	-0.80	2.43
T5	3.91	3.51	0.23	3.91	-0.98	2.81
T6	-0.95	-1.48	-0.64	-0.95	-2.54	0.30
T7	9.24	8.80	6.44	9.24	6.84	12.11
T8	-0.01	0.49	-2.30	-0.01	-0.13	2.33
T9	-5.29	-4.64	-2.57	-5.29	-4.86	-7.36
T10	1.61	-2.64	-1.35	1.61	0.06	-0.91
T11	4.02	-0.09	-1.73	4.02	0.58	2.21
T12	-1.67	-3.87	-2.10	-1.67	-0.85	-0.50
T13	0.11	-2.00	-0.65	0.11	-1.25	2.73
T14	-0.29	-1.30	0.32	-0.29	-2.12	1.71
T15	-0.83	0.31	-1.76	-0.83	0.08	-1.52
T16	8.17	5.79	2.62	8.17	3.64	5.42
T17	-1.74	-4.78	-0.67	-1.74	-2.87	-0.19
T18	6.24	1.59	0.07	6.24	3.24	3.48
T19	7.70	3.04	2.37	7.70	4.41	5.15
T20	2.90	-2.06	0.85	2.90	0.83	2.50
T21	-3.09	-7.13	-1.95	-3.09	-3.93	-1.27
T22	4.68	-0.76	0.51	4.68	2.76	2.43
T23	0.42	-4.72	-0.96	0.42	-0.35	0.21
T24	-5.93	-5.27	-0.70	-5.93	-1.59	-4.40
T25	-1.87	-5.19	-2.53	-1.87	-1.06	-2.95
T26	-1.59	-5.17	-1.86	-1.59	-1.43	-0.40
T27	-6.61	-4.83	-3.29	-6.61	-4.77	-8.27
T28	-2.06	-5.19	-0.86	-2.06	-3.01	0.45
T29	7.30	3.41	2.94	7.30	3.59	5.50
T30	4.26	2.12	-1.00	4.26	2.15	2.07
T31	-3.39	-4.85	-0.86	-3.39	-3.15	-1.37
T32	-7.65	-5.32	-2.05	-7.65	-1.16	-6.32
T33	4.20	5.60	-0.24	4.20	-1.32	4.25
T34	-4.90	-3.45	0.52	-4.90	0.62	-4.50
T35	-2.74	-2.34	0.63	-2.74	-0.83	-2.18
T36	-4.25	-4.71	-0.21	-4.25	-2.29	-2.69

Polinomlar ile enterpolasyonda hangi yüzey polinomunun daha uygun olduğuna karar verebilmek için jeoid dayanak noktaları ve test noktalarındaki standart sapma değerleri hesaplanmıştır. Çizelge 4.4'te hesaplanan standart sapma değerleri ve diğer istatistikî bulgular verilmiştir. Şekil 4.4 ve Şekil 4.5'te katsayı anlamlılık testi uygulanmış ortogonal ve ortogonal olmayan polinom sonuçları gösterilmiştir.

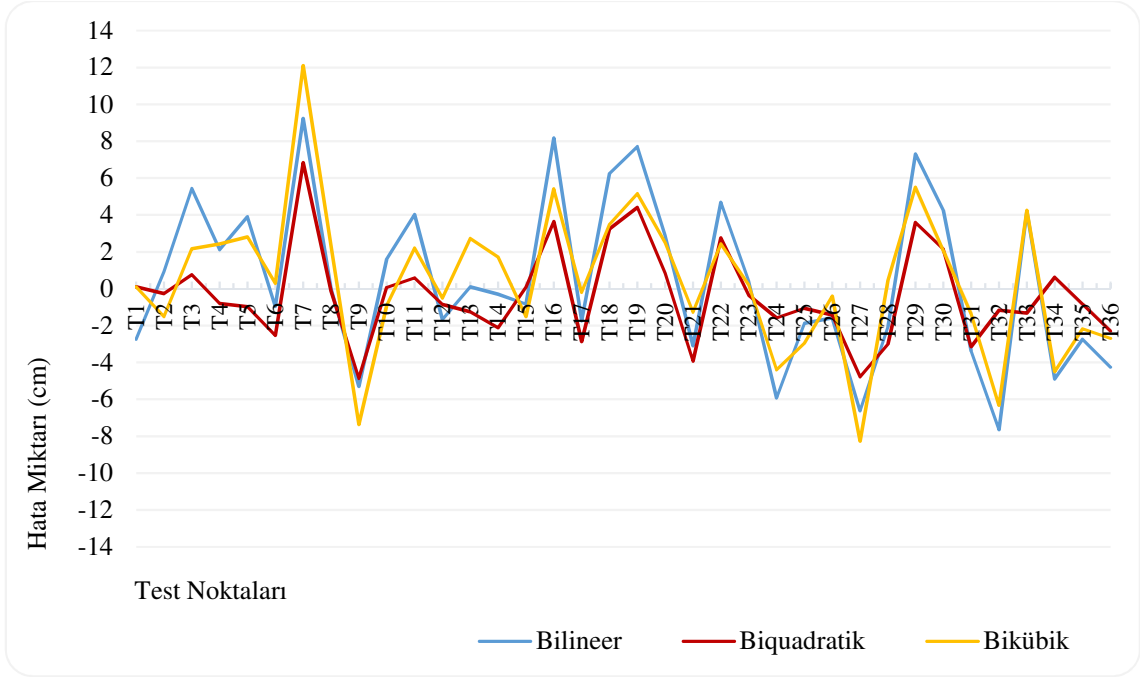
Çizelge 4.4. Jeoid dayanak noktaları ve test noktalarındaki standart sapma değerleri ve diğer istatistikî bulgular

Polinom Cinsi	Ortogonal Polinomlar ile			Ortogonal Olmayan Polinomlar ile		
	Lineer	Quadratik	Kübik	Bilineer	Biquadratik	Bikübik
Ortalama Hata	m_0 (cm)	m_0 (cm)	m_0 (cm)	m_0 (cm)	m_0 (cm)	m_0 (cm)
Jeoid Dayanak Noktalarına Göre	± 5.63	± 4.65	± 2.89	± 5.63	± 3.53	± 5.08
Test Noktalarına Göre	± 4.41	± 4.06	± 1.88	± 4.41	± 2.56	± 3.91
$ \epsilon < 5$ cm	26	25	35	26	35	29
$ \epsilon_{(maks)} $ cm	9.24	8.80	6.44	9.24	6.84	12.11

Hesap sonuçları grafik gösterimi ile Şekil 4.4 ve Şekil 4.5'te verilmiştir.



Şekil 4.4. Ortogonal polinom sonuçları



Şekil 4.5. Ortogonal olmayan polinom sonuçları

Çizelge 4.4, Şekil 4.4 ve Şekil 4.5'ten de anlaşılacağı üzere ortogonal polinomlarda dayanak noktalarına ve test noktalarına göre en iyi standart sapma değerlerini kübik yüzey denklemi sağlamıştır. Ortogonal olmayan polinomlarda ise, dayanak ve test noktalarına göre soncul standart sapma değeri düşük en iyi yüzey biçadatik yüzey denklemi olarak karşımıza çıkmıştır. Enterpolasyonda uyuşumsuz ölçü araştırması yapılmış olup uyuşumsuz nokta bulunmamıştır. Sonuçlardan anlaşılacağı üzere gerçek topografik yüzeye en yakın yüzey kübik yüzeydir.

4.2.2.2. Katsayı anlamlılık testi uygulanmamış polinomlar ile enterpolasyon sonuçları

Ortogonal polinom yüzeylerinden lineer, quadratik, kübik yüzeyler ve ortogonal olmayan polinom yüzeylerinden bilineer, biçadatik, bikübik yüzeylere göre katsayı anlamlılık testi uygulanmadan jeoid modelleri oluşturulmuş ve her tekniğe göre test noktalarının jeoid yükseklikleri kestirilmiş ve standart sapmaları hesaplanmıştır. Hesaplama sonuçları Çizelge 4.5'te verilmiştir.

Çizelge 4.5. Katsayı anlamlılık testi uygulanmadan polinomlar ile enterpolasyon tekniğiyle test noktalarında hesaplanan hata miktarları

Polinom Cinsi	Ortogonal Polinomlar			Ortogonal Olmayan Polinomlar		
Polinom Yüzeyi	Lineer	Quadratik	Kübik	Bilineer	Biquadratik	Bikübik
Nokta No	$\epsilon(\text{cm})$	$\epsilon(\text{cm})$	$\epsilon(\text{cm})$	$\epsilon(\text{cm})$	$\epsilon(\text{cm})$	$\epsilon(\text{cm})$
T1	-2.75	-1.83	-1.85	-2.92	-2.69	-0.57
T2	0.92	1.61	-1.10	0.72	0.88	-0.66
T3	5.44	4.74	0.82	5.41	2.23	0.50
T4	2.11	0.04	1.24	2.28	-0.09	0.79
T5	3.91	3.59	1.34	4.06	0.55	0.91
T6	-0.95	-0.89	0.25	-0.69	-1.82	0.23
T7	9.24	7.16	6.95	8.84	6.14	5.67
T8	-0.01	-0.96	-0.94	-0.35	-0.73	-2.12
T9	-5.29	-3.14	-3.56	-4.92	-3.86	-4.19
T10	1.61	-1.64	-2.80	1.88	-1.71	-3.34
T11	4.02	1.02	-3.25	4.26	-3.11	-3.64
T12	-1.67	-4.63	-1.91	-1.81	-1.18	-0.89
T13	0.11	-3.21	-0.81	-0.17	-1.58	0.16
T14	-0.29	-2.08	-0.71	-0.52	-2.06	1.58
T15	-0.83	-0.25	-1.69	-1.04	-0.36	-1.18
T16	8.17	5.58	3.09	8.22	4.11	2.26
T17	-1.74	-4.63	-0.80	-1.61	-2.47	-0.98
T18	6.24	2.18	-0.87	6.40	0.55	-1.72
T19	7.70	3.06	2.11	7.79	3.48	1.09
T20	2.90	-2.16	0.43	2.99	0.54	0.00
T21	-3.09	-7.42	-2.60	-3.08	-3.79	-2.00
T22	4.68	-0.50	-0.31	4.82	1.25	-1.06
T23	0.42	-4.92	-1.63	0.46	-0.95	-1.56
T24	-5.93	-4.27	-0.77	-5.69	-1.81	-1.45
T25	-1.87	-5.02	-3.10	-1.77	-1.62	-2.68
T26	-1.59	-5.83	-2.18	-1.69	-1.79	-1.18
T27	-6.61	-3.74	-3.45	-6.33	-3.28	-3.39
T28	-2.06	-5.88	-1.62	-2.19	-2.93	-0.02
T29	7.30	3.35	3.04	7.40	3.57	2.17
T30	4.26	2.13	-1.24	4.24	0.27	-1.66
T31	-3.39	-4.32	-0.69	-3.19	-2.77	-0.93
T32	-7.65	-3.74	-1.27	-7.27	-1.96	-0.71
T33	4.20	4.29	-1.24	3.75	-1.82	-0.22
T34	-4.90	-2.39	0.13	-4.70	0.21	-1.00
T35	-2.74	-2.12	-0.45	-2.76	-0.80	0.21
T36	-4.25	-4.41	-1.05	-4.21	-2.15	-0.74

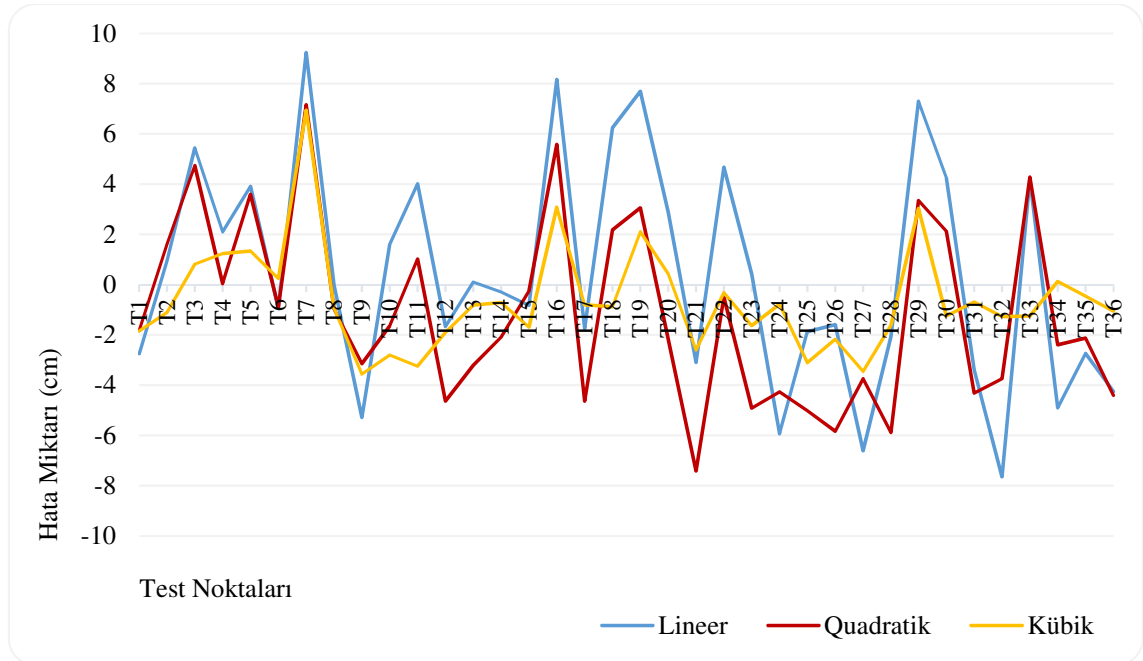
Katsayı anlamlılık testi uygulanmadan polinomlar ile enterpolasyon tekniğinde hesaplama sonuçlarının gerçek yüzeye yakınlığına karar verebilmek için jeoid dayanak noktalarında ve test noktalarında standart sapma değerleri hesaplanmıştır.

Çizelge 4.6’da hesaplanan standart sapma değerleri ve diğer istatistikî bulgular yer almaktadır. Şekil 4.6 ve Şekil 4.7’de katsayı anlamlılık testi uygulanmamış ortogonal ve ortogonal olmayan polinom sonuçları verilmiştir.

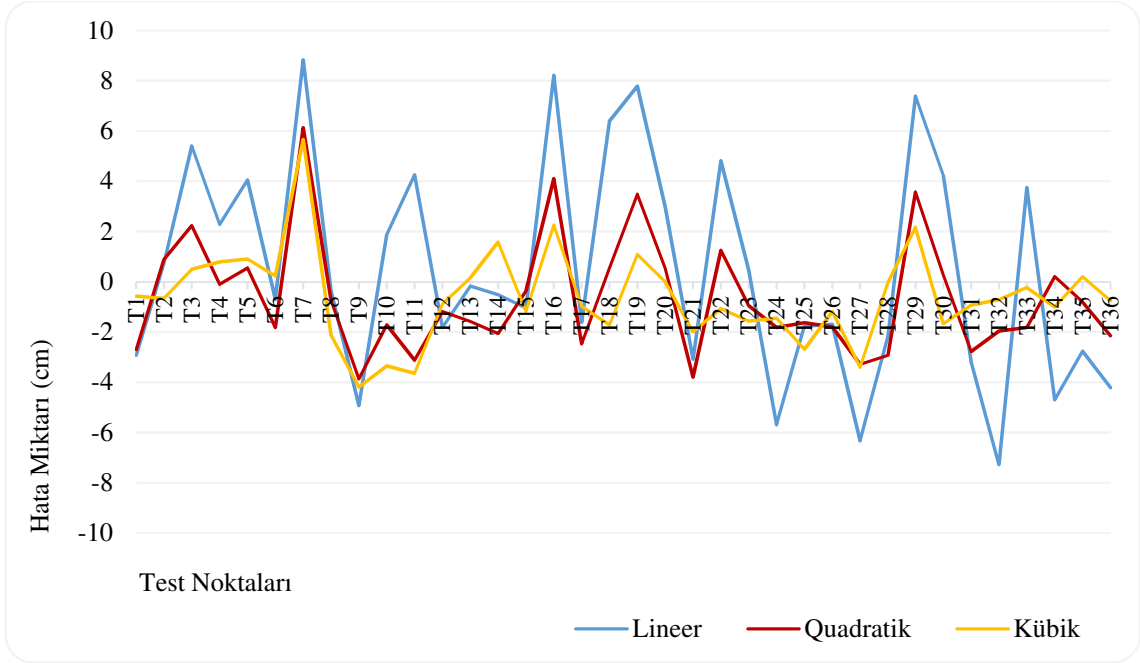
Çizelge 4.6. Jeoid dayanak noktaları ve test noktalarındaki standart sapma değerleri ve diğer istatistikî bulgular

Polinom Cinsi	Ortogonal Polinomlar ile			Ortogonal Olmayan Polinomlar ile		
	Lineer	Quadratik	Kübik	Bilineer	Biquadratik	Bikübik
Polinom Yüzeyi						
Ortalama Hata	m_0 (cm)	m_0 (cm)	m_0 (cm)	m_0 (cm)	m_0 (cm)	m_0 (cm)
Jeoid Dayanak Noktalarına Göre	± 5.63	± 4.60	± 2.83	± 5.70	± 3.16	± 2.80
Test Noktalarına Göre	± 4.41	± 3.79	± 2.15	± 4.36	± 2.38	± 1.94
$ \epsilon < 5$ cm	26	30	35	27	35	35
$ \epsilon _{(maks)}$ cm	9.24	7.42	6.95	8.84	6.14	5.67

Hesap sonuçları grafik gösterimi ile Şekil 4.6 ve Şekil 4.7’de gösterilmiştir.



Şekil 4.6. Ortogonal polinom sonuçları



Şekil 4.7. Ortogonal olmayan polinom sonuçları

Çizelge 4.5, Şekil 4.6 ve Şekil 4.7'den de anlaşılacağı üzere, ortogonal polinomlarda dayanak noktalarına ve test noktalarına göre en iyi standart sapma değerlerini kübik yüzey denklemi sağlamıştır. Ortogonal olmayan polinomlarda ise, dayanak ve test noktalarına göre soncul standart sapma değeri düşük en iyi yüzey bikübik yüzey denklemi olarak karşımıza çıkmıştır. Her iki hesaplamada da uyuşumsuz ölçü testi yapılmış ve uyuşumsuz noktaya rastlanmamıştır. Sonuçlardan anlaşılacağı üzere gerçek topografik yüzeye en yakın yüzey bikübik yüzeydir.

4.2.3. Multiquadratik enterpolasyon sonuçları

Multiquadratik enterpolasyon tekniği uygulanırken bir ön dengeleme yapılarak dayanak noktalarının belirlenen yüzeyden artık yükseklik değerleri hesaplanmıştır. Bu yöntemde ön dengeleme için trend yüzey olarak biquadratik yüzey seçilmiştir. Dengelemede biquadratik yüzey denkleminin bilinmeyen katsayıları çözümlenmiş ve katsayı anlamlılık testi uygulanmadan ve katsayı anlamlılık testi uygulanarak anlamsız katsayılar yüzey denkleminde çıkarılmış ve yeniden dengeleme ile bilinmeyen katsayılar kestirilmiş ve her iki teknikte test noktalarının jeoid yükseklikleri hesaplanmıştır. Kernel fonksiyonunun parametresi $\delta = 0$ alınmıştır. Çizelge 4.7'de multiquadratik enterpolasyonda test noktalarında hesaplanan hata miktarları verilmiştir.

Çizelge 4.7. Multiquadratik enterpolasyonla test noktalarında hesaplanan hata miktarları

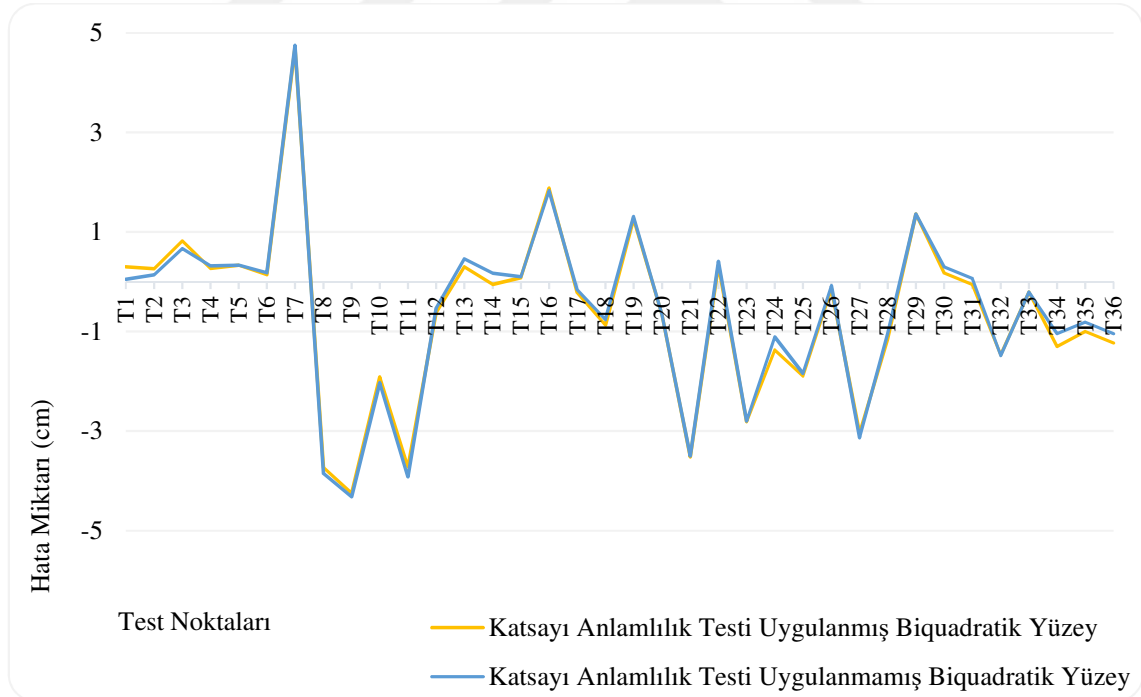
Yöntem		Katsayı Anlamlılık Testi Uygulanmış Multiquadratik Enterpolasyon	Katsayı Anlamlılık Testi Uygulanmamış Multiquadratik Enterpolasyon
Trend Yüzey		Biquadratik Yüzey	Biquadratik Yüzey
Nokta No	Geometrik Parametre	$\epsilon_{(cm)}$	$\epsilon_{(cm)}$
T1	$\delta=0$	0.30	0.05
T2		0.26	0.14
T3		0.82	0.67
T4		0.27	0.32
T5		0.33	0.33
T6		0.14	0.18
T7		4.70	4.75
T8		-3.73	-3.85
T9		-4.25	-4.32
T10		-1.91	-2.03
T11		-3.72	-3.92
T12		-0.62	-0.53
T13		0.30	0.46
T14		-0.05	0.17
T15		0.08	0.10
T16		1.88	1.83
T17		-0.22	-0.16
T18		-0.87	-0.76
T19		1.27	1.31
T20		-0.66	-0.66
T21		-3.52	-3.50
T22		0.33	0.41
T23		-2.81	-2.80
T24		-1.37	-1.11
T25		-1.89	-1.84
T26		-0.14	-0.08
T27		-3.05	-3.13
T28		-1.16	-1.04
T29		1.36	1.36
T30		0.18	0.30
T31		-0.05	0.07
T32		-1.47	-1.48
T33		-0.21	-0.21
T34		-1.30	-1.04
T35		-1.00	-0.81
T36		-1.23	-1.04

Hesaplama sonucunda test noktalarındaki standart sapma değerleri ve diğer istatistikî bulgular Çizelge 4.8’de verilmiştir. Multiquadratik enterpolasyon işleminde anlamlılık testi uygulanmış ve uygulanmamış olarak elde edilen sonuçların milimetre mertebesinde birbirlerine yakınlık sergilediği sonucuna varılmıştır.

Çizelge 4.8. Dengeleme sonucu test noktalarındaki standart sapma değerleri ve diğer istatistikî bulgular

Yöntem	Katsayı Anlamlılık Testi Uygulanmış Multiquadratik Enterpolasyon	Katsayı Anlamlılık Testi Uygulanmamış Multiquadratik Enterpolasyon
Trend Yüzey	Biquadratik	Biquadratik
Ortalama Hata	m_0 (cm)	m_0 (cm)
Test Noktalarına Göre	± 1.86	± 1.87
$ \varepsilon < 5$ cm	36	36
$ \varepsilon_{(maks)} $ cm	4.70	4.75

Hesap sonuçları grafik gösterimi ile Şekil 4.8’de gösterilmiştir.



Şekil 4.8. Multiquadratik enterpolasyon sonuçları

4.2.4. Baz vektörlerinde ortometrik yükseklik farkları hesaplanarak GNSS/Ağ dengelemesi enterpolasyon sonuçları

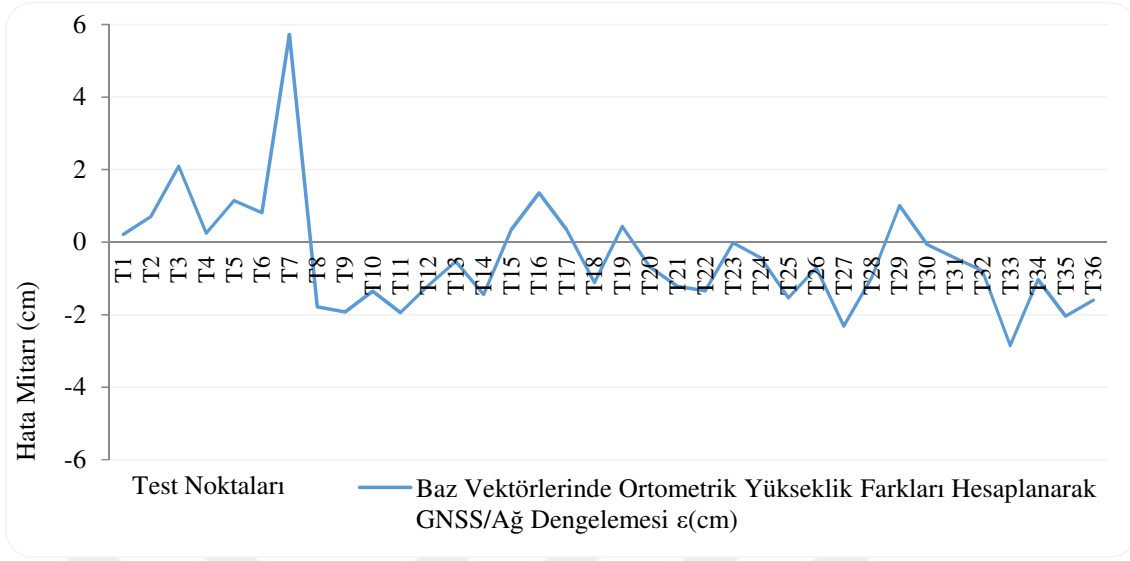
Baz vektörlerinde ortometrik yükseklik farkları hesaplanarak GNSS/ Ağ dengelemesi yönteminde, öncelikle jeoid dayanak noktaları ile test noktaları arasında 150 adet, test noktalarının birbirleri arasında ise 156 adet baz vektörü olmak üzere toplamda 306 adet baz vektörü oluşturulmuştur. Baz vektörlerinin uç noktaları arasındaki ortometrik yükseklik farkları (3.78) eşitliğine göre hesap edilmiş ve dengeleme işleminde ölçü vektörü olarak kullanılmıştır.

En küçük kareler ile dengeleme ile baz vektörlerine getirilecek düzeltmeler ile bilinmeyenler hesaplanmış ve test noktalarının jeoid yükseklikleri ile ortometrik yükseklikleri hesaplanmıştır. Hesaplama sonucunda test noktalarının bilinen jeoid yükseklikleri ile hesaplanan jeoid yükseklikleri arasındaki farklar Çizelge 4.9'da ve Şekil 4.9'da gösterilmiştir.

Çizelge 4.9. Baz vektörlerinde ortometrik yükseklik farkları hesaplanarak GNSS/Ağ dengelemesi yöntemiyle test noktalarındaki hata miktarları

Yöntem	Baz Vektörlerinde Ortometrik Yükseklik Farkları Hesaplanarak GNSS/Ağ Dengelemesi
Nokta No	$\epsilon(\text{cm})$
T1	0.21
T2	0.71
T3	2.09
T4	0.25
T5	1.15
T6	0.81
T7	5.73
T8	-1.78
T9	-1.92
T10	-1.35
T11	-1.94
T12	-1.20
T13	-0.53
T14	-1.44
T15	0.34
T16	1.36
T17	0.34
T18	-1.11
T19	0.43
T20	-0.68
T21	-1.22
T22	-1.34
T23	-0.02
T24	-0.43
T25	-1.54
T26	-0.71
T27	-2.31
T28	-0.98
T29	1.01
T30	-0.06
T31	-0.43
T32	-0.79
T33	-2.85
T34	-1.03
T35	-2.04
T36	-1.60

Hesap sonuçları grafik gösterimi ile Şekil 4.9’da gösterilmiştir.

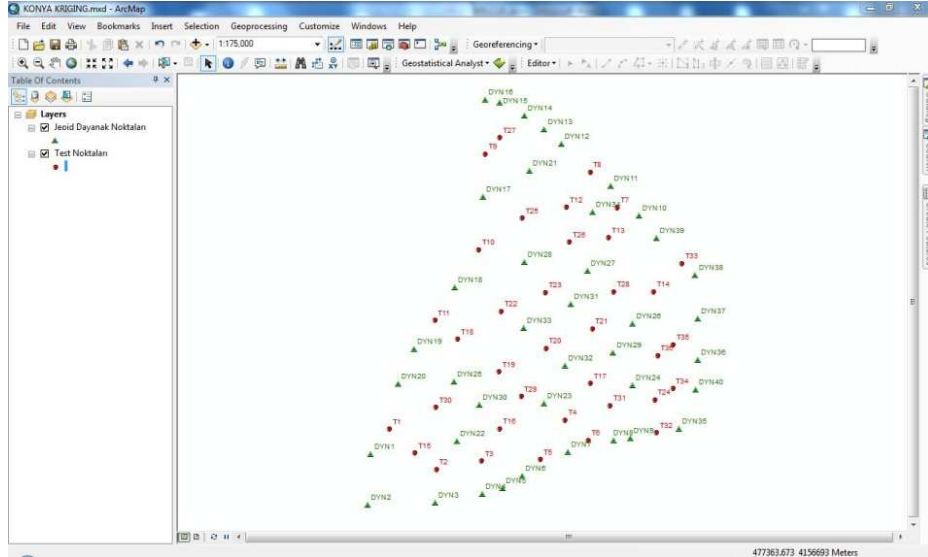


Şekil 4.9. Baz vektörlerinde ortometrik yükseklik farkları hesaplanarak GNSS/Ağ dengelemesi sonuçları

Dengeleme sonucu test noktalarındaki soncul standart sapma değeri ± 1.58 cm olarak hesap edilmiş olup 36 adet test noktasının 35 adedinde hata miktarının 5 cm'nin altında olduğu tespit edilmiştir.

4.2.5. Kriging enterpolasyon sonuçları

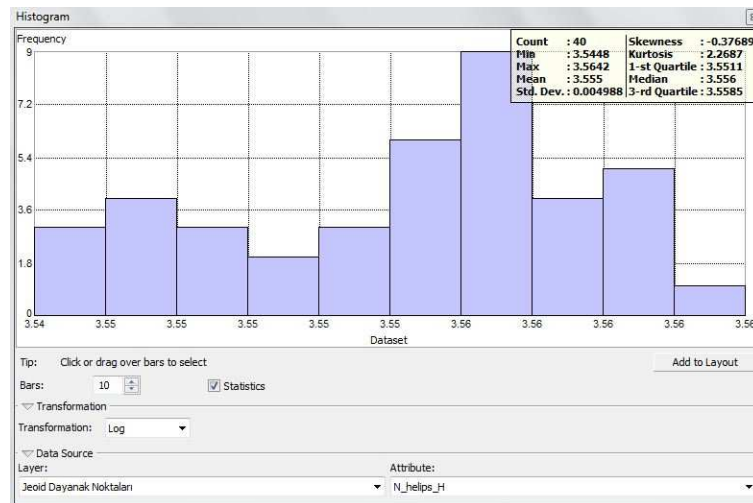
Kriging enterpolasyon yöntemi için, jeoid dayanak noktaları ve test noktaları ArcMap 10.1 paket yazımı ile değerlendirilmiş olup, jeoid dayanak noktaları ve test noktalarının görüntüsü Şekil 4.10’da verilmiştir.



Şekil 4.10. Jeoid dayanak noktaları ile test noktalarının dağılımı

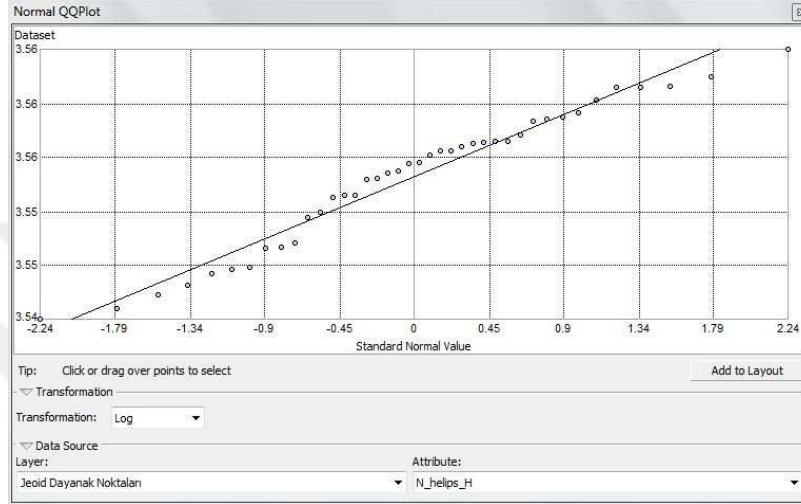
ArcMap 10.1 Geostatistical Analyst ile Ordinary Kriging yöntemi ve Universal Kriging yöntemiyle 2.derece trend yüzey denkleminde yararlanılarak 3 farklı variogram modeliyle (Üssel, Gaussian, Küresel) yerel jeoid modeli oluşturulmuş olup, jeoid dayanak noktalarının verileriyle bazı analizler yapılmış ve bu analizlerden Universal Kriging tekniği gaussian variogram modeline ilişkin görseller Şekil 4.11, Şekil 4.12, Şekil 4.13, Şekil 4.14 ve Şekil 4.15'te gösterilmiştir.

Şekil 4.11 - Histogram grafiği analizi uygulama alanında kullanılacak olan jeoid dayanak nokta verilerinin normal dağılımda olup olmadığının sorgulanması için yapılır. Burada ortalama (mean) ve ortanca (median) değerlerinin yaklaşık aynı olması verilerin normal dağılımda olduğunu ortaya koymaktadır.



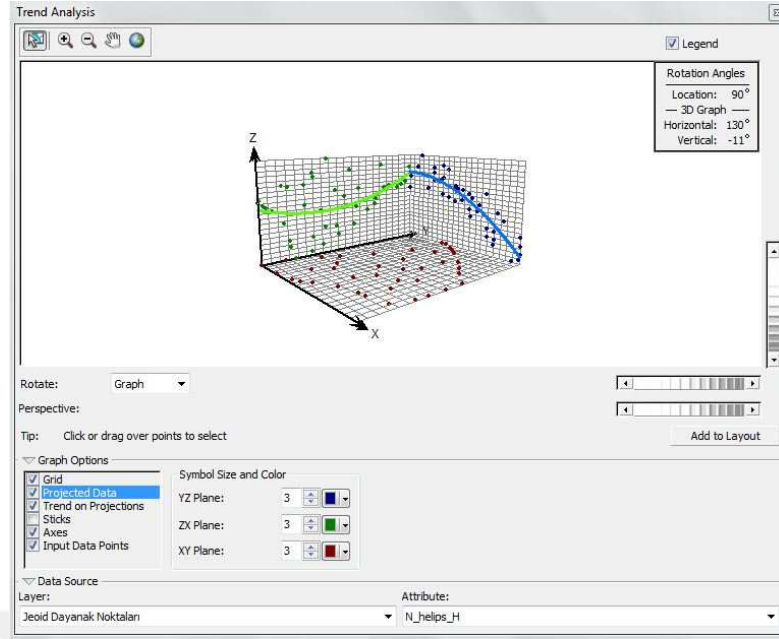
Şekil 4.11. Histogram grafiği

Şekil 4.12- Normal QQ Plot Testi Normal dağılıma sahip datalar yüzey oluştururken olabilecek en iyi neticeyi verdiklerinden verilerin normal dağılımda olup olmadıklarının enterpolasyon sonucu duyarlılığı için büyük bir önemi mevcuttur. Bu nedenle verilerin normal dağılımda olup olmadığının analizi için ikinci bir yol ise Normal QQ Plot testidir. Şekil 4.12’de görüleceği üzere jeoid dayanak nokta verilerinin standart normal dağılımla karşılaştırılmasıyla ikinci bir normal dağılım testi yapılmıştır.



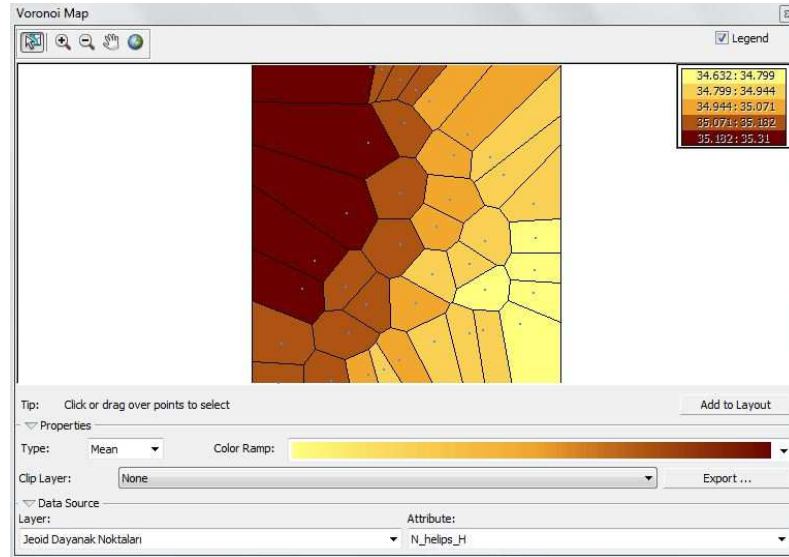
Şekil 4.12. Normal QQ Plot testi

Şekil 4.13- Uygulama alanında hesaplamalarda kullanılacak verilerin nasıl bir trend yüzeyi oluşturduğunu ve bu trendin nasıl ifade edilebileceği analizi için trend analizi yapılmış olup Universal Kriging yöntemi 2.derece yüzey için verilerin quadratik yüzeye yakın bir trend yüzeyi oluşturduğu gözlemlenmiştir.



Şekil 4.13. Trend analizi

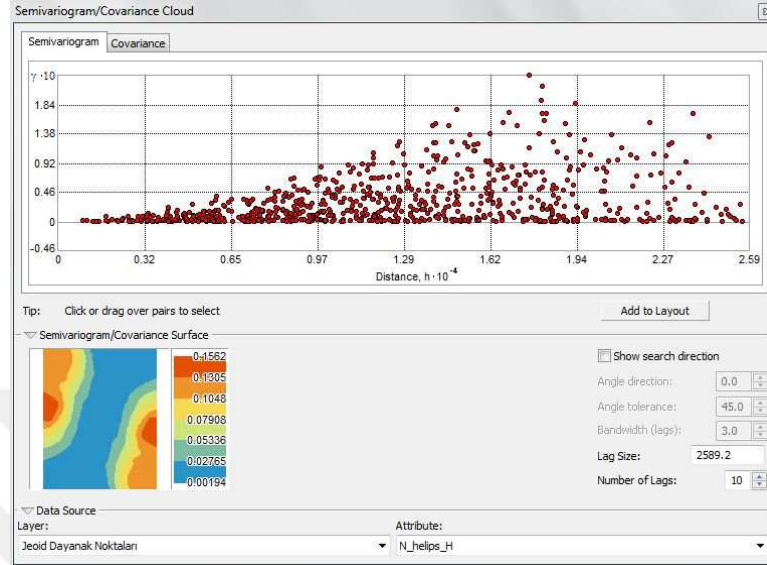
Düzlemdeki sonlu nokta kümesinde bulunan bir uygulama noktasına en yakın konumda yer alan komşu noktaların geometrik konumuna o noktaya ait Voronoi çokgeni denir ve Voronoi çokgeni uygulama noktasını civarındaki en yakın komşu noktalardan ayırır. Şekil 4.14'te Voronoi haritası gösterilmiştir.



Şekil 4.14. Voronoi haritası

Kriging enterpolasyonda bölgesel değişken jeoid yüksekliğinin değerlendirilmesinde variogram fonksiyonlarından hesaplanan yarıvariogram değerleri

kullanıldığı Bölüm 3.4.4'te açıklanmıştı. Bu konuya ilişkin semivariogram testi yapılmış, verilere uygun lag mesafesi, lag sayısı ve range değeri tespit edilmiştir. Şekil 4.15'te semivariogram bulutu testi verilmiştir.



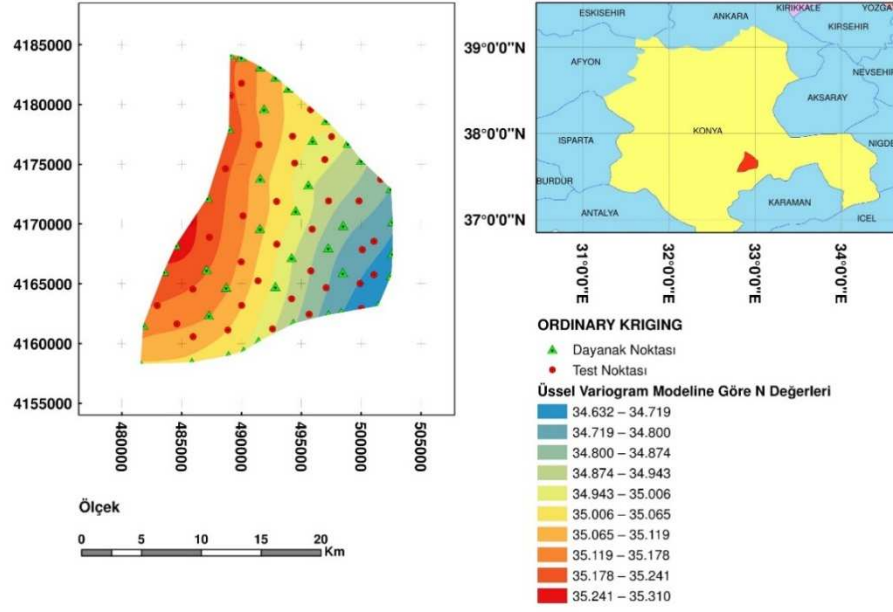
Şekil 4.15. Semivariogram testi

Tüm bu testlerden sonra kriging enterpolasyon yöntemlerinden Ordinary Kriging ile Universal Kriging teknikleriyle üssel, gaussian ve küresel variogram modellerine göre oluşturulan yerel jeoid modelinden jeoid yükseklikleri enterpole edilerek, test noktalarının bilinen jeoid yüksekliklerinden farkları hesaplanmıştır.

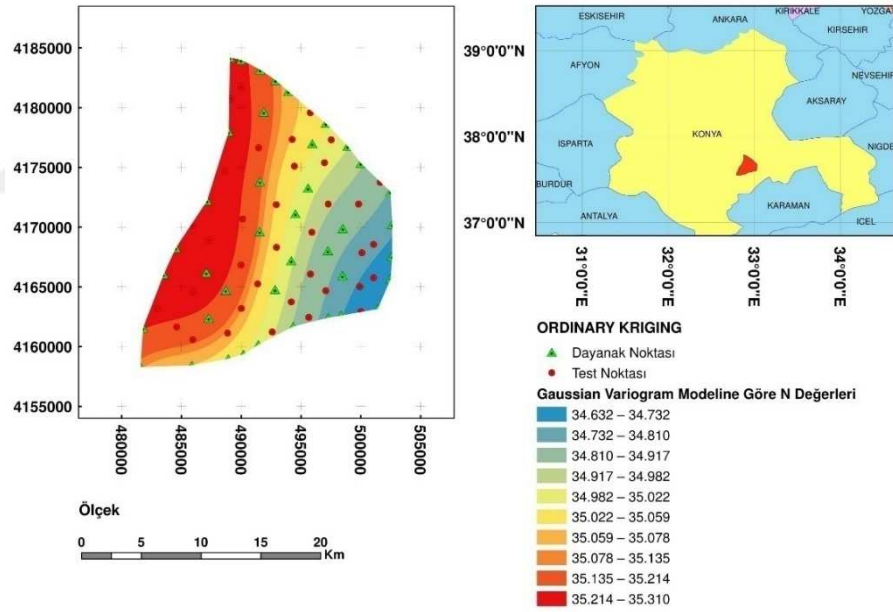
Hesaplamalar sonucu Ordinary Kriging tekniğinin uygulanması sonucu enterpolasyon işlemiyle elde edilen jeoid yükseklik farkları Çizelge 4.10'da, enterpolasyon sonucu kestirilen jeoid yüksekliklerinden yararlanarak oluşturulan yüzey haritaları Şekil 4.16, Şekil 4.17 ile Şekil 4.18'de verilmiştir.

Çizelge 4.10. Ordinary Kriging enterpolasyon sonucu test noktalarındaki hata miktarları

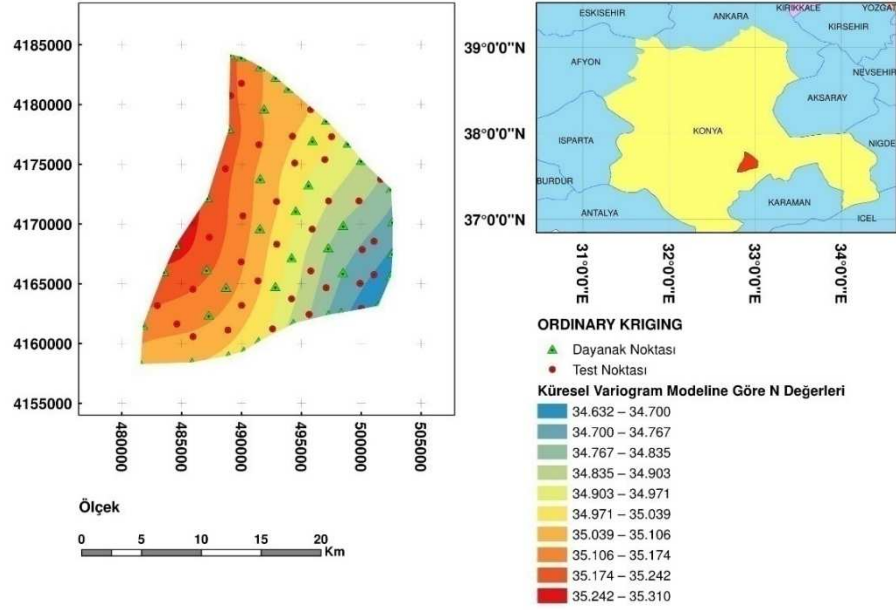
Yöntem	Ordinary Kriging		
Trend Yüzey	Küresel		
Variogram Modeli	Üssel	Gaussian	Küresel
Nokta No	$\epsilon_{(cm)}$	$\epsilon_{(cm)}$	$\epsilon_{(cm)}$
T1	-0.22	0.01	-0.11
T2	0.51	0.84	0.76
T3	0.97	0.61	0.77
T4	0.15	0.54	0.28
T5	0.88	0.62	0.72
T6	0.06	0.35	0.22
T7	4.88	5.25	5.11
T8	-2.75	-1.65	-2.24
T9	-3.57	-3.96	-3.72
T10	-1.78	-1.95	-1.98
T11	-2.16	-2.30	-2.40
T12	-2.63	-2.57	-2.72
T13	-1.84	-2.51	-2.09
T14	-1.76	-1.66	-1.89
T15	0.22	0.70	0.47
T16	2.27	1.70	1.65
T17	-1.06	-0.72	-0.91
T18	-0.54	-0.89	-1.00
T19	1.37	0.74	0.73
T20	-0.77	-0.76	-0.30
T21	-3.85	-3.02	-3.14
T22	-0.24	-0.51	-0.56
T23	-2.93	-2.06	-2.34
T24	-1.64	-1.30	-1.48
T25	-3.53	-2.98	-3.30
T26	-2.42	-2.74	-2.49
T27	-3.38	-3.59	-3.59
T28	-2.73	-2.57	-2.72
T29	1.69	1.37	1.23
T30	0.08	-0.23	-0.04
T31	-0.81	-0.35	-0.67
T32	-1.76	-1.61	-1.55
T33	0.88	1.03	0.66
T34	-1.31	-0.84	-1.10
T35	-1.61	-1.38	-1.48
T36	-2.02	-1.83	-1.98



Şekil 4.16. Ordinary Kriging üssel variogram modeline göre oluşturulan yerel jeoid modeli

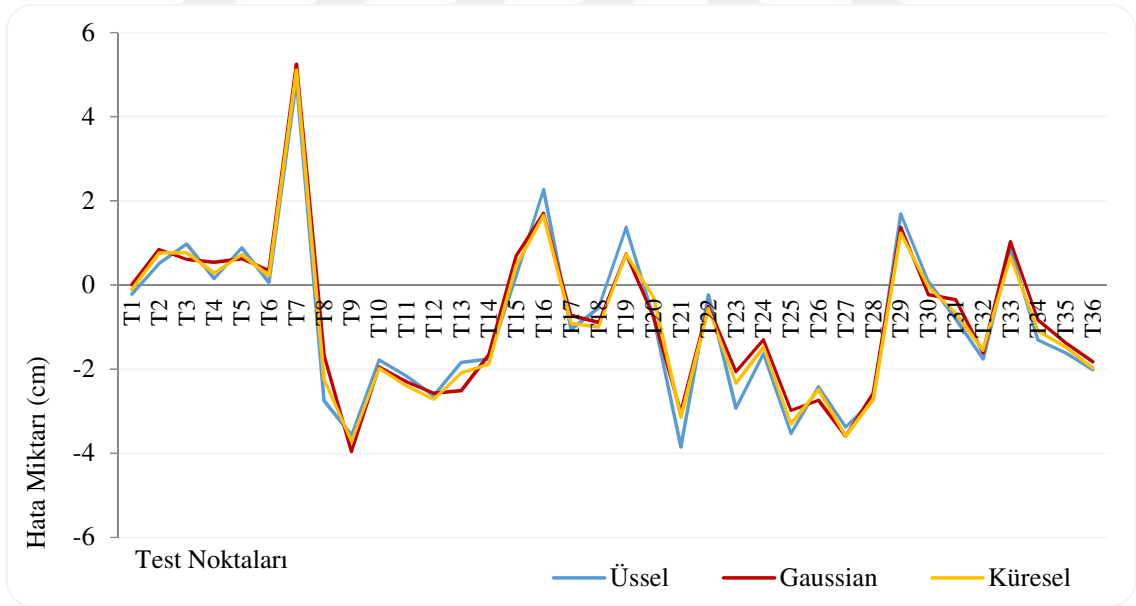


Şekil 4.17. Ordinary Kriging gaussian variogram modeline göre oluşturulan yerel jeoid modeli



Şekil 4.18. Ordinary Kriging küresel variogram modeline göre oluşturulan yerel jeoid modeli

Hesap sonuçları grafik gösterimi ile Şekil 4.19’da gösterilmiştir.

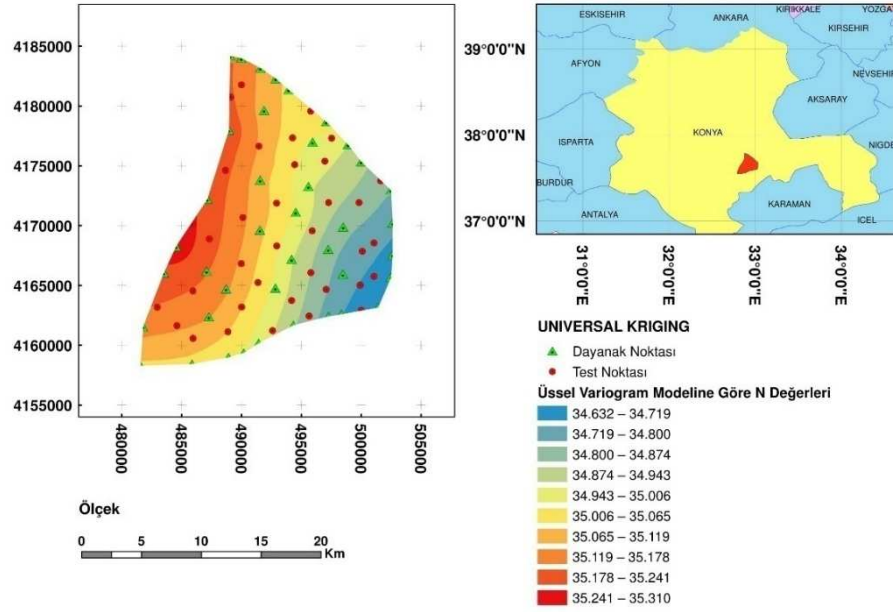


Şekil 4.19. Ordinary kriging sonuçları

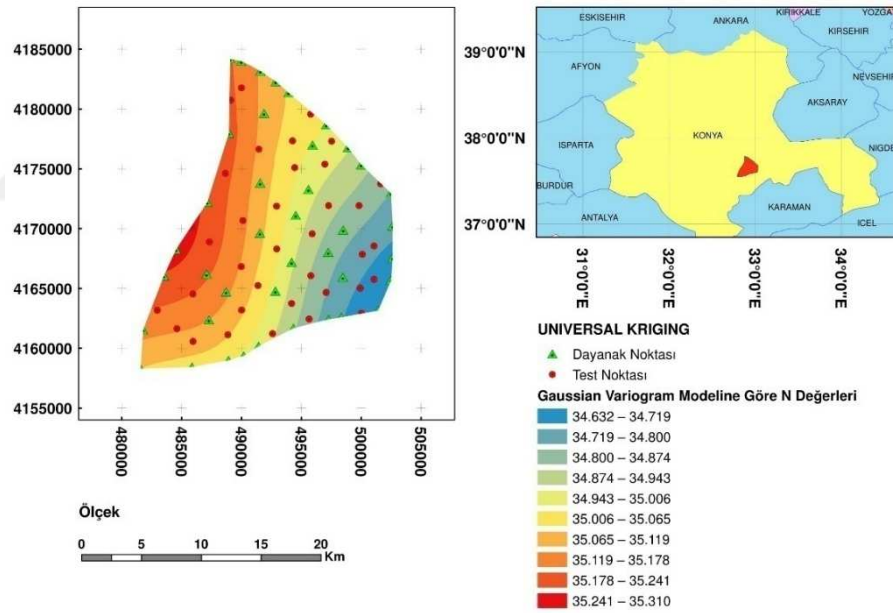
Universal Kriging tekniğinin uygulanması sonucu enterpolasyon işlemiyle elde edilen jeoid yükseklik farkları Çizelge 4.11’de, enterpolasyon sonucu kestirilen jeoid yüksekliklerinden yararlanarak oluşturulan yüzey haritaları Şekil 4.20, Şekil 4.21 ve Şekil 4.22’de ve hesaplama sonuçları Şekil 4.23’te verilmiştir.

Çizelge 4.11. Universal Kriging enterpolasyon sonucu test noktalarındaki hata miktarları

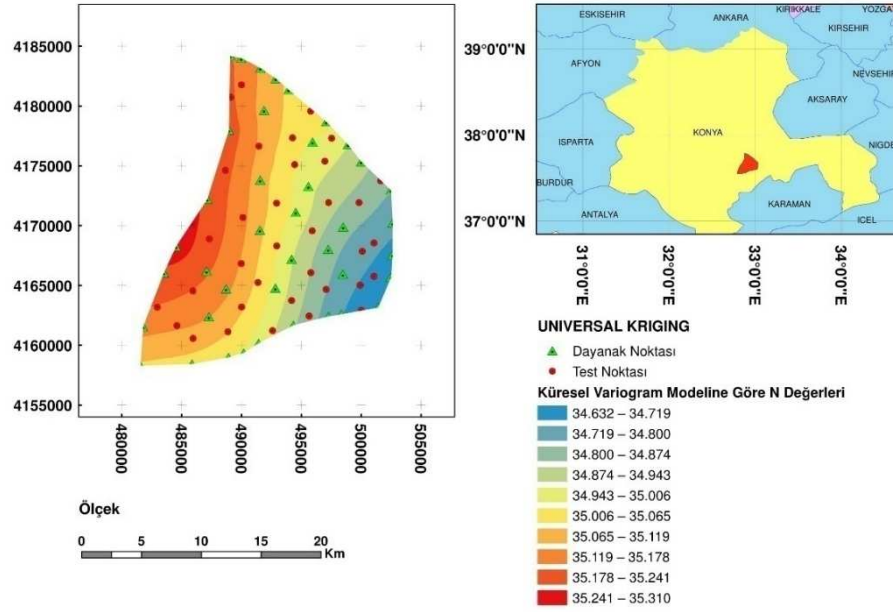
Yöntem	Universal Kriging		
Trend Yüzey	Küresel		
Variogram Modeli	Üssel	Gaussian	Küresel
Nokta No	$\epsilon_{(cm)}$	$\epsilon_{(cm)}$	$\epsilon_{(cm)}$
T1	0.01	0.09	-0.04
T2	0.74	0.91	0.88
T3	0.99	0.59	0.77
T4	0.16	0.55	0.30
T5	0.98	0.71	0.81
T6	0.06	0.36	0.22
T7	4.90	5.28	5.15
T8	-2.98	-1.90	-2.46
T9	-3.13	-3.67	-3.40
T10	-1.82	-2.05	-2.07
T11	-2.12	-2.32	-2.37
T12	-2.10	-2.13	-2.27
T13	-1.71	-2.32	-1.93
T14	-1.79	-1.55	-1.82
T15	0.35	0.64	0.46
T16	2.29	1.71	1.70
T17	-1.06	-0.72	-0.88
T18	-0.50	-0.78	-0.84
T19	1.40	0.87	0.86
T20	-0.77	-0.75	-0.33
T21	-3.86	-3.06	-3.15
T22	-0.23	-0.42	-0.47
T23	-2.94	-2.07	-2.37
T24	-1.65	-1.19	-1.41
T25	-2.88	-2.57	-2.78
T26	-2.26	-2.59	-2.36
T27	-2.97	-3.24	-3.23
T28	-2.75	-2.54	-2.70
T29	1.71	1.44	1.28
T30	0.15	-0.15	0.00
T31	-0.81	-0.28	-0.61
T32	-1.97	-1.87	-1.80
T33	0.35	0.53	0.20
T34	-1.24	-0.74	-1.00
T35	-1.51	-1.15	-1.29
T36	-2.01	-1.63	-1.84



Şekil 4.20. Universal Kriging üssel variogram modeline göre oluşturulan yerel jeoid modeli

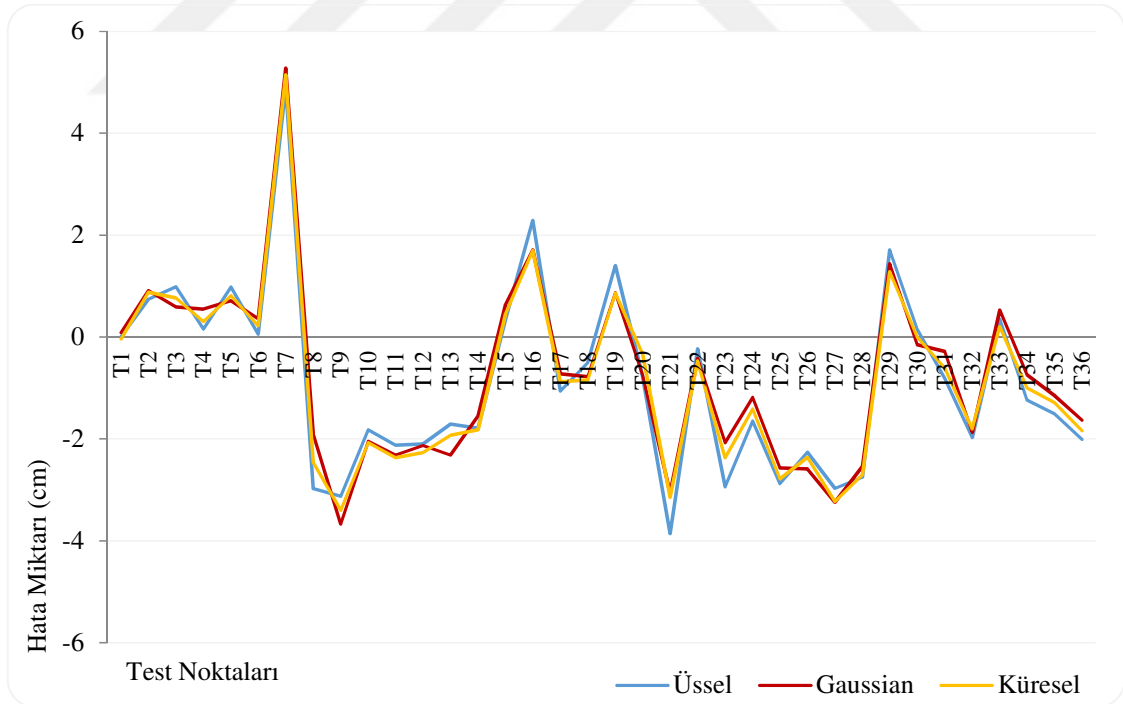


Şekil 4.21. Universal Kriging gaussian variogram modeline göre oluşturulan yerel jeoid modeli



Şekil 4.22. Universal Kriging küresel variogram modeline göre oluşturulan yerel jeoid modeli

Hesap sonuçları grafik gösterimi ile Şekil 4.23'te gösterilmiştir.



Şekil 4.23. Universal kriging sonuçları

Test noktalarında elde edilen hata miktarlarından hesaplanan soncul standart sapma değerlerine göre uygulama alanı için en uygun yüzey Ordinary Kriging

yönteminde ± 1.98 cm standart sapma değeriyle Gaussian variogram modeliyle oluşturulan quadratik yüzey jeoid modeli, Universal Kriging yönteminde ise ± 1.91 cm standart sapma değerine sahip Gaussian variogram modeliyle oluşturulan quadratik yüzey jeoid modelidir.

Ordinary Kriging ve Universal Kriging tekniklerinin üssel, gaussian ve küresel variogram modelleriyle hesaplanan standart sapma değerleri ve diğer istatistikî sonuçlar Çizelge 4.12’de verilmiştir.

Çizelge 4.12. Kriging tekniği enterpolasyon sonuçları ve diğer istatistikî bilgiler

Yöntem	Ordinary Kriging			Universal Kriging		
Yüzey Türü	Quadratik			Quadratik		
Variogram Modeli	Üssel	Gaussian	Küresel	Üssel	Gaussian	Küresel
$m_0(\text{cm})$	± 2.08	± 1.98	± 2.00	± 2.00	± 1.91	± 1.93
$ \epsilon < 5 \text{ cm}$	36	35	35	36	35	35
$ \epsilon(\text{maks}) \text{ cm}$	4.88	5.25	5.11	4.90	5.28	5.15

4.2.6. Hesaplama sonuçlarının yorumlanması

Tez konusu kapsamında çalışma bölgesi içerisinde projeksiyon koordinatları, elipsoidal yükseklikleri ve ortometrik yükseklikleri bilinen jeoid dayanak noktalarının jeoid yüksekliklerinden yararlanarak 5 ayrı enterpolasyon yöntemine göre çalışma alanı için lokal jeoid modelleri oluşturulmuştur. Farklı matematiksel bağıntılarla oluşturulan jeoid modellerinden test noktalarının jeoid yükseklik değerleri kestirilerek ortometrik yükseklikleri hesaplanmıştır. Hesap sonucu elde edilen ortometrik yükseklik değerleri bilinen değerlerle karşılaştırılarak oluşturulan jeoid modelinin bölgeye uygun olup olmadığı irdelenmiştir.

Bu kapsamda, enterpolasyon yöntemlerinden, ağırlıklı ortalama ile enterpolasyon, polinomlar ile enterpolasyon (ortogonal polinomlar ve ortogonal olmayan polinomlar), multiquadratik enterpolasyon, baz vektörlerinde ortometrik yükseklik farkları hesaplanarak GNSS/Ağ dengelemesi ile enterpolasyon yöntemlerinin matematiksel bağıntılarından yararlanarak söz konusu enterpolasyon işlemleri için MATLAB programlama dili yardımıyla Jeo Enterpolasyon adlı hesaplama programı hazırlanmıştır.

Bölüm 3.4.4'te teorik detayları verilen enterpolasyon yöntemlerinden yararlanarak çalışma alanı için manuel enterpolasyon hesaplamaları yapılmış, bölge için lokal jeoid modelleri oluşturulmuş ve bu lokal jeoid modellerinin sonuçları daha sonra Jeo Enterpolasyon programıyla doğruluğu test edilmiştir.

Çizelge 4.13'de hesaplama sonucunda elde edilen lokal jeoid modellerinin ürettiği sonuçlar verilmiştir.

Çizelge 4.13. Hesaplama sonuçları

Yöntem			$ \epsilon_{(\min)} $ (cm)	$ \epsilon_{(\max)} $ (cm)	Mutlak Ort. Hata (cm)	Standart Sapma (cm)	
Ağırlıklı Ortalama İle Enterpolasyon	Tüm Noktalar İle		k=1	0.25	20.40	8.71	± 10.16
			k=2	0.04	8.19	4.16	± 4.83
			k=3	0.40	5.41	2.19	± 2.56
			k=4	0.20	5.77	1.99	± 2.35
	Delunay Üçgenleme Kriteri		k=1	0.10	4.92	1.98	± 2.43
			k=2	0.04	5.23	1.99	± 2.40
			k=3	0.29	5.55	2.18	± 2.59
			k=4	0.22	5.87	2.40	± 2.85
Polinomlar İle Enterpolasyon	Ortogonal	Katsayı Anlamlılık Testi Uygulandı	Lineer	0.01	9.24	3.63	± 4.41
			Quadratik	0.09	8.80	3.50	± 4.06
			Kübik	0.02	6.44	1.43	± 1.88
	Bilineer		0.01	9.24	3.63	± 4.41	
	Biquadratik		0.06	6.84	1.98	± 2.56	
	Bikübik		0.10	12.11	2.96	± 3.91	
	Ortogonal Olmayan	Katsayı Anlamlılık Testi Uygulanmadı	Lineer	0.01	9.24	3.63	± 4.41
			Quadratik	0.04	7.42	3.30	± 3.79
			Kübik	0.13	6.95	1.70	± 2.15
	Bilineer		0.17	8.84	3.62	± 4.36	
	Biquadratik		0.21	6.14	1.97	± 2.38	
	Bikübik		0.00	5.67	1.48	± 1.94	
Multiquadratik Enterpolasyon	Katsayı Anlamlılık Testi Uygulanarak		Biquadratik	0.05	4.70	1.32	± 1.86
	Katsayı Anlamlılık Testi Uygulanmayarak		Biquadratik	0.05	4.75	1.30	± 1.87
Kriging Enterpolasyon	Ordinary		Üssel	0.06	4.88	1.70	± 2.08
			Gaussian	0.01	5.25	1.60	± 1.98
			Küresel	0.04	5.11	1.62	± 2.00
	Universal		Üssel	0.01	4.90	1.64	± 2.00
			Gaussian	0.09	5.28	1.54	± 1.91
			Küresel	0.00	5.15	1.56	± 1.93
Baz Vektörlerinde Ortometrik Yükseklik Farkları Hesaplanarak GNSS/Ağ Dengelemesi			0.02	5.73	1.22	± 1.58	

Buna göre elde edilen sonuçlar ile ilgili;

Ağırlıklı ortalama ile enterpolasyonda ağırlık modeli olarak ters ağırlık modeli uygulanmıştır. Hesaplama kritik daire kullanılmamış olup çalışma alanı içerisindeki

tüm dayanak noktalarının kullanıldığı ve enterpolasyon noktasıyla üçgen kenarı oluşturacak şekilde belirlenen Delunay üçgen kriterine göre farklı ağırlık değerleri için hesaplama yapılmıştır. Ağırlık ortalama ile enterpolasyon tekniğinde ağırlık modeli için k sabitinin seçimi lokal anlamda önem kazanmaktadır. Tez konusu kapsamında tüm dayanak noktalarının kullanılması durumunda genel olarak $k=4$ değerine kadar hata miktarlarıyla birlikte ortalama hata değerlerinin azalış gösterdiği sonucuna varılmıştır. Delunay üçgenleme kriterine göre ise $k=2$ sabitinden sonra hesaplama sonuçlarında gerçek değerlerden sapma miktarının artış sergilediği gözlemlenmiştir. Bu bağlamda Jeo Enterpolasyon programıyla ağırlıklı ortalama ile enterpolasyon işlemi $k=1$, $k=2$, $k=3$ ve $k=4$ değerleri için hesaplanmış ve programdan elde edilen sonuçların tutarlı olduğu saptanmıştır. Ayrıca, Jeo Enterpolasyon programıyla istenen k sabiti değerine göre hesaplama yapılabileceği unutulmamalıdır.

Polinomlar ile enterpolasyon işlemi için, çalışma bölgesi belirli bir analitik fonksiyon ile ifade edilerek yüzey modeli oluşturulmuştur. Yöntem teknik olarak ortogonal polinomlar (lineer, kuadratik ve kübik) ile ortogonal olmayan polinomlar (bilineer, biquadratik ve bikübik) olmak üzere iki parça şeklinde uygulanmıştır. Her yüzey için, katsayı anlamlılık testi uygulanarak ve katsayı anlamlılık testi uygulanmadan ayrı ayrı hesap yapılarak katsayı anlamlılık testinin sonuçlara etkisi irdelenmiştir. Jeo Enterpolasyon hesaplama programı yazılırken bu duruma dikkat edilmiş ve program bu hesaplama varyasyonlarını yapabilecek yetenekte hazırlanmıştır. Tüm hesap sonuçları karşılaştırıldığında katsayı anlamlılık testi uygulanan ortogonal polinomlarda kübik yüzeyin, ortogonal olmayan polinomlarda ise biquadratik yüzeyin en uygun sonuçları verdiği gözlemlenirken katsayı anlamlılık testi uygulanmayan ortogonal polinomlarda kübik yüzeyin, ortogonal olmayan polinomlarda ise bikübik yüzeyin gerçek değerlere daha yakın sonuçlar verdiği tespit edilmiştir. Jeo Enterpolasyon programıyla yapılan hesaplama sonuçları test edilmiş ve anlamlı sonuçlar olduğu kanısına varılmıştır.

Multiquadratik enterpolasyon tekniği için trend yüzey için biquadratik yüzey fonksiyonu kullanılarak hesaplama yapılmış ve program biquadratik yüzeye göre kodlanmıştır. Trend yüzey için katsayı anlamlılık testi uygulanarak ve katsayı anlamlılık testi uygulanmadan iki ayrı trend model oluşturulmuş olup, her iki trend modelde de Kernel fonksiyonu için $\delta = 0$ alınmıştır. Hesaplama sonuçlarının Jeo Enterpolasyon programıyla elde edilen değerler ile tutarlılık gösterdiği gözlemlenmiştir.

Baz vektörlerinde ortometrik yükseklik farkları hesaplanarak GNSS/Ağ dengelemesi için çalışma alanı içerisindeki jeoid dayanak noktaları ve test noktalarının TG03 jeoid modelinden jeoid yükseklik değerleri kestirilmiştir. Bazlar için jeoid dayanak noktaları ve test noktaları, test noktalarının birbirleri arasında bazlar oluşturularak bazlar arası ortometrik yükseklik farkları hesaplanmış ve dengeleme işlemi yapılmıştır. Dengeleme sonucu test noktalarının dengelenmiş ortometrik yükseklikleri ve jeoid yükseklikleri elde edilmiştir. Jeo Enterpolasyon programıyla hesap sonuçları kontrol edilmiş ve programın anlamlı sonuçlar verdiği tespit edilmiştir.

Kriging enterpolasyon yöntemi için yapılan uygulamalardan farklı olarak ArcMap 10.1 paket yazılım programı kullanılmıştır. Kriging tekniklerinden Ordinary ve Universal Kriging yöntemlerinde üssel, gaussian ve küresel variogram modelleriyle hesaplama yapılmış ve sonuçlara ilişkin tematik haritalar oluşturulmuştur. Genel olarak sonuçlar birbirinden çok farklı olmamakla birlikte en anlamlı sonucu Ordinary ve Universal Kriging tekniklerinde gaussian variogram modeline sahip quadratik yüzeyin verdiği sonucuna varılmıştır.

Tüm sonuçlar karşılaştırıldığında T7 ve T9 numaralı test noktalarının diğer test noktalarına göre sonuçlarının genellikle daha kötü olduğu gözlemlenmiştir. Jeoid yükseklik farklarının mutlak değerce diğer noktalardan daha büyük olmasının sebebinin T7 ve T9 numaralı test noktalarının uygulama alanının sınırlarında konumlanması, diğer noktaların sonuçlarına etki eden dayanak nokta sayısının fazla olması ile nokta konumuna bağlı olarak uzaklığın T7 ve T9 numaralı test noktalarının sonuçlarını olumsuz yönde daha fazla etkilediği düşünülmektedir.

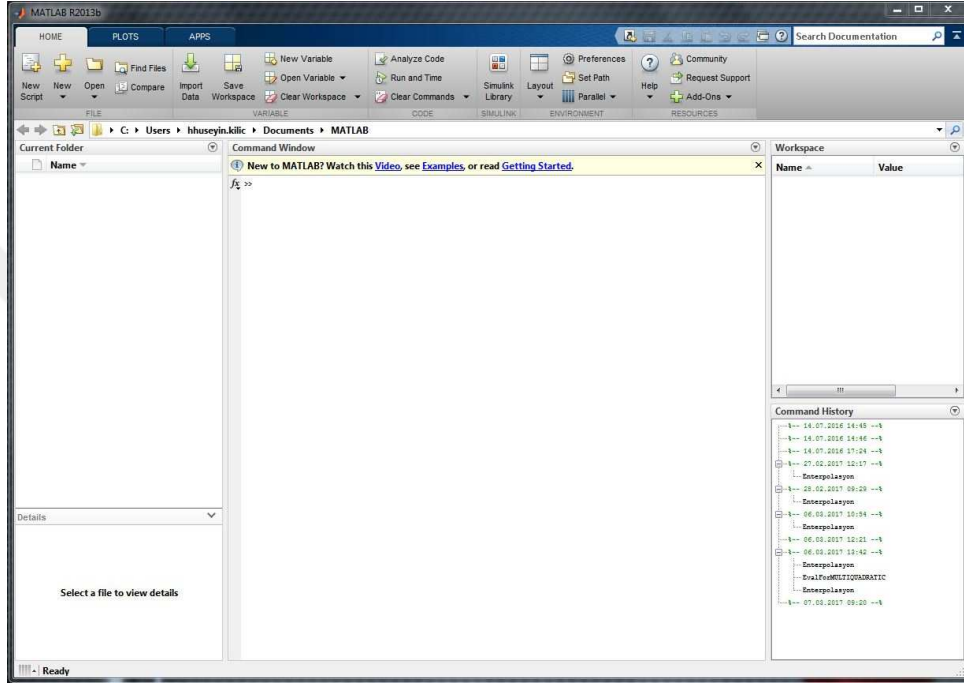
4.3. Jeo Enterpolasyon Programı

Bölüm 4.1’de verilen uygulama alanında bulunan jeoid dayanak noktaları ve test noktalarının verilerinden yararlanarak jeoid yüksekliği enterpolasyon yöntemlerinden ağırlıklı ortalama, polinomlar (ortogonal ve ortogonal olmayan) multiquadratik enterpolasyon ve baz vektörlerinde ortometrik yükseklik farkları hesaplanarak GNSS/Ağ dengelemesi yöntemlerinin matematiksel bağıntıları ışığında MATLAB program kodlarıyla Jeo Enterpolasyon adlı hesaplama programı hazırlanmıştır.

Jeo Enterpolasyon MATLAB programı ile herhangi bir çalışma alanına yönelik mevcut jeoid dayanak noktalarının projeksiyon koordinatları (x, y) ve jeoid yükseklik verilerinden yararlanarak çalışma alanı içerisinde, ortometrik yüksekliği bilinmeyen

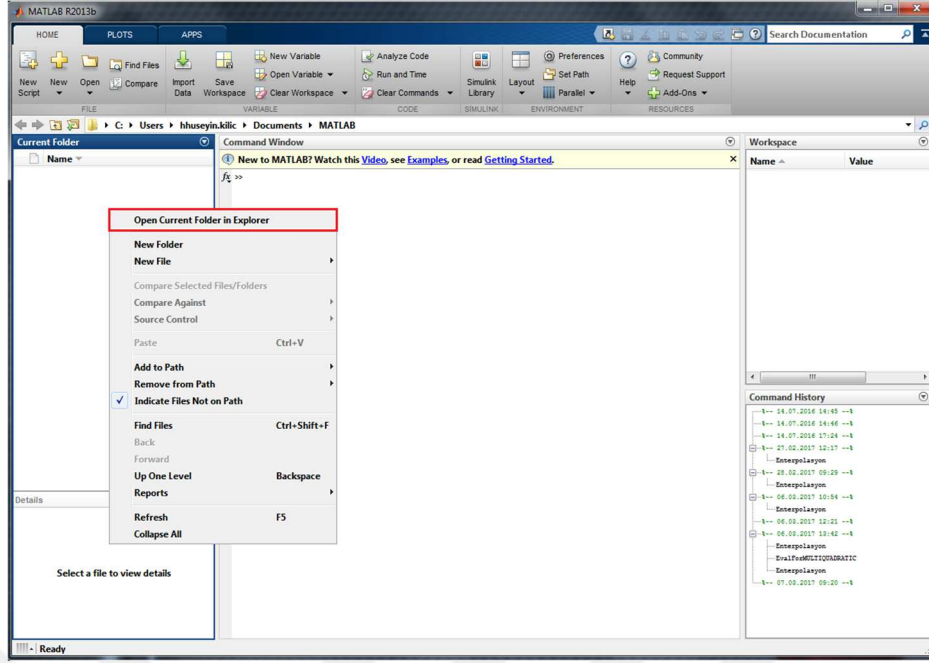
noktaların jeoid yüksekliği ve ortometrik yükseklikleri yukarıda belirtilen yöntemler ile hesaplanabilmektedir.

Jeo Enterpolasyon programı ile hesaplama yapabilmek için MATLAB program versiyonlarından herhangi birinin kullanılması yeterli olacaktır. Tez konusu kapsamında kullanılan MATLAB programının 2013 versiyonu program ara yüzü Şekil 4.24'te verilmiştir.

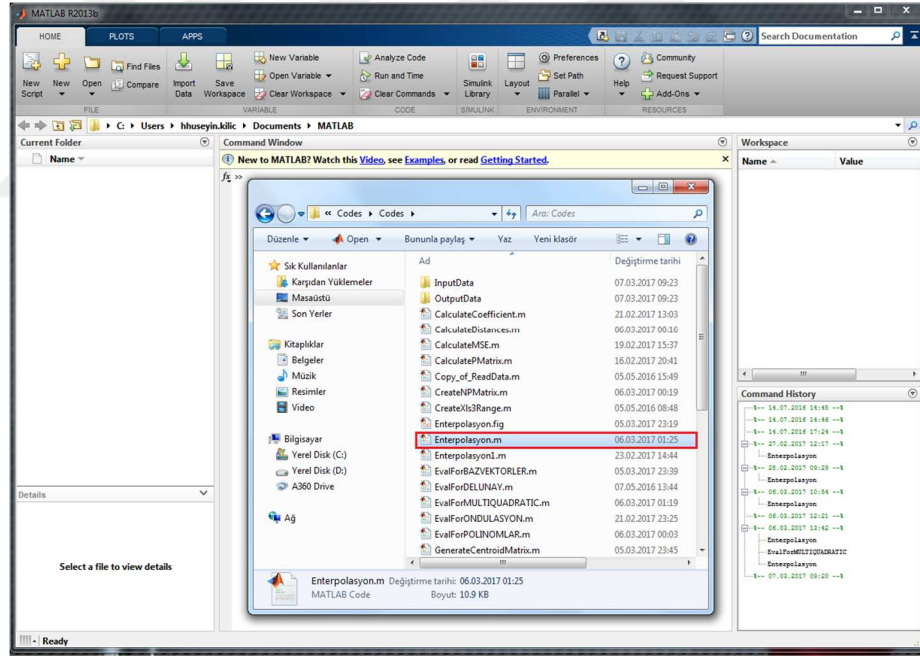


Şekil 4.24. Matlab 2013 versiyonu program ara yüzü

MATLAB program kodlarıyla hazırlanan Jeo Enterpolasyon programını çalıştırmak için ekran ara yüzünde sağ klik yaparak gelen pencerede “ Open Current Folder in Explorer” ile programın bulunduğu Jeo Enterpolasyon klasörü içerisindeki “Codes” dosyasında yer alan Enterpolasyon.m uzantılı dosya seçilir. Bu işlem adımları Şekil 4.25 ve Şekil 4.26’da verilmiştir.



Şekil 4.25. Jeo Enterpolasyon programının açılması birinci adım



Şekil 4.26. Jeo Enterpolasyon programının açılması ikinci adım

Enterpolasyon.m uzantılı dosya seçildikten sonra ekrana Jeo Enterpolasyon MATLAB kodlarının bulunduğu kod dosyası açılacaktır. Kod dosyasının görünümü Şekil 4.27’de verilmiştir.

```

1 function varargout = Enterpolasyon(varargin)
2
3
4
5 % Last Modified by GUIDE v2.5 25-Feb-2017 17:18:00
6
7 % Begin initialization code - DO NOT EDIT
8 gui_Singleton = 1;
9
10 gui_State = struct('gui_Name',       mfilename, ...
11                  'gui_Singleton',   gui_Singleton, ...
12                  'gui_OpeningFcn', @Enterpolasyon_OpeningFcn, ...
13                  'gui_OutputFcn',  @Enterpolasyon_OutputFcn, ...
14                  'gui_LayoutFcn',   [] , ...
15                  'gui_Callback',    []);
16
17 if nargin && ischar(varargin{1})
18     gui_State.gui_Callback = str2func(varargin{1});
19 end
20
21 if nargin
22     [varargout{1:nargin}] = gui_mainfcn(gui_State, varargin{:});
23 else
24     gui_mainfcn(gui_State, varargin{:});
25 end
26 % End initialization code - DO NOT EDIT
27
28 % --- Executes just before Enterpolasyon is made visible.
29 function Enterpolasyon_OpeningFcn(hObject, eventdata, handles, varargin)
30
31     handles.output = hObject;
32
33     % Update handles structure
34     guidata(hObject, handles);
35
36 % WAIT! make Enterpolasyon wait for user response (see UIWAIT)
37 % uiwait(handles.figure1);
38
39 % --- Outputs from this function are returned to the command line.
40 function varargout = Enterpolasyon_OutputFcn(hObject, eventdata, handles)
41

```

Şekil 4.27. Jeo Enterpolasyon programı kod dosyası

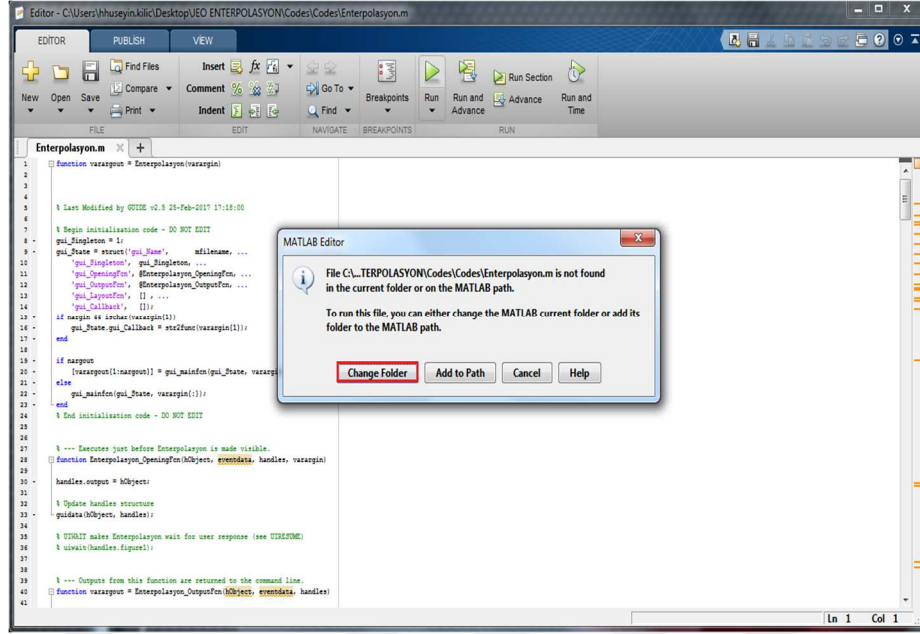
Şekil 4.27’de verilen kod dosyasını çalıştırmak için ekran ara yüzünde görülen “Run” butonu seçilerek ekrana gelen mesajda “Change Folder” ile Enterpolasyon.m uzantılı kod dosyası MATLAB programına yüklenmiş ve Jeo Enterpolasyon programı çalıştırılmış olacaktır. Bu işlem adımları Şekil 4.28, Şekil 4.29 ve Şekil 4.30’da gösterilmiştir.

```

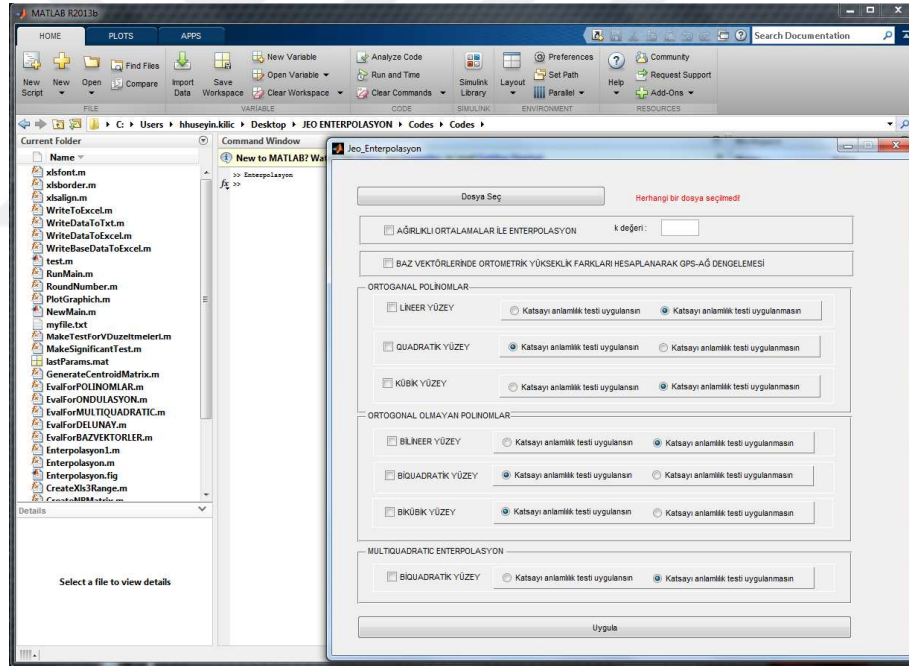
1 function varargout = Enterpolasyon(varargin)
2
3
4
5 % Last Modified by GUIDE v2.5 25-Feb-2017 17:18:00
6
7 % Begin initialization code - DO NOT EDIT
8 gui_Singleton = 1;
9
10 gui_State = struct('gui_Name',       mfilename, ...
11                  'gui_Singleton',   gui_Singleton, ...
12                  'gui_OpeningFcn', @Enterpolasyon_OpeningFcn, ...
13                  'gui_OutputFcn',  @Enterpolasyon_OutputFcn, ...
14                  'gui_LayoutFcn',   [] , ...
15                  'gui_Callback',    []);
16
17 if nargin && ischar(varargin{1})
18     gui_State.gui_Callback = str2func(varargin{1});
19 end
20
21 if nargin
22     [varargout{1:nargin}] = gui_mainfcn(gui_State, varargin{:});
23 else
24     gui_mainfcn(gui_State, varargin{:});
25 end
26 % End initialization code - DO NOT EDIT
27
28 % --- Executes just before Enterpolasyon is made visible.
29 function Enterpolasyon_OpeningFcn(hObject, eventdata, handles, varargin)
30
31     handles.output = hObject;
32
33     % Update handles structure
34     guidata(hObject, handles);
35
36 % WAIT! make Enterpolasyon wait for user response (see UIWAIT)
37 % uiwait(handles.figure1);
38
39 % --- Outputs from this function are returned to the command line.
40 function varargout = Enterpolasyon_OutputFcn(hObject, eventdata, handles)
41

```

Şekil 4.28. Jeo Enterpolasyon programının açılması üçüncü adım



Şekil 4.29. Jeo Enterpolasyon programının açılması dördüncü adım



Şekil 4.30. Jeo Enterpolasyon programı ekran ara yüzü genel görünümü

Şekil 4.30'da Jeo Enterpolasyon programının çalıştırılmasıyla birlikte ekran ara yüzünde hesaplama yapılabilecek enterpolasyon yöntemleri görülmektedir. Bu aşamadan sonra yazılan program ile hesaplama yapılabilmesi için programın ihtiyaç duyduğu veri giriş formatları, programın çalışma prensibi ve hesaplama sonuçları hakkında bilgi verilmiştir.

4.3.1. Jeo Enterpolasyon programı için gerekli veri formatları

Tez konusu kapsamında herhangi bir çalışma bölgesinde test noktalarının jeoid yüksekliği ve ortometrik yüksekliğinin çeşitli enterpolasyon yöntemleriyle nasıl hesaplanacağına ilişkin teorik ve teknik detaylar Bölüm 3.4.4'te aktarılmıştı. Ancak, MATLAB ile hazırlanan Jeo Enterpolasyon programından sağlıklı ve doğru sonuçlar elde edilebilmesi için gerek jeoid dayanak noktaları gerek jeoid yüksekliği ve ortometrik yüksekliği hesaplanacak test noktalarına ait verilerin belirli bir formatta girilmesi gerekmektedir. Program ile üç farklı tipte veri formatıyla hesaplama yapılabilmektedir.

4.3.1.1. Veri formatı 1

Jeo Enterpolasyon hesaplama programı enterpolasyon hesaplamalarında excel formatındaki verileri kullanmaktadır. Eğer, çalışma alanında var olan jeoid dayanak noktalarından jeoid yükseklikleri ve ortometrik yükseklikleri bilinen noktaların yükseklik değerleri kontrol edilecekse Şekil 4.31 ve Şekil 4.32'de verilen formatta verilerin excel ortamında kaydedilerek programa yüklenmesi gerekmektedir.



	A	B	C	D	E	F
1	NN	SAĞA DEĞER $Y_{(m)}$	YUKARI DEĞER $X_{(m)}$	h_{ort}	H_{ort}	$N=h_{ort}-h_{jeoid}$
2	DYN1	481782.438	4161554.243	1044.878	1009.740	35.1378
3	DYN2	481570.514	4158299.079	1045.462	1010.420	35.0418
4	DYN3	485861.309	4158436.752	1043.022	1007.969	35.0531

Şekil 4.31. Jeoid dayanak noktalarının veri formatı

	NN	SAĞA DEĞER $Y_{(m)}$	YUKARI DEĞER $X_{(m)}$	h_{elips}	H_{ORT}	$N=h_{elips}-H_{ORT}$
1						
2	T1	482967.098	4163174.742	1043.192	1008.019	35.1732
3	T2	485954.923	4160582.565	1042.255	1007.153	35.1025
4	T3	488864.789	4161126.115	1041.312	1006.238	35.0737

Şekil 4.32. Test noktalarının veri formatı 1

Şekil 4.31 ve Şekil 4.32’de verilen formatlardaki veriler ile ağırlıklı ortalama, polinomlar (ortogonal ve ortogonal olmayan) ve multiquadratik enterpolasyon yöntemleriyle hesaplama yapılabilir.

4.3.1.2. Veri formatı 2

Tez konusunun asıl amacı, çalışma alanında bulunan jeoid dayanak noktalarından yararlanarak, jeoid yüksekliği ve ortometrik yüksekliği bilinmeyen noktaların jeoid yükseklikleriyle birlikte ortometrik yüksekliklerini enterpolasyon ile elde etmektir. Bu nedenle, Şekil 4.34’te projeksiyon koordinatları (x,y) ve elipsoidal yükseklikleri (h) verilen noktaların excel formatındaki verilerinden yararlanarak, Jeo Enterpolasyon hesaplama programında yer alan yöntemlerle (ağırlıklı ortalama, polinomlar (ortogonal ve ortogonal olmayan) ve multiquadratik enterpolasyon) bu noktaların jeoid yükseklikleri ve ortometrik yükseklikleri hesaplanabilmektedir.

Jeoid dayanak noktalarının veri formatında herhangi bir değişiklik söz konusu olmayacak olup, enterpolasyon işlemi için dayanak noktaları ve test noktalarına ait veriler Şekil 4.33 ve Şekil 4.34’te verildiği şekilde olmalıdır.

	NN	SAĞA DEĞER $Y_{(m)}$	YUKARI DEĞER $X_{(m)}$	h_{elips}	H_{ORT}	$N=h_{elips}-H_{ORT}$
1						
2	DYN1	481782.438	4161554.243	1044.878	1009.740	35.1378
3	DYN2	481570.514	4158299.079	1045.462	1010.420	35.0418
4	DYN3	485861.309	4158436.752	1043.022	1007.969	35.0531

Şekil 4.33. Jeoid dayanak noktalarının veri formatı

	NN	SAĞA DEĞER Y _(m)	YUKARI DEĞER X _(m)	h _{eipz}
1				
2	T1	482967.098	4163174.742	1043.192
3	T2	485954.923	4160582.565	1042.255
4	T3	488864.789	4161126.115	1041.312

Şekil 4.34. Test noktalarının veri formatı 2

4.3.1.3. Veri formatı 3

Jeo Enterpolasyon program içeriğinde, Bölüm 3.4.5.3'te matematiksel bağıntıları ve teorik detayları verilen baz vektörlerinde ortometrik yükseklik farkları hesaplanarak GNSS/Ağ dengelemesi yapılması yöntemi de bulunmaktadır. Bu teknikte, baz vektörü oluşturan noktalar arasında bulunan ortometrik yükseklik farkları ölçü alınarak dayalı dengeleme işlemi gerçekleştirilmektedir. Jeo Enterpolasyon programıyla hesaplama yapabilmek için jeoid dayanak noktaları ile test noktaları arasında ve test noktalarının birbirleri arasında oluşturulan baz vektörlerine ait matrislerin oluşturulması gerekmektedir. Bu matrisler dayanak nokta sayısı * test noktası boyutlu Dayanak-Test matrisi ve test noktası * test noktası boyutlu Test-Test matrisidir. Söz konusu matrislerin i. satırında bulunan herhangi bir nokta ile j. sütununda bulunan herhangi bir nokta, baz vektörü oluşturmuş ise matrisin i. satır j. sütununa 1 rakamı, baz vektörü oluşturmamış ise matrisin i. satır j. sütununa 0 rakamının girilmesi gerekmektedir. Bu matrisler dengeleme işleminde A katsayılar matrisine temel oluşturduğundan baz vektörü oluşturan ve oluşturmayan noktaların dikkatli bir şekilde girilmesi gerekmektedir.

Jeoid dayanak noktaları ve test noktalarının Şekil 4.31 ve Şekil 4.32'te verilen veri formatlarından farkı, hesaplama da Türkiye Jeoidi 2003 jeoid modelinden hesaplanan N_{TG03} değerlerinin kullanılmasıdır. Dolayısıyla hesaplama yapmadan önce jeoid dayanak noktalarının ve test noktalarının projeksiyon koordinatlarından yararlanarak Türkiye Jeoidi 2003 jeoid modelinden N_{TG03} jeoid yükseklikleri hesaplanmalıdır. Sözü edilen veri formatları Şekil 4.35, Şekil 4.36, Şekil 4.37 ve Şekil 4.38'de gösterilmiştir.

	NN	SAĞA DEĞER $Y_{(m)}$	YUKARI DEĞER $X_{(m)}$	h_{ellips}	H_{ORT}	N_{TG03}
1	NN					
2	DYN1	481782.438	4161554.243	1044.878	1009.740	35.022
3	DYN2	481570.514	4158299.079	1045.462	1010.420	34.918
4	DYN3	485861.309	4158436.752	1043.022	1007.969	34.938

Şekil 4.35. Baz vektörlerinde ortometrik yükseklik farkları hesaplanarak GNSS/Ağ dengelemesi yapılması için jeoid dayanak noktalarının veri formatı

	NN	SAĞA DEĞER $Y_{(m)}$	YUKARI DEĞER $X_{(m)}$	h_{ellips}	H_{ORT}	N_{TG03}
1	NN					
2	T1	482967.098	4163174.742	1043.192	1008.019	35.074
3	T2	485954.923	4160582.565	1042.255	1007.153	34.995
4	T3	488864.789	4161126.115	1041.312	1006.238	34.964

Şekil 4.36. Baz vektörlerinde ortometrik yükseklik farkları hesaplanarak GNSS/Ağ dengelemesi yapılması için jeoid dayanak noktalarının veri formatı

	NN	T1	T2	T3	T4	T5	T6
1	NN						
2	DYN1	1	1	0	0	0	0
3	DYN2	0	0	0	0	0	0
4	DYN3	0	1	0	0	0	0
5	DYN4	0	1	1	0	0	0
6	DYN5	0	0	1	0	0	0
7	DYN6	0	0	1	0	1	0
8	DYN7	0	0	0	1	1	1
9	DYN8	0	0	0	1	0	1
10	DYN9	0	0	0	0	0	0
11	DYN10	0	0	0	0	0	0

Şekil 4.37. Baz vektörlerinde ortometrik yükseklik farkları hesaplanarak GNSS/Ağ dengelemesi yapılması için oluşturulan bazlara yönelik dayanak-test matrisi

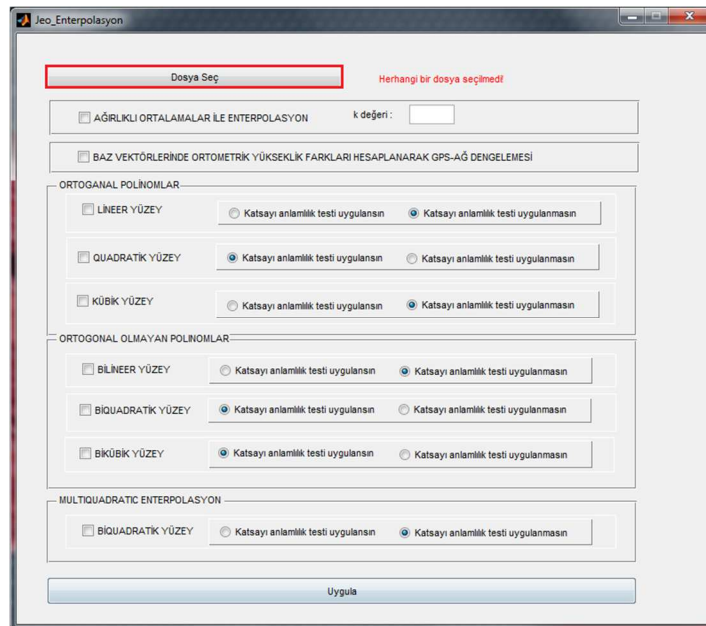
	A	B	C	D	E	F	G
1		T1	T2	T3	T4	T5	T6
2	T1	0	0	0	0	0	0
3	T2	0	0	1	0	0	0
4	T3	0	1	0	0	1	0
5	T4	0	0	0	0	1	1
6	T5	0	0	1	1	0	1
7	T6	0	0	0	1	1	0
8	T7	0	0	0	0	0	0
9	T8	0	0	0	0	0	0
10	T9	0	0	0	0	0	0
11	T10	0	0	0	0	0	0

Şekil 4.38. Baz vektörlerinde ortometrik yükseklik farkları hesaplanarak GNSS/Ağ dengelemesi yapılması için oluşturulan bazlara yönelik test-test matrisi

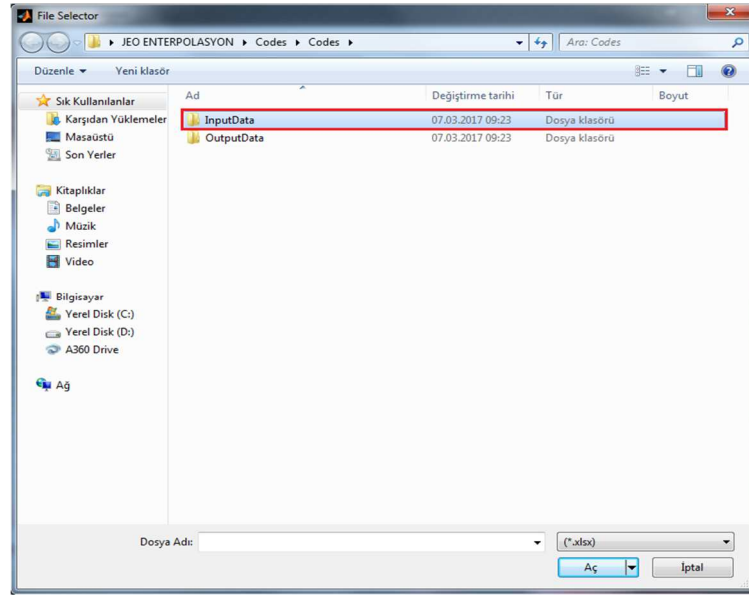
4.3.2. Jeo Enterpolasyon programı çalışma prensibi

Jeo Enterpolasyon hesaplama programı, enterpolasyon hesaplamaları için gerekli olan girdi verilerini Jeo Enterpolasyon/Codes/InputData dosyasından okumaktadır. Bu nedenle, hesaplama yapmadan önce çalışma alanına ait hazırlanan excel girdi dosyasının belirtilen dosya içerisinde bulunması gerekmektedir.

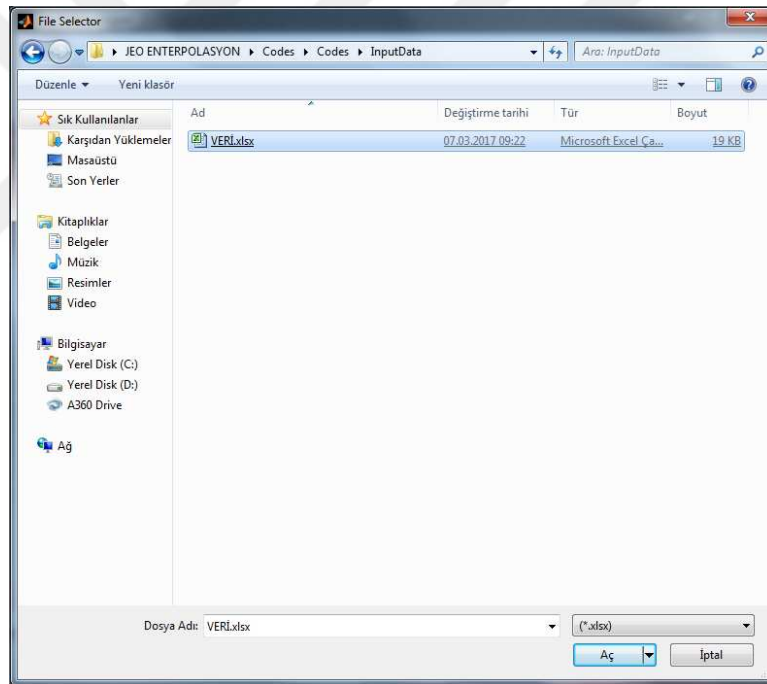
Enterpolasyon işlemine başlanırken ekran ara yüzünde bulunan “Dosya Seç” butonu ile kod dosyasının içerisindeki Input Data dosyasında bulunan excel dosyası seçilerek programa yüklenir. Bu işlem adımları Şekil 4.39, Şekil 4.40, Şekil 4.41 ve Şekil 4.42’de gösterilmiştir.



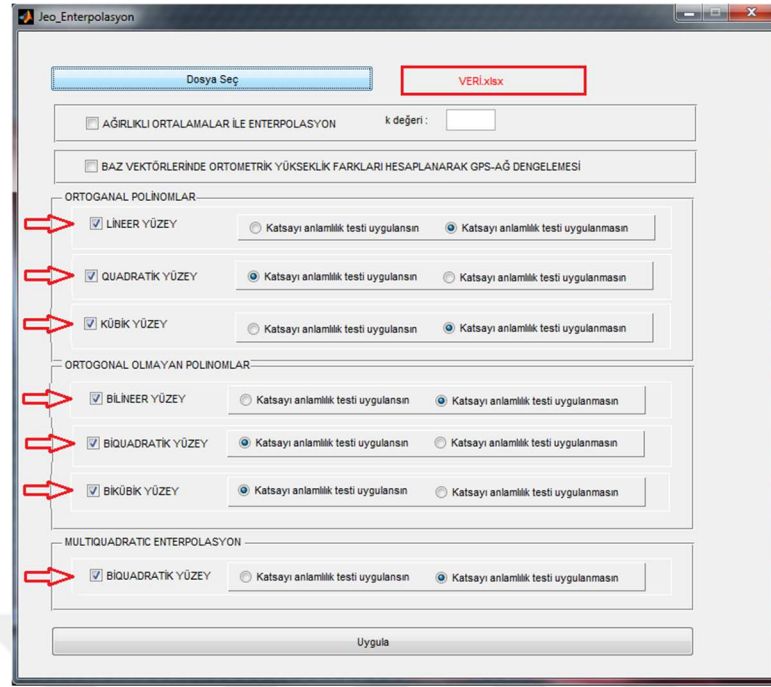
Şekil 4.39. Jeo Enterpolasyon programı işlem adımı 1



Şekil 4.40. Jeo Enterpolasyon programı işlem adımı 2

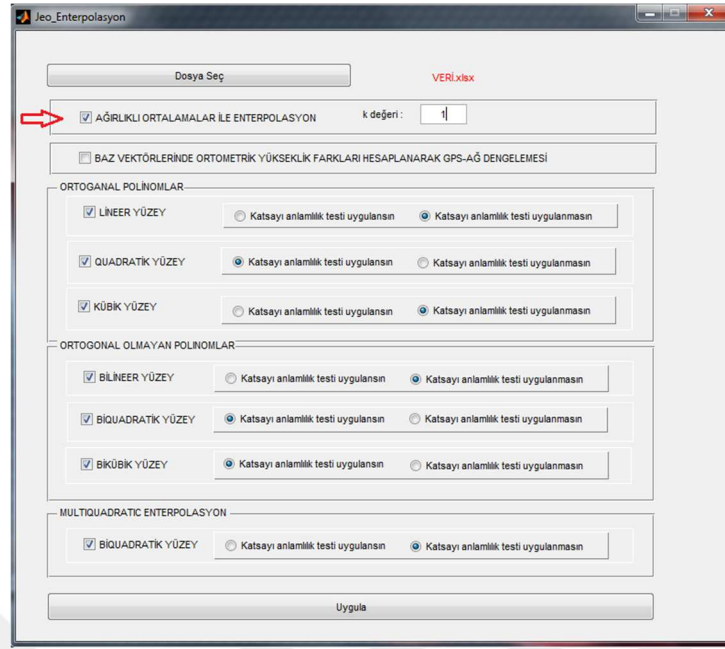


Şekil 4.41. Jeo Enterpolasyon programı işlem adımı 3

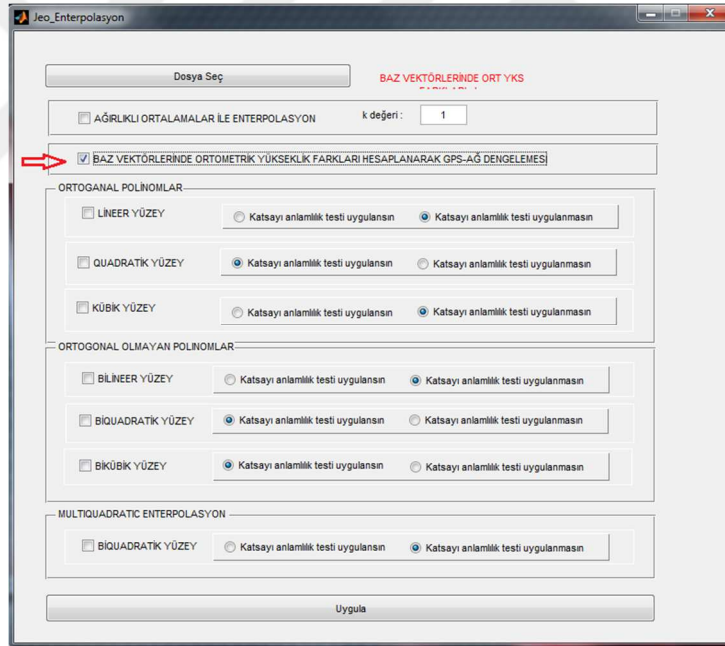


Şekil 4.42. JEO Enterpolasyon programı işlem adımı 4

Şekil 4.42’de görüleceği üzere enterpolasyon için, yüklenen veride bulunan jeoid dayanak nokta sayısına göre polinomlar ve multiquadratik enterpolasyon yöntemlerinden hangisinin kullanılabilir olduğu program tarafından ayırt edilerek, otomatik olarak işaretlenmektedir. Ağırlıklı ortalama için otomatik seçim olmadığından bu yöntemin seçimi kullanıcı tarafından sağlanmaktadır (Şekil 4.43). Baz vektörlerinde ortometrik yükseklik farkları hesaplanarak GNSS/Ağ dengelemesi içinse veri giriş formatı farklı olduğundan bu yöntem için ayrıca bir enterpolasyon işlemi yapılması gerektiği göz ardı edilmemelidir (Şekil 4.44).



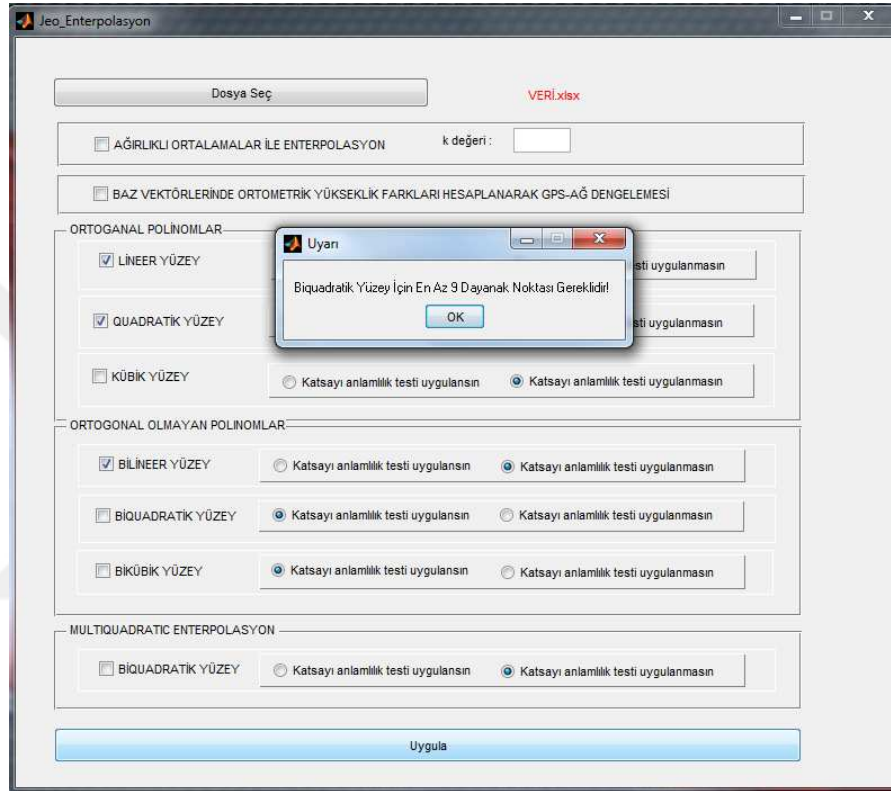
Şekil 4.43. Kullanıcı tarafından ağırlıklı ortalama yönteminin seçilmesi



Şekil 4.44. Baz vektörlerinde ortometrik yükseklik farkları hesaplanarak GNSS/Ağ dengelemesi hesabının seçilmesi

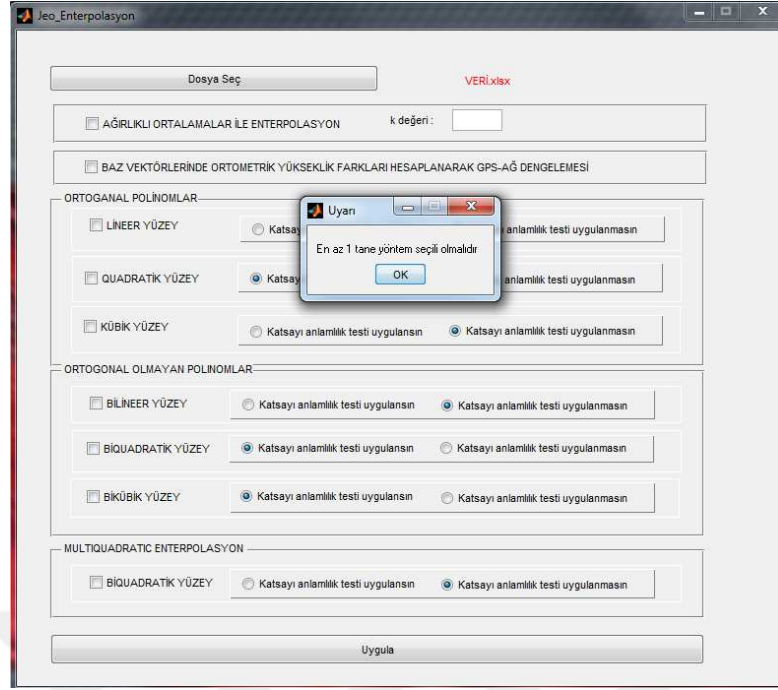
Jeo Enterpolasyon programı, yüklenen veriyle birlikte enterpolasyon hesabı yapılabilecek yöntemlerin tümünün aynı anda hesabını yapma yeteneğine de sahiptir. Kullanıcı tarafından parça parça enterpolasyon hesabı yapılabileceği gibi tüm yöntemler için aynı anda hesaplama da yapılabilmektedir.

Ancak, enterpolasyon hesabı için veri yüklendikten sonra herhangi bir yöntem işaretlenmemiş ise yüklenen veri ile seçilen herhangi bir yönteme göre enterpolasyon hesabı yapılamayacaktır. Ayrıca, program tarafından işaretlenmeyen herhangi bir yöntemi kullanıcı seçmek isterse, hesap yapılmak istenen yöntem için minimum kaç jeoid dayanak noktası verisinin olması gerektiğini bildiren hata mesajı verecektir (Şekil 4.45).



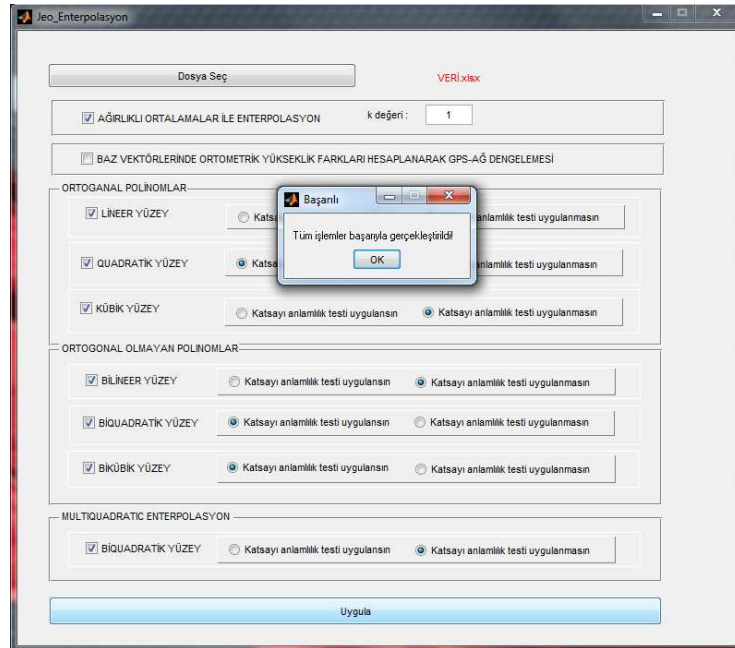
Şekil 4.45. Hata mesajı örneği

Jeo Enterpolasyon programının bir diğer otokontrol özelliği ise, yüklenen veri ile herhangi bir enterpolasyon yöntemi seçilmeden hesaplama yapılmak istendiğinde program “En az 1 tane yöntem seçili olmalıdır” hatasını vererek kullanıcıyı uyarmaktadır (Şekil 4.46).



Şekil 4.46. Hata mesajı örneği 2

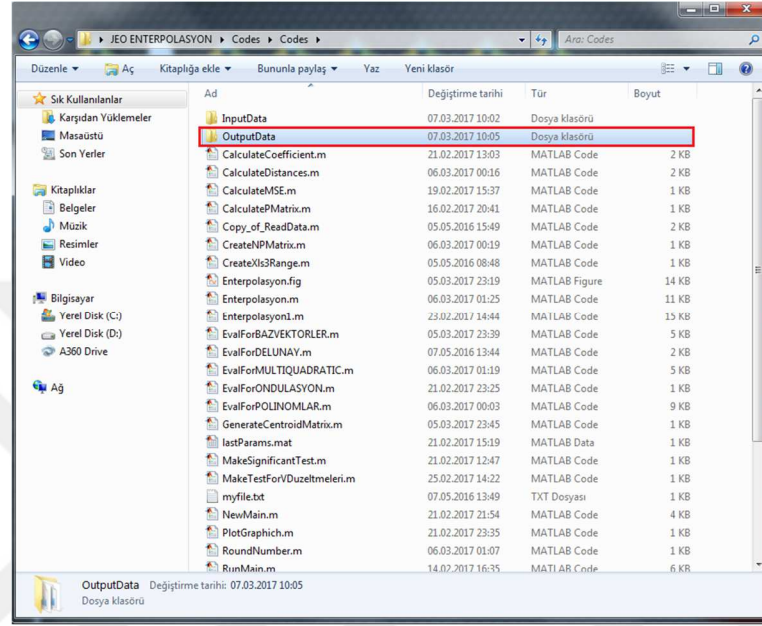
Herhangi bir sorun olmadan veri girişi tanımlandıktan sonra seçilen yöntemlere ilişkin enterpolasyon işlemini başlatmak için JEO Enterpolasyon program ara yüzünde bulunan “Uygula” butonuna tıklanarak programın hesaplama işlemini bitirmesi beklenir. Program seçilen tüm yöntemlere ilişkin hesaplamayı bitirdikten sonra “Tüm işlemler başarıyla gerçekleştirildi!” mesajıyla kullanıcıyı uymaktadır (Şekil 4.47).



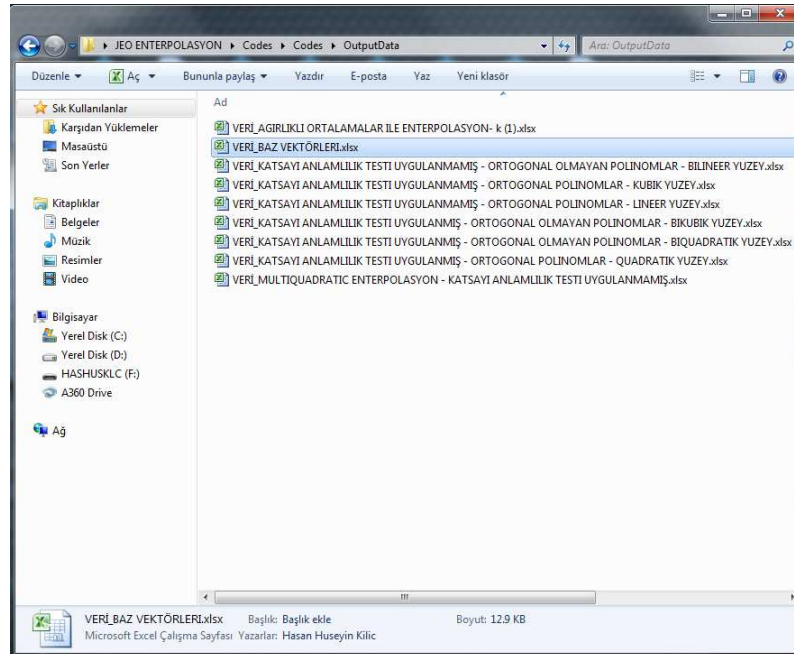
Şekil 4.47. Seçilen yöntemlere ait program sonuç mesajı

4.3.3. Jeo Enterpolasyon programıyla hesaplama sonuçları

Jeo Enterpolasyon programıyla tüm hesaplama süreci başarılı bir şekilde gerçekleştirildikten sonra programın ürettiği sonuç değerleri Jeo Enterpolasyon/Codes/OutputData dosyasında saklanmaktadır (Şekil 4.48), (Şekil 4.49).



Şekil 4.48. Sonuç değerlerin saklandığı output dosyası



Şekil 4.49. Sonuç değerlerin saklandığı output dosya içeriği

Yapılan enterpolasyon işlemi sonucunda, program veri formatı tiplerine ve seçilen enterpolasyon yöntemine göre çalışma alanı içerisinde bulunan test noktalarının Nokta Numarası, $h_{\text{elipsoidal}}$ yükseklik, $N_{\text{enterpolasyon}}$ yüksekliği ve $H_{\text{ortometrik}}$ yüksekliğini içerecek şekilde çıktılar vermektedir. Programın ürettiği çıktı çeşitleri Şekil 4.50, Şekil 4.51, Şekil 4.52 ve Şekil 4.53'te verilmiştir.

	A	B	C	D	E
1	Nokta No	$h_{\text{elipsoidal}}$ (m)	$N_{\text{enterpolasyon}}$ (m)	$H_{\text{Ortometrik}}$ (m)	Hata (cm)
2	T1	1043.192	35.1143	1008.078	5.89
3	T2	1042.255	35.0641	1007.191	3.84
4	T3	1041.312	35.0375	1006.275	3.62
38					
39				Karesel Ortalama Hata (cm)	4.83

Şekil 4.50. Veri formatı 1'e ağırlıklı ortalama ile enterpolasyon için sonuç değerleri formatı

	A	B	C	D	E
1	Nokta No	$h_{\text{elipsoidal}}$ (m)	$N_{\text{enterpolasyon}}$ (m)	$H_{\text{Ortometrik}}$ (m)	Hata (cm)
2	T1	1043.192	35.1915	1008	-1.83
3	T2	1042.255	35.0864	1007.169	1.61
4	T3	1041.312	35.0263	1006.286	4.74
38					
39				Karesel Ortalama Hata (cm)	3.79
40					
41	a0	35.0417475			
42	a1	-0.0289015			
43	a2	0.0112357			
44	a3	-0.0005739			
45	a4	0.000327			
46	a5	-0.0006559			

Şekil 4.51. Veri formatı 1'e göre polinomlar ile enterpolasyon ve multiquadratik enterpolasyon için sonuç değerleri formatı

	A	B	C	D
1	Nokta No	h_elipsoidal (m)	N_enterpolasyon (m)	H_Ortometrik (m)
2	T1	1043.192	35.1915	1008
3	T2	1042.255	35.0864	1007.169
4	T3	1041.312	35.0263	1006.286
40				
41	a0	35.0417475		
42	a1	-0.0289015		
43	a2	0.0112357		
44	a3	-0.0005739		
45	a4	0.000327		
46	a5	-0.0006559		
47				

Şekil 4.52. Veri formatı 2'ye göre polinomlar ile enterpolasyon ve multiquadratik enterpolasyon için sonuç değerleri formatı

	A	B	C	D
1	Nokta No	h_elipsoidal (m)	N_enterpolasyon (m)	H_Ortometrik (m)
2	T1	1043.192	35.171	1008.021
3	T2	1042.255	35.095	1007.160
4	T3	1041.312	35.053	1006.259
38				
39			Karesel Ortalama Hata (m)	0.02306
40				

Şekil 4.53. Veri formatı 3'e göre baz vektörlerinde ortometrik yükseklik farkları hesaplanarak GNSS/Ağ dengelemesine için sonuç değerleri formatı

5. SONUÇLAR ve ÖNERİLER

5.1. Sonuçlar

GNSS tekniği ile belirlenen yükseklikler, elipsoidal yükseklikler olup, pratik haritacılıkta kullanılan ortometrik yüksekliklerden farklıdır. Bu nedenle, GNSS tekniği ile elde edilen elipsoidal yüksekliklerin haritacılık çalışmalarında ve mühendislik projelerinde kullanılabilmesi için ortometrik yüksekliklere dönüştürülmesi zorunludur. Uygulamada elipsoidal yüksekliklerin ortometrik yüksekliklere dönüştürülmesi için çeşitli enterpolasyon tekniklerinin kullanıldığı bilinmektedir.

Tez konusu kapsamında dönüşüm problemi Ağırlıklı Ortalamalar, Polinomlar, Multiquadratik enterpolasyon ile 26 Haziran 2018 tarihli Büyük Ölçekli Harita ve Harita Bilgileri Üretim Yönetmeliği'nde yer alan dönüşüm esaslarına bağlı kalarak hesaplama işleminin daha kolay ve daha hızlı yapılmasını sağlamak üzere elipsoidal yüksekliklerin ortometrik yüksekliğe dönüştüren MATLAB programlama dilinde bir program hazırlanarak sayısal bir uygulama gerçekleştirilmiştir. Kriging Enterpolasyon yöntemi ise ArcMap 10.1 paket yazılım programı kullanılarak yapılmış ve program sonuçlarıyla karşılaştırılmış, diğer enterpolasyon tekniklerinden farklı olarak Ordinary ve Universal Kriging yöntemlerinde üssel, gaussian ve küresel variogram modelleriyle hesaplama yapılmış ve sonuçlara ilişkin tematik haritalar oluşturulmuştur.

Hazırlanan program sayesinde Ağırlıklı Ortalamalar, Polinomlar, Multiquadratik Enterpolasyon yöntemleri ile uygulama alanı içerisinde yer alan dayanak noktalarından yararlanarak projeksiyon koordinatları ve elipsoidal yüksekliği bilinen noktaların ortometrik yükseklik verisi hızlı bir şekilde hesaplanabilmektedir. Program otomatik olarak ağırlıklı ortalama, ortogonal ve ortogonal olmayan polinomlar ve multiquadratik enterpolasyon yöntemi ile ortometrik yükseklikleri hesaplayabilmektedir. Ağırlıklı ortalama isteye bağlı olarak tüm dayanak noktaları kullanılabilmesi gibi, delunay üçgenlemesinden de yararlanılabilmektedir. Dayanak noktası sayısına bağlı olarak ortogonal polinomlarla enterpolasyonda lineer, quadratik ve kübik yüzeyler, ortogonal olmayan polinomda ise bilineer, biquadratik ve bikübik yüzeyler kullanılabilir. Ayrıca program multiquadratik enterpolasyon yöntemi ile de ortometrik yükseklik hesaplayabilmektedir.

Yaklaşık 450 km²'lik bir uygulama alanında projeksiyon koordinatları (x, y), ortometrik yüksekliği ve elipsoidal yüksekliği bilinen 76 adet noktadan yararlanılarak

hazırlanan programın doğru ve güvenilir sonuçlar üretip üretmediği test edilmiştir. Söz konusu test çalışmalarında uygulama alanında uygun dağılımda bulunan ve alanın karakteristik özelliklerini yansıtan 40 adet nokta jeoid dayanak noktası olarak kullanılmış ve geriye kalan 36 adet noktanın ortometrik yükseklikleri hazırlanan Jeo Enterpolasyon programıyla da hesaplanmıştır. Bilinen ortometrik yüksekliklerle hesaplanan ortometrik yüksekliklerin farklarından yararlanarak karesel ortalama hatalar hesaplanarak karşılaştırılmış ve Jeo Enterpolasyon program sonuçlarının yapılan tüm hesaplama sonuçlarıyla birebir örtüştüğü görülmüştür.

Uygulama alanına yönelik oluşturulan yerel jeoid modeli için ağırlıklı ortalama ile enterpolasyonda tüm dayanak noktaları kullanıldığında $k=4$, delunay üçgenlemede $k=2$ için en iyi değerler elde edilmiştir. Ortogonal polinomlarla enterpolasyonda kübik, ortogonal olmayan polinomlarla enterpolasyonda ise bikübik yüzey en iyi yaklaşımı göstermiştir. Programda kullanılan bütün yöntemler ve TG03 ile elde edilen sonuçlar birlikte değerlendirildiğinde en iyi sonucu multiquadratik enterpolasyon yönteminin verdiği görülmüştür. Kriging enterpolasyon tekniği ile elde edilen sonuçlar birbirinden çok farklı olmamakla birlikte en anlamlı sonucu Ordinary ve Universal Kriging tekniklerinde gaussian variogram modeline sahip quadratik yüzeyin verdiği tespit edilmiştir.

Ayrıca programın doğru ve güvenilir sonuçlar ürettiğinin tespiti için sadece test konusu kapsamında kullanılan sayısal uygulama verileriyle hesaplama yapılmamış olup, farklı farklı bölgelere ait datalar ile hesaplamalar yapılarak programın ürettiği sonuçların doğruluğu kontrol edilmiştir. Yapılan kontroller sonucu programın enterpolasyon hesaplamalarını doğru bir şekilde yaptığı tespit edilmiştir.

5.2. Öneriler

Sonuç olarak, elipsoidal yüksekliklerin ortometrik yüksekliklere dönüşümünde kullanılan çeşitli yöntemler bulunmaktadır. Tez konusu kapsamında değinilen enterpolasyon yöntemlerinin teorik esaslarına göre hazırlanan Jeo Enterpolasyon programının doğru ve anlamlı sonuçlar ürettiği gözlemlenmiştir. Bu nedenle dönüşüm problemi için programın ihtiyaç duyduğu girdi verilerinin istenen formatta hazırlanması, veriler hazırlanırken de gerekli özenin ve önemin gösterilmesine dikkat edilmelidir. Ayrıca, literatürde bulunan enterpolasyon yöntemleri içinde programlama yapılarak tüm yöntemler ile hesaplamalar hızlı bir şekilde yapılabilir ve sonuçlar yorumlanabilir.

KAYNAKLAR

- Akiz, E., 2007, Jeoit Kullanarak Elipsoit Yüksekliklerinden Ortometrik Yükseklik Belirleme Yöntemlerinin Doğruluk Araştırması, Yüksek Lisans Tezi, *S.Ü. Fen Bilimleri Enstitüsü*, Konya.
- Alevizakou, E. G. ve Lambrou, E., 2011, Fast And Convenient Determination Of Geoid Undulation N İn An Urban Area, *Fig Working Week 2011, Bridging The Gap Between Cultures, Marrakech, Morocco*.
- Arslan, E. ve Yılmaz, M., 2005, Geoit Belirleme Yöntemleri, *Harita ve Kadastro Mühendisleri Odası, 10. Türkiye Harita Bilimsel ve Teknik Kurultayı*.
- Aydın, C., 2014, Fiziksel Jeodezi Ders Notları, *Yıldız Teknik Üniversitesi*, İstanbul.
- B.Ö.H.H.B.Ü.Y., 2018, Büyük Ölçekli Harita ve Harita Bilgileri Üretim Yönetmeliği, *Harita ve Kadastro Müh. Odası*.
- Bolat, S., 2013, Lokal Jeoid Belirleme Yöntemleri: Samsun İli Örneği, Yüksek Lisans Tezi, *Ondokuz Mayıs Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü*, Samsun.
- Ceylan, A., Çorumluoğlu, Ö., İnal, C., Şanlıoğlu, İ. ve Kalaycı, İ., 2002, Determination of Geoid Undulations in The Region of Konya, *International Symposium On Gts*.
- Ceylan, A. ve Akkul, M., 2009, GPS ve Nivelman Ölçüleri ile Çekül Sapması Bileşenlerinin Hesaplanması Üzerine BİR Çalışma *TMMOB Harita ve Kadastro Mühendisleri Odası, 12. Türkiye Harita Bilimsel ve Teknik Kurultayı*, Ankara.
- Çakır, L. ve Yılmaz, N., 2014, Polynomials, Radial Basis Functions and Multilayer Perceptron Neural Network Methods In Local Geoid Determination With GPS/Levelling *Measurement*, 57, 148-153.
- Das, R. K., Samanta, S., Jana, S. K. ve Rosa, R., 2018, Polynomial Interpolation Methods in Development of Local Geoid Model, *The Egyptian Journal of Remote Sensing and Space Sciences*, 21, 265-271.
- Direnç, A., Simav, M., Türker, A., Kurt, A. İ. ve Kurt, M., 2012, Türkiye’de Jeoit Belirleme Çalışmaları, *Harita Genel Komutanlığı*.
- Erkaya, H., 2006, Yükseklik Ölçmeleri Ders Notları, *Yıldız Teknik Üniversitesi*, İstanbul.
- Erol, B. ve Çelik, R. N., 2004, Modelling Local Gps/Levelling Geoid With The Assesment Of Inverse Distance Weighting And Geostatistical Kriging Methods, *ITU, Civil Engineering Faculty, Geodesy Division*, İstanbul.
- Featherstone, W. E., 2006, Height Systems And Vertical Datums: A Review İn The Australian Context, *Curtin University of Technology*, Western Australian Centre for Geodesy.
- Fogel, D. N. ve Tinney, L. R., 1996, Image Registration Using Multiquadratic Functions, The Finite Element Method, Bivariate Mapping Polynomials And Thin Plate Spline, *Santa Barbara*.
- Gucek, M. ve Bašić, T., 2009, Height Transformation Models From Ellipsoidal Into The Normal Orthometric Height System For The Territory Of The City Of Zagreb, *Studia Geophysica et Geodaetica*, Academy of Science of the Czech Republic, Prague.
- Gürdal, M. A. ve Ceylan, S., 2005 Büyük Ölçekli Çalışmalarda Güncellenmiş Türkiye Jeoidi’nin (TG-99A) Doğrudan Kullanılabilirliğinin Araştırılması, *TMMOB Harita ve Kadastro Mühendisleri Odası 10. Türkiye Harita Bilimsel ve Teknik Kurultayı*
- Gürses, H. B., 2011, Şeritvari Projelerde Ortometrik Yükseklik Hesabı İçin Bir Yaklaşım, *Selçuk Üniversitesi Konya*.

- İnal, C., 1996, Yerel Jeoit Geçirilerek GNSS Sonuçlarından Yüksekliklerin Belirlenmesi, *S.Ü Müh.Mim.Fak. Dergisi*, 11 (2), 15-21.
- İnal, C., Turgut, B. ve Yiğit, C. Ö., 2003, Lokal Alan Jeoit Ondülasyonlarının Belirlenmesinde Kullanılan Enterpolasyon Yöntemlerinin Karşılaştırılması, *Selçuk Üniversitesi Jeodezi ve Fotogrametri Mühendisliğinde 30. yıl Sempozyumu Bildiriler Kitabı*, 97-106.
- İnal, C. ve Yiğit, C. Ö., 2003, Jeodezik Uygulamalarda Kriging Enterpolasyon Yönteminin Kullanılabilirliği, *TUJK 2003 Yılı Bilimsel Toplantısı, Coğrafi Bilgi Sistemleri ve Jeodezik Ağlar Çalıştayı*,.
- İnal, C. ve Yiğit, C. Ö., 2004, Elipsoidal Yüksekliklerin Ortometrik Yüksekliğe Dönüşümünde Enterpolasyon Yöntemlerinin Kullanılabilirliği, *S.Ü. Müh-Mim. Fak. Dergisi*, 19 (1).
- Isaaks, E. H. ve Srivastava, R. M., 1989, An Introduction to Applied Geostatistics, *Oxford University Press*, 561.
- Jekeli, C., 2000, Heights, The Geopotential and Vertical Datums, *Geodetic Science and Surveying, Department of Civil and Environmental Engineering and Geodetic Science The Ohio State University*.
- Karaaslan, Ö., Tanır Kayıkcı, E. ve Aşık, Y., 2016, Comparison of Local Geoid Height Surfaces, In The Province of Trabzon *Saudi Society for Geosciences 2016*, 9, 431.
- Lyszkowicz, S., 2002 Interpolation Techniques To Convert Gps Ellipsoid Heights To Elevations *Geodesy And Cartography*, 28 (3).
- Macedonio, G. ve Pareschi, M. T., 1991, An Algorithm for The Triangulation of Arbitrarily Distributed Points: Applications to Volume Estimates and Terrain Fitting *Computers and Geosciences*, 17 (7), 859-879.
- Mehramuz, M., Zomorrodian, H. ve Jalooli, P., 2012, 10 Different Interpolation Methods Used To Determine Geoidquasigeoid Separation(Case Study In Iran), *Journal Of Basic And Applied Scientific Research*.
- Odumosu, J. O., Ajayi, O. G., Idowu, F. F. ve Adesina, E. A., 2018, Evaluation of The Various Orthometric Height Systems And The Nigerian Scenario – A Case Study of Lagos State *Journal of King Saud University, Engineering Sciences*, 30 (1), 46-53.
- Şanlıoğlu, İ., Maraş, S. S. ve Uysal, F., 2009, Determination Of Orthometric Heights With Real Time Kinematic Surveying, Konya Sample, *FIG Working Week 2009 Surveyors Key Role In Accelerated Development Elate*, Israel.
- Tuşat, E., 2000, GNSS Gözlemleri ve Yersel Gözlemler Yardımıyla Jeoid Profilinin Çıkarılması, Yüksek Lisans Tezi, *Selçuk Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü*, Konya.
- Türkezer, A., Sezen, E., Direnç, A., Kurt, A. İ. ve Lenk, O., 2012, Türkiye Yükseklik Sisteminin Modernizasyonu Çalıştayı, *Türkiye Ulusal Jeodezi Komisyonu*.
- Yanalak, M., 2002, Yön ve Ters Ağırlıklı Ortalama ile Enterpolasyon, *Harita Dergisi* (127), 55.
- Yaprak, S. ve Arslan, E., 2008, Kriging Yöntemi ve Geoit Yüksekliklerinin Enterpolasyonu, *Jeodezi, Jeoinformasyon ve Arazi Yönetimi Dergisi* 98.
- Yiğit, C. Ö., 2003, Elipsoidal Yüksekliklerin Ortometrik Yüksekliğe Dönüşümünde Kullanılan Enterpolasyon Yöntemlerinin Karşılaştırılması, Yüksek Lisans Tezi, *Selçuk Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü*, Konya.
- Yılmaz, M. ve Arslan, E., 2005, Polinom Derecesi İle Geoit Yüksekliği Presizyonu Arasındaki İlişkinin Araştırılması, 2. *Mühendislik Ölçmeleri Sempozyumu*

- Yılmaz, N., 2011, Türkiye İçin Farklı Yöntem ve Verilerle Belirlenen Jeoidlerin Karşılaştırılması, Dotoru Tezi, *Karadeniz Teknik Üniversitesi*, Trabzon.
- Zhan-Ji, Y., 1998, Precise Determination Of Local Geoid And Its Geophysical Interpretation, Ph.D. Thesis, *Hong Kong Polytechnich University*, Hong Kong



ÖZGEÇMİŞ

KİŞİSEL BİLGİLER

Adı Soyadı : Hasan Hüseyin KILIÇ
Uyruğu : T.C.
Doğum Yeri ve Tarihi : Altındağ / 20.06.1989
Telefon : 0535 358 84 20
Faks : -
E-Posta : hashusklc@gmail.com

EĞİTİM

Derece	Adı	İlçe	İl	Bitirme Yılı
Lise	: İncesu Lisesi	Çankaya	Ankara	2006
Üniversite	: Selçuk Üniversitesi Selçuklu Harita Mühendisliği		Konya	2013
Yüksek Lisans	: Konya Teknik Üniversitesi Selçuklu		Konya	2019
Doktora	: -			

İŞ DENEYİMLERİ

Yıl	Kurum	Görevi
2010	Selçuk Üniversitesi	Stajyer
2013	Geogis Kent Bilgi Sis. Harita Ve Çevre Müh. Müş. Taah. Tic. Ltd. Şti./Ankara	Harita Mühendisi
2015-	T.C. Çevre ve Şehircilik Bakanlığı Altyapı ve Kentsel Dönüşüm Hiz. Gnl. Müd.	Harita Mühendisi

UZMANLIK ALANI

Enterpolasyon Yöntemleri ile Jeoid Yüksekliği Hesabı

YABANCI DİLLER

İngilizce

YAYINLAR

Kılıç, H.H., İnal, C., Bülbül, S., 2018, Programming of The Transformation From Ellipsoidal Height to Orthometric Height, International Eurasian Conference on Science, Engineering and Technology Proceeding Book, Page: 1130-1137, 22-23 November 2018, Ankara. (Yüksek Lisans tezinden yapılmıştır.)