T.C.
MİMAR SİNAN GÜZEL SANATLAR ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

SEKTÖRLER ARASI İLİŞKİLERİN DOĞRUSAL PROGRAMLAMA İLE ANALİZİ: TÜRKİYE ÖRNEĞİ

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Bilge ÖZLÜER

İstatistik Anabilim Dalı

İstatistik Programı

Tez Danışmanı: Prof. Dr. Nalan CİNEMRE

MAYIS 2011

Bilge ÖZLÜER tarafından hazırlanan SEKTÖRLER ARASI İLİŞKİLERİN DOĞRUSAL PROGRAMLAMA İLE ANALİZİ: TÜRKİYE ÖRNEĞİ adlı bu tezin Yüksek Lisans tezi olarak uygun olduğunu onaylarım.

Prof. Dr. Nalan CİNEMRE

Tez Yöneticisi

Bu çalışma, jürimiz tarafından İSTATİSTİK Anabilim Dalında

Yüksek Lisans tezi olarak kabul edilmiştir.

Başkan: : Prof. Dr. Nalan CİNEMRE

Üye : Doç. Dr. Tuncay CAN

Üye : Yrd. Doç. Dr. Semra ERPOLAT

Üye : ______________________________

Üye : ______________________________

Bu tez, Mimar Sinan Güzel Sanatlar Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü tez yazım kurallarına uygundur.

ÖNSÖZ

Mesleğime başlamama vesile olan ve beni yetiştiren Sevgili Hocam, Bölüm Başkanım ve tez danışmanım Sayın Prof. Dr. Nalan CİNEMRE'ye, tanıştığımız günden itibaren akademik gelişimimin her adımında büyük katkısı olan, bilgi ve tecrübelerini sonsuz bir sabırla paylaşan, manevi desteğini her zaman yanımda hissettiğim Sayın Doç. Dr. Tuncay CAN'a çok teşekkür ederim.

Çalışmalarını cömertlikle benimle paylaşan Sayın Doç. Dr. Şenol ALTAN'a, çalışmamın her aşamasındaki desteklerinden dolayı Sayın Doç. Dr. Ahmet Mete ÇİLİNGİRTÜRK'e, büyük bir sabırla hiçbir konuda yardımlarını esirgemeyen, her zaman destek olan Sayın Yrd. Doç. Dr. E. Özge ÖZDAMAR'a, katkılarından dolayı Yrd. Doç. Dr. Eylem HOWE'a, yüksek lisansa başladığımız günden beri omuz omuza ilerlediğimiz sevgili yol arkadaşım Arş. Gör. Nihan ACAR'a ve bölüm hocalarıma teşekkürü bir borç bilirim.

Ömrüm boyunca maddi ve manevi desteklerini her an hissettiğim, bugünlere gelmemi sağlayan çok sevgili aileme ayrıca teşekkür etmek isterim.

Mayıs, 2011 **Bilge ÖZLÜER**

ÖZET

1920'li yıllardan günümüze dek uzanan ve çoğu ülke tarafından kullanılan iktisadi kalkınma planları çerçevesinde uygulanan modellerin başlıcaları, literatürde tutarlılık modeli olarak adlandırılan Girdi-Çıktı modelleri ile etkenlik planlaması olarak bilinen doğrusal programlama modelleridir.

İktisadi planlama sürecinde sektörel üretim düzeylerini saptamak ve buna göre yatırımların sektörel dağılımını belirlemek gerekmektedir. Bunun için sektörlerin nihai mallarının ve ara mallarının toplam talep hacminin belirlenip, plan dönemi içerisinde sektörlerin taleplerinde gerçekleşebilecek değişimleri karşılayabilecek üretim faktörleri analiz edilmelidir. Her sektörün mevcut kaynakları göz önünde bulundurularak üretim faktörleri kaynaklarının en verimli biçimde dağıtılmasını sağlayacak teknikler araştırılmalıdır. Tüm bu gereksinim duyulan bilgilerin, Girdi-Çıktı modelleri ve doğrusal programlama modellerinin bir arada incelenmesi ile elde edilmesi mümkündür.

Sektörler arası ilişkilerin nicel olarak gösterilmesi ile hazırlanan Girdi-Çıktı tablosu, Girdi-Çıktı analizinin temelini oluşturmaktadır. Girdi-Çıktı tablosu ilgili dönemde ekonomideki tüm mal ve hizmetler ile bunların sektörler arasındaki akışını detaylı bir şekilde yansıtan bir araç niteliği taşır.

Bu çalışmada etkenlik planlaması sonucunda elde edilen bulgular ile mevcut tutarlılık modeli değerlerinin karşılaştırılması ve ekonomideki kaynakların sektörler bazında optimum kullanım miktarlarının belirlenmesi amaçlanmıştır. Bu bağlamda, Türkiye İstatistik Kurumu (TÜİK) tarafından hazırlanmış en güncel tablo olan, "2002 Türkiye Toplulaştırılmış Girdi-Çıktı tablosu" kullanılarak, doğrusal programlama problemi yaklaşımı ile faktör gelirleri yoluyla elde edilen milli geliri maksimize edecek sektörel üretim düzeyleri incelenmiştir.

SUMMARY

Since 1920s, the economic development planning is widely used. The major planning models are Input-Output models which are called consistency models in literature and linear programming models which are known as activity models.

It is necessary to specify the sectoral production levels and the sectoral distribution of investments in the process of economic development planning. Therefore, after the total demand of sector's final goods and intermediate goods are determined; the production factors should be analyzed to suffice the alterations of the demand. It is essential to rummage out the techniques to distribute the economic sources to production factors efficiently. These requirements can be obtain from analyzing the Input-Output models and linear programming models together.

The Input-Output analysis is based on the Input-Output table which is organized with the presentation of cross-sectoral relations quantitatively. The Input-Output table is a tool that reflects the all goods, services and the sectoral relationships in an economy in detail.

The aim of this study is to determine the optimal utilization levels of economic sources on the basis of sectors. In this sense, the national income which was assessed with factor revenues method was maximized by means of linear programming approach, using of the latest Input-Output table which was organized by Turkish Statistical Institute in 2002. The results obtained from activity models and the values received from consistency model were compared.

İÇİNDEKİLER

Sayfa No

ÖNSÖZ **i**

ÖZET **ii**

SUMMARY **iii**

İÇİNDEKİLER **iv**

ŞEKİL LİSTESİ **vii**

ÇİZELGELER LİSTESİ **viii**

GİRİŞ **1**

BİRİNCİ BÖLÜM **3**

DOĞRUSAL PROGRAMLAMA **3**

1.1. KARAR VERME **3**

1.1.1. Karar Probleminin Tanımlanması 3

1.1.2. Karar Probleminin Modelinin Kurulması 4

1.1.3. Modelden Çözüm Elde Edilmesi 5

1.1.4. Modelin Geçerliliğinin Araştırılması 6

1.1.5. Sonuçların Uygulamaya Konulması 6

1.2. DOĞRUSAL PROGRAMLAMANIN TARİHÇESİ **6**

1.3. DOĞRUSAL PROGRAMLAMANIN TANIMI **10**

1.4. DOĞRUSAL PROGRAMLAMANIN FORMÜLASYONU **10**

1.4.1. Sütun (Faaliyet/Girdi-Çıktı) Yaklaşımı 11

1.4.2. Satır (Maddi Denge/Doğrudan)Yaklaşımı 13

1.5. SINIRLAR **13**

1.5.1. Negatif Olmama Koşulu 13
1.5.2. Üst Sınır ve Alt Sınır 14

1.6. AKSİYOMLAR 14

1.7. DOĞRUSAL PROGRAMLAMA MODELİNİN NOTASYONU 15
1.7.1. Standart Form 15
1.7.2. Kanonik Form 16

1.8. DOĞRUSAL PROGRAMLAMA PROBLEMİNİN ÇÖZÜM YÖNTEMLERİ 17
1.8.1. Konveks Analiz 17
1.8.2. Doğrusal Programlama Probleminin Çözüm Kavramları 22
1.8.3. Uç Nokta Teoremi 23
1.8.4. İki Boyutlu Doğrusal Programlama Problemlerinin Grafik Yöntemi ile Çözümü 24
1.8.5. Simpleks Yöntem 26

İKİNCİ BÖLÜM 39

GİRDİ-ÇIKTI ANALİZİ 39

2.1. GİRDİ-ÇIKTI ANALİZİNİN TARİHÇESİ 40

2.2. TEMEL GİRDİ-ÇIKTI MODELİ 42
2.2.1. Girdi-Çıktı Modelinde Çembersel Akım Şeması 43
2.2.2. Temel Girdi-Çıktı Modelinin Varsayımları 45
2.2.3. Girdi-Çıktı (Sektörler Arası İşlemler) Tablosu 46
2.2.4. Genel Denge Denklemleri 50
2.2.5. Girdi Katsayıları Matrisi ve Leontief Ters Matrisi 53
2.2.6. Faktör Yoğunluğu Katsayıları 58
2.2.7. İthalat Katsayıları 61
2.2.8. Denge Fiyat Sistemi 62

ÜÇÜNCÜ BÖLÜM 64

UYGULAMA 64

SONUÇ 74

KAYNAKÇA 76

EK A 78

EK B 82

ÖZGEÇMİŞ 85

ŞEKİL LİSTESİ

Şekil 1.1. Faaliyet Şeması 12

Şekil 1.2. Konveks ve Konveks Olmayan Bölgeler 20

Şekil 1.3. Konveks Polyhedron 21

Şekil 3.1. Problemin R İstatistiksel Programlama Dilinde Kodlanması.................70

Şekil 3.2. Optimal Çözüm Tablosu 71

Şekil 3.3. Temel Değişkenler 72

Şekil 3.4. Kısıtlayıcı Fonksiyonlar 72

Şekil 3.5. Tüm Değişkenlerin Optimal Çözüm Değerleri 73

Şekil A.1. Konveks Bölgelerin Kesişimi...78

Şekil B.1. Kapalı Ekonomide Çembersel Akım Şeması 82

Şekil B.2. Açık Ekonomide Çembersel Akım Şeması 84

ÇİZELGELER LİSTESİ

Çizelge 1.1. Sütun Yaklaşımı Girdi-Çıktı Tablosu 11

Çizelge 1.2. Başlangıç Simpleks Çözüm Tablosu...33

Çizelge 2.1. Girdi-Çıktı Tablosunun Genel Görünümü 48

Çizelge 3.1. 2002 Girdi-Çıktı Tablosu Değerleri ile Doğrusal Programlama Analizi Sonucu Elde Edilen Optimal Çözüm Değerlerinin Karşılaştırılması (milyar TL cinsinden).............74

GİRİŞ

Ekonominin temel dinamikleri olan sektörler ve bunlar arasındaki ilişkiler, bir ülkenin varlığını ve gelişimini sürdürebilmesi bakımından son derece önemlidir. Sektörler arası mal ve hizmet akımı ile içsel ve dışsal faktörlerin ilişkileri bir ekonominin üretim yapısını oluştururlar. Tüm bu ilişkiler iktisat biliminin bir alt dalı olan endüstriler arası iktisat bilim dalının doğmasına neden olmuştur. Modern endüstriler arası iktisadın kökeni Quesnay'nin 1750'li yıllardaki çalışmalarına dayanır. Çalışmalarında üretim ilişkilerini tutarlı bir model çerçevesinde ilk ele alan araştırmacı Quesnay olduğundan, Quesnay genel denge modellerinin kurucusu kabul edilir. Modern anlamda Girdi-Çıktı analizi 1920'li yıllarda Leontief ile hayat bulmuştur. Leontief, genel denge modellerindeki denklem sayılarını azaltarak ve fonksiyonları basitleştirerek Girdi-Çıktı modellerini uygulanabilir ve analizlere imkan sağlayan bir yapıya dönüştürmüştür. Leontief'in Girdi-Çıktı analizi, sektörlerin mallarına olan toplam talebi karşılayabilmek için gerekli üretim miktarlarının belirlenmesi ile ilgilenir. Günümüzde veri toplama ve düzenleme tekniklerinin gelişmesi ile birlikte Girdi-Çıktı modelleri birçok alanda uygulanabilir duruma gelmiştir.

Girdi-Çıktı analizinin hareket noktası Girdi-Çıktı tablosudur. Girdi-Çıktı tablosu ekonomideki girdi-üretim ilişkilerini yansıtan, iktisadi kalkınma planlarının hazırlanmasında yaygın biçimde kullanılan bir araçtır.

Sektörler arası ve sektörel gelişmelerle makro büyüklükler arasındaki tutarlılıkların sağlanması, endüstriler arası iktisada temel olan modeller yardımıyla yapılabilmektedir. Günümüzde, ikisadi kalkınma planları yapan çoğu ülkede uygulanan modellerin başlıcaları, Girdi-Çıktı ve doğrusal programlama modelleridir.

Girdi-Çıktı modelleri ile elde edilen planlama ile ekonomideki mevcut kaynakların optimal dağılımı ile elde edilen planlamanın karşılaştırılması bu çalışmanın özünü oluşturmaktadır. Bu bağlamda çalışma, giriş ve sonuç bölümleri dışında üç bölümden oluşmaktadır. Birinci bölümde bir karar problemi yapısında olan doğrusal programlama problemlerinin temel özellikleri ve tarihçesi özetlenmiş, problemin tanımlanması için gerekli olan varsayımlar ile problemin formüle edilmesi açıklanmıştır. Problemin matematiksel olarak ifade edilmesinin ardından, problemin çözüm yöntemlerinden grafik yöntemi ve simpleks yöntem anlatılmıştır.

İkinci bölümde, Girdi-Çıktı sisteminin temel yapısı, tarihçesi ve varsayımları kısaca izah edilmiştir. Analiz sürecinde büyük önem taşıyan genel denge denklemleri, girdi katsayıları matrisi, Leontief ters matrisi, faktör yoğunluğu katsayıları, ithalat katsayıları ve denge fiyat sistemi özetlenmiştir.

Üçüncü bölüm ise, kullanılacak modelin geliştirilmesi ile milli geliri maksimize edecek sektörel üretim düzeylerinin analizlerine ve elde edilen bulguların değerlendirilmesine ayrılmıştır.

Çalışma, elde edilen bulguların Girdi-Çıktı tablosu değerleri ile karşılaştırılması ve yorumlanması ile sona ermektedir.

BİRİNCİ BÖLÜM

DOĞRUSAL PROGRAMLAMA

1.1. KARAR VERME

Bir amaca ulaşabilmek için var olan mümkün seçenekler arasından belirli ölçütlere göre en iyi olan bir faaliyet veya faaliyetler dizisinin belirlenmesi ve belirlenen çözümün uygulanması süreci karar verme olarak tanımlanır. Bir karar verme eylemi herhangi bir problemin çözümlenmesine ilişkin seçenekler arasında en iyi olanın seçilmesi biçiminde olabileceği gibi, bir problemle ilgili ardışık seçeneklerin türlü bileşimlerinden en iyi olanın seçilmesi biçiminde de olabilir.[1]

Bir karar verme süreci aşağıdaki beş aşamadan oluşur:[2]

1.1.1. Karar Probleminin Tanımlanması

Bir problemin söz konusu olabilmesi için problemle ilgili karar vermek isteyen en az bir karar vericinin olması ve karar vericinin ulaşmak istediği bir ya da birden fazla amacının bulunması gerekir. Aynı zamanda karar vericinin amaç veya amaçlarına ulaşabilmesi için aralarından seçim yapabileceği birden fazla eylem biçiminin bulunması ve bu süreçte hangi eylem biçiminin en iyi olduğu konusunda belirsiz bir durumun, yani belirsizliğin söz konusu olması gerekir. Günümüzde problemlerin çok çeşitli ve çok yönlü oluşu bunların bir sistem içinde düşünülerek incelenmeleri gereğini doğurmuştur. Sistem; aralarında ilişki veya bağımlılık bulunan elemanlardan oluşan bir yapı veya organik bir bütün, birbirleri ile olan ilişki veya bağımlılıkları göz önüne alınarak mantıksal bir plana göre düzenlenmiş veya sınıflandırılmış bir olaylar, prensipler, kurallar, düşünceler, fiziksel varlıklar, v.s. topluluğu olarak tanımlanmaktadır.[3]

---

[1] Hayrettin Kemal Sezen, **Yöneylem Araştırması**, 2. Baskı, Bursa: Ekin Yayınevi, 2007, ss.11-12.

[2] Nalan Cinemre, **Doğrusal Programlama**, 3. Baskı, İstanbul: Beta Basım Yayım Dağıtım A.Ş., 2004, s.2.

[3] Yılmaz Tulunay, **Matematik Programlama ve İşletme Uygulamaları**, 3. Baskı, İstanbul: İstanbul Üniversitesi Yayını, 1991, s.2.

Bir karar probleminin açık bir şekilde ifade edilebilmesi için aşağıdaki adımlar gerçekleştirilmelidir:

- Amacın ya da amaçların tam olarak açıklanması gerekir. Eğer birden fazla amaç varsa, bunların önem sıralarına göre derecelendirilmesi uygundur.
- Sistemin alternatif eylem biçimleri belirlenmelidir.
- Sistem gereksinmeleri ve sınırlayıcı koşullar açıkça ifade edilmelidir.

1.1.2. Karar Probleminin Modelinin Kurulması

Model Latince modus sözcüğünden türetilmiş olup ölçü anlamına gelmektedir. Bir sistemin değişen koşullar altındaki davranışlarını incelemek, kontrol etmek ve geleceği hakkında varsayımlarda bulunmak amacı ile elemanları arasındaki bağıntıları kelimeler veya matematik terimlerle belirleyen ifadeler topluluğuna model denir.[4] Model, analiz edilen probleme ilişkin bileşenlerin ve aralarındaki ilişkilerin soyut bir şekilde temsilidir.[5]

Modeller ilgilenilen konu ve amaca bağlı olarak, temsil şekilleri, zaman esası, modellenecek sistem hakkındaki bilgi miktarı, modelin yapısı, değişkenlerinin özellikleri, fonksiyonel ilişkileri ve kapsamı gibi çeşitli özelliklere göre sınıflandırılabilir. Modellerin en ayrıntılı sınıflandırılmasını Amerikalı bilim adamı Jay Wright Forrester tasarlamıştır. Forrester ilk olarak modelleri soyut ve fiziki modeller olmak üzere ikiye ayırmış, soyut modelleri ise kendi içerisinde, matematik, dinamik ve statik olarak üç sınıfa ayırdıktan sonra her birini doğrusal olma ve doğrusal olmama özelliklerine göre tasnif etmiştir. Bu çalışmada matematiksel modeller üzerinde durulacaktır.

Bir sistemin bileşenlerinin simgelerle tanımlanıp, bileşenler arası ilişkilerin fonksiyonlarla gösterimine matematiksel model denir.[6]

Bir problemin matematiksel modelinde, problemi tanımlayan dört eleman bulunur:

---

[4] Tulunay, s.3.

[5] Öner Esen, **Uygulamalı Yöneylem Araştırması Yöneticiler İçin Bilgisayar Destekli Karar Modelleri Excel İle Modelleme ve Çözüm Uygulamaları**, 1. Baskı, İstanbul: Çağlayan Kitabevi, 2008, s.29.

[6] İmdat Kara, **Doğrusal Programlama**, 2. Baskı, Ankara: Bilim Teknik Yayınevi, 2000, s.1.

Karar Değişkenleri:

Karar vericinin denetimi altında olan niteliklere karar değişkenleri denir. Bunlar modele ilişkin bilinmeyenler olup değerleri modelin çözümünden sonra belirlenir. Karar değişkenleri karar vericinin kontrolü altında olduğundan bu değişkenlere kontrol değişkenleri de denir.

Parametreler:

Karar vericinin kontrolü dışında değer alan bileşenlere parametre ya da kontrol dışı değişkenler denir. Parametrelerin değerleri problem için veri durumundadır ve problemin çözüm sürecinde değişmedikleri kabul edilir.

Kısıtlayıcı Fonksiyonlar (Kısıtlayıcılar / Kısıtlar):

Modelde karar değişkenleri ya da karar değişkenleriyle parametreler arasındaki zorunlu ilişkilerin her birine kısıt, kısıtlayıcı ya da kısıtlayıcı fonksiyon denir. Kısıtlayıcı fonksiyonlar eşitlik ve/veya eşitsizlik biçiminde olabilir. Ekonomik modellerde kullanılan matematiksel bağıntıların birçoğu eşitsizlikler şeklinde verilirler. Bunlar ekonomik olayları sınırlayan etkenlerin bir sonucudur. Örneğin, işçilik ve makine zamanları, hammadde ve finans kaynakları üzerine bazı sınırlamalar getirecektir. Modellerde bulunan sabitler ise, kapasite miktarı, talep verileri, sabit finansman olanakları gibi koşulları ifade ederler. Bunlar gözlemlerden ve verilerden elde edilebilirler.

Amaç Fonksiyonu:

Karar değişkenlerinin amaç üzerindeki etkilerinin matematiksel olarak gösterilmesi ile amaç fonksiyonu oluşturulur. [7]

1.1.3. Modelden Çözüm Elde Edilmesi

Modelin çözümü modelde kullanılan karar değişkenlerinin değerlerinin bulunması anlamına gelir. Modellerin yapılarına göre önerilmiş çeşitli çözüm teknikleri vardır. Çözüme en hızlı ulaştıran, güçlü sonuçlar veren ve ekonomik olan çözüm tekniği tercih edilir.

Çözüm yöntemleri aşağıdaki başlıklar halinde gruplandırılabilir:

---

[7] Tulunay, s.4.

Analitik Çözüm:

Problemin çözümünde diferansiyel, integral hesapları gibi matematiksel analiz yöntemleri kullanılır. Bu yöntemde matematiğin yanı sıra iktisadın da temel kuralları uygulanır.

Algoritma Yoluyla Çözüm:

Algoritma kelimesi El-Harezmî isimli Türk matematikçinin adından gelmektedir. Algoritma, bir amacı gerçekleştirmek için tanımlanan, bir başlangıç durumundan başlayan, açıkça tanımlanmış bir durumda sonlanan, belirli bir sıra içerisinde gerçekleştirilen matematiksel ve mantıksal sonlu işlemler ya da adımlar kümesidir. Her adımda en iyi çözüme daha yakın bir çözüme doğru ilerlenir.

Simülasyon Yoluyla Çözüm:

Simülasyon bir problemin analitik çözüm teknikleriyle çözülemeyecek kadar karmaşık bir sisteme sahip olduğu durumlarda kullanılan bir istatistiksel örnekleme tekniğidir.

1.1.4. Modelin Geçerliliğinin Araştırılması

Modelin çözümünden elde edilen sonuçların yorumlanması ve modelin geçerliliğinin kontrol edilmesi aşamasıdır. Kontrol mekanizması elde edilen sonuçlarla geçmiş dönemlere ait verilerin karşılaştırılmasına dayanır. Kurulan model, benzer girdi koşulları altında eski performansını sergileyebiliyorsa ya da daha iyi sonuçlar verebiliyorsa model geçerlidir. Ancak bu yaklaşım yeni kurulmuş bir sistem için uygulanabilir değildir; dolayısıyla böyle bir durumda karşılaştırma yapabilmek için simülasyon modellerinden yararlanılır.

1.1.5. Sonuçların Uygulamaya Konulması

Kontrollerden geçirilmiş olan sonuçların uygulama alanına aktarılması ve kararı uygulayacak olan kişilere anlaşılabilir bir şekilde ayrıntılı olarak açıklanması aşamasıdır. Bu aşamada uygulama esnasında pratik olarak ortaya çıkan sorunların saptanması ve bu bilgiler ışığında modelin üzerinde düzenlemelere gidilmesi de mümkündür.

1.2. DOĞRUSAL PROGRAMLAMANIN TARİHÇESİ

Problemlerin optimum sonuçlarını bulma çabaları yüzyıllardan beri sürmektedir. Öklid, “Elemanlar” kitabının üçüncü cildinde bir noktadan bir çemberin çevresine çizilebilecek en kısa ve en uzun doğrular ile ilgilenmiştir. Aynı kitabın dördüncü cildinde ise, bir paralelkenarın çevre uzunluğu aracılığıyla maksimum alanının nasıl hesaplanacağını açıklamıştır. Bununla birlikte bu tür ve daha karmaşık problemlere yönelik etkin yaklaşımlar, onyedinci ve onsekizinci yüzyıllarda güçlü analiz metotlarının geliştirilmesi ile mümkün olmuştur. Bu teknikler sayesinde çok sayıda optimizasyon probleminin minimum veya maksimum değerlerini veren çözümleri bulunmaktadır.[8]

Joseph Fourier (Fransız matematikçi 1768-1830) 1823'te doğrusal eşitsizlikler sistemi şeklindeki bir problemin çözümüne ilişkin bir bildiri yayınlamıştır. 1936'da Theodore Motzkin'in (İsrail asıllı Amerikan matematikçi 1908-1970) doğrusal eşitsizlikler üzerine yazdığı bilimsel tezinde yaptığı çalışmalar nedeniyle yönteme bilim adamlarının anısına Fourier-Motzkin Eliminasyon Yöntemi ismi verilmiştir.

1911'de de la Vallée Poussin'in (Belçikalı matematikçi 1866-1962) doğrusal eşitsizlikler sistemi üzerine yazdığı makale büyük ilgi uyandırmıştır.

Doğrusal programlama ilk kez bir matematiksel model biçiminde Leonid Kantorovich'in (Rus matematikçi, ekonomist 1912-1986) 1939'da yayınlanan çarpıcı monografisinde formüle edilmiştir; ancak monografi SSCB'de, dönemin ideolojik nedenlerinden dolayı hasıraltı edilmiştir. Kantorovich, ekonomik kaynakları en etkin biçimde kullanarak gerçek bir üretim ve organizasyon planlamasını bir doğrusal programlama problemi olarak ele almıştır. Bu monografideki çalışmalar, 20 yıl sonra, Batı'da büyük gelişmeler çoktan yerini almışken, yeniden canlandırılmıştır.

1941'de Frank Lauren Hitchcock'un (Amerikan matematikçi, fizikçi 1875-1957) doğrusal programlamanın özel bir sınıfı olan ulaştırma problemleri üzerine bir çalışması yayınlanmıştır; ancak 1940'ların son dönemlerinde ve 1950'lerin ilk yıllarında başka bilim adamları bu tür problemlerin özelliklerini yeniden keşfedinceye kadar bu çalışmanın nitelikleri geniş ölçüde fark edilmemiştir.

John von Neumann'ın (Macar-Amerikan matematikçi, bilgisayar bilimci 1903-1957) 1928'de oyun teorisi üzerine ve 1937'de sabit ekonomik büyüme üzerine yazdığı eserleri ile birlikte Wassily Leontief'in (Rus-Amerikan ekonomist 1905-1999) 1932'de "Interindustry

---

[8] Saul I. Gass, **Linear Programming Methods And Applications**,3. Baskı, USA: McGraw-Hill Company, 1969, s.viii.

Input-Output Model" isimli eserinde Amerikan ekonomisi için tasarladığı Girdi-Çıktı modeli, 1947 öncesi dönemde en çarpıcı çalışmalar olarak sayılabilir.

Karar bilimi bu büyük öncülerin katkılarıyla hızla gelişmiştir. Kantorovich (1975) ve Leontief (1976) çalışmalarıyla ekonomi dalında Nobel ödülü almıştır.

George Dantzig'in (Amerikan matematikçi 1914-2005) katkıları ise II. Dünya Savaşı yıllarında Pentagon'da edindiği deneyimlerden kaynaklanmaktadır. Savaş boyunca (1941-1945) mekanik hesap makinesi kullanarak program ve planlama uzmanı olarak çalışan Dantzig 1946'da Amerikan Hava Kuvvetleri'nde danışman matematikçi olarak hava kuvvetleri planlama sürecini nasıl makineleştirebileceğine dair çalışmalar yapmıştır. O günlerde makineleştirmeden kasıt analog cihazlar ya da delikli kart donanımı kullanmaktı.

Bir matematikçi olarak Dantzig, bir model formüle etmek için öncelikle Leontief'in çalışmasındaki matris yapısını incelemiştir. Sistem detaylı bir şekilde planlama uygulamaları için elverişli olmakla birlikte Leontief'in modeli statik durum için geçerliydi ve hava kuvvetleri oldukça dinamik bir model istiyordu. Leontief'in modelinde üretim süreci ile bu süreçlerde üretilen ürünler arasında birebir ilişki vardı. Dantzig ise birçok alternatif faaliyet içeren ve hesaplanabilir bir model kurmayı planlamaktaydı. Model formüle edildikten sonra, ilgili faaliyetlerin, Girdi-Çıktı niteliklerine göre var olan kaynaklarla sistemin tutarlı çalışmasını sağlayacak miktarlarının belirlenmesinin pratik bir yolu bulunmalıydı.

Dantzig'in faaliyet analizi modelinde başlangıçta amaç fonksiyonu yoktu; temel hedefler açıkça belirtilemiyordu, çünkü uygulamacıların böyle bir kavramı yürürlüğe koyacak teknikleri yoktu. Dantzig'e göre 1947 öncesi dönemde optimizasyonla ilgilenilmemesinin temel nedeni hesaplama araçlarının olmamasıdır.

Matematikçiler, İkinci Dünya Savaşı'na kadar doğrusal eşitlik ve eşitsizlikler konusunda yeterince teorik bilgiye sahiptiler. Ancak onlar da bu tip doğrusal sistemlerin ele alınıp çözülebilmeleri için çok sayıda işlem yapılması gerektiğini biliyorlardı. Bu nedenle bilgisayar desteği olmaksızın doğrusal bir sisteme ilişkin işlemlerin, anlamlı bir süre içinde insanoğlu tarafından ele alınıp çözülmesi pek mümkün değildi. Bu durumun bir sonucu olarak, o dönemde doğrusal sistemlerin çeşitli alanlardaki kullanım potansiyeli yeterince anlaşılamamıştır.[9]

Karmaşık ve büyük bir sistem içerisinde belirli bir amacı optimize etmek isteyen bir karar vericinin, amacına ulaşmak için izleyebileceği, her biri ayrı avantajlar ve dezavantajlar içeren birçok alternatif yol vardır. Tüm alternatifleri karşılaştırıp en iyi yolu seçmek imkansız olduğundan, Dantzig'in formülasyonu öncesi dönemde karar verebilmek için konuyla ilgili tecrübe sahibi kişilere danışılırdı.

Dantzig'in modelinde amaç fonksiyonu yerine hava kuvvetleri yetkililerinin belirttiği, amaca ulaşmayı sağlayacak çok sayıda temel kurallar vardı. Teknolojik gelişmeler, Dantzig'e modelinde bazı değişimler yapabileceği fikrini verdi. Bilgisayarı kullanarak uygulamaya elverişli, sistemi yeterince temsil edebilen bir model kurdu. Daha önce kurmuş olduğu modelde bulunan temel kuralları modelden çıkarıp yerine açıkça ifade edilmiş bir amaç fonksiyonu yerleştirdi. Dantzig, modelini matematiksel olarak ifade ederken bazı aksiyomları göz önüne almıştır:

1. Sistemdeki her bir faaliyetin girdi olarak kullandığı kaynak miktarının ya da ürettiği çıktı miktarının ayrı ayrı toplamı, tüm sistemin kullandığı kaynak miktarına ya da ürettiği ürün miktarına eşittir.
2. Bir faaliyetin üretim ya da tüketim miktarı faaliyet düzeyi ile orantılıdır.
3. Faaliyet düzeyleri negatif olamazlar.

Sonuçta çözülmek üzere, doğrusal eşitliklerin ve doğrusal eşitsizliklerin kısıtları altında, doğrusal bir amaç fonksiyonunu en küçükleyen matematiksel bir sistem ortaya çıkmıştır. Amaç fonksiyonunun en büyüklenmesi şeklindeki sistemler daha sonra modellenmiştir.

Dantzig, kurmuş olduğu modelin çözümü için 1947'de Simpleks Yöntemi önermiştir. John von Neumann'ın katkılarıyla geliştirdiği yöntemi 1948'de Amerika'da Wisconsin eyaletinde birçok bilim adamının yer aldığı Ekonometri Derneği'nin bir toplantısında sunmuştur.[10]

---

[9] Esen, s.35.

[10] Tarihçe kısmında George Dantzig ve Mukund N. Thapa 'nın Linear Programming 1: Introduction adlı kitabından büyük ölçüde yararlanılmıştır.

George Dantzig ve Mukund N. Thapa, **Linear Programming 1: Introduction**, Springer, New York, 1997, ss.xxi-xxxi.

1.3. DOĞRUSAL PROGRAMLAMANIN TANIMI

Matematiksel modellerde karar değişkenleri tamsayılı ya da sürekli, amaç ve kısıt fonksiyonları doğrusal olabilir ya da olmayabilir. Optimizasyon problemleri bu tür modeller sayesinde ortaya çıkmakta ve değişik çözüm yöntemlerinin gelişmesine kaynak oluşturmaktadır.[11]

Matematiksel programlama (optimizasyon teorisi), doğrusal, doğrusal olmayan ve tamsayılı kısıtlayıcılar altında bir amaç fonksiyonunun değerini optimum kılan değişken değerlerinin belirlenmesinde kullanılan tekniklerle ilgilenen bir daldır.

Doğrusal programlama ise matematiksel programlamanın özel bir halidir. Doğrusal programlamada tüm amaç ve kısıtlayıcı fonksiyonlar doğrusal ve tüm değişkenler süreklidir. Bu bilgiler ışığında doğrusal programlama şöyle tanımlanabilir:

Doğrusal programlama, iyi tanımlanmış doğrusal eşitliklerin veya eşitsizliklerin kısıtlayıcı koşulları altında doğrusal bir amaç fonksiyonunu en iyi (optimum) kılan değişken değerlerinin belirlenmesinde kullanılan bir matematiksel programlama tekniğidir.[12]

Farklı uygulama alanlarına göre doğrusal programlama problemlerinin boyutu değişmektedir. Binden az kısıt içeren doğrusal programlama problemleri küçük, bin ile iki bin arasında kısıt içeren doğrusal programlama problemleri orta, iki binden fazla kısıt içeren doğrusal programlama problemleri ise büyük boyutlu olarak kabul edilmektedir.[13]

1.4. DOĞRUSAL PROGRAMLAMANIN FORMÜLASYONU

Bir doğrusal programlama modelinin formüle edilmesinde sütun (faaliyet/Girdi-Çıktı) yaklaşımı ve satır (maddi denge/doğrudan) yaklaşımı olmak üzere iki yaklaşım kullanılmaktadır. Sonuçta her iki yaklaşımla da aynı model elde edilir; hangi yaklaşımın tercih edileceği, model kurucunun probleme ait verileri düzenleme biçimine göre değişir.

Model kurucu sistemi;

---

[11] Hamdy A. Taha, **Yöneylem Araştırması**, Çev. Ş. Alp Baray, Şakir Esnaf, Literatür Yayınları, İstanbul, 2000, s.3.

[12] Cinemre, s.8.

[13] Dantzig ve Thapa s.2.

1. Birbiriyle ilişkili faaliyetler ya da süreçler bütünü,
2. Kıt kaynakların kullanımı üzerindeki kısıtlamalar bütünü olarak inceleyebilir.

1.4.1. Sütun (Faaliyet/Girdi-Çıktı) Yaklaşımı

Sütun yaklaşımı, sistemin elemanter fonksiyonlara ayrıştırılması esasına dayanır. Her bir elemanter fonksiyona faaliyet denir. Faaliyet, içerisinde maddi girdi ve çıktı akışının gerçekleştiği bir kara kutu olarak düşünülebilir. Karar verici bu süreçte sistemde akan girdi ve çıktının oranları ile ilgilenir. Faaliyetin miktarına faaliyet düzeyi denir. Bir faaliyet düzeyini değiştirmek için o faaliyette kullanılan girdilerin ve elde edilen çıktıların miktarları gerekli oranlarda değiştirilmelidir.

Sütun yaklaşımı bir tablo olarak aşağıdaki gibi gösterilebilir:

Çizelge 1.1. Sütun Yaklaşımı Girdi-Çıktı Tablosu

	Faaliyet Düzeyi	*(1)* $x_1 \geq 0$	...	*(j)* $x_j \geq 0$	...	*(n)* $x_n \geq 0$		*Kaynaklar*
Girdi-Çıktı Elemanları	(1)	a_{11}	$\cdots$	a_{1j}	$\cdots$	a_{1n}	=	b_1
	(2)	a_{21}	$\cdots$	a_{2j}	$\cdots$	a_{2n}	=	b_2
	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
	(i)	a_{i1}	$\cdots$	a_{ij}	$\cdots$	a_{in}	=	b_i
	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
	(m)	a_{m1}	$\cdots$	a_{mj}	$\cdots$	a_{mn}	=	b_m
Amaç Satırı	Kar	$-c_1$	$\cdots$	$-c_j$	$\cdots$	$-c_n$	=	Z
	Maliyet	c_1	$\cdots$	c_j	$\cdots$	c_n	=	Z

Adım 1:Faaliyet Kümesinin Belirlenmesi

Karar vericinin gerçekleştirebileceği tüm mümkün eylem biçimleri belirlenir. Faaliyet düzeyleri j = 1, 2, 3,... olmak üzere x_j (j. faaliyetin düzeyi) sembolü ile gösterilirler. Gerçekleştirilen faaliyetlerin düzeylerinin ölçülebilmesi için her faaliyete birer ölçü birimi atanır. Faaliyet düzeyleri, problemin değişkenlerine karşılık gelir.

Adım 2: Girdi-Çıktı Kümesinin Elemanlarının Belirlenmesi

Bu kümenin elemanları faaliyetin gerçekleştirilmesi için gereksinim duyulan ve problemde kısıtlara neden olan sınırlı kaynakları gösterirler. Her bir kaynak niceliklerinin ölçülebilmesi ve karşılaştırılabilmesi için birimlerle ifade edilirler. Problemde bulunan kaynaklar i sembolü ile indislenirler. Faaliyetler sonucunda üretilen çıktı da bu kümeye eklenir.

Adım 3: Girdi-Çıktı Katsayılarının Belirlenmesi

Bir birim faaliyet düzeyi için gerekli olan girdi miktarı ile bir birim faaliyet düzeyi sonucunda elde edilen çıktı miktarı belirlenir. Bu katsayılar Girdi-Çıktı miktarı ile faaliyet düzeyi arasındaki oransal ilişkiyi kurar. Girdi-Çıktı katsayıları a_{ij} sembolü ile gösterilirler. j faaliyet düzeyinin indisi ve i kullanılan kaynağın indisi olmak üzere; a_{ij}, j. faaliyetten bir birim gerçekleştirebilmek için i. kaynaktan tüketilen kaynak miktarını ya da girdi katsayısını belirtir. Kaynaklar ise dışsal ve sınırlı olup b_i ile simgelenir.

Adım 4: Maddi Denge Denklemlerinin Kurulması

Çizelge 1.1. incelendiğinde sütunlar faaliyetleri, satırlar ise faaliyet sürecinde girdi olarak kullanılan maddeler ile faaliyet sonucu oluşan çıktı miktarlarını gösterir. j. faaliyet bir birim faaliyet düzeyi için i. maddeden a_{ij} birim girdi kullanıyorsa bu katsayı tabloya ((i, j) gözesine) pozitif işaretli olarak yazılır. Eğer j. faaliyetin bir birim faaliyet düzeyi sonucunda i. maddeden a_{ij} birim üretiliyorsa bu katsayı tabloya negatif işaretli olarak yazılır. Özetle, Şekil 1.1.'de gösterildiği gibi girdi katsayıları (+) işaretli, çıktı katsayıları (-) işaretli olur.

Şekil 1.1. Faaliyet Şeması

Amaç satırında maliyet girdi olarak gösterilir. Dolayısıyla amaç fonksiyonu katsayıları (+) işaretli olarak yazılır ve amaç fonksiyonu en küçükleme tipinde olur. Amaç satırına yazılacak olan katsayılar karı en büyükleyecek bir amaç fonksiyonuna aitse, kar çıktı olarak kabul edildiğinden bu katsayılar (-) işaretli olarak yazılır. Tablodaki son sütunda ise kullanılabilir kaynak miktarları yer alır.

Sol tarafında ele alınan kaynağı kullanan faaliyetlerin cebirsel toplamı olan, sağ tarafında ise kullanılabilir kaynak miktarı bulunan denge denklemleri kurulur. Burada faaliyetler, faaliyet düzeyleri ile ilgili kaynağa ait Girdi-Çıktı katsayılarının çarpımı şeklinde ifade edilirler. Matematiksel olarak denklem i. kaynak için kurulduğunda,

$$a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2 + \cdots + a_{in}x_n \leq, =, \geq b_i$$

elde edilir.

Kaynaklar üzerinde talep fazlalığı (kıt kaynak) ya da arz fazlalığı (artık kaynak) yaşanabilir. Bu gibi durumlarda modele kıtlığı ya da artıklığı yansıtan faaliyetler eklenmelidir. Esasında, kıt kaynak miktarı ya da artık kaynak miktarı herhangi bir maliyete neden olmuyorsa maddi denge denklemleri eşitsizlik şeklinde ifade edilebilirler.

1.4.2. Satır (Maddi Denge/Doğrudan)Yaklaşımı

Adım 1: Karar Değişkenlerinin Tanımlanması

Karar değişkenleri sütun yaklaşımındaki faaliyet düzeylerine karşılık gelir. Karar değişkenleri, j = 1, 2, 3, ... olmak üzere x_j sembolü ile gösterilirler.

Adım 2: Girdi-Çıktı Kümesi Elemanlarının Belirlenmesi

Sütun yaklaşımında olduğu gibi problemde kısıtlamalara neden olacak girdiler ve üretilen çıktılar belirlenir.

Adım 3: Kısıtlayıcıların ve Amaç Fonksiyonun Oluşturulması

Her bir sınırlı kaynak için kısıtlayıcı fonksiyonlar oluşturulur. Kısıtlayıcılar kaynağa ilişkin Girdi-Çıktı katsayılarının ilgili karar değişkenleri ile çarpımlarının toplamı ile o kaynağın miktarı arasındaki bağıntıyı yansıtır. Kısıtlayıcı fonksiyonlar eşitlik veya eşitsizlik şeklinde olabilir. Son olarak her karar değişkenin amaca olan birim katkılarıyla çarpılıp toplanmaları ile amaç fonksiyonu oluşturulur.

1.5. SINIRLAR

1.5.1. Negatif Olmama Koşulu

Doğrusal programlama problemlerinde faaliyet düzeyleri, yani karar değişkenleri negatif olamazlar. Problemin formülasyonunda modele $x_j \geq 0, j = 1,2, \ldots, n$ eşitsizliği eklenerek bu varsayım ifade edilmiş olur.

1.5.2. Üst Sınır ve Alt Sınır

Bazı doğrusal programlama problemlerinde bir faaliyet düzeyinin belirli bir miktardan az olmaması ya da belirli bir miktarı aşmaması istenebilir. Bu durumda ilgili değişken için bir alt sınır (l) ve/veya üst sınır (u) belirenir. j faaliyeti için bu sınırlar $l_j \leq x_j \leq u_j$ şeklinde ifade edilir.

Birtakım doğrusal programlama uygulamalarında ise değişkenlere işaret sınırlaması getirilmez. Bu değişkenlere işaretçe sınırlandırılmamış değişken denir ve modelde iki pozitif değişkenin farkı şeklinde ifade edilirler.

1.6. AKSİYOMLAR

Doğrusal programlama modelini oluşturan tüm fonksiyonlar doğrusaldır. Doğrusallık özelliği, oransallık ve toplanabilirlik aksiyomları ile sağlanır. Doğrusallığın sağlanmadığı modeller, doğrusal olmayan programlama kapsamına girer.

Oransallık Aksiyomu:

Her faaliyetin kullandığı girdi miktarı ve amaç fonksiyonuna katkısı faaliyet düzeyi ile doğru orantılıdır.

Toplanabilirlik Aksiyomu:

Her bir faaliyetin girdi olarak kullandığı kaynak miktarının ya da ürettiği çıktı miktarının ayrı ayrı toplamı, tüm sistemin kullandığı kaynak miktarına ya da ürettiği ürün miktarına eşittir.

Oransallık özelliğinin sağlandığı bir problemde toplanabilirlik özelliği de sağlanıyorsa, problemde amacın,

$$Z_{enb/enk} = c_1x_1 + c_2x_2 + \cdots + c_nx_n$$

olduğu görülür. Bu ifade, doğrusal programlama modelinin amaç fonksiyonudur. Benzer şekilde i. kaynak kullanımının simgesel gösterimi,

$$a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2 + \cdots + a_{in}x_n \leq, =, \geq b_i$$

ile doğrusal programlama modelinin i. kısıtı elde edilir.[14]

Bu özellik değişkenlerin birbirinden bağımsız olduklarını da ifade eder. Fonksiyonlar değişkenler bakımından toplamsal olarak ayrılabilir. Fonksiyonlarda değişkenler $c_{kj}x_kx_j, e^{x_j}, logx_i$ biçiminde yer almaz.[15] Bu bilgiler doğrultusunda, doğrusallık özelliğinin sağlandığı görülür.

Süreklilik (Bölünebilirlik) Aksiyomu:

Faaliyet düzeyleri ya da karar değişkenleri, tanımlandıkları aralıkta bulunan tüm reel sayıların değerini alabilir. Ancak bazı uygulamalarda değişken değerlerinin tamsayı olması istenebilir. Bu durumda doğrusal programlama değil, tamsayılı programlama söz konusu olur.

Kesinlik (Belirlilik) Aksiyomu:

Modeldeki tüm parametrelerin (c_j, a_{ij}, b_i) bilindiği ve uygulanan dönem içinde değişmediği kabul edilir. Bu da modelin deterministik olduğunu gösterir. Girdi değerlerinin belirsizlik arz etmesi durumunda değişkenlerin beklenen değerleri kullanılabilir. Modelin parametrelerdeki değişimlere olan duyarlılığı, duyarlılık çözümlemesi ile incelenebilir.[16]

1.7. DOĞRUSAL PROGRAMLAMA MODELİNİN NOTASYONU

Doğrusal programlama problemleri iki formda formüle edilirler.

1.7.1. Standart Form

Amaç fonksiyonu en büyükleme veya en küçükleme şeklinde olabilirken, negatif olmama koşulu dışında tüm kısıtlayıcı fonksiyonları eşitlik biçiminde olan doğrusal programlama modelleri standart formdadır. Standart formun matematiksel gösterimi şöyledir:

$$Z_{enk/enb} = c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_nx_n$$

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n = b_1$$

[14] Kara,s.14.

[15] Dantzig ve Thapa, s.23.

[16] Cinemre, s.14.

$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ldots + a_{2n}x_n = b_2$$

$$\vdots$$

$$a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \ldots + a_{mn}x_n = b_m$$

$$x_1, x_2, \ldots, x_n \geq 0$$

Bu gösterim kısaca; $i = 1,2,\ldots,m$ ve $j = 1,2,\ldots,n$ olmak üzere,

$$Z_{enk/enb} = \sum_{j=1}^{n} c_j x_j$$

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij}x_j = b_i$$

$$x_j \geq 0$$

ya da,

c: bilinen sabitlerden oluşan n boyutlu bir satır vektör,

b: bilinen sabitlerden oluşan m boyutlu bir sütun vektör,

A: bilinen sabitlerden oluşan mxn boyutlu bir matris ve

x: bilinmeyen değerlerden oluşan n boyutlu bir sütun vektör olmak üzere,

$$Z_{enk/enb} = cx$$

$$Ax = b$$

$$x \geq 0$$

şeklinde yazılabilir.

1.7.2. Kanonik Form

Amaç fonksiyonu en büyükleme biçiminde iken, negatif olmama koşulu dışında tüm kısıtlayıcı fonksiyonlar “≤” şeklinde veya amaç fonksiyonu en küçükleme biçiminde iken, tüm kısıtlayıcı fonksiyonlar “≥” şeklinde ise doğrusal programlama modeli kanonik formdadır.

Amaç fonksiyonu en büyükleme ise,

$$Z_{enb} = c_1x_1 + c_2x_2 + \ldots + c_nx_n$$

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ldots + a_{1n}x_n \leq b_1$$

$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ldots + a_{2n}x_n \leq b_2$$

$$\vdots$$

$$a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \ldots + a_{mn}x_n \leq b_m$$

$$x_1, x_2, \ldots, x_n \geq 0$$

şeklinde gösterilir.

Amaç fonksiyonu en küçükleme ise,

$$Z_{enk} = c_1x_1 + c_2x_2 + \ldots + c_nx_n$$

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ldots + a_{1n}x_n \geq b_1$$

$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ldots + a_{2n}x_n \geq b_2$$

$$\vdots$$

$$a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \ldots + a_{mn}x_n \geq b_m$$

$$x_1, x_2, \ldots, x_n \geq 0$$

şeklinde gösterilir.

Modeller, standart formun yazılışında gösterildiği gibi, kanonik formun kurallarına uygun bir biçimde de kısaca gösterilebilir.

Bir doğrusal programlama modelinin notasyonu, problemin çözümü aşamasında önem kazanır. Dolayısıyla çözüm yöntemleri anlatılırken bu konuya tekrar değinilecektir.

1.8. DOĞRUSAL PROGRAMLAMA PROBLEMİNİN ÇÖZÜM YÖNTEMLERİ

Bir doğrusal programlama probleminin çözüm yöntemlerine geçmeden önce çözüme yönelik kuramsal esasları açıklamakta yarar vardır.

1.8.1. Konveks Analiz

$x \in \mathbb{R}^n$olmak üzere x, n boyutlu uzayda bir noktayı ya da $(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ koordinatlarını orijine birleştiren doğru parçası olan bir vektörü temsil etsin.

Doğrusal Birleşim:

$\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_k$ birer skaler (reel sayı) olmak üzere, $\mathbb{R}^n$'de k adet vektörün doğrusal birleşimi,

$$x = \alpha_1 x_1 + \alpha_2 x_2 + \dots + \alpha_k x_k$$

şeklinde tanımlanır.

Konveks Birleşim:

$\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_k$ birer skaler olmak üzere, $\alpha_1 + \alpha_2 + \cdots + \alpha_k = 1$ ve $a_j \geq 0$ $(j = 1,2, \dots, k)$ ise

$$x = \alpha_1 x_1 + \alpha_2 x_2 + \dots + \alpha_k x_k$$

denklemine, $\mathbb{R}^n$'de k adet vektörün konveks birleşimi denir.

$\alpha_1 + \alpha_2 + \cdots + \alpha_k = 1$ bağıntısı konvekslik koşulu olarak adlandırılır.

Konveks Örtü:

$x_1, x_2, \dots, x_k$ vektörlerinin tüm konveks birleşimlerinin oluşturduğu kümeye, $x_1, x_2, \dots, x_k$ vektörlerine ait konveks örtü denir.[17]

Doğrusal Bağımsızlık:

$x_1, x_2, \dots, x_k$ vektörleri ile $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_k$ skalerleri arasında oluşturulan

$$\alpha_1 x_1 + \alpha_2 x_2 + \dots + \alpha_k x_k = 0$$

bağıntısı ancak ve ancak

$$\alpha_1 = \alpha_2 = \cdots = \alpha_k = 0$$

olması ile mümkünse $x_1, x_2, \dots, x_k$ vektörleri doğrusal bağımsızdır. Aksi takdirde, doğrusal bağımlıdırlar.

Baz (Temel):

$\mathbb{R}^n$'ye ait n adet doğrusal bağımsız vektörün oluşturduğu küme $\mathbb{R}^n$ için bir baz oluşturur. $\mathbb{R}^n$'nin herhangi bir elemanı, bazı oluşturan vektörlerin doğrusal birleşimi olarak tek türlü ifade edilebilir.

---

[17] Dantzig ve Thapa (2), s.2.

$x_1, x_2, \dots, x_n$ vektörleri doğrusal bağımsız vektörler ve $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$ birer skaler olmak üzere, $\mathbb{R}^n$'ye ait bir y vektörü, bazı oluşturan $x_1, x_2, \dots, x_n$ vektörlerinin doğrusal birleşimi cinsinden aşağıdaki gibi tanımlanabilir.

$$\alpha_1 x_1 + \alpha_2 x_2 + \dots + \alpha_n x_n = y$$

<u>Doğru Denklemi:</u>

$x_1, x_2 \in \mathbb{R}^n$ ve α bir skaler olmak üzere, bu iki vektörün doğrusal birleşimi olan aşağıdaki ifade bir doğru denklemini gösterir.

$$x = \alpha x_1 + (1 - \alpha) x_2$$

<u>Doğru Parçası:</u>

$\mathbb{R}^n$'de x_1 ve x_2 vektörlerinin konveks birleşimi

$$x = \alpha x_1 + (1 - \alpha) x_2 \qquad \alpha \epsilon [0,1]$$

şeklinde olacaktır. x_1 ve x_2 vektörlerinin konveks birleşimiyle elde edilen x vektörünün $\alpha \epsilon [0, 1]$ aralığında α parametresine bağlı ifadesine doğru parçası denir.

<u>Konveks Küme (Konveks Bölge):</u>

T, $\mathbb{R}^n$'nin bir alt kümesi olsun. T kümesinin herhangi iki noktasının konveks birleşimi sonucunda elde edilen doğru parçası, yine T kümesine ait ise bu kümeye konveks küme denir. Bir başka ifadeyle, $x_1, x_2 \in T$ olmak üzere,

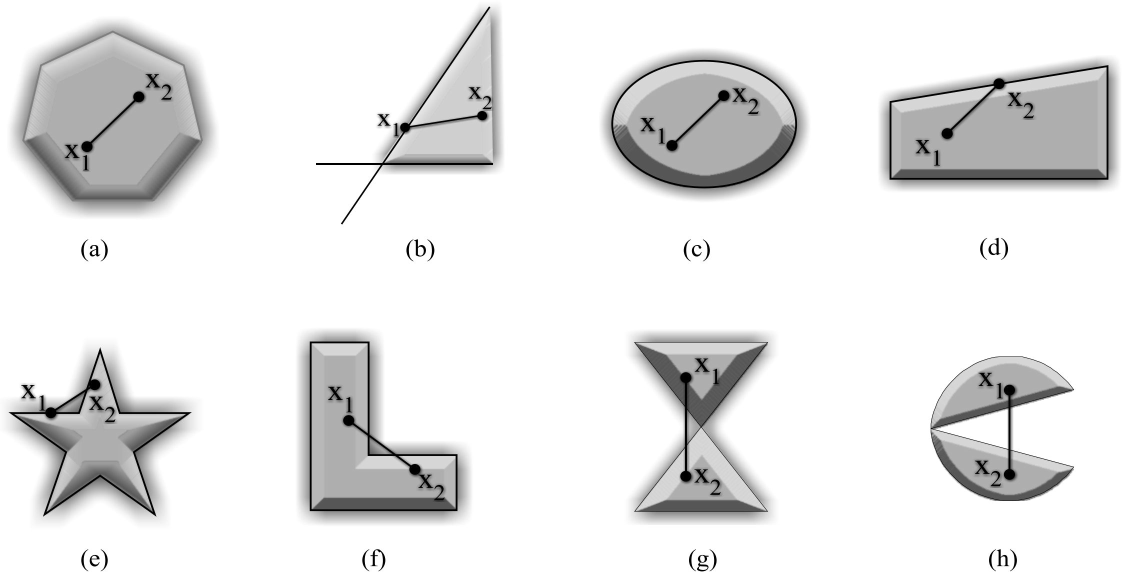
$$x = \alpha x_1 + (1 - \alpha) x_2 \qquad \alpha \epsilon [0,1]$$

sonucunda elde edilen $x \in T$ ise T konveks bir kümedir.

İlgilenilen yapı cebirsel olarak inceleniyorsa küme, geometrik olarak inceleniyorsa bölge olarak adlandırılır. Konveks kümelerin kesişimi de konvekstir.[18]

---

[18] İspatı için Ek A'ya bakınız.



Şekil 1.2. Konveks ve Konveks Olmayan Bölgeler

Şekil 1.2.'de (a), (b), (c) ve (d) ile gösterilen bölgeler birer konveks bölgedir. (e), (f), (g) ve (h) ile gösterilen bölgeler ise konveks olmayan bölgelerdir.

Hiperdüzlem:

Bir hiperdüzlem; x, $\mathbb{R}^n$'ye ait bir vektör; a, $\mathbb{R}^n$'ye ait sabit bir vektör $(a \neq 0)$ ve b sabit bir sayı olmak üzere,

$$H = \{x | ax = b\}$$

kümesi ile tanımlanır.

Daha açık bir ifadeyle, n boyutlu uzayda $x \in \mathbb{R}^n$ ve $j = 1,2,\ldots,n$ için en az bir $(a_j \neq 0)$ olmak üzere,

$$\alpha_1 x_1 + \alpha_2 x_2 + \ldots + \alpha_n x_n = b$$

denklemi (n - 1) boyutlu bir hiperdüzlemi belirtir.

Yarı Uzay:

x, $\mathbb{R}^n$'ye ait bir vektör; a, $\mathbb{R}^n$'ye ait sabit bir vektör $(a \neq 0)$ ve b sabit bir sayı olmak üzere,

$$Y_k = \{x | ax \leq b\}$$

veya

$$Y_k = \{x | ax \geq b\}$$

kümelerine kapalı yarı uzay;

$$Y_a = \{x | ax < b\}$$

veya

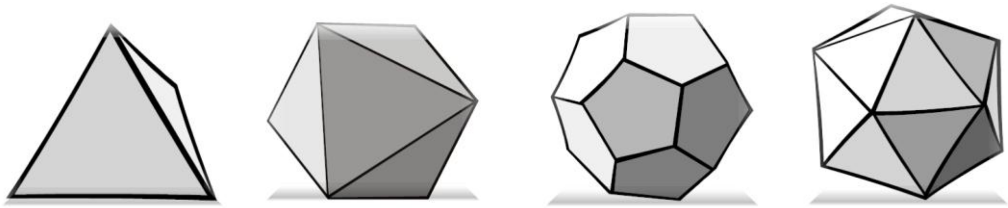
$$Y_a = \{x | ax > b\}$$

kümelerine açık yarı uzay denir.

Hiperdüzlemler ve yarı uzaylar konvekstir.[19]

Konveks Polyhedron:

Sonlu sayıda hiperdüzlemlerin ve/veya yarı uzayların kesişimine ait noktaların oluşturduğu kümeye konveks polyhedron denir. Konveks polyhedron sınırlandırılmış ise, bu küme özel olarak konveks polytope adını alır. İki boyutlu konveks polytope'a konveks polygon denir.



Şekil 1.3. Konveks Polyhedron

Şekil 1.3.'te gösterilen yapılar birer konveks polyhedrondurlar.

Konveks Koni:

K, $\mathbb{R}^n$'nin bir alt kümesi ve $x \in K$ olmak üzere, tüm $\alpha \geq 0$ ya da tüm $\alpha \leq 0$ değerleri için $\alpha x \in K$ ise, K kümesi bir koniyi tanımlar. Koni konveks bir kümeyse, konveks koni adını alır. $x, y \in K$ ve α, K'ya ait sabit bir vektör olmak üzere, $x + y \in K$ ve $\alpha x \in K$ ise K konveks bir konidir.

[19] İspatı için Ek A'ya bakınız.

Uç Nokta:

Bir konveks kümenin herhangi bir x noktası, o kümeye ait, birbirinden ve x'ten farklı iki noktanın konveks birleşimi şeklinde ifade edilemiyor ise, x noktasına uç nokta denir.

Bir bölgenin köşe noktalarının tüm konveks birleşimleri o bölgeye ait tüm elemanları içeren bir konveks örtü tanımlar. Dolayısıyla, bir polyhedral, köşe noktalarının oluşturduğu konveks örtüdür. Bir polyhedral koni ise, tesir çizgileri olan hiperdüzlemlerin tek bir noktada kesiştiği, sonlu sayıda kapalı-yarı uzayın kesişimidir.

1.8.2. Doğrusal Programlama Probleminin Çözüm Kavramları

Uygun Çözüm:

Bir doğrusal programlama modelinin tüm kısıtlayıcı fonksiyonlarını sağlayan pozitif değerli noktalar uygun çözümlerdir. Bu noktaların oluşturduğu bölgeye uygun çözüm bölgesi denir. Uygun çözüm bölgesi konvekstir.

Temel Çözüm:

m denklemi ve $m+n$ değişkeni bulunduran bir denklem sisteminin, denklem sayısı kadar değişkeni sıfırdan farklı (pozitif veya negatif) olan, geri kalan değişkenleri sıfır olan çözümlere temel çözümler denir. Temel çözümlerde değeri sıfırdan farklı m adet değişken temel değişken, değerleri sıfır olan n adet değişken de temel olmayan değişken adını alır. Aynı sistemin m'den az sayıda değişkeni sıfırdan farklı olan çözümlere dejenere temel çözümler denir.

$$\frac{(m+n)!}{m!\,n!}$$

bağıntısı ilgili denklem sistemine ait temel çözümlerin sayısını verir.

Temel Uygun Çözüm:

Kısıtlayıcı sayısı m, değişken sayısı n olan standart modelde, m değişkeni sıfırdan farklı ve pozitif, n değişkeni de sıfır olan çözümlere temel uygun çözümler denir. Temel uygun çözümlerin sayısı sınırlıdır.

Temel Olmayan Uygun Çözümler:

Bu tür çözümlerde, m'den fazla sayıda değişken sıfırdan farklı, n'den az sayıda değişken sıfırdır ve sıfırdan farklı olan değişkenler pozitiftir. Temel olmayan uygun çözümlerin sayısı sonsuzdur. Konveks bölgenin içi ve köşe noktaları hariç olmak üzere sınır kenarları temel uygun olmayan çözümleri verir.

Uygun Olmayan Temel Çözümler:

m sayıda değişkeni sıfırdan farklı, n sayıda değişkeni sıfıra eşit olan uygun olmayan temel çözümlerin, temel uygun çözümlerden farkı, bu çözümlerde sıfırdan farklı değişkenlerden bir tanesinin negatif olmasıdır. Uygun olmayan temel çözümlerin sayısı sınırlıdır.

Hem Temel hem de Uygun Olmayan Çözümler:

Hem temel hem de uygun olmayan çözümlerde, m'den fazla sayıda değişken sıfırdan farklı, n'den az sayıda değişken sıfırdır. Sıfırdan farklı olan değişkenlerden en az biri negatiftir. Bu tür çözümlerin sayısı sonsuzdur.

1.8.3. Uç Nokta Teoremi

Bir doğrusal programlama probleminde;

1. Eğer modelin en iyi çözümü varsa, bu nokta uygun çözüm bölgesinin bir uç noktasıdır.
2. Amaç fonksiyonu en iyi değerini birden fazla uç noktada alıyorsa, bu noktaların her konveks birleşimi de en iyi çözümdür.[20]

Her problemin en iyi çözümü olmayabilir. En iyi çözümün varlığı, karar değişkenleri ve parametrelerin fonksiyonu olarak yazılan kısıtlayıcılara bağlıdır. Karar modelinde uygun çözüm bölgesinin durumu en iyi çözümün varlığını belirler.[21] Uygun çözüm bölgesinin yapısına göre ortaya çıkabilecek durumlar şu şekildedir:

1. Uygun çözüm bölgesi boş kümedir. Bu durumda problemin çözümü yoktur.

---

[20] İspatı için Ek-A'ya bakınız.

[21] Kara, s.42.

2. Uygun çözüm bölgesi konveks polyhedrondur. Bu durumda amaç fonksiyonunu en iyi yapan en az bir uç nokta vardır.
3. Uygun çözüm bölgesi sınırsızdır. Bu durumda en iyi çözüm değeri sınırsız olabilir.

1.8.4. İki Boyutlu Doğrusal Programlama Problemlerinin Grafik Yöntemi ile Çözümü

$$Z_{enk/enb} = c_1x_1 + c_2x_2$$

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 \leq, =, \geq b_1$$

$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 \leq, =, \geq b_2$$

$$\vdots$$

$$a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 \leq, =, \geq b_m$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

biçiminde iki karar değişkeni içeren bir doğrusal programlama problemi grafik yöntemi ile çözülebilir. Öncelikle, kısıtlayıcı fonksiyonların kesişimi ile oluşan, içerisinde tüm kısıtları sağlayan sıralı ikilileri barındıran uygun çözüm bölgesi belirlenir. Geometrik yapısı itibariyle kısıtlayıcı fonksiyon eşitsizlik biçiminde ise bir kapalı yarı uzay, eşitlik biçiminde ise bir hiperdüzlem tanımlar. Dolayısıyla kısıtlayıcı fonksiyonların kesişimi konveks bir bölge olacaktır. Problemin çözümü bu konveks bölgenin köşe noktalarında aranır. Optimal çözümün hangi köşe noktasında ortaya çıktığının belirlenmesi için iki yol vardır. Bunlardan birincisi, her köşe noktasının koordinatları, amaç fonksiyonunda yerine yazıldığında en iyi çözümü veren nokta problemin çözümünü veren noktadır. Bir diğer yol ise, amaç fonksiyonuna sabit bir değer atamaktır. Maksimizasyon probleminde,

$$Z = c_1x_1 + c_2x_2 = S$$

fonksiyonu, S parametresinin çeşitli değerleri için grafikte çizilir. Eğer S parametresinin aldığı herhangi bir değer için çizilen Z doğrusuna ait bir parça, uygun çözüm bölgesinin içerisinde kaldıysa, Z doğrusu kendisine paralel olarak S'nin ve dolayısıyla Z'nin artmasını sağlayacak şekilde bölgeyi terk ettiği noktaya kadar kaydırılır. Z doğrusunun bölgeyi terk ettiği nokta, problemin amaç fonksiyonunun değerini maksimum yapan noktadır. Eğer S parametresinin herhangi bir değeri için çizilen Z doğrusu uygun çözüm bölgesinin dışında kaldıysa, iki durum sözkonusudur:

a) S'nin aldığı değeri dolayısıyla da Z'nin aldığı değer küçültülerek, Z doğrusu uygun çözüm bölgesinin içerisine gireceği noktaya kadar kendisine paralel olarak kaydırılır. Z doğrusunun, uygun çözüm bölgesine değdiği ilk nokta, amaç fonksiyonunun değerini maksimum yapan noktadır.

b) S'nin değerini, dolayısıyla da Z'nin değerini arttırarak Z doğrusunun uygun çözüm bölgesinin içerisine girmesi sağlanır. Z doğrusu, bölgeyi terk edinceye kadar kendisine paralel kaydırılır. Bölgeyi terk ettiği son nokta, optimal çözümü veren noktadır.

Minimizasyon problemi için ise, maksimizasyon problemine benzer şekilde, Z doğrusu amaç fonksiyonunun değerini minimum yapacak şekilde kendisine paralel olarak kaydırılarak optimal çözümü veren nokta bulunur.

Üç boyutlu doğrusal programlama problemlerinin grafik yardımıyla çözümü de iki boyutlu problemlerin çözümüne benzer. Dört ve daha yüksek boyutlu problemlerin ise grafik yöntemle çözümü imkansızdır. Bu durumda dört ve daha yüksek boyutlu problemlerin çözümü aşamasında yapılması gereken, problemi standart forma dönüştürmek, yani kısıtlayıcı fonksiyonları eşitlik biçiminde ifade etmektir. Eşitsizlik biçimindeki kısıtlayıcılar

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij}x_j \leq b_i \qquad i = 1, 2, \dots, m$$

veya

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij}x_j \geq b_i \qquad i = 1,2, \dots, m$$

şeklinde olabilir. "≤" formundaki bir eşitsizliği eşitlik biçimine dönüştürmek için eşitsizliğin sol tarafına negatif olmayan bir değişken eklenir. Eklenen bu değişkene aylak değişken denir. "≥" şeklindeki bir eşitsizliği eşitlik biçime dönüştürmek için ise, eşitsizliğin sol tarafından bir değişken çıkartılması gerekir. Çıkartılan bu değişkene, artık değişken denir. Eklenen ve çıkartılan bu değişkenler eşitsizliğin iki tarafı arasındaki farkı gösterirler.

$$Z_{enb} = c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_nx_n$$

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n \leq b_1$$

$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n \leq b_2$$

$$\vdots$$

$$a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \ \dots + \ a_{mn}x_n \leq \ b_m$$

$$x_1, x_2, \dots \ , x_n \geq 0$$

biçimindeki kanonik formda olan bir doğrusal programlama problemi standart forma dönüştürülürse,

$$Z_{enb} = \ c_1x_1 + c_2x_2 + \ \dots + c_nx_n + 0x_{n+1} + 0x_{n+2} + \cdots + 0x_{n+m}$$

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ \dots + \ a_{1n}x_n + x_{n+1} = \ b_1$$

$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ \dots + \ a_{2n}x_n + x_{n+2} = \ b_2$$

$$\vdots$$

$$a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \ \dots + \ a_{mn}x_n + x_{n+m} = b_m$$

$$x_1, x_2, \dots \ , x_n, x_{n+1}, x_{n+2}, \dots, x_{n+m} \geq 0$$

elde edilir. $x_{n+1}, x_{n+2}, \dots, x_{n+m}$ değişkenleri aylak değişkenlerdir. Aylak değişkenlerin varlıkları, herhangi bir katkıya neden olmadığı için amaç fonksiyonundaki katsayıları sıfırdır.

Bu durumda $n + m$ tane bilinmeyen ve m tane denklem içeren denklem sisteminin çözümlerini ve çözümlere karşılık gelen amaç fonksiyonu değerini saptamak gerekmektedir. $n + m$ adet bilinmeyen, m adet denklem olduğuna göre, $n + m - m$ tanesine keyfi değerler verilerek diğer değişkenlerin değerleri bulunur. Ancak bu işlemler sonucunda $\binom{n+m}{m}$ adet çözüm takımı elde edilecektir. Bu metot ile çözüm aramak kullanışlı bir yaklaşım değildir. Bu nedenle üç ve daha fazla boyutlu problemlerde etkin bir teknik olan simpleks yöntem kullanılır.

1.8.5. Simpleks Yöntem

Simpleks yöntem adını yüksek boyutlu konveks polyhedron kümelerinden biri olan simpleksten almaktadır.

Simpleks:

n boyutlu uzayda "genel durum" şartını sağlayan ve $n + 1$ uç noktaya sahip olan konveks örtüye (konveks polyhedron) n boyutlu simpleks denir. Sıfır boyutlu simpleks bir nokta, bir boyutlu simpleks bir doğru, iki boyutlu simpleks, iç bölgesi dahil olmak üzere bir üçgen yapısındadır.

Genel Durum:

n boyutlu uzayda bir A_j noktasının koordinatları $A_j = (a_{1j}, a_{2j}, \dots, a_{nj})$ şeklinde gösterilsin. n boyutlu $n+1$ tane nokta $(A_1, A_2, \dots, A_{n+1})$ ile 1 satır vektöründen oluşan matrisin determinantı sıfırdan farklı ise,

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1,n+1} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{n,n+1} \end{vmatrix} \neq 0$$

$n+1$ tane noktanın oluşturduğu bu küme genel durum şartını sağlamaktadır denir.

$\lambda \geq 0$ ve $\sum_{j=1}^{n+1} \lambda_j = 1$ olmak üzere, cebirsel olarak bir n boyutlu simpleksin λ parametresine bağlı yazılışı,

$$x = \lambda_1 A_1 + \lambda_2 A_2 + \dots + \lambda_{n+1} A_{n+1}$$

şeklindedir. Bu bağıntıda $x = A_j$ ise, A_j simpleksin bir uç noktasıdır.[22]

Simpleks yöntem, herhangi bir doğrusal programlama problemine, eğer varsa, sınırlı sayıda tekrar sonucunda bir en iyi çözüm bulan veya sınırsız çözüm olduğunu belirten bir tekrarlar sürecidir.[23] Simpleks algoritması, problemin bir başlangıç temel uygun çözümünden (uç noktasından) başlayarak, amaç fonksiyonunun aldığı değeri her defasında istenilen yönde geliştiren komşu bir uç noktaya geçen, ardışık işlemlerle en iyi çözümü araştıran bir yöntemdir. Böylece, uygun çözüm bölgesinin tüm uç noktaları dikkate alınmadığından yoğun işlem yükü problemi ile karşılaşılmaz.

Simpleks Yöntemin Adımları:

1. Öncelikle modelin sağ taraf sabitlerinin (b_i) pozitif olması gerekir. $b_i \geq 0$ $(i = 1,2,\dots,m)$ olmak üzere, negatif olmama koşulu dışındaki eşitsizlikler aylak değişkenler veya artık değişkenler yardımıyla eşitlik biçimine dönüştürülür. Bir

---

[22] Dantzig ve Thapa (2), s.13-14.

[23] Cinemre, s.63.

başlangıç temel uygun çözümü oluşturabilmek için n adet değişken sıfıra eşitlenerek, m adet temel değişkenin değeri bulunur.

2. Temel olmayan değişkenlerin bir fonksiyonu olan amaç fonksiyonunun değerini geliştirecek değişken saptanır. Eğer bu değeri geliştirecek en az bir değişken varsa 3. adıma geçilir, aksi halde elde edilen çözüm problemin en iyi çözümüdür.
3. Amaç fonksiyonu değerine istenilen yönde katkı sağlayacak değişkenler arasından temele girecek değişken saptanır.
4. Temele girecek değişken saptandıktan sonra, temelden çıkarılacak değişken belirlenir. Temelden çıkan değişkenin değeri sıfıra eşitlenerek temeldeki diğer değişkenlerin değeri pozitif olmak üzere, temele giren yeni değişkenin değeri hesaplanır.
5. Yeni temel uygun çözüm bulunarak, elde edilen çözüm değerleri ile amaç fonksiyonunun yeni değeri belirlenir ve 2. adıma geçilir.

Simpleks Algoritması:

$b \geq 0$ olmak üzere, standart forma getirilmiş,

$$Z_{enk/enb} = cx$$

$$Ax = b$$

$$x \geq 0$$

şeklindeki bir doğrusal programlama modeli,

$$Z_{enk/enb} - cx = 0$$

$$Ax = b$$

$$x \geq 0$$

olarak yazılsın.

X_B: Temel değişkenler vektörü (mx1),

B: Katsayılar matrisinde (A) temel değişkenlere karşılık gelen temel matris (mxm),

C_B: Temel değişkenlere ait katkı vektörü (1xm),

X_N: Temel olmayan değişkenler vektörü ((n-m)x1),

N: Katsayılar matrisinde (A) temel olmayan değişkenlere karşılık gelen matris (mx(n-m)),

C_N: Temel olmayan değişkenlere ait katkı vektörü (1x(n-m)),

z: $Z_{enk/enb}$

olsun. Modelde uygun düzenlemeler yapıldığında,

$$X = \begin{bmatrix} X_B \\ X_N \end{bmatrix}$$

$$C = (C_B, C_N)$$

$$A = [B, N]$$

elde edilir. Şu halde amaç fonksiyonunda yerine koyma işlemleri yapıldığında,

$$z - cx = z - (C_B, C_N) \begin{bmatrix} X_B \\ X_N \end{bmatrix} = 0$$

$$z - cx = z - C_B X_B - C_N X_N = 0$$

denklemine ulaşılır. Kısıtlayıcı fonksiyonlar için benzer işlemler yapıldığında ise,

$$AX = [B, N] \begin{bmatrix} X_B \\ X_N \end{bmatrix} = BX_B + NX_N = b$$

denklem sistemi elde edilir.

Temel değişkenler olarak ele alınan, m değişkene ait temel matrisin determinantı sıfırdan farklı olsun.

$|B| \neq 0$ olduğuna göre, B matrisinin tersi alınabilir. Kısıtlayıcı fonksiyonların oluşturduğu denklem sistemi B^{-1} ile soldan çarpılırsa,

$$B^{-1}BX_B + B^{-1}NX_N = B^{-1}b$$

elde edilir. Buradan,

$$X_B + B^{-1}NX_N = B^{-1}b$$

$$X_B = B^{-1}b - B^{-1}NX_N$$

yazılır. Bu denklem sisteminde, temel değişkenler temel olmayan değişkenlerin bir fonksiyonu olarak ifade edilmektedir. Temel olmayan değişkenler sıfıra eşitlenirse, $X_N = 0$ olacağından,

$$X_B = B^{-1}b$$

elde edilir. Böylece bir temel çözüm bulunmuştur. Eğer $X_B \geq 0$ ise, bu bir temel uygun çözümdür.

Amaç fonksiyonunda temel değişkenler yerine bulunan bağıntı yazılırsa,

$$z - C_B(B^{-1}b - B^{-1}NX_N) - C_N X_N = 0$$

$$z - C_B B^{-1}b + C_B B^{-1}NX_N - C_N X_N = 0$$

$$z + (C_B B^{-1}N - C_N)X_N = C_B B^{-1}b$$

olur. Böylece amaç fonksiyonu temel olmayan değişkenlerin bir fonksiyonu olarak ifade edilir. Temel olmayan değişkenler sıfıra eşitlenirse, amaç fonksiyonunun değeri,

$$z = C_B(B^{-1}b)$$

olacaktır.[24]

Simpleks algoritması bu temel bağıntılardan hareketle geliştirilmiş işlemlerden oluşur. Bu işlemleri daha kolay gerçekleştirebilmek için Simpleks Tablosundan yararlanılır.

Simpleks Tablosu:

Simpleks tablosu,

$$IX_B + B^{-1}NX_N = B^{-1}b$$
$$z + (C_B B^{-1}N - C_N)X_N = C_B B^{-1}b$$

bağıntıları birlikte ele alınarak oluşturulmaktadır.

Standart formdaki bir doğrusal programlama problemi için bir temel uygun çözüm bulunduktan sonra en iyi çözümün araştırılması işlemine geçilir. Başlangıç simpleks çözüm tablosu adı verilen ve başlangıçta belirlenen temel uygun çözümü gösteren bir tablo düzenlenir.

$$Z_{enb} = c_1x_1 + c_2x_2 + \cdots + c_nx_n + 0x_{n+1} + 0x_{n+2} + \cdots + 0x_{n+m}$$

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ldots + a_{1n}x_n + x_{n+1} = b_1$$

$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ldots + a_{2n}x_n + x_{n+2} = b_2$$

$$\vdots$$

[24] Levent Kandiller, **Principles of Mathematics in Operations Research**, Springer, New York, 2007, s.105.

$$a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \ \dots + \ a_{mn}x_n + x_{n+m} = b_m$$

$$x_1, x_2, \dots \ , x_n, x_{n+1}, x_{n+2}, \dots, x_{n+m} \geq 0$$

biçiminde standart forma dönüştürülmüş bir doğrusal programlama probleminin n + m tane değişkeninden, m tanesi temel değişken, n tanesi temel olmayan değişken olsun. Bu değişkenler keyfi olarak seçilebilir. Bu problemde, $x_{n+1}, x_{n+2}, \dots, x_{n+m}$ temel değişkenler, $x_1, x_2, \dots \ , x_n$ ise temel olmayan değişkenler olarak kabul edilmiş olsun. Bu durumda,

$$X = \begin{bmatrix} X_B \\ X_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_{n+1} \\ x_{n+2} \\ \vdots \\ x_{n+m} \\ x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}$$

$$A = [B, N] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 & a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ 0 & 1 & \dots & 0 & a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & & & \vdots & \vdots & & & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 1 & a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{bmatrix}$$

$$C = (C_B, C_N) = (0, 0, \dots, 0, c_1, c_2, \dots, c_n)$$

olur. Bir temel uygun çözüm bulmak amacıyla, $IX_B + B^{-1}NX_N = B^{-1}b$ bağıntısı kullanılırsa,

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & & & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{n+1} \\ x_{n+2} \\ \vdots \\ x_{n+m} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & & & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & & & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & & & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_m \end{bmatrix}$$

elde edilir. Gerekli aritmetik işlemler yapılarak,

$$x_{n+1} + a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ \dots + \ a_{1n}x_n = \ b_1$$

$$x_{n+2} + a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ \dots + \ a_{2n}x_n = \ b_2$$

$$\vdots$$

$$x_{n+m} + a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \ \dots + \ a_{mn}x_n = b_m$$

denklem sistemine ulaşılır. Temel olmayan $x_1, x_2, \dots, x_n$ değişkenleri sıfıra eşitlenirse,

$$x_{n+1} = b_1$$

$$x_{n+2} = b_2$$

$$\vdots$$

$$x_{n+m} = b_m$$

olur. Görüldüğü gibi, doğrusal programlama problemi için temel bir çözüm bulunmuştur. Eğer $b_1, b_2, \dots, b_m$ sıfıra eşit veya büyük ise bulunan bu çözüm, bir temel uygun çözümdür.

Bu temel uygun çözüme karşılık gelen amaç fonksiyonu değerini bulmak amacıyla,

$$z + (C_B B^{-1} N - C_N) X_N = C_B B^{-1} b$$

kullanılır. Öncelikle parantez içindeki ifade hesaplanırsa,

$$(C_B B^{-1} N - C_N) = (0, 0, \dots, 0) \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & & & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & & & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{bmatrix} - (c_1, c_2, \dots, c_n)$$

$$= -(c_1, c_2, \dots, c_n)$$

elde edilir. Denklemin sağ tarafı ise,

$$C_B B^{-1} b = (0, 0, \dots, 0) \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & & & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_m \end{bmatrix} = 0$$

olur. Bulunan bu değerler yerlerine yazıldığında,

$$z - (c_1, c_2, \dots, c_n) \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} = 0$$

eşitliğine ulaşılır. Buradan da amaç fonksiyonunun değeri, $z = c_1 x_1 + c_2 x_2 + \dots + c_n x_n$ bağıntısı ile bulunur. $x_1, x_2, \dots, x_n$ değişkenleri sıfır olduğundan, $z = 0$ olur. Bulunan bu temel uygun çözüm başlangıç simpleks çözüm tablosuna aktarıldığında, Çizelge 1.2. Başlangıç Simpleks Çözüm Tablosu

1	*2*	*3*				*4*				*5*
TDV	$\boldsymbol{C_B}$	$\boldsymbol{x_1}$	$\boldsymbol{x_2}$	…	$\boldsymbol{x_n}$	$\boldsymbol{x_{n+1}}$	$\boldsymbol{x_{n+2}}$	…	$\boldsymbol{x_{n+m}}$	**ÇV**
$\boldsymbol{x_{n+1}}$	0	a_{11}	a_{12}	…	a_{1n}	1	0	…	0	b_1
$\boldsymbol{x_{n+2}}$	0	a_{21}	a_{22}	…	a_{2n}	0	1	…	0	b_2
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
$\boldsymbol{x_{n+m}}$	0	a_{m1}	a_{m2}	…	a_{mn}	0	0	…	1	b_m
6	$\boldsymbol{Z_j}$	0	0	…	0	0	0	…	0	0
7	$\boldsymbol{Z_j - C_j}$	$-c_1$	$-c_2$	…	$-c_n$	0	0	…	0	-

elde edilir.

Çizelge 1.2. kapsamındaki bölümler aşağıda açıklanmıştır: [25]

1.TDV (Temel Değişkenler Vektörü):

Temel değişkenler vektörü simpleks algoritmasının herhangi bir aşamasında, temel uygun çözümde bulunan ve değerleri pozitif olan temel değişkenlerden oluşur.

2. C_B (Temel Değişkenlerin Amaç Fonksiyonu Katsayıları):

Bu sütunda temel uygun çözümde yer alan temel değişkenlerin amaç fonksiyonundaki katsayıları bulunur.

3. Gövde:

Problemin orijinal karar değişkenlerinin kısıtlayıcı fonksiyonlardaki katsayılarından $(a_{ij}, i = 1, 2, \dots, m; j = 1, 2, \dots, n)$ oluşan mxn boyutlu matristir.

[25] Cinemre, ss.65-66.

4. Temel (Birim) Matris:

Başlangıç temel uygun çözümünde temelde bulunan aylak değişkenlerin kısıtlayıcı fonksiyonlardaki katsayılarından oluşan mxm boyutlu birim matristir.

5.ÇV (Çözüm Vektörü):

Temel uygun çözümün aktarıldığı simpleks tabloda, temel değişkenlerin çözüm değerlerini gösteren mx1 boyutundaki sütun vektörüdür. Temel olmayan değişkenlerin çözüm değerleri sıfırdır.

6. Z_j Satırı:

Temel değişkenlerin amaç fonksiyonu katsayıları *(C_B)* ile x_j sütunundaki katsayıların çarpımlarının toplamından oluşur.

7. Z_j - C_j Satırı:

Z_j ile o sütunla ilgili değişkenin amaç fonksiyonu katsayısı arasındaki farka eşittir. Z_j - C_j farkı x_j değişkeninin temel değişken olmasının amaç fonksiyonunda yaratacağı değişikliğin ters işaretlisini gösterir.

Bir temel uygun çözümden hareketle düzenlenen simpleks tablosu bu uç noktaya ait tüm bilgileri içermektedir. Simpleks tablonun düzenlenmesinden sonra yapılması gereken, yürürlükteki çözümün problemin en iyi çözümü olup olmadığının test edilmesidir.

En İyi Çözümün Araştırılması:

P kümesi temel olmayan değişkenlerin indislerinden oluşan bir küme olsun. $B^{-1}N$ katsayılar matrisinde, X_N temel olmayan değişkenler vektörünün her bir elemanına karşılık gelen katsayılar vektörü p_j $(j \in P)$ ile gösterilsin. Bu durumda,

$$Z_j = C_B p_j$$

olacaktır. Bulunan bu eşitlik, amaç fonksiyonu bağıntısı olan,

$$z + (C_B B^{-1} N - C_N) X_N = C_B B^{-1} b$$

denkleminde $B^{-1}N$ yerine yazılırsa,

$$z + \sum_{j \in P} (Z_j - C_j) x_j = C_B B^{-1} b$$

bulunur. Bu bağıntıda temel olmayan her x_j'nin bir birim değer alması durumunda amaç fonksiyonunun değerinin $Z_j - C_j$ kadar değişeceği görülmektedir. Bu nedenle Z_j - C_j değerine marjinal katkı denir.

Temel olmayan bir x_j değişkeni için $Z_j - C_j \leq 0$ ise, bir birim x_j'nin amaç fonksiyonu değerinde $Z_j - C_j$ kadar bir artış yaratacağı söylenebilir. Eğer $Z_j - C_j \geq 0$ ise, amaç fonksiyonu değerinde $Z_j - C_j$ kadar bir azalma söz konusu olacaktır. O halde, amaç fonksiyonu en büyükleme ise, modeldeki tüm değişkenler için $Z_j - C_j \geq 0$ olduğunda problemin en iyi çözümü bulunmuş demektir. Amaç fonksiyonu en küçükleme ise, bunun tersi geçerlidir.

Bu kriterlere en iyilik koşulları denir. Eğer incelenen çözümde en iyilik koşulları sağlanmıyorsa, en az bir temel olmayan değişken temel değişkene dönüştürülerek, bir başka deyişle yeni bir temel uygun çözüm (uç nokta) bulunarak problemin amaç fonksiyonu değeri geliştirilebilir. Bunun için öncelikle temele hangi değişkenin alınacağının belirlenmesi gerekmektedir.

Temele Girecek Değişkenin Belirlenmesi:

Bu aşamada amaç fonksiyonu değerine en büyük marjinal katkıyı sağlayacak temel olmayan değişken saptanır. Bunun için, amaç fonksiyonu en büyükleme biçiminde ise, negatif $Z_j - C_j$ değerleri arasından en küçüğü seçilir. Bir başka ifadeyle,

$$Min\{Z_j - C_j \mid Z_j - C_j < 0\}$$

veya

$$Max\{|Z_j - C_j| \mid Z_j - C_j < 0\}$$

sonucunda elde edilecek değerin ait olduğu x_j değişkeni temel girecek değişken olarak belirlenir.

Amaç fonksiyonu en küçükleme şeklindeyse, pozitif $Z_j - C_j$ değerleri arasından en büyüğü seçilir. Sembollerle gösterilirse,

$$Max\{Z_j - C_j \mid Z_j - C_j > 0\}$$

ile bulunan değerin işaret ettiği x_j değişkeni temele alınır. Simpleks tablosunda temele girecek değişkene ait sütuna, anahtar sütun denir.

Temele girecek değişken belirlendikten sonra yeni bir temel uygun çözümün belirlenebilmesi için çözümde bulunan temel değişkenlerden birinin temeli terk etmesi gerekir.

Temelden Çıkacak Değişkenin Belirlenmesi:

Temele girecek değişken belirlendikten sonra bu değişkenin sıfır olan değerinin pozitif olması sağlanırken temel değişkenlerden bir tanesinin değerinin de sıfır olması gerekir. Temele girecek olan değişkenin değerindeki pozitif artışa bağlı olarak sıfıra ilk indirgenen değişken temelden çıkacak değişken olarak belirlenir.

x_r temele girecek değişken, p_r ise $B^{-1}N$ matrisinde x_r değişkenine ait katsayılar sütun vektörü olsun. O halde, p_r vektörü açık gösterimle,

$$p_r = \begin{bmatrix} a_{1r} \\ a_{2r} \\ \vdots \\ a_{mr} \end{bmatrix}$$

şeklinde yazılır. Temel değişkenlerin çözüm vektörü ise, $\widetilde{x_T}$ $(T = 1,2,\dots,m)$ ile gösterilsin. Bu durumda, temel değişkenler $x_{n+1}, x_{n+2}, \dots, x_{n+m}$ olmak üzere, her bir kısıtlayıcıya karşılık gelen denklemler sırası ile yazılırsa,

$$x_{n+1} + a_{1r}x_r = \widetilde{x_1}$$

$$x_{n+2} + a_{2r}x_r = \widetilde{x_2}$$

$$\vdots$$

$$x_{n+m} + a_{mr}x_r = \widetilde{x_m}$$

denklem sistemi elde edilir. Kapalı formda,

$$x_{n+T} + a_{Tr}x_r = \widetilde{x_T} \qquad T = 1,2,\dots,m$$

$$x_{n+T} = \widetilde{x_T} - a_{Tr}x_r$$

şeklinde yazılır. x_r pozitif değerler alırken, $a_{Tr} < 0$ ise x_{n+T} artar, $a_{Tr} = 0$ ise x_{n+T} değişmez, $a_{Tr} > 0$ ise x_{n+T} değeri azalır. Şu halde x_{n+T} değişkeninin sıfıra indirgenebilmesi için $a_{Tr} > 0$ olan temel değişkenler ele alınacaktır. Yeni bir temel uygun çözümde tüm temel değişkenlerin çözüm değeri pozitif olmak zorunda olduğundan,

$$x_{n+T} = \widetilde{x_T} - a_{Tr} x_r \geq 0$$

buradan da,

$$\frac{\widetilde{x_T}}{a_{Tr}} \geq 0$$

eşitsizliğine ulaşılır. Bu eşitsizliğe uygunluk koşulu denir. Bu durumda, temelden çıkacak değişkenin sıfıra ilk indirgenen değişken olması nedeniyle bu oranlardan en küçüğü tercih edilir.

$$Min\left\{\frac{\widetilde{x_T}}{a_{Tr}} \middle| a_{Tr} > 0\right\}$$

sonucunda en küçük oranı veren değişken temelden çıkarılacak değişken olarak belirlenir. Simpleks tabloda temelden çıkarılacak değişkenin bulunduğu satıra anahtar satır denir. Anahtar satır ile anahtar sütunun kesiştiği gözedeki sayıya ise anahtar sayı denir.

Temelden çıkarılacak değişken belirlendikten sonra yeni temel değişkenler için yeni bir temel uygun çözüm bulunur.

Yeni Temel Uygun Çözümün Bulunması:

Temel değişkenler belirlendikten sonra yeni bir temel uygun çözüme karşılık gelen simpleks tablosu Gauss - Jordan eleme yöntemi ile düzenlenir. Temel değişkenler simpleks tabloda birim matris oluşturduklarından anahtar sayının 1 yapılması gerekir. Bu amaçla anahtar satırın tüm elemanları anahtar sayıya bölünür. Diğer temel değişkenlerin satır elemanları ise,

$$\begin{pmatrix} Eski\ Satır \\ Elemanları \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} Eski\ Satırla \\ Anahtar\ Sütunun \\ Kesiştiği\ Gözedeki\ Sayı \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Anahtar\ Satırın \\ Yeni\ Elemanları \end{pmatrix}$$

formülü ile bulunur.[26] Bu şekilde düzenlenen yeni simpleks tablodan elde edilen temel uygun çözümün en iyi çözüm olup olmadığı test edilir. Eğer en iyilik koşulları sağlanmışsa

---

[26] Cinemre, s.67.

bulunan çözüm problemin optimal çözümüdür. En iyilik koşulları sağlanmamış ise, yürürlükteki çözümü geliştirecek yeni bir temel uygun çözüm arayışına gidilir.[27]

[27] Simpleks Yöntem kısmında büyük ölçüde İmdat Kara'nın "Doğrusal Programlama" adlı kitabından yararlanılmıştır.

İKİNCİ BÖLÜM

GİRDİ-ÇIKTI ANALİZİ

Gelişmekte olan ülkeler, ekonomik, politik ve sosyal özelliklerini iyileştirmek, küreselleşme sürecinde gelişmiş ülkeler ile aralarındaki gelişmişlik düzeyi açığını kapatmak, üretim kaynaklarını etkin kullanmak ve gelişmiş ülkelere olan bağımlılıklarını azaltmak için iktisadi kalkınma planlarına ihtiyaç duyarken; gelişmiş ülkeler de ekonomik istikrarlarını sürdürmek, kararlı büyümeyi sağlamak ve ekonomik gelişmelere ayak uydurabilmek için iktisadi planlamaya yönelmişlerdir. İktisadi planlama, belli bir dönemde belirli sosyo-ekonomik amaçlara ve sayısal olarak ifade edilebilen hedeflere ulaşabilmek için, bu işle görevlendirilmiş organlar tarafından ve daha önceden saptanan araçları kullanmak suretiyle belirli bir bölgede yürütülen faaliyetlerin tümüdür.[28]

Ekonomilerde planlamayı gerekli kılan içsel ve dışsal faktörler söz konusudur. Bu faktörlerden bazıları; düzensiz işleyen piyasa mekanizması, artan gelir düzeyi ile toplam tüketimde kamu tüketim oranının artması, dolaylı ve dışsal etkilerin üretim ve tüketimde artan bir yük getirmesi ile ekonominin sektörel bağınlaşması ve birimler arasındaki artan bütünleşme derecesi olarak sayılabilir.[29] Tüm bu faktörlerin ortaya çıkardığı kalkınma problemlerin çözümü için kullanılan planlama teknikleri ülkelerin uyguladığı sosyal ve ekonomik politikalarına, siyasi sistemlerine ve gelişmişlik seviyelerine göre farklılık göstermektedir.

İktisadi planlamada, genellikle ya “Tek Aşamalı” ya da “Aşamalı” olmak üzere iki farklı yaklaşım kullanılır. Tek aşamalı planlama, tüm ekonomik ilişkileri içeren oldukça karmaşık matematik modellerin çözümünü gerektirir. Bu modellerin çözümü ile planlama faaliyeti tek bir aşamada tamamlanmış olur. Tek aşamalı planlama yöntemi, çok sayıda veri gerektirdiğinden ve modellerdeki matematiksel ilişkilerin değişken seçimlerinin belirlenmesi konusunda nitelikli uzmanlara ihtiyaç duyulmasından ötürü, özellikle gelişmiş ülkelerde kullanılmaktadır. Gelişmekte olan ülkeler ise, nispeten daha kolay olan aşamalı planlamayı kullanmaktadır. Ülkemizde de 1960’lı yıllardan beri uygulanan planlı kalkınma düzeninde,

---

[28] Erden Öney, **İktisadi Planlama**, 2. Basım, Ankara: Ankara Üniversitesi Siyasal Bilgiler Fakültesi Yayınları, 1980, ss.19-20.

[29] Ahmet Öztürk ve Mehmet Aslanoğlu, **Ekonomik Planlama**, Bursa: Ekin Kitabevi Yayınları, 1998, ss.6-10.

kalkınma planları ve yıllık programların hazırlanmasında aşamalı planlama yaklaşımı benimsenmiştir.[30] Aşamalı planlamada, planlama işlemi Makro Planlama, Sektörel Planlama ve Proje Planlama olmak üzere üç aşamaya ayrılabilir.

Makro planlama aşaması, ekonominin makro büyüklükleri ile ilgili kararların alındığı, hedeflerin saptandığı aşamadır. Bu aşamadan sonraki adım, makro hedeflere ulaşmak için ekonominin çeşitli alanlarında fiilen yapılacak işlemlerin belirlendiği, makro planlama ile proje planlama arasında köprü görevi gören faaliyetleri içeren sektörel planlama veya sektörel analiz aşamasıdır.

Sektörel planlama aşamasında, hangi malların ne miktarlarda üretileceği, yani sektörel üretim düzeylerinin neler olabileceğini saptamak ve bunun sonucunda yatırımların sektörel dağılımını belirlemek gerekir.

Kalkınma planının makro planlama ve sektör planlanlama aşamalarında saptanan hedefler, proje planlama aşamasında yatırım projelerinin değerlendirilerek uygulanması ile gerçekleştirilir.

Gerek sektörler arası, gerekse sektörel gelişmelerle makro büyüklükler arasındaki tutarlılıkların sağlanması, endüstriler arası analize temel olan modeller yardımıyla yapılabilir. Günümüzde kalkınma planları yapan birçok ülkede uygulanan modellerin başlıcaları, Girdi-Çıktı ve Doğrusal Programlama modelleridir.[31]

Bu bölümde Girdi-Çıktı modelleri ve analizi incelenecektir.

2.1. GİRDİ-ÇIKTI ANALİZİNİN TARİHÇESİ

Girdi-Çıktı analizi, iktisatçıların ne kısmi ne de genel analiz yöntemi ile çözülemeyen çeşitli problemlere karşı gösterdikleri ilgi ile başlayan endüstriler arası iktisat adı verilen iktisat dalının çıkış noktası ve temel çerçevesini oluşturmuştur.[32] Modern endüstriler arası iktisadın kaynağı olarak Fizyokrasi okulunun (1760-1770) kurucusu olan François Quesnay'nin

---

[30] Alkan Soyak, **Ulusaldan Uluslarüstüne İktisadi Planlama ve Türkiye Deneyimi**, 2. Basım, İstanbul: Der Yayınları, 2006, s.97.

[31] Öney, ss.53-213.

[32] Şenol Altan, "Girdi-Çıktı Analizinde Girdi Katsayılarının Tahmininde Değişik Bir Yöntem ve Uygulaması", Gazi Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Doktora Tezi, Ankara 1996, s.3.

1758'de yayımlanan "Tableau Économique" adlı eseri gösterilir. Quesnay, ekonomiyi bir çembersel akım şeması olarak tasvir etmiş ve üretken sınıf (köylüler ve çiftçiler), toprak sahipleri sınıfı (soylular ve kilise) ve kısır sınıf (zanaatkarlar, tüccar, vb.) olmak üzere ekonomiyi üç kesime bölerek, bu üç farklı toplumsal sınıflar arasındaki mal ve hizmetlerin dolanımını ele almıştır. Feodal bir ekonomiye ilişkin olan Tableau Ѐconomique bugün eskimiş olmakla birlikte, sınıflar arasındaki üretim ilişkilerini tutarlı bir model çerçevesinde ele alması açısından aynı zamanda genel denge modellerinin de başlangıcı sayılmaktadır.

19. yüzyılın ikinci yarısında, Karl Marx, çembersel akımı kendi yaklaşımıyla bütünleştirerek, ekonominin üretim (sermaye) mallarının üretildiği kesim ile tüketim mallarının üretildiği kesim olmak üzere iki kesime ayrılması gerektiğini savunmuştur.

Leon Walras ise, Quesnay'nin genel denge kavramından etkilenerek 1877 yılında yayımlanan "Elements de l'economic Politique Pure" adlı eserinde, ekonomideki birimler arasındaki ilişkileri matematiksel denklemler kurarak soyut bir şekilde modellemiştir. Bu model, tüketici gelir ve harcamalarını, sektörel üretim maliyetini, toplam mal ve üretim faktörlerini, arz ve talep denklemlerini içerir. Walras'ın modeli teorik önemini korumakla birlikte, sayısal değerler bulmak yerine matematiksel bir model kurma şeklinde olduğundan uygulama yönü zayıf bir model olarak kabul edilir.

Modern anlamda Girdi-Çıktı analizi Rus asıllı Wassily Leontief adı ile özdeşleşmiştir. Leontief analizi, temel itibariyle Walrascı bir yaklaşım olmakla beraber, Walras'ın soyut genel denge analizinin birtakım varsayımlarla basitleştirilmiş bir halidir. Böylece Walras'ın modelinde yer alan denklem sayıları azaltılarak ve fonksiyonlar basitleştirilerek, model uygulanabilir ve istatistiksel analizlere imkân sağlayan bir yapıya dönüşmüştür.

Leontief, 1920'lerin ikinci yarısında Sovyetler Birliği'nde Birinci Beş Yıllık Kalkınma çalışmalarını gerçekleştiren ekipte yer almıştır. Daha sonraki yıllarda ABD'ye göç eden Leontief'in bugünkü anlamıyla Girdi-Çıktı tablolarının ilk örnekleri 1919 ve 1929 yıllarına yönelik ABD ekonomisi için hazırladığı tablolarda; ilk Girdi-Çıktı modelini ise 1936 yılında yayımladığı "Quantitative Input-Output Relations in the Economic System of the United States" adlı makalesinde ortaya koymuştur.[33]

33 Osman Aydoğuş, **Girdi-Çıktı Modellerine Giriş**, Ankara: Gazi Kitabevi, 1999, s. 4.

Leontief analizinde, sermayeden yana zengin olan Amerika Birleşik Devletleri'nin, emek yoğun ürünleri ihraç ettiğini ve sermaye yoğun ürünlerini de ithal ettiğini saptamıştır. Bu saptama o tarihe kadar bir ülkenin kendisinde mevcut bulunan üretim faktörlerinin en uygun oldukları malların üretiminde uzmanlaştığına dair tahminlerle çelişki oluşturmuştur. Buna göre de Amerika'nın sermaye yoğun ürünleri ihraç etmesi ve emek yoğun ürünleri de ithal etmesi gerekirdi. Leontief'in bu saptaması "Leontief Paradoksu" olarak iktisat tarihine geçmiştir.[34]

1941'de "The Structure of the American Economy 1919-1939" adlı eserinin ilk baskısında kapalı bir model üzerinde duran Leontief, 1951'deki ikinci baskısında bugün genellikle uygulanan biçimi olan statik ve açık modeli geliştirmiştir.[35] 1953'te yayımlanan eserinde de modelin uygulama alanını genişletme üzerine çalışmıştır.

Özetle Leontief'in Girdi-Çıktı analizi, "Her bir mala olan toplam nihai talebin, tam olarak karşılanabilmesi için, bir ekonomide bulunan n tane endüstrinin her biri hangi çıktı düzeyinde üretim yapmalıdır?" sorusu ile ilgilenir.[36]

Veri toplama ve işleme tekniklerindeki gelişmelerin katkısıyla, Girdi-Çıktı modelleri pek çok alanda uygulanabilir duruma gelmiştir. Sektörel tutarlılık ve etkenlik planlaması, bölgesel planlama, beşeri planlama, gelir dağılımı, yapısal analiz, uluslararası ticaret, çevresel etki değerlendirmesi, kirlilik, toplumsal demografi, global modelleme, servet ve fon akımları, politika benzetişimleri, kontrol teorisi, model sınaması bunlardan bazılarıdır.[37]

2.2. TEMEL GİRDİ-ÇIKTI MODELİ

Girdi-Çıktı modelleri, bir ekonomideki endüstrilerin dış taleplerini ve birbirlerinin iç taleplerini karşılayacak üretim miktarlarını sağlayacak denge koşullarının belirlenmesinde kullanılırlar.

---

[34] Bilge Afşar, "Girdi-Çıktı Ekonomileri ve Sektörler Arası İlişki", İpekyolu Dergisi, 2006, http://www.kto.org.tr/tr/dergi/dergiyazioku.asp?yno=774&ano=64 (Erişim: 28.06.2010).

[35] Altan, s. 4.

[36] Tuncay Can, **Sektörler Arası İlişkilerin Markov Zincirleri ile Analizi ve Tahmini: Türkiye Örneği**, İstanbul: Derin Yayınları, 2006, s. 116.

[37] Aydoğuş, s. 4.

Girdi-Çıktı modelleri en basit tanımıyla ekonomik yapıyı oluşturan üretim ve tüketim birimleri arasındaki karşılıklı bağınlaşmayı ekonomi-çapında, çok sektörlü ve nicel olarak inceleyen, matematiksel yapısı basit birer denge modelidirler.[38]

Milyonlarca üretim ve tüketim birimlerinin bulunduğu bir ekonomide birimler arası işlemlerin incelenmesi hem çok zor hem de gerekli olmadığından, ekonomideki birimlerin toplulaştırılması (aggregasyon) gerekir.

Toplulaştırma yapılırken çok çeşitli ölçüler göz önünde tutulabilir. Birimler üretim fonksiyonlarının veya mal içeriklerinin benzerliğine, malların ikame edilebilir veya tamamlayıcı olmasına ve bir sektörün ürününün diğer bir sektör tarafından bütünüyle girdi olarak kullanılması durumuna göre birleştirilebilirler. Böylece örneğin, ham petrol ve petrol rafinerisi ayrı ayrı sektörler kapsamında görülebileceği gibi, tek bir sektör altında da incelenebilir. Benzer şekilde, kömür ve petrol ayrı sektörler şeklinde ele alınabileceği gibi, bu iki malın ikame mallar oldukları göz önünde tutularak madencilik sektörü altında bir arada düşünülebilir. Özetle, sektörü meydana getirirken hangi ölçünün kullanılacağı, birleştirilen faaliyetlerin özelliklerine ve malların kullanılışı hakkındaki mevcut bilgilere bağlı olacaktır.[39]

Girdi-Çıktı analizinde toplulaştırma sektörel düzeyde bırakılır. Makro ekonomide toplulaştırma sonucu tek bir çıktıya ulaşılırken, Girdi-Çıktı analizinde sektörel çıktılara ulaşılır.

2.2.1. Girdi-Çıktı Modelinde Çembersel Akım Şeması

Ekonomide çembersel akım şemalarının temel ilkesi kapalı akım aksiyomudur. Toplulaştırma sonucu elde edilen grupların her birinde giren akım değeri ile çıkan akım değeri birbirine eşittir, dışarıya hiçbir sızıntı ya da dışarıdan hiçbir giriş olmamalıdır.

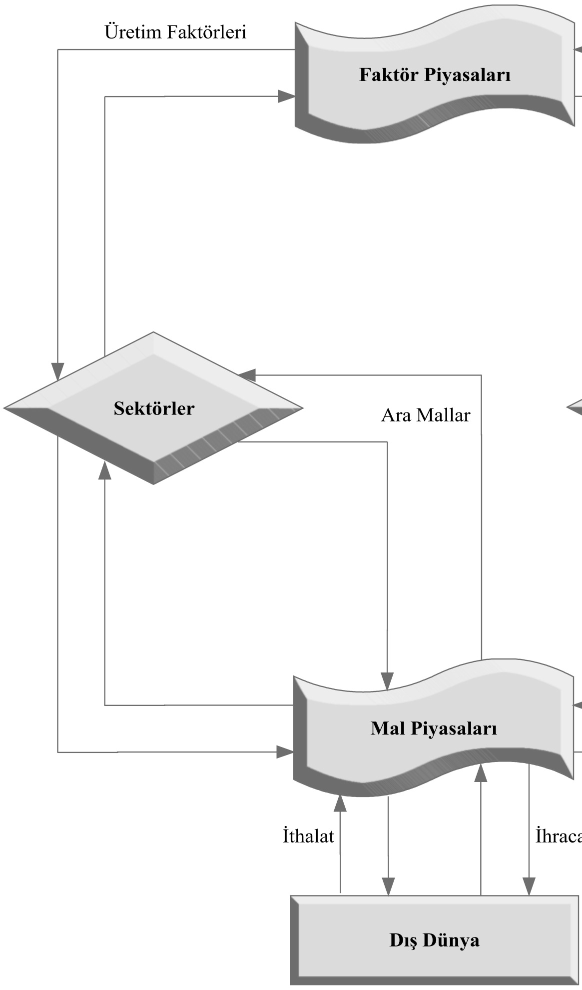
Makro ekonomide toplulaştırma en uç noktaya kadar götürülerek tek bir milli hasıla elde edilir. Ancak bütünsel analizde firmalar arasındaki ara mal alışverişleri değerlendirilemez. Halbuki firmalarda üretilen mal ve hizmetlerin tamamı firmalar tarafından yatırım amaçlı veya hane halkları tarafından tüketim için kullanılmaz. Üretilen mal ve hizmetlerin çoğu,

---

[38] Aydoğuş, s.1.

[39] Öney, ss. 109-110.

diğer mal ve hizmetlerin üretimi için ara mal olarak kullanılır. Bu bağlamda, Girdi-Çıktı analizi sektör adı altında oluşturulan grupların birbirleriyle olan ilişkilerini; yani Girdi-Çıktı analizi terminolojisiyle sektörler arası ara mal akımını açıklamaya olanak sağlar. Şekil 2.1'de bu ilişkiler genel bir çerçevede gösterilmiştir.



Şekil 2.1 Girdi-Çıktı Analizinde Çembersel Akım Şeması[40]

Makroekonominin temel ilkesi olan gelir-harcama eşitliği, Girdi-Çıktı modellerinde de geçerli olmakla birlikte burada eşitlik sektör bazında sağlanmalıdır.[41] Her sektörde üretilen

---

[40] Aydoğuş, s.13.

[41] İktisadi hesap sistemleri ve çembersel akım şeması hakkında ayrıntılı bilgi için Ek B' ye bakınız.

çıktı değeri, bu çıktıyı üretmek için kullanılan ara mal, yatırım, devlet harcamaları ve ihracat değerlerinin toplamına eşittir.

Leontief'in modeli genel çizgileri ile şöyle özetlenebilir:[42]

1. Bir ekonomide toplam gayri safi üretim, nihai mallar ve ara mallar toplamından oluşur.
2. Ekonomide birden çok üretici birim veya üretim dalı vardır.
3. Her üretim dalı, ürettiği malları iki grup alıcıya satar. Bunlar, ara malları alıcıları ve nihai mallar alıcılarıdır.
4. Modelde her üretici bir anlamda çift (dual) ekonomik karaktere sahiptir. Bunun sonucu olarak bir birim, hem alıcı hem satıcı olarak gösterilir.

2.2.2. Temel Girdi-Çıktı Modelinin Varsayımları

Girdi-Çıktı analizinde veri toplama aşamasında ve hesaplamada ortaya çıkan güçlükler nedeniyle problemi basitleştirmek için kural olarak aşağıdaki varsayımlar benimsenmiştir:[43]

i. Her mal veya mal grubu bir tek endüstri tarafından üretilir. Dolayısıyla her malın üretiminde yalnızca tek ve ayrı bir üretim tekniği kullanılır. Her bir endüstri yalnızca tek bir homojen mal üretir.

ii. Her bir endüstri çıktısının üretimi için sabit bir girdi oranı (ya da faktör bileşimi) kullanır. Buna göre herhangi bir sektörün girdisi yalnız o sektör üretiminin doğrusal ve homojen bir fonksiyonu olarak kabul edilir. Bu varsayıma doğrusallık ve homojenlik varsayımı da denir.

iii. Her endüstrinin üretiminde ölçeğe göre sabit getiri vardır; dolayısıyla girdilerin her birindeki k katı bir değişiklik, çıktıda da k katı bir değişikliğe yol açar. Bu varsayıma orantılılık varsayımı da denir. Ayrıca üretim fonksiyonlarında girdiler arasında ikame söz konusu değildir.

iv. Dışsal ekonomiler ve dışsal maliyetler yoktur. Dolayısıyla birkaç farklı türde üretimde bulunmanın etkisinin, bunların ayrı ayrı üretimlerinin toplamına eşit olduğu

---

[42] Ahmet Kılıçbay, **İktisadi Planlama**, İstanbul: İstanbul Üniversitesi İktisat Fakültesi, 1990, ss. 156-157.

[43] Altan, s.5; Aydoğuş, s.32; Can, ss.117-118; Öney, ss.109-110.

varsayılır. Bu varsayım dışsal tasarruf ve kayıplara yer vermeyen toplanabilirlik varsayımı olarak bilinmektedir.

v. Mevcut teknoloji ve iş gücünün niteliği değişmemektedir. Ekonomi uzun dönem denge durumundadır.

Girdi-Çıktı modelleri özünde fiyat sistemi üzerine inşa edildiğinden, genel denge modellerinin ve fiyat teorisinin varsayımları Girdi-Çıktı modelleri için de geçerlidir. Ancak ilerleyen bölümlerde oluşturulacak Girdi-Çıktı modeli için yukarıda sayılan varsayımlar yeterli olacağından diğer iktisadi varsayımlara yer verilmemiştir.

2.2.3. Girdi-Çıktı (Sektörler Arası İşlemler) Tablosu

Girdi-Çıktı modellerinin hesaplanmasında hareket noktasını Girdi-Çıktı (sektörler arası işlemler) tablosu oluşturur.

Girdi-Çıktı tablosu, ekonomide üretilen tüm mal ve hizmetler ile bunların sektörler arası akımlarını açıklayan bir araç niteliği taşır. Girdi-Çıktı tablosunda her sektör hem üreten sektör (satır) hem de kullanan sektör (sütun) olarak iki kere yer almıştır. Şu halde satırda yer alan elemanlar, sektörün belli bir zaman periyodunda yaptığı üretimin, sütunda yer alan diğer sektörlere dağılımını göstermektedir. Her sütun ise, belli bir sektörün bir birim üretimi için gerekli olan girdi gereksinimlerini gösterir.[44]

Çizelge 2.1. incelendiğinde, talebin "ara mal talebi" ve "nihai mal talebi"; girdilerin de "ara girdiler" ve "temel girdiler" olarak iki alt bölüme ayrıldığı görülür. Mal ve hizmetlerin bu şekilde ayrımı, bir bakıma Girdi-Çıktı sisteminin açık modelinin ifadesi olmaktadır. Açık modelde nihai mal ve hizmet talebi, sektörler arası yapı dışında tutulur ve böylece nihai talepteki değişmelerin sektörler arası yapı üzerindeki etkilerini tahmin etme olanağı doğar. Oysa kapalı modellerde nihai talep unsurları sektörler arası bünye içinde tutulur ve tablo tek bir bölmeden oluşur. Girdi-Çıktı modeli ilk olarak kapalı biçimde geliştirilmiş olmakla beraber, bugünkü uygulama büyük çapta sonradan geliştirilen açık model üzerinde olmaktadır.[45]

---

[44] Can, s.118.

[45] Öney ss.100-101.

Girdi-Çıktı sisteminin özünü her sektörün üretim sürecinde diğer sektörlerin çıktılarını kullanmaları (sektörlerin ürettikleri mal ya da hizmetleri satın almaları) ve kendi çıktısının diğer sektörler tarafından üretimde kullanılması (diğer sektörlere kendi ürettiği mal ya da hizmeti satması) özelliklerinin bir arada incelenmesi oluşturur.[46]

Ekonomide üretilen tüm mal ve hizmetler belli ölçütler göz önünde bulundurularak n tane sektör altında toplanmıştır. Çizelge 2.1'deki Bölme I, ekonomide sektörler arası ilişkilerin temelini oluşturur. Bölme I, hem üreten hem de tüketen sektörleri içerdiğinden, ayrıca hem satırda hem de sütunda n tane sektör bulunduğundan bir kare matris ortaya çıkar. Satırlar itibariyle bakıldığında, satırda yer alan sektörün kendisi de dahil olmak üzere diğer sektörlere verdiği ara malları gösterir. Buna göre x_{ij}, j. sektör tarafından talep edilen i ara malı miktarını ifade eder. Herhangi bir i malına olan ara mal talebi toplamı,

$$x_{i1} + x_{i2} + \cdots + x_{ii} + \cdots + x_{in} = \sum_{k=1}^{n} x_{ik}$$

şeklinde olacaktır.

Bölme I, sütunlar itibariyle incelendiğinde, her sektörün üretim yapabilmek için kendisi de dahil olmak üzere diğer sektörlerden talep ettiği ara malları gösterir. Bu durumda, herhangi bir j sektörünün üretim yapabilmek için toplam ara girdi talebi,

$$x_{1j} + x_{2j} + \cdots + x_{jj} + \cdots + x_{nj} = \sum_{t=1}^{n} x_{tj}$$

bağıntısıyla elde edilecektir.

Herhangi bir sektörün malına olan ara talep toplamı, o sektörün diğer sektörlerden ara talep toplamına eşit olma zorunluluğu yoktur. Ancak ara malı talepleri toplamı, ara girdiler toplamına eşittir. Sembollerle ifade edilirse,

$$\sum_{i=1}^{n}\sum_{k=1}^{n} x_{ik} = \sum_{j=1}^{n}\sum_{t=1}^{n} x_{tj}$$

olacaktır.

---

[46] Aydoğuş, s.21.

Çizelge 2.1. Girdi-Çıktı Tablosunun Genel Görünümü

Kullanan Sektör / Üreten Sektör		Ara Mal Talebi							Nihai Mal Talebi						Toplam Arz = Toplam Talep	Arz	
		1	2	…	j	…	N	Toplam Ara Malı Talebi	Tüketim	Yatırım	Devlet	İhracat	Stok Değişimleri	Nihai Talep Toplamı		İthalat	Üretim
	1	x_{11}	x_{12}	…	x_{1j}	…	x_{1n}	$\sum_{k=1}^{n} x_{1k}$	C_1	I_1	G_1	E_1	S_1	Y_1	Z_1	M_1	X_1
	2	x_{21}	x_{22}	…	x_{2j}	…	x_{2n}	$\sum_{k=1}^{n} x_{2k}$	C_2	I_2	G_2	E_2	S_2	Y_2	Z_2	M_2	X_2
Ara Girdiler	. . .			BÖLME I				. . .	. . .	. . .	BÖLME II	. . .	. . .	. . .	. . .	. . .	. . .
	i	x_{i1}	x_{i2}	…	x_{ij}	…	x_{in}	$\sum_{k=1}^{n} x_{ik}$	C_i	I_i	G_i	E_i	S_i	Y_i	Z_i	M_i	X_i
	. . .							. . .	. . .	. . .	. . .	. . .	. . .	. . .	. . .	. . .	. . .
	n	x_{n1}	x_{n2}	…	x_{nj}	…	x_{nn}	$\sum_{k=1}^{n} x_{nk}$	C_n	I_n	G_n	E_n	S_n	Y_n	Z_n	M_n	X_n
Ara Tüketim Toplamı / Nihai Tüketim Toplamı		$\sum_{t=1}^{n} x_{t1}$	$\sum_{t=1}^{n} x_{t2}$	…	$\sum_{t=1}^{n} x_{tj}$	…	$\sum_{t=1}^{n} x_{tn}$	$\sum_{i=1}^{n}\sum_{k=1}^{n} x_{ik} = \sum_{j=1}^{n}\sum_{t=1}^{n} x_{tj}$	$\sum_{j=1}^{n} C_j$	$\sum_{j=1}^{n} I_j$	$\sum_{j=1}^{n} G_j$	$\sum_{j=1}^{n} E_j$	$\sum_{j=1}^{n} S_j$	$\sum_{j=1}^{n} Y_j$	$\sum_{j=1}^{n} Z_j$	$\sum_{j=1}^{n} M_j$	$\sum_{j=1}^{n} X_j$
Temel Girdiler	Emek	L_1	L_2	…	L_j	…	L_n	$\sum_{m=1}^{n} L_m$									
				BÖLME III													
	Sermaye	K_1	K_2	…	K_j	…	K_n	$\sum_{m=1}^{n} K_m$									
Toplam Üretim		X_1	X_2	…	X_j	…	X_n	$\sum_{m=1}^{n} X_m$									

Bölme II, sektörlerin mallarına olan toplam talepten ara mal talebi çıktıktan sonra nihai kullanıma giden çıktı miktarlarını gösterir. Nihai talep unsurları; tüketim (C), yatırım (I), devlet harcamaları (G), ihracat (E) ve stok değişimleri (S) şeklinde tanımlanabilir. Ancak böyle bir ayrım mutlak değildir. Bu unsurlardan bazıları tabloda yer almayabilir. Örneğin, devlet sütunu tabloda bulunmayabilir. Bu durumda devlet harcamaları yatırım ve tüketim sütunlarına katılır. Bunun doğal sonucu olarak tüketim sütunu özel ve kamu tüketimini, yatırım sütunu da özel ve kamu yatırımını gösterecektir. Eğer tabloda devlet başlığı altında bir sütun açılmışsa, bu sütunda sadece devletin cari harcamaları yer alır, devlet yatırımları yine yatırım sütununda gösterilir.

Bir diğer nihai talep unsuru olan stok değişimleri sütunundaki pozitif değerler stok artışlarını, negatif değerler ise stok azalışlarını gösterir. Stok değişimleri ayrı bir sütunda gösterilmek yerine, yatırım sütununun içinde de yer alabilir.

Tüketicilerin doğrudan doğruya sektörlerin mallarına yaptıkları harcamalar tüketim sütununda gösterilir. Bazı Girdi-Çıktı tablolarında bu sütun, hanehalkı başlığı altında da gösterilmektedir.[47]

Bölme III, temel girdi olarak adlandırılan katma değer bileşenlerinin bulunduğu kısımdır. Sektörler üretimlerini gerçekleştirebilmek için yalnızca ara girdi (hammadde, malzeme, vs.) değil, herhangi bir sektörde üretilmeyen temel girdileri de kullanmak zorundadırlar. Temel girdiler özünde emek, sermaye, doğal kaynaklar (toprak) gibi üretim faktörlerinden başka bir şey değildirler.[48]Dolayısıyla bu bölümde üretim faktörleri için yapılan ödemeler bulunmaktadır. Girdi-Çıktı tablolarının genel gösteriminde temel girdiler genellikle emek ve emek-dışı olmak üzere ikiye ayrılırlar. Emek girdileri işgücüne yapılan ödemeleri temsil eder. Emek-dışı girdiler ise sermaye ve doğal kaynaklara yapılan ödemeleri içermektedir. Emek-dışı girdi kaleminin, Girdi-Çıktı tablolarında sermaye başlığı altında gösterilmesi yaygındır. Çizelge 2.1.'de emek L, sermaye ise K sembolü ile gösterilmiştir.

Bölme III'te yer alan sütunlar, her sektörün toplam üretimini gerçekleştirebilmek için kullandığı temel girdilere yaptığı ödemeleri gösterir. Her sektörün temel girdilere yaptığı ödemeler toplamı, o sektöre ait net katma değeri (faktör fiyatlarıyla) verir. Net katma

[47] Öney, s.102.

[48] Aydoğuş, s.18.

değere aşınma ve eskime (amortismanlar) eklendiğinde gayri safi katma değer (faktör fiyatlarıyla) elde edilir.

Girdi-Çıktı tablosunun son iki sütunu ithalat (M) ve yerli üretim (X) olmak üzere toplam arzı göstermektedir. Herhangi bir i sektörünün toplam arzı, i sektörünün üretimi ile o malın ithalatının toplamıdır.

2.2.4. Genel Denge Denklemleri

Girdi-Çıktı modeli, mikro ekonomik denge analizi esasına dayanarak makro ekonomik sonuçlara ulaşan bir denge modelidir. Bu ekonomik ölçütler Girdi-Çıktı tablosundan hareketle oluşturulan genel denge denklemleri yardımıyla hesaplanır. Tablodan iki temel denge denklemi çıkarmak mümkündür.

Genel denge denklemlerini açıklamadan önce matematiksel gösterimde kullanılacak olan sembollerin ve temsil ettikleri değişkenlerin tanımlanması uygun olacaktır:

X_i: i sektörünün üretim miktarı

x_{ij}: j. sektör tarafından kullanılan i malı miktarı

Y_i: i malının toplam yurt içi nihai talep miktarı

M_i: i malı ithalat miktarı

E_i: i malı ihracat miktarı

L_j: j sektörünün kullandığı toplam işgücü miktarı

K_j: j sektörünün kullandığı toplam sermaye miktarı

C_i: i malının tüketim için kullanılan miktarı

I_i: i malının yatırım için kullanılan miktarı

G_i: i malının kamu harcamaları için kullanılan miktarı

<u>*Satır Yaklaşımı (Miktar Sistemi):*</u>

Girdi-Çıktı tablosunun satırlarından hareketle, herhangi bir i malının üretim ve ithalattan oluşan toplam arzının, o malın ara mal ve nihai mal talebi toplamına eşit olduğu gösterilebilir. Bu denkleme arz-talep eşitliği adı verilir.

$$X_i = \sum_{j=1}^{n} x_{ij} + Y_i \qquad i = 1,2,\dots,n$$

denklemi kapalı ekonomi için oluşturulan arz-talep denge denklemidir. Ekonominin açık ekonomi olması durumunda ithalat ve ihracat söz konusu olacağından, arz-talep denge denklemi,

$$X_i + M_i = \sum_{j=1}^{n} x_{ij} + Y_i + E_i \qquad i = 1,2,\dots,n$$

şeklinde olacaktır. Denklemin sağ tarafı i sektörü tarafından üretilen çıktı miktarını, sol tarafı ise i malına olan toplam talebi göstermektedir.

Arz-talep eşitliği tüm sektörler için sağlandığında, her sektöre olan ara mal ve nihai mal talebi karşılanacağından, ekonomi denge durumunda olacaktır.

Sütun Yaklaşımı (Denge Fiyat Sistemi):

Bir diğer genel denge denklemi ise, sütunlara ilişkin olup, her bir sektörün üretim değerinin üretim maliyetine eşitliği ilkesine dayanır. Herhangi bir j sektörünün üretim değeri, diğer sektörlerden aldığı ara girdiler ile temel girdiler için yaptığı toplam ödemelere eşit olacaktır. Dolayısıyla denge fiyat denklemi,

$$X_j = \sum_{i=1}^{n} x_{ij} + L_j + K_j \qquad j = 1,2,\dots,n$$

şeklinde elde edilir.

Milli Gelir Eşitliği:

Ekonomide var olan tüm sektörleri kapsamaları nedeniyle Girdi-Çıktı modelleri makro ekonomik bir özellik kazanmaktadır. Makro ekonomik analiz, iktisadi faaliyet düzeyinin bir bütün olarak ölçülebilmesini gerektirmektedir. Milli gelir bu iktisadi faaliyetin ölçümünde temel kavram olmaktadır.[49]

[49] Merih Paya, Makroiktisat, Filiz Kitabevi, İstanbul, 1997, s.15.

Girdi-Çıktı tablolarından yararlanarak, milli gelirin hesaplanmasında en sık kullanılan "faktör gelirleri" ve "harcamalar" yöntemleri uygulanabilmektedir. Faktör gelirleri yönteminde, ekonomide yer alan üretim faktörleri gelirlerinin toplamı milli geliri vermektedir. Bu bağlamda, Girdi-Çıktı tablosunda her sektörün temel girdilere yaptığı ödemeler toplamı, bir başka ifadeyle toplam net katma değer, milli gelire eşit olacaktır. Harcamalar yönteminde ise, ekonomide var olan nihai mal ve hizmetlere yapılan tüketim, yatırım ve kamu harcamalarının toplamı ile milli gelire ulaşılmaktadır. Dolayısıyla harcamalar yönteminde nihai talep miktarı,

$$Y_i = C_i + G_i + I_i \qquad i = 1,2,\dots,n$$

şeklindedir.

Girdi-Çıktı tablolarından milli gelirin hesaplanması ekonominin uzun dönem denge durumunda olması varsayımına dayanır. Bu varsayıma göre, sektörlerin üretimlerinin parasal değeri, sektörlerin üretim maliyetlerine eşittir. Yani, faktör gelirleri yöntemi ile hesaplanan milli gelir, harcamalar yöntemi ile hesaplanan milli gelire eşittir. Bu eşitliği göstermek amacıyla, ekonomide var olan tüm sektörler için bu denklemler oluşturulduğunda,

$$\sum_{i=1}^{n} X_i + \sum_{i=1}^{n} M_i = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} x_{ij} + \sum_{i=1}^{n} Y_i + \sum_{i=1}^{n} E_i$$

$$\sum_{j=1}^{n} X_j = \sum_{j=1}^{n}\sum_{i=1}^{n} x_{ij} + \sum_{j=1}^{n} L_j + \sum_{j=1}^{n} K_j$$

elde edilir.

Toplam üretimin satır ve sütün değerleri birbirine eşit olduğundan,

$$\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} x_{ij} + \sum_{i=1}^{n} Y_i + \sum_{i=1}^{n} E_i - \sum_{i=1}^{n} M_i = \sum_{j=1}^{n}\sum_{i=1}^{n} x_{ij} + \sum_{j=1}^{n} L_j + \sum_{j=1}^{n} K_j$$

özdeşliği elde edilir. Özdeşliğin her iki yanında kullanılan ara mal miktarlarını simgeleyen ilk terimler birbirine eşit olduğu için özdeşliğin her iki tarafından çıkarılırsa,

$$\sum_{i=1}^{n} Y_i + \sum_{i=1}^{n} E_i - \sum_{i=1}^{n} M_i = \sum_{j=1}^{n} L_j + \sum_{j=1}^{n} K_j$$

bulunur. Bu özdeşliğin sol tarafı harcamalar yoluyla, sağ tarafı ise faktör gelirleri yoluyla elde edilen milli geliri verir.

2.2.5. Girdi Katsayıları Matrisi ve Leontief Ters Matrisi

Girdi katsayıları matrisinin yapısını açıklayabilmek için ekonominin n adet sektörden oluşan kapalı bir ekonomi olduğu göz önünde bulundurulduğunda, arz-talep denge denklemi,

$$X_i = \sum_{j=1}^{n} x_{ij} + Y_i \qquad i = 1,2,\dots,n$$

şeklinde olur. Yani, herhangi bir sektörün üretim miktarı, o mala olan ara mal talebi ile nihai mal talebi toplamına eşittir. Bu denklem tüm sektörler için açık formda yazıldığında,

$$\begin{gathered} X_1 = x_{11} + x_{12} + \cdots + x_{1n} + Y_1 \\ X_2 = x_{21} + x_{22} + \cdots + x_{2n} + Y_2 \\ \vdots \\ X_n = x_{n1} + x_{n2} + \cdots + x_{nn} + Y_n \end{gathered}$$

biçiminde bir doğrusal denklem sistemi elde edilir. Nihai talepler önceden bilindiğine göre, bu denklem sisteminde Y ile gösterilen nihai talep miktarlarını yalnız bırakarak,

$$\begin{gathered} X_1 - x_{11} - x_{12} - \cdots - x_{1n} = Y_1 \\ X_2 - x_{21} - x_{22} - \cdots - x_{2n} = Y_2 \\ \vdots \\ X_n - x_{n1} - x_{n2} - \cdots - x_{nn} = Y_n \end{gathered}$$

elde edilir.

Y_1, Y_2,..., Y_n değerleri bilindiği için, bu denklem sisteminde n tane X_1, X_2,..., X_n bilinmeyen değerleri ve n^2 tane bilinmeyen x_{ij} değerlerini içerdiğinden denklem sayısı (n) ile bilinmeyen sayısı ($n+n^2$) eşit olmaz. Bilinmeyen sayısı ile denklem sayısı birbirine eşit ise doğrusal denklem sisteminin tek çözümü, eşit değil ise rank kavramı ile ilintili olarak sözü edilen denklem sisteminin sonsuz çözümü vardır. Şu halde nihai talep miktarlarını yalnız bırakarak elde ettiğimiz denklem sisteminin tek bir çözümü yoktur. Tek bir çözüm elde etmek için ikinci varsayımdan yararlanılır.[50] Bu varsayıma göre herhangi bir j sektörünün bir i malına olan talebi, j sektörünün üretim düzeyinin doğrusal bir fonksiyonudur. Bu fonksiyon, girdi fonksiyonu olarak adlandırılır ve

$$a_{ij} = \frac{x_{ij}}{X_j} \qquad i = 1,2,\dots,n \quad j = 1,2,\dots,n$$

şeklindedir. a_{ij} katsayısına girdi katsayısı veya ekonominin belli bir anındaki teknolojik yapısını yansıttığı için teknoloji katsayısı denir. Bu katsayı, mevcut üretim tekniği ile bir birim j malı üretmek için gerekli minimum i malı miktarını gösterir.

Nihai talep miktarlarını yalnız bırakarak elde edilen denklem sisteminde girdi fonksiyonunu kullanarak düzenleme yapıldığında,

$$X_1 - a_{11}X_1 - a_{12}X_2 - \cdots - a_{1n}X_n = Y_1$$

$$X_2 - a_{21}X_1 - a_{22}X_2 - \cdots - a_{2n}X_n = Y_2$$

$$\vdots$$

$$X_n - a_{n1}X_1 - a_{n2}X_2 - \cdots - a_{nn}X_n = Y_n$$

elde edilir. Gerekli parantez işlemleri uygulandığında,

$$(1 - a_{11})X_1 - a_{12}X_2 - \cdots - a_{1n}X_n = Y_1$$

$$-a_{21}X_1 + (1 - a_{22})X_2 - \cdots - a_{2n}X_n = Y_2$$

$$\vdots$$

$$-a_{n1}X_1 - a_{n2}X_2 - \cdots + (1 - a_{nn})X_n = Y_n$$

denklem sistemine ulaşılır. Bu denklem sisteminin matris notasyonu ile gösterimi,

$$\begin{bmatrix} (1 - a_{11}) & -a_{12} & \dots & -a_{1n} \\ -a_{21} & (1 - a_{22}) & \dots & -a_{2n} \\ \vdots & & & \\ -a_{n1} & -a_{n2} & \dots & (1 - a_{nn}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ \vdots \\ X_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ \vdots \\ Y_n \end{bmatrix}$$

şeklindedir. Kapalı formda yazılışı,

[50] Can, ss. 123-124.

$$(I - A)X = Y$$

olur. $(I - A)$ matrisine Leontief matrisi denir. Girdi-Çıktı analizindeki amaç, sektörlerin üretim düzeylerini, yani X matrisini bulmak olduğundan, bu bağıntının her iki tarafı $(I - A)$ matrisinin tersiyle soldan çarpılacak olursa,

$$X = (I - A)^{-1}Y$$

elde edilir. $(I - A)^{-1}$ matrisine Leontief ters matrisi adı verilir ve bu eşitlik durağan Girdi-Çıktı sisteminin genel bir çözümüdür.

Burada, her matrisin tersinin olmaması durumu unutulmamalıdır. Temel Girdi-Çıktı modelinde bu durum, birinci varsayım ile güvence altına alınır. Bu varsayıma göre, her sektör tek bir türdeş mal üretir ve her sektörde tek ve ayrı bir üretim tekniği kullanılır. Girdi katsayıları matrisi ilgili sektörlerin üretim fonksiyonlarını yansıttıklarından ve varsayıma bağlı olarak her sektör ayrı üretim tekniklerine sahip olduğundan, bu matrisin sütunları en az bir girdi katsayısı için farklı olacaktır. Böylece sütun vektörleri doğrusal bağımsız olacaklardır. Dolayısıyla Leontief ters matrisinin olmaması durumu söz konusu değildir.

Bir diğer önemli ayrıntı ise, çözümün iktisadi olarak anlamlı olmasının sağlanmasıdır. Sektördeki faaliyetlerin verimli olabilmeleri için negatif üretim düzeyinin ortaya çıkması engellenmelidir. Yani, sektörlerin üretim için harcadıkları toplam ara girdi ödemelerinin, üretim değerlerinden küçük olması gerekir. Bu koşul, bir birim mal üretmek için gerekli girdi miktarlarının toplamının 1'den küçük olması ile sağlanır.

$a_{ij} \geq 0$ olmak üzere,

$$\sum_{i=1}^{n} a_{ij} < 1 \qquad j = 1,2,\ldots,n$$

olmalıdır. Bu, eşitsizlik Hawkins-Simon şartı olarak bilinir. Birim çıktı için, toplam ara girdi ödemelerinin 1'den küçük olması, o sektörün net katma değer yarattığı anlamına gelir. Hawkins-Simon şartına bağlı olarak,

$$(1 - \sum_{i=1}^{n} a_{ij}) > 0 \qquad j = 1,2,\ldots,n$$

olacağından, çözüm sonucunda elde edilen üretim düzeyleri pozitif olacaktır. Bu sayede, negatif üretim değerleri sorunu ile karşılaşılmayacaktır.

Leontief matrisinin tersinin alınabilmesinin sağlanması ve negatif üretim değerleri sorununun giderilmesi, çözülebilirlik kuralları olarak bilinir.

Leontief matrisinde girdi katsayıları sektörel üretim düzeylerinin üretim düzeyleri ile gerekli ara mal talebi arasındaki ilişkiyi ortaya koymaktadır. Leontief ters matrisi elemanları ise, nihai talep birimi başına sektörlerin doğrudan ve dolaylı olarak arttırmaları gereken üretim miktarlarını göstermektedir. Herhangi bir i sektörünün nihai talebi bir birim arttığında, i sektörünün bu nihai talebi karşılamak için üretimini arttırması gerekecektir. Bu doğrudan etkidir. i sektörü üretimini gerçekleştirmek için bağımlı olduğu diğer sektörlerden gerekli ara malları temin etmek zorundadır. Bu durumda i sektörünün ara mal talebini karşılayabilmek için diğer sektörler de üretimlerini arttıracaklardır. Bu ek üretim, üretimi yapan sektörlerin bağımlı olduğu diğer sektörlerin de üretimlerinde gerekli artışı gerçekleştirmesine neden olacaktır. Özetle, zincirleme ve dolaylı bir etki söz konusudur.

Leontief ters matrisi bileşenleri β_{ij} ile gösterildiğinde bu matris,

$$(I - A)^{-1} = \begin{bmatrix} \beta_{11} & \beta_{12} & \cdots & \beta_{1n} \\ \beta_{21} & \beta_{22} & \cdots & \beta_{2n} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ \beta_{n1} & \beta_{n2} & \cdots & \beta_{nn} \end{bmatrix}$$

şeklinde olacaktır. Leontief ters matrisinin nihai talepteki değişme ile sektörel üretim düzeyleri arasındaki ilişkiyi nasıl kurduğunu açıklamak amacıyla n. sektörde ΔY_n kadar bir artış olduğunu varsayalım. Bu artışın yarattığı doğrudan ve dolaylı üretim artışları, nihai talep değişim vektörü ile Leontief ters matrisinin çarpımı ile elde edilirler:

$$\begin{bmatrix} \Delta X_1 \\ \Delta X_2 \\ \vdots \\ \Delta X_{n-1} \\ \Delta X_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \beta_{11} & \beta_{12} & \cdots & \beta_{1(n-1)} & \beta_{1n} \\ \beta_{21} & \beta_{22} & \cdots & \beta_{2(n-1)} & \beta_{2n} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots & \vdots \\ \beta_{(n-1)1} & \beta_{(n-1)2} & \cdots & \beta_{(n-1)(n-1)} & \beta_{(n-1)n} \\ \beta_{n1} & \beta_{n2} & \cdots & \beta_{n(n-1)} & \beta_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ \Delta Y_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \beta_{1n}\Delta Y_n \\ \beta_{2n}\Delta Y_n \\ \vdots \\ \beta_{(n-1)n}\Delta Y_n \\ \beta_{nn}\Delta Y_n \end{bmatrix}$$

Burada n. sektörün talep artışını karşılamak için sırasıyla tüm sektörlerin gerçekleştirmeleri gereken üretim artışları;

$$\Delta X_1 = \beta_{1n}\Delta Y_n,\ \Delta X_2 = \beta_{2n}\Delta Y_n,\ \ldots,\ \Delta X_{n-1} = \beta_{(n-1)n}\Delta Y_n,\ \Delta X_n = \beta_{nn}\Delta Y_n$$

olacaktır. ΔX_n, n. sektörün kendi talep artışını karşılamak için yapması gereken ek üretimi, yani doğrudan üretim artışını göstermektedir. ΔX_1, ΔX_2, …, ΔX_{n-1} değerleri ise, n. sektörün talebini karşılamak için yapılması gereken dolaylı üretim artışlarını belirtmektedir. Toplam üretim artışını hesaplanılırsa,

$$\Delta X_1 + \Delta X_2 + \ldots + \Delta X_{n-1} + \Delta X_n = \beta_{1n}\Delta Y_n + \beta_{2n}\Delta Y_n + \cdots + \beta_{(n-1)n}\Delta Y_n + \beta_{nn}\Delta Y_n$$

elde edilir. ΔY_n değeri 1 kabul edilirse,

$$\Delta X_1 + \Delta X_2 + \ldots + \Delta X_{n-1} + \Delta X_n = \beta_{1n} + \beta_{2n} + \cdots + \beta_{(n-1)n} + \beta_{nn}$$

bağıntısına ulaşılır. Bu ise, Leontief ters matrisinde n. sütun toplamına karşılık gelmektedir. Yani, $(I - A)^{-1}$ matrisinin herhangi bir sütun vektörü bileşenleri toplamı, o sütuna ilişkin sektörün bir birimlik nihai talep artışını karşılayacak toplam üretim artışları miktarını göstermektedir.

Tüm sektörlerde nihai talep artışının söz konusu olması durumunda sektörel üretim artışları,

$$\begin{bmatrix} \Delta X_1 \\ \Delta X_2 \\ \vdots \\ \Delta X_{n-1} \\ \Delta X_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \beta_{11} & \beta_{12} & \cdots & \beta_{1(n-1)} & \beta_{1n} \\ \beta_{21} & \beta_{22} & \cdots & \beta_{2(n-1)} & \beta_{2n} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots & \vdots \\ \beta_{(n-1)1} & \beta_{(n-1)2} & \cdots & \beta_{(n-1)(n-1)} & \beta_{(n-1)n} \\ \beta_{n1} & \beta_{n2} & \cdots & \beta_{n(n-1)} & \beta_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta Y_1 \\ \Delta Y_2 \\ \vdots \\ \Delta Y_{n-1} \\ \Delta Y_n \end{bmatrix}$$

ile hesaplanır. Matris çarpımı yapıldığında,

$$\begin{bmatrix} \Delta X_1 \\ \Delta X_2 \\ \vdots \\ \Delta X_{n-1} \\ \Delta X_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \beta_{11}\Delta Y_1 + \beta_{12}\Delta Y_2 + \cdots + \beta_{1(n-1)}\Delta Y_{n-1} + \beta_{1n}\Delta Y_n \\ \beta_{21}\Delta Y_1 + \beta_{22}\Delta Y_2 + \cdots + \beta_{2(n-1)}\Delta Y_{n-1} + \beta_{2n}\Delta Y_n \\ \vdots \\ \beta_{(n-1)1}\Delta Y_1 + \beta_{(n-1)2}\Delta Y_2 + \cdots + \beta_{(n-1)(n-1)}\Delta Y_{n-1} + \Delta Y_{n-1} \\ \beta_{n1}\Delta Y_1 + \beta_{n2}\Delta Y_2 + \cdots + \beta_{n(n-1)}\Delta Y_{n-1} + \beta_{nn}\Delta Y_n \end{bmatrix}$$

elde edilir.

Bu durumda, n. sektörün üretim artışı,

$$\Delta X_n = \beta_{n1}\Delta Y_1 + \beta_{n2}\Delta Y_2 + \cdots + \beta_{n(n-1)}\Delta Y_{n-1} + \beta_{nn}\Delta Y_n$$

olacaktır. Nihai talep artışları değerlerinin 1 birim olduğu kabul edilirse,

$$\Delta X_n = \beta_{n1} + \beta_{n2} + \cdots + \beta_{n(n-1)} + \beta_{nn}$$

bağıntısına ulaşılır. Bu toplam ise, Leontief ters matrisinin n. satırını oluşturan bileşenlerin toplamıdır. Genelleştirilirse, ekonomide tüm sektörlerin nihai taleplerinde bir birimlik artış söz konusu olduğunda, gerçekleştirilmesi gereken sektörel üretim artışları, Leontief ters matrisinde her bir sektörün ilintili olduğu satır vektörü elemanlarının toplamı kadardır.

Her bir nihai talep unsurunu karşılayan üretim miktarları da Leontief ters matrisi kullanılarak hesaplanabilir. Bunun için, ters matrisle nihai talep unsuru değerlerinden oluşan vektörü çarpmak yeterlidir. Tüketim, kamu harcamaları ve yatırım için bu işlem uygulandığında,

$$X = (I - A)^{-1}C$$

$$X = (I - A)^{-1}G$$

$$X = (I - A)^{-1}I$$

denklemleri ile sektörlerin bu unsurları karşılayabilmek için gereken üretim miktarları bulunabilir.

2.2.6. Faktör Yoğunluğu Katsayıları

Girdi kullanım düzeyinin, üretim düzeyinin doğrusal bir fonksiyonu olduğu varsayımı ara girdiler gibi temel girdileri de kapsar. Herhangi bir j sektörünün toplam üretiminde kullandığı emek ve sermaye miktarları sırası ile, L_j ve K_j olsun. O halde bir birim üretimi gerçekleştirmek için gereken temel girdi değerleri, toplam girdi miktarının toplam üretim miktarına oranı ile bulunabilir.

$$l_j = \frac{L_j}{X_j} \qquad j = 1,2, \dots, n$$

$$k_j = \frac{K_j}{X_j} \qquad j = 1,2, \dots, n$$

l_j, bir birim j malı üretmek için gerekli minimum emek miktarını; k_j ise bir birim j malı üretmek için gerekli sermaye miktarını gösterir. Bu katsayılara genel olarak faktör yoğunluğu katsayıları denir.

Tüm sektörler için emek girdisi bağıntısı yazıldığında,

$$L_1 = l_1 X_1$$

$$L_2 = l_2 X_2$$

$$\vdots$$

$$L_n = l_n X_n$$

elde edilir. Matris notasyonu ile gösterildiğinde,

$$\begin{bmatrix} L_1 \\ L_2 \\ \vdots \\ L_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & l_2 & \dots & 0 \\ \vdots & & \ddots & \\ 0 & 0 & \dots & l_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ \vdots \\ X_n \end{bmatrix}$$

şeklinde olur. Emek girdi katsayıları matrisi köşegenleri üzerinde doğrudan emek katsayılarını barındıran bir köşegen matristir. Benzer uygulamalar sermaye katsayıları için yapılırsa,

$$K_1 = k_1 X_1$$

$$K_2 = k_2 X_2$$

$$\vdots$$

$$K_n = k_n X_n$$

ve matris gösterimi ile,

$$\begin{bmatrix} K_1 \\ K_2 \\ \vdots \\ K_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & k_2 & \dots & 0 \\ \vdots & & \ddots & \\ 0 & 0 & \dots & k_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ \vdots \\ X_n \end{bmatrix}$$

elde edilir. Emek girdi katsayıları matrisi gibi sermaye katsayıları matrisi de köşegen elemanları doğrudan sermaye katsayıları olan köşegen bir matristir.

$X = (I - A)^{-1} Y$ olduğundan, $L = lX$ bağıntısında X için gerekli düzenleme yapıldığında,

$$L = l(I - A)^{-1} Y$$

elde edilir. Aynı uygulama sermaye katsayısı için gerçekleştirilirse, $K = kX$ bağıntısı,

$$K = k(I - A)^{-1}Y$$

şekline dönüşür. Elde edilen bu bağıntıları kullanarak, nihai talepteki artışları karşılayacak faktör gereksinimleri bulunabilir. Bunun için önce, $l(I - A)^{-1}$ çarpımı yapılırsa,

$$l(I - A)^{-1} = \begin{bmatrix} l_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & l_2 & \dots & 0 \\ \vdots & & \ddots & \\ 0 & 0 & \dots & l_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_{11} & \beta_{12} & \dots & \beta_{1n} \\ \beta_{21} & \beta_{22} & \dots & \beta_{2n} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ \beta_{n1} & \beta_{n2} & \dots & \beta_{nn} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l_1\beta_{11} & l_1\beta_{12} & \dots & l_1\beta_{1n} \\ l_2\beta_{21} & l_2\beta_{22} & \dots & l_2\beta_{2n} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ l_n\beta_{n1} & l_n\beta_{n2} & \dots & l_n\beta_{nn} \end{bmatrix}$$

elde edilir. Bu matrisin herhangi bir $l_i\beta_{ij}$ elemanı, j. sektördeki bir birim nihai talep artışını karşılayabilmek için gereken ek emek (istihdam) miktarını gösterir. Yalnızca bir sektörün nihai talebindeki bir birimlik artışın tüm sektörlerde yol açtığı ek istihdam miktarı, $l(I - A)^{-1}$ matrisinde ilgili sektörün sütun vektöründeki elemanlarının toplamına eşittir. Örneğin, n. sektördeki bir birimlik nihai talep artışı tüm sektörlerde;

$$\Delta L_n = \sum_{i=1}^{n} l_i\beta_{in} = l_1\beta_{1n} + l_2\beta_{2n} + \dots + l_n\beta_{nn}$$

kadar ek istihdama neden olmaktadır. Son terim ($l_n\beta_{nn}$), doğrudan ek istihdam miktarını, diğer terimler dolaylı ek istihdam miktarını verir. ΔL_n'ye n sektörü nihai talebinin sektörel istihdam çoğaltanı adı verilir.

Tüm sektörlerdeki bir birim nihai talep artışının n sektöründe yarattığı ek istihdam miktarı ise, $l(I - A)^{-1}$ matrisinin n. satır elemanlarının toplamına eşittir. Bu bağıntı,

$$\Delta L_N = \sum_{j=1}^{n} l_n\beta_{nj} = l_n\beta_{n1} + l_n\beta_{n2} + \dots + l_n\beta_{nn}$$

şeklindedir.

Ekonominin tümünde ortaya çıkan nihai talep artışlarını karşılayacak ek istihdam miktarı ise, sektörel istihdam çoğaltanlarının toplamı ile elde edilir.

$$\sum_{i=1}^{n} \Delta L_i = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} l_i\beta_{ij}$$

Bu toplama, ekonomi-çapında istihdam çoğaltanı katsayısı denir. Aynı işlemler sermaye katsayıları matrisine uygulanarak sermaye çoğaltanları da bulunabilir.

2.2.7. İthalat Katsayıları

Açık ekonomiler için oluşturulan Girdi-Çıktı modellerinde toplam nihai talep, yurt içi tüketim, kamu harcamaları, yatırım ve ihracat talebinin toplamıdır. İhracat talebi de, diğer nihai talep unsurları gibi dışsal kabul edilir. İhracat, yabancı ülkelerin yurt içi sektörel üretimlere olan talebini gösterir ve yurt dışı nihai talep olarak modele dahil edilir. İthalat ise, ek bir arz kaynağı oluşturmakla birlikte modele doğrudan eklenmesinde bazı sakıncalar vardır. Bazı ithal mallar hem üretimde (ara kullanımda) hem de nihai kullanımda yurt içi mallara rakip veya ikame mallardır; buna karşılık diğer bazı ithal mallar da yurt içi üretim için mutlak tamamlayıcı niteliktedir. Girdi-Çıktı modellerinde ithalatın ele alınmasında izlenen yöntemler, ithal edilen malların rakip ve tamamlayıcı varsayılmasına bağlı olarak farklılık gösterirler. Bu yöntemlerden en yaygın biçimde kullanılanı H.B. Chenery ve P.G. Clark tarafından 1959'da öne sürülmüştür. Bu yöntem ithalatın yurt içi üretime rakip mallardan oluştuğu kabulünden yola çıkmaktadır. Bununla birlikte yöntemin temelini oluşturan, tüm sektörlerde ithalatın yurt içi üretiminin doğrusal ve sabit bir fonksiyonu olmasıdır.[51] Buna göre sektörel ithalat fonksiyonları,

$$M_i = m_i X_i \qquad i = 1,2,\dots,n$$

şeklindedir. M_i i malı ithalatını, m_i ise ithalat katsayısını ifade etmektedir. Bu katsayı, bir birim yurt içi üretim başına yapılan ithalat miktarını gösterir. İthalat katsayıları geçmiş verilere dayanarak tahmin edilir ve sabit oldukları varsayılır. Sektörel ithalat katsayıları belirlendikten sonra nihai talep unsurları için gereken ithalat miktarları,

$$m_c = m_i(I - A)^{-1}C_i$$

$$m_I = m_i(I - A)^{-1}I_i$$

$$m_G = m_i(I - A)^{-1}G_i$$

bağıntıları ile hesaplanabilir.

Sektörel arz denklemi, ithalat katsayıları yardımıyla,

$$Q_i = X_i + M_i = X_i + m_i X_i \qquad i = 1,2,\dots,n$$

[51] Aydoğuş, ss. 59-62.

şeklinde yazılabilir. Q_i, i malı arz miktarını göstermektedir. Matris notasyonu ile gösterilirse,

$$Q = X + mX = (I + m)X$$

elde edilir. Burada m, asıl köşegeni üzerinde ithalat katsayılarını barındıran bir köşegen matristir. Bu denklem sistemi, X için çözülürse,

$$X = (I + m)^{-1}Q$$

olacaktır. Denge durumunda arz-talep eşitliği denklemi,

$$Q = AX + Y + E$$

olduğundan,

$$Q = A(I + m)^{-1}Q + Y + E$$

yazılabilir. Bu denklem Q için çözülürse,

$$A^{*} = A(I + m)^{-1}$$

yazılarak,

$$Q = (I - A^{*})^{-1}(Y + E)$$

elde edilir. Bu denklem, denge arz çözüm denklemi olarak adlandırılır.

2.2.8. Denge Fiyat Sistemi

Girdi-Çıktı analizinde sektörlerin üretimlerinin parasal değeri, sektörlerin üretim maliyetlerine eşittir. Üretim maliyetleri ara girdilere ve temel girdilere yapılan ödemeler toplamından oluşur. n sektörlü bir ekonomide herhangi bir j sektörü için üretim maliyeti-üretim değeri eşitliği,

$$p_j X_j = \sum_{i=1}^{n} p_i x_{ij} + w_j L_j + r_j K_j$$

şeklinde gösterilir. Burada p_j j malının, p_i i malının, w_j emeğin, r_j ise sermayenin fiyatını göstermektedir.

Girdi-Çıktı tabloları miktar ve fiyat olmak üzere iki türlü düzenlenebilmektedir. Uygulamada daha çok fiyat sistemi kullanıldığından tablodaki veriler ilgili malın fiyatı ile miktarının çarpımı şeklinde olup parasal bir değer olarak verilmektedir. Dolayısı ile fiyat ve miktarı birbirinden ayırt etmek çok güçtür. Bunun yerine fiyat ile net katma değer arasındaki ilişki kullanılabilir. c, net katma değer katsayıları vektörünü göstermek üzere,

$$p - pA = c$$

elde edilir. Denklemin sağ tarafındaki terimler p parantezine alınırsa,

$$p(I - A) = c$$

olur.[52] Katma değer miktarları Girdi-Çıktı tablosundan okunarak toplam üretime oranlandığında c katma değer katsayıları vektörü hesaplanır. $(I - A)$ matrisi de tablodan okunabildiğine göre, p fiyat vektörüne bu bağıntıdan ulaşılabilir.

---

[52] Thijs ten Raa, **The Economics of Input-Output Analysis**, New York: Cambrigde University Press, 2005, s. 19.

ÜÇÜNCÜ BÖLÜM

UYGULAMA

İktisadi planlamanın ekonomik yönden en önemli hedefleri arasında; kaynakların optimal biçimde dağıtılması, işgücünün ve üretim kapasitesinin tam kullanılması, yaşama standardının en yüksek düzeye çıkarılması, iktisadi büyümenin maksimum kılınması vardır. Dolayısıyla bu hedeflerden en az bir tanesinin gerçekleştirilmesi idealdir. Bu gayeye yönelik olarak doğrusal programlama kullanılması durumunda hedef, amaç fonksiyonu olarak formüle edilir. Planlı kalkınmada genellikle plan dönemi sonunda milli gelirin maksimum olması hedeflenir. Milli gelire faktör gelirleri yoluyla ekonomideki üretim faktörlerinin elde ettikleri gelirlerin toplamından ulaşılmaktadır. Bir başka ifade ile, sektörlerin temel girdilere yaptıkları ödemelerin, yani sektörlerin katma değerlerinin toplamı milli geliri verir. Bu bağlamda kurulacak olan modelde amaç, katma değeri maksimize edecek sektörlerin üretim düzeylerini bulmaktan ibarettir.

Amaç fonksiyonunun yanı sıra, modelde bir takım kısıtlamaların yer alması kaçınılmazdır. Söz konusu kısıtlamalardan ilki, arz-talep dengesiyle ilgilidir. Bu denge, ekonominin hiçbir sektöründe üretilen mallara olan toplam talebin, o sektörün toplam üretimi ile ithalatı toplamını (toplam arzını) geçmemelidir şeklinde açıklanır.

Bir diğer kısıtlama temel girdiler ile ilintili olup, ekonomideki işgücü talebi, mevcut işgücü miktarını aşmamalıdır şeklinde ifade edilebilir. Benzer şekilde sektörlerdeki üretim düzeyi, kullanılabilir üretim kapasitesinden fazla olmamalıdır.

Bu açıklamalar kapsamında milli geliri maksimize edecek doğrusal programlama modeli,

x_j : j sektöründeki üretim düzeyini,

c_j : j sektörünün bir birim üretimi sonucunda elde edilen katma değer miktarını (katma değer katsayısı),

a_{ij} : j sektörünün bir birim mal üretebilmek için gereksinim duyduğu i malı miktarını,

Y_i : i sektörünün yurt içi nihai tüketim harcamasını,

E_i : i sektörünün ihracatını,

m_i : i sektörünün ithalat katsayısını,

l_j : j sektörünün bir birim mal üretebilmek için ihtiyacı olan işgücü miktarını,

L : ekonomideki mevcut işgücü miktarını,

k_j : j sektörünün bir birim mal üretebilmesi için gerekli olan sermaye miktarını,

K : ekonomideki kullanılabilir sermaye miktarını göstermek üzere,

$$Z_{enb} = \sum_{j=1}^{n} c_j x_j$$

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j + Y_i + E_i \leq (1 + m_i) x_i$$

$$\sum_{j=1}^{n} l_j x_j \leq L$$

$$\sum_{j=1}^{n} k_j x_j \leq K$$

$$x_j \geq 0$$

şeklinde olacaktır.[53] c_j, katma değer katsayısı j sektörünün gayrisafi katma değer miktarının, yurt içi toplam üretimine oranı ile bulunur.

Model açık formda yazıldığında,

$$Z_{enb} = c_1 x_1 + c_2 x_2 + \cdots + c_n x_n$$

$$a_{11} x_1 + a_{12} x_2 + \cdots + a_{1n} x_n + Y_1 + E_1 \leq (1 + m_1) x_1$$

$$a_{21} x_1 + a_{22} x_2 + \cdots + a_{2n} x_n + Y_2 + E_2 \leq (1 + m_2) x_2$$

$$\vdots$$

$$a_{n1} x_1 + a_{n2} x_2 + \cdots + a_{nn} x_n + Y_n + E_n \leq (1 + m_n) x_n$$

$$l_1 x_1 + l_2 x_2 + \cdots + l_n x_n \leq L$$

[53] Nihat Bozdağ ve Şenol Altan, *"İktisadi Kalkınma Planlamasında Doğrusal Programlama Model Yaklaşımı"*, **II. Ulusal Ekonometri ve İstatistik Sempozyumu Bildirileri**, Dokuz Eylül Üniversitesi, İzmir, 1-2 Haziran 1995, s.221.

$$k_1x_1 + k_2x_2 + \cdots + k_nx_n \leq K$$

$$x_1, x_2, \dots, x_n \geq 0$$

elde edilir. Arz-talep kısıtlayıcı fonksiyonlarında karar değişkenleri eşitsizliğin sol tarafında, parametreler sağ tarafında toplanırsa,

$$Z_{enb} = c_1x_1 + c_2x_2 + \cdots + c_nx_n$$

$$(a_{11} - 1 - m_1)x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n \leq -Y_1 - E_1$$

$$a_{21}x_1 + (a_{22} - 1 - m_2)x_2 + \cdots + a_{2n}x_n \leq -Y_2 - E_2$$

$$\vdots$$

$$a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \cdots + (a_{nn} - 1 - m_n)x_n \leq -Y_n - E_n$$

$$l_1x_1 + l_2x_2 + \cdots + l_nx_n \leq L$$

$$k_1x_1 + k_2x_2 + \cdots + k_nx_n \leq K$$

$$x_1, x_2, \dots, x_n \geq 0$$

biçiminde olur. Doğrusal programlama probleminin simpleks yöntem ile çözülebilmesi için sağ taraf sabitlerinin pozitif olması gerektiğinden, arz-talep kısıtlarının her iki tarafı (-1) ile çarpılır ve model,

$$Z_{enb} = c_1x_1 + c_2x_2 + \cdots + c_nx_n$$

$$(1 - a_{11} + m_1)x_1 - a_{12}x_2 - \cdots - a_{1n}x_n \geq Y_1 + E_1$$

$$-a_{21}x_1 + (1 - a_{22} + m_2)x_2 - \cdots - a_{2n}x_n \geq Y_2 + E_2$$

$$\vdots$$

$$-a_{n1}x_1 - a_{n2}x_2 - \cdots + (1 - a_{nn} + m_n)x_n \geq Y_n + E_n$$

$$l_1x_1 + l_2x_2 + \cdots + l_nx_n \leq L$$

$$k_1x_1 + k_2x_2 + \cdots + k_nx_n \leq K$$

$$x_1, x_2, \dots, x_n \geq 0$$

şekline dönüşür. Modelin matris formundaki yazılımı aşağıda verilmiştir:

$$Z_{enb} = [c_1, c_2, \dots, c_n]\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} (1-a_{11}+m_1) & -a_{12} & \dots & -a_{1n} \\ -a_{21} & (1-a_{22}+m_2) & \dots & -a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ -a_{n1} & -a_{n2} & \dots & (1-a_{nn}+m_n) \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} \geq \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ \vdots \\ Y_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ \vdots \\ E_n \end{bmatrix}$$

$$[l_1 \quad l_2 \quad \dots \quad l_n]\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} \leq L$$

$$[k_1 \quad k_2 \quad \dots \quad k_n]\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} \leq K$$

$$x_1, x_2, \dots, x_n \geq 0$$

Uygulamada Türkiye İstatistik Kurumu (TÜİK) tarafından en son hazırlanan 2002 yılına ait toplulaştırılmış Girdi-Çıktı tablosu kullanılmıştır.[54] Bu tablo; 1968, 1973, 1979, 1985, 1990, 1996 ve 1998 yılı Girdi-Çıktı tablolarından sonra hazırlanan sekizinci tablodur.

Ellidokuz sektörden oluşan 2002 Girdi-Çıktı tablosu, altı ana sektöre indirgenerek toplulaştırılmış Girdi-Çıktı tablosu (milyar TL cinsinden) elde edilmiştir. Bu sektörler;

1. Tarım, avcılık, ormancılık ve balıkçılık
2. Sanayii ve enerji
3. İnşaat
4. Toptan ve perakende ticaret, otel, lokanta, ulaştırma ve haberleşme
5. Mali kuruluşlar, emlakçılık, kiralama ve iş faaliyetleri
6. Diğer hizmet faaliyetleri

başlıkları altında toplanmıştır. Dolayısıyla, modelde her bir sektöre karşılık gelmek üzere belirlenen karar değişkenleri;

x_1: Tarım, avcılık, ormancılık ve balıkçılık sektörünün üretim düzeyini,

---

[54] TÜİK, **Arz-Kullanım ve Girdi-Çıktı Tabloları 2002**, Haziran, Ankara, 2008, ss. xxiv-xxv.

x_2: Sanayii ve enerji sektörünün üretim düzeyini,

x_3: İnşaat sektörünün üretim düzeyini,

x_4: Toptan ve perakende ticaret, otel, lokanta, ulaştırma ve haberleşme sektörünün üretim düzeyini,

x_5: Mali kuruluşlar, emlakçılık, kiralama ve iş faaliyetleri sektörünün üretim düzeyini,

x_6: Diğer hizmet faaliyetleri sektörünün üretim düzeyini

göstermektedirler.

2002 toplulaştırılmış Girdi-Çıktı tablosundaki verilerden hareketle modeldeki katsayıların ve parametrelerin hesaplanması ile,

Amaç Fonksiyonu:

$$Z_{enb} = 0.62776x_1 + 0.28138x_2 + 0.431912x_3 + 0.54608x_4 + 0.69802x_5 + 0.61135x_6$$

Kısıtlayıcı Fonksiyonlar:

C₁: $0.90683x_1 - 0.380567x_2 - 0.00023x_3 - 0.04224x_4 - 0.0069x_5 - 0.0063x_6 \geq 23129057$

C₂: $-0.02271x_1 + 0.830904x_2 - 0.05022x_3 - 0.0863x_4 - 0.037x_5 - 0.0323x_6 \geq 128131342$

C₃: $-0.004190x_1 - 0.00431x_2 + 0.98329x_3 - 0.011340x_4 - 0.0253x_5 - 0.019x_6 \geq 1313863$

C₄: $-0.01603x_1 - 0.1781x_2 - 0.01918x_3 + 0.827684x_4 - 0.0257x_5 - 0.0279x_6 \geq 87593793$

C₅: $-0.01488\, x_1 - 0.10304x_2 - 0.01478x_3 - 0.17676x_4 + 0.9277x_5 - 0.0673x_6 \geq 44909326$

C₆: $-0.00159x_1 - 0.00514x_2 - 0.00028x_3 - 0.0139x_4 - 0.0226x_5 + 0.97877x_6 \geq 54144775$

C₇: $0.09815x_1 + 0.10614x_2 + 0.1329x_3 + 0.11637x_4 + 0.08576x_5 + 0.51012x_6 \leq 92431093$

C₈: $0.04310x_1 + 0.0386x_2 + 0.01903x_3 + 0.05353x_4 + 0.02486x_5 + 0.02644x_6 \leq 25227609$

Negatif Olmama Koşulu:

$$x_1,\ x_2,\ x_3,\ x_4,\ x_5,\ x_6 \geq 0$$

doğrusal programlama modeli kurulur.

Modeldeki negatif olmama koşulu bir konveks koni, tüm kısıtlayıcı fonksiyonlar ise birer kapalı yarı uzay tanımlarlar. Kapalı yarı uzayların kesişimi olan konveks polyhedron, problemin uygun çözüm bölgesini oluşturur. Eğer varsa problemin en iyi çözümü, bu konveks polyhedronun en az bir uç noktasında ortaya çıkar.

Problemi simpleks yöntem ile çözüme hazırlamak amacıyla kısıtlayıcı fonksiyonlar eşitlik biçimine dönüştürülmelidir. Bunun için "≥" formundaki C_1, C_2, C_3, C_4, C_5 ve C_6 kısıtlarında, eşitsizliklerin sol taraflarından birer artık değişken (S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6) çıkarılmalı, "≤" formundaki C_7 ve C_8 kısıtlarında ise, eşitsizliklerin sol tarafına birer aylak değişken (S_7, S_8) eklenmelidir:

<u>Amaç Fonksiyonu:</u>

$$Z_{enb} = 0.62776x_1 + 0.28138x_2 + 0.431912x_3 + 0.54608x_4 + 0.69802x_5 + 0.61135x_6$$
$$+0\boldsymbol{S_1} + 0\boldsymbol{S_2} + 0\boldsymbol{S_3} + 0\boldsymbol{S_4} + 0\boldsymbol{S_5} + 0\boldsymbol{S_6} + 0\boldsymbol{S_7} + 0\boldsymbol{S_8}$$

<u>Kısıtlayıcı Fonksiyonlar:</u>

C_1: $0.90683x_1 - 0.380567x_2 - 0.00023x_3 - 0.04224x_4 - 0.00690x_5 - 0.0063x_6 - \boldsymbol{S_1} = 23129057$

C_2: $-0.02271x_1 + 0.830904x_2 - 0.05022x_3 - 0.0863x_4 - 0.0370x_5 - 0.03230x_6 - \boldsymbol{S_2} = 128131342$

C_3: $-0.004190x_1 - 0.00431x_2 + 0.98329x_3 - 0.011340x_4 - 0.0253x_5 - 0.019x_6 - \boldsymbol{S_3} = 1313863$

C_4: $-0.01603x_1 - 0.1781x_2 - 0.01918x_3 + 0.827684x_4 - 0.02570x_5 - 0.0279x_6 - \boldsymbol{S_4} = 87593793$

C_5: $-0.01488\,x_1 - 0.10304x_2 - 0.01478x_3 - 0.17676x_4 + 0.9277x_5 - 0.06730x_6 - \boldsymbol{S_5} = 44909326$

C_6: $-0.00159x_1 - 0.00514x_2 - 0.00028x_3 - 0.01390x_4 - 0.0226x_5 + 0.97877x_6 - \boldsymbol{S_6} = 54144775$

C_7: $0.09815x_1 + 0.10614x_2 + 0.1329x_3 + 0.11637x_4 + 0.08576x_5 + 0.510120x_6 + \boldsymbol{S_7} = 92431093$

C_8: $0.04310x_1 + 0.0386x_2 + 0.01903x_3 + 0.05353x_4 + 0.024860x_5 + 0.02644x_6 + \boldsymbol{S_8} = 25227609$

<u>Negatif Olmama Koşulu:</u>

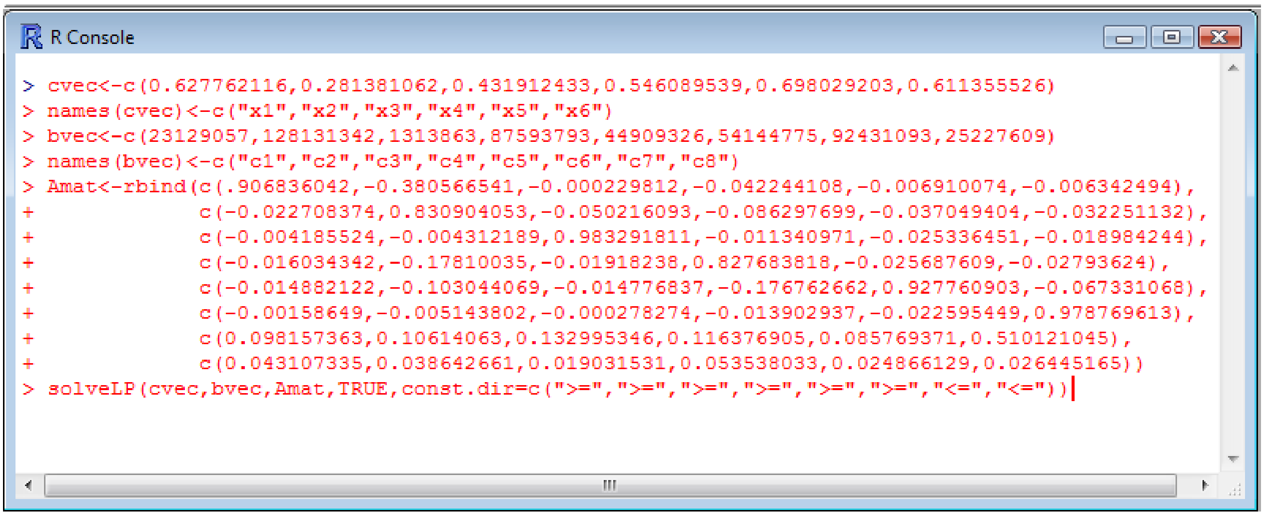
$$x_1,\ x_2,\ x_3,\ x_4,\ x_5,\ x_6, \boldsymbol{S_1}, \boldsymbol{S_2}, \boldsymbol{S_3}, \boldsymbol{S_4}, \boldsymbol{S_5}, \boldsymbol{S_6}, \boldsymbol{S_7}, \boldsymbol{S_8} \geq 0$$

Standart forma dönüştürülmüş modelde sekiz denklem, ondört değişken bulunmaktadır. Bu durumda, problemin

$$\frac{(m+n)!}{m!\,n!} = \frac{(14+8)!}{14!\,8!} = 319770$$

tane temel çözümü vardır.

Problemin çözümü için R istatistiksel programlama dili kullanılmıştır. Elde edilen sonuçlar programın çıktıları ile birlikte verilmiş ve açıklanmıştır.



Şekil 3.1. Problemin R İstatistiksel Programlama Dilinde Kodlanması

Problemin R programı kodu Şekil 3.1.’de verilmiştir. Sırasıyla amaç fonksiyonu katsayıları, kısıtlayıcı fonksiyonların sağ taraf sabitleri ve katsayıları yazılmıştır. Son olarak kısıtlayıcı fonksiyonların eşitsizliklerinin yönleri belirtilerek problemin çözümünü gerçekleştirecek fonksiyon eklenmiştir.

Problemin optimal çözümü Şekil 3.2.’de yer almaktadır. Simpleks algoritmasının altıncı iterasyonu sonucunda amaç fonksiyonunun maksimum değeri 340.991.349 milyar TL olarak belirlenmiştir. Bu sonucu ortaya çıkaran karar değişkenlerinin optimal değerleri ise,

x_1 = 110.589.216 milyar TL,

x_2 = 182.185.708 milyar TL,

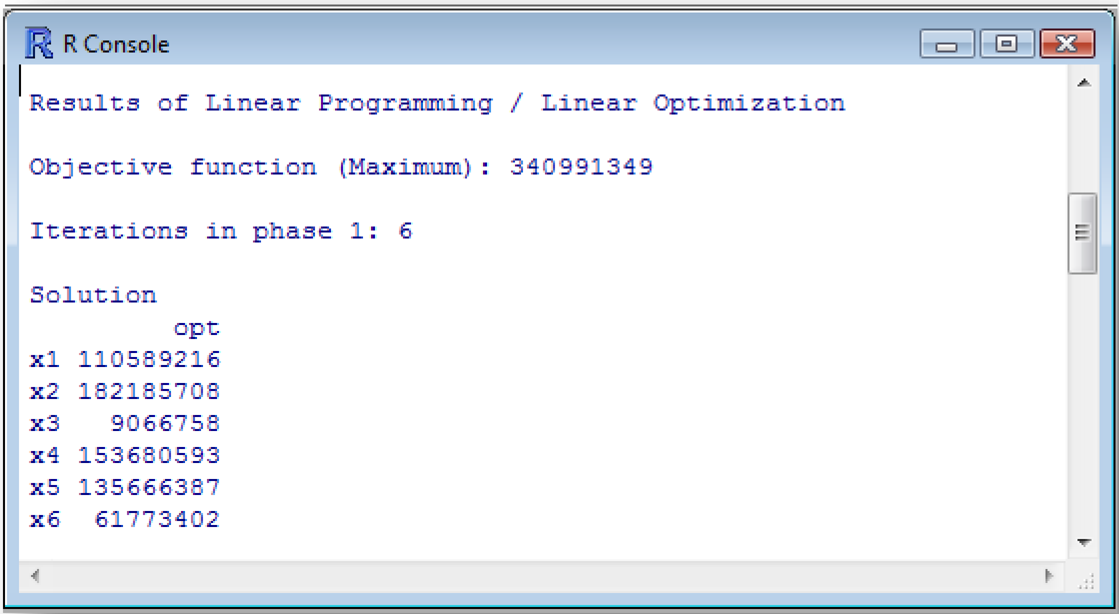
x_3 = 9.066.758 milyar TL,

x_4 = 153.680.593 milyar TL,

x_5 = 135.666.387 milyar TL,

$x_6 = 61.773.402$ milyar TL

olarak bulunmuştur.



```
R Console
Results of Linear Programming / Linear Optimization

Objective function (Maximum): 340991349

Iterations in phase 1: 6

Solution
          opt
x1 110589216
x2 182185708
x3   9066758
x4 153680593
x5 135666387
x6  61773402
```

Şekil 3.2. Optimal Çözüm Tablosu

En iyi çözümün temel değişkenleri ve çözüm değerleri Şekil 3.3.'te verilmiştir. Görüldüğü gibi problemin orijinal karar değişkenlerinin dışında beşinci ve sekizinci kısıtlayıcı fonksiyona ait artık değişkenler de en iyi çözümün temel değişkenleri takımında yer almaktadır. Artık değişkenlerin pozitif çözüm değerleri almış olması ilgili faaliyetlerde kullanılmayan kaynak kapasitesinin var olduğunu göstermektedir. Bu husus, Şekil 3.4.'te daha açık bir şekilde görülmektedir.

```
Basic Variables
                opt
x1    110589216.1
x2    182185707.7
x3      9066758.4
x4    153680593.4
x5    135666386.8
x6     61773401.7
S c5   29079446.7
S c8      12845.4
```

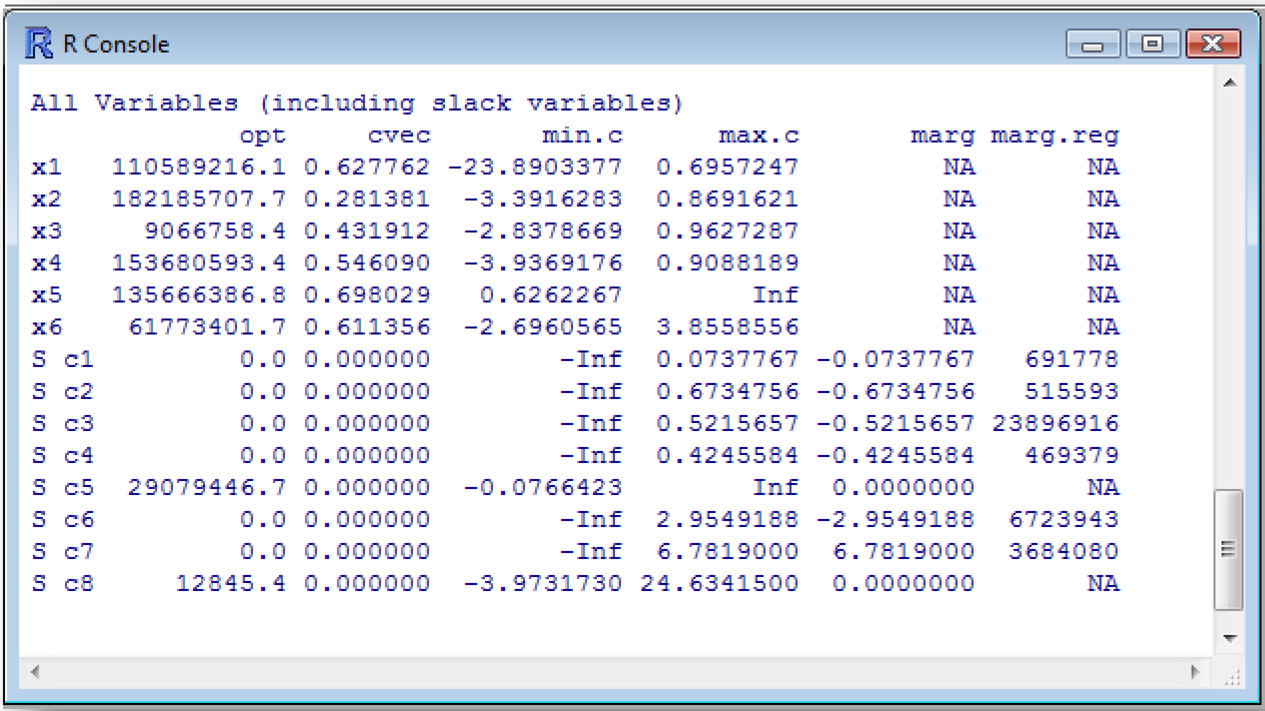
Şekil 3.3. Temel Değişkenler

Her bir kısıtlayıcı fonksiyon için kullanılabilir kaynak kapasitesinin ne kadarının kullanıldığı Şekil 3.4'te sergilenmektedir. "Free (Aylak / Atıl)" başlığı altında beşinci ve sekizinci kısıtlara karşılık gelen değerler pozitif, diğerleri sıfırdır.

```
Constraints
      actual dir      bvec       free      dual   dual.reg
c1  23129057  >=  23129057        0.0 0.0737767   691778.1
c2 128131342  >= 128131342        0.0 0.6734756   515593.1
c3   1313863  >=   1313863        0.0 0.5215657 23896916.4
c4  87593793  >=  87593793        0.0 0.4245584   469379.0
c5  73988773  >=  44909326 29079446.7 0.0000000 29079446.7
c6  54144775  >=  54144775        0.0 2.9549188  6723942.6
c7  92431093  <=  92431093        0.0 6.7819000  3684080.4
c8  25214764  <=  25227609    12845.4 0.0000000    12845.4
```

Şekil 3.4. Kısıtlayıcı Fonksiyonlar

Şekil 3.4.'te görüldüğü gibi, C_1, C_2, C_3, C_4, C_6 ve C_7 kısıtlarında kullanılabilir kaynak miktarlarının tamamı kullanılmıştır. C_5 ve C_8 kısıtlarında ise sırası ile, 29.079.446,7 ve 12.845,4 milyar TL kullanılmayan atıl kapasite söz konusudur.


R Console

All Variables (including slack variables)

	opt	cvec	min.c	max.c	marg	marg.reg
x1	110589216.1	0.627762	-23.8903377	0.6957247	NA	NA
x2	182185707.7	0.281381	-3.3916283	0.8691621	NA	NA
x3	9066758.4	0.431912	-2.8378669	0.9627287	NA	NA
x4	153680593.4	0.546090	-3.9369176	0.9088189	NA	NA
x5	135666386.8	0.698029	0.6262267	Inf	NA	NA
x6	61773401.7	0.611356	-2.6960565	3.8558556	NA	NA
S c1	0.0	0.000000	-Inf	0.0737767	-0.0737767	691778
S c2	0.0	0.000000	-Inf	0.6734756	-0.6734756	515593
S c3	0.0	0.000000	-Inf	0.5215657	-0.5215657	23896916
S c4	0.0	0.000000	-Inf	0.4245584	-0.4245584	469379
S c5	29079446.7	0.000000	-0.0766423	Inf	0.0000000	NA
S c6	0.0	0.000000	-Inf	2.9549188	-2.9549188	6723943
S c7	0.0	0.000000	-Inf	6.7819000	6.7819000	3684080
S c8	12845.4	0.000000	-3.9731730	24.6341500	0.0000000	NA

Şekil 3.5. Tüm Değişkenlerin Optimal Çözüm Değerleri

Bu atıl kapasiteler, Şekil 3.5.'te tüm değişkenlerin optimal çözüm değerleri sütununda da görülmektedir. Bu sütunda problemin orijinal karar değişkenleri ile birlikte atıl kapasite miktarlarını veren S_5 ve S_8 değişkenleri de pozitif değer almışlardır. Şekil 3.5.'te önem arz eden bir diğer bilgi ise, "marg" sütununda yer alan her bir kısıtlayıcının sağ taraf sabitinde meydana gelecek bir birimlik artışın amaç fonksiyonunda yaratacağı etkileri gösteren değerlerdir. Bu değerler incelendiğinde, C_7 kısıtında pozitif, C_1, C_2, C_3, C_4 ve C_6 kısıtlarında negatif yönlü etkiler söz konusudur. C_5 ve C_8 kısıtlarında ise ilgili değişiklikler herhangi bir etki yaratmamaktadır.

SONUÇ

Bu çalışmada 2002 Türkiye Girdi-Çıktı tablolarından yararlanılarak doğrusal programlama yöntemi ile milli gelirin maksimize edilmesi amaçlanmıştır.

Çizelge 3.1. 2002 Girdi-Çıktı Tablosu Değerleri ile Doğrusal Programlama Analizi Sonucu Elde Edilen Optimal Çözüm Değerlerinin Karşılaştırılması (milyar TL cinsinden)

Sektörler	*Tutarlılık Planlaması*	*Etkenlik Planlaması*
Tarım, avcılık, ormancılık ve balıkçılık	51946913	110589216
Sanayii ve enerji	250457257	182185707
İnşaat	32439902	9066758
Toptan ve perakende ticaret, otel, lokanta, ulaştırma ve haberleşme	169827364	153680593
Mali kuruluşlar, emlakçılık, kiralama ve iş faaliyetleri	83221597	135666386
Diğer hizmet faaliyetleri	57892587	61773401
Gayrisafi Katma Değer	303320435	340991349

Çizelge 3.1.'de tutarlılık planlaması olan 2002 Girdi-Çıktı tablosu değerleri ile etkenlik planlaması başlığı altındaki doğrusal programlama ile elde edilen optimal çözüm değerleri karşılaştırılmıştır.

Sonuçlar genel itibariyle incelendiğinde; tarım, mali kuruluşlar ve diğer hizmet faaliyetleri sektörlerinin üretimlerinin belirli oranlarda arttırılması ve sanayi, ticaret ve inşaat sektörlerinin üretimlerinin belirli oranlarda azaltılması ile milli gelirde en az % 10'luk bir artış sağlanması mümkün görülmektedir.

Avrupa Birliği'ne üye ülkelerden gelişmiş olanları incelendiğinde; Tarım, Hizmet ve Mali Kuruluşlar sektörlerinin daha fazla önem kazandığı ve bunların milli üretimde paylarının daha yüksek olduğu görülmektedir. Günümüz Türkiye'sinde ise, finansal ve diğer hizmet faaliyetlerini arttırıcı politika ve söylemler oluşmakta, ancak tarım yeterince dikkate alınmamaktadır.

Diğer taraftan, mali kuruluşlar sektöründe yüksek bir atıl kapasite söz konusudur. Sermayede de benzer şekilde düşük oranda bir atıl kapasite ortaya çıkmaktadır. Hizmet gelirleri ve rantlarda sermaye birikimi, beklenen ve istenen bir özellik olacaktır.

Mevcut ekonomik yapıda, tarım, sanayi, inşaat, ticaret ve diğer hizmet faaliyetleri sektörlerinde nihai tüketim ve ihracat toplamlarının birer birim (1 milyar TL) artması, milli gelirde düşüşlere neden olacaktır. Bu düşüşlerde en etkili olan sektör diğer hizmet faaliyetleridir. Mali kuruluşlar ile sermaye taleplerinin değişmesi, milli gelirde bir değişikliğe neden olmamaktadır. İşgücündeki bir birimlik artışın milli gelire katkısı, mevcut durumundan yaklaşık yedi kat fazla olacaktır. Bu ise, Türkiye sanayi ve imalatının hala emek-yoğun bir yapısının olduğunun en önemli göstergesidir.

Girdi-Çıktı analizi bir tutarlılık modelidir ve bu tutarlılık tablolarından hareketle doğrusal programlama yöntemi, bir diğer deyişle etkenlik planlaması ile milli gelirin maksimum kılınması amacıyla ekonomideki kaynakların sektörlere optimal dağılımının nasıl planlanması gerektiği analiz edilmiştir.

Bu çalışmada etkenlik analizi için doğrusal programlama yöntemi kullanılmıştır. Şüphesiz doğrusal programlama dışında, doğrusal olmayan programlama veya dinamik programlama gibi farklı yöntemler de girdi-çıktı çözümlemeleri için kullanılabilir.

KAYNAKÇA

Afşar B., 2006. Girdi-Çıktı Ekonomileri ve Sektörler Arası İlişki, İpekyolu Dergisi. http://www.kto.org.tr/tr/dergi/dergiyazioku.asp?yno=774&ano=64 28.06.2010.

Altan Ş., 1996. "Girdi-Çıktı Analizinde Girdi Katsayılarının Tahmininde Değişik Bir Yöntem ve Uygulaması", *Doktora Tezi*, Gazi Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Ankara.

Aydoğuş O., 1999. Girdi-Çıktı Modellerine Giriş, Gazi Kitabevi, Ankara.

Bozdağ N. ve Altan Ş., 1995. İktisadi Kalkınma Planlamasında Doğrusal Programlama Model Yaklaşımı, *II. Ulusal Ekonometri ve İstatistik Sempozyumu Bildirileri*, Dokuz Eylül Üniversitesi, İzmir, 1-2 Haziran, s.219-228.

Can T., 2006. Sektörler Arası İlişkilerin Markov Zincirleri ile Analizi ve Tahmini: Türkiye Örneği, Derin Yayınları, İstanbul.

Cinemre N., 2004. Doğrusal Programlama, Beta Basım Yayım Dağıtım A.Ş., İstanbul.

Dantzig G. ve Thapa M.N., 1997. Linear Programming 1: Introduction, Springer, New York.

Esen Ö., 2008. Uygulamalı Yöneylem Araştırması Yöneticiler İçin Bilgisayar Destekli Karar Modelleri Excel İle Modelleme ve Çözüm Uygulamaları, Çağlayan Kitabevi, İstanbul.

Gass S.I., 1969. Linear Programming Methods And Applications, McGraw-Hill Company, USA.

Kandiller L., 2007. Principles of Mathematics in Operations Research, Springer, New York.

Kara İ., 2000. Doğrusal Programlama, Bilim Teknik Yayınevi, Ankara.

Kılıçbay A., 1990. İktisadi Planlama, İstanbul Üniversitesi İktisat Fakültesi, İstanbul.

Öney E., 1980. İktisadi Planlama, Ankara Üniversitesi Siyasal Bilgiler Fakültesi Yayınları, Ankara.

Öztürk A. ve Aslanoğlu M., 1998. Ekonomik Planlama, Ekin Kitabevi Yayınları, Bursa.

Paya M., 1997. Makroiktisat, Filiz Kitabevi, İstanbul.

Raa T., 2005. The Economics of Input-Output Analysis, Cambrigde University Press, New York.

Sezen H.K., 2007. Yöneylem Araştırması, Ekin Yayınevi, Bursa.

Soyak A., 2006. Ulusaldan Uluslarüstüne İktisadi Planlama ve Türkiye Deneyimi, Der Yayınları, İstanbul.

Taha H.A., 2000. Yöneylem Araştırması, Çev. Ş. Alp Baray ve Şakir Esnaf, Literatür Yayınları, İstanbul.

Tulunay Y., 1991. Matematik Programlama ve İşletme Uygulamaları, İstanbul Üniversitesi Yayını, İstanbul.

TÜİK, 2008. Arz-Kullanım ve Girdi-Çıktı Tabloları 2002, Ankara.

EK A

Önerme 1:

Konveks kümelerin kesişimi de konvekstir.

İspat:

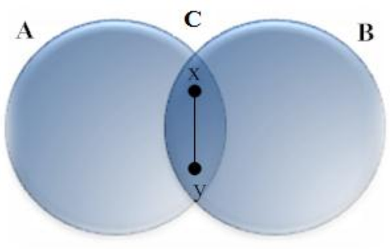
A ve B konveks iki küme olsun. A ve B kümelerinin kesişimi C ile gösterilsin ve C'ye ait iki nokta ele alınsın.

$$x, y \in C = \mathrm{A} \cap \mathrm{B}$$

Konvekslik koşulunun sağlanıp sağlanmadığını incelemek için x ve y noktalarının konveks birleşimi ile z noktası elde edilsin.

$$z = \lambda x + (1 - \lambda) y \qquad \lambda \in [0,1]$$

A ve B kümeleri konveks olduğundan, aynı zamanda da x ve y noktaları hem A hem de B kümesine ait olduğundan, z noktası her iki kümenin de elemanıdır. Dolayısıyla A ve B kümesinin kesişimi olan C kümesinde bulunan x ve y noktalarının konveks birleşimi ile elde edilen doğru parçası yine C bölgesine aittir. Bu durumda konveks kümelerin kesişimi de konvekstir sonucu doğar.



Şekil A.1. Konveks Bölgelerin Kesişimi

Önerme 2:

Hiperdüzlemler konvekstir.

İspat:

$$H = \{x | ax = b\}$$

H kümesine ait iki noktayı göz önüne alalım.

$x', x'' \in H$ olsun.

$$x''' = \lambda x' + (1-\lambda)x'', \quad \lambda \in [0,1]$$

$$ax''' = a\lambda x' + a(1-\lambda)x''$$

$$ax''' = \lambda b + (1-\lambda)b$$

$$ax''' = b$$

Dolayısıyla $x''' \in H$ olduğundan H kümesi konvekstir.

Önerme 3:

Yarı uzaylar konvekstir.

İspat:

$$Y_k = \{x | ax \leq b\}$$

Y_k kümesinden iki nokta ele alalım.

$x', x'' \in Y_k$ olsun.

$$x''' = \lambda x' + (1-\lambda)x'', \quad \lambda \in [0,1]$$

$$ax''' = a\lambda x' + a(1-\lambda)x''$$

$$a\lambda x' \leq \lambda b$$

ve

$$a(1-\lambda)x'' \leq (1-\lambda)b$$

olduğundan,

$$ax''' \leq \lambda b + (1-\lambda)b$$

$$ax''' \leq b$$

elde edilir. Dolayısıyla $x''' \in Y_k$ olduğundan Y_k kümesi konvekstir.

Açık yarı uzaylar için de aynı işlemler uygulanarak konveks oldukları ispatlanabilir.

Uç Nokta Teoremi:[55]

En küçükleme türünde bir doğrusal programlama probleminin en iyi çözümü x_0'da elde ediliyor olsun. Bu durumda tüm uygun çözümler için,

$$f(x_0) \leq f(x) \qquad (1)$$

olacaktır. Eğer x_0 bir uç nokta değil ise, uygun çözüm alanının x_1 ve x_2 gibi iki noktasının konveks birleşimi olarak yazılabilir. Yani, $x_0 \neq x_1 \neq x_2$ olmak üzere,

$$x_0 = \lambda x_1 + (1-\lambda)x_2 \qquad \lambda \in [0,1]$$

elde edilir. $f(x)$ doğrusal bir fonksiyon olduğundan,

$$f(x_0) = \lambda f(x_1) + (1-\lambda)f(x_2)$$

yazılır. x_1 ve x_2 noktalarındaki değerler arasında ya $f(x_1) \leq f(x_2)$ ya da $f(x_1) \geq f(x_2)$ ilişkisi gerçekleşir. Eğer $f(x_1) \leq f(x_2)$ ise,

$$f(x_0) = \lambda f(x_1) + (1-\lambda)f(x_2)$$

eşitliğinde $f(x_2)$ yerine ona eşit veya daha küçük bir değer konulursa,

$$f(x_0) \geq \lambda f(x_1) + (1-\lambda)f(x_1)$$

eşitsizliği elde edilir. Uygun işlemler ile,

$$f(x_0) \geq f(x_1) \qquad (2)$$

sonucuna ulaşılır.

(1) ve (2) numaralı eşitsizlikler birlikte ele alındığında,

$$f(x_0) = f(x_1)$$

olduğu görülür. Bu eşitlik (1) numaralı eşitsizlikle çelişmektedir ve bu durum, x_0'ın x_1 ile x_2'nin konveks birleşimi şeklinde ifade edilemeyeceğini göstermektedir. O halde, x_0 bir uç noktadır.

Şimdi ikinci özelliği kanıtlamak için en küçükleme biçimindeki bir doğrusal programlama probleminin en iyi çözümlerinin x_0 ve x_0' noktalarında elde edildiğini varsayalım. O halde,

$$f(x_0') = f(x_0) \leq f(x)$$

---

[55] Kara, ss.40-41.

olacaktır. x_0 ve x'_0 noktaları doğrusal programlama problemine ait tüm kısıtlayıcı fonksiyonları sağladıklarından, bu iki noktanın konveks birleşimi olan,

$$x = \lambda x'_0 + (1-\lambda)x_0 \qquad \lambda \in [0,1]$$

her x noktası da modeldeki kısıtlayıcıları sağlayacaktır. Dolayısıyla, bu noktalar da problemin uygun çözüm noktaları olur.

$$x = \lambda x'_0 + (1-\lambda)x_0 \qquad \lambda \in [0,1]$$

eşitliğinden,

$$f(x) = \lambda f(x'_0) + (1-\lambda)f(x_0)$$

yazılarak, $f(x'_0) = f(x_0)$ olduğu göz önüne alınırsa,

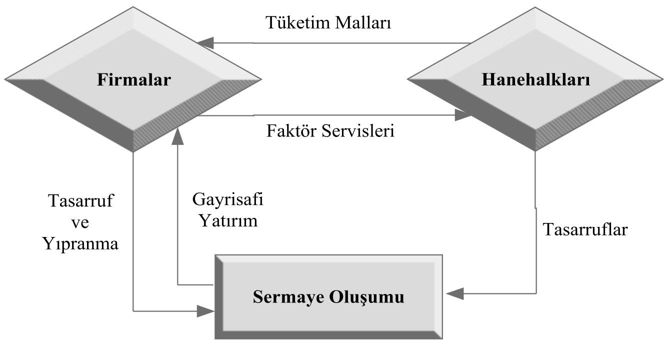
$$f(x) = \lambda f(x_0) + (1-\lambda)f(x_0) = f(x_0)$$

elde edilir. Yani, amaç fonksiyonu en iyi değerini birden fazla uç noktada alıyorsa, bu noktaların her konveks birleşimi de en iyi çözümü verir.

EK B

İktisadi Faaliyetlerin Ölçümü ve Çembersel Akım Şeması:

Ekonominin hane halkları ve firmalar olmak üzere iki kesimden oluştuğu varsayımı altında ekonomideki ekonomik faaliyetlerin akışı şu şekilde olacaktır: Hane hakları firmalara arz ettikleri faktör servisleri karşılığında faktör geliri elde ederler. Bu gelirlerinin bir kısmını firmalardan satın aldıkları tüketim malları ve hizmetler için harcarlarken bir kısmını da tasarruf ederler. Firmalar ise, hane halklarından satın aldıkları faktör servisleri karşılığında ödeme yaparlar (işgücü için ücret, sermaye için faiz, toprak için rant ve girişimcilik için kar), diğer firmalardan satın aldıkları yatırım malları için yatırım harcaması yaparlar, hane halklarına sattıkları tüketim malları ve hizmetlerinden gelir elde ederler ve yatırım harcamaları için borçlanırlar. Firmalar ve hane halkları arasındaki faaliyetler mal(ve hizmet) piyasaları, faktör piyasaları ve mali piyasalar olmak üzere üç tip piyasada gerçekleşir. Bu piyasalarda gerçekleşen işlemler sırasıyla kapalı ekonomi ve açık ekonomi olarak Şekil B.1. ve Şekil B.2.'de gösterilmiştir.



Şekil B.1. Kapalı Ekonomide Çembersel Akım Şeması

Kapalı ekonomilerde sermaye oluşumu kavramı göz ardı edildiğinde kapalı akım aksiyomuna göre;

toplam faktör geliri = toplam tüketim harcaması

eşitliği sağlanır. Ancak, Şekil B.1.'de gösterildiği gibi, hanehalklarının tasarrufları, firmaların gayrisafi yatırımları hesaba dahil edildiğinde toplam hasıla (Y), tüketim(C) ve yatırım(I) harcamalarının toplamı olacaktır. Gayrisafi yatırım, firmaların yeni makine, teçhizat, tesis, vb.'ne yaptıkları net yatırımları ile hâlihazırda bulunan sermayenin eskime ve yıpranmalarını karşılamak için yapılan amortismanların (yenileme yatırımları) toplamını ifade eder.

Diğer taraftan hanehalkları ve firmalar gelirlerinin tamamını harcamayıp bir kısmını tasarruf edebilirler. Bu durumda toplam gelir (Y), tüketim(C) ile tasarrufun(S) toplamından oluşacaktır. Dikkat edilirse, Y hem üretilen mal ve hizmetlerin toplam değerini hem de tüm faktör gelirlerinin toplamını temsil etmektedir.

Yukarıda ifade edilenler matematiksel biçimde ifade edilirse;

$$Y = C + I$$

$$Y = C + S$$

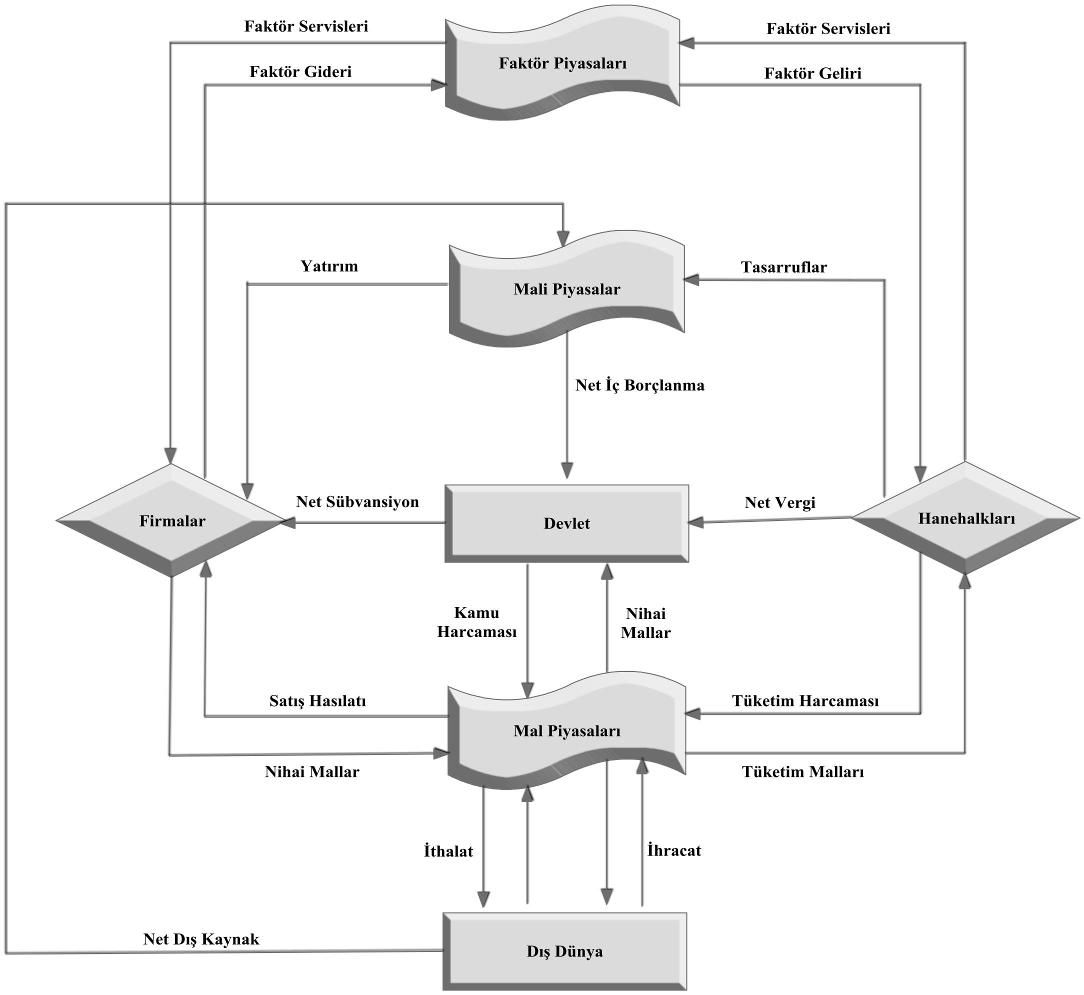
Bu iki denklemden;

$$I = S$$

yatırım-tasarruf eşitliği elde edilir.

Açık ekonomide ise, devlet firmalardan tüketim ve yatırım malları satın alarak harcama (G) yapar. Devlet, firmalardan, hanehalklarından vergi elde eder ve firmalara sübvansiyon, hanehalklarına ise transfer ödemeleri yapar. Sübvansiyon, devletin ekonomiyi desteklemek adına kişi ya da kurumlara mal, para veya hizmet biçiminde yaptığı karşılıksız yardımlardır. Transfer ödemeleri ise, devletin mal, hizmet ya da işgücü karşılığı olmaksızın hane halklarına yaptığı ödemelerdir. İşsizlik sigortası, ekonomik açıdan güçsüz kişilere yardım yapılması transfer ödemelerinde örnek gösterilebilir. Vergi gelirleri ile sübvansiyon giderleri arasındaki fark net vergiyi (T) verir.

Dış dünya ile bağlantılar incelendiğinde, firmaların gerçekleştirdiği ihracat (E), ithalat (M) ve faktör akımı (işgücü ve sermaye akımı) söz konusudur. Şekil B.2'de açık ekonomide gerçekleşen işlemler ana hatlarıyla gösterilmiştir.



Şekil B.2. Açık Ekonomide Çembersel Akım Şeması

Açık ekonomide de temel eşitlik; yani toplam harcamaların toplam gelire eşitliği geçerlidir. Tüketim harcamaları (C) , yatırım harcamaları (I), devletin tüketim ve yatırım harcamaları (G) ve ihracat harcamaları (E) harcamalar kısmını oluştururken, gelir kısmında hane halklarının elde ettiği faktör gelirleri yer alır. Dolayısıyla eşitlik;

$$Y=C+I+G+E$$

şeklinde olur.

ÖZGEÇMİŞ

Bilge ÖZLÜER, 5 Ekim 1985 tarihinde İzmir'de doğmuştur. Lise eğitimini Pertevniyal Anadolu Lisesi'nde tamamladıktan sonra Kadir Has Üniversitesi Fen-Edebiyat Fakültesi İstatistik ve Bilgisayar Bilimleri (Burslu) bölümünü kazanmıştır. Lisans eğitiminin üçüncü yarıyılında "Çift Anadal Programı" kapsamında Bilgisayar Mühendisliği ve "İkinci Üniversite" yönetmeliği uyarınca Anadolu Üniversitesi Açıköğretim İktisat Fakültesi Kamu Yönetimi bölümlerinde lisans eğitimi almaya hak kazanmıştır. İstatistik ve Bilgisayar Bilimleri eğitimini Bölüm İkincisi olarak tamamlamıştır. Lisans eğitimlerinden mezun olduktan sonra, 2008 yılında Mimar Sinan Güzel Sanatlar Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü İstatistik Anabilim Dalı'nda yüksek lisans eğitimine başlamıştır. Ocak 2010'da Mimar Sinan Güzel Sanatlar Üniversitesi İstatistik Bölümü İstatistik Teorisi Anabilim Dalı'na araştırma görevlisi olarak atanmıştır ve halen bu görevine devam etmektedir.