T.C.
MİMAR SİNAN GÜZEL SANATLAR ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

BULANIK HEDEF PROGRAMLAMA MODELİ VE BİR UYGULAMA DENEMESİ

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Gökhan AKMAN

İstatistik Anabilim Dalı

İstatistik Programı

Tez Danışmanı: Prof. Dr. Nalan CİNEMRE

EYLÜL 2009

Gökhan AKMAN tarafından hazırlanan BULANIK HEDEF PROGRAMLAMA MODELİ VE BİR UYGULAMA DENEMESİ adlı bu tezin .... tezi olarak uygun olduğunu onaylarım.

....

Tez Yöneticisi

Bu çalışma, jürimiz tarafından .... Anabilim Dalında .... tezi olarak kabul edilmiştir.

Başkan: : _______________________________________

Üye : _______________________________________

Üye : _______________________________________

Üye : _______________________________________

Üye : _______________________________________

Bu tez, Mimar Sinan Güzel Sanatlar Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü tez yazım kurallarına uygundur.

BULANIK HEDEF PROGRAMLAMA MODELİ VE BİR UYGULAMA DENEMESİ

(Yüksek Lisans Tezi)

Gökhan Akman

MİMAR SİNAN GÜZEL SANATLAR ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

Eylül 2009

ÖZET

Bu çalışmada amaç, bulanıklık altında en iyi karar vermeyi sağlayan modellerden biri olan bulanık hedef programlama modelinden bir üretim planlamasında nasıl yararlanılabilineceğini göstermektir. İlk bölümde konuya giriş yapılmıştır. İkinci bölümde bulanık küme kavramları tanımlanmıştır. Üçüncü bölümde bulanık sayılar incelenmiştir. Dördüncü bölümde bulanık hedef programlama incelenmiştir. Beşinci bölümde Şen Piliç Gıda Sanayi A.Ş. Söğütlü Fabrikası'na ait aylık üretim planlaması, gerçek veriler kullanılarak yapılmıştır. Üretim planlama problemi bulanık hedef programlama tekniği yardımı ile çözülmüştür. Altıncı bölümde elde edilen sonuçlar tartışılıp, yorumlanmıştır.

Bilim Kodu :
Anahtar Kelimeler : Bulanık Kümeler, Bulanık Sayılar, Bulanık Hedef Programlama
Sayfa Adedi : 93
Tez Yöneticisi : Prof. Dr. Nalan CİNEMRE

FUZZY GOAL PROGRAMMİNG MODEL AND AN APLİCATİON TO EXPERİMENT

(M.Sc. Thesis)

Gökhan Akman

MIMAR SINAN FINE ARTS UNIVERSITY
INSTUTE OF SCIENCE AND TECHNOLOGY

September 2009

SUMMARY

This study aims to compare the fuzzy goal programming which is formed by applying fuzzy sets theory to goal programming problems. In the first chapter, an introduction of the study has been done. In the second chapter, fuzzy sets approachess has been explained. In the third chapter, fuzzy numbers introduced. In the fourth chapter, fuzzy goal programming introduced. In the fifth chapter, monthly production planning of Şen Piliç Food İndustry A.Ş. Söğütlü Factory has been made by using monthly data. Production planning problem solved by means of fuzzy goal programming techniques. In the sixth chapter, the results has been discussed.

Science Code :
Key Words : Fuzzy Sets, Fuzzy Numbers, Fuzzy Goal Programming
Page Number: 93
Supervisor : Prof. Dr. Nalan CİNEMRE

ÖNSÖZ

Üzerimde emeği ve bilgisi olan tüm hocalarıma, tez konumun seçimi sırasında bana yol gösteren ve hazırladığım bu çalışma süresince bilgi ve deneyimi ile çalışmama destek veren tez danışmanım, değerli hocam, Sn. Bölüm Başkanımız Prof. Dr. Nalan CİNEMRE ve düzeltmelerde yardımcı olan Yrd. Doç. Dr. Semra ERPOLAT ile Arş. Görevlisi Ozan Kocadağlıya tüm kalbimle teşekkür ederim.

Uygulama sırasında gerekli bilgileri edinme fırsatı bulduğum, geçmişte birlikte çalıştığım Şen Piliç Gıda Sanayi A.Ş. Söğütlü Kesimhanesi Fabrika Müdürü Ersin Yıldırım ve tüm çalışanlarına teşekkür ediyorum.

Eylül 2009 Gökhan AKMAN

İÇİNDEKİLER

ÇİZELGE LİSTESİ

Sayfa No

ŞEKİL LİSTESİ

Sayfa No

1. GİRİŞ

1900'lü yılların ortalarında meydana gelen II. Dünya savaşında, savunma stratejilerinin belirlenmesi için kullanılmaya başlanan ve gitgide sivil alanlara da sıçrayarak gelişen yöneylem araştırmaları, gerçek dünya problemlerine de uygulanmaya başlanmıştır (Cinemre, 2004). Yöneylem araştırmalarının içeriğindeki çeşitli programlama tekniklerinin tek amacı eldeki problemi optimal (en iyi) sonuca ulaştırmaktır. Fakat günümüzde yaşanan hızlı değişim sonucu günlük hayatta karşılaşılan pek çok sorunun tek bir amaçla ifade edilebilmesi mümkün olmamaktadır. Bu nedenle çok amaçlı karar verme modelleri geliştirilmiştir. Bunların içerisinde en önemli ve etkili olanı; hedef programlama modelidir. Hedef programlama modeli, problemin parametre değerleri ile sınırlarında belirsizliğin ya da bulanıklığın olması durumunda, bulanık küme teorisine ihtiyaç duymaktadır.

1965 yılında Prof. Dr. L. Askerzade ZADEH tarafından temelleri atılan bulanık küme teorisi, problemlerin çözümünde klasik matematiğin yarattığı kesin sınırların aşılarak belirsizliğin karar verme süreçlerinde yer almasını sağlamış ve belirsizliklerin matematiksel boyuta taşınarak bir fonksiyon yardımı ile ifadesini mümkün kılmıştır. Bulanık küme teorisinden faydalanılarak, belirsizlik içeren tüm optimizasyon problemlerine çözüm yolları üretmek mümkündür. Optimizasyon problemlerine bulanık küme teoreminin uygulanmasına yönelik yapılan ilk çalışma 1970 yılında Bellman ve Zadeh tarafından gerçekleştirilmiştir. Bulanık küme teoreminin çok amaçlı problemler üzerinde kullanılması ise ilk olarak Zeleny'nin (1973) yaptığı çalışmada gerçekleştirilmiştir. Bu çalışma Zimmermann (1973) ve Hannan (1981) tarafından geliştirilmiş ve üyelik fonksiyonu kavramından esinlenerek bulanık ortamda hedef programlama modelini formüle etmişlerdir.

Bulanık hedef programlama modellerinin her türlü işletme yönetiminde amaçların sağlanması ve hedeflere ulaşılmasında çok önemli bir yere sahip olduğu bilinmektedir. Teorik olarak bulanık hedef programlama konusunda araştırma yapmak için işletmenin üretim ve çalışma şekline ait temel verilere ihtiyaç duyulur. Verilerin değerlendirme sürecinde karar verici ile iletişim içinde olmak, çalışmanın sonucunu doğrudan etkileyebilir. Dolayısıyla araştırma hangi alanda yapılırsa yapılsın işletmede gerçekleştirilen üretimin ve karar vericinin taleplerinin çok iyi anlaşılması gerekir.

Bu çalışmada, öncelikle bulanık kümeler ve bulanık sayılar kavramları ele alınarak açıklanmıştır. Daha sonra çok amaçlı karar verme modelleri içerisinde yer alan hedef programlama tekniği bulanık hedef programlama başlığı altında incelenmiş ve son olarak problemin bünyesinde belirsizlik ya da bulanıklık olması durumunda belirsizlikleri çözümlemeye yönelik kullanılan bulanık hedef programlama modelinden bir üretim planlamasında nasıl yararlanılabileceği gösterilmiştir.

2. BULANIK KÜMELER

2.1. Bulanık Küme Tanımı

Bulanık küme kavramı ilk olarak 1964 yılında Prof. Dr. L. Askerzade ZADEH tarafından ele alınmıştır. Zadeh, 1965 yılında yayınlanan ‘‘bulanık kümeler’’ isimli makalesinde; bir sistemdeki karmaşıklığın oluşturduğu belirsizliğin farklı görünümlerini ve kişilerin algılama farklılıklarını ele almıştır. Zadeh’e göre, bir sistemdeki karmaşıklık arttıkça, sistemi tanımlayan ifadelerin anlamı azalmakta ve anlamlı ifadeler de belirsizliğe doğru gitmektedir. Bu belirsizliği çözümlemede klasik küme yaklaşımı yetersiz kalmaktadır. Klasik kümelerden birçok yönden farklılık gösteren bulanık kümeler, bir sistemde karşılaşılan belirsizlikleri çözümlemeye yönelik yeni bir yaklaşım olarak ele alınabilir.

x ile gösterilen elemanların oluşturduğu $X=\{x\}$ kümesinin bir alt kümesi olan A bulanık kümesi; $\underset{\sim}{A}=\left\{\left(x;\mu_{\underset{\sim}{A}}(x)\right) \mid x\in X\right\}$ şeklinde tanımlıdır. Bu ifadenin anlamı : Bir bulanık küme $\underset{\sim}{A}$; ilki kümenin bir elemanı, ikincisi ise bu elemanın üyelik derecesini belirten sayısal değer olmak üzere, elemanları sıralı ikililer olan kümedir (Zimmermann, 1987).

Bulanık kümeleri klasik kümelerden ayıran en önemli özellik, bulanık küme elemanlarının kümeye ait oluşlarının kesin değil, bulanık olmasıdır.

2.2. Üyelik Fonksiyonu ve Üyelik Derecesi

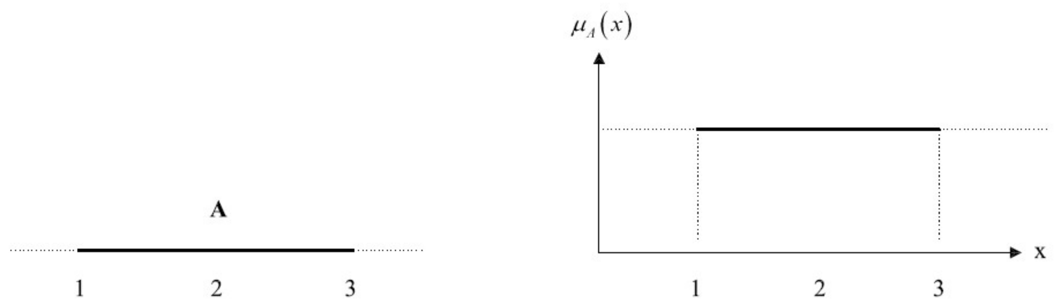
Bir x elemanının A kümesinin elemanı olup olmadığı, üyelik fonksiyonu ile ifade edilir. Klasik kümelerde elemanların kümeye üyelikleri kesindir ve bu üyelik herhangi bir belirsizliği üzerinde taşımaz. Klasik bir yaklaşımla R, reel sayıları ifade etmek üzere, 1’den 3’e kadar olan sayıları bir küme altında toplamak istersek, kümeyi; $A=\{x\in R \mid 1\le x\le 3\}$ olarak ifade ederiz.

$A=\{x\in R \mid 1\le x\le 3\}$ olarak tanımlanan A kümesinin üyelik fonksiyonu;

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 1 \ ; \ 1 \leq x \leq 3 \\ 0 \ ; \ \textit{diğer durumlarda} \end{cases}$$

şeklinde belirtilir.

Bu tanımlamadan da anlaşılabileceği gibi, herhangi bir elemanın A kümesine dahil edilebilmesi için, fonksiyonda alacağı değerin ‘1’ olması gerekir. Diğer bir ifade ile ‘1’ değerini alan eleman kümenin tüm özelliklerini üzerinde taşır. A kümesine ait olmayan elemanların fonksiyonda alacağı değer ise ‘0’ olacaktır. Bu nedenle $\mu_A(x)$ üyelik fonksiyonunun değer kümesi {0, 1} olarak belirlenir (Şekil 2.1).



Şekil 2.1. A Kümesi ve $\mu_A(x)$ Üyelik Fonksiyonuna Ait Grafikler

Kaynak: James C.Bezdek, “Computing With Uncertainty”, IEEE Communications Magazine, September 1992, p.25.

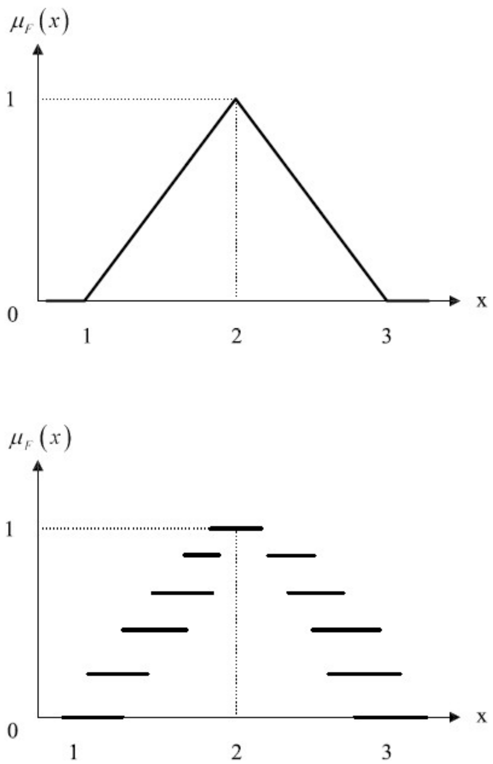
A kümesinin tanımını değiştirip, 2 sayısına ‘yakın’ değerler alan yeni bir F kümesi tanımladığımızda, oluşacak küme bulanık bir küme özelliğini taşıyacaktır. Burada kullanılan ‘yakın’ ifadesi F kümesine bulanık küme özelliğini verir.

2 sayısına ‘yakın’ değerler alan elemanlardan oluşan F bulanık kümesi için bir $\mu_F(x)$ üyelik fonksiyonu tanımlayalım. $x \in R$ olmak üzere, F kümesine üyeliğin derecesini veren $\mu_F(x)$ fonksiyonu 0 ile 1 arasında değişen değerler alacaktır.

0 ile 1 arasında değerler alan fonksiyonda ‘1’ değerini alan eleman kümenin tüm özelliklerini üzerinde taşır. Fonksiyonun değeri 0’a yaklaştıkça, ilişkili elemanın F

kümesinin özelliğini taşıma derecesi de zayıflar. ‘0’ değerini alan eleman ise o kümenin elemanı değildir.

Bulanık bir kümenin üyelik fonksiyonunun alacağı değerlere ilişkin tek bir tanımlama yapmak mümkün değildir. Bulanık bir kümesinin elemanlarının üyelik değerini belirlemek için üyelik fonksiyonu olarak adlandırılan üçgen, çan eğrisi, yamuk gibi fonksiyonlar kullanılır. F bulanık kümesinin üyelik fonksiyonunu tanımlamaya çalıştığımızda aşağıda (Şekil 2.2) ifade edilen üç ayrı üyelik fonksiyonu ile karşılaşırız.



Şekil 2.2. $\mu_F(x)$ Üyelik Fonksiyonuna Ait Grafikler.

Kaynak: Masatoshi Sakawa, Fuzzy Sets and Interactive Multiobjective Optimization, Plenum Press, New York, 1993, p.23.

Küme elemanlarının üyelik fonksiyonunda alacağı değerler üyelik derecesi olarak tanımlanır. Bu tanımdan yola çıkılarak, klasik bir kümedeki elemanların alabileceği üyelik dereceleri 0 ve 1 ile sınırlı olmasına rağmen, bulanık bir kümedeki elemanların üyelik derecelerinin [0,1] kapalı aralığındaki herhangi bir değeri alabileceği sonucuna ulaşılır (Bezdek and Pall, 1992).

Bulanık bir değişkene ilişkin üyelik fonksiyonu atama süreci, kavramların uygulamadaki anlamına dayanarak sezgisel olarak yapılabilir. Bulanık küme teorisinde üyelik fonksiyonlarının belirlenmesi sürecinde özel algoritmalar geliştirilmiş olmasına rağmen, birçok uygulama işlemsel kolaylık sağlaması bakımından parametrik olarak ifade edilebilen üyelik fonksiyonları ile gerçekleştirilmektedir. Parametrik üyelik fonksiyonları arasında uygulamada yaygın olarak kullanılanları; üçgensel ve yamuksal üyelik fonksiyonlarıdır.

Üyelik fonksiyonlarının doğru ve uygulama ile örtüşen bir şekilde belirlenmesi, bulanık küme teorisinin esasını teşkil etmektedir. Bu sebeple, üyelik fonksiyonları bir kez belirlendikten sonra, bulanık küme teorisinde bulanık olan herhangi bir şey kalmamaktadır.

2.2.1. Üyelik Fonksiyonun Özellikleri

Bulanık kümelere ait bütün üyelik fonksiyonlarının üzerinde taşımaları gereken üç temel özellik bulunmaktadır. Bunlar; normallik, monotonluk ve simetri özellikleridir. Bu özellikler aşağıdaki gibi özetlenmiştir;

i) Normallik

Bulanık bir kümenin alabileceği en büyük üyelik derecesinin 1 olması durumunda, bulanık küme ‘normal’ olarak adlandırılır. Bütün küme elemanlarının üyelik derecesi 0 olduğunda, A bulanık kümesi boş küme olarak adlandırılır.

Normallik özelliği taşımayan bulanık bir küme normalaltı (subnormal)’dır. Normalaltı bir bulanık küme, boş küme olmaması koşulu ile her bir üyelik derecesinin en büyük üyelik derecesine bölünmesi sonucunda normal bir kümeye dönüştürülebilir.

ii) Monotonluk

Üyelik fonksiyonu, istenen küme kriterlerine yaklaştıkça 1’e yaklaşıyor ve uzaklaştıkça 1’den uzaklaşıyorsa, bu durum üyelik fonksiyonunun monotonluğu olarak adlandırılır.

iii) Simetri

İstenen kriterin sağında veya solunda yer alan, eşit uzaklıktaki değerlerin üyelik dereceleri birbirine eşittir. Bu özellik, üyelik fonksiyonunun simetrikliği olarak adlandırılır.

Simetri özelliği gerekli bir durum olmakla beraber yapılan farklı çalışmalardaki birçok üyelik fonksiyonunun bu özelliği göstermiyor olması dikkat çekicidir (Bezdek and Pall, 1992).

2.2.2. Üyelik Fonksiyonu Oluşturma Yöntemleri

Bulanık kümelere, üyelik değeri veya üyelik fonksiyonu atanması, rassal değişkenlere olasılık yoğunluk fonksiyonu atanması teknikleriyle mümkün olabilmektedir. Üyelik fonksiyonu oluşturulması işlemi sezgisel olabileceği gibi, bazı algoritmalara ve mantıksal işlemlere dayandırılarak da yapılabilir. Üyelik fonksiyonlarının pratik tahminine ilişkin, sistematik olarak yapılmış bir çalışma bulunmamasına rağmen, değişik araştırmacılar tarafından yapılmış, birbirlerinden bağımsız bazı yöntemler mevcuttur. Aşağıda bu yöntemler ve içerikleri özet olarak verilmiştir.

a) Örnekleme Yöntemi (Zadeh, 1972);

Bu yöntem Zadeh'e aittir. U bir evrensel küme ve A, U üzerinde tanımlı bir bulanık küme iken, μ_A üyelik fonksiyonu, A kümesi için yapılacak örnekleme sonucunda elde edilecek bilgilerden yola çıkılarak belirlenebilir.

A kümesi 'genç' olarak nitelenen insanların meydana getirdiği bulanık bir küme olsun. 'Genç' nitelemesi kesin sınırlar taşımadığı için bulanık bir ifadedir. Bu kümeye ait üyelik fonksiyonunu tayin ederken, seçilen kişilere verilen bir "z" yaşı konusundaki düşünceleri sorulur. "z yaşındaki bir insan gençtir" cümlesine verilecek, doğru, biraz doğru, sınırda, biraz yanlış, yanlış yanıtları ve bu ifadelerin karşılıkları sayı düzlemine (1, 0.75, 0.5, 0.25, 0 gibi) yerleştirilir. Aynı işlemin birkaç farklı yaş için tekrarlanması sonucunda μ_A üyelik fonksiyonunun kesikli ifadesine ulaşılmış olur. Zadeh'in bu mantıktan hareket ederek oluşturduğu 'genç' ve ‘yaşlı’ bulanık kümelerine ilişkin üyelik fonksiyonu tanımlaması aşağıda gösterildiği gibidir.

$$\mu_{genç}(x) = \begin{cases} 1/\left(1+((x-25)/5)^{2}\right), & x > 25 \\ 1 \quad , & x \le 25 \end{cases} \tag{2.1}$$

$$\mu_{yaşlı}(x) = \begin{cases} 1/\left(1+((x-50)/5)^{-2}\right), & x > 50 \\ 0 \quad , & x \le 50 \end{cases} \tag{2.2}$$

b) Bozulan Prototipler Yöntemi (Bremermann, 1976);

Bir x objesi ve G prototipi arasındaki farklılığın ölçüsü, ikisi arasındaki minumum uzaklık ve bozulmadan kaynaklanan çarpıklık değerlerinin toplamından oluşur.

μ ; x ve G arasındaki uzaklık fonksiyonu,

δ ; w tarafından ağırlıklandırılan çarpıklık fonksiyonu,

$g_1, g_2, \ldots\ldots, g_n$: parametreler.

G, $g_1, g_2, \ldots\ldots, g_n$ parametreleri tarafından bozulabilecek prototip olmak üzere, farklılığı ifade eden fonksiyon,

$$D(x) : \min\left[\mu\left(x; g_1, g_2, \ldots\ldots, g_n\right) + w\delta\left(g_1, g_2, \ldots\ldots, g_n\right)\right] \tag{2.3}$$

şeklindedir ve bu fonksiyondan yararlanılarak oluşturulan G bulanık kümesine ait, üyelik fonksiyonu aşağıda gösterildiği gibidir.

$$\mu_G(x) = 1 - \left(D(x) / \sup D\right) \tag{2.4}$$

c) Örtülü Analitik Tanımlama (Kochen and Badre, 1976);

Üyelik fonksiyonunun, sürekli, türevlenebilir ve S-biçimli olduğu varsayılarak yapılan bu çalışmaya göre, ele alınan bir x objesinin G bulanık kümesine olan üyeliğinin derecesini,

$$\frac{d\mu_G}{dx}(x) = k\mu_G(x)(1-\mu_G(x)) \quad (2.5)$$

eşitliğinin çözümü sonucunda elde edilen,

$$\mu_G(x) = 1/(1+e^{(a-bx)}) \quad (2.6)$$

fonksiyonu vermektedir. Burada a ve b parametreleri istatistiksel verilerden tahmin edilmektedir.

d) İstatistiksel Teknikler (Hers and Caramazza, 1976);

Bu yaklaşımda, $\mu_G(x)$ üyelik fonksiyonu ‘ x, G’nin elemanımıdır ? ’ sorusuna verilen pozitif yanıtların tüm yanıtlara oranı olarak düşünülmüştür. $\mu_G(x)$’in alacağı değerin, pozitif yanıt veren kişi sayısının olasılığının artması ile artacağı varsayımı altında çalışılmıştır. Diğer bir ifade ile, pozitif yanıtların olasılığı $\mu_G(x)$ ile doğru orantılıdır.

Nowakowska (1977), yaptığı çalışmada x kişisinin G grubuna üyeliğini üyelik fonksiyonu tanımlamasından hareketle belirlemeye çalışmıştır. Burada kullanılan varsayım, x objesinin G bulanık kümesine olan üyeliğinin pozitif olması olasılığının, $\mu_G(x)$ değerinin artan bir fonksiyonu olduğu şeklindedir. Bu noktadan hareketle oluşturulan üyelik fonksiyonu aşağıdaki şekildedir.

t : güven değeri, $d(x) = \begin{cases} 1 & evet \\ -1 & hayır \end{cases}$ olmak üzere

$$\mu(x) = 1/2 + d(t/10) \quad (2.7)$$

e) Filtre (süzgeç) Fonksiyonu (Mac Vicar – Whelan, 1978);

Filtre fonksiyonu F, NP ve $2w$ parametreleri ile tanımlanır. $F(NP) = 0.5$ ve $2w$ üye oluş ile üye olmayış arasındaki geçişin uzunluğu olmak üzere, filtre fonksiyonu aşağıdaki şekildedir.

$$F\left(x;NP;w\right)=\begin{cases}0 & , \quad x\in\left(-\infty,NP-w\right)\\ (0.5w)(x-NP+w) & , \quad x\in\left[NP-w,NP+w\right]\\ 1 & , \quad x\in\left[NP+w,+\infty\right]\end{cases} \tag{2.8}$$

Boy uzunluklarına ait normal yığına ait parametreler x ve σ iken, x kişisinin 'uzun boylular' olarak nitelendirilen K bulanık kümesine üyeliği,

$$\mu_K\left(x\right)=F\left(x;x+\alpha\sigma,\beta\sigma\right) \tag{2.9}$$

fonksiyonu aracılığı ile belirlenir. Burada kullanılan α ve β parametreleri deneysel olarak belirlenmektedir.

x kişisinin 'kısa boylular' olarak nitelendirilen L bulanık kümesine üyeliğini verecek olan $\mu_L\left(x\right)$ üyelik fonksiyonu ise aşağıdaki şekildedir.

$$\mu_L\left(x\right)=1-F\left(x;x+\alpha\sigma,\beta\sigma\right) \tag{2.10}$$

Yukarıdaki yöntemler incelendiğinde üyelik fonksiyonlarına ilişkin bir genelleme yapılamadığı görülmektedir. Örneğin istatistikteki en çok olabilirlik ya da olasılık yoğunluk fonksiyonlarının taşıdığı birtakım kurallar burada söz konusu değildir (Dubois and Prade, 1980).

Bunlara ek olarak, değişik araştırmacılar tarafından, değişik yöntemlerle üretilen pek çok üyelik fonksiyonu mevcuttur. Dombi (1990) üyelik fonksiyonlarının genel bir değerlendirmesini yapmıştır. Üyelik fonksiyonları, aşağıdaki şekillerde ele alınabilir (Dombi, 1990).

Dimutru ve Luban'ın kuvvet fonksiyonları;

$$\mu\left(x\right)=x^2/a^2+1 \quad , \quad x\in\left[0,a\right] \tag{2.11}$$

ve

$$\mu\left(x\right)=-x^2/a^2-2x/a+1 \quad , \quad x\in\left[0,a\right] \tag{2.12}$$

şeklindedir.

Svarowski'nin sinüs fonksiyonu;

$$\mu(x) = 0.5 + 0.5\left[\sin\left(\pi/(b-a)(x-(a+b)/2)\right)\right] \quad , \quad x \in [a,b] \tag{2.13}$$

şeklindedir.

Zimmermann(1976)'ın doğrusal fonksiyonu;

$$\mu(x) = 1 - x/a, \quad x \in [0,a] \tag{2.14}$$

şeklindedir.

Tanaka, Uejima ve Asai'nın simetrik üçgensel fonksiyonu;

$$\mu(x) = \begin{cases} 1-|b-x|/a, & b-a \le x \le b+a \\ 0 & , \ diğer\ durumlarda \end{cases} \tag{2.15}$$

şeklindedir.

Hannan'ın parçalı doğrusal fonksiyonu;

$$\mu(x) = \sum_j \alpha_j \left|x - a_j\right| + \beta x + r \qquad , j = 1,2,....N$$

$$\alpha_j = (t_{j+1} - t_j)/2 \tag{2.16}$$

$$\beta_j = (t_{N+1} + t_1)/2$$

$$r = (s_{N+1} + s_1)/2$$

şeklinde olmak üzere her $a_{i-1} \le x \le a_i$ aralığı için $\mu(x) = t_i x + s_i$ 'dir. t_i, eğim ve s_i, $a_{i\text{-}1}$'de başlayıp a_i'de biten eğim bileşeni için y bileşenidir.

Leberling'in hiperbolik fonksiyonu;

$$\mu(x) = 1/2 + 1/2 \tanh(a(x - b)) \quad , \quad -\infty \le x \le \infty \tag{2.17}$$

(a : parametre olmak üzere)

şeklindedir.

Sakawa ve Yumine'nin üstel ve ters hiperbolik fonksiyonları;

$$\mu(x)=c\left(1-e^{(b-x)/(b-a)}\right) \quad , \quad x\in[a,b] \tag{2.18}$$

ve

$$\mu(x)=1/2+c\tanh^{-1}\left((x-b)d\right) \tag{2.19}$$

(c ve d parametreler olmak üzere)

şeklindedir.

Dimutru ve Luban'ın fonksiyonu;

$$\mu(x) = 1/(1+x\ /\ a) \qquad (a\ :\ \text{parametre}) \tag{2.20}$$

şeklindedir.

Dubois ve Prade'in L – R bulanık sayısı;

$$\mu(x) = \begin{cases} L\left((a-x)/\alpha\right), & x < a \\ R\left((a-x)/\alpha\right), & x > a \\ 1 \quad , & a\le x\le b \end{cases} \tag{2.21}$$

şeklinde olmak üzere $L(.)$ ve $R(.)$ referans fonksiyonlarıdır.

Civanlar ve Trussel'in fonksiyonu;

$$\mu(x) = \begin{cases} ap(x) & , \quad ap(x)\le 1 \\ 0 & , \quad \textit{diğer durumlarda} \end{cases} \tag{2.22}$$

şeklinde olmak üzere $a\in[0,1]$ bir parametre ve $p(x)$ olasılık yoğunluk fonksiyonudur.

Savarovski'nin fonksiyonu;

$$\mu(x) = \begin{cases} 0 & , \quad x < a \\ K(x-a)^2 & , \quad a \le x \le b \\ K_2 x^2 + K_1 x + K_0 & , b < x \le c \\ 1 & , \quad x > c \end{cases} \tag{2.23}$$

şeklinde olmak üzere K, K_0, K_1, K_2 parametrelerdir.

Zimmermann ve Zysno'nun fonksiyonu;

$$\mu(x) = 0.5 + (1/d)\left[1/\left(1 + e^{-a(x-b)}\right) - c\right] \tag{2.24}$$

şeklindedir.

Dombi'nin fonksiyonu

$$\mu(x) = (1-s)x^2 / \left\{(1-s)x^2 + s(1-x)^2\right\} \tag{2.25}$$

şeklinde olmak üzere s, biçimin karakteristik değeri; $y = \mu(x)$ ve $y = x$ değerlerinin kesişimidir.

2.3. Bulanık Küme Çeşitleri

Bulanık kümeler, yapıları itibarı ile kesikli ve sürekli bulanık kümeler olmak üzere ikiye ayrılmaktadırlar. Bunlar aşağıdaki gibi tanımlanabilir.

a) Kesikli Bulanık Küme;

$$\underset{\sim}{A} = \sum_{i}^{n} \frac{\mu_{\underset{\sim}{A}}(x_i)}{x_i} \tag{2.26}$$

şeklinde yazılabilen ve evrensel kümenin sonlu olmasını ifade eden kümeye kesikli bulanık küme denir.

b) Sürekli Bulanık Küme;

$$\underset{\sim}{A} = \int \frac{\mu_{\underset{\sim}{A}}(x_i)}{x_i} \quad , \quad \forall\, x_i \in U \tag{2.27}$$

şeklinde yazılabilen ve evrensel kümenin sonsuz olmasını ifade eden kümeye sürekli bulanık küme denir.

Kesikli ve sürekli bulanık kümelerde kullanılan Σ ve $\int$ işaretleri cebirsel anlamlarında olduğu gibi toplam ve integral almayı göstermez. Burada kesikli ve sürekli evrenlerde birleşim anlamını ifade etmektedirler.

2.4. Bulanık Küme İşlemleri

Klasik kümelerde, kesişim, birleşim ve tümleme şeklindeki üç temel işlem bulanık kümelerde en sık karşılaşılan işlemlerdir ve aşağıdaki gibi tanımlanabilir (Zhang, 2004).

2.4.1. Bulanık Kesişim Kümesi

Evrensel küme U 'da tanımlı $\underset{\sim}{A}$ ve $\underset{\sim}{B}$ kümelerine ait üyelik fonksiyonları $\mu_{\underset{\sim}{A}}(x)$ ve $\mu_{\underset{\sim}{B}}(x)$ olsun. Bu durumda $\underset{\sim}{A} \cap \underset{\sim}{B}$ bulanık kesişim kümesi;

$$\underset{\sim}{A} \cap \underset{\sim}{B} = \min\left(\mu_{\underset{\sim}{A}}(x), \mu_{\underset{\sim}{B}}(x)\right) \quad , \quad \forall x \in U \tag{2.28}$$

şeklindedir.

2.4.2. Bulanık Birleşim Kümesi

Evrensel küme U 'da tanımlı $\underset{\sim}{A}$ ve $\underset{\sim}{B}$ kümelerine ait üyelik fonksiyonları $\mu_{\underset{\sim}{A}}(x)$ ve $\mu_{\underset{\sim}{B}}(x)$ olsun. Bu durumda $\underset{\sim}{A} \cup \underset{\sim}{B}$ bulanık birleşim kümesi;

$$\underset{\sim}{A} \cup \underset{\sim}{B} = \max\left(\mu_{\underset{\sim}{A}}(x), \mu_{\underset{\sim}{B}}(x)\right) \quad , \quad \forall x \in U \tag{2.29}$$

şeklindedir.

Birleşim kümesinin diğer bir gösterimi şöyledir:

$$\underset{\sim}{A} \cup \underset{\sim}{B} = \left(\mu_{\underset{\sim}{A}}(x) \vee \mu_{\underset{\sim}{B}}(x)\right) \quad , \quad \forall x \in U \tag{2.30}$$

2.4.3. Bulanık Tümleyen Kümesi

Evrensel küme U ’da tanımlı $\underset{\sim}{A}$ kümesinin tümleyeni $\overline{\underset{\sim}{A}}$ olsun. $\mu_{\underset{\sim}{A}}(x)$ ve $\mu_{\overline{\underset{\sim}{A}}}(x)$ sırasıyla $\underset{\sim}{A}$ ve $\overline{\underset{\sim}{A}}$ kümelerine ait üyelik fonksiyonlarını göstersin. Bu durumda $\overline{\underset{\sim}{A}}$ bulanık tümleyen kümesi;

$$\overline{\underset{\sim}{A}} = 1 - \mu_{\underset{\sim}{A}}(x) \quad , \quad \forall x \in U \tag{2.31}$$

şeklinde tanımlanır.

2.5. Bulanık Küme Özellikleri

Bulanık kümelerin; eşitlik, kapsama, üs alma, kartezyen çarpım, yükseklik, normallik, destek kümesi, kernel kümesi, sınır kümesi, merkez, kardinalite, α-kesimleri ve dış bükeylik özellikleri mevcuttur. Aşağıda bu özeliklere değinilmektedir.

a) Eşitlik

Aynı evrensel kümede tanımlı $\underset{\sim}{A}$ ve $\underset{\sim}{B}$ bulanık kümelerinin üyelik fonksiyonları, evrensel kümede yer alan her bir eleman için aynı üyelik derecesini alıyorsa, $\underset{\sim}{A}$ ve $\underset{\sim}{B}$ bulanık kümeleri birbirine eşittir. İki bulanık kümenin eşitliği, matematiksel olarak aşağıda verildiği gibi ifade edilebilir (Özkan, 2003).

$$\mu_{\underset{\sim}{A}}(x) = \mu_{\underset{\sim}{B}}(x) \quad \forall x \in U \Leftrightarrow \underset{\sim}{A} \equiv \underset{\sim}{B} \tag{2.32}$$

b) Kapsama

$\underset{\sim}{A}$ ve $\underset{\sim}{B}$ bulanık iki küme olarak tanımlansın. $\underset{\sim}{B}$ kümesinin $\underset{\sim}{A}$ kümesini kapsaması için,

$$\mu_{\underset{\sim}{A}}(x) \leq \mu_{\underset{\sim}{B}}(x) \quad \forall x \in U \tag{2.33}$$

ilişkisinin mevcut olması gerekir. Bu durum aşağıdaki gibi gösterilir (Aksoy ve diğ., 2003).

$$\underset{\sim}{A} \subseteq \underset{\sim}{B} \tag{2.34}$$

c) Üs Alma

$\underset{\sim}{A}$ bulanık kümesinin β ile gösterilen bir üssü alınabilir. Burada β'nın pozitif gerçel bir sayı olması gerekir. Bulanık küme $\underset{\sim}{A}$'nın β kuvveti, yeni bir bulanık kümeyle sonuçlanır ve aşağıdaki şekilde gösterilir (Özkan, 2003).

$$\mu_{\underset{\sim}{A}^{\beta}}(x) = \left(\mu_{\underset{\sim}{A}}(x)\right)^{\beta} \quad ; \quad \forall x \in U \tag{2.35}$$

d) Kartezyen Çarpım Kümesi

$\underset{\sim}{A}$, $\underset{\sim}{B}$ ve $\underset{\sim}{C}$ bulanık kümeleri sırasıyla U, V ve W everensel kümelerinde tanımlı olsun. Bu bulanık kümelerde yer alan her bir elemanı sırasıyla, x, y, z ile niteleyelim. Bu durumda $\underset{\sim}{A}$, $\underset{\sim}{B}$ ve $\underset{\sim}{C}$ kümelerinin kartezyen çarpımı UxVxW çarpım uzayında aşağıda verilen üyelik fonksiyonu ile nitelenen bulanık bir kümedir (Özkan, 2003).

$$\mu_{UxVxW}(x, y, z) = \min\left(\mu_{\underset{\sim}{A}}(x), \mu_{\underset{\sim}{B}}(y), \mu_{\underset{\sim}{C}}(z)\right) \quad x \in U,\ y \in V,\ z \in W \tag{2.36}$$

e) Yükseklik

$\underset{\sim}{A}$ bulanık kümesi, U evrensel kümesinde tanımlı bulanık bir alt küme olsun. Bu durumda, $\underset{\sim}{A}$ bulanık kümesinin yüksekliği; $\underset{\sim}{A}$ kümesinin U'da tanımlı olan elemanları arasında üyelik derecesi en yüksek olan elemanın, üyelik fonksiyonu değerine eşittir ve matematiksel olarak aşağıdaki gibi ifade edilir (Inuiguchi, 2003).

$$\textit{Yükseklik}\left(\underset{\sim}{A}\right) = \left\{\sup \mu_{\underset{\sim}{A}}(x) \mid x \in U\right\} \tag{2.37}$$

f) Normallik

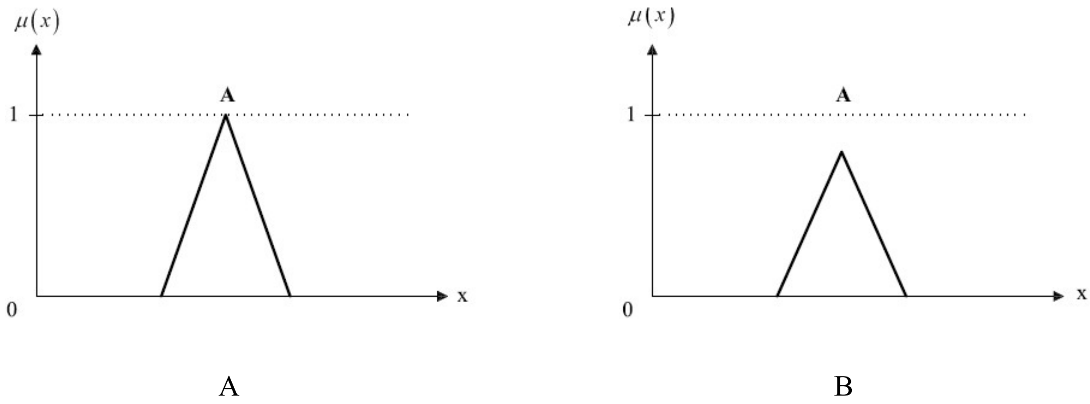
Yüksekliği 1'e eşit olan bulanık kümelere normal bulanık kümeler denir (Özkan, 2003).

$$\textit{Yükseklik}\left(\underset{\sim}{A}\right) = \sup\left[\mu_{\underset{\sim}{A}}(x)\right] = 1 \quad ; \quad \exists x \in U \tag{2.38}$$

Yüksekliği 1'den küçük olan bulanık kümelere ise; normal altı bulanık kümeler denir. Normal altı bulanık kümeler, aşağıda verilen ifade ile normal bulanık kümeye dönüştürülebilir(Özkan, 2003).

$$NORM\left(\underset{\sim}{A}\right)=\frac{Yükseklik\left(\underset{\sim}{A}\right)}{\mu_{\underset{\sim}{A}}\left(x\right)} \quad ; \quad \forall x\in U \tag{2.39}$$

Normal altı bulanık kümelere, normal olmayan bulanık küme de denilmektedir. Normal ve normal olmayan bulanık kümeler (Şekil 2.3)'de verilmiştir.



Şekil 2.3. A) Normal Bulanık Küme, B) Normal Olmayan Bulanık Küme

g) Destek Kümesi

Destek kümesi; bulanık bir kümenin üyelik fonksiyonunda, üyelik derecesi sıfırdan büyük olan elemanların bir araya getirdiği kümeye denir. Destek kümesi, matematiksel olarak aşağıda verildiği gibi tanımlanır (Özkan, 2003).

$$Destek\left(\underset{\sim}{A}\right)=\left\{x\in U \;\middle|\; \mu_{\underset{\sim}{A}}\left(x\right)>0\right\} \tag{2.40}$$

h) Kernel Kümesi

Kernel kümesi, bulanık bir kümeye tamamen üye olan (üyelik fonksiyonundaki üyelik derecesi 1'e eşit olan) elemanların bir araya getirdiği bir kümedir. Bu küme, matematiksel olarak aşağıda verildiği gibi tanımlanır (Özkan, 2003).

$$Kernel\left(\underset{\sim}{A}\right)=\left\{x\in U \;\middle|\; \mu_{\underset{\sim}{A}}\left(x\right)=1\right\} \tag{2.41}$$

ı) Sınır Kümesi

Bulanık bir kümeye kısmen üye olan elemanların bir araya getirildiği geleneksel kümeye sınır kümesi denir ve aşağıdaki gibi ifade edilir (Özkan, 2003).

$$\begin{aligned}
&Sınır\left(\underset{\sim}{A}\right)=\left\{x\in U \;\middle|\; 0<\mu_{\underset{\sim}{A}}<1\right\}\\
&Card\left(\underset{\sim}{A}\right)=\sum_{i}^{n}\mu_{\underset{\sim}{A}}(x_i)\\
&\alpha\in\left(0,1\right]\\
&\underset{\sim}{A}_{\alpha}=\left\{x\in U \;\middle|\; \mu_{\underset{\sim}{A}}(x)\geq\alpha \quad ve \quad \alpha\in\left(0,1\right]\right\}\\
&A_0=U\\
&A_1=\ker nel\left(\underset{\sim}{A}\right)\\
&x_1,x_2\in U \; ve \; \lambda\in\left[0,1\right]\\
&\mu_{\underset{\sim}{A}}\left[\lambda x_1+\left[1-\lambda\right]x_2\right]\geq\min\left[\mu_{\underset{\sim}{A}}(x_1),\mu_{\underset{\sim}{A}}(x_2)\right]
\end{aligned} \qquad (2.42)$$

i) Merkez Kavramı

Bulanık bir kümeye ilişkin üyelik fonksiyonunun maksimum değeri sonlu bir sayı olduğunda, bu kümede yer alan elemanların üyelik derecelerinin ortalama değeri, bulanık kümenin merkezini verir. Ortalama değer negatif (veya pozitif) sonsuza eşitse, üyelik fonksiyonunun maksimum değerine ulaştığı noktalar arasından en büyük (veya en küçük) olan noktaya merkez denir (Özkan, 2003).

j) Kardinalite (Nicelik Sayısı) Kavramı

Kardinalite kavramı, bulanıklıktan arındırma, alt küme olma derecesi gibi özellik ve kuralları tanımlamak için gerekli olan bir kavramdır. Bu kavram bulanık kümelerde, normalaltı bulanık kümeler için bir normalizasyon faktörü olarak da kullanılmaktadır. Sonlu bir evrensel kümede tanımlı olan bulanık bir kümenin kardinalitesi aşağıda verilen ifade ile tanımlanır (Özkan, 2003).

$$Card\left(\underset{\sim}{A}\right)=\sum_{i}^{n}\mu_{\underset{\sim}{A}}(x_i) \qquad (2.43)$$

k) α -Kesimleri

Bulanık bir küme olan $\underset{\sim}{A}$ kümesinin α -kesim kümesi, üyelik fonksiyon değeri α 'ya eşit veya daha büyük olan elemanların yer aldığı bulanık olmayan bir kümedir. α değeri, $\alpha \in (0,1]$ koşuluyla tanımlı gerçel bir sayıdır. α -kesim kümesi, matematiksel olarak aşağıdaki gibi ifade edilir (Rocacher and Patric, 2005).

$$\underset{\sim}{A}_{\alpha} = \left\{ x \in U \;\middle|\; \mu_{\underset{\sim}{A}}(x) \geq \alpha \quad ve \quad \alpha \in (0,1] \right\} \tag{2.44}$$

α -kesim kümesi, $\alpha = 0$ iken evrensel kümeye, $\alpha = 1$ iken kernel kümesine denktir.

Bu durum, matematiksel olarak sırasıyla $A_0 = U$ ve $A_1 = \ker nel\left(\underset{\sim}{A}\right)$ şeklinde ifade edilir (Özkan, 2003).

l) Dış Bükeylik Kavramı

Dış bükeylik kavramı, bulanık kümelerde üyelik fonksiyonlarına veya α -kesimlerine göre tanımlanan ve özellikle optimizasyon ile ilgili uygulamalarda yararlanılan bir kavramdır. α -kesim kümelerinin her biri dış bükey kümeler ise, $\underset{\sim}{A}$ bulanık kümesi de dış bükey bir kümedir. Üyelik fonksiyonlarına göre dış bükeylik kavramı, $x_1, x_2 \in U$ ve $\lambda \in [0,1]$ koşulları ile aşağıda verildiği gibi tanımlanır (Özkan, 2003).

$$\mu_{\underset{\sim}{A}}\left[\lambda x_1 + [1-\lambda] x_2\right] \geq \min\left[\mu_{\underset{\sim}{A}}(x_1), \mu_{\underset{\sim}{A}}(x_2)\right] \tag{2.45}$$

3. BULANIK SAYILAR

3.1. Bulanık Sayılarla İlgili Temel Kavramlar

Bulanık kümelerin özel bir alt kümesi olan bulanık sayılar, kesin olmayan veya yaklaşık sayısal miktarların nitelenmesinde kullanılırlar. Örneğin; ‘‘yaklaşık olarak 15’’, ‘‘0’a yakın’’, ‘‘60’dan büyük’’ gibi kesin olmayan yaklaşık sayısal miktarlara, bulanık sayılar denir (Triantaphyllou, 2000).

Her bulanık sayı bulanık bir küme olmasına rağmen, her bulanık küme bulanık bir sayı değildir (Pedrycz and Gomide, 1998). Bir bulanık kümenin, bulanık bir sayı olabilmesi için aşağıda verilen koşulları sağlaması gerekir (Wu, 2005).

a) Bulanık kümedeki elemanlardan en az birinin üyelik derecesi 1 (normal bir bulanık küme olmalıdır) olmalıdır.

$$yükseklik\left(\underset{\sim}{A}\right)=\sup\left\lfloor \mu_{\underset{\sim}{A}}(x)\right\rfloor=1 \quad ; \quad \exists x\in U \tag{3.1}$$

b) Bulanık küme, dış bükey bir bulanık küme olmalıdır.

$$\mu_{\underset{\sim}{A}}\left[\lambda x_1+[1-\lambda]x_2\right]\geq \min\left[\mu_{\underset{\sim}{A}}(x_1),\mu_{\underset{\sim}{A}}(x_2)\right] \qquad \lambda\in[0,1] \tag{3.2}$$

c) Bulanık kümenin, her bir α -kesimi, gerçel sayı doğrusunun kapalı bir aralığında tanımlı olmalıdır.

$$\left\{x\in U \,\middle|\, \mu_{\underset{\sim}{A}}(x)\geq\alpha\right\} \quad ve \quad \alpha\in[0,1] \tag{3.3}$$

d) Bulanık kümenin destek kümesi sınırlı olmalıdır.

$$\left\{x\in U \,\middle|\, 0<\mu_{\underset{\sim}{A}}(x)<1\right\} \tag{3.4}$$

Bu koşullardan da anlaşıldığı gibi; bulanık sayılar ile bulanık kümeler birbirleri ile yakından ilişkili unsurlardır.

3.2. Bulanık Sayılarda Aralık Analizi

Bulanık sayılarla işlem yapabilmek için aralık analizine ihtiyaç duyulur. Bulanık sayılarda aralık analizi, bir tür güven aralığı olarak algılanabilir. Örneğin, ‘‘Mehmet’in yaşı yaklaşık 40’dır.’’ şeklinde kesinlik arz etmeyen bir bilgi yerine; ‘‘Mehmet’in yaşı 35-45 arasındadır.’’ demek daha mantıklı olacaktır. Bu şekilde Mehmet’in yaşını; kesin olmayan bir sayı olan 40 yerine [35, 45] şeklinde ifade edilen kapalı bir aralık niteleyebilir. Böylelikle, kesin olarak belirlenemeyen sayısal bir değerin, gerçel sayı doğrusu üzerindeki kapalı bir aralık içine yerleştirilmesi mümkün olacaktır. Mehmet’in yaşını ‘‘ x ’’ değişkeni ile nitelersek, $x \in [35, 45]$ olmak üzere Mehmet’in yaşının $35 \leq x \leq 45$ anlamına geldiği açıktır. 35 ve 45 değerleri sırasıyla Mehmet’in yaşının alt ve üst sınırlarını tanımlar.

Bulanık sayılarda, aralıklara ilişkin dört durum söz konusudur. Bunlar $x \leq y \leq z$ ’yi gösteren kapalı aralık $[x, z]$, $x < y < z$ ’yi gösteren açık aralık (x, y), $x < y \leq z$ ’yi gösteren soldan açık sağdan kapalı aralık $(x, z]$ ve $x \leq y < z$ ’yi gösteren soldan kapalı sağdan açık aralık $[x, z)$ ’dir.

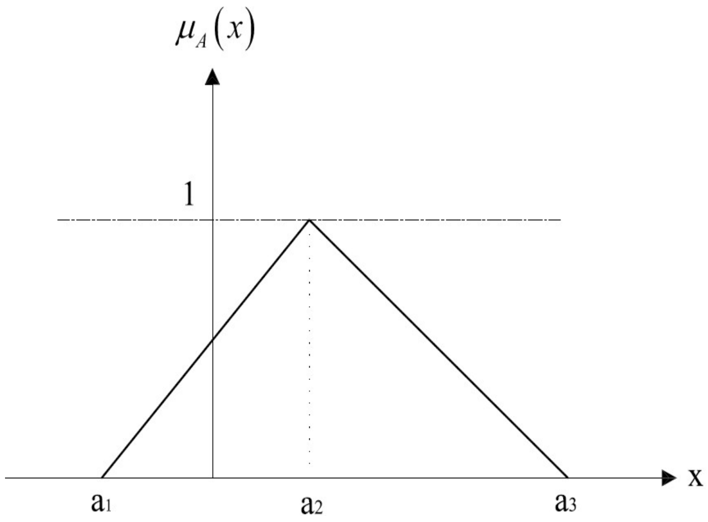
3.3. Bulanık Sayı Çeşitleri

Bulanık küme teorisine göre; bulanık sayılar, belirsizlikleri göstermek için kullanılırlar ve bulanık küme teorisi içinde, farklı üyelik fonksiyonlarına sahip olan, birçok bulanık sayı çeşidi bulunmaktadır (Chen and Moussa, 2006). Çeşitli bulanık sayı biçimleri içerisinde en önemli grubu üçgensel ve yamuksal bulanık sayılar oluşturmaktadır. Bu sayılar, isimlerini üyelik fonksiyonlarının şekillerinden alır. Aşağıda bu iki bulanık sayı türü incelenmiştir.

3.3.1. Üçgensel Bulanık Sayılar

Üçgensel bulanık sayılar, özellikle sistem modellemede sıkça kullanılmaktadır. Üçgensel bulanık sayılar üç elemandan (a_1, a_2, a_3) oluşan şekilde gösterilebilir. (Şekil 3.1)’de gösterilen üçgensel bulanık sayı için üyelik fonksiyonu (3.5) nolu eşitlikte görüldüğü gibi tanımlanabilir (Kalender ve diğ., 2008).

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 0 & x < a_1 \quad ise \\ (x-a_1)/(a_2-a_1) & a_1 \le x \le a_2 \quad ise \\ (a_3-x)/(a_3-a_2) & a_2 \le x \le a_3 \quad ise \\ 0 & x > a_3 \quad ise \end{cases} \tag{3.5}$$



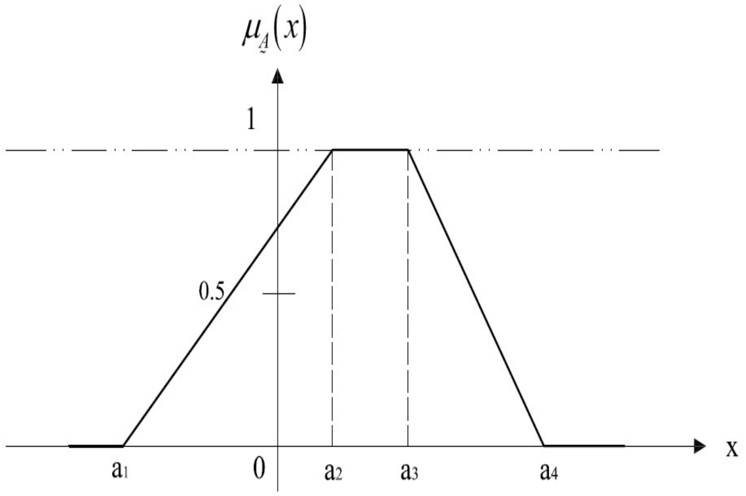
Şekil 3.1. $A = (a_1, a_2, a_3)$ Üçgensel Bulanık Sayısı

3.3.2. Yamuksal Bulanık Sayılar

$(a_1 < a_2 < a_3 < a_4)$ olmak üzere (a_1, a_2, a_3, a_4) dörtlüsü ile A yamuksal bulanık sayısını ifade edelim. Gerçel bir sayı doğrusu üzerinde yer alan (Şekil 3.2) A yamuksal bulanık sayısı için üyelik fonksiyonu aşağıdaki gibi ifade edilir (Kaufmann and Gupta, 1988).

$$\mu_{\underset{\sim}{A}}(x) = \mu_{\underset{\sim}{A}}(x; a_1, a_2, a_3, a_4) = \begin{cases} 0 & , x < a_1 \\ \dfrac{x-a_1}{a_2-a_1} & , a_1 \le x \le a_2 \\ 1 & , a_2 \le x \le a_3 \\ \dfrac{a_3-x}{a_3-a_2} & , a_3 \le x \le a_4 \\ 0 & , x > a_4 \end{cases} \tag{3.6}$$

Burada, a_1 ve a_4 parametreleri yamuksal bir bulanık sayının üyelik derecesinin 0 olduğu elemanları göstermektedir. a_2 ve a_3 parametreleri ise üyelik derecesi 1 olan elemanları ifade etmektedir.



Şekil 3.2. $A=(a_1,a_2,a_3,a_4)$ Yamuksal Bulanık Sayısı

3.4. Bulanık Sayılarda Cebirsel İşlemler

Klasik sayılarda olduğu gibi bulanık sayılara da toplama, çıkarma, çarpma ve bölme gibi temel cebirsel işlemler uygulanabilmektedir. Bulanık sayılarla yapılan cebirsel işlemlerde en çok, $\alpha-$kesim yöntemi ve genişleme kuralı kullanılmaktadır. Aşağıda, bulanık sayılardaki temel cebirsel işlemler için $\alpha-$kesim yöntemi ve genişleme kuralı incelenmiştir.

3.4.1. $\alpha-$Kesim Yöntemi

Bulanık sayılarda temel cebirsel işlemleri yapabilmek için kullanılan $\alpha-$kesim yönteminde, öncelikle $\tilde{A}$ bulanık sayısının $\alpha-$kesim kümelerinin alt ve üst seviyelerinin belirlenmesi gerekir. $\tilde{A}$ bulanık sayısının $\alpha-$kesim kümelerinin alt ve üst sınırları aşağıdaki gibi ifade edilir (Tsoukalas and Uhrig, 1997).

$$\tilde{A}_\alpha=\{a_1^\alpha,a_2^\alpha\},\quad \alpha\in[0,1] \tag{3.7}$$

$\alpha-$kesim kümelerinin alt ve üst sınırları yardımıyla; $\tilde{A}$ ve $\tilde{B}$ bulanık sayılarıyla aşağıda yer alan temel cebirsel işlemler gerçekleştirilir (Bojadziev, 1995).

a) Bulanık Sayılarda Toplama İşlemi

$$\begin{aligned}\{A_\alpha\}+\{B_\alpha\}=\{A_\alpha+B_\alpha\}&=\{a_1^\alpha,a_2^\alpha\}+\{b_1^\alpha,b_2^\alpha\}\\&=\{a_1^\alpha+b_1^\alpha,a_2^\alpha+b_2^\alpha\}\end{aligned}\tag{3.8}$$

b) Bulanık Sayılarda Çıkarma İşlemi

$$\begin{aligned}\{A_\alpha\}-\{B_\alpha\}=\{A_\alpha-B_\alpha\}&=\{a_1^\alpha,a_2^\alpha\}-\{b_1^\alpha,b_2^\alpha\}\\&=\{a_1^\alpha-b_2^\alpha,a_2^\alpha-b_1^\alpha\}\end{aligned}\tag{3.9}$$

c) Bulanık Sayılarda Çarpma İşlemi

$$\begin{aligned}\{A_\alpha\}\,\mathrm{x}\,\{B_\alpha\}=\{A_\alpha B_\alpha\}&=\{a_1^\alpha,a_2^\alpha\}\{b_1^\alpha,b_2^\alpha\}\\&=\left\{\min\left[a_1^\alpha b_1^\alpha,a_1^\alpha b_2^\alpha,a_2^\alpha b_1^\alpha,a_2^\alpha b_2^\alpha\right]\right\},\\&\quad\left\{\max\left[a_1^\alpha b_1^\alpha,a_1^\alpha b_2^\alpha,a_2^\alpha b_1^\alpha,a_2^\alpha b_2^\alpha\right]\right\}\end{aligned}\tag{3.10}$$

d) Bulanık Sayılarda Bölme İşlemi

$$\begin{aligned}\{A_\alpha\}:\{B_\alpha\}=\{A_\alpha:B_\alpha\}&=\{a_1^\alpha,a_2^\alpha\}:\{b_1^\alpha,b_2^\alpha\}\\&=\left\{\min\left[a_1^\alpha:b_1^\alpha,a_1^\alpha:b_2^\alpha,a_2^\alpha:b_1^\alpha,a_2^\alpha:b_2^\alpha\right]\right\},\\&\quad\left\{\max\left[a_1^\alpha:b_1^\alpha,a_1^\alpha:b_2^\alpha,a_2^\alpha:b_1^\alpha,a_2^\alpha:b_2^\alpha\right]\right\}\\&\quad 0\notin[b_1,b_2]\end{aligned}\tag{3.11}$$

3.4.2. Genişleme Kuralı

İki bulanık sayı arasında temel cebirsel işlemler, genişleme kuralı kullanılarak da yapılabilir. İki bulanık sayı $\underset{\sim}{A}$ ve $\underset{\sim}{B}$ olsun, $\underset{\sim}{A}$ ve $\underset{\sim}{B}$'ye uygulanan temel cebirsel işlemler sonucu ortaya çıkan yeni sayı da bulanık bir sayı olacaktır. $\underset{\sim}{A}$ ve $\underset{\sim}{B}$'nin $\alpha-$kesimlerini, $\underset{\sim}{A}_\alpha=\{a_1^\alpha,a_2^\alpha\}$ ve $\underset{\sim}{B}_\alpha=\{b_1^\alpha,b_2^\alpha\}$ olarak belirlediğimizde, bu sayılar arasında aşağıda verilen cebirsel ilişkileri oluşturabiliriz.

$$\left.\begin{aligned}(\underset{\sim}{A}+\underset{\sim}{B})_\alpha&=\underset{\sim}{A}_\alpha+\underset{\sim}{B}_\alpha=\underset{\sim}{C}_\alpha\\(\underset{\sim}{A}-\underset{\sim}{B})_\alpha&=\underset{\sim}{A}_\alpha-\underset{\sim}{B}_\alpha=\underset{\sim}{D}_\alpha\\(\underset{\sim}{A}\,\mathrm{x}\,\underset{\sim}{B})_\alpha&=\underset{\sim}{A}_\alpha\,\mathrm{x}\,\underset{\sim}{B}_\alpha=\underset{\sim}{E}_\alpha\\(\underset{\sim}{A}:\underset{\sim}{B})_\alpha&=\underset{\sim}{A}_\alpha:\underset{\sim}{B}_\alpha=\underset{\sim}{F}_\alpha\end{aligned}\right\}\tag{3.12}$$

İki bulanık sayıya uygulanan toplama, çıkarma, çarpma ve bölme işlemleri genişleme kuralı ile aşağıda verildiği gibi bulunur (Özkan, 2003).

$$\left.\begin{aligned}
\mu_{\underset{\sim}{\text{Ç}}}(z) &= \max_{z=x+y} \min\left(\mu_{\underset{\sim}{A}}(x), \mu_{\underset{\sim}{B}}(y)\right) \\
\mu_{\underset{\sim}{D}}(z) &= \max_{z=x-y} \min\left(\mu_{\underset{\sim}{A}}(x), \mu_{\underset{\sim}{B}}(y)\right) \\
\mu_{\underset{\sim}{E}}(z) &= \max_{z=xxy} \min\left(\mu_{\underset{\sim}{A}}(x), \mu_{\underset{\sim}{B}}(y)\right) \\
\mu_{\underset{\sim}{F}}(z) &= \max_{z=x:y} \min\left(\mu_{\underset{\sim}{A}}(x), \mu_{\underset{\sim}{B}}(y)\right)
\end{aligned}\right\} \tag{3.13}$$

4. BULANIK HEDEF PROGRAMLAMA

4.1. Hedef Programlama

Hedef programlama tekniği ilk olarak 1955 yılında Charnes, Cooper ve Ferguson tarafından ortaya konmuş ve doğrusal programlamanın bir versiyonu olarak tanımlanmıştır. Bu çalışmada, hedef programlama tekniğinin genel matematiksel şekline ve örnek birkaç uygulamaya yer verilmiştir. 1961 yılında Charnes ve Cooper tarafından yayınlanan bir makalede ise hedef programlama belli kısıt denklemleri altında, hedeflere olabildiğince yakın ulaşacak şekilde amaç fonksiyonunun optimizasyonuna yarayan bir teknik olarak tanımlanmıştır. Bu teknik 1960'lı yılların ortasında Ijiri tarafından genişletilmiş, 1970'li yıllarda Ignizio ve Lee ayrıntıları ile birlikte tanımlayarak pek çok sayıda uygulama yapmışlardır (Davis and Mckeown, 1981).

Çok amaçlı problemlerin çözümü için geliştirilen hedef programlama birden fazla hedefin aynı anda ele alınmasına imkan sağlayan bir tekniktir (Cinemre, 2004).

Hedef programlama kullanıcıya, amaçların öncelikleri (üstünlükleri) bakımından optimal bir çözüm sunarken, birbirine zıt amaçların amaç fonksiyonunda yer almasına fırsat verir (Dağdeviren ve diğ., 2004). Birbirine zıt amaçların önceliklerine göre optimal bir sonuç elde edilir ve hedeflere ulaşılıp ulaşılmadığını göstermek için sapma değişkenleri dikkate alınır. Hedef programlama, doğrusal programlamada olduğu gibi amaç kriterini doğrudan maksimize veya minimize etmek yerine, hedefler arasındaki sapmaları minimize yapmaktadır (Güneş ve Umarusman, 2004).

4.1.1. Hedef Programlama ile İlgili Kavramlar

Hedef programlamanın iskeletini oluşturan beş temel kavram aşağıda verilmiştir (Cinemre, 2004).

a) Hedef kısıtlayıcıları: Hedef programlamada iki tip kısıtlayıcı vardır. Bunlar sistem kısıtlayıcıları ile ulaşılmak istenen hedef değerlerini gösteren hedef kısıtlayıcılarıdır. Sistem kısıtlayıcıları kesin, katı kısıtlayıcılardır. Hedef kısıtlayıcıları ise katı olmayıp hedeflenen değerden sapmaların açıklanmasıyla ortaya çıkan fonksiyonlardır. Hedef kısıtlayıcılarının gerçekleştirilmesi, sistem kısıtlayıcılarının gerçekleştirilmesinden sonra gelir.

b) Sapmalar: Hedeflenen başarı ile gerçekleşen başarı arasındaki farka sapma denir. Hedef tam olarak gerçekleşmiş ise sapma değeri sıfır olur. Hedefe ulaşılamamışsa negatif sapma, hedefin üzerinde bir başarı sağlanmışsa pozitif sapma söz konusudur. Pozitif sapma d_i^+, negatif sapma d_i^- sembolüyle gösterilir. Sapma değişkenleri $\left(d_i^-, d_i^+\right)$ negatif olamazlar. Diğer taraftan sapmalar ya istenir ya da istenmezler. İstenen ve istenmeyen sapmalar hakkında karar vermede dikkatli olunmalıdır. Aşağıdaki tabloda yer alan ilişkiler pek çok durumda geçerli olan ilişkilerdir.

Çizelge 4.1. Hedef Kısıtlayıcıları ile Sapmalar Arasındaki İlişki.

Hedef Kısıtlayıcısı Tipi	İstenmeyen Sapmalar
$\geq$	d_i^-
$\leq$	d_i^+
$=$	d_i^-, d_i^+

Tanıma göre $\geq$ durumunda hedefi yakalayamamak, $\leq$ durumunda ise hedefi aşmak istenmeyen durumlardır. $=$ durumunda ise hem hedefi aşma hem de hedefi yakalamama istenmez.

c) Hedefin önceliklendirilmesi: Hedeflerin önceliklerinin belirlenmesinde kullanılan üç yaklaşım vardır.

1. Ordinal sıralama: Bu yöntemde hedefler önemlerine göre listelenir. İlk sırada en önemli hedef yer alırken, son sırada en az önemli hedef yer alır.

2. Kardinal Sıralama: Bu yöntemde istenmeyen her bir sapmaya belirli bir ağırlık verilir. Bu ağırlıklar her bir sapmanın nisbi önemini gösterir. Bu yaklaşım özellikle sapmaların boyutları birbirlerinden farklı olduğunda önem kazanır.

3. Yukarıdaki sıralamaların karması: Ordinal ve kardinal sıralamanın birlikte kullanılması, belirli bir hedef için kullanılan sapmaların ikisinin birden istenmemeleri durumunda ordinal sıralamanın genişletilmiş bir biçimi olarak düşünülebilir.

d) Hedeflerin Boyutları: Hedef programlamanın amaç fonksiyonu, önemleri ölçüsünde ağırlıklandırılmış istenmeyen sapmalar toplamının minimize edilmesi şeklinde tanımlanabilir. Sapmaların boyutları farklı olduğunda amaç fonksiyonunu oluşturan toplam anlamlı bulunmaz. Boyut problemini çözebilmek için ağırlık kullanılması uygun olur.

e) Hedef oluşturma: Karar verici, gerçek hayatta belirlediği her hedefe aynı önemi vermeyebilir. Diğer bir ifade ile bir hedefe ulaşmak başka bir hedefe ulaşmaktan daha önemli olabilir. Böyle bir durumda karar verici her bir hedef için öncelik ve/veya ağırlık belirleyebilir ve doğrusal hedef programlama çözüm sürecinde belirlenen öncelikleri ve/veya ağırlıkları dikkate alarak bir çözüm elde eder. Bu koşullarda hedeflerin tamamını içeren başka bir amaç fonksiyonunun araştırılması uygun olur.

4.1.2. Hedef Programlamanın Yapısı

Hedef programlama modelini oluşturan bileşenler şunlardır(Öztürk, 2005);

Karar değişkenleri; modelde karar verici tarafından değeri belirlenmek istenen bilinmeyenlere karar değişkeni adı verilir. Karar değişkenleri x_i 'ler ile ifade edilir. Örneğin; üretilecek ürün miktarı, istihdam edilecek işçi sayısı, girdi miktarı gibi.

Sistem kısıtları; doğrusal programlamadaki kısıtlara karşılık gelirler. Bunlar tam olarak sağlanması gereken ve hiçbir sapmaya izin verilmeyen kısıtlardır. Bu yüzden de sapma değişkenleri içermezler. Doğrusal programlamadaki gibi formüle edilirler ve öncelikle bunların gerçekleştirilmesine çalışılır. Sistem kısıtları ancak problemin yeniden modellenmesi söz konusu olduğunda değişebilir.

Hedef kısıtları; ulaşılmak istenen hedef değerlerini gösteren fonksiyonlardır. Bunlar sistem kısıtları kadar katı ve değişmez değildir yani sistem kısıtlarına göre daha esnektirler. Sistem kısıtları sağlandıktan sonra hedef kısıtlarının sağlanması süreci başlar. Hedeflenen başarı ile gerçekleşen başarı arasındaki farka sapma denir. Hedef tam anlamıyla sağlanmışsa sapma sıfırdır. Hedefe ulaşılamamışsa negatif sapma, hedefin üzerinde bir başarı sağlanmışsa pozitif sapma meydana gelir. Pozitif sapmalar d_i^+, negatif sapmalar d_i^- ile gösterilir. Hedef kısıtlayıcısı "$\geq$" yönünde ise d_i^+ istenen, d_i^- istenmeyen sapma değişkenidir. Hedef kısıtlayıcısı "$\leq$" yönünde ise d_i^- istenen, d_i^+ ise istenmeyen sapma değişkeni olacaktır. Hedef kısıtlayıcısı "=" durumunda ise d_i^+ ve d_i^- her ikisi de istenmeyen sapma değişkenleri durumundadırlar.

Amaç fonksiyonları; herhangi bir amaç için belirlenen hedeften sapmaları en küçükleyen fonksiyona amaç fonksiyonu adı verilir. Hedef programlamada, amaç fonksiyonun optimal değeri, sistem ve hedef kısıtlayıcılarının belirlediği çözüm alanı içinde aranır.

Birleşik amaç (Başarı) fonksiyonu; birleşik amaç fonksiyonu, diğer bir adıyla başarı fonksiyonu, tüm amaç fonksiyonlarının belirli bir öncelik seviyesi ve/veya ağırlığa göre toplam şeklinde yazılmasıyla oluşturulur. Başarı fonksiyonun oluşturulmasındaki temel ilke, çok amaçlı modeli tek amaçlı bir modele indirgemektir. Böylelikle, asıl amaç hedeflerden olabilecek istenmeyen sapmalar toplamını en küçüklemek olacaktır.

Sapma değişkenleri; hedeflerin üstünde veya altında elde edilen faaliyetlerin miktarını belirleyen değişkenlerdir. Sapma değişkenleri negatif değerler alamazlar ve bir hedefin aynı anda hem üstünde hem de altında olamayacaklarından birinin değeri daima sıfır olur.

Hedef Programlama tekniğinde amaç, hedeflerden sapmaların minimum olmasıdır. Bu nedenle, bütün sistem sapma değişkenlerinin değerlerini minimum yapabilmek üzerine kurulmuştur. Sapma değişkenlerinin problemin kuruluş aşamasında doğru olarak yerleştirilmesi, problemin doğru sonuçlandırılabilmesi için çok önemlidir (Schiederjans, 1984).

4.1.3. Hedef Programlama Modeli

Hedef programlama modeli çok amaçlı programlama modellerinin özel bir türüdür. Çok amaçlı programlama modelleri; optimizasyon düşüncesine dayanır ve kendi aralarında çelişen amaçları kısıtlayıcı kümesine göre eşanlı olarak doyuran bir çözüm vektörünü belirlemeyi amaçlar. Hedef programlama modelinde ise, karar vericinin doyurucu bulduğu bir çözüm belirlenmeye çalışılır. Bu noktadan hareketle, hedef programlama modelinin optimizasyon düşüncesinden çok bir doyum düşüncesine dayandığını söyleyebiliriz.

Hedef programlama modeli, doğrusal programlama modeli gibi, amaç fonksiyonu ve kısıtlayıcı kümesi şeklinde iki bölümde incelenebilir. Doğrusal programlama modelinde yer alan amaç fonksiyonları ve kısıtlayıcılar hedef programlama modelinin sadece kısıtlayıcı kümesini oluşturur. Ayrıca hedef programlama modelinde, amaç fonksiyonları için ulaşılmak istenen erişim değerlerini karar vericinin belirlemesi gerekir. Daha sonra belirlenen erişim değerli amaç fonksiyonları bir eşitlik halinde kısıtlayıcı kümesine eklenir. Ancak bu işlem her bir hedef fonksiyonu için sapma değişkenlerinin tanımlanmasını gerektirir. Hedef fonksiyonlarının erişim düzeylerinden ne kadar uzaklaşıldığının ölçülmesini sağlayan sapma değişkenleri, negatif ve pozitif sapma olarak ikiye ayrılır. d_i^- ile ifade edilen negatif sapma değişkeninin değerinin pozitif olması, ilgili hedefin belirlenen erişim düzeyinin altında bir değere ulaştığını gösterir, d_i^+ ile ifade edilen pozitif sapma değişkeninin değerinin sıfırdan büyük olması durumu ise; ilgili hedef için belirlenen erişim düzeyinin aşıldığını gösterir. Negatif ve pozitif sapma değişkenlerinin sıfır'a eşit olması ise ilgili hedef için belirlenen erişim düzeyine tam olarak ulaşıldığını gösterir. Bir hedeften hem negatif yönlü hem de pozitif yönlü sapma olması mümkün değildir. Sapmalar tek yönlüdür. Hedeften eşanlı olarak tek bir sapma söz konusu olduğu için, sapma değişkenlerinin negatif olmaması gerekir.

Hedef programlama modeli aşağıda verilen çok amaçlı doğrusal programlama modeline dayanarak açıklanabilir (Özkan, 2003).

$$
\begin{aligned}
&Maximum \quad Z_1 = f_1(x) \\
&Minumum \quad Z_2 = f_2(x) \\
&Kısıtlayıcılar \\
&\sum_{j=1}^{n} a_{1j}x_{1j} \le b_1 \\
&\sum_{j=1}^{n} a_{2j}x_{2j} \ge b_2 \\
&\sum_{j=1}^{n} a_{3j}x_{3j} = b_3
\end{aligned}
\tag{4.1}
$$

Bu modeli bir hedef programlama modeli olarak ifade etmek istediğimizde, öncelikle hedef programlama modelinin kısıtlayıcı kümesini oluşturmamız gerekir. Bu noktadan hareketle, $f_1(x)$ ve $f_2(x)$ ile gösterilen fonksiyonlara ilişkin erişim düzeylerinin b_4 ve b_5 olarak belirlendiğini kabul edelim. Bu durumda, çok amaçlı programlama modelinin amaç fonksiyonlarına negatif ve pozitif sapma değişkenlerini katarak aşağıda verilen kısıtlayıcı kümesine ulaşırız.

$$
\begin{aligned}
&\sum_{j=1}^{n} a_{1j}x_{1j} \le b_1 \\
&\sum_{j=1}^{n} a_{2j}x_{2j} \ge b_2 \\
&\sum_{j=1}^{n} a_{3j}x_{3j} = b_3 \\
&f_1(x) + d_1^- - d_1^+ = b_4 \\
&f_2(x) + d_2^- - d_2^+ = b_5 \\
&ve \\
&x_{ij} \ge 0 \qquad i = 1,2,3 \ ; \ j = 1,2,\dots,n \\
&d_i^-, d_i^+ \ge 0 \quad i = 1,2
\end{aligned}
\tag{4.2}
$$

Yukarıda verilen hedef programlama modeline ilişkin amaç fonksiyonunun nasıl oluştuğunu açıklamaya çalışırsak; $f_1(x)$'in belirlenen erişim düzeyinden daha yüksek değerler almasını bekleriz. Başka bir ifade ile $f_1(x)$'in b_4'den büyük değerler alması istenen bir durum olmasına rağmen, $f_1(x)$'in b_4'den küçük değerler alması istenmeyen bir durumdur. Dolayısıyla, negatif sapma değişkeni olan d_1^- 'nin

0'a yaklaşmasını ve hatta 0 değerini almasını, pozitif sapma değişkeni olan d_1^+ 'nın da olabildiğince 0'dan büyük olmasını isteriz. Diğer yandan, $f_2(x)$ fonksiyonu minimizasyon amaçlı olduğundan, bu fonksiyonun belirlenen erişim düzeyinden daha düşük değerler almasını hedefleriz. Dolayısıyla, negatif sapma değişkeni olan d_2^- 'nin 0'dan olabildiğince büyük olmasını ve pozitif sapma değişkeni olan d_2^+ 'nın 0 değerini almasını isteriz. Eğer, hedef fonksiyonunun belirlenen erişim düzeyine tam olarak eşit olmasını istersek, negatif ve pozitif sapma değişkeninin 0'a olabildiğince yakın olmasını isteriz.

Hedef programlama modelinde, hedefler için belirlenen erişim düzeylerinden meydana gelebilecek sapmaların minimizasyonu istenir. Buna göre, yukarıda belirtilen tüm ilişkiler özet olarak aşağıda (Çizelge 4.2)'de düzenlenmiştir.

Çizelge 4.2. Hedef Tipi Formülasyonları (Ignizio, 1982).

Hedef Tipi	Hedef Programlama Formu	Minimize edilecek Sapma Değişkenleri
$a)\ f_i(x) \le b_i$	$f_i(x) + d_i^- - d_i^+ = b_i$	d_i^+
$b)\ f_i(x) \ge b_i$	$f_i(x) + d_i^- - d_i^+ = b_i$	d_i^-
$c)\ f_i(x) = b_i$	$f_i(x) + d_i^- - d_i^+ = b_i$	$d_i^- - d_i^+$

Hedef programlama modelinde kullanılan amaç fonksiyonlarının farklı tipleri aşağıda verildiği gibidir (Schiederjans, 2004).

a) $$Min\ Z = \sum_{i=1}^{n} d_i^- + d_i^+ \qquad (i = 1, 2, 3, ..., n) \tag{4.3}$$

Bu eşitlikte Z, negatif ve pozitif sapmaların toplamının minumumudur. Bu tür amaç fonksiyonu, sapma değişkenleri için herhangi bir ağırlıklandırma veya öncelik söz konusu olmadığında kullanılır.

b) $$Min\ Z = \sum_{i=1}^{n} P_k \left(d_i^- + d_i^+\right) \qquad \left(k = 1, 2, 3, ..., k\right), \left(i = 1, 2, 3, ..., n\right) \qquad (4.4)$$

Bu amaç fonksiyonunda; k tane hedefin her biri için P_k öncelikleri kullanılır. Hedefler önceliklerine göre sıralanmak istendiğinde bu tip amaç fonksiyonu kullanılmaktadır. Bu ilişki matematiksel olarak $P_1 > P_2 > .... > P_{n-1} > P_n$ şeklinde ifade edilir. Amaç fonksiyonunun oluşturulabilmesi için en önemliden daha az önemliye doğru sıralanan hedefler, ilk önce birinci öncelikli hedefin karşılanmasını daha sonra sırasıyla diğer hedeflerin karşılanmasını gerektirir.

c) $$Min\ Z = \sum_{i=1}^{n} W_k P_k \left(d_i^- + d_i^+\right) \qquad \left(k = 1, 2, 3, ..., k\right)\left(i = 1, 2, 3, ..., n\right) \qquad (4.5)$$

Bu amaç fonksiyonunda ise; hedefler önceliklerine göre sıralanır ve sapma değişkenleri ağırlıklandırılır. Ağırlıklandırma $W_k \in [0,1]$ ile gösterilir ve k'ıncı seviyede i'inci hedeften oluşan sapmaya ilişkin matematiksel ağırlık olarak ifade edilir. Burada, W_k ile ifade edilen ağırlıkların toplam olarak 1'e eşit olması gerekir.

Yukarıda belirtilen amaç fonksiyonlarından hangisinin uygulamada kullanılacağı, problemin durumuna göre belirlenir. Eğer, problemde hedeflere herhangi bir öncelik sıralaması yapma ihtiyacı duyulmuyorsa birinci amaç fonksiyonu kullanılır. Fakat, hedeflerin önceliklerine göre sıralanması istenirken, sapma değişkenleri için bir sıralama yapmak istenmiyorsa ikinci amaç fonksiyonu kullanılır. Üçüncü amaç fonksiyonu ise hem hedeflerin hem de sapma değişkenlerinin farklılaştırılması gerekiyorsa kullanılır.

4.2. Bulanık Hedef Programlama

Gerçek dünyaya ilişkin birçok durumda, karar vericilerin hedefleri ve amaçları doğasında bulanıklık barındırır. Bulanık hedef programlamada, hedef programlamadan farklı olarak, hedefler kesin durumda değildir. Böyle durumlarda karar verebilmek, bulanık küme teorisini göz önünde bulundurarak mümkündür.

Hedefler, amacın istem düzeylerini de gösteren terimlerdir. Tam doğru olmayan hedef değerini gösteren amaç, bulanık hedef olarak tanımlanabilir. Kesin bir hedef değerinin yerine, 'civarında', 'yakın', gibi belirsizlik içeren ifadelerle verilen hedef değeri bulanık bir hedeftir. Bu şekilde, içinde belirsizlik bulunduran hedefleri formüle etmek için Martel ve Aouni (1996) ve Aouni ve dig. (1997) klasik hedef programlama modelini yeniden formüle etmişlerdir. Bu formülasyonda hedef programlama içerisine hedef fonksiyonundaki hedeflerden sapmayı belirlemek için tatmin düzeyi fonksiyonunu eklemişlerdir. Hedef değerlere ait belirsizliği karakterize etmek için tatmin düzeyi fonksiyonunda kayıtsızlık eşiği kavramı kullanılmıştır. Bu şekilde, karar verici formülasyona kendi tercihini belirgin bir şekilde ekleyebilir.

Bulanık bir ortamda hedeflerin belirsiz olan hedef değerlerini belirli kılmak için Narasimhan üyelik fonksiyonlarını kullanarak bulanık hedef programlama yöntemini önermiştir (Narasimhan, 1980). Daha sonraki yıllarda, Hannan (1981), Chen (1985), Tiwari (1987), Rao (1987), Yang (1991) gibi bazı araştırmacılar bulanık hedef programlama alanında problem formülasyonu ve bulanık hedeflerin bulanık önceliklerine dair çalışmalar yapmışlar ve bunlara ait çözüm önerileri geliştirmişlerdir. Tiwari ve diğ. (1987) dışındaki araştırmacıların çoğu bulanık hedef programlama formülasyonunda, bulanık hedef ve kısıtları gerçekleyen, bulanık kararlara ulaşmak için minimizasyon operatörlerini kullanmışlardır. Daha sonra da maksimizasyon kararı olarak bulanık kararın maksimum üyelik derecesine sahip karara bakılmıştır.

4.3. Bulanık Ortamda Karar Verme

Bulanık karar kavramı ilk olarak 1970 yılında Bellman ve Zadeh tarafından ortaya atılmıştır. Yazarlar tarafından bulanık kümeler olarak ifade edilen, amaç(ları) ve kısıtlayıcıları ilgilendiren bulanık bir karar verme modeli önerilmiş ve bir karar bu bulanık kümelerin uygun bir birleşimi olarak belirlenmiştir. Başka bir ifade ile bulanık karar, verilmiş olan amaç(ların) ve kısıtlayıcıların uzlaşması sonucu ortaya çıkan bulanık bir kümedir.

Kısıtlar veya amaç fonksiyonları için kesin değerler yerine, sınırları kesin olarak belirlenmemiş seçeneklerin söz konusu olduğu ''etrafında'', ''civarında'', ''yakın'' terimleri kullanılabilir. Bu ifadelerin yer aldığı bulanık kısıtlar ve amaçlar, bulanık kümeler kullanılarak, seçenekler arasından kesin olarak tanımlanabilirler. Bu durum göz önüne alındığında bulanık bir karar; bulanık kısıtların ve bulanık amaç(ların) kesişimi sonucunda ortaya çıkan alternatifler kümesidir. Dolayısıyla bulanık bir karar, kısıtlar ve amaç(lar) bulanıksa elde edilebilir. Bulanık ortamda kısıtlar ve amaç fonksiyonları arasındaki ilişki tamamen simetriktir, yani ilişki arasında bir fark yoktur (Zimmermann, 1991).

Bulanık amaç, U evrensel kümesinin bir alt kümesi olan $\underset{\sim}{G}$ bulanık kümesi ile ifade edilir. Bulanık amaç kümesinin üyelik fonksiyonu $\mu_{\underset{\sim}{G}}(x)$ ile gösterilir. $\mu_{\underset{\sim}{G}}(x)$ üyelik fonksiyonu, $\mu_{\underset{\sim}{G}}(x) \in [0,1]$ koşulu ile belirli bir x vektörünün bulanık amaca olan üyelik derecesini gösterir. $\mu_{\underset{\sim}{G}}(x)$ üyelik fonksiyonu 1 üyelik derecesini aldığında ilgili amaca tamamen ulaşıldığı, 0 üyelik derecesini aldığında ilgili amaca tamamen ulaşılmadığı ve 0 ile 1 arasında bir üyelik derecesi aldığında ilgili amaca kısmen ulaşıldığı düşünülür (Dai, 2003).

Bulanık kısıtlayıcı, U evrensel kümesi içerisinde yer alan bulanık bir küme $\underset{\sim}{C}$ olarak ifade edilir. Bulanık kısıtlayıcı kümesinin üyelik fonksiyonu, $\mu_{\underset{\sim}{C}}(x) \in [0,1]$ koşulu ile belirli bir x vektörünün bulanık kısıtlayıcıya olan üyelik derecesini gösterir. $\mu_{\underset{\sim}{C}}(x)$ üyelik fonksiyonu 1 üyelik derecesini aldığında ilgili kısıtlayıcının tamamen sağlandığı, 0 üyelik derecesini aldığında ilgili kısıtlayıcının tamamen sağlanmadığı ve 0 ile 1 arasında bir üyelik derecesi aldığında ilgili kısıtlayıcının kısmen sağlanmadığı açıktır (Dai, 2003).

Bulanık ortamda ‘‘karar’’ bulanık kısıt(lar)ın ve bulanık amaç fonksiyonunun/fonksiyonlarının kesişimi olarak tanımlanır (Zimmermann, 1987).

$\underset{\sim}{C} =$ Bulanık kısıtların kümesi

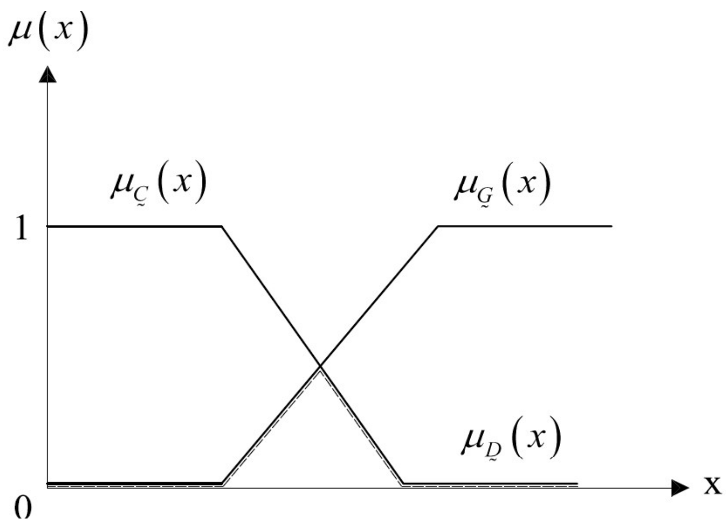
$\underset{\sim}{G} =$ Bulanık amaçların kümesi olmak üzere,

$\underset{\sim}{D} = \underset{\sim}{C} \cap \underset{\sim}{G}$ Bulanık karar kümesi olarak tanımlanır.

Bulanık karar kümesinin üyelik fonksiyonu sembolik olarak;

$$\mu_{\underset{\sim}{D}}(x) = \mu_{\underset{\sim}{C}}(x) \cap \mu_{\underset{\sim}{G}}(x) = \min\left[\mu_{\underset{\sim}{C}}(x), \mu_{\underset{\sim}{G}}(x)\right] \qquad \forall x \in U \tag{4.6}$$

şeklinde tanımlanır. $\underset{\sim}{D}, \underset{\sim}{Ç}\ ve\ \underset{\sim}{G}$ bulanık kümeleri arasındaki ilişki ise (Şekil 4.1)' de gösterilmiştir.



Şekil 4.1. Bulanık $\underset{\sim}{D}, \underset{\sim}{Ç}\ ve\ \underset{\sim}{G}$ Kümeleri Arasındaki İlişki

Bu tanım daha genel bir şekilde, n adet amaç ve m adet kısıtlayıcı için aşağıdaki gibi ifade edilebilir (Zimmermann, 1991).

$$\underset{\sim}{D} = \underset{\sim}{G}_1 \cap \underset{\sim}{G}_2 \cap .... \cap \underset{\sim}{G}_n \cap \underset{\sim}{Ç}_1 \cap \underset{\sim}{Ç}_2 \cap .... \cap \underset{\sim}{Ç}_m \tag{4.7}$$

veya

$$\mu_{\underset{\sim}{D}}(x) = \min\left[\mu_{\underset{\sim}{G}_i}(x), \mu_{\underset{\sim}{Ç}_j}(x)\right] \quad ; \quad \forall x \in U \quad ; \quad i = 1,2,...,n\,;\ j = 1,2,...,m \tag{4.8}$$

Karar vericiler, $\mu_{\underset{\sim}{D}}(x)$'in bulanıklıktan arındırılmasını veya $\mu_{\underset{\sim}{D}}(x)$ kümesinden klasik bir kararın verilmesini isteyebilirler. Bu durum, bulanık karar kümesinin en yüksek üyelik dereceli elemanının belirlenmesi anlamına gelir. Bu ise matematiksel olarak, aşağıdaki gibi ifade edilir (Bojadziev and Bojadziev, 1995).

$$\mu_{\underset{\sim}{D}}(x^*) = \max_{x \in U}\ \mu_{\underset{\sim}{D}}(x) \tag{4.9}$$

veya

$$\mu_{\underset{\sim}{D}}(x^*) = \max_{x \in U}\ \left\{\min\left[\mu_{\underset{\sim}{G}}(x), \mu_{\underset{\sim}{Ç}}(x)\right]\right\} \tag{4.10}$$

Burada, x^* en iyileme yönündeki bir kararı ifade eder. Bulanık amaç ve/veya kısıtlayıcıların kesişim kümesinde en yüksek üyelik dereceli tek bir eleman olması için bulanık karar kümesinin aşağıda verilen dış bükeylik tanımını karşılaması gerekir (Terano et al, 1991).

$$\mu_{\underset{\sim}{D}}\left[\lambda x_1+(1-\lambda)x_2\right]\geq \min\left[\mu_{\underset{\sim}{D}}(x_1),\mu_{\underset{\sim}{D}}(x_2)\right] \quad ; \quad \lambda\in[0,1] \tag{4.11}$$

Görüldüğü gibi bulanık ortamda optimal bir karar; hem kısıtları hem de amaçları aynı anda sağlayan en küçük üyelik derecesine sahip kararlar arasından seçilen en büyük üyelik derecesine sahip karardır (Chanda and Bhattacherjee, 2004).

4.4.Bulanık Hedef Programlama Modeli

Bulanık hedef programlama modeli, hedeflerin öncelik yapısına göre iki şekilde ele alınabilir. Bunlardan ilki, bütün hedefler aynı tercih önceliğinde yer aldığı için eşanlı olarak doyurulan bulanık hedef programlama modelidir. İkincisi ise, hedeflerin farklı tercih öncelikleri olduğu için karar vericinin tercihlerini dikkate alan öncelikli bulanık hedef programlama modelidir (Lai and Hwang, 1994). Bu modelde, hedeflere ilişkin hiyerarşik bir yapının karar verici tarafından belirlenmesi ve bir anlamda da söz konusu hedeflerin en önemliden daha az önemliye doğru sıralanması gerekir. Sıralama işlemi sözel ifadelerle yapılabileceği gibi ağırlık kavramının kullanılmasıyla sayısal olarak da yapılabilir.

Hedefler için belirlenen erişim düzeylerinin bulanık olduğu varsayımı ile genelleştirilmiş bir bulanık hedef programlama modeli aşağıdaki gibi ifade edilir (Özkan, 2003).

$$\left.\begin{aligned}(Ax)_i &\cong b_i \quad ; \quad i=1,2,\ldots\ldots,m_1\\ (Ax)_i &\lesssim b_i \quad ; \quad i=m_1+1,\ldots,m_2\\ (Ax)_i &\gtrsim b_i \quad ; \quad i=m_2+1,\ldots,m_3\end{aligned}\right\}\text{Bulanık hedefler} \tag{4.12}$$

$$\left.\begin{aligned}(Ax)_l\{=,\leq,\geq\}\,b_l \quad &; \quad l=1,2,\ldots,p\\ x_j\geq 0 \quad &; \quad j=1,2,\ldots,n\end{aligned}\right\}\text{Bulanık olmayan kısıtlayıcılar}$$

Yukarıdaki formülde kullanılan; $\tilde{=}$, $\tilde{\leq}$, $\tilde{\geq}$ simgeleri sırasıyla =, ≤, ≥ simgelerinin bulanıklaştırılmış halidir. Bu modelde, i'inci hedef için karar vericinin belirlediği bulanık erişim düzeyi b_i ile gösterilmiştir.

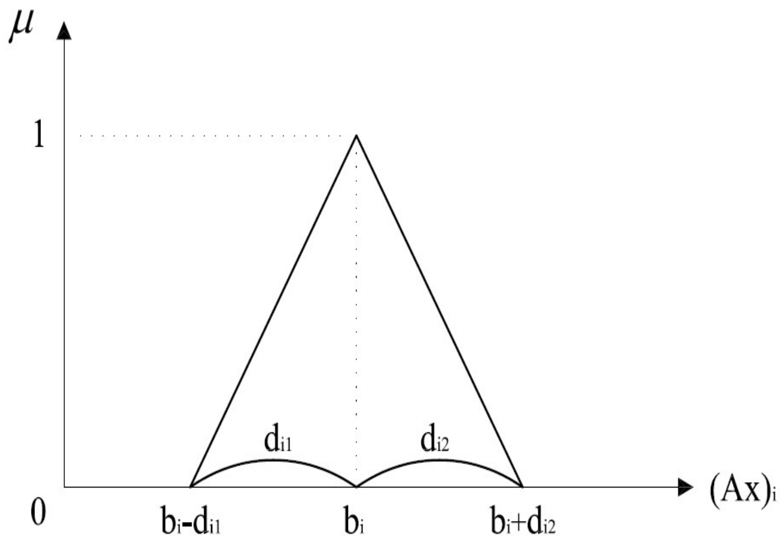
Bulanık hedef programlama için geliştirilen çözüm yaklaşımlarının çoğunda, bulanık hedefler işlemsel kolaylık sağlamasından dolayı Zimmermann tipi üyelik fonksiyonları ile nitelenmiştir. Bulanık hedefler için Zimmermann tipi üyelik fonksiyonları aşağıdaki gibi ifade edilir (Özkan, 2003).

$$\underset{(i=1,2,\dots m_1)}{(Ax)_i \tilde{=} b_i} \Rightarrow \mu_i(x) = \begin{cases} 0 & ; \quad eğer\ (Ax)_i \leq b_i - d_i\ ise \\ 1 - \dfrac{b_i - (Ax)_i}{d_i} & ; \quad eğer\ b_i - d_i \leq (Ax)_i \leq b_i\ ise \\ 1 - \dfrac{(Ax)_i - b_i}{d_i} & ; \quad eğer\ b_i \leq (Ax)_i \leq b_i + d_i\ ise \\ 0 & ; \quad eğer\ (Ax)_i \geq b_i + d_i\ ise \end{cases} \tag{4.13}$$

$$\underset{(i=m_1+1,\dots,m_2)}{(Ax)_i \tilde{\leq} b_i} \Rightarrow \mu_i(x) = \begin{cases} 0 & ; \quad eğer\ (Ax)_i \geq b_i + d_i\ ise \\ 1 - \dfrac{b_i - (Ax)_i}{d_i} & ; \quad eğer\ b_i \leq (Ax)_i \leq b_i + d_i\ ise \\ 1 & ; \quad eğer\ (Ax)_i \leq b_i\ ise \end{cases} \tag{4.14}$$

$$\underset{(i=m_2+1,\dots,m_3)}{(Ax)_i \tilde{\geq} b_i} \Rightarrow \mu_i(x) = \begin{cases} 0 & ; \quad eğer\ (Ax)_i \leq b_i - d_i\ ise \\ 1 - \dfrac{(Ax)_i - b_i}{d_i} & ; \quad eğer\ b_i - d_i \leq (Ax)_i \leq b_i\ ise \\ 1 & ; \quad eğer\ (Ax)_i \geq b_i\ ise \end{cases} \tag{4.15}$$

Burada, i'inci bulanık hedef için karar vericinin belirlediği erişim değeri b_i çevresinde kabul edilebilir maksimum miktarda sapmalar oluşabilir. Bu sapmalar d_i olarak gösterilmiştir. Kesin olarak belirlenemeyen hedef ve kabul edilebilir maksimum miktarda sapma, üçgensel formda (Şekil 4.2)'de gösterilmiştir.



Şekil 4.2. Bulanık Hedefler İçin Üçgensel Üyelik Fonksiyonu

Kaynak: Young-Jou Lai, Ching-Lai Hwang, Fuzzy Multiple Objective Decision Making Methods and Applications, Springer-Verlag, Berlin, 1994, p.14.

Yukarıdaki şekilde;

d_i : hedef değerden sübjektif olarak belirlenen maksimum kabul edilebilir sapmaları,

b_i : tercih edilen değeri,

$b_i - d_i$: en kötümser değeri,

$b_i + d_i$: en iyimser değeri ifade etmektedir.

Bulanık hedef programlama modeli için geliştirilen çözüm yaklaşımları aşağıda açıklanmıştır.

4.4.1. Üçgensel Üyelik Fonksiyonlarıyla Narasimhan Yaklaşımı

Narasimhan, hedef programlama problemlerinde bulanık kümeleri kullanarak bulanık hedef programlama modelini tanıtmıştır. Narasimhan'ın yaklaşımı ağağıda verilen kısıtlayıcı kümesinden çözüm vektörü x 'in belirlenmesi şeklinde ifade edilir (Özkan, 2003).

$$(Ax)_i \cong b_i \qquad i = 1,2,....,m_1$$
$$x_j \geq 0 \qquad j = 1,2,....,n \tag{4.16}$$

Narasimhan, bulanık hedefleri bulanık eşitlikler olarak kabul ederek, bulanık hedefleri üçgensel üyelik fonksiyonları ile nitelemiştir. Üçgensel bir üyelik fonksiyonu eşitlik (4.13)'de verildiği gibidir. Narasimhan, Zimmerman'ın bulanık doğrusal programlama modeli için geliştirdiği çözüm yaklaşımından yola çıkarak bulanık hedef programlama modelinde bulanık kümeleri de kullanarak çözüme ulaşmaya çalışmıştır (Whang and Soon, 1998). Bu yaklaşım, bulanık karar kümesinin en yüksek üyelik dereceli elemanının belirlenmesini amaçlar. Bunun için, aşağıda gösterilen problemin çözümü gerekir.

$$\mu_{\underset{\sim}{D}}\left(x^M\right) = \max_{x\geq 0}\left(\min\left[\mu_i\left(x\right)\right]\right) \tag{4.17}$$

Bu problemin çözümlenebilmesi için bulanık hedefleri niteleyen üyelik fonksiyonlarını eşitlik (4.17)'de yerine koymamız gerekir. Bu noktada, i'inci üyelik fonksiyonunun doğrusal iki fonksiyon ile tanımlanmasından kaynaklanan bir sorunla karşılaşırız. Narasimhan, bu sorunu çözmek için üyelik fonksiyonlarını, üyelik derecesinin 0'dan 1'e doğru arttığı parça ve 1'den 0'a doğru azaldığı parça olarak ele almış ve bulanık karar kümesinin en yüksek üyelik dereceli elemanını belirleyebilmek için problemi iki alt probleme dönüştürmüştür. Bu düşünceden yola çıkarak, i'inci bulanık hedef için aşağıda verilen alt problemler oluşturulur (Narasimhan, 1980).

$$\mu_{\underset{\sim}{D}}\left(x^M\right) = \max_{x\geq 0}\left(\min\left[\mu_i\left(x\right)\right]\right) = \left\{\begin{array}{ll} 1.problem & 2.problem \\ \max\limits_{x\geq 0}\left\{\min\left[1-\dfrac{b_i-(Ax)_i}{d_i}\right]\right\} & \max\limits_{x\geq 0}\left\{\min\left[1-\dfrac{b_i-(Ax)_i}{d_i}\right]\right\} \\ kısıtlayıcılar & kısıtlayıcılar \\ b_i-d_i\leq(Ax)_i\leq b_i & b_i\leq(Ax)_i\leq b_i+d_i \\ i=1,2,....,m_1 & i=1,2,....,m_1 \end{array}\right\} \tag{4.18}$$

Yukarıdaki eşitlikte, bulanık hedeflere erişme derecesini gösteren λ değişkeni tanımlanırsa, bu problemler doğrusal programlama problemleri olarak ifade edilir. λ

değişkeni, bulanık amaç ve bulanık kısıtlayıcıların çözüm vektörü x tarafından eşanlı olarak doyurulma derecesini gösterir ve λ değişkeni, $\lambda \in [0,1]$ aralığında tanımlanır.

$$\mu_D\left(x^M\right) = \max\left(\min\left[\mu_i(x)\right]\right) = \begin{Bmatrix} 1.\textit{problem} & 2.\textit{problem} \\ \max\lambda & \max\lambda \\ \textit{kısıtlayıcılar} & \textit{kısıtlayıcılar} \\ 1-\dfrac{b_i-(Ax)_i}{d_i} \geq \lambda & 1-\dfrac{(Ax)_i-b_i}{d_i} \geq \lambda \\ b_i-d_i \leq (Ax)_i \leq b_i & b_i \leq (Ax)_i \leq b_i+d_i \\ x \geq 0 & x \geq 0 \\ \lambda \in [0,1] & \lambda \in [0,1] \\ i=1,2,....,m_1 & i=1,2,....,m_1 \end{Bmatrix} \tag{4.19}$$

x^M vektörü herhangi bir bulanık hedef için $b_i-d_i \leq (Ax)_i \leq b_i$ eşitsizliğini doyururken, diğer bir bulanık hedef için $b_i \leq (Ax)_i \leq b_i+d_i$ eşitsizliğini de doyurabilir. Bu nedenle alt problemler aşağıdaki şekilde bir araya getirilir.

$$\begin{aligned} &\max\lambda \\ &\textit{kısıtlayıcılar} \\ &1-\frac{b_i-(Ax)_i}{d_i} \geq \lambda \\ &b_i-d_i \leq (Ax)_i \leq b_i \\ &1-\frac{(Ax)_i-b_i}{d_i} \geq \lambda \\ &b_i \leq (Ax)_i \leq b_i+d_i \\ &\lambda \in [0,1] \\ &x \geq 0 \end{aligned} \tag{4.20}$$

Narasimhan yaklaşımında, oluşturulan alt problemlerden en yüksek λ değerini veren problemin çözümü, bulanık hedef programlama modelinin çözümü olarak kabul edilir (Özkan, 2003).

4.4.2. Üçgensel Üyelik Fonksiyonlarıyla Hannan Yaklaşımı

Hannan (1981) çalışmasında; bulanık hedefleri, bulanık olmayan, kesin hedeflere dönüştürdükten sonra, eldeki problemin hedef programlama yöntemi ile çözümünün mümkün olabileceğini söylemiştir. Hannan, bulanık hedeflerin simetrik üçgensel üyelik fonksiyonları ile nitelenmesi durumunda, Narasimhan yaklaşımına özdeş ve aynı optimal sonuçları veren bir çözüm yöntemi geliştirmiştir. Hannan, $\lambda^* = \max \lambda_j \, ; \, j = 1, 2, ..., 2^{m_1}$ şeklindeki bir teoremle, bulanık hedef programlama modelini tek bir doğrusal programlama modeli olarak formüle etmeyi başarmıştır (Özkan, 2003). Burada λ_j, Narasimhan yaklaşımında oluşturulan alt problemlerin çözüm değerlerini, λ^* ise bulanık karar kümesinin en yüksek üyelik dereceli elemanını ifade etmektedir. Kısıtların ve alt problemlerin sayısının Narasimhan yaklaşımına göre daha az olmasından dolayı uygulanması daha hızlı ve kolaydır (Martrel and Belaid, 1998).

Narasimhan yaklaşımında oluşturulan alt problemleri aşağıdaki gibi ifade edebiliriz.

$$
\begin{aligned}
&\max \lambda \\
&\textit{kısıtlayıcılar} \\
&\left.\begin{aligned} &1 - \frac{b_i - (Ax)_i}{d_i} \geq \lambda \\ &b_i - d_i \leq (Ax)_i \leq b_i \end{aligned}\right\} \textit{artan parça} \\
&\left.\begin{aligned} &1 - \frac{(Ax)_i - b_i}{d_i} \geq \lambda \\ &b_i \leq (Ax)_i \leq b_i + d_i \end{aligned}\right\} \textit{azalan parça} \\
&\lambda \in [0,1] \\
&x \geq 0
\end{aligned}
\tag{4.21}
$$

Hannan, ilk önce Narasimhan yaklaşımında oluşturulan alt problemlerdeki artan parça ismiyle nitelendirilen kısıtlayıcıları ele almış, $(Ax)_i \leq b_i$ ifadesini d_i ile gösterilen tolerans miktarına bölerek $\frac{(Ax)_i}{d_i} \leq \frac{b_i}{d_i}$ ifadesini elde etmiştir. Daha sonra eşitsizliğin sol tarafına fazla tahmini gösteren δ_i^+'yi ekleyerek $\frac{(Ax)_i}{d_i} + \delta_i^+ = \frac{b_i}{d_i}$

eşitliğine ulaşmış ve bu eşitliği δ_i^+ değişkenine göre düzenleyerek $\delta_i^+ = \frac{b_i}{d_i} - \frac{(Ax)_i}{d_i}$ ifadesini oluşturmuştur. δ_i^+ değişkenini $1 - \frac{b_i - (Ax)_i}{d_i} \geq \lambda$ eşitsizliğinde yerine koyarak da $\lambda + \delta_i^+ \leq 1$ kısıtlayıcısını elde etmiştir. Benzer işlemleri azalan parça ismiyle nitelediğimiz kısıtlayıcılar için de yaparak; $(Ax)_i \geq b_i$ ifadesini tolerans miktarı olan d_i'ye bölmüş ve $\frac{(Ax)_i}{d_i} \geq \frac{b_i}{d_i}$ ifadesini elde etmiştir. Bu eşitsizliğin sol tarafından eksik tahmini gösteren δ_i^-'yi çıkartarak $\frac{(Ax)_i}{d_i} - \delta_i^- = \frac{b_i}{d_i}$ eşitliğine ulaşmış ve bu eşitliği δ_i^- değişkenine göre düzenleyerek $\delta_i^- = \frac{(Ax)_i}{d_i} - \frac{b_i}{d_i}$ ifadesini oluşturmuştur. δ_i^- değişkenini $1 - \frac{(Ax)_i - b_i}{d_i} \geq \lambda$ eşitsizliğinde yerine koyarak da $\lambda + \delta_i^- \leq 1$ kısıtlayıcısını elde etmiştir.

Hannan, karar vericinin belirlediği erişim düzeyine ne oranda ulaşıldığını belirleyebilmek için; $\lambda + \delta_i^+ \leq 1$ ve $\lambda + \delta_i^- \leq 1$ kısıtlayıcılarını $\lambda + \delta_i^- + \delta_i^+ \leq 1$ şeklinde bir araya getirmiştir. Sonuç olarak, eşitlik (4.20)'de verilen bulanık hedef programlama modeli tek bir doğrusal programlama problemi olarak aşağıda verildiği gibi ifade edilir (Hannan, 1981).

$$
\begin{aligned}
&\max \lambda \\
&\frac{(Ax)_i}{d_i} + \delta_i^- - \delta_i^+ = \frac{b_i}{d_i} \\
&\lambda + \delta_i^- + \delta_i^+ \leq 1 \\
&\delta_i^- + \delta_i^+ \geq 0 \\
&\delta_i^- \mathrm{x} \delta_i^+ = 0 \\
&\lambda \in [0,1], \quad x \geq 0
\end{aligned}
\tag{4.22}
$$

Burada, λ değişkeni, bulanık hedeflere ulaşma derecesini göstermektedir. Bulanık bir hedefin tamamen doyurulması için λ =1 veya $\delta_i^- = \delta_i^+ = 0$ koşulunun sağlanması gerekir.

4.4.3. Üçgensel Üyelik Fonksiyonlarıyla Yang, Ignizio ve Kim Yaklaşımı

Yang, Ignizio ve Kim 1991 yılında yayınlanan makalelerinde; "Zimmermann'ın, simetrik bulanık doğrusal programlama problemini, ek bir değişken olan λ'yı kullanarak, geleneksel bir doğrusal programlama modeline dönüştürülebildiğini, λ değişkeninin bulanık amaç ve bulanık kısıtlayıcıların çözüm vektörü x tarafından eşanlı olarak doyurulma derecesini gösterdiğini ve λ değişkeninin [0,1] arasında tanımlandığını" ortaya koymuşlar ve Narasimhan ile Hannan yaklaşımlarının özdeş sonuçlar verdiğini ispatlamışlardır.

Buna göre, bulanık karar kümesinin en yüksek üyelik dereceli elemanı, aşağıda verilen doğrusal programlama problemini çözerek belirlenebilir (Özkan, 2003).

$$\begin{aligned}
&\max \lambda \\
&\textit{kısıtlayıcılar} \\
&1-\frac{b_i-(Ax)_i}{d_i} \geq \lambda \\
&1-\frac{(Ax)_i-b_i}{d_i} \geq \lambda \\
&\lambda \in [0,1] \\
&x \geq 0
\end{aligned} \tag{4.23}$$

Yang, Ignizio ve Kim, $(Ax)_i \mathrel{\tilde{=}} b_i$ ifadesini $(Ax)_i \mathrel{\tilde{\leq}} b_i$ ve $(Ax)_i \mathrel{\tilde{\geq}} b_i$ şeklinde iki bulanık eşitsizliğe dönüştürmüştür. Bu yaklaşımda, üçgensel üyelik fonksiyonlarının tanımlı olduğu $[b_i-d_i, b_i]$ ve $[b_i, b_i+d_i]$ aralıklarının birbirine eşit büyüklükte olması gerekmemektedir. Diğer bir ifade ile $(Ax)_i \mathrel{\tilde{=}} b_i$ ifadesi simetrik olmayan üçgensel üyelik fonksiyonları ile de nitelendirilebilir. Simetrik olmayan üçgensel bir üyelik fonksiyonu aşağıda verildiği gibi tanımlanabilir (Özkan, 2003).

$$\left(Ax\right)_i \mathop{\cong}_{(i=1,2,\ldots m_1)} b_i \Rightarrow \mu_i\left(x\right)=\begin{cases} 0 & ;\quad eğer\ \left(Ax\right)_i \le b_i - d_{i1}\ ise \\ 1-\dfrac{b_i-\left(Ax\right)_i}{d_{i1}} & ;\quad eğer\ b_i - d_{i1} \le \left(Ax\right)_i \le b_i\ ise \\ 1-\dfrac{\left(Ax\right)_i - b_i}{d_{i2}} & ;\quad eğer\ b_i \le \left(Ax\right)_i \le b_i + d_{i2}\ ise \\ 0 & ;\quad eğer\ \left(Ax\right)_i \ge b_i + d_{i2}\ ise \end{cases} \tag{4.24}$$

Bu durumda, en yüksek üyelik dereceli elemanı bulmak için aşağıda verilen doğrusal programlama problemine ulaşırız.

$$\begin{aligned} &\max \lambda \\ &\textit{kısıtlayıcılar} \\ &\left.\begin{aligned} 1-\frac{b_i-\left(Ax\right)_i}{d_{i1}} \ge \lambda \\ 1-\frac{\left(Ax\right)_i-b_i}{d_{i2}} \ge \lambda \end{aligned}\right\} \quad i=1,2,\ldots,m_1 \\ &\lambda \in [0,1] \\ &x \ge 0 \end{aligned} \tag{4.25}$$

4.4.4. Üçgensel Üyelik Fonksiyonlarıyla Tiwari, Dharmar ve Rao Yaklaşımı

Tiwari, Dharmar ve Rao yaklaşımı, karar vericinin belirlediği her bir tercih önceliği için Narasimhan yaklaşımının ardışık programlamayla birleştirilmesine dayanır (Özkan, 2003). Tiwari, Dharmar ve Rao, bu yaklaşımda üçgensel üyelik fonksiyonunu kullanmışlardır. Bu nedenle, m tane üyelik fonksiyonu içeren bir problemin sonucuna 2^m tane alt problemin çözümü bulunarak ulaşılır. 2^m tane alt problem, problemde yer alan bulanık problemlerin olası bütün kombinasyonlarından meydana gelir. Bu metodun amacı bütün kombinasyonları deneyerek en büyük üyelik fonksiyonu değerini veren çözüme ulaşmaktır. Her bir alt problem tek amaçlı ve doğrusal yapıda olduğundan, bilinen doğrusal programlama teknikleri ile çözüme ulaştırılır. Başka bir ifade ile bu yaklaşımda, T_i tercih önceliği için en yüksek λ değerini veren alt problemin çözümü, T_{i+1} tercih önceliğinde bir kısıtlayıcı olarak yer alır. En düşük tercih önceliğinde yer alan hedefler doyurulana kadar süreç tekrarlanır. Problemin çözümü; en düşük önceliğe sahip olan hedefin, en yüksek λ değerini veren alt probleminin optimal çözüm değeridir.

Bu yaklaşımda, daha hızlı işlem yapabilme olanağından bahsedilmesine rağmen, metotta üçgensel üyelik fonksiyonu kullanılmaktadır. Dolayısıyla üyelik fonksiyonu sayısı arttığında, oluşturulması gereken alt problemlerin sayısı da artacak, bu durum ise işlem yükünün artmasına yol açacaktır.

4.4.5. Üçgensel Üyelik Fonksiyonlarıyla Chen Yaklaşımı

Chen; Tiwari, Dharmar ve Rao'nun çözüm yaklaşımının problemlerin çözümüne getirdiği yükün hedef ve/veya öncelik sayısının artmasına paralel olarak arttığını ifade ederek, işlem yükünü azaltmaya yönelik alternatif bir yaklaşım önermiştir. Chen yaklaşımında, en iyi sonuç için; bulanık hedeflerin üyelik derecelerinin maksimize edilmesi yerine, bulanık hedeflerin en fazla 1'e eşit olabilen üyelik derecelerinden sapmaların minimize edilmesi gerektiğini belirtmiştir. Chen bu yaklaşımı, bulanık bir hedefin üyelik derecesinin en çoklanmasının, bulanık bir hedefe üye olmama derecesinin minimum kılınmasına özdeş olduğu düşüncesinden yola çıkarak geliştirmiştir.

Chen, bulanık hedeflere üye olmama derecesini λ' ile göstermiş ve $\lambda' = 1 - \lambda$ eşitliği ile tanımlamıştır. Bu aşamada çözülmesi gereken problem aşağıdaki şekli alır;

$$\begin{aligned} &\min_{x \geq 0} \lambda' = \left[\max_i \left\{ \left| 1 - \frac{(Ax)_i}{\Delta_i} \right| \right\} \right] \\ &\textit{kısıtlayıcılar} \\ &b_i - d_i \leq (Ax)_i \leq b_i + d_i \\ &x \geq 0 \end{aligned} \tag{4.26}$$

Burada $b_i - d_i$ ve $b_i + d_i$ i'inci hedefin negatif sapmaları ve $\Delta_i = b_i - d_i = b_i + d_i$'dir. $(Ax)_i \approxeq b_i$ bulanık hedefini niteleyen simetrik üçgensel üyelik fonksiyonları, üyelik derecesine göre artan ve azalan parça olarak ele alınabildiği için, yukarıda verilen modelde mutlak değer işareti kullanılır. Üyelik fonksiyonunun azalan parçası $1 - \frac{(Ax)_i - b_i}{d_i}$ fonksiyonu ile, artan parçası ise $1 - \frac{b_i - (Ax)_i}{d_i}$ fonksiyonu ile nitelendirilir. Böylece, çözülmesi gereken model aşağıdaki gibi ifade edilebilir (Özkan, 2003).

$$\max \lambda = 1 - \lambda^{'}$$

kısıtlayıcılar

$$\left.\begin{aligned} \lambda^{'} &\geq \left(1 - \frac{b_i - (Ax)_i}{d_i}\right) - 1 \\ \lambda^{'} &\geq 1 - \left(1 - \frac{(Ax)_i - b_i}{d_i}\right) \end{aligned}\right\} \equiv \left\{\begin{aligned} \lambda^{'} &\geq \frac{(Ax)_i - b_i}{d_i} \\ \lambda^{'} &\geq \frac{b_i - (Ax)_i}{d_i} \end{aligned}\right. \qquad i = 1, 2, ..., m_1 \tag{4.27}$$

$$b_i - d_i \leq (Ax)_i \leq b_i + d_i$$

$$\lambda^{'} \in [0,1]$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

4.4.6. Tiwari, Dharmar ve Rao'nun Toplamsal Model Yaklaşımı

Aynı tercih önceliğine sahip hedeflerin bulunduğu bulanık hedef programlama modelleri için geliştirilen çözüm yaklaşımlarının tamamına yakınında, bulanık hedeflerin ortak bir doyum derecesine ulaşılmaya çalışılır. Bu durum, optimal çözümde bulanık hedeflerin aynı üyelik derecesini almaları ile sonuçlanır. Bulanık hedeflerin farklı düzeylerde doyurulabilmesi için, tercih öncelikli bulanık hedef programlama problemlerinde karar vericinin hedefler arasındaki tercih önceliğini belirlemesi gerekir. Tiwari, Dharmar ve Rao tarafından, bulanık hedeflerin ortak doyum derecesini belirlemek yerine, bireysel hedeflerin doyum derecelerinin toplamını en çoklamaya çalışan bir çözüm yaklaşımı geliştirilmiştir. Aşağıda verilen hedef programlama modelinde bulanık hedeflerin aynı tercih önceliğinde yer aldığı ve Zimmermann tipi üyelik fonksiyonları ile nitelendiği kabul edilmiştir (Özkan, 2003).

$$(Ax)_i \underset{\sim}{\leq} b_i \; (i = m_1 + 1, ..., m_2) \Rightarrow \mu_i = \begin{cases} 0 & ; \; eğer\; (Ax)_i \geq b_i + d_i \; ise \\ 1 - \dfrac{(Ax)_i - b_i}{d_i} & ; \; eğer\; b_i \leq (Ax)_i \leq b_i + d_i \; ise \\ 1 & ; \; eğer\; (Ax)_i \leq b_i \; ise \end{cases} \tag{4.28}$$

$$(Ax)_i \underset{\sim}{\geq} b_i \left(i = m_2 + 1, 2, .., m_3\right) \Rightarrow \mu_i = \begin{cases} 0 & ; \; eğer\; (Ax)_i \leq b_i - d_i \; ise \\ 1 - \dfrac{b_i - (Ax)_i}{d_i} & ; \; eğer\; b_i - d_i \leq (Ax)_i \leq b_i \; ise \\ 1 & ; \; eğer\; (Ax)_i \geq b_i \; ise \end{cases} \tag{4.29}$$

$$x \geq 0$$

Yukarıda verilen bulanık hedef programlama problemine ilişkin Tiwari, Dharmar ve Rao'nun önerdiği toplamsal modeli, bulanık hedeflerin üyelik fonksiyonlarını toplayarak formüle edebiliriz (Özkan, 2003).

$$
\begin{aligned}
&\textit{Maksimum } V(\mu)=\sum_{i=m_2+1}^{m_3}\mu_i \\
&\textit{kısıtlayıcılar} \\
&\mu_i=1-\frac{(Ax)_i-b_i}{d_i} && (i=m_1+1,\ldots,m_2) \\
&\mu_i=1-\frac{b_i-(Ax)_i}{d_i} && (i=m_2+1,\ldots,m_3) \\
&\mu_i\le 1 && (i=m_1+1,\ldots,m_3) \\
&x,\mu_i\ge 0
\end{aligned}
\tag{4.30}
$$

Eğer ağırlık kavramı kullanılarak bulanık hedeflere farklı önem katsayıları iliştirilirse, bu durumda ağırlıklı toplamsal bir modele aşağıdaki şekilde ulaşılır (Özkan, 2003).

$$
\begin{aligned}
&\textit{Maksimum } V(\mu)=\sum_{i=m_2+1}^{m_3}w_i\mu_i \\
&\textit{kısıtlayıcılar} \\
&\mu_i=1-\frac{(Ax)_i-b_i}{d_i} && (i=m_1+1,\ldots,m_2) \\
&\mu_i=1-\frac{b_i-(Ax)_i}{d_i} && (i=m_2+1,\ldots,m_3) \\
&\mu_i\le 1 && (i=m_1+1,\ldots,m_3) \\
&x,\mu_i\ge 0
\end{aligned}
\tag{4.31}
$$

Yukarıdaki modelde, w_i hedeflere iliştirilen ağırlıkları gösterir. Bu ağırlıkların $0\le w_i\le 1$ ve $\sum w_i=1$ koşullarını sağlaması gerekir.

Hedefler arasındaki tercih önceliği sözel olarak ifade edilirse, Tiwari, Dharmar ve Rao'nun toplamsal model yaklaşımı ardışık programlama ile birleştirilebilinir. Böyle bir durumda daha önce (4.4.4.)'üncü bölümde açıklandığı üzere T_i önceliğinde yer alan hedef(ler) doyurulmadan T_{i+1} önceliğindeki hedef(ler)in doyurulması mümkün değildir. Bununla birlikte, T_i önceliğinde ulaşılan hedef değerinin bir sonraki öncelikte bir kısıtlayıcı olarak modele eklenmesi gerekir. Tercih öncelikli bir bulanık hedef programlama problemi toplamsal model yaklaşımı ile aşağıda verildiği gibi ifade edilebilir (Özkan, 2003).

$$\begin{aligned}
&\textit{Maksimum} \ \sum_{s} (\mu_s)_{T_i} \\
&\textit{kısıtlayıcılar} \\
&\mu_i = 1 - \frac{(Ax)_s - b_s}{d_s} \\
&\mu_i = 1 - \frac{b_s - (Ax)_s}{d_s} \\
&(\mu)_{T_r} = (\mu^*)_{T_r} \qquad\qquad r = 1,2,...,i-1 \\
&\mu_s \le 1 \\
&x, \mu_s \ge 0
\end{aligned} \tag{4.32}$$

Burada, i'inci tercih önceliğinde yer alan hedeflerin üyelik fonksiyonu $(\mu_s)_{T_i}$ ile, $r \le i-1$ koşuluyla r'inci tercih önceliğinde yer alan hedeflerin üyelik fonksiyonu $(\mu)_{T_r}$ ile, r'inci tercih önceliğinde ulaşılan hedef değerleri ise $(\mu^*)_{T_r}$ ile ifade edilmiştir.

4.5. Bulanık Hedef Programlama ve Doğrusal Olmayan Üyelik Fonksiyonları

Buraya kadar anlatılan bulanık hedef programlama çözümlerinde kullanılan üyelik fonksiyonları doğrusal yapıdadır. Bu nedenle çözümleme aşamasında doğrusal programlamanın kalıpları kullanılmaktadır. Fakat, bulanık programlama problemlerinin sınırlarındaki belirsizlik her zaman doğrusal bir üyelik fonksiyonu ile ifade edilemeyebilir. Bu noktada, sınırlardaki hareketin doğrusal olmadığının kesinlikle bilinmesi ya da karşılaştırma amacı ile kısmi doğrusal, hiperbolik veya üstel yapıdaki üyelik fonksiyonları kullanılmaktadır.

Doğrusal olmayan üyelik fonksiyonlarının kullanımı sonucunda ortaya çıkacak problem de doğrusal olmayan yapıda olacaktır. Bu nedenle birtakım dönüşümler yardımı ile doğrusal olmayan üyelik fonksiyonları, doğrusal üyelik fonksiyonlarına çevrilmektedir. Burada, hiperbolik üyelik fonksiyonunun kullanımı için gerekli dönüşümler özetlenmeye çalışılacaktır;

Hiperbolik Üyelik Fonksiyonu :

Hiperbolik üyelik fonksiyonu 1976 yılında Hersh ve Caramazza tarafından tanıtılmıştır. Hiperbolik fonksiyon tanımlamasına göre bulanık hedef programlama probleminde kullanılan üyelik fonksiyonu aşağıdaki şekilde ifade edilir.

$$\mu_i(x) = \frac{1}{2}\left(\frac{e^{\left(z_i(x)-\left(z_i^m+z_i^0\right)/2\right)\alpha_i} - e^{-\left(z_i(x)-\left(z_i^m+z_i^m+z_i^0\right)/2\right)\alpha_i}}{e^{\left(z_i(x)-\left(z_i^m+z_i^0\right)/2\right)\alpha_i} - e^{-\left(z_i(x)-\left(z_i^m+z_i^0\right)/2\right)\alpha_i}} \right) + \frac{1}{2} \tag{4.33}$$

$z_i^0 : i'inci\ hedefin\ alt\ sınırı,$

$z_i^m : i'inci\ hedefin\ üst\ sınırı,$

$\alpha_i : 3/2(z_i^0 - z_i^m) : i'inci\ hedef\ değer\ parametresi$

Bulanık programlama problemlerinin genel ifadesi aşağıdaki şekildedir;

$$\begin{aligned} &\max \lambda \\ &\lambda - \mu_i(x) \le 0, \quad i = 1,\dots,k \\ &x, \lambda \ge 0 \end{aligned} \tag{4.34}$$

Yukarıdaki eşitlikte, hiperbolik üyelik fonksiyonu kullanıldığında problem aşağıdaki biçimde ifade edilecektir;

$$\begin{aligned} &\max \lambda \\ &\lambda - \frac{1}{2}\left(\frac{e^{\left(z_i(x)-\left(z_i^m+z_i^0\right)/2\right)\alpha_i} - e^{-\left(z_i(x)-\left(z_i^m+z_i^m+z_i^0\right)/2\right)\alpha_i}}{e^{\left(z_i(x)-\left(z_i^m+z_i^0\right)/2\right)\alpha_i} - e^{-\left(z_i(x)-\left(z_i^m+z_i^0\right)/2\right)\alpha_i}} \right) \le \frac{1}{2} \\ &i = 1,\dots,k \\ &x, \lambda \ge 0 \end{aligned} \tag{4.35}$$

(4.34)'de ifade edilen problem doğrusal olmayan programlama problemidir. Problemin çözümü için öncelikle doğrusal bir yapıya kavuşturulması gerekmektedir.

$$x \in R \text{ olmak üzere, } \tanh(x) = \frac{\left(e^x - e^{-x}\right)}{\left(e^x + e^{-x}\right)} \text{ dir.} \tag{4.36}$$

(4.35) yardımı ile problem aşağıdaki şekilde ifade edilir;

$$\max \lambda$$
$$\lambda - \frac{1}{2}\tanh\left[z_i(x) - \frac{1}{2}\left(z_i^m + z_i^0\right)\alpha_i\right] \le \frac{1}{2} \quad , \quad i = 1,2,..,k \tag{4.37}$$
$$x, \lambda \ge 0$$

$$\max \lambda$$
$$\tanh\left[z_i(x) - \frac{1}{2}\left(z_i^m + z_i^0\right)\alpha_i\right] \ge 2\lambda - 1 \quad , \quad i = 1,2,..,k \tag{4.38}$$
$$x, \lambda \ge 0$$

$$\max \lambda$$
$$\tanh^{-1}\tanh\left[z_i(x) - \frac{1}{2}\left(z_i^m + z_i^0\right)\alpha_i\right] \ge \tanh^{-1}(2\lambda - 1) \quad , \quad i = 1,2,..,k \tag{4.39}$$
$$x, \lambda \ge 0$$

Problem, bu halde doğrusal olmayan bir yapıdadır. Problemi çözümleyebilmek için doğrusal bir yapıya kavuşturmak gerekmektedir. Bu nedenle, n tane değişken içeren problemde $(n+1)$' inci değişken olarak $X_{n+1} = \tanh^{-1}(2\lambda - 1)$ değişkeni tanımlanır ve problem aşağıda verilen doğrusal programlama problemi şeklini alır.

$$\max \lambda$$
$$\alpha_i z_i(x) - X_{n+1} \ge \frac{1}{2}\alpha_i\left(z_i^m + z_i^0\right) \quad , \quad i = 1,2,..,k \tag{4.40}$$
$$x, \lambda \ge 0$$

$$\max \lambda$$
$$\lambda = \frac{1}{2}\tanh\left(X_{n+1}\right) + \frac{1}{2}$$ olduğundan,

$$\max X_{n+1}$$
$$\alpha_i z_i(x) - X_{n+1} \ge \frac{1}{2}\alpha_i\left(z_i^m + z_i^0\right) \quad , \quad i = 1,2,..,k \tag{4.41}$$
$$x, \lambda \ge 0$$

Elde edilen doğrusal programlama problemi (4.34)'de verilen doğrusal olmayan programlama problemine denktir (Leberling, 1981).

5. UYGULAMA

5.1. Üretim Planlaması

Üretim planlaması, istenilen zamanda, nicelikte ve kalitede maddelerin yada hizmetlerin üretiminin yapılmasının sağlanması ve işlemlerin uygulamaya konulması için konunun kuramsal yanının, yazılı, biçimsel ve matematiksel biçimde hazırlanması olarak tanımlanabilir (Demir ve Gümüşoğlu, 1998).

Üretim planlaması gelecekteki imalat faaliyetlerinin düzeylerini ve limitlerini belirleyen bir fonksiyon olarak da tanımlanabilir. Bu açıdan bakıldığında üretim planlamasında ayrıntılara inilmediği ve kesinlik bulunmadığı söylenebilir. Üretim planları üzerinde gerekli görüldüğü zamanlarda değişiklikler yapılabilir.

Bir işletmede üretim planlamasının temel amacı, talep edilen bir ürünü istenen miktarda ve istenilen zamanda hazır bulundurmaktır. Bunun sağlanabilmesi için üretim faktörlerinin yeterli miktarlarda ve uygun zamanda temin edilmesi gerekir. Bunlar ile birlikte işletmenin üretim planlamasında talep tahminleri de önemli bir yer tutmaktadır. Talep tahminlerinin duyarlılığını etkileyen başlıca iki faktör vardır;

a) Zaman: Tahminlerin kapsadığı zaman aralığı uzadıkça duyarlılık azalmaktadır.

b) Ayrıntıya inme derecesi: Talebi tahmin edilecek mamul sayısı arttıkça duyarlılık azalır. Uygun şekilde oluşturulan mamul grupları için yapılan talep tahminleri daha duyarlıdır.

Bu iki faktör göz önüne alınırsa, üretim planlanmasının uygun bir zaman aralığını kapsayacak biçimde ve ayrıntıya fazla inilmeden düzenlenmesinin uygun olacağı söylenebilir.

İşletmeler üretim planlamasına aşağıdaki sebeplerden dolayı ihtiyaç duyarlar (Çelikçapa, 1998).

- Üretim sistemlerinin karmaşıklığı ve faaliyetlerinin yoğunluğu,
- İşletme içi koordinasyon zorluğu,
- İşletmeler arası ilişki ve bağımlılık,

- Talebin büyümesi ve çeşitlilik kazanması,
- Tedarik ve dağıtım faaliyetlerinin geniş bir alana yayılması,
- Kalite, fiyat, hizmet rekabetinde artış,
- Malzeme, makine, işgücü kayıplarının en düşük düzeye indirilme zorunluluğu.

Yukarıda yer alan amaçların hepsi, işletmelerin pazardaki yerlerini korumalarına ve varlıklarını devam ettirmelerine hizmet ettiğinden dolayı, üretim planlaması, işletmeler için hayati öneme sahiptir ve mutlaka bilimsel yöntemlerden faydalanılarak yapılmalıdır.

5.2. Şen Piliç Fabrikası'nın Aylık Üretim Planlaması

Dünyanın genelinde temel besin maddeleri arasında yer alan piliç mamulleri, gerek hammadde yapısı gerekse üretim şekli ile herkes tarafından tanınan bir üründür. Gelişen teknoloji, diğer pek çok mamulün üretiminde olduğu gibi piliç mamullerinin üretiminde de köklü değişikliklere sebep olmuştur. Artan nüfusun beraberinde getirdiği talep artışı daha fazla ürünün daha kısa sürelerde üretimini zorunlu kılmıştır. Sonuçta geçmişte klasik yöntemlerle kesim yapılarak üretilen piliç eti ve mamullerinin yerini günümüzde piliç eti kesimhaneleri olarak da bilinen fabrikalar almıştır.

Bu çalışmanın uygulama kısmında Şen Piliç Gıda Sanayi A.Ş. Söğütlü Fabrikasında yapılan üretim gözlenmiştir. Çalışmanın teorik kısmında bahsedilen konuları uygulamada bütün açıklığı ile görebilmek anlamında, tanıdık bir ürünün seçilmesi özellikle düşünülmüştür. Şen Piliç Fabrikası, talep olması durumunda 6 çeşit piliç mamulü üretebilecek kapasite ve donanıma sahiptir. Fabrika, sipariş usulü ile çalışması sebebi ile yapılan gözlem süresince sadece talep edilen 6 çeşit piliç mamulü üretimini gerçekleştirmiştir. Üretim, sabah 08:00'da başlayıp akşam 18:00'a kadar devam etmektedir. Fabrikanın 2008 yılına ait aylık verilerinden yola çıkılarak gelecek döneme ilişkin aylık üretim planlaması yapılmıştır.

5.2.1. Karar Değişkenleri

Çalışmada fabrikada üretimi yapılan 6 farklı ürünün her biri karar değişkeni $(X_i, \quad i = 1, 2, ..., 6)$ olarak ele alınmıştır. Karar değişkenlerinin birimi “kilogram” cinsinden olup aşağıda tanımlandıkları gibidir.

X_1 : Bütün piliç

X_2 : Ciğer

X_3 : Taşlık

X_4 : Kıyma

X_5 : Parça ürünler

X_6 : İleri işlenmiş ürünler

5.2.2. Hedef ve Kısıtların Belirlenmesi

Çalışmada belirlenen hedef ve kısıtlara ait sağ-yan değerleri kesin olmayıp üretici tarafından belirlenen ya da kabul edilen sapma miktarlarıdır. Bu nedenle sapma değerleri bulanık ifadelerdir. s_i, üreticinin kabul ettiği ya da belirlediği hedef ve kısıt değerlerinden sapma miktarıdır. Her bir kısıtın yanında yer alan parantez içerisindeki ifadeler ise ait olduğu kısıtın birimi olmak üzere fabrika üretim planı için belirlenen hedef ve kısıtlar aşağıdaki gibidir.

Maliyete İlişkin Kısıt (TL)

Her bir ürünün fabrikaya olan maliyeti üretici tarafından bilinmektedir. Üretici maliyete ilişkin aylık miktarın 2200000000 TL ’den az olmasını ve sapmasının ise en fazla 350000000 TL olmasını istemektedir. Maliyete ilişkin hedef aşağıdaki gibidir.

$$22000X_1 + 2200X_2 + 23000X_3 + 22000X_4 + 23000X_5 + 23000X_6 \leq 2200000000$$
$$s_1 = 350000000$$

Kara İlişkin Kısıt (TL)

Her bir ürün çeşidine ait satış fiyatları sabit olduğundan bu ürünlere ilişkin kar miktarları belirlenebilmektedir. Buna göre üretici aylık karının en az 275000000 TL olması gerektiğini belirlemiş ve bu değerden en fazla 31000000 TL'lik bir sapmayı kabul etmiştir.

$$3000X_1+3000X_2+2000X_3+2000X_4+2000X_5+2000X_6 \geq 275000000 \quad s_2 = 31000000$$

Üretime İlişkin Kısıtlar (kg)

Üretim, alıcı firmaların siparişlerine göre belirlenmektedir. Buna göre aylık üretime ilişkin hedeflerin en az sipariş miktarı kadar olması kararlaştırılmıştır. Her bir ürünün belirlenen üretim miktarından belirli bir miktarda sapması söz konusudur. Aşağıda üretime ilişkin kısıtlar ve sapmaları yer almaktadır.

$$X_1 \geq 72500 \quad s_3 = 7000$$
$$X_2 \geq 50000 \quad s_4 = 6250$$
$$X_3 \geq 10000 \quad s_5 = 1250$$
$$X_4 \geq 2750 \quad s_6 = 550$$
$$X_5 \geq 2500 \quad s_7 = 400$$
$$X_6 \geq 1800 \quad s_8 = 280$$

Üretim Kapasitesine İlişkin Kısıt (kg)

Fabrika aylık 550000 kg'lık ürün üretebilecek kapasiteye sahiptir. Hedeflerini üretim kapasitesinin tümünü kullanmak üzere belirleyen üretici bu değerden aylık 50000 kg'lık ürün kadar sapmayı kabul etmiştir. Buna göre üretim kapasitesine ilişkin kısıt aşağıda gösterildiği gibidir.

$$X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 + X_6 \leq 550000 \quad s_9 = 50000$$

Hammadde Miktarlarına İlişkin Kısıtlar:

Et Oranına İlişkin Kısıt (kg)

Her bir piliç mamulünün üretiminde kullanılan et miktarı kg cinsinden belirlenebilmektedir. X_1, X_2, X_4 ve X_6 ürünlerinin üretiminde kullanılan et miktarı 1806 kg, X_3 için 2194.2 kg, X_5 için 451.5 kg'dır. Üretilen toplam et miktarı aylık 840000000 kg'dır. Ancak bu değerden 15000000 kg'lık bir sapma kabul edilebilmektedir. Kullanılan et miktarına ilişkin kısıt aşağıda gösterildiği gibidir.

$$1806X_1 + 1806X_2 + 2194.2X_3 + 1806X_4 + 451.5X_5 + 1806X_6 \leq 840000000$$
$$s_{10} = 15000000$$

Katkı Maddesi Oranına İlişkin Kısıt (kg)

Her bir piliç mamulünün üretiminde kullanılan katkı maddesi miktarı kg cinsinden belirlenebilmektedir. Aylık kullanılan katkı maddesi miktarının 367500 kg'dan az olması istenmektedir. Ancak bu değerden 5200 kg'lık bir sapma kabul edilmektedir.

$$2.25X_1 + 2.25X_2 + 2.7X_3 + 2.25X_4 + 0.6X_5 + 2.7X_6 \leq 367500 \quad s_{11} = 52000$$

Su/Buz Oranına İlişkin Kısıt (kg)

Aylık tüketilen su/buz miktarı 3150000 kg olarak verilmektedir. Bu değerden 1500000 kg'lık bir sapma kabul edilmektedir. Piliç mamullerinin üretimi sırasında kullanılan su/buz miktarları yaklaşık olarak belirlenebilmektedir. Kesim işlemi safhasında saf halde, soğutma işlemi safhasında buz halinde kullanılan su miktarına ilişkin kısıt aşağıda gösterildiği gibidir.

$$6.6X_1 + 6.6X_2 + 8.28X_3 + 6.6X_4 + 1.68X_5 + 8.28X_6 \leq 3150000 \quad s_{12} = 1500000$$

Üretim Aşamalarına İlişkin Kısıtlar:

Kesim Makinesinin Kullanımına İlişkin Kısıt (dakika)

Üretimin ilk aşamasında, verilen siparişlere göre kesim işlemi yapılacak canlı piliç miktarı belirlenir ve piliçler fabrika kesimhanesinin önünde bulunan canlı askı denilen hatta ayaklarından asılır. Bir pilicin canlı askıya asılıp hat üzerinden kesimhanede kesim işleminin gerçekleştiği ana kadar geçen süre ortalama 0.0942 dakikadır. Her bir ürüne ilişkin kesim zamanının belli olması aylık piliç eti kesim süresine ilişkin kısıtın aşağıdaki şekilde belirlenmesini sağlamıştır.

$$0.036X_1 + 0.036X_2 + 0.408X_3 + 0.036X_4 + 0.0084X_5 + 0.0408X_6 \leq 6300 \quad s_{13} = 900$$

Karıştırma Kazanının Kullanımına İlişkin Kısıt (dakika)

Kesim işlemi tamamlanan piliçler aynı hat üzerinde giderek tüylerinden arındırılıp temizlenmekte daha sonra karıştırma kazanına aktarılmakta burada siparişin niteliğine (karar değişkenlerine) göre gerekli işlemler makineler ve işçiler tarafından yapılarak ürünler ambalaj ve paket işlemleri için hazırlanmaktadır. Ürünlerin karıştırma kazanında kalma süresi belirlendikten sonra elde edilen bu duruma ilişkin kısıt aşağıda gösterildiği gibidir.

$$2.46X_1 + 2.46X_2 + 3.06X_3 + 2.46X_4 + 0.618X_5 + 2.46X_6 \leq 315000 \quad s_{14} = 31500$$

Ambalajlamaya İlişkin Kısıtlar:

Fabrika yetkilileri karar değişkenlerinde yer alan ürünler için ambalajlama aşamasında ne kadar malzeme kullanılması gerektiğini belirleyebilmektedirler. Fakat işçilik hataları, makine hataları gibi nedenlerden ötürü bu aşamada hedeflenen malzeme kullanımından sapmalar meydana gelebilmektedir. Yetkililerden alınan bilgilere göre ürünlerin ambalajlama aşamasında ne kadar malzemeye ihtiyaç duyulduğu ve bu değerlerden ne kadar sapmayı kabul edebileceklerine dair kısıtlar aşağıda gösterildiği gibidir.

Strech Film Kullanımına İlişkin Kısıt (cm)

$$10X_1 + 10X_2 + 12X_3 + 10X_4 + 3X_5 + 10X_6 \leq 4666667 \quad s_{15} = 2100000$$

<u>İnce Emici Ped Kullanımına İlişkin Kısıt (adet)</u>

$$3X_1 + 3X_2 + 3X_3 + 3X_4 + X_5 + 3X_6 \leq 445900 \quad s_{16} = 39000$$

<u>Etiket Kullanımına İlişkin Kısıt (adet)</u>

$$5X_1 + 5X_2 + 6X_3 + 5X_4 + X_5 + 6X_6 \leq 749700 \quad s_{17} = 107100$$

<u>Tabak Kullanımına İlişkin Kısıt (adet)</u>

$$X_1 + X_2 + 2X_3 + X_4 + X_5 + 2X_6 \leq 220500 \quad s_{18} = 31500$$

<u>Çöp Şiş Kullanımına İlişkin Kısıt (adet)</u>

$$10X_2 + 15X_3 \leq 315000 \quad s_{19} = 50000$$

<u>Poşet Kullanımına İlişkin Kısıt (adet)</u>

$$2X_1 + 2X_2 + 3X_3 + 2X_4 + X_5 + 3X_6 \leq 343000 \quad s_{20} = 30000$$

<u>Klips Kullanımına İlişkin Kısıt (adet)</u>

$$3X_1 + 3X_2 + 3X_3 + 3X_4 + X_5 + 3X_6 \leq 441000 \quad s_{21} = 63000$$

Diğer Kısıtlar:

<u>Depo Kullanımına İlişkin Kısıt (dakika)</u>

$$0.12X_1 + 0.12X_2 + 0.12X_3 + 0.12X_4 + 0.12X_5 + 0.12X_6 \leq 15750 \quad s_{22} = 1575$$

<u>Enerji Sarfiyatına İlişkin Kısıt (dakika)</u>

$$0.123X_1 + 0.123X_2 + 0.153X_3 + 0.123X_4 + 0.0309X_5 + 0.123X_6 \leq 15750 \quad s_{23} = 1575$$

<u>Çalışan İşçi Sayısına İlişkin Kısıt (kişi)</u>

$$30X_1 + 30X_2 + 37X_3 + 30X_4 + 8X_5 + 30X_6 \leq 14000000 \quad s_{24} = 250000$$

Hedef ve Kısıtlar:

Yukarıda Şen Piliç Fabrikası'nın aylık üretim planlaması yapılmıştır. Üretimdeki amaç en az maliyetle en fazla kar edilecek ve siparişlerin tümünün karşılanacağı bir üretimi gerçekleştirmektir. Çalışmada belirlenen hedefler minimum maliyet, maksimum kar ve üretim olup bu hedefleri gerçekleştirecek bir üretim planı yapmaktır. Kısıtlar ise hammadde ve üretimin aşamalarına ilişkin belirleyicilerdir.

Aşağıda çözümlenmesi gereken optimizasyon problemi yer almaktadır.

Hedefler

$$22000X_1 + 22000X_2 + 23000X_3 + 22000X_4 + 23000X_5 + 23000X_6 \le 2200000000$$
$$s_1 = 350000000$$

$$3000X_1 + 3000X_2 + 2000X_3 + 2000X_4 + 2000X_5 + 2000X_6 \ge 275000000$$
$$s_2 = 31000000$$

$X_1 \ge 72500 \quad s_3 = 7000$
$X_2 \ge 50000 \quad s_4 = 6250$
$X_3 \ge 10000 \quad s_5 = 1250$
$X_4 \ge 2750 \quad s_6 = 550$
$X_5 \ge 2500 \quad s_7 = 400$
$X_6 \ge 1800 \quad s_8 = 280$

$$X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 + X_6 \le 550000 \quad s_9 = 50000$$

Kısıtlar

$$1806X_1 + 1806X_2 + 2194.2X_3 + 1806X_4 + 451.5X_5 + 1806X_6 \le 840000000$$
$$s_{10} = 15000000$$

$$2.25X_1 + 2.25X_2 + 2.7X_3 + 2.25X_4 + 0.6X_5 + 2.7X_6 \le 367500 \quad s_{11} = 52000$$

$$6.6X_1 + 6.6X_2 + 8.28X_3 + 6.6X_4 + 1.68X_5 + 8.28X_6 \le 3150000 \quad s_{12} = 1500000$$

$$0.036X_1 + 0.036X_2 + 0.0408X_3 + 0.036X_4 + 0.0084X_5 + 0.0408X_6 \le 6300 \quad s_{13} = 900$$

$$2.46X_1 + 2.46X_2 + 3.06X_3 + 2.46X_4 + 0.618X_5 + 2.46X_6 \le 315000 \quad s_{14} = 31500$$

$$10X_1 + 10X_2 + 12X_3 + 10X_4 + 3X_5 + 10X_6 \le 4666667 \quad s_{15} = 2100000$$

$$3X_1 + 3X_2 + 3X_3 + 3X_4 + X_5 + 3X_6 \le 445900 \quad s_{16} = 39000$$

$$5X_1 + 5X_2 + 6X_3 + 5X_4 + X_5 + 6X_6 \le 749700 \quad s_{17} = 107100$$

$$X_1 + X_2 + 2X_3 + X_4 + X_5 + 2X_6 \le 220500 \quad s_{18} = 31500$$

$$10X_2 + 15X_3 \le 315000 \quad s_{19} = 50000$$

$$2X_1 + 2X_2 + 3X_3 + 2X_4 + X_5 + 3X_6 \le 343000 \quad s_{20} = 30000$$

$$3X_1 + 3X_2 + 3X_3 + 3X_4 + X_5 + 3X_6 \le 441000 \quad s_{21} = 63000$$

$$0.12X_1 + 0.12X_2 + 0.12X_3 + 0.12X_4 + 0.12X_5 + 0.12X_6 \le 15750 \quad s_{22} = 1575$$

$$0.123X_1 + 0.123X_2 + 0.153X_3 + 0.123X_4 + 0.0309X_5 + 0.123X_6 \le 15750 \quad s_{23} = 1575$$

$$30X_1 + 30X_2 + 37X_3 + 30X_4 + 8X_5 + 30X_6 \le 14000000 \quad s_{24} = 250000$$

5.3. Hedef Programlama Yöntemi ile Çözüm

Şen Piliç fabrikasının üretim planlaması için oluşturulan ve alt kesim 5.2.2'de anlatılan model ilk olarak hedef programlama tekniği kullanılarak çözülmüştür. Çözüm sırasında hedefler arasındaki birim farklılıklarını gidermek amacıyla maliyet ve kar hedeflerine birinci, geri kalan hedeflere ise ikinci öncelik verilmiştir.

Problemin hedef programlama ile çözümünü gerçekleştirecek formülasyon aşağıdaki gibidir.

$$Min \quad P_1\left(d_1^+ + d_2^-\right) + P_2\left(d_3^- + d_4^- + d_5^- + d_6^- + d_7^- + d_8^- + d_9^-\right)$$

$$22000X_1 + 22000X_2 + 23000X_3 + 22000X_4 + 23000X_5 + 23000X_6$$
$$+d_1^- - d_1^+ = 2200000000$$

$$3000X_1 + 3000X_2 + 2000X_3 + 2000X_4 + 2000X_5 + 2000X_6 + d_2^- - d_2^+ = 275000000$$

$$X_1 + d_3^- - d_3^+ = 72500$$
$$X_2 + d_4^- - d_4^+ = 50000$$
$$X_3 + d_5^- - d_5^+ = 10000$$
$$X_4 + d_6^- - d_6^+ = 2750$$
$$X_5 + d_7^- - d_7^+ = 2500$$
$$X_6 + d_8^- - d_8^+ = 1800$$

$$X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 + X_6 + d_9^- - d_9^+ = 550000$$

$$1806X_1 + 1806X_2 + 2194.2X_3 + 1806X_4 + 451.5X_5 + 1806X_6 \leq 840000000$$

$$2.25X_1 + 2.25X_2 + 2.7X_3 + 2.25X_4 + 0.6X_5 + 2.7X_6 \leq 367500$$

$$6.6X_1 + 6.6X_2 + 8.28X_3 + 6.6X_4 + 1.68X_5 + 8.28X_6 \leq 3150000$$

$$0.036X_1 + 0.036X_2 + 0.0408X_3 + 0.036X_4 + 0.0084X_5 + 0.0408X_6 \leq 6300$$

$$2.46X_1 + 2.46X_2 + 3.06X_3 + 2.46X_4 + 0.618X_5 + 2.46X_6 \leq 315000$$

$$10X_1 + 10X_2 + 12X_3 + 10X_4 + 3X_5 + 10X_6 \leq 4666667$$

$$3X_1 + 3X_2 + 3X_3 + 3X_4 + X_5 + 3X_6 \leq 445900$$

$$5X_1 + 5X_2 + 6X_3 + 5X_4 + X_5 + 6X_6 \leq 749700$$

$$X_1 + X_2 + 2X_3 + X_4 + X_5 + 2X_6 \leq 220500$$

$$10X_2 + 15X_3 \leq 315000$$

$$2X_1 + 2X_2 + 3X_3 + 2X_4 + X_5 + 3X_6 \leq 343000$$

$$3X_1 + 3X_2 + 3X_3 + 3X_4 + X_5 + 3X_6 \leq 441000$$

$$0.12X_1 + 0.12X_2 + 0.12X_3 + 0.12X_4 + 0.12X_5 + 0.12X_6 \leq 15750$$

$$0.123X_1 + 0.123X_2 + 0.153X_3 + 0.123X_4 + 0.0309X_5 + 0.123X_6 \leq 15750$$

$$30X_1 + 30X_2 + 37X_3 + 30X_4 + 8X_5 + 30X_6 \leq 14000000$$

Problemin WinQSB paket programına veri girişi Şekil 5.1'de, çözüm tablosu Şekil 5.2'de ve problemin çözüm özeti sonuçları ise Şekil 5.3'deki gibidir. Ayrıca yapılan çözümleme sonucunda alternatif sonucun mevcut olduğu görülmüştür. Alternatif çözüme ilişkin sonuçlar ise Şekil 5.4 ve 5.5'te verilmiştir.

Variable -->	X1	X2	X3	X4	X5	X6	d1-	d1+	d2-	d2+	d3-	d3+	d4-	d4+	d5-	d5+	d6-	d6+
Min:G1								1	1									
Min:G2											1		1		1		1	
C1	22000	22000	23000	21000	23000	23000	1	-1										
C2	3000	3000	2000	2000	2000	2000			1	-1								
C3	1										1	-1						
C5		1											1	-1				
C6			1												1	-1		
C7				1													1	-1
C8					1													
C9						1												
C10	1	1	1	1	1	1												
C11	1806.0000	1806.0000	2194.2000	1806.0000	451.5000	1806.0000												
C12	2.2500	2.2500	2.7000	2.2500	0.6000	2.7000												
C13	6.6000	6.6000	8.2800	6.6000	1.6800	8.2800												
C14	0.0360	0.0360	0.0408	0.0360	0.0084	0.0408												
C15	2.4600	2.4600	3.0600	2.4600	0.6180	2.4600												
C16	10.0333	10.0333	12.1900	10.0333	2.5083	10.0333												
C17	3	3	3	3	1	3												
C18	5	5	6	5	1	6												
C19	1	1	2	1	1	2												
C20		10	15															
C21	2	2	3	2	1	3												
C22	3	3	3	3	1	3												
C23	0.1200	0.1200	0.1200	0.1200	0.1200	0.1200												
C24	0.1230	0.1230	0.1530	0.1230	0.0309	0.1230												
C25	30	30	37	30	8	30												
LowerBound	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
UpperBound	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M
VariableType	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous

Variable -->	d7-	d7+	d8-	d8+	d9-	d9+	Direction	R. H. S.
Min:G1								
Min:G2	1		1			1		
C1							=	2200000000
C2							=	275000000
C3							=	72500
C5							=	50000
C6							=	10000
C7							=	2750
C8	1	-1					=	2500
C9			1	-1			=	1800
C10					1	-1	=	550000
C11							<=	840000000
C12							<=	367500
C13							<=	3150000
C14							<=	6300
C15							<=	315000
C16							<=	4666667
C17							<=	445900
C18							<=	749700
C19							<=	220500
C20							<=	315000
C21							<=	343000
C22							<=	441000
C23							<=	15750
C24							<=	15750
C25							<=	14000000
LowerBound	0	0	0	0	0	0		
UpperBound	M	M	M	M	M	M		
VariableType	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous		

Şekil 5.1. WinQSB PP'na Hedef Programlama Veri Girişi.

	Goal Level	Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit c(j)	Total Contribution	Reduced Cost	Allowable Min. c(j)	Allowable Max. c(j)
1	G1	X1	60.060,00	0	0	0	0	0
2	G1	X2	16.500,00	0	0	0	0	0
3	G1	X3	10.000,00	0	0	0	0	0
4	G1	X4	2.750,00	0	0	0	0	0
5	G1	X5	8.110,00	0	0	0	0	0
6	G1	X6	1.800,00	0	0	0	0	0
7	G1	d1-	0	0	0	0	0	M
8	G1	d1+	0	1,00	0	1,00	0	M
9	G1	d2-	0	1,00	0	1,00	0	M
10	G1	d2+	0	0	0	0	0	M
11	G1	d3-	12.440,00	0	0	0	0	0
12	G1	d3+	0	0	0	0	0	M
13	G1	d4-	33.500,00	0	0	0	0	0
14	G1	d4+	0	0	0	0	0	M
15	G1	d5-	0	0	0	0	0	M
16	G1	d5+	0	0	0	0	0	M
17	G1	d6-	0	0	0	0	0	M
18	G1	d6+	0	0	0	0	0	M
19	G1	d7-	0	0	0	0	0	M
20	G1	d7+	5.610,00	0	0	0	0	0
21	G1	d8-	0	0	0	0	0	M
22	G1	d8+	0	0	0	0	0	M
23	G1	d9-	150.780,00	0	0	0	0	0
24	G1	d9+	0	0	0	0	0	M
25	G2	X1	60.060,00	0	0	0	1,00	0
26	G2	X2	16.500,00	0	0	0	0	0
27	G2	X3	10.000,00	0	0	0	0	0
28	G2	X4	2.750,00	0	0	0	-0,16	0,84
29	G2	X5	8.110,00	0	0	0	0	-1,05
30	G2	X6	1.800,00	0	0	0	0	1,00
31	G2	d1-	0	0	0	0,00	0,00	M
32	G2	d1+	0	0	0	0,00	-M	M
33	G2	d2-	0	0	0	0,00	-M	M
34	G2	d2+	0	0	0	0,00	0,00	M
35	G2	d3-	12.440,00	1,00	12.440,00	0	1,00	0
36	G2	d3+	0	0	0	1,00	-1,00	M
37	G2	d4-	33.500,00	1,00	33.500,00	0	1,00	1,00
38	G2	d4+	0	0	0	1,00	-1,00	M
39	G2	d5-	0	1,00	0	0	1,00	M
40	G2	d5+	0	0	0	0	0	M
41	G2	d6-	0	1,00	0	0,84	0,16	M
42	G2	d6+	0	0	0	0,16	-0,16	M
43	G2	d7-	0	1,00	0	1,00	0	M
44	G2	d7+	5.610,00	0	0	0	0	-1,05
45	G2	d8-	0	1,00	0	1,00	0	M
46	G2	d8+	0	0	0	0	0	M
47	G2	d9-	150.780,00	0	0	0	2,00	-23,00
48	G2	d9+	0	1,00	0	1,00	0	M
	G1	Goal	Value	(Min.) =	0	(Alternate	Solution	Exists!!)
	G2	Goal	Value	(Min.) =	45.940,00			

	Constraint	Left Hand Side	Direction	Right Hand Side	Slack or Surplus	Allowable Min. RHS	Allowable Max. RHS	ShadowPrice Goal 1	ShadowPrice Goal 2
1	C1	2.200.000.000,00	=	2.200.000.000,00	0	2.153.250.048,00	2.950.749.952,00	0	0,00
2	C2	275.000.000,00	=	275.000.000,00	0	209.717.392,00	281.375.008,00	0	0,00
3	C3	72.500,00	=	72.500,00	0	60.060,00	M	0	1,00
4	C5	50.000,00	=	50.000,00	0	16.500,00	M	0	1,00
5	C6	10.000,00	=	10.000,00	0	0	15.610,00	0	0
6	C7	2.750,00	=	2.750,00	0	0	10.131,58	0	0,16
7	C8	2.500,00	=	2.500,00	0	-M	8.110,00	0	0
8	C9	1.800,00	=	1.800,00	0	0	7.410,00	0	0
9	C10	250.000,00	=	250.000,00	0	99.220,00	M	0	0
10	C11	172.088.320,00	<=	840.000.000,00	667.911.680,00	172.088.320,00	M	0	0
11	C12	215.173,50	<=	367.500,00	152.326,50	215.173,50	M	0	0
12	C13	634.774,81	<=	3.150.000,00	2.515.225,25	634.774,75	M	0	0
13	C14	3.404,72	<=	6.300,00	2.895,28	3.404,72	M	0	0
14	C15	235.142,59	<=	315.000,00	79.857,41	235.142,59	M	0	0
15	C16	956.043,25	<=	4.666.667,00	3.710.623,75	956.043,25	M	0	0
16	C17	281.440,00	<=	445.900,00	164.460,00	281.440,00	M	0	0
17	C18	475.460,00	<=	749.700,00	274.240,00	475.460,00	M	0	0
18	C19	111.020,00	<=	220.500,00	109.480,00	111.020,00	M	0	0
19	C20	315.000,00	<=	315.000,00	0	190.600,00	650.000,00	0	0,00
20	C21	202.130,00	<=	343.000,00	140.870,00	202.130,00	M	0	0
21	C22	281.440,00	<=	441.000,00	159.560,00	281.440,00	M	0	0
22	C23	11.906,40	<=	15.750,00	3.843,60	11.906,40	M	0	0
23	C24	11.757,13	<=	15.750,00	3.992,87	11.757,13	M	0	0
24	C25	2.868.180,00	<=	14.000.000,00	11.131.820,00	2.868.180,00	M	0	0

Şekil 5.2. WinQSB PP'nda Hedef Programlama'nın Çözüm Tablosu.

08-26-2009 12:38:25	Decision Variable	Solution Value	Basis Status	Reduced Cost Goal 1	Reduced Cost Goal 2
1	X1	60.060,00	basic	0	0
2	X2	16.500,00	basic	0	0
3	X3	10.000,00	basic	0	0
4	X4	2.750,00	basic	0	0
5	X5	8.110,00	basic	0	0
6	X6	1.800,00	basic	0	0
7	d1-	0	at bound	0	0,00
8	d1+	0	at bound	1,00	0,00
9	d2-	0	at bound	1,00	0,00
10	d2+	0	at bound	0	0,00
11	d3-	12.440,00	basic	0	0
12	d3+	0	at bound	0	1,00
13	d4-	33.500,00	basic	0	0
14	d4+	0	at bound	0	1,00
15	d5-	0	at bound	0	0
16	d5+	0	at bound	0	0
17	d6-	0	at bound	0	0,84
18	d6+	0	at bound	0	0,16
19	d7-	0	at bound	0	1,00
20	d7+	5.610,00	basic	0	0
21	d8-	0	at bound	0	1,00
22	d8+	0	at bound	0	0
23	d9-	150.780,00	basic	0	0
24	d9+	0	at bound	0	1,00
	Goal 1:	Minimize	G1 =	0	
	Goal 2:	Minimize	G2 =	45.940,00	

Şekil 5.3. WinQSB PP’nda Hedef Programlama’nın Çözüm Özeti Tablosu.

Sonuçlardan da görüldüğü gibi hedef programlama tekniği ile çözümde maliyet minimizasyonu, kar ve üretim maksimizasyonu hedefleri gerçekleştirilmiştir. Buna göre üretici bütün piliçten 60060 kilo, parça ürünlerden 16500 kilo, ileri işlenmiş ürünlerden 10000 kilo, kıymadan 2750 kilo, ciğerden 8110 kilo ve taşlıktan 1800 kilo üretim yaparsa hedefleri sağlar. Analiz sonucunda birinci hedef değeri 0, ikinci hedef değeri ise 45940 olarak bulunmuştur.

Alternatif Çözüm Sonuçları

	Goal Level	Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit c(j)	Total Contribution	Reduced Cost	Allowable Min. c(j)	Allowable Max. c(j)
1	G1	X1	45.060,00	0	0	0	0	0
2	G1	X2	31.500,00	0	0	0	-M	0
3	G1	X3	0	0	0	0	0	M
4	G1	X4	2.750,00	0	0	0	0	0
5	G1	X5	18.110,00	0	0	0	0	0
6	G1	X6	1.800,00	0	0	0	0	0
7	G1	d1-	0	0	0	0	0	M
8	G1	d1+	0	1,00	0	1,00	0	M
9	G1	d2-	0	1,00	0	1,00	0	M
10	G1	d2+	0	0	0	0	0	M
11	G1	d3-	27.440,00	0	0	0	0	0
12	G1	d3+	0	0	0	0	0	M
13	G1	d4-	18.500,00	0	0	0	0	M
14	G1	d4+	0	0	0	0	0	M
15	G1	d5-	10.000,00	0	0	0	0	0
16	G1	d5+	0	0	0	0	0	M
17	G1	d6-	0	0	0	0	0	M
18	G1	d6+	0	0	0	0	0	M
19	G1	d7-	0	0	0	0	0	M
20	G1	d7+	15.610,00	0	0	0	0	0
21	G1	d8-	0	0	0	0	0	M
22	G1	d8+	0	0	0	0	0	M
23	G1	d9-	150.780,00	0	0	0	0	0
24	G1	d9+	0	0	0	0	0	M
25	G2	X1	45.060,00	0	0	0	1,00	1,00
26	G2	X2	31.500,00	0	0	0	-M	0
27	G2	X3	0	0	0	0	0	M
28	G2	X4	2.750,00	0	0	0	-0,16	0,84
29	G2	X5	18.110,00	0	0	0	-1,00	-1,05
30	G2	X6	1.800,00	0	0	0	0	1,00
31	G2	d1-	0	0	0	0,00	0,00	M
32	G2	d1+	0	0	0	0,00	-M	M
33	G2	d2-	0	0	0	0,00	-M	M
34	G2	d2+	0	0	0	0,00	0,00	M
35	G2	d3-	27.440,00	1,00	27.440,00	0	0	0
36	G2	d3+	0	0	0	1,00	-1,00	M
37	G2	d4-	18.500,00	1,00	18.500,00	0	1,00	M
38	G2	d4+	0	0	0	1,00	-1,00	M
39	G2	d5-	10.000,00	1,00	10.000,00	0	1,00	1,00
40	G2	d5+	0	0	0	0	0	M
41	G2	d6-	0	1,00	0	0,84	0,16	M
42	G2	d6+	0	0	0	0,16	-0,16	M
43	G2	d7-	0	1,00	0	1,00	0	M
44	G2	d7+	15.610,00	0	0	0	-1,00	-1,05
45	G2	d8-	0	1,00	0	1,00	0	M
46	G2	d8+	0	0	0	0	0	M

47	G2	d9-	150.780,00	0	0	0	2,00	-23,00	
48	G2	d9+	0	1,00	0	1,00	0	M	
	G1	Goal	Value	(Min.) =	0	(Alternate	Solution	Exists!!)	
	G2	Goal	Value	(Min.) =	55.940,00				
	Constraint	Left Hand Side	Direction	Right Hand Side	Slack or Surplus	Allowable Min. RHS	Allowable Max. RHS	ShadowPrice Goal 1	ShadowPrice Goal 2
1	C1	2.200.000.000,00	=	2.200.000.000,00	0	2.069.916.672,00	2.763.249.920,00	0	0,00
2	C2	275.000.000,00	=	275.000.000,00	0	226.021.744,00	292.738.624,00	0	0,00
3	C3	72.500,00	=	72.500,00	0	45.060,00	M	0	1,00
4	C5	50.000,00	=	50.000,00	0	31.500,00	M	0	1,00
5	C6	10.000,00	=	10.000,00	0	0	M	0	1,00
6	C7	2.750,00	=	2.750,00	0	0	23.289,47	0	0,16
7	C8	2.500,00	=	2.500,00	0	-M	18.110,00	0	0
8	C9	1.800,00	=	1.800,00	0	0	17.410,00	0	0
9	C10	250.000,00	=	250.000,00	0	99.220,00	M	0	0
10	C11	154.661.328,00	<=	840.000.000,00	685.338.688,00	154.661.312,00	M	0	0
11	C12	194.173,50	<=	367.500,00	173.326,50	194.173,50	M	0	0
12	C13	568.774,81	<=	3.150.000,00	2.581.225,25	568.774,75	M	0	0
13	C14	3.080,72	<=	6.300,00	3.219,28	3.080,72	M	0	0
14	C15	210.722,59	<=	315.000,00	104.277,41	210.722,59	M	0	0
15	C16	859.226,31	<=	4.666.667,00	3.807.440,75	859.226,25	M	0	0
16	C17	261.440,00	<=	445.900,00	184.460,00	261.440,00	M	0	0
17	C18	425.460,00	<=	749.700,00	324.240,00	425.460,00	M	0	0
18	C19	101.020,00	<=	220.500,00	119.480,00	101.020,00	M	0	0
19	C20	315.000,00	<=	315.000,00	0	40.600,00	500.000,00	0	0,00
20	C21	182.130,00	<=	343.000,00	160.870,00	182.130,00	M	0	0
21	C22	261.440,00	<=	441.000,00	179.560,00	261.440,00	M	0	0
22	C23	11.906,40	<=	15.750,00	3.843,60	11.906,40	M	0	0
23	C24	10.536,13	<=	15.750,00	5.213,87	10.536,13	M	0	0
24	C25	2.578.180,00	<=	14.000.000,00	11.421.820,00	2.578.180,00	M	0	0

Şekil 5.4. WinQSB PP'nda Hedef Programlama'nın Alternatif Çözüm Tablosu.

09-20-2009 10:34:40	Decision Variable	Solution Value	Basis Status	Reduced Cost Goal 1	Reduced Cost Goal 2
1	X1	45.060,00	basic	0	0
2	X2	31.500,00	basic	0	0
3	X3	0	at bound	0	0
4	X4	2.750,00	basic	0	0
5	X5	18.110,00	basic	0	0
6	X6	1.800,00	basic	0	0
7	d1-	0	at bound	0	0,00
8	d1+	0	at bound	1,00	0,00
9	d2-	0	at bound	1,00	0,00
10	d2+	0	at bound	0	0,00
11	d3-	27.440,00	basic	0	0
12	d3+	0	at bound	0	1,00
13	d4-	18.500,00	basic	0	0
14	d4+	0	at bound	0	1,00
15	d5-	10.000,00	basic	0	0
16	d5+	0	at bound	0	0
17	d6-	0	at bound	0	0,84
18	d6+	0	at bound	0	0,16
19	d7-	0	at bound	0	1,00
20	d7+	15.610,00	basic	0	0
21	d8-	0	at bound	0	1,00
22	d8+	0	at bound	0	0
23	d9-	150.780,00	basic	0	0
24	d9+	0	at bound	0	1,00
	Goal 1:	Minimize	G1 =	0	
	Goal 2:	Minimize	G2 =	55.940,00	

Şekil 5.5. WinQSB PP'nda Hedef Programlama'nın Alternatif Çözüm Özeti Tablosu.

Alternatif çözüm sonuçlarından da görüldüğü gibi hedef programlama tekniği ile çözümde maliyet minimizasyonu, kar ve üretim maksimizasyonu hedefleri gerçekleştirilmiştir. Buna göre üretici bütün piliçten 45060 kilo, parça ürünlerden

31500 kilo, ileri işlenmiş ürünlerden 0 kilo, kıymadan 2750 kilo, ciğerden 18110 kilo ve taşlıktan 1800 kilo üretim yaparsa hedefleri sağlar. Analiz sonucunda birinci hedef değeri 0, ikinci hedef değeri ise 55940 olarak bulunmuştur.

5.4. Bulanık Hedef Programlama Yöntemi İle Çözüm

Bulanık hedef programlama tekniğini kullanabilmek için öncelikle bulanıklık taşıyan sağ-yan değerlerine ait üyelik fonksiyonlarının oluşturulması gerekmektedir. Bu çalışmada kurulan modelin hedef ve kısıtlarına ait sağ-yan değerleri bulanık olduğu için bütün hedef ve kısıtların sağ-yan değerleri için üyelik fonksiyonları oluşturulmuştur. Üyelik fonksiyonunun oluşturulmasına yönelik birçok yöntem mevcuttur. Oluşturulan üyelik fonksiyonlarının kurulan modele uygun olduğunun kesinlikle bilindiği varsayımından hareket edilir. Bu çalışmada öncelikle üyelik fonksiyonunun yapısının doğrusal olduğu varsayımından hareket edilecektir. Bulanık hedef programlama ile ilgili çalışmalarda, doğrusal üyelik fonksiyonunun kullanımının daha etkin olması böyle bir tercih yapılmasına sebep olmuştur.

5.4.1. Doğrusal Üyelik Fonksiyonu İle Çözüm

Doğrusal üyelik fonksiyonundan yararlanarak çözümleme yapabilmek için öncelikle, belirsiz sınırlardaki hareketin doğrusal olduğunun kesinlikle bilindiği varsayımı yapılmıştır. Doğrusallığın hangi yapıda olduğuna (üçgensel, yamuksal, kısmi doğrusal, sabit eğimle azalan, sabit eğimle artan…) karar verme noktasında ise hedeflerin ve sapmaların yapısı incelenmiş, hedef değerlerinden yalnızca tek yönlü sapmaya izin verip, hedef değerlerine yaklaşıldıkça üyelik derecesinin ‘1’ olmasını sağlayan üyelik fonksiyonu araştırılmıştır. Sonuç olarak, bunu en iyi gerçekleyecek üyelik fonksiyonunun eşitlik (4.28 ve 4.29)’da tanımlanan üyelik fonksiyonu olacağına karar verilmiştir. Örneğin, üçgensel forma sahip bir üyelik fonksiyonu, sınırlardan hem pozitif hem de negatif sapmayı derecelendirmektedir. Bu çalışmada istenen ise, ≥ yapısındaki bir sınırdan negatif sapmayı, ≤ yapısındaki bir sınırdan ise pozitif sapmayı derecelendirmektir.

Sağ-yan değerleri bulanık olan hedef ve kısıtların üyelik fonksiyonları aşağıdaki gibi oluşturulmuştur.

Maliyete ilişkin kısıtın üyelik fonksiyonu

$$\mu_1 = \left\{ \begin{aligned} &\left(2200000000 + 350000000\right) - (22000X_1 + 2200X_2 + 23000X_3 + \\ &22000X_4 + 23000X_5 + 23000X_6) \end{aligned} \right\} / 350000000$$

Kara ilişkin kısıtın üyelik fonksiyonu

$$\mu_2 = \left\{ \begin{aligned} &(3000X_1 + 3000X_2 + 2000X_3 + 2000X_4 + 2000X_5 + 2000X_6) - \\ &(275000000 - 31000000) \end{aligned} \right\} / 31000000$$

Üretime ilişkin kısıtlarının üyelik fonksiyonları

$$\mu_3 = \left\{ X_1 - (72500 - 7000) \right\} / 7000$$
$$\mu_4 = \left\{ X_2 - (50000 - 6250) \right\} / 6250$$
$$\mu_5 = \left\{ X_3 - (10000 - 1250) \right\} / 1250$$
$$\mu_6 = \left\{ X_4 - (2750 - 550) \right\} / 550$$
$$\mu_7 = \left\{ X_5 - (2500 - 400) \right\} / 400$$
$$\mu_8 = \left\{ X_6 - (1800 - 280) \right\} / 280$$

Üretim kapasitesine ilişkin kısıtın üyelik fonksiyonu

$$\mu_9 = \left\{ \left(550000 + 50000\right) - (X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 + X_6) \right\} / 50000$$

Et oranına ilişkin kısıtın üyelik fonksiyonu

$$\mu_{10} = \left\{ \begin{aligned} &\left(840000000 + 15000000\right) - (1806X_1 + 1806X_2 + 2194.2X_3 + \\ &1806X_4 + 451.5X_5 + 1806X_6) \end{aligned} \right\} / 15000000$$

Katkı maddesi oranına ilişkin kısıtın üyelik fonksiyonu

$$\mu_{11} = \left\{ \begin{aligned} &(367500 + 52000) - (2.25X_1 + 2.25X_2 + 2.7X_3 + 2.25X_4 + \\ &0.6X_5 + 2.7X_6) \end{aligned} \right\} / 52000$$

Su/Buz oranına ilişkin kısıtın üyelik fonksiyonu

$$\mu_{12} = \left\{ \begin{aligned} &(3150000 + 1500000) - (6.6X_1 + 6.6X_2 + 8.28X_3 + 6.6X_4 + \\ &1.68X_5 + 8.28X_6) \end{aligned} \right\} / 1500000$$

Kesim makinesinin kullanımına ilişkin kısıtın üyelik fonksiyonu

$$\mu_{13} = \left\{ \begin{matrix} (6300+900)-(0.036X_1+0.036X_2+0.408X_3+0.036X_4+ \\ 0.0084X_5+0.0408X_6) \end{matrix} \right\} / 900$$

Karıştırma kazanının kullanımına ilişkin kısıtın üyelik fonksiyonu

$$\mu_{14} = \left\{ \begin{matrix} (315000+31500)-(2.46X_1+2.46X_2+3.06X_3+2.46X_4+ \\ 0.618X_5+2.46X_6) \end{matrix} \right\} / 31500$$

Strech film kullanımına ilişkin kısıtın üyelik fonksiyonu

$$\mu_{15} = \{(4666667+2100000)-(10X_1+10X_2+12X_3+10X_4+3X_5+10X_6)\} / 2100000$$

İnce emici ped kullanımına ilişkin kısıtın üyelik fonksiyonu

$$\mu_{16} = \{(445900+39000)-(3X_1+3X_2+3X_3+3X_4+X_5+3X_6)\} / 39000$$

Etiket kullanımına ilişkin kısıtın üyelik fonksiyonu

$$\mu_{17} = \{(749700+107100)-(5X_1+5X_2+6X_3+5X_4+X_5+6X_6)\} / 107100$$

Tabak kullanımına ilişkin kısıtın üyelik fonksiyonu

$$\mu_{18} = \{(220500+31500)-(X_1+X_2+2X_3+X_4+X_5+2X_6)\} / 31500$$

Çöp şiş kullanımına ilişkin kısıtın üyelik fonksiyonu

$$\mu_{19} = \{(315000+50000)-(10X_2+15X_3)\} / 50000$$

Poşet kullanımına ilişkin kısıtın üyelik fonksiyonu

$$\mu_{20} = \{(343000+30000)-(2X_1+2X_2+3X_3+2X_4+X_5+3X_6)\} / 30000$$

Klips kullanımına ilişkin kısıtın üyelik fonksiyonu

$$\mu_{21} = \{(441000+63000)-(3X_1+3X_2+3X_3+3X_4+X_5+3X_6)\} / 63000$$

Depo kullanımına ilişkin kısıtın üyelik fonksiyonu

$$\mu_{22} = \begin{Bmatrix} (15750+1575)-(0.12X_1+0.12X_2+0.12X_3+0.12X_4+0.12X_5+ \\ 0.12X_6) \end{Bmatrix} / 1575$$

Enerji sarfiyatına ilişkin kısıtın üyelik fonksiyonu

$$\mu_{23} = \begin{Bmatrix} (15750+1575)-(0.123X_1+0.123X_2+0.153X_3+0.123X_4+ \\ 0.0309X_5+0.123X_6) \end{Bmatrix} / 1575$$

Çalışan işçi sayısına ilişkin kısıtın üyelik fonksiyonu

$$\mu_{24} = \{(14000000+250000)-(30X_1+30X_2+37X_3+30X_4+8X_5+30X_6)\} / 250000$$

Bulanık hedef programlamada hedeflerin ve kısıtların bulanık olmaları durumunda hedef ve kısıt ayırımına gidilmez. Bu çalışmada da bütün hedef ve kısıtlar bulanık olduğundan böyle bir ayırım yapılmamıştır.

Üyelik fonksiyonlarının yukarıda belirtildiği şekilde düzenlenmesinden sonra çözümlenmesi gereken bulanık hedef programlama problemi (4.34) eşitliğinden faydalanarak düzenlenirse aşağıdaki şekilde olacaktır.

$$Max \quad \lambda$$

$$22000X_1+22000X_2+23000X_3+22000X_4+23000X_5+23000X_6$$
$$+d_1^- - d_1^+ = 2200000000$$

$$3000X_1+3000X_2+2000X_3+2000X_4+2000X_5+2000X_6+d_2^- - d_2^+ = 275000000$$

$$X_1+d_3^- - d_3^+ = 72500$$
$$X_2+d_4^- - d_4^+ = 50000$$
$$X_3+d_5^- - d_5^+ = 10000$$
$$X_4+d_6^- - d_6^+ = 2750$$
$$X_5+d_7^- - d_7^+ = 2500$$
$$X_6+d_8^- - d_8^+ = 1800$$

$$X_1+X_2+X_3+X_4+X_5+X_6+d_9^- - d_9^+ = 550000$$

$$\lambda - \left\{ \begin{matrix} (2200000000 + 350000000) - (22000X_1 + 2200X_2 + \\ 23000X_3 + 22000X_4 + 23000X_5 + 23000X_6) \end{matrix} \right\} / 350000000 \le 0$$

$$\lambda - \left\{ \begin{matrix} (3000X_1 + 3000X_2 + 2000X_3 + 2000X_4 + 2000X_5 + \\ 2000X_6) - (275000000 - 31000000) \end{matrix} \right\} / 31000000 \le 0$$

$$\lambda - \{X_1 - (72500 - 7000)\} / 7000 \le 0$$
$$\lambda - \{X_2 - (50000 - 6250)\} / 6250 \le 0$$
$$\lambda - \{X_3 - (10000 - 1250)\} / 1250 \le 0$$
$$\lambda - \{X_4 - (2750 - 550)\} / 550 \le 0$$
$$\lambda - \{X_5 - (2500 - 400)\} / 400 \le 0$$
$$\lambda - \{X_6 - (1800 - 280)\} / 280 \le 0$$

$$\lambda - \{(550000 + 50000) - (X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 + X_6)\} / 50000 \le 0$$

$$\lambda - \left\{ \begin{matrix} (840000000 + 15000000) - (1806X_1 + 1806X_2 + 2194.2X_3 + \\ 1806X_4 + 451.5X_5 + 1806X_6) \end{matrix} \right\} / 15000000 \le 0$$

$$\lambda - \left\{ \begin{matrix} (367500 + 52000) - (2.25X_1 + 2.25X_2 + 2.7X_3 + 2.25X_4 + \\ 0.6X_5 + 2.7X_6) \end{matrix} \right\} / 52000 \le 0$$

$$\lambda - \left\{ \begin{matrix} (3150000 + 1500000) - (6.6X_1 + 6.6X_2 + 8.28X_3 + 6.6X_4 + \\ 1.68X_5 + 8.28X_6) \end{matrix} \right\} / 1500000 \le 0$$

$$\lambda - \left\{ \begin{matrix} (6300 + 900) - (0.036X_1 + 0.036X_2 + 0.408X_3 + 0.036X_4 + \\ 0.0084X_5 + 0.0408X_6) \end{matrix} \right\} / 900 \le 0$$

$$\lambda - \left\{ \begin{matrix} (315000 + 31500) - (2.46X_1 + 2.46X_2 + 3.06X_3 + 2.46X_4 + \\ 0.618X_5 + 2.46X_6) \end{matrix} \right\} / 31500 \le 0$$

$$\lambda - \left\{ \begin{matrix} (4666667 + 2100000) - (10X_1 + 10X_2 + 12X_3 + 10X_4 + 3X_5 + \\ 10X_6) \end{matrix} \right\} / 2100000 \le 0$$

$$\lambda - \{(445900 + 39000) - (3X_1 + 3X_2 + 3X_3 + 3X_4 + X_5 + 3X_6)\} / 39000 \le 0$$

$$\lambda - \{(749700 + 107100) - (5X_1 + 5X_2 + 6X_3 + 5X_4 + X_5 + 6X_6)\} / 107100 \le 0$$

$$\lambda - \{(220500+31500)-(X_1+X_2+2X_3+X_4+X_5+2X_6)\}/31500 \leq 0$$

$$\lambda - \{(315000+50000)-(10X_2+15X_3)\}/50000 \leq 0$$

$$\lambda - \{(343000+30000)-(2X_1+2X_2+3X_3+2X_4+X_5+3X_6)\}/30000 \leq 0$$

$$\lambda - \{(441000+63000)-(3X_1+3X_2+3X_3+3X_4+X_5+3X_6)\}/63000 \leq 0$$

$$\lambda - \begin{Bmatrix}(15750+1575)-(0.12X_1+0.12X_2+0.12X_3+0.12X_4+0.12X_5+ \\ 0.12X_6)\end{Bmatrix}/1575 \leq 0$$

$$\lambda - \begin{Bmatrix}(15750+1575)-(0.123X_1+0.123X_2+0.153X_3+0.123X_4+ \\ 0.0309X_5+0.123X_6)\end{Bmatrix}/1575 \leq 0$$

$$\lambda - \begin{Bmatrix}(14000000+250000)-(30X_1+30X_2+37X_3+30X_4+8X_5+ \\ 30X_6)\end{Bmatrix}/250000 \leq 0$$

$$X_i, d_i^-, d_i^+ \geq 0$$

Görüldüğü gibi çözümü gereken problem bir doğrusal programlama halini almıştır. Hedef programlama problemlerinin temelini oluşturan sapma değişkenleri burada yalnızca kısıt bazında yer almakta ve sapma değişkenlerinin minimizasyonu üyelik derecelerini maksimize etmek yolu ile dolaylı yoldan sağlanmaktadır. Bu çalışmada kullanılan problemde hedef ve kısıt ayrımına gidilmemiş olması nedeni ile modelde hedef değerlerine ilişkin sapmalara yer vermek gerekli bir durum değildir.

Problemin WinQSB paket programına girilmesi ve çözümlenmesi sonucunda elde edilen çıktılar sırasıyla Şekil 5.6, 5.7, 5.8'de gösterildiği gibidir. Ayrıca yapılan çözümleme sonucunda alternatif sonucun mevcut olduğu görülmüştür. Alternatif çözüme ilişkin sonuçlar ise Şekil 5.9 ve 5.10'da verilmiştir.

Maximize G1 : d4+

Variable -->	X1	X2	X3	X4	X5	X6	d1-	d1+	d2-	d2+	d3-	d3+	d5-	d5+
Max:G1														
C1	22000	22000	23000	22000	23000	23000	1	-1						
C2	3000	3000	2000	2000	2000	2000			1	-1				
C3	1										1	-1		
C5		1											1	-1
C6			1											
C7				1										
C8					1									
C9						1								
C10	1	1	1	1	1	1								
C11	0.000063	0.000063	0.000066	0.000063	0.000066	0.000066								
C12	-0.000097	-0.000097	-0.000065	-0.000065	-0.000065	-0.000065								
C13	-0.000143													
C15		-0.000909												
C16			-0.000800											
C17				-0.001818										
C18					-0.002500									
C19						-0.003571								
C20	0.000020	0.000020	0.000020	0.000020	0.000020	0.000020								
C22	0.000120	0.000120	0.000146	0.000120	0.000030	0.000120								
C23		0.000043	0.000052	0.000043	0.000012	0.000052								
C24	0.000004	0.000004	0.000006	0.000004	0.000001	0.000006								
C25	0.000040	0.000040	0.000045	0.000040	0.000009	0.000045								
C26	0.000078	0.000078	0.000097	0.000078	0.000020	0.000078								
C27	0.000005	0.000005	0.000006	0.000005	0.000001	0.000005								
C28	0.000070	0.000070	0.000084	0.000070	0.000019	0.000084								
C29	0.000043	0.000043	0.000051	0.000043	0.000011	0.000051								
C30	0.000043	0.000043	0.000051	0.000043	0.000032	0.000051								
C31		0.000200	0.000300											
C32	0.000070	0.000070	0.000084	0.000070	0.000019	0.000084								
C33	0.000043	0.000043	0.000051	0.000043	0.000011	0.000051								
C34	0.000076	0.000076	0.000076	0.000076	0.000076	0.000076								
C35	0.000078	0.000078	0.000097	0.000078	0.000020	0.000078								
C36	0.000120	0.000120	0.000146	0.000120	0.000030	0.000120								
LowerBound	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
UpperBound	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M
VariableType	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous

Variable -->	d6-	d6+	d7-	d7+	d8-	d8+	d9-	d9+	d10-	d10+	Direction	R. H. S.
Max:G1												
C1											=	2200000000
C2											=	275000000
C3											=	72500
C5											=	50000
C6	1	-1									=	10000
C7			1	-1							=	2750
C8					1	-1					=	2500
C9							1	-1			=	1800
C10									1	-1	=	550000
C11											<=	7.285714
C12											<=	-7.870968
C13											<=	-9.357143
C15											<=	-7.000000
C16											<=	-7.000000
C17											<=	-4.000000
C18											<=	-5.250000
C19											<=	-5.428571
C20											<=	12.000000
C22											<=	57.000000
C23											<=	8.067308
C24											<=	3.100000
C25											<=	8.000000
C26											<=	11.000000
C27											<=	3.222222
C28											<=	12.433333
C29											<=	8.000000
C30											<=	8
C31											<=	7.300000
C32											<=	12.433333
C33											<=	8.000000
C34											<=	11.000000
C35											<=	11.000000
C36											<=	57.000000
LowerBound	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0		
UpperBound	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M		
VariableType	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous		

Şekil 5.6. WinQSB PP’na Bulanık Hedef Programlama’nın Veri Girişi.

	Goal Level	Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit c(j)	Total Contribution	Reduced Cost	Allowable Min. c(j)	Allowable Max. c(j)
1	G1	Lamda	0,98	1,00	0,98	0	0	M
2	G1	X1	72.500,00	0	0	0	0	0
3	G1	X2	9.841,18	0	0	0	0	0
4	G1	X3	9.979,71	0	0	0	0	0
5	G1	X4	2.741,35	0	0	0	0	0
6	G1	X5	2.493,51	0	0	0	0	0
7	G1	X6	1.795,67	0	0	0	0	0
8	G1	d1-	0	0	0	0	-M	0
9	G1	d1+	0	0	0	0	-M	0
10	G1	d2-	0	0	0	0	-M	0
11	G1	d2+	6.044.007,00	0	0	0	0	0
12	G1	d3-	0	0	0	0	-M	0
13	G1	d3+	0	0	0	0	-M	0
14	G1	d5-	40.158,82	0	0	0	0	0
15	G1	d5+	0	0	0	0	-M	0
16	G1	d6-	20,29	0	0	0	0	0
17	G1	d6+	0	0	0	0	-M	0
18	G1	d7-	8,65	0	0	0	0	0
19	G1	d7+	0	0	0	0	-M	0
20	G1	d8-	6,49	0	0	0	0	0
21	G1	d8+	0	0	0	0	-M	0
22	G1	d9-	4,33	0	0	0	0	0
23	G1	d9+	0	0	0	0	-M	0
24	G1	d10-	450.648,59	0	0	0	0	0
25	G1	d10+	0	0	0	0	-M	0
	G1	Goal	Value	(Max.) =	0,98	(Alternate	Solution	Exists!!)

	Constraint	Left Hand Side	Direction	Right Hand Side	Slack or Surplus	Allowable Min. RHS	Allowable Max. RHS	ShadowPrice Goal 1
1	C1	2.200.000.256,00	=	2.200.000.000,00	0	2.194.599.680,00	2.960.498.688,00	0,00
2	C2	275.000.000,00	=	275.000.000,00	0	-M	281.044.000,00	0
3	C3	72.500,00	=	72.500,00	0	72.314,07	73.558,16	0
4	C5	50.000,00	=	50.000,00	0	9.841,18	M	0
5	C6	10.000,00	=	10.000,00	0	9.979,71	M	0
6	C7	2.750,00	=	2.750,00	0	2.741,35	M	0
7	C8	2.500,00	=	2.500,00	0	2.493,51	M	0
8	C9	1.800,00	=	1.800,00	0	1.795,67	M	0
9	C10	550.000,00	=	550.000,00	0	99.351,41	M	0
10	C11	7,29	<=	7,29	0	6,30	7,30	1,00
11	C12	-8,11	<=	-7,87	0,24	-8,11	M	0
12	C13	-9,38	<=	-9,36	0,03	-9,38	M	0
13	C15	-7,96	<=	-7,00	0,96	-7,96	M	0
14	C16	-7,00	<=	-7,00	0	-7,02	0,99	0,00
15	C17	-4,00	<=	-4,00	0	-4,02	0,98	0
16	C18	-5,25	<=	-5,25	0	-5,27	0,98	0,00
17	C19	-5,43	<=	-5,43	0	-5,44	0,98	0,00
18	C20	2,97	<=	12,00	9,03	2,97	M	0
19	C22	12,94	<=	57,00	44,06	12,94	M	0
20	C23	2,17	<=	8,07	5,90	2,17	M	0
21	C24	1,40	<=	3,10	1,70	1,40	M	0
22	C25	4,94	<=	8,00	3,06	4,94	M	0
23	C26	8,78	<=	11,00	2,22	8,78	M	0
24	C27	1,48	<=	3,22	1,74	1,48	M	0
25	C28	7,98	<=	12,43	4,46	7,98	M	0
26	C29	5,27	<=	8,00	2,73	5,27	M	0
27	C30	5,32	<=	8,00	2,68	5,32	M	0
28	C31	5,95	<=	7,30	1,35	5,95	M	0
29	C32	7,98	<=	12,43	4,46	7,98	M	0
30	C33	5,27	<=	8,00	2,73	5,27	M	0
31	C34	8,53	<=	11,00	2,47	8,53	M	0
32	C35	8,78	<=	11,00	2,22	8,78	M	0
33	C36	12,94	<=	57,00	44,06	12,94	M	0

Şekil 5.7. WinQSB PP’nda Bulanık Hedef Programlama’nın Çözüm Tablosu.

08-26-2009 14:05:16	Decision Variable	Solution Value	Basis Status	Reduced Cost Goal 1
1	Lamda	0,98	basic	0
2	X1	72.500,00	basic	0
3	X2	9.841,18	basic	0
4	X3	9.979,71	basic	0
5	X4	2.741,35	basic	0
6	X5	2.493,51	basic	0
7	X6	1.795,67	basic	0
8	d1-	0	at bound	0
9	d1+	0	at bound	0
10	d2-	0	at bound	0
11	d2+	6.044.007,00	basic	0
12	d3-	0	at bound	0
13	d3+	0	at bound	0
14	d5-	40.158,82	basic	0
15	d5+	0	at bound	0
16	d6-	20,29	basic	0
17	d6+	0	at bound	0
18	d7-	8,65	basic	0
19	d7+	0	at bound	0
20	d8-	6,49	basic	0
21	d8+	0	at bound	0
22	d9-	4,33	basic	0
23	d9+	0	at bound	0
24	d10-	450.648,59	basic	0
25	d10+	0	at bound	0
	Goal 1:	Maximize	G1 =	0,98

Şekil 5.8. WinQSB PP'nda Bulanık Hedef Programlama'nın Çözüm Özeti.

Alternatif Çözüm Sonuçları

	Goal Level	Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit c(j)	Total Contribution	Reduced Cost	Allowable Min. c(j)	Allowable Max. c(j)
1	G1	Lamda	0,98	1,00	0,98	0	0	M
2	G1	X1	72.500,00	0	0	0	0	0
3	G1	X2	9.556,01	0	0	0	0	0
4	G1	X3	9.999,04	0	0	0	0	0
5	G1	X4	2.749,85	0	0	0	0	0
6	G1	X5	2.499,69	0	0	0	0	0
7	G1	X6	1.800,00	0	0	0	0	0
8	G1	d1-	5.400.241,50	0	0	0	0	0
9	G1	d1+	0	0	0	0	-M	0
10	G1	d2-	0	0	0	0	-M	0
11	G1	d2+	5.265.198,50	0	0	0	0	0
12	G1	d3-	0	0	0	0	-M	0
13	G1	d3+	0	0	0	0	-M	0
14	G1	d5-	40.443,98	0	0	0	0	0
15	G1	d5+	0	0	0	0	-M	0
16	G1	d6-	0,96	0	0	0	0	0
17	G1	d6+	0	0	0	0	-M	0
18	G1	d7-	0,15	0	0	0	0	0
19	G1	d7+	0	0	0	0	-M	0
20	G1	d8-	0,31	0	0	0	0	0
21	G1	d8+	0	0	0	0	-M	0
22	G1	d9-	0	0	0	0	-M	0
23	G1	d9+	0	0	0	0	-M	0
24	G1	d10-	450.895,41	0	0	0	0	0
25	G1	d10+	0	0	0	0	-M	0
	G1	Goal	Value	(Max.) =	0,98	(Alternate	Solution	Exists!!)

	Constraint	Left Hand Side	Direction	Right Hand Side	Slack or Surplus	Allowable Min. RHS	Allowable Max. RHS	ShadowPrice Goal 1
1	C1	2.200.000.256,00	=	2.200.000.000,00	0	2.194.599.680,00	M	0,00
2	C2	275.000.032,00	=	275.000.000,00	0	-M	280.265.184,00	0
3	C3	72.500,00	=	72.500,00	0	72.314,07	73.255,98	0
4	C5	50.000,00	=	50.000,00	0	9.556,02	M	0
5	C6	10.000,00	=	10.000,00	0	9.999,04	M	0
6	C7	2.750,00	=	2.750,00	0	2.749,85	M	0
7	C8	2.500,00	=	2.500,00	0	2.499,69	M	0
8	C9	1.800,00	=	1.800,00	0	1.795,67	1.800,08	0
9	C10	550.000,00	=	550.000,00	0	99.104,59	M	0
10	C11	7,27	<=	7,29	0	7,24	7,30	1,00
11	C12	-8,08	<=	-7,87	0,24	-8,11	M	0
12	C13	-9,38	<=	-9,36	0,03	-9,38	M	0
13	C15	-7,70	<=	-7,00	0,69	-7,69	M	0
14	C16	-7,02	<=	-7,00	0	-7,00	1,00	0,00
15	C17	-4,02	<=	-4,00	0	-4,00	1,00	0
16	C18	-5,27	<=	-5,25	0	-5,25	1,00	0,00
17	C19	-5,44	<=	-5,43	0	-5,44	-5,43	0,00
18	C20	2,97	<=	12,00	9,03	2,97	M	0
19	C22	12,91	<=	57,00	44,06	12,94	M	0
20	C23	2,16	<=	8,07	5,90	2,17	M	0
21	C24	1,40	<=	3,10	1,70	1,40	M	0
22	C25	4,93	<=	8,00	3,06	4,94	M	0
23	C26	8,76	<=	11,00	2,22	8,78	M	0
24	C27	1,48	<=	3,22	1,74	1,48	M	0
25	C28	7,96	<=	12,43	4,46	7,98	M	0
26	C29	5,26	<=	8,00	2,73	5,27	M	0
27	C30	5,31	<=	8,00	2,68	5,32	M	0
28	C31	5,89	<=	7,30	1,35	5,95	430.941.180.788.736,00	0
29	C32	7,96	<=	12,43	4,46	7,98	M	0
30	C33	5,26	<=	8,00	2,73	5,27	M	0
31	C34	8,52	<=	11,00	2,47	8,53	M	0
32	C35	8,76	<=	11,00	2,22	8,78	M	0
33	C36	12,91	<=	57,00	44,06	12,94	M	0

Şekil 5.9. WinQSB PP'nda Bulanık Hedef Programlama'nın Alternatif Çözüm Tablosu.

08-26-2009 14:08:15	Decision Variable	Solution Value	Basis Status	Reduced Cost Goal 1
1	Lamda	0,98	basic	0
2	X1	72.500,00	basic	0
3	X2	9.556,01	basic	0
4	X3	9.999,04	basic	0
5	X4	2.749,85	basic	0
6	X5	2.499,69	basic	0
7	X6	1.800,00	basic	0
8	d1-	5.400.241,50	basic	0
9	d1+	0	at bound	0
10	d2-	0	at bound	0
11	d2+	5.265.198,50	basic	0
12	d3-	0	at bound	0
13	d3+	0	at bound	0
14	d5-	40.443,98	basic	0
15	d5+	0	at bound	0
16	d6-	0,96	basic	0
17	d6+	0	at bound	0
18	d7-	0,15	basic	0
19	d7+	0	at bound	0
20	d8-	0,31	basic	0
21	d8+	0	at bound	0
22	d9-	0	at bound	0
23	d9+	0	at bound	0
24	d10-	450.895,41	basic	0
25	d10+	0	at bound	0
	Goal 1:	Maximize	G1 =	0,98

Şekil 5.10. WinQSB PP'nda Bulanık Hedef Programlama'nın Alternatif Çözüm Özeti.

Elde edilen sonuçlara göre, amaç fonksiyonunun optimum değeri 0,98'dir. Bu değer, elde edilen sonuçların optimal karar kümesine olan üyelik derecesidir. Sıfır ile bir arasında değişen bir değer olan ve bire yaklaştıkça elde edilen sonuçların optimalitesinin yüksek olduğunu gösteren bir değer olan üyelik derecesinin bu çalışma için oldukça yüksek olduğu görülmüştür.

5.4.2. Doğrusal Olmayan Üyelik Fonksiyonu İle Çözüm

Bu çalışmada, bulanık sınırlardaki belirsizliğin tanımlanmasında doğrusal üyelik fonksiyonundan yararlanılacağı kesinlik taşımamaktadır. Bu nedenle problem doğrusal olmayan yapıdaki bir üyelik fonksiyonu ile de çözümlenip, sonuçlar değerlendirilmek istenmiştir. Bu değerlendirme için sınırlardaki bulanıklığın hiperbolik yapıda bir üyelik fonksiyonu ile ifade edildiği varsayımı yapılmıştır.

(4.5.)'de verilen tanımlamalardan yararlanarak, $\alpha_i = 3/2\left(z_i^0 - z_i^m\right)$ olmak üzere, kullanılacak parametre değerleri aşağıda gösterildiği gibidir.

$\alpha_1 = -0.0000000021$	$\alpha_9 = -0.000015$	$\alpha_{17} = -0.0000070028$
$\alpha_2 = -0.0000000242$	$\alpha_{10} = -0.00000005$	$\alpha_{18} = -0.0000238095$
$\alpha_3 = -0.0001071429$	$\alpha_{11} = -0.0000144231$	$\alpha_{19} = -0.000015$
$\alpha_4 = -0.00012$	$\alpha_{12} = -0.0000005$	$\alpha_{20} = -0.000025$
$\alpha_5 = -0.0006$	$\alpha_{13} = -0.0008333333$	$\alpha_{21} = -0.0000119048$
$\alpha_6 = -0.0013636364$	$\alpha_{14} = -0.0000238095$	$\alpha_{22} = -0.0004761905$
$\alpha_7 = -0.001875$	$\alpha_{15} = -0.0000003571$	$\alpha_{23} = -0.0004761905$
$\alpha_8 = -0.0026785714$	$\alpha_{16} = -0.0000192308$	$\alpha_{24} = -0.000003$

Parametre değerlerinin kullanılması ile oluşturulan problem aşağıdaki şekli alır;

$$Max \quad X_7$$

$$22000X_1 + 22000X_2 + 23000X_3 + 22000X_4 + 23000X_5 + 23000X_6$$
$$+d_1^- + d_1^+ = 2200000000$$

$$3000X_1 + 3000X_2 + 2000X_3 + 2000X_4 + 2000X_5 + 2000X_6 + d_2^- + d_2^+ = 275000000$$

$X_1 + d_3^- + d_3^+ = 72500$
$X_2 + d_4^- + d_4^+ = 50000$
$X_3 + d_5^- + d_5^+ = 10000$
$X_4 + d_6^- + d_6^+ = 2750$
$X_5 + d_7^- + d_7^+ = 2500$
$X_6 + d_8^- + d_8^+ = 1800$

$X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 + X_6 + d_9^- + d_9^+ = 550000$

$-0.0000000021\ (22000X_1 + 22000X_2 + 23000X_3 + 22000X_4 + 23000X_5 + 23000X_6) - X_7 \geq -4.7142857143$

$-0.0000000242\ (3000X_1 + 3000X_2 + 2000X_3 + 2000X_4 + 2000X_5 + 2000X_6) - X_7 \geq -6.6532258065$

$-0.0001071429\ X_1 - X_7 \geq -7.7678571429$
$-0.00012\ X_2 - X_7 \geq -6$
$-0.0006\ X_3 - X_7 \geq -6$
$-0.0013636364\ X_4 - X_7 \geq -3.75$
$-0.001875\ X_5 - X_7 \geq -4.6875$
$-0.0026785714 X_6 - X_7 \geq -4.8214285714$

$-0.000015\ (X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 + X_6) - X_7 \geq -8.25$

$-0.00000005\ (1806X_1 + 1806X_2 + 2194.2X_3 + 1806X_4 + 451.5X_5 + 1806X_6) - X_7 \geq -42$

$-0.0000144231\ (2.25X_1 + 2.25X_2 + 2.7X_3 + 2.25X_4 + 0.6X_5 + 2.7X_6) - X_7 \geq -5.3004807692$

$-0.0000005\ (6.6X_1 + 6.6X_2 + 8.28X_3 + 6.6X_4 + 1.68X_5 + 8.28X_6) - X_7 \geq -1.575$

$-0.0008333333\ (0.036X_1 + 0.036X_2 + 0.0408X_3 + 0.036X_4 + 0.0084X_5 + 0.0408X_6) - X_7 \geq -5.25$

$-0.0000238095\ (2.46X_1 + 2.46X_2 + 3.06X_3 + 2.46X_4 + 0.618X_5 + 2.46X_6) - X_7 \geq -7.5$

$$-0.0000003571\ (10X_1+10X_2+12X_3+10X_4+3X_5+10X_6)-X_7\geq -1.6666666667$$

$$-0.0000192308\ (3X_1+3X_2+3X_3+3X_4+X_5+3X_6)-X_7\geq -8.575$$

$$-0.0000070028\ (5X_1+5X_2+6X_3+5X_4+X_5+6X_6)-X_7\geq -5.25$$

$$-0.0000238095\ (X_1+X_2+2X_3+X_4+X_5+2X_6)-X_7\geq -5.25$$

$$-0.000015\ (10X_2+15X_3)-X_7\geq -4.725$$

$$-0.000025\ (2X_1+2X_2+3X_3+2X_4+X_5+3X_6)-X_7\geq -8.575$$

$$-0.0000119048\ (3X_1+3X_2+3X_3+3X_4+X_5+3X_6)\geq -5.25$$

$$-0.0004761905\ (0.12X_1+0.12X_2+0.12X_3+0.12X_4+0.12X_5+0.12X_6)-X_7\geq -7.5$$

$$-0.0004761905\ (0.123X_1+0.123X_2+0.153X_3+0.123X_4+0.0309X_5+ \\ 0.123X_6)-X_7\geq -7.5$$

$$-0.000003\ (30X_1+30X_2+37X_3+30X_4+8X_5+30X_6)-X_7\geq -42$$

Problemin WinQSB paket programına girilmesi ve çözümlenmesi sonucunda elde edilen çıktılar sırasıyla Şekil 5.11, 5.12, 5.13'de gösterildiği gibidir. Ayrıca yapılan çözümleme sonucunda alternatif sonucun mevcut olduğu görülmüştür. Alternatif çözüme ilişkin sonuçlar ise Şekil 5.14 ve 5.15'te verilmiştir.

Variable -->	X7	X1	X2	X3	X4	X5	X6	d1-	d1+	d2-	d2+	d3-	d3+	d5-	d5+
Max:G1	1														
C1		22000	22000	23000	22000	23000	23000	1	-1						
C2		3000	3000	2000	2000	2000	2000			1	-1				
C3		1										1	-1		
C5			1											1	-1
C6				1											
C7					1										
C8						1									
C9							1								
C10		1	1	1	1	1	1								
C11	1	.0000471429	.0000471429	.0000492857	.0000471429	.0000492857	.0000492857								
C12	1	.0000725806	.0000725806	.0000483871	.0000483871	.0000483871	.0000483871								
C13	1	.0001071429													
C15	1		.0001200000												
C16	1			.0006000000											
C17	1				.0013636364										
C18	1					.0018750000									
C19	1						.0026785714								
C20	1	.0000150000	.0000150000	.0000150000	.0000150000	.0000150000	.0000150000								
C22	1	.0000903000	.0000903000	.0001097100	.0000903000	.0000225750	.0000903000								
C23	1	.0000324519	.0000324519	.0000389423	.0000324519	.0000086538	.0000389423								
C24	1	.0000033000	.0000033000	.0000041400	.0000033000	.0000008400	.0000041400								
C25	1	.0000300000	.0000300000	.0000340000	.0000300000	.0000070000	.0000340000								
C26	1	.0000585714	.0000585714	.0000728571	.0000585714	.0000147143	.0000585714								
C27	1	.0000035833	.0000035833	.0000043536	.0000035833	.0000008958	.0000035833								
C28	1	.0000525000	.0000525000	.0000630000	.0000525000	.0000140000	.0000630000								
C29	1	.0000321429	.0000321429	.0000385714	.0000321429	.0000085714	.0000385714								
C30	1	.0000321429	.0000321429	.0000385714	.0000321429	.0000238095	.0000385714								
C31	1	.0000000000	.0001500000	.0002250000	.0000000000	.0000000000	.0000000000								
C32	1	.0000525000	.0000525000	.0000630000	.0000525000	.0000140000	.0000630000								
C33	1	.0000321429	.0000321429	.0000385714	.0000321429	.0000085714	.0000385714								
C34	1	.0000571429	.0000571429	.0000571429	.0000571429	.0000571429	.0000571429								
C35	1	.0000585714	.0000585714	.0000728571	.0000585714	.0000147143	.0000585714								
C36	1	.0000903000	.0000903000	.0001097100	.0000903000	.0000225750	.0000903000								
LowerBound	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
UpperBound	1	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M
VariableType	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous

d6-	d6+	d7-	d7+	d8-	d8+	d9-	d9+	d10-	d10+	Direction	R. H. S.
										=	2200000000
										=	275000000
										=	72500
										=	50000
1	-1									=	10000
		1	-1							=	2750
				1	-1					=	2500
						1	-1			=	1800
								1	-1	=	550000
										>=	.7142857143
										>=	.6532258065
										>=	.7678571429
										>=	.0000000000
										>=	.0000000000
										>=	.7500000000
										>=	.6875000000
										>=	.8214285714
										>=	.2500000000
										>=	.0000000000
										>=	.3004807692
										>=	.5750000000
										>=	.2500000000
										>=	.5000000000
										>=	.6666666667
										>=	.5750000000
										>=	.2500000000
										>=	.2500000000
										>=	.7250000000
										>=	.5750000000
										>=	.2500000000
										>=	.5000000000
										>=	.5000000000
										>=	.0000000000
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0		
M	M	M	M	M	M	M	M	M	M		
Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous		

Şekil 5.11. WinQSB PP'na Doğrusal Olmayan Bulanık Hedef Programlama'nın Veri Girişi.

	Goal Level	Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit c(j)	Total Contribution	Reduced Cost	Allowable Min. c(j)	Allowable Max. c(j)
1	G1	X7	1,00	1,00	1,00	0	0	M
2	G1	X1	72.500,00	0	0	0	0	0
3	G1	X2	24.750,00	0	0	0	0	0
4	G1	X3	0	0	0	0	-M	0
5	G1	X4	2.750,00	0	0	0	0	0
6	G1	X5	0	0	0	0	-M	0
7	G1	X6	0	0	0	0	-M	0
8	G1	d1-	0	0	0	0	-M	0
9	G1	d1+	0	0	0	0	-M	0
10	G1	d2-	0	0	0	0	-M	0
11	G1	d2+	22.250.000,00	0	0	0	0	0
12	G1	d3-	0	0	0	0	-M	0
13	G1	d3+	0	0	0	0	-M	0
14	G1	d5-	25.250,00	0	0	0	0	0
15	G1	d5+	0	0	0	0	-M	0
16	G1	d6-	10.000,00	0	0	0	0	0
17	G1	d6+	0	0	0	0	-M	0
18	G1	d7-	0	0	0	0	-M	0
19	G1	d7+	0	0	0	0	-M	0
20	G1	d8-	2.500,00	0	0	0	0	0
21	G1	d8+	0	0	0	0	-M	0
22	G1	d9-	1.800,00	0	0	0	0	0
23	G1	d9+	0	0	0	0	-M	0
24	G1	d10-	450.000,00	0	0	0	0	0
25	G1	d10+	0	0	0	0	-M	0
	G1	Goal	Value	(Max.) =	1,00	(Alternate	Solution	Exists!!)

	Constraint	Left Hand Side	Direction	Right Hand Side	Slack or Surplus	Allowable Min. RHS	Allowable Max. RHS	ShadowPrice Goal 1
1	C1	2.200.000.000,00	=	2.200.000.000,00	0	2.036.833.280,00	2.755.500.032,00	0
2	C2	275.000.000,00	=	275.000.000,00	0	-M	297.249.984,00	0
3	C3	72.500,00	=	72.500,00	0	59.083,34	81.833,30	0
4	C5	50.000,00	=	50.000,00	0	24.750,00	M	0
5	C6	10.000,00	=	10.000,00	0	0	M	0
6	C7	2.750,00	=	2.750,00	0	0	3.483,33	0
7	C8	2.500,00	=	2.500,00	0	0	M	0
8	C9	1.800,00	=	1.800,00	0	0	M	0
9	C10	550.000,00	=	550.000,00	0	100.000,00	M	0
10	C11	-3,71	>=	-4,71	1,00	-M	-3,71	0
11	C12	-6,19	>=	-6,65	0,46	-M	-6,19	0
12	C13	-6,77	>=	-7,77	1,00	-M	-6,77	0
13	C15	-1,97	>=	-6,00	4,03	-M	-1,97	0
14	C16	1,00	>=	-6,00	7,00	-M	1,00	0
15	C17	-2,75	>=	-3,75	1,00	-M	-2,75	0
16	C18	1,00	>=	-4,69	5,69	-M	1,00	0
17	C19	1,00	>=	-4,82	5,82	-M	1,00	0
18	C20	-0,50	>=	-8,25	7,86	-M	-0,39	0
19	C22	-8,03	>=	-42,00	33,97	-M	-8,03	0
20	C23	-2,25	>=	-5,30	3,06	-M	-2,25	0
21	C24	0,67	>=	-1,58	2,27	-M	0,69	0
22	C25	-2,00	>=	-5,25	3,47	-M	-1,78	0
23	C26	-4,86	>=	-7,50	2,64	-M	-4,86	0
24	C27	0,64	>=	-1,67	2,33	-M	0,67	0
25	C28	-4,25	>=	-8,57	4,32	-M	-4,25	0
26	C29	-2,21	>=	-5,25	3,04	-M	-2,21	0
27	C30	-2,21	>=	-5,25	3,04	-M	-2,21	0
28	C31	-2,71	>=	-4,72	2,01	-M	-2,71	0
29	C32	-4,25	>=	-8,57	4,32	-M	-4,25	0
30	C33	-2,21	>=	-5,25	3,04	-M	-2,21	0
31	C34	-4,71	>=	-7,50	2,79	-M	-4,71	0
32	C35	-4,86	>=	-7,50	2,64	-M	-4,86	0
33	C36	-8,03	>=	-42,00	33,97	-M	-8,03	0

Şekil 5.12. WinQSB PP'nda Doğrusal Olmayan Bulanık Hedef Programlama'nın Çözüm Tablosu.

09-13-2009 22:50:47	Decision Variable	Solution Value	Basis Status	Reduced Cost Goal 1
1	X7	1,00	basic	0
2	X1	72.500,00	basic	0
3	X2	24.750,00	basic	0
4	X3	0	at bound	0
5	X4	2.750,00	basic	0
6	X5	0	at bound	0
7	X6	0	at bound	0
8	d1-	0	at bound	0
9	d1+	0	at bound	0
10	d2-	0	at bound	0
11	d2+	22.250.000,00	basic	0
12	d3-	0	at bound	0
13	d3+	0	at bound	0
14	d5-	25.250,00	basic	0
15	d5+	0	at bound	0
16	d6-	10.000,00	basic	0
17	d6+	0	at bound	0
18	d7-	0	at bound	0
19	d7+	0	at bound	0
20	d8-	2.500,00	basic	0
21	d8+	0	at bound	0
22	d9-	1.800,00	basic	0
23	d9+	0	at bound	0
24	d10-	450.000,00	basic	0
25	d10+	0	at bound	0
	Goal 1:	Maximize	G1 =	1,00

Şekil 5.13. WinQSB PP'nda Doğrusal Olmayan Bulanık Hedef Programlama'nın Çözüm Özeti.

<u>Alternatif Çözüm Sonuçları</u>

	Goal Level	Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit c(j)	Total Contribution	Reduced Cost	Allowable Min. c(j)	Allowable Max. c(j)
1	G1	X7	1,00	1,00	1,00	0	0	M
2	G1	X1	72.500,00	0	0	0	0	0
3	G1	X2	14.295,45	0	0	0	0	0
4	G1	X3	10.000,00	0	0	0	0	0
5	G1	X4	2.750,00	0	0	0	0	0
6	G1	X5	0	0	0	0	-M	0
7	G1	X6	0	0	0	0	-M	0
8	G1	d1-	0	0	0	0	-M	0
9	G1	d1+	0	0	0	0	-M	0
10	G1	d2-	0	0	0	0	-M	0
11	G1	d2+	10.886.364,00	0	0	0	0	0
12	G1	d3-	0	0	0	0	-M	0
13	G1	d3+	0	0	0	0	-M	0
14	G1	d5-	35.704,55	0	0	0	0	0
15	G1	d5+	0	0	0	0	-M	0
16	G1	d6-	0	0	0	0	-M	0
17	G1	d6+	0	0	0	0	-M	0
18	G1	d7-	0	0	0	0	-M	0
19	G1	d7+	0	0	0	0	-M	0
20	G1	d8-	2.500,00	0	0	0	0	0
21	G1	d8+	0	0	0	0	-M	0
22	G1	d9-	1.800,00	0	0	0	0	0
23	G1	d9+	0	0	0	0	-M	0
24	G1	d10-	450.454,53	0	0	0	0	0
25	G1	d10+	0	0	0	0	-M	0
	G1	Goal	Value	(Max.) =	1,00	(Alternate	Solution	Exists!!)

	Constraint	Left Hand Side	Direction	Right Hand Side	Slack or Surplus	Allowable Min. RHS	Allowable Max. RHS	ShadowPrice Goal 1
1	C1	2.200.000.000,00	=	2.200.000.000,00	0	2.120.166.656,00	2.985.500.160,00	0
2	C2	275.000.000,00	=	275.000.000,00	0	-M	285.886.368,00	0
3	C3	72.500,00	=	72.500,00	0	63.628,79	81.833,30	0
4	C5	50.000,00	=	50.000,00	0	14.295,45	M	0
5	C6	10.000,00	=	10.000,00	0	0	11.666,67	0
6	C7	2.750,00	=	2.750,00	0	0	3.483,33	0
7	C8	2.500,00	=	2.500,00	0	0	M	0
8	C9	1.800,00	=	1.800,00	0	0	M	0
9	C10	550.000,00	=	550.000,00	0	99.545,47	M	0
10	C11	-3,71	>=	-4,71	1,00	-M	-3,71	0
11	C12	-5,92	>=	-6,65	0,74	-M	-5,92	0
12	C13	-6,77	>=	-7,77	1,00	-M	-6,77	0
13	C15	-0,72	>=	-6,00	5,28	-M	-0,72	0
14	C16	-5,00	>=	-6,00	1,00	-M	-5,00	0
15	C17	-2,75	>=	-3,75	1,00	-M	-2,75	0
16	C18	1,00	>=	-4,69	5,69	-M	1,00	0
17	C19	1,00	>=	-4,82	5,82	-M	1,00	0
18	C20	-0,49	>=	-8,25	7,81	-M	-0,44	0
19	C22	-8,18	>=	-42,00	33,82	-M	-8,18	0
20	C23	-2,30	>=	-5,30	3,01	-M	-2,30	0
21	C24	0,66	>=	-1,58	2,25	-M	0,68	0
22	C25	-2,03	>=	-5,25	3,33	-M	-1,92	0
23	C26	-4,97	>=	-7,50	2,53	-M	-4,97	0
24	C27	0,64	>=	-1,67	2,32	-M	0,65	0
25	C28	-4,33	>=	-8,57	4,24	-M	-4,33	0
26	C29	-2,26	>=	-5,25	2,99	-M	-2,26	0
27	C30	-2,26	>=	-5,25	2,99	-M	-2,26	0
28	C31	-3,39	>=	-4,72	1,33	-M	-3,39	0
29	C32	-4,33	>=	-8,57	4,24	-M	-4,33	0
30	C33	-2,26	>=	-5,25	2,99	-M	-2,26	0
31	C34	-4,69	>=	-7,50	2,81	-M	-4,69	0
32	C35	-4,97	>=	-7,50	2,53	-M	-4,97	0
33	C36	-8,18	>=	-42,00	33,82	-M	-8,18	0

Şekil 5.14. WinQSB PP'nda Bulanık Hedef Programlama'nın Alternatif Çözüm Tablosu.

09-13-2009 22:55:18	Decision Variable	Solution Value	Basis Status	Reduced Cost Goal 1
1	X7	1,00	basic	0
2	X1	72.500,00	basic	0
3	X2	14.295,45	basic	0
4	X3	10.000,00	basic	0
5	X4	2.750,00	basic	0
6	X5	0	at bound	0
7	X6	0	at bound	0
8	d1-	0	at bound	0
9	d1+	0	at bound	0
10	d2-	0	at bound	0
11	d2+	10.886.364,00	basic	0
12	d3-	0	at bound	0
13	d3+	0	at bound	0
14	d5-	35.704,55	basic	0
15	d5+	0	at bound	0
16	d6-	0	at bound	0
17	d6+	0	at bound	0
18	d7-	0	at bound	0
19	d7+	0	at bound	0
20	d8-	2.500,00	basic	0
21	d8+	0	at bound	0
22	d9-	1.800,00	basic	0
23	d9+	0	at bound	0
24	d10-	450.454,53	basic	0
25	d10+	0	at bound	0
	Goal 1:	Maximize	G1 =	1,00

Şekil 5.15. WinQSB PP'nda Doğrusal Olmayan Bulanık Hedef Programlama'nın Alternatif Çözüm Özeti.

$$\lambda = \frac{1}{2}\tan\left(X_7\right) + \frac{1}{2}\tanh\left(1\right) + \frac{1}{2} = 0.880797$$

Yukarıda görüldüğü gibi, doğrusal olmayan üyelik fonksiyonunun kullanımı sonucunda elde edilen amaç fonksiyonu değeri (0.880797) olarak bulunmuştur. Buna göre, elde edilen sonucun optimal karar kümesine üyeliğinin derecesi (0.880797)'dir. Bu değerin, doğrusal yapıdaki üyelik fonksiyonu yardımı ile çözülen problemin verdiği sonucun üyelik derecesinden (0.98) daha düşük olduğu görülmektedir. Dolayısıyla aynı bulanık karar kümesi içinde daha yüksek üyelik derecesini veren çözüme doğrusal üyelik fonksiyonu kullanıldığında ulaşılmıştır.

Aynı bulanık karar kümesi içinde en uygun üyelik fonksiyonun tespiti en yüksek üyelik derecesini veren çözüme göre belirlenebilmektedir. Buna göre, bu çalışma için en uygun üyelik fonksiyonunun doğrusal üyelik fonksiyonu olduğu açıkça görülmektedir.

Bu çalışmada kullanılan programlama türlerinin verdiği sonuçlar Çizelge 5.1. ve Çizelge 5.2.'de özetlenmeye çalışılmıştır. Çizelgede, hedef değerlerinden programlar aracılığı ile elde edilen sapmalar ve fabrika yetkilileri tarafından belirlenip, kabul edilen sapmalar değerlendirmeye alınmıştır.

*   : Doğrusal üyelik fonksiyonu kullanılarak yapılan çözümleme,

** : Doğrusal olmayan üyelik fonksiyonu kullanılarak yapılan çözümleme,

d_i^-, d_i^+ : İstenmeyen sapma değerleri,

Parantez içinde verilen rakamların her biri, X_i piliç ürününe ilişkin sonuç değerleri olmak üzere Çizelge 5.1. ve 5.2'de sırasıyla çalışmada kullanılan yöntemlerin çözüm özetleri ile alternatif çözüm özetleri verilmiştir.

Çizelge 5.1. Çalışmada Kullanılan Yöntemlerin Çözüm Özeti.

Hedefler	Hedef Programlama Sonuçları	Bulanık Hedef Programlama* Sonuçları	Bulanık Hedef Programlama** Sonuçları	Fabrika Yetkilileri Tarafından Kabul Edilen Sapma Miktarları
Maliyet ≤ 2200000000	$d_1^+ = 0$	$d_1^+ = 0$	$d_1^+ = 0$	$s_1 = 350000000$
Kar ≥ 275000000	$d_2^- = 0$	$d_2^- = 0$	$d_2^- = 0$	$s_2 = 31000000$
$X_1 \geq 72500$	$d_3^- = 12440$ (60060)	$d_3^- = 0$ (72500)	$d_3^- = 0$ (72500)	$s_3 = 7000$
$X_2 \geq 50000$	$d_4^- = 33500$ (16500)	$d_4^- = 0$ (9842,2)	$d_4^- = 0$ (24750)	$s_4 = 6250$
$X_3 \geq 10000$	$d_5^- = 0$ (10000)	$d_5^- = 40158,8$ (9979,7)	$d_5^- = 25250$ (0)	$s_5 = 1250$
$X_4 \geq 2750$	$d_6^- = 0$ (2750)	$d_6^- = 20,3$ (2741,4)	$d_6^- = 10000$ (2750)	$s_6 = 550$
$X_5 \geq 2500$	$d_7^- = 0$ (8110)	$d_7^- = 8,65$ (2493,5)	$d_7^- = 0$ (0)	$s_7 = 400$
$X_6 \geq 1800$	$d_8^- = 0$ (1800)	$d_8^- = 6,5$ (1795,7)	$d_8^- = 2500$ (0)	$s_8 = 280$
Üretim Kapasitesi ≤ 550000	$d_9^+ = 0$	$d_9^+ = 0$	$d_9^+ = 0$	$s_9 = 50000$

Çizelge 5.2. Çalışmada Kullanılan Yöntemlerin Alternatif Çözüm Özeti.

Hedefler	Hedef Programlama Sonuçları	Bulanık Hedef Programlama* Sonuçları	Bulanık Hedef Programlama** Sonuçları	Fabrika Yetkilileri Tarafından Kabul Edilen Sapma Miktarları
Maliyet ≤ 2200000000	$d_1^+ = 0$	$d_1^+ = 0$	$d_1^+ = 0$	$s_1 = 350000000$
Kar ≥ 275000000	$d_2^- = 0$	$d_2^- = 0$	$d_2^- = 0$	$s_2 = 31000000$
$X_1 \geq 72500$	$d_3^- = 27440$ (45060)	$d_3^- = 0$ (72500)	$d_3^- = 0$ (72500)	$s_3 = 7000$
$X_2 \geq 50000$	$d_4^- = 18500$ (31500)	$d_4^- = 0$ (9556)	$d_4^- = 0$ (14295,4)	$s_4 = 6250$
$X_3 \geq 10000$	$d_5^- = 10000$ (0)	$d_5^- = 40443,9$ (9999)	$d_5^- = 35704,5$ (10000)	$s_5 = 1250$
$X_4 \geq 2750$	$d_6^- = 0$ (2750)	$d_6^- = 0,96$ (2749,8)	$d_6^- = 0,96$ (2750)	$s_6 = 550$
$X_5 \geq 2500$	$d_7^- = 0$ (18110)	$d_7^- = 0,15$ (2499,7)	$d_7^- = 0,15$ (0)	$s_7 = 400$
$X_6 \geq 1800$	$d_8^- = 0$ (1800)	$d_8^- = 0,31$ (1800)	$d_8^- = 2500$ (0)	$s_8 = 280$
Üretim Kapasitesi ≤ 550000	$d_9^+ = 0$	$d_9^+ = 0$	$d_9^+ = 0$	$s_9 = 50000$

6. SONUÇ VE ÖNERİLER

Bu çalışmada, bulanık hedef programlama yönteminin işlevi bir üretim planlaması problemi üzerinde gözlemlenmeye çalışılmıştır. Bu amaçla hedef programlama ve bulanık hedef programlama yöntemleri karşılaştırılmıştır. Bulanık hedef programlama yöntemi doğrusal ve doğrusal olmayan olmak üzere iki farklı üyelik fonksiyonu ile çözümlenmiştir. Yöntemlere ilişkin sonuçlar Çizelge 5.1 ve 5.2'deki gibi özetlenmiştir.

Çizelge 5.1'deki çözümler incelendiğinde, elde edilen optimal çözümlere göre hedef programlama yöntemi için d_3 ve d_4 sapma değerlerinin, doğrusal üyelik fonksiyonlu bulanık hedef programlama yöntemi için d_5 ve doğrusal olmayan üyelik fonksiyonlu bulanık hedef programlama yöntemi için ise d_5, d_6 ve d_8 sapma değerlerinin üretici tarafından kabul edilen sapma değerlerini aştığı görülmektedir.

Çizelge 5.2'deki alternatif çözümler incelendiğinde ise, elde edilen optimal çözümlere göre hedef programlama yöntemi için d_3, d_4 ve d_5 sapma değerlerinin, doğrusal üyelik fonksiyonlu bulanık hedef programlama yöntemi için d_5 ve doğrusal olmayan üyelik fonksiyonlu bulanık hedef programlama yöntemi için ise d_5 ve d_8 sapma değerlerinin üretici tarafından kabul edilen sapma değerlerini aştığı görülmektedir.

Bu sonuçlara göre Şen Piliç Fabrikası'na ait aylık üretim planlama problemi için en uygun çözümün doğrusal üyelik fonksiyonlu bulanık hedef programlama yönteminin olduğu görülmektedir.

Ayrıca Çizelge 5.1'den hedef programlama yöntemi ile çözümde X_5 (parça ürünler) için, doğrusal olmayan üyelik fonksiyonlu bulanık hedef programlama yöntemi ile çözüm de ise X_3 (taşlık), X_5 (parça ürünler) ve X_6 (ileri işlenmiş ürünler) için talebin üzerinde üretim yapılmasının gerekli olduğu görülmektedir.

Benzer şekilde Çizelge 5.2'den hedef programlama yöntemi ile çözümde X_3 (taşlık) için üretimin yapılmaması, X_5 (parça ürünler) için talebin üzerinde; doğrusal olmayan üyelik fonksiyonlu bulanık hedef programlama yöntemi ile çözüm de ise

X_5 (parça ürünler) ve X_6 (ileri işlenmiş ürünler) için üretimin yapılmaması gerektiği görülmektedir.

Elde edilen sonuçlar fabrika yetkililerinin minumum maliyet ve maksimum kar hedeflerini gerçeklemektedir.

Çizelgelerden, hedef programlama yöntemi ile elde edilen çözümlerin fabrika yetkililerinin belirlediği üretim hedeflerinden büyük oranda saptığı görülmektedir. Böyle bir sonuca ulaşmadaki en büyük neden hedef programlamanın hedeflere verilecek sapmalar üzerinde gerçek hayat koşullarında kabul edilebilecek sınırlandırmaları getiremiyor olasıdır. Buna karşılık bulanık hedef programlama tekniğinin çözüm öncesinde sapma değerlerine gerçek hayat koşullarında kabul edilebilir sınırlamalar getirebiliyor olmasından dolayı, doğrusal üyelik fonksiyonlu bulanık hedef programlama yönteminin hedeflerin hepsini fabrika yetkilileri tarafından kabul edilebilir sapmalar dahilinde sağladığı görülmektedir. Çalışmada başka bir görüş açısı getirmek amacıyla kullanılan doğrusal olmayan üyelik fonksiyonlu bulanık hedef programlama yöntemi ile çözüm de de belirlenen hedeflerden sapmaların olduğu görülmüştür.

Bu çalışmada ayrıca, bulanık hedef programlama problemlerinin temelini oluşturan üyelik fonksiyonlarının optimal karar üzerindeki etkinliği de, ayrı yapılardaki üyelik fonksiyonları yardımı ile gözlemlenmiştir. Doğrusal yapıdaki üyelik fonksiyonunu ile elde edilen optimal karar kümesine üyelik derecesi (0.98), doğrusal olmayan üyelik fonksiyonunun kullanımı sonucunda elde edilen optimal karar kümesine üyelik derecesinden (0.880797) yüksektir. Aynı bulanık karar kümesi içerisinde en yüksek üyelik derecesini veren çözüm en iyi çözüm olarak kabul edildiğinden, doğrusal üyelik fonksiyonunun üstünlüğü, bu çalışmada yer alan üretim planlama problemi için ispatlanmıştır.

Elde edilen bu sonuçlara dayanarak, aşağıdaki genel değerlendirmeyi yapmak mümkündür;

Hedef programlama, hedef değerlerinden sapmaların minimizasyonu üzerine kuruludur. Problemdeki sapma değerleri minimize edilmeye çalışılmakta fakat sapmaların alabileceği değerler üzerinde herhangi bir sınırlama yapılamamaktadır. Buna karşılık, bulanık hedef programlamada, hedef değerlerinden sapmalar, daha önceden belirlenen, kabul edilebilir aralıklar şeklinde ifade edilmektedir. Bu programlamada, sapmaların minimizasyonu, kullanılan üyelik fonksiyonları yardımı ile sağlanmaktadır. Böylelikle elde edilen optimal çözüm, problemi gerçek hayat koşullarında kabul edilebilir bir sonuca ulaştırmaktadır.

Bu çalışmada görüldüğü gibi sınır değerlerindeki hareketi tam olarak tanımlayamayan yanlış yapıdaki bir üyelik fonksiyonu ile yapılacak çözümleme, büyük sapma değerleri içeren sonuçlar vermektedir. Bu nedenle, zaman alıcı olmasına rağmen farklı yapılardaki üyelik fonksiyonlarının çözüm değerlerinin gözlemlenmesinin, karar vericinin ulaşacağı sonuca daha güvenilir bir yapı kazandıracağı söylenebilir.

KAYNAKLAR

Aksoy Y., Özkan M. ve Karanfil S., 2003. Bulanık Mantığa Giriş, YTÜ Vakıf Yayınları, İstanbul.

Bezdek J. C., 1992 . ''Computing With Uncertainty'', IEEE Communications Magazine, September, 24-36.

Bezdek, J.C. and Pall, S.K., 1992. Fuzzy Models For Pattern Recognition, IEEE Pres, 1-26.

Bojadziev, G. and Bojadziev M., 1995. Fuzzy Sets, Fuzzy Logic, Applications Singapore: World Scientific Publishing.

Chanda, R.S. and Bhattacherjee, P.K., 2004. Transmission Expansion Planning: A Fuzzy Linear Programming Based Approach, IE(I) Journal-EL, Vol: 84.

Chen, Y.W. and Moussa L., 2006. ''Two – Person Zero – Sum Game Approach for Fuzzy Multiple Decision Making Problems'', Fuzzy Sets and Systems, **157**, 34-51.

Cinemre N., 2004.Yöneylem Araştırması, Beta yayınları, İkinci Baskı, İstanbul.

Çelikçapa, F. O., 1998. Endüstri İşletmelerinde Üretim Yönetimi ve Teknikleri, 2.Baskı, Bursa: Vipaş Yayınları.

Dağdeviren, M., Akay, D. ve Kurt, M., 2004. ''İş Değerlendirme, faktör derece puanlarının belirlenmesinde hedef programlama yönteminin kullanılması'', Gazi Üniv. Müh. Mim. Fak. Der. Cilt 19, **1**, 91.

Dai, L. et al., 2003. Aggregate Production Planning Utilizing a Fuzzy Linear Programming, Journal of Integrated Design and Process Science, Vol: 7, **4**, 81-95.

Davıs, K. M. and Patrick G., 1981. Quantitative Models for Management, Kent Publishing Company, Boston.

Demir, M. H. ve Şevkinaz G., 1998.Üretim Yönetimi (İşlemler Yönetimi), Beta Yayınları, Gözden Geçirilmiş Genişletilmiş 5. Baskı, İstanbul.

Dombi J., 1990. Membership Function As An Evalution, Fuzzy Sets and Systems, **35**, 1-21, North-Holland.

Dubais, D. and Prade H., 1980. Fuzzy Sets and Systems : Theory and Aplications, American Sci. Publ. 1993, 9-67, 243-251, 255-264, 357-369, USA.

Güneş, M. ve Umarusman N., 2004. ''Bir Karar Destek Amacı Bulanık Hedef Programlama ve Yerel Yönetimlerde Vergi Optimizasyonu Uygulaması'', Review of Social, Economic & Business Studies, **2**, 245.

Hannan, E. L., 1981. ‘‘On Fuzzy Goal Programming’’, Decision Sciences, **12**, 523-531.

Hwang, L. H., 1994. Fuzzy Multiple Objective Decision Making-Methods and Aplications, Springer-Verlag, New York.

Ignizio, J. P., 1982. Linear Programming in Single-Multiple Objective Systems, Prentice Hall Inc., Englewood Cliffs, USA.

Inuiguchi, M., Jaroslay R., Tetsuzo T. And Milan V., 2003. ‘‘Satisficing Solutions and Duality in İnterval Fuzzy Linear Programming’’, Fuzzy Sets and Systems, 135, 151-177.

Kalender, F. Y., Yılmaz M. M. ve Türkbey O., 2008. ‘‘Montaj Hattı Dengeleme Problemine Bulanık Bir Yaklaşım’’, Gazi Üniv. Müh. Mim. Fak. Der. Cilt 23, **1**, 129-138.

Kauffmann, A. and Gupta M. M., 1988. Fuzzy Mathematical Models in Engineering and Management Sciences, Elsevier Science Publishers B.V., Netherlands.

Leberling H., 1981. On Finding Comprimise Solutions In Multicriteria Problems Using The Fuzzy Min-Operator, Fuzzy Sets and Systems 6, 105-118, North-Holland.

Martel, J. M. and Belaid A., 1998 . “Diverse Imprecise Goal Programming Model Formülations”, Journal of Global Optimization, **12**, 127-138.

Narasimhan, R., 1980. ‘‘Goal Programming In A Fuzzy Environment’’, Decision Sciences, 11, 325-336.

Özkan, M. M., 2003. Bulanık Hedef Programlama, Ekin Kitabevi.

Rocacher, D. and Patric B., 2005. “ The Set of Fuzzy Rational Numbers and Flexible Querying ”, Fuzzy Sets and Systems, **155**, 317-339.

Sakawa M., 1993. Fuzzy Sets and Interactive Multiobjective Optimization, Plenum Pres. NewYork.

Schiederjans, M. J., 1984. Linear Goal Programming, Petrocelli Books, USA.

Schiederjans, M.J., 2004. Information Technology Investment: Decision-Making Methodology, Singapore, World Scientific Publishing Company.

Soon, K. J. and Whang, K., 1998. “A Tolerance Approach To The Fuzzy Goal Programming Problems With Unbalance Triangular Membership Function”, European Journal of Operation Research, **107**, 614-624.

Terano T. et al., 1991. Fuzzy Systems Theory and its Applications, San Diego: Academic Pres Inc.

Triantaphyllou E., 2000. Multi-Criteria Decision Making Metods: A Comparative Study, Dordrecht, Kluver Academic Publishers, 242.

Tsoukalas, L.H. and Uhrig, R. E., 1997. Fuzzy and Neural Approaches in Engineering. Newyork : John Willey & Sons.

Witol, P. and Gomide, F., 1998. An Introdiction To Fuzzy Sets, Analysis and Design, Massachusttes, Mit Press Cambridge, 22.

Wu H. C., Duality Theory in Fuzzy Linear Programming with Fuzzy Coefficients, www.im.ncnu.edu.tr, Erişim: 14.02.2009.

Yang, T., Ignizio, J. and Kim, H. J., 1991. "Fuzzy Programming With Nonlinear Membership Function: Piecewise Linear Approximation", Fuzzy Sets and Systems, **41**, 39-53.

Zhang, H., 2004. Fuzzy Sets And Fuzzy Neurons, www.engr.usask.ca, Erişim:21.02.2009.

Zimmerman, H. J., 1987. Fuzzy Set Theory and ıts applications, Kluwer academic publishers, Boston.

Zimmerman, H. J., 1991. Fuzzy Set Theory and ıts applications, Kluwer academic publishers, Boston.

ÖZGEÇMİŞ

Araştırmacı 1981 Rize doğumludur. Sinop Anadolu Lisesinde lise öğrenimini tamamlamıştır. Ondokuz Mayıs Üniversitesi, İstatistik Bölümünü bitirdikten sonra, Şen Piliç Gıda San. A.Ş.'de Kalite Yönetim Sorumlusu olarak görev yapmış, ardından Çalışma ve Sosyal Güvenlik Bakanlığına bağlı İŞKUR'da İstatistikçi olarak görev almıştır. Şu anda Mimar Sinan Güzel Sanatlar Üniversitesi İstatistik Bölümünde Yüksek Lisans öğrenimini sürdürmekte ve İŞKUR'daki görevine devam etmektedir.