

T.C.  
KIRIKKALE ÜNİVERSİTESİ  
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

ELEKTRİK-ELEKTRONİK MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI

YÜKSEK LİSANS TEZİ

ÇOK GİRİŞLİ ÇOK ÇIKIŞLI DİKGEN FREKANS BÖLMELİ ÇOĞULLAMALI  
SİSTEMLERDE  
KANAL KODLAMASI PERFORMANS ANALİZİ

RAMAZAN GÜNGÜNEŞ

2011  
KIRIKKALE

## ÖZET

### ÇOK GİRİŞLİ ÇOK ÇIKIŞLI DİKGEN FREKANS BÖLMELİ ÇOĞULLAMALI SİSTEMLERDE KANAL KODLAMASI PERFORMANS ANALİZİ

GÜNGÜNEŞ, Ramazan

Kırıkkale Üniversitesi

Fen Bilimleri Enstitüsü

Elektrik-Elektronik Mühendisliği Anabilim Dalı

Yüksek Lisans Tezi

Danışman: Yrd. Doç. Dr. Eyüp TUNA

Eylül 2011, 69 sayfa

Dikgen frekans bölmeli çoğullama (OFDM) ve frekans bölmeli çoğullama (FDM) gibi çok taşıyıcılı modülasyon tekniklerinin, hızlı değişen çok yollu iletişim kanallarında, semboller arası girişimlere (ISI) ve gürültülere karşı tek taşıyıcılı iletişim sistemlerine göre çok daha dayanıklı olduğu son yıllarda ortaya konmuştur. Bu nedenle yeni nesil data hızı yüksek, geniş bantlı kablosuz iletişim sistemleri için, çok taşıyıcılı modülasyon teknikleri aday olarak düşünülmekte ve standart olarak yerleşmektedir. Örnek olarak Avrupa sayısal radyo yayın sistemi (DAB), sayısal televizyon sistemi (DVB), kablosuz yerel bilgisayar ağları standardı (IEEE 802.11a) ve kablosuz metropolitan bilgisayar ağları (IEEE 802.16a) verilebilir. Ancak, Doppler frekans kaymaları, faz ve osilatör frekans kaymaları ve çok yollu sönmüleme etkileri, çok taşıyıcılı iletişim sistemlerinin başarımını büyük oranda zayıflatmaktadır.

Bu tezde, çok girişli çok çıkışlı dikgen frekans bölmeli çoğullamalı (MIMO-OFDM) sistemlerde, hata kontrol kodları olarak bilinen düşük yoğunluklu eşlik kontrol (LDPC) kodları, uzay-zaman blok kodları (STBC) ve konvolüsyon kodları ele alınmıştır. Her üç kod için de ikili faz kaydırmalı anahtarlama (BPSK) sistemlerinde, toplamsal beyaz Gauss gürültülü (AWGN) kanal için performans analizleri yapılmış ve sonuçları karşılaştırılmıştır. Düşük yoğunluklu eşlik kontrol kodları, uzay-zaman

blok kodları ve konvolüsyon kodlarının ikili faz kaydırmalı anahtarlama sistemleri üzerindeki bit hata oranı (BER) karşılaştırması matlab programıyla simüle edilerek verilmiştir. Simülasyon sonuçlarında, uzay-zaman blok kodlarının, düşük yoğunluklu eşlik kontrol kodları ve konvolüsyon kodlarına göre daha üstün bir performans sağladığı gözlemlenmiştir.

**Anahtar Kelimeler:** Düşük yoğunluklu eşlik kontrol kodlar, uzay-zaman blok kodlar, konvolüsyon kodlar, dikgen frekans bölmeli çoğullama, çok girişli çok çıkışlı dikgen frekans bölmeli çoğullama.

## ABSTRACT

### PERFORMANCE ANALYSIS OF CHANNEL CODING IN MULTY INPUT MULTY OUTPUT ORTHOGONAL FREQUENCY DIVISION MULTIPLEXING

GUNGUNES, Ramazan

Kırıkkale University

Graduate School of Natural and Applied Sciences

Department of Electrical and Electronics Engineering

M.S. Thesis

Adviser: Asst. Prof. Dr. Eyüp TUNA

September 2011, 69 pages

Multicarrier modulation techniques like orthogonal frequency division multiplexing (OFDM) and frequency division multiplexing (FDM) have recently been introduced as robust techniques against intersymbol interference (ISI) and noise, compared to single carrier communication systems over fast fading multipath communication channels. Therefore, multicarrier modulation techniques have been considered as a candidate for new generation, high data rate broadband wireless communication systems and have been adopted as the related standards. Several examples are the European digital audio broadcasting (DAB) and digital video broadcasting (DVB), the IEEE standards for wireless local area networks (WLAN), 802.11a, and wireless metropolitan area networks (WMAN), 802.16a. However, Doppler frequency shifts, phase offset, local oscillator frequency shifts, and multi-path fading severely degrade the performance of multicarrier communication systems.

This thesis presents a performance comparison between low density parity check (LDPC) codes and space-time block codes (STBC) and convolutional codes for multy input multy output orthogonal frequency division multiplexing (MIMO-OFDM). First, the structure of space-time block codes is explained. Then space-time block codes are compared with low density parity check codes and convolutional codes. Specifically, performance results for additive white Gaussian noise (AWGN) channel in binary phase shift keying (BPSK) systems of these three codes have been

compared. Bit error rates (BER) on binary phase shift keying systems of space-time block codes, low density parity check codes and convolutional codes are simulated using matlab. Simulation results show that space-time block codes provide better performance than the other two error control codes.

**Key Words:** Low density parity check codes, space-time block codes, convolutional codes, ortogonal frequency division multiplexing, multy input multy output ortogonal frequency division multiplexing.

## TEŞEKKÜR

Tezimin hazırlanması esnasında, hiçbir yardımcı esirgemeyen ve biz genç araştırmacılara büyük destek olan, bilimsel deney imkanlarını sonuna kadar bizlerin hizmetine veren tez yöneticisi hocam, Sayın Yrd. Doç. Dr. Eyüp TUNA'ya, tez çalışmalarım esnasında, bilimsel konularda daima yardımcı gördüğüm hocam, Sayın Dr. M. Nuri SEYMAN'a ve son olarak bana birçok konuda olduğu gibi, tezimi hazırlamam esnasında da yardımlarını esirgemeyen aileme teşekkür ederim.

## SİMGELER DİZİNİ

|                                  |  |
|----------------------------------|--|
| <b>H</b>                         | Eşlik kontrol matrisi  |
| <b>G</b>                         | Üreteç matrisi   |
| <b>w<sub>c</sub></b>             | Eşlik kontrol matrisinin her bir sütununun içerdiği 1 sayısı |
| <b>w<sub>r</sub></b>             | Eşlik kontrol matrisinin her bir satırının içerdiği 1 sayısı |
| <b>λ(x)</b>                      | Değişken düğüm derece dağılım polinomu                       |
| <b>p(x)</b>                      | Kontrol düğümü derece dağılım polinomu                       |
| <b>T<sub>m</sub></b>             | Çok yollu yayılım  |
| <b>B<sub>c</sub></b>             | Uyum band genişliği  |
| <b>T<sub>c</sub></b>             | Uyum zamanı  |
| <b>B<sub>d</sub></b>             | Doppler yayılımı   |
| <b>B<sub>s</sub></b>             | İşaretin band genişliği                                      |
| <b>T<sub>s</sub></b>             | İşaretin simge periyodu                                      |
| <b>σ</b>                         | Kanalın gecikme yayılımı                                     |
| <b>σ<sup>2</sup></b>             | Dik bileşenlerin ortalama gücü                               |
| <b>P<sub>Rayleigh</sub></b>      | Rayleigh dağılımı  |
| <b>r<sub>mean</sub></b>          | Rayleigh dağılımının ortalama değeri                         |
| <b>σ<sub>m</sub><sup>2</sup></b> | Rayleigh dağılımının varyansı                                |
| <b>P<sub>r</sub>(r)</b>          | Ricean dağılımı  |
| <b>S<sub>c</sub>(t)</b>          | Her bir kompleks OFDM sinyali                                |
| <b>A<sub>c</sub>(t)</b>          | Taşıyıcı işaret genlik değeri                                |
| <b>φ<sub>c</sub>(t)</b>          | Taşıyıcı işaret fazı   |

|             |                                  |
|-------------|----------------------------------|
| $S_s(t)$    | Kompleks OFDM sinyali            |
| $g(kT)$     | Ters Fourier dönüşüm algoritması |
| $N_s$       | OFDM alt taşıyıcı sayısı         |
| $d_i$       | OFDM karmaşık QAM sembolleri     |
| $h(t)$      | Kanal darbe cevabı               |
| $P_i^{int}$ | İçsel olasılık fonksiyonu        |
| $P_i^{ext}$ | Dışsal olasılık fonksiyonu       |
| $T$         | OFDM sembol süresi               |
| $f_c$       | OFDM taşıyıcı frekansı           |
| $R$         | Kod oranı                        |
| $LLR(p)$    | Logaritmik olasılık oranı        |
| $APP$       | Sonsal olasılık                  |
| $M_1, M_2$  | Hafıza elemanları                |



## KISALTMALAR

|             |  |
|-------------|--|
| <b>A/D</b>  | Analog/Sayısal   |
| <b>ADSL</b> | Asimetrik Sayısal Abone Hattı                          |
| <b>AWGN</b> | Toplamsal Beyaz Gauss Gürültü                          |
| <b>BER</b>  | Bit Hata Oranı   |
| <b>BPSK</b> | İkili Faz Kaydırmalı Anahtarlama                       |
| <b>CP</b>   | Periyodik Ön Ek  |
| <b>CSI</b>  | Kanal Durum Bilgisi                                    |
| <b>D/A</b>  | Sayısal/Analog   |
| <b>DAB</b>  | Avrupa Sayısal Radyo Yayın Sistemi                     |
| <b>DMT</b>  | Ayrık Çok Tonlu  |
| <b>DVB</b>  | Sayısal Televizyon Sistemi                             |
| <b>FDM</b>  | Frekans Bölmeli Çoğullama                              |
| <b>FFT</b>  | Hızlı Fourier Dönüşüm                                  |
| <b>ICI</b>  | Taşıyıcılar Arası Girişim                              |
| <b>IDFT</b> | Ters Ayrık Fourier Dönüşümü                            |
| <b>IEEE</b> | Uluslar arası Elektrik-Elektronik Mühendisleri Birliği |
| <b>IFFT</b> | Ters Hızlı Fourier Dönüşüm                             |
| <b>ISI</b>  | Simgeler Arası Girişim                                 |
| <b>LDPC</b> | Düşük Yoğunluklu Eşlik Kontrol                         |
| <b>MIMO</b> | Çoklu Giriş Çoklu Çıkış                                |

|                  |  |
|------------------|--|
| <b>MIMO-OFDM</b> | Çok Girişli Çok Çıkışlı Dikgen Frekans Bölmeli Çoğullama |
| <b>ML</b>        | Maksimum Olabilirlik                                     |
| <b>OFDM</b>      | Dikgen Frekans Bölmeli Çoğullama                         |
| <b>PDF</b>       | Olasılık Yoğunluk Fonksiyonu                             |
| <b>PSK</b>       | Faz Kaydırmalı Anahtarlama                               |
| <b>QAM</b>       | Dik Genlik Modülasyonu                                   |
| <b>QPSK</b>      | Dik Faz Kaydırmalı Anahtarlama                           |
| <b>SISO</b>      | Tekli Giriş Tekli Çıkış                                  |
| <b>SNR</b>       | Sinyal Gürültü Oranı                                     |
| <b>ST</b>        | Uzay Zaman   |
| <b>STBC</b>      | Uzay Zaman Blok Kodlar                                   |
| <b>WLAN</b>      | Kablosuz Yerel Bilgisayar Ağları                         |
| <b>WMAN</b>      | Kablosuz Metropolitan Bilgisayar Ağları                  |
| <b>HDSL</b>      | Yüksek Bit Hızlı Asimetrik Sayısal Kullanıcı Hattı       |
| <b>DFT</b>       | Ayrık Fourier Dönüşümü                                   |
| <b>VHDSL</b>     | Çok Yüksek Bit Hızlı Asimetrik Sayısal Kullanıcı Hattı   |

## ŞEKİLLER DİZİNİ

| <b><u>SEKİL</u></b>   | <b><u>Sayfa</u></b> |
|---|---------------------|
| 2.1. Küçük ölçekli sönümlenme çeşitleri.....                            | 10                  |
| 3.1. OFDM sistemi temel blok diyagramı.....                             | 13                  |
| 3. 2. OFDM modulator.....   | 18                  |
| 3. 3. Bir OFDM sinyalindeki dört alt taşıyıcı örneği.....               | 19                  |
| 3. 4. Bir OFDM sinyalindeki dört alt taşıyıcının genlik spektrumu ..... | 19                  |
| 3. 5. Radix 4 kelebek.....  | 21                  |
| 3. 6. Zaman ekseninde OFDM koruma aralığı eklenmesi.....                | 23                  |
| 3. 7. Periyodik ön ek yapısı.....                                       | 24                  |
| 3. 8. ISI ve ICI'ya karşı periyodik ön ek kullanım etkisi.....          | 24                  |
| 4.1. MIMO-OFDM blok diyagramı.....                                      | 27                  |
| 5.1. Eşlik kontrol matrisine bağlı LDPC kodun Tanner grafiği .....      | 32                  |
| 5.2. Gallager'in eşlik kontrol matrisi yapısı.....                      | 33                  |
| 5.3. Örnek bir bit çevrim işlemi.....                                   | 36                  |
| 5.4. Periyodun 4 olduğu bir bit çevrim kod çözme işlemi.....            | 37                  |
| 5.5. Örnek bir toplam-çarpım kod çözüm algoritması.....                 | 41                  |
| 5.6. Konvolüsyon kodlayıcısı.....                                       | 51                  |
| 5.7. Konvolüsyon kodlayıcı için durum diyagramı.....                    | 53                  |
| 5.8. Konvolüsyon kodlayıcı için kafes diyagramı.....                    | 54                  |
| 5.9. Kafes boyunca mümkün yollarının gösterilmesi.....                  | 56                  |

|   |    |
|---|----|
| 6.1. 2x2 MIMO-OFDM BPSK, QPSK, 8.PSK ve 16.PSK kanal kodlama performans analizi.....                            | 59 |
| 6.2. 2x2 MIMO-OFDM 1/2 kod oranlı BPSK ve 1/2 kod oranlı QPSK konvolüsyon kanal kodlama performans analizi..... | 60 |
| 6.3. 2x2 MIMO-OFDM 1/2 kod oranlı QPSK ve 3/4 kod oranlı QPSK konvolüsyon kanal kodlama performans analizi..... | 61 |
| 6.4. 2x2 MIMO-OFDM 3/4 kod oranlı QPSK ve 3/4 kod oranlı QAM konvolüsyon kanal kodlama performans analizi.....  | 62 |
| 6.5. 2x2 MIMO-OFDM konvolüsyon, STBC ve LDPC kanal kodlama performans analizi.....                              | 63 |

## ÇİZELGELER

| <u>ÇİZELGE</u>  | <u>Sayfa</u> |
|---|--------------|
| 5.1. Farklı uzay-zaman blok kodlarına ilişkin parametreler.....       | 50           |
| 5.2. Konvolüsyon kodlayıcının 1/2 kod oranı için en uygun biçimi..... | 52           |
| 6.1. OFDM sistem parametreleri.....                                   | 58           |

# İÇİNDEKİLER

|  | <u>Sayfa</u> |
|--|--------------|
| ÖZET.....  | ii           |
| ABSTRACT.....  | iv           |
| TEŞEKKÜR.....  | vi           |
| SİMGELER DİZİNİ.....   | vii          |
| KISALTMALAR.....   | ix           |
| ŞEKİLLER DİZİNİ.....   | xi           |
| ÇİZELGELER.....  | xiii         |
| İÇİNDEKİLER.....   | xiv          |
| 1. GİRİŞ.....  | 1            |
| 1.1. Literatürde İnceleme.....                                 | 2            |
| 2. TELSİZ İLETİŞİM KANALLARINDA SÖNÜMLEME.....                 | 3            |
| 2.1. Kanal Parametreleri.....                                  | 3            |
| 2.1.1. Çok Yollu Yayılım .....                                 | 3            |
| 2.1.2. Uyum Band Genişliği.....                                | 4            |
| 2.1.3. Uyum Zamanı.....  | 4            |
| 2.1.4. Doppler Yayılımı.....                                   | 4            |
| 2.2. Sönümlemeli Kanalların Sınıflandırılması .....            | 5            |
| 2.2.1. Gezgin İletişim Kanallarında Oluşan Sönümlenmeler ..... | 6            |
| 2.2.1.1. Geniş Ölçekli Sönümleme.....                          | 6            |

|  |    |
|--|----|
| 2.2.1.2. Küçük Ölçekli Sönümleme.....                      | 6  |
| 2.2.2. Çok Yollu Yayılımın Sönümlemeye Etkisi.....         | 6  |
| 2.2.2.1. Düz Sönümleme.....                                | 6  |
| 2.2.2.2. Frekans Seçici Sönümleme.....                     | 7  |
| 2.2.3. Doppler Yayılımı Sonucu Sönümlenmeler.....          | 8  |
| 2.2.3.1. Hızlı Sönümleme.....                              | 8  |
| 2.2.3.2. Yavaş Sönümleme.....                              | 9  |
| 2.3. Rayleigh ve Rician Dağılımları.....                   | 10 |
| 2.3.1. Rayleigh Dağılımı.....                              | 10 |
| 2.3.2. Rician Dağılımı.....                                | 11 |
| 3. DİKGEN FREKANS BÖLMELİ ÇOĞULLAMA.....                   | 13 |
| 3.1. OFDM'nin Prensipleri.....                             | 13 |
| 3.2. OFDM Sistemlerinde Dikgenlik.....                     | 14 |
| 3.3. OFDM'nin Matematiksel Olarak Tanımlanması.....        | 15 |
| 3.4. OFDM'de IFFT Kullanımı.....                           | 17 |
| 3.5. OFDM'ye Koruma Aralığı Eklenmesi .....                | 22 |
| 3.6. OFDM Kullanımının Avantajları.....                    | 25 |
| 3.7. OFDM Kullanımının Dezavantajları.....                 | 26 |
| 4. MIMO-OFDM SİSTEM MODELİ.....                            | 27 |
| 5. KANAL KODLAMA TÜRLERİ.....                              | 29 |
| 5.1. Düşük Yoğunluklu Eşlik Kontrol Kodları.....           | 29 |
| 5.1.1. Düzenli Düşük Yoğunluklu Eşlik Kontrol Kodları..... | 29 |

|  |    |
|--|----|
| 5.1.2. Düzensiz Düşük Yoğunluklu Eşlik Kontrol Kodları.....    | 30 |
| 5.1.3. LDPC Kod Tasarım Yaklaşımları.....                      | 30 |
| 5.1.3.1. Tanner Grafi.....                                     | 31 |
| 5.1.3.2. Gallager Kodları.....                                 | 33 |
| 5.1.3.3. MacKay Kodları.....                                   | 34 |
| 5.1.4. LDPC Kod Çözümü.....                                    | 35 |
| 5.1.4.1. Yinelemeli Kod Çözümü.....                            | 35 |
| 5.1.4.2. Toplam-Çarpım Kod Çözümü.....                         | 38 |
| 5.2. Uzay-Zaman Blok Kodlaması.....                            | 41 |
| 5.2.1. Genelleştirilmiş Gerçel Dik Uzay-Zaman Blok Kodlar..... | 45 |
| 5.2.2. Genelleştirilmiş Karmaşık Dik Uzay-Zaman Blok Kodlar    | 47 |
| 5.3. Konvolüsyon Kodları.....                                  | 50 |
| 5.3.1. Kod Üretimi.....  | 50 |
| 5.3.2. Durum ve Kafes Diyagramı.....                           | 53 |
| 5.3.3. Konvolüsyon Kodlarla Kod Çözme ve Viterbi Algoritması   | 55 |
| 6. ARAŞTIRMA ve BULGULAR.....                                  | 58 |
| 7. SONUÇ.....  | 64 |
| KAYNAKLAR.....   | 65 |



## 1. GİRİŞ

İletişim hizmetlerinin son yıllarda kullanım oranının hızlı bir şekilde artış göstermesi, daha hızlı ve kaliteli veri iletimi ve daha verimli band genişliği kullanılması gerekliliğini beraberinde getirmiştir. Gezgin iletişim sistemlerinde çok yönlü sönümlenmeli kanalların etkisi istenilen düzeyde iletişimin sağlanmasını zorlaştırmaktadır [1]. Verici ile alıcı arasında kurulan kanal, bu iki birim arasındaki engellerin (yüksek binalar, dağlar, v.s.) ve gezgin birimin ya da birimlerin hareketi sonucu sürekli değişimlere maruz kalmaktadır. Kanalin darbe yanıtının zamanla değişmesi alıcıda elde edilen işaretin aşırı sönümlenmesine neden olabilmektedir [2]. C.E. Shannon'a dek haberleşme teorikçileri, gürültülü bir kanal üzerinden enformasyon iletimi işleminde yapılan hata olasılığını küçültmek için yegane yolun işaret/gürültü oranının büyütülmesi ve/veya iletim hızının düşürülmesi gerektiğini düşünmekteydiler. Claude Shannon'un 1948'de yayınlanan iletişimin matematiksel teorisi adlı tezinde gürültülü kodlama teorisine bir başlangıç yapılmıştır [3]. Shannon'un bu tezinde, her iletişim kanalının kanal kapasitesi adı verilen bir sayıyla ilişkili olduğu saptanmıştır. Gönderilen bilgi kanal tarafından bozulsa bile, bilginin kanal kapasitesinden daha düşük oranda gönderilmesi koşulu altında güvenli bir iletişimin sağlanabileceği kanıtlanmıştır. Güvenli bir iletişim sağlamak için literatürde değişik hata sezme ve/veya hata düzeltme şeklinde hata kontrol kodları kullanılmıştır. Düşük yoğunluklu eşlik kontrol kodlama, uzay zaman blok kodlama ve konvolüsyon kodlama türleri bunlardan birkaçıdır. Çok girişli çok çıkışlı (MIMO) sistemlerde verici ve alıcıda birden fazla anten kullanılmaktadır. Bu tür sistemlerde maliyeti azaltmak ve kapasiteyi arttırmak için verici-alıcı arasındaki kanallardan en iyi başarımı sağlayanlar seçilir [4]. Bu tezde düşük yoğunluklu eşlik kontrol (LDPC) kodları, uzay-zaman blok kodları (STBC) ve konvolüsyon kodları kullanılarak kodlanmış çok girişli çok çıkışlı dikgen frekans bölmeli çoğullamalı (MIMO-OFDM) sistemlerin ikili faz kaydırmalı anahtarlama (BPSK), dik faz kaydırmalı anahtarlama (QPSK) ve dik genlik modülasyonu (QAM) türleri ile toplamsal beyaz Gauss gürültülü kanalda (AWGN) performansları incelenecek ve sonuçlar karşılaştırılacaktır.

## 1.1. Literatür İnceleme

Dikgen frekans bölmeli çoğullama (OFDM) yüksek frekanslı askeri uygulamalarda kullanılan çok taşıyıcılı modülasyon tekniğiyle 60'ların son zamanlarında ortaya çıkarılmıştır [5]. 1971 yılında Weinstein ve Ebert, semboller arası girişim (ISI) ve taşıyıcılar arası girişimden (ICI) korunmak için koruma aralığı eklemesini ve etkin bir şekilde OFDM fonksiyonu sağlamak için ters hızlı fourier dönüşümü / hızlı fourier dönüşümü (IFFT/FFT) kullanımını önermiştir. Böylelikle OFDM'nin yeni yapısını oluşturmuştur [6]. 1980'lerde OFDM, yüksek hızlı modemler, sayısal iletişim sistemleri ve yüksek yoğunluklu kaydedicilerde kullanılmıştır. Hirosaki, ayrık fourier dönüşümünü (DFT) kullanarak çoğullanmış QAM için OFDM tekniklerini araştırmış ve aynı zamanda çoğullanmış QAM kullanarak 12.9 kbps'lik ses veri modemi tasarlamıştır. Bu sistemde taşıyıcıyı dengede tutmak ve saat frekans kontrolü için bir pilot ton kullanılmış ve istenen taşıyıcı-gürültü oranını azaltmak için kafes kodlama kullanılmıştır. Bu yıllarda değişik hızlı modemler, telefon ağları için tasarlanmıştır. 1990'larda OFDM, yüksek bit hızlı asimetrik sayısal kullanıcı hattı (HDSL), çok yüksek bit hızlı asimetrik kullanıcı hattı (VHDSL), dijital ses yayıncılığı (DAB), dijital görüntü yayıncılığı (DVB) gibi genişband veri haberleşme uygulamaları için uygulanmaya başlanmıştır. Bu teknik her geçen gün daha fazla ilgi çekmiş ve daha fazla kullanım alanına sahip olmuştur ve günümüzde de sayısal ses yayıncılığı ve sayısal video görüntü yayıncılığında standart haline gelmiştir [7]. Geçtiğimiz birkaç yıl öncesinde kablosuz yerel ağlarda geniş bir kullanım alanına sahip olmuştur. OFDM tekniği, Kuzey Amerika'da IEEE 802-11 ve Avrupa da Hiperlan/2 olarak kablosuz yerel ağ standartlarına uyarlanmıştır [8].

## 2. TELSİZ İLETİŞİM KANALLARINDA SÖNÜMLEME

Günümüzde iletişim sistemlerini en çok etkileyen bozucu etkenleri; toplamsal beyaz Gauss gürültüsü, semboller arası girişim, yol kaybı (path loss), gölgeleme (shadowing), çok yollu sönümlenme (multipath fading), vs. olarak sıralayabiliriz. Bu bozucu etkenlerden çok yollu sönümlenme, bir işaretin vericiden alıcıya birçok yoldan ulaşması nedeni ile alıcıda elde edilen işaretin genliğinde ve fazında ani değişimlerin olmasına neden olur [9]. Alıcıya farklı zamanlarda ulaşan birden çok işaretin girişimi sonucu meydana gelen sönümlenme günümüzde hücresel ve kişisel iletişim sistemlerinde sıkça karşımıza çıkan ve etkisinin azaltılması gereken önemli bir bozucu etkidir [2].

### 2.1. Kanal Parametreleri

Bir kanalı karakterize etmek için kullanılan bazı kanal parametrelerini;

- Çok yollu yayılım (multipath spread)
- Uyum band genişliği (coherence bandwidth)
- Uyum zamanı (coherence time) ve
- Doppler yayılımı (doppler spread)

olarak sıralayabiliriz [2].

#### 2.1.1. Çok Yollu Yayılım

Sönümlenmeli bir kanala gönderilen darbe işaretinin alıcıda ilk ve son görünümü arasındaki farka çok yollu yayılım veya maksimum zaman gecikmesi denilmektedir ve  $T_m$  ile gösterilmektedir [9,10].

### 2.1.2. Uyum Band Genişliği

Kanalın belirli bir işaretin spektral bileşenlerini yaklaşık olarak eşit kazanç ve doğrusal fazda geğirdiği frekans aralığına uyum band genişliği denilmektedir ve  $B_c$  ile gėsterilmektedir [9,10].

Uyum band genişliği ile ok yollu yayılım arasındaki ilişki,

$$B_c \approx 1 / T_m \quad (2.1)$$

şeklinde yazılabilir.  $B_c$  yardımıyla işaretlerin kanalda farklı derecede sėnőmlenmeye uğramaları iin frekanslarının ne kadar ayırık olacağı hakkında fikir edinilmektedir [9].

### 2.1.3. Uyum Zamanı

Uyum zamanı, sėnőmlenmenin bozucu etkisinin farkedilebileceği en kőuk zaman aralığı olarak ifade edilebilmektedir ve  $T_c$  ile gėsterilmektedir. Zarflar arasında 0.5 ilişki katsayısına sahip aynı frekanslı iki işaret arasındaki zaman farkına eşitir [11]. Bu durumda eğer simge sőresi  $T_c$ 'den kőuk olursa simgenin iletim boyunca zamanda değişmediği varsayılır [10].

### 2.1.4. Doppler Yayılımı

Kanalın zamanla değişim ۆzellięinden dolayı meydana gelen spektral genişlemeye doppler yayılımı denilmektedir ve  $B_d$  ile gėsterilmektedir. doppler yayılımı, iletilen işaretin doppler spektrumunun sıfırdan farklı olduğu frekans aralığını vermektedir. Spektral genişlemenin miktarı gezgin birimin gėreceli hızına ve işaretin geliş aısına bağlıdır [10]. Uyum zamanı ile doppler yayılımı arasında,

$$T_c \approx 1/B_d \quad (2.2)$$

şeklinde bir ilişki vardır [10].

## **2.2. Sönümlenmeli Kanalların Sınıflandırılması**

Gezgin iletişim kanallarında oluşan sönümlenmeler;

-Geniş ölçekli sönümleme (large- scale fading) ve

-Küçük ölçekli sönümleme (small- scale fading)

şeklinde sınıflandırılabilir.

Çok yönlü yayılımın sönümlenmeye etkisi dikkate alınarak sönümleme;

-Düz sönümleme (flat fading ) ve

-Frekans seçici sönümleme (frequency selective fading)

şeklinde sınıflandırılabilir.

Doppler yayılımı sonucu oluşan sönümlenmeler ise;

-Hızlı sönümleme (fast fading) ve

-Yavaş sönümleme (slow fading)

şeklinde sınıflandırılabilir [10].

## **2.2.1. Gezgin İletişim Kanallarında Oluşan Sönümlenmeler**

### **2.2.1.1. Geniş Ölçekli Sönümlenme**

Bu sönümlenme geniş alanlarda hareket sonucu ortalama işaret gücünün zayıflamasını ya da yol kaybını ifade eder. Geniş ölçekli sönümlenmede verici ile alıcı arasında bulunan engebeli yeryüzü şekilleri ve çok katlı binalar önemli etkenlerdir. Bu tür etkenlerle meydana gelen sönümlenmelere gölgeleme denilmektedir [9].

### **2.2.1.2. Küçük Ölçekli Sönümlenme**

Küçük ölçekli sönümlenme, alıcı ve verici arasındaki uzaklığın küçük değişimleri sonucu işaretin genlik ve fazındaki dinamik değişimleri ifade eder. Küçük ölçekli sönümlenme, işaretin zaman yayılımı (time-spreading) ve kanalın zamanla değişim özelliğinden kaynaklanmaktadır [9]. İşaret parametreleri (band genişliği, simge periyodu, v.s) ve kanal parametreleri arasındaki ilişkiye göre kanaldan iletilen her farklı işaret farklı sönümlenmeye uğrayacaktır [10]. Çok yönlü yayılım, zaman yayılımı ve frekans seçici sönümlenmeye yol açarken doppler yayılımı, frekans yayılımı ve zaman seçici sönümlenmeye (time selective fading) yol açmaktadır. Bu iki propagasyon mekanizmaları birbirinden bağımsızdır [10].

## **2.2.2. Çok Yönlü Yayılımın Sönümlenmeye Etkisi**

### **2.2.2.1. Düz Sönümlenme**

Eğer gezgin radyo kanalı iletilen işaretin band genişliğinden geniş, band genişliği boyunca sabit kazanç ve doğrusal faz yanıtına sahipse alıcıdaki işaret düz sönümlenmeye uğrar. Düz sönümlenmede kanalın çok yönlü yapısı iletilen işaretin spektral karakteristiğinin alıcıda aynen korunacağı anlamına gelir. Fakat, alıcıdaki işaretin gücü zamanla değişmektedir; çünkü çok sayıda yolun etkisiyle kanalın

kazancında değişmeler olmaktadır [10]. Düz sönümlemeli kanallar “genlik değiştiren kanallar” olarak bilinir ve kanala gönderilen işaretin band genişliği kanalın band genişliğinden çok daha dar olduğundan “dar bandlı kanallar” olarak da bilinmektedirler. Düz sönümlemeli kanallar derin sönümlemelere neden olurlar. Bunun için sönümleme olmayan kanallara oranla daha düşük bit hata olasılığı elde etmek için gönderilecek işaretin gücü 20-30 dB kadar fazla olmalıdır [10]. Özetlenecek olursa bir işaretin düz sönümlemeye uğraması için,

$$B_s \ll B_c \quad (2.3)$$

ve

$$T_s \gg \sigma \quad (2.4)$$

olmalıdır.

Burada  $T_s$ ; işaretin simge periyodu,  $B_s$ ; işaretin band genişliği,  $\sigma$ ; kanalın gecikme yayılımı,  $B_c$  ise bilindiği gibi kanalın uyum band genişliğidir [2].

#### 2.2.2.2. Frekans Seçici Sönümleme

Eğer, kanal iletilen işaretin band genişliğinden daha dar bir band genişliği boyunca sabit kazanç ve doğrusal faz yanıtına sahipse bu kanal frekans seçici sönümlemeli kanaldır. Bu durumda kanalın darbe yanıtı, iletilen işaretin simge periyodundan daha büyük çok yollu yayılıma sahiptir. Bu şekilde alıcıdaki işaret gönderilen işaretin zayıflamış ve zamanda gecikmiş birçok bileşeninden oluşacaktır ki bu durumda alıcıda işaret bozulmaya uğramış olur. Frekans seçici sönümleme iletilen simgelerin kanal içinde zaman yayılımına uğramalarından kaynaklanmaktadır. Bu yüzden bu kanallar simgeler arası girişime neden olurlar [10].

Frekans seçici sönümlemede iletilen işaretin band genişliği kanalın band genişliğinden büyüktür. Yine, frekans seçici sönümleme çok yollu gecikmelerin

iletilen simgenin periyodunu geçmesi sonucu meydana gelir. Özetlenecek olursa, frekans seçici sönümlenme durumu için

$$B_s > B_c \quad (2.5)$$

ve

$$T_s < \sigma \quad (2.6)$$

olmalıdır [2].

### 2.2.3. Doppler Yayılımı Sonucu Sönümlenmeler

#### 2.2.3.1. Hızlı Sönümlenme

İletilen temelband işaretinin değişim hızının kanalın değişim hızına göre ne kadar hızlı olduğu kanalın “hızlı sönümlenmeli” ya da “yavaş sönümlenmeli” kanal olduğunu belirler. Hızlı sönümlenmeli kanalda kanalın darbe yanıtı bir simge periyodu boyunca çok hızlı değişir. Bu durum kanalın uyum zamanının iletilen işaretin simge periyodundan daha küçük olduğu anlamına gelmektedir. Bu kanal türünde doppler yayılımından dolayı frekans yayılımı meydana gelir ve işaret bozulmalarına neden olur [10]. Hızlı sönümlenme şu durumlarda meydana gelir,

$$T_s > T_c \quad (2.7)$$

ve

$$B_s < B_d \quad (2.8)$$



Bir kanalın hızlı ya da yavaş sönümlenmeli kanal olması bu kanalın düz ya da frekans seçici sönümlenmeli kanal olduğunu belirtmez. Hızlı sönümlenme sadece kanalın hareket sonucu değişme oranı ile ilgilidir. Düz sönümlenmeli kanalda ise kanalın darbe yanıtının sadece bir delta işlevi olduğunu düşünebiliriz. Bundan dolayı, düz hızlı sönümlenmeli kanal delta işlevi genliğinin değişimi, iletilen temelband işaretin değişim oranından daha hızlı olan kanaldır. Frekans seçici hızlı sönümlenmeli kanalda ise her bir çok yönlü elemanın zaman gecikmesinin, genliğinin ve fazının değişimi iletilen işaretin değişim oranından hızlıdır [10].

### 2.2.3.2. Yavaş Sönümlenme

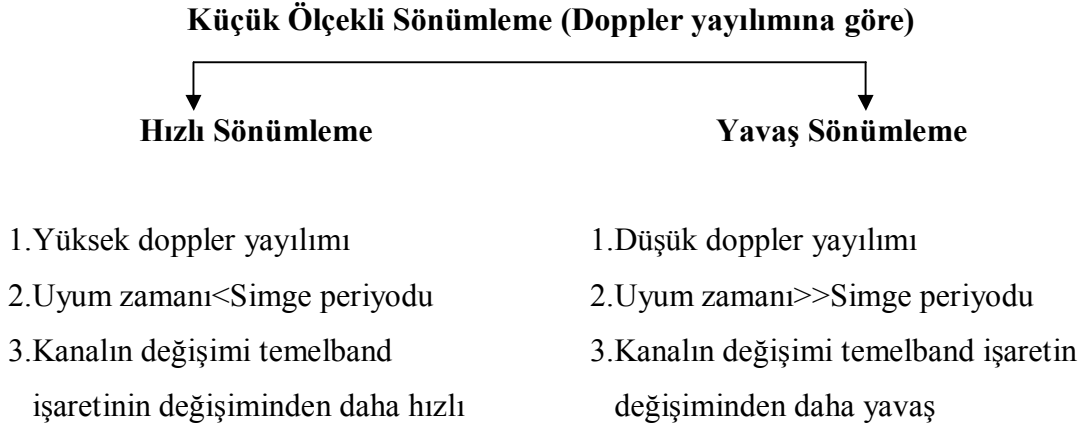
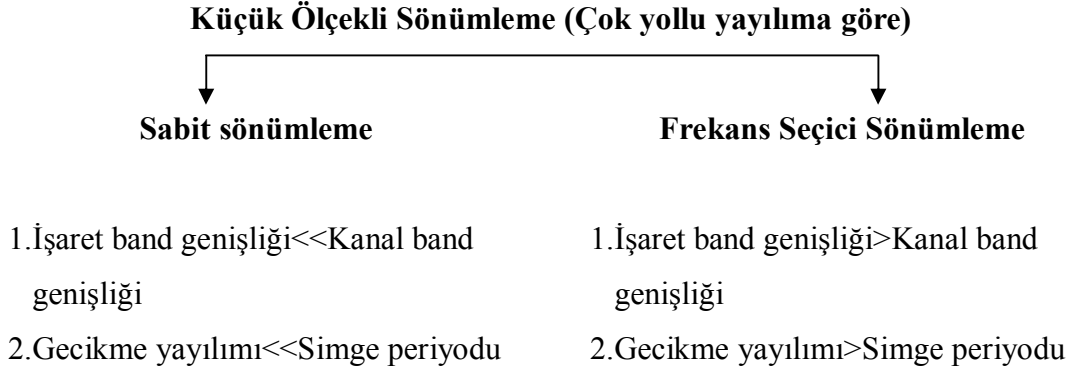
Yavaş sönümlenmeli kanalda, kanalın darbe yanıtı iletilen temelband işaretin değişimine göre daha yavaş değişmektedir. Bu durumda kanalın birkaç simge periyodu boyunca sabit olduğu düşünülebilir. Frekans bölgesinde, kanalın doppler yayılımı temelband işaretin band genişliğinden çok küçüktür [10]. Yavaş sönümlenme şu koşullarda meydana gelir,

$$T_s \ll T_c \quad (2.9)$$

ve

$$B_s \gg B_d \quad (2.10)$$

Gezgin birimlerin hızları ve temelband işaretin karakteristiği iletilen işaretin hızlı ya da yavaş sönümlenmeye uğrayıp uğramayacağını belirler [10]. Şekil 2.1.'de küçük ölçekli sönümlenme durumları gösterilmiştir.



**Şekil 2.1.** Küçük ölçekli sönümlenme çeşitleri [10].

### 2.3. Rayleigh ve Ricean Dağılımları

#### 2.3.1. Rayleigh Dağılımı

Gezgin radyo kanallarında Rayleigh dağılımı düz sönümlenmeye uğramış işaretin alıcısındaki zarfının istatistiksel olarak zamanla değişimini tanımlamakta kullanılmaktadır. Gürültü işaretinin dik bileşenleri Gauss dağılımlı olup zarfı Rayleigh dağılımını vermektedir [10]. Rayleigh dağılımı Denklem 2.11’de gösterilen olasılık yoğunluk işlevine (PDF) sahiptir.

$$P_{\text{Rayleigh}}(r) = \begin{cases} \frac{r}{\sigma^2} \exp\left(-\frac{r^2}{2\sigma^2}\right) & 0 \leq r \leq \infty \\ 0 & r < 0, \end{cases} \quad (2.11)$$

burada  $\sigma^2$ , dik bileşenlerin ortalama gücüdür. Rayleigh dağılımının ortalama değeri,

$$r_{\text{mean}} = E[r] = \int_0^{\infty} r p(r) dr = \sigma \sqrt{\frac{\pi}{2}} = 1.2533\sigma \quad (2.12)$$

olarak bulunur. Rayleigh dağılımının varyansı ise,

$$\begin{aligned} \sigma_r^2 &= E[r^2] - E^2[r] = \int_0^{\infty} r^2 p(r) dr - \frac{\sigma^2 \pi}{2} \\ &= \sigma^2 \left(2 - \frac{\pi}{2}\right) = 0.4292\sigma^2 \end{aligned} \quad (2.13)$$

şeklinde bulunur.

### 2.3.2. Ricean Dağılımı

Küçük ölçekli sönümlmeli kanalın genlik zarfı, baskın zayıflamamış bir işaret bileşeni varsa Ricean dağılımlıdır [9]. Zarf sezici çıkışında baskın işaret doğru akım bileşeninin oluşmasına neden olur. Ricean dağılımında baskın işaret bileşeni sönümlenirse Rayleigh dağılımı elde edilir [10]. Ricean dağılımı Denklem 2.14'te gösterildiği gibidir.

$$P_r(r) = \frac{r}{\sigma^2} e^{-\frac{(r^2+A^2)}{2\sigma^2}} I_0\left(\frac{rA}{\sigma^2}\right), \quad A \geq 0 \text{ ve } r \geq 0 \quad (2.14)$$

A, baskın işaretin maksimum değeri (genliği),  $I_0(\cdot)$ , 0. derece 1. çeşit Bessel işlevidir. Ricean dağılımı genellikle K parametresi ile ifade edilir. K parametresi Denklem 2.15'teki gibi hesaplanır.

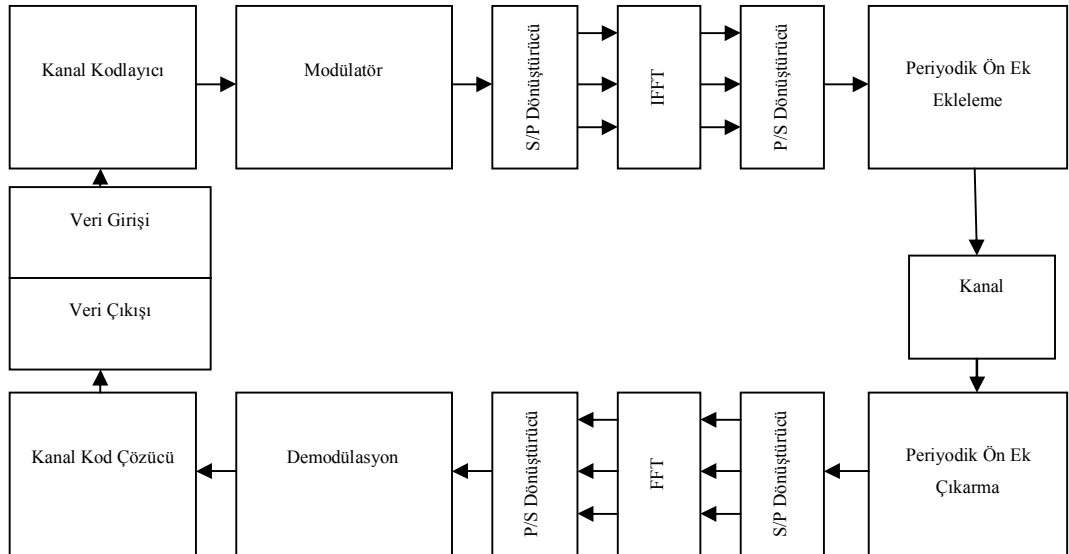
$$K(\text{dB}) = 10 \log \frac{A^2}{2\sigma^2} \text{ dB} \quad (2.15)$$

$A \rightarrow 0$ ,  $K \rightarrow -\infty$  dB durumunda Ricean dağılımı Rayleigh dağılımına dönüşür.  $K \gg 1$  durumunda ise Ricean dağılımı Gauss dağılımına yakınsar [10].

### 3. DİKGEN FREKANS BÖLMELİ ÇOĞULLAMA

#### 3.1. OFDM'nin Prensipleri

OFDM, çok sayıda modüle edilmiş alt taşıyıcı kullanılarak veri iletiminin paralel olarak yapıldığı bir tekniktir. Bu alt taşıyıcılar ya da alt kanallar, mevcut band genişliğini bölerek, her bir taşıyıcı için yeterli bir şekilde frekans ayrılmasını ve bu alt taşıyıcıların dikgen olmasını sağlar. Taşıyıcılar arasındaki dikgenliğin anlamı, her bir taşıyıcının bir sembol periyodu üzerinde tam sayı periyodlara sahip olmasıdır. Bu sayede her bir taşıyıcının spektrumu, sistemdeki diğer taşıyıcıların her birinin merkez frekansında sıfıra sahip olacaktır. Bunun sonucunda taşıyıcılar arasında spektral olarak üst üste binme olmasına rağmen herhangi bir girişim meydana gelmeyecektir [12,13]. Taşıyıcılar arasındaki bu ayrıklık teorik olarak minimum olacak ve çok iyi bir şekilde spektral verimlilik sağlanacaktır. OFDM sistemleri, kablosuz ortamlarda genellikle frekans seçimli çoklu yol tarafından oluşturulan semboller arası girişim problemine karşı da kullanılan bir tekniktir. Bir OFDM sisteminin temel blok diyagramı Şekil 3.1.'de görülmektedir [14].



Şekil 3.1. OFDM sistemi temel blok diyagramı [14].

OFDM, giriş verisine ve kullanılan modülasyon işlemine bağlı olarak gereken spektrum seçilerek meydana getirilir ve kanalda meydana gelebilecek bozulmalara karşı kanal kodlaması yapılır. Gerekli olan taşıyıcı ve genlik fazı, modülasyon işlemine (tipik olarak BPSK, QPSK veya QAM) bağlı olarak hesaplanır. Daha sonrasında ters hızlı fourier dönüşüm algoritması, bu spektrumu zaman domeni sinyaline çevirir. Hızlı fourier dönüşüm algoritması, periyodik zaman domeni sinyalini kendisinin karşılığı olan frekans spektrumu sinyaline dönüştürür. Karşılık dalga şeklini bularak dikgen sinüsoidal parçaların toplamı bulunur. Sinüsoidal parçaların genlik ve fazı zaman domeni sinyalinin frekans spektrumunu gösterir. OFDM sistemlerinde ters hızlı fourier dönüşüm ya da hızlı fourier dönüşüm algoritmaları, sinyalin modülasyonu ve demodülasyonunda kullanılır [14]. IFFT/FFT vektörünün boyutu, çoklu yol kanalı tarafından ortaya çıkarılan hatalara karşı sistemin direncini belirler [6,15]. Bu vektörün zaman aralığı, alınan çoklu yol sinyalindeki yankılanmaların maksimum gecikmesinden daha büyük olarak seçilmelidir.

OFDM, verilen bir spektral aralığı birçok dar taşıyıcı açıklığına sahip alt taşıyıcılara böler. Bunun sonucunda sistem taşıyıcı frekans hatalarına hassas hale gelir. Ayrıca alt taşıyıcıların arasındaki dikgenliği korumak için yükselteçlerin lineer olması lazımdır. OFDM sistemleri aynı zamanda analog/sayısal (A/D) veya sayısal/analog (D/A) tasarımlarda fazla sayıda bit gerektiren yüksek tepe gücü/ortalama güç oranı veya yüksek tepe faktörüne sahiptir [16]. Çok taşıyıcılı sistemler mevcut radyo sistemlerine ek olarak geniş bantlı kablolu uygulamalar için de kullanılmaktadır. Ayrık çok tonlu (DMT) modülasyon şeklinde çift bakır telli iletim kanalına uygulanan çok taşıyıcılı modülasyon, asimetrik sayısal abone döngüsü (ADSL) için bir modülasyon tekniği olarak uyarlanmıştır [17].

### **3.2. OFDM Sistemlerinde Dikgenlik**

OFDM isminde yer alan dikgenlik kavramı, sistemde yer alan taşıyıcı frekansları arasındaki matematiksel ilişkiyi anlatmak için kullanılmaktadır. Normal bir frekans bölmeli çoğullama işleminde bazı taşıyıcılar, klasik filtreler ve demodülatörler

kullanılarak sinyalin alınmasını sağlarlar. Bu tür alıcılarda koruma bandının, farklı taşıyıcılar arasında yer alması gerekmektedir. Frekans domenindeki bu koruma aralığı kullanımı spektrum verimliğinin azalmasına neden olmaktadır [5]. Bir OFDM sinyalinde taşıyıcılar üst üste binmesine rağmen herhangi bir şekilde ardışıl taşıyıcılar arasında girişim meydana gelmemektedir. Bu olayı sağlamak için bu taşıyıcıların matematiksel olarak birbirilerine dikgen olmaları gerekmektedir. Matematiksel olarak kümedeki p. elemanın  $\psi_p$  olduğu  $\psi$  sinyal kümelerine sahip olduğumuzu farz edelim [14]. Eğer;

$$\int_a^b \psi_p(t)\psi_q^*(t)dt = \begin{cases} K & p = q \\ 0 & p \neq q \end{cases} \quad (3.1)$$

ise sinyaller birbirine dikgendir. Bu ifadede; ‘\*’, kompleks eşlenik işlemini göstermektedir ve [a,b] arası sembol periyodudur. Oldukça basit bir matematiksel ifade  $-\pi$  ile  $\pi$  aralığında  $m=1,2,\dots$  için  $\sin(mx)$  serisinin dikgen olduğunu kanıtlamaktadır. Birbirlerine dikgen olan taşıyıcıların kullanılması, alt taşıyıcı spektrumlarının üst üste binmesini sağlayacak ve sistemden elde edilecek spektral verimlilik artacaktır. Sinyallerin üst üste binmesine rağmen alt taşıyıcılar arasında oluşan dikgenlik sayesinde alt taşıyıcıları yeniden elde etmek mümkündür [18].

### 3.3. OFDM’nin Matematiksel Olarak Tanımlanması

OFDM sisteminin niteliksel tanımlanmasından sonra modülasyon sistemi matematiksel olarak tanımlanabilir. Bu sayede sinyalin nasıl üretildiği, alıcının nasıl çalışması gerektiği ve iletim kanalında meydana gelebilecek olumsuz durumlar daha iyi anlaşılacaktır. Öncesinde anlatıldığı gibi OFDM, frekans alanında birbirlerine çok yakın olarak yerleştirilmiş fazla miktarda darbandlı taşıyıcıları iletmektedir. OFDM sisteminde çok sayıda modülatörden, alıcıdaki filtrelerden ve alıcıdaki demodülatörlerden kaçınmak için hızlı fourier dönüşümü gibi modern sayısal sinyal işleme teknikleri kullanılmaktadır [19]. Matematiksel olarak her bir taşıyıcı, bir kompleks dalga olarak Denklem 3.2’deki gibi tanımlanabilir.

$$S_c(t) = A_c(t)e^{j[\omega_c t + \phi_c(t)]} \quad (3.2)$$

$S_c(t)$  'nin reel kısmı gerçek sinyaldir. Taşıyıcının genliği  $A_c(t)$  ve fazı  $\phi_c(t)$ , sembolden sembole göre değişiklik gösterebilir. Parametre değerleri,  $\tau$  sembol periyodu üzerinde sabittir. OFDM, birden fazla taşıyıcıdan meydana gelmektedir. Bunun için  $S_c(t)$  kompleks sinyali, Denklem 3.3'teki hale çevrilebilir.

$$S_s(t) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} A_n(t)e^{j[\omega_n t + \phi_n(t)]} \quad (3.3)$$

Bu denklemde;  $\omega_n = \omega_0 + n\Delta\omega$  'dır. Bu ifade, sürekli bir sinyal içindir. Eğer bir sembol periyodundaki sinyalin her bir parçasının dalga şekline dikkat edilirse  $A_n(t)$  ve  $\phi_n(t)$  değişkenlerinin belirli taşıyıcıların frekanslarına bağlı olarak sabit değerler aldıkları görülür. Buna göre;  $\phi_n(t) \rightarrow \phi_n$ ,  $A_n(t) \rightarrow A_n$  olarak yazılabilir.

Eğer sinyal  $1/T$  örnekleme frekansı kullanılarak örneklenirse sonuç Denklem 3.4'teki gibi gösterilebilir.

$$S_s(kT) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} A_n e^{j[(\omega_0 + n\Delta\omega)kT + \phi_n]} \quad (3.4)$$

Bu noktada sinyali analiz etmek için zamanı  $N$  örnekli bir veri sembolü periyodunda örnekleme uygun olacaktır. Bunun için Denklem 3.5'teki ilişkiye göre işlem yapılır.

$$\tau = NT \quad (3.5)$$

Denklem 3.4'ü  $\omega_0 = 0$  yaparak çoğunluk kaybı olmadan basitleştirebiliriz. Bu durumda sinyal;

$$S_s(t) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} A_n e^{j\phi_n} e^{j(n\Delta\omega)kT} \quad (3.6)$$



şeklini alır. Denklem 3.6, ters fourier dönüşümünün genel bir şekli olan Denklem 3.7 ile kıyaslanabilir:

$$g(kT) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} G\left(\frac{n}{NT}\right) e^{j2\pi nk / N} \quad (3.7)$$

Eğer;

$$\Delta f = \frac{\Delta \omega}{2\pi} = \frac{1}{NT} = \frac{1}{\tau} \quad (3.8)$$

ise Denklem 3.6, Denklem 3.7 biçiminde olur [16].

### 3.4. OFDM'de IFFT Kullanımı

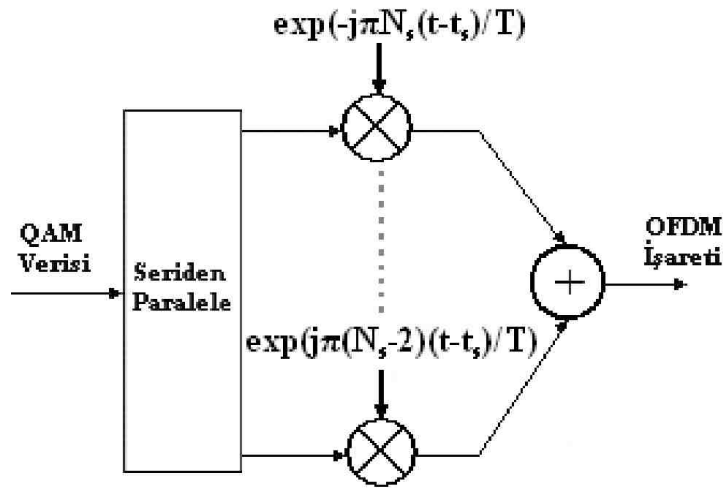
Bir OFDM sinyali, kullanılan modülasyon tipine bağlı olarak ya faz kaymalı anahtarlama (PSK) ya da dik genlik modülasyonu kullanılarak modüle edilen alt taşıyıcıların toplamından oluşmaktadır. Eğer;  $d_i$  'ler karmaşık QAM sembolleri,  $N_s$  alt taşıyıcı sayısı,  $T$  sembol süresi ve  $f_c$  taşıyıcı frekansı ise  $t = t_s$  anında başlayan bir OFDM sinyali;

$$S(t) = \begin{cases} \text{Re} \left\{ \sum_{i=-\frac{N_s}{2}}^{\frac{N_s}{2}-1} d_{i+N_s/2} \exp(j2\pi \left(\frac{i+0.5}{T}\right)(t-t_s)) \right\} & t_s \leq t \leq t_s + T \\ 0 & \text{diğer} \end{cases} \quad (3.9)$$

olacaktır. Literatürde çoğunlukla Denklem 3.9'da verilen kompleks temelband notasyonu kullanılmaktadır. Bu gösterimde gerçel ve imajiner kısımlar, sonuç OFDM sinyalini üretmek için istenilen taşıyıcı frekansın kosinüs ya da sinüsü ise, çarpılması gereken OFDM sinyalinin eş faz ve dik kısımlarına karşı gelmektedir [5].

$$S(t) = \begin{cases} \sum_{i=-\frac{N_s}{2}}^{\frac{N_s}{2}-1} d_{i+N_s/2} \exp(j2\pi \frac{i}{T} (t-t_s)) & t_s \leq t \leq t_s + T \\ 0 & \text{diğer} \end{cases} \quad (3.10)$$

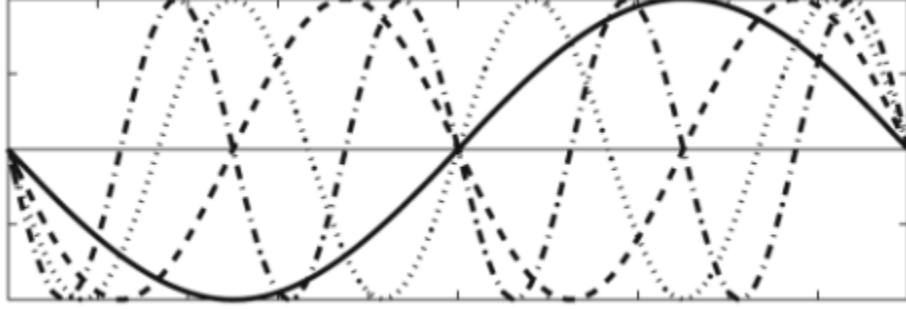
Bir OFDM modülörünün nasıl çalıştığı Şekil 3.2.'de gösterilmektedir.



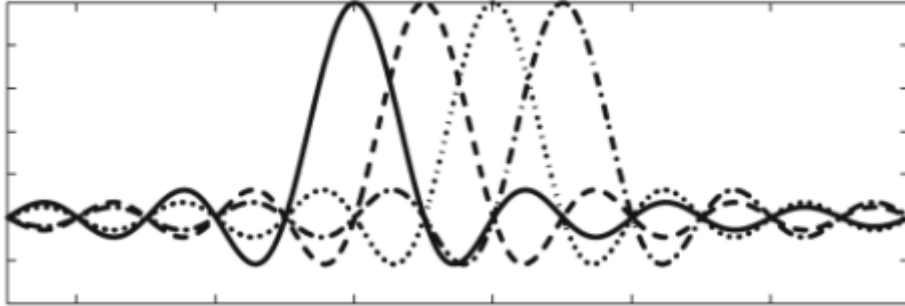
Şekil 3.2. OFDM modulatör [5].

Şekil 3.3. bir OFDM sinyalinden alınan dört alt taşıyıcıyı göstermektedir. Bu örnekte bütün alt taşıyıcıların genlik ve fazı aynıdır; fakat pratikte genlik ve fazlar her bir alt taşıyıcı için farklı şekilde modüle edilebilir. Her bir alt taşıyıcının T aralığında tam sayıda salınımlara sahip olduğuna ve bitişik alt taşıyıcılar arasındaki salınımların bir diğerinden farklı olduğuna dikkat edilmelidir. Bu özellik alt taşıyıcılar arasındaki dikgenliği açıklamaktadır. Denklem 3.10'daki "j." alt taşıyıcı, sinyalin j/T frekansı ile demodüle edilir ve ardından sinyalin T üzerinden integrali alınırsa sonuç, Denklem 3.11'deki gibi yazılır. Demodüle edilmiş alt taşıyıcı için bu integrasyon, QAM değeri olan istenilen  $d_{j+N/2}$  çıkışını vermektedir. Diğer bütün alt taşıyıcılar için integrasyon sıfırdır, çünkü; (i-j)/T frekans farklılığı T integrasyon aralığında sonucun sıfır olmasını sağlayan tamsayı salınımlar üretir [5].

$$\begin{aligned}
& \int_{t_s}^{t_s+T} \exp\left(j2\pi \frac{i}{T}(t-t_s)\right) \sum_{i=-\frac{N_s}{2}}^{\frac{N_s}{2}-1} d_{i+N_s/2} \exp(j2\pi \frac{i}{T}(t-t_s)) dt \\
&= \sum_{i=-\frac{N_s}{2}}^{\frac{N_s}{2}-1} d_{i+N_s/2} \exp(j2\pi \frac{i-j}{T}(t-t_s)) = d_{i+N_s/2} T
\end{aligned} \tag{3.11}$$



**Şekil 3.3.** Bir OFDM sinyalindeki dört alt taşıyıcı örneği [14].



**Şekil 3.4.** Bir OFDM sinyalindeki dört alt taşıyıcının genlik spektrumu [14].

Farklı OFDM alt taşıyıcılarının dikgenliğini göstermenin başka bir yolu da; Denklem 3.9'a göre, her OFDM sinyalinin T aralığında sıfır olmayan alt taşıyıcıları içerdiğini göstermektir. Böylece sinyal spektrumu, taşıyıcı frekansındaki Dirac darbeler grubu ile T periyodunda "1", aksi takdirde "0" olan kare darbelerin spektrumunun konvolosyonudur.  $1/T$ 'nin tamsayı çarpanı olan bütün frekanslar için, sıfırları olan kare darbenin genlik spektrumu,  $\text{sinc}(\pi fT)$ 'ye eşittir. Bu etki her bir alt taşıyıcının örtüşen sinc tayfının görüldüğü Şekil 3.4.'te belirtilmektedir. Şekil 3.4.'ten de

görülebileceği gibi, her bir alt taşıyıcı spektrumunun maksimum olduğu noktada diğer bütün alt taşıyıcıların tayfi sıfırdır. Bir OFDM alıcısı, her bir alt taşıyıcının maksimumuna denk düşen bu noktalarda spektrum değerlerini hesapladığı için, diğer alt taşıyıcılardan herhangi bir girişim olmaksızın işleme alınan her bir alt taşıyıcıyı serbestçe demodüle edebilir [14].

Denklem 3.10 ile tanımlanan karmaşık temelband OFDM sinyali  $N_s$  adet QAM giriş sembolünün ters fourier dönüşümünden başka bir şey değildir. Bunun da ayrık zaman eşitliği ters ayrık fourier dönüşümü (IDFT) olup, t süresinin örnek sayısı “n” ile değiştiği Denklem 3.12’de verilmektedir.

$$S(n) = \sum_{i=0}^{N-1} d_i \exp\left(j2\pi \frac{in}{N}\right) \quad (3.12)$$

Uygulamada ters fourier dönüşümü ters hızlı fourier dönüşümü ile çok verimli bir şekilde gerçekleştirilebilir.  $N$  nokta IDFT, aslında sadece faz dönüşümü olan toplam  $N^2$  karmaşık çarpma gerektirir. IDFT’yi gerçekleştirmek için toplama işlemleri de gerekmele beraber, toplayıcının donanım karmaşıklığı çarpıcı ya da faz dönmelerinden belirgin şekilde daha düşük olduğu için, karşılaştırma bakımından sadece çarpmalar kullanılmaktadır. IDFT’deki işlemlerin düzenliliği kullanılarak, IFFT hesaplarının miktarı etkin bir şekilde azaltılabilmektedir. Radix-2 algoritmasının kullanılmasıyla  $N$  nokta IFFT sadece  $(N/2)\log_2(N)$  karmaşık çarpma gerektirmektedir [18]. Örneğin 16 noktalık bir dönüşüm için fark, IDFT’de 256 çarpmaya karşı IFFT’de 32’dir. IDFT’nin karmaşıklığı  $N$  ile karesel artarken, IFFT’nin karmaşıklığı lineerden sadece biraz daha hızlı arttığı için bu fark alt taşıyıcı sayısının artmasıyla büyümektedir [20]. Radix-4 algoritmasının kullanılmasıyla IFFT’deki çarpmaların sayısı daha da azaltılabilmektedir. Bu teknik, dört noktalı IFFT’de, esasında tam çarpıcılardan ziyade basit toplama, çıkarma ve “j” ya da “-j” ile çarpma durumunda reel ve imajiner kısımların anahtarlanmasıyla gerçekleştirilerek sadece  $\{1, -1, j, -j\}$  ile çarpma işlemlerinin kullanılmasını gerektirmektedir.



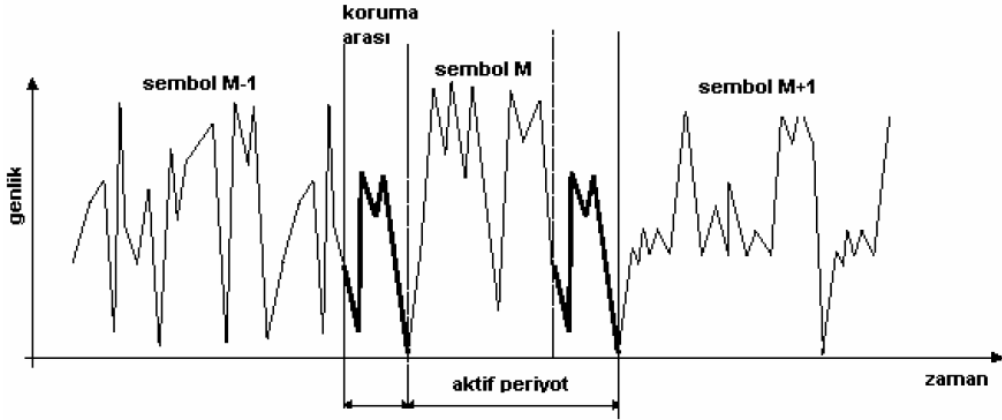
$$\frac{1}{8} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & \frac{1}{2}\sqrt{2}(1+j) & j & \frac{1}{2}\sqrt{2}(-1+j) & -1 & \frac{1}{2}\sqrt{2}(-1-j) & -j & \frac{1}{2}\sqrt{2}(1-j) \\ 1 & j & -1 & -j & 1 & j & -1 & -j \\ 1 & \frac{1}{2}\sqrt{2}(-1+j) & -j & \frac{1}{2}\sqrt{2}(1+j) & -1 & \frac{1}{2}\sqrt{2}(1-j) & j & \frac{1}{2}\sqrt{2}(-1-j) \\ 1 & -1 & 1 & -1 & 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & \frac{1}{2}\sqrt{2}(-1-j) & j & \frac{1}{2}\sqrt{2}(1-j) & -1 & \frac{1}{2}\sqrt{2}(1+j) & -j & \frac{1}{2}\sqrt{2}(-1+j) \\ 1 & -j & -1 & j & 1 & -j & -1 & j \\ 1 & \frac{1}{2}\sqrt{2}(1-j) & -j & \frac{1}{2}\sqrt{2}(-1-j) & 1 & \frac{1}{2}\sqrt{2}(-1+j) & j & \frac{1}{2}\sqrt{2}(1+j) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ -1 \\ 1 \\ 1 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix} = \frac{1}{8} \begin{bmatrix} 4 \\ \sqrt{2}(1-j)(\sqrt{2}-1) \\ 2+2j \\ \sqrt{2}(1+j)(\sqrt{2}+1) \\ 0 \\ -\sqrt{2}(1-j)(\sqrt{2}+1) \\ 2-2j \\ \sqrt{2}(1-j)(\sqrt{2}-1) \end{bmatrix} \quad (3.13)$$

Denklem 3.13'ün sol tarafı, her kolonun normalize frekansı -4'ten 3'e kadar değişen karmaşık bir alt taşıyıcıya karşı geldiği IDFT matrisini içermektedir. Denklem 3.13'ün sağ tarafı ise bir OFDM sinyali oluşturan sekiz adet IFFT çıkış örneğini vermektedir. Bununla birlikte pratikte bu örnekler gerçek bir OFDM sinyali oluşturmak için yeterli değildir. Sebebi ise bu örneklerin sayısal-analog çeviriciden geçirilmesi durumunda tolere edilemeyen örtüşmeyi tanımlayan aşırı örneklemenin bulunmamasıdır. Bu aşırı örnekleme tanımlamak için, giriş verisine birçok sayıda sıfır eklenebilir [18,22]. Denklem 3.13'te bir karmaşık IFFT'de, dizinin ilk yarısının pozitif frekanslara karşı gelirken, son yarısının negatif frekanslara karşı geldiğine dikkat edilmelidir. Bundan dolayı eğer aşırı örnekleme kullanılacaksa sıfırlar dizinin sonundan ziyade veri vektörünün ortasına eklenmelidir. Bu durum, sıfır veri değerlerinin örnekleme hızının "+" ve "-" yarısına yakın frekanslara eşlenmesini, sıfır olmayan veri değerlerinin ise "0" Hz civarındaki alt taşıyıcılara eşlenmesini garanti etmektedir. Önceki örneğin verisi için örneklenmiş giriş vektörü, {111100000001111} olacaktır [14].

### 3.5. OFDM'ye Koruma Aralığı Eklenmesi

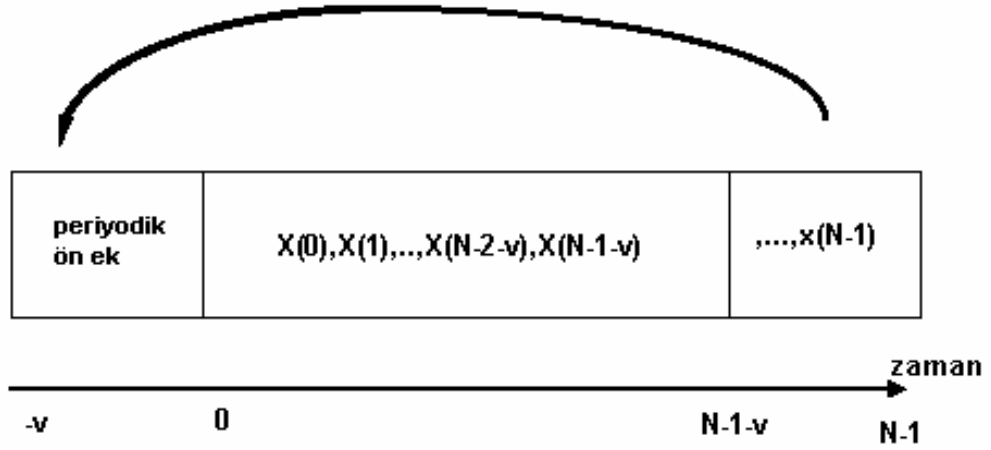
Sönümlü kanal ortamlarında kanal bozulması, sembol bloklarının üst üste binmesini sağlayarak kanallar arasında dikgenliğin bozulmasına neden olur. OFDM'de alt kanallar arasındaki dikgenlik tam olarak, taşıyıcılar arası girişim ve semboller arasında meydana gelebilecek herhangi bir girişim olmadığı zaman sağlanır. Ama

pratik uygulamalarda tam olarak semboller arası girişimi yok etmek mümkün değildir. Çünkü bir OFDM sembolünün spektrumu tamamiyle band sınırlı olmadığı için ve çoklu yol durumları, her bir kanalın komşu kanallara enerji yayılımına sebep olduğu için sonuç olarak semboller arası girişim meydana gelir [14,23].



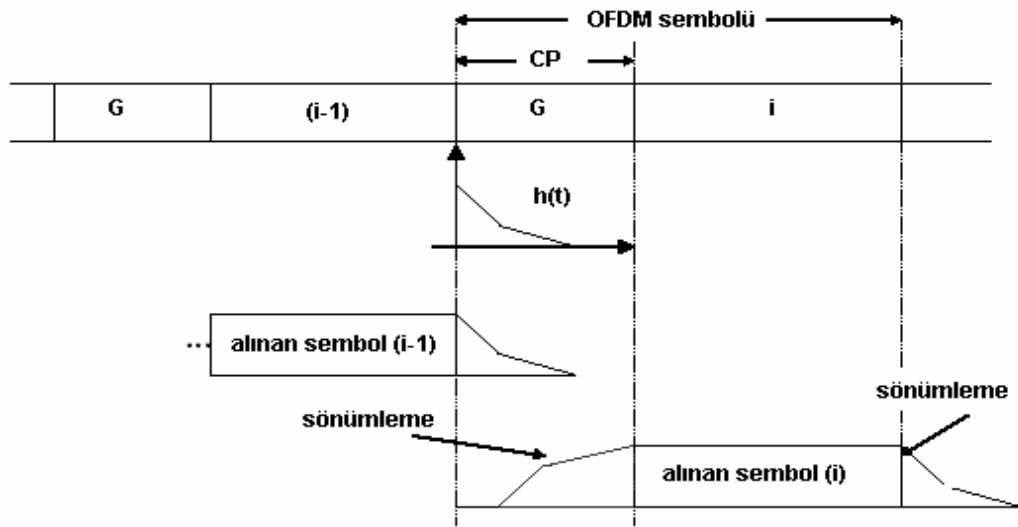
**Şekil 3.6.** Zaman ekseninde OFDM koruma aralığı eklenmesi [14].

OFDM alt taşıyıcıları arasında ISI'yı engelleyerek sistemin dikgen olmasını sağlamak için OFDM sembolleri arasına koruma aralığı eklenir [6]. Zaman ekseninde OFDM koruma arası eklenmesi Şekil 3.6.'da görülmektedir. Aslında koruma aralığı, sıfırlar yerleştirilerek yapılır ama koruma aralığı olarak periyodik ön ek kullanımı, kanal ile sağlanan lineer konvolüsyonu periyodik konvolüsyona çevirir. Periyodik ön ek (CP) yerleştirme işlemi oldukça basittir. OFDM sembolünün son "v" uzunluklu örneği sembol dizisinin başına eklenir. Alıcı tarafta ise eklenen bu koruma aralığı kaldırılır. Bu işlem Şekil 3.7.'de basit bir şekilde gösterilmektedir. Periyodik ön ek uzunluğu, ISI ve ICI olmayacak şekilde maksimum kanal gecikme yayılımından daha uzun ya da eşit olacak biçimde seçilmelidir. Önceden de bahsedildiği gibi bu işlemi gerçekleştirmek kolaydır ama bilgi bitleri iletim verimliliği yapılan bu işlem sonucunda düşecektir [14].



Şekil 3.7. Periyodik ön ek yapısı [14].

Şekil 3.8.'de çoklu yol kanallarına karşı periyodik ön ek kullanımı gösterilmektedir. Kanal darbe cevabı  $h(t)$  olup, maksimum gecikme yayılımı, koruma aralığından daha kısadır. "i." alınan OFDM sembolü, (i-1). sembol tarafından bozulur. Alınan sembolün bir parçası yani periyodik ön ek, sistemi ISI ve ICI'dan korumak için kullanılır [6].



Şekil 3.8. ISI ve ICI'ya karşı periyodik ön ek kullanım etkisi [14].



Koruma aralığı için periyodik ön ek kullanımı sebepleri;

- Alıcı taşıyıcı senkronizasyonunu sağlamak için uzun bir bekleme yerine, bazı sinyaller daima iletilir yapıda olmalıdır.
- Periyodik konvolüsyon, OFDM sinyali ve iletim sistemi modelinin kanal cevabı arasında uygulanabilir olmalıdır.

### **3.6. OFDM Kullanımının Avantajları**

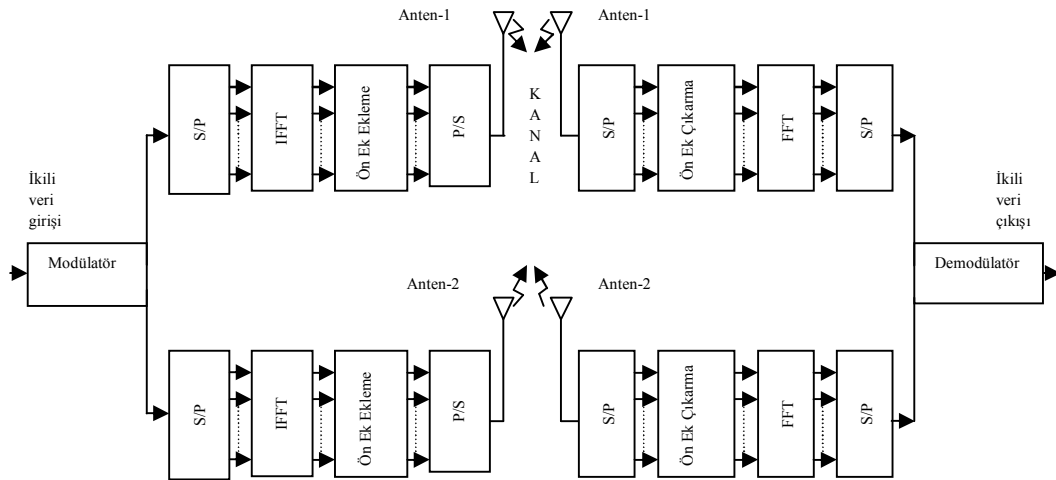
- Alt taşıyıcıların üst üste binmesine izin verilerek spektrumun daha verimli bir şekilde kullanılması sağlanır.
- Kanalı, dar bantlı, düz, sönümlü alt kanallara bölerek tek taşıyıcılı sistemlere göre frekans seçimli sönümlemeye karşı daha fazla dirençli hale getirilir.
- Periyodik ön ek kullanılarak semboller arası girişim yok edilir.
- Uygun bir kanal kodlama ve serpiştirme kullanılarak kanalın frekans seçiciliği yüzünden kaybolan semboller yeniden elde edilebilir.
- Kullanılan kanal dengelemesi, tek taşıyıcılı bir sistemde kullanılan adaptif kanal dengeleme işleminden daha basittir.
- Modülasyon ve demodülasyon fonksiyonlarını sağlamak için FFT teknikleri kullanılarak dikkate değer bir karmaşıklıkta maksimum olasılıklı kod çözmeye olanak tanınır.
- Zamanlama kaymalarına karşı tek taşıyıcılı sistemlere göre daha az hassastır.
- Yardımcı kanal girişimlerine ve parazit gürültüye karşı daha az duyarlıdır [14].

### **3.7. OFDM Kullanımının Dezavantajları**

- OFDM taşıyıcı frekans, ofset ve faz gürültüsüne duyarlıdır.
- Koruma aralığı kullanımı band genişliği verimliliğinin ve SNR'nin düşmesine sebep olur.
- Alıcıda senkronizasyonun sağlanması zordur [14].

#### 4. MIMO-OFDM SİSTEM MODELİ

Kablosuz haberleşme sistemlerinde sönümlenme etkilerine karşı koyma yöntemlerinden biri çok antenli, bir başka deyişle çok girişli çok çıkışlı sistemler kullanmaktır. Bu yöntem anten çeşitlemesi olarak bilinir [24]. MIMO sistemler tek girişli ve tek çıkışlı (SISO) sistemlere göre sönümlenmeye karşı daha fazla dayanıklı olmalarından dolayı son yıllarda yüksek hızlarda veri iletimine izin veren OFDM sistemlerinde kullanılmaktadır. Bu sayede bir MIMO-OFDM sisteminde sönümlenmenin meydana getirebileceği veri kayıpları en aza indirilmekte ve bu sayede daha az kayıplı ve kazancı yüksek veri iletimleri gerçekleştirilmektedir [25]. Ancak sönümlenmeli etkiye sahip kablosuz iletişim kanalının etkilerini yok etmek için kullanılan MIMO-OFDM sistemlerinde alıcı sinyali yeniden elde edebilmek için kanalların durum bilgilerine (CSI) ihtiyaç duyulmaktadır. Eğer alıcı tarafta kanal durum bilgisi tam olarak kestirilemezse gönderilen verilerin doğru bir biçimde alınması mümkün olmayacaktır [26,27].



Şekil 4.1. MIMO-OFDM blok diyagramı.

Bir MIMO-OFDM sisteminde gelen ikili veriler, modülasyon işleminden alıcı ve verici anten sayısına bağlı olarak ayrılmaktadır. Her bir antene bağlı yapıda tek girişli tek çıkışlı OFDM yapısı yer almaktadır. Her bir koldaki seri veri akışı IFFT'si alınabilmesi için seri-paralel dönüştürücüden geçer. OFDM sisteminde dikgenliği

sağlayan ters hızlı fourier dönüşümü işlemi (N veri sembollerinin blokları üzerinde) vericide gerçekleştirilmekte ve bunu IFFT bloğunun paralelden seriye dönüştürülmüş çıkışının ilk “v” örneğinin kopyasını içeren “v” uzunluklu çevrimsel ön ek ekleme işlemi izlemektedir. “j.” alıcı antende “i.” verici antenden gönderilen sembolere ait çevrimsel ön ek kaldırılır ve FFT’si alındıktan sonra işaret Denklem 4.1’deki gibi olur [28].

$$Y_j[n, k] = \sum_{i=1}^{N_T} X_i[n, k]H_{i,j}[n, k] + N_j[n, k] \quad (4.1)$$

Bu ifadede;  $H_{i,j}[n, k]$  “i.” verici ile “j.” alıcı anten arasındaki frekans cevabı,  $X_{i,j}[n, k]$  iletilen OFDM sembolü ve  $N_j[n, k]$  ise  $\sigma_n^2$  varyans ve sıfır ortalamalı toplamsal beyaz Gauss gürültüsüdür [28].



### 5.1.2. Düzensiz Düşük Yoğunluklu Eşlik Kontrol Kodları

H düşük yoğunluklu olduğu halde her bir satır ve sütunundaki l'lerin sayısı sabit değilse, o zaman bu koda düzensiz düşük yoğunluklu eşlik kontrol kodu denir. Richardson [30] ve Luby [31] düzensiz düşük yoğunluklu eşlik kontrol kodlarının derece dağılım polinomlarını  $\lambda(x)$  ve  $\rho(x)$  olarak tanımlamışlardır ve bu tür kodların bu polinomlarla kanalların özelliklerine göre nasıl uygunlaştırılacağını göstermişlerdir. Düzensiz düşük yoğunluklu eşlik kontrol kodları için  $w_c$  ve  $w_r$  parametreleri satır ve sütun sayılarının fonksiyonudur ve gösterimleri farklıdır. Bunun yerine literatürde kullanılan değişken düğüm ve kontrol düğümü derece dağılım polinomları  $\lambda(x)$  ve  $\rho(x)$  tarafından elde edilir ve gösterilirler [30]. Bu polinomlar Denklem 5.2 ve Denklem 5.3'te gösterildiği gibidir.

$$\lambda(x) = \sum_{d=1}^{d_v} \lambda_d x^{d-1} \quad (5.2)$$

dir. Burada;  $\lambda_d$ , tüm köşelerin d-dereceli değişken düğümlere bağlandığı parçayı belirtir.  $d_v$ , maksimum değişken düğüm derecesidir. Aynı şekilde;

$$\rho(x) = \sum_{d=1}^{d_c} \rho_d x^{d-1} \quad (5.3)$$

dir. Burada;  $\rho_d$ , tüm köşelerin d-dereceli kontrol düğümlerine bağlandığı parçayı gösterir.  $d_c$  ise maksimum kontrol düğüm derecesidir.

### 5.1.3. LDPC Kod Tasarım Yaklaşımları

LDPC kodunun yapısı, düşük yoğunluklu eşlik kontrol matrisinin yapısına bağlıdır.

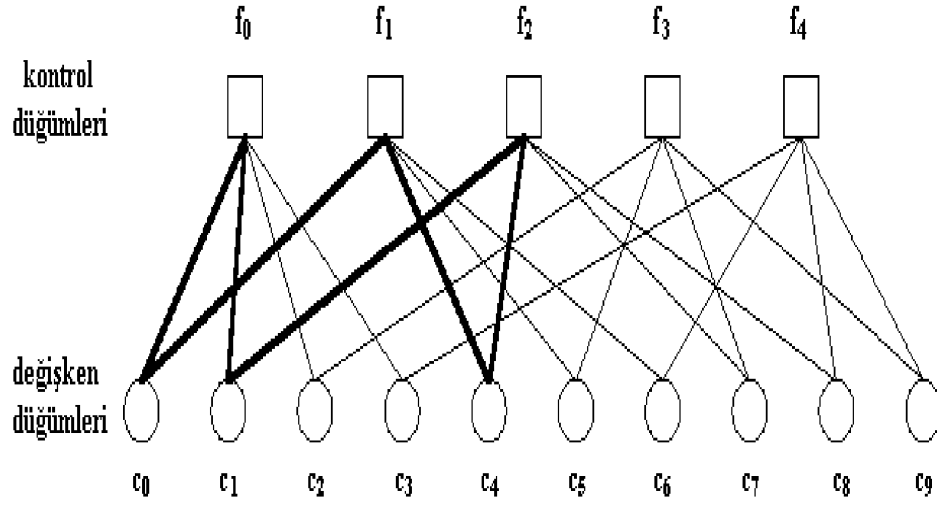
### 5.1.3.1. Tanner Grafi

Tanner, LDPC kodlarını iki parçalı grafik olarak isimlendirdiği bir yöntem ile etkili bir şekilde nasıl gösterilebileceğini ortaya koymuştur. Konvolüsyon kodun kafesine benzer olarak LDPC kodun Tanner grafiği, kodun eksiksiz olarak gösterimini sağlar ve kod çözme algoritmasının tanımlanmasına yardım eder. İki parçalı grafik, düğümlerin iki tipe ayrılabilirdiği bir grafiğdir ve dallar sadece farklı iki tipteki iki düğüme bağlanabilirler. Tanner grafiğinde bu iki tip düğümler, değişken düğümleri ve kontrol düğümleridir. Kodun Tanner grafiği şu kurala uygun olarak çizilir. Kontrol düğümü “j”, H'nin  $h_{ji}$  elemanı “1” olduğunda, her ne durumda ise değişken düğümü  $i$ 'ye bağlanır. Her biri eşlik-kontrol denklemi için olmak üzere  $m = n - k$  tane kontrol düğümü ve her biri  $c_i$  kod kelimesi için olmak üzere “n” tane değişken düğümü vardır. Bundan başka, H'nin “m” satırı, “m” tane kontrol düğümü bağlantısını ve H'nin “n” tane sütunu ise “n” tane değişken düğümü bağlantısını gösterir [32].

(10,5) LDPC kodu için  $w_c = 2$  ve  $w_r = w_c(n/m)$  ve  $w_r = 4$  ise H matrisi, Denklem 5.4'teki gibi olur [33].

$$H = \frac{1}{k} \left\{ \begin{array}{c} \overbrace{\left[ \begin{array}{cccccccccc} 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \end{array} \right]}^n \end{array} \right. \quad (5.4)$$

Bu durumda ise H'ye bağlı Tanner grafiği Şekil 5.1.'deki gibi olur.



Şekil 5.1. Eşlik kontrol matrisine bağlı LDPC kodun Tanner grafiği [33].

H matrisinin sıfıncı satırı  $h_{00} = h_{01} = h_{02} = h_{03} = 1$  (diğerleri sıfır) olduğundan değişken düğümleri  $c_0, c_1, c_2, c_3$ , kontrol düğümü  $f_0$  ile bağlanır. Sırasıyla H'nin 1, 2, 3, 4 satırlarına karşılık gelen  $f_0, f_1, f_2, f_3$  kontrol düğümleri içinde benzer durum geçerlidir. Aynı kontrol düğümüne bağlanan bit değerleri toplamı sıfır olmalıdır. ( $cH^T = 0$ ) Satırlar boyunca da Tanner grafiği yapısı oluşturulabilir. Örneğin H'nin sıfıncı satırı  $h_{00} = h_{10} = 1$  olduğundan, değişken düğümü  $c_0$ , kontrol düğümleri  $f_0$  ve  $f_1$ 'e uygun olarak bağlanır [33]. Bu örnekteki Tanner grafiği düzenlidir. Her değişken düğüm 2 tane köşe ve her kontrol düğümü ise 4 tane köşe bağlantısına sahiptir (her değişken düğümün derecesi 2 ve kontrol düğümün derecesi 4'tür).  $w_c = 2$  ve  $w_r = 4$  olduğuna göre;

$$mw_r = nw_c \quad (5.5)$$

olur [33].



### 5.1.3.2. Gallager Kodları

Gallager'in LDPC kodu, düzenli LDPC kodudur ve H matris formu Denklem 5.6'da gösterildiği gibidir.

$$H = \begin{bmatrix} H_1 \\ H_2 \\ \vdots \\ H_d \end{bmatrix} \quad (5.6)$$

buradaki  $H_1, H_2 \dots H_d$  alt matrisleri aşağıdaki yapıya sahiptir.  $\mu$  ve  $w_r$  1'den büyük sabitlerdir. Her alt matris, sütun boyutu 1 ve satır boyutu  $\mu \times \mu w_r$  ile ilişkilendirilir. Alt matris  $H_1$  şu forma sahiptir;  $i=1,2,\dots,\mu$  için,  $i$ . satır,  $(i-1)w_r + 1$  den  $iw_r$  sütunlarında tüm  $w_r$ 'ler 1 olmaktadır. Diğer alt matrisler  $H_1$ 'in basit sütun işlemleriyle elde edilmesi Şekil 5.2.'de gösterildiği gibidir. Bu yapıya göre düzenlenmiş olan H matrisi düzenlidir ve satır uzunluğu  $w_r$  ve sütun uzunluğu  $w_c$  olan  $\mu w_c \times \mu w_r$  boyuta sahiptir [34].

|    |   |
|----|---|
|    | 11111111  |
|    | 11111111  |
|    | 11111111  |
| H= | 1.bloğun basit sütun işlemleriyle elde edilen alt matrisi |
|    | 1.bloğun basit sütun işlemleriyle elde edilen alt matrisi |

**Şekil 5.2.** Gallager'in eşlik kontrol matrisi yapısı.

Gallager düzenli LDPC kodlarının H eşlik kontrol matrisinin yapısının  $w_c \geq 3$  ve  $w_r > w_c$  boyutlarında mükemmel bir özelliğe sahip olduğunu göstermiştir. LDPC kodun kod çözümünde yinelemeli kod çözme algoritmasını kullanmıştır ve kod kelimesi uzunluğu büyük olduğunda bu yöntemle kod çözmenin performans kapasitesini sınırladığını saptamıştır [35,36].

### 5.1.3.3. MacKay Kodları

MacKay seyrek H matrisleri ile ikili kodların tasarımının faydalarını keşfetmiştir ve bu tür kodlamanın kapasite limit değerine yakın bir performans yeteneği olduğunu göstermiştir [37]. MacKay [37] algoritmasında seyrek H matrisini yarı-rasgele olarak üretmiştir. Bu algoritma şu şekildedir;

**1.Adım:** H matrisi, sabit satır uzunluğu ve  $w_c$  sütun uzunluğu olmak üzere rasgele olarak üretilir.

**2.Adım:** H matrisi,  $w_r$  satır uzunluğu garantiye alınırken iki sütun arasındaki örtüşmenin 1'den büyük olmaması koşuluyla  $w_c$  sütun uzunluğu ile rasgele olarak üretilir.

**3.Adım:** H matrisi 2. adımdaki gibi üretilir, ayrıca kısa periyotlardan kaçınılır.

**4.Adım:** H matrisi 3. adımdaki gibi üretilir, ayrıca  $H = [H_1 H_2]$  şeklinde yapılandırılır.  $H_2$  matrisi tersine çevrilebilir matris olmalıdır veya en azından "H" tam rank olmalıdır.

Bu şekilde üretilmiş olan "H" matrisi yardımıyla kodlanan MacKay kodlarının eksikliği, düşük karmaşık kodlama sağlama yapısının yeterli olmayışıdır. Kodlama, "H" matrisi Gauss-Jordan eleme yöntemiyle  $[P^T I]$  şekline getirildikten sonra,

sistematik yapıdaki  $G = \begin{bmatrix} I & P \end{bmatrix}$  üreteç matrisi ile yapılır. Kodlamadaki bu problem “G” matrisinin alt matrisi olan “P” matrisinin seyrekliğinin olmayışıdır. Bu yüzden kod kelimesinin  $n = 1000$  veya daha fazla genişlikte olması kodlamanın karmaşıklığını arttıracaktır [34].

#### 5.1.4. LDPC Kod Çözümü

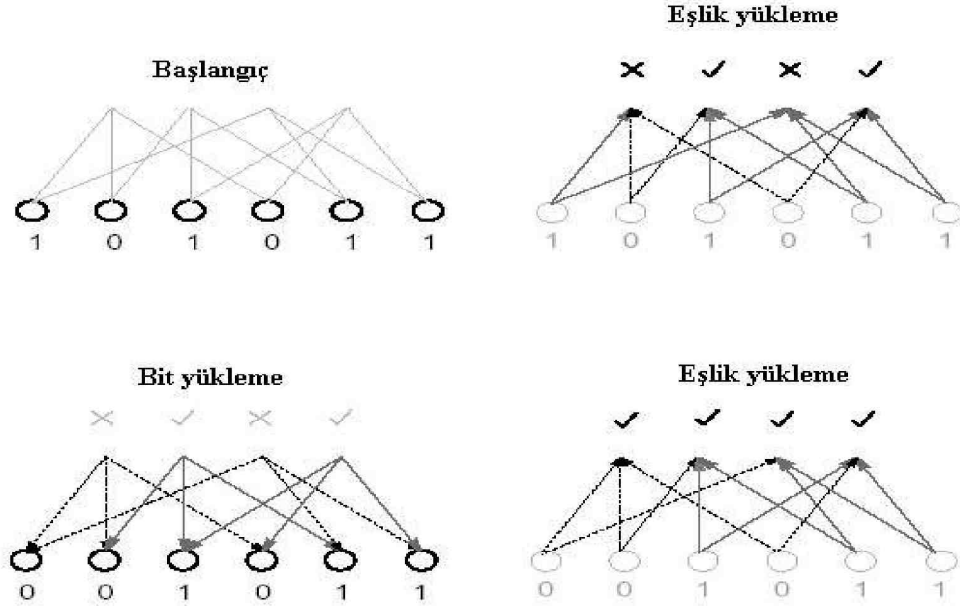
##### 5.1.4.1. Yinelemeli Kod Çözümü

Bir yinelemeli kod çözme yolu olan bit-çevirme algoritması, her bir alınan bitin anlık kuvvetli kararı (0 veya 1) değerlendirmesine dayanmaktadır. Yinelemeli kod çözmenin yapılabilmesi için gerekli olan kodun, Tanner grafiğindeki düğümler arasındaki mesajların geçişidir. Bit-çevirme algoritması için mesajlar basittir. Eğer alınan bit “1” ya da “0” ise, tanımlanan düğüme bağlı olan bit düğümü kontrol düğümlerinin her birine alınan mesajı gönderir ve her kontrol düğümü eşlik kontrol eşitliğinin sağlanması ya da sağlanmaması durumuna bakmaksızın bit düğümünün her birine mesajı gönderir [38].

Bit-çevirici kod çözüm algoritması aşağıdaki gibidir [33].

1. **Adım, başlangıç:** Her bir düğüm kanaldan alınan bit değeriyle atanır ve bu değeri gösteren kontrol düğümüne mesajlar yollanır.
2. **Adım, eşlik yükleme:** Her kontrol düğümü bit düğümündeki mesajları kullanarak eşlik kontrol denkleminin sağlanıp sağlanmadığını hesaplar. Eğer tüm eşlik kontrol denklemleri sağlanırsa algoritma sonuçlanır, yoksa her kontrol düğümü eşlik kontrol denklemini sağlayıp sağlamadığını gösteren bağlı bit düğümlerine mesaj yollar.
3. **Adım, bit yükleme:** Eğer her bit düğümünden alınan mesajların çoğu “sağlanmamış” ise, bit düğümü geçerli değerini çevirir, yoksa değer saklanır. Eğer

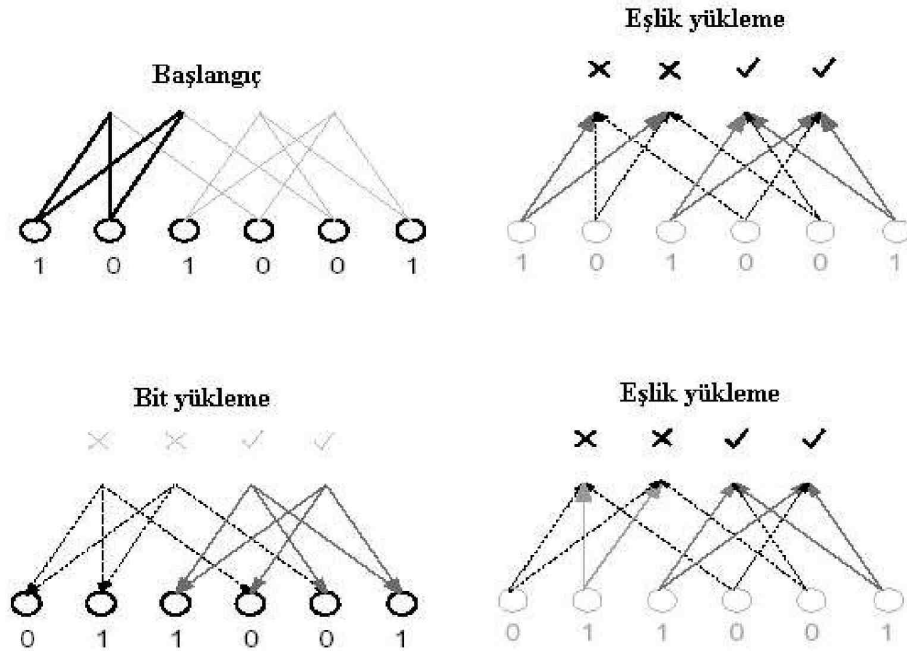
izin verilen maksimum yinlemelerin sayısı algoritmanın bitişine ulaşırsa yakınsamada ki başarısızlık bildirilir, yoksa her bit düğümü yeni mesajları bağlı olduğu kontrol düğümüne yollar ve 2. adım tekrarlanır. Bit çevirici kod çözme işlemini özetlersek; örneğin kod kelimesi  $c = 001011$  ise kanal çıkışından alınan kod kelimesi  $r = 101011$  olarak alınsın. Alınan kod kelimesinin kod çözümü için gerekli adımlar Şekil 5.3.'te gösterilmiştir [33].



Şekil 5.3. Örnek bir bit çevrim işlemi [33].

1. adımda bit değerleri sırasıyla (1, 0, 1, 0, 1, 1) olarak belirlenir ve mesajlar bu değerleri gösteren kontrol düğümlerine gönderilir. 2. adımda eşlik kontrol denklemi sadece çift numaralı bitleri içeren, eşlik kontrol denklemleri "1" olduğunda sağlanır. Birinci ve üçüncü kontrol düğümleri için bu durum sağlanmamıştır ve bağlı olduğu bitlere "sağlanmamış" mesajını yollar. 3. adımda birinci bit "sağlanmamıştır" mesajını gösteren mesajlar çoğunluğuna sahiptir, bu yüzden değerini 1'den 0'a çevirir. Adım 2 tekrarlanır ve tüm dört eşlik kontrol denklemi sağlanır. Algoritma durur ve kodu çözülmüş kod kelimesi  $c = 001011$ 'e döner. Bu yüzden alınan kod kelimesinin olası kod kelimelerini açıkça araştırmayı gerektirmeden, kodu doğru bir şekilde çözümler.

Kodun Tanner grafiğindeki periyodun varlığı, yinelemeli kod çözme işleminin etkinliğini azaltır. Örnek verirsek; periyodun dört olmasının bozucu etkisi bir önceki örnekteki kanal çıkışından alınan kod aşağıdaki şekilde yeni kodu elde etmek için ayarlanır. Bu kod için geçerli kod kelimesinin (001001) olduğu, fakat ilk bitin bozulduğu farz edilir. Bu yüzden kanaldan  $r = 101001$  alınır. Bu kod kelimesi için bit çevirim algoritmasının adımları Şekil 5.4.'te gösterilmiştir [33].



Şekil 5.4. Periyodun 4 olduğu bir bit çevrim kod çözme işlemi [33].

Anlık bit değeri sırasıyla 1, 0, 1, 0, 0, 1 ise mesajlar bu değeri gösteren kontrol düğümlerine gönderilir. 2. adım gösteriyor ki birinci ve ikinci eşlik kontrol denklemleri sağlanmıyor. 3. adımda da birinci ve ikinci eşlik kontrol denklemleri sağlanmıyor. 3. adımda birinci ve ikinci bitlerin ikisi de “sağlanmamıştır” mesajlarının çoğunluğuna sahiptir. Bu yüzden bit değerlerini çevirir. 2. adım tekrarlandığında görüyoruz ki birinci ve ikinci eşlik kontrol denklemleri sağlanmıyor. Bu noktada daha fazla yineleme ilk iki bitin arasından bir tanesinin çevirme değerinin hep hatalı olmasına sebep olur ve algoritma başarısız olur. Sonuç olarak periyodun dört olması durumunda, kod kelimesinin ilk iki bit değeri aynı eşlik

kontrol denklemleri içinde olduğundan her iki eşlik kontrol denklemi de sağlanmaz. Yani hangi bitin hataya sebep olduğunu bulmak imkansızdır [33].

#### 5.1.4.2. Toplam-Çarpım Kod Çözümü

Toplam-çarpım kod çözüm algoritması ilk olarak Gallager tarafından 1962’de sahte-rasgele yapılı LDPC kodlarını içeren tezinde tanıtılmıştır [30,31]. Toplam-çarpım algoritmasıyla çözülmüş “ $10^7$ ” blok uzunluklu yüksek kullanımlı düzensiz LDPC kodları Shannon’un limit değerine iki girişli toplamsal beyaz Gauss gürültülü kanalda, desibelin yüzde birine yaklaşabildiği bilinmektedir [39].

Toplam-çarpım algoritması bit-çevirim algoritmasına benzer düşünülebilir. Fakat her kararı temsil eden mesajlar ile olabilir değerler logaritmik olasılık oranlarıyla sunulur. Bit-çevirimli kod çözümü, kanaldan alınan değer anlık kuvvetli karar sonucunda ikili olarak sonuçlandırıldığı, yani kanaldan alınan değer pozitifse “0” negatifse “1” olduğu bir algoritmadır. Kuvvetli karar kullanmanın kod çözerken tek kusuru sinyalin güvenirliliğine bağlı olan bilginin yani yumuşak bilginin atılmasıdır. Alınan değer büyüklüğü kararın güvenirliliğinin ölçüsüdür. Toplam-çarpım kod çözümleri gibi yumuşak karar kod çözümleri, iletilen sinyal için olası ifadeleri elde etmek için kanal özelliklerinin bilgileriyle birlikte alınan yumuşak bilgiyi kullanır [33]. İkili sinyal için “1” olma olasılığı “p”, “0” olma olasılığı “1-p” ise logaritmik olasılık oranı (LLR) Denklem 5.7’deki gibi gösterilebilir [33].

$$LLR(p) = \log_e \left( \frac{1-p}{p} \right) \quad (5.7)$$

LLR’nin işareti kuvvetli karardır ve  $|LLR(p)|$ ’nin büyüklüğü bu kararın güvenirliliğidir. Olasılıkların logaritmik gösteriminin yararı; uyarılma karmaşıklığını azaltmak için sonucun olasılıkların çarpımı olmasına rağmen, logaritmik olasılık oranlarının toplamıdır. Toplam-çarpım kod çözümünün amacı; kod kelimesindeki her bit için sonsal olasılıkların (APP) hesaplanmasıdır. APP,  $P_i = P\{c_i = 1 / N\}$  tüm eşlik

kontrol kısıtlamalarının sağlandığı “i.” kod kelimesinin bitinin “N” durumunda “1” şartlı olasılığıdır. İçsel veya önsel olasılık  $P_i^{int}$ , kod kısıtlama bilgilerinden bağımsız orjinal olasılıktır ve dışsal olasılık  $P_i^{ext}$ , “N” durumundan ne öğrenildiğini temsil eder [33]. Toplam-çarpım algoritması yinelemeli olarak her bitin yaklaşık APP değerini hesaplar. Eğer kod periyodik değilse yaklaşımlar kesindir. Bir periyoddaki kontrol sınırlamalarında elde edilen dışsal bilgi, sonraki yineleme için önsel bilgi olarak kullanılır. Eşlik kontrol sınırlamasından elde edilen dışsal bit bilgisi, yinelemenin başlangıcındaki bit için önsel değerinden bağımsızdır. Sonraki yinelemelerden sağlanan dışsal bilgi, periyod yoluyla bilginin döndürülmesine kadar orjinal önsel olasılıktan bağımsız kalır [33]. “j.” eşlik kontrol denkleminde kod kelimesinin “i.” dışsal olasılığını hesaplamak için, “i.” bitin “1” olduğu kabul edilerek bu olasılık hesaplanır ve eşlik kontrol eşitliği sağlanır. Bu olasılık diğer kod kelime bitlerinin tek numaralı bitlerinin 1 olduğu olasılıktır.

$$P_{i,j} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \prod_{i' \in B_j, i' \neq i} (1 - 2P_{i'}^{int}) \quad (5.8)$$

$P_j$  notasyonu ilgilenilen kodların “j.” eşlik kontrol denklemindeki bitlerin kolon yerlerini gösterir. Denklem 5.8. logaritmik olasılık notasyonunun içine konulursa;

$$LLR(P_{i,j}^{ext}) = \log_e \left( \frac{1 + \prod_{i' \in B_j, i' \neq i} \tanh(LLR(P_{i'}^{int}) / 2)}{1 - \prod_{i' \in B_j, i' \neq i} \tanh(LLR(P_{i'}^{int}) / 2)} \right) \quad (5.9)$$

elde edilir. Her yinelemedeki “i.” bitinin tahmin edilen APP’nin LLR’si basitleştirilirse Denklem 5.10. elde edilir.

$$LLR(P_i) = LLR(P_i^{int}) + \sum_{j \in A_i} LLR(P_{i,j}^{ext}) \quad (5.10)$$

Burada  $P_i$ , kodun “i.” bitin eşlik kontrol denklemlerinin satır yerlerinin gösterimidir. Toplam-çarpım algoritması aşağıdaki gibidir.

**1. Adım, başlangıç:** Bit düğümü  $i$ 'den kontrol düğümü  $j$ 'ye gönderilen başlangıç mesajı, kanal özellikleriyle alınan işaret  $y_i$ 'nin LLR'sidir. İşaret-gürültü oranı  $E_b / N_0$  olan AWGN kanal için;

$$L_{i,j} = R_i = 4y_i \frac{E_b}{N_0} \quad (5.11)$$

dir.

**2. Adım, bit kontrolü:** Kontrol düğümü  $j$ 'den bit düğümü  $i$ 'ye kadarki asıl mesaj, eğer “ $i$ ” biti LLR olarak “1” farz edilirse eşlik kontrol  $j$ 'nin sağlanması olasılığı Denklem 5.12'deki gibi olur.

$$E_{i,j} = \log_e \left( \frac{1 + \prod_{i' \in B_j, i' \neq i} \tanh(L_{i',j} / 2)}{1 - \prod_{i' \in B_j, i' \neq i} \tanh(L_{i',j} / 2)} \right) \quad (5.12)$$

**3. Adım, kod kelime testi:** Birleşmiş LLR, dışsal LLR'lerin ve adım 1'de hesaplanan orjinal LLR'lerin toplamıdır.

$$L_i = \sum_{j \in A_i} E_{i,j} + R_i \quad (5.13)$$

Her bit için kesin karar sağlanırsa;

$$z_i = \begin{cases} 1, & L_i \leq 0 \\ 0, & L_i \geq 0 \end{cases} \quad (5.14)$$

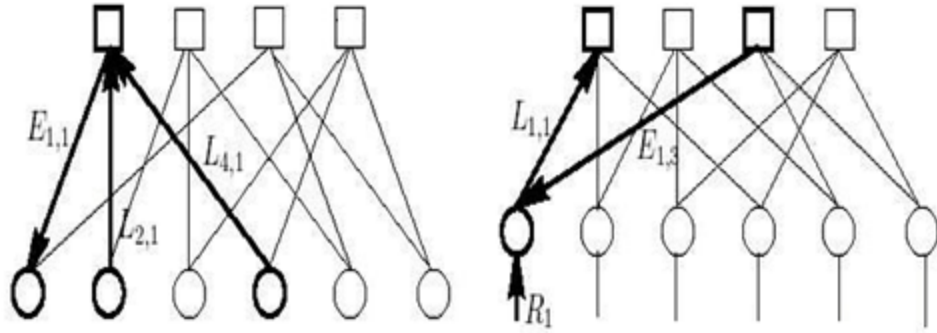
olur. Eğer  $z = [z_1, \dots, z_n]$  geçerli kod kelimesi  $H z^T = 0$  eşitliğini sağlarsa veya izin verilen maksimum yineleme sayısında tamamlanırsa, algoritma biter [33].



**4. Adım, bit kontrol:** Denklem 5.11'e benzer şekilde mesaj, her bit düğümünden kontrol düğümüne gönderilir. Kontrol düğümü “j” deki bilgiyi kullanmaksızın “i” bitini “j” kontrol düğümüne yollar ve LLR hesaplanır.

$$L_{i,j} = \sum_{j' \in A_i, j' \neq j} E_{i,j'} + R_i \quad (5.15)$$

Örnek bir kodun Denklem 5.12 ve Denklem 5.15'e uygulaması Şekil 5.5.'te gösterilmiştir. Kontrol düğümünden bit düğümüne geçen dışsal bilgi, bitin olasılık değerinden bağımsızdır. Kontrol düğümlerindeki dışsal bilgiler sonraki yinelemelerde bit düğümleri için önceki bilgi olarak kullanılır [33].



Şekil 5.5. Örnek bir toplam-çarpım kod çözüm algoritması [33].

## 5.2. Uzay-Zaman Blok Kodlaması

Çok sayıda verici ve alıcı antenin kullanılmasıyla telsiz iletişim sistemlerinin kapasiteleri oldukça artmaktadır. Telsiz kanallar üzerinden iletim hızını (data rate) arttırmanın en etkin yaklaşımlarından bir tanesi çok sayıda verici antenine uygun olan kodlama tekniğidir. Bu kodlama tekniklerinden biri de uzay-zaman kodlamasıdır. Uzay-zaman kodlaması çok sayıda verici anten ile kullanılmak üzere tasarlanmış kodlama tekniğidir. Bu kodların uzay-zaman yapıları basit bir alıcı yapısı içeren telsiz sistemlerin kapasitelerini arttırmakta kullanılabilir [40]. “N” tane

verici ve “M” tane alıcı anteni içeren uzay-zaman (ST) kodlaması uygulanmak istensin. “l” anında bilgi simgesi  $s(l)$  uzay-zaman kodlayıcı tarafından “N” tane kod simgesine,  $c_1(l), c_2(l), \dots, c_N(l)$  kodlanır. Her kod simgesi farklı antenlerden aynı anda iletilirler. Kodlama kazancının ve çeşitleme kazancının alıcıda maksimum olacağı biçimde, kodlayıcı iletilecek olan “N” tane kod simgesini seçer [40].

Farklı alıcılara ulaşan işaretler bağımsız sönümlenmelere uğrarlar. Alıcıda elde edilen işaret “N” tane iletilen işaretin sönümlenmeli haliyle gürültünün bileşimi şeklindedir. Kanalin düz sönümlenmeli ve kodlanmış işaretlerin ortalama enerjilerinin “1 joule” olduğu varsayımı altında,  $E_s$  her giriş simgesi için tüm antenlerden iletilmiş olan toplam enerji olarak tanımlansın. Bu durumda her simge için iletim antenlerinin enerjileri  $E_s / N$  ‘dir.  $r_j(l)$ ,  $j = 1, \dots, M$  için, “j.” alıcı antende elde edilen işaret olarak tanımlarsak, ideal zamanlama ve frekans bilgileriyle  $r_j(l)$ ’yi şöyle yazabiliriz,

$$r_j(l) = \sqrt{\frac{E_s}{N}} \sum_{i=1}^N h_{ij}(l) c_i(l) + n_j(l), \quad j = 1, 2, \dots, M \quad (5.16)$$

Burada  $n_j(l)$  çift yönlü güç spektral yoğunluğu  $N_0 / 2$  olan sıfır ortalamalı beyaz Gauss gürültü sürecidir.  $h_{ij}(l)$ , “i.” verici antenden “j.” alıcı antene karmaşık sönümlenmeli kanal kazancını modellemektedir. Verici ve alıcı arasındaki her bir kanalın birbirinden bağımsız olduğu varsayılmaktadır [40].

“N” tane antenden “l” anında gönderilen  $N \times 1$  boyutlu kod vektörü  $c_l = [c_1(l), c_2(l), \dots, c_N(l)]^T$  olarak, “j.” alıcıyla “N” tane iletim anteni arasındaki kanallar;  $h_j(l) = [h_{1j}(l), h_{2j}(l), \dots, h_{Nj}(l)]^T$  olarak ve alınan işaret vektörü de  $r(l) = [r_1(l), r_2(l), \dots, r_M(l)]^T$  olarak ifade edilmiş olsun. “N” tane verici anten ile “M” tane alıcı anten arasındaki kanalı  $M \times N$  boyutlu,  $H(l)$  matrisini de  $H(l) = [h_1(l), h_2(l), \dots, h_M(l)]^T$  şeklinde ifade edebiliriz. Bu durumda (5.16) denklemini şu şekilde yazabiliriz,

$$r_j(l) = \sqrt{\frac{E_s}{N}} H(l) c_1 + n(l) \quad (5.17)$$

herbir alıcıda elde edilen SNR Denklem 5.18'deki gibi yazılabilir.

$$\text{SNR} = \frac{E_s}{N_0} \quad (5.18)$$

Alamouti, 2 tane verici anteni kullanarak kod çözme karmaşıklığını azaltacak mükemmel bir yapı önermiştir. Alamouti'nin önerdiği yapı 2 verici antene ilişkin olduğundan Tarokh [41], Alamouti'nin yapısını farklı sayıda verici anten için geliştirme yollarını aramıştır. Bu araştırma sonucu uzay-zaman blok kodlama kavramı ortaya çıkmıştır [42]. Uzay-zaman blok kodlarını, Alamouti'nin önerdiği 2 verici anten yerine çok sayıda verici anten için oluşturabilmek amacıyla geliştirilmiş dik tasarım teorisinden yararlanılmıştır [37]. İletilecek olan “x” işareti ile çeşitli kanallardan iletilmek üzere bu işaretin vericide oluşturulmuş bir çok kopyasının arasındaki ilişkiyi tanımlayan bir uzay-zaman blok kod  $(n \times p)$  boyutlu iletim matrisi ile tanımlanır. Matris elemanları, k'lı giriş simgeleri  $x_1, x_2, \dots, x_k$  ve bu simgelerin eşlenikleriyle veya doğrusal bileşimleriyle oluşturulur. k'lı giriş simgeleri  $x_i, i = 1, \dots, k$  iletim çeşitlemeli kanal üzerinden gönderilmek üzere bilgi taşıyan ikili bitleri ifade etmek için kullanılmaktadır.  $2^b$  tane farklı işarete sahip bir işaret kümesinde “b” tane ikili bit  $x_i$  simgesini ifade etmek için kullanılır. Bundan dolayı  $(k \times b)$  ikili bit bloğu, aynı anda uzay-zaman blok kodlayıcıya gönderilir. “k” tane giriş simgesini iletmek için kullanılan zaman dilimi sayısı “n” ve verici anten sayısı “p” ile ifade edilirse uzay-zaman blok kodun iletim matris yapısı Denklem 5.19'deki gibidir [42].

$$\begin{pmatrix} g_{11} & g_{21} & g_{31} & \dots & \dots & \dots & g_{p1} \\ g_{12} & g_{22} & g_{32} & \dots & \dots & \dots & g_{p2} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \end{pmatrix} \quad (5.19)$$

Burada  $g_{ij}$  değerleri  $x_1, x_2, \dots, x_k$  simgeleri ve bunların eşleniklerini veya doğrusal bileşimlerini ifade etmektedir.  $g_{ij}$  değerleri,  $i = 1, \dots, p$  iletim antenlerinden her zaman dilimi  $j = 1, \dots, n$  içerisinde aynı anda iletilmektedir. Örneğin, 2. zaman diliminde ( $j = 2$ ),  $g_{12}, g_{22}, \dots, g_{p2}$  işaretleri aynı anda Tx:1, Tx:2, ... Tx:p antenlerinden gönderilirler. Matris yapısından da görüldüğü gibi kodlama hem uzayda hem de zamanda yapılmaktadır [42]. Uzay-zaman blok kodu tanımlayan  $(n \times p)$  iletim matrisi karmaşık dik tasarım üzerine oluşturulmuştur.  $n$  tane zaman diliminden  $k$  tane simge iletiğinden uzay-zaman blok kodun kodlama oranı Denklem 5.20'deki gibidir [42].

$$R = k / n \quad (5.20)$$

Alıcı tarafta istenilen sayıda anten kullanılabilir. “q” tane alıcı anten kullanılması durumunda oluşacak çeşitleme düzeyi  $(p \times q)$  olacaktır. İncelenen bu durumda çeşitleme kanallarının düz sönmülemeye uğradığı varsayılmaktadır. Frekans seçici sönmülemeli kanallarda yüksek iletim hızlarında aynı koşulların sağlanabilmesi için yüksek hızlı bit dizileri çok sayıda düşük hızlı bit dizilerine ayrılır ve düz sönmülemeli kanallar üzerinden gönderilirler. Bu koşullar dikgen frekans bölmeli modülasyon sistemi ile de gerçekleştirilebilmektedir [42].

Uzay-zaman blok kodlama Rayleigh/Ricean ortamlarda çok sayıda verici anteni ile iletim için basit ve etkili bir tekniktir. Bu kodlar doğrusal işleme dayalı basit bir ML (maksimum olabilirlik) kod çözme algoritmasına sahiptir. Bu kodlamayla belirtilen verici ve alıcı antenleriyle sağlanabilecek tam çeşitleme sağlanmaktadır. Yukarıda

belirtilen genel yapı çerçevesinde kullanılan modülasyon tekniğine göre uzay-zaman blok kodlar, genelleştirilmiş gerçel ya da karmaşık dik tasarım olarak ifade edilmektedirler [37].

### 5.2.1. Genelleştirilmiş Gerçel Dik Uzay-Zaman Blok Kodlar

Genelleştirilmiş dik tasarım ile uzay-zaman blok kodların her verici anten sayısı için hem gerçel hem de karmaşık simge dizileri ile kullanılabilceği Tarokh tarafından gösterilmiştir. Bu kodlar gerçel simgelerden oluşan bir dizi için iletim anten sayısından bağımsız olarak maksimum iletim hızı sağlamaktadır. Dik tasarıma bağlı olarak alıcıda doğrusal işleme dayalı çok basit bir kod çözücü kullanılabilir. Ne yazık ki, gerçel dik tasarım sınırlı sayıda boyut için uygulanabilmektedir [37]. Genelleştirilmiş gerçel dik tasarım iki şekilde olabilir. Bunlardan ilki  $n \times n$  karesel dik matristir. İkincisi ise karesel olmayan dik matristir. Karesel matris yaklaşımında sadece  $n = 2, 4$  ve  $8$  için dik tasarım mevcuttur. Eğer doğrusal işlemlerle dik tasarımı genelleştirirsek, daha düşük iletim hızlarında her sayıda verici anten için basit iletim yapıları oluşturabiliriz [37].  $R = 1$  olan,  $n \leq 8$  verici anten için, genelleştirilmiş dik tasarım matris yapıları şöyledir:

Karesel dik tasarım için  $n = 2, 4$  ve  $8$  verici anten ise,

$$G_2 = \begin{pmatrix} x_1 & x_2 \\ -x_2 & x_1 \end{pmatrix} \quad (5.21)$$

$$G_4 = \begin{pmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 \\ -x_2 & x_1 & -x_4 & x_3 \\ -x_3 & x_4 & x_1 & -x_2 \\ -x_4 & -x_3 & x_2 & x_1 \end{pmatrix} \quad (5.22)$$

$$G_8 = \begin{pmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_5 & x_6 & x_7 & x_8 \\ -x_2 & x_1 & x_4 & -x_3 & x_6 & -x_5 & -x_8 & x_7 \\ -x_3 & -x_4 & x_1 & x_2 & x_7 & x_8 & -x_5 & -x_6 \\ -x_4 & x_3 & -x_2 & x_1 & x_8 & -x_7 & x_6 & -x_5 \\ -x_5 & -x_6 & -x_7 & -x_8 & x_1 & x_2 & x_3 & x_4 \\ -x_6 & x_5 & -x_8 & x_7 & -x_2 & x_1 & -x_4 & x_3 \\ -x_7 & x_8 & x_5 & -x_6 & -x_3 & x_4 & x_1 & -x_2 \\ -x_8 & -x_7 & x_6 & x_5 & -x_4 & -x_3 & x_2 & x_1 \end{pmatrix} \quad (5.23)$$

matrisleri kullanılabilir.

Karesel olmayan dik tasarım için  $n = 3, 5, 6$  ve  $7$  verici anten ise,

$$G_3 = \begin{pmatrix} x_1 & x_2 & x_3 \\ -x_2 & x_1 & -x_4 \\ -x_3 & x_4 & x_1 \\ -x_4 & -x_3 & x_2 \end{pmatrix} \quad (5.24)$$

$$G_5 = \begin{pmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_5 \\ -x_2 & x_1 & x_4 & -x_3 & x_6 \\ -x_3 & -x_4 & x_1 & x_2 & x_7 \\ -x_4 & x_3 & -x_2 & x_1 & x_8 \\ -x_5 & -x_6 & -x_7 & -x_8 & x_1 \\ -x_6 & x_5 & -x_8 & x_7 & -x_2 \\ -x_7 & x_8 & x_5 & -x_6 & -x_3 \\ -x_8 & -x_7 & x_6 & x_5 & -x_4 \end{pmatrix} \quad (5.25)$$

$$G_6 = \begin{pmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_5 & x_6 \\ -x_2 & x_1 & x_4 & -x_3 & x_6 & -x_5 \\ -x_3 & -x_4 & x_1 & x_2 & x_7 & x_8 \\ -x_4 & x_3 & -x_2 & x_1 & x_8 & -x_7 \\ -x_5 & -x_6 & -x_7 & -x_8 & x_1 & x_2 \\ -x_6 & x_5 & -x_8 & x_7 & -x_2 & x_1 \\ -x_7 & x_8 & x_5 & -x_6 & -x_3 & x_4 \\ -x_8 & -x_7 & x_6 & x_5 & -x_4 & -x_3 \end{pmatrix} \quad (5.26)$$

$$G_7 = \begin{pmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_5 & x_6 & x_7 \\ -x_2 & x_1 & x_4 & -x_3 & x_6 & -x_5 & -x_8 \\ -x_3 & -x_4 & x_1 & x_2 & x_7 & x_8 & -x_5 \\ -x_4 & x_3 & -x_2 & x_1 & x_8 & -x_7 & x_6 \\ -x_5 & -x_6 & -x_7 & -x_8 & x_1 & x_2 & x_3 \\ -x_6 & x_5 & -x_8 & x_7 & -x_2 & x_1 & -x_4 \\ -x_7 & x_8 & x_5 & -x_6 & -x_3 & x_4 & x_1 \\ -x_8 & -x_7 & x_6 & x_5 & -x_4 & -x_3 & x_2 \end{pmatrix} \quad (5.27)$$

matrisleri kullanılabilir.

### 5.2.2. Genelleştirilmiş Karmaşık Dik Uzay-Zaman Blok Kodlar

Karmaşık karesel dik tasarımın sadece  $n = 2$  için mevcut olduğu Tarokh tarafından gösterilmiştir. Bunun anlamı,  $R = 1$  için, Alamouti'nin önermiş olduğu yapının tek olduğudur. Genelleştirilmiş karmaşık doğrusal işlemlilik dik tasarımda amaç yüksek hızda tam çeşitlemeyi sağlayan düşük kod çözme karmaşıklığına sahip yapılar elde etmektir [37]. Bu koşullar doğrultusunda elde edilen  $R = 1 / 2$  oranlı

genelleştirilmiş karmaşık dik yapılar Denklem 5.28 ve Denklem 5.29'da görülmektedir. (Tx: 3 ve Tx: 4 için),

$$G_c^3 = \begin{pmatrix} x_1 & x_2 & x_3 \\ -x_2 & x_1 & -x_4 \\ -x_3 & x_4 & x_1 \\ -x_4 & -x_3 & x_2 \\ x_1^* & x_2^* & x_3^* \\ -x_2^* & x_1^* & -x_4^* \\ -x_3^* & x_4^* & x_1^* \\ -x_4^* & -x_3^* & x_2^* \end{pmatrix} \quad (5.28)$$

$$G_c^4 = \begin{pmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 \\ -x_2 & x_1 & -x_4 & x_3 \\ -x_3 & x_4 & x_1 & -x_2 \\ -x_4 & -x_3 & x_2 & x_1 \\ x_1^* & x_2^* & x_3^* & x_4^* \\ -x_2^* & x_1^* & -x_4^* & x_3^* \\ -x_3^* & x_4^* & x_1^* & -x_2^* \\ -x_4^* & -x_3^* & x_2^* & x_1^* \end{pmatrix} \quad (5.29)$$

Bu iletim yapılarında tam çeşitleme sağlanmakta fakat band verimliliği yarıya düşmektedir [37].



$n = 3$  ve 4 verici anteni için  $R = 3/4$  oranlı bazı özel genelleştirilmiş doğrusal işlemlerli dik uzay-zaman blok kodları,

$n = 3$  verici anten için,

$$H_3 = \begin{pmatrix} x_1 & x_2 & \frac{x_3}{\sqrt{2}} \\ -x_2^* & x_1^* & \frac{x_3}{\sqrt{2}} \\ \frac{x_3^*}{\sqrt{2}} & \frac{x_3^*}{\sqrt{2}} & \frac{(-x_1 - x_1^* + x_2 - x_2^*)}{2} \\ \frac{x_3^*}{\sqrt{2}} & -\frac{x_3^*}{\sqrt{2}} & \frac{(x_2 + x_2^* + x_1 - x_1^*)}{2} \end{pmatrix} \quad (5.30)$$

$n = 4$  verici anten için,

$$H_4 = \begin{pmatrix} x_1 & x_2 & \frac{x_3}{\sqrt{2}} & \frac{x_3}{\sqrt{2}} \\ -x_2^* & x_1^* & \frac{x_3}{\sqrt{2}} & -\frac{x_3}{\sqrt{2}} \\ \frac{x_3^*}{\sqrt{2}} & \frac{x_3^*}{\sqrt{2}} & \frac{(-x_1 - x_1^* + x_2 - x_2^*)}{2} & \frac{(-x_2 - x_2^* + x_1 - x_1^*)}{2} \\ \frac{x_3^*}{\sqrt{2}} & -\frac{x_3^*}{\sqrt{2}} & \frac{(x_2 + x_2^* + x_1 - x_1^*)}{2} & -\frac{(x_1 + x_1^* + x_2 - x_2^*)}{2} \end{pmatrix} \quad (5.31)$$

şeklindedir [37].

Çizelge 5.1’de farklı uzay-zaman blok kodlarına ilişkin parametreler verilmiştir.

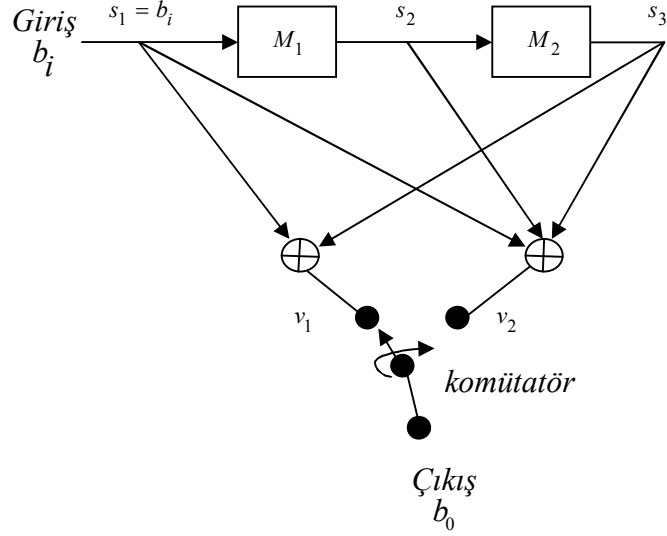
**Çizelge 5.1.** Farklı uzay-zaman blok kodlarına ilişkin parametreler [37].

| <b>Uzay-Zaman<br/>Kod Matrisi</b> | <b>İletim Hızı,<br/><math>R = n / k</math></b> | <b>İletim<br/>Anten<br/>Sayısı, p</b> | <b>Giriş<br/>Simge<br/>Sayısı, k</b> | <b>Kod<br/>Genişliği,<br/>n</b> |
|-----------------------------------|--|---------------------------------------|--------------------------------------|---------------------------------|
| $G_2$                             | 1  | 2                                     | 2                                    | 2                               |
| $G_3$                             | 1  | 3                                     | 4                                    | 4                               |
| $G_4$                             | 1  | 4                                     | 4                                    | 4                               |
| $G_5$                             | 1  | 5                                     | 8                                    | 8                               |
| $G_c^2$                           | 1  | 2                                     | 2                                    | 2                               |
| $G_c^3$                           | 1/2  | 3                                     | 4                                    | 8                               |
| $G_c^4$                           | 1/2  | 4                                     | 4                                    | 8                               |
| $H_3$                             | 3/4  | 3                                     | 3                                    | 4                               |
| $H_4$                             | 3/4  | 4                                     | 3                                    | 4                               |

### 5.3. Konvolüsyon Kodları

#### 5.3.1. Kod Üretimi

Konvolüsyon kodları, “K” sayıda kaydırmalı kaydedicinin çıkışlarını “ÖZEL VEYA” lojik toplayıcılar kullanılarak toplanmasıyla üretilirler.  $K = 2$  ve  $v = 2$  çıkış için bu kodlayıcı Şekil 5.6.’da gösterilmektedir [43].



**Şekil 5.6.** Konvolüsyon kodlayıcı [43].

Burada;  $M_1$  ve  $M_2$  “1” bitlik hafıza elemanlarıdır. Toplayıcıların  $v_1$ ,  $v_2$  çıkışları;

$$v_1 = s_1 \oplus s_3 \quad (5.32)$$

$$v_2 = s_1 \oplus s_2 \oplus s_3 \quad (5.33)$$

şeklindedir.

Kodlayıcının çalışması şu şekildedir; başlangıçta kaydırmalı kaydedicinin boş olduğu kabul edilmektedir. Giriş veri bitleri dizisinin birinci biti,  $M_1$ 'e girilir. Bu bit aralığı süresince komütatör toplayıcıların ( $v_1, v_2$ ) çıkışlarını örnekler. Bu durumda mevcut zamanda “1” bitlik giriş kodlanmış “2” bitlik çıkışı verir. Bu nedenle kodlayıcının kod oranı 1/2'dir. Takip eden bit kodlayıcıya girilirken önceki bit  $M_1$ 'den  $M_2$ 'ye aktarılır ve komütatör tekrar tüm toplayıcı çıkışlarını örnekler. Bu işlem mesajın son bitinin  $M_1$ 'e girilmesine kadar devam eder. Bundan sonra, bütün mesaj bitlerinin işleme alınması ve dolayısıyla komple kodlama işlemi gerçekleştirilmesi için, hafıza

elemanı sayısınca “0” bitleri kodlayıcıya girilir ve bunlar da kodlanır. Sonuçta en son mesaj biti  $M_2$  kaydırmalı kaydediciyi terk ettirilmiş, hafıza elemanları boşaltılmış ve kodlayıcı sonraki mesajlar için hazır hale getirilmiş olur.

Eğer mesaj dizisindeki bitlerinin sayısı  $L$  ise, çıkışta elde edilen kodlanmış dizideki bitlerin sayısı  $v(L+K)$  olur. Uygulamanın bir gereği olarak  $K$  nispeten çok küçük sayı iken,  $L$  genellikle oldukça büyük bir sayıdır. Bu yüzden  $v(L+K) \approx vL$  'dir. Sonuç olarak kod bitlerinin sayısı,  $v$  kere mesaj biti sayısıdır. Bu yüzden kodun kod oranı  $1/v$ 'dir [43].

Konvolüsyon kodlayıcının işlemi sürekli bir işlemdir, giriş bitlerinin sayısı ne kadar çok olursa olsun dizi kodlayıcıda sürekli şekilde işlenir. Her bit, kaydırmalı kaydedicinin bölümlerinde mesaj bitleri aralığı kadar bekler. Dolayısıyla her bir giriş biti “ $v$ ” bitlerinin “ $K$ ” grubunu etkiler. Kodlanmış çıkış, kaydırmalı kaydedicinin bölümlerinin “ $K$ ” sayısına, kullanılan “ÖZEL VEYA” toplayıcıları sayısına ve kaydırmalı kaydedicinin bölümlerinin toplayıcılara bağlantı şekline bağlıdır. En uygun kodlayıcıların araştırılması açısından uzun ve uğraştırıcı bilgisayar araştırmaları yapılmıştır. Kod oranı  $1/2$  olan kodlayıcının bazı “ $K$ ” değerleri için sonuçları Çizelge 5.2’de gösterilmiştir [43].

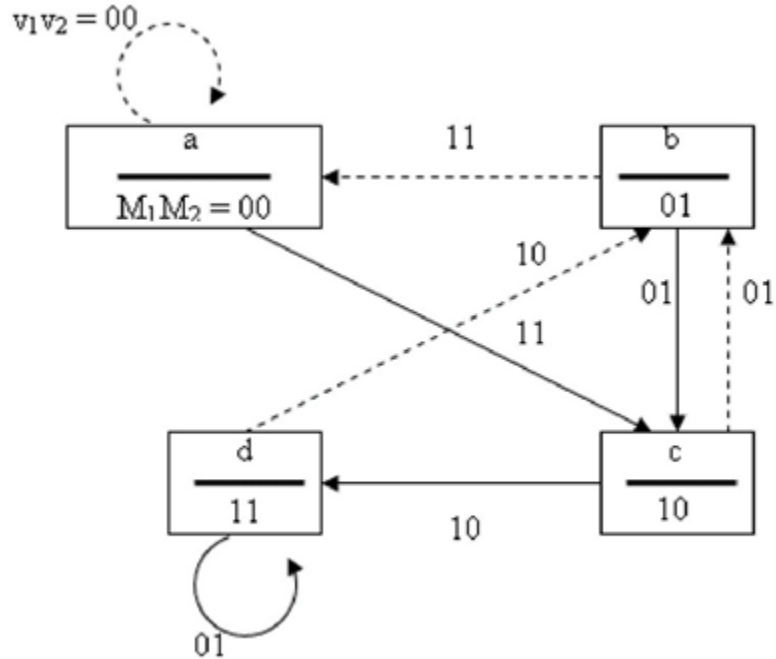
**Çizelge 5.2.** Konvolüsyon kodlayıcının  $1/2$  kod oranı için en uygun biçimi [43].

| K | $v_1$           | $v_2$           |
|---|-----------------|-----------------|
| 3 | 1,1,1           | 1,0,1           |
| 4 | 1,1,1,1         | 1,1,0,1         |
| 5 | 1,1,1,0,1       | 1,0,0,1,1       |
| 6 | 1,1,1,0,1,1     | 1,1,0,0,0,1     |
| 7 | 1,1,1,1,0,0,1   | 1,0,1,1,0,1,1   |
| 8 | 1,1,1,1,1,0,0,1 | 1,0,1,0,0,1,1,1 |

Çizelgede, 0'lar bağlantı yapılmadığını gösterirken 1'ler toplayıcılara bağlantıyı temsil eder. Örnek doğrultusunda  $K = 5$  durumu için Çizelge 5.2.'de 1, 2, 3 ve 5 bölümleri  $v_1$ 'i üreten toplayıcıya, 1, 4 ve 5 bölümleri  $v_2$ 'yi üreten toplayıcıya bağlanır [43].

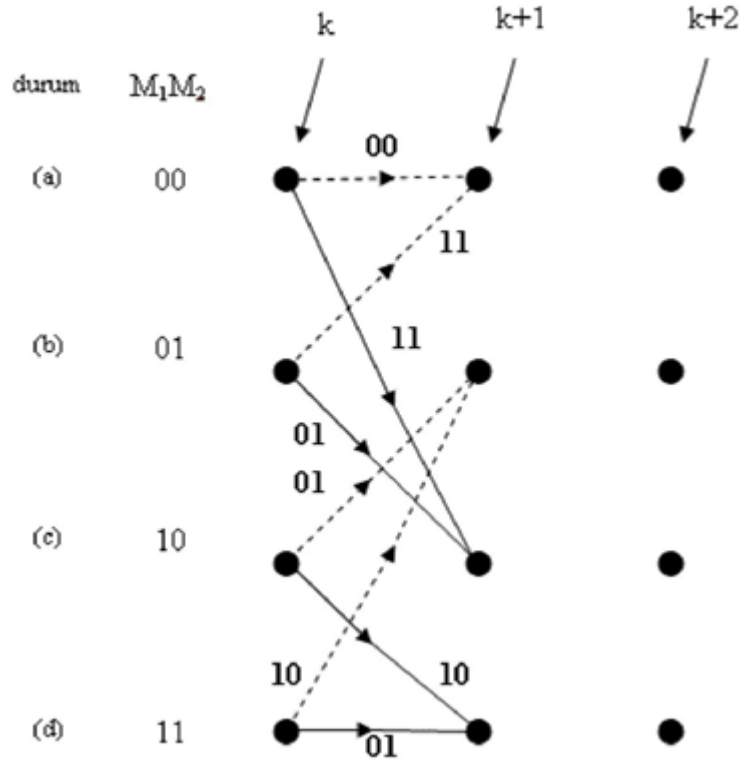
### 5.3.2. Durum ve Kafes Diyagramı

Bir konvolüsyon kodlayıcı, durum diyagramı tarafından tanımlanabilir. Şekil 5.6.'daki konvolüsyon kodlayıcı göz önüne alınır. Kod oranı 1/2 olan kodlayıcıda;  $v_1 = s_1 + s_3$  ve  $v_2 = s_1 + s_2 + s_3$ 'tür. Her bir "k" aralığındaki  $v_1$  ve  $v_2$  çıkışları, o aralığın başlangıcında kodlayıcıya girilen bite ve kodlayıcının önceki durumuna bağlıdır. Bu yüzden Şekil 5.6.'daki kodlayıcının hafıza elemanlarının  $M_1M_2 = 00, 01, 10$  ve  $11$  olan mümkün 4 durumu sırasıyla a, b, c ve d olarak isimlendirilir [43]. Herhangi bir giriş dizisine kodlayıcının cevabı Şekil 5.7.'deki durum diyagramı ile gösterilir. Burada dört durum ve aralarındaki geçişler oklar ile gösterilmiştir. Kesik çizgili oklar kodlayıcıya girilen "0" bitinin sağladığı geçişi, düz oklar kodlayıcıya girilen "1" bitinin sağladığı geçişi temsil eder [43].



Şekil 5.7. Konvolüsyon kodlayıcı için durum diyagramı.

Her bir ok, durum ve sonraki giriş tarafından belirlenen kodlayıcı çıkışı  $v_1v_2$  şeklinde geçiş üzerinde işaretlenir. Örneğin kodlayıcının “k” aralığında  $a(M_1M_2 = 00)$  durumunda olduğunu ve k+1 aralığında  $M_1$ 'e “1” bitinin girildiğini kabul edelim. Bu durumda, bu giriş biti kodlayıcının “c” durumuna geçmesine neden olacaktır. k+1 aralığı süresince kodlayıcı  $c(M_1M_2 = 10)$  durumda olur ve  $v_1v_2 = 11$  çıkışını üretir. Her bir durumda kodlayıcıya “0” ya da “1” bitinin girileceği olasılığı dikkate alınarak benzer şekilde durum diyagramının çizimi tamamlanır. Konvolüsyon kodlayıcı için diğer bir gösterim yolu ise Forney tarafından geliştirilen kafes diyagramıdır [44]. Şekil 5.8.'de gösterildiği gibi kodlayıcı için kafes diyagramı, giriş biti 0 olduğu zaman üst dalı, 1 olduğu zaman alt dalı izler [43].



Şekil 5.8. Konvolüsyon kodlayıcı için kafes diyagramı [43].

“k” aralığında kodlayıcının “b” durumunda olduğunu varsayalım. Sonraki giriş biti “a” durumuna ya da “c” durumuna giden iki dalın birisi üzerinden taşınacaktır ve k+1 aralığı süresince kodlayıcı yeni durumda kalacaktır. İkinci bit kodlayıcıyı

$k+1$ 'den  $k+2$ 'ye "a" durumundan 2 ve "c" durumundan 2 olmak üzere 4 mümkün dalın herhangi biri üzerinden taşıyacaktır. Önceki durumların her birinden ayrılan dal sayısı 2'dir. 4 durum olduğuna göre  $k+2$ 'den  $k+3$ 'e geçmek için mümkün dalların sayısı  $4 \times 2 = 8$  olur. Bundan sonra elde edilen dalların sayısı her zaman 8'dir. O zaman kafes içindeki olası yolların toplam sayısı  $2 \times 4 \times 8 \times 8 \times \dots$  'dir. Kafes içinde  $k$ 'den  $k+l$ 'ye olası toplam yol sayısı  $8^{l-1} = 2^{3(l-1)}$  olur [43].

Kafes yapısında bir düğümden başlayan ve bir başka düğümde sonlanan iki yol arasındaki minimum uzaklık öklid uzaklığı olarak tanımlanır. Kanal işaretleri  $a_n$  ve  $a'_n$  olarak alınırsa öklid uzaklığı  $d_2(a_n, a'_n)$  ile gösterilir.

### 5.3.3. Konvolüsyon Kodlarda Kod Çözme ve Viterbi Algoritması

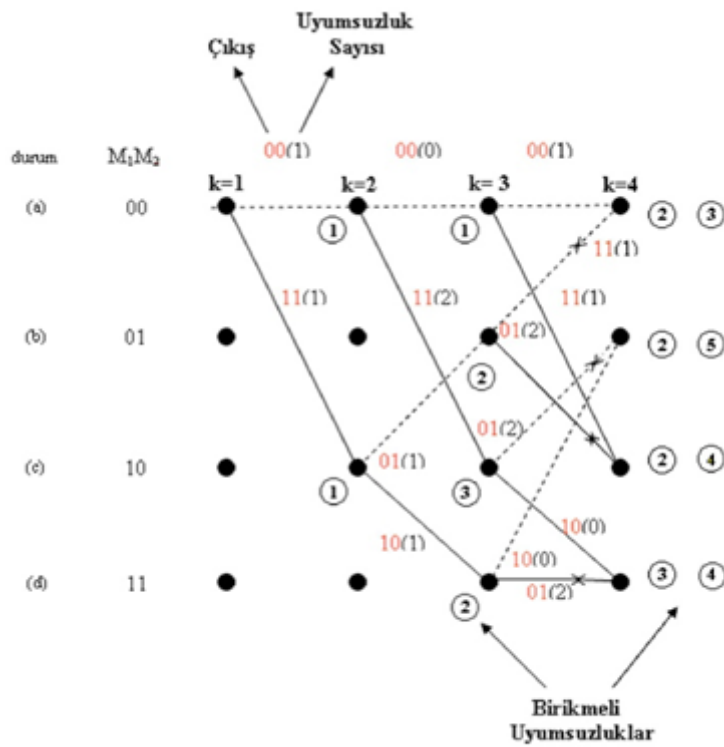
Konvolüsyon kodlayıcısının kodlama işlemi, hafıza elemanları boş olan kodlayıcı ile başlar. Sonra kodlayıcı içinden bilgi bitlerinin akışı sağlanarak kodlama yapılır ve kodlama işlemi bittikten sonra kodlayıcının boşaltılarak bir sonraki işlem için hazır hale getirilmesi sağlanır. Bunun için kodlanacak diziye dizinin en son biti kodlayıcıyı terk edinceye kadar boş bit olarak anılan "0" bitleri eklenir. Kod çözme işleminde ise, başlangıç noktasından son noktaya kadar kafes diyagramındaki olası yolların tamamı hesaba katılır. Her mümkün giriş bitleri dizisi kendi yolunu üretir. Her bir yol için, kod çözücü bir çıkış bitleri dizisine karar verir. Karar verilen çıkış bitleri dizisi alınması olası bit dizileriyle karşılaştırılır. Karar verilen çıkış bitleri dizisi olası yollardan birisi ile özdeş ise bu yolun dikkate değer yol olduğu varsayılır. Eğer birbirlerine tam benzerlik yoksa o zaman alınan diziyle karşılaştırıldığında en az bit uyumsuzluğu üreten bir yol, giriş dizisi olarak kabul edilir. Yolların sayısı dizi uzunluğu ile üstel olarak artar [43].

Viterbi algoritmasını açıklamak ve göstermek için Şekil 5.6.'daki konvolüsyon kodlayıcısı kullanılır. Başlangıçta kodlayıcının boş olduğu kabul edilirse, kodlayıcı Şekil 5.8'deki "a" durumundadır ( $M_1M_2 = 00$ ). 5 bitlik bir enformasyon dizisi

kodlayıcıda kodlandıktan sonra iletilsin ve iletim sonunda çıkış bitleri ( $V_{1R}, V_{2R}$ ) aşağıdaki gibi alınmış olsun [43].

$$V_{1R}, V_{2R} = 10\ 00\ 10\ 00\ 00 \quad (5.34)$$

Başlangıç durumu “a” olduğundan eğer ilk enformasyon biti “0” olursa alınan ilk bit çifti “00”, “1” olursa alınan ilk bit çifti “11” olur. Bu durumda alınmış olan ilk bit çifti “10” olduğundan her iki durumla da uyumsuzdur ve hata oluşmuştur [43].



Şekil 5.9. Kafes boyunca mümkün yollarının gösterilmesi [43].

Kodlayıcının kafes diyagramında gösterildiği gibi, mümkün yollardan kodlayıcıya doğru kod çözme algoritmasını izleyelim.  $k = 1$  aralığında giriş bitinin “0” olması durumunda, “00” çıkışı üretilir ve kodlayıcı tekrar “a” durumuna döner (kesikli çizgi). Giriş bitinin “1” olması durumunda, “11” çıkışı üretilir ve kodlayıcıyı “c” durumuna gider. Bu yolla kafes diyagramı Şekil 5.9.’da gösterildiği gibi çizilir. Alınan dizinin bitleri kafes diyagramındaki yolları birleştirilen bitler ile karşılaştırılır. Her bir periyoddaki uyumsuzlukların sayısı Şekil 5.9.’da parantez içinde



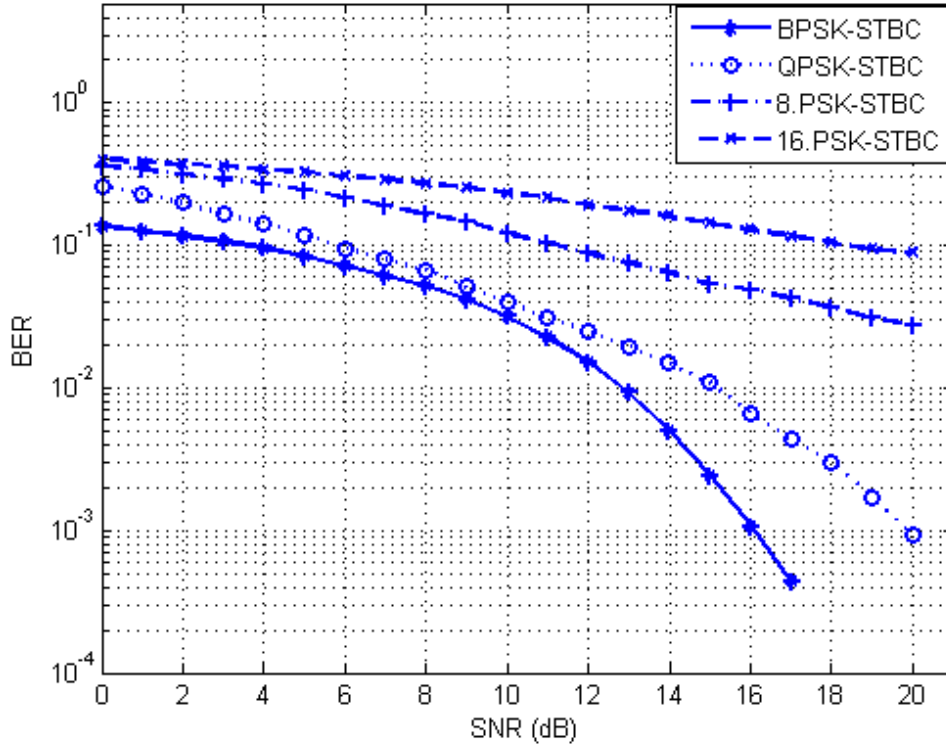
gösterilmiştir. Gerçek çıkış ile “10” arasındaki uyumsuzluk bitlerinin sayısı aynıdır. Sonraki aralıkta, giriş “0” olunca çıkış tekrardan “00” olmalıdır ve alınan bitlerle karşılaştırıldığında uyumsuzluk yoktur. Sonuç olarak, her bir duruma ulaşıldığında karşılaşılan bit uyumsuzluklarının toplamı çember içinde Şekil 5.9.’da gösterilmiştir. Viterbi algoritması bu şekilde çizilen kafes diyagramındaki toplam uyumsuzluk sayısı en az olan yolu seçecektir ve kod çözme işlemi gerçekleşecektir [43].

## 6. ARAŞTIRMA ve BULGULAR

Çizelge 6.1. OFDM sistem parametreleri.

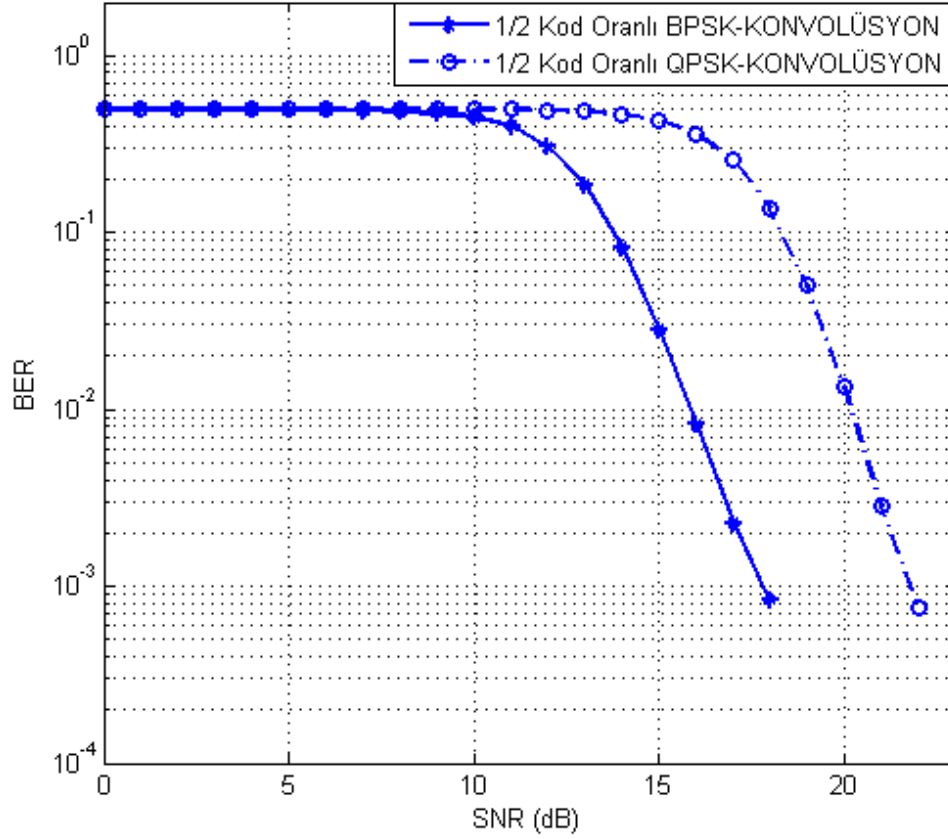
| Parametre                      | Değeri                                    |
|--------------------------------|---|
| Örnekleme Frekansı ( $f_s$ )   | 20 MHz                                    |
| Alt Taşıyıcı Sayısı            | 174                                       |
| FFT Boyutu                     | 256                                       |
| Alt Taşıyıcı Frekans Boşluğu   | $20\text{MHz}/256 = 0.078125 \text{ MHz}$ |
| IFFT/FFT süresi ( $T_{IFFT}$ ) | $12.8 \mu\text{s}$                        |
| Koruma Arası Süresi            | $T_{IFFT} / 8 = 1.6 \mu\text{s}$          |
| Kullanılan Modülasyon Tipi     | BPSK, QPSK,<br>8PSK,16PSK,QAM             |
| Kanal Tipi                     | AWGN                                      |

Bu bölümde çok girişli çok çıkışlı dikgen frekans bölmeli çoğullamalı sistemler için hata kontrol kodları olarak bilinen düşük yoğunluklu eşlik kontrol kodları, uzay-zaman blok kodları ve konvolüsyon kodları ele alınmıştır. Her üç kod için de BPSK sistemler ile toplamsal beyaz Gauss gürültülü kanal için performans analizleri yapılmış ve sonuçları karşılaştırılmıştır. Düşük yoğunluklu eşlik kontrol kodları, uzay-zaman blok kodları ve konvolüsyon kodlarının ikili faz kaydırmalı anahtarlamalı sistemler üzerindeki bit hata oranı karşılaştırması matlab programıyla simüle edilerek verilmiştir.



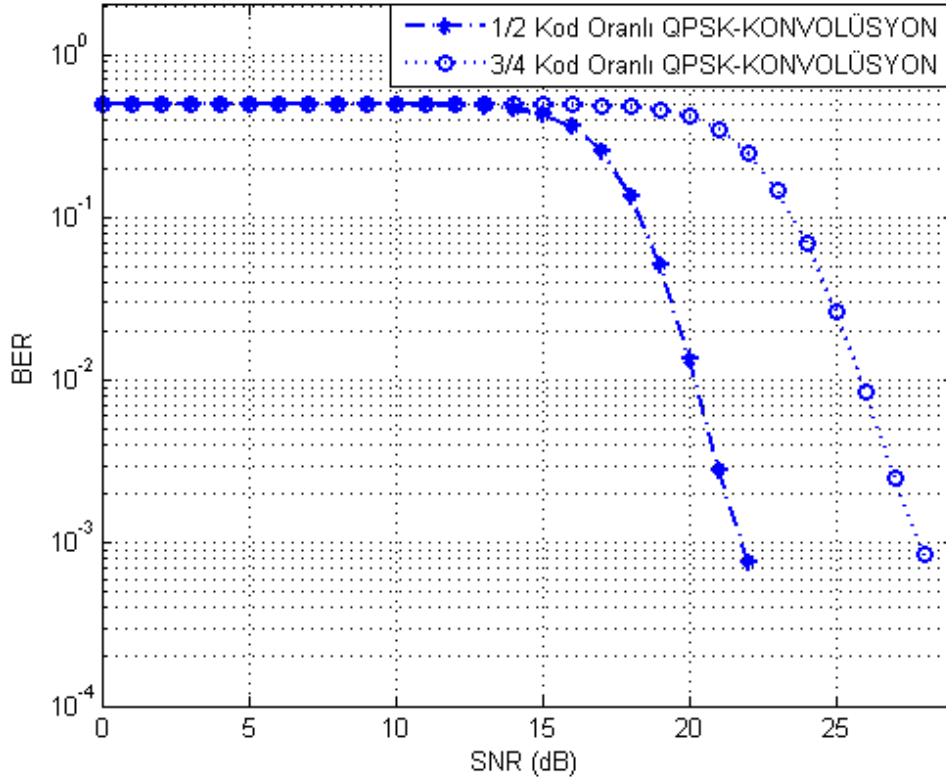
**Şekil 6.1.** 2x2 MIMO-OFDM BPSK, QPSK, 8.PSK ve 16.PSK kanal kodlama performans analizi.

Şekil 6.1.'de 2x2 MIMO-OFDM sisteminde BPSK, QPSK, 8.PSK ve 16.PSK iletim sistemleri uzay-zaman blok kodlar kullanılarak AWGN kanal üzerine uygulanmış ve BER-SNR karşılaştırma sonuçları incelenmiştir. Yapılan incelemeler neticesinde, STBC hata kontrol kodunun farklı iletim sistemlerinde aynı BER değerinde, farklı SNR oranlarında sonuçlar verdiği görülmüştür. Bu çalışma şartlarına göre BPSK iletimli STBC hata kontrol kodu, QPSK, 8.PSK ve 16.PSK iletimli STBC hata kontrol kodlarına göre daha iyi bir kazanç sağlamaktadır.



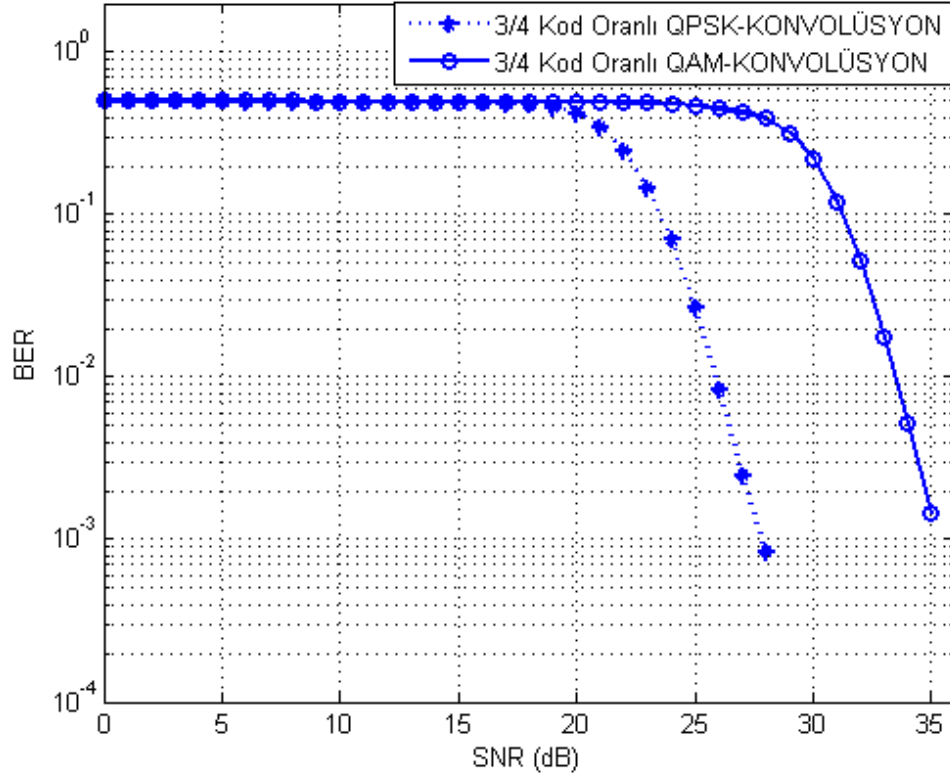
**Şekil 6.2.** 2x2 MIMO-OFDM 1/2 kod oranlı BPSK ve 1/2 kod oranlı QPSK konvolüsyon kanal kodlama performans analizi.

Şekil 6.2.'de 1/2 kod oranlı BPSK konvolüsyon ve 1/2 kod oranlı QPSK konvolüsyon kodlar AWGN kanal üzerine uygulanmış ve BER-SNR karşılaştırma sonuçları incelenmiştir. SNR oranının düşük olduğu durumlarda BPSK ve QPSK iletiminde, BER oranında fazla değişiklik olmadığı ancak SNR oranı arttığında işaretler arasındaki öklit uzaklığının QPSK iletiminde BPSK iletime göre daha az olması sebebi ile BER oranında kayda değer bir değişim olduğu görülmüştür. Buna karşılık aynı iletim ortamında QPSK iletiminde iletim hızı BPSK iletime göre daha iyidir.



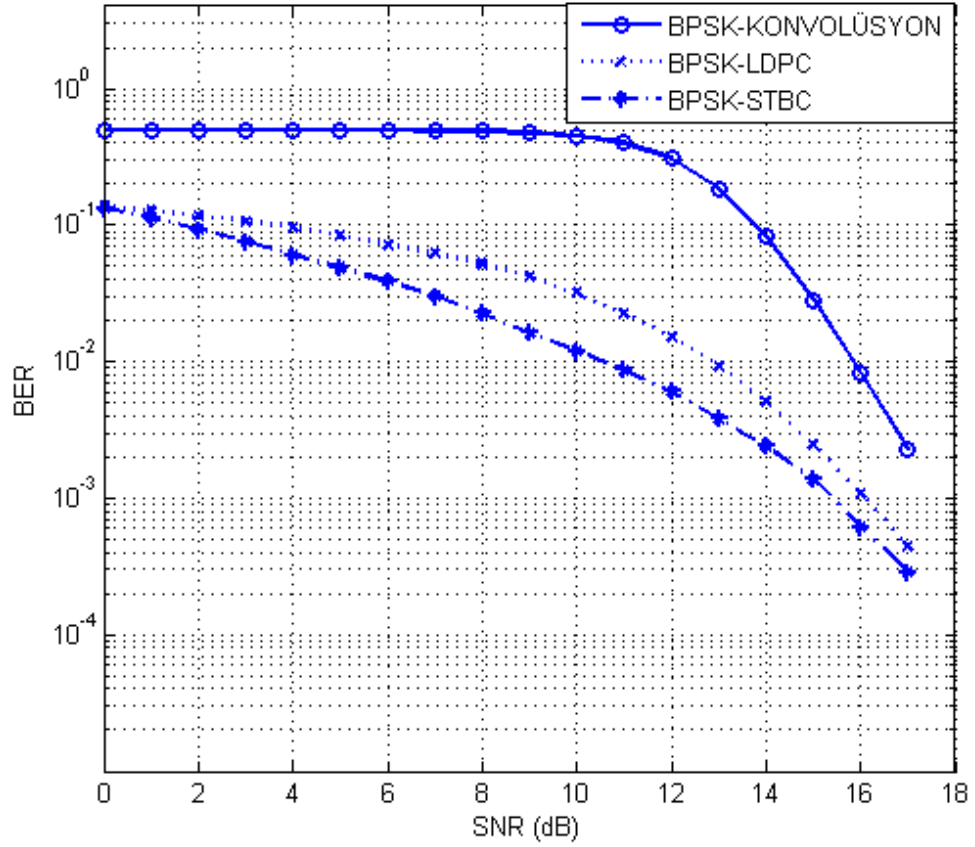
**Şekil 6.3.** 2x2 MIMO-OFDM 1/2 kod oranlı QPSK ve 3/4 kod oranlı QPSK konvolüsyon kanal kodlama performans analizi.

Şekil 6.3'te 1/2 kod oranlı QPSK konvolüsyon ve 3/4 kod oranlı QPSK konvolüsyon kodlar AWGN kanal üzerine uygulanmış ve BER-SNR karşılaştırma sonuçları incelenmiştir. İnceleme neticesinde 1/2 kod oranlı QPSK iletiminin 3/4 kod oranlı QPSK iletimine göre aynı BER değerinde farklı işaret/gürültü oranlarında çalıştıkları görülmüştür. Sonuç olarak söylenebilir ki; 1/2 kod oranlı QPSK iletimi, 3/4 kod oranlı QPSK iletimine göre gürültüden daha az etkilenmektedir.



**Şekil 6.4.** 2x2 MIMO-OFDM 3/4 kod oranlı QPSK ve 3/4 kod oranlı QAM konvolüsyon kanal kodlama performans analizi.

Şekil 6.4'te 3/4 kod oranlı QPSK konvolüsyon ve 3/4 kod oranlı QAM konvolüsyon kodlar AWGN kanal üzerine uygulanmış ve BER-SNR karşılaştırma sonuçları incelenmiştir. 3/4 kod oranlı QPSK iletiminin 3/4 kod oranlı QAM iletimine göre aynı BER değerinde farklı SNR oranlarında sonuç verdiği görülmektedir. Sonuç olarak söylenebilir ki 3/4 kod oranlı QPSK iletimi, 3/4 kod oranlı QAM iletimine göre gürültüden daha az etkilenmektedir.



**Şekil 6.5.** 2x2 MIMO-OFDM konvolüsyon, STBC ve LDPC kanal kodlama performans analizi.

Şekil 6.5.'de 1/2 kod oranlı BPSK iletimli konvolüsyon, 1/2 kod oranlı BPSK iletimli LDPC ve BPSK iletimli STBC kodlar AWGN kanal üzerine uygulanmış ve BER-SNR karşılaştırma sonuçları incelenmiştir. İnceleme neticesinde AWGN kanalda, BPSK iletimli STBC hata kontrol kodunun, 1/2 kod oranlı BPSK iletimli konvolüsyon ve 1/2 kod oranlı BPSK iletimli LDPC hata kontrol kodlarına göre BER-SNR karşılaştırmasında daha iyi bir başarımlı sağladığı görülmüştür.

## 7. SONUÇ

Çok girişli çok çıkışlı dikgen frekans bölmeli çoğullamalı sistemlere, hata kontrol kodlarından birkaçı olan düşük yoğunluklu eşlik kontrol kodları, uzay-zaman blok kodları ve konvolüsyon kodları uygulanarak kanal kodlaması yapılmış ve ayrı ayrı performans analizleri incelenmiştir. Analiz sonucunda toplamsal beyaz Gauss gürültülü kanal ve ikili faz kaydırmalı anahtarlamalı sistemlerde, bit hata oranı-sinyal gürültü oranı karşılaştırmasında, uzay-zaman blok kodların diğer hata kontrol kodları olan düşük yoğunluklu eşlik kontrol kodları ve konvolüsyon kodlarına göre daha iyi performans sağladığı görülmüştür.



## KAYNAKLAR

- [1]. S. M. Alamouti, 1998, A Simple Transmit Diversity Technique for Wireless Communications, IEEE Journal on Select Areas In Communications, Vol. 16, No. 8., 1451- 1458.
- [2]. E. Eryılmaz, Uzay-Zaman Blok Kodlarında Verici Anten Seçimi. Bitirme Çalışması, 2004.
- [3]. C. E. Shannon, A Mathematical Theory of Communication, Bell Syst. Tech. J., vol. 27, pp. 379-423, 623-656, 1948.
- [4]. A. F. Molisch, MIMO Systems with Antenna Selection – an Overview, Mitsubishi Research Laboratory, 2003.
- [5]. R.W. Chang, Synthesis of Band-Limited Orthogonal Signals for Multichannel Data Transmission, Bell System Technical Journal, vol. 45, pp 1775-1796, December 1966.
- [6]. S.B. Weinstein, P.M. Ebert, Data transmission by frequency-division multiplexing using the discrete Fourier transform, IEEE Transactions on Communications, vol. 19, no. 5, pp. 628-634, October 1971.
- [7]. Digital Broadcasting Systems for Television, Sound and Data Services, European Telecommunications Standart, prETS 300 744, April 1996.
- [8]. Onizawa, T., et al, A Fast Synchronization Scheme of OFDM Signals for High Rate Wireless LAN, IEICE Transactions on Communications, E82-B(2), 455-463, 1999.
- [9]. Sklar B., 1997, Rayleigh Fading Channels in Mobile Digital Communication Systems, IEEE Communications Magazine, 90-109.

- [10]. Stüber, G. L., 2000. Principles of Mobile Communication. Kluwer Academic Publishers.
- [11]. S. Kahraman, Uzay-Zaman Kodlarda Hızlı Yöntemler. Yüksek Lisans Tezi, İstanbul Teknik Üniversitesi, İstanbul, 2007.
- [12]. Cimini L. J., Analysis and Simulation of Digital Mobile Channel Using Orthogonal Frequency Division Multiplexing, IEEE Transactions on Communications, 42(2), 2908-2914, 1994.
- [13]. ETSI Standart ES 201 744, Digital Video Broadcasting (DVB): Framing Structure, Channel Coding and Modulation for Digital Terrestrial Television, 2001.
- [14]. M. N. Seyman, Dikgen Frekans Bölüşümlü Çoğullama (Ofdm) Sistemlerinde Senkronizasyon Teknikleri, Yüksek Lisans Tezi, Erciyes Üniversitesi, Kayseri, 2005.
- [15]. Schmidl T. M., Cox D. C., Low Overhead Low Complexity (Burst) Synchronization for OFDM Transmission, IEEE International Conference on Communications (ICC 96), vol.3, pp. 1301-1306, 23-27 June 1996.
- [16]. G. Özyazgan, OFDM'de Kanal Tahmini, Yüksek Lisans Tezi, Kırıkkale Üniversitesi, Kırıkkale, 2007.
- [17]. Network and customer installation interfaces - asymmetric digital subscriber line (ADSL) metallic interface, ANSI standard T1. 413-1995.
- [18]. Van Nee R., Prasad R., OFDM for Wireless Multimedia Communications, Artech House, London, Publishers, 2000.

- [19]. Sadat A., Mikhael W. B., Fast Fourier Transform For High Speed Wireless Multimedia System, IEEE Transactions on Signal Processing, 65(3), 938-942, 2001.
- [20]. Yui Wong, C., et al., Multiuser OFDM With Adaptive Subcarrier, Bit, and Power Allocation, IEEE Journal on Selected Areas in Communications, 17 (10), 1747-1755.
- [21]. Banelli P., Cacopardi, S., Theoretical Analysis and Performance of OFDM Signals in Nonlinear AWGN Channels, IEEE Transactions on Communications, 48(3), 430-441, 2000.
- [22]. Laurenti N., Implementation Issues in OFDM Systems, Ph.D. Thesis, Ingegneria Elettronica e Delle Telecomunicazioni, Italy, 1995-1998.
- [23]. Yücek T., Self Interface Handling in OFDM Based Wireless Communication Systems, MSc. Thesis, University of South Florida, U.S.A., 2003.
- [24]. Sampath, H., Taiwar, S., “A Fourth-Generation MIMO-OFDM Broadband Wireless Systems: Design, Performance, and Field Trial Results”, IEEE Communications Magazine, pp.143-149, September, 2002.
- [25]. Gordon, L.S, John, R. B., Steve, W. M., Ye, L., Marry, A. I., “Broadband MIMO-OFDM Wireless Communications”, Proceedings of the IEEE, vol. 92, No. 2, pp. 271-294, February 2004.
- [26]. Barhumi, I., Geert, L., Moonen, M., “Optimal training Design for MIMO OFDM Systems in Mobile Wireless Channels”, IEEE Transc. On Signal Processing, vol. 51, No. 6, pp. 1615- 1624, June 2003.

- [27]. Li, J., Liao, G., Wu, Y., “MIMO-OFDM Channel Estimation in Presence of Carrier Frequency Offset”, Proc. of the IEEE 6th CAS Sym. on Emerging Technologies Mobile and Wireless Comm. pp 685-688, Shanghai China, June 2004.
- [28]. Minn, H., Al-Dhair, N., “Training Signal Design for MIMO OFDM Channel Estimation in Presence of Frequency Offset”, Proc. of the IEEE Wireless Communications and Networking Conference (WCNC 2005), pp. 1-6, April 2005.
- [29]. C. Yıldız, Düşük Yoğunluklu Eşlik Kontrol Kodları Kullanan BPSK Sistemlerinin AWGN Kanal İçin Performans Analizi, Yüksek Lisans Tezi, Kırıkkale Üniversitesi, Kırıkkale, 2006.
- [30]. T. J. Richardson, M. A. Shokrollahi, and R. L. Urbanke, Design of Capacity Approaching Irregular Low-Density Parity-Check Codes, IEEE Trans. On Information Theory, Vol. 47, pp. 619–637, 2001.
- [31]. M. G. Luby, M. Mitzenmacher, M. A. Shokrollahi, and D. A. Spielman, Improved Low-Density Parity-Check Codes Using Irregular Graphs, IEEE Trans. Inform. Theory, vol. 47, no. 2, pp. 585-598, 2001.
- [32]. R. M. Tanner, A Recursive Approach to Low Complexity Codes, IEEE Trans. Inform. Theory, vol. IT-27, no. 5, pp. 533-547, 1981.
- [33]. Sarah J. Johnson, Steven R. Weller, Low-Density Parity-Check Codes: Design and Decoding, Technical Report EE02041, 2002.
- [34]. William E. Ryan, An Introduction to LDPC Codes, 2003.
- [35]. R. G. Gallager, Low-Density Parity-Check Codes, IRE Trans. Inform. Theory, vol. IT-8, no. 1, pp. 21-28, 1962.

- [36]. R. G. Gallager, *Low-Density Parity-Check Codes*, MIT Press, Cambridge, MA, 1963.
- [37]. D. J. C. MacKay, *Good Error-Correcting Codes Based on Very Sparse Matrices*, *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. 45, no. 2, pp. 399-431, 1999.
- [38]. C. Di, D. Proietti, I. E. Telatar, T. J. Richardson, and R. L. Urbanke, *Finitelength Analysis of Low-Density Parity-Check Codes on The Binary Erasure Channel*, *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. 48, no. 6, pp. 1570-1579, 2002.
- [39]. S. Y. Chung, G. D. Forney, Jr., T. J. Richardson, and R. Urbanke, *on the Design of Low-Density Parity-Check Codes Within 0.0045 dB of the Shannon Limit*, *IEEE Commun. Letters*, vol. 5, no. 2, pp. 58-60, 2001.
- [40]. Naguib, A., Seshardi, N. ve Calderbank, A. R., 2000, *Space-Time Coding and Signal Processing for High Data Rate Wireless Communications*, *IEEE Signal Processing Magazine*, 76- 91.
- [41]. Tarokh, V., Seshadri, N. ve Calderbank, A., 1997, *Space-Time Codes For High Data Rate Wireless Communications: Code Construction*, *IEEE Vehicular Technology Conf.*, 637- 641.
- [42]. Liew, T. H. ve Hanzo L., 2002, *Space-Time Codes and Concatenated Channel Codes for Wireless Communications*, *Proceedings Of The IEEE*, Vol. 90, No. 2, 187- 219.
- [43]. A. J. Viterbi and J. K. Omurga, *Principles of Digital Communication and Coding*, McGraw-Hill, New York, 1979.
- [44]. G. D. Forney, Jr., *The Viterbi Algorithm*, *Proc. IEEE*, 61, pp. 268-278, 1973.