

136269

**KIRIKKALE ÜNİVERSİTESİ**  
**FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**MAKİNE ANABİLİM DALI**  
**YÜKSEK LİSANS TEZİ**

**ĐİKEY BİR LEVHADA LAMİNER ŞARTLARDA DOĞAL ISI TAŞINIMININ**  
**SONLU FARKLAR METODU İLE İNCELENMESİ**

**NUR TERLEMEZOĞLU**

136 269

**KASIM- 2003**

Fen Bilimleri Enstitü Müdürünün onayı.

  
Prof. Dr. Yakup ARICA

Müdür

Bu tezin Yüksek Lisans tezi olarak Makine Anabilim Dalı standartlarına uygun olduğunu onaylarım.

  
Prof. Dr. Veli ÇELİK

Anabilim Dalı Başkanı

Bu tezi okuduğumuzu ve Yüksek Lisans tezi olarak bütün gerekliliklerini yerine getirdiğini onaylarız.

Prof. Dr. Ali ERİŞEN

Danışman






Jüri Üyeleri

Prof. Dr. Ali ERİŞEN

Prof. Dr. Veli ÇELİK

Doç. Dr. İbrahim UZUN

## ÖZET

### DIKEY BİR LEVHADA LAMİNER ŞARTLARDA DOĞAL ISI TAŞINIMININ SONLU FARKLAR METODU İLE İNCELENMESİ

TERLEMEZOĞLU, Nur

Kırıkkale Üniversitesi

Fen Bilimleri Enstitüsü

Makine Anabilim Dalı, Yüksek Lisans Tezi

Danışman: Prof. Dr. Ali Erişen

Kasım 2003, 62 sayfa

Bu çalışmada, dikey bir levhada doğal taşınım ile ısı transferi problemi incelenmiştir. İncelemede Gr sayısının  $1 \times 10^0 - 1 \times 10^8$  aralığında, Re sayısının 100 ve Pr sayısının 0.733'e eşit olduğu durumlar araştırılmıştır. Çalışmada sınır tabaka denklemleri, Boussinesq varsayımı altında sadeleştirilmiş ve bu eşitliklerin sonlu fark karşılıkları yazılarak çözüme gidilmiştir. Geliştirilen bir program yardımıyla sıcaklık ve hız dağılımları bulunmuştur. Dikey levha boyunca sıcaklık, hız ve bunlara bağlı diğer boyutsuz büyüklükler grafiklerle gösterilmiştir. Çalışma sonuçları analitik sonuçlarla karşılaştırılmalı olarak sunulmuştur.

**Anahtar Kelimeler:** Doğal taşınım, dikey levha, sonlu farklar, sonlu elemanlar.

## **ABSTRACT**

# **INVESTIGATION OF NATURAL CONVECTION WITH FINITE DIFFERENCE METHOD ON A VERTICAL PLATE IN LAMINER CONDITIONS**

TERLEMEZOĞLU, Nur

Kırıkkale University

Graduate School Of Natural and Applied Sciences

Division of Mechanical Engineering, M. Sc. Thesis

Supervisor : Prof. Dr. Ali ERİŞEN

November 2003, 62 pages

In this study, the problem of heat transfer with natural convection at vertical plate was investigated. Gr number between  $1 \times 10^0 - 1 \times 10^8$ ,  $Re=100$  and  $Pr=0,733$  were assumed. At this work, boundary layer equations has been simplified with Boussinessq assumption. Boundary layer equations written by finite difference method were solved. Velocity and temperature distributions were determined by means of a developed program. Along the vertical plate changing of temperature, velocity and other dimensionless values were shown in graphical manner. Results of this study was compared with the analitical solutions

**Key Words:** Natural convection, vertical plate, finite difference, finite elements.

## TEŞEKKÜR

Bu alıőmanın her aőamasında, özellikle sayısal çözümlerde, sonlu eleman ve sonlu fark kodlarının yazılmasında emeklerini esirgemeyen saygı değer hocam Doç. Dr. İbrahim UZUN Bey'e, değerli bilgi ve tecrübelerinden istifade ettiğim saygı değer hocam Prof. Dr. Ali ERİŞEN Bey'e, Makine Mühendislięi Bölümündeki değerli hocalarıma, tezimi hazırlamam esnasında yardımlarını esirgemeyen arkadaşlarıma en içten teőekkürlerimi sunarım.



## SİMGELER DİZİNİ

$\sigma$	Stefan – Boltzman sabiti ( $W/m^2K^4$ )
$\varepsilon$	Isıl Işınım Yayınım Katsayısı
$\delta$	Hız sınır tabaka kalınlığı (m)
$\rho$	Yoğunluk
$\mu$	Dinamik Viskozite (Pa.s)
$\beta$	Hacimsel Genleşme Katsayısı
$\nu$	Kinematik Viskozite ( $m^2/s$ )
$\tau_k$	Kayma Gerilmesi (Pa)
$\delta_T$	Isıl Sınır Tabaka Kalınlığı (m)
A	Kesit alanı ( $m^2$ )
F	Geometrik Biçim Katsayısı
g	Yerçekimi Kuvveti ( $m/s^2$ )
h	Isı Taşınım Katsayısı ( $W/m^2K$ )
k	Isı İletim Katsayısı ( $W/mK$ )
L	Uzunluk (m)
P	Basınç (Pa)
q	Geçen Isı Miktarı (W)
q''	Isı Akısı ( $W/m^2$ )
Re <sub>x</sub>	x doğrultusundaki Reynolds Sayısı
Re <sub>L</sub>	x = L deki Reynolds Sayısı
$\theta$	Boyutsuz Sıcaklık

$\alpha$	Isıl Yayılım Katsayısı
Gr	Grashof Sayısı
Pr	Prandl Sayısı
$Nu_L$	Nusselt L Sayısı
$Nu_m$	Ortalama Nusselt Sayısı
$Nu_x$	Lokal Nusselt Sayısı
$\eta$	Benzerlik Parametresi
$\Psi$	Akım Fonksiyonu
$C_f$	Sürtünme Katsayısı
T	Sıcaklık (K)
t	Zaman
$T_\infty$	Akışkan Sıcaklığı (K)
$T_w$	Yüzey Sıcaklığı, (K)
u	(x) Yönündeki Hız Bileşeni (m/s)
U	(x) Yönündeki Boyutsuz Hız Bileşeni
$u_0$	(x) yönündeki Referans Hızı
v	(y) Yönündeki Hız Bileşeni (m/s)
V	(y) Yönündeki Boyutsuz Hız Bileşeni

## ŞEKİLLER DİZİNİ

### ŞEKİL

1.1. Isı Geçişinin Gösterimi.....	4
1.2. Taşınım ile Isı Geçişinde Hız ve Isıl Sınır Tabaka Gelişimleri.....	6
1.3. Düz Bir Levhada Hız Sınır Tabaka Gösterimi.....	7
1.4. Düz Bir Levhada Isıl Sınır Tabaka Gösterimi.....	8
2.1. Geniş ve Durgun Bir Ortamda Kaldırma Kuvvetlerinin Etkisiyle Oluşan Serbest Sınır Tabaka Akışları. (a) Sıcak Bir Tel Üstünde Hız Oluşumu (b) Sıcak Bir akıntıyla İlgili Yükselen Jet Oluşumu.....	15
3.1. Dikey Sıcak Bir Plakada Hız ve Sıcaklık Profili.....	24
3.2. Sonlu Fark Yaklaşımında Düğüm Noktalarının Gösterimi.....	32
3.3. Dikey Bir Plaka için Grid Sistemi.....	34
3.4. Üzerinde Çalışılan Dikey Modelin Görünümü ve Sınır Şartları.....	35
3.5. Lokal Nusselt Sayılarının Karşılaştırılması.....	40
3.6. Sonlu Farklar ve Sonlu Elemanlar Yöntemiyle $Nu_L$ sayısının karşılaştırılması.....	43
4.1. Farklı Gr Sayılarında $Nu_x$ sayısının plaka boyunca değişimi.....	45
4.2. Farklı Gr Sayılarında $Nu_m$ sayısının plaka boyunca değişimi.....	45
4.3. Farklı Gr sayılarında $Nu_L$ sayısının plaka boyunca değişimi.....	46
4.4. $Nu_x$ ve $Nu_m$ Sayısının Gr Sayısına Göre Değişimi.....	47
4.5. $Gr = 1 \times 10^6$ için U Hızının Plaka Boyunca Değişimi.....	47
4.6. $Gr = 1 \times 10^3$ için U Hızının Plaka Boyunca Değişimi.....	48
4.7. $Gr = 1 \times 10^2$ için U Hızının Plaka Boyunca Değişimi.....	48
4.8. $X=L$ için Farklı Gr Sayılarında U Hızının Plaka Boyunca Değişimi.....	49



4.9 $Gr=1 \times 10^6$ için $\theta$ Sıcaklığının Plaka Boyunca Değişimi.....	49
4.10 $Gr=1 \times 10^3$ için $\theta$ Sıcaklığının Plaka Boyunca Değişimi.....	50
4.11 $Gr=1 \times 10^2$ için $\theta$ Sıcaklığının Plaka Boyunca Değişimi.....	50
4.12. Farklı zaman değerlerinde $X=L$ için $\theta$ boyutsuz sıcaklıklarının plaka boyunca değişimi.....	51
4.13. Farklı zaman değerlerinde $X=L$ için $U$ hızının plaka boyunca değişimi.....	51
4.14. $Gr = 1 \times 10^1$ için (X) Yönü Eş $U$ Hızı Eğrileri.....	52
4.15 $Gr = 1 \times 10^2$ için (X) Yönü Eş $U$ hızı Eğrileri.....	53
4.16. $Gr = 1 \times 10^3$ için (X) Yönü Eş $U$ Hızı Eğrileri.....	53
4.17 $Gr = 1 \times 10^6$ için (X) Yönü Eş $U$ Hızı Eğrileri.....	54
4.18 $Gr = 1 \times 10^2$ için (X) Yönü Eş Sıcaklık ( $\theta$ ) Eğrileri.....	55
4.19 $Gr = 1 \times 10^6$ için (X) yönü eş sıcaklık ( $\theta$ ) eğrileri.....	55
4.20. Duvar Boyunca Eş Sıcaklık Eğrilerinin Vektörel Olarak Gösterilmesi ( $Gr = 1 \times 10^3$ ).....	56
4.21. Duvar Boyunca Eş $U$ Hızı Eğrilerinin Vektörel Olarak Gösterilmesi ( $Gr = 1 \times 10^3$ ).....	57

## ÇİZELGELER DİZİNİ

### ÇİZELGE

3.1. Nusselt Sayısının $Gr=1 \times 10^5$ için Sonlu Farklar, Benzerlik ve İntegral Metotlarında $X$ 'e Göre Değişimi .....	39
3.2. $Nu_L$ Değerlerinde Karşılaştırılması .....	42



## İÇİNDEKİLER

ÖZET.....	i
ABSTRACT.....	ii
TEŞEKKÜR.....	iii
SİMGELER DİZİNİ.....	iv
ŞEKİLLER DİZİNİ.....	vi
ÇİZELGELER DİZİNİ.....	viii
İÇİNDEKİLER.....	ix
1. GİRİŞ.....	1
1.1. Isı Geçişi.....	3
1.1.1. Isı İletimi.....	4
1.1.2. Isı Işınımı.....	5
1.1.3. Isı Taşınımı (Konveksiyon).....	5
1.1.3.1.Sınır Tabaka Teorisi.....	7
1.1.3.1.1. Hız (Hidrodinamik) Sınır Tabaka.....	7
1.1.3.1.2. Isıl Sınır Tabaka.....	7
1.1.3.1.3. Belirleyici Denklemler.....	8
2. MATERYAL YÖNTEM.....	12
2.1. Doğal Isı Taşınımı.....	12
2.1.1. Doğal Isı Taşınımında Genel Denklemler.....	15
2.2. Sınır Tabaka Denklemlerinin Boyutsuzlaştırılması.....	18
2.2.1. Süreklilik Denkleminin Boyutsuzlaştırılması.....	18
2.2.2. Momentum Denkleminin Boyutsuzlaştırılması.....	19
2.2.3. Enerji Denkleminin Boyutsuzlaştırılması.....	19

2.3. Nusselt Sayısının Tanımı.....	20
3. ARAŞTIRMA BULGULARI.....	24
3.1. Dikey Bir Plakada Doğal Isı Taşınımı.....	24
3.2. Analitik Çözümler.....	25
3.2.1. İntegral Çözümü.....	25
3.2.2. Benzerlik Çözümü.....	28
3.3. Sayısal Çözümler.....	31
3.3.1. Sonlu Farklar Metodu ile Çözüm.....	31
3.3.1.1.Çalışılan Geometri ve Sınır Şartları.....	35
3.3.1.2. Nusselt Sayılarının Elde Edilmesi.....	36
3.3.1.2.1. Lokal Nusselt ( $Nu_x$ ) Sayısının Bulunması.....	36
3.3.1.2.2. Ortalama Nusselt ( $Nu_m$ ) Sayısının Bulunması.....	40
3.3.1.2.3. Nusselt L ( $Nu_L$ ) Sayısının Bulunması.....	41
4. TARTIŞMA VE SONUÇ.....	44
KAYNAKLAR.....	59
EK-1.....	60

## 1. GİRİŞ

Bir akışkan farklı sıcaklıkta bir yüzeyle temas ettiğinde akışkan içinde sıcaklık farkları meydana gelir. Sıcaklığı fazla olan akışkan zerrelerinin yoğunluğu azaldığından yukarı doğru hareket etmeye başlar. Akışkan içindeki sıcaklık farklarının sonucu olarak akışkan yoğunluğundaki değişimin meydana getirdiği hareket doğal taşınımıdır. Yoğunluğu az olan akışkan zerreleri yukarıya doğru, yoğunluğu fazla olan akışkan zerreleri de aşağıya doğru hareket eder. Doğal taşınım sonucu meydana gelen ısı taşınımına da doğal ısı taşınımı denir.

Doğal taşınımın etkili olduğu bir çok uygulama vardır. Doğal taşınım, çeşitli elektronik cihazlardan olan ısı geçişini etkilediği kadar, borulardan ve dağıtım hatlarından olan ısı geçişini de etkiler. Elektrikli ısıtıcılardan veya radyatörlerden oda havasına aktarılan ısı veya bir soğutma ünitesinin yoğunlaştırıcı serpantinden çevreye verilen ısı, doğal taşınımın etkisiyle olur. Doğal taşınım, okyanusla veya atmosferle ilgili akışlarda da etkilidir.

Bir levha, sıcaklığı kendi sıcaklığından farklı olan bir akışkan içinde bulunuyorsa, ısı geçişinden dolayı levhaya dik doğrultuda sıcaklık basamağı oluşur. Bu sıcaklık basamağı yoğunluk farkına, yoğunluk farklılığı da doğal ısı taşınımına ve akışkan hareketine neden olur. Doğal taşınımda zorlanmış taşınımında olduğu gibi yüzeyle akışkan arasında sınır tabaka oluşur. Sınır tabaka denklemlerinin çözümü sonucunda sıcaklık ve hız dağılımı elde edilir. Sınır tabaka denklemleri ile ilgili bir çok çalışma yapılmıştır.

A. Satio, K. Yamasaki<sup>[1]</sup> bir tarafı sıcak diğerk tarafı soğuk sonlu uzunluktaki dikey bir levhada doğal taşınım problemini Gr sayısının 0.1 ile  $1 \times 10^5$  aralığında alarak farklı yüzey sıcaklıkları için hesaplamıştır.

R.L. Frederick<sup>[2]</sup> üç boyulu bir kübik prizma yüzeyinde soğuk ve sıcak yüzeylerin aktif olduğu durumu Gr sayılarının geniş aralığında ele almıştır.

H.X. Yang Z.J. Zhu<sup>[3]</sup> üst duvarı ısıtılan paralel duvarlardan oluşan kanalda laminer doğal taşınımı, PmIII metodunu kullanarak temel denklemlerin nümerik çözümünü araştırmıştır. Çözümde akışkanın su olduğu varsayımıyla Pr = 5 alarak, duvarın eğim derecesini 45-90 arasında değiştirerek farklı grid sayılarında Nu sayısının değişimini incelemiştir.

H. Manz<sup>[4]</sup> dikey ve dikdörtgen hacimlerdeki doğal taşınım problemini Ra sayılarını  $1 \times 10^3 - 1 \times 10^6$  aralığında alarak Nu sayısı ile Ra sayısı arasındaki ilişkiyi sayısal olarak incelemiştir.

Jian Li, D.B. Ingham and I. Pop<sup>[5]</sup> yüzey sıcaklığının dalgalanmalı bir değişim gösterdiği durumu iteratif sayısal çözüm yöntemi ile Gr sayısının 0 – 625 aralığında incelemiştir.

E. Nada, A. Al-Sarkhi, M. Ashhab ve B. Akash<sup>[6]</sup> ısıtılmış yatay silindir yüzeyindeki doğal taşınım problemini Navier – Sytokes ve enerji denklemlerini sonlu farklar metodunu kullanarak çözmüştür. Hesaplamalarda Ra sayısını  $1 \times 10^3 - 1 \times 10^5$  arasında alarak Nu sayısının değişimlerini incelemiştir.

M. Havet ve D. Blay<sup>[7]</sup> dikey levhada doğal konveksiyonla ısı transferinde duvar sıcaklığının uniform olmayan etkisinden dolayı lineer bir sıcaklık dağılımı incelemiştir.

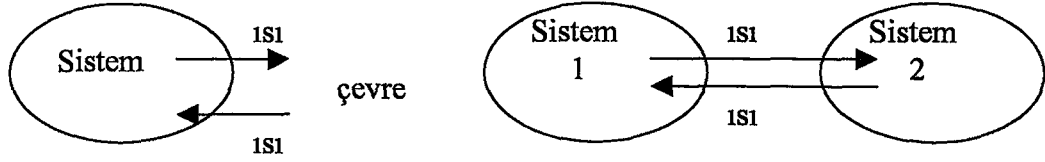
M.C. Ece ve E. Büyük<sup>[8]</sup> dikey levhadaki doğal ve zorlanmış taşınım problemini power – law akışkanı için benzerlik yaklaşımı kullanarak incelemiştir.

E. Radziemska ve M. Lewandowski<sup>[9]</sup> izotermal üç boyutlu bir geometride taşınım ile ısı transferini teorik ve deneysel olarak incelemiştir. Ra sayısının  $10^5 - 10^7$  arasında alarak çözüme gitmiştir.

Belirtilen çalışmalar ışığında, bu tez çalışmasında, dikey bir levhada, sabit sıcaklık sınır şartı altında, doğal taşınım ile ısı geçişi sonlu farklar ve sonlu elemanlar yöntemleri kullanılarak incelenmiştir. Sınır tabakaya ait süreklilik, momentum ve enerji denklemlerinin daha önceki çalışmalarda çözümü benzerlik ve integral metotlarıyla yapılmıştır. Bu çalışmada sayısal çözüm yöntemlerinden sonlu farklar ve sonlu elemanlar metotları kullanılmıştır. Sayısal çözüm yöntemlerinden elde edilen sonuçlar, analitik çözüm yöntemlerinden elde edilen sonuçlarla karşılaştırılıp yaklaşık ve kesin çözümlerin birbirine ne kadar yakın olduğu görülmüştür.

### **1.1. Isı Geçişi:**

Isı geçişi sıcaklık farkından dolayı sistem ve çevresi, ya da cisimler arasında meydana gelen enerji akışını araştıran bir bilimdir. Madde alış verişi olmaksızın sadece sıcaklık farkından dolayı meydana gelen bu enerji geçişi, ısı geçişi olarak tanımlanır. Termodinamiğin ikinci kanununa göre ısı, yüksek sıcaklıktan düşük sıcaklığa doğru kendiliğinden geçer. Termodinamik bu ısı geçişinin nasıl ve ne hızda olduğunu açıklamaz. Çünkü termodinamikte zaman bir değişken olarak ele alınmaz. Termodinamik, denge durumundaki sistemlerle ilgilenir. Geçen ısı doğrudan doğruya ölçülemez ve gözlenemez ama meydana getirdiği tesirler gözlenebilir ve ölçülebilir.



Şekil 1.1 Isı geçişinin gösterimi

Isı, sistemin sınırlarında tanımlıdır ve bir geçişi ifade eder. Sistemlerin ısıları yoktur ama sistem sınırında ısı geçişi vardır. Isı geçişi ısı iletimi, ısı taşınımı ve ısı yayılımı yollarıyla olur.

### 1.1.1. Isı İletimi (Kondüksiyon):

Isı iletimi aynı katı, sıvı veya gaz ortamındaki farklı bölgeler arasında veya doğrudan fiziki temas durumunda bulunan farklı ortamlar arasında, moleküllerin farklı bir yer değiştirmesi olmaksızın, moleküllerin doğrudan teması sonucunda oluşan ısı yayılımı işlemidir. Isı iletiminin genel denklemi Fourier tarafından aşağıdaki formülle verilmiştir;

$$q = -kA \frac{dT}{dx} \quad (1.1)$$

burada  $\frac{dT}{dx}$  terimi x yönündeki sıcaklık basamağını göstermektedir. Isı geçişi tek

boyutlu varsayılarak (1.1) eşitliğinin integrali alınır

$$q = kA \frac{(T_1 - T_2)}{x} \quad (1.2)$$

(1.2) eşitliği elde edilir.



### 1.1.2. Isı Işınımı

Herhangi bir temas ve akışkan hareketi olmaksızın elektromanyetik dalgalar vasıtası ile olan ısı transferi olayına ısı ışınımı denir. Işınım yoluyla gerçekleşen ısı transferi Stefan – Boltzman eşitliği olarak aşağıdaki şekilde tarif edilmektedir.

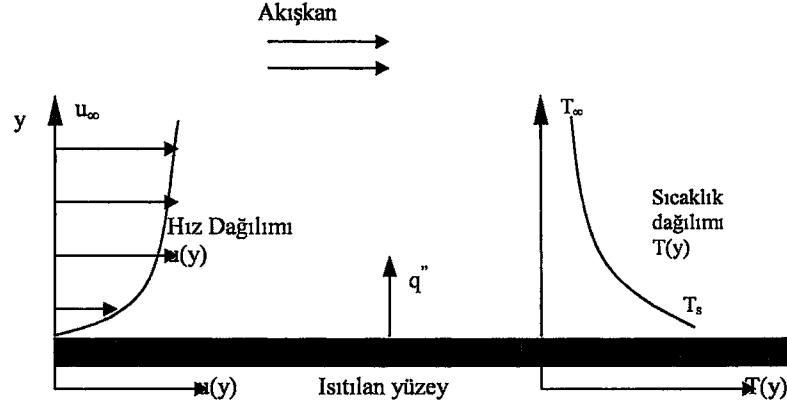
$$q = F \cdot \epsilon \cdot \sigma \cdot A \cdot T^4 \quad (1.3)$$

### 1.1.3. Isı Taşınımı (Konveksiyon):

Bir yüzey üzerinden veya bir boru içerisinden akan akışkanın sıcaklığı yüzey sıcaklığından farklı ise akışkan hareketi sonucu akışkan ile yüzey arasındaki ısı transferi olayı ısı taşınımı olarak adlandırılır. Newton kanunu olarak da bilinen ısı taşınımı aşağıdaki eşitlikle ifade edilir.

$$q = h A (T_w - T_\infty) \quad (1.4)$$

Taşınım ile ısı geçişi iki mekanizmadan oluşmaktadır. Rasgele moleküller hareket sonucunda enerji aktarımının yanı sıra, akışkanın kitle veya makroskobik hareketi ile de enerji aktarımı olur. Bu akışkan hareketi herhangi bir anda çok sayıda molekülün, topluca veya kümelenmiş olarak hareket etmesi ile ilgilidir. Bir sıcaklık basamağı olması durumunda, böylesi bir hareket ısı geçişine de katkıda bulunur. Küme içindeki moleküller rastgele hareketlerini de korudukları için, toplam ısı geçişi, moleküllerin rasgele hareketi ve akışkanın kitle hareketi ile oluşan enerji aktarımlarının toplamıdır. Bu toplam aktarım söz konusu olduğunda taşınım terimi kullanılır.



Şekil 1.2 Taşınım ile ısı geçişinde hız ve ısı sınır tabaka gelişimleri

Şekil (1.2) deki ısıtılan yüzey üzerindeki bir akış göz önüne alınsın. Akışkanın kendisiyle ve yüzeyle olan etkileşiminin bir sonucu olarak, akışkan hızı yüzeydeki sıfır değerinden, akış ile ilgili bir  $u_\infty$  hızına ulaşır. Bu akışkan bölgesi, hidrodinamik sınır tabaka veya hız sınır tabakası olarak adlandırılır. Yüzey ve akışkan sıcaklıkları farklı ise, akışkan içinde sıcaklığın,  $y = 0$ 'da  $T_s$  değerinden, dış akışta  $T_\infty$  değerine değiştiği bir akışkan bölgesi oluşur. Isıl sınır tabaka olarak adlandırılan bu bölge, hız sınır tabakasından daha ince, daha kalın veya aynı kalınlıkta olabilir.  $T_s > T_\infty$  ise, yüzey ile akışkan arasında taşınım ile ısı geçişi gerçekleşebilir.

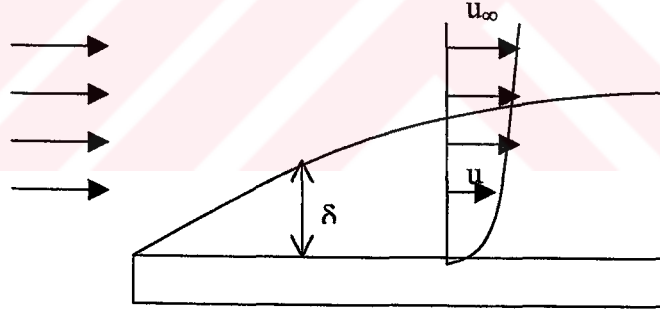
Isı taşınım katsayısı ( $h$ ), yoğunluk, viskozite, ısı iletkenlik, ve özgül ısı gibi akışkan özelliklerine, ayrıca yüzey geometrisi ve akış koşullarına bağlıdır. Bağımsız değişkenlerin çokluğu, taşınım ile ısı geçişinin, yüzey üzerinde gelişen sınır tabakalara bağlı olmasından kaynaklanmaktadır.

### 1.1.3.1. Sınır Tabaka Teorisi

#### 1.1.3.1.1. Hız (Hidrodinamik) Sınır Tabakası

Akışkan parçacıkları yüzeyle temas ettiklerinde hızları sıfır olur. Bu parçacıklar bitişik akışkan tabakaları içindeki parçacıkların hareketini viskozite nedeniyle yavaşlatır ve bu etki azalarak,  $y = \delta$  uzaklığında göz ardı edilebilir değere gelir.

( $\delta$ ) büyüklüğü hız sınır tabaka kalınlığı olarak adlandırılır. Sınır tabaka hız profili sınır tabaka içinde  $u$  hızının  $y$  ile değişimini gösterir. Buna göre akış iki farklı bölgeye ayrılabilir. Sınır tabaka aynı zamanda ince akışkan tabakası olarak da bilinir. Bu tabaka içinde hız basamağı ve kayma gerilmeleri büyüktür. Sınır tabaka dışındaki bölgede hız basamağı ve kayma gerilmeleri göz ardı edilebilir.



Şekil 1.3 Düz bir levhada hız sınır tabaka gösterimi

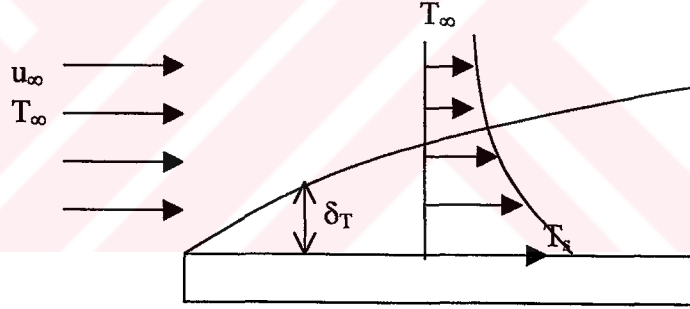
#### 1.1.3.1.2. Isıl Sınır Tabaka

Isıl sınır tabaka içindeki bir kontrol hacmine enerji korunumunu uygulayabiliriz. Eğer akışkan sıcaklığı yüzey sıcaklığından düşükse sınır tabakanın

dışında sıcaklık ortam sıcaklığına eşittir. Sınır tabakanın içinde ise sıcaklık yüzeye yaklaştıkça artar.

Isıl sınır tabakanın sıcaklık dağılımı sınır şartlarıyla ve hız bileşenlerinin yerleştirilmesiyle çözülebilir. Özellikler sabit kabul edildiğinde enerji denklemi lineer bir diferansiyel denkleme dönüşür. Bu nedenle sıcaklık dağılımını iki kısımda ifade etmek mümkündür. Birinci kısım hız sınır tabakasındaki viskoz iş kayıplarının sıcaklık dağılımına katkısı, diğeri ise levhanın ısıtılma ya da soğutulmasının sıcaklık dağılımına etkisidir.

Düşük hızlardaki akıslarda viskoz sürtünmelerin etkisi küçük olduğundan genelde ihmal edilir. Ayrıca serbest bölge sıcaklığı ile duvar sıcaklığı farkının da az olduğu durumlarda fiziksel özelliklerin sıcaklıkla değişimi ihmal edilir.



Şekil 1.4 Düz bir levhada ısıl sınır tabaka gösterimi

#### 1.1.3.1.3. Belirleyici Denklemler:

Doğal taşınımında, momentum ve enerji geçişini tanımlayan denklemler korunum ilkelerinden elde edilirler. Atalet ve sürtünme kuvvetleri etkilidir. Enerji geçişi kütle hareketi ve yayılma ile gerçekleşir. Doğal taşınımında ana rol kaldırma kuvvetleri tarafından üstlenilir. Kaldırma kuvvetleri tarafından yaratılan bir laminer sınır tabaka akışı ele alınsın. Sürekli iki boyutlu bir akışın olduğu, özelliklerin sabit

kaldığı, yerçekimi kuvvetinin eksi (-) x yönünde etki ettiği ve akışkan da sıkıştırılmaz varsayalım. Bu durum, yoğunluk değişiminin akışkan hareketini gerçekleştiren kaldırma kuvvetine etkisini gözönüne alır ve Bossinessq yaklaşımı olarak bilinir. Öngörülen kabullerle sınır tabaka için zamana bağlı (x) – momentum denklemi aşağıdaki gibidir.<sup>[16]</sup>

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{-1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + F_x \quad (1.5)$$

Burada  $F_x$  kütle kuvveti terimidir. Eğer bu kuvvete tek katkı yerçekimi tarafından yapılıyorsa birim hacim için kütle kuvveti  $F_x = -\rho g$  olur. Burada  $g$  yerçekimi ivmesidir. Öngörülen kabullerle (x) – momentum denklemi aşağıdaki gibi olur.

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{-1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} - g + \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \quad (1.6)$$

Bu durumda sınır tabaka içindeki herhangi bir noktada (x) doğrultusundaki basınç basamağı sınır tabaka dışındaki durgun bölge içindeki basınç basamağına eşit olmalıdır. Ancak bu bölgede  $u = 0$ 'dır. Bu nedenle eşitlik (1.6) daki  $\partial p/\partial x$  terimi  $\partial p/\partial x = -\rho_\infty g$  halini alır.

Bu terim (1.6) denkleminde yerine konursa doğal taşınımında her noktada geçerli aşağıdaki denklem elde edilir.

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{g}{\rho} (\rho_\infty - \rho) + \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \quad (1.7)$$

Eşitlik (1.7)'nin sağ tarafındaki ilk terim kaldırma kuvveti terimidir. Akış yoğunluğunun değişmesinden kaynaklanır. Bu değişim hacimsel ısıl genleşme katsayısının denkleme konmasıyla daha açık yazılabilir.

$$\beta = -\frac{1}{\rho} \left( \frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_p \quad (1.8)$$

Akışkanın bu termodinamik özeliği, birim yoğunluk başına yoğunluğun sabit basınçta sıcaklığa göre değişimini gösterir ve yaklaşık olarak,

$$\beta = -\frac{1}{\rho} \frac{\rho_\infty - \rho}{T_\infty - T} \quad \text{biçiminde yazılabilir, böylece: } (\rho_\infty - \rho) \approx \rho \beta (T - T_\infty) \quad \text{şeklinde}$$

yazılabilir ve 1.7 denkleminde yerine konduğunda, x-momentum denkleminin,

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{g}{\rho} (\rho_\infty - \rho) + \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \quad (1.9)$$

biçimini alır. Böylece akışkanın hareketini doğuran kaldırma kuvvetinin sıcaklık farkına bağlılığı açıkça gösterilmiş olur. Kaldırma kuvvetleri sadece momentum denklemini etkilerler. Kütle ve enerjinin korunumu zorlanmış taşınımındaki denklemlerle aynıdır. Doğal taşınımına ait denklemler aşağıdaki gibidir.<sup>[15]</sup>

Süreklilik Denkleminin:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (1.10)$$

Momentum Denkleminin:

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = g \beta (T - T_\infty) + \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \quad (1.11)$$

Enerji Denkleminin:

$$u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \alpha \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \quad (1.12)$$

Enerji denklemi içindeki sürtünme kayıpları terimi göz ardı edilmiştir. Doğal taşınımında hızların düşük olduğu göz önüne alınırsa bunun uygun bir varsayım olduğu söylenebilir. Matematiksel olarak bakıldığında eşitlik (1.11) içindeki kaldırma terimi problemi güçleştirmektedir. Momentum denkleminin çözümü sıcaklığın bilinmesine ve bu nedenle de enerji denkleminin çözümüne bağlıdır. Böylece eşitlik (1.11) ve (1.12) birlikte çözülmek durumundadır.

Doğal taşınım etkilenimlerinin, genleşme katsayısı  $\beta$ 'ya bağlılığı söz konusudur.  $\beta$ 'nın nasıl belirleneceği akışkan türüne bağlıdır. Mükemmel gaz için

$\rho = \frac{P}{RT}$  olur ve  $\beta = -\frac{1}{\rho} \left( \frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_P = \frac{1}{\rho} \frac{P}{RT^2} = \frac{1}{T}$  bağıntısı yazılabilir, burada T mutlak sıcaklıktır.

## 2. MATERYAL VE YÖNTEM

### 2.1. Doğal Isı Taşınımı:

Taşınım ile ısı geçişi, sınır tabaka içindeki akışkanın hem rastgele moleküler hareketi, hem de kitle hareketi ile beslenir. Rastgele moleküler hareketin katkısı akışkan hızının düşük olduğu yüzeye yakın kısımda etkindir. Hatta yüzey ile akışkan arasındaki ara yüzeyde akışkan hızı sıfırdır ve ısı geçişi yalnız bu mekanizma ile olur. Akışkan kitle hareketinin katkısı akış bir doğrultuda gelişirken sınır tabakanın büyümesi olgusuna dayanır. Yani bu tabakaya iletimle geçen ısı, akış yönünde süpürülür ve sınır tabaka dışındaki akışkana aktarılır.<sup>[10]</sup>

Isı taşınımı akışın yapısına göre sınıflandırılır. Eğer akış herhangi bir pompa, vantilatör gibi benzeri cihazlar ile ya da rüzgar tarafından desteklenmiyorsa bu akıştaki ısı taşınımına doğal ısı taşınımı denir. Durgun hava içindeki sıcak devre elemanının kendiliğinden soğuması doğal ısı taşınımına bir örnektir. Eğer akışkan herhangi bir pompa, vantilatör gibi benzeri cihazlar ile ya da rüzgar tarafından zorlanmış harekete maruz kalıyor ise bu akıştaki ısı taşınımına zorlanmış ısı taşınımı denir. Elektronik devre elemanlarının bir fanın oluşturduğu veya zorladığı akış sonucu taşınım ile soğutulması örnek olarak verilebilir. Kısaca akışkanın hareketi uygulanan basınç farkı nedeni ile oluşuyorsa zorlanmış taşınım, yoğunluk farkından oluşuyorsa doğal taşınım olarak bahsedilir.

Zorlanmış taşınım ayrı ayrı oluşabildiği gibi aynı anda da oluşabilir. Taşınım ile ısı geçişinin tüm türleri için Newton'un soğuma kanunu  $q = h.A.(T_w - T_\infty)$  şeklindedir. Burada birim zamanda geçen ısı miktarı  $q$  (W), yüzey ve akışkan



sıcaklıkları arasındaki fark ( $T_w - T_\infty$ ) ile doğru orantılıdır. Buradaki orantı katsayısı  $h$  ( $W/m^2.K$ ) ısı taşınım katsayısı olarak adlandırılır. Bu değer yüzey geometrisine, akışkan hareketinin türüne, akışkanın bazı termodinamik ve aktarım özelliklerine göre belirlenen sınır tabakadaki koşullara bağlıdır.

Dış etki sonucu herhangi bir hızın olmadığı ama akışkan içinde taşınımın olduğu durumlar doğal veya serbest taşınım olarak adlandırılır. Doğal taşınım, içinde sıcaklık basamaklarının olduğu bir akışkan üzerine kütle kuvvetleri etkilediği zaman ortaya çıkar. Net etki doğal akışa neden olan kaldırma kuvvetidir. En genel durumda, yoğunluk basamağı sıcaklık basamağından kaynaklanır. Kütle kuvveti de yerçekiminden kaynaklanır.

Doğal taşınımında akış hızları genellikle zorlanmış taşınımındakilere göre çok daha küçük olduğundan, taşınımınla ısı geçişi daha yavaştır. Belki de bu nedenle, doğal taşınım daha az önemsenir. Oysa, farklı yollarla ısı geçişinin olduğu birçok uygulamada, doğal taşınım ısı geçişine en büyük direnci oluşturur ve bu nedenle sistemin tasarımında veya performansında önemli rol oynar. Bunun ötesinde, ısı geçişini azaltmak ve buna bağlı olarak işletme giderlerini en düşük düzeye indirmek söz konusu olduğunda, doğal taşınım, zorlanmış taşınımına çoğunlukla tercih edilir.

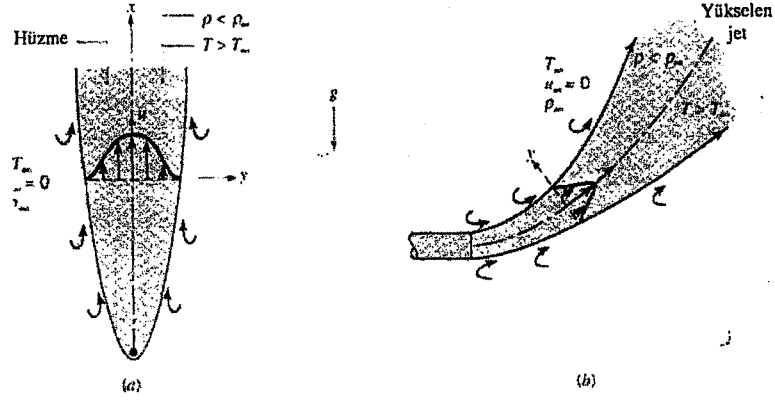
Doğal taşınımın etkili olduğu bir çok uygulama vardır. Elektronik cihazlardan, borulardan ve dağıtım hatlarından olan ısı geçişini etkiler; elektrikli ısıtıcıdan veya radyatörlerden oda havasına aktarılan ısı veya bir soğutma ünitesinin yoğunlaştırıcı serpantininden çevreye verilen ısı hep doğal taşınım etkisiyle olur.

Doğal taşınımında akışkan hareketi akışkan içindeki kaldırma kuvvetleri ile oluşur, oysa zorlanmış taşınımında dış etkiler tarafından yaratılır. Kaldırma, akışkan içindeki yoğunluk basamağı ile, yoğunlukla orantılı bir kütle kuvvetinin birlikte

bulunmalarının sonucu doğar. Kütle kuvveti genellikle yerçekimi kuvvetidir, ancak dönen bir türbo makinede merkezkaç kuvveti veya atmosfer ve okyanusla ilgili dönel hareketlerde Coriolis kuvveti olarak ortaya çıkabilir.

Bir akışkan içinde yoğunluk basamağını ortaya çıkarabilecek farklı durumlar olmakla birlikte en genel olanı bir sıcaklık basamağına bağlı yoğunluk farklılığıdır. Gazların ve sıvıların yoğunluklarının sıcaklığa bağlı olduğu bilinmektedir. Yoğunluk genellikle artan sıcaklıkla birlikte, akışkanın genişlemesinden dolayı azalır ( $\partial\rho/\partial T < 0$ ).

Doğal taşınım, akışın bir yüzeye sınırlandırılmasına göre de sınıflandırılabilir. Yakında bir yüzey olmaması durumunda serbest sınır akışı, bir hüzme veya yükselen jet biçiminde oluşabilir. (Şekil-2.1) Hüzme, sıcak bir nesne çevresinde yükselen akışkan tarafından oluşturulur. (Şekil-2.1a) da geniş ve durgun bir akışkan içinde yer alan sıcak teli göz önüne alalım. Tel tarafından ısıtılan akışkan kaldırma kuvvetlerinin etkisiyle yükselir, onun yerine durgun kısımdan akışkan hüzme içerisine girer. Hüzme genişliği telden uzaklaştıkça artmakla birlikte, belirli bir uzaklıktan sonra sürtünme etkileri ve yükseldikçe soğuyan akışkan üzerindeki kaldırma kuvvetlerinin azalması sonucu hüzme dağılır. Bir hüzme ile yükselen jet arasındaki temel fark, akışkanın ilk hızıyla ilgilidir. Bu hız, hüzme için sıfırdır fakat yükselen jet için belirli bir değerdedir. Şekil (2.1b) de düşük sıcaklıkta durgun bir akışkan içerisine yollanan aynı cins fakat sıcak bir akışkanın oluşturduğu yatay bir jet görülmektedir. Kaldırma kuvvetlerinin etkisiyle jet dikey yönde harekete başlar. Bu duruma örnek olarak, bir güç santralinde yoğunlaştırucudan çıkan ılık suyun, soğuk su tankına akıtılması verilebilir.<sup>[16]</sup>



Şekil 2.1. Geniş ve durgun bir ortamda kaldırma kuvvetlerinin etkisiyle oluşan serbest sınır tabaka akışları. (a) Sıcak bir tel üstünde hüzme oluşumu. (b) Sıcak bir akıntıyla ilgili yükselen jet oluşumu.

### 2.1.1. Doğal Isı Taşımında Genel Denklemler:

Akışkanın hareket hali ısı aktarımından bağımsız ise orada zorlanmış taşınım var demektir. Böyle durumlarda akışkan hareketi dış etkilerle basınç farkı biçiminde oluşturulmuştur. Eğer akışkanın hareketinin sebebi akışkanın kütle kuvvetleri nedeniyle oluyorsa buna doğal taşınım denir. Böyle bir durum bir katı yüzeyinden aktarılan ısının katıya yakın bölgelerde oluşturduğu yoğunluk farklılıklarından kaynaklanabilir. [11]

Burada sürekli ortam durumundaki akışkanlar ele alınacaktır. Herhangi bir akışkanda uygulanan kayma gerilimi ile hız basamağı arasında lineer bir bağıntı bulunabilir. Böyle akışkanlara 'Newton Akışkanı' denir.

Kayma gerilmeli bir akışta kayma gerilmesi ile hız basamağı arasında Newton akışkanı için verilen bağıntı aşağıdaki gibidir.

$$\tau_k = \mu \frac{du}{dy} \quad (2.1)$$

İki boyutlu akışta, hız basamaklarından yalnızca birisi sıfırdan farklıdır ve orantı katsayısı olarak verilen  $\mu$  “mutlak viskozite”, “dinamik viskozite” ya da basitçe “viskozite” olarak bilinir. Viskozite, her bir Newton akışkanı için belirli bir sıcaklık ve basınçta sabittir. Newton olmayan akışkanlarda ise belli bir sıcaklık ve basınçta viskozite hız basamağının bir fonksiyonudur.

İdeal bir akışkan, sıkıştırılmayan türden ve sıfır viskozitelidir. Gerçekte hiçbir akışkanın viskozitesi sıfırın civarında bile değildir fakat bu kavram çoğu hallerde gerçek akışkanlarda iyi bir yaklaşımı sağlayan basit bir model olduğu için kullanışlıdır. İdeal bir akışkan, üzerinden geçtiği katı sınırlardan kayar ki ideal akışkanla gerçek akışkan arasındaki en büyük fark budur. Taşınımın ısı geçişi teorisinin temel amacı, bir katı yüzeyle temas halinde olan akışkan içinde sıcaklık dağılımı ve buna bağlı olarak da ısı akısının hesabını çıkarabilmektir. Sınır, giriş ve ilk şartları belirlenmiş herhangi bir yüzeyde bu tür hesapların yapılabilmesi istenir. Verilen akış ve sıcaklık alanı için ilk ve sınır koşulları ve akışkanın bu koşullardaki özellikleri biliniyorsa aşağıda diferansiyel verilen ısı akısının yerel değerini kesin ya da yaklaşık hesaplayabilmek için yalnızca matematik yöntemi bulmak yeterli olur. Buna göre çeperden giren ısı akısı;

$$q'' = -k \left( \frac{\partial T}{\partial y} \right) \quad (2.2)$$

Akmakta olan akışkan için seçilen bir kontrol hacmine uygulanan kütle ve enerji korunumu ilkesinin matematiksel ifadesine “Süreklilik Denklemi (eşitlik 1.10)” denir.

Akışkan hareketinin dinamik davranışı “Hareket Denklemleri” ya da “Momentum Denklemleri” denilen bir dizi denklem ile ifade edilebilir. Bu

denklemler Newton'un 2. Hareket yasasının akışkanın sonsuz küçük bir kütlesine ya da akışkanın sonsuz küçük kontrol hacmine uygulanarak elde edilir. İki boyutlu momentum denklemi eşitlik (1.11) de ifade edilmiştir.

Belirli bir koordinatta bulunan akışkan elemanına Termodinamiğin birinci yasasını uygulayarak enerji denklemi elde edilir. Birinci yasaya göre bu elemana aktarılan ısıdan elemanın yaptığı iş çıkarılınca bulunan değer o elemanın enerjisindeki artışı verir. İki boyutlu bir düzlemde geçerli olan Enerji denklemi (eşitlik 1.12) akışkanın sıcaklık dağılımını vermektedir.

Süreklilik, Momentum ve Enerji denklemleri hareket eden akışkanda enerji taşınımalarını geniş kapsamlı açıklamaktadır. Bu denklemler içerdikleri doğrusal olmayan terimler nedeniyle birçok matematiksel güçlüğü de beraberinde getirmektedir. Böyle durumlarda, çözümlenemeyen ve doğrusal olmayan terimler ya çok küçük ya da sifıra yakındır.

Bu denklemlerdeki doğrusal olmayan terimler diğerleri yanında çok küçük kalıyorsa çözümler mümkündür. Bu çözümlerle temsil edilen akışlara “yavaş hareketler” denir. Bir akışkan parçacığı üzerine etki eden atalet kuvvetlerinin viskoz etkilerine oranını veren birimsiz sayı Reynolds sayısıdır.<sup>[14]</sup> Bu sayı aşağıdaki gibi ifade edilir.

$$Re = \rho \frac{uL}{\mu} \quad (2.3)$$

Yavaş akışlar için Reynolds sayıları ile karakterize edilir. Ancak gerçek akışların çoğunda Reynolds sayıları 1'den çok daha büyüktür. 1904'te L.Prandtl akışkanlar mekaniğine önemli bir ilerleme getirmiş sınır tabaka yaklaşımlarını ortaya

atarak büyük Reynolds sayılı akışların da matematiksel olarak çalışılmasına olanak sağlamıştır. Sınır tabaka teorisini geliştirmiştir.

## 2.2. Sınır Tabaka Denklemlerinin Boyutsuzlaştırılması:

Sınır tabaka denklemlerinde boyutsuz sayı grupları kullanılarak çözüme gidilmesi ve sonuçta boyutlu hale dönüştürülmesi, problemlerin çözümünde kolaylık sağlamaktadır. Bu yüzden sınır tabaka denklemleri önce boyutsuzlaştırılır daha sonra çözüm yoluna gidilir. Boyutsuzlaştırmak için aşağıdaki gibi boyutsuz değişkenler kullanılır.

$$\begin{aligned} X &= \frac{x}{L} & Y &= \frac{y}{L} \\ U &= \frac{u}{u_0} & V &= \frac{v}{u_0} \\ \theta &= \frac{T - T_\infty}{T_w - T_\infty} & \tau &= \frac{\alpha t}{L^2} \end{aligned} \quad (2.4)$$

Bu değişkenler sınır tabaka denklemlerinde değişken dönüşümü yapılarak yerlerine yazılır ve gerekli işlemler yapılarak, boyutsuz süreklilik denklemi, boyutsuz momentum denklemi ve boyutsuz enerji denklemi elde edilir. Burada L karakteristik uzunluk ve  $u_0$  herhangi bir referans hızını göstermektedir.

### 2.2.1. Süreklilik Denkleminin Boyutsuzlaştırılması:

Eşitlik (1.10) da tanımlanan boyutlu süreklilik denklemini boyutsuzlaştırmak için  $u = (U \cdot u_0)$ ,  $v = (V \cdot u_0)$  şeklinde yazılıp süreklilik denkleminde yerine konursa

### Boyutsuz Süreklilik Denklemi

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0 \quad (2.5)$$

biçimini alır.

### 2.2.2. Momentum Denkleminin Boyutsuzlaştırılması:

Eşitlik (1.5) deki bazı terimler ihmal edilir ve düzenlenirse boyutlu zamana bağlı momentum denklemi aşağıdaki gibidir.

$$\frac{\partial u}{\partial \tau} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = g\beta(T - T_{\infty}) + \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \quad (2.6)$$

Boyutsuz parametreler türetilir ve düzenlenirse, boyutsuz zamana bağlı momentum denklemi

$$\frac{\partial U}{\partial \tau} \frac{1}{Pr Re_L} + U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} = \frac{Gr}{Re_L^2} \theta + \frac{1}{Re_L} \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} \quad (2.7)$$

olarak elde edilir.<sup>[17]</sup>

### 2.2.3. Enerji Denkleminin Boyutsuzlaştırılması:

Eşitlik (1.12) deki enerji denklemi, boyutlu ve zamana bağlı olarak aşağıdaki şekilde yazılır:

$$\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \alpha \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \quad (2.11)$$

Boyutsuz parametreler türetilir ve düzenlenirse boyutsuz zamana bağlı enerji denklemi aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} \frac{1}{\text{Pr Re}_L} + U \frac{\partial \theta}{\partial X} + V \frac{\partial \theta}{\partial Y} = \frac{1}{\text{Pr Re}_L} \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} \quad (2.12)$$

Boyutsuz momentum denkleminde ikinci tarafın ilk terimi  $\text{Re}_L^2$  ile çarpılırsa ifade de Grashof sayısı yalnız kalır. Grashof sayısı Reynold sayısının zorlanmış taşınımında üstlendiği rolün aynıısını doğal taşınımında üstlenir. Grashof sayısı akışkan üzerine etki eden kaldırma kuvvetlerinin sürtünme kuvvetlerine oranıdır. Aşağıdaki gibi tanımlanır.

$$\text{Gr}_L = \frac{g\beta(T - T_\infty)L^3}{\nu^2} \quad \text{ve} \quad \text{Gr}_x = \frac{g\beta(T - T_\infty)x^3}{\nu^2} \quad (2.13)$$

Boyutsuz denklemlerde geçen Pr, Prandtl sayısı olup, kinematik viskozitenin, ısı yayılımına oranı şeklinde tanımlanır.

$$\text{Pr} = \frac{\nu}{\alpha} \quad (2.14)$$

şeklinde ifade edilir.<sup>[13]</sup>

### 2.3. Nusselt Sayısının Tanımı<sup>[16]</sup>:

Momentum, enerji ve süreklilik denklemleri sınır tabaka ile ilgili önemli sonuçların nasıl basitleştirilip genelleştirilebileceğini ortaya koyması bakımından son derece yararlıdır. Eşitlik (1.11) deki momentum denklemine göre, hız sınır tabakasındaki koşullar akışkanın özellikleri  $\rho$  ve  $\mu$ , hızı  $V$  ve  $L$  uzunluk ölçüsüne bağlı olmasına karşın, bu bağımlılık, söz konusu değişkenlerin Reynolds sayısı içinde gruplandırılması ile basitleştirilebilir. Bu nedenle (1.11) eşitliğinin çözümünün aşağıdaki fonksiyona benzer olması beklenir:



$$u^* = f_1 \left( x^*, y^*, Re_L, \frac{dp^*}{dx^*} \right) \quad (2.15)$$

$p^*(x^*)$  basınç dağılımı, yüzey geometrisine bağlıdır ve serbest akış içindeki koşulların bilinmesiyle bağımsız olarak da elde edilebilir. Böylece,  $dp^* / dx^*$  'in (2.15) numaralı eşitlikte bulunması geometrinin hız dağılımı üzerindeki etkisini temsil eder.

Yüzeydeki ( $y^* = 0$ ) kayma gerilmesi şöyle ifade edilebilir,

$$\tau_s = \mu \left. \frac{\partial u}{\partial y} \right|_{y=0} = \left( \frac{\mu V}{L} \right) \left. \frac{\partial u^*}{\partial y^*} \right|_{y^*=0} \quad (2.16)$$

Sürtünme katsayısı,

$$C_f = \frac{\tau_s}{\rho V^2 / 2} = \frac{2}{Re_L} \left. \frac{\partial u^*}{\partial y^*} \right|_{y^*=0} \quad (2.17)$$

biçiminde yazılabilir. Ayrıca (2.15) eşitliğinden,  $\left. \frac{\partial u^*}{\partial y^*} \right|_{y^*=0} = f_2 \left( x^*, Re_L, \frac{dp^*}{dx^*} \right)$

olduğu görülmektedir böylece verilen bir geometri için eşitlik (2.17), aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$C_f = \frac{2}{Re_L} f_2 \left( x^*, Re_L, \frac{dp^*}{dx^*} \right) \quad (2.18)$$

(2.18) denklemi ile verilen ve mühendisler için önemli bir boyutsuz parametre olan sürtünme katsayısı boyutsuz koordinatlar ve Reynold sayısı ile ifade edilebilir. Böylece, verilen bir geometri için,  $C_f$ 'nin  $x^*$  ve  $Re_L$  ile ilişkisini veren fonksiyon geliştirilmiş olur. Başka bir deyişle aynı fonksiyon farklı akışkanlar ve değişik  $V$  ve  $L$  değerleri için uygulanabilir.

Benzer sonuçlar, ısı ve kütle taşınım katsayıları için de elde edilebilir. Sezgilerimizle,  $h$ 'nin akışkanın özelliklerine ( $k$ ,  $c_p$ ,  $\mu$  ve  $\rho$ ), akışkanın hızına,  $L$  uzunluğuna ve yüzeyin geometrisine bağlı olabileceğini söyleyebiliriz. Bunun yanı sıra, momentum denklemi bu bağımlılığın nasıl basitleştirilebileceğini göstermektedir. Bu denklemin çözümü şu şekilde gösterilebilir:

$$T^* = f_3\left(x^*, y^*, Re_L, Pr, \frac{dp^*}{dx^*}\right) \quad (2.19)$$

Burada  $dp^* / dx^*$  'e bağımlılık, akışkanın hareketinin ( $u^*$  ve  $v^*$ ) ısı koşullar üzerindeki etkisinden kaynaklanmaktadır.  $dp^* / dx^*$  terimi, bir kez daha yüzey geometrisinin etkisini göstermektedir. Taşınım katsayısının tanımından;

$$h = \frac{k_f}{L} \left. \frac{\partial T^*}{\partial y^*} \right|_{y^*=0} \quad (2.20)$$

elde edilir. Bu bağıntı, Nusselt sayısı olarak adlandırılan boyutsuz bir bağımlı parametrenin tanımını kolaylaştırılır.

Nusselt sayısı:

$$Nu = \frac{hL}{k} = \left. \frac{\partial T^*}{\partial y^*} \right|_{y^*=0} \quad (2.21)$$

Bu parametre, yüzeydeki boyutsuz sıcaklık basamağına eşittir ve yüzeyde oluşan taşınım ile ısı geçişinin bir ölçüsünü verir. (2.18) denkleminde, verilen bir geometri için,

$$Nu = f_4(x^*, Re_L, Pr) \quad (2.22)$$

yazılabilir. Sürtünme katsayısının, hız sınır tabakasında taşıdığı önem, ısı sınır tabakada Nusselt sayısı tarafından yüklenilir. Eşitlik (2.22)'e göre, verilen bir geometri için Nusselt sayısı  $x^*$ ,  $Re_L$  ve  $Pr$ 'nin genelleştirilmiş fonksiyonu olmalıdır. Eğer bu fonksiyon biliniyorsa, Nu sayısının değişik akışkanlar, farklı  $v$  ve  $L$  değerleri için hesaplanmasında kullanılabilir. Nu sayısı bulunduğundan sonra yerel ısı akısı hesaplanabilir. Bunun yanısıra, ortalama ısı taşınım katsayısı cismin yüzeyi üzerinde integrasyon ile hesaplandığı için,  $x^*$ 'dan bağımsız olmalıdır. Burada ortalama Nusselt sayısının fonksiyonel bağımlılığı,

$$\overline{Nu} = \frac{\overline{hL}}{k_f} = f_5(Re_L, Pr) \quad (2.23)$$

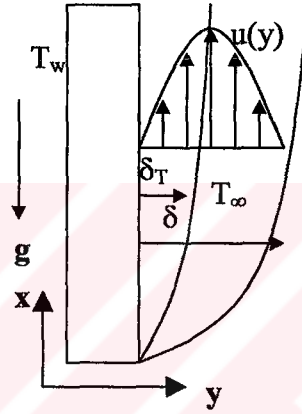
biçiminde gösterilebilir.

Nusselt sayısı, ısı geçişinin meydana geldiği yüzeyde taşınım yoluyla geçen ısının iletim yoluyla geçen ısıya oranıdır. Eğer  $Nu = 1$  ise yüzeydeki ısı taşınımı ile sınır tabaka içindeki ısı iletimi aynıdır. İki sistemin Nusselt sayıları aynı ise yüzeydeki ısı taşınımaları benzerdir.

### 3. ARAŞTIRMA BULGULARI

#### 3.1. Dikey Bir Levhada Doğal Isı Taşınımı:

Düz levhanın sıcaklığı levhayı çevreleyen havanın sıcaklığından daha yüksekse, Şekil (3.1) de görüldüğü gibi, levhanın alt ucundan başlayarak, levha üzerinde hız ve sıcaklık sınır tabakaları oluşur.



Şekil-3.1 Dikey sıcak bir levhada hız ve sıcaklık profili

Bunun sonucunda levhaya yakın olan akışkanın yoğunluğu uzakta olana göre daha azdır. Böylece kaldırma kuvvetleri doğal taşınım sınır tabakası oluşturur ve akışkan yukarıya doğru yükselirken onun yerine durgun bölgedeki akışkan sınır tabaka içine girer. Burada ortaya çıkan hız dağılımı zorlanmış taşınım hız dağılımından çok farklıdır. Hız  $y = 0$ 'da olduğu gibi  $y = \infty$ 'da da sıfır olur. Akışkan sıcaklığı levha üzerinde levha sıcaklığı  $T_w$ ' a ısı sınır tabaka kenarında ortam sıcaklığı  $T_\infty$ 'a eşit olur. Hız sınır tabakası içerisinde hız dağılımı hem levha üzerinde hem de sınır tabaka kenarında sıfır olacak şekildedir. Dikey bir levha için aşağıdaki sınır şartları yazılabilir.

$$y = 0 \quad u = v = 0 \quad T = T_w$$

$$y = \infty \quad u = 0 \quad T = T_\infty$$

Yukarıdaki sınır şartları için integral metodu, benzerlik yaklaşımı ve sonlu farklar metodu kullanılarak dikey bir levha için sınır tabaka denklemleri çözülebilir. Bu yöntemlerden integral metodu ve benzerlik yaklaşımı analitik çözümler olarak, sonlu fark çözümü ise sayısal çözümler olarak gruplandırılır.

### 3.2. Analitik Çözümler:

Sınır tabaka denklemlerinin analitik çözümü iki metotla yapılabilir.

a) İntegral çözümü, b) Benzerlik çözümü.

#### 3.2.1. İntegral Çözümü<sup>[12]</sup>

Sınır tabaka denklemlerini çözmek için bir yolu da, yaklaşık bir yöntem olan, integral yöntemini kullanmaktır. Bu yöntem von Karman tarafından ortaya atılmış ve ilk olarak Pohlhausen tarafından uygulanmıştır. Ana sınır tabaka parametreleri olarak nitelenebilecek  $\delta$ ,  $\delta_t$ ,  $\delta_c$ ,  $C_f$ ,  $h$  ve  $h_m$  bu yöntemle oldukça hassas bir biçimde hesaplanabilir.

İntegral sınır tabaka denklemleri sınır tabaka içinde integre ederek ya da prensipleri daha sonra bütün sınır tabakaya yayılacak olan küçük bir kontrol hacmine uygulayarak elde edilir.

İntegral yöntemi süreklilik, momentum ve enerji denklemlerinin sınır tabakanın her noktasına uygulanabilir olmasını ve bu koşulların sınır tabaka içindeki ortalama değerle de uygunluğunu sağlamak ister.

$Pr \approx 1$  varsayımıyla hız sınır tabaka kalınlığı ( $\delta$ ), sıcaklık sınır tabaka kalınlığına ( $\delta_T$ ) eşit alınırsa aşağıdaki eşitlikler elde edilir. Bu eşitliklerin kısaca çıkartılması aşağıda ifade edilmiştir.

Süreklilik denklemi sınır tabaka boyunca integre edilecek olursa

$$\int_0^{\delta} \frac{\partial u}{\partial x} dy + v(\delta) - v(0) = 0 \quad (3.1)$$

şeklinde bir sonuç elde edilir. Burada (y) yönündeki hız bileşeni (v) yalnız bırakılırsa aşağıdaki eşitlik elde edilir.

$$v(\delta) = - \int_0^{\delta} \frac{\partial u}{\partial x} dy \quad (3.2)$$

Momentum denklemi yapılan düzenlemeler sonucunda ;

$$\frac{d}{dx} \int_0^{\delta} u^2 dy = -v \left( \frac{du}{dy} \right)_0 + g\beta \int_0^{\delta} (T - T_{\infty}) dy \quad (3.3)$$

haline gelir.uygun sınır şartları yazılarak gerekli çözümler yapılırsa;

(x) yönündeki hız bileşeni (u) aşağıdaki fonksiyonla ifade edilir.

$$u(y) = \frac{1}{4} g\beta \frac{\Delta T}{\nu} \delta^2 \frac{y}{\delta} \left( 1 - \frac{y}{\delta} \right)^2 \quad (3.4)$$

Momentum denkleminin çözümü için sıcaklık dağılımı ifadesinin de belirtilmesi gerekir. Sıcaklık dağılımını gösteren fonksiyon

$$T(y) = T_w - 2 \frac{T_w - T_{\infty}}{\delta} y + \frac{T_w - T_{\infty}}{\delta^2} y^2 \quad (3.5)$$

şeklinde ifade edilir.

Sıcaklık ve hız dağılımı ifadeleri momentum denkleminde yerine yazılır ve denklem düzenlenirse;

$$\frac{1}{105} \frac{d}{dx} \left[ [V(x)]^2 \delta \right] = -v \left[ \frac{V(x)}{\delta} \right] + g\beta(T_w - T_\infty) \quad (3.6)$$

elde edilir.

Enerji denklemini sınır tabaka boyunca integre edildiğinde,

$$\int_0^\delta \left( u \frac{dT}{dx} \right) dy + \int_0^\delta \left( v \frac{dT}{dy} \right) dy = -\alpha \int_0^\delta \frac{d^2T}{dy^2} dy \quad (3.7)$$

şeklinde elde edilir.

Gerekli ara işlemler yapılır ve sınır şartları uygulanırsa, sınır tabaka kalınlığının (x) e bağlı eşitliği,

$$\frac{\delta}{x} = 3,93(0,952 + Pr)^{1/4} [Gr]^{-1/4} Pr^{-1/2} \quad (3.8)$$

elde edilir.

Nusselt sayısını bulmak için  $y = 0$  için  $q_{iletim} = q_{taşınım}$  sınır şartı kullanılır. Isı iletimi ifadesi yazılırsa;

$$\dot{q} = -k \left. \frac{dT}{dy} \right|_{y=0} \quad (3.9)$$

Burada  $\frac{dT}{dy}$  teriminin bulunması için momentum denkleminde (eşitlik 3.5)

elde edilen sıcaklık ifadesinin türevi alınır;

$$\left. \frac{dT}{dy} \right|_{y=0} = (T_w - T_\infty) \frac{-2}{\delta} \quad (3.10)$$

elde edilir. Bu ifade iletim ifadesinde yerine yazıldığında;

$$\ddot{q} = \frac{2k}{\delta}(T_w - T_\infty) \quad (3.11)$$

elde edilir.  $y = 0$  sınır şartıyla  $q_{iletim} = q_{taşınım}$  için taşınım ile geçen ısı miktarı (eşitlik

1.4) Newton'un soğuma kanunundan yazılıp gerekli düzenlemeler yapılırsa;

$$h(T_w - T_\infty) = k \left. \frac{dT}{dy} \right|_{y=0} \quad (3.12)$$

$$h = \frac{2k}{\delta} \quad (3.13)$$

elde edilir. Burada  $h$  ısı taşınım katsayısıdır. Nusselt sayısının ifadesi;

$$Nu = \frac{h \cdot x}{k} \quad (3.14)$$

şeklindedir. Burada ısı taşınım katsayısı denklemde yerine yazılırsa

$$Nu = \frac{2}{\delta/x} \quad (3.15)$$

bulunur. Bu denklemde  $\frac{\delta}{x}$  terimi daha önce bulunmuştu. Eşitlik (3.15) de yerine

yazılıp gerekli düzenlemeler yapılırsa;

$$Nu = 0,508 \frac{(Gr_x)^{1/4} (Pr)^{1/2}}{(0,952 + Pr)^{1/4}} \quad (3.16)$$

elde edilir.

### 3.2.2. Benzerlik Çözümü<sup>[12]</sup>

Blasius çözümü, benzerlik çözümü olarak tanımlanır ve  $\eta$ , benzerlik değişkenidir. Benzerlik değişkeni aşağıdaki gibi tanımlanır.



$$\eta = \frac{y}{x} \left( \frac{Gr_x}{4} \right)^{1/4} \quad (3.17)$$

Hız bileşenleri için aşağıdaki akım fonksiyonu tanımlanırsa süreklilik momentum ve enerji denklemlerinde de kullanılan hızlar için değişken dönüşümü yapılabilir.

$$\psi(x, y) = f(\eta) \left[ 4\nu \left( \frac{Gr_x}{4} \right)^{1/4} \right] \quad (3.18)$$

Bu tanımlama yapıldıktan sonra (x) ve (y) yönü hız bileşenleri bulunabilir. Tanımlanan akım fonksiyonuna göre (x) yönü hız bileşeni (u) aşağıdaki gibi ifade edilir.

$$u = \frac{\partial \psi}{\partial y} \quad (3.19)$$

$$u = \frac{4\nu}{x} f'(\eta) \left( \frac{Gr_x}{4} \right)^{1/2} \quad (3.20)$$

Aynı akım fonksiyonuna göre (y) yönü hız bileşeni (v) aşağıdaki gibi ifade edilebilir.

$$-v = \frac{\partial \psi}{\partial x} \quad (3.21)$$

$$v = f'(\eta) 4\nu \frac{y}{x^2} \left( \frac{Gr_x}{4} \right)^{1/2} - f'(\eta) \frac{3}{4} \frac{g\beta(T - T_\infty)}{\nu} xy \left( \frac{Gr_x}{4} \right)^{1/2} - f(\eta) \frac{3g\beta(T - T_\infty)x^2}{4\nu} \left( \frac{Gr_x}{4} \right)^{-3/4} \quad (3.22)$$

Bu tanımlamalardan yola çıkarak, u ve v hızları (x) ve (y)'ye göre türetilir ve düzenlenirse süreklilik, momentum ve enerji denklemleri benzerlik yöntemiyle çözülür. Bu denklemlerin kısaca çıkartılması aşağıdaki belirtilmiştir.

Süreklilik denklemi yukarıdaki hız bileşenleri ifadeleri yardımıyla

$$-f(\eta) \frac{3}{4} \frac{g\beta(T - T_\infty)}{\nu} x \left( \frac{Gr_x}{4} \right)^{-1/2} = 0 \quad (3.23)$$

elde edilir.

Momentum denklemi benzerlik yaklaşımıyla çözüldüğünde

$$2[f'(\eta)]^2 - 3f'(\eta)f''(\eta) = \theta + f'''(\eta) \quad (3.24)$$

ifadesi elde edilir. Burada f ve  $\theta$  sadece  $\eta$ 'nin fonksiyonudur.  $\theta = \frac{T - T_\infty}{T_w - T_\infty}$  boyutsuz

sıcaklıktır.

Enerji denklemi benzerlik yaklaşımıyla çözüldüğünde

$$2[f'(\eta)]^2 - 3f'(\eta)f''(\eta) = \theta + f'''(\eta) \quad (3.25)$$

elde edilir.

Sınır şartları;

$$\eta=0 \quad f = f' = 0 \quad \theta = 1$$

$$\eta=\infty \quad f' = 0 \quad \theta = 0$$

şeklinde tanımlanabilir.

Nusselt sayısının elde edilmesinde  $q_{iletim} = q_{taşınım}$  ifadesinden yararlanılır.

Eşitlik (1.4)deki taşınım ile geçen ısı için Newton'un soğuma kanunu ifadesi yazılıp,

ısı taşınım katsayısı (h) denklemden çekilecek olursa;

$$h = \frac{\ddot{q}}{(T_w - T_\infty)} \quad (3.26)$$

elde edilir. Isı taşınım katsayısı, eşitlik (3.14) (Nusselt sayısı) ifadesinde yerine yazılırsa;

$$Nu = \frac{\frac{\ddot{q}}{(T_w - T_\infty)} x}{k} \quad (3.27)$$

elde edilir. İletimle geçen ısı miktarı için Fourier'in ısı iletim kanununu (eşitlik 3.9) yazılıp gerekli işlemler yapılırsa;

$$\ddot{q} = -k \left. \frac{d\theta}{d\eta} \frac{d\eta}{dy} (T_w - T_\infty) \right]_{\eta=0} \quad (3.28)$$

ifadesindeki terimler yerlerine konur ve Nusselt sayısı bulunur. Benzerlik çözümünde Nusselt ifadesi aşağıdaki gibidir.

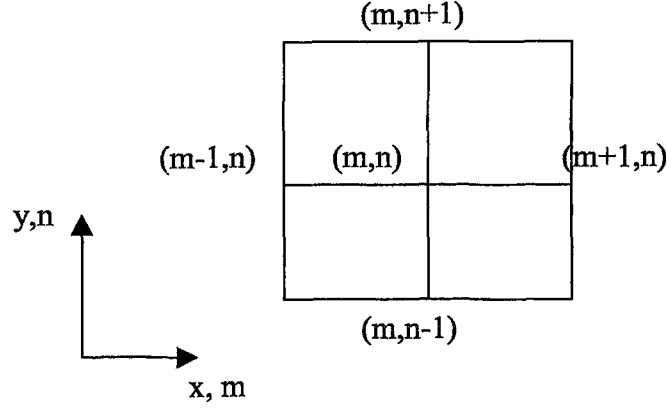
$$Nu = \left( \frac{Gr_x}{4} \right)^{1/4} \frac{0.75 Pr^{1/2}}{(0.609 + 1.221 Pr^{1/2} + 1.238 Pr)^{1/4}} \quad (3.29)$$

### 3.3. Sayısal Çözümler:

#### 3.3.1. Sonlu Farklar Metodu ile Çözüm:

Isı transferi problemlerinde genellikle analitik çözümlere ulaşmak zordur. Analitik çözümleri bulmak için genelde basit geometri ve sınır koşullarını kullanmak gerekmektedir. Bununla birlikte uygulamada kullanılan geometriler karmaşıktır. Bu gibi durumlarda en iyi çözüm sonlu fark gibi sayısal yöntemleri kullanmaktır.

Çözüm bölgesinin her noktasında sıcaklığın belirlenmesine olanak sağlayan analitik çözüme karşı, sayısal çözümler sıcaklığın sadece ayırık noktalarda belirlenmesini öngörür. Bundan dolayı herhangi bir sayısal çözümde ilk adım bu noktaları seçmektir. Referans noktası genelde düğüm noktası olarak adlandırılır.



Şekil 3.2. Sonlu fark yaklaşımında düğüm noktalarının gösterimi

Sayısal olarak sıcaklık ve hız dağılımının bulunması, sıcaklıkları ve hızları belli olmayan her düğüm noktasında uygun denge eşitliğinin yazılmasını gerektirir. Bulunan denklem takımı, her noktadaki sıcaklık ve hız için birbirlerine bağlı olarak çözülür. Momentum, enerji ve süreklilik denklemleri içerisindeki diferansiyel ifadelerin sonlu fark yöntemindeki karşılıkları eşitlik (3.30), (3.31), (3.32) ve (3.33) nolu<sup>[17]</sup> denklemlerde verilmiştir.

$$\frac{\partial T}{\partial x} \approx \frac{T_{m+1,n} - T_{m,n}}{\Delta x} \quad (3.30)$$

$$\left. \frac{\partial u}{\partial x} \right] \approx \frac{u_{m+1,n} - u_{m,n}}{\Delta x} \quad (3.31)$$

$$\left. \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \right]_{m,n} \approx \frac{T_{m+1,n} + T_{m-1,n} - 2T_{m,n}}{(\Delta x)^2} \quad (3.32)$$

$$\left. \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \right]_{m,n} \approx \frac{u_{m+1,n} + u_{m-1,n} - 2u_{m,n}}{(\Delta x)^2} \quad (3.33)$$

Böylece m,n noktası için gerçekte bir diferansiyel denklem olan eşitlikler yaklaşık olarak cebirsel eşitliklere indirgenir. Sonlu fark eşitlikleri kullanılarak çözümlerin elde edilmesi için süreklilik, momentum ve enerji denklemleri aşağıdaki gibi düzenlenebilir.

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0 \quad (3.34)$$

$$\frac{\partial U}{\partial \tau} \frac{1}{Re_L \cdot Pr} + U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} = \theta \frac{Gr}{Re_L^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2 \cdot Re_L} \quad (3.35)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} \frac{1}{Re_L \cdot Pr} + U \frac{\partial \theta}{\partial X} + V \frac{\partial \theta}{\partial Y} = \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} \frac{1}{Re_L \cdot Pr} \quad (3.36)$$

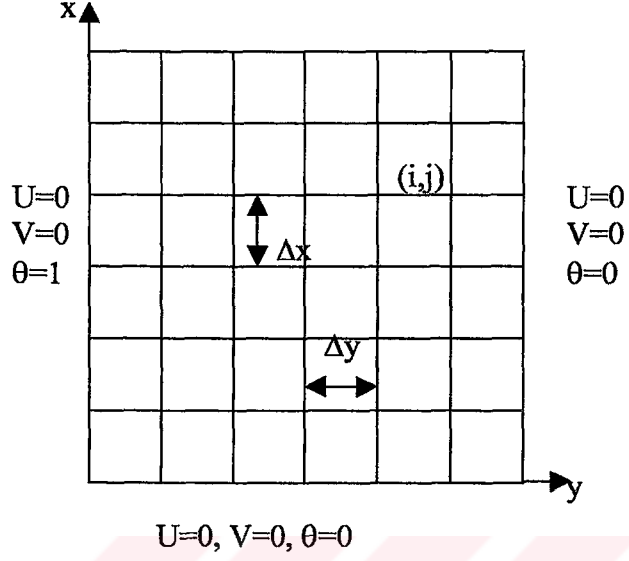
Bu denklemlerin çözümü için kullanılan sınır şartları aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\begin{array}{ll} x = 0 & u = v = \theta = 0 \\ y = 0 & u = v = 0, \theta = 1 \\ y = \infty & u = v = \theta = 0 \\ \tau = 0 & u = v = \theta = 0 \end{array}$$

Burada  $\theta$  boyutsuz sıcaklık,  $v$ ,  $y$  yönündeki hız bileşeni,  $u$ ,  $x$  yönündeki hız bileşeni ve  $\tau$  boyutsuz zaman olarak gösterilmektedir. Belli zaman aralıkları sonucunda elde edilen sıcaklık ve hız değerleri sonlu farklar kullanılarak hesap edilebilir.

İşlemler sırasında süreklilik, momentum ve enerji denklemlerinin birlikte çözülmesi gerekmektedir. Bu sıcaklıkların çözülmesiyle hız ve sıcaklık değerleri elde edilmektedir.

Şekil (3.3) de dikey bir levha için grid sistemi gösterilmektedir. Grid sisteminde her düğüm noktası için denklemler yazılıp, bu denklemler çözümlürse bu düğüm noktalarına ait sıcaklık ve hız değerleri bulunur.



Şekil-3.3. Dikey bir levha için grid sistemi

Süreklilik, momentum ve enerji denklemleri sonlu farklar için aşağıdaki şekilde düzenlenebilir.

$$\frac{U_{m,n}^{t+1} - U_{m-1,n}^t}{\Delta X} + \frac{V_{m,n}^{t+1} - V_{m,n-1}^t}{\Delta Y} = 0 \quad (3.37)$$

$$\begin{aligned} \frac{U_{m,n}^{t+1} - U_{m,n}^t}{\Delta \tau \cdot Re_L \cdot Pr} + U_{m,n} \frac{U_{m,n} - U_{m-1,n}}{\Delta X} + V_{m,n} \frac{U_{m,n+1} - U_{m,n}}{\Delta Y} \\ = \theta_{m,n}^{t+1} \frac{Gr_L}{Re_L^2} + \frac{U_{m,n+1} - U_{m,n} + U_{m,n-1}}{(\Delta Y)^2 \cdot Re_L} \end{aligned} \quad (3.38)$$

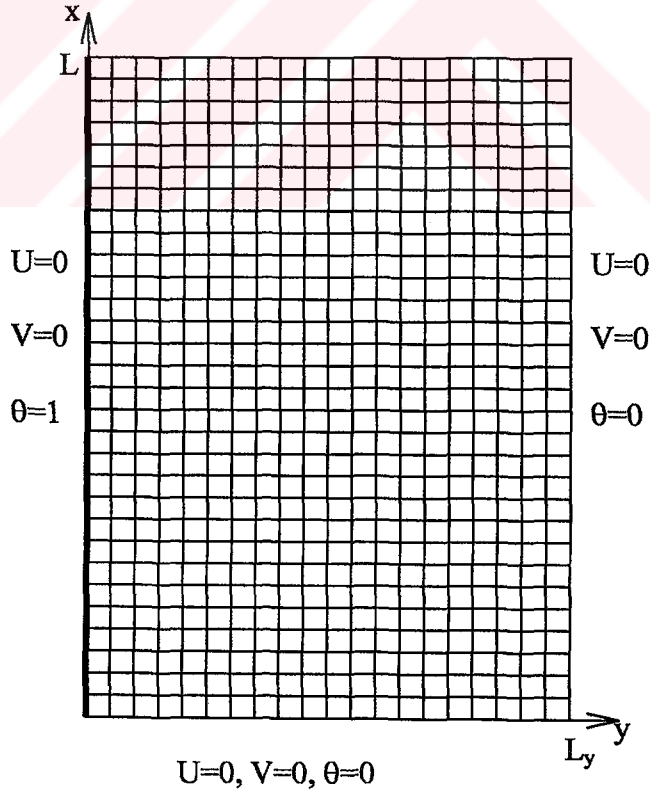
$$\begin{aligned} \frac{\theta_{m,n}^{t+1} - \theta_{m,n}^t}{\Delta \tau \cdot Re_L \cdot Pr} + U_{m,n} \frac{\theta_{m,n} - \theta_{m-1,n}}{\Delta X} + V_{m,n} \frac{\theta_{m,n+1} - \theta_{m,n}}{\Delta Y} \\ = \frac{\theta_{m,n+1} - \theta_{m,n} + \theta_{m,n-1}}{(\Delta Y)^2 \cdot Pr} \end{aligned} \quad (3.39)$$

Burada  $(U_{m,n}^{t+1}), (V_{m,n}^{t+1})$  ve  $(\theta_{m,n}^{t+1})$  her iterasyon sonunda elde edilen yeni değerlerdir. Bir iterasyon boyunca  $(U), (V)$  ve  $(\theta)$  değerleri sabittir. Eşitlikler (3.37),

(3.38) ve (3.39) her bir yeni zaman adımı ( $\Delta\tau$ ) için hesaplanırlar. Bu denklemleri uygun bir zaman artımı ve belli sınır şartları için çözen bir program yazılmıştır. Bu programın akış diyagramı ek-1 de verilmiştir. Her bir düğüm noktası için bu ifadeler yazılıp denklem takımları boyutsuzlaştırıldıktan sonra bu denklemlerin çözümü yapılabilir. Böylece ele alınan geometri için hız ve sıcaklık değerleri bulunmuş olur.

### 3.3.1.1. Çalışılan Geometri ve Sınır Şartları

Bu tez çalışmasında dikey doğrultuda  $L=5$  br boyunda ve 30 bölmeye ayrılmış, yatay doğrultuda ise  $L_y=1$  br boyunda ve 20 bölmeye ayrılmış, Şekil (3.4) de gösterilen levha incelenmiştir.



Şekil 3.4 Üzerinde çalışılan levhanın görünümü ve sınır şartları.

Çözümler,  $Re_L=100$  ve  $Pr=0.733$  olarak sabit tutulduğu ve  $Gr$  sayısının  $1 \times 10^0$  ile  $1 \times 10^8$  aralığında değiştiği durumlar için elde edilmiştir.

Dikey doğrultudaki yüzey sıcaklığının  $T_w$  sıcaklığında sabit tutulduğu ve ortam sıcaklığından yüksek olduğu kabul edilmiştir. Levhanın tabanı ve sağ tarafı adyabatik kabul edilmiş ve çevre sıcaklığının  $T_\infty$  sıcaklığına eşit olduğu düşünülmüştür. Akışkanın sıkıştırılmaz ve sınır tabaka eşitliklerinin Boussinesq yaklaşımı ile elde edilen sınır tabaka eşitlikleri olduğu durum için çözüm yapılmıştır. Levha içinde ısı üretimi ( $q'' = 0$ ) yoktur.

(3.37), (3.38) ve (3.39) eşitliklerinin sayısal çözümü için aşağıdaki başlangıç ve sınır şartları kullanılmıştır.

Sınır şartları:

$$X = 0 \quad U = V = \theta = 0$$

$$Y = 0 \quad U = V = 0, \theta = 1$$

$$Y = \infty \quad U = V = \theta = 0$$

Başlangıç şartları :

$$\tau=0 \text{ için} \quad U=0, V=0, \theta=0$$

### 3.3.1.2. Nusselt Sayılarının Elde Edilmesi:

#### 3.3.1.2.1. Lokal Nusselt ( $Nu_x$ ) Sayısının Bulunması:

Lokal Nusselt ( $Nu_x$ ) sayısını bulmak için benzerlik ve integral metotlarında olduğu gibi  $y = 0$  için  $q_{iletim} = q_{taşımın}$  sınır şartı kullanılır. Isı iletimi ifadesi, eşitlik



(3.9) yazılırsa;  $(q'' = -k \frac{dT}{dy} \Big|_{y=0})$  burada dT teriminin bulunması için eşitlik (2.4) deki

boyutsuz sıcaklık ifadesinin türevi alınır ve bu ifadeden dT çekilirse;

$$dT = d\theta(T_w - T_\infty) \quad (3.40)$$

elde edilir.

dy ifadesi için eşitlik (2.4) deki boyutsuz y ifadesinin türevi alınır ve düzenlenirse;

$$dy = dY \cdot L \quad (3.41)$$

elde edilir.

Bu iki ifade birbirine bölünüp, elde edilen ifade iletim ifadesinde yerine yazıldığında;

$$q''_{\text{iletim}} = -k \frac{d\theta(T_w - T_\infty)}{dY \cdot L} \quad (3.42)$$

elde edilir.

Taşımla geçen ısı için, eşitlik (1.4) Newton'un soğuma kanunu ifadesi kullanılabilir.

$$q''_{\text{taş}} = h(T_w - T_\infty)$$

y = 0 sınır şartıyla  $q''_{\text{iletim}} = q''_{\text{taşınım}}$  için taşımla geçen ısı miktarı Newton'un soğuma kanunundan yazılıp gerekli düzenlemeler yapılır ve ısı taşınım katsayısı h denklemden çekilecek olursa;

$$h = -k \frac{d\theta}{dY \cdot L} \quad (3.43)$$

elde edilir.

Eşitlik (3.14) de Nusselt sayısının ifadesi  $Nu = \frac{h \cdot x}{k}$  şeklindedir. Eşitlik (3.43)

ile verilen ısı taşınım katsayısı, eşitlik (3.14) de yerine yazılırsa;

$$Nu_x = \left( -\frac{d\theta}{dY} \right)_{Y=0} \cdot X \quad (3.44)$$

bulunur. Burada X duvarın x yönündeki boyu, Y duvarın y yönündeki boyu,  $\theta$  boyutsuz sıcaklıktır.

İntegral metodu ile bulunmuş olan Nusselt sayısı ifadesindeki<sup>[12]</sup>  $Gr_x$  terimini  $Gr_L$  terimine dönüştürdüğümüzde  $Nu_x$  sayısı için;

$$Nu_x = 0,508 \frac{(Gr_L)^{1/4} (Pr)^{1/2} x^{3/4}}{(0,952 + Pr)^{1/4}} \quad (3.45)$$

ifadesi elde edilir.

Aynı işlem benzerlik metodu<sup>[12]</sup> için yapıldığında

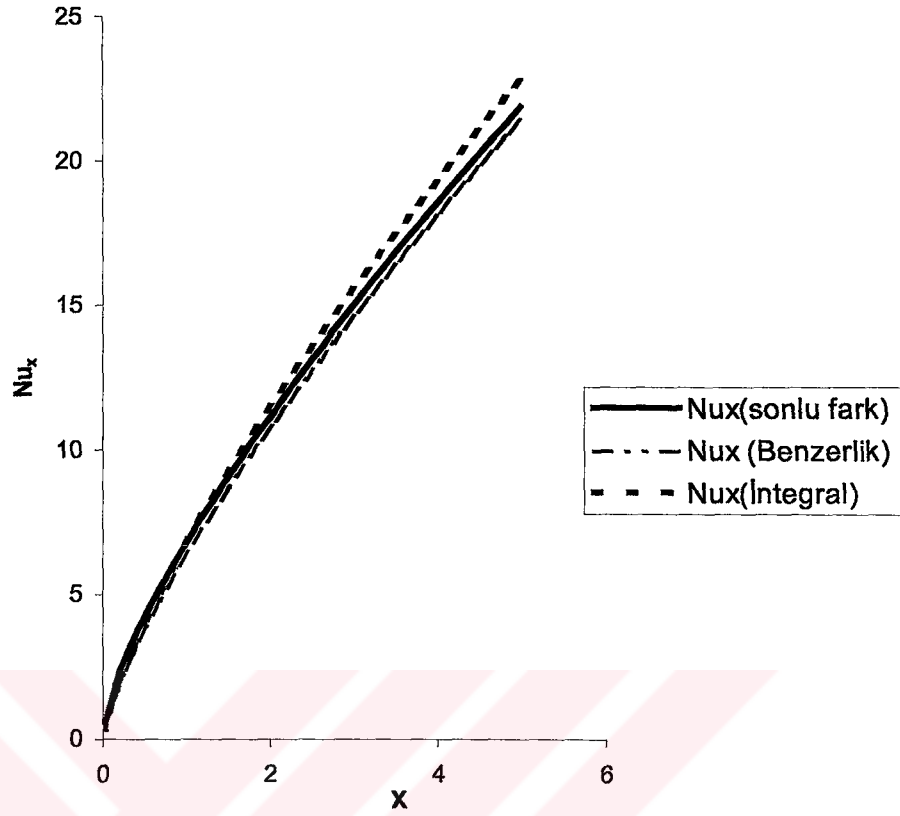
$$Nu_x = \left( \frac{Gr_L x^3}{4} \right)^{1/4} \frac{0.75 Pr^{1/2}}{(0.609 + 1.221 Pr^{1/2} + 1.238 Pr)^{1/4}} \quad (3.46)$$

ifadesi elde edilir.

Sonlu farklar yöntemiyle bulduğumuz Nusselt sayısı değerlerini İntegral ve benzerlik metoduyla bulunan değerlerle karşılaştırdığımızda sonuçların birbirine yakın olduğu Çizelge (3.1) ve Şekil (3.5) den görülmektedir.

Çizelge 3.1 Nusselt sayısının  $Gr = 1 \times 10^5$  için sonlu farklar, benzerlik, ve integral metotlarında  $x$  e göre değişimi.

<b>X</b>	<b>Sonlu Farklar Metodu</b>	<b>Benzerlik Metodu</b>	<b>İntegral Metodu</b>
5,00	21,82	21,36	22,70
4,83	21,28	20,82	22,14
4,67	20,74	20,29	21,56
4,50	20,20	19,74	20,99
4,34	19,64	19,19	20,40
4,17	19,08	18,64	19,81
4,00	18,52	18,08	19,22
3,84	17,95	17,52	18,62
3,67	17,38	16,94	18,01
3,51	16,80	16,37	17,40
3,34	16,21	15,78	16,78
3,17	15,62	15,19	16,15
3,01	15,02	14,59	15,51
2,84	14,41	13,98	14,86
2,68	13,79	13,36	14,21
2,51	13,16	12,74	13,54
2,34	12,52	12,10	12,86
2,18	11,87	11,45	12,17
2,01	11,21	10,79	11,47
1,85	10,53	10,12	10,75
1,68	9,84	9,43	10,02
1,51	9,13	8,72	9,27
1,35	8,40	7,99	8,49
1,18	7,65	7,24	7,70
1,02	6,88	6,46	6,87
0,85	6,07	5,65	6,01
0,68	5,22	4,80	5,11
0,52	4,32	3,90	4,15
0,35	3,34	2,92	3,10
0,19	2,20	1,81	1,92
0,02	0,40	0,34	0,36



Şekil 3.5. Lokal Nusselt ( $Nu_x$ ) sayılarının karşılaştırılması.

### 3.3.1.2.2. Ortalama Nusselt ( $Nu_m$ ) Sayısının Bulunması:

$x=0$  dan  $x=L$  ye kadar tanımlanan ortalama Nusselt Sayısı, Mühendislik uygulamalarının ilgi alanına girer.

Ortalama  $Nu_m$  sayısı, lokal  $Nu_x$  sayısının levha boyunca ortalama değeridir .

$$Nu_m = \frac{1}{L} \sum_{i=0}^L Nu_x x_i \quad (3.47)$$

şeklinde tanımlanır.

### 3.3.1.2.3. Nusselt L Sayısının ( $Nu_L$ ) Bulunması

$Nu_L$  değeri, lisanslı Fluent 6.0 programında tanımlanmış  $Nu$  değeridir. Bu programda  $Nu$  sayısı,

$$Nu_L = \frac{hL}{k} \quad (3.48)$$

şeklinde ifade edilmiştir. Burada  $h$  taşınım katsayısı,  $k$  iletim katsayısı,  $L$  Fluent 6.0 programındaki referans değerleri menüsünde tanımlanmış levha uzunluğudur.

Fluent programından elde edilen değerler sonlu elemanlar yöntemiyle çözülmüş değerlerdir.

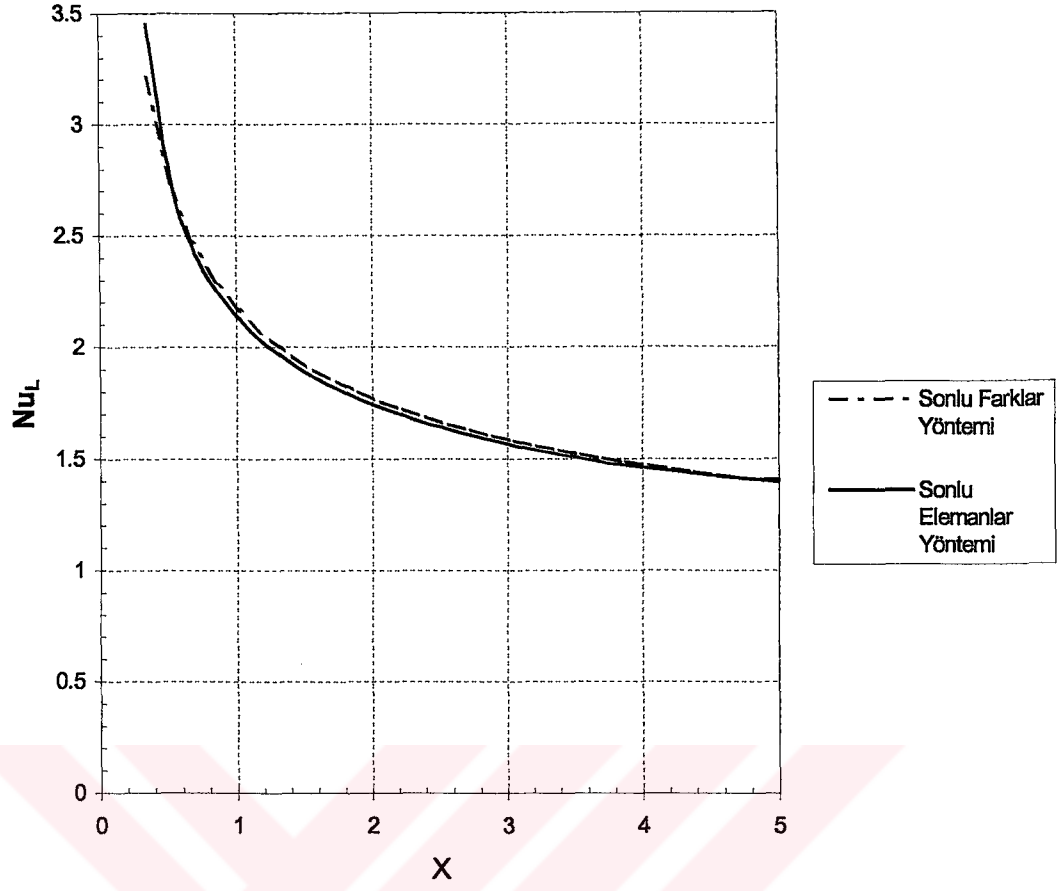
Nümerik olarak yapılan analizlerin yanı sıra Fluent 6.0 programında dikey levha modellemesi yapıp, her grid noktasında hız ve sıcaklık değerleri elde edilmiştir. Sıcaklık değerlerinden grid noktalarında,  $L = 1$  için  $Nu_L$  değerleri bulunmuştur.

$Gr = 1 \times 10^3$  için  $Nu_L$  değeri sonlu elemanlar yöntemi (Fluent) ve sonlu farklar yöntemi ile çözümlü karşılaştırıldığında sonuçların birbirine çok yakın olduğu Çizelge (3.2) de ve Şekil (3.6) da görülmektedir. Sonlu fark metodu  $Nu_L$  değeri;

$$Nu_L = \left( - \frac{d\theta}{dY} \right)_{Y=0} L \quad (3.48)$$

Çizelge 3.2  $Nu_L$  değerlerinin karşılaştırılması.

<b>X</b>	<b>Sonlu Fark Değerleri (<math>Nu_L</math>)</b>	<b>Sonlu Elemanlar Değerleri (<math>Nu_L</math>)</b>
5,00	1,394	1.404
4,83	1,404	1.406
4,67	1,416	1.414
4,50	1,430	1.423
4,34	1,442	1.435
4,17	1,456	1.447
4,00	1,472	1.460
3,84	1,488	1.474
3,67	1,504	1.489
3,51	1,522	1.506
3,34	1,542	1.524
3,17	1,562	1.543
3,01	1,584	1.564
2,84	1,608	1.587
2,68	1,634	1.612
2,51	1,662	1.639
2,34	1,694	1.669
2,18	1,728	1.703
2,01	1,766	1.740
1,85	1,81	1.782
1,68	1,86	1.830
1,51	1,916	1.885
1,35	1,984	1.950
1,18	2,064	2.028
1,02	2,164	2.127
0,85	2,292	2.257
0,68	2,466	2.445
0,52	2,732	2.759
0,35	3,216	3.451



Şekil 3.6. Sonlu Farklar ve Sonlu Elemanlar Yöntemleriyle  $Nu_L$  sayısının karşılaştırılması.

#### 4. TARTIŞMA VE SONUÇ

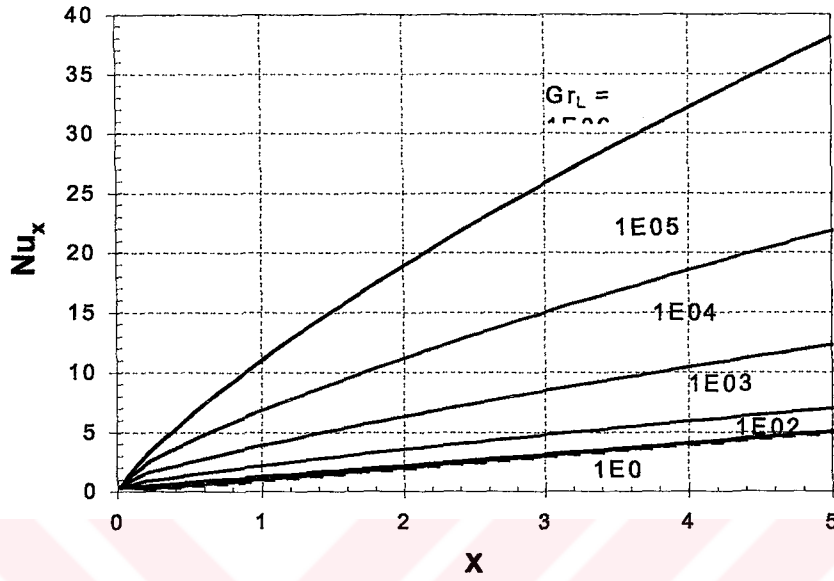
Isı taşınımı problemlerinin çözümünde kullanılan momentum ve enerji denklemlerinin analitik çözümü oldukça zordur. Bu denklemlerin çözümü için gerekli olan analitik ve sayısal metotlar bir çok kabule dayalıdır. Bu kabullerin doğru yapılması ve sınır şartlarının düzgün tespit edilmesi en önemli aşamadır. Bu aşamadan sonra yapılacak işlem uygun bir metot seçimidir. Bu çalışmada sonlu farklar metodu kullanılmıştır. Elde edilen sonuçlar, benzerlik ve integral metotlarıyla elde edilen sonuçlarla karşılaştırılmıştır.

Sonlu farklar metodu ve sonlu elemanlar gibi sayısal çözüm yöntemleri bilgisayar programlarına uyarlanması kolay ve günümüzde en yaygın kullanım alanına sahip çözüm şekilleridir. Bu çalışmada zamana bağlı doğal taşınım problemi için bilgisayar programı yazılmış, ayrıca aynı problem sonlu eleman kodlarıyla da çözülmüştür. Sonlu farklar metodu için yazılan bilgisayar programından hız ve sıcaklık değerleri elde edilmiştir. Hız ve sıcaklık için verilen değerler grid sisteminde belli sayıda nokta içindir.

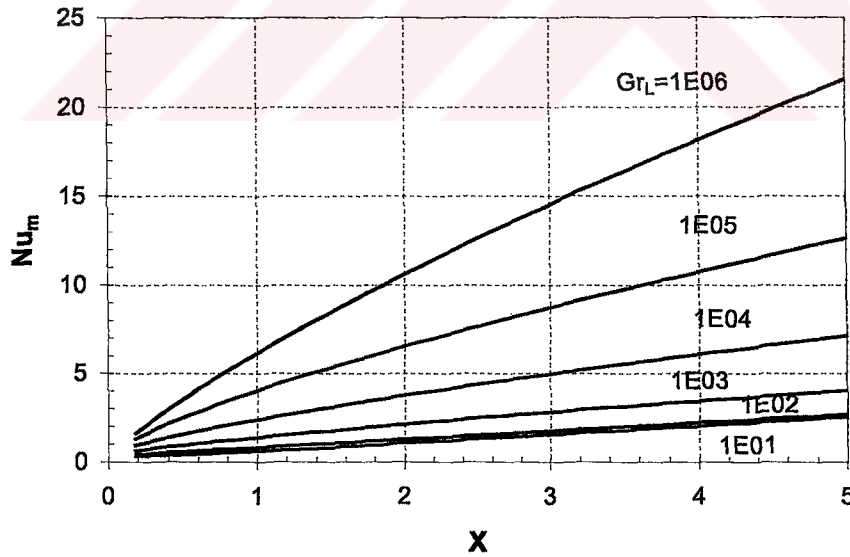
Nusselt sayılarının sıcaklık basamağının bir fonksiyonu olduğu bilinmektedir. Beklenildiği gibi sıcaklık basamağı,  $X$  yönünde incelendiğinde aşağıya doğru gidildikçe artmaktadır. Lokal Nusselt ( $Nu_x$ ) sayısı, eşitlik (3.43) de  $X$  e bağlı olarak tanımlandığından  $X$  değişkeni sıcaklık basamağını etkilemekte ve lokal Nusselt sayısı levha boyunca artmaktadır. Çalışmada farklı grashof sayıları için elde edilen sıcaklık dağılımları kullanılarak Nusselt sayıları elde edilmiştir. Farklı grashof sayıları için  $Nu_x$  ve  $Nu_m$  sayılarının levha boyunca değişimi Şekil (4.1) ve Şekil (4.2)



de gösterilmiştir. Levha boyunca Gr sayısı arttıkça lokal ( $Nu_x$ ) sayısı ve ortalama Nusselt ( $Nu_m$ ) sayısı artmaktadır.

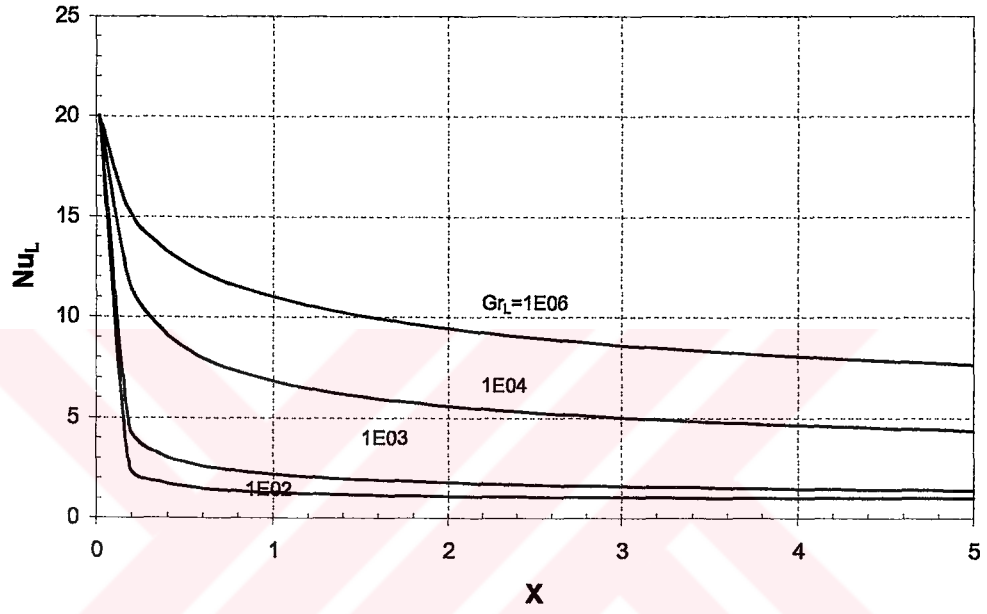


Şekil 4.1. Farklı Grashof sayılarında  $Nu_x$  sayısının levha boyunca değişimi.



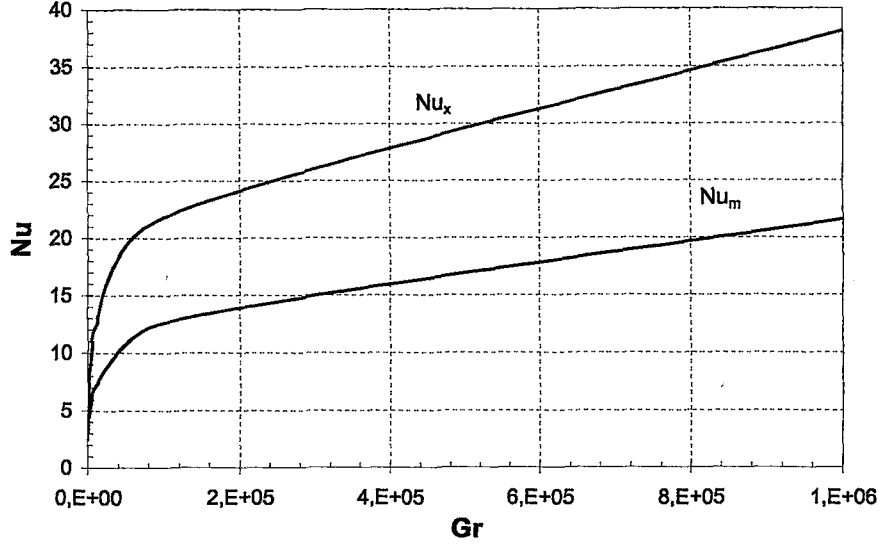
Şekil 4.2. Farklı Gr sayılarında  $Nu_m$  sayısının levha boyunca değişimi.

Nusselt L ( $Nu_L$ ) ifadesi eşitlik (3.47) de verilmiştir.  $L = 1$  için  $Nu_L$  ifadesi sıcaklık basamağına eşittir. Sıcaklık basamağı dikey yönde aşağıya doğru gittikçe azaldığından  $Nu_x$  için elde edilen sonuçların aksine bir sonuçla karşılaşılır. Şekil (4.3) de görüldüğü gibi  $Nu_L$  değeri duvar boyunca dikey yönde azalır fakat  $Gr_L$  arttıkça artar.



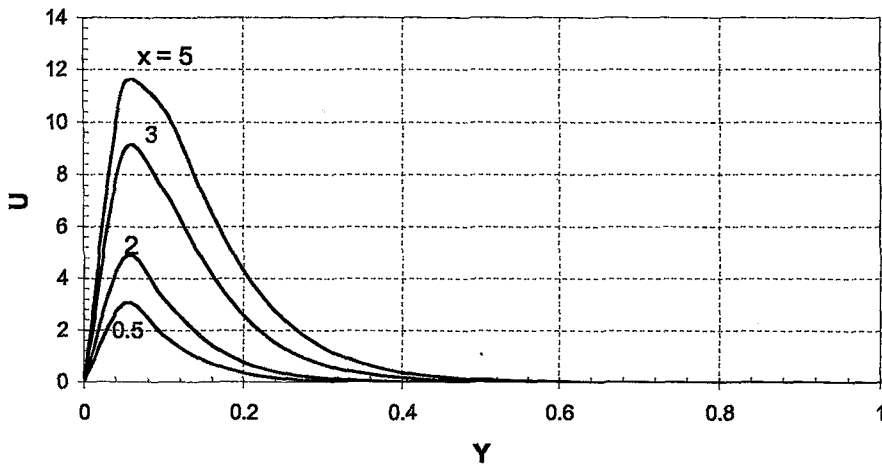
Şekil 4.3. Farklı  $Gr$  sayılarında  $Nu_L$  sayısının levha boyunca değişimi.

Şekil (4.4) de görüldüğü gibi  $Nu$  sayısı  $Gr$  sayısının fonksiyonudur ve  $Nu_x$  sayısı ile ortalama  $Nu_m$  sayısı birbirine paralel olarak değişmektedir. Ortalama Nusselt sayısı ( $Nu_m$ ), yerel Nusselt ( $Nu_x$ ) sayısının eşitlik (3.43) deki ifadesinin toplamından elde edilen değerdir.  $Nu_x$  ve  $Nu_m$  sayıları  $Gr$  sayısı arttıkça artmaktadır.

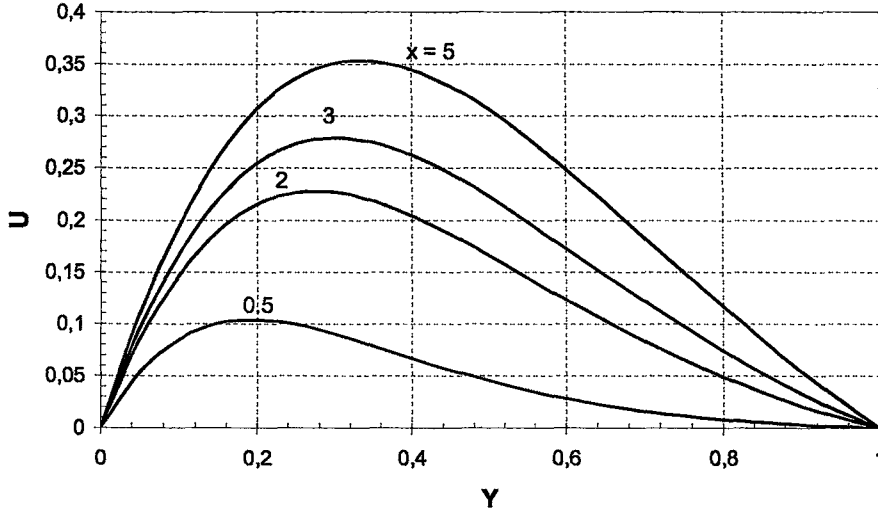


Şekil 4.4.  $Nu_x$  ve  $Nu_m$  sayılarının Grashof sayısına göre değişimi.

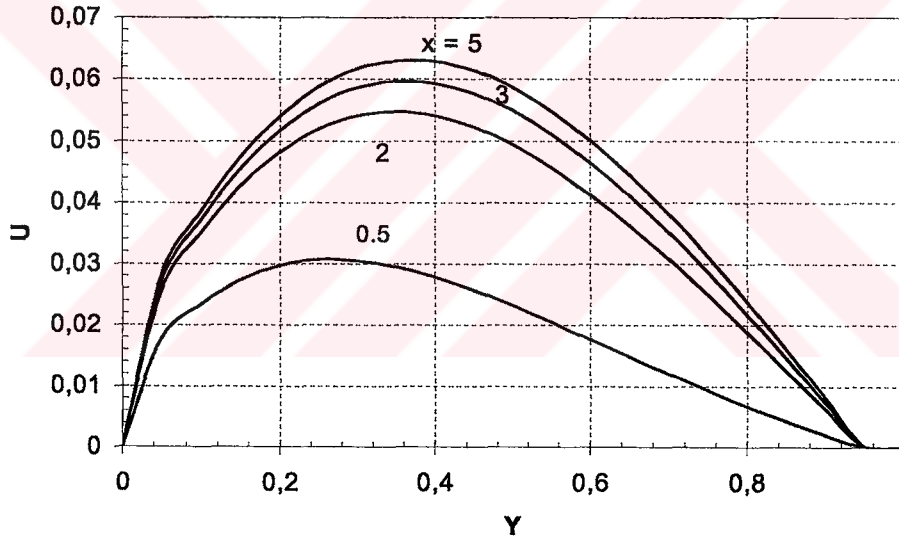
Dikey doğrultuda hız profilleri, levha boyunca farklı Gr sayıları için incelenmiştir. Hız değerleri sınır şartlarından dolayı duvarda ve sınır tabaka dışında sıfırdır. Levha doğrultusundaki farklı noktalarındaki hız değerlerinden yararlanarak, yatay yönde, dikey doğrultudaki hız ( $U$ ) değişimleri Şekil (4.5), (4.6) ve (4.7)'de elde gösterilmiştir. Gr sayısının artmasıyla duvara yakın bölgelerde hız değerlerinin arttığı, Gr sayısının azalmasıyla ise azaldığı şekillerden görülmektedir.



Şekil 4.5  $Gr=1 \times 10^6$  için  $U$  hızının levha boyunca değişimi

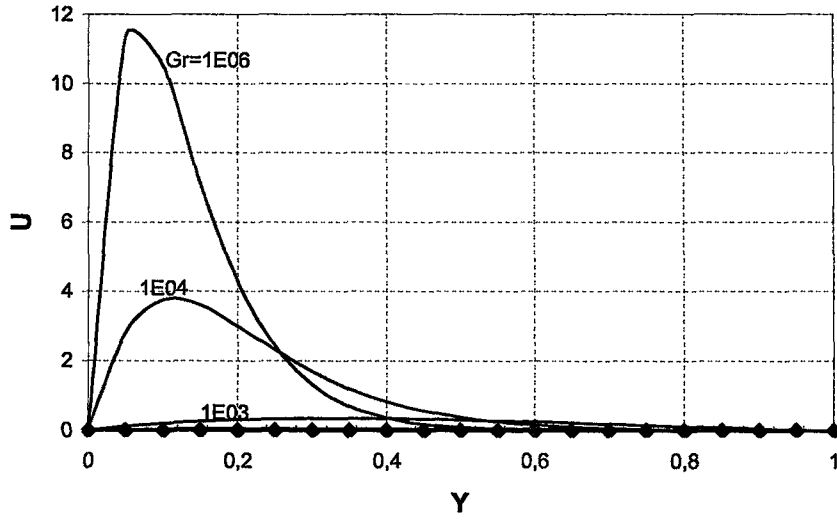


Şekil 4.6  $Gr=1 \times 10^3$  için  $U$  hızının levha boyunca değişimi



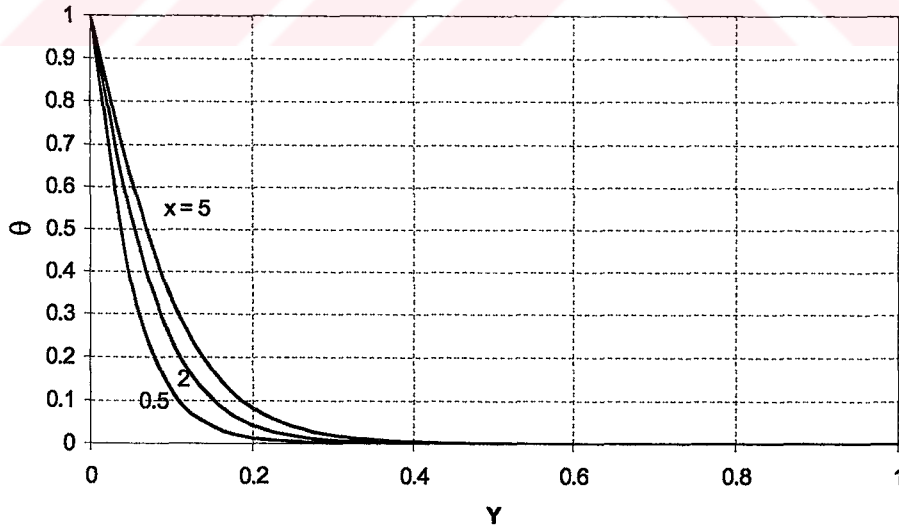
Şekil 4.7  $Gr=1 \times 10^2$  için  $U$  hızının levha boyunca değişimi

Gr sayısı arttıkça dikey doğrultudaki hız değerlerinin arttığı Şekil (4.8) den görülmektedir.

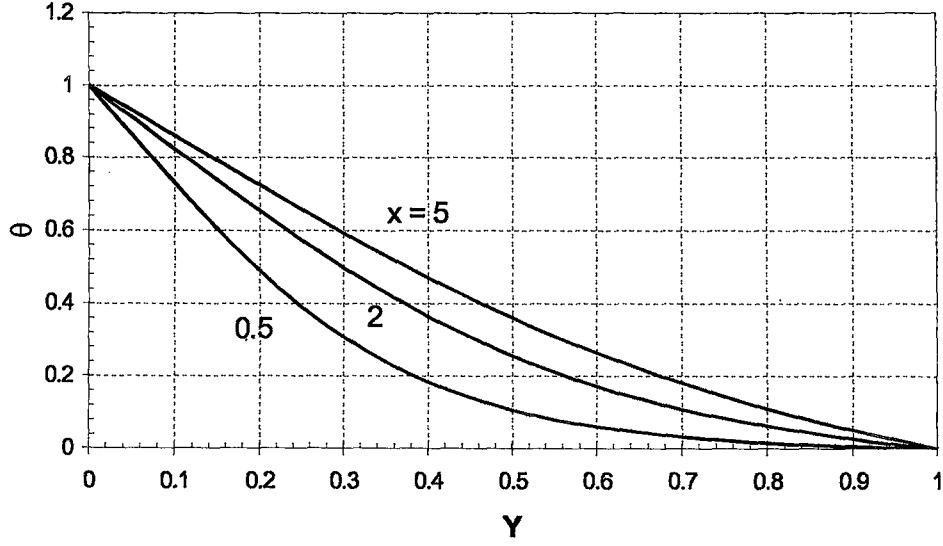


Şekil 4.8.  $X=L$  için farklı Gr sayılarında  $U$  hızının levha boyunca değişimi

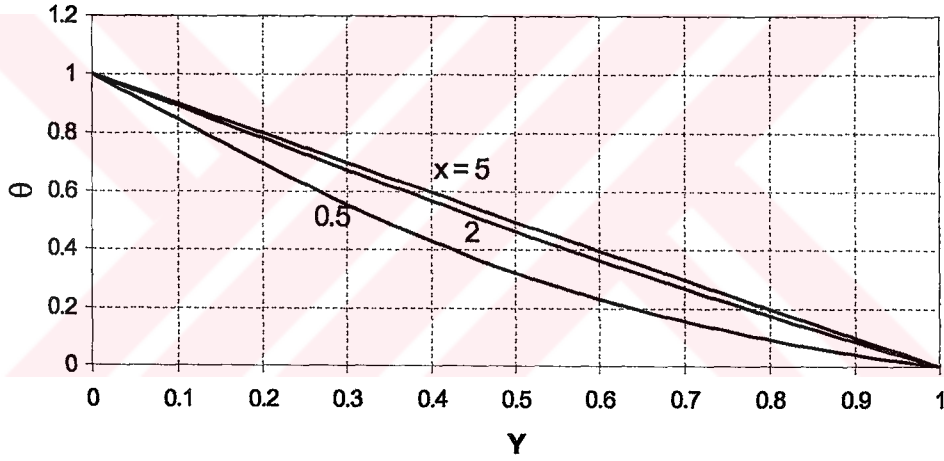
Sıcaklık profilleri, levha boyunca farklı Gr sayıları için incelenmiştir. Sıcaklık profilleri Şekil (4.9), (4.10) ve (4.11) de gösterilmiştir. Sınır şartlarından dolayı levhanın sol tarafında sıcaklık değerleri 1, sağ tarafında da sıfırdır. Şekiller incelendiğinde beklendiği gibi sıcaklık değerleri giderek azalır  $Y=L_y$  de sıfır olmaktadır.



Şekil 4.9  $Gr=1 \times 10^6$  için  $\theta$  sıcaklığının levha boyunca değişimi

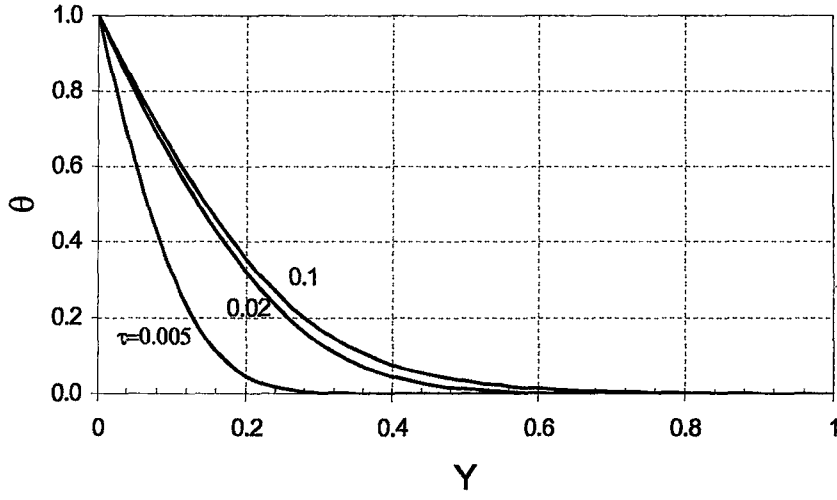


Şekil 4.10  $Gr=1 \times 10^3$  için  $\theta$  sıcaklığının levha boyunca değişimi

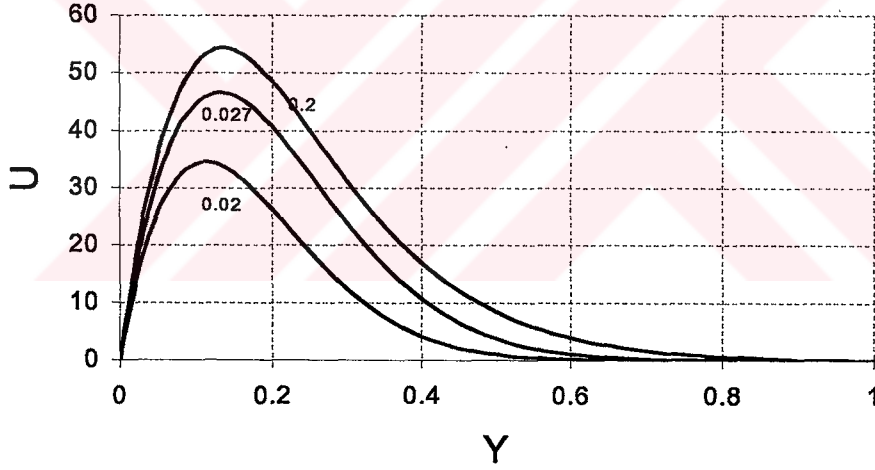


Şekil 4.11  $Gr=1 \times 10^2$  için  $\theta$  sıcaklığının levha boyunca değişimi

Dikey doğrultudaki hız bileşeni ( $U$ ) ve sıcaklık dağılımının zamana bağlı olarak değişimleri sırasıyla Şekil (4.12) ve Şekil (4.13) de verilmiştir.  $Gr$  sayısının  $1 \times 10^4$  olduğu, kararlı duruma  $\tau=0.1$  civarında ulaşıldığı görülmektedir. Bu çalışmada kullanılmamasına rağmen  $\Delta y$  değerlerinin değişken alınması bir başka deyişle levhaya yakın düğümlerde küçük ve levhadan uzaklaştıkça büyüyecek şekilde alınmasının daha iyi sonuçlar vereceği söylenebilir. Bu şekilde sınır tabaka içerisindeki değişimler daha iyi görülebilirdi.

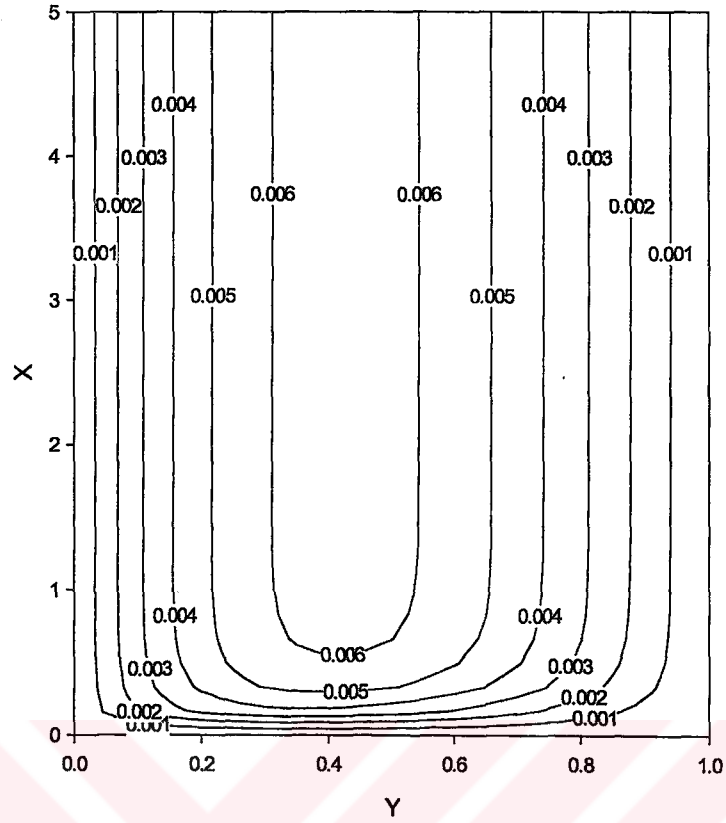


Şekil 4.12. Farklı zaman değerlerinde  $X=L$  için  $\theta$  boyutsuz sıcaklıklarının levha boyunca değişimi.



Şekil 4.13. Farklı zaman değerlerinde  $X=L$  için  $U$  hızının levha boyunca değişimi.

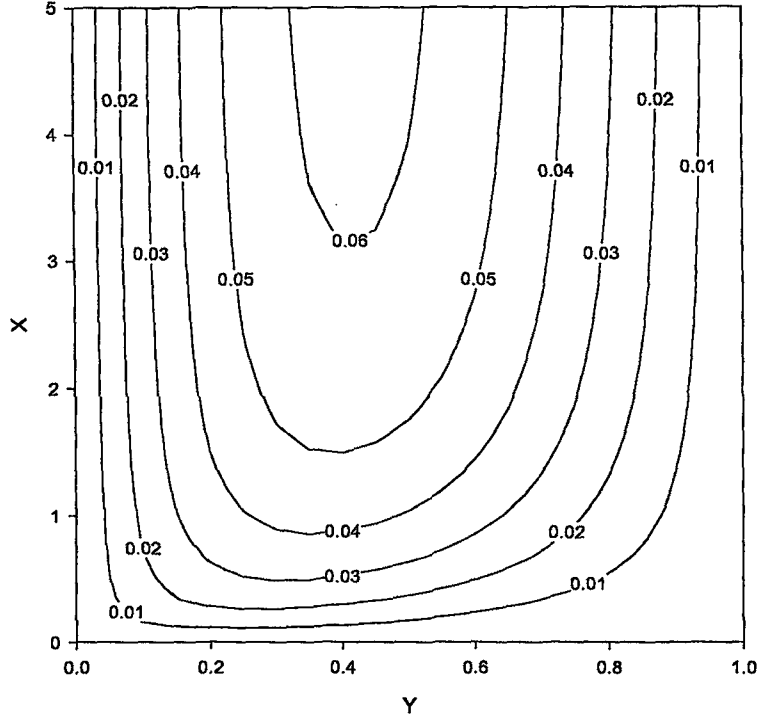
Şekil (4.14) – (4.17) de  $(X)$  yönündeki hız bileşeni  $(U)$  eğrilerine bakıldığında  $Gr$  sayısı arttıkça eğrilerin sola doğru kaydığı gözlenmektedir.  $Gr$  sayısı momentum denkleminde  $\theta$  ile çarpmakta ve  $U$  hızını etkilemektedir.



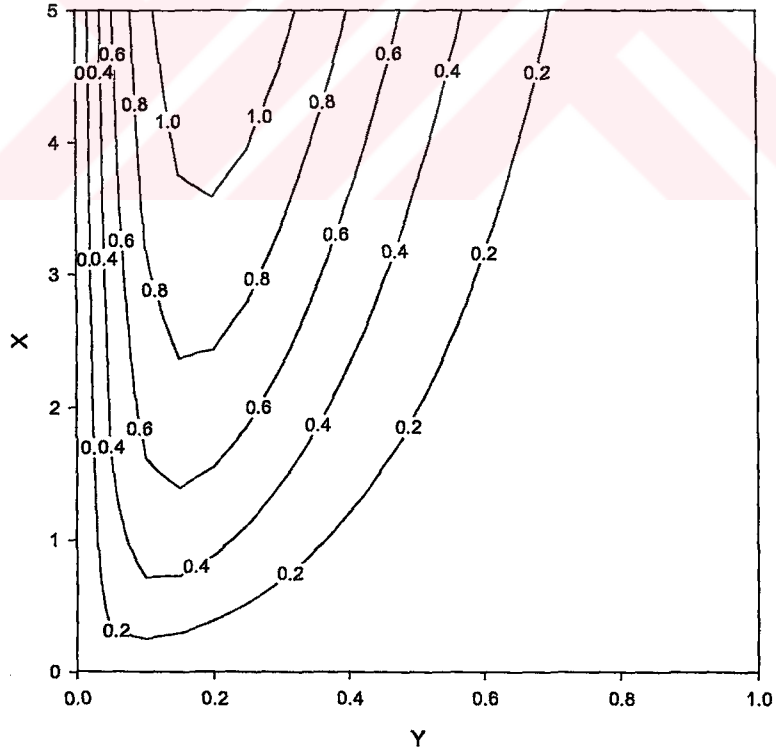
Şekil 4.14.  $Gr = 1 \times 10^1$  için (X) yönü eş U hızı eğrileri

Şekil (4.14), (4.15) ve (4.16) daki değerler karşılaştırıldığında dikey yöndeki hız bileşeni (U) değerinin arttığı gözlenmektedir. Şekillerden,  $Gr=1 \times 10^1$  için 0,006 olan dikey yöndeki hız (U) değeri,  $Gr=1 \times 10^2$  için 0,06,  $Gr=1 \times 10^3$  için 0,6 okunmaktadır. Buradan Gr sayısı ile U hızı değerlerinin doğru orantılı olduğu söylenebilir.

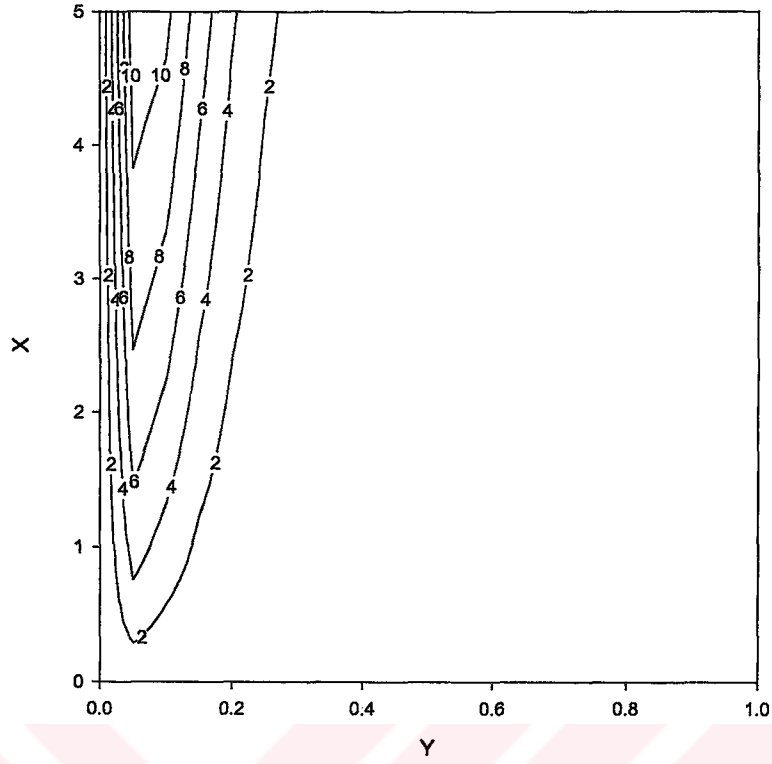




Şekil 4.15.  $Gr = 1 \times 10^2$  için (X) yönü eş U hızı eğrileri

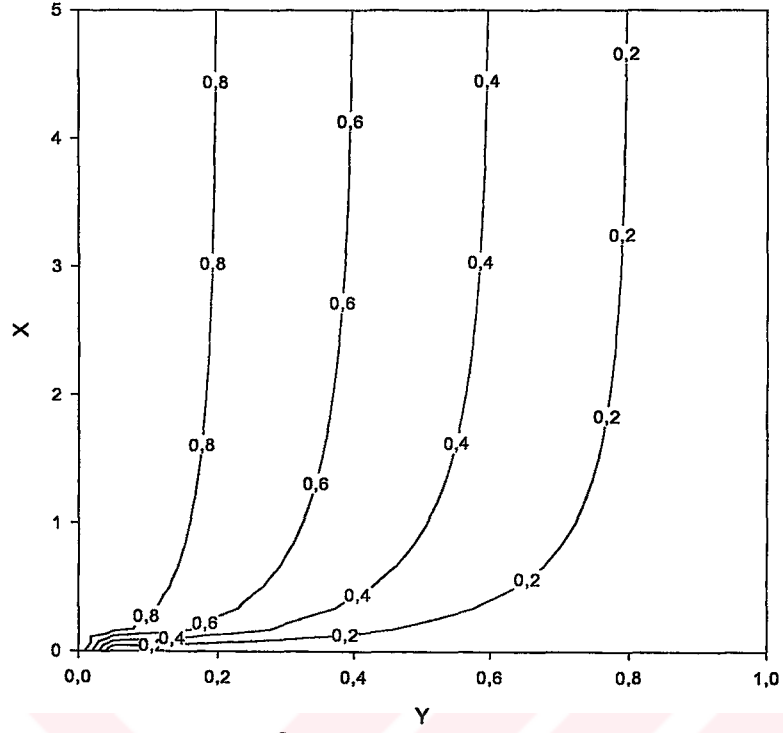


Şekil 4.16.  $Gr = 1 \times 10^3$  için (X) yönü eş U hızı eğrileri

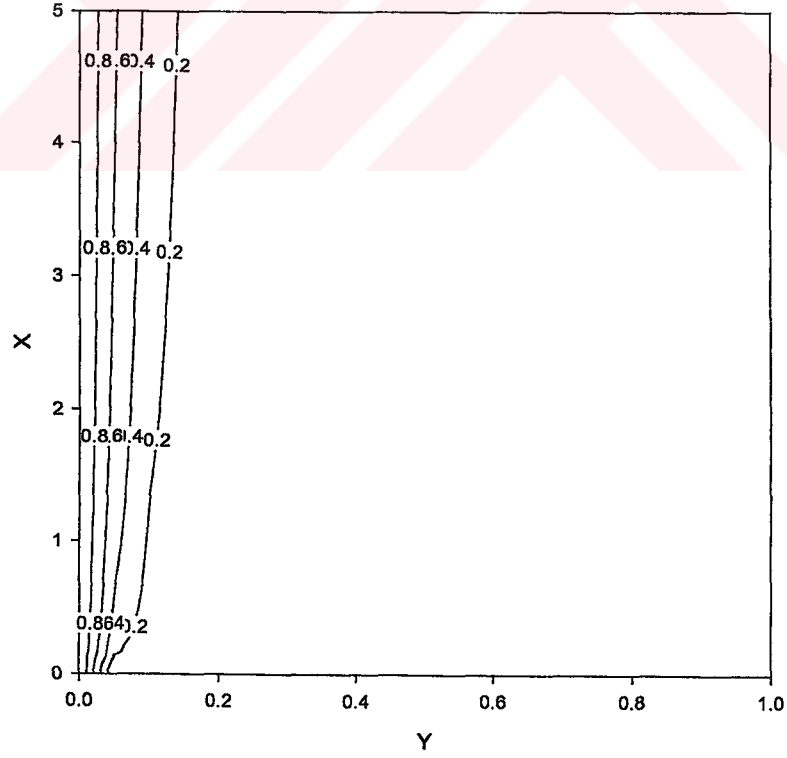


Şekil 4.17  $Gr = 1 \times 10^6$  için (X) yönü eş U hızı eğrileri

Şekil (4.18) ve (4.19) da farklı Gr sayılarında X yönündeki eş sıcaklık eğrilerinin davranışı gösterilmiştir.  $\theta$  değerleri levhanın sol tarafında en yüksek değerine ulaştığından Gr sayısı arttıkça eğrilerin duvar yönüne kayması gözden kaçırılmamalıdır. Ayrıca küçük Gr sayılarında sınır tabaka gelişimi duvardan uzak kalırken, Gr sayısı arttıkça sınır tabakanın duvara yaklaştığı Şekil (4.18 ve 4.19) dan görülmektedir. Şekillerden de görüldüğü gibi Gr sayısının  $\theta$  değerlerine etkisi yoktur.  $Gr = 1 \times 10^2$  için duvar kenarındaki sıcaklık değeri 0,8dir,  $Gr = 1 \times 10^6$  için de duvar kenarındaki sıcaklık değeri 0,8 dir. Daha öncede belirtildiği gibi enerji denkleminde boyutsuzlaştırma yaparken Gr sayısı kullanılmamıştır.

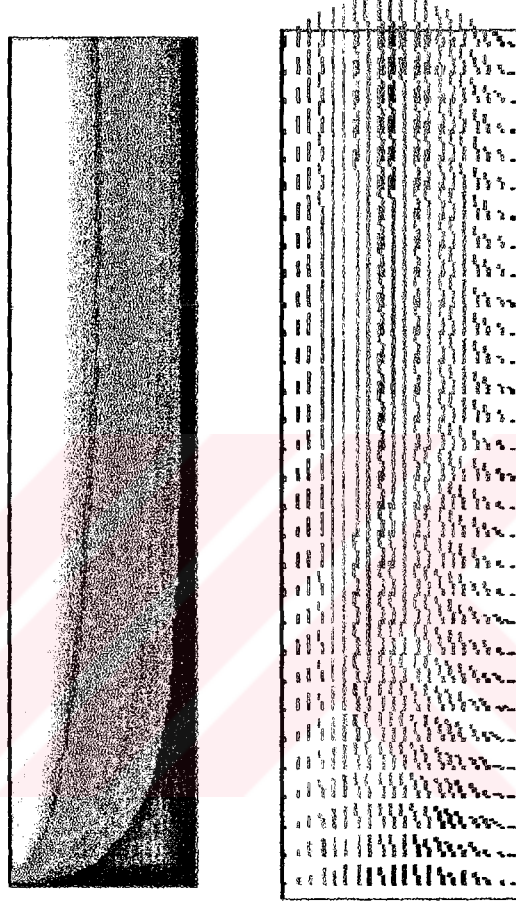


Şekil 4.18  $Gr = 1 \times 10^2$  için (X) yönü eş sıcaklık ( $\theta$ ) eğrileri



Şekil 4.19.  $Gr = 1 \times 10^6$  için (X) yönü eş sıcaklık ( $\theta$ ) eğrileri

Sonlu eleman esaslı bir analiz programı olan <sup>i.e.</sup>Fluent\*den elde edilen sıcaklık dağılımının vektörel ve kontur görünümü Şekil (4.20) de gösterilmektedir. Gr sayısına bağlı olarak sıcaklık sınır tabakasının çabuk geliştiği bu şekillerden görülebilmektedir.

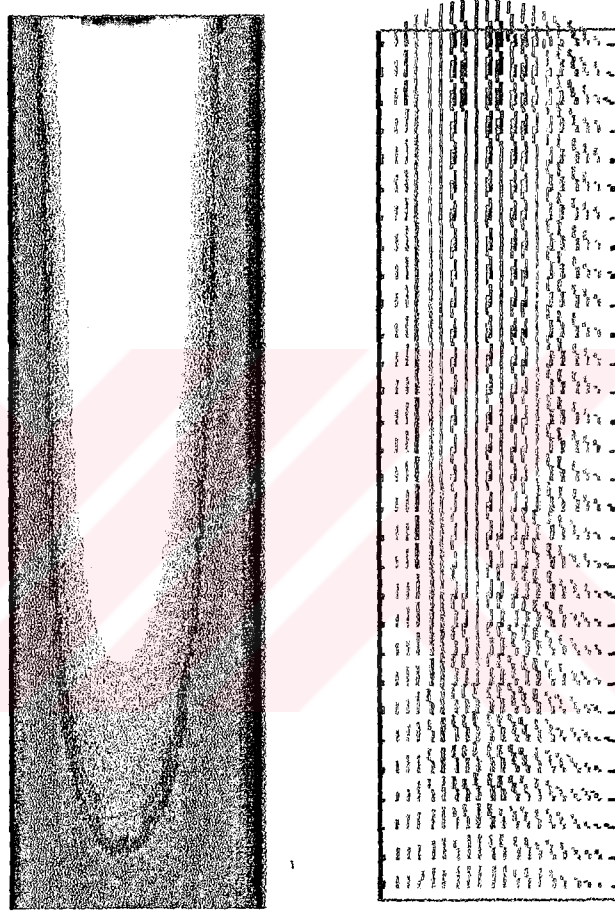


Şekil 4.20. Sınır tabaka içerisinde eş sıcaklık eğrilerinin vektörel ve kontur grafikleri ( $Gr = 1 \times 10^3$ )

Aynı analiz sonuçlarından hız dağılımları için elde edilen vektörel ve kontur gösterim grafikleri Gr sayısının aynı değerinde Şekil (4.21) de verilmiştir. Hız değerleri için sınır şartları, duvarın alt, sağ ve sol kısımlarında sıfırdır. Duvarın üst kısmına doğru artmaktadır. Hız değerleri pozitifdir ve sürekli artmaktadır.

<sup>i.e.</sup> Fuent\*: Lisanslı bir programdır.

Doğal ısı taşınımı problemlerinde analitik çözüm yöntemleri olan benzerlik ve integral ya da sayısal çözüm yöntemlerinden sonlu farklar ve sonlu elemanlar metotlarından herhangi birisi kullanılabilir. Bu metotlardan alınan sonuçlar çok küçük hatalarla birbirleriyle örtüşmektedir.



Şekil 4.21. Duvar boyunca eş U hızı eğrilerinin vektörel olarak gösterilmesi  
( $Gr = 1 \times 10^3$ )

Doğal ısı taşınımı problemlerinde benzerlik ve integral gibi analitik çözümlerin yanında, sayısal çözüm yöntemleri olan sonlu fark ve sonlu eleman çözümlerinin de oldukça iyi sonuçlar verdiği görülmektedir. Ancak analitik çözümlerin belirli bazı geometriler ve sınır şartları için kullanılabildiği

unutulmamalıdır.  $X=5$  de ve Gr sayısının  $1 \times 10^5$  değerinde benzerlik çözümünde  $Nu_x=21,36$ , integral çözümünde  $Nu_x=22,70$  bulunurken, sayısal yöntemlerden sonlu fark çözümlerinde  $Nu_x= 21,82$  bulunmuştur. Burada  $Nu_x$  sayısının analitik ve sayısal sonuçları arasındaki sapmanın yaklaşık %3 olduğu ,  $Gr =1 \times 10^4$  sayısında ise bu sapmanın %2.7 olduğu görülmüştür. Bu durumda sayısal çözümlerin bu tür uygulamalarda rahatlıkla kullanılabileceği söylenebilir.

Bu çalışmada doğal taşınımına etki eden önemli bir sınır şartı duvar sıcaklığıdır. Bu sıcaklık sabit ( $T_w=sabit$ ) alınmış ve bütün hesaplamalarda aynı tutulmuştur. Çalışma, sabit ısı akısı ve sabit duvar sıcaklığı, zaman fonksiyonlu olarak sınır şartları değiştirilerek tekrarlanabilir. Yine çalışmada Re ve Pr sayısı değiştirilmemiş ve  $Re=100$  ve  $Pr=0.733$  için hesaplamalar yapılmıştır. Bu boyutsuz sayılar (Re ve Pr) da değiştirilerek farklı sonuçlar elde edilebilir.

## KAYNAKLAR

1. A. Satio, K. Yamasaki ,Heat Transfer-Asian Research,29, p.609, 2000
2. R.L. Frederick, Int. Comm.Heat Mass Transfer, Vol 24, NHo.4, p.507
3. H. X. Yang, Z.J. Zhu Int. Comm.Heat Mass Transfer, Vol 30, No.3, p. 359
4. H. Manz, Energy and Buildings, Vol 35, Issue 3, p.305
5. J. Li ,D.B. Ingham, I.Pop International Journal of Heat and Mass Transfer, Volume 44, Issue 12, p.2311
6. E. Nada, A. Al-Sarkhi, M. Ashhab ve B. Akash Int. Comm.Heat Mass Transfer, Vol 30, No.3, p.423
7. M. Havet ve D. Blay, International Journal of Heat and Mass Transfer, Vol 42, Issue 16, p.3103
8. M.C. Ece ve E. Büyük, Applied Mathematics Letters, Vol 15, p.1-5, 2002
9. E. Radziemska ve M. Lewandowski International Journal of Heat and Mass Transfer, 46, p.2169
10. H.I.Abu-Mulaweh, B.F.Armaly ve T.S.Chen, Trans. ASME Ser.C J.Heat Transfer, Vol 117, p.895, 1995
11. D.Angirasa, G.P.Peterson ve I.Pop, Int. J. Heat and Mass Transfer, Vol40, p.275,1997
12. B. Doğan, Dikey Bir Levhada Laminer Şartlarda Doğal Isı Taşımının İncelenmesi, Yüksek Lisans Tezi, Kırıkkale Üniversitesi, 2002
13. H.Yüncü, S.Kakaç, Temel Isı Transferi,Ankara,1999
14. F. Halıcı, M. Gündüz, Örneklerle Isı Geçişi, Adapazarı,1998
15. J.P. Holman, Heat Transfer, McGraw-Hill Co. Inc, New York 1997
16. F.P.Incropera, D.P. DeWitt, Taner Derbentli, Osman Genceli, Isı ve Kütle Geçişinin Temelleri, Literatür (çeviri), 2001
17. B.Carnahan, H.A. Luther, J.O. Wilkers, Applied Numerical Methods, New York, 1969

**EK-1****Bilgisayar programında kullanılan terimler:**

<b>Değişken Adı</b>	<b>Sembolü</b>	<b>Tanımı</b>
DTAU	$\Delta\tau$	Zaman adımı
DX, DY		Mesafe artışı
I,J	i, j	Grid noktasının konumu
ICOUNT		Zaman adımı sayacı
IFREQ		Zaman adımlarının sayısı
JMAX		Max genişlik
M,N	m, n	x ve y koordinatları grid noktası sayısı
Pr		Prandl sayısı
T, TNEW		Sıcaklık matrisleri
TAU	$\tau$	Zaman
TAUMAX		En büyük zaman değeri
U,V		X ve y yönündeki u ve v matrisleri
UNEW		Zaman adımı sonundaki u' MATRİSİ
XMAX		Maksimum x büyüklüğü
YMAX		Maksimum y büyüklüğü



