T.C.
İSTANBUL ÜNİVERSİTESİ
SOSYAL BİLİMLER ENSTİTÜSÜ
İŞLETME FAKÜLTESİ
ÜRETİM ANABİLİM DALI

DİNAMİK PROGRAMLAMA YÖNTEMİ VE ÜRETİM PLANLAMA PROBLEMİNDE BİR UYGULAMA

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Hazırlayan
Erdal YILMAZ

İstanbul

Sunmuş olduğum **Dinamik Programlama Yöntemi ve Üretim Planlama Problemlerinde Bir Uygulama** isimli yüksek lisans tezimin tarafımdan ve uygun görülmeyecek hiç bir yardıma başvurulmaksızın yazıldığını, yararlandığım eserlerin kaynakçada belirtilmiş olanlardan ibaret olduğunu ifade eder, bunu şerefimle onaylarım.

Erdal YILMAZ

ÖNSÖZ

Dinamik programlama yönteminin konu edildiği bu yüksek lisans tezinde determinist dinamik sistemler ve sıralı karar süreçleri temel alınarak bir kantitatif karar verme tekniği olarak dinamik programlama yöntemi incelenmeye çalışılmıştır. Yine çalışmamızda işletmeler için gerçekten önemli bir problem olan orta dönemli üretim planlama faaliyetleri incelenmiş, dinamik programlama yöntemi kullanılarak bu probleme ilişkin bir çözüm yöntemi sunulmaya çalışılmıştır.

Tez konusu olarak dinamik programlama yöntemini seçmeye beni yönlendiren değerli hocam Prof. Dr. Güneş GENÇYILMAZ'a ve çalışma boyunca değerli desteklerini benden esirgemeyen değerli hocam Doç. Dr. Aykut TOP'a teşekkürlerimi sunarım.

Ayrıca çalışma boyunca bana verdikleri destekten ve gösterdikleri sabırdan dolayı aileme ve dostlarıma teşekkür ederim.

Erdal YILMAZ

İÇİNDEKİLER

ŞEKİLLER LİSTESİ

Şekil :

GİRİŞ

"İnsanlığın bugünkü uygarlık düzeyine doğayı anlama çabaları ile eriştiği söylenebilir. Doğayı anlamak, doğanın sunduğu olanakları kavrayıp değerlendirme, bunları kullanılabilir şekillere dönüştürme, kullanıcıların yararına sunma sürecinin en önemli bileşenini oluşturmaktadır. Doğayı yöneten yasaların yeterli bir yaklaşıklıkla kişisel yorumlara izin vermeyen ve matematiksel olarak ifade edilebilecek şekilde saptanabilmesi uygarlığımızın biçimlendirilmesinde çok etkili olmuştur. Uygarlığımızın ötesinde çağdaş kültürlerin oluşmasında ve düşün sistemlerinin gelişmesinde de bu yasaların ve de elde edilmelerinde izlenen yaklaşımların rolü yadsınamaz." (Bixby, önsöz, 1997)[1]

Doğayı anlama çabaları her ne kadar Eski Yunan ve Anadolu kültürlerinde başlamışsa da bugün anladığımız bilimsel anlamda çabalar Rönesans'ın sonlarında Galileo'nun çalışmalarında filizlenmeye başlamıştır. Bu çalışmalarda kendini gösteren yöntemsel yenilikler doğa olaylarının (dinamik sistemlerde) 'kişisel yorumlara izin vermeyen ve matematiksel olarak ifade edilebilecek şekilde saptanabilmesi'ni sağlarken aynı zamanda özellikle Newton ve Leibniz'in eş zamanlı fakat birbirlerinden habersiz olarak geliştirdikleri matematiksel ilkeler doğa olaylarının matematiksel bağıntılarının verilebilmesini sağlamıştır.

Bu temel çalışmaların "dinamik sistemlerde planlama problemleri"ne uygulama çabaları 1600'lerin sonlarında Bernoulli Kardeşler'in yapmış oldukları çalışmalarla başlamıştır. Bu başlangıçtan günümeze kadar yapılan çalışmalar tarihsel bir

---

[1] Prof. Dr. Erdoğan S. Şuhubi'nin kaleme aldığı önsözden.

perspektiften incelendiği zaman açık bir şekilde görülebileceği gibi dinamik sistemlerin bugün anladığımız bilimsel anlamda incelenmeye başlanması ve teorik temellerinin oluşturulması fizikçilerin çalışmaları ile başlamış, zaman içerisindeki gelişmelerde de hep fizikçiler ve matematikçiler ön planda yer almıştır. Bu çalışmaların sürdürüldüğü 300 yıl boyunca, bilim adamları hep doğa bilimlerine ilişkin konulara odaklanmışlardır ve bunun sonucunda da en azından belirli sistemlerin işleyiş prensipleri kesin bir şekilde tanımlanabilmiştir.

İşte bu nedenle çalışmamızda 'dinamik sistemler'e öncelikle fizikçilerin bakış açısıyla yaklaştık ve bu bakış açısı birinci bölümümüzün konusunu oluşturdu. Bu bölümü oluşturan birinci ve ikinci kısımda sistem kavramının tanımlaması ve sınıflandırılması üzerinde duruldu. Üçüncü kısımda dinamik sistemlerin matematik ifadeleri, dördüncü kısımda 'sistemin girdileri', beşinci kısımda ise 'zaman' sorunu incelendi. Son kısımda ise tüm bu açıklamaların ışığında 'sistem' ve 'durum' kavramları ile gerçek hayattan matematiksel modele geçiş sorunu tanımlandı.

İkinci bölüm, birinci bölümde ortaya konulan tanımlamalar ve kısıtlamalar çerçevesinde dinamik programlamanın teorik olarak incelenmesi ile ortaya çıktı. Çalışmamızın konusu özellikle 'deterministik' durumlarla sınırlandırıldığı için 'stokastik' durumlar incelemeye dahil edilmemiştir. Benzer şekilde incelediğimiz sistemlerde karar süreçleri 'seri çok aşamalı karar süreçleri' olduğu için 'seri olmayan karar süreçleri' incelemeye dahil edilmemiştir. Bu noktada deyinilmesi gereken diğer bir nokta da çalışmamızda incelediğimiz dinamik sistemlerin doğrusal ilişkilerden oluşmuş olmasıdır. İşte bu kısıtlamalar çerçevesinde, ikinci bölümün birinci kısmında dinamik programlamanın kısa bir tarihçesinin yanı sıra dayandığı temel prensipler tespit edilmiştir. İkinci kısım dinamik programlamanın formülasyonunu oluşturan temel kavramlar üç başlıkta (Çok Aşamalı Karar Sistemleri, Bellman'ın Optimizasyon Prensibi ve Yineleme Denklemleri ile Kısıtlar) incelenmesi ile ortaya çıkmıştır. Üçüncü kısımda dinamik programlamanın çözüm işlemleri bir akış diyagramı yardımıyla açıklanmıştır.

Dördüncü ve son kısımda ise dinamik programlama yönteminin avantaj ve dezavantajları üzerinde durulmuştur.

Üçüncü bölümde ise 'üretim yönetimi' problemleri içerisinde önemli bir yere sahip olan 'üretim planlama problemi' üzerine bir vaka çalışması gerçekleştirilmiştir. Üçüncü bölümün birinci kısmında 'üretim planlama problemi' tanımını oluşturan temel unsurlarla beraber üretim planlama problemi için bugüne kadar ortaya konulmuş matematiksel çözüm önerileri incelenmiştir. İkinci kısımda otomotiv yan sanayinde üretim planlama faaliyetleri ele alınmış, üçüncü kısımda ise uygulamamıza konu olan ve otomotiv yan sanayinde faaliyet gösteren Şahin Metal A.Ş. isimli firmada tespit edilen üretim planlama problemine matematiksel bir model önerilmiş ve önerilen bu model bir bir kantitatif karar verme tekniği olan 'dinamik programlama' yardımıyla çözülmüştür. Bu çözüm sonucunda elde edilen sonuçlar, mevcut durum ile karşılaştırılarak değerlendirilmiştir.

Çalışmamızın dördüncü ve son bölümünü oluşturan sonuç bölümünde ise üç bölümde yapılan çalışmalar genel bir değerlendirilmeye tabi tutulmuştur. Tezin sonuna vaka çalışmasına konu olan problemin dinamik programlama yöntemi yardımıyla çözümüne ilişkin elle çözüm tabloları eklenmiştir.

BİRİNCİ BÖLÜM

DİNAMİK SİSTEMLER

1.1. Sistem Kavramı

"Sistem" kelimesi son zamanlarda günlük yaşantımızda da sürekli kullandığımız, bizden bir kelime haline geldi. Taşıma sistemi, elektrik sistemi, adalet sistemimiz, ekonomik sistemimiz, eğitim sistemi, seçim sistemi vb.

Sistem kavramı çok değişik biçimlerde tanımlanabilir, örneğin sistem, öğelerin ya da bileşenlerin ilişkilerinin bir amaç için organize edilmesidir, şeklinde tanımlanabilir (Yamak, 1994, 4). Aynı şekilde, çalışmamızın bakış açısına paralel olarak, sistem tek bir kelimeyle de tanımlanabilir: "Düzen". Bir sistem, birbirleriyle bağlantılı parçaların bir araya toplanması ile oluşur ve "girdi" olarak adlandırılan, dinamik değişkenler seti ile "çıktı" olarak adlandırılan bağımlı değişkenler setini içerir. (Cochin, 1997, 1)

1.2. Sistemlerin Sınıflandırılması

Sistemler değişik özellikleri vurgulanarak çok farklı şekillerde sınıflandırılabilirler. Örneğin, sistemi oluşturan alt sistemlerin birbirleriyle olan bağlantı derecelerine göre; Bağımsız sistemler, Cascade sistemler ve Karma sistemler olmak üzere üç sınıfa ayrılabilir.

Bağımsız sistemlerde, hiçbir alt sistem diğerini etkilemez. Doğaldır ki alt sistemlerin arasında hiçbir ilişki yer almıyorsa bu bir sistem değildir. Bu yüzden alt sistemler birbirlerini etkilemiyor olsalar dahi aralarında bir ilişki mutlaka var olmalıdır.

"Cascade" sistemlerde alt sistemlerde meydan gelen olaylar zincirleme bir şekilde birbirlerini etkilerler. Örneğin A bölümü B bölümünü, B bölümü C bölümünü C bölümü D bölümünü etkileyecek ve böylece devam edip gidecektir. Ancak bunun tersi bir işleyiş söz konusu değildir. Bu çeşit herhangi bir sistemde öncelikle A bölümü işleyecektir. Daha sonra B bölümü işleyecek fakat bu işleyiş A bölümünün etkilerini de içerecektir. Daha sonraki C bölümünün işleyişi ise hem A hem de B bölümlerinin etkilerini içerecektir. Bu olaylar belki de tek bir zamanda meydana gelebilir. Ancak yine de bu zincirleme akış, işleyiş içerisinde yer alacaktır.

Son olarak Karma Sistemlerde ise alt sistemler birbirlerini karşılıklı olarak etkilerler. Bu yapıdaki sistemlerde olaylar belirli bir anda gerçekleşemez ancak sistemin işleyişinde bir eşzamanlılık vardır. (Cochin, 1997, 2)

Değişik açılardan değerlendirdiğimizde ise sistemleri şu başlıklar altında da sınıflandırmak mümkündür:

Determinist sistemler, Stokastik sistemler,

Sürekli sistemler, Kesikli sistemler,

Statik sistemler, Dinamik sistemler,

Kısıtlanmış sistemler, Kısıtlanmamış sistemler,

Doğrusal sistemler, Doğrusal olmayan sistemler, vb. (Cochin, 1997, 6)

Sistemlerin sınıflandırılması, bizim için özellikle sistemin matematiksel olarak ifade edilebilmesi açısından önem kazanmaktadır. Çünkü sistemin determinist ya da stokastik olarak tanımlanması, kesikli ya da sürekli zamanlarda tanımlanması, sistemi oluşturan elemanların aralarındaki ilişkilerin doğrusal olması ya da olmaması kurulacak matematiksel model için çok önemli noktalar olarak karşımıza çıkmaktadır. Özellikle çalışmamızın sınırlarının da önemli bir bölümünü oluşturan bu temel kavramlara daha yakından bakılacak olursa:

1.2.1. Determinist ve Doğrusal Dinamik Sistemler

Avrupa felsefesinin kurucuları olduğu herkesçe kabul edilen Thales, Anaksimandros ve Anaksimenes bugün anladığımız anlamda filozof değillerdi. Onlar, temelde doğa bilimleri sorunları diye adlandıracağımız şeylere ilgi duyuyorlardı. Onların araştırma alanları, bildikleri kadarıyla tüm doğa âlemiydi (Thomson, 1997, 171). Başka bir deyişle "dış dünya" onların araştırma alanlarını oluşturmaktaydı. Doğaldır ki onlar, bugün kullandığımız bilimsel yöntemlerin hiç birini kullanmıyorlardı.

Ancak bu üç düşünürün önemi, ortaya koydukları gerçeklerden çok ulaşmaya çalıştıkları amaçlarındaydı. Aristoteles'e göre erken dönem Yunan filozoflarının amacı; "varolan bütün şeylerin varlık nedenlerini aldıkları... ve sonunda yine ona döndükleri, koşullar değişse de özü devam eden maddi ilkeyi" bulmaktı. Bu maddi ilkenin temelinde yatan determinist düşünce ile dünyadaki tüm işleyiş tanımlana-bilecek, her şey önceden belirlenebilecekti.

İşte daha ilk filozofların bile peşine düştüğü bu "maddi ilke" günümüzde bile kendisini bilim adamlarından saklamaktadır.

İlk dönemlerde gözlem ve diyalektik yöntemlerle bu amacın peşine düşen filozofların ardından 17. yy.da bugünkü anlamı ile bilimsel çalışmalar kendisini göstermeye başladı. Bu "modern bilim"in gelişim sürecinde Galileo, Kepler, Newton ve Leibniz gibi adı öncelikle anılması gereken bilim adamlarının çalışmaları önem taşımaktaydı. Deneysel inceleme yöntemini kullanarak yaptığı çalışmaları ile Galileo ve neredeyse aynı dönemlerde geliştirdikleri "cebirsel" ilkelerle matematiği fiziğin dili haline getiren Newton ve Leibniz, insanların dış dünyaya bakışlarını kökünden değiştirdi. Özellikle Orta Çağın, bilimsel yaklaşımlar yerine teolojik yaklaşımları kullanarak ulaşmaya çalıştığı fiziksel dünya hakkındaki cevaplar yerine Klasik Fiziğin tanımladığı "Dinamik Sistemler" eski yaklaşımlardan tamamen farklı bir bakış açısına sahipti. İşte bu farklılık üçüncü bin yıla girerken ulaştığımız bilimsel seviyenin yapı taşlarını oluşturmaktaydı. Bugün bile kullandığımız temel kavramlar, özellikle Orta Çağın dini dogmalarının ardından kullanılmaya ve tartışılmaya başlanmıştı. (Bixby, 1997, 39)

Yeni bakış açısının temel özelliklerini tanımlayan iki önemli kavram; "Determinizm" ve "Doğrusal İlişkiler"di. Eğer bu iki kavramı daha detaylı olarak incelersek;

Dinamik bir sistemin doğrusal olmasının anlamı şudur: "Bütün", parçacıklarının toplamına tam olarak eşittir. Eğer bir sistem parçalarının toplamına kesin olarak eşitse, o zaman her parça başka bir yerde ne olduğundan bağımsız olarak kendi işini kendi başına yapmakta özgür olur, bu da onun matematiğinin analiz edilmesini kolaylaştırır. Doğrusal kavramı, bu tür bir denklemin grafiğini çizdiğinizde ortaya çıkan resmin düz bir çizgi olmasına atıfta bulunur. (Ruelle, 1998, 25)

Doğrusal sistemler, doğrusal olmayan sistemlere göre daha kolay analiz edilebilir ve çözülebilirler. (Cadzow, 1973, 19)

L herhangi bir sistem olmak üzere, L sisteminin doğrusal olduğunu söyleyebilmek için aşağıdaki şartın sağlanmış olması gerekir:

Eğer u_1 ve u_2 sistemin girdileri, $L(u_1)$ ve $L(u_2)$ bu girdilerin ortaya çıkarttığı birer çıktı ise;

$L(c_1u_1+c_2u_2) = c_1L(u_1)+ c_2L(u_2)$ olmalıdır.

c_1 ve c_2 keyfi birer reel ya da kompleks sayıdır. (Thomas, 1980, ...)

Dinamik bir sistemin determinist olmasının anlamı şudur: Sistemin gelişigüzel seçilmiş bir başlangıç zamandaki durumunu biliyorsak herhangi bir başka zamandaki durumunu da saptayabiliriz. Laplace'ın determinizme ilişkin ünlü açıklaması bu bakış açısını çok net bir şekilde ortaya koymaktadır:

"Doğanın yaratılışında rol oynayan tüm güçleri ve doğayı oluşturan tüm öğeleri bilen ve bu bilgileri çözümleyecek kadar güçlü olan bir zeka, evrendeki en büyük cisimlerden en küçük atomlara dek varolan her şeyin evrimini tek bir formülle açıklayabilirdi. Böyle bir zeka için hiç bir şey belirsiz ya da bilinmez olmayacağı gibi geçmiş de, gelecek de aydınlanırdı. Astronomi bilimine kazandırmış olduğu tüm kusursuzluğa karşın insan zekası bunun ancak silik bir kopyası olabilmiştir."

Laplace'ın bir ölçüde teolojiden etkilenen bu görüşü determinizm kavramını çok net bir biçimde açıklamaktadır. Bu sistemde her şey önceden belirlenmiş ve kesinleştirilmiş kurallar çerçevesinde işler. Bu kuralları koyan o çok büyük "zeka"dan başkası değildir. Başlangıç koşullarının ve bu işleyiş kurallarının bilinmesi halinde gelecek hakkında kesin bilgilere ulaşılması hiç de zor değildi. (Ancak şurası da bir gerçektir ki insanoğlu bu noktadan henüz oldukça uzak bir noktadadır). Bu kesin bilgiler, doğa bilimlerinde olduğu kadar içerisinde insanın da "karar değişkeni" ile sürece katıldığı sosyal bilimler için de geçerliydi.

Determinist dinamik sistemleri, bugün anladığımız anlamda ilk defa tanımlayan ve matematiksel düşünce sürecini kullanarak bu sistemlerin gelecekte oluşturacakları "durum"ları tespit etmeye çalışan Newton, sistemi belirli kavramlarla sınırlamıştı. Onun sisteminde mevcut durumun kesin verilerle elde edilmesi mümkündü, sistemi etkileyen iç ya da dış unsurlar arasındaki ilişkiler doğrusaldı ve "sonsuz geri dönüşlü" bir sistem söz konusuydu.[1] Ancak Newton'un üzerinde çalıştığı dinamik sistemlerin bu özellikleri taşıyor olmasına karşın bu sınırlamalar tüm dinamik sistemleri kapsar nitelikte değillerdi. Bunun en yaygın örneği ise bilim adamlarının üzerinde çalışmaktan büyük zevk aldığı rastlantı ve gelişigüzellik konusu gelmekteydi. (Ruelle, 1998, 82)

---

[1] Zaman içindeki evrimin en basit biçimi değişmezlik olmasıdır. Bu durumda zamana bağımlılık yoktur ve sistem olduğu gibi kalır. "Sonsuz geri dönüşlü" bir sistem söz konusu ise zamansal evrimin ikinci en basit biçiminin periyodik salınımlar olduğunu söyleyebiliriz. Bundan sonra iki ya da daha çok salınımların süperkonumu gelir ve en sonunda da kaos ortaya çıkar. (Ruelle, 1998, 82)

Bu çalışmalar kapsamında geliştirilen "Olasılık Teorisi" belirsizlik ortamında karar vermek zorunda olan insanlar için belirli bilgiler sunmaktaydı. Ayrıca bilim adamları determinist dinamik sistemlerin işleyişi içerisinde yer alan gelişigüzellik sürecine bir tanımlama geliştirmek çabasındaydılar. Bu noktada, klasik fizik içerisinde (kuantum teorisi ortaya atılmadan önce) bilim adamlarının geliştirdikleri teorilerden en etkileyicisi Poincare'nin geliştirmiş olduğu teoridir. Poincare, dinamik sistemlerin determinist olduğunu düşünmekteydi ve bu düşüncesi içerisinde rastlantısallığı determinist dinamik sistemlere "Başlangıç Koşullarına Hassas Bağımlılık" kavramını kullanarak uygulamıştı.[2] Ona göre dinamik sistemlerin temel bir özelliği başlangıç koşullarına hassas bağlılık özelliğiydi ve başlangıç durumunda zorunlu olarak bulunan küçük bir belirsizlik, eğer yeterince beklenirse, sistemin "beklenen davranışında" çok büyük bir belirsizliğe yol açacak, doğal olarak bu durum da yapılan kestirimi geçersiz kılacaktır. Dinamik sistemler teorisinin yaratıcısının öne sürdüğü bu görüşün sonucu, rastlantı ve determinizmin uzun dönemde bilinmezlikte buluştukları idi: "Gözümüz-den kaçan küçük bir neden, görmezden gelemeyeceğimiz kadar büyük bir etkiye yol açar ve biz bu etkinin rastlantısal olduğunu sanırız." Kavramsal yönden bu çok önemli bir buluştur. Sistemimizin davranışı şaşmaz bir şekilde başlangıç durumu tarafından belirlenmekte, ama bu davranışları önceden tahmin edebilme olanağımız temelde kısıtlanmaktadır. Bunun nedeni başlangıç durumuna ilişkin bilgimizin kesinliğinin azalmış olması ve "gerçek" başlangıç durumu ile "hayali" başlangıç durumlarını birbirinden ayırt edemeyişimizdir. (Ruelle, 1998, 43)

1.2.2. Stokastik ve Doğrusal Olmayan Dinamik Sistemler

Determinist Dinamik sistemler, 17. yy.dan 20. yy.a kadar bilim adamlarının dünyaya bakış açısını belirledi. Kartezyen ideale bağlı kalan klasik fizik, evreni, yüce bir makinaya benzer bir şey gibi gösteriyordu bize ve o, parçalarının uzay içerisinde

[2] Sıfır noktasında sistemin durumunda meydana gelen çok küçük bir değişiklik kendisinden sonra gelen ve zamanla üstel biçimde büyüyen bir değişikliğe yol açar. Çok küçük bir neden çok büyük bir etki yaratır. (Ruelle, 38)

gösterdikleri değişikliklerle tam bir belginlik içinde belirlenebiliyordu; evrimi, ilkece, başlangıç durumu üzerine elimizde belli sayıda veri bulunduğunda, tam bir sağınlıkla öngörülebiliyordu. Başka bir değişle klasik fizik, bir dizgeyi (t_0) anında belirleyen büyüklüklerin [(x_0), (y_0)] değerleri açık ve kesin olarak bilindiğinde ve daha sonraki bir (t) anında büyüklükler belirlendiğinde, bunlar için (x, y,...) değerlerinin bulunacağı kuşkusuzca öngörülebilirdi. Belli bir andaki gerçek olaylara dayanılarak gelecekteki olayların sağınlıkla öngörülebilmesi olanağı; yani geleceğin kendisine bir şey katmaksızın şimdiki zaman içinde adeta içerilmiş bulunması anlamına gelen bu olanak, mekaniksel ve fiziksel kuramların temeline konmuş olan denklemlerin biçiminden ve bu denklemlerin matematiksel özelliklerinden ileri geliyordu. (Broglie, 1992, 16)

19. yy.da başlayan çalışmaların ardından 20. yy.ın ilk yarısında ortaya konulan "Kuantum Fiziği" ise dünyaya bu açıdan yaklaşmıyordu. Yeni fizik, basit bir ifadeyle, klasik fiziğin hesaplamada kullandığı; bir dizgeyi t_0 anında belirleyen büyüklüklerin (x_0, y_0) bilgisinin açık ve kesin olarak bilinmesinin olanaksız olduğunu ileri sürmekteydi. Fizikçi, t_0 anında bir dizgeyi belirleyen büyüklüklerin değerlerinin, kuantum kuramından edinmiş oldukları "kesinsizliklerle" belirlendiği için, daha sonraki bir anda bu büyüklüklerin değerinin ne olacağını artık sağınlıkla öngöremez; ancak, daha sonraki bir (t) anında bu büyüklüklerin belli değerleri sağlaması olasılığının ne olduğunu bildirebilir. (Broglie, 1992, 17)

Burada da görülebildiği gibi Kuantum Fiziği, eski fiziğe göre çok büyük düşünce farklılıklarını beraberinde getirmiş, bilim adamları dünyayı artık çok farklı bir şekilde tanımlar olmuşlardır. Bu farklılıkları Louis De Broglie; "fizikçiler kuantumların varlığından habersiz kalmış oldukları sürece, fiziksel olayların derin ve gizli yapıları üstüne bir şey anlamış değillerdi;..." sözüyle açıklamaya çalışmıştı. Ancak bu yenilik eski kuralların hiç birinin yanlışlığını ortaya koymadı. Zaten böyle bir iddiası da yoktu. Yeni Fizik sadece Klasik Fizik kurallarının tanımlayamadığı kuantlar dünyasını anlaşılabilir kılmıştı. Kısacası birbirlerini ikâme edici değil, tamamlayıcı nitelikteydiler. Artık tüm dinamik sistemler için geçerli olan fizik kuralları yoktu. Fizikçiler öncelikle inceledikleri sistemleri tanımlayarak hangi kuralların işlediği bir dünyada olduklarını bulmaya çalışmaktaydılar. Ulaştıkları sonuç doğrultusunda da çalışmalarına devam ediyorlardı. Yalnız eğer üzerinde çalıştıkları sistem yeni fiziğin dünyasının bir parçası ise yapılan çalışmalarda hassasiyet ve dolayısıyla yapılan işlemlerin sayısı oldukça fazlalaşıyordu. Bu da daha güç elde edilen fakat eskiye oranla daha doğru sonuç anlamını taşıyordu. Yeni fiziğin getirmiş olduğu tüm felsefi yeniliklere karşın, "doğa bilimleri" için getirmiş olduğu teknik farklılık, bu ön inceleme aşamasının çalışma sürecine dahil edilmiş olmasıydı.

Benzer durum "sosyal bilimler" için de geçerlidir. Sistemin tanımlanışı sistem üzerinde yapılan analizler ile elde edilen sonuçları da farklılaştırmaktadır. Bu yüzden sistemin determinist özellikler mi yoksa ihtimali özellikler mi taşıdığının belirlenmesi, sistemi etkileyen unsurlar arasındaki bağlantıların doğrusal olduğu ya da olmadığı kararları, yapılacak analizdeki matematiksel süreçleri ve bunun devamı olarak ulaşılacak sonuçları birebir etkileyecektir. Ancak bu noktada sosyal bilimler söz konusu olduğu zaman belirtilmesi gereken önemli bir nokta vardır; doğa bilimlerinde kuantların dünyası dışında çok büyük çalışma alanlarında determinist, doğrusal dinamik sistemler yer alırken, sosyal bilimlerin konusunu oluşturan dinamik sistemlerin önemli bir bölümü doğrusal olmayan ilişkilere dayanan, ihtimali veriler içeren sistemler olarak karşımıza çıkmaktadır. Bunun doğal sonucu ise karmaşık, zahmetli, uzun süreli ve pahalı çalışmalardır.

Bu nedenlerle, sosyal bilimlerde söz konusu olabilecek bu zorluğun giderilebilmesi için sistem hakkında, sistemin determinist ve doğrusal olduğu yönünde kabuller yapılması hem çalışmamızı kolaylaştıracak hem de bize büyük bir zaman ve maliyet avantajı sağlayacaktır. Yapılacak kabullerin bu olumlu yanlarının yanı sıra getireceği bazı olumsuzluklar da olacaktır. Bu olumsuzlukların başında da artık ulaşacağımız cevabın tam olarak doğru olmayacağı, küçük ya da büyük belirli bir sapma ile elde edilebileceğidir. Bu noktada kurulan modelin, tanımlanan sistemi ne kadar iyi temsil ettiğinin ve verdiği sonuçların doğruluğunun devamlı olarak test edilmesi, bu sonuçlara dayanılarak verilecek kararların doğruluğu açısından önem arz edecektir. (Karayalçın, 1993, 43)

Dinamik sistemlerin temel özellikleri söz konusu olduğunda çalışmamızın konusunu, determinist ve doğrusal dinamik sistemler oluşturacaktır.

1.3. Dinamik Sistemlerin Matematiksel Olarak İfade Edilmesi

Günümüzde biraz değişmiş olsa da 17.yy.dan 20.yy.a kadar "dinamik sistemler" matematiksel olarak; özellikleri zaman içerisinde değişen fiziksel olgular olarak tanımlanırdı. Bir topun düz bir çizgi üzerindeki hareketi, sarkaçlı bir saatin hareketi ya da dünyanın ekseni üzerindeki hareketi bunlara örnek olarak verilebilir. Bu fiziksel olgular dinamik sistemleri oluştururlar ve değişen özellikleri zamanın değişik noktalarında değişik "durum"lar alır.

Dinamik sistemleri tanımlamak için sadece sistemi oluşturan değişik "durum"larının tespit edilmesi yeterli değildir. Aynı zamanda bu parçaların birbirleri ile olan "ilişkileri"nin ve zaman içerisindeki değişimin "kuralları"nın da belirlenmesi gereklidir. Bu kurallar "durum eşitlikleri" ya da "durum değişim eşitlikleri"dir. Bunlar bize, sistemin gelecek durumlarını, geçmiş ve şimdiki zaman durum bilgileri ile hesaplama şansını verir. (Gluss, 1972, 1)

Örneğin, u sabit bir hızla, Oy düz çizgisinde hareket eden küçük bir parçacık düşünelim.

Eğer y_t, parçacığımızın t zaman sonraki pozisyonuysa, y şu eşitliğin koşullarını sağlar:

$$y_{s+1} = y_s + u$$

Bu eşitlik değişik s zamanları için başarıyla uygulanabilir;

$$y_t = y_{t-1} + u = (y_{t-2} + u) + u = \ldots = y_0 + tu$$

Örneğimizde pozisyon y, sistemin herhangi bir zamandaki "durum"u olarak tanımlanmaktadır. $y_{s+1} = y_s + u$ hareket eşitliği ise, bize mevcut durum y_s'den gelecekteki durum y'yi hesaplama şansı veren eşitliğimiz yani "durum eşitliği"mizdir ve basit bir ilk örnek olmasından ötürü bu eşitlik sadece bir adet "durum değişkeni" içermektedir (y).

Örneğimizi bir adım daha geliştirir ve parçacığımızı sabit bir hızla hareket ettirmek yerine sabit bir a artan hızıyla hareket ettirirsek; şimdi "durum eşitliği"miz y_{s+1} ve u_{s+1} için bir denklem ikilisinden oluşacaktır.

$$\left.\begin{aligned} y_{s+1} &= y_s + u_s + \tfrac{1}{2}a \\ u_{s+1} &= u_s + a \end{aligned}\right\}$$

Bu denklem ikilisi, (t=1) başlangıç zamanı olmak üzere t zamanında alınan yol, bildik bir denklemle; $ut + at^2/2$'e ve t zamanında ulaşılan hız ise (ikinci eşitlik) $u + at$'a eşit olmaktadır (u, ilk hız olmak üzere).

Bu aşamada sistemimizin herhangi bir zamandaki durumunu tanımlayabilmek için , iki değişkeni y ve u değişkenlerini bilmek zorundayız. Sistemin gelecekteki hareketlerini saptayabilmek için ancak bu iki denklemin ve bu iki değişkenin şu andaki değerlerinden bir sonuç çıkartılabilir.

Aslında incelediğimiz sistemin matematiksel ifadesi ve özellikleri ile ilgili örnekleri derinleştirmek mümkündür. Ancak bu basit örnek de, determinist ve doğrusal olan bir sistemin analizi ve matematiksel modelin oluşturulmasında ortaya çıkan bazı kavramları açıklamamızda yeterlidir. (Gluss, 1972, 3)

1.4. Dinamik Sistemlerde Girdi

Dinamik sistemlerin işleyişi, dışarıdan gelen ve sistemi etkileyen "girdi"lere (v_s) bağlı olarak incelenmektedir.

Bu tür sistemlerde tipik durum eşitlileri, eğer v_{s+1}, zaman periyodu [s, s+1) boyunca girdi ise;

$x_{s+1}=T(x_s, v_{s+1})$ olacaktır.

Dinamik sistemimize girdileri de dahil ettiğimizde artık zaman içerisinde değişime uğrayan herhangi bir sistem, bilimsel ve matematiksel analiz için açık bir oyun halini alacaktır.

Belki daha enteresan olarak ortaya konulabilecek diğer bir nokta; "insan girdisi"nin sisteme dahil edilmesi olacaktır. Yani sistemimiz "karar değişkeni"ni de içerebilecektir. Tanımladığımız dinamik sistemler yalnızca fiziksel ya da biyolojik sistemleri kapsamazlar. Aynı zamanda sosyal bilimlerin konusu dahilinde olan ve sistemlerin yalnızca gözlemlenmesinin ötesinde insanların sistemlerde ne gibi davranış değişikliklerine neden olduklarının da belirlenmesi gerekebilir. İşte bu noktada "karar değişkeni" sürece dahil olacaktır. (Gluss, 1972, 4)

Karar Değişkenlerini (ya da çok aşamalı karar süreçlerini) içeren dinamik sistemler çalışmamızın da konusunu teşkil edecektir.

1.5. Dinamik Sistemlerde Zaman Sorunu

Dinamik Sistemleri zaman değişkenine göre; zamana bağlı olan ve olmayan dinamik sistemler şeklinde tanımlayabiliriz. Zamana bağlı dinamik sistemler ise kesikli zamanlarda ve sürekli zamanlarda tanımlanan sistemler olmak üzere yine ikiye ayrılabilir.

1.5.1. Zamandan Bağımsız Dinamik Sistemler

Bu yapıdaki sistemlerde, ulaşılmaya çalışılan optimum nokta zamana değil sistem girdilerine ve sistemin işleyişindeki sürekliliğe bağlıdır. Örnek olarak çok aşamalı bir dağıtım problemi ele alınacak olursa; problemde girdi olarak belirli kaynaklar vardır ve amaç bu kaynakların kullanımı ile ulaşılacak toplam getirinin maksimizasyonudur. Açık bir şekilde görülebilecektir ki problemin amacı olarak belirlenen ve maksimum olması istenen toplam getiri fonksiyonu zamandan tamamen bağımsızdır. Toplam getiri fonksiyonunu etkileyen iki unsur; kaynakların girdi miktarı ile aşama sayısı olacaktır. (Bellman, 1965, 30)

1.5.2. Zamana Bağlı Dinamik Sistemler

Zamana bağlı dinamik sistemler iki şekilde tanımlanabilir; sürekli ve kesikli dinamik sistemler.

Aslında gerçek hayatta çok az sistem tam olarak sürekli ya da kesiklidir. Fakat içlerinden birinin sistemin özelliklere hâkim olduğu noktada böyle bir sınıflama yapmak mümkün olacaktır. (Law, 1991, ...)

Kesikli bir sistemde, durum değişkeni ya da değişkenleri yalnızca zamanın belirli noktalarında değişime uğrarlar ki bu belirli noktalar kesikli olarak tanımlanmış setlerde ifade edilirler. Zaman parçaları ise kT veya t_k (k=0, 1, 2, ...) biçiminde gösterilirler (Ogato, 1995, 3). Bu sistem için bir banka şubesi örnek olarak verilebilir. Şubedeki durum, yalnızca bir müşteri şubeye vardığı zaman ya da bir müşteri şubedeki işlerini tamamlayarak oradan ayrıldığı zaman değişecektir.

Sürekli bir sistemde ise, durum değişkeni ya da değişkenleri zaman içerisinde sürekli bir şekilde değişime uğrayabilirler. Herhangi bir topun hareketi bu sistem için örnek olarak verilebilir. Topun durumu, hareket hali devam ettiği sürece, sürekli olarak değişecektir. (Banks, 1996, 9)

Dinamik sistemlerde zaman sorunu çalışmamızın diğer bir sınırını oluşturacaktır. Zamandan bağımsız dinamik sistemlerle beraber kesikli zamanlarda tanımlanmış dinamik sistemler çalışmamızın konusu içerisinde yer alırken sürekli zamanlarda tanımlanmış dinamik sistemler çalışmaya dahil edilmemiştir.

1.6. Dinamik Sistemlerde Modelleme Sorunu

Gerçek hayattaki bir sistem veya problemin, matematiksel olarak analiz edilebilmesi için öncelikle yapılması gereken o sistem ya da problemin matematiksel modelinin oluşturulmasıdır.

Model, gerçek hayattaki bir sistem ya da problemin temsili, şeklinde tanımlanabilir. Matematiksel model ise, bir sistem ya da karar probleminin bir dizi matematiksel sembol ve ilişkiler ile temsil edildiği bir modeldir. (Top, 1996, 109)

Fiziksel bir sistemi, matematiksel olarak analiz ettiğimizde modelin oluşturulabilmesi için;

a-) sistemi etkileyebilen her akla uygun faktör için durum değişkenlerinin tanımlanması,

b-) bu durum değişkenleri arasındaki ilişkilerin tanımlanması, gerekmektedir.

Bu noktada özellikle (a) üzerinde durmak gerekmektedir. Gerçek hayatta var olan tüm değişkenleri modelin içerisine yerleştirmek mümkün değildir. Zaten mümkün olsaydı bile böylesi bir modelin çözümü için oldukça büyük zorlukların üstesinden gelmek gerekirdi. Bir beysbol topunun havada hızla süzüldüğünü düşünelim, "tutucu" topu yakalamak için öncelikle topun merkezinin ne yapıyor olduğu ile ilgilenmektedir. Topun dönüşüyle ya da topa nasıl vurulduğu ile ilgilenmez. Bunun sebebi, birinci olarak bu karakterleri incelemek için herhangi bir yol yoktur, ikinci olarak bunu yapabilmiş olsaydı bile tutucu, söz konusu değişkenlerin topun hareketine etkilerinin analizi ona topun gelecekteki durumunu tespit etmekte yardımcı olmayacaktı (en azından o Einstein ile yüksek hızlı bir bilgisayarı birleştirmediği sürece). Bunlara rağmen "tutucu" başka durum değişkenleri (rüzgâr) ve durum eşitlikleri ile de ilgilenmektedir. Böylece tutucunun zihninde, topun merkezinin pozisyonu, hızı, hızındaki artışı ve rüzgârın topun hareketini etkileyişi oluşacaktır. Onun yıllar içinde gelişmiş tecrübeleri, top ile kendisinin en konforlu ve başarılı buluşmalarının nerede olacağını yaklaşık olarak önceden bildirmektedir. Tecrübe, "durum eşitlikleri"nin nasıl işleyeceğinin tespitinde gerçekten önemli bir rol üstlenmiştir (Gluss, 1972, 7).

Bu durum bizi, "bazı" durum değişkenlerinin ve durum eşitliklerinin modele dahil edilmemesi sonucuna götürecektir. Başka bir deyişle model "idealize" edilecektir. Bunun temel nedeni, bu değişkenlerin ve eşitliklerin bizim için önemli gözükmemesi veya onları tespit edemeyişimizdir.

İKİNCİ BÖLÜM

DİNAMİK PROGRAMLAMA

2.1. Dinamik Programlamanın Doğuşu

Bugün verilen kararlar gelecekte ortaya çıkacak olan olayları etkiler. Verdiğimiz bazı kararlar, bazı fırsatların gerçekleşmesini kesinleştirirken bazılarını tamamen ortadan kaldıracak diğerlerinin ortaya çıkışlarında bazı değişiklikler yaratacaktır. Eğer şu anda verdiğimiz kararlar gelecekteki fırsatlarımızı etkilemeseydi, planlama problemi oldukça önemsiz ve monoton bir sorun haline dönüşürdü.

Çalışmamızın bu bölümünde, kesikli, deterministik çok aşamalı karar süreçleri özelliklerini taşıyan planlama problemleri için, Dinamik Optimizasyon Tekniği olarak adlandırılan analitik metot incelenmektedir.

Planlama problemlerinde, analitik yöntemler 1600'lerin sonlarında Bernoulli Kardeşlerin yapmış olduğu çalışmalar ile başlamıştır. Bernoulli Kardeşler Newton ve Leibniz'in ortaya koyduğu matematik ilkelerini geliştirmiş ve bazı fizik problemlerinin çözümünde kullanmışlardır. (Eğer küçük bir obje yerçekiminin etkisi altında hareket ederse, iki sabit nokta arasındaki hareketini en hızlı şekilde tamamlamasını sağlayacak yolun şekli ne olurdu?) Bu ilk çalışmaları, diğer özel problemlere çözüm önerileri ve genel matematik teorinin geliştirilmesi izledi. Bernoulli Kardeşlerden Jean Bernoulli'nin öğrencisi olan Euler'ın ortaya koyduğu ve çağdaşı Lagrange'ın geliştirdiği "varyasyonlar hesabı"nın hareket problemlerine uygulanması ile bu konunun analitik olarak incelenmesinde büyük bir aşama sağlanmış oldu. Ekonomi ve İşletme Bilimleri alanlarında karşılaşılan planlama problemlerine analitik yöntemlerle çözüm önerileri, ilk olarak 1920'li yılların sonlarında ve 1930'lu yılların başlarında Roos, Evans, Hotelling ve Ramsey'in çalışmalarında görülmeye başlandı. (Kamien, 1981, 3)

Modern Çağ 1960'larda, matematiğin yeniden yükselmesi ile ekonomist ve işletmecilerden oluşan grupların dinamik problemlerle ilgilenmesiyle başladı. Optimal Kontrol Teorisi, 1950'lerin sonlarında Rusya'da Pontryagin ve arkadaşları tarafından geliştirildi. İngilizce çeviri, İngiltere'de 1962 yılında yayınlandı. Pontryagin'in kontrol problemlerine çözüm önermek üzere geliştirdiği temel kavram ise "*maksimizasyon prensibi*" (*the Pontryagin maximum principle*) olarak adlandırıldı ve bu kavram, genel bir sınıflama içerisinde, sürekli bir süreçte, kontrol teorisinin optimizasyonu sorununa çözüm önerilerine öncülük etti. Aslında "mekanik sistemler" üzerine yapılan araştırmaların sonucunda ortaya konulan bu yaklaşım daha sonraları kontrol süreçleri üzerine çalışan işletmeciler ve endüstri mühendisleri tarafından kendi karşılaştıkları problemlere de uygulandı (Jagdish, 1994, 195). (Aynı yıllarda, bir grup ekonomist; ekonominin optimum büyüme modelleriyle ilgileniyorlardı ve işletme bilimcileri optimum envanter politikaları üzerine çalışıyorlardı. Bu araştırmalar dinamik analizin "yeni araçları" için "hazır pazar" durumundaydılar ve çalışmalar hemen başlamıştı.)

Dinamik programlama ise yine 1950'lerde Richard Bellman tarafından geliştirildi. Dinamik programlamayı oluşturan temel eleman ise; "Optimizasyon Prensibi"ydi (the principle of optimality). Bellman'ın optimizasyon prensibi ile Pontryagin'in maksimizasyon prensibi aynı problemlere farklı yöntemlerle çözüm önermelerinden dolayı adeta bir rekabet içerisine girmişlerdi. Fakat bu iki yaklaşım arasında bazı temel farklılıklar da mevcuttu. En temel farklılık ise; Pontryagin'in maksimizasyon prensibi herhangi bir optimum için gerekli şartları sağlarken, Bellman'ın dinamik programlama yöntemi ise belirli bir optimuma ulaşmak için gerekli algoritmayı sağlamaktaydı (Jagdish, 1994, 195). Ayrıca özellikle işletme ve ekonomi bilimlerinin çalışma alanlarında önemli bir paya sahip olan kesikli dinamik problemlere ancak dinamik programlama direk bir çözüm önerebilmekteydi.

Dinamik programlama, ağırlıklı olarak 1950'lereden itibaren üzerinde çalışılmaya başlanan bir yöntem olarak karşımıza çıkmaktadır ve özellikle 1970'lerin sonlarına kadar yöneylem konuları arasında önemli bir yer tutmuştur. Bu dönemde üzerinde yapılan çalışmalarla oldukça büyük bir aşama kaydetmiştir. Bu gelişmenin baş mimarı hiç kuşku yok ki Richard Bellman'dır. Yaşamı boyunca 600'den fazla eseri yayınlanan R. Bellman'ın bu eselerinden pek çoğu dinamik programlama yöntemi üzerine çalışmaları içermektedir (Lew, 1986, 90). R. Bellman'ın yanı sıra Rutherford Aris, Stuart E. Dreyfus, Averill M. Law, Eric V. Denardo, Sven Dano, Robert E. Larson, Reginald Lee, George L. Nemhauser, A. Kaufman, R. Cruon, L. G. Mitten ve D. J. White dinamik programlama yöntemi üzerine yaptıkları çalışmalarla ön plana çıkmaktadırlar.

Bu dönemde dinamik programlama yöntemi, sıralı karar süreçlerine çözüm öneren bir yöntem olarak düşünülmekteydi. Yine temel yaklaşım "Bellman'ın optimizasyon prensibi"nin matematiksel ifadesi olarak tanımlanan "yineleme" yaklaşımıydı. Sıralı, yineleme ilişkisini içeren; doğrusal ya da doğrusal olmayan problemlere, kesikli ya da sürekli zamanlarda tanımlanan veya zamandan bağımsız problemlere çözüm önerebilmekteydi. Ancak 1980'lerden sonra dinamik programlama üzerine yapılan çalışmalar bu yöntemin seri olmayan, yineleme ilişkisi ve optimizasyon prensibi içermeyen problemlere de uygulanabilmesini sağlamaya yönelik çalışmalardır. (Wang, 1986, 288)

Bu yöndeki çalışmalara karşın yalnızca "seri" çok aşamalı karar sistemleri çalışmamızın konusu içerisinde yer alacaktır. Çalışmamızın konusunu oluşturacak olan, "sıralı karar süreçlerinde dinamik sistemler" kavramını ise kısaca şu şekilde tanımlamak mümkündür;

Statik bir problemde, tek bir aranan sayı ya da sayılar setinin bulunması bizi çözüme ulaştıracaktır. Örneğin bir firma kârını ($F_{(x)}$) maksimum kılacak olan üretim seviyesi x^*'i bulmak istiyor olabilir.

$$\max_{x\geq 0} . F(x)$$

Bu problemin cevabı tek bir x^* değeridir. Eğer F fonksiyonu belirtilmişse, x^* tam olarak tespit edilebilir.

Farklı bir durum, bir kaç değişkenin eş zamanlı olarak karar sürecine alınması olabilir.

$$\text{maks. } F(x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n)$$
$$x_i \geq 0, \ \ i=1,2,3,\ldots,n.$$

i=1,2,3,...,n olmak üzere, F (x_1, x_2, x_3,...,x_n) bir kâr fonksiyonu, x_I, i'inci üründeki değerken; çözüm n adet sayıdan oluşan bir çözüm setidir ki bu set maksimum kâr için üretilmesi ve satılması gereken her bir ürün miktarını verecektir $(x_1^{'}, x_2^{'}, \ldots, x_n^{'})$.

Yine daha farklı bir durum, son incelediğimiz tek aşamalı problemin çok aşamalı bir karar sürecini gerekli kılacak halidir. Bu problemde her bir aşama t için üretilecek ve satılacak mal miktarının (x_t) seçimi de söz konusudur:

$$\max . \sum_{t=1}^{T} F(t, x_t)$$
$$x_t \geq 0, \ \ (t=1,2,3,\ldots,T)$$

Optimal çözüm, T değerlerinin çözüm setinden oluşacaktır $(x_1^{'}, x_2^{'}, x_3^{'}, \ldots, x_t^{'})$.

Her bir aşamanın çıktısı sadece o aşamanın kârını etkilediği sürece, incelediğimiz problemimiz seri statik problemlere indirgenebilecektir. Yani, her bir aşamadaki üretim seviyelerinin tespiti o aşama kârının maksimizasyonunu sağlamak amacı ile yapılacaktır. Bu aşamaların sonunda ulaştığımız çözüm bize otomatik olarak maksimum toplam kârı verecektir. Böylelikle ilk olarak, T değişkene sahip problemimiz her biri yalnız bir değişken içeren T adet alt probleme bölünmüş olacaktır. Ayrıca n adet ürünün de bu probleme dahil edilebileceği açık bir şekilde görülebilmektedir.

Eğer problemimizde, tanımladığımız "üretim seviyesi" yalnızca tanımlandığı aşamayı değil, kendisinden sonra ki aşamayı da etkileyebileceği bir rol üstlenirse problemimiz tam anlamıyla "dinamik" hâle gelecektir. Örneğin, herhangi bir aşamada ortaya çıkacak olan kâr hem o aşamadaki üretim miktarına hem de bir önceki aşamanın çıktı değerlerine bağlı olabilir:

$$\max.\sum_{t=1}^{T} F(t, x_t, x_{t-1})$$

$$x_t \geq 0, \quad (t=1,2,3,\ldots,T)$$

Planlamanın başlangıç aşaması t=0 ve bu aşamada üretim seviyesi x_0 olmak üzere; x_0, birinci aşamanın kârını etkilediği andan itibaren "dinamik" bir problemdir ve bağımsız alt problemlere bölünemez. Artık problemi oluşturan aşamalar bir bütünlük ilkesi içerisinde eş zamanlı olarak ele alınmalıdır. (Kamien, 1981, 5)

2.2. Dinamik Programlamanın Formülasyonu

Dinamik programlama yönteminin formülasyonunu ortaya koyabilmek için öncelikle ele alınması gereken iki temel kavram vardır: Çok Aşamalı Karar Sistemleri ve Optimizasyon Prensibi.

Çok aşamalı karar süreçleri, "karma dinamik sistemler" olarak karşımıza çıkmaktadır. Bunun nedeni, sistemdeki işleyişi etkileyen çıktı-girdi ilişkisidir. Bu süreçlerde her bir aşamanın çıktısı bir sonraki aşamanın girdisini oluşturacaktır. Ayrıca, sistemi tanımlayabilmek için sadece girdileri modele dahil eden Durum Değişkenlerinin tespit edilmesi yeterli olmayacaktır. Bunun dışında Karar Değişkeni, Aşama Değişkeni, Dönüşüm, Getiri Fonksiyonları ve Politikanın da tanımlanması gerekmektedir. (White, 1978, 21)

2.2.1. Çok Aşamalı Karar Sistemleri

Dinamik programlama tekniğinin çözüm yöntemi içerisinde önemli bir role sahip olan "Çok Aşamalı Karar Süreçleri" temelde; n boyutlu büyük bir problemi , tek boyutlu n adet ardışık alt problemlere parçalayarak aşama-aşama optimum değere ulaşma düşüncesine dayanmaktadır (Bellman, 1965, 9). Yani n değişkenli herhangi bir fonksiyon, eğer ayrılabilir bir fonksiyon ise bu;

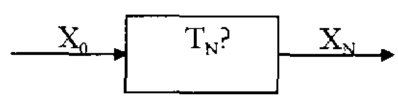
$$F(x_1, x_2, \dots, x_n) = F(x_1) + F(x_2) + \dots + F(x_n)$$

şeklinde tek değişkenli n fonksiyon toplamı olarak yazılabilir. Kaba bir yaklaşım olmakla beraber, bir problemin çözümü için gerekli işlem sayısının değişken sayısı ile üstsel, alt problem sayısı ile de doğrusal olarak arttığı söylenebileceğine göre; ana problemi alt problemlere ayırmak ve çözüme bu alt problemler kanalıyla ulaşmak büyük bir hesap kolaylığı getirecektir. (Tulunay, 1987, 614)

2.2.1.1. Çok Aşamalı Karar Sistemlerinin Temel Yapısı ve Çok Aşamalı Karar Sistemlerinde Çözüm Yöntemleri

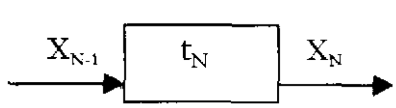
Dinamik programlama yönteminde, çözümü kolaylaştırma kaygısı ile çok aşamalı problem, ardışık alt problemlere bölünür (decomposition), daha sonra bu alt problemlerin her biri teker teker çözülür ve elde edilen sonuçlar ana problemin optimum değerini bulmak için yeniden bir bütün haline dönüştürülür (composition). Bu yaklaşım "çok aşamalı çözüm" olarak anılmaktadır ve doğaldır ki; problem tek aşamada çözülebiliyorsa bu yönteme ihtiyaç duyulmamaktadır. Fakat problem daha karmaşık bir yapıda ise çözüme ulaşılmasını oldukça kolaylaştırmaktadır. (Nemhauser, 1967, 14)

Çok Aşamalı Karar Sistemleri'nin genel yapısı içerisinde Durum Vektörleri (X_0-X_N) ve dönüşüm fonksiyonu (T_N) yer almaktadır. Dönüşüm (T_N), X_0 durum vektörü ile tanımlanan bir sistemi, karakteristiklerini değiştirerek X_N ile tanımlanan hâle dönüştürmektedir.



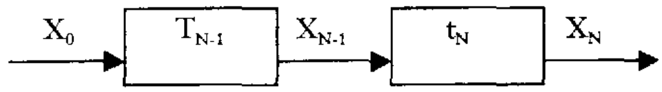
Şekil 1. Tek Aşamalı Karar Sistemlerinde Dönüşüm Süreci 1,
X_N=T_N(X_0)

X_0 durum vektörü, bu aşamada karara varılabilmesi için gerekli bilgileri tanımlar. X_N durum vektörü ise sistem karakteristiklerinin dönüşüme uğramış son durumunu tanımlamaktadır. Peki bu noktada, değişime neden olan T_N dönüşümü nasıl bulunabilir? T_N problemde her zaman açık bir şekilde yer almayabilir. Bu durumda T_N dönüşümünü alt problemlerine ayrılması gerekecektir. Farz edelim ki; t_N, X_{N-1}-X_N dönüşüm sürecini sağlamakta olsun. Bunun şekil üzerinde gösterilmiş hâli Şekil 2'dedir. Matematiksel olarak ifadesi ise X_N = t_N (X_{N-1}) fonksiyonudur (Beveridge, 1970, 680).



Şekil 2. Tek Aşamalı Karar Sistemlerinde Dönüşüm Süreci 2.

Şu anda orjinal problemi çözebilmek için ihtiyaç duyulan tek şey X_0-X_{N-1} dönüşümünü sağlayan sistem denkleminin belirlenmesidir. Yine farz edelim ki; T_{N-1} bu dönüşümü sağlayan fonksiyondur. Bu durumun ortaya çıkardığı sonuç ise şematik olarak Şekil 3'te görülmektedir. Bu iki kutucukta uygulanan t_N ve T_{N-1} dönüşümleri birlikte, sistemi T_N dönüşümü ile eşdeğer şekilde etkileyecektir.



Şekil 3. İki Aşamalı Karar Sistemlerinde Dönüşüm Süreci

Matematiksel gösterim ise :

$$X_{N-1} = T_{N-1}(X_0) \quad \text{ve} \quad X_N = t_N(X_{N-1})$$

Birleşik bir yazımla :

$$X_N = t_N(T_{N-1}(X_0)) = T_N(X_0) \quad \text{şeklindedir.}$$

Böylece $X_N=T_N(X_0)$ orjinal problemini iki alt probleme bölerek istenilen basitleştirme gerçekleştirilmiş oldu.

1-) $X_N = t_N(X_{N-1})$

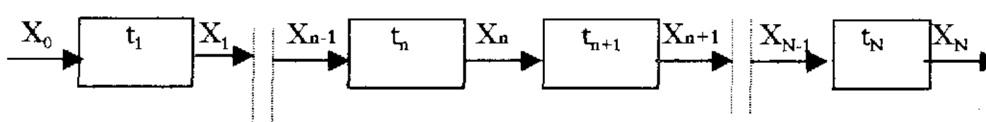
2-) $X_{N-1} = T_{N-1}(X_0)$

Bu noktaya gelindiğinde tıpkı T_N dönüşümünde olduğu gibi T_{N-1} dönüşümü de açık bir şekilde saptanamayabilir. Eğer böyle bir durum söz konusu ise, yine T_N dönüşümünün bulduğu yöntemle T_{N-1} dönüşümüne ulaşılabilir.

Bu yöntem sonuca ulaşana dek sürdürülür. Örneğin çözüme ulaşabilmek için, orjinal problemin N adet alt probleme bölünmesi gerekmişse:

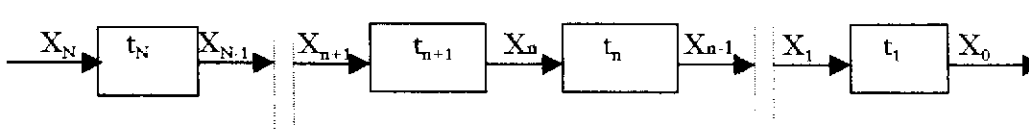
$$
\begin{array}{lll}
1\text{-)} & X_N & = t_N(X_{N-1}) \\
 & & \vdots \\
N\text{-}n\text{-)} & X_{n+1} & = t_{n+1}(X_n) \\
N\text{-}n+1\text{-)} & X_n & = t_n(X_{n-1}) \\
 & & \vdots \\
N\text{-)} & X_1 & = t_1(X_0)
\end{array}
$$

alt problemleri elde edilir. Şekil 4, bu problemin şematik gösterimini oluşturmaktadır.



Şekil 4. İleriye Doğru Çok Aşamalı Karar Sistemlerinde Dönüşüm Süreci

Çok Aşamalı Sistemlerin tanımlanmasına, son durum X_N'den başlanmakta, adım-adım dönüşüm fonksiyonlarının bulunması ile ilerlenmekte (t_N, t_{N-1}, ..., t_1) ve bu ilerleme başlangıç durumu X_0'a ulaşana dek sürdürülmektedir. Bu çözüm yöntemine "Geriye Doğru Çözüm Yöntemi" denilmektedir. Bunun tersi olarak, "İleriye Doğru Çözüm Yöntemi" ile de çözüme ulaşmak mümkündür. Bu yöntemde sonuç durumu olan X_N başlangıç durumu halini almakta, ilk durum X_0 ise artık son durum olmaktadır. Bu yöntem Şekil 5'te gösterilmiştir.



Şekil 5. Geriye Doğru Çok Aşamalı Karar Sistemlerinde Dönüşüm Süreci

Matematiksel ifadesi ise aşağıdaki gibidir : (Neumhauser, 1967, 15)

1-) $X_0 = t_1(X_1)$

n-) $X_{n-1} = t_n(X_n)$

n+1-) $X_n = t_{n+1}(X_{n+1})$

N-) $X_{N-1} = t_N(X_N)$

2.2.1.2. Çözüm Yöntemlerinin Karşılaştırması

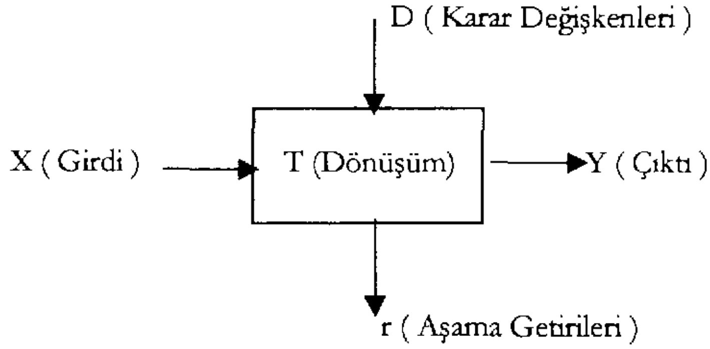
Başlangıç ve bitiş durumları eşit olan bir problemde "İleriye Doğru" ve "Geriye Doğru" yöntemlerinin ikisi de aynı minimum maliyet, optimal politika ve sonucu verecektir. Ancak, tanım farklılıklarından dolayı ara aşamalardaki maliyet kararları tamamen farklı olacaktır. Ayrıca elde edilen sonuçların yorumlanması aşamasında da bazı farklılıklar yaşanacaktır. Örneğin, "İleriye Doğru" çözüm yönteminde, eğer varsa, son aşama maliyet fonksiyonu ve kısıtlarında büyük bir esneklik söz konusu olacaktır. Son aşama maliyet fonksiyonu bütün hesaplar bittikten sonra ilave edilebilir ve toplam maliyeti minimize eden son aşama durumu ondan sonra seçilebilir. Böylece değişik son aşama maliyet fonksiyonları kullanımının etkilerini hesaplamaları tekrar etmeden değerlendirme imkanına sahip olunur.

"Geriye Doğru" çözüm yöntemi ise, geri besleme kontrol özelliğine sahiptir. "İleriye Doğru" yönteminde geçmiş durumu gösteren optimal kararlar "Geriye Doğru" yönteminde, gelecek durumun nasıl olacağını gösterirler. Böylece, seçilen optimal politikadan herhangi bir sapma olmuşsa, yeni bir optimal politika seçmek daha kolay gerçekleşir. (Larson, 1968, 175)

2.2.1.3. Çok Aşamalı Karar Sistemlerinin Temel Unsurları

"Çok Aşamalı Karar Sistemlerini" incelerken, problemlerimiz hep tek veya amaç fonksiyonu değerleri eşit birden fazla sonuç içeren problemlerdi. Burada ihmal ettiğimiz eleman "Karar Değişkeni"dir. Karar değişkeni, birden fazla mümkün çözüm hallerinde karşımıza çıkmaktadır. Karar vermenin (başka bir deyişle optimizasyon probleminin) amacı her mümkün çözüm için oluşan ve her aşama için hesaplanan "aşama getirilerini" maksimum kılacak politikayı belirlemektir.

Bu noktadan sonra, çok aşamalı karar sistemlerini incelerken, sistemimize "Karar Değişkenleri" ve "Aşama Getirileri" de dahil edilecektir. Bunun için öncelikle çok aşamalı karar sistemlerinin tipik bir aşamasını ele alırsak : Çok aşamalı karar sisteminin her bir aşamasını oluşturan alt sistem, 5 temel faktörden oluşmaktadır. Bu durum aşağıdaki şekilde gösterilmektedir.



Bu temel faktörleri D.J. White aşağıdaki başlıkları kullanarak ifade etmiştir ;

Durum değişkenleri, Karar Değişkenleri, Aşama değişkeni, Dönüşüm Fonksiyonları, Getiri Fonksiyonu ve Politika.

2.2.1.3.1. Aşama Değişkeni

Aşama kavramı, sistemde gerçekleşen olayların belirli bir düzen içerisinde ifade edilmesi ihtiyacından doğmuştur ve bu ihtiyaç ancak "aşama değişkeni"nin kullanılması ile giderilir. Aşama değişkenleri genellikle kesikli ya da sürekli yapılarda tanımlanırlar. Aşama değişkeninin kesikli olması durumunda aşama değişkenleri seti tam sayılardan oluşacaktır. Aşama değişkeninin sürekli bir şekilde tanımlanması durumunda ise, zamanın herhangi bir anında "karar" vermek mümkün olacaktır

(White, 1978, 25). Sürekli olma halinde $t_0 \leq t \leq t_f$ (t_0 başlangıç, t_f bitiş zamanı) aralığında, kesikli olma halinde ise (t=0,1,2,3,...,T) sırası şeklinde tanımlanır. Eğer tersi istenmemişse, kararların zaman içinde ardışık dizi halinde analiz edileceği ve kararlar arasındaki zamanın eşit aralıklarda olduğu kabul edilir. (Beckmann, 1968, 6)

2.2.1.3.2. Durum Değişkenleri :

Durum değişkenleri, çok aşamalı karar sistemlerini incelerken belirlediğimiz gibi, verilen bir aşamada, sistemi bütün davranış biçimleriyle açıklayacak şekilde tanımlayan bir değişkenler setidir (Dreyfus, 1977, 18). Daha sade bir tanımla, durum değişkenleri, sistemin o anki durumunu tanımlayan değişkenlerdir. Örneğin; mevcut üretim kapasitesi, değişik hesaplarda toplanmış para miktarı vb. (Kaal, 1994, 112)

Lieberman da tanımı şu şekilde ortaya koymuştur: Durum değişkenleri, bizim her aşamayı ayrı ayrı göz önünde tutmamızı sağlar ve sonucun her aşama için mümkün bir çözüm alanı içerisinde yer almasını garanti eder (Lieberman, 1990, 412). Burada önemle belirtilmesi gereken bir nokta da, durum değişkenlerinin içerdiği bilgiler arasında önceki aşamaların bilgilerinin de yer aldığıdır. Başka bir deyişle; "Durum" tanımlaması bize, her aşamada, geçmiş aşamaların incelenmiş bilgilerini de taşır. (White, 1969, 23)

Belirli bir sistem için durum değişkenleri setinin seçimi tek değildir ve uygun bir set belirlemek, sistemin matematik modelinin cinsine bağlı, oldukça zorlu bir problem olarak karşımıza çıkabilir. Verilen bir problemde, n bağımsız durum değişkeni ($x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n$) şeklinde yazılır. (Top, 1985, 41)

2.2.1.3.3. Karar Değişkenleri

Mevcut durumu belirli şekillerde etkileyerek, daha öncekinden farklı, yeni bir "durum" yaratan değişkenler Karar (Kontrol) Değişkenleridir.

Örneğin; yeni bir fabrika yapmak, banka hesapları arasında para transferi gerçekleştirmek vb. (Kaal, 1994, 112)

Verilen bir problemde, m karar değişkeni (d_1, d_2, d_3, ... , d_m) şeklinde yazılır.

2.2.1.3.4. Durum Eşitlikleri (Dönüşüm Fonksiyonları)

Dönüşüm Fonksiyonları bize, durum değişkenlerinin karar değişkenleriyle etkileşime girdikten sonra aldıkları yeni durumları gösterir. Örneğin; yeni fabrika ile üretim kapasitesi nasıl değişecek? Bankadaki hesapların durumu, transferlerden sonra nasıl olacak? (Kaal, 1994, 112)

Problemimizde eğer elimizdeki kaynaklar için herhangi bir aşamada, girdi belirli ölçülerde verilmişse, kararı şu takip eder; girdi değeri önceden kararlaştırılmış çıktı değerine "dönüştürülür". Bu çeşit bir dönüşüm determinist olarak adlandırılır. Bu tarz bir dönüşüm diğer bir adı da "seviye 0"dır. Dönüşüm operatörünün determinist doğaya sahip olması elbette mümkündür.

Eğer bir sistemde sonucu determinist olarak bilmiyorsak, fakat her aşamanın durum ve kararını, bir sonraki aşama için, bilinen olasılık dağılımı ile bağdaştırabiliyorsak, bu yapıdaki sistemleri "seviye 1" olarak adlandırırız. Markov tipi sistemler bu sınıf içerisinde değerlendirilir. Eğer talep seviyesi sadece belirli olasılık değerler ile açıklanabiliyorsa "envanter" problemi de bu sınıf içerisindedir.

Bazı olaylarda ise sistem stokastik doğada davranır; bu sistemlerde kesin form belli değildir ama gözlemle sistem hakkında bazı şeyler öğrenilebilir. Bu yapıdaki sistemlere "uyumlu" veya "seviye 2" denilir. Aslında seviye 1 ile aynıdırlar, en azından biçimsel modeller düşünüldüğü sürece. Aslında bu iki yapı arasında yüzeysel tek fark, dönüşüm olasılıklarının her aşamada eski gözlemlere bağlı olmasıdır.

Bu sınıflamaların dışında kalan diğer sistemler Bellman tarafından "seviye 3" olarak adlandırılmıştır. Aslında böyle bir sınıflandırma sistem hakkındaki bilgilerimize bağlı olmalıdır. Şöyle bir durum söz konusu olabilir; sistemin hareketlerinin belirli bir ihtimali tavır içerisinde şekillendiğini bilmemize karşın sistemin bu hareketleri hakkında hiçbir şey öğrenemeyiz. Eğer bilinmeyen bir tavır içerisinde olasılık dağılımları zamandan zamana değişiyorsa, bu durum daha da artar. Bu yapıdaki sistemlerde optimal politikanın saptanması için ya sabit bir istatistiksel yapı düşünülebilir (fakat bu yaklaşım sisteme dair herhangi bir bilgi sağlamayacaktır) ya da mümkün her olasılık açıklaması için optimal politika bulunarak bu optimal politikalar seti içerisinde bir değerlendirme yapılarak uygulanacak politika belirlenebilir. Böyle vâkâlarda minimax-maximin temelinde politika seçimini gerçekleştirebiliriz. (White, 1978, 24)

Sonuca gitmek için kullanılan algoritmayı etkileyen dönüşüm operatörünün karakteristikleri açısından baktığımızda çalışmamızın konusunu, Bellman'ın "seviye 1" olarak tanımladığı yapıdaki sistemler oluşturmaktadır.

2.2.1.3.5. Getiri Fonksiyonu

Getiri Fonksiyonu, belirli bir aşamada verilen kararların sonucu olarak oluşan getirileri (kâr ya da zarar) gösterir. Bütün aşamaların getirilerinden oluşan fonksiyon toplam getiri fonksiyonudur. Problemimizin amacı ise, optimizasyon prensibi çerçevesinde, toplam getiri fonksiyonunu optimum yapacak politikayı saptamaktır. Böylece problemin çözümü sonucunda ulaşılacak nokta; optimal girdilerin (X_n^* (n = 1, . . . , N-1)), optimal kararların (D_n^* (n = 1, . . . ,N)) ve dolayısıyla optimal politikaların (D_N^*, . . . ,D_1^*) tespit edilmesidir. (White, 1978,...)

2.2.1.3.6. Politika Kavramı ve Optimum Politika

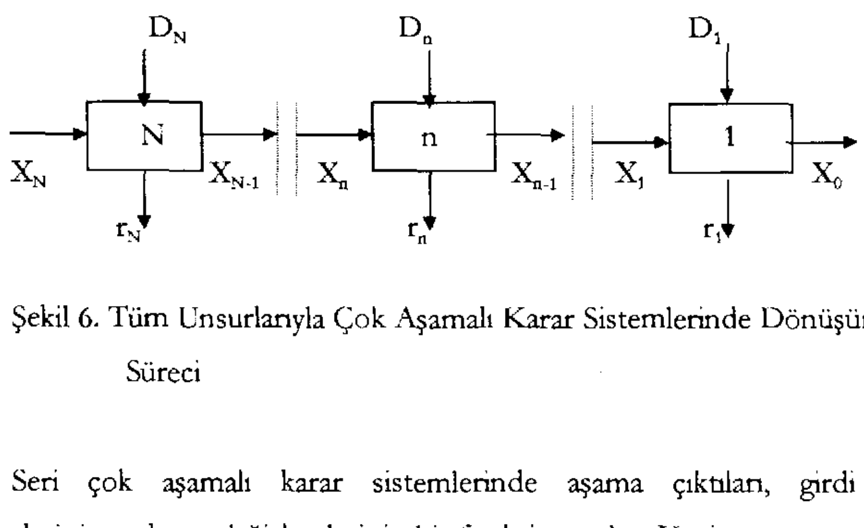
Politika, herhangi bir aşamaya ve o aşamadaki duruma bağlı olan, karar vermek için kararlar kümesi olarak tarif edilmiştir. İki tip politika vardır; "yalın" politika ve "karma" politika.

Bir yalın politika (pure policy), herhangi bir aşama için, uygulanabilir aksiyonlar arasından seçilecek olan tek bir aksiyonu belirler. Karma politika (mixed policy) ise her aşamada, her durum için nihai aksiyonun seçileceği tek şans mekanizmasını belirler. Örneğin yazı tura için iki alternatiften biri seçilir (ya yazı ya da tura seçilecektir). Çok açık bir şekilde görülebilmektedir ki yalın politika aslında karma politikanın özel bir hâlidir. (White, 1978, 29)

Bir politikanın (π), optimum olabilmesi ancak ve ancak yineleme denklemini sağlamasına bağlıdır. Bu ilke önce R. Bellman daha sonra ise D. Blackwell tarafından, ispatları ortaya konulmaksızın, ifade edilmiştir (Wakuta, 1987, 213). Orijinal kanıt ise pek çok karmaşık adımı içermektedir ve çalışmamızın konusu ile doğrudan ilişkili olmadığı için burada ele alınmayacaktır.

2.2.1.4. Tüm Unsurlarıyla Çok Aşamalı Karar Sistemleri

İncelediğimiz tüm bu kavramları da kapsar şekilde seri çok aşamalı karar sistemlerin yapısını inceleyecek olursak;



Şekil 6. Tüm Unsurlarıyla Çok Aşamalı Karar Sistemlerinde Dönüşüm Süreci

Seri çok aşamalı karar sistemlerinde aşama çıktıları, girdi durum değişkenlerinin ve karar değişkenlerinin bir fonksiyonudur. Yani :

$$X_{n-1} = t_n (X_n , D_n) \,, \qquad n = 1,2, \dots , N$$

ve aşama getirileri girdi durum değişkeni ve karar değişkeninin bir fonksiyonudur. Yani : $r_n = r_n (X_n , D_n)$, $n = 1,2, \dots , N$ olmaktadır.

Seri çok aşamalı karar sistemlerinde dönüşüm süreçleri incelendiğinde de X_n durum değişkeninin yalnızca daha önceki aşamalarda verilen kararlara ve X_N değerine bağlı olduğu görülecektir. Yani ;

$$X_n = t_{n+1}(X_{n+1} , D_{n+1}) = t_{n+1} (t_{n+2}(X_{n+2} , D_{n+2}) , D_{n+1})$$
$$= t_{n+1}(X_{n+2} , D_{n+2} , D_{n+1}) = t_{n+1}(t_{n+3}(X_{n+3} , D_{n+3}) , D_{n+2} , D_{n+1})$$
$$= \ldots = t_{n+1}(X_N , D_N , \ldots , D_{n+1})$$ eşitliğine ulaşılmaktadır.

Bu eşitlikten yola çıkarak, n. aşamanın getiri fonksiyonlarının bulunmasına yönelik olarak denilebilir ki; n. aşama getirisi önceki aşamalarda alınan kararlara ve X_N değerine bağlıdır.

$$r_n = r_n (X_n , D_n) = r_n (t_{n+1}(X_N , D_N,...,D_{n+1}) , D_n)$$
$$= r_n (X_N , D_N,...,D_n)$$

Birinci aşamadan N. aşamaya kadar "toplam getiri" ise her aşama getiri fonksiyonuna bağlı olarak aşağıdaki gibi yazılabilir :

$$R_N(X_N,X_{N-1},...,X_1,D_N,D_{N-1},...,D_1)=g[r_N(X_N,D_N),r_{N-1}(X_{N-1},D_{N-1}),..., r_1(X_1,D_1)]$$

Daha önce açıklandığı gibi, (X_{N-1} , X_{N-2} , . . . , X_1) durum değişkenleri, her aşamanın getirileri hesaplanırken göz önünde tutulmayabilirler. Bunun bir sonucu olarak ta toplam getirinin hesaplanması sırasında da bu değişkenlerin kullanılması yerine aşağıdaki alternatif eşitlik kullanılır :

$$R_N (X_N,X_{N-1},...,X_1 , D_N,D_{N-1},...,D_1) = g[r_N(X_N,D_N) , r_{N-1}(X_N,D_N,D_{n-1}) , ..., r_1(X_N,D_N,...,D_1)]$$

$f_N(X_N)$ maksimum toplam getiri, $D_n^* = D_n(X_n)$, $X_n^* = t_n(X_n)$ optimum karar ve durum değişkenleri olmak üzere, N aşamalı optimizasyon problemini toplam getirisinin iki alternatif ifade şekli vardır :

1- $f_N(X_N) = g\,[r_N(X_N, D_N^*), r_{N-1}(X_{N-1}^*, D_{N-1}^*), \ldots, r_1(X_1^*, D_1^*)]$

$$= \underset{D_N,\ldots,D_1}{\text{maks.}}\; g\,[r_N(X_N, D_N), r_{N-1}(X_{N-1}, D_{N-1}), \ldots, r_1(X_1, D_1)]$$

$X_{n-1} = t_n(X_n, D_n) \quad , n = 1,2, \ldots, N \quad$ olmak üzere.

2- $f_N(X_N) = g\,[r_N(X_N, D_N^*), r_{N-1}(X_N, D_N^*, D_{N-1}^*), \ldots, r_1(X_N, D_N^*, \ldots, D_1^*)]$

$$= \underset{D_N,\ldots,D_1}{\text{maks.}}\; g\,[r_N(X_N, D_N), r_{N-1}(X_N, D_N, D_{N-1}), \ldots, r_1(X_N, D_N, \ldots, D_1)]$$

Bu iki formül incelendiğinde, ikisi arasındaki temel farklılık 2. formülün N karar değişkeni ($D_N, \ldots, D_1$) ve bir durum değişkeni (X_N) içermesine karşın 1. formül N karar değişkeni, N durum değişkeni ve N kısıt içermektedir. Ancak bilinmektedir ki optimizasyon tekniklerinde etkinlik, değişken sayısı ile ters orantılı olarak artmakta veya azalmaktadır. Bu yüzdendir ki eğer hesaplama açısında mümkünse ($X_{N-1}, X_{N-2}, \ldots, X_1$) durum değişkenleri çözümün dışında tutulmalıdır. Bununla beraber, formül 1, N adet optimizasyon problemine dönüştürülebilir ki bu N adet optimizasyon probleminden her biri yalnızca bir karar değişkeni ve bir durum değişkeni içermektedir. (Nemhauser, 1967, 28)

2.2.2. Bellman'ın Optimizasyon Prensibi ve Yineleme Denklemleri

Aris, optimizasyon kavramını şu şekilde tanımlamışlardır; optimizasyon, olabilir seçenekler arasından en ekonomik ve uygun olanı seçmek veya başka bir deyişle belirli bir durumdan en iyisini elde etmek uğraşıdır. (Aris, 1964, 1)

Optimizasyon kavramının ortaya çıkış nedeni eldeki kaynakların kısıtlı oluşudur. Kısıtlı kaynakların kullanımı sonucu elde edilecek faydanın maksimize edilmesi "amacı" oluşturmaktadır.

Çok aşamalı karar probleminin bir dizi tek aşamalı problemlere dönüşümü şeklinde özetlenebilecek dinamik programlamada verilen bir karar dizisinin hesaplanmasını sağlayan kavram ise "Bellman'ın Optimalite Prensibi"dir. Bellman bu kavramı şu şekilde tanımlamıştır:

"Optimal bir politikanın şöyle bir özelliği vardır; ilk durum ve karar her ne olursa olsun, geriye kalan kararlar, ilk kararın ortaya çıkarttığı durumu da dikkate alarak, belirli bir optimal politikayı kurmak zorundadır." (Bellman, 1965, 83)

Bellman'ın optimizasyon prensibinin matematiksel ifadesi ise; "Yineleme denklemleri"dir. (Larson, 1968, 12)

Dinamik programlama çözüm yaklaşımı, optimizasyon probleminin N adet alt probleme ayrılması temeline dayanır. Daha sonra sadece bir durum değişkeni ve sadece bir karar değişkeni içeren, her bir alt problemin çözümleri bir bütün haline getirilerek ana optimizasyon probleminin çözümüne ulaşılır. (Nemhauser, 1967, 30)

Optimizasyon probleminin çözümü sırasında ulaşılmak istenen amaç, toplam getiri fonksiyonunun maksimum kılınmasıdır. Toplam getiri ise aşama getirilerinin toplamından oluşmaktadır. Aşama getirileri ise girdi durumunun ve kararların fonksiyonlarıdır. (Bellman, 1965, 8)

Nemhauser, yineleme denklemini şu şekilde ifade etmiştir;

$$g[r_N(X_N,D_N),\ r_{N-1}(X_{N-1},D_{N-1}),\ldots,\ r_1(X_1,D_1)=r_N(X_N,D_N)\circ r_{N-1}(X_{N-1},D_{N-1})\circ \ldots \circ r_1(X_1,D_1)$$

olsun.

$$f_N(X_N) = \underset{D_N,\ldots,D_1}{\text{maks.}} [\, r_N(X_N , D_N) \circ r_{N-1}(X_{N-1} , D_{N-1}) \circ \ldots \circ r_1(X_1 , D_1)]$$

$$X_{n-1} = t_n (X_n , D_n) \qquad , \quad n = 1,2, \ldots , N$$

olmak üzere,

$$f_N(X_N)=\underset{D_N}{\text{maks.}} [r_N(X_N , D_N) \circ \underset{D_{N-1},\ldots,D_1}{\text{maks.}} (r_{N-1}(X_{N-1} , D_{N-1}) \circ \ldots \circ r_1(X_1 , D_1))]$$

$$X_{n-1} = t_n (X_n , D_n) \qquad , \; n = 1,2, \ldots , N$$

yazılabilir. Buradan $f_N(X_N)$'in tanımından;

$$f_{N-1}(X_{N-1}) = \underset{D_{N-1},\ldots,D_1}{\text{maks.}} [r_{N-1}(X_{N-1} , D_{N-1}) \circ \ldots \circ r_1(X_1 , D_1)]$$

nihayetinde,

$$f_N(X_N) = \underset{D_N}{\text{maks.}} [r_N(X_N , D_N) \circ f_{N-1}(X_{N-1})]$$

$$X_{n-1} = t_n (X_n , D_n) \qquad , \; n = 1,2, \ldots , N$$

veya

$$f_N(X_N) = \underset{D_N}{\text{maks.}} [r_N(X_N , D_N) \circ f_{N-1}(t_N (X_N,D_N))]$$

yazılabilir. Buradan da;

$$Q_N(X_N,D_N) = r_N(X_N,D_N) \circ f_{N-1}(t_N (X_N,D_N))$$

tanımlanabilir.

Durum değişkeni X_N, karar değişkeni D_N ve getiri fonksiyonu Q_N olduğu halde, $f_{N-1}(X_{N-1})$ değerine ulaşıldığında $f_N(X_N)$ ve $D_N^*(X_N)$ değerlerinin saptanması için sadece basit bir tek aşamalı optimizasyon probleminin çözümü kalacaktır. Yani :

$$f_N(X_N) = \underset{D_N}{\text{maks.}} \; Q_N(X_N , D_N)$$

Böylece, ana optimizasyon problemimizi N aşamalı, daha küçük iki alt probleme ayırmış olduk :

1. $f_{N-1}(X_{N-1}) = \underset{D_{N-1},\ldots,D_1}{\text{maks.}} [r_{N-1}(X_{N-1} , D_{N-1}) \circ \ldots \circ r_1(X_1 , D_1)]$

$$X_{n-1} = t_n (X_n , D_n) \qquad , \; n = 1,2, \ldots , N$$

(N-1 aşamalı optimizasyon problemi)

$$2.\ f_N(X_N) = \underset{D_N}{\text{maks.}}\ Q_N(X_N\ ,D_N)$$

$$= f_N(X_N) = \underset{D_N}{\text{maks.}}\ [\ r_N(X_N\ , D_N) \circ f_{N-1}(t_N\,(X_N,D_N))\ ]$$

(tek aşamalı optimizasyon problemi)

Açıktır ki bu alt problemlere ayırma işlemlerini, $f_{N-1}(X_{N-1})$, $f_{N-2}(X_{N-2})$, . . . , $f_2(X_2)$ için de sürdürmesi ile N adet tek aşamalı alt problemler oluşacaktır.

$$1.)\ f_1(X_1) = \underset{D_1}{\text{maks.}}\ Q_1(X_1,D_1) = \underset{D_1}{\text{maks.}}\ r_1(X_1,D_1)$$

$$n.)\ f_n(X_n) = \underset{D_n}{\text{maks.}}\ Q_n(X_n,D_n) = \underset{D_n}{\text{maks.}}\ [\ r_n(X_n,D_n) \circ f_{n-1}(t_n\,(X_n, D_n))\ ]$$

$$N.)\ f_N(X_N) = \underset{D_N}{\text{maks.}}\ Q_N(X_N\ , D_N) = \underset{D_N}{\text{maks.}}[\ r_N(X_N, D_N) \circ f_{N-1}(t_N\,(X_N,D_N))\ ]$$

Bu işlemi, N adet problem için ortak bir düzen de yazacak olursak :

$$f_n(X_n) = \underset{D_n}{\text{maks.}}\ Q_n(X_n,D_n) \qquad n = 1,2,\ \ldots, N$$

$$Q_n(X_n,D_n) = r_n(X_n,D_n) \qquad n = 1$$

$$= r_n(X_n,D_n) \circ f_{n-1}(t_n\,(X_n, D_n)) \quad n = 2,3, \ldots, N$$

denklemleri elde edilmiş olur. Bu denklemler, dinamik programlama "Yineleme Denklemleri" olarak adlandırılmaktadırlar. Bu denklemlerin çözümlerine n=1 değerinden başlanır ve n=N değerine ulaşılıncaya dek sürdürülür. Sonuçta ise, N aşamanın optimal getirileri ($f_N(X_N)$), optimal kararlar ($D_N{}^*=D_N{}^*(X_N)$) ve karar fonksiyonları elde edilmiş olur ($D_n=D_n(X_n)$, n=1,..., N-1). Ayrıca eğer istenirse, optimum girdi durum değişkenleri de ($X_N{}^*$); $f_N(X_N)=\underset{X_N}{\max}.\,f_N(X_N)$ eşitliğinden kolayca çözülebilir.

Problemin çözümüne ulaşmak için son aşama olarak optimal kararların ve durumların saptanması için, n=N-1'den başlayarak n=1'e kadar çevrimsel olarak;

$$X_{N-1}^{*} = t_N(X_N, D_N^{*}) = t_N(X_N, D_N(X_N)) = t_N(X_N),$$

$$D_{N-1}^{*} = D_{N-1}(X_{N-1}^{*}) = D_{N-1}(t_N(X_N, D_N^{*})) = D_{N-1}(X_N)$$

eşitlikleri kullanılır. (Nemhauser, 1967, 30)

2.2.3. Kısıtlar

Kısıtlar, durum ve karar değişkenlerinin alabileceği değerler üzerine sınırlamalar getirir. Bu sınırlamaları getirirken de durum ve karar değişkenleriyle iki farklı ilişki de olabilir; bunlardan birinci tür ilişki, bir kısıtın yalnızca bir değişkenin olabilirlik alanını daraltması durumudur. Böyle bir durumda her ilâve kısıt için bir durum değişkenine ihtiyaç duyulacaktır. İkinci ilişki türü ise, bir kısıtın sistemdeki tüm durum ve karar değişkenlerini etkilediği durumdur. t aşamasındaki durum vektörü, x(t) setinde bulunmakla, aynı şekilde t aşamasında, x durumunda uygulanan karar vektörü, D(x,t) setinde bulunmakla sınırlandırılmıştır.

Birinci durumda kısıt, dinamik programlama formülasyonunun tanımlandığı ve optimizasyonun arandığı bir aşamada olabilirlik alanını sınırlandırarak çözüme ulaşılmasını kolaylaştıracaktır. Fakat ikinci durumda yani kısıtlamanın bütün durum ve karar değişkenleriyle ilgisi olması durumunda ise çözüm uzayının genişlemesine sebep olacak ve bu da çözüme ulaşmayı zorlaştıracaktır. (Nemhauser, 1967, 63)

2.3. Dinamik Programlamanın Çözüm İşlemleri

Dinamik programlamanın hesaplama işlemleri, yineleme denklemlerinin çözümleriyle bağlantılıdır.

$$f_n(X_n) = \text{maks. } Q_n(X_n, D_n) \qquad n = 1,2,\ldots,N$$

$$Q_n(X_n, D_n) = r_n(X_n, D_n) \qquad n = 1$$

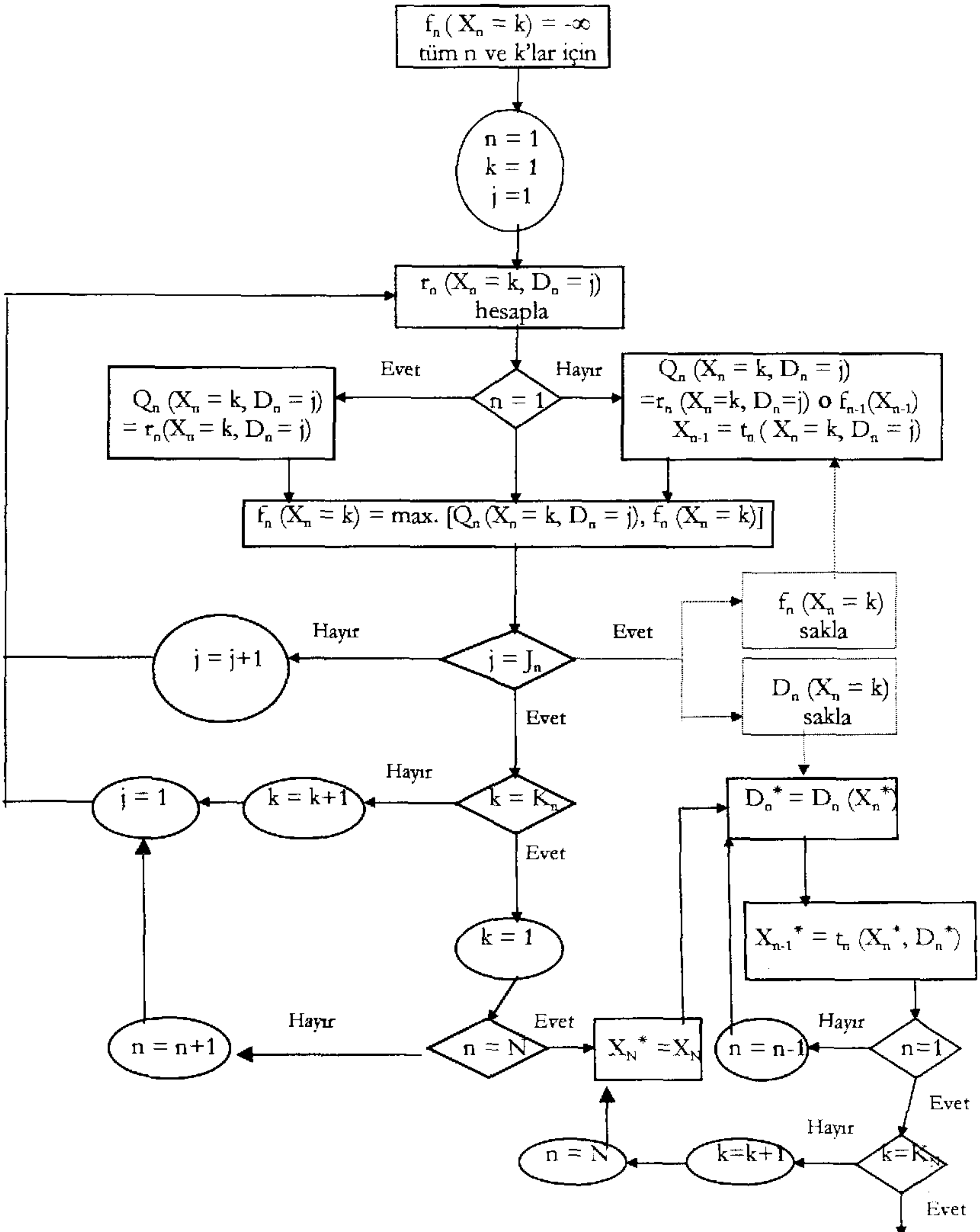
ve

$$Q_n(X_n , D_n)= r_n(X_n , D_n) \circ f_{n-1} (X_{n-1})$$
$$X_{n-1} = t_n(X_n , D_n) \qquad\qquad n = 2,3, . . . , N$$

Şekil 8.'deki akış şemasında (Nemhauser, 1967, 70), dinamik programlamanın genel çözüm işlemleri gösterilmiştir. Hesaplamaya durum, karar ve aşama değişkenlerinin tespit edilmesiyle başlanır. Durum ve karar değişkenlerinin değişim sınırlarını belirleyen kısıtlar saptanır. Temel akış, birinci aşamadan sonuncu aşamaya ulaşana dek, her mümkün durum için bütün mümkün karar değişkenlerinin kullanılarak yineleme denklemlerinin hesaplanmasıyla devam eder.

Şemada hesaplama akış yönü kesiksiz oklarla belirlenmektedir. Kesiksiz dikdörtgen kutular içindeki talimatlar hesaplamalara, daire içindeki talimatlar n, k ve j indekslerinin değişimlerine, eşkenar dörtgenler ise evet/hayır sorularına ilişkindir. Kesikli oklarla, kesikli dikdörtgen kutulara gelen bilgiler bu kutularda daha sonraki işlemlerde kullanılmak üzere saklanmaktadır. Bu kutulardan çıkan kesikli oklar ise, saklanan bu bilgilerin kullanılmak üzere akışını göstermektedir (Nemhauser, 1967, 47). Mümkün (X_n) değerleri; $X_n=k$, $k=1,2, . . . , K_n$ ve mümkün (D_n) değerleri de $D_n=j$, $j = 1,2, . . . , J_n$ ile gösterilmektedir.

Dinamik programlama hesapları temelde iki bölümde gerçekleştirilir. Birinci kısımda, $f_N(X_N)$ ve $D_1(X_1)$, . . . , $D_N(X_N)$ değerleri hesaplanır. İkinci kısımda ise, birinci bölümde izlenen yol geriye doğru takip edilerek, D_N^*,..., D_1^* optimal politikaları tespit edilmeye çalışılır. Birinci bölümde, getiri ve karar fonksiyonlarının tespit edilebilmesi için üç çevrim söz konusudur. En iç çevrimde, k ve n değerleri sabit tutularak, (D_n)'nin bütün (j) değerleri için, (Q_n)'ler hesaplanır ve en büyük Q_n bulunarak, $f_n(X_n=k)$ ve $D_n(X_n=k)$ depolanır. Daha sonra (j) yeniden 1'e eşitlenir ve aynı hesaplamalar bu sefer bir sonraki k değeri için (k = k+1) yinelenir. Belirli bir n değeri için bütün k değerlerine göre hesaplamalar tamamlandığında bu sefer, (j) ve (k) yeniden 1'e eşitlenerek, tüm bu işlemler bir sonraki (n) değeri için (n = n+1) tekrar edilir. Bu işlemler (n = N) değerine ulaşılana kadar sürdürülür ve tüm bu işlemlerin sonucunda N aşamalı sistemin optimal getirisi $f_n(X_n=k)$ ile karar fonksiyonları $D_n(X_n)$, (n =1,2,..., N) elde edilmiş olur. (Nemhauser, 1967, 71). İkinci bölümde ise geriye dönülerek optimal girdiler X_n^* (n =1,2,..., N-1) ve optimal kararlar D_n^* (n=1,2,..., N) belirlenir. Geriye dönerken, birinci bölüm hesaplarındaki (n) ve (k) çevrimleri yer değiştirir ve her (k) için, (n=N,..., 1)'e kadar optimal politikalar belirlenir. (n=N) aşamasında sınır şartlarından dolayı durum (X_N^*) genellikle bilindiğinden, (D_N^*) depolanmış $D_N(X_N)$ fonksiyonundan elde edilir. (X_{N-1}^*), $X_{N-1}^* = f_N(X_N^*, D_N^*)$ denkleminden hesaplanarak, buradan depolanmış fonksiyon $D_{N-1}(X_{N-1})$ yardımıyla D_{N-1}^* bulunur. (n = 1?) ve (k = K?) sorularının cevabı evet olduğunda çözüme ulaşılmış olur. (Larson, 1968, 18)



Şekil 8. Dinamik Programlamanın Akış Diyagramı

(Nemhauser, 1967, 70)

2.4. Dinamik Programlama Yöntemi ve Diğer Optimizasyon Teknikleri

Dinamik Programlama yönteminin dayandığı temel prensip, N boyutlu bir problemi tek boyutlu N adet ardışık probleme ayırarak çözümü kolaylaştırmaktır. Fakat bu ayırma işleminden sonra kısıtlı ya da kısıtsız olabilen alt problemlerin optimizasyonunda bir takım güçlüklerle karşılaşılabilir (Gençyılmaz, 1977, 123). Bu durumda problem, alt problemlerin yapısına uygun, herhangi bir optimizasyon tekniği ile çözülebilir. Dolayısıyla bir problemin çözümüne uygulanacak matematiksel yöntemin seçiminde kararımızı belirleyecek olan soru: "Dinamik Programlama mı, yoksa diğer optimizasyon yöntemlerinden biri mi?" sorusu olmayacak, seçim, "optimizasyon tekniğinin doğrudan problemin bütününe mi, yoksa problemin alt problemlere ayrılmasından sonra bu alt problemlere mi" uygulanacağı sorusu ile ortaya çıkacaktır (Gupta, 1975, 159).

2.5. Dinamik Programlama Yöntemi'nin Uygulama Üstünlükleri ve Zorlukları

Son elli yıl boyunca gerçekleştirilen çalışmalar sonucunda pek çok "matematiksel programlama" yöntemi geliştirildi. Bu yöntemlerin her biri de bazı avantaj ve dezavantajları bünyelerinde barındırmaktadırlar. Sahip oldukları avantajlar bu yöntemlerin kullanılmaları için birer tercih sebebi oluştururken, aynı şekilde sahip oldukları dezavantajlar da problemlerin çözümünü güçleştiren ve çözüm sırasında üstesinden gelinmesi gereken sorunlar olarak karşımıza çıkmaktadır. Bir matematiksel programlama yöntemi olan dinamik programlama da, doğal olarak, belirli uygulama üstünlüklerine ve zorluklarına sahiptir. Bu üstünlükler ve zorluklar da yöntemin uygulama sıklığını başka bir deyişle popülerliğini belirlemekte, yöntemin yaşam süresi üzerinde doğrudan etkili olmakta, uygulama alanlarının yaygınlaşıp yaygınlaşmamasında belirleyici bir unsur olmaktadır.

2.5.1. Dinamik Programlama Yöntemi'nin Üstünlükleri

Sıralı karar süreçlerine çözüm önerisi sunan dinamik programlama yöntemi, çok değişik özelliklerdeki problemlere uygulanabilmektedir. Örneğin doğrusal yapıdaki problemler dinamik programlama yöntemi ile çözülebildiği gibi doğrusal olmayan yapıdaki problemler de dinamik programlama yönteminin çözüm alanı içerisinde yer alabilmektedir. Aynı şekilde sürekli ya da kesikli zamanlarda tanımlanmış problemler dinamik programlama ile çözülebildiği gibi zamandan bağımsız (statik) problemler de dinamik programlama yöntemi ile çözülebilmektedir. Son olarak, problemdeki veriler belirli ya da stokastik özellikler içerse de dinamik programlama yönteminin çözüm alanı içerisinde yer alacaklardır.

Böylesi çok geniş bir yelpazede yer alan problemlere çözüm önerebilmesi avantajının yanı sıra dinamik programlama yönteminin sağladığı diğer bir avantaj da bünyesinde bulundurduğu "optimizasyon prensibi" kavramından kaynaklanmaktadır. Bu kavram problemin çözümünde büyük bir işlem kolaylığı sağlayacaktır. Çünkü problemin çözümü olabilecek pek çok seçenek optimal bir politika oluşturmadıkları için çözümde hesaba katılmayacaklardır (Gluss, 1972, 18). Bu ise hesaplama zamanında büyük bir kısalma yaratacağı gibi, özellikle çözümün bilgisayarla yapıldığı durumlarda da depolama imkânlarından tasarruf sağlayacaktır.

Dinamik programlama yöntemi N aşamalı bir problemi N âdet tek aşamalı probleme ayırarak çözme prensibine dayanmaktadır. Bu prensip ise dinamik programlama yöntemi ile çözümde çok büyük bir hesaplama kolaylığını beraberinde getirmekte ve dinamik programlama yönteminin en büyük avantajlarında birisi oluşturmaktadır. N aşamalı bir problemde her aşama için tanımlanmış karar değişkenlerinin m adet değer alabileceğini varsayalım. Bu problemin çözümü için bütün seçenekleri gözden geçirmek istersek, (m^N) âdet farklı seçeneği gözden geçirmemiz gerekecektir. Hâlbuki aynı N aşamalı problemi dinamik programlama yöntemi ile N adet tek aşamalı probleme bölerek çözülmesi hâlinde yalnızca (Nm) âdet alternatif çözüm ortaya çıkacaktır ve bu alternatifler içerisinden optimum çözüme ulaşılacaktır. Bu ise özellikle problemimiz büyüdükçe giderek daha fazla önem kazanan bir avantaj olarak karşımıza çıkacaktır. Örneğin problemimiz 25 aşamalı bir problem ve m=10 olsun. Bu durumda problemimizin çözümünde $m^N=10^{25}$ gibi çok büyük bir sayıda farklı seçenek yer alacaktır. Oysa dinamik programlama yönteminin kullanılması ile bu sayı mN=250 olacaktır. (Bellman, 1970, 226)

Bir matematiksel programlama yönteminin taşıması istenen en önemli özelliklerden birisi de "duyarlılık analizi" yapmaya olanak sağlamasıdır. Bunun anlamı şudur; bir problemin çözümüne yönelik modelin, problemi baştan çözmeye gerek kalmadan, sistem parametrelerindeki değişikliklere karşı esnekliğe sahip olmasıdır. Bu değişikliklerin, optimal kararları ve getiriyi nasıl etkilediğini araştırmak duyarlılık analizi olmaktadır. Dinamik programlama yöntemi duyarlılık analizi yapmaya olanak sağlayan bir yöntemdir (Halaç, 1991, 177).

2.5.2. Dinamik Programlama Yöntemi'nin Zorlukları

Matematiksel programlama yöntemlerinden herhangi birinin kullanılması durumunda izlenecek ortak yol çözümü aranan problemin öncelikle belirli temel özelliklerin tanımlandığı matematiksel modelinin kurulmasını ve sonuçta bu modelin çözümü ile amaca ulaşılmasını içerir (Banks, 1996, 12). Fakat bu ortak yolun kullanılması sırasında yöntemler arasında bazı farklı özellikler de ortaya çıkacaktır. Bu farklı özelliklerden dinamik programlama yönteminin taşıdığı birisi aynı zamanda onun sahip olduğu bir dezavantajı da oluşturmaktadır. Dinamik programlama yöntemi diğer matematiksel programlama yöntemlerinden farklı olarak modelin kurulması ve çözümü aşamasında kullanılabilecek genel bir algoritma içermez . (Halaç, 1991, 177). Bu durum ise karşılaşılan her farklı problem için kendine özgü matematiksel yapının baştan kurulmasına sebep olacaktır

Dinamik programlama yönteminin diğer bir önemli dezavantajını ise "boyut sorunu" oluşturmaktadır. Boyut sorunu aslında dinamik programlama yönteminin klâsik optimizasyon tekniklerine göre avantajını oluşturan "Bellman'ın optimizasyon prensibi" ve problemin birbirinden bağımsız alt problemlere parçalama yaklaşımları ile büyük oranda azaltılmıştır ancak tamamen ortadan kaldırılamamıştır. Yineleme metodunun kullanımı ile problemin çözümünü oluşturabilecek seçeneklerin sayısı alt problemlerin sayısıyla doğrusal olarak artacak hâle indirgenmiştir. Ancak zorluk, bu seçeneklerin, durum değişkeni sayısı ile üssel olarak artmasından kaynaklanmaktadır (Top, 1985, 63). Bu durum ise problemin çözüm olanaklarını kısıtlayan önemli bir unsur olarak karşımıza çıkmaktadır.

ÜÇÜNCÜ BÖLÜM

ORTA DÖNEMLİ ÜRETİM PLANLAMA PROBLEMİ VE DİNAMİK PROGRAMLAMA İLE BİR UYGULAMA

3.1. Üretim Planlama Faaliyetleri

Yönetimin temel fonksiyonlarından ilki "planlama"dır. Plan, tutulacak yol ve davranış biçimi olarak tanımlanabilir. Planlama ise, amaçlar ile bunlara ulaşmayı sağlayacak araç ve olanakların seçimi veya belirlenmesidir. (Cemalcılar, 1991, 99) Planlar, arzu edilen sonuca ulaşmaya yönelik hareket tarzlarının tespit edilmesine ve olası sorunlara yönelik gerekli tedbirlerin alınabilmesine imkan verecek süreler de göz önüne alınarak oluşturulmalıdır.

Bu tanımlar çerçevesinde incelendiğinde planlama faaliyetlerini üç çeşide ayırmak mümkün olmaktadır; uzun dönemli planlar, orta dönemli planlar ve kısa dönemli planlar. Uzun dönemli planlar işletmenin geniş hareket alanlarını belirleyen planlardır. Orta dönem planlar, daha detaylı ve uzun dönemli planlarda ortaya konulmuş hedeflere ulaşmayı destekler nitelikte planlardır. Kısa dönemli planlar ise işletmede yapılacak işler hakkında yapılan çok detaylı planlardır.

Uzun dönemli planlarda yönetici şu tarz sorulara yanıt arar: Araştırma ve yeni ürün geliştirme çalışmalarımızda bir değişikliğe gitmemiz gerekli mi? X bölgesindeki fabrikamızı kapatmamız gerekir mi? Açılacak yeni fabrikamızın yeri neresi olmalı?

Firmamıza hammadde sağlayan tedarik kaynaklarımızda bir değişikliğe gitmemiz gerekir mi? vb. Uzun dönemli planların doğal yapısı genel işletme politikaları ile ilişkili olmasıdır ve planlama yapılırken pek çok faktör göz önünde bulundurulmak zorundadır. Doğaldır ki uzun dönemli planlar üst yönetim tarafından şekillendirileceklerdir. (Dilworth, 1983, 108)

Orta dönemli planlar, işletmenin elindeki kaynakların en verimli şekilde kullanılmasına yönelik planlardır. Çalışmamızın konusunu oluşturan "üretim planlaması" da, ortalama 2-18 aylık bir süreyi kapsayan, orta dönemli bir plandır. APICS (American Production and Inventory Control Society) üretim planlaması için şu tanımı yapmıştır:

"Üretim planlaması gelecekteki imalat faaliyetlerinin (veya miktarlarının) düzeylerini veya limitlerini belirleyen fonksiyondur."

Orta Dönemli üretim planlamasına talep tahmin rakamları ile başlanır. Planlamanın amacı, talebin minimum maliyetle karşılanmasıdır. Orta dönemli bir planlama söz konusu olduğu için temel kontrol edilebilir değişkenler olarak; işgücü büyüklüğü, üretim miktarı (normal mesai-fazla mesai-fason üretim) ve stok seviyesi söz konusudur. Doğal olarak hizmet üreticisi bir firma için stok seviyesi değişkeni planlamada kullanılabilecek araçlardan biri olamayacaktır. Bu değişken yalnızca mal üreticisi firmalar için geçerli olacaktır. (Stevenson, 1990, 467)

3.1.1. Üretim Planlama Problemi

Üretim planlama probleminde en önemli kontrol edilemeyen değişken olarak karşımıza "talep miktarı" çıkmaktadır. Talebin sürekli olarak standart bir çizgide gerçekleştiği hallerde planlar pek bir değişiklik göstermeyecektir. Ancak çeşitli nedenlerle talepte ortaya çıkabilecek dalgalanmalar üretim planlarının da sürekli bir değişim içerisinde olmasına neden olacaktır. Piyasa ne kadar dinamik olursa üretim planlamasının önemi de, üretim bölümü yöneticisinin izleyebileceği alternatifler de o derece artacaktır.

Üretim planlamasında amaç taleplerin karşılanması için yapılacak üretim faaliyetlerinin maliyetinin minimizasyonunun sağlanmasıdır. Minimum seviyede tutulmaya çalışılan maliyet kalemleri ise şu şekilde sıralanabilir: (Krajewski, 1992, 590)

- **Üretim Maliyeti.** Bu maliyet kalemi iki maliyet unsurundan oluşmaktadır; Sabit üretim maliyetleri (üretim yapılsa da yapılma da ortaya çıkan maliyetleridir) ve birim üretim maliyetleri.
- **Fazla Mesai Üretim maliyeti.** Fazla üretim maliyetleri %50-%100'lük ücret artışlarından dolayı normal mesai üretim maliyetlerinden daha büyük olacaktır.
- **İşe Alma ve İşten Çıkarma Maliyeti.** İşe alma maliyeti, personelin işe alınana kadar yapılan harcamaları (ilan gideri, işe alma görüşmeleri vb.), yeni personel için yapılan eğitim harcamalarını, işe alışma süresi içerisindeki verimlilik düşüşünden doğan maliyetleri vb. oluşmaktadır. İşten çıkarma maliyetinin önemli bir dilimini tazminat gideri, oluşturmaktadır.
- **Stok Tutma Maliyeti.** Stok tutma maliyetini oluşturan unsurlar şu şekilde sıralanabilir; stoktaki ürüne bağlanan sermayenin fırsat kaybı maliyet, depolama ve depo giderleri, sigorta ve vergi giderleri vb.
- **Geriye Dönük Talep Karşılama Maliyeti ve Müşteri Kaybı Maliyeti.** Planlama yapılan döneme ait taleplerin karşılanamaması durumunda ortaya çıkabilecek bir maliyet kalemi de müşteri kaybı maliyetidir. Müşteri kaybı maliyetinin kesin rakamlarla belirlenmesi oldukça güçtür. Bazı durumlarda ise talebin normalde karşılanması dönemde karşılanamamasına karşın müşteri daha sonraki dönemlerde bu talebin karşılanmasını kabul edebilir. Ancak bu durumda da yine müşteriyi kaybetme riski ortaya çıkacaktır.

Bu maliyetlerin toplamından oluşacak olan toplam maliyeti minimize etmeye yönelik uygulanabilecek üretim planlaması stratejileri ise üç temel kategoride toplanabilir; (Dilworth, 1983, 111)

1. Değişken talebe karşın, stok miktarlarında değişiklikler yaparak, üretim miktarını sabit tutmak.
2. Değişken talebe karşın üretim miktarında değişikliklere gitmek (işgücü seviyesi sabit) ve bu yolla stok seviyelerini minimumda tutmak.
3. Değişken talebe karşı üretim miktarlarında değişikleri işgücü seviyesindeki değişimler yolu ile sağlamak.

Bu stratejilerden hangisinin uygulanacağına iki faktör göz önünde tutularak karar verilir; şirket politikası ve maliyetler. Maliyetler açısından bakıldığı zaman firma stok tutma maliyetleri ile üretim miktarını değiştirme maliyetlerini (işgücü seviyesi sabit veya değişken) karşılaştırarak hangi stratejiyi uygulayacağına karar verecektir. Ancak şirket politikaları bazen bu politikalardan birinin seçimini engelleyici bir kısıt olarak karşımıza çıkabilir. Örneğin şirket üretim planlama maliyetlerini minimum kılmaya yönelik dönemlik işten çıkarma politikasına karşı bir tutum belirlemiş olabilir. Böyle bir durumda üçüncü stratejinin (toplam maliyetleri minimum düzeyde tutuyor olsa bile) seçilmesi söz konusu olamayacaktır. (Stevenson, 1990, 475)

3.1.2. Üretim Planlama Problemine Analitik Çözüm Önerileri

Üretim planlama problemi literatürde genellikle "tam sayılı doğrusal programlama" yöntemi kullanılarak formüle edilmiştir. Halbuki, uzun dönemli satış tahminleri yeterli bir kesinlikte yapılabilinse dahi bu yaklaşım yine de pratik hayatta pek kullanılamayan bir yaklaşım olacaktır. Çünkü çok sayıda bağımlı ve bağımsız değişkeni bünyesinde barındıran üretim planlama probleminde bu yaklaşım ile ortaya konulan matematiksel model çok karmaşık bir yapıya sahip olacaktır. Bu karmaşıklık ise problemin çözümü için çok güçlü bir algoritmayla beraber çok güçlü bilgisayarlara da ihtiyaç duyulmasına neden olacaktır.

Sonuç olarak denilebilir ki, "tam sayılı doğrusal programlama" yöntemlerinde olduğu gibi üretim planlama problemine bütünselci şekilde yaklaşan hiçbir yöntem uygulamada başarılı olamayacaktır. Üretim planlama probleminde de, bu tarz karmaşık problemlere klasik bir şekilde uygulana geldiği üzere, "hiyerarşik planlama" yöntemi ile çözüm bulunmalıdır. (Bitran, 1977, 28)

Karmaşık ve geniş bir yapıya sahip problemlerin çözümünde uygulanan standart yaklaşım, bu problemin daha kolay çözülebilecek küçük problemlere bölünmesidir. Tıpkı planlamanın uzun dönemli, orta dönemli, kısa dönemli planlara bölünmesinde olduğu gibi üretim planlama problemi de kendi içerisinde yine bölünerek çözülecektir (Gelders, 1981, 102).

Bu bakış açısı ile üretim planlama problemine baktığımız zaman, problemin kapsamı içerisinde kalan tüm sorulara tek bir matematiksel model yardımıyla cevap aramak mümkün olamayacağı açıktır. Çözüm için problem içerisinde yer alan her bir soru için ayrı bir problem oluşturmak gerekecektir. Bu nedenledir ki; her ne kadar çok önemli sorular olsa da, üretim planlama problemi kapsamı içerisinde yer alan talep tahmini, üretim hattı dengeleme, üretim programlarının oluşturulması vb. problemler çalışmamızın kapsamı dışında tutulacaktır. Bu çalışmada, üretim planlama probleminde önemli bir rol üstlenen üretim miktarlarının tespiti ve çizelgeleme problemine odaklanılacaktır.

Üretim miktarlarının tespiti problemine ilişkin olarak ortaya çıkan ilk matematiksel çözüm önerisi Wagner ve Whitin'e aitti. 1958 yılında yayınlanan makalelerinde en kısa yol problemini temel alarak oluşturdukları algoritma bazı kabulleri de bünyesinde barındırmaktaydı. Bu kabuller şu şekilde sıralanabilir: Model, üretilecek tek çeşit ürünü kapsamaktaydı, problemde stok politikasının belirlenmesi sırasında herhangi bir depo kısıtı söz konusu değildi ve üretim kaynakları gelen tüm talebi karşılamayı sağlayacak düzeydi başka bir deyişle dikkate alınması gerekli herhangi bir kapasite kısıtı yoktu. (Wagner, 1958, 89)

Daha sonraki yıllarda gerek analitik gerekse sezgisel pek çok yaklaşıma temel oluşturan Wagner-Whitin'in matematiksel modelleri aşağıda verilmiştir:

$$\text{Min.}\sum_{t=1}^{T} [\, s\delta(x_t) + hI_t]$$

$$I_{t-1}+x_t-I_t=d_t, \qquad t=1, 2, \ldots, T$$

$$X_t \geq 0,$$

$$I_t \geq 0,$$

$$I_0 = 0 \qquad \text{olacaktır.}$$

Modele ilişkin notasyonlar aşağıdaki gibidir:

d_t = t dönemi talep miktarı,

x_t = t dönemi üretim miktarı,

I_t = t dönem sonu stok seviyesi,

s = hazırlık maliyeti,

h = stokta tutma maliyeti (dönem ve birim başına).

$$\delta(x_t) = \begin{cases} 0, & \text{eğer } x_t=0, \\ 1, & \text{eğer } x_t>0. \end{cases}$$

Wagner ve Whitin algoritmasındaki kabuller aynı zamanda daha sonra ortaya konulan algoritmaların farklılıklarını da oluşturmuştur.

Zabel (1964), Zangwill (1968, 1969) de üretim miktarlarının bulunmasına yönelik çalışmalar yapmışlar ancak onlar da Wagner ve Whitin algoritmasında olduğu gibi üretim kapasitesi kısıtını göz önüne almamışlardır. Florian ve Klein (1971), Florian-Lenstra-Kan (1980) kapasite kısıtına da yer verdikleri etkin bir dinamik programlama algoritması geliştirmişlerdir. Bu algoritmaya ilişkin matematiksel model aşağıda özetlenmiştir.

Dönem i (i=1, 2, ..., n) için; r_i talep, b_i üretim hazırlık maliyeti, c_i üretim kapasite limiti, x_i üreim miktarı ve $R_i=\sum^{i}_{j=1} r_j$, $C_i=\sum^{I}_{i=1} c_j$, $X^{i}_{j=1} x_j$ olmak üzere, dönem i'de üretim maliyeti, x_i miktarı için $p_i(x_i)$ ile verilecektir. p'_i sürekli ve azalmayan bir fonksiyon ve $p'_i(0)=0$ olmak üzere, x>0 için $p_i(x)=b_I+p'_i(x)$ olacaktır. Dönem i'den dönem i+1'e kadar stok tutma maliyeti ise $I_i=X_i-R_i$ olacak ve $h_i(0)\geq 0$ için, $h_i(I_i)$ sürekli ve azalmayan fonksiyon ile ifade edilecektir.

Üretim planlama problemi, toplam üretim ve stok maliyetlerini minimum kılmaya yönelik $x_1, x_2, \ldots, x_n$ üretim miktarlarının bulunması olacaktır.

Tüm r_i ve c_i değerleri tam sayı olmak üzere,

$$\sum^{n}_{i=1}(p_i(x_i) + h_i(I_i)),$$

$$I_i \geq 0 \qquad (i=1, 2, \ldots, n),$$

$$0 \leq x_i \leq c_i \qquad (i=1, 2, \ldots, n),$$

$$I_n=0,$$

$$R_i \leq C_i \qquad (i=1, 2, \ldots, n).$$

Tüm p_I ve h_i fonksiyonlarının konkav olması durumda ve hazırlık maliyetlerinin de modele dahil edilmesi halinde ise yeni model şu şekilde ortaya çıkacaktır:

Stok miktarı her dönem için kesinlikle sıfır veya pozitif bir değer olacaktır. Yalnız son döneme ait stok miktarı bu kuralın dışında kalacak ve sıfıra eşit olacaktır.

Ayrıca her döneme ait üretim miktarına ilişkin kararlar ya sıfır üretim ya da tam kapasite üretim kararlarından biri olacaktır.

Bu bilgilerin ışığında ½ n(n+1) alt problemimiz ve $P_{lm}(0 \leq l < m \leq n)$ olduğunu varsayalım:

$$\sum_{i=l+1}^{m} (p_i(x_i) + h_i(I_i))$$

$$I_l = I_m = 0,$$

$$I_i > 0 \qquad (i=l+1, \ldots, m-1),$$

$$0 \leq x_i \leq c_i \qquad (i=l+1, \ldots, m-1),$$

$$0 < x_f < c_f \qquad (l+1 \leq f \leq m).$$

E_{lm}, P_{lm} probleminin optimum çözüm değeri ve D^*_m, dönem 1, 2, …, m için optimum üretim planı maliyeti olmak üzere; verilen ½ n(n+1) değer $E_{lm}(0 \leq l < m \leq n)$, problemin çözümü D^*_m değerinin hesaplanması ile aşağıdaki gibi olacaktır:

$$D^*_0 = 0,$$

$$D^*_m = \min_{0 \leq l < m}\{D^*_l + E_{lm}\} \qquad (m=1, 2, \ldots, n).$$

Üretim kapasitesinin ∞ olması durumunda ($c_i=\infty$) (i=l+2, …, n), problem P_{lm} için optimum çözüm $x_{l+1}=R_m-R_l$, $x_i=0$ (i=l+2, …, m), böylece

$$E_{lm} = p_{l+1}(R_m - R_l) + \sum_{i=l+1}^{m} h_i(R_m - R_i) \qquad \text{olacaktır.}$$

Üretim kapasite kısıtını içermeyen, dinamik programlama yaklaşımı ile gerçekleştirilen bu çözüm dışında kapasite kısıtının devreye girmesi ile yukarıda kurulan matematiksel modelin dinamik programlama ile çözümü, kapasite kısıtının dikkate alınmadığı duruma oranla çok daha karmaşık bir yapıya sahiptir. Florian ve Klein tarafından 1971 yılında ortaya konulan bu karmaşık algoritmanın daha kolay bir şekilde çözümü için öneri 1978 yılında Baker-Dixon-Magazine-Silver'ın ortaya koydukları "A tree-search method" ile gelmiştir. Baker ve arkadaşlarının 1978 yılında yazdıkları makalede ortaya koydukları üretim planlaması problemine yönelik matematiksel model ise aşağıda verilmiştir:

d_t= dönem t'deki talep (t=1, 2, ..., T),

C_t= dönem t'deki üretim kapasitesi,

x_t= dönem t'deki üretim miktarı (karar değişkenleri) $(0 \leq x_t \leq C_t)$,

I_t= t dönemi dönem sonu stok seviyesi.

Stok seviyesi I_t aşağıdaki gibi tanımlanabilir:

$$I_t=I_0 + \Sigma^t_{i=1}(x_i - d_i).$$

Talep ancak ilgili dönemde karşılanabilmektedir. Başka bir deyişle geriye dönük talep karşılama şansı yoktur ve tüm dönemler için $I_t \geq 0$ olmalıdır. Maliyet durumuna ilişkin notasyonlar ve formülasyon ise aşağıdaki gibidir:

K_t= dönem t için hazırlık maliyeti (üretim yapılması ile ilişkili),

p = birim üretim maliyeti,

h = bir dönem stok tutma maliyeti (t dönemi dönem sonu stok seviyesi ile hesaplanır).

Bu bilgiler ışığında ortaya çıkan üretim maliyeti aşağıdaki konkav fonksiyon ile verilmiştir:

$$K_t\delta(x_t) + px_t$$

Eğer x=0 ise δ(x)=0, eğer x>0 ise δ(x)=1 olmak üzere.

Toplam üretim ve elde tutma maliyeti ise T-dönem planlama için şu şekilde

Toplam üretim ve elde tutma maliyeti ise T-dönem planlama için şu şekilde ortaya çıkacaktır:

$$\sum_{t=1}^{T}(K_t\delta(x) + px_t + hI_t)$$

Problem toplam maliyetleri, kısıtlar çerçevesinde, minimum seviyeye indirmeye çalışacaktır. Fakat bu yapılırken gelen tüm talep karşılanmak zorundadır. Problemin çözümünde $I_0=I_T=0$ olarak kabul edilmiştir. Ayrıca Baker ve arkadaşlarının oluşturduğu modelde her döneme ait üretim maliyetleri eşit olduğu için sonucu etkilemediğinden dolayı modelin dışında bırakılmıştır. Bu bilgilerle beraber model tekrar oluşturulduğunda:

$$\text{Minimum } \sum_{t=1}^{T}(K_t\delta(x) + hI_t),$$

$$\begin{aligned} &\sum_{k=1}^{t}x_k \geq \sum_{k=1}^{t}d_k \,, && (t=1, 2, \ldots, T), \\ &0 \leq x_t \leq C_t \,, && (t=1, 2, \ldots, T), \\ &I_{t-1}(C_t - x_t)x_t = 0 \,, && \\ &x_t = \min.\{C_t, \textstyle\sum_{j=t}^{T}d_j\}. && \end{aligned}$$

Baker ve arkadaşları oluşturdukları bu matematiksel modeli önerdikleri "A tree search method" ile çözmüşlerdir. Lambert ve Luss (1982) ise Flauren ve Klein'in ortaya koydukları matematiksel modeli 1982'de yayınlanan makalelerinde daha etkin bir algoritma yardımıyla ile çözmüşlerdir.

Wagner ve Whitin'in oluşturdukları modele üretim kapasite kısıtını ekleyen bu çalışmaların yanı sıra 1977 yılında yayınlanan makalesinde Korgaonker, planlama yapılan dönemde yine sabit bir üretim kapasite kısıtıyla beraber üretim miktarlarında meydana gelebilecek değişiklikleri ve bunların ortaya çıkartacağı maliyetleri de modele dahil etmiştir.

Korgaonker (1977) oluşturduğu modelde bazı kabullere yer vermiştir; her bir döneme ilişkin talep miktarları kesin olarak bilinmektedir ve bu miktarlar dönemden döneme artış ya da azalış gösterebilmektedir, üretim ve stok tutma maliyeti fonksiyonları konkavdır, talebe paralel olarak üretim miktarlarının arttığı dönemlerde konkav maliyet fonksiyonu da artmakta, üretim miktarının azaldığı dönemlerde konkav maliyet fonksiyonu da azalmaktadır, modelde geriye dönük talep karşılamak mümkün değildir, planlama yapılan dönemde kapasite sabittir.

Aslında bu problem Zangwill'in çalışmasının (1966) aynısıydı. Tek bir farkla Zangwill'in çalışmasında üretim kapasitesi kısıtı yer almamaktaydı. Talep miktarlarının düzenli bir değişim (azalış ya da artış) gösterdiği bu modelde stok miktarları planlamanın başlangıcında ve sonunda sıfıra eşit olmaktaydı. Diğer aşamalarda ise sıfır olmak ya da pozitif bir değer almak zorundaydı.

x_i= dönem i'deki üretim miktarı (i=1, 2, ..., n),

r_i= dönem i'deki talep ($0< r_1\leq r_2 \leq \ldots \leq r_n$),

c= periyot i'deki üretim kapasitesi (bütün dönemler için eşit),

I_i= dönem i dönem sonu stok miktarı,

p(x)= toplam üretim maliyeti (x'te konkav),

$H_i(I_i)$= Stok tutma maliyeti (I_i'de konkav),

$c_i(x_i-x_{i-1})$= dönem i'de üretim miktarı değişim maliyeti,

F(x)= toplam maliyet.

Toplam maliyet fonksiyonu şu şekilde yazılabilir:

$$F(x)=p(x) + \sum^{n}_{i=1}H_i(I_i) + \sum^{n}_{i=1} c_i(x_i-x_{i-1}).$$

$c_i(x_i-x_{i-1})$ maliyet eğrisi $(x_i-x_{i-1})>0$ için konkavdır aynı şekilde $c_i(x_i-x_{i-1})$ maliyet eğrisi $(x_i-x_{i-1})<0$ için de konkavdır ve $c_i(0)$ sıfır olarak tanımlanır. Başka bir deyişle $c_i(x_i-x_{i-1})$ maliyet eğrisi $[0, \infty)$ ve $(-\infty, 0]$ aralıklarında konkavdır ancak $(-\infty, \infty)$ aralığında konkav değildir.

Genel hatlarıyla model şu şekilde özetlenebilir:

$$F(x)=p(x) + \sum^{n}_{i=1} H_i(I_i) + \sum^{n}_{i=1} c_i(x_i-x_{i-1}).$$

$$I_i=\sum^{i}_{h=1}(x_h-r_h) \geq 0, \qquad (i=1, 2, \ldots, n-1)$$

$$I_0=I_n=0,$$

$$0 \leq x_i \leq c, \qquad (i=1, 2, \ldots, n).$$

Gabriel R. Bitran ve Hirofumi Matsuo (1986) yaptıkları çalışmada 1984 yılına kadar ortaya konulan matematiksel modelleri incelemişler, "birbirini takip eden dönemler arası üretim miktar farklılıklarından doğan (ceza) maliyetleri" açısından bu modelleri dört sınıfa ayırmışlardır.

$f(X_1, X_2, \ldots, X_T)$= üretim miktarlarındaki değişimden doğan ceza maliyeti,

s_t= dönem t için hazırlık maliyeti,

u_t= dönem t'deki üst stok seviyesi,

l_t= dönem t'deki alt stok seviyesi, olmak üzere.

"Sıralı-Bağımsız Hazırlık Maliyetleri" olarak adlandırdıkları sınıfa Florian-Klein (1971), Jagannathan-Rao (1973), Love (1973), Baker-Dixon-Magazine-Silver (1978), Lambert-Luss'un (1982) ortaya koydukları modeller dahil edilmiştir. Bu çalışmaların ortak yönleri toplam maliyet içerisinde hazırlık maliyetlerinin tanımlanış şekliydi.

$$f(X_1, X_2, \ldots, X_T)= \sum^{T}_{t=1} s_t\delta(X_t)$$

$$\delta(X_t) = \begin{cases} 1, & \text{eğer } X_t > 0, \\ 0, & \text{eğer } X_t \leq 0. \end{cases}$$

İkinci sınıf, Karmarkar-Kekre-Kekre'nin (1981) çalışmalarına dayanmaktadır. Bu çalışmada hazırlık maliyeti şu şekilde tanımlanmıştır:

$$f(X_1, X_2, \ldots, X_T) = \sum_{t=1}^{T} (s_t Y_t + e_t Z_t),$$

$$\begin{array}{ll} Y_t \geq \delta(X_t), & (t=1, 2, \ldots, T), \\ Z_t \geq Y_t - Y_{t-1}, & (t=1, 2, \ldots, T), \\ Y_t \text{ ve } Z_t \in \{ 0, 1 \}, & (t=1, 2, \ldots, T), \\ Y_0 = 0. & \end{array}$$

$$Y_t = \begin{cases} 1, & \text{eğer makina t döneminde çalışmaktaysa,} \\ 0, & \text{diğer hallerde.} \end{cases}$$

$$Z_t = \begin{cases} 1, & \text{eğer makinanın durumu dönem t'de kapalıdan açığa değiştiyse,} \\ 0, & \text{diğer hallerde.} \end{cases}$$

e_t= dönem t'de bir önceki dönemdeki duruma bağlı, çalışmaya başlama maliyeti,

s_t= dönem t'de bir makinaya sahip olma maliyeti; bu maliyetler sıralı dönemler arası bir bağımlılık içermez, örnek olarak s_t, t döneminde ödenen bir kira bedeli olabilir.

Üçüncü olarak incelenen model Zangwill (1966), Silver (1967), Kargoanker'in (1977) çalışmalarında ortaya konulan modeldir.

$$f(X_1, X_2, \ldots, X_T) = \sum_{t=1}^{T} [s_t \delta(X_t) + f_t(X_t - X_{t-1})]$$

Ceza maliyetini oluşturan ikinci maliyet kalemi $f_t(X_t - X_{t-1})$, dönemler arasında üretim miktarı farklılaşmasının ortaya çıkarttığı üretim maliyeti artışlarını ifade etmektedir. Bunlar işten çıkartma maliyeti, işe alma maliyeti, yeni iş gücünün eğitim maliyeti olabileceği gibi fazla mesai ile üretim yapılmasından doğan maliyet artışlarından da kaynaklanabilir.

Bitran ve Matsuo'nun yaptıkları son sınıflama ise Lasdon ve Terjung'un formülasyonuna (1971) dayanmaktadır. Diğer sınıflamalardaki formülasyonların aksine Lasdon ve Terjung'un oluşturdukları model üretimde çok sayıda makinanın olduğu durumlar için geliştirilmiştir.

Sandbothe ve Thompson ise 1990 yılında yayınlanan makalelerinde tek makina için, üretim kapasitesi sınırlı olan, belirli döneme ait talebin tam olarak karşılanamaması durumunun mümkün olduğu ve bunun da belirli bir maliyete yol açtığı modele yönelik "ileriye doğru çözüm" yöntemi ile bir algoritma geliştirmişlerdir.

Sandbothe ve Thompson'ın oluşturdukları model aşağıdaki gibidir:

s_t= birim elde bulundurmama maliyeti,

S_t= t döneminde karşılanamayan talep miktarı,

σ= hazırlık maliyeti,

XMAX= t dönemi üretim kapasitesi, olmak üzere;

$$\text{Minimum } \sum_{t=1}^{T}(\sigma\delta_t + pX_t + hI_t + sS_t)$$

$I_{t-1} + X_t - I_t + S_t = d_t$ (t=1, 2, ..., T),

$X_t - XMAX_t\delta_t \leq 0$ (t=1, 2, ..., T),

$X_t, I_t, S_t \geq 0$ (t=1, 2, ..., T),

δ_t 0-1 değişkeni (t=1, 2, ..., T),

3.2. Otomotiv Yan Sanayii ve Uygulamaya Konu Olacak Firma Hakkında Bilgi

Yaklaşık 10 000 adet parçanın montajından oluşan bir otomobilin yapımı için gerekli olan parçaların tümünün üretici firma tarafından imal edilmesi, 1900'lü yılların ilk yarısında Ford'un başarısız bir denemesi haricinde, uygulamada görülebilen bir yöntem değildir. Otomobil üreten ve bu otomobillere kendi markasını veren otomotiv firmalarının tümü ihtiyaç duydukları yarı mamulleri yan sanayilerinden temin ederler. Bu açıdan bakıldığında otomotiv sektöründe ana firmalar ve yan sanayii firmaları birlikte bütünün ayrılmaz birer parçaları olarak karşımıza çıkmaktadırlar.

20. yüzyılın son çeyreğinde özellikle hız kazanan ve ülkemizde de son 10 yıldır uygulaması büyük bir ivme kazanmış olan "ileri üretim teknikleri" ve bu tekniklerin doğal bir sonucu olan yeni yönetim anlayışı bilhassa otomotiv sektöründe ve bu sektördeki ana firma-yan sanayii firmaları arası ilişkilerde kendini göstermektedir. Bu anlayış, iki taraf arasında tam bir iş birliği ve açıklığı öngörmekte, güven esaslı uzun dönemli ilişkiler kurulmasını amaç edinmektedir.

Bu yeni yaklaşım firmaların tüm işletme faaliyetlerini etkilediği gibi üretim planlama faaliyetlerini de etkilemiştir. Bunun nedeni kurulan uzun dönemli ilişkilerden dolayı yan sanayii firması ana firmadan gelecek talebi, yükümlülüklerini yerine getirdiği sürece, talebi garanti olarak görecek uzun dönemli planlarını ve dolayısıyla üretim planlarını buna göre şekillendirebilecektir. Ana firmanın ise çalıştığı yan sanayii ile uzun dönemli ilişkiler kurması bu firmaları tanımasına, onların hareket alanlarını ve kapasitelerini bilmesine neden olacaktır. Bu durum da yan sanayii firmasının üretim planlarını bire bir etkileyen talep miktarının bilinçli ve istikrarlı olması sonucunu getirecektir.

Yurt dışındaki bir otomotiv firması için Türkiye'de Spindle CTR olarak adlandırılan ve otomobillerin emniyet kemerlerinde kullanılan bir parçayı üreten Şahin Metal A.Ş. bir yan sanayii işletmesidir. Şahin Metal de sektörde yaygın olarak uygulandığı gibi üretim planlarını oluştururken maliyetleri göz önüne almamakta ve tamamen talebin istikrarlı yapısına güvenen, sınırlayıcı tek koşul olarak üretim kapasitesini dikkate alan sezgisel yöntemleri kullanmaktadır.

Firma, üç vardiya halinde üretim yapabilmekte ve vardiya başına haftada 16 000 adet üretebilmektedir. Başka bir deyişle firmanın haftalık vardiyalı üretim kapasitesi 48000 adet/hafta olarak hesaplanmıştır.

Firma, ana şirketten gelecek üç aylık döneme ait haftalık talep miktarları ve sevkiyat tarihleri bilgisini almaktadır.

Oniki haftalık dönemde her hafta Cuma günleri sevkiyat gerçekleştirecek olan firmaya gelen taleplerin tümü firmanın üretim kapasitesi içerisinde olmaktadır. Bunun temel nedeni yan sanayide çalıştığı firmayı oldukça iyi tanıyan ana işletmenin, bu şirketin yeteneklerinden haberdar olmasıdır.

Bu bilgileri alan Şahin Metal A.Ş. bu döneme ait üretim planını, maliyetleri hiçbir şekilde dikkate almaksızın ve stoğa yönelik çalışmayı düşünmeksizin sadece üretim kapasitesini dikkate alarak, iki sevkiyat arası hafta için planlarını o haftadaki talebe eşit olarak belirlemektedir. Eğer o hafta için gelen talep 16 000 adetin altında ise firmada o hafta tek vardiya çalışmakta, 16 000 adet ile 32 000 adet arasında ise iki vardiya çalışmakta ve son olarak 32 000 adetin üstünde ise üç vardiya çalışılmaktadır. Bunun dezavantajı, firma tarafından göz önünde tutulmamasına karşın, üçüncü vardiyada ortaya çıkan işçilik maliyetlerindeki %50 oranındaki artıştır. Oysa firma haftalık talebin 32 000 adetin altında kaldığı dönemlerde stoğa yönelik çalışsa belkide katlanacağı elde bulundurma maliyetine karşın üçüncü vardiyada ortaya çıkan üretim maliyet artışına katlanmaktan kurtularak toplam maliyetlerini daha düşük bir seviyede tutabilecektir. Bu ve benzeri seçeneklerin değerlendirilerek optimum çözümün bulunabilmesi için 'dinamik programlama' yöntemi ile bir çözüm önerisi uygulama çalışmamızın konusunu oluşturacaktır.

3.3. Dinamik Programlama Yöntemi İle Bir Model Önerisi

3.3.1. Modelde Kullanılan Varsayımlar

Şahin Metal A.Ş. firması üretim planlaması problemi için dinamik programlama yöntemi ile bir çözüm önerisi sunulmuştur. Bu yöntemde mevcut duruma göre en büyük fark amacın tanımlanmasında ortaya çıkmaktadır. Tanımlanan yeni amacımız; "toplam maliyetlerin" minimize edilmesidir. Modelde üç maliyet kaleminden (hazırlık maliyeti, birim üretim maliyetleri ve stok tutma maliyeti) oluşan toplam maliyetin minimize edilmesi amaçlanmıştır.

Şahin Metal A.Ş., ürününe olan talebi üç aylık dönemlerde ana firmadan almakta ve haftalık olarak ana firmanın talebini karşılamaktadır. Başka bir deyişle, Şahin Metal A.Ş. üretim planlarını üç aylık bir dönem için haftalık olarak yapmaktadır. Dolayısıyla önerilen modelde de çözüm 12 haftalık bir dönemi kapsamaktadır. Ayrıca talep, ilgili haftada karşılanamadığı taktirde sipariş ana firma tarafından iptal edilmektedir.

Firmaya, uygulamanın gerçekleştirileceği döneme ilişkin, talep miktarları ve sevkiyat tarihleri hakkında ana firmadan gelen bilgiler aşağıdaki tablolarda verilmiştir.

Tarilh	07May	14May	21May	28May	04Haz	11Haz
Talep	28000	36000	28000	36000	28000	36000

Tarih	18Haz	25Haz	02Tem	09Tem	15Tem	23Tem
Talep	28000	28000	36000	28000	28000	28000

Mevcut durumda Şahin Metal A.Ş. üretim planını aşağıdaki şekilde oluşturmuştur;

Tarih	07May	14May	21May	28May	04Haz	11Haz
Talep	28000	36000	28000	36000	28000	36000
Üretim	28000	36000	28000	36000	28000	36000
Vardiya Sayısı	2	3	2	3	2	3

Tarih	18Haz	25Haz	02Tem	09Tem	15Tem	23Tem
Talep	28000	28000	36000	28000	28000	28000
Üretim	28000	28000	36000	28000	28000	28000
Vardiya Sayısı	2	2	3	2	2	2

Firma üretimini normal olarak iki vardiya halinde gerçekleştirmekte ancak gerekli hallerde üçüncü bir vardiya da devreye sokulabilmektedir. Firmanın normal kapasitesi vardiya başına 16 000 adet/hafta olarak belirlenmiştir. Bununla beraber firma tarafından ekonomik parti büyüklüğü 4 000 adet olarak tespit edilmiştir.

Ayrıca Şahin Metal A.Ş. stok politikası olarak elde tutulacak ürün miktarına ilişkin belirli bir üst limit belirlemiştir. 12 000 adet/hafta olan bu üst limit kesinlikle aşılmamaktadır.

3.3.2. Üretim Planlaması Problemini Oluşturan Maliyet Unsurları

Birim Üretim Maliyetleri: Toplam maliyet içerisinde önemli bir dilimi birim üretim maliyetleri oluşturur. Hammadde, direk işçilik, enerji vb. maliyet unsurlarını bünyesinde barındıran üretim maliyetlerinin en önemli özelliği üretim miktarı ile orantılı olmasıdır. Yani belirli bir dönemde üretim yapılmadığı takdirde üretim maliyeti de sıfır olacaktır. (Crandall, 1998, 34)

Şahinler Metal A.Ş.'nin ürettiği Sprindle CTR adlı parça temel hammaddesi alüminyum olan bir üründür. Sadece bazı kimyasal malzemeler çok küçük oranlarda ürünün bünyesinde yer almaktadır. Bu nedenle hammadde maliyetleri hemen hemen bire bir alüminyumun fiyatına bağlı olarak gerçekleşmektedir. Firma alüminyum fiyatlarını haftalık olarak Londra Metal Borsası'ndan "pound" cinsinden almakta ve bunu o günkü kurdan Türk Lirası'na çevirerek kullandığı alüminyumun maliyetlerini hesaplamaktadır. Üretim planlaması için maliyetler incelenirken son bir yıllık dönemde, ortaya çıkan alüminyumun fiyat artışları (pound cinsinden) ve iki para cinsi arası ortaya çıkan kur farkları incelenmiş ve haftalık olarak ortalama %1,5 değerinde bir artış olduğu tespit edilmiştir. Model içerisinde de bu değer artış oranı kullanılmıştır.

Üretim maliyetlerinin önemli bir diğer maliyet unsuru ise direk işçilik maliyetleridir. Üretim planlaması yapılan dönemde işçilik ücretlerinde meydana gelecek artışların modelde yer alması gerekliliği açıktır. Bu gereklilikten dolayı, uygulama için seçilen üç aylık dönemde işçilik ücretlerine yapılması planlanan herhangi bir artış olmadığı halde modelin genel bir çözüm verebilmesi için direk işçilik giderleri model içerisinde yer almıştır.

Enerji giderleri ise üretim için harcanan elektrik, su vb. enerji kaynaklarının maliyetlerinden ortaya çıkmaktadır. Bu giderler direk olarak üretim bölümünün harcadığı kaynakların maliyetleri olmalıdır. Üretim planlaması yapmak üzere seçilen dönemde de bu maliyet artışlarının kaçınılmaz olmasından dolayı bu artış ortalama yıllık enflasyon oranı baz alınarak haftalık olarak belirlenmiştir.

Üretim maliyetleri, Şahin Metal A.Ş. için birinci ve ikinci vardiya üretimlerinde eşittir. Ancak üçüncü vardiyada maliyetler, işçilik giderlerindeki %50 oranındaki artışa paralel olarak bir artış göstermektedir. Başka bir deyişle, eğer üretim iki vardiyanın kapasitesi olan 32 000 adeti geçmez ise belirli bir 'birim üretim maliyeti' söz konusuyken 32 000-48 000 adet arasındaki miktarlar için ürünlerin 'birim işçilik üretim maliyetleri' %50 oranında artış göstermektedir.

Hazırlık Maliyetleri: Üretim miktarından bağımsız olarak, üretime başlanabilmesi için gerekli olan faaliyetlerin ortaya çıkarttığı bu maliyet unsuru eğer üretim yapılmazsa sıfıra eşit olacaktır.

Şahin Metal A.Ş., resmi tatiller haricinde her koşulda her hafta üretim yapmaktadır, üretim planı yapılan dönemde ise herhangi bir resmi tatil söz konusu değildir. Bu yüzden her ne kadar modelde yer alsa da hazırlık maliyetleri çözüm aşamasında 12 haftalık dönemin her biri içerisinde aynı miktarda yer alacağı için ihmal edilecektir.

Stok Maliyeti: Stok maliyeti, üretim planlama probleminde son ürün için söz konusudur. Üretilen ürünün o dönemde satılamaması ve depoya konulması sonucu ortaya çıkar. Ürünün depoda bozulması sonucu ortaya çıkan fire maliyetleri, sigorta ve vergi giderleri, depo gider maliyetlerinin yanı sıra depodaki ürüne bağlanan nakdin fırsat kaybı maliyeti stok maliyetini oluşturur. (Starr, 1989, 318)

Şahin A.Ş. tarafından stok tutma maliyeti için bir oran belirlenmiş olup, modelde bu bilgi veri olarak yer almıştır. 12 haftalık dönem için artış oranları ise haftalık olarak, yıllık enflasyon oranından yararlanılarak, bulunmuştur.

3.3.3. Dinamik Programlama Modelinin Kurulması

Çok aşamalı karar problemlerine çözüm için kullanılan dinamik programlama yöntemi ile üretim planlama problemine çözüm önerisinde üç aylık (12 hafta) üretim planlaması problemi 12 adet alt probleme ayrılacaktır. Üretim planlamasına ait başlangıç durumu bilindiği için "geriye doğru çözüm yöntemi" problemin çözümünde kullanılacaktır.

3.3.3.1. Modelde Kullanılan Değişkenlerin Tanımlanması

Aşama değişkeni ($t=1, 2, 3, \ldots, T$) aralığında zaman vektörü olarak tanımlanmış ve her biri bir hafta süren kesikli birimlere ayrılmıştır. Planlama süresi 12 hafta olarak tespit edildiği için $T=12$ olacaktır.

X notasyonu karar değişkenlerini ifade edilecektir. Karar değişkenleri hiç üretim yapmama kararından ($X_t=0$), maksimum kapasite ile üretim yapma kararına ($X_t=36\ 000$) kadar olan bir aralıkta 4 000 birimlik artışlarla değerler alabilecektir. Burada karar değişkenlerini kısıtlayan bir durum da firmanın stok politikasından doğan depolama kısıtı'dır. Üretim kapasitemiz müsait olsa bile stok miktarımızın 12 000 adeti geçmesi durumunda karar değişkeninin alabileceği üst değer kapasite ile değil stok seviyesinin müsaade ettiği değer ile belirlenecektir.

S notasyonu ise durum değişkenlerini tanımlayacaktır. Durum değişkenlerimiz o aşamanın başlangıç noktasındaki stok seviyemiz olarak tanımlanmıştır. Durum değişkeni, başlangıçta hiç stoğa sahip olunmaması durumundan ($S_t=0$) firmanın üst stok seviyesine ($S_t=12\ 000$) kadar herhangi bir değere sahip olabilir. Ancak üretimini 4 000 adet ve katları şeklinde gerçekleştiren Şahin Metal A.Ş.' ye planlama yapılan üç aylık döneme ait olan taleplerin de 4 000 adetin katları şeklinde olmasından dolayı modelimizde durum değişkenleri 0, 4 000, 8 000 veya 12 000 adet alternatif değerlerinden birine sahip olabilecek, bunların dışında herhangi bir değer alması söz konusu olamayacaktır.

3.3.3.2. Dinamik Programlama Formülasyonu

Dinamik programlama ile çözümde amaç, "toplam maliyetleri"nin minimizasyonu şeklinde tanımlanmıştır. Toplam üretim maliyetlerini oluşturan unsurlar içerisinde yer alan stok maliyetlerinin bulunması için gerekli olan miktar ve maliyet bilgileri aşağıda verilmiştir. (Baker, 1978, 1710)

d_t= periyot t'nin talebi (t=1,2,...,T).

C_t= periyot t'nin toplam üretim kapasitesi.

x_t= periyot t'deki üretim miktarı ($0 \leq x_t \leq C_t$).

I_t= periyot t sonundaki stok seviyesi.

Firmanın üretim kapasitesi, vardiya başına 16 000 adet/hafta olarak tespit edilmiştir. Birinci ve İkinci vardiyalarda üretim maliyetleri eşitken üçüncü vardiyada üretim maliyetlerinde işçilik maliyetlerindeki %50 oranındaki artışa paralel olarak bir maliyet artışı söz konusudur. Ayrıca firma üretimini ancak 4 000 adetlik partilerle yapmaktadır.

Stok seviyesi I_t aşağıdaki formülle tanımlanabilir;

$$I_t = I_0 + \sum_{j=1}^{t} \left(x_j - d_j \right).$$

Talep zamanında karşılanmak zorundadır, yani geriye dönük talep karşılamaları yasaklanmıştır ve tüm t değerleri için $I_t \geq 0$ olmalıdır. Ayrıca firmanın belirlemiş olduğu stok politikası gereği $I_t \leq 12\ 000$ olmalıdır. Maliyet yapısı ise aşağıdaki parametrelerden meydana gelecektir.

K_t= periyot t'deki üretim ile bağlantılı olarak ortaya çıkan hazırlık maliyeti,

p= birim üretim maliyeti, (birinci ve ikinci vardiya üretiminde)

q= fazla mesai birim üretim maliyeti, (üçüncü vardiya üretiminde)

h= her periyot için elde bulundurma maliyeti birim başına, (dönem sonu stok seviyesi I_t üzerinden değerlendirilir.)

δ= Üretim yapılması durumunda hazırlık maliyetlerini modele dahil eden 0-1 değişkeni,

Böylece periyot t'de ortaya çıkan üretim maliyeti bir doğrusal fonksiyon ile verilebilir;

$$TÜM=K_t\delta(x_t)+px_t$$

Eğer x=0 ise δ(x) = 0 veya x>0 ise δ(x) =1 olacaktır. Ayrıca x>32 000 için üretim maliyeti şu şekilde verilecektir;

$$K_t\delta(x_t)+(32\ 000\ p)+q(x_t-32\ 000)$$

Planlama yapılan T-periyot aralığında ortaya çıkacak toplam üretim ve elde bulundurma maliyeti firma eğer en çok iki vardiya halinde çalışacak olursa aşağıdaki gibi oluşacaktır;

$$\sum_{t=1}^{T}(K_t\delta(x_t)+px_t+hI_t)$$

Ancak eğer üretim herhangi bir dönemde üçüncü vardiyanın da devreye girmesi ile yapılacak olursa toplam maliyet şu şekilde ortaya çıkacaktır;

$$\sum_{t=1}^{T}(K_t\delta(x_t)+px_t+q(x_t-32000)+hI_t)$$

Başlangıç stok seviyesi 4 000 birim, planlama dönem sonu stok seviyesi ise sıfır olarak belirlenmiştir (I_0=4000, I_T=0). Problem, tüm bu kısıtlar çerçevesinde minimizasyonun sağlanmasıdır. Ancak Şahin Metal A.Ş. üretim planlaması yapılan üç aylık dönem içerisinde her hafta üretime gireceği için K_t maliyetine her hafta sabit bir değerde katlanacaktır. Bu nedenle problemimizin matematiksel modelini yeniden şu şekilde ortaya koyabiliriz:

$$x_t \leq 32\,000 \text{ ise, } Y_t = \min. (px_t + hI_t)$$

$$x_t > 32\,000 \text{ ise, } Y_t = \min. ((32\,000p) + (q(x_t - 32\,000) + hI_t)$$

$$TÜM = \Sigma^{T}_{t=1} Y_t \qquad t = 1, 2, \ldots, T,$$

$$\sum_{k=1}^{t} x_k \geq \sum_{k=1}^{t} d_k, \qquad t = 1, 2, \ldots, T,$$

$$0 \leq x_t \leq C_t, \qquad t = 1, 2, \ldots, T,$$

$$0 \leq I_t \leq 12\,000 \qquad t = 1, 2, \ldots, T.$$

3.3.4. Problemin Sonuçları ve Sonuçların Değerlendirilmesi

Dinamik programlama modelinin elle çözümü sonucunda (Bkz. Ek), üç aylık bir dönem içerisinde haftalık optimum üretim miktarları ve bu miktarların üretimi ile ortaya çıkan toplam maliyetlerin minimum değerlerine ulaşılmıştır.

Çözüm sonucunda ulaşılan bilgiler ve mevcut duruma ilişkin veriler aşağıdaki tabloda verilmiştir:

Tarih	07May	14May	21May	28May	04Haz	11Haz
Talep	28 000	36 000	28 000	36 000	28 000	36 000
Önerilen Üretim Miktarları	32 000	32 000	32 000	32 000	32 000	32 000
Mevcut Üretim Miktarları	28 000	36 000	28 000	36 000	28 000	36 000

Tarih	18Haz	25Haz	02Tem	09Tem	15Tem	23Tem
Talep	28 000	36 000	28 000	36 000	28 000	36 000
Önerilen Üretim Miktarları	32 000	24 000	32 000	28 000	28 000	28 000
Mevcut Üretim Miktarları	28 000	36 000	28 000	36 000	28 000	36 000

Oniki dönemlik üretim planlaması sonucunda ortaya çıkan toplam üretim maliyeti; önerilen yeni planda 33.893.396.000 Türk Lirası, maliyetler dikkate alınmaksızın oluşturulan mevcut üretim planında 34.361.156.000 Türk Lirası şeklinde ortaya çıkmaktadır.

Söz konusu iki üretim planında en önemli fark; dönemler arası talep farklılıklarının üretim miktarlarına birebir yansıtılması ya da kararın taleple beraber maliyetlerin de göz önünde tutularak verilmesi ayrımı ile ortaya çıkmaktadır. Mevcut üretim planı, sıfır stokla çalışılması ve talep miktarlarındaki farklılaşmaların üretim miktarlarında bire bir değişiklikle telafi edilmesi düşüncesi ile gerçekleştirilmektedir. Bunun toplam maliyetleri minimum kılacağı düşünülmektedir. Buna karşılık ise talebp miktarının 32 000 adet/hafta'yı geçtiği dönemlerde üçüncü bir vardiya ile çalışılması göze alınmaktadır. Oysa önerilen yeni üretim planı talep miktarlarındaki değişimlerin üretim miktarlarını mümkün olduğunca etkilemeden stok miktarlarındaki değişikliklerle çözülmesi gerektiği kararını vermektedir. Böylece belirli ölçülerde, mevcut planlamada olmayan stok maliyetlerine katlanılmak zorunda kalınacaktır. Önerilen planın avantajı ise olabildiğince düzenli bir üretim ile ortadan kalkan üçüncü vardiya ve bu vardiyaya ait üretim maliyetleridir.

Üretim planını, gelecek oniki dönem için oluşturmaya çalıştığımız Şahin Metal A.Ş. eğer önerilen yeni metoda göre üretim planını oluşturacak olursa söz konusu oniki haftalık dönemde maliyetlerinde 467.760.000 Türk Liralık bir düşüş avantajının yanı sıra üçüncü vardiya ile üretime ihtiyaç duymayacak, böylece hem üretim miktarlarını olabildiğince düzenli bir hale getirmiş olacak hem de mevcut iki vardiyalık üretim saatlerini daha verimli kullanmış olacaktır.

SONUÇ

Türkiye ekonomisinde önemli bir yere sahip olan ve KOBİ'ler olarak adlandırılan küçük ve orta büyüklükte işletmelerin bir çoğu günümüz rekabet koşullarına uyum sağlayabilmek amacı ile 'ileri üretim sistemlerine' ve bunun doğal sonucu olarak 'ileri yönetim tekniklerine' geçişi sağlayabilmek için iyi niyetli bir çaba içerisinde gözükmektedirler. Bugün pek çok işletme ya bir 'kalite belgesi' almış ya da 'kalite belgesi' almaya yönelik bir çalışma başlatmıştır. Ancak yine de işletmelerimizin çoğunluğunda işlerin akışı ideal durumdan büyük farklılıklar göstermektedir. Firmalarda bugün uygulanmakta olan davranış kalıpları ve karar süreçleri hemen hemen tamamen değişikliğe muhtaçtır. Bu değişikliğe muhtaç karar süreçlerinden birisi de 'üretim planlama' kararlarıdır. Uygulamada neredeyse anlık olarak verilen planlama kararları tamamen sezgisel olarak günlük ilişkiler göz önünde bulundurularak oluşturulmaktadır. Doğal olarak bu durum hiç bir 'bilimsel yönetim anlayışına' sığmaz. Yapılması gereken, dönemlik talep miktarlarının, teslim tarihlerinin, üretim ve stok maliyetlerinin, üretim kapasite miktarlarının vb. de göz önünde tutularak toplam maliyetleri minimum kılacak olan üretim planlama kararının verilmesidir.

Çalışmamızın konusunu, yukarıda bahsedildiği şekilde bilimsel temellere dayanan bir üretim planlamanın gerçekleştirilebilmesi amacıyla bir yöneylem araştırması tekniği olan dinamik programlama modeli uygulamasıdır. Bu düşünceyle oluşturulacak model kararların objektif kriterlere dayanarak alınmasını sağlayacak, karar sürecini her zaman uygulanabilecek prosedürler şekline dönüştürecek ve sonuçta bir optimizasyon sağlanacaktır.

Çalışmamızda öncelikle 'dinamik sistem' kavramı ve bu sistemlerin matematiksel olarak nasıl ifade edilebileceği üzerinde durulmuştur. Bunun ardından üretim planlama problemine çözüm önerisi olarak sunduğumuz matematiksel modelin çözümünde yararlanılan 'dinamik programlama' yönteminin teorik esasları incelenmiştir. Üçüncü bölümde ise oluşturulan bu teorik çerçevede 1958 yılından başlayarak 1990'lara kadar üretim planlama problemleri için geliştirlmiş çözüm önerileri üzerinde durulmuştur.

Üretim planlama problemine analitik çözüm arayışları 1958 yılında Wagner-Whitin ile başlamış ve bu çalışma bundan sonra bu konu üzerinde yapılacak birçok çalışmaya kaynak teşkil etmiştir. Wagner-Whitin'in çalışmalarını Zabel ve Zangwill'in ayrı ayrı yaptıkları çalışmalar izlemiştir.

Temelde modelin oluşturulması sırasında problemin tanımlanması ile ortaya konulan kabuller bu konuda yapılan çalışmaların farklılıklarını oluşturmaktaydı. 1960'larda Wagner ve Whitin gibi Zabel ve Zangwill de oluşturdukları modellerde kapasite kısıtına yer vermemişlerdi. Ancak Zangwill'in yaptığı çalışmada talep düzenli olarak bir değişim (artış ya da azalış) göstermekteydi. 1970'lere gelindiğinde ise 'kapasite kısıtı' da oluşturulan modele dahil edilmeye başlanmıştır. Ayrıca yine bu dönemde ve 1980'lerin ilk yarısında kapasite kısıtının da devreye girmesiyle oldukça karmaşık bir yapıya kavuşan matematiksel modelin çözümüne yönelik algoritmalar geliştirilmiştir. Son olarak 1990'larda talebin zamanında karşılanamaması durumunda belirli bir ceza maliyeti de modele dahil edilmiştir.

Tüm bu çalışmaların ışığında gerçekleştirdiğimiz vaka çalışması içerisinde ele alınan işletmenin üretim planlama sorununa çözüm getirebilecek bir model geliştirilmeye çalışılmıştır. Bu model çerçevesinde; haftalık talep miktarları, üretime ve depolamaya yönelik kapasite kısıtları, üretime ve depolamaya yönelik olan ve planlama yapılan dönem içerisinde düzenli olarak bir değişim (artış) gösteren maliyetler ve firma tarafından tespit edilmiş ekonomik üretim parti büyüklükleri veri olarak kabul edilmiştir. Bu bilgiler çerçevesinde tek ürün için oluşturulan matematiksel model 'dinamik programlama' yardımıyla, geriye doğru çözüm yöntemi ile, elle çözülerek probleme ilişkin sonuçlara ulaşılmıştır. Elde edilen sonuç değerlerinin üretim planlamasında kullanılması durumunda bir maliyet avantajı sağlandığı saptanmıştır. Ayrıca bu maliyet avantajının yanında uygulama, işletme yönetimi için önem taşıyan üretim planlama kararlarındaki keyfiliği ortadan kaldıracak, soruna uygun bir matemataiksel modelin geliştirlmesini sağlamıştır.

EK : Üretim Planlama Problemi Elle Çözüm İşlemleri

Bölüm 3, kısım 2'de oluşturulan Dinamik Programlama modelinin, yine aynı bölüm ve kısımda verilen bilgiler ışığında, elle çözümüne ilişkin işleyiş aşağıdaki gibidir:

$f_t(X, S)$=t aşamasında S durumunda en düşük maliyetle gerçekleştirilebilecek x miktarında üretim.

Yineleme denklemi farklı üretim maliyetlerine sahip iki değişik vardiya için şu şekilde oluşacaktır:

$X_t \leq 32\ 000$ ise $\quad f_t(X, S)=\min.(p\ X_t+h\ I_t+(f_{t+1}(X, S)))$

$X_t > 32\ 000$ ise $\quad f_t(X, S)=\min.(p\ X_t+q(X_t-32\ 000)+h\ I_t+(f_{t+1}(X, S)))$

Geriye doğru çözümyönteminin uygulanması sonucunda ortaya çıkan akış:

12. dönem talep miktarı 28 000 adet/hafta olmak üzere; (çözümde talep ve stok miktarları 1 000 ile sadeleştirilmiştir.)

$f_{12}(28, 0)=(p\ X_t+h\ I_t+(f_{t+1}(X, S)))$

$\quad =(99046 . 28+1236 . 0)=2\ 773\ 288,$

$f_{12}(32, 0)=(99046 . 32+1236 . 0)=3\ 169\ 472,$

$f_{12}(36, 0)=(99046. 32+106546(36\text{-}32)+1236 . 0)=3\ 595\ 656,$

$f_{12}(40, 0)=(99046 . 32+106546(40\text{-}32)+1236 . 0)=4\ 021\ 840,$

eşitlikler devam edecektir.

$f_{11}(28, 0)=(97927 . 28+1212 . 0+f_{12}(28, 0))$

$\quad =(97927 . 28+1212 . 0+2773288=5\ 546\ 576,$

$f_{11}(32, 0)=(97937 . 32+1212 . 0+f_{12}(24, 4))=5\ 516\ 032,$

$f_{11}(36, 0)=(97937 . 32+105427 . (36\text{-}32)+1212 . 0+f_{12}(20, 8)$

$\quad =5\ 546\ 500,$

$f_{11}(24, 4)=(97937 . 24+1212 . 4+ f_{12}(28, 0))=5\ 128\ 624,$

eşitlikler deavam edecektir.

Çözüme ilişkin tüm işlemler aşağıdaki tablolar üzerinde gösterilmiştir:

Talep miktarı 28 000 adet/hafta, t=12;

$S_{12} \setminus X_{12}$	16 000	20 000	24 000	28 000	32 000	36 000	40 000	f^*_{12}	X^*_{12}
0	-	-	-	2773288	3169472	3595656	4021840	2773288	28 000
4 000	-	-	2382048	2778232	3174416	3600600	-	2382048	24 000
8 000	-	1990808	2386992	2783176	3179360	-	-	1990808	20 000
12 000	1599568	1995752	2391936	2778120	-	-	-	1599568	16 000

Talep miktarı 28 000 adet/hafta, t=11;

$S_{11} \setminus X_{11}$	16 000	20 000	24 000	28 000	32 000	36 000	40 000	f^*_{11}	X^*_{11}
0	-	-	-	5515244	5515712	5546180	5576648	5515244	28 000
4 000	-	-	5128384	5128852	5129320	5159788	-	5128384	24 000
8 000	-	4741524	4741992	4742460	4742928	-	-	4741524	20 000
12 000	4354664	4355132	4355600	4356068	-	-	-	4354664	16 000

Talep Miktarı 28 000 adet/hafta, t=10;

$S_{10} \setminus X_{10}$	16 000	20 000	24 000	28 000	32 000	36 000	40 000	f^*_{10}	X^*_{10}
0	-	-	-	8226316	8226752	8257188	8287624	8226316	28 000
4 000	-	-	7843776	7844212	7844648	7875084	-	7843776	24 000
8 000	-	7461236	7461672	7462108	7462544	-	-	7461236	20 000
12 000	7078596	7079132	7079568	7080004	-	-	-	7078596	16 000

Talep miktarı 36 000 adet/hafta, t=9;

$S_9 \setminus X_9$	24 000	28 000	32 000	36 000	40 000	44 000	48 000	f^*_9	X^*_9
0	-	-	-	11702812	11733216	11763620	11793924	11702812	36 000
4 000	-	-	11294532	11324936	11355340	11385644	-	11294532	32 000
8 000	-	10916252	10916656	10947060	10977364	-	-	10916252	28 000
12 000	10537972	10538376	10538780	10569084	-	-	-	10537972	24 000

Talep miktarı 28 000 adet/hafta, t=8;

$S_8 \setminus X_8$	16 000	20 000	24 000	28 000	32 000	36 000	40 000	f^*_8	X^*_8
0	-	-	-	14353376	14323748	14354120	14384492	14323748	32 000
4 000	-	-	13974724	13949672	13950044	13980416	-	13949672	28 000
8 000	-	13605224	13571020	13575967	13576340	-	-	13571020	24 000
12 000	13231148	13201520	13201892	13202264	-	-	-	13201520	20 000

Talep miktarı 28 000 adet/hafta, t=7;

$S_7 \setminus X_7$	16 000	20 000	24 000	28 000	32 000	36 000	40 000	f^*_7	X^*_7
0	-	-	-	16944660	16945000	16970764	17005680	16944660	28 000
4 000	-	-	16574732	16575072	16570836	16605752	-	16570836	32 000
8 000	-	16204804	16205144	16200908	16205824	-	-	16200908	28 000
12 000	15834876	15835216	15830980	15835896	-	-	-	15830980	24 000

Talep miktarı 36 000 adet/hafta, t=6;

$S_6 \setminus X_6$	24 000	28 000	32 000	36 000	40 000	44 000	48 000	f^*_6	X^*_6
0	-	-	-	20306856	20333276	20363592	20393908	20306856	36 000
4 000	-	-	19911012	19937432	19967748	19998064	-	19911012	32 000
8 000	-	19545168	19541588	19571904	19602220	-	-	19541588	32 000
12 000	19179324	19175816	19176060	19206376	-	-	-	19175816	28 000

Talep miktarı 28 000 adet/hafta, t=5;

$S_5 \setminus X_5$	16 000	20 000	24 000	28 000	32 000	36 000	40 000	f^*_5	X^*_5
0	-	-	-	22869724	22840004	22866704	22897056	22840004	32 000
4 000	-	-	22507920	22478200	22474900	22505252	-	22474900	32 000
8 000	-	22146116	22116396	22113096	22113448	-	-	22113096	28 000
12 000	21784312	21754592	21751292	21751644	-	-	-	21751292	24 000

Talep miktarı 36 000 adet/hafta, t=4;

$S_4 \setminus X_4$	24 000	28 000	32 000	36 000	40 000	44 000	48 000	f^*_4	X^*_4
0	-	-	-	26128544	26155500	26185756	26216012	26128544	36 000
4 000	-	-	25740724	25767680	25797936	25828192	-	25740724	32 000
8 000	-	25382904	25379860	25410116	25440372	-	-	25379860	32 000
12 000	25025084	25022040	25022296	25052552	-	-	-	25022040	28 000

Talep miktarı 28 000 adet/hafta, t=3;

$S_3 \setminus X_3$	16 000	20 000	24 000	28 000	32 000	36 000	40 000	f^*_3	X^*_3
0	-	-	-	28634908	28605140	28632328	28662560	28605140	32 000
4 000	-	-	28281016	28251248	28248436	28278668	-	28248436	32 000
8 000	-	27927124	27897356	27894544	27894776	-	-	27894544	28 000
12 000	27573592	27543464	27540652	27540884	-	-	-	27540652	24 000

Talep miktarı 36 000 adet/hafta, t=2;

$S_2 \setminus X_2$	24 000	28 000	32 000	36 000	40 000	44 000	48 000	f^*_2	X^*_2
0	-	-	-	31822040	31849436	31879644	31909852	31822040	36 000
4 000	-	-	31442020	31469416	31499624	31529832	-	31442020	32 000
8 000	-	31092000	31089396	31119604	31149812	-	-	31089396	32 000
12 000	30741980	30739376	30739584	30769792	-	-	-	30739376	28 000

Talep miktarı 28 000 adet/hafta, I_0=4 000 adet, t=1;

$S_1 \setminus X_1$	24 000	28 000	32 000	36 000	f^*_1	X^*_1
4000	33926040	33896020	33893396	33927376	33893396	32 000

KAYNAKÇA

ANGEL Edward, **From Dynamic Programming to Fast Transform**, Journal of Mathematical Analysis and Applications, Vol. 119, pp. 82-89, March 1986

ANEJA Y.P., NAIR K.P.K., **Ratio Dynamic Programming**, Operations Research Letters, Vol. 3, No. 3, pp. 167-172, August 1984

ARIS Rutherford, **Discrete Dynamic Programming**, Blaisdell Publishing Company, NY, 1964

BAKER Kenneth R., DIXON Paul, MAGAZINE Michael J., SILVER Edward A., **An Algorithm for the Dynamic Lot-Size Problem with Time-Varying Production Capacity Constraint,** Management Science, Vol. 24, No. 16, pp. 1710-1720, December 1978

BALDER E.J., **A New Look at the Existence of p-Optimal Policies in Dynamic Programming**, Mathematics of Operations Research, vol. 6, No. 4, pp. 513-517, November 1981

BANKS Jerry, CARSON John S., NELSON Barry L., **Discrete-Event System Simulation**, Prentice Hall, New Jersey, Second Edition, 1996

BEAN J.C., BIRGE J.R., SMITH R.L., **Aggregation in Dynamic Programming**, Operations Research, Vol. 35, No. 2, pp. 215-220, March-April 1987

BECKMANN Martin J., **Dynamic Programming of Economic Decisions**, Springer-Verlog, 1968

BELLMAN Richard, **Dynamic Programming**, Princeton University Press, USA, 1965

BELLMAN Richard, **Some Vistas of Modern Mathematics,** University of Kentucky Press, 1968

BELLMAN R. E., COOKE K. L., LOCKETT J. A., **Algorithms, Graphs and Computers**, Academic Press, 1970

BELLMAN Richard E., DREYFUS Stuart E., **Applied Dynamic Programming,** Princeton University Press, 1971

BELLMAN Richard E., ROOSTA Mohammad, **A Technique for the Reduction of Dimensionality in Dynamic Programming,** Journal of Mathematical Analysis and Applications, Vol. 88, pp. 543-546, 1982

BEVERIDGE Gordon S.G., SCHECTER Robert S., **Optimization: Theory and Practice**, Mc Graw Hill, 1970

BHAKTA P.C., MITRA Sumitra, **Some Existence Theorems for Functional Equations Arising in Dynamic Programming,** Vol. 98, pp. 348-362, 1984

BITRAN G.R., HAX A.C., **On the Design of Hierarchical Production Planning Systems,** Decision Science, Vol. 8, pp. 28-55, 1977

BITRAN G.R., MATSOU H., **Approximation Formulations for the Single-Product Capacitated Lot Size Problem**, Operations Research, Vol. 34, No. 1, 1986

BİXBY William, **Galileo ve Newton'un Evreni,**
Türkiye Bilimsel ve Teknik Araştırma Kurumu, 1997

BOUDAREL R., DELMAS J., GUICHET P., **Dynamic Programming and Its Application to Optimal Control,** Academic Press, 1971

BROGLİE Louis De, **Yeni Fizik Kuvantumları,** Kabalcı Yayınevi, 1992

CADZOW James A., **Discrete-Time Systems; an Introduction with Interdisciplinary Applications**, Prentice-Hall Inc., N.J., 1973

CEMALCILAR İlhan, BAYAR Doğan, AŞKUN İnal C., ÖZ ALP Şan, **İşletmecilik Bilgisi**, Anadolu Üniversitesi, 1991

COCHIN Ira, CANDWALLENDER William, **Analysis and Design of Dynamic Systems**, Addison-Wesley Educational Publishers Inc., third edition, 1997

COOKE William P., **Quantitative Methods for Management Decisions,**
Mc Graw Hill, 1985

CRANDALL Richard E., **Production Planning in a Variable Demand Environment**, Production and Inventory Management Journal, pp. 34-40, Fourth Quarter, 1998

DAELLENBACH H.G., KLUYVER C.A.D., **Note on Multiple Objective Dynamic Programming,** Journal of Operations Research Society, Vol. 31,pp. 591-594, 1980

DENARDO Eric V., **Dynamic Programming: Models and Applications,**
Prentice Hall, 1982

DILWORTH James B., **Production and Operation Management: Manufacturing and Non-manufacturing**, Random House Inc., Second Edition, 1983

DREYFUS Stuart E., LAW Averill M., **The Art and Theory of Dynamic Programming**, Academic Press, 1977

ELMAGHRABY Salah E., **The Concept of "State" in Discrete Dynamic Programming**, Journal of Mathematical Analysis and Applications, Vol. 29, pp. 523-557, 1970

FELDMAN R.M., DEUERMEYER B.L., CURRY G.L., **A Dynamic Programming Optimization Procedure for a Two-Product Biomass-to-Methane Conversion System**, Journal of Mathematical Analysis and Applications, Vol. 125, pp. 203-212, 1987

FLORIAN M., LENSTRA J.K., RINNOOY KAN A.H.G., **Deterministic Production Planning: Algorithms and Complexity**, Management Science, Vol. 26, No. 7, July 1980

GELDERS L.F., VAN WASSENHOVE L.N., **Production Planning: A Review**, European Journal of Operational Research, Vol. 7, pp. 101-110, 1981

GENÇYILMAZ Güneş, **Dinamik Programlama ve Üretim Yönetimi Problemlerine Uygulama Olanakları I**, İstanbul Üniversitesi İşletme Fakültesi Dergisi, Cilt 6, Sayı 2, 1977

GENÇYILMAZ Güneş, **Dinamik Programlama ve Üretim Yönetimi Problemlerine Uygulama Olanakları II**, İstanbul Üniversitesi İşletme Fakültesi Dergisi, Cilt 7, Sayı 1, 1978

GLUSS Brian., **An Elementary Introduction to Dynamic Programming: A State Equation Approach,** Allyn and Bacon Inc., 1972

GUPTA Shiv K., COZZOLINO John M., **Fundamentals of Operations Research for Management**, Holden-Day Inc., 1975

GÜREL Okan, **Lectures on Dynamic Programming,** METU, 1965

HALAÇ Osman, **Kantitatif Karar Verme Teknikleri**, Üçüncü Baskı, Evrim Dağıtım, 1991

HADLEY G., **Nonlinear and Dynamic Programming,** Addison-Wesley Publishing Company, 1964

HELMAN Paul, **The Principle of Optimality in the Design of Efficient Algorithms,** Journal of Mathematical Analysis and Applications, Vol. 119, pp. 97-127, March 1986

HILLER Frederick S., LIEBERMAN Gerald J., **Introduction to Operation Research,** Mc Graw Hill, 1990

JAGANNATHAN R., RAO M.R., **A Class of Deterministic Production Planning Problem**, Management Science, Vol. 19, pp. 1295-1300, 1973

JAGDISH S. Rutsagi, **Optimization Techniques in Statistics**, Academic Press, 1994

KALL Peter, WALLACE Stein W., **Stochastic Programming**, Wiley Press, 1994

KAMIEN Morton I., SCHWARTZ Nancy L., **Dynamic Optimization: The Calculus of Variation and Optimal control in Economics and Management**, Elsevier Science Publishing Co., 1981

KARAYALÇIN İ. İlhami, **Yöneylem Araştırması**, Menteş Kitabevi, 1993

KARMARKAR U.S., KEKRE S., KEKRE S., **The Dynamic Lot Sizing Problem with Startup and Reservation Costs**, Working Paper Series, No. 8125, the Graduate School of Management, The University of Rochester, 1981

KAUFMANN A., CRUON R., **Dynamic Programming,** Academic Press, 1967

KLEYWEGT Anton J., PAPASTAVROU Jason D., **The Dynamic and Stochastic Knapsack Problem**, Operations Research, vol. 46, No: 1, pp. 17-35, 1998

KOBU Bülent, **Üretim Yönetimi**, İ.Ü. İşletme Fakültesi Yayınları, 7. Baskı, İstanbul 1989

KORGAONKER M.G., **Production Smoothing Under Piecewise Concave Costs, Capacity Constraints and Nondecreasing Requirements**, Management Science, Vol. 24, No. 3, pp. 302-311, 1977

KRAJEWSKI Lee J., RITZMAN Larry P., **Operations Management: Strategy and Analysis**, Addison-Wesley Publishing Company, Third Edition, 1992

LAMBERT A.M., LUSS H., **Production Planning with Time-Dependent Capacity Bounds**, European Journal of Operational Research, Vol. 9, pp. 275-280, 1982

LANGEN Hans-Joachim, **Convergence of Dynamic programming Models**, Mathematics of Operations Research, vol. 6, No. 4, pp. 463-512, November 1981

LARSON Robert E., **State Increment Dynamic programming**, American Elsevier Publishing Company Inc., New York, 1968

LARSON Robert E., CASTI John L., **Principles of Dynamic Programming; Advanced Theory and Applications**, Part 2, Marcel Dekker Inc., 1982

LAW Averill M., KELTON W. David, **Simulation Modeling and Analysis**, Mc Graw-Hill, New York, Second Edition, 1991

LEE Chung-Yee, UZSOY Reha, **A New Dynamic Programming Algorithm for the Parallel Machines Total Weighted Completion Time Problem**, Operations Research Letters, Vol. 11, pp. 73-75, March 1992

LEW Art, **Richard Bellman's Contributions to Computer Science**, Journal of Mathematical Analysis and Applications, Vol. 119, pp. 90-96, 1986

LI D., HAIMES Y.Y., **New Approach for Nonseparable Dynamic programming Problems**, Journal of Optimization Theory and Applications, Vol. 64, No. 2, pp. 311-330, February 1990

LOVEJOY William S., **Ordered Solutions for Dynamic Programs**, Mathematics of Operations Research, Vol. 12, No. 2, pp. 269-276, May 1987

MARTIN R.K., RARDIN R. L., CAMPBELL B. A., **Polyhedral Characterization of Discrete Dynamic Programming**, Operations Research, Vol. 38, No.1, pp. 127-138, January-February 1990

MITTEN L.G., **Preference Order Dynamic Programming**, Management Science, Vol. 21, No. 1, pp. 43-46, September 1974

MORIN Thomas L., MARSTEN Roy E., **Branch-and-Bound Strategies for Dynamic Programming**, Operations Research, Vol. 24, No. 4, pp. 611-627, July-August 1976

MORIN Thomas L., **Monotonicity and the Principle of Optimality**, Journal of Mathematical Analysis and Applications, Vol. 86, pp. 665-674, 1982

NAHMIAS Steven, **Production and Operations Analysis**, Richard D. Irwin Inc., USA, Second Edition, 1993

NEUMHAUSER George L., **Introduction to Dynamic Programming,** John Wiley and Sons Inc., October 1967

OGATO Katsuhiko, **Discrete-Time Control Systems**, Prentice Hall Inc., USA, 1995

RAJAGOPALAN S., **Capacity Expansion and Equipment Replacement: A Unified Approach**, Operations Research, Vol. 46, No. 6, November-December 1998

RUELLE David, **Rastlantı ve Kaos**, Türkiye Bilimsel ve Teknik Araştırma Kurumu, 1994

SANBOTHE R.A., THOMPSON G.L., **A Forward Algorithm for the Capacitated Lot Size Model with Stockouts**, Operations Research, Vol. 38, No. 3, pp. 474-486, May-June 1990

SILVER E., **A Tutorial on Production Smoothing and Workforce Balancing,** Operations Research, Vol. 15, No. 6, pp. 995-1110, 1967

SNIEDOVICH Moshe, **A Class of Nonseparable Dynamic Programming Problems,** Journal of Optimization Theory and Applications, Vol. 52, No. 1, pp. 11-121, January 1987

SNIEDOVICH Moshe, **Dynamic Programming,** Marcel Dekker Inc., 1992

SOBEL Matthew J., **Ordinal Dynamic Programming,** Management Science, Vol. 21, No. 9, pp. 967-975, May 1975

STEVENSON William J., **Production and Operations Management**, Irwin Inc., 1990

TAHA Hamdy A., **Operations Research an Introduction**, Prentice Hall Inc., 1997

THOMAS Kailath, **Linear Systems**, Prentice Hall, New Jersey, 1980

THOMSON George, **İlk Filozoflar**, Payel Yayınları, 1997

TOP Aykut, **Dinamik Programlama Yaklaşımı ile Bakım Yönetimi**, Doktora Tezi, Marmara Üniversitesi, İstanbul, 1985

TOP Aykut, **Üretim Sistemleri : Analiz ve Planlaması**, Alfa Yayıncılık, 1996

TULUNAY Yılmaz, **Matematik Programlama ve İşletme Uygulamaları**, Bayral Matbaa, 1987

TÜTEK H. Hülya, GÜMÜŞOĞLU Şevkinaz, **Sayısal Yöntemler (Yönetsel Yaklaşımlar)**, 1989

VALEQUI VIDAL R.V., **On the Sufficiency of the Linear Maximum Principle for Discrete-Time Control Problems**, Journal of Optimization Theory and Applications, Vol. 54, No. 3, pp. 583-589, September 1987

VICTOR R., VIDAL V., **A Global Maximum Principle for Discrete-Time Control Problems**, Operations Research Letters, Vol. 10, pp. 77-84, 1986

VILLARREAL B., KARWAN M.H., **Multicriteria Dynamic Programming with an Application to the Integer Case**, Journal of Optimization Theory and Applications, Vol. 38, No. 1, pp. 43-69, September 1982

WAGNER H.M., WHİTİN T.M., **Dynamic Version of the Economic Lot Size Model**, Management Science, Vol. 5, No. 1, pp. 89-96, 1958

WAKUTA Kazuyoshi, **The Bellman's Principle of Optimality in the Discount Dynamic Programming**, Journal of Mathematical Analysis and Applications, Vol. 125, pp. 213-217, 1987

WANG Chung-Lie, **The Principle and Models of Dynamic Programming**, Journal of Mathematical Analysis and Applications, Vol. 118, pp. 287-308, 1986

WANG Chung-Lie, **The Principle and Models of Dynamic Programming II**, Journal of Mathematical Analysis and Applications, Vol. 135, pp. 268-283, 1988

WANG Chung-Lie, **The Principle and Models of Dynamic Programming III**, Journal of Mathematical Analysis and Applications, Vol. 135, pp. 284-296, 1988

WANG Chung-Lie, **Functional Equation Approach to Inequalities III** , Journal of Mathematical Analysis and Applications, Vol. 80, pp. 31-35, 1981

WHITE D.J., **Dynamic Programming**, Mathematical Economics Text, 1969

WHITE D.J., **Dynamic Programming**, Oliver and Boyd, 1969

WHITE D.J., **Finite Dynamic Programming: An Approach to Finite Markov Decision Processes**, John Willey & Sons, 1978

WINSTON Wayne L., **Operation Research (Applications and Algorithms)**, Third Edition, Duxbury, 1994

WONG Peter J., **A New Decomposition Procedure for Dynamic Programming**, Operations Research, Vol. 18, pp. 119-131, 1970

ZABEL E., **Some Generalizations of an Inventory Planning Horizon Theorem,** Management Science, Vol. 10, pp. 465-471, 1964

ZANGWİLL W.I., **A Deterministic Multi-period Production Scheduling Model with Backlogging**, Management Science, Vol. 13, pp. 105-119, 1966

ZANGWİLL W.I., **Minimum Concave Cost Flows in Certain Networks**, Management Science, Vol. 14, pp. 429-450, 1968

ZANGWİLL W.I., **A Backlogging Model and Multi-Echelon Model for a Dynamic Lot Size Production System: A Network approach**, Management Science, Vol. 15, No. 9, pp. 505-527, 1969