KIRIKKALE ÜNİVERSİTESİ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

FİZİK ANABİLİM DALI YÜKSEK LİSANS TEZİ

DIŞ MANYETİK ALAN VARLIĞINDA DÖRT BOYUTLU ISING MODELİNİN CREUTZ 'CELLULAR AUTOMATON'I İLE SİMÜLASYONU

Cihan KÜRKÇÜ

EYLÜL 2010

Fizik Anabilim Dalı Cihan KÜRKÇÜ tarafından hazırlanan DIŞ MANYETİK ALAN VARLIĞINDA DÖRT BOYUTLU ISING MODELİNİN CREUTZ 'CELLULAR AUTOMATON'I İLE SİMÜLASYONU adlı Yüksek Lisans Tezinin Anabilim Dalı standartlarına uygun olduğunu onaylarım.

> <u>Prof. Dr. İhsan ULUER</u> Anabilim Dalı Başkanı

Bu tezi okuduğumu ve tezin **Yüksek Lisans Tezi** olarak bütün gereklilikleri yerine getirdiğini onaylarım.

Doç. Dr. Ziya MERDAN Danışman

Jüri Üyeleri

Başkan	: Prof. Dr. Mustafa DİKİCİ	
Üye (Danışman)	: Doç. Dr. Ziya MERDAN	
Üye	: Yrd. Doç. Dr. Talip KIRINDI	

20/09/2010

Bu tez ile Kırıkkale Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Yönetim Kurulu Yüksek Lisans derecesini onaylamıştır.

> Prof. Dr. Burak BİRGÖREN Fen Bilimleri Enstitüsü Müdürü

Sevgili eşime ve aileme...

ÖZET

DIŞ MANYETİK ALAN VARLIĞINDA DÖRT BOYUTLU ISING MODELİNİN CREUTZ 'CELLULAR AUTOMATON'I İLE SİMÜLASYONU

KÜRKÇÜ, Cihan Kırıkkale Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Fizik Anabilim Dalı, Yüksek Lisans tezi Danışman: Doç. Dr. Ziya MERDAN Eylül 2010, 173 sayfa

Dış manyetik alan varlığında dört boyutlu Ising model L=4, 6, 8 lineer boyutlu sonlu örgüler kullanılarak Creutz "cellular automaton" ında simüle edildi. h=0, h=0.00025, h=0.00050, h=0.001, h=0.0025, h=0.0050, h=0.01, h=0.025, h=0.050, h=0.1 için sonsuz örgünün kritik sıcaklık değerleri, $T_c = 6.680(1)$, $T_c = 6.680(3), T_c = 6.691(28), \quad T_c = 6.723(15), \quad T_c = 6.793(52), \quad T_c = 6.938(85),$ $T_c = 6.997(62)$, $T_c = 7.284(45)$, $T_c = 7.797(51)$, $T_c = 8.539(3)$, manyetik alınganlığın maksimumlarının fit değerlerinden elde edildi. h=0, h=0.00025,'da elde edilen düzeltmeli sonsuz örgü kritik sıcaklık değerleri $(T_c = 6.680(1),$ $T_c = 6.680(3)$), Seri Açılım ($T_c = 6.6802 T_c = 6.682$) (94,95), Monte Carlo $(T_c = 6.680, T_c = 6.6803)$ (73-95) ve Creutz Cellular Automaton $(T_c = 6.680(1), T_c = 6.680(1))$ $T_c = 6.680(3)$) (44-49) değerleri ile uyumlu olduğu fakat h=0.00050, h=0.001, h=0.0025, h=0.0050, h=0.01, h=0.025, h=0.050, h=0.1 elde edilen sonsuz örgü kritik

değerlerinin $(T_c = 6.691(28), T_c = 6.723(15), T_c = 6.793(52),$ sıcaklık $T_c = 6.938(85)\,, \ T_c = 6.997(62)\,, \ T_c = 7.284(45)\,, \ T_c = 7.797(51)\,, \ T_c = 8.539(3)\,)$ $(T_c = 6.6802, T_c = 6.682,)$ (94-95), Seri Açılım Monte Carlo $(T_c = 6.680, T_c = 6.6803)$ (73-95) ve Creutz Cellular Automaton $(T_c = 6.6800, T_c = 6.6700)$ (44-49) değerleri ile uyumlu olmadığı görülmektedir. h=0, h=0.00025, h=0.00050, h=0.001, h=0.0025, h=0.0050, h=0.01, h=0.025, h=0.050, h=0.1 için manyetizasyon, manyetik alınganlık ve özısının kritik üsleri $\beta = 0.507(1), \quad \beta = 0.501(1), \quad \beta = 0.487(7), \quad \beta = 0.484(44), \quad \beta = 0.482(1),$ $\beta = 0.474(71), \quad \beta = 0.431(69), \quad \beta = 0.403(36), \quad \beta = 0.385(16), \quad \beta = 0.360(14),$ $\gamma = 1.001(91)$, $\gamma = 1.000(1)$, $\gamma = 0.990(95)$, $\gamma = 0.971(36)$, $\gamma = 0.961(4)$, $\gamma = 0.943(4), \ \gamma = 0.936(4), \ \gamma = 0.907(19), \ \gamma = 0.893(40), \ \gamma = 0.872(22)$ ve $\alpha_c = -$ 0.015(1), $\alpha_c = -0.020(1)$, $\alpha_c = -0.040(1)$, $\alpha_c = -0.040(1)$, $\alpha_c = -0.045(3)$, $\alpha_c = -0.045(3)$ 0.050(4), $\alpha_c = -0.060(1)$, $\alpha_c = -0.065(1)$, $\alpha_c = -0.070(1)$, $\alpha_c = -0.070(4)$ elde edilmiştir. h=0, h=0.00025'da manyetizasyon ve manyetik alınganlık için elde edilen $\beta = 0.507(1)$, $\beta = 0.501(1)$ ve $\gamma = 1.001(91)$, $\gamma = 1.000(1)$ kritik üs değerleri $\beta = \frac{1}{2}$ ve $\gamma = 1$ renormalizasyon grup tahminleri ile uyum halindedir. h=0.00050, h=0.001, h=0.0025, h=0.0050, h=0.01, h=0.025, h=0.050, h=0.1'da manyetizasyon ve manyetik alınganlık için elde edilen $\beta = 0.487(7)$, $\beta = 0.484(44)$, $\beta = 0.482(1)$, $\beta = 0.474(71), \beta = 0.431(69), \beta = 0.403(36), \beta = 0.385(16), \beta = 0.360(14)$ ve $\gamma = 0.990(95)$, $\gamma = 0.971(36)$, $\gamma = 0.961(4)$, $\gamma = 0.943(4)$, $\gamma = 0.936(4)$, $\gamma = 0.907(19), \ \gamma = 0.893(40), \ \gamma = 0.872(22)$ kritik üs değerleri $\beta = \frac{1}{2}$ ve $\gamma = 1$ renormalizasyon grup tahmini ile uyum halinde değildir. h=0, h=0.00025, h=0.00050, h=0.001, h=0.0025, h=0.0050, h=0.01, h=0.025, h=0.050 ve h=0.1'da özısı için elde edilen ($\alpha_c = -0.015(1)$, $\alpha_c = -0.020(1)$, $\alpha_c = -0.040(1)$, $\alpha_c = -0.040(1)$, $\alpha_c = -0.045(3)$, $\alpha_c = -0.050(4)$, $\alpha_c = -0.060(1)$, $\alpha_c = -0.065(1)$, $\alpha_c = -0.070(1)$, $\alpha_c = -0.070(4)$) kritik üs değerleri $\alpha = 0$ renormalizasyon grup tahmini ile uyum halindedir.

Anahtar Kelimeler: Cellular Automaton, Kritik Üs, Sonlu Örgü Ölçekleme

ABSTRACT

THE SIMULATION OF THE FOUR DIMENSIONAL ISING MODEL IN PRESENCE OF EXTERNAL MAGNETIC FIELD ON THE CREUTZ 'CELLULAR AUTOMATON'

KÜRKÇÜ, Cihan

Kırıkkale University Graduate School of Natural and Applied Sciences Department of Physics, Mc. Thesis Supervisor: Assoc. Prof. Dr. Ziya MERDAN September 2010, 173 pages

The four dimensional Ising model in the presence of external magnetic field is simulated on the "Creutz Cellular Automaton" by using the finite-size lattices with linear dimensions L=4, 6, 8. The values critical temperature of infinite lattice $(T_c = 6.680(3), T_c = 6.691(28), T_c = 6.723(15), T_c = 6.793(52), T_c = 6.938(85), T_c = 6.997(62), T_c = 7.284(45), T_c = 7.797(51), T_c = 8.539(3))$ are obtained from the straight line fit of the magnetic susceptibility maxima for h=0, h=0.00025, h=0.00050, h=0.001, h=0.0025, h=0.0050, h=0.01, h=0.025, h=0.0050, h=0.01, h=0.0025, h=0.0050, h=0.01, h=0.025, h=0.050, h=0.01, h=0.025, h=0.050, h=0.1, respectively. Although the values obtained of correction infinite lattice critical temperature ($T_c = 6.680(1), T_c = 6.680(3)$) are in agreement with series expansion ($T_c = 6.6802 T_c = 6.682$) (94,95), Monte Carlo ($T_c = 6.680, T_c = 6.6803$) (73-95) ve Creutz cellular automaton ($T_c = 6.6800, T_c = 6.6700$) (44-49) for h=0, h=0.00025, the values obtained of correction infinite lattice critical temperature cellular automaton ($T_c = 6.6800, T_c = 6.6700$) (44-49) for h=0, h=0.00025, h=0.00025, the values obtained of correction infinite lattice critical temperature cellular automaton ($T_c = 6.6800, T_c = 6.6700$) (44-49) for h=0, h=0.00025, h=0.00025, the values obtained of correction infinite lattice critical temperature cellular automaton ($T_c = 6.6800, T_c = 6.6700$) (44-49) for h=0, h=0.00025, the values obtained of correction infinite lattice critical temperature cellular automaton ($T_c = 6.6800, T_c = 6.6700$) (44-49) for h=0, h=0.00025, the values obtained of correction infinite lattice critical temperature cellular automaton ($T_c = 6.6800, T_c = 6.6700$) (44-49) for h=0, h=0.00025, the values obtained of correction infinite lattice critical temperature

 $\left(T_{c}=6.691(28)\,,\ T_{c}=6.723(15)\,,\ T_{c}=6.793(52)\,,\ T_{c}=6.938(85)\,,\ T_{c}=6.997(62)\,,\right.$ $T_c = 7.284(45)$, $T_c = 7.797(51)$, $T_c = 8.539(3)$) aren't in agreement with series expansion ($T_c = 6.6802 T_c = 6.682$) (94,95), Monte Carlo ($T_c = 6.680, T_c = 6.6803$) (73-95) and Creutz cellular automaton ($T_c = 6.6800$, $T_c = 6.6700$) (44-49) for h=0.00050, h=0.001, h=0.0025, h=0.0050, h=0.01, h=0.025, h=0.050, h=0.1. Critical exponents for the order parameter, the magnetic susceptibility and the specific heat, $\beta = 0.507(1), \quad \beta = 0.501(1), \quad \beta = 0.487(7), \quad \beta = 0.484(44), \quad \beta = 0.482(1),$ $\beta = 0.474(71), \quad \beta = 0.431(69), \quad \beta = 0.403(36), \quad \beta = 0.385(16), \quad \beta = 0.360(14),$ $\gamma = 1.001(91)$, $\gamma = 1.000(1)$, $\gamma = 0.990(95)$, $\gamma = 0.971(36)$, $\gamma = 0.961(4)$, $\gamma = 0.943(4)$, $\gamma = 0.936(4)$, $\gamma = 0.907(19)$, $\gamma = 0.893(40)$, $\gamma = 0.872(22)$ and $\alpha_c =$ -0.015(1), $\alpha_c = -0.020(1)$, $\alpha_c = -0.040(1)$, $\alpha_c = -0.040(1)$, $\alpha_c = -0.045(3)$, $\alpha_c = -0.045(3)$ 0.050(4), $\alpha_c = -0.060(1)$, $\alpha_c = -0.065(1)$, $\alpha_c = -0.070(1)$, $\alpha_c = -0.070(4)$, are obtained for h=0, h=0.00025, h=0.00050, h=0.001, h=0.0025, h=0.0050, h=0.01, h=0.025, h=0.050, h=0.1, respectively. The values obtained critical exponents for the order parameter and the magnetic susceptibility ($\beta = 0.507(1)$, $\beta = 0.501(1)$ and $\gamma = 1.001(91)$, $\gamma = 1.000(1)$) are in agreement with the renormalization group prediction of $\beta = \frac{1}{2}$ and $\gamma = 1$. The values obtained critical exponents for the order parameter and the magnetic susceptibility ($\beta = 0.487(7)$, $\beta = 0.484(44)$, $\beta = 0.482(1), \quad \beta = 0.474(71), \quad \beta = 0.431(69), \quad \beta = 0.403(36), \quad \beta = 0.385(16),$ $\beta = 0.360(14)$ and $\gamma = 0.990(95)$, $\gamma = 0.971(36)$, $\gamma = 0.961(4)$, $\gamma = 0.943(4)$, $\gamma = 0.936(4)$, $\gamma = 0.907(19)$, $\gamma = 0.893(40)$, $\gamma = 0.872(22)$ aren't in agreement with the renormalization group prediction of $\beta = \frac{1}{2}$ and $\gamma = 1$ for h=0.00050,

h=0.001, h=0.0025, h=0.0050, h=0.01, h=0.025, h=0.050, h=0.1, respectively. The values obtained critical exponents for specific heat ($\alpha_c = -0.015(1)$, $\alpha_c = -0.020(1)$, $\alpha_c = -0.040(1)$, $\alpha_c = -0.040(1)$, $\alpha_c = -0.045(3)$, $\alpha_c = -0.050(4)$, $\alpha_c = -0.060(1)$, $\alpha_c = -0.065(1)$, $\alpha_c = -0.070(1)$, $\alpha_c = -0.070(4)$) are in agreement with renormalization group prediction of $\alpha = 0$ for h=0, h=0.00025, h=0.00050, h=0.001, h=0.0025, h=0.0025, h=0.0050, h=0.01, h=0.0025, h=0.050, h=0.01, h=0.0025, h=0.050, h=0.01, h=0.0025, h=0.050, h=0.01, h=0.0025, h=0.0050, h=0.01, h=0.0025, h=0.050, h=0.01, h=0.0025, h=0.050, h=0.01, h=0.0050, h=0.01, h=0.0050, h=0.01, h=0.0050, h=0.0050, h=0.01, h=0.0050, h=0.0050, h=0.01, h=0.0050, h=

Key Words: Cellular Automaton, Critical Exponent, Finite-Size Scaling

TEŞEKKÜR

Bu çalışmayı yürütebilmem için değerli yardımlarını esirgemediğinden ve tez yazım dili hususunda gösterdiği hassasiyet ve düzeltmelerden dolayı tez hocam Sayın Doç. Dr. Ziya MERDAN'a teşekkür ederim. Ayrıca tez çalışmalarım boyunca her konuda bana yardımcı olan, maddi manevi desteklerini benden esirgemeyen eşime ve aileme teşekkürlerimi sunarım.

İÇİNDEKİLER DİZİNİ

Sayfa
ÖZETii
ABSTRACTv
TEŞEKKÜRviii
İÇİNDEKİLER DİZİNİix
ÇİZELGELER DİZİNİxi
ŞEKİLLER DİZİNİxiii
SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİxxxiii
1. GİRİŞ 1
2. TEORİ 2
2. 1. Maddelerin Manyetik Özellikleri2
2. 1. 1. Diamanyetizma5
2. 1. 2. Ferromanyetizma
2. 1. 3. Antiferromanyetizma
2. 1. 4. Ferrimanyetizma7
2. 1. 5. Paramanyetizma
2. 2. Termodinamik Nicelikler14
2. 3. Serbest Enerji, İç Enerji Ve Özısı15
3. ISING MODEL
3.1. Dört Boyutlu Ising Model19
3.2. Ising Modelin simülasyonu için algoritmalar19
3.2.1. Metropolis algoritması
3.2.2. Swendsen-Wang algoritması
3.2.3. Wolff algoritması
3.2.4. Creutz' un Gezgin 'Demon' algoritması
3.2.5. 'Cellular Automaton' lar
3.2.6. Q2R 'Cellular Automaton' 1

3.2.7. Creutz 'Cellular Automaton' 1	
3.2.8. Cellular Automaton standart algoritma	27
3.2.8.1. Kinetik enerji bitleri	29
4. SONLU ÖRGÜ ÖLÇEKLEME	32
4.1. Dört Boyutlu Ising Model İçin Sonlu Örgü Ölçekleme İfadeleri	32
5. SONUÇLAR VE TARTIŞMA	44
5.1.Sonlu Örgü Sıcaklık Değerlerinden Sonsuz Örgü Sıcaklık Değerler	inin Elde
Edilmesi	44
5.2.Statik Kritik Üsler	89
5.2.1. Düzen Parametresi için Kritik Üsler	89
5.3. Manyetik Duyarlılık (Alınganlık) İçin Kritik Üs	92
5.4. Özısı İçin Kritik Üs	108
5.5. Dört Boyutlu Ising Modelinin Sonlu Örgü Ölçekleme Fonksiyonları	122
5.6. Binder Parametresi	148
KAYNAKLAR	163

ÇİZELGELER DİZİNİ

<u>Cizelge</u> <u>Sayfa</u>
2.1. Manyetik Sistemlerin Özellikleri4
3.1. İki 'bit'li Demon' ların Alabileceği Tamsayı Değerleri
3.2. Üç 'Bit' li Demon' ların Alabileceği Tamsayı Değerleri
3.3. Dört 'Bit' li Demon' ların Alabileceği Tamsayı Değerleri
5.1. L= 4, 6, 8 örgüleri ve h=0, h=0.00025, h=0.00050, h=0.001, h=0.0025,
h=0.0050, h=0.01, h=0.025, h=0.050, h=0.1 için manyetik alınganlığın
maksimumlarından elde edilen sonlu örgü kritik sıcaklık değerleri56
5.2. L= 4, 6, 8 örgüleri ve h=0, h=0.00025, h=0.00050, h=0.001, h=0.0025,
h=0.0050, h=0.01, h=0.025, h=0.050, h=0.1 için özısının maksimumlarından
elde edilen sonlu örgü kritik sıcaklık değerleri58
5.3. h=0, h=0.00025, h=0.00050, h=0.001, h=0.0025, h=0.0050, h=0.01, h=0.025,
h=0.050, h=0.1 dış manyetik alanlar varlığında L= 4, 6, 8 örgüleri için sonsuz
örgü kritik sıcaklığından ($T_c = 6.6802(2)$) elde edilen manyetik alınganlık (χ_c)
değerleri60
5.4. h=0, h=0.00025, h=0.00050, h=0.001, h=0.0025, h=0.0050, h=0.01, h=0.025,
h=0.050, h=0.1 dış manyetik alanlar varlığında L= 4, 6, 8 örgüleri için sonsuz
örgü kritik sıcaklığından $(T_c = 6.6802(2))$ elde edilen özısı (C_c)
değerleri62
5.5. L=4, 6, 8 örgüleri için h=0, h=0.00025, h=0.00050, h=0.001, h=0.0025,
h=0.0050, h=0.01, h=0.025, h=0.050, h=0.1 dış manyetik alanlar varlığında
$T_c^{\chi}(\infty)$ ve $T_c^C(\infty)$ değerleri
5.6. L= 4, 6, 8 örgüler ve h=0, h=0.00025, h=0.00050, h=0.001, h=0.0025, h=0.0050,
h=0.01, h=0.025, h=0.050, h=0.1 için β , $\overline{\beta}$ ($T\langle T_c = 6.6802(2)$),

ŞEKİLLER DİZİNİ

<u>Şekil</u>	<u>ayfa</u>
2.1. M (H) Grafikleri; a) T < T _c , b) T \approx T _c , c) T > T _c	10
2.2. (T,H) Yarı düzlemi	10
3.1. d=1, 2, 3 ve 4 Boyutlu Örgülerin Geometrik Yapıları ve İzdüşümleri	18
5.1.a. h=0 için manyetik alınganlığın sıcaklıkla değişimi	46
5.1.b. h=0.00025 için manyetik alınganlığın sıcaklıkla değişimi	46
5.1.c. h=0.00050 için manyetik alınganlığın sıcaklıkla değişimi	47
5.1.d. h=0.001 için manyetik alınganlığın sıcaklıkla değişimi	47
5.1.e h=0.0025 için manyetik alınganlığın sıcaklıkla değişimi	48
5.1.f. h=0.0050 için manyetik alınganlığın sıcaklıkla değişimi	48
5.1.g. h=0.01 için manyetik alınganlığın sıcaklıkla değişimi	49
5.1.h. h=0.025 için manyetik alınganlığın sıcaklıkla değişimi	49
5.1.i. h=0.050 için manyetik alınganlığın sıcaklıkla değişimi	50
5.1.j. h=0.1 için manyetik alınganlığın, sıcaklıkla değişimi	50
5.2.a h=0 için özısının sıcaklıkla değişimi	51
5.2.b. h=0.00025 için özısının sıcaklıkla değişimi	51
5.2.c. h=0.00050 için özısının sıcaklıkla değişimi	52
5.2.d. h=0.001 için özısının sıcaklıkla değişimi	52
5.2.e. h=0.0025 için özısının sıcaklıkla değişimi	53
5.2.f. h=0.0050 için özısının sıcaklıkla değişimi	53
5.2.g. h=0.01 için özısının sıcaklıkla değişimi	54
5.2.h. h=0.025 için özısının sıcaklıkla değişimi	54
5.2.i. h=0.050 için özısının sıcaklıkla değişimi	55
5.2.j. h=0.1 için özısının sıcaklıkla değişimi	55

5.5.a.1. L= 4, 6, 8 örgüleri ve h=0 için $L^{-1/\nu}$ 'ye karşı $T_c^{\chi}(L)$ (Düzeltmesiz) grafiği

$$\left(\nu = \frac{1}{2}\right).....67$$

5.5.a.2. L=4, 6, 8 örgüleri ve h=0 için $L^{-1/\nu}Log^{-1/6}L$ 'ye karşı $T_c^{\chi}(L)$ (Düzeltmeli)

5.5.b.1. L= 4, 6, 8 örgüleri ve h=0.00025 için $L^{-1/\nu}$ 'ye karşı $T_c^{\chi}(L)$ (Düzeltmesiz)
grafiği $\left(\nu = \frac{1}{2}\right)$
5.5.b.2. L= 4, 6, 8 örgüleri ve h=0.00025 için $L^{-1/\nu} Log^{-1/6} L$ 'ye karşı $T_c^{\chi}(L)$
(Düzeltmeli) grafiği $\left(\nu = \frac{1}{2}\right)$ 69
5.5.c.1. L= 4, 6, 8 örgüleri ve h=0.00050 için $L^{-1/\nu}$ 'ye karşı $T_c^{\chi}(L)$ (Düzeltmesiz)
grafiği $\left(\nu = \frac{1}{2}\right)$
5.5.c.2. L= 4, 6, 8 örgüleri ve h=0.00050 için $L^{-1/\nu} Log^{-1/6} L$ 'ye karşı $T_c^{\chi}(L)$
(Düzeltmeli) grafiği $\left(\nu = \frac{1}{2}\right)$ 70
5.5.d.1. L= 4, 6, 8 örgüleri ve h=0.001 için $L^{-1/\nu}$ 'ye karşı $T_c^{\chi}(L)$ (Düzeltmesiz)
grafiği $\left(\nu = \frac{1}{2}\right)$
5.5.d.2. L= 4, 6, 8 örgüleri ve h=0.001 için $L^{-1/\nu} Log^{-1/6} L$ 'ye karşı $T_c^{\chi}(L)$
(Düzeltmeli) grafiği $\left(\nu = \frac{1}{2}\right)$
5.5.e.1. L= 4, 6, 8 örgüleri ve h=0.0025 için $L^{-1/\nu}$ 'ye karşı $T_c^{\chi}(L)$ (Düzeltmesiz)
grafiği $\left(\nu = \frac{1}{2}\right)$ 71
5.5.e.2. L= 4, 6, 8 örgüleri ve h=0.0025 için $L^{-1/\nu} Log^{-1/6} L$ 'ye karşı $T_c^{\chi}(L)$
(Düzeltmeli) grafiği $\left(\nu = \frac{1}{2}\right)$ 72

5.5.f.1. L= 4, 6, 8 örgüleri ve h=0.0050 için $L^{-1/\nu}$ 'ye karşı $T_c^{\chi}(L)$ (Düzeltmesiz)
grafiği $\left(\nu = \frac{1}{2}\right)$
5.5.f.2. L= 4, 6, 8 örgüleri ve h=0.0050 için $L^{-1/\nu} Log^{-1/6} L$ 'ye karşı $T_c^{\chi}(L)$
(Düzeltmeli) grafiği $\left(\nu = \frac{1}{2}\right)$
5.5.g.1 L= 4, 6, 8 örgüleri ve h=0.01 için $L^{-1/\nu}$ 'ye karşı $T_c^{\chi}(L)$ (Düzeltmesiz)
grafiği $\left(\nu = \frac{1}{2}\right)$
5.5.g.2. L= 4, 6, 8 örgüleri ve h=0.01 için $L^{-1/\nu} Log^{-1/6} L$ 'ye karşı $T_c^{\chi}(L)$
(Düzeltmeli) grafiği $\left(\nu = \frac{1}{2}\right)$
5.5.h.1. L= 4, 6, 8 örgüleri ve h=0.025 için $L^{-1/\nu}$ 'ye karşı $T_c^{\chi}(L)$ (Düzeltmesiz)
grafiği $\left(\nu = \frac{1}{2}\right)$ 74
5.5.h.2. L= 4, 6, 8 örgüleri ve h=0.025 için $L^{-1/\nu} Log^{-1/6} L$ 'ye karşı $T_c^{\chi}(L)$
(Düzeltmeli) grafiği $\left(\nu = \frac{1}{2}\right)$ 75
5.5.i.1. L= 4, 6, 8 örgüleri ve h=0.050 için $L^{-1/\nu}$ 'ye karşı $T_c^{\chi}(L)$ (Düzeltmesiz)
grafiği $\left(\nu = \frac{1}{2}\right)$
5.5.i.2. L= 4, 6, 8 örgüleri ve h=0.050 için $L^{-1/\nu} Log^{-1/6} L$ 'ye karşı $T_c^{\chi}(L)$
(Düzeltmeli) grafiği $\left(\nu = \frac{1}{2}\right)$

5.5.j.1. L= 4, 6, 8 örgüleri ve h=0.1 için $L^{-1/\nu}$ 'ye karşı $T_c^{\chi}(L)$ (Düzeltmesiz) grafiği

5.5.j.2. L= 4, 6, 8 örgüleri ve h=0.1 için $L^{-1/\nu} Log^{-1/6} L$ 'ye karşı $T_c^{\chi}(L)$ (Düzeltmeli)

5.6.a.1. L= 4, 6, 8 örgüleri ve h=0 için $L^{-1/\nu}$ 'ye karşı $T_c^C(L)$ (Düzeltmesiz) grafiği

$$\left(\nu = \frac{1}{2}\right).....77$$

5.6.a.2. L= 4, 6, 8 örgüleri ve h=0 için $L^{-1/\nu} Log^{-1/6} L$ 'ye karşı $T_c^C(L)$ (Düzeltmeli)

5.6.b.1. L= 4, 6, 8 örgüleri ve h=0.00025 için $L^{-1/\nu}$ 'ye karşı $T_c^C(L)$ (Düzeltmesiz)

5.6.b.2. L= 4, 6, 8 örgüleri ve h=0.00025 için $L^{-1/\nu} Log^{-1/6} L$ 'ye karşı $T_c^C(L)$

5.6.c.1. L= 4, 6, 8 örgüleri ve h=0.00050 için $L^{-1/\nu}$ 'ye karşı $T_c^C(L)$ (Düzeltmesiz)

5.6.c.2. L= 4, 6, 8 örgüleri ve h=0.00050 için $L^{-1/\nu} Log^{-1/6} L$ 'ye karşı $T_c^C(L)$

5.6.d.1. L= 4, 6, 8 örgüleri ve h=0.001 için $L^{-1/\nu}$ ye karşı $T_c^C(L)$ (Düzeltmesiz) 5.6.d.2. L= 4, 6, 8 örgüleri ve h=0.001 için $L^{-1/\nu} Log^{-1/6}L$ 'ye karşı $T_c^C(L)$ Düzeltmeli) 5.6.e.1. L= 4, 6, 8 örgüleri ve h=0.0025 için $L^{-1/\nu}$ ye karşı $T_c^C(L)$ (Düzeltmesiz) grafiği $\left(\nu = \frac{1}{2}\right)$81 5.6.e.2. L= 4, 6, 8 örgüleri ve h=0.0025 için $L^{-1/\nu} Log^{-1/6} L$ 'ye karşı $T_c^C(L)$ 5.6.f.1. L= 4, 6, 8 örgüleri ve h=0.0050 için $L^{-1/\nu}$ ye karşı $T_c^C(L)$ (Düzeltmesiz) 5.6.f.2. L= 4, 6, 8 örgüleri ve h=0.0050 için $L^{-1/\nu}Log^{-1/6}L$ 'ye karşı $T_c^C(L)$ 5.6.g.1. L= 4, 6, 8 örgüleri ve h=0.01 için $L^{-1/\nu}$ 'ye karşı $T_c^C(L)$ (Düzeltmesiz) 5.6.g.2. L= 4, 6, 8 örgüleri ve h=0.01 için $L^{-1/\nu} Log^{-1/6} L$ 'ye karşı $T_c^C(L)$

5.6.h.1. L= 4, 6, 8 örgüleri ve h=0.025 için $L^{-1/\nu}$ ye karşı $T_c^C(L)$ (Düzeltmesiz)
grafiği $\left(\nu = \frac{1}{2}\right)$
5.6.h.2. L= 4, 6, 8 örgüleri ve h=0.025 için $L^{-1/\nu}Log^{-1/6}L$ 'ye karşı $T_c^C(L)$
(Düzeltmeli) grafiği $\left(\nu = \frac{1}{2}\right)$
5.6.i.1. L= 4, 6, 8 örgüleri ve h=0.050 için $L^{-1/\nu}$ ye karşı $T_c^C(L)$ (Düzeltmesiz)
grafiği $\left(\nu = \frac{1}{2}\right)$
5.6.i.2. L= 4, 6, 8 örgüleri ve h=0.050 için $L^{-1/\nu}Log^{-1/6}L$ 'ye karşı $T_c^C(L)$
(Düzeltmeli) grafiği $\left(\nu = \frac{1}{2}\right)$
5.6.j.1. L= 4, 6, 8 örgüleri ve h=0.1 için $L^{-1/\nu}$ 'ye karşı $T_c^C(L)$ (Düzeltmesiz) grafiği
$\left(\nu = \frac{1}{2}\right).$
5.6.j.2. L= 4, 6, 8 örgüler ve h=0.1 için $L^{-1/\nu}Log^{-1/6}L$ 'ye karşı $T_c^C(L)$ (Düzeltmeli)
grafiği $\left(\nu = \frac{1}{2}\right)$
5.7. L=4, 6, 8 örgüleri ve h=0, h=0.00025, h=0.00050, h=0.001, h=0.0025, h=0.0050,
h=0.01, h=0.025, h=0.050, h=0.1 için $1/L$ 'ye karşılık $\beta(L)$
grafiği90
5.8. L=4, 6, 8 örgüleri ve h=0, h=0.00025, h=0.00050, h=0.001, h=0.0025, h=0.0050,
h=0.01, h=0.025, h=0.050, h=0.1 için $1/L$ 'ye karşılık $\gamma(L)$
grafiği95

5.9.a. h=0 için manyetik alınganlığın sonsuz örgü kritik sıcaklığındaki değerleri $\chi_c Log^{-1/2}L$ 'nin sonlu örgü doğrusal boyutuna karşı Log-Log grafiği 5.9.b. h=0.00025 için manyetik alınganlığın sonsuz örgü kritik sıcaklığındaki değerleri $\chi_c Log^{-1/2}L$ 'nin sonlu örgü doğrusal boyutuna karşı Log-Log grafiği 5.9.c. h=0.00050 için manyetik alınganlığın sonsuz örgü kritik sıcaklığındaki değerleri $\chi_c Log^{-1/2}L$ 'nin sonlu örgü doğrusal boyutuna karşı Log-Log grafiği 5.9.d. h=0.001 için manyetik alınganlığın sonsuz örgü kritik sıcaklığındaki değerleri $\chi_c Log^{-1/2}L$ 'nin sonlu örgü doğrusal boyutuna karşı Log-Log grafiği 5.9.e. h=0.0025 için manyetik alınganlığın sonsuz örgü kritik sıcaklığındaki değerleri $\chi_c Log^{-1/2}L$ 'nin sonlu örgü doğrusal boyutuna karşı Log-Log grafiği 5.9.f. h=0.0050 için manyetik alınganlığın sonsuz örgü kritik sıcaklığındaki değerleri $\chi_c Log^{-1/2}L$ 'nin sonlu örgü doğrusal boyutuna karşı Log-Log grafiği 5.9.g. h=0.01 için manyetik alınganlığın sonsuz örgü kritik sıcaklığındaki değerleri $\chi_c Log^{-1/2}L$ 'nin sonlu örgü doğrusal boyutuna karşı Log-Log grafiği

5.9.h. h=0.025 için manyetik alınganlığın sonsuz örgü kritik sıcaklığındaki değerler
$\chi_c Log^{-1/2}L$ 'nin sonlu örgü doğrusal boyutuna karşı Log-Log grafiğ
$(4 \le L \le 8)$
5.9.i. h=0.050 için manyetik alınganlığın sonsuz örgü kritik sıcaklığındaki değerler
$\chi_c Log^{-1/2}L$ 'nin sonlu örgü doğrusal boyutuna karşı Log-Log grafiğ
$(4 \le L \le 8)$
5.9.j. h=0.1 için manyetik alınganlığın sonsuz örgü kritik sıcaklığındaki değerler
$\chi_c Log^{-1/2}L$ 'nin sonlu örgü doğrusal boyutuna karşı Log-Log grafiğ
$(4 \le L \le 8)$
5.10.a. h=0 için manyetik alınganlığın sonlu örgü kritik sıcaklığındaki değerler
$\chi_{\max} Log^{-1/2} L$ 'nin sonlu örgü doğrusal boyutuna karşı Log-Log grafiğ
$(4 \le L \le 8)$
5.10.b. h=0.00025 için manyetik alınganlığın sonlu örgü kritik sıcaklığındak
değerleri $\chi_{max} Log^{-1/2} L$ 'nin sonlu örgü doğrusal boyutuna karşı Log-Log
grafiği ($4 \le L \le 8$)103
5.10.c. h=0.00050 için manyetik alınganlığın sonlu örgü kritik sıcaklığındak
değerleri $\chi_{\max} Log^{-1/2} L$ 'nin sonlu örgü doğrusal boyutuna karşı Log-Log
grafiği ($4 \le L \le 8$)103
5.10.d. h=0.001 için manyetik alınganlığın sonlu örgü kritik sıcaklığındaki değerler
$\chi_{\max} Log^{-1/2} L$ 'nin sonlu örgü doğrusal boyutuna karşı Log-Log grafiğ
$(4 \le L \le 8)$ 104

5.10.e. h=0.0025 için manyetik alınganlığın sonlu örgü kritik sıcaklığındaki değerleri
$\chi_{\max}Log^{-1/2}L$ 'nin sonlu örgü doğrusal boyutuna karşı Log-Log grafiği
$(4 \le L \le 8)$
5.10.f. h=0.0050 için manyetik alınganlığın sonlu örgü kritik sıcaklığındaki değerleri
$\chi_{\max}Log^{-1/2}L$ 'nin sonlu örgü doğrusal boyutuna karşı Log-Log grafiği
$(4 \le L \le 8)$
5.10.g. h=0.01 için manyetik alınganlığın sonlu örgü kritik sıcaklığındaki değerler
$\chi_{\max} Log^{-1/2} L$ 'nin sonlu örgü doğrusal boyutuna karşı Log-Log grafiği
$(4 \le L \le 8)$
5.10.h. h=0.025 için manyetik alınganlığın sonlu örgü kritik sıcaklığındaki değerler
$\chi_{\max}Log^{-1/2}L$ 'nin sonlu örgü doğrusal boyutuna karşı Log-Log grafiği
$(4 \le L \le 8)$
5.10.i. h=0.050 için manyetik alınganlığın sonlu örgü kritik sıcaklığındaki değerleri
$\chi_{\max} Log^{-1/2} L$ 'nin sonlu örgü doğrusal boyutuna karşı Log-Log grafiği
$(4 \le L \le 8)$
5.10.j. h=0.1 için manyetik alınganlığın sonlu örgü kritik sıcaklığındaki değerleri
$\chi_{\max} Log^{-1/2} L$ 'nin sonlu örgü doğrusal boyutuna karşı Log-Log grafiği
$(4 \le L \le 8)$
5.11.a. h=0 için özısının sonsuz örgü kritik sıcaklığındaki değerleri $C_c Log^{-1/3}L$ 'nir
sonlu örgü doğrusal boyutuna karşı Log–Log grafiği
$(4 \le L \le 8$

5.11.b. h=0.00025 için özısının sonsuz örgü kritik sıcaklığındaki değerleri $C_c Log^{-1/3}L$ 'nin sonlu örgü doğrusal boyutuna karşı Log-Log grafiği 5.11.c. h=0.00050 için özısının sonsuz örgü kritik sıcaklığındaki değerleri $C_c Log^{-1/3}L$ 'nin sonlu örgü doğrusal boyutuna karşı Log-Log grafiği 5.11.d. h=0.001 için özısının sonsuz örgü kritik sıcaklığındaki değerleri $C_c Log^{-1/3}L$ 'nin sonlu örgü doğrusal boyutuna karşı Log-Log grafiği 5.11.e. h=0.0025 için özısının sonsuz örgü kritik sıcaklığındaki değerleri $C_c Log^{-1/3}L$ 'nin sonlu örgü doğrusal boyutuna karşı Log-Log grafiği 5.11.f. h=0.0050 için özısının sonsuz örgü kritik sıcaklığındaki değerleri $C_c Log^{-1/3}L$ 'nin sonlu örgü doğrusal boyutuna karşı Log-Log grafiği 5.11.g. h=0.01 için özısının sonsuz örgü kritik sıcaklığındaki değerleri $C_c Log^{-1/3}L$ 'nin sonlu örgü doğrusal boyutuna karşı Log-Log grafiği 5.11.h. h=0.025 için özısının sonsuz örgü kritik sıcaklığındaki değerleri $C_c Log^{-1/3}L$ 'nin sonlu örgü doğrusal boyutuna karşı Log-Log grafiği

5.11.i. h=0.050 için özısının sonsuz örgü kritik sıcaklığındaki değerleri
$C_c Log^{-1/3}L$ 'nin sonlu örgü doğrusal boyutuna karşı Log-Log grafiği
$(4 \le L \le 8)$
5.11.j. h=0.1 için özısının sonsuz örgü kritik sıcaklığındaki değerleri
$C_c Log^{-1/3}L$ 'nin sonlu örgü doğrusal boyutuna karşı Log-Log grafiği
$(4 \le L \le 8)$
5.12.a. h=0 için özısının sonlu örgü kritik sıcaklığındaki değerleri $C_{\max} Log^{-1/3}L$ 'nin
sonlu örgü doğrusal boyutuna karşı Log-Log grafiği ($4 \le L \le 8$)114
5.12.b. h=0.00025 için özısının sonlu örgü kritik sıcaklığındaki değerleri
$C_{\max}Log^{-1/3}L$ 'nin sonlu örgü doğrusal boyutuna karşı Log-Log grafiği
$(4 \le L \le 8)$
5.12.c. h=0.00050 için özısının sonlu örgü kritik sıcaklığındaki değerleri
$C_{\max} Log^{-1/3}L$ 'nin sonlu örgü doğrusal boyutuna karşı Log-Log grafiği
$(4 \le L \le 8)$
5.12.d. h=0.001 için özısının sonlu örgü kritik sıcaklığındaki değerleri
$C_{\max}Log^{-1/3}L$ 'nin sonlu örgü doğrusal boyutuna karşı Log-Log grafiği
$(4 \le L \le 8)$
5.12.e. h=0.0025 için özısının sonlu örgü kritik sıcaklığındaki değerleri
$C_{\max}Log^{-1/3}L$ 'nin sonlu örgü doğrusal boyutuna karşı Log-Log grafiği
$(4 \le L \le 8)$
5.12.f. h=0.0050 için özısının sonlu örgü kritik sıcaklığındaki değerleri
$C_{\max} Log^{-1/3}L$ 'nin sonlu örgü doğrusal boyutuna karşı Log-Log grafiği
$(4 \le L \le 8)$

5.12.g. h=0.01 için özısının sonlu örgü kritik sıcaklığındaki değerleri
$C_{\max}Log^{-1/3}L$ 'nin sonlu örgü doğrusal boyutuna karşı Log-Log grafiği
$(4 \le L \le 8)$
5.12.h. h=0.025 için özısının sonlu örgü kritik sıcaklığındaki değerleri
$C_{\max} Log^{-1/3}L$ 'nin sonlu örgü doğrusal boyutuna karşı Log-Log grafiği
$(4 \le L \le 8)$
5.12.i. h=0.050 için özısının sonlu örgü kritik sıcaklığındaki değerleri
$C_{\max} Log^{-1/3}L$ 'nin sonlu örgü doğrusal boyutuna karşı Log-Log grafiği
$(4 \le L \le 8)$
5.12.j. h=0.1 için özısının sonlu örgü kritik sıcaklığındaki değerleri
$C_{\max}Log^{-1/3}L$ 'nin sonlu örgü doğrusal boyutuna karşı Log-Log grafiği
$(4 \le L \le 8)$
5.13.a. L=4,6,8 örgüleri ve h=0 için manyetizasyonun sıcaklıkla değişimi123
5.13.b. L=4,6,8 örgüleri ve h=0.00025 için manyetizasyonun sıcaklıkla
değişimi123
5.13.c. L=4,6,8 örgüleri ve h=0.00050 için manyetizasyonun sıcaklıkla
değişimi124
5.13.d. L=4,6,8 örgüleri ve h=0.001 için manyetizasyonun sıcaklıkla
değişimi124
5.13.e. L=4,6,8 örgüleri ve h=0.0025 için manyetizasyonun sıcaklıkla
değişimi125
5.13.f. L=4,6,8 örgüleri ve h=0.0050 için manyetizasyonun sıcaklıkla
değişimi125

- 5.15.b. L=6 örgüsü ve h=0, h=0.00025, h=0.00050, h=0.001, h=0.0025, h=0.0050, h=0.01, h=0.025, h=0.050, h=0.1 için manyetizasyonun (M) dış manyetik

5.16.h. h=0.025 için ölçeklenmiş manyetizasyonun ölçeklenmiş sıcaklığa göre 5.16.i. h=0.050 için ölçeklenmiş manyetizasyonun ölçeklenmiş sıcaklığa göre 5.16.j. h=0.1 için ölçeklenmiş manyetizasyonun ölçeklenmiş sıcaklığa göre değişimi $(4 \le L \le 8), (T_c = 6.6802(2)), (\frac{\beta}{\nu}) = 1.....136$ 5.17.a. h=0 için ölçeklenmiş manyetik alınganlığın, ölçeklenmiş sıcaklığa göre 5.17.b. h=0.00025 için ölçeklenmiş manyetik alınganlığın, ölçeklenmiş sıcaklığa 5.17.c. h=0.00050 için ölçeklenmiş manyetik alanın, ölçeklenmiş sıcaklığa göre 5.17.d. h=0.001 için ölçeklenmiş manyetik alanın, ölçeklenmiş sıcaklığa göre 5.17.e. h=0.0025 için ölçeklenmiş manyetik alanın, ölçeklenmiş sıcaklığa göre 5.17.f. h=0.0050 için ölçeklenmiş manyetik alanın, ölçeklenmiş sıcaklığa göre

5.17.g. h=0.01 için ölçeklenmiş manyetik alanın, ölçeklenmiş sıcaklığa göre değişimi
$(4 \le L \le 8), (T_c = 6.6802(2)), (\frac{\gamma}{v}) = 2$ 140
5.17.h. h=0.025 için ölçeklenmiş manyetik alanın, ölçeklenmiş sıcaklığa göre
değişimi $(4 \le L \le 8), (T_c = 6.6802(2)), (\frac{\gamma}{v}) = 2$ 140
5.17.i. h=0.050 için ölçeklenmiş manyetik alanın, ölçeklenmiş sıcaklığa göre
değişimi $(4 \le L \le 8), (T_c = 6.6802(2)), (\frac{\gamma}{v}) = 2$ 141
5.17.j. h=0.1 için ölçeklenmiş manyetik alanın, ölçeklenmiş sıcaklığa göre değişimi
$(4 \le L \le 8), (T_c = 6.6802(2)), (\frac{\gamma}{\nu}) = 2$ 141
5.18.a. h=0 için ölçeklenmiş özısının, ölçeklenmiş sıcaklığa göre değişimi
$(4 \le L \le 8), (T_c = 6.6802(2)), (\frac{\alpha}{\nu}) = 0$ 142
5.18.b. h=0.00025 için ölçeklenmiş özısının, ölçeklenmiş sıcaklığa göre değişimi
$(4 \le L \le 8), (T_c = 6.6802(2)), (\frac{\alpha}{\nu}) = 0$ 143
5.18.c. h=0.00050 için ölçeklenmiş özısının, ölçeklenmiş sıcaklığa göre değişimi
$(4 \le L \le 8), (T_c = 6.6802(2)), (\frac{\alpha}{\nu}) = 0$ 143
5.18.d. h=0.001 için ölçeklenmiş özısının, ölçeklenmiş sıcaklığa göre değişimi
$(4 \le L \le 8), (T_c = 6.6802(2)), (\frac{\alpha}{\nu}) = 0$ 144
5.18.e. h=0.0025 için ölçeklenmiş özısının, ölçeklenmiş sıcaklığa göre değişimi
$(4 \le L \le 8), (T_c = 6.6802(2)), (\frac{\alpha}{v}) = 0$ 144

5.18.f. h=0.0050 için ölçeklenmiş özısının, ölçeklenmiş sıcaklığa göre değişimi $(4 \le L \le 8), (T_c = 6.6802(2)), (\frac{\alpha}{\nu}) = 0$145 5.18.g. h=0.01 için ölçeklenmiş özısının, ölçeklenmiş sıcaklığa göre değişimi $(4 \le L \le 8), (T_c = 6.6802(2)), (\frac{\alpha}{\nu}) = 0$145 5.18.h. h=0.025 için ölçeklenmiş özısının, ölçeklenmiş sıcaklığa göre değişimi $(4 \le L \le 8), (T_c = 6.6802(2)), (\frac{\alpha}{\nu}) = 0$146 5.18.i. h=0.050 için ölçeklenmiş özısının, ölçeklenmiş sıcaklığa göre değişimi $(4 \le L \le 8), (T_c = 6.6802(2)), (\frac{\alpha}{\nu}) = 0$146 5.18.j. h=0.1 için ölçeklenmiş özısının, ölçeklenmiş sıcaklığa göre değişimi $(4 \le L \le 8), (T_c = 6.6802(2)), (\frac{\alpha}{\nu}) = 0$147 5.19.a. h=0 için Binder parametresinin (g_L) sıcaklıkla (T) değişimi......148 5.19.b. h=0.00025 için Binder parametresinin (g_L) sıcaklıkla (T) değişimi......149 5.19.c. h=0.00050 için Binder parametresinin (g_L) sıcaklıkla (T) değişimi.....149 5.19.d. h=0.001 için Binder parametresinin (g_L) sıcaklıkla (T) değişimi.....150 5.19.e. h=0.0025 için Binder parametresinin (g_L) sıcaklıkla (T) değişimi......150 5.19.f. h=0.0050 için Binder parametresinin (g_L) sıcaklıkla (T) değişimi......151 5.19.g. h=0.01 için Binder parametresinin (g_L) sıcaklıkla (T) değişimi......151 5.19.h. h=0.025 için Binder parametresinin (g_L) sıcaklıkla (T) değişimi......152 5.19.i. h=0.050 için Binder parametresinin (g_L) sıcaklıkla (T) değişimi......152 5.19.j. h=0.1 için Binder parametresinin (g_L) sıcaklıkla (T) değişimi......153

5.20.a. L=4 örgüsü ve h=0, h=0.00025, h=0.00050, h=0.001, h=0.0025, h=0.0050,
h=0.01, h=0.025, h=0.050, h=0.1 için Binder parametresinin (g_L) sıcaklıkla
(T) değişimi153
5.20.b. L=6 örgüsü ve h=0, h=0.00025, h=0.00050, h=0.001, h=0.0025, h=0.0050,
h=0.01, h=0.025, h=0.050, h=0.1 için Binder parametresinin (g_L) sıcaklıkla
(T) değişimi154
5.20.c. L=8 örgüsü ve h=0, h=0.00025, h=0.00050, h=0.001, h=0.0025, h=0.0050,
h=0.01, h=0.025, h=0.050, h=0.1 için Binder parametresinin (g_L) sıcaklıkla
(T) değişimi154
5.21.a. h=0 için Binder parametresinin ölçeklenmiş sıcaklığa karşı değişimi
$(4 \le L \le 8), (T_c = 6.6802(2))156$
5.21.b. h=0.00025 için Binder parametresinin ölçeklenmiş sıcaklığa karşı değişimi
$(4 \le L \le 8), (T_c = 6.6802(2))156$
5.21.c. h=0.00050 için Binder parametresinin ölçeklenmiş sıcaklığa karşı değişimi
$(4 \le L \le 8), (T_c = 6.6802(2))157$
5.21.d. h=0.001 için Binder parametresinin ölçeklenmiş sıcaklığa karşı değişimi
$(4 \le L \le 8), (T_c = 6.6802(2))157$
5.21.e. h=0.0025 için Binder parametresinin ölçeklenmiş sıcaklığa karşı değişimi
$(4 \le L \le 8), (T_c = 6.6802(2))158$
5.21.f. h=0.0050 için Binder parametresinin ölçeklenmiş sıcaklığa karşı değişimi
$(4 \le L \le 8), (T_c = 6.6802(2))$
5.21.g. h=0.01 için Binder parametresinin ölçeklenmiş sıcaklığa karşı değişimi
$(4 \le L \le 8), (T_c = 6.6802(2))159$

5.21.h. h=0.025 için Binder parametresinin ölçeklenmiş sıcaklığa karşı değişimi
$(4 \le L \le 8), (T_c = 6.6802(2))159$
5.21.i. h=0.050 için Binder parametresinin ölçeklenmiş sıcaklığa karşı değişimi
$(4 \le L \le 8), (T_c = 6.6802(2))160$
5.21.j. h=0.1 için Binder parametresinin ölçeklenmiş sıcaklığa karşı değişimi
$(4 \le L \le 8), (T_c = 6.6802(2))160$
5.22. h=0, h=0.00025, h=0.00050, h=0.001, h=0.0025, h=0.0050, h=0.01, h=0.025,
h=0.050, h=0.1 için Binder parametresi (g_L) 'nin örgü uzunluğu (L) 'ye karşı
değişimi161

SİMGELER DİZİNİ

Т	Sıcaklık
T_{c}	Kritik sıcaklık
d	Uzay boyutu
Μ	Manyetizasyon (Düzen parametresi)
$\beta,\overline{\beta}$	Manyetizasyon kritik üssü
X	Manyetik alınganlık
$\gamma, \overline{\gamma}$	Manyetik alınganlık kritik üssü
С	Özısı
$\alpha, \overline{\alpha}$	Özısı kritik üssü
ν	Korelasyon uzunluğu kritik üssü
t	İndirgenmiş sıcaklık
∞	Sonsuz
k _B	Boltzmann sabiti
<>	Beklenen değer ve ortalama

KISALTMALAR DİZİNİ

CA	Cellular Automaton
CCA	Creutz Cellular Automaton
МС	Monte Carlo
RG	Renormalizasyon Grup Teorisi
h	Dış Manyetik Alan

1. GİRİŞ

Doğadaki bütün maddeler manyetik davranış gösterirler. Bazı maddelerin manyetik özelliklerini kolayca gözlemleyebiliriz. Örneğin bir ferromanyetik madde sürekli mıknatıslanma davranışı gösterir. Demir gibi yumuşak ferromanyetler ise kalıcı mıknatıslanma davranışı göstermezler. Maddelerin manyetik yapısı hakkında genel bilgi elde etmek için, bu maddelerin mıknatıslanmasını ve manyetik duygunluğunu ölçmek gerekir. Bazı manyetik maddelerin manyetik davranışları basit yöntemlerle gözlenebilirken bazılarının manyetik davranışlarını gözleyebilmek için yardımcı araç ve gereçlere ihtiyaç duyulur.

Manyetik maddeler farklı fiziksel özelliklere ve davranışlara sahiptir. Bu özellik yalnızca maddenin mıknatıslanmasıyla sınırlı değildir. Maddeler ısı iletimi, ses iletimi, elektrik iletimi, rezonans vb. gibi özellikler açısından da farklılıklar taşır. Manyetik maddeler bu özelliklerine göre sınıflandırılmazlar. Manyetik maddeler faz aralığına bağlı olarak sınıflandırılırlar. Manyetik maddelerde faz geçişleri vardır. Bu faz geçişleri, sıcaklık ve maddeye dışardan uygulanan dış manyetik alana bağlıdır. Bir maddenin sahip olduğu faz değiştirilirse, o maddenin bütün fiziksel özellikleri değişebilir. Bu açıdan bakıldığında manyetik faz geçişlerine neden olan kritik sıcaklıkların tespit edilmesi maddelerin sınıflandırılmasını kolaylaştırır (1).

Doğada bazı sistemler belirli şartlar altında faz geçişi yapar. Faz geçişi maddenin bir durumdan diğer bir duruma ani geçişi olarak tanımlanır ve parçacıklar arası etkileşim sonucunda meydana gelmektedir. Günlük hayatta faz geçişine en iyi örnek suyun faz değiştirmesidir. Ancak bunun dışında faz geçişine birçok örnek verilebilir. Sıvıdan gaza, paramanyetik fazdan ferromanyetik faza, normal iletken fazdan süper iletken faza geçişler en çok bilinen ve deney ortamlarında gözlenebilen faz geçişleridir (2).
2-TEORİ

2.1. Maddelerin Manyetik Özellikleri

Manyetik sistemlerle, manyetik dipol moment arasında çok önemli bir ilişki vardır. Manyetik dipol moment manyetizmanın kaynağını oluşturur ve maddelerin manyetik davranışlarını anlayabilmek için son derece önemlidir. Mıknatıslanmış bir maddedeki manyetik momentler iç atomik akımlardan kaynaklanır. Bu akımlar elektronların çekirdek veya kendi ekseni etrafında ve çekirdekteki protonların kendi eksenleri etrafında dönmesinden ileri gelir.

Atomik teoriye göre atomik manyetik moment (μ) üç kaynaktan oluşur;

a- Elektronların kendi ekseni etrafında dönmesinden kaynaklanan spin açısal momentumu (S)

b- Atomun en dışındaki yörüngede bulunan elektronların çekirdek etrafında dönmesinden kaynaklanan yörüngesel açısal momentumu (L)

c- Uygulanan manyetik alandan kaynaklanan yörüngesel açısal momentumdaki değişimler (3).

Manyetik moment, bir elektronun yörüngesel katkısı o elektronun yörünge açısal momentumuyla orantılıdır. Orantı katsayısı e/2m_e yalnızca elektronun yüküne ve kütlesine bağlıdır. Elektronun negatif yükünden dolayı iki vektör μ ve L, birbirine zıt yöndedir (4).

Katı içerisindeki manyetik dipol momentlerin bir dış alana ve sıcaklığa bağlı olacak şekilde birbirleriyle etkileşmeleri ve bu iç etkileşmelere bağlı olarak uzaysal yönelimleri, o maddenin manyetik özelliklerini belirler. Bu özellikler, manyetik dipol momentlerin bu kollektif hareketinin, çok genel olarak sıcaklık ve maddeye uygulanan bir dış manyetik alanın fonksiyonu olduğunu gösterir. Manyetik momentlerin bu davranışları bir faz aralığı ile karakterize edilir. Manyetik maddeler hangi faz aralığında iseler o fazda en düşük enerji seviyesine sahip oldukları kabul edilir. Bir manyetik maddenin bir fazda sahip olduğu manyetizasyon, duygunluk, ses iletimi, elektriksel iletim gibi bazı fiziksel özelliklerini değiştirmesi o maddenin başka bir faza geçtiğini işaret eder. Bu faz geçişleri bir T_C geçiş sıcaklığı ile karakterize edilir. Bu fazlar sınıflandırılabilir. Kolaylık açısından bu sınıflandırma χ manyetik duygunluğu dikkate alınarak yapılmaktadır. Manyetik duygunluk maddesel ortamın bir ölçüsüdür ve ortamdan ortama değişir. Manyetik alan içinde bulunan atomlar bu alana zıt ya da alanla aynı yönde bir manyetik moment oluştururlar. Bu nedenle ya itilir ya da çekilirler. Bir maddenin manyetik özellikleri bakımından hangi sınıfta yer aldığının belirlenmesi için bir magnetometre yardımıyla maddenin manyetik duygunluğu ölçülür. Ölçüm sonucunda manyetik duygunluğun büyüklüğü ve işareti örneğin hangi tür özellik gösterdiğini ifade eder. Ayrıca maddenin manyetik durumu, mıknatıslanma vektörü ile anlatılır. Mıknatıslanma (M), birim hacimdeki net manyetik dipol momente denir. Maddelerin manyetik özelliklerini karakterize etmekte, mıknatıslanmanın (M) büyüklüğü ve işareti kadar uygulanan alan (h) ile değişimi de önemli yer tutar (3).

Manyetik sistemler; diamanyetik, paramanyetik, ferromanyetik, antiferromanyetik ve ferrimanyetik olmak üzere sınıflandırılabilir. Bu bölümde, manyetik maddelerle ilgili yapılan bu sınıflandırmanın temel kavramlarını vereceğiz. Çizelge 2. 1'de bu maddelerin özellikleri kısaca belirtilmektedir.

Manyetizma Türü	Duygunluk	Atomik / Manyetik Davranış
Diamanyetizma	Küçük ve negatif	M ● ● ● ● ● ● ● ● ● ● ● ● ● ● ● ● ● ● ●
Paramanyetizma	Küçük ve pozitif	
Ferromanyetizma	Büyük ve pozitif	
Antiferromanyetizma	ı Küçük ve pozitif	
Ferrimanyetizma	Büyük ve pozitif	

Çizelge 2.1. Manyetik Sistemlerin Özellikleri

2.1.1. Diamanyetizma

Elektronik yapılarından dolayı net manyetik momenti olmayan birçok malzeme vardır. Moleküller göreli olarak yoğun sıvı ya da katı oluştursa bile dışardan manyetik alan uygulamadıkça çoğu malzemenin mıknatıslanması (M) sıfırdır. Ama dışardan bir manyetik alan uygulandığında moleküllerin, küçük de olsa bir manyetik momentleri oluşur. Moleküllerin bu manyetik momentlerini, dışardan uygulanan alan indükler. İndüklenmiş manyetik moment uygulanan manyetik alana zıt yöndedir. Böylece maddenin mıknatıslanması manyetik alana zıt yönde oluşur. Bu tür maddelere diamanyetik maddeler denir. Diamanyetik maddeler dış manyetik alanın yönü ne olursa olsun alanla zıt yönlü mıknatıslanma edinirler ve alanın daha zayıf olduğu yöne doğru kaçarlar. Bu olaya diamanyetizma denir (4). Manyetik alan uyguladığımız her madde atom ve moleküllerden oluştuğu için bir ölçüde diamanyetiktir. Genellikle tüm yörüngeleri dolu olan maddelerde diamanyetizmayı görebiliriz, örneğin soygazlar. Çünkü diğer manyetik özellikler ancak atomun dolmamış elektron yörüngeleri varsa ortaya çıkar. Diamanyetik bir maddeyi alan dışına iten kuvvetin büyüklüğü çok küçük olduğundan böyle malzemelerin manyetik alanla etkileşmelerini gözlemlemek oldukça zordur. Yapılan araştırmalar maddelerin diamanyetik özelliklerinin temelde sıcaklıktan bağımsız olduklarını ve manyetik momentin genellikle alanla orantılı olduğunu göstermiştir. Diamanyetik maddenin manyetik duygunluğu negatiftir $(\chi < 0)$ ve M ve h zıt yönlüdür (5).

2.1.2. Ferromanyetizma

Demir (Fe), Nikel (Ni), Kobalt (Co), Godolinyum (Gd) ve Disprosyum (Dy) manyetik olarak oldukça kuvvetli maddeler olup bu maddelere ferromanyetik maddeler denir. Bu maddeler zayıf bir dış manyetik alan içinde bile birbirlerine paralel olarak yönelmeye çalışan atomik dipol momentlere sahiptirler. Dış manyetik alan kaldırılsa bile madde içerisinde paralel olarak yönelen dipol momentler aynı yönde sürekli olarak kalmaya devam ederler. Bu etki manyetik dipol momentlerin birbirleriyle etkileşimden kaynaklanır. Bu etkileşimler, kuantum mekaniksel etkileşimlerin bir sonucudur. Bu yaklaşım komşu momentlerin paralel olmasına enerji açısından izin verir (3). Ferromanyetik maddelere etkiyen çekme kuvveti oldukça büyüktür.

Diamanyetik ve paramanyetik maddelere etkiyen kuvvet dış alan şiddetinin karesiyle orantılı olduğu halde, ferromanyetik maddelerde doğrudan alan şiddetiyle orantılıdır. Dolayısıyla ferromanyetik maddeler dış alan değişmelerinden diğer manyetik maddeler kadar etkilenmez. Ferromanyetik maddeler domain (bölge) denilen yapılara ayrılmıştır. Domainlerin her biri tam olarak kendiliğinden mıknatıslanmıştır. Domainlerin her birindeki manyetik momentlerin tamamı belirli bir yönde dizilmişlerdir (Çizelge 2.1.) Domainlerin mıknatıslanma yönleri uygulanan alanla değiştirilebilir. Fakat büyüklükleri çok az değiştirilebilir. Sıcaklık artırılarak bu domainlerin mıknatıslanmaları belirli bir sıcaklığın üzerinde kaldırılabilir. Bu sıcaklığa Curie sıcaklığı denir. Ferromanyetik maddeler çok küçük manyetik alanlarda doyuma ulaşabilirler. Domaindeki kendiliğinden mıknatıslanmayı oluşturan iç alanların kaynağı manyetik etkileşimler değildir. Bu kuvvetlerin kaynağı değiş-tokuş denilen bir etkileşimdir. Bu etkileşim 1926 yılında Heisenberg tarafından keşfedilmiştir. Bu kuantum mekaniksel bir sonuçtur. Bu etkileşim hareket durumlarına bağlı olarak iki komşu elektronun spinlerinin paralel veya antiparalel yönelmesine neden olur. Spinler antiparalel ise, tüm bu kuvvetlerin toplamı çekicidir ve yapı kararlıdır. Spinler paralel ise, atomlar birbirini iter. Değiş-tokuş etkileşimi olarak tanımlayacağımız bu etkileşim Pauli dışarlama etkisini de içermektedir. Bu değiş tokuş etkileşimi elektrostatik kaynaklı olup manyetik kuvvetlerden çok büyüktür (5). Ferromanyetik maddeler kendi içerisinde sert ve yumuşak ferromanyetler diye sınıflandırılırlar. Sürekli olarak mıknatıslanma durumunu koruyan ferromanyetlere sert ferromanyetik, sürekli korumayan ferromanyetlere miknatislanmasini olarak de yumuşak ferromanyetler denir. Örneğin demir ferromanyet olmasına rağmen mıknatıslanması kalıcı değildir (3).

2.1.3. Antiferromanyetizma

Manyetik maddelerin bir türüde ferromanyetik maddenin tersi bir türdür. Ferromanyetlerde spin yönelimleri aynı yönde iken antiferromanyetlerde birbirine zıt olacak şekilde spin yönelimleri vardır. Antiferromanyetizmanın kuramı ilk kez Neel tarafından verilmiştir. Antiferromanyetik bir maddenin manyetik duygunluğu, tüm sıcaklıklarda pozitif ve küçüktür. Fakat sıcaklık azaldıkça duygunluk önce artar ve $T=T_N$ Neel sıcaklığında pek keskin olmayan bir maksimumdan geçerek azalmaya başlar. Madde T_N Neel sıcaklığının üstünde paramanyetik, altında antiferromanyetiktir (6). Antiferromanyetik maddelerde, T_N kritik sıcaklığının altında spinlerin birbirine zıt yönelme eğilimleri, bu sıcaklık aralığındaki termal enerjiye oranla oldukça büyüktür. Bu nedenle antiferromanyetik maddeye iç içe girmiş ve zıt yönlerde mıknatıslanmış iki alt örgüden oluşmuş gözüyle bakabiliriz. Burada, her bir alt örgü aynı ferromanyetizmada olduğu gibi, kendiliğinden mıknatıslanmış örgüler olarak düşünülebilir. Açık olarak, antiferromanyetik madde, net bir kendiliğinden mıknatıslanmaya sahip değildir. Antiferromanyetik maddelerin büyük bir kısmı, iyonik bileşiklerdir; oksitler, sülfitler, kloritler v.b. Bu maddeler ticari öneme pek sahip değildirler; daha ziyade bilimsel yönden ilginçtirler (7).

2.1.4. Ferrimanyetizma

İki farklı manyetik iyon bulunan bileşiklerdir. Bazı seramik malzemelerde değişik tür iyonlar farklı manyetik momentlere sahiptir ve bu manyetik momentler birbirlerine ters yönde paralel dizilmiştir. Bileşke manyetik moment ise zıt yöndeki manyetik momentlerin farkına eşittir. Manyetik alan etkisinde ferromanyetlere benzer davranış gösterirler (8). Ferromanyetik, ferrimanyetik ve antiferromanyetik maddelerin manyetik momentleri bir tür iç etkileşimden dolayı kendiliklerinden sıralanmış duruma gelirler. Ferromanyetik maddelerde manyetik momentleri paralel hale getirmeye çalışan bu etkileşim pozitif iken ferrimanyetik negatif iken antiferromanyetiktir. Ferrimanyetik ve antiferromanyetik maddeler içiçe geçmiş birbirine zıt yönde sıralanmış manyetik momentlere sahiptirler. Ferrimanyetik maddelerde bu momentlerin büyüklükleri farklı olduğundan ferromanyetikler gibi kendiliğinden mıknatıslanma gösterirler. Ancak antiferromanyetiklerde böyle bir durum yoktur. Her üç manyetik katıda da her moment diğerinden kaynaklanan bir ortalama alan görür. İşte bu etkin iç alana molekülsel alan denir. Bu alan maddenin mıknatıslanmasıyla orantılıdır. Ancak molekülsel alan modelleri manyetizmanın tam teorisi olarak düşünülmemelidirler. Çünkü sıralamayı sağlayan kuvvetlerin kaynağını araştırmaz (5).

2.1.5. Paramanyetizma

Serbest elektronlar bulundukları malzemenin manyetik özelliklerine katkıda bulunurlar (4). Bir ya da daha çok çiftlenmiş elektronu olan moleküllerden Al, O₂ ve Fe bunlara örnek olup, bu moleküllerin kalıcı manyetik momentleri vardır. Eğer manyetik alan uygulanmıyorsa bu tür molekülleri içeren birçok malzemede moleküllerin manyetik momentleri gelişi güzel yönlerde sıralanır ve mıknatıslanma, vektörel olarak sıfır olur. Çünkü çok sayıda molekül üzerinden toplam alınmaktadır. Ancak malzemeye manyetik alan uygulandığında rasgele yönlerde yönlenmiş olan momentlerin yönelimi değişerek alanla aynı yönü almaya çalışırlar ve manyetik dipolün enerjisi azalır. Uygulanan manyetik alan kaldırılırsa mıknatıslanma tekrar sıfır olur. Bu nitelikli maddelere paramanyetik maddeler denir. Paramanyetik maddeler dış alan içinde alanın daha şiddetli olduğu yere hareket eder. Paramanyetik denilen bu maddelere alan içine doğru çeken bir kuvvetin etkidiği düşünülür. Büyüklük bakımından bu kuvvet, hemen hemen bütün paramanyetik maddeler için, diamanyetik maddelere etkiyen itme kuvvetinden pek farklı değildir. Yalnız paramanyetik maddelere etkiyen kuvvet sıcaklık düştükçe büyür ve mutlak sıfır noktası yakınlarında çok büyük değerlere ulaşabilir. Paramanyetik bir maddenin mıknatıslanması sıcaklığa ve manyetik alana bağlıdır. Bu ilişki ilk olarak Piere Curie (1859 – 1906) tarafından gözlenmiştir. P. Curie paramanyetik bir maddenin mıknatıslanmasının manyetik alanla doğru, mutlak sıcaklıkla ters orantılı olduğunu bulmuştur. Bu bağıntıyı;

$$\mathbf{M} = \mathbf{C} \mathbf{H} / \mathbf{T} \tag{2.1}$$

şeklinde Curie yasasıyla vermiştir. Curie sabiti denilen C, malzemeye özgü olup moleküllerin manyetik momentine bağlıdır. Çok yüksek manyetik alanlar ya da çok düşük sıcaklıklarda tüm moleküllerin manyetik momentleri alanla aynı yöne geldiklerinde mıknatıslanma bir doyum değerine ulaşır. Bu durumda paramanyetik maddede M, H ile doğru orantılı olmaz (4).

Manyetik maddelerin (örneğin ferro- veya ferrimanyetik) sıcaklığı, curie sıcaklığı denilen kritik sıcaklığa ulaştığında veya bu sıcaklık değerini geçtiğinde madde paramanyetik duruma geçer. Bu olay manyetik faz geçişini işaret eder (3).

Kendiliğinden mıknatıslanma ferromanyetizmanın tanımlayıcı özelliğidir. Ferromanyetizma son yörüngesinde elektron çiftlenimi olmayan atomlarda, tek kalmış elektronun spininden kaynaklanır. Ferromanyetik maddeler, zayıf bir dış manyetik alanda bile birbirine paralel olarak yönelmeye çalışan atomik manyetik dipol momentlere sahiptirler. Manyetik dipol momentler paralel hale getirildikten sonra, dış alan ortamdan kaldırılsa bile madde mıknatıslanmış olarak kalacaktır. Bu sürekli yönelim komşu olan manyetik momentler arasındaki etkileşimden kaynaklanır. Ferromanyetik maddelerde ne kadar çok spin aynı yöne yönelirse spin sisteminin etkileşme enerjisi de o kadar düşük olacaktır. Ferromanyetizma aynı zamanda sıcaklığa bağlı bir özelliktir. Sıcaklık mutlak sıfıra (0 °K) ulaştığında spinlerin hepsi aynı yöndedir ve sistem en düşük enerji durumundadır. Bu sistem ferromanyetiktir. Sistemin T sıcaklığı yükselirken spinlerde rasgele yönelmeye başlar. Yani maddenin mıknatıslanması azalarak Curie sıcaklığı adı verilen T_C sıcaklığında sıfır olur. Curie sıcaklığının üstündeki sıcaklıklarda spinler rasgele yöneldiklerinden dolayı madde paramanyetik fazda bulunur. Bu durumda sıcaklıktan kaynaklanan hareketler, komşu atomlar arası etkileşmelerden ileri gelen kuvvetleri yenecek kadar büyür. Kritik sıcaklık dışardan uygulanan manyetik alanla değiştirilebilir. Dış alanın varlığı kritik sıcaklığın değerini büyütür. Yani madde daha yüksek sıcaklıkta faz değiştirir. Örneğin oda sıcaklığındaki demir çubuk manyetik incelendiğinde sıcaklık artarken sıfır alandaki kendiliğinden manyetizasyonun (M₀) azaldığı görülür. Eğer sıcaklık kritik sıcaklığa (T_C) yükselirse Şekil 2.1'de görüldüğü gibi M_0 sıfıra gider ve M(H), H=0'da sonsuz eğimli sürekli bir fonksiyon haline gelir.



Şekil 2.1. M (H) grafikleri; a)T<T_c, b)T \approx T_c, c)T>T_c

Eğer sıcaklık daha da artarsa M(H) sürekli bir fonksiyon olarak kalır ve H=0'da analitiktir (Şekil 2.1.c). Bu tespitler Şekil 2.2'deki (T,H) düzleminde kolayca özetlenebilir.



Şekil 2.2. (T,H) yarı düzlemi, hat boyunca M süreksiz diğer yerlerde H ve T'nin analitik bir fonksiyonudur.

Bu tez çalışmanın konusu manyetik faz geçişleridir ve faz geçişleri için en iyi istatistik modellerden biri olan Ising model kullanılmıştır.

Ising model; faz geçişi yapan sistemleri temsil eden, ferromanyetik maddelerin gösterdiği davranışların anlaşılmasını ve termodinamik niceliklerinin incelenmesini sağlayan, spinler arası basit etkileşmeleri içeren bir modeldir. Ising modelin ferromanyetik faz geçişini temsil eden en basit hali spin ½ Ising modelidir (9). İki durumlu ve tek düzen parametreli bir modeldir. Analitik çözümü 1925 yılında E. Ising tarafından bir boyutlu uzayda yapılmıştır (10). Dış manyetik alan yokluğunda iki boyutlu uzayda ise 1944 yılında Onsager tarafından analitik çözüm yapılmıştır (11). Bundan başka üç durumlu ve iki düzen parametreli bir sistem olan Spin–1 Ising modeli de araştırmacılar tarafından incelenmektedir (12-21). Spin–1 modeli Blume, Emery ve Griffiths tarafından 1971 yılında tanımlanmıştır (12). Bu tez çalışmasında spin ½ Ising model kullanılmıştır.

Sadece bir ve iki boyutlu uzayda ve dış manyetik alan yokluğunda analitik çözümü bulunan spin 1/2 Ising modelin üst boyutlarda henüz analitik çözümü yapılamamıştır. Bu nedenle istatistiksel sistemlerin sayısal simülasyon çalışmaları oldukça önem kazanmaktadır. Simülasyon gerçek bir sistemin modelini tasarlama süreci ve sistemin işlemesi için sistemin davranışını anlamak veya değişik görüşleri değerlendirmek amacıyla bu model üzerinde denemeler yapmaktır. İstatistik mekanikte bazı problemlerin çözümü tam yapılamazken yaklaşık çözüm bulmak mümkün olabilir. Bu yaklaşık çözümlerin doğruluğunu denemek ve desteklemek açısından simülasyon çalışmaları oldukça önemlidir (22,23). Yine deneysel çalışmalar esnasında karşılaşılabilecek birçok problemi ortadan kaldırması açısından simülasyon çalışmaları önem kazanmaktadır. Yani bilgisayar simülasyon çalışmaları teorik ve deneysel çalışmalar arasında bir köprü görevi görmektedir. Simülasyon çalışmaları ile fiziksel olayların incelenmesinde, model kurulması, model gelişiminin sağlanması, sonuçların elde edilmesi ve bu sonuçların değerlendirilmesi teorik çalışmaların alt yapısını oluşturur. Teorik model sisteme uygulanır ve sistemin fiziksel özellikleri hesaplanır. Fiziksel sistemlerin incelenmesi için birçok model

tanımlanmıştır. En yaygın olanları Ising model, Potts modeli, Küresel model, Örgü gazı modeli, Percolation modeli, X-Y ve Heisenberg modelidir.

Monte Carlo ve Molekül Dinamiği (23,24) istatistik sistemlerin sayısal simülasyonu, dolayısı ile faz geçişi ve kritik olay çalışmalarında kullanılan en temel araçlardandır. Monte Carlo yöntemi şans karakterli olduğundan bu isimle anılır. Monte Carlo yaklaşımında rast gele sayı üreteci kullanılır. Başlangıçta genel olarak spinlerin hepsi aynı yönlü alınır. Bu tür algoritmalarda sıcaklık önceden bilinmekte ve giriş parametresi olarak kullanılmakta ve sabit sıcaklıkta bütün spinler teker teker durumlarını değiştirme teşebbüsünde bulunmaktadır. Tüm örgüdeki spinlerin durum değiştirme girişiminde bulunması bir Monte Carlo adımını oluşturur. Değişikliğe uğrayacak spin, örgü üzerinde gelişi güzel seçilebilir. Herhangi bir konfigurasyonla karşılaşma ihtimali Boltzman dağılımına uyacak şekildedir.

Molekül Dinamiği yöntemi Monte Carlo yönteminin bir alternatifidir (25). Molekül Dinamiği metodu, çok parçacıklı sistemlerin dinamik özelliklerini incelemede kullanılır. Simülasyon, sistemi oluşturan parçacıkların sabit toplam enerjide klasik hareket denklemlerini nümerik olarak çözmekten ibarettir. Zamana bağlı olarak atom veya moleküllerin konum, hız veya yönelimlerinin nasıl değiştiği bulunur. Klasik bir dinamik sistem, Hamilton hareket denklemlerinin sayısal integrasyonunu içermektedir. Molekül dinamiği özellikle katı ve sıvıların molekül yapıları, enerji ve hareketleri ile 'bulk' (parçacık sayısının sonsuz olduğu durum) özelliklerinin ayrıntılı bir şekilde araştırılmasına imkân sağlamaktadır. Bu yöntemde rasgele sayı üreteci kullanılmamaktadır.

Çok önemli ve çok kullanılan algoritmalardan biride, Markov yöntemidir ve ilk olarak 1953 yılında Metropolis ve arkadaşları tarafından türetilmiştir (26). Metropolis ve arkadaşlarının algoritması ile Molekül Dinamiği arasında yer alan diğer bir simülasyon yöntemi de 1983'te M. Creutz tarafından geliştirilmiştir (27). Bu yöntem gezgin demon modeli olarak bilinmektir. 1986'da M. Creutz iki boyutlu uzayda Ising modelinin deterministik (belirli bir kurala bağlı) bir 'Cellular Automaton (CA)' kuralı ile simülasyonunu gerçekleştirmiştir (28). 'Cellular Automaton' ilk olarak Neuman ve Ulam tarafından biyolojik sistemlerin simülasyonu için kullanılmıştır (29-31). 'Cellular Automaton' 0 veya 1 değerleri alabilen bir hücre veya örgü noktalarından oluşur. Bu değerler sabit bir kurala göre kesikli zaman adımlarında yenilenir. 'Cellular automaton' hücreleri herhangi bir boyutta düzenli bir örgü üzerinde sıralanabilir. Bu model için ilk temel teoriler 1983 yılında Wolfrom tarafından verilmiştir (31). Fizik, Kimya ve Biyoloji'deki dinamik sistemler için pek çok uygulamalar vardır.

Ising modelinin ve çeşitli fizik problemlerinin bir CA olarak simülasyonu Vichniac tarafından önerilmiştir (32). Ising modelin simülasyonu için iki farklı CA algoritması vardır. Bunlardan ilki Vichniac, Pomeau ve Herrman tarafından sunulan Q2R algoritması (32-34), ikincisi ise Creutz tarafından ortaya atılan Creutz 'cellular automaton' olarak bilinmektedir (35). Q2R algoritmasında simülasyon süresince iç enerjinin konfigurasyonlar korunduğu üretilmekte dolayısıyla ÖZ1S1 hesaplanamamaktadır. Bu sorun iç enerji dalgalanmalarının dikkate alındığı Creutz 'Cellular Automaton' ile ortadan kalkmaktadır. İki boyutlu Ising modelinin tam çözümü uzay boyutunun kritik üsleri belirlemede önemli olduğunu göstermektedir. Bu sebeple üç veya daha yüksek boyutlu Ising modelin çözülmesi oldukça önemlidir. Ancak üç veya daha yüksek boyutlu Ising modelin analitik çözümü mümkün olmamıştır. Bu güne kadar boyut etkisi ve teorik sonuçların doğruluğunu araştırmak için d=2 (36-41), 3 (20-42), 4 (43-51), 5 (52-55), 6 (22, 56-61), 7 (61-64), ve 8 (64,65) boyutlu Ising modelleri için simülasyonlar yapılmıştır. Ayrıca sonsuz örgüler için Ising modeli teorik olarak çözülebilmekte fakat sonlu örgüler için tam olarak çözülememektedir. Ising model için termodinamik niceliklerin sonlu örgülerdeki davranışları Monte Carlo ve Cellular Automaton simülasyonları ile incelenmiş ve sonsuz örgü davranışları, sonlu örgü ölçekleme teorisi yardımıyla belirlenmiştir (35-40, 42-95).

Bu tez çalışmasında dört boyutlu Ising model için, doğrusal boyutu L= 4, 6, 8 olan periyodik sınır şartlı örgülerde ve sonsuz örgü kritik sıcaklığı yakınında dört 'bit' li demonlar kullanılarak Creutz Cellular Automaton ile simülasyonlar yapılmıştır. Bu çalışmada dış manyetik alan varlığında dört boyutlu Ising model Creutz Cellular Automaton'da simülasyonu yapılarak düzen parametresi, manyetik alınganlık, özısı ve Binder parametresi için sonlu örgü ölçekleme denklemi kullanılarak kritik üslerin değerleri elde edilmiş ve dış manyetik alan varlığında sonlu örgü ölçekleme bağıntılarının geçerli olup olmadığı tespit edilmiştir. L= 4, 6 ve 8 örgülerinde yapılan simülasyonlarda enerji, giriş parametresi olarak kullanılmıştır ve sıcaklık, manyetizasyon, manyetik alınganlık, özısı ve Binder parametresi simülasyon sonuçlarından elde edilmiştir. Sonlu örgü ölçekleme bağıntıları kullanılarak, sonsuz örgü kritik sıcaklık değerleri, manyetizasyon ($\beta, \overline{\beta}$), manyetik alınganlık ($\gamma, \overline{\gamma}$) ve özısı ($\alpha, \overline{\alpha}$) için kritik üsler elde edilmiştir.

2.2. Termodinamik Nicelikler

Termodinamik nicelikler genel olarak spin başına serbest enerjiden elde edilmektedir ve serbest enerji aşağıdaki gibi tanımlanabilir.

$$f(H,T) = -kTN^{-1}\log Z(H,T)$$
(2.2)

Serbest enerjiye bağlı olarak termodinamik nicelikler aşağıdaki ifadelerle tanımlanmaktadır.

$$H_{I}(H,T) = -kT^{2} \frac{\partial}{\partial T} \left(\frac{f(H,T)}{kT} \right)$$
(2.3)

$$C(H,T) = \frac{\partial}{\partial T} H_I(H,T)$$
(2.4)

$$M(H,T) = -\frac{\partial}{\partial H} \left(\frac{f(H,T)}{kT} \right)$$
(2.5)

$$\chi(H,T) = \frac{\partial}{\partial H} M(H,T)$$
(2.6)

Burada H_I iç enerji, C özısı, M mıknatıslanma ve χ ise manyetik alınganlıktır.

Manyetizasyon cinsinden ifade edilebilen bir nicelik olan Binder parametresi (g_L) ise aşağıdaki ifade ile tanımlanır (66).

$$g_L = 1 - \langle M^4 \rangle / (3 \langle M^2 \rangle^2)$$
(2.7)

Farklı uzunlukta örgüler için Binder parametresinin sıcaklıkla değişimine bakıldığında farklı örgülere ait verilerin bir sıcaklıkta kesiştiği görülür. Bu kesim noktasına karşılık gelen sıcaklık, $T_c(\infty)$, sonsuz örgü kritik sıcaklığıdır.

İkinci derece faz geçişlerinde mıknatıslanma düzen parametresi ismini alır. Faz geçişi serbest enerji veya onun türevlerinde singülerlik(ıraksama) oluştuğunda ortaya çıkar. Ising model faz geçişi yapabilen sistemleri temsil eden bir modeldir. İkili alaşım, örgü gazı modelleri uygun parametrelerle Ising modele özdeş hale getirilebilir. Fiziksel sistemlerin dışında birçok alandaki problemler de Ising modelle çözülebilir. Bu nedenle Ising modelin çözümü oldukça önem kazanmaktadır.

2.3. Serbest Enerji, İç Enerji ve Özısı

Termodinamik limitte spin başına serbest enerji

$$f(H,T) = -kT \lim_{N \to \infty} N^{-1} \ln Z_I(H,T)$$
(2.8)

şeklinde ifade edilir. Burada $N \rightarrow \infty$ termodinamik limitte işlem yapıldığını göstermektedir. Klasik bir sistem büyük hacim (V) içerisinde çok sayıda (N) molekülün kompozisyonu olarak düşünülebilir. N ve V'nin büyüklüğünün genel olarak N $\approx 10^{23}$ ve V $\approx 10^{23}$ olduğu düşünülür. N ve V çok büyük sayılar olduğundan bir limit durumu göz önüne almak uygundur. Bu limit "termodinamik limit" olarak bilinmektedir. v=V/N özgül hacmi sonlu bir sayı olacak şekilde termodinamik limitte parçacık sayısı ve hacim sonsuza gider (N $\rightarrow \infty$, V $\rightarrow \infty$). Fiziksel olarak büyük sistemlerin serbest enerjilerinin sistemin büyüklüğü ile orantılı olması beklenir. Örgünün eni, boyu ve yüksekliğinin aynı anda ya da sırasıyla sonsuza gitmesi durumunda termodinamik limit aynı sonucu verir. Termodinamik nicelikler spin

başına serbest enerjiden elde edilmektedir. Termodinamik limitte $(N \rightarrow \infty)$ manyetizasyon ve iç enerji serbest enerjinin dış alan ve sıcaklığa göre birinci türevinden elde edilmektedir. X(S_i) sistemin S_i durumuna karşılık gelen toplam enerji, içenerji (H_I=<E>) veya mıknatıslanma gibi gözlenebilir bir nicelik olmak üzere

$$\langle X \rangle = Z_{s}^{-1} \sum_{s} X(s) \exp[-E(s)/kT]$$
(2.9)

şeklinde tanımlanır (82). Burada,

$$H_{I} = \langle E \rangle = Z^{-1} \sum_{s} E(s) \exp[-E(s)/kT]$$
(2.10)

ifadesi yazılabilir. Eşitlik 2.9 ve 2.10'u kullanarak içenerji ifadesi Eşitlik 2.11. şeklinde tanımlanır.

$$H_{I} = kT^{2} \frac{\partial}{\partial T} \ln Z$$
(2.12)

$$H_{I} = -kT^{2} \frac{\partial}{\partial T} \left(\frac{f}{kT} \right)$$
(2.13)

diğer taraftan spin başına özısı ise

$$C(H,T) = \frac{\partial H_I}{\partial T}$$
(2.14)

ifadesi ile verilir. Voronel 1963 yılında argonun T_c yakınında sabit hacimde özısısını ölçmüştür. Klasik teori özısısının sadece kritik noktada süreksiz sıçramaya sahip olduğunu tahmin eder

$$C_{v}(TC^{-}) \neq C_{v}(TC^{+})$$

$$(2.15)$$

Özısı düz olarak artar, kritik sıcaklığın her iki yanında ani bir hızla artar. Kritik sıcaklıkta C_V 'nın bir pike sahip olup olmadığı veya sonsuzda ıraksayıp ıraksamadığı oldukça önemlidir. Onsager özısıyı;

$$C_{v}(T) = A \ln(t)_{+}$$
 (2.16)

sonlu belirsizlik terimleri şeklinde tanımlar.

 $\alpha = 0$ (log) olması özısının singüler olmayan bir kısma sahip olmasındandır. Özısı T< Tc için α' ve T>Tc için α şeklinde iki üs ile tanımlanır. Teorik ve deneysel olarak $\alpha = \alpha'$ olduğu ispatlanmıştır.

3. ISING MODEL

Ising model spinler arası etkileşmeleri içeren ferromanyetik maddelerin termodinamik niceliklerinin incelenmesini sağlayan bir modeldir. Bu modelde incelenen sistem örgü konumları adı verilen N tane sabit noktadan oluşan, d boyutlu periyodik bir örgüdür. Genel Ising modelin düzenli bir örgünün köşelerinde bulunmaya zorlanmış spinlerden oluştuğu düşünülür. Örgünün geometrik yapısı iki boyutta kare veya üçgen üç boyutta kübik veya hekzogonal, dört boyutta hiper kübikdir.



Şekil 3.1. d=1, 2, 3 ve 4 boyutlu örgülerin geometrik yapıları ve izdüşümleri

Spinler i=1, 2, 3, 4, N indisi ile işaretlenir ve her bir örgü konumuna +1 veya -1 değerinden birisini alabilen N tane spin değişkeni takılmıştır. Her bir spin bir bölgenin tüm etkileşmelerini içeren net manyetik momenti temsil eder. Sistemde tek değişken spindir ve S_i simgesi ile gösterilir. S_i =+1 ise i. örgü konumunun spin yukarı (eksene paralel) durumda olduğu, S_i =-1 ise i. örgü konumunun spin aşağı durumda olduğu anlaşılır. Verilen bir { S_i } kümesi bütün sistemin konfigurasyonunu belirler. Konfigürasyona sahip olan bir sistemin enerjisi aşağıdaki gibi tanımlanmaktadır:

$$\mathbf{E}_{\mathrm{I}} = -\sum_{\langle ij \rangle} \mathbf{J}_{ij} \mathbf{S}_{i} \mathbf{S}_{j} - \mathbf{H}_{i=1}^{\mathrm{N}} \mathbf{S}_{i}$$
(3.1)

Burada I alt indisi Ising enerjiyi, $\langle ij \rangle$ en yakın komşu çiftleri üzerinden alınan toplamı göstermektedir. J_{ij} en yakın komşu etkileşme sabiti ve H dış manyetik alan olarak verilmektedir. Etkileşmenin izotropik olduğu durumda J_{ij}=J alınmaktadır. J>0

ferromanyetizma, J<0 ise antiferromanyetizma durumuna karşılık gelmektedir. Ising modelde bütün termodinamik fonksiyonlar E_I enerjili mümkün konfigurasyon üzerinden hesaplanmaktadır. $\{S_i\}$ spin kümesi mikrokanonik topluluk kavramına uymaktadır fakat analitik çalışmalarında kanonik topluluk kullanılmaktadır (43).

3.1. Dört Boyutlu Ising Model

Ising evrensellik sınıfı için üst kritik boyut dörttür ($d^*=4$). Dört boyutlu Ising model analitik olarak çözülmediğinden dolayı nümerik çalışmalar oldukça önemlidir. Monte Carlo simülasyonları dört boyutlu Ising modelinin kritik özelliklerini araştırmak için kullanılmaktadır. Renormalizasyon grup yaklaşımı, üst kritik boyutun altında kritik olayın anlaşılmasında oldukça başarılı olmuştur. Üst kritik boyutun üstü için ortalama alan teorisi geçerlidir. Renormalizasyon grup teorisine göre üst kritik boyutta(d^{*}=4) ortalama alan davranışı için logaritmik düzeltmeler gereklidir. Kuvvet kanunu ıraksamaları için bu tahmin edilen logaritmik düzeltmeler, dört boyutlu Ising modelinin ilk seri açılım sonuçlarında ortalama alan değerlerinden kritik üstlerin belirli sapmalarını izah etmek için kullanılmıştır. Bu Monte Carlo sonuçları ortalama alan teorisi için logaritmik düzeltmeleri ve sıra dışı davranışın bazı kanıtlarını göstermektedir. Fakat modelin sonlu örgü ölçekleme analizinde sistematiklik yoktur ve sonlu sistemlerin doğrudan Monte Carlo simülasyonlarıyla bu etkileri gözlemek ilginçlik arz etmektedir. Dört boyutlu Isig model gerçek manyetik sistemlere uygulanmamasına rağmen üst kritik boyutta logaritmik düzeltme olasılığının bir genel durum oluşturması beklenilmektedir. Üst kritik boyut üç olduğu zaman bu logaritmik düzeltmeler gerçekte deneysel olarak gözlenebilir. Üstelik dört boyutlu Ising modelinin sonuçları sonlu örgü ölçekleme teorisi için ilginçlik göstermektedir (22).

3.2. Ising Modelin Simülasyonu İçin Algoritmalar

Birçok fiziksel problem Ising modeli ile incelenebilmektedir. Ferromanyetik maddeler bu model ile modellenmekte ve termodinamik özellikleri incelenmektedir. Faz geçişi gösteren sistemler için ortaya konulan modellerin analitik çözümleri zor ve çok az durumda başarılı olduğundan dolayı bu sistemleri ele almakta bilgisayar simülasyonları kullanılması oldukça doğaldır. Faz geçişi ve kritik olay çalışmalarında ilerlemenin büyük bir kısmı bilgisayar simülasyon sonuçları sayesindedir.

Monte Carlo ve Molekül Dinamiği ilk simülasyon çalışmaları olarak bilinir. Molekül Dinamiğinde ilk simülasyon teknikleri, tanımlanan bir sistem içinde hareket boyunca enerjinin sabit kalması düşünülerek ortaya çıkmıştır. Molekül Dinamiği sabit toplam enerjide klasik hareket denklemlerini nümerik olarak çözmekten ibarettir. Mikrokanonik kümede parçacık sayısı (N), hacim (V) ve toplam enerji (E) sabit olarak alınır. Etkileşme potansiyellerinin bilinmesi parçacıklar üzerine etkiyen kuvvetlerin hesaplanmasını sağlar. Sonra mikrokanonik topluluk için bir Δt zaman adımında Newton hareket denklemleri çözülür. Kısa bir zaman sonrasında i. parçacığın X_i koordinatları ve V_i hızları aşağıdaki ifadelere göre bulunabilir.

$$X_{i}(t + \Delta t) = X_{i}(t) + V_{i}(t) \Delta t$$
(3.2)

$$\mathbf{V}_{i}\left(t+\Delta t\right) = \mathbf{V}_{i}\left(t\right) + \frac{f_{i}(t)}{m_{i}}\Delta t.$$
(3.3)

Bu sistemde sonuç alabilmek için sisteme uygun potansiyellerin seçilmesi ve hareket denklemlerini çözecek algoritmanın iyi kurulması gerekmektedir.

Molekül dinamiği için öyle bir hücre tanımlanmalıdır ki parçacık sayısı ve hücrenin hacmi korunuyor olsun. Böyle bir sistem için toplam kinetik enerji

$$E_{k} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{N} \frac{p_{i}^{2}}{m_{i}}$$
(3.4)

ve sistemin potansiyel enerjisi

$$U(\mathbf{r}) = \sum_{i < j} U(r_{ij})$$
(3.5)

burada r_{ij}, i. ve j. parçacıklar arasındaki mesafeyi göstermektedir. Böyle bir sistemin hamiltonyeni;

$$H = \frac{1}{2} \sum_{i} \frac{p_i^2}{m_i} + \sum_{i < j} U(r_{ij})$$
(3.6)

olur. Sistemin hareket denklemi ise

$$m\frac{dr_i}{dt} = P_i \text{ ve } \frac{dP_i}{dt} = \sum_{i < j} F(r_{ij})$$
(3.7)

olur.

Molekül Dinamiği arasında yer alan simülasyon çalışmalarının temeli, ilk olarak 1953 yılında Metropolis ve arkadaşları tarafından ortaya konulan algoritmaya dayanmaktadır (26). Bu simülasyon çalışmaları zamanla geliştirilmiş ve birçok yeni simülasyon metodu ile algoritma ortaya çıkmıştır.

3.2.1. Metropolis algoritması

Metropolis ve arkadaşları tarafından 1953 yılında geliştirilen bu algoritma markov yöntemi ile konfigurasyonlar üretir. Markov yöntemi sistemin var olan konfigurasyonundan yeni konfigurasyonlar üretir. Sistemin spin konumlarının α durumundan α' durumuna değişimi ile sistemin enerjisindeki değişim hesaplanır. Enerji değişimi pozitif ise yeni konfigurasyon $e^{-\beta(E_{\alpha'}-E_{\alpha})}$ ihtimali ile kabul eder. Yani ;

$$P(\alpha \to \alpha') = \begin{cases} A^{-1} & E_{\alpha'} < E_{\alpha} \\ A^{-1}e^{-\beta(E_{\alpha'}-E_{\alpha})} & E_{\alpha'} > E_{\alpha} \end{cases}$$
(3.8)

burada A normalizasyon sabitidir. $\sum_{\alpha'} P(\alpha \rightarrow \alpha') = 1$ denklemini sağlamak için seçilir. Metropolis algoritmasının başarısının temel sebebi pratik uygulamasının oldukça açık olmasıdır. Simülasyonda ilk olarak tek spin ters çevrilmeye uğraşılır. Bu spin rasgele seçilir ya da örnek spinlerden her biri ters çevrilebilir. Daha sonra eski ve yeni enerjiler karşılaştırılır. Bir spinin ters çevrilmesi üzerine enerji değişimi sadece komşu spin değerlerine bağlıdır. Bilgisayar yoluyla yeni konfigurasyon verilen olasılığa göre kabul ya da ret edilir.

3.2.2. Swendsen-Wang Algoritması

Spin kümesi "cluster" algoritmalarından biri olan Swendsen-Wang algoritması 1987 yılında Swendsen ve Wang tarafından sunulmuştur (25-82). Spinlerin kendiliğinden ters çevrilmesi ve spin kümelerinin "cluster" şeklinin belirlenmesine sistemin kendisinin karar vermesi fikrine dayanan ilk başarılı çalışmadır. Bu Ising modele de uygulanabilen bir algoritmadır. Öncelikle en yakın komşu l ve m hücresi seçilir. Bu l ve m hücreleri arasındaki katkıların çıkarıldığı eskisine eşit yeni bir hamiltonyen tanımlanır. Daha sonra S₁ ve S_m spinlerinin aynı ya da zıt yönde olmalarına göre bu hamiltonyene uyan üleşim (partition) fonksiyonu hesaplanır. Swendsen-Wang spin temsilinden bağ temsiline geçen ve tekrar geri dönen bir algoritma teklif etmiştir.

Bu algoritma şöyledir.

1- Bir spin konumu alınır. Aynı yönde olanlar birleştirilerek bir bağlantılar ağı oluşturulur.

2- Bu bağlantılar $1 - e^{4\beta j}$ ihtimali ile korunur veya $e^{4\beta j}$ ihtimali ile silinir. Bu basamak büyük spin kümelerini iki ya da daha fazla küçük spin kümesine böler.

3- Temel birimler olarak yeni daha küçük spin kümelerinin yönelimleri ele alınır ve eşit olasılıkla rasgele olarak aşağı veya yukarı yönlendirilir.

4- Son olarak, yeniden yönlendirilmiş spin kümelerinden başlangıçtaki spin örgüsü yeniden oluşturulur.

Bütün bu işlemler, sistem için bir Monte Carlo yineleme (tekrarlama) basamağı olarak kabul edilir. Benzer iki spin arasındaki bağın silinmesinin mümkün olması ve herhangi bir durum tek basamakta başka birinden elde edildiğinden, bu işlemin girilebilirlik kriterini desteklediği anlaşılmaktadır.

3.2.3. Wolff Algoritması

Spin kümesi algoritmalarından diğeri olan Wolff algoritması 1989 yılında Wolff tarafından tanımlanmıştır. Swendsen-Wang algoritmasının mantığına benzer bir algoritmadır ve kritik yavaşlama problemini tamamen ortadan kaldırmaktadır. Bu algoritma bir Ising sistemi için tanımlanmıştır. Wolff algoritmasının yineleme basamağı bir spin kümesinde bulunan spinlerin yön değiştirmesi işlemini içerir. Bu algoritma şöyledir.

i. Örgü üzerinde rasgele bir i hücresi seçilir.

ii. Bütün komşu j hücreleri ziyaret edilir ve

$$P_{ekle}\left(S_{i}S_{j}\right) \equiv 1 - e^{\min\left(0, 4\beta j S_{i}S_{j}\right)}$$

ihtimaliyle j örgüsü i'yi içeren spin kümesine eklenir. Ferromanyetik bir model için eğer spinler zıt yönde iseler P_{ekle} sıfır ve spinler aynı yönde iseler $1 - e^{4\beta j}$ dir.

iii. i'li spin kümesi ile birleşen yeni hücrelerin her biri j indisine eşit alınarak ikinci basamak tekrarlanır.

iv. Daha fazla yeni hücre ekleninceye kadar üçüncü basamak tekrarlanır.

v. Spin kümesindeki bütün hücrelere ait spinler yön değiştirir ve işlem tamamlanır.

Wolff algoritması Swendsen-Wang algoritması ile oldukça benzerdir. Spin kümesine yeni bir spin bağlanma ihtimali Swendsen-Wang algoritmasında bir bağı yakalama ihtimali ile aynıdır. İki algoritmada da spin kümesinin artışı aynı ortalama üzerindedir. Fakat Swendsen-Wang algoritmasında bütün spin kümelerinde her basamakta bir spin yön değiştirir. Wolff yönteminde ise o sadece başlama spini içeren spin kümesidir. Bu daha büyük spin kümelerinin bu işlemde daha sık böyle yön değiştirdiklerini göstermektedir. Bu büyük spin kümelerinde algoritmayı daha etkin yapar.

3.2.4. Creutz' un Gezgin "Demon" Algoritması

1983 yılında M. Creutz tarafından geliştirilen simülasyon yöntemi Metropolis ve arkadaşlarının algoritması ile molekül dinamiği arasına girmiştir (27). Öncelikle "demon" (spine eşlenik momentum) denilen bir serbestlik derecesi tanımlanmaktadır. Bu yeni değişken molekül dinamiğindeki eşlenik momentumun benzeridir. Molekül dinamiğindeki eşlenik momentum kinetik enerjinin hesaplanmasında kullanılmasına benzer şekilde "demon"da kinetik enerji taşır. Sistemin toplam enerjisi korunacak şekilde gezgin "demon" rasgele olarak spinleri ziyaret eder. Demon bir hücreye ulaştığı zaman uygun bir spini ters çevirmek için girişimde bulunur. Eğer spinin enerjisi düşükse "demon" spine enerji aktarır ve spinin ters çevrilmesine yetecek kadar enerji aktarılmışsa spin ters çevrilir. Aksi takdirde başka uygun bir hücredeki spini ters çevirmek için hareket eder. Demon, enerjisini üstel olarak aktarır. Büyük sistemlerde demonun enerjisi toplam enerjinin sadece küçük bir kısmını gösterir. Demon'un spinleri rasgele ziyaret etmesinden dolayı bu algoritmaya Creutz'un gezgin "demon" algoritması denir. Bu algoritmada tek bir gezgin "demon" kullanılabileceği gibi birden fazla gezgin "demon" da kullanılabilir.

3.2.5 "Cellular Automaton" lar

1983 yılında ilk temel teorisi Wolfram tarafından verilen "Cellular automaton"lar(CA) ilk olarak Neuman ve Ulam tarafından "cellular space" adı ile biyolojik sistemlerin simülasyonu için önerilmiştir (35-37). Kinetik enerji terimi içeren dinamik Ising modeli ve diğer örgü spin sistemleri basit bir "cellular

automaton" problemi olarak ele alınmaktadır. Daha genel olarak makroskobik seviyede her hücre birçok molekül ihtiva eden bir bölgeyi temsil edebilir ve onun değeri birkaç farklı mümkün fazlardan birini temsil edebilir. "CA" bu şekliyle doğrusal olmayan kimyasal sistemler için kesikli modeller olarak kullanılmıştır. "CA" larda uzay ve zaman kesikli değerlere sahiptir. Sonsuza kadar genişletilebilen düzenli hücreler örgüsünden oluşur. Örgünün her bir hücresinde kesikli değerler alabilen değişkenler yer almaktadır. Bir "CA" bu hücre değişkenlerinin değerleri ile belirlenmektedir. Genel olarak basit bir "cellular automaton" 0 veya 1 değerli hücre veya sitelerin bir satırından oluşur. Bu değerler kesikli her zaman adımı sırasında yenilenir. "Cellular automaton" un kesikli zaman adımlarındaki gelişimi sırasında bir hücre değişkeni bölgesel bir kurala uyarak bir önceki zaman adımında kendisi ve kendisine komşu hücrelerdeki değişkenlerin değerlerine bağlı olarak yeni değerini alır. Bir hücrenin komşusu ifadesi ile kendisi ve kendisine en yakın komşu hücreler kastedilmektedir. Hücrenin herhangi bir zaman adımındaki değişkenlerinin değerleri özdeş bir kural yardımıyla eş zamanlı olarak elde edilmektedir. Bir boyutlu "CA" larda bir hücrenin bir sonraki zaman adımında alacağı değeri belirleyen bölgesel kural, en yakın üç hücre değerinin fonksiyonu olarak tanımlanmaktadır. i. konumdaki bir hücrenin değeri a_i ile verilirse bu hücrenin yeni değerini veren kural

$$a_i^{t+1} = f\left(a_{i-1}^t, a_i^t, a_{i+1}^t\right)$$
(3.9)

şeklinde ifade edilebilir. Bu ifadede f kuralı açıklayan bir fonksiyondur. Herhangi bir fiziksel sistem için Cellular Automaton ile bir model oluşturulurken.

i. Sistemin yapısına uygun düzenli bir örgü (örneğin iki boyutta kare, üçgen, üç boyutta küp, daha yüksek boyutlarda soyut küp) seçilir.

ii. Örgüyü oluşturan hücrelerin sahip olabileceği hallere karşılık gelen değişken veya değişkenler belirlenir.

iii. Hücrelerin birbiriyle etkileşme şeklini ve gelişimini sağlayan bir bölgesel kural tanımlanır.

Fiziksel sistemlerin yanı sıra biyoloji, kimya ve sosyal bilimlerdeki bir çok problem bir "cellular automaton" olarak incelenebilmektedir. Biyolojide DNA'nın kopyasını yapan fonksiyonun bulunması, kalbin hızlı ya da yavaş çarpması, "filamentous" organizmalarının büyütülmesi "CA" ile modellenmiştir. Kimyada ise uzaysal diffüzyon ile çiftlenmiş reaksiyonların bir ağını içeren lineer olmayan kimyasal sistemler "CA" olarak modellenmiştir (31).

3.2.6. Q2R "Cellular Automaton"

Q2R algoritmasında rasgele bir konfigurasyonla hesaba başlanır. Spin-spin etkileşme enerjisi (Ising enerji veya iç enerji) sistemin toplam enerjisine karşılık gelmektedir. Örgünün her bir hücresi, +1 ve -1 değerini alabilen bir spin ile işgal edilir. Her zaman basamağında, eğer değişecek spin aynı sayıda paralel ve paralel olmayan komşu spine sahipse işaretini değiştirir. Böylece ters dönen spin sistemin enerjisini değiştirmez. Simülasyonun bu tipi sabit enerjili mikrokanonik kümeye uyar. Sabit sıcaklıklı kanonik kümeye uymaz. Bir kerede bütün spinler yenilenmez. Örgü iki alt örgüye bölünür. Önce bir yarısı daha sonra diğer yarısı yenilenir. Hiçbir manyetik alan dikkate alınmaz. İç enerji bütün simülasyon süresince sabit kaldığından özısı enerji dalgalanmaları kullanılarak hesaplanamamaktadır (32,33).

3.2.7. Creutz "Cellular Automaton"1

1986 yılında M. Creutz tarafından geliştirilen simülasyon yöntemi Metropolis ve arkadaşlarının algoritması ile molekül dinamiği arasına girmiştir (34). Creutz Ising modelde iç enerji ile spine eşlik eden momentuma karşılık gelen kinetik enerjinin toplamı korunur. Böylece Creutz algoritması kullanılarak üretilen konfigurasyonlardan iç enerjiye bağlı termodinamik nicelikleri hesaplamak mümkün olmaktadır. Üstelik bu algoritma yaygın MC metodlarından on kat daha hızlı çalışmakta ve yüksek kalitede rastgele sayı üretecine gereksinim duymamaktadır.

CCA algoritması kullanılarak dış manyetik alan yokluğunda iki ve üç boyutlu Ising modelde yapılan hesaplamalar algoritmanın $2 \le d \le 8$ boyutlu uzaylardaki Ising modellerinin simülasyonlarında oldukça başarılı olduğunu göstermiştir (20-22,3665). Bu algoritmadan türetilen çeşitli algoritmalar dış alan (29), ikinci derece en yakın komşu etkileşme ve dört spin etkileşim terimleri içeren Ising model problemlerine uygulanmış ve literatürle uyumlu sonuçlar elde edilmiştir (38,39). Bu tez çalışmasında Creutz "cellular automaton"ında dört boyutlu Ising modelin simülasyonu standart algoritma kullanılarak yapılmıştır.

3.2.8. Cellular Automaton Standart Algoritma

Creutz Cellular Automatonda her bir hücreye altı ikili "bit" karşılık getirilmekte ve bir hücredeki bir değişkenin alacağı değer o değişkenin bir önceki zaman adımındaki kendi değeri ile ona en yakın komşularındaki değerlerinden elde edilmektedir. Bu altı ikili "bit"den ilki, B_i Ising spini içindir, "0" veya "1" değerlerini alabilir. S_i=2B_i - 1 olmak üzere, dış manyetik alan varlığında örgünün Ising spin enerjisi H_1 (iç enerji, potansiyel enerji) (en yakın komşu etkileşme sabiti J cinsinden) aşağıdaki gibi tanımlanmaktadır.

$$H_{I} = -J \sum_{\langle ij \rangle} S_{i} S_{j} - H \sum_{\langle I \rangle} S_{i}$$
(3.10)

burada $\langle ij \rangle$ bütün en yakın komşu hücre çiftleri üzerinden toplamı göstermektedir, $h = \frac{H}{J}$ (yukarı yöndeki spinlerin sayısının tüm spinlerin sayısına oranı) dış manyetik alan ile S_i spininin etkileşmesinde direk olarak S_i = +1 olur ve simülasyon süresince değişmez. Kalan 5 bitten 4'ü "demon" veya spine eşlik eden momentuma karşı gelmektedir. D₁, D₂, D₃ ile gösterilen bu bitler "0" veya "1" değerlerini alabilmekte ve $(2^0 xD_1 + 2^1 xD_2 + 2^2 xD_3)$ ifadesine göre (0,7) aralığındaki tamsayıları oluşturmaktadır. Momentum değişkenine karşılık gelen kinetik enerji E_D bu tam sayı değerlerinin dört katını almaktadır.

$$E_{\rm D} = 4(2^{\rm 0} x D_1 + 2^{\rm 1} x D_2 + 2^{\rm 2} x D_3)$$
(3.11)

Kinetik enerji bu değerleri aldığında, bir spin değişiminde Ising enerjisinde oluşan ve değerleri 4'ün katları olan enerji değişimi karşılanabilmektedir. Bu sırada, örgünün toplam enerjisi $H = H_I + H_K$ korunmaktadır. H_K örgünün toplam kinetik enerjisidir, yani E_D^i , i'nci örgü gözüne ait "demon"un enerjisi olmak üzere $H_K = \sum_i E_D^i$ dir. Verilen bir toplam enerji için sistemin sıcaklığı T (J/k_B biriminde; burada k_B Boltzman sabitidir) bir "demon"un kinetik enerjisinin ortalama değerinden elde edilir.

$$\langle E_{\rm D} \rangle = \sum_{n=0}^{7} 4n e^{-4n\beta} / \sum_{n=0}^{7} e^{-4n\beta}$$
(3.12)

$$T = \frac{1}{\beta} \tag{3.13}$$

dir. Burada;

$$E_{\rm D} = \frac{H_{\rm K}}{4} \tag{3.14}$$

dir. Eşitlik (2.12)'deki beklenen değer zaman adımlarının sayısı ve örgü üzerinden ortalamadır. Altıncı bit "Cellular Automaton"ın zamanla dama tahtası düzeninde gelişimini sağlamakta ve böylece Ising modelinin "Cellular Automaton" ile simülasyonunu mümkün kılmaktadır. Her bir zaman adımında dama tahtasının siyah hücrelerine kural uygulanıp rengi beyaza çevrilir, beyaz hücrelerin ise sadece rengi siyaha çevrilir. Rengi beyaza çevrilen siyah hücrelerin spini ters çevrilerek Ising enerjisindeki enerji değişimi hesaplanır. Eğer enerji değişimi bu hücrenin momentum değişkenine aktarılabilecek veya momentum değişkeninden alınabilecek bir değerde ise, toplam enerji korunmak üzere spin ters çevrilir. Buna uygun olarak momentum değiştirilir, aksi halde spin ve momentum değiştirilmez. Bu işlem örgüdeki bütün siyah hücrelere aynı zaman adımında uygulanmakta ve gelişim süresince periyodik sınır şartı kullanılmaktadır. Başlangıçta sistemin bütün spinleri aşağı veya yukarı yönde

alınabilir. İlk kinetik enerji beyaz hücrelerdeki demonun "bit"leri vasıtasıyla örgüye rast gele verilir, bu çalışmada ikinci ve üçüncü "bit"ler vasıtasıyla verilmektedir.

3.2.8.1. Kinetik Enerji Bitleri

Algoritmada kinetik enerji bitleri spine eşlik eden momentuma karşılık gelir. Demon enerjisinin hesabı yapılırken bit sayısı göz önünde bulundurulur. Çünkü demon enerjisinin alacağı enerji değerleri kinetik enerji bit sayısına bağlı olarak değişmektedir. İki bitten oluşan demon

$$E_D = (2^0 x D_1 + 2^1 x D_2) \tag{3.15}$$

denklemine göre (0'dan 3'e kadar) dört enerji seviyesine, üç bitten oluşan demon

$$E_{D} = (2^{0} x D_{1} + 2^{1} x D_{2} + 2^{2} D_{3})$$
(3.16)

denklemine göre (0'dan 7'e kadar) sekiz enerji seviyesine, dört bitten oluşan demon

$$E_{D} = (2^{0} x D_{1} + 2^{1} x D_{2} + 2^{2} D_{3} + 2^{3} D_{4})$$
(3.17)

denklemine göre (0'dan 15'e kadar) on altı enerji seviyesine sahiptir.

Çizelge 3. 1. İki "bit"li demonların alabileceği tamsayı değerleri

D ₂	D ₁	E _D	H _K =4E _D
0	0	0	0
0	1	1	4
1	0	2	8
1	1	3	12

D ₃	D ₂	D ₁	E _D	$H_K = 4E_D$
0	0	0	0	0
0	0	1	1	4
0	1	0	2	8
0	1	1	3	12
1	0	0	4	16
1	0	1	5	20
1	1	0	6	24
1	1	1	7	28

Çizelge 3. 2. Üç "bit"li demonların alabileceği tamsayı değerleri

Çizelge 3.3. Dört "bit"li demonların alabileceği tamsayı değerleri

D ₄	D ₃	D ₂	D ₁	E _D	$H_K = 4E_D$
0	0	0	0	0	0
0	0	0	1	1	4
0	0	1	0	2	8
0	0	1	1	3	12
0	1	0	0	4	16
0	1	0	1	5	20
0	1	1	0	6	24
0	1	1	1	7	28
1	0	0	0	8	32
1	0	0	1	9	36
1	0	1	0	10	40
1	0	1	1	11	44
1	1	0	0	12	48
1	1	0	1	13	52
1	1	1	0	14	56
1	1	1	1	15	60

Altı ikili "bit" için dört bit "demon" veya spine eşlik eden momentuma karşılık gelmektedir. D_1 , D_2 , D_3 ve D_4 ile gösterilen bu bitler "0" veya "1" değerini alabilir. Buna göre (0,15) aralığındaki tamsayıları oluşturmaktadır. Yerleşik "demon"a ait kinetik enerji (H_K) bu tamsayı değerlerinin dört katını almaktadır.

4. SONLU ÖRGÜ ÖLÇEKLEME

Fiziksel sistemlerin kritik davranışlarını taklit etmek amacıyla yapılan hesaplamalar sonlu örgüler üzerinde gerçekleştirilebilmektedir. Bu nedenle sonlu örgülerdeki hesaplamalardan sonsuz örgü davranışını tahmin edebilmek için sonlu örgü ölçekleme teorisi geliştirilmiştir. Sonlu örgü ölçekleme bağıntıları; sistemin kritik nokta yakınlarında olması ve tüm uzunlukların, sisteme ait karakteristik uzunluk olan, korelasyon uzunluğu (ξ) cinsinden ifade edilmesi gibi kabullerden elde edilmektedir. Bu yüzden ölçekleme teorisi uzunluk ölçeğinin değişimine bağlı olarak termodinamik niceliklerde görülen değişimlerle ilgilidir. Boyutlu bir niceliğin değeri standart bir birim uzunluğa bağlı olarak değişir (71-75).

4.1. Dört Boyutlu Ising Model İçin Sonlu Örgü Ölçekleme İfadeleri

Ising modeli ϕ^4 alan teorisi ile aynı evrensellik sınıfındadır. ϕ^4 alan teorisi için üst kritik boyut dörttür. d=4'ün üzerindeki boyutlarda bu teori kritik bölgede renormalize olmuş etkileşmenin yok olması ile önemsiz olmakta ve kritik üsler ϕ^4 alan teorisinin ortalama alan değerlerini almaktadır. Renormalize olmuş etkileşme g_R aşağıdaki şekilde ifade edilebilir.

$$g_R = \frac{\chi^{(4)}}{\xi^d \chi^2} \tag{4.1}$$

Burada ξ korelasyon uzunluğu $\chi^{(4)}$ ve χ sırasıyla düzen parametresi dağılımının dördüncü ve ikinci dereceden "cumulant"larıdır. Serbest alan limiti yaklaşımında tanımlanan niceliklerden biride Fisher üssüdür. (ω^*) ile gösterilir ve aşağıdaki şekilde tanımlanmaktadır.

$$\nu\omega^* \equiv d\nu + \gamma - 2\Delta \tag{4.2}$$

Burada ν korelasyon uzunluğu için kritik üs, γ manyetik alınganlık için kritik üs, Δ "gap" üssüdür. $\omega^* \ge 0$ genel bir durum olup "hyperscaling" bozulmasının

bir ölçüsüdür. Renormalize olmuş etkileşme (g_R) kritik nokta yakınında aşağıdaki şekilde verilmektedir.

$$g_R \sim t^{u \omega^*} \tag{4.3}$$

Burada $t = (T - T_c)/T_c$ ve T_c kritik sıcaklıktır. İki boyutta kesin çözüm $\omega^* = 0$ durumunda görülmekte ve böylece "hyperscaling" bozulmamaktadır. Model önemli bir etkileşme teorisidir. d=3 için ilk çalışmalar "hyperscaling" bozulma olasılığını göstermiştir. Fakat seri açılım ve Monte Carlo simülasyon sonuçları ω^* 'ın sıfır yada sıfıra yakın olduğunu göstermektedir. d=5 için Monte Carlo hesaplamaları büyük "hyperscaling" bozulmalarının ortalama alan tahminlerini doğrulamaktadır. d=4 üst kritik boyut da renormalizasyon grup hesaplamalarıyla ortaya atılan ortak inanış denklem (4.2) için logaritmik düzeltmenin kritik bölgede önemsiz (Gaussian teorisine) olduğu sonucuna götürmektedir. Gerçekte Gaussian teorisinin dört boyutta ϕ^4 teorisi için ispatlanması zordur.

i) Kritik bölgede ortalama alan davranışından birçok logaritmik sapma vardır.

ii) $t \to 0$ olduğu zaman $g_R \to 0$ olmakta ve renormalize olmuş etkileşme serbest alan limitinde yok olmaktadır. Bu tahminler bilgisayar simülasyonunda gözlenebilir.

Kritik bölgede korelasyon uzunluğu ıraksar ve bilgisayar simülasyon sonuçlarında sonlu boyut etkileri önemli olabilir. Üst kritik boyutta sonlu sistemler için Rudnick ve arkadaşları (88) tarafından analiz edilen renormalizasyon grup, ortalama alan sonlu örgü ölçekleme tahminleri için boyuta bağlı logaritmik düzeltmeleri tahmin eder. Özısı için sonlu boyut, logaritmik bağımlılığı dört boyutlu Ising sistemlerin simülasyonunda gözlenebilir.

 ϕ^4 teorisi için manyetik alınganlık, dördüncü alan türevi ve korelasyon uzunluğu aşağıda gösterilmektedir.

$$\chi \sim \left| \log t \right|^{1/3} \tag{4.4}$$

$$\chi^{(4)} \sim t^{-\gamma - 2\Delta} \left| \log t \right|^{1/3} \tag{4.5}$$

$$\gamma(t) \sim t^{-\nu} \left| \log \left| t \right| \right|^{1/6} \tag{4.6}$$

Kritik nokta yakınında yukarıdaki niceliklerin aldığı tüm üsler ortalama alan değerindedir ($v = 1/2, \gamma = 1, \Delta = 3/2$). Böylece dört boyutta renormalizasyon grup, kritik nokta yakınında Gaussian alan teorisini tahmin eder. Fakat ortalama alan davranışı logaritmik düzeltmelere sahiptir. Nümerik simülasyon için Binder ve arkadaşları (85) tarafından kullanılan periyodik sınır koşulu ile sonlu soyut küp ("hypercubic") hücrelerden oluşan bir örgü için korelasyon uzunluğu

$$2d \xi_{L}^{2} = \frac{\sum_{i,j} (\mathbf{r}_{i} - \mathbf{r}_{j})^{2} (\langle \mathbf{s}_{i} \mathbf{s}_{j} \rangle - \mathbf{c}_{L})}{\sum_{i,j} (\langle \mathbf{s}_{i} \mathbf{s}_{j} \rangle - \mathbf{c}_{L})}$$
(4.7)

dir. Burada r_i, i hücresinde s_i spininin konumudur.

$$c_L = (1/L^d) \Sigma_i \langle s_i s_i \rangle$$
 ve $i' r_i = r_i + \frac{1}{2} (1,1,1,1)L$

deki uzunluğun ölçekleme fonksiyonları

$$\xi_{L}(t) = LZ(tL^{1/\nu} \left| \log t \right|^{1/3})$$
(4.8)

dır. Burada x >>1 için $Z(x) \sim x^{-\nu}$ 'dür. Serbest enerji için türetilen nicelikler, sonlu boyutlu renormalize olmuş etkileşme, manyetik alınganlık ve özısı gibidir.

Korelasyon uzunluğuna göre daha yavaş ıraksayan ikinci bir ölçekleme uzunluğunun varlığından dolayı $d \ge 4$ için sonlu örgü ölçekleme bozulması

denenmemiştir. Renormalize olmuş etkileşmeyi çalışmak için sonlu renormalize olmuş etkileşme (g_R) , Binder tarafından aşağıdaki şekilde sunulmuştur.

$$g_L = \frac{\chi_L^{(4)}}{L^d \chi_L^2} \tag{4.9}$$

Burada χ_L manyetik alınganlık ve $\chi_L^{(4)}$ dördüncü alan türevidir. L sonlu boyuta benzer nicelikleri gösterir. d=4 için renormalize olmuş ortalama alan yaklaşımında

$$g_L(t) = G(tL^{y_T^*}(\log L)^{1/6})$$
(4.10)

d=4 olduğu zaman

$$y_L^* = \frac{1}{\nu} = 2 \tag{4.11}$$

 g_{L} , L/ξ olduğu zaman ölçeklenmez. g_{L} 'nin "bulk" değerinden G(x), x>>1 için

$$G(x) \sim x^{-d/y_{L}^{*}}$$

$$(4.12)$$

teorilerden tahmin edildiği gibi $g_R \rightarrow 0$ serbest alan limit durumu yaklaşımını gözlemlememek için t>0 durumunda $\xi_L(t) = cL$ parametresi kullanılmıştır. Burada c kararlı sabittir. Bu parametreler altında renormalize olmuş etkileşme (g_R) sonlu boyutlu renormalize olmuş etkileşmenin büyük L limit durumu göz önüne alınarak çalışılabilir. Büyük L limit durumunda

$$g_R \alpha g_L \tag{4.13}$$

4. 8, 4. 10 ve 4. 12 denklemleri kullanılarak sonlu örgü ölçekleme, büyük L limit durumu için

$$g_{L} = \left[Z^{-1}(c)L^{y_{T}^{*}-1/\nu}(\log L)^{1/6} \left| \frac{1}{\nu} \log L - \log Z^{-1}(c) + O\log L \right|^{1/3}\right]$$
(4.14)

$$g_{L} \sim L^{-\omega^{*}} \left| \log L \right|^{-d/2y_{T}^{*}}$$
 (4.15)

olur. Eğer renormalizasyon grup sonuçları doğruysa $y_T^* = 2$, $\omega^* = 0$ 'dır ve g_L , $d=4(\log L)^{-1}$ olduğu zaman sıfıra yaklaşır. Renormalize olmuş etkileşme (g_R) , dört boyutta kritik bölgede kaybolur ve renormalize olmuş etkileşme "bulk" limit durumunda $t^{-1/y_t^*} |\log t|^{-1/6y_t^*}$ olduğu zaman ikinci bir ölçekleme uzunluğunun varlığını verir. Bu $\xi \sim t^{-\nu} |\log t|^{\nu/3}$ korelasyon uzunluğunun ıraksamasına ilave getirir.

Bu d>4 durumuna benzer olup $\xi \sim t^{-1/2}$ 'dir. Fakat $t^{-2/d}$ olduğu zaman ikinci uzunluk ölçeklenmesi korelasyon uzunluğuna göre daha yavaş ıraksar. d=4 için logaritmik düzeltmenin varlığından dolayı manyetik alınganlık ve özısı gibi sonlu örgü serbest enerjisinden türetilen nicelikler ölçekleme değişkeninin bir ölçekleme formuna konulmayabilir. Fakat d=4 durumunda ilk en etkin logaritmik düzeltmelerle ilgilenilirse renormalize olmuş ortalama alan hesabı yeterlidir ve ölçekleme formları yaklaşımın bu seviyesinde elde edilebilir. Özısının sonlu örgü davranışı Rudnick ve arkadaşları (88) tarafından hesaplanmıştır. Benzer teknikler kullanılarak dört boyutta özısı, dördüncü alan türevi ve manyetik alınganlığın sonlu örgü ölçekleme davranışı sonlu örgü ölçekleme teorisi kullanılarak türetilmiştir. ϕ^4 modeli için

$$\frac{du(\rho)}{d\ln\rho} = \omega(u(\rho)) \tag{4.16}$$

$$\frac{\rho^2 dt(\rho)}{d \ln \rho} = \gamma_{\phi^2}(u(\rho))\rho^2 t(\rho)$$
(4.17)

$$\frac{dm(\rho)}{d\ln\rho} = -\frac{\eta(u(\rho))m(\rho)}{2}$$
(4.18)

d=4'de

$$\omega(u) = \frac{3}{2}S_d u^2$$
, $\eta(u) = \frac{1}{24}u^2$ ve $\gamma_{\phi^2}(u) = \frac{1}{2}S_d u$

dır.

$$S_d^{-1} = 2^{d-1} \pi^{d/2} \Gamma(d/2)$$

dir. 4.16. ve 4.17. denklemlerinin integrali alınırsa

$$u(\rho) = \frac{u}{1 - \frac{3}{2}S_d u \ln \rho}$$
(4.19)

$$\rho^{2}(t)\rho = t \left[\frac{u(\rho)}{u}\right]^{1/3}$$
(4.20)

elde edilir. Burada u, t ve m, $\rho = 1$ de sırasıyla etkileşme, sıcaklık ve manyetizasyondur. Böylece $\rho \to 0$ olduğu zaman $u(\rho) \to 0$ olmakta saçılmanın olmadığı önemsiz alan teorisine yaklaşılmaktadır. ρ detaylı hesaplamalar için ρ^* olarak seçilmelidir. ρ^* ise,

$$\rho^{*2}t(\rho^{*}) + \frac{1}{2}u(\rho^{*})\langle m^{2}(\rho^{*})\rangle + \frac{1}{L^{2}} = (\kappa\rho^{*})^{2}$$
(4.21)

Renormalize olmuş ortalama alan seviyesinde, $\langle \rangle$ ortalama alan hamilton işlemcisini içermektedir ve serbest enerji sadece z değişkenine bağlıdır. Burada z

$$z = L^2 \rho^{*^2} t(\rho^*) / [u(\rho^*)]^{1/2}$$
(4.22)

Denklem 4.19. ve Denklem 4.20. kullanılarak
$$z \equiv \frac{tL^2}{u^{1/3}} \left(1 - \frac{3}{2} S_d u \log \rho^*\right)^{1/6}$$
(4.23)

olur. Burada m ölçekleme formuna sahip olup

$$\langle m^{2j}(\rho^*) \rangle = [u(\rho^*)L^4]^{-j/2}D_j(z)$$
 (4.24)

$$D_{j}(x) = \frac{\int_{0}^{\infty} d\phi \phi^{2} \exp(-x\phi^{2}/2 + \phi^{4}/4!)}{\int_{0}^{\infty} d\phi \exp(-x\phi^{2}/2 + \phi^{4}/4!)}$$
(4.25)

Sonsuz örgü bölgesinde

$$\rho^* \cong (L\kappa)^{-1} \tag{4.26}$$

"Bulk" limitinde

$$\rho^{*^{2}}t(\rho^{*}) + \frac{1}{2}u(\rho^{*})\langle m^{2}(\rho^{*}) \rangle = (\kappa\rho^{*})^{2}$$

dir ve böylece

$$\log \rho^* \cong \log \frac{1}{\kappa^2} O(\log \log t) \tag{4.27}$$

Bu noktada serbest enerjiden türetilen nicelikler $t^{-1/2}(1-\frac{3}{2}S_du\log\rho^*)^{-1/12}$ gibi karakteristik ölçekleme uzunluğuna sahiptir. Bu ifade korelasyon uzunluğundan farklıdır ve d=4'de denenmiş sonlu örgü ölçeklemenin bozulmasına götürür. "Bulk" limitinde bu serbest enerji uzunluk ölçeklemesi $t^{-1/2} |\log t||^{-1/12}$ gider. Bu ölçekleme korelasyon uzunluğundan daha yavaş ıraksar ve böylece kritik bölgede $\rho \to 0$ olur. Sonlu örgü alınganlığı aşağıdaki formda verilmektedir.

$$\chi_L(t) = L^4 \left\langle m^2(\rho^*) \right\rangle \tag{4.28}$$

$$\chi_L(t) \sim \frac{L^2}{\left[u(\rho^*)\right]^{1/2}} D_1(z)$$
(4.29)

Böylece $L_K >> 1$ ölçekleme bölgesinde 3.29 denklemi

$$\chi_L(t) \sim L^2 \sqrt{\log L_K} D_1(tL^2(\log L_K)^{1/6})$$
(4.30)

olmaktadır ve $L_{\kappa} >> \kappa$ için

$$\chi_L(t) = \chi_L(0)\psi(0), \ \chi_L(0) \sim L^2 \sqrt{\log L}$$
(4.31)

Benzer yolla $\chi_L^{(4)}(t)$ renormalize olmuş ortalama alan seviyesinde sonlu örgü ölçekleme formuna sahip olarak gösterilebilir.

$$\chi_L^{(4)}(t) \sim L^8(\log L_K)[D_2(tL^2(\log L_K)^{1/6}) - 3D_1^2(tL^2(\log L_K)^{1/6})]$$
(4.32)

Denklem 4.2. ve 4.3. "Bulk" limitinde $x \gg 1$ için

$$D_1(x) \sim x^{-2}$$
 (4.33)

$$D_2(x) - 3D_1^2(x) \sim x^{-4} \tag{4.34}$$

Renormalize olmuş ortalama alan seviyesinde sonlu boyutlu renormalize olmuş etkileşme aşağıdaki ölçekleme formuna sahiptir.

$$g_{L}(t) = \frac{D_{2}(z)}{D_{1}^{2}(z)} - 3 \equiv G(z)$$
(4.35)

ve x >> 1 için

$$G(x) \sim x^{-2} \tag{4.36}$$

Özısı içinde benzer şekilde yazılırsa

$$C_L(t) \sim (\log L_K)^{-1/3} \phi(tL^2 (\log L_K)^{1/6})$$
(4.37)

Burada ϕ renormalize olmuş ortalama alan seviyesinde ölçekleme değişkenine göre serbest enerjinin ikinci türevidir.

Tüm bunlardan renormalize olmuş ortalama alan seviyesinde, h=0 durumunda özısı, manyetik alınganlığın dördüncü alan türevi, manyetik alınganlık, manyetizasyon, renormalize olmuş eşleşme sabiti (Binder parametresi)'nin sonlu örgü ölçekleme davranışı

$$\chi_L(t) = -\frac{\partial^2 f_L}{\partial h^2} = L^{\gamma/\nu} \sqrt{\log L} \psi(x)$$
(4.38)

$$\chi_L^{(4)} = -\frac{\partial^4 f_L}{\partial h^4} = L^{(\gamma + 2\Delta)/\nu} \log L$$
(4.39)

$$C_{L}(t) = -\frac{\partial^{2} f_{L}}{\partial t^{2}} = L^{\alpha/\nu} (\log L)^{1/3} \phi(x), \alpha = 0$$
(4.40)

$$m_L(t) = -\frac{\partial f_L}{\partial h} = L^{-\beta/\nu} \sqrt[4]{\log L} \psi(x)$$
(4.41)

$$g_{L}(t) = \frac{\chi_{L}^{(4)}}{L^{4}\chi_{L}^{2}} = G(x)$$
(4.42)

dır. Burada

$$x = tL^{y_T^{**}} (\log L)^{1/6}, y_T^{**} = \frac{1}{v}$$

dir. d=4 durumunda

$$\nu = \frac{1}{2}, \gamma = 1, \Delta = \frac{3}{2}$$

olduğundan yukarıdaki sonlu örgü ölçekleme davranışı aşağıdaki gibi olmaktadır.

$$\chi_L(t) = \chi_L(0)\psi(x) \qquad \qquad \chi_L(0) \sim L^2 \sqrt{\log L}$$
(4.43)

$$\chi_L^{(4)} = \chi_L^4(0)\psi(x) \qquad \qquad \chi_L^4 \sim L^8 \log L \tag{4.44}$$

$$C_L(t) = C_L(0)\phi(x)$$
 $C_L(0) \sim (\log L)^{1/3}$ (4.45)

$$M_L(t) = M_L(0)\psi(x)$$
 $M_L(0) \sim L^{-1} \sqrt{\log L}$ (4.46)

$$g_{L}(t) = \frac{\chi_{L}^{(4)}}{L^{4}\chi_{L}^{2}} = G(x)$$
(4.47)

burada

$$x = tL^2 (\log L)^{1/6}$$

dır. Bu sonlu boyutlu niceliklerin Rudnick ve arkadaşları (89) tarafından özısının teorik alan hesaplaması ile uyum halinde olduğu $t_{\text{max}}^{-1} \sim L^2 (\log L)^{1/6}$ ile t_{max} pikinde gösterilmiştir. Korelasyon fonksiyonu Binder ve arkadaşları (68) tarafından tartışıldığı gibi tehlikeli ilgisiz değişkenlere sahip olabilir. Bu durumda 4.4 denklemi aşağıdaki gibi değişebilir.

$$\xi_{L}(t) = L^{1+q_{1}y_{1}} Z(tL^{y_{T}^{**}} \left\| \log t \right\|^{-1/3})$$
(4.48)

burada

$$q_1 y_1 \le 0$$
 ve $v = (1 + q_1 y_1) / y_T^{**}$

dır. $d_u > d$ için periyodik sınır şartlı L^d hypercubic sonlu bir sistemin serbest enerji yoğunluğunun "singüler" kısmı $f_L^s(t,h)$ Privman ve Fisher tarafından aşağıdaki şekilde verilmiştir.

$$f_{L}^{(s)}(t,h) = L^{-d}Y(C_{1}tL^{1/\nu}, C_{2}hL^{\Delta/\nu}), \qquad t \to 0, h \to 0, L \to \infty$$
(4.49)

Burada Δ "gap" üssü, ν sonsuz sistem için korelasyon uzunluğu kritik üssü, $t = (T - T_c)/T_c$ indirgenmiş sıcaklık, h indirgenmiş dış manyetik alandır. C_1 ve C_2 ölçekleme çarpanları (faktörleri) sisteme bağlı evrensel olmayan parametrelerdir. Yani ölçekleme fonksiyonu Y(x, y) evrenseldir. 4.49 denklemi d=4 boyutlu Ising modeline $T = T_c$ 'deki χ_L ve C_L için mevcut olan ölçekleme bağıntıları göz önüne alınarak, uyarlanırsa periyodik sınır şartlı L^d "hypercubic" sonlu bir sistemin serbest enerji yoğunluğunun singüler kısmı

$$f_L^{(s)}(t,h) = L^{-4} Y(C_1 t L^2 \log^{1/6} L, C_2 h L^3 \log^{1/4} L), \qquad t \to 0, h \to 0, L \to \infty$$
(4.50)

olur. Denklem (4.50) kullanılarak manyetizasyon $M_L(t,h)$, manyetik alınganlık $\chi_L(t,h)$, özısının singüler kısmı $C_L^s(t,h)$ ve Binder "cumulant" $g_L(t,h)$ için sonlu örgü ölçekleme ifadeleri

$$M_{L}(t,h) = -\frac{\partial f_{L}}{\partial h} = L^{-1} \log^{1/4}(L) C_{2} U(C_{1} t L^{2} \log^{1/6} L, C_{2} h L^{3} \log^{1/4} L)$$
(4.51)

$$\chi_L(t,h) = -\frac{\partial^2 f_L}{\partial h^2} = L^2 \log^{1/2}(L) C_2^2 V(C_1 t L^2 \log^{1/6} L, C_2 h L^3 \log^{1/4} L)$$
(4.52)

$$C_{L}^{(s)}(t,h) = -\frac{\partial^{2} f_{L}}{\partial t^{2}} = \log^{1/3}(L) C_{1}^{2} W (C_{1} t L^{2} \log^{1/6} L, C_{2} h L^{3} \log^{1/4} L)$$
(4.53)

$$g_{L}(t) = \frac{\chi_{L}^{(4)}}{L^{4}\chi_{L}^{2}} = G(C_{1}tL^{2}\log^{1/6}L, C_{2}hL^{3}\log^{1/4}L)$$
(4.54)

$$\chi_L^{(4)} = -\frac{\partial^4 f_L}{\partial h^4}$$

dir. Bu denklemler daha genel şekilde aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$M_{L}(t,h) = L^{-\beta/\nu} \log^{1/4}(L) C_{2} U(C_{1} t L^{2} \log^{1/6} L, C_{2} h L^{3} \log^{1/4} L)$$
(4.55)

$$\chi_L(t,h) = L^{\gamma/\nu} \log^{1/2}(L) C_2^2 V(C_1 t L^2 \log^{1/6} L, C_2 h L^3 \log^{1/4} L)$$
(4.56)

$$C_L^{(s)}(t,h) = L^{\alpha/\nu} \log^{1/3}(L) C_1^2 W(C_1 t L^2 \log^{1/6} L, C_2 h L^3 \log^{1/4} L)$$
(4.57)

Burada α, β, γ ve ν sırasıyla sonsuz örgünün özisi, manyetizasyon, manyetik alınganlık ve korelasyon uzunluğu için kritik üslerdir. U, V, W ve G sonlu örgü ölçekleme fonksiyonlarıdır.

5. SONUÇLAR VE TARTIŞMA

Dört Boyutlu Ising modelinin, doğrusal boyutu L= 4, 6, 8 olan periyodik sınır sartlı örgülerde ve sonsuz örgü kritik sıcaklığı yakınında dört 'bit'li demonlar ile Creutz 'Cellular Automaton'ında h=0, h=0.00025, h=0.00050, h=0.001, h=0.0025, h=0.0050, h=0.01, h=0.025, h=0.050, h=0.1 dış manyetik alan varlığında simülasyonlar yapılmaktadır. Her bir bağımsız simülasyonda L= 4, 6 ve 8 örgüleri için 9.6×10^5 kere örgünün bütün spinlerine ters çevirme kuralı uygulanmaktadır. Sonlu örgü ölçekleme bağıntıları kullanılarak, sonlu örgü kritik sıcaklık değerlerinden $(T_c^{\chi}(L), T_c^{C}(L))$ (Çizelge 5.1, Çizelge 5.2 ve Şekil 5.1, Şekil 5.2) sonsuz örgü kritik sıcaklık değerleri $(T_c^{\chi}(\infty), T_c^C(\infty))$ hesaplanmaktadır. Sonsuz örgü kritik sıcaklığında geçerli olan ölçekleme bağıntıları kullanılarak h=0, h=0.00025, h=0.00050, h=0.001, h=0.0025, h=0.0050, h=0.01, h=0.025, h=0.050, h=0.1 için düzen parametresi (Şekil 5.5, Çizelge 5.6), manyetik alınganlık (Şekil 5.6, Şekil 5.7, Çizelge 5.6, Çizelge 5.7) ve özısı (Şekil 5.8, Çizelge 5.8) için kritik üsler elde edilmektedir. Sonlu örgü ölçekleme bağıntıları kullanılarak h=0, h=0.00025, h=0.00050, h=0.001, h=0.0025, h=0.0050, h=0.01, h=0.025, h=0.050, h=0.1 için manyetik alınganlık, özısı, manyetizasyon ve Binder parametresinin sıcaklığa bağlı değişimleri ile bu niceliklerin ölçeklenmiş değerlerinin ölçeklenmiş sıcaklığa bağlı değişimleri incelenip, bu nicelikler için dış manyetik alanın arttığı durumlarda teorinin öngördüğü ölçekleme bağıntılarının doğruluğu denenmektedir.

5.1. Sonlu Örgü Sıcaklık Değerlerinden Sonsuz Örgü Sıcaklık Değerlerinin Elde Edilmesi

Sonlu örgü kritik sıcaklık değerleri ile sonsuz örgü kritik sıcaklık değerleri arasındaki bağıntı (83) eşitlik 5. 1, 5. 2, 5. 3, 5. 4'deki gibi verilmiştir.

$$T_c^{\chi}(\infty) - T_c^{\chi}(L) \alpha L^{-1/\nu}$$
(5.1)

 $T_c^{\chi}(\infty) - T_c^{\chi}(L) \alpha L^{-1/\nu} Log^{-1/6} L$ (5.2)

$$T_c^C(\infty) - T_c^C(L) \alpha L^{-1/\nu}$$
(5.3)

$$T_c^C(\infty) - T_c^C(L) \alpha L^{-1/\nu} Log^{-1/6} L$$
(5.4)

Sonlu örgü kritik sıcaklık değerlerinden sonsuz örgü kritik sıcaklık değerlerinin bulunmasında manyetik alınganlık ve özısının maksimum olduğu sonlu örgü kritik sıcaklık değerleri ($T_c^{\chi}(L)$ ve $T_c^{C}(L)$) kullanılabilir. Farklı dış manyetik alanlar için manyetik alınganlık ve özısının sıcaklıkla değişimi Şekil 5.1. ve Şekil 5.2'de verilmektedir. h=0, h=0.00025, h=0.00050, h=0.001, h=0.0025, h=0.0050, h=0.01, h=0.025, h=0.050, h=0.1 dış manyetik alanlar varlığında dört boyutlu Ising model için manyetik alınganlık ve özısının maksimum değerlerine karşılık gelen $T_c^{\chi}(L)$ ve $T_c^{C}(L)$ sıcaklık değerleri Çizelge 5.1. ve Çizelge 5.2'de verilmektedir. Şekil 5.1 ve Şekil 5.2'den de görüldüğü gibi manyetik alınganlığın maksimumları özısınınkilere göre daha sivri ve daha yüksek olduğundan $T_c^{\chi}(L)$ değerleri ile elde edilen $T_c(\infty)$ değerleri daha hassas olacaktır.



Şekil 5.1.a. h=0 için manyetik alınganlığın sıcaklıkla değişimi



Şekil 5.1.b. h=0.00025 için manyetik alınganlığın sıcaklıkla değişimi



Şekil 5.1.c. h=0.00050 için manyetik alınganlığın sıcaklıkla değişimi



Şekil 5.1.d. h=0.001 için manyetik alınganlığın sıcaklıkla değişimi



Şekil 5.1.e. h=0.0025 için manyetik alınganlığın sıcaklıkla değişimi



Şekil 5.1.f. h=0.0050 için manyetik alınganlığın sıcaklıkla değişimi



Şekil 5.1.g. h=0.01 için manyetik alınganlığın sıcaklıkla değişimi



Şekil 5.1.h. h=0.025 için manyetik alınganlığın sıcaklıkla değişimi



Şekil 5.1.i. h=0.050 için manyetik alınganlığın sıcaklıkla değişimi



Şekil 5.1.j. h=0.1 için manyetik alınganlığın sıcaklıkla değişimi



Şekil 5.2.a. h=0 için özısının sıcaklıkla değişimi



Şekil 5.2.b. h=0.00025 için özısının sıcaklıkla değişimi



Şekil 5.2.c. h=0.00050 için özısının sıcaklıkla değişimi



Şekil 5.2.d. h=0.001 için özısının sıcaklıkla değişimi



Şekil 5.2.e. h=0.0025 için özısının sıcaklıkla değişimi



Şekil 5.2.f. h=0.0050 için özısının sıcaklıkla değişimi



Şekil 5.2.g. h=0.01 için özısının sıcaklıkla değişimi



Şekil 5.2.h. h=0.025 için özısının sıcaklıkla değişimi



Şekil 5.2.i. h=0.050 için özısının sıcaklıkla değişimi



Şekil 5.2.j. h=0.1 için özısının sıcaklıkla değişimi

Çizelge 5. 1. L= 4, 6, 8 örgüleri ve h=0, h=0.00025, h=0.00050, h=0.001, h=0.0025, h=0.0050, h=0.01, h=0.025, h=0.050, h=0.1 için manyetik alınganlığın maksimumlarından elde edilen sonlu örgü kritik sıcaklık değerleri

L	$T_c^{\chi}(L)$	${\mathcal X}_{ m max}$	h
4	6.513(21)	0.912(20)	
6	6.611(23)	2.340(34)	0
8	6.635(11)	4.467(32)	
4	6.514(1)	0.908(12)	
6	6.629(3)	2.330(43)	0.00025
8	6.640(9)	4.452(2)	
4	6.515(1)	0.889(4)	
6	6.631(1)	2.325(11)	0.00050
8	6.659(1)	4.440(9)	
4	6.524(1)	0.865(1)	
6	6.637(56)	2.321(7)	0.001
8	6.672(63)	4.363(16)	
4	6.586(81)	0.862(9)	
6	6.680(5)	2.262(1)	0.0025
8	6.759(32)	4.166(1)	
4	6.592(12)	0.857(1)	
6	6.786(11)	2.000(2)	0.0050
8	6.859(23)	3.882(3)	
L			

Çizelge 5.1. (devam)

4	6.891(13)	0.817(5)	
6	6.933(67)	1.617(3)	0.01
8	6.982(56)	3.260(54)	
4	7.168(1)	0.703(21)	
6	7.246(3)	1.097(31)	0.025
8	7.249(1)	2.811(18)	
4	7.741(12)	0.473(25)	
6	7.766(31)	0.642(42)	0.050
8	7.788(14)	1.906(12)	
4	8.455(9)	0.271(1)	
6	8.495(12)	0.377(4)	0.1
8	8.524(15)	1.024(12)	
		•	•

Çizelge 5. 2. L= 4, 6, 8 örgüleri ve h=0, h=0.00025, h=0.00050, h=0.001, h=0.0025, h=0.0050, h=0.01, h=0.025, h=0.050, h=0.1 için özısının maksimumlarından elde edilen sonlu örgü kritik sıcaklık değerleri

L	$T_c^c(L)$	C _{max}	h
4	6.294(1)	0.621(3)	
6	6.494(12)	0.689(1)	0
8	6.582(32)	0.704(1)	-
4	6.296(31)	0.619(1)	
6	6.503(23)	0.681(8)	0.00025
8	6.591(9)	0.695(3)	-
4	6.296(1)	0.617(1)	
6	6.504(1)	0.680(1)	0.00050
8	6.600(1)	0.689(72)	-
4	6.306(57)	0.603(61)	
6	6.521(34)	0.678(8)	0.001
8	6.615(23)	0.669(53)	-
4	6.346(3)	0.576(15)	
6	6.531(2)	0.655(21)	0.0025
8	6.642(22)	0.636(1)	-
4	6.359(12)	0.538(2)	
6	6.545(15)	0.601(51)	0.0050
8	6.665(13)	0.590(43)	
1			

Çizelge 5.2. (devam)

4	6.376(8)	0.520(23)	
6	6.553(5)	0.557(32)	0.01
8	6.681(5)	0.570(58)	-
4	6.544(2)	0.479(1)	
6	6.571(8)	0.516(1)	0.025
8	6.767(8)	0.523(4)	-
4	6.578(9)	0.422(2)	
6	6.604(1)	0.454(32)	0.050
8	6.804(1)	0.457(47)	-
4	6.685(2)	0.343(53)	
6	6.687(1)	0.361(61)	0.1
8	6.820(23)	0.372(23)	

Çizelge 5.1. ve 5.2'den de görüldüğü gibi dış manyetik alan (h=0, h=0.00025, h=0.00050, h=0.001, h=0.0025, h=0.0050, h=0.01, h=0.025, h=0.050, h=0.1) arttığı zaman elde edilen χ_{max} ve C_{max} değerleri azalmaktadır.

L=4, 6, 8 örgüleri ve h=0, h=0.00025, h=0.00050, h=0.001, h=0.0025, h=0.0050, h=0.01, h=0.025, h=0.050, h=0.1 için T_c (∞) = 6.6802(2) sonsuz örgü kritik sıcaklığına karşılık gelen manyetik alınganlık (χ_c) ve özısı (C_c) değerleri Çizelge 5.3. ve 5.4'de verilmektedir.

Çizelge 5.3. h=0, h=0.00025, h=0.00050, h=0.001, h=0.0025, h=0.0050, h=0.01, h=0.025, h=0.050, h=0.1 dış manyetik alanlar varlığında L= 4, 6, 8 örgüleri için sonsuz örgü kritik sıcaklığından ($T_c = 6.6802(2)$) elde edilen manyetik alınganlık (χ_c) değerleri

L	χ_c	h
4	0.802(1)	
6	2.152(12)	0
8	3.907(9)	
4	0.801(5)	
6	2.155(5)	0.00025
8	3.905(3)	
4	0.801(1)	
6	2.147(1)	0.00050
8	3.723(2)	
4	0.791(8)	
6	2.133(23)	0.001
8	3.337(35)	
4	0.782(72)	
6	2.101(34)	0.0025
8	3.111(42)	
4	0.777(21)	
6	1.989(34)	0.0050
8	2.734(21)	
L		1

Çizelge 5.3. (devam)

$ \begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$			
$ \begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	4	0.748(5)	
$\begin{array}{c c c c c c c c c c c c c c c c c c c $	6	1.790(1)	0.01
$ \begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	8	2.063(54)	
$ \begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	4	0.647(1)	
$ \begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	6	1.460(1)	0.025
$ \begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	8	1.702(2)	
6 1.152(4) 0.050 8 1.314(31) 0.409(34) 4 0.409(34) 0.1 6 1.126(1) 0.1 8 1.003(3) 0.1	4	0.507(5)	
8 1.314(31) 4 0.409(34) 6 1.126(1) 8 1.003(3)	6	1.152(4)	0.050
4 0.409(34) 6 1.126(1) 0.1 8 1.003(3) 0.1	8	1.314(31)	
6 1.126(1) 0.1 8 1.003(3) 0.1	4	0.409(34)	
8 1.003(3)	6	1.126(1)	0.1
	8	1.003(3)	

Çizelge 5.4. h=0, h=0.00025, h=0.00050, h=0.001, h=0.0025, h=0.0050, h=0.01, h=0.025, h=0.050, h=0.1 dış manyetik alanlar varlığında L= 4, 6, 8 örgüleri için sonsuz örgü kritik sıcaklığından ($T_c = 6.6802(2)$) elde edilen özısı (C_c) değerleri

L	C _c	Н
4	0.737(34)	
6	0.773(56)	0
8	0.827(23)	
4	0.666(2)	
6	0.700(6)	0.00025
8	0.738(8)	
4	0.606(54)	
6	0.620(67)	0.00050
8	0.657(54)	
4	0.557(34)	
6	0.588(21)	0.001
8	0.600(43)	
4	0.542(21)	
6	0.574(76)	0.0025
8	0.578(54)	
4	0.537(98)	
6	0.552(54)	0.0050
8	0.573(7)	

Çizelge 5.4. (devam)

4	0.527(12)	
6	0.549(16)	0.01
8	0.552(2)	
4	0.495(1)	
6	0.509(1)	0.025
8	0.514(13)	
4	0.436(7)	
6	0.444(12)	0.050
8	0.453(2)	
4	0.360(4)	
6	0.362(1)	0.1
8	0.374(1)	

Çizelge 5.3. ve 5.4'den de görüldüğü gibi dış manyetik alan (h=0, h=0.00025, h=0.00050, h=0.001, h=0.0025, h=0.0050, h=0.01, h=0.025, h=0.050, h=0.1) arttığı zaman elde edilen χ_c ve C_c değerleri azalmaktadır.

Şekil 5.3. ve Şekil 5.4'de her bir örgü için h=0, h=0.00025, h=0.00050, h=0.001, h=0.0025, h=0.0050, h=0.01, h=0.025, h=0.050, h=0.1 dış manyetik alan varlığında manyetik alınganlık ve özısının sıcaklıkla değişimi verilmektedir.



Şekil 5.3.a. L=4 örgüsü ve h=0, h=0.00025, h=0.00050, h=0.001, h=0.0025, h=0.0050, h=0.01, h=0.025, h=0.050, h=0.1 için manyetik alınganlığın (χ) sıcaklıkla (T) değişimi



Şekil 5.3.b. L=6 örgüsü ve h=0, h=0.00025, h=0.00050, h=0.001, h=0.0025, h=0.0050, h=0.01, h=0.025, h=0.050, h=0.1 için manyetik alınganlığın (χ) sıcaklıkla (T) değişimi



Şekil 5.3.c. L=8 örgüsü ve h=0, h=0.00025, h=0.00050, h=0.001, h=0.0025, h=0.0050, h=0.01, h=0.025, h=0.050, h=0.1 için manyetik alınganlığın (χ) sıcaklıkla (T) değişimi



Şekil 5.4.a. L=4 örgüsü ve h=0, h=0.00025, h=0.00050, h=0.001, h=0.0025, h=0.0050, h=0.01, h=0.025, h=0.050, h=0.1 için özısının (C) sıcaklıkla (T) değişimi



Şekil 5.4.b. L=6 örgüsü ve h=0, h=0.00025, h=0.00050, h=0.001, h=0.0025, h=0.0050, h=0.01, h=0.025, h=0.050, h=0.1 için özısının (C) sıcaklıkla (T) değişimi



Şekil 5.4.c. L=8 örgüsü ve h=0, h=0.00025, h=0.00050, h=0.001, h=0.0025, h=0.0050, h=0.01, h=0.025, h=0.050, h=0.1 için özısının (C) sıcaklıkla (T) değişimi

Şekil 5.3. ve Şekil 5.4'den görüldüğü gibi dış manyetik alan arttığı zaman manyetik alınganlık ile özısı pik değerlerinin küçüldüğü, şekillerinin yuvarlaklaştığı ve sonlu örgü kritik sıcaklık değerlerinin sağa doğru kaydığı görülmektedir.

L=4, 6 ve 8 örgüleri için h=0, h=0.00025, h=0.00050, h=0.001, h=0.0025, h=0.0050, h=0.01, h=0.025, h=0.050, h=0.1 dış manyetik alanlar varlığında manyetik alınganlık ve özısı için Eşitlik 5.1., 5.2., 5.3., 5.4. kullanılarak elde edilen sonsuz örgü kritik sıcaklık değerleri Şekil 5.5., Şekil 5.6. ve Çizelge 5.5'de verilmektedir.



Şekil 5.5.a.1. L= 4, 6, 8 örgüleri ve h=0 için $L^{-1/\nu}$ ye karşı $T_c^{\chi}(L)$ (Düzeltmesiz)

grafiği
$$\left(\nu = \frac{1}{2}\right)$$



Şekil 5.5.a.2. L=4, 6, 8 örgüleri ve h=0 için $L^{-1/\nu}Log^{-1/6}L$ 'ye karşı $T_c^{\chi}(L)$



Şekil 5.5.b.1. L= 4, 6, 8 örgüleri ve h=0.00025 için $L^{-1/\nu}$ 'ye karşı $T_c^{\chi}(L)$

(Düzeltmesiz) grafiği
$$\left(\nu = \frac{1}{2}\right)$$



Şekil 5.5.b.2. L= 4, 6, 8 örgüleri ve h=0.00025 için $L^{-1/\nu} Log^{-1/6} L$ 'ye karşı $T_c^{\chi}(L)$



Şekil 5.5.c.1. L= 4, 6, 8 örgüleri ve h=0.00050 için $L^{-1/\nu}$ ye karşı $T_c^{\chi}(L)$

(Düzeltmesiz) grafiği
$$\left(\nu = \frac{1}{2}\right)$$



Şekil 5.5.c.2. L= 4, 6, 8 örgüleri ve h=0.00050 için $L^{-1/\nu} Log^{-1/6} L$ 'ye karşı $T_c^{\chi}(L)$



Şekil 5.5.d.1. L= 4, 6, 8 örgüleri ve h=0.001 için $L^{-1/\nu}$, ye karşı $T_c^{\chi}(L)$

(Düzeltmesiz) grafiği
$$\left(\nu = \frac{1}{2}\right)$$



Şekil 5.5.d.2. L= 4, 6, 8 örgüleri ve h=0.001 için $L^{-1/\nu}Log^{-1/6}L$ 'ye karşı $T_c^{\chi}(L)$



Şekil 5.5.e.1. L= 4, 6, 8 örgüleri ve h=0.0025 için $L^{-1/\nu}$ 'ye karşı $T_c^{\chi}(L)$

(Düzeltmesiz) grafiği
$$\left(\nu = \frac{1}{2}\right)$$



Şekil 5.5.e.2. L= 4, 6, 8 örgüleri ve h=0.0025 için $L^{-1/\nu} Log^{-1/6} L$ 'ye karşı $T_c^{\chi}(L)$



Şekil 5.5.f.1. L= 4, 6, 8 örgüleri ve h=0.0050 için $L^{-1/\nu}$ 'ye karşı $T_c^{\chi}(L)$

(Düzeltmesiz) grafiği
$$\left(\nu = \frac{1}{2}\right)$$



Şekil 5.5.f.2. L= 4, 6, 8 örgüleri ve h=0.0050 için $L^{-1/\nu} Log^{-1/6} L$ 'ye karşı $T_c^{\chi}(L)$



Şekil 5.5.g.1. L= 4, 6, 8 örgüleri ve h=0.01 için $L^{-1/\nu}$ 'ye karşı $T_c^{\chi}(L)$ (Düzeltmesiz)

grafiği
$$\left(\nu = \frac{1}{2}\right)$$


Şekil 5.5.g.2. L= 4, 6, 8 örgüleri ve h=0.01 için $L^{-1/\nu} Log^{-1/6} L$ 'ye karşı $T_c^{\chi}(L)$



Şekil 5.5.h.1. L= 4, 6, 8 örgüleri ve h=0.025 için $L^{-1/\nu}$ 'ye karşı $T_c^{\chi}(L)$

(Düzeltmesiz) grafiği
$$\left(\nu = \frac{1}{2}\right)$$



Şekil 5.5.h.2. L= 4, 6, 8 örgüleri ve h=0.025 için $L^{-1/\nu}Log^{-1/6}L$ 'ye karşı $T_c^{\mathcal{X}}(L)$



Şekil 5.5.i.1. L= 4, 6, 8 örgüleri ve h=0.050 için $L^{-1/\nu}$ 'ye karşı $T_c^{\chi}(L)$

(Düzeltmesiz) grafiği
$$\left(\nu = \frac{1}{2}\right)$$



Şekil 5.5.i.2. L= 4, 6, 8 örgüleri ve h=0.050 için $L^{-1/\nu}Log^{-1/6}L$ 'ye karşı $T_c^{\chi}(L)$



Şekil 5.5.j.1. L= 4, 6, 8 örgüleri ve h=0.1 için $L^{-1/\nu}$ 'ye karşı $T_c^{\chi}(L)$ (Düzeltmesiz)

grafiği
$$\left(\nu = \frac{1}{2}\right)$$



Şekil 5.5.j.2. L= 4, 6, 8 örgüleri ve h=0.1 için $L^{-1/\nu} Log^{-1/6} L$ 'ye karşı $T_c^{\chi}(L)$



Şekil 5.6.a.1. L= 4, 6, 8 örgüleri ve h=0 için $L^{-1/\nu}$ 'ye karşı $T_c^C(L)$ (Düzeltmesiz)

grafiği
$$\left(\nu = \frac{1}{2}\right)$$



Şekil 5.6.a.2. L= 4, 6, 8 örgüleri ve h=0 için $L^{-1/\nu}Log^{-1/6}L$ 'ye karşı $T_c^C(L)$



Şekil 5.6.b.1. L= 4, 6, 8 örgüleri ve h=0.00025 için $L^{-1/\nu}$ 'ye karşı $T_c^C(L)$

(Düzeltmesiz) grafiği
$$\left(\nu = \frac{1}{2}\right)$$



Şekil 5.6.b.2. L= 4, 6, 8 örgüleri ve h=0.00025 için $L^{-1/\nu}Log^{-1/6}L$ 'ye karşı $T_c^C(L)$



Şekil 5.6.c.1. L= 4, 6, 8 örgüleri ve h=0.00050 için $L^{-1/\nu}$ 'ye karşı $T_c^C(L)$

(Düzeltmesiz) grafiği
$$\left(\nu = \frac{1}{2}\right)$$



Şekil 5.6.c.2. L= 4, 6, 8 örgüleri ve h=0.00050 için $L^{-1/\nu} Log^{-1/6} L$ 'ye karşı $T_c^C(L)$



Şekil 5.6.d.1. L= 4, 6, 8 örgüleri ve h=0.001 için $L^{-1/\nu}$ 'ye karşı $T_c^C(L)$

(Düzeltmesiz) grafiği
$$\left(\nu = \frac{1}{2}\right)$$



Şekil 5.6.d.2. L= 4, 6, 8 örgüleri ve h=0.001 için $L^{-1/\nu}Log^{-1/6}L$ 'ye karşı $T_c^C(L)$



Şekil 5.6.e.1. L= 4, 6, 8 örgüleri ve h=0.0025 için $L^{-1/\nu}$ 'ye karşı $T_c^C(L)$

(Düzeltmesiz) grafiği
$$\left(\nu = \frac{1}{2}\right)$$



Şekil 5.6.e.2. L= 4, 6, 8 örgüleri ve h=0.0025 için $L^{-1/\nu} Log^{-1/6} L$ 'ye karşı $T_c^C(L)$



Şekil 5.6.f.1. L= 4, 6, 8 örgüleri ve h=0.0050 için $L^{-1/\nu}$ 'ye karşı $T_c^C(L)$

(Düzeltmesiz) grafiği
$$\left(\nu = \frac{1}{2}\right)$$



Şekil 5.6.f.2. L= 4, 6, 8 örgüleri ve h=0.0050 için $L^{-1/\nu}Log^{-1/6}L$ 'ye karşı $T_c^C(L)$



Şekil 5.6.g.1. L= 4, 6, 8 örgüleri ve h=0.01 için $L^{-1/\nu}$ ye karşı $T_c^C(L)$ (Düzeltmesiz)

grafiği
$$\left(\nu = \frac{1}{2}\right)$$



Şekil 5.6.g.2. L= 4, 6, 8 örgüleri ve h=0.01 için $L^{-1/\nu} Log^{-1/6} L$ 'ye karşı $T_c^C(L)$



Şekil 5.6.h.1. L= 4, 6, 8 örgüleri ve h=0.025 için $L^{-1/\nu}$ 'ye karşı $T_c^C(L)$

(Düzeltmesiz) grafiği
$$\left(\nu = \frac{1}{2}\right)$$



Şekil 5.6.h.2. L= 4, 6, 8 örgüleri ve h=0.025 için $L^{-1/\nu} Log^{-1/6} L$ 'ye karşı $T_c^C(L)$



Şekil 5.6.i.1. L= 4, 6, 8 örgüleri ve h=0.050 için $L^{-1/\nu}$ 'ye karşı $T_c^C(L)$ (Düzeltmesiz)

grafiği
$$\left(\nu = \frac{1}{2}\right)$$



Şekil 5.6.i.2. L= 4, 6, 8 örgüleri ve h=0.050 için $L^{-1/\nu}Log^{-1/6}L$ 'ye karşı $T_c^C(L)$



Şekil 5.6.j.1. L= 4, 6, 8 örgüleri ve h=0.1 için $L^{-1/\nu}$ ye karşı $T_c^C(L)$ (Düzeltmesiz)

grafiği
$$\left(\nu = \frac{1}{2}\right)$$



Şekil 5.6.j.2. L= 4, 6, 8 örgüler ve h=0.1 için $L^{-1/\nu} Log^{-1/6} L$ 'ye karşı $T_c^C(L)$ (Düzeltmeli) grafiği $\left(\nu = \frac{1}{2}\right)$

Çizelge 5.5. L=4, 6, 8 örgüleri için h=0, h=0.00025, h=0.00050, h=0.001, h=0.0025, h=0.0050, h=0.01, h=0.025, h=0.050, h=0.1 dış manyetik alanlar varlığında $T_c^{\chi}(\infty)$ ve $T_c^{C}(\infty)$ değerleri.

h	$T_c^{\chi}(\infty)$	$T_c^C(\infty)$	
	6.685(6)	6.691(43)	Düzeltmesiz
0	6.680(1)	6.680(2)	Düzeltmeli
	6.684(5)	6.691(34)	Düzeltmesiz
0.00025	6.680(3)	6.680(1)	Düzeltmeli
	6.696(25)	6.684(6)	Düzeltmesiz
0.00050	6.691(28)	6.674(25)	Düzeltmeli
	6.728(19)	6.725(34)	Düzeltmesiz
0.001	6.723(15)	6.714(62)	Düzeltmeli
	6.798(48)	6.669(36)	Düzeltmesiz
0.0025	6.793(52)	6.661(43)	Düzeltmeli
	6.947(74)	6.771(65)	Düzeltmesiz
0.0050	6.938(85)	6.760(26)	Düzeltmeli
	6.999(57)	6.626(61)	Düzeltmesiz
0.01	6.997(62)	6.622(52)	Düzeltmeli
	7.287(48)	6.569(14)	Düzeltmesiz
0.025	7.284(45)	6.568(75)	Düzeltmeli
	7.799(47)	6.617(63)	Düzeltmesiz
0.050	7.797(51)	6.616(25)	Düzeltmeli
	8.542(30)	6.719(21)	Düzeltmesiz
0.1	8.539(3)	6.718(41)	Düzeltmeli

Şekil 5.5., Şekil 5.6. ve Çizelge 5.5'den görüldüğü gibi h=0, h=0.00025'da elde edilen düzeltmeli sonsuz örgü kritik sıcaklık değerlerinin ($T_c = 6.680(1)$, $T_c = 6.680(3)$), Seri Açılım ($T_c = 6.6802$, $T_c = 6.682$) (94,95), Monte Carlo ($T_c = 6.680$, $T_c = 6.6803$) (73-95) ve Creutz Cellular Automaton ($T_c = 6.6800$, $T_c = 6.6700$) (44-49) değerleri ile uyumlu olduğu fakat h=0.00050, h=0.001, h=0.0025, h=0.0050, h=0.01, h=0.025, h=0.050, h=0.1 için elde edilen sonsuz örgü kritik sıcaklık değerlerinin ($T_c = 6.691(28)$, $T_c = 6.723(15)$, $T_c = 6.793(52)$, $T_c = 6.938(85)$, $T_c = 6.997(62)$, $T_c = 7.284(45)$, $T_c = 7.797(51)$, $T_c = 8.539(3)$) Seri Açılım ($T_c = 6.6802$, $T_c = 6.682$) (94-95), Monte Carlo ($T_c = 6.6800$, $T_c = 6.6803$) (73,95) ve Creutz 'Cellular Automaton' ($T_c = 6.6800$, $T_c = 6.6700$) (44-49) değerleri ile uyumlu olmadığı görülmektedir. Sonuç olarak büyük manyetik alanlarda düzeltmeli sonsuz örgü kritik sıcaklık değerlerinin literatür değerlerinden saptığı görülmektedir.

5.2. Statik Kritik Üsler

5.2.1. Düzen Parametresi İçin Kritik Üsler

Renormalizasyon grup teorisine göre sonsuz örgü için düzen parametresinin sıcaklığa bağlılığı (68-83);

$$Mot^{\beta}Log^{1/3}t; \qquad T\langle T_c, T \to T_c$$
(5.5)

dir. Burada T_c sonsuz örgü için kritik sıcaklık, $t = \frac{T - T_c}{T_c}$ ise indirgenmiş sıcaklıktır.

Kritik üssün etkin değeri $\overline{\beta}$ ise;

$$Mat^{\overline{\beta}}; \qquad T\langle T_c, \qquad T \to T_c \tag{5.6}$$



verilmektedir.

1/L

Şekil 5.7. L=4, 6, 8 örgüleri ve h=0, h=0.00025, h=0.00050, h=0.001, h=0.0025, h=0.0050, h=0.01, h=0.025, h=0.050, h=0.1 için 1/L'ye karşılık $\beta(L)$ grafiği

Eşitlik 5.5. ve eşitlik 5.6'dan yararlanılarak elde edilen kritik üsler Çizelge 5.6'da verilmektedir. Şekil 5.7'de 1/*L* 'ye karşılık $\beta(L)$ grafikleri çizildiğinde doğruların kesim noktasından h=0, h=0.00025, h=0.00050, h=0.001, h=0.0025, h=0.0050, h=0.01, h=0.025, h=0.050, h=0.1 için $\beta = 0.507(1)$, $\beta = 0.501(1)$, $\beta = 0.487(7)$, $\beta = 0.484(44)$, $\beta = 0.482(1)$, $\beta = 0.474(71)$, $\beta = 0.431(69)$, $\beta = 0.403(36)$, $\beta = 0.385(16)$, $\beta = 0.360(14)$ değerleri elde edilmektedir. h=0 ve h=0,00025 için elde edilen bu değerler ($\beta = 0.507(1)$ ve $\beta = 0.501(1)$) $\beta = \frac{1}{2}$ renormalizasyon grup tahmini ile uyum halindedir. Dış manyetik alan arttığı zaman (h=0.00050, h=0.001, h=0.0025, h=0.0050, h=0.01, h=0.025, h=0.050, h=0.1) elde edilen kritik üsler ($\beta = 0.487(7)$, $\beta = 0.484(44)$, $\beta = 0.482(1)$, $\beta = 0.474(71)$, $\beta = 0.431(69)$, $\beta = 0.403(36)$, $\beta = 0.385(16)$, $\beta = 0.360(14)$) $\beta = \frac{1}{2}$ renormalizasyon grup tahmini ile uyum halindedir. Dış manyetik alan arttığı zaman (h=0.00050, h=0.001, h=0.0025, h=0.013, h=0.050, h=0.1) elde edilen kritik üsler ($\beta = 0.487(7)$, $\beta = 0.484(44)$, $\beta = 0.482(1)$, $\beta = 0.474(71)$, $\beta = 0.431(69)$, $\beta = 0.403(36)$, $\beta = 0.385(16)$, $\beta = 0.360(14)$) $\beta = \frac{1}{2}$ renormalizasyon grup tahmini ile uyum halinde hele tile term.

tahmini ile uyum halinde değildir.

5.3. Manyetik Duyarlılık (Alınganlık) için Kritik Üs

Renormalizasyon grup teorisine göre sonsuz örgü için manyetik alınganlığın (χ) sıcaklığa bağımlılığı (68-83);

$$\chi ot^{-\gamma} Log^{1/3}t; \qquad T \to T_c \tag{5.7}$$

ile verilmektedir. Kritik üssün etkin değeri;

$$\chi ot^{\overline{-\gamma}}; \qquad T \to T_c$$
 (5.8)

ile verilmektedir.

Sonlu boyutlu örgülerin (L) manyetik alınganlığa (χ)bağlılığı;

$$\chi(L)\alpha L^{\gamma/\nu} Log^{1/2}L; \quad T_c(\infty)$$
(5.9)

ile verilmektedir. Eşitlik 5.7. ve 5.8'den yararlanılarak elde edilen kritik üsler Çizelge 5.6'da verilmektedir. **Çizelge 5.6.** L= 4, 6, 8 örgüler ve h=0, h=0.00025, h=0.00050, h=0.001, h=0.0025,

h=0.0050,	h=0.01,	h=0.025,	h=0.050,	h=0.1	için	β ,	$\overline{\beta}$
$(T\langle T_c = 6.6$	802,	0.0005	$\leq t \leq 0.26$),	γ,		$\overline{\gamma}$
$(T \rightarrow T_c = 0)$	6.6802,0.0	$0005 \le t \le 0.$	26) ve	β (L), $\overline{\beta}$	(L) ($\Gamma\langle Tc^{\chi} angle$	(L),
$0.0005 \le t \le$	≤ 0.26), γ	$(L), \overline{\gamma}(L)$	$\Gamma \rightarrow T c^{\chi} (L)$), 0.0005	$\leq t \leq 0.$	26) kr	itik
üslerin değe	erleri						

L	$\overline{\beta}$ (L)	$\overline{\beta}$	$\overline{\gamma}(L)$	$\overline{\gamma}$	β (L)	β	γ (L)	γ	h
4	0.33(1)	0.50(4)	1.01(3)	0.96(4)	0.50(1)	0.50(1)	1.00(1)	0.98(7)	
6	0.32(3)	0.50(3)	1.00(1)	0.97(5)	0.50(1)	0.50(1)	1.00(2)	1.06(3)	0
8	0.32(31)	0.50(1)	0.99(2)	0.98(3)	0.50(1)	0.51(3)	1.01(5)	1.03(4)	•
4	0.32(23)	0.48(4)	0.99(2)	0.99(2)	0.49(3)	0.50(1)	0.99(9)	1.04(3)	
6	0.42(65)	0.48(2)	1.01(2)	0.99(2)	0.49(7)	0.50(1)	0.99(4)	1.04(2)	0.00025
8	0.33(73)	0.48(7)	1.00(1)	0.99(3)	0.49(3)	0.51(2)	0.99(3)	1.04(3)	
4	0.33(83)	0.49(8)	0.98(4)	1.00(1)	0.45(6)	0.49(6)	0.97(9)	0.99(2)	
6	0.31(90)	0.47(9)	0.99(3)	1.01(2)	0.48(2)	0.50(1)	0.97(8)	1.00(2)	0.00050
8	0.33(45)	0.47(1)	1.03(4)	1.02(2)	0.49(11)	0.50(1)	0.98(6)	0.99(4)	•
4	0.37(12)	0.46(5)	1.01(8)	1.03(3)	0.48(4)	0.48(3)	0.96(6)	1.02(2)	
6	0.39(1)	0.47(7)	1.00(5)	1.02(5)	0.47(8)	0.48(2)	0.96(7)	1.00(1)	0.001
8	0.34(4)	0.46(6)	0.99(8)	1.04(5)	0.46(9)	0.50(1)	0.96(8)	1.02(5)	

Çizelge 5.6. (devam)

4	0.35(7)	0.46(4)	1.04(9)	1.02(6)	0.47(6)	0.52(3)	0.95(4)	1.03(9)	
6	0.35(2)	0.48(6)	1.03(4)	1.04(4)	0.47(8)	0.50(2)	0.95(7)	1.02(3)	
8	0.33(8)	0.44(2)	1.00(2)	1.02(2)	0.47(5)	0.50(3)	0.95(5)	1.03(4)	0.0025
4	0.34(9)	0.45(5)	1.00(1)	1.03(4)	0.46(6)	0.50(1)	0.93(8)	1.02(2)	
6	0.36(2)	0.45(6)	1.00(1)	1.00(1)	0.46(4)	0.50(4)	0.93(6)	1.04(3)	
8	0.35(5)	0.45(4)	1.01(7)	1.01(3)	0.46(8)	0,50(2)	0.93(8)	1.00(2)	0.0050
4	0.41(3)	0.42(3)	1.00(1)	1.02(5)	0.42(6)	0.49(6)	0.92(8)	1.02(2)	
6	0.45(3)	0.42(4)	1.00(1)	1.03(3)	0.42(5)	0.50(1)	0.93(8)	1.01(7)	
8	0.46(2)	0.43(3)	1.00(1)	1.04(3)	0.42(5)	0.49(7)	0.93(5)	1.03(5)	0.01
4	0.38(4)	0.42(2)	0.99(6)	1.02(6)	0.39(4)	0.48(9)	0.90(8)	1.02(8)	
6	0.41(2)	0.41(2)	1.01(3)	1.04(6)	0.39(9)	0.49(4)	0.90(7)	0.99(2)	
8	0.35(8)	0.42(1)	0.99(3)	1.07(7)	0.39(8)	0.48(8)	0.90(3)	0.99(4)	0.025
4	0.40(9)	0.40(1)	1.01(3)	1.03(3)	0.37(5)	0.51(8)	0.88(8)	0.98(9)	
6	0.45(3)	0.41(1)	1.00(1)	1.04(4)	0.37(7)	0.51(9)	0.88(4)	0.99(4)	
8	0.49(7)	0.41(2)	1.01(3)	1.00(1)	0.37(7)	0.51(41)	0.88(7)	0.99(1)	0.050
4	0.34(2)	0.40(2)	0.99(5)	1.01(6)	0.35(5)	0.50(1)	0.86(6)	1.02(2)	
6	0.38(1)	0.39(3)	1.01(6)	1.00(2)	0.35(4)	0.54(5)	0.86(7)	1.03(2)	
8	0.33(3)	0.40(4)	1.02(8)	1.01(3)	0.35(4)	0.51(3)	0.86(9)	1.06(5)	0.1
		1		1	1	1	1	1	1



Şekil 5.8. L=4, 6, 8 örgüleri ve h=0, h=0.00025, h=0.00050, h=0.001, h=0.0025, h=0.0050, h=0.01, h=0.025, h=0.050, h=0.1 için 1/L'ye karşılık $\gamma(L)$ grafiği

Eşitlik 5.7. ve eşitlik 5.8'den yararlanılarak elde edilen kritik üsler çizelge 5.6'da verilmektedir. Şekil 5.8'de 1/*L* 'ye karşılık $\gamma(L)$ grafikleri çizildiğinde doğruların kesim noktasından h=0, h=0.00025, h=0.00050, h=0.001, h=0.0025, h=0.0050, h=0.01, h=0.025, h=0.050, h=0.1 için $\gamma = 1.001(91)$, $\gamma = 1.000(1)$, $\gamma = 0.990(95)$, $\gamma = 0.971(36)$, $\gamma = 0.961(4)$, $\gamma = 0.943(4)$, $\gamma = 0.936(4)$, $\gamma = 0.907(19)$, $\gamma = 0.893(40)$, $\gamma = 0.872(22)$ değerleri elde edilmektedir. h=0 ve h=0,00025 için elde edilen bu değerler ($\gamma = 1.001(1)$ ve $\gamma = 1.000(1)$) $\gamma = 1$ renormalizasyon grup

tahmini ile uyum halindedir. Dış manyetik alan arttığı zaman (h=0.00050, h=0.001, h=0.0025, h=0.0050, h=0.01, h=0.025, h=0.050, h=0.1) elde edilen kritik üsler $(\gamma = 0.990(95), \quad \gamma = 0.971(36), \quad \gamma = 0.961(4), \quad \gamma = 0.943(4), \quad \gamma = 0.936(4),$ $\gamma = 0.907(19), \quad \gamma = 0.893(40), \quad \gamma = 0.872(22)) \quad \gamma = 1$ renormalizasyon grup tahmini ile uyum halinde değildir. 5.9. eşitliğinden yararlanılarak elde edilen kritik üsler $\left(\frac{\gamma}{\nu}\right)_{c}, \quad \left(\frac{\gamma}{\nu}\right)_{max}$ Çizelge 5.7. ve Şekil 5.7'de verilmektedir.

Çizelge 5.7 $4 \le L \le 8$ örgü aralığında ve h=0, h=0.00025, h=0.00050, h=0.001, h=0.0025, h=0.0050, h=0.01, h=0.025, h=0.050, h=0.1 için $\chi_c Log^{-1/2}L$ ve $\chi_{max} Log^{-1/2}L$ ' nin L'ye karşı Log – Log grafiklerinin eğimi

L için aralık	$\left(\frac{\gamma}{v}\right)$ c	$\left(rac{\gamma}{v} ight)$ max	h
$4 \le L \le 8$	2.000(1)	2.000(1)	0
$4 \le L \le 8$	2.000(2)	2.000(1)	0.00025
$4 \le L \le 8$	1.935(4)	2.029(1)	0.00050
$4 \le L \le 8$	1.805(16)	2.045(1)	0.001
$4 \le L \le 8$	1.726(26)	1.984(1)	0.0025
$4 \le L \le 8$	1.554(41)	1.879(2)	0.0050
$4 \le L \le 8$	1.214(18)	1.681(18)	0.01
$4 \le L \le 8$	1.141(6)	1.646(24)	0.025
$4 \le L \le 8$	1.122(2)	1.629(15)	0.050
$4 \le L \le 8$	1.080(47)	1.548(91)	0.1



Şekil 5.9.a. h=0 için manyetik alınganlığın sonsuz örgü kritik sıcaklığındaki değerleri $\chi_c Log^{-1/2}L$ 'nin sonlu örgü doğrusal boyutuna karşı Log-Log grafiği ($4 \le L \le 8$)



Şekil 5.9.b. h=0.00025 için manyetik alınganlığın sonsuz örgü kritik sıcaklığındaki değerleri $\chi_c Log^{-1/2}L$ 'nin sonlu örgü doğrusal boyutuna karşı Log-Log grafiği ($4 \le L \le 8$)



Şekil 5.9.c. h=0.00050 için manyetik alınganlığın sonsuz örgü kritik sıcaklığındaki değerleri $\chi_c Log^{-1/2}L$ 'nin sonlu örgü doğrusal boyutuna karşı Log-Log grafiği ($4 \le L \le 8$)



Şekil 5.9.d. h=0.001 için manyetik alınganlığın sonsuz örgü kritik sıcaklığındaki değerleri $\chi_c Log^{-1/2}L$ 'nin sonlu örgü doğrusal boyutuna karşı Log-Log grafiği ($4 \le L \le 8$)



Şekil 5.9.e. h=0.0025 için manyetik alınganlığın sonsuz örgü kritik sıcaklığındaki değerleri $\chi_c Log^{-1/2}L$ 'nin sonlu örgü doğrusal boyutuna karşı Log-Log grafiği ($4 \le L \le 8$)



Şekil 5.9.f. h=0.0050 için manyetik alınganlığın sonsuz örgü kritik sıcaklığındaki değerleri $\chi_c Log^{-1/2}L$ 'nin sonlu örgü doğrusal boyutuna karşı Log-Log grafiği ($4 \le L \le 8$)



Şekil 5.9.g. h=0.01 için manyetik alınganlığın sonsuz örgü kritik sıcaklığındaki değerleri $\chi_c Log^{-1/2}L$ 'nin sonlu örgü doğrusal boyutuna karşı Log-Log grafiği ($4 \le L \le 8$)



Şekil 5.9.h. h=0.025 için manyetik alınganlığın sonsuz örgü kritik sıcaklığındaki değerleri $\chi_c Log^{-1/2}L$ 'nin sonlu örgü doğrusal boyutuna karşı Log-Log grafiği ($4 \le L \le 8$)



Şekil 5.9.i. h=0.050 için manyetik alınganlığın sonsuz örgü kritik sıcaklığındaki değerleri $\chi_c Log^{-1/2}L$ 'nin sonlu örgü doğrusal boyutuna karşı Log-Log grafiği $4 \le L \le 8$)



Şekil 5.9.j. h=0.1 için manyetik alınganlığın sonsuz örgü kritik sıcaklığındaki değerleri $\chi_c Log^{-1/2}L$ 'nin sonlu örgü doğrusal boyutuna karşı Log-Log grafiği ($4 \le L \le 8$)

Şekil 5.9'da h=0, h=0.00025, h=0.00050, h=0.001, h=0.0025, h=0.0050, h=0.01,
h=0.025, h=0.050, h=0.1 için doğruların eğimi
$$\left(\frac{\gamma}{\upsilon}\right)_{c}$$
 =2.000(1), $\left(\frac{\gamma}{\upsilon}\right)_{c}$ =2.000(2),
 $\left(\frac{\gamma}{\upsilon}\right)_{c}$ =1.936(4), $\left(\frac{\gamma}{\upsilon}\right)_{c}$ =1.806(16), $\left(\frac{\gamma}{\upsilon}\right)_{c}$ =1.727(26), $\left(\frac{\gamma}{\upsilon}\right)_{c}$ =1.554(41),
 $\left(\frac{\gamma}{\upsilon}\right)_{c}$ =1.214(18), $\left(\frac{\gamma}{\upsilon}\right)_{c}$ =1.141(6), $\left(\frac{\gamma}{\upsilon}\right)_{c}$ =1.123(2), $\left(\frac{\gamma}{\upsilon}\right)_{c}$ =1.080(47)

değerlerini vermektedir.



Şekil 5.10.a. h=0 için manyetik alınganlığın sonlu örgü kritik sıcaklığındaki değerleri $\chi_{max} Log^{-1/2} L$ 'nin sonlu örgü doğrusal boyutuna karşı Log-Log grafiği ($4 \le L \le 8$)



Şekil 5.10.b. h=0.00025 için manyetik alınganlığın sonlu örgü kritik sıcaklığındaki değerleri $\chi_{max} Log^{-1/2}L$ 'nin sonlu örgü doğrusal boyutuna karşı Log-Log grafiği ($4 \le L \le 8$)



Şekil 5.10.c. h=0.00050 için manyetik alınganlığın sonlu örgü kritik sıcaklığındaki değerleri $\chi_{\max} Log^{-1/2}L$ 'nin sonlu örgü doğrusal boyutuna karşı Log-Log grafiği ($4 \le L \le 8$)



Şekil 5.10.d. h=0.001 için manyetik alınganlığın sonlu örgü kritik sıcaklığındaki değerleri $\chi_{\max} Log^{-1/2}L$ 'nin sonlu örgü doğrusal boyutuna karşı Log-Log grafiği ($4 \le L \le 8$)



Şekil 5.10.e. h=0.0025 için manyetik alınganlığın sonlu örgü kritik sıcaklığındaki değerleri $\chi_{max} Log^{-1/2}L$ 'nin sonlu örgü doğrusal boyutuna karşı Log-Log grafiği ($4 \le L \le 8$)



Şekil 5.10.f. h=0.0050 için manyetik alınganlığın sonlu örgü kritik sıcaklığındaki değerleri $\chi_{max} Log^{-1/2}L$ 'nin sonlu örgü doğrusal boyutuna karşı Log-Log grafiği ($4 \le L \le 8$)



Şekil 5.10.g. h=0.01 için manyetik alınganlığın sonlu örgü kritik sıcaklığındaki değerleri $\chi_{max} Log^{-1/2}L$ 'nin sonlu örgü doğrusal boyutuna karşı Log-Log grafiği ($4 \le L \le 8$)



Şekil 5.10.h. h=0.025 için manyetik alınganlığın sonlu örgü kritik sıcaklığındaki değerleri $\chi_{max} Log^{-1/2}L$ 'nin sonlu örgü doğrusal boyutuna karşı Log-Log grafiği ($4 \le L \le 8$)



Şekil 5.10.i. h=0.050 için manyetik alınganlığın sonlu örgü kritik sıcaklığındaki değerleri $\chi_{max} Log^{-1/2}L$ 'nin sonlu örgü doğrusal boyutuna karşı Log-Log grafiği ($4 \le L \le 8$)



Şekil 5.10.j. h=0.1 için manyetik alınganlığın sonlu örgü kritik sıcaklığındaki değerleri $\chi_{max} Log^{-1/2}L$ 'nin sonlu örgü doğrusal boyutuna karşı Log-Log grafiği ($4 \le L \le 8$)

Şekil 5.10'daki doğruların eğimi h=0, h=0.00025, h=0.00050, h=0.001, h=0.0025, h=0.0050, h=0.01, h=0.025, h=0.050, h=0.1 için $\left(\frac{\gamma}{\upsilon}\right)_{max} = 2.000(1),$ $\left(\frac{\gamma}{\upsilon}\right)_{max} = 2.001(1), \left(\frac{\gamma}{\upsilon}\right)_{max} = 2.030(1), \left(\frac{\gamma}{\upsilon}\right)_{max} = 2.046(1), \left(\frac{\gamma}{\upsilon}\right)_{max} = 1.985(1),$ $\left(\frac{\gamma}{\upsilon}\right)_{max} = 1.880(2), \left(\frac{\gamma}{\upsilon}\right)_{max} = 1.681(18), \left(\frac{\gamma}{\upsilon}\right)_{max} = 1.647(24), \left(\frac{\gamma}{\upsilon}\right)_{max} = 1.630(15)$ ve $\left(\frac{\gamma}{\upsilon}\right)_{max} = 1.549(91)$ değerlerini vermektedir. h=0, h=0.00025 için elde edilen $\left(\frac{\gamma}{\upsilon}\right)_{c} = 2.000(1), \left(\frac{\gamma}{\upsilon}\right)_{c} = 2.000(2), \left(\frac{\gamma}{\upsilon}\right)_{max} = 2.000(1), \left(\frac{\gamma}{\upsilon}\right)_{max} = 2.001(1)$

değerleri $\frac{\gamma}{\nu} = 2$ renormalizasyon grup tahmini ile uyum halindedir. Dış manyetik

alan arttikça (h=0.00050, h=0.001, h=0.0025, h=0.0050, h=0.01, h=0.025, h=0.050,
h=0.1) elde edilen
$$\left(\frac{\gamma}{v}\right)_{c} = 1.936(4), \left(\frac{\gamma}{v}\right)_{c} = 1.806(16), \left(\frac{\gamma}{v}\right)_{c} = 1.727(26),$$

 $\left(\frac{\gamma}{v}\right)_{c} = 1.554(41), \left(\frac{\gamma}{v}\right)_{c} = 1.214(18), \left(\frac{\gamma}{v}\right)_{c} = 1.141(6), \left(\frac{\gamma}{v}\right)_{c} = 1.123(2),$
 $\left(\frac{\gamma}{v}\right)_{c} = 1.080(47), \left(\frac{\gamma}{v}\right)_{max} = 2.030(1), \left(\frac{\gamma}{v}\right)_{max} = 2.046(1), \left(\frac{\gamma}{v}\right)_{max} = 1.985(1),$
 $\left(\frac{\gamma}{v}\right)_{max} = 1.880(2), \left(\frac{\gamma}{v}\right)_{max} = 1.681(18), \left(\frac{\gamma}{v}\right)_{max} = 1.647(24), \left(\frac{\gamma}{v}\right)_{max} = 1.630(15)$
ve $\left(\frac{\gamma}{v}\right)_{max} = 1.549(91)$ değerleri $\frac{\gamma}{v} = 2$ renormalizasyon grup tahmini ile uyum

halinde değildir.

5.4. Özısı İçin Kritik Üs

Sonlu boyutlu örgülerin (L) öz ısıya bağlılığı (68-83);

$$C(L)\alpha L^{\alpha/\nu} Log^{1/3}L; \qquad T_c(\infty), \qquad T_c^C(L)$$
(5.10)

eşitliği ile verilmektedir



Şekil 5.11.a. h=0 için özısının sonsuz örgü kritik sıcaklığındaki değerleri $C_c Log^{-1/3}L$ 'nin sonlu örgü doğrusal boyutuna karşı Log–Log grafiği

($4\!\leq\!L\!\leq\!8$)



Şekil 5.11.b. h=0.00025 için özısının sonsuz örgü kritik sıcaklığındaki değerleri $C_c Log^{-1/3}L$ 'nin sonlu örgü doğrusal boyutuna karşı Log–Log grafiği ($4 \le L \le 8$)


Şekil 5.11.c. h=0.00050 için özısının sonsuz örgü kritik sıcaklığındaki değerleri $C_c Log^{-1/3}L$ 'nin sonlu örgü doğrusal boyutuna karşı Log-Log grafiği

 $(4 \le L \le 8)$



Şekil 5.11.d. h=0.001 için özısının sonsuz örgü kritik sıcaklığındaki değerleri $C_c Log^{-1/3}L$ 'nin sonlu örgü doğrusal boyutuna karşı Log-Log grafiği $(4 \le L \le 8)$



Şekil 5.11.e. h=0.0025 için özısının sonsuz örgü kritik sıcaklığındaki değerleri $C_c Log^{-1/3}L$ 'nin sonlu örgü doğrusal boyutuna karşı Log-Log grafiği

($4\!\leq\!L\!\leq\!8$)



Şekil 5.11.f. h=0.0050 için özısının sonsuz örgü kritik sıcaklığındaki değerleri $C_c Log^{-1/3}L$ 'nin sonlu örgü doğrusal boyutuna karşı Log-Log grafiği $(4 \le L \le 8)$



Şekil 5.11.g. h=0.01 için özısının sonsuz örgü kritik sıcaklığındaki değerleri $C_c Log^{-1/3}L$ 'nin sonlu örgü doğrusal boyutuna karşı Log-Log grafiği

 $(4 \le L \le 8)$



Şekil 5.11.h. h=0.025 için özısının sonsuz örgü kritik sıcaklığındaki değerleri $C_c Log^{-1/3}L$ 'nin sonlu örgü doğrusal boyutuna karşı Log-Log grafiği $(4 \le L \le 8)$



Şekil 5.11.i. h=0.050 için özısının sonsuz örgü kritik sıcaklığındaki değerleri $C_c Log^{-1/3}L$ 'nin sonlu örgü doğrusal boyutuna karşı Log-Log grafiği

($4\!\leq\!L\!\leq\!8$)



Şekil 5.11.j. h=0.1 için özısının sonsuz örgü kritik sıcaklığındaki değerleri $C_c Log^{-1/3}L$ 'nin sonlu örgü doğrusal boyutuna karşı Log-Log grafiği $(4 \le L \le 8)$

Şekil 5.11'deki h=0, h=0.00025, h=0.00050, h=0.001, h=0.0025, h=0.0050, h=0.01,
h=0.025, h=0.050, h=0.1 için doğruların eğimi
$$\left(\frac{\alpha}{v}\right)_{c} = -0.03(62), \left(\frac{\alpha}{v}\right)_{c} = -0.05(22), \left(\frac{\alpha}{v}\right)_{c} = -0.08(29), \left(\frac{\alpha}{v}\right)_{c} = -0.09(2), \left(\frac{\alpha}{v}\right)_{c} = -0.10(5), \left(\frac{\alpha}{v}\right)_{c} = -0.11(7), \left(\frac{\alpha}{v}\right)_{c} = -0.13(1), \left(\frac{\alpha}{v}\right)_{c} = -0.14(1), \left(\frac{\alpha}{v}\right)_{c} = -0.14(2), \left(\frac{\alpha}{v}\right)_{c} = -0.15(7)$$

değerlerini vermektedir.



Şekil 5.12.a. h=0 için özısının sonlu örgü kritik sıcaklığındaki değerleri $C_{\max} Log^{-1/3}L$ 'nin sonlu örgü doğrusal boyutuna karşı Log-Log grafiği ($4 \le L \le 8$)



Şekil 5.12.b. h=0.00025 için özısının sonlu örgü kritik sıcaklığındaki değerleri $C_{\max} Log^{-1/3}L$ 'nin sonlu örgü doğrusal boyutuna karşı Log-Log grafiği ($4 \le L \le 8$)



Şekil 5.12.c. h=0.00050 için özısının sonlu örgü kritik sıcaklığındaki değerleri $C_{\max} Log^{-1/3}L$ 'nin sonlu örgü doğrusal boyutuna karşı Log-Log grafiği ($4 \le L \le 8$)



Şekil 5.12.d. h=0.001 için özısının sonlu örgü kritik sıcaklığındaki değerleri $C_{\max} Log^{-1/3}L$ 'nin sonlu örgü doğrusal boyutuna karşı Log-Log grafiği ($4 \le L \le 8$)



Şekil 5.12.e. h=0.0025 için özısının sonlu örgü kritik sıcaklığındaki değerleri $C_{\max} Log^{-1/3}L$ 'nin sonlu örgü doğrusal boyutuna karşı Log-Log grafiği ($4 \le L \le 8$)



Şekil 5.12.f. h=0.0050 için özısının sonlu örgü kritik sıcaklığındaki değerleri $C_{\max} Log^{-1/3}L$ 'nin sonlu örgü doğrusal boyutuna karşı Log-Log grafiği ($4 \le L \le 8$)



Şekil 5.12.g. h=0.01 için özısının sonlu örgü kritik sıcaklığındaki değerleri $C_{\max} Log^{-1/3}L$ 'nin sonlu örgü doğrusal boyutuna karşı Log-Log grafiği ($4 \le L \le 8$)



Şekil 5.12.h. h=0.025 için özısının sonlu örgü kritik sıcaklığındaki değerleri $C_{\max} Log^{-1/3}L$ 'nin sonlu örgü doğrusal boyutuna karşı Log-Log grafiği ($4 \le L \le 8$)



Şekil 5.12.i. h=0.050 için özısının sonlu örgü kritik sıcaklığındaki değerleri $C_{\max} Log^{-1/3}L$ 'nin sonlu örgü doğrusal boyutuna karşı Log-Log grafiği ($4 \le L \le 8$)



Şekil 5.12.j. h=0.1 için özısının sonlu örgü kritik sıcaklığındaki değerleri $C_{\max} Log^{-1/3}L$ 'nin sonlu örgü doğrusal boyutuna karşı Log-Log grafiği ($4 \le L \le 8$)

Şekil 5.12'deki doğruların eğimi h=0, h=0.00025, h=0.00050, h=0.001, h=0.0025, h=0.0050, h=0.01, h=0.025, h=0.050, h=0.1 için $\left(\frac{\alpha}{v}\right)_{max} = -0.01(2), \left(\frac{\alpha}{v}\right)_{max} = -0.03(6), \left(\frac{\alpha}{v}\right)_{max} = -0.04(8), \left(\frac{\alpha}{v}\right)_{max} = -0.04(8), \left(\frac{\alpha}{v}\right)_{max} = -0.05(7), \left(\frac{\alpha}{v}\right)_{max} = -0.06(6), \left(\frac{\alpha}{v}\right)_{max} = -0.07(3), \left(\frac{\alpha}{v}\right)_{max} = -0.08(5), \left(\frac{\alpha}{v}\right)_{max} = -0.08(1)$ değerlerini vermektedir. Dış manyetik alan arttıkça (h=0, h=0.00025, h=0.00050, h=0.001, h=0.0025, h=0.0050, h=0.01, h=0.025, h=0.050, h=0.01, h=0.025, h=0.050, h=0.1) elde edilen $\left(\frac{\alpha}{v}\right)_{c} = -0.03(2), \left(\frac{\alpha}{v}\right)_{c} = -0.05(2), \left(\frac{\alpha}{v}\right)_{c} = -0.08(2), \left(\frac{\alpha}{v}\right)_{c} = -0.09(2),$

$$\begin{pmatrix} \frac{\alpha}{v} \\ \frac{\alpha}{v} \end{pmatrix}_{c} = -0.10(5), \quad \left(\frac{\alpha}{v} \right)_{c} = -0.11(7), \quad \left(\frac{\alpha}{v} \right)_{c} = -0.13(1), \quad \left(\frac{\alpha}{v} \right)_{c} = -0.14(1),$$

$$\begin{pmatrix} \frac{\alpha}{v} \\ \frac{\alpha}{v} \end{pmatrix}_{c} = -0.14(2), \quad \left(\frac{\alpha}{v} \right)_{c} = -0.15(7) \text{ ve } \left(\frac{\alpha}{v} \right)_{max} = -0.01(2), \quad \left(\frac{\alpha}{v} \right)_{max} = -0.03(6),$$

$$\begin{pmatrix} \frac{\alpha}{v} \\ \frac{\alpha}{v} \end{pmatrix}_{max} = -0.03(6), \quad \left(\frac{\alpha}{v} \right)_{max} = -0.04(8), \quad \left(\frac{\alpha}{v} \right)_{max} = -0.04(8), \quad \left(\frac{\alpha}{v} \right)_{max} = -0.05(7),$$

$$\left(\frac{\alpha}{\nu}\right)_{\max} = -0.06(6), \left(\frac{\alpha}{\nu}\right)_{\max} = -0.07(3), \left(\frac{\alpha}{\nu}\right)_{\max} = -0.08(5), \left(\frac{\alpha}{\nu}\right)_{\max} = -0.08(1)$$

değerleri $\left(\frac{\alpha}{v}\right) = 0$ renormalizasyon grup tahmini ile iyi uyumludur.

Çizelge 5.8. h=0, h=0.00025, h=0.00050, h=0.001, h=0.0025, h=0.0050, h=0.01, h=0.025, h=0.050, h=0.1 için $C_c Log^{-1/3}L$ 'nin ve $C_{max} Log^{-1/3}L$ 'nin

L'ye	karşı	Log –	Log	grafik	lerinin	eğim	i
-	,	0	<u> </u>	0		<u> </u>	

L için aralık	$\left(\frac{lpha}{v}\right)$ c	$\left(\frac{lpha}{v}\right)$ max	h
$4 \le L \le 8$	- 0.03(2)	- 0.01(2)	0
$4 \le L \le 8$	- 0.05(2)	- 0.03(6)	0.00025
$4 \le L \le 8$	- 0.08(2)	- 0.03(6)	0.00050
$4 \le L \le 8$	- 0.09(2)	- 0.04(8)	0.001
$4 \le L \le 8$	- 0.10(5)	- 0.04(8)	0.0025
$4 \le L \le 8$	- 0.11(7)	- 0.05(7)	0.0050
$4 \le L \le 8$	- 0.13(1)	- 0.06(6)	0.01
$4 \le L \le 8$	- 0.14(1)	- 0.07(3)	0.025
$4 \le L \le 8$	- 0.14(2)	- 0.08(5)	0.050
$4 \le L \le 8$	- 0.15(7)	- 0.08(1)	0.1

$$\text{Gizelge 5.8. ve Şekil 5.8'den } \left(\frac{\alpha}{v}\right)_{c} = -0.03(2), \left(\frac{\alpha}{v}\right)_{c} = -0.05(2), \left(\frac{\alpha}{v}\right)_{c} = -0.08(2), \left(\frac{\alpha}{v}\right)_{c} = -0.09(2), \left(\frac{\alpha}{v}\right)_{c} = -0.10(5), \left(\frac{\alpha}{v}\right)_{c} = -0.11(7), \left(\frac{\alpha}{v}\right)_{c} = -0.13(1), \left(\frac{\alpha}{v}\right)_{c} = -0.14(1), \left(\frac{\alpha}{v}\right)_{c} = -0.14(2), \left(\frac{\alpha}{v}\right)_{c} = -0.15(7), \alpha_{c} = -0.015(1), \alpha_{c} = -0.020(1), \alpha_{c} = -0.040(1), \alpha_{c} = -0.040(1), \alpha_{c} = -0.045(3), \alpha_{c} = -0.050(4), \alpha_{c} = -0.012(1), \alpha_{c} = -0.060(1), \alpha_{c} = -0.065(1), \alpha_{c} = -0.070(1), \alpha_{c} = -0.070(4), \left(\frac{\alpha}{v}\right)_{max} = -0.01(2), \left(\frac{\alpha}{v}\right)_{max} = -0.03(6), \left(\frac{\alpha}{v}\right)_{max} = -0.04(8), \left(\frac{\alpha}{v}\right)_{max} = -0.04(8), \left(\frac{\alpha}{v}\right)_{max} = -0.04(8), \left(\frac{\alpha}{v}\right)_{max} = -0.04(8), \left(\frac{\alpha}{v}\right)_{max} = -0.08(5), \left(\frac{\alpha}{v}\right)_{max} = -0.05(7), \left(\frac{\alpha}{v}\right)_{max} = -0.06(6), \left(\frac{\alpha}{v}\right)_{max} = -0.07(3), \left(\frac{\alpha}{v}\right)_{max} = -0.08(5), \left(\frac{\alpha}{v}\right)_{max} = -0.020(4), \alpha_{max} = -0.015(3), \alpha_{max} = -0.030(5), \left(\frac{\alpha}{w}\right)_{max} = -0.035(3), \alpha_{max} = -0.025(4), \alpha_{max} = -0.030(3), \alpha_{max} = -0.030(2), \alpha_{max} = -0.035(3), \alpha_{max} = -0.04(1) \text{ degerleri elde edilmektedir. Diş manyetik alan arttıkça (h=0, h=0.00025, h=0.0050, h=0.001, h=0.001, h=0.0025, h=0.0050, h=0.01, h=0.0025, h=0.0050, h=0.01, \alpha_{e} = -0.040(1), \alpha_{e} = -0.045(3), \alpha_{max} = -0.030(3), \alpha_{max} = -0.040(1), \alpha_{e} = -0.040(1), \alpha_{e} = -0.040(1), \alpha_{e} = -0.050(4), \alpha_{max} = -0.015(3), \alpha_{max} = -0.030(2), \alpha_{max} = -0.030(3), \alpha_{max} = -0.030(2), \alpha_{max} = -0.030(3), \alpha_{max} = -0.030(2), \alpha_{max} = -0.030(4), \alpha_{max} = -0.030(4), \alpha_{max} = -0.030(3), \alpha_{max} = -0.030(2), \alpha_{max} = -0.030(4), \alpha_{max} = -0.020(4), \alpha_{max} = -0.025(4), \alpha_{max} = -0.030(3), \alpha_{max} = -0.030(2), \alpha_{max} = -0.030(3), \alpha_{max} = -0.030(2), \alpha_{max} = -0.030(3), \alpha_{max} = -0.030(2), \alpha_{max} = -0.030(3), \alpha_{max} = -0.030(2), \alpha_{max} = -0.030(3), \alpha_{max} = -0.030(2), \alpha_{max} = -0.030(3), \alpha_{max} = -0.030(2), \alpha_{max} = -0.030(3), \alpha_{max} = -0.030(2), \alpha_{max} = -0.030(3), \alpha_{max} = -0.030(2), \alpha_{max} = -0.030(3), \alpha_{max} = -0.030(2), \alpha_{max} = -0.030(3), \alpha_{max} = -0$$

5.5. Dört Boyutlu Ising Modelinin Sonlu Örgü Ölçekleme Fonksiyonları

d=4 boyut için sonlu örgü ölçekleme bağıntıları Privman ve Fisher (44,79,83,87) tarafından

$$M_{L}(t) = L^{-\beta/\nu} Log^{1/4} LF(tL^{2} Log^{1/6}L, hL^{3} \log^{1/4}L)$$
(5.11)

$$\chi_L(t) = L^{\gamma/\nu} Log^{1/2} LF(tL^2 Log^{1/6}L, hL^3 \log^{1/4}L)$$
(5.12)

$$C_L(t) = L^{\alpha/\nu} Log^{1/3} LF(tL^2 Log^{1/6}L, hL^3 \log^{1/4}L)$$
(5.13)

h=0 için;

$$M_{L}(t) = L^{-\beta/\nu} Log^{1/4} LF(tL^{2} Log^{1/6} L)$$
(5.14)

$$\chi_L(t) = L^{\gamma/\nu} Log^{1/2} LF(tL^2 Log^{1/6}L)$$
(5.15)

$$C_{L}(t) = L^{\alpha/\nu} Log^{1/3} LF(tL^{2} Log^{1/6} L)$$
(5.16)

eşitlikleri ile verilmektedir.



Şekil 5.13.a. L=4,6,8 örgüleri ve h=0 için manyetizasyonun sıcaklıkla değişimi



Şekil 5.13.b. L=4,6,8 örgüleri ve h=0.00025 için manyetizasyonun sıcaklıkla değişimi



Şekil 5.13.c. L=4,6,8 örgüleri ve h=0.00050 için manyetizasyonun sıcaklıkla değişimi



Şekil 5.13.d. L=4,6,8 örgüleri ve h=0.001 için manyetizasyonun sıcaklıkla değişimi



Şekil 5.13.e. L=4,6,8 örgüleri ve h=0.0025 için manyetizasyonun sıcaklıkla değişimi



Şekil 5.13.f. L=4,6,8 örgüleri ve h=0.0050 için manyetizasyonun sıcaklıkla değişimi



Şekil 5.13.g. L=4,6,8 örgüleri ve h=0.01 için manyetizasyonun sıcaklıkla değişimi



Şekil 5.13.h. L=4,6,8 örgüleri ve h=0.025 için manyetizasyonun sıcaklıkla değişimi



Şekil 5.13.i. L=4,6,8 örgüleri ve h=0.050 için manyetizasyonun sıcaklıkla değişimi



Şekil 5.13.j. L=4,6,8 örgüleri ve h=0.1 için manyetizasyonun sıcaklıkla değişimi



Şekil 5.14.a. L=4 örgüsü ve h=0, h=0.00025, h=0.00050, h=0.001, h=0.0025, h=0.0050, h=0.01, h=0.025, h=0.050, h=0.1 için manyetizasyonun (M) sıcaklıkla (T) değişimi



Şekil 5.14.b. L=6 örgüsü ve h=0, h=0.00025, h=0.00050, h=0.001, h=0.0025, h=0.0050, h=0.01, h=0.025, h=0.050, h=0.1 için manyetizasyonun (M) sıcaklıkla (T) değişimi



Şekil 5.14.c. L=8 örgüsü ve h=0, h=0.00025, h=0.00050, h=0.001, h=0.0025, h=0.0050, h=0.01, h=0.025, h=0.050, h=0.1 için manyetizasyonun (M) sıcaklıkla (T) değişimi



Şekil 5.15.a. L=4 örgüsü ve h=0, h=0.00025, h=0.00050, h=0.001, h=0.0025, h=0.0050, h=0.01, h=0.025, h=0.050, h=0.1 için manyetizasyonun (M) dış manyetik alanla (h) değişimi (T=6.000(23), T=6.300(12), T=6.680(2), T=6.800(4), T=7.000(3))



Şekil 5.15.b. L=6 örgüsü ve h=0, h=0.00025, h=0.00050, h=0.001, h=0.0025, h=0.0050, h=0.01, h=0.025, h=0.050, h=0.1 için manyetizasyonun (M) dış manyetik alanla (h) değişimi (T=6.000(23), T=6.300(12), T=6.680(2), T=6.800(4), T=7.000(3))



Şekil 5.15.c. L=8 örgüsü ve h=0, h=0.00025, h=0.00050, h=0.001, h=0.0025, h=0.0050, h=0.01, h=0.025, h=0.050, h=0.1 için manyetizasyonun (M) dış manyetik alanla (h) değişimi (T=6.000(23), T=6.300(12), T=6.680(2), T=6.800(4), T=7.000(3))

Şekil 5.15. incelendiğinde dış manyetik alanlar attırıldığı zaman manyetizasyon değerleri artmasına rağmen sıcaklık değerleri attıkça manyetizasyon değerleri azalmaktadır.



Şekil 5.16.a. h=0 için ölçeklenmiş manyetizasyonun ölçeklenmiş sıcaklığa göre

değişimi
$$(4 \le L \le 8), (T_c = 6.6802(2)), (\frac{\beta}{v}) = 1$$



Şekil 5.16.b. h=0.00025 için ölçeklenmiş manyetizasyonun ölçeklenmiş sıcaklığa

göre değişimi $(4 \le L \le 8), (T_c = 6.6802(2)), (\frac{\beta}{v}) = 1$



Şekil 5.16.c. h=0.00050 için ölçeklenmiş manyetizasyonun ölçeklenmiş sıcaklığa

göre değişimi $(4 \le L \le 8), (T_c = 6.6802(2)), (\frac{\beta}{v}) = 1$



Şekil 5.16.d. h=0.001 için ölçeklenmiş manyetizasyonun ölçeklenmiş sıcaklığa göre

grafiği
$$(4 \le L \le 8), (T_c = 6.6802(2)), (\frac{\beta}{v}) = 1$$



Şekil 5.16.e. h=0.0025 için ölçeklenmiş manyetizasyonun ölçeklenmiş sıcaklığa göre

değişimi
$$(4 \le L \le 8), (T_c = 6.6802(2)), (\frac{\beta}{\nu}) = 1$$



Şekil 5.16.f. h=0.0050 için ölçeklenmiş manyetizasyonun ölçeklenmiş sıcaklığa göre

değişimi
$$(4 \le L \le 8), (T_c = 6.6802(2)), (\frac{\beta}{\nu}) = 1$$



Şekil 5.16.g. h=0.01 için ölçeklenmiş manyetizasyonun ölçeklenmiş sıcaklığa göre

değişimi
$$(4 \le L \le 8), (T_c = 6.6802(2)), (\frac{\beta}{\nu}) = 1$$



Şekil 5.16.h. h=0.025 için ölçeklenmiş manyetizasyonun ölçeklenmiş sıcaklığa göre

değişimi
$$(4 \le L \le 8), (T_c = 6.6802(2)), (\frac{\beta}{\nu}) = 1$$



Şekil 5.16.i. h=0.050 için ölçeklenmiş manyetizasyonun ölçeklenmiş sıcaklığa göre

değişimi
$$(4 \le L \le 8), (T_c = 6.6802(2)), (\frac{\beta}{\nu}) = 1$$



Şekil 5.16.j. h=0.1 için ölçeklenmiş manyetizasyonun ölçeklenmiş sıcaklığa göre

değişimi
$$(4 \le L \le 8), (T_c = 6.6802(2)), (\frac{\beta}{\nu}) = 1$$

Şekil 5.16.a., b., c. ve d. grafikleri incelendiğinde küçük dış alanlarda dataların üst üste geldiği büyük dış alanlarda ise dataların üst üste gelmediği görülmektedir. Bu da ölçekleme bağıntılarının küçük dış alanlarda geçerli büyük dış alanlarda geçerli olmadığını göstermektedir.



Şekil 5.17.a. h=0 için ölçeklenmiş manyetik alınganlığın, ölçeklenmiş sıcaklığa göre

değişimi
$$(4 \le L \le 8), (T_c = 6.6802(2)), (\frac{\gamma}{\nu}) = 2$$



Şekil 5.17.b. h=0.00025 için ölçeklenmiş manyetik alınganlığın, ölçeklenmiş

sıcaklığa göre değişimi
$$(4 \le L \le 8), (T_c = 6.6802(2)), (\frac{\gamma}{\nu}) = 2$$



Şekil 5.17.c. h=0.00050 için ölçeklenmiş manyetik alanın, ölçeklenmiş sıcaklığa

göre değişimi
$$(4 \le L \le 8), (T_c = 6.6802(2)), (\frac{\gamma}{v}) = 2$$



Şekil 5.17.d. h=0.001 için ölçeklenmiş manyetik alanın, ölçeklenmiş sıcaklığa göre

değişimi
$$(4 \le L \le 8), (T_c = 6.6802(2)), (\frac{\gamma}{\nu}) = 2$$



Şekil 5.17.e. h=0.0025 için ölçeklenmiş manyetik alanın, ölçeklenmiş sıcaklığa göre

değişimi
$$(4 \le L \le 8), (T_c = 6.6802(2)), (\frac{\gamma}{\nu}) = 2$$



Şekil 5.17.f. h=0.0050 için ölçeklenmiş manyetik alanın, ölçeklenmiş sıcaklığa göre

değişimi
$$(4 \le L \le 8), (T_c = 6.6802(2)), (\frac{\gamma}{\nu}) = 2$$



Şekil 5.17.g. h=0.01 için ölçeklenmiş manyetik alanın, ölçeklenmiş sıcaklığa göre

değişimi
$$(4 \le L \le 8), (T_c = 6.6802(2)), (\frac{\gamma}{\nu}) = 2$$



Şekil 5.17.h. h=0.025 için ölçeklenmiş manyetik alanın, ölçeklenmiş sıcaklığa göre

değişimi
$$(4 \le L \le 8), (T_c = 6.6802(2)), (\frac{\gamma}{v}) = 2$$



Şekil 5.17.i. h=0.050 için ölçeklenmiş manyetik alanın, ölçeklenmiş sıcaklığa göre

değişimi
$$(4 \le L \le 8), (T_c = 6.6802(2)), (\frac{\gamma}{\nu}) = 2$$



Şekil 5.17.j. h=0.1 için ölçeklenmiş manyetik alanın, ölçeklenmiş sıcaklığa göre

değişimi
$$(4 \le L \le 8), (T_c = 6.6802(2)), (\frac{\gamma}{\upsilon}) = 2$$

Şekil 5.16.a., b., c ve d grafikleri incelendiğinde küçük dış alanlarda dataların üst üste geldiği büyük dış alanlarda ise dataların üst üste gelmediği görülmektedir. Bu da ölçekleme bağıntılarının küçük dış alanlarda geçerli büyük dış alanlarda geçerli olmadığını göstermektedir.





$$(4 \le L \le 8), (T_c = 6.6802(2)), (\frac{\alpha}{\nu}) = 0$$



Şekil 5.18.b. h=0.00025 için ölçeklenmiş özısının, ölçeklenmiş sıcaklığa göre

değişimi
$$(4 \le L \le 8), (T_c = 6.6802(2)), (\frac{\alpha}{\nu}) = 0$$



Şekil 5.18.c. h=0.00050 için ölçeklenmiş özısının, ölçeklenmiş sıcaklığa göre

değişimi
$$(4 \le L \le 8), (T_c = 6.6802(2)), (\frac{\alpha}{\nu}) = 0$$



Şekil 5.18.d. h=0.001 için ölçeklenmiş özısının, ölçeklenmiş sıcaklığa göre değişimi

$$(4 \le L \le 8), (T_c = 6.6802(2)), (\frac{\alpha}{v}) = 0$$



Şekil 5.18.e. h=0.0025 için ölçeklenmiş özısının, ölçeklenmiş sıcaklığa göre değişimi

$$(4 \le L \le 8), (T_c = 6.6802(2)), (\frac{\alpha}{\nu}) = 0$$



Şekil 5.18.f. h=0.0050 için ölçeklenmiş özısının, ölçeklenmiş sıcaklığa göre değişimi

$$(4 \le L \le 8), (T_c = 6.6802(2)), (\frac{\alpha}{v}) = 0$$



Şekil 5.18.g. h=0.01 için ölçeklenmiş özısının, ölçeklenmiş sıcaklığa göre değişimi

$$(4 \le L \le 8), (T_c = 6.6802(2)), (\frac{\alpha}{\nu}) = 0$$


Şekil 5.18.h. h=0.025 için ölçeklenmiş özısının, ölçeklenmiş sıcaklığa göre değişimi

$$(4 \le L \le 8), (T_c = 6.6802(2)), (\frac{\alpha}{v}) = 0$$



Şekil 5.18.i. h=0.050 için ölçeklenmiş özısının, ölçeklenmiş sıcaklığa göre değişimi

$$(4 \le L \le 8), (T_c = 6.6802(2)), (\frac{\alpha}{\nu}) = 0$$



Şekil 5.18.j. h=0.1 için ölçeklenmiş özısının, ölçeklenmiş sıcaklığa göre değişimi

$$(4 \le L \le 8), (T_c = 6.6802(2)), (\frac{\alpha}{\nu}) = 0$$

Şekil 5.18. incelendiğinde h=0, h=0.00025 için kritik bölgede ölçeklemenin geçerli olduğu, kritik bölgenin altında ve üstünde ölçeklemenin geçerli olmadığı, h=0.00050, h=0.001, h=0.0025, h=0.0050, h=0.01, h=0.025, h=0.050, h=0.1 için ise tüm bölgelerde ölçeklemenin geçerli olmadığı görülmektedir.

5.6. Binder Parametresi

d=4 için Binder parametresi, Binder tarafından (62-79);

$$g_{L} = \frac{\left\langle S^{4} \right\rangle_{L}}{\left\langle S^{2} \right\rangle_{L}} - 3 = \left[\frac{\chi_{L}^{4}}{L^{4} \chi_{L}^{4}} \right]_{h=0}$$
(5.17)

verilmektedir. Binder parametresi için ölçekleme ifadesi ise (44,62,79);

$$g_L(t) = F(tL^2 Log^{1/6}L)$$
(5.18)

ile verilmektedir.



Şekil 5.19.a. h=0 için Binder parametresinin (g_L) sıcaklıkla (T) değişimi



Şekil 5.19.b. h=0.00025 için Binder parametresinin (g_L) sıcaklıkla (T) değişimi



Şekil 5.19.c. h=0.00050 için Binder parametresinin (g_L) sıcaklıkla (T) değişimi



Şekil 5.19.d. h=0.001 için Binder parametresinin (g_L) sıcaklıkla (T) değişimi



Şekil 5.19.e. h=0.0025 için Binder parametresinin (g_L) sıcaklıkla (T) değişimi



Şekil 5.19.f. h=0.0050 için Binder parametresinin (g_L) sıcaklıkla (T) değişimi



Şekil 5.19.g. h=0.01 için Binder parametresinin (g_L) sıcaklıkla (T) değişimi



Şekil 5.19.h. h=0.025 için Binder parametresinin (g_L) sıcaklıkla (T) değişimi



Şekil 5.19.i. h=0.050 için Binder parametresinin (g_L) sıcaklıkla (T) değişimi



Şekil 5.19.j. h=0.1 için Binder parametresinin (g_L) sıcaklıkla (T) değişimi



Şekil 5.20.a. L=4 örgüsü ve h=0, h=0,00025, h=0,00050, h=0,001, h=0,0025, h=0,0050, h=0,01, h=0,025, h=0,050, h=0,1 için Binder parametresinin (g_L) sıcaklıkla (T) değişimi



Şekil 5.20.b. L=6 örgüsü ve h=0, h=0,00025, h=0,00050, h=0,001, h=0,0025, h=0,0050, h=0,01, h=0,025, h=0,050, h=0,1 için Binder parametresinin (g_L) sıcaklıkla (T) değişimi



Şekil 5.20.c. L=8 örgüsü ve h=0, h=0,00025, h=0,00050, h=0,001, h=0,0025, h=0,0050, h=0,01, h=0,025, h=0,050, h=0,1 için Binder parametresinin (g_L) sıcaklıkla (T) değişimi

Şekil 5.20'deki eğrilerin kesim noktasından Çizelge 5.9'daki değerler elde edilmiştir.

Çizelge 5.9. h=0, h=0.00025, h=0.00050, h=0.001, h=0.0025, h=0.0050, h=0.01, h=0.025, h=0.050, h=0.1 için Binder parametresi eğrilerinin kesişmesinden elde edilen (g_L) değerleri

(g_L)	h
- 0.90(1)	0
- 0.91(1)	0.00025
- 0.93(1)	0.00050
- 0.96(3)	0.001
- 0.98(3)	0.0025
- 1.01(1)	0.0050
- 1.05(5)	0.01
- 1.08(5)	0.025
- 1.09(5)	0.050
- 1.12(1)	0.1



Şekil 5.21.a. h=0 için Binder parametresinin ölçeklenmiş sıcaklığa karşı değişimi



Şekil 5.21.b. h=0.00025 için Binder parametresinin ölçeklenmiş sıcaklığa karşı değişimi $(4 \le L \le 8), (T_c = 6.6802(2))$



Şekil 5.21.c. h=0.00050 için Binder parametresinin ölçeklenmiş sıcaklığa karşı değişimi $(4 \le L \le 8), (T_c = 6.6802(2))$



Şekil 5.21.d. h=0.001 için Binder parametresinin ölçeklenmiş sıcaklığa karşı değişimi $(4 \le L \le 8), (T_c = 6.6802(2))$



Şekil 5.21.e. h=0.0025 için Binder parametresinin ölçeklenmiş sıcaklığa karşı değişimi $(4 \le L \le 8), (T_c = 6.6802(2))$



Şekil 5.21.f. h=0.0050 için Binder parametresinin ölçeklenmiş sıcaklığa karşı değişimi $(4 \le L \le 8), (T_c = 6.6802(2))$



Şekil 5.21.g. h=0.01 için Binder parametresinin ölçeklenmiş sıcaklığa karşı değişimi

 $(4 \le L \le 8), (T_c = 6.6802(2))$ ♦ L=4 -0.9 ♦ L=6 -1.1 ∆ L=8 -1.3 -1.5 \mathbf{g}_{L} -1.7 -1.9 A\/# -2.1 -2.3 -10 -5 0 5 10 15 $tL^2Log^{-1/6}(L)$

Şekil 5.21.h. h=0.025 için Binder parametresinin ölçeklenmiş sıcaklığa karşı değişimi $(4 \le L \le 8), (T_c = 6.6802(2))$



Şekil 5.21.i. h=0.050 için Binder parametresinin ölçeklenmiş sıcaklığa karşı değişimi



$$(4 \le L \le 8), (T_c = 6.6802(2))$$

Şekil 5.21.j. h=0.1 için Binder parametresinin ölçeklenmiş sıcaklığa karşı değişimi

$$(4 \le L \le 8), (T_c = 6.6802(2))$$

Şekil 5.21'de ise Binder parametresinin 5.18. eşitliğine göre ölçeklenmiş sıcaklıkla değişimi çizilmiştir. h=0, h=0.00025, h=0.00050, h=0.001 için dataların üst üste geldiği h=0.0025, h=0.0050, h=0.01, h=0.025, h=0.050, h=0.1 için ise dataların üst üste gelmediği görülmektedir. Buda bize h=0, h=0.00025, h=0.00050, h=0.001 için ölçeklemenin geçerli olduğunu h=0.0025, h=0.0050, h=0.01, h=0.025, h=0.050, h=0.1 için ise ölçeklemenin geçerli olmadığını göstermektedir. Sonuç olarak dış manyetik alan artıkça ölçekleme bağıntısı geçerliliğini yitirmektedir. Şekil 5.22'de ise; h=0, h=0.00025, h=0.00050, h=0.001 h=0.0025, h=0.0050, h=0.01, h=0.025, h=0.050, h=0.1 için Binder parametresinin (g_L) örgü uzunluğuna (L) göre grafiği çizilmiştir.



Şekil 5.22. h=0, h=0.00025, h=0.00050, h=0.001, h=0.0025, h=0.0050, h=0.01, h=0.025, h=0.050, h=0.1 için Binder parametresi (g_L) 'nin örgü uzunluğu (L)'ye karşı değişimi

Şekil 5.22'deki eğrilerin kesim noktasından h=0, h=0.00025, h=0.00050, h=0.001, h=0.0025, h=0.0050, h=0.01, h=0.025, h=0.050, h=0.1 için; $g_L = -0.90(1)$, $g_L = -0.91(1)$, $g_L = -0.94(1)$, $g_L = -0.97(3)$, $g_L = -0.99(3)$, $g_L = -1.02(1)$, $g_L = -1.05(5)$, $g_L = -1.08(5)$, $g_L = -1.09(5)$, $g_L = -1.13(1)$ değerleri elde edilmiştir. Tüm dış manyetik alanlar için elde edilen değerler $g_L(T_c) \cong 0.81156$ (81) teorik değerle uyum halinde değildir. Fakat h=0, h=0.00025, h=0.00050, h=0.001 edilen değerler $g_L = -0.90(1)$, $g_L = -0.91(1)$, $g_L = -0.94(1)$, elde için $g_{L} = -0.97(3)$ simülasyonlardan elde edilen $g_{L}(T_{c}) = -0.958 \pm 0.050$ (63,64), $g_L(T_c) = -0.967 \pm 0.016$ (53) değerlerle uyum halindedir. h=0.0025, h=0.0050, h=0.01, h=0.025, h=0.050, h=0.1 için elde edilen değerler $g_L = -0.99(3)$, $g_L = -1.02(1)$, $g_L = -1.05(5)$, $g_L = -1.08(5)$, $g_L = -1.09(5)$, $g_L = -1.13(1)$ ise edilen $g_{I}(T_{c}) = -0.958 \pm 0.050$ (63,64), simülasyonlardan elde $g_L(T_c) = -0.967 \pm 0.016$ (53) değerlerle uyum halinde değildir.

KAYNAKLAR

- F. Emen, +3 Değerli Demir Ve Nikel İyonları İçeren LiFe1-xNixO2 Bileşiklerinin Manyetik Özellikleri. Yüksek Lisans Tezi. Çukurova Üniversitesi, Adana, 2005.
- Yeomans, J. M., Statistical Mechanics of Phase Transitions. 1–153.
 Clarendon Press, Oxford, 1992.
- (3) Matis, D.C., 1981. The Theory of Magnetism, Springer Verlag.
- Keller, F.J., Gettys, W.E., Skove, M.J., 1996. Fizik 2. Cilt Literatür Yayıncılık İstanbul, 1025 s.
- (5) Kıymaç, K, 2003. Magnetizma Ders Notları.
- (6) B. Özçelik, 1986. Oda Sıcaklığında Manyetik Maddelerin Mıknatıslanmasını Ölçen Bir Magnetometre Yapımı Kalibrasyonu ve Ön Ölçümler. Yüksek Lisans Tezi. Çukurova Üniversitesi, 76 s.
- (7) Öner, Y., 1985. Ferromagnetizma ve Antiferromagnetizma. Tübitak-H.Ü., Katıhal Yüksek Lisans Yaz Okulu, 61 s.
- (8) Onaran, K., 1993. Malzeme Bilimi. Bilim Teknik Yayınevi İstanbul, 368 s.
- (9) Huang, K., Statistical Mechanics. 341–398. John Wiley and Sons, Inc., 1987.
- (10) Ising, E., Beitrag zur Theorie des Ferromagnetismus, Z.Physik. 31: 253–258, 1925.
- (11) Onsager, L., Crystal Statistics I. A Two-Dimensional Model with an Order-Disorder Transition, Phys. Rev. 65: 117, 1944.

- (12) Blume, M., Emery, V.J., Griffiths, R.B., Ising Model for the λ transition and phase separation in He3-He4 mixtures, Phys. Rev. A. 4: 1071–1077, 1971.
- Rosengren, A., Häggkvist, R., Rigorous solution of a two-dimensional Blume-Emery-Griffiths model, Phys.Rev.Lett. 63: 660–663, 1989.
- (14) Lapinskas, S., Rosengren, A., Blume-Emery-Griffiths model on three dimensional lattices: Consequences for the antiferromagnetic Potts model, Phys. Rev. B. 49: 15190–15196, 1994.
- (15) Shick, M., Shih, W.H., Spin–1 model of a microemulsion, Phys. Rev. B. 34:
 1797– 1801, 1986.
- (16) Kutlu, B., The Simulation of 2D Spin–1 Ising Model with the bilinear and positive Biquadratic Interaction on a Cellular Automaton, Int. J. of Mod. Phys. C. 10: 1305–1320, 2003.
- (17) Solak, A., Kutlu, B., The Critical Behavior of the 2D Ising Model with the Bilinear and Positive Biquadratic nearest neighbor interactions on a Cellular Automaton, Int. J. Mod. Phys. C. 15: 1425–1438, 2004.
- (18) Kutlu, B., Özkan, A., Seferoğlu, N., Solak, A. and Binal, B., The Tricritical Behavior of the 3D Blume-Capel Model on a Cellular Automaton, Int. J. Mod. Phys. C. 16: 933–950, 2005.
- (19) Özkan, A., Seferoğlu, N. and Kutlu, B., Critical Exponents of the Three Dimensional Blume-Capel Model on a Cellular Automaton, Physica A. 362: 327–337, 2006.
- (20) Seferoğlu, N., Özkan, A. and Kutlu, B., Finite Size Effect for the First-Order Phase Transition of the Three Dimensional Blume-Capel Model on a Cellular Automaton, Chineese Phys.Lett. 23: 2526–2529, 2006.

- (21) Seferoğlu, N., Kutlu, B., Reentrant Phase Transition of the Blume-Emery-Griffiths Model for a Simple Cubic Lattice on a CellularAutomaton, Physica A. 374: 165–172, 2007.
- (22) Z. Merdan, Altı Boyutlu Ising Modelin Creutz "Cellular Automaton"ında İncelenmesi. Doktora Tezi. Gazi Üniversitesi, Ankara, 2003.
- (23) Frenkel, D., Smit, B., Understanding Molecular Simulation: from Algorithms to Applications. 204. Academic Press, 1996.
- (24) Hermann, D. W., Computer Simulation Methods in Theoretical Physics. 1-148. Springer-Verlag, 1989.
- (25) Binney, J. J., Dowrick, N. J., Fisher, A. J., and Newman, M. E. J., The Teory of Critical Phenomena An Introduction to the Renormalization Group. 1-453. Oxford University Press, Oxford, 1992.
- (26) Metropolis, N., Rosenbluth, A. W., Rosenbluth, M. N., Teller, E., Equation of State Calculations by Fast Computing Machines, J. Chem. Phys. 21: 1087, 1953.
- (27) Creutz, M., Microcanonical Monte Carlo Simulation, Phys. Rev. Lett. 50: 1411, 1983.
- (28) Creutz, M., Deterministic Ising Dynamics, Ann. of Physics. 167: 62–73, 1986.
- Wolfram, S., Theory and Applications of Cellular Automaton. 1–50, 91–125, 343–357. World Scientific, 1986.
- (30) Wolfram, S., Universaity and Complexity in Cellular Automata, Physica D. 10: 1–35, 1984.

- (31) Wolfram, S., Statistical Mechanics of Cellular Automaton, Rev. Mod. Phys. 55: 601–651, 1983.
- (32) Vichniac, G.Y., Simulating Physics with Cellular Automata, Physica D. 10: 96-116, 1984.
- (33) Pomeau, Y., Invariant in Cellular Automata, J. Phys.A: Math. Gen. 17: 415–418, 1984.
- (34) Herrmann, H.J., Fast Algorithm for The Simulation of Ising Model, J. of Stat. Phys. 45: 145–151, 1986.
- (35) Aktekin, N., The Simulation of the Ising Model on the Creutz Cellular Automaton Annual Reviews of Computational Physics VII. 1–23. Ed: by D. Stauffer, World Scientific, Singapore, 2000.
- (36) Aktekin, N., Simulation of the Two-Dimensional Ising Model on the Creutz Cellular Automaton Physica A. 219: 436–446, 1995.
- (37) B. Kutlu, İki Boyutlu Ising Modelin Creutz Cellular Automaton'da İncelenmesi. Doktora Tezi. Gazi Üniversitesi, Ankara, 1996.
- (38) Kutlu, B., Critical Behavior of the Two-dimensional Ising Model with Next-Nearest Neighbor Antiferromagnetic Interaction on the Creutz Cellular Automaton, Physica A. 234: 807–818, 1996.
- (39) Kutlu, B., Critical Exponents of the Two-Dimensional Ising Model with Next-Nearest-Neighbor and Four-Spin Interactions on the Creutz Cellular Automaton, Physica A. 243: 199–212, 1997.
- (40) Kutlu B., Aktekin N., Critical Slowing Down in Ising Model for Creutz Algoritm, Physica A. 208: 423–430, 1994.

- (41) A. Özkan, İki Boyutlu Ising Model İçin Şekil Etkisinin Creutz Cellular Automaton ile İncelenmesi. Doktora Tezi. Gazi Üniversitesi, Ankara, 2001.
- (42) Aktekin, N., Simulation of the 3-Dimensional Ising Model on the Creutz Cellular Automaton, Physica A. 219: 436–446, 1995.
- (43) G. Mülazımoğlu Kızılırmak, Dört Boyutlu Ising Modelinin $(18,20,22)_3^4$ ve $(18,20,22)_4^4$ Örgülerinde Creutz Cellular Automaton ile İncelenmesi. Doktora Tezi. Gazi Üniversitesi, Ankara, 2009.
- (44) Aktekin, N., The finite-size scaling functions of the four-dimensional Ising model, Journal Of Statistical Physics. 104: 1397–1406, 2001.
- (45) Aktekin N., Gunen A., Saglam Z., A finite-size scaling study of the fourdimensional Ising model on the Creutz cellular automation, Int. J. Mod. Phys. C. 10: 621-633, 1999.
- (46) Merdan, Z., Boyacıoğlu, B., Günen, A., and Sağlam, Z., The Simulation of the Four-Dimensional Ising Model on the Creutz Cellular Automaton, Bulletin of Pure and Applied Sciences. 22 (2): 95-100, 2003.
- (47) Merdan, Z., Gunen, A., Mulazimoglu, G., Effect of the number of energy levels of a demon for the simulation of the four-dimensional Ising model on the Creutz cellular automaton, Int. J. Mod. Phys. C. 16: 1269-1278, 2005.
- (48) Mülazımoğlu, G., Duran, A., Merdan Z. and Günen A., The effect of the increase of linear dimensions on exponents obtained by finite-size scaling relations for the four-dimensional Ising model on the creutz cellular automaton, Modern Physics Letters B. 22: 1329–1341, 2008.
- (49) Aktekin, N., Simulation of the Four Dimensional Ising Model on the Cellular Automaton, Physica A. 232: 397–407, 1996.

- (50) Aktekin, N., The finite-size scaling functions of the four-dimensional Ising model, G.Ü. Fen Bil. Der. 17(3): 59–70, 2004.
- (51) Merdan, Z., Gunen A., Cavdar S., Dynamical finite-size scaling function of the four dimensional Ising model for Creutz algorithm, Physica A-Statistical Mechanics And Its Applications. 359: 415–422, 2006.
- (52) M. Kalay, Beş Boyutlu Ising Modelin "Creutz Cellular Automaton" inda İncelenmesi. Doktora Tezi. Gazi Üniversitesi, Ankara, 2001.
- (53) Aktekin N., Erkoc S., Kalay M., The test of the finite-size scaling relations for the five-dimensional Ising model on the Creutz cellular automaton, International Journal Of Modern Physics C. 10: 1237–1245, 1999.
- (54) Kalay, M., Merdan Z., The finite-size scaling study of the specific heat and the binder parameter for the five-dimensional Ising model, Modern Physics Letters B. 21: 1923–1931, 2007.
- (55) Aktekin, N., Erkoc S., Kalay M., The test of the finite-size scaling relations for the five-dimensional Ising model on the Creutz cellular automaton, International Journal Of Modern Physics C. 10: 1237–1245, 1999.
- (56) Merdan, Z., Bayirli M., The effect of the increase of linear dimensions on exponents obtained by finite-size scaling relations for the six-dimensional Ising model on the Creutz cellular automaton, Appied Mathematics And Computaion. 167: 212–224, 2005.
- (57) Merdan, Z., Aktekin, N., The Simulation of the Six-Dimensional Ising Model on the Creutz Cellular Automaton, Balkan Physics Letters. 10: 95-101, 2002.
- (58) Merdan, Z., Erdem, R., The finite-size scaling study of the specific heat and the Binder parameter for the six-dimensional Ising model, Physics Letters A. 330: 403–407, 2004.

- (59) Aktekin, N., Erkoc S., The test of the finite-size scaling relations for the sixdimensional Ising model on the Creutz cellular automaton, Physica A. 284: 206–214, 2000.
- (60) Merdan, Z., Bayirli M., The effect of the increase of linear dimensions on exponents obtained by finite-size scaling relations for the six-dimensional Ising model on the Creutz cellular automaton, Applied Mathematics And Computation. 167: 212–224, 2005.
- (61) Aktekin, N., Effect of the number of energy levels of a demon on the simulation of the Ising models in five to seven dimensions on the Creutz cellular automaton, International Journal of Modern Physisc C. 10: 621–633, 1999.
- (62) Merdan, Z., Atille, D., The finite-size scaling study of the specific heat and the Binder parameter for the 7-dimensional Ising model, Modern Physics Letters B. 21: 215–224, 2007.
- (63) Merdan, Z., Atille, D., The effect of the number of simulations on the exponents obtained by finite-size scaling relations for thel sevendimensionalIsing model on the Creutz cellular automaton, Physica A-Statistical Mechanics And Its Applications. 376: 327–336, 2007.
- (64) Merdan Z., Duran A., Atille D., Mülazimoglu G. and Günen A., The test of the finite-size scaling relations of the Ising models in seven and eight dimensions on the Creutz cellular automaton, Physica A-Statistical Mechanics And Its Applications. 366: 265–272, 2006.
- (65) Aktekin, N., Simulation of the eight-dimensional Ising model on the Creutz cellular automaton, Internaional Journal Of Modern Physics C. 8: 287–292, 1997.

- (66) Privman, V. (Ed.), Finite-Size Scaling and Numerical Simulation of Statistical Systems. 1–98. World Scientific, Singapore, 1990.
- (67) Binder, K., Nauenberg, M., Privman, V. and Young, A. P., Finite-Size Tests Of Hyperscaling, Phys. Rev. B. 31: 1498, 1985.
- (68) Rickwardt, Ch., Nielaba, P. and Binder, K., A Finite-Size-Scaling Study Of The 5-Dimensional Ising-Model, Ann. Phys., (Leipzig). 3: 483, 1994.
- (69) Mon, K. K., Finite-size scaling of the 5D Ising model, Europhys. Lett. 34: 399, 1996.
- Blöte, H. W. J., and Luijten, E., Universality And The Five-Dimensional Ising Model, Europhys. Lett. 38: 565, 1997.
- (71) Cheon, M., Chang, I. and Stauffer, D., Monte Carlo investigation of three-Exponent Scaling in the 5D Ising Model, Int. J. Mod. Phys. C. 10: 131, 1999.
- (72) Singh, S., and Pathria, R. K., Finite-Size Scaling Of O(N) Models In Higher Dimensions, Phys. Rev. B. 38: 2740, 1988.
- (73) Kenna, R. and Lang, C. B., Finite-size scaling and the zeroes of the partition function in the φ₄⁴ Model, Phys. Lett. B. 264: 396-400, 1991; Kenna, R. and Lang, C. B., Renormalization-Group Analysis Of Finite-Size Scaling In The φ₄⁴ Model, Nucl. Phys. B. 393: 461–479, 1993.
- (74) Brezin, E., Finite Size Effects In Phase-Transitions, J. Phys. 43: 15, 1982.
- (75) Singh, S. and Pathria, R. K., Exact Results For A Finite-Sized Spherical Model Of Ferromagnetism At The Borderline Dimensionality-4, Phys. Rev. B. 45: 9759, 1992.
- (76) Luijten, E. and H. Blöte, W. J., Classical critical behavior of spin models with long-rangeinteractions, Phys. Rev. B. 56: 8945, 1997.

- (77) Shapiro, J. and Rudnick, J., The Fully Finite Spherical Model, J. Stat. Phys. 43: 51, 1986.
- (78) Baxter, R. B., Exactly Solved Modern Statistical Mechanics. 1-121. Oxford Universitiy Press, Oxford, 1989.
- (79) Challa, M.s.s., Landau, D.P., Binder, K., Finite Size effects at temperature driven first order transitions, Phys. Rev. B. 34: 1841–1852, 1984.
- (80) Binder, K., Landau, D.P., Finite-size scaling at first order phase transitions, Phys. Rev. B. 30: 1477–1485, 1984.
- (81) Mouritsen, O., G., Computer Studies of Phase Transitions and Critical Phenomena. 22-26. Springer, Berlin, 1984.
- (82) Swendsen, R. H., Wang, J-S., Nonuniversal critical dynamics in Monte Carlo simulations, Phys. Rev. Lett. 58: 86–88, 1987.
- (83) Binder, K., Finite-size scaling analysis of Ising model block distribution functions, Z. Phys. B. 43: 119–140, 1981.
- (84) Binder, K., Critical properties from Monte Carlo coarse graining and renormalization, Phys. Rev. Lett. 47: 696, 1981.
- (85) Binder, K., Nauenberg, M., Privman, V. and Young, A.P., Finite-size tests of hyperscaling, Phys. Rev. B. 31: 1502, 1985.
- (86) Brezin, E. and Zinn-Justin, J., Finite-size effects in phase transitions, Nucl. Phys. B. 257: 867- 893, 1985.
- (87) Luijten, E., Binder, K. and Blöte H.W.J., Finite-size scaling above the upper critical dimension revisited: The case of the five-dimensional Ising model, Eur. Phys. J B. 9: 289–297, 1999.

- (88) Rudnick, J., Guo, H. and Jasnow, D., Finite-size scaling and the renormalization group, J. Stat. Phys. 41: 353–373, 1985.
- (89) Binder, K., Some recent progress in the phenomenological theory of finitesize scaling and Application to Monte Carlo studies of critical phenomena, in Finite-Size Scaling and Numerical Simulation of Statistical Systems. 173– 221. Edited by V. Privman. World Scientific, Singapore, 1990.
- (90) Jasnow, D., Finite-size scaling, hyperscaling and the renormalization group, in Finite-Size Scaling and Numerical Simulation of Statistical Systems. 99– 140. Edited by V. Privman. World Scientific, Singapore, 1990.
- (91) Parisi, G. and Ruiz-Lorenzo, J.J., Scaling above the upper critical dimension in Ising models, Phys. Rev. B. 54: 3698–3701, 1996.
- (92) Lai, P.-Y. and Mon, K.K., Finite-size scaling of the Ising model in four dimensions, Phys. Rev. B. 41: 9257–9263, 1990.
- (93) Privman, V. and Fisher, M.E., Universal critical amplitudes in finite-size scaling, Phys. Rev. B. 30: 322–327, 1984.
- (94) Gaunt, D.S., Sykes, M.F. and McKenzie, S., Susceptibility and fourth-field derivative of the spin 1/2 Ising modelfor T>Tc and d=4, J. Phys. A. 12: 871-877, 1979.
- (95) Stauffer, D. and Adler, J., Logarithmic factors, critical temperature, and zero temperature flipping in the 4D kinetic Ising model, Int. J. Mod. Phys. C. 8: 263–267, 1997.
- (96) Binney J.J., Dowrick N.J., Fisher A.J. and Newman M.E.J.(1992). The Theory of Critical Phenomena (An Intoduction to the Renormalization Group) P464, Clarendon Pres. Oxford.

- (97) Stanley H.E. (1971) Introduction to Phase Transitions and Critical Phenomena P308, Oxford University Pres, Nwyork (USA).
- (98) J.D. Jackson, Classical Electrodynamics, Second Edition, Wiley.
- (99) Fakıoğlu S., phys. stat. sol. (b) 98, 307, (1980).
- (100) Fakıoğlu S., phys. stat. sol. (b) 109, K63, (1980).