

T. C.
KIRIKKALE ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

127439

İNŞAAT ANABİLİM DALI
YÜKSEK LİSANS TEZİ

**TC. YÜKSEKÖĞRETİM KURULU
DOKÜMANTASYON MERKEZİ**

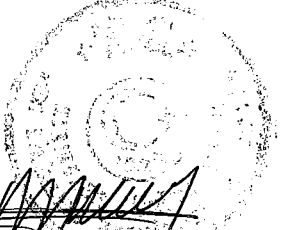
ÇELİK PLAKALAR İLE GÜÇLENDİRİLMİŞ BETONARME KİRİŞLERİN
MODELLENMESİ VE SONLU ELEMANLAR METODU İLE ANALİZİ

YASİN ÇAĞLAR

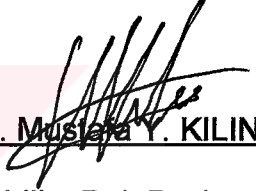
127439

TEMMUZ 2002

Fen Bilimleri Enstitü Müdürünün onayı

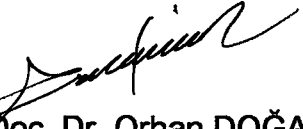

Prof. Dr. Yakup ARICA
Müdür

Bu tezin Yüksek Lisans tezi olarak İnşaat Anabilim Dalı standartlarına uygun olduğunu onaylarım.


Prof. Dr. Mustafa Y. KILINÇ
Anabilim Dalı Başkanı

Bu tezi okuduğumuzu ve Yüksek Lisans tezi olarak bütün gereklilikleri yerine getirdiğini onaylarız.

**TC. YÜKSEKÖĞRETİM KURULU
DOKÜMANTASYON MERKEZİ**

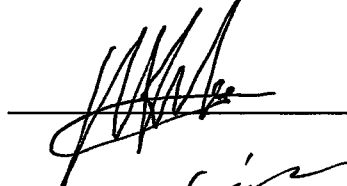

Yrd. Doç. Dr. Orhan DOĞAN
Danışman

Jüri Üyeleri

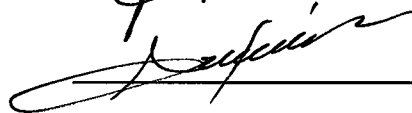
Prof. Dr. Abdüssamet ARSLAN



Prof. Dr. Mustafa Yılmaz KILINÇ



Yrd. Doç. Dr. Orhan DOĞAN



ÖZET

ÇELİK PLAKALAR İLE GÜÇLENDİRİLMİŞ BETONARME KİRİŞLERİN MODELLENMESİ VE SONLU ELEMANLAR METODU İLE ANALİZİ

ÇAĞLAR, Yasin

Kırıkkale Üniversitesi

Fen Bilimleri Enstitüsü

İnşaat Anabilim Dalı, Yüksek Lisans Tezi

Danışman : Yrd. Doç. Dr. Orhan DOĞAN

Temmuz 2002, 101 sayfa

Deprem veya yük artışlarından dolayı hasara uğramış, taşıma kapasitesi azalmış betonarme kirişlerin onarım/güçlendirilmesinde çelik plakalar kullanılmaktadır. Bu plakaların kirişlere uygulanmasında karşılaşılan dezavantajlardan biri yapıştırılan plakaların uçlarında meydana gelen kayma ve normal gerilmelerden dolayı oluşan ayrılma sonucu erken ve ani kırılmanın meydana gelmesidir.

Plaka uçlarında meydana gelen normal ve kayma gerilmelerini etkileyen faktörlerden ikisi olan epoksi tabakasının ve çelik plakanın kalınlığı bu çalışmanın konusunu oluşturmaktadır.

Bu çalışmada, iki farklı kalınlıkta epoksi ve çelik plaka ile güçlendirilmiş betonarme kirişin düzgün yayılı yük altındaki davranışları Ansys sonlu

elemanlar programı ile analiz edilmiştir. Plaka uçlarında meydana gelen normal ve kayma gerilmeleri, iki boyutlu düzlemsel elemanlar yardımıyla modellenen kirişin analizinden elde edilerek farklı epoksi yapıştırıcısı ve çelik plaka kalınlığına sahip iki durum karşılaştırılmıştır. Plaka ve epoksi katmanı kalınlığının gerilmelerde nasıl bir değişime yol açtığı incelenmiştir.

Daha önce yapılmış çalışmalar sonucu elde edilen bulgular ile analiz sonuçları karşılaştırıldığında sonuçların uyumlu olduğu görülmüştür.

Yapılan analizler sonucu plaka ve epoksi tabakasının kalınlıklarının gerilmelerde aşırı artımlara yol açmamakta ancak artan plaka ve epoksi tabakası ile plaka ucundan kiriş ortasına doğru normal ve kayma gerilmelerindeki azalma daha yavaş olmaktadır.

Anahtar Kelimeler : Onarım, Güçlendirme, Epoksi, Çelik Plaka, Ansys,

ABSTRACT

MODELLING AND FINITE ELEMENT ANALYSIS OF REINFORCED CONCRETE BEAMS STRENGTHENED BY EPOXY BONDED STEEL PLATES

ÇAĞLAR, Yasin

Kırıkkale University

Graduate School of Natural and Applied Sciences

Department of Civil Engineering, M. Sc. Thesis

Supervisor : Asst. Prof. Dr. Orhan DOĞAN

July 2002, 101 pages

Steel plates are used in repair/strengthening of damaged reinforced concrete beams that their flexural or shear capacity have been reduced due to earthquakes or load increments. One of the disadvantages met during application of these plates is occurrence of premature and sudden fractures at the end of the plates. Because of peeling resulting from shear and normal stresses.

Thicknesses of the epoxy layer and plate that effects the normal and shear stresses at the end of the plate are the subjects of this study.

In this study, the behaviour of reinforced beam under uniformly distributed load condition is analysed by using Ansys finite elements program. The normal and shear stresses at the end of the plate are compared for various epoxy layer and plate thicknesses by using two dimensional planar finite elements. Variation of the normal and shear stresses due to plate and epoxy layer thicknesses' change is studied.

It is seen that obtained results are in accordance with the results of past studies.

As a result of analysis it is observed that epoxy layer and plate thicknesses are not causing excessive increases in normal and shear stresses. However with increase in plate and epoxy layer thicknesses, the decrease in stresses toward beam mid-span occurs slower.

Key Words : Repair, Strengthen, Epoxy, Steel Plates, Ansys

TEŞEKKÜR

Tez çalışmasında değerli fikir ve yönlendirmeleriyle yardımcı olan danıőmanım Yrd. Doç. Dr. Orhan DOĞAN 'a, sonlu elemanlar ve programın kullanılması konularındaki katkılarıyla Mak. Y. Müh. Alattin AKTAŐ ve İnő. Y. Müh. Osman KILIÇ 'a, bugünkü bilgi seviyesine ulaőmama katkısı bulunan tüm ğretim elemanlarına, yardım ve manevi desteklerini esirgemeyen eőim Eda 'ya, tüm arkadaőlarıma ve özellikle de aileme teşekkür ederim.

ŞEKİLLER DİZİNİ

Şekil 2.1. Yerel Koordinatlarda İki Boyutlu Kenarları Düz ve Parabolik Sonlu Eleman Modelleri	10
Şekil 2.2. İki Boyutlu Diğer Eleman Tiplerinden Bazıları	11
Şekil 2.3. Üç Boyutlu Eleman Tiplerine Örnekler	11
Şekil 2.4. İki Boyutlu İzoparametrik Sonlu Eleman Tipleri	12
Şekil 2.5. Üç Boyutlu Kiriş Elemanı	13
Şekil 2.6. Hognestad modeli σ - ϵ eğrisi	16
Şekil 2.7. Kent ve Park modeli σ - ϵ eğrisi	17
Şekil 2.8. Geliştirilmiş Kent ve Park modeli σ - ϵ eğrisi	18
Şekil 2.9. Sheikh ve Üzümeri Sargılı Beton Modeli σ - ϵ Eğrisi	20
Şekil 2.10. Thompson ve Park modeli σ - ϵ eğrisi	21
Şekil 2.11. Çekme Altındaki Beton için Malzeme Modeli	22
Şekil 2.12. Donatı Çeliği için Gerilme – Gerinme Modelleri	24
Şekil 2.13. Birim boyutlu kübe uygulanan gerilmeler	25
Şekil 2.14. Kiriş Güçlendirmesinde Eski ve Yeni Donatının V ve Z Demirleri ile Birbirine Bağlanması	30
Şekil 2.15. Pozitif Moment Taşıma Gücünü Artırmak için Kiriş Altına Levha Yapıştırma	31
Şekil 2.16. Kesme Kuvveti Taşıma Gücünü Artırmak için Kiriş Yanına Levha Yapıştırma	32
Şekil 2.17. Moment ve Kesme Durumu için Kiriş Yanına ve Altına Levha Yapıştırma	32

Şekil 2.18. Epoksi Yapıştırma İşlemi için Özel Baskı Düzeni	33
Şekil 2.19. Kiriş Eğik Çatlağının Onarımında Mekanik Bağlayıcı Kullanılması	34
Şekil 2.20. Plaka Sıyrılmasından Kaynaklanan Göçme	36
Şekil 2.21. Beton Kabuğunun Yırılması Sonucu Oluşan Göçme	36
Şekil 2.22. Plakalı Kiriş Kesiti	37
Şekil 2.23. Güçlendirilmiş Kiriş ve Kesiti	42
Şekil 2.24. Kirişin Diferansiyel Parçalanmış Hali	43
Şekil 2.25. Basit Mesnetli Kiriş Yükleme Şekilleri	51
Şekil 2.26. Güçlendirilmiş Kesitteki Kuvvetler	61
Şekil 2.27. Denge Yük Durumu İçin Gerinim ve Kuvvetler	61
Şekil 2.28. Güçlendirilmiş Kiriş ve Kesiti	69
Şekil 2.29. Simetrik Yarım Model	69
Şekil 2.30. Plaka Ucu Alanların Büyütülmüş Hali	70
Şekil 2.31. Modelin Eleman Ağı Oluşturulmuş Hali	70
Şekil 2.32. Plaka Ucu Eleman Ağı Sıklaştırması	71
Şekil 2.33. Kirişe Sınır Şartlarının Uygulanışı	71
Şekil 3.1. Kirişin Analiz Sonrası Deforme Olmuş Hali	72
Şekil 3.2. Plaka Ucu Kayma Gerilmesi Konturları	73
Şekil 3.3. Plaka Ucu Normal Gerilme Konturları	73
Şekil 3.4. Beton – Epoksi Arasındaki Kayma Gerilmesi	75
Şekil 3.5. Plaka Ucu Beton – Epoksi Arasındaki Kayma Gerilmesi	75
Şekil 3.6. Beton – Epoksi Arasındaki Normal Gerilmeler	76
Şekil 3.7. Plaka Ucu Beton – Epoksi Arasındaki Normal Gerilmeler ...	77
Şekil 3.8. Epoksi Orta Bölgesindeki Kayma Gerilmeleri	78

Şekil 3.9. Plaka Ucu Epoksi Orta Bölgesindeki Kayma Gerilmeleri	78
Şekil 3.10. Epoksi Orta Bölgesindeki Normal Gerilmeler	79
Şekil 3.11. Plaka Ucu Epoksi Orta Bölgesindeki Normal Gerilmeler	80
Şekil 3.12. Epoksi – Plaka Arasındaki Kayma Gerilmesi	81
Şekil 3.13. Plaka Ucu Epoksi – Plaka Arasındaki Kayma Gerilmesi	81
Şekil 3.14. Epoksi – Plaka Arasındaki Normal Gerilmeler	82
Şekil 3.15. Plaka Ucu Epoksi – Plaka Arasındaki Normal Gerilmeler ...	83
Şekil 3.16. 4 mm'lik Plaka Kalınlığı için Kayma Gerilmeleri	83
Şekil 3.17. 4 mm'lik Plaka Kalınlığı için Plaka Ucu Kayma Gerilmeleri	84
Şekil 3.18. 4 mm'lik Plaka Kalınlığı için Normal Gerilmeler	84
Şekil 3.19. 4 mm'lik Plaka Kalınlığı için Plaka Ucu Normal Gerilmeleri	85
Şekil 3.20. 2 mm'lik Plaka Kalınlığı için Kayma Gerilmeleri	85
Şekil 3.21. 2 mm'lik Plaka Kalınlığı için Plaka Ucu Kayma Gerilmeleri	86
Şekil 3.22. 2 mm'lik Plaka Kalınlığı için Normal Gerilmeler	86
Şekil 3.23. 2 mm'lik Plaka Kalınlığı için Plaka Ucu Normal Gerilmeleri	87
Şekil 3.24. 4 mm'lik Plaka Kalınlığı için Beton – Epoksi Arayüzeyinde Kayma ve Normal Gerilmeleri	89
Şekil 3.25. 4 mm'lik Plaka Kalınlığı için Epoksi Orta Bölgesi Kayma ve Normal Gerilmeleri	90
Şekil 3.26. 4 mm'lik Plaka Kalınlığı için Epoksi – Plaka Arayüzeyinde Kayma ve Normal Gerilmeleri	91

Şekil 3.27. Çeşitli Plaka Kalınlıkları için Epoksi – Beton

Arayüzeyinde Kayma ve Normal Gerilmeleri 92



ÇİZELGELER DİZİNİ

Çizelge 2.1. TS500 Beton ve Donatı Çeliği Hesap Dayanımları	23
Çizelge 2.2. Modelde kullanılan Malzeme Özellikleri	68
Çizelge 3.1. Kalınlığa Bağlı Gerilme Değişimi	88



İÇİNDEKİLER

ÖZET	I
ABSTRACT	III
TEŞEKKÜR	V
ŞEKİLLER DİZİNİ	VI
ÇİZELGELER DİZİNİ	X
İÇİNDEKİLER	XI
1. GİRİŞ	1
1.1. Konunun Tanıtımı	1
1.2. Çalışmanın Amacı ve Önemi	3
2. MATERYAL VE YÖNTEM	5
2.1. Materyal	5
2.2. Sonlu Elemanlar Metodu	5
2.2.1. Genel Tanım	6
2.2.2. Sonlu Elemanlar Metodu Çözüm Adımları	7
2.2.2.1. Yapının ya da sürekli ortamın sonlu elemanlara bölünmesi	7
2.2.2.2. Tam Bir İnterpolasyon ya da Yerdeğiştirme Modelinin Seçimi	8
2.2.2.3. Eleman Rijitlik Matrisleri ve Yük Vektörlerinin Türetilmesi	8
2.2.2.4. Sonlu Eleman Modelini Oluşturabilmek için Denklemin Birleştirilmesi	8

2.2.2.5. Bilinmeyen Dügüm Yer Değiştirmeleri	
için Çözüm	8
2.2.3. Çözüm Bölgesinin Elemanlara Bölünmesi	9
2.2.4. İki Boyutlu Düz Kenarlı Eleman Tipleri	10
2.2.5. İki Boyutlu İzoparametrik Sonlu Eleman Tipleri	12
2.3. Malzemeler için Matematiksel Modeller	14
2.3.1. Beton için Matematiksel Modeller	14
2.3.1.1. Hognestad Modeli	15
2.3.1.2. Kent ve Park Modeli	16
2.3.1.3. Geliştirilmiş Kent ve Park Modeli	18
2.3.1.4. Sheikh ve Üzümeri Modeli	19
2.3.1.5. Thompson ve Park Modeli	21
2.3.1.6. Çekme için σ - ϵ Modeli	22
2.3.1.7. TS500 Beton Dayanım Değerleri	23
2.3.2. Donatı Çeliği için Matematiksel Modeller	24
2.4. Gerilme ve Gerinim Bağıntıları	25
2.5. Kirişlerin Taşıma Güçlerinin Artırılması	29
2.5.1. Moment Kapasitesinin Artırılması	29
2.5.1.1. Yeni Donatı ve Beton Katmanı Ekleme	29
2.5.1.2. Kirişlere Levha Yapıştırma ile Güçlendirme ..	30
2.5.2. Kesme Kapasitesinin Artırılması	34
2.5.3. Güçlendirilmiş Betonarme Kirişlerin Göçme Şekilleri ...	35
2.6. Güçlendirilmiş Betonarme Kirişlerin Plaka Ucu	
Kayma ve Normal Gerilme Hesapları	37
2.6.1. Arayüzey Gerilmeleri için Diferansiyel Yaklaşım	41

2.6.1.1. Arayüzey Kayma Gerilmeleri Diferansiyel	
Denklemlerinin Çıkarılması	42
2.6.1.2. Arayüzey Normal Gerilmeleri Diferansiyel	
Denklemlerinin Çıkarılması	47
2.6.1.3. Arayüzey Kayma Gerilmeleri ve Normal	
Gerilmeler için Genel Çözüm	49
2.6.1.4. Sınır Şartlarının Uygulanması	52
2.6.1.4.1. Düzgün Yayılı Yükler için	
Kayma Gerilmeleri	52
2.6.1.4.2. Tek Nokta Yükleme için Kayma	
Gerilmeleri	54
2.6.1.4.3. Çift Nokta Yükleme için Kayma	
Gerilmeleri	57
2.6.1.4.4. Arayüzey Normal Gerilmeleri Üç Yükleme	
Durumu için Genel Tanımlama	58
2.7. Plaka ile Güçlendirilmiş Betonarme Kirişler için Tasarım Yöntemi.	61
2.7.1. Adım 1: Eğilme Tasarımı	62
2.7.2. Adım 2: Plaka – Beton Arayüzey Gerilmeleri	64
2.7.3. Adım 3: Güçlendirilmiş Kirişin Kesme Kapasitesi	67
2.8. Yöntem	68
3. ARAŞTIRMA BULGULARI	72
4. TARTIŞMA VE SONUÇ	93
KAYNAKLAR	96
EK-1	98

1. GİRİŞ

1.1. Konunun Tanıtımı

Betonarme kirişlerde, düşey yüklerden dolayı en çok görülen hasar şekli açıklıkta eğilme kırılmasıdır. Bu kırılma, kirişte boyuna donatının yetersiz oluşu nedeniyle kiriş ortasındaki çekme çatlaklarıyla belirlenmektedir. Kirişlerde çekme bölgesindeki betonda eğilme çatlaklarının oluşması, gerilmelerin akma gerilmesine ulaştığını göstermektedir.

Hasar görmüş, dayanım ve rijitliği deprem, rüzgar, yangın v.b. sebeplerden dolayı değişmiş olan betonarme kirişlerin güçlendirilmesinde sıkça kullanılan yöntemlerden biri de bu tür elemanların alt ve yan yüzeylerine epoksi yapıştırıcısı ile ince çelik plaka yapıştırılmasıdır. Bu uygulama ile eğilme momenti etkisindeki kirişin altında oluşan erken kırılma çatlakları, yapıştırılan ince çelik plakalar yardımıyla azaltılmaktadır.

Konu ile ilgili pek çok çalışma yapılmaktadır. Sheffield Üniversitesinden Prof. Dr. R. N. Swamy, R. Jones ve araştırma grubu ⁽¹⁷⁾ tarafından gerçekleştirilen deneysel ve teorik çalışmalarda plakalı kirişlerin taşıyabileceği maksimum yük kapasitesi, yapısal deformasyonlar, çatlak oluşum düzeyleri ve kirişin dış yüzeylerinde oluşan kopma mukavemetleri ile ilgili geniş test verileri sunulmuştur. Ayrıca plaka bitim noktasında maksimum kayma kapasitesine bağlı olarak, çeşitli plaka kalınlığı ve yükleme durumu için, güçlendirme donatısına kadar olan bölgeyi de içine alacak şekilde, kiriş boyunca oluşabilecek ayrılma ve sıyrılma ile ilgili çeşitli deneysel çalışmalar yapıp teorik yaklaşımlarda bulunulmuştur.

Konu ile ilgili başka bir grup çalışması Cardiff Üniversitesinden Prof. Dr. T. M. Roberts ve Haji-Kazemi ⁽¹⁸⁾ tarafından gerçekleştirilmiştir. Bu çalışmalarda betonarme ile dış yüzeyine bağlanmış olan çelik plaka ara yüzeyleri boyunca oluşan normal ve kesme gerilmelerini önceden hesaplayabilmek ve her bir kirişteki kısmi kompozit davranışı analiz edebilmek için iki aşamalı bir model geliştirmiş, bu model üzerinde, çeşitli varsayım ve yaklaşımlarla hareket ederek temel ampirik denklemler sunulmuştur.

Kral Fahd Üniversitesinden M. Hussain, S. Alfarabi ve çalışma grubunun yapmış olduğu çalışmalarda çelik plakalarla güçlendirilmiş betonarme kirişlerin eğilme kapasitesi ve erken çatlak oluşmuş sistemin bükülme davranışı incelenmiştir. Bu amaçla kesiti ve boyutları belirli betonarme kirişe ankraj vidaları ve/veya epoksi kullanılarak farklı kalınlıkta ve uzunluktaki plakalardan yapılmış modeller üzerine çeşitli yüklemelerde bulunularak kiriş merkezinde meydana gelen çökme değerleri deneysel olarak test edilip grafik analizleri verilmiştir. Plakalı kirişlerde eğilmeden dolayı oluşan erken kırılma çatlakları ile ilgili hesap modeli önerilmiştir.

Cardiff Üniversitesinden O. Vilnay ⁽¹⁹⁾ tarafından gerçekleştirilen teorik çalışmalarda epoksiyle yapıştırılan beton kiriş ile çelik plaka arasındaki etkileşimin elastik analizini yapan analitik bir yöntem sunulmuştur. Bu çalışmada kesme yayılı kuvvetleri ile birlikte ayrışma yayılı kuvvetleri de ayrıntılarıyla incelenmiş ve bunlara ait analitik denklemler çıkarılmıştır. Yapılan teorik çalışmalar sonucunda, büyük ölçüdeki ayrışma kuvvetleri kesme yayılı yükleriyle ortak hareket ettiği tespit edilmiştir. ⁽⁵⁾

Hong Kong Politeknik Üniversitesinden S. T. Smith ve J. G. Teng ⁽⁷⁾'in çalışmalarında çelik plakalar ve FRP (elyaf donatılı plastik) 'ler ile güçlendirilmiş betonarme kirişler için arayüzeylerdeki normal gerilmeler ve kayma gerilmeleri için diferansiyel yaklaşımda bulunularak çeşitli yükleme tipleri için denklemler çıkarılmıştır. Bu çalışmanın diğerlerinden farkı düzgün yayılı yüklemenin, tekli yükleme ve simetrik çift tekil yüklemenin kullanılarak arayüzeylerdeki normal gerilme ve kayma gerilmelerinin bulunabilmesidir.

Hong Kong Politeknik Üniversitesinden S. T. Smith ve J. G. Teng, Southeast Üniversitesinden J. W. Zhang ⁽²⁰⁾ 'ın çalışmalarında ise S. T. Smith ve J. G. Teng S. ⁽⁷⁾ 'in analitik çözümleri kullanılarak farklı sonlu eleman ağı yoğunlukları kullanılarak plaka ucundaki normal ve kayma gerilmeleri bulunmuştur. Sonlu elemanların genişlikleri 0.8 mm ile 0.1 mm arasında değiştirilerek eleman genişliğinin sonuca etkisi araştırılmış daha sık oluşturulmuş eleman ağlarının daha doğru netice verdiği sonucuna ulaşılmıştır. Ayrıca bu çalışmada epoksi kalınlığı, plaka kalınlığı, ve plaka ucundaki epoksi bitim şekillerinin normal ve kayma gerilmelerine olan etkileri de irdelenmiştir.

1.2. Çalışmanın Amacı ve Önemi

Bu çalışmada tekil ve düzgün yayılı yüklerin etkisindeki iki farklı kalınlıkta çelik plaka ile güçlendirmiş betonarme kirişin modellenmesi yapılmış ve sonlu elemanlar metodu kullanılarak analizleri yapılmıştır. Kesiti ve boyutları belli olan kirişlere düzgün yayılı yükler uygulanarak kirişlerin kritik bölgelerindeki yani plaka uçlarındaki normal gerilmeler ve kayma gerilmeleri

incelenmiş sonuçlar grafikler halinde sunularak değerlendirilmiştir. Sonuçların analiz sonuçlarına temel oluşturacak çalışmalar ile karşılaştırılmıştır.

Farklı malzeme özelliklerine sahip betonarme kirişin çelik plakalarla güçlendirilmesine beton, epoksi ve çelik plakanın kompozit çalıştığı varsayılmıştır.

Yükleme durumu ve boyutları belli olan modele düzgün yayılı yük uygulanmıştır. Analizde iki farklı model kullanılmış bu modellerde epoksi ve çelik plakanın kalınlıkları değiştirilerek normal ve kayma gerilmelerine olan etkileri incelenmiştir.

Bu çalışmadaki amaç yapıştırıcı katmanının ve güçlendirme elemanı olan çelik plakanın kalınlığı ile arayüzeylerdeki normal ve kayma gerilmelerini nasıl değiştirdiğinin gözlenmesidir. Gözlemlerin yapılabilmesi için analiz sonrasında Beton-Epoksi, Epoksi Orta Bölgesi ve Plaka-Epoksi bölgelerinden normal ve kayma gerilmeleri değerleri alınarak karşılaştırılmıştır.

2. MATERYAL VE YÖNTEM

2.1. Materyal

Sonlu elemanlar metodu analizlerinde modellemeler ANSYS programı ile yapılmıştır. ANSYS programı son yıllarda kullanımı hızla artan statik, dinamik, akışkanlar, elektrostatik, elektromanyetik, termodinamik ve diğer pek çok alanda kullanılan bir sonlu elemanlar paketidir. Grafik kullanıcı arabirimi ile modellemeler kolayca yapılabilmekte karmaşık geometri modeller için diğer CAD (Bilgisayar destekli tasarım) programlarından dosya ihracı yapabilme özelliğine de sahip bir programdır.

2.2. Sonlu Elemanlar Metodu

Sonlu elemanlar metodu karmaşık mühendislik problemlerinin çözümünde kullanılan bir metod olup ilk olarak 1956 'da uçak yapılarının analizi için geliştirilmiştir. Daha sonraki yıllarda geliştirilerek değişik tipteki uygulamalı bilimlerin ve mühendislik problemlerinin çözümünde de uygulanmıştır. Farklı mühendislik dallarında bu metodun kullanıma sahip olmasının ana sebeplerinden biri, bir kez bir genel bilgisayar programı geliştirildikten sonra giriş bilgisi değiştirilerek herhangi bir problemin çözümü için kullanılabilir olmasıdır.

Sonlu elemanlar metodundaki temel düşünce karmaşık bir problemi daha basit bir şekle dönüştürerek çözüme ulaşmaktır. Gerçek problemin çözümü bulmada daha basit bir şekle dönüştürüldüğü için tam çözüm için

ziyade sadece yaklaşık bir çözüm elde edebilir. Matematiksel metodların varlığıuygulamadaki problemlerin çoğunun tam çözümünü (bazen yaklaşık çözümünü bile) bulmak için yeterli olmamaktadır. Bu nedenle verilen bir problemin tam çözümünün bulunmadığı durumlarda, analitik metodların uygun olmaması sebebiyle Sonlu Elemanlar Metodu sıkça tercih edilmektedir. ⁽¹⁴⁾

2.2.1. Genel Tanım

Sonlu Elemanlar Metodu 'nda katı, sıvı veya gaz gibi gerçek sürekli ortam yada cisim, sonlu eleman denilen ve herbiri kendine has özellikler taşıyan küçük parçaların birleştirilmesiyle oluşur. Bu elemanların düğüm noktaları (node) denilen özel bağlantılar üzerinden birleştirildiği düşünülür. Bağlantıların sağlandığı bu düğümler genellikle elemanların dış sınırlarında bulunur.

Sürekli ortamda değişken alanındaki gerçek değişken (yerdeğiştirme, gerilme, basınç gibi) bilinmediği zaman, sonlu eleman içindeki değişken alanındaki değişkene basit bir fonksiyonla yaklaşılabildiği varsayılır. Bu yaklaşım fonksiyonları (interpolasyon modeli de denilen) düğümlerin değişken alanlarına ait değişkenler içinde tanımlanır. Tüm sürekli ortam için (denge denklemleri gibi) denklem alanı yazıldığında yeni bilinmeyenler değişken alanının düğüm değerleri olacaktır. Genelde matris denklemleri şeklinde olan denklem alanları çözülerek değişken alanın düğüm değerleri bulunabilir.

Sonlu Elemanlar Metodu (SEM), katı cisim alanında ve yapısal mekanikte de çok yaygın bir şekilde kullanılmaktadır. Kirişlerin, çerçevelerin, kabukların, plakaların ve katı cisimlerin elastik, elastoplastik ve viskoelastik analizlerini içine alan bu alandaki değişik problem tipleri SEM ile çözülmektedir. Bu metod kullanılarak yapıların hem statik hem de dinamik analizleri yapılabilmektedir. ⁽¹⁴⁾

2.2.2. Sonlu Elemanlar Metodu Çözüm Adımları

Genel bir sürekli ortam probleminin SEM ile çözümü her zaman belli işlem adımlarından oluşur. Statik yapısal probleme dayanan adımlar şu şekilde sıralanabilir :

2.2.2.1. Yapının ya da Sürekli Ortamın Sonlu Elemanlara Bölünmesi

SEM 'undaki ilk adım, tüm yapının veya tüm yapı alt bölümlerinin bölünmesidir. Analiz edilen yapı uygun elemanlarla modellenmelidir. Elemanların sayısı, tipi, büyüklüğü ve düzenine mantıklı neticeleri sağlayacak şekilde karar verilmelidir. Bu işlem, ön işlemci (preprocessor) olarak isimlendirilen eleman ağı üretme programları (mesh generation) vasıtasıyla kolaylıkla yapılabilir.

2.2.2.2. Tam Bir İnterpolasyon ya da Yer Değiştirme Modelinin Seçimi

Tanımlı herhangi bir yük altındaki karmaşık yapının veya çözümlü tam olarak tahmin edilemediği için, bir elemanda yer değiştirmenin bilinmeyen çözüme yaklaşan uygun bazı çözümlere sahip olabileceği varsayılır.

2.2.2.3. Eleman Rijitlik Matrisleri ve Yük Vektörlerinin Türetilmesi

Varsayılan yerdeğiştirme modelinden faydalanarak "e" elemanın rijitlik matrisi $K^{(e)}$ ve yük vektörünün $P^{(e)}$, ya denge şartları vasıtasıyla ya da uygun bir varyasyonel prensip kullanılarak türetilmesi aşamasıdır.

2.2.2.4. Sonlu Eleman Modelini Oluşturabilmek için Denklemin Birleştirilmesi

Yapı çeşitli sonlu elemanlardan oluştuğu için her bir elemanın rijitlik matrisi ve yük vektörlerinin uygun bir tarzda birleştirilmesi gerekir. Bu işlem,

$$P = K \delta \quad (2.1)$$

şeklinde yazılır.

Burada;

K : Tüm elemanların rijitlik matrislerinin birleştirildiği toplam rijitlik matrisi

δ : Bilinmeyen ve aranan düğüm yer değiştirmelerinin oluştuğu vektör

P : Tüm yapı için düğüm yükleri vektörü

2.2.2.5. Bilinmeyen Düğüm Yer Değiştirmeleri için Çözüm

Denge denklemlerinde sınır şartları uygulanarak yeni denklemleri

$$\delta = K^{-1} P \quad (2.2)$$

şeklinde ifade edilir.

Düğümdeki serbestlik derecelerini elde etmek için cebirsel (2.2) denklemlerinin aynı anda çözülmesi,

Gerilme analizi aşamasında, düğüm noktalarındaki serbestlik değerlerinden ve elemandaki Gauss noktalarındaki yer değiştirme alan interpolasyon fonksiyonlarından elemanlardaki şekil değiştirmelerin hesaplanması ve son olarak şekil değiştirmelerden gerilmelerin hesaplanması :

Son işlemci (postprocessor) olarak adlandırılan çıktı interpolasyon programları, kullanıcıya çıktıyı sıralama ve grafiksel olarak işleme imkanı tanır. ⁽¹⁴⁾

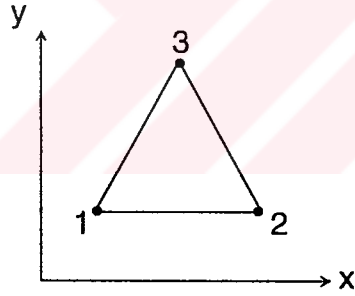
2.2.3. Çözüm Bölgesinin Elemanlara Bölünmesi

Sonlu Elemanlar Metodu 'nun ilk adımını oluşturan çözüm bölgesinin elemanlara bölünmesinde dikkat edilecek bazı hususlar vardır. Bazı değişkenlerin belli çözüm bölgelerinde hızlı gelişmeleri aranan çözümde hatalara neden olur. Bunu ortadan kaldırmak için, bu bölgeler yumuşak bir şekilde daha küçük bölgelere bölünür (h metodu) ya da bu bölgelerdeki elemanlar için farz edilen polinomların mertebeleri yükseltilir (p metodu). Mümkün hallerde h ve p metodları aynı anda kullanılabilir. Sürekli ortamın tamamında aynı tip sonlu eleman modeli kullanılabileceği gibi belli bölgelerde farklı eleman tipleri de aralarında uygun birleştirme şartları sağlanılarak kullanılabilir.

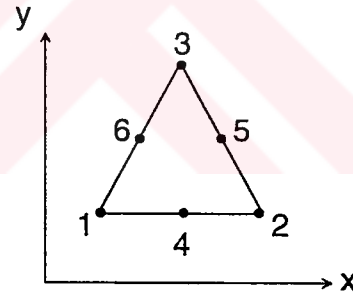
Sonlu eleman modelleri çeşitli sınıflandırmalara tabi tutulmuştur. Eldeki problemin tipine göre, yaygın olarak kullanılan sınıflandırma; tek, iki ve üç boyutlu veya eksene göre simetrik sonlu eleman modelleri şeklindedir. Çoğunlukla eleman tipinin seçiminde cisim geometrisi ve malzeme özelliklerinin tanımlanmasında etkili olan bağımsız koordinatlar gözönünde bulundurulur.

2.2.4. İki Boyutlu Düz Kenarlı Eleman Tipleri

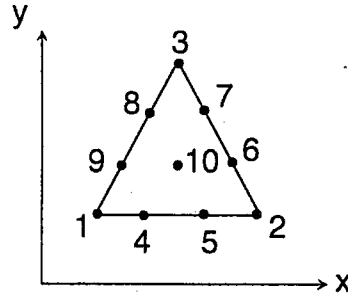
Sonlu elemanlar metodunun ilk gelişmesi esnasında iki boyutlu statik ve dinamik problemlerin çözümünde kullanılan iki boyutlu elemanlar, kenarları her zaman doğru olan üçgen ve dörtgen sonlu elemanlardır.



Üç Düğüm Noktalı (Doğrusal)



Altı Düğüm Noktalı (Parabolik)

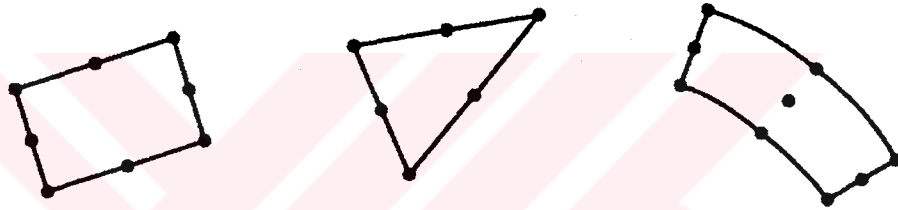


On Düğüm Noktalı (Kübik)

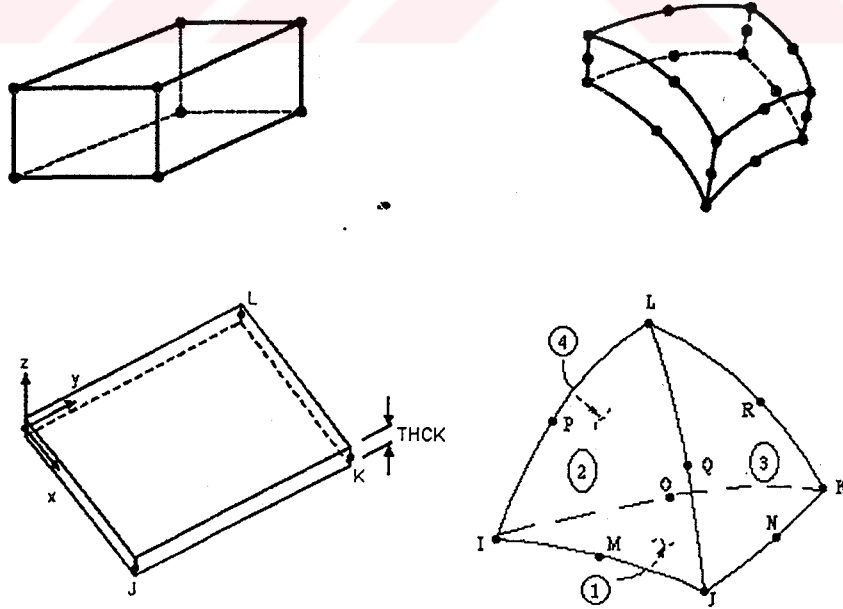
Şekil 2.1. Yerel Koordinatlarda İki Boyutlu Kenarları Düz Ve Parabolik Sonlu Eleman Modelleri

İki boyutlu sonlu eleman tiplerinin en basit ve temel elemanı üçgen sonlu elemanlardır. Şekil (2.1) düz ve parabolik kenarlı üçgen elemanların ayrıntılarını göstermektedir.

İki üçgen elemanın birleştirilmesi ile elde edilebilen dörtgen sonlu elemanlar dört veya daha fazla düğüme sahiptir. Bu elemanlar da deformasyon altında kenarlarının düzgünlüğünü korumak isterler ve deforme olmazlar. Bu da hatalara neden olur. Ayrıca eğrisel sınırları modellemede gerçek sınırı ifade etmek için çok sayıda eleman gerektirir. Bu nedenle bu tip elemanların kullanımı terk edilmiştir.



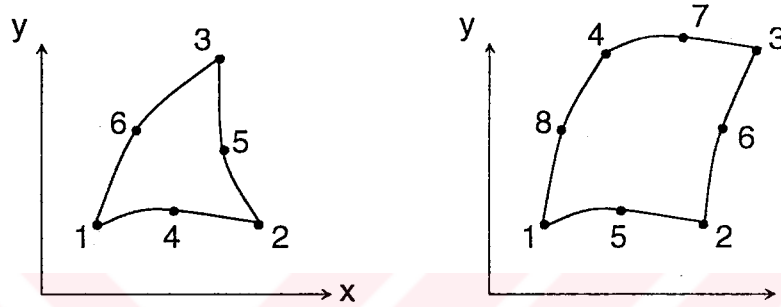
Şekil 2.2. İki Boyutlu Diğer Eleman Tiplerinden Bazıları



Şekil 2.3. Üç Boyutlu Eleman Tiplerine Örnekler

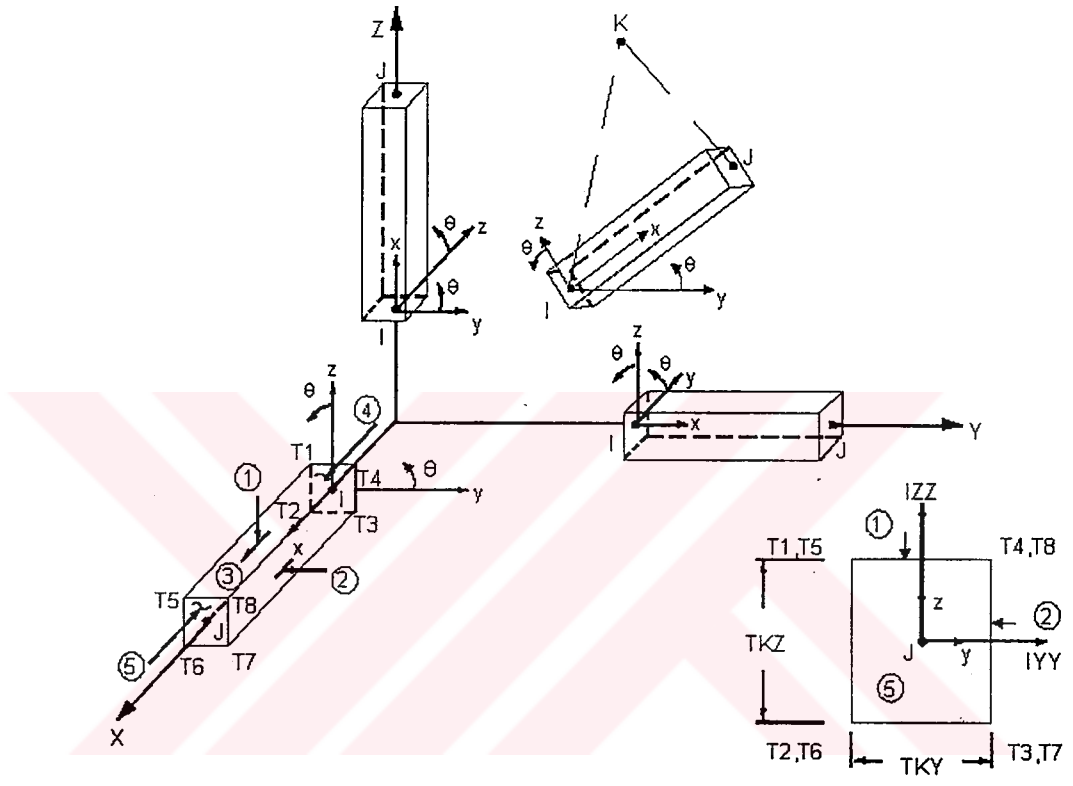
2.2.5. İki boyutlu İzoparametrik Sonlu Eleman Tipleri

Çözüm bölgesinde eğri denklemleri ile ifade edilen sınırları en iyi bir şekilde tanımlamak amacı ile izoparametrik eleman tipleri geliştirilmiştir. İzoparametrik eleman tiplerinin kullanılması ile eleman boyutlarını küçülterek daha çok elemanla çözüme ulaşma zorluğundan kurtulunmuştur.



Şekil 2.4. İki Boyutlu İzoparametrik Sonlu Eleman Tipleri

Düz kenarlara sahip olan sonlu elemanlar lineer elemanlar olarak isimlendirilirken eğri kenarlı olan bu tip elemanlar daha yüksek dereceli elemanlar olarak tanımlanır.



Şekil 2.5. Üç Boyutlu Kiriş Elemanı

2.3. Malzeme için Matematiksel Modeller

Herhangi bir “mukavemet” probleminin çözümünde, gerilme veya kuvvet cinsinden ifade edilen “denge denklemleri” ile, deformasyon cinsinden ifade edilen “uygunluk denklemleri” arasındaki ilişki, ancak kullanılan malzemenin gerilme-birim deformasyon (σ - ϵ) ilişkisinden yararlanılarak kurulur. Denge ve uygunluk denklemleri malzeme özelliklerinden bağımsız olduğundan, çözümdeki hata oranı büyük çapta varsayılan malzeme davranışının, yani σ - ϵ ilişkisinin doğruluğuna bağlıdır. Matematiksel çözümü kolaylaştırmak amacı ile, deneyden elde edilen σ - ϵ eğrileri idealize edilip, basitleştirilerek kullanılır. Idealize edilip basitleştirilen σ - ϵ eğrileri “matematiksel model” olarak adlandırılır. Aşağıdaki bölümlerde beton ve çelik için yaygın olarak kullanılan bazı matematiksel modeller tanıtılacaktır. ⁽⁹⁾

2.3.1. Beton için Matematiksel Modeller

Betonun σ - ϵ eğrisinin çok sayıda değişkenden etkilendiği, bu nedenle her durum için geçerli tek bir eğrinin tanımlanması olanaksızdır. Ancak, kesin olmasa bile problemlerin çözümü ve davranışın anlaşılabilmesi için, betonun σ - ϵ ilişkisini belirleyen modellere gereksinme vardır. Bu gereksinme nedeni ile bugüne kadar çeşitli araştırmacılarca yüzlerce beton modeli önerilmiştir. Bunlardan en yaygın olarak kullanılan modeller olan Hognestad, Kent ve Park ile birlikte Sheikh ve Üzümeri modelleri de kısaca tanıtılacaktır. Görüleceği gibi Kent ve Park modeli ile Sheikh ve Üzümeri modelleri sarılmış betonu da içermektedir. Bu modellere ek olarak, betonun tekrarlanan yük altındaki davranışını simgeleyen, boşalma ve yeniden yükleme eğrilerini de

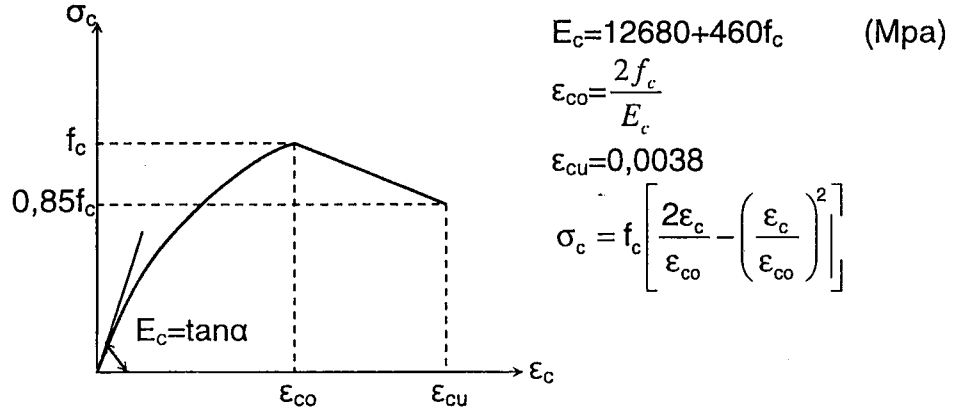
tanımlayan Thompson ve Park modelinden de söz edilecektir. Son olarak, betonun çekme gerilmeleri altındaki davranışını modelleyen basitleştirilmiş bir çekme σ - ϵ eğrisi verilecektir. Betonun çekme dayanımı genellikle ihmal edildiğinden, bu model basınç davranışını simgeleyen modeller kadar önemli değildir.

2.3.1.1. Hognestad Modeli

Hognestad tarafından önerilen ve otuz yıldır belki de en yaygın olarak kullanılan model (σ - ϵ eğrisi), Şekil (2.6) 'da gösterilmiştir. Modelde, σ - ϵ eğrisinin tepe noktasına kadar olan parçası ikinci derece bir parabol, düşüş parçası ise, doğrusal varsayılmıştır. Maksimum gerilme genelde beton silindir dayanımının %85 'i olarak alınır ($f_c=0,85f_{ck}$). Maksimum gerilmeye karşılık olan birim kısalma, $\epsilon_{co}=2f_c/E_c$ olarak verilmişse de, basit olarak $\epsilon_{co}=0,002$ varsayılabilir. Modeldeki elastisite modülü E_c için Hognestad tarafından aşağıdaki denklem önerilmiştir.

$$E_c=\tan\alpha=126800+460f_c \quad (2.3)$$

Bu denklemde E_c ve f_c , kgf/cm² cinsinden ifade edilmelidir. Hognestad modelinde maksimum birim kısalma 0,0038 ile sınırlandırıldığından, sarılmış beton için uygun değildir.



Şekil 2.6. Hognestad modeli σ - ϵ eğrisi

2.3.1.2. Kent ve Park Modeli

Şekil 2.7 den görüleceği gibi, Kent ve Park modelindeki σ - ϵ eğrisinin maksimum gerilmeye kadar olan bölümü, Hognestad modelindeki gibi ikinci derece bir parabol varsayılmıştır. Eğrinin düşüş parçası için iki ayrı doğru önerilmektedir. Bunlardan birisi sargısız, diğeri ise sargılı beton içindir. Maksimum gerilme f_c genellikle beton silindir dayanımı olarak alınır, $f_c = f_{ck}$. Önerilen modelin özellikleri aşağıda özetlenmiştir. Denklemlerdeki gerilmelerin birimi kg/cm^2 dir.

A-B parçası:

$$\sigma_c = f_c \left[\frac{2\epsilon_c}{0.002} - \left(\frac{\epsilon_c}{0.002} \right)^2 \right] \quad (2.4)$$

B-D ve B-C parçası:

$$\sigma_c = f_c [1 - Z(\epsilon_c - 0.002)] \quad (2.5)$$

$$\epsilon_{50u} = \left[\frac{3 + 0.0285f_c}{14.2f_c - 1000} \right] \quad (2.6)$$

$$\epsilon_{50h} = \left[\frac{3}{4} \rho_s \sqrt{\frac{b^n}{s}} \right] \quad (2.7)$$

$$\varepsilon_{20c} = 1.6(\varepsilon_{50h} + \varepsilon_{50u}) - 0.0012 \quad (2.8)$$

$$Z = \frac{0.5}{\varepsilon_{50u} + \varepsilon_{50h} - 0.002} \quad (2.9)$$

σ_c : beton gerilmesi

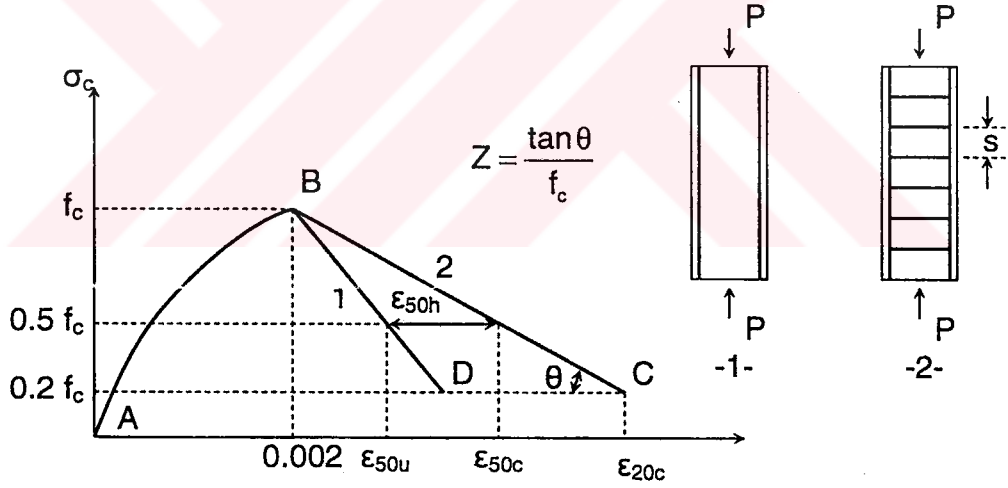
b'' : göbek betonunun küçük boyutu (göbek alanı etriyenin içinde kalan alan)

s : etriye aralığı

ρ_s : etriyenin hacimsel yüzdesi. Etriye hacminin s uzunluğundaki göbek hacmine oranı,

$$\rho_s = \frac{2A_{so}(a''+b'')}{sa''b''} \quad (2.10)$$

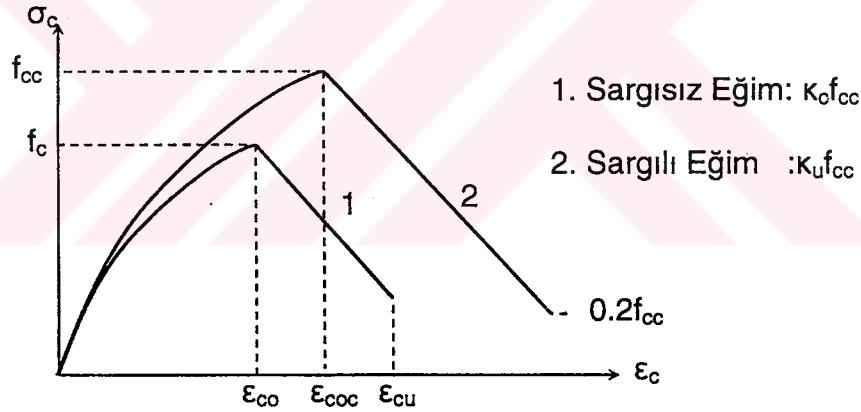
a'' : göbek betonunun büyük boyutu



Şekil 2.7. Kent ve Park modeli σ - ε eğrisi

2.3.1.3. Geliştirilmiş Kent ve Park Modeli

Yukarıda tanıtılan Kent ve Park modelinde, sargılı ve sargısız betonda tepe noktalarının özdeş olduğu varsayılmıştır. Bu varsayım doğru değildir. Ancak, sargısız betonlar için bu varsayımın getireceği hata ihmal edilebilecek kadar küçüktür. Çok iyi sarılmış betonlarda ise hata oranı yükselir. Bu nedenle Kent ve Park, evvelce önerdikleri modeli, sargılı betonda tepe noktasının yukarı ve sağa kayacağını dikkate alarak değiştirmişler ve bunu Geliştirilmiş Kent ve Park modeli olarak adlandırmışlardır. Diğer modelden temel farkı sargılı betonun tepe noktasının kaydırılmış olmasıdır. Görüldüğü gibi sargısız betonda tepe noktasının koordinatları f_c ve ϵ_{co} iken, sargılı betonda f_{cc} ve ϵ_{coc} 'dir.



Şekil 2.8.. Geliştirilmiş Kent ve Park modeli σ - ϵ eğrisi

Geliştirilmiş modelde Kent ve Park modeli için verilen denklemler aynen kullanılabilir. Ancak ilgili bağıntılarda f_c yerine f_{cc} , ϵ_c yerine de ϵ_{coc} konulmalıdır. Sargılı ve sargısız beton parametreleri arasındaki ilişkiler aşağıda verilmiştir.

$$f_{cc} = \kappa f_c$$

$$\varepsilon_{cc} = \kappa \varepsilon_c = \kappa (0.002) \quad (2.12)$$

$$\kappa = 1 + \frac{\rho_s f_{yw}}{f_c} \quad (2.13)$$

Burada;

f_c : Sargısız betonun basınç dayanımı

f_{cc} : Sargılı betonun basınç dayanımı

f_{yw} : Sargı donatısının karakteristik akma dayanımı

2.3.1.4. Sheikh ve Üzümeri Modeli

Sheikh ve Üzümeri tarafından önerilen sargılı beton modeli Şekil 2.9 'da gösterilmiştir. Bu modelde de, Geliştirilmiş Kent ve Park modelindeki gibi sargı nedeniyle dayanımın arttığı varsayılmaktadır. Modelde, tepe noktasına ulaşıldıktan sonra sabit gerilme altında deformasyon artışı olduğu öngörülmekte, eğrinin iniş bölümü ise bir doğru ile ifade edilmektedir.

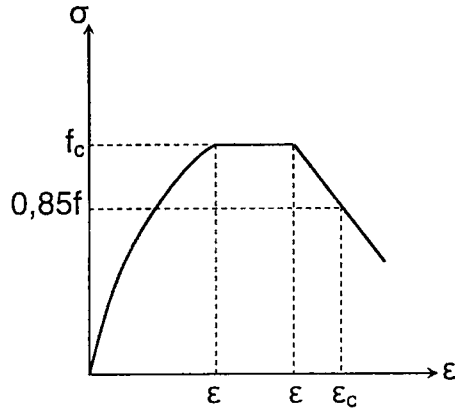
Sheikh ve Üzümeri modeli aşağıdaki beş denklemle tanımlanmaktadır.

$$\varepsilon_{c1} = 8.0 \kappa_0 f_c \cdot 10^6 \quad (2.14)$$

$$\varepsilon_{c2} = 0.002 \left[1 + \frac{7.8}{a} \left(1 - 5 \left(\frac{s}{b_k} \right)^2 \right) \frac{\rho_s f_{yw}}{\sqrt{f_{ck}}} \right] \quad (2.15)$$

$$\varepsilon_{c85} = 0.225 \rho_s \sqrt{\frac{b_k}{s}} + \varepsilon_{c2} \quad (2.16)$$

$$\kappa_0 = 1 + 23 \frac{b_k^2}{N_{oc}} \left[\left(1 - \frac{na^2}{5.5b_k^2} \right) \left(1 - \frac{s}{2b_k} \right)^2 \right] \sqrt{\rho_s f_{yw}} \quad (2.17)$$



Şekil 2.9.. Sheikh ve Üzümeri Sargılı Beton Modeli σ - ϵ Eğrisi

a : İki komşu boyuna donatı merkezi arasındaki uzaklık

A_{ck} : Sargılı donatısı merkezinden ölçülen beton çekirdek alanı (cm^2)

A_{st} : Kolon kesitindeki toplam boyuna donatı alanı (cm^2)

b_k : Çekirdek betonunun küçük boyutu. Sheikh ve Üzümeri 'nin çekirdek tanımı, Kent ve Park 'tan değişiktir.,sargılı donatısı merkezlerinden ölçülen uzaklıktır.

f_c : Sargısız beton dayanımı, (kg/cm^2)

f_{cc} : Sargılı beton dayanımı, (kg/cm^2)

f_{ywk} : Sargılı donatısının akma dayanımı, (kg/cm^2)

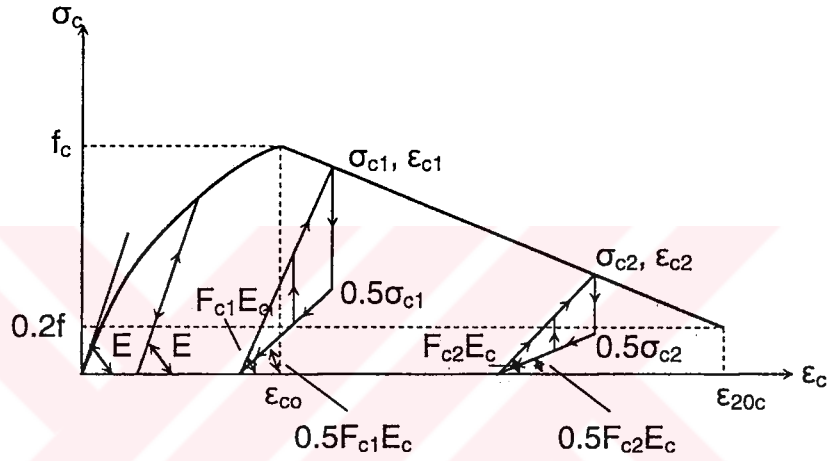
$$N_0 = [0.85f_c(A_{ck} - A_{st})], \text{ (kgf)} \quad (2.18)$$

n : Kolondaki boyuna donatı sayısı

ρ_s : sargılı donatısı hacimsel oranı

2.3.1.5. Thompson ve Park Modeli

Şekil 2.10 'de gösterilen bu modeldeki σ - ϵ eğrisi, Kent ve Park tarafından önerilen ve Şekil 2.7 'de gösterilen modelin aynıdır. Thompson ve Park modelinin tek farkı, yükün boşalması ve yeniden yüklenme durumunda eğrinin izleyeceği yolların belirlenmiş olmasıdır.



Şekil 2.10. Thompson ve Park modeli σ - ϵ eğrisi

Şekilden görüleceği gibi, $\epsilon_c < \epsilon_{co}$ olduğu durumlarda ($\epsilon_{co}=0.002$) yükün boşalma eğrisi σ - ϵ eğrisinin orijinindeki teğetine paralel olmaktadır. Eleman tekrar yüklendiğinde de, σ - ϵ eğrisi aynı yolu izlemektedir. $\epsilon_c > \epsilon_{co}$ olduğu durumlarda ise, yükün boşalma eğrisi iki doğru ile gösterilmektedir. Boşalma sırasındaki gerilmenin %50 'sine kadar inen eğrinin ilk bölümünün eğimi sonsuz, bu gerimeden sıfır gerilmeye kadar olan bölümün eğimi ise, $0.5E_cF_c$ olarak tanımlanmaktadır.

E_c ve F_c aşağıdaki denklemlerden hesaplanmaktadır.

$$E_c = 12680 + 460f_c \quad (\text{Mpa}) \quad (2.19)$$

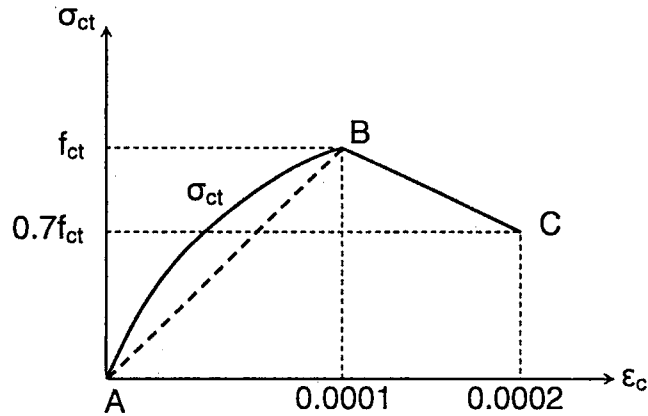
$$F_c = 0.8 - \frac{0.7(\epsilon_c - 0.002)}{\epsilon_{20c} - 0.002} \quad (2.20)$$

$$\epsilon_{20c} = 1.6(\epsilon_{50h} + \epsilon_{50u}) - 0.0012 \quad (2.21)$$

Yeniden yüklemeye σ - ϵ eğrisinin doğrusal olduğu ve eğimin $E_c F_c$ olduğu varsayılmaktadır. Yeniden yüklemeyi simgeleyen doğru, zarf eğrisine (Kent ve Park modeli) ulaşıldıktan sonra bu eğriyi izlemektedir. Yeniden yüklenmenin gerilme sıfıra ulaşmadan olduğu durumlarda, eğri, boşalmanın ilk aşamasında olduğu gibi, dik olarak (sonsuz eğim) yukarı çıkmaktadır.

2.3.1.6. Çekme için σ - ϵ Modeli

Çekme için önerilen σ - ϵ modeli Şekil 2.11 'de gösterilmiştir. Basınç modeline benzer bir biçimde eğrinin ilk bölümü ikinci derece bir parabol, ikinci bölümü ise bir doğru ile idealize edilmiştir. Çekme basınç kadar önemli olmadığından, bazı problemler için şekilde kesik çizgiler ile gösterildiği gibi, parabol bir doğru ile de değiştirilebilir.



Şekil 2.11. Çekme Altındaki Beton için Malzeme Modeli

A-B parçası

$$\sigma_{ct} = f_{ct} \left[\frac{2\varepsilon_{ct}}{0.0001} - \left(\frac{\varepsilon_{ct}}{0.0001} \right)^2 \right] \leq f_{ct} \quad (2.22)$$

veya

$$\sigma_{ct} = 10000\varepsilon_{ct} \leq f_{ct} \quad (2.23)$$

B-C parçası

$$\sigma_{ct} = f_{ct} - 5000f_{ct}(\varepsilon_{ct} - 0.0001) \geq 0.5f_{ct} \quad (2.24)$$

2.3.1.6. TS500 Beton Dayanım Değerleri

Çeşitli beton sınıflarının basınç ve çekme hesap dayanımları ile donatı çeliklerinin hesap dayanımları tabloda verilmiştir.

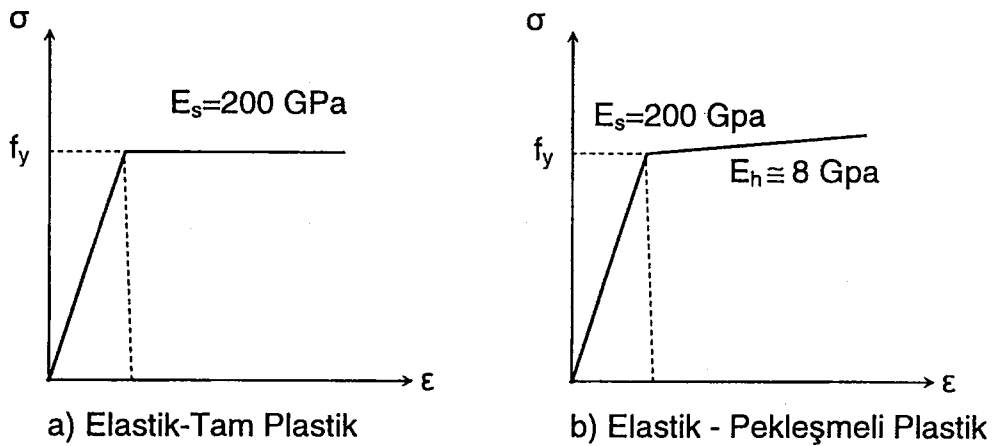
Çizelge 2.1. TS500 Beton ve Donatı Çeliği Hesap Dayanımları

	Hesap Dayanımları (Mpa)				
	C14	C16	C20	C25	C30
f_{cd}	9,5	11	13	17	20
f_{ctd}	0,85	0,90	1,00	1,15	1,25
f_{yd} (BÇ I)	191				
f_{yd} (BÇ III)	365				
f_{yd} (BÇ IV)	435				

2.3.2. Donatı Çeliği için Matematiksel Modeller

Donatı çeliğinin basınç ve çekme altındaki gerilme-birim deformasyon eğrileri arasında önemli bir fark yoktur . Bu nedenle çeliğin çekme ve basınç altındaki σ - ϵ eğrilerinin özdeş olduğu kabul edilir. Monotonik uygulanan (aynı yönde, sürekli) aksenal çekme veya aksenal basınç altında elde edilen σ - ϵ ilişkisi, Şekil 2.12.a 'da gösterildiği gibi, elastoplastik bir eğri ile idealize edilebilir. Bu genel kabul gören ve yaygın olarak kullanılan bir modeldir. Pekleşme de hesaba katılmak istendiğinde (özellikle soğukta işlem görmüş çelik için), eğrinin düz bölümü Şekil 2.12.b 'de gösterildiği gibi değiştirilebilir. Bu eğri parçasının eğimi, kullanılan çeliğin özelliklerine göre deneysel olarak saptanmalıdır. Yükün boşaltılması ve yeniden yüklemeye izlenen yol, şekilden görülebileceği gibi eğimi $E_s = 200$ GPa olan doğrularla temsil edilir.

Şekil 2.12.b 'deki pekleşmeli durum için pekleşme eğimi $E_h=7922$ Mpa 'dır.

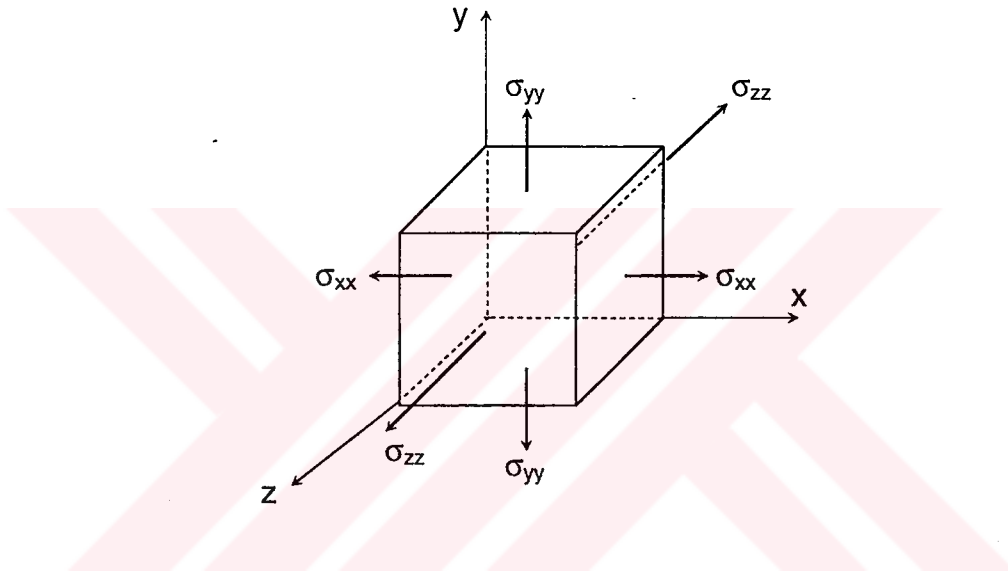


Şekil 2.12. Donatı Çeliği için Gerilme – Gerinme Modelleri.

2.4. Gerilme – Gerinim Bağıntıları

Burada verilecek bağıntılar için cismin lineer elastik, izotropik ve homojen olduğu kabul edilmektedir. Cismin elastik özellikleri, birbirinden bağımsız iki sabit, elastisite modülü E ve poisson oranı ν ile belirlenir. Problem üç boyutlu olarak ele alınırsa aşağıdaki şekilde bir görüntü ortaya çıkar. Şekildeki kübün her bir kenarı gerilmesi durumunda ve birim boydadır.

(15)



Şekil 2.13. Birim boyutlu kübe uygulanan gerilmeler.

x doğrultusunda uzama dolayısıyla normal gerinim ϵ_{xx} , Hooke kanununa göre,

$$\epsilon_{xx} = \frac{1}{E}(\sigma_{xx} - \nu\sigma_{yy} - \nu\sigma_{zz})$$

$$\epsilon_{yy} = \frac{1}{E}(\sigma_{yy} - \nu\sigma_{zz} - \nu\sigma_{xx}) \quad (2.25)$$

$$\epsilon_{zz} = \frac{1}{E}(\sigma_{zz} - \nu\sigma_{xx} - \nu\sigma_{yy})$$

Kayma gerinimleri karşılıklı olarak birbirinden bağımsızdır. Kayma gerilmeleriyle gerinimler arasındaki bağıntılar,

$$\begin{aligned}\varepsilon_{xy} &= \frac{1}{G} \tau_{xy} \\ \varepsilon_{yz} &= \frac{1}{G} \tau_{yz} \\ \varepsilon_{zx} &= \frac{1}{G} \tau_{zx}\end{aligned}\tag{2.26}$$

şeklindedir. Burada τ_{xy} , τ_{yz} ve τ_{zx} kayma gerilmeleridir. G cismin kayma modülü olup,

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)}\tag{2.27}$$

şeklinde verilmiştir. Yukarıdaki 6 gerinim bileşeni ifadeleri matris formunda yazılabilir:

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \varepsilon_{zz} \\ \varepsilon_{xy} \\ \varepsilon_{yz} \\ \varepsilon_{zx} \end{Bmatrix} = \frac{1}{E} \begin{bmatrix} 1 & c_1 & c_1 & 0 & 0 & 0 \\ c_1 & 1 & c_1 & 0 & 0 & 0 \\ c_1 & c_1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{zz} \\ \tau_{xy} \\ \tau_{yz} \\ \tau_{zx} \end{Bmatrix}\tag{2.28}$$

$$c_1 = -\nu$$

$$c_2 = 2(1+\nu)$$

Tersini alma işleminden sonra bu denklemi aşağıdaki formda yazabiliriz.

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{zz} \\ \tau_{xy} \\ \tau_{yz} \\ \tau_{zx} \end{Bmatrix} = \frac{1}{E} \begin{bmatrix} \lambda+2G & \lambda & \lambda & 0 & 0 & 0 \\ \lambda & \lambda+2G & \lambda & 0 & 0 & 0 \\ \lambda & \lambda & \lambda+2G & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & G & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & G & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & G \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \epsilon_{xx} \\ \epsilon_{yy} \\ \epsilon_{zz} \\ \epsilon_{xy} \\ \epsilon_{yz} \\ \epsilon_{zx} \end{Bmatrix} \quad (2.29)$$

Burada λ , "Lame sabiti" dir. Ve

$$\lambda = \frac{\nu E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \quad (2.30)$$

şeklinde verilmiştir. Denklem (2.29) üç boyutta Hooke kanununu ifade etmektedir. Bu denklem kompakt sembolik formda şu şekilde ifade edilir.

$$\{\sigma\} = [d]\{\epsilon\} \quad (2.31)$$

Burada $[d]$ "elastisite matrisi" dir.

Elastisitedeki problemlerin büyük bir bölümü esas itibariyle iki boyutlu olarak incelenebilir. Koordinat eksenlerinden birine dik düzlemlerde özdeş deformasyonlar meydana geliyorsa bu eksen dikkate alınmayabilir. Bu sonuç, çözümün matematik ifadesini önemli ölçüde basitleştirir. Bu problemler ya "düzlem gerinim" veya "düzlem gerilme" tipidir.

Problem iki boyuta indirgenildiğinde düzlem gerilme hali için,

$$\sigma_{zz} = \tau_{yz} = \tau_{zx} = 0 \quad (2.32)$$

dır. Denklem (2.25) 'de $\sigma_{zz}=0$ yazarak,

$$\begin{aligned} \epsilon_{xx} &= \frac{1}{E} (\sigma_{xx} - \nu \sigma_{yy}) \\ \epsilon_{yy} &= \frac{1}{E} (\sigma_{yy} - \nu \sigma_{xx}) \end{aligned} \quad (2.33)$$

elde edilir. Burada, sıfır olmayan kayma gerilmesi sadece,

$$\varepsilon_{xy} = \frac{1}{G} \tau_{xy} \quad (2.34)$$

dır. Bu üç denklem matris formunda yazılırsa,

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \varepsilon_{xy} \end{Bmatrix} = \frac{1}{E} \begin{bmatrix} 1 & c_1 & 0 \\ c_1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & c_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} \quad (2.35)$$

$$c_1 = -\nu$$

$$c_2 = 2(1 + \nu)$$

olur. Bu denklemi tersine çevirerek elastisite matrisi [d] aşağıdaki şekilde bulunur.

$$[d] = \frac{E}{(1 - \nu^2)} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & c_3 \end{bmatrix} \quad (2.36)$$

$$c_3 = \frac{1 - \nu}{2}$$

Düzlem gerinim için;

$$[d] = \frac{E(1 - \nu)}{(1 + \nu)(1 - 2\nu)} \begin{bmatrix} 1 & c_4 & 0 \\ c_4 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & c_5 \end{bmatrix} \quad (2.37)$$

$$c_4 = \frac{\nu}{1 - \nu}$$

$$c_5 = \frac{1 - 2\nu}{2(1 - \nu)}$$

şeklindedir.

2.5. Kirişlerin Taşıma Güçlerinin Artırılması

Kirişteki çatlaklar çok önemli değilse, çatlaklar epoksi harcı ile doldurulur. Daha derin çatlaklarda ise çeşitli yöntemler kullanılarak, kirişin taşıma gücünün artırılması amaçlanır. Bu yöntemler levha yapıştırma, yeni donatı ve beton katmanı ekleme, çubuklarla güçlendirme veya öngerilmeli demirleri ile güçlendirme şeklinde sıralanabilir.

2.5.1. Moment Kapasitesinin Artırılması

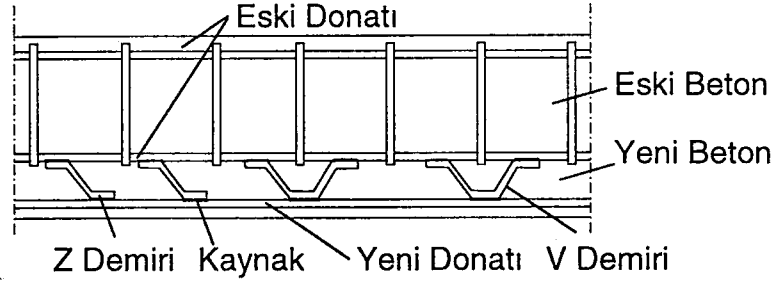
Moment kapasitesinde artış sağlayabilmek için yeni donatı ve beton katmanı ekleme ile çelik plakaların epoksi kullanılarak kirişe yapıştırılması metodlarına değinilecektir.

2.5.1.1. Yeni Donatı ve Beton Katmanı Ekleme

Betonarme bir kiriş kesitinin moment kapasitesinin artırılması yeni donatı ve beton katmanı eklenmesi için çekme donatısı ve moment kolu artırılarak sağlanır. Bunun için beton en kesit alanının yeniden eklenecek beton alanı ile derinleştirilmesi bu eklenen alana yeni çekme donatıları konulması gerekir. Burada problem eski betonların kaynaştırılması ve yeni konulan çekme donatılarının betona ankrajıdır.

Yeni konulan çekme donatısı ile eski donatının bağlanması V ya da Z bağlantısı denilen bir donatının eski ve yeni donatılara kaynaklanması ile yapılmaktadır. Şekil 2.14 'de bu tür bağlantının ayrıntısı gösterilmektedir. Bu tür bağlantı kiriş beton en kesitinin de genişletilmesi yapıldığı zaman

gereklidir. Çünkü yeniden eklenecek donatıların, eklenen yeni beton en kesitinin en alt düzeyine yakın bir yerde olması ile moment kolu uzayacağından moment kapasitesi artar. Eğer en kesit genişletilmesine gerek duyulmayan yalnız çekme donatısı eklenmesi ile yetinilecek ise eski boyuna donatıya yeni donatı araya yer yer levha konularak kaynaklanabilir.



Şekil 2.14. Kiriş Güçlendirmesinde Eski ve Yeni Donatının V ve Z Demirleri ile Birbirine Bağlanması

Onarım ve güçlendirme sırasında kirişe donatı eklenirken kirişin eski ve yeni donatılarının toplam yüzdesinin dengeli kırılma için gerekli maksimum donatı yüzdesini aşmaması gerekir.⁽¹¹⁾

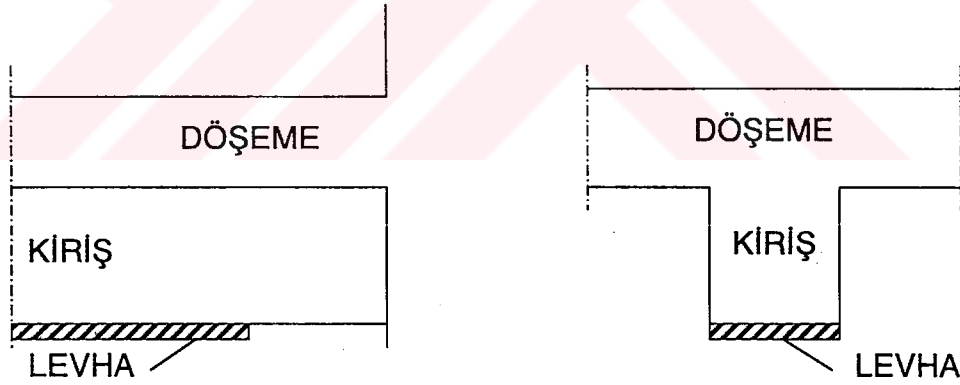
2.5.1.2. Kirişlere Levha Yapıştırma ile Güçlendirme

Kirişlerin taşıma güçlerini artırmak için çeşitli yöntemler bulunmaktadır. Bunlardan biri de çelik levha yapıştırılarak güçlendirmedir.

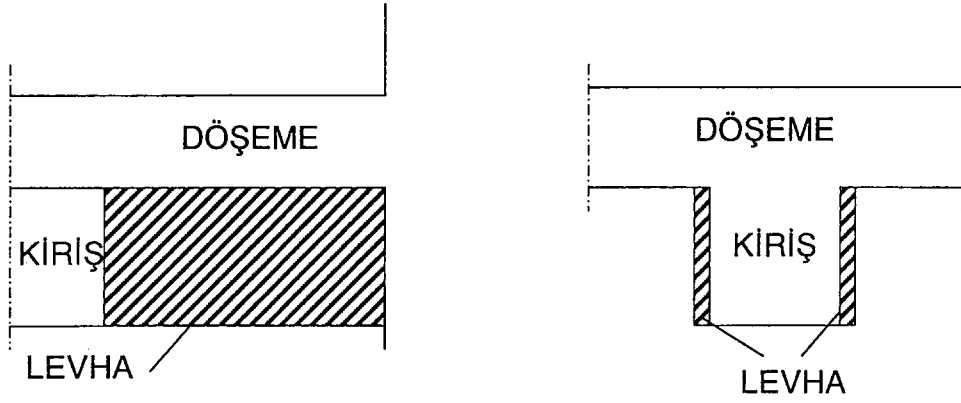
Betonarme kirişlerin epoksi ile yapıştırılan çelik plakalarla güçlendirilmesi uzun yıllar önce başlamıştır. Bu yöntemle güçlendirmenin bilinen ilk kaydı 1964 yılında Güney Afrika 'da bir apartman binasının yapım

esnasında unutulmuş donatıları yüzünden güçlendirilmesidir. İngiltere 'de 1975 ve 1977 yıllarında dört köprü bu yöntemle güçlendirilmiştir. Hesaplamalar sonucu eski yetersiz çekme donatılarının neden olduğu sorunlar giderilmiştir. İsviçre 'de de birçok binada bu yöntem güçlendirme amacıyla kullanılmıştır. Örneğin Zürih 'teki bir binada, taşınması gereken hareketli yükte artış olmuş çelik plakalar kullanılarak kirişlerin eğilme dayanımları artırılmıştır. ⁽¹³⁾

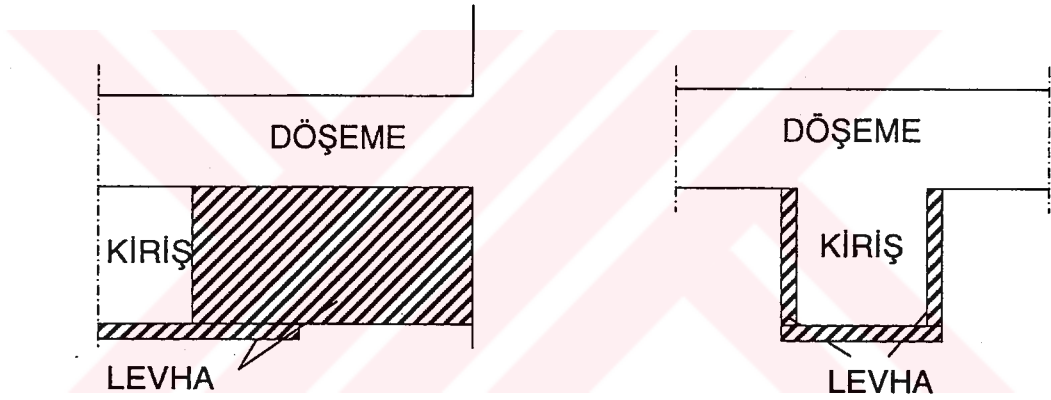
Güçlendirmenin türüne göre kirişte değişik kapasite artışları meydana gelir. Kirişin eğilme momenti taşıma kapasitesini artırmak için levha kirişin alt yüzeyine (Şekil 2.15), kesme kapasitesini artırmak içinse yan yüzeyine yapıştırılır (Şekil 2.16). Her iki taşıma kapasitesini de artırmak için plakalar hem yana hem de kiriş altına yerleştirilir. Bu durumda levhalar Şekil 2.17 'de gösterildiği gibi köşelerde birleşim noktalarında kaynaklanmaktadır.



Şekil 2.15. Pozitif Moment Taşıma Gücünü Artırmak için Kiriş Altına Levha Yapıştırma



Şekil 2.16. Kesme Kuvveti Taşıma Gücünü Artırmak için Kiriş Yanına Levha Yapıştırma



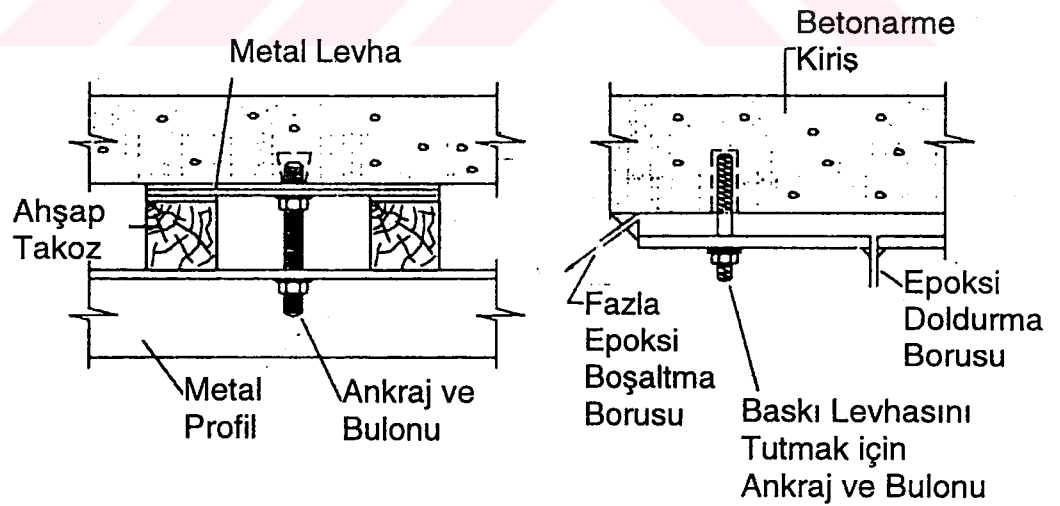
Şekil 2.17. Moment ve Kesme Durumu için Kiriş Yanına ve Altına Levha Yapıştırma

Betona yapıştırma işleminden önce hem levhanın hem de betonun yüzeylerinin hazırlanması gerekir:

1. Önce çelik levhanın yüzeyi zımparalanarak pürüzlerden arındırılmalıdır.
2. Beton yüzeyindeki pürüzler de tümüyle giderilmeli, çukur kalan kısımlar epoksi harcı ile doldurulur harç sertleşince zımparalanır.

3. Kirişte ya da döşemede ankraj bulonları için açılmış deliklere bulonlar yerleştirilir.
4. Döşeme ya da kirişte ankraj bulonlarına karşılık olan noktalarda levhalarda delikler açılmalı ve bu delikler ankraj bulonlarının kolayca girebilmesi için alıştırılmalıdır.
5. Eğer enjeksiyon yöntemi uygulanacaksa çelik levhaların yüzeyi tiner ile silinir. Enjeksiyon ve taşma boruları levhaya yerleştirilir. Levhanın ve enjeksiyon taşma borularının çevresi özel epoksi harcı ile sıvanarak kapatılır.
6. Daha sonra enjeksiyon borularından epoksi harcı sıkılır.
7. Eğer basınçla yapıştırma yöntemi uygulanacaksa Şekil 2.18 'de gösterildiği gibi özel baskı düzeni ile altına epoksi reçinesi sürülmüş levha yine epoksi reçinesi sürülmüş yüzeye yapıştırılır ve baskı düzeninin vidaları sıkıştırılarak epoksi sertleşinceye kadar baskı uygulanır. Daha sonra baskı düzeni sökülür.

(11)



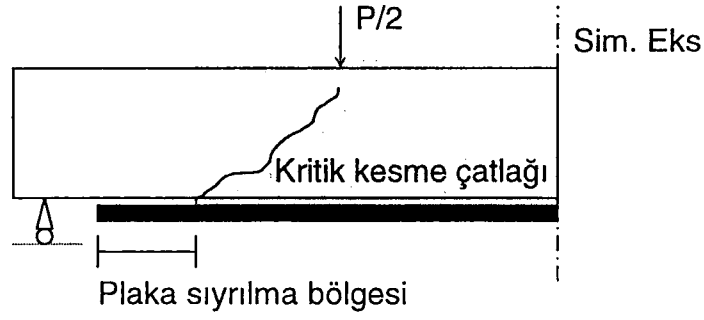
Şekil 2.18. Epoksi Yapıştırma İşlemi için Özel Baskı Düzeni ⁽¹¹⁾

2.5.3. Güçlendirilmiş Betonarme Kirişlerin Göçme Şekilleri

Betonarme kirişlerin çelik plaka ile güçlendirilmesinde dikkat edilmesi gereken hususlar; yeterli kesme donatısının bulunması ve plakaların kirişe yeterli şekilde tutturulmasıdır. İnce plakalarla güçlendirilen kirişlerdeki göçmeler eğilme tesiri altındaki betonun çatlaması, donatı ve plakanın akma mukavemetlerine ulaşması ve de basınç altındaki betonun ezilmesi ile oluşmaktadır.

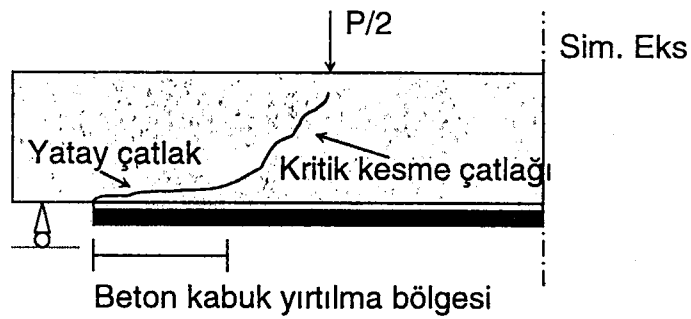
Hesaplar ve tasarım yapılırken gerinim uyumluluğu ve betonarme kirişlerdeki basınç bloğunun dikdörtgensel olduğu kabulü dikkate alınmıştır.

Plaka kalınlığı artırıldığında yapıştırıcı arayüzeyindeki gerilmeler artmaktadır. Arayüzeyin izin verilen mukavemet değerleri aşıldığında ise plaka kirişten ayrılmakta ve istenmeyen erken göçmeler meydana gelmektedir. Eğer yapıştırıcı zayıf ve yapıştırma uygun yapılmamışsa yırtılma plaka ucunda başlayarak çatlak oluşması şeklinde olacaktır. Yapıştırıcının ayrılması ile birlikte plakanın uç noktaları ile yapıştırma başlangıcı arasındaki mesafe artacağından etkin plaka uzunluğu azalacak, yapıştırma başlangıcındaki yırtılma kuvveti artacak, kesme kuvveti kritik çatlak oluşumuna eriştiği anda ani bir göçme meydana gelecektir.



Şekil 2.20. Plaka sıyrılmasından kaynaklanan göçme

Yapıştırma plakanın ayrılmamasını sağlayacak şekilde güçlü ise çatlama plaka ucundan başlayacaktır. Burada maksimum soyulma ve kesme kuvvetleriyle birlikte eğilme momenti de mevcuttur. Bu durum iki eksenli çekme gerilmesi oluşturur. Çatlağın betonun en zayıf olduğu çekme donatısının altındaki yatay doğrultulu bir eksende ilerlemesine yol açar. Çatlak ilerlemesi esnasında başka bir kesme eğilmesi çatlağına rastlarsa yükün uygulandığı noktaya doğru ani bir yön değişikliği yaparak göçme olacaktır.

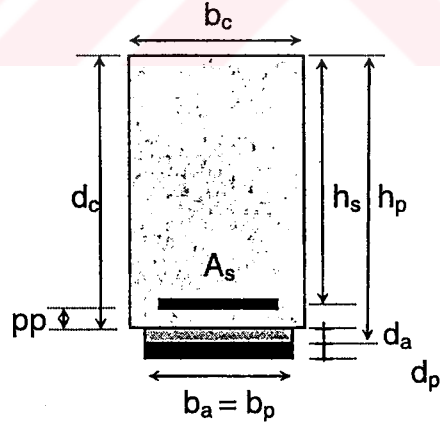


Şekil 2.21. Beton kabuğunun yırtılması sonucu oluşan göçme

Yukarıda sayılan sebeplerden ötürü; plaka ile onarım veya güçlendirmenin yeterli ölçülerde olabilmesi için tasarım yöntemi şu üç adımı içermelidir. Bunlar;

1. Güçlendirilmiş kirişin eğilmeye karşı tahkikinde plakanın akma mukavemetine eriştiği basınç bölgesindeki betonun da ezildiği kabul edilir.
2. Arayüzey gerilmelerinin, plakanın ayrılmasına yol açacak gerilmelere ulaşmayacak şekilde güvenli tarafta olması sağlanmalıdır.
3. Güçlendirilmiş kirişin kesme kapasitesi beton kabuğunun yırtılarak ani göçmeye sebebiyet vermeyecek ölçüde fazla olmalıdır. ⁽⁴⁾

2.6. Güçlendirilmiş Betonarme Kirişlerin Plaka Ucu Kayma ve Normal Gerilme Hesapları



Şekil 2.22. Plakalı kiriş kesiti

$$K_s = \frac{G_a \cdot b_a}{d_a} \quad (2.38)$$

$$K_n = \frac{E_a \cdot b_a}{d_a} \quad (2.39)$$

K_s : Yapıştırıcı malzemenin kayma rijitliği

- K_n : Yapıştırıcı malzemenin normal rijitliği
 G_a : Yapıştırıcı malzemenin kayma modülü
 b_a : Yapıştırıcı malzemenin genişliği
 d_a : Yapıştırıcı malzemenin kalınlığı
 E_a : Yapıştırıcı malzemenin elastisite modülü

Ara yüzeylerde meydana gelen maksimum kayma gerilmesi τ_{xy} şu şekilde verilmiştir.⁽⁶⁾

$$\tau_{xy} = \left[V + \left(\frac{K_s}{E_p b_p d_p} \right)^{0.5} \cdot M^* \right] \cdot (b_p d_p) \left(\frac{h_p - h}{l b_a} \right) \quad (2.40)$$

- E_p : Çelik plaka elastisite modülü
 b_p : Çelik plaka genişliği
 d_p : Çelik plaka kalınlığı

Ara yüzeylerde plaka bitim noktasında meydana gelen maksimum normal gerilmesi σ_x ise;

$$\sigma_x = \tau_{xy} d_p \left(\frac{K_n}{4E_p I_p} \right)^{0.25} \quad (2.41)$$

olarak tanımlanmıştır.

(2.40) ve (2.41) bağıntılarında geçen eğilme momenti M^* , kesme kuvveti V ve çelik plaka atalet momenti I_p değerleri aşağıda tanımlanmıştır. ⁽¹⁾

$$M^* = \left(\frac{P}{2} \right) \left(L_0 + \left(\frac{d_c + d_p}{2} \right) \right) \quad (2.42)$$

$$V = \frac{P}{2} \quad (2.43)$$

$$I_p = \frac{b_p d_p^3}{12} \quad (2.44)$$

Burada L_0 değeri, plaka bitim noktasının mesnetten uzaklığıdır.

Tarafsız eksen yüksekliği h değeri;

$$h = \frac{-B + (B^2 + 4AC)^{0.5}}{2A} \text{ olup burada;} \quad (2.45)$$

$$A = \frac{E_c b_c}{2.E_p} \quad B = A_s + b_p d_p \quad C = h_s A_s + h_p b_p d_p$$

şeklinde boyutsuz değerlerdir.

Kompozit malzeme gibi davrandığı varsayılan modelin atalet momenti I ;

$$I = \left(\frac{E_c b_c h^3}{3E_p} \right) + A_s (h_s - h)^2 + b_p d_p (h_p - h)^2 \quad (2.46)$$

olarak bulunur.⁽¹⁾

Soyulma yükü P_p ;

$$P_p = [V_c + kV_s] \text{ olarak verilmiştir.} \quad (4) \quad (2.47)$$

Burada;

$$V_c = \frac{1}{6} \left(\sqrt{f'_c} + 100\rho_w \frac{V_u d_s}{M_u} \right) b_c d_s \quad (2.48)$$

$$V_s = \frac{A_s f_{yst} d_s}{s} \quad (2.49)$$

$$k = 2,4.e^n \quad (2.50)$$

$$n = -0,08C_{R1}C_{R2} \cdot 10^6$$

$$C_{R1} = \left[1 + \left(\frac{K_s}{E_p b_p t_p} \right)^{0.5} \cdot a \right] \cdot \frac{b_p t_p}{l b_a} (h_p - h) \quad (2.51)$$

$$C_{R2} = t_p \left(\frac{K_n}{4E_p I_p} \right)^{0.25} \quad (2.52)$$

K_s : Yapıştırıcı malzemenin kayma rijitliği

K_n : Yapıştırıcı malzemenin normal rijitliği

G_a : Yapıştırıcı malzemenin kayma modülü

b_a : Yapıştırıcı malzemenin genişliği

d_a : Yapıştırıcı malzemenin kalınlığı

E_a : Yapıştırıcı malzemenin elastisite modülü

h_p : Kirişin üstünden plaka ortasına olan mesafe

h : Kirişin üstünden tarafsız eksene olan uzaklık

I : Kesitin tarafsız eksene göre atalet momenti

I_p : Plakanın kendi ağırlık merkezine göre atalet momenti

a^* : Plaka bitim noktasındaki M_0/V_0 oranı

M. Ashrafuddin, M. H. Baluch, A. Sharif ve Diğerleri 'nin çalışmasında çelik plaka ile güçlendirilmiş betonarme kirişlerin göçme yükünü tahmin etmek için verilen formül ⁽²⁾;

$$P_u = 2 \cdot \left[\frac{1}{6} \left(\sqrt{f'_c} + 100 \cdot (\rho_w + \rho_p) \cdot \frac{V_u d_s}{M_u} \right) b_c d_s + \frac{A_v f_{yst} d_s}{s} \right] \quad (2.53)$$

Burada;

$$\rho_w = \frac{A_s}{b_c d_s} \quad (2.54)$$

$$\rho_p = \frac{A_{sp}}{b_c d_s} \quad (2.55)$$

b_c : Güçlendirilmemiş betonarme kiriş genişliği

d_s : Kirişin üstünden donatı merkezine olan uzaklık

- s : Etriye aralığı
A_v : Etriye kesit alanı
f_{yst} : Etriye akma mukavemeti
f'_c : Beton basınç mukavemeti
V_u : Plaka ucundaki global kesme kuvveti
M_u : Plaka ucundaki global moment
ρ_w, ρ_p : Boyuna donatı ve plaka donatı alanı oranı

Denklem (2.53) ACI (Amerikan Beton Enstitüsü)'nün betonarme elemanlar için kayma mukavemeti denkleminin plaka ile güçlendirmenin kayma kapasitesini artırmasını sağlayacak şekilde değiştirilmiş halidir. Bu yönetmeliğe göre;

$$\frac{V_u \cdot d_s}{M_u} \geq 1.0 \text{ ve } s \geq \frac{d_s}{2} \text{ olması gerekir.}$$

2.6.1. Arayüzey Gerilmeleri için Diferansiyel Yaklaşım

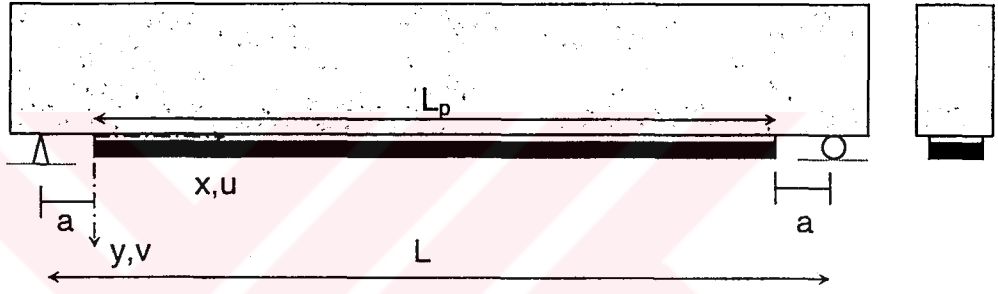
Bu yaklaşımda iki farklı eleman tanımlanır. Bunlardan Eleman-1 kiriş, Eleman-2 ise plakadır. Bu çözüm yöntemine göre şu kabuller yapılır. ⁽⁷⁾

- Kiriş, plaka ve yapıştırıcı elastik davranışa sahiptir.
- Kiriş ve plakadaki deformasyonlar eğilme momentinden, aksenal vekişme kuvvetlerinden dolayı oluşmaktadır.
- Yapıştırıcı katman kalınlığı boyunca değişmez gerilmeye sahiptir.

Kalınlık doğrultusundaki normal gerilmeler altında yapıştırıcı kısım deforme olacak bu nedenle Eleman-1 'in alt noktası ile Eleman-2 'nin üst

noktasının düşey deplasmanları farklı olacaktır. Bu yüzden kirişin eğriliği ile plakanın eğriliği de farklı olacaktır.

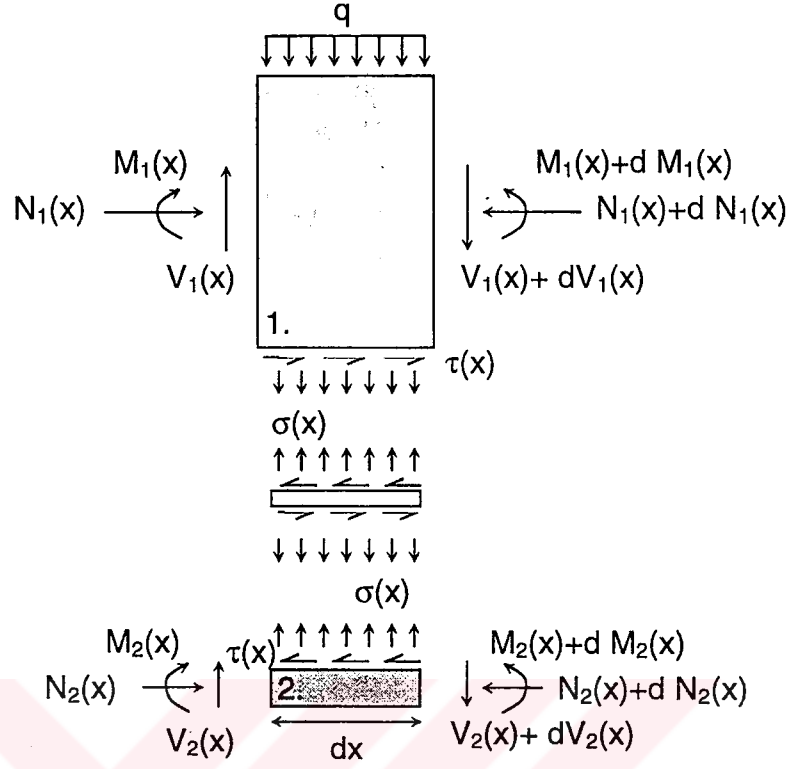
- Düşey kalınlık doğrultusundaki deplasmanların arayüzey kesme gerilmelerine olan etkisi gözardı edilebilecek seviyede kabul edilmiştir.
- Bu yüzden arayüzey kesme gerilmeleri bulunurken kiriş ve plakanın eğriliğinin aynı olduğu kabul edilmiştir. Fakat bu kabul arayüzey normal gerilmeleri bulunurken kullanılmamıştır.



Şekil 2.23. Güçlendirilmiş kiriş ve kesiti

2.6.1.1. Arayüzey Kayma Gerilmeleri Diferansiyel Denklemlerinin Çıkarılması

Güçlendirilmiş kirişin diferansiyel olarak parçalanmış hali Şekil 2.24 'de gösterilmiştir. Kesme ve normal kuvvetler sırasıyla $\tau(x)$ ve $\sigma(x)$ şeklinde gösterilmiştir. Aynı zamanda uygulanan yük, eğilme momenti, aksenal ve kesme kuvvetlerinin pozitif yönleri de gösterilmektedir. ⁽⁷⁾



Şekil 2.24. Kirişin diferansiyel parçalanmış hali

Burada γ , kayma gerinimi şu şekilde yazılabilir;

$$\gamma = \frac{du(x,y)}{dy} + \frac{dv(x,y)}{dx} \quad (2.56)$$

$u(x,y)$ ve $v(x,y)$ Şekil (2.24) 'de gösterildiği gibi, yapıştırıcı katmanındaki herhangi bir noktanın yatay ve düşey deplasmanlarıdır.

Kayma gerilmesi $\tau(x)$;

$$\tau(x) = G_a \left(\frac{du(x,y)}{dy} + \frac{dv(x,y)}{dx} \right) \quad (2.57)$$

G_a : yapıştırıcı tabaka kayma modülü

Yukarıdaki denklemin x 'e göre türevi alınır

$$\frac{d\tau(x)}{dx} = G_a \left(\frac{d^2u(x,y)}{dx dy} + \frac{d^2v(x,y)}{dx^2} \right) \quad (2.58)$$

elde edilir.

Diferansiyel elemanın eğriliği uygulanan momentle ilgili olduğundan,

$$\frac{d^2v(x)}{dx^2} = -\frac{1}{(EI)_t} M_T(x) \quad (2.59)$$

yazılabilir.

$(EI)_T$: Kompozit kesitin toplam eğilme rijitliği

$M_T(x)$: Uygulanan moment

Yapıştırıcı katmanın düzgün kayma gerilmelerine maruz kaldığı kabul edildiğinden $u(x,y)$ yapıştırıcı kalınlığı, t_a boyunca doğrusal değişim yapacaktır;

$$\frac{du}{dy} = \frac{1}{t_a} [u_2(x) - u_1(x)] \quad (2.60)$$

ve türevi alınırsa,

$$\frac{d^2u(x,y)}{dx dy} = \frac{1}{t_a} \left(\frac{du_2(x)}{dx} - \frac{du_1(x)}{dx} \right) \quad (2.61)$$

$u_1(x)$, $u_2(x)$: Eleman-1 alt noktası ve Eleman-2 üst noktasından boylamasına deplasman miktarı

Denklem (2.58) yeniden düzenlenecek olursa,

$$\frac{d\tau(x)}{dx} = \frac{G_a}{t_a} \left(\frac{du_2(x)}{dx} - \frac{du_1(x)}{dx} - \frac{t_a}{(EI)_t} M_T(x) \right) \quad (2.62)$$

$(EI)_T$ 'yi hesaplarken arayüzey kayma gerilmeleri dikkate alınmalıdır fakat böyle yapıldığında çözümü karmaşık hale getirmektedir. Denklem

(2.62) 'deki parantez içindeki üçüncü terim çok küçük olduğundan gözardı edilebilir.

Eksenel kuvvet, eğilme ve kayma kuvvetlerinin kiriş alt noktası ve plaka üst noktasındaki oluşturduğu gerinimler;

$$\varepsilon_1(x) = \frac{du_1}{dx} = \frac{y_1}{E_1 I_1} M_1(x) - \frac{1}{E_1 A_1} N_1(x) + \frac{y_1}{G_1 \alpha A_1} [q + b_2 \sigma(x)] \quad (2.63)$$

$$\varepsilon_2(x) = \frac{du_2}{dx} = -\frac{y_2}{E_2 I_2} M_2(x) + \frac{1}{E_2 A_2} N_2(x) + \frac{y_2}{G_2 \alpha A_2} b_2 \sigma(x) \quad (2.64)$$

şeklinde verilir.

Burada;

E, G : Elastisite ve kayma modülü

b_2 : Plaka genişliği

A : Kesit alanı

I : Atalet momenti

α : 5/6, Etkin kayma alanı katsayısı (dikdörtgen kesit için).

Altsimgе : 1, 2, Eleman-1 ve Eleman-2 'yi gösterir

M(x), N(x), V(x) : Eğilme momenti, aksene ve kayma kuvvetleri

y_1, y_2 : Eleman-1 alt noktasından ve Eleman-2 üstünden kendi ağırlık merkezlerine olan mesafeler.

Düşey yöndeki denge durumundan,

$$\frac{dN_1(x)}{dx} = \frac{dN_2(x)}{dx} = b_2 \tau(x) \quad (2.65)$$

Burada;

$$N_1(x) = N_2(x) = N(x) = b_2 \int_0^x \tau(x) dx \quad (2.66)$$

Kirişteki ve plakadaki eğriliğin aynı olduğu kabul edilirse her iki elemandaki momentler arasındaki ilişki,

$$M_1(x) = RM_2(x) \quad (2.67)$$

şeklinde yazılabilir. Burada;

$$R = \frac{E_1 I_1}{E_2 I_2} \quad (2.68)$$

Şekil (2.24) 'deki plakalı kirişin moment dengesinden,

$$M_T(x) = M_1(x) + M_2(x) + N(x)(y_1 + y_2 + t_a) \quad (2.69)$$

Her bir elemandaki eğilme momenti uygulanan toplam momentin ve arayüzey kayma gerilmelerinin fonksiyonu şeklinde yazılırsa,

$$M_1(x) = \frac{R}{(R+1)} \left[M_T(x) - b_2 \int_0^x \tau(x)(y_1 + y_2 + t_a) dx \right] \quad (2.70)$$

$$M_2(x) = \frac{1}{(R+1)} \left[M_T(x) - b_2 \int_0^x \tau(x)(y_1 + y_2 + t_a) dx \right] \quad (2.71)$$

elde edilir.

Her elemanın eğilme momentlerinin türevleri alınır,

$$\frac{dM_1(x)}{dx} = V_1(x) = \frac{R}{(R+1)} [V_T(x) - b_2 \tau(x)(y_1 + y_2 + t_a)] \quad (2.72)$$

$$\frac{dM_2(x)}{dx} = V_2(x) = \frac{1}{(R+1)} [V_T(x) - b_2 \tau(x)(y_1 + y_2 + t_a)] \quad (2.73)$$

elde edilir.

Denklem (2.63) ve Denklem (2.64), Denklem (2.62) 'deki yerlerine konursa,

$$\frac{d^2\tau(x)}{dx^2} = \frac{G_a}{t_a} \left(\begin{aligned} & -\frac{y_2}{E_2 I_2} \frac{dM_2(x)}{dx} + \frac{1}{E_2 A_2} \frac{dN_2(x)}{dx} + \frac{y_2}{G_2 \alpha A_2} b_2 \frac{d\sigma(x)}{dx} - \frac{y_1}{E_1 I_1} \frac{dM_1(x)}{dx} \\ & + \frac{1}{E_1 A_1} \frac{dN_1(x)}{dx} - \frac{y_1}{G_1 \alpha A_1} \frac{dq}{dx} - \frac{y_1}{G_1 \alpha A_1} b_2 \frac{d\sigma(x)}{dx} \end{aligned} \right) \quad (2.74)$$

bulunur.

Denklem (2.63 ve 2.64) 'deki kayma kuvvetleri Denklem (2.66) 'daki aksenal kuvvetler Denklem (2.74) 'de yerlerine konursa arayüzey kayma gerilmeleri için aşağıdaki denklem çıkarılır.

$$\begin{aligned} \frac{d^2\tau(x)}{dx^2} - \frac{G_a b_2}{t_a} \left(\frac{(y_1 + y_2)(y_1 + y_2 + t_a)}{E_1 I_1 + E_2 I_2} + \frac{1}{E_1 A_1} + \frac{1}{E_2 A_2} \right) \tau(x) \\ = -\frac{G_a}{t_a} \left(\frac{y_1 + y_2}{E_1 I_1 + E_2 I_2} \right) V_T(x) - \frac{G_a}{t_a} \frac{y_1}{G_1 \alpha A_1} \frac{dq}{dx} - \frac{G_a b_2}{\alpha t_a} \left(\frac{y_1}{G_1 A_1} - \frac{y_2}{G_2 A_2} \right) \frac{d\sigma(x)}{dx} \end{aligned} \quad (2.75)$$

2.6.1.2. Arayüzey Normal Gerilmeleri Diferansiyel Denklemlerinin Çıkarılması

Kirişe yük uygulandığında kiriş ile plaka arasında düşey yönde ayrılma meydana gelmektedir. Bu ayrılma yapıştırıcı tabakada normal gerilme oluşturmaktadır. Bu normal gerilme;

$$\sigma(x) = \frac{E_a}{t_a} [V_2(x) - V_1(x)] \quad (2.76)$$

şeklinde tanımlanır.

$v_1(x), v_2(x)$: Eleman-1 ve Eleman-2 'nin düşey yöndeki deplasmanları

Eleman-1 ve Eleman-2 'nin denge şartından (ikinci dereceden terimler ihmal edilerek) aşağıdaki ilişkiler kurulabilir;

Eleman-1 için;

$$\frac{d^2v_1(x)}{dx^2} = -\frac{1}{E_1I_1}M_1(x) - \frac{1}{G_1\alpha A_1}[q + b_2\sigma(x)] \quad (2.77)$$

$$\frac{dM_1(x)}{dx} = V_1(x) - b_2y_1\tau(x) \quad (2.78)$$

ve

$$\frac{dV_1(x)}{dx} = -b_2\sigma(x) - q \quad (2.79)$$

Eleman-2 için;

$$\frac{d^2v_2(x)}{dx^2} = -\frac{1}{E_2I_2}M_2(x) + \frac{1}{G_2\alpha A_2}b_2\sigma(x) \quad (2.80)$$

$$\frac{dM_2(x)}{dx} = V_2(x) - b_2y_2\tau(x) \quad (2.81)$$

$$\frac{dV_2(x)}{dx} = b_2\sigma(x) \quad (2.82)$$

Yukarıdaki denklemlerden yararlanılarak Eleman-1 ve Eleman-2 'nin sehimlerini veren diferansiyel denklemler kayma ve normal gerilme terimleri şeklinde yazılırsa;

Eleman-1 için;

$$\frac{d^4v_1(x)}{dx^4} = \frac{1}{E_1I_1}b_2\sigma(x) - \frac{1}{G_1\alpha A_1}b_2\frac{d^2\sigma(x)}{dx^2} + \frac{y_1}{E_1I_1}b_2\frac{d\tau(x)}{dx} + \frac{1}{E_1I_1}q - \frac{1}{G_1\alpha A_1}\frac{d^2q}{dx^2} \quad (2.83)$$

Eleman-2 için;

$$\frac{d^2v_2(x)}{dx^4} = -\frac{1}{E_2I_2}b_2\sigma(x) + \frac{1}{G_2\alpha A_2}b_2\frac{d^2\sigma(x)}{dx^2} + \frac{y_2}{E_2I_2}b_2\frac{d\tau(x)}{dx} \quad (2.84)$$

elde edilir.

Denklem (2.83) ve (2.84), Denklem (2.76) 'un dördüncü türevi alınmış halde yerlerine konursa arayüzey normal gerilmeleri için gereken diferansiyel denklem elde edilmiş olur. Bu denklem;

$$\begin{aligned} \frac{d^4\sigma(x)}{dx^4} - \frac{E_a b_2}{\alpha t_a} \left(\frac{1}{G_1 A_1} + \frac{1}{G_2 A_2} \right) \frac{d^2\sigma(x)}{dx^2} + \frac{E_a b_2}{t_a} \left(\frac{1}{E_1 I_1} + \frac{1}{E_2 I_2} \right) \sigma(x) \\ = - \frac{E_a b_2}{t_a} \left(\frac{y_1}{E_1 I_1} - \frac{y_2}{E_2 I_2} \right) \frac{d\tau(x)}{dx} - \frac{E_a}{t_a} \frac{1}{E_1 I_1} q + \frac{E_a}{t_a} \frac{1}{G_1 \alpha A_1} \frac{d^2 q}{dx^2} \end{aligned} \quad (2.85)$$

2.6.1.3. Arayüzey Kayma Gerilmeleri ve Normal Gerilmeler için Genel Çözüm

Kayma ve normal gerilmeler için çıkarılan Denklem (2.75) ve (2.85) ile çözüm zor olduğu için bu denklemlerin basitleştirilmesi gerekir. Bu amaçla her iki elemandaki kayma deformasyonlarının etkileri ihmal edilirse diferansiyel denklem; ⁽⁷⁾

$$\begin{aligned} \frac{d^2\tau(x)}{dx^2} - \frac{G_a b_2}{t_a} \left(\frac{(y_1 + y_2)(y_1 + y_2 + t_a)}{E_1 I_1 + E_2 I_2} + \frac{1}{E_1 A_1} + \frac{1}{E_2 A_2} \right) \tau(x) \\ + \frac{G_a}{t_a} \left(\frac{y_1 + y_2}{E_1 I_1 + E_2 I_2} \right) V_T(x) = 0 \end{aligned} \quad (2.86)$$

haline gelir.

Basit olması açısından aşağıda sunulan genel çözümler yükleme biçimini; tekil yük, açıklığın tamamı veya bir kısmı boyunca düzgün yayılı yükleme veya her ikisi de olacak şekilde sınırlandırılmıştır. Böyle bir yükleme

$$\text{şekli için } \frac{d^2 V_T(x)}{dx^2} = 0,$$

Denklem (2.86) 'nın genel çözümü;

$$\tau(x) = B_1 \cosh(\lambda x) + B_2 \sinh(\lambda x) + m_1 V_T(x) \quad (2.87)$$

şeklinde verilir.

Burada;

$$\lambda^2 = \frac{G_a b_2}{t_a} \left(\frac{(y_1 + y_2)(y_1 + y_2 + t_a)}{E_1 I_1 + E_2 I_2} + \frac{1}{E_1 A_1} + \frac{1}{E_2 A_2} \right) \quad (2.88)$$

$$m_1 = \frac{G_a}{t_a} \frac{1}{\lambda^2} \left(\frac{y_1 + y_2}{E_1 I_1 + E_2 I_2} \right) \quad (2.89)$$

Kayma deformasyonlarının etkileri ihmal edilirse normal gerilmeler için diferansiyel denklem;

$$\frac{d^4 \sigma(x)}{dx^4} + \frac{E_a b_2}{t_a} \left(\frac{1}{E_1 I_1} + \frac{1}{E_2 I_2} \right) \sigma(x) + \frac{E_a b_2}{t_a} \left(\frac{y_1}{E_1 I_1} + \frac{y_2}{E_2 I_2} \right) \frac{d\tau(x)}{dx} + \frac{E_a}{t_a} \frac{1}{E_1 I_1} q = 0 \quad (2.90)$$

Dördüncü dereceden diferansiyel denklem çözülürse;

$$\sigma(x) = e^{-\beta x} [C_1 \cos(\beta x) + C_2 \sin(\beta x)] + e^{\beta x} [C_3 \cos(\beta x) + C_4 \sin(\beta x)] - n_1 \frac{d\tau(x)}{dx} - n_2 q \quad (2.91)$$

elde edilir.

x 'in büyük değerleri için normal gerilmenin sifıra yaklaştığı kabul edilirse

$C_3=C_4=0$ olur. Genel çözüm ise,

$$\sigma(x) = e^{-\beta x} [C_1 \cos(\beta x) + C_2 \sin(x)] - n_1 \frac{d\tau(x)}{dx} - n_2 q \quad (2.92)$$

halini alır.

Burada;

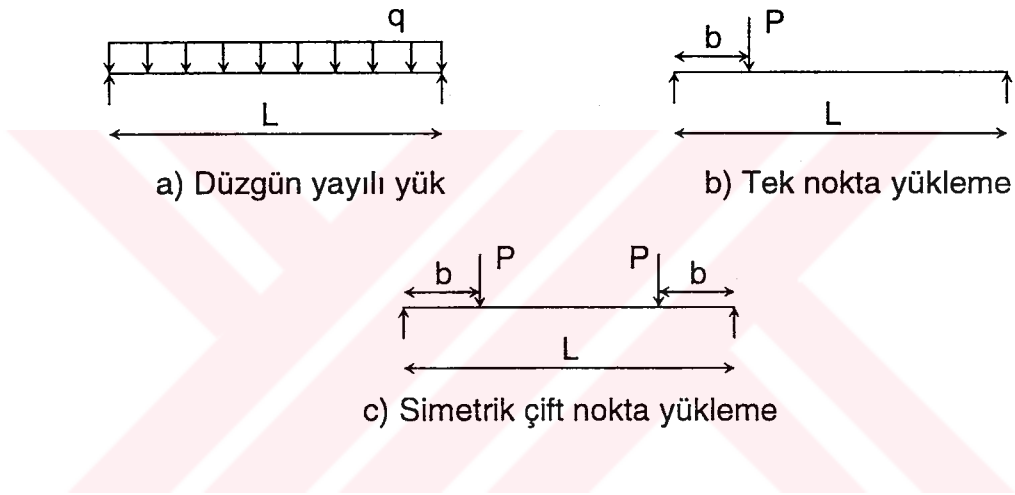
$$\beta = \sqrt[4]{\frac{E_a b_2}{4t_a} \left(\frac{1}{E_1 I_1} + \frac{1}{E_2 I_2} \right)} \quad (2.93)$$

$$n_1 = \left(\frac{y_1 E_2 I_2 - y_2 E_1 I_1}{E_1 I_1 + E_2 I_2} \right) \quad (2.94)$$

$$n_2 = \frac{E_2 I_2}{b_2 (E_1 I_1 + E_2 I_2)} \quad (2.95)$$

Denklem (2.92) 'nin türevi alınırken $\frac{d^5 \tau(x)}{dx^5} = 0$ kabul edilmiştir. Çünkü

$\frac{d^5 \tau(x)}{dx^5}$ sonuç üzerinde ihmal edilebilecek büyüklükte etkiye sahiptir.



Şekil 2.25. Basit mesnetli kiriş yükleme şekilleri

2.6.1.4. Sınır Şartlarının Uygulanması

Arayüzey kayma ve normal gerilmeleri için genel çözümler türetilirken üç tür yükleme durumu gözönüne alınmıştır. Basit mesnetli bir kiriş; düzgün yayılı yüklü, gelişigüzel konumlanmış tekil yüklü veya Şekil (2.25) 'deki gibi simetrik iki tekil yüklü olarak incelenebilir. Bu bölümde arayüzey kayma ve normal gerilmeler için yükleme durumlarına uygun denklemler çıkarılacaktır.

2.6.1.4.1. Düzgün Yayılı Yükler için Kayma Gerilmeleri

Basit mesnetli kirişteki kesme kuvvetlerini Denklem (2.87) 'de yerine konulursa bu yükleme durumu için gereken,

$$\tau(x) = B_1 \cosh(\lambda x) + B_2 \sinh(\lambda x) + m_1 q \left(\frac{L}{2} - x - a \right) \quad 0 \leq x \leq L_p \quad (2.96)$$

denklemini elde edilir.

Burada;

q : Düzgün yayılı yük

x, a, L, L_p : Şekil (2.23) 'de gösterilen uzunluklar

İstenen sınır şartlarının uygulanabilmesi için integrasyon sabitlerinin belirlenmesi gerekir.

İlk sınır şartı : $x=0$ 'da uygulanan eğilme momenti.

- Plaka sonundaki $M_2(0)$ ve kiriş ve plaka uçlarındaki aksenal kuvvetler $[N_1(0)=N_2(0)]$ sıfıra eşittir.

Plaka ucundaki ve kirişin güçlendirilmenin başladığı noktasındaki momentler,

$$M_1(0) = M_T(0) = \frac{qa}{2}(L - a) \quad (2.97)$$

Kayma etkilerini ihmal ederek Denklem (2.63) ve (2.64) , Denklem (2.62) 'deki yerine üçüncü terimi de ihmal edilerek konursa yukarıdaki sınır şartları uygulandığında,

$$\frac{d\tau(x)}{dx} \Big|_{x=0} = -m_2 M_T(0) \quad (2.98)$$

elde edilir.

Burada;

$$m_2 = \frac{G_a y_1}{t_a E_1 I_1} \quad (2.99)$$

Denklem (2.87), Denklem (2.98) 'deki yerine konulursa B_2 aşağıdaki şekilde bulunur.

$$B_2 = -\frac{m_2}{\lambda} \frac{qa}{2}(L - a) + \frac{m_1}{\lambda} q \quad (2.100)$$

İkinci sınır şartı : Orta noktadaki kayma gerilmesi

- Uygulanan yükün simetrisinden dolayı kiriş açıklığı ortasında kayma gerilmesi sıfıra eşittir.

Bu nedenden dolayı B_1 ;

$$B_1 = \frac{m_2}{\lambda} \frac{qa}{2}(L - a) \tanh\left(\frac{\lambda L_p}{2}\right) - \frac{m_1}{\lambda} q \tanh\left(\frac{\lambda L_p}{2}\right) \quad (2.101)$$

olarak yazılabilir.

Pratik olarak $\frac{\lambda L_p}{2} > 10$ olduğundan sonuç olarak,

$\tanh\left(\frac{\lambda L_p}{2}\right) \approx 1$ olur. Böylece denklem basitleşerek aşağıdaki şekli alır.

$$B_1 = \frac{m_2}{\lambda} \frac{qa}{2} (L - a) - \frac{m_1}{\lambda} q = -B_2 \quad (2.102)$$

B_1 ve B_2 Denklem (2.96) 'daki yerlerine konulursa herhangi bir nokta için arayüzey kayma gerilmeleri şu şekilde bulunabilir.

$$\tau(x) = \left[\frac{m_2 a}{2} (L - a) - m_1 \right] \frac{qe^{-\lambda x}}{\lambda} + m_1 q \left(\frac{L}{2} - a - x \right) \quad (2.103)$$

2.6.1.4.2. Tek Nokta Yükleme için Kayma Gerilmeleri

Tek nokta yüklemde iki durum söz konusudur. Birincisi uygulanan tekil yükün kiriş bitiminden mesafesinin plaka başlangıcı mesafesinden daha büyük olması durumu ($a < b$), ikincisi ise tekil yükün kiriş bitiminden mesafesinin plaka başlangıcı mesafesinden daha küçük olması durumudur ($a > b$).

Basit mesnetli kirişlerde kesme kuvvetiyle ilgili denklemleri Denklem (2.87) 'de yerine konulursa bu yükleme durumu için kayma gerilmelerini veren genel çözüm bulunabilir.

a < b durumu için;

$$\tau(x) = \begin{cases} B_3 \cosh(\lambda x) + B_4 \sinh(\lambda x) + m_1 P \left(1 - \frac{b}{L}\right), & 0 \leq x \leq (b - a) \\ B_5 \cosh(\lambda x) + B_6 \sinh(\lambda x) - m_1 P \left(\frac{b}{L}\right), & (b - a) \leq x \leq L_p \end{cases} \quad (2.104)$$

$a > b$ durumu için;

$$\tau(x) = B_7 \cosh(\lambda x) + B_8 \sinh(\lambda x) - m_1 P \frac{b}{L}, \quad 0 \leq x \leq L_p \quad (2.105)$$

Buradaki sabitler sınır şartları kullanılarak bulunabilir.

$a < b$ durumu için sınır şartları;

$$\begin{aligned} x = 0, \quad M_1(0) &= M_T(0) = Pa \left(1 - \frac{b}{L}\right) \\ x = L_p, \quad M_1(L_p) &= M_T(L_p) = P \frac{ab}{L} \\ x = (b-a), \quad \tau(x) &\text{ sürekli, yani } \tau_1(x)|_{x=b-a} = \tau_2(x)|_{x=b-a} \\ x = (b-a), \quad \frac{d\tau(x)}{dx} &\text{ sürekli, yani } \frac{d\tau_1(x)}{dx}|_{x=b-a} = \frac{d\tau_2(x)}{dx}|_{x=b-a} \end{aligned} \quad (2.106)$$

İlk iki sınır şartı düzgün yayılı yük durumundaki sınır şartıyla aynıdır. Üçüncü ve dördüncü sınır şartlarında noktasal yükler için kayma gerilmeleri ve birinci türevlerinde süreklilik şartı gerektirmektedir.

$a > b$ durumu için sınır şartları;

Bu durum için aşağıda verilen sınır şartları düzgün yayılı yükleme şekli için verilenlerle aynıdır.

$$\begin{aligned} x = 0, \quad M_1(0) &= M_T(0) = Pa \left(1 - \frac{b}{L}\right) \\ x = L_p, \quad M_1(L_p) &= M_T(L_p) = P \frac{ab}{L} \end{aligned} \quad (2.107)$$

Tüm yükleme durumları için plaka uç noktasındaki aksenal kuvvetler ve momentler sıfıra eşit olduğundan Denklem (2.97) 'deki uygulanan momente sadece giriş karşı koyar. Sınır şartları uygulanırsa integrasyon sabitleri aşağıda verildiği şekilde bulunabilir.

$$\begin{aligned}
B_3 &= \frac{m_2}{\lambda} Pa \left(1 - \frac{b}{L}\right) - m_1 P e^{-k}, & B_4 &= \frac{m_2}{\lambda} Pa \left(1 - \frac{b}{L}\right) \\
B_5 &= \frac{m_2}{\lambda} Pa \left(1 - \frac{b}{L}\right) - m_1 P \sinh(k), & B_6 &= \frac{m_2}{\lambda} Pa \left(1 - \frac{b}{L}\right) - m_1 P \sinh(k) \\
B_7 &= \frac{m_2}{\lambda} Pb \left(1 - \frac{a}{L}\right) & B_8 &= \frac{m_2}{\lambda} Pb \left(1 - \frac{a}{L}\right)
\end{aligned} \tag{2.108}$$

Burada;

$$k = \lambda(b - a)$$

İntegrasyon sabitleri Denklem (2.104) ve (2.105) 'de yerlerine konursa,

$a < b$ durumu için,

$$\tau(x) = \begin{cases} \frac{m_2}{\lambda} Pa \left(1 - \frac{b}{L}\right) e^{-\lambda x} + m_1 P \left(1 - \frac{b}{L}\right) - m_1 P \cosh(\lambda x) e^{-k}, & 0 \leq x \leq b - a \\ \frac{m_2}{\lambda} Pa \left(1 - \frac{b}{L}\right) e^{-\lambda x} - m_1 P \left(\frac{b}{L}\right) + m_1 P \sinh(k) e^{-\lambda x}, & b - a \leq x \leq L_p \end{cases} \tag{2.109}$$

$a > b$ durumu için,

$$\tau(x) = \left(\frac{m_2}{\lambda} Pb \left(1 - \frac{a}{L}\right) e^{-\lambda x} - m_1 P \left(\frac{b}{L}\right) \right)_{0 \leq x \leq L_p} \tag{2.110}$$

b değeri $\frac{L_p}{2}$ 'ye eşit olduğunda açıklığın ortasından yüklü basit mesnetli giriş

halini alır.

2.6.1.4.3. Çift Nokta Yükleme için Kayma Gerilmeleri

Çift nokta yüklemesi simetrik olarak yapılmaktadır. Burada da iki durum söz konusudur. Birincisi plaka sabit moment bölgesinin dışındadır ($a < b$). İkincisi plaka sabit moment bölgesi içerisinde sonlanmaktadır ($a > b$). Bu yükleme tipi için Denklem (2.87) kullanılarak kayma gerilmeleri hesaplanabilir;

$$a < b: \quad \tau(x) = \begin{cases} B_9 \cosh(\lambda x) + B_{10} \sinh(\lambda x) + m_1 P, & 0 \leq x \leq (b-a) \\ B_{11} \cosh(\lambda x) + B_{12} \sinh(\lambda x) + m_1 P, & (b-a) \leq x \leq \left(\frac{L_p}{2}\right) \end{cases} \quad (2.111)$$

$$a > b: \quad \tau(x) = B_{13} \cosh(\lambda x) + B_{14} \sinh(\lambda x), \quad 0 \leq x \leq L_p \quad (2.112)$$

a < b durumu için sınır şartları;

$$\begin{aligned} x = 0, & \quad M_1(0) = M_T(0) = Pa \\ x = \frac{L_p}{2}, & \quad \tau(x) = 0 \\ x = (b-a), & \quad \tau(x) \text{ sürekli, yani } \tau_1(x)|_{x=b-a} = \tau_2(x)|_{x=b-a} \\ x = (b-a), & \quad \frac{d\tau(x)}{dx} \text{ sürekli, yani } \frac{d\tau_1(x)}{dx}|_{x=b-a} = \frac{d\tau_2(x)}{dx}|_{x=b-a} \end{aligned} \quad (2.113)$$

İlk iki sınır şartı düzgün yayılı yük durumundaki sınır şartıyla aynıdır. Üçüncü ve dördüncü sınır şartlarında noktasal yükler için kayma gerilmeleri ve birinci türevlerinde süreklilik şartı gerektirmektedir. Bu şartlar tek nokta yüklemesindeki ile aynıdır.

a > b durumu için sınır şartları;

Bu durum için sınır şartları aşağıda verildiği gibidir.

$$\begin{aligned} x = 0, & \quad M_1(0) = M_T(0) = Pb \\ x = L_p, & \quad M_1(L_p) = M_T(L_p) = Pb \end{aligned} \quad (2.114)$$

Denklem (2.111) ve (2.112) 'deki sabitler ise şu şekilde belirlenmiştir;

$$\begin{aligned} B_9 &= \frac{m_2}{\lambda} Pa - m_1 P e^{-k}, & B_{10} &= -\frac{m_2}{\lambda} Pa, \\ B_{11} &= \frac{m_2}{\lambda} Pa + m_1 P \sinh(k), & B_{12} &= -\frac{m_2}{\lambda} Pa - m_1 P \sinh(k), \\ B_{13} &= \frac{m_2}{\lambda} Pb, & B_{14} &= -\frac{m_2}{\lambda} Pb \end{aligned} \quad (2.115)$$

Bu sabitler Denklem (2.111) ve (2.112) 'de yerlerine yazılırsa;

$a < b$ durumu için;

$$\tau(x) = \begin{cases} \frac{m_2}{\lambda} P a e^{-\lambda x} + m_1 P - m_1 P \cosh(\lambda x) e^{-k}, & 0 \leq x \leq (b-a) \\ \frac{m_2}{\lambda} P a e^{-\lambda x} + m_1 P \sinh(k) e^{-\lambda x}, & (b-a) \leq x \leq \frac{L_p}{2} \end{cases} \quad (2.116)$$

$a > b$ durumu için;

$$\tau(x) = \frac{m_2}{\lambda} P b e^{-\lambda x}, \quad 0 \leq x \leq L_p \quad (2.117)$$

denklemleri elde edilmiş olur.

2.6.1.4.4. Arayüzey Normal Gerilmeleri

Üç Yükleme Durumu için Genel Tanımlama

Denklem (2.92) 'deki C_1 ve C_2 sabitleri sınır şartları yardımıyla bulunur. İlk sınır şartı plaka ucundaki eğilme momentinin sıfır olmasıdır. Denklem (2.76) 'un iki kere türevi alınır bu denklemde Denklem (2.77) ve (2.80) yerlerine yazılırsa (kayma deformasyonu etkileri ihmal edilerek) plaka ucu ile ilgili aşağıdaki ifadeler elde edilmiş olur.

$$\frac{d^2\sigma(x)}{dx^2}\Big|_{x=0} = \frac{E_a}{t_a} \left(\frac{1}{E_1 I_1} M_1(0) - \frac{1}{E_2 I_2} M_2(0) \right) \quad (2.118)$$

Plaka ucunda $M_2(0)=0$, $N_1(0)=N_2(0)=0$ ve $M_1(0)=M_T(0)$ olduğundan yukarıdaki ifade şu hale gelir,

$$\frac{d^2\sigma(x)}{dx^2}\Big|_{x=0} = \frac{E_a}{t_a} \frac{1}{E_1 I_1} M_T(0) \quad (2.119)$$

Denklem (2.76) 'nın üç kere türevi alınır ve Denklem (2.78) ve (2.81) yerlerine yazılırsa plaka ucu ile ilgili aşağıdaki denklem elde edilir.

$$\frac{d^3\sigma(x)}{dx^3}\Big|_{x=0} = \frac{E_a}{t_a} \left(\frac{1}{E_1 I_1} V_1(0) - \frac{1}{E_2 I_2} V_2(0) \right) - \frac{E_a b_2}{t_a} \left(\frac{y_1}{E_1 I_1} - \frac{y_2}{E_2 I_2} \right) \tau(0) \quad (2.120)$$

Plaka ucundaki uygulanan kayma kuvveti de sifıra eşit olduğundan ($V_1(0)=0$), $V_2(0)=V_T(0)$. İkinci sınır şartı aşağıdaki gibi ifade edilir,

$$\frac{d^3\sigma(x)}{dx^3}\Big|_{x=0} = \frac{E_a}{t_a} \frac{1}{E_1 I_1} V_T(0) - n_3 \tau(0) \quad (2.121)$$

Burada;

$$n_3 = \frac{E_a b_2}{t_a} \left(\frac{y_1}{E_1 I_1} - \frac{y_2}{E_2 I_2} \right) \quad (2.122)$$

Denklem (2.92) 'deki plaka ucuna ait normal gerilmelerin ikinci ve üçüncü türevleri aşağıdaki gibi alınır;

$$\frac{d^2\sigma(x)}{dx^2}\Big|_{x=0} = -2\beta^2 C_2 - n_1 \frac{d^3\tau(x)}{dx^3}\Big|_{x=0} - n_2 \frac{d^2q}{dx^2} \quad (2.123)$$

ve

$$\frac{d^3\sigma(x)}{dx^3}\Big|_{x=0} = 2\beta^3 C_1 + 2\beta^3 C_2 - n_1 \frac{d^4\tau(x)}{dx^4}\Big|_{x=0} - n_2 \frac{d^3q}{dx^3} \quad (2.124)$$

Buradaki yükleme tipleri düzgün yayılı yükleme veya tekil nokta yükleme şekli ile sınırlandırıldığından q 'nun ikinci ve daha yüksek dereceden türevleri sıfır olacaktır.

Sınır şartları yukarıdaki iki denklemdeki yerlerine yazılırsa C_1 ve C_2 aşağıdaki verildiği şekilde elde edilir.

$$C_1 = \frac{E_a}{2\beta^3 t_a} \frac{1}{E_{I_1}} [V_T(0) + \beta M_T(0)] - \frac{n_3}{2\beta^3} \tau(0) + \frac{n_1}{2\beta^3} \left(\frac{d^4 \tau(x)}{dx^4} \Big|_{x=0} + \beta \frac{d^3 \tau(x)}{dx^3} \Big|_{x=0} \right) \quad (2.125)$$

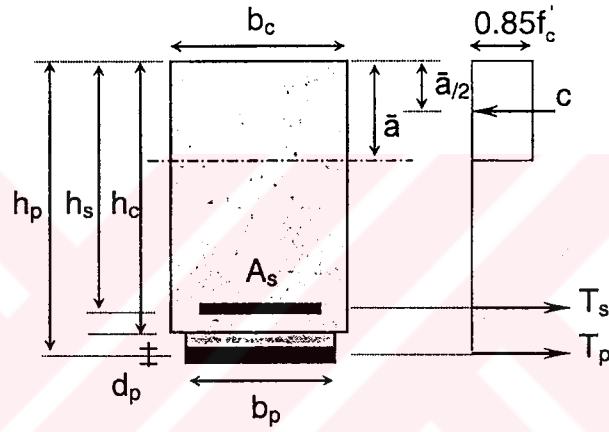
ve

$$C_2 = \frac{E_a}{2\beta^2 t_a} \frac{1}{E_{I_1}} M_T(0) - \frac{n_1}{2\beta^2} \frac{d^3 \tau(x)}{dx^3} \Big|_{x=0} \quad (2.126)$$

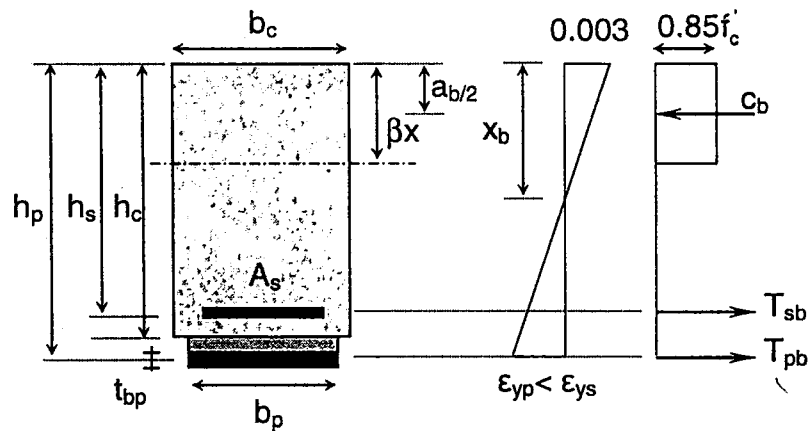
C_1 ve C_2 sabitleri için yukarıdaki ifadeler plaka ucundaki eğilme momenti $M_T(0)$ ve kayma kuvveti $V_T(0)$ cinsinden bırakılmıştır. C_1 ve C_2 sabitleri belirlendiğinde arayüzey normal gerilmeleri Denklem (2.92) kullanılarak üç yükleme durumu için de kullanılabilir. ⁽⁷⁾

2.7. Plaka ile Güçlendirilmiş Betonarme Kirişler için Tasarım Yöntemi

Tasarım üç adımda gerçekleştirilmektedir. İlk adımda plaka ve çekme donatısının akma mukavemetlerine erişmeleri ile birlikte kirişin sünek kırılmasını sağlayan plaka kalınlığı bulunur. İkinci adımda çelik ile beton arasındaki arayüzdeki tepe gerilmeler hesaplanır ve plakanın sıyrılmasıyla ilgili sınır değerler ile karşılaştırılır. Son adımda ise plaka ile güçlendirilmiş kirişin kesme gerilmesi kapasitesi değerlendirilir.⁽⁴⁾



Şekil 2.26. Güçlendirilmiş kesitteki kuvvetler



Şekil 2.27. Denge yük durumu için gerinim ve kuvvetler

2.7.1. Adım 1: Eğilme Tasarımı

Şekil (2.26) 'da gösterilen güçlendirilmiş kirişe etkiyen yüklerin denge durumu;

$$T_s \left[h_s - \frac{\bar{a}}{2} \right] + T_p \left[h_p - \frac{\bar{a}}{2} \right] = \frac{M_u}{\phi} \quad (2.127)$$

şeklindedir.

Burada;

T_s : $A_s f_{ys}$, donatıdaki çekme kuvveti

T_p : $A_p f_{yp}$, plakadaki çekme kuvveti

M_u : Maksimum taşıma gücü momenti

h_s : Kirişin üstünden donatı ağırlık merkezine olan mesafe

h_p : Kirişin üstünden plaka ağırlık merkezine olan mesafe

\bar{a} : Basınç alanı derinliği

ϕ : 0.9, Eğilme tesiri altındaki kirişler için azaltma katsayısı

A_p : $b_p d_p$, plaka alanı

$b_p d_p$: Plaka genişliği ve kalınlığı

Betonarme kesitin dörtgensel basınç bloğu derinliği;

$$\bar{a} = \left(\frac{A_s f_{ys} + b_d d_p f_{yp}}{0.85 f_c' b_c} \right) \quad (2.128)$$

f_{ys}, f_{yp} : Donatı ve plakanın akma mukavemetleri

f_c' : Beton basınç mukavemeti

b_c : Beton kesit genişliği

Böylece Denklem(90) şu hale gelir;

$$A_1 d_p^2 + A_2 d_p + A_3 = 0 \quad (2.129)$$

Burada;

$$A_1 = \frac{b_p \cdot f_{yp}}{2} \left[1 - \frac{b_p \cdot f_{yp}}{0,85 \cdot f'_c \cdot b_c} \right] \quad (2.130)$$

$$A_2 = b_p \cdot f_{yp} \left[h_c + d_c - \frac{A_s \cdot f_{ys}}{0,85 \cdot f'_c \cdot b_c} \right] \quad (2.131)$$

$$A_3 = A_s \cdot f_{ys} \left[d_s - \frac{A_s \cdot f_{ys}}{2 \cdot (0,85 \cdot f'_c \cdot b_c)} \right] - \frac{M_u}{\phi} \quad (2.132)$$

d_c : Güçlendirilmemiş betonarme kiriş yüksekliği

d_s : Kirişin üstünden donatı merkezine olan uzaklık

d_p : Plaka kalınlığı

Gerekli değişkenler yerine konulursa plaka kalınlığı d_p ;

$$d_p = \frac{-A_2 + \sqrt{A_2^2 + 4 \cdot A_1 \cdot A_3}}{2 \cdot A_1} \leq t_{pb} \quad (2.133)$$

olarak bulunur.

t_{pb} ; Dengeli yük durumu için plaka kalınlığı; aynı zamanda sünek eğilme kırılması için gereken maksimum plaka kalınlığıdır.

Verilen herhangi bir kesit için t_{pb} değeri denge denklemlerinden bulunabilir.

$$c_b = \beta \cdot x_b \cdot (0,85 \cdot f'_c) \cdot b_c = T_{sb} + T_{pb} = A_s \cdot f_{ys} + t_{bp} \cdot b_p \cdot f_{yp} \quad (2.134)$$

veya

$$t_{bp} = \frac{\beta \cdot x_b \cdot (0,85 \cdot f'_c) \cdot b_c - A_s \cdot f_{ys}}{b_p \cdot f_{yp}} \quad (2.135)$$

x_b , denge durumundaki gerinim değişiminden bulunur (Şekil (2.27)).

β , 0,85 (C14~C25 için), Beton basınç bloğu derinliğinin tarafsız eksen derinliğine oranı

2.7.2. Adım 2 : Plaka – Beton Arayüzey Gerilmeleri

Arayüzey gerilmelerinin plaka bitim noktalarında kabul edilebilir limit değeri;

$$\tau_0 + \sigma_0 \cdot \tan \Phi \leq c_a \quad (2.136)$$

Burada;

c_a : Beton – plaka arasında kabul edilen kesme kohezyon katsayısı,

$$5.38 \text{ Mpa}^{(4)}, 3-3.40 \text{ Mpa}^{(16)}$$

Φ : 28°, Beton için içsel sürtünme açısı

Uçlarda meydana gelen maksimum kesme kuvveti;

$$\tau_0 = \alpha_1 \cdot f_t' \cdot \left(\frac{C_{R1} \cdot V_0}{f_c'} \right)^{\frac{5}{4}} \quad (2.137)$$

Burada;

α_1 : 35, nümerik parametre çalışmalarından elde edilmiş ampirik dönüşüm katsayısı

f_t' : Beton çekme gerilmesi

V_0 : Plaka sonunda oluşan global kesme kuvveti

C_{R1} ise;

$$C_{R1} = \left[1 + \left(\frac{K_s}{E_p \cdot b_p \cdot d_p} \right)^{\frac{1}{2}} \cdot a^* \right] \cdot \frac{b_p \cdot d_p}{l \cdot b_a} \cdot (h_p - h) \quad (2.138)$$

şeklindedir.

Burada;

a^* : Plaka ucundaki M_0/V_0 değeri

l : Çatlamış kesit için dönüştürülmüş eşdeğer çelik atalet momenti

K_s : Yapıştırıcı malzeme kayma rijitliği

$$K_s = \frac{G_a \cdot b_a}{d_a} \quad (2.139)$$

G_a : Yapıştırıcı malzemenin kayma modülü

b_a : Yapıştırıcı malzemenin genişliği

d_a : Yapıştırıcı malzemenin kalınlığı

Böylece Denklem(2.136) 'da bulunan plaka ucundaki σ_0 gerilmesi;

$$\sigma_0 = \alpha_2 \cdot C_{R2} \cdot \tau_0 \quad (2.140)$$

şeklinde dir. Burada;

α_2 : 1.10, nümerik parametre çalışmalarından elde edilmiş ampirik regresyon katsayısı

C_{R2} katsayısı;

$$C_{R2} = d_p \cdot \left(\frac{K_n}{4 \cdot E_p \cdot I_p} \right)^{\frac{1}{4}} \quad (2.141)$$

Burada;

I_p : Çelik plakanın kendi ağırlık merkezine göre atalet momenti

K_s : Yapıştırıcı malzeme kayma rijitliği

K_n : Yapıştırıcı malzemenin normal rijitliği

$$K_n = \frac{E_a \cdot b_a}{d_a} \quad (2.142)$$

E_a : Yapıştırıcı malzemenin elastisite modülü

Denklemler yerlerine konulur ve de gerekli değişiklikler yapılırsa, verilen yük durumu w_s , düzgün dağılılı yük olmak üzere, plaka kalınlığı ve yük seviyesi için plakanın mesnetten maksimum uzaklığı a_{max} aşağıdaki denklem çözümlenerek bulunabilir.

$$\left[1 + \left(\frac{K_s}{E_p b_p d_p} \right)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{La - a^2}{L - 2a} \right) \right] w_s \left(\frac{L}{2} - a \right) = f'_c \left[\frac{c_a}{(1 + \alpha_2 \cdot C_{R2} \cdot \tan \Phi) \cdot \alpha_1 f'_t} \right] \frac{lb_a}{b_p d_p (h_p - h)} \quad (2.143)$$

Denklem en iyi deneme yanılma yöntemiyle çözülmektedir.

Eğer yükleme şekli tekil nokta (P) yükü şeklinde ise plakanın mesnetlerden uzaklığını veren bağıntı;

$$a = \left[\frac{2}{P} \cdot \frac{lb_a f'_c}{b_p d_p (h_p - h)} \left(\frac{c_a}{(1 + \alpha_2 \cdot C_{R2} \cdot \tan \Phi) \cdot \alpha_1 f'_t} \right) - 1 \right] \left(\frac{E_p b_p d_p}{K_s} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (2.144)$$

şeklinde olup yapılan parametrik çalışmalar neticesinde olabilecek maksimum mesnet-plaka ucu mesafesinin, h_c betonarme kiriş yüksekliği olmak üzere;

$$\frac{a_{maks}}{h_c} \leq 3 \quad (2.145)$$

durumunu sağlaması gerekli olduğu görülmüştür. ⁽⁴⁾

2.7.3. Adım 3: Güçlendirilmiş Kirişin Kesme Kapasitesi

V_{up} güçlendirilmiş kirişin kesme kapasitesi olmak üzere;

$$V_{up} = [V_c + kV_s] \quad (2.146)$$

Burada;

$$V_c = \frac{1}{6} \left(\sqrt{f_c} + 100\rho_w \frac{V_u \cdot d}{M_u} \right) b_w d \quad (2.147)$$

$$V_s = \frac{A_v f_{yst} d}{s} \quad (2.148)$$

$$k = 2,4 \cdot e^n \quad (2.149)$$

$$n = -0,08 \cdot C_{R1} \cdot C_{R2} \cdot 10^6 \quad (2.150)$$

Burada;

ρ_w : Boyuna donatı alanı oranı

b_w, d : Güçlendirilmemiş kiriş kesitinin genişlik ve etkin derinliği

A_v : Etriye kesit alanı

f_{yst} : Etriye akma mukavemeti

s : Etriye aralığı

$\frac{V_u \cdot d}{M_u}$: 1.0

Denklem (2.149) 'daki k katsayısı çeşitli plakalı kirişler için deneysel verilerin regresyonundan elde edilmiştir. Daha emniyetli bir yaklaşım olması açısından plakanın kesme kapasitesine olan katkısı ihmal edilerek $k=1.0$ alınabilir.⁽⁴⁾

2. 8. Yöntem

Modellemeler esnasında malzemeler önceki araştırmalarda olduğu gibi lineer elastik olarak kabul edilmiştir. Model iki boyutlu olarak girilmiş, iki boyutlu düzlem elemanı olarak Plane 42 (iki boyutlu 4 düğüm noktalı dörtgensel eleman) kullanılmıştır. Bu eleman düzlem gerilme, düzlem gerinme, aksisimetrik ve kalınlık özellikli düzlem gerilim elemanı olarak kullanılabilir. Modellemede kalınlık özellikli düzlem gerilme (Plane stress with thickness) seçeneği kullanılmış ve kirişin derinliği 100 mm. olarak girilmiştir.

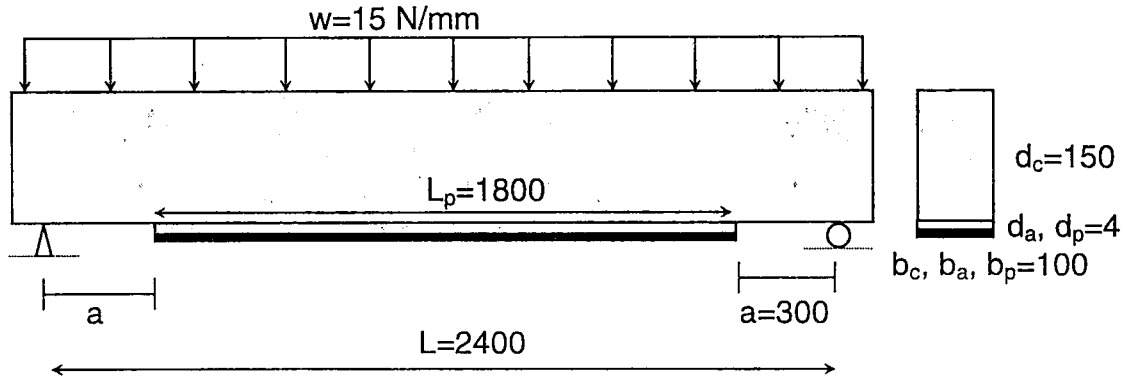
Modelde kullanılan malzeme özellikleri aşağıdaki çizelgede verilmektedir. Uzunluklar mm. , elastisite modülü Mpa. cinsindedir.

Çizelge 2.2. Modelde kullanılan Malzeme Özellikleri

Eleman	Genişlik	Derinlik	Uzunluk	Elastisite	Poisson Oranı
Beton Kiriş	100	150	2400	20000	0.17
Epoksi	100	4	1800	2000	0.25
Plaka	100	4	1800	200000	0.30

Şekil 2. 28 'de model kiriş gösterilmektedir. Geometrinin simetrisinden dolayı analizlerde yarım kiriş modellenmiştir.

Yayıllı yük 15 N/mm. olarak verilmiştir. Kullanılan malzeme özellikleri ve geometrisi J. G. Teng, J. W. Zhang, S. T. Smith⁽²⁰⁾ ile aynıdır.



Şekil 2.28. Güçlendirilmiş kiriş ve kesiti

İki farklı kalınlığa sahip epoksi ve çelik plakanın analizi yapıлып grafikler halinde karşılaştırılması yapılmıştır. Bunlardan birincisinde epoksi ve plaka kalınlığı 4'er mm. diğesinde ise 2 'şer mm. dir.

Şekil 2.29 'da çeşitli alanlara bölünmüş yarım model gösterilmektedir.



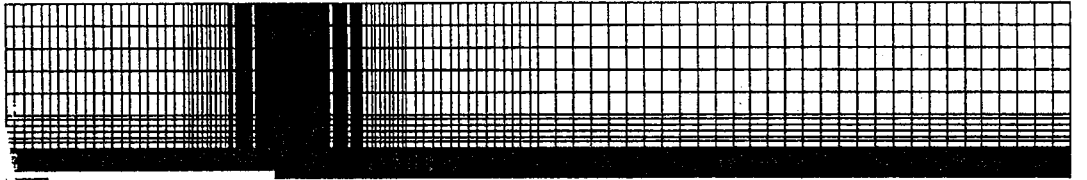
Şekil 2.29. Simetrik Yarım Model



Şekil 2.30. Plaka Ucu Alanların Büyütülmüş Hali

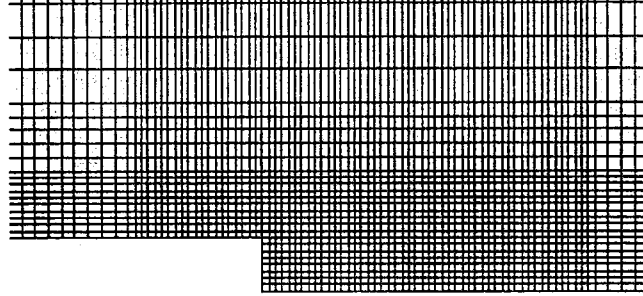
Şekil 2.30 'da modelin plaka ucu civarının büyütülmüş hali gösterilmektedir.

Aşağıda modelin eleman ağı oluşturulduktan sonraki durumu gösterilmektedir. Analizde 6340 adet düğüm noktası 6110 adet iki boyutlu düzlemsel eleman kullanılmıştır.



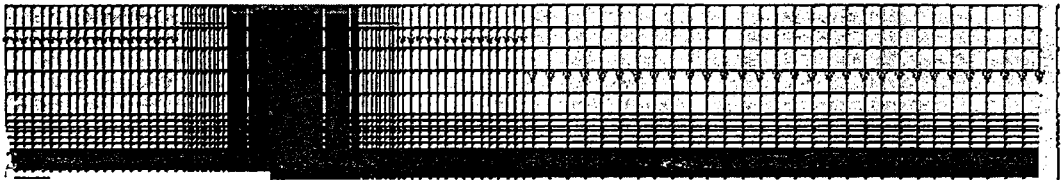
Şekil 2.31. Modelin Eleman Ağı Oluşturulmuş Hali

Burada ise plaka ucu bölgesinin eleman ağı sıklaştırılması gösterilmektedir.



Şekil 2.32. Plaka Ucu Eleman Ağı Sıklaştırması

Şekil 2.33 'de kirişe sınır şartlarının uygulanışı gösterilmektedir. Burada simetriden dolayı açıklık ortası yatay mesnetlerle kiriş kenarı ise dikey mesnetlerle mesnetlenmişlerdir. Eleman ağındaki sıklaştırmalardan dolayı kiriş üzerindeki eleman genişlikleri eşit olmadığından 15 N/mm 'lik yükü sağlayacak şekilde düzenleme yapılmıştır.



Şekil 2.33. Kirişe Sınır Şartlarının Uygulanışı

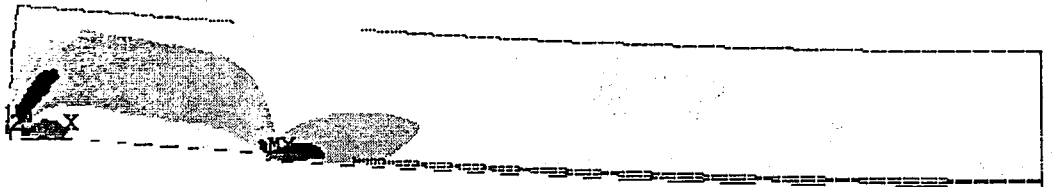
3. ARAŞTIRMA BULGULARI

Farklı iki kalınlığa sahip çelik plaka ile güçlendirilen kirişlerin sonlu elemanlar metodu ile analizleri sonunda beton – epoksi arasında, epoksi orta bölgesinde ve epoksi – plaka arasında meydana gelen normal gerilmeler ve kayma gerilmeleri tespit edilmiştir. Bu değerler grafikler halinde sunularak karşılaştırılmıştır.

Kayma gerilmeleri ve normal gerilmeleri verileri Ek-1 'de sunulmuştur. Aynı verilerden yararlanılarak çıkartılan grafikler sırasıyla verilecektir.

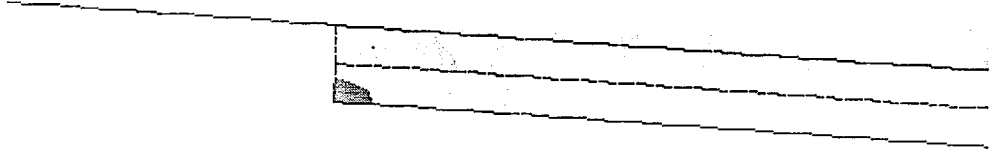
Analizler iki farklı plaka ve epoksi kalınlığı için yapıldığından plaka uçlarındaki normal ve kayma gerilmeleri farklılık arz etmektedir.

Şekil 3.1 'de kirişin analiz sonrası uygulanan yük ve mesnet şeklinden dolayı yaptığı sehim gösterilmektedir. Şekilde gösterilen kayma gerilmesi konturlarıdır. Görüldüğü üzere kayma konturları mesnet bölgesinde ve plaka ucu bölgesinde yoğunlaşmıştır.



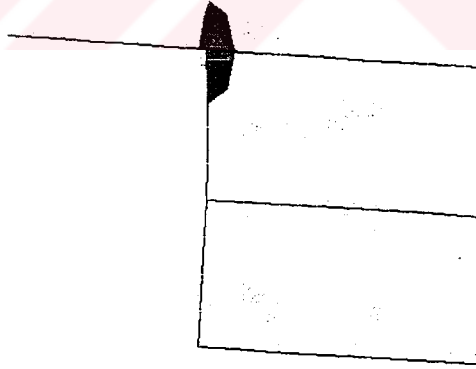
Şekil 3.1. Kirişin Analiz Sonrası Deforme Olmuş Hali

Şekil 3.2 'de plaka ucu bölgesinin kayma gerilmesi konturları gösterilmektedir.



Şekil 3.2. Plaka Ucu Kayma Gerilmesi Konturları

Şekil 3.2 'de plaka ucu bölgesinin kayma gerilmesi konturları gösterilmektedir.



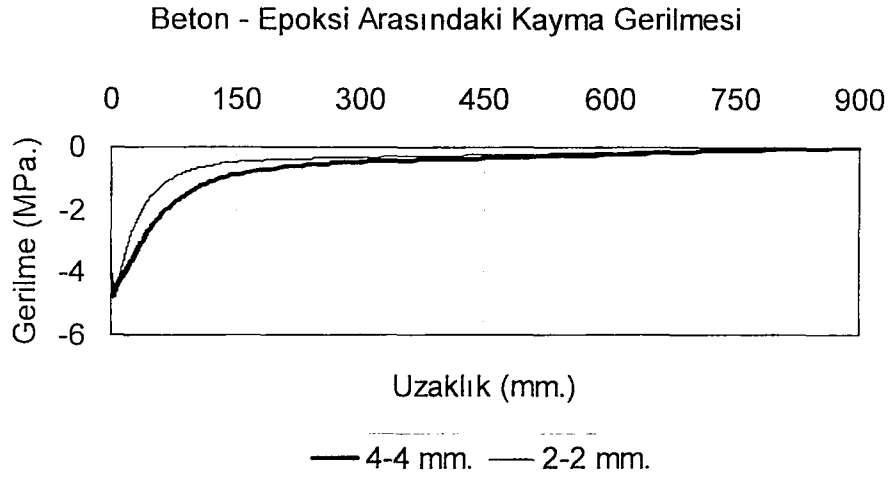
Şekil 3.2. Plaka Ucu Normal Gerilme Konturları

Şekil 3.4 'de plaka boyunca beton – epoksi arasındaki kayma gerilmeleri verilmektedir. Görüldüğü üzere kayma gerilmeleri plaka ucuna çok yakın bir mesafede ani artış meydana getirmekte bu durum önlemi

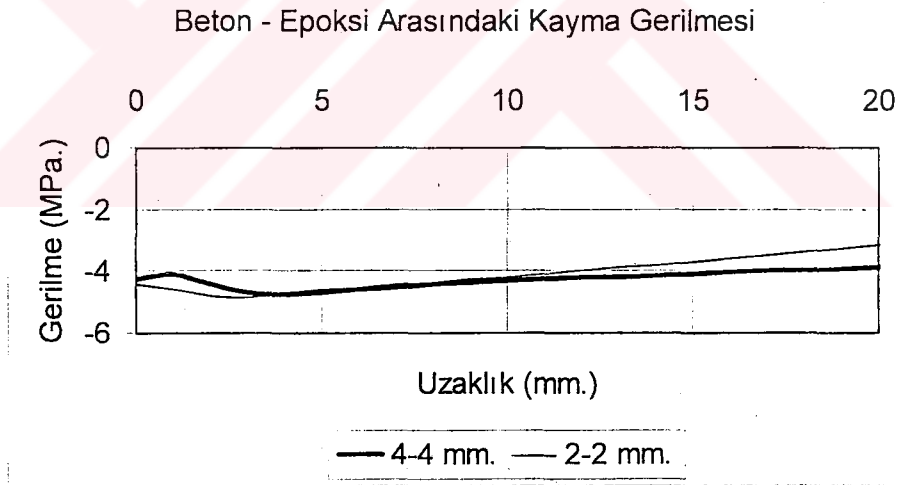
alınmadığı zaman kirişte plakanın sıyrılarak kirişin ani bir biçimde erken çökmesine sebebiyet vermektedir.

Plaka ve epoksi kalınlığı artırıldığında kayma gerilmelerinde fazla bir değişiklik olmamakta sadece gerilmelerin azalması daha yavaş olmaktadır.





Şekil 3.4. Beton – Epoksi Arasındaki Kayma Gerilmesi

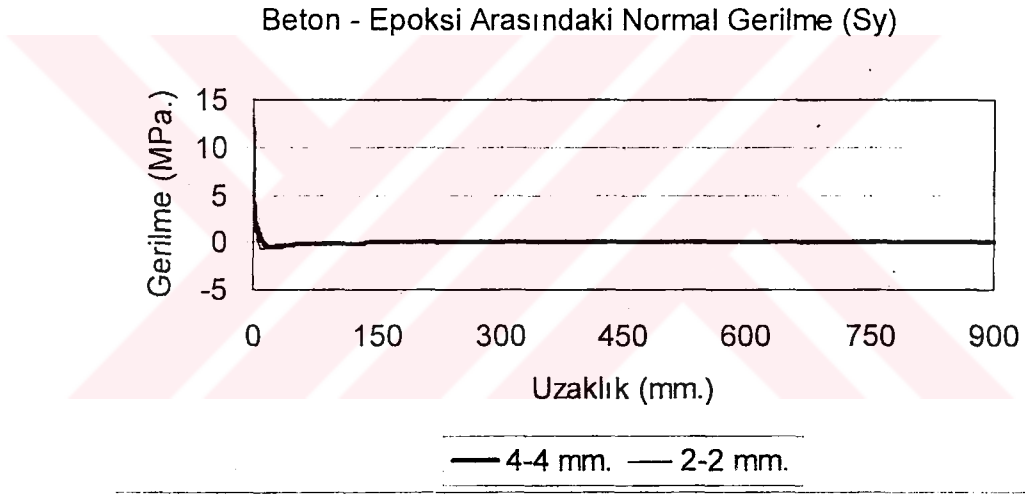


Şekil 3.5. Plaka Ucu Beton – Epoksi Arasındaki Kayma Gerilmesi

Yukarıdaki şekilde ise plaka uç bölgesindeki kayma gerilmeleri görülmektedir. Plaka ucundaki kayma gerilmesi değeri iki kalınlık için de hemen hemen aynıdır.

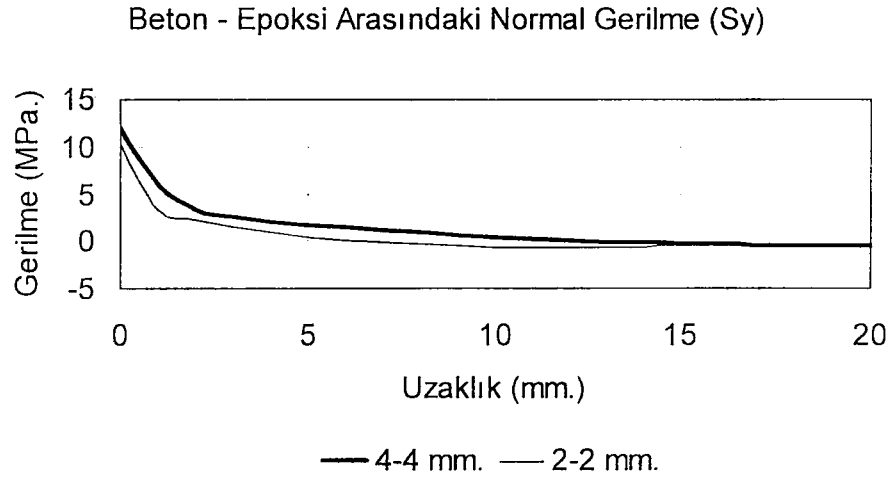
Şekil 3.6 'da plaka boyunca beton – epoksi arasındaki normal gerilmeler verilmektedir. Görüldüğü üzere normal gerilmeler kayma gerilmelerinde olduğu gibi plaka ucuna çok yakın bir mesafede ani artış meydana getirmekte bu durum önlemi alınmadığı zaman kirişte plakanın sınırlarak kirişin ani bir biçimde erken çökmesine sebebiyet vermektedir.

Plaka ve epoksi kalınlığı artırıldığında normal gerilmelerde fazla bir değişiklik olmamakta sadece gerilmelerin azalması daha yavaş olmaktadır.



Şekil 3.6. Beton – Epoksi Arasındaki Normal Gerilmeler

Şekil 3.7 'de ise plaka uç bölgesindeki normal gerilmeleri görülmektedir. Plaka ucundaki normal gerilme değeri iki kalınlık için de hemen hemen aynıdır.

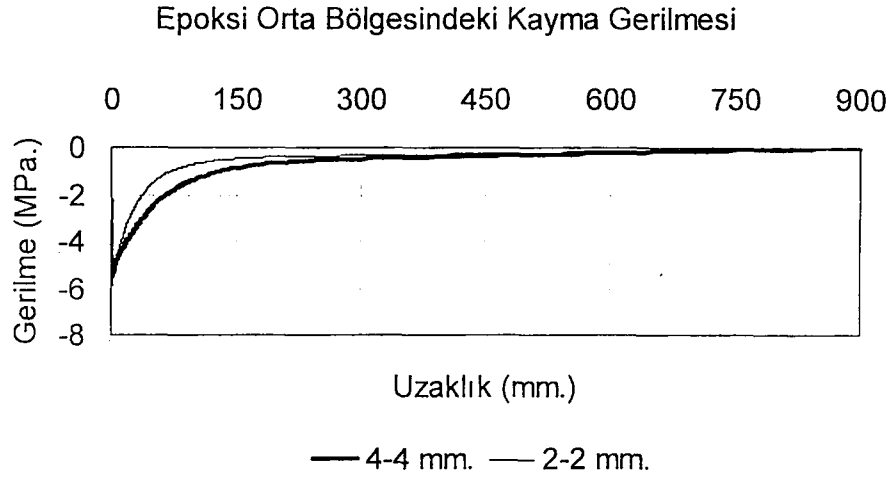


Şekil 3.7. Plaka Ucu Beton – Epoksi Arasındaki Normal Gerilmeler

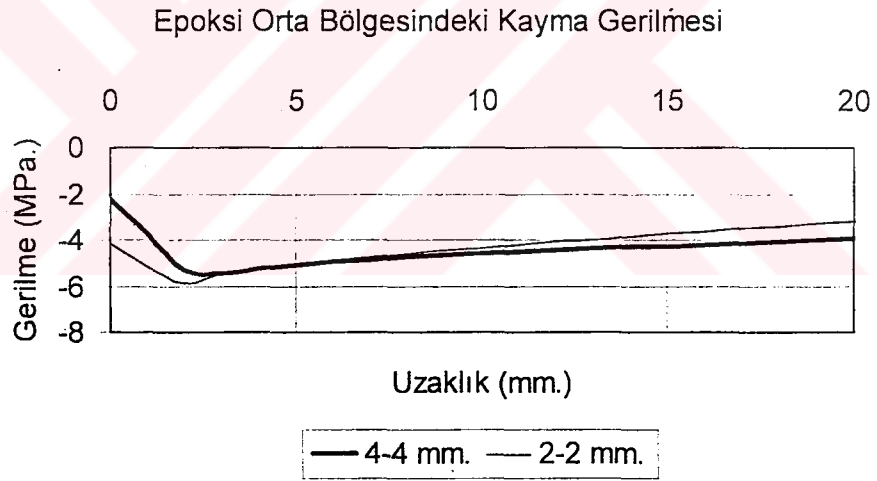
Şekil 3.8 'de plaka boyunca epoksi orta bölgesindeki kayma gerilmeleri verilmektedir. Bu bölgedeki kayma gerilmesi değeri Beton – Epoksi arasındaki değerden daha fazla olmasına rağmen göçmede fazla etkili değildir.

Aynı şekilde plaka ucuna yakın bölgede büyük gerilim değişimleri meydana gelmektedir.

Plaka ve epoksi kalınlığı artırıldığında kayma gerilmelerinde fazla bir değişiklik olmamakta sadece gerilmelerin azalması daha yavaş olmaktadır.



Şekil 3.8. Epoksi Orta Bölgesindeki Kayma Gerilmeleri

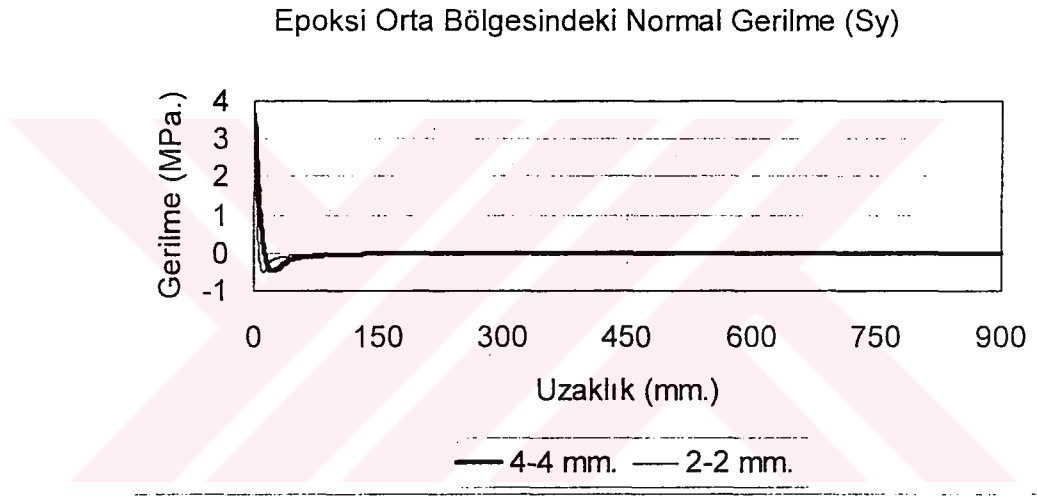


Şekil 3.9. Plaka Ucu Epoksi Orta Bölgesindeki Kayma Gerilmeleri

Yukarıdaki şekilde ise plaka uç bölgesindeki kayma gerilmeleri görülmektedir. Plaka ucundaki kayma gerilmesi değeri iki kalınlık için de hemen hemen aynıdır. Buradaki hafif artış plakanın artan kalınlığı ile birlikte daha fazla yükü üzerine alması şeklinde yorumlanabilir.

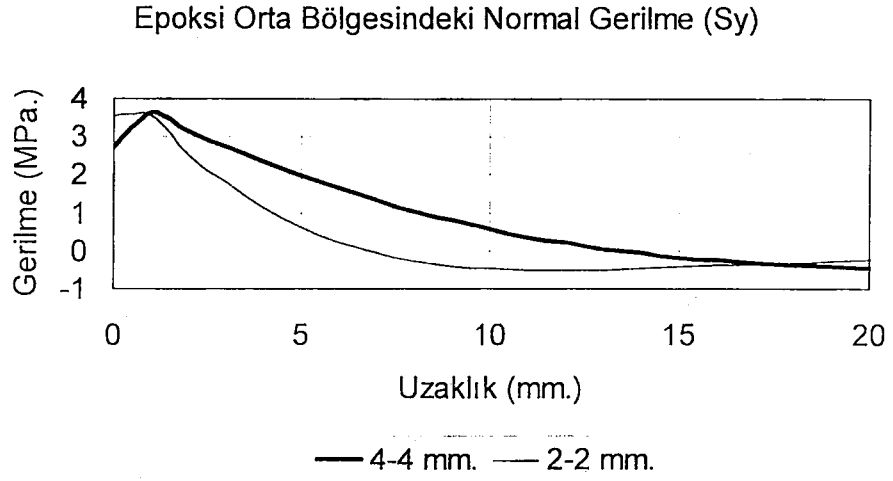
Şekil 3.10 'da plaka boyunca epoksi orta bölgesindeki normal gerilmeler verilmektedir. Görüldüğü üzere normal gerilmeler kayma gerilmelerinde olduğu gibi plaka ucuna çok yakın bir mesafede ani artış meydana getirmekte bu durum önlemi alınmadığı zaman kirişte plakanın sıyrılarak kirişin ani bir biçimde erken çökmesine sebebiyet vermektedir.

Plaka ve epoksi kalınlığı artırıldığında normal gerilmelerde fazla bir değişiklik olmamakta sadece gerilmelerin azalması daha yavaş olmaktadır.



Şekil 3.10. Epoksi Orta Bölgesindeki Normal Gerilmeler

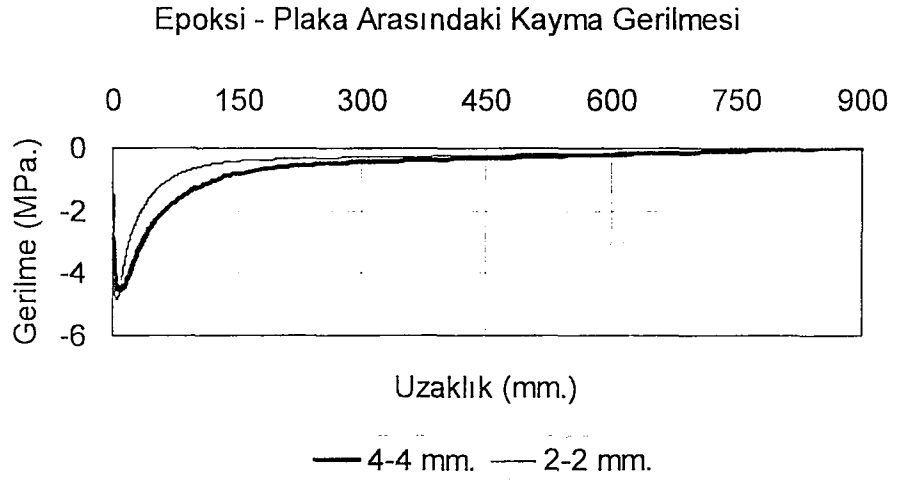
Şekil 3.11 'de ise plaka uç bölgesindeki normal gerilmeleri görülmektedir. Plaka ucundaki normal gerilme değeri iki kalınlık için de hemen hemen aynıdır.



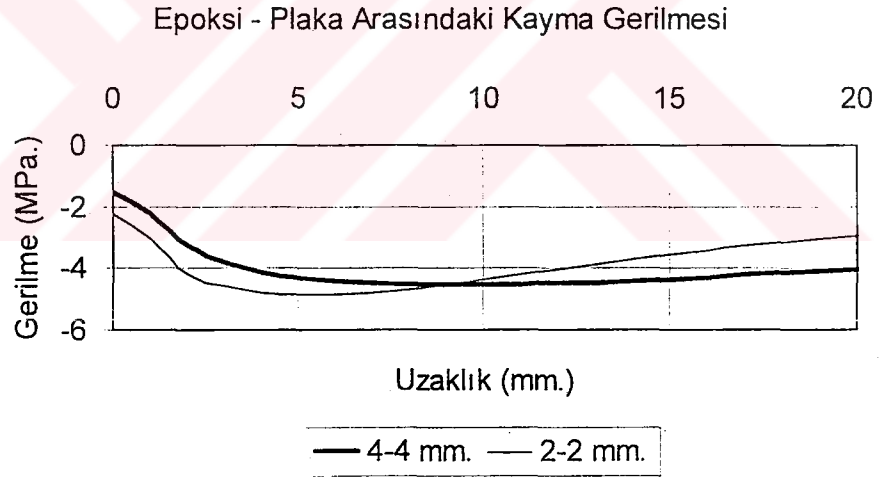
Şekil 3.11. Plaka Ucu Epoksi Orta Bölgesindeki Normal Gerilmeler

Şekil 3.12 'de plaka boyunca plaka – epoksi arasındaki kayma gerilmeleri verilmektedir. Bu bölgedeki kayma gerilmesi değeri Beton – Epoksi arasındaki değerden daha fazla olmasına rağmen göçmede fazla etkili değildir. Çünkü epoksinin çeliğe yapışma mukavemeti epoksinin betona yapışma mukavemetinden daha fazladır.

Plaka ve epoksi kalınlığı artırıldığında kayma gerilmelerinde fazla bir değişiklik olmamakta sadece gerilmelerin azalması daha yavaş olmaktadır.



Şekil 3.12. Epoksi – Plaka Arasındaki Kayma Gerilmesi

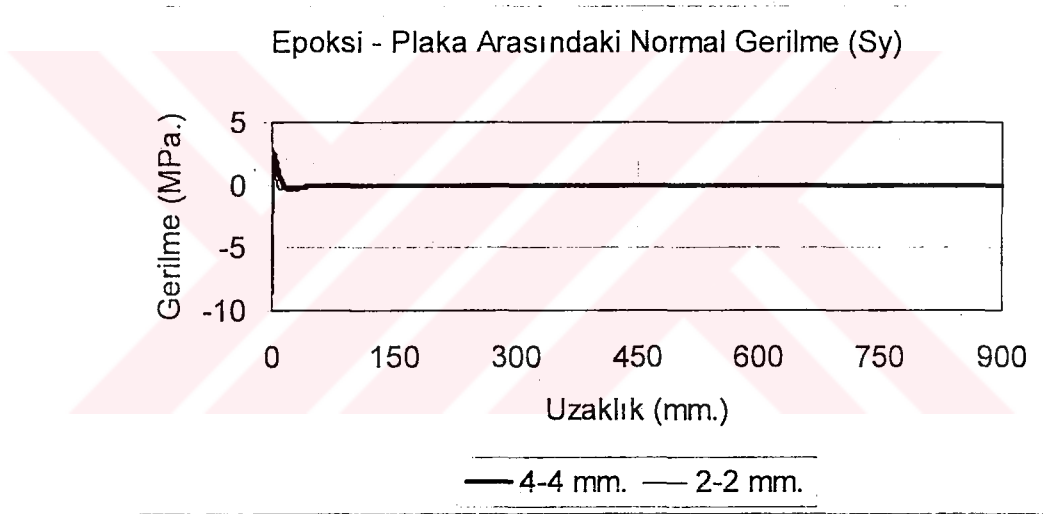


Şekil 3.13. Plaka Ucu Epoksi – Plaka Arasındaki Kayma Gerilmesi

Yukarıdaki şekilde ise plaka uç bölgesindeki kayma gerilmeleri görülmektedir. Plaka ucundaki kayma gerilmesi değeri ince plakalı kirişte daha fazladır.

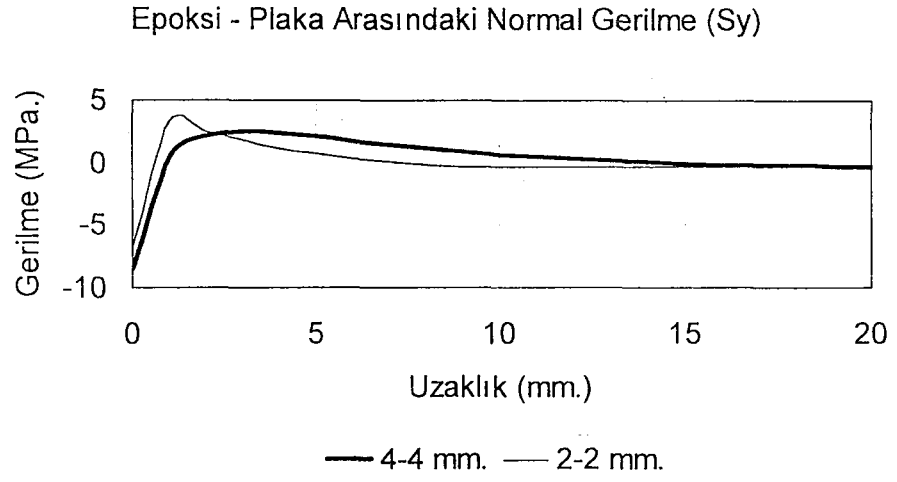
Şekil 3.14 'de plaka boyunca plaka – epoksi arasındaki normal gerilmeler verilmektedir. Görüldüğü üzere normal gerilmeler kayma gerilmelerinde olduğu gibi plaka ucuna çok yakın bir mesafede ani artış meydana getirmektedir.

Plaka ve epoksi kalınlığı artırıldığında normal gerilmelerde fazla bir değişiklik olmamakta sadece gerilmelerin azalması daha yavaş olmaktadır. Maksimum gerilme ince plakada daha fazladır.



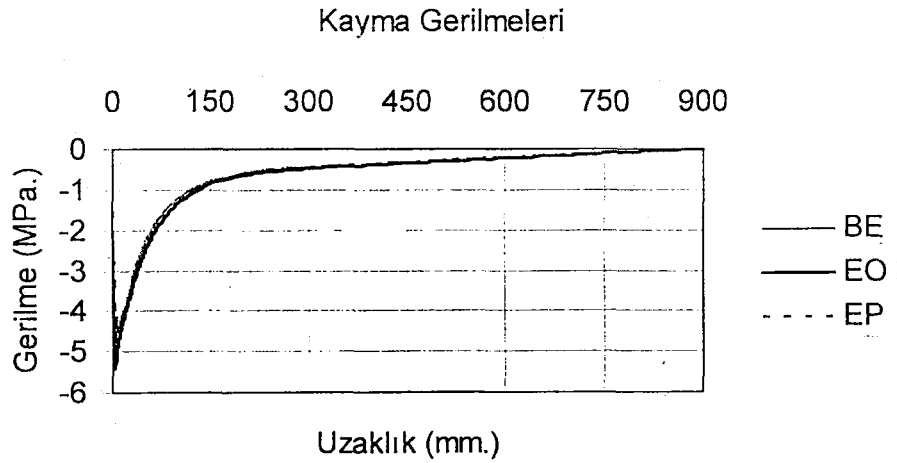
Şekil 3.14. Epoksi – Plaka Arasındaki Normal Gerilmeler

Şekil 3.15 'de ise plaka uç bölgesindeki normal gerilmeleri görülmektedir. Plaka ucundaki normal gerilme değeri iki kalınlık için de hemen hemen aynıdır.

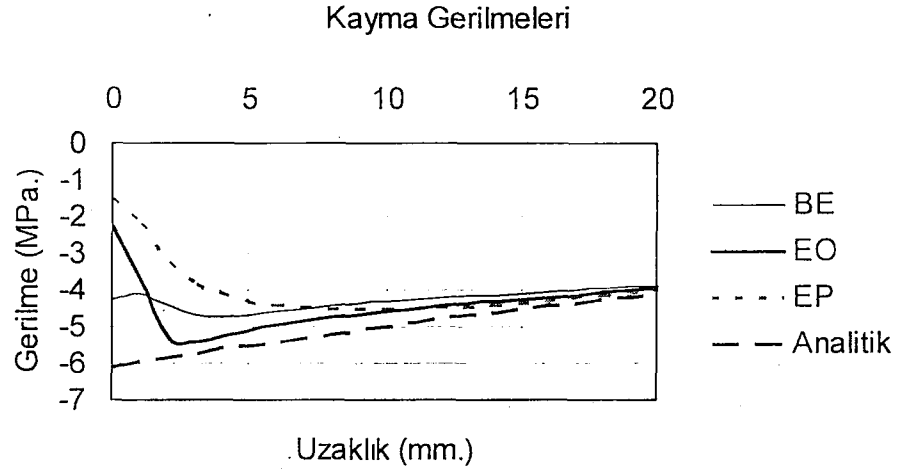


Şekil 3.15. Plaka Ucu Epoksi – Plaka Arasındaki Normal Gerilmeler

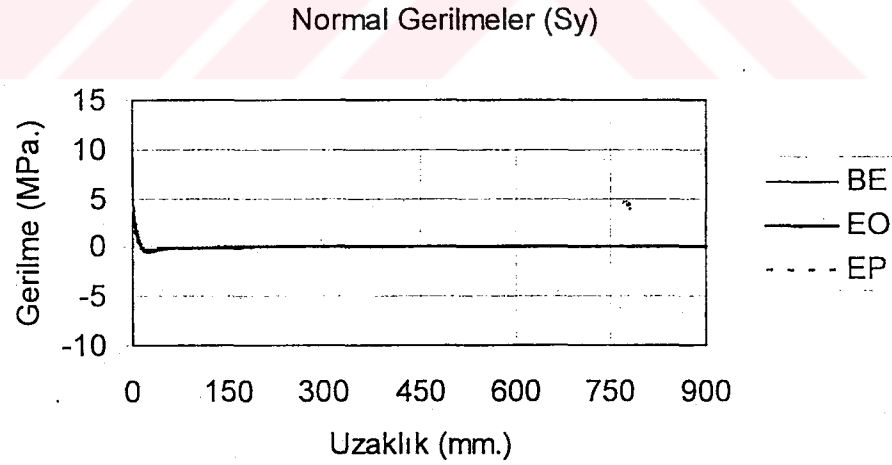
Analiz sonucunda 4 mm. 'lik plakalar ile güçlendirilmiş kirişlerin beton – epoksi, epoksi orta bölgesi ve epoksi – plaka arasındaki kayma ve normal gerilmeleri ile analitik sonuçlar Şekil 3.16 – 3.19 'da verilmektedir.



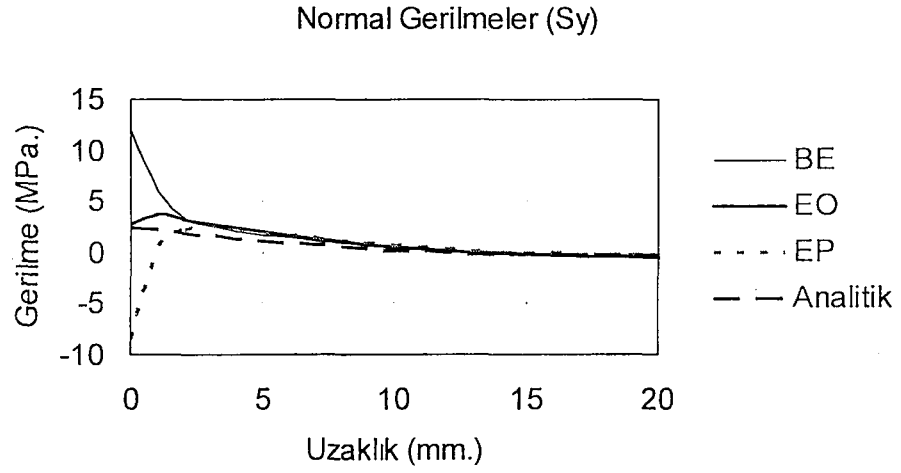
Şekil 3.16. 4 mm'lik Plaka Kalınlığı için Kayma Gerilmeleri



Şekil 3.17. 4 mm'lik Plaka Kalınlığı için Plaka Ucu Kayma Gerilmeleri

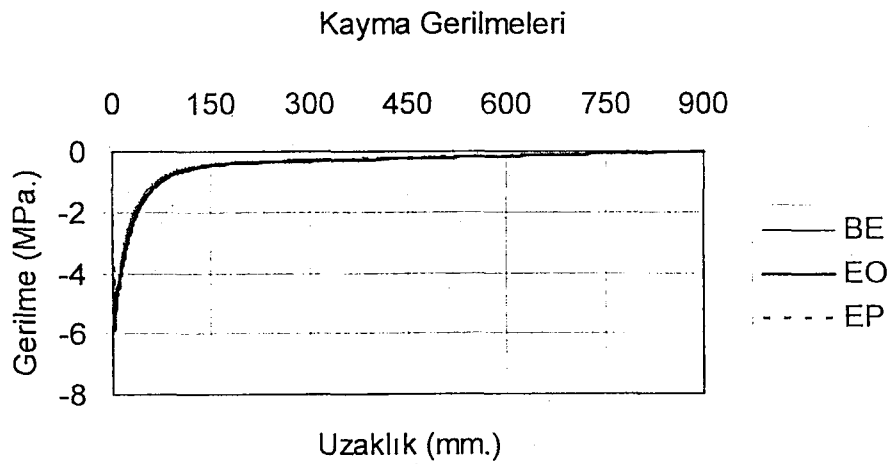


Şekil 3.18. 4 mm'lik Plaka Kalınlığı için Normal Gerilmeler

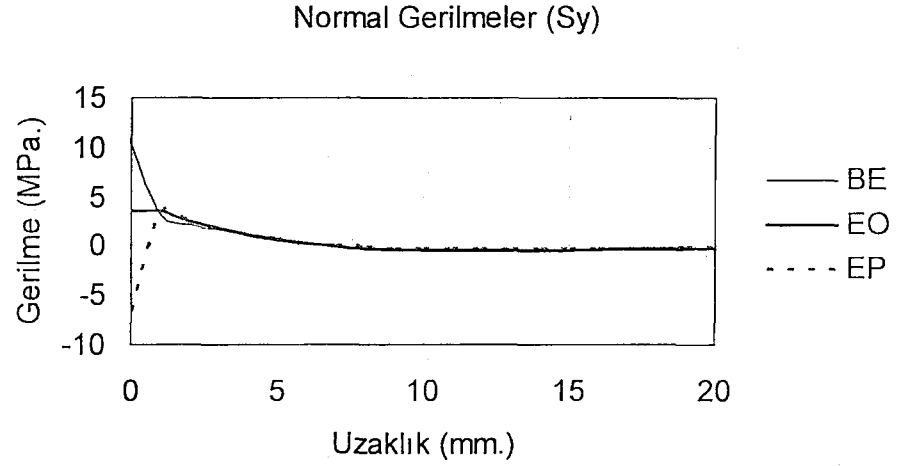


Şekil 3.19. 4 mm'lik Plaka Kalınlığı için Plaka Ucu Normal Gerilmeleri

Analiz sonucunda 2 mm. 'lik plakalar ile güçlendirilmiş kirişlerin beton – epoksi, epoksi orta bölgesi ve epoksi – plaka arasındaki kayma ve normal gerilmeleri Şekil 3.20 – 3.23 'de verilmektedir.



Şekil 3.20. 2 mm'lik Plaka Kalınlığı için Kayma Gerilmeleri



Şekil 3.23. 2 mm'lik Plaka Kalınlığı için Plaka Ucu Normal Gerilmeleri

Çizelge 3.1 'de plaka ve epoksi katmanı kalınlıklarına bağlı olarak normal ve kayma gerilmelerindeki değişimler gösterilmektedir.

Burada;

BE : Beton – Epoksi Arayüzeyi

EO : Epoksi Orta Bölgesi

EP : Epoksi – Plaka Arayüzeyi

4-4 : Epoksi ve Çelik Plakanın Kalınlığı 4 mm.

2-2 : Epoksi ve Çelik Plakanın Kalınlığı 2 mm.

Sy : Normal Gerilmeler

Sxy : Kayma Gerilmeleri

Min : Gerilme grafiğinin minimum olduğu değer

Maks : Gerilme grafiğinin maksimum olduğu değer

Çizelge 3.1. Kalınlığa Bağlı Gerilme Değişimi

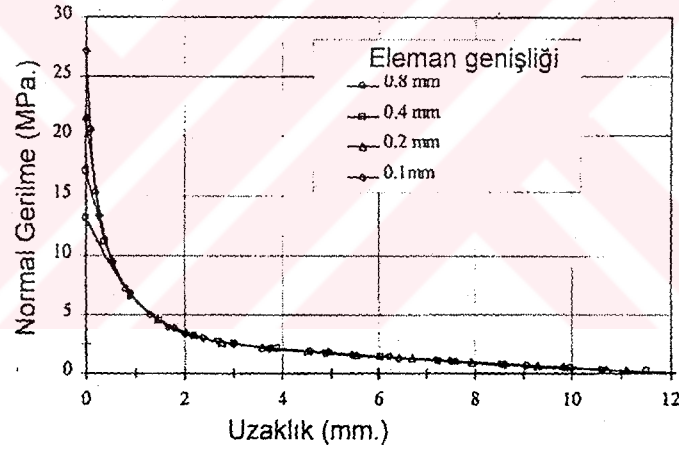
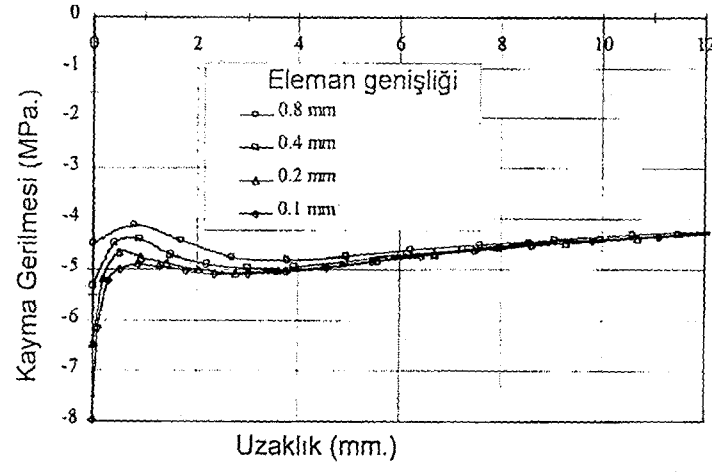
		Min	Maks	Değişim (%)	
BE-4-4	Sy	-0,58	11,96	Sy	15,26
	Sxy	-4,74	-0,01		
BE-2-2	Sy	-0,64	10,38	Sxy	-1,82
	Sxy	-4,83	0,00		
EO-4-4	Sy	-0,48	3,64	Sy	2,01
	Sxy	-5,42	-0,01		
EO-2-2	Sy	-0,51	3,57	Sxy	-8,00
	Sxy	-5,90	0,00		
EP-4-4	Sy	-8,45	2,60	Sy	24,71
	Sxy	-4,53	-0,01		
EP-2-2	Sy	-6,78	3,37	Sxy	-6,80
	Sxy	-4,86	0,00		

Aşağıdaki şekillerde J. G. Teng, J. W. Zhang ve S. T. Smith ⁽²⁰⁾'in çalışmalarından elde ettikleri grafikler gösterilmektedir. Bu çalışmada kullanılan malzeme özellikleri ve geometri ile aynı özellikte eleman ağı ve sıklığı farklılık göstermektedir. Çalışmada 4 'er mm. lik epoksi ve çelik plaka kalınlığı kullanılmıştır.

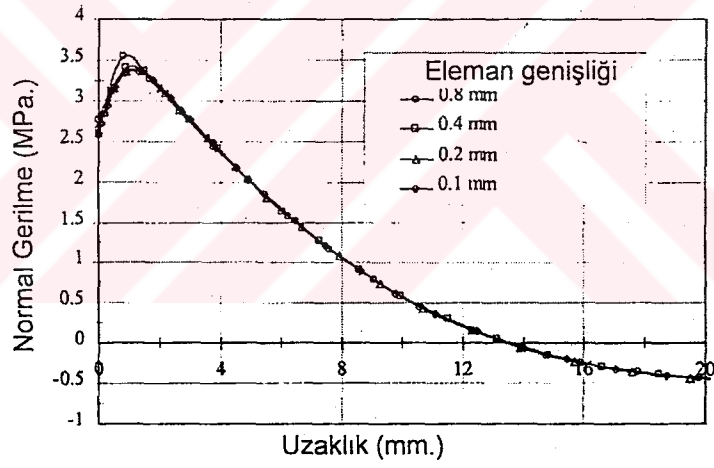
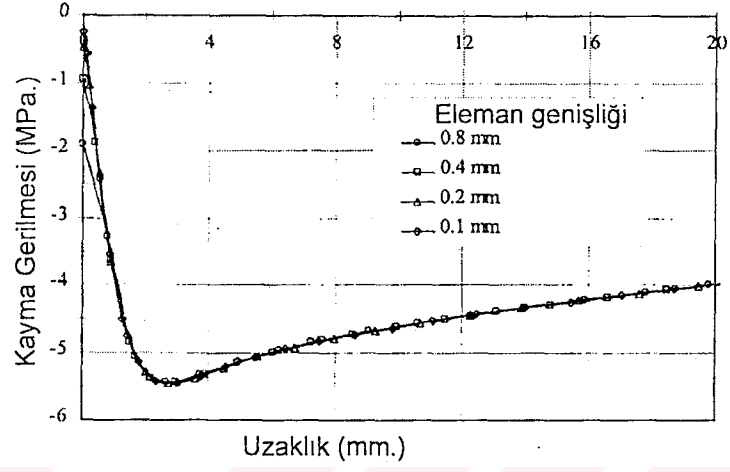
0.8, 0.4, 0.2 ve 0.1 mm lik elemanlar kullanılarak beton – epoksi arayüzeyinde, epoksi ortasında ve epoksi – plaka arayüzeyinde normal ve kayma gerilmeleri bulunmuştur.

Elde edilen sonuçların karşılaştırıldığında plaka boyunca normal ve kayma gerilmeleri değerlerinin uyumlu oldukları görülmektedir.

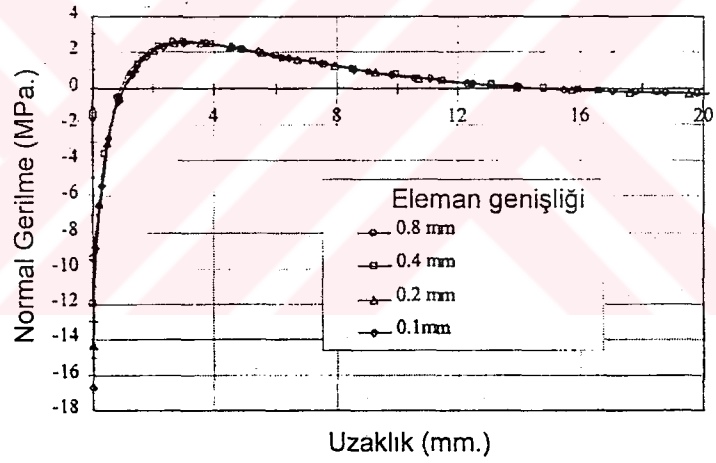
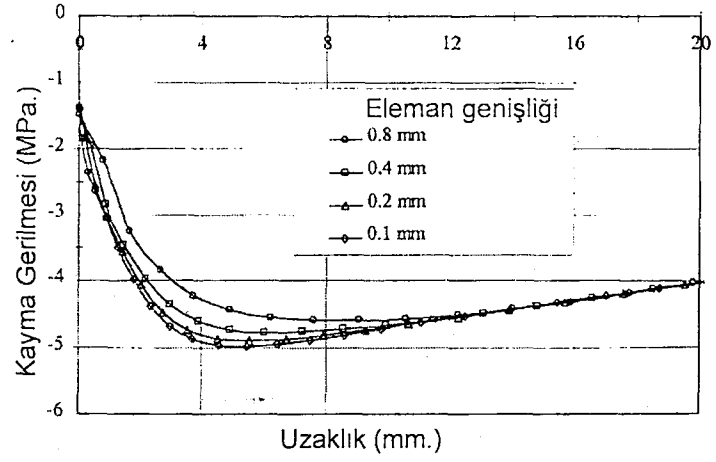
Sonlu elemanlar metodu ile analitik sonuçların uyumlu oldukları da gözlemlenmiştir.



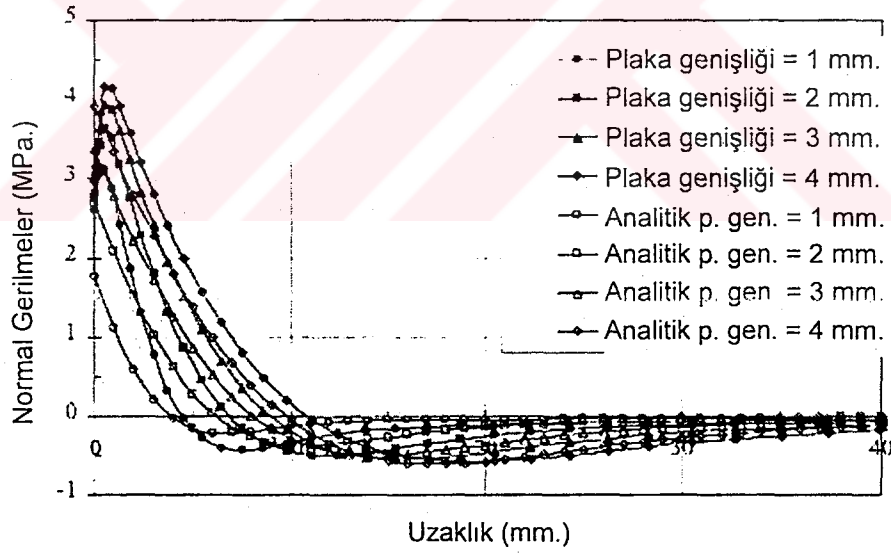
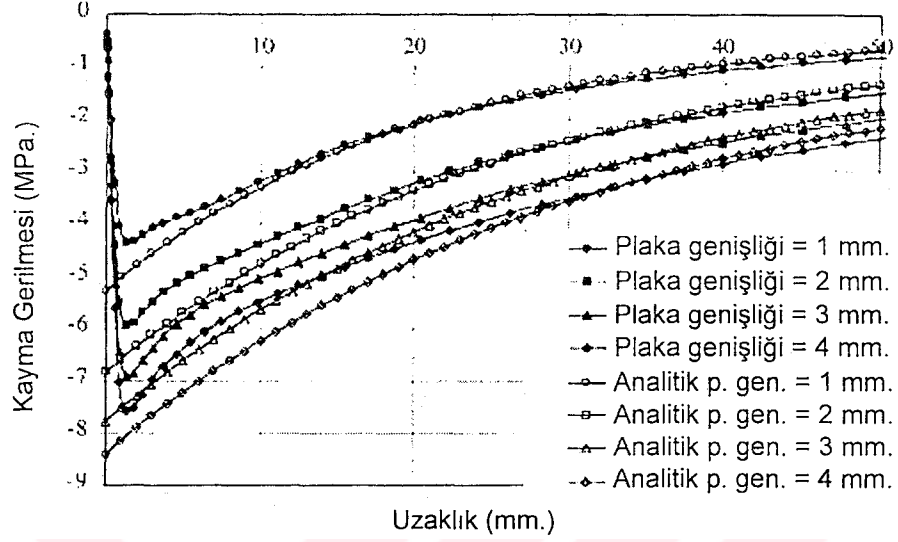
Şekil 3.24. 4 mm'lik Plaka Kalınlığı için Beton – Epoksi Arayüzeyinde Kayma ve Normal Gerilmeleri ⁽²⁰⁾



Şekil 3.25. 4 mm'lik Plaka Kalınlığı için Epoksi Orta Bölgesi Kayma ve Normal Gerilmeleri ⁽²⁰⁾



Şekil 3.26. 4 mm'lik Plaka Kalınlığı için Epoksi – Plaka Arayüzeyinde Kayma ve Normal Gerilmeleri ⁽²⁰⁾



Şekil 3.27. Çeşitli Plaka Kalınlıkları için Epoksi – Beton Arayüzeyinde Kayma ve Normal Gerilmeleri⁽²⁰⁾

4. TARTIŞMA VE SONUÇ

Araştırma ve analizler sonucunda güçlendirilmiş kirişlerle ilgili aşağıdaki sonuçlar elde edilmiştir.

1. Çelik plakalar ile güçlendirilmiş kirişlerde en kritik bölge plaka uçlarıdır.
2. Kirişlerdeki erken ve ani göçmeler, plaka ucundaki bölgede meydana gelen maksimum kesme ve normal gerilmeler sonucu oluşan çekme gerilmesini taşıyamayan betonun ayrılması sonucu oluşur.
3. Aynı zamanda güçlendirilmiş kirişlerin kesmeden dolayı göçmemesi için gerekli tahkiklerin yapılarak kesme kapasitelerinin fazla olması sağlanmalıdır.
4. Çelik plakalar ile güçlendirme esnasında yüzeylerin hazırlanması çok önemlidir. Yüzeyler gereğince temiz, pürüzsüz olarak hazırlanmalıdır. Yüzeyleri gereğince hazırlanmayan çalışmalarda yapışma mukavemeti beklenenden daha düşük çıkacak ve taşıma kapasitesi üzerinde istenmeyen azalmalara yol açacaktır.

Araştırma ve analizler sonucunda güçlendirme parametreleri ile ilgili aşağıdaki sonuçlar elde edilmiştir.

1. Plaka uçlarındaki maksimum normal gerilmeler, 2 mm. lik kalınlık için beton-epoksi arasında 10.38 MPa, epoksi orta bölgesinde 3.57 MPa, plaka-epoksi arasında ise 6.78 MPa 'dır.
2. Plaka uçlarındaki maksimum normal gerilmeler, 4 mm. lik kalınlık için beton-epoksi arasında 11.96 MPa, epoksi orta bölgesinde 3.64 MPa, plaka-epoksi arasında ise 8.45 MPa 'dır.
3. Plaka uçlarındaki maksimum kayma gerilmeleri, 2 mm. lik kalınlık için beton-epoksi arasında 4.83 MPa, epoksi orta bölgesinde 5.90 MPa, plaka-epoksi arasında ise 4.86 MPa 'dır.
4. Plaka uçlarındaki maksimum kayma gerilmeleri, 4 mm. lik kalınlık için beton-epoksi arasında 4.74 MPa, epoksi orta bölgesinde 5.42 MPa, plaka-epoksi arasında ise 4.53 MPa 'dır.
5. Görüldüğü gibi çelik plaka ve epoksi kalınlıklarının artırılması plaka uçlarında yani kritik bölgelerde normal gerilmelerde artma, kayma gerilmelerinde ise azalmaya yol açmaktadır.
6. Plaka ve epoksi tabakası kalınlığının artması nedeniyle normal gerilmelerdeki artma %2 ile %24.71 arasında değişmektedir.
7. Plaka ve epoksi tabakası kalınlığının artması nedeniyle kayma gerilmelerdeki azalma ise %1,82 ile %8 arasında değişmektedir.
8. Görüldüğü gibi normal ve kayma gerilmelerinden dolayı oluşan kritik zorlanmalar beton ile epoksi arasında oluşmakta gerilmeler betonun çekme mukavemetini aştığında bölgenin koparak plaka ile birlikte uç bölgede sıyrılmasına beton-epoksi arasındaki yapışma mukavemetini

aşığında ise ayrılmaya yol açmaktadır. Önceden yapılmış olan deneysel veriler de bu durumu desteklemekte, kirişteki göçmeler, plaka veya epoksi bölgesinde değil daha zayıf olan beton-epoksi bölgesindeki adezyonun yetersizliğinden kaynaklanan ayrılma sonucu meydana gelmektedir.

9. Plaka kalınlığının aşırı artırılması kirişlerdeki göçmenin gevrek kırılma yapmasına yol açacağından sakıncalıdır. Güçlendirme yapılmadan önce bu durum dikkate alınarak hesaplar yapılmalıdır.

Öneriler

Araştırma ve analizler sonucunda güçlendirilmiş kirişlerle ilgili aşağıda belirtilen konularda öneriler yapılmaktadır.

1. Plaka uçlarındaki aşırı gerilmelerden dolayı plaka uçlarının betondan ayrılmasını önlemek amacıyla plaka uçlarının ankraj bulonları veya mekanik bağlayıcılarla (kirişin delinerek içinden çelik çubuklar yardımıyla plakadaki gerilmelerin kiriş basınç bölgesine aktarılması) kirişe tutturulabilir
2. Binalarda bu sistem uygulanacak ise plaka uçlarının yine çelik plaka veya donatı vasıtasıyla kaynak veya bulon ile kolona bağlanabilir
3. Analitik sonuçlar ile analiz sonuçları uyumlu olmasına rağmen özellikle uç bölgedeki gerilmeler için daha fazla deneysel çalışmaya ihtiyaç vardır.

KAYNAKLAR

1. M. Elmas, N. Çağlar, N. Mert, Epoksiyle Yapıştırılan İnce Çelik Plakalarla Güçlendirilmiş Betonarme Kirişlerin Yapısal Davranışı., İnşaat Mühendisliğinde Gelişmeler, III. Teknik Kongre, ODTÜ, Ankara, 1997.
2. M. Ashrafuddin, M. H. Baluch, A. Sharif, G. J. Al-Sulaimani, A. K. Azad, A. R. Khan, , Peeling and Diagonal Tension Failures in Steel Plated R/C Beams, Construction and Building Materials, Construction and Building Materials, **13**, 459-467, (1999).
3. H. G. Kwak, S. P. Kim, Nonlinear Analysis of RC Beams Based on Moment-Curvature Relation, Computers and Structures, **80**, 615-628, (2002).
4. Y. N. Ziraba, M. H. Baluch, I. A. Basunbul, A. M. Sharif, A. K. Azad, G. J. Al-Sulaimani, Guidelines toward the Design of Reinforced Concrete Beams with External Plates, ACI Structural Journal, **91**, 639-646, (1994).
5. M. Elmas, N. Çağlar, N. Mert, Hasar Görmüş Betonarme Kirişlerin Çelik Plakalarla Güçlendirilmesi., Türkiye İnşaat Mühendisliği, 14. Teknik Kongre, İzmir, 1997.
6. T. M. Roberts, Approximate Analysis of Shear and Normal Stress Concentrations in the Adhesive Layer of Plated RC Beams, The Structural Engineer, **67**, 229-233, (1989).
7. S. T. Smith, J. G. Teng, Interfacial Stresses in Plated Beams, Engineering Structures, **23**, 857-871, (2001).
8. A. S. Ecemiş, Hasar Görmüş Betonarme Kirişlerin Epoksi ile Çelik Levha Yapıştırılarak Güçlendirilmesi Üzerine Deney Bir İnceleme, Yüksek Lisans Tezi, Selçuk Üniversitesi, Konya, 2000.
9. U. Ersoy, Betonarme, Temel İlkeler ve Taşıma Gücü Hesabı Cilt-1, 1985.
10. H. M. Alfarabi, I. A. Basunbul, M. H. Baluch, Plate Separation and Anchorage of RC Beams, ACI Structural Journal, **92**, 20-21, (1995).

11. N. Bayülke, Depremlerde Hasar Gören Yapıların Onarım ve Güçlendirilmesi, İnşaat Mühendisleri Odası İzmir Şubesi, Yayın No: 15
12. Ş. Gazneli, Hasar Görmüş Yapıların Çelik Malzeme Kullanılarak Taşıma Güçlerinin İyileştirilmesi, Yüksek Lisans Tezi, Yıldız Teknik Üniversitesi, İstanbul, 1999.
13. A. Sharif, G. J. Al-Sulaimani, I. A. Basunbul, M. H. Baluch, B. N. Ghaleb, Strengthening of Initially Loaded Reinforced Concrete Beams Using FRP Plates, *ACI Structural Journal*, **91**, 160-168, (1994).
14. A. Engin, Yapıştırıcıyla Birleştirilmiş Çift Bindirmeli Ankastre Bağlantıların Sonlu Eleman Metodu ile Geometrik Bakımdan Lineer ve Lineer Olmayan Analizi, Yüksek Lisans Tezi, Erciyes Üniversitesi, Kayseri, 2000.
15. B. Nath, D. Günay, Mühendisler için Sonlu Elemanlar, Sakarya Ün. Yayınları, Adapazarı, 1993.
16. H. O. Köksal, B. Doran, Beton ve Betonarme Elemanlarda Doğrusal Olmayan Oktahedral Elastik ve Plastik Bağlantılar Kullanılarak Yapılan Sonlu Eleman Uygulamaları, *İMO Teknik Dergi*, 1445-1455, (1997).
17. R. Jones, R. N. Swamy ve A. Charif, Plate separation and anchorage of reinforced concrete beams strengthened by epoxy bonded steel plates, *The Structural Engineer*, **66**, 85-94, (1988).
18. T. M. Roberts, H. Haji-Kazemi, Theoretical Study of the Behaviour of Reinforced Concrete Beams Strengthened by Externally Bonded Steel Plates, *The Int. J. of Cem. Comp. and Lightweight Concr.* **11**, No: 1, (1989).
19. O. Vilnay, The Analysis of Reinforced Concrete Beams Strengthened by Epoxy Bonded Steel Plates, *The Int. J. Of Cem. Comp. and Lightweight Concr.* **10**, No: 2, (1988).
20. J. G. Teng, J. W. Zhang, S. T. Smith, Interfacial Stresses in Reinforced Concrete Beams Bonded with a Soffit Plate: A Finite Element Study, *Construction and Building Materials*, **16**, 1-14, (2002).

EK-1. Arayüzlerdeki Normal ve Kayma Gerilmeleri Verileri

Plaka Ucundan Uzaklık	4-4 mm.		2-2 mm.		4-4 mm.		2-2 mm.		4-4 mm.		2-2 mm.	
	BETON - EPOKSI		BETON - EPOKSI		EPOKSI ORTASI		EPOKSI ORTASI		EPOKSI - PLAKA		EPOKSI - PLAKA	
	SY	SXY	SY	SXY	SY	SXY	SY	SXY	SY	SXY	SY	SXY
0	11,96	-4,25	10,38	-4,40	2,76	-2,27	4,12	-4,12	-8,45	-1,52	-6,78	-2,24
1	5,98	-4,08	3,27	-4,59	3,64	-3,69	3,54	-5,17	0,50	-2,22	3,37	-3,06
2	3,35	-4,43	2,21	-4,80	3,13	-5,31	2,50	-5,90	2,20	-3,27	2,55	-4,18
3	2,50	-4,71	1,55	-4,83	2,73	-5,42	1,78	-5,43	2,60	-3,82	1,83	-4,59
4	2,04	-4,74	0,97	-4,70	2,35	-5,26	1,14	-5,20	2,40	-4,12	1,18	-4,78
5	1,71	-4,68	0,48	-4,60	1,98	-5,09	0,62	-5,02	2,07	-4,29	0,71	-4,86
6	1,41	-4,59	0,10	-4,51	1,64	-4,96	0,22	-4,87	1,74	-4,40	0,33	-4,85
7	1,13	-4,51	-0,18	-4,43	1,33	-4,85	-0,07	-4,73	1,43	-4,46	0,06	-4,78
8	0,88	-4,44	-0,38	-4,35	1,04	-4,75	-0,27	-4,59	1,15	-4,50	-0,13	-4,67
9	0,64	-4,38	-0,52	-4,27	0,79	-4,67	-0,40	-4,47	0,90	-4,52	-0,26	-4,53
10	0,43	-4,32	-0,60	-4,19	0,57	-4,59	-0,48	-4,34	0,68	-4,53	-0,33	-4,37
11	0,25	-4,27	-0,63	-4,09	0,37	-4,52	-0,51	-4,22	0,49	-4,51	-0,36	-4,21
12	0,08	-4,22	-0,64	-4,00	0,20	-4,45	-0,51	-4,10	0,32	-4,49	-0,36	-4,04
13	-0,06	-4,18	-0,62	-3,90	0,06	-4,38	-0,50	-3,98	0,18	-4,45	-0,35	-3,87
14	-0,17	-4,13	-0,59	-3,79	-0,07	-4,32	-0,47	-3,86	0,05	-4,40	-0,33	-3,71
15	-0,27	-4,09	-0,55	-3,69	-0,17	-4,26	-0,43	-3,74	-0,05	-4,35	-0,30	-3,56
16	-0,36	-4,05	-0,51	-3,58	-0,25	-4,20	-0,39	-3,62	-0,13	-4,29	-0,26	-3,42
17	-0,42	-4,00	-0,47	-3,48	-0,32	-4,14	-0,35	-3,51	-0,19	-4,23	-0,23	-3,28
18	-0,48	-3,96	-0,43	-3,38	-0,37	-4,08	-0,32	-3,40	-0,25	-4,16	-0,20	-3,16
19	-0,52	-3,92	-0,40	-3,28	-0,41	-4,02	-0,28	-3,30	-0,29	-4,09	-0,17	-3,05
20	-0,55	-3,87	-0,36	-3,18	-0,44	-3,96	-0,25	-3,20	-0,31	-4,01	-0,15	-2,94
21	-0,57	-3,82	-0,33	-3,09	-0,46	-3,91	-0,23	-3,10	-0,33	-3,94	-0,13	-2,84
22	-0,58	-3,78	-0,31	-3,00	-0,47	-3,85	-0,21	-3,01	-0,34	-3,86	-0,11	-2,75
23	-0,58	-3,73	-0,28	-2,91	-0,48	-3,79	-0,19	-2,92	-0,35	-3,79	-0,10	-2,67
24	-0,58	-3,68	-0,27	-2,83	-0,47	-3,73	-0,17	-2,84	-0,35	-3,71	-0,09	-2,59
25	-0,58	-3,63	-0,25	-2,75	-0,47	-3,68	-0,16	-2,75	-0,34	-3,64	-0,08	-2,51
26	-0,57	-3,58	-0,24	-2,67	-0,46	-3,62	-0,15	-2,68	-0,34	-3,56	-0,07	-2,44
27	-0,55	-3,53	-0,22	-2,60	-0,45	-3,57	-0,14	-2,60	-0,32	-3,49	-0,07	-2,38
28	-0,54	-3,48	-0,21	-2,53	-0,43	-3,51	-0,13	-2,53	-0,31	-3,42	-0,07	-2,31
29	-0,52	-3,43	-0,20	-2,46	-0,42	-3,46	-0,13	-2,46	-0,30	-3,35	-0,06	-2,25
30	-0,50	-3,38	-0,19	-2,40	-0,40	-3,40	-0,12	-2,40	-0,28	-3,28	-0,06	-2,19
31	-0,48	-3,33	-0,19	-2,34	-0,38	-3,35	-0,12	-2,34	-0,27	-3,22	-0,06	-2,13

EK-1. Devami

32	-0,47	-3,28	-0,18	-2,28	-0,36	-3,29	-0,11	-2,28	-0,25	-3,16	-0,06	-2,08
33	-0,45	-3,23	-0,17	-2,22	-0,34	-3,24	-0,11	-2,22	-0,24	-3,09	-0,05	-2,03
34	-0,43	-3,18	-0,17	-2,16	-0,33	-3,19	-0,11	-2,16	-0,22	-3,04	-0,05	-1,98
35	-0,41	-3,13	-0,16	-2,11	-0,31	-3,14	-0,10	-2,11	-0,21	-2,98	-0,05	-1,93
36	-0,39	-3,08	-0,16	-2,06	-0,29	-3,09	-0,10	-2,06	-0,19	-2,92	-0,05	-1,88
37	-0,37	-3,03	-0,15	-2,01	-0,28	-3,04	-0,10	-2,01	-0,18	-2,87	-0,05	-1,84
38	-0,36	-2,98	-0,15	-1,96	-0,26	-2,99	-0,09	-1,96	-0,17	-2,82	-0,05	-1,79
39	-0,34	-2,94	-0,14	-1,92	-0,25	-2,94	-0,09	-1,91	-0,15	-2,77	-0,05	-1,75
40	-0,33	-2,89	-0,14	-1,88	-0,24	-2,90	-0,09	-1,87	-0,14	-2,72	-0,04	-1,71
41	-0,31	-2,85	-0,13	-1,83	-0,22	-2,85	-0,08	-1,83	-0,13	-2,68	-0,04	-1,67
42	-0,30	-2,80	-0,13	-1,79	-0,21	-2,81	-0,08	-1,78	-0,12	-2,63	-0,04	-1,63
43	-0,29	-2,76	-0,12	-1,75	-0,20	-2,76	-0,08	-1,74	-0,12	-2,59	-0,04	-1,60
44	-0,28	-2,72	-0,12	-1,71	-0,19	-2,72	-0,08	-1,71	-0,11	-2,55	-0,04	-1,56
45	-0,27	-2,68	-0,12	-1,68	-0,18	-2,68	-0,07	-1,67	-0,10	-2,51	-0,04	-1,53
46	-0,26	-2,64	-0,11	-1,64	-0,18	-2,64	-0,07	-1,63	-0,10	-2,47	-0,04	-1,49
47	-0,25	-2,60	-0,11	-1,61	-0,17	-2,60	-0,07	-1,60	-0,09	-2,43	-0,03	-1,46
48	-0,24	-2,56	-0,10	-1,57	-0,16	-2,56	-0,07	-1,56	-0,09	-2,39	-0,03	-1,43
49	-0,23	-2,52	-0,10	-1,54	-0,16	-2,52	-0,06	-1,53	-0,08	-2,36	-0,03	-1,40
50	-0,22	-2,47	-0,10	-1,50	-0,15	-2,48	-0,06	-1,49	-0,07	-2,31	-0,03	-1,37
52	-0,21	-2,41	-0,09	-1,45	-0,14	-2,41	-0,06	-1,44	-0,07	-2,25	-0,02	-1,32
54	-0,20	-2,34	-0,09	-1,39	-0,13	-2,34	-0,05	-1,38	-0,07	-2,19	-0,03	-1,27
56	-0,19	-2,28	-0,08	-1,34	-0,13	-2,28	-0,05	-1,33	-0,06	-2,13	-0,03	-1,22
58	-0,18	-2,21	-0,08	-1,29	-0,12	-2,21	-0,05	-1,28	-0,06	-2,07	-0,03	-1,17
60	-0,17	-2,15	-0,07	-1,24	-0,11	-2,15	-0,05	-1,23	-0,06	-2,01	-0,02	-1,13
62	-0,17	-2,10	-0,07	-1,20	-0,11	-2,10	-0,04	-1,19	-0,06	-1,96	-0,02	-1,09
64	-0,16	-2,04	-0,06	-1,16	-0,11	-2,04	-0,04	-1,15	-0,05	-1,91	-0,02	-1,05
66	-0,15	-1,99	-0,06	-1,12	-0,10	-1,99	-0,04	-1,11	-0,05	-1,86	-0,02	-1,01
68	-0,15	-1,94	-0,06	-1,08	-0,10	-1,93	-0,04	-1,07	-0,05	-1,81	-0,02	-0,98
70	-0,14	-1,89	-0,05	-1,04	-0,10	-1,89	-0,03	-1,04	-0,05	-1,76	-0,02	-0,95
72	-0,14	-1,84	-0,05	-1,01	-0,09	-1,84	-0,03	-1,00	-0,05	-1,72	-0,02	-0,92
74	-0,13	-1,79	-0,05	-0,98	-0,09	-1,79	-0,03	-0,97	-0,05	-1,68	-0,02	-0,89
76	-0,13	-1,75	-0,04	-0,95	-0,09	-1,75	-0,03	-0,94	-0,04	-1,64	-0,01	-0,86
78	-0,12	-1,71	-0,04	-0,92	-0,08	-1,71	-0,03	-0,91	-0,04	-1,60	-0,01	-0,84
80	-0,12	-1,67	-0,04	-0,90	-0,08	-1,66	-0,03	-0,89	-0,04	-1,56	-0,01	-0,81
82	-0,12	-1,63	-0,04	-0,87	-0,08	-1,63	-0,02	-0,86	-0,04	-1,52	-0,01	-0,79

EK-1. Devami

84	-0,11	-1,59	-0,04	-0,85	-0,07	-1,59	-0,02	-0,84	-0,04	-1,48	-0,01	-0,77
86	-0,11	-1,55	-0,03	-0,82	-0,07	-1,55	-0,02	-0,82	-0,04	-1,45	-0,01	-0,75
88	-0,10	-1,52	-0,03	-0,80	-0,07	-1,52	-0,02	-0,79	-0,04	-1,42	-0,01	-0,73
90	-0,10	-1,49	-0,03	-0,78	-0,07	-1,48	-0,02	-0,77	-0,03	-1,39	-0,01	-0,71
92	-0,10	-1,45	-0,03	-0,76	-0,06	-1,45	-0,02	-0,76	-0,03	-1,35	-0,01	-0,69
94	-0,09	-1,42	-0,03	-0,75	-0,06	-1,42	-0,02	-0,74	-0,03	-1,32	-0,01	-0,67
96	-0,09	-1,39	-0,03	-0,73	-0,06	-1,39	-0,02	-0,72	-0,03	-1,29	-0,01	-0,66
98	-0,09	-1,36	-0,03	-0,71	-0,06	-1,36	-0,02	-0,70	-0,02	-1,27	0,00	-0,64
100	-0,08	-1,32	-0,02	-0,69	-0,06	-1,32	-0,01	-0,68	-0,03	-1,23	-0,01	-0,62
105	-0,08	-1,27	-0,02	-0,66	-0,05	-1,26	-0,01	-0,65	-0,02	-1,18	0,00	-0,60
110	-0,07	-1,21	-0,02	-0,63	-0,05	-1,20	-0,01	-0,62	-0,03	-1,12	-0,01	-0,57
115	-0,06	-1,15	-0,02	-0,60	-0,04	-1,14	-0,01	-0,59	-0,02	-1,07	-0,01	-0,54
120	-0,06	-1,10	-0,01	-0,57	-0,04	-1,09	-0,01	-0,57	-0,02	-1,02	-0,01	-0,52
125	-0,05	-1,05	-0,01	-0,55	-0,04	-1,04	-0,01	-0,54	-0,02	-0,98	-0,01	-0,50
130	-0,05	-1,01	-0,01	-0,53	-0,03	-1,00	-0,01	-0,52	-0,02	-0,93	0,00	-0,48
135	-0,05	-0,96	-0,01	-0,51	-0,03	-0,96	-0,01	-0,51	-0,02	-0,90	0,00	-0,46
140	-0,04	-0,93	-0,01	-0,50	-0,03	-0,92	-0,01	-0,49	-0,02	-0,86	-0,01	-0,45
145	-0,04	-0,89	-0,01	-0,48	-0,03	-0,89	-0,01	-0,48	0,00	-0,83	0,01	-0,43
150	-0,04	-0,86	-0,01	-0,47	-0,02	-0,85	0,00	-0,46	-0,02	-0,80	-0,01	-0,42
160	-0,03	-0,81	-0,01	-0,45	-0,02	-0,80	0,00	-0,44	0,00	-0,75	0,01	-0,40
170	-0,03	-0,76	-0,01	-0,43	-0,02	-0,75	0,00	-0,42	-0,01	-0,70	-0,01	-0,39
180	-0,02	-0,72	0,00	-0,41	-0,02	-0,71	0,00	-0,41	-0,01	-0,67	0,00	-0,37
190	-0,02	-0,68	0,00	-0,40	-0,01	-0,68	0,00	-0,40	-0,01	-0,63	0,00	-0,36
200	-0,02	-0,65	0,00	-0,39	-0,01	-0,65	0,00	-0,38	-0,01	-0,60	0,00	-0,35
210	-0,01	-0,63	0,00	-0,38	-0,01	-0,62	0,00	-0,38	-0,01	-0,58	0,00	-0,34
220	-0,01	-0,60	0,00	-0,37	-0,01	-0,60	0,00	-0,37	-0,01	-0,56	0,00	-0,33
230	-0,01	-0,58	0,00	-0,36	-0,01	-0,58	0,00	-0,36	-0,01	-0,54	0,00	-0,33
240	-0,01	-0,56	0,00	-0,36	-0,01	-0,56	0,00	-0,35	0,00	-0,52	0,00	-0,32
250	-0,01	-0,55	0,00	-0,35	-0,01	-0,54	0,00	-0,35	0,00	-0,51	0,00	-0,32
260	-0,01	-0,53	0,00	-0,34	-0,01	-0,53	0,00	-0,34	0,00	-0,49	0,00	-0,31
270	-0,01	-0,52	0,00	-0,34	-0,01	-0,51	0,00	-0,33	0,00	-0,48	0,00	-0,30
280	-0,01	-0,51	0,00	-0,33	0,00	-0,50	0,00	-0,33	-0,01	-0,47	-0,01	-0,30
290	-0,01	-0,49	0,00	-0,33	-0,01	-0,49	0,00	-0,32	0,01	-0,46	0,02	-0,29
300	-0,01	-0,48	0,00	-0,32	0,00	-0,48	0,00	-0,31	-0,01	-0,44	-0,01	-0,29
320	-0,01	-0,46	0,00	-0,31	0,00	-0,46	0,00	-0,30	0,01	-0,43	0,01	-0,28

EK-1. Devami

340	-0,01	-0,44	0,00	-0,30	0,00	-0,44	0,00	-0,29	-0,01	-0,41	-0,01	-0,27
360	-0,01	-0,42	0,00	-0,29	0,00	-0,42	0,00	-0,28	0,00	-0,39	0,00	-0,26
380	-0,01	-0,41	0,00	-0,28	0,00	-0,40	0,00	-0,27	0,00	-0,38	0,00	-0,25
400	-0,01	-0,39	0,00	-0,26	0,00	-0,39	0,00	-0,26	0,00	-0,36	0,00	-0,24
420	0,00	-0,37	0,00	-0,25	0,00	-0,37	0,00	-0,25	0,00	-0,35	0,00	-0,23
440	0,00	-0,36	0,00	-0,24	0,00	-0,35	0,00	-0,24	0,00	-0,33	0,00	-0,22
460	0,00	-0,34	0,00	-0,23	0,00	-0,34	0,00	-0,23	0,00	-0,32	0,00	-0,21
480	0,00	-0,33	0,00	-0,22	0,00	-0,32	0,00	-0,22	0,00	-0,30	0,00	-0,20
500	0,00	-0,31	0,00	-0,21	0,00	-0,31	0,00	-0,21	0,00	-0,29	0,00	-0,19
520	0,00	-0,29	0,00	-0,20	0,00	-0,29	0,00	-0,20	0,00	-0,27	0,00	-0,18
540	0,00	-0,28	0,00	-0,19	0,00	-0,27	0,00	-0,19	0,00	-0,26	0,00	-0,17
560	0,00	-0,26	0,00	-0,18	0,00	-0,26	0,00	-0,18	0,00	-0,24	0,00	-0,16
580	0,00	-0,25	0,00	-0,17	0,00	-0,24	0,00	-0,16	0,00	-0,23	0,00	-0,15
600	0,00	-0,23	0,00	-0,16	0,00	-0,23	0,00	-0,15	0,00	-0,21	0,00	-0,14
620	0,00	-0,21	0,00	-0,15	0,00	-0,21	0,00	-0,14	0,00	-0,20	0,00	-0,13
640	0,00	-0,20	0,00	-0,13	0,00	-0,20	0,00	-0,13	0,00	-0,18	0,00	-0,12
660	0,00	-0,18	0,00	-0,12	0,00	-0,18	0,00	-0,12	0,00	-0,17	0,00	-0,11
680	0,00	-0,17	0,00	-0,11	0,00	-0,16	0,00	-0,11	0,00	-0,15	0,00	-0,10
700	0,00	-0,15	0,00	-0,10	0,00	-0,15	0,00	-0,10	0,00	-0,14	0,00	-0,09
720	0,00	-0,13	0,00	-0,09	0,00	-0,13	0,00	-0,09	0,00	-0,12	0,00	-0,08
740	0,00	-0,12	0,00	-0,08	0,00	-0,12	0,00	-0,08	0,00	-0,11	0,00	-0,07
760	0,00	-0,10	0,00	-0,07	0,00	-0,10	0,00	-0,07	0,00	-0,10	0,00	-0,06
780	0,00	-0,09	0,00	-0,06	0,00	-0,09	0,00	-0,06	0,00	-0,08	0,00	-0,05
800	0,00	-0,07	0,00	-0,05	0,00	-0,07	0,00	-0,05	0,00	-0,07	0,00	-0,04
820	0,00	-0,06	0,00	-0,04	0,00	-0,06	0,00	-0,04	0,00	-0,05	0,00	-0,03
840	0,00	-0,04	0,00	-0,03	0,00	-0,04	0,00	-0,03	0,00	-0,04	0,00	-0,03
860	0,00	-0,03	0,00	-0,02	0,00	-0,03	0,00	-0,02	0,00	-0,03	0,00	-0,02
880	0,00	-0,01	0,00	-0,01	0,00	-0,01	0,00	-0,01	0,00	-0,01	0,00	-0,01
900	0,00	-0,01	0,00	0,00	0,00	-0,01	0,00	0,00	0,00	-0,01	0,00	0,00