

**T.C.**

**KIRIKKALE ÜNİVERSİTESİ  
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**FİZİK ANABİLİM DALI**

**YÜKSEK LİSANS TEZİ**

**A~150 CİVARI BAZI İZOTOPLARIN KARMA SİMETRİK  
DURUMLARININ İNCELENMESİ**

**MUSTAFA TAHSİN GÜLER**

**MAYIS 2011**

**Fizik Anabilim Dalında** Mustafa Tahsin GÜLER tarafından hazırlanan A~150 CİVARI BAZI İZOTOPLARIN KARMA SİMETRİK DURUMLARININ İNCELENMESİ adlı Yüksek Lisans Tezinin Anabilim Dalı standartlarına uygun olduğunu onaylarım.

Prof. Dr. İhsan ULUER

Anabilim Dalı Başkanı

Bu tezi okuduğumu ve tezin **Yüksek Lisans Tezi** olarak bütün gereklilikleri yerine getirdiğini onaylarım.

Prof. Dr. İhsan ULUER

Danışman

Jüri Üyeleri

Başkan : Prof. Dr. İhsan ULUER \_\_\_\_\_

Üye : Doç. Dr. Abdullah AYDIN \_\_\_\_\_

Üye : Doç. Dr. Erdem Kamil YILDIRIM \_\_\_\_\_

12/07/2011

Bu tez ile Kırıkkale Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Yönetim Kurulu Yüksek Lisans derecesini onaylamıştır.

Prof. Dr. İhsan ULUER

Fen Bilimleri Enstitüsü Müdürü

## ÖZET

### A~150 CİVARI BAZI İZOTOPLARIN KARMA SİMETRİK DURUMLARININ İNCELENMESİ

GÜLER, Mustafa Tahsin

Kırıkkale Üniversitesi  
Fen Bilimleri Enstitüsü  
Fizik Anabilim Dalı, Yüksek Lisans Tezi

Danışman: Prof. Dr. İhsan ULUER  
Mayıs 2011 ,128 Sayfa

Bu tez çalışmasında Sm-146, Sm-148, Sm-150, Sm-152, Sm-154, Sm-156 İzotoplarının enerji seviyeleri Etkileşen Bozon Modeli-2 kullanılarak bulunmuş ve deneysel verilerle karşılaştırılmıştır. Enerji seviyeleri bulunurken Etkileşen Bozon Modelinin U(5) ve SU(3) limitlerindeki analitik çözümleri kullanılmıştır. Hesaplanan karma simetrik durumlar ile karşılık gelen deneysel durumlar özellikle incelenmiştir. Karma simetrik bu durumlarla çakışan deneysel durumların bozunma modlarında kuramsal olarak ön görüldüğü gibi manyetik geçişlerin var olduğu görülmüştür. En sonunda ise karma simetrik banttaki bazı durumların elektro manyetik geçiş olasılıkları hesaplanmıştır.

**Anahtar Kelimeler:** Etkileşen Bozon Modeli, IBM, Dinamik Simetri, U(5), SU(3), F-spin, Karma Simetri.

## ABSTRACT

### INVESTIGATION OF MIXED SYMMETRIC STATES OF SOME ISOTOPES NEAR A~150

GÜLER, Mustafa Tahsin

Kırıkkale University  
Graduate School of Natural and Applied Sciences  
Department of Physics, M. Sc. Thesis  
Supervisor: Prof. Dr. İhsan Uluer  
May 2011, 128 pages

In this work energy levels of Sm-146, Sm-148, Sm-150, Sm-152, Sm-154, Sm-156 isotopes has been found using Interacting Boson Model and compared with experimental values. Analytic solution at U(5) and SU(3) limits of Interacting Boson Model-2 has been used to search for energy levels. Calculated mixed symmetric states and states coincide with these states at experimental spectrum especially investigated. It has been seen that, experimental states which coincide with mixed symmetric states has magnetic dipole transition as predicted theoretically. Finally the electromagnetic transition probability of some mixed symmetric states has been calculated.

**Key Words:** Interacting Boson Model, IBM, Dynamic symmetry, U(5), SU(3), F-spin, Mixed symmetry.

**Anneme...**

## TEŞEKKÜR

Beni nkleer fiziğin bu gzel cebirsel ynyle tanıştışıp ğrenmemi sağlayan sayın hocam Prof. Dr. İhsan ULUER'e, alıŐmalarım sırasında bana hep destek olan aileme, bu tezin her aŐamasında beni motive eden ve yardımlarını esirgemeyen hocam ve dostum sevgili Dr. Sinan YAŐAR'a ve yine yardımlarını esirgemeyen sevgili arkadaşlarım Ahmet İYİĞÖR ile Dr. Mahmut BÖYÜKATA'ya teşekkür ederim.

# İÇİNDEKİLER DİZİNİ

Sayfa

<b>ÖZET</b> .....	<b>i</b>
<b>ABSTRACT</b> .....	<b>ii</b>
<b>İTHAF</b> .....	<b>iii</b>
<b>TEŞEKKÜR</b> .....	<b>iv</b>
<b>İÇİNDEKİLER</b> .....	<b>v</b>
<b>ÇİZELGELER DİZİNİ</b> .....	<b>viii</b>
<b>ŞEKİLLER DİZİNİ</b> .....	<b>xiii</b>
<b>SİMGELER DİZİNİ</b> .....	<b>xiv</b>
<b>KISALTMALAR DİZİNİ</b> .....	<b>xv</b>
<b>1. GİRİŞ</b> .....	<b>1</b>
1.1 Kaynak özetleri.....	2
<b>2. MATERYAL VE YÖNTEM</b> .....	<b>4</b>
2.1. Nükleer Modellere Genele Bakış.....	4
2.2. Etkileşen Bozon Modeli.....	7
2.3. IBM işlemcileri.....	11
2.4. Hamiltonyen ve Simetrisi.....	12
2.5. Dinamik Simetrisi.....	16
2.6. IBM Hamiltonyeni.....	18
2.7. $U(6)$ 'nın Alt Grupları.....	19
2.8. Hamiltonyenin Casimir İşlemci Cinsinden Yazılması.....	21
2.9. $U(5)$ Limiti.....	22
2.10. $SU(3)$ Limiti.....	22

2.11. O(6) Limiti.....	23
2.12. Etkileşen Bozon Modeli 2.....	24
2.13. IBM 2 Hamiltonyeni.....	24
2.14 F-spin ve Karma Simetri.....	26
2.15. F-spin Simetrisi.....	31
2.16. IBM 2 Hamiltonyeninin F-spin Simetrik Limitinin İncelenmesi.....	32
2.16.1. U(5) Limiti.....	33
2.16.2. SU(3) Limiti.....	37
2.16.3. O(6) Limiti.....	43
<b>3. ARAŞTIRMA BULGULARI VE TARTIŞMA.....</b>	<b>47</b>
3.1. Samaryum izotopunun Simetrik ve Karma Simetrik Enerji Düzeyleri.....	47
3.1.1. Sm-146 İzotopunun Enerji Seviyelerinin U(5) Limitinde İncelenmesi.....	47
3.1.2. Sm-148 İzotopunun Enerji Seviyelerinin U(5) Limitinde İncelenmesi.....	51
3.1.3. Sm-150 İzotopunun Enerji Seviyelerinin U(5) Limitinde İncelenmesi.....	54
3.1.4. Sm-152 İzotopunun Enerji Seviyelerinin U(5) Limitinde İncelenmesi.....	57
3.1.5. Sm-154 İzotopunun Enerji Seviyelerinin U(5) Limitinde İncelenmesi.....	60
3.1.6. Sm-156 İzotopunun Enerji Seviyelerinin U(5) Limitinde İncelenmesi.....	63
3.1.7. Sm-156 İzotopunun Enerji Seviyelerinin SU(3) Limitinde İncelenmesi.....	66
3.1.8. Sm-154 İzotopunun Enerji Seviyelerinin SU(3) Limitinde İncelenmesi.....	70
3.1.9. Sm-152 İzotopunun Enerji Seviyelerinin SU(3) Limitinde İncelenmesi.....	74
3.1.10. Sm-150 İzotopunun Enerji Seviyelerinin SU(3) Limitinde İncelenmesi.....	78
3.2. Hesaplanan Bazı Karma Simetrik Durumların Elektro Manyetik Geçiş Olasılıkları...79	
3.2.1. Sm-146 İçin Bazı Elektro Manyetik Geçiş Olasılıkları.....	83
3.2.2. Sm-148 İçin Bazı Elektro Manyetik Geçiş Olasılıkları.....	84
3.2.3. Sm-150 İçin Bazı Elektro Manyetik Geçiş Olasılıkları.....	85
3.2.4. Sm-152 İçin Bazı Elektro Manyetik Geçiş Olasılıkları.....	86
3.2.5. Sm-154 İçin Bazı Elektro Manyetik Geçiş Olasılıkları.....	87
3.2.6. Sm-156 İçin Bazı Elektro Manyetik Geçiş Olasılıkları.....	88



<b>4. TARTIŞMA VE SONUÇ.....</b>	<b>89</b>
4.1. Sm-146 İzotopunun U(5) Limitinde Hesaplanan Enerji Seviyelerinin Deneysel Verilerle Kıyaslanması.....	89
4.2. Sm-148 İzotopunun U(5) Limitinde Hesaplanan Enerji Seviyelerinin Deneysel Verilerle Kıyaslanması.....	91
4.3. Sm-150 İzotopunun U(5) Limitinde Hesaplanan Enerji Seviyelerinin Deneysel Verilerle Kıyaslanması.....	94
4.4. Sm-152 İzotopunun U(5) Limitinde Hesaplanan Enerji Seviyelerinin Deneysel Verilerle Kıyaslanması.....	97
4.5. Sm-154 İzotopunun U(5) Limitinde Hesaplanan Enerji Seviyelerinin Deneysel Verilerle Kıyaslanması.....	100
4.6. Sm-156 İzotopunun U(5) Limitinde Hesaplanan Enerji Seviyelerinin Deneysel Verilerle Kıyaslanması.....	102
4.7. Sm-156 İzotopunun SU(3) Limitinde Hesaplanan Enerji Seviyelerinin Deneysel Verilerle Kıyaslanması.....	104
4.7. Sm-154 İzotopunun SU(3) Limitinde Hesaplanan Enerji Seviyelerinin Deneysel Verilerle Kıyaslanması.....	107
4.8. Sm-152 İzotopunun SU(3) Limitinde Hesaplanan Enerji Seviyelerinin Deneysel Verilerle Kıyaslanması.....	111
4.9. Sm-150 İzotopunun SU(3) Limitinde Hesaplanan Enerji Seviyelerinin Deneysel Verilerle Kıyaslanması.....	114
4.10. Sonuç.....	115
<b>KAYNAKLAR.....</b>	<b>118</b>

## ÇİZELGELER DİZİNİ

<u>Çizelge</u>	<u>Sayfa</u>
2.1. Proton ve nötron bozonlarının F-spin değerleri.....	27
2.2. IBM-2 U(5) dalga fonksiyonları.....	35
2.3. IBM-2 U(5) geçiş olasılıkları.....	36
2.4. IBM-2 SU(3)'de dalga fonksiyonları.....	39
2.5. IBM-2 SU(3) için geçiş olasılıkları.....	40
2.6. IBM-2 SU(3) $1_m^+$ durumlarının çeşitli durumlara geçiş olasılıkları.....	41
2.7. IBM-2 SU(3) $2_m^+$ durumlarından çeşitli durumlara geçiş olasılıkları.....	42
2.8. IBM-2 O(6) dalga fonksiyonları.....	45
2.9. IBM-2 O(6) uyarılma olasılıkları.....	45
2.10. IBM-2 O(6) $1_m^+$ durumlarından çeşitli seviyelere elektro manyetik geçiş olasılıkları .....	46
2.11. IBM-2 O(6) $2_m^+$ durumlarından çeşitli seviyelere geçiş olasılıkları.....	46
3.1. Sm-146 birinci bant teorik enerji düzeyleri.....	48
3.2. Sm-146 ikinci bant teorik enerji düzeyleri.....	49
3.3. Sm-146 üçüncü bant teorik enerji düzeyleri.....	49
3.4. Sm-146 karma simetrik durumlar teorik enerji düzeyleri.....	51
3.5. Sm-148 birinci bant teorik enerji düzeyleri.....	52
3.6. Sm-148 ikinci bant teorik enerji düzeyleri.....	52
3.7. Sm-148 üçüncü bant teorik enerji düzeyleri.....	53
3.8. Sm-148 karma simetrik durumlar teorik enerji düzeyleri.....	54
3.9. Sm-150 birinci bant teorik enerji düzeyleri.....	55
3.10. Sm-150 ikinci bant teorik enerji düzeyleri.....	55

3.11. Sm-150 üçüncü bant teorik enerji düzeyleri.....	56
3.12. Sm-150 karma simetrik durumlar teorik enerji düzeyleri.....	57
3.13. Sm-152 birinci bant teorik enerji düzeyleri.....	58
3.14. Sm-152 ikinci bant teorik enerji düzeyleri.....	59
3.15. Sm-152 üçüncü bant teorik enerji düzeyleri.....	59
3.16. Sm-152 karma simetrik durumlar teorik enerji düzeyleri.....	60
3.17. Sm-154 birinci bant teorik enerji düzeyleri.....	61
3.18. Sm-154 ikinci bant teorik enerji düzeyleri.....	62
3.19. Sm-154 üçüncü bant teorik enerji düzeyleri.....	62
3.20. Sm-154 karma simetrik durumlar teorik enerji düzeyleri.....	63
3.21. Sm-156 birinci bant teorik enerji düzeyleri.....	64
3.22. Sm-156 ikinci bant teorik enerji düzeyleri.....	65
3.23. Sm-156 üçüncü bant teorik enerji düzeyleri.....	65
3.24. Sm-156 karma simetrik durumlar teorik enerji düzeyleri.....	66
3.25. Sm-156 birinci bant teorik enerji düzeyleri.....	67
3.26. Sm-156 $\beta$ bandı teorik enerji düzeyleri.....	68
3.27. Sm-156 $\gamma$ bandı teorik enerji düzeyleri.....	68
3.28. Sm-156 karma simetrik birinci bant teorik enerji düzeyleri.....	69
3.29. Sm-156 karma simetrik $\beta$ bandı teorik enerji düzeyleri.....	70
3.30. Sm-156 karma simetrik $\gamma$ bandı teorik enerji düzeyleri.....	70
3.31. Sm-154 birinci bant teorik enerji düzeyleri.....	71
3.32. Sm-154 $\beta$ bandı teorik enerji düzeyleri.....	72
3.33. Sm-154 $\gamma$ bandı teorik enerji düzeyleri.....	72
3.34. Sm-154 karma simetrik birinci bant teorik enerji düzeyleri.....	73
3.35. Sm-154 karma simetrik $\beta$ bandı teorik enerji düzeyleri.....	74

3.36. Sm-154 karma simetrik $\gamma$ bandı teorik enerji düzeyleri.....	74
3.37. Sm-152 birinci bant teorik enerji düzeyleri.....	75
3.38. Sm-152 $\beta$ bandı teorik enerji düzeyleri.....	76
3.39. Sm-152 $\gamma$ bandı teorik enerji düzeyleri.....	76
3.40. Sm-152 karma simetrik birinci bant teorik enerji düzeyleri.....	77
3.41. Sm-152 karma simetrik $\beta$ bandı teorik enerji düzeyleri.....	77
3.42. Sm-152 karma simetrik $\gamma$ bandı teorik enerji düzeyleri.....	78
3.43. Sm-150 birinci bant teorik enerji düzeyleri.....	79
4.1. Sm-146 birinci bant deneysel ve teorik enerji düzeyleri.....	89
4.2. Sm-146 ikinci bant deneysel ve teorik enerji düzeyleri.....	89
4.3. Sm-146 üçüncü bant deneysel ve teorik enerji düzeyleri.....	90
4.4. Sm-146 karma simetrik durumlar deneysel ve teorik enerji düzeyleri.....	90
4.5. Sm-148 birinci bant deneysel ve teorik enerji düzeyleri.....	92
4.6. Sm-148 ikinci bant deneysel ve teorik enerji düzeyleri.....	92
4.7. Sm-148 üçüncü bant deneysel ve teorik enerji düzeyleri.....	92
4.8. Sm-148 karma simetrik durumlar deneysel ve teorik enerji düzeyleri.....	93
4.9. Sm-150 birinci bant deneysel ve teorik enerji düzeyleri.....	95
4.10. Sm-150 ikinci bant deneysel ve teorik enerji düzeyleri.....	95
4.11. Sm-150 üçüncü bant deneysel ve teorik enerji düzeyleri.....	95
4.12. Sm-150 karma simetrik durumlar deneysel ve teorik enerji düzeyleri.....	96
4.13. Sm-152 birinci bant deneysel ve teorik enerji düzeyleri.....	97
4.14. Sm-152 ikinci bant deneysel ve teorik enerji düzeyleri.....	98
4.15. Sm-152 üçüncü bant deneysel ve teorik enerji düzeyleri.....	98
4.16. Sm-152 karma simetrik durumlar deneysel ve teorik enerji düzeyleri.....	98
4.17. Sm-154 birinci bant deneysel ve teorik enerji düzeyleri.....	100

4.18. Sm-154 ikinci bant deneysel ve teorik enerji düzeyleri.....	100
4.19. Sm-154 üçüncü bant deneysel ve teorik enerji düzeyleri.....	100
4.20. Sm-154 karma simetrik durumlar deneysel ve teorik enerji düzeyleri.....	101
4.21. Sm-156 birinci bant deneysel ve teorik enerji düzeyleri.....	102
4.22. Sm-156 ikinci bant deneysel ve teorik enerji düzeyleri.....	103
4.23. Sm-156 üçüncü bant deneysel ve teorik enerji düzeyleri.....	103
4.24. Sm-156 karma simetrik durumlar deneysel ve teorik enerji düzeyleri.....	103
4.25. Sm-156 birinci bant deneysel ve teorik enerji düzeyleri.....	104
4.26. Sm-156 $\beta$ bandı deneysel ve teorik deneysel ve enerji düzeyleri.....	105
4.27. Sm-156 $\gamma$ bandı deneysel ve teorik enerji düzeyleri.....	105
4.28. Sm-156 karma simetrik birinci bant deneysel ve teorik enerji düzeyleri.....	106
4.29. Sm-156 karma simetrik $\beta$ bandı deneysel ve teorik enerji düzeyleri.....	106
4.30. Sm-156 karma simetrik $\gamma$ bandı deneysel ve teorik enerji düzeyleri.....	106
4.31. Sm-154 birinci bant deneysel ve teorik enerji düzeyleri.....	107
4.32. Sm-154 $\beta$ bandı deneysel ve teorik enerji düzeyleri.....	108
4.33. Sm-154 $\gamma$ bandı deneysel ve teorik enerji düzeyleri.....	108
4.34. Sm-154 karma simetrik birinci bant deneysel ve teorik enerji düzeyleri.....	109
4.35. Sm-154 karma simetrik $\beta$ bandı deneysel ve teorik enerji düzeyleri.....	109
4.36. Sm-154 karma simetrik $\gamma$ bandı deneysel ve teorik enerji düzeyleri.....	110
4.37. Sm-152 birinci bant deneysel ve teorik enerji düzeyleri.....	111
4.38. Sm-152 $\beta$ bandı deneysel ve teorik enerji düzeyleri.....	111
4.39. Sm-152 $\gamma$ bandı deneysel ve teorik enerji düzeyleri.....	112
4.40. Sm-152 karma simetrik birinci bant deneysel ve teorik enerji düzeyleri.....	112
4.41. Sm-152 karma simetrik $\beta$ bandı deneysel ve teorik enerji düzeyleri.....	113
4.42. Sm-152 karma simetrik $\gamma$ bandı deneysel ve teorik enerji düzeyleri.....	113

4.43. Sm-150 birinci bant deneysel ve teorik enerji düzeyleri.....	114
--	-----

## ŞEKİLLER DİZİNİ

<u>ŞEKİL</u>	<u>Sayfa</u>
2.1. Nükleonların Çiftlenimi için açılal momentuma karşı enerjinin grafiği.....	8
2.2. Bazı izotoplar için 2+ enerji düzeyleri.....	25
2.3. Simetrik ve karma simetrik durumların geometrik gösterimi.....	29
2.4. Karma simetrik durumların yerini gösteren enerji düzeyi diyagramı.....	30
2.5. IBM-2'nin U(5) spektrumu.....	34
2.6. IBM-2 SU(3) enerji düzeyleri diyagramı.....	38
2.7. IBM-2 O(6) enerji düzeyleri diyagramı.....	44
3.1. Titreşici spektrumu.....	47
3.2. Dönücü spektrumu.....	57
3.3. $e_{\pi}$ değerleri izotonik zincir boyunca farklı proton sayıları için çizilmiştir.....	81
3.4. $e_{\nu}$ değerleri izotopik zincir boyunca farklı nötron sayıları için çizilmiştir.....	81
3.5. $g_{\pi,\nu}$ değerlerinin proton sayısına karşı grafiği çizilmiştir. $g_{\pi,\nu}$ 'nin birimi $\mu_n$ 'dir.....	82
4.1. Sm-146'nın enerji seviyeleri.....	91
4.2. Sm-148'in enerji düzeyleri.....	94
4.3. Sm-150'nin enerji düzeyleri.....	97
4.4. Sm-152'nin enerji düzeyleri.....	99
4.5. Sm-154'ün enerji düzeyleri.....	102
4.6. Sm-156'nın enerji düzeyleri.....	104
4.7. Sm-156'nın enerji düzeyleri.....	107
4.8. Sm-154'ün enerji düzeyleri.....	110
4.9. Sm-152'nin enerji düzeyleri.....	114

## SİMGELER DİZİNİ

- E2:** Elektriksel Kuadropol Geçis  
**M1:** Manyetik Dipol Geçis.  
**Sm:** Samaryum çekirdeğinin sembolü  
**n:** nötron  
**p:** proton  
**N<sub>π</sub>:** Proton-Proton Bozon sayısı  
**N<sub>ν</sub>:** Nötron-Nötron Bozon sayısı  
**B(E2):** Elektriksel Kuadropol Geçis Olasılığı  
**B(M1):** Manyetik Dipol Geçis Olasılığı

## KISALTMALAR DİZİNİ

**IBM :** Etkilesen Bozon Modeli

**Et al. :** ve arkadaşları

**İrrep:** Irreducible Representation(indirgenemez temsil)



## 1.Giriş

Bu çalışmada Samaryum çekirdeğinin  $A=146$ 'dan  $A=156$ 'ya kadar olan izotoplarının enerji düzeyleri bu enerji düzeyleri arasındaki elektromanyetik geçişler Etkileşen Bozon Modeli kullanılarak incelenecektir. 1970'lerde Arima ve Iachello tarafından ileri sürülen Etkileşen Bozon Modeli cebirsel yaklaşımlar kullanarak ve grup teorisinin gücünden faydalanarak çok kolay analitik çözümler elde eder.

Etkileşen Bozon Modeli kullanılarak iki türlü çözüm yapılabilir. Bunlardan birincisi IBM dalga fonksiyonları ile Hilbert uzayında oluşturulan Hamiltonyen matrisi PHINT (IBM-1), NPBOS (IBM-2) gibi programlar kullanılarak köşegenleştirilip böylece enerji öz değerleri bulunabilir. Yada grup teorisinden yararlanılarak  $U(5)$ ,  $SU(3)$ ,  $O(5)$  simetrilerine sahip Hamiltonyenler yazılıp analitik çözümler yapılabilir.

Bu tezde yöntemlerden ikincisi kullanılacaktır. Öncelikle Etkileşen Bozon Modeli temel düzeyde anlatılacak dinamik simetriler üzerinde durulacak kurulan grup zincirleri gösterilecek ve bu zincirlere karşılık gelen Hamiltonyenler ve enerji öz değerlerinin ne olduğu gösterilecektir. Daha sonra ele alınan çekirdeğin yukarıda bahsedilen simetritlerden hangisine sahip olduğu araştırılacak ve bu enerji öz değer denklemleri kullanılarak çekirdeğin enerji düzeyleri bulunup deneysel verilerle karşılaştırılacaktır.

Burada asıl amaç kullanılan modellen ikincisi olan IBM-2'nin çekirdeği ele alış biçiminden doğan karma simetrik durumların kuramsal varlığının gözlenmesidir. Bunun için karma simetrik durumların yapılan hesapları deneysel değerlerle karşılaştırılacaktır. Bu enerji düzeyleri civarında özellikle de IBM'in öngördüğü gibi manyetik bozunma modlarına sahip durumlar bulunursa, bu durumlar karma simetrik durumlar olarak adlandırılacaktır.

Bu sayede elde var olan deneysel spektruma bir anlam verilmiş olacak ve hatta kısa yarı ömürler ve yüksek geçiş olasılıkları nedeniyle henüz gözlenmemiş yeni durumların varlığı kuramsal olarak ön görülecektir.

Bundan başka hesaplanan bazı karma simetrik durumların diğer durumlara bozunma olasılıkları teorik olarak hesaplanacaktır ancak bunun için çok fazla deneysel veri olmadığı için karşılaştırma yapılamayacaktır. Dolayısıyla deneycilere gözlenmesi gereken çeşitli elektromanyetik ışınlar önerilecektir.

## 1.1.Kaynak Özetleri

Elliot, J.P. Burada etkileşen bozon modeli ile ilgili geniş kapsamlı bilgi verilmektedir [1]. Olaf Scholten: Burada Etkileşen Bozon Modelleri ve karma simetri ile ilgili bilgi verilmektedir [2]. Iachello, F: Burada Etkileşen Bozon Modelleri ile ilgili bilgi verilmektedir [3]. I Nakada, H.,Otsuka, T. : Burada Kabuk Modelinden Etkileşen Bozon Modeline geçiş kuantum mekaniksel olarak anlatılmaktadır [4]. Casten, R.F., Lipas, P.O., Warner D.D., Otsuka, T., Heyde, K., Draayer, J.P. : Burada Etkileşen Bozon Modelinin cebirsel alt yapısından başlanarak modelin tüm versiyonları detaylı biçimde anlatılmıştır [5]. Jolie, J. Progress: Burada dinamik simetrinin ne olduğu kuantum mekaniksel olarak anlatılmıştır [6]. Elliot, J.P.: Burada Etkileşen Bozon Modeline nötron proton serbestlik derecesinin verilmesinin sonuçları anlatılmıştır [7]. Leviatan, A. Ginocchio, J.N.: Burada F-spinde bahsedilmiştir [8]. Van Isacker, P. et al.: Burada IBM 2'nin F-spin simetrik durumları detaylıca işlenmiş dalga fonksiyonları enerji öz değerleri vs teorik olarak üretilip sunulmuştur [9]. Scholten, O. et al.: IBM 2'nin tüm yönleri detaylıca anlatılmıştır [10]. Pietralla, N.: Burada karma simetrik durumların teorik hesapları yapılmış ve bunun üzerine deneyler yapılarak karşılaştırılmıştır [11]. Warner, D.D., Van Isacker, P.: Burada karma simetrik durumların bir çeşidi olan çapraz mod anlatılmıştır [12]. Fujita, H. et al.: Burada bazı deneysel karma simetrik durumlar anlatılmıştır [13]. Wiedenhöver, I. et al.: Burada O(6) simetrik bir çekirdekte kemre simetrik durumlar incelenmiştir [14]. Hamilton, W.D., Irback, A., Elliot, J.P.: Burada A~140 olan bazı çekirdeklerin karma simetrik durumları incelenmiştir [15]. Widenhöver, I. et al.: Burada <sup>132</sup>Ce çekirdeğinin karma simetrik durumları incelenmiştir [16]. Peker, L.K., Tuli, J.K.: Burada Sm-146 çekirdeğinin deneysel enerji düzeyleri ve bağıl geçiş oranları verilmektedir [17]. Bhat,M.R.: Burada Sm-148 çekirdeğinin deneysel enerji düzeyleri ve bağıl geçiş oranları verilmektedir [18]. der Mateosian, E., Tuli, J.K.: Burada Sm-150 çekirdeğinin deneysel enerji düzeyleri ve bağıl geçiş oranları verilmektedir [19]. Agda Artna-Cohen: Burada Sm-152 çekirdeğinin deneysel enerji düzeyleri ve bağıl geçiş oranları verilmektedir [20]. Reich, C.W.: Burada Sm-154 çekirdeğinin deneysel enerji düzeyleri ve bağıl geçiş oranları verilmektedir [21]. Reich, C. W.: Burada Sm-156 çekirdeğinin deneysel enerji düzeyleri ve bağıl geçiş oranları verilmektedir [22]. Van Isacker, P. et al.: Burada M1 geçişlerinin Özellikleri anlatılmaktadır [23]. Hamilton, W.D. et al.: Burada g çarpanları ve etkin elektriksel yüklerin nasıl bulanacağı anlatılmaktadır [24]. Coquard, L.: MSS ile ilgili doktora tezi[25].

## 2. MATERYAL VE YÖNTEM

### 2.1 Nükleer Modellere Genel Bakış

Nükleer modeller arasında en basit ve baskın olanı nükleonların sabit küresel bir potansiyelde hareket ettiklerini kabul eden kabuk modelidir. Şu farkla, bu aynı atom fiziğinde kullanılan merkezi alan yaklaşımına benzer, atom fiziğinde elektronların içinde yüzdüğü alan gerçektede merkezi bir nesne olan çekirdek tarafından sağlanır, çekirdeğin içinde ise merkezi alan her bir nükleon üzerinde etrafındaki diğer tüm nükleonlar tarafından oluşturulan alandır. Kabuk modeli sadece çekirdeğin sihirli sayılarını açıklamakla kalmaz aynı zamanda sihirli sayılar dışında kalan çekirdekler için de bir iskelet oluşturur. Kabuk modelindeki orbitallerin sonlu sayıdaki kümesi kurulacak bir Hamiltonyenin matris gösteriminin köşegenleştirilebilmesi için bir baz oluşturur. Böyle bir Hamiltonyeni kurarken nükleon nükleon etkileşiminin gerçek özelliklerini kullanmak yanlıştır, çünkü kabuk modelindeki dalga fonksiyonları bunun için yetersizdir. İlk olarak bu dalga fonksiyonları  $0,4\text{fm}$ 'nin altında etkin olan nükleonlar arasındaki kuvvetli itme özelliğini ihtiva etmezler. İkincil olarak belli başlı bazı etkileşimler, özellikle de tensörel etkileşim merkezi alanın yüksek uyarılmış seviyelerinde dalga fonksiyonlarının konfigürasyonunu ciddi bir şekilde karıştırır. Bu sebepten ötürü kabuk modeli hesaplamalarında enerji seviyelerini ve diğer nükleer özellikleri fit etmek için ayarlanmış parametreler ile etkin etkileşim kullanılır. Deneysel veriler parametrelere kıyasla çok daha fazla olduğundan bu yöntemin çok güçlü bir tahmin etme yeteneği vardır. Kabuk modeli çalışmalarındaki ana işlem hem yeteri derecede gerçekçi hem de hesaplanabilir bir model uzay seçmek, farklı kütle bölgelerinde kullanılan etkin etkileşimin karşılaştırılması ve etkin etkileşim ile gerçek etkileşim arasındaki bağlantının belirlenmesidir. Daha sd kabuğunun ortalarında yani  $A \sim 28$  olan bölgede bile  $5000 \times 5000$ 'lik matrisler ortaya çıkmasına rağmen  $A < 50$  için kabuk modeli hesaplamaları gayet başarılı olmuştur.

Daha ağır çekirdeklerde daha büyük tek nükleon açısal momentum değerlerinden ve artan enerji seviyesi yoğunluğundan dolayı kabuk modeli hesaplamaları sihirli sayılar civarındaki çekirdekler dışında önemli problemler içerir.

Bir bakımdan gözlenen kabuk yapısına göre nükleonlar birbirlerinden bağımsız bir biçimde merkezi bir alanın içinde hareket ederler, diğer bakımdan ise bu merkezi alanın varlığı tüm

nükleonları içinde barındıran ortak kolektif bir etkidir. Bundan dolayı çekirdekte çeşitli kolektif özellikler vardır. Tek bir nükleonun kuadrupol momentinden kat kat daha büyük kuadrupol momentlere sahip bir çok çekirdek vardır ve bu çekirdeğin bir kuadrupol deformasyona sahip olduğunu gösterir. Bu deformasyon kararsız olmadıkça çok deforme olmuş çekirdeklere dönme spektrumunda gözlenmiştir. Enerji değeri  $J(J+1)$  terimine bağlı olan karakteristik dönme spektrumu  $j \sim 30$  olan çok yüksek spin düzeylerine kadar gözlenmiştir. Bu kolektif hareketi merkezci alan düşüncesiyle bağdaştırmak için bu alanın bir kuadrupol deformasyona sahip olmasına ve dönmesine izin vermek yeterlidir. Böylece bağımsız parçacık özelliği, alanın deforme olmasına ve bir dönme hareketi yapıyor olmasına rağmen korunmuş olur. Alanın dönme hızının parçacığın dönme hızından daha küçük olduğu adyabatik yaklaşım da uygundur. Eksenel simetriye ve kuadrupol deformasyona sahip bir alanda hareket eden nükleonlar için Nilsson Modeli yardımıyla enerji seviyeleri ve kuantum sayıları kolayca bulunmuştur ayrıca hesaplanan bu değerlerin deneysel değerlerle etkileyici uyumu da görülmüştür.

Büyük deformasyonlar ve dönel yapı, kapalı kabukları belirten sihirli sayılardan uzak sayıda nötronu ve protonu olan çekirdeklere gözlenmiştir. Örneğin  $A \sim 170$  ve  $A \sim 240$  bölgesi çekirdekte kuvvetli kolektif yapının gözlendiği bölge olmasına rağmen dönel yapı sd kabuğuna ait olan ve başarılı kabuk modeli hesaplamalarının yapıldığı  $A \sim 20$  bölgesinde dahi gözlenir. Aslında, dönel yapı etkin Hamiltonyenin kabuk modeli matrislerinin köşegenleştirilmesinden meydana gelir. Böyle bir durumda açık kabuktaki nükleonlar yani valans nükleonları kendi sınırlı serbestlik derecelerini kabuk modeli konfigürasyonlarında kullanarak deforme şekli meydana getirirler. Harmonik salınıcı potansiyelinde dejenere olan  $1s$  ve  $0d$  gibi orbitallerin karışımı deformasyonu oluşturabilecek yeterli serbestlik derecelerini oluşturması için çok kritiktir. Dolayısıyla böyle büyük kabuk modeli matrisleriyle uğraşmak çok yorucu bir iştir. Bunun yerine deforme alanlarla uğraşmak çok daha kolaydır. Bununla beraber şu unutulmamalıdır ki kolektif yapı çekirdekteki tüm durumları açıklayamaz ve kabuk modeli hem bağımsız hem de kolektif yapının ikisini birden açıklayabilen bir model olarak ana modeldir ve kolektif model bunun en büyük tamamlayıcısıdır. Ağır çekirdekler için kabuk modeli hesaplamaları çok zordur. Kabuk modeli hesaplamaları etkin etkileşmeye bağlı olmakla birlikte kolektif yapının özellikleri pek de bununla alakalı değildir. Etkileşimin çok kutuplu açılımında ortalama alanı oluşturan uzun menzilli bileşendir. Düşük multipoller uzun menzilli etkileşimin en baskın

terimleridir. Buna göre şu söylenebilir ki paritenin korunduğu alan çift multipollü terimlerden kaynaklanır, monopol terim ( $k=0$ ) ise küresel alana katkıda bulunur. Bunu takiben bir sonraki terim olan kuadropol terimi ( $k=2$ ) de kuadropol deformasyonundan sorumludur. Bu, kuadropol kuvveti denilen, içinde sadece  $k=2$  olan bir terim barındıran bir etkileşme kurularak açıkça gösterilir [1].

$$V_Q = \sum_{i<j} r_i^2 r_j^2 P_2(\cos\theta_{ij}) \quad (2.1)$$

Bu, dejenere küresel harmonik titreşici konfigürasyonlarında herhangi bir sayıdaki valans nükleonu için dönme spektrumunun oluşmasına yol açar. Bu sonuç açısız momentum teorisindeki sonuçlara benzer biçimde cebirsel yöntemler ile de elde edilebilir. Bunun için harmonik titreşicinin simetri grubu olan birim dönüşümlerinde  $U(3)$  grubu kullanılır.

Ortalama alanın deforme olmasına izin verilmesiyle etkin etkileşmenin büyük bir kısmı bağımsız parçacık enerjilerine ilişkilendirilebilir dolayısıyla deforme alandaki nükleer etkileşmeler küresel alandaki nükleer etkileşmelere göre daha zayıftır. Etkileşmenin bu kısmı uzun menzilli kısımdır. Etkileşmenin kısa menzilli olan kısmı için ise aynı süper iletkenlik teorisine benzer bir biçimde çiftlenim yaklaşımı kullanılmıştır. İki valans nükleonu bulunan bir çekirdekte toplam açısız momentum sıfır değerini alarak çiftlenim olayı için bu iki valans nükleonunun çiftlendiği özel bir durum sergiler ayrıca  $n$  tane valans nükleonuna sahip olan çekirdeklerin taban durumuna böyle  $n/2$  tane çiftlenmiş nükleonun antisimetrik çarpımıymış gibi yaklaşılabilir. Valans nükleonu sayısının tek olduğu durumlarda  $(n-1)/2$  tane çiftle çiftlenmiş bir nükleon durumu vardır. Yani  $n$  çift ise  $J=0$ ,  $n$  tek ise  $J=j$ 'dir.

Tek parçacık seviyeleri  $J_\alpha$ 'nın enerjisel olarak birbirine çok yakın olduğu durumlarda meydana gelen konfigürasyonun şiddetli bir biçimde karışmış olması beklenir, çift durumu şu şekilde genelleştirilir:  $\psi = \sum_{\alpha} \psi_{\alpha}$ . Burada  $\psi_{\alpha}$ ,  $J_\alpha$  yörüngesinin çiftlenmiş durumunu gösterir.

Deform olmuş bir alanda bile çiftlenim yaklaşımı aynı mantıkla uygulanabilir. Eğer alan aksel simetrisini korumuş ise tek parçacık yörüngeleri açısız momentumun simetri eksenine izdüşümünü temsil eden  $k$  kuantum sayısına sahiptirler. Bu halde çift durumu  $\pm k$  durumlarına karşılık gelen  $\phi$  dalga fonksiyonlarının  $K=0$  durumunu veren antisimetrik

çarpımıdır. Burada K dönme hareketi yapan çekirdeğin açısal momentumunun simetri eksenine üzerine iz düşümünü belirtmektedir. Birbirine yakın bulunan çeşitli  $k_\alpha$  durumlarıyla çiftlenme olayı şöyle genelleştirilir  $\varphi = \sum_\alpha k_\alpha$ . Bu tezin kapsamında görülecektir ki çiftlenme yaklaşımı altında çekirdeğin çeşitli özellikleri ve enerji seviyelerini hesaplayan cebirsel bir yaklaşım da mevcuttur.

Küresel çekirdeklerde ise çiftlenme düşüncesi tüm çift çift çekirdeklerin taban durumunun neden 0 spine sahip olduğunun ve ayrıca ilk uyarılmış durumlarının da neden tek parçacık enerji seviyeleri arasındaki farktan çok daha yüksek olduğunun doğal bir açıklamasıdır. Çünkü çifti koparmak için yüksek miktarda enerji gerekir.

Deforme çekirdeklerde ise nükleonları deforme alanda birbirlerinden bağımsız bir şekilde hareket ediyor kabul ederek eylemsizlik momenti için yapılan hesaplamaların deneysel verilerle uyuşmadığı görülür fakat işlemlere bu çiftlenme olayının dahil edilmesiyle eylemsizlik momentinin değerinin birkaç kat azalarak deneysel verilerle daha iyi uyduğu görülmüştür.

Şu ana kadar deformasyonu hep sabit olarak ele alındı. Bununla beraber eğer enerji minimumu deformasyonda yapılan değişikliklere göre yaklaşık olarak sabit kalıyorsa, deformasyonun belli bir denge noktası civarında değişen dinamik bir değişken olarak ele alındığı yeni bir model ileri sürülür. Böylece aynı moleküllerde olduğu gibi salıncı ve dönücü yapıları eş zamanlı olarak gözlenir. Eğer çekirdeğin denge şekli küresel ise, aynı kapalı kabuk civarında olan çekirdeklerde olduğu gibi dönme olayı olmaz fakat 5 boyutlu harmonik salıncı spektrumu gözlenir, burada boyutlar kuadropol deformasyon parametrelerinin magnetik alt durumlarını temsil eder. Aynı böyle bir spektrum kapalı kabuk civarı çekirdeklerde gözlenir ve valans nükleonları arttıkça büyük deformasyon durumuna ulaşmadan önce dönme spektrumunun gözlendiği bir banda ulaşılır.

Nükleer yapıyı anlamada kullanılan ve çok temel olan bazı düşünceler vardır ki bunlar şunlardır: merkezi alan, bu alanın kuadropol açıdan deforme olabilme özelliği, çiftlenme olayı ve deformasyon parametrelerinin dinamik değişken olabilirliliği. Nükleer yapının daha detaylı gösterimi için, diğer çok kutuplu durumlara karşılık gelen izospin serbestlik derecesini de içinde bulunduran başka kolektif olaylar gereklidir. Bu tezin kapsamında kullanılacak olan Etkileşen Bozon Modeli nükleer yapının daha çok kolektif özellikleriyle

ilgili olan cebirsel bir modeldir. Tezin bir sonraki kısmında Etkileşen Bozon Modeli diğer modellerle olan ilişkisi belirtilerek açıklanacaktır.

## 2.2. Etkileşen Bozon Modeli (IBM)

Etkileşen bozon modeli Arima ve Iachello tarafından 1976'da ortaya atılmış, çekirdeğin kolektif özelliklerini ele alan bir modeldir. Bu modele göre sihirli sayılara kadar olan nükleonlar bir kor oluşturur, sihirli sayılar dışında kalan nükleonlar ise korun etrafında çiftlenerek çekirdeğin kolektif davranışlarından sorumlu olan hareketleri sergilerler.

Neden çiftlenirler sorusunun cevabı basittir. Aynı türden iki nükleon çiftlendiğinde daha kararlı bir yapı oluştururlar. Özellikle toplam açısal momentumları sıfır yada iki olacak şekilde çiftlendiklerinde enerji seviyeleri iyice düşerek çok kararlı hale gelir. Bunun çok detaylı kuantum mekaniksel bir hesabı vardır bunun sonuçlarına dayanan grafik şekil 2.1'de görülmektedir.

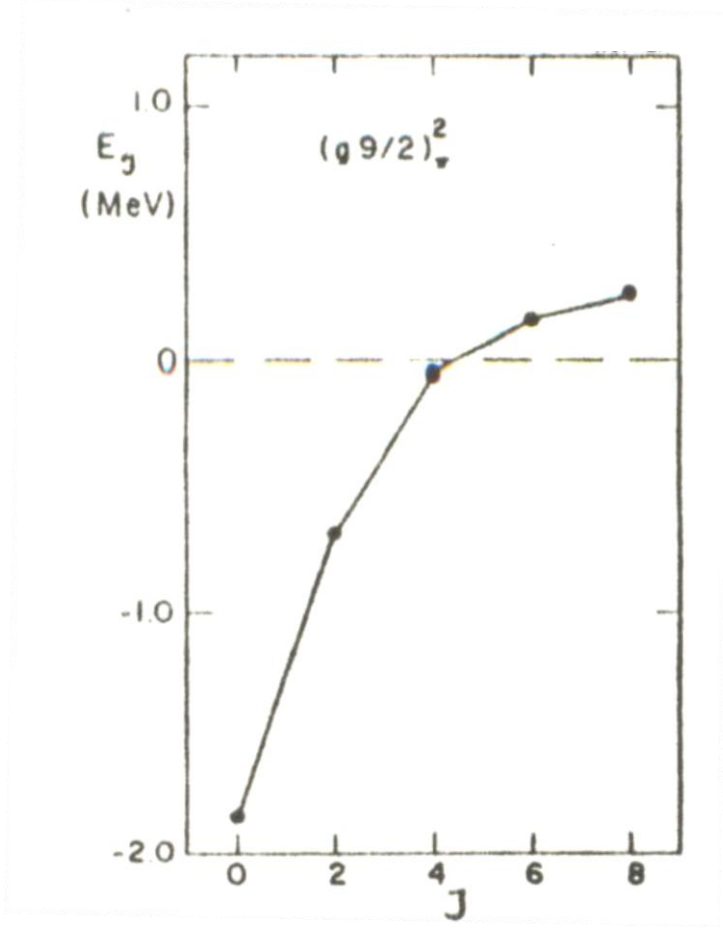
Buna göre nükleonlar toplam açısal momentumları sıfır olacak şekilde çiftlendiklerinde kuvvet çok çok çekicidir ve bu sayede enerjilerini azaltarak daha kararlı hale geçerler. Toplam açısal momentum  $J=2$  olduğunda da yine kuvvet çekicidir ve yine alt enerji düzeyine inerler ancak  $J=4,6,\dots$  gibi durumlar için çekici etkileşme kaybolur itici etkileşme meydana gelir ve kararlı durumlar oluşmaz dolayısıyla da nükleonlar bu durumlarda gözlenmezler. Nükleonlar kararlı halde oldukları  $J=0$  yada  $J=2$  durumlarında bulunurlar.

Etkileşen Bozon Modeli (1-5) aslında birer fermiyon olan nükleonların kapalı kabuklar dışında kalanlarının çiftlenerek bozon oluşturmalarına dayanır. Bu bozonlardan açısal momentumu  $J=0$  olana s bozonu,  $J=2$  olana da d bozonu denir.

Bozonlar simetrik dalga fonksiyonlarıyla temsil edilir[2].

$$\Psi_{ij} = \frac{1}{\sqrt{2}} [\Psi_i(1)\Psi_j(2) + \Psi_i(2)\Psi_j(1)] \quad (2.2)$$

Burada 1 ve 2 sayıları  $r_1, r_2$  koordinatlarının kısa gösterimidir. Yukarıdaki ifade temel kuantum mekaniğinde özdeş iki parçacığın konum uzayındaki tipik simetrik gösterimidir. Görüldüğü gibi birinci parçacıkla ikinci parçacığın yerlerini



Şekil 2.1 Nükleonların çiftlenimi için açılal momentuma karşı enerjinin grafiği [2].

değiştirmek genel dalga fonksiyonunu değiştirmez. Parçacık sayısı arttıkça genel dalga fonksiyonunu yazmak daha da zorlaşır.

Bunun yerine dalga fonksiyonlarını şöyle bir notasyon kullanarak ifade etmek işi çok kolaylaştırır. 2.3'de boşluk durumuna  $|0\rangle$  etki ederek bir bozon yaratan  $b^+$  işlemcisi tanımlanmıştır.

$$\psi_i = b_i^+ |0\rangle \quad (2.3)$$

İki ve üç bozonlu durumlar da aşağıdaki gibi tanımlanır.

$$\begin{aligned} \psi_{ij} &= N_{ij} b_i^+ b_j^+ |0\rangle \\ \psi_{ijk} &= N_{ijk} b_i^+ b_j^+ b_k^+ |0\rangle \end{aligned} \quad (2.4)$$



Burada  $N_{ij}$ ,  $N_{ijk}$  normalizasyon sabitleridir.  $\Psi_{ij}=\Psi_{ji}$  olduğundan bozon yaratma operatörleri sıra değiştirmelidirler.

$$[b_i^+, b_j^+] = b_i^+ b_j^+ - b_j^+ b_i^+ = 0 \quad (2.5)$$

Yukarıdaki ket durumlarına karşılık gelen bra durumları göz önüne alındığında yok etme işlemcileri devreye girer.  $(b_i^+ |0\rangle)^+ = \langle 0| b_i$  burada artı (+) işlemcisi hermitik konjügasyonu temsil eder. Özel olarak şu diklik bağıntısına bakmak açıklayıcıdır.

$$0 = (\Psi_i, \Psi_j) = \langle 0| b_i b_j^+ |0\rangle \quad (2.6)$$

Yaratma işlemcisinin hermitik konjügesi yok etme işlemcisidir ve ona şöyle bakılabilir:  $\Psi_i = b_i^+ |0\rangle$  durumuna etki edip tekrardan boşluk oluşturan işlemci.

2.5'deki sıra değiştirme bağıntısına hermitik konjügasyon işlemi uygulanarak aşağıdaki yok etme işlemcilerinin sıra değiştirme bağıntısı elde edilir.

$$[b_i, b_j] = 0 \quad (2.7)$$

Boşlukta yok edilecek bir şey olmadığından bu bağıntı:  $b_i |0\rangle = 0$  koşulunu sağlanmalıdır. Ayrıca eğer sıra değiştirme bağıntıları doğruysa ortonormallik koşulu da sağlanır.

$$[b_i, b_j^+] = \delta_{ij} \quad (2.8)$$

Yukarıdaki bağıntıların yardımıyla  $n_i$  bozonlu durum şöyle oluşturulur.

$$|n_i\rangle = \frac{1}{n_i!} (b_i^+)^{n_i} |0\rangle \quad (2.9)$$

Buna göre normalizasyon katsayıları,

$$N_{ii} = \frac{1}{\sqrt{2}}, N_{iii} = \frac{1}{\sqrt{6}} \text{ ve } N_{iii,ii} = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad (2.10)$$

dir. Tek parçacık durumu  $\Psi_i$  bir kez verildiğinde istenildiği kadar bozondan oluşan çok parçacık durumu şöyle kolayca yazılabilir:

$$|n_1 n_2 \dots n_i \dots \rangle = N_{n_1 n_2 \dots n_i \dots} (b_1^+)^{n_1} (b_2^+)^{n_2} \dots (b_{n_i}^+)^{n_i} \dots |0\rangle \quad (2.11)$$

Burada şu eşitlik sağlanmalıdır:

$$\sum_i n_i = N \quad (2.12)$$

N toplam parçacık sayısıdır

Yukarıdaki eşitliklerin kullanılmasıyla şu iki önemli bağıntı elde edilir.

$$\begin{aligned} b_i |n_1 n_2 \dots n_i \dots \rangle &= n_i |n_1 n_2 \dots (n_i - 1) \dots \rangle \\ b_i^+ |n_1 n_2 \dots n_i \dots \rangle &= (n_i + 1) |n_1 n_2 \dots (n_i + 1) \dots \rangle \end{aligned} \quad (2.13)$$

Dahası bu bağıntıları kullanarak tek parçacık ve toplam parçacık sayısını veren işlemciler de türetilebilir.

$$\hat{n}_i = b_i^+ b_i, \hat{N} = \sum_i b_i^+ b_i \quad (2.14)$$

Bu işlemcilerin öz değerlerinin bulunduğu eşitlikler şunlardır.

$$\begin{aligned} \hat{n}_i |n_1 n_2 \dots n_i \dots \rangle &= n_i |n_1 n_2 \dots n_i \dots \rangle \\ \hat{N} |n_1 n_2 \dots n_i \dots \rangle &= N |n_1 n_2 \dots n_i \dots \rangle \end{aligned} \quad (2.15)$$

Şu ana kadar bu gösterimdeki tek eksik yan Hamiltonyen gibi fiziksel anlama sahip işlemcilerin yokluğudur. Bir bozon sisteminde tek cisim işlemcisi tipik bir kinetik enerji işlemcisidir, iki cismin etkileşimini ifade eden işlemci ise iki cisim işlemcisidir. Bu işlemcilerin konum uzayındaki temsilleri şu şekildedir:

$$T = \sum_{\alpha=1}^N T(\alpha), \quad V = \sum_{\alpha < \beta}^N T(\alpha\beta) \quad (2.16)$$

Burada parçacıkların öz durumlarla karışmaması için  $\alpha, \beta$  sembolleri kullanılmıştır. Bu ifadeler cebirsel olarak şöyle yazılır:

$$T = \sum_{ij} T_{ij} b_i^+ b_j, \quad V = \frac{1}{2} \sum_{ijkl} V_{ijkl} b_i^+ b_j^+ b_k b_l \quad (2.17)$$

Buradaki sabitler iki parçacık ve tek parçacık matris elemanlarıdır.

$$\begin{aligned} T_{ij} &= (\psi_i(\alpha), T(\alpha)\psi_j(\alpha)) \\ V_{ijkl} &= (\psi_i(\alpha)\psi_j(\beta), V(\alpha\beta)\psi_k(\alpha)\psi_l(\beta)) \end{aligned} \quad (2.18)$$

### 2.3. IBM İşlemcileri

IBM'in en temel uyarılmış seviyeleri özdeş bozonların tek parçacık durumlarıdır. Yukarıda da bahsedildiği gibi bozonlar mikroskobik olarak iki nükleonun çiftlenimiyle oluşurlar.

Öncelikle IBM-1'in bozonlarıyla ilgilenilecektir. Bir bozonun iki açısal momentum durumu vardır. Bunlardan biri  $J=0$  olan s durumu ve diğeri de  $J=2$  olan d durumudur. Tek sayılı spin durumları 1,3,5,... gibi kuantum mekaniksel sebeplerden dolayı oluşmaz. Ayrıca d durumunun 2,1,0,-1,-2 gibi 5 manyetik alt durumu vardır, buna göre IBM'de bir bozon için bulunabileceği mümkün 6 durum vardır. Bu altı boyutlu bir uzay oluşturur ve bu uzayın üzerinde dönmeleri temsil eden  $U(6)$  grubu kurulabilir.

IBM'in en temel işlemcileri  $s^+, d_\mu^+$  bozon yaratma işlemcileri ve bunların karmaşık eşleniği olan  $s, d_\mu$  bozon yok etme işlemcileridir. Bu işlemciler yukarıda bahsedilen bozon sıra değiştirme bağıntılarını sağlarlar. Burada i ve j indislerinin yerine s ve beş çeşit d bozonu işlemcileri vardır. Bu altı işlemcinin ikili çizgisel çarpımlarıyla oluşturulan otuz altı kombinasyonu  $U(6)$  grubunun üreticilerini oluştururlar.

$$s^+s, s^+d_\mu, d_\mu^+s, d_\mu^+d_\nu \quad \mu, \nu = \pm 1, 2, 0 \quad (2.19)$$

Bu üreticiler sıra değiştirme bağıntısı altında kapalıdır.  $s^+$  işlemcisini boşluğa etki ettirsek açısal momentumu  $J=0$  olan bir s durumu oluşturur. Eğer  $d_\mu^+$  işlemcisini boşluk durumuna etki ettirilirse açısal momentumu  $J=2, M=\mu$  olan d durumu elde edilir. IBM'de boşluk durumları etkin durumda değildir ve ana kabuklardan oluşur. s ve d durumları şöyle oluşturulur:

$$\begin{aligned} |s\rangle &= s^+ |0\rangle = |J=0, M=0\rangle \\ |d_\mu\rangle &= d_\mu^+ |0\rangle = |J=2, M=\mu\rangle \end{aligned} \quad (2.20)$$

d bozon işlemcilerine tensörel bir anlam yüklemek mümkündür. Eğer d bozonu yok etme işlemcisi biraz değiştirilirse,

$$\tilde{d} = (-1)^\mu d_{-\mu} \quad (2.21)$$

Bu işlemci aynı küresel harmoniklerden  $Y_{2,\mu}$  gibi davranır böylece  $d^+, \tilde{d}$  işlemcileri tensörel özellik kazanmış olur. Üreticiler temel bozon yaratma ve yok etme işlemcilerinin lineer birleşimi olarak yazılabildiğinden dolayı  $d_\mu^+ d_\nu$  işlemcisi tensörel biçimde şöyle yazılabilir:

$$[d^+ \tilde{d}]_{lm} = \sum_{\mu\nu} (2\mu 2\nu | lm) d_\mu^+ \tilde{d}_\nu \quad l=0,1,2,3,4 \quad (2.22)$$

Burada  $(2\mu 2\nu | lm)$  katsayıları Clebsh-Gordon kat sayılarıdır.

Şu işlemciler ise:  $s^+, s^+ d_\mu, d_\mu^+ s$  olduğu gibi kalır çünkü s bozonu yaratma yok etme işlemcisi bir skaldır. Eğer  $[d^+ \tilde{d}]_{lm} = T_{lm}$  denilirse ve bu işlemcilerden bazılarıyla biraz uğraşılırsa aşağıdaki bağıntıları sağladıkları ve kapalı oldukları görülür:

$$\begin{aligned} [T_{1,1}, T_{1,-1}] &= \sqrt{\frac{1}{10}} T_{1,0}, \\ [T_{1,0}, T_{1,\pm}] &= \pm \sqrt{\frac{1}{10}} T_{1,\pm} \end{aligned} \quad (2.23)$$

Bu bağıntılar aşağıdaki açısal momentum sıra değiştirme bağıntılarıyla karşılaştırılırsa:

$$\begin{aligned} J_{\pm 1} &= \mp \sqrt{\frac{1}{2}} (J_x \pm J_y), \quad J_0 = J_z \\ [J_1, J_{-1}] &= -J_0, \quad [J_0, J_{\pm 1}] = \pm J_{\pm 1} \end{aligned} \quad (2.24)$$

Birbirleriyle özdeş oldukları görülür. Yani açısal momentum işlemcilerinin oluşturduğu grupla tensör yapıda olan işlemcilerin oluşturduğu grup birbirine izomorftur. Bu tesadüfi bir durum değildir çünkü IBM'in, işlemcileriyle birlikte nükleonların çekirdekdeki gerçek kolektif hareketi temsil ettikleri belirtilmişti. Dolayısıyla IBM bozonlarının açısal momentum işlemcileri olarak şu işlemciler tayin edilebilir:

$$J_m = \sqrt{10}T_{l,m} = \sqrt{10}[d^+, \tilde{d}]_{l,m} \quad (2.25)$$

#### 2.4.Hamiltonyen ve Simetrisi

Eğer bir  $H$  Hamiltonyeni bir  $G$  cebirinin üreticileri olan  $b_i$  işlemcileriyle sıra değiştiriyorsa aşağıdaki bağıntı sağlanır.

$$[H, g_i] = 0 \quad \forall g_i \in G \quad (2.26)$$

Buradaki amaç doğrultusunda, grup ile cebir arasında çok fark olmadığı için ikisinin de aynı olduğu kabul edilecektir. Eğer bir kümenin üzerindeki işlem sıra değiştirme işlemiyse ve bu küme bu işlem altında kapalıysa diğer grup şartlarıyla beraber bu kümenin bir Lie grubu yani bir Lie cebri oluşturduğu söylenir. Eğer bir Hamiltonyen yukarıdaki bağıntıyı sağlıyorsa o Hamiltonyenin bir  $G$  simetrisine sahip olduğu söylenir. Bir Hamiltonyeni değişmez bırakan bu  $g_i$  işlemcilerinin belirlenmesi kuantum mekaniğinin en temel konularındandır çünkü klasik fiziğin üzerine kurulduğu enerjinin, doğrusal momentumun ve açısal momentumun korunumu gibi herhangi bir fiziksel niceliğin korunumu konusu bu şekilde kuantum mekaniğine aktarılır [6]. Yani kuantum mekaniğin fiziksel bir niceliğin korunması demek o fiziksel niceliğe karşılık gelen işlemcinin bir Lie grubunu oluşturan işlemcilerle sıra değiştirme bağıntısını sağlaması demektir. Neden grup yapısının sağlanması gerektiği aşağıdaki gibi gösterilebilir.

$$\begin{aligned} [H, g_1] = 0 &\Rightarrow Hg_1 - g_1H = 0 \\ [H, h_1] = 0 &\Rightarrow Hh_1 - h_1H = 0 \end{aligned} \quad (2.27)$$

Burada  $h_1$  ve  $g_1$  işlemcileri Hamiltonyenle sıra değiştiren herhangi iki işlemcidir. Şimdi yukarıdaki iki denklemden üstteki  $h_1$  ile çarpılırsa,

$$\begin{aligned} h_1Hg_1 - h_1g_1H &= 0 \\ Hh_1g_1 - h_1g_1H &= 0 \end{aligned} \quad (2.28)$$

Görüldüğü gibi birbiriyle ilişkisi olmayan herhangi iki işlemci sıra değiştiriyorsa bunların çarpımı da sıra değiştirir.

$$\begin{aligned}
gg^{-1} &= 1 \\
Hgg^{-1} &= H \\
gHg^{-1} &= H \\
Hg^{-1} &= g^{-1}H
\end{aligned}
\tag{2.29}$$

Buradan da görüldüğü gibi eğer bir işlemcinin kendisi sıra değiştiriyorsa tersi de sıra değiştirir. Tüm bunlar bir işlemciyle sıra değiştiren işlemciler kümesinin sıra değiştirme bağıntısı altında bir grup yapısına sahip olduğunu yani bir Lie cebri oluşturduğunu gösterir.

Örnek olarak  $\forall g_i \in G$  'nin bir kuantum mekaniksel sistemin Hamiltonyeni  $H$  ile sıra değiştirdiği düşünölsün. Buna göre:  $Hg_i |\psi\rangle = g_i H |\psi\rangle = g_i E |\psi\rangle$

Yani

$$H(g_i |\psi\rangle) = g_i E |\psi\rangle = E(g_i |\psi\rangle) \text{ 'dir} \tag{2.30}$$

Görüldüğü gibi  $|\psi\rangle$  Hamiltonyenin bir öz durumu iken  $g_i |\psi\rangle$  'de Hamiltonyenin bir öz durumudur. Bu aynı enerji seviyesine karşılık başka dalga fonksiyonlarının gelmesine sebep olur. Böyle durumlarda o enerji seviyesinin dejenere olduğu söylenir.  $\Gamma$  öz durumu dolayısıyla enerjiiyi belirleyen baş kuantum sayısıdır.

$$\begin{aligned}
H|\Gamma\rangle &= E(\Gamma)|\Gamma\rangle \\
Hg_i |\Gamma\rangle &= g_i H |\Gamma\rangle = E(\Gamma)(g_i |\Gamma\rangle)
\end{aligned}
\tag{2.31}$$

Bundan dolayı aynı dejenere  $E(\Gamma)$  öz değerine karşılık gelen öz durumları (dalga fonksiyonlarını) ayırmak için yeni bir kuantum sayısı lazımdır. Yeni öz durum  $|\Gamma\gamma\rangle$  'dur. Burada  $\gamma$  kuantum sayıları aynı  $E(\Gamma)$  enerji öz değerine karşılık gelen öz durumları ayırmayı sağlayan ek kuantum sayısıdır.  $g_i$  işlemcileri farklı  $\Gamma$  durumlarını karıştırmaz.

$$g_i |\Gamma\gamma\rangle = \sum_{\gamma'} a_{\gamma\gamma'}^{\Gamma}(i) |\Gamma\gamma'\rangle \tag{2.32}$$

Bu ek kuantum sayısı Hilbert uzayında grubun indirgenemez temsili için baz oluşturur. Bu bilinen kuantum mekaniksel açısal momentum cebriinde daha detaylı gösterilebilir:

$$H^1\psi = (1 - \varepsilon J_z)\psi \tag{2.33}$$

Burada  $\varepsilon_{xy}$  düzleminde sonsuz küçük bir açıyı göstermektedir. Kuantum mekaniksel  $J_z$  işlemcisi z eksenini etrafında bir dönme anlamına gelir. Aynı şekilde  $J_x, J_y$  işlemcileri de x ve y eksenleri etrafında dönme anlamına gelir. Yani açısal momentum işlemcileri üç boyutta dönmeyi sağlayan işlemcilerdir. Aşağıdaki bağıntıların göz önüne alınmasıyla bu işlemcilerin grup yapısına sahip oldukları kolayca görülebilir.

$$\begin{aligned} [J_x, J_y] &= iJ_z \\ [J_y, J_z] &= iJ_x \\ [J_z, J_x] &= iJ_y \end{aligned} \quad (2.34)$$

Bu gruba  $O(3)$  grubu denir ve “3” fiziksel olarak üç boyuttaki dönmeleri temsil eder. Aşağıdaki ifadelerle bu grubun matris temsili araştırılabilir.

$$J \cdot J = J^2 = J_x^2 + J_y^2 + J_z^2 \quad (2.35)$$

Bu  $J^2$  işlemcisi  $J_x, J_y, J_z$  işlemcileriyle sıra değiştirir. Açısal momentumun üç bileşeni belirsizlik ilkesinden dolayı aynı anda bilinemeyeceğinden ötürü  $J^2$  ve sadece  $J_z$  alınır:

$$\begin{aligned} J^2 |j, m\rangle &= j(j+1) |j, m\rangle \\ J_z |j, m\rangle &= m |j, m\rangle \end{aligned} \quad (2.36)$$

Burada görüldüğü gibi  $J^2$  işlemcisiyle sıra değiştiren  $J_z$  işlemcisi  $|j\rangle$  öz durumunun dejenere olarak  $m = \pm m, (m-1), \dots, 0$  değerlerini alan aynı  $j(j+1)$  öz değerine sahip  $2m+1$  tane farklı öz durumun oluşmasına neden olmuştur.

Örneğin  $O(3)$  grubunun matris temsili şöyle gösterilir. İlk önce kolaylık için arttırma eksiltme işlemcileri olarak yeni iki işlemci tanımlanırsa.

$$\begin{aligned} J_+ &= J_x + iJ_y \\ J_- &= J_x - iJ_y \\ J_+ |jm\rangle &= C_+ |j, m+1\rangle \\ J_- |j, m\rangle &= C_- |j, m-1\rangle \end{aligned} \quad (2.37)$$

Burada  $C_{\pm}$  sabitlerdir.  $O(3)$  grubunun matris temsilini oluşturmada  $|j, m\rangle$  Hilbert uzayında ortogonal bir baz oluşturur. Kolaylık açısından  $j=1$ ,  $m=1,0,-1$  için  $J^2, J_+, J_-$  matris gösterimleri şöyle bulunur. Örneğin  $J_+$  için,

$$\langle j', m' | J_+ | j, m \rangle = \sqrt{(j+m+1)(j-m)} \delta_{j',j} \delta_{m',m+1} \quad (2.38)$$

Bağıntısı kullanılarak matris elemanları,

$$\langle 1, 1 | J_+ | 1, 0 \rangle = 0 \quad (2.39)$$

Şeklinde hesaplanırsa aşağıdaki matris gösterimi elde edilir.

$$J_+ = \begin{pmatrix} 0 & \sqrt{2} & 0 \\ 0 & 0 & \sqrt{2} \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (2.40)$$

Buna  $O(3)$  grubundaki  $J_+$  işlemcisinin indirgenmez temsili denir. Burada  $J$  kuantum sayısı irrep'i değiştirir her  $J=0,1,2,3,\dots$  için farklı bir irrep çıkar. Irrep'in ise kendi içinde her satır ve sütunda alacağı değerleri  $m$  kuantum sayısı belirler. Fakat örneğin  $n$  gibi bir baş kuantum sayısının her farklı değeri için aynı irrep olacağı için bu  $n$  kuantum durumunun belirtilmesi için gösterilmesi gerekir.

Casimir işlemcileri bir grubun tüm işlemcileriyle sıra değiştiren işlemcilere verilen addır. Yani bu işlemciler şu bağıntıyı sağlar.

$$[C, g_i] = 0 \quad \forall g_i \in G \quad (2.41)$$

Eğer bir sistemin Hamiltonyeni bir grubun Casimir işlemcileri cinsinden yazılırsa o Hamiltonyenin o grup simetrisine sahip olduğu kolayca söylenir. Bu her hangi bir grubun simetrisine sahip olan bir işlemci oluşturmanın en kolay yoludur.

$$\left( \sum_m \kappa_m C_m[G] \right) | \eta \Gamma \gamma \rangle = \left( \sum_m \kappa_m E_m(\Gamma) \right) | \eta \Gamma \gamma \rangle \quad (2.42)$$



## 2.5.Dinamik Simetri

Dinamik simetrinin tanımlanabilmesi için ilk olarak  $G_1 \subset G_2$  şeklinde iki tane grup(cebir) tanımlanmalıdır. Dinamik simetri demek sistemi tanımlayan Hamiltonyende bu iki simetrinin de mevcut olması demektir.  $G_1$  simetrisine sahip H Hamiltonyenin öz durumları şöyle sınıflandırılıp gösterilir  $|\Gamma_1\gamma_1\rangle$ . Fakat yukarıdaki bağıntıya göre  $G_2$  grubu  $G_1$ ' in alt grubu olduğundan dolayı bu Hamiltonyen  $G_2$  simetrisine de sahiptir ve bundan dolayı Hamiltonyenin öz durumları şöyle de sınıflandırılabilir:  $|\Gamma_2\gamma_2\rangle$ . Bu iki özellik kullanılarak aşağıdaki eşitlik yazılabilir.

$$H|\eta_1\Gamma_1\eta_{12}\Gamma_2\gamma_2\rangle = E(\eta_1\Gamma_1)|\eta_1\Gamma_1\eta_{12}\Gamma_2\gamma_2\rangle \quad (2.43)$$

Burada  $\eta_{12}\Gamma_2\gamma_2$  kuantum sayıları  $\gamma_1$ 'in yaptığı görevi yapar.  $\eta_{12}$  ise  $[\Gamma_2]$  irrep'i  $[\Gamma_1]$  irrep'i içinde birden fazla kez mevcut olursa ayırım yapılabilmesi için konulmuştur.

Bir sistem eğer  $G_1$  simetrisine sahipse bu simetrinin şartları çok güçlü olduğundan kırılması çok güçtür. Bunu başarmanın mümkün yollarından biri Hamiltonyenin aşağıdaki gibi tanımlanmasıdır:

$$H' = \sum_{m_1} \kappa_{m_1} C_{m_1} [G_1] + \sum_{m_2} \kappa_{m_2} C_{m_2} [G_2] \quad (2.44)$$

Bu eşitlikte sistemin Hamiltonyeni hem  $G_1$  hem de  $G_2$  grubunun Casimir işlemcileriyle tanımlanmıştır. Artık  $H'$  Hamiltonyeninin simetri özellikleri değişmiştir.  $[H', g_i] = 0 \quad \forall g_i \in G_2$  için olduğundan dolayı  $H'$  artık  $G_1$  simetrisine sahip değildir bu simetri kırılmıştır.  $G_1 \supset G_2$  olduğundan dolayı  $G_2$ 'nin tüm işlemcileri  $G_1$ 'in tüm işlemcileriyle sıra değiştiren tüm işlemcilerle sıra değiştireceği için ve tersi genellikle doğru olmadığı için  $G_1$  simetrisi kırılmıştır ve sistem artık sadece  $G_2$  simetrisine sahiptir. Bu arada H Hamiltonyeninin öz değerleri de artık şu şekilde yazılır:

$$\left( \sum_{m_1} \kappa_{m_1} C_{m_1} [G_1] + \sum_{m_2} \kappa_{m_2} C_{m_2} [G_2] \right) |\eta_1\Gamma_1\eta_{12}\Gamma_2\gamma_2\rangle =$$

$$\left( \sum_{m_1} \kappa_{m_1} E_{m_1} (\Gamma_1) + \sum_{m_2} \kappa_{m_2} E_{m_2} (\Gamma_2) \right) |\eta_1\Gamma_1\eta_{12}\Gamma_2\gamma_2\rangle \quad (2.45)$$

Buradan şu sonuca varılır ki H Hamiltonyeni  $G_1$  simetrisine sahip olmasa da öz değerleri görüldüğü gibi H Hamiltonyeniyle aynıdır. Dolayısıyla H Hamiltonyeni için onda  $G_1$  dinamik simetrisi vardır denir. Buradaki temel özellik şudur, H Hamiltonyeninin öz değerleri  $\Gamma_1, \Gamma_2$  'ye bağlı olmasına rağmen ki bu onun bir  $G_1$  simetrisine sahip olmadığını göstergesidir, öz durumları H ile aynıdır çünkü  $G_2$  grubu  $G_1$  grubunun bir alt grubudur. Bu işlem şöyle genelleştirilebilir:

$$G_1 \supset G_2 \supset G_3 \supset \dots \supset G_n \quad (2.46)$$

Bu zincirdeki son grup yada cebir olan  $G_n$  simetri grubu yada cebridir. Bu zincir ile alakalı olan ve çok parçacıklı bir sistemi temsil eden Hamiltonyen şu şekilde yazılabilir.

$$H = \sum_{k=1}^n \sum_m \kappa_m^k C_m [G_k] \quad (2.47)$$

Yukarıdaki bağıntıda geçen Casimir işlemcilerinin aşağıdaki eşitliği sağladığı açıktır:

$$\forall m, m', k, k' : [C_m [G_k], C_{m'} [G_{k'}]] = 0 \quad (2.48)$$

Görüldüğü gibi bir Hamiltonyen birbirleriyle sıra değiştiren işlemcilerin lineer birleşimi şeklinde yazılabilir dolayısıyla da öz durumlarına da bu işlemciler tarafından belirlenen kuantum sayılarıyla ayrılır. Ayrıca yukarıdaki gibi grupları birbirinin alt grupları halinde dizerek bunlardan sıra değiştiren işlemciler elde edip analitik olarak çözülebilecek bir Hamiltonyen oluşturmak başlı başına zor ve önemli bir iştir.

Sonuç olarak şöyle özetlenebilir:

$$G_1 \supset G_2 \supset \dots \supset G_n \quad (2.49)$$

$$\Gamma_1 \quad \eta_{12} \Gamma_2 \quad \dots \quad \eta_{n-1} \Gamma_n$$

Her bir grubun altında ilgili kuantum sayıları yani öz değerleri yazılmıştır.

$$H | \Gamma_1 \eta_{12} \Gamma_2 \dots \eta_{n-1} \Gamma_n \rangle = \sum_{k=1}^n \sum_m \kappa_m^n E_m (\Gamma_k) | \Gamma_1 \eta_{12} \Gamma_2 \dots \eta_{n-1} \Gamma_n \rangle \quad (2.50)$$

Görüldüğü gibi bu şekilde kurulan bir Hamiltonyen analitik bir çözüme sahiptir.

## 2.6. IBM Hamiltonyeni

Bir IBM Hamiltonyeni tarafından şu şartlar sağlanmalıdır: hermitiklik, Pauli ilkesi altında simetriklik ve de toplam bozon sayısının korunması. Bu şartlar, yazılabilecek olası karmaşık bir Hamiltonyeni indirgeyerek onun aşağıdaki gibi en açık formda yazılabilmesini sağlar [2,5].

$$\begin{aligned}
H = & E_0 + \varepsilon_s [s^+ s] + \varepsilon_d [d^+ d^+] + \frac{1}{2} \sum_{L=0,2,4} [d^+ d]_L \cdot [dd]_L \\
& + \frac{1}{\sqrt{2}} v_2 [d^+ d^+]_2 \cdot [ds]_2 + [d^+ s^+]_2 \cdot [dd]_2 \\
& + \frac{1}{2} v_0 [d^+ d^+]_0 \cdot [ss]_0 + [s^+ s^+]_0 \cdot [dd]_0 \\
& u_2 [d^+ s^+]_2 \cdot [ds]_2 + \frac{1}{2} u_0 [s^+ s^+]_0 \cdot [ss]_0
\end{aligned} \tag{2.51}$$

Burada  $E_0$  korun yani ana kabukların bağlanma enerjisidir,  $\varepsilon_s, \varepsilon_d$  s ve d bozonlarının bağlanma enerjisidir,  $c_0, c_2, c_4$  parametrelili terimler d bozonlarını aralarındaki etkileşmeyi belirten terimlerdir,  $u_0$  s bozonlarının kendi aralarındaki etkileşme şiddetini belirtir,  $v_2, u_2, v_0$  s ve d bozonlarının etkileşme şiddetini belirten parametrelerdir. Görüldüğü gibi bu Hamiltonyenin 10 tane parametresi vardır lakin bu parametrelerden sadece 6 tanesi lineer bağımsızdır yani bu parametrelerden 4 ü diğer altısının içine gömülebilir. Bu durumda yeni Hamiltonyen şöyle yazılabilir:

$$\begin{aligned}
H = & \varepsilon' n_d + \frac{1}{2} \sum_{L=0,2,4} c'_L [d^+ d^+]_L \cdot [dd]_L \\
& + \frac{v_2}{\sqrt{10}} [d^+ d^+]_2 \cdot [ds]_2 + [dd]_2 \cdot [d^+ s^+]_2 \\
& + \frac{v_0}{2\sqrt{5}} d^+ \cdot d^+ ss + s^+ s^+ dd
\end{aligned} \tag{2.52}$$

Hamiltonyenin fiziksel anlam içeren terimlerle yazımı şöyledir:

$$\begin{aligned}
H = & E_0 + \varepsilon' n_d + a_1 J \cdot J + a_2 Q^\chi \cdot Q^\chi + a_3 T_3 \cdot T_3 + a_4 T_4 \cdot T_4 \\
Q_m^\chi = & [s^+ d + d^+ s]_m^2 + \chi [d^+ d]_m^2 \\
L_m = & \sqrt{10} [d^+ d]_m^1 \\
T_m^k = & [d^+ d]_m^k
\end{aligned} \tag{2.53}$$

Görüldüğü gibi bunlar  $U(6)$  grubuyla ilgilidir çünkü  $U(6)$ 'nın üreticilerinin lineer bileşimidir. Bu Hamiltonyenin matris gösterimi köşegenleştirilerek sistem ile ilgili tüm bilgilere ulaşılabilir.

## 2.7. $U(6)$ 'nın Alt Grupları

Bu Hamiltonyen  $U(6)$  grubunun işlemcileriyle yazıldığına göre  $U(6)$  grubunun alt gruplarıyla zincirler kurularak dinamik simetriler sorgulanabilir hatta bu dinamik simetrilere sahip olan Hamiltonyen analitik olarak çözülebilir.  $n-1$  boyutta birimsel dönüşümler  $n$  boyuttaki birimsel dönüşümlerin alt grubudur dolayısıyla:

$$U(n) \subset U(n-1) \subset \dots \quad (2.54)$$

Ayrıca özel birimsel grup her zaman için aynı boyuttaki birimsel grubun alt grubudur.

$$U(n) \supset SU(n) \quad (2.55)$$

$n$  boyutlu uzayda gerçek dönmelere karşılık gelen ortogonal grup  $O(n)$  yine  $n$  boyutta dönmelere karşılık gelen birimsel grup  $U(n)$ 'in alt grubudur.

$$U(n) \supset O(n) \quad (2.56)$$

$U(6)$  grubunun üreticilerinin her kümesi  $U(6)$  ile sıra değiştirmez dolayısıyla  $U(6)$  grubunun üreticileriyle yazılmış olan IBM Hamiltonyeninin öz durumları  $U(6)$  grubunun kendisine ait olanlardır yada  $U(6)$  grubunun alt gruplarına ait olan kuantum sayılarıyla sınıflandırıp araştırılmaya başlanacaklardır. Öte yandan açısız momentum işlemcilerinin oluşturduğu grup  $O(3)$  grubu olduğundan ve IBM Hamiltonyeninin gerçek fiziksel hareketi temsil etmesinden dolayı Hamiltonyenin öz durumları aynı zamanda açısız momentum işlemcilerinin de öz durumu olmak zorundadır. Bundan dolayı da  $U(6)$  grubunun alt gruplarından oluşan her bir zincir içinde  $O(3)$  grubunu da barındırmalıdır.

$U(6)$  grubunun  $O(3)$  grubunu barındıran alt grup zincirleri araştırılırken aşağıdaki üreticilere bir göz atılırsa görülür ki sıra değiştirme bağıntısı altında  $T_{lm}$  işlemcilerinden oluşan grup kapalı bir gruptur yani bir Lie cebri oluşturur.

$$s^+s, s^+d_\mu, d_\mu^+s, [d^+d]_{lm} = T_{lm} \quad (2.57)$$

Bu sadece d bozonu yaratma yok etme işlemcileri tarafından oluşturulan bir gruptur, yani ana gruptan tek farkı s serbestlik derecesine sahip olmayışı ve sadece beş farklı manyetik durumlu d bozonu yaratma yok etme işlemcileri tarafından oluşturulmasıdır. Dolayısıyla bunun beş boyutta dönmeleri temsil eden U(5) grubu olduğu söylenebilir. Ayrıca  $U(5) \supset O(5)$  olduğu ve  $O(5)$ 'in de  $O(3)$ 'ü kapsayacağı da açıktır o halde ilk zincir elde edilmiş olur:

$$U(6) \supset U(5) \supset O(5) \supset O(3) \quad (2.58)$$

Şimdi aşağıdaki işlemcilere bakılacak olursa bu işlemcilerin bir lie cebri oluşturduğu görülür. Bu işlemcilerin oluşturduğu grup U(3) grubudur.

$$s^+s + \sqrt{5}T_{00}, T_{1m}, s^+d_m + d^+s \pm \frac{1}{2}\sqrt{7}T_{2m} \quad (2.59)$$

Bunlardan ilki bozon sayı işlemcisidir.

$$s^+s + \sqrt{5}T_{00} = s^+s + \sum_m d_m^+d_m = n_s + n_d = N \quad (2.60)$$

Bu işlemci diğer sekiz işlemciden ayrılabilir. Kalan işlemcilerde sıra değiştirme bağıntısı altında kapalıdır dolayısıyla bir grup oluşturur bu grubun adı da SU(3)'dür. Zincire dahil edilmesi için U(3)'den ziyade SU(3) tercih edilir çünkü sayı işlemcisinin değeri verilen bir çekirdek için aynıdır dolayısıyla daha çok enerji seviyeleri arasındaki farkla ilgilenilecek olmasından dolayı bu işlemci gruba dahil edilmez. Aynı zamanda SU(3) 'ün O(3) grubunu da kapsıyor olmasıyla ikinci zincir kurulmuş olur:

$$U(6) \supset SU(3) \supset O(3) \quad (2.61)$$

Son zincir ise şöyle kurulur O(5) grubunun on üreticisi ile birlikte şu işlemciler sıra değiştirirler,

$$d_m^+s + s^+d_m \quad (2.62)$$

Böylece bu on beş işlemci O(6) grubunu oluştururlar. O(5) grubu da bunun alt grubu olduğundan dolayı bu da zincire dahildir ayrıca O(3) grubunun da bu grupların alt grubu olduğu açıktır böylece son zincir de kurulmuş olur.

$$U(6) \supset O(6) \supset O(5) \supset O(3) \quad (2.63)$$

## 2.8. Hamiltonyeni Casimir İşlemciler Cinsinden Yazılması

IBM Hamiltonyeni en çok iki parçacık etkileşmelerini içerdiği için Casimir işlemcilerinin de kuadratik biçimde yazılması yeterli olacaktır, bu işlemciler aşağıdaki gibidir[2, 5, 6]:

$$\begin{aligned} C_{1U6} &= N, & C_{2U6} &= N(N+5) \\ C_{1U5} &= n_d, & C_{2U5} &= n_d(n_d+4) \\ C_{2O5} &= 4(T_1 \cdot T_1 + T_3 \cdot T_3) = 2n_d(n_d+3) - 2(d^+ \cdot d^+)(d \cdot d) \\ C_{2O5} &= 2J \cdot J \\ C_{2SU3} &= \frac{4}{3} Q \cdot Q + \frac{1}{2} J \cdot J \\ C_{2O6} &= 2(s^+ d + d^+ s) \cdot (s^+ d + d^+ s) + C_{2O5} = 2N(N+4) - 8P^+ P \end{aligned} \quad (2.64)$$

Yukarıdaki altı parametrelili IBM Hamiltonyeni bu Casimir işlemcileri cinsinden yazılırsa şöyle olur:

$$H = \varepsilon C_{1U5} + \alpha C_{2U5} + \beta C_{2O5} + \gamma C_{2O3} + \delta C_{2SU3} + \eta C_{2O6} \quad (2.65)$$

Burada  $U(6)$  grubunun kendi Casimir işlemcileri dahil edilmemiştir. Çünkü bunlar verilen bir çekirdek için sadece enerji seviyelerini olduğu gibi yükseltip alçaltır, seviyeler arasında bir fark oluşturmaz, seviyelerin ölçülmesinin en temel yolu bir seviyeden diğer seviyeye geçen bir bozon olduğundan  $U(6)$  işlemcileri açık olarak ölçülebilir veri getirmez.

Ayrıca tüm zincirlerde alt grup olan bir de  $O(2)$  grubu vardır. Bu grup verilen bir eksen etrafında gerçek dönmeleri temsil eden gruptur. Yani kuantum mekaniksel sistemlerde genellikle karşılaşıldığı gibi  $z$  eksenini etrafında dönmeyi temsil eder ve  $J_z$  açısal momentum işlemcisiyle ve  $m$  manyetik kuantum sayısı ile yani öz değeriyle temsil edilir. Eğer bu grup dahil edilseydi manyetik kuantum sayısına göre enerji seviyeleri dejenerasyonu olmayacaktı halbuki böyle bir dejenerasyon ancak bir manyetik alanın varlığında ortadan kalkar ki burada herhangi bir manyetik alandan bahsedilmemektedir. Bu grup zincire ancak bir manyetik alanın varlığında dahil edilmelidir.

Aslında Hamiltonyeni yukarıdaki gibi  $U(6)$  grubunun alt gruplarının Casimir işlemcileri cinsinden yazmak pek bir anlam taşımaz. Ancak yazılan o Hamiltonyende bazı

parametreler sıfır olursa o zaman Hamiltonyen yukarıda yazılan zincirlerden bir tanesine ait olur ve bu limitte Hamiltonyenin öz değeri problemi analitik olarak çözülebilir. Bu tezde de ele alınan çekirdeğin karakterine en uygun limit bulunup enerji seviyeleri analitik yöntemle bulunacaktır.

## 2.9.U(5) Limiti

Bu limitte Hamiltonyen şöyle yazılmalıdır:

$$H = \varepsilon C_{1U5} + \alpha C_{2U5} + \beta C_{1O5} + \gamma C_{1O3} \quad (2.66)$$

U(5) grubu  $n_d$  kuantum sayısı ile ayrılır burada ayrılmak demek irrep anlamında matris temsillerindeki, aynı örnekteki gibi sınıflanmadır. Bu kuantum sayısı yada işlemcinin fiziksel anlamı  $d$  durumundaki bozon sayısıdır. O(5) grubu da  $\tau$  kuantum sayısı ile sınıflandırılarak O(3) grubuna inilir.  $\tau$ 'nin fiziksel anlamı ikili olarak açıl momentumu sıfır olacak şekilde çiftlenmeyen  $d$  durumundaki bozon sayısı demektir. O(3) grubu da bilindiği gibi  $j$  kuantum sayıları ile ayrılır ve  $J$  fiziksel olarak açıl momentumu temsil eder. Hamiltonyen ve öz değerleri şöyle yazılabilir[2,6].

$$\begin{aligned} H &= \varepsilon n_d + \kappa_1 J \cdot J + \kappa_2 T_3 \cdot T_3 + \kappa_3 T_4 \cdot T_4 \\ E &= \varepsilon n_d + \alpha n_d(n_d + 4) + 2\beta\tau(\tau + 3) + 2\gamma j(j + 1) \end{aligned} \quad (2.67)$$

Öz durum yani dalga fonksiyonu da şöyle yazılır:

$$H |[N]n_d \tau v_\delta j \rangle = E |[N]n_d \tau v_\delta j \rangle \quad (2.68)$$

Öz durumda enerji spektrumunda görünmeyen  $v_\delta$  gibi bir kuantum sayısı görülmektedir bu O(5)'den O(3)'e geçerken gereken ek kuantum sayısıdır. Bunun fiziksel anlamı ise üçlü olarak toplam açıl momentum sıfır olacak şekilde birleşen bozon üçlülerinin sayısıdır. Bu limitin spektrumu aynı anharmonik titreşici spektrumuna benzediğinden dolayı IBM'in bu limitine titreşimsel limit denir.

Burada  $|[N]n_d \tau v_\delta j \rangle$  dalga fonksiyonu Hilbert uzayı için bir baz teşkil eder. U(5) limitinin Hamiltonyeni bu bazda doğal olarak köşegendir. Bu dalga fonksiyonları Hilbert uzayını gerdiği için asıl Hamiltonyenin öz durumları da bu bazda yazılabilir, bunun için esas

Hamiltonyenin köşegenleştirilmesi gerekir. PHINT [5] adlı bilgisayar programı bu işi yapmaktadır.

### 2.10. SU(3) Limiti

Bu limit için de gereken Casimir işlemcilerinin başındaki katsayılar yani parametreler sıfırlanırsa Hamiltonyen şöyle olur:

$$\begin{aligned} H &= \delta C_{2SU3} + \gamma C_{2O3} \\ H &= a_2 Q \cdot Q + a_1 J \cdot J \end{aligned} \quad (2.69)$$

Burada  $Q_m^\chi = [s^+ d + d^+ s]_m^2 + \chi [d^+ d]_m^2$  kuadrupol işlemcisinde  $\chi = -\sqrt{7/2}$  olarak seçilir bunun eksilisi de seçilse enerji değerlerinde bir değişiklik oluşturmazdı. Bu sadece kuadrupol momentin değerini değiştirir. Birinde pozitif diğerinde negatif değer alır. Enerji öz değeri de kısaca şöyledir:

$$E = \frac{3}{2} \delta (\lambda^2 + \mu^2 + \lambda\mu + 3\lambda + 3\mu) + 2\gamma J(J+1) \quad (2.70)$$

Öz durum ise şöyledir:

$$\psi = |[N](\lambda, \mu) K J \rangle \quad (2.71)$$

Buradan kolayca görülebilir ki spektrumda K kuantum sayısı yoktur yani enerji seviyeleri K'ya göre dejeneredir. IBM'in bu limiti aksel simetrik dönmeye benzer. Örneğin,

$$\psi = |[N], (\lambda = 2N - 4, \mu = 2), K = 0, J \rangle \quad (2.72)$$

Dalga fonksiyonları  $\beta$  bandını temsil eder,

$$\psi = |[N], (\lambda = 2N - 4, \mu = 2, K = 2, J \rangle \quad (2.73)$$

Dalga fonksiyonu ise  $\gamma$  bandını temsil eder. Spektrumdan da görülebilir ki her banttaki enerji seviyeleri  $j(j+1)$  şeklinde gitmektedir. IBM'in SU(3) limiti ile geometrik kolektif model arasındaki temel farklar şunlardır:



- I. SU(3)'de her banttaki enerji seviyeleri belli açısai momentum değeriinden sonra kesilir iken geometrik kolektif modelde ise enerji seviyeleri sonsuza kadar uzanır.
- II. SU(3)'de kenar bantlar olan  $(\lambda, \mu) \neq (2N, 0)$  bantlarda dahildir.

Kuadrupol işlemlisi Q SU(3) limitinin üreticilerinden biri olduğundan farklı  $(\lambda, \mu)$  kuantum sayılı düzeyler arasında E(2) geçişi yasaktır.

### 2.11. O(6) Limiti

Bu limit için yine gerekli parametrelerin sıfırlanmasıyla şu Hamiltonyen elde edilir:

$$H = \eta C_{206} + \beta C_{205} + \gamma C_{203} \quad (2.74)$$

Yada,

$$H = a_0 P^+ P + a_1 J \cdot J + a_3 T_3 \cdot T_3 + 2\eta N(N + 4) \quad (2.75)$$

Öz değeri problemi şöyle yazılır:

$$H |[N] \sigma \tau \nu_{\delta} J \rangle = E |[N] \sigma \tau \nu_{\delta} J \rangle \quad (2.76)$$

Enerji öz değeri de şöyle yazılır:

$$E = 2\beta \tau(\tau + 3) + 2\gamma J(J + 1) + 2\eta \sigma(\sigma + 4) \quad (2.77)$$

Bu limit bazı açılardan U(5) limitine benzese de arada bazı farklar vardır. Bu limit aslında Meyer-ter-Vehn'in gösterdiği gibi Wilet ve Jean 'in gama kararsız modeline benzer.

### 2.12. Etkileşen Bozon Modeli 2

Çekirdeğin mikroskobik olarak incelenmesi sonucu görülmüştür ki nötron ve protona ayrı iki parçacık olarak davranmak zaruridir. Bunun sonucu olarak ta IBM modeli geliştirilerek 1978'de Arima, Iachello ve Talmi tarafından IBM 2 modeli kurulmuştur. Modelin ikincisinde proton ve nötron serbestlik dereceleri de işin içine katılmış [2, 5] ve iki protonun birleşerek bir proton bozonu ve iki nötronun birleşerek de bir nötron bozonu oluşturdukları söylenmiştir. Burada önemli olarak şunun belirtilmesi gerekir ki asla ve asla

bir proton ile nötron çiftlenerek bir proton nötron bozonu oluşturmazlar. Bunun sonucu olarak da mikroskobik teorilerden de bilinen çok önemli ve etkili olan proton nötron kuadrupol etkileşmesini etkileşen bozon modeli kapsamında temsil eden terim IBM-2 Hamiltonyenine eklenmiştir.

$$H = \varepsilon_v d_v + \varepsilon_\pi d_\pi + \omega Q_v \cdot Q_\pi + \dots \quad (2.78)$$

$$Q_\rho = (s_\rho^+ d + d_\rho^+) + \chi_\rho [d_\rho^+ d]^2 \quad \rho = \pi, v$$

Burada  $v$  nötron,  $\pi$  proton bozonlarını temsil etmektedir.

### 2.13. IBM 2 Hamiltonyeni

Daha önceden belirtildiği gibi çiftlenim çok güçlü çekici bir kuvvet sonucu oluşur ve bu Hamiltonyene şu terimlerle yansıtılır.

$$H_0 = \varepsilon_{s,v} n_{s,v} + \varepsilon_{s,\pi} n_{s,\pi} + \varepsilon_{d,v} n_{d,v} + \varepsilon_{d,\pi} n_{d,\pi}$$

$$n_{s,v} = s_v^+ s_v$$

$$n_{s,\pi} = s_\pi^+ s_\pi$$

$$n_{d,v} = d_v^+ d_v$$

$$n_{d,\pi} = d_\pi^+ d_\pi \quad (2.79)$$

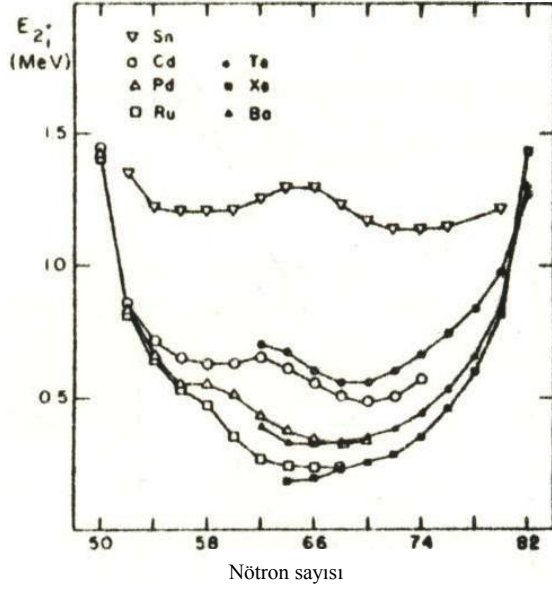
Burada baştaki katsayılar proton ve nötron için tek bozon enerjileridir ve genellikle birbirlerinden farklıdır ayrıca çiftlenim etkileşmesi çekici olduğundan negatiftir. Önceden de bahsedildiği gibi mikroskobik hesaplamalar göstermiştir ki proton ve nötron bozonları arasındaki kuadrupol etkileşmesi çok güçlüdür. Bu terim Hamiltonyene şöyle dahil edilir:

$$H = E_0 + V_{v,\pi}$$

$$H = E_v + E_\pi + \kappa Q_v \cdot Q_\pi$$

$$Q_\rho = (s_\rho^+ d + d_\rho^+) + \chi_\rho [d_\rho^+ d]^2 \quad \rho = \pi, v \quad (2.80)$$

Kuadrupol terimi Hamiltonyenin en önemli terimidir. Bu terimin önemi şekil 2.2'de görülür. Bu grafikte  $2_1^+$  enerji düzeyinin değeri, nötron sayıları 50 ile 82 arasında değişen Ru, Pd, Cd, Sn, Te, Xe ve Ba izotopları için çizilmiştir.



Şekil 2.2 Bazı izotoplar için 2+ enerji düzeyleri [2].

Sn izotopunun proton sayısı 50'dir. 50 bir sihirli sayı olduğu için bu protonlar için kapalı bir kabuk demektir. Yani bu çekirdeğin IBM'de temsil edilecek hiç proton bozonu yoktur. Grafikten de görüldüğü gibi artan nötron bozonu sayısı bu seviyenin enerji düzeyini nerdeyse hiç değiştirmemiştir. Çünkü nötron bozonlarının karşılarında etkileşecekleri proton bozonu yoktur. Eğer nötron bozonlarının etkileşebilecekleri ister parçacık ister deşik cinsinden olsun bir tek proton bozonu dahi olursa durum çok değişir. Grafikten de görülebileceği gibi gerek parçacık durumunda olan  $_{52}\text{Te}$ 'de gerek de deşik durumunda olan  $_{48}\text{Cd}$ 'de olsun nötron bozonu sayısının artmasıyla kuadrupol etkileşme şiddeti artmış ve enerji seviyesi de düşmüştür. Ayrıca bu düşüş 50-82 kabuğunun ortası olan 66'ya kadar olmuştur, 66'ya kadar çekirdeğin bozon sayısı 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, olarak parçacık cinsinden artar iken 66'dan yani kabuğun ortasından sonra ise bozon sayısı 7, 6, 5, 4, 3, 2, 1 delik cinsinden azalarak devam etmektedir yani 66'ya kadar bozon sayısı artar 66'dan sonra ise azalır hesaplamalar böyle yapılır. Şekil 2.2 de kabuğun ortasına kadar enerji seviyesinin, artan bozon parçacıklarıyla çekici etkileşmenin git gide artmasından dolayı azalması ve ortasından sonra 82 ye doğru bozon deşiklerinin azalmasından dolayı artması teorik olan bu düşüncenin deneysel doğrulanmasıdır.

Aynı tip d bozonlarının birbirleriyle etkileşmesinin de Hamiltonyene katılması gerekir. Bu etkileşme şöyle ifade edilir:

$$V_{\rho,\rho} = \sum_{L=0,2,4} c_L \frac{1}{2} \sqrt{2L+1} \left[ [d_{\rho}^+ d_{\rho}^+]^L [d_{\rho} d_{\rho}]^L \right]^0 \quad \rho = \nu, \pi$$

$$H = H_0 + Q_{\nu} Q_{\pi} + V_{\nu\nu} + V_{\pi\pi} \quad (2.81)$$

Bu işlemcinin Hamiltonyendeki etkisi sadece tek tip bozonu bulunan çekirdeklerde belirginleşir. Bunun dışında kuadrupol etkileşmesi baskın olacaktır.

IBM-1 ile IBM-2 arasındaki temel fark proton ve nötron serbestlik derecelerinin varlığı olduğu daha önce belirtilmişti. İkinci modelde yazılan dalga fonksiyonlarında bu serbestlik derecesi belirtilir. Dalga fonksiyonlarının veya öz durumların proton nötron bozonlarının değişimi altında aynı kaldığı duruma simetrik, işaret değiştirdiği duruma ise anti simetrik denir. Her ikisinin birden bulunduğu duruma ise karma simetrik durum denir. IBM-2 kuramsal olarak bu karma simetrik durumların varlığına izin verir. Bu tezin ana amacı olan karma simetrik durumları oluşturan etkileşmeye Majorano etkileşmesi denir. Majorano etkileşmesi Majorano işlemcisi ile Hamiltonyene şöyle dahil edilir:

$$M_{\nu\pi} = \eta_1 [s_{\nu}^+ d_{\pi}^+ - d_{\nu}^+ s_{\pi}^+]^2 \cdot [s_{\nu} d_{\pi} - d_{\nu} s_{\pi}]^2 - 2 \sum_{k=1,3} \eta_k [d_{\nu}^+ d_{\pi}^+]^k \cdot [d_{\nu} d_{\pi}]^k \quad (2.82)$$

Bu işlemci simetrik durumları etkilemez sadece karma simetrik durumları etkileyerek karma simetrik durumların enerji seviyelerini değiştirir. Majorano etkileşmesinin de eklenmesiyle Hamiltonyenin son hali şöyle olur:

$$H = H_0 + Q_{\nu} Q_{\pi} + V_{\nu\nu} + V_{\pi\pi} + M_{\nu\pi} \quad (2.83)$$

#### 2.14. F-Spin ve Karma Simetri

Nötron ve proton, nükleon denen bir tek parçacığın izospin denilen fiziksel olarak (dönmek vs.) herhangi bir anlam taşımayan  $\frac{1}{2}$  spinli aynı bir parçacığın spin aşağı ve spin yukarı durumlarına karşılık gelen parçacıklardır [7,8]. Kabuk modelindeki izospinin Etkileşen Bozon Modelindeki karşılığı F-spin'dir. IBM-1'de nükleonların çiftlenerek bozonlar oluşturur fakat modelin birincisinde bozonların protonlar yada nötronlar tarafından

oluşturulduğunun ayrımı yapılmamıştır. Bu ayırım IBM-2’de yapılmıştır. Bu ayırımın yapılmasıyla nötron ve proton bozonlarına tek tip bir bozonun F-spin denilen hayali bir spinin spin aşağı -1/2 yada spin yukarı +1/2 durumlarına karşılık geldiği söylenir.

**Çizelge 2.1** Proton ve nötron bozonlarının F-spin değerleri

	F	F <sub>z</sub>
Proton s bozonu	1/2	+1/2
Proton d bozonu	1/2	+1/2
Nötron s bozonu	1/2	-1/2
Nötron d bozonu	1/2	-1/2

F-spin matematiksel olarak 1/2 spinli açıl momentum cebrine benzer olarak formüle edilebilir. F-spin alçaltma yükseltme işlemcileri şöyledir:

$$\begin{aligned}
 F_+ &= s_\pi^+ s_\nu + (d_\pi^+ \cdot d) \\
 F_- &= s_\nu^+ s_\pi + (d_\nu^+ \cdot d_\pi) \\
 F_z &= (N_\pi - N_\nu) / 2
 \end{aligned} \tag{2.84}$$

Burada alçaltma ve yükseltme işlemcileri F-spinin z-ekseni üzerine iz düşümünü alçaltıp yükseltir. Bu işlemciler SU(2) cebrini oluştururlar.

$$\begin{aligned}
 [F_\pm, F_z] &= \pm F_z \\
 [F_+, F_-] &= 2F_z
 \end{aligned} \tag{2.85}$$

$N_\pi$  tane proton bozonu,  $N_\nu$  tane de nötron bozonu olan bir sistemde,

$$F_z = \frac{(N_\pi - N_\nu)}{2} \tag{2.86}$$

olduğu açıktır. Ayrıca IBM-2 de yukarıdaki işlemcilerden de görüleceği gibi proton ve nötron bozonu sayıları korunduğu için  $F_z$  iyi kuantum sayısıdır. F-spinin büyüklüğü ise geleneksel olarak açıl momentumun büyüklüğüne benzer bir biçimde şöyle verilir:

$$(F.F) = F_+ F_- + F_z^2 - F_z \tag{2.87}$$

Bu işlemcinin öz değeri ise yine açısal momentuma benzer biçimde  $F(F+1)$ 'dir. Burada  $F$  kuantum sayısı;

$$\frac{(N_{\pi} - N_{\nu})}{2} \leq F \leq \frac{(N_{\pi} + N_{\nu})}{2} \quad (2.88)$$

Arasındaki tam yada buçuklu değerlerden birini alır. Bu aralığın oluşmasının sebebi her bir proton yada nötron bozonu için  $F$ -spinlerin vektörel olarak uç uca eklenmesidir. Bu sınırlar bir vektörün boyunun  $z$ -eksenine iz düşümünden büyük yada eşit ve bu vektörü uç uca eklenerek oluşturan vektörlerin boyları toplamından da küçük yada eşit olması gerektiğinin doğal sonucudur.

Aşağıdaki dalga fonksiyonuna bakılacak olursa,

$$\frac{1}{\sqrt{2}}(|d_{\pi}s_{\nu} \rangle + |d_{\nu}s_{\pi} \rangle) \quad (2.89)$$

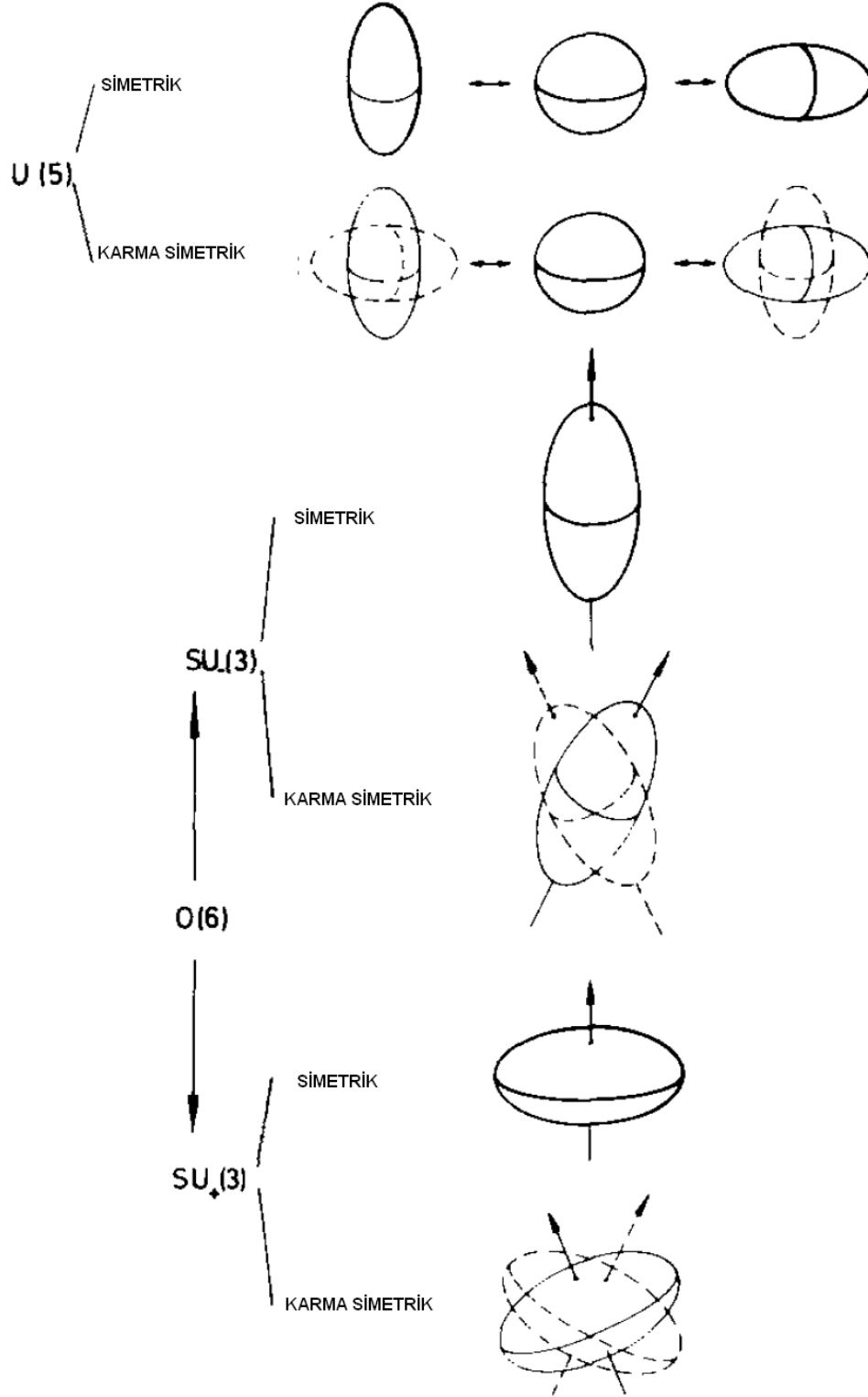
Bu dalga fonksiyonu görüldüğü gibi proton nötron bozonları değişimi altında simetriktir. Bu dalga fonksiyonu  $F=1, F_z=0$   $F$ -spin değerlerine sahiptir. Öte yandan bir de şu dalga fonksiyonuna bakılacak olursa,

$$\frac{1}{\sqrt{2}}(|d_{\pi}s_{\nu} \rangle - |d_{\nu}s_{\pi} \rangle) \quad (2.90)$$

Görülür ki bu dalga fonksiyonu proton nötron bozonu değişimi altında anti simetriktir ve  $F=0, F_z=0$   $F$ -spin değerlerine sahiptir.

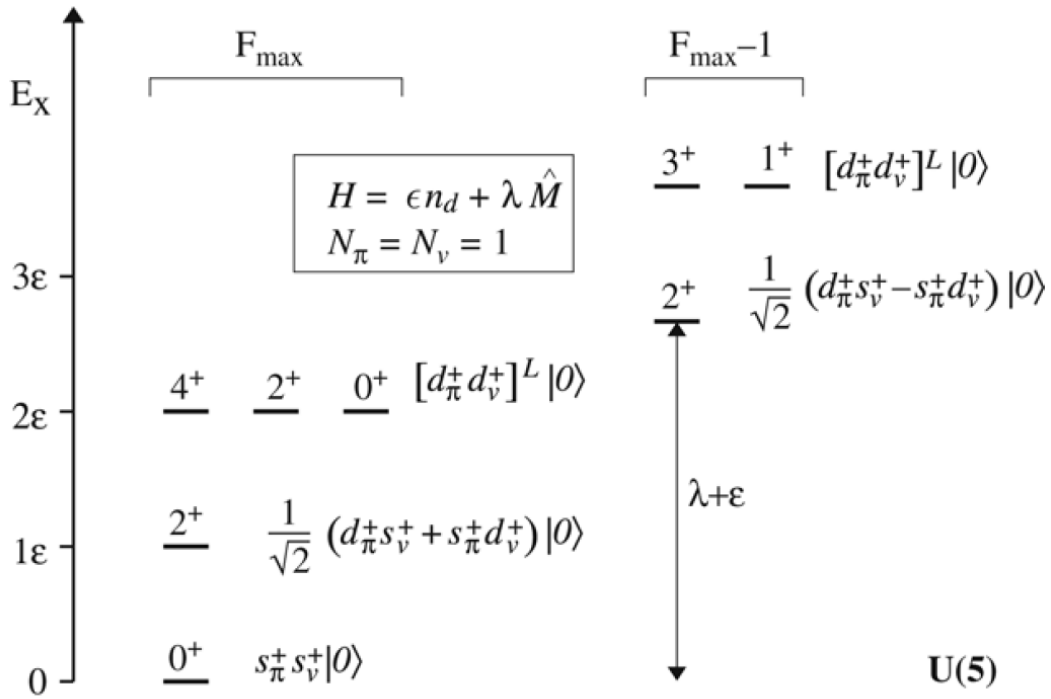
Görüldüğü gibi 2 bozonlu olan bu sistemde  $F$ -spin en büyük değeri olan  $F=1$  değerine dalga fonksiyonunun tamamen simetrik olduğu durumda ulaşırken en küçük değeri olan  $F=0$  değerine dalga fonksiyonunun tamamen anti simetrik olduğu durumda ulaşır. Eğer daha çok bozondan oluşan bir sistemde dalga fonksiyonu tamamen simetrik ise hepsi böyle  $F=1$  olan simetrik çiftlerden oluşmuştur ve dalga fonksiyonu da  $F$ -spinlerin birbiri ardına kusursuz biçimde uç uca eklenmesiyle oluşan  $F=F_{\text{maks}}$  değerine sahiptir. Eğer dalga fonksiyonu  $F < F_{\text{maks}}$  olan  $F$ -spin değerine sahipse bu dalga fonksiyonunda  $F=0$  olan anti simetrik çiftlerin olduğunu gösterir ve böyle dalga fonksiyonlarının temsil ettiği durumlara karma simetrik durumlar [9-11] denir. Karma simetrik durumlar bir çekirdeğin uyarılmış

durumlarıdır. Çünkü karma simetrik durumlarda proton-nötron bozon simetrisi kırılmıştır. Bu tür durumların geometrik modeldeki karşılığı şekil 2.3'te görülmektedir.



Şekil 2.3 Simetrik ve karma simetrik durumların geometrik gösterimi [9].

Bozonlar da küresel olan korun üzerinde deforme olmuş bir tabaka oluştururlar. Bu deforme olan kısım bozonların hareketleri olarak düşünülebilir. Şekil 2.3'den de anlaşılacağı gibi simetrik durumlar nötron ve proton bozonlarının eş fazda hareket ettiği ve IBM-1' in üç farklı limitine karşılık gelen durumlardır. Karma simetrik durumlar ise proton ve nötron bozonlarının farklı fazlarda hareket ettiği durumlardır. Görüldüğü gibi bu durumlarda proton nötron simetrisi ortadan kalkmıştır.



Şekil 2.4 Karma simetrik durumların yerini gösteren enerji düzeyi diagramı [11].

Bu şekilde IBM-2'nin U(5) limitinde Hamiltonyenin en basit halindeki enerji spektrumu ve dalga fonksiyonları görülmektedir. Görüldüğü gibi Majorano terimi  $F_{\max}-1$  ile gösterilen karma simetrik durumları yukarı çekerek bunların uyarılmış durumlar olmasına sebep olmuştur.

Bu durumların IBM-1'de açıklanamayışı aşikardır. Böyle bir durumun oluşabilmesi için şekil 2.3 ve şekil 2.4'den de görüldüğü gibi proton ve nötron bozonlarının ayrımı yapılmalı ve ayrı fazlarda hareket etmelidirler. IBM-2 Hamiltonyeninde de belirtildiği gibi proton ve



nötron bozonlarının karşılıklı kuadrupol etkileşimleri çok büyük ve çekici bir etkileşmedir. Şekilden de görüleceği gibi karma simetrik durumlarda proton bozonlarının dalga fonksiyonlarının nötron bozonlarının dalga fonksiyonlarıyla üst üste gelmesi azalmış ve dolayısıyla bu çekici etkileşmenin etkisi de azalmıştır. Bunun sonucu olarak karma simetrik durumlar simetrik durumlara göre spektrumun daha üst seviyesinde bulunurlar yani karma simetrik durumlar IBM-2'nin uyarılmış durumlarıdır.

## 2.15. F-Spin Simetrisi

s, d bozon durumlarının oluşturduğu baz vektörleri IBM-2'de  $U_v(6) \times U_\pi(6)$  grubunun  $[N_v] \times [N_\pi]$  irrepini gerer. Burada  $N_v, N_\pi$  nötron ve proton bozon durumlarının sayısıdır. Ana simetri olan  $U_v(6) \times U_\pi(6)$  simetrisi dinamik olarak çeşitli şekillerde kırılır. Bunlardan en çok bilineni ve bu tezin kapsamında da incelenecek olan,  $U_v(6) \times U_\pi(6)$ 'den hemen sonraki indirgemede proton ve nötron serbestlik derecelerinin beraber olarak ele alındığı [9] ve şu şekilde devam eden dinamik simetri zincirleridir :

$$U_v(6) \times U_\pi(6) \supset U_{v+\pi}(6) \supset \dots \quad (2.91)$$

Bu yolla aynı IBM-1'in zincirlerine benzer üç dinamik zincir oluşturulabilir.

$$U_v(6) \times U_\pi(6) \supset U_{v+\pi}(6) \supset U_{v+\pi}(5) \supset O_{v+\pi}(5) \supset O_{\pi+v}(3) \\ [N_v \times N_\pi] \quad [N-f, f] \quad \{n_1, n_2\} \quad \{v_1, v_2\} \quad \alpha, L$$

$$U_v(6) \times U_\pi(6) \supset U_{v+\pi}(6) \supset SU_{v+\pi}(3) \supset O_{\pi+v}(3) \\ [N_v \times N_\pi] \quad [N-f, f] \quad (\lambda, \mu) \quad \kappa, L$$

$$U_v(6) \times U_\pi(6) \supset U_{v+\pi}(6) \supset O_{v+\pi}(6) \supset O_{v+\pi}(5) \supset O_{v+\pi}(3) \\ [N_v \times N_\pi] \quad [N-f, f] \quad \langle \sigma_1, \sigma_2 \rangle \quad (\tau_1, \tau_2) \quad \gamma, L \quad (2.92)$$

Bu zincirler görüldüğü gibi aynı IBM-1'in  $U(5)$ ,  $SU(3)$ ,  $O(6)$  zincirlerine benzemektedir. Burada tek fark işin içine proton ve nötron bozonu serbestlik derecelerinin katılmasıdır. Bu zincirlerden herhangi birinin Casimir işlemcileriyle oluşturulan Hamiltonyen F-spin simetriktir. Yani proton nötron bozonlarının değişimi altında Hamiltonyende bir değişiklik olmaz. Bu zincirin ilk kısmı da proton ve nötron bozon durumları farklı Hilbert uzaylarını gerektiren bazlar olarak alınmış ancak hemen bir alt grupta aynı Hilbert uzayını gerektiren bazlar

olarak ele alınmıştır dolayısıyla her bir zincirin temsilleri  $[N-f, f]$  kuantum sayısı ile sınıflandırılır.  $N, f, F$  arasındaki ilişki şöyledir:

$$\begin{aligned}
N &= N_\pi + N_\nu \\
F &= \frac{N}{2} - f \\
\frac{N}{2} &\geq f \geq 0
\end{aligned} \tag{2.93}$$

Yukarıdaki ifadelerden anlaşılacağı gibi karma simetrik durumların oluşabildiği zincir bu tip zincirlerdir. Bunun için bu tip zincirlerle kurulan Hamiltonyenlere karma simetrik durumların spektrumdaki yerinin değişebilmesi için Majorano terimi eklenir. Bundan başka birde şöyle kurulabilen zincirler [10] vardır:

$$\begin{aligned}
U_\nu(6) \times U_\pi(6) &\supset U_\nu(5) \times U_\pi(5) \supset U_{\nu+\pi}(5) \supset O_{\nu+\pi}(5) \supset O_{\pi+\nu}(3) \\
[N_\nu \times N_\pi] & \quad \{n_\nu\} \times \{n_\pi\} \quad \{n_1, n_2\} \quad \{v_1, v_2\} \quad \alpha, L \\
\\
U_\nu(6) \times U_\pi(6) &\supset SU_\nu(3) \times SU_\pi(3) \supset SU_{\nu+\pi}(3) \supset O_{\pi+\nu}(3) \\
[N_\nu \times N_\pi] & \quad (\lambda_\nu \times \mu_\nu) \times (\lambda_\pi \times \mu_\pi) \quad (\lambda, \mu) \quad \kappa, L \\
\\
U_\nu(6) \times U_\pi(6) &\supset O_\nu(6) \times O_\pi(6) \supset O_{\nu+\pi}(6) \supset O_{\nu+\pi}(5) \supset O_{\nu+\pi}(3) \\
[N_\nu \times N_\pi] & \quad \langle \sigma_\nu \times \sigma_\pi \rangle \quad \langle \sigma_1, \sigma_2 \rangle \quad (\tau_1, \tau_2) \quad \gamma, L
\end{aligned} \tag{2.94}$$

Bu tip zincirlerde görüldüğü gibi proton nötron bozon serbestlik dereceleri ancak  $U(6)$ 'nın en büyük alt gruplarında bir arada ele alınmıştır. Bu Hamiltonyenin nötron ve proton bozon kısımlarını ayrı ayrı oluşturabilme imkanı sunar. Bu sayede proton ve nötron bozon kısımları ayrı parametrelerle oluşturulabilir. Bunun sonucu olarak da Hamiltonyen artık F-spin simetrik değildir, yani Hamiltonyen nötron-proton bozon değişimi altında sabit değildir. Bundan dolayı bu Hamiltonyenlerde Majorano terimi kullanılmaz. Bu tezin kapsamında karma simetrik durumlar inceleneceği için karma simetrik durumların oluşmasına izin veren birinci tip zincirlerle kurulmuş Hamiltonyenler kullanılacaktır.

## 2.16. IBM-2 Hamiltonyeninin F-Spin Simetrik Limitinin İncelenmesi

IBM-2'nin F-spin simetrik limitinde F-spin korunur yani F-spinle alakalı olan kuantum sayısı  $[N-f, f]$  kuantum sayısı korunur. Bu kuantum sayısı  $U_{\nu+\pi}(6)$  grubunun temsillerini

sınıflandırır. F-spinin en büyük değerini aldığı durumda yani  $[N-f, f]$  kuantum sayısında  $f=0$  olduğu  $[N]$  durumu Hamiltonyenin taban durumundaki öz durumlarının olduğu durumdur. Öz durumlarda yani dalga fonksiyonlarında da nötron proton bozon değişimi yapıldığında herhangi bir değişiklik olmaz IBM-2'nin böyle  $F = (N_\pi + N_\nu) / 2$  olduğu bu durumları IBM-1 ile birebir olarak örtüşür.

### 2.16.1 U(5) Limiti

$$U_\nu(6) \times U_\pi(6) \supset U_{\nu+\pi}(6) \supset U_{\nu+\pi}(5) \supset O_{\nu+\pi}(5) \supset O_{\pi+\nu}(3) \quad (2.95)$$

$$[N_\nu \times N_\pi] \quad [N-f, f] \quad \{n_1, n_2\} \quad \{v_1, v_2\} \quad \alpha, L$$

Bu limitte dalga fonksiyonları yazılırken  $U_\nu(6) \times U_\pi(6)$  gurubuna ait  $[N_\nu \times N_\pi]$  kuantum sayısı ihmal edilecektir çünkü bu kuantum sayısındaki bir değişiklik demek çekirdekteki bir değişiklik demektir yani bir çekirdekten diğerine geçmek demektir.

Bu limitte Hamiltonyen kapalı formda şöyle yazılabilir.

$$H = A_1 C_1(U_{\nu+\pi}(5)) + A_2 C_2(U_{\nu+\pi}(5)) + B C_2(O_{\nu+\pi}(5)) + C C_2(O_{\nu+\pi}(3)) + aM \quad (2.96)$$

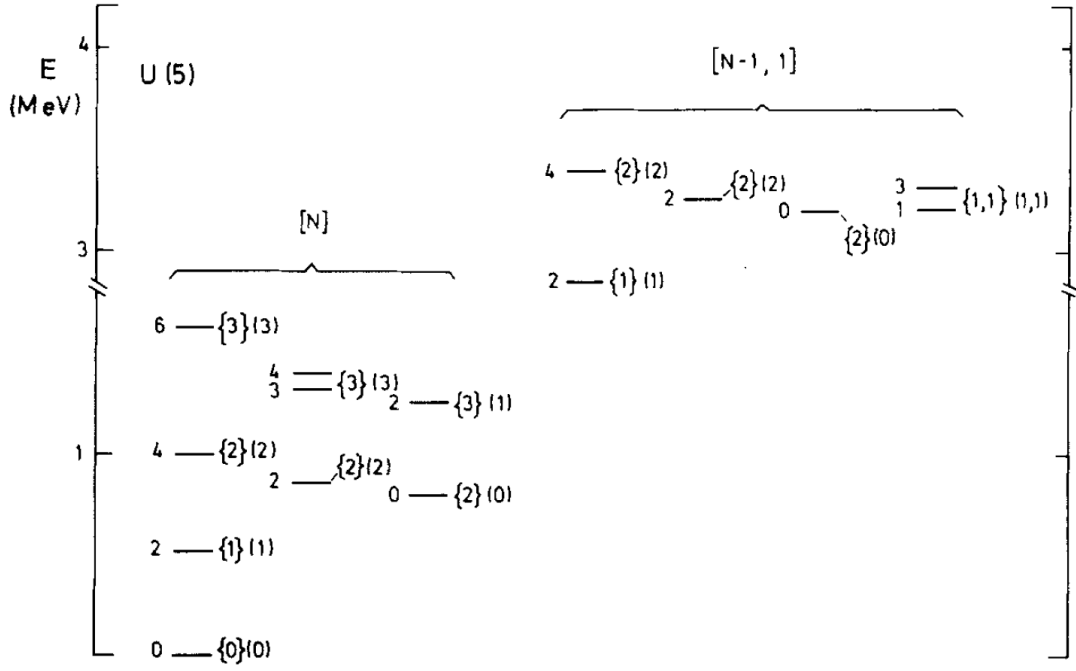
Bu Hamiltonyenin öz durumu;

$$\psi = |[N-f, f], \{n_1, n_2\}, (v_1, v_2), \alpha, L \rangle \quad (2.97)$$

İle verilirken öz değeri ise şöyle verilir:

$$E = A_1(n_1 + n_2) + A_2(n_1(n_1 + 4) + n_2(n_2 + 2)) + B(v_1(v_1 + 3) + v_2(v_2 + 1)) + CL(L + 1) + a\left(\frac{N}{2} - F\right)\left(\frac{N}{2} + F + 1\right) \quad (2.97)$$

Şekil 2.5'te 2.98'deki bağıntının spektrumu görülmektedir. Burada  $[N]$  kuantum sayısı ile simetrik durumlar  $[N-1, 1]$  kuantum sayısı ile da karma simetrik durumlar gösterilmiştir.



**Şekil 2.5** IBM-2'nin U(5) spektrumu, burada  $A_1=400\text{keV}$ ,  $A_2=0\text{keV}$ ,  $B=0\text{keV}$ ,  $C=10\text{keV}$  ve  $a=400\text{keV}$   $N_v=5$ ,  $N_\pi=1$  olarak seçilmiştir [9].

Çizelge 2.2'de Van Isacker tarafından elde edilen IBM-2'nin U(5) limitindeki dalga fonksiyonları görülmektedir.

**Çizelge 2.2** IBM-2 U(5) dalga fonksiyonları [9].

$$\begin{aligned}
|0_1^+\rangle &= |[N_v] \times [N_\pi]; [N]\{0\}(0)0\rangle = |s_v^N s_\pi^N; 0\rangle \\
|0_2^+(d^2)\rangle &= |[N_v] \times [N_\pi]; [N]\{2\}(0)0\rangle \\
&= (N(N-1))^{-1/2} (\sqrt{N_v(N_v-1)} |d_v^2; 0\rangle + \sqrt{2N_v N_\pi} |d_v d_\pi; 0\rangle + \sqrt{N_\pi(N_\pi-1)} |d_\pi^2; 0\rangle) \\
|0_3^+(d^3)\rangle &= |[N_v] \times [N_\pi]; [N]\{3\}(3)0\rangle \\
&= (N(N-1)(N-2))^{-1/2} \\
&\quad \times (\sqrt{N_v(N_v-1)(N_v-2)} |d_v^3; 0\rangle + \sqrt{3N_v(N_v-1)N_\pi} |d_v^2(2) d_\pi; 0\rangle \\
&\quad + \sqrt{3N_v N_\pi(N_\pi-1)} |d_\pi^2(2) d_v; 0\rangle + \sqrt{N_\pi(N_\pi-1)(N_\pi-2)} |d_\pi^3; 0\rangle) \\
|1_{\bar{M}}^+(d^2)\rangle &= |[N_v] \times [N_\pi]; [N-1, 1]\{1, 1\}(1, 1)1\rangle = |d_v d_\pi; 1\rangle \\
|2_1^+(d)\rangle &= |[N_v] \times [N_\pi]; [N]\{1\}(1)2\rangle \\
&= N^{-1/2} (\sqrt{N_v} |d_v; 2\rangle + \sqrt{N_\pi} |d_\pi; 2\rangle) \\
|2_2^+(d^2)\rangle &= |[N_v] \times [N_\pi]; [N]\{2\}(2)2\rangle \\
&= (N(N-1))^{-1/2} (\sqrt{N_v(N_v-1)} |d_v^2; 2\rangle + \sqrt{2N_v N_\pi} |d_v d_\pi; 2\rangle \\
&\quad + \sqrt{N_\pi(N_\pi-1)} |d_\pi^2; 2\rangle) \\
|2_3^+(d^3)\rangle &= |[N_v] \times [N_\pi]; [N]\{3\}(1)2\rangle \\
&= (N(N-1)(N-2))^{-1/2} [\sqrt{N_v(N_v-1)(N_v-2)} |d_v^3; 2\rangle \\
&\quad + \sqrt{3N_v(N_v-1)N_\pi} (\sqrt{\frac{7}{15}} |d_v^2(0) d_\pi; 2\rangle + \sqrt{\frac{4}{21}} |d_v^2(2) d_\pi; 2\rangle + \sqrt{\frac{12}{35}} |d_v^2(4) d_\pi; 2\rangle) \\
&\quad + \sqrt{3N_v N_\pi(N_\pi-1)} (\sqrt{\frac{7}{15}} |d_\pi^2(0) d_v; 2\rangle + \sqrt{\frac{4}{21}} |d_\pi^2(2) d_v; 2\rangle + \sqrt{\frac{12}{35}} |d_\pi^2(4) d_v; 2\rangle) \\
&\quad + \sqrt{N_\pi(N_\pi-1)(N_\pi-2)} |d_\pi^3; 2\rangle] \\
|2_{\bar{M}}^+(d)\rangle &= |[N_v] \times [N_\pi]; [N-1, 1]\{1\}(1)2\rangle \\
&= N^{-1/2} (\sqrt{N_\pi} |d_v; 2\rangle - \sqrt{N_v} |d_\pi; 2\rangle) \\
|3_1^+(d^3)\rangle &= |[N_v] \times [N_\pi]; [N]\{3\}(3)3\rangle \\
&= (N(N-1)(N-2))^{-1/2} [\sqrt{N_v(N_v-1)(N_v-2)} |d_v^3; 3\rangle \\
&\quad + \sqrt{3N_v(N_v-1)N_\pi} (\sqrt{\frac{5}{7}} |d_v^2(2) d_\pi; 3\rangle - \sqrt{\frac{2}{7}} |d_v^2(4) d_\pi; 3\rangle) \\
&\quad + \sqrt{3N_v N_\pi(N_\pi-1)} (\sqrt{\frac{5}{7}} |d_\pi^2(2) d_v; 3\rangle - \sqrt{\frac{2}{7}} |d_\pi^2(4) d_v; 3\rangle) \\
&\quad + \sqrt{N_\pi(N_\pi-1)(N_\pi-2)} |d_\pi^3; 3\rangle] \\
|3_{\bar{M}}^+(d^2)\rangle &= |[N_v] \times [N_\pi]; [N-1, 1]\{1, 1\}(1, 1)3\rangle = |d_v d_\pi; 3\rangle \\
|4_1^+(d^2)\rangle &= |[N_v] \times [N_\pi]; [N]\{2\}(2)4\rangle \\
&= (N(N-1))^{-1/2} (\sqrt{N_v(N_v-1)} |d_v^2; 4\rangle + \sqrt{2N_v N_\pi} |d_v d_\pi; 4\rangle \\
&\quad + \sqrt{N_\pi(N_\pi-1)} |d_\pi^2; 4\rangle) \\
|4_2^+(d^3)\rangle &= |[N_v] \times [N_\pi]; [N]\{3\}(3)4\rangle \\
&= (N(N-1)(N-2))^{-1/2} [\sqrt{N_v(N_v-1)(N_v-2)} |d_v^3; 4\rangle \\
&\quad + \sqrt{3N_v(N_v-1)N_\pi} (\sqrt{\frac{11}{21}} |d_v^2(2) d_\pi; 4\rangle + \sqrt{\frac{10}{21}} |d_v^2(4) d_\pi; 4\rangle) \\
&\quad + \sqrt{3N_v N_\pi(N_\pi-1)} (\sqrt{\frac{11}{21}} |d_\pi^2(2) d_v; 4\rangle + \sqrt{\frac{10}{21}} |d_\pi^2(4) d_v; 4\rangle) \\
&\quad + \sqrt{N_\pi(N_\pi-1)(N_\pi-2)} |d_\pi^3; 4\rangle]
\end{aligned}$$

Yine yapılan detaylı hesaplamalar ile elektromanyetik geçiş olasılıkları hesaplanmıştır. Bu olasılıklar çizelge 2.3'deki gibi verilebilir.

**Çizelge 2.3** IBM-2 U(5) geçiş olasılıkları [9].

$J_i^\pi$	$J_f^\pi$	$T\lambda$	$B(T\lambda; J_i \rightarrow J_f)$
$0_1^+$	$2_1^+(d)$	$E2$	$(e_\nu N_\nu + e_\pi N_\pi)^2 \frac{5}{N}$
$0_1^+$	$2_M^+(d)$	$E2$	$(e_\nu - e_\pi)^2 \frac{5}{N} N_\nu N_\pi$
$1_M^+(d^2)$	$0_2^+(d^2)$	$M1$	$\frac{3}{4\pi} (g_\nu - g_\pi)^2 \frac{4}{(N-1)N} N_\nu N_\pi$
$1_M^+(d^2)$	$2_2^+(d^2)$	$M1$	$\frac{3}{4\pi} (g_\nu - g_\pi)^2 \frac{7}{(N-1)N} N_\nu N_\pi$
$1_M^+(d^2)$	$2_1^+(d)$	$E2$	$(e_\nu - e_\pi)^2 \frac{1}{N} N_\nu N_\pi$
$1_M^+(d^2)$	$2_2^+(d^2)$	$E2$	$(e_\nu \chi_\nu - e_\pi \chi_\pi)^2 \frac{1}{2(N-1)N} N_\nu N_\pi$
$1_M^+(d^2)$	$2_3^+(d^3)$	$E2$	0
$1_M^+(d^2)$	$2_M^+(d)$	$E2$	$(e_\nu N_\nu + e_\pi N_\pi)^2 \frac{1}{N}$
$1_M^+(d^2)$	$3_1^+(d^3)$	$E2$	0
$2_M^+(d)$	$2_1^+(d)$	$M1$	$\frac{3}{4\pi} (g_\nu - g_\pi)^2 \frac{6}{N^2} N_\nu N_\pi$
$2_M^+(d)$	$0_2^+(d^2)$	$E2$	$(e_\nu - e_\pi)^2 \frac{2}{5(N-1)N^2} N_\nu N_\pi$
$2_M^+(d)$	$2_1^+(d)$	$E2$	$(e_\nu \chi_\nu - e_\pi \chi_\pi)^2 \frac{1}{N^2} N_\nu N_\pi$
$2_M^+(d)$	$2_2^+(d^2)$	$E2$	$(e_\nu - e_\pi)^2 \frac{2}{(N-1)N^2} N_\nu N_\pi$
$2_M^+(d)$	$4_1^+(d)$	$E2$	$(e_\nu - e_\pi)^2 \frac{18}{5(N-1)N^2} N_\nu N_\pi$

Burada  $J_i^\pi$  ile ilk durumun açısal momentum parite ve bandı verilir,  $J_f^\pi$  ile de son durumun açısal momentum parite ve bandı verilir. Kullanılan elektromanyetik geçiş işlemcileri şöyledir:

$$\begin{aligned}
 T(M1) &= \sqrt{\frac{3}{4}} \pi (g_\nu L_\nu + g_\pi L_\pi) \\
 T(E2) &= e_\nu Q_\nu + e_\pi Q_\pi \\
 &= e_\nu (s_\nu^+ d_\nu + d_\nu^+ s_\nu) + \chi [d_\nu^+ d_\nu]^2 + e_\pi (s_\pi^+ d_\pi + d_\pi^+ s_\pi) + \chi [d_\pi^+ d_\pi]^2
 \end{aligned} \tag{2.99}$$

Burada,

$$L_p = [d_p^+ d_p] \quad (2.100)$$

Olduğuna göre manyetik dipol geçiş işlemcisi d-bozon sayısını değiştirmez, dolayısıyla  $\Delta(n_1 + n_2) = 0$  olmalıdır. Elektrik kuadrupol geçiş işlemcisinin d bozon sayısını değiştiren kısmı için ise  $\Delta(n_1 + n_2) = \pm 1$  olmalıdır.

### 2.16.2. SU(3) Limiti

$$U_v(6) \times U_\pi(6) \supset U_{v+\pi}(6) \supset_{\beta} SU_{v+\pi}(3) \supset_{\kappa} O_{v+\pi}(3) \quad (2.101)$$

$$[N_v \times N_\pi] \quad [N-f, f] \quad (\lambda, \mu) \quad L$$

Burada  $\beta, \kappa$  grup indirgemesinde sınıflandırmanın tam yapılabilmesi için gerekli olan ek kuantum sayılarıdır. Burada yine  $[N_v \times N_\pi]$  kuantum sayıları ihmal edilecektir çünkü bu kuantum sayılarının değişmesi demek çekirdeğın değişmesi demektir. Eğer IBM-2 Hamiltonyeni SU(3) zincirindeki grupların Casimir işlemcileri cinsinden yazılırsa şöyle ifade edilir:

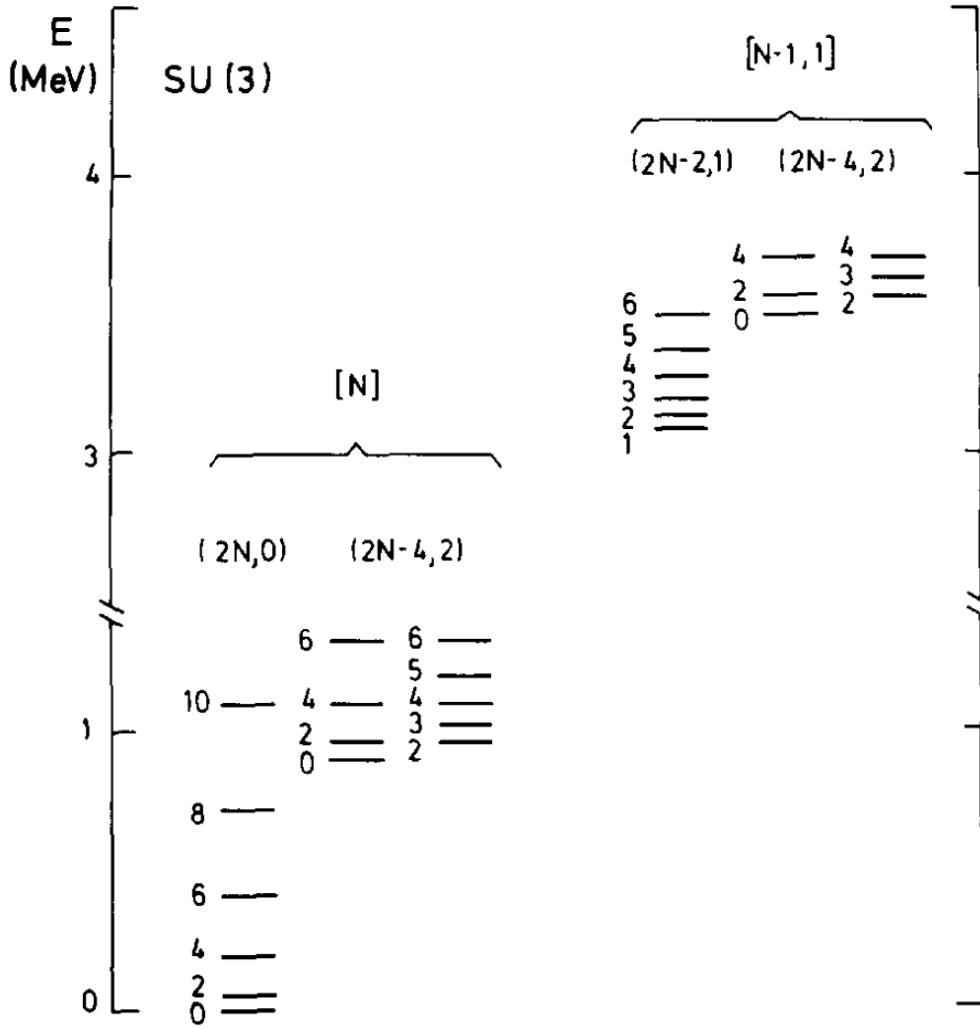
Bu Hamiltonyenin öz durumları yani dalga fonksiyonları ise şöyle ifade edilir:

$$\psi = | [N_v \times N_\pi], [N-f, f], \beta, (\lambda, \mu), \kappa, L \rangle \quad (2.102)$$

Bu Hamiltonyenin öz değerleri yani enerji değerleri ise şöyle ifade edilir:

$$E = A(\lambda^2 + \mu^2 + \lambda\mu + 3\lambda + 3\mu) + CL(L+1) + a\left(\frac{N}{2} - F\right)\left(\frac{N}{2} + F + 1\right) \quad (2.103)$$

Bu Hamiltonyenin öz değerlerini yani enerji spektrumu şekil 2.6'da görüldüğü gibi çizilebilir:



**Şekil 2.6** IBM-2  $SU(3)$  enerji düzeyleri diagramı, burada  $A=-6\text{keV}$ ,  $C=10\text{keV}$  ve  $a=200\text{keV}$  olarak alınmıştır, ayrıca  $N_v=7$ ,  $N_\pi=6$  olarak alınmıştır [9].

Çizelge 2.4'te  $SU(3)$  limitinde oluşan dalga fonksiyonları görülmektedir.



**Çizelge 2.4.** IBM-2 SU(3)'de dalga fonksiyonları [9].

$$\begin{aligned}
|0_1^+\rangle &= |[N_\nu] \times [N_\pi]; [N](2N, 0)0\rangle \\
|0_\beta^+\rangle &= |[N_\nu] \times [N_\pi]; [N](2N-4, 2)0\rangle \\
|1_M^+\rangle &= |[N_\nu] \times [N_\pi]; [N-1, 1](2N-2, 1)1\rangle \\
|2_1^+\rangle &= |[N_\nu] \times [N_\pi]; [N](2N, 0)2\rangle \\
|2_\beta^+\rangle &= |[N_\nu] \times [N_\pi]; [N](2N-4, 2)02\rangle \\
|2_\gamma^+\rangle &= |[N_\nu] \times [N_\pi]; [N](2N-4, 2)22\rangle \\
|2_M^+\rangle &= |[N_\nu] \times [N_\pi]; [N-1, 1](2N-2, 1)2\rangle \\
|3_\gamma^+\rangle &= |[N_\nu] \times [N_\pi]; [N](2N-4, 2)3\rangle \\
|3_M^+\rangle &= |[N_\nu] \times [N_\pi]; [N-1, 1](2N-2, 1)3\rangle \\
|3_M^+\rangle &= |[N_\nu] \times [N_\pi]; [N-1, 1](2N-4, 2)3\rangle \\
|4_1^+\rangle &= |[N_\nu] \times [N_\pi]; [N](2N, 0)4\rangle \\
|4_\beta^+\rangle &= |[N_\nu] \times [N_\pi]; [N](2N-4, 2)04\rangle \\
|4_\gamma^+\rangle &= |[N_\nu] \times [N_\pi]; [N](2N-4, 2)24\rangle
\end{aligned}$$

2.104'de manyetik dipol geçiş işlemcisi görülmektedir. Manyetik dipol geçiş işlemcileri dönmeyi temsil eden açısal momentum işlemcileriyle kurulur. Manyetik dipol geçişleri IBM-1'de yasaktır çünkü açısal momentum işlemcileri IBM-1'in üreticilerindedir. Fakat IBM-2'de aynı zincirde hem simetrik hem de karma simetrik durumlar olduğu için karma simetrik durumlardan simetrik durumlara manyetik dipol geçişleri olabilir. Şekil 2.3 incelenirse bunun fiziksel mantığı daha kolay kavranabilir. Şekil 2.3'den görüldüğü gibi karma simetrik durumlarda proton nötron simetrisi kalkar proton nötron simetrisinin kalktığı böyle durumlardan simetrik durumlara içinde  $L_\pi, L_\nu$  gibi terimler barındıran bir işlemciyle geçiş yapılabilir. Bunun sonucunda da çekirdek M1 ışınması yapar [5,9,11].

$$\begin{aligned}
T(M1) &= \sqrt{\frac{3}{4}} \pi (g_v L_v + g_\pi L_\pi) \\
L_v &= [d_v^\dagger d_v]^\dagger \quad L = [d_\pi^\dagger d_\pi]^\dagger \\
T(E2) &= e_v Q_v + e_\pi Q_\pi \tag{2.104} \\
Q_v &= e_v \left( (s_v^\dagger d_v + d_v^\dagger s_v) - \sqrt{\frac{7}{4}} [d_v^\dagger d_v]^2 \right) \\
Q_\pi &= e_\pi \left( (s_\pi^\dagger d_\pi + d_\pi^\dagger s_\pi) - \sqrt{\frac{7}{4}} [d_\pi^\dagger d_\pi]^2 \right)
\end{aligned}$$

Eğer elektromanyetik geçiş işlemcileri 2.104'deki gibi seçilirse. Uzun karmaşık cebirsel işlemlerden sonra çeşitli öz durumlar arasındaki kutupsal geçiş şiddetlerinin çizelge 2.5, 2.6 ve 2.7'deki gibi olduğu bulunur:

**Çizelge 2.5** IBM-2 SU(3) için geçiş olasılıkları [9].

$J_f^\pi$	$T\lambda$	$B(T\lambda; 0_1^+ \rightarrow J_f^\pi)$
$1_M^+$	$M1$	$\frac{3}{4\pi} (g_v - g_\pi)^2 \frac{8}{2N-1} N_v N_\pi$
$2_1^+$	$E2$	$(e_v N_v + e_\pi N_\pi)^2 \frac{2N+3}{N}$
$2_M^+$	$E2$	$(e_v - e_\pi)^2 \frac{3(N-1)}{N(2N-1)} N_v N_\pi$
$3_y^+$	$M3$	$\frac{35}{8\pi} (\Omega_v N_v + \Omega_\pi N_\pi)^2 \frac{8(N-2)(N-1)}{3N(2N-3)(2N-1)}$
$3_M^+$	$M3$	$\frac{35}{8\pi} (\Omega_v - \Omega_\pi)^2 \frac{4(2N+3)}{15(N-1)(2N-1)} N_v N_\pi$
$3_{M'}^+$	$M3$	$\frac{35}{8\pi} (\Omega_v - \Omega_\pi)^2 \frac{4(N-2)^2}{3(N-1)N(2N-3)} N_v N_\pi$

**Çizelge2.6.** IBM-2 SU(3)  $1_m^+$  durumlarının çeşitli durumlara geçiş olasılıkları [9].

$J_f^\pi$	$T\lambda$	$B(T\lambda; 1_M^+ \rightarrow J_f^\pi)$
$0_1^+$	$M1$	$\frac{3}{4\pi} (g_v - g_\pi)^2 \frac{8}{3(2N-1)} N_v N_\pi$
$2_1^+$	$M1$	$\frac{3}{4\pi} (g_v - g_\pi)^2 \frac{2(2N+3)}{3N(2N-1)} N_v N_\pi$
$0_\beta^+$	$M1$	$\frac{3}{4\pi} (g_v - g_\pi)^2 \frac{4(2N+1)}{3N(2N-3)(2N-1)} N_v N_\pi$
$2_\beta^+$	$M1$	$\frac{3}{4\pi} (g_v - g_\pi)^2 \frac{(4N^2 - 8N + 7)^2}{3(N-1)N(2N-3)(2N-1)(4N^2 - 8N + 1)} N_v N_\pi$
$2_\gamma^+$	$M1$	$\frac{3}{4\pi} (g_v - g_\pi)^2 \frac{8(N-2)(2N+1)}{N(2N-3)(4N^2 - 8N + 1)} N_v N_\pi$
$2_1^+$	$E2$	$(e_v - e_\pi)^2 \frac{3(2N+3)}{4N(2N-1)} N_v N_\pi$
$2_\beta^+$	$E2$	$(e_v - e_\pi)^2 \frac{3(4N^2 - 8N - 1)^2}{8(N-1)N(2N-3)(2N-1)(4N^2 - 8N + 1)} N_v N_\pi$
$2_\gamma^+$	$E2$	$(e_v - e_\pi)^2 \frac{(N-2)(2N+1)}{N(2N-3)(4N^2 - 8N + 1)} N_v N_\pi$
$3_\gamma^+$	$E2$	$(e_v - e_\pi)^2 \frac{N-2}{(N-1)N(2N-3)} N_v N_\pi$

Çizelge 2.7. IBM-2 SU(3)  $2_m^+$  durumlarından çeşitli durumlara geçiş olasılıkları [9].

$T\lambda$	$B(T\lambda; 2_m^+ \rightarrow J_7^-)$
M1	$\frac{3}{4\pi} (g_v - g_\pi)^2 \frac{2(N-1)(2N+3)}{N^2(2N-1)} N_v N_\pi$
M1	$\frac{3}{4\pi} (g_v - g_\pi)^2 \frac{(4N^2 - 8N - 1)^2}{(N-1)^2 (2N-3)(2N-1)(4N^2 - 8N + 1)} N_v N_\pi$
M1	$\frac{3}{4\pi} (g_v - g_\pi)^2 \frac{8(2N+1)}{3(2N-3)(4N^2 - 8N + 1)} N_v N_\pi$
M1	$\frac{3}{4\pi} (g_v - g_\pi)^2 \frac{8(N-2)}{3(N-1)^2 (2N-3)} N_v N_\pi$
M1	$\frac{3}{4\pi} (g_v - g_\pi)^2 \frac{3}{10(N-1)N} (N_v - N_\pi)^2$
E2	$(e_v - e_\pi)^2 \frac{3(N-1)}{5N(2N-1)} N_v N_\pi$
E2	$(e_v - e_\pi)^2 \frac{3(N-1)(2N+3)}{28N^2(2N-1)} N_v N_\pi$
E2	$(e_v - e_\pi)^2 \frac{6(2N+3)(2N+5)}{35N^2(2N-1)} N_v N_\pi$
E2	$(e_v - e_\pi)^2 \frac{3(2N+1)}{10(N-1)(2N-3)(2N-1)} N_v N_\pi$
E2	$(e_v - e_\pi)^2 \frac{3(4N^2 - 8N + 7)^2}{56(N-1)^2 (2N-3)(2N-1)(4N^2 - 8N + 1)} N_v N_\pi$
E2	$(e_v - e_\pi)^2 \frac{6(N-2)(2N-7)^2 (2N+3)}{35(N-1)^2 (2N-3)(2N-1)(2N^2 - 4N - 3)} N_v N_\pi$
E2	$(e_v - e_\pi)^2 \frac{9(N-2)(2N+1)}{7(N-1)(2N-3)(4N^2 - 8N + 1)} N_v N_\pi$
E2	0
E2	$(e_v - e_\pi)^2 \frac{12(N-3)(N-2)}{7(N-1)(2N-3)(2N^2 - 4N - 3)} N_v N_\pi$
E2	$\frac{3}{80(N-1)N} \{e_v(5N - 2N_v(2N+3)) + e_\pi(5N - 2N_\pi(2N+3))\}^2$

### 2.16.3. O(6) Limiti

$$U_{\nu}(6) \times U_{\pi}(6) \supset U_{\nu+\pi}(6) \supset O_{\nu+\pi}(6) \supset O_{\nu+\pi}(5) \supset O_{\nu+\pi}^{\gamma}(3) \quad (2.105)$$

$$[N_{\nu} \times N_{\pi}] \quad [N-f, f] \quad < \sigma_1, \sigma_2 > \quad (\tau_1, \tau_2) \quad L$$

Burada yine zincirdeki her grubun altında ilgili kuantum sayısı gösterilmiştir. O(5)'den O(3)'e geçişte gösterilen  $\gamma$  indirgemede cebirsel olarak gerekli olan gizli kuantum sayısıdır.

Eğer IBM-2 Hamiltonyeni O(6) zincirindeki grupların Casimir işlemcileriyle yazılacak olursa bu Hamiltonyen şöyle ifade edilir:

$$H = AC_2(O_{\nu+\pi}(6)) + BC_2(O_{\nu+\pi}(5)) + CC_2(O_{\nu+\pi}(3)) + aM \quad (2.106)$$

Bu Hamiltonyenin öz durumları yani dalga fonksiyonları ise şöyle ifade edilir:

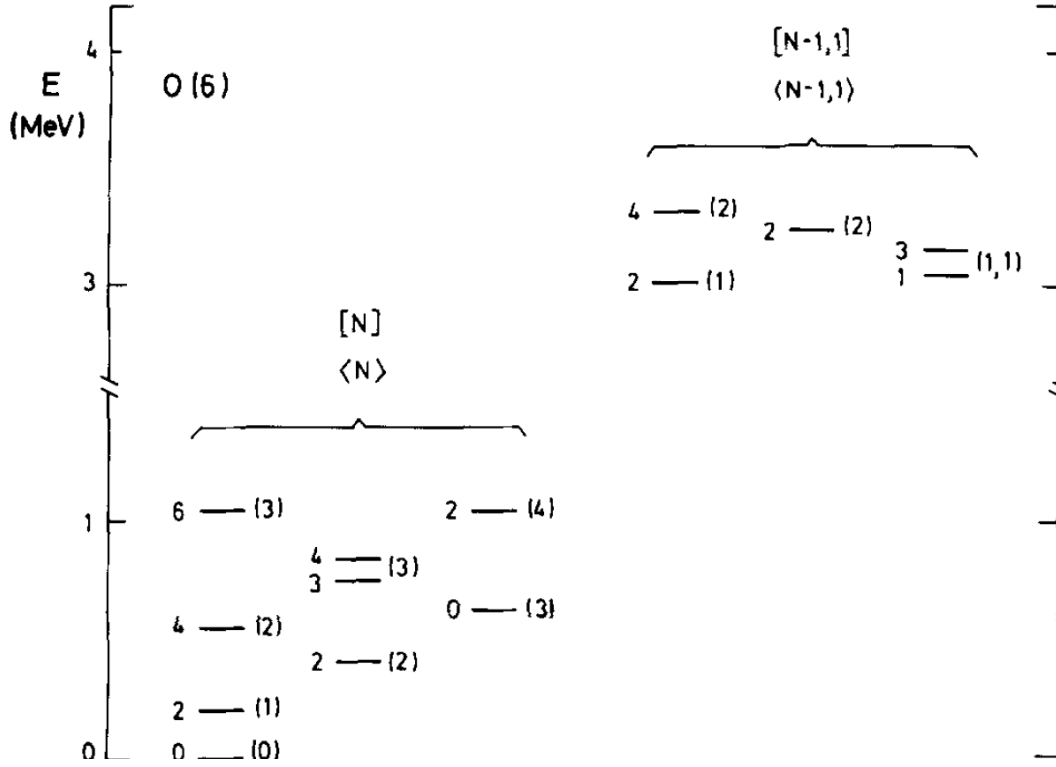
$$\psi = |[N_{\nu} \times N_{\pi}], [N-f, f], < \sigma_1, \sigma_2 >, (\tau_1, \tau_2), \gamma, L > \quad (2.107)$$

Bu Hamiltonyenin öz değerleri yani enerji değerleri ise şöyle ifade edilir:

$$E = A(\sigma_1(\sigma_1 + 4) + \sigma_2(\sigma_2 + 2)) + B(\tau_1(\tau_1 + 3) + \tau_2(\tau_2 + 1))$$

$$+ CL(L + 1) + a\left(\frac{N}{2} - F\right)\left(\frac{N}{2} + F + 1\right) \quad (2.108)$$

Bu Hamiltonyenin öz değerlerini yani enerji spektrumu şekil 2.7'de görüldüğü gibi çizilebilir:



**Şekil 2.7** IBM-2 O(6) enerji düzeyleri diagramı. Burada  $A = -B = -35\text{keV}$ ,  $C = 10\text{keV}$  ve  $a = 400\text{keV}$ ,  $N_v = 4$ ,  $N_\pi = 2$  olarak alınmıştır [9].

O(6) dalga fonksiyonları çizelge 2.8'de görülmektedir. Çizelge 2.9, 2.10, 2.11'de ise O(6) limitinde çeşitli seviyeler arası geçiş olasılıkları görülmektedir.

**Çizelge 2.8.** IBM-2 O(6) dalga fonksiyonları [9].

$$\begin{aligned}
 |0_1^+\rangle &= |[N_\nu] \times [N_\pi]; [N]\langle N\rangle(0)0\rangle \\
 |0_2^+\rangle &= |[N_\nu] \times [N_\pi]; [N]\langle N\rangle(3)0\rangle \\
 |0_3^+\rangle &= |[N_\nu] \times [N_\pi]; [N]\langle N-2\rangle(0)0\rangle \\
 |1_M^+\rangle &= |[N_\nu] \times [N_\pi]; [N-1, 1]\langle N-1, 1\rangle(1, 1)1\rangle \\
 |2_1^+\rangle &= |[N_\nu] \times [N_\pi]; [N]\langle N\rangle(1)2\rangle \\
 |2_2^+\rangle &= |[N_\nu] \times [N_\pi]; [N]\langle N\rangle(2)2\rangle \\
 |2_3^+\rangle &= |[N_\nu] \times [N_\pi]; [N]\langle N-2\rangle(1)2\rangle \\
 |2_4^+\rangle &= |[N_\nu] \times [N_\pi]; [N]\langle N-2\rangle(2)2\rangle \\
 |2_M^+\rangle &= |[N_\nu] \times [N_\pi]; [N-1, 1]\langle N-1, 1\rangle(1)2\rangle \\
 |3_1^+\rangle &= |[N_\nu] \times [N_\pi]; [N]\langle N\rangle(3)3\rangle \\
 |3_M^+\rangle &= |[N_\nu] \times [N_\pi]; [N-1, 1]\langle N-1, 1\rangle(1, 1)3\rangle \\
 |4_1^+\rangle &= |[N_\nu] \times [N_\pi]; [N]\langle N\rangle(2)4\rangle \\
 |4_2^+\rangle &= |[N_\nu] \times [N_\pi]; [N]\langle N-2\rangle(2)4\rangle
 \end{aligned}$$

**Çizelge 2.9** IBM-2 O(6) uyarılma olasılıkları [9].

$J_f^\pi$	$T\lambda$	$B(T\lambda; 0_1^+ \rightarrow J_f^\pi)$
$1_M^+$	$M1$	$\frac{3}{4\pi} (g_\nu - g_\pi)^2 \frac{3}{N+1} N_\nu N_\pi$
$2_1^+$	$E2$	$(e_\nu N_\nu + e_\pi N_\pi)^2 \frac{N+4}{N}$
$2_M^+$	$E2$	$(e_\nu - e_\pi)^2 \frac{2(N+2)}{N(N+1)} N_\nu N_\pi$
$3_M^+$	$M1$	$\frac{35}{8\pi} (\Omega_\nu - \Omega_\pi)^2 \frac{7}{10(N+1)} N_\nu N_\pi$

**Çizelge 2.10** IBM-2 O(6)  $1_m^+$  durumlarından çeşitli seviyelere elektromanyetik geçiş olasılıkları [9].

$J_f^\pi$	$T\lambda$	$B(T\lambda; 1_M^+ \rightarrow J_f^\pi)$
$0_1^+$	$M1$	$\frac{3}{4\pi} (g_v - g_\pi)^2 \frac{1}{N+1} N_v N_\pi$
$0_3^+$	$M1$	$\frac{3}{4\pi} (g_v - g_\pi)^2 \frac{(N+2)(N+3)}{(N-1)N^2(N+1)} N_v N_\pi$
$2_2^+$	$M1$	$\frac{3}{4\pi} (g_v - g_\pi)^2 \frac{(N+4)(N+5)}{2(N-1)N(N+1)} N_v N_\pi$
$2_4^+$	$M1$	$\frac{3}{4\pi} (g_v - g_\pi)^2 \frac{(N-3)(N-2)}{2(N-1)N^2(N+1)} N_v N_\pi$
$2_1^+$	$E2$	$(e_v - e_\pi)^2 \frac{N+4}{2N(N+1)} N_v N_\pi$
$2_3^+$	$E2$	$(e_v - e_\pi)^2 \frac{(N-2)(N+3)}{2(N-1)N^2(N+1)} N_v N_\pi$
$2_M^+$	$E2$	$\frac{1}{4N(N+2)} \{e_v(N - N_v(N+4)) + e_\pi(N - N_\pi(N+4))\}^2$

**Çizelge 2.11** IBM-2 O(6)  $2_m^+$  durumlarından çeşitli seviyelere geçiş olasılıkları [9].

$J_f^\pi$	$T\lambda$	$B(T\lambda; 2_M^+ \rightarrow J_f^\pi)$
$2_1^+$	$M1$	$\frac{3}{4\pi} (g_v - g_\pi)^2 \frac{3(N+2)(N+4)}{4N^2(N+1)} N_v N_\pi$
$2_3^+$	$M1$	$\frac{3}{4\pi} (g_v - g_\pi)^2 \frac{3(N-2)(N+3)}{4(N-1)N(N+1)(N+2)} N_v N_\pi$
$0_1^+$	$E2$	$(e_v - e_\pi)^2 \frac{2(N+2)}{5N(N+1)} N_v N_\pi$
$0_3^+$	$E2$	$(e_v - e_\pi)^2 \frac{2(N+3)}{5(N-1)N(N+1)} N_v N_\pi$
$2_2^+$	$E2$	$(e_v - e_\pi)^2 \frac{(N+2)(N+4)(N+5)}{28(N-1)N^2(N+1)} N_v N_\pi$
$2_4^+$	$E2$	$(e_v - e_\pi)^2 \frac{(N-3)(N-2)}{28(N-1)N(N+1)(N+2)} N_v N_\pi$
$4_1^+$	$E2$	$(e_v - e_\pi)^2 \frac{9(N+2)(N+4)(N+5)}{140(N-1)N^2(N+1)} N_v N_\pi$
$4_2^+$	$E2$	$(e_v - e_\pi)^2 \frac{9(N-3)(N-2)}{140(N-1)N(N+1)(N+2)} N_v N_\pi$



### 3.ARAŞTIRMA BULGULARI

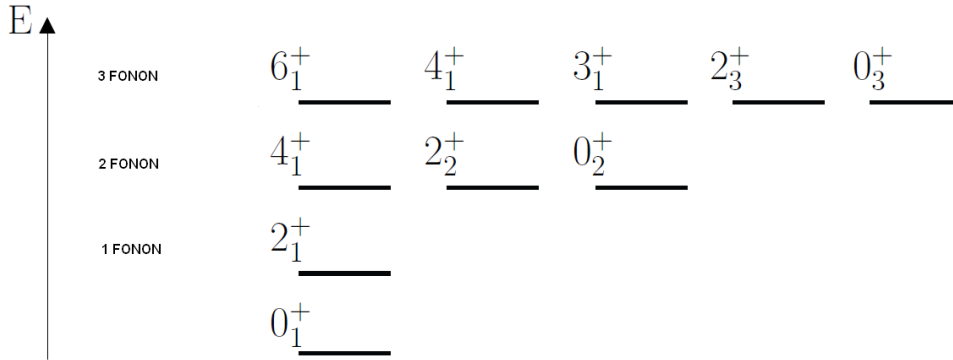
#### 3.1. Samaryum İzotoplarının Simetrik ve Karma Simetrik Enerji Seviyeleri

##### 3.1.1. Sm-146 İzotopunun Enerji Seviyelerinin U(5) Limitinde İncelenmesi

Sm-146'nın enerji düzeyleri [17] incelenecek olursa. Görüleceği gibi taban durum enerji spektrumu yaklaşık olarak bir kuantum salıncının spektrumuna benzemektedir. Temel kuantum mekaniği bilgilerinden hatırlandığı gibi olursa harmonik salıncı spektrumu şöyle idi:

$$E_n = (n + \frac{1}{2})\hbar\omega \quad n = 0,1,2,3,\dots \quad (3.1)$$

Harmonik salıncının spektrumu eşit aralıklarla her adımda  $\hbar\omega$  kadar artarak gitmektedir. Sm-146 çekirdeği de buna benzer bir spektrum göstermektedir. Dolayısıyla bu çekirdeğin incelenmesi için IBM'in an harmonik salıncı limit olan U(5) limiti kullanılacaktır. Şekil 3.1'de kuantum harmonik salıncı spektrumu görülmektedir.



Şekil 3.1 Salıncı spektrumu [25]

U(5) limitinin enerji öz değerleri için denklem (2.98) kullanılır. Bu denklemdeki  $A_1$ ,  $A_2$ , B, C, a parametrelerdir ve bu parametrelerin doğru biçimde belirlenmesi spektrumun gerçekçi bir yaklaşımının elde edilmesi için çok önemlidir. Burada taban durumunun enerji seviyelerine bakılarak parametreler için şu değerler uygun görülmüştür:

$$A_1 = 600 \text{ keV}$$

$$A_2 = 5 \text{ keV}$$

$$B = 10 \text{ keV}$$

$$C = 0 \text{ keV}$$

Buna göre enerji düzeyleri şöyledir:

$$n_1 = 1, n_2 = 0, v_1 = 1, v_2 = 0$$

$$E(2_1) = 1xA_1 + 5xA_2 + 4xB + 6xC$$

$$= 1x600 + 5x5 + 4x10 = 695 \text{ keV}$$

$$E(4_1) = 2xA_1 + 12xA_2 + 10xB + 20xC$$

$$= 2x600 + 12x5 + 10x10 = 1360 \text{ keV}$$

$$E(6_1) = 3xA_1 + 21xA_2 + 18xB + 42xC$$

$$= 3x600 + 21x5 + 18x10 = 2085 \text{ keV}$$

$$E(8_1) = 4xA_1 + 32xA_2 + 28xB + 72xC$$

$$= 4x600 + 64x5 + 48x10 = 3100 \text{ keV}$$

$$E(10_1) = 5xA_1 + 45xA_2 + 40xB + 110C$$

$$= 5x600 + 45x5 + 40x10 = 3625 \text{ keV}$$

**Çizelge 3.1** Sm-146 birinci bant teorik enerji düzeyleri

	Hesaplanan(keV)
2 <sub>1</sub>	695
4 <sub>1</sub>	1360
6 <sub>1</sub>	2085
8 <sub>1</sub>	3100
10 <sub>1</sub>	3625

Buradaki titreşimler fonon olarak ifade edilebilir ve her bir titreşim bir açıl momentum taşımaktadır. İlk bantta 2, 4, 6, 8 açıl momentum değerleri sırasıyla her birinin açıl

momentumu 2 olan sırasıyla 1, 2, 3, 4 tane fononun üst üste binmesiyle elde edilmiştir. İkinci bant ise şöyledir:

$$\begin{aligned}
 E(2_2) &= 2xA_1 + 12xA_2 + 10B + 6xC \\
 &= 2x600 + 12x5 + 10x10 = 1360 \text{ keV} \\
 E(3_2) &= 3xA_1 + 21xA_2 + 18B + 12xC \\
 &= 3x600 + 5x21 + 10x18 = 2085 \text{ keV} \\
 E(4_2) &= 3xA_1 + 21xA_2 + 18B + 20xC \\
 &= 3x600 + 21x5 + 18x10 = 2085 \text{ keV}
 \end{aligned}$$

**Çizelge 3.2** Sm-146 ikinci bant enerji düzeyleri

	Hesaplanan(keV)
2 <sub>2</sub>	1360
3 <sub>2</sub>	2085
4 <sub>2</sub>	2085

Burada ilk durum için iki fonon açısai momentumları 2 olacak şekilde çiftlenmiştir, ikinci ve üçüncü durumlarda ise üç fonon açısai momentumları 3 ve 4 olacak şekilde üst üste binmiştir. Üçüncü bant ise şöyledir:

$$\begin{aligned}
 E(0_3) &= 2xA_1 + 12xA_2 \\
 &= 2x600 + 12x5 = 1260 \text{ keV} \\
 E(2_3) &= 3xA_1 + 21xA_2 + 4xB + 6xC \\
 &= 3x600 + 21x5 + 4x10 = 1945 \text{ keV}
 \end{aligned}$$

**Çizelge 3.3** Sm-146 üçüncü bant teorik enerji düzeyleri

	Hesaplanan(keV)
0 <sub>3</sub>	1260
2 <sub>3</sub>	1945

Çizelge 2.3 incelenirse genel olarak karma simetrik bir durumdan simetrik bir duruma manyetik dipol geçişlerinin  $(g_v - g_\pi)^2$  ile elektrik kuadrupol geçişlerinin ise  $(e_v - e_\pi)^2$  ile orantılı oldukları görülmektedir. Bilinen  $g_v, g_\pi, e_v, e_\pi$  değerlerine dayanarak şu söylenebilir ki karma simetrik durumlardan simetrik durumlara elektrik kuadrupol geçişleri çok zayıf hatta yasaklı olurken manyetik dipol geçişleri nispeten oldukça şiddetli olmaktadır. Çünkü  $g_v \neq g_\pi$  iken  $e_v \approx e_\pi$ 'dir. Deneysel spektrumdan nispeten şiddetli manyetik geçiş yapan durumlar göz önünde bulundurularak "a" parametresi için bir tahminde bulunulur. Burada,

$$a = 200 \text{ keV}$$

alınacaktır. Enerji öz değeri denkleminde karma simetrik durumların spektrumdaki yeri şu terim ile belirlenir:

$$a\left(\frac{N}{2} - F\right)\left(\frac{N}{2} + F + 1\right) \quad (3.2)$$

Burada simetrik ve karma simetrik durumlar olarak sadece şu iki durum incelenecektir.

$$\begin{aligned} F &= \frac{N}{2} \text{ simetrik} \\ F &= \frac{N}{2} - 1 \text{ karma simetrik} \end{aligned} \quad (3.3)$$

Simetrik durumlar için bu terimin yok olduğu görülmektedir. Sm-146 spektrumu incelendiğinde [17]  $2_{1,m}$  için en iyi adayın 2968,81 keV'deki 2+ durumu olduğu görülür çünkü bu durumdan  $2_1$  durumuna şiddetli M1 geçişi olmuştur, buna göre "a" parametresi hesaplanırsa,

$$\begin{aligned} E(2_{1,m}) - E(2_1) &= axN \\ 2968 - 747 &= ax7 \\ \frac{2221}{7} &= 317 \text{ keV} = a \end{aligned}$$

Kadar katkı getirecektir bunun sonucu olarak da

$$\begin{aligned}
E(4_{1,m}) &= E(4_1) + 7x_a \\
&= 1360 + 2221 = 3581 \text{ keV} \\
E(2_{2,m}) &= E(2_2) + 7x_a \\
&= 1360 + 2221 = 3581 \text{ keV} \\
E(0_{3,m}) &= E(0_3) + 7x_a \\
&= 1260 + 2221 = 3481 \text{ keV}
\end{aligned}$$

$1_m$  ve  $3_m$  'de ise durum biraz daha farklıdır, bu durumlar iki fononlu durumlardır ancak enerji öz değeri denkleminde fononlardan biri  $n_1$  diğeri  $n_2$  durumundadır ayrıca açısal momentum 0 olacak şekilde çiftlenmemiş bozon sayısını ifade eden  $v$  de 2'dir ancak bu  $v_1=1, v_2=1$  olarak yazılır. Böylece enerji değerleri şöyle bulunur:

$$\begin{aligned}
E(1_m) &= 2xA_1 + 7xA_2 + 6xB + 2xC + 7x_a \\
&= 1200 + 35 + 60 + 2221 = 3516 \text{ keV} \\
E(3_m) &= 2xA_1 + 7xA_2 + 6xB + 12xC + 7x_a \\
&= 1200 + 35 + 30 + 2221 = 3516 \text{ keV}
\end{aligned}$$

**Çizelge 3.4** Sm-146 karma simetrik durumlar teorik enerji düzeyleri

	Hesaplanan(keV)
$2_{1,m}$	2916
$4_{1,m}$	3581
$0_{3,m}$	3481
$2_{2,m}$	3581
$1_m$	3516
$3_m$	3516

### 3.1.2. Sm-148 İzotopunun Enerji Seviyelerinin U(5) Limitinde İncelenmesi

Bu çekirdeğin taban durumu deneysel enerji seviyeleri [18] incelendiğinde anlaşıldığı gibi bu çekirdek anharmonik salınıcıdır ve IBM'in U(5) limitine karşılık gelir, dolayısıyla enerji spektrumu denklem (2.98) ile elde edilir. Deneysel spektrumdaki ilk birkaç değere [18] bakılarak parametrelerin şöyle belirlenmesi uygundur.

$$A_1 = 350 \text{ keV}$$

$$A_2 = 20 \text{ keV}$$

$$B = 20 \text{ keV}$$

$$C = 2 \text{ keV}$$

Ayrıca nötron ve proton bozon sayıları ise şöyledir:

$$N_\nu = 2$$

$$N_\pi = 6$$

$$N_\nu + N_\pi = 8$$

Böylece taban durumu yani birinci bant için hesaplamalar şöyle yapılabilir:

$$\begin{aligned} E(2_1) &= 1xA_1 + 5xA_2 + 4xB + 6xC \\ &= 350 + 100 + 80 + 12 = 542 \text{ keV} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} E(4_1) &= 2xA_1 + 12xA_2 + 10xB + 20xC \\ &= 700 + 240 + 200 + 40 = 1180 \text{ keV} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} E(6_1) &= 3xA_1 + 21xA_2 + 18xB + 42xC \\ &= 1050 + 420 + 360 + 84 = 1914 \text{ keV} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} E(8_1) &= 4xA_1 + 32xA_2 + 28xB + 72xC \\ &= 1400 + 640 + 560 + 144 = 2744 \text{ keV} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} E(10_1) &= 5xA_1 + 45xA_2 + 40xB + 110C \\ &= 1650 + 900 + 800 + 220 = 3570 \text{ keV} \end{aligned}$$

**Çizelge 3.5** Sm-148 birinci bant teorik enerji düzeyleri

	Hesaplanan(keV)
2 <sub>1</sub>	550,255
4 <sub>1</sub>	1180,14
6 <sub>1</sub>	1905,908
8 <sub>1</sub>	2544,201
10 <sub>1</sub>	3322,062

İkinci bant için ise hesaplamalar şöyle yapılabilir:

$$E(2_2) = 2xA_1 + 12xA_2 + 10B + 6xC$$

$$= 700 + 240 + 200 + 12 = 1152 \text{ keV}$$

$$E(3_2) = 3xA_1 + 21xA_2 + 18B + 12xC$$

$$= 1050 + 420 + 360 + 24 = 1854 \text{ keV}$$

$$E(4_2) = 3xA_1 + 21xA_2 + 18B + 20xC$$

$$= 1050 + 420 + 360 + 40 = 1870 \text{ keV}$$

**Çizelge 3.6** Sm-148 ikinci bant teorik enerji düzeyleri

	Hesaplanan(keV)
2 <sub>2</sub>	1152
3 <sub>2</sub>	1854
4 <sub>2</sub>	1880

Üçüncü bant için de hesaplamalar şöyle yapılabilir:

$$E(0_3) = 2xA_1 + 12xA_2$$

$$= 700 + 240 = 940 \text{ keV}$$

$$E(2_3) = 3xA_1 + 21xA_2 + 4xB + 6xC$$

$$= 1050 + 420 + 80 + 12 = 1512 \text{ keV}$$

**Çizelge 3.7** Sm-148 üçüncü bant teorik enerji düzeyleri

	Hesaplanan(keV)
0 <sub>3</sub>	940
2 <sub>3</sub>	1512

Karma simetrik durumlar için ise yine kuvvetli manyetik geçiş gösteren bir E(2) durumuna göre "a" parametresi ayarlanır. 2146,35 keV'de birinci banttaki [18] 2<sub>1</sub> durumuna kuvvetli M1 ve E2 geçişi yapan durum 2<sub>1,m</sub> karma simetrik durum olarak belirlenirse eğer,

$$E(2_{1,m}) - E(2_1) = Nxa = 8xa$$

$$\frac{2146 - 536}{8} = a$$

$$a \approx 200$$

Son parametrenin tayini de empirik olarak yapılmış olur. Böylece karma simetrik durumlar şu şekilde hesaplanır.

$$\begin{aligned} E(4_{1,m}) &= E(4_1) + 8xa \\ &= 1180 + 1600 = 2780 \text{ keV} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} E(2_{2,m}) &= E(2_2) + 8xa \\ &= 1152 + 1600 = 2752 \text{ keV} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} E(0_{3,m}) &= E(0_3) + 8xa \\ &= 940 + 1600 = 2540 \text{ keV} \end{aligned}$$

$$1_m, 3_m \text{ için } n_1, n_2 = 1; v_1, v_2 = 1$$

$$\begin{aligned} E(1_m) &= 2xA_1 + 7xA_2 + 6xB + 2xC + 8xa \\ &= 700 + 140 + 120 + 4 + 1600 = 2504 \text{ keV} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} E(3_m) &= 2xA_1 + 7xA_2 + 6xB + 12xC + 8xa \\ &= 700 + 140 + 120 + 24 + 1600 = 2524 \text{ keV} \end{aligned}$$

**Çizelge 3.8** Sm-148 karma simetrik durumlar teorik enerji düzeyleri

	Hesaplanan(keV)
2 <sub>1,m</sub>	2136
4 <sub>1,m</sub>	2780
0 <sub>3,m</sub>	2540
2 <sub>2,m</sub>	2752
1 <sub>m</sub>	2434
3 <sub>m</sub>	2454



### 3.1.3. Sm-150 İzotopunun Enerji Seviyelerinin U(5) Limitinde İncelenmesi

Bu çekirdeğin taban durum enerji düzeyleri [19] incelenirse anlaşılacağı üzere çekirdek U(5) simetrisini korumaya devam etmektedir hala anharmonik titreşim modundadır. Bundan dolayı enerji öz değeri spektrumunun eldesi için yine U(5) simetrik Hamiltonyenin enerji öz değerleri kullanılacaktır. Deneysel spektrumun birinci bandındaki birkaç enerji düzeyine bakılarak parametreler şöyle seçilebilir:

$$A_1 = 300 \text{ keV}$$

$$A_2 = 10 \text{ keV}$$

$$B = 5 \text{ keV}$$

$$C = 2 \text{ keV}$$

Ayrıca nötron ve proton bozon sayıları da şöyledir:

$$N_\nu = 3$$

$$N_\pi = 6$$

$$N = N_\nu + N_\pi = 9$$

Birinci bant için teorik hesaplar şöyle yapılır:

$$\begin{aligned} E(2_1) &= 1xA_1 + 5xA_2 + 4xB + 6xC \\ &= 300 + 50 + 20 + 12 = 372 \text{ keV} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} E(4_1) &= 2xA_1 + 12xA_2 + 10xB + 20xC \\ &= 600 + 120 + 50 + 40 = 810 \text{ keV} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} E(6_1) &= 3xA_1 + 21xA_2 + 18xB + 42xC \\ &= 900 + 210 + 90 + 84 = 1284 \text{ keV} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} E(8_1) &= 4xA_1 + 32xA_2 + 28xB + 72xC \\ &= 1200 + 320 + 140 + 144 = 1804 \text{ keV} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} E(10_1) &= 5xA_1 + 45xA_2 + 40xB + 110C \\ &= 1500 + 450 + 200 + 220 = 2370 \text{ keV} \end{aligned}$$

**Çizelge 3.9** Sm-150 birinci bant teorik enerji düzeyleri

	Hesaplanan(keV)
2 <sub>1</sub>	372
4 <sub>1</sub>	810
6 <sub>1</sub>	1284
8 <sub>1</sub>	1804
10 <sub>1</sub>	2370

İkinci bant için hesaplamalar şöyle yapılır:

$$\begin{aligned} E(2_2) &= 2xA_1 + 12xA_2 + 10B + 6xC \\ &= 600 + 120 + 50 + 12 = 782 \text{ keV} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} E(3_2) &= 3xA_1 + 21xA_2 + 18B + 12xC \\ &= 900 + 210 + 90 + 24 = 1224 \text{ keV} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} E(4_2) &= 3xA_1 + 21xA_2 + 18B + 20xC \\ &= 900 + 210 + 90 + 40 = 1240 \text{ keV} \end{aligned}$$

**Çizelge 3.10** Sm-150 ikinci bant teorik enerji düzeyleri

	Hesaplanan(keV)
2 <sub>2</sub>	782
3 <sub>2</sub>	1224
4 <sub>2</sub>	1240

Üçüncü bant için enerji seviyeleri şöyle hesaplanır:

$$\begin{aligned} E(0_3) &= 2xA_1 + 12xA_2 \\ &= 600 + 120 = 720 \text{ keV} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} E(2_3) &= 3xA_1 + 21xA_2 + 4xB + 6xC \\ &= 900 + 210 + 20 + 12 = 1142 \text{ keV} \end{aligned}$$

**Çizelge 3.11** Sm-150 üçüncü bant teorik enerji düzeyleri

	Hesaplanan(keV)
0 <sub>3</sub>	720
2 <sub>3</sub>	1142

Karma simetrik durumlar için hesaplamalar şöyle yapılabilir. Deneysel spektrumdan görüldüğü kadarıyla [19] 2<sup>+</sup> spin ve pariteye sahip 1833 keV enerji düzeyinden birinci banttaki 2<sub>1</sub> durumuna M1 geçişleri görülmektedir. Buna göre “a” parametresinin belirlenmesi için şöyle bir hesap yapılabilir.

$$E(2_{1,m}) - E(2_1) = Nxa = 9xa$$

$$\frac{1833 - 372}{9} = a$$

$$a \approx 165 \text{ keV}$$

“a” parametresinin 165 keV olarak belirlenmesinden sonra karma simetrik bant şöyle bulunur:

$$\begin{aligned} E(4_{1,m}) &= E(4_1) + 9xa \\ &= 810 + 1485 = 2295 \text{ keV} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} E(2_{2,m}) &= E(2_2) + 9xa \\ &= 782 + 1485 = 2267 \text{ keV} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} E(0_{3,m}) &= E(0_3) + 9xa \\ &= 720 + 1485 = 2205 \text{ keV} \end{aligned}$$

$$1_{m,3_m} \text{ için } n_1, n_2 = 1; v_1, v_2 = 1$$

$$\begin{aligned} E(1_m) &= 2xA_1 + 7xA_2 + 6xB + 2xC + 9xa \\ &= 600 + 70 + 60 + 4 + 1485 = 2219 \text{ keV} \end{aligned}$$

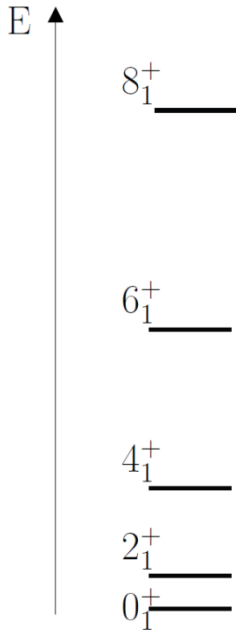
$$\begin{aligned} E(3_m) &= 2xA_1 + 7xA_2 + 6xB + 12xC + 9xa \\ &= 600 + 70 + 60 + 24 + 1485 = 2239 \text{ keV} \end{aligned}$$

**Çizelge 3.12** Sm-150 karma simetrik durumlar teorik enerji düzeyleri

	Hesaplanan(keV)
2 <sub>1,m</sub>	1857
4 <sub>1,m</sub>	2295
0 <sub>3,m</sub>	2225
2 <sub>2,m</sub>	2267
1 <sub>1,m</sub>	2219
3 <sub>1,m</sub>	2239

### 3.1.4. Sm-152 İzotopunun Enerji Seviyelerinin U(5) Limitinde İncelenmesi

Deneysel enerji spektrumu [20] incelendiğinde bu çekirdeğin titreşimden çok dönme hareketi yaptığı izlenimi edinilir. çünkü enerji seviyeleri birinci bant için yaklaşık olarak eşit aralıklarla değil de  $E=L(L+1)$  şeklinde  $L^2$ 'ye bağlı olarak üstel olarak değişmektedir. Bu dönme enerji spektrumudur ve aşağıdaki şekilde görülmektedir.



**Şekil 3.2** Dönücü spektrumu [25]

Dolayısıyla enerji seviyeleri SU(3) simetrik Hamiltonyen ile incelenmelidir. Ancak burada şöyle bir yöntem denenecektir. U(5) limitindeki Hamiltonyenin titreşim spektrumuna yol açan  $A_1$ ,  $A_2$ , B parametrelili terimleri bu parametrelere sıfır yada sıfıra yakın değerler verilerek Hamiltonyendeki baskınlığı azaltılacak bunun yerine C parametresine yüksek değerler verilerek Hamiltonyendeki baskınlığı arttırılacak ve bu sayede CJ(J+1) terimi spektrumun dönme hareketi yapan bir cismin spektrumuna benzemesini sağlayacaktır.

Sm-152 için nötron ve proton bozon sayıları şunlardır:

$$N_v = 4$$

$$N_\pi = 6$$

$$N = N_v + N_\pi = 10$$

U(5) simetrik Hamiltonyenin parametrelerine şu değerler verilirse:

$$A_1 = 100 \text{ keV}$$

$$A_2 = 0$$

$$B = 0$$

$$C = 10 \text{ keV}$$

İstenilen türde bir spektrum elde edilebilir. Böylece birinci bant için hesaplamalar yapılarak taban durumu şöyle bulunur:

$$E(2_1) = 1xA_1 + 6xC$$

$$= 100 + 60 = 160 \text{ keV}$$

$$E(4_1) = 2xA_1 + 20xC$$

$$= 200 + 200 = 400 \text{ keV}$$

$$E(6_1) = 3xA_1 + 42xC$$

$$= 300 + 420 = 720 \text{ keV}$$

$$E(8_1) = 4xA_1 + 72xC$$

$$= 400 + 720 = 1120 \text{ keV}$$

$$E(10_1) = 5xA_1 + 110C$$

$$= 500 + 1100 = 1600 \text{ keV}$$

**Çizelge 3.13** Sm-152 birinci bant teorik enerji düzeyleri

	Hesaplanan(keV)
2 <sub>1</sub>	160
4 <sub>1</sub>	400
6 <sub>1</sub>	720
8 <sub>1</sub>	1120
10 <sub>1</sub>	1600

İkinci bant için ise hesaplamalar şöyle devam ettirilir:

$$\begin{aligned} E(2_2) &= 2xA_1 + 6xC \\ &= 200 + 60 = 260 \text{ keV} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} E(3_2) &= 3xA_1 + 12xC \\ &= 300 + 120 = 420 \text{ keV} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} E(4_2) &= 3xA_1 + 20xC \\ &= 300 + 200 = 500 \text{ keV} \end{aligned}$$

**Çizelge 3.14** Sm-152 ikinci bant teorik enerji düzeyleri

	Hesaplanan(keV)
2 <sub>2</sub>	260
3 <sub>2</sub>	420
4 <sub>2</sub>	500

Üçüncü bantta ise bu hesaplar şöyle devam ettirilir:

$$\begin{aligned} E(0_3) &= 2xA_1 \\ &= 200 \text{ keV} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} E(2_3) &= 3xA_1 + 6xC \\ &= 300 + 60 = 360 \text{ keV} \end{aligned}$$

**Çizelge 3.15** Sm-152 üçüncü bant teorik enerji düzeyleri

	Hesaplanan(keV)
0 <sub>3</sub>	200
2 <sub>3</sub>	360

Deneysel spektrumdan görüldüğü kadarıyla E(2<sub>m</sub>) durumu için 1757 keV'deki 2<sup>+</sup> durumunun belirlenmesi yerindedir. Buna göre,

$$E(2_{1,m}) - E(2_1) = Nxa = 10xa$$

$$\frac{1757 - 160}{10} = a$$

$$a \approx 159,7 \text{ keV}$$

“a” parametresine göre karma simetrik bant için hesaplar şöyle yapılır:

$$\begin{aligned} E(4_{1,m}) &= E(4_1) + 10xa \\ &= 400 + 1597 = 1997 \text{ keV} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} E(2_{2,m}) &= E(2_2) + 10xa \\ &= 260 + 1597 = 1857 \text{ keV} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} E(0_{3,m}) &= E(0_3) + 10xa \\ &= 200 + 1597 = 1797 \text{ keV} \end{aligned}$$

$$1_m, 3_m \text{ için } n_1, n_2 = 1; v_1, v_2 = 1$$

$$\begin{aligned} E(1_m) &= 2xA_1 + 2xC + 10xa \\ &= 200 + 20 + 1597 = 1717 \text{ keV} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} E(3_m) &= 2xA_1 + 12xC + 10xa \\ &= 200 + 120 + 1597 = 1917 \text{ keV} \end{aligned}$$

**Çizelge 3.16** Sm-152 karma simetrik durumlar teorik enerji düzeyleri

	Hesaplanan(keV)
2 <sub>1,m</sub>	1757
4 <sub>1,m</sub>	1997
2 <sub>2,m</sub>	1857
0 <sub>3,m</sub>	1797
1 <sub>1,m</sub>	1717
3 <sub>1,m</sub>	1917

### 3.1.5. Sm-154 İzotopunun Enerji Seviyelerinin U(5) Limitinde İncelenmesi

Sm-154'ün enerji seviyeleri [21] incelendiğinde görülür ki bu izotop net bir dönücü spektrumuna sahiptir. Bundan dolayı bu çekirdeğin enerji düzeylerinin incelenmesinde U(5) limitinin kullanılması pek sağlıklı değildir buna rağmen hangi bantların ne kadar yakın bir biçimde elde edildiğini görmek ve sonuçlarını incelemek adına U(5) simetrik Hamiltonyen (2.96) kullanılacaktır.

Sm-154 çekirdeğinin nötron ve proton bozon sayıları şunlardır:

$$N_v = 5$$

$$N_\pi = 6$$

$$N = N_v + N_\pi = 11$$

Burada dönme spektrumunun elde edilmesi için  $A_1$  parametresi Sm-152 için alınandan daha da küçük,  $A_2$  ve B yine sıfır, C ise  $J(J+1)$  teriminin baskın halde olabilmesi için daha yine büyük alınacaktır.

$$A_1 = 40 \text{ keV}$$

$$A_2 = 0$$

$$B = 0$$

$$C = 10 \text{ keV}$$

Bu parametrelere göre hesaplamalar yapılırsa birinci bant için şu değerler elde edilir.



$$\begin{aligned}
E(2_1) &= 1x A_1 + 6xC \\
&= 40 + 60 = 100 \text{ keV} \\
E(4_1) &= 2x A_1 + 20xC \\
&= 80 + 200 = 280 \text{ keV} \\
E(6_1) &= 3x A_1 + 42xC \\
&= 120 + 420 = 540 \text{ keV} \\
E(8_1) &= 4x A_1 + 72xC \\
&= 160 + 720 = 880 \text{ keV} \\
E(10_1) &= 5x A_1 + 110C \\
&= 200 + 1100 = 1300 \text{ keV}
\end{aligned}$$

**Çizelge 3.17** Sm-154 birinci bant teorik enerji düzeyleri

	Hesaplanan(keV)
2 <sub>1</sub>	100
4 <sub>1</sub>	280
6 <sub>1</sub>	540
8 <sub>1</sub>	880
10 <sub>1</sub>	1300

İkinci bant için hesaplamalar yapılırsa şöyle yapılır:

$$\begin{aligned}
E(2_2) &= 2x A_1 + 6xC \\
&= 80 + 60 = 140 \text{ keV} \\
E(3_2) &= 3x A_1 + 12xC \\
&= 120 + 120 = 240 \text{ keV} \\
E(4_2) &= 3x A_1 + 20xC \\
&= 120 + 200 = 320 \text{ keV}
\end{aligned}$$

**Çizelge 3.18** Sm-154 ikinci bant teorik enerji düzeyleri

	Hesaplanan(keV)
2 <sub>2</sub>	140
3 <sub>2</sub>	240
4 <sub>2</sub>	320

Üçüncü bant için de hesaplar yapılırsa

$$E(0_3) = 2xA_1 \\ = 80 \text{ keV}$$

$$E(2_3) = 3xA_1 + 6xC \\ = 120 + 60 = 180 \text{ keV}$$

**Çizelge 3.19** Sm-154 üçüncü bant teorik enerji düzeyleri

	Hesaplanan(keV)
0 <sub>3</sub>	80
2 <sub>3</sub>	180

Yine görülür ki ölçülen ve hesaplanan değerler arasında tam bir uçurum vardır.

Simetrik banttaki durumların nötron-proton bozonu simetrisinin bozulduğu karma simetrik durumlarına bakılırsa eğer 2<sup>+</sup> 1440.04 keV'lik durumun [21] birinci banttaki 2<sup>+</sup> durumuna M1 geçişi yaptığı görülmektedir, dolayısıyla bu durumun karma simetrik bir durum olduğu iddia edilebilir. Böylece aşağıdaki hesap yapılarak “a” parametresi bulunur.

$$E(2_{1,m}) - E(2_1) = Nxa = 11xa$$

$$\frac{1440 - 100}{11} = a$$

$$a \approx 121,8 \text{ keV}$$

Böylece karma simetrik bandın hesabına geçilebilir.

$$E(4_{1,m}) = E(4_1) + 11x_a$$

$$= 280 + 1340 = 1620 \text{ keV}$$

$$E(2_{2,m}) = E(2_2) + 11x_a$$

$$= 140 + 1340 = 1480 \text{ keV}$$

$$E(0_{3,m}) = E(0_3) + 11x_a$$

$$= 80 + 1340 = 1420 \text{ keV}$$

$$1_{m,3_m} \text{ için } n_1, n_2 = 1; v_1, v_2 = 1$$

$$E(1_{m,3_m}) = 2x_{A_1} + 2xC + 11x_a$$

$$= 80 + 20 + 1340 = 1440 \text{ keV}$$

$$E(3_{m,1_m}) = 2x_{A_1} + 12xC + 11x_a$$

$$= 80 + 120 + 1340 = 1540 \text{ keV}$$

**Çizelge 3.20** Sm-154 karma simetrik durumlar teorik enerji düzeyleri

	Hesaplanan(keV)
2 <sub>1,m</sub>	1440
4 <sub>1,m</sub>	1620
2 <sub>2,m</sub>	1480
0 <sub>3,m</sub>	1420
1 <sub>1,m</sub>	1440
3 <sub>1,m</sub>	1540

### 3.1.6. Sm-156 İzotopunun Enerji Seviyelerinin U(5) Limitinde İncelenmesi

Sm-156 izotopunun spektrumu [22] incelendiğinde kuantum mekaniksel titreşimden daha çok kuantum dönme spektrumu görülmektedir. Bunun için yine anharmonik titreşim limitinin parametreleri düşük tutulur ve dönme spektrumu verebilecek olan  $CJ(J+1)$  teriminin katsayısı olan C parametresi kısmen büyük tutularak hesaplar yapılır. Sm-156 izotopunun proton, nötron bozon sayısı şöyledir:

$$N_v = 6$$

$$N_\pi = 6$$

$$N = N_v + N_\pi = 12$$

U(5) simetrik Hamiltonyenin parametreleri şöyle alınırsa:

$$A_1 = 15 \text{ keV}$$

$$A_2 = 0$$

$$B = 0$$

$$C = 11 \text{ keV}$$

Bu parametreler doğrultusunda yapılan hesaplar sonucunda birinci bant enerji spektrumu şöyle olur:

$$\begin{aligned} E(2_1) &= 1 \times A_1 + 6 \times C \\ &= 15 + 66 = 81 \text{ keV} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} E(4_1) &= 2 \times A_1 + 20 \times C \\ &= 30 + 220 = 250 \text{ keV} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} E(6_1) &= 3 \times A_1 + 42 \times C \\ &= 45 + 462 = 507 \text{ keV} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} E(8_1) &= 4 \times A_1 + 72 \times C \\ &= 60 + 792 = 752 \text{ keV} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} E(10_1) &= 5 \times A_1 + 110 \times C \\ &= 75 + 1210 = 1275 \text{ keV} \end{aligned}$$

**Çizelge 3.21** Sm-156 birinci bant teorik enerji düzeyleri

	Hesaplanan(keV)
2 <sub>1</sub>	81
4 <sub>1</sub>	250
6 <sub>1</sub>	507
8 <sub>1</sub>	752
10 <sub>1</sub>	1275

İkinci bant enerji seviyeleri şöyle hesaplanır:

$$E(2_2) = 2xA_1 + 6xC$$

$$= 30 + 66 = 96 \text{ keV}$$

$$E(3_2) = 3xA_1 + 12xC$$

$$= 45 + 132 = 177 \text{ keV}$$

$$E(4_2) = 3xA_1 + 20xC$$

$$= 45 + 220 = 265 \text{ keV}$$

**Çizelge 3.22** Sm-156 ikinci bant teorik enerji düzeyleri

	Hesaplanan(keV)
2 <sub>2</sub>	96
3 <sub>2</sub>	177
4 <sub>2</sub>	265

Üçüncü bant için hesaplamalar şöyle yapılır:

$$E(0_3) = 2xA_1$$

$$= 30 \text{ keV}$$

$$E(2_3) = 3xA_1 + 6xC$$

$$= 45 + 66 = 111 \text{ keV}$$

**Çizelge 3.23** Sm-156 üçüncü bant teorik enerji düzeyleri

	Hesaplanan(keV)
0 <sub>3</sub>	30
2 <sub>3</sub>	111

“a” parametresinin tespiti ile karma simetrik durumların hesabı şöyle yapılır 1610keV durumunun [22] 4<sup>+</sup> durumuna bozunduğu görülmektedir, bu durumun ne spini ne paritesi ne de bozunma modu bilinmemesine rağmen eldeki verilerle 4<sub>1,m</sub> durumu için yapılacak en uygun tahmin budur. Böylece “a” parametresinin hesabı şöyle yapılır:

$$E(4_{1,m}) - E(4_1) = Nxa = 12xa$$

$$\frac{1610 - 250}{12} = \frac{1360}{12} = a$$

$$a \approx 113,3 \text{ keV}$$

Majorano teriminin spektruma katkısı bilindiğinden(1360 keV) diğer durumların hesabı şöyle yapılır:

$$\begin{aligned} E(2_{1,m}) &= E(2_1) + 1360 \\ &= 81 + 1360 = 1441 \text{ keV} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} E(2_{2,m}) &= E(2_2) + 1360 \\ &= 96 + 1360 = 1456 \text{ keV} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} E(0_{3,m}) &= E(0_3) + 1360 \\ &= 30 + 1360 = 1390 \text{ keV} \end{aligned}$$

$$1_{m}, 3_{m} \text{ için } n_1, n_2 = 1; v_1, v_2 = 1$$

$$\begin{aligned} E(1_m) &= 2xA_1 + 2xC + 1360 \\ &= 30 + 22 + 1360 = 1412 \text{ keV} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} E(3_m) &= 2xA_1 + 12xC + 1360 \\ &= 30 + 120 + 1360 = 1510 \text{ keV} \end{aligned}$$

**Çizelge 3.24** Sm-156 karma simetrik durumlar teorik enerji düzeyleri

	Hesaplanan(keV)
2 <sub>1,m</sub>	1441
4 <sub>1,m</sub>	1610
2 <sub>2,m</sub>	1456
0 <sub>3,m</sub>	1390
1 <sub>1,m</sub>	1412
3 <sub>1,m</sub>	1510

### 3.1.7. Sm-156 İzotopunun Enerji Seviyelerinin SU(3) Limitinde İncelenmesi

Sm-156'nın kuantum mekaniksel dönücü spektroskopisine sahip olduğu deneysel enerji düzeylerinden [22] görülmektedir. Bunun için IBM'in eksenel simetrik rotor yani SU(3) limitinde incelenmesi en uygunudur. SU(3) simetrik bir Hamiltonyenin enerji spektrumu denklem 2.103'te verilmiştir. Burada A parametresi daima negatiftir çünkü fiziksel olarak bu terim nötron-proton bozonu kuadrupol kuadrupol etkileşmesini ifade etmektedir. Buradaki,  $A(\lambda, \mu)$  teriminin bant içinde herhangi bir katkısı yoktur bu terimin değişmesi bantı değiştirir  $a(N, F)$  terimi ise Majorano etkileşimini ifade eder ve buradaki F değişkeninin farklı değerler alması durumların proton-nötron bozon simetrisini değiştirir ve karma simetrik durumların oluşmasına yol açar bant içinde herhangi bir etkisi yoktur. Dolayısıyla bir bantta spektrumu oluştururken oynanacak tek değer durumun açıl momentumunu belirleyen açıl momentum kuantum sayısı olan L değeridir. Böylelikle kuantum mekaniksel dönücü spektrumu  $C(L)$  terimi ile elde edilmiş olur.

Birinci bantın enerji değerleri şöyle hesaplanır:

$$C = 12,6 \text{ keV}$$

$$E = CL(L + 1)$$

$$E(2_g) = 12,6 \times 2(2 + 1) = 75,6 \text{ keV}$$

$$E(4_g) = 12,6 \times 4(4 + 1) = 252 \text{ keV}$$

$$E(6_g) = 12,6 \times 6(6 + 1) = 529,2 \text{ keV}$$

$$E(8_g) = 12,6 \times 8(8 + 1) = 907,2 \text{ keV}$$

$$E(10_g) = 12,6 \times 10(10 + 1) = 1386 \text{ keV}$$

**Çizelge 3.25** Sm-156 birinci bant teorik enerji düzeyleri.

	Hesaplanan(keV)
2 <sub>g</sub>	75,6
4 <sub>g</sub>	252
6 <sub>g</sub>	529,2
8 <sub>g</sub>	907,2
10 <sub>g</sub>	1386

İkinci bantın enerji düzeylerinin hesaplanması için ilk önce ikinci bantta geçilmesi gerekir. Bunun için de  $(\lambda, \mu) = (2N, 0)$  değerlerinden  $(\lambda, \mu) = (2N - 4, 2)$  değerlerine geçilmesi gerekir. Bu etkileşmenin çekici dolayısıyla da A'nın negatif bir parametre olduğu hatırlanırsa son durumun daha küçük bir değer çıkması halinde negatif enerjinin azalacağı ve dolayısıyla da spektrumda üst enerji düzeylerine ulaşılacağı aşikardır.

$$\begin{aligned}\Delta E &= A(2N, 0) - A(2N - 4, 2) \\ &= A(24, 0) - A(20, 2) \\ &= 160A\end{aligned}$$

Yani ikinci bant tam 136A kadar daha yukarıdadır A'nın değerini hesaplamak için spektrumda gözlenen ilk  $0^+$  durumunun enerjisi 136'ya bölünür.

$$-1068/160 = -6,675 \text{ keV} = A$$

İkinci ve üçüncü bantlara beta ve gama bantları denir bu bantların  $(\lambda, \mu)$  kuantum sayıları aynıdır sadece SU(3) grubu O(3)'e indirgenirken gerekli olan ek kuantum sayısı K farklı değerler alır. Dönen çekirdeğin açısal momentumunun dönme eksenine iz düşümünü ifade eden bu K kuantum sayısı K=0 olduğunda beta K=2 olduğunda gama bantını temsil eder. Enerji öz değeri denkleminde K kuantum sayısı yoktur dolayısıyla enerji değerlerine her hangi bir katkısı yoktur, bundan dolayı farklı K değerleri için aynı açısal momentum değerine sahip öz durumların enerjileri de aynıdır, dejeneredir. Beta ve gama bantları için hesaplar şöyle yapılır:

$$E(\lambda_{\beta, \gamma}) = E(0_g) + CL(L + 1) = 126xA + CL(L + 1) = 1068 + E(\lambda_g)$$

$$E(0_{\beta, \gamma}) = 1068 \text{ keV}$$

$$E(2_{\beta, \gamma}) = E(2_g) + E(0_{\beta, \gamma}) = 75,6 + 1068 = 1143,6 \text{ keV}$$

$$E(3_{\gamma}) = 12,6 \times 3(3 + 1) + 1068 = 1249,2 \text{ keV}$$

$$E(4_{\beta, \gamma}) = E(4_g) + E(0_{\beta, \gamma}) = 252 + 1068 = 1320$$

$$E(5_{\gamma}) = 12,6 \times 5(5 + 1) + 1068 = 1446 \text{ keV}$$

$$E(6_{\beta, \gamma}) = E(6_g) + E(0_{\beta, \gamma}) = 529,2 + 1068 = 1597,2$$



**Çizelge 3.26** Sm-156  $\beta$  bandı teorik enerji düzeyleri

K=0 $\beta$ bandı	Hesaplanan(keV)
0 <sub>2</sub>	1068
2 <sub>2</sub>	1143,6
4 <sub>2</sub>	1320
6 <sub>2</sub>	1597,2

**Çizelge 3.27** Sm-156  $\gamma$  bandı teorik enerji düzeyleri

K=2 $\gamma$ bandı	Hesaplanan(keV)
2 <sub>3</sub>	1143,6
3 <sub>3</sub>	1249,2
4 <sub>3</sub>	1320
5 <sub>3</sub>	1446
6 <sub>3</sub>	1597,2

Şekil 2.6'dan görüleceği gibi  $(\lambda, \mu) = (2N-4, 2)$  bandının karma simetrik durumları birde simetrik bantlarda görülmeyen  $(\lambda, \mu) = (2N-2, 1)$  durumlarının karma simetrik durumları vardır. Bu çekirdek için deneysel veriler çok sınırlı olduğundan deneysel verilere dayalı olarak "a" parametresi için bir tahminde bulunulamaz bundan dolayı bir önceki hesaplamalarda "a" parametresinin aldığı değerler aralığına uygun olarak a için 150 keV'lik bir değer belirlemek uygun olur. Buna göre karma simetrik durumların hesabı şöyle yapılır:

$$N_v = 6$$

$$N_\pi = 6$$

$$N = N_v + N_\pi = 12$$

$$E(\lambda_m) = |A|(2N,0) - |A|(2N-2,1) + a\left(\frac{N}{2} - F\right)\left(\frac{N}{2} + F + 1\right) + C\lambda(\lambda + 1)$$

$$(\lambda, \mu) = (2N-2, 1) = (22, 1) \text{ için}$$

$$E(\lambda_m) = -6|A| + 12a + C\lambda(\lambda + 1)$$

$$E(1_m) = -6 \times 6,675 + 12 \times 150 + 12,6 \times 2 = 1785,15 \text{ keV}$$

$$E(2_m) = -6 \times 6,675 + 12 \times 150 + 12,6 \times 6 = 1864,6 \text{ keV}$$

$$E(3_m) = -6 \times 6,675 + 12 \times 150 + 12,6 \times 12 = 1940,2 \text{ keV}$$

$$E(4_m) = -6 \times 6,675 + 12 \times 150 + 12,6 \times 20 = 2041 \text{ keV}$$

$$E(5_m) = -6 \times 6,675 + 12 \times 150 + 12,6 \times 30 = 2167 \text{ keV}$$

$$E(6_m) = -6 \times 6,675 + 12 \times 150 + 12,6 \times 42 = 2318,2 \text{ keV}$$

**Çizelge 3.28** Sm-156 karma simetrik birinci bant teorik enerji düzeyleri

$(\lambda, \mu) = (22, 1)$	Hesaplanan(keV)
1 <sub>1,m</sub>	1785,15
2 <sub>1,m</sub>	1864,6
3 <sub>1,m</sub>	1940,2
4 <sub>1,m</sub>	2041
5 <sub>1,m</sub>	2167
6 <sub>1,m</sub>	2318,2

Şimdi de karma simetrik beta ve gama bantları hesaplanırsa:

$$E(\lambda_m) = |A|(2N,0) - |A|(2N-4,2) + a\left(\frac{N}{2} - F\right)\left(\frac{N}{2} + F + 1\right) + C\lambda(\lambda + 1)$$

$$(\lambda, \mu) = (2N-4, 2) = (20, 2) \text{ için}$$

$$E(\lambda_m) = 160|A| + 12a + C\lambda(\lambda + 1)$$

$$E(0_m) = 160 \times 6,675 + 12 \times 150 = 2868 \text{ keV}$$

$$E(2_m) = 160 \times 6,675 + 12 \times 150 + 12,6 \times 6 = 2943 \text{ keV}$$

$$E(3_m) = 160 \times 6,675 + 12 \times 150 + 12,6 \times 12 = 3019 \text{ keV}$$

$$E(4_m) = 160 \times 6,675 + 12 \times 150 + 12,6 \times 20 = 3120 \text{ keV}$$

**Çizelge 3.29** Sm-156 karma simetrik  $\beta$  bandı teorik enerji düzeyleri

K=0 $\beta$	Hesaplanan(keV)
0 <sub>2,m</sub>	2868
2 <sub>2,m</sub>	2943
4 <sub>2,m</sub>	3120

**Çizelge 3.30** Sm-156 karma simetrik  $\gamma$  bandı teorik enerji düzeyleri

K=2 $\gamma$	Hesaplanan(keV)
2 <sub>2,m</sub>	2943
3 <sub>2,m</sub>	3019
4 <sub>2,m</sub>	3120

### 3.1.8. Sm-154 İzotopunun Enerji Seviyelerinin SU(3) Limitinde İncelenmesi

Bu izotop incelenirken bir önceki Sm-156 izotopu incelenirken kullanılan yöntemler kullanılacaktır. SU(3) limitinde incelenecek olmasından denklem (2.103)'deki enerji öz değeri kullanılacaktır. Bu çekirdek için nötron proton bozon sayıları şunlardır:

$$N_v = 5$$

$$N_\pi = 6$$

$$N = N_v + N_\pi = 11$$

Birinci bandın enerji düzeylerinin hesaplanabilmesi için ilk önce C parametresinin uygun biçimde belirlenmesi gerekir. Bunun için deneysel spektrumla [21] kıyas yapılarak C'nin değeri şöyle bulunur:

$$C \times 2(2+1) = 81 \text{ keV}$$

$$C = \frac{81}{6} = 13,5 \text{ keV}$$

Diğer seviyelerle olan uyum düşünülerek  $C = 12,6 \text{ keV}$  olarak alınması en uygundur. Böylece birinci bantın enerji seviyeleri şöyle hesaplanır:

$$C = 12,6 \text{ keV}$$

$$E = CL(L + 1)$$

$$E(2_g) = 12,6 \times 2(2 + 1) = 75,6 \text{ keV}$$

$$E(4_g) = 12,6 \times 4(4 + 1) = 252 \text{ keV}$$

$$E(6_g) = 12,6 \times 6(6 + 1) = 529,2 \text{ keV}$$

$$E(8_g) = 12,6 \times 8(8 + 1) = 907,2 \text{ keV}$$

$$E(10_g) = 12,6 \times 10(10 + 1) = 1386 \text{ keV}$$

**Çizelge 3.31** Sm-154 birinci bant teorik enerji düzeyleri

	Hesaplanan(keV)
$2_g$	75,6
$4_g$	252
$6_g$	529,2
$8_g$	907,2
$10_g$	1386

İkinci ve üçüncü bant olan beta ve gama bantlarının enerji seviyeleri için hesaplamalar şöyle yapılır:

$$\begin{aligned} \Delta E &= A(2N, 0) - A(2N - 4, 2) \\ &= A(22, 0) - A(18, 2) \\ &= 126A \end{aligned}$$

Burada enerji öz değeri denkleminde birinci ve ikinci bant arasındaki enerji farkı bulunmuştur. Görüldüğü gibi ikinci ve üçüncü bantlar  $126A$  kadar daha az enerjiye sahiptir, dolayısıyla  $126A$  kadar daha yukarıdadır.  $126A$ 'nın değeri ikinci bantın ilk enerji düzeyi olan  $0^+$  durumunun enerjisi kadardır.

$$126 | A | = E(0_2)$$

$$| A | = \frac{E(0_2)}{126} = 1099 / 126 = 8,72 \text{ keV}$$

Böylece ikinci ve üçüncü bantlar olan dejenere beta ve gama bantlarının enerji seviyeleri şöyle bulunur:

$$E(\lambda_{\beta,\gamma}) = E(0_g) + CL(L+1) = 126xA + CL(L+1) = 1099 + E(\lambda_g)$$

$$E(0_{\beta,\gamma}) = 1099 \text{ keV}$$

$$E(2_{\beta,\gamma}) = E(2_g) + E(0_{\beta,\gamma}) = 75,6 + 1099 = 1174,6 \text{ keV}$$

$$E(3_\gamma) = 12,6 \times 3(3+1) + 1099 = 1280,2 \text{ keV}$$

$$E(4_{\beta,\gamma}) = E(4_g) + E(0_{\beta,\gamma}) = 252 + 1099 = 1351$$

$$E(5_\gamma) = 12,6 \times 5(5+1) + 1099 = 1477 \text{ keV}$$

$$E(6_{\beta,\gamma}) = E(6_g) + E(0_{\beta,\gamma}) = 529,2 + 1099 = 1628,2$$

Hesaplanan bu değerler deneysel verilerle karşılaştırılırsa

**Çizelge 3.32** Sm-154  $\beta$  bandı teorik enerji düzeyleri

K=0 $\beta$ bandı	Hesaplanan(keV)
0 <sub>2</sub>	1099
2 <sub>2</sub>	1174,6
4 <sub>2</sub>	1351
6 <sub>2</sub>	1628,2

**Çizelge 3.33** Sm-154  $\gamma$  bandı teorik enerji düzeyleri

K=2 $\gamma$ bandı	Hesaplanan(keV)
2 <sub>3</sub>	1174,6
3 <sub>3</sub>	1280,2
4 <sub>3</sub>	1351
5 <sub>3</sub>	1477
6 <sub>3</sub>	1628,2

Deneysel verilere bir göz atılıp (21) karma simetrik geçişler için en büyük işaret olan M1 geçişleri dikkatle incelendikten sonra karma simetrik geçişlerin belirlenmesinde kullanılacak olan “a” parametresini belirlemek için bir baz durum olarak 1286,29 keV’deki 2+ durumu seçilmiştir.  $(\lambda, \mu) = (20, 1)$  karma simetrik durumları için hesaplamalar şöyle yapılır:

$$\begin{aligned}\Delta E &= A(22, 0) - A(20, 1) = 66A \\ &= 66 \times 8,72 = 575,52 \text{ keV}\end{aligned}$$

Yani bu bant simetrik olarak var olsaydı temel banttan yaklaşık 575 keV daha yukarıda olacaktı. Elde edilen bu veri kullanılarak a’nın değeri şöyle bulunur:

$$\begin{aligned}E(2_m) - E(2_g) &= Nxa + \Delta E \\ 1286,29 - 81,981 - 575,52 &= 11a \\ a &= \frac{628,789}{11} = 57,16 \text{ keV}\end{aligned}$$

Böylece “a” parametresinin değeri belirlenmiş olur.

$$E(\lambda_m) = |A|(2N, 0) - |A|(2N - 2, 1) + a\left(\frac{N}{2} - F\right)\left(\frac{N}{2} + F + 1\right) + C\lambda(\lambda + 1)$$

$$(\lambda, \mu) = (2N - 2, 1) = (22, 1) \text{ için}$$

$$E(\lambda_m) = 66|A| + 11a + C\lambda(\lambda + 1)$$

$$E(1_m) = 66 \times 8,72 + 11 \times 57,16 + 12,6 \times 2 = 1229,8 \text{ keV}$$

$$E(2_m) = 66 \times 8,72 + 11 \times 57,16 + 12,6 \times 6 = 1279,88 \text{ keV}$$

$$E(3_m) = 66 \times 8,72 + 11 \times 57,16 + 12,6 \times 12 = 1355,48 \text{ keV}$$

$$E(4_m) = 66 \times 8,72 + 11 \times 57,16 + 12,6 \times 20 = 1456,28 \text{ keV}$$

$$E(5_m) = 66 \times 8,72 + 11 \times 57,16 + 12,6 \times 30 = 1582,28 \text{ keV}$$

$$E(6_m) = 66 \times 8,72 + 11 \times 57,16 + 12,6 \times 42 = 1733,48 \text{ keV}$$

**Çizelge 3.34** Sm-154 karma simetrik birinci bant teorik enerji düzeyleri

$(\lambda, \mu)=(20,1)$	Hesaplanan(keV)
1 <sub>1,m</sub>	1229,8
2 <sub>1,m</sub>	1279,88
3 <sub>1,m</sub>	1355,48
4 <sub>1,m</sub>	1456,28
5 <sub>1,m</sub>	1582,28
6 <sub>1,m</sub>	1733,48

Beta ve gama bantlarının karma simetrik durumları ise artık a parametresi de bilindiğinden kolayca şu şekilde bulunur.

$$E(\lambda_m) = A(2N - 4, 2) - A(2N, 0) + a\left(\frac{N}{2} - F\right)\left(\frac{N}{2} + F + 1\right) + C\lambda(\lambda + 1)$$
$$= E(\lambda_{\beta,\gamma}) + a\left(\frac{N}{2} - F\right)\left(\frac{N}{2} + F + 1\right) + C\lambda(\lambda + 1)$$

$$(\lambda, \mu) = (2N - 4, 2) = (20, 2) \text{ için}$$

$$E(\lambda_m) = E(\lambda_{\beta,\gamma}) + Na + C\lambda(\lambda + 1)$$

$$E(0_m) = 1099 + 11 \times 57,16 = 1727 \text{ keV}$$

$$E(2_m) = 1177,6 + 11 \times 57,16 = 1806,36 \text{ keV}$$

$$E(3_m) = 1351 + 11 \times 57,16 = 1979,76 \text{ keV}$$

$$E(4_m) = 1628 + 11 \times 57,16 = 2256,76 \text{ keV}$$

**Çizelge 3.35** Sm-154 karma simetrik  $\beta$  bandı teorik enerji düzeyleri

K=0 $\beta$	Hesaplanan(keV)
0 <sub>2,m</sub>	1727
2 <sub>2,m</sub>	1806
4 <sub>2,m</sub>	2256

**Çizelge 3.36** Sm-154 karma simetrik  $\gamma$  bandı teorik enerji düzeyleri

K=2 $\gamma$	Hesaplanan(keV)
2 <sub>2,m</sub>	1806
3 <sub>2,m</sub>	1979,76
4 <sub>2,m</sub>	2256

### 3.1.9. Sm-152 İzotopunun Enerji Seviyelerinin SU(3) Limitinde İncelenmesi

SU(3) simetrik Hamiltonyenin enerji öz değerleri denklem (2.103) de verildiği gibidir. Bu çekirdek için nötron proton bozon sayıları şunlardır.

$$N_v = 4$$

$$N_\pi = 6$$

$$N = N_v + N_\pi = 10$$

Taban durumunun 2+ deneysel enerji değeri [20] kullanılarak C parametresi en uygun biçimde şöyle seçilir:

$$C\lambda(\lambda + 1) = E(\lambda)$$

$$C \times 2(2 + 1) = 120$$

$$6 \times C = 120$$

$$C = 20 \text{ keV}$$

Diğer seviyeler ile de uyumlu olması açısından C=17,5keV olarak seçilir. Böylece temel bandın enerji seviyeleri şu şekilde belirlenir:

$$C = 17,5 \text{ keV}$$

$$E = CL(L + 1)$$

$$E(2_g) = 17,5 \times 2(2 + 1) = 105 \text{ keV}$$

$$E(4_g) = 17,5 \times 4(4 + 1) = 350 \text{ keV}$$

$$E(6_g) = 17,5 \times 6(6 + 1) = 735 \text{ keV}$$

$$E(8_g) = 17,5 \times 8(8 + 1) = 1260 \text{ keV}$$

$$E(10_g) = 17,5 \times 10(10 + 1) = 1925 \text{ keV}$$



**Çizelge 3.37** Sm-152 birinci bant teorik enerji düzeyleri

	Hesaplanan(keV)
2 <sub>g</sub>	105
4 <sub>g</sub>	350
6 <sub>g</sub>	735
8 <sub>g</sub>	1260
10 <sub>g</sub>	1925

Beta ve gama bantlarının bulunduğu ikinci banda geçilmesi için enerji farkı şöyle hesaplanır:

$$\begin{aligned}\Delta E &= A(2N, 0) - A(2N - 4, 2) \\ &= A(20, 0) - A(16, 2) \\ &= 114A\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\Delta E &= E(0_2) \\ -684,701 &= 114A \\ A &= -6 \text{ keV}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}E(0_2) &= E(0_{\beta,\gamma}) \\ E(\lambda_{\beta,\gamma}) &= E(0_{\beta,\gamma}) + CL(L+1) = 114xA + CL(L+1) = 684,701 + E(\lambda_g) \\ E(0_{\beta,\gamma}) &= 684,701 \text{ keV} \\ E(2_{\beta,\gamma}) &= E(2_g) + E(0_{\beta,\gamma}) = 105 + 684,701 = 789,701 \text{ keV} \\ E(3_\gamma) &= 17,5 \times 3(3+1) + 684,701 = 894,701 \text{ keV} \\ E(4_{\beta,\gamma}) &= E(4_g) + E(0_{\beta,\gamma}) = 350 + 684,701 = 1034,701 \text{ keV} \\ E(5_\gamma) &= 17,5 \times 5(5+1) + 684,701 = 1209,701 \text{ keV} \\ E(6_{\beta,\gamma}) &= E(6_g) + E(0_{\beta,\gamma}) = 706,88 + 684,701 = 1391,581 \text{ keV}\end{aligned}$$

**Çizelge 3.38** Sm-152  $\beta$  bandı teorik enerji düzeyleri

K=0 $\beta$ bandı	Hesaplanan(keV)
0 <sub>2</sub>	684,701
2 <sub>2</sub>	789,701
4 <sub>2</sub>	1034,701
6 <sub>2</sub>	1391,581

**Çizelge 3.39** Sm-152  $\gamma$  bandı teorik enerji düzeyleri

K=2 $\gamma$ bandı	Hesaplanan(keV)
2 <sub>3</sub>	789,701
3 <sub>3</sub>	894,701
4 <sub>3</sub>	1034,701
5 <sub>3</sub>	1209,701
6 <sub>3</sub>	1391,581

Daha öncekilerine benzer bir yolla karma simetrik durumlar için baz durumu 1085,833 keV'lik 2+ düzeyi [20] seçilir. A parametresi önceden belirlenmişti a parametresi de belirlenirse:

$$\Delta E = A(20,0) - A(18,1) = 60A$$
$$= 60 \times 6 = 360 \text{ keV}$$

$$E(2_m) - E(2_g) = Nxa + \Delta E$$

$$1085,833 - 121,336 - 360 = 10a$$

$$a = \frac{603,6}{10} = 60,3 \text{ keV}$$

Böylece karma simetrik durumların hesabı şöyle yapılır:

$$E(\lambda_m) = A(2N - 2, 1) - A(2N, 0) + a\left(\frac{N}{2} - F\right)\left(\frac{N}{2} + F + 1\right) + C\lambda(\lambda + 1)$$

$$(\lambda, \mu) = (2N - 2, 1) = (22, 1) \text{ için}$$

$$E(\lambda_m) = 60 | A | + 10a + C\lambda(\lambda + 1)$$

$$E(1_m) = 60 \times 6 + 10 \times 60,3 + 17,5 \times 2 = 998 \text{ keV}$$

$$E(2_m) = 60 \times 6 + 10 \times 60,3 + 17,5 \times 6 = 1068 \text{ keV}$$

$$E(3_m) = 60 \times 6 + 10 \times 60,3 + 17,5 \times 12 = 1173 \text{ keV}$$

$$E(4_m) = 60 \times 6 + 10 \times 60,3 + 17,5 \times 20 = 1313 \text{ keV}$$

$$E(5_m) = 60 \times 6 + 10 \times 60,3 + 17,5 \times 30 = 1488 \text{ keV}$$

$$E(6_m) = 60 \times 6 + 10 \times 60,3 + 17,5 \times 42 = 1698 \text{ keV}$$

**Çizelge 3.40** Sm-152 karma simetrik birinci bant teorik enerji düzeyleri

$(\lambda, \mu)=(18,1)$	Hesaplanan(keV)
1 <sub>1,m</sub>	998
2 <sub>1,m</sub>	1068
3 <sub>1,m</sub>	1173
4 <sub>1,m</sub>	1313
5 <sub>1,m</sub>	1488
6 <sub>1,m</sub>	1698

Beta ve gama bantlarının karma simetrik durumları da hesaplanırsa:

$$E(\lambda_m) = A(2N - 4, 2) - A(2N, 0) + a\left(\frac{N}{2} - F\right)\left(\frac{N}{2} + F + 1\right) + C\lambda(\lambda + 1)$$
$$= E(\lambda_{\beta,\gamma}) + a\left(\frac{N}{2} - F\right)\left(\frac{N}{2} + F + 1\right) + C\lambda(\lambda + 1)$$

$$(\lambda, \mu) = (2N - 4, 2) = (16, 2) \text{ için}$$

$$E(\lambda_m) = E(\lambda_{\beta,\gamma}) + Na + C\lambda(\lambda + 1)$$

$$E(0_m) = 684,701 + 10 \times 60,3 = 1287,701 \text{ keV}$$

$$E(2_m) = 789,701 + 10 \times 60,3 = 1392,701 \text{ keV}$$

$$E(3_m) = 894,701 + 10 \times 60,3 = 1497,701 \text{ keV}$$

$$E(4_m) = 1034,701 + 10 \times 60,3 = 1637,701 \text{ keV}$$

**Çizelge 3.41** Sm-152 karma simetrik  $\beta$  bandı teorik enerji düzeyleri

K=0 $\beta$	Hesaplanan(keV)
0 <sub>2,m</sub>	1287,701
2 <sub>2,m</sub>	1392,701
4 <sub>2,m</sub>	1637,701

**Çizelge 3.42** Sm-152 karma simetrik  $\gamma$  bandı teorik enerji düzeyleri

K=2 $\gamma$	Hesaplanan(keV)
2 <sub>2,m</sub>	1392,701
3 <sub>2,m</sub>	1497,701
4 <sub>2,m</sub>	1637,701

### 3.1.10. Sm-150 İzotopunun Enerji Seviyelerinin SU(3) Limitinde İncelenmesi

SU(3) simetrik Hamiltonyen kullanılacağından dolayı enerji öz değerleri için yine denklem (2.103) kullanır. Bu çekirdek için nötron proton bozon sayısı şunlardır:

$$N_v = 3$$

$$N_\pi = 6$$

$$N = N_v + N_\pi = 9$$

Taban durumunun 2+ deneysel enerji değeri [19] kullanılarak C parametresi en uygun biçimde şöyle seçilir:

$$C\lambda(\lambda + 1) = E(\lambda)$$

$$C \times 2(2 + 1) = 333,8$$

$$6 \times C = 333,8$$

$$C = 55,6 \text{ keV}$$

C parametresinin belirlenmesiyle artık birinci bandın enerji seviyelerinin hesabına geçilebilir.

$$C = 55,6 \text{ keV}$$

$$E = CL(L + 1)$$

$$E(2_g) = 55,6 \times 2(2 + 1) = 333,6 \text{ keV}$$

$$E(4_g) = 55,6 \times 4(4 + 1) = 1112 \text{ keV}$$

$$E(6_g) = 55,6 \times 6(6 + 1) = 2335,2 \text{ keV}$$

$$E(8_g) = 55,6 \times 8(8 + 1) = 4003,2 \text{ keV}$$

$$E(10_g) = 55,6 \times 10(10 + 1) = 6116 \text{ keV}$$

**Çizelge 3.43** Sm-150 birinci bant deneysel, teorik enerji düzeyleri

	Hesaplanan(keV)
2 <sub>g</sub>	333,6
4 <sub>g</sub>	1112
6 <sub>g</sub>	2335,2
8 <sub>g</sub>	4003,2
10 <sub>g</sub>	6116

Hesaplanan bu değerler deneysel verilerle [19] karşılaştırılırsa uyumsuzluğun çok büyük olduğu görülür. Bunun sebebi bu çekirdeğin SU(3) simetrisini kaybetmesidir. Sm-150 den Sm-152'ye U(5) simetrisiyle gelinirken de benzer bir uyumsuzluk olmuştu şimdi yine 152-150 sınırında bir uyumsuzluk oluyor bundan sonraki çekirdeklerin de SU(3) simetrisini sağlayamayacağı aşikardır. Bundan dolayı hesaplamalara devam edilmeyecektir.

### **3.2. Hesaplanan Bazı Karma Simetrik Durumların Elektromanyetik Geçiş Olasılıkları**

Daha önce belirtildiği gibi karma simetrik durumların en önemli özelliği simetrik durumlara kuvvetli manyetik geçişler yapmasıdır. Ayrıca karma simetrik durumların simetrik durumlara elektrik geçişler yapması yasaktır. Bu durumlar şu şekilde açıklanabilir. Çizelge 2.3/2.5/2.6/2.7 incelenirse manyetik geçiş olasılıklarının şu terim ile orantılı oldukları görülür:

$$(g_v - g_\pi)^2 \quad (3.4)$$

Bu g değerleri proton nötron bozonları için manyetik momentin ifade edilmesi için kullanılan çarpanlardır zaten değerleri de nükleer manyeton cinsinden verilir. Genel olarak birbirlerinden farklı değerler alırlar. Yine Çizelge 2.3/2.5/2.6/2.7 incelenirse elektrik geçişler için karma simetrik durumlardan simetrik durumlara geçiş olasılıklarının şu terim ile orantılı olduğu görülür:

$$(e_v - e_\pi)^2 \quad (3.5)$$

Bunlar proton ve nötron bozonları için etkin yüküdür. Genel olarak sayısal değerleri birbirlerine eşittir ve elektrik geçişlerinin yasaklı olmasının sebebi de budur. Ancak kalıcı deformasyonun olduğu bölgelerde bu eşitlik bozulur ve bu değerlerden biri diğerine baskın olmaya başlar bu durumda yasaklı olan karma simetrik durumlardan simetrik durumlara elektrik geçişleri için yasak kalkmış olur ve zayıf elektrik geçişleri görülmeye başlanır. Manyetik geçişlerin ise simetrik durumlar arasında yasaklı olma sebebi farklıdır. Manyetik geçiş işlemcisi U(6) grubunun üreticilerinden biri olduğundan dolayı tüm öz durumlar bu işlemci altında değişmez kalır.

$$L_{\pi} |\psi\rangle = c |\psi\rangle \quad (3.6)$$

Ve yine çizelge 2.2/2.4'de görülen bazlar ortogonal olduğundan. Şöyle yazılabilir:

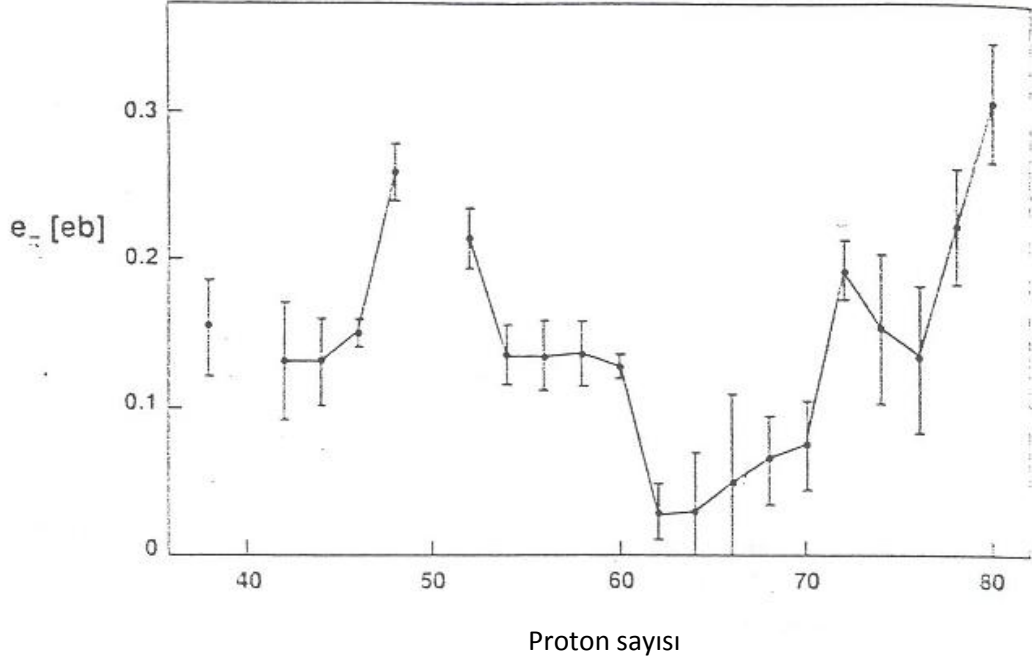
$$\begin{aligned} \langle \psi_i | \psi_j \rangle &= \delta_{i,j} \\ \langle \psi_i | L_{\pi} | \psi_j \rangle &= \langle \psi_i | c | \psi_j \rangle = c \langle \psi_i | \psi_j \rangle = c \delta_{i,j} \end{aligned} \quad (3.7)$$

Görüldüğü gibi farklı durumlar arasında geçiş gerçekleşmez ancak manyetik geçiş işlemcisi şu zincirde:

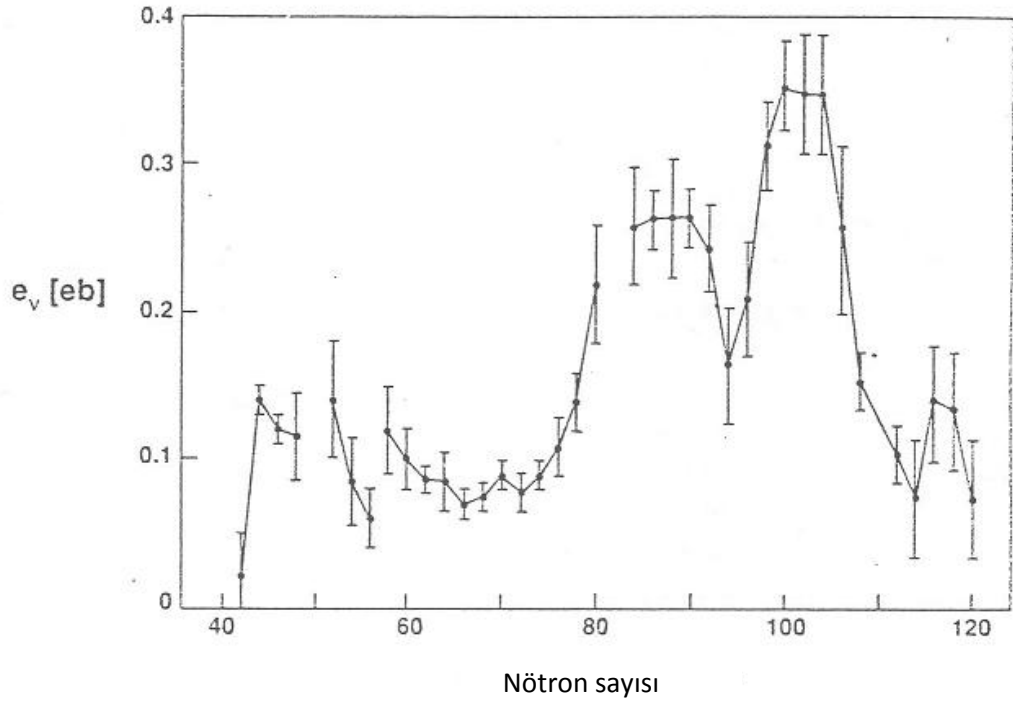
$$\begin{aligned} U_{\nu}(6) \times U_{\pi}(6) &\supset U_{\nu+\pi}(6) \supset \dots \\ [N_{\nu} \times N_{\pi}] & \quad [N - f, f] \end{aligned} \quad (3.8)$$

İlk grubun üretici işlemcisi değildir. Dolayısıyla ikinci grubun farklı kuantum sayıları ile belirtilen öz durumları bir birine bağlayabilir. Manyetik geçişlerin IBM-1'de yasak olmasının sebebi budur. Nötron proton serbestlik derecesi olmadığı için N ve f gibi kuantum sayıları olmaz ve manyetik geçiş işlemcisi de farklı öz durumları bağlayamadığından manyetik geçişler yasaklanmış olur.

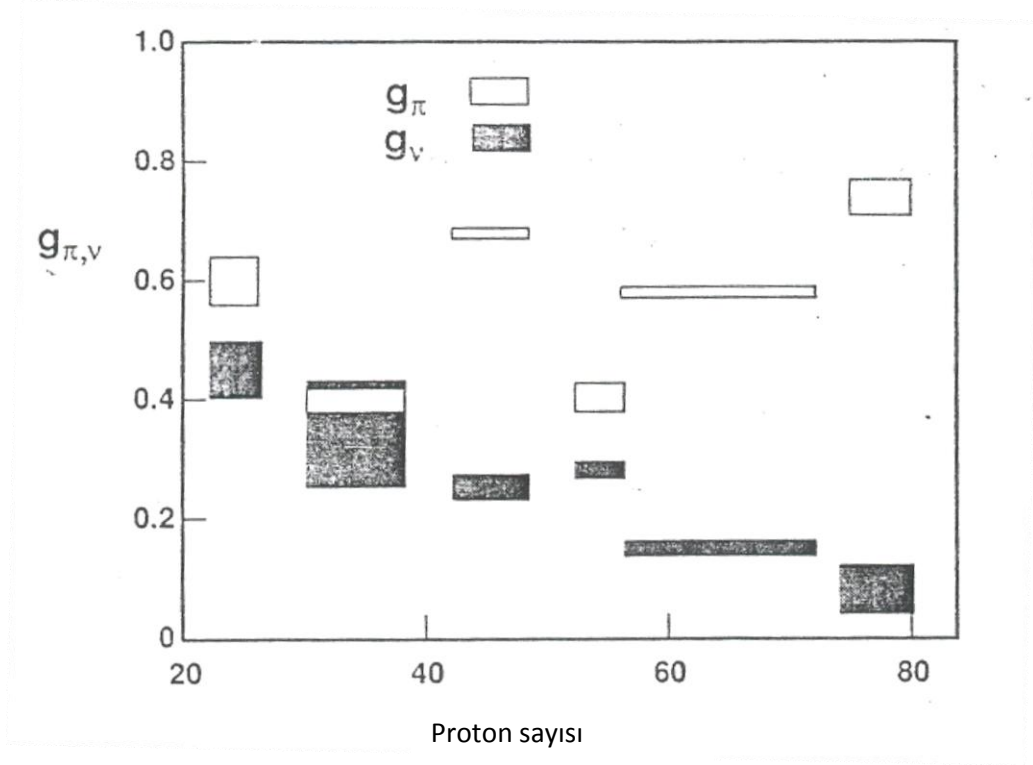
Burada tespit edilen bazı karma simetrik durumların farklı durumlara elektromanyetik bozunmaları incelenecektir bunun için önce çekirdekten çekirdeğe değişen manyetik g çarpanları ve etkin elektrik yüklerinin belirlenmesi gerekir. Hamilton ve ark. [24] bu değerleri çok estetik yarı deneysel bir yöntem ile belirlemiştir.



Şekil 3.3  $e_{\pi}$  değerleri izotonik zincir boyunca farklı proton sayıları için çizilmiştir[24].



Şekil 3.4  $e_{\nu}$  değerleri izotopik zincir boyunca farklı nötron sayıları için çizilmiştir. [24]



**Şekil 3.5**  $g_{\pi, \nu}$  değerlerinin proton sayısına karşı grafiği çizilmiştir.  $g_{\pi, \nu}$  'nin birimi  $\mu_n$ 'dir [24].



### 3.2.1. Sm-146 İçin Bazı Elektromanyetik Geçiş Olasılıkları

Sm-146 çekirdeği U(5) limitinde olduğu için geçiş olasılıkları bulunurken çizelge 2.3'deki ifadeler kullanılacaktır. Şekil 3.3/3.4/3.5'ten bakılarak  $g_{\pi,v}$ ,  $e_v$ ,  $e_\pi$  için şu değerler alınır ve hesaplar yapılırsa:

$$e_\pi = 0,014eb$$

$$e_v = 0,079eb$$

$$g_\pi = 0,57\mu_n$$

$$g_v = 0,15\mu_n$$

$$1_m \rightarrow 0_2$$

$$B(M1) = \frac{3}{4\pi} (g_v - g_\pi)^2 \frac{4}{(N-1)N} N_v N_\pi = 0,0024\mu_n$$

$$1_m \rightarrow 2_2$$

$$B(M1) = \frac{3}{4\pi} (g_v - g_\pi)^2 \frac{4}{(N-1)N} N_v N_\pi = 0,0024\mu_n$$

$$1_m \rightarrow 2_1$$

$$B(E2) = (e_\pi - e_v)^2 \frac{N_v N_\pi}{N} = 0,0036e^2 b^2$$

$$2_m \rightarrow 2_m$$

$$B(E2) = (e_v N_v + e_\pi N_\pi)^2 \frac{1}{N} = 0,00379e^2 b^2$$

$$2_m \rightarrow 0_2$$

$$B(E2) = (e_v - e_\pi)^2 \frac{2}{5(N-1)N^2} N_v N_\pi = 0,0000344e^2 b^2$$

$$2_m \rightarrow 4_1$$

$$B(E2) = (e_v - e_\pi)^2 \frac{18}{5(N-1)N^2} N_v N_\pi = 0,00031e^2 b^2$$

### 3.2.2. Sm-148 İçin Bazı Elektromanyetik Geçiş Olasılıkları

Sm-148 çekirdeği U(5) limitinde olduğu için geçiş olasılıklar bulunurken yine çizelge 2.3' deki ifadeler kullanılacaktır. Şekil 3.3/3.4/3.5'den bakılarak  $g_{\pi,v}$ ,  $e_v$ ,  $e_\pi$  için şu değerler alınmıştır.

$$e_\pi = 0,015eb$$

$$e_v = 0,26eb$$

$$g_\pi = 0,57\mu_n$$

$$g_v = 0,15\mu_n$$

Bu değerler kullanılarak elektromanyetik geçiş olasılıkları şöyle hesaplanır.

$$1_m \rightarrow 0_2$$

$$B(M1) = \frac{3}{4\pi} (g_v - g_\pi)^2 \frac{4}{(N-1)N} N_v N_\pi = 0,0,036\mu_n^2$$

$$1_m \rightarrow 2_2$$

$$B(M1) = \frac{3}{4\pi} (g_v - g_\pi)^2 \frac{4}{(N-1)N} N_v N_\pi = 0,036\mu_n^2$$

$$1_m \rightarrow 2_1$$

$$B(E2) = (e_\pi - e_v)^2 \frac{N_v N_\pi}{N} = 0,090e^2b^2$$

$$2_m \rightarrow 2_m$$

$$B(E2) = (e_v N_v + e_\pi N_\pi)^2 \frac{1}{N} = 0,0465e^2b^2$$

$$2_m \rightarrow 0_2$$

$$B(E2) = (e_v - e_\pi)^2 \frac{2}{5(N-1)N^2} N_v N_\pi = 0,000643e^2b^2$$

$$2_m \rightarrow 4_1$$

$$B(E2) = (e_v - e_\pi)^2 \frac{18}{5(N-1)N^2} N_v N_\pi = 0,00578e^2b^2$$

$$2_m \rightarrow 2_1$$

$$B(M1) = \frac{3}{4\pi} (g_v - g_\pi)^2 \frac{6}{N^2} N_\pi N_v = 0,0474$$

### 3.2.3. Sm-150 İçin Bazı Elektromanyetik Geçiş Olasılıkları

Sm-150 çekirdeği U(5) limitinde olduğu için geçiş olasılıkları bulunurken çizelge 2.3'deki ifadeler kullanılacaktır. Şekil 3.3/3.4/3.5'den bakılarak  $g_{\pi,v}$ ,  $e_v$ ,  $e_\pi$  için uygun değerler alınarak hesaplar yapılır:

$$e_\pi = 0,016eb$$

$$e_v = 0,27eb$$

$$g_\pi = 0,57\mu_n$$

$$g_v = 0,15\mu_n$$

$$1_m \rightarrow 0_2$$

$$B(M1) = \frac{3}{4\pi} (g_v - g_\pi)^2 \frac{4}{(N-1)N} N_v N_\pi = 0,0421\mu_n^2$$

$$1_m \rightarrow 2_2$$

$$B(M1) = \frac{3}{4\pi} (g_v - g_\pi)^2 \frac{4}{(N-1)N} N_v N_\pi = 0,0421\mu_n^2$$

$$2_m \rightarrow 2_1$$

$$B(M1) = \frac{3}{4\pi} (g_v - g_\pi)^2 \frac{6}{N^2} N_\pi N_v = 0,0561\mu_n^2$$

$$1_m \rightarrow 2_1$$

$$B(E2) = (e_\pi - e_v)^2 \frac{N_v N_\pi}{N} = 0,129e^2 b^2$$

$$2_m \rightarrow 2_m$$

$$B(E2) = (e_v N_v + e_\pi N_\pi)^2 \frac{1}{N} = 0,0566e^2 b^2$$

$$2_m \rightarrow 0_2$$

$$B(E2) = (e_v - e_\pi)^2 \frac{2}{5(N-1)N^2} N_v N_\pi = 0,000643e^2 b^2$$

$$2_m \rightarrow 4_1$$

$$B(E2) = (e_v - e_\pi)^2 \frac{18}{5(N-1)N^2} N_v N_\pi = 0,006458e^2 b^2$$

### 3.2.4. Sm-152 İçin Bazı Elektromanyetik Geçiş Olasılıkları

Sm-152 çekirdeği SU(3) limitinde olduğu için geçiş olasılıklar bulunurken çizelge 2.5/2.6/2.7'deki ifadeler kullanılacaktır. Şekil 3.3/3.4/3.5'den bakılarak  $g_{\pi,v}$ ,  $e_v$ ,  $e_\pi$  şu değerler alınır ve hesaplar yapılırsa:

$$e_\pi = 0,017eb$$

$$e_v = 0,24eb$$

$$g_\pi = 0,57\mu_n$$

$$g_v = 0,15\mu_n$$

$$1_m \rightarrow 0$$

$$B(M1) = \frac{3}{4\pi} (g_v - g_\pi) \frac{8}{3(2N-1)} N_v N_\pi = 0,141\mu_n^2$$

$$2_m \rightarrow 2_1$$

$$B(M1) = \frac{3}{4\pi} (g_v - g_\pi)^2 \frac{2(N-1)(2N+3)}{N^2(2N-1)} N_v N_\pi = 0,220\mu_n^2$$

$$2_m \rightarrow 2_\beta$$

$$B(M1) = \frac{3}{4\pi} (g_v - g_\pi)^2 \frac{(4N^2 - 8N - 1)^2}{(N-1)^2(2N-3)(2N-1)(4N^2 - 8N + 1)} N_v N_\pi = 0,0124\mu_n^2$$

$$2_m \rightarrow 2_\gamma$$

$$B(M1) = \frac{3}{4\pi} (g_\pi - g_v)^2 \frac{8(2N+1)}{3(2N-3)(4N^2 - 8N + 1)} N_v N_\pi = 0,0103\mu_n^2$$

$$2_m \rightarrow 3_\gamma$$

$$B(M1) = \frac{3}{4\pi} (g_\pi - g_v)^2 \frac{8(N-2)}{3(N-1)^2(2N-3)} N_v N_\pi = 0,00999\mu_n^2$$

$$2_m \rightarrow 0_1$$

$$B(E2) = (e_v - e_\pi)^2 \frac{3(N-1)}{5N(2N-1)} N_v N_\pi = 0,0339e^2b^2$$

$$2_m \rightarrow 2_1$$

$$B(E2) = (e_v - e_\pi)^2 \frac{3(N-1)(2N+3)}{28N^2(2N-1)} N_v N_\pi = 0,0139e^2b^2$$

### 3.2.5. Sm-154 İçin Bazı Elektromanyetik Geçiş Olasılıkları

Sm-154 çekirdeği SU(3) limitinde olduğu için geçiş olasılıklar bulunurken çizelge 2.5/2.6/2.7'deki ifadeler kullanılacaktır. Şekil 3.3/3.4/3.5'den bakılarak  $g_{\pi,v}$ ,  $e_v$ ,  $e_\pi$  şu değerler alınır ve hesaplar yapılırsa:

$$e_\pi = 0,018eb$$

$$e_v = 0,15eb$$

$$g_\pi = 0,57\mu_n$$

$$g_v = 0,15\mu_n$$

$$1_m \rightarrow 0$$

$$B(M1) = \frac{3}{4\pi} (g_v - g_\pi)^2 \frac{8}{3(2N-1)} N_v N_\pi = 0,160\mu_n^2$$

$$2_m \rightarrow 2_1$$

$$B(M1) = \frac{3}{4\pi} (g_v - g_\pi)^2 \frac{2(N-1)(2N+3)}{N^2(2N-1)} N_v N_\pi = 0,248\mu_n^2$$

$$2_m \rightarrow 2_\beta$$

$$B(M1) = \frac{3}{4\pi} (g_v - g_\pi)^2 \frac{(4N^2 - 8N - 1)^2}{(N-1)^2(2N-3)(2N-1)(4N^2 - 8N + 1)} N_v N_\pi = 0,0124\mu_n^2$$

$$2_m \rightarrow 2_\gamma$$

$$B(M1) = \frac{3}{4\pi} (g_\pi - g_v)^2 \frac{8(2N+1)}{3(2N-3)(4N^2 - 8N + 1)} N_v N_\pi = 0,0102\mu_n^2$$

$$2_m \rightarrow 3_\gamma$$

$$B(M1) = \frac{3}{4\pi} (g_\pi - g_v)^2 \frac{8(N-2)}{3(N-1)^2(2N-3)} N_v N_\pi = 0,0195\mu_n^2$$

$$2_m \rightarrow 0_1$$

$$B(E2) = (e_v - e_\pi)^2 \frac{3(N-1)}{5N(2N-1)} N_v N_\pi = 0,0135e^2b^2$$

$$2_m \rightarrow 2_1$$

$$B(E2) = (e_v - e_\pi)^2 \frac{3(N-1)(2N+3)}{28N^2(2N-1)} N_v N_\pi = 0,00551e^2b^2$$

### 3.2.6. Sm-156 İçin Bazı Elektromanyetik Geçiş Olasılıkları

Sm-156 çekirdeği SU(3) limitinde olduğu için geçiş olasılıklar bulunurken tablo x deki ifadeler kullanılacaktır. Şekil 3.3/3.4/3.5'den bakılarak  $g_{\pi,v}$ ,  $e_v$ ,  $e_\pi$  için şu değerler alınır ve hesaplar yapılırsa:

$$e_\pi = 0,02eb$$

$$e_v = 0,19eb$$

$$g_\pi = 0,57\mu_n$$

$$g_v = 0,15\mu_n$$

$$1_m \rightarrow 0$$

$$B(M1) = \frac{3}{4\pi} (g_v - g_\pi) \frac{8}{3(2N-1)} N_v N_\pi = 0,175\mu_n^2$$

$$2_m \rightarrow 2_1$$

$$B(M1) = \frac{3}{4\pi} (g_v - g_\pi)^2 \frac{2(N-1)(2N+3)}{N^2(2N-1)} N_v N_\pi = 0,272\mu_n^2$$

$$2_m \rightarrow 2_\beta$$

$$B(M1) = \frac{3}{4\pi} (g_v - g_\pi)^2 \frac{(4N^2 - 8N - 1)^2}{(N-1)^2(2N-3)(2N-1)(4N^2 - 8N + 1)} N_v N_\pi = 0,0123\mu_n^2$$

$$2_m \rightarrow 2_\gamma$$

$$B(M1) = \frac{3}{4\pi} (g_\pi - g_v)^2 \frac{8(2N+1)}{3(2N-3)(4N^2 - 8N + 1)} N_v N_\pi = 0,0100\mu_n^2$$

$$2_m \rightarrow 3_\gamma$$

$$B(M1) = \frac{3}{4\pi} (g_\pi - g_v)^2 \frac{8(N-2)}{3(N-1)^2(2N-3)} N_v N_\pi = 0,0159\mu_n^2$$

$$2_m \rightarrow 0_1$$

$$B(E2) = (e_v - e_\pi)^2 \frac{3(N-1)}{5N(2N-1)} N_v N_\pi = 0,0251e^2b^2$$

$$2_m \rightarrow 2_1$$

$$B(E2) = (e_v - e_\pi)^2 \frac{3(N-1)(2N+3)}{28N^2(2N-1)} N_v N_\pi = 0,0101e^2b^2$$

## 4.TARTIŞMA VE SONUÇ

### 4.1. Sm-146 İzotopunun U(5) Limitinde Hesaplanan Enerji Seviyelerinin Deneysel Verilerle Karşılaştırılması

Çizelge 4.1’de birinci bant için deneysel ve bunlara karşılık hesaplanan enerji düzeyleri görülmektedir.

**Çizelge 4.1** Sm-146 birinci bant deneysel ve teorik enerji düzeyleri

	Deney(keV) [17]	Teori(keV) (Bu çalışma)
2 <sub>1</sub>	747,159	695
4 <sub>1</sub>	1381,280	1360
6 <sub>1</sub>	1811,682	2085
8 <sub>1</sub>	2737,20	3100
10 <sub>1</sub>	3774,66	3625

Görüldüğü gibi deneysel değerler teorik değerlere çok yakındır. Buradaki titreşimler fonon olarak ifade edilebilir ve her bir titreşim bir açısız momentum taşımaktadır. İlk bantta 2, 4, 6, 8 açısız momentum değerleri sırasıyla her birinin açısız momentumu 2 olan sırasıyla 1, 2, 3, 4 tane fononun üst üste binmesiyle elde edilmiştir. İkinci bant ise şöyledir:

**Çizelge 4.2** Sm-146 ikinci bant deneysel ve teorik enerji düzeyleri

	Deney(keV) [17]	Teori(keV) (Bu çalışma)
2 <sub>2</sub>	1647,929	1360
3 <sub>2</sub>	2280,780	2085
4 <sub>2</sub>	2222,44	2085

Burada ilk durum için iki fonon açısai momentumları 2 olacak şekilde çiftlenmiştir, ikinci ve üçüncü durumlarda ise üç fonon açısai momentumları 3 ve 4 olacak şekilde üst üste binmiştir. Üçüncü bant ise şöyledir:

**Çizelge 4.3** Sm-146 üçüncü bant deneysel ve teorik enerji düzeyleri

	Deney(keV) [17]	Teori(keV) (Bu çalışma)
$0_3$	2211	1260
$2_3$	2155,798	1945

Burada  $2_3$  durumu teorik değerle nispeten uyum içinde iken  $0_3$  durumu için yaklaşık olarak 1 Mev'lik bir uyumsuzluk gözlenmektedir. Karma simetrik durumlar için de karşılaştırma yapılırsa,

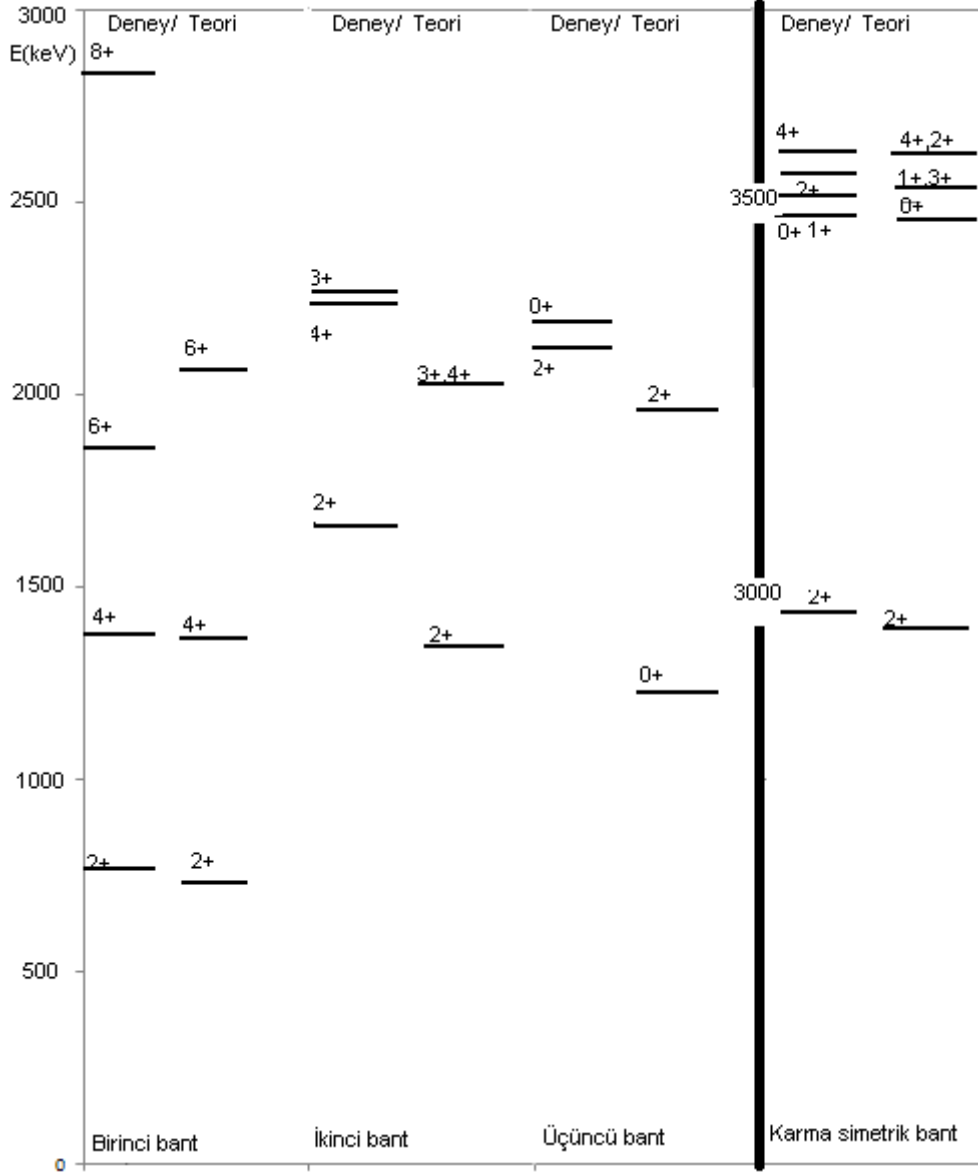
**Çizelge 4.4** Sm-146 Karma simetrik durumlar deneysel ve teorik enerji düzeyleri

	Deney(keV)[17]	Teori(keV) (Bu çalışma)	Bozunma Modları
$2_{1,m}$	2968	2916	M1,E2
$4_{1,m}$	3591,69	3581	bilinmiyor
$0_{3,m}$	3489	3481	bilinmiyor
$2_{2,m}$	3546,14	3581	M1, bilinmiyor
$1_m$	3489	3516	bilinmiyor
$3_m$	3517,32	3516	M1,E2

Görüldüğü gibi bulunan değerlere karşılık deneysel spektrumda karma simetrik olabilecek durumlar bulunmuştur. Bunlardan en kritik olanı 3489 keV'deki durumdur. Bu durumun ne spin-paritesi ne de bozunma modları bilindiğinden  $0_{3,m}$ 'de olabilir  $1_{1,m}$ 'de olabilir. Bunun için hassas elektron saçılma deneyleri gibi deneyler yapıp görülmelidir.



Sm-146'nın hesaplanan enerji düzeylerinin deneysel değerlerle karşılaştırılması şekil 4.1'de görülmektedir.



Şekil 4.1 Sm-146'nın enerji seviyeleri (Enerji değerleri keV cinsindedir)

#### 4.2. Sm-148 İzotopunun U(5) Limitinde Hesaplanan Enerji Seviyelerinin Deneysel Verilerle Karşılaştırılması

Çizelge 4.5'te birinci bant için deneysel ve bunlara karşılık hesaplanan enerji düzeyleri görülmektedir.

**Çizelge 4.5** Sm-148 birinci bant deneysel ve teorik enerji düzeyleri

	Deney(keV)[18]	Teori(keV)(Bu çalışma)
2 <sub>1</sub>	542	550,255
4 <sub>1</sub>	1180	1180,14
6 <sub>1</sub>	1914	1905,908
8 <sub>1</sub>	2744	2544,201
10 <sub>1</sub>	3570	3322,062

Görüldüğü gibi veriler uyum içindedir. İkinci bant için karşılaştırma yapılırsa,

**Çizelge 4.6** Sm-148 ikinci bant deneysel ve teorik enerji düzeyleri

	Deney(keV) [18]	Teori(keV) (Bu çalışma)
2 <sub>2</sub>	1454,15	1152
3 <sub>2</sub>	1659,4	1854
4 <sub>2</sub>	1659,4	1880

Birinci bantta yakalanan uyum ikinci bantta gözlenememiştir. Üçüncü bant için karşılaştırma yapılırsa,

**Çizelge 4.7** Sm-148 üçüncü bant deneysel ve teorik enerji düzeyleri

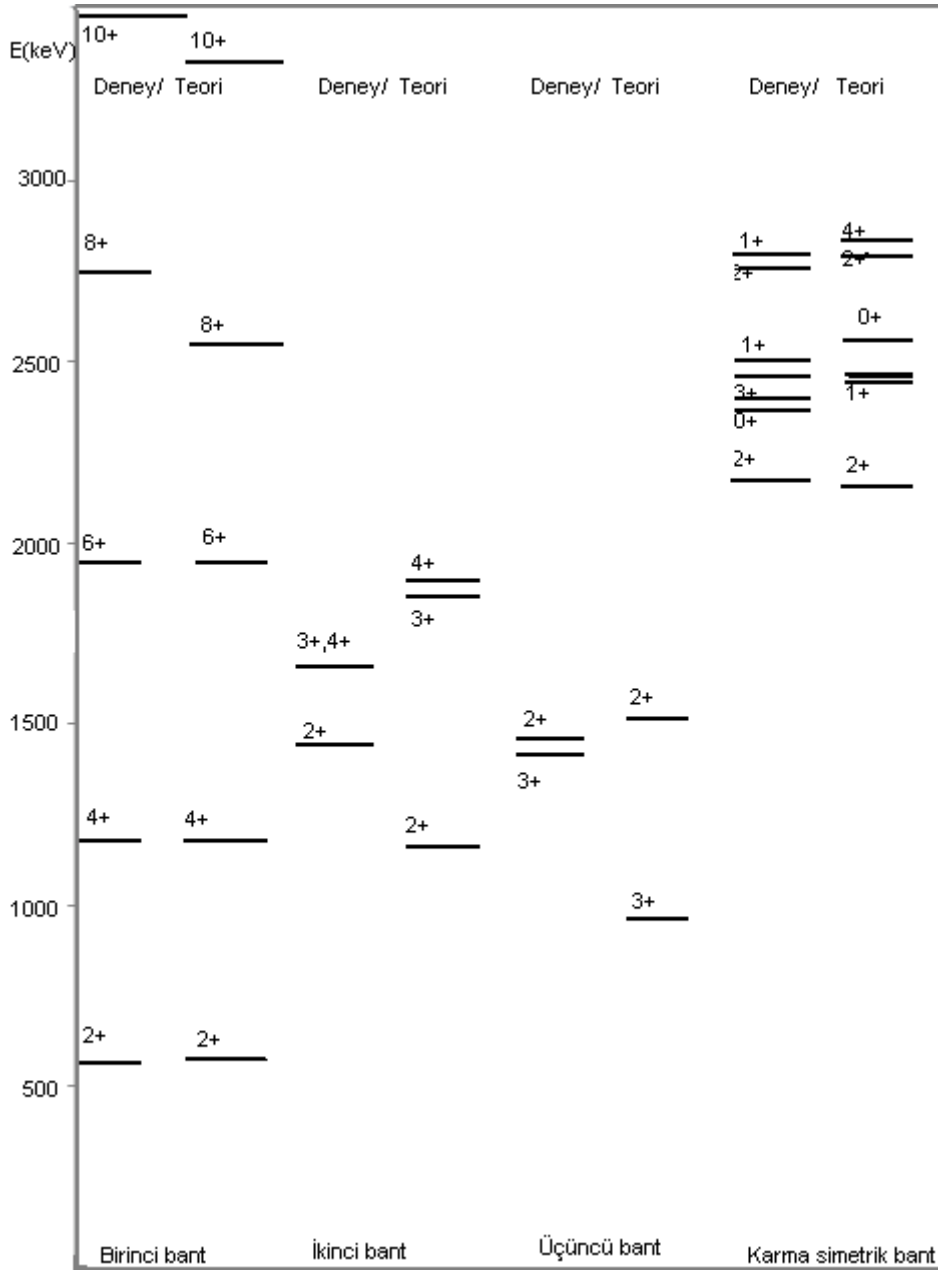
	Deney(keV) [18]	Teori(keV) (Bu çalışma)
0 <sub>3</sub>	1424,46	940
2 <sub>3</sub>	1461,1	1512

Bu bantta  $0_3$  durumu hariç uyumlu olduğu söylenebilir. Şimdi deneysel spektrumdan bu değerler için karma simetrik durum adayları aranırsa,

**Çizelge 4.8** Sm-148 karma simetrik durumlar deneysel ve teorik enerji düzeyleri

	Deney(keV)[18]	Teori(keV) (Bu çalışma)	Bozunma Modları
$2_{1,m}$	2146,15	2136	M1,E2
$4_{1,m}$	2723,506	2780	M1,E2
$0_{3,m}$	2358	2540	bilinmiyor
$2_{2,m}$	2762,1	2752	bilinmiyor
$1_m$	2442,29	2434	bilinmiyor
$3_m$	2390,43	2454	M1,E2

Böylece dallanma oranları ve bozunma modları tam olarak bilinmeyen 4 enerji düzeyinin karma simetrik durumlar olduğu iddia edilmiş oldu. Bu düzeyler için yine deneyler yapılarak manyetik geçiş olasılıkları incelenmelidir. Bu sayede yapılan tahminlerin doğruluğu anlaşılabilir. Sm-148'in hesaplanan enerji düzeylerinin deneysel değerlerle karşılaştırılması şekil 4.2'de görüldüğü gibidir.



Şekil 4.2 Sm-148'in enerji düzeyleri (Enerji değerleri keV cinsindedir).

### 4.3. Sm-150 İzotopunun U(5) Limitinde Hesaplanan Enerji Seviyelerinin Deneysel Verilerle Karşılaştırılması

Çizelge 4.9'da birinci bant için deneysel ve bunlara karşılık hesaplanan enerji düzeyleri görülmektedir.

**Çizelge 4.9** Sm-150 birinci bant deneysel ve teorik enerji düzeyleri

	Deney (keV)[19]	Teori(keV) ( Bu çalışma)
2 <sub>1</sub>	333,863	372
4 <sub>1</sub>	773,238	810
6 <sub>1</sub>	1278,755	1284
8 <sub>1</sub>	1836,87	1804
10 <sub>1</sub>	2433,0	2370

Görüldüğü gibi deneysel ve teorik sonuçlar uyum içerisindedir. İkinci bantta ise durum şöyledir:

**Çizelge 4.10** Sm-150 ikinci bant deneysel ve teorik enerji düzeyleri

	Deney(keV)[19]	Teori(keV) (Bu çalışma)
2 <sub>2</sub>	1046,039	782
3 <sub>2</sub>	1504,447	1224
4 <sub>2</sub>	1448,990	1240

Hesaplanan değerler deneysel verilerle karşılaştırılırsa değerlerin artış oranları ve birbirlerine yakınlık uzaklıkları gayet iyi görünmektedir. Değerler arasında yaklaşık olarak 300 keV'lik bir fark vardır. Bu fark A<sub>1</sub> parametresi 400 keV olarak seçilerek kapatılabilir ve ikinci bantta mükemmel bir deney teori uyumu yakalanabilir. Ancak bu durumda ilk bant kaybedilmiş olur. Üçüncü bant ise şöyledir:

**Çizelge 4.11** Sm-150 üçüncü bant deneysel ve teorik enerji düzeyleri

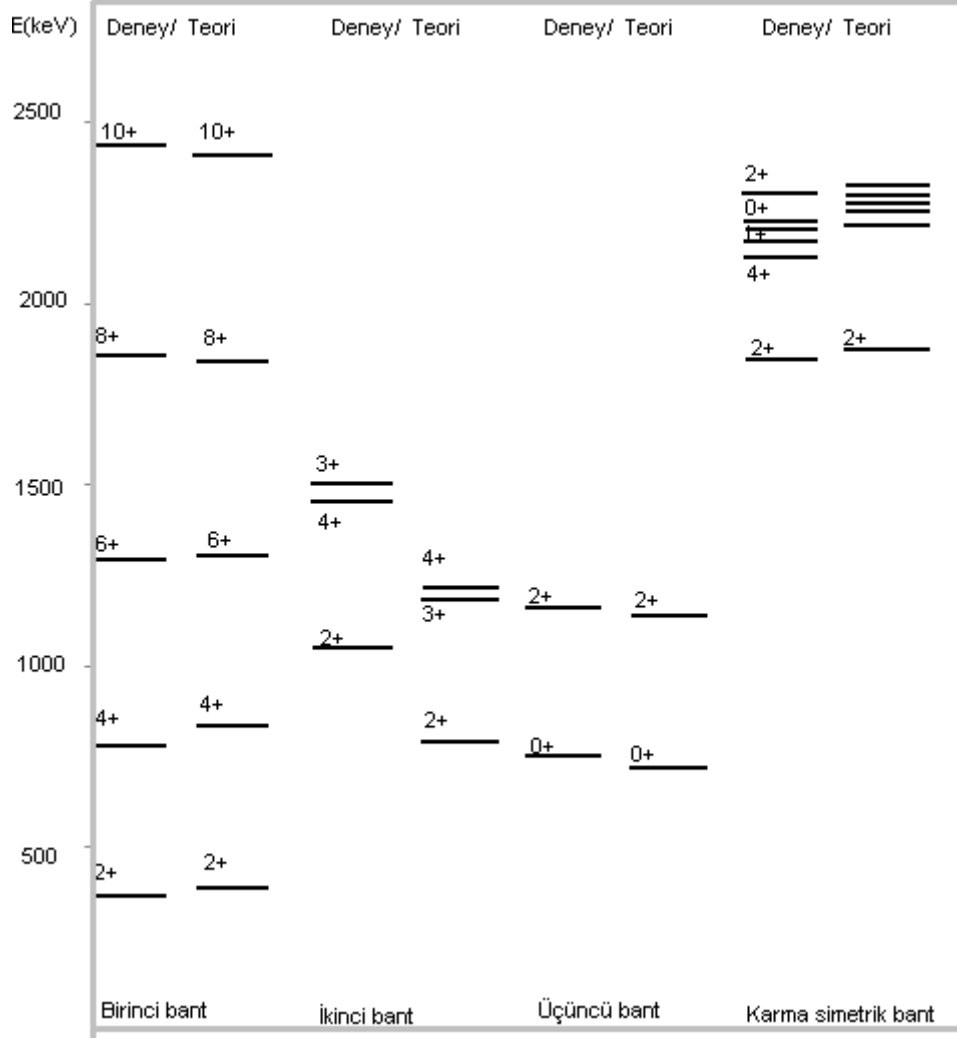
	Deney(keV)[19]	Teori(keV) (Bu çalışma)
0 <sub>3</sub>	740,382	720
2 <sub>3</sub>	1193,792	1142

Görüldüğü gibi üçüncü bant için mükemmel bir uyum elde edilmiştir. Şimdi karma simetrik durumlar için deneysel spektrumda adaylar aranırsa,

**Çizelge 4.12** Sm-150 karma simetrik durumlar deneysel ve teorik enerji düzeyleri

	Deney(keV)[19]	Teori(keV) (Bu çalışma)	Bozunma Modları
$2_{1,m}$	1833,28	1857	M1,E2,E0
$4_{1,m}$	2117,102	2295	M1,E2
$0_{3,m}$	2224	2225	bilinmiyor
$2_{2,m}$	2277 / 2199,7	2267	bilinmiyor
$1_{1,m}$	2174	2219	bilinmiyor
$3_{1,m}$	2199,7/2224/2271	2239	bilinmiyor

Buna göre  $0_{3,m}$  için en kuvvetli aday 2224 keV'de bulunan ve spin, parite ve bozunma modları bilinmeyen durumdur. 2277 keV ve 2199,7 keV durumları da  $0_{2,m}$  için kuvvetli adaylardır yine bu durumların spin, parite ve bozunma modları bilinmemektedir. 2174 keV durumu  $1_{1,m}$  durumu için bir adaydır. 2199keV, 2224 keV, 2271 keV durumları da  $3_{1,m}$  durumu için kuvvetli adaylardır. 2199,7 keV'de bir  $3^+$  durumu olduğu deneysel olarak bilinmektedir dolayısıyla  $3_{1,m}$  için en kuvvetli aday 2199,7 keV durumudur. Yine tüm bu değerler için deneyler yapılarak M1 geçiş olasılıkları bulunmalıdır. Sm-150'nin hesaplanan enerji düzeylerinin deneysel değerlerle karşılaştırılması şekil 4.3'te görüldüğü gibidir.



Şekil 4.3 Sm-150'nin enerji düzeyleri (enerji değerleri keV cinsindedir).

#### 4.4. Sm-152 İzotopunun U(5) Limitinde Hesaplanan Enerji Seviyelerinin Deneysel Verilerle Karşılaştırılması

Çizelge 4.13'te birinci bant için deneysel ve bunlara karşılık hesaplanan enerji düzeyleri görülmektedir.

**Çizelge 4.13** Sm-152 birinci bant deneysel, teorik enerji düzeyleri

	Deney(keV)[20]	Teori(keV)( Bu çalışma)
2 <sub>1</sub>	121,7817	160
4 <sub>1</sub>	366,4795	400
6 <sub>1</sub>	706,88	720
8 <sub>1</sub>	1125,35	1120
10 <sub>1</sub>	2079	1600

Görüldüğü gibi birinci bantta ortalama bir uyum yakalanmıştır. İkinci bantta ise durum şöyledir:

**Çizelge 4.14** Sm-152 ikinci bant deneysel ve teorik enerji düzeyleri

	Deney(keV)[20]	Teori(keV) (Bu çalışma)
2 <sub>2</sub>	810,453	260
3 <sub>2</sub>	1233,855	420
4 <sub>2</sub>	1022,966	500

Görüldüğü gibi birbirinden çok uzak deneysel ve teorik enerji değerleriyle ikinci bant tamamen kaybedilmiştir. Üçüncü bant ise şöyledir:

**Çizelge 4.15** Sm-152 deneysel ve teorik enerji düzeyleri

	Deney(keV)[20]	Teori(keV) (Bu çalışma)
0 <sub>3</sub>	684,701	200
2 <sub>3</sub>	1085,883	360

Görüldüğü gibi üçüncü bantta da çok tutarsız ve hatalı enerji değerleri elde edilmiştir. Buradan anlaşılmaktadır ki ilk bantta yeterli eder sonuçlar verse de diğer bantlarda tam bir hayal kırıklığı ile sonuçlanan U(5) simetrik Hamiltonyen Sm-152 izotopu için

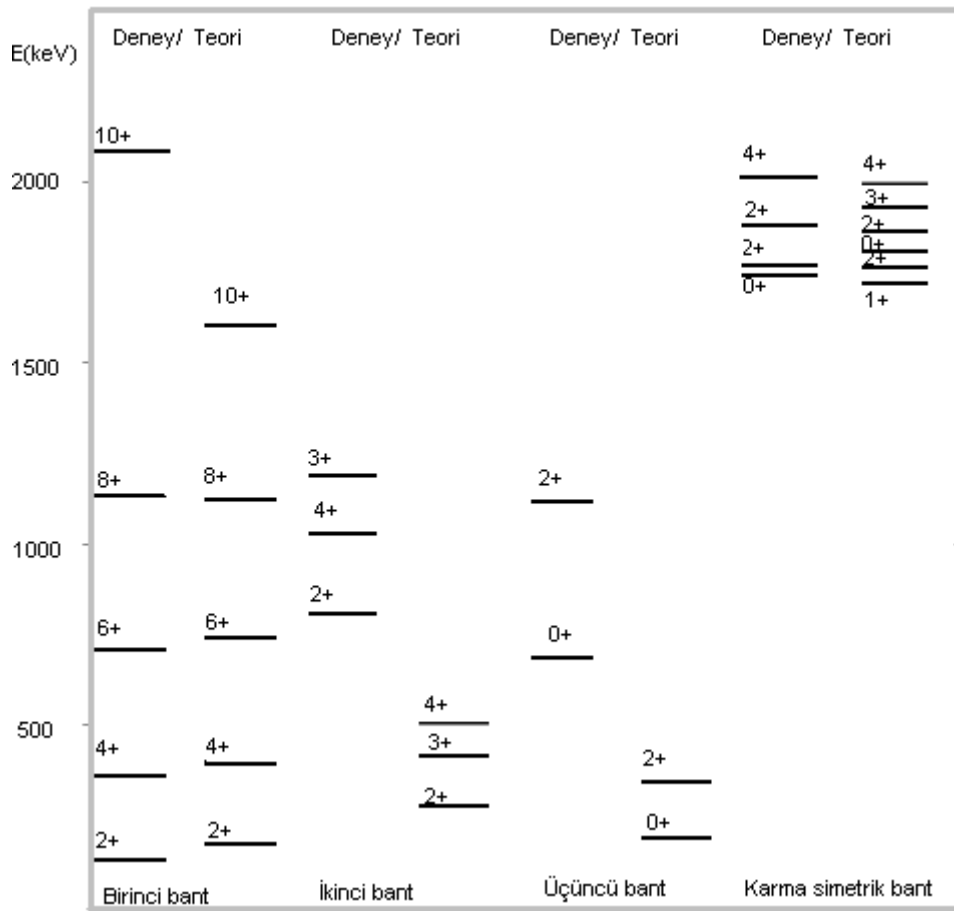


kullanılmamalıdır. Buna rağmen birinci banttaki olumlu sayılabilecek durumlar için  $F = F_{\text{maks}} - 1$  olan uyarılmış karma simetrik durumlar yine de incelenmiştir ve sonuçlar Çizelge 4.16'da karşılaştırılmaktadır.

**Çizelge 4.16** Sm-152 karma simetrik durumlar deneysel ve teorik enerji düzeyleri

	Deney(keV)[20]	Teori(keV) (Bu çalışma)	Bozunma Modları
$2_{1,m}$	1757,032	1757	M1+E2
$4_{1,m}$	2003,81	1997	Bilinmiyor
$2_{2,m}$	1891,44	1857	bilinmiyor
$0_{3,m}$	1736	1797	bilinmiyor
$1_{1,m}$	.....	1717	.....
$3_{1,m}$	.....	1917	.....

Görüldüğü gibi deneysel sonuçlardan rahatlıkla karma simetrik durumlar olduğu iddia edilebilen sadece  $2_{1,m}$ ,  $4_{1,m}$  durumlarıdır çünkü sadece bu durumlar için simetrik bantta yapılan hesaplar ile deneysel veriler uyumlu olmuştur. Bunun dışında  $2_{2,m}$ ,  $0_{3,m}$  durumları için olan adayların spin paritesi ve de bozunma modları bilinmemektedir ve bu adayların teorik hesaplarında simetrik bantta başarılı olunamadığı için karma simetrik bantta da, yapılan hesap civarında olan 1891,44 keV ve 1736 keV'lik durumlar için karma simetrik durumdur demenin bir mantığı yoktur.  $1_{1,m}$ ,  $3_{1,m}$  durumları için ise 1700-1900 keV civarında spini 1 yada 3 olan hiçbir durum gözlenmemiştir. Görüldüğü gibi bu çekirdeği U(5) simetrik Hamiltonyen ile incelemek uygun değildir. Sm-152'nin hesaplanan enerji düzeylerinin deneysel değerlerle karşılaştırılması şekil 4.4'de görüldüğü gibidir.



Şekil 4.4 Sm-152'nin enerji düzeyleri (Enerjiler keV cinsindedir).

#### 4.5. Sm-154 İzotopunun U(5) Limitinde Hesaplanan Enerji Seviyelerinin Deneysel Verilerle Kıyaslanması

Çizelge 4.17'de birinci bant için deneysel ve bunlara karşılık hesaplanan enerji düzeyleri görülmektedir.

**Çizelge 4.17** Sm-154 birinci bant deneysel, teorik enerji düzeyleri

	Deney(keV)[21]	Teori(keV) (Bu çalışma)
2 <sub>1</sub>	81,981	100
4 <sub>1</sub>	266,817	280
6 <sub>1</sub>	544,10	540
8 <sub>1</sub>	902,75	880
10 <sub>1</sub>	1337	1300

Görülür ki sonuçlar deneysel değerlerle mükemmel bir uyum içerisindedir. Bunun sebebi yukarıda söylendiği gibi salınıcı Hamiltonyen terimlerinin sıfıra yaklaştırılıp geride kalan ve kuantum mekaniksel dönme hareketini temsil eden  $CJ(J+1)$  teriminin baskın hale getirilmesidir. İkinci bant için yapılan karşılaştırma çizelge 4.18’de görülmektedir.

**Çizelge 4.18** Sm-154 ikinci bant deneysel ve teorik enerji düzeyleri

	Deney(keV)[21]	Teori(keV) (Bu çalışma)
2 <sub>2</sub>	1177,812	140
3 <sub>2</sub>	1539,19	240
4 <sub>2</sub>	1337,60	320

Görüldüğü gibi sonuç tam bir hayal kırıklığıdır çünkü ölçülen ve hesaplanan değerler arasında tam anlamıyla bir uçurum vardır. Üçüncü bant için karşılaştırma yapılırsa,

**Çizelge 4.19** Sm-154 üçüncü bant deneysel ve teorik enerji düzeyleri

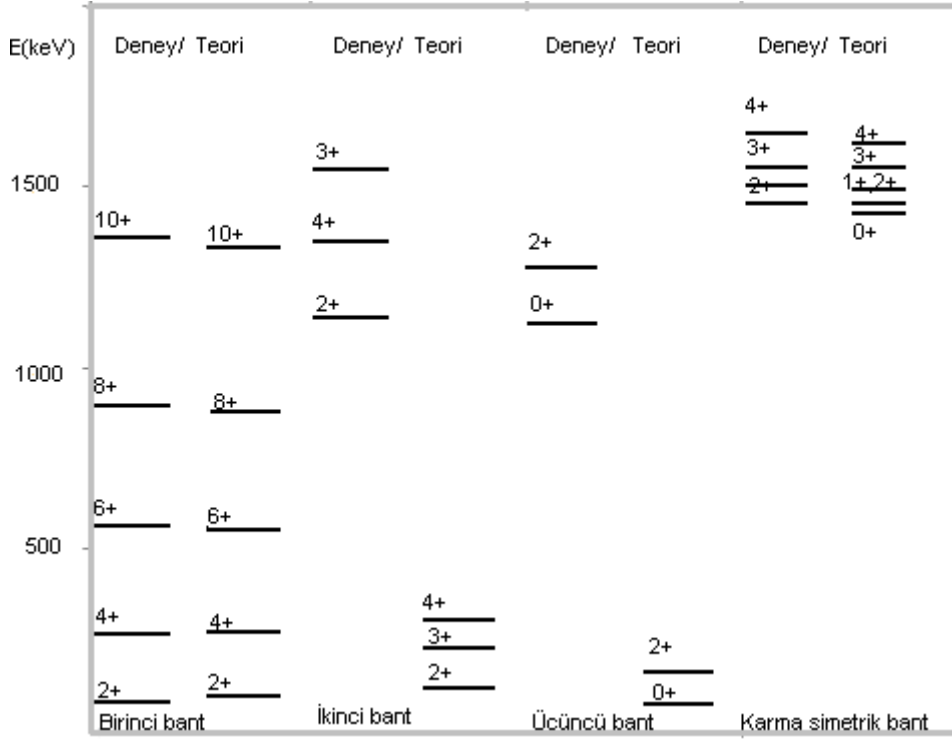
	Deney(keV)[21]	Teori(keV) (Bu çalışma)
0 <sub>3</sub>	1099,26	80
2 <sub>3</sub>	1286,29	180

Yine görülür ki ölçülen ve hesaplanan değerler arasında tam bir uçurum vardır. Şimdi de hesaplanan karma simetrik durumlar için deneysel spektrumda adaylar aranırsa,

**Çizelge 4.20** Sm-154 karma simetrik durumlar deneysel ve teorik enerji düzeyleri

	Deney(keV)[21]	Teori(keV) (Bu çalışma)	Bozunma Modları
$2_{1,m}$	1440,04	1440	M1, E2
$4_{1,m}$	1664,82	1620	M1, E2
$2_{2,m}$	.....	1480	.....
$0_{3,m}$	.....	1420	.....
$1_{1,m}$	.....	1440	.....
$3_{1,m}$	1539,19	1540	M1, E2

Burada beklendiği üzere  $2_{1,m}$  ve  $4_{1,m}$  değerleri spektrumda gözlenmiştir ve 1440,04 keV ile 1664,82 keV’lik durumlar mutlak bir biçimde karma simetrik durumlar olarak adlandırılabilir. Yine beklendiği üzere  $2_{2,m}, 0_{3,m}, 1_{1,m}$  durumları hiç gözlenememiştir çünkü zaten bu durumların tam simetrik durumları bile doğru hesaplanamamıştı sadece uyarıcı bir Majorano terimi ile yukarı kaldırılan ikinci bandın karma simetrik durumlarının doğru hesaplanacağını beklenmesi anlamsız olurdu. Yalnız buna rağmen  $3_{1,m}$  durumunun neredeyse mükemmel bir uyum ile deneysel spektrumda gözlenmesi oldukça şaşırtıcıdır. Sm-154’ün hesaplanan enerji düzeylerinin deneysel değerlerle karşılaştırılması şekil 4.5’de görüldüğü gibidir.



**Şekil 4.5** Sm-154'ün enerji düzeyleri (enerji değerleri keV cinsindedir)

#### 4.6. Sm-156 İzotopunun U(5) Limitinde Hesaplanan Enerji Seviyelerinin Deneysel Verilerle Karşılaştırılması

Çizelge 4.21'de birinci bant için deneysel ve bunlara karşılık hesaplanan enerji düzeyleri görülmektedir.

**Çizelge 4.21** Sm-156 birinci bant deneysel ve teorik enerji düzeyleri

	Deneysel(keV)[22]	Teorik(keV) (Bu çalışma)
2 <sub>1</sub>	75,89	81
4 <sub>1</sub>	249,71	250
6 <sub>1</sub>	517,07	507
8 <sub>1</sub>	871,9	752
10 <sub>1</sub>	1307,4	1275

Görüldüğü gibi birinci bant enerji seviyeleri için deneysel veriler ile teorik hesaplamalar arasında mükemmel bir uyum vardır. İkinci bant için karşılaştırma yapılırsa,

**Çizelge 4.22** Sm-156 ikinci bant deneysel ve teorik enerji düzeyleri

	Deney(keV)[22]	Teori(keV) (Bu çalışma)
$2_2$	1441,10	96
$3_2$	.....	177
$4_2$	1509,22	265

Görüldüğü gibi hesaplanan enerji seviyeleriyle ölçülen enerji seviyeleri arasında en az on kat fark vardır ve hatta  $3_2$  durumu ise hiç gözlenmemiştir. Üçüncü bant için karşılaştırma yapılırsa,

**Çizelge 4.23** Sm-156 deneysel ve teorik enerji düzeyleri

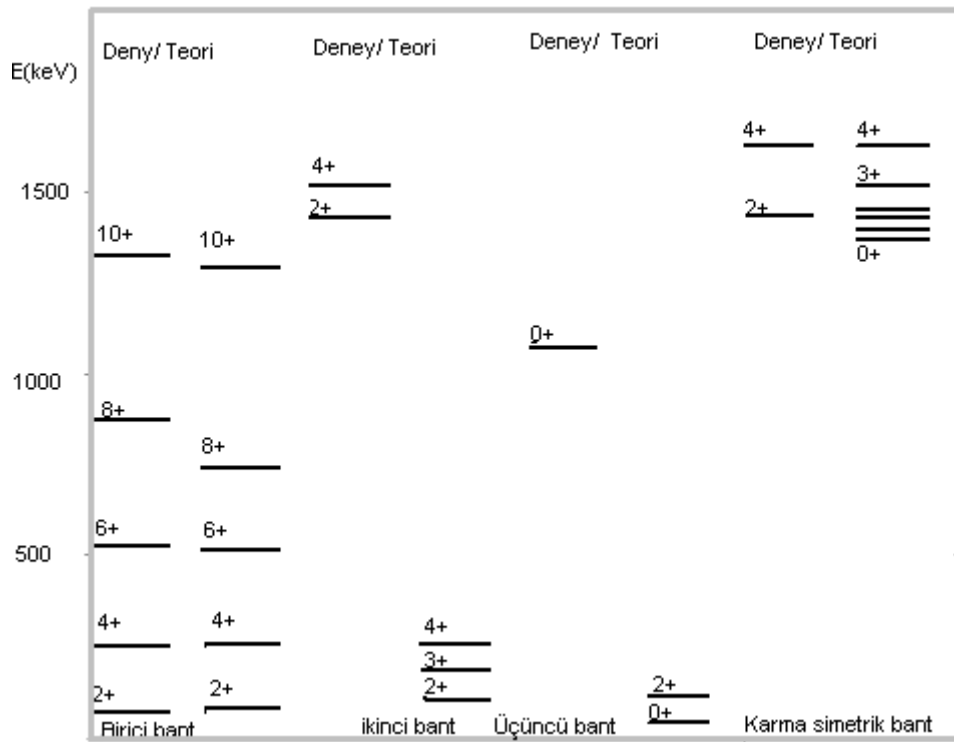
	Deney(keV)[22]	Teori(keV) (Bu çalışma)
$0_3$	1068	30
$2_3$	.....	111

Burada görüldüğü gibi ilk seviyenin ölçülen değeriyle hesaplanan değeri arasında en az otuz kat vardır, ayrıca bu bandın ikinci enerji durumu hiç gözlenmemiştir. Şimdi de hesaplanan karma simetrik durumlar için deneysel spektrumda adaylar aranır,

**Çizelge 4.24** Sm-156 karma simetrik durumlar deneysel ve teorik enerji düzeyleri

	Deney(keV)[22]	Teori(keV) (Bu çalışma)	Bozunma Modları
$2_{1,m}$	1441,10	1441	bilinmiyor
$4_{1,m}$	1610,30	1610	bilinmiyor
$2_{2,m}$	.....	1456	.....
$0_{3,m}$	.....	1390	.....
$1_{1,m}$	.....	1412	.....
$3_{1,m}$	.....	1510	.....

Burada tahmin edilebileceği gibi yine hesaplamalar ile deneysel verilerin tutmadığı ikinci ve üçüncü bantlardaki simetrik durumların karma simetrik durumları gözlenememiştir. İlginç olarak burada  $2_2$  durumu karma simetrik bir durumla tam bir çakışma yapmaktadır. 1610 keV düzeyiyle bunun hangi durum olduğunu tam olarak bilebilmek için manyetik ve elektrik geçişlerinin detaylı olarak incelenmesi gerekir. Sm-156'nın hesaplanan enerji düzeylerinin deneysel değerlerle karşılaştırılması şekil 4.6'de görüldüğü gibidir.



**Şekil 4.6** Sm-156'nın enerji düzeyleri (Enerji değerleri keV cinsindedir).

#### 4.7. Sm-156 İzotopunun SU(3) Limitinde Hesaplanan Enerji Seviyelerinin Deneysel Verilerle Karşılaştırılması

Çizelge 4.25’de birinci bant için deneysel ve bunlara karşılık hesaplanan enerji düzeyleri görülmektedir.

**Çizelge 4.25** Sm-156 birinci bant deneysel, teorik enerji düzeyleri

	Deney(keV)[22]	Teori(keV) (Bu çalışma)
2 <sub>g</sub>	75,89	75,6
4 <sub>g</sub>	249,71	252
6 <sub>g</sub>	517,07	529,2
8 <sub>g</sub>	871,9	907,2
10 <sub>g</sub>	1307,4	1386

Görüldüğü gibi deneysel ve teorik değerler birbirleriyle mükemmel bir biçimde örtüşmektedirler. Bata bandı için karşılaştırma yapılırsa,

**Çizelge 4.26** Sm-156  $\beta$  bandı deneysel ve teorik enerji düzeyleri

K=0 $\beta$ bandı	Deney(keV)[22]	Teori(keV) (Bu çalışma)
0 <sub>2</sub>	1068	1068
2 <sub>2</sub>	.....	1143,6
4 <sub>2</sub>	.....	1320
6 <sub>2</sub>	1610	1597,2

Görüldüğü gibi bu bandın 2 ve 4 spinli durumlarına ait enerji düzeyleri gözlenememiştir. 1610 keV’deki spin ve paritesi bilinmeyen bir ışınma ise kuvvetli ihtimal 6<sub>2</sub> gama ışınmasıdır, bu ışınmanın spin ve paritesi daha duyarlı deneyler yapılarak ölçülmelidir. Gama bandı için karşılaştırma yapılırsa,



**Çizelge 4.27** Sm-156  $\gamma$  bandı deneysel ve teorik enerji düzeyleri

K=2 $\gamma$ bandı	Deney(keV)[22]	Teori(keV) (Bu çalışma)
$2_3$	.....	1143,6
$3_3$	1256,1	1249,2
$4_3$	.....	1320
$5_3$	.....	1446
$6_3$	1610	1597,2

Burada 2, 4, 5 spinli durumlar gözlenmemiştir. 1256,1 keV'deki spin ve paritesi bilinmeyen durum ise  $3_3$  için çok uygun bir adaydır. Daha duyarlı deneyler yapılarak bu durumun spin ve paritesi belirlenmelidir. Karma simetrik birinci bat için hesaplanan enerji düzeyleri için deneysel spektrumdan adaylara aranırsa,

**Çizelge 4.28** Sm-156 karma simetrik birinci bant deneysel ve teorik enerji düzeyleri

$(\lambda,\mu)=(22,1)$	Deney(keV)[22]	Teori(keV)(Bu çalışma)	Bozunma Modları
$1_{1,m}$	1792	1785,15	bilinmiyor
$2_{1,m}$	1851	1864,6	bilinmiyor
$3_{1,m}$	1970	1940,2	bilinmiyor
$4_{1,m}$	2033	2041	bilinmiyor
$5_{1,m}$	2199	2167	bilinmiyor
$6_{1,m}$	2341,92	2318,2	bilinmiyor

Görüldüğü gibi deneysel spektrumda spin ve paritesi hakkında her hangi bir bilgi sahibi olunmayan tablodaki bu durumların karma simetrik teorik durumlarla güzel çakışması nedeniyle karma simetrik durumlar oldukları düşünülmektedir. Böylece altı yeni karma simetrik durum adayı gösterilmiştir. Karma simetrik beta bandı için yapılan hesaplara karşılık deneysel spektrumdan adaylar aranırsa,

**Çizelge 4.29** Sm-156 karma simetrik  $\beta$  bandı deneysel ve teorik enerji düzeyleri

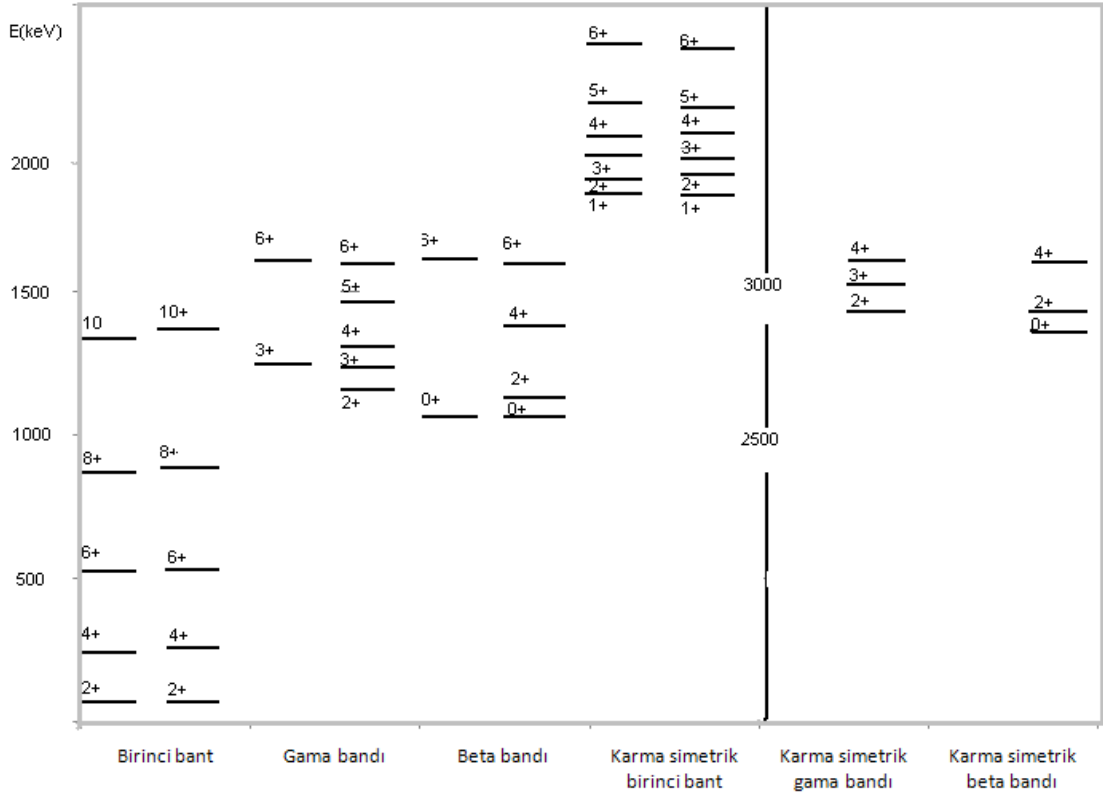
K=0 $\beta$	Deney(keV)[22]	Teori(keV)(Bu çalışma)	Bozunma Modları
$0_{2,m}$	.....	2868	.....
$2_{2,m}$	.....	2943	.....
$4_{2,m}$	.....	3120	.....

Bu bant için uygun hiçbir deneysel gözlem yapılamamıştır. Bu enerji düzeylerinde yapılacak daha duyarlı deneyler ile bu durumlar çeşitli yakınlıklarda gözlenebilir. Şimdi de karma simetrik gama bandı için adaylar aranır,

**Çizelge 4.30** Sm-156 karma simetrik  $\gamma$  bandı deneysel ve teorik enerji düzeyleri

K=2 $\gamma$	Deney	Teori(keV)( Bu çalışma)	Bozunma Modları
$2_{2,m}$	.....	2943	.....
$3_{2,m}$	.....	3019	.....
$4_{2,m}$	.....	3120	.....

Aynı şeyler bu bant için de söylenebilir. 3MeV mertebesinde şu ana kadar hiçbir uyarılmış durum gözlenmemiştir. Muhtemelen yarı ömürleri çok kısa olduğundan dedektörler tarafından algılanamamıştır. Yarı ömürlerinin kısa oluşu aslında tam da karma simetrik durumlara uyan bir özelliktir bundan dolayı gözlenmemiş de olsa bu değerler civarında karma simetrik durumların varlığı iddia edilebilir.



**Şekil 4.7** Sm-156'nın enerji düzeyleri (Enerji değerleri keV cinsindedir).

#### 4.7. Sm-154 İzotopunun SU(3) Limitinde Hesaplanan Enerji Seviyelerinin Deneysel Verilerle Karşılaştırılması

Çizelge 4.31'de birinci bant için deneysel ve bunlara karşılık hesaplanan enerji düzeyleri görülmektedir.

**Çizelge 4.31** Sm-154 birinci bant deneysel, teorik enerji düzeyleri

	Deney(keV)[21]	Teori(keV)(Bu çalışma)
$2_g$	81,981	75,6
$4_g$	266,817	252
$6_g$	544,10	529,2
$8_g$	902,75	907,2
$10_g$	1333	1386

Yine görülür ki deneysel veriler ile hesaplanan değerler arasında mükemmel bir uyum vardır. Beta bandı için karşılaştırma yapılırsa,

**Çizelge 4.32** Sm-154  $\beta$  bandı deneysel ve teorik enerji düzeyleri

K=0 $\beta$ bandı	Deney(keV)[21]	Teori(keV) (Bu çalışma)
0 <sub>2</sub>	1099	1099
2 <sub>2</sub>	1177,812	1174,6
4 <sub>2</sub>	1337,60	1351
6 <sub>2</sub>	1577	1628,2

Görüldüğü gibi beta bandının hesaplanan enerji değerleriyle ölçülen enerji değerleri arasında çok iyi bir uyum vardır. Benzer karşılaştırma gama bandı için yapılırsa.

**Çizelge 4.33** Sm-154  $\gamma$  bandı deneysel ve teorik enerji düzeyleri

K=2 $\gamma$ bandı	Deney(keV)[21]	Teori(keV) (Bu çalışma)
2 <sub>3</sub>	1177,812	1174,6
3 <sub>3</sub>	1539,19	1280,2
4 <sub>3</sub>	1337,60	1351
5 <sub>3</sub>	1804,99	1477
6 <sub>3</sub>	1577	1628,2

Gama bandında 3 ve 5 spinli durumlar için hesaplamalarla gözlemler arasında yaklaşık olarak 300 keV'lik bir fark vardır. Hesaplanan E(5<sub>3</sub>), E(3<sub>3</sub>) değerleri arasındaki fark ile gözlenen E(5<sub>3</sub>), E(3<sub>3</sub>) değerleri arasındaki farkın yaklaşık olarak eşit olması sevindiricidir. Burada değerlerin tam olarak uyuşmamasının sebebi mikroskobik kabuk modeli ile açıklanabilen etkileşmeler olabilir. Karma simetrik gama bandı için yapılan hesaplara karşılık deneysel spektrumdan adaylar aranırsa,

**Çizelge 4.34** Sm-156 karma simetrik  $\gamma$  bandı deneysel ve teorik enerji düzeyleri

$(\lambda,\mu)=(20,1)$	Deney(keV)[21]	Teori(keV) (Bu çalışma)	Bozunma Modları
$1_{1,m}$	.....	1229,8	bilinmiyor
$2_{1,m}$	1286,29	1279,88	M1,E2
$3_{1,m}$	1706,71	1355,48	E2,M1
$4_{1,m}$	1472,16	1456,28	M1,E2
$5_{1,m}$	1614,77/1804,99	1582,28	Bilinmiyor/M1,E2
$6_{1,m}$	1754,51/1818,37	1733,48	Bilinmiyor/bilinmiyor

$1_m$  durumu bu civarda hiç gözlenememiştir.  $2_{1,m}$ ,  $4_{1,m}$  durumları ise teorik hesaplamalarla uygun biçimde deneysel spektrumda gözlenmiştir.  $5_{1,m}$  için spin parite ve bozunma modları bilinmeyen 1614,77 keV'deki uygun enerji değeri sebebiyle karma simetrik durum olarak tayin edilebilir. Bundan başka M1 ve E2 geçişleri yapan fakat enerji olarak beklenenden yaklaşık 200 keV daha yüksek enerji durumunda bulunan 5+ durumu karma simetrik durum olarak tayin edilebilir. Benzer bir durumla  $6_{1,m}$  seviyesinde de karşılaşılır burada da yine enerji seviyesi olarak çok uygun 1754.51 keV'deki spin parite ve bozunma modları hiç bilinmeyen durum karma simetrik durum olarak tayin edilebilir yada beklenenden yaklaşık 80 keV yukarıda çıkan E2 ve M1 bozunma modlarına sahip 1818,37 keV'deki 6+ durumunun karma simetrik olduğu iddia edilebilir. Karma simetrik beta bandı için adaylar aranırsa,

**Çizelge 4.35** Sm-154 karma simetrik  $\beta$  bandı deneysel ve teorik enerji düzeyleri

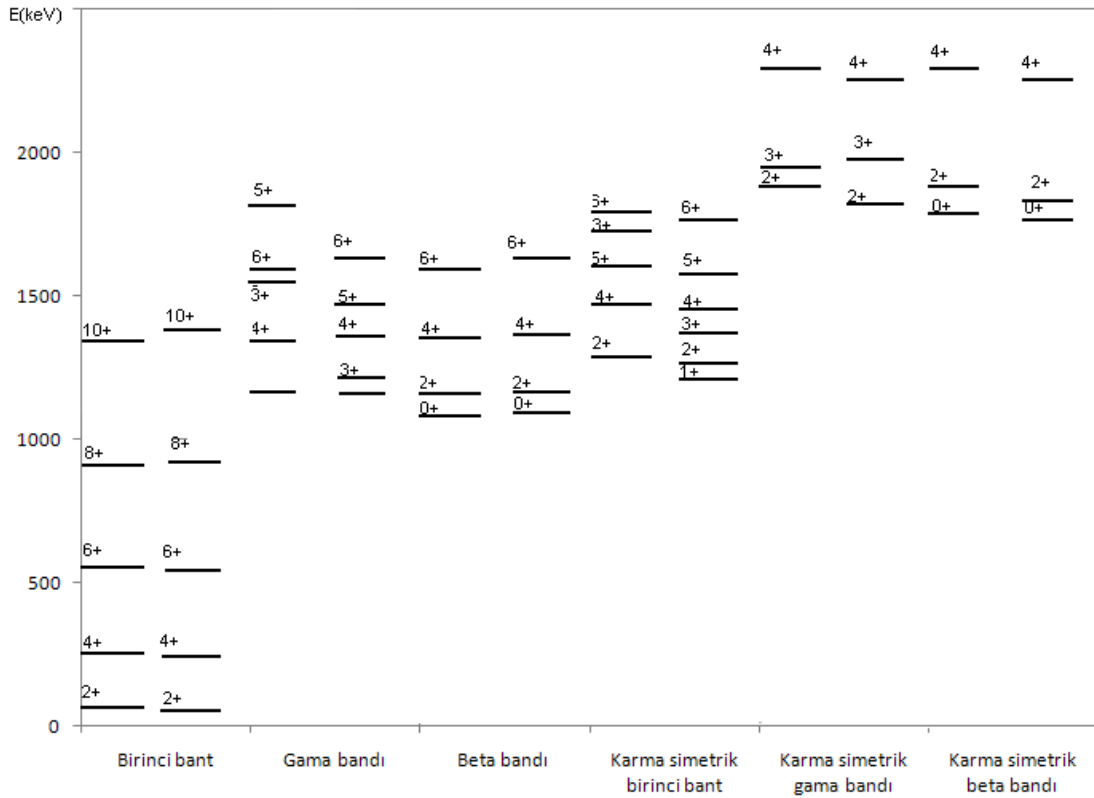
K=0 $\beta$	Deney(keV)[21]	Teori(keV) (Bu çalışma)	Bozunma Modları
$0_{2,m}$	1764,4	1727	bilinmiyor
$2_{2,m}$	1878,2	1806	M1
$4_{2,m}$	2293,85	2256	bilinmiyor

Karma simetrik gama bandı için adaylar aranırsa,

**Çizelge 4.36** Sm-154 karma simetrik  $\gamma$  bandı deneysel ve teorik enerji düzeyleri

K=2 $\gamma$	Deney(keV)[21]	Teori(keV) (Bu çalışma)	Bozunma Modları
2 <sub>2,m</sub>	1878,2	1806	bilinmiyor
3 <sub>2,m</sub>	1945,61	1979,76	E1
3 <sub>2,m</sub>	1945,61	1979,76	M1
4 <sub>2,m</sub>	2293,85	2256	bilinmiyor

2<sub>2,m</sub> ve 3<sub>2,m</sub> durumları için hesaplanan değerlere yakın ve manyetik dipol geçişleri yapan durumlar, gözlenmiştir. 3<sub>2,m</sub> durumu için elektrik dipol geçişleri negatif pariteli durumlar için gözlenmiştir. Diğer dört durum için ise spin, parite ve bozunma modları bilinmeyen 1764,4 keV ve 2293,85 keV'deki durumlar karma simetrik durumlar olarak tayin edilmiştir. Şekil 4.10'da Sm-154'ün enerji düzeyleri görülmektedir.



**Şekil 4.8** Sm-154'ün enerji düzeyleri (enerji değerleri keV cinsindedir).

#### 4.8. Sm-152 İzotopunun SU(3) Limitinde Hesaplanan Enerji Seviyelerinin Deneysel Verilerle Karşılaştırılması

Çizelge 4.37’de birinci bant için deneysel ve bunlara karşılık hesaplanan enerji düzeyleri görülmektedir.

**Çizelge 4.37** Sm-152 birinci bant deneysel, teorik enerji düzeyleri

	Deney(keV)[20]	Teori(keV) (bu çalışma)
2 <sub>g</sub>	121,366	105
4 <sub>g</sub>	366,4795	350
6 <sub>g</sub>	706,88	735
8 <sub>g</sub>	1125,35	1260
10 <sub>g</sub>	1609,23	1925

Açısal momentum değeri arttıkça deneysel veriler ile uyumsuzluğun arttığına ve en son 10+ düzeyi için farkın 300 keV civarında olduğu görülmektedir. Bu aslında artık bu çekirdeğin önceki iki çekirdek kadar iyi bir SU(3) çekirdeği olmadığına bir belirtisidir. Ancak buna rağmen ilk dört seviye için deneysel verilerle hesaplanan değerler arasında iyi bir uyum vardır. Beta bandı için karşılaştırma yapılırsa,

**Çizelge 4.38** Sm-152  $\beta$  bandı deneysel ve teorik enerji düzeyleri

K=0 $\beta$ bandı	Deney(keV)[20]	Teori(keV) (Bu çalışma)
0 <sub>2</sub>	684,701	684,701
2 <sub>2</sub>	810,453	789,701
4 <sub>2</sub>	1022,966	1034,701
6 <sub>2</sub>	1310,50	1391,581

Görüldüğü gibi beta bandı için deneysel spektrum ile teorik spektrum çok iyi bir uyum içerisindedir. Gama bandı için karşılaştırma yapılırsa,

**Çizelge 4.39** Sm-152  $\gamma$  bandı deneysel ve teorik enerji düzeyleri

K=2 $\gamma$ bandı	Deney(keV)[20]	Teori(keV) (Bu çalışma)
2 <sub>3</sub>	810,453	789,701
3 <sub>3</sub>	1041	894,701
4 <sub>3</sub>	1022,96	1034,701
5 <sub>3</sub>	1221	1209,701
6 <sub>3</sub>	1310,50	1391,581

Görüldüğü gibi gama bandı için deneysel spektrum ile teorik spektrum iyi bir biçimde uymaktadır. Yalnız burada şu ifade edilmelidir ki 3<sub>3</sub> ve 5<sub>3</sub> durumları için ölçülmüş değerler negatif paritelidir. Bunlardan başka 3+ ve 4+ durumları sırasıyla 1233,855 keV ve 1559,59 keV enerjili düzeylerde ölçülmüştür. Bu düzeylerin her ikisi de teorik hesaplardan yaklaşık olarak 300 keV fazladır. Karma simetrik birinci bant için hesaplanan enerji düzeylerine karşılık deneysel spektrumdan adaylar aranırsa,

**Çizelge 4.40** Sm-152 karma simetrik birinci bant deneysel ve teorik enerji düzeyleri

( $\lambda, \mu$ )=(18,1)	Deney(keV)[20]	Teori(keV) (Bu çalışma)	Bozunma Modları
1 <sub>1,m</sub>	963,354	998	E1
2 <sub>1,m</sub>	1085,883	1068	E2,M1,E0
3 <sub>1,m</sub>	1233,855	1173	E2,M1,E0
4 <sub>1,m</sub>	1371,744	1313	E2,M1
5 <sub>1,m</sub>	1559,59	1488	E2,M1
6 <sub>1,m</sub>	1728,20	1698	E2,M1

Görüldüğü gibi hesaplanan değerler ile çok yakın M1 geçişleri yapan durumlar gözlenmiştir. Yalnız burada şu belirtilmelidir ki 1<sub>1,m</sub> için gösterilen durum negatif paritelidir ve bunun dışında da o bölgede ölçülmüş başka spin 1 durumu yoktur. Karma simetrik gama bandı için deneysel spektrumdan adaylar aranırsa,



**Çizelge 4.41** Sm-152 karma simetrik  $\beta$  bandı deneysel ve teorik enerji düzeyleri

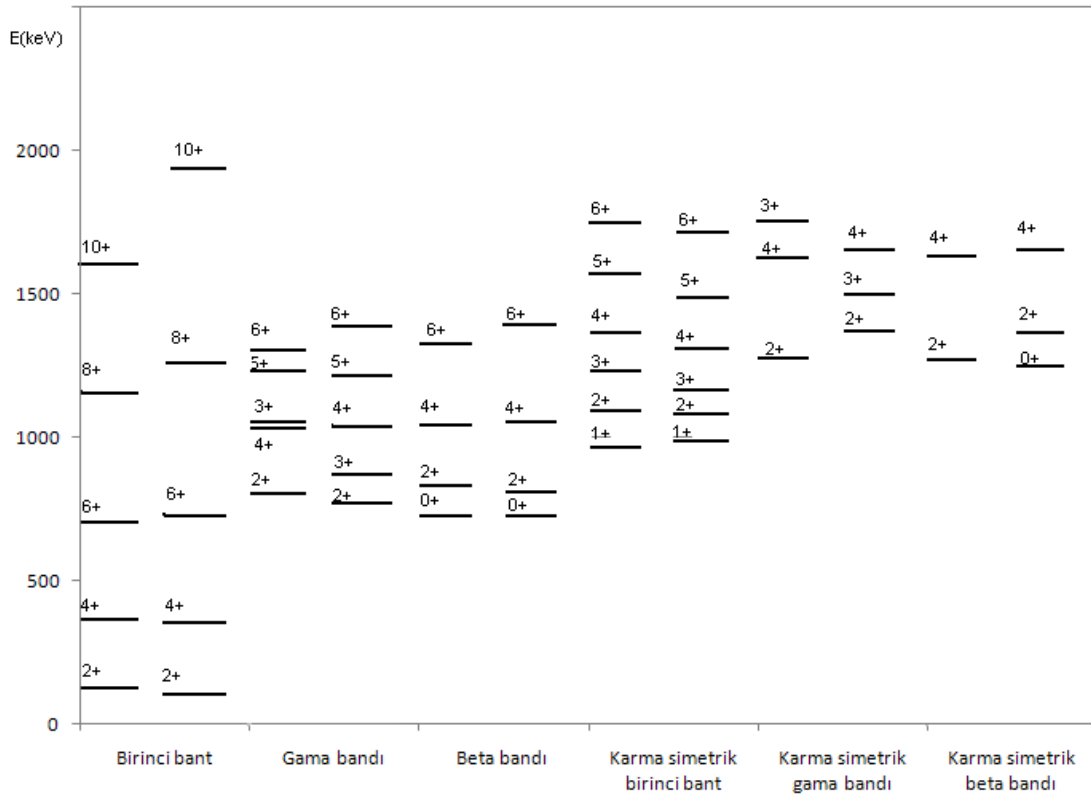
K=0 $\beta$	Deney(keV) [20]	Teori(keV) (Bu çalışma)	Bozunma Modları
$0_{2,m}$	.....	1287,701	.....
$2_{2,m}$	1292,757	1392,701	M1,E2
$4_{2,m}$	1612,78	1637,701	bilinmiyor

Karma simetrik beta bandında  $0+$  durumu için herhangi bir ölçüm yapılmamıştır, diğerlerinde ise deneysel verilerle teorik hesaplamalar bir birine oldukça yakındır. Karma simetrik gama bandı için deneysel spektrumdan adaylar aranırsa,

**Çizelge 4.42** Sm-152 karma simetrik  $\gamma$  bandı deneysel ve teorik enerji düzeyleri

K=2 $\gamma$	Deney(keV)[20]	Teori(keV) (Bu çalışma)	Bozunma Modları
$2_{2,m}$	1292,757	1392,701	M1,E2
$3_{2,m}$	1757,032	1497,701	M1,E2
$4_{2,m}$	1612,78	1637,701	bilinmiyor

Karma simetrik gama bandında  $3+$  durumu dışındaki durumlar için teorik değerlere yakın manyetik geçiş yapan durumlar gözlenmiştir böylece bu durumlar da karma simetrik durumlara aday gösterilebilir. Sm-152 için hesaplanan enerji düzeylerinin deneysel verilerle karşılaştırması şekil 4.11'de görülmektedir.



**Şekil 4.9** Sm-152'nin enerji düzeyleri (Enerji değerleri keV cinsindedir).

#### 4.9. Sm-150 İzotopunun SU(3) Limitinde Hesaplanan Enerji Seviyelerinin Deneysel Verilerle Karşılaştırılması

Çizelge 4.43'de birinci bant için deneysel ve bunlara karşılık hesaplanan enerji düzeyleri görülmektedir.

**Çizelge 4.43** Sm-150 birinci bant deneysel, teorik enerji düzeyleri

	Deney(keV)[19]	Teori(keV) (Bu çalışma)
2 <sub>g</sub>	333,863	333,6
4 <sub>g</sub>	773,238	1112
6 <sub>g</sub>	1278,755	2335,2
8 <sub>g</sub>	1836,87	4003,2
10 <sub>g</sub>	2433	6116

Görüldüğü gibi deneysel değerler ile teorik değerler arasında çok büyük farklar oluşmuştur. Bu durum çekirdeğin SU(3) limitinden çıktığının göstergesidir. Hatırlanacak olursa ilk başta Sm-146'den itibaren çekirdekler U(5) limitinde incelenmiş ve Sm-150'ye kadar mükemmel sonuçlar alınmıştır fakat U(5) simetrisi Sm-152'den itibaren çok kötü sonuçlar vermeye başlamıştır. Aynı şekilde Sm-156'dan başlanarak SU(3) limitinde yapılan incelemeler bu çekirdeğe kadar mükemmel sonuçlar vermiştir. Yalnız bu çekirdekte deneysel verilerle teorik hesaplamalar arasındaki uyum kalkmıştır. U(5) limitindeki incelemelerde karşılaşılanın benzeri bir durum olmuştur. Samaryum çekirdeği A=146,148,150 için titreşimsel kollektif hareket yaparken birden bire A=152'den başlayarak A=152,154 için dönme hareketi yapmaya başlamıştır. Nasıl ki su T=0°C'da sıvı halden katı hale geçer ve dolayısıyla farklı bir yapı göstermeye başlar ve buna faz dönüşümü denir benzer şekilde samaryum çekirdeği de A=150'de salıncı halinden dönücü haline geçmiştir işte buna da kuantum faz geçişi denir. Burada da faz geçişi meydana geldiği için bu çekirdeğin bu limitte incelenemeyeceği aşikardır dolayısıyla devam edilmemiştir.

#### 4.10. Sonuç

Bu tezde çekirdeklerin incelenmesinde Etkileşen Bozon Modeli (IBM-2) kullanılmıştır. Karma simetrik durumların varlığına izin veren model bu modelin ikincisi olan Etkileşen Bozon Modeli kullanılarak enerji düzeyleri ve bazı elektromanyetik geçiş olasılıkları hesaplanmış ve deneysel verilerle karşılaştırılmıştır. Enerji seviyeleri için görülen uyum çok iyidir. Bu model kurulurken sadece tek ve iki parçacık etkileşmeleri göz önüne alınmıştır. Oysa çekirdeğin içi aklın alamayacağı kadar karışıktır. Aslında nükleer etkileşmenin iç yüzü dahi tam olarak bilinmemektedir. Dahası bir nükleonun yapısı da oldukça karışıktır. Bir nükleon kuarklardan oluşur ve kuarklar da birbirleriyle karmaşık parçacık transferi yoluyla etkileşir. Ve özellikle burada incelenen çekirdeklerinde yaklaşık 150 nükleondan oluştukları düşünülürse iki parçacık etkileşmeleri için

$$\binom{150}{2} = 11175$$

tane etkileşim, üç parçacık etkileşmeleri için,

$$\binom{150}{3} = 551300$$

tane etkileşim demektir. Böylece devam ederse görüldüğü gibi etkileşme sayısı devasa boyutlara ulaşmaktadır. Poincere üç cisim problemini çalışırken başlangıç şartlarındaki küçük bir değişimin parçacıkların yörüngelerinde öngörülemez çok büyük değişimler meydana getirebileceğini bulmuştu. Bu tezde incelenen bir çekirdekte sadece üç parçacık etkilerinden 551300 tane olduğu düşünülürse burada ne kadar çığınca bir durumdan bahsedildiği daha kolayca anlaşılabilir. Üç parçacık problemi çalışmaları bu günkü kaos teorisinin temelini atmıştır. Çekirdeğin içi de böyledir ve tam bir kaos hüküm sürmektedir. Bu kadar karmaşık bir sistemin Hamiltonyeni eğer her parçacığın yaptığı etkileşmeler için ayrı ayrı yazılmış olsaydı her halde sadece Hamiltonyenin yazılması sayfalar sürerdi.

Bunun yerine IBM-1 modeli sadece tek ve iki parçacık etkileşmelerini göz önüne almış olmasına rağmen mükemmel yakın sonuçlar vermeyi başarmıştır. Bu tezde kullanılan IBM-2 modeli ise IBM-1'den farklı olarak sadece nötron ve proton bozonlarını farklı birer parçacık olarak ele almıştır. Farklı ele almaktan kasıt izo spin uzayına benzer bir F-spin uzayında, bir parçacığın hayali spin vektörünün z-ekseni üzerine iz düşümü  $+1/2$  olan parçacığa proton bozonu,  $-1/2$  olan parçacığa da nötron bozonu denildiğidir.

Aslında tamamen matematiksel olan bu hayali yaklaşım proton ve nötron bozonlarını F-spin uzayında birer vektör olarak ele almaktadır dolayısıyla birden fazla proton nötron bozonu olan bir durumun ifade edilmesi de aslında bu F-spin uzayındaki bozonlara ait vektörlerin toplanması demektir. Bu vektörler toplanırken hepsinin birbirine paralel biçimde toplanması gerekmemektedir. Hepsinin birbirine paralel biçimde toplanması bu çekirdeğin F-spininin en büyük değerinde olması demektir eğer hepsi mükemmel biçimde birbirlerine paralel olarak toplanmıyorsa bu durumda F-spin değeri olabilecek en büyük değerini almaz.

Yaratma yok etme işlemcileri, bu kadar çok parçacıktan oluşan bir sistemde sadece tek ve iki parçacık etkileşme durumlarının göz önüne alınması, nükleonların oluşan ortak çekim alanında yüzdükleri ve bunun sonucunda kapalı kabukların oluşması, bu kapalı kabukların dışında kalan nükleonların çiftlenerek daha kararlı durumlar oluşturmaları, bu çiftlere bozon denmesi ve protonların oluşturduğu bozonlara hayali bir F-spin uzayında  $F_z=+1/2$  bileşenine, nötronların oluşturduğu bozonların ise  $F_z=1/2$  bileşenine sahip olmaları gibi

bunca hayali varsayımın en sonunda enerji seviyeleri, elektrik ve manyetik geçişler gibi ölçülebilir niceliklerle nerdeyse tam da düşünüldüğü yerlerde düşünüldüğü büyüklüklerde görülmesi gerçekten de çok çok ilginçtir.

Burada çok etkileyici olan bir başka olay ise bu kadar karmaşık bir sistemin çeşitli cebirsel yaklaşımlarla dinamik simetriler kullanılarak tam analitik olarak çözülebilmesidir. Bu tezde bazı Samaryum çekirdeklerin spektrumları incelenerek  $U(5)$  ve  $SU(3)$  simetrilerine sahip oldukları tahmin edilmiştir. Yine deneysel birkaç veriye bakılarak bu çekirdeklerin ifade edildikleri Hamiltonyenin ve dolayısıyla enerji öz değerinin parametreleri belirlenmiştir. Bu belirlemeler yapıldıktan sonra çekirdeklerin tüm spektrumları hesaplanmıştır, yapılan hesaplar deneysel sonuçlarla karşılaştırılmış ve henüz tam olarak hangi bantta olduğu bilinmeyen bazı düzeylerin bantları tespit edilmiştir. Bazen de enerji düzeyi bilinse de spini ve paritesi tam olarak ölçülememiş bir enerji düzeyi ile örtüşen bir hesaplama sonucu sayesinde o düzeyin hesaplamalarda karşılaşılan düzey olması gerektiğine kanaat edilmiş ve böylece o düzeyin spin ve paritesi belirlenmiştir. Asıl en önemlisi ise kuvvetli manyetik geçişler yapan bantlar adlandırılmıştır. Bu bantlar karma simetrik durumların oluşturduğu bantlar olarak adlandırılmıştır.

Bu tezin kapsamında sadece  $F=N-1$  olan karma simetrik durumlar incelenmiştir. Bu denli soyut bir kavram olan  $F$ -spinin manyetik dipol geçişleri gibi elle tutulur gözle görülür bir biçimde belirlenmiş olması gerçekten heyecan verici bir durumdur.

Ayrıca bu tezin kapsamında kuantum faz geçişi de gözlenmiştir. Samaryum çekirdeği  $A=146$ 'dan itibaren  $U(5)$  limitinde incelenirken ve deneysel spektrumla müthiş bir uyum içerisinde hesaplar yapılırken  $A=152$  sınırına gelindiğinde birden hesapların deneysel verilerle uyumu bozulmuş ve çok kötü sonuçlar alınmaya başlanmıştır. Fakat  $U(5)$  simetrik Hamiltonyen yerine  $SU(3)$  simetrik Hamiltonyen kullanıldığında yine arzu edilen deneysel verilerle uyumlu sonuçlar alınmaya başlanmıştır.

IBM'in  $SU(3)$  limiti aksenal simetrik dönüş yapan çekirdeğe karşılık geldiğinden,  $U(5)$  limiti de titreşim yapan çekirdeğe karşılık geldiğinden Samaryumun incelenilen bu zincirinde çekirdek  $A=146$ 'dan itibaren titreşim hareketi yaparken  $A=152$ 'de birden bire dönme hareketi yapmaya başladığından Samaryum'un şeklen faz değişimine uğradığı görülmüştür. Bu durumun literatürdeki adı kuantum şekil faz geçişidir (Quantum Shape Phase Transition'dır).

Bu durum mantıksal olarak şöyle açıklanabilir. Samaryum çekirdeği zincirin başında 6 proton bozonlu ve 1 nötron bozonlu çekirdek iken zincirde ilerledikçe nötron bozonu sayısı artmıştır. Bu artış genel Hamiltonyendeki nötron proton bozonu kuadropol etkileşimi teriminin baskınlığının artmasına neden olmuştur. Bu terim SU(3) grubunun Casimir işlemcisi olduğundan dolayı Hamiltonyendeki U(5) simetrisinin kırılıp SU(3) simetrisinin oluşmasına neden olmuştur.

Ancak bunun nasıl olup da böyle birden bire gerçekleştiğine bir anlam verilememektedir. Zaten birden olması nedeniyle klasik faz dönüşümü olayına benzetilerek kuantum faz geçişi denmiştir. Nasıl ki 100°C 'a kadar su sıvı halde iken 100°C'dan sonra gaz haline gelir ise burada da A=150'ye kadar Samaryum çekirdeği titreşim modunda iken A=150'den sonra birden dönme moduna geçer.

Asıl amacın karma simetrik durumların incelenmesi olan bu tezde seçilen izotopik zincirde kuantum faz geçişinin görülmesi çok ilginç olmuştur. Halen güncelliğini koruyan ve zorlu teorik yönü nedeniyle pek fazla rağbet edilmeyen ve dolayısıyla da pek fazla kimsenin bilmediği ve üzerine de pek fazla yayının olmadığı bu konularda böyle bir tezin var olmasının bu konular üzerine çalışacak insanlara ve yapılacak araştırmalara bir dayanak noktası olacağı umut edilmektedir.

## KAYNAKLAR

- [1] Elliot, J.P. The Interacting Boson Model of nuclear structure Rep. Prog. Phys. 48, 171-225, (1985).
- [2] Olaf Scholten The Interacting Boson Approximations and applications Ph. D. Thesis Universiyt of Groningen Groningen (1980)
- [3] Iachello, F. Advaced Course on Nuclear Physics. 141-154 Ed: by Arias, J.M., Lozano, M. Springer Verlag Berlin Heidelberg, (2001).
- [4] Microscopic analysis of quadrupole collective motion in Cr-Fe nuclei. I Nakada, H.,Otsuka, T. Renormalization of colective states and interacting-boson-model parameters Phys. Rev. C 55, 748–761 (1997).
- [5] Casten, R.F., Lipas, P.O., Warner D.D., Otsuka, T., Heyde, K., Draayer, J.P. Algebraic Approaches to Nuclear Structure: Interacting Boson Model Ed: by Casten, R.F. Harwood Academic Publisher (1993).
- [6] Jolie, J. Progress in Particle and Nuclear Physics 59, 337-357, (2007).
- [7] Elliot, J.P. Isospin and F-Spin In The Interacting Boson Model, Progress in Particle and Nuclear Physics, 25, 325-351, (1980).
- [8] Leviatan, A. Ginocchio, J.N., F-spin As a Partial Symmetry Physical Review C, 61, 024305, (2000).
- [9] Van Isacker, P. et al. The F-Spin Symmetric Limits of The Neutron-Proton Interacting Boson Model, Annals of Physics 171, 253-296, (1986).
- [10] Scholten, O. et al. Mixed Symmetry States In The Neutron-Proton Interacting Boson Model, Nuclear Physics A 438, 41-77, (1985).
- [11] Pietralla, N., P. Von Brentano, A.F. Lisetskiy, Experiments on multiphonon states with proton–neutron mixed symmetry in vibrational nuclei, Progress in Particle and Nuclear Physics 60, 225-282, (2008).
- [12] Warner, D.D., Van Isacker, P., The scissor mode in the presence of a neutron skin, Physics Letters B 395, 145-150, (1997).
- [13] Fujita, H. et al. One and two phonon mixed Symmetry states in high-resolution electron and proton scattering. Nuclear Physics A 788, 94c-99c, (2007).
- [14] Wiedenhöver, I. et al.  $2^+$  mixed symmetry state in the O(6) like nucleus  $^{128}\text{Xe}$ , Physical Review C 56, 56, (1997).

- [15] Hamilton, W.D., Irback, A., Elliot, J.P., Mixed-symmetry Interacting Boson Model states in the nuclei  $^{140}\text{Ba}$ ,  $^{142}\text{Ce}$  and  $^{144}\text{Nd}$  with  $N=84$ , Physical Review Letters, 53, 2469-2472,(1984).
- [16] Widenhöver, I. et al. Mixed symmetry  $2^+$  state in  $^{132}\text{Ce}$ , Progress In Particle And Nuclear Physics, 38, 245-246, (1997).
- [17] Peker, L.K., Tuli, J.K., Nuclear Data Sheets 82, 187 (1997)  
<http://www.nndc.bnl.gov/nudat2/getdataset.jsp?nucleus=146SM&unc=nds>
- [18] Bhat,M.R. Nuclear Data Sheets 89,797,(2000)  
<http://www.nndc.bnl.gov/nudat2/getdataset.jsp?nucleus=148SM&unc=nds>
- [19] der Mateosian, E., Tuli, J.K., Nuclear Data Sheets 75,827 (1995)  
<http://www.nndc.bnl.gov/nudat2/getdataset.jsp?nucleus=150SM&unc=nds>
- [20] Agda Artna-Cohen, Nuclear Data Sheets 79, 1 (1996)  
<http://www.nndc.bnl.gov/nudat2/getdataset.jsp?nucleus=152SM&unc=nds>
- [21] Reich, C.W., Nuclear Data Sheets 110, 2257 (2009)  
<http://www.nndc.bnl.gov/nudat2/getdataset.jsp?nucleus=154SM&unc=nds>
- [22] Reich, C. W., Nuclear Data Sheets 99, 753 (2003)  
<http://www.nndc.bnl.gov/nudat2/getdataset.jsp?nucleus=156SM&unc=nds>
- [23] Van Isacker, P. et al., IBM-2 descriptions of M1 properties in deformed nuclei. Nuclear Physics A 476, 301-315, (1988).
- [24] Hamilton, W.D. et al. Identification of mixed symmetric states, Journal of Physics G16 745, (1990).
- [25] Coquard, L. Evolution of the One-Quadrupole Phonon  $2^+_{1,ms}$  Mixed-Symmetry State in  $^{124,126,128,130,132}\text{Xe}$ , Ph. D. Thesis, Technische Universitat Darmstadt, (2010)