

**T.C.
MİMAR SİNAN GÜZEL SANATLAR ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**OTOKORELASYONLU HATALARIN VARLIĞINDA
DOĞRUSAL OLMAYAN REGRESYON**

DOKTORA TEZİ

Barış AŞIKGİL

İstatistik Anabilim Dalı

İstatistik Programı

Tez Danışmanı: Prof. Dr. Aydın ERAR

ARALIK 2009

ÖZET

Bu çalışmanın amacı, özel bir durum olarak belirtilen otokorelasyonlu hataların varlığında, doğrusal olmayan regresyon için daha etkin parametre kestirimleri elde edilebilecek bir yöntemin oluşturulmasıdır. Bu amaç doğrultusunda, literatürde geçen iki aşamalı en küçük kareler yöntemi ele alınmış ve bu yöntem, çeşitli yaklaşımlar yardımıyla yeniden düzenlenmeye çalışılmıştır.

Birinci bölüm giriş niteliğinde olup, tezi oluşturan konu başlıklarından kısaca bahsedilmiştir.

İkinci bölümde, genel olarak doğrusal regresyon çözümlemesi ele alınmıştır. Kısaca, doğrusal regresyon çözümlemesi için gerekli varsayımlar ve parametre kestirimi üzerinde durulmuştur.

Üçüncü bölümde, doğrusal olmayan regresyon çözümlemesi ayrıntılı bir biçimde ele alınmıştır. Doğrusal olmayan regresyonun geometrik görünümü, parametre kestirimi için kullanılan sayısal yöntemler ve çeşitli doğrusal olmayan model türleri sırasıyla incelenmiştir. Ayrıca, değişen varyanslı hataların varlığı ve otokorelasyonlu hataların varlığı gibi iki özel duruma da yer verilmiştir.

Dördüncü bölümde, otoregresif biçimli modellerde parametre kestirimleri için farklı yaklaşımlardan bahsedilmiştir.

Beşinci bölümde, otokorelasyonlu hataların varlığında doğrusal olmayan regresyon için literatürde geçen parametre kestirim yöntemleri üzerinde durulmuş ve çeşitli yaklaşımlar yardımıyla düzeltilmiş iki aşamalı en küçük kareler yöntemi önerilmiştir.

Altıncı bölümde, önerilen yöntem iki farklı gerçek veri kümesi için uygulanmış ve sonuçların genellenmesi için bir Monte Carlo benzetim çalışması yapılmıştır.

Son bölüm olan yedinci bölümde, çalışmanın sonuçları tartışılmış ve ileriye yönelik yapılabilecekler üzerinde durulmuştur.

NONLINEAR REGRESSION IN THE PRESENCE OF AUTOCORRELATED DISTURBANCES

SUMMARY

The aim of this study is to form a method for obtaining efficient parameter estimates in nonlinear regression in the presence of autocorrelated disturbances. For this aim, the two stage least squares method given in the literature is taken into consideration and this method is tried to be modified by using several approaches.

The first chapter is an introduction which covers the main titles of the thesis.

In the second chapter, linear regression analysis is examined generally. Assumptions and parameter estimation related to linear regression analysis are studied.

In the third chapter, nonlinear regression analysis is given in details. The geometrical view of nonlinear regression, numerical methods for parameter estimation and some kinds of nonlinear regression models are studied. Moreover, two special cases called as heteroscedasticity and autocorrelation are examined.

In the fourth chapter, different approaches for parameter estimation in autoregressive models are examined.

In the fifth chapter, some parameter estimation methods given in the literature for nonlinear regression in the presence of autocorrelated disturbances are examined. In addition to these, modified two stage least squares method is proposed with the help of several approaches.

In the sixth chapter, the proposed method is applied on two different real data sets and a Monte Carlo simulation study is made to generalize the results.

In the seventh chapter which is the final chapter the results of the study are discussed and recommendations for future studies are given.

ÖNSÖZ

Çok uzun süren ve oldukça yorucu bir sürecin ardından ortaya çıkardığım bu eser için yardımlarını benden esirgemeyen o kadar çok kişi var ki...

Öncelikle, gece gündüz demeden bana destek olan, her zaman çalışmak için bana vakit ayıran ve yaptığı yapıcı eleştirilerle çalışmanın şekillenmesinde önemli bir rol oynayan sevgili danışmanım Prof. Dr. Aydın ERAR'a,

Bu çalışmanın daha iyi bir dil ve biçimdeki ifadesi için düzeltmeler üzerinde uzun uğraşlar veren sevgili bölüm başkanım Prof. Dr. Nalan CİNEMRE'ye,

Akademisyenliğe adım atışımdan bu aşamaya gelene kadarki her dönemde manevi desteğini, sevgisini, hoşgörüsünü ve yardımlarını her zaman arkamda hissettiğim sevgili hocam Prof. Dr. Gülay KIROĞLU'na,

Kendisini tanıdığım günden beri hayranlığımı gizleyemediğim ve tanıştığımız günü sevgiyle hatırladığım, hoşgörüsünü ve yardımlarını hiçbir zaman eksik etmeyen, bu çalışmanın oluşmasında, elindeki ilgili bütün kaynakları sabırla bana yönlendiren sevgili hocam Prof. Dr. Müjgan TEZ'e,

Hayata gözlerimi açtığım ilk günden beri, beni her konuda yönlendiren, destekleyen, cesaretlendiren, kısacası beni ben yapan özellikleri kazandıran canım AİLEME,

Üzerimde emeği olan bölüm arkadaşlarım ve adlarını buraya sığdıramadığım herkese sonsuz teşekkürü bir borç bilirim.

Aralık, 2009

Barış AŞIKGİL

İÇİNDEKİLER DİZİNİ

ÖZET	i
SUMMARY.....	ii
ÖNSÖZ.....	iii
İÇİNDEKİLER DİZİNİ	iv
ÇİZELGELER DİZİNİ	vi
ŞEKİLLER DİZİNİ.....	vii
KISALTMALAR DİZİNİ.....	ix
1. GİRİŞ	1
2. DOĞRUSAL REGRESYON ÇÖZÜMLEMESİ.....	3
3. DOĞRUSAL OLMAYAN REGRESYON ÇÖZÜMLEMESİ	5
3.1. Parametre Kestirimi İçin Geometrik Görünüm	5
3.2. Parametre Kestiriminde Kullanılan Sayısal Yöntemler	7
3.2.1. En Dik İniş Yöntemi	8
3.2.2. Gauss-Newton Yöntemi	9
3.2.3. Hartley Yöntemi.....	10
3.2.4. Levenberg-Marquardt Yöntemi	11
3.2.5. DUD Yöntemi	13
3.2.6. Genetik Algoritma Yöntemi	13
3.3. Çeşitli Doğrusal Olmayan Model Türleri.....	14
3.3.1. Michael-Menten Modeli	15
3.3.2. Mitscherlich Modeli	15
3.3.3. S-Biçimli Büyüme Eğrileri	16
3.4. Doğrusal Olmayan Regresyonda Karşılaşılan Özel Durumlar	16
3.4.1. Değişen Varyanslı Hataların Varlığı	17
3.4.2. Otokorelasyonlu Hataların Varlığı.....	19
4. AR BİÇİMLİ ZAMAN SERİLERİNDE PARAMETRE KESTİRİMİ	21
4.1. Yule-Walker Denklemleri	21
4.2. Levinson-Durbin Algoritması.....	23
4.3. Burg Algoritması	24
4.4. Kafes Algoritması	25
4.5. Diğer Algoritmalar.....	28
4.6. Daraltma Kavramı.....	28

5. OTOKORELASYONLU DOĞRUSAL OLMAYAN REGRESYONDA PARAMETRE KESTİRİMİ.....	30
5.1. En Çok Olabilirlik Yöntemi	31
5.2. Koşullu En Küçük Kareler Yöntemi.....	34
5.3. İki Aşamalı En Küçük Kareler Yöntemi	35
5.4. Parametre Eleme Yöntemi.....	38
5.5. Düzeltilmiş İki Aşamalı En Küçük Kareler Yöntemi	40
6. UYGULAMA	43
6.1. Gerçek Veri Kümeleri Üzerinde Çalışmalar	43
6.1.1. Eczacılık Veri Kümesi.....	43
6.1.2. Toptan Satış Veri Kümesi.....	49
6.2. Monte Carlo Benzetim Çalışması	56
6.3. Diğer Durumlar İçin Parametre Kestirim Etkinlikleri	60
7. SONUÇ VE ÖNERİLER	61
KAYNAKLAR.....	63
EKLER.....	69
EK-A. Burg Algoritması İle İlgili Terimler	69
A.1. Entropi Kavramı.....	69
A.2. Maksimum Entropi Spectral Çözümlemesi	70
A.3. AR Süreci ile Maksimum Entropi Yöntemi Arasındaki İlişki.....	71
EK-B. Ana Program.....	73
EK-C. Eczacılık Verisi İçin Hazırlanan Fonksiyonlar.....	79
EK-D. Toptan Satış Verisi İçin Hazırlanan Fonksiyonlar	80
EK-E. Monte Carlo Benzetim Çalışması Sonuçları	81
ÖZGEÇMİŞ.....	85

ÇİZELGELER DİZİNİ

Çizelge 6.1. Eczacılık veri kümesi	44
Çizelge 6.2. Eczacılık veri kümesi için İAEKK ve DİAEKK yöntemleri kullanılarak elde edilen sonuçlar.....	46
Çizelge 6.3. Toptan satış veri kümesi için İAEKK ve DİAEKK yöntemleri kullanılarak elde edilen sonuçlar.....	51
Çizelge E.1.a. AR(1) biçimli otokorelasyon için benzetim sonuçları	81
Çizelge E.1.b. AR(1) biçimli otokorelasyon için (5.41) eşitliği kullanılarak elde edilen benzetim sonuçları	81
Çizelge E.1.c. AR(1) biçimli otokorelasyon için (5.42) eşitliği kullanılarak elde edilen benzetim sonuçları	81
Çizelge E.1.d. AR(1) biçimli otokorelasyon için (5.43) eşitliği kullanılarak elde edilen benzetim sonuçları	81
Çizelge E.2.a. AR(2) biçimli otokorelasyon için benzetim sonuçları	82
Çizelge E.2.b. AR(2) biçimli otokorelasyon için (5.41) eşitliği kullanılarak elde edilen benzetim sonuçları	82
Çizelge E.2.c. AR(2) biçimli otokorelasyon için (5.42) eşitliği kullanılarak elde edilen benzetim sonuçları	82
Çizelge E.2.d. AR(2) biçimli otokorelasyon için (5.43) eşitliği kullanılarak elde edilen benzetim sonuçları	82
Çizelge E.3.a. AR(3) biçimli otokorelasyon için benzetim sonuçları	83
Çizelge E.3.b. AR(3) biçimli otokorelasyon için (5.41) eşitliği kullanılarak elde edilen benzetim sonuçları	83
Çizelge E.3.c. AR(3) biçimli otokorelasyon için (5.42) eşitliği kullanılarak elde edilen benzetim sonuçları	83
Çizelge E.3.d. AR(3) biçimli otokorelasyon için (5.43) eşitliği kullanılarak elde edilen benzetim sonuçları	83
Çizelge E.4.a. AR(4) biçimli otokorelasyon için benzetim sonuçları	84
Çizelge E.4.b. AR(4) biçimli otokorelasyon için (5.41) eşitliği kullanılarak elde edilen benzetim sonuçları	84
Çizelge E.4.c. AR(4) biçimli otokorelasyon için (5.42) eşitliği kullanılarak elde edilen benzetim sonuçları	84
Çizelge E.4.d. AR(4) biçimli otokorelasyon için (5.43) eşitliği kullanılarak elde edilen benzetim sonuçları	84

ŞEKİLLER DİZİNİ

Şekil 3.1. Doğrusal olmayan modellerde EKK için geometrik görünüm	6
Şekil 4.1. Klasik EKK kestirimi için görünüm	26
Şekil 4.2. Kafes yapılı EKK kestirimi için görünüm.....	26
Şekil 6.1. Alışlagelen EKK yöntemi ile elde edilen artıkların korelogramı	45
Şekil 6.2. Lev-Dur, eşitlik (5.23) ve daraltmasız	48
Şekil 6.3. Lev-Dur, eşitlik (5.23) ve karesel	48
Şekil 6.4. Lev-Dur, eşitlik (5.23) ve kübik	48
Şekil 6.5. Lev-Dur, eşitlik (5.23) ve kuartik	48
Şekil 6.6. Lev-Dur, eşitlik (5.39) ve daraltmasız	48
Şekil 6.7. Lev-Dur, eşitlik (5.39) ve karesel	48
Şekil 6.8. Lev-Dur, eşitlik (5.39) ve kübik	48
Şekil 6.9. Lev-Dur, eşitlik (5.39) ve kuartik	48
Şekil 6.10. Alışlagelen EKK yöntemi ile elde edilen artıkların korelogramı	50
Şekil 6.11. Lev-Dur, eşitlik (5.23) ve daraltmasız.....	53
Şekil 6.12. Lev-Dur, eşitlik (5.23) ve karesel	53
Şekil 6.13. Lev-Dur, eşitlik (5.23) ve kübik	53
Şekil 6.14. Lev-Dur, eşitlik (5.23) ve kuartik	53
Şekil 6.15. Lev-Dur, eşitlik (5.39) ve daraltmasız.....	53
Şekil 6.16. Burg, eşitlik (5.23) ve daraltmasız	53
Şekil 6.17. Burg, eşitlik (5.23) ve karesel.....	53
Şekil 6.18. Burg, eşitlik (5.23) ve kuartik.....	53
Şekil 6.19. Kafes, eşitlik (5.23) ve daraltmasız.....	54
Şekil 6.20. Kafes, eşitlik (5.23) ve karesel.....	54
Şekil 6.21. Kafes, eşitlik (5.23) ve kübik.....	54
Şekil 6.22. Kafes, eşitlik (5.23) ve kuartik.....	54
Şekil 6.23. Kafes, eşitlik (5.39) ve daraltmasız.....	54
Şekil 6.24. Kafes, eşitlik (5.39) ve karesel.....	54

Şekil 6.25. Kafes, eşitlik (5.39) ve kübik.....	54
Şekil 6.26. Kafes, eşitlik (5.39) ve kuartik.....	54
Şekil 6.27. AR(1) ve $\sigma = 0.5$ durumu için etkinlikler.....	57
Şekil 6.28. AR(1) ve $\sigma = 1$ durumu için etkinlikler.....	57
Şekil 6.29. AR(1) ve $\sigma = 3$ durumu için etkinlikler.....	57
Şekil 6.30. AR(2) ve $\sigma = 0.5$ durumu için etkinlikler.....	57
Şekil 6.31. AR(2) ve $\sigma = 1$ durumu için etkinlikler.....	57
Şekil 6.32. AR(2) ve $\sigma = 3$ durumu için etkinlikler.....	57
Şekil 6.33. AR(3) ve $\sigma = 0.5$ durumu için etkinlikler.....	58
Şekil 6.34. AR(3) ve $\sigma = 1$ durumu için etkinlikler.....	58
Şekil 6.35. AR(3) ve $\sigma = 3$ durumu için etkinlikler.....	58
Şekil 6.36. AR(4) ve $\sigma = 0.5$ durumu için etkinlikler.....	58
Şekil 6.37. AR(4) ve $\sigma = 1$ durumu için etkinlikler.....	58
Şekil 6.38. AR(4) ve $\sigma = 3$ durumu için etkinlikler.....	58
Şekil 6.39. AR(1) ve $\sigma = 5$ durumu için etkinlikler.....	59
Şekil 6.40. AR(2) ve $\sigma = 5$ durumu için etkinlikler.....	59

KISALTMALAR DİZİNİ

EKK	: En Küçük Kareler
GA	: Genetik Algoritma
AEKK	: Ağırlıklı En Küçük Kareler
GEKK	: Genelleştirilmiş En Küçük Kareler
AR	: Otoregresif
MA	: Hareketli Ortalama
ARMA	: Otoregresif Hareketli Ortalama
TEKK	: Tekrarlı En Küçük Kareler
STEKK	: Sağlam Tekrarlı En Küçük Kareler
EÇO	: En Çok Olabilirlik
KEKK	: Koşullu En Küçük Kareler
İAEKK	: İki Aşamalı En Küçük Kareler
İAGA	: İki Aşamalı Genetik Algoritma
DİAEKK	: Düzeltilmiş İki Aşamalı En Küçük Kareler

1. GİRİŞ

Regresyon (bağlanım), değişkenler arasındaki ilişki ve bağıntılarının incelenmesini kapsayan bir kavram olarak bilinmektedir. İlk kez, 1897 yılında Galton'un kalıtım kuramı ile ilgili çalışmalarında adı geçen bu kavram günümüzde birbirinden farklı birçok alanda kullanılabilir.

Regresyon çözümlemesi, değişkenler arasındaki bağıntının en iyi şekilde açıklandığı bir modele dayalıdır. En temel anlamda model kavramı, doğrusal ya da doğrusal olmayan biçimli olmak üzere ikiye ayrılır. Bu nedenle, regresyon çözümlemesi de modelin sahip olduğu biçime göre adlandırılır ve incelenir.

Doğrusal regresyon çözümlemesi ile ilgili kısa ve öz bilgiler, çalışmanın ikinci bölümünde verilmiştir. Doğrusal olmayan regresyon çözümlemesi ile inceleme için, hem kullanılabilen sayısal yöntemler hem de karşılaşılabilen farklı model türleri çalışmanın üçüncü bölümünde açıklanmıştır. Bununla birlikte, inceleme sırasında karşılaşılabilecek özel durumlar da üçüncü bölümde belirtilmiştir.

Çalışmada, 1970'li yılların başında doğrusal olmayan zaman serileri regresyonu adıyla incelenen bir konuya dikkat çekilmiştir. Bu nedenle, literatürde Box-Jenkins modelleri olarak bilinen zaman serileri modelleri dördüncü bölümde verilmiş ve bu modellerden otoregresif adıyla bilinen model için çeşitli incelemeler gösterilmiştir. Bir ilişki modeli olarak sunulabilen otoregresif model ve bu model ile açıklanabilen hatalara sahip bir doğrusal olmayan regresyon modeli için parametre kestirimi konusu, çalışmada vurgulanmak istenen ana konudur.

Beşinci bölümde, otokorelasyonlu hataların varlığında doğrusal olmayan regresyon çözümlemesi için literatürde geçen çeşitli parametre kestirim yöntemleri verilmiştir. Bu çalışmanın amacı, literatürde verilen yöntemlerden yola çıkılarak daha etkin parametre kestirimlerinin elde edilebileceği bir yöntemi oluşturabilmektir. Bunun için, daha çok teorik yapıya sahip yöntemler haricinde, 1976 yılında Gallant ve

Goebel tarafından önerilen iki aşamalı parametre kestirim yöntemi dikkate alınmıştır. Bu yöntem, çeşitli yaklaşımlar yardımıyla daha etkin parametre kestirimlerinin elde edilebileceği bir biçimde sunulmaya çalışılmıştır.

Çalışmanın altıncı bölümünde, biri eczacılık ve diğeri iktisat alanından olmak üzere, iki farklı gerçek veri kümesi için Gallant ve Goebel tarafından önerilen yöntemin yanısıra düşünülen yaklaşımlar ile parametre kestirimleri üzerine bir inceleme yapılmıştır. Daha sonra, Monte Carlo benzetim (simülasyon) çalışması yardımıyla, Gallant ve Goebel tarafından önerilen yöntem ile düşünülen yaklaşımlarla oluşturulan yöntemden elde edilen etkinlikler karşılaştırılmıştır.

Son bölümde, çalışmanın sonuçları tartışılmış ve ileriye yönelik olarak neler yapılabileceğinin üzerinde durulmuştur.

2. DOĞRUSAL REGRESYON ÇÖZÜMLEMESİ

Regresyon çözümlemesi, bağımlı (\mathbf{Y}) ve bağımsız (açıklayıcı) değişkenler (\mathbf{X}_j) arasındaki bağıntının açıklanmasını sağlayacak uygun bir modelin oluşturulması esasına dayanır. Bir rastlantı değişkeni olan bağımlı değişkenin, k sayıda bağımsız değişkenle açıklandığı doğrusal regresyon modeli,

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_{i1} + \beta_2 x_{i2} + \dots + \beta_k x_{ik} + \varepsilon_i, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (2.1)$$

biçiminde verilir. Burada doğrusal sözcüğü, \mathbf{Y} 'nin β_j parametrelerinin ($j = 0, 1, \dots, k$) doğrusal bir fonksiyonu olduğu anlamında kullanılmıştır. (2.1) modelinde β_j parametresi ($j = 0, 1, \dots, k$) kısmi regresyon katsayısıdır ve diğer bağımsız değişkenler sabit tutulduğunda \mathbf{X}_j 'deki bir birimlik değişimin \mathbf{Y} bağımlı değişkenindeki beklenen değişimini gösterir. ε_i , bir hata terimidir ve $\varepsilon_i = y_i - E(y_i)$ olarak verilir.

Doğrusal regresyon çözümlemesinde, etkin parametre kestirimleri elde etmek için aşağıdaki model varsayımlarının sağlanması gerekir (Draper ve Smith, 1998):

- $E(\varepsilon_i) = 0, \quad i = 1, 2, \dots, n,$
- $V(\varepsilon_1) = V(\varepsilon_2) = \dots = V(\varepsilon_n) = \sigma^2,$
- $i \neq j$ için $\text{Cov}(\varepsilon_i, \varepsilon_j) = 0,$
- Eğer \mathbf{X}_j bir rastlantı değişkeni ise $E(\varepsilon_i, x_{ij}) = 0,$
- Eğer çıkarsama yöntemi kullanılacak ise $\varepsilon_i \sim N(0, \sigma^2),$
- \mathbf{X} matrisinin tam ranklı olması, yani \mathbf{X} 'in sütunları arasında tam ya da yaklaşık doğrusal bağımlılık (çoklu bağlantı) olmaması.

Doğrusal regresyon modeli matris gösterimiyle,

$$\mathbf{Y} = \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{\varepsilon} \quad (2.2)$$

biçiminde verilir. Burada, $k' = k + 1$ iken \mathbf{Y} , $(n \times 1)$ boyutlu gözlenen bağımlı değişken vektörü; \mathbf{X} , bağımsız değişkenleri içeren $(n \times k')$ boyutlu girdi matrisi; $\boldsymbol{\beta}$, regresyon katsayılarından oluşan $(k' \times 1)$ boyutlu parametreler vektörü ve $\boldsymbol{\epsilon}$, $(n \times 1)$ boyutlu hata vektörüdür.

$\boldsymbol{\beta}$ 'nin en küçük kareler (EKK) kestiricileri,

$$S(\boldsymbol{\beta}) = (\mathbf{Y} - \mathbf{X}\boldsymbol{\beta})' (\mathbf{Y} - \mathbf{X}\boldsymbol{\beta}) \quad (2.3)$$

fonksiyonunun en küçüklenmesi ile

$$\hat{\boldsymbol{\beta}} = (\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}'\mathbf{Y} \quad (2.4)$$

biçiminde elde edilir. Burada $\hat{\boldsymbol{\beta}}$, $(k' \times 1)$ boyutlu parametre kestirim vektörüdür. Ayrıca, y_i gözlenen değerlerine karşılık gelen \hat{y}_i kestirilmiş değerlerinden oluşan vektör ise,

$$\hat{\mathbf{Y}} = \mathbf{X}\hat{\boldsymbol{\beta}} = \mathbf{X}(\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}'\mathbf{Y} = \mathbf{H}\mathbf{Y} \quad (2.5)$$

biçiminde elde edilir. Böylece, $\mathbf{e} = \mathbf{Y} - \hat{\mathbf{Y}}$ vektörü de artık (residual) vektörü olarak adlandırılır. Yukarıda verilen model varsayımlarının incelenebilmesi için artık kullanılır (Chatterjee ve diğ., 2000; Aşıkil, 2006).

3. DOĞRUSAL OLMAYAN REGRESYON ÇÖZÜMLEMESİ

Günümüzde, mühendislik, fizik, kimya, biyoloji, tıp, ekonomi vb. birçok alanda genellikle doğrusal olmayan modeller kullanılmaktadır. Bu modellerin istatistiksel incelemesi de doğrusal olmayan regresyon çözümlemesi ile mümkün olabilmektedir.

Önceden belirlenmiş (fixed) x_i değerleri ile n gözlemler için doğrusal olmayan model,

$$y_i = f(x_i, \beta) + \varepsilon_i, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (3.1)$$

biçiminde ifade edilir. Burada y_i , bağımlı değişken; x_i , bağımsız değişken; β , bilinmeyen parametreler ve ε_i , hata terimidir. Hata terimi ile ilgili varsayımlar doğrusal modeldekiler ile aynıdır. Doğrusal olmayan modelde değişkenler arasındaki ilişki, parametrelerin en az birinin doğrusal olmadığı bir fonksiyon biçimindedir.

Doğrusal olmayan regresyon modeli matris gösterimi ile, $\mathbf{f}(\mathbf{X}, \beta) \equiv \mathbf{f}(\beta)$ iken,

$$\mathbf{Y} = \mathbf{f}(\beta) + \boldsymbol{\varepsilon} \quad (3.2)$$

biçiminde yazılabilir. Burada amaç, hata kareler toplamını en küçükleyen $\hat{\beta}$ kestiricilerini bulmaktır (Gallant, 1987).

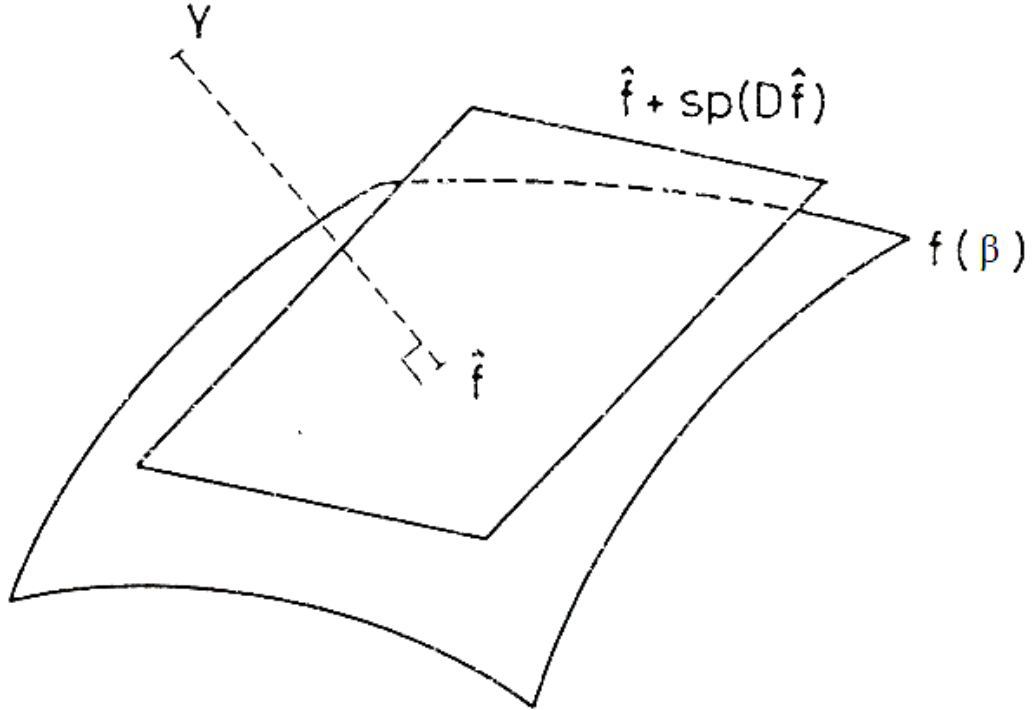
3.1. PARAMETRE KESTİRİMİ İÇİN GEOMETRİK GÖRÜNÜM

Gözlemlerin oluşturduğu $\mathbf{Y} = (y_1, y_2, \dots, y_n)$ vektörü, “O” başlangıç noktasından bileşenleri y_1, y_2, \dots, y_n olan \mathbf{Y} noktasına \mathbf{OY} vektörünü tanımlar. Gözlemlerin belirlediği uzaya “örnek uzay” (sample space) denir. $\mathbf{X} = (\mathbf{X}_1, \mathbf{X}_2, \dots, \mathbf{X}_k)$ matrisi ise her biri n elemanlı k sütun vektöründen oluşur. Her sütun, örnek uzayda bir vektör belirtir. Bu vektörlerin gerdiği (spanned) alt uzaya “kestirim uzayı” (estimation

space) denir. Bu uzay, örnek uzay içindedir. Parametre uzayı (parameter space) da k-boyutlu olmak üzere, $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_k$ noktalarından oluşur (Aysever, 1982).

Doğrusal modellerdeki EKK kestirimi, \mathbf{X} matrisinin sütunlarıyla tanımlanan örneğin iki boyutluda, düzlem üzerinde gözlem vektörlerinin izdüşümü olarak incelenir. Doğrusal olmayan modeller için de benzer inceleme yapılır. Doğrusal olmayan modellerde, (2.2) ile verilen eşitlikteki \mathbf{X} matrisi yoktur. Burada gözlem vektörlerinin, $f(\mathbf{X}, \boldsymbol{\beta})$ fonksiyonu ile tanımlanan yüzey üzerine izdüşümleri alınır. Kestirim uzayı, aynı zamanda “çözüm uzayı” (solution space) olarak da adlandırılır ve $f(\mathbf{X}_1, \boldsymbol{\beta}), f(\mathbf{X}_2, \boldsymbol{\beta}), \dots, f(\mathbf{X}_k, \boldsymbol{\beta})$ gibi bileşenleriyle tüm noktalardır.

Öte yandan, $\min_{\boldsymbol{\beta} \in \Theta} \sum_{i=1}^n (y_i - f_i(\boldsymbol{\beta}))^2$ fonksiyonunun çözümünde, \mathbf{Y} 'nin $f(\boldsymbol{\beta})$ yüzeyi üzerine izdüşümü dikkate alınır. Bu durum, Şekil 3.1'deki gibi gösterilebilir.



Şekil 3.1. Doğrusal olmayan modellerde EKK için geometrik görünüm

İzdüşüm $f(\hat{\beta}) = \hat{f}$, $D\hat{f}$ tarafından gerilen bir tanjant düzlemini oluşturur. Buradan normal denklemler,

$$\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{f}_i) D\hat{f}_i = 0 \text{ ya da } (\mathbf{Y} - \hat{\mathbf{f}})' D\hat{\mathbf{f}} = 0 \quad (3.3)$$

biçiminde verilir. Artıklar, $\hat{\mathbf{f}}$ noktasında yüzeye ve tanjant düzlemine diktir. $sp(D\hat{f})$ uzayı üzerine izdüşüm, $D\hat{f}(D\hat{f}'D\hat{f})^{-1}D\hat{f}'$ biçiminde verilir. Burada, $D\hat{f}$ tam ranklıdır (Johansen, 1984).

3.2. PARAMETRE KESTİRİMİNDE KULLANILAN SAYISAL YÖNTEMLER

Doğrusal olmayan modellerde, parametre kestirimi ve hipotez testleri üzerine araştırmalar için ilk temel inceleme, 1968'de veteriner hekim Dr. Smith tarafından yapılmıştır (Aysever, 1982). $f(\beta)$ fonksiyonu, bilinmeyen parametrelerde doğrusal ise kestirim denklemleri de doğrusaldır ve kuramın tüm uygulamaları sorun çıkarmaz. Ancak fonksiyon, parametrelere göre doğrusal değilse normal denklemler de doğrusal değildir ve bunların çözümleri doğrudan yapılamaz. Bu durumda iterasyon yoluyla çözüm yapılabilir (Tez, 1985).

Parametre kestirimleri için uygulanabilen sayısal yöntemler iki gruba ayrılır:

- 1) Türevli yöntemler
- 2) Türevden bağımsız yöntemler

En dik iniş (steepest descent), Gauss-Newton, Hartley, Levenberg-Marquardt vb. yöntemler birinci gruba; DUD, genetik algoritma vb. yöntemler ikinci gruba girer. Birinci gruptaki yöntemler EKK yöntemleri olarak da adlandırılır. Bu gruptaki yöntemler, amaç fonksiyonunun yapısı göz önüne alınarak geliştirilmiştir.

Parametre kestirimleri için kullanılabilen sayısal yöntemler sırasıyla aşağıda açıklandığı gibidir.

3.2.1. En Dik İniş Yöntemi

En dik iniş (steepest descent) yöntemi, bir gradyant yöntemidir. Bu yöntem, bir fonksiyonun en büyük ve en küçük değerinin bulunmasıyla ilgilenen bir tekniktir.

Gradyant $\mathbf{f}(\mathbf{X})$ öyle bir vektördür ki, bu vektörün herhangi bir doğrultusundaki bileşeni $\mathbf{f}(\mathbf{X})$ 'in o doğrultudaki türevine eşittir. Bununla birlikte, gradyant $\mathbf{f}(\mathbf{X})$ uzayda yalnız $\mathbf{f}(\mathbf{X})$ 'in dağılma şekline bağlı olup koordinat eksenlerinin durum ve doğrultusuna bağlı değildir (Aysever, 1982).

Amaç fonksiyonu,

$$S(\boldsymbol{\beta}) = [\mathbf{Y} - \mathbf{f}(\boldsymbol{\beta})]' [\mathbf{Y} - \mathbf{f}(\boldsymbol{\beta})] \quad (3.4)$$

biçiminde verildiğinde, bu fonksiyonun gradyanı,

$$[\nabla S(\boldsymbol{\beta})]' = \left(\frac{\partial S(\boldsymbol{\beta})}{\partial \beta_1}, \frac{\partial S(\boldsymbol{\beta})}{\partial \beta_2}, \dots, \frac{\partial S(\boldsymbol{\beta})}{\partial \beta_k} \right) \quad (3.5)$$

vektörüdür. Bu vektör, k-boyutlu uzayda tanımlı $S(\boldsymbol{\beta})$ fonksiyonunun en büyük artış yönünü gösteren bir yönlü türev vektörüdür. O halde, negatif gradyant vektörü de (3.5) ile verilen eşitlikteki vektörün tersi yönündedir (Erar, 2007).

$S(\boldsymbol{\beta} + \lambda \mathbf{d})$ fonksiyonu göz önünde bulundurulduğunda amaç, $\boldsymbol{\beta}$ noktasından λ uzaklığı kadar \mathbf{d} vektörü boyunca ilerlemek ve sırayla en küçük değere yaklaşmaktır. $S(\boldsymbol{\beta} + \lambda \mathbf{d})$ 'yi $\boldsymbol{\beta}$ çevresinde Taylor serisi yaklaşımı ile gösterip, $\mathbf{d} = \nabla S(\boldsymbol{\beta})$ olarak seçilirse,

$$\lambda = \frac{\sum_{i=1}^k \left(\frac{\partial S}{\partial \beta_i} \right)^2}{\sum_{i,j} \frac{\partial^2 S}{\partial \beta_i \partial \beta_j} \left(\frac{\partial S}{\partial \beta_i} \right) \left(\frac{\partial S}{\partial \beta_j} \right)} \quad (3.6)$$

eşitliği elde edilir. Eğer k'ncü basamakta hesap yapılıyorsa bir sonraki değer, $\boldsymbol{\beta}^{k+1} = \boldsymbol{\beta}^k - \lambda_k \mathbf{d}^k$ biçiminde hesaplanır. Burada, $\mathbf{d}^k = \nabla S(\boldsymbol{\beta}) \Big|_{\boldsymbol{\beta}=\boldsymbol{\beta}^k}$ biçimindedir. En

dik iniş yöntemindeki yön global olmaktan çok yerel olduğundan ve yönle ilgili sık değişimlerin varolmasından dolayı bu yöntem çoğu problemler için çok yetersiz kalmaktadır. Bu yöntemin bir başka dezavantajı ise, yakınsama sürecinin ağır işlemesidir (Aysever, 1982; Everitt, 1987).

3.2.2. Gauss-Newton Yöntemi

(3.2) ile verilen eşitlik için EKK kestirimi, (3.4) ile verilen eşitliği en küçükleyen $\hat{\beta}$ değerini belirlemektir. Yani,

$$\frac{\partial}{\partial \beta} S(\beta) = \begin{pmatrix} \frac{\partial S(\beta)}{\partial \beta_1} \\ \frac{\partial S(\beta)}{\partial \beta_2} \\ \vdots \\ \frac{\partial S(\beta)}{\partial \beta_k} \end{pmatrix}, \quad \frac{\partial}{\partial \beta'} S(\beta) = \left(\frac{\partial S(\beta)}{\partial \beta_1}, \frac{\partial S(\beta)}{\partial \beta_2}, \dots, \frac{\partial S(\beta)}{\partial \beta_k} \right) \quad (3.7)$$

biçiminde olmak üzere, bu kestirim,

$$\frac{\partial}{\partial \beta'} S(\beta) = -2[\mathbf{Y} - \mathbf{f}(\beta)]' \mathbf{F}(\beta) = -2\mathbf{F}'(\beta)[\mathbf{Y} - \mathbf{f}(\beta)] \quad (3.8)$$

eşitliği için,

$$\frac{\partial}{\partial \beta'} S(\beta) \Big|_{\beta=\hat{\beta}} = 0 \quad (3.9)$$

değeridir. (3.8) ile verilen eşitlikte, $\mathbf{F}(\beta) = \partial \mathbf{f}(\beta) / \partial \beta_j$ ($j = 1, 2, \dots, k$) biçimindeki Jakobiyen matrisidir. Gauss-Newton yöntemi, (3.2) ile verilen doğrusal olmayan modelde bağımsız değişkenlerin gözlenen değerleri için β 'nın bir fonksiyonunun β^0 ile gösterilen başlangıç noktası çevresindeki Taylor serisi yaklaşımı ile,

$$\mathbf{f}(\beta) \approx \mathbf{f}(\beta^0) + \frac{\partial \mathbf{f}(\beta)}{\partial \beta'} \Big|_{\beta=\beta^0} (\beta - \beta^0) \quad (3.10)$$

biçiminde açıklanabilir. (3.8), (3.9) ve (3.10) ile verilen eşitlikler birlikte göz önünde bulundurulursa,

$$\boldsymbol{\beta} - \boldsymbol{\beta}^0 = \left[\mathbf{F}'(\boldsymbol{\beta}^0) \mathbf{F}(\boldsymbol{\beta}^0) \right]^{-1} \mathbf{F}'(\boldsymbol{\beta}^0) \left[\mathbf{Y} - \mathbf{f}(\boldsymbol{\beta}^0) \right] = \boldsymbol{\delta}^0 \quad (3.11)$$

olmak üzere,

$$\boldsymbol{\beta}^1 = \boldsymbol{\beta}^0 + \boldsymbol{\delta}^0 \quad (3.12)$$

biçiminde hesaplanabilir. Bu aşamadan sonra, $S(\boldsymbol{\beta}^{i+1}) \leq S(\boldsymbol{\beta}^i)$ olacak şekilde bir iteratif süreç takip edilir ve bu süreç $|\boldsymbol{\beta}^{i+1} - \boldsymbol{\beta}^i| < \varepsilon$ ($i = 0, 1, 2, \dots$, enb. iter. sayısı) eşitsizliği sağlanıncaya kadar sürdürülür. Burada, $\varepsilon = 10^{-5}$ olarak düşünülebilir. Gauss-Newton yöntemi için yakınsaklık sağlandığında, $i \rightarrow \infty$ iken $\boldsymbol{\beta}^i \rightarrow \hat{\boldsymbol{\beta}}$ olur (Seber ve Wild, 1989).

3.2.3. Hartley Yöntemi

Gauss-Newton yöntemindeki sorun, iterasyon sonunda bulunan kestirim değerlerinin yakınsaklık koşullarına uygun olamama durumudur. Bu nedenle, Hartley (1961) tarafından yakınsaklığı bulmak amacıyla doğrusallaştırma yönteminin değiştirildiği, düzeltilmiş (modified) Gauss-Newton yöntemi olarak da bilinen bu yöntem tanımlanmıştır. Değişiklik, yöntemde değişiklik ve ek varsayımlarda olmak üzere iki kısımda yapılmıştır.

Yöntemde değişiklik, $\boldsymbol{\beta}^1$ 'in tanımında yapılan değişikliktir. $H(\lambda) = S(\boldsymbol{\beta}^0 + \lambda \boldsymbol{\delta})$ biçimindeki H fonksiyonunda $\boldsymbol{\delta}$, Gauss-Newton yönteminden elde edilen düzeltme terimidir. λ , $0 \leq \lambda \leq 1$ biçiminde olan ve $H(\lambda)$ 'yi en küçük yapan bir değerdir. $\boldsymbol{\delta}$ adım yönü, λ adım büyüklüğü olarak adlandırılır. λ^* , $\boldsymbol{\delta}$ vektörü yönünde başlangıç kestiriminden sapmayı $H(\lambda)$ için en küçük yapan değer olmak üzere, $\boldsymbol{\beta}^1 = \boldsymbol{\beta}^0 + \lambda^* \boldsymbol{\delta}$ ile yeni $\boldsymbol{\beta}^1$ tanımlanır. Bu değer yardımıyla, Gauss-Newton yönteminin geri kalan kısmı aynı biçimde uygulanıp iteratif süreç devam ettirilir.

Hartley'in yaptığı ek varsayıma göre,

$$\mathbf{C} = \sum_{i=1}^n \left[\frac{\partial f_i(\boldsymbol{\beta})}{\partial \beta_r} \cdot \frac{\partial f_i(\boldsymbol{\beta})}{\partial \beta_s} \right] \quad (3.13)$$

matrisi parametre uzayının sınırlı konveks alt kümesi M 'de tüm $\boldsymbol{\beta}$ 'lar için tam ranklı ve M^c , M 'nin tümleyeni olduğunda, $S(\tilde{\boldsymbol{\beta}}) < \lim_{M^c} \inf S(\boldsymbol{\beta})$ olacak biçimde M 'nin içinde $\tilde{\boldsymbol{\beta}}$ vektörü bulmak olanaklıdır. Yani $S(\boldsymbol{\beta})$ 'nın en küçük değerinin sınırlı konveks alt küme M içinde gerçekleşeceği ifade edilmiştir. Dolayısıyla, başlangıç kestirimi M içinde gerçekleşirse o zaman en küçük değer elde edilebilir. Sonuç olarak, (3.13)'de verilen \mathbf{C} matrisinin pozitif tanımlı olması, kısmi türevlerin $\boldsymbol{\beta}$ 'da sürekli olması ve ek varsayım, düzeltilmiş yöntemle elde edilen kestirimlerin yakınsayacağını garanti etmede yeterli koşuldur (Aysever, 1982).

3.2.4. Levenberg-Marquardt Yöntemi

Doğrusal olmayan parametrelerin EKK kestirimi için verilen yöntemlerin birçoğu iki yaklaşım çevresinde toplanmaktadır. Birinci yaklaşımda, modelde Taylor serisine açılım kullanılır ve her iterasyonda parametreler için düzeltme vektörü hesaplanır. İkinci yaklaşımda ise en dik iniş yöntemlerinin çeşitli uyarlamaları kullanılır. Her iki yöntem grubunda, iterasyon sırasında en iyi noktaya yakınsama durumu için bazı aksamalar çıkabilir. Her iki yöntemin bazen yetersiz kalmasından dolayı, bunların en iyi yanlarının alınmasıyla Levenberg-Marquardt yöntemi geliştirilmiştir.

Bu yöntemde, amaç fonksiyonunun negatif gradyanı sabit $S(\boldsymbol{\beta})$ 'lara dik (ortogonal) olduğundan yön olarak adlandırdığımız düzeltme vektörü 90° 'lik açı içerisinde kalmalıdır. Aksi durumda, amaç fonksiyonunun değerleri düzeltme vektörü boyunca bulunan noktalarda küçük olması yerine büyük beklenilebilir. Problemlerin farklılığından yönler arasındaki γ olarak gösterilen açı düzenleyicidir ve bu açı genellikle $80^\circ < \gamma < 90^\circ$ genişliği içine düşer. Burada yöntem, ∇S ve $\boldsymbol{\delta}$ arasında yaklaşık olarak ara değeri bulmaktır. İşlemlerin her birisinde, adım büyüklüğünün kararlaştırılmasından önce düzeltme vektörünün yönünün seçimi yapılır. Marquardt (1963), ilk defa Gauss-Newton ile en dik iniş yöntemlerindeki düzeltme terimlerinin birbirine dik olduğunu görerek, her iki yön arasında en küçüğe doğru giden bir yön

tanımlanabileceğini fark etmiştir. Bu düşünceden hareketle, $\mathbf{F}'(\boldsymbol{\beta}^0)\mathbf{F}(\boldsymbol{\beta}^0)$ matrisine bir köşegenel matrisin eklenebileceği belirtilip,

$$\boldsymbol{\delta}^0 = \left[\mathbf{F}'(\boldsymbol{\beta}^0)\mathbf{F}(\boldsymbol{\beta}^0) + \lambda \mathbf{I} \right]^{-1} \mathbf{F}'(\boldsymbol{\beta}^0) \left[\mathbf{Y} - \mathbf{f}(\boldsymbol{\beta}^0) \right] \quad (3.14)$$

eşitliği tanımlanmıştır. Burada \mathbf{I} , birim matrisi belirtmektedir.

$\boldsymbol{\delta}^0$ ve $\nabla \mathbf{S}$ arasındaki açı γ olmak üzere, γ , λ 'nın sürekli azalan bir fonksiyonu olur. Öyleki $\lambda \rightarrow \infty$ iken $\gamma \rightarrow 0$ 'dır. $\nabla \mathbf{S}$, λ 'dan bağımsız olduğundan $\lambda \rightarrow \infty$ iken $\boldsymbol{\delta}^0$, $\nabla \mathbf{S}$ 'ye doğru döner. λ 'nın çok büyük değerleri için, $\mathbf{F}'(\boldsymbol{\beta}^0)\mathbf{F}(\boldsymbol{\beta}^0) + \lambda \mathbf{I}$ matrisinde \mathbf{I} birim matrisinin etkinliği artar. $\lambda \rightarrow \infty$ iken $\boldsymbol{\delta}$ ve $\nabla \mathbf{S}$ arasındaki açı sıfırdır. Bu durumda, Levenberg-Marquardt yöntemi en dik iniş yöntemine özdeştir. Buna karşın, $\lambda = 0$ olduğunda iki düzeltme vektörü $0^\circ < \gamma < 90^\circ$ aralığında bir açıda karşılaşır ve Levenberg-Marquardt yöntemi Gauss-Newton yöntemine özdeş olur (Aysever, 1982).

Hem Levenberg-Marquardt yöntemi hem de diğer EKK yöntemleri ile başarılı bir doğrusal olmayan regresyon çözümlemesi, parametrelerin başlangıç değerlerinin iyi saptanmasıyla gerçekleşir. Bu nedenle, başlangıç değerlerinin saptanmasında aşağıda verilen durumlar kullanılabilir (Bates ve Watts, 1988):

- Parametreler için beklenen fonksiyonun davranışı analitik ya da grafiksel olarak yorumlanabilir.
- Parametreler için beklenen fonksiyonun türevlerinin davranışı analitik ya da grafiksel olarak yorumlanabilir.
- Beklenen fonksiyon dönüşümler yardımıyla daha basit, mümkünse doğrusal hale getirilebilir.
- Bazı parametreler için değerler kullanılarak ya da özel değerler ile fonksiyon hesaplanarak boyut indirgenebilir.
- Koşullu doğrusallık kullanılabilir.

3.2.5. DUD Yöntemi

Çoğu doğrusal olmayan problemlerin çözümlenmesinde, türevlerin elde edilmesinin zor ve zahmet isteyen bir iş olması türevden bağımsız kestirim yöntemlerine olan ihtiyacı arttırmıştır. Ralston ve Jennrich (1978) tarafından önerilen DUD (doesn't use derivatives) algoritması, bu yöntemlerden sadece bir tanesi olup türevden bağımsız Gauss-Newton yöntemi gibi düşünülebilir. Bu yöntemde, her bir iterasyondaki $f(\beta)$ 'ya yakın bir fonksiyon ile yaklaşım yapılır.

3.2.6. Genetik Algoritma Yöntemi

Son zamanlarda, özellikle türevli yöntemlerin sınırlılıklarından dolayı sezgisel (heuristic) yaklaşımları kullanmak tercih edilen bir durumdur. İlk olarak 1975 yılında Holland tarafından tanımlanan genetik algoritma (GA), en iyi olanın hayatta kalma ilkesine sahip ve doğal seçim mekanizmasını temel alan sezgisel bir yöntemdir. GA, bireylerin popülasyonları ile işleme başlar. İkili dizinin temsil ettiği her birey parametre uzayında bir noktayı temsil eder. Her nesilde her bir birey için amaç fonksiyonunun değeri onun uygunluğu olarak değerlendirilir ve daha uygun olan bireyler seçilerek yeni bir popülasyon elde edilir. Böylece, bireylerin uygunluğuna dayalı yeni çözümler oluşturulur. Yüksek uygunluk değerine sahip bireyler daha sıklıkla seçildiği için daha uygun olan bireylerin popülasyona katılması yönünde baskı vardır (Altunkaynak ve Esin, 2004).

Doğrusal olmayan modeller için GA'da, parametreler sabit uzunluktaki bir ikili (binary) dizi biçiminde gen ve kromozom olarak kodlanır. Dizinin uzunluğu alan parametrelerine ve gerekli kesinliğe bağlıdır. Parametrelerin başlangıç değerleri rastgele saptanır. Bu nedenle N sayıda kromozom, kestirim sürecinin başlangıcında rastgele ikili diziler biçiminde üretilir. Eğer bir ikili diziyi reel sayıya dönüştürmek gerekirse, bu ikili dizi on tabanına çevrilerek parametrenin gerçek değeri hesaplanır. Parametre sayısının birden büyük olduğu durumlarda, her bir parametre dizisi birleştirilerek tek bir dizi biçiminde değerlendirme yapılabilir (Yao ve Sethares, 1994; Pan ve diğ., 1995).

GA yöntemi, sırasıyla, seçim, çaprazlama ve mutasyon isimli genetik operatörlerle sürdürülür (Mitchell, 1996):

Seçim operatörü, yeniden üretim için popülasyondaki kromozomların seçimini içerir. Seçim işlemi, kromozomların uygunluk düzeyine göre yapılır. Farklı seçim işlemleri mevcut olup, en çok kullanılanlardan birisi sıra seçimidir. Bu seçim, popülasyondaki kromozomlar için bulunan $S(\beta)$ fonksiyonu uygunluk değerlerinin sırasına dayanır. $S(\beta_i, t)$, t'inci nesildeki β_i kromozomunun uygunluk değeri; $n_i(t)$, $S(\beta_i, t)$ 'lerin büyükten küçüğe doğru sıralandığındaki sıra sayısı; N, popülasyondaki kromozom sayısı olmak üzere,

$$r(\beta_i, t) = \frac{2n_i(t)}{N(N+1)} \quad (3.15)$$

eşitliğiyle β_i 'nin sonraki nesile seçilme olasılığı tanımlanır.

Çaprazlama operatörü, iki kromozomun rastgele seçilen bir noktasından birinin önceki kısmının diğerinin sonraki kısmı ile yer değiştirmesini içerir. $\beta_1 = (10000100)$ ve $\beta_2 = (11111111)$ kromozomları üçüncü noktadan çaprazlanırsa, $\beta'_1 = (10011111)$ ve $\beta'_2 = (11100100)$ biçimli iki yeni döl ortaya çıkar.

Mutasyon operatörü, bir kromozom içindeki rastlantısal değişiklikleri içerir. Bu operatör, bazı zamanlarda bölgesel optimumdan kurtulma gibi yararlı sonuçlar ortaya koyabilir. (00000100) biçiminde tanımlı bir kromozom ikinci parçasından mutasyona uğrarsa, (01000100) kromozomu elde edilir. Mutasyon işlemi, bir kromozomun her bir parçasında genellikle çok küçük bir olasılıkla gerçekleşir.

3.3. ÇEŞİTLİ DOĞRUSAL OLMAYAN MODEL TÜRLERİ

Son zamanlarda yapılan çalışmalar doğrultusunda, bazı özel alanlarda bazı özel modeller kullanıldığı görülebilir. Doğrusal olmayan modellerin kullanıldığı bazı özel problemler aşağıda verildiği gibidir (Nash ve Smith, 1987):

- Bitki yoğunluğu ile elde edilen ürün arasındaki ilişki,
- Bitkilerin, hayvanların ya da ekonomik durumun büyüklüğünün zamana bağlı değişimi,

- Bir kimyasal maddenin, bir radyo-izotopun ya da bir nükleer durumun ürün verme ya da ortadan kaybolma oranı, vb.

Literatürde varolan ve çeşitli alanlarda sıkça kullanılabilen özel doğrusal olmayan model türleri aşağıda verildiği gibidir.

3.3.1. Michael-Menten Modeli

Kinetik enzim çalışmalarında enzim reaksiyonunun başlangıçtaki hızı,

$$Y_{ri} = \frac{\beta_r A_{ri}}{\theta_r + A_{ri}} + \epsilon_{ri}, \quad r=1, 2, \dots, R, \quad i=1, 2, \dots, I \quad (3.16)$$

doğrusal olmayan modeli ile tanımlanır. Bu modele, Michael-Menten kinetik modeli denir. Burada Y_{ri} , enzim reaksiyonunun baştaki hızları; A_{ri} , substrake yoğunluklar (açıklayıcı değişkenler); β_r ve θ_r , bilinmeyen parametreler; ϵ_{ri} , 0 ortalamalı, σ^2 varyanslı, bağımsız ve normal dağılıma sahip hata terimleridir (Aysever, 1982).

3.3.2. Mitscherlich Modeli

Bu model, ziraatte gübreleme konusunda çok kullanılmakta olan bir modeldir. Mitscherlich 1909'da, verilen gübre miktarı ile gübreden dolayı meydana gelen ürün artışları arasındaki ilişkinin eğrisel olduğunu ortaya koymuştur. Ona göre bitkinin gelişme eğrisi, gittikçe azalan bir yol izlemektedir. Bunun anlamı ise devamlı olarak verilen aynı miktardaki gübrenin bir öncekine oranla daha az bir ürün artışı sağlamasıdır. Mitscherlich'in "Gelişim Faktörlerinin Etkisi Yasası" ile ortaya koymak istediği başlıca esaslar sırasıyla, elde edilecek ürün miktarları üzerinde yalnız en az bulunan gelişim faktörünün değil bütün gelişim faktörlerinin etkili olduğu, gelişim faktörlerinin üründe sağladıkları artışın en fazla üründen eksik olan miktarlarla orantılı bulunduğu yani, en fazla ürüne yaklaştıkça ürün miktarlarında sağlanacak artışın devamlı olarak azalacağı ve her gelişim faktörünün ayrı ve değişmez bir etki değeri olduğudur (Tez, 1985). Bu yasanın dayandığı esaslar,

$$Y = \gamma \left[1 - e^{-\delta X} \right] \quad (3.17)$$

modeli ile ifade edilebilir. Burada Y, elde edilen ürün; γ , en fazla ürün; X, eklenen gelişim faktörü miktarı; δ , gelişim faktörünün etki değeridir.

3.3.3. S-Biçimli Büyüme Eğrileri

S-biçimli eğriler genellikle, biyoloji, tarım, mühendislik ve ekonomi alanlarında kullanılır. Bu eğrilerden en çok kullanılanları aşağıda verildiği gibidir (Ratkowsky, 1983; Milliken, 1988):

$$Y = \alpha \exp[-\exp(\beta - \gamma X)] \quad (3.18)$$

eşitliği ile verilen Gompertz modeli, ekonometrik çalışmalarda;

$$Y = \frac{\alpha}{1 + \exp(\beta - \gamma X)} \quad (3.19)$$

eşitliği ile verilen lojistik model, nüfus dağılımı ile ilgili çalışmalarda;

$$Y = \frac{\alpha}{[1 + \exp(\beta - \gamma X)]^{1/\delta}} \quad (3.20)$$

eşitliği ile verilen Richards modeli, organizmalardaki değişim ilişkileri ile ilgili çalışmalarda;

$$Y = \frac{\beta\gamma + \alpha X^\delta}{\gamma + X^\delta} \quad (3.21)$$

eşitliği ile verilen Morgan-Mercer-Flodin modeli, katalitik kinetik çalışmalarda;

$$Y = \alpha - \beta \exp(-\gamma X^\delta) \quad (3.22)$$

eşitliği ile verilen Weibull modeli, yaşam süreleri ile ilgili çalışmalarda kullanılmıştır.

3.4. DOĞRUSAL OLMAYAN REGRESYONDA KARŞILAŞILAN ÖZEL DURUMLAR

Doğrusal olmayan regresyon çözümlemesinde, alışlagelen EKK yöntemlerini etkileyen iki temel durumla karşılaşılabilir. Bunlardan birisi, hataların değişen varyansa sahip olması durumu iken diğeri, hataların otokorelasyonlu (ilişkili) olması

durumudur. Parametre kestirimleri üzerinde etkili olabilen bu durumlar aşağıda açıklandığı gibidir.

3.4.1. Değişen Varyanslı Hataların Varlığı

Eşitlik (3.1) ile verilen doğrusal olmayan regresyon modelindeki hataların her birinin eşit varyanslı (homoscedasticity) olmayıp, bağımsız değişkenin aldığı değerlere göre değişmesiyle ortaya çıkan durum, değişen varyanslılık (heteroscedasticity) olarak adlandırılır. Bu durum,

$$\text{Var}(\varepsilon_i | x_i) = \text{Var}(\varepsilon_i) = E(\varepsilon_i^2) = \sigma_i^2, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (3.23)$$

biçiminde ifade edilir. Değişen varyanslılığın bulunduğu durumlarda, parametre kestiricileri etkin olmadığından parametreler için yapılan aralık tahminleri, t ve F testleri yanlış sonuçlar verecektir. Değişen varyanslılık, ilgili değişkenin modelde yer almamasından, bağımlı değişkende yapılan ölçme hatalarından ve parametrelerin bir ya da birkaçının zaman serisi verileri ile çalışılıyorsa zamana, yatay kesit verileri ile çalışılıyorsa birimlere göre değişim göstermesinden kaynaklanabilmektedir (Kınacı ve Genç, 2002).

Doğrusal olmayan bir regresyon modelindeki hata terimlerinin eşit varyansa sahip olup olmadığı, artık çizimleri, Spearman'ın sıra sayıları ilişki testi, White testi, Ramsey'in Reset testi gibi testlerle belirlenebilir (Gujarati, 1992; Güriş ve Çağlayan, 2005). Değişen varyanslı hataların varlığında etkin parametre kestirimleri, varyans dengeleme dönüşümlerinin yanı sıra ağırlıklı en küçük kareler (AEKK) yöntemi ya da genelleştirilmiş en küçük kareler (GEKK) yöntemi ile elde edilebilir (Carroll ve Ruppert, 1988; Huet ve diğ., 2004).

AEKK yöntemi, eşitlik (3.1) ile verilen doğrusal olmayan regresyon modelindeki hataların varyanslarının x_i bağımsız değişkenine bağlı olduğu ve bu bağımsız değişkenin ψ dönüşüm fonksiyonu ile verilen,

$$\sigma_i^2 = \frac{\sigma^2}{\psi^2(x_i)} \quad (3.24)$$

durumunda kullanılabilir. Bu durumda,

$$y_i^* = \Psi(x_i) y_i, \quad (3.25)$$

$$f^*(x_i, \beta) = \Psi(x_i) f(x_i, \beta) \quad (3.26)$$

ve

$$\varepsilon_i^* = y_i^* - f^*(x_i, \beta) \quad (3.27)$$

eşitlikleri yardımıyla,

$$y_i^* = f^*(x_i, \beta) + \varepsilon_i^*, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (3.28)$$

biçiminde verilen doğrusal olmayan modelin kestirimi uygun olabilir. Bunun nedeni, (3.28) ile verilen modeldeki hataların varyansının sabit olduğudur (Gallant, 1987; Güriş ve Çağlayan, 2005).

GEKK yöntemi, (3.2) ile verilen model için, $E(\varepsilon) = \mathbf{0}$ ve $V(\varepsilon) = \sigma^2 \Gamma(\beta)$ ile Γ 'nin fonksiyon biçiminin bilindiği ve $\Gamma(\beta)$ 'nin pozitif tanımlı bir matris olduğu varsayımı altında kullanılabilir.

$$S[\beta, \Gamma(\beta)] = [\mathbf{Y} - \mathbf{f}(\beta)]' \Gamma^{-1}(\beta) [\mathbf{Y} - \mathbf{f}(\beta)] \quad (3.29)$$

biçiminde tanımlanan fonksiyondaki β parametresinin kestiriminde, iterasyonlu yeniden ağırlıklandırılmış EKK yöntemi kullanılır. Eldeki kestirim değeri β^a ise bir sonraki kestirim,

$$S_a[\beta] = S[\beta, \Gamma(\beta^a)] \quad (3.30)$$

fonksiyonunu en küçükleyen β^{a+1} değeridir. İki kestirim değeri arasındaki fark,

$$\delta^a = \beta^{a+1} - \beta^a = \left[\mathbf{F}^{a'} \Gamma^{-1}(\beta^a) \mathbf{F}^a \right]^{-1} \mathbf{F}^{a'} \Gamma^{-1}(\beta^a) [\mathbf{Y} - \mathbf{f}(\beta^a)] \quad (3.31)$$

biçiminde hesaplanabilir. Burada, $F(\beta) = \partial f(\beta) / \partial \beta'$ ve $F^a = F(\beta^a)$ biçiminde verilir. Eğer $\delta \rightarrow 0$ ise, $\beta \rightarrow \hat{\beta}$ durumu gerçekleşir ve böylece GEKK kestirimi elde edilmiş olur (Seber ve Wild, 1989).

3.4.2. Otokorelasyonlu Hataların Varlığı

Herhangi bir hata teriminin diğer hata terimleri ile ilişki içinde olması durumu otokorelasyon olarak adlandırılır. Bir regresyon çözümlemesinde, zaman ya da uzaklık bağımsız değişken olarak kullanılıyorsa ve bu değerler birbirlerine yakınsa otokorelasyonlu hataların varlığı kaçınılmazdır. Zaman ya da uzaklık aralıkları geniş biçimde parçalanmışsa, bu durumlarda hatalar yaklaşık otokorelasyonsuz olabilir. Bunun yanında, ihmal edilen değişkenler, modelin fonksiyonel biçiminin doğru belirlenmemesi, verilerle ilgili ölçme hataları vb. durumlar da otokorelasyonlu hataların varlığına neden olabilir. Otokorelasyonlu hataların varlığında, EKK kestiricileri yansız ve tutarlı olmalarına karşın etkin değildirler. Bunun sonucunda da t ya da F testlerinin uygulanması doğru olmaz (Kınacı ve Genç, 2002).

Hata terimleri arasındaki otokorelasyon genellikle, otoregresif (AR), hareketli ortalama (MA) ya da bu iki modelin birleşimi olan otoregresif hareketli ortalama (ARMA) modelleri ile açıklanabilir. (3.1) ile verilen doğrusal olmayan model için q_1 'inci dereceden AR modelleri,

$$\varepsilon_i = \phi_1 \varepsilon_{i-1} + \phi_2 \varepsilon_{i-2} + \dots + \phi_{q_1} \varepsilon_{i-q_1} + z_i \quad (3.32)$$

biçiminde olup q_2 'inci dereceden MA modelleri de

$$\varepsilon_i = z_i - \xi_1 z_{i-1} - \xi_2 z_{i-2} - \dots - \xi_{q_2} z_{i-q_2} \quad (3.33)$$

biçiminde ifade edilebilir. Burada, ϕ_j ve ξ_j parametreler olup, z_i de sıfır ortalamalı ve σ_z^2 varyanslı bağımsız aynı dağılımlı hata terimidir. (3.32) ve (3.33) ile verilen eşitliklerin birleştirilmesinden elde edilen q_1 'inci ve q_2 'inci dereceden otoregresif hareketli ortalama modeli de

$$\varepsilon_i - \sum_{r=1}^{q_1} \phi_r \varepsilon_{i-r} = z_i - \sum_{s=1}^{q_2} \xi_s z_{i-s} \quad (3.34)$$

biçiminde tanımlanabilir (Kadılar, 2005).

Otokorelasyonlu hataların varolup olmadığı, otokorelasyon ve kısmi otokorelasyon fonksiyonu grafikleri (korelogram) ile, alışılagelen Durbin-Watson test istatistiği ile ya da Kobayashi (1991) tarafından Durbin-Watson'a alternatif olarak önerilen test istatistiği ile belirlenebilir. Bunların dışında, her bir gecikme (lag) için uygulanan Box-Ljung testi de kullanılabilir. q sayıda gecikme için Box-Ljung test istatistiği,

$$Q = n(n+2) \sum_{i=1}^q \frac{e_i^2}{n-i} \quad (3.35)$$

biçiminde hesaplanabilir. Burada, $e_i = y_i - \hat{y}_i$ biçiminde olup artıkları belirtir. Bu istatistik değeri, $\chi_{q, \alpha/2}^2$ tablo değeri ile karşılaştırılır ve böylece, hatalar arasında otokorelasyon olmadığını belirten yokluk hipotezi test edilir (Kadılar, 2005).

Otokorelasyonlu hataların varlığında, etkin parametre kestirimleri elde etmek için çeşitli yöntemler tanımlanmıştır. Bu yöntemler, ayrıntılı biçimde beşinci bölümde ele alınacaktır.

4. AR BİÇİMLİ ZAMAN SERİLERİNDE PARAMETRE KESTİRİMİ

AR(q) biçimli bir zaman serisi,

$$y_t + \sum_{i=1}^q a_i y_{t-i} = \varepsilon_t, \quad t=1, 2, 3, \dots \quad (4.1)$$

biçiminde tanımlanır. Burada y_t , zamana bağlı bir seri; a_i , bilinmeyen parametreler; ε_t , sıfır ortalamalı ve σ^2 varyanslı, bağımsız aynı dağılımlı rastlantı değişkenlerinin oluşturduğu hata terimidir. (4.1) ile verilen eşitlik için,

$$m^q + \sum_{i=1}^q a_i m^{q-i} = 0 \quad (4.2)$$

biçiminde verilen karakteristik denklem köklerinin mutlak değerce birden küçük olduğu varsayılır. (4.1)'de verilen model, çoklu doğrusal regresyon modeline benzerlik gösterdiğinden,

$$y_t = \sum_{i=1}^q a_i y_{t-i} + \varepsilon_t, \quad t=1, 2, 3, \dots \quad (4.3)$$

biçiminde de yazılabilir (Fuller, 1996).

(4.1) ya da benzer biçimde (4.3) ile verilen eşitlikteki bilinmeyen parametrelerin kestirilmesinde kullanılabilen yaklaşımlar aşağıda açıklandığı gibidir.

4.1. YULE-WALKER DENKLEMLERİ

(4.3) ile verilen eşitlik geniş biçimde yazılırsa,

$$y_t = a_1 y_{t-1} + a_2 y_{t-2} + a_3 y_{t-3} + \dots + a_q y_{t-q} + \varepsilon_t \quad (4.4)$$

eşitliği elde edilir. (4.4) ile verilen eşitliğin her iki tarafı y_{t-1} ile çarpılıp beklenen değer alınırsa,

$$E(y_t y_{t-1}) = a_1 E(y_{t-1} y_{t-1}) + a_2 E(y_{t-1} y_{t-2}) + \dots + a_q E(y_{t-1} y_{t-q}) + E(y_{t-1} \varepsilon_t) \quad (4.5)$$

eşitliği elde edilir. Burada, beklenen değerler otokovaryansları belirtmekte olup,

$$E(y_{t-1} y_{t-1}) = c_0, E(y_t y_{t-1}) = E(y_{t-1} y_{t-2}) = c_1, \dots, E(y_{t-1} y_{t-q}) = c_{q-1}, E(y_{t-1} \varepsilon_t) = 0 \quad (4.6)$$

biçiminde verilebilir. Eşitlik (4.5), $y_{t-2}, y_{t-3}, \dots, y_{t-q}$ için ayrı ayrı düşünülürse,

$$\begin{aligned} c_1 &= a_1 c_0 + a_2 c_1 + a_3 c_2 + \dots + a_q c_{q-1} \\ c_2 &= a_1 c_1 + a_2 c_0 + a_3 c_1 + \dots + a_q c_{q-2} \\ &\vdots \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \vdots \\ c_q &= a_1 c_{q-1} + a_2 c_{q-2} + a_3 c_{q-3} + \dots + a_q c_0 \end{aligned} \quad (4.7)$$

biçimindeki denklem sistemi elde edilir. (4.7) ile verilen denklem sistemi,

$$\begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \\ \vdots \\ c_q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_0 & c_1 & \dots & c_{q-1} \\ c_1 & c_0 & \dots & c_{q-2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ c_{q-1} & c_{q-2} & \dots & c_0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_q \end{pmatrix} \quad \text{ya da} \quad \mathbf{c} = \mathbf{C} \mathbf{a} \quad (4.8)$$

biçiminde yazılabilir. (4.8)'deki eşitlik, Yule-Walker denklemleri olarak bilinmekte olup bu denklemler ile parametre kestirim vektörü,

$$\hat{\mathbf{a}} = \mathbf{C}^{-1} \mathbf{c} \quad (4.9)$$

biçiminde hesaplanabilir. Burada, \mathbf{C} 'nin tam ranklı ve simetrik bir matris olması tersinin alınabilirliğini garanti etmektedir. Bununla birlikte, serinin otokorelasyon değerleri kullanılarak da (4.7) ve (4.8) ile verilen eşitliklerden faydalanılabilir (Cho ve Song, 1996; Eshel, 2003).

(4.4) ile verilen eşitliğin her iki tarafı y_t ile çarpılıp beklenen değer alınırsa,

$$c_0 = a_1 c_1 + a_2 c_2 + a_3 c_3 + \dots + a_q c_q + \sigma^2 \quad (4.10)$$

eşitliği elde edilir. (4.9) ve (4.10) eşitlikleri birlikte düşünülürse,

$$\hat{\sigma}^2 = c_0 - \hat{\mathbf{a}}' \mathbf{c} \quad (4.11)$$

biçiminde varyans kestirimi tanımlanabilir (Enders, 1995).

4.2. LEVINSON-DURBIN ALGORİTMASI

Levinson-Durbin algoritması, mühendislikte de incelenen istatistiksel sinyal işleme (statistical signal processing) konusu için önemli bir yer tutan filtrelemede sıkça uygulanabilen bir yaklaşımdır. İleri ve geri hata tahmin filtreleri, yansıma katsayıları vb. terimlerin kullanıldığı bu algoritma, parametre kestirimlerinin hesaplanmasında matris tersine ihtiyaç duyulmayan tekrarlı bir süreçtir (Haykin, 1991).

Yule-Walker denklemleri ile elde edilen kestirimin benzer bir uyarlaması olan bu algoritma, sıfır ortalamalı ve durağan,

$$y_t = \sum_{j=1}^q a_{j,q} y_{t-j} + \varepsilon_t \quad (4.12)$$

biçimindeki AR(q) modeli için, (4.13), (4.14) ve (4.15) eşitlikleriyle tanımlanabilir:

$$\hat{\mathbf{a}}_{q+1,q+1} = \left[c_{q+1} - \sum_{j=1}^q \hat{a}_{j,q} c_{q+1-j} \right] \hat{\mathbf{v}}_q^{-1}, \quad q = 1, 2, \dots, \quad (4.13)$$

$$\hat{a}_{j,q+1} = \hat{a}_{j,q} - \hat{a}_{q+1,q+1} \hat{a}_{q+1-j,q}, \quad j = 1, 2, \dots, q, \quad (4.14)$$

$$\hat{\mathbf{v}}_{q+1} = \left(1 - \hat{a}_{q+1,q+1}^2 \right) \hat{\mathbf{v}}_q. \quad (4.15)$$

Burada $\hat{\mathbf{a}}_q = (\hat{a}_{1,q}, \dots, \hat{a}_{q,q})'$, parametre kestirim vektörü; $\hat{\mathbf{v}}_q$, hata kareler ortalaması kestirimi; $c_q = E(y_t y_{t-q})$ olup, başlangıç değerleri de $\hat{\mathbf{v}}_0 = c_0$ ve $\hat{a}_{1,1} = c_1/c_0$ eşitlikleriyle belirlenebilir (Brockwell ve Dahlhaus, 2004).

4.3. BURG ALGORİTMASI

Burg (1975) tarafından önerilen ve geliştirilen maksimum entropi spectral çözümlemesi, sadece spectral karar vermelerde değil parametre kestirimlerinin hesaplanmasında da kullanılabilir. Maksimum entropi yöntemi olarak da bilinen bu yöntem ile ilgili önemli terimler EK-A'da açıklandığı gibidir.

(4.12) ile verilen eşitlikteki, sıfır ortalamalı, durağan ve rassal AR(q) sürecinde, parametre kestirimi için tekrarlı bir yöntem olan Burg algoritması kullanılabilir. Bu eşitlikte ε_t , bir akgürültü (white noise) serisidir. Burg algoritmasında,

$$f_t(k) = y_t - \sum_{j=1}^k a_{j,k} y_{t-j} \quad (4.16)$$

biçiminde tanımlanan ileri hata tahminleri ile,

$$b_t(k) = y_t - \sum_{j=1}^k a_{j,k} y_{t+j} \quad (4.17)$$

biçiminde tanımlanan geri hata tahminleri kullanılır.

k'inci sıra yansımaya katsayısı, $a_{k,k}$ ile gösterilir. Yansımaya katsayısı dizisi $\{a_{k,k}, k=1, \dots, q\}$, AR(q) süreci katsayılarının $\{a_{j,q}, j=1, \dots, q\}$ yeniden parametrelendirilmiş biçimidir. Yansımaya katsayılarının avantajı, durağan ve rassal süreçlerde $|a_{k,k}| < 1, k \leq q$ biçiminde bulunmasıdır.

Burg algoritması, yansımaya katsayılarını kestirme yoluyla AR(q) süreci katsayılarının kestirilmesini amaçlar. $\hat{a}_{j,k-1}$ ($j=1, \dots, k-1$), $a_{j,k-1}$ 'in kestirimi ve $\hat{f}_t(k-1)$ ile $\hat{b}_t(k-1)$ de sırasıyla (k-1)'inci sıra ileri ve geri hata tahminleri kestirimi olmak üzere, Burg tarafından,

$$\hat{f}_t(k) = \hat{f}_t(k-1) - \tilde{a}_{k,k} \hat{b}_{t-k}(k-1) \quad (4.18)$$

ve

$$\hat{b}_{t-k}(k) = \hat{b}_{t-k}(k-1) - \tilde{a}_{k,k} \hat{f}_t(k-1) \quad (4.19)$$

eşitlikleri verilmiştir. Bu eşitliklerdeki $\tilde{a}_{k,k}$, $a_{k,k}$ 'nın herhangi bir kestirimi olup,

$$\sum_{t=k+1}^n \left(\hat{f}_t^2(k) + \hat{b}_{t-k}^2(k) \right) \quad (4.20)$$

fonksiyonunun en küçüklenmesi ile bulunur. Bu fonksiyon, (4.18) ve (4.19)'daki eşitlikler kullanılarak,

$$\begin{aligned} \sum_{t=k+1}^n \left(\hat{f}_t^2(k) + \hat{b}_{t-k}^2(k) \right) = \\ \sum_{t=k+1}^n \left[\hat{f}_t^2(k-1) + \hat{b}_{t-k}^2(k-1) \right] \left(1 + \tilde{a}_{k,k}^2 \right) - 4 \hat{f}_t(k-1) \hat{b}_{t-k}(k-1) \tilde{a}_{k,k} \end{aligned} \quad (4.21)$$

biçiminde yazılır. (4.21) ile verilen eşitliğin sağ tarafının $\tilde{a}_{k,k}$ 'ya göre türevi alınıp sifıra eşitlenirse, $a_{k,k}$ için Burg kestirimi,

$$\hat{a}_{k,k} = \frac{2 \sum_{t=k+1}^n \left(\hat{f}_t(k-1) \hat{b}_{t-k}(k-1) \right)}{\sum_{t=k+1}^n \left(\hat{f}_t^2(k-1) + \hat{b}_{t-k}^2(k-1) \right)} \quad (4.22)$$

biçiminde elde edilir (Bell ve Percival, 1991; Haykin, 1991).

4.4. KAFES ALGORİTMASI

Kafes (lattice) algoritması, mühendislikte de kullanılan, istatistiksel sinyal işleme (statistical signal processing), sistem tanıma (system identification), spectral kestirim (spectral estimation) gibi konular için önemli bir yer tutan filtrelemede sıkça uygulanabilen bir yaklaşımdır. İleri ve geri hata tahmin filtreleri, yansıma katsayıları gibi terimlerin kullanıldığı bu algoritma, modüler yapısı, hesapsal etkinliği ve sağlamlığı nedeniyle birçok alanda kullanılabilir (Swami ve Mendel, 1996).

(4.1) ile verilen eşitlikteki gibi, sıfır ortalamalı ve durağan bir AR(q) serisi için parametre denklemi, z-dönüşümü yardımıyla,

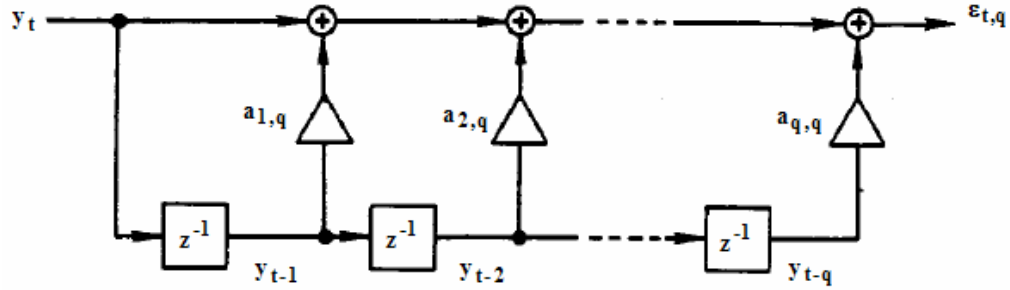
$$a_q(z) = 1 + a_{1,q}z^{-1} + \dots + a_{q,q}z^{-q} \quad (4.23)$$

biçiminde tanımlanır. (4.23) ile tanımlanan denklem yardımıyla,

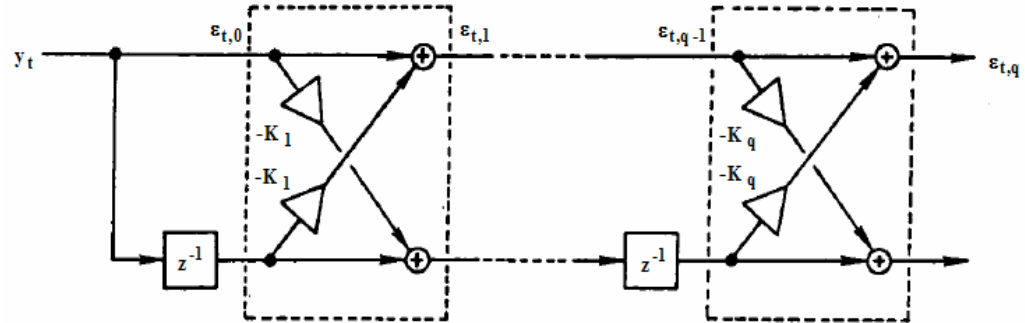
$$\varepsilon_{t,q} = a_q(z)y_t \quad (4.24)$$

eşitliği verilir. Burada, $z^{-1}y_t = y_{t-1}$ biçimindedir (Makhoul, 1977; Friedlander, 1982).

Veriye uygun bir kestirim elde etmek için, Şekil 4.1'de verilen klasik EKK yönteminin yanısıra, Şekil 4.2'de verilen kafes yapılı EKK yöntemi de kullanılabilir. Şekil 4.2'de verilen K'ler, yansıma katsayılarını belirtmektedir (Friedlander, 1982).



Şekil 4.1. Klasik EKK kestirimi için görünüm



Şekil 4.2. Kafes yapılı EKK kestirimi için görünüm

Kafes algoritması, Burg algoritmasına benzer tekrarlı bir algoritmadır (Haykin, 1991). Bu algoritma ile kestirim,

$$\hat{\epsilon}_{t,0} = \hat{\eta}_{t,0} = y_t, \quad t = 1, 2, 3, \dots \quad (4.25)$$

ve

$$\hat{v}_0 = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n y_t^2 \quad (4.26)$$

biçiminde verilen başlangıç değerleri yardımıyla ve aşağıdaki denklem takımı kullanılarak elde edilebilir (Brockwell ve Dahlhaus, 2004):

$$\hat{a}_{\ell_m, L} = \left(\frac{1}{n} \sum_{t=1}^{n+\ell_m} \hat{\epsilon}_{t, J} \hat{\eta}_{t-\ell_m, J^*} \right) \hat{v}_{J^*}^{-1}, \quad (4.27)$$

$$\hat{a}_{i, L} = \hat{a}_{i, J} - \hat{a}_{\ell_m, L} \hat{a}_{\ell_m - i, J^*}, \quad i \in J, \quad (4.28)$$

$$\hat{a}_{\ell_m, L^*} = \left(\frac{1}{n} \sum_{t=1}^{n+\ell_m} \hat{\epsilon}_{t, J} \hat{\eta}_{t-\ell_m, J^*} \right) \hat{v}_{J^*}^{-1}, \quad (4.29)$$

$$\hat{a}_{j, L^*} = \hat{a}_{j, J^*} - \hat{a}_{\ell_m, L^*} \hat{a}_{\ell_m - j, J}, \quad j \in J^*, \quad (4.30)$$

$$\hat{v}_L = \left[1 - \hat{a}_{\ell_m, L} \hat{a}_{\ell_m, L^*} \right] \hat{v}_J, \quad (4.31)$$

$$\hat{v}_{L^*} = \left[1 - \hat{a}_{\ell_m, L} \hat{a}_{\ell_m, L^*} \right] \hat{v}_{J^*}, \quad (4.32)$$

$$\hat{\epsilon}_{t, L} = \hat{\epsilon}_{t, J} - \hat{a}_{\ell_m, L} \hat{\eta}_{t-\ell_m, J^*}, \quad (4.33)$$

$$\hat{\eta}_{t-\ell_m, L^*} = \hat{\eta}_{t-\ell_m, J^*} - \hat{a}_{\ell_m, L^*} \hat{\epsilon}_{t, J}. \quad (4.34)$$

Buradaki eşitlikler için, $L = \{\ell_1, \dots, \ell_m\} \subseteq \{1, \dots, q\}$, $1 \leq \ell_1 < \ell_2 < \dots < \ell_m \leq q$ ve

$L^* = \{\ell_m - \ell_{m-1}, \dots, \ell_m - \ell_1, \ell_m\}$ biçiminde tanımlanır. J ve J^* da sırasıyla, L ve

L^* 'dan ℓ_m 'nin çıkartılmasıyla elde edilir. Mühendislikte, (4.33) ve (4.34) ile verilen eşitlikler “kafes eşitlikleri”; $\hat{\epsilon}_{t,J}$, “ileri hata tahmini”; $\hat{\eta}_{t,J^*}$, “geri hata tahmini”; $\hat{a}_{\ell_m,L}$ ve \hat{a}_{ℓ_m,L^*} biçiminde gösterilen katsayılar da “yansıma katsayıları” olarak adlandırılır. Bununla birlikte, Brockwell, Dahlhaus ve Trindade (2005) tarafından çok değişkenli AR süreci için de kafes algoritması ele alınmıştır.

4.5. DİĞER ALGORİTMALAR

Literatürde, daha önce tanımlanan algoritmalara getirilen yeni yaklaşımların yanında önerilen daha farklı algoritmalar da mevcuttur. Whittle (1963)'ın çok değişkenli AR biçimli modeller için düşündüğü tekrarlı bir yaklaşım; Vieira ve Kailath (1977)'in önerdiği Schur-Cohn kriteri ile farklı bir yaklaşım; Eleftheriou ve Falconer (1986)'in tanımladığı tekrarlı en küçük kareler (TEKK) için yeni bir yaklaşım; Chansarkar ve Desai (1997)'nin geliştirdiği sağlam (robust) tekrarlı en küçük kareler (STEKK) algoritması; Özer, Sağıroğlu ve Kaplan (2002, 2004)'in çalışmalarında kullandıkları çift kafes, yapay sinir ağları ve tabu araştırma algoritmaları; Shaman (2008)'in çalışmasında verdiği genelleştirilmiş Levinson-Durbin-Whittle dizileri için yeni çıkarımlar, AR biçimli modeller için parametre kestiriminde değerlendirilebilecek diğer çalışmalardır. Sonuçta yapılan çalışmalar göz önünde bulundurularak, AR biçimli modeller için parametre kestiriminde hem hesaplama zamanı hem de sistem etkinliği açısından kafes algoritmasının ön planda olduğu söylenebilir (Özer ve diğ., 2002, 2004).

4.6. DARALTMA KAVRAMI

Daraltma (taper) kavramı, istatistiksel sinyal işleme konusunda spectral kestirimler için kullanımı önerilen bir yaklaşımdır. (4.3) ile verilen eşitlikteki sıfır ortalamalı ve durağan y_t serisi için,

$$\hat{c}_h = \frac{1}{\sum_{t=1}^n s_t^2} \sum_{t=1}^{n-h} (s_t y_t)(s_{t+h} y_{t+h}), \quad h = 0, 1, \dots, q \quad (4.35)$$

biçiminde verilen daraltılmış kovaryans kestirimleri elde edilebilir. Burada s_t , bir daraltma değeri olup,

$$\sum_{t=1}^n s_t^2 = n \quad (4.36)$$

eşitliği tanımlanır. Bunun yanında, $s: [0, 1] \rightarrow [0, \infty]$ aralığında tanımlı bir fonksiyon ve $s(0) = s(1) = 0$ olmak üzere,

$$s_t = s\left(\left(t - \frac{1}{2}\right)/n\right) k_n^{1/2} \quad (4.37)$$

ve

$$k_n = n / \sum_{t=1}^n s\left(\left(t - \frac{1}{2}\right)/n\right)^2 \quad (4.38)$$

eşitlikleri verilir. (4.35) ile verilen eşitlikteki daraltılmış kovaryans kestirimleri kullanılarak, Kesim 4.1'de belirtilen Yule-Walker denklemleri yardımıyla parametre kestirimleri elde edilebilir (Brockwell ve Dahlhaus, 2004).

Daraltma fonksiyonunun seçiminde, Tukey-Hanning tarafından tanımlanan,

$$s_\rho(x) = \begin{cases} (1/2)[1 - \cos(2\pi x/\rho)], & x \in [0, \rho/2) \\ 1, & x \in [\rho/2, 1/2] \\ s_\rho(1-x), & x \in (1/2, 1] \end{cases} \quad (4.39)$$

biçimindeki fonksiyon ile

$$s_\rho(x) = \begin{cases} 4^k (x/\rho)^k (1-x/\rho)^k, & x \in [0, \rho/2) \\ 1, & x \in [\rho/2, 1/2] \\ s_\rho(1-x), & x \in (1/2, 1] \end{cases} \quad (4.40)$$

biçiminde verilen polinomial daraltma fonksiyonu dikkate alınabilir. Burada, ρ ve k sabit değerlerdir (Dahlhaus, 1988).

5. OTOKORELASYONLU DOĞRUSAL OLMAYAN REGRESYONDA PARAMETRE KESTİRİMİ

Günümüzde, mühendislik, fizik, kimya, biyoloji, tıp, ekonomi vb. birçok alanda kullanılabilen doğrusal olmayan modeller, hem çalışılan sistemin yapısını açıklama hem de çözümlene sonucu ileriye yönelik bilgilere ulaşma bakımından son derece önemli roller üstlenirler. Bu bağlamda, modelin çözümlenme aşamasının en önemli kısımlarından biri, kullanılan model için parametre kestirimlerinin elde edilmesidir. İncelenen veri kümesi için çalışılan modele uygunluk ve varsayımların sağlanması durumlarında bir sorunla karşılaşılıyorsa, Kesim 3.2'deki yöntemler kullanılarak etkin parametre kestirimleri elde edilebilir. Ancak, Bender ve Heinemann (1995) tarafından, biyoloji, farmakoloji vb. alanlarda hataların otokorelasyonsuz olması varsayımı sağlanmamasına rağmen, bu durum önemsiz gibi görülerek alışılagelen EKK kestirim yöntemlerinin kullanılmaya devam edildiği belirtilmiştir. Sonuçta bu tarz çalışmalar, yapılan çözümlenmenin tartışılabilirliği ile etkin olmayan parametre kestirimleri elde edilebilmesine neden olmaktadır.

Literatürde, ilk kez yüzeysel biçimde Hannan (1971) tarafından dikkat çekilen ve teorik olarak incelenen bu konu, doğrusal olmayan zaman serileri regresyonu olarak verilmiştir. Daha sonra otokorelasyon sorunu belirginleştirilerek, Gallant ve Goebel (1976), Frydman (1979) ve Glasbey (1980) tarafından doğrusal olmayan modellerde parametre kestirimi incelenmiştir. Stulajter (1994)'in çalışmasında ise parametre kestiriminden öte otokorelasyonlu hatalar için bir kovaryans fonksiyonunun kestirimi araştırılmıştır. Terdik, Rao ve Jammalamadaka (2006) tarafından da otokorelasyonlu hataların varlığında çok değişkenli doğrusal olmayan regresyon modellerine dikkat çekilmiştir.

Otokorelasyonlu hataların varlığında, doğrusal olmayan regresyon çözümlenmesi için tanımlı parametre kestirim yöntemleri ve önerilen yeni yaklaşımlar aşağıda sırasıyla ele alınacaktır.

5.1. EN ÇOK OLABİLİRLİK YÖNTEMİ

Glasbey (1979, 1980), doğrusal olmayan ve AR(1) biçimli hatalara sahip bir büyüme modelinde parametre kestirimi üzerine çalışmış ve bir olabilirlik fonksiyonu üzerine tanımlı olarak incelediği yöntem ile parametre kestirimleri elde etmiştir. Daha sonra Glasbey (1988) tarafından yapılan çalışmada, bu yöntem ile parametre kestirimi tarımsal alandaki veri kümeleri üzerinde incelenmiştir. Kullanılan bu yöntemin en genel hali, en çok olabilirlik (EÇO) yöntemi olarak adlandırılır.

(3.1) ile verilen eşitlikteki hataların, AR(1) süreci biçiminde düşünülmesi sonucu,

$$(1 - \phi B) \varepsilon_i = z_i \quad (5.1)$$

eşitliği yazılabilir. Burada B,

$$B\varepsilon_i = \varepsilon_{i-1} \quad (5.2)$$

biçiminde tanımlı olup gecikme sayacı olarak adlandırılır. (5.2) ile verilen eşitlik,

$$\varepsilon_i = (1 - \phi B)^{-1} z_i = \left(1 + \phi B + \phi^2 B^2 + \dots\right) z_i = \sum_{r=0}^{\infty} \phi^r z_{i-r} \quad (5.3)$$

biçiminde de yazılabilir. Burada, yakınsama durumu için $|\phi| < 1$ koşulu sağlanmalıdır.

ρ_k , ε_i ile $\varepsilon_{i \pm k}$ arasındaki otokorelasyonu belirtmek üzere, AR(1) süreci için,

$$\phi = \rho_1 \quad (5.4)$$

ve

$$\sigma_z^2 = (1 - \phi^2) \sigma^2 \quad (5.5)$$

eşitlikleri verilebilir. Buradan,

$$V(\boldsymbol{\varepsilon}) = \sigma^2 V_\phi \quad (5.6)$$

eşitliği tanımlanabilir. (5.6) ile verilen eşitlik için,

$$\mathbf{V}_\phi^{-1} = \frac{1}{1-\phi^2} \begin{bmatrix} 1 & -\phi & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ -\phi & 1+\phi^2 & -\phi & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & -\phi & 1+\phi^2 & -\phi & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & -\phi & 1 \end{bmatrix} = \frac{1}{1-\phi^2} \mathbf{R}'_\phi \mathbf{R}_\phi \quad (5.7)$$

ile

$$\mathbf{R}_\phi = \begin{bmatrix} \sqrt{1-\phi^2} & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ -\phi & 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & -\phi & 1 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & -\phi & 1 \end{bmatrix} \quad (5.8)$$

biçiminde tanımlanan matrislerden yararlanılabilir. (5.7) ile verilen eşitlikteki matrisin determinanı,

$$|\mathbf{V}_\phi^{-1}| = (1-\phi^2)^{-n} |\mathbf{R}_\phi|^2 = (1-\phi^2)^{1-n} \quad (5.9)$$

biçiminde bulunabilir (Seber ve Wild, 1989).

GEKK kestirimi düşünülürse,

$$\boldsymbol{\varepsilon}' \mathbf{V}_\phi^{-1} \boldsymbol{\varepsilon} = \frac{1}{1-\phi^2} (\mathbf{R}_\phi \boldsymbol{\varepsilon})' (\mathbf{R}_\phi \boldsymbol{\varepsilon}) = \frac{1}{1-\phi^2} \left((1-\phi^2) \varepsilon_1^2 + \sum_{i=2}^n (\varepsilon_i - \phi \varepsilon_{i-1})^2 \right) \quad (5.10)$$

eşitliği tanımlanabilir. $\boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{Y} - \mathbf{f}(\boldsymbol{\beta})$ biçiminde olmak üzere, (5.10) ile verilen eşitlik,

$$(\mathbf{Y} - \mathbf{f}(\boldsymbol{\beta}))' \mathbf{V}_\phi^{-1} (\mathbf{Y} - \mathbf{f}(\boldsymbol{\beta})) = \frac{1}{1-\phi^2} S_1(\boldsymbol{\beta}, \phi) \quad (5.11)$$

biçiminde de yazılabilir. Burada,

$$S_1(\boldsymbol{\beta}, \phi) = (1 - \phi^2)(y_1 - f(x_1, \boldsymbol{\beta}))^2 + S_2(\boldsymbol{\beta}, \phi) \quad (5.12)$$

ve

$$S_2(\boldsymbol{\beta}, \phi) = \sum_{i=2}^n (y_i - \phi y_{i-1} - f(x_i, \boldsymbol{\beta}) + \phi f(x_{i-1}, \boldsymbol{\beta}))^2 \quad (5.13)$$

biçiminde verilebilir.

$\boldsymbol{\varepsilon} \sim N(\mathbf{0}, \sigma^2 \mathbf{V}_\phi)$ varsayımı altında, $\boldsymbol{\varepsilon}$ 'nin olabilirlik fonksiyonu,

$$\begin{aligned} L(\boldsymbol{\varepsilon}) &= (2\pi\sigma^2)^{-n/2} |\mathbf{V}_\phi|^{-1/2} \exp\left\{-\frac{1}{2\sigma^2} \boldsymbol{\varepsilon}' \mathbf{V}_\phi^{-1} \boldsymbol{\varepsilon}\right\} \\ &= (2\pi\sigma_z^2)^{-n/2} (1 - \phi^2)^{1/2} \exp\left\{-\frac{1}{2\sigma_z^2} \left[(1 - \phi^2) \varepsilon_1^2 + \sum_{i=2}^n (\varepsilon_i - \phi \varepsilon_{i-1})^2 \right]\right\} \end{aligned} \quad (5.14)$$

biçiminde verilebilir. \mathbf{Y} 'nin olabilirlik fonksiyonu ise,

$$L(\mathbf{Y} | \boldsymbol{\beta}, \phi, \sigma_z^2) = (2\pi\sigma_z^2)^{-n/2} (1 - \phi^2)^{1/2} \exp\left\{-\frac{1}{2\sigma_z^2} S_1(\boldsymbol{\beta}, \phi)\right\} \quad (5.15)$$

biçiminde yazılabilir. (5.15) ile verilen eşitlikteki fonksiyonun logaritması alınırsa,

$$\ln L(\mathbf{Y} | \boldsymbol{\beta}, \phi, \sigma_z^2) = \text{sabit terim} - \frac{n}{2} \ln(\sigma_z^2) + \frac{1}{2} \ln(1 - \phi^2) - \frac{1}{2\sigma_z^2} S_1(\boldsymbol{\beta}, \phi) \quad (5.16)$$

eşitliği elde edilir. Bu eşitlikteki fonksiyonu en büyükleyecek $\hat{\boldsymbol{\phi}} = (\hat{\boldsymbol{\beta}}, \hat{\phi}, \hat{\sigma}_z^2)$ değeri, EÇÖ kestirim değeridir (Seber ve Wild, 1989).

Chiu ve Ramakrishnan (2000) tarafından, EÇÖ yöntemindeki hesapsal karışıklığı azaltmak amacıyla marjinal olabilirlik yöntemi önerilmiştir. Bu yöntemde, marjinal bir olabilirlik yardımıyla AR(1) modeli için parametre kestirimi elde edilir. Daha sonra, AR(1) modelindeki parametre biliniyor varsayılarak doğrusal olmayan modelin parametre kestirimleri bulunmaya çalışılır.

5.2. KOŞULLU EN KÜÇÜK KARELER YÖNTEMİ

Hataların AR(1) biçimli tanımlandığı (3.1) ile verilen eşitlikteki doğrusal olmayan regresyon modeli, daha karmaşık ancak otokorelasyonsuz hatalara sahip bir doğrusal olmayan regresyon modeli olarak,

$$y_i = \phi y_{i-1} + f(x_i, \boldsymbol{\beta}) - \phi f(x_{i-1}, \boldsymbol{\beta}) + z_i, \quad i = 2, 3, \dots, n \quad (5.17)$$

biçiminde yazılabilir. (5.17)'de verilen model, EKK yöntemi ile kestirilebilir. Bu kestirim, (5.13) ile verilen eşitlikteki $S_2(\boldsymbol{\beta}, \phi)$ fonksiyonunu en küçükleyecek $\boldsymbol{\beta}$ ve ϕ değerlerinin belirlenmesiyle sağlanır.

Normallik varsayımı altında, y_1 biliniyorken y_2, y_3, \dots, y_n için koşullu (conditional) olabilirlik fonksiyonu,

$$L(\mathbf{Y} | y_1; \boldsymbol{\beta}, \phi, \sigma_z^2) = (2\pi\sigma_z^2)^{-(n-1)/2} \exp\left\{-\frac{1}{2\sigma_z^2} S_2(\boldsymbol{\beta}, \phi)\right\} \quad (5.18)$$

biçiminde yazılır. (5.18) ile verilen eşitlikteki fonksiyonun logaritması alınırsa,

$$\ln L(\mathbf{Y} | y_1; \boldsymbol{\beta}, \phi, \sigma_z^2) = \text{sabit terim} - \frac{n-1}{2} \ln(\sigma_z^2) - \frac{1}{2\sigma_z^2} S_2(\boldsymbol{\beta}, \phi) \quad (5.19)$$

eşitliği elde edilir. Herhangi bir σ_z^2 için, (5.19) ile verilen eşitliği en büyükleyecek ve aynı zamanda $S_2(\boldsymbol{\beta}, \phi)$ 'yi en küçükleyecek $\hat{\boldsymbol{\beta}}$ ve $\hat{\phi}$ değerleri koşullu en küçük kareler (KEKK) kestirim değerleridir.

(5.16) ile verilen eşitlik,

$$\begin{aligned} \ln L(\mathbf{Y} | \boldsymbol{\beta}, \phi, \sigma_z^2) &= \ln L(\mathbf{Y} | y_1; \boldsymbol{\beta}, \phi, \sigma_z^2) - \frac{1}{2} \ln(\sigma_z^2) + \frac{1}{2} \ln(1 - \phi^2) \\ &\quad - \frac{1}{2\sigma_z^2} (1 - \phi^2) \{y_1 - f(x_1, \boldsymbol{\beta})\}^2 \end{aligned} \quad (5.20)$$

biçiminde de yazılabilir. Uygun asimptotik durumlar altında ve $n \rightarrow \infty$ iken,

$$S_2(\boldsymbol{\beta}, \phi) > (1 - \phi^2)(y_1 - f(x_1, \boldsymbol{\beta}))^2 / 2\sigma_z^2 \quad (5.21)$$

ve

$$\frac{(n-1)}{2} \ln(\sigma_z^2) > -\frac{1}{2} \ln(\sigma_z^2) + \frac{1}{2} \ln(1 - \phi^2) \quad (5.22)$$

eşitsizlikleri sağlar. Bu nedenle $n \rightarrow \infty$ iken, eşitlik (5.19) ile eşitlik (5.16)'yı en büyüklemenin denk olduğu söylenebilir. Böylece, KEKK kestirim değeri ile EÇO kestirim değerinin aynı asimptotik davranışa sahip olduğu belirtilebilir. Bununla birlikte, KEKK kestiriminde ilk gözlem önemsenmediğinden EÇO kestiriminin küçük örneklemelerde daha etkin olduğu sonucuna varılabilir (Seber ve Wild, 1989).

5.3. İKİ AŞAMALI EN KÜÇÜK KARELER YÖNTEMİ

Gallant ve Goebel (1976), otokorelasyonlu hataların varlığında doğrusal olmayan bir model için etkin parametre kestirimleri elde etmede iki aşamalı en küçük kareler (İAEKK) yöntemini önermişlerdir. İAEKK yönteminde, kullanılan modelin bir $\hat{\mathbf{P}}$ matrisi yardımıyla yaklaşık bağımsız hatalara sahip doğrusal olmayan yeni bir modele dönüştürülmesi ve bu elde edilen modeldeki parametrelerin Gauss-Newton ya da Levenberg-Marquardt yöntemleri kullanılarak kestirimi sağlanır. Burada dikkat edilmesi gereken durum, Gallant ve Goebel (1976) 'in önerdiği yöntem ile Amemiya (1974) tarafından önerilen İAEKK yönteminin karıştırılmamasıdır. Diğer İAEKK yöntemi, yardımcı (instrumental) değişkenin kullanıldığı bir yöntem olup doğrusal olmayan bir eşzamanlı denklem sisteminin kestirimi için uygundur (Davidson ve Mackinnon, 1993).

Gallant ve Goebel (1976) tarafından önerilen ve (4.1) ile verilen eşitlikteki gibi AR biçimli otokorelasyona sahip hataların olduğu durumlarda sıklıkla kullanılabilen İAEKK yönteminin ilk aşaması sırasıyla aşağıdaki basamaklardan oluşur:

- (3.2) ile verilen model, EKK yöntemiyle kestirilerek artıklar hesaplanır.
- Bulunan artıklar yardımıyla,

$$\hat{\gamma}(h) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n-h} e_i e_{i+h}, \quad h = 0, 1, \dots, q \quad (5.23)$$

biçiminde tanımlanabilen kestirilmiş otokovaryanslar hesaplanır. Burada q , gecikme (lag) değeri olup hatalar arası otokorelasyonun derecesini belirtir.

- (5.23) ile verilen eşitlik kullanılarak,

$$\hat{\Gamma}_q = \begin{bmatrix} \hat{\gamma}(0) & \hat{\gamma}(1) & \dots & \hat{\gamma}(q-1) \\ \hat{\gamma}(1) & \hat{\gamma}(0) & \dots & \hat{\gamma}(q-2) \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ \hat{\gamma}(q-1) & \hat{\gamma}(q-2) & \dots & \hat{\gamma}(0) \end{bmatrix}, \quad \hat{\gamma}_q = [\hat{\gamma}(1) \quad \hat{\gamma}(2) \quad \dots \quad \hat{\gamma}(q)]' \quad (5.24)$$

elde edilir. Burada $\hat{\Gamma}_q$, ($q \times q$) boyutlu hata vektörü varyans-kovaryans kestirim matrisi; $\hat{\gamma}_q$, ($q \times 1$) boyutlu otokovaryans kestirim vektörüdür.

- (5.24)'deki eşitlikler yardımıyla ve Yule-Walker denklemleri kullanılarak,

$$\hat{\mathbf{a}} = -\hat{\Gamma}_q^{-1} \hat{\gamma}_q, \quad \hat{\sigma}^2 = \hat{\gamma}(0) + \hat{\mathbf{a}}' \hat{\gamma}_q \quad (5.25)$$

biçiminde kestirim değerleri hesaplanabilir.

- (5.25) ile verilen eşitlikler ve Cholesky yöntemi kullanılarak elde edilebilen

$\hat{\Gamma}_q^{-1} = \hat{\mathbf{P}}_q' \hat{\mathbf{P}}_q$ eşitliği yardımıyla ($n \times n$) boyutlu,

$$\hat{\mathbf{P}} = \begin{bmatrix} \sqrt{\hat{\sigma}^2} \hat{\mathbf{P}}_q & & & & \mathbf{0} \\ \hat{a}_q & \hat{a}_{q-1} & \dots & \hat{a}_1 & 1 \\ & \hat{a}_q & \hat{a}_{q-1} & \dots & \hat{a}_1 & 1 \\ & & \ddots & \ddots & & \ddots & \ddots \\ & & & \hat{a}_q & \hat{a}_{q-1} & \dots & \hat{a}_1 & 1 \end{bmatrix} \quad (5.26)$$

band matrisi oluşturulur. Burada, $\hat{\mathbf{P}}$ matrisinin ilk satırı q satırdan oluşmakta olup geri kalan kısmı da $n-q$ satır içermektedir.

Daha sonra, bu kestirim yöntemi için ikinci aşamaya geçilir ve aşağıdaki adımlar izlenir:

- (5.26) ile verilen eşitlikten elde edilen $\hat{\mathbf{P}}$ matrisi kullanılarak,

$$\mathbf{W} = \hat{\mathbf{P}}\mathbf{Y} \ , \ \mathbf{g}(\boldsymbol{\beta}) = \hat{\mathbf{P}}\mathbf{f}(\boldsymbol{\beta}) \ , \ \mathbf{v} = \hat{\mathbf{P}}\boldsymbol{\varepsilon} \quad (5.27)$$

dönüşümleri ile,

$$\mathbf{W} = \mathbf{g}(\boldsymbol{\beta}) + \mathbf{v} \quad (5.28)$$

modeli oluşturulur.

- (5.28) ile verilen eşitlikteki doğrusal olmayan regresyon modeline EKK yöntemi uygulanarak İAEKK kestirim değeri ($\hat{\boldsymbol{\beta}}$) elde edilir.

İAEKK yönteminden elde edilen $\hat{\boldsymbol{\beta}}$ değeri yardımıyla hesaplanan artıklar ile tekrar İAEKK yöntemi kullanılırsa, iterasyonlar sonucu benzer parametre kestirim değerleri bulunabilir (Gallant ve Goebel, 1976). Bunun yanında, İAEKK yönteminde EKK'nın kullanılmasının zor olduğu ya da parametrelerin başlangıç değerlerinin bilinmediği durumlarla da karşılaşılabilir. Böyle durumlar için, EKK yerine GA kullanılıp iki aşamalı genetik algoritma (İAGA) yöntemi tanımlanabilir (Aşıkçıl ve diğ., 2009).

İAEKK yönteminde, (5.23) ile verilen eşitlikteki gecikme (q) değerinin saptanması için alışılagelen korelogramın dışında Akaike tarafından 1969'da önerilen yöntemle başvurulabilir. Bu yöntem yardımıyla kuşku edilen gecikmeler için,

$$\text{FPE} = \left(1 + \frac{q+p}{n} \right) \frac{1}{n-q-p} \sum_{i=1}^n \left(e_i + \sum_{j=1}^q \hat{a}_j e_{i-j} \right)^2 \quad (5.29)$$

değeri hesaplanır. Burada $e_0 = e_{-1} = \dots = e_{1-q} = 0$ olup, $p = 1$ olarak alınabilir. Hangi q için FPE (Final Prediction Error) değeri en küçük oluyorsa, o gecikme değeri, yaklaşık olarak otokorelasyonun derecesini belirtir. Bu yöntem, hataların değişen varyanslı olmadığı durumlarda kullanılabilir (Gallant, 1987). Bununla birlikte q'nun saptanmasında, Hurvich ve Tsai (1989), Auestad ve Tjostheim (1990), Hansen ve Yu (2001) tarafından yapılan çalışmalarda verilen kriterler ile Bozdoğan (1988, 2000, 2004) tarafından önerilen ICOMP bilgi kriterinin de kullanımı uygundur.

5.4. PARAMETRE ELEME YÖNTEMİ

Eğer çalışılan doğrusal olmayan model çok sayıda parametre içeriyorsa, İAEKK ve EÇÖ yöntemleri için yakınsama süreci hızlı değildir. Aynı zamanda bu yöntemler, parametrelerin başlangıç değerlerine karşı son derece hassastırlar. Böyle durumlarda karşılaşıldığında, Huang ve Huang (1991) tarafından önerilen parametre eleme yöntemi kullanılabilir.

Parametre eleme yönteminde, çalışılan modeldeki parametreler, doğrusal (β) ve doğrusal olmayan (α) parametreler olmak üzere iki kısma ayrılır. Hataları AR(q) biçimli olan doğrusal olmayan regresyon modeli,

$$y_t = \sum_{j=1}^r \beta_j g_j(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_k; x_t) + \varepsilon_t \quad (5.30)$$

biçiminde verilebilir. Burada, modeldeki toplam parametre sayısı $r + k = m$ olup, $g_j(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_k; x_t)$, modeldeki doğrusal olmayan parametrelerin fonksiyonlarını göstermektedir.

Doğrusal olmayan parametrelerin başlangıç değerleri bilindiğinde, (5.30) ile verilen eşitlikteki doğrusal olmayan model,

$$\mathbf{Y} = \mathbf{G}(\alpha)\beta(\alpha) + \varepsilon \quad (5.31)$$

biçimindeki doğrusal modele dönüştürülebilir. Burada,

$$\mathbf{Y}' = (y_1, \dots, y_n), \quad \mathbf{G}'(\alpha) = \begin{bmatrix} g_1(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_k; x_t) \\ \vdots \\ g_r(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_k; x_t) \end{bmatrix}, \quad (5.32)$$

$$\beta(\alpha) = (\beta_1(\alpha), \dots, \beta_r(\alpha)), \quad \varepsilon' = (\varepsilon_1, \dots, \varepsilon_n)$$

biçiminde tanımlanır. $\beta(\alpha)$ için alışılagelen EKK kestirimi,

$$\hat{\mathbf{b}}(\alpha) = (\mathbf{G}'(\alpha)\mathbf{G}(\alpha))^{-1} \mathbf{G}'(\alpha)\mathbf{Y} \quad (5.33)$$

biçiminde elde edilebilir. Bu kestirim, yansız olmasına rağmen en küçük varyans özelliğini sağlamamaktadır. Bunun yanında, hatalar arasındaki otokorelasyon sorunu da göz önünde bulundurulup bu kestirimin etkin olmadığı söylenebilir. Bu nedenle, Gallant ve Goebel (1976)'in önerdiği $\hat{\mathbf{P}}$ matrisi kullanılarak,

$$\tilde{\mathbf{b}}(\boldsymbol{\alpha}) = \left(\mathbf{G}'(\boldsymbol{\alpha}) \hat{\mathbf{P}} \hat{\mathbf{P}} \mathbf{G}(\boldsymbol{\alpha}) \right)^{-1} \mathbf{G}'(\boldsymbol{\alpha}) \hat{\mathbf{P}} \hat{\mathbf{P}} \mathbf{Y} \quad (5.34)$$

kestirimi elde edilebilir.

Doğrusal olmayan $(\boldsymbol{\alpha})$ parametrelerin EKK kestirimi ise, Gauss-Newton yöntemi kullanılarak,

$$\boldsymbol{\alpha}^{(s+1)} = \boldsymbol{\alpha}^{(s)} - \mathbf{H}^{-1} \mathbf{p} \quad (5.35)$$

biçiminde hesaplanabilir. Burada $\boldsymbol{\alpha}^{(s+1)}$, (s+1)'inci adımda elde edilen kestirim değeridir. \mathbf{H} , (k x k) boyutlu bir matris ve \mathbf{p} , (k x 1) boyutlu bir vektör olup,

$$p_i = (-2) \left(\hat{\mathbf{P}} \mathbf{Y} - \hat{\mathbf{P}} \mathbf{G}(\boldsymbol{\alpha}) \tilde{\mathbf{b}}(\boldsymbol{\alpha}) \right)' d_i, \quad i = 1, \dots, k \quad (5.36)$$

ve

$$H_{ij} = 2d_i' d_j, \quad i, j = 1, \dots, k \quad (5.37)$$

eşitlikleriyle elde edilebilir. Burada,

$$d_i = \hat{\mathbf{P}} \left(\frac{\partial \mathbf{G}(\boldsymbol{\alpha})}{\partial \alpha_i} \right) \tilde{\mathbf{b}}(\boldsymbol{\alpha}) + \hat{\mathbf{P}} \mathbf{G}(\boldsymbol{\alpha}) \left\{ \left(\mathbf{G}'(\boldsymbol{\alpha}) \hat{\mathbf{P}} \hat{\mathbf{P}} \mathbf{G}(\boldsymbol{\alpha}) \right)^{-1} \left(\frac{\partial \mathbf{G}(\boldsymbol{\alpha})}{\partial \alpha_i} \right)' \hat{\mathbf{P}} \hat{\mathbf{P}} \mathbf{Y} \right. \\ \left. - \left(\mathbf{G}'(\boldsymbol{\alpha}) \hat{\mathbf{P}} \hat{\mathbf{P}} \mathbf{G}(\boldsymbol{\alpha}) \right)^{-1} \left[\left(\frac{\partial \mathbf{G}(\boldsymbol{\alpha})}{\partial \alpha_i} \right)' \hat{\mathbf{P}} \hat{\mathbf{P}} \mathbf{G}(\boldsymbol{\alpha}) + \mathbf{G}'(\boldsymbol{\alpha}) \hat{\mathbf{P}} \hat{\mathbf{P}} \left(\frac{\partial \mathbf{G}(\boldsymbol{\alpha})}{\partial \alpha_i} \right) \right] \right. \\ \left. * \left(\mathbf{G}'(\boldsymbol{\alpha}) \hat{\mathbf{P}} \hat{\mathbf{P}} \mathbf{G}(\boldsymbol{\alpha}) \right)^{-1} \mathbf{G}'(\boldsymbol{\alpha}) \hat{\mathbf{P}} \hat{\mathbf{P}} \mathbf{Y} \right\} \quad (5.38)$$

biçiminde tanımlanır. Böylece, parametre eleme yönteminin izleyeceği adımlar aşağıda verildiği gibidir (Huang ve Huang, 1991):

- Doğrusal olmayan parametre vektörünün başlangıç değeri $(\boldsymbol{\alpha}^{(0)})$ kullanılarak, doğrusal parametreler için EKK kestirimi $(\hat{\mathbf{b}}(\boldsymbol{\alpha}^{(0)}))$ elde edilir. $(\boldsymbol{\alpha}^{(0)}, \hat{\mathbf{b}}(\boldsymbol{\alpha}^{(0)}))$ yardımı ile artıklar hesaplanır. Artıklar kullanılarak $\hat{\mathbf{P}}$ matrisi elde edilir.
- i 'inci adımdaki $\boldsymbol{\alpha}^{(i)}$, $\hat{\mathbf{b}}(\boldsymbol{\alpha}^{(i)})$ kestirimleri ve bu kestirimler yardımıyla hesaplanan $\hat{\mathbf{P}}$ matrisi kullanılarak $\boldsymbol{\alpha}^{(i+1)} = \boldsymbol{\alpha}^{(i)} - \mathbf{H}^{-1}\mathbf{p}$ değeri hesaplanır.
- Eğer $|\alpha_j^{(i+1)} - \alpha_j^{(i)}| \leq \epsilon$, $j=1, \dots, k$ koşulu sağlanıyorsa, parametre kestirim değerleri elde edilmiş demektir. Aksi durumda, ikinci adıma dönülüp $i = i + 1$ için süreç yinelenir.

5.5. DÜZELTİLMİŞ İKİ AŞAMALI EN KÜÇÜK KARELER YÖNTEMİ

İAEKK yöntemi, teorisinin verilen diğer yöntemlere oranla basitliği, uygulanmasının kolaylığı ve büyük dereceli otokorelasyonlu hataların varlığında uygulanabilirliği durumlarından dolayı daha fazla tercih edilebilir. Bu kesimde, düzeltilmiş iki aşamalı en küçük kareler (DİAEKK) yöntemi adı altında İAEKK yöntemi için bu çalışmada önerilen yaklaşımlar üzerinde durulacaktır.

İAEKK yöntemi, $\hat{\mathbf{P}}$ ile gösterilen ağırlık ya da dönüşüm matrisi kullanılarak elde edilen otokorelasyonlu hatalardan arındırılmış model için parametre kestirimi esasına dayanır. Parametre kestirimlerinin etkinliği, doğrudan $\hat{\mathbf{P}}$ matrisi ile ilgilidir. O halde, $\hat{\mathbf{P}}$ matrisinin içeriğinin kısmen ya da tamamen değiştirilmesi, etkinliği tartışılabilen farklı parametre kestirimlerinin ortaya çıkmasını sağlar.

DİAEKK yöntemi ile amaçlanan durum, $\hat{\mathbf{P}}$ matrisinin içeriğini değiştirebilecek çeşitli yaklaşımlar yardımıyla daha etkin parametre kestirimleri elde edebilmektir. Bu amaç doğrultusunda, düşünülen yaklaşımlar aşağıda verildiği gibidir:

- (5.23) ile verilen eşitlikteki otokovaryans kestirimleri yerine, alışlagelen varyans ve kovaryans formülü yardımıyla,

$$\hat{\gamma}(h) = \frac{1}{n-h} \sum_{t=1}^{n-h} e_t e_{t+h}, \quad h = 0, 1, \dots, q \quad (5.39)$$

biçiminde tanımlanabilen otokovaryans kestirimleri İAEKK yöntemi için kullanılabilir (Aşıkil ve Erar, 2009).

- (5.25) ile verilen eşitlikteki parametre kestirimleri yerine, Levinson-Durbin, Burg ya da kafes algoritmaları ile elde edilebilen yeni parametre kestirimleri kullanılabilir (Aşıkil ve Erar, 2009; Aşıkil, 2009).
- İAEKK yönteminin ilk adımında, EKK yöntemi ile elde edilen artıklar bir daraltma fonksiyonu kullanılarak daraltılabilir. Bir başka deyişle, (5.23) ile verilen eşitlikteki otokovaryans kestirimleri yerine,

$$\hat{\gamma}_{dar}(h) = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^{n-h} (s_t e_t)(s_{t+h} e_{t+h}), \quad h = 0, 1, \dots, q \quad (5.40)$$

biçiminde verilen daraltılmış otokovaryans kestirimleri kullanılabilir. Burada s_t , bir daraltma değeri olup kesim 4.6'da tanımlandığı gibidir.

- (5.40) ile verilen eşitlikteki s_t değerinin elde edilebilmesi için, (4.39) ve (4.40) ile verilen eşitliklerde tanımlı ve spectral kestirimde kullanılabilen s fonksiyonları yerine, daha basit ve kullanımı daha kolay, karesel, kübik ve kuartik üç farklı fonksiyon önerilebilir. Bu fonksiyonlar sırasıyla,

$$s(v) = v(1-v), \quad (5.41)$$

$$s(v) = v(1-v^2) \quad (5.42)$$

ve

$$s(v) = v(1-v)(1-v)^2 \quad (5.43)$$

eşitlikleri ile verildiği gibidir.

Önerilen bütün bu yaklaşımlar, tek tek değerlendirilebileceği gibi birlikte düşünülüp de farklı parametre kestirimleri elde edilebilir. Bu düşüncenin altında yatan amaç, İAEKK yönteminden elde edilen parametre kestirimlerinden daha etkin kestirimleri veren yaklaşım ya da yaklaşım kombinasyonlarını kullanarak DİAEKK yöntemi yardımıyla sonuca ulaşmaktır. Böylece araştırmacının, çalıştığı model ve alan için en doğru parametre kestirim değerlerine ulaşması hedeflenir.

Bir sonraki bölümde, bu önerilen yaklaşımların etkinliği uygulama verileri ve benzetim sonuçları ile incelenecektir.

6. UYGULAMA

Bu kesimde amaç, değişen varyanslılığın olmadığı durumlarda ve otokorelasyonlu hataların varlığında DİAEKK yöntemi ile önerilen yaklaşımlar kullanılarak, doğrusal olmayan regresyon çözümlemesi için ne derece etkin parametre kestirimleri elde edilebileceğini araştırmaktır. Buradaki incelemeler, öncelikle gerçek veri kümeleri üzerinde olacaktır. Bir sonraki adımda ise, önerilen yaklaşımların kullanılabilirliği Monte Carlo benzetim çalışması ile doğrulanmaya çalışılacaktır.

6.1. GERÇEK VERİ KÜMELERİ ÜZERİNDE ÇALIŞMALAR

Burada, her bakımdan birbirinden çok farklı iki gerçek veri kümesi üzerinde inceleme yapılacaktır. Bu veri kümelerinden ilki, eczacılıkla ilgili; diğeri, toptan satış fiyatları ile ilgilidir.

6.1.1. Eczacılık Veri Kümesi

Eczacılık (pharmacy), yapılan araştırmalar sonucu elde edilen veri kümeleri ve incelenen modeller açısından doğrusal olmayan regresyon çözümlemesinin sıklıkla kullanıldığı bir alandır. Bu alandaki araştırmacılar, sorunlu veri kümeleri ve bu veri kümeleri için tasarlanan farklı modellerin incelenmesi gibi çeşitli problemlerle karşı karşıya kalabilirler (Aşıkil ve Erar, 2008). Bu nedenle, eczacılık alanından alınan bir veri kümesinin çok dikkatli bir şekilde incelenmesi gerekir.

Bu kesimde kullanılan veri kümesi, Çizelge 6.1’de verildiği gibi olup literatürde,

$$y_i = \beta_0 + (\beta_1 e^{-\theta_1 x_i}) + (\beta_2 e^{-\theta_2 x_i}) + (\beta_3 e^{-\theta_3 x_i}) + \varepsilon_i, \quad i = 1, 2, \dots, 34 \quad (6.1)$$

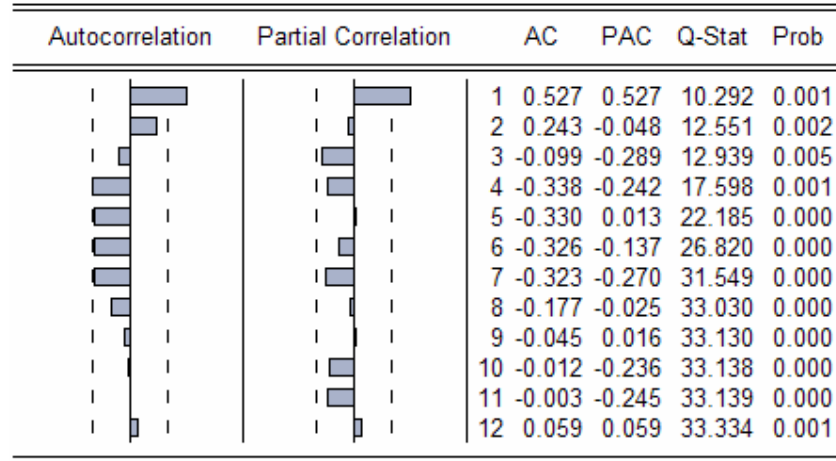
biçiminde modellenmiştir (Özer ve Çağlar, 2002).

Çizelge 6.1. Eczacılık veri kümesi

NO	X	Y	NO	X	Y	NO	X	Y
1	0	534	13	2.17	205	25	20	104
2	0.167	466	14	2.5	189	26	25	100
3	0.333	417	15	3	171	27	30	96
4	0.5	379	16	3.5	158	28	50	87
5	0.667	348	17	4	149	29	60	81
6	0.833	322	18	4.5	142	30	80	72
7	1	300	19	5	137	31	100	66
8	1.17	281	20	6	130	32	120	62
9	1.33	264	21	7	125	33	150	53
10	1.5	249	22	8	122	34	180	49
11	1.67	236	23	10	118			
12	2	214	24	15	110			

(6.1) ile verilen eşitlikteki model, “kompartman modeli” olarak adlandırılır. Aralarında geçişler olan kompartman ya da havuz ismini taşıyan sonlu sayıda alt sistemden oluşan sisteme “kompartman sistemi” denir. Kompartmanlara sistem dışından girişler ve kompartmanlardan sistem dışına çıkışlar olabilir. Genellikle sistemin dışı “çevre” olarak adlandırılır ve sıfır kompartmanı olarak numaralandırılır. Sisteme çevreden girişler ve çevreden çıkışlar olmadığında “kapalı sistem”, aksi halde “açık sistem” denir. Kompartmanlar, bir ülkedeki bölgeler; kompartmanlar arası geçişler, nüfus göçleri olabilir. Kompartmanlar fiziksel mekanlar olmayabilir. Bir kimyasal reaksiyonda kompartmanlar, reaksiyona giren maddeler; geçişler, madde dönüşümleri olabilir (Bates ve diğ, 1986; Genç, 1997).

(6.1) ile verilen eşitlikteki modelde parametrelerin başlangıç değerleri, $\beta_0^0 = 30$, $\beta_1^0 = 300$, $\beta_2^0 = 91$, $\beta_3^0 = 88$, $\theta_1^0 = 0.95$, $\theta_2^0 = 0.28$ ve $\theta_3^0 = 0.01$ biçiminde alınmıştır (Özer ve Çağlar, 2002). Bu bilgi doğrultusunda, alışılacağı EKK yöntemi ile kompartman modeli için parametre kestirimleri, $\hat{\beta}_0 = 44.3085$, $\hat{\beta}_1 = 90.9669$, $\hat{\beta}_2 = 314.7556$, $\hat{\beta}_3 = 83.2754$, $\hat{\theta}_1 = 2.8515$, $\hat{\theta}_2 = 0.6296$ ve $\hat{\theta}_3 = 0.0141$ biçiminde elde edilmiştir. Artık kareler toplamı, $AKT = 65.6239$ ve Spearman’ın ilişki testi sonuçları, $\rho_s = 0.092$, p -değeri = 0.603 biçiminde bulunmuştur. Böylece, hatalar arasında değişen varyanslılık sorunu olmadığı sonucuna varılmıştır. Bununla birlikte, hatalar arasında otokorelasyon sorunu olup olmadığının saptanması için artıkların korelogramı çizilmiştir. Bu korelogram, Şekil 6.1’de verildiği gibidir.



Şekil 6.1. Alışlagelen EKK yöntemi ile elde edilen artıkların korelogramı

Şekil 6.1’de verilen korelogram göz önünde bulundurulduğunda, her bir gecikme için büyük Q istatistik değerleri ya da küçük p-değerleri elde edildiğinden, hataların otokorelasyonlu olduklarına karar verilmiştir. Otokorelasyon (autocorrelation) ve kısmi otokorelasyon (partial correlation) grafiklerine bakılarak da hatalar arasındaki ilişkinin AR(1) biçimli olduğu belirtilebilir.

Otokorelasyonlu hataların varlığı nedeniyle, alışlagelen EKK yöntemi ile elde edilen parametre kestirimlerinin etkin olmadığı söylenir. Etkin parametre kestirimleri elde etmek için, İAEKK yönteminin yanısıra DİAEKK yöntemi ile verilen yaklaşımlar ve bu yaklaşımların birlikte değerlendirildiği durumlar da kullanılmış ve elde edilen sonuçlar Çizelge 6.2’de verilmiştir.

İAEKK ve DİAEKK yöntemlerinin kolaylıkla uygulanabilmesi için, EK-B’de verilen MATLAB 7.1 tabanlı bir ana program hazırlanmıştır. Bu ana programın içerisinde kullanılan, eczacılık verisi için gerekli fonksiyonlar ise EK-C’de verildiği gibidir. Burg ve kafes algoritmaları ile parametre kestirimleri elde etmede, Schlögl (2002) tarafından hazırlanan TSA araç kutusundan yararlanılmıştır.

Çizelge 6.2. Eczacılık veri kümesi için İAEKK ve DİAEKK yöntemleri kullanılarak elde edilen sonuçlar

Algoritma	Kovaryans kest.	Daraltma kav.	AKT	$\hat{\beta}_0$	$\hat{\beta}_1$	$\hat{\beta}_2$	$\hat{\beta}_3$	$\hat{\theta}_1$	$\hat{\theta}_2$	$\hat{\theta}_3$
Levinson-Durbin (Yule-Walker)	Eşitlik (5.23)	Daraltmasız	40.5834	41.4422	87.4240	319.8741	85.2578	3.0699	0.6322	0.0129
		Karesel (5.41) [‡]	39.3837*	40.1231	85.4537	322.4381	85.9569	3.1561	0.6333	0.0123
		Kübik (5.42)	39.4087	40.2772	85.7307	322.0864	85.8858	3.1452	0.6331	0.0124
		Kuartik (5.43)	39.3885*	39.9623	85.1413	322.8315	86.0265	3.1681	0.6336	0.0122
	Eşitlik (5.39)	Daraltmasız	40.3338	41.3006	87.2423	320.1170	85.3407	3.0788	0.6322	0.0129
		Karesel (5.41)	39.3933	39.9310	85.0773	322.9115	86.0394	3.1705	0.6337	0.0122
		Kübik (5.42)	39.3819*	40.0866	85.3849	322.5249	85.9731	3.1588	0.6334	0.0123
		Kuartik (5.43)	39.4389	39.7711	84.7298	323.3443	86.1014	3.1833	0.6340	0.0121
Burg	Eşitlik (5.23)	Daraltmasız	40.5834	41.4422	87.4240	319.8741	85.2578	3.0699	0.6322	0.0129
		Karesel (5.41)	39.3837*	40.1231	85.4537	322.4381	85.9569	3.1561	0.6333	0.0123
		Kübik (5.42)	39.4087	40.2772	85.7307	322.0864	85.8858	3.1452	0.6331	0.0124
		Kuartik (5.43)	39.3885*	39.9623	85.1413	322.8315	86.0265	3.1681	0.6336	0.0122
	Eşitlik (5.39)	Daraltmasız	40.5834	41.4422	87.4240	319.8741	85.2578	3.0699	0.6322	0.0129
		Karesel (5.41)	39.3837*	40.1231	85.4528	322.4380	85.9569	3.1561	0.6333	0.0123
		Kübik (5.42)	39.4087	40.2772	85.7301	322.0864	85.8858	3.1452	0.6331	0.0124
		Kuartik (5.43)	39.3885*	39.9623	85.1401	322.8313	86.0265	3.1681	0.6336	0.0122
Kafes	Eşitlik (5.23)	Daraltmasız	40.5834	41.4422	87.4240	319.8741	85.2578	3.0699	0.6322	0.0129
		Karesel (5.41)	39.3837*	40.1231	85.4537	322.4381	85.9569	3.1561	0.6333	0.0123
		Kübik (5.42)	39.4087	40.2772	85.7307	322.0864	85.8858	3.1452	0.6331	0.0124
		Kuartik (5.43)	39.3885*	39.9623	85.1413	322.8315	86.0265	3.1681	0.6336	0.0122
	Eşitlik (5.39)	Daraltmasız	40.5834	41.4422	87.4240	319.8741	85.2578	3.0699	0.6322	0.0129
		Karesel (5.41)	39.3837*	40.1231	85.4528	322.4380	85.9569	3.1561	0.6333	0.0123
		Kübik (5.42)	39.4087	40.2772	85.7301	322.0864	85.8858	3.1452	0.6331	0.0124
		Kuartik (5.43)	39.3885*	39.9623	85.1401	322.8313	86.0265	3.1681	0.6336	0.0122

‡ Eşitlik numarasını belirtmektedir.

* Önemli derecede etkin yaklaşımı belirtmektedir.

Çizelge 6.2'deki sonuçlar göz önünde bulundurulduğunda, Yule-Walker denklemleri ya da Levinson-Durbin algoritması kullanılarak elde edilen AKT değerinin ve parametre kestirim değerlerinin aynı olduğu belirlenmiştir. Bununla birlikte, AR(1) biçimli otokorelasyon varlığında, Levinson-Durbin, Burg ve kafes algoritmaları için aynı yaklaşımın kullanıldığı durumlarda aynı sonuçlar elde edilmiştir. Burada dikkat edilmesi gereken durum, herhangi bir algoritma ile daraltma fonksiyonlarının birlikte düşünüldüğü durumlardaki AKT değerinin, o algoritmanın daraltma fonksiyonu kullanılmadan düşünüldüğü durumdaki AKT değerinden küçük olduğudur. Bunun yanında, (5.23) ile verilen eşitlikteki kovaryans kestirimlerinin ya da (5.39) ile verilen eşitlikteki kovaryans kestirimlerinin aynı yaklaşımlar altında kullanımı sonucunda yaklaşık aynı AKT ve parametre kestirim değerlerinin elde edildiği görülmüştür. Böylece, AR(1) biçimli otokorelasyon varlığında ve Çizelge 6.2 göz önünde bulundurulduğunda, (5.39) ile verilen eşitliğin (5.23) ile verilen eşitliğe iyi bir alternatif olduğu söylenebilir.

Çizelge 6.2'deki AKT değerleri göz önünde bulundurulduğunda, bütün değerlerin alışlagelen EKK yöntemi ile elde edilen AKT değerinden küçük olduğu vurgulanır. Bu durum, parametre kestirimlerinin etkinliği açısından olumlu bir işarettir. Bununla birlikte, hataların otokorelasyonsuz duruma geldiğinin de gösterilmesi gerekir. Bu nedenle, EVIEWS 5.0 paket programı kullanılarak önemli görülen yaklaşımlar için, Şekil 6.2, Şekil 6.3, Şekil 6.4, Şekil 6.5, Şekil 6.6, Şekil 6.7, Şekil 6.8, Şekil 6.9'da verilen korelogramlar elde edilmiş ve hataların otokorelasyon durumu incelenmiştir.

Korelogramlar oluşturulurken, Çizelge 6.2'deki AKT değerlerine dikkat edilmiş ve Levinson-Durbin, Burg ve kafes algoritmalarının aynı yaklaşımlar için aynı AKT değerlerine sahip olmasından dolayı, yalnızca Levinson-Durbin algoritması ele alınarak diğer yaklaşımlar değerlendirilmiştir. Şekil 6.2 - Şekil 6.9 arasındaki tüm korelogramlar dikkate alındığında, her bir gecikme için küçük Q istatistik değerleri ya da büyük p-değerleri elde edildiğinden, kullanılan bütün yöntem ve yaklaşımlar ile otokorelasyon sorununun ortadan kaldırıldığı söylenebilir. Ancak, Şekil 6.2'de verilen İAEKK yöntemi ile elde edilen artıkların korelogramı, DİAEKK yöntemi ile önerilen yaklaşımlarla elde edilen artıkların korelogramlarıyla karşılaştırıldığında, Şekil 6.2'deki korelogramın sahip olduğu istatistik değerleri ve görüntüsünden dolayı otokorelasyon sorununu gidermede daha az başarılı olduğu belirtilebilir. Bunun

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob
		1 0.226	0.226	1.8894	0.169
		2 0.149	0.103	2.7350	0.255
		3 0.011	-0.045	2.7402	0.433
		4 -0.250	-0.276	5.2927	0.259
		5 -0.182	-0.086	6.6847	0.245
		6 -0.205	-0.094	8.5278	0.202
		7 -0.249	-0.179	11.333	0.125
		8 -0.184	-0.168	12.926	0.114
		9 -0.075	-0.046	13.198	0.154
		10 -0.016	-0.055	13.211	0.212
		11 -0.034	-0.184	13.272	0.276
		12 0.021	-0.134	13.297	0.348

Şekil 6.2. Lev-Dur, eşitlik (5.23) ve daraltmasız

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob
		1 0.153	0.153	0.8661	0.352
		2 0.117	0.096	1.3881	0.500
		3 0.037	0.006	1.4410	0.696
		4 -0.221	-0.246	3.4370	0.488
		5 -0.128	-0.075	4.1260	0.531
		6 -0.170	-0.100	5.3855	0.495
		7 -0.212	-0.154	7.4283	0.386
		8 -0.178	-0.175	8.9260	0.349
		9 -0.086	-0.062	9.2852	0.411
		10 -0.020	-0.039	9.3053	0.503
		11 -0.033	-0.133	9.3635	0.588
		12 0.015	-0.116	9.3754	0.671

Şekil 6.3. Lev-Dur, eşitlik (5.23) ve karesel

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob
		1 0.159	0.159	0.9423	0.332
		2 0.120	0.097	1.4930	0.474
		3 0.034	0.001	1.5385	0.673
		4 -0.224	-0.250	3.5943	0.464
		5 -0.134	-0.078	4.3496	0.500
		6 -0.173	-0.100	5.6652	0.462
		7 -0.217	-0.157	7.7947	0.351
		8 -0.179	-0.175	9.3067	0.317
		9 -0.084	-0.061	9.6556	0.379
		10 -0.019	-0.041	9.6748	0.469
		11 -0.034	-0.140	9.7351	0.554
		12 0.015	-0.120	9.7475	0.638

Şekil 6.4. Lev-Dur, eşitlik (5.23) ve kübik

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob
		1 0.146	0.146	0.7949	0.373
		2 0.114	0.094	1.2889	0.525
		3 0.039	0.011	1.3499	0.717
		4 -0.218	-0.242	3.2830	0.512
		5 -0.121	-0.072	3.9058	0.563
		6 -0.166	-0.100	5.1082	0.530
		7 -0.207	-0.150	7.0590	0.423
		8 -0.177	-0.175	8.5397	0.383
		9 -0.087	-0.063	8.9096	0.446
		10 -0.020	-0.038	8.9306	0.539
		11 -0.032	-0.126	8.9860	0.623
		12 0.015	-0.111	8.9979	0.703

Şekil 6.5. Lev-Dur, eşitlik (5.23) ve kuartik

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob
		1 0.216	0.216	1.7298	0.188
		2 0.145	0.103	2.5306	0.282
		3 0.015	-0.038	2.5390	0.468
		4 -0.247	-0.273	5.0242	0.285
		5 -0.175	-0.086	6.3226	0.276
		6 -0.201	-0.095	8.0888	0.232
		7 -0.245	-0.176	10.806	0.147
		8 -0.183	-0.169	12.391	0.135
		9 -0.076	-0.048	12.672	0.178
		10 -0.016	-0.053	12.686	0.242
		11 -0.034	-0.179	12.748	0.310
		12 0.020	-0.134	12.771	0.386

Şekil 6.6. Lev-Dur, eşitlik (5.39) ve daraltmasız

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob
		1 0.145	0.145	0.7822	0.376
		2 0.113	0.094	1.2710	0.530
		3 0.040	0.012	1.3337	0.721
		4 -0.217	-0.242	3.2545	0.516
		5 -0.120	-0.072	3.8647	0.569
		6 -0.165	-0.100	5.0563	0.537
		7 -0.206	-0.150	6.9889	0.430
		8 -0.177	-0.175	8.4660	0.389
		9 -0.087	-0.063	8.8380	0.452
		10 -0.020	-0.037	8.8593	0.546
		11 -0.032	-0.124	8.9141	0.630
		12 0.015	-0.110	8.9259	0.709

Şekil 6.7. Lev-Dur, eşitlik (5.39) ve karesel

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob
		1 0.151	0.151	0.8490	0.357
		2 0.116	0.095	1.3645	0.505
		3 0.037	0.007	1.4192	0.701
		4 -0.220	-0.245	3.4008	0.493
		5 -0.126	-0.075	4.0745	0.539
		6 -0.169	-0.100	5.3208	0.503
		7 -0.211	-0.153	7.3429	0.394
		8 -0.178	-0.175	8.8369	0.356
		9 -0.086	-0.062	9.1985	0.419
		10 -0.020	-0.039	9.2188	0.511
		11 -0.033	-0.131	9.2765	0.596
		12 0.015	-0.115	9.2884	0.678

Şekil 6.8. Lev-Dur, eşitlik (5.39) ve kübik

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob
		1 0.139	0.139	0.7212	0.396
		2 0.110	0.092	1.1844	0.553
		3 0.043	0.016	1.2562	0.740
		4 -0.213	-0.238	3.1129	0.539
		5 -0.114	-0.069	3.6600	0.599
		6 -0.161	-0.100	4.7964	0.570
		7 -0.201	-0.146	6.6336	0.468
		8 -0.176	-0.174	8.0907	0.425
		9 -0.088	-0.064	8.4732	0.487
		10 -0.021	-0.035	8.4954	0.581
		11 -0.031	-0.116	8.5466	0.664
		12 0.015	-0.105	8.5588	0.740

Şekil 6.9. Lev-Dur, eşitlik (5.39) ve kuartik

yanında, bu veri kümesi için DİAEKK yöntemi ile önerilen yaklaşımlardan en iyisinin daraltma fonksiyonu kullanımı olduğu ve farklı fonksiyonlar kullanılarak elde edilen sonuçların birbirlerine çok yakın olduğu görülebilir. Benzer şekilde, Şekil 6.2 - Şekil 6.9 arasındaki tüm korelogramlar dikkate alındığında, kovaryans kestirimleri için (5.23) ya da (5.39) ile verilen eşitliklerin kullanımının, hatalar arasındaki otokorelasyonu giderme bakımından çok büyük bir farklılığa sahip olmadıkları belirtilebilir.

6.1.2. Toptan Satış Veri Kümesi

Bu kesimde kullanılan veri kümesi, ABD'nin 1720-1949 yılları arasındaki toptan satış fiyat endeksi değerlerinden oluşmaktadır (Gallant, 1987, syf.130-131). Bu veri kümesi için,

$$y_t = \beta_1 e^{\beta_2 t} + \varepsilon_t, \quad t = 1, 2, \dots, 230 \quad (6.2)$$

biçimde tanımlı ve iktisadi (economy) alanda sıkça kullanılabilen bir üstel büyüme modeli önerilebilir (Gallant ve Goebel, 1976; Gallant, 1987).

(6.2) ile verilen eşitlikteki modelde parametrelerin başlangıç değerleri, $\beta_1^0 = 1$, $\beta_2^0 = 0.003$ biçiminde düşünüldüğünde, alışlagelen EKK yöntemi ile üstel büyüme modeli için parametre kestirimleri, $\hat{\beta}_1 = 25.2997$, $\hat{\beta}_2 = 0.0029$ biçiminde elde edilmiştir. Artık kareler toplamı, $AKT = 32885.0$ ve Spearman'ın ilişki testi sonuçları, $\rho_s = -0.001$, p-değeri = 0.994 biçiminde bulunmuştur. Böylece, hatalar arasında değişen varyanslılık sorunu olmadığı sonucuna varılmıştır. Bununla birlikte, hatalar arasında otokorelasyon sorunu olup olmadığının saptanması için artıkların korelogramı çizilmiştir. Bu korelogram, Şekil 6.10'da verildiği gibidir.

Şekil 6.10'da verilen korelogram göz önünde bulundurulduğunda, her bir gecikme için büyük Q istatistik değerleri ya da küçük p-değerleri elde edildiğinden, hataların otokorelasyonlu olduklarına karar verilmiştir. Otokorelasyon (autocorrelation) ve kısmi otokorelasyon (partial correlation) grafiklerine bakılarak da hatalar arasındaki ilişkinin AR(2) biçimli olduğu belirtilebilir.

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob	
		1	0.870	0.870	176.21	0.000
		2	0.709	-0.194	293.83	0.000
		3	0.566	-0.005	369.17	0.000
		4	0.444	-0.021	415.75	0.000
		5	0.357	0.048	445.90	0.000
		6	0.295	0.017	466.58	0.000
		7	0.259	0.050	482.57	0.000
		8	0.239	0.028	496.28	0.000
		9	0.214	-0.035	507.32	0.000
		10	0.184	-0.016	515.49	0.000
		11	0.145	-0.036	520.64	0.000
		12	0.113	0.016	523.74	0.000

Şekil 6.10. Alışlagelen EKK yöntemi ile elde edilen artıkların korelogramı

Otokorelasyonlu hataların varlığı nedeniyle, alışlagelen EKK yöntemi ile elde edilen parametre kestirimlerinin etkin olmadığı söylenir. Etkin parametre kestirimleri elde etmek için, İAEKK yönteminin yanısıra DİAEKK yöntemi ile verilen yaklaşımlar ve bu yaklaşımların birlikte değerlendirildiği durumlar da kullanılmış ve elde edilen sonuçlar Çizelge 6.3’de verilmiştir.

Bu uygulamada, İAEKK ve DİAEKK yöntemlerinin kolaylıkla uygulanabilmesi için EK-B’de verilen ana program üzerinde küçük değişiklikler yapılmıştır. Bu programın içerisinde kullanılan, toptan satış verisi için gerekli fonksiyonlar ise EK-D’de verildiği gibidir. Burg ve kafes algoritmaları ile parametre kestirimleri elde etmede, Schlögl (2002) tarafından hazırlanan TSA araç kutusundan yararlanılmıştır.

Çizelge 6.3’deki sonuçlar göz önünde bulundurulduğunda, Yule-Walker denklemleri ya da Levinson-Durbin algoritması kullanılarak elde edilen AKT değerinin ve parametre kestirim değerlerinin aynı olduğu belirlenmiştir. Bununla birlikte, AR(2) biçimli otokorelasyon varlığında ve (5.23) ile verilen eşitlikteki kovaryans kestirimlerinin aynı yaklaşımlar altında kullanılması sonucunda, Burg algoritmasının Levinson-Durbin ve kafes algoritmalarına oranla daha kötü sonuç verdiği söylenebilir. Burada dikkat edilmesi gereken bir başka durum ise, herhangi bir algoritmanın, (5.23) ile verilen eşitlikteki kovaryans kestirimleri ve daraltma fonksiyonlarının birlikte düşünüldüğü durumlardaki AKT değerinin, o algoritmanın daraltma fonksiyonu kullanılmadan düşünüldüğü durumdaki AKT değerinden genel anlamda küçük olduğudur.

Çizelge 6.3. Toptan satış veri kümesi için İAEKK ve DİAEKK yöntemleri kullanılarak elde edilen sonuçlar

Algoritma	Kovaryans kest.	Daraltma kav.	AKT	$\hat{\beta}_1$	$\hat{\beta}_2$
Levinson-Durbin (Yule-Walker)	Eşitlik (5.23)	Daraltmasız	4758.9	24.1245	0.0033
		Karesel (5.41) [‡]	4739.2*	24.0179	0.0033
		Kübik (5.42)	4738.1*	23.9055	0.0034
		Kuartik (5.43)	4764.4	24.3310	0.0032
	Eşitlik (5.39)	Daraltmasız	18597.0	21.0858	0.0045
		Karesel (5.41)	19340.0	20.1909	0.0049
		Kübik (5.42)	19015.0	20.0117	0.0049
		Kuartik (5.43)	20226.0	20.7967	0.0047
Burg	Eşitlik (5.23)	Daraltmasız	4924.4	23.4585	0.0035
		Karesel (5.41)	4887.9	23.1725	0.0036
		Kübik (5.42)	4904.1	23.0743	0.0037
		Kuartik (5.43)	4851.2	23.4742	0.0035
	Eşitlik (5.39)	Daraltmasız	4935.9	22.5600	0.0038
		Karesel (5.41)	4898.0	22.1604	0.0039
		Kübik (5.42)	4913.6	22.0857	0.0039
		Kuartik (5.43)	4863.7	22.4134	0.0038
Kafes	Eşitlik (5.23)	Daraltmasız	4757.3	24.1679	0.0033
		Karesel (5.41)	4739.2*	24.0177	0.0033
		Kübik (5.42)	4738.1*	23.9051	0.0034
		Kuartik (5.43)	4764.3	24.3309	0.0032
	Eşitlik (5.39)	Daraltmasız	4774.2	23.1673	0.0035
		Karesel (5.41)	4754.4	22.8624	0.0036
		Kübik (5.42)	4752.2	22.7743	0.0036
		Kuartik (5.43)	4783.7	23.1338	0.0035

‡ Eşitlik numarasını belirtmektedir.

* Önemli derecede etkin yaklaşımı belirtmektedir.

(5.39) ile verilen eşitlikteki kovaryans kestirimlerinin Yule-Walker denklemleri ya da Levinson-Durbin algoritması ile kullanımı durumunda çok büyük AKT değerlerinin yanısıra diğer yaklaşımlardan farklı parametre kestirim değerlerinin elde edildiği görülmüştür. Böylece AR(2) biçimli otokorelayon varlığında, (5.39) ile verilen eşitlikteki kovaryans kestirimlerinin, hem daraltma fonksiyonu ile hem de daraltmasız durum için Yule-Walker denklemleri ya da Levinson-Durbin algoritması ile kullanılmaması önerilebilir.

(5.39) ile verilen eşitlikteki kovaryans kestirimlerinin, Burg ya da kafes algoritması için aynı daraltma durumu altında kullanımı sonucunda elde edilen değerler, (5.23) ile verilen eşitlikteki kovaryans kestirimlerinin aynı koşullarda kullanımıyla elde edilenlerle yakındır. Bu nedenle, Burg algoritması ya da kafes algoritması için (5.39) ile verilen eşitlik, (5.23) ile verilen eşitliğe karşı bir alternatif olarak kullanılabilir. Sonuç olarak, aynı daraltma durumu altında, hem (5.23) hem de (5.39) ile verilen eşitlikteki kovaryans kestirimlerinin kafes algoritmasıyla birlikte kullanımı ile en iyi değerlerin elde edildiği rahatlıkla söylenebilir.

Çizelge 6.3'deki AKT değerleri göz önünde bulundurulduğunda, bütün değerlerin alışılagelen EKK yöntemi ile elde edilen AKT değerinden küçük olduğu vurgulanır. Bu durum, parametre kestirimlerinin etkinliği açısından olumlu bir işarettir. Bununla birlikte, hataların otokorelasyonsuz duruma geldiğinin de gösterilmesi gerekir. Bu nedenle, EVIEWS 5.0 paket programı kullanılarak önemli görülen yaklaşımlar için, Şekil 6.11, Şekil 6.12, Şekil 6.13, Şekil 6.14, Şekil 6.15, Şekil 6.16, Şekil 6.17, Şekil 6.18, Şekil 6.19, Şekil 6.20, Şekil 6.21, Şekil 6.22, Şekil 6.23, Şekil 6.24, Şekil 6.25, Şekil 6.26'da verilen korelogramlar elde edilmiş ve hataların otokorelasyon durumu incelenmiştir.

Korelogramlar oluşturulurken, Çizelge 6.3'deki AKT değerleri dikkate alınarak korelasyon sorununun giderip giderilmediğine vurgu yapılabilecek durumların ön plana çıkarılması tasarlanmıştır. Böylece, hangi durum ya da durumlarda elde edilen parametre kestirimlerinin daha etkin olduğu kararına varılmaya çalışılabilir.

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob	
		1	0.018	0.018	0.0750	0.784
		2	0.118	0.118	3.3489	0.187
		3	-0.002	-0.006	3.3499	0.341
		4	-0.040	-0.055	3.7287	0.444
		5	0.017	0.020	3.7949	0.579
		6	-0.039	-0.028	4.1538	0.656
		7	-0.020	-0.024	4.2449	0.751
		8	0.076	0.085	5.6352	0.688
		9	0.040	0.045	6.0214	0.738
		10	0.101	0.078	8.4891	0.581
		11	0.004	-0.009	8.4924	0.669
		12	-0.084	-0.102	10.199	0.598

Şekil 6.11. Lev-Dur, eşitlik (5.23) ve daraltmasız

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob	
		1	-0.036	-0.036	0.3016	0.583
		2	0.096	0.095	2.4459	0.294
		3	-0.021	-0.014	2.5447	0.467
		4	-0.053	-0.064	3.2023	0.525
		5	0.011	0.011	3.2334	0.664
		6	-0.047	-0.035	3.7514	0.710
		7	-0.027	-0.035	3.9287	0.788
		8	0.072	0.077	5.1811	0.738
		9	0.032	0.043	5.4312	0.795
		10	0.099	0.082	7.7975	0.649
		11	-0.001	-0.001	7.7976	0.731
		12	-0.090	-0.102	9.7587	0.637

Şekil 6.12. Lev-Dur, eşitlik (5.23) ve karesel

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob	
		1	-0.019	-0.019	0.0874	0.788
		2	0.095	0.094	2.1784	0.336
		3	-0.025	-0.022	2.3243	0.508
		4	-0.059	-0.070	3.1574	0.532
		5	0.003	0.006	3.1599	0.675
		6	-0.052	-0.041	3.8133	0.702
		7	-0.031	-0.037	4.0403	0.775
		8	0.070	0.075	5.2016	0.736
		9	0.033	0.041	5.4615	0.792
		10	0.098	0.079	7.7683	0.651
		11	-0.002	-0.006	7.7694	0.734
		12	-0.091	-0.104	9.8161	0.632

Şekil 6.13. Lev-Dur, eşitlik (5.23) ve kübik

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob	
		1	-0.076	-0.076	1.3345	0.248
		2	0.103	0.098	3.8319	0.147
		3	-0.004	0.010	3.8361	0.280
		4	-0.031	-0.041	4.0618	0.398
		5	0.037	0.032	4.3814	0.496
		6	-0.028	-0.016	4.5722	0.600
		7	-0.015	-0.026	4.6284	0.705
		8	0.081	0.083	6.1966	0.625
		9	0.032	0.050	6.4398	0.695
		10	0.103	0.091	9.0060	0.532
		11	0.005	0.011	9.0119	0.621
		12	-0.083	-0.099	10.689	0.556

Şekil 6.14. Lev-Dur, eşitlik (5.23) ve kuartik

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob	
		1	0.638	0.638	94.955	0.000
		2	0.144	-0.445	99.795	0.000
		3	-0.086	0.139	101.52	0.000
		4	-0.204	-0.269	111.30	0.000
		5	-0.214	0.106	122.16	0.000
		6	-0.191	-0.222	130.81	0.000
		7	-0.108	0.197	133.58	0.000
		8	0.007	-0.139	133.60	0.000
		9	0.079	0.163	135.11	0.000
		10	0.069	-0.225	136.27	0.000
		11	-0.035	0.038	136.57	0.000
		12	-0.127	-0.168	140.51	0.000

Şekil 6.15. Lev-Dur, eşitlik (5.39) ve daraltmasız

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob	
		1	0.177	0.177	7.3055	0.007
		2	0.121	0.092	10.717	0.005
		3	-0.027	-0.066	10.892	0.012
		4	-0.086	-0.086	12.630	0.013
		5	-0.046	-0.008	13.122	0.022
		6	-0.080	-0.056	14.654	0.023
		7	-0.044	-0.024	15.114	0.035
		8	0.057	0.078	15.895	0.044
		9	0.049	0.028	16.476	0.058
		10	0.092	0.053	18.531	0.047
		11	-0.007	-0.044	18.543	0.070
		12	-0.096	-0.104	20.784	0.054

Şekil 6.16. Burg, eşitlik (5.23) ve daraltmasız

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob	
		1	0.150	0.150	5.2753	0.022
		2	0.104	0.084	7.8298	0.020
		3	-0.043	-0.072	8.2610	0.041
		4	-0.099	-0.095	10.568	0.032
		5	-0.055	-0.017	11.273	0.046
		6	-0.089	-0.065	13.176	0.040
		7	-0.052	-0.035	13.812	0.055
		8	0.053	0.071	14.475	0.070
		9	0.044	0.024	14.944	0.092
		10	0.090	0.052	16.901	0.077
		11	-0.011	-0.045	16.929	0.110
		12	-0.101	-0.109	19.434	0.079

Şekil 6.17. Burg, eşitlik (5.23) ve karesel

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob	
		1	0.131	0.131	4.0200	0.045
		2	0.110	0.095	6.8689	0.032
		3	-0.032	-0.059	7.1104	0.068
		4	-0.085	-0.087	8.8258	0.066
		5	-0.039	-0.009	9.1945	0.102
		6	-0.078	-0.057	10.646	0.100
		7	-0.044	-0.031	11.109	0.134
		8	0.058	0.075	11.913	0.155
		9	0.044	0.029	12.386	0.192
		10	0.092	0.057	14.452	0.153
		11	-0.007	-0.038	14.465	0.208
		12	-0.097	-0.106	16.756	0.159

Şekil 6.18. Burg, eşitlik (5.23) ve kuartik

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob
		1 0.006	0.006	0.0087	0.926
		2 0.118	0.118	3.2724	0.195
		3 -0.000	-0.002	3.2724	0.351
		4 -0.037	-0.051	3.5901	0.464
		5 0.021	0.022	3.6979	0.594
		6 -0.036	-0.026	4.0026	0.676
		7 -0.018	-0.023	4.0778	0.771
		8 0.077	0.085	5.5202	0.701
		9 0.039	0.046	5.8936	0.751
		10 0.102	0.080	8.3937	0.590
		11 0.004	-0.006	8.3985	0.677
		12 -0.083	-0.102	10.069	0.610

Şekil 6.19. Kafes, eşitlik (5.23) ve daraltmasız

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob
		1 -0.036	-0.036	0.3008	0.583
		2 0.096	0.095	2.4451	0.294
		3 -0.021	-0.014	2.5440	0.467
		4 -0.053	-0.064	3.2019	0.525
		5 0.011	0.011	3.2329	0.664
		6 -0.047	-0.035	3.7511	0.710
		7 -0.027	-0.035	3.9285	0.788
		8 0.072	0.077	5.1808	0.738
		9 0.032	0.043	5.4308	0.795
		10 0.099	0.082	7.7971	0.649
		11 -0.001	-0.001	7.7972	0.731
		12 -0.090	-0.102	9.7584	0.637

Şekil 6.20. Kafes, eşitlik (5.23) ve karesel

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob
		1 -0.019	-0.019	0.0866	0.769
		2 0.095	0.094	2.1779	0.337
		3 -0.025	-0.022	2.3238	0.508
		4 -0.059	-0.070	3.1576	0.532
		5 0.003	0.006	3.1600	0.675
		6 -0.052	-0.041	3.8139	0.702
		7 -0.031	-0.037	4.0411	0.775
		8 0.070	0.075	5.2021	0.736
		9 0.033	0.041	5.4620	0.792
		10 0.098	0.079	7.7686	0.651
		11 -0.002	-0.006	7.7697	0.734
		12 -0.091	-0.104	9.8166	0.632

Şekil 6.21. Kafes, eşitlik (5.23) ve kübik

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob
		1 -0.076	-0.076	1.3337	0.248
		2 0.103	0.098	3.8312	0.147
		3 -0.004	0.010	3.8354	0.280
		4 -0.031	-0.041	4.0612	0.398
		5 0.037	0.032	4.3807	0.496
		6 -0.028	-0.017	4.5716	0.600
		7 -0.015	-0.026	4.6278	0.705
		8 0.081	0.083	6.1959	0.625
		9 0.032	0.050	6.4391	0.695
		10 0.103	0.091	9.0053	0.532
		11 0.005	0.011	9.0112	0.621
		12 -0.083	-0.099	10.688	0.556

Şekil 6.22. Kafes, eşitlik (5.23) ve kuartik

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob
		1 0.006	0.006	0.0080	0.929
		2 0.119	0.119	3.3337	0.189
		3 0.002	0.000	3.3343	0.343
		4 -0.035	-0.050	3.6181	0.460
		5 0.024	0.024	3.7490	0.586
		6 -0.033	-0.024	4.0129	0.675
		7 -0.015	-0.021	4.0702	0.772
		8 0.079	0.086	5.5826	0.694
		9 0.041	0.048	5.9911	0.741
		10 0.104	0.082	8.6144	0.569
		11 0.006	-0.005	8.6237	0.657
		12 -0.081	-0.101	10.227	0.596

Şekil 6.23. Kafes, eşitlik (5.39) ve daraltmasız

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob
		1 -0.036	-0.036	0.3065	0.580
		2 0.097	0.096	2.4992	0.287
		3 -0.019	-0.012	2.5833	0.460
		4 -0.051	-0.062	3.1949	0.526
		5 0.014	0.013	3.2382	0.663
		6 -0.044	-0.033	3.7062	0.716
		7 -0.025	-0.033	3.8578	0.796
		8 0.074	0.078	5.1698	0.739
		9 0.034	0.045	5.4470	0.794
		10 0.101	0.085	7.9263	0.636
		11 0.001	0.001	7.9266	0.720
		12 -0.088	-0.101	9.8221	0.632

Şekil 6.24. Kafes, eşitlik (5.39) ve karesel

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob
		1 -0.020	-0.020	0.0900	0.764
		2 0.096	0.095	2.2268	0.328
		3 -0.023	-0.020	2.3555	0.502
		4 -0.058	-0.068	3.1390	0.535
		5 0.005	0.007	3.1454	0.678
		6 -0.050	-0.039	3.7453	0.711
		7 -0.029	-0.035	3.9445	0.786
		8 0.071	0.077	5.1609	0.740
		9 0.034	0.043	5.4472	0.794
		10 0.100	0.081	7.8594	0.643
		11 -0.001	-0.004	7.8596	0.726
		12 -0.090	-0.103	9.8430	0.630

Şekil 6.25. Kafes, eşitlik (5.39) ve kübik

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob
		1 -0.076	-0.076	1.3392	0.247
		2 0.105	0.099	3.8963	0.143
		3 -0.002	0.012	3.8976	0.273
		4 -0.029	-0.039	4.0936	0.393
		5 0.039	0.034	4.4544	0.486
		6 -0.026	-0.014	4.6112	0.595
		7 -0.013	-0.024	4.6514	0.702
		8 0.083	0.085	6.2939	0.614
		9 0.034	0.052	6.5678	0.682
		10 0.106	0.094	9.2714	0.507
		11 0.007	0.013	9.2823	0.596
		12 -0.081	-0.098	10.888	0.539

Şekil 6.26. Kafes, eşitlik (5.39) ve kuartik

Şekil 6.11 - Şekil 6.26 arasındaki tüm korelogramlar dikkate alındığında, ilk göze çarpan korelogramın Şekil 6.15’de verilen olduğu söylenebilir. Bu korelogramda, her bir gecikme için çok büyük Q istatistik değerleri ya da çok küçük p-değerleri elde edilmiş ve gecikmeler güven aralıkları dışına çıkmıştır. Bu nedenle, daraltma durumuna bakılmaksızın Yule-Walker denklemleri ya da Levinson-Durbin algoritması ve (5.39) ile verilen eşitliğin birlikte kullanılması sonucunda hatalar arasındaki otokorelasyon sorununun ortadan kaldırılamadığı vurgulanabilir. Bir başka deyişle, bu yaklaşımlar kullanılarak etkin parametre kestirimlerinin elde edilmesi mümkün olmayabilir.

Şekil 6.16 - Şekil 6.18 arasındaki korelogramlar göz önünde bulundurulduğunda, Burg algoritması ile farklı yaklaşımların birlikte değerlendirilmesi sonucu ortaya çıkan korelogramlardaki büyük Q istatistik değerleri ya da $\alpha = 0.05$ ’den küçük p-değerleri yardımıyla, hatalar arasındaki otokorelasyon sorununun tam anlamıyla ortadan kaldırılamadığı söylenebilir.

Şekil 6.11 - Şekil 6.14 arasındaki korelogramlar göz önünde bulundurulduğunda, Yule-Walker denklemleri ya da Levinson-Durbin algoritması ve (5.23) ile verilen eşitliğin birlikte kullanılması sonucunda hatalar arasındaki otokorelasyon sorununun ortadan kalktığı görülebilir. Aynı şekilde, Şekil 6.19 - Şekil 6.26 arasındaki tüm korelogramlar dikkate alındığında da kafes algoritması ile farklı yaklaşımların birlikte değerlendirilmesi sonucu ortaya çıkan korelogramlardaki küçük Q istatistik değerleri ya da büyük p-değerleri yardımıyla, hatalar arasındaki otokorelasyon sorununun tam anlamıyla ortadan kaldırıldığı belirtilebilir.

Şekil 6.11 - Şekil 6.26 arasındaki tüm korelogramlar dikkate alındığında karşılaşılan önemli bir sonuç da, hangi algoritma kullanılırsa kullanılsın özellikle (5.23) ile verilen eşitliğin kullanılması durumunda, daraltma fonksiyonlarına başvurunun hatalar arasındaki otokorelasyon sorununu gidermede genel olarak daha iyi sonuç verdiğidir. Sonuç olarak, otokorelasyonlu hataların varlığında (5.41), (5.42) ve (5.43) ile verilen eşitliklerdeki daraltma fonksiyonları kullanılarak daha etkin parametre kestirimleri elde edilebileceği söylenebilir.

6.2. MONTE CARLO BENZETİM ÇALIŞMASI

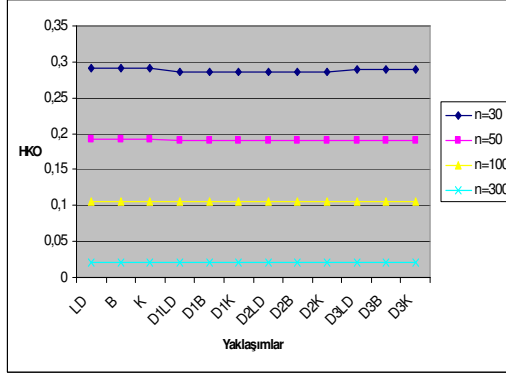
Bu kesimde, gerçek veri kümeleri üzerinde yapılan çalışmaların doğrulanması ve DİAEKK adı altında önerilen yaklaşımların genel olarak ne derece etkin olduğunun gösterilmesi için Monte Carlo benzetim çalışmasına başvurulmuştur. Bu çalışma, aşağıdaki koşullar doğrultusunda tasarlanmıştır:

- Bu benzetim çalışması için, eşitlik (6.2) ile verilen üstel büyüme modeli kullanılmış ve parametrelerin gerçek değerleri, $\beta = (12, 0.005)$ biçiminde düşünülmüştür.
- Hatalar için, dört farklı durağan otokorelasyon modeli incelenmiştir:
 - AR(1): $\varepsilon_t = 0.75 \varepsilon_{t-1} + \varepsilon_t^*$
 - AR(2): $\varepsilon_t = 0.50 \varepsilon_{t-1} + 0.30 \varepsilon_{t-2} + \varepsilon_t^*$
 - AR(3): $\varepsilon_t = 1.48 \varepsilon_{t-1} - 0.75 \varepsilon_{t-2} + 0.13 \varepsilon_{t-3} + \varepsilon_t^*$
 - AR(4): $\varepsilon_t = 1.82 \varepsilon_{t-1} - 1.32 \varepsilon_{t-2} + 0.46 \varepsilon_{t-3} - 0.06 \varepsilon_{t-4} + \varepsilon_t^*$
- ε_t^* , bağımsız ve aynı dağılımlı olup, $N(0, \sigma)$ biçimindeki dağılımdan farklı standart sapmalar ($\sigma = 0.5, \sigma = 1, \sigma = 3$) ve farklı örneklem büyüklükleri ($n = 30, n = 50, n = 100, n = 300$) için üretilmiştir.
- Her bir örneklem için iterasyon (tekrar) sayısı 500 olarak düşünülmüştür.

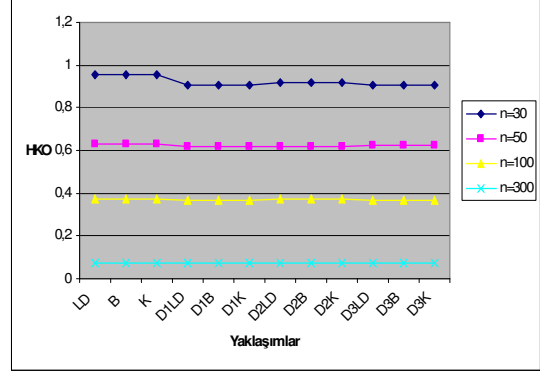
Bu benzetim çalışması, 2528 satırlık kodlama ile MATLAB 7.1'de oluşturulan bir program yardımıyla yapılmıştır. Bu çalışmanın sonuçları, AR(1), AR(2), AR(3) ve AR(4) biçimli otokorelasyon varlığında, İAEKK ve DİAEKK yöntemleri ile elde edilen parametre kestirimleri için bir etkinlik ölçütü olan hata kareler ortalaması (HKO) değerlerini içermekte olup, EK-E'de verildiği gibidir.

Bu benzetim çalışmasındaki parametreler için, Yule-Walker denklemleri ya da Levinson-Durbin algoritması kullanılarak elde edilen HKO değerlerinin aynı olduğu gözlemlenmiştir. Bununla birlikte, Çizelge E.1.a - Çizelge E.4.d arasında verilen tüm çizelgelerde eşitlik (5.23) ile elde edilen kestirilmiş otokovaryanslar kullanılmıştır. Bunun nedeni, eşitlik (5.39) ile elde edilen kestirilmiş otokovaryanslar kullanılarak yapılan benzetimlerde, eşitlik (5.24) ile verilen $\hat{\Gamma}_q$ matrisinin, AR(3) ve özellikle AR(4) biçimli otokorelasyon varlığında pozitif tanımlı olmaması durumu (Cholesky ayrışımı sorunu) ile karşılaşılmasıdır.

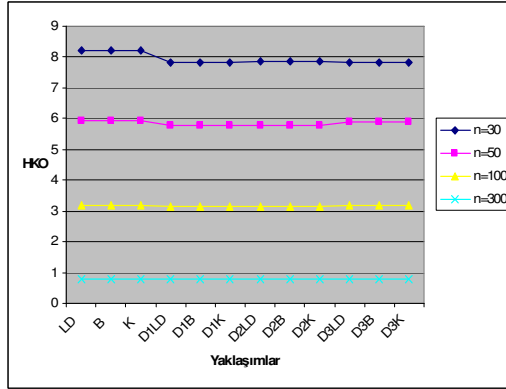
Çizelge E.1.a - Çizelge E.4.d arasında verilen çizelgelerdeki β_1 parametresi ve farklı örneklem büyüklüğü için yaklaşım etkinliklerinden oluşturulan Şekil 6.27 - Şekil 6.38 arasındaki tüm grafiklerde yaklaşımlardan, Levinson-Durbin, LD ile; Burg, B ile; kafes, K ile; eşitlik (5.41) ile verilen daraltma fonksiyonu ve Levinson-Durbin birlikte, D1LD ile; eşitlik (5.41) ile verilen daraltma fonksiyonu ve Burg birlikte, D1B ile; eşitlik (5.41) ile verilen daraltma fonksiyonu ve kafes birlikte, D1K ile; eşitlik (5.42) ile verilen daraltma fonksiyonu ve Levinson-Durbin birlikte, D2LD ile;



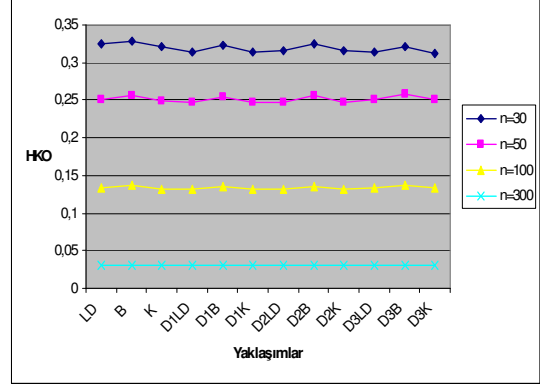
Şekil 6.27. AR(1) ve $\sigma = 0.5$ durumu için etkinlikler



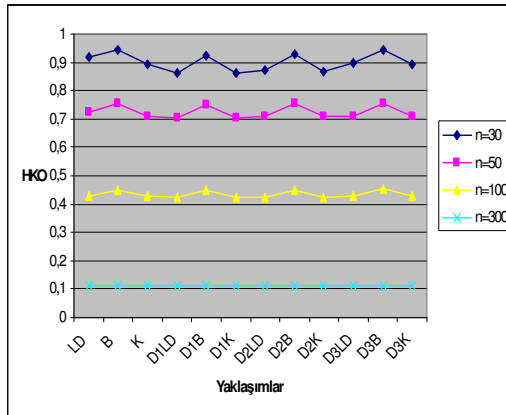
Şekil 6.28. AR(1) ve $\sigma = 1$ durumu için etkinlikler



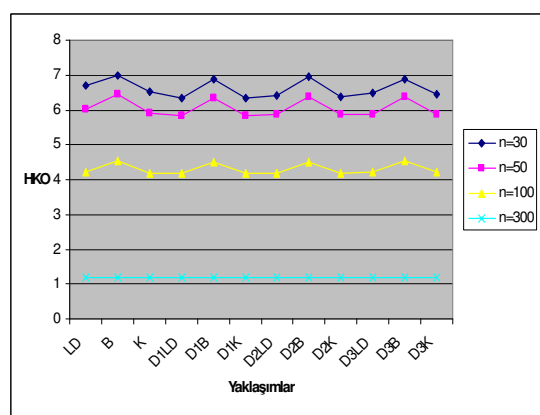
Şekil 6.29. AR(1) ve $\sigma = 3$ durumu için etkinlikler



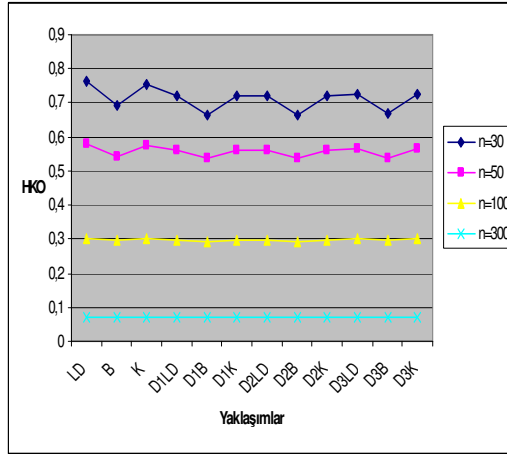
Şekil 6.30. AR(2) ve $\sigma = 0.5$ durumu için etkinlikler



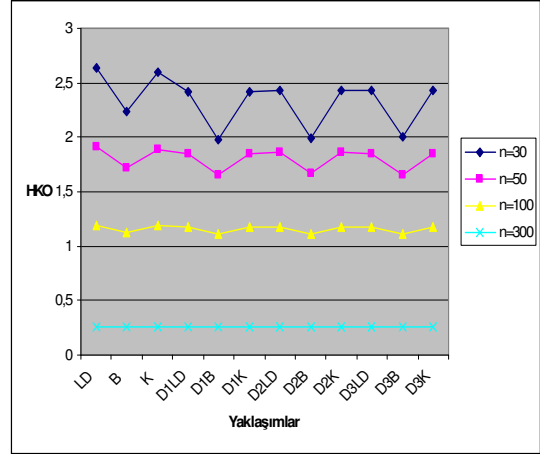
Şekil 6.31. AR(2) ve $\sigma = 1$ durumu için etkinlikler



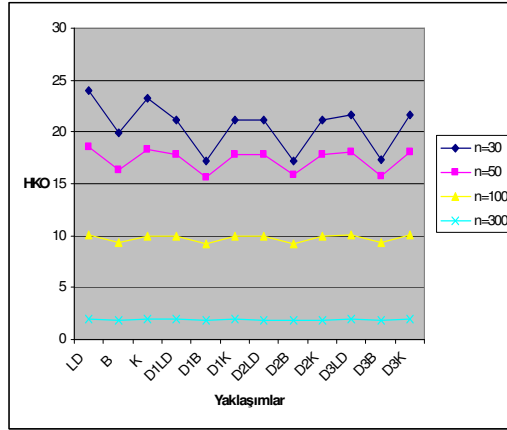
Şekil 6.32. AR(2) ve $\sigma = 3$ durumu için etkinlikler



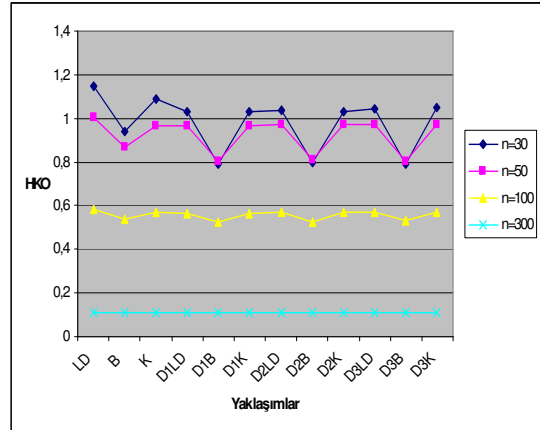
Şekil 6.33. AR(3) ve $\sigma = 0.5$ durumu için etkinlikler



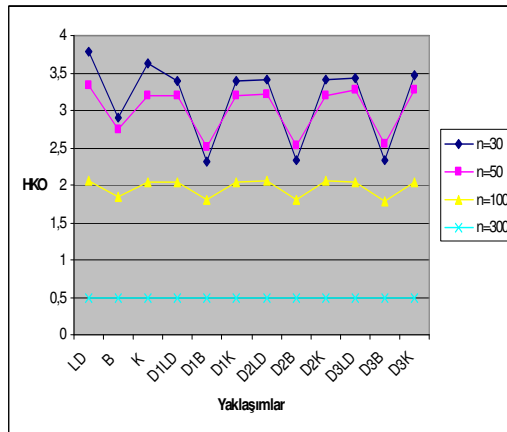
Şekil 6.34. AR(3) ve $\sigma = 1$ durumu için etkinlikler



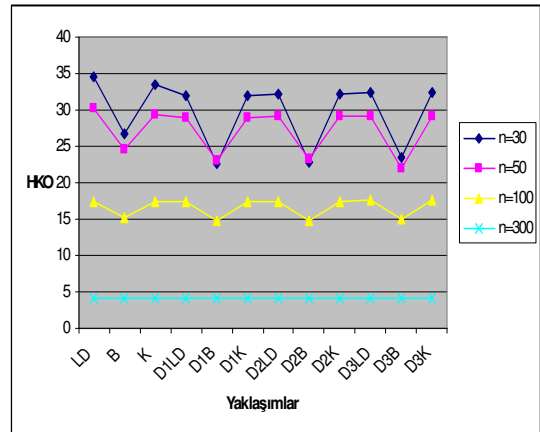
Şekil 6.35. AR(3) ve $\sigma = 3$ durumu için etkinlikler



Şekil 6.36. AR(4) ve $\sigma = 0.5$ durumu için etkinlikler



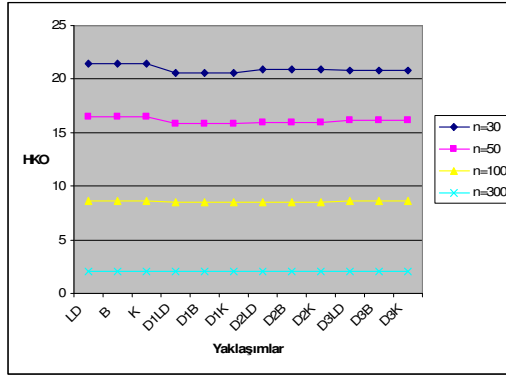
Şekil 6.37. AR(4) ve $\sigma = 1$ durumu için etkinlikler



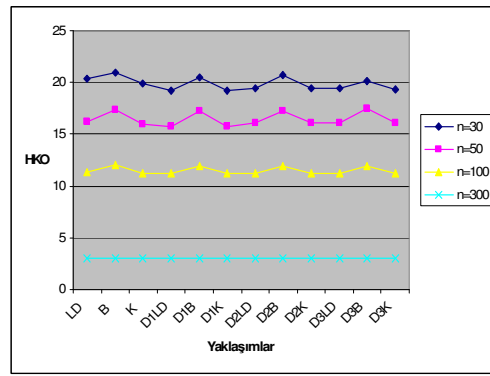
Şekil 6.38. AR(4) ve $\sigma = 3$ durumu için etkinlikler

eşitlik (5.42) ile verilen daraltma fonksiyonu ve Burg birlikte, D2B ile; eşitlik (5.42) ile verilen daraltma fonksiyonu ve kafes birlikte, D2K ile; eşitlik (5.43) ile verilen daraltma fonksiyonu ve Levinson-Durbin birlikte, D3LD ile; eşitlik (5.43) ile verilen daraltma fonksiyonu ve Burg birlikte, D3B ile; eşitlik (5.43) ile verilen daraltma fonksiyonu ve kafes birlikte, D3K ile gösterilmiştir. Burada, β_2 parametresinin küçük olması ve onun için elde edilen etkinlik değerlerinin de oldukça küçük bulunması nedeniyle, bu parametre dikkate alınmayıp, grafikler oluşturulmamıştır.

Özellikle AR(1) ve AR(2) biçimli otokorelasyon varlığında, yaklaşım etkinlikleri arasındaki farkın daha açık gözlemlenebilmesi amacıyla bir kere de $\sigma = 5$ için grafikler oluşturularak Şekil 6.39 ve Şekil 6.40'da verilmiştir.



Şekil 6.39. AR(1) ve $\sigma = 5$ durumu için etkinlikler



Şekil 6.40. AR(2) ve $\sigma = 5$ durumu için etkinlikler

Bu benzetim çalışması ile aşağıdaki sonuçlara varılmıştır:

- AR(1) biçimli otokorelasyon varlığında, Levinson-Durbin, Burg ve kafes algoritmalarının kullanımı ile elde edilen iki aşamalı parametre kestirim etkinliklerinin aynı olduğu söylenebilir.
- AR(2) biçimli otokorelasyon varlığında kafes algoritmasının, AR(3) ve AR(4) biçimli otokorelasyon varlığında ise Burg algoritmasının en etkin iki aşamalı parametre kestirim değerlerini verdiği belirtilebilir.
- Daraltma fonksiyonu (özellikle eşitlik (5.41) ile verilen) kullanımı sonucunda elde edilen iki aşamalı parametre kestirim etkinliklerinin, daraltmasız olanlara oranla daha iyi olduğu vurgulanabilir.
- Örneklem büyüklüğü arttıkça, iki aşamalı parametre kestirim etkinliklerinin birbirlerine oldukça yaklaştığı görülebilir.
- σ değeri büyüdükçe, etkinlikler arasındaki farkın da büyüdüğü görülebilir.

6.3. DİĞER DURUMLAR İÇİN PARAMETRE KESTİRİM ETKİNLİKLERİ

Burada, Kesim 6.2’de verilen koşullar altında ve eşitlik (6.2) ile verilen modeldeki bağımsız değişkenin sabit ve belirli bir şekilde alınmayıp, rastgele ve belirli aralıklar içinde düşünülmesiyle elde edilen benzetim çalışması sonuçları ele alınmıştır. Elde edilen değerlere burada yer verilmemiş, sadece varılan sonuçlar belirtilmiştir.

İlk olarak bağımsız değişken, tanım aralığı dar olacak biçimde tekdüze (uniform) ve normal dağılımlardan seçilerek İAEKK ve DİAEKK yöntemleri için parametre kestirim etkinlikleri incelenmiştir. Levinson-Durbin, Burg ve kafes algoritmaları için etkinlik durumunda bir değişiklik olmadığı görülmüştür. Ancak, daraltmasız kestirim ile daraltma fonksiyonu (özellikle eşitlik (5.41) ile verilen) kullanılarak elde edilen kestirim için etkinlik değerleri arasındaki farkın oldukça azaldığı gözlemlenmiştir. Bununla birlikte, daraltmasız ve daraltmalı kestirim için etkinlik durumunun da değişkenlik gösterdiği belirtilebilir.

Daha sonra bağımsız değişken, tanım aralığı geniş olacak biçimde tekdüze (uniform) ve normal dağılımlardan seçilerek İAEKK ve DİAEKK yöntemleri için parametre kestirim etkinlikleri incelenmiştir. Levinson-Durbin, Burg ve kafes algoritmaları için etkinlik durumunda bir değişiklik olmadığı görülmüştür. Bu geniş aralıklı durum için, gözlem sayısı ve standart sapma değeri büyürken daraltmalı kestirimin daraltmasıza oranla daha etkin olduğu ve özellikle AR biçimli otokorelasyon derecesi arttıkça da etkinlik değerleri arasındaki farkın büyüdüğü gözlemlenmiştir.

Sonuç olarak, hem kesim 6.2’deki sonuçlar hem de burada belirtilenler göz önünde bulundurulduğunda, özellikle çok duyarlı parametre kestirim değerleri elde etmek isteyen araştırmacılar için bağımsız değişken değeri ve yöntem seçiminin ne derece önemli olduğu vurgulanabilir.

7. SONUÇ VE ÖNERİLER

Bu çalışmada, Gallant ve Goebel (1976) tarafından önerilen İAEKK yöntemine karşı alternatif bir yöntem farklı yaklaşımlar kullanılarak oluşturulmuştur. Bu yaklaşımlar, farklı kovaryans kestirimlerinin kullanımı, AR biçimli parametre kestirimi için farklı algoritmaların kullanımı ve tanımlanan bir daraltma fonksiyonu yardımıyla artıkların daraltılıp incelemeye alınması biçiminde verilmiştir. Bütün bu yaklaşımlar tek tek değerlendirilebildiği gibi birlikte de düşünülmüş ve elde edilen parametre kestirim etkinlikleri karşılaştırılmıştır.

İAEKK yöntemi ve düşünülen yaklaşımlar, MATLAB 7.1'de hazırlanan bir ana program yardımıyla ilk olarak eczacılık ve iktisat alanlarında kullanılan iki farklı gerçek veri kümesi üzerinde uygulanmıştır. Bu veri kümeleri, sahip oldukları gözlem sayısı, incelendikleri modeller ve bu modellerin içerdiği parametre sayısı, hatalarının otokorelasyon biçimleri vb. durumlar için birbirlerinden oldukça farklıdır. Her iki veri kümesi için de uygulamanın sonucunda, yapılan yaklaşımlar ile etkin parametre kestirimleri elde etmede çoğu kez başarılı olunabildiği görülmüştür.

Daha sonra, hem gerçek veri kümeleri üzerinden elde edilen sonuçları desteklemek hem de yapılan yaklaşımlarla ne derece etkin parametre kestirimleri elde edildiğini genelleştirmek amacıyla bir Monte Carlo benzetim çalışması yapılmıştır. Burada, dört farklı durağan otokorelasyon modeli yardımıyla, normal dağılım için farklı standart sapmalar ve örneklem büyüklüklerine sahip olarak üretilen hataların varlığında, doğrusal olmayan regresyon için parametre kestirimleri incelenmiştir. Bu benzetim çalışmasından elde edilen sonuçların, genel anlamda gerçek veri kümeleri üzerinden elde edilenlerle uyuşması dikkat çekmiştir. Bu sonuç göz önünde bulundurularak, yapılan yaklaşımlardan özellikle bazılarının AR biçimli otokorelasyonlu hataların varlığında etkin parametre kestirimleri elde etme konusunda ne kadar faydalı olduğu görülmüştür. Böylece, etkin sonuçlar veren yaklaşımlar ile oluşturulan düzeltilmiş bir yöntemin kullanımı vurgulanmıştır.

Bu çalışmada, Yule-Walker denklemlerinin yerine Levinson-Durbin algoritmasını kullanmanın parametre kestirimleri üzerinde farklılık yaratmadığı, AR(1) biçimli otokorelasyon için Levinson-Durbin, Burg ve kafes algoritmalarının kullanımıyla elde edilen iki aşamalı parametre kestirimlerinin aynı olduğu görülmüştür. Bununla birlikte, Gallant ve Goebel (1976)'in kullandığı kestirilmiş otokovaryanslar yerine eşitlik (5.39) ile verilen kestirilmiş otokovaryansları kullanmanın, AR(1) ve AR(2) biçimli otokorelasyon durumlarında uygun olabildiği ancak, büyük dereceli AR biçimli otokorelasyon durumlarında uygun olamayabileceği belirlenmiştir. Sonuç olarak bu çalışmadaki en çarpıcı durumlar, daraltma fonksiyonu kullanımı sonucunda elde edilen iki aşamalı parametre kestirimlerinin, daraltmasız olanlara oranla daha etkin olması ve örneklem büyüklüğünün artmasıyla, iki aşamalı parametre kestirim etkinliklerinin birbirlerine yaklaşması olarak gözlemlenmiştir.

Burada farklı yaklaşımlar sonucu önerilen yöntem, sadece AR biçimli otokorelasyon varlığında değerlendirilmiştir. Bu nedenle, MA ya da ARMA biçimli otokorelasyon varlığında doğrusal olmayan regresyon için parametre kestirimi sonraki çalışmalarda ele alınacaktır. Bununla birlikte, dağılımın normal olmadığı otokorelasyonlu hatalara sahip bir doğrusal olmayan regresyon incelemesi ile aykırı değerlerin varlığında ve otokorelasyonlu hatalara sahip bir durumdaki sağlam doğrusal olmayan regresyon incelemesinin de izleyen çalışmalarda yapılması planlanmaktadır.

KAYNAKLAR

- Altunkaynak, B. ve Esin, A.**, 2004. Doğrusal Olmayan Regresyonda Parametre Tahmini İçin Genetik Algoritma Yöntemi, *Gazi Üniv. Fen Bilimleri Dergisi*, **17**, 43-51.
- Amemiya, T.**, 1974. The Nonlinear Two-Stage Least Squares Estimator, *Journal of Econometrics*, **2**, 105-110.
- Aşıkil, B.**, 2006. Çoklu Doğrusal Regresyonda Aykırı, Etkili Değerlerin Araştırılması ve Bir Uygulama, *Yüksek Lisans Tezi*, Mimar Sinan G. S. Üniv. Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.
- Aşıkil, B. ve Erar, A.**, 2008. Otokorelasyonlu Doğrusal Olmayan Regresyon Çözümlemesinde Model Seçimi, *Anadolu Üniv. Bilim ve Teknoloji Dergisi*, **9**, 147-157.
- Aşıkil, B., Erar, A. and Özer, İ.**, 2009. Nonlinear Parameter Estimation by Using Two-Stage Genetic Algorithm, *5th Conference of the Eastern Mediterranean Region of the International Biometric Society*, İstanbul, Turkey, May 10-14.
- Aşıkil, B. and Erar, A.**, 2009. Modified Two-Stage Least Squares Method, *The XIIIth International Conference "Applied Stochastic Models and Data Analysis"*, Vilnius, Lithuania, June 30-July 3, 124-128.
- Aşıkil, B.**, 2009. Comparing the Performance of Several Algorithms in Two-Stage Least Squares Method, *16th European Young Statisticians Meeting*, Bucharest, Romania, August 24-28, 31-35.
- Auestad, B. and Tjostheim, D.**, 1990. Identification of Nonlinear Time Series: First Order Characterization and Order Determination, *Biometrika*, **77**, 669-687.
- Aysever, M.**, 1982. Lineer Olmayan Modellerde Parametrelerin Kestirimlerinin İncelenmesi, *Yüksek Lisans Tezi*, Ankara Üniv. Fen Fakültesi, Ankara.
- Bates, D.M., Wolf, D.A. and Watts, D.G.**, 1986. Nonlinear Least Squares and First-Order Kinetics, *Computer Science and Statistics*, 71-81.
- Bates, D.M. and Watts, D.G.**, 1988. Nonlinear Regression Analysis and Its Applications, John Wiley and Sons, New York.
- Bell, B.M. and Percival, D.B.**, 1991. A Two Step Burg Algorithm, *IEEE Transactions on Signal Processing*, **39**, 185-189.

- Bender, R. and Heinemann, L.,** 1995. Fitting Nonlinear Regression Models with Correlated Errors to Individual Pharmacodynamic Data Using SAS Software, *Journal of Pharmacokinetics and Biopharmaceutics*, **23**, 87-100.
- Bozdogan, H.,** 1988. ICOMP: A new model selection criterion. In H.H. Bock (Ed.), *Classification and Related Methods of Data Analysis*, pp. 599-608, North-Holland, Amsterdam.
- Bozdogan, H.,** 2000. Akaike's Information Criterion and Recent Developments in Information Complexity, *Journal of Mathematical Psychology*, **44**, 62-91.
- Bozdogan, H.,** 2004. Intelligent Statistical Data Mining with Information Complexity and Genetic Algorithms, In H. Bozdogan (Ed.), *Statistical Data Mining and Knowledge Discovery*, pp. 15-56, Chapman and Hall, Boca Raton, Florida.
- Brockwell, P.J. and Dahlhaus, R.,** 2004. Generalized Levinson-Durbin and Burg Algorithms, *Journal of Econometrics*, **118**, 129-149.
- Brockwell, P.J., Dahlhaus, R. and Trindade, A.A.,** 2005. Modified Burg Algorithms for Multivariate Subset Autoregression, *Statistica Sinica*, **15**, 197-213.
- Burg, J.P.,** 1975. Maximum Entropy Spectral Analysis, *PhD Thesis*, Department of Geophysics, Stanford University, Stanford, CA.
- Carroll, R.J. and Ruppert, D.,** 1988. Transformation and Weighting in Regression, Chapman and Hall, New York.
- Chansarkar, M.M. and Desai, U.B.,** 1997. A Robust Recursive Least Squares Algorithm, *IEEE Transactions on Signal Processing*, **45**, 1726-1735.
- Chatterjee, S., Hadi, A.S. and Price, B.,** 2000. Regression Analysis by Example, Third Edition, John Wiley and Sons, New York.
- Chiu, H. and Ramakrishnan, V.,** 2000. Fitting Nonlinear Models with AR(1) Structure: A Marginal Likelihood Approach, *Chianan Annual Bulletin*, **26**, 153-167.
- Cho, S.H. and Song, I.,** 1996. A Formula for Computing the Autocorrelations of the AR Process, *The Journal of the Acoustical Society of Korea*, **15**, 4-7.
- Dahlhaus, R.,** 1988. Small Sample Effects In Time Series Analysis: A New Asymptotic Theory and A New Estimate, *The Annals of Statistics*, **16**, 808-841.
- Davidson, R. and Mackinnon, J.G.,** 1993. Estimation and Inference in Econometrics, Oxford University Press, New York.

- Draper, N.R. and Smith, H.**, 1998. Applied Regression Analysis, Third Edition, John Wiley and Sons, New York.
- Eleftheriou, E. and Falconer, D.D.**, 1986. Tracking Properties and Steady-State Performance of RLS Adaptive Filter Algorithms, *IEEE Transactions on Acoustics, Speech and Signal Processing*, **34**, 1097-1110.
- Enders, W.**, 1995. Applied Econometric Time Series, John Wiley and Sons, New York.
- Erar, A.**, 2007. MATLAB İle Sayısal Çözümleme, *Ders Notu*, Mimar Sinan G. S. Üniv. İstatistik Bölümü, İstanbul.
- Eshel, G.**, 2003. The Yule Walker Equations for the AR Coefficients, Citeulike-article-id: 763363.
- Everitt, B.S.**, 1987. An Introduction to Optimization Methods and Their Application in Statistics, Chapman and Hall, London.
- Friedlander, B.**, 1982. Lattice Filters for Adaptive Processing, *Proceedings of the IEEE*, **70**, 829-867.
- Frydman, R.**, 1979. Efficient Estimation of Nonlinear Regression Models with Autocorrelated Errors, No: 79-04, Department of Economics, Columbia University.
- Fuller, W.A.**, 1996. Introduction to Statistical Time Series, Second Edition, John Wiley and Sons, New York.
- Gallant, A.R. and Goebel, J.J.**, 1976. Nonlinear Regression with Autocorrelated Errors, *Journal of the American Statistical Association*, **71**, 961-967.
- Gallant, A.R.**, 1987. Nonlinear Statistical Models, John Wiley and Sons, New York.
- Genç, A.**, 1997. Çok Değişkenli Lineer Olmayan Modeller: Parametre Tahmini ve Hipotez Testi, *Doktora Tezi*, Ankara Üniv., Ankara.
- Glasbey, C.A.**, 1979. Correlated Residuals in Nonlinear Regression Applied to Growth Data, *Applied Statistics*, **28**, 251-259.
- Glasbey, C.A.**, 1980. Nonlinear Regression with Autoregressive Time Series Errors, *Biometrics*, **36**, 135-140.
- Glasbey, C.A.**, 1988. Examples of Regression with Serially Correlated Errors, *The Statistician*, **37**, 277-291.
- Gujarati, D.**, 1992. Basic Econometrics, McGraw-Hill, New York.
- Güriş, S. ve Çağlayan, E.**, 2005. Ekonometri Temel Kavramlar, Der Yayınları, İstanbul.

- Hannan, E.J.**, 1971. Non-Linear Time Series Regression, *Journal of Applied Probability*, **8**, 767-780.
- Hansen, M.H. and Yu, B.**, 2001. Model Selection and the Principle of Minimum Description Length, *Journal of the American Statistical Association*, **96**, 746-774.
- Hartley, H.O.**, 1961. The Modified Gauss-Newton Method for the Fitting of Nonlinear Regression Functions by Least Squares, *Technometrics*, **3**, 269-280.
- Haykin, S.**, 1991. Adaptive Filter Theory, Second Edition, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, New Jersey.
- Huang, M.N.L. and Huang, M.K.**, 1991. A Parameter-Elimination Method for Nonlinear Regression with Linear Parameters and Autocorrelated Errors, *Biometrical Journal*, **33**, 937-950.
- Huet, S., Bouvier, A., Poursat, M.A. and Jolivet, E.**, 2004. Statistical Tools for Nonlinear Regression, A Practical Guide with S-PLUS and R Examples, Second Edition, Springer-Verlag, New York.
- Hurvich, C.M. and Tsai, C.L.**, 1989. Regression and Time Series Model Selection in Small Samples, *Biometrika*, **76**, 297-307.
- Johansen, S.**, 1984. Functional Relations, Random Coefficients and Nonlinear Regression with Application to Kinetic Data, Springer-Verlag, New York.
- Kadılar, C.**, 2005. SPSS Uygulamalı Zaman Serileri Analizine Giriş, Bizim Büro Basımevi, Ankara.
- Kınacı, İ. ve Genç, A.**, 2002. Hataları Değişen Varyanslı ve Otokorelasyonlu Lineer Olmayan Regresyonda Parametre Tahmini, *Selçuk Üniv. Fen-Edebiyat Fakültesi Fen Dergisi*, **20**, 55-68.
- Kobayashi, M.**, 1991. Testing for Autocorrelated Disturbances in Nonlinear Regression Analysis, *Econometrica*, **59**, 1153-1159.
- Makhoul, J.**, 1977. Stable and Efficient Lattice Methods for Linear Prediction, *IEEE Transactions on Acoustics, Speech and Signal Processing*, **25**, 423-428.
- Marquardt, D.W.**, 1963. An Algorithm for Least Squares Estimation of Nonlinear Parameters, *J. Soc. Indust. Appl. Math.*, **11**, 431-441.
- Milliken, G.A.**, 1988. Applications of Nonlinear Statistical Models, Notes, Part 1, Department of Statistics, Kansas State University.
- Mitchell, M.**, 1996. An Introduction to Genetic Algorithms, A Bradford Book, England.

- Nash, J.C. and Smith, M.W.**, 1987. Nonlinear Parameter Estimation, An Integrated System in BASIC, Marcel Dekker, New York.
- Özer, İ. and Çağlar, A.**, 2002. Protein-mediated Nonphotochemical Bleaching of Malachite Green in Aqueous Solution, *Dyes and Pigments*, **54**, 11-16.
- Özer, Ş., Sağiroğlu, Ş. ve Kaplan, A.**, 2002. AR Sistem Modellemede Kullanılan Adaptif ve Yapay Zeka Metodlarının Karşılaştırılması, *Erciyes Üniv. Fen Bilimleri Enstitüsü Dergisi*, **18**, 44-50.
- Özer, Ş., Sağiroğlu, Ş. ve Kaplan, A.**, 2004. AR Sistem Modellemede Farklı Algoritmaların Karşılaştırılması, *Gazi Üniv. Mühendislik Mimarlık Fakültesi Dergisi*, **19**, 431-436.
- Pan, Z., Chen, Y., Kang, L. and Zhang, Y.**, 1995. Parameter Estimation by Genetic Algorithms for Nonlinear Regression, *Proc. of International Conference on Optimization Techniques and Applications*, World Scientific, 946-953.
- Ralston, M.L. and Jennrich R.I.**, 1978. Dud, A Derivative-Free Algorithm for Nonlinear Least Squares, *Technometrics*, **20**, 7-13.
- Ratkowsky, D.A.**, 1983. Nonlinear Regression Modeling, A Unified Practical Approach, CSIRO Division of Mathematics and Statistics, Tasmanian Regional Laboratory, Hobart, Tasmania, Marcel Dekker, New York.
- Seber, G.A.F. and Wild, C.J.**, 1989. Nonlinear Regression, John Wiley and Sons, New York.
- Schlögl, A.**, 2002. Time Series Analysis – A toolbox for the use with MATLAB.
- Shaman, P.**, 2008. Properties of Generalized Levinson-Durbin-Whittle Sequences, *Journal of Statistical Planning and Inference*, **138**, 2808-2814.
- Stulajter, F.**, 1994. On Estimation of a Covariance Function of Stationary Errors in a Nonlinear Regression Model, *Acta Math. Univ. Comenianae*, **1**, 107-116.
- Swami, A. and Mendel, J.M.**, 1996. Lattice Algorithms for Recursive Instrumental Variable Methods, *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing*, **10**, 177-212.
- Terdik, Gy., Rao, T.S. and Jammalamadaka, S.R.**, 2006. On Multivariate, Multiple Nonlinear Regression Models with Stationary Correlated Errors, *Probability and Statistics Group School of Mathematics*, Research Report No: 11, The University of Manchester.
- Tez, M.**, 1985. Lineer Olmayan Modellerde Güven Bölgelerinin İncelenmesi ve Mitscherlich Modeli, *Doktora Tezi*, Çukurova Üniv. Fen Bilimleri Enstitüsü, Adana.

- Ulrych, T.J. and Bishop, T.N.**, 1975. Maximum Entropy Spectral Analysis and Autoregressive Decomposition, *Reviews of Geophysics and Space Physics*, **13**, 183-200.
- Van Den Bos, A.**, 1971. Alternative Interpretation of Maximum Entropy Spectral Analysis, *IEEE Transactions on Information Theory*, **17**, 493-494.
- Vieira, A. and Kailath, T.**, 1977. On Another Approach to the Schur-Cohn Criterion, *IEEE Transactions on Circuits and Systems*, **24**, 218-220.
- Whittle, P.**, 1963. On the Fitting of Multivariate Autoregressions and the Approximate Canonical Factorization of a Spectral Density Matrix, *Biometrika*, **50**, 129-134.
- Yao, L. and Sethares, W.A.**, 1994. Nonlinear Parameter Estimation via the Genetic Algorithm, *IEEE Transactions on Signal Processing*, **42**, 927-935.

EKLER

EK-A. BURG ALGORİTMASI İLE İLGİLİ TERİMLER

A.1. Entropi Kavramı

M farklı m_i olayının p_i olasılıkla gerçekleştiği bir durumda, bütün p_i değerleri eşitse bu sistem için özel bir bilgi mevcut değildir denilebilir. Bunun yanında, özel bir p_i değeri mevcutsa sistem hakkında bazı bilgiler elde edilebilir. Bir olayın gerçekleşme olasılığı, bilgi ile doğrudan ilgilidir. Bilgi ile olasılık arasındaki ilişki,

$$I = k \ln \frac{1}{p_i} \quad (\text{A.1})$$

biçiminde verilebilir. Burada, I bilgiyi, k ise bir sabiti belirtmektedir. (A.1) ile verilen eşitlikte logaritma kullanılmasının amacı, bilginin toplamsal bir nicelik olarak düşünülmesidir. T, uzun zaman süreci ve bu zaman süreci içinde m_i 'nin beklenen değeri, $p_i T$ olmak üzere,

$$I_{\text{toplamlam}} = k \left(p_1 T \ln \frac{1}{p_1} + p_2 T \ln \frac{1}{p_2} + \dots \right) \quad (\text{A.2})$$

eşitliği ile sistem hakkındaki toplam bilgi tanımlanabilir. (A.2) ile verilen eşitlik göz önüne alınarak her bir zaman aralığı için ortalama bilgi,

$$H = \frac{I_{\text{toplamlam}}}{T} = -k \sum_{i=1}^M p_i \ln p_i \quad (\text{A.3})$$

biçiminde elde edilir ve “entropi” olarak adlandırılır. Bilgi ve olasılık arasındaki ilişkiden yola çıkılarak, entropi için olasılıkların oluşturduğu belirsizlik ölçütü denilebilir (Ulrych ve Bishop, 1975).

A.2. Maksimum Entropi Spectral Çözümlemesi

Durağan rastgele bir süreç için maksimum entropi spectrumu, bu sürecin entropisini en büyükleyen sonuç olarak tanımlanabilir. y_t , $t=1, 2, \dots, n$ süreci hakkındaki bilgi, $f_1(y_t), f_2(y_t), \dots, f_m(y_t)$, $m < n$ fonksiyonlarının ortalama değerlerinden $\langle f_1(y_t) \rangle, \langle f_2(y_t) \rangle, \dots, \langle f_m(y_t) \rangle$ elde edilebilir. Olasılık dağılımı $p_i = p(y_i)$,

$$H = -\sum_i p_i \log p_i \quad (\text{A.4})$$

biçiminde verilen entropiyi en büyükleyen dağılım olarak tanımlanabilir. H'nin en büyüklenmesi,

$$\sum_i p_i = 1 \quad (\text{A.5})$$

ve

$$\sum_i p_i f_k(y_i) = \langle f_k(y_t) \rangle \quad k=1, 2, \dots, m \quad (\text{A.6})$$

eşitlikleriyle verilen kısıtlar altında araştırılır.

Maksimum entropi spectral çözümlemesinde, entropi ile durağan normal dağılımlı bir süreçten gelen spectral yoğunluk $S(f)$ arasındaki ilişki,

$$H = \frac{1}{4f_N} \int_{-f_N}^{f_N} \log S(f) df \quad (\text{A.7})$$

biçiminde verilebilir. Burada f_N , "Nyquist frekansı" olarak adlandırılır. (A.7) ile verilen eşitlik, incelenen sürecin otokorelasyonu $\phi(k)$ kullanılarak,

$$H = \frac{1}{4f_N} \int_{-f_N}^{f_N} \log \left[\sum_{k=-\infty}^{+\infty} \phi(k) \exp(-i2\pi f k \Delta t) \right] df \quad (\text{A.8})$$

biçiminde de verilebilir. Burada Δt , tekdüze örneklem oranıdır. (A.8) ile verilen eşitlik, $S(f)$ 'nin bilinen otokorelasyonlar, $\phi(0), \dots, \phi(M-1)$ ile tutarlı olduğu kısıtı altında, bilinmeyen $\phi(k)$ ile en büyüklenebilir. Buradan elde edilen kestirim değeri, maksimum entropi yöntemiyle elde edilen “spectral kestirim” olarak adlandırılır. Bu kestirim, bilinenlerle tutarlı olan ve bilinmeyen bilgiye bağlı olan maksimum belirsizliği ifade eder. Doğrusal gerçel bir y_t süreci için, en iyi bilinen maksimum entropi spectral yoğunluk ifadesi,

$$P_E(f) = \frac{P_M}{f_N \left| 1 + \sum_{j=1}^{M-1} \gamma_j \exp(-i2\pi f_j \Delta t) \right|^2} \quad (\text{A.9})$$

biçiminde tanımlanabilir. Burada P_M , bir sabiti ve γ_j de veriden elde edilen hata tahmin katsayılarını belirtmektedir (Ulrych ve Bishop, 1975).

A.3. AR Süreci ile Maksimum Entropi Yöntemi Arasındaki İlişki

Maksimum entropi yöntemi, bir AR sürecindeki parametrelerin kestirimi için de kullanılabilir. Durağan normal dağılımlı bir y_t , $t = 1, 2, \dots, M+1$ süreci için entropi,

$$H = (1/2) \log \{ \det [C_M] \} \quad (\text{A.10})$$

biçiminde tanımlanabilir. (A.10) ile verilen eşitlik, (A.7) ile verilen eşitlik dikkate alınarak oluşturulmuştur. Burada C_M , otokovaryansların oluşturduğu yarı pozitif tanımlı bir matris olup,

$$C_M = \begin{pmatrix} c_0 & c_1 & \cdots & c_M \\ c_1 & c_0 & \cdots & c_{M-1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ c_M & c_{M-1} & \cdots & c_0 \end{pmatrix} \quad (\text{A.11})$$

biçiminde verilir. İlk $M+1$ gecikmeli otokovaryans değerlerinin, c_0, c_1, \dots, c_M bilindiği varsayımı altında, bilinmeyen c_{M+1}, c_{M+2} vb. otokovaryans değerleri de her bir basamakta entropinin en büyüklenmesi yoluyla hesaplanabilir. (A.10) ile verilen eşitlik dikkate alınırsa, c_{M+1} 'in bulunmasında $\det[C_{M+1}]$ değerinin en büyüklenmesi

söz konusu olacaktır. \mathbf{C}_{M+1} 'in yarı pozitif tanımlı olma özelliğinden dolayı, c_{M+1} fonksiyonu için tek bir değerde $\det[\mathbf{C}_{M+1}]$ 'in en büyük olması beklenir. c_{M+1} bulunduktan sonra, \mathbf{C}_{M+2} 'de yerine yazılıp $\det[\mathbf{C}_{M+2}]$ 'nin en büyüklenmesiyle c_{M+2} elde edilebilir.

c_{M+1} için $\det[\mathbf{C}_{M+1}]$ değerinin en büyüklenmesi,

$$\det \begin{pmatrix} c_1 & c_0 & \cdots & c_{M-1} \\ c_2 & c_1 & \cdots & c_{M-2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ c_{M+1} & c_M & \cdots & c_1 \end{pmatrix} = 0 \quad (\text{A.12})$$

biçiminde verilebilir. (A.12) ile verilen eşitlikten hesaplanabilen c_{M+1} değeri yardımıyla,

$$\begin{aligned} c_1 - a_1 c_0 - \dots - a_M c_{M-1} &= 0 \\ c_2 - a_1 c_1 - \dots - a_M c_{M-2} &= 0 \\ \vdots & \\ c_{M+1} - a_1 c_M - \dots - a_M c_1 &= 0 \end{aligned} \quad (\text{A.13})$$

biçiminde verilen Yule-Walker denklemleri kullanılarak parametre kestirimleri, $\hat{a}_1, \hat{a}_2, \dots, \hat{a}_M$ elde edilebilir (Van Den Bos, 1971; Ulrych ve Bishop, 1975).

EK-B. ANA PROGRAM

```
clear;
clc;
q=input('> Iliski AR(q) derecesini girin: ');
kov=input('> Farkli otokovaryans kestirimi icin "1", aksi halde "Enter"
tusuna basin: ');
df=input('> Daraltma: Karesel icin "1", Kubik icin "2", Kuartik icin "3";
aksi halde "Enter" tusuna basin: ');
karar=input('> Burg icin "1", Kafes icin "2", Levinson-Durbin icin "Enter"
tusuna basin: ');
load eczacilik.m;
n=length(eczacilik);
x=eczacilik(:,1);
y=eczacilik(:,2);
t=[30; 300; 91; 88; 0.95; 0.28; 0.01];
fprintf('\n');
fprintf(' ***** \n');
fprintf(' *          TEK ASAMALI EKK          * \n');
fprintf(' *          *          *          * \n');
fprintf(' *          SONUCLARI          * \n');
fprintf(' ***** \n');
fprintf('\n');
[that,r]=nlinfit(x,y,@eczacilik_fun,t)
AKT=r'*r
if df==1
sum=0;
for i=1:n
v=(i-0.5)/n;
h=[v*(1-v)]^2;
sum=sum+h;
end
c=n/sum;
for j=1:n
son(j)=(((j-0.5)/n)*(1-((j-0.5)/n)))*sqrt(c);
end
son=son';
r=r.*son;
end
if df==2
sum=0;
for i=1:n
v=(i-0.5)/n;
h=[v*(1-v^2)]^2;
sum=sum+h;
end
c=n/sum;
for j=1:n
son(j)=(((j-0.5)/n)*(1-(((j-0.5)/n)^2)))*sqrt(c);
end
son=son';
r=r.*son;
end
if df==3
sum=0;
for i=1:n
v=(i-0.5)/n;
h=[v*(1-v)*((1-v)^2)]^2;
sum=sum+h;
end
c=n/sum;
for j=1:n
son(j)=(((j-0.5)/n)*(1-((j-0.5)/n))*((1-((j-0.5)/n))^2))*sqrt(c);
end
son=son';
r=r.*son;
end
end
```

```

if q==1
rhat_0=[r; 0];
rhat_1=[0; r];
w=[rhat_1];
lamdahat=(w'*w)/n;
z=rhat_0;
gamahat=(w'*z)/n;
ahat=(-inv(lamdahat))*gamahat;
if kov==1
sum1=0; sum2=0;
for m=1:length(r)
k1=r(m)*r(m);
sum1=sum1+k1;
end
sum1=sum1/(length(r));
for m=1:(length(r)-1)
k2=r(m)*r(m+1);
sum2=sum2+k2;
end
sum2=sum2/(length(r)-1);
lamdahat=[sum1];
gamahat=[sum2];
ahat=(-inv(lamdahat))*gamahat;
end
if karar==1
[AR,RC,PE]=lattice(r',1,'BURG');
AR=-AR(:,1);
ahat=(fliplr(AR))';
end
if karar==2
[AR,RC,PE]=lattice(r',1,'GEOL');
AR=-AR(:,1);
ahat=(fliplr(AR))';
end
sigma2hat=((z'*z)/n)+(ahat'*gamahat);
Phat_q=chol(inv(lamdahat));
khat=sqrt(sigma2hat).*Phat_q;
one=ones(n-q,1);
col2=[zeros(q,1); one];
ahat_new= repmat(ahat',n-q,1);
global Phat;
Phat=[[khat; ahat_new] col2];
y1=[y(1); y];
y1=y1(1:n);
y2=[y(2); y];
y2=[y2(1); y2(3:n+1)];
x1=[x(1); x];
x1=x1(1:n);
x2=[x(2); x];
x2=[x2(1); x2(3:n+1)];
y_new=(Phat(:,1).*y1)+(Phat(:,2).*y2);
x_new=[x1 x2];
fprintf('\n');
fprintf(' ***** \n');
fprintf(' * IKI ASAMALI EKK * \n');
fprintf(' * * \n');
fprintf(' * SONUCLARI * \n');
fprintf(' ***** \n');
fprintf('\n');
[that,r]=nlinfit(x_new,y_new,@eczacilik_fun_new1,t)
AKT=r'*r
end
if q==2
rhat_0=[r; 0; 0];
rhat_1=[0; r; 0];
rhat_2=[0; 0; r];
w=[rhat_2 rhat_1];
lamdahat=(w'*w)/n;

```

```

z=rhat_0;
gamahat=(w'*z)/n;
ahat=(-inv(lamdahat))*gamahat;
if kov==1
sum1=0; sum2=0; sum3=0;
for m=1:length(r)
k1=r(m)*r(m);
sum1=sum1+k1;
end
sum1=sum1/(length(r));
for m=1:(length(r)-1)
k2=r(m)*r(m+1);
sum2=sum2+k2;
end
sum2=sum2/(length(r)-1);
for m=1:(length(r)-2)
k3=r(m)*r(m+2);
sum3=sum3+k3;
end
sum3=sum3/(length(r)-2);
lamdahat=[sum1 sum2; sum2 sum1];
gamahat=[sum2; sum3];
ahat=(-inv(lamdahat))*gamahat;
end
if karar==1
[AR,RC,PE]=lattice(r',2,'BURG');
AR=-AR(:,1:2);
ahat=(fliplr(AR))';
end
if karar==2
[AR,RC,PE]=lattice(r',2,'GEOL');
AR=-AR(:,1:2);
ahat=(fliplr(AR))';
end
sigma2hat=((z'*z)/n)+(ahat'*gamahat);
Phat_q=chol(inv(lamdahat));
khat=sqrt(sigma2hat).*Phat_q;
one=ones(n-q,1);
col3=[zeros(q,1); one];
ahat_new= repmat(ahat',n-q,1);
global Phat;
Phat=[[khat; ahat_new] col3];
y1=[y(1); y(1); y];
y1=y1(1:n);
y2=[y(2); y(2); y];
y2=[y2(1:2); y2(4:n+1)];
y3=[y(3); y(3); y];
y3=[y3(1:2); y3(5:n+2)];
x1=[x(1); x(1); x];
x1=x1(1:n);
x2=[x(2); x(2); x];
x2=[x2(1:2); x2(4:n+1)];
x3=[x(3); x(3); x];
x3=[x3(1:2); x3(5:n+2)];
y_new=(Phat(:,1).*y1)+(Phat(:,2).*y2)+(Phat(:,3).*y3);
x_new=[x1 x2 x3];
fprintf('\n');
fprintf(' ***** \n');
fprintf(' * IKI ASAMALI EKK * \n');
fprintf(' * * \n');
fprintf(' * SONUCLARI * \n');
fprintf(' ***** \n');
fprintf('\n');
[that,r]=nlinfit(x_new,y_new,@eczacilik_fun_new2,t)
AKT=r'*r
end
if q==3
rhat_0=[r; 0; 0; 0];

```

```

rhat_1=[0; r; 0; 0];
rhat_2=[0; 0; r; 0];
rhat_3=[0; 0; 0; r];
w=[rhat_3 rhat_2 rhat_1];
lamdahat=(w'*w)/n;
z=rhat_0;
gamahat=(w'*z)/n;
ahat=(-inv(lamdahat))*gamahat;
if kov==1
sum1=0; sum2=0; sum3=0; sum4=0;
for m=1:length(r)
k1=r(m)*r(m);
sum1=sum1+k1;
end
sum1=sum1/(length(r));
for m=1:(length(r)-1)
k2=r(m)*r(m+1);
sum2=sum2+k2;
end
sum2=sum2/(length(r)-1);
for m=1:(length(r)-2)
k3=r(m)*r(m+2);
sum3=sum3+k3;
end
sum3=sum3/(length(r)-2);
for m=1:(length(r)-3)
k4=r(m)*r(m+3);
sum4=sum4+k4;
end
sum4=sum4/(length(r)-3);
lamdahat=[sum1 sum2 sum3; sum2 sum1 sum2; sum3 sum2 sum1];
gamahat=[sum2; sum3; sum4];
ahat=(-inv(lamdahat))*gamahat;
end
if karar==1
[AR,RC,PE]=lattice(r',3,'BURG');
AR=-AR(:,1:3);
ahat=(fliplr(AR))';
end
if karar==2
[AR,RC,PE]=lattice(r',3,'GEOL');
AR=-AR(:,1:3);
ahat=(fliplr(AR))';
end
sigma2hat=((z'*z)/n)+(ahat'*gamahat);
Phat_q=chol(inv(lamdahat));
khat=sqrt(sigma2hat).*Phat_q;
one=ones(n-q,1);
col4=[zeros(q,1); one];
ahat_new= repmat(ahat',n-q,1);
global Phat;
Phat=[[khat; ahat_new] col4];
y1=[y(1); y(1); y(1); y];
y1=y1(1:n);
y2=[y(2); y(2); y(2); y];
y2=[y2(1:3); y2(5:n+1)];
y3=[y(3); y(3); y(3); y];
y3=[y3(1:3); y3(6:n+2)];
y4=[y(4); y(4); y(4); y];
y4=[y4(1:3); y4(7:n+3)];
x1=[x(1); x(1); x(1); x];
x1=x1(1:n);
x2=[x(2); x(2); x(2); x];
x2=[x2(1:3); x2(5:n+1)];
x3=[x(3); x(3); x(3); x];
x3=[x3(1:3); x3(6:n+2)];
x4=[x(4); x(4); x(4); x];
x4=[x4(1:3); x4(7:n+3)];

```

```

y_new=(Phat(:,1).*y1)+(Phat(:,2).*y2)+(Phat(:,3).*y3)+(Phat(:,4).*y4);
x_new=[x1 x2 x3 x4];
fprintf('\n');
fprintf(' ***** \n');
fprintf(' *           IKI ASAMALI EKK * \n');
fprintf(' *           * \n');
fprintf(' *           SONUCLARI * \n');
fprintf(' ***** \n');
fprintf('\n');
[that,r]=nlinfit(x_new,y_new,@eczacilik_fun_new3,t)
AKT=r'*r
end
if q==4
rhat_0=[r; 0; 0; 0; 0];
rhat_1=[0; r; 0; 0; 0];
rhat_2=[0; 0; r; 0; 0];
rhat_3=[0; 0; 0; r; 0];
rhat_4=[0; 0; 0; 0; r];
w=[rhat_4 rhat_3 rhat_2 rhat_1];
lamdahat=(w'*w)/n;
z=rhat_0;
gamahat=(w'*z)/n;
ahat=(-inv(lamdahat))*gamahat;
if kov==1
sum1=0; sum2=0; sum3=0; sum4=0; sum5=0;
for m=1:length(r)
k1=r(m)*r(m);
sum1=sum1+k1;
end
sum1=sum1/(length(r));
for m=1:(length(r)-1)
k2=r(m)*r(m+1);
sum2=sum2+k2;
end
sum2=sum2/(length(r)-1);
for m=1:(length(r)-2)
k3=r(m)*r(m+2);
sum3=sum3+k3;
end
sum3=sum3/(length(r)-2);
for m=1:(length(r)-3)
k4=r(m)*r(m+3);
sum4=sum4+k4;
end
sum4=sum4/(length(r)-3);
for m=1:(length(r)-4)
k5=r(m)*r(m+4);
sum5=sum5+k5;
end
sum5=sum5/(length(r)-4);
lamdahat=[sum1 sum2 sum3 sum4; sum2 sum1 sum2 sum3; sum3 sum2 sum1 sum2;
sum4 sum3 sum2 sum1];
gamahat=[sum2; sum3; sum4; sum5];
ahat=(-inv(lamdahat))*gamahat;
end
if karar==1
[AR,RC,PE]=lattice(r',4,'BURG');
AR=-AR(:,1:4);
ahat=(fliplr(AR))';
end
if karar==2
[AR,RC,PE]=lattice(r',4,'GEOL');
AR=-AR(:,1:4);
ahat=(fliplr(AR))';
end
sigma2hat=((z'*z)/n)+(ahat'*gamahat);
Phat_q=chol(inv(lamdahat));
khat=sqrt(sigma2hat).*Phat_q;

```

```

one=ones(n-q,1);
col5=[zeros(q,1); one];
ahat_new=repmat(ahat',n-q,1);
global Phat;
Phat=[[khat; ahat_new] col5];
y1=[y(1); y(1); y(1); y(1); y];
y1=y1(1:n);
y2=[y(2); y(2); y(2); y(2); y];
y2=[y2(1:4); y2(6:n+1)];
y3=[y(3); y(3); y(3); y(3); y];
y3=[y3(1:4); y3(7:n+2)];
y4=[y(4); y(4); y(4); y(4); y];
y4=[y4(1:4); y4(8:n+3)];
y5=[y(5); y(5); y(5); y(5); y];
y5=[y5(1:4); y5(9:n+4)];
x1=[x(1); x(1); x(1); x(1); x];
x1=x1(1:n);
x2=[x(2); x(2); x(2); x(2); x];
x2=[x2(1:4); x2(6:n+1)];
x3=[x(3); x(3); x(3); x(3); x];
x3=[x3(1:4); x3(7:n+2)];
x4=[x(4); x(4); x(4); x(4); x];
x4=[x4(1:4); x4(8:n+3)];
x5=[x(5); x(5); x(5); x(5); x];
x5=[x5(1:4); x5(9:n+4)];
y_new=(Phat(:,1).*y1)+(Phat(:,2).*y2)+(Phat(:,3).*y3)+(Phat(:,4).*y4)+(Phat(
(:,5).*y5);
x_new=[x1 x2 x3 x4 x5];
fprintf('\n');
fprintf('***** \n');
fprintf(' *          IKI ASAMALI EKK * \n');
fprintf(' *          * \n');
fprintf(' *          SONUCLARI * \n');
fprintf('***** \n');
fprintf('\n');
[that,r]=nlinfit(x_new,y_new,@eczacilik_fun_new4,t)
AKT=r'*r
end

```


EK-C. ECZACILIK VERİSİ İÇİN HAZIRLANAN FONKSİYONLAR

Orijinal fonksiyon:

```
function yhat=eczacilik_fun(t,x)
yhat=t(1)+(t(2)*exp((-t(5))*x))+(t(3)*exp((-t(6))*x))+(t(4)*exp((-t(7))*x));
```

AR(1) biçimli otokorelasyon varlığında kullanılan fonksiyon:

```
function y_newhat=eczacilik_fun_new1(t,x_new)
global Phat;
y_newhat=(Phat(:,1).*(t(1)+(t(2)*exp((-t(5))*x_new(:,1))))+(t(3)*exp(
(-t(6))*x_new(:,1)))+(t(4)*exp(
(-t(7))*x_new(:,1))))+(Phat(:,2).*(t(1)+(t(2)*exp(
(-t(5))*x_new(:,2)))+(t(3)*exp((-t(6))*x_new(:,2)))+(t(4)*exp(
(-t(7))*x_new(:,2)))));
```

AR(2) biçimli otokorelasyon varlığında kullanılan fonksiyon:

```
function y_newhat=eczacilik_fun_new2(t,x_new)
global Phat;
y_newhat=(Phat(:,1).*(t(1)+(t(2)*exp((-t(5))*x_new(:,1))))+(t(3)*exp(
(-t(6))*x_new(:,1)))+(t(4)*exp(
(-t(7))*x_new(:,1))))+(Phat(:,2).*(t(1)+(t(2)*exp(
(-t(5))*x_new(:,2)))+(t(3)*exp((-t(6))*x_new(:,2)))+(t(4)*exp(
(-t(7))*x_new(:,2))))+(Phat(:,3).*(t(1)+(t(2)*exp(
(-t(5))*x_new(:,3)))+(t(3)*exp((-t(6))*x_new(:,3)))+(t(4)*exp(
(-t(7))*x_new(:,3)))));
```

AR(3) biçimli otokorelasyon varlığında kullanılan fonksiyon:

```
function y_newhat=eczacilik_fun_new3(t,x_new)
global Phat;
y_newhat=(Phat(:,1).*(t(1)+(t(2)*exp((-t(5))*x_new(:,1))))+(t(3)*exp(
(-t(6))*x_new(:,1)))+(t(4)*exp(
(-t(7))*x_new(:,1))))+(Phat(:,2).*(t(1)+(t(2)*exp(
(-t(5))*x_new(:,2)))+(t(3)*exp((-t(6))*x_new(:,2)))+(t(4)*exp(
(-t(7))*x_new(:,2))))+(Phat(:,3).*(t(1)+(t(2)*exp(
(-t(5))*x_new(:,3)))+(t(3)*exp((-t(6))*x_new(:,3)))+(t(4)*exp(
(-t(7))*x_new(:,3))))+(Phat(:,4).*(t(1)+(t(2)*exp(
(-t(5))*x_new(:,4)))+(t(3)*exp((-t(6))*x_new(:,4)))+(t(4)*exp(
(-t(7))*x_new(:,4)))));
```

AR(4) biçimli otokorelasyon varlığında kullanılan fonksiyon:

```
function y_newhat=eczacilik_fun_new4(t,x_new)
global Phat;
y_newhat=(Phat(:,1).*(t(1)+(t(2)*exp((-t(5))*x_new(:,1))))+(t(3)*exp(
(-t(6))*x_new(:,1)))+(t(4)*exp(
(-t(7))*x_new(:,1))))+(Phat(:,2).*(t(1)+(t(2)*exp(
(-t(5))*x_new(:,2)))+(t(3)*exp((-t(6))*x_new(:,2)))+(t(4)*exp(
(-t(7))*x_new(:,2))))+(Phat(:,3).*(t(1)+(t(2)*exp(
(-t(5))*x_new(:,3)))+(t(3)*exp((-t(6))*x_new(:,3)))+(t(4)*exp(
(-t(7))*x_new(:,3))))+(Phat(:,4).*(t(1)+(t(2)*exp(
(-t(5))*x_new(:,4)))+(t(3)*exp((-t(6))*x_new(:,4)))+(t(4)*exp(
(-t(7))*x_new(:,4))))+(Phat(:,5).*(t(1)+(t(2)*exp(
(-t(5))*x_new(:,5)))+(t(3)*exp((-t(6))*x_new(:,5)))+(t(4)*exp(
(-t(7))*x_new(:,5)))));
```

EK-D. TOPTAN SATIŞ VERİSİ İÇİN HAZIRLANAN FONKSİYONLAR

Orijinal fonksiyon:

```
function yhat=satis_fun(t,x)
yhat=(t(1)*exp(t(2)*x));
```

AR(1) biçimli otokorelasyon varlığında kullanılan fonksiyon:

```
function y_newhat=satis_fun_new1(t,x_new)
global Phat;
y_newhat=(Phat(:,1).*t(1).*exp(t(2).*x_new(:,1)))+(Phat(:,2).*t(1).*exp(t(2)
.*x_new(:,2)));
```

AR(2) biçimli otokorelasyon varlığında kullanılan fonksiyon:

```
function y_newhat=satis_fun_new2(t,x_new)
global Phat;
y_newhat=(Phat(:,1).*t(1).*exp(t(2).*x_new(:,1)))+(Phat(:,2).*t(1).*exp(t(2)
.*x_new(:,2)))+(Phat(:,3).*t(1).*exp(t(2).*x_new(:,3)));
```

AR(3) biçimli otokorelasyon varlığında kullanılan fonksiyon:

```
function y_newhat=satis_fun_new3(t,x_new)
global Phat;
y_newhat=(Phat(:,1).*t(1).*exp(t(2).*x_new(:,1)))+(Phat(:,2).*t(1).*exp(t(2)
.*x_new(:,2)))+(Phat(:,3).*t(1).*exp(t(2).*x_new(:,3)))+(Phat(:,4).*t(1).*
exp(t(2).*x_new(:,4)));
```

AR(4) biçimli otokorelasyon varlığında kullanılan fonksiyon:

```
function y_newhat=satis_fun_new4(t,x_new)
global Phat;
y_newhat=(Phat(:,1).*t(1).*exp(t(2).*x_new(:,1)))+(Phat(:,2).*t(1).*exp(t(2)
.*x_new(:,2)))+(Phat(:,3).*t(1).*exp(t(2).*x_new(:,3)))+(Phat(:,4).*t(1).*
exp(t(2).*x_new(:,4)))+(Phat(:,5).*t(1).*exp(t(2).*x_new(:,5)));
```

EK-E. MONTE CARLO BENZETİM ÇALIŞMASI SONUÇLARI

Çizelge E.1.a. AR(1) biçimli otokorelasyon için benzetim sonuçları

		Levinson-Durbin		Burg		Kafes	
		HKO (β_1)	HKO (β_2)	HKO (β_1)	HKO (β_2)	HKO (β_1)	HKO (β_2)
n = 30	$\sigma = 0.5$	0.29158663	0.00000543	0.29158663	0.00000543	0.29158663	0.00000543
	$\sigma = 1$	0.95735648	0.00001862	0.95735648	0.00001862	0.95735648	0.00001862
	$\sigma = 3$	8.22992402	0.00018449	8.22992402	0.00018449	8.22992402	0.00018449
n = 50	$\sigma = 0.5$	0.19188636	0.00000128	0.19188636	0.00000128	0.19188636	0.00000128
	$\sigma = 1$	0.63212826	0.00000486	0.63212826	0.00000486	0.63212826	0.00000486
	$\sigma = 3$	5.92794398	0.00004496	5.92794398	0.00004496	5.92794398	0.00004496
n = 100	$\sigma = 0.5$	0.10623796	0.00000015	0.10623796	0.00000015	0.10623796	0.00000015
	$\sigma = 1$	0.37385375	0.00000059	0.37385375	0.00000059	0.37385375	0.00000059
	$\sigma = 3$	3.16957528	0.00000497	3.16957528	0.00000497	3.16957528	0.00000497
n = 300	$\sigma = 0.5$	0.02097896	0.00000000	0.02097896	0.00000000	0.02097896	0.00000000
	$\sigma = 1$	0.07129558	0.00000001	0.07129558	0.00000001	0.07129558	0.00000001
	$\sigma = 3$	0.78395332	0.00000010	0.78395332	0.00000010	0.78395332	0.00000010

Çizelge E.1.b. AR(1) biçimli otokorelasyon için (5.41) eşitliği kullanılarak elde edilen benzetim sonuçları

		Levinson-Durbin		Burg		Kafes	
		HKO (β_1)	HKO (β_2)	HKO (β_1)	HKO (β_2)	HKO (β_1)	HKO (β_2)
n = 30	$\sigma = 0.5$	0.28542081	0.00000535	0.28542081	0.00000535	0.28542081	0.00000535
	$\sigma = 1$	0.90767921	0.00001795	0.90767921	0.00001795	0.90767921	0.00001795
	$\sigma = 3$	7.82413760	0.00017881	7.82413760	0.00017881	7.82413760	0.00017881
n = 50	$\sigma = 0.5$	0.19068440	0.00000128	0.19068440	0.00000128	0.19068440	0.00000128
	$\sigma = 1$	0.61976991	0.00000479	0.61976991	0.00000479	0.61976991	0.00000479
	$\sigma = 3$	5.76355843	0.00004415	5.76355843	0.00004415	5.76355843	0.00004415
n = 100	$\sigma = 0.5$	0.10558864	0.00000015	0.10558864	0.00000015	0.10558864	0.00000015
	$\sigma = 1$	0.37000189	0.00000058	0.37000189	0.00000058	0.37000189	0.00000058
	$\sigma = 3$	3.14098360	0.00000494	3.14098360	0.00000494	3.14098360	0.00000494
n = 300	$\sigma = 0.5$	0.02095862	0.00000000	0.02095862	0.00000000	0.02095862	0.00000000
	$\sigma = 1$	0.07112500	0.00000001	0.07112500	0.00000001	0.07112500	0.00000001
	$\sigma = 3$	0.78347862	0.00000010	0.78347862	0.00000010	0.78347862	0.00000010

Çizelge E.1.c. AR(1) biçimli otokorelasyon için (5.42) eşitliği kullanılarak elde edilen benzetim sonuçları

		Levinson-Durbin		Burg		Kafes	
		HKO (β_1)	HKO (β_2)	HKO (β_1)	HKO (β_2)	HKO (β_1)	HKO (β_2)
n = 30	$\sigma = 0.5$	0.28579503	0.00000535	0.28579503	0.00000535	0.28579503	0.00000535
	$\sigma = 1$	0.91599171	0.00001808	0.91599171	0.00001808	0.91599171	0.00001808
	$\sigma = 3$	7.87918671	0.00018008	7.87918671	0.00018008	7.87918671	0.00018008
n = 50	$\sigma = 0.5$	0.19093952	0.00000129	0.19093952	0.00000129	0.19093952	0.00000129
	$\sigma = 1$	0.62010649	0.00000480	0.62010649	0.00000480	0.62010649	0.00000480
	$\sigma = 3$	5.75826907	0.00004416	5.75826907	0.00004416	5.75826907	0.00004416
n = 100	$\sigma = 0.5$	0.10584068	0.00000015	0.10584068	0.00000015	0.10584068	0.00000015
	$\sigma = 1$	0.37043288	0.00000058	0.37043288	0.00000058	0.37043288	0.00000058
	$\sigma = 3$	3.13936069	0.00000493	3.13936069	0.00000493	3.13936069	0.00000493
n = 300	$\sigma = 0.5$	0.02097219	0.00000000	0.02097219	0.00000000	0.02097219	0.00000000
	$\sigma = 1$	0.07114413	0.00000001	0.07114413	0.00000001	0.07114413	0.00000001
	$\sigma = 3$	0.78310619	0.00000010	0.78310619	0.00000010	0.78310619	0.00000010

Çizelge E.1.d. AR(1) biçimli otokorelasyon için (5.43) eşitliği kullanılarak elde edilen benzetim sonuçları

		Levinson-Durbin		Burg		Kafes	
		HKO (β_1)	HKO (β_2)	HKO (β_1)	HKO (β_2)	HKO (β_1)	HKO (β_2)
n = 30	$\sigma = 0.5$	0.28974684	0.00000543	0.28974684	0.00000543	0.28974684	0.00000543
	$\sigma = 1$	0.90491495	0.00001789	0.90491495	0.00001789	0.90491495	0.00001789
	$\sigma = 3$	7.81578608	0.00017698	7.81578608	0.00017698	7.81578608	0.00017698
n = 50	$\sigma = 0.5$	0.19126146	0.00000127	0.19126146	0.00000127	0.19126146	0.00000127
	$\sigma = 1$	0.62696276	0.00000486	0.62696276	0.00000486	0.62696276	0.00000486
	$\sigma = 3$	5.90170582	0.00004472	5.90170582	0.00004472	5.90170582	0.00004472
n = 100	$\sigma = 0.5$	0.10510862	0.00000015	0.10510862	0.00000015	0.10510862	0.00000015
	$\sigma = 1$	0.37016265	0.00000058	0.37016265	0.00000058	0.37016265	0.00000058
	$\sigma = 3$	3.17356599	0.00000505	3.17356599	0.00000505	3.17356599	0.00000505
n = 300	$\sigma = 0.5$	0.02093657	0.00000000	0.02093657	0.00000000	0.02093657	0.00000000
	$\sigma = 1$	0.07122496	0.00000001	0.07122496	0.00000001	0.07122496	0.00000001
	$\sigma = 3$	0.78530196	0.00000010	0.78530196	0.00000010	0.78530196	0.00000010

Çizelge E.2.a. AR(2) biçimli otokorelasyon için benzetim sonuçları

		Levinson-Durbin		Burg		Kafes	
		HKO (β_1)	HKO (β_2)	HKO (β_1)	HKO (β_2)	HKO (β_1)	HKO (β_2)
n = 30	$\sigma = 0.5$	0.32449871	0.00000609	0.32849772	0.00000615	0.32091319	0.00000604
	$\sigma = 1$	0.91789728	0.00002063	0.94633198	0.00002106	0.89443431	0.00002033
	$\sigma = 3$	6.70998373	0.00019102	6.99625386	0.00019513	6.51545425	0.00018738
n = 50	$\sigma = 0.5$	0.25052145	0.00000150	0.25642275	0.00000153	0.24879422	0.00000149
	$\sigma = 1$	0.72240834	0.00000525	0.75689024	0.00000542	0.71048157	0.00000519
	$\sigma = 3$	6.02796720	0.00005025	6.43264525	0.00005215	5.90508252	0.00004982
n = 100	$\sigma = 0.5$	0.13305924	0.00000020	0.13642397	0.00000021	0.13248233	0.00000020
	$\sigma = 1$	0.42932485	0.00000074	0.45123885	0.00000077	0.42668396	0.00000073
	$\sigma = 3$	4.22394324	0.00000713	4.52786257	0.00000757	4.19504872	0.00000710
n = 300	$\sigma = 0.5$	0.03120284	0.00000000	0.03146845	0.00000000	0.03118555	0.00000000
	$\sigma = 1$	0.11219734	0.00000001	0.11335387	0.00000001	0.11217261	0.00000001
	$\sigma = 3$	1.18372367	0.00000015	1.20543283	0.00000015	1.18344254	0.00000015

Çizelge E.2.b. AR(2) biçimli otokorelasyon için (5.41) eşitliği kullanılarak elde edilen benzetim sonuçları

		Levinson-Durbin		Burg		Kafes	
		HKO (β_1)	HKO (β_2)	HKO (β_1)	HKO (β_2)	HKO (β_1)	HKO (β_2)
n = 30	$\sigma = 0.5$	0.31334343	0.00000589	0.32288204	0.00000602	0.31317729	0.00000589
	$\sigma = 1$	0.86431957	0.00001984	0.92369736	0.00002075	0.86333554	0.00001983
	$\sigma = 3$	6.33254235	0.00018361	6.89270451	0.00019200	6.32462562	0.00018344
n = 50	$\sigma = 0.5$	0.24733007	0.00000149	0.25517598	0.00000152	0.24730282	0.00000149
	$\sigma = 1$	0.70461392	0.00000514	0.75244130	0.00000538	0.70444360	0.00000514
	$\sigma = 3$	5.83075311	0.00004943	6.34912062	0.00005183	5.82875837	0.00004942
n = 100	$\sigma = 0.5$	0.13187008	0.00000020	0.13572118	0.00000021	0.13186800	0.00000020
	$\sigma = 1$	0.42309889	0.00000073	0.44842758	0.00000076	0.42308951	0.00000073
	$\sigma = 3$	4.18559702	0.00000711	4.51712521	0.00000755	4.18550407	0.00000710
n = 300	$\sigma = 0.5$	0.03115019	0.00000000	0.03141404	0.00000000	0.03115018	0.00000000
	$\sigma = 1$	0.11215007	0.00000001	0.11335186	0.00000001	0.11215006	0.00000001
	$\sigma = 3$	1.18007341	0.00000015	1.20272838	0.00000015	1.18007328	0.00000015

Çizelge E.2.c. AR(2) biçimli otokorelasyon için (5.42) eşitliği kullanılarak elde edilen benzetim sonuçları

		Levinson-Durbin		Burg		Kafes	
		HKO (β_1)	HKO (β_2)	HKO (β_1)	HKO (β_2)	HKO (β_1)	HKO (β_2)
n = 30	$\sigma = 0.5$	0.31540214	0.00000592	0.32471084	0.00000604	0.31528367	0.00000592
	$\sigma = 1$	0.87009647	0.00001986	0.92900528	0.00002076	0.86943774	0.00001985
	$\sigma = 3$	6.39666030	0.00018290	6.96021372	0.00019187	6.39187137	0.00018271
n = 50	$\sigma = 0.5$	0.24765870	0.00000149	0.25535031	0.00000152	0.24764123	0.00000149
	$\sigma = 1$	0.70753635	0.00000515	0.75429514	0.00000538	0.70741269	0.00000515
	$\sigma = 3$	5.86519559	0.00004958	6.36882024	0.00005188	5.86383705	0.00004958
n = 100	$\sigma = 0.5$	0.13212890	0.00000020	0.13588772	0.00000021	0.13212766	0.00000020
	$\sigma = 1$	0.42335097	0.00000073	0.44792272	0.00000076	0.42334263	0.00000073
	$\sigma = 3$	4.18567522	0.00000710	4.51897379	0.00000756	4.18559802	0.00000710
n = 300	$\sigma = 0.5$	0.03114691	0.00000000	0.03140718	0.00000000	0.03114691	0.00000000
	$\sigma = 1$	0.11215297	0.00000001	0.11334555	0.00000001	0.11215296	0.00000001
	$\sigma = 3$	1.17956971	0.00000015	1.20218062	0.00000015	1.17956953	0.00000015

Çizelge E.2.d. AR(2) biçimli otokorelasyon için (5.43) eşitliği kullanılarak elde edilen benzetim sonuçları

		Levinson-Durbin		Burg		Kafes	
		HKO (β_1)	HKO (β_2)	HKO (β_1)	HKO (β_2)	HKO (β_1)	HKO (β_2)
n = 30	$\sigma = 0.5$	0.31329681	0.00000592	0.32145530	0.00000606	0.31236761	0.00000591
	$\sigma = 1$	0.90038176	0.00002057	0.94344751	0.00002129	0.89471619	0.00002051
	$\sigma = 3$	6.48891738	0.00019111	6.87043324	0.00019555	6.44288564	0.00019073
n = 50	$\sigma = 0.5$	0.25040714	0.00000151	0.25743319	0.00000154	0.25023304	0.00000151
	$\sigma = 1$	0.71058053	0.00000519	0.75683863	0.00000544	0.70946081	0.00000518
	$\sigma = 3$	5.88657231	0.00004952	6.36595651	0.00005184	5.87297882	0.00004950
n = 100	$\sigma = 0.5$	0.13282743	0.00000020	0.13634544	0.00000021	0.13281321	0.00000020
	$\sigma = 1$	0.42764964	0.00000073	0.45370473	0.00000077	0.42760398	0.00000073
	$\sigma = 3$	4.22663031	0.00000714	4.53610498	0.00000756	4.22613999	0.00000714
n = 300	$\sigma = 0.5$	0.03125588	0.00000000	0.03149548	0.00000000	0.03125583	0.00000000
	$\sigma = 1$	0.11208072	0.00000001	0.11329378	0.00000001	0.11208067	0.00000001
	$\sigma = 3$	1.18488150	0.00000015	1.20680044	0.00000015	1.18488117	0.00000015

Çizelge E.3.a. AR(3) biçimli otokorelasyon için benzetim sonuçları

		Levinson-Durbin		Burg		Kafes	
		HKO (β_1)	HKO (β_2)	HKO (β_1)	HKO (β_2)	HKO (β_1)	HKO (β_2)
n = 30	$\sigma = 0.5$	0.76246700	0.00001627	0.69162145	0.00001522	0.75627300	0.00001626
	$\sigma = 1$	2.63876872	0.00006159	2.23515172	0.00005567	2.60476450	0.00006137
	$\sigma = 3$	23.9476362	0.00101407	19.9616499	0.00095547	23.2417453	0.00098599
n = 50	$\sigma = 0.5$	0.57851460	0.00000418	0.54335449	0.00000392	0.57372506	0.00000415
	$\sigma = 1$	1.91018647	0.00001565	1.71994854	0.00001484	1.89172794	0.00001565
	$\sigma = 3$	18.5932956	0.00025454	16.4052780	0.00023418	18.3577620	0.00025277
n = 100	$\sigma = 0.5$	0.30362151	0.00000050	0.29539664	0.00000050	0.30140859	0.00000050
	$\sigma = 1$	1.19500587	0.00000199	1.12440238	0.00000193	1.18915101	0.00000198
	$\sigma = 3$	10.0518107	0.00001782	9.36809874	0.00001748	10.0055984	0.00001779
n = 300	$\sigma = 0.5$	0.06873918	0.00000001	0.06837494	0.00000001	0.06875454	0.00000001
	$\sigma = 1$	0.25851354	0.00000003	0.25522646	0.00000003	0.25847681	0.00000003
	$\sigma = 3$	1.90858219	0.00000028	1.86393044	0.00000027	1.90719993	0.00000028

Çizelge E.3.b. AR(3) biçimli otokorelasyon için (5.41) eşitliği kullanılarak elde edilen benzetim sonuçları

		Levinson-Durbin		Burg		Kafes	
		HKO (β_1)	HKO (β_2)	HKO (β_1)	HKO (β_2)	HKO (β_1)	HKO (β_2)
n = 30	$\sigma = 0.5$	0.71963250	0.00001552	0.66295147	0.00001494	0.72052097	0.00001554
	$\sigma = 1$	2.41792930	0.00005791	1.97665777	0.00005302	2.42156491	0.00005800
	$\sigma = 3$	21.1157832	0.00096478	17.1618537	0.00100942	21.1347334	0.00096692
n = 50	$\sigma = 0.5$	0.56067348	0.00000403	0.53700870	0.00000386	0.56073269	0.00000403
	$\sigma = 1$	1.85427244	0.00001552	1.66094342	0.00001474	1.85460248	0.00001552
	$\sigma = 3$	17.8496994	0.00024993	15.6642730	0.00040170	17.8538898	0.00024994
n = 100	$\sigma = 0.5$	0.29920740	0.00000050	0.29392338	0.00000050	0.29921177	0.00000050
	$\sigma = 1$	1.17766344	0.00000197	1.11108822	0.00000193	1.17768096	0.00000197
	$\sigma = 3$	9.95235747	0.00001779	9.27861722	0.00001748	9.95260165	0.00001779
n = 300	$\sigma = 0.5$	0.06868249	0.00000001	0.06839445	0.00000001	0.06868249	0.00000001
	$\sigma = 1$	0.25774778	0.00000003	0.25476029	0.00000003	0.25774778	0.00000003
	$\sigma = 3$	1.90598525	0.00000028	1.86439523	0.00000027	1.90598571	0.00000028

Çizelge E.3.c. AR(3) biçimli otokorelasyon için (5.42) eşitliği kullanılarak elde edilen benzetim sonuçları

		Levinson-Durbin		Burg		Kafes	
		HKO (β_1)	HKO (β_2)	HKO (β_1)	HKO (β_2)	HKO (β_1)	HKO (β_2)
n = 30	$\sigma = 0.5$	0.72130622	0.00001553	0.66309415	0.00001494	0.72248906	0.00001556
	$\sigma = 1$	2.43031129	0.00005803	1.98500431	0.00005312	2.43558429	0.00005815
	$\sigma = 3$	21.1784886	0.00097311	17.2652468	0.00102146	21.2012371	0.00097582
n = 50	$\sigma = 0.5$	0.56093095	0.00000404	0.53852349	0.00000387	0.56103306	0.00000404
	$\sigma = 1$	1.86502619	0.00001558	1.66925263	0.00001479	1.86563028	0.00001558
	$\sigma = 3$	17.8703715	0.00025041	15.8685056	0.00043865	17.8761897	0.00025045
n = 100	$\sigma = 0.5$	0.29914999	0.00000050	0.29393215	0.00000050	0.29915696	0.00000050
	$\sigma = 1$	1.18065581	0.00000198	1.11276492	0.00000193	1.18068970	0.00000198
	$\sigma = 3$	9.92542325	0.00001774	9.26065115	0.00001749	9.92579689	0.00001774
n = 300	$\sigma = 0.5$	0.06862263	0.00000001	0.06832494	0.00000001	0.06862263	0.00000001
	$\sigma = 1$	0.25762538	0.00000003	0.25461043	0.00000003	0.25762538	0.00000003
	$\sigma = 3$	1.90526553	0.00000028	1.86319810	0.00000027	1.90526633	0.00000028

Çizelge E.3.d. AR(3) biçimli otokorelasyon için (5.43) eşitliği kullanılarak elde edilen benzetim sonuçları

		Levinson-Durbin		Burg		Kafes	
		HKO (β_1)	HKO (β_2)	HKO (β_1)	HKO (β_2)	HKO (β_1)	HKO (β_2)
n = 30	$\sigma = 0.5$	0.72533706	0.00001555	0.66770712	0.00001488	0.72555093	0.00001554
	$\sigma = 1$	2.43270066	0.00005793	2.00619314	0.00005273	2.43092843	0.00005786
	$\sigma = 3$	21.6203032	0.00095333	17.3592100	0.00097378	21.6217886	0.00095718
n = 50	$\sigma = 0.5$	0.56505745	0.00000406	0.53849158	0.00000388	0.56503203	0.00000406
	$\sigma = 1$	1.85202716	0.00001544	1.65978789	0.00001472	1.85109530	0.00001544
	$\sigma = 3$	18.0360025	0.00025448	15.6959824	0.00041573	18.0402463	0.00025443
n = 100	$\sigma = 0.5$	0.30131795	0.00000050	0.29655500	0.00000050	0.30132346	0.00000050
	$\sigma = 1$	1.17225068	0.00000197	1.10777150	0.00000192	1.17223335	0.00000197
	$\sigma = 3$	10.0525106	0.00001798	9.35460094	0.00001754	10.0526298	0.00001798
n = 300	$\sigma = 0.5$	0.06888663	0.00000001	0.06861280	0.00000001	0.06888660	0.00000001
	$\sigma = 1$	0.25866223	0.00000003	0.25582956	0.00000003	0.25866224	0.00000003
	$\sigma = 3$	1.90838572	0.00000028	1.86855751	0.00000027	1.90838567	0.00000028

Çizelge E.4.a. AR(4) biçimli otokorelasyon için benzetim sonuçları

		Levinson-Durbin		Burg		Kafes	
		HKO (β_1)	HKO (β_2)	HKO (β_1)	HKO (β_2)	HKO (β_1)	HKO (β_2)
n = 30	$\sigma = 0.5$	1.14706754	0.00002801	0.94236299	0.00002593	1.09098479	0.00002794
	$\sigma = 1$	3.78570073	0.00011067	2.90152011	0.00009699	3.63153028	0.00010963
	$\sigma = 3$	34.6419420	0.00242696	26.8136378	0.00240002	33.5667180	0.00243629
n = 50	$\sigma = 0.5$	1.00659557	0.00000792	0.86980818	0.00000720	0.96774951	0.00000777
	$\sigma = 1$	3.32561323	0.00002632	2.75016933	0.00002345	3.19707158	0.00002570
	$\sigma = 3$	30.1698623	0.00038674	24.4630628	0.00034817	29.3899971	0.00038294
n = 100	$\sigma = 0.5$	0.58120091	0.00000094	0.53703984	0.00000088	0.56968917	0.00000092
	$\sigma = 1$	2.06269590	0.00000355	1.84276677	0.00000335	2.04570700	0.00000352
	$\sigma = 3$	17.4856449	0.00004026	15.1968143	0.00003640	17.4069855	0.00004016
n = 300	$\sigma = 0.5$	0.11225647	0.00000001	0.11123055	0.00000001	0.11221615	0.00000001
	$\sigma = 1$	0.49614480	0.00000007	0.48340887	0.00000007	0.49592435	0.00000007
	$\sigma = 3$	4.18717101	0.00000062	4.08653610	0.00000061	4.18714899	0.00000062

Çizelge E.4.b. AR(4) biçimli otokorelasyon için (5.41) eşitliği kullanılarak elde edilen benzetim sonuçları

		Levinson-Durbin		Burg		Kafes	
		HKO (β_1)	HKO (β_2)	HKO (β_1)	HKO (β_2)	HKO (β_1)	HKO (β_2)
n = 30	$\sigma = 0.5$	1.02856747	0.00002582	0.79081293	0.00002397	1.02774364	0.00002583
	$\sigma = 1$	3.38794504	0.00010139	2.31686970	0.00008746	3.39279981	0.00010151
	$\sigma = 3$	31.9471286	0.00222599	22.7113841	0.00238004	31.9219413	0.00222695
n = 50	$\sigma = 0.5$	0.96693048	0.00000767	0.80566519	0.00000695	0.96701963	0.00000767
	$\sigma = 1$	3.19618865	0.00002515	2.51071585	0.00002242	3.19495795	0.00002513
	$\sigma = 3$	28.9747674	0.00037469	22.9612341	0.00116441	28.9883591	0.00037494
n = 100	$\sigma = 0.5$	0.56674930	0.00000091	0.52699527	0.00000088	0.56676148	0.00000091
	$\sigma = 1$	2.04413613	0.00000353	1.80573391	0.00000337	2.04416869	0.00000353
	$\sigma = 3$	17.3492721	0.00003981	14.7545920	0.00003570	17.3487106	0.00003981
n = 300	$\sigma = 0.5$	0.11179863	0.00000001	0.11072450	0.00000001	0.11179855	0.00000001
	$\sigma = 1$	0.49529401	0.00000007	0.48310866	0.00000007	0.49529380	0.00000007
	$\sigma = 3$	4.17804023	0.00000061	4.08581156	0.00000061	4.17804091	0.00000061

Çizelge E.4.c. AR(4) biçimli otokorelasyon için (5.42) eşitliği kullanılarak elde edilen benzetim sonuçları

		Levinson-Durbin		Burg		Kafes	
		HKO (β_1)	HKO (β_2)	HKO (β_1)	HKO (β_2)	HKO (β_1)	HKO (β_2)
n = 30	$\sigma = 0.5$	1.03504816	0.00002588	0.79546555	0.00002400	1.03107110	0.00002587
	$\sigma = 1$	3.41325507	0.00010168	2.32828746	0.00008754	3.41521781	0.00010178
	$\sigma = 3$	32.1502276	0.00222810	22.8578612	0.00239422	32.0974158	0.00222645
n = 50	$\sigma = 0.5$	0.97448516	0.00000772	0.81133642	0.00000699	0.97427286	0.00000772
	$\sigma = 1$	3.20810320	0.00002515	2.51971735	0.00002245	3.20562850	0.00002512
	$\sigma = 3$	29.1908620	0.00037899	23.1669744	0.00114046	29.2067137	0.00037932
n = 100	$\sigma = 0.5$	0.56834400	0.00000092	0.52823646	0.00000088	0.56834690	0.00000092
	$\sigma = 1$	2.05012099	0.00000354	1.81269363	0.00000338	2.05013348	0.00000354
	$\sigma = 3$	17.3732090	0.00003974	14.7600842	0.00003564	17.3722856	0.00003974
n = 300	$\sigma = 0.5$	0.11174108	0.00000001	0.11065272	0.00000001	0.11174091	0.00000001
	$\sigma = 1$	0.49565105	0.00000007	0.48354246	0.00000007	0.49565068	0.00000007
	$\sigma = 3$	4.17741779	0.00000061	4.08415362	0.00000061	4.17741881	0.00000061

Çizelge E.4.d. AR(4) biçimli otokorelasyon için (5.43) eşitliği kullanılarak elde edilen benzetim sonuçları

		Levinson-Durbin		Burg		Kafes	
		HKO (β_1)	HKO (β_2)	HKO (β_1)	HKO (β_2)	HKO (β_1)	HKO (β_2)
n = 30	$\sigma = 0.5$	1.04091628	0.00002579	0.78922948	0.00002392	1.04941222	0.00002581
	$\sigma = 1$	3.44061936	0.00010259	2.33855475	0.00008799	3.46768109	0.00010290
	$\sigma = 3$	32.3962326	0.00443839	23.4203415	0.00450783	32.3970256	0.00434866
n = 50	$\sigma = 0.5$	0.97186103	0.00000767	0.80334826	0.00000688	0.97433847	0.00000769
	$\sigma = 1$	3.27526357	0.00002609	2.55669323	0.00002281	3.27811213	0.00002613
	$\sigma = 3$	29.1662392	0.00036949	22.0323435	0.00085087	29.1608938	0.00036982
n = 100	$\sigma = 0.5$	0.56759346	0.00000092	0.52834604	0.00000088	0.56767230	0.00000092
	$\sigma = 1$	2.03065233	0.00000350	1.78597608	0.00000330	2.03083509	0.00000350
	$\sigma = 3$	17.5025730	0.00004059	14.9427967	0.00003643	17.5029409	0.00004059
n = 300	$\sigma = 0.5$	0.11247110	0.00000001	0.11156996	0.00000001	0.11247128	0.00000001
	$\sigma = 1$	0.49484349	0.00000007	0.48212576	0.00000007	0.49484355	0.00000007
	$\sigma = 3$	4.18510536	0.00000062	4.09986646	0.00000061	4.18510648	0.00000062

ÖZGEÇMİŞ

Adı Soyadı : Barış AŞIKGİL

Doğum Yeri : Ankara

Doğum Tarihi : 12.05.1980

Medeni Hali : Bekar

Eğitim Durumu

İlkokul : Çankaya İlkokulu (1991)

Ortaokul-Lise : Ankara Anadolu Lisesi (1998)

Lisans : Orta Doğu Teknik Üniversitesi, Fen Edebiyat Fakültesi, İstatistik Bölümü (2003)

Yüksek Lisans : Mimar Sinan Güzel Sanatlar Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, İstatistik A.B.D. (2006)

Yabancı Dil : İngilizce, Almanca

İş Tecrübesi

2004- : Mimar Sinan Güzel Sanatlar Üniversitesi, Fen Edebiyat Fakültesi, İstatistik Bölümü Araştırma Görevlisi