T.C.
MİMAR SİNAN ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
İSTATİSTİK ANABİLİM DALI
YÜKSEK LİSANS TEZİ

BAYESCİ VEKTÖR OTOREGRESYON MODELLER VE TÜRKİYE'DE ENFLASYON ÜZERİNE BİR UYGULAMA

Elif ÜNAL
DANIŞMAN: Yrd. Doç. Dr. Funda SEZGİN

İSTANBUL, 2003

ÖZET

Bu çalışmada amaç, zaman serileri analizinde geniş kullanım sahasına sahip Vektör Otoregresyon modelleri (VAR) ile Bayesci Vektör Otoregresyon (BVAR) modellerin dönem dışı öngörü performanslarını karşılaştırmaktır.

Bu amaç doğrultusunda ilk bölümde Bayesci yaklaşım ele alınmış olup, ikinci bölümde VAR modelleri ayrıntılı biçimde incelenmiştir. Üçüncü bölümde ise BVAR modeller tanıtılmıştır. Dördüncü bölüm analizlerle ilgili uygulamaya ayrılmıştır. Türkiye'deki enflasyon için VAR ve BVAR'ın öngörü performansını karşılaştırabilmek amacıyla, 2001 ve 2002 yılları için öngörüler elde edilip gerçek değerler ile karşılaştırılmıştır ve sonuçlar yorumlanmıştır.

Anahtar kelimeler: Vektör Otoregresyon modeller (VAR), Bayesci Vektör Otoregresyon modeller (BVAR), Minnesota önseli, enflasyon, Theil U istatistiği

Danışman: Yrd. Doç. Dr. Funda SEZGİN, Mimar Sinan Üniversitesi, İstatistik Bölümü, İstatistik Anabilim Dalı

ABSTRACT

The main purpose of this study is to compare the out-of-sample forecast performances of VAR and BVAR models which are widely made use of in time series analysis.

In the light of this aim, the Bayesian approach is dealt with in the first part, VAR models are examined in detail in the second part. As for the third part, BVAR models are presented. In order to contrast the forecast performances of VAR and BVAR models, for an understanding of the inflation in Turkey, forecasts have been elicited for the years 2001 and 2002, comparing them with the real values and eventually the following results have been evaluated.

Keywords: Vector Autoregression Models (VAR), Bayesian Vector Autoregression Models (BVAR), Minnesota prior, inflation, Theil U statistic

Advisor: Yrd. Doç. Dr. Funda SEZGİN, Mimar Sinan University, Department of Statistics, Statistic Section

TEŞEKKÜR

Bu çalışmanın ortaya çıkmasında göstermiş oldukları katkılarından dolayı,

Öncelikle, çalışmanın her aşamasında göstermiş olduğu ilgi; görüş ve eleştirileri için danışman hocam Yrd. Doç. Dr. Funda Sezgin'e,

Bana bu çalışmayı yapabilme fırsatını tanıyan Bölüm Başkanımız Prof. Dr. M. Kemal Yoğurtçugil'e ve Prof. Dr. Gülay Kıroğlu'na,

Yazım aşaması süresince gerçekleştirmiş olduğu gerekli düzeltmeler için Prof. Dr. Nalan Cinemre'ye,

Çalışmanın başından sonuna kadar, özellikle analizler konusunda benden yardımını hiç bir zaman esirgemeyen Prof. Dr. Burç Ülengin'e,

Bana göstermiş oldukları manevi destekten ötürü bütün bölüm hocalarıma,

Uzaklarda olduğunu hiç hissettirmeyen Doç. Dr. Gül Ergün'e,

Çalışmanın ilk gününden son gününe kadar her daim değerli görüşleri ve eleştirileri ile bana yol göstermiş olan ve bu çalışmanın oluşmasındaki önemli katkılarından dolayı Dr. Cem Kadılar'a,

Özellikle yazım aşaması boyunca bana sınırsızca destek göstermiş olan ve onlarsız asla bu çalışmanın sonlandırılamayacağını düşündüğüm dostlarım Arş. Gör. Elif Özge Özdamar, Arş. Gör. Eylem Deniz, Arş. Gör. Oğuz Akbilgiç ve Nuray Baş'a,

Her koşulda yanımda olan, sabrı ve varlığı için Erkin Çoker'e,

Hayatta ayakta kalabilmemde varlıkları ve çalışma süresince onlardan çaldığım zamanlar için canım babam ve kardeşim Erkal'a,

Üzerimde emeği olan ve adlarını buraya sığdıramadığım herkese sonsuz teşekkürler...

İÇİNDEKİLER

Sayfa

ŞEKİL DİZİNİ

TABLO DİZİNİ

GİRİŞ

Son yıllarda istatistikte zaman serileri literatüründe önemli gelişmeler kaydedilmiştir. Bu çalışmanın amacı da, gerçekleşen önemli gelişmelerden biri olan Bayesci Vektör Otoregresyon Modelleri (BVAR) tanıtmak ve bu modelleri Vektör Otoregresyon Modeller (VAR) ile karşılaştırmaktır.

Bu amaç doğrultusunda, çalışmanın ilk bölümünde Bayesci yaklaşım ele alınmıştır. Bu kapsamda Bayesci yaklaşımın tarihçesi incelenmiş, daha sonra İstatistikte Bayesci yaklaşım üzerinde durulmuştur. Bayesci yaklaşımı anlayabilmek bakımından önemli olan Bayes teoreminin açıklanmasından sonra önsel ve sonsal dağılımlardan bahsedilip bilginin nasıl özetlendiği anlatılmış ve eşlenik dağılımlara kısaca değinilmiştir. Daha sonra Bayesci yaklaşım ile klasik yaklaşım arasındaki farklılıklar incelenerek ilk bölüm sonlandırılmıştır.

İkinci bölümde, öncelikle vektör otoregresyon modelinin spesifikasyonu konusu açıklanmış, durağanlık koşulunun nasıl olacağı verilmiş, devamında modelin tahmin ve belirlenmesine geçilmiştir. Bu kapsamda önce modelin gecikme uzunluğunun belirlenmesi ayrıntılı biçimde incelenmiş ve daha sonra vektör otoregresyon modellerin yorumlanmasında temel olan etki tepki fonksiyonu ile varyans ayrıştırmasından bahsedilmiştir. Bölüm çeşitli VAR modellerinin, fazla ayrıntıya girmeden, tanıtılmasıyla sonlandırılmıştır.

Üçüncü bölümde, çalışmanın asıl amacı olan BVAR modellere kısıtsız VAR ve yapısal modellerden ne şekilde bir geçiş olduğu verilip, daha sonra genel bir anlatımla önsel dağılımların VAR modeli ile birleştirilmesinden bahsedilmiş ve bu çalışmada esas alınan Minnesota Önseli tanıtılmıştır. Son olarak da BVAR modellerin genel bir değerlendirilmesi yapılmıştır.

Son bölüm olan dördüncü bölümde ise öncelikle VAR modellerin uygulaması gerçekleştirilmiş, daha sonra BVAR modellerin uygulamasına geçilmiştir. BVAR modeller için yedi önsel üzerinde durulmuş, farklı önsellerin kullanımı verilmiştir. İki ayrı dönemde, Türkiye'deki enflasyon için BVAR ile VAR modellerin öngörü performansı karşılaştırılmıştır. Sonuçlar doğrultusunda BVAR modellerin VAR modellere göre üstün olduğu kanıtlanmıştır.

BİRİNCİ BÖLÜM

BAYESCİ YAKLAŞIM

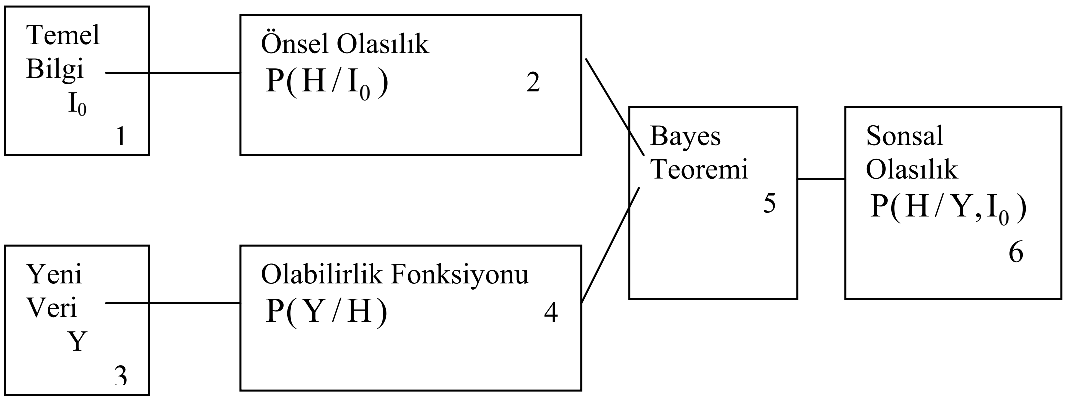
1.1. Tarihçe

Koşullu olasılık ilk olarak Bayes ve Laplace tarafından tanımlanmıştır. Toplam olasılık formülü ve Bayes teoremi, 18'inci yüzyılın son yarısında Thomas Bayes (1793) tarafından geliştirilen koşullu olasılıkların hesaplanması amacına yönelik olarak ortaya atılmasına karşın, 19'uncu yüzyıl ve 20'inci yüzyılın özellikle ilk yarısı Bayesci fikirler açısından fazla parlak geçmemiştir. Bayesci düşüncenin DeFinette, Savage, Jeffreys ve öteki bazı istatistikçiler tarafından gerçekleştirilen çalışmalarla önem kazandığı görülmektedir. Günümüzde bilimsel öğrenme ve karar vermede, Bayesci yaklaşım önemli bir ilgi odağıdır ve özellikle son yarım yüzyılda, Bayesci görüşlere dayalı bilimsel çalışmaların sayısında büyük bir artış gözlenmektedir. İstatistiksel çözümlemelerde kullanılan Bayesci yaklaşımın kuramsal ayrıntıları için başvurulabilecek kaynak kitaplardan bazıları, Savage (1954), Jeffreys (1962), Lindley (1965), DeGroot (1970), Berger (1985), Lee (1989), Press (1989), Gamerman ve Migon (1993), O'Hagan (1994), Robert (1994) ve Smith ve Bernardo (1994)'dur (Ergün, 1995).

1.2. İstatistikte Bayesci Yaklaşım

İstatistikte Bayesci yaklaşım, model parametreleri için önsel bilgiler ile örneklem bilgilerinin bir araya getirildiği ve parametrelere ilişkin çıkarsamaların yapıldığı doğal bir yoldur. Burada parametrelere ilişkin önsel bilgiler öznelliği temsil ederler ve uygun dağılımlarla modelleme sürecine dahil edilirler. Bu nedenle Bayesci yaklaşımda önsel bilgilerden önsel dağılımlara, sonsal dağılımlardan da sonsal bilgilere bir geçiş söz konusudur (O'Hagan, 1986).

Bu geçiş süreci, verilen yeni bilgi ile olasılıkların gözden geçirilmesiyle Şekil 1.1'deki gibi bir akış şemasıyla özetlenebilir.



Şekil 1.1: Bayes bilgi akış şeması

Önsel olasılık, temel bilgi olan I_0'ın bir H hipotezine bağlı olarak gelişeceğini göstermektedir. Temel bilgi, genellikle daha önceki veri ve çalışmalar, teorik incelemeler ve gözlemlerin bir bileşimidir. Olabilirlik fonksiyonu $P(Y/H)$ ise, Y için verilen H hipotezine bağlanmıştır. Önsel olasılık $P(H/I_0)$ Bayes Teoremi yoluyla, olabilirlik fonksiyonu $P(Y/H)$ ile birleşerek sonsal olasılık yoğunluk fonksiyonu olan $P(H/Y,I_0)$'ı verir. Bu sonsal olasılık hem önsel bilgi I_0'a hem de örneklem bilgisi Y'ye bağlıdır. Bir θ parametresi ele alındığında bu süreç aynı şekilde devam edecektir. Bu durumda, θ parametresi H ile yer değiştirecektir. Yer değiştirme işlemi sonucunda aşağıdaki ifadelere ulaşılır.

$P(H/I_0) \rightarrow P(\theta/I_0)$ önsel olasılık yoğunluk fonksiyonu

$P(Y/H) \rightarrow P(Y/\theta)$ olabilirlik fonksiyonu

$P(H/Y,I_0) \rightarrow P(\theta/Y,I_0)$ sonsal olasılık yoğunluk fonksiyonu

Böylece elde edilen sonsal olasılık yoğunluk fonksiyonu parametre θ hakkındaki düşünceyi göstererek, aynı zamanda hem önsel bilgiyi hem de örneklem bilgisini birleştirir. Örneklem bilgisi artarken, genel koşullar altında parametrenin gerçek değeri etrafında yoğunlaşan sonsal olasılık yoğunluk fonksiyonu elde edilebilir. Bunun dışında iki farklı önsel olasılık yoğunluk fonksiyonu söz konusu olduğunda, ilk bilgilerin de farklı olmasından dolayı sonsal olasılık yoğunluk fonksiyonu kısıtlayıcı olmayan koşullar altında, kendi önsel yoğunluk fonksiyonu kısıtlarıyla birleştirilerek elde edilen verilere benzer hale gelecektir. Böylece veri kümesi artarken daha çok önsel bilgi sağlanacaktır (Sezgin, 1999).

2.3. Bayes Teoremi

Bayes teoremi A olayının gerçekleşme olasılığı bilindiğinde B olayının gerçekleşme olasılığını hesaplamanın mümkün olacağını belirtir. Bu olasılık sembollerle aşağıdaki gibi açıklanır.

$$P(B/A) = \frac{P(B,A)}{P(A)} \tag{1.1}$$

Burada $P(B,A)$, A ve B olaylarının birlikte ortaya çıkma olasılığını, $P(A)$ ise, A olayının ortaya çıkma olasılığını ve en son olarak $P(B/A)$ A olayının gerçekleştiği bilindiğine göre B olayının ortaya çıkması olasılığını göstermektedir.

(1.1)'in olasılık yoğunluk fonksiyonları cinsinden yazılmasıyla,

$$f(x,\theta) = f(x/\theta).p(\theta) \tag{1.2}$$

ve

$$f(x,\theta) = f(\theta/x).f(x) \tag{1.3}$$

elde edilebilir. Burada θ, hakkında analiz yapılan parametreyi göstermektedir. Bayes yaklaşımında θ parametresi rastlantı değişkeni olarak ele alındığından (1.2) ve (1.3) nolu ifadeler, (1.1) nolu eşitlik ile tutarlı olacaktır. x ise rastlantısal gözlem değerlerini göstermektedir. Bu sembol ve açıklamalar çerçevesinde yazılan,

$$f(\theta/x) = \frac{p(\theta).f(x/\theta)}{f(x)} \tag{1.4}$$

ifadesi ise, (1.2) eşitliğinden f(x,θ)' nın çekilerek (1.3) eşitliğinde yerine konulmasıyla elde edilmiştir. Burada f(x) $\neq$ 0 koşulu sözkonusudur. f(x), x'in marjinal olasılık yoğunluk fonksiyonu olup aşağıdaki gibi elde edilir.

$$f(x) = \int p(\theta).f(x/\theta)\,d\theta \tag{1.5}$$

Burada f(x), elde edilen sonsal dağılımın integralinin bire eşit olmasını sağlayan bir sabit terim olduğundan, (1.4) orantısal form ile aşağıdaki biçimde yazılabilir.

$$f(\theta/x) \propto p(\theta)\ f(x/\theta) \tag{1.6}$$

$\propto$ simgesi ifadenin sol tarafı ile sağ tarafının orantılı olduğunu, yani orantısallığı belirtmektedir. $f(x/\theta)$ örneklem bilgisini gösteren olabilirlik fonksiyonu, $p(\theta)$ ise θ parametresinin önsel olasılık yoğunluk fonksiyonunu , yani önsel bilgiyi vermektedir. $f(\theta/x)$ ise, x verildiğinde parametre θ için sonsal olasılık yoğunluk fonksiyonunu göstermektedir.[1] Ayrıca içinde bütün

[1] Sonsal olasılık yoğunluk fonksiyonu $\pi(\theta)$ şeklinde de gösterilmektedir.

önsel bilgiyi örneklem bilgisi ile birlikte taşımaktadır. Sonsal bilgiler, Bayesci analizde çıkarımları elde etmede doğrudan kullanılırlar.

Önsel bilgi, sonsal olasılık yoğunluk fonksiyonuna önsel olasılık yoğunluk fonksiyonu aracılığıyla girer. Örneklem bilgisi ise olabilirlik fonksiyonu yardımıyla analizde yer alır. Bu durum,

$$\begin{pmatrix} \text{sonsal olasılık} \\ \text{yoğunluk fonksiyonu} \end{pmatrix} \propto \begin{pmatrix} \text{önsel olasılık} \\ \text{yoğunluk fonksiyonu} \end{pmatrix} \text{x} \begin{pmatrix} \text{olabilirlilik} \\ \text{fonksiyonu} \end{pmatrix}$$

biçiminde özetlenebilir (Zellner, 1971).

Bayesci analiz sonucunda bulunan sonsal dağılım, bir sonraki analizde önsel dağılım olarak kullanılabilir. Burada ikinci analiz için alınacak olabilirlik fonksiyonunun, ilk olabilirlik fonksiyonundan bağımsız olması koşulu vardır.

$f(\theta / x) \propto p(\theta) L(\theta / x)$ iken x'ten bağımsız y örneklemi için aşağıdaki ifadeler oluşturulabilir.

$$f(\theta / x, y) \propto p(\theta)\, L(\theta / y) \qquad (1.7)$$

$$L(\theta / x, y) \propto L(\theta / x)\, L(\theta / y) \qquad (1.8)$$

Buradan yola çıkarak,

$$f(\theta/x,y) \propto p(\theta)\, L(\theta/X)\, L(\theta/Y) \tag{1.9}$$

$$f(\theta/x,y) \propto f(\theta/x)\, L(\theta/y) \tag{1.10}$$

elde edilir (Sezgin, 1999).

2.3.1. Önsel ve Sonsal Dağılımlar

Bayesci yaklaşımda bilinmeyen θ parametresi bir raslantı değişkeni olarak işlem görür. Bu nedenle, θ hakkında yapılacak çıkarsamada ilgili önsel bilgiler bir dağılım formunda modele yansıtılır. Klasik istatistikçiler gözlemlerin, parametresi θ olan bir olasılık yoğunluk ya da olasılık fonksiyonundan çekilmiş olduğu bir istatistiksel çıkarsama probleminde, gerçek değeri Ω parametre uzayında olduğu varsayımı altında $f(x/\theta)$ fonksiyonundan gelen gözlemlere dayalı olarak, bilinmeyen θ' nın tahminini yaparlar. Bayesci istatistikçiler ise, $f(x/\theta)$'dan gözlemlere ulaşmadan önce, θ parametresi hakkında bilgi ve deneyimleri kullanarak, Ω parametre uzayında θ için bir dağılım tanımı yapabilmektedirler. Klasik istatistikçiler bu bilgiyi, gözlenmediği ve bu yüzden subjektif olduğu için kabul etmezlerken, Bayesci yaklaşım uygulayıcıları ulaşılan bu bilgiyi değersiz bile olsa, bir $p(\theta)$ olasılık yoğunluk fonksiyonu ile analize dahil ederler.

Önsel bilgilerin uygun bir biçimde analizlere dahil edilmesine yönelik birçok değişik fikir vardır; konuyla ilgili daha fazla bilgi Efron (1986), Lindley (1978) ve Smith (1984)'ten edinilebilir. Bununla birlikte, önerilen bu fikirler arasındaki fark iyi bir şekilde anlaşıldığında ve uygun durumda gerekli olan kullanıldığında, etkin sonuçların elde edileceği açıktır. Karar vermede en önemli nokta, Bayes teoreminin uygulanabilirliğidir. Bayesci yaklaşımın analitik olarak uygulanmasında θ'nın boyutunun ne olacağı önem taşımaktadır. Ancak son yıllarda gelişen teknoloji bu kısıtları da ortadan kaldırmıştır. Bayesci yaklaşımın birçok karışık problemin çözümünde kullanılmasını sağlayan teknikler geliştirilmiştir.

Bayesci yaklaşımda iki ana unsur vardır: Bu unsurlardan ilki gözlemlenen örneklem dağılımı $f(x/\theta)$, ikincisi de θ'nın önsel dağılımı p(θ)'dır. p(θ) olarak açıklanan ikinci dağılım bazı sabitlerin yardımıyla x'in bir dağılımı şeklinde de yazılabilir. Bazı durumlarda bu dağılımı θ parametresinden ayırmak yararlı olabilir. Bu durumda, bu sabitler dağılımın parametrelerinin parametreleri oldukları için hiperparametreler olarak adlandırılır. Başlangıçta hiperparametrelerin bilindiği varsayılır.

Bilinmeyen θ'nın önsel dağılımının $\theta \sim N(\mu, \tau^2)$ olduğu varsayıldığında, modelin hiperparametreleri μ ve τ^2 bilinen sabitlerdir. Olabilirlik fonksiyonu altında, θ'nın sonsal dağılımı aşağıdaki gibi elde edilir.

$$L(\theta) = \prod_{i=1}^{n} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left\{-\frac{1}{2}\frac{(x_i-\theta)^2}{\sigma^2}\right\} \alpha \exp(\left\{-\frac{n}{2\sigma^2}(\bar{x}-\theta)^2\right\} \qquad (1.11)$$

Burada $\bar{x}$, x'lerin aritmetik ortalamasıdır. Böylece sonsal dağılım,

$$\pi(\theta)\ \alpha\ \exp\left\{-\frac{1}{2}\frac{(\bar{x}-\theta)^2}{\sigma^2/n}\right\}\exp\left\{-\frac{1}{2}\frac{(\theta-\mu)^2}{\tau^2}\right\} \qquad (1.12)$$

$$\pi(\theta)\ \alpha\ \exp\left\{-\frac{1}{2}\left[\frac{(\theta-\mu_1)^2}{\tau_1^2}+\frac{(\bar{x}-\mu)^2}{n^{-1}\sigma^2+\tau^2}\right]\right\} \qquad (1.13)$$

Burada $\tau_1^{-2} = n\sigma^{-2} + \tau^{-2}$ ve $\mu_1 = \tau_1^2(n\sigma^{2}\bar{x} + \tau^{-2}\mu)$'dür.

θ'ya bağlı olmayan çarpım terimi (1.13) nolu denklemden çıkartıldığında aşağıdaki yapıya ulaşılır:

$$\pi(\theta)\ \alpha\ \exp\left\{-\frac{1}{2}\frac{(\theta-\mu_1)^2}{\tau_1^{\ 2}}\right\} \tag{1.14}$$

Buna göre, θ'nın sonsal dağılımı $\pi(\theta) \sim N(\mu_1, \tau_1^2)$ olur.

(1.13)'den açıkça görülebileceği gibi, önsel dağılımın varyansı olan τ^2'nin değeri arttıkça, önsel dağılımdan elde edilen bilginin analizler üzerindeki etkisi azalacaktır. Limit durumunda $(\tau^2 \to \infty)$, zayıf önsel dağılım $p(\theta) \propto k$ olur ve sonsal dağılım klasik sonuca yakınsayarak, $\pi(\theta) = N(\bar{x}, \sigma^2 / n)$ formuna ulaşır.

Bilgi içermeyen önsel dağılımı belirlemek konusunda pek çok karşıt fikir vardır. Bu özellik çoğu kez uygun olmayan dağılımlara yol açabilir. Bu tür dağılımlar, olasılık teorisi aksiyomlarından biri olan toplamın 1 olması koşulunu sağlamazlar ve $(\tau^2 \to \infty)$ için, $\int p(\theta)d\theta \neq 1$ olur. Bununla birlikte, özellikle çok değişkenli durumlarda, bilgi içermeyen önsel dağılımlar hakkında pek çok farklı tanımlamalar vardır. Genel kabul görmüş tanımlamalardan biri Jeffreys tarafından $p(\theta)\alpha\left|I(\theta)\right|^{1/2}$ şeklinde verilen önsel dağılımdır. Burada I(θ), θ için beklenen Fisher bilgi matrisidir ve şöyle tanımlanır.

$$I(\theta) = E\left[-\frac{\partial^2 \log f(x\mid\theta)}{\partial\theta\,\partial\theta'}\mid\theta\right] \tag{1.15}$$

Jeffreys (1961), önsel bilgiyi kullanan bir Bayesci çıkarsama teorisi formüle etmiş ve bunun parametrik dönüşümlerinde değişmezliğini göstermiştir (Gamerman, 1997). Bu teorem çerçevesinde, konum parametresi θ için önsel dağılım, $p(\theta) \propto k$; ölçek parametresi σ için ise, $p(\sigma) \propto \sigma^{-1}$ şeklinde ifade edilir. σ ve θ parametrelerinin her ikisinin de bilinmediği durumda ise, $p(\theta, \alpha) \propto \sigma^{-1}$ şeklinde bileşik bir önsel yoğunluk yine Jeffreys tarafından önerilmiştir.

Belirsiz önsel dağılım için bir başka seçkin belirleme de Bernardo (1979) tarafından yapılmıştır. Berger ve Bernardo (1992), ayrıca Berger ve Mendoza (1983) çalışmalarında bu yolu daha ayrıntılı olarak incelenmiştir (Gamerman,1997). Parametre sayısının fazla olduğu, çok boyutlu durumlarda bu yaklaşım parametre vektörünü gruplara ayırır ve diğer yaklaşımlarda gözlenen bazı güçlükleri önler. Fakat boyut sayısı arttığı için önsel dağılımın belirlenmesi güçleşir.

Genel olarak, önsel dağılımların belirsizliği sorun yaratır. Fakat Bayes teoreminin uygulanması sonucunda, bu önseller bilinen bir sonsal dağılıma ulaşırlar ve böylece çıkarsama daha kolay olur. Sonsal dağılımın belirli olmadığı bazı ayrıcalıklı durumlar vardır. Bu birçok model için, önemsiz olmaktan uzak, oldukça ciddi bir problemdir. Bu modeller için kesin çıkarsama yapılamaz ve yaklaşımlar araştırmacıyı birbiriyle uyuşmayan sonuçlara götürebilir. Bu durumda önerilen yol, belirsiz önsellerin kullanımından mümkün olduğunca uzak durmak ya da onları çok dikkatli kullanmaktır.

1.3.2. Bilginin Özetlenmesi

Önsel dağılım elde edildikten sonra, içerdiği bilgi değişik biçimlerde özetlenebilir. Önsel dağılımdaki değişimi göstermek için konum ve dağılım ölçüleri hesaplanabilir. Temel konum ölçüleri ortalama, ortanca ve tepe değeri; dağılım ölçüleri ise, varyans, standart sapma, ortalama mutlak sapma, çeyrek değerler vs. dir. Önsel dağılımın ortalaması, θ'nın beklenen değerini; tepe değeri, fonksiyonu maksimum yapan değeri ve ortanca da parametre uzayını iki eşit parçaya bölen değeri tanımlamaktadır.

Çok değişkenli durumda ise varyans bir matrisle tanımlanır ve standart sapma, köşegen ögelerinin kareköklerinden oluşan bir vektördür. Ortanca dışında bütün bu ölçüler, bileşik ve marjinal dağılımlar için hesaplanırken; ortanca sadece tek değişkenli durumlar için hesaplanabilir. Burada adı geçen ölçülerin ve bunların karar kuramıyla ilişkileri Gamerman ve Migon'da (1993) ayrıntılı bir şekilde verilmiştir (Gamerman,1997).

Çok değişkenli uzayda, marjinal yoğunluklar parametre uzayının bir elemanı üzerinde çıkarsama yapabilmek için yararlıdırlar. Elde edilen marjinal olasılık dağılımları, parametrelerin olasılık aralıklarıyla bilgiyi özetlemek için kullanışlıdırlar. Eğer $\int_C \pi(\theta)d\theta = 1-\alpha$ ise C, bu θ parametresi için $100(1-\alpha)\%$ güven aralığıdır. Verilen bir α değeri için aralığın içinde olmayan noktalardan daha yüksek bir önsel dağılım içeren C aralığı, en küçük aralıktır. Bu aralıklar daha yüksek önsel yoğunluk aralıkları (highest density region, HDR) olarak adlandırılırlar.

Elde edilen sonsal dağılımın yapısına bağlı olarak birçok özetleme yöntemi kullanılır. Kesin çıkarsamalarda analitik yollar uygulanabilirken; bazı durumlarda yaklaşımlara başvurulabilir. Örneğin, θ parametresinin önsel dağılımının bu kez μ konum ve τ^2 dağılım ölçüleri ile Cauchy dağılımı olduğunu düşünelim. Bu durumda sonsal dağılım aşağıdaki gibi olur.

$$\pi(\theta) \ \alpha \ \exp\left\{-\frac{1}{2}\frac{(\overline{x}-\theta)^2}{\sigma^2/n}\right\}\frac{1}{\tau^2+(\theta-\mu)^2} \tag{1.16}$$

Daha basit bir biçime indirgenemeyen bu dağılım bir önceki sonucun tersine bilinen bir dağılım değildir ve özetleyici bilgiler analitik olarak hesaplanamaz. Bununla birlikte sonsal dağılım basit sayısal hesaplamalarla özetlenmek istendiğinde daha dikkatli olunması gerekmektedir. (1.16) nolu ifade, özetleyici bilgilerin elde edilmesinin zor olduğunun bir göstergesidir. Bunun nedeni de Cauchy dağılımının uzun kuyruklu bir dağılım olması ve uzun kuyruklu dağılımların genelde yeterli bilgi olmadığı durumlarda kullanılmasıdır.

1.4. Eşlenik Dağılımlar

Önsel dağılım herhangi bir aileden tanımlanmış olsun. Bir n birimli örneklem ve bu örneklemdeki gözlem değerleri ile bulunacak sonsal dağılım da eğer önsel dağılımın tanımlandığı ailede yer alıyorsa, bu aileye eşlenik (conjugate) aile denilmektedir. Gerçekten de elde edilen önsel bilgilerin yeterli olup olmadığı her zaman tartışılan bir konudur. Eşlenik aileden alınan dağılımların kullanımı ise bazı kolaylıklar getirmektedir. Bunlardan en önemlisi, her zaman aynı uzaydan yeni örneklem bilgisinin alınmasının mümkün olmasıdır. Böylece ilgilenilen parametreye ilişkin ön düşünceler yeniden gözden geçirilebilmekte ve daha tutarlı sonuçlara ulaşılmaktadır. Ancak eşlenik dağılımların kullanımının bazı sakıncaları olduğu unutulmamalıdır. Bu tür dağılımlarla, ön beklentilerin oldukça güçlü olduğu varsayımında bulunulur.

Bazı dağılımlardan alınan örneklemler ve bunlara karşılık gelen son dağılımların yapısı şöyle özetlenebilir:

1) $(x_1,x_2,\ldots x_n)$, bilinmeyen θ parametreli Bernoulli dağılımından elde edilen bir rastgele örneklem olsun. Ayrıca θ'nın önsel dağılımının a ve b parametreleri ile Beta dağılımına sahip olduğu kabul edilsin. Böylece $X_i = x_i$, $i = 1,\ldots..,n$ için θ'nın sonsal dağılımı ya da $Y = \Sigma X_i$ olmak üzere a+y ve b+n-y parametreleri ile Beta dağılımıdır.

2) $(x_1,x_2,\ldots x_n)$, ortalamasının bilinmediği bir Poisson dağılımından bir rastgele örneklem ve θ'nın önsel dağılımı da a ve b parametreleri ile Gamma dağılımına sahip olsun. Böylece $X_i = x_i$, $i = 1,\ldots..,n$ için, θ'nın sonsal dağılımı da $a+\Sigma X_i$ ve $b+n$ parametreleri ile Gamma dağılımıdır.

3) $(x_1,x_2,\ldots x_n)$, r ve θ parametreli Negatif Binomial dağılımından bir rastgele örneklem ise, r sıfırdan büyük olmakta ve özel bir değere sahip olmaktadır. Ayrıca θ'nın değeri bilinmemektedir. θ'nın önsel dağılımı yine a ve b parametreleri ile Beta dağılımı olsun. $X_i = x_i$, $i = 1,\ldots..,n$ için θ'nın sonsal dağılımı da $a+rn$ ve $b+\Sigma X_i$ parametreleri ile Beta dağılımıdır.

4) θ parametresinin bilinmeyen bir değeri ile üstel bir aileden rastgele bir örneklem $(x_1,x_2,\ldots x_n)$ alındığında ve θ'nın önsel dağılımının a ve b parametreleri ile Gamma dağılımı olduğu varsayıldığında, $X_i = x_i$ $(i = 1,\ldots..,n)$ için θ'nın sonsal dağılımı da $a+n$ ve $b+\Sigma x_i$ parametreleri ile Gamma dağılımıdır.

5) $(x_1,x_2,\ldots x_n)$, σ^2 bilinen varyansı ve μ bilinmeyen ortalaması ile normal dağılımdan alınan bir rastgele örneklem olsun. Böylece n sayıda gözleme karşılık gelen olabilirlik fonksiyonu $N(\mu,\sigma^2)$ biçiminde ifade edilebilir. İlgilenilen θ parametresine ait önsel dağılım da $N(\mu_0,\sigma_0^2)$ biçiminde tanımlanacak olursa θ parametresine ait sonsal dağılım da, $\mu_1=\sigma_1^2(\mu_0/\sigma_0^2+nx/\sigma^2)$ ortalaması ve $\sigma_1^2 = \sigma_0^{-2} +(n\sigma^{-2})$ varyansı ile $N(\mu_1,\sigma_1^2)$ normal dağılıma sahip olacaktır (Sezgin, 1999).

Bu açıklamalar Tablo 1.1'de özetlenmektedir.

Tablo 1.1: Bilgi verici örneklem dağılımları ile bu dağılımlara ait önsel ve sonsal dağılımlar

Örneklem dağılımı	Önsel dağılım	Sonsal dağılım
Bernoulli	Beta	Beta
Poisson	Gamma	Gamma
Negatif Binomial	Beta	Beta
Üstel	Gamma	Gamma
Normal	Normal	Normal

1.5. Bayesci Yaklaşım İle Klasik Yaklaşım Arasındaki Farklılıklar

Bayesci yaklaşım ile Klasik yaklaşım arasındaki en önemli fark, parametre kavramına yaklaşımlarında ortaya çıkar. Klasik yaklaşımda, parametrenin sabit olduğu kabul edilip analizler doğrudan olabilirlik fonksiyonu üzerinden yapılırken, Bayesci yaklaşımda parametre rastlantı değişkeni olarak kabul edilir ve sonsal dağılım parametreler üzerinde etkili olduğu düşünülen bir önsel dağılımdan elde edilir.

İki yaklaşım arasındaki diğer bir fark, örneklem bilgisinin kullanımı konusundadır. Klasik yaklaşımda yalnızca örneklem bilgisi kullanılırken Bayesci yaklaşım, sadece örneklem bilgisini değil, kitleye ait önsel bilgiyi de kullanmaktadır.

Nokta tahmini için klasik istatistik, tahmin edilen değerin gerçek değerden farklılığını doğrusal kayıp ya da karesel kayıp fonksiyonları ile ölçmektedir. Bayesci yaklaşımda her bir tahmin edici için riskler hesaplanmakta, önsel olasılıklar parametrelerin değerleri için belirlenmekte ve beklenen riskler yine her biri için hesaplanmaktadır. En küçük beklenen riskli tahmin edicinin en iyi olduğu kabul edilmektedir.

Klasik yaklaşımda aralık tahminleri, diğer parametre tahminlerinde olduğu gibi yalnızca örneklem bilgisine dayanılarak yapılır. Buradaki yorumda da parametre sabit kabul edilir. Bayesci yaklaşımda ise aralığın içindeki her noktanın olasılık yoğunluğu, aralık dışındaki noktaların olasılık yoğunluğundan daha büyüktür.

Press (1989), uygun önsel dağılımlar ile oluşturulan aralık tahminlerinin klasik yaklaşımla elde edilenlerden daha dar olduklarını ifade edilmiştir (Sezgin, 1999).

Genellikle klasik yaklaşımı benimseyen istatistikçiler, Bayesci yaklaşımı benimseyen istatistikçilerin aşırı subjektif davrandıklarını düşünmektedirler (Kennedy, 2001). Eğer klasik hipotez testleri düşünülecek olursa, testlerin anlamlılık düzeyi olan α'nın da, bir anlamda araştırmacı tarafından subjektif olarak belirlendiği söylenebilir (Gürsakal, 1992).

İKİNCİ BÖLÜM
VEKTÖR OTOREGRESYON MODELLER

Araştırmacılar, makroekonomik seriler arasındaki ilişkiyi iktisat teorisinin öngördüğü şekilde yansıtabilen en uygun modeli uzun yıllar boyunca araştırmışlardır. Bu araştırmalar sonunda elde edilen modeller üzerinde çok çeşitli incelemeler yapmışlar ve günümüze kadar da bu yöndeki bilimsel çabaları sürdürmüşlerdir. Bu araştırmalar yapılırken, uygun modellerin aşağıda verilen özelliklere sahip olmasına dikkat edilmiştir. İyi bir model,

- Ekonomik teorinin yanında istatistiksel kriterlere de uygun olmalı,
- Az parametre ile incelenen verilerin özelliklerine uygun ve bu verileri açıklayabilme gücüne sahip olmalı,
- Aynı konuda o zamana kadar yapılmış yaklaşık tüm modelleri kapsıyor olmalı,
- Ele alınan dönem dışında da tahmin yapma gücüne sahip olmalı,
- Tam dışsal değişkenlere sahip olmalı, başka bir deyişle açıklayıcı (bağımsız) değişkenler arasında ilişki olmamalı,
- Güncelleştirme işleminin yapılabilmesine izin vermelidir (Kadılar, 2000).

Yukarıda bahsedilen özellikler doğrultusunda 1970'li yıllara kadar yapısal modeller sıkça kullanılmıştır. Yapısal modeller iki temel özellikten oluşur. İlki, bu modellerde değişkenler, içsel ve dışsal değişkenler olmak üzere iki grupta toplanır. İkincisi de modellerin belirlenmesini sağlamak için parametreler üzerine bir takım kısıtlar yüklenir. Yapısal modelleri oluşturan bu özelliklerde keyfi seçimlerin yapılabilmesi yüzünden, bu modellere olan ilgi 1970'li yıllarda azalmış ve Sims 1980 yılında alternatif bir yöntem olan Vektör Otoregresyon Modelini (VAR) geliştirmiştir (Maddala, 1992).

Basit olarak vektör otoregresyon modeli; zamanın herhangi bir noktasında ekonomik serilerin değerlerinin tahminini sağlamaya yarayan bir model olarak tanımlanabilir. Bunun yanında zamana bağlı ekonomik olmayan herhangi bir veri kümesine de doğrudan uygulanabilen istatistiksel olarak güçlü bir yöntemdir. Yapısal modellerde olduğu gibi vektör otoregresyon modeli, kendi geçmiş değerlerinden gelecek değerleri tahmin edilebilen serileri içinde barındıran denklemler sistemini içermektedir. Ancak vektör otoregresyon modeli ile yapısal model arasındaki önemli fark şudur: Vektör otoregresyon modeli tümüyle incelenen verilerin özelliklerine göre oluşturulurken yapısal modeller; uygulaması yapılan alandaki teorilerin varsayımlarına dayanmaktadır (Kadılar, 2000).

2.1. Vektör Otoregresyon Modelinin Spesifikasyonu

Vektör otoregresyon modeli, tek değişkenli otoregresyon modelinin (AR), çok değişkenli şeklinde ifade edilmesidir.

Tek değişkenli otoregresyon modelinin açık biçimi de,

$$z_t = \phi_1 z_{t-1} + \phi_2 z_{t-2} + ... + \phi_p z_{t-p} + \varepsilon_t \qquad (2.1)$$

veya

$$(1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - .... - \phi_p B^p) z_t = \varepsilon_t \qquad (2.2)$$

şeklinde tanımlanmaktadır.

Burada z_t zaman serisinin durağan, ε_t hata teriminin akgürültü serisi yani 0 ortalama ve σ_ε^2 ile normal dağılıma sahip olduğu ve $Bz_t = z_{t-1}$ olduğu unutulmamalıdır[1] (Yaffee, 2000).

Bu model p'inci dereceden otoregresyon modeli olup AR(p) ile gösterilir. Modelin 'otoregresyon modeli' olarak anılmasının nedeni z_t'nin kendi geçmiş değerleriyle regresyona tabi tutulmasıdır (Maddala, 1992).

Bu durumda otoregresyon model, tek denklemli olup tek değişkenli doğrusal bir model olarak tanımlanabilir. Bu modeldeki değişkenin bugünkü değeri, kendi geçmiş değerleriyle belirlenmektedir. Vektör otoregresyon modeli de tek değişkenli otoregresyon modelinin çok değişkene genelleştirilmiş biçimi olduğundan, n denklemli ve n değişkenli doğrusal bir modeldir. Vektör otoregresyon modelindeki n değişkenin her biri, kendi geçmiş değerleri, şu anki değerleri ve geriye kalan n-1 değişkenin geçmiş değerleriyle açıklanmaktadır (Stock and Watson, 2001).

Bir ekonometrik modelde bazı değişkenler modeldeki diğer değişkenler tarafından açıklanırken, bazı değişkenler sadece açıklayıcı görevini yapmaktadır. Yani, bu değişkenler önceden belirlenmişlerdir. Bir denklem sisteminde açıklanan değişkenlere *içsel (endogenous) değişkenler*, açıklayıcı değişkenlere ise *dışsal* veya *önceden belirlenen (exogenous) değişkenler* denilmektedir (Kutlar, 2000). Bir değişkenin gerçekten dışsal nitelikte olduğundan kuşkulanıldığında, vektör otoregresyon modeli kullanılabilmektedir. Bu durumun gösterilebilmesi bakımından, T gözlem sayısı ve t = 1, 2, ... , T olmak üzere Y_t ve Z_t gibi iki zaman serisi ele alınsın. Y_t serisinin zaman içindeki hareketi, Z_t serisinin şimdiki ve geçmiş değerlerinden ve aynı şekilde Z_t serisinin zaman içindeki hareketi de Y_t

[1] Eğer seri kendiliğinden durağan değil ise, yani seride trent varsa serinin farkı alınarak seri durağan hale getirilir. Bu durumda ilgili modele I(d) terimi eklenir.

serisinin şimdiki ve geçmiş değerlerinden etkileniyor olsun. Bu tanımlamaya göre iki değişkenli basit bir sistem,

$$Y_t = b_{10} - b_{12}Z_t + \gamma_{11}Y_{t-1} + \gamma_{12}Z_{t-1} + \varepsilon_{yt} \tag{2.3}$$

$$Z_t = b_{20} - b_{21}Y_t + \gamma_{21}Y_{t-1} + \gamma_{22}Z_{t-1} + \varepsilon_{zt} \tag{2.4}$$

şeklinde yazılabilmektedir. Buradaki varsayımlar aşağıda verilmiştir:

1. Y_t ve Z_t serileri *durağan* olmalıdır.
2. ε_{yt} ve ε_{zt} sırasıyla σ_y ve σ_z standart sapmaları ile *akgürültü* olmalıdır.
3. ε_{yt} ve ε_{zt} birbirinden *bağımsız* olmalıdır.

(2.3) ve (2.4) numaralı denklemlerde, en büyük gecikme sayısı 1 olduğundan, bu model *birinci dereceden vektör otoregresyon modeli*, yani VAR(1) olmaktadır. Y_t ve Z_t serileri birbirini etkilediğinde sistemin biçimi çift yönlü olmaktadır. Örneğin $-b_{12}$ katsayısı, Y_t serisi üzerindeki Z_t serisinin bir birimlik değişiminin aynı dönemdeki etkisini göstermektedir. Benzer şekilde, γ_{21} katsayısı da, Z_t serisi üzerindeki Y_{t-1} serisinin bir birimlik değişiminin etkisini göstermektedir. ε_{yt} ve ε_{zt} terimlerinin sırasıyla Y_t ve Z_t serilerinin *yapısal değişimleri* (pure innovations or shocks) olduğu unutulmamalıdır. Ayrıca, b_{21} katsayısı sıfırdan farklı olduğunda ε_{yt} sürecinin Z_t serisi üzerinde aynı dönemde dolaylı bir etkisi olmaktadır. Aynı şekilde b_{12} katsayısı sıfıra eşit olmadığında, ε_{zt} sürecinin Y_t serisi üzerinde dolaylı bir etkisi olmaktadır. (2.3) ve (2.4) numaralı denklemler, Z_t serisi üzerinde Y_t serisinin ve aynı zamanda Y_t serisi üzerinde Z_t serisinin aynı dönemde etkisi olduğundan, indirgenmiş biçimde değillerdir. Ancak bu denklemler sistemi matris halinde,

$$\begin{bmatrix} 1 & b_{12} \\ b_{21} & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} y_t \\ z_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_{10} \\ b_{20} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \gamma_{11} & \gamma_{12} \\ \gamma_{21} & \gamma_{22} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} y_{t-1} \\ z_{t-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_{yt} \\ \varepsilon_{zt} \end{bmatrix} \tag{2.5}$$

veya

$$\mathbf{BX}_t = \Gamma_0 + \Gamma_1 \mathbf{X}_{t-1} + \varepsilon_t \tag{2.6}$$

şeklinde ifade edildiğinde daha kullanışlıdır. (2.6)'nın bileşenleri aşağıda tanımlandıkları gibidir.

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 & b_{12} \\ b_{21} & 1 \end{bmatrix} \qquad \mathbf{X_t} = \begin{bmatrix} y_t \\ z_t \end{bmatrix} \qquad \Gamma_0 = \begin{bmatrix} b_{10} \\ b_{20} \end{bmatrix} \qquad \Gamma_1 = \begin{bmatrix} \gamma_{11} & \gamma_{12} \\ \gamma_{21} & \gamma_{22} \end{bmatrix} \qquad \varepsilon_t = \begin{bmatrix} \varepsilon_{yt} \\ \varepsilon_{zt} \end{bmatrix}$$

(2.6) ile açıklanan kapalı gösterimin her iki tarafının $\mathbf{B}^{-1}$ ile çarpılmasıyla,

$$\mathbf{X}_t = \mathbf{A}_0 + \mathbf{A}_1 \mathbf{X}_{t-1} + \mathbf{e}_t \tag{2.7}$$

elde edilir. Bu *vektör otoregresyon modelinin standart biçimi*dir. Burada,

$$\mathbf{A}_0 = \mathbf{B}^{-1}\Gamma_0 \qquad \mathbf{A}_1 = \mathbf{B}^{-1}\Gamma_1 \qquad \mathbf{e}_t = \mathbf{B}^{-1}\varepsilon_t$$

biçimindedir. $\mathbf{A}_0$ vektörünün i'inci öğesi a_{i0} ile, $\mathbf{A}_1$ matrisinin i'inci satır ve j'inci sütunu a_{ij} ile, $\mathbf{e}_t$ vektörünün i'inci öğesi ise e_{it} ile gösterilsin. Bu yeni gösterimle, (2.7) numaralı denklem,

$$Y_t = a_{10} + a_{11}Y_{t-1} + a_{12}Z_{t-1} + e_{1t} \tag{2.8}$$

$$Z_t = a_{20} + a_{21}Y_{t-1} + a_{22}Z_{t-1} + e_{2t} \tag{2.9}$$

biçiminde yazılabilmektedir. (2.3) ve (2.4) numaralı denklemler sistemi ile (2.8) ve (2.9) numaralı denklemler sistemi arasındaki fark, ilkinin *yapısal vektör otoregresyon (structural vector autoregression),* diğerinin ise *vektör otoregresyon modelinin standart biçimi (VAR)* olmasıdır(Kadılar, 2000). Ayrıca burada dikkat edilmesi gereken diğer bir nokta hata terimlerinin, yani e_{1t} ve e_{2t}'nin, yapısal değişimi ifade eden ε_{1t} ve ε_{2t} terimlerinin bir bileşkesi olduğudur.

$e_t = B^{-1}\varepsilon_t$ olduğundan,

$$e_{1t} = (\varepsilon_{yt} - b_{12}\varepsilon_{zt})/(1 - b_{12}b_{21}) \tag{2.10}$$

$$e_{2t} = (\varepsilon_{zt} - b_{21}\varepsilon_{yt})/(1 - b_{12}b_{21}) \tag{2.11}$$

olmaktadır.

ε_{yt} ve ε_{zt} terimlerinin akgürültü sürecine sahip olmaları, e_{1t} ile e_{2t} terimlerinin her ikisi de tanımları gereği sıfır ortalama ve sabit varyansa sahiptirler. Ayrıca bu iki seriyi oluşturan elemanlar da kendi içlerinde ilişkisizdirler. $\{e_{1t}\}$'nin özelliklerinin araştırılması için öncelikle (2.10)'un beklenen değerinin alınması gerekir. Bu işlem gerçekleştirildiğinde,

$$E(e_{1t}) = E\left[(\varepsilon_{yt} - b_{12}\varepsilon_{zt})/(1 - b_{12}b_{21})\right] = 0 \tag{2.12}$$

elde edilir. e_{1t}'nin varyansı ise,

$$\operatorname{var}(e_{1t}) = E\left[(e_{1t}{}^2)\right] - \left[E(e_{1t})\right]^2 = E\left[(e_{1t}{}^2)\right] - 0^2 = E\left[(e_{1t}{}^2)\right] \tag{2.13}$$

$$E\left[(e_{1t}^{\,2})\right]=E\left[\left[(\varepsilon_{yt}-b_{12}\varepsilon_{zt})/(1-b_{12}b_{21})\right]^2\right]=(\sigma_y^2+b_{12}^2\sigma_z^2)/(1-b_{12}b_{21})^2 \qquad (2.14)$$

$$\Rightarrow \mathrm{var}(e_{1t})=E\left[(e_{1t}^{\,2})\right]=(\sigma_y^2+b_{12}^2\sigma_z^2)/(1-b_{12}b_{21})^2 \qquad (2.15)$$

olarak bulunur. Ulaşılan eşitlik e_{1t}'nin varyansının zamandan bağımsız olduğunu ortaya koymaktadır. e_{1t} ile e_{2t}'nin otokovaryansı ise:

$$E(e_{1t},e_{1t-i})=E\left[(\varepsilon_{yt}-b_{12}\varepsilon_{zt})(\varepsilon_{yt-i}-b_{12}\varepsilon_{zt-i})\right]/(1-b_{12}b_{21})^2=0 \qquad i\neq 0 \text{ için} \qquad (2.16)$$

olacaktır. Benzer şekilde (2.11) numaralı eşitlikten yararlanılarak, e_{2t}'nin de sıfır ortalama ve sabit varyansa sahip olduğu ile serinin kendi içindeki tüm otokorelasyonların sıfıra eşit olduğu gösterilebilir. Burada dikkat edilmesi gereken nokta e_{1t} ile e_{2t}'nin ilişkili olduğudur. Bu iki terimin kovaryansı:

$$\begin{aligned}E(e_{1t},e_{2t})&=E\left[(\varepsilon_{yt}-b_{12}\varepsilon_{zt})(\varepsilon_{zt}-b_{21}\varepsilon_{yt})\right]/(1-b_{12}b_{21})^2\\&=-(b_{21}\sigma_y^2+b_{12}\sigma_z^2)/(1-b_{12}b_{21})^2\end{aligned} \qquad (2.17)$$

olmaktadır.

Genellikle (2.17) ifadesi sıfır olmaz. Bu durum e_{1t} ile e_{2t} terimlerinin genellikle ilişkili oldukları şeklinde yorumlanabilir. Özel bir durum olan $b_{12}=b_{21}=0$'ın gerçekleşmesi durumunda, ki bu da Z_t serisi üzerinde aynı dönemde Y_t serisinin ve Y_t serisi üzerinde aynı dönemde Z_t serisinin dolaylı bir etkisi olmamasını ifade eder, e_{1t} ile e_{2t} terimleri ilişkisiz olur. e_{1t} ile e_{2t}' nin varyans-kovaryans matrisi aşağıda gösterilmiştir.

$$\Sigma = \begin{bmatrix} \mathrm{var}(e_{1t}) & \mathrm{cov}(e_{1t}, e_{2t}) \\ \mathrm{cov}(e_{1t}, e_{2t}) & \mathrm{var}(e_{2t}) \end{bmatrix} \tag{2.18}$$

Burada, Σ'nin tüm elemanları zamandan bağımsız olduğu için aşağıdaki daha birleşik olan ifade kullanılabilir:

$$\Sigma = \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & \sigma_{12} \\ \sigma_{21} & \sigma_2^2 \end{bmatrix} \tag{2.19}$$

Burada $\mathrm{var}(e_{it}) = \sigma_i^2$ (2.20)

$$\sigma_{12} = \sigma_{21} = \mathrm{cov}(e_{1t}, e_{2t})$$

olmaktadır (Enders, 1995).

2.2. Durağanlık Koşulu

Zaman serileri de, diğer seriler gibi genellikle ortalamalarından sapmalar gösterir. Zaman serileri, bu sapmaların büyüklüğüne göre, durağan ve durağan olmayan zaman serileri olmak üzere iki grupta incelenirler. Zaman serileri analizlerinin gerçek ilişkiyi açıklayıp açıklamadığı ileri yönelik tahminlerin geçerliliği, serilerin durağanlığı ile önemli derecede etkilidir (Ertek, 1996).

Bir durağan zaman serisinde, bir seride peş peşe gelen iki değer arasındaki fark zamanın kendisinden değil, sadece zaman aralığından kaynaklanmaktadır. Dolayısıyla durağan bir serinin ortalaması zamanla değişmeyecektir (Kutlar, 2000).

Ortalama ve varyansı sabit olmayan serilerin zaman içindeki seyri farklı dağılım gösterdiklerinden, model oluşturmada zorluklar ortaya çıkar. Gözlemler durağan olmadığı halde durağan kabul edildiğinde ortaya ciddi hatalar çıkar (Kutlar, 2002).

Durağanlık koşulunun sağlanmasından sonra modelin parametrelerinin tahmini aşamasına geçilebilir. Durağanlık şartı sağlanmıyorsa, logaritma, fark alma ve filtreleme gibi işlemlerle durağanlık sağlanmaya çalışılmaktadır. Bunun yanında ekonomik veriler genellikle logaritmaları alındıklarında doğrusallaşmaktadırlar. Ayrıca gerçek değerler yerine logaritmik değerlerin kullanılması ile serilerin varyansının durağan hale geldiği gözlemlenmiştir (Akgül, 1992).

$Y_t = a_0 + a_1 Y_{t-1} + \varepsilon_t$ birinci dereceden otoregresyon modelinde durağanlık koşulu, mutlak değer olarak a_1 katsayısının 1'den daha küçük olmasıdır. (2.7) numaralı denklemin birinci dereceden vektör otoregresyon modelindeki $\mathbf{A}_1$ matrisi ile bu durağanlık koşulu arasında doğrudan bir benzerlik vardır. (2.7) numaralı modele geriye doğru iterasyon uygulanırsa,

$$\mathbf{X}_t = \mathbf{A}_0 + \mathbf{A}_1(\mathbf{A}_0 + \mathbf{A}_1\mathbf{X}_{t-2} + \mathbf{e}_{t-1}) + \mathbf{e}_t$$

$$\mathbf{X}_t = (\mathbf{I} + \mathbf{A}_1)\mathbf{A}_0 + \mathbf{A}_1^2\mathbf{X}_{t-2} + \mathbf{A}_1\mathbf{e}_{t-1} + \mathbf{e}_t \qquad (2.21)$$

denklemi elde edilir. Burada $\mathbf{I}$, (2x2) boyutlu bir birim matrisi göstermektedir.

n iterasyondan sonra,

$$\mathbf{X}_t = (\mathbf{I} + \mathbf{A}_1 + ... + \mathbf{A}_1^n)\mathbf{A}_0 + \sum_{i=0}^{n} A_1^i e_{t-i} + A_1^{n+1} X_{t-n-1} \qquad (2.22)$$

olacağı açıktır. n sonsuza gittiğinde, $\mathbf{A}_1^n$ terimi yakınsaklıktan dolayı sıfır olacaktır. Dolayısıyla durağanlık koşulu altında,

$$\mathbf{X}_t = (\mathbf{I} + \mathbf{A}_1 + \mathbf{A}_1^2 + ...)\mathbf{A}_0 + \sum_{i=0}^{\infty} A_1^i e_{t-i}$$

$$\mathbf{X}_t = (\mathbf{I} - \mathbf{A}_1)^{-1}\mathbf{A}_0 + \sum_{i=0}^{\infty} A_1^i e_{t-i}$$

$$\mathbf{X}_t = \begin{bmatrix} 1-a_{11} & -a_{12} \\ -a_{21} & 1-a_{22} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} a_{10} \\ a_{20} \end{bmatrix} + \sum_{i=0}^{\infty} A_1^i e_{t-i} \tag{2.23}$$

olur.

$$\Delta = (1-a_{11})(1-a_{22}) - a_{12}a_{21} \tag{2.24}$$

olmak koşulu ile,

$$\mathbf{X}_t = \frac{1}{\Delta}\begin{bmatrix} 1-a_{22} & a_{12} \\ a_{21} & 1-a_{11} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} a_{10} \\ a_{20} \end{bmatrix} + \sum_{i=0}^{\infty} A_1^i e_{t-i}$$

$$= \frac{1}{\Delta}\begin{bmatrix} a_{10}(1-a_{22}) + a_{12}a_{20} \\ a_{20}(1-a_{11}) + a_{21}a_{10} \end{bmatrix} + \sum_{i=0}^{\infty} A_1^i e_{t-i} \tag{2.25}$$

ve $\overline{y} = (a_{10}(1-a_{22}) + a_{12}a_{20}) / \Delta$ (2.26)

$$\overline{z} = (a_{10}(1-a_{22}) + a_{12}a_{20}) / \Delta \tag{2.27}$$

$$\mu = \begin{bmatrix} \overline{y} \\ \overline{z} \end{bmatrix} \tag{2.28}$$

olmak üzere $\mathbf{X}_t$ aşağıdaki gibi yazılabilir (Kadılar, 2000).

$$\mathbf{X}_t = \mu + \sum_{i=0}^{\infty} \mathbf{A}_1^{\mathbf{i}} \mathbf{e}_{\mathbf{t-i}} \tag{2.29}$$

2.3. Tahmin ve Belirlenme

VAR modelinde belirlenme sorununu açıklamak için daha önce (2.3) ve (2.4) eşitlikleri ile verilen iki değişkenli birinci dereceden yapısal vektör otoregresyon modellerine dönelim. Söz konusu modeller aşağıda tekrarlanmışlardır.

$$Y_t = b_{10} - b_{12}Z_t + \gamma_{11}Y_{t-1} + \gamma_{12}Z_{t-1} + \varepsilon_{yt} \tag{2.30}$$

$$Z_t = b_{20} - b_{21}Y_t + \gamma_{21}Y_{t-1} + \gamma_{22}Z_{t-1} + \varepsilon_{zt} \tag{2.31}$$

Bu denklemlerde, Z_t serisinin ε_{yt} hata terimi ile ve Y_t serisinin de ε_{zt} hata terimi ile ilişkili olmasından dolayı doğrudan bir tahmin yapılamamaktadır. Bunun nedeni standart tahmin teknikleri tahmin edicilerin hata terimleri ile ilişkisiz olmasını gerektirmesidir. (2.8) ve (2.9) eşitlikleri ile gösterilen vektör otoregresyon modelinin standart biçiminin tahmininde herhangi bir sorun olmadığı bilinmektedir. En küçük kareler yöntemi ile A_0'ın iki, A_1'in de dört elemanının tahmini gerçekleştirebilir. Bunun ötesinde iki regresyondan elde edilen hata terimlerinin, yani ε_{1t} ve ε_{2t}'nin varyanslarının tahminini hesaplamak da mümkündür. Ayrıca bu iki hata terimi arasındaki kovaryans da hesaplanabilir. Burada akla şöyle bir soru gelmektedir. Acaba (2.8) ve (2.9) eşitlikleri ile verilen standart VAR modelinde en küçük kareler yöntemiyle elde edilen tahminler, (2.3) ve (2.4) eşitliklerle verilen yapısal VAR modelinde kullanılabilir mi? Bu sorunun cevabı, amaç yapısal VAR modelinin kısıtlanması olmadığı sürece hayır olmaktadır. Aslında sorunun cevabı, yapısal VAR modelindeki parametre sayısı ile standart VAR modelindeki parametre sayısı karşılaştırıldığında çok daha açık bir şekilde görülmektedir. (2.8) ve (2.9) eşitlikleri ile verilen standart VAR modeli bize altı tane katsayının tahminini (a_{10}, a_{20}, a_{11}, a_{12}, a_{21} ve a_{22}) ve ayrıca $\mathrm{Var}(e_1)$,

$\mathrm{Var}(e_2)$ ve $\mathrm{Cov}(e_1 e_2)$ değerlerini vermektedir. Fakat, (2.3) ve (2.4) eşitlikleri ile verilen yapısal VAR modele bakıldığında toplam on parametrenin olduğu görülmektedir ki bunlar, dört otoregresyon modeline ait parametre olan γ_{11}, γ_{12}, γ_{21} ve γ_{22} parametreleri ile regresyon katsayıları olan b_{10}, b_{20}, b_{12} ve b_{21} parametreleri ve σ_Y ile σ_Z standart hatalardır. Buradan, yapısal VAR modelinin toplam on parametreye sahipken standart VAR modelinin dokuz parametre içerdiği görülmektedir. Bir parametre kısıtlanmadığı sürece yapısal VAR modelinin belirlenmesi mümkün değildir. Dolayısıyla (2.3) ile (2.4) eşitlikleri eksik belirlenmiş olmaktadır. Eğer bu yapısal modeldeki parametrelerden biri kısıtlanırsa sistem tam belirlenmiş, birden çok parametre kısıtlanır ise sistem aşırı belirlenmiş olarak adlandırılmaktadır.

Modeli belirlemenin bir yolu, 1980 yılında Sims tarafından önerilen yinelemeli (recursive) sistem yöntemini kullanmaktır (Enders, 1995).

Eğer (2.3) ve (2.4) numaralı denklem sistemine geri dönülüp, bu sistemde b_{21} katsayısının sıfıra eşitlenip bir kısıt getirildiği varsayıldığında denklem sistemi,

$$Y_t = b_{10} - b_{12} Z_t + \gamma_{11} Y_{t-1} + \gamma_{12} Z_{t-1} + \varepsilon_{yt} \tag{2.32}$$

$$Z_t = b_{20} + \gamma_{21} Y_{t-1} + \gamma_{22} Z_{t-1} + \varepsilon_{zt} \tag{2.33}$$

şeklinde olmaktadır. Bu kısıtla, aynı dönemde Y_t serisi üzerinde Z_t serisinin etkisi olduğu açıktır. Aynı zamanda, Y_t serisinin bir gecikmeli serisi olan Y_{t-1} serisinin Z_t serisi üzerinde bir etkisi söz konusudur. $b_{21} = 0$ kısıtı ile,

$$\mathbf{B}^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & -b_{12} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{2.34}$$

olmaktadır. Denklem sistemi $\mathbf{B}^{-1}$ ile çarpıldığında,

$$\begin{bmatrix} Y_t \\ Z_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -b_{12} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_{10} \\ b_{20} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & -b_{12} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \gamma_{11} & \gamma_{12} \\ \gamma_{21} & \gamma_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_{t-1} \\ z_{t-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & -b_{12} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{yt} \\ \varepsilon_{zt} \end{bmatrix}$$

veya

$$\begin{bmatrix} Y_t \\ Z_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_{10} - b_{12} b_{20} \\ b_{20} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \gamma_{11} - b_{12}\gamma_{21} & \gamma_{12} - b_{12}\gamma_{22} \\ \gamma_{21} & \gamma_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_{t-1} \\ z_{t-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_{yt} - b_{12}\varepsilon_{zt} \\ \varepsilon_{zt} \end{bmatrix} \quad (2.35)$$

biçiminde olmaktadır. En küçük kareler tahmin yönteminin uygulandığı denklem sisteminden elde edilen (2.17) ve (2.29) numaralı denklem sistemi şeklinde olduğuna göre,

$$a_{10} = b_{10} - b_{12} b_{20}$$

$$a_{11} = \gamma_{11} - b_{12}\gamma_{21}$$

$$a_{12} = \gamma_{12} - b_{12}\gamma_{22}$$

$$a_{20} = b_{20}$$

$$a_{21} = \gamma_{21}$$

$$a_{22} = \gamma_{22} \quad (2.36)$$

olmaktadır. Burada $e_{1t} = \varepsilon_{yt} - b_{12}\varepsilon_{zt}$ ve $e_{2t} = \varepsilon_{zt}$ olduğuna dikkat edilmelidir. Dolayısıyla e_{1t} ve e_{2t} terimlerinin varyans kovaryans matrisinin öğeleri,

$$\mathrm{Var}(e_1) = \sigma_y^2 + b_{12}^2 \sigma_z^2$$

$$\mathrm{Var}(e_2) = \sigma_z^2$$

$$\mathrm{Cov}(e_1e_2) = -b_{12}\sigma_z^2 \tag{2.37}$$

biçiminde olmaktadır. Bu durumda ε_{yt} ve ε_{zt} serilerinin yeniden tahminlenmeleri gerekmektedir. (2.9) numaralı denklemden elde edilen e_{2t} artıklar serisi ε_{zt} serisinin tahmini olmaktadır. $e_{1t} = \varepsilon_{yt} - b_{12}\varepsilon_{zt}$ ilişkisi kullanılarak b_{12} katsayısının değeri bulunduktan sonra ε_{yt} serisi tahmin edilmektedir. (2.32) numaralı denklem üzerine getirilen $b_{21} = 0$ kısıtı, Y_t serisinin aynı dönemde Z_t serisi üzerinde bir etkisinin olmadığı anlamına gelmektedir. (2.35) numaralı denklemde uygulanan kısıt, hem ε_{yt} hem de ε_{zt} hata terimlerinin aynı dönemde Y_t değerini etkilediğini ve sadece ε_{zt} hata teriminin aynı dönemde Z_t değerini etkilediğini göstermektedir. e_{2t} teriminin gözlemlenmiş değerleri tamamıyla Z_t serisinin hata terimine bağlıdır. Literatürde, artıkların bu biçimde ayrıştırılmasına Choleski ayrıştırması adı verilmektedir.

(2.3) ve (2.4) numaralı denklemlere başka kısıtlar da getirilebilmektedir. Örneğin, $\gamma_{12} = \gamma_{21} = 0$ olduğunda denklem sistemi,

$$Y_t = b_{10} + \gamma_{11}Y_{t-1} + b_{12}Z_t + \varepsilon_{yt} \tag{2.38}$$

$$Z_t = b_{20} + b_{21}Y_t + \gamma_{22}Z_{t-1} + \varepsilon_{zt} \tag{2.39}$$

biçiminde yazılabilmektedir. Sistem, standart vektör otoregresyon yapısında ifade edildiğinde,

$$Y_t = b_{10} + \gamma_{11}Y_{t-1} + b_{12}(b_{20} + b_{21}Y_t + \gamma_{22}Z_{t-1} + \varepsilon_{zt}) + \varepsilon_{yt} \tag{2.40}$$

$$Z_t = b_{20} + b_{21}(b_{10} + \gamma_{11}Y_{t-1} + b_{12}Z_t + \varepsilon_{yt}) + \gamma_{22}Z_{t-1} + \varepsilon_{zt} \tag{2.41}$$

denklemleri elde edilmektedir. Buradan,

$$Y_t = a_{10} + a_{11}Y_{t-1} + a_{12}Z_{t-1} + e_{1t} \qquad (2.42)$$

$$Z_t = a_{20} + a_{21}Y_{t-1} + a_{22}Z_{t-1} + e_{2t} \qquad (2.43)$$

olmaktadır. Burada,

$$a_{10} = (b_{10} + b_{12}b_{20})/(1 - b_{12}b_{21})$$

$$a_{11} = \gamma_{11}/(1 - b_{12}b_{21})$$

$$a_{12} = b_{12}\gamma_{22}/(1 - b_{12}b_{21})$$

$$a_{20} = (b_{20} + b_{21}b_{10})/(1 - b_{12}b_{21})$$

$$a_{21} = b_{21}\gamma_{11}/(1 - b_{12}b_{21})$$

$$a_{22} = \gamma_{22}/(1 - b_{12}b_{21}) \qquad (2.44)$$

olarak tanımlanmaktadır.

$$e_{1t} = (\varepsilon_{yt} - b_{12}\varepsilon_{zt})/(1 - b_{12}b_{21})$$

ve

$e_{2t} = (b_{21}\varepsilon_{yt} + \varepsilon_{zt})/(1 - b_{12}b_{21})$ olduğundan,

$$V(e_1) = (\sigma_y^2 + b_{12}^2\sigma_z^2)/(1 - b_{12}b_{21})^2$$

$$V(e_2) = (\sigma_z^2 + b_{21}^2\sigma_y^2)/(1 - b_{12}b_{21})^2$$

$$Cov(e_1, e_2) = (b_{21}\sigma_y^2 + b_{12}\sigma_z^2)/(1 - b_{12}b_{21})^2 \quad (2.45)$$

biçiminde varyans kovaryans matrisi elde edilmektedir. Böylece altı tane a_{ij} katsayıları ve $V(e_{1t})$, $V(e_{2t})$ ve $Cov(e_{1t}, e_{2t})$ terimlerinin tahminleri elde edilir. Bu dokuz tane tahmini diğer sekiz terimin; yani b_{10}, b_{20}, b_{12}, b_{21}, γ_{11}, γ_{22}, σ_y, σ_z terimlerinin çözümünü elde etmek için kullanılmalıdır. Ancak sekiz çözümü elde edilecek terim için dokuz denklem olduğundan sistem aşırı tanımlanmış olmaktadır. Aşırı tanımlanmış kısıtlar, yukarıda da gösterildiği gibi, a_{ij} katsayıları üzerinde doğrusal olmayan kısıtlara neden olmaktadır (Kadılar, 2000).

2.4. Gecikme Uzunluğunun Belirlenmesi

Birçok uygulamalı çalışmada, zaman serilerinin tahmini ve sonuç çıkarma işlemleri için sonlu dereceden otoregresyon modelleri çok yaygın bir şekilde kullanılmaktadır. Bunun nedeni, modelin derecesi bilindikten sonra en küçük kareler ya da en çok olabilirlik yöntemleriyle otoregresyon parametrelerinin tahmininin elde edilmesinde bir sorun yaşanmamasıdır. Ancak buradaki istatistiksel problem modelin derecesinin, yani modeldeki değişkenlerin gecikme uzunluklarının tespitinde ortaya çıkmaktadır. Modelin derecesi gereğinden daha küçük seçildiğinde, parametrelerin tahmininin tutarlı olmamasına, olması gerektiğinden daha büyük seçildiğinde ise parametrelerin tahmininin varyansı büyük çıkmasına yol açmaktadır. Her iki durumda da modelden elde edilen sonuçlar duyulan güveni olumsuz yönde etkiler. Güvenilir, doğru sonuçlar veren bir model kurabilmek için modeldeki değişkenlerin gecikme uzunluklarının hatasız bir şekilde belirlenmesi gerekmektedir (Kadılar, 2000).

2.4.1. Gecikme Uzunluğunun Test Edilmesi

VAR modellerinin uygulamasında doğru sonuçlar elde edebilmek için modelin derecesinin, yani gecikme uzunluğunun belirlenmesi gerekir. Modelin derecesi Olabilirlik Oranı (LR) Testi ile belirlenebilmektedir.

Vektör otoregresyon modelinin standart biçimi,

$$X_t = A_0 + A_1 X_{t-1} + e_t \tag{2.46}$$

şeklinde ifade edildiğinde, modelin her bir elemanı aşağıdaki gibi ifade edilebilir.

$$X_t = \begin{bmatrix} y_t \\ z_t \end{bmatrix}, \quad A_0 = B^{-1}\Gamma_0, \ A_1 = B^{-1}\Gamma_1, \quad e_t = B^{-1}\varepsilon_t, \ \varepsilon_t = \begin{bmatrix} \varepsilon_{yt} \\ \varepsilon_{zt} \end{bmatrix} \tag{2.47}$$

Bu ifade p gecikme için genelleştirilip; A_0, A_1, $..., A_p$ terimleri yerine $\alpha_0, \alpha_1, ..., \alpha_p$ terimleri kullanılacak olursa aşağıdaki eşitliğe dönüşmektedir:

$$X_t = \alpha_0 + \alpha_1 X_{t-1} + ... + \alpha_p X_{t-p} + \varepsilon_t \qquad t = 0, \mp 1, \mp 2, ... \tag{2.48}$$

VAR modelinin en yüksek derecesinin m olduğu varsayılırsa LR testi için hipotezler m'inci derece için:

$$H_0^1 : \alpha_m = 0$$
$$H_a^1 : \alpha_m \neq 0$$

şeklinde kurulur. H_0 ve H_a'nın üzerine yazılan rakamlar hipotez sıra numarasını göstermektedir. H_0 hipotezi kabul edilirse yeni hipotezler aşağıdaki gibi düzenlenir.

$$H_0^2 : \alpha_{m-1} = 0$$
$$H_a^2 : \alpha_{m-1} \neq 0 / \alpha_m = 0$$

H_0 hipotezi i'inci dereceye kadar kabul edilirse, i'inci derece için H_0^i ve H_a^i şöyle olur:

$$H_0^i : \alpha_{m-i+1} = 0$$
$$H_a^i : \alpha_{m-i+1} \neq 0 / \alpha_m = \alpha_{m-1} = ... = \alpha_{m-i+2} = 0$$

Eğer bütün aşamalarda H_0 hipotezi kabul edilirse, m'inci derece için en son hipotezler,

$$H_0^m : \alpha_1 = 0$$
$$H_a^m : \alpha_1 \neq 0 / \alpha_m = \alpha_{m-1} = ... = \alpha_2 = 0$$

biçiminde kurulacaktır. Test için LR istatistiği,

$$\lambda_{LR}(i) = T\left[\ln\left|\hat{\Sigma}(m-i)\right| - \ln\left|m-i+1\right| \right] \tag{2.49}$$

formülüyle ifade edilir. $\hat{\Sigma}$, Σ'nın en çok olabilirlik tahmin edicisidir. Test istatistiği ki-kare dağılımına sahiptir ve k kısıt sayısı olmak üzere dağılımın serbestlik derecesi k^2 dir. Bu dağılım yerine F dağılımı da kullanılabilir.

$$\frac{\lambda_{LR}(i)}{k^2} \sim F_{\left[k^2, T-k(m-i+1)-1\right]} \tag{2.50}$$

Yukarıdaki ifadede görüldüğü gibi F dağılımının serbestlik dereceleri pay için k^2, payda için $\left[T-k(m-i+1)-1\right]$ dir. Herhangi bir aşamada H_a hipotezinin kabulü ile teste son verilerek modelin derecesi belirlenmiş olacaktır (Lütkepohl, 1993).

Bu testin uygulanabilmesi için parametre sayısının birer birer değişmesi gerekli değildir. Gecikme uzunluğu maksimum olarak belirlenmiş VAR(m) modeli ile gecikme uzunluğu m'den daha küçük, örneğin (n<m) VAR modelleri de LR istatistiği ile karşılaştırılabilir. Bu durumda VAR(m) modeli kısıtsız VAR(n) modeli ile kısıtlı modeldir. İki modelde farklı parametreler $\alpha_1, \alpha_{n+1}, ..., \alpha_m$ bulunduğundan iki model arasında fark yoksa bu parametrelerin sıfıra eşit olması gerekir. Bu nedenle temel hipotez ile alternatif hipotez,

$$H_0 : \alpha_1, \alpha_{n+1}, ..., \alpha_m = 0$$
$$H_a : \alpha_1, \alpha_{n+1}, ..., \alpha_m \neq 0$$

şeklinde kurulacaktır. Bu durumda test istatistiği,

$$\lambda_{LR}(m) = (T-C)\left(\ln\left|\Sigma(n)\right| - \ln\left|\Sigma(m)\right|\right) \tag{2.51}$$

olacaktır. Burada C, kısıtsız VAR(m) modelinin parametre sayısına eşit olan düzeltme faktörüdür. Test istatistiğinin dağılımı, $K(m-n)$ serbestlik dereceli ki-kare dağılımıdır. Burada K denklem ya da değişken sayısıdır (Çağlayan, 1998).

LR test istatistiği,

$$\lambda_{LR} = T\ln(\left|\Sigma(n)\right| / \left|\Sigma(m)\right|) \tag{2.52}$$

olarak da hesaplanabilir. Gecikme uzunluğunun belirlenmesinde LR testi kullanılabileceği gibi, Wald ve LM testleri de kullanılabilir. Wald ve LM testlerinin test istatistikleri aşağıda verilmiştir.

$$\lambda_W = T\left[tr\left(\Sigma(n)\Sigma^{-1}(m) \right) - K \right] \tag{2.53}$$

$$\lambda_{LM} = T\left[K - tr\left(\Sigma(n)\Sigma^{-1}(m) \right) \right] \tag{2.54}$$

Her üç test istatistiğinin dağılımı, K denklem sayısı olmak üzere, K(m-n) serbestlik dereceli ki-kare dağılımıdır (Mills, 1993).

2.4.2. Gecikme Uzunluğunu Belirleme Kriterleri

LR testi ile belirlenen gecikme uzunluğundan farklı gecikme uzunluklarına sahip VAR modelleri kurulmak istenebilir. Bu konuda araştırmacının görüşleri etkili olabileceği gibi konunun özelliği ya da test sonucunda VAR derecesinin çok büyük olmaması etkili olabilir. Bu faktörler gözönüne alınarak ve test edilmeden VAR'ın derecesi belirlenebilirse de, daha iyi sonuçlar elde edilmesi için farklı kriterlere dikkat edilmesi uygun olacaktır. Bu kriterlerden belli başlıcaları, tahmin hatasının karesinin ortalamasını en küçüğe indirgeyen ve tutarlı gecikme uzunluğunun seçimi olarak sıralanabilir (Lütkepohl, 1993).

2.4.2.1. Hata Kareler Ortalamasının Minimizasyonu

VAR modellerinin ileriye yönelik öngörü için kullanılacak olması durumunda, öngörünün ortalama hata karesi, VAR modelinin derecesinin belirlenmesi bakımından uygun bir ölçüt olabilir. Bu ölçüt dikkate alındığında, öngörünün ortalama hata karesini minimum yapan gecikme uzunluğu modelin derecesi olarak belirlenir. Bu amaç doğrultusunda kullanılan diğer kriterler, Son Öngörü Hatası Kriteri (FPE) ile Akaike Bilgi Kriteri (AIC)'dir (Charemza, 1993). Bu iki kriter aşağıda açıklanmıştır.

Son Öngörü Hatası Kriteri (FPE)

Varyans-kovaryans matrisinin en küçük kareler ve en çok olabilirlik tahmin edicilerine dayanan FPE kriteri Akaike (1971) tarafından ortaya atılmıştır. Söz konusu kriter,

$$FPE = \left[\frac{T + Km + 1}{T - Km - 1}\right]^K \left|\hat{\Sigma}_m\right| \tag{2.55}$$

şeklinde hesaplanır. Burada,

$T \rightarrow$ Gözlem sayısı
$K \rightarrow$ Değişken sayısı
$m \rightarrow$ Modelin derecesi
$\hat{\Sigma}_m \rightarrow$ Varyans-kovaryans matrisinin en çok olabilirlik tahmin edicisini göstermektedir.

m<n olması durumunda VAR(m) modeli kısıtsız VAR(n) modeli olarak yorumlanabilmektedir. FPE kriterine göre p'nin $\hat{p}$(FPE) tahmini,

$$FPE\left[\hat{p}\left(FPE\right)\right] = \min\left\{FPE(m)\middle| m = 0,1,...,M\right\} \tag{2.56}$$

olarak gerçekleştirilir. Bu çerçevede FPE(m) değerleri hesaplanır ve FPE değeri en küçük olan p değeri VAR modelinin derecesi olarak belirlenir (Lütkepohl, 1993).

Akaike Bilgi Kriteri (AIC)

Öngörünün ortalama hata karesini minimize eden derecenin belirlenmesinde kullanılan ikinci kriter Akaike (1974) bilgi kriteridir. VAR(m) modeli için bu kriter aşağıda tanımlandığı gibidir.

$$\text{AIC}(m) = \ln\left|\hat{\Sigma}_m\right| + \frac{2mK^2}{T} \tag{2.57}$$

$\hat{p}(\text{AIC})$ tahmin edildikten sonra bunu minimize eden p değeri VAR modelinin derecesi olarak belirlenir.

2.4.2.2. Tutarlı Gecikme Uzunluğunun Seçimi

VAR modelinin derecesinin belirlenmesinde amaç, istenilen örneklem bilgilerinin yansıtılması üzerinde yoğunlaşmış ise tahmin edicilerin özellikleri devreye girer. Tahmin edicilerde bulunması gereken özelliklerden biri de tutarlılıktır. Tutarlılık asimptotik bir özelliktir. Tahmin edilmek istenen VAR modelinin derecesi p ise, p'nin tahmin edicisi olan $\hat{p}$'nın tutarlı olması için ya,

$$p\lim_{T\to\infty} \hat{p} = p$$

veya

$$\lim_{T\to\infty} \Pr\{\hat{p} = p\} = 1$$

ifadesi gerçekleşmelidir. Bunu gerçekleştirmek için Hannan-Quinn (HQ) ve Schwartz (SC) kriterleri kullanılmaktadır. Söz konusu kriterler aşağıda açıklanmıştır.

Hannan-Quinn Kriteri (HQ)

Tutarlı gecikme kriterlerinden ilki olan Hannan-Quinn kriteri (1979),

$$\text{HQ}(m) = \ln\left|\hat{\Sigma}_m\right| + \frac{2\ln\ln T}{T} mK^2 \tag{2.58}$$

olarak gösterilmektedir. $m = 0,1,...,M$ için $\hat{p}(\text{HQ})$ tahmin edilerek bunu minimize eden p değeri VAR modelinin derecesi olarak seçilir.

Schwartz Kriteri (SC ya da BIC)

Schwartz kriteri (1978) Bayesçi düşünceyi temel alarak ortaya atılmıştır ve diğer kriterler gibi en çok olabilirlik tahmin edicisine dayanır. Schwartz kriteri,

$$\mathrm{SC(m)} = \ln\left|\hat{\Sigma}_m\right| + \frac{\ln T}{T} mK^2 \qquad (2.59)$$

şeklinde ifade edilmektedir. Kriter, $\hat{p}(SC)$'nin tahmin edilerek bunu minimize eden p değerinin VAR modelinin derecesi olarak seçilmesini önermektedir (Lütkepohl, 1993).

Tutarlı Bilgi Kriteri (TBK)

Çiftçioğlu ve diğerlerinin (1994) tutarlı bilgi kriteri (TBK) olarak adlandırdıkları kriter, ℓ pozitif bir sabit olmak üzere,

$$\mathrm{TBK(m)} = T\log\sigma^2 + \frac{T}{T-m} m\left(1 + \frac{T}{m} e^{-\frac{1}{2}\ell}\sqrt{\ell}\sqrt{\frac{2}{\pi}}\right) \qquad (2.60)$$

biçiminde formüllenmektedir. Bu kriterin vektör otoregresyon modellerine uyarlanması durumunda,

$$\mathrm{TBK(m)} = T\log\left|\Sigma_m\right| + \frac{T}{T-mK^2} K^4 m\left(1 + \frac{T}{mK^2} e^{-\frac{1}{2}\ell_k}\sqrt{\ell_k}\sqrt{\frac{2}{\pi}}\right) \qquad (2.61)$$

biçiminde bir denkleme ulaşılmaktadır. Aynı çalışmada oluşturulan bir deney için bu kriterden elde edilen sonuçlar Akaike bilgi kriteri sonuçları ile karşılaştırılmış ve modelin gecikme uzunluğunun belirlenmesinde TBK'nın başarımının Akaike bilgi kriterinden çok daha yüksek olduğu görülmüştür (Kadılar, 2000).

2.4.2.3. Seçim Kriterlerinin Karşılaştırılması

VAR modellerinin derecesinin belirlenmesi için açıklanan kriterler büyük örneklemler düşünülerek geliştirilmiştir. Örneklem sayısı az olduğunda AIC ve FPE kriterlerinin, HQ ve SC kriterlerinden daha iyi sonuçlar verdiği görülmüştür. İleriye yönelik tahmin söz konusu olduğunda, AIC ve FPE kriterleri model derecesini doğru belirlemeseler bile daha iyi tahminler elde edilmesine neden olmuşlardır.

Küçük örneklemler için vektör otoregresyon modellerin derecelerinin kriterlere göre karşılaştırılması şöyledir.

$\hat{p}(SC) \leq \hat{p}(AIC)$ eğer $T \geq 8$ ise

$\hat{p}(SC) \leq \hat{p}(HQ)$ bütün T'ler için

$\hat{p}(HQ) \leq \hat{p}(AIC)$ eğer $T \geq 16$ ise

olacaktır (Lütkepohl, 1993).

2.5. Hata Terimlerinin Akgürültü Sürecine Uygunluğunun İncelenmesi– Portmanteau Testi

Modelin derecesinin istatistiksel olarak belirlenmesi, artıkları akgürültü sürecine yaklaştıracaktır. Modelin derecesi istatistiksel test veya kriterlere göre belirlenmeyebilir. Örneğin, modelin derecesi iktisat teorisi ya da araştırmacının görüşleri doğrultusunda belirlenebilir. Bu durumda yapılan öngörüler iyi olsa bile, bu artıkların akgürültü süreci olduklarını açıklamaya yetmeyeceğinden, artıkların akgürültü sürecine uyup uymadıklarının araştırılması gerekmektedir.

Artıklar arasında otokorelasyonun anlamlı olup olmadığı istatistiksel olarak test edilebilir. Bu durumda belirli otokorelasyon katsayılarının test edilmesi yeterli değildir. Tüm artıklar arasındaki ilişkilerin test edilmesi gerekeceğinden artıklar arasındaki otokorelasyonun tümünün test edilmesi gerekmektedir. Bu test sonucunda artıkların akgürültü olup olmadığına karar verilecektir.

VAR modeli için artıklar arasındaki otokorelasyonun anlamlılığı, m gecikme için Portmanteau testi ile yapılabilmektedir. Bu test için yokluk hipotezi aşağıdaki gibi kurulmaktadır.

$$H_0 : R_m = 0$$

Burada R_m vektörü, $R_m = (R_i, ..., R_m)$'dır. Alternatif hipotez ise,

$$H_a : R_m \neq 0$$

şeklinde oluşturulmaktadır. Portmanteau test istatistiği,

$$P_m = T\sum_{i=1}^{m} tr(\hat{R}_i^{'}\hat{R}_\varepsilon^{-1}\hat{R}_i\hat{R}_\varepsilon^{-1}) = T\sum_{i=1}^{m} tr(\hat{C}_i^{'}\hat{C}_0^{-1}\hat{C}_i\hat{C}_0^{-1}) \quad (2.62)$$

$$\hat{C}_i = \frac{1}{T}\sum_{t=i+1}^{T} \varepsilon_t \varepsilon_{t-i}$$

olarak hesaplanacaktır. T ve m'nin büyük olması durumunda test istatistiği yaklaşık olarak,

$$P_m \approx \chi^2\left[K^2(m-p)\right] \quad (2.63)$$

olacaktır. Yani P_m test istatistiği ki-kare dağılımı ile karşılaştırılarak karar verilir. Yokluk hipotezinin kabul edilmesi artıkların akgürültü olduklarının kabul edilmesi sonucunu doğurur.

2.6. Etki Tepki Fonksiyonu

Otoregresyon modelinin hareketli ortalama gösterimine sahip olması gibi, vektör otoregresyon modeli de vektör hareketli ortalama (VMA) şeklinde yazılabilmektedir. (2.29) numaralı denklem, şimdiki ve geçmiş değerleri cinsinden ve iki farklı hata terimiyle (yani e_{1t} ve e_{2t}) ifade edilen değişkenlere (yani Y_t ve Z_t) sahip (2.7) numaralı denklemin vektör hareketli ortalama gösterimi olmaktadır. (2.8) ve (2.9) numaralı denklemler matris biçiminde yazıldığında,

$$\begin{bmatrix} Y_t \\ Z_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{10} \\ a_{20} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_{t-1} \\ z_{t-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e_{1t} \\ e_{2t} \end{bmatrix} \tag{2.64}$$

elde edilmektedir. (2.29) numaralı denklem kullanıldığında,

$$\begin{bmatrix} Y_t \\ Z_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{y} \\ \bar{z} \end{bmatrix} + \sum_{i=0}^{\infty} \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}^i \begin{bmatrix} e_{1t-i} \\ e_{2t-i} \end{bmatrix} \tag{2.65}$$

denklemine ulaşılmaktadır. Yukarıda görüldüğü gibi (2.65) numaralı denklem Y_t ve Z_t serilerini, e_{1t} ve e_{2t} serileri cinsinden ifade etmektedir. e_{1t} ve e_{2t} serileri de ε_{yt} ve ε_{zt} terimleri cinsinden ifade edilmek istenirse,

$$\begin{bmatrix} e_{1t} \\ e_{2t} \end{bmatrix} = \left[1/(1 - b_{12}b_{21})\right] \begin{bmatrix} 1 & -b_{12} \\ -b_{21} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{yt} \\ \varepsilon_{zt} \end{bmatrix} \tag{2.66}$$

biçiminde yazılabilir. (2.65) ve (2.66) numaralı denklemlerin birleştirilmesiyle ulaşılan bağıntı şöyledir (Kadılar, 2000).

$$\begin{bmatrix} Y_t \\ Z_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{y} \\ \bar{z} \end{bmatrix} + \left[1/(1-b_{12}b_{21})\right] \sum_{i=0}^{\infty} \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}^i \begin{bmatrix} 1 & -b_{12} \\ -b_{21} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{yt} \\ \varepsilon_{zt} \end{bmatrix} \qquad (2.67)$$

Gösterimin giderek karmaşıklaştığı görülebilir. Bu karmaşıklığın üstesinden gelebilmek için, $\phi_{jk}(i)$ elemanlarından oluşan basit bir (2x2) boyutlu ϕ_i matrisi tanımlanabilir.

$$\phi_i = \left[\mathbf{A}_1^i / (1-b_{12}b_{21}) \right] \begin{bmatrix} 1 & -b_{12} \\ -b_{21} & 1 \end{bmatrix} \qquad (2.68)$$

Yukarıdaki gibi tanımlanan ϕ_i matrisinin kullanılmasıyla, (2.65) ve (2.66) denklemlerin hareketli ortalama gösterimi ε_{yt} ve ε_{zt} terimleri cinsinden aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\begin{bmatrix} Y_t \\ Z_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{y} \\ \bar{z} \end{bmatrix} + \sum_{i=0}^{\infty} \begin{bmatrix} \phi_{11}(i) & \phi_{12}(i) \\ \phi_{21}(i) & \phi_{22}(i) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{yt-i} \\ \varepsilon_{zt-i} \end{bmatrix} \qquad (2.69)$$

(2.69)'un kapalı biçimi ise şöyledir.

$$\mathbf{X}_t = \mu + \sum_{i=0}^{\infty} \phi_i \varepsilon_{t-i} \qquad (2.70)$$

Hareketli ortalama gösterimi, özellikle Y_t ve Z_t serileri arasındaki etkileşimlerin incelenmesi bakımından oldukça kullanışlı bir yöntemidir. ϕ_i matrisinin katsayıları, Y_t ve Z_t serilerinin zaman içerisinde ε_{yt} ve ε_{zt} serilerinin kendileri üzerinde yaratacakları değişimlerin (shock) etkilerini oluşturmak için kullanılabilmektedir. Örneğin, $\phi_{12}(0)$ katsayısı, aynı dönemde

ε_{zt} serisindeki bir birimlik değişimin Y_t serisi üzerindeki etkisini göstermektedir. Benzer şekilde, $\phi_{11}(1)$ ve $\phi_{12}(1)$ katsayıları da sırasıyla ε_{yt-1} ve ε_{zt-1} bir dönemlik gecikmelerindeki bir birimlik değişimlerin Y_t serisi üzerindeki etkisini ifade etmektedir. Bir birimlik güncelleştirme gerçekleştirildiğinde, ε_{yt} ve ε_{zt} hata terimlerindeki bir birimlik değişimlerin Y_{t+1} serisi üzerindeki etkileşimleri $\phi_{11}(1)$ ve $\phi_{12}(1)$ elemanları ile belirlenir.

ε_{yt} ve/veya ε_{zt} teriminin birikimli etkileri, etki tepki fonksiyonlarının uygun katsayılarının toplamından elde edilebilmektedir. Örneğin, n dönem sonra Y_{t+n} üzerindeki ε_{zt} değişiminin etkisinin $\phi_{12}(n)$ elemanı olduğuna dikkat edilmelidir. Böylece, n dönem sonra, Y_t serisinin üzerindeki ε_{zt} öğesinin etkilerinin birikimli toplamı,

$$\sum_{i=0}^{n} \phi_{12}(i)$$

olmaktadır. n'nin sonsuza gitmesiyle uzun dönem çarpanı elde edilmektedir. Y_t ve Z_t serilerinin durağan oldukları varsayıldığından, tüm j ve k' lar için:

$$\sum_{i=0}^{\infty} \phi_{jk}^{2}(i)$$

toplamı sonlu olmaktadır. $\phi_{11}(i)$, $\phi_{12}(i)$, $\phi_{21}(i)$, $\phi_{22}(i)$ katsayılarının her birine etki tepki fonksiyonu adı verilmektedir. Etki tepki fonksiyonunun grafiğinin çizilmesi ($\phi_{jk}(i)$ katsayılarına karşılık i' ler), Y_t ve Z_t serilerindeki çeşitli değişimlerin açıklanması ve serilerin tepkilerinin görselliği açısından oldukça kullanışlı bir yöntemdir. Genellikle, (2.3) ve (2.4) denklem sistemlerinin tüm parametrelerinin bilinmesi çok olağandır. İktisadi bilgilerden yararlanılarak ε_{yt} ya da ε_{zt} serilerdeki değişimlerin etkileri hakkında da yorumlar getirilebilmektedir. Fakat bu durum, tahmin edilen VAR modelinin az belirlenmiş olduğu durum için geçerli değildir. Dolayısıyla, etki tepki fonksiyonunun tanımlanabilmesi için VAR sistemi üzerine kısıt getirilmesi zorunluluğuna dikkat edilmelidir (Enders, 1995).

Artıkları olası tanımlama yöntemlerinden biri Choleski ayrıştırmasıdır. Örneğin, aynı dönemde Y_t serisinin Z_t serisi üzerinde hiçbir etkisi yoksa, sisteme $b_{21} = 0$ kısıtının getirildiği bilinmektedir. (2.66) numaralı denklemin terimleri cinsinden hata terimleri,

$$e_{1t} = \varepsilon_{yt} - b_{12}\varepsilon_{zt} \tag{2.71}$$

$$e_{2t} = \varepsilon_{zt} \tag{2.72}$$

biçiminde ayrıştırılabilmektedir. Dolayısıyla, (2.72) numaralı denklem kullanıldığında, e_{2t} serisindeki tüm gözlemlenen hatalar, ε_{zt} değişimine bağlı olmaktadır. Hesaplanan ε_{zt} serisi kullanılarak e_{1t} serisinin bilinen değerleri ve e_{1t} ile e_{2t} serileri arasındaki korelasyon katsayısı ile birlikte (2.71) numaralı denklem uygulanarak ε_{yt} serisi elde edilmektedir. Choleski ayrıştırması, ε_{yt} hata teriminin Z_t serisine doğrudan bir etkiye sahip olmasını engelleyen, ama Y_t serisinin geçmiş değerlerinin Z_t serisinin o andaki değerlerini dolaylı olarak etkileyen bir sistem yaratmaktadır. Buradaki önemli nokta, ε_{zt} hata teriminin Y_t ve Z_t serileri üzerindeki aynı dönemdeki etkisi ile sistemde tek yönlü ilişkinin sağlanmasıdır. Bu nedenle (2.71) ve (2.72) numaralı denklemler, değişkenlerin birbirlerine olan etkileri bakımından sıralanmalarını sağlamaktadır. Burada ε_{zt}, e_{1t} ile e_{2t} serilerini doğrudan etkilerken ε_{yt}, e_{2t} serisini etkilememektedir. Dolayısıyla, Z_t serisi Y_t serisinin *önseli* olmaktadır. Değişkenlerin sıralanmasında e_{1t} ile e_{2t} serileri arasındaki korelasyon katsayısının büyüklüğü önemli bir rol oynamaktadır. ρ_{12} ile gösterilen bu korelasyon katsayısı $\rho_{12} = \sigma_{12}/\sigma_1\sigma_2$ olmaktadır. Tahmin edilen model Σ matrisinin öğelerinin değerini vermektedir. Örneğin, $\rho_{12} = 0$ olarak bulunduğunda değişkenlerin sıralanması önemsiz olmaktadır. Bu durumda (2.71) ve (2.72) numaralı denklemler,

$$e_{1t} = \varepsilon_{yt}$$

$$e_{2t} = \varepsilon_{zt}$$

biçimine dönmektedir. Dolayısıyla, denklemler arasında korelasyon olmadığında, Y_t ve Z_t serilerinin artıkları sırasıyla ε_{yt} ve ε_{zt} terimlerine eşit olmaktadır. $\rho_{12} = 1$ olması ise, sistemde her iki değişkeni de birlikte etkileyen bir tek hata teriminin bulunduğunu ifade etmektedir. $b_{21} = 0$ varsayımı altında $e_{1t} = \varepsilon_{zt}$ ve $e_{2t} = \varepsilon_{zt}$ olurken; $b_{12} = 0$ varsayımı altında $e_{1t} = \varepsilon_{yt}$ ve $e_{2t} = \varepsilon_{yt}$ olmaktadır. Genellikle araştırmacılar ρ_{12} teriminin önemlilik testini yaparken $|\rho_{12}| > 0,2$ ise korelasyonun önemli olduğu sonucuna varmaktadırlar. Bu durumda sıralama işlemi yapılarak etki tepki fonksiyonu elde edilmektedir. Bu şekilde oluşturulacak modelden elde edilen sonuçlar ile sıralamanın tam tersi uygulanarak elde edilen sonuçlar karşılaştırılır ve eğer sonuçlar farklı bulunursa, değişkenler arasındaki ilişkiler daha ayrıntılı bir şekilde incelenir (Kadılar,2000).

2.7. Varyans Ayrıştırması

Kısıtsız vektör otoregresyon modeli, aşırı parametreli olduğundan, kısa dönemli tahminler fazla kullanışlı değildir. Bununla birlikte tahmin hatalarının özelliklerinin anlaşılması, sistemdeki değişkenler arasındaki ilişkinin ortaya çıkarılmasında oldukça yardımcı olmaktadır. Örneğin, $\mathbf{A}_0$ ve $\mathbf{A}_1$ katsayıları ile $\mathbf{X}_t$ değeri bilindiğinde $\mathbf{X}_{t+i}$ değerlerinin tahmin edilebilmesi için (2.7) numaralı denklemin güncelleştirilmesi gerekmektedir. Bu denklem bir dönem güncelleştirildiğinde,

$$\mathbf{X}_{t+1} = \mathbf{A}_0 + \mathbf{A}_1\mathbf{X}_t + \mathbf{e}_{t+1} \tag{2.73}$$

olmaktadır ve $\mathbf{X}_{t+1}$ teriminin koşullu beklenen değeri,

$$\mathrm{E}_t(\mathbf{X}_{t+1}) = \mathbf{A}_0 + \mathbf{A}_1\mathbf{X}_t \tag{2.74}$$

olarak edilir. Ayrıca modelin bir dönem gelecekteki tahmin hatasının,

$$\mathbf{e}_{t+1} = \mathbf{X}_{t+1} - \mathrm{E}_t(\mathbf{X}_{t+1}) \tag{2.75}$$

olduğu bilinmektedir. (2.7) numaralı denklem iki dönem güncelleştirildiğinde ise,

$$\mathbf{X}_{t+2} = \mathbf{A}_0 + \mathbf{A}_1\mathbf{X}_{t+1} + \mathbf{e}_{t+2} \tag{2.76}$$

$$\mathbf{X}_{t+2} = \mathbf{A}_0 + \mathbf{A}_1(\mathbf{A}_0 + \mathbf{A}_1\mathbf{X}_t + \mathbf{e}_{t+1}) + \mathbf{e}_{t+2} \tag{2.77}$$

biçiminde olmaktadır. Bu denklemin koşullu beklenen değeri alındığında,

$$\mathrm{E}_t(\mathbf{X}_{t+2}) = (\mathbf{I} + \mathbf{A}_1)\mathbf{A}_0 + \mathbf{A}_1^2\mathbf{X}_t \tag{2.78}$$

ifadesine ulaşılır. Bu durumda iki dönem gelecekteki tahmin hatası ise $\mathbf{e}_{t+2} + \mathbf{A}_1\mathbf{e}_{t+1}$ biçiminde olmaktadır. Buradan genel olarak modelin n dönem geleceğe ait tahmininin,

$$\mathrm{E}_t(\mathbf{X}_{t+n}) = (\mathbf{I} + \mathbf{A}_1 + \mathbf{A}_1^2 + \ldots + \mathbf{A}_1^{\mathbf{n-1}})\mathbf{A}_0 + \mathbf{A}_1^{\mathbf{n}}\mathbf{X}_{\mathbf{t}} \tag{2.79}$$

biçiminde olduğu söylenebilmektedir. İlgili tahmin hatası ise,

$$\mathbf{e}_{t+n} + \mathbf{A}_1\mathbf{e}_{t+n-1} + \mathbf{A}_1^2 e_{t+n-2} + ... + \mathbf{A}_1^{n-1}\mathbf{e}_{t+1} \tag{2.80}$$

biçiminde olmaktadır. Bu tahmin hatalarının (2.7) numaralı denklem cinsinden, yani vektör hareketli ortalama modeli ile incelemek mümkündür. $\mathbf{X}_{t+1}$ değerinin tahmini için (2.70) numaralı denklem kullanılırsa bir dönem gelecekteki tahminin hatası $\phi_0\varepsilon_{t+1}$ olacaktır. Genel olarak n dönem sonraki tahmin değeri,

$$\mathbf{X}_{t+n} = \mu + \sum_{i=0}^{\infty}\phi_i\varepsilon_{t+n-i} \tag{2.81}$$

biçiminde ifade edilebilmektedir. Dolayısıyla, n dönem gelecekteki tahmin hatası:

$$\mathbf{X}_{t+n} - E_t(\mathbf{X}_{t+n}) = \sum_{i=0}^{n-1}\phi_i\varepsilon_{t+n-i} \tag{2.82}$$

şeklinde olmaktadır.

Sadece Y_t serisi üzerinde yoğunlaşılırsa, n dönem geleceğe ait tahminin hatası aşağıdaki gibi yazılır.

$$\begin{aligned} Y_{t+n} - E_t(Y_{t+n}) = {} & \phi_{11}(0)\varepsilon_{Yt+n} + \phi_{11}(1)\varepsilon_{Yt+n-1} + ... + \phi_{11}(n-1)\varepsilon_{Yt+1} + \phi_{12}(0)\varepsilon_{Zt+n} \\ & + \phi_{12}(1)\varepsilon_{Zt+n-1} + ... + \phi_{12}(1)\varepsilon_{Zt+1} \end{aligned} \tag{2.83}$$

Bu hatanın varyansı ise,

$$\sigma_Y(n)^2 = \sigma_Y^2\left[\phi_{11}(0)^2 + \phi_{11}(1)^2 + ... + \phi_{11}(n-1)^2\right] + \sigma_Z^2\left[\phi_{12}(0)^2 + \phi_{12}(1)^2 + ... + \phi_{12}(n-1)^2\right] \tag{2.84}$$

şeklinde elde edilmektedir. $\phi_{jk}(i)^2$ katsayıları negatif olmayacaklarından, tahmin hatasının varyansı, n arttıkça artacaktır. $\sigma_Y(n)^2$ varyansı ε_{Yt} serisi için,

$$\frac{\sigma_Y^2\left[\phi_{11}(0)^2+\phi_{11}(1)^2+...+\phi_{11}(n-1)^2\right]}{\sigma_Y(n)^2}$$

ε_{Zt} serisi için,

$$\frac{\sigma_Z^2\left[\phi_{12}(0)^2+\phi_{12}(1)^2+...+\phi_{12}(n-1)^2\right]}{\sigma_Y(n)^2}$$

biçimini almaktadır.

Tahminin hata varyansının ayrıştırılmasındaki amaç, diğer değişkenin değişimine karşılık değişkenin 'kendi' değişimine göre, bir serinin hareketlerini anlamaya yardımcı olmaktadır. Eğer ε_{Zt} değişimi tüm tahmin ekseni boyunca Y_t serisinin tahmininin hata varyansını hiç açıklamıyorsa, bu durumda Y_t serisi *dışsaldır* denilmektedir. Y_t serisi dışsal ise, Y_t serisi ε_{Zt} değişiminden ve Z_t serisinden bağımsız olarak hareket etmektedir. Bu durumun tam aksine, yani ε_{Zt} değişimi tüm tahmin ekseni boyunca Y_t serisinin tahmininin hata varyansının hepsini açıklıyorsa, Y_t serisi *içseldir*. Uygulamalı araştırmalarda bir değişkenin, tüm tahminin hata varyansını kısa bir tahmin ekseninde ya da belli bir bölümünü uzun bir tahmin ekseninde açıklaması mümkün olmaktadır. Bu durum, ε_{Zt} değişiminin Y_t serisi üzerinde aynı dönemde az bir etkiye sahip, ama bir gecikmeli durumunda Y_t serisini tam olarak etkiliyor ise geçerlidir.

ε_{Yt} ve ε_{Zt} serilerinin tanımlanabilmesi için B matrisine kısıt getirmek gerekmektedir. (2.71) ve (2.72) numaralı denklemlerde kullanılan Choleski ayrıştırması Z_t serisinin bir dönem geleceğe ait tahmininin hata varyansının ε_{Zt} değişimine bağlı olmasını gerektirmektedir. Alternatif bir sıralama uygulanırsa, Y_t serisinin bir dönem geleceğe ait tahmininin hata varyansı ε_{Yt} değişimine bağlı olmaktadır. Uzun tahmin ekseninde alternatif varsayımının etkileri azalmaktadır. Bu nedenle uygulamada, çeşitli tahmin eksenlerinde varyans ayrıştırmasını incelemek daha yararlıdır. Burada n arttıkça varyans ayrıştırmasının yakınsadığı unutulmamalıdır. Bunun yanında ρ_{12} korelasyon katsayısı istatistiksel olarak sıfırdan farklı ise çeşitli sıralamalar altında varyans ayrıştırması elde edilebilmektedir.

Etki tepki fonksiyonu analizi ve varyans ayrıştırılması ekonomik değişkenler arasındaki dinamik ilişkileri incelemek için kullanışlı işlemler olmaktadır. Ancak hata terimleri arasındaki korelasyon küçük ise tanımlama sorunu o kadar da önemli olmamaktadır. Çünkü alternatif sıralamalardan benzer etki tepkiler ve benzer varyans ayrıştırmaları elde edilmektedir. Ama birçok ekonomik değişkenin aynı dönemdeki hareketlerinin yüksek korelasyona sahip olduğuna da dikkat edilmelidir (Kadılar,2000).

2.8. Vektör Otoregresyon Modelleri Çeşitleri

2.8.1. Kısıtsız VAR Modelleri

Sims (1980) tarafından ortaya atılan Kısıtsız VAR modelinde sistemdeki tüm değişkenlerin içsel oldukları varsayılmaktadır. Dolayısıyla, değişkenlerin hepsi denklemlerin sağ taraflarında bulunurlar ve aynı gecikme uzunluğuna sahiptirler.

Kısıtsız VAR modelinde değişkenlerin tümü için aynı gecikme uzunluklarının kullanımı basit EKK yöntemini uygun bir tahmin yöntemi kılar. Ancak, her değişken için aynı olan gecikme uzunluğu, gerçek hayatla hiç bir bağlantısı olmayan ve son derece kısıtlayıcı bir varsayımdır (Deriş, 1996).

2.8.2. Kısıtlı VAR Modelleri

VAR modellerinde çeşitli nedenlerle kısıtlamalar yapılabilir ve bunlar farklı şekillerde olabilir. VAR modellerindeki önemli kısıtlamaların önemli nedenlerinden biri iktisat teorisine uygunluk sağlamaya çalışılması olabilir. Uzun dönem kısıtlamaların günümüz makroekonomik çalışmalarında çok önemli rolü vardır. Örneğin, iktisat teorisi modellerdeki bazı katsayıların sıfır olacağını öngörüyorsa bu öngörü modele yansıtılmalıdır. VAR modellerinde çok sayıda parametre yer alacağından, bunların tümünün tahminleri istatistiksel olarak anlamlı olmayabilir. Dolayısıyla bu parametreler modele dahil edilmeyebilir. Bu sıfır kısıtlaması yapılması anlamına gelmektedir.

Granger nedenselliği de VAR modelleri için önemli bir göstergedir. Herhangi bir değişken, diğer değişkenlerin Granger nedeni değilse o değişkene modelde yer verilmeyebilir.

Öngörü amacı ile kullanılan VAR modellerinin parametre sayısının artması, ileriye yönelik tahminleri de etkileyebilir. Gecikme uzunluğu ve örneklem hacmi ile orantılı olarak belirlenen parametre sayılarının daha iyi öngörülerinin yapılması için sayılarının kısıtlanması gerekebilir. Parametre sayısının fazlalığı yapılacak öngörülerin öngörü aralıklarını genişletebilir. Ayrıca bu durum etki-tepki ve varyans ayrıştırması sonuçlarını da etkileyebilir (Çağlayan, 1998).

2.8.3. Mevsimsel VAR Modelleri

Çoğu zaman serisinin mevsimsel hareketlere sahip olduğu bilinmektedir. Mevsimsellik etkisinin giderilmesinin nedenleri iki başlık altında toplanabilir. Bunlardan ilki, serinin davranışını belirlemek; diğeri ise mevsimsel hareketleri ortadan kaldırıp serinin sahip olduğu diğer etkileri belirlemeye çalışmaktır (Cleveland, 1990).

VAR modellerinin, serinin trend ve mevsimsellik etkisini açıklamak gibi bir amacı yoktur. Mevsimsellik ile ilgili getirilen iki yaklaşım sözkonusudur. Bu yaklaşımlardan ilki, verilerin mevsimsel hareketlerden arındırılıp modelin tahmin edilmesine dayanmaktadır. Burada serilerin mevsimsellik etkisinden arındırılması için fark alma işlemi uygulanır (Chatfield, 1996).

Mevsimsel fark aşağıdaki gibi ifade edilir.

$$\mathbf{W}_t = (1 - B^s)\mathbf{Y}_t = \mathbf{Y}_t - \mathbf{Y}_{t-s} \tag{2.85}$$

biçiminde gösterilmektedir. Fark alma işleminden sonra dönüştürülmüş seriler için uygun mevsimsel $\mathrm{VAR}(p)_s$ modeli, altbölüm 2.4.'de bahsedilen bilgi kriterleri kullanılarak elde edilir. Mevsimsel VAR modelinin yapısı,

$$\Phi(B^s)\mathbf{W}_t = \varepsilon_t \tag{2.86}$$

biçiminde olmaktadır. Burada,

$$\Phi(B^s) = \mathbf{I} - \Phi_1(B^s) - \ldots - \Phi_p(B^{sp}) \tag{2.87}$$

olarak tanımlanmıştır. Örneğin, X_t ve Z_t gibi iki değişkenli mevsimsel $\mathrm{VAR}(3)_4$ modelinin açık hali, (2.73) numaralı denklemden yararlanılarak,

$$\begin{aligned} X_t &= \Phi_{11}X_{t-4} + \Phi_{12}X_{t-8} + \Phi_{13}X_{t-12} + \Phi_{14}Z_{t-4} + \Phi_{15}Z_{t-8} + \Phi_{16}Z_{t-12} + \varepsilon_{1t} \\ Z_t &= \Phi_{21}X_{t-4} + \Phi_{22}X_{t-8} + \Phi_{23}X_{t-12} + \Phi_{24}Z_{t-4} + \Phi_{25}Z_{t-8} + \Phi_{26}Z_{t-12} + \varepsilon_{2t} \end{aligned} \tag{2.88}$$

biçiminde yazılabilmektedir. Dikkat edildiğinde, mevsimsel vektör otoregresyon modelinin parametre sayısı ile vektör otoregresyon modelinin parametre sayısının aynı olduğu görülecektir. Dolayısıyla, parametre sayısını dikkate alan bilgi kriterlerinin aynı biçimde vektör otoregresyon modelleri için de kullanılabileceği açıktır (Kadılar, 2000).

Getirilen ikinci yaklaşım, modellere mevsimsel kukla değişken eklenmesidir. Bu durumda maksimum gecikme uzunluğu mevsimsel periyot olarak kabul edilir. Modele kukla değişkenlerin eklenmesi, modelin parametre sayısını arttıracağından sorunlara yol açılabilir (Chatfield, 1996).

Regresyon modellerinde mevsimsel kukla değişkenler, kesim noktasını veya eğim katsayılarını, yani bağımsız değişkenlerin katsayılarını ya da her ikisini birlikte etkileyecek biçimde kullanılmaktadırlar. VAR modellerinde mevsimsellik için kukla değişken kullanımı da aynı şekilde yapılacaktır (Çağlayan, 1998).

Uygulama alanlarında mevsimsel modellere uyan birçok alanda (ekonomi, meteoroloji, fizik, jeoloji, tıp ve çevre bilimi) zaman serisi olmasına karşın tek değişkenli durumun aksine, çok değişkenli zaman serilerinde mevsimsel vektör otoregresyon modellerine ilişkin az sayıda çalışma bulunmaktadır (Kadılar, 2000).

ÜÇÜNCÜ BÖLÜM
BAYESCİ VEKTÖR OTOREGRESYON MODELLER

Bir modelin tahmininde ve öngörüsünde araştırmacı ekonomik değişkenler ve ekonomik sistem (teori) hakkında kişisel görüşlere sahip olabilir. Öngörü için Bayesci yaklaşım, bir ekonometrik model kapsamı içerisinde araştırmacının kişisel görüşleri ile verinin birleşimi olarak açıklanabilir. Bu bağlamda Bayesci yaklaşım ile, geçmişten gelen verilerin sahip olduğu bilgiyi araştırmacının önsel inançları ya da beklentileri ile etkilemek mümkündür.

Bayesci yaklaşım ile ekonomik öngörü modellerinden biri de Litterman' ın 1980' de ortaya attığı; Todd(1984), Litterman(1986a,b) ve Spencer(1993) tarafından geliştirilen, ekonomik teoriden çok istatistiksel düzenlemelere dayalı olan kısıtları içeren Bayesci Vektör Otoregresyon (BVAR) modelleridir. BVAR modelleri, araştırmacılara verilere kendi görüşlerini katabilme esnekliğini sağlarlar.

Bütün istatistiksel öngörü modelleri, aslında bir şekilde eldeki veriyi modeli kuran kişinin görüşleri ile desteklemektedirler. Çünkü modeli kuran kişi veriyi incelemeden önce konuyla ilgili az da olsa bilgiye sahiptir ve modelin öngörü performansını arttıracağını düşündüğü bilgileri modele yansıtmak istemektedir. Modele dahil edilmek istenilen bu bilgiler önsel inanışlar ya da kısaca önseller olarak adlandırılmaktadır. BVAR modelleri, araştırmacıların kişisel görüşlerini daha doğru bir şekilde sunup, bunları geçmişten gelen verilerle birleştirip, standart ve objektif bir yöntem haline getirmek için geliştirilmişlerdir. Bu yöntem, Theil'in karma tahmin yöntemi olarak da adlandırılabilir (Spencer, 1993).

Başlangıç aşamasında, bütün öngörü modelleri minimum düzeyde de olsa kişisel görüşlere dayanmaktadır. Örneğin, verilen herhangi bir değişkeni tahmin etmek için araştırmacı, ilgilenilen değişkenle ilişkili olduğunu düşündüğü çeşitli değişkenleri gözden geçirir. Modele girecek olan değişkenlerin belirlenmesinde, araştırmacı iktisat ve istatistik teori ile uygulamalarından yola çıkarak fikirlerini belirtir. Benzer şekilde ekonomik verinin dönüştürülmesinde; örneğin trendden arındırılmasında (detrending), mevsimsellikten arındırılmasında (deseasonalizing) ya da doğrusallaştırılmasında da yine model araştırmacının kişisel görüşleri önemli olmaktadır.

Bütün bunların dışında araştırmacı modele girecek olan aday değişkenler arasındaki ilişkiler ve iyi öngörüler oluşturabilecek eşitlikler konusunda da bilgi sahibi olabilir. Temel bir istatistik teorisi olan Bayesci Karar Teorisi, araştırmacının olası modeller arasından en iyi öngörüyü oluşturabileceğine dair olasılıklar şeklinde ifade edilen önsel bilgilere sahip olduğuna dayanmaktadır. Önsel bilgilerin belirlenmesinden sonra, bunlar Bayesci karar teorisi kapsamı dahilinde gözden geçirilmektedir (Todd, 1984).

3.1. Kısıtsız VAR Modeller ve Yapısal Modellerden BVAR Modellere Geçiş

Minimum düzeyde önsel bilgi içeren bir öngörü modelinin kurulması, tahmin edilecek olan bir grup (ya da vektör) değişkenin seçimiyle başlamaktadır. Modeldeki değişkenlerin her biri, hem kendisinin bugünkü ve geçmiş değerleri ile hem de modelde yer alan diğer değişkenlerin bugünkü ve geçmiş değerleri ile doğrusal bir şekilde ilişkilidir. Bu model, araştırmacının önsel inançları açısından minimum düzeyde kısıtlı olduğu için genellikle kısıtsız VAR (UVAR) olarak adlandırılmaktadır. Ekonomistler, kısıtsız VAR modellerini kurmak için genellikle yeteri kadar veriye sahip değillerdir.

Kısıtsız VAR modellere Bayesci bakış açısıyla yaklaşıldığında bu modellerin, verileri ya olduklarından daha fazla veya daha az temsil ettikleri rahatlıkla görülmektedir. Kısıtsız VAR modellerindeki katsayıların modele etkilerinin eşit olduğu düşünülmektedir. Çoğu araştırmacı bu görüşe karşı çıkmaktadır. Örneğin, araştırmacı modeldeki katsayıların pozitif olmasının negatif olmasından daha iyi öngörüler oluşturabileceği konusunda önceden bir bilgiye sahip olabilir. Bununla birlikte, bu katsayıların kesin sonuçlarının bulunmasında önsel inançlar bir kısıt olarak kullanılmamaktadır. Bu katsayıların değerleri basit bir istatistiksel yöntem olan en küçük kareler (OLS) yöntemi ile tahmin edilmektedir.

Yeterli sayıda değişken içeren kısıtsız VAR modelleri bazen oldukça iyi sonuçlar ortaya koymaktadır. Fakat yapılan araştırmalarda modelin birkaç tane değişkenden fazla değişken içermesi durumunda kötü tahminlere ulaşıldığı ortaya çıkmıştır. Araştırmacılar da yaptıkları çalışmalarda genellikle çok sayıda değişken kullandıkları için, bu kısıtsız VAR'ın ciddi bir sorunu olarak ortaya çıkmaktadır (Todd, 1984).

Çok fazla sayıda değişken içeren kısıtsız VAR modellerinde yaşanan sorun, modele alınan değişkenlerin arasındaki bağlılık ilişkisinin modele yansıması ve çoklu doğrusal bağlantının kaçınılmaz olmasıdır. Örneklemin küçük olması halinde bu durum çözümlenememektedir. Dolayısıyla mevcut veriyi en iyi şekilde açıklayan katsayıların tahmini değerleri yine en küçük kareler yöntemi tarafından belirlenmektedir. Ayrıca kısıtsız VAR modellerdeki bütün denklemlerde her bir değişkenin bugünkü ve geçmiş değerleri yer aldığından dolayı, tahmin edilecek olan katsayıların sayısı gözlem sayısına kıyasla çok fazla olmaktadır. Bunun sonucunda doğal olarak çok fazla sayıda katsayı ile az sayıda gözlem çok iyi bir şekilde açıklanmaktadır. Burada katsayılar, aşırı parametreleşme (overfitting) problemine neden olmaktadırlar. Bilindiği gibi katsayıların öngörüyü en iyi yapacak, değişkenler arasındaki durağanlık ve süreklilik gösteren önemli ilişkileri ortaya çıkartacak şekilde belirlenmeleri istatistiksel yöntemlerle belirlenmektedir. Aşırı parametreleşme yaşanması durumunda çok fazla sayıda katsayı olduğundan dolayı istatistiksel yöntemler, verinin az derecede öneme sahip olan özelliklerini ya da rasgele olan ilişkileri barındıran katsayıları seçebilmektedir. Böylelikle, aşırı parametreleşme modeldeki katsayılar ile yanlış ya da anlamsız olan ilişkileri doğurur. Dolayısıyla, çok sayıda değişken içeren kısıtsız VAR modellerinde doğru olmayan ve ekonomik değişkenlerdeki değişimlere fazla duyarlı olan bir yapı ortaya çıkmaktadır.

Çok sayıda değişken içeren kısıtsız VAR modellerinde yaşanan aşırı parametreleşme sorununa getirilen geleneksel yaklaşım, önsel inançları kullanarak tahmin edilecek olan katsayı sayısını azaltmaktan yana olmuştur. Bu soruna ekonometrik öngörü için geniş çapta kullanılan yapısal ekonometrik modellerin getirdiği yaklaşım ise, iktisat teorisinin öngördüğü şekilde, modeldeki her denkleme tahmin edilecek olan değişken ile birebir ilişkili olan değişkenlerin ya da tahmin edilecek olan değişkenlerin gecikmelerinin dahil edilmesi şeklindedir. Bu açıdan yapısal modellerde önseller için temel kaynak iktisat teorisi olmaktadır. Önsellerin modele yansıtılması ise, denklemlerden çoğu değişkenin çıkarılmasıyla olmaktadır. Burada dikkat edilmesi gereken nokta, değişkenlerin denklemlerden çıkarılması, o değişkenlerin katsayısının sıfır olduğundan kesinlikle emin olunduğu zaman yapılması gerektiğidir. Araştırmacı aşırı parametreleşme sorununu bu şekilde ortadan kaldırmaya çalışsa da, bir başka sorun ile karşılaşmaktadır. O da çıkarılan değişkenlerin belki de geçmişten gelen önemli verileri göz ardı edip yanlış sonuçlara yol açabilecek olmasıdır.

Yapılan bu kısıtlamaların sonucunda yapısal modellerdeki katsayıların sayısı kısıtsız VAR modellere göre çok daha az olmaktadır. Dolayısıyla, yapısal modellerde değişkenler arasındaki anlamsız rasgele ilişkiler nadiren ortaya çıkmaktadır. Bu da yapısal modellerin yıllardır en çok kullanılan öngörü modeli olduğunu açıkça göstermektedir.

Yapısal modellerin aşırı parametreleşme sorununu azaltmasına ve yıllardır öngörü için geniş çapta kullanılmasına rağmen, çoğu araştırmacı bu kısıtlama işleminin çok kesin olduğunu ve modeli kuran kişinin önsel inançlarını olduğundan daha fazla ya da daha az gösterdiğini düşünmektedir. Ama yine de aşırı parametreleşme durumu yapısal modellerde de gözlemlenmektedir. Bu problemin ortaya çıkmasını engellemek için araştırmacılar genellikle, verilere çeşitli dönüşümler uygulayarak ya da farklı çıkarma kısıtlarını deneyerek çok sayıda model oluşturmaktadırlar. Bu modeller arasından da geçmişten gelen verilere en uygunluk sağlayan katsayı çiftleri belirlenip en uygun model seçilmektedir.

Birçok yapısal model, çok fazla sayıda değişken içeren kısıtsız VAR modellerinden daha iyi öngörüler üretmektedir; ama bu yine de çoğu ekonomisti çok fazla memnun etmemiştir. Buradan hareketle araştırmacılar, hatalı ekonomik teorinin iyi öngörülerin oluşamamasına yol açabileceğinden, istatistiksel ve ekonomik görüşlerden oluşan önsellerin kullanımına dayalı Bayesci modellerin sağlamış olduğu esneklik ile daha iyi öngörülerin elde edilebileceğini düşünmüşlerdir. Bayesci Vektör Otoregresyon (BVAR) modelleri de bu ihtimali test etmek üzere geliştirilmiştir (Todd, 1984).

BVAR modellere ilk bakıldığında kısıtsız VAR modelllerden çok farklı olmadığı düşünülebilir. BVAR modelleri ile kısıtsız VAR modeler ile benzerlik denklemlerin biçimsel özellikleri ile ilgilidir. Burada bahsedilen biçimsellik, modele değişkenlerin bugünkü ve geçmiş değerlerinin katılması olmaktadır. BVAR modellerin, kısıtsız VAR modellerden farklılık gösterdiği durum (ki bu aynı zamanda yapısal denklemlerle benzerlik gösterdiği taraf olmaktadır) aşırı parametreleşme sorununu ortadan kaldırmak için önsel bilgilerin yoğun bir şekilde kullanılması olmaktadır. Bu açıdan BVAR modelleri, bir bakıma yapısal denklemler ile kısıtsız VAR modelleri arasında bir köprü olarak düşünülebilir (Bessler ve Kling, 1986).

BVAR modelleri yapısal modellerden, önsel bilgilerin kaynakları ve bu bilgilerin kullanılma biçimiyle farklılık göstermektedir. Yapısal modellerde önsel bilgiler için ana kaynak iktisat teorisi olurken, BVAR modelleri için iktisat teorisi, istatistik teorisi ve gözlemler hakkındaki bilgilerden sonra gelmektedir.

Yapısal modellerde, ya verinin özelliklerine bakılmaksızın katsayılar sıfır olarak belirlenmekte ya da araştırmacının görüşlerine bakılmaksızın doğrudan veri üzerinden belirleme yapılmaktadır. BVAR modellerde bu şekilde keskin ayırımlar yapılmamaktadır. Aksine BVAR modellerde araştırmacı, istatistiksel ve ekonomik tabanlı önsel bilgilerini kullanarak, katsayıların hangi değerleri için en iyi öngörünün elde edileceğini tahmin etmeye çalışmaktadır. Daha sonra da bu önsel bilgiler, verilerin ışığında tekrardan gözden geçirilmektedir.

Yapısal modellerin aksine BVAR modelleri, aşırı parametreleşme sorununu ortadan kaldırmak için modeldeki katsayıların sayısını düşürmek yerine, modelde çok sayıda katsayının yer alıp, verilerin bu katsayılar üzerindeki etkisini düşürmek gibi bir yol izlemektedirler (Todd, 1984).

3.2. BVAR Modelinin Oluşturulması

BVAR modelinin oluşturulması için öncelikle kısıtsız VAR modelinin kurulması gerekmektedir. Sonraki adım ise önsellerin VAR modeli ile birleştirilmesidir.

3.2.1. Kısıtsız VAR Modelinin Spesifikasyonu

y vektörünün içinde yer alan n değişken için kısıtsız VAR modeli aşağıdaki gibi gösterilebilir:

$$y(t) = A(L).y(t) + X(t).\beta + u(t) \tag{3.1}$$

$$E\left[u(t).u(t)'\right] = \Sigma \qquad t = 1,\dots,T \tag{3.2}$$

(3.1) ve (3.2) nolu eşitliklerde yer alan:

$y(t) \rightarrow$ t zamanında gözlenen değişkenlerden oluşan nx1 vektörüdür.

$A(L) \rightarrow$ L gecikme işlemindeki nxn' lik matris

$X(t) \rightarrow$ k deterministik değişkenlerine ait gözlemlerin nxnk blok diagonal matrisi

$\beta \rightarrow$ Deterministik değişkenlerin katsayılarının nkx1 boyutlu vektörü

$u(t) \rightarrow$ Stokastik hata terimlerinin nx1' lik vektörü

$\Sigma \rightarrow$ nxn' lik kovaryans matrisi

L^0' ın katsayısı, $A(L)$' nin tüm elemanları için 0' dır. Yani, sadece y' nin elemanlarının gecikmeli değerleri sağ tarafta yer alacaktır.

$$X(t) \text{ matrisi} = x' \otimes I_n \qquad (3.3)$$

Burada:

$x(t) \rightarrow$ Her eşitlikteki ortak olan k deterministik değişkenlere ait gözlemlerin kx1'lik vektörü

$\otimes \rightarrow$ Kronecker ürün matrisi

Eğer sabit terim varsa deterministik değişkenler, bir birim eleman içermelidir. Bu da deterministik trend, mevsimsel değişken ya da herhangi bir 'driver değişken' olabilir.[1] Burada amaç, y vektörünün bir ya da daha çok öğesinin öngörülerini elde etmektir.

---

[1] Driver değişkenleri, bir sabit terim ya da zaman trendi gibi deterministik değillerdir. Driver değişkenleri, modelin denklemlerinde yer alırlar; fakat VAR değişkenlerinin öngörülerini elde etmek için modelin sonunda tahmin edilmek zorunda değillerdir. Driver değişkenleri, modelin dışında elde edildikleri için, deterministik oldukları düşünülür (Spencer, 1993).

Modelin i. denklemi aşağıdaki gibi açıklanabilir.

$$y(i,t) = \sum_{j=1}^{n} \sum_{\tau=1}^{m} a(i,j,\tau)\, y(j,t-\tau) + x'(t)\,\beta(i) + u(i,t) \quad i = 1,\dots,n;\ t = 1,\dots,T \quad (3.4)$$

$y(i,t)$ ve $u(i,t) \rightarrow$ Sırasıyla $y(t)$ ve $u(t)$' nin i. elemanları

$\beta(i) \rightarrow$ i. denkleme ilişkin β vektörünün kx1 boyutlu alt vektörü

$a(i,j,\tau) \rightarrow$ i. denklemin j.değişkeninin τ. gecikmesinin katsayısıdır.

Burada da açıkça görüldüğü üzere i denklem sayısını, j değişken sayısını ve τ da gecikme uzunluğunu göstermektedir.

Başlangıç aşamasında, ilgilenilen değişkenin öngörüsünün başarısını arttırabilmek için, bu değişkenle ilişkili olan ve bu değişkene ait en ufak bir bilgi taşıyan tüm değişkenler modele dahil edilmelidir. Modelleme işleminin sonraki aşamalarında her bir değişken için, ayrı ayrı öngörülerin başarısını arttırıp arttırmadıklarına bakılarak bazı değişkenler model dışına çıkartılır.

Daha sonra, uygun gecikme uzunluğunun belirlenmesinde kullanılan kriterlere göre gecikme uzunluğu belirlenir. Uzun seçilen gecikme sayıları, aşırı parametreleşme sorununa, dolayısıyla başarısız öngörülere yol açar. Ama ileride bahsedilecek olan Bayesci önselin spesifikasyonu, kısıtsız VAR öngörü modeline göre daha büyük gecikme sayılarının kullanımına olanak sağlar.

Modelleme sürecinde dikkat edilmesi gereken diğer bir nokta da serilere başlangıçta dönüşüm uygulanıp uygulanmayacağının kararlaştırılması ile ilgilidir. Bu noktada verinin olduğu gibi bırakılmasına veya logaritma, karekök ya da birinci farkının alınıp alınmayacağına karar verilir. Bu durumda, her seri ayrı ayrı incelenmelidir. Eğer seriler üstel ya da parabolik trende sahipse, logaritma ya da karekök dönüşümü kullanmak uygun olabilir. Birinci farkların alınıp alınmayacağı sorunu da, değişkenlerin dönüşümlerine ve trendin modelden arındırılmasına ilişkin önemli diğer bir sorundur. Nelson ve Plosser (1982) ve diğerleri, çoğu ekonomik zaman serisinin stokastik trende sahip olduğunu ve ancak birinci farkları alındıktan sonra durağan hale geldiğini iddia etmişlerdir. Box-Jenkins zaman serileri yöntemleri de serilerin durağan olmasını gerektirir. Bu nedenle sözkonusu yöntemler uygulanmadan önce birinci farkların alınması gerekir. Bu problem VAR modeller için sözkonusu değildir. Bunun yanında, Litterman da, Tiao ve Box(1981) ve Tiao ve Tsay(1983) gibi fark alma işleminde bilgi kaybı olduğundan dolayı kesinlikle birinci farkların alınması yanlısı değildir. Bu görüş, özellikle bir BVAR öngörü modeli kurulumu için çok önemlidir. Çünkü bu inanışa göre seriler, otoregresif kısımlarında stokastik kısıtlarda da yer alacak birim kök yapısı barındırırlar. Eğer modelin değişkenleri Engle ve Granger' ın (1987) tanımladığı gibi eşbütünleşik (cointegre) iseler, birinci farkların alınması uygun olmayacaktır.[2] Seri birim köke sahipse serinin denklemine dahil edilen bir sabit terim, trendi arttıracaktır. Ayrıca zaman trendinin tahmin edicilerin arasına katılması sonucunda herhangi bir karesel trendin artacağı açıktır.

Serilerde mevsimsellik sözkonusu ise, var olan mevsimsellik iki yolla giderilebilir. İlk yol, mevsimsel farkların alınması, ikinci yol da modele yapay değişkenlerin eklenmesidir. Birinci farkların alınması durumunda olduğu gibi, mevsimsellik sorunu da Bayesci önsel ortalamasının spesifikasyonuyla çözümlenebilir.

Model kurma sürecinde karşılaşılan diğer bir sorun da, 'driver değişkenlerinin' seçimi ile ilgilidir. Bu değişkenlerin farklı öngörü kaynakları olabilir. Bu yüzden, VAR model tarafından öngörülmeleri gereksizdir. Bazı durumlarda, bu değişkenlerin gecikmeli değerleri (ya da bugünkü değerleri) VAR modelindeki her denklemde yer alır; fakat kendi denklemleri yoktur. Bu

[2] Eşbütünleşik yapılar, sistemlerde öngörü ile ilgili tartışmalar için Engle ve You (1987) 'ye bakılabilir.

değişkenlerin seçimi, genel bir kurala bağlanamaz. Burada bakılacak seçim kriteri öngörünün doğruluğu olmalıdır (Spencer, 1993).

3.2.2. Önsel Dağılımların VAR Modeli İle Birleştirilmesi

Genel olarak VAR modeli için Bayesci yaklaşım, modeli açıklayan parametrelere (θ'lara) önsel dağılımların atanıp, θ için sonsal dağılımın elde edilmesi olarak açıklanabilir. θ'ların değişkenlerin katsayıları olarak belirlenmesi ve dolayısıyla katsayılara bağlı bir model oluşturulmasıyla, bir grup parametreye bağlı (π'lara) olan önsel dağılımlar tanımlanabilir. Yani katsayılardan oluşan θ parametresi için, π ile gösterilen önsel beklenti parametresine bağlı bir önsel dağılım edilmiş olunur. Bu önsel dağılım, π parametresi üzerinde koşullu (bağlı) birleşik olasılık yoğunluk fonksiyonu şeklinde de ifade edilebilir (Fırat, 1994).

$$p(y/\theta)q(\theta/\pi) \tag{3.5}$$

(3.5) ile açıklanan $p(y/\theta)q(\theta/\pi)$ çarpımının θ parametresine göre alınan türevi verilen π parametresi için y'nin marjinal dağılımını yani $m(y/\pi)$'yi verir. Elde edilen $m(y/\pi)$ dağılımı, asıl ilgilendiğimiz dağılımdır ve bu dağılım ile modelin uyumuna bakılabilir (Doan, 1983).

Belirlenen önsel dağılımı θ için sonsal dağılım oluşturulmasında kullanılabilir. Sonsal dağılım, π'ya bağlı önsel dağılım fonksiyonunun ağırlıklandırılmış ortalamasıyla biçimlendirilen olabilirlilik fonksiyonu olacaktır.

Sonsal dağılım, parametre hakkındaki subjektif olan önsel bilgi ile örneklemden gelen objektif bilginin birleşimidir. Sonsal dağılım bilinmeyen parametrenin tahminini oluşturmak için kullanılır (Larson, 1982).

3.2.2.1. Minnesota Önseli İle BVAR Modeli

Öngörü modelinde Bayesci yaklaşım sözkonusu olduğunda, araştırmacı önsel bilgiler için dilediği kaynaklardan yararlanabilmekte ve onları istediği biçimlere sokabilmektedir. Bu nedenle, öngörü için tek bir BVAR yaklaşımından söz etmek mümkün olmamaktadır. Dolayısıyla kullanılan önsel dağılıma göre farklı BVAR modelleri oluşmaktadır. Konu ile ilgili literatürdeki çalışmaların çok büyük bir kısmında Minnesota önseli kullanılmasından ve uygulamada kullanılan RATS (Regression Analysis Using Time Series, 4.2 versiyonu) paket programda Minnesota önseli yürürlükte olduğundan dolayı burada Minnesota önseli ile BVAR modeli açıklanacaktır.

<u>Minnesota Önseli</u>

Son yıllarda, ekonomik öngörü uygulamalarında yapısal modellere alternatif olarak özellikle bir tane BVAR yaklaşımı geliştirilmiştir. Bu yaklaşım, öngörü için veriler ile önsel bilgileri birleştirmede diğer yöntemlere göre daha objektif olmakta ve güncellenebilmektedir. BVAR yönteminde kullanılacak olan önsel, Minnesota Üniversitesi ve Minneapolis Merkez Bankası'nda (Federal Reserve Bank of Minneapolis) geliştirildiğinden 'Minnesota önseli' olarak adlandırılmaktadır (Todd, 1984).

Minnesota önselinin kullanıldığı BVAR modeli, LBVAR modeli olarak da isimlendirilmektedir (Hsu, Wang, Shyu ve Yu, 2002).

Öncelikle (3.1), (3.2) ve (3.4) eşitliklerinde verilen kısıtsız VAR gösteriminde, tahmin edilecek $n^2m + nk$ tane katsayı olduğu görülmektedir. n'nin (VAR' daki değişken sayısı) ve m'nin (her bir denklemdeki gecikme sayılarının uzunluğu) minimum olduğu durumlarda bile toplam katsayı sayısı çok fazla olacaktır. Bu da, kısıtsız bir VAR' ın tahmininin aşırı parametreleşme ile sonuçlanmasına ve dolayısıyla kötü öngörü sergilemesine neden olacaktır. Bu aşırı parametreleşme sorununun etkisi, modele kısıtlar konarak azaltılabilir. BVAR yaklaşımının amacı da, VAR modelindeki katsayılara ilişkin önsel inanışların spesifikasyonlarında esneklik sağlamaktır.

BVAR modelinin kuruluşu, her bir n^2m VAR katsayısının bağımsız normal önsel dağılımlarının spesifikasyonu ile devam eder. Buradaki her bir $a(i, j, \tau)$'nin $\delta(i, j, \tau)$ ortalama ve $S^2(i, j, \tau)$ varyansıyla dağıldığı varsayılır. $\delta(i, j, \tau)$ ve $S^2(i, j, \tau)$' nin değerleri, araştırmacının herhangi bir uygun önsel bilgiyi kullanarak; i, j ve τ indeksleri üzerinden çaprazlama olarak ortaya konulur. Herhangi belirli bir $\delta(i, j, \tau)$ için seçilen değer, $a(i, j, \tau)$ değeri için en iyi tahmini gösterecek ve benzer şekilde $S^2(i, j, \tau)$ için seçilen değer de, o tahmindeki güven derecesini verecektir. Doğal olarak burada $S^2(i, j, \tau)$'nin küçük değerleri daha çok güveni ifade edecektir. Önceleri, δ ve S^2'nin değerlerinin seçimi için iktisat teorisi kullanılırdı. Fakat deneyimler iktisat teorisinin çoğu durumda güvenilir olmadığını göstermektedir. Litterman(1986), yaygın olarak kullanılan istatistiksel düzenin, δ ve S^2'nin değerlerinin seçiminde çok büyük olasılıkla çok daha iyi bir kılavuz olduğunu önermektedir. Bu yaklaşım için, Litterman(1986)'ın önsel dağılımların seçiminde istatistiksel çerçevenin kullanılması gerektiğini örnekleyen standart Minnesota önselidir (Spencer, 1993).

Minnesota önselinin kullanımındaki ilk adım, araştırmacının kişisel görüşleri doğrultusunda modele girecek ve birbirleriyle doğrusal ilişki içerisinde olacak olan değişkenlerin seçimine karar vermesidir. Değişkenlerin seçiminden sonraki adım, model kapsamındaki her bir doğrusal denklemdeki değişkenlerin her birinin katsayılarıyla ilişkili olan önsel bilgilerin en iyi öngörüyü verecek şekilde olasılıklar biçiminde ifade edilmesidir. Minnesota önseli'ndeki bu olasılıklar, modelde yer alan katsayılara belirli sayıların atanması olarak tanımlanabilir. Nelson ve Plosser(1982)'in de belirttiği gibi ekonomik değişkenlerin değerlerindeki değişimin belirsiz olması ve rasgele yürüyüş sürecine uymalarından dolayı, en iyi öngörüyü oluşturacak olan bu katsayıların tahminleri rasgele yürüyüş sürecine göre tam ya da yaklaşık olarak belirlenmektedir. Minnesota önseli de, bu istatistiksel düzeni açıkça yansıtmaktadır. Minnesota önselinin ortalaması:

$$\delta(i,\, j,\, \tau) = 1 \quad \text{eğer } i=j \text{ ve } \tau=1 \text{ ise} \qquad (3.6)$$

$$= 0 \quad \text{diğer durumlarda}$$

Yukarıdaki ifade, her bir serinin rasgele yürüyüş olduğunu açıkça göstermektedir. Yani tahmin edilmesi istenen değişken dışındaki tüm değişkenlerin katsayıları sıfır olarak kabul edilmektedir. İlgilenilen değişkenin katsayısının 1'e eşit olduğu kabul edilir. Değişkenin tahmin değeri, bugünkü değerinden farklı olacak ve bu fark da bütünüyle tahmin edilemeyen rasgele olayları verecektir.

Araştırmacının her tahminini belirli bir güven aralığı içerisinde belirtebilmesi için nicel bir ölçüm tanımlaması gerekmektedir. Minnesota önselinde bu ölçüm, katsayının önsel varyansı olarak tanımlanmaktadır. Önsel varyans ne kadar küçük ise, araştırmacı en iyi öngörüyü verecek katsayının tahminine o ölçüde yaklaşmış olacaktır. Güven aralığının genişlemesi ise, tahminin güvenirliliğinin azaldığını göstermektedir. Güven aralığının daraltılması ya da önsel varyansının düşürülmesi, önselin en iyi tahmin etrafında sıkılaştığını (tightening) ifade etmektedir. Benzer şekilde, güven aralığının genişlemesi ya da önsel varyansının artması da önselin en iyi tahmin etrafında yayıldığını (loosening) göstermektedir. Araştırmacının yüksek güven düzeyindeki tahminleri, her bir denklemdeki her bir değişkene ait katsayıların önsel varyanslarını belirleyecektir. BVAR modellerde, yüzlerce katsayı olduğundan her bir değişkene ait katsayıların önsel varyanslarının belirlenmesinde zorluklar yaşanmaktadır (Todd, 1984).

Minnesota önseli, aşağıdaki standart sapma fonksiyonuyla $S(i, j, \tau)$'nin yani i.denklemdeki j.değişkenin τ.gecikmelerinin önsel dağılımının standart sapma fonksiyonunun değerlerinin seçimini kolaylaştırmıştır.

$$S(i, j, \tau) = \left[\,\Upsilon g(\tau) f(i,j)\,\right](s_i / s_j) \tag{3.7}$$

$\Upsilon \rightarrow$ Genel sıkılık parametresi (overall tightness parameter)

$g(\tau) \rightarrow \tau$. gecikmenin sıkılığını (tightness), birinci gecikmeye göre ifade eden bir fonksiyon

$f(i,j) \rightarrow$ i. denklemdeki j. değişken üzerindeki sıkılık (cross lag)

$s_i \rightarrow y(i,t)$ için tek değişkenli otoregresyonun standart hatası

olarak tanımlanmıştır.

Modeldeki değişkenler farklı büyüklüklerde olduklarından, standart hataların oranı s_i / s_j, birimlerin karşılaştırılabilmesi için bir düzeltme faktörü (rescaling factor) olarak modelde yer almaktadır.

(3.7) nolu eşitlikte açıklanan fonksiyon, önsel varyansların sayısını n^2m parametreden $n^2 + 2$ parametreye düşürmektedir: $f(i,j)$ için n^2 tane, Υ için 1 tane ve $g(\tau)$ için de 1 tane. Bu boyut, $f(i,j)$ için daha kısıtlı önseller kullanılarak daha da düşürülebilmektedir (Spencer, 1993).

(3.7) eşitliğinde ilk olarak genel sıkılık parametresi yani ilgilenilen değişkenin ilk gecikmesinin standart hatası belirlenmektedir. Genel sıkılık parametresi Υ, önseldeki güvenin genel ölçümünü verir. Yani, daha küçük değerler daha büyük güven düzeyi ile ilişkili olmaktadır. Uygulama'da Υ için çeşitli değerleri üzerinden denemeler yapılarak uygun öngörüler elde edilmektedir.

Daha sonra bozulma parametresi (decay parameter) 'nin, yani τ. gecikmenin sıkılığını (tightness) birinci gecikmeye göre ifade eden fonksiyon $g(\tau)$ belirlenmektedir. $g(\tau)$, gecikme uzunluğu arttıkça katsayıların da 0' a yaklaştığını yüksek güven düzeyinde yansıtıyor olmalıdır. Bu fonksiyon için olası iki alternatif vardır.

1. $g(\tau) = \tau^{-d}$: Harmonik fonksiyondur.

    d=0 durumunda büyük gecikme uzunlukları için bozulma parametresinden bahsedilemez. d' nin büyük değerlerinin seçimi, çok hızla artan sıkılığı ve dolayısıyla gecikme uzunluğu arttıkça çok hızla azalan $S(i, j, \tau)$' yi ifade etmektedir.

2. $g(\tau) = d^{\tau-1}$: Geometrik fonksiyondur.

    d=1 durumunda bozulma parametresinden bahsedilemez. d'nin küçük değerleri hızla artan sıkılığı göstermektedir (Spencer, 1993).

$g(\tau)$ için iki değerin kullanımı önerilmektedir. Bunlardan yayılmış ya da dağınık değeri belirten 0 değeri ve sıkı değeri ifade eden 1'dir. Harmonik fonksiyon kullanıldığında d, 1.0 olarak alınmaktadır (Ramos, 2003).

Doan (1990) geometrik fonksiyon'da sonraki değerlerin çok sıkı ve çok hızlı gitmesinden dolayı geometrik fonksiyona kıyasla harmonik fonksiyonun kullanılmasını tavsiye etmektedir. Bu arada her iki fonksiyonda da d'nin herhangi bir değeri için g(1)= 1.0 olduğuna dikkat edilmelidir (Spencer, 1993).

Son olarak da çapraz gecikmeler belirlenmektedir. Çapraz gecikmelerin belirlenmesinde de olası üç tane alternatif söz konusudur.

1. Simetrik önsel (Symmetric prior) : Eğer çapraz gecikmeler için simetrik önsel kullanılacak olunursa, bu ilgili değişkenin kendi gecikmeleri hariç olmak üzere, diğer değişkenlere eşit ağırlıklar atamayı ifade etmektedir.

2. Genel önsel (General prior) : Genel önselin kullanılması, her bir denklemdeki ilgili değişkenin kendi gecikmeleri hariç olmak üzere, diğer değişkenlere farklı ağırlıkların atanmasını mümkün kılmaktadır.

3. Dairesel önsel (Circular prior) : Çapraz gecikmeler için dairesel önselin kullanılması, değişkenleri yıldız değişkenler (star variables) yani modeli açıklamakta diğerlerine göre daha etkin olan değişkenler ve sisteme dışsal olarak etki eden dairesel değişkenler (circle variables) olarak ayırmaktadır.

Ayrıca simetrik önselin kullanılması durumunda,

$$f(i,j) = 1.0 \qquad \text{i=j ise} \tag{3.8}$$

$$= w \qquad \text{öteki durumlar için (w sabit)}$$

olarak açıklanmaktadır. Yani simetrik önsel, n^2 parametre değerlerinin seçimi sorununu tek bir hiperparametre w' nin seçimine indirgemektedir. w' nin değeri, i.denklemdeki diğer değişkenlerin katsayıları üzerindeki göreceli sıkılığı vermektedir (Doan, 1992).

w parametresi 0 ile 1 arasında değer almaktadır. w = 1 durumu, her bir denklemdeki tüm değişkenlerin kendi değişkenini öngörmede eşit ağırlığa sahip olduğunu göstermektedir. w, 0' a yaklaştıkça model, denklem sayısı kadar tek değişkenli otoregresyon modellerine yaklaşmaktadır.

Eğer Minnesota önseli ile BVAR modelinin uygulanması aşağıdaki gibi özetlenebilir.

<u>1.Adım</u> : İlk adım, başlangıç niteliğindeki kısıtsız VAR model gruplarını belirlemeyi amaçlayan çok geniş bir adımdır. Bu kısıtsız VAR modelleri, sonraki adımlarda çeşitli Bayesci önsel spesifikasyonlarına tabi tutulur. İdeal olarak, bu adım tarafından seçilen modellerin oluşturduğu grubun en son durumu, sadece tek bir model içermelidir. Fakat uygulamada, bu grup birden çok model içerebilmektedir.

VAR modelleri gruplarının seçilmesi süreci başlamadan önce, araştırmacı değişkenlerin dönüşümleri ve gecikme uzunlukları konusunda seçimler yapmalıdır. Modele girecek olan her aday değişkene, gerekli dönüşümler uygulanmalıdır. Gerekli görülen dönüşüm olmaması halinde değişkenler düzeyler şeklinde tutulmaktadır. Uygun gecikme uzunluğu seçilmelidir.

Bu başlangıç seçimleri yapıldıktan sonra, araştırmacı öncelikle ilgilenilen değişkenin öngörüsüne katkısı olmayan değişkenleri uygun öngörü kriterlerini (örneğin Theil' in U istatistiği) kullanarak eleyebilir. Bu temelden hareketle, araştırmacı bir ya da iki grup VAR değişkenleri, $y(t)$'nin elemanlarını ve aynı zamanda bir ya da iki grup driver değişkenlerini seçebilir. Buna ek olarak, alışılagelmiş olan önemlilik testleri, modele mevsimsel yapay değişkenlerinin konulup konulmayacağını belirlemek ve herhangi bir deterministik trend için spesifikasyon seçimine yardımcı olmak bakımından kullanılmalıdır. Bu spesifikasyon konularının sonraki modelleme aşamalarında herhangi bir zamanda tekrardan kullanılabileceği unutulmamalıdır (Spencer, 1993).

2.Adım : Bu adımda standart Minnesota önselinin kullanımı ile Υ ve w hiperparametreleri için çeşitli değerler denenmektedir. Uygulama'da Υ için genellikle küçük değerler denenmektedir; çünkü genel sıklık parametresi Υ'nin küçük olması, ilgili değişkenin kendi gecikmelerinin önselin ortalamasına yaklaşmasını sağlayacaktır (Doan, 1992).

Υ ve w parametrelerinin değerlerinin seçimi, alternatif zaman serisi modellerinin karşılaştırmalı, göreceli öngörü başarısı hakkında güvenilir miktarda bilgi sağlar. Υ' nin çok büyük değeri (örneğin 3.0) az sıkılığı gösterir ve bu da aslında BVAR'ın Bayesci kısmını yok etmektedir. Diğer taraftan, w'nin çok küçük değeri (örneğin 0,001) de her denklemdeki, ilgili değişken dışındaki diğer değişkenlerin katsayıları üzerinde yüksek derecede sıkılık olduğunu göstermektedir. Bu katsayıların önsel ortalamaları 0 olduğu için, w'nin çok küçük bir değeri gerçekte BVAR'ın vektör kısmını gidermiş olmaktadır. Böylece Υ'nın büyük bir değeri ile w'nin küçük bir değerinin birleşimi, kombinasyonu OLS ile tek değişkenli otoregresyon modelini tahmin etmektedir (Spencer, 1993).

Υ ve w parametrelerinin değerlerinin seçimi ile çeşitli $g(\tau)$ kombinasyonları denenerek çeşitli modeller ve bunlara karşılık gelen öngörüler oluşturacaktır. Bu modellerin değerlendirilmesi için uygun öngörü kriterleri kullanılır (örneğin Theil' in U istatistiği) ve en iyi birkaç model belirlenip 3. adım için elde tutulur.

3.Adım : İkinci adımda, kullanılan $g(\tau)$ gecikme sıkılık fonksiyonu seçilmişti. Üçüncü adımda, ikinci adımdan sonra elde edilen ilk geçiş BVAR modelleri, bozulma parametresi d'nin alternatif pozitif değerleri (örneğin 1.0, 2.0 ve 3.0) için yeniden tahmin edilir. Tahminlerin öngörü performansı, bozulma parametresi d'nin yüksek değerlerinin öngörü başarısını arttırıp arttırmadığını anlamak için değerlendirilir. Çünkü bozulma parametresinin daha büyük değerleri aşırı parametreleşmeyi düşürebilmektedir. Bu nedenle d'nin büyük değerleri ile daha uzun gecikmeler modele dahil edilip gözden geçirilmelidir.

Eğer d' nin büyük değerleri için modelden daha iyi öngörüler elde ediliyorsa, daha kısa gecikmelerin de yeterli olabileceği de göz önünde bulundurulmalıdır.

4.Adım : Önceki adımlarda uygulananların tekrardan gözden geçirilip, yapılanların uygunluğuna bakılmaktadır.

Öngörü modelleriyle esas olarak iyi öngörülere ulaşmanın hedeflendiği unutulmamalıdır. Sonuç olarak, spesifikasyon seçimlerine karar verirken araştırmacıya yol gösterecek olan kriter, kullanılan spesifikasyon testleri ya da diğer örneklem içi (insample) kriterlerinden çok öngörünün doğruluğu olmalıdır. Bu amaçla örneklem dönemi iki alt döneme ayrılır. Bunlar, öngörü modelinin tahminlendiği dönem ile öngörülerin elde edilip gerçek değerlerle karşılaştırıldığı dönemdir. Bundan sonra, verilen herhangi bir BVAR modelinin öngörülerinin performansı, diğer alternatif modellerle karşılaştırılabilmektedir. Alternatif öngörülerin göreceli doğruluğunu hesaplamada kullanılan çeşitli objektif kriterler vardır. Buna göre RMSE ve Theil U istatistiği aşağıdaki gibi hesaplanmaktadır (Ramos, 2003):

$$\mathrm{RMSE} = \sqrt{\frac{\sum_{t \in T} (Y_t - \hat{Y}_t)^2}{T}} \tag{3.9}$$

$$\text{Theil U} = \frac{\mathrm{RMSE(model)}}{\mathrm{RMSE(rasgele\ yürüyüş)}} = \left[\frac{\sum_{t \in T} (Y_t - \hat{Y}_t)^2}{\sum_{t \in T} (Y_t - \hat{Y}_{t-1})^2} \right]^{\frac{1}{2}} \tag{3.10}$$

Burada T, tahmin yapılan dönemdeki toplam gözlem sayısını, Y, tahmin yapılan dönemdeki gerçek değerleri ve $\hat{Y}$ da, tahmin yapılan dönemde elde edilen tahmini değerler olmaktadır.

Eğer U<1 ise, model rasgele yürüyüş sürecine göre daha iyi çalışır. U>1 olması durumunda ise rasgele yürüyüş süreci, modele uygunluk sağlamamaktadır (Litterman, 1986).

Dolayısıyla U istatistiği birimden bağımsız bir ölçü olmaktadır.

3.3. BVAR Modellerin Değerlendirilmesi

Bir öngörü modelinin doğruluğu, genellikle gelecek hakkında yapılan tahmin ile gelecekte oluşan gerçek değerler arasındaki farka bakılarak değerlendirilmektedir (Todd, 1984). BVAR modelleri, diğer alternatif modelerine göre (VAR ve ARIMA modelleri) daha etkin sonuçlar vermektedir. Çünkü BVAR modellerinde, öznel düzeltmeler yapılmadan çok sayıda değişken ve dolayısıyla az sayıda serbestlik derecesi ile çalışılarak objektif öngörüler elde edilebilmektedir (Ramos, 2003).

Ayrıca diğer modellere kıyasla, gelecekteki ekonomi hakkında gözlenemeyen özellikleri ortaya çıkartıp, karmaşık sorulara çok daha iyi ve doğru yanıtlar verebilmektedirler.

BVAR modeller, değişkenler arasındaki hipotetik ilişkileri de açıklayabilmektedirler.

Dolayısıyla BVAR modeller, alternatif olan yapısal modeller veya kısıtlı ya da kısıtsız VAR modeller ile karşılaştırıldığında, bu modellerin bahsedilen modellere göre çeşitli açılardan üstün olduğu ortaya çıkmaktadır (Todd, 1984).

Bunun yanında çeşitli çalışmalarda BVAR modellerin VAR modellerinden çok farklı sonuçlar vermedikleri de gözlemlenmiştir (Bischoff, Belay ve Kang, 2000). Buna neden olarak da her dönem için en iyi ortak bir modelin olmaması belirtilmiştir (Wi, 1999).

DÖRDÜNCÜ BÖLÜM
UYGULAMA

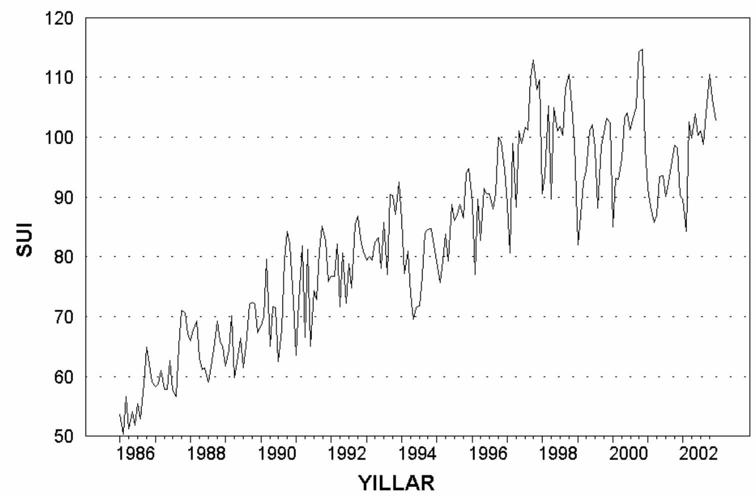
4.1. Verilerin Tanıtılması

Çalışmada, VAR ve BVAR modeli sistemi ile Türkiye'deki enflasyonun tahminlenmesi (TEFE) amaçlanmış olup; çeşitli önsel bilgi ile BVAR modellerinin VAR modeline göre öngörü performansı değerlendirilmiştir. Uygulama için, enflasyon üzerinde etkili olduğu düşünülen değişkenler Tüketici Fiyat İndeksi (1978-1979=100 bazlı indeks,TÜFE), Toptan Eşya Fiyat İndeksi (1981=100 bazlı indeks, TEFE), Dolar alış fiyatı (DOLAR), Sanayi Üretim İndeksi (1997=100 bazlı indeks, SUI), Mevduat faiz oranı (üç ay vadeli ağırlıklandırılmış mevduat, MFO), M2 para arzı (M2), İhracat (99 ülke için tüm fasıllar üzerinden, IHRACAT), İthalat (99 ülke için tüm fasıllar üzerinden, ITHALAT) olarak belirlenmiştir.

Veriler, T.C. Merkez Bankası'nın internet sayfasından elde edilmiş ve 1986 yılının ilk ayından 2002 yılının sonuna kadar olan (1986:01-2002:12) dönem ele alınmıştır.

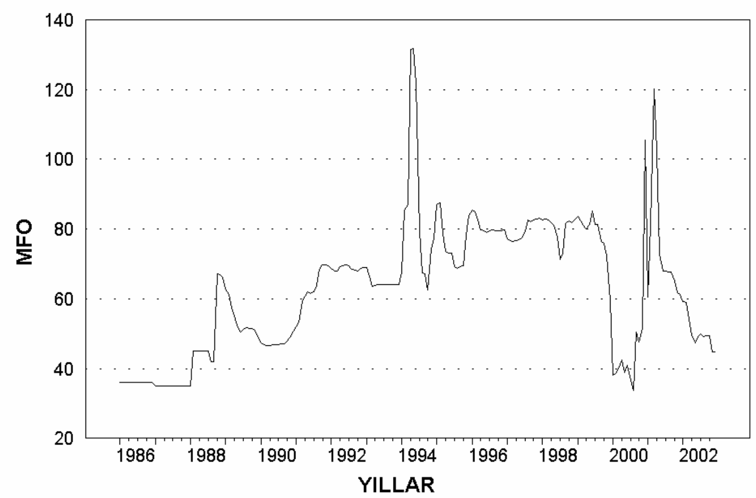
Analizlerde esas olarak RATS paket programı kullanılmış olmakla birlikte, Eviews programından da yararlanılmıştır.

Uygulamada kullanılan değişkenlere ilişkin grafikler ve verilerin seyrinin grafik yorumları şöyledir.



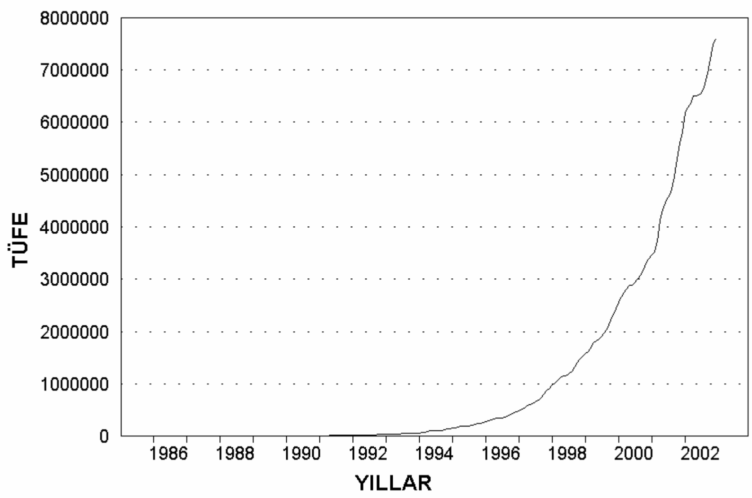
Şekil 4.1. Ocak.1986 – Aralık.2002 yılları arasındaki aylık Sanayi Üretim İndeksi serisi (SUI)

Şekil 4.1.'deki grafikten görüldüğü gibi, 1986 yılının Ocak ayından 2002 yılının Aralık ayı sonuna kadar SUI serisinde hem yığılım hem de artan bir trend etkisi vardır.



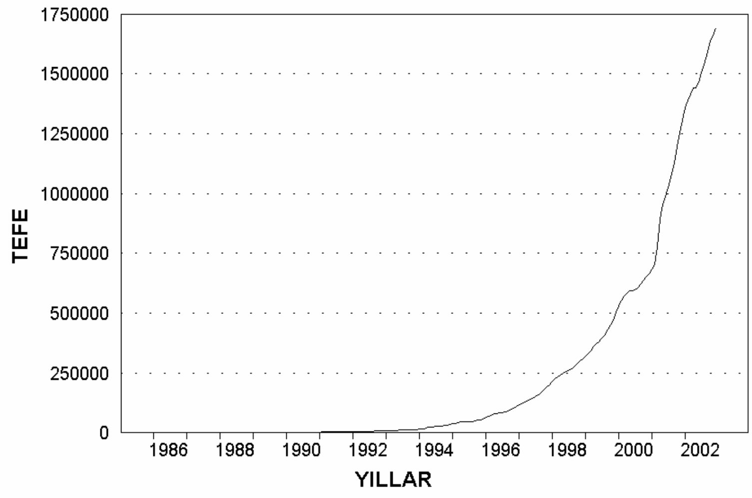
Şekil 4.2. Ocak.1986 – Aralık.2002 yılları arasındaki aylık Mevduat Faiz Oranı serisi (MFO)

Şekil 4.2.'deki grafikte MFO serisi için de, 1986 yılı Ocak ayı ve 2002 yılı Aralık aylarını kapsayan dönemde yığılım ve trend etkisi görülmektedir .



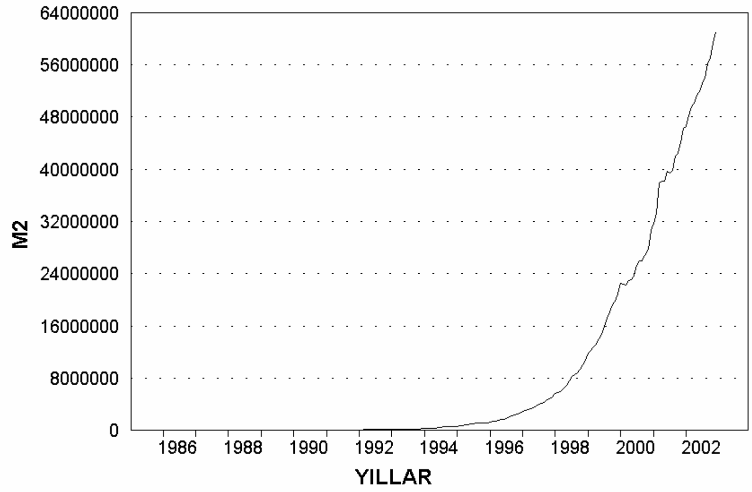
Şekil 4.3. Ocak.1986 – Aralık.2002 yılları arasındaki aylık Tüketici Fiyat İndeksi serisi (TÜFE)

Şekil 4.3.'te görüldüğü gibi, TÜFE serisi tıpkı MFO serisi gibi 1994 yılından itibaren hızla artan bir trende sahiptir.



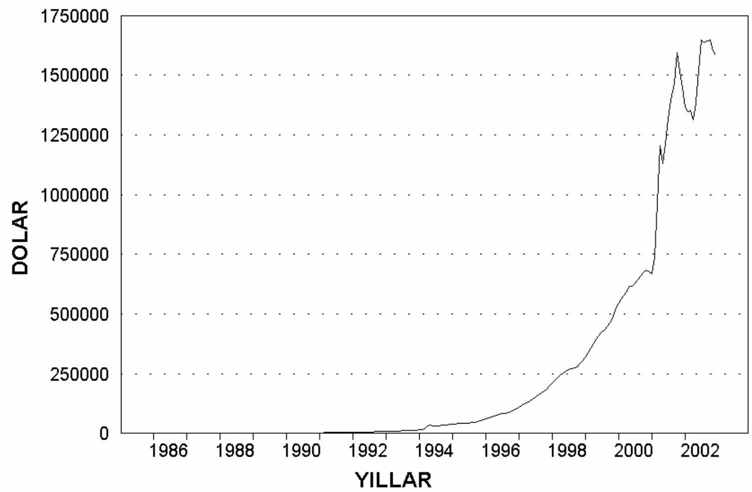
Şekil 4.4. Ocak.1986 – Aralık.2002 yılları arasındaki aylık Toptan Eşya Fiyat İndeksi serisi (TEFE)

Şekil 4.4.'teki TEFE serisinin de incelenen dönemde TÜFE serisine benzer şekilde 1994 yılından itibaren başlayan bir artışa geçtiği görülmektedir.



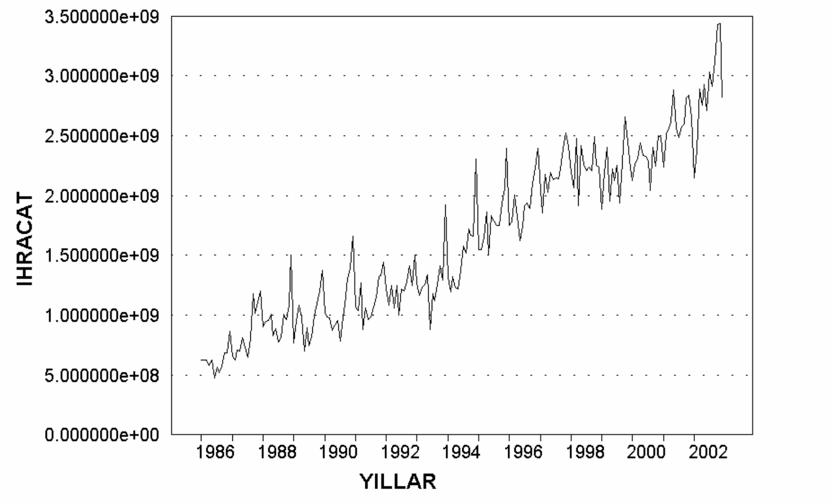
Şekil 4.5. Ocak.1986 – Aralık.2002 yılları arasındaki aylık Para Arzı serisi (M2)

En kapsamlı parasal göstergelerden biri olan M2 serisinin 1986-2002 yılları arasındaki dönem için 1994 yılından başlayan ve hızla artan bir trende sahip olduğu Şekil 4.5.'te açaçıkça görülmektedir.



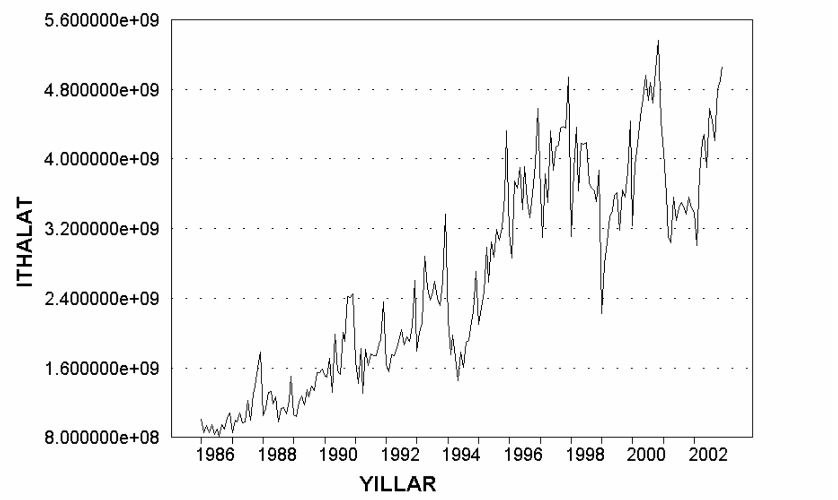
Şekil 4.6. Ocak.1986 – Aralık.2002 yılları arasındaki aylık Ortalama Dolar Alış Kuru serisi (DOLAR)

Şekil 4.6.'daki DOLAR serisinin grafiği incelendiğinde, serinin incelenen 1986-2002 yılları arasında artan bir trend etkisi taşıdığı, 2000 yılında bir yapısal kırılmaya uğradığı belirlenmiştir.



Şekil 4.7. Ocak.1986 – Aralık.2002 yılları arasındaki aylık İhracat serisi (IHRACAT)

Şekil 4.7.'deki IHRACAT serisinin, 1986-2002 yılları arasında yığılım ve artan bir trend etkisi altında olduğu görülmektedir.



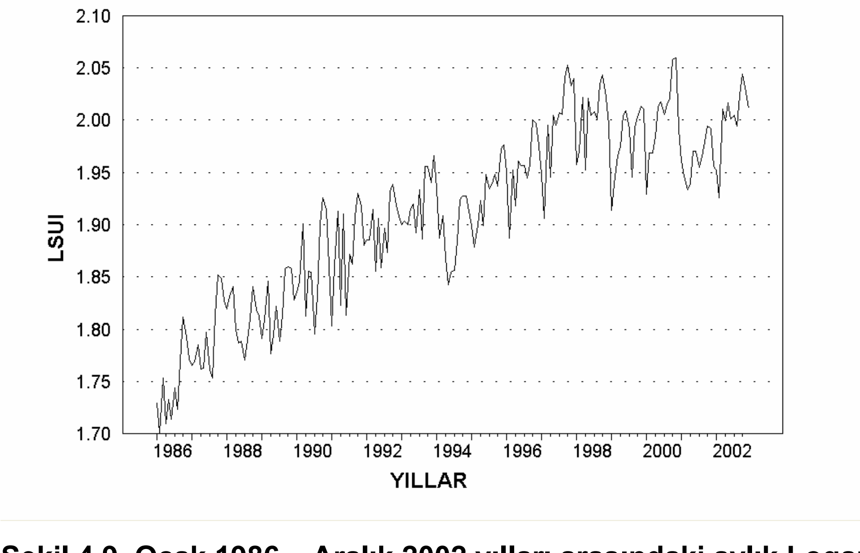
Şekil 4.8. Ocak.1986 – Aralık.2002 yılları arasındaki aylık İthalat serisi (ITHALAT)

Şekil 4.8.'de görüldüğü gibi ITHALAT serisi de ilgilenilen 1986-2002 yılları arasında yığılım ve artan bir trend etkisi taşımaktadır.

Değişken değerlerinin üssel olarak artması sebebiyle ortaya çıkan aşırı değişimi dengelemek ve bu değerleri doğrusal hale getirip varyansta durağanlığı sağlamak amacıyla değişkenlere doğal logaritmik dönüşüm uygulanabilir (Joutz, Maddala ve Trost, 1995). Bu sebeple, analiz süresince değişkenlerin logaritmik formlarıyla çalışılacaktır.

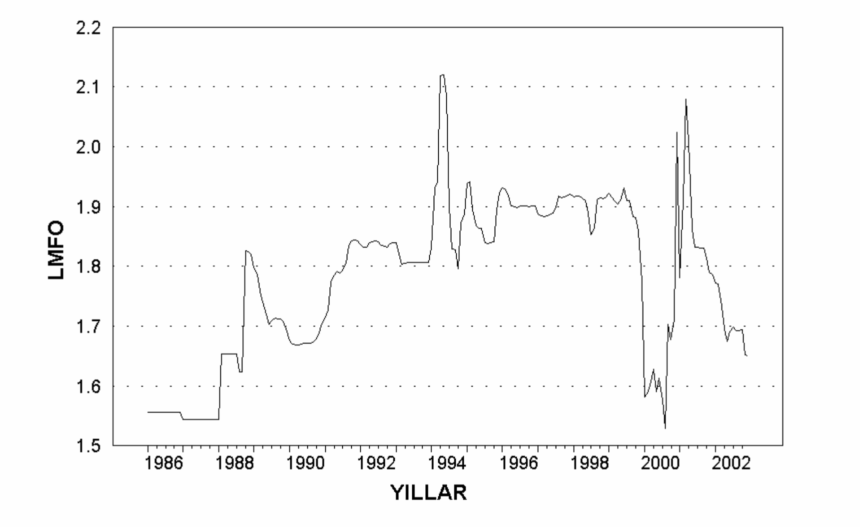
Bilgi kaybına sebep olması ve hatalı sonuçlar oluşturması bakımından değişkenlerin logaritmik farkları üzerinden çalışılması önerilmediği için logaritmik farklar, bu çalışma kapsamına alınmamıştır. (Litterman, 1986; Engle ve You, 1987)

Değişkenlerin logaritmik formdaki grafikleri aşağıda gösterilmektedir:



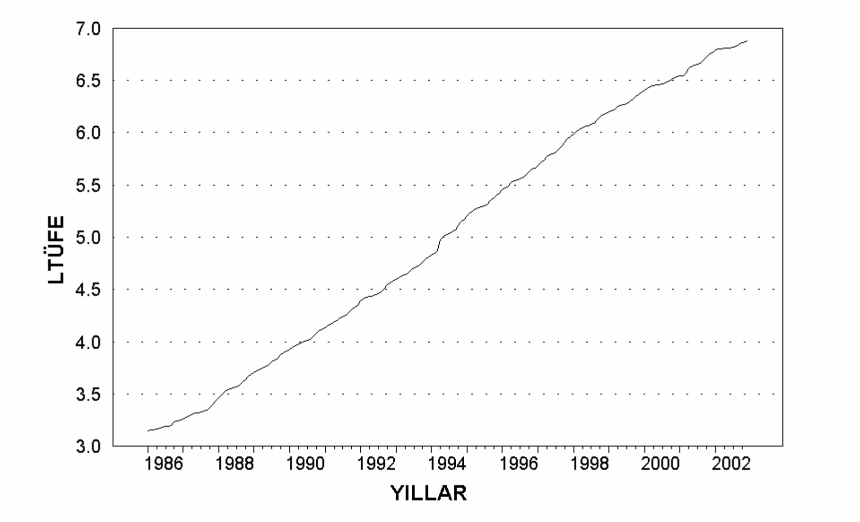
Şekil 4.9. Ocak.1986 – Aralık.2002 yılları arasındaki aylık Logaritmik Sanayi Üretim İndeksi serisi (LSUI)

Şekil 4.9.'a bakıldığında, LSUI serisinin 1986 ve 2002 yılları arasında yığılım ve trend etkisi altığında olduğu görülmektedir.



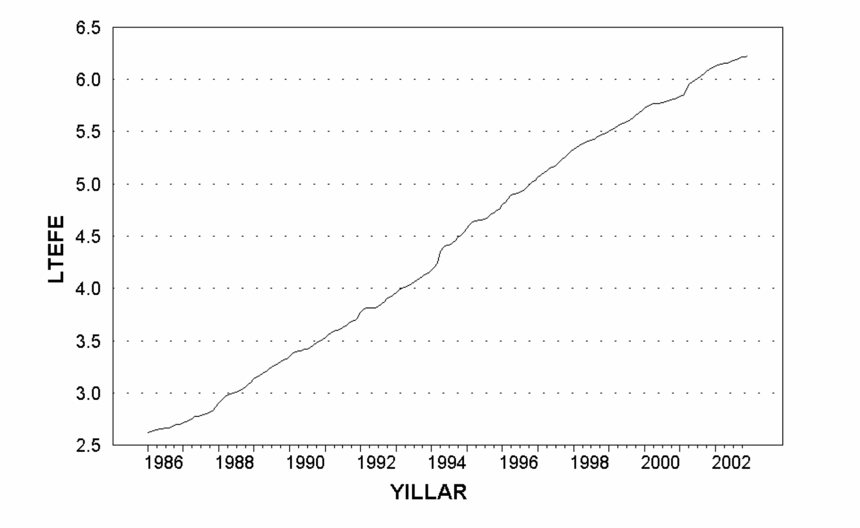
Şekil 4.10. Ocak.1986 – Aralık.2002 yılları arasındaki aylık Logaritmik Mevduat Faiz Oranı serisi (LMFO)

Şekil 4.10'da görüldüğü gibi LMFO serisinin de yığılım ve trend etkisi altında kaldığı görülmektedir.



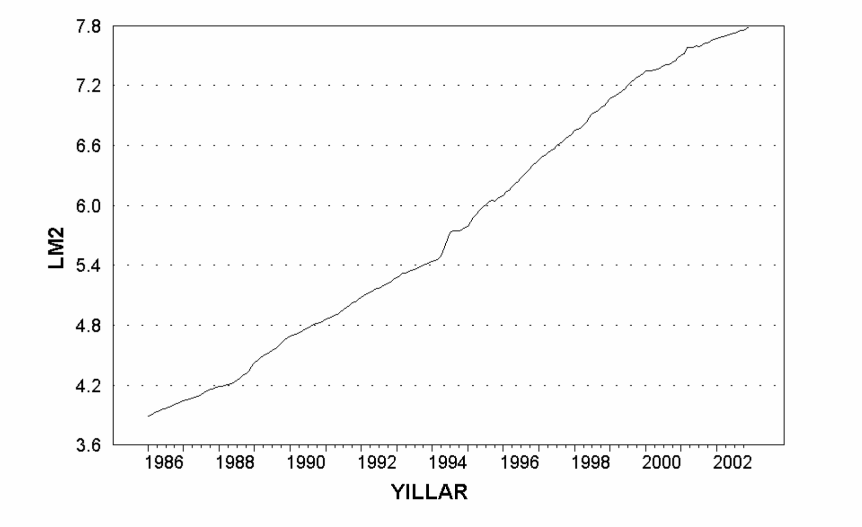
Şekil 4.11. Ocak.1986 – Aralık.2002 yılları arasındaki aylık Logaritmik Tüketici Fiyat İndeksi serisi (LTÜFE)

Şekil 4.11.'deki LTÜFE serisinde görüldüğü üzere, doğrusal olarak artan bir trend bulunmaktadır.



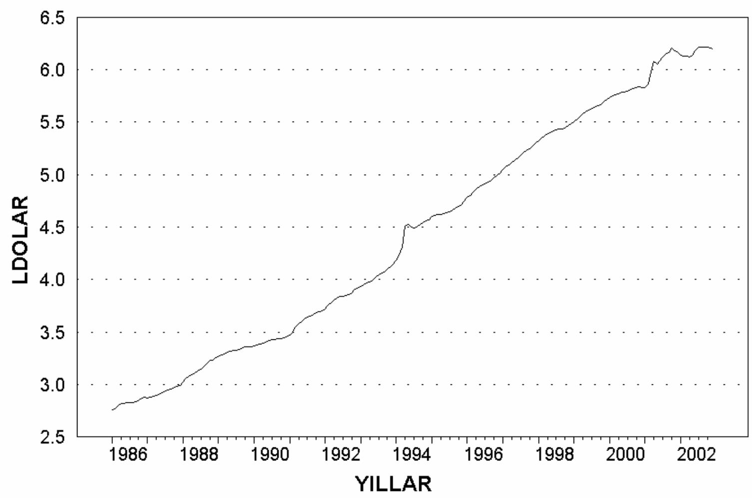
Şekil 4.12. Ocak.1986 – Aralık.2002 yılları arasındaki aylık Logaritmik Toptan Eşya Fiyat İndeksi serisi (LTEFE)

Yukarıdaki grafiğe bakıldığında, logaritma alındıktan sonra Şekil 4.11'dekine benzer bir şekilde doğrusal bir yapı elde edilmiştir.



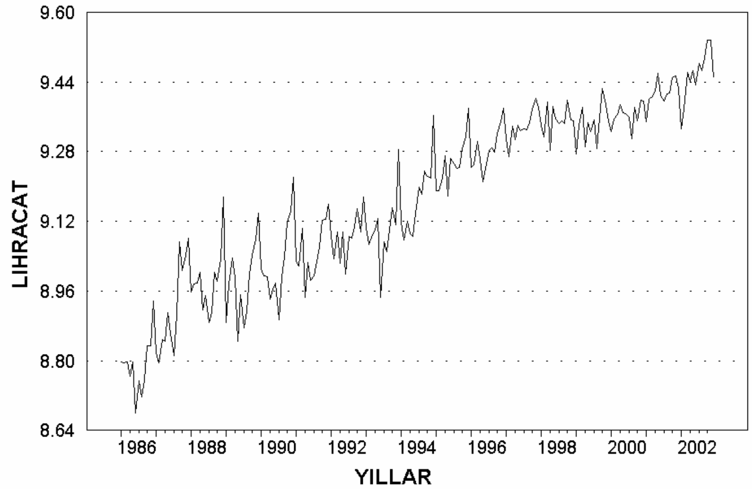
Şekil 4.13. Ocak.1986 – Aralık.2002 yılları arasındaki aylık Logaritmik Para Arzı serisi (LM2)

Şekil 4.13.'e bakıldığında LM2 serisinin artan yönde bir trende sahip olduğu görülmektedir.



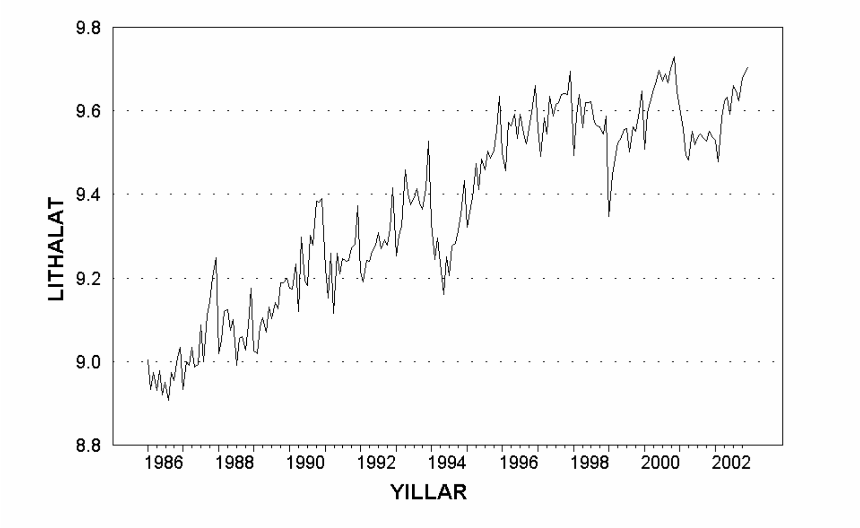
Şekil 4.14. Ocak.1986 – Aralık.2002 yılları arasındaki aylık Logaritmik Ortalama Dolar Alış Kuru serisi (LDOLAR)

LDOLAR serisinin 1986 - 2002 dönemindeki durumu Şekil 4.14'de gösterilmiştir. Şekilden açıkça görüleceği gibi LDOLAR serisi artan yönde bir trend göstermektedir.



Şekil 4.15. Ocak.1986 – Aralık.2002 yılları arasındaki aylık Logaritmik İhracat serisi (LIHRACAT)

Şekil 4.15'te görüldüğü gibi LIHRACAT serisi, yığılım ve trend etkisi içermektedir.



Şekil 4.16. Ocak.1986 – Aralık.2002 yılları arasındaki aylık Logaritmik İthalat serisi (LITHALAT)

Şekil 4.16'ya bakıldığında, LITHALAT serisi için de yığılım ve trend etkisi sözkonusudur.

Analiz için kullanılan logaritmik verilere DF durağanlık testleri yapılmıştır. Hata paylarındaki otokorelasyon probleminin giderilmesi ve saf hata terimi elde edilmesi amacıyla, her bir değişkenin gecikme uzunlukları araştırılmıştır.

LSUI değişkeni için gecikme uzunluğunun belirlenmesi amacıyla elde edilen değerler Tablo 4.1.'de gösterilmiştir.

Tablo 4.1. LSUI değişkeni için gecikme uzunluğu değerleri

Gecikme	AIC Kriteri	SC Kriteri
1	-3,973860	-3,908122
2	-3,992739	-3,910281
3	-4,039281	-3,939986
5	-4,035305	-3,901977
10	-4,308454	-4,087895
12	-4,535159	-4,278815
24	-4,579602	-4,096972
36	-4,473383	-3,742253

Uygun gecikme uzunluğunun seçiminde AIC (Akaike Bilgi Kriteri) ya da SC (Schwarz Bilgi Kriteri) doğrultusunda mutlak değerce en büyük değeri içeren gecikme uzunluğu en uygun değeri verecektir. Burada AIC için $|-4{,}579602|$ değeri ile 24 gecikme, SC için ise $|-4{,}278815|$ değeri ile 12 gecikme uzunluğu uygun görülmektedir. Uygulamalarda AIC'nin, olduğundan daha büyük gecikme uzunlukları ürettiği birçok araştırmacı tarafından belirlenmiştir (Geweke ve Messe,1981). Bu nedenle çalışmada SC kriteri sonuçları esas alınacaktır. LSUI için belirlenen gecikme uzunluğu 12 olacaktır. Gecikme uzunluğunun 12 olması halinde ADF test istatistiği değeri şöyledir.

ADF Test İstatistiği	-4.194641	1%	için Kritik değer*	-4.0091
		5%	için Kritik değer	-3.4344
		10%	için Kritik değer	-3.1408

*Birim kök hipotezinin reddi için MacKinnon kritik değerleri

H_0: Seri durağan değildir. (Birim kök vardır)

H_A: Seri durağandır. (Birim kök yoktur)

ADF test istatistiği = τ^* = -4.194641, bütün kritik değerlerden mutlak değerce büyük olduğu için H_0 hipotezi reddedilir. Dolayısıyla, LSUI değişkeninin birinci farkı 12 gecikme sonucunda durağanlığı sağlanmıştır.

LMFO değişkeninin gecikme uzunluğunu belirlemek için hesaplanan değerler Tablo 4.2.'de gösterilmiştir.

Tablo 4.2. LMFO değişkeni için gecikme uzunluğu değerleri

Gecikme	AIC Kriteri	SC Kriteri
1	-3,156072	-3,090335
2	-3,161385	-3,078927
3	-3,171659	-3,072363
5	-3,155388	-3,022059
10	-3,098512	-2,877953
12	-3,081627	-2,825283
24	-2,979956	-2,497326
36	-2,925781	-2,194652

Tablo 4.2.'ye bakıldığında ise, AIC için $|-3{,}171659|$ değeri ile 3 gecikme, SC için ise $|-3{,}090335|$ değeri ile 1 gecikme uzunluğu uygun görülmektedir. Burada da yine iki bilgi kriteri arasında uyumsuzluk görülmektedir. Esas olarak SC kriteri dikkate alındığından, LMFO değişkeni için 1 gecikme uygun olacaktır. Gecikme uzunluğunun 1 olması durumunda ADF test sonuçları şöyledir.

ADF Test İstatistiği	-11.05806	1% için Kritik Değer*	-4.0065
		5% için Kritik Değer	-3.4331
		10% için Kritik Değer	-3.1401

*Birim kök hipotezinin reddi için MacKinnon kritik değerleri

ADF test istatistiği= τ^{*} = -11,05806 , bütün kritik değerlerden mutlak değerce büyük olduğu için H_0 hipotezi reddedilir. Hipotezin reddedilmesi, LMFO değişkeninin birinci farkının 1 gecikme için durağanlığı sağladığının kanıtıdır.

LTÜFE değişkeni için gecikme uzunluğunun belirlenmesinde dikkate alınacak AIC ve SC kriteri değerleri Tablo 4.3.'de gösterilmiştir.

Tablo 4.3. LTÜFE değişkeni için gecikme uzunluğu değerleri

Gecikme	AIC Kriteri	SC Kriteri
1	-6,392641	-6,326901
2	-6,386600	-6,304142
3	-6,377159	-6,277863
5	-6,379977	-6,246649
10	-6,393545	-6,172986
12	-6,388074	-6,131730
24	-6,354255	-5,871625
36	-6,244120	-5,512990

AIC dikkate alındığında $|-6{,}393545|$ değeri ile 10 gecikme, SC için ise $|-6{,}326901|$ değeri ile 1 gecikme uzunluğu uygun görülmektedir. SC kriteri temel alındığından, LTÜFE değişkeni için 1 gecikme uygun olacaktır. Gecikme uzunluğunun 1 olması durumunda ADF test istatistiği şöyledir.

ADF Test İstatistiği	-8.110619	1% için Kritik Değer*	-4.0065
		5% için Kritik Değer	-3.4331
		10% için Kritik Değer	-3.1401

*Birim kök hipotezinin reddi için MacKinnon kritik değerleri

ADF test istatistiği = τ^* = -8,110619, bütün kritik değerlerden mutlak değerce büyük olduğu için H_0 hipotezi reddedilir. H_0'ın reddi, LTÜFE değişkeninin birinci farkının 1 gecikmede durağan hale geldiğini ortaya koymaktadır.

LTEFE değişkenine ait gecikme uzunluğunun belirlenmesinde dikkate alınan kriter değerleri Tablo 4.4.'deki gibidir.

Tablo 4.4. LTEFE değişkeni için gecikme uzunluğu değerleri

Gecikme	AIC Kriteri	SC Kriteri
1	-6,209190	-6,143453
2	-6,197878	-6,115420
3	-6,189370	-6,090074
5	-6,176150	-6,042822
10	-6,129481	-5,908921
12	-6,105388	-5,849044
24	-6,037838	-5,555208
36	-5,921557	-5,190427

Hem AIC için belirlenen $|-6,209190|$ değeri ile hem de SC için belirlenen $|-6,143453|$ değeri LTEFE'yi 1 gecikme uzunluğu ile karakterize etmektedir. İlk kez SC ile AIC kriterlerinin uyum içinde oldukları görülmüş ve LTEFE değişkeni için 1 gecikmenin uygun olduğu kararlaştırılmıştır. Gecikme uzunluğunun 1 olduğu durum için ADF sonuçları şöyledir.

ADF Test İstatistiği	-7.565817	1% için Kritik Değer*	-4.0065
		5% için Kritik Değer	-3.4331
		10% için Kritik Değer	-3.1401

*Birim kök hipotezinin reddi için MacKinnon kritik değerleri

ADF test istatistiği = τ^* = -7,565817, tüm kritik değerlerden mutlak değerce büyük olduğu için H_0 hipotezi reddedilmiş ve LTEFE değişkeninin birinci farkının 1 gecikmede durağan olduğu kararlaştırılmıştır.

LM2 değişkeni için AIC ve SC kriterlerinin değerleri Tablo 4.5.'de verilmiştir.

Tablo 4.5. LM2 değişkeni için gecikme uzunluğu değerleri

Gecikme	AIC Kriteri	SC Kriteri
1	-5,992062	-5,926325
2	-5,978570	-5,896112
3	-6,019705	-5,920410
5	-6,021633	-5,888305
10	-6,027046	-5,806487
12	-6,025563	-5,769219
24	-5,994676	-5,512046
36	-5,865633	-5,134504

AIC için $|-6{,}027046|$ değeri gecikmenin 10, SC için $|-5{,}926325|$ değeri ise gecikmenin 1 olduğuna işaret etmektedir. Şu ana kadar incelenen diğer değişkenlerde de dikkate alınan SC bilgi kriterine göre LM2 değişkeni için 1 gecikme uygun olacaktır. Gecikme uzunluğunun 1 olması halinde ADF sonuçları aşağıdaki gibidir.

ADF Test İstatistiği	-6.726388	1% için Kritik Değer*	-4.0065
		5% için Kritik Değer	-3.4331
		10% için Kritik Değer	-3.1401

*Birim kök hipotezinin reddi için MacKinnon kritik değerleri

ADF test istatistiği = τ^* = -6,726388, bütün kritik değerlerden mutlak değerce büyük olduğu için bu kez de H_0 hipotezi reddedilmiştir. H_0'ın reddedilmesiyle, LM2 değişkeninin birinci farkının 1 gecikmede durağan olduğu kararlaştırılmıştır.

LDOLAR değişkeni için gecikme uzunluğu değerleri Tablo 4.6.'da gösterilmiştir.

Tablo 4.6. LDOLAR değişkeni için gecikme uzunluğu değerleri

Gecikme	AIC Kriteri	SC Kriteri
1	-5,110958	-5,045221
2	-5,095775	-5,013317
3	-5,083936	-4,984640
5	-5,056940	-4,923612
10	-4,991602	-4,771042
12	-4,974022	-4,717678
24	-4,807677	-4,325047
36	-4,612607	-3,881477

SC ile AIC kriteri LM2 ve LTEFE'de olduğu gibi LDOLAR için de uyum içindedirler. Buna göre LDOLAR için gecikme uzunluğu 1'e eşittir ve bu durum için düzenlenen ADF test istatistik değeri aşağıda gösterilmiştir.

ADF Test İstatistiği	-8.584631	1% için Kritik Değer*	-4.0065
		5% için Kritik Değer	-3.4331
		10% için Kritik Değer	-3.1401

*Birim kök hipotezinin reddi için MacKinnon kritik değerleri

ADF test istatistiği = τ^* = -8,584631, bütün kritik değerlerden mutlak değerce büyük olduğu için H_0 hipotezi reddedilir. H_0'ın reddedilmesiyle, LDOLAR değişkeninin birinci farkı 1 gecikmede durağan olmuştur.

LIHRACAT değişkeni için gecikme uzunluğu değerleri Tablo 4.7.'de sunulmuştur.

Tablo 4.7. LIHRACAT değişkeni için gecikme uzunluğu değerleri

Gecikme	AIC Kriteri	SC Kriteri
1	-2,743959	-2,678222
2	-2,731088	-2,648630
3	-2,725780	-2,626485
5	-2,765550	-2,632222
10	-3,265232	-2,901788
12	-3,265232	-3,008888
24	-3,433781	-2,951151
36	-3,465493	-2,734364

AIC için belirlenen $\left|-3{,}465493\right|$ değeri gecikmenin 36, SC için belirlenen $\left|-3{,}008888\right|$ değeri ise gecikmenin 12 olduğuna işaret etmektedir. Schwarz bilgi kriteri temel alındığından, LIHRACAT değişkeni için 12 gecikme uygun olacaktır. Gecikme uzunluğunun 12 olması halinde ADF test istatistiği değerleri aşağıdaki gibi elde edilir.

ADF Test İstatistiği	-4.820050	1% için Kritik Değer*	-4.0091
		5% için Kritik Değer	-3.4344
		10% için Kritik Değer	-3.1408

*Birim kök hipotezinin reddi için MacKinnon kritik değerleri

ADF test istatistiği = τ^{*} = -4,820050 bütün kritik değerlerden mutlak değerce büyük olduğu için H_0 hipotezi reddedilir. Bu red kararı, LIHRACAT değişkeninin birinci farkının 12 gecikmede durağan olduğunun kararına yol açmıştır.

LITHALAT değişkeni için gecikme uzunluğu değerleri Tablo 4.8.'de gösterilmiştir.

Tablo 4.8. LITHALAT değişkeni için gecikme uzunluğu değerleri

Gecikme	AIC Kriteri	SC Kriteri
1	-2,685073	-2,619336
2	-2,683076	-2,600618
3	-2,673963	-2,574668
5	-2,656606	-2,523278
10	-2,757958	-2,537398
12	-2,881661	-2,625317
24	-3,029931	-2,547301
36	-3,108616	-2,377487

AIC için belirlenen $|-3{,}108616|$ değeri 36 gecikmeye işaret ederken, SC için belirlenen $|-2{,}625317|$ değeri de gecikme uzunluğunun 12 olduğuna işaret etmektedir. SC bilgi kriteri temel alındığından, LITHALAT değişkeni için 12 gecikme uygun olacaktır. Gecikme uzunluğu 12 olduğunda ADF testi sonuçları şöyledir.

ADF Test İstatistiği	-3.633165	1% için Kritik Değer*	-4.0091
		5% için Kritik Değer	-3.4344
		10% için Kritik Değer	-3.1408

*Birim kök hipotezinin reddi için MacKinnon kritik değerleri

ADF test istatistiği = τ^* = -3,633165 > -3.4344'den büyük olduğu için H_0 hipotezi reddedilir. LITHALAT değişkeninin birinci farkının 12 gecikmede durağan olduğu söylenebilir.

Böylece ele alınan bütün değişkenlerin I(1) düzeyinde durağan oldukları sonucuna ulaşılmıştır.

4.2. VAR Modelinin Oluşturulması

VAR ve BVAR modelini oluşturmak için öncelikle gecikme uzunluğunun belirlenmesi gerekmektedir. VAR modeli için uygun gecikme uzunluğunun belirlenmesi amacıyla hesaplanan değerlerle oluşturulan tablo aşağıda gösterilmiştir. BVAR modelinin gecikme uzunluğu, VAR modeli için belirlenen uygun gecikme uzunluğunu aşmaması gerektiği bilinmektedir (Hsu, Wang, Shyu ve Yu, 2002). Bu bilgi çerçevesinde BVAR modeli için de VAR modeli için bulunan gecikme uzunluğu esas alınmaktadır.

4.2.1. VAR Model İçin Gecikme Uzunluğunun Belirlenmesi

Gecikme uzunluğunun belirlenmesi için 12 gecikme uzunluğuna kadar denemeler yapılmış ve aşağıdaki bulgular elde edilmiştir.

Tablo 4.9. VAR model için gecikme uzunluğu değerleri

Gecikme	Hataların Kovaryans Matrisinin Determinantı	Logaritmik Olabilirlilik	AIC	SC
1	8,54E-27	3564,275	-36,56832	-35,34233
2	3,70E-27	3625,092	-36,72728	-34,40310
3	2,04E-27	3662,080	-36,63577	-33,20535
4	6,82E-28	3745,878	-37,04126	-32,49647
5	4,27E-28	3769,676	-36,80936	-31,14197
6	2,52E-28	3798,747	-36,63169	-29,83334
7	1,41E-28	3832,173	-36,49917	-28,56143
8	7,12E-29	3873,996	-36,45648	-27,37079
9	3,33E-29	3922,539	-36,48676	-26,24447
10	1,23E-29	3991,471	-36,74144	-25,33377
11	4,32E-30	4064,517	-36,74144	-24,46246
12	8,45E-31	4188,905	-37,92116	-24,15597

Gecikme uzunluğunun seçimi için İkinci Bölüm'de bahsedilen kriterler (LR, AIC, SC, HQ,...) kullanılabilir. Luthepohl (1993) ve Hsu, Wang, Shyu ve Yu'nun (2002) çalışmalarında olduğu gibi bu çalışmada da yorum için SC kriteri ya da hataların kovaryans matrisinin determinantı dikkate alınacaktır. Tablo 1'de hem hataların kovaryans matrisinin determinantına hem de SC kriterine bakıldığında, uygun gecikme uzunluğunun 1 olduğu görülmektedir.

Hataların kovaryans matrisinin determinant değerleri incelendiğinde, gecikme uzunluğu arttıkça determinant değerinin küçüldüğü görülecektir. İstenen en büyük determinanta sahip gecikme uzunluğu olduğu için, bu da ilk gecikmede 8,54E-27 değeri ile yakalanmıştır. Schwarz kriterine bakıldığında mutlak değerce en büyük değerin, yani $|-35.34233|$ değerinin 1.gecikmede yakalandığı görülmektedir. Dolayısıyla her iki kritere bakılarak VAR modeli için uygun gecikme uzunluğu 1 olarak belirlenmektedir. BVAR modeli için de, VAR model ile aynı gecikme uzunluğunun esas alınacağı hatırlanabilir. Bu sebeple bundan sonra yapılacak olan analizlerde gecikme uzunluğu için 1 kullanılmıştır.

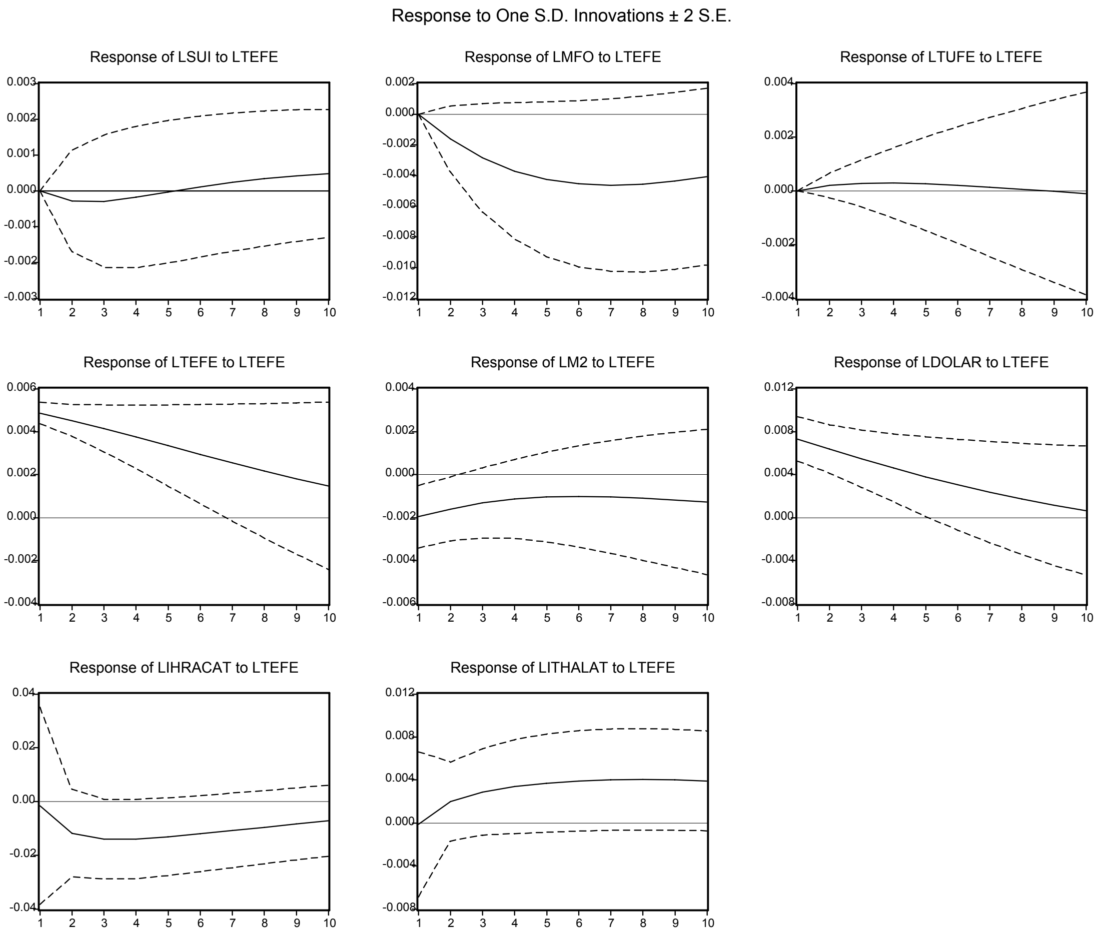
VAR(1) modeli aşağıdaki gibidir:

Tablo 4.10. VAR(1) Modeli

	LSUI	LMFO	LTUFE	LTEFE	LM2	LDOLAR	LIHRACAT	LITHALAT
LSUI(-1)	0.466183	0.176162	0.066845	-0.025666	-0.002341	-0.028739	0.410594	0.404975
	-0.08863	-0.13665	-0.02841	-0.03183	-0.03209	-0.05737	-0.7995	-0.17347
	-5.26003	-1.28913	-2.35309	(-0.80625)	(-0.07296)	(-0.50095)	-0.51357	-2.33462
LMFO(-1)	-0.03209	0.762991	0.024952	0.03795	0.062599	0.014859	0.242879	-0.143213
	-0.02938	-0.04529	-0.00942	-0.01055	-0.01063	-0.01902	-0.26499	-0.05749
	(-1.09241)	-16.8458	-2.65009	-3.59673	-5.88644	-0.78144	-0.91656	(-2.49092)
LTUFE(-1)	0.033257	0.689359	0.998633	0.117047	-0.014826	0.231308	3.152147	-0.397969
	-0.16068	-0.24775	-0.0515	-0.05772	-0.05817	-0.10401	-1.44951	-0.3145
	-0.20697	-2.78244	-19.3897	-2.028	(-0.25486)	-2.22382	-2.17462	(-1.26541)
LTEFE(-1)	0.235139	-0.497606	-0.039394	0.80443	-0.038615	-0.239455	-2.202136	1.199872
	-0.1881	-0.29002	-0.06029	-0.06756	-0.06809	-0.12176	-1.69678	-0.36815
	-1.2501	(-1.71578)	(-0.65343)	-11.9066	(-0.56707)	(-1.96665)	(-1.29783)	-3.25922
LM2(-1)	-0.025896	-0.230569	-0.014483	-0.011117	0.979694	-0.021806	-0.627005	-0.125813
	-0.0414	-0.06383	-0.01327	-0.01487	-0.01499	-0.0268	-0.37346	-0.08103
	(-0.62553)	(-3.61213)	(-1.09147)	(-0.74764)	-65.3677	(-0.81371)	(-1.67892)	(-1.55270)
LDOLAR(-1)	-0.203706	0.047598	0.050179	0.081097	0.069635	1.026296	-0.255924	-0.555933
	-0.05834	-0.08996	-0.0187	-0.02096	-0.02112	-0.03777	-0.52632	-0.11419
	(-3.49143)	-0.5291	-2.68322	-3.86976	-3.29677	-27.1741	(-0.48625)	(-4.86832)
LIHRACAT(-1)	-0.002273	0.000104	0.003201	0.004423	-0.001311	0.003607	0.295381	-0.007667
	-0.00818	-0.01262	-0.00262	-0.00294	-0.00296	-0.0053	-0.07381	-0.01601
	(-0.27781)	-0.00827	-1.22055	-1.50492	(-0.44256)	-0.68104	-4.00188	(-0.47874)
LITHALAT(-1)	-0.023447	-0.060955	0.006112	0.031812	0.033081	-0.006188	-0.062758	0.34245
	-0.04219	-0.06505	-0.01352	-0.01515	-0.01527	-0.02731	-0.38061	-0.08258
	(-0.55571)	(-0.93698)	-0.45198	-2.09915	-2.16575	(-0.22657)	(-0.16489)	-4.14689
C	1.17019	0.508192	-0.1974	-0.360591	-0.333185	-0.026649	4.171782	5.629159
	-0.33307	-0.51354	-0.10676	-0.11963	-0.12058	-0.2156	-3.00455	-0.65189
	-3.51339	-0.98958	(-1.84908)	(-3.01414)	(-2.76325)	(-0.12361)	-1.38849	-8.63515
R-kare	0.873045	0.885142	0.999927	0.999901	0.999916	0.99966	0.611374	0.930651
Düzeltilmiş R-kare	0.867465	0.880093	0.999924	0.999897	0.999912	0.999645	0.594291	0.927603
Hata.Top.Sapması	0.169224	0.402304	0.017385	0.021832	0.022179	0.070908	13.7708	0.648259
Denk. std. Hatası	0.030493	0.047016	0.009774	0.010953	0.011039	0.019738	0.27507	0.059681
Log.Olabilirlilik	400.2337	317.5321	617.5531	595.8009	594.2991	483.3031	-19.87868	2,719,707
Akaike AIC	-4.096688	-3.230702	-6.372284	-6.144512	-6.128787	-4.966525	0.302395	-2.75362
Schwarz SC	-3.94344	-3.077454	-6.219035	-5.991264	-5.975538	-4.813277	0.455643	-2.600372
Bağımlı değ. Ort.	1.904005	1.785912	4.916927	4.295695	5.674207	4.333613	8.753927	9.350664
Bağımlı değ.std.sap.	0.083759	0.135775	1.120726	1.076682	1.175476	1.046938	0.431854	0.221808
Hataların Det.		8.54E-27						
Log.Olabilirlilik		3564.275						
AIC		-36.56832						
SC		-35.34233						

4.2.2. Etki Tepki Fonksiyonu

Değişkenler arasındaki dinamik ilişkileri görebilmek amacıyla yapılan etki tepki fonksiyonlarının grafikleri aşağıda yer almaktadır:



Şekil 4.17. Etki Tepki Fonksiyonları Grafikleri

Şekil 4.17' de LTEFE serisine bir birimlik şok uygulandığında, diğer serilerin bu değişime gösterdikleri tepki 10 dönem boyunca çizilmiştir. Grafiklerdeki kesikli çizgiler güven aralıklarını göstermektedir.

LTEFE serisinde beklenmeyen bir birimlik değişim olduğunda LSUI serisi, ilk dönemlerde negatif yönde cevap verirken, beşinci dönemden sonra bu tepki pozitif yönde olmaktadır.

LMFO serisi ise LTEFE'de oluşan bu değişime 10 dönem boyunca negatif yönde bir tepki göstermektedir.

LTUFE serisine bakıldığında çok fazla bir değişim gözlenmemektedir.

LTEFE serisinde oluşan bu değişime M2 serisinin tepkisinin de hep negatif yönde olduğu görülmektedir.

LDOLAR serisinde oluşan tepki ise, ilk dönemde pozitif yönde olurken, ilk dönemden sonraki dönemler için bu tepki azalışa geçmektedir.

LIHRACAT ve LITHALAT serilerinde ilk etapta hiçbir değişim gözlenmemekle beraber, LIHRACAT serisi için negatif bir yönde tepki görülürken, LITHALAT serisindeki tepki ise pozitif yönde olmaktadır.

4.2.3. Varyans Ayrıştırması

Varyans ayrıştırması da, etki tepki fonksiyonunda olduğu gibi değişkenler arasındaki dinamik ilişkileri görebilmek amacıyla yapılmaktadır. VAR(1) modeli için varyans ayrıştırması sonuçları aşağıdaki gibidir:

Tablo 4.11. Varyans Ayrıştırması sonuçları

LSUI'nin Varyans Ayrıştırması:									
Period	S.E.	LSUI	LMFO	LTUFE	LTEFE	LM2	LDOLAR	LIHRACAT	LITHALAT
1	0.029766	100	0	0	0	0	0	0	0
2	0.032834	98.67039	0.443156	0.073673	0.007726	0.000239	0.647135	0.049881	0.107798
3	0.033715	96.9108	1.00435	0.149664	0.014816	0.000235	1.746124	0.057455	0.116553
4	0.034172	95.1876	1.43717	0.206168	0.017094	0.000614	2.97549	0.055931	0.119934
5	0.034511	93.63578	1.705469	0.247849	0.016827	0.001453	4.177234	0.057836	0.157555
LMFO'nun Varyans Ayrıştırması:									
Period	S.E.	LSUI	LMFO	LTUFE	LTEFE	LM2	LDOLAR	LIHRACAT	LITHALAT
1	0.045894	0.022263	99.97774	0	0	0	0	0	0
2	0.058544	0.918762	98.33081	0.291426	0.076033	0.136359	0.013022	0.004423	0.229162
3	0.065469	2.254745	95.49445	0.926153	0.249602	0.446831	0.02767	0.00837	0.592176
4	0.06985	3.834812	91.86625	1.844476	0.501136	0.908786	0.035995	0.010614	0.997929
5	0.072976	5.535042	87.77649	2.964763	0.799313	1.482282	0.036741	0.011414	1.393952

LTUFE’nin Varyans Ayrıştırması:

Period	S.E.	LSUI	LMFO	LTUFE	LTEFE	LM2	LDOLAR	LIHRACAT	LITHALAT
1	0.009541	3.144182	5.460765	91.39505	0	0	0	0	0
2	0.014402	9.585924	8.498813	81.32383	0.018862	0.010067	0.176738	0.347684	0.03808
3	0.018679	13.84382	10.69998	74.44715	0.033284	0.051275	0.39115	0.505725	0.027611
4	0.02262	16.45389	12.2291	69.97331	0.039077	0.129551	0.594995	0.559245	0.02083
5	0.02633	18.10356	12.2291	66.98911	0.038641	0.244342	0.783235	0.572225	0.031282

LTEFE’nin Varyans Ayrıştırması:

Period	S.E.	LSUI	LMFO	LTUFE	LTEFE	LM2	LDOLAR	LIHRACAT	LITHALAT
1	0.010691	0.010747	8.729266	70.54967	20.71032	0	0	0	0
2	0.015583	0.20223	14.08434	65.54115	18.15262	0.014401	0.392956	0.731337	0.880963
3	0.019798	0.860862	18.35451	61.75947	15.63903	0.072602	1.035668	1.096013	1.181845
4	0.023702	1.781816	21.34839	59.20011	13.42553	0.183334	1.751742	1.204852	1.10423
5	0.027415	2.803814	23.21726	57.5255	11.53137	0.344551	2.462397	1.202387	0.912729

LM2’nin Varyans Ayrıştırması:

Period	S.E.	LSUI	LMFO	LTUFE	LTEFE	LM2	LDOLAR	LIHRACAT	LITHALAT
1	0.010776	7.65799	0.83552	3.253775	3.291528	84.96119	0	0	0
2	0.015439	5.558674	7.329544	3.4575	2.672241	79.65028	0.35662	0.004636	0.970507
3	0.019291	3.973308	15.14367	3.06352	2.177054	73.24644	0.925567	0.015174	1.455263
4	0.022737	2.927526	22.64909	2.490438	1.816881	66.96113	1.593905	0.024347	1.536686
5	0.025903	2.256054	29.27056	1.962019	1.561973	61.16097	2.325558	0.029706	1.433155

LDOLAR’ın Varyans Ayrıştırması:

Period	S.E.	LSUI	LMFO	LTUFE	LTEFE	LM2	LDOLAR	LIHRACAT	LITHALAT
1	0.019268	0.744303	18.7653	18.69497	14.41132	0.222863	47.16125	0	0
2	0.027513	0.883317	19.82868	19.18681	12.44463	0.25859	47.28781	0.099478	0.010693
3	0.034003	0.770421	20.67381	19.69918	10.73996	0.31714	47.58602	0.160516	0.05295
4	0.039583	0.599796	21.20813	20.2783	9.285612	0.39434	47.91054	0.184441	0.138836
5	0.044572	0.474531	21.42877	20.92067	8.053089	0.486987	48.17885	0.188468	0.268631

LIHRACAT'ın Varyans Ayrıştırması:

Period	S.E.	LSUI	LMFO	LTUFE	LTEFE	LM2	LDOLAR	LIHRACAT	LITHALAT
1	0.268511	9.231843	0.376308	1.200467	0.003483	0.520403	0.402082	88.26542	0
2	0.282676	10.5652	0.35978	1.45599	0.178003	0.469568	0.450562	86.51048	0.010419
3	0.286176	11.49298	0.383122	1.69433	0.415868	0.505377	0.503083	84.94845	0.056797
4	0.288562	12.18617	0.380684	1.930453	0.644081	0.577961	0.572308	83.58626	0.122089
5	0.290706	12.74489	0.379103	2.165655	0.839215	0.661932	0.665669	82.35989	0.183646

LITHALAT'ın Varyans Ayrıştırması:

Period	S.E.	LSUI	LMFO	LTUFE	LTEFE	LM2	LDOLAR	LIHRACAT	LITHALAT
1	0.058258	32.82999	1.341971	1.932687	0.000514	0.227982	0.012718	1.370016	62.28412
2	0.066019	37.97261	3.631691	1.506329	0.090758	0.255636	1.283506	1.070533	54.18893
3	0.069322	37.84597	5.654719	1.455454	0.254996	0.257933	3.395403	0.971244	50.16428
4	0.071392	36.48178	6.922227	1.494946	0.463733	0.251371	5.68957	0.926745	47.76963
5	0.072953	35.11289	7.522749	1.541344	0.700292	0.24329	7.823889	0.915034	46.14051

Tablo 4.11.'deki sonuçlara bakıldığında, beklenildiği gibi serilerin kendilerini açıklama oranları oldukça yüksek çıkmıştır.

LSUI serisine bakıldığında, seri ilk adımda tamamıyla kendisi tarafından açıklanırken (%100), bu diğer adımlarda da geçerliliğini korumaktadır.

LMFO serisi de LSUI serisi ile benzer şekilde ilk adımda hemen hemen sadece kendisi tarafından açıklanırken (%99,97), 5.adım için bu oran %87'ye düşmekte ve bunu % 5 ile LSUI serisi takip etmektedir.

LTUFE serisine bakıldığında, ilk adımda seri %91 oranında kendisi tarafında açıklanırken onu %5 ile LMFO serisi takip etmektedir.

Asıl ilgilendiğimiz seri olan LTEFE'ye bakacak olursak, ilk adımda LTEFE kendisini %70 oranında açıklarken, onu %20 ile LTUFE serisi ve %8 ile LMFO serisi izlemektedir. Beşinci adıma gelindiğine LTEFE serisi için kendini açıklama oranı %57'ye düşerken, onu %23 ile LMFO ve %11 ile LTÜFE serisi takip etmektedir. Sonraki dönemlere bakıldığında LTEFE ile LTÜFE'nin LTEFE'yi açıklama oranlarında düşüş gözlenirken, LMFO'nun LTEFE'yi açıklama oranında ise artış olduğu saptanmıştır.

LM2 serisi için ilk döneme bakıldığında, seri %88 oranı ile kendisi tarafından açıklanırken, %7'lik bir pay ile LSUI serisi de onu izlemektedir.

LDOLAR serisi ilk dönemde %47 ile kendisi, %18 ile LTÜFE, %18 ile LMFO ve %14 ile LTEFE tarafından açıklanmaktadır.

İlk dönemde LIHRACAT serisi, %88 ile kendisi ve %9 ile LSUI tarafından açıklanırken; aynı dönem için LITHALAT serisi de %62 ile kendisi ve %32 ile LSUI serisi tarafından açıklanmaktadır.

4.3. BVAR Modelinin Oluşturulması

Uygulamada BVAR modeli oluşturulurken Minnesota önseli kullanılmıştır. En uygun model arayışı sürecinde, Minnesota önselinde yer alan parametreler için olası değerler ile ilgili çok çeşitli kombinasyonlar denenmiştir. Bu çalışma kapsamında, karşılaştırılmaların daha etkin yapılabilmesi amacıyla bu modellerden 7 tanesi ele alınmıştır. Dolayısıyla uygulamada 7 farklı BVAR modeli ile çalışılmıştır. Bu modeller,

BVAR1 $(\gamma = 0.1, w = 0.001)$

BVAR2 $(\gamma = 0.1, w = 0.1)$

BVAR3 $(\gamma = 0.1, w = 0.5)$

BVAR4 $(\gamma = 0.2, w = 0.1)$

BVAR5 $(\gamma = 0.2, w = 0.5)$

BVAR6 $(\gamma = 0.3, w = 0.1)$

BVAR7 $(\gamma = 0.3, w = 0.5)$

şeklinde isimlendirilmiştir.

4.3.1. Ocak.2002-Aralık.2002 Dönemi İçin 12 Adım İleriye Dönem Dışı Öngörü Değerlerinin Elde Edilmesi

Ocak.1986-Aralık.2001 dönemi için VAR ve BVAR modeller oluşturulduktan sonra, Ocak.2002-Aralık.2002 dönemine ait gerçek değerler ile karşılaştırma yapmak amacıyla 1'den 12 aya kadar ileriye yönelik dönem dışı öngörü değerleri (one-through-twelve months ahead out-of-sample forecasting) elde edilmiştir. İleriye yönelik öngörülerin her adımında bir önceki ayın bilgisini de dahil eden bu değer, 'Kalman Filtresi' yardımıyla elde edilmiştir. Elde edilen değerlerin karşılaştırılmasında Theil U istatistiği kullanılmıştır. Theil U istatistiğinin 1 değerini alması, karşılaştırılan iki modelin birbirlerinden farklı sonuçlar vermediği anlamına gelmektedir. Dolayısıyla uygun model için istenen düşük bir Theil U istatistiği olmaktadır.

Uygulamada tüm dikkat LTEFE serisi üzerine yoğunlaştığından, yalnızca LTEFE'ye ilişkin sonuçlar verilmesiyle yetinilecektir. LTEFE serisi için BVAR1 ve VAR modellerinin Theil U değerleri Tablo 4.12.'de gösterilmiştir.

Tablo 4.12. Ocak.2002-Aralık.2002 dönemindeki LTEFE serisi için BVAR1 ile VAR modellerinin Theil U değerleri

Dönem Dışı Öngörü Adım Sayısı	Theil U istatistiği		Gözlem Sayısı
	BVAR1	VAR	
1	1.0810479	0.3530759	12
2	1.1626287	0.2820795	11
3	1.1878620	0.2578854	10
4	1.2234170	0.2854033	9
5	1.2809471	0.3162731	8
6	1.2916671	0.3190699	7
7	1.3072255	0.3177511	6
8	1.3282556	0.3473865	5
9	1.2981197	0.3850522	4
10	1.2880848	0.4340702	3
11	1.2918330	0.5160600	2
12	1.2236508	0.4974985	1

Tablo 4.12.'ye bakıldığında VAR modelinin BVAR1 modeline göre çok daha iyi sonuç verdiği görülmektedir. Ulaşılan bu sonuç, sürpriz olmamış aksine beklentilerimizi olurlamıştır. Bunun nedeni BVAR1 modelinde w = 0.001 parametresi ile modeldeki diğer değişkenlerin ağırlıklandırmaları çok küçük tutulmuş olmasıdır. Dikkatli bir inceleme bu modelin tek değişkenli BVAR (Univariate BVAR) modeline dönüştüğünü ortaya koyacaktır (Doan, 1992).

Ocak.2002 – Aralık.2002 inceleme dönemindeki LTEFE değişkeni için BVAR2 ve VAR modellerinin Theil U değerleri Tablo 4.13.'te gösterilmiştir.

Tablo 4.13. Ocak.2002-Aralık.2002 dönemindeki LTEFE değişkeni için BVAR2 ile VAR modellerinin Theil U değerleri

Dönem Dışı Öngörü Adım Sayısı	Theil U istatistiği		Gözlem Sayısı
	BVAR2	VAR	
1	0.9990921	0.3530759	12
2	1.0775296	0.2820795	11
3	1.1023534	0.2578854	10
4	1.1397479	0.2854033	9
5	1.1970956	0.3162731	8
6	1.2091355	0.3190699	7
7	1.2276224	0.3177511	6
8	1.2538238	0.3473865	5
9	1.2298172	0.3850522	4
10	1.2252497	0.4340702	3
11	1.2312145	0.5160600	2
12	1.1573531	0.4974985	1

Tablo 4.13.'ün açıkça ortaya koyduğu gibi VAR modelinin Theil U değerleri, BVAR2 modelinin Theil U değerlerine göre oldukça düşüktür. Buna göre VAR modeli burada da BVAR2 modeline göre daha etkindir.

LTEFE değişkeni için BVAR3 ve VAR modellerinin Theil U değerleri Tablo 4.14.'te gösterilmiştir.

Tablo 4.14. Ocak.2002 - Aralık.2002 dönemindeki LTEFE serisi için BVAR3 ile VAR modellerinin Theil U değerleri

Dönem Dışı Öngörü Adım Sayısı	Theil U istatistiği		Gözlem Sayısı
	BVAR3	VAR	
1	0.4967977	0.3530759	12
2	0.5418399	0.2820795	11
3	0.5636057	0.2578854	10
4	0.6104866	0.2854033	9
5	0.6670735	0.3162731	8
6	0.6787724	0.3190699	7
7	0.6988175	0.3177511	6
8	0.7372525	0.3473865	5
9	0.7535545	0.3850522	4
10	0.7771774	0.4340702	3
11	0.8201511	0.5160600	2
12	0.7804589	0.4974985	1

Tablo 4.14 incelenirse, yine VAR modelinin sonuçlarının BVAR3 sonuçlarına göre daha iyi olduğu görülmektedir.

Ocak.2002-Aralık.2002 dönemindeki LTEFE değişkeni için BVAR4 ve VAR modellerinin Theil U değerleri Tablo 4.15.'te gösterilmiştir.

Tablo 4.15. Ocak.2002 - Aralık.2002 dönemindeki LTEFE serisi için BVAR4 ile VAR modellerinin Theil U değerleri

Dönem Dışı Öngörü Adım Sayısı	Theil U istatistiği		Gözlem Sayısı
	BVAR4	VAR	
1	0.8459304	0.3530759	12
2	0.9189883	0.2820795	11
3	0.9452103	0.2578854	10
4	0.9866126	0.2854033	9
5	1.0445201	0.3162731	8
6	1.0577302	0.3190699	7
7	1.0785117	0.3177511	6
8	1.1106449	0.3473865	5
9	1.0990086	0.3850522	4
10	1.1045070	0.4340702	3
11	1.1185101	0.5160600	2
12	1.0467209	0.4974985	1

Tablo 4.15. incelendiğinde, VAR modelinin dönem dışı öngörülerinin yine BVAR4 modeline göre oldukça etkin olduğu görülmektedir.

İncelenen dönemindeki LTEFE değişkeni için BVAR5 ve VAR modellerinin Theil U değerleri Tablo 4.16.'da gösterilmiştir.

Tablo 4.16. Ocak.2002 - Aralık.2002 dönemindeki LTEFE serisi için BVAR5 ile VAR modellerinin Theil U değerleri

Dönem Dışı Öngörü Adım Sayısı	Theil U istatistiği		Gözlem Sayısı
	BVAR5	VAR	
1	0.3328660	0.3530759	12
2	0.3216620	0.2820795	11
3	0.3299204	0.2578854	10
4	0.3800257	0.2854033	9
5	0.4335482	0.3162731	8
6	0.4454252	0.3190699	7
7	0.4602612	0.3177511	6
8	0.4988329	0.3473865	5
9	0.5318512	0.3850522	4
10	0.5715396	0.4340702	3
11	0.6368708	0.5160600	2
12	0.6098100	0.4974985	1

Yukarıdaki tabloda görüldüğü gibi, her ne kadar VAR modelinin Theil U değerleri BVAR5 modeline göre küçük olsa da, bu iki modelin Theil U değerleri arasındaki fark diğer BVAR modellerine göre fazla önemli değildir. Hatta ilk adım için BVAR5 modeli, VAR modeline göre daha düşük bir Theil U değeri vermektedir. Dolayısıyla, ilk dönem dışı öngörü için BVAR5 modeli, VAR modeline göre daha etkin bir sonuç vermektedir. BVAR5 modelinde kullanılan önsel, bu model için en yaygın olarak kullanılan parametre değerlerini içermektedir. Burada da, bu parametre çiftinin, yani $(\gamma = 0.2, w = 0.5)$'nin yine iyi öngörüler oluşturduğu bir kez daha kanıtlanmış olmaktadır (Doan, 1992).

LTEFE değişkeni için BVAR6 ve VAR modellerinin Theil U değerleri Tablo 4.17.'de yer almaktadır.

Tablo 4.17. Ocak.2002 - Aralık.2002 dönemindeki LTEFE serisi için BVAR6 ile VAR modellerinin Theil U değerleri

Dönem Dışı Öngörü Adım Sayısı	Theil U istatistiği		Gözlem Sayısı
	BVAR6	VAR	
1	0.6890567	0.3530759	12
2	0.7548005	0.2820795	11
3	0.7827169	0.2578854	10
4	0.8285270	0.2854033	9
5	0.8872091	0.3162731	8
6	0.9011270	0.3190699	7
7	0.9227537	0.3177511	6
8	0.9586548	0.3473865	5
9	0.9592544	0.3850522	4
10	0.9742947	0.4340702	3
11	0.9984040	0.5160600	2
12	0.9336714	0.4974985	1

Tablo 4.17'ye bakıldığında, yine VAR modelinin öngörü performansının BVAR6 modelinden daha etkin olduğu görülmektedir. Burada yine BVAR6 modelinin Theil U değerleri yüksek çıkarken, VAR modeline ilişkin Theil U değerleri düşük çıkmıştır.

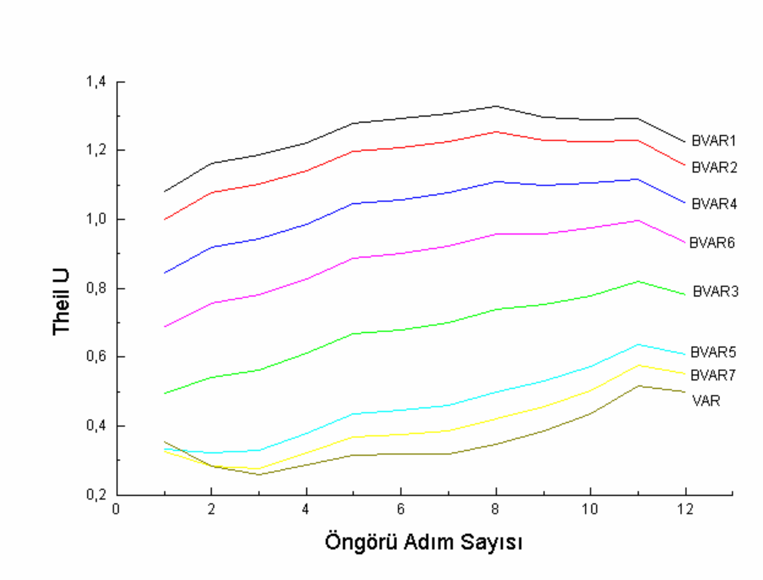
Aynı dönemde LTEFE değişkeni için BVAR7 ve VAR modellerinin Theil U değerleri Tablo 4.18.'de sunulmuştur.

Tablo 4.18. Ocak.2002 - Aralık.2002 dönemindeki LTEFE serisi için BVAR7 ile VAR modellerinin Theil U değerleri

Dönem Dışı Öngörü Adım Sayısı	Theil U istatistiği		Gözlem Sayısı
	BVAR7	VAR	
1	0.3251391	0.3530759	12
2	0.2832688	0.2820795	11
3	0.2776917	0.2578854	10
4	0.3213272	0.2854033	9
5	0.3674423	0.3162731	8
6	0.3765129	0.3190699	7
7	0.3854453	0.3177511	6
8	0.4211023	0.3473865	5
9	0.4577244	0.3850522	4
10	0.5025423	0.4340702	3
11	0.5761678	0.5160600	2
12	0.5532140	0.4974985	1

Tablo 4.18'e bakıldığında, bir adım ileriye yönelik öngörü için BVAR7 modeli daha iyi sonuç verirken, ileriki adımlarda yine VAR modeli daha etkin olmaktadır.

Uygulamada kullanılan BVAR modellerinin tek tek incelenip yorumlanmaları anlamlı olmakla birlikte, bunların aynı grafik üzerinde gösterilmeleri de aynı derecede anlamlı olacaktır. Bu amaçla çizilen grafik Şekil 4.18.'de gösterilmiştir.



Şekil 4.18. Ocak.2002-Aralık.2002 dönemindeki LTEFE serisi için BVAR ve VAR modellerinin Theil U değerleri

Şekil 4.18. bir bütün olarak değerlendirildiğinde, VAR modelinin Theil U değerinin bütün BVAR modellerinden oldukça düşük olduğu görülmektedir. Yalnızca BVAR5 modeli ile BVAR7 modelinin 2 adım ileriye öngörü performansının VAR modele göre daha iyi olduğu anlaşılmaktadır. Bu adımdan sonraki adımlarda yine VAR modeli daha uygun sonuçlar vermektedir.

4.3.2. Ocak.2001-Aralık.2001 Dönemi İçin 12 Adım İleriye Dönem Dışı Öngörü Değerlerinin Elde Edilmesi

Altbölüm 4.3.1.'de Ocak.1986-Aralık.2001 dönemi kullanılarak tahminleme yapılmış olup, 2002 yılı gerçek değerleri ile Theil U istatistiği yardımıyla karşılaştırılmıştır. Elde edilen sonuçlarla düzenlenen Şekil 4.18., BVAR modellerinin öngörü performansının düşük olduğunu göstermektedir. Buna, 2001 yılında yaşanan ekonomik krizin neden olabileceği düşünülmüş ve bu altbölümde Ocak.1986-Aralık.2000 dönemi kullanılarak modeller oluşturularak 2001 yılı dönem dışı öngörü değerleri elde edilmiştir.

Ocak.2001-Aralık.2001 dönemindeki LTEFE değişkeni için BVAR1 ve VAR modellerinin Theil U değerleri Tablo 4.19.'da gösterilmiştir.

Tablo 4.19. Ocak.2001 – Aralık.2001 dönemindeki LTEFE serisi için BVAR1 ile VAR modellerinin Theil U değerleri

Dönem Dışı Öngörü Adım Sayısı	Theil U istatistiği		Gözlem Sayısı
	BVAR1	VAR	
1	0.5260104	0.5335885	12
2	0.4755320	0.5551420	11
3	0.4159762	0.5371133	10
4	0.3790367	0.5144009	9
5	0.3549581	0.4904404	8
6	0.3482217	0.4767328	7
7	0.3553649	0.4775589	6
8	0.3684008	0.4807532	5
9	0.3800005	0.4808849	4
10	0.3910444	0.4782494	3
11	0.4054485	0.4714996	2
12	0.4211445	0.4630237	1

Tablo 4.19., 12 adım için de BVAR1 modelinin, VAR modelinden daha etkin olduğunu ortaya koymaktadır. Çünkü 12 adım için de BVAR1 modelinin Theil U değerleri, VAR modeline göre daha düşük olmaktadır. Bu beklenen bir sonuçtur; çünkü ikinci parametre w'nin 0.001 olması, ilgilenilen LTEFE değişkenine ilişkin modeldeki yer alan diğer değişkenlerin ağırlıklandırmalarını çok küçük tutmaktadır. Bu da aslında modelin vektör kısmının çıkarılıp, bir anlamda yalnızca tek değişkenli BVAR modelinin kalması anlamına gelmektedir (Doan, 1992).

İncelenen dönemindeki LTEFE değişkeni için BVAR2 ve VAR modellerinin Theil U değerleri Tablo 4.20.'da gösterilmiştir.

Tablo 4.20. Ocak.2001 – Aralık.2001 dönemindeki LTEFE serisi için BVAR2 ile VAR modellerinin Theil U değerleri

Dönem Dışı Öngörü Adım Sayısı	Theil U istatistiği		Gözlem Sayısı
	BVAR2	VAR	
1	0.5582296	0.5335885	12
2	0.5210746	0.5551420	11
3	0.4747009	0.5371133	10
4	0.4423333	0.5144009	9
5	0.4161533	0.4904404	8
6	0.4044100	0.4767328	7
7	0.4061005	0.4775589	6
8	0.4135251	0.4807532	5
9	0.4198347	0.4808849	4
10	0.4246726	0.4782494	3
11	0.4305399	0.4714996	2
12	0.4366569	0.4630237	1

Yukarıdaki tablo incelendiğinde, BVAR2 modelinin ilk adım dışında, diğer adımlarda VAR modelinden daha etkin öngörü performansı sergilediği görülecektir. İlk parametre olan genel sıkılık parametresi, BVAR2 modeli için 0.1'dir. Genel sıkılık parametresi ne kadar düşük olursa, modelin Bayesci kısmına o ölçüde önem verilmiş olur. Bu gerçek, BVAR2 modelinde, modelin Bayesci kısmını öne çıkardığını göstermektedir.

Aynı dönemdeki LTEFE değişkeni için BVAR3 ve VAR modellerinin Theil U değerleri Tablo 4.21.'de gösterilmiştir.

Tablo 4.21. Ocak.2001 – Aralık.2001 dönemindeki LTEFE serisi için BVAR3 ile VAR modellerinin Theil U değerleri

Dönem Dışı Öngörü Adım Sayısı	Theil U istatistiği		Gözlem Sayısı
	BVAR3	VAR	
1	0.5659555	0.5335885	12
2	0.5589619	0.5551420	11
3	0.5307144	0.5371133	10
4	0.5036259	0.5144009	9
5	0.4772525	0.4904404	8
6	0.4625701	0.4767328	7
7	0.4624012	0.4775589	6
8	0.4668519	0.4807532	5
9	0.4692218	0.4808849	4
10	0.4687580	0.4782494	3
11	0.4655483	0.4714996	2
12	0.4605658	0.4630237	1

Tablo 4.21.'e bakıldığında, ilk 2 adım dışında BVAR3 modelinin VAR modeline göre etkin sonuçlar verdiği görülmektedir.

LTEFE değişkeni için BVAR4 ve VAR modellerinin Theil U değerleri Tablo 4.22.'de gösterilmiştir.

Tablo 4.22. Ocak.2001 – Aralık.2001 dönemindeki LTEFE serisi için BVAR4 ile VAR modellerinin Theil U değerleri

Dönem Dışı Öngörü Adım Sayısı	Theil U istatistiği		Gözlem Sayısı
	BVAR4	VAR	
1	0.5764816	0.5335885	12
2	0.5516168	0.5551420	11
3	0.5148412	0.5371133	10
4	0.4859122	0.5144009	9
5	0.4597562	0.4904404	8
6	0.4463785	0.4767328	7
7	0.4463407	0.4775589	6
8	0.4515407	0.4807532	5
9	0.4553657	0.4808849	4
10	0.4569748	0.4782494	3
11	0.4577756	0.4714996	2
12	0.4577467	0.4630237	1

Tablo 4.22.'de de yine ilk adım dışında BVAR4 modelinin Theil U değerleri VAR modelinin Theil U değerlerine göre küçük olduğundan dolayı, BVAR4 modelinin ilk adım dışında VAR modeline göre etkin olduğu söylenebilmektedir.

Ocak.2001-Aralık.2001 dönemindeki LTEFE değişkeni için BVAR5 ve VAR modellerinin Theil U değerleri Tablo 4.23.'de gösterilmiştir.

Tablo 4.23. Ocak.2001 – Aralık.2001 dönemindeki LTEFE serisi için BVAR5 ile VAR modellerinin Theil U değerleri

Dönem Dışı Öngörü Adım Sayısı	Theil U istatistiği		Gözlem Sayısı
	BVAR5	VAR	
1	0.5506074	0.5335885	12
2	0.5555213	0.5551420	11
3	0.5309678	0.5371133	10
4	0.5052322	0.5144009	9
5	0.4797756	0.4904404	8
6	0.4654207	0.4767328	7
7	0.4659391	0.4775589	6
8	0.4699992	0.4807532	5
9	0.4713892	0.4808849	4
10	0.4699335	0.4782494	3
11	0.4648253	0.4714996	2
12	0.4578378	0.4630237	1

Tablo 4.23.'e bakıldığında, yine ilk iki adım dışında BVAR5 modelinin öngörü performansının VAR modeline göre daha etkin olduğu görülmektedir.

İncelenen dönemindeki LTEFE değişkeni için BVAR6 ve VAR modellerinin Theil U değerleri Tablo 4.24.'de gösterilmiştir.

Tablo 4.24. Ocak.2001 – Aralık.2001 dönemindeki LTEFE serisi için BVAR6 ile VAR modellerinin Theil U değerleri

Dönem Dışı Öngörü Adım Sayısı	Theil U istatistiği		Gözlem Sayısı
	BVAR6	VAR	
1	0.5748169	0.5335885	12
2	0.5574961	0.5551420	11
3	0.5245978	0.5371133	10
4	0.4965900	0.5144009	9
5	0.4702452	0.4904404	8
6	0.4560679	0.4767328	7
7	0.4556276	0.4775589	6
8	0.4600856	0.4807532	5
9	0.4627953	0.4808849	4
10	0.4629124	0.4782494	3
11	0.4612168	0.4714996	2
12	0.4581238	0.4630237	1

Tablo 4.24 de, ilk adım dışında BVAR6'nın VAR modele göre daha iyi bir öngörü performansı sergilediğini göstermektedir.

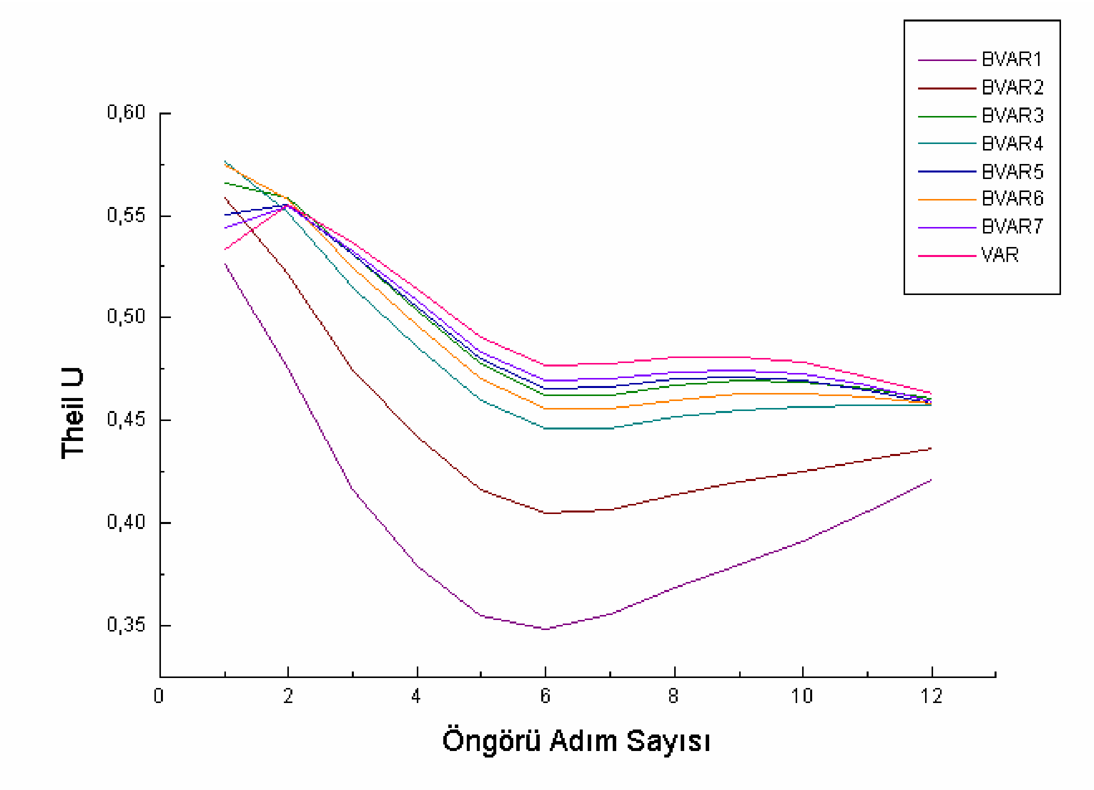
Aynı dönemdeki LTEFE değişkeni için BVAR7 ve VAR modellerinin Theil U değerleri Tablo 4.25.'de gösterilmiştir.

Tablo 4.25. Ocak.2001 – Aralık.2001 dönemindeki LTEFE serisi için BVAR7 ile VAR modellerinin Theil U değerleri

Dönem Dışı Öngörü Adım Sayısı	Theil U istatistiği		Gözlem Sayısı
	BVAR7	VAR	
1	0.5438652	0.5335885	12
2	0.5548807	0.5551420	11
3	0.5326583	0.5371133	10
4	0.5081340	0.5144009	9
5	0.4834101	0.4904404	8
6	0.4694079	0.4767328	7
7	0.4701598	0.4775589	6
8	0.4739057	0.4807532	5
9	0.4747750	0.4808849	4
10	0.4728325	0.4782494	3
11	0.4669897	0.4714996	2
12	0.4593166	0.4630237	1

Tablo 4.25'e bakıldığında ise, yine Theil U değerlerine bakılarak BVAR7 modelinin de VAR modeline göre üstünlük sağladığı görülebilmektedir.

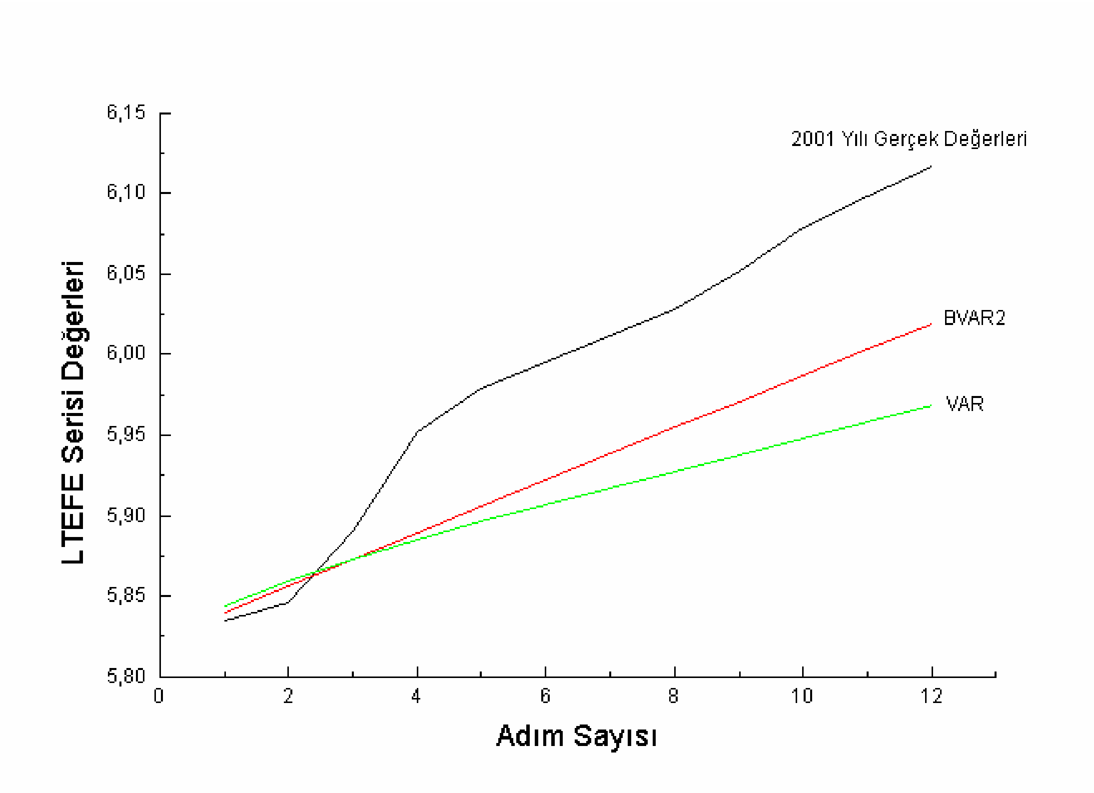
Bu açıklamaların ardından, hangi modelin tercih edilmesi konusunda karar vermede yardımcı olması için, oluşturulan bütün BVAR modellerinin VAR modeli ile karşılaştırmalı grafikleri aşağıda Şekil 4.19.'da sunulmuştur.



Şekil 4.19. Ocak.2001-Aralık.2001 dönemindeki LTEFE serisi için BVAR ve VAR modellerinin Theil U değerleri

Şekil 4.19'dan açıkça görüleceği gibi, en düşük Theil U istatistik değerlerine sahip modeller sırasıyla BVAR1, BVAR2, BVAR4, BVAR6, BVAR3, BVAR5, BVAR7 ve VAR modelidir. Yani burada kullanılan tüm BVAR modellerin öngörü performansı VAR modelinin öngörü performansına üstünlük sağlamaktadır. BVAR modellerden, BVAR2 modelinin öne çıktığı söylenebilir. Bu noktada BVAR1 modelinin neden seçilmediği sorulabilir. BVAR1 modelinin tercih edilmeme nedeni, BVAR1 modelinde kullanılan parametre değerleri sebebiyle bu modelin tek değişkenli BVAR modeline yaklaşıyor olmasıdır. Dolayısıyla uygun model $(\gamma = 0.1, w = 0.1)$ parametreleri ile BVAR2 modelidir.

BVAR2 modelinin öngörü değerleri ile VAR modelinin öngörü değerlerinin, 2001 yılında gerçekleşen değerler ile karşılaştırılması amacıyla, çizilen grafik Şekil 4.20.'de gösterilmiştir.



Şekil 4.20. Ocak.2001-Aralık.2001 dönemindeki LTEFE serisi için gerçekleşen değerler ile BVAR2 ve VAR modellerinin karşılaştırılması

Şekil 4.20.'den de görüleceği gibi, BVAR2 ile öngörülen değerlerin 2001 yılı gerçek değerlerine yaklaşımı VAR modelininkinden daha iyidir. Bu çerçevede BVAR2'nin VAR'dan daha etkin sonuçlar verdiği söylenebilir.

4.4. Sonuçların Karşılaştırılması ve Yorumlanması

Sonuçlar incelendiğinde, BVAR modeli Ocak.2002-Aralık.2002 döneminin öngörüsünde VAR modeline göre iyi bir performans sergileyememiştir. Buna, 2001 yılında Türkiye'de yaşanmış olan ekonomik krizin neden olabileceği düşünülüp, Ocak.1986-Aralık.2000 dönemi için de ayrı bir modelleme yapılıp Ocak.2001-Aralık.2001 öngörülerine bakılmıştır. Çıkan sonuçlar bize BVAR modelinin, VAR modeline göre 2001 yılı gerçek değerlerin tahmininde çok daha başarılı olduğunu kanıtlamıştır. Buradan hareketle, BVAR modelinin Ocak.2002-Aralık.2002 döneminin öngörüsündeki başarısızlığına 2001 yılında yaşanan ekonomik krizin neden olduğu söylenebilir. Sonuç olarak, çalışmada dikkate alınan zaman periyotları ve analizler sonucunda BVAR modellerinin VAR modellere göre dönem dışı öngörü performansının oldukça etkin olduğu kanıtlanmıştır.

KAYNAKLAR DİZİNİ

Akgül, I., 1992, "ARIMA Modelleri", Marmara Üniversitesi İstatistik ve Ekonometri Uygulama ve Araştırma Merkezi.

Bessler, D.A., Kling, J.L., 1986, "Forecasting Vector Autoregressions with Bayesian Priors", American Journal of Agricultural Economics, Vol.68, No.1.

Bischoff, C.W., Belay, H. and Kang, I., July 2000, "Bayesian VAR Forecasts Fail To Live Up to Their Promise", Business Economics.

Çağlayan, E., 1998, Çok Denklemli Zaman Serisi Modelleri ve Bir Uygulama, Basılmamış Yüksek Lisans Tezi, Marmara Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Ekonometri Anabilim Dalı, İstanbul.

Charemza, W. W., Deadman D. F., 1993, " New Direction in Econometric Practice", Edward Elgar.

Chatfield, C., 1996, The Analysis of Time Series and Introduction, Chapmann & Hall, 5. Edition, London.

Deriş, F., 1996, ARIMA ve VAR Modelleme Yöntemlerince Üretilen Önkestirim Modelleri ve Türkiye Ekonomisi Üzerine Bir Uygulama, Basılmamış Doktora Tezi, Mimar Sinan Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.

Doan, T., Litterman, R.B. and Sims, C., Sept 1983, "Forecasting and Conditional projection Using Realistic Prior Disributions", NBER Working Papers Seies, No:1202, Cambridge.

Doan, T., 1992, RATS. Users Manual Version 4. Estima, IL.

Enders, W., 1995, Applied Econometric Time Series, John Wiley & Sons. Canada.

Engle, R.F., Granger, C.W.J., 1987, “Cointegration and Error Correction: Representation, Estimation and Testing”, Econometrica, 55, 251-276.

Engle, R.F., You, B.S., 1987, “Forecasting and Testing in Cointegrated systems”, Journal of Econometrics, 35, 143-159.

Efron, B., 1986, “Why isn’t Everyone a Bayesian?”, American Statistician, 40,1-11.

Ergün, G., 1995, Devingen Doğrusal Modeller ve Bayesci Öngörüler Üzerine Bir Çalışma, Basılmamış Doktora Tezi, H.Ü. İstatistik Bölümü, Ankara.

Ertek, T., 1996, Ekonometriye Giriş, Genişletilmiş İkinci Baskı, Beta Yayınları, İstanbul.

Fırat, B.E., 1994, Estimating and Forecasting Exchange Rate: Comparison of Structural and VAR Models, A Master’s Thesis, Middle East Technical University, Master of Science in Economics, Ankara.

Gamerman, D., 1997, Markov Chain Monte Carlo, Chapman & Hall.

Geweke, J. F., Messe, R., 1981, “Estimating Regression Models of Finite but Unknown Order”, International Economic Review, 22, 55-70.

Gürsakal, N., 1992, Bayesgil İstatistik, Uludağ Üniversitesi Güçlendirme Vakfı Yayın No: 68, Uludağ Üniversitesi Basımevi, Bursa.

Hsu, P., Wang, C., Shyu, J. Z., Yu, H., 2002, “A Litterman BVAR Approach for Production Forecasting of Technology Industries”, Technological Forecasting & Social Change, 5402.

Joutz, F. L., Maddala, G.S., Trost, R.P., 1995, “An Integrated Bayesian Vector Autoregression and Error Correction Model for Forecasting Electricity Consumption and Prices”, J. Forecast, 14, 287-310.

Kadılar, C., 2000, Uygulamalı Çok Değişkenli Zaman Serileri Analizi, Bizim Büro Basımevi, Ankara.

Kadılar, C. ve C. Erdemir, 2000, “Vektör Otoregresyon Modellerinin Derecesinin Seçiminde Kullanılan İstatistiksel Kriterler”, Uludağ Üniversitesi İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi Dergisi, 18, 1-2, http://www.uludag.edu.tr

Kennedy, P., 1998, A Guide To Econometrics, Fourth Edition, Blackwell Publishers Inc., USA.

Kutlar, A., 2002, Eş-bütünleme, Türkiye’de Para Talebi ve Döviz Uygulaması, Yargı Yayınevi, Ankara.

Kutlar, A., 2000, Ekonometrik Zaman Serileri, Birinci Baskı, Gazi Kitabevi, Ankara.

Larson, H.J., 1982, Introduction to Probability Theory and Statistics Inference, Third Edition, John Wiley and Sons, N.Y.

Lindley, D.V., 1978, Bayesian Statistics, A Review, Society for Industrial and Applied Mathematics.

Litterman, R., 1986a, “A Statistical Approach to Economic Forecasting”, Journal of Business and Economic Statistics, 4, 1-4.

Litterman, R., 1986b, “Forecasting with Bayesian Vector Autoregression – Five Years of Experience”, Journal of Business and Economic Statistics, 4, 25-38.

Lutkepohl, H., 1993, Introduction to Multiple Time Series Analysis, Second Edition, Springer-Verlag, Berlin.

Maddala, G.S., 1992, Introduction to Econometrics, 2. Edition, Macmillan Publishing Company, Newyork.

Mılls, T.C., 1993, The Econometric Modelling of Financial Time Series, Cambridge University Press, Cambridge.

Nelson, C.R., Plosser, C., 1982, “Trends and Random Walks in Macroeconomic Time Series”, Journal of Monetary Economics, 10, 139-162.

O’Hagan, A., 1986, Probability: Methods and Measurement, Chapman&Hall, New York.

Ramos, F., 2003, “Forecasts of Market Shares from VAR and BVAR Models: A Comparison of Their Accuracy”, İnternational Journal of Forecasting, 19, 95-110

Stock, J.H. and Watson M.W., Fall 2001, “Vector Autoregressions”, Journal of Economic Perspectives, Volume 15, 101-115.

Sezgin, F., 1999, Regresyonda Bayes Yaklaşımı, Basılmamış Doktora Tezi, Marmara Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, İstanbul..

Smith, A.F.M., 1984, ‘Bayesian Approaches to Outliers and Robustness, in Specifing Statistical Models’, ed. JP Fdoren, Mmouchart.

Spencer, D., 1993, “Developing a Bayesian Vector Autoregression Forecasting Model”, International Journal of Forecasting, 9, 407-421.

Tiao, G.C., Box, G.E.P., 1981, “Modelling Multiple Time Series with Application”, Journal of The American Statistical Association, Vol.76, Number 376, 802-816.

Tiao, G., Tsay, R., 1983, “Multiple Time Series Modeling and Extended Sample Cross-Correlations”, Journal of Business and Economic Statistics, 1, 43-56.

Todd, R., 1984, “İmproving Economic Forecasting with Bayesian Vector Autoregression”, Quarterly Review, Federal Reserve Bank of Minneapolis, Fall, 18-29.

Wi, S., 1999, An Evaluation Of Combining Forecasts and a Strategy For Searching For An Optimum Bayesian Var Prior To Forecast Business Cycle Turning Points, Dissertation of Doctor of Philosophy in Economics, State University of New York, Graduate School of Binghamton University, New York.

Yaffee, R., Mcgee, M., 2000, Introduction to Time Series Analysis and Forecasting, Academic Press.

Zellner, A., 1971, An Introduction to Bayesian Inference in Econometrics, John Wiley & Sons, Newyork.