T. C.
İstanbul Üniversitesi
Sosyal Bilimler Enstitüsü
İşletme Anabilim Dalı
Üretim Bilim Dalı

DOKTORA TEZİ

ÜRÜN STOK POLİTİKALARININ OLASILIKLI TALEP YAPISI ALTINDA MARKOV KARAR SÜRECİ İLE ANALİZİ

İBRAHİM ZEKİ AKYURT

2502050248

TEZ DANIŞMANI:

DOÇ. DR. NECDET ÖZÇAKAR

İSTANBUL, ARALIK 2009

T. C.
İstanbul Üniversitesi
Sosyal Bilimler Enstitüsü
İşletme Anabilim Dalı
Üretim Bilim Dalı

DOKTORA TEZİ

ÜRÜN STOK POLİTİKALARININ OLASILIKLI TALEP YAPISI ALTINDA MARKOV KARAR SÜRECİ İLE ANALİZİ

İBRAHİM ZEKİ AKYURT

2502050248

TEZ DANIŞMANI:

DOÇ. DR. NECDET ÖZÇAKAR

İSTANBUL, ARALIK 2009

ÜRÜN STOK POLİTİKALARININ OLASILIKLI TALEP YAPISI ALTINDA MARKOV KARAR SÜRECİ İLE ANALİZİ

İBRAHİM ZEKİ AKYURT

ÖZ

Bu tez çalışması kapsamında, stok politikalarından biri olan periyodik gözden geçirmeye dayalı opsiyonlu yenileme (R,s,S) stok politikası incelenmiştir. Çalışmada temel hedef bu politikaya ait yeniden sipariş noktası ve yenileme noktasının bulunmasıdır. Bu hedef doğrultusunda, süreç Markov karar süreci olarak modellenmiş ve sürecin maliyet yapısı detaylı olarak incelenmiştir. Ardından stok politikasına ait mümkün tüm sonuçları deneyerek optimum politikaya ulaşan basit ve hızlı bir bilgisayar kodlaması yazılmıştır. Uygulama bölümünde ise Türkiye'de faaliyet gösteren bir işletmenin ürününe ait gerçek veriler Markov karar süreci ile incelenmiştir. Ürüne ait talep yapısı poisson dağılımı özelliği göstermektedir, maliyet fonksiyonunda elde bulundurma, elde bulundurmama ve sipariş maliyetlerinin hepsi bulunmaktadır. Markov geçiş matrisi 31 durumdan oluşmaktadır, mevcut 465 politika bulunmaktadır. Böyle bir sürecin uzun dönemde birim zamanda beklenen ortalama maliyetleri hesaplanarak optimum politikaya ulaşılmıştır. Ayrıca aynı model Genetik Algoritma Yöntemi ve klasik yöntemle de çözülmüştür. Genetik algoritma ile bulunan politika, Markov karar süreci sonuçları ile aynı çıkmıştır. Çalışmanın sonunda bulunan tüm bu sonuçlar ile işletmenin mevcut politikası, son 24 aylık gerçek talep miktarları kullanılarak kıyaslanmışlardır.

ABSTRACT

In the scope of this thesis study, periodic optional replenishment policy (R,s,S) which is a type of inventory policies is examined. The main aim of the study is to find out the reorder point and the replenishment point of this kind of policy. Towards this aim, the process is modeled as a Markov decision process, and the cost structure of the process is studied in a detailed manner. Thereafter, a simple and fast computer encoding is written which reaches the optimum policy by testing all possible results of this inventory policy. In the application part of the study, factual data belonging to a product of a firm operating in Turkey is examined with the help of Markov decision process. The demand structure of this product shows Poisson distribution. The cost function includes all types of holding cost, penalty cost, and set up cost. The Markov transition matrix has 31 cases, and there are 465 different policies. Expected average costs per unit time of such a process are calculated, and the optimum point is reached. In addition, the same model has been solved using genetic algorithms method and classical method. The optimum policy which is found out using genetic algorithm and the result of Markovian decision process are the same. At the end of the study, all these results and the current policy of the company are compared using the actual demand amounts of the last 24 months.

ÖNSÖZ

Çalışmanın genel içeriğini, işletmelerin karar süreçlerinden biri olan stok politikalarının incelenmesi, (R,s,S) stok politikasının Markov karar süreci ile ifade edilmesi, belli çözüm yöntemleri denenerek uzun dönemli bir süreçte beklenen ortalama minimum stok maliyetini verecek stok politikasının tespiti ve bu sürecin gerçek veriler ışığında bir işletmeye uygulanması oluşturmaktadır. Bu kapsamda, çalışmanın amacı, karar vericinin stok kalemlerinin yönetiminde, stok kontrol modeline ait politikayı belirlemesine yardımcı olmaktır.

Bu temel amaca ulaşabilmek için tez, dört bölümden oluşmaktadır. Birinci bölümde, stok kontrolü ve buna ait politikaların içerikleri kısaca gösterilerek literatür taraması aracılığıyla, geliştirilmiş politikalardan ve mevcut yöntemlerden bahsedilmiştir. Bu işlem yapılırken stok türleri yani mamul, yarı mamul veya hammaddenin türü de göz önünde bulundurulmuştur. Özellikle periyodik gözden geçirmeye dayalı opsiyonlu yenileme stok politikası (R,s,S) daha detaylı biçimde incelenmiş ve parametrelerin hesaplanmasına yönelik mevcut yöntemlere yer verilmiştir. Markov Karar Süreci başlığını taşıyan ikinci bölümde öncelikle Markov karar süreci hakkında bilgi verilmiş, ardından Markov sürecine uyan bir sistemin maliyet fonksiyonunun optimizasyonu üzerinde durulmuştur. Çalışmadaki model sonsuz periyot üzerine kurulmuştur. Bu bölümde "birim zamanlı beklenen ortalama maliyet" kullanılarak optimuma ulaşan yöntemler ele alınmıştır. Politika durağandır. Üçüncü bölüm ise, önceki iki bölümde anlatılan konuların birleşimi niteliğindedir. Bu bölümde (R,s,S) stok kontrol politikası Markov karar süreciyle incelenmiş ve Markov özelliği gösterdiği ispatlanmıştır. Sürece ait geçiş matrisi, talep dağılımı kullanılarak elde edilmiş ve uzun dönemde birim zamanda beklenen ortalama maliyetlerin nasıl hesaplandığı gösterilmiştir. Bölüm başında stok ve üretim sistemlerinin Markov ile modellendiği çalışmalara ait detaylı bir literatür taraması yapılmıştır. Dördüncü bölüm ise uygulamadan oluşmaktadır. Uluslararası bir grubun Türkiye'de faaliyet gösteren merkezinden alınan gerçek veriler ışığında stok problemi Markov karar süreci haline getirilmiştir. Markov karar süreci olarak ifade edilen periyodik gözden geçirmeye dayalı opsiyonlu yenileme (R,s,S) stok politikasına ait maliyet fonksiyonu oluşturulmuştur. Modelin parametrelerinin değişimiyle belirlenen tüm alternatif politikalara ait geçiş matrisleri elde edilerek, her politikanın uzun dönem göz önünde bulundurulduğunda birim zamanda beklenen ortalama maliyetleri hesaplanmış ve optimum politika belirlenmiştir. Optimum çözüme "Ayrıntılı Sayma Yöntemi" için geliştirilen bilgisayar programı ile gidilmiştir. Ayrıca Genetik Algoritma ve Klasik Yöntemle bulunan sonuçlar ile Markov karar süreci sonuçları ve işletmenin mevcut politikası karşılaştırılmıştır. Karşılaştırmada aynı değerleri test etmek ve doğru karşılaştırmayı yapmak için, ürüne ait geçmiş dönemdeki gerçek veriler kullanılmıştır.

Çalışmam ve araştırmalarım sırasında beni yönlendiren ve katkılarını esirgemeyen değerli hocalarım Sayın Doç. Dr. Necdet Özçakar'a, Sayın Doç. Dr. Alp Baray'a, Sayın Yrd. Doç. Dr. Faik Başaran'a ve Sayın Yrd. Doç. Dr. Özlem Kasapoğlu'na saygı ve şükranlarımı sunarım.

Ayrıca doktora öğrenimim boyunca çalışmalarımı yapabilmemdeki maddi desteği dolayısıyla TÜBİTAK kurumuna teşekkür ederim.

Uygulama bölümündeki ürün bilgilerine ulaşma konusunda yardımcı olan işletme çalışanı arkadaşıma da teşekkür ederim. Özellikle bilgisayar kodlarının geliştirilmesi konusunda bana destek olan ve değerli vaktini harcayan dostum Arş. Grv. Dr. Timur Keskintürk'e de teşekkürü borç bilirim.

Her zaman yanımda hissettiğim, beni cesaretlendiren ve güçlü olmamı sağlayan eşim Ebru Akyurt'a ve bana her konuda yardımcı olan kardeşim ve meslektaşım Mehmet Ali Akyurt'a da teşekkür ederim. Son olarak; doğduğum günden bu güne maddi manevi katkılarını hiçbir zaman benden esirgemeyen meslektaşım ve annem Neziha Akyurt ile hayatımın ve inançlarımın şekillenmesini sağlayan biricik babam Alaattin Akyurt'a da katkılarından ötürü şükranlarımı arz ederim.

İbrahim Zeki AKYURT

İÇİNDEKİLER TABLOSU

TABLOLAR LİSTESİ

ŞEKİLLER LİSTESİ

GİRİŞ

İşletmelerde karar vericilerin karşılaştıkları problemlerden biri de, karar verme aşamasında toplanmış olan verilerin yapısının olasılıklı veya belirsiz olması durumunda ortaya çıkmaktadır. Karar vericinin bu tarz bir durumda kesin sonuçlar ortaya koyması da o denli zor olmaktadır. Tedarik zincirinin iyi yönetiminde önemli bir paya sahip olan stok kontrolünün aynı yapı içerisinde olması da, izlenecek politikaya ilişkin kararın bir o kadar zor verilmesine neden olmaktadır. İşletmelerin gerçekleştirmek için büyük çaba sarf ettikleri "tam zamanında üretim", "sıfır stok", "Kanban" gibi yönetim yaklaşımları incelendiğinde stok kontrolünün ne denli önemli olduğu da ortaya çıkmaktadır. Ayrıca işletme sermayelerinin büyük bir kısmının stoka yatırılmış olması ve kullanılamadığı takdirde ciddi bir kazanç ve fırsat kaybı oluşturması da stokların önemini göstermektedir. Genel anlamda bahsedilen bu önem doğrultusunda stok kalemlerinin yönetiminde ortaya çıkan sipariş, elde bulundurma ve bulundurmama maliyetlerinin minimum olacak şekilde düzenlenmesi esas sorunu ortaya çıkarmaktadır. Talep yapısının olasılıklı olması, stok modelinin yapısını da olasılıklı hale getirdiğinden, stok boşalması, elde bulundurmama maliyeti ve emniyet stoku gibi kavramları da beraberinde getirmektedir. İşte bu noktada karar alıcının stok kontrol modeliyle ilgili belirleyeceği politikada gözden geçirmenin sürekli mi kesikli mi olacağına, sipariş noktasının ne olacağına ve sipariş miktarının ne kadar olacağına ilişkin bir karar vererek ilgili politikayı oluşturması gerekliliği kaçınılmaz olmaktadır.

Literatür taraması yapıldığında, stok kontrol modellerine ilişkin bugüne kadar ortaya konmuş çalışmaların çokluğu da, konunun önemini gösteren bir başka delildir. Yapılan bu çalışmalara ait uygulamaların yoğunlaştığı noktanın, olasılıklı talep yapısı olması da, bunun gerçek hayatta kullanılabilirliğini göstermektedir. Yapının olasılıklı olmasından ve bahsedilen maliyetlerin varlığından ötürü böyle bir stok modelinin karar süreci oluşturduğu aşikârdır. Böyle bir karar süreci ise stok kaleminin türüne veya karar vericinin inisiyatifine göre periyodik veya sürekli olabilir. Yani stok düzeyleri ya sürekli biliniyordur, ya da sabit zaman aralığından oluşan belli periyotlarla kontrol ediliyordur. Çalışmada üzerine gidilecek konu periyodik gözden geçirmeye dayalı opsiyonlu yenileme (R,s,S) stok modelidir. Bu modelin çoğu araştırmacı tarafından optimum sonucu verdiği kabul edilmektedir. Bunun yanı sıra modelin zorluğu parametrelerindedir. Model parametrelerini hesaplamak, oldukça yoğun ve karmaşık matematiksel işlem gerektirmekte, uygulamada bu yönüyle zorluk yaratmaktadır. Bu nedenle geliştirilen çoğu teknik sezgiseldir ve bu tekniklerde de oldukça fazla varsayımın kabulü gerekmektedir.

Bu zorlukları giderebilmek adına, opsiyonlu yenileme stok modeli, olasılıklı karar süreçlerinden Markov karar süreci temel alınarak incelenmiş ve bu modele uygun olduğu ispatlanmıştır. Stok modelini Markov süreci olarak ifade etmenin amacı, parametrelerin hesaplanması yani "optimum stok politikası"na ulaşmaktır. Bu amaç doğrultusunda dikkate alınacak kriterse "uzun dönem boyunca birim zamanda beklenen ortalama maliyet" değeri olacaktır. Olasılıklı karar süreçlerinde modelin yapısının oluşturulmasının ardından en büyük sorun, bu modelin nasıl çözüme ulaştırılacağı ile ilgilidir. Çünkü her farklı politika alternatifi için farklı geçiş matrisi ve dolayısıyla farklı beklenen maliyet değeri bulunmaktadır.

Bu sürecin bir diğer özelliği ise sonlu aşamalı veya sonsuz aşamalı olmasıdır. Çalışmadaki model sonsuz periyot üzerine kurulmuştur. Markov karar sürecinin sonsuz periyotlu çözümüne farklı iki maliyet yapısına bakılarak karar verilir. İlki "birim zamanda beklenen ortalama maliyet", ikincisi ise "beklenen toplam azaltılmış maliyet"tir. İlkinin çözümünde "Ayrıntılı Sayma Yöntemi", "Lineer Programlama" ve "Politika Yineleme Algoritması" yöntemlerinden biri kullanılabilir. İkinci maliyet hesaplaması içinse "Azaltmalı Politika Yineleme Algoritması" ile "Lineer Programlama" yöntemleri uygundur. Çalışmada "birim zamanda beklenen maliyet" göz önünde bulundurulacağından sadece ilk maliyete ait politikalar çalışmayı ilgilendirmektedir. Ayrıca çalışmada ele alınan stok politikası durağan olduğundan lineer programlama çözümüne de girilmemiştir.

Kurulmuş olan bu modele ilişkin uygulamada ise gerçek veriler kullanılarak çözüme gidilmiş ve ulaşılan çözüm mevcut politika ile karşılaştırılmıştır. Geçmiş veriler kullanılarak ürüne olan talebin dağılımına ulaşılmış ve bunun Markov zincirleri ile ilişkili olduğu gösterilmiştir. Markov karar sürecini oluşturmak için sırasıyla, talep yapısına uygun biçimde, durum uzayı, geçiş olasılıkları oluşturulmuş; ardından stok maliyeti formüle edilmiştir. Böyle bir süreçte 31 durum ve 465 farklı politika oluşmuştur. Her bir politikaya ait farklı geçiş matrisleri ve farklı beklenen maliyet yapıları vardır. Bu işlemlerin hangi çözüm yoluyla yapılırsa yapılsın ne kadar zor ve zaman alıcı olduğu aşikardır. Dolayısıyla MATLAB programlama dili kullanılarak sadece bu probleme özgü bir kodlama sistemi geliştirilmiş ve sonuçlar çok kısa bir süre içerisinde elde edilmiştir. Bu kodlamada temel alınan çözüm yöntemi “Ayrıntılı Sayma” yöntemidir.

Markov karar süreci ile elde edilen politika sonuçları, üç farklı politika ile kıyaslanmıştır. Model, Genetik Algoritma (GA) ve Klasik Yöntem ile ayrıca çözülmüştür. Bunların yanında bir de işletmenin mevcut stok politikası bulunmaktadır. Bu dört yöntemin karşılaştırılmasının anlamlı olması içinse ürüne ait geçmiş dönem satış verileri kullanılmıştır. Sonuç olarak, GA ve Markov karar süreci ile bulunan çözüm eşit çıkmakta ve optimumu vermektedir.

BÖLÜM 1. STOK KONTROL MODELLERİ

Bu bölümde stok kavramı açıklandıktan sonra stok yönetiminin tedarik zinciri açısından öneminden bahsedilmiştir. Stok kontrol parametreleri aracılığıyla stok modelleri oluşturulmuş ve maliyet kalemleri tek tek incelenmiştir. Stok kontrol modelleri deterministik ve olasılıklı olarak ikiye ayrılarak, özellikle çalışmanın konusu olan periyodik gözden geçirmeye dayalı olasılıklı opsiyonlu yenileme modelinden bahsedilmiştir. Model parametrelerinin hesaplanması üzerinde durulmuş ve bu parametrelerin çözümü için literatürdeki yöntemler açıklanmıştır.

1.1.STOK KAVRAMI VE STOKLARIN SINIFLANDIRILMASI

İngilizce **"stock"** kelimesinden gelen stok sözcüğünün Türkçe karşılığı, kullanım alanına göre *yığılım* veya *yığımlık* olarak ifade edilmektedir. Yığılım kelimesi isim olup "bir satış yerinde satışa hazır bulundurulan malların tümü" anlamını taşımaktadır. Yığımlık ise "bir sanayi dalında yararlanılan ham, işlenmiş veya yarı işlenmiş maddelerin tümü" ve "satılmamış, istif edilmiş mal" anlamlarında kullanılır.[1] Çalışmada da bu tanım esas alınmıştır.

Literatürde de stok kavramı farklı anlamlarda kullanılabilmektedir. İlk olarak, belirli bir andaki dokunulabilir, görülebilir, ölçülebilir ve sayılabilir bir maddeyi ifade eder. İkinci anlamı, fiziksel varlıkların ayrıntılı listesidir. Üçüncü anlamıysa finans veya muhasebe alanında kullanılan anlamıdır ki; belirli bir zamandaki malın değerini ifade

---

[1] Türk Dil Kurumu, "Güncel Türkçe Sözlükte Söz Arama", (Çevrimiçi), http://www.tdk.gov.tr/TR/SozBul.aspx?F6E10F8892433CFFAAF6AA849816B2EF05A79F75456518CA, 15 Mart 2008.

eder.[2] Bu açıdan bakıldığında, stok kavramı çalışmada ilk anlamında kullanılmaktadır.

İşletmelerde stok dört türde sınıflandırılabilir: hammadde, yarı mamul, mamul (ürün) ve yardımcı malzeme. Hammadde, tedarikçiden satın alınarak üretim sürecinde girdi olarak kullanılır ve belirli işlemlerin ardından bitmiş ürün halini alır. Yarı mamuller, kısmen bitmiş fakat halen üretim sürecinde olan maddelerdir. Ürün, üretimden çıkarak satılacak, dağıtılacak veya stoklanacak maddelere denir. Yardımcı malzemelerse, ürünün kendinde olmayan fakat sürecin işlemesi için tüketilen, tamir ve bakım için gerekli malzemeler gibi maddelerdir. Burada unutulmaması gereken şey, bir işletme için mamul kabul edilen madde, diğer bir işletme için hammadde olabilmektedir. Çalışmaya konu olan stok türü, mamuldür.

Bu sınıflandırmanın dışında bir diğer sınıflandırma da stokların fonksiyonlarına göre yapılır. Bu sınıflandırmada beş çeşit stoktan söz edilebilir: çevrim stoku, emniyet stoku, tahmin stoku, boru hattı stoku ve ayrıştırma stoku. Yüksek hazırlık maliyetleri, miktar ıskontoları ve teknolojik sınırlamalar nedeniyle üretimin ihtiyaç kadar değil de belirli bir parti hacmi kadar yapılması gereken durumlarda, elde kalan stoka çevrim stoku denir.[3] Aynı durum satın almalar için de geçerlidir. Emniyet stoku ise talepte veya tedarikteki kısa dönemli dalgalanmalarda stoksuz kalmamak için elde bulundurulan stoktur. Amacı hizmet düzeyini yüksek tutmak ve stok tükenmesi durumunda talebin beklememesini sağlamaktır. Dolayısıyla talebin kesin olarak bilindiği deterministik durumlarda emniyet stoku bulundurma ihtiyacı yoktur. Özellikle mevsim etkisi, kriz beklentisi gibi nedenlerle belli dönemlerde talepte oluşacak değişiklik için bulundurulan stok çeşidi de tahmin stokudur. Boru hattı

---

[2] Richard J. Tersine, **Principles of Inventory And Materials Management**, The United States of America, Prentice-Hall International, Fourth Edition, 1994, s.3.

[3] Edward A. Silver, ve Rein Peterson, **Decision Systems For Inventory Management and Production Planning**, Canada, John Wiley&Sons, Second Edition, 1985, s. 59.

stoku ise, tedarik zincirindeki dağıtım kanalları arasındaki veya iki montaj hattı arasındaki stoku ifade eder. Üretimdeki birbirine bağımlı süreçlerin birbirinden daha bağımsız hale getirilmesi için kullanılan stoka da ayrıştırma stoku denir.[4]

1.2. TEDARİK ZİNCİRİ VE STOK YÖNETİMİ

Temel olarak tedarik zinciri, tedarikçileri, üreticileri, depo alanlarını, müşterileri ve bunların arasındaki ilişkileri kapsamaktadır. Tedarik zincirinin yönetimi ise birbiriyle ilişkili iki sürece ayrılmaktadır:

- Üretim planlama ve stok kontrol süreci (üretimi, depolamayı ve bunlarla ilgili alt süreçleri ifade eder) ile
- Dağıtım ve lojistik süreci (ürünlerin bulunması, perakendecilere ve oradan müşterilere dağıtılması kararlarının verildiği süreçtir).[5]

Dolayısıyla stok kontrolü veya yönetimi, tedarik zinciri yönetiminin önemli süreçlerinden biridir. Zincir içerisinde üretici konumundaki işletme; farklı tedarikçilerden hammadde alımını, bu hammaddelerin gerektiğinde depolanması ve üretim planlarına göre üretime sokulmasını, en son ise bitmiş ürünün belli bir süre depolanmasını sağlamaktadır. Üreticinin, tedarik zinciri içindeki bu fonksiyonlarına bakıldığında stok yönetiminin ne denli önemli olduğu dikkate alınmalıdır. Üretici için stok; üretime sokulacak hammadde, üretimdeki yarı mamul, bitmiş (üretilmiş) mamul, hatta tamir bakımda kullanılan yardımcı malzeme olarak düşünülebilir. Buradaki temel değişken arz ve talep yönlerinin her stok türü için farklı olmasından kaynaklanmaktadır. Her aşamada farklı isimlerle tanımlandığından ve farklı

---

[4] Tersine, **a.g.e.**, s. 8.

[5] P. Tsiakis, N. Shah, ve C. C. Pantelides, "Design of Multi-Echelon Supply Chain Networks Under Demand Uncertainty," **Industrial & Engineering Chemistry Research**, 40, 2001, s. 3585.

özelliklere sahip olduğundan, karar verme konumundaki yöneticinin stok kontrolünü, her aşama için ayrı değerlendirmesi, ayrı politikalar geliştirmesi zaruridir. Yönetici bu politikaları geliştirirken stok türü ne olursa olsun temelde fazla stok taşımama düşüncesinden yola çıkar. Dolayısıyla stoklanan mal miktarının düşük olması temel hedeftir. Bunun yanında, sipariş veya kurulum maliyetinin de düşük olması aranmaktadır. Tabii ki iyi bir stok yönetimi sadece bu iki koşulu sağlayabilmek olarak düşünülemez, bunların dışında bir stok kalemi belirli bir periyodun başında üretildiği veya siparişi verildiği zaman o periyot boyunca oluşan talebi karşılayabilmelidir. Kısacası iyi bir stok yönetimi, temel olarak bir yandan stok maliyetleri düşürmeyi bir yandan hizmet düzeyini arttırmayı hedeflemektedir. Ayrıca, birim maliyetin düşürülmesi, yüksek stok devir hızı gibi de alt hedefleri bulunmaktadır.

Çalışmada, tedarik zincirinde üreticiden direk ürün satın alan ve dağıtımını yapan bir işletmenin stok politikası dikkate alınmıştır.

1.3. STOK PROBLEMLERİNİN ÖNEMLİ FAKTÖRLERİ

Yöneticinin stokla ilgili karar almasını etkileyen faktörleri dört ana grupta sıralamak mümkündür. Bunlar, talep faktörü, yenileme faktörü, tedarik süresi faktörü ve maliyet faktörleridir. Bu faktörler dikkate alınarak farklı stok kontrol modelleri oluşturulur (olasılıklı – deterministik gibi) ve farklı politikalar geliştirilir.

1.3.1. TALEP FAKTÖRÜ

Stok kontrol modellerinin temel ayrımına yarayan faktördür. Talep miktarı her periyot için değişmiyor ve biliniyorsa o takdirde stok kontrol modeli deterministik olmaktadır. Talep miktarı bilinmiyor, değişiklik gösteriyorsa ve bir olasılık dağılımı olarak ifade edilebiliyorsa stok kontrol modeli olasılıklı (stokastik) olmaktadır. Talep miktarı; kesikli ve sürekli dağılıma uyabilmektedir. Literatürde talep miktarı için kullanılan dağılımlar genelde normal veya poisson dağılımları olarak görülmektedir.

Stok kontrol modellerinde talep faktörünün değerlendirilmesi gereken bir diğer noktası ise, talebin bağımlı veya bağımsız oluşudur. Bir stok kaleminin bağımsız talebinin olması demek bitmiş ürün veya mamul olması demektir çünkü talep yapısının bağımlı olduğu başka bir madde bulunmamaktadır. Bağımlı talep ise, ürün ağaçlarında, mamulün altında olabilecek tüm yarı mamul ve hammaddedir. Dolayısıyla, bu maddeler için tahminlerin yapılmasına çok gerek duyulmamaktadır, bağımsız talep yapısına sahip bir ürünün ne kadar üretileceğine karar verildikten sonra zaten onu üretmek için gerekli olan hammadde ve yarı mamul miktarı ortaya çıkacaktır.

1.3.2. YENİLEME FAKTÖRÜ

Yenileme faktörünün de bir zaman boyutu bir de miktar boyutu bulunmaktadır. Yenileme miktarı, stok kontrol modelindeki her siparişte veya üretimde ne kadar sipariş veya üretim emri verileceği ile ilgilidir. Değişken veya sabit olabilir.

Zaman boyutu ise yenilemenin belli periyotların başında mı yapılacağı yoksa her hangi bir zamanda mı yapılacağı ile ilgilidir. Bu nedenle de stokun ne sıklıkla gözden geçirileceği direkt olarak yenilemenin zaman boyutuyla ilgilidir. Örneğin olasılıklı talep yapısı altında yenileme; belli periyotlarla yapılıyorsa stok kontrol modelinin periyodik gözden geçirmeye dayalı olduğu ve dolayısıyla da yenileme miktarının değişken olduğu bilinir. Eğer sürekli gözden geçirme söz konusuysa bu takdirde yenileme zamanın herhangi bir noktasında yapılabilir, genelde yenileme miktarı sabit olmakla birlikte talep tek birim bazında gelmediği için değişken de olabilmektedir.

Sürekli gözden geçirme yönteminde, periyodik gözden geçirmeye göre daha az emniyet stoku tutmak mümkündür, tedarik süresindeki talep dalgalanmasına karşı daha kolay karşılık verilebilir. Yani sürekli gözden geçirmede, belirsizlik sadece tedarik süresinde iken, periyodik gözden geçirmede çevrim süresi ve tedarik sürecinde vardır. Periyodik gözden geçirme yöntemi ise genelde yüksek miktarlı talep yapısına sahip ürünlerde daha sık kullanılır, çünkü gözden geçirme maliyeti daha düşük olacaktır. Ayrıca farklı ürünlerin fazlalığı durumunda daha rahat koordinasyonu sağlar.

1.3.3. TEDARİK SÜRESİ FAKTÖRÜ

Tedarik süresi, stok yenileme kararı verildiğinden, siparişi verilen stok miktarının işletmede kullanılabilir hale gelmesi arasında geçen süreyi ifade eder. Tedarik süresi sadece taşıma süresi demek değildir. Hatta bir üretim işletmesinden bahsedildiğinde sadece üretim süresi de değildir. Siparişin veya üretimin hazırlık süresinin, stoka girdikten sonra ki kontrol süresinin de tedarik süresine eklenmesi gerekir.

Tedarik süresi de değişken ya da sabit olabilir. Tedarik süresinin değişken olması durumunda aynı talep yapısında incelendiği gibi, sürenin dağılımının incelenmesi gerekmektedir. Tedarik süresi L ile gösterilmektedir.

1.3.4. MALİYET FAKTÖRÜ

Tüm stoklar işletme için maliyet yaratırlar. Bu maliyet bir işletme içinde ortalama %20'lik bir paya sahiptir.[6]

Çalışmanın ileriki aşamalarında, özellikle ilk iki faktör dikkate alınarak oluşturulacak stok kontrol modellerinin hepsinde kullanılacak olan maliyet faktörleri, stok kontrol modelinin kurulmasına ve politikaların geliştirilmesine yardımcı olmaktadır.

---

[6] Donald Waters, **Inventory Control and Management**, England, John Wiley & Sons Ltd, 2003, s. 52.

Maliyetler, optimum politikaların geliştirilmesi için temel araçlar olmaktadır. Bu sebeple tüm maliyetler ayrıntılı bir biçimde açıklanacaktır.

1.3.4.1. Birim Maliyet

Birim maliyet c ile gösterilir. Birim maliyet üretimde veya satın almada ortaya iki farklı şekilde çıkar. Eğer dışarıdan bir satın alma varsa; birim satın alma maliyeti, içeride üretim varsa birim üretim maliyeti olarak ifade edilir. Satın alınan bir malın birim maliyeti satın almaya verilen fiyat ve taşıma ücretidir. Üretimde ise, direkt işçilik, direkt malzeme ve genel üretim maliyetleridir.[7] Herhangi bir miktar indirimi söz konusu değilse yenileme miktarı ile doğru orantılı olarak değişkenlik gösterir. Ayrıca, üretilen birim adedi yükseldikçe, öğrenme etkisinden ötürü özellikle birim başına direkt işçilik maliyetinde düşme görülebilmektedir.[8]

Birim maliyet iki sebepten ötürü çok önemlidir. Birincisi, yıllık üretim maliyetinin bu değere bağlı olması, ikincisi elde bulundurma maliyetinin hesabında kullanılmasıdır.[9] Genelde yüzdesi olarak kullanılmaktadır.

1.3.4.2. Sipariş / Hazırlık (Kurulum) Maliyeti

Satın almada sipariş maliyeti, üretim durumunda ise hazırlık maliyeti olarak adlandırılır. Sabit maliyet kalemidir, dolayısıyla yenileme miktarından etkilenmemektedir. Üretim için hazırlık maliyeti, üretim sürecinin, üretime girecek stok kalemi için değiştirilmesinin maliyetidir veya bir partinin üretimine başlamak için harcanan maliyettir. Burada, üretim planlama, çizelgeleme için katlanılan maliyetler de hazırlık maliyetinin içinde düşünülmelidir.

---

[7] Tersine, **a.g.e.**, s. 14.

[8] W.J. Fabrycky ve Jerry Banks, **Procurement and Inventory Systems: Theory and Analysis**, The United States of America, Reinhold Publishing Corporation, 1967, s. 7.

[9] Silver ve Peterson, **a.g.e.**, s. 62.

Satın alma içinse, yetkiliye verilen ücret, posta, pul, telefon maliyeti gibi idari ve diğer gider unsurlarından oluşmaktadır. $C_s \; veya \, K$ İle ifade edilir.

1.3.4.3. Toplam Sipariş / Üretim Maliyeti

z kadar bir miktarın sipariş / üretim maliyeti $C(z)$ gibi bir fonksiyonla ifade edilir.[10]

$C(z)$= z kadar birimin sipariş veya üretim maliyeti

$$C(z) = \begin{cases} 0 & z = 0 \\ K + cz & z > 0 \end{cases} \qquad 1\text{-}1$$

Burada K = hazırlık maliyeti, c = birim maliyettir.

1.3.4.4. Elde Bulundurma Maliyeti

Bir stok kaleminin belirli bir süre stokta kalmasıyla oluşan tüm maliyetlerin toplamını ifade eder. Bu maliyetler; stoka yapılan yatırımın fırsat maliyeti, stoklama için kullanılan fiziksel alanın maliyetleri (kira, aydınlatma, ısıtma, soğutma, havalandırma, depocuya ödenen ücret) vergiler, sigorta ve fire maliyetleri olarak sıralanabilir. Bunun yanında kısa raf ömürlü ürünler için bozulma maliyeti de bu maliyetin içindedir.[11]

---

[10] Frederick S. Hillier, Gerald J. Lieberman, **Introduction To Operations Research**, Singapore, McGraw-Hill, Sixth Editon, 1995, s. 759.

[11] Ravindran, A.R., **Operation Research and Management Science Handbook**, USA, CRC Press-Taylor& Francis Group, 2008, s. 10-6.

Elde bulundurma maliyetini, stoka bağlanan para biriminin belli bir süre elde bulundurulmasıyla katlanılan para birimi cinsinden ifade etmek yerine (örneğin 1 TL'nin bir yıl elde bulundurma maliyeti 28 Kr), bir birim stok kaleminin belirli bir süre elde bulundurma maliyetinden bahsetmek daha kullanışlı bir yöntemdir. Dolayısıyla C_h ile gösterilen elde bulundurma maliyeti, bir birimi belli bir süre (gün, hafta, yıl gibi) elde bulundurmanın para birimi cinsinden ifadesidir. Bu direk bir pb şeklinde ifade edileceği gibi, birim maliyetin yüzdesi olarak da ifade edilebilir. Tablo 1'de birim maliyetin yüzdesi olarak ifade edildiğinde, maliyet kalemlerinin detayı görülebilir. Bu tabloya göre, elde bulundurma maliyetinin en büyük kısmını fırsat maliyeti veya paranın maliyeti almaktadır. İşletmelerin durumuna göre de toplamda %19 ile %35 aralığında gerçekleşmektedir.

Tablo 1 Elde Bulundurma Maliyetinin Birim Maliyet Yüzdesi Olarak Gösterimi

Maliyet Kalemi	Birim Maliyet Aralığı %
Fırsat Maliyeti	10-15
Fiziksel Alan Maliyeti	2-5
Fire Maliyeti	4-6
Elleçleme Maliyeti	1-2
Yönetim Giderleri	1-2
Sigorta Giderleri	1-5
Toplam	19-35

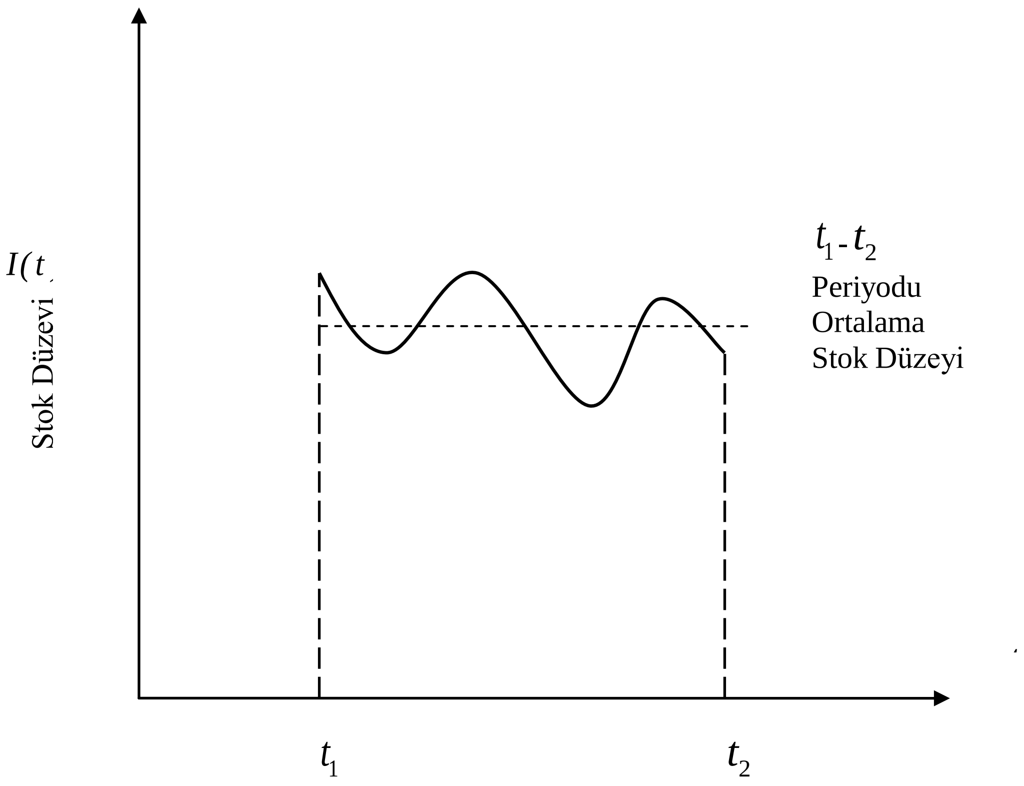
Kaynak: Donald, Waters, **Inventory Control and Management**, England, John Wiley & Sons Ltd, 2003, s. 53.

Elde bulundurma maliyetinin hesaplanmasında en önemli nokta, hangi maliyet kaleminin ne kadar stok düzeyiyle ilişkilendirileceğidir. Kimi maliyet kalemleri en yüksek stok düzeyiyle hesaplanırken kimisi de ortalama stok düzeyiyle alakalıdır.

Elde bulundurma maliyetinin diğer önemli noktası ise belirlenen zaman aralığında stok düzeyinin ne olacağı ile ilgilidir. (t_1,t_2) gibi bir zaman periyodu için elde bulundurma maliyetinden bahsedilirken, C_h değerini stokta bekleyen birimle çarpmak gerekeceğinden, bu periyottaki ortalama stok düzeyini bilmek gerekecektir. Periyot boyunca, talep oluştuğunda stok düzeyi $I(t)$ düşecek, üretim veya satın alma olduğundaysa stok düzeyi yükselecektir. Dolayısı ile tüm periyot boyunca stok düzeyinin aynı kalması mümkün olmayacaktır.

Şekil 1'de bu durumu görmek mümkündür.(t_1,t_2) periyodundaki ortalama stok düzeyi; hesaplamak için, eğri altındaki alanın t_2-t_1'e bölünmesiyle bulunur. Eğer $I(t)$ düz bir çizgiyi ifade ederse ortalama değeri bulmak kolay olacaktır. Fakat $I(t)$ şekildeki gibi eğri ise bu takdirde ortalama stok düzeyi, (t_1,t_2) periyodundaki $I(t)$'nin integralinin hesaplanarak, hesaplanan değerin t_2-t_1'e bölünmesiyle bulunur.[12]

[12] Steven Nahmias, **Production and Operations Analysis**, Second Edition, Irwin, 1992, s. 190.



Şekil 1 Belirli Bir Periyottaki Ortalama Stok Düzeyi

Kaynak: Steven Nahmias, **Production and Operations Analysis**, Second Edition, Irwin, 1992, s. 191.

1.3.4.5. Elde Bulundurmama Maliyeti

Eksiklik veya stok tükenmesi maliyeti olarak da bilinen elde bulundurmama maliyeti, eldeki stokun oluşan talebi karşılayamaması durumunda ortaya çıkan maliyettir.

Elde bulundurmama maliyeti iki şekilde oluşabilir ve farklı hesaplanır. Talep karşılanamadığı zaman bekletilebilir (*backlogging*), karşılanamayan talep kaybolmaz, bekletilir ta ki bir sonraki normal sipariş gelene kadar. Buradaki maliyet, müşterilerine ürün sunan biri için müşteri gözündeki değerin kaybı, kârın gecikmeli gelmesinden ötürü kayıp, ekstra kayıt masrafları şeklinde oluşur. Bir üretim işletmesi içinse bu maliyetler üretimin gecikmesi olabilir ve üretim prosesi değiştirilir dolayısıyla elde bulundurmama maliyeti iki hazırlık süresinin maliyetini de kapsamaktadır. Bir de bekletilememe (*no backlogging*) durumu vardır; bu durumda bir sonraki siparişi bekleyemeyebilir, bunun yerine ya acil bir sipariş ile karşılanabilir, ya da karşılanamaz. Birinci durumda, maliyet acil sipariş maliyeti kadardır örneğin ek nakliye masrafı gibi. İkinci durumda ise yani karşılanamadığında hem cirodan-gelirden kayıp olacaktır hem de gelecek dönemlerdeki ticari kayıplar meydana gelecektir.[13]

Elde bulundurmama maliyeti C_p ile gösterilmekte ve bir birim için elde bulundurmama maliyetini ifade etmektedir. Elde bulundurmama maliyeti, talebin ne zaman karşılanacağından bağımsız da olabilir bağımlı da olabilir. Örneğin talebin karşılanamaması üretim hattını durduruyorsa bu takdirde elde bulundurmama maliyeti, birim zamandaki bir birimi bulundurmamadan oluşur ve zamana bağlıdır.[14] Bu çalışmaya konu olan stok sınıfı mamul (ürün) olduğundan elde bulundurmama maliyeti zamandan bağımsız kabul edilecektir ve uygulamada bir birimi elde bulundurmamanın maliyeti olarak düşünülecektir.

Elde bulundurmama maliyeti aynı zamanda talep faktöründen de etkilenmektedir. Eğer talep bir ürüne ise elde bulundurmama maliyetinin birim maliyet ile ilişkisi güçlü değildir, genelde kârın kaybı olarak ortaya çıkar. Eğer talep üretim sürecindeki bir sonraki aşamaya aitse, elde bulundurmama maliyeti birim maliyetle daha yüksek oranda ilgilidir.[15]

---

[13] Hiller ve Lieberman, **a.g.e.**, s.759-760.

[14] Nahmias, **a.g.e.**, s. 192.

[15] Fabrycky ve Banks,, **a.g.e.**, s. 8.

1.3.4.6. Ürüne Ait Birim Maliyetin Yapısı

Bir üretim işletmesinde, satın alınan hammadde belli bir üretim sürecinden geçerek ürün halini almaktadır. Dolayısıyla her stok sınıfında farklı maliyetler oluşmaktadır. Örneğin hammadde için yalnızca direkt malzeme maliyeti söz konusuyken, bu hammaddenin ürün haline gelebilmesi için geçirdiği her aşamada malzeme maliyetinin üzerine kümülatif olarak işçilik maliyeti binmekte ve yarı mamul halini almaktadır en son ürüne ulaşıldığında ise genel üretim giderleri de yüklenerek birim maliyet elde edilmektedir. Literatürde birim maliyetleme üzerine geliştirilmiş birçok yöntem bulunmaktadır.[16] Çalışmanın konusu bu yöntemlerin doğruluğunun ispatı veya karşılaştırılması olmadığından çalışmada alınan birim maliyet "defter değeri" olarak kabul edilmektedir.

1.4. STOK KONTROL MODELLERİNİN SINIFLANDIRILMASI

Stok yönetiminin temel hedefleri baz alınarak ve yukarıda bahsedilen faktörler kullanılarak birçok stok kontrol modeli oluşturulmuştur. Temel ayrım talep faktörünü dikkate alınarak yapıldığında, talebin biliniyor olup olmamasına göre, deterministik ve olasılıklı stok kontrol modelleri ortaya çıkmıştır.

Her stok kontrol modeli "ne zaman" ve "ne kadar" yenileme yapılacağının kararını veren politikalardan oluşur. Stok kontrolünde amaç; stok kalemine ait doğru stok kontrol modelinin kurulması ve buna ait politikaların belirlenmesidir. İşte bu politikayı belirlerken stok kalemine ait daha önce bahsedilen faktörler dikkate alınarak matematik modelleme yapılmaktadır. Elde edilen tüm maliyetler modele eklenerek en düşük maliyeti veren stok kontrol modeli değerlerine ulaşılır. İşte bu değerlerde "ne zaman" ve "ne kadar" yenileme yapılacağının tespitidir. Bu noktaları

[16] Colin Drury, **Management Accounting for Business**, London, Thomson Learning, Third Edition, 2006.

tespit edilmesi sırasında maliyetlerin belirlenebilmesi içinse farklı matematiksel yöntemler kullanılabilmektedir.

Deterministik modellerde talep ve tedarik süresi bilinmektedir ve değişmemektedir. Deterministik modeller, 1934 yılında Wilson'un formüle ettiği, klasik Ekonomik Sipariş Miktarı modeli ile literatüre girmiş üzerine birçok çalışma yapılmış ve değişik stok kontrol modelleri ortaya çıkarılmıştır.[17] Deterministik modellerdeki bu gelişmenin yanında ancak 50'li yıllarda olasılıklı modellerle çalışılmaya başlanmıştır. Olasılıklı modellerin ilk olarak Arrow, Harris ve Marschak tarafından çalışıldığı görülmektedir.[18] Yine ardından Iglehart'ın Veinott ve Wagner'in yaptığı çalışmalar gösterilebilir. Olasılıklı stok problemlerinin çözümünde birçok yol kullanılmasına rağmen, Bellman'ın 1957 yılında ortaya çıkardığı Dinamik Programlama yöntemi belki de bunlardan en kullanışlısı olmuştur.[19] Dinamik Programlamanın çözüm yolu olaraksa Politika Geliştirme Algoritması (*Policy Improvement Algorithm*) Howard'dan sonra oldukça yaygın olarak kullanılmıştır.[20]

1.4.1. DETERMİNİSTİK STOK KONTROL MODELLERİ

Bu modelin uygulanabilirliği pek mümkün olmasa da gelişmiş modellere temel teşkil etmesi açısından önemini korumaktadır. Ekonomik Sipariş Miktarı modelinde sipariş miktarı *(Q)* sabittir ve sipariş, belli bir stok miktarına düşüldüğünde verilir. Bu noktaya "yeniden sipariş noktası" *(s)* denmektedir. Ekonomik Sipariş Miktarı modelinde sabit sipariş miktarının bulunması için değişken maliyetler göz önüne

---

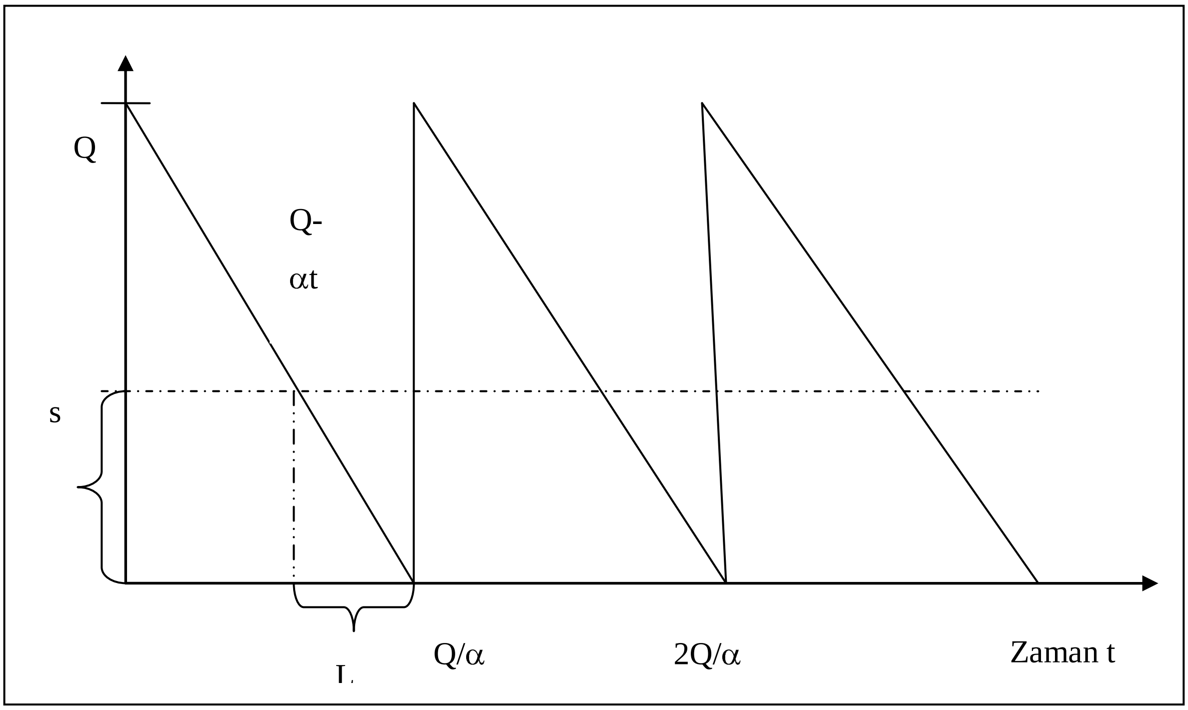
[17] K. Karen Yın, Hu Lıu ve Neil E. Johnson, "Markovian inventory policy with application to the paper industry", **Computers and Chemical Engineering**, Volume: 26, 2002, s. 1401.

[18] K. Arrow, T. Harris ve J. Marschak, "Optimal inventory policy", **Econometrica**, 19, 1951, s.250-272.

[19] Bkz. Richard Bellman, **Dynamic Programming**, Princeton, Princeton University, 1957.

[20] Ronald A. Howard, **Dynamic Programing and Markov Process**, New York, The Technology Press of The Massachusetts Institute of Technology and John Wiley Sons, 1960.

alınarak işlem yapılır. Bunlardan biri hazırlık maliyeti (C_s), bir diğeri ise elde bulundurma maliyetidir (C_h). Yeniden sipariş noktası ise; siparişi vermekle siparişin gelmesi arasındaki zamanı ifade eden tedarik süresinden (L) etkilenmektedir. Şekil 2'de görüldüğü gibi birim zamandaki talep α kadardır ve stok düzeyi, yeniden sipariş noktasına geldiğinde yenileme yapılır ve Q kadar sipariş verilir. Model deterministik olduğundan stok boşalması mümkün değildir.



Şekil 2 Deterministik Stok Kontrol Modeli

Burada bir diğer konu ise çevrimdir, bir çevrim iki üretim arasında geçen süredir. Genelde çevrimin uzunluğu Q/α ile bulunabilir. Birim zamanda toplam maliyetse şu şekilde bulunur.

$$Bir\ Çevrimdeki\ Üretim\ veya\ Sipariş\ Maliyeti = C_s + c(Q)$$

$$Birim\ Zamanda\ Elde\ Bulundurma\ Maliyeti = \frac{C_h Q}{2}\ (ortalama\ stok\ miktarı = \frac{Q}{2})$$

$$Bir\ Çevrimdeki\ Elde\ Bulundurma\ maliyeti = \frac{C_h Q}{2} * \frac{Q}{\alpha} = \frac{C_h Q^2}{2\alpha}$$

$$Bir\ Çevrimin\ Toplam\ Maliyeti = C_s + c(Q) + \frac{C_h Q^2}{2\alpha}$$

$$Birim\ Zamandaki\ Toplam\ Maliyet = TC = \frac{C_s + c(Q) + \frac{C_h Q^2}{2\alpha}}{Q/\alpha} = \frac{\alpha C_s}{Q} + \alpha c + \frac{C_h Q}{2}$$

Buradaki Q'ya, toplam maliyeti minimum kılan Q^* değeri denirse, bu formülün birinci dereceden türevinin sıfıra eşitlenmesi ile minimum değeri bulunacaktır.

$$\frac{dT}{dQ} = -\frac{\alpha C_s}{Q^2} + \frac{C_h}{2} = 0$$

Buradan da ekonomik sipariş miktarı Denklem 1-2'deki gibi olacaktır.

$$Q^* = \sqrt{\frac{2\alpha C_s}{C_h}} \qquad 1\text{-}2$$

Bu formül, bilinen Ekonomik Sipariş Miktarı Modelidir.[21] Fakat bu modele ait formüller şu varsayımlar altında geçerlidir.

- Talep hızı biliniyor, sabit ve süreklidir.
- Sürekli gözden geçirme vardır.
- Tüm maliyetler sabittir.

---

[21] Hiller ve Lieberman, **a.g.e.**, s. 762-763.

- Elde bulundurmamaya izin verilmez.
- Yenileme biranda gerçekleşir.

Çalışmanın konusu deterministik modeller olmadığından, bu konuda daha ayrıntıya girilmeyecektir. Deterministik modellerin diğer ayrıntıları için bakınız.[22]

1.4.2. OLASILIKLI STOK KONTROL MODELLERİ

Stokla ilgili tüm değişkenlerin sabit ve biliniyor olduğu modeller deterministik olarak tanımlanmıştı. Eğer bu değişkenlerden biri veya hepsi için bir belirsizlik varsa başka bir ifade ile değişkenler bir olasılık dağılımına uyup rassal değişken olarak ifade edilirse bu takdirde karşılaşılan stok modeline olasılıklı veya stokastik denmektedir.

Bir önceki bölümde bahsedilen "Ekonomik Sipariş Miktarı" modeli, deterministik durumda kullanışlı olurken, talep yapısındaki değişimin fazla olduğu durumlarda kullanılamamaktadır. Bunun yanı sıra talebin olasılıklı olduğu fakat değişimin fazla olmadığı durumlarda da kullanılabilmektedir.[23]

Olasılıklı stok kontrol modellerini, önceki bölümde açıklanan faktörler dikkate alınarak sürekli gözden geçirme ve periyodik gözden geçirme diye ayırmak mümkündür. Bu gözden geçirmelerin sonucunda yenileme kararı verilir; sabit sipariş miktarı veya değişken sipariş miktarı ile yenileme yapmak mümkündür. Ayrıca bu modellerin birleşiminden doğan farklı modellerden de söz edilebilir.

Olasılıklı stok kontrol modellerinin temel ayrımının yenileme zamanları arasındaki sürenin kesikli veya sürekli olmasının yanında önemli bir ayrımı da emniyet

---

[22] Bkz.: J. Buchan ve E. Koenigsberg, **Scientific Inventory Management**, New Delhi, Prentice-Hall of India Private Limited, 1966.

[23] Donald Walters, **Logistics: An Introduction to Supply Chain Management**, New York, Palgrave Macmillan, 2003, s. 267.

stoklarıyla ilgilidir. Bu sebeple bir sonraki bölümde emniyet stoku kavramı ve hesaplamaları üzerinde durulacaktır.

1.4.2.1. Olasılıklı Modellerde Kullanılan Kavramlar

Stok yönetiminin amacı ne zaman ve ne kadar sipariş verileceğinin kararıdır. Bu karar stok durumuna, beklenen talebe ve maliyet kalemlerine göre verilmektedir. Stok durumundan kastedilen şey sadece eldeki stok miktarı değildir çünkü sipariş kararını vermek için bu miktar yetmez. Dolayısıyla stok durumu dendiğinde, bekletilen siparişler, siparişi verilmiş fakat henüz ulaşmamış miktarlar da göz önünde tutulmalıdır. Stok yönetiminde, stok durumu "stok pozisyonu" (*stock position*) ile tanımlanır.[24] Dolayısıyla stok pozisyonu şu şekilde hesaplanır.

Stok Pozisyonu = Eldeki Stok + Siparişi Verilmiş Stok – Bekletilen Sipariş

Eldeki stok, fiziksel olarak depoda bulunan stok miktarıdır, müşteri talepleri direk olarak buradan karşılanır ve kesinlikle sıfırın altına düşmez. Siparişi verilmiş stok ise, tedarikçiden talep edilmiş fakat henüz depoya gelmemiş olan stok miktarını ifade eder. Bekletilen sipariş (*backorders*) ise bir önceki dönemden müşterilere sözü verilmiş fakat henüz teslim edilmemiş miktarı ifade eder.

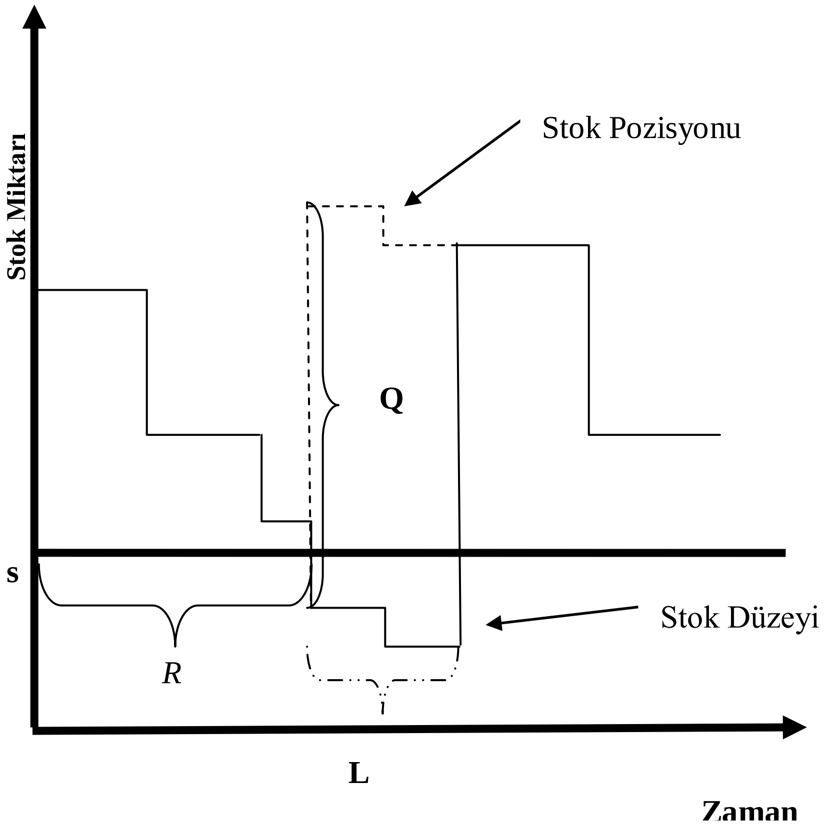
Stok pozisyonu, siparişin verilip verilmeme kararını etkiler fakat elde bulundurma veya elde bulundurmama maliyetinin hesabında kullanılamaz, bu hesap için kullanılan kavram "Stok Düzeyi"dir (*stock level*). Stok düzeyi ise Stok Düzeyi = Eldeki Stok – Bekletilen Sipariş şeklinde hesaplanır.

Şekil 3'te stok düzeyi ile stok pozisyonu arasındaki ilişki görülebilmektedir. R birim zaman sonra stok yenileme kararı veriliyor ve Q birim sipariş veriliyor, verilen

---

[24] Sven Axsater, **Inventory Control**, The United States of America, Springer Science Business Media, 2006, Second Edition, s. 46.

sipariş L zaman sonra stoka gireceğinden, stok düzeyi bekletilen sipariş olmadığından eldeki stoka eşit oluyor fakat, stok pozisyonu ise sipariş verildiğinden sipariş noktası olan s miktarının üzerinde gözüküyor. Dikkat edilecek olursa sipariş kararının verilmesinde "stok pozisyonu" değerine dikkat ediliyor. Eğer bu değere değil de stok düzeyine dikkat edilecek olsaydı L zamanı içerisindeki $R + 1$ zamanında da stok düzeyi s değerinin altında olduğundan bir Q kadar daha sipariş verilmesi gerekirdi. Eğer L zamanı boyunca oluşan talep eldeki stoktan da fazla olsaydı, siparişin bekletildiği durumlarda stok düzeyi eksi değerlere gidecekti ve ilk tedarikten karşılanacaktı.



Şekil 3 Stok Pozisyonu Stok Düzeyi İlişkisi

Çalışmada tedarik süresi gözden geçirme süresinden kısa olduğundan stok düzeyi ile stok pozisyonu aynı anlamda kullanılmıştır. Çünkü tedarik süresi gözden geçirme periyodundan kısa olduğunda, gözden geçirme periyodu esnasında hiçbir zaman siparişi verilmiş fakat henüz ulaşmamış ürün olmayacaktır.

Bir diğer kavram ise emniyet stoku kavramıdır. Talep dağılımı ve / veya tedarik süresinin olasılıklı yapıya sahip olması durumunda hem tedarik süresi boyunca hem de tüm periyot boyunca stok boşalması oluşabilir ve talep karşılanamaz. Bunun yanı sıra bazen de stok beklenenden daha yüksek olabilir ve elde bulundurma maliyetine katlanılabilir.[25] İyi bir stok yönetimi, bu iki riskli durumu dengelemeyle gerçekleşmektedir. Emniyet stoku da bu risklerden ilkinin gerçekleşmemesini sağlayan stok türüdür. Tabi ki burada ikinci risk de göz ardı edilmemelidir dolayısıyla yüksek elde bulundurma maliyetinden de kaçınacak bir emniyet stoku politikası oluşturulmalıdır. Emniyet stoku *SS* ile gösterilmektedir ve yalnızca olasılıklı modellerde kullanılabilmektedir.

Duruma deterministik yapıdaki stok kontrol modelinden bakılacak olursa, yeniden sipariş noktası direkt olarak tedarik süresinden etkilenmekteydi. Dolayısıyla bu modelin olasılıklı talep yapısı altında olduğu düşünüldüğünde emniyet stoku, tedarik süresi boyunca gerçekleşmesi beklenen talepten ötürü, sipariş noktasını daha yüksek bir değere çeken stok miktarıdır.[26] Denklem 1-3 deterministik ve olasılıklı modellerdeki yeniden sipariş noktasının nasıl hesaplandığı gösterilmiştir.

---

[25] Joseph S. Martinich, **Production and Operations Management: An Applied Modern Approach**, The United States of America, John Wiley & Sons, 1997, s.679.

[26] James B. Dilworth, **Production and Operations Management: Manufacturing and Services**, Singapore, McGraw Hill Book Co., Fifth Edition, 1993, s.236.

$$s = D * L \qquad (\,Deter\,min\,istik\,Model\,için\,)$$
$$s = (\,D * L\,) + SS \quad (\,Olasılıklı\,Modeller\,için\,) - Sürekli\,Gözden\,geçirme \qquad 1\text{-}3$$

Denklem 1-3'te dikkat edilecek olursa tedarik süresi ile talep miktarı çarpılmıştır, olasılıklı modelde ise tedarik süresindeki beklenen talep ile emniyet stoku toplanarak yeniden sipariş noktasına ulaşılabilmektedir. Fakat ikinci eşitlik, olasılıklı modellerde sürekli gözden geçirmenin olduğu durumlarda doğrudur. Eğer periyodik gözden geçirme olsaydı yeniden sipariş noktası Denklem 1-4'teki gibi hesaplanırdı.

$$s = D * (\,R + L\,) + SS \quad (\,Olasılıklı\,Modeller\,için\,) - Periyodik \qquad 1\text{-}4$$

Sürekli gözden geçirme modellerinde emniyet stoku tedarik süresi (*L)* boyunca oluşabilecek talep dalgalanmalarından korunmak için kullanılırken, periyodik gözden geçirme modellerinde emniyet stoku hem tedarik süresinde (*L)* hem de gözden geçirme periyotları (R) arasındaki sürede oluşabilecek talep dalgalanmalarından korunmak için kullanılmaktadır. Bunun anlamı periyodik gözden geçirme modellerinde, sürekli gözden geçirme modellerine göre daha yüksek miktarda emniyet stoku bulundurma gereğidir.[27] Dolayısıyla periyodik gözden geçirme modellerinde emniyet stoku hesabında tüm çevrim süresi dikkate alınmalıdır.

Emniyet stokunun hesaplanması için beş yaklaşım bulunmaktadır: Birinci yaklaşım, emniyet stokunun "sabit çarpan" kullanarak tespit edilmesidir. İkinci yaklaşım elde bulundurmama maliyetini kullanırken üçüncü yaklaşım elde bulundurmama maliyetinin bilinmediği fakat hizmet düzeyinin temel alındığı yaklaşımdır. Bu yaklaşımda, tedarik süresi boyunca oluşan talebin yapısı dikkate alınarak bir hizmet

---

[27] Tersine, **a.g.e.**, s. 508.

düzeyi belirlenmektedir. Dördüncü yaklaşım ise verilen kötü hizmetin talebe etkisi üzerine emniyet stokunun belirlenmesidir. Beşinci yaklaşımsa bütünleşik görüşleri temel alarak emniyet stokunun belirlenmesidir. Çalışmada ilk üç yaklaşım hakkında kısaca bilgi verilecektir.

Emniyet stokunun "sabit çarpan" kullanarak belirlenmesi;Burada iki ayrım bulunmaktadır. Belli gruptaki stok kalemlerinin emniyet stoku aynı tedarik zamanı olarak hesaplanır. Veya *k* gibi bir sabit çarpan (hizmet düzeyi çarpanı) kullanılır; [28]

$$SS = k\sigma_{LD}$$
$$\sigma_{LD} = \sqrt{L\sigma_D^2 + D^2\sigma_L^2} \qquad 1\text{-}5$$

Burada *k* emniyet çarpanıdır σ_{LD} ise tedarik süresi boyunca oluşan talebin tahmin hatalarının standart sapmasıdır. α hizmet düzeyini belirtmektedir ve talebin stoktan karşılanma olasılığını verir. Tedarik süresindeki talep normal dağılıma uyduğunda α=%97,7 olduğunda k=2, α=%99,9 ise k=3 'tür.[29]

Elde bulundurmama maliyetinin bilindiği durumlarda maliyet üç şekilde ortaya çıkmaktadır:[30]

- Stok Boşalmasında Sabit Elde Bulundurmama Maliyeti B_1. Bu maliyet stok boşalması meydana geldiğinde zamandan ve miktardan bağımsız olarak gerçekleşir, yani eksilen stok miktarının ne kadar olduğu ve ne süre temin edilemediği veya bekletildiği önemli değildir.
- Birim Stok Boşalması Başına Elde Bulundurmama Maliyeti Oranı B_2. Stok boşalması durumunda birim başına B_2 gibi bir oranla birim

[28] Silver ve Peterson, **a.g.e.**, s. 260-261.

[29] D.Blumenfeld, **Operations Research Calculations,** USA, CRC Press,2001, s.118.

[30] Silver ve Peterson, **a.g.e.**, s. 263-264.

maliyet çarpılarak elde bulundurmama maliyetine ulaşılır. Örneğin stok boşalması durumu fazla mesai ile karşılanabiliyorsa bu duruma örnektir. Buradaki maliyet zamandan bağımsız, miktara bağımlıdır. Dolayısıyla elde bulundurmama maliyeti şu şekilde gerçekleşir.

$C_p = B_2 * v_i$

v_i bir birimin değişken maliyetini oluşturur, mesela bir birim üretmek için gerekli işçilik maliyeti 10 pb. ise ve bunu fazla mesai ile %50 daha pahalıya mal ediyorsak bu takdirde elde bulundurmama maliyeti 5 pb. olacaktır.

- Birim Zamandaki Birim Stok Boşalması Başına Elde Bulundurmama Maliyeti Oranı B_3. Bir birim zamanda para birimi başına B_3 gibi bir oran oluşmaktadır. Aslında birim zamanda $C_p = B_3 * v_i$ gibi bir elde bulundurmama maliyeti oluşur. Buna en iyi örnek yedek parçadır, çünkü yedek parçaların eksikliği makineyi boşa çıkaracak ve elde bulundurmama makinenin boş kaldığı süre boyunca gerçekleşecektir.

Hizmet düzeyi kullanılarak emniyet stokunun belirlenmesi;

Hizmet düzeyinin ölçümü üç duruma göre değişiklik göstermektedir.

- Bir çevrim boyunca stok boşalmasının olmaması olasılığı P_1. Bu değeri kullanmak emniyet çarpanı *k* kullanmaya denktir.
- Talebin stoktan karşılanmasının oranı P_2. Bu oran şu eşitliği sağlar:

$$P_2 = \frac{B_3}{B_3 + r}$$

Burada *r* para birimini birim süre elde bulundurmanın maliyetidir ve “pb/pb/birim zaman” olarak ifade edilen taşıma oranıdır.

- Stok miktarının pozitif olduğu zamanın oranı P_3. Poisson dağılımı özelliği gösteren talep yapısı altında P_2'ye eşittir.[31]

Emniyet stoku yukarıda bahsedilen tüm maliyetler veya oranlarla hesaplanabilir, çalışmanın konusu bu olmadığından bu maliyet ve oranlarla nasıl hesaplandığına girilmemiştir. Çalışmada klasik yöntemle çözüm esnasında hizmet düzeyi çarpanı kullanılmıştır. *k* emniyet çarpanını (hizmet düzeyi çarpanı) belirlerken temel olarak α gibi bir değer hesaplanarak bulunabilir. Bu değer stoktan talebin karşılanması olasılığıdır. Başka bir ifadeyle bir periyottaki stok boşalmama oranıdır. Örneğin bu oran %97,7 olduğunda, *k=2;* %99,9 olduğunda ise *k=3* olmaktadır.

1.4.2.2. Sürekli Gözden Geçirmeye Dayalı Modeller

Bu modellerin ortak yönü, stok kayıtlarının sürekli olarak tutulması ve dolayısıyla stok miktarının devamlı olarak bilinmesidir. Bir yandan stok kayıtları kontrol edilirken diğer yandan yeniden sipariş noktası dikkate alınır. Stok düzeyi yeniden sipariş noktasına veya altına düştüğünde, sipariş verilerek yenileme yapılır.

Bu modellerden ilki (s,Q) Kontrol Modeli "Sipariş-noktası, sipariş-miktarı" olarak anılan bu yöntemde, sabit miktardaki Q birim, *stok düzeyi* s veya altına indiğinde sipariş edilir.[32] Burada sipariş miktarı ve yeniden sipariş noktası zamandan bağımsız ve sabittir, yenilemeler arasındaki geçen süre ve talep değişkendir, tedarik süresi değişken veya sabit olabilmektedir. Bu sistemin dezavantajı, sürekli kontrol altında tutup kayıtlara geçme zorluğudur. Bunun yanı sıra sürekli aynı birimde sipariş

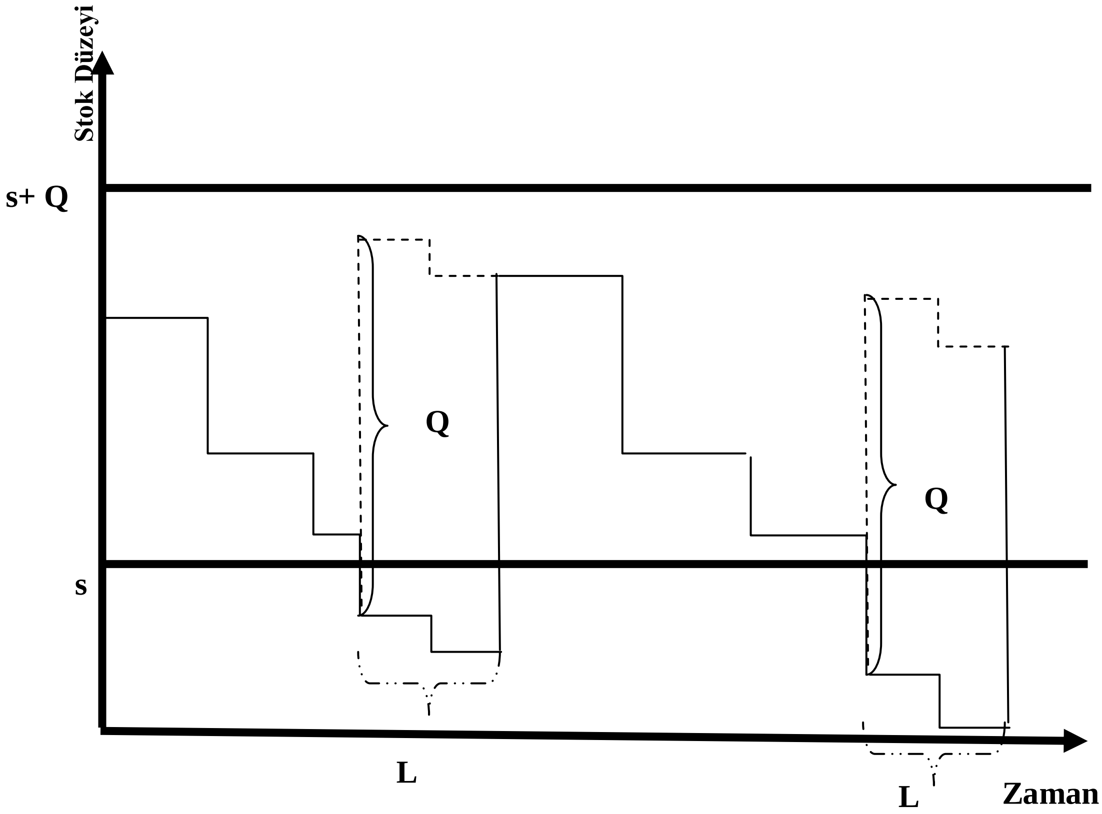
---

[31] Silver ve Peterson, **a.g.e.**, s. 264-265.

[32] Edward A Silver, David F. Pyke ve Rein Peterson, **Inventory Management and Production Planning and Scheduling**, The United States of America, John Wiley & Sons, Third Edition, 1998, s. 237.

vermek bir kolaylık olarak düşünülebilir. Literatürde çift kutu diye bilinen yöntem de (s,Q) Kontrol Modelidir. Hatta Kanban politikası da bu modele benzemektedir.

Şekil 4'te, stok düzeyi, yeniden sipariş noktasına (s) geldiğinde ekonomik sipariş miktarı (Q) kadar sipariş verilmekte ve verilen sipariş tedarik süresi (L) sonunda stoka girmektedir.



Şekil 4 (s,Q) Stok Kontrol Modeli

(s,Q) modelindeki parametrelerin hesaplanması ekonomik sipariş miktarı modelini andırmaktadır. Bu parametreler yeniden sipariş noktası ve sipariş miktarıdır. Hesaplamada kullanılacak notasyon şu şekildedir;

D = Birim zamanda gerçekleşen ortalama talep

σ_D =Birim zamanda gerçekleşen talebin standart sapması

σ_D^2 = Birim zamanda gerçekleşen talebin varyansı

L = Ortalama tedarik süresi (birim zamanlı)

σ_L =Tedarik süresinin standart sapması (birim zaman)

σ_L^2 = Tedarik süresinin varyansı

k =Hizmet düzeyi (sabit çarpan)

C_h = Elde bulundurma maliyeti

C_s = Sipariş maliyeti

Buradaki ifadeler kullanılarak yeniden sipariş noktası ve sipariş miktarı Denklem 1-6 ve Denklem 1-7'deki gibi bulunur.

$$s = DL + k\sqrt{L\sigma_D^2 + D^2\sigma_L^2} \qquad 1\text{-}6$$

$$Q = \sqrt{\frac{2C_sD}{C_h}} \qquad 1\text{-}7$$

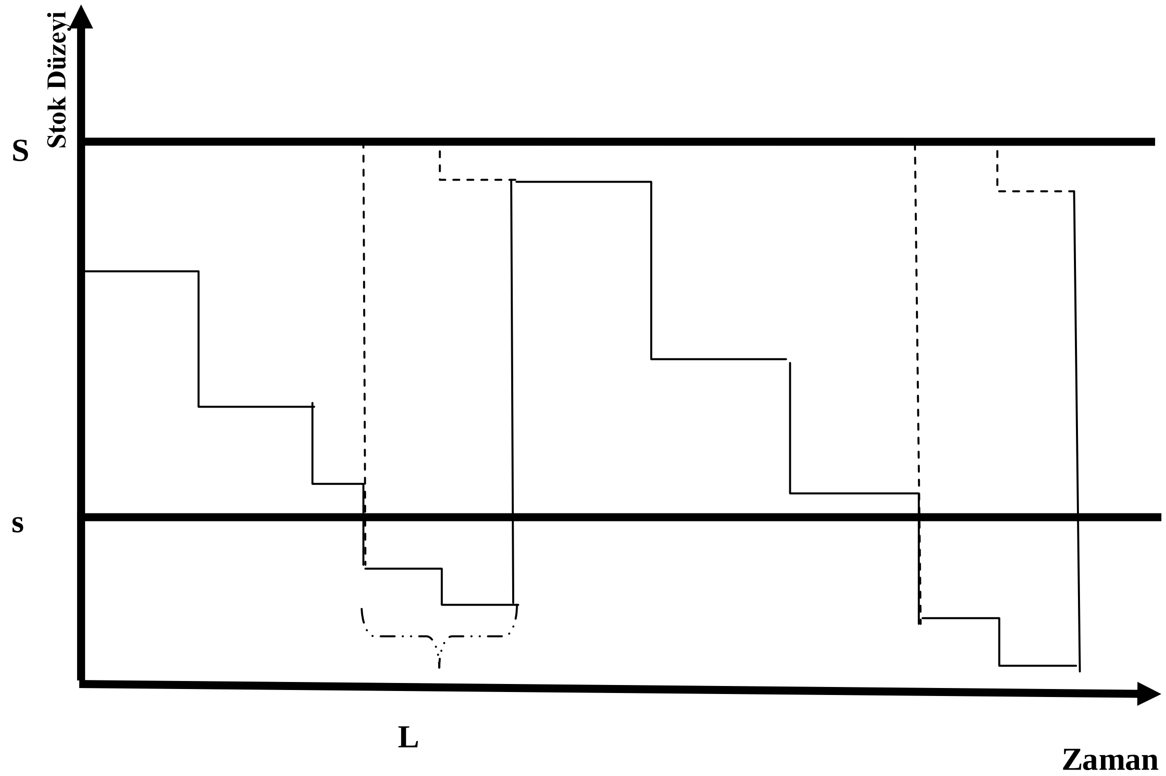
Tedarik süresi sabit olduğunda ise yeniden sipariş noktasının hesabına tedarik süresinin varyansı eklenmez ve yeniden sipariş noktası Denklem 1-8'deki hali alır.

$$s = DL + k\sigma_D\sqrt{L} \qquad 1\text{-}8$$

Sonuç olarak yeniden sipariş noktası tedarik süresi boyunca oluşan talep ve emniyet stokunun eklenmesiyle bulunur.

Bir diğer sürekli gözden geçirmeye dayalı stok kontrol modeli ise (s, S) Kontrol Modelidir.

Bu kontrol modelinde de aynı (s,Q) modelinde olduğu gibi stok pozisyonu, s noktasının altına indiğinde sipariş verilir. Ancak, sipariş miktarı değişkendir çünkü en yüksek sipariş düzeyi olan S'ye çıkana kadar sipariş verilir.[33] Şekil 5'te bu model görülmektedir. En yüksek stok düzeyine yenileme noktası denir.



Şekil 5 (s,S) Stok Kontrol Modeli

Bu modelde de Denklem 1-9 ve Denklem 1-10 ve Denklem 1-11 yaklaşık sonucu vermektedir.

---

[33] Necdet Özçakar ve İbrahim Zeki Akyurt, 2007, "Stokastik (R.s.S) ve stokastik (r.s) stok kontrol politikalarının poliüretan sektöründe markov karar süreci yardımıyla karşılaştırılması, **İ.İ.E. Yönetim Dergisi**, Yıl:18, Sayı 56, Şubat 2007, s. 12.

$$s = DL + k\sqrt{L\sigma_D^2 + D^2\sigma_L^2} \qquad 1\text{-}9$$

$$S = s + Q \qquad 1\text{-}10$$

$$Q = \sqrt{\frac{2C_sD}{C_h}} \qquad 1\text{-}11$$

Bu modelde de yeniden sipariş noktası tedarik süresi boyunca oluşacak talepten ve bu talebin dalgalanmasından etkilenmektedir.

Dikkat edilecek olursa sürekli gözden geçirmeye dayalı bu iki tekniğin en büyük farkı sipariş miktarlarının eşit olmamasından kaynaklanmaktadır. Tabi bunun için gelen talebin birer birer gelmemesi gerekmektedir. Eğer talep birer birim halinde gelirse, (s, S) Kontrol Modelinin (s,Q) Kontrol Modelinden bir farkı kalmayacak, her sipariş S-s=Q kadar olacaktır.

1.4.2.3. Periyodik Gözden Geçirmeye Dayalı Modeller

Önceki bölümde bahsedilen klasik Ekonomik Sipariş Miktarı Modelinin geliştirilmiş halleri olan olasılıklı modellerde, kayıtların sürekli tutulması gerekmektedir ve yeniden sipariş noktasına gelindiğinde ekonomik sipariş miktarı kadar sipariş verilmektedir. Hâlbuki çoğu işletme stok sayımlarını belli periyotlarda yapmakta ve kaydını bu periyotlarda tutabilmektedir. Hatta sürekli kayıt tutan işletmelerde bile stok pozisyonunun ne kadar kaldığı belli periyotlarda yapılabilmektedir. Böyle bir durumda ise periyodik gözden geçirme söz konusu olacaktır.

1.4.2.4. (R,S) Stok Kontrol Modeli

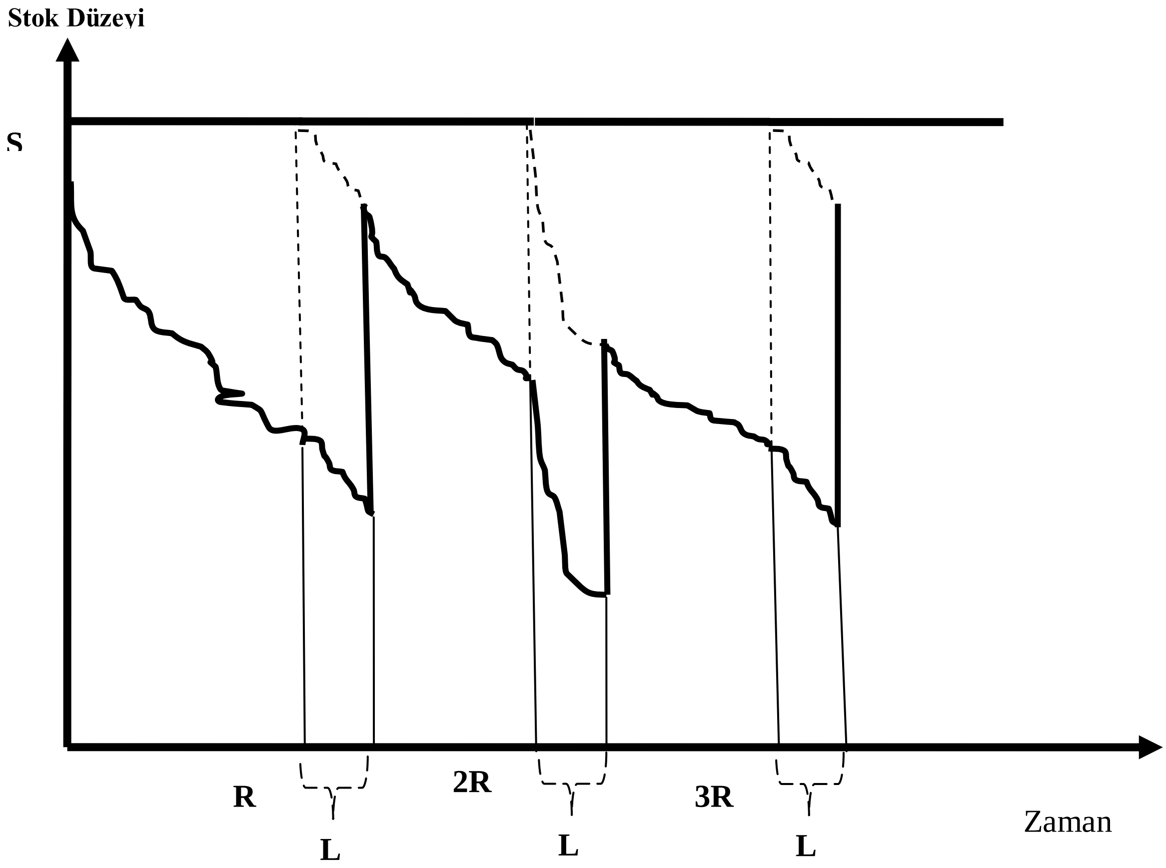
Siparişler ancak belli periyotlarda (R gibi) verilir. Stok pozisyonu yeniden sipariş noktasında veya altında ise ekonomik sipariş miktarı kadar sipariş verilir. Bu modele ise *periyodik gözden geçirmeli geliştirilmiş yeniden sipariş noktası modeli* denmektedir.[34]

Bahsedilen bu modelin benzeri de (R,S) Kontrol Modeli veya Temel Stok Modeli (*Base Stock Model*) olarak da bilinir. Genelde bilgisayar ortamında, stoka ait anlık kayıtlarını tutmayan ve malzemeyi aynı tedarikçiden alan firmalar tarafından kullanılmaktadır. Her stok kontrolü belli bir zaman diliminin ardından gerçekleşir. Her gözlem noktasında sipariş, stok S birime kadar yükseltilecek miktarda verilerek stok yenilemesi yapılır.[35] Bu modelde yeniden sipariş noktası yoktur, en yüksek sipariş noktasına kadar her gözlemde sipariş verilir. Dolayısıyla yenilemeler arasındaki süre sabit, sipariş miktarı değişken, tedarik süresi ise hem sabit hem değişken olabilmektedir. Şekil 6'da (R.S) Kontrol Modelinin detayları görülebilmektedir. Oluşan yüksek elde bulundurma maliyeti ve sipariş maliyeti bu yöntemin en büyük dezavantajıdır.

---

[34] J. Buchan, **a.g.e.**, 22.

[35] Özçakar ve Akyurt, **a.g.e.**, 12.



Şekil 6 (R,S) Stok Kontrol Modeli

Temel stok modelinin parametrelerinin ise hesabı önceki modellerden biraz farklıdır, çünkü emniyet stokuna gözden geçirme periyodunda oluşacak talep de katılmaktadır. Bu yöntemin gözden geçirme periyodunun hesabı Denklem 1-12'de gösterilmiştir. Yenileme noktası ise Denklem 1-13'teki gibidir.

$$T = \sqrt{\frac{2C_s}{DC_h}} \qquad 1\text{-}12$$

$$S = D(L+R) + k\sqrt{(L+R)\sigma_D^2 + D^2\sigma_L^2} \qquad 1\text{-}13$$

Yine tedarik süresinin sabit olduğu durumlarda denklem 1-14'teki gibi olacaktır.

$$S = D(L + R) + k\sigma_D \sqrt{L + R} \qquad 1\text{-}14$$

Dikkat edilecek olursa bir sipariş verildikten sonra bir sonraki siparişin gelmesi için gerekli süre R+L süresine eşittir, dolayısıyla bu iki sürenin toplamı kadar elde stok bulundurmak gerekmektedir.

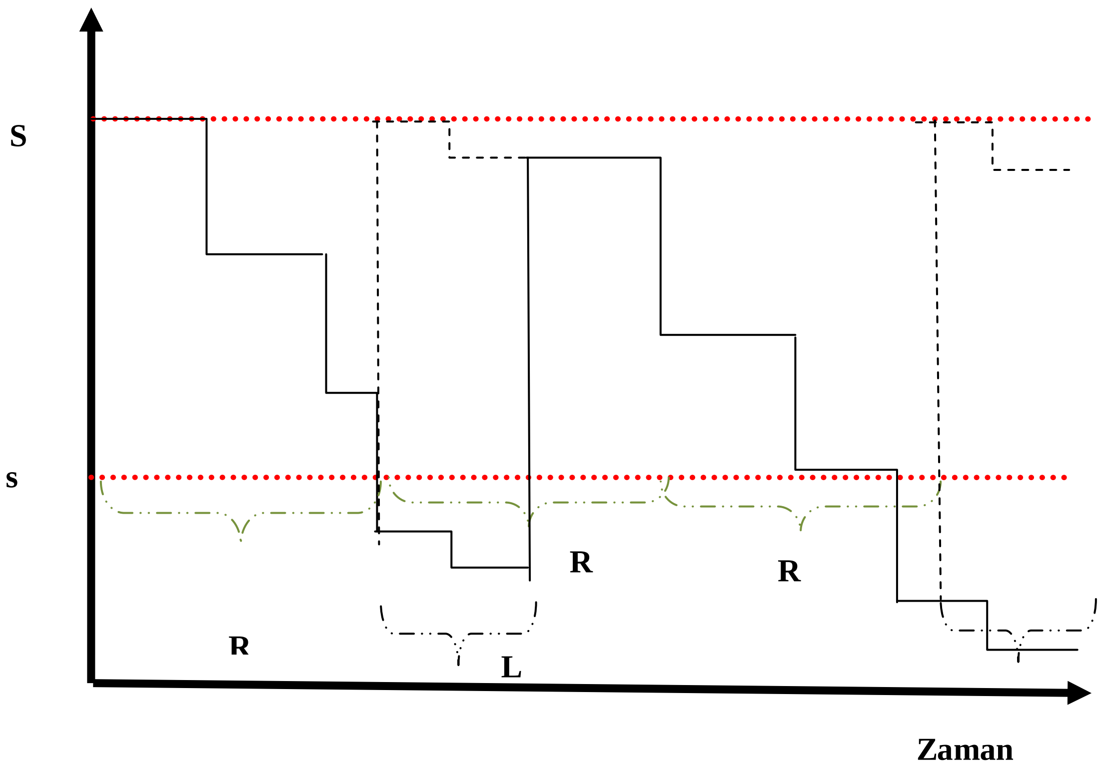
1.4.2.5. Opsiyonlu Yenileme Stok Kontrol Modeli

Çalışmanın konusu olan bir diğer olasılıklı stok kontrol modeli, (R, s, S) Kontrol Modeli veya Opsiyonlu Yenileme Stok Kontrol Modelidir. Bu model (s,S) ve R,S) sistemlerinden oluşmuş bir kombinasyondur. (s, S) sisteminin R=0 veya (R,S) sisteminin s=S-1 halidir.[36] Bu model çalışmada kullanılacağından daha detaylı olarak incelenecektir.

Önceki bölümlerde bahsedilen olasılıklı stok kontrol modellerinde modeli kuran iki parametreden bahsetmek mümkündür. Opsiyonlu Yenileme Stok Kontrol Modelinde ise önceki modellerden farklı olarak üç kontrol parametresi vardır. Bunlar R, s ve S'dir.

Bu modelde stok pozisyonu her R birim zamanda kontrol edilir fakat yenileme yapılıp yapılmayacağına önceden belirlenmiş bir sipariş noktasına bakarak karar verilir. Eğer stok pozisyonu sipariş noktası olan s birimin altında ise en yüksek stok pozisyonu olan S birime kadar sipariş verilir, eğer stok pozisyonu s birimin üzerinde ise sipariş verilmez.

[36] Silver, Pyke ve Peterson, **a.g.e.**, s. 237.



Şekil 7 (R,s,S) Stok Kontrol Modeli

Tek ürünlü stok sistemlerinde belli varsayımlar altında bu yöntemin, yenileme, sipariş ve stok azalması maliyetleri yönünden diğer yöntemlere göre daha üstün olduğu söylenebilir.[37] Bunun yanında, yeniden sipariş noktası s'nin varlığı (R.S) Stok Kontrol Modelindeki yüksek sipariş maliyetlerinde ve gözden geçirme periyodu R'nin varlığı da (s, S) Stok Kontrol Modelindeki yüksek gözden geçirme maliyetlerinde azalmaya sebep olur.

[37] Yu-Sheng Zheng ve A. Federgruen, "Finding optimal (s,S) policies is about as simple as evaluating a single policy", **Operations Research**, 1991, Volume: 39-4, s. 654.

Stok sisteminde amaç, periyot başına düşen toplam beklenen maliyeti minimum yapmak olduğunda (R,s,S) modeli optimum sonuç vermektedir.[38]-[39]

Ayrıca literatüre bakıldığında da birçok eserde bu politikanın optimum politika olduğu görülmektedir. Scarf sabit sipariş maliyeti varsayımında (R,s,S) politikasının optimum olduğunu göstermiştir.[40] Iglehart ise aynı politikanın sonsuz dönemde de optimum sonuçlar verdiğini ispatlamıştır.[41] Veinott ise farklı varsayımlar altında bu ispatı yapmıştır.[42] Porteus ise, sipariş maliyetinin konkav olduğu durumda (s,S) politikasının optimum olduğunu bulmuştur.[43]

Periyodik gözden geçirme modellerinin en büyük avantajı, özellikle aynı donanım ile farklı üretim yapan, aynı tedarikçiyi kullanan işletmelerde görülmektedir. Çünkü tek siparişte farklı maddelerin siparişini verebilme yeteneği vardır.

Bu dört olasılıklı stok politikasıyla, ABC tipi sınıflandırma da göz önüne alındığında; A tipi stok kalemleri için (s,S) ve (R,s,S); B tipi stok kalemleri için (s,Q) ve (R,S) stok kontrol politikaları daha uygun olmaktadır.[44]

---

[38] Harvey M. Wagner, Michael O'Hagan ve Bertil Lundh, "An empirical study of exactly and approximately optimal inventory policies", **Management Science**, May 1965, Vol. 11, No. 7, Series A, s. 690-723.

[39] Donald L. Iglehart, "Optimality of (s,S) policies in the infinite horizon dynamic inventory problem", **Management Science**, Jan. 1963, Vol. 9, No. 2, s. 259-267.

[40] H.E Scarf, "The optimalities of (s,S) policies in the dynamic inventory problem", **Mathematical Methods in Social Sciences**, ed. K.J. Arrow, S.Karlin ve P. Suppes, Stanford University Press, California, 1960,s.196-202.

[41] Donald L. Iglehart, **"**Dynamic programming and stationary analysis of inventory problems**"**, **Multistage Inventory Models and Tecniques**, ed. Scarf, H.E., D.Guilford ve M. Shelly, Stanford University Press, California, 1963, s.1-31.

[42] A. Veinott, "On the optimality of (s,S) inventory policies: New conditions and a new proof", **SIAM Journal of Application Mathematics**, v. 14, 1966, s. 1067-1083

[43] E. Porteus, "On the optimality of generalized (s,S) policies", **Management Science**, 17, 1971, s.411-427.

[44] Silver, Pyke ve Peterson, **a.g.e.**, s. 241

1.5.OPSİYONLU YENİLEME STOK KONTROL MODELİNDE KONTROL PARAMETRELERİNİN BULUNMASI

Modeldeki üç kontrol parametresinin en uygun değerlerinin bulunması oldukça güçtür. Bu nedenle uygulamada birçok işletme bu değerleri keyfi olarak atamaktadırlar.[45]

Tabi buradaki ilk soru gözden geçirmenin hangi aralıklarla yapılacağıdır. Gözden geçirme en uygun, müsait zamanda yapılmalıdır, örneğin hafta sonunda, gün sonunda veya başında, her ay bir kere belki de yılda bir kere olabilir. Dolayısıyla gözden geçirme periyodu önemli ölçüde işletmenin kendi dinamikleriyle alakalıdır. Örneğin çalışmada kullanılacak uygulamada üretim planlama her hafta başında yapıldığından ve sabitlendiğinden üretim kararına veya üretilecek ürün miktarı kararına varabilmek için stok miktarı her hafta sayılması gerekmekte ve üretim programı ona göre çalıştırılmaktadır. Başka bir yaklaşımda ekonomik sipariş miktarının bulunması ve bu miktara uygun periyot belirlenmesidir.[46]

Stok pozisyonunun her R periyotta bir gözden geçirilmesi nedeniyle, sipariş noktası s'nin bulunmasında birçok güçlükle karşılaşılır, hatta bütün siparişler tek birim halinde gelse bile bu sorun devam etmektedir. Problemin bir diğer güç yanı ise sipariş verilen Q miktarının (S-s=Q) talebin hızına göre değişmesidir. Örneğin talep miktarı artarsa öncelikle sipariş miktarı da artar, sonra düşer ve böyle devam eder.[47]

(R,s,S) stok kontrol modelindeki s ve S gibi sınırların tespiti için birçok yöntem kullanılabilir. Roberts (1962) sipariş ve elde bulundurmama maliyetlerinin yüksek

---

[45] Tersine, **a.g.e.**, s.508.

[46] Donald Walters, **a.g.e.**, s.271.

[47] Silver ve Peterson, **a.g.e.**, s. 350.

değerleri için yenileme kuramını temel alan bir yaklaşım geliştirmiştir.[48] Wagner ise (1975) Robert'in bu modelini geliştirerek talebin normal dağıldığı ve sipariş maliyetinin az olduğu durumları incelemiştir. Bu metot "Normal Yaklaşım" olarak bilinmektedir.[49] Ehrhardt (1979[50] ve 1984[51]) optimum değerlerin bulunması için sezgisel bir yöntem keşfetmiş, ardından bu yöntemi sipariş süresinin rassal dağılması durumunda incelemiştir. Bu çözüm ise "Güç Yaklaşımı" olarak bilinmektedir. Daha sonra bu yaklaşım Ehrhardt ve Mosier (1984)[52] tarafından yenilenerek ve "Yenilenmiş Güç Yaklaşımı" halini almıştır.

Schneider (1978) ise belli hizmet düzeyinde yeniden sipariş noktasını incelemiştir.[53] Schneider ve Ringuest (1990)[54], tek ürün için opsiyonlu yenileme stok kontrol modeli parametrelerinin hesaplanmasında Ehrhardt modeline benzer bir yaklaşım ortaya koymuştur. Bu modelde, sipariş maliyeti sabit, elde bulundurma maliyeti bilinmekte ve lineer olarak artmaktadır, karşılanamayan talep bekletilmektedir, kayıp yoktur. Tedarik süresi sabit ve bilinmektedir. Ehrhardt' tan farkı ise hesaplanması çok güç olan elde bulundurmama maliyetinin yerine ortalama taleple ilgili ortalama bekletmeyi ölçen hizmet düzeyini kullanmalarıdır. Burada adı geçen hizmet düzeyi,

---

[48] Donald Merle Roberts, "Approximations to optimal policy in a dynamic inventory model", **Studies in Applied Probability and Management Science**, edited by K. Arrow, S. Karlin and H. Scarf, Stanford University Press, Stanford, California, 1962,s.207-228.

[49] Harvey M. Wagner, **Principles of Operations Research**, New Jersey, Prentice Hall, 1975.

[50] Richard Ehrhardt, "The power approximation for computing (s,S) inventory policies", **Management Science**, 1979, Vol: 30-5, s: 777-786.

[51] Richard Ehrhardt, "(s,S) policies for a dynamic inventory model with stochastic lead times", **Operations Research**, 1984, Vol: 32-1, s: 121-132.

[52] Richard Ehrhardt, Charles Mosier, "A revision of the power approximation for computing (s,S) policies", **Management Science**, 1984, Vol. 36, s.618-622.

[53] Helmut Schneider, "Methods for determining the reorder point of an (s,s) ordering policy when a service level is specified", **Operational Research**, v. 29, 1978, s: 1181-1193.

[54] Helmut Schneider, Jeffrey l. Ringuest, "Power approximation for computing (s,S) policies using service level", **Management Science**, 1990, v. 36, s: 822-834.

belirli bir periyottaki stok boşalmasıyla karşılaşmama olasılığı veya stoktan karşılanan talep oranı olarak tanımlanmaktadır.[55]

Federgruen ve Zipkin (1984) kesikli dağılıma uyan talep yapısı ve maliyetlerin bilinmesi durumunda yinelenen (*iterative*) bir yöntem geliştirmişlerdir.[56] Modelde stok boşalması bekletilmektedir. Modele ait algoritmada kullanılan yöntem politika-yinelemedir. Zheng ve Federgruen (1991) talebin kesikli dağıldığı durumlarda kullanılabilecek yeni ve basit bir algoritma geliştirmişlerdir. Bu algoritma dışında ise kullanılan diğer yöntemler genelde sezgiseldir.[57] Bu yöntemlerin dışında, simülasyonla da modeli kurup optimuma yakın sonuçlar bulmak mümkün olmaktadır.[58]

1.5.1. KLASİK YÖNTEM

Bu yöntem hizmet düzeyi hesabı dikkate alındığında gerçekleştirilebilecek basit ve kolay sezgisel bir yaklaşımdır. Dolayısıyla verdiği sonuç yaklaşık olarak doğrudur. Bunun için kullanılacak notasyon şu şekildedir.

$D =$ Birim zamanda gerçekleşen ortalama talep

σ_D =Birim zamanda gerçekleşen talebin standart sapması

$\sigma_D^2 =$ Birim zamanda gerçekleşen talebin varyansı

$L =$ Ortalama tedarik süresi (birim zamanlı)

---

55 Helmut Schneider, "Effect of service-levels on order-point or order-level in inventory models", **International Journal Production Research**, 1981, v. 19, s: 690-723.

56 Awi, Federgruen ve Paul Zipkin, "An efficient algorithm for computing optimal (s,S) policies", **Operation Research**, 1984, v.32, s. 1268.

57 Silver, Pyke ve Peterson, **a.g.e.**, s. 336-341.

58 İbrahim Zeki Akyurt ve Emrah Önder,, "Periyodik Opsiyonlu Yenileme Modeli Parametrelerinin Simülasyon Yardımıyla Belirlenmesi", Basımda, **Akademik Fener,** Balıkesir Üniversitesi.

σ_L =Tedarik süresinin standart sapması (birim zaman)

σ_L^2 = Tedarik süresinin varyansı

k =Hizmet düzeyi (sabit çarpan)

C_h = Elde bulundurma maliyeti

C_s = Sipariş maliyeti

R =Gözden geçirme periyodu

s = Yeniden sipariş noktası

S = Yenileme Noktası

Bu ifadelere göre gözden geçirme periyodu Denklem 1-15'e göre, yeniden sipariş noktası Denklem 1-16'ya göre, yenileme noktası ise Denklem 1-17 ve 1-18 kullanılarak elde edilirler.[59]

$$T = \sqrt{\frac{2C_s}{DC_h}} \qquad 1\text{-}15$$

$$s = D(L+R) + k\sqrt{(L+R)\sigma_D^2 + D^2\sigma_L^2} \qquad 1\text{-}16$$

$$S = s + Q \qquad 1\text{-}17$$

$$Q = \sqrt{\frac{2C_sD}{C_h}} \qquad 1\text{-}18$$

---

[59] D.Blumenfeld, **a.g.e,** s. 127.

Yine tedarik süresinin sabit olduğu durumlarda yeniden sipariş noktasının hesabı Denklem 1-19' daki gibi olacaktır.

$$s = D(L + R) + k\sigma_D \sqrt{L + R} \qquad 1\text{-}19$$

Çalışmanın uygulama kısmında bu yöntemden "klasik yöntem" olarak bahsedilmiş ve hesaplamalarda Denklem 1-19 kullanılmıştır.

1.5.2. GENETİK ALGORİTMA ÇÖZÜM YÖNTEMİ

Genetik algoritma (GA) Holland tarafından geliştirilen popülasyon temelli bir meta-sezgisel optimizasyon tekniğidir.[60-61] GA sadece amaç fonksiyonuna ihtiyaç duyan bir optimizasyon tekniğidir. Amaç fonksiyonuna ait değişkenlerin oluşturduğu çözüm setleri iterasyonlar boyunca genetik operatörler yardımıyla değiştirilmekte ve bu şekilde optimum çözüm aranmaktadır. Çözüm uzayından rassal olarak seçilen noktalar üzerinden operatörler yardımıyla daha iyi noktalara ulaşmak amaçtır. Çözüm uzayı çok büyük problemlerde, iyi sonuç vermeyecek alanlarda gereksiz arama yapılmaması hızlı bir şekilde optimum çözüme yaklaşmayı sağlamaktadır.[62]

Kromozom adı verilen vektörlerde çözüm değerleri (değişkenler) temsil edilmektedir. Bu temsil ikili kodlama olabileceği gibi gerçek değerler de kullanılabilir. Verilen sayı aralıklarında rassal olarak belirlenen değerlerle başlangıç çözümü oluşturulur. Kromozom sayısı (popülasyon büyüklüğü) kadar üretilen

---

[60] D.E. Goldberg, **Genetic Algorithms in Search Optimization and Machine Learning**, Addison Wesley Publishing Company, USA, 1989.

[61] C.R. Reeves , **Modern Heuristic Techniques for Combinatorial Problems**, Mcgraw-Hill Book Company Inc., Europe, 1995.

[62] Timur Keskintürk, "Portföy seçiminde markowitz modeli için yeni bir genetik algoritma yaklaşımı", **Yönetim**, 2007, Yıl:18, Sayı:56, s. 81.

çözümlerden oluşan bu topluluğa başlangıç popülasyonu denir. Başlangıç popülasyonuna göre hesaplanan uygunluk değerlerinin kalitesi problemdeki fonksiyona göre hesaplanır. Bir sonraki iterasyona ait popülasyon ise seçim, çaprazlama, mutasyon gibi GA operatörleri tarafından oluşturulur. GA adımları şu şekilde gerçekleşir;

Adım 1: Başlangıç Popülâsyonunun Üretilmesi

Adım 2: Uygunluk Değerinin Bulunması

Adım 3: Seçim

Adım 4: Çaprazlama

Adım 5: Mutasyon

Adım 6: Durma koşulu sağlanmadıysa Adım 2'ye dön.

Adım 7: En iyi uygunluk değerine ait çözümü sonuç olarak belirle.[63,64]

Çalışmanın temel hedefi GA olmadığından ve sadece Markov Karar Süreci Modeli ile karşılaştırma yapabilmek amacıyla kullanılacağından daha fazla detaya girilmeyecektir. Bu doğrultuda stok problemini çözebilmek için Akyurt ve diğerleri tarafından geliştirilen GA modeli kullanılacaktır. İlgili çalışmada (R,s,S) stok kontrol parametreleri, GA yardımıyla bulunmuş, modelde elde bulundurma maliyeti, elde bulundurmama maliyeti ve sipariş maliyeti sabit ve bilinmektedir. Tedarik süresi de

---

[63] İbrahim Zeki Akyurt, Timur Keskintürk ve Muhammed Vefa Arıkan, "Determining the parameters of periodic optional replenishment model with genetic algorithm", **International Logistics And Supply Chain Congress'** 2009, Istanbul, Turkey.
[64] Timur Keskintürk, Özlem Akçay Kasapoğlu, "An Order Encoding Genetic Algorithm for Lot-Sizing Problem with Multiple Suppliers", **35th International Computers & Industrial Engineering Conference**, 2005, Istanbul, s.1137.

bilinmemekte fakat bir dağılımla ifade edilmektedir. Problem stok politikasının belirlenmesi olduğundan fonksiyon bir maliyet fonksiyonudur. Elde bulundurma, bulundurmama ve sipariş maliyetlerinin toplamının en küçüklenmesini içerir. Çalışmanın uygulama bölümünde ele alınan ürüne ait geçmiş veriler incelenmiş ve Poisson dağılımı özelliği gösterdiği tespit edilmiştir. Uygunluk fonksiyonuna gerçekleşen talep miktarları doğrudan etki edeceğinden öncelikle bu dağılıma uygun tahmini talepler farklı sayılarda üretilmiştir. GA tarafından bulunan s ve S değişkenleri uygunluk fonksiyonuna gönderilmiş, üretilen talep değerleriyle birlikte tüm maliyetler dikkate alınarak uygunluk değeri elde edilmiştir.

Çalışmada gerçek değer kodlama kullanılmıştır. Çalışmadaki GA operatörlerinin kullanımı şu şekildedir:

Seçim: Modelde rulet tekerliği seçim operatörü kullanılmıştır. Seçim, kromozomların bir sonraki iterasyonda yer alıp almayacaklarını belirleyen operatördür. Kromozomların uygunluk değerleri seçim olasılıklarını belirlemektedir.

Çaprazlama: Çözüm uzayının araştırılmasında en temel operatördür. Çaprazlama, rassal olarak seçilen kromozomlardan alınan ebeveyn genlerinden yeni kromozomların (bireylerin) üretilmesi işlemidir. Çaprazlama gerçekleştirilirken belirlenen çaprazlama noktasının farklı yönleri karşılıklı değiştirilir. Çalışmada tek nokta çaprazlama tekniği kullanılmıştır.

Mutasyon: Mutasyon genler üzerindeki ufak rassal değişikliklere denir. Mutasyon operatörünün amacı lokal minimumlara takılmayı engellemek, çözüm uzayının farklı noktalarının araştırılmasını sağlamaktır. Çalışmada s ve S değerleri üzerinde mutasyon uygulanırken uygun olmayan çözümlerin engellenmesi için mutasyon adımları kontrollü olarak seçilmiştir. s değerinde mutasyon uygulanacağı zaman artış en fazla S-1 olarak gerçekleştirilebilmektedir. Aynı şekilde S değeri düşürüleceği zaman en fazla s+1 e kadar izin verilmektedir. Mutasyon adım aralığı ise [-3,3] olarak belirlenmiştir.

Kullanılan GA modeli farklı talep dönemleri ve farklı stok parametreleri için kolaylıkla uygulanabilecek şekilde geliştirilmiştir. Bu esnekliği ve literatürde farklı tipteki problemlere bulduğu hızlı ve iyi çözümler sebebiyle meta-sezgisellerden GA tercih edilmiştir. Genetik algoritmaya ait kodlar MATLAB Programlama dilinde geliştirilmiştir.

1.5.3. MARKOV KARAR SÜRECİ ÇÖZÜM YÖNTEMİ

Çalışmanın amacını stok problemini Markov karar süreci ile çözmek oluşturmaktadır. Bu nedenle Markov karar süreci ile çözüm yöntemi üzerinde üçüncü bölümde detaylı olarak durulmuştur.

Stok problemi sonsuz aşamalı Markov karar süreci ile çözülmüştür. Politikalar kıyaslanırken azaltma sayısı kullanılmamış, azaltmasız yöntemler üzerinde durulmuştur. Bu tip yöntemlerde politikaları kıyaslama aracı "birim zamanda beklenen ortalama maliyet"in hesaplanması ve en düşük beklenen maliyeti veren politikanın seçilmesidir. Bunun için Ayrıntılı Sayma Yöntemi", "Lineer Programlama" ve "Politika Yineleme Algoritması" yöntemlerinden biri kullanılabilir. Çalışmadaki stok politikası durağan olduğundan lineer programlama çözümüne girilmemiştir. "Ayrıntılı Sayma Yöntemi" de "Politika Yineleme" yöntemi de eşit sonuçları vermektedir. Politika yineleme yönteminin üstün yanı mümkün tüm sonuçları denemeden optimum sonuca gitmesidir. Fakat uygulama bölümündeki problemin durum sayısının ve politika alternatiflerinin fazla olması her iki yöntemin de çözümünü güçleştirmektedir. Bunun için probleme özgü Matlab kodlama dili kullanılarak bir algoritma geliştirilmiş ve optimum çözüme tüm mümkün çözümleri deneyerek birkaç saniye gibi kısa bir sürede gidilmiştir. Bu konu üzerinde daha sonra durulacağından, bu bölümde daha fazla ayrıntıya girilmemiştir.

1.5.4. DİĞER YÖNTEMLER

1.5.4.1. Ehrhardt Modeli

Ehrhardt (1979) tek ürün için opsiyonlu yenileme stok kontrol modelinin parametrelerinin hesabı bir diğer deyişle (R,s,S) stok kontrol politikasının hesaplanması için yeni bir yaklaşım sunmuştur. Bu modele literatürde "Güç Yaklaşımı" denmektedir. Bu modelin temeli Roberts (1962) Modeline ve Wagner'in (1975) "Normal Yaklaşım" Modeline dayanmaktadır.

Modelde hazırlık maliyeti, elde bulundurma maliyeti ve elde bulundurmama maliyeti (talep bekletilmektedir) bulunmaktadır, ayrıca gözden geçirme süresi ve tedarik süresi sabittir. Amaç sonsuz planlama periyodunda, periyot başına düşen ortalama maliyeti minimum kılmaktır. Bu yöntem, talebin ortalaması μ ile, varyansının σ^2 kullanılmasıyla modelin parametrelerinin yaklaşık optimum değerlerinin bulunmasına yarayan bir algoritmadır ve şöyle hesaplanır:[65]

$$Q_p = (1,463)\mu^{0,364}(C_s / C_h)^{0,498}\left[(L+1)\sigma^2\right]^{0.0691}$$

$$s_p = (L+1)\mu + \; (L+1)\mu^{\;0,416}(\sigma^2/\mu)^{0,603} \;\; 0,220/z + 1,142 - 2,866z$$

$$s_o = (L+1) + v\sqrt{(L+1)\sigma^2}$$

Burada v;

$$\int_{-\infty}^{v} \sqrt{2\pi}\,\exp(-x^2/2)\,dx = C_p / C_p + C_h$$

Buradan Ehrhardt modeli $\mu_L = (L+1)\mu$ *ve* $\sigma_L = \sigma\sqrt{L+1}$ olduğunda;

---

[65] Ehrhardt, 1979, **a.g.e.**, s:777-782.

$$Q_p = (1,463)\mu^{0,364}(C_s / C_h)^{0,498}\sigma_L{}^{0,138}$$
$$ve$$
$$s_p = \mu_L + \sigma_L{}^{0,832}(\sigma^2 / \mu)^{0,187} \quad 0,220 / z + 1,142 - 2,866z$$

$$z = \sqrt{\frac{Q_p}{(1 + C_p / C_h)\sigma_L}}$$

Şeklinde olacaktır.

Eğer $Q_p / \mu > 1,5$ ise,

$$s = s_p$$
$$S = s_p + Q_p$$

değerlerini alacaktır. Yukarıdaki şart sağlanamadığında ise;

$$s = \min \quad s_p, s_o$$
$$S = \min \quad s_p + Q_p, s_o$$

Burada dikkat edilmesi gereken nokta talep tam sayılardan oluşmuyorsa bu değerlerin tam sayıya yuvarlanması gerektiğidir.

1.5.4.2. Mosier ve Ehrhardt Modeli

(R,s,S) stok kontrol modelinin parametrelerinin bulunması için Ehrhardt'ın 1979 yılında ortaya koymuş olduğu "Güç Yaklaşımı"nın Ehrhardt ve Mosier (1984) tarafından yenilenmiş halidir. Literatürde "Gözden Geçirilmiş Güç Yaklaşımı" olarak bilinmektedir. Özellikle talep dağılımına ait varyansın küçük olduğu durumlarda da kolaylık sağlamaktadır.

Bu modelin uygulanması da Ehrhardt'ın modeline benzemekle beraber bazı farklılıklar görülmektedir.

$$Q_p = (1,30)\mu^{0,494}(C_s / C_h)^{0,506}(1+\frac{\sigma_L{}^2}{\mu^2})^{0,116}$$

ve

$$s_p = 0,973\mu_L + \sigma_L \quad 0,183/z + 1,063 - 2,192z$$

$$Z = \sqrt{\frac{Q_p C_h}{\sigma_L C_s}}$$

$$s = s_p$$

$$S = s_p + Q_p$$

şeklinde hesaplanır.[66]

1.5.4.3. Modellerin Kıyaslanması

Stok parametrelerinin çözümüne ilişkin tüm modeller sezgiseldir ve yaklaşık olarak iyi sonuçlar üretmektedirler. Fakat her modelin kendi içinde farklı varsayımları ve farklı maliyet yapıları vardır. Dolayısıyla uygulamadaki her duruma bu modellerin hepsini kullanabilmek mümkün olmamaktadır. Bunun için her problemde farklı bir model kullanmak zaruridir. Bu nedenle çalışmanın konusunu oluşturan uygulamada da Markov karar süreci ile bulunan çözüm, bu modellerden "klasik yöntem", "genetik algoritma yöntemi" ile karşılaştırılmıştır. Çalışmada genetik algoritma yönteminin seçilmesinin nedeni yöntemin her probleme uygun dinamik bir yapısının olması ve sezgisel yöntemler arasında literatürde oldukça fazla kullanılmış olmasıdır. Fakat karşılaştırma gelecekteki talep tahminlerine göre değil eldeki verilere göre yapılmıştır.

---

[66] Richard Ehrhardt ve Charles Mosier, **a.g.e.** s.618-622.

BÖLÜM 2. MARKOV KARAR SÜREÇLERİ

Bu bölümde, stokastik süreçlerden yola çıkarak Markov zincirine ulaşılmıştır. Durumlar sınıflandırılarak Markov zincirlerine ait kararlılık hali üzerinde durulmuştur. Markov zincirinin kararlılık halinden sonra Markov karar süreci açıklanmıştır. En son, Markov karar sürecinin sonsuz periyottaki amaç fonksiyonunu oluşturan “birim zamandaki beklenen ortalama maliyet” temel alınarak optimum politikaya ulaşan ayrıntılı sayma ve politika yineleme yöntemlerinden bahsedilmiştir.

2.1.STOKASTİK SÜREÇ VE MARKOV ZİNCİRİ

Stokastik süreç, zaman boyunca devam eden ve olasılığın kurallarına uyan bir olasılık sürecidir. Bilim, teknik gibi birçok alanda da uygulamalarına rastlamak mümkündür.[1] $X(t), t \in T$ rassal değişkenler kümesine stokastik süreç denir. *t; T* kümesinin bir parametresidir, X_t her $t \in T$ için rassal veya stokastik değişkeni ifade eder. Kısacası zaman parametreli rassal değişkenlerden oluşur. $x_t, t \in T$. x_t *t* zamanındaki sonuçtur, *T* ise zaman aralığıdır.[2] X_t için sürecin *t* zamanındaki durumu denir. *T* zamanında bir süper markete girenlerin sayısı, bulunanların sayısı, yine bu süper marketteki *t* zamanında satışların miktarı olabilir.[3] Çalışmanın modelinde ise X_t ürüne ait stok pozisyonunu ifade eder.

Stokastik süreçlere “zaman” ve “durum uzayı” parametreleri açısından bakarak ayrım yapılabilmektedir. $X(t), t \in T$ Stokastik süreci, parametreleri sayılabilir ise

---

[1] D.R. Cox ve H.D. Miller, **The Theory of Stochastic Processes**, Trowbridge, Wiltshire, Chapman and Hall Ltd, 1965, s.1.

[2] J.L. Doob, **Stochastic Processes**, Canada, A Wiley-Interscience Publication, Wiley Classic Library Edition, 1990, s.46

[3] Sheldom M. Ross, **Introduction to Probability Models**, United States of America, Academic Press, Elsevier Science, Eighth Edition, 2003, s.83.

kesikli-parametreli süreç, eğer parametreler bir aralık ifade ediyorsa da sürekli-parametreli süreç olarak adlandırılır.[4] Stokastik süreçlerde parametre zaman olarak ifade edildiğinden; *T*, eğer sıralı *t* olarak tanımlanırsa kesikli-zaman süreci, bir aralık olarak tanımlanırsa da sürekli-zaman sürecini oluşturur. Bir diğer parametre de durum uzayıdır. Örnek uzayı *S*' ye ait tüm rassal değişkenlerden oluşan stokastik sürece ait *X(t)* veya X_n olarak tanımlanmış olan $n = t = 0,1,2,.....$ kümenin, durumları sonlu ve sayılabilirse, bu sürece, kesikli-durum süreci denir. Zincir ifadesiyle de söylenebilir. Sayılamaz ise, sürekli-durum süreci denir. X_t rassal değişkenlerinin alabileceği tüm değerler durum uzayı olarak adlandırılmaktadır. Bu da aynı zaman gibi sayılabilir veya sayılamaz olabilmektedir. Eğer durumlar da sonlu ve sayılabilir ise kesikli-durum süreci, sayılamaz ise de sürekli-durum süreci denir.

Bu bilgilerden stokastik süreç 4 şekilde oluşabilmektedir;

- Kesikli-zaman, kesikli-durum uzayı,
- Kesikli-zaman, sürekli-durum uzayı,
- Sürekli-zaman, kesikli-durum uzayı,
- Sürekli-zaman, sürekli-durum uzayı.

Yukarıda sıralanan 4 stokastik süreçten ilki kesikli-zaman zinciri, üçüncüsü de sürekli-zaman zinciri şeklinde ifade edilir.

---

[4] J. Medhi, **Stochastic Models in Queuing Theory**, United States of America, Academic Press, Elsevier Science, Second Edition, 2003, s.1.

$X(t), t \in T$ Stokastik süreci, $s > t$ olduğunda, X_s değeri, verilen X_t değerinden etkileniyor, $u < t$ şartını sağlayan X_u değerinden etkilenmiyorsa Markov süreci olarak adlandırılır. Dolayısıyla sürecin gelecekteki durumuna ilişkin olasılığın değeri, bilinen mevcut duruma bağlı ve önceki durumların bilinmesini gerektirmeden bulunabiliyorsa bu sürece Markov süreci denir.[5] Kısacası Markov süreci bir stokastik süreçtir ve sürecin gelecekteki davranışı yalnızca şimdiki durumdan etkilenir, önceki durumlara bağlı değildir. N sayıda zaman noktasının herhangi bir $t_1, t_2, t_3, t_4, ..., t_n$ kümesi için X_{t_n} 'in koşullu olasılığı; $X_{t_1}, X_{t_2}, X_{t_3}, ..., X_{t_{n-1}}$.'in verilen değerlerinden yalnızca $X_{t_{n-1}}$ 'in değerine bağlıysa, X_t stokastik sürecine Markov Süreci denir, Markov özelliği olarak da ifade edilebilir.

Markov süreci, aynı stokastik süreçler gibi, kesikli-durum, kesikli-zaman; kesikli-durum, sürekli-zaman; sürekli-durum, kesikli-zaman; sürekli-durum, sürekli zaman olarak dört şekilde sınıflandırılabilir.

Bir stokastik kesikli-durum süreci; bu süreçte bir sonraki durum yalnızca mevcut duruma bağlıysa, daha önceki durumlarla ilişiği yoksa Markov Zinciri olarak anılır. Bu zincir; 2 ardışık durum arasındaki zaman; üssel dağılmışsa Sürekli-Zaman Markov Zinciri, geometrik dağılmışsa Kesikli-Zaman Markov Zinciri olarak adlandırılır.[6] Markov özelliği gösteren bir stokastik süreçteki rassal değişkenlere ait değerlere durum denmektedir. Bunun sebebi ise şartlı olasılığın sadece bir önceki zamana bağlı olmasıdır.[7]

---

[5] Howard M. Taylor ve Samuel Karlin, **An Introduction To Stochastic Modeling**, Orlando, Florida, Academic Press, 1984, s.67.

[6] Tuğrul Dayar, **Stability and Conditioning Issues on the Numerical Solution of Markov Chains**, Doktora Tezi, North Carolina State University, 1994, s.2.

[7] Alberto Leon-Garcia, **Probability and Random Processes for Electrical Engineering**, United States of America, Addison-Wesley Publishing Company, Second Edition, 1994, s.460.

Markov sürecinde durumlar ayrıktır yani biri oluştuğu anda diğer durum oluşamaz,[8] Süreç zincire ait durumlardan herhangi birinden başlayarak ardışık olarak tekrar aynı veya diğer durumlardan birine hareket eder. Her bir harekete adım denir.[9]

$\pi(t)$ t zamanındaki durumların olasılıkları göstermek üzere, n adet durum söz konusu olduğunda $\pi(t) = \pi_1, \pi_2, ..., \pi_n)$ şeklinde ifade edilen t zamanındaki 1'den n'e kadar tüm durumların olasılık dağılımıdır. Sürecin veya zincirin tüm mümkün değerleri negatif olmayan tamsayılarla sembolize edilmiştir. Burada $X_t = i_t$ ise Denklem 2-1 Markov Zinciri olacaktır.

$$P\ X_{t+1} = i_{t+1} | X_t = i_t, ..., X_0 = i_0\ = P\ X_{t+1} = i_{t+1} | X_t = i_t \qquad 2\text{-}1$$

Burada, bir sonraki zamanda oluşacak durum, yalnızca şimdiki zamandan yani X_t durumundan etkilenecektir, geçmiş zamanlardaki durumlardan tamamen bağımsız olacaktır.

X_n'in i durumunda olduğu bilindiğinde; X_{n+1}'de j durumunda olma olasılığı tek-adımlı geçiş olasılığı olarak adlandırılır ve Denklem 2-2' deki gibi gösterilir.

$$P_{ij}^{n,n+1} = P\ X_{n+1} = j | X_n = i \qquad 2\text{-}2$$

---

[8] Barry Render ve Ralph M. Stair, **Quantitive Analysis for Management**, The United States of America, Prentice Hall, Sixth Edition, 1997, s.706.

[9] Charles M. Grinstead ve J. Laurie Snell, **Introduction to the Probability**, The United States of America, American Mathematical Society, Second Review Edition, 1997, s. 405.

Tek-adımlı geçiş olasılığı zaman parametresinden bağımsız olduğundan, Markov zincirinin durağan geçiş olasılığına sahip olduğu söylenir ve Denklem 2-3'teki gibi yazılır.

$$P\ X_n = j|\ X_{n-1} = i\ = p_{ij} \qquad \forall i, j \in S,\ n \geq 1. \qquad\qquad 2\text{-}3$$

$P\ X_{t+1} = j \mid X_t = i\ = p_{ij}\ 0$ ifadesinde sistemin t zamanındaki i durumundan, $t+1$ zamanındaki j durumuna geçişinin olasılığını p_{ij} ifade etmektedir. Bu sebeple p_{ij}'ler Markov zincirinde geçiş olasılıkları olarak adlandırılır. p_{ij} geçiş olasılığı tek-adımlı geçiş olasılığıdır.

Buradan çıkan başka bir varsayım ise geçiş olasılığının zamandan etkilenmeden durağan olduğudur yani p_{ij}'ler sabittir, buna kesin olasılıklar denmektedir. Ayrıca aşağıdaki varsayımlar da kabul edilir:

$$p_{ij} \geq 0 \qquad i, j \geq 0; \quad \sum_{j=0}^{n} P_{ij} = 1 \qquad i = 0,1,...... \qquad\qquad 2\text{-}4$$

Bütün geçiş olasılıklarının ifade edildiği s x s boyutlu matrise ise P geçiş matrisi denir.

$$P = \begin{pmatrix} p_{11} & \cdots & p_{1s} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ p_{s1} & \cdots & p_{ss} \end{pmatrix}.$$

Şekil 8 s*s Boyutlu Geçiş Matrisi

Bu matris sabit ve zamandan bağımsız p_{ij} geçiş olasılıklarını içerdiğinden, *P* matrisi homojen geçiş matrisi veya stokastik matris adı ile anılır.[10]

Geçiş olasılıklarının bilinmesi sürecin n-adımlı geçiş olasılıklarının bilinmesini sağlar. Yani "Bir Markov zinciri i durumundayken, n periyot sonra j durumunda olma olasılığı nedir?"[11] sorusuna cevap verir. n-adımlı geçiş olasılıklarını bulabilmek için Denklem 2-5'teki Chapman-Kolmogorov denklemi kullanılmaktadır.

$$P_{ij}^{n+m} = \sum_{k=0}^{S} P_{ik}^{n} P_{kj}^{m} \qquad 2\text{-}5$$

Burada n+m periyot sonra sürecin i durumundan j durumuna geçiş olasılıkları bulunur. Süreç n periyot sonunda k gibi bir duruma ulaşır, sonra da m adım sonra j durumuna ulaşır. Tüm mümkün k değerleri için şartlı olasılığın toplamı da n+m periyot sonra sürecin i durumundan j durumuna geçiş olasılığını verir. Durağan bir Markov zinciri olduğundan yani geçiş olasılıkları zamanla değişmediğinden söz konusu olasılık m zamanından bağımsız olacağı için denklem 2-6' deki gibi yazılır.

$$P\left(X_{m+n} = j \mid X_m = i\right) = P\left(X_n = j \mid X_0 = i\right) = p_{ij}(n) = p_{ij}^{n} \qquad 2\text{-}6$$

Herhangi bir *m* zamanından *n* zaman sonra sistemin *i* durumundan *j* durumuna geçme olasılığını hesaplayabilmek için *m* zamanı *0* zaman noktası kabul edilir, *n* zaman sonra *j* durumuna geçiş ise $p_{ij}(n)$ olarak gösterilir. Buradaki $p_{ij}(n)$, *i*

---

[10] Hamdy A. Taha, **Yöneylem Araştırması**, 6. Basımdan Çev. Ş.Alp Baray – Şakir Esnaf, İstanbul, Literatür Yayıncılık, Ekim 2002, s. 726.

[11] Wayne L. Winston, **Operation Research: Application and Algorithms**, Canada, Thomson Brooks / Cole, Fourth Edition, 2004, s.928.

durumundan *j* durumuna n-adımda geçiş olasılığı olarak adlandırılır. Başka bir ifadeyle Denklem 2-7' deki hale gelir.

$$P_{ij}^{n} = \sum_{k=0}^{S} P_{ik} P_{kj}^{n-1}$$

$$\textit{veya} \qquad\qquad 2\text{-}7$$

$$P_{ij}^{n} = \sum_{k=0}^{S} P_{ik}^{n-1} P_{kj}$$

Aynı şekilde n yerine 2 yazıldığında Denklem 2-18 oluşur ve p_{ij}^{2} değeri $P^{(2)}$ matrisinin bir elamanı olur.

$$P_{ij}^{2} = \sum_{k=0}^{S} P_{ik} P_{kj} \qquad 2\text{-}8$$

Denklem 2-8 n- adımlı geçiş olasılıklarının Denklem 2-9' a göre bulunacağını göstermektedir.

$$P^{(n+m)} = P^{n}.P^{m} \qquad 2\text{-}9$$

Burada p_{ij}*(1)=* p_{ij} olduğu açıkça bellidir.

Büyük n değerleri için $P_{11}^{n}\ ve\ P_{21}^{n}$ birbirine çok yaklaşmaktadırlar, aynı hal $P_{22}^{n}\ ve\ P_{12}^{n}$ için de geçerlidir. Fakat bunun olabilmesi için Markov zincirinin bazı özellikler taşıması gerekmektedir. Bu özelliklere ise durumlara ve aralarındaki geçiş ilişkilerine bakılarak karar verilir. Eğer bir *i* durumundan herhangi bir adımda *j* durumuna geçilebiliyorsa, *j* durumu *i* durumu için ulaşılabilendir. Her iki durumdan birbirlerine geçiş varsa bu takdirde iki durum haberleşendir. Bir zincirde bazı gruplar kendi arasında haberleşen olabilir, diğer gruplardaki başka bir durumla haberleşen olmayabilirler. Eğer bir Markov zincirinde tek grup varsa, bu tüm durumların birbiriyle haberleşen olduğunu gösterir. Böyle bir Markov zinciri küçültülemezdir. Sonlu durumdaki küçültülemez Markov zincirindeki tüm durumlar tekrarlıdır, geçişli değildir. Tekrarlı demek bir durumdan başlayan sürecin sonsuz periyotta aynı duruma sonsuz defa uğraması olarak tanımlanabilir. Matrislerin üstünü aldığımızda tüm yerlerde >0 değeri varsa tekrarlıdır. Tekrarlı bir durum ise iki şekilde olur. Sürecin o durumdan başlayıp tekrar aynı duruma gelene kadarki beklenen süresi sonlu ise, pozitif tekrarlanan durumdur, eğer kendine ilk dönüşüne kadar geçecek beklenen süre sonsuzsa, boş tekrarlanan durumdur. Sonlu Markov zincirinde tüm durumlar tekrarlanansa mutlaka hepsi pozitif tekrarlanandır. Bir diğer durum ayrımı ise periyodikliktir, eğer bir süreçte herhangi bir duruma, sürekli belli zaman katlarında *(t,2t,3t,4t gibi)* geçiliyorsa durum periyodiktir. Böyle bir şey yoksa aperiyodiktir. Pozitif tekrarlı durumlardan oluşan ve tüm durumları aperiyodik olan bir Markov zincirine “ergodik” denir ve bahsedilen değerlerin yaklaşması ancak zincir ergodik ve küçültülemezse gerçekleşir. Bu şart yutucu durumu ortadan kaldırmaktadır çünkü yutucu durum da pozitif tekrarlanandır ve ergodik olabilir.

Küçültülemez bir ergodik Markov zinciri için durum uzayını gösteren $\pi = \pi_1, \pi_2, ..., \pi_s$ verildiğinde $\lim_{n\to\infty} P^n$ Denklem 2-10’ deki gibi olacaktır.

$$\lim_{n\to\infty} P^n = \begin{bmatrix} \pi_1 & \pi_2 & \cdots & \cdots & \cdots & \pi_s \\ \pi_1 & \pi_2 & \cdots & \cdots & \cdots & \pi_s \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \pi_1 & \pi_2 & \cdots & \cdots & \cdots & \pi_s \end{bmatrix} \qquad 2\text{-}10$$

Buradan da denklem 2-11 oluşur.

$$\pi_j = \lim_{n\to\infty} P_{ij}^n \qquad 2\text{-}11$$

Uzun bir süre sonra, Markov zinciri belli bir yere gelir ve başlangıçtaki *i* durumundan bağımsız olarak π_j olasılığıyla *j* durumunda olma olasılığı gerçekleşir. $\pi = \pi_1, \pi_2, ..., \pi_s$ şeklinde verilen vektör, kararlı-hal dağılımı veya denge dağılımı olarak adlandırılır.[12]

Çok büyük n değerleri için Denklem 2-12 ve 2-13 gerçekleşir.

$$\pi_j = P_{ij}^n = P_{ij}^{n+1} \qquad 2\text{-}12$$

$$P_{ij}^{n+1} = P_{ik}^n p_{kj} \qquad 2\text{-}13$$

Denklem 2-12 ve Denklem 2-13 beraber çözüldüğünde Denklem 2-14'e ulaşılır.

$$\pi_j = \sum_{k=1}^{k=S} \pi_k p_{kj} \qquad 2\text{-}14$$

Kararlı hali çözen esas denklem 2-14 denklemidir. Süreçteki her duruma ait π_j yani kararlı hal dağılım değeri, bu denkleme konarak bulunur, her bir durum için ayrı ayrı bulunur ve Denklem 2-16'daki kısıt ile beraber S+1 eşitliğin çözülmesiyle elde edilir. Bu ifade Denklem 2-15'teki gibi de yazılabilir.

$$\pi = P.\pi \qquad 2\text{-}15$$

[12] Medhi, **a.g.e.**, s.5.

Denklem 2-14 ve 2-15'e ait sonsuz sayıda sonuç elde edilebilir, kararlı-halin tek ve negatif olmayan değerlerine ulaşabilmek içinse $\pi_1, \pi_2, ..., \pi_s = 1$ olmalıdır ve Denklem 2-16'daki şartı sağlamalıdır.[13]

$$\sum_{j=o}^{\infty} \pi_j = 1 \qquad \text{2-16}$$

2.2.MARKOV KARAR SÜRECİ

Bir karar sürecinde rassallık türlü şekillerde ortaya çıkabilir. Bazen durumlar arası geçişler rassal nitelikte olurken bazen de durumlara karşılık gelen getiriler rassal nitelikte olabilmekte; çözümlerde yapılması gereken işlemler de bunlara bağlı olarak değişmektedir. Bunun yanı sıra, durumlara arası geçiş olasılıklarının Markov zinciri özelliği taşıması halinde bu tür problemler Markov karar süreçleri başlığı altında incelenmekte ve çözümü de buna uygun olarak yapılmaktadır.[14] Kesikli zaman Markov zinciri performansının optimizasyonu için sürecin iyi tasarlanması gereklidir. Markov zincirindeki değişmeyen geçiş matrisinin incelenmesinden daha karmaşık ve dinamik bir yapıya sahiptir. Markov zincirinin her uygun durumunda alternatif hareketlerden biri seçilerek karar verilir. Seçilen bu hareket geçiş olasılıklarını değiştirerek o dönemdeki ve bir sonraki dönemde oluşacak maliyet veya getiriyi de etkiler. İşte bu dönemlerde oluşacak maliyet veya getiriyi optimize eden hareketin seçilmesini oluşturan böyle bir karar sürecine Markov karar süreci denmektedir.

Markov karar süreci, kesikli zaman Markov zincirine dayanmaktadır. Bunun sürekli zamana yayılmış hali Kısmi-Markov süreci veya Markov Renewal Sürecidir. Markov

[13] Ross, **a.g.e.**, 201.

[14] Hayrettin Kemal Sezen, **Yöneylem Araştırması- Sayımlama Yöntemleri**, Bursa, Ekin Kitabevi, 2004, s.212.

sürecinin bir diğer hali ise, Durum uzayı ile hareket kümesinin Borel Kümesi olarak gösterilmiş halidir ki buna Genelleştirilmiş Markov süreci denir.

Eğer planlama periyodu sonlu ise, “sonlu periyotlu problem” denir ve dinamik programlama problemi olarak direk formüle edilebilir. Böylece her adımdaki karar sıraları belirlenerek optimal strateji elde edilir. Eğer planlama ufku sonsuz zamanlı ise “sonsuz periyotlu problem” denir, direkt olarak dinamik programlama veya başka bir direkt nümerik çözüm uygulanamaz. Bu tür bir problemde temel iki yol vardır. Birincisi azaltma (ıskonto) faktörünün kullanılması ile olur ve azaltmalı problem denir. Azaltma faktörü Beta olarak tanımlandığında, Bir birim n. Periyotta β^n kadar eder. Azaltmalı problemde toplam beklenen maliyet amaç fonksiyonunu oluşturur. Bir diğer yöntemse azaltmasız model kullanılmasıdır. Bu modelde; kararlı haldeki periyot başına beklenen getiri /maliyet amaç fonksiyonu olarak tanımlanır.[15] Çalışmada da kullanılan model sonsuz periyotludur ve azaltmasız yöntemlerle çözülmüş olduğundan da kararlı hal dağılımındaki beklenen maliyetler amaç fonksiyonu olarak tanımlanmış ve amaç fonksiyonunu minimum kılan politika araştırılmıştır.

Sıralı karar sürecinde; karar alan, içinde bulunulan durumu gözlemler, bu duruma dayanarak karar alıcı, karar anında (*decision epoch*), bir hareket (*action*) seçer. Seçilen hareket iki sonuç doğurur; karar alıcı hemen bir fayda kazanır (tersi de mümkündür, bir maliyetle karşılaşılabilir) ve sıralı zaman noktasında sistem, hareketin seçilmesiyle beliren olasılık dağılımına göre yeni bir duruma girer, bu zaman noktasında karar alıcı benzer bir problemle tekrar karşılaşır. Bu tarz karar problemlerinin bileşenleri şunlardır;

- Karar anlarının oluşturduğu küme (*decision epochs*),

[15] H. Mine ve S. Osaki, Markovian Decision Process, USA, American Elsevier Publishing Company, 1970, s. 2.

- Durumların kümesi (*states*),
- Mevcut hareketlerin kümesi (*actions*),
- Fayda veya maliyete (*rewards or costs*) bağlı durumlar ve hareketler kümesi,
- Geçiş olasılıklarına bağlı durumlar ve hareketler kümesi.

Her karar anında karar alan sistemin bulunduğu durum içerisinde bir hareket seçer. Politika (*policy*), karar alıcıya, gelecekteki mümkün durumlarda bu hareketin seçimiyle ilgili bir reçete sunar. Karar kuralı (*decision rule*) ise, belli bir zamanda seçilen hareketi belirler ve yalnızca şimdiki duruma bağlı veya önceki tüm durum veya hareketlere bağlı olabilir. Politika, karar kurallarının bir sırasını oluşturur. Uygulanan politika aynı zamanda fayda (maliyet / kazanç) sırası üretir. Karar problemi, ilk karar anından önce, maksimum fayda fonksiyonunun planını seçmektir.[16] Markov karar süreci ise, mümkün hareketlerin, faydaların ve geçiş olasılıklarının yalnızca bulunulan duruma ve harekete bağlı olduğu karar süreçleridir.

Kararlar zamanın belli bir noktasını ifade eden karar anında alınır, bu karar anı kesikli ise, kararlar her noktada alınır; sürekli ise, her noktada alınabilir, yani sürekli alınır, zamanın belli olayların oluştuğu noktalarda alınır veya karar alıcı tarafından seçilen noktalarda alınır. Kesikli zamanlar söz konusu olduğunda, zaman periyotlara bölünür, yine zaman sonlu veya sonsuz olabilir, T karar anlarının kümesini göstermek üzere, kesikli ve sonlu durumda $T = 1,2,...N$, $N < \infty$ olarak yazılabilir.

Her karar anında sistem bir s durumdadır, mümkün tüm durumların kümesi S ile gösterilir. Karar verici, t karar anında s durumunda olan sistemi gözlemleyerek, s

[16] Martin L. Puterman, **Markov Decision Processes : Discrete Stochastic Dynamic Programming**, United States of America, A Wiley Interscience Publication, 1994, s.2.

durumunda seçilebilmeye müsait olan A_s hareketlerinden bir a hareketini seçer.[17] Burada A tüm hareketleri, A_s, s durumunda seçilebilecek hareketleri gösterir, yine bir kabullenme ile A_s ve s'nin zamandan bağımsız olduğu yani zamanla değişmediği varsayılır. $P(A_s)$; s durumunda seçilebilecek A'nın alt kümelerinin olasılık dağılımını vermektedir, kısaca $q(a)$ dendiğinde de a hareketi seçilmesi olasılığı anlaşılır. Hareketin seçimi bu şekilde rassal olabileceği gibi deterministik de olabilir.[18]

Karar alıcı, t karar anında s durumunda olan sistemde bir a hareketini seçerse, $r_t(s,a)$ gibi bir direk fayda alır. Burada r gelir olduğunda pozitif, gider olduğunda negatif olacaktır. Dolayısıyla r yerine maliyeti ifade eden C_{sa} da yazılabilir. Çalışmanın bundan sonraki bölümlerinde ve uygulamada maliyet söz konusu olduğundan $r_t(s,a)$ yerine C_{sa} kullanılmıştır.

Yine s durumunda olan bir sistemde a gibi bir hareketin seçilmesi gelecek $t+1$ periyottaki (karar anındaki) j durumuna geçiş olasılıklarını belirler. Sistemin bir sonraki karar anındaki (t+1) durumu j ile tanımlanırsa da j durumuna geçme olasılığı $p_t(j|s,a)$ ile gösterilir ve buna geçiş olasılıkları fonksiyonu denir.

Fayda bir sonraki karar anına bağlı ise $r_t(s,a,j)$; sistemin t anında, s durumunda, a hareketi seçildiğinde, $t+1$ karar anında j durumuna geçmesiyle oluşan sayısal değeri ifade eder. Karar alıcının hangi hareketi seçeceği bu faydanın değerinin veya beklenen değerinin ne olduğuna bağlıdır. t anındaki beklenen değer de Denklem 2-17' deki şekliyle bulunabilir.

---

[17] Ross, **a.g.e.**, 248.

[18] Puterman, **a.g.e.**, s. 19.

$$r_t(s,a) = \sum_{j \in S} r_t(s,a,j)\, p_t(j \mid s,a) \qquad 2\text{-}17$$

Denklemdeki geçiş olasılıkları fonksiyonunun toplamı tüm j'ler için 1'e eşit olmalıdır.

İşte bütün bu notasyonların oluşturduğu ve bunların içindeki fayda fonksiyonlarının ve geçiş olasılıklarının şimdiki durumdan etkilendiği, hareketin de şimdiki durumda seçildiği karar süreçlerine Markov karar süreçleri denir.

Her durum için alınan hareket kararlarından oluşan ve sırasıyla $(a_0, a_1, a_2, ..., a_S)$ ile gösterilen küme Markov karar sürecinde bir politika (*policy*) olarak tanımlanır. Markov karar sürecinde amaç, ani ve sonradan oluşan getiri veya maliyeti optimum kılan politikayı belirlemektir. Bunun için kullanılan ortak kriter de uzun dönemli birim zaman başına beklenen ortalama maliyeti minimum kılmaktır.[19]

Karar kuralı, belli bir karar anında bir durumdaki, hareket seçmeyi tanımlayan bir sonuçtur. Deterministik veya rassal olabilir. Karar kuralı d_t ile gösterilir. Harekete ve duruma bağımlı bir fonksiyondur. Eğer ki sadece şu andaki durumdan ve hareketten etkileniyorsa Markov özelliği taşır. Deterministik olduğunda; $d_t : S \rightarrow A_s$ olacaktır, burada $s \in S, d_t(s) \in A_s$'dir. Rassal olduğunda olasılık kavramı işin içine gireceğinden, hareketler kümesinin olasılık dağılımıyla ilgilidir. Durumların kümesini, hareketlerin kümesindeki olasılık dağılımıyla karşılar, eşler; $d_t : S \rightarrow P(A)$, yine $q_{d_t(s_t)}(a) \in P(A_{s_t})$. MD, Markov özelliği gösterip deterministik olması; MR,

[19] Hiller ve Lieberman, **a.g.e.**, s.837.

Markov özelliği gösterip rassal olması olarak ifade edilirse, t anındaki karar kuralları kümesi D_t^{MD} veya D_t^{MR} olarak gösterilir.

D_t^{MR} için beklenen fayda Denklem 2-18' de görülmektedir.

$$r_t(s, d_t(s)) = \sum_{a \in A_s} r_t(s,a) q_{d_t(s)}(a) \qquad \text{2-18}$$

Geçiş olasılıkları ise Denklem 2-19' da hesaplanmıştır.

$$p_t(j \mid s, d_t(s)) = \sum_{a \in A_s} p_t(j \mid s,a) q_{d_t(s)}(a) \qquad \text{2-19}$$

Bu çalışmada hareketler ve karar kuralları deterministik olup hareketler kümesi herhangi bir olasılık dağılımıyla ifade edilmemektedir. Yani bir durumdayken belli hareketlerin seçilebileceği öngörülür.

Politika veya strateji ise hareketleri seçmek için kullanılan kuraldır, tüm karar anlarındaki kullanılan karar kurallarını belirtir. Karar vericiye, sistemin gelecekteki mümkün durumlarında hareket seçimini sağlar. Politika R ile ifade edildiğinde, $\pi = d_1, d_2, d_3, ...d_{N-1}$, $d_t \in D_t$, $t = 1,2,3,...,N-1$ olacaktır. Eğer bir plan durağan ise, bütün t' ler için $d_t = d$ olacaktır.

2.3. MARKOV KARAR SÜRECİ ÇÖZÜM YOLLARI –SONSUZ PERİYOTTAKİ BEKLENEN MALİYET–

Sonsuz periyotlu modellerde kullanılan amaç fonksiyonunu, kararlı haldeki sistemin beklenen maliyeti oluşturmaktadır. Küçültülemez bir zincirin oluşturduğu ve dolayısıyla durağanlıktan bahsedilebilecek bir Markov karar süreci probleminde “birim zamanda beklenen ortalama maliyetin hesaplanması” denklemi kullanılabilmektedir. Birim zamanda beklenen maliyet tek tek tüm politikalar denenerek bulunabilir, bunun yanında lineer programlama ve dinamik programlama tabanlı çözüm yolları da bulunmaktadır.

Markov sürecinde R belirli bir politikayı ifade etmekte olup $d_i(R)$ $i \in S$ de i durumunda alınan kararı ifade etmektedir. Dolayısıyla R şu şekilde ifade edilebilmektedir.

$$d_0(R), d_1(R), d_2(R), ..., d_S(R)$$

Bununla birlikte R politikası satırlarda i durumlarının olduğu, sütunlarda ise k kararların oluşturduğu bir matris formuyla gösterilebilir. Bu formda matrisin içi kısmındaki D_{ik} yerlerine “1”, ya da “0” yazılır. $D_{ik} = 0 \; veya \; 1$.

$$D_{ik} = \begin{cases} 1 & i \; durumunda \; k \; kararının \; alındığını \; ifade \; eder. \\ 0 & i \; durumunda \; k \; kararının \; alınmadığını \; ifade \; eder. \end{cases}$$

Yukarıda anlatılan durum Şekil 8’de açıkça gösterilmiştir. Matrisin iç kısımlarına yazılacak olan değerler, hangi durumda hangi kararın alınacağını göstermektedir. Eğer değerler 0 ve 1’den oluşuyorsa kararlar deterministliktir ve o durumdayken belli bir karar verilir. Eğer herhangi bir *i* durumunda alınabilecek kararlar olasılık dağılımı özelliği göstermiş olsaydı, kararlar olasılıklı olacak ve matrisin iç kısmındaki alabilecek değerler 0 ile 1 arasında (her iki değer de dâhil olmak üzere) bir olasılık değerinden oluşacaktı.

$$D_{ik} = P \; karar = k \,|\, durum = i \qquad \text{2-20}$$

$$
\begin{array}{r l}
 & \qquad Kararlar\ "k" \\
 & \quad\ 1 \qquad 2 \quad \ldots \quad K \\
Durumlar\ "i" \begin{array}{c} 0 \\ 1 \\ \ldots \\ S \end{array} & \begin{bmatrix} D_{01} & D_{02} & \ldots & D_{0K} \\ D_{11} & D_{12} & \ldots & D_{1K} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ D_{S1} & D_{S2} & \ldots & D_{SK} \end{bmatrix}
\end{array}
$$

Şekil 9 R Politikasının Matris Formunda Gösterimi

Sonuç olarak $D_{ik} = 0\ veya\ 1$ gibi tamsayılı değerleri aldığı durumlarda politika "deterministik politika", herhangi bir olasılıktan bahsedildiğinde ise yani $0 \leq D_{ik} \leq 1$ değerleri gibi sürekli değerler aldığında ise "rassal politika" olarak adlandırılacaktır. Hatta bazı politikalar her ikisinin karışımı da olabilirler.[20]

Bu bölümde sonsuz periyot boyunca kararlı hal davranışı gösteren "deterministik politikaların" çözümünden bahsedilecektir. Politika deterministik olduğundan lineer programlama çözümüne girilmeyecektir. Deterministik politikaların çözüm yollarını çözümleri tek tek deneyip en uygun politikayı veren "Ayrıntılı Sayma Yöntemi" ile dinamik programlama tabanlı "Politika Yineleme Algoritması" olarak ikiye ayırmak mümkündür. Bu bölümde bu iki politikadan bahsedilecektir. Bu iki politika da optimum çözüme giderken sonsuz periyotta birim zamanda oluşan beklenen ortalama maliyet hesabını kullanır. Bir diğer faktör ise "beklenen toplam azaltılmış maliyet"tir ve azaltma faktörünün kullanıldığı yöntemlerde geçerlidir.

---

[20] Hiller ve Lieberman, **a.g.e.**, s.840.

2.3.1. AYRINTILI SAYMA YÖNTEMİ

Küçültülemez bir Markov zincirinde uzun dönem ele alındığında birim zamanda ortalama beklenen maliyetin hesaplanması bir önceki bölümde bahsedilen zincirin uzun dönemde kararlı hale girmesi ile çözülebilmektedir.

Küçültülemez ergodik zincirde bulunan durumlar için aşağıdaki denklemde görülen limit her zaman geçerlidir.

$$\lim_{n\to\infty}\left(\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n} p_{ij}^{k}\right) = \pi_j \qquad \text{2-21}$$

Denklemdeki π_j kararlı hal dağılımıdır. Bu sonuç; uzun dönemde birim zamanda oluşacak beklenen ortalama maliyet hesaplamasında kullanılacaktır.

Süreç t $t = 0,1,2...........$ anında X_t $X_t \in S$ durumundayken $C(X_t)$ gibi bir maliyet fonksiyonu oluşacaktır. $C(X_t)$ rassal değişkeni de $C(0), C(1), C(2), ..., C(S)$ gibi değerler alabilir ve t zamanından bağımsızdır. Dolayısıyla ilk n periyot boyunca beklenen ortalama maliyet Denklem 2-22' deki gibi olur.

$$E\left[\frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n} C(X_t)\right] \qquad \text{2-22}$$

Bu denklem ile bir önceki limit denkleminin beraber ele alınması ise uzun dönemli birim zamanda beklenen ortalama maliyetin hesaplanmasında kullanılabilir ve Denklem 2-23'teki gibi gerçekleşir.[21]

---

[21] Hiller ve Lieberman, **a.g.e.**, s.643.

$$\lim_{n\to\infty} E\left[\frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n} C(X_t)\right] = \sum_{j=0}^{S} \pi_j C(j). \qquad 2\text{-}23$$

Yani beklenen maliyetin hesaplanabilmesi için kararlı hal dağılımı ile bu kararlı hal dağılımını oluşturan her bir j durumunun maliyet fonksiyonu çarpılır. Bu maliyet, sistem j durumundayken meydana gelen maliyettir.

Bunun yanı sıra çalışmanın uygulama bölümünde kullanılacak olan maliyet fonksiyonuna etki eden farklı bir rassal değişken bulunmaktadır. Çalışmada ele alınacak olan Markov zincirinde tanımlanan durumlar, periyot sonunda oluşacak stok pozisyonunu X_t ifade etse de bu stok düzeylerini etkileyecek olan periyot boyunca oluşacak D_t talep miktarıdır. Bu da bahsedilen maliyet fonksiyonunu daha karışık hale sokacaktır. Kısacası periyottaki talep miktarı, o periyotta oluşacak maliyeti ve hatta bir sonraki periyodun bulunduğu durumu etkileyecektir. Örneğin talep miktarının stok pozisyonundan fazla olması elde bulundurmama maliyetini ortaya çıkaracaktır. Aynı şekilde periyotta meydana gelen talep miktarı da stok pozisyonundan düşüldüğünde bir sonraki periyodun stok pozisyonunu yani durumunu belirleyecektir. Hatta siparişin verilip verilmeme kararı da bu talebin etkisinde olacaktır. Dolayısıyla böyle bir uygulamada maliyet fonksiyonunu sadece $C(X_t)$ ile ifade etmek yetersiz olacaktır. Bunun yanına bir de D_{t+1} rassal değişkenin konarak maliyet fonksiyonunun $C(X_t, D_{t+1})$ veya $C(X_{t-1}, D_t)$ olarak yazılması zaruri olacaktır. $C(X_{t-1}, D_t)$ İfadesi t periyodunda oluşan maliyeti, $C(X_t, D_{t+1})$ ifadesi ise t+1 periyodunda oluşan maliyeti ifade etmektedir. Böylece periyotta oluşan maliyeti, sadece stok pozisyonu rassal değişkeninin değil bunun yanında bir sonraki periyotta oluşan talep miktarı rassal değişkenin de etkileyebilmesi sağlanmış olacaktır.

Her periyotta oluşan $D_t, D_{t+1}, D_{t+2},....$ talep; bağımsız ve benzer dağılıma uyan rassal değişkendir. Dolayısıyla $X_0, X_1, X_2,.....X_{t-1}$ stok pozisyonu de bağımsız rassal değişkendir çünkü sadece $X_0 \, ve \, D_1, D_2,...., D_{t-1}$ den etkilenmektedir. Bu durumda uzun dönemli birim zamanda ortalama beklenen maliyet Denklem 2-24' deki gibi olur.

$$\lim_{n\to\infty} E\left[\frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n} C(X_{t-1}, D_t)\right] = \sum_{j=0}^{S} \pi_j k(j). \qquad \text{2-24}$$
$$k(j) = E \;\; C(j, D_t)$$

Bu hesaplamayı yapabilmek için öncelikle tüm *j* değerleri için yani tüm durumlar için $k(j)$ değerlerinin bulunması gerekmektedir. Uygulamada bu değerler periyot başındaki stok düzeyleridir. Tabi bu $k(j)$ maliyet fonksiyonunda elde bulundurma, elde bulundurmama ve sipariş maliyetlerinin hepsinin gösterilmesi gerekmektedir. Bulunan bu değerler ise daha sonra stok politikasına ait kararlı hal olasılıkları ile çarpılarak birim zamanda beklenen ortalama maliyet bulunabilir. Tabi bunu yapabilmek için stokastik (R,s,S) stok politikasına ait parametre değerlerinin biliniyor olması gerekmektedir. Çalışmanın amacı ise optimum bir politika bulmak olduğundan yukarıdaki denklem tüm politikalar için tek tek denendiği takdirde optimum politikayı verecektir. Bu da durum sayısının yani stok düzeylerinin çok olduğu bir süreçte elle hesaplanması oldukça zahmetli bir hal alacaktır. Bunun için bilgisayar tabanlı bir algoritma geliştirilmiştir. Çalışmada optimum sonucu bulmak için "birim zamanda beklenen ortalama maliyet" denklemi kullanılmış ve "Ayrıntılı Sayma Yöntemi" ile çözüme ulaşılmıştır. Bu yöntem için MATLAB kullanılarak geliştirilen bilgisayar algoritması adımları şu şekildedir;

Adım 1: Her bir politikadaki her *i* durumu için tek periyotlu beklenen maliyetin *k(j)* hesaplanması, Adım 2: Her politikaya ait farklı geçiş matrislerini kullanarak kararlı hal dağılımının π_j hesaplanması,

Adım 3: Her politika için birim zamanda beklenen ortalama maliyetin hesaplanması *k(j)** π_j

Adım 4: optimum R politikasının seçimi.

2.3.2. POLİTİKA YİNELEME ALGORİTMASI

Bu algoritmanın en önemli yanı, az sayıda iterasyonla optimum politikaya ulaşmasıdır. *i* durumunda olan süreçte $d_i R = k$ kararı verildiğinde C_{ik} gibi bir maliyet oluşur. Sistem bu kararın ardından $p_{ij}(k)$ olasılıkla *j* durumuna geçer.

$$C_{ik} = \sum_{j=0}^{S} q_{ij}(k) p_{ij}(k) \qquad 2\text{-}25$$

Denklem 2-25'te $q_{ij}(k)$ ifadesi *i* durumunda olan süreçte $d_i R = k$ kararı verildiğinde ve *j* durumuna geçtiğinde oluşan maliyettir. C_{ik} ise *i* durumunda iken k kararını vermenin maliyetidir. Dolayısıyla bu ifadenin içinde tüm *j* durumlarına geçmenin maliyetleri ile geçme olasılıklarının çarpımıdır. Örneğin R(3,6) politikasında stok pozisyonu 2 iken bir *k= 4 adet sipariş kararı* alındığında, bir sonraki dönem başı stok miktarı *j=6,5,4,3,2,1,0* değerlerini alabilir. Bu her *j* değeri için farklı $q_{ij}(k)$ beklenen maliyetleri oluşur. *j=4* için sipariş maliyeti (4 adet) + Elde Bulundurma Maliyeti (4 adet) ve elde bulundurmama maliyeti (0 adet) oluşur. Bu değer ise $p_{ij}(k)$ ile yani $pdf(2)$ ile çarpılır ve tüm *j*'ler için yapılır.

Bir R politikasının uzun dönemde birim zamanlı beklenen ortalama maliyeti ise Denklem 2-26'daki gibi olmaktadır.

$$g(R) = \sum_{i=0}^{S} \pi_j C_{ik} \qquad 2\text{-}26$$

Politika yineleme algoritması herhangi bir R_n politikasının seçimiyle başlar ve şu adımları takip eder:

Adım 1: Değer belirleme, R_n politikası için $p_{ij}(k)$, C_{ik} ve $v_S(R_n) = 0$ kullanılır. Denklem 2-27 çözülür.

$$g(R_n) = C_{ik} + \sum_{i=0}^{S} p_{ij}(k) v_j(R_n) - v_i(R_n) \quad i = 0,1,...S \qquad 2\text{-}27$$

Bu denklemde $g(R_n)$, $v_0(R_n)$, $v_1(R_n)$, $v_2(R_n).....v_{S-1}(R_n)$ gibi S+1 bilinmeyen vardır. $v_0(R_n)$ ifadesi 0 durumunda başlayan bir sistemin bir periyot sonundaki toplam maliyetidir.

Adım 2: Politika Geliştirme; R_n politikasında bulunan $v_i(R_n)$ değerleri kullanılarak R_{n+1} politikası bulunur. Burada her *i* durumu için minimum olan $d_i(R_{n+1}) = k$ kararı Denklem 2-28 ve 2-29'a göre bulunur. $d_i(R_{n+1})$ kümesi *k* kararlarının minimum kıldığı değere eşittir ve yeni bir R_{n+1} politikası ortaya çıkar.

$$C_{ik} + \sum_{j=0}^{S} p_{ij}(k) v_j(R_n) - v_i(R_n) \quad i = 0,1,...S \qquad 2\text{-}28$$

$$\min_{k=1,2,....K}\left[C_{ik}+\sum_{j=0}^{S}p_{ij}(k)v_j(R_n)-v_i(R_n)\right] \qquad 2\text{-}29$$

Adım 2: Optimumluk Testi; R_{n+1} politikası R_n politikasına eşit olduğunda optimumdur. Eşit değilse iterasyon n=n+1'den tekrar başlar. Bu algoritmada $g(R_{n+1}) \leq g(R_n)$ şartı sağlanır.[22]

İster ayrıntılı sayma yöntemi olsun, ister politika yineleme yöntemi olsun; çok sayıda durumun ve politika alternatiflerinin olduğu problemlerde elle çözülmek istendiğinde uzun zaman almaktadır. Çalışmada ayrıntılı sayma yöntemini kısa sürede çözen bir bilgisayar kodlaması geliştirilmiştir.

[22] Hiller ve Lieberman, **a.g.e.**, s.844-845.

BÖLÜM 3. STOK MODELİNİN MARKOV KARAR SÜRECİ İLE İNCELENMESİ VE ÇÖZÜLMESİ

Bu bölümde öncelikle, stok ve üretim sistemlerinin Markov karar süreci yardımıyla modellenmiş ve çözülmüş literatür taramasına yer verilmiştir. Ardından uygulama bölümünde kullanılan yöntem ayrıntılı olarak açıklanmıştır. Ayrıca çözüme gitmek için gerekli adımlarda detaylı olarak neler yapılacağı da burada belirtilmiştir. Modelin Markov özelliği gösterdikten sonra geçiş matrisine nasıl ulaşılacağı, her bir politikaya ait kararların neler olabileceği gösterilmiştir. Ardından optimum politikayı bulmaya yarayacak olan birim zamanda beklenen ortalama maliyete de nasıl ulaşılacağı hakkında bilgi verilmiştir. Bahsedilen yöntem aynı zamanda probleme özgü yazılan kodlamanın da algoritmasını oluşturmaktadır.

Markov zinciri, olasılıklı bir süreç olduğundan bilimin her alanında uygulama şansı bulmuştur. Dolayısıyla bu bölümde daha çok çalışmanın konusunu ilgilendiren alanlarda yapılan çalışmalardan bahsedilmiştir.

Markov analizin esası, 20. yüzyılın başlarında Brownian hareketi olarak bilinen kapalı bir kutu içindeki gaz moleküllerinin yapısını ve davranışlarını A.A. Markov' un matematiksel olarak betimleme denemesine dayanır. Markov sürecinin ilk doğru matematik yapısı N. Wiener tarafından 1923 yılında kuruldu. Markov süreçlerinin genel teorisi ise 1930 ve 1940 yıllarında A.N. Kolmogorov, W. Feller, W. Doeblin, P. Levy, J.L. Doob ve diğerlerince geliştirilmiştir.[1] Markov karar süreci ise ilk olarak Bellman[2] tarafından incelenmiştir. Markov karar sürecinde politika yineleme

---

[1] Selçuk Alp, "Türkiye'de eğitim sürecinin markov geçiş modeli", **8. Türkiye Ekonometri ve İstatistik Kongresi** 24-25 Mayıs 2007 – İnönü Üniversitesi, Malatya.

[2] Bellman, R., 1957, "A Markovian decision process", **Journal of Applied Mathematics and Mechanics**, 6, s.679-684.

algoritması ilk olarak Howard tarafından incelenmiştir.[3] Sonraki yıllardaysa Blackwell[4], Derman[5], Martin Löf[6], Osaki ve Mine[7] ile Veinott[8] bu konu üzerinde çalışmışlar ve genel olarak en iyi politikayı bulmaya yönelik yöntemler geliştirmişlerdir.

Tedarik zincirinde özellikle üretim sistemleri ve stok yönetimi konusunda Markov zincirleri ve Markov süreçleri oldukça yaygın olarak kullanılmaktadır.[9] Giannoccaro ve Pontrandolfo tedarik zincirinde nihai müşterilerin taleplerini dikkate alarak tedarikçi, üretici ve dağıtım kanalı gibi tüm aktörler arasındaki materyal stok akışından oluşan genel maliyeti minimum yapacak stok politikasını Markov karar süreci yardımıyla oluşturmuşlardır.[10]

Xiaobo vd., tedarikçiler, üretici ve depoların bulunduğu ve stoğa üretim yapılan bir tedarik zincirini incelemiştir. Her tedarikçiden belli parçalar alınmaktadır. Bu parçalar ise seri olarak dizilmiş montaj hatlarından geçmekte ve ürün halini almaktadır. Belli modellerdeki ürünler belli depolarda toplanmaktadır. Tedarikçilerin parçaları göndermesi tam zamanında üretime uygun biçimdedir fakat tedarik süreleri değişkendir. Müşteriler gelişleri ise poisson sürecine uygundur. Böyle bir sistemin

---

[3] R.A. Howard, **Dynamic Programming and Markov Process**, USA, M.I.T. Press, 1960.

[4] D. Blackwell, "Discrete dynamic programming", **Annals of Mathematical Statistics**, 33, 1962, s.719-726.

[5] C. Derman, "On sequential decisions and Markov chains", **Management Science**, 9, 1962, s.16-24.

[6] A. Martin Löf, "Existence of a stationary control for a markov chain maximizing the average reward", **Operations Research**, 15, 1967,s.866-871.

[7] S. Osaki ve H. Mine, "Lineer programming considerations on markovian decision processes with no discounting", **Journal of Mathematical Analysis and Application**, 26, 1969, s.221-232.

[8] A.F. Veinott , "On the finding optimal policies in discrete dynamic programming with no discounting", **Annals of Mathematical Statistics**, 37, 1966, s.1284-1294.

[9] W.K. Ching, E.S. Fung ve M.K. Ng, "A higher-order Markov model for the Newsboy's problem", **Journal of the Operational Research Society**, 2003,54, s.291.

[10] Ilaria Giannoccaro ve Pierpaolo Pontrandolfo, "Inventory management in supply chains: A reinforcement learning approach", **International Journal of Production Economics**, 2002, Vol.78 s. 153-161.

"uzun periyotlu" davranışını Markov zincirleri ile incelemişler ve performansını ölçmüşlerdir. [11]

Djamaludin vd., kusurlu üretim sürecinde, sadece satılana kadar oluşan maliyetleri değil, satış sonrası oluşan garanti maliyetlerini de ele alarak sipariş miktarını incelemişlerdir. Modellerinde üretim süreci, iki durumlu ve kesikli zamanlı Markov zinciri ile ifade edilmiştir. Birim başına beklenen maliyetin en küçüklendiği optimum sipariş miktarı elde etmişlerdir [12] Yeh vd. de kusurlu üretim süreçlerinde Markov zincirini kullanmışlardır. Sisteme ait kusurlu süreç iki durumlu ve sürekli zamanlı Markov zinciri olarak ifade edilmiştir. Kusursuz ürünler için beklenen maliyeti minimum kılan optimum üretim süresi elde etmişlerdir. [13]

Mohebbi, kapasite kısıtlı lineer üretim hızında ve bileşik poisson talepli üretim ve stok sistemini sürekli zaman Markov zinciri ile incelemiştir. [14] Yang vd., yine kapasite kısıtı altında üretim ve stok sistemini Markov analizi ile incelemişlerdir. Fakat modelde işletmenin dış kaynak kullanımı imkânı da bulunmaktadır. Modeli sonsuz periyotta ve azaltmasız olarak değerlendirerek optimum çözüme ulaşmışlardır. [15] Aldaihani ve Savsar, Esnek Üretim Hücresinde, maliyeti minimum yapan optimum üretim miktarı ve robot hızını Markov sürecinden faydalanarak bulmuşlardır [16]. Isotupa, farklı parametrelere sahip Poisson süreci ile gelen farklı

---

[11] Z. Xiaobo, D. Xu, H. Zhang ve Q.M. He, "Modeling and analysis of a supply-assembly-store chain", **European Journal of Operational Research**, 176 (1), 2007,s. 275-294.

[12] I. Djamaludin, D.N.P. Murthy, ve R.J. Wilson, "Quality control through lot sizing for items sold with warranty". **International Journal of Production Economics** 33, 1994, s. 97–107.

[13] R.H. Yeh, W.T. Ho, , ve S.T. Tseng, , "Optimal production length for products sold with warranty", **European Journal of Operational Research,** 120 , 2000, s. 575–582.

[14] E. Mohebbi, "A production–inventory model with randomly changing environmental conditions", **European Journal of Operational Research,** 174, 2006, s.539–552.

[15] J.Yang, X. Qi ve Y. Xia, "A production-ınventory system with markovian capacity and outsourcing option", **Operations Research**, 53, 2, 2005,s. 328-349.

[16] M.M. Aldaihani ve M. Savsar, " A stochastic model fort he analysis of a two-machine flexible manufacturing cell", **Computers & Industrial Engineering**, 49, 2005,s.600-610.

müşteri tiplerinin bulunduğu bir (s,Q) stok politikasını Markov süreci ile incelemiştir. Uzun dönemde beklenen maliyetin hesaplanması ile yeniden sipariş noktası ve sipariş miktarına ilişkin optimum değerleri elde etmiştir [17]. Beyer ve Sethi, (s,S) stok politikasına ait uzun dönemde ortalama maliyeti minimum kılmak için Markov özelliğinden faydalanmıştır [18]. Berman ve Kim, müşterilerin Poisson sürecine uygun geldiği ve hizmet süresinin ve tedarik süresinin üssel dağıldığı bir tedarik zincirini Markov karar süreci ile modelleyerek optimum yenileme politikasına ulaşmışlardır. Bu modelde elde bulundurma, hazırlık maliyetleri ile işletmenin karını incelemişlerdir [19]. Hill, tek ürünlü stok sistemini, sonsuz periyotta Markov zinciri ile incelemiştir. Tedarik süresi sabittir, talep olasılıklı ve bekletilebilmektedir, gözden geçirme periyodiktir. Sipariş ancak q ve katı gibi belli adetlerde gerçekleşebilirken talep her adette gerçekleşebilir. Politikadaki parametreler hep q ve katı kadardır. Uzun dönemde beklenen ortalama maliyeti minimum kılan optimum politikaya ulaşmıştır [20]. Cho, çalışmasında tamir edilebilir ürünlere ait sonsuz periyotlu stok politikasını incelemiştir. Bu ürünlerin geri dönüşleri rassal olmaktadır. Markov karar sürecinde uzun dönemde beklenen azaltmalı maliyeti minimum yapacak olan sabit bir politikaya ulaşmıştır [21]

Kısa raf ömürlü ürünler için de Markov zincirleri çalışma alanı oluşturmaktadır. Liu ve Lian, kısa raf ömürlü ürünler için stokastik sürekli gözden geçirmeye dayalı (s,S)

---

[17] K.P.S. Isotupa, "An (*s,Q*) Markovian inventory system with lost sales and two demand classes", **Mathematical and Computer Modelling,** 43,7-8, 2006,s.687-694.

[18] D. Beyer, ve S.P. Sethi, "Average cost optimality in ınventory models with markovian demands", **Journal Of Optimization Theory And Applications,** 92-3, 1997,s.497-526.

[19] O. Berman ve E. Kim, "Dynamic inventory strategies for profit maximization in a service facility with stochastic service, demand and lead time", **Mathematical Methods of Operations Research,** 60, 2004, s.497-521.

[20] R.M. Hill, "Inventory control with indivisible units of stock transfer", **European Journal of Operational Research**, 175, 2006,s. 593–601.

[21] D.I. Cho, "Optimal stationary policy for a repairable item inventory problem", **Canadian Journal of Administrative Sciences,** 2001,18-2, s.130-143.

stok politikasını “Yenilenmiş Markov Süreci” (*Markov Renewall Process*) ile analiz etmişler ve maliyet fonksiyonunu inceleyerek durağan politika oluşturmuşlardır.[22] Hatta hastanelerdeki stoklanan kan da kısa raf ömürlü kabul edilmekte olup bu konu üzerine de çalışmalar yapılmıştır.[23] Bu konuda yapılan çalışmalarda talep yapısı olasılıklıdır, fakat raf ömrü kiminde rassal kiminde de ortak kabul edilmektedir.[24] Kalpakam ve Shanthi, kısa raf ömürlü sistemlerde (S-1,S) stok politikasını Markov Renewall Süreci ile incelemişlerdir. Talep poisson dağılımna uymaktadır, ürünlerin ömürleri üssel dağılımla ifade edilmektedir. [25]

Markov sürecinin stok konusuna uygulandığı çalışmaların bir kısmı da üretim yapan makinaların arıza ve bakıma geçme süreleriyle ilişkilendirilerek yapılmıştır. Genelde makine çalışma süreleri değişken olduğundan elde tutulması gereken stok miktarı da bunun bir fonksiyonu olarak ortaya çıkmaktadır. Meyer, Rothkopf ve Smith, üretim miktarının talep miktarından fazla olduğu ve artan miktarın belli bir kapasiteye kadar bir yerde toplandığı bir modeli ele almışlardır. Makine arızası Poisson dağılımı özelliği göstermektedir, tamir süresi ise üssel dağılıma uymakta veya sabit kabul edilmektedir. Stok boşalmasına izin verilmemektedir. Bu varsayımlar altında sistemin performansını ölçmüşlerdir.[26] Simon ve Hopp bir montaj hattındaki arıza yapan iki paralel makineyi ele almışlar. Makinelerin önünde emniyet stoku arıza riskine karşın bekletilmektedir. Arıza süreleri ve tamir süreleri geometrik dağılmaktadır. Bu sistemin analizinde kesikli zaman Markov zinciri kullanılmıştır.

---

[22] Liming Liu ve Zhaotong Lian, “(s,S) continuous review models for products with fixed lifetime”, **Operations Research**, Jan.-Feb. 1999, 47-1, s. 150-158.

[23] Dan Chazan ve Shmuel Gal, “A Markovian model for perishable product inventory”, **Management Science**, 1977, 23:5, s. 512.

[24] Zhaotong Lian, Liming Liu ve Marcel F. Neuts, “A Discrete time model for common lifetime inventory systems”, **Mathematics of Operations Research**, 2005, 30, 3, s. 718

[25] S. Kalpakam ve S. Shanthi, , “A perishable inventory system with modified (S − 1, S) policy and arbitrary processing times”, **Computers & Operations Research**, 28, 2001, s. 453–471.

[26] R.R. Meyer, M.H. Rothkopf ve S.A. Smith, “Reliability and inventory in a production-storage system”, **Management Science**, 25, 1979, s. 799–807.

kararlı hal yapısı incelenerek sistemde tutulması gereken stok miktarı hesaplanmıştır.[27] Sloan, talebin rassal dağıldığı ve ekipmanların zamanla bozulduğu bir üretim sistemini Markov karar süreci ile modellemiştir. Karar verici, ekipmanlara ait en uygun bakım çizelgesini, beklenen azaltmalı üretim maliyetini minimum kılarak seçmektedir. [28] Abboud'un çalışmasında ise, bir makine ürünü belli bir hızda üretmektedir. Üretim miktarı talep miktarından fazladır, talep biliniyor ve sabittir. Makine çalışması esnasında arızalanabilmektedir ve tamir gerektirmektedir. Makinenin arızaya kadar geçen çalışma süresi ile tamir süreleri geometrik dağılmaktadır. Tamir süresi boyunca gerçekleşen talep hızı eldeki stok pozisyonunu aşarsa belli bir miktara kadar talep bekletilebilmektedir, fazlasında satış kaybı gerçekleşmektedir. Bu üretim ve stok sistemi Markov zinciri olarak gösterilmiş ve maliyeti minimum kılan bir algoritma geliştirilmiştir.[29]

Markov karar süreçleri yeniden imalat sistemlerinin de modellenmesinde kullanılmıştır. Takahashi, Morikova vd. yeniden imalat sisteminde Markov analizini kullanarak ürünlerin toplanmasına yönelik bir stok politikası geliştirmişlerdir.[30]

Çalışmanın bu bölümünde stok modelinin Markov karar süreci ile çözüm yöntemi üzerinde durulmuştur. Geçiş matrisinin oluşturulması aşamasında Rabta ve Aïssani'nin çalışmalarında kullandıkları model esas alınmıştır.[31] Periyodik gözden

---

[27] Simon, J.T. ve Hopp, W.J.," Throughput and average inventory in discrete balanced assembly systems", **IIE Transactions**, 1995, 27, s. 368–373.

[28] T.W. Sloan, "A periodic review production and maintenance model with random demand, deteriorating equipment, and binomial yield", **Journal of the Operational Research Society,** 55, 2004, s.647–656.

[29] N. E. Abboud, "A discrete-time Markov production-inventory model with machine breakdowns", **Computers & Industrial Engineering**, 2001, Volume 39, Issues 1-2, s. 95-107.

[30] K. Takahashi, K. Morikawa, D. Takeda ve A. Mizuno, "Inventory control for a Markovian system with stochastic decomposition process", **International Journal of Production Economics**, 2007, Vol. 108, s. 416-425.

[31] B. Rabta ve D. Aïssani , 2005, "Strong stability in an (R,s,S) inventory model", **International Journal of Production Economics,** Vol. 97, s. 159-171.

geçirmeye dayalı (R,s,S) stok politikasındaki kuvvetli kararlılığını *"strong stability"* Markov zincirleri aracılığıyla göstermişlerdir. Uygulamanın bir diğer bölümü ise uzun dönemde "beklenen ortalama maliyet" hesaplanmasıdır. Her politikaya ait farklı maliyetlerin bulunmasında, Özçakar ve Akyurt'un yapmış olduğu çalışma örnek alınmıştır.[32] Çalışmalarında olasılıklı stok politikalarından (R,s,S) ile (R,S) modellerini sadece sabit bir politika için kıyaslamışlardır. Bunu yaparken sürece ait "birim zamanda beklenen ortalama maliyet" hesaplayarak çözüme gitmişlerdir. Tez çalışmasında ise bir politikanın maliyet fonksiyonu kurdukları maliyet fonksiyonunun benzeridir. Fakat amaç sabit bir politika üzerinden gitmek değil, optimum politikayı bulmaktır.

3.1. STOK MODELİNİN MARKOV ÖZELLİĞİ GÖSTERMESİ

Gözden geçirme periyodu boyunca gerçekleşen talep olasılıklı olduğundan, talep yapısı $D_1, D_2, D_3, ...D_t$ şeklindeki rassal değişkenlerden oluşacaktır. Bu rassal değişken D_t t periyodunda gerçekleşen talebi ifade etmektedir. D_t rassal değişkenleri bağımsız rassal değişkendir ve olasılık yoğunluk fonksiyonu Denklem 3-1'deki gibi ifade edilir.

$$a_k = P(D_t = k) = f(D_t), \quad k = 0,1,2,3,4......... \qquad 3\text{-}1$$

Bu denklemde t periyodundaki talep miktarının k gibi bir değere eşit olma olasılığı gösterilmiştir. k değerlerinin tamsayılı olması rassal değişkenlerin kesikli olmasından ileridir.

[32] Özçakar ve Akyurt, **a.g.e,** s.15-17.

(R,s,S) modelinde gözden geçirmenin yapıldığı zaman noktası (t_n), $t_n = nR, n \geq 1$ olarak gösterilebilir. Dolayısıyla modelin zaman değeri kesikli hale gelmektedir yani model kesikli zamanla ifade edilir. Periyot boyunca gerçekleşen talep miktarı bir sonraki periyodun başındaki stok pozisyonunu belirler. Yani gerçekleşen *k* miktardaki talep, bir sonraki periyodun başındaki $x_1, x_2, x_3, ...x_t$ şeklinde ifade edilen stok pozisyonuna etki eder. Dolayısıyla x_t de D_t gibi rassal değişken olacaktır. Stok pozisyonu x_t, yeniden sipariş noktası *s*'den büyük, küçük ya da eşit olabilir. Eşit veya küçük olduğunda stok pozisyonu S miktarına ulaşacak kadar sipariş verilir. Denklem 3-2'de stok politikasındaki dönem başı stokun nasıl hesaplanacağı görülmektedir. Stok düzeyi x_{t+1}, x_t ve D_{t+1} etkilenmektedir.

$$x_{t+1} = \begin{cases} S - D_{t+1} & X_t \leq s, \\ X_t - D_{t+1} & X_t > s \end{cases} \qquad 3\text{-}2$$

Denklem 3-2, (R,s,S) stok kontrol modelinin kısa bir gösterimini ifade eder. x_t miktarının ne olduğuna göre (s ile kıyaslayarak), sipariş verilir ya da sipariş verilmez. Periyot boyunca oluşan talep miktarı ise bir sonraki dönemin stok pozisyonunu belirler. Bir önceki dönem sipariş verildiyse stok pozisyonu $x_{t+1} = S - D_{t+1}$ olur, eğer sipariş verilmediyse de o dönem *s*'den büyük bir miktar olan x_t başlangıç stoku olur ve D_{t+1} miktarındaki talep sonrasında bir sonraki periyodun başlangıç stok pozisyonu $x_{t+1} = X_t - D_{t+1}$ olur. Burada talep miktarı zamandan etkilenmemektedir.

x_{t+1} rassal değişkeni x_t ve D_{t+1}'e bağlı olarak değişmektedir. Stok pozisyonunu gösteren x_t kesikli rassal değişkeni durum olarak tanımlandığında, bir sonraki durum da ancak bir önceki durumdan etkileneceğinden bahsi geçen (R,s,S) stok kontrol modeli, Markov özelliği göstermektedir. Gerçekleşen talep miktarları ise zincirin geçiş matrisini direkt etkilemektedir. Zincirin geçiş olasılıkları ise farklı *s* ve *S* parametreleri için Denklem 3-2'den faydalanılarak bulunabilir. Bu hesaplamalar ileride anlatılmaktadır.

3.2. GEÇİŞ MATRİSİNİN OLUŞTURULMASI

Stok durumunun kontrolünün yapıldığı zaman noktasında (t_n), $t_n = nR, n \geq 1$, stok pozisyonunu ifade eden $x_t = i$ olduğunda, gerçekleşen talep miktarı D_{t+1}, x_{t+1}'i belirlemektedir. Tabi ki stok düzeyi x_t iki şekilde olabilir, ya 0 ile s arasındadır ya da s'den büyük ve S'ye kadardır. j; bir dönem sonraki x_{t+1} olarak ifade edilmektedir yani t+1 periyodundaki stok pozisyonunu belirtmektedir.

t periyodunun sonundaki stok pozisyonu, 0 ile s arasında ise, sipariş verilmiş ve stok düzeyi S kadar oluşmuştur. t+1 periyodundaki talep miktarı D_{t+1}'in değeri ise j'yi etkileyecektir. Markov geçiş matrisinin yazılabilmesi için i=x_t durumundan j=x_{t+1} durumuna geçişin şartlı olasılığının bulunması gerekmektedir. Bunun sonucunda geçilen durum j; ya 0 olacaktır, ya da 0'dan büyük ve S'ye kadar olacaktır.

- *t+1* periyodunun talebi (D_{t+1}), olabilecek maksimum stok pozisyonu kadar veya yüksekse, *j*'nin değeri *0* olacaktır. O takdirde *i*'nin; *0* ile *s* arasındaki bir değer olan x_t olduğu durumda, *j*'nin *0* olma koşullu olasılığı, *y*; ancak ve ancak, o periyodun talebi D_{t+1}=*k*'nin, *S* veya daha çok olmasıyla gerçekleşir. O zaman *S* veya daha çok talep olma olasılıklarının bulunması ve ardından bu olasılıkların hepsinin toplanması, belirtilen şartlar altında, *i*= x_n durumundan *j=0* durumuna geçişinin koşullu olasılığını verecektir.

$$P(X_{t+1}=0 \mid X_t=i)=P(S-D_{t+1}\leq 0)=P(D_{t+1}\geq S)$$
$$=\sum_{k=S}^{\infty}\alpha_k \qquad 0\leq i\leq s \ ise \qquad 3\text{-}3$$

Denklem 3-3, stok pozisyonunun 0 ile s arasında olması halinde, bir sonraki dönemin başlangıç stok pozisyonunun 0 olma olasılığının hesabını göstermektedir.

- $0\leq i\leq s$ olduğunda *t+1* periyodun talebi (D_{t+1}), $0\leq D_{t+1}<S$ kadarsa, x_{t+1} kesinlikle *0* olmayacaktır, o takdirde x_{t+1} *=j; 0*'dan büyük olacak fakat *S*'ye kadar olacaktır. Yani *j=1, 2 ..., S* olabilir. Örneğin *j*'nin 1 olabilmesi için D_{t+1}'in *S-1, 2* olabilmesi için *S-2, 3* olabilmesi içinse *S-3* ve *S* olabilmesi içinse *S-S=0* olması gerekecektir. Bu takdirde olabilecek talep 0, 1, 2, 3 .... S-1 kadardır. Kısacası *j=S-* D_{t+1}'dir. Herhangi bir *j=* x_{n+1} değerinin *i=* x_n durumundan sonraki şartlı olasılığı, *S-j* sayıdaki talebin bulunması ile ortaya çıkacaktır. Örneğin *i=5 S=22 s=7* ise *j*'nin 12 olma olasılığı; 22-12=10 birim talep olma olasılığının bilinmesiyle olacaktır. Çünkü dönem başındaki stok miktarı, 7 birimin altında olduğundan, stok kaleminden 17 birim sipariş verilerek stok düzeyi 22 birime çıkarılmıştır. Dönemin sonundaki stok miktarının 12 birim olması için dönem talep miktarının 10 birim olarak gerçekleşmesi gerekmektedir. O takdirde dönem içindeki talep miktarının gerçekleşme olasılıkları, stok miktarlarındaki geçiş olasılıklarını vermektedir. Denklem 3-4'te görülebilir.

$$P(X_{t+1} = j \mid X_t = i) = P(S - D_{t+1} = j)$$
$$= P(D_{t+1} = S - j) = \alpha_{S-j} \quad D_{t+1} < S \quad 0 \le i \le s \ \ ise \qquad 3\text{-}4$$

Denklem 3-4 stok pozisyonunun 0 ile s arasında olması halinde, bir sonraki dönemin başlangıç stok pozisyonunun 1 ile S arasında olma olasılığının hesabını göstermektedir.

t periyot sonundaki stok düzeyi, *s* ile *S* arasında ise, *t* periyodunun sonunda sipariş verilmemiş ve stok durumu *t+1* döneminin başında yine *i* kadar oluşmuştur. Markov geçiş matrisinin oluşturulabilmesi için, *j*'nin *0*, *0* ile *i* ve *i*'den büyük *S*'den küçük olabilecek durumlarını incelemek gerekecektir.

- *j'n*in *0* olabilmesi için, periyodun talebi D_{t+1} veya *k*'nin *i* kadar veya daha çok olması gerekmektedir. O takdirde *t+1* periyodundaki *i* veya daha çok talep miktarının gerçekleşme olasılıklarını bulup hepsini toplamak *j=0* koşullu olasılığını verecektir.

$$P(X_{t+1} = 0 \mid X_t = i) = P(i - D_{t+1} \le 0) = P(D_{t+1} \ge i)$$
$$= \sum_{k=i}^{\infty} \alpha_k \qquad s < i \le S \ \ ise \qquad 3\text{-}5$$

Denklem 3-5 stok pozisyonunun s ile S arasında olması halinde, bir sonraki dönemin başlangıç stok pozisyonunun 0 olma olasılığının hesabını göstermektedir.

- *j*'nin *i* ile *0* arasında olma olasılığı, D_{t+1}'in *0* veya *i-1* olması ile gerçekleşir.

j=i- D_{t+1} olacaktır. Örneğin, s=12, S=30, i=16 ise j=5 olma olasılığı için, D_{t+1} =11 olma olasılığının bulunması, yani i-j sayıda talep olma olasılığının bulunması gerekir.

$$\begin{aligned} &P(X_{n+1} = j \mid X_n = i) = P(i - D_{n+1} = j) = P(D_{n+1} = i - j) \\ &= \alpha_{i-j} \qquad s < i \leq S \ ise \end{aligned} \qquad 3\text{-}6$$

Denklem 3-6 stok pozisyonunun s ile S arasında olması halinde, bir sonraki dönemin başlangıç stok pozisyonunun 1 ile S arasında olma olasılığının hesabını göstermektedir.

- j'nin i'den büyük olma olasılığı sıfırdır, çünkü periyodun başında sipariş verilmemiştir, D_{t+1} sıfır dahi olsa j yine i'den büyük olamaz, bu olasılığın hesabı anlamsızdır ve aşağıda gösterildiği gibi sıfıra eşittir.

$$P(X_{t+1} = j \mid X_n = i) = 0 \qquad j > i \quad için \qquad 3\text{-}7$$

Denklem 3-7 stok pozisyonunun s ile S arasında olması halinde, bir sonraki dönemin başlangıç stok pozisyonunun bir önceki stok pozisyonundan büyük olamayacağını göstermektedir.

Markov geçiş matrisi P_{ij} olasılıklarından oluşmaktadır, yani i durumundan, j durumuna geçişlerin şartlı olasılıklarını vermektedir. Geçiş matrisi, Denklem 3-3 ; 3-4; 3-5; 3-6 ve 3-7 kullanılarak oluşturulur ve Denklem 3-8'deki gibi hesaplanır.[33]

---

[33] B. Rabta ve D. Aïssani ,**a.g.e.,** 162.

$$Pij\begin{cases} \sum_{k=S}^{\infty}\alpha_k & 0 \le i \le s \;\; ve \;\; j=0 \\ \alpha_{S-j} & 0 \le i \le s \;\; ve \;\; 1 \le j \le S \\ \sum_{k=i}^{\infty}\alpha_k & s+1 \le i \le S \;\; ve \;\; j=0 \\ \alpha_{i-j} & s+1 \le i \le S \;\; ve \;\; 1 \le j \le i \\ 0 & s+1 \le i \le S \;\; ve \;\; j \ge i+1 \end{cases} \qquad 3\text{-}8$$

Denklem 3-8'e göre oluşan geçiş matrisi Şekil 10'da gösterilmiştir.[34] Her satır toplamı 1'e eşit olmaktadır. Geçiş matrisinde yutucu durum yoktur, her durum birbiriyle haberleşendir ve aperiyodiktir. Dolayısıyla geçiş matrisi küçültülemez ve ergodik haldedir. Bu özelliği nedeniyle kararlı hale ulaşır.

Stok pozisyonunun sürekli dağılım özelliği gösterdiği durumlarda ise, sürekli değişken kesikli hale getirilerek zincire ait durumlar yine kesikli olarak yazılabilir. x_t sürekli durumu $i = 0,1,2,....,n$ gibi durumlarla da ifade edilebilir. Örneğin üretim veya sipariş belli miktardaki *u* ve katı birimlerle yapılıyorsa, aşağıdaki gibi kesikli hale getirilebilir.[35]

$$i = \left| \frac{X_n - s}{u} \right| \qquad 3\text{-}9$$

Yeniden sipariş noktasına kadar olan bütün durumlar 0'a eşitlenir ve sonraki durumlarsa *u* ve katları olarak devam edebilir. Fakat çalışmanın konusu sürekli dağılım olmadığından daha fazla detaya girilmemiştir.

---

[34] B. Rabta ve D. Aïssani ,**a.g.e.,** 162.

[35] K. Karen Yın, Hu Lıu ve Neil E. Johnson,**a.g.e.,** s.1040.

$$
\begin{array}{c|cccccc|cccc}
 & 0 & 1 & 2 & \cdots & s-1 & s & s+1 & \cdots & S-1 & S \\
\hline
0 & \sum_{k=S}^{\infty}\alpha_k & \alpha_{S-1} & \alpha_{S-2} & \cdots & \alpha_{S-s+1} & \alpha_{S-s} & \alpha_{S-s-1} & \cdots & \alpha_1 & \alpha_0 \\
1 & \sum_{k=S}^{\infty}\alpha_k & \alpha_{S-1} & \alpha_{S-2} & \cdots & \alpha_{S-s+1} & \alpha_{S-s} & \alpha_{S-s-1} & \cdots & \alpha_1 & \alpha_0 \\
2 & \sum_{k=S}^{\infty}\alpha_k & \alpha_{S-1} & \alpha_{S-2} & \cdots & \alpha_{S-s+1} & \alpha_{S-s} & \alpha_{S-s-1} & \cdots & \alpha_1 & \alpha_0 \\
\vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\
s-1 & \sum_{k=S}^{\infty}\alpha_k & \alpha_{S-1} & \alpha_{S-2} & \cdots & \alpha_{S-s+1} & \alpha_{S-s} & \alpha_{S-s-1} & \cdots & \alpha_1 & \alpha_0 \\
s & \sum_{k=S}^{\infty}\alpha_k & \alpha_{S-1} & \alpha_{S-2} & \cdots & \alpha_{S-s+1} & \alpha_{S-s} & \alpha_{S-s-1} & \cdots & \alpha_1 & \alpha_0 \\
\hline
s+1 & \sum_{k=s+1}^{\infty}\alpha_k & \alpha_{s} & \alpha_{s-1} & \cdots & \alpha_{2} & \alpha_{1} & \alpha_{0} & \cdots & 0 & 0 \\
s+2 & \sum_{k=s+2}^{\infty}\alpha_k & \alpha_{s+1} & \alpha_{s} & \cdots & \alpha_{3} & \alpha_{2} & \alpha_{1} & \cdots & 0 & 0 \\
\vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\
S-1 & \sum_{k=S-1}^{\infty}\alpha_k & \alpha_{S-2} & \alpha_{S-3} & \cdots & \alpha_{S-s} & \alpha_{S-s-1} & \alpha_{S-s-2} & \cdots & \alpha_0 & 0 \\
S & \sum_{k=S}^{\infty}\alpha_k & \alpha_{S-1} & \alpha_{S-2} & \cdots & \alpha_{S-s+1} & \alpha_{S-s} & \alpha_{S-s-1} & \cdots & \alpha_1 & \alpha_0
\end{array}
$$

Şekil 10: (R,s,S) Stok Politikasına Ait Stok Düzeyindeki Değişimi Gösteren Bir Dönemlik Geçiş Matrisi

3.3. MARKOV KARAR SÜRECİNE UYUM

Markov Karar sürecinde, kararların tümü karar anında verilir. Karar anlarının oluşturduğu kümeyi gösteren T, sürekli – kesikli veya $T = 1,2,\ldots N$, $N < \infty$ şeklinde sonlu veya sonsuz olabilir. Kesikli zaman söz konusu olduğunda zaman; periyotlara bölünmüştür. (R,s,S) stok modeli, kontroller R periyodunda yapıldığından kesikli zamanı göstermektedir. Ayrıca uygulamada sonsuz zamandaki beklenen maliyetin hesaplanması üzerinde durulduğundan zaman ufku sonsuzdur.

Sistem, her karar anında S ile ifade edilen durumlara ait kümeden i gibi bir duruma ulaşır. Markov karar sürecinde S durumları kümesi kesikli değerlerden oluşur. İçinde bulunduğu i durumundayken de, gerçekleştirebileceği A_i ile ifade edilen, mümkün hareketlerden biri seçilir. A_i ve S zaman ile değişmezler, sabittirler. A_i de sonlu, sonsuz veya kesikli kesiksiz diye ayrılabilir. Yine (R,s,S) stok modelinde A_i kesikli sonlu ve deterministiktir.

t karar anındayken ve i durumundayken seçilen $a \in A_i$ hareketinin sonunda, $r_t(i,a)$ ile ifade edilen maliyet veya fayda oluşur. r pozitif olursa kazanç, negatif olursa maliyet olacaktır. Model stok modeli olduğundan karar anında verilen karar sonucunda maliyet ortaya çıkmaktadır. Bir sonraki karar tarihi $t+1$'e ait oluşabilecek durumların olasılık dağılımı ise; $p_t(..|i,a)$ ile gösterilebilir.

Bir önceki bölümde Markov Zinciri özelliği gösterdiği ispatlanan (R,s,S) Stok Politikasında, karar verici, karar anında farklı hareketlerden oluşan alternatiflerle karşı karşıya olduğundan ve bu alternatiflerden birini seçmesinin sonucunda da bir maliyet oluştuğundan stok politikası Markov karar süreci politikasıdır.

Kısacası Opsiyonlu Yenileme (R,s,S) Stok Politikası, durumlarının kesikli, zamanının sonsuz, hareket anının kesikli, hareketlerinin ve kararlarının sonlu ve deterministik dolayısıyla politikasının da deterministik olduğu bir Markov karar süreci modelidir.

Modelde birçok farklı politikanın varlığından bahsetmek mümkündür, yeniden sipariş noktası ve yenileme noktası parametrelerinin her değişimi yeni bir politika oluşturmaktadır. R modele ait bir politika olduğunda, $d_i(R)$ ise, R politikası uygulanırken i durumunda alınan d kararını ifade etmektedir. Ayrıca her kararın açıklamasını gösteren $a \in A_i$ hareketi vardır. Tablo 2 ve 3'de bu politika ve kararlar ile kararların açıklamalı hareketleri gösterilmiştir.

Tablo 2 R Politikasına Ait Kararlar Kümesi

Politika	Tanımı	$d_0(R)$	$d_1(R)$	$d_2(R)$	…	$d_{s-1}(R)$	$d_s(R)$	$d_{s+1}(R)$	…	$d_S(R)$
R	s ve daha altı durumlarda S durumuna geç	K	K-1	K-2		2	1	0	0	0

Tablo 3 R Politikasındaki Kararların Açıklamalı Hareketleri

Karar $d_i(R)$	Hareket $a \in A_i$
0	Hiç sipariş verme
1	S-s birim sipariş ver
2	S-s+1 birim sipariş ver
...	...
K-2	S-2 birim sipariş ver
K-1	S-1 birim sipariş ver
K	S birim sipariş ver

Tablolarda görüleceği üzere R politikasının tanımı (R,s,S) stok modelini vermektedir. i durumları periyot başındaki stok pozisyonunu ve a ise hareketi göstermektedir. Bu politikada $d_i(R)$ kararları K sayısındadır. Süreç s durumundayken 1. Karar kuralı, süreç s ile S arasındaki bir durumdayken de karar kuralı 0 geçerlidir. Karar kuralları ise hareketlerle açıklanır. Karar kuralı 0 hiç sipariş vermemektir. 1 ise S-s kadar sipariş vermektir. Görüldüğü gibi hareketler karar kuralının açıklamasıdır.

3.4. MARKOV KARAR SÜRECİNDE KULLANILAN STOK MALİYET FONKSİYONU

Stok politikasına ait olabilecek birçok politika bulunmaktadır, bu politikaların hangisinin en iyisi olduğunun bulunması içinse sürecin maliyet yapısının incelenmesi ve her politika için karşılaştırılması gerekmektedir. Stok maliyet fonksiyonunun oluşturulması için elde bulundurma, bulundurmama ve sipariş maliyetlerinin incelenmesi ve fonksiyonda belirtilmeleri gerekmektedir. Bölüm 2.4'te sürecin çözümüne ilişkin yöntemler açıklanmıştır. Örneğin "birim zamanda beklenen ortalama maliyet" ile politikalar karşılaştırılacaksa her politikanın beklenen maliyetleri Denklem 10'da yerine konacak ve çözüm araştırılacaktır.[36]

$$\lim_{n\to\infty} E\left[\frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n} C(X_{t-1},D_t)\right] = \sum_{j=0}^{S}\pi_j k(j). \qquad \text{3-10}$$
$$k(j) = E\ C(j,D_t)\ = r\ (i,a)$$

Denkleme göre bir Markov karar sürecine ait politikanın beklenen maliyetini bulmak için hem kararlı hal dağılımının bulunması gerekiyor, hem de her durum için $k(j)$ gibi bir maliyet bulmak gerekiyor. Yani j gibi bir durumda iken D_t gibi bir talep

[36] Özçakar ve Akyurt, **a.g.e,** s.17.

gelirse beklenen maliyet ne olur sorusunun yanıtıdır. $r\,(i,a)$ ifadesi ise aynı anlamı taşımaktadır, çünkü stok pozisyonu periyot başında i iken, a gibi bir karar alınır, bu karar sipariş vermeme ya da sipariş veriyorsa ne kadar verdiğinin kararıdır ve bu karar onunda r gibi bir maliyet oluşur. Bu maliyet ise hem durumdan etkilenmektedir, hem de dönem içinde gerçekleşen talepten etkilenmektedir. Çalışmada dönem içinde gerçekleşen talep rassal olduğundan ve bir olasılık dağılımıyla ifade edildiğinden, maliyet fonksiyonu da rassaldır. Yalnız ileride görüleceği üzere uygulamanın gerçekleştirildiği işletmede talepler siparişin verildiği anda yani her ayın başında mağazalar tarafından gelmektedir. Bu varsayım ise modelin elde bulundurma maliyeti kısmını "tek periyotlu" modele benzetmektedir. Dolayısıyla birim zamanda beklenen maliyet opsiyonlu yenileme modeline göre Denklem 3-11'deki gibi olacaktır.

$$
\begin{aligned}
&E\ \ C(j,D_t)\ \ = E\ \ C(X_{t-1},D_t) \\
&= C_s + C_h E(\max\ \ S - D_t, 0\ \ ) + C_p E(\max\ \ D_t - S, 0\ \ ) \quad 0 \le j \le s\ ise \\
&= C_h E(\max\ \ j - D_t, 0\ \ ) + C_p E(\max\ \ D_t - j, 0\ \ ) \qquad s < j \le S\ ise
\end{aligned}
\qquad 3\text{-}11
$$

Burada;

$E\ \ C(j,D_t)\ \ = E\ \ C(X_{t-1},D_t)$ =Birim zamanda beklenen maliyet

C_s =Sipariş maliyeti

$C_h E(\max\ \ S - D_t, 0\ \ )$= stok pozisyonu yeniden sipariş noktasına eşit veya altında olduğu durumda sipariş verileceğinden ve stok yenileme noktasına kadar çıkarılacağından birim başına oluşan beklenen elde bulundurma maliyeti.

$C_pE(\max\ D_t - S, 0$ = stok pozisyonu yeniden sipariş noktasına eşit veya altında olduğu durumda sipariş verileceğinden ve stok yenileme noktasına kadar çıkarılacağından birim başına oluşan beklenen elde bulundurmama maliyeti

$C_hE(\max\ j - D_t, 0\ ) + C_pE(\max\ D_t - j, 0$ =stok pozisyonu yeniden sipariş noktası ile yenileme noktası arasında olduğunda sipariş verilmeyeceğinden, sipariş verilmemesi durumunda birim zamanda beklenen stok maliyeti, bu da beklenen elde bulundurma maliyeti ile beklenen elde bulundurmama maliyetinden oluşmaktadır.

Tabi bu denklemlerdeki zor olan şey talep yapısı rassal olduğundan beklenen elde bulundurma ve elde bulundurmama maliyetlerinin hesaplanması kısmıdır. Bu hesaplar yapılırken yine sipariş verme veya vermeme durumunun dikkate alınması gerekmektedir.

3.4.1. SİPARİŞ VERİLMESİ DURUMUNDA BEKLENEN ELDE BULUNDURMA VE ELDE BULUNDURMAMA MALİYETLERİNİN HESAPLANMASI

Talep dağılımı herhangi bir dağılıma uyduğu durumlarda D_t'ye ait olasılık yoğunluk fonksiyonu da bilinmektedir. D miktardaki talebin olma olasılığı $pdf(D)$ veya $f(D)$ ile ifade edilebilir. Kümülâtif dağılım fonksiyonu ise $cdf(D)$ veya $F(D)$ ile ifade edilir. Dolayısıyla beklenen maliyetlerin kullanılmasında dağılım olasılıkları kullanılır.

Sipariş ancak stok pozisyonu yeniden sipariş noktasının altında ise verilmektedir ve siparişle birlikte stok pozisyonu yenileme noktasına ulaşır. Dolayısıyla elde bulundurma ancak talebin hiç gelmemesi ile miktarının, yenileme noktasından küçük olmasıyla oluşacaktır. Beklenen elde bulundurma maliyeti ise elde kalınan stok miktarı ile stok miktarını bu noktaya indiren veya yerinde tutan talep miktarının gelme olasılıklarıyla çarpımıyla bulunur. Bu anlatılanlar Denklem 3-12 ile ifade edilir.

$$C_h E(\max \ S - D_t, 0 \ ) = \sum_{D_t=0}^{S-1} C_h (S - D_t) f(D_t) \qquad 3\text{-}12$$

Burada $S - D_t$ elde kalan stok miktarıdır, $f(D)_t$ yani talebin gelme olasılığıyla çarpılmıştır.

Elde bulundurmama ise ancak ve ancak talep miktarının stok yenileme noktasından fazla olmasıyla gerçekleşmektedir. Bu durumda elde bulundurulmayan miktar ile bu miktara sebep olan talep olasılık yoğunluk fonksiyonunu çarpmak gerekli olacaktır.

$$C_p E(\max \ D_t - S, 0 \ = \sum_{D_t=S}^{\infty} C_p (D_t - S) f(D_t) \qquad 3\text{-}13$$

Yine burada $D_t - S$ stok boşalma miktarıdır, dikkat edilecek olursa talebin yenileme noktasından büyük olduğu miktarlar için geçerlidir.

Sonuçta siparişin verildiği durumlarda beklenen maliyet Denklem 3-11; Denklem 3-12 ve Denklem 3-13 beraber düşünüldüğünde Denklem 3-14'teki gibi gerçekleşir.

$$\begin{aligned} & 0 \leq j \leq s \ ise \\ & C_s + C_h E(\max \ S - D_t, 0 \ ) + C_p E(\max \ D_t - S, 0 \ ) \\ & = C_s + \sum_{D_t=0}^{S-1} C_h (S - D_t) f(D_t) + \sum_{D_t=S}^{\infty} C_p (D_t - S) f(D_t) \end{aligned} \qquad 3\text{-}14$$

Eğer talep yapısı kesikli değil de sürekli dağılıma uyarsa beklenen elde bulundurma ve bulundurmama maliyetlerinin hesabı daha kolay olacaktır ve Denklem 3-15'teki gibi oluşacaktır.

$$E\ \ C(X_{t-1},D_t)\ \ = C_s + C_h E(\max\ \ S - D_t, 0\ \ ) + C_p E(\max\ \ D_t - S, 0$$
$$= C_s + \int_0^S C_h (S - D_t) f(D_t) dD_t + \int_S^\infty C_p (D_t - S) f(D_t) dD_t \qquad 3\text{-}15$$

Burada olasılık yoğunluk fonksiyonunun integrali kümülatif dağılım fonksiyonunu vermektedir.

$$\int_0^S f(D_t) dD_t = F(D_t) \qquad 3\text{-}16$$

3.4.2. SİPARİŞ VERİLMEMESİ DURUMUNDA BEKLENEN ELDE BULUNDURMA VE ELDE BULUNDURMAMA MALİYETLERİNİN HESAPLANMASI

Siparişin periyot başında verilmemesi için stok pozisyonunun yeniden sipariş noktası ile yenileme noktası arasında olması gerekmektedir. Bu durumda stok pozisyonu j kadar olacak ve elde bulundurma maliyeti talep miktarının sıfır ile stok pozisyonu miktarı arasında olması durumunda oluşmaktadır. Beklenen elde bulundurma maliyeti ise elde kalan stok miktarı ile yine bu miktara ulaştıran talep miktarının olasılıklarıyla çarpımının kümülatif toplamına eşit olur ve Denklem 3-17'deki hali alır.

$$C_h E(\max\ \ j - D_t, 0\ \ ) = \sum_{D_t=0}^{j-1} C_h (j - D_t) f(D_t) \qquad 3\text{-}17$$

Burada $j - D_t$ elde kalan stok miktarıdır, yine $f(D)_t$ yani talebin gelme olasılığıyla çarpılmıştır.

Elde bulundurmama ise ancak ve ancak talep miktarının eldeki stok miktarından fazla olmasıyla gerçekleşmektedir. Bu durumda elde bulundurulmayan miktar ile bu miktara sebep olan talep olasılık yoğunluk fonksiyonunu çarpmak gereklidir. Elde bulundurmama maliyeti Denklem 3-18'deki gibi oluşur.

$$C_p E(\max \ D_t - j, 0 \ = \sum_{D_t = j}^{\infty} C_p (D_t - j) f(D_t) \qquad \text{3-18}$$

Denklem 3-18'de $j - S$ stok boşalma miktarıdır. Denklem 3-11; Denklem 3-17 ve Denklem 3-18 beraber ele alındığında, Denklem 3-19 ortaya çıkacaktır. Denklem 3-19 sipariş verilmeme durumunda beklenen stok maliyetidir.

$$\begin{aligned} & s < j \leq S \ ise \\ & C_h E(\max \ j - D_t, 0 \ ) + C_p E(\max \ D_t - j, 0 \ ) \\ & = \sum_{D_t = 0}^{j-1} C_h (j - D_t) f(D_t) + \sum_{D_t = j}^{\infty} C_p (D_t - j) f(D_t) \end{aligned} \qquad \text{3-19}$$

Talep yapısı kesikli değil de sürekli dağılıma uyarsa beklenen elde bulundurma ve bulundurmama maliyetlerinin hesabı Denklem 3-20'deki gibi olacaktır.

$$\begin{aligned} E \ C(X_{t-1}, D_t) \ &= C_h E(\max \ j - D_t, 0 \ ) + C_p E(\max \ D_t - j, 0 \\ &= C_s + \int_0^j C_h (j - D_t) f(D_t) dD_t + \int_j^{\infty} C_p (D_t - j) f(D_t) dD_t \end{aligned} \qquad \text{3-20}$$

Aynı şekilde Denklem 3-20'de olasılık yoğunluk fonksiyonunun integrali kümülatif dağılım fonksiyonunu vermektedir ve Denklem 3-21 ile gösterilir.

$$\int_0^j f(D_t) dD_t = F(D_t) \qquad \text{3-21}$$

Sonuç olarak bir periyotluk beklenen stok maliyeti, sipariş verilmesi ve verilmemesi durumunda değişmektedir. Dolayısıyla bu maliyeti veren Denklem 3-11; Denklem 3-14 ve Denklem 3-19'un beraber düşünülmesiyle, Denklem 3-22 halini alacaktır.

$$
\begin{aligned}
E\ C(j,D_t) &= E\ C(X_{t-1},D_t) \\
&= C_s + \sum_{D_t=0}^{S-1} C_h(S-D_t)\,f(D_t) + \sum_{D_t=S}^{\infty} C_p(D_t-S)\,f(D_t) \qquad 0 \le j \le s \ ise \\
&= \sum_{D_t=0}^{j-1} C_h(j-D_t)\,f(D_t) + \sum_{D_t=j}^{\infty} C_p(D_t-j)\,f(D_t) \qquad s < j \le S \ ise
\end{aligned}
\tag{3-22}
$$

Denklem 3-22 çalışmanın uygulama bölümünde Markov karar süreci çözüm modelinde kullanılmıştır.

3.5. POLİTİKALARA AİT BEKLENEN ORTALAMA MALİYETLERİN KARŞILAŞTIRILMASI

Her yeniden sipariş noktası ve yenileme noktası kombinasyonunda farklı politikalardan bahsetmek mümkün olmaktadır, bu her farklı politikanın ise kendine özel bir geçiş matrisi bulunmaktadır. Ayrıca her durumun beklenen maliyetleri de farklı olacaktır. Genel olarak R(0,1) politikasından başlayarak; R(S-1,S) politikasına kadar uzanan farklı politika alternatifleri vardır, örneğin 31 adet durumun olduğu bir zincirde 465 adet farklı politika yazmak mümkündür. Ayrıca her politikanın kendi içindeki beklenen maliyetleri o politikanın S+1 değeri kadardır, örneğin R(0,2) politikasında yenileme noktası iki olduğundan durum sayısı üçtür ve üç adet beklenen maliyet hesabı yapmak gerekecektir. *k(0);k(1) ve k(2).*

Dolayısıyla her maliyetin tek tek hesabını yapmak oldukça güç ve zaman alıcı işlemler gerektirdiğinden bununla ilgili birçok algoritma geliştirilmiştir, bu algoritmalardan önceki bölümlerde bahsedilmiştir. Çalışmada ise bilgisayarda bu bölümde anlatılan mantık silsilesinde yeni bir kod geliştirilerek çözüme çok kısa bir zamanda gidilmiştir. MATLAB programında geliştirilen bu kodun algoritması "Ayrıntılı Sayma Yöntemi" ile uyuşmaktadır.

BÖLÜM 4. ÜRÜN STOKUNA AİT UYGULAMA

Bu bölümde çalışmanın yapıldığı işletmeden kısaca bahsedilmiş ve üzerinde çalışılan ürüne ait talep yapısı incelenmiştir. Talep yapısının olasılık dağılımı tespit edilmiş ve bu dağılım esas alınarak önceki bölümlerde bahsedilen konularla ilişkisi kurulmuştur. Dağılım doğrultusunda Markov karar sürecine ait durum uzayı oluşturulmuştur. Kararlar ve politikalar tanımlanarak her politikada oluşacak farklı geçiş matrisleri gösterilmiştir. Maliyet yapısının kurulmasının ardından da optimum politikayı veren yöntemler denenmiş ve Markov modeliyle stok problemi irdelenmiştir.

Bir önceki bölümde Markov karar süreci ile stok problemlerinin incelendiği gösterilmişti. Fakat her çalışmanın kendine özgü varsayımları bulunmaktadır, özellikle yurtiçindeki çalışmalara bakıldığında, durum sayısı 4-8 arası Markov karar süreci çözümleri bulunmaktadır. Böyle bir sürecin elle veya mevcut paket programlarla çözümü mümkün olmaktadır. Bunun yanında literatürdeki birçok çalışmada talep yapısı sürekli dağılıma uymaktadır ve belli noktalardan kesilerek durumlar kesikli hale getirilmiştir. Fakat kesikli hale getirilen durumların bir sonraki dönem geçiş olasılıklarının bulunması için sürekli dağılım parametrelerinden yararlanılmıştır, yani kesikli durum Markov zinciri geçiş matrisi oluşturulurken sürekli dağılım değerleri kullanılmıştır.

Çalışmada ise, durum sayısı 31'dir, dolayısıyla çözümü mevcut programlarla veya elle yapmak mümkün değildir. Bu sebeple probleme özgü bir bilgisayar kodlaması geliştirilmiştir. Bu yönden de yurtiçindeki ilk çalışmalardandır. Ayrıca ele alınan talep dağılımları da kesikli olarak incelenmiş ve çözüme herhangi bir sürekli dağılıma yakınsamaya gidilmeden ulaşılmıştır, bu konuda da Türkiye'de bir çalışmaya rastlanmamıştır. Bunun yanında, geçiş matrisi de kesikli talep yapısı altında oluşturulmuştur.

4.1. UYGULAMA ADIMLARI VE KARŞILAŞTIRMA SÜRECİ

Uygulamanın yapıldığı işletmeden stok kalemlerine ait gerçek talep verileri elde edilmiştir. Bu verilerin öncelikle dağılım uygunluk analizi yapılmıştır. Daha sonra talep dağılımı dikkate alınarak toplamda 4 model birbirleriyle kıyaslanmıştır. Bunlar işletmenin kendi kullandığı model, Markov karar süreci ile geliştirilen model, genetik algoritma modeli ve klasik yöntem olarak adlandırılabilecek olan "hizmet düzeyi çarpanı" kullanılarak oluşturulan modeldir.

Bu modellerden ikincisi ve üçüncüsü için talep dağılımları dikkate alınmıştır, Markov karar sürecinde talep dağılımının olasılık yoğunluk fonksiyonu, genetik algoritma çözümünde ise talep dağılıma uygun üretilen rassal sayılar kullanılmıştır. Klasik yöntemde ise kullanılan hizmet düzeyidir. Dolayısıyla yapılan karşılaştırma geçmişteki gerçek talep verileri üzerine farklı bir bölümde gösterilmiştir. Bunun amacı maliyeti kıyaslarken aynı şeyler üzerinden kıyaslama yapmaktır.

Geliştirilen Markov Karar Süreci Modeli çözüm sırası şu şekildedir;

- Yeniden sipariş noktası ve yenileme noktası kümelerinin belirlenerek ardından politika sayısının belirlenmesi,
- Talebe ait dağılımın farklı iki test ile test edilmesi,
- Talebe ait olasılık yoğunluk fonksiyonu ile kümülatif dağılım fonksiyonlarının belirlenmesi,
- Her politika için talep yapısı dikkate alınarak geçiş matrislerinin oluşturulması,
- Politikalara ait kararların tanımlanması,
- Geçiş matrislerinden kararlı hale ulaşılması,
- Her durum için beklenen sipariş, elde bulundurma ve elde bulundurmama maliyetlerin hesaplanması,

- Her politika için birim zamanda oluşan beklenen ortalama maliyetlerin hesaplanması,
- Bulunan bu maliyetlere göre optimum politikanın seçilmesi.

4.2.UYGULAMA KONUSU

Çalışma uluslararası bir grubun Türkiye'de faaliyet gösteren merkezinde gerçekleştirilmiştir. 1945 yılında Almanya'da kurulmuş olan işletme, dünya çapında 84 ülkede yapı malzemeleri, elektrikli el aletleri, atölye donanımı, montaj ve tamir malzemeleri, bağlantı elemanları, kimyasal ürünler ve mobilya, inşaat ve otomotiv malzemeleri alanlarında faaliyet göstermektedir. Bu ürünlerin hepsini anlaşmalı olduğu küresel tedarikçilerinde ürettirmekte ve/veya montajını yaptırmaktadır. Dünya çapında faaliyet gösteren bu grup temelde iki bölüme ayrılmaktadır. İlk bölüm uluslararası dağıtım kanallarını kullanarak ürünlerin montajını ve toplanmasını ve dünyanın belli bölgelerine kurulmuş olan ana depolarda bu ürünlerin stoklanmasını gerçekleştirmektedir. Diğer birimler ise her ülkenin kendi coğrafyasında faaliyet göstermekte olup ürünlerin pazarlamasını yapmaktadır.

Bu gruba ait Türkiye ortağı, yurtdışında önceden belirlenmiş standartlara göre ve kendi markası altında imal edilmiş ürünlerin Türkiye'ye getirilmesini ve buradan da yurtiçindeki toptancılara pazarlamasını yapmaktadır. Dolayısıyla satın alma, depolama pazarlama ve dağıtım faaliyetlerini yerine getirmektedir. Ürünlerin birçoğu her ne kadar yurtdışı menşeli olsa da hızlı tedarik veya kalite bakımından yurtiçi tedarikçilerden de zaman zaman temin edilebilmektedir. Satışı yapılan 100.000'in üzerinde farklı ürün bulunmaktadır. Ürün çeşidi ve buna bağlı olarak tedarikçi ilişkileri göz önüne alındığında, işletmenin tedarik zinciri yönetiminde ne kadar başarılı olması gerektiği ortaya çıkmaktadır. Özellikle satın alma ve depolama fonksiyonlarının doğru şekilde yerine getirilebilmesi için sipariş ve stok politikası ön plana çıkmaktadır.

Ürün çeşitliliğinin fazlalığı göz önüne alındığında, yanlış ve fazla verilen bir sipariş, hem yüksek bir maliyet unsuru oluşturmakta hem de depoda fazla yer işgal ettiğinden diğer ürünlerin sipariş ve depolama durumlarını olumsuz yönde etkilemektedir. İşletme bunun önüne geçmek için ürünlerini temelde A Tipi, B Tipi ve C Tipi olmak üzere ayırmaktadır. Buradaki ayrım literatürde adı geçen ABC Analizine uygun olarak yapılmaktadır. Yüksek değere sahip fakat miktar olarak az olan ürünleri A Tipi olarak sınıflandırmakta, diğerlerini ise aynı mantık çerçevesinde B ve C olarak adlandırmaktadır. Fakat bilinenden farklı olarak sadece ürün maliyetlerini temel almamakta aynı zamanda ürünün kârlılığını da göz önünde bulundurmaktadır. Bu ayrım neticesine göre de stok politikalarını belirlemektedir. Her ürün periyodik olarak gözden geçirilmektedir. Bunun nedeni ise yine ürün çeşitliliğinin fazla olmasıdır. Dolayısıyla hangi tipte olursa olsun tüm ürünlere uygulanan temel stok politikası periyodik gözden geçirmeye dayanmaktadır. A ve B tipi ürünler aylık olarak gözden geçirilmekte, C tipi ürünler ise daha uzun periyotlarla gözden geçirilmekte ve maliyet yapısı gereği daha yüksek adetlerde sipariş verilmektedir. Çalışmada kullanılan ürün A tipi olup aynı zamanda uzun yıllardır bulunduğu yeri değiştirmemiş ürünlerden seçilmiştir, bunun sebebi ise Markov analizinde kullanılmış olmasıdır.

4.3.İŞLETMENİN STOK POLİTİKASI VE MALİYET YAPISI

İşletme stoklarını ayda bir kontrol etmekte ve stok pozisyonu daha önceden belirlenmiş yeniden sipariş noktası (s) altına düştüğünde sipariş vermektedir. Ayrıca bir emniyet stoku hesabı kullanmamaktadır. Sipariş miktarı ise sabit olmayıp stok yenileme noktasına (S) kadardır. Stok kontrol modeli bu haliyle Periyodik Gözden Geçirmeye Dayalı Stokastik (R,s,S) Opsiyonlu Yenileme Stok Politikasına uygundur. Ürünlere ait tedarik süreleri tedarikçilerle yapılan anlaşmalar dolayısıyla sabittir, geçmiş veriler incelendiğinde de böyle olduğu görülmektedir. Ürünlere ait tedarik sürelerinin gözden geçirme periyodundan kısa olmasından ötürü yeniden sipariş noktasının belirlenmesinde sadece tedarik süreleri değil hem tedarik sürelerini hem de gözden geçirme periyodunu dikkate almaktadır. Fakat bu süre boyunca oluşacak talep dalgalanmasını (talebin standart sapmasını) yeniden sipariş noktasını belirlerken dikkate almamaktadır. İşletmede ürünlere ait yeniden sipariş noktaları Denklem 4-1'deki gibi belirlenmektedir.

$$s = \mathrm{D} * \ (R + L) \qquad 4\text{-}1$$

Ürünler yurtdışından getirtildiğinden her siparişte katlanılması gereken ham maliyetin dışında hem sabit hem değişken kısımdan oluşan maliyetler söz konusudur. Yapılan araştırma sonucunda sabit kısmın sipariş maliyeti olarak kabul edilmesi, değişken kısmınsa "birim satın alma maliyetine" eklenmesinin uygun olduğu kararlaştırılmıştır. İşletme herhangi bir üründen bir adet de getirse birden çok da getirtse katlandığı maliyet 60 TL'dir. Dolayısıyla sipariş maliyeti Denklem 4-2'deki gibi olacaktır.

$$C_s = \begin{cases} 60\,TL & Q > 0 \ \ ise \\ 0 & Q = \ \ ise \end{cases} \qquad 4\text{-}2$$

Periyot boyunca oluşan talebin eldeki stok miktarını geçmesi durumunda stok pozisyonu pozitif olsa dahi stok düzeyi negatif olacağından stok boşalması ile karşılaşılmaktadır. Stok boşalması durumunda sipariş bekletilmemekte, satış kaybedilmektedir. İşletmenin muhasebe kayıtları incelendiğinde A tipi ürünlerin katma değerinin çok yüksek olduğu ve genelde müşterinin geri çevrilmesi durumunda ürün satın alma maliyetinin üç katının kaybolduğu görülmüştür. Dolayısıyla bir birimin elde bulundurmama maliyeti Denklem 4-3'teki gibi oluşmaktadır.

$$C_p = \begin{cases} 3c * max\{D_{t+1} - S, 0\} & 0 \leq X_t \leq s \quad ise \\ 3c * max\{D_{t+1} - X_t, 0\} & s+1 \leq X_t \leq S \quad ise \end{cases} \quad 4\text{-}3$$

Denklemde de görüldüğü üzere elde bulundurmama maliyeti iki farklı durum için hesaplanmıştır. Birinci maliyet siparişin verilmesi durumunda ikincisi ise siparişin verilmemesi durumunda gerçekleşir.

İşletmenin stok kararlarında elde bulundurma maliyeti kullanılmamaktadır. Çalışmada ise elde bulundurma maliyetine ulaşılabilmek için işletmenin maliyet yapısı incelenmiştir. Ayrıca fırsat maliyetine ulaşabilmek adına son iki yıla ait "En kısa vadeli devlet hazine bonosu getiri oranları" incelenmiş ve aritmetik ortalaması alınarak %15,8 olarak bulunmuştur. Tablo 4'te elde bulundurma maliyeti hesapları görülmektedir.

Tablo 4 İşletmenin Bir Yıllık Elde Bulundurma Maliyeti

Maliyet Kalemi	**Birim Maliyet Yıllık %**
Fırsat Maliyeti	15,8
Fiziksel Alan Maliyeti	8
Fire Maliyeti	2
Elleçleme Maliyeti	5
Yönetim Giderleri	6
Sigorta Giderleri	4
Toplam	**40,8**

Dolayısıyla bir periyotluk elde bulundurma maliyeti Denklem 4-4'teki gibi oluşacaktır. Yine ilk maliyet sipariş verme durumunda ortaya çıkar ikincisi ise sipariş vermeme durumunda gerçekleşir.

$$C_h = \begin{cases} 0{,}034c * \max\{S - D_{t+1}, 0\} & 0 \le X_t \le s \\ 0{,}034c * \max\{X_t - D_{t+1}, 0\} & s + 1 \le X_t \le S \end{cases} \qquad 4\text{-}4$$

Elde bulundurma maliyetinde görüleceği üzere elde bulundurma maliyeti dönem sonunda elde kalması beklenen stok miktarı üzerinden hesaplanmıştır, talebin dönem başında gelmesi varsayımını içeren tek periyotlu modeli andırmaktadır.

Bir periyotluk toplam stok maliyeti ise Denklem 4-5'teki gibi oluşur.

$$T_c = C\{X_t, D_t\} =$$

$$\begin{cases} 60 + 0{,}034c * \max\{S - D_{t+1}, 0\} + 3c * max\{D_{t+1} - S, 0\} \\ \qquad 0 \le X_t \le s \ ise \\ 0{,}034c * \max\{X_t - D_{t+1}, 0\} + 3c * max\{D_{t+1} - X_t, 0\} \\ \qquad s + 1 \le X_t \le S \text{ ise} \end{cases} \qquad 4\text{-}5$$

Toplam maliyet fonksiyonunun ilk bölümü sipariş verilme durumu olduğundan sipariş maliyetinden, elde bulundurma ve elde bulundurmama maliyetinden oluşur. İkinci kısımda ise sadece elde bulundurma ve elde bulundurmama maliyetleri vardır. Uygulama bölümünde Denklem 4-5 dikkate alınarak çözüm araştırılacaktır.

4.4. ÜRÜNE AİT BİLGİLER

Çalışmada A sınıfı bir ürün incelenmiştir. Ürüne ait son 24 aylık talep miktarları Aralık 2007-Kasım 2009 döneminde gerçek veriler olarak alınmıştır. Ürünlerin tamamı yurtdışından tedarik edildiğinden siparişlerini tek tek verebilmek mümkün olamamaktadır. Ürünlerin çoğu (bazı kimyasallar hariç) öncelikle kolilere kolilerden ise "Euro Palet"lere konularak taşınabilmektedir. Dolayısıyla anlam bütünlüğü kazanması açısından ürünlerin tedariki esnasındaki taşınma biçimlerine göre talep yapısı analiz edilmiştir ve talep yapısının nasıl bir dağılıma uyduğunun tespitinde ise yalnızca kesikli dağılımlar kullanılmıştır. Bunun bir başka sebebi ise Markov karar sürecindeki durumların kesikli olmasındandır. İncelenen ürünlerin hiçbirinde mevsim etkisi bulunmamaktadır.

İncelenen birçok ürünün talep yapısı "geometrik", "negatif binom" ve "Poisson" dağılımı özelliği göstermektedir. Çalışmada işletmenin ürünlerinden A tipi stok kalemi olan "Akü Başı Yağı Spreyi" üzerine düşülmüştür.

4.4.1. TALEP YAPISI

"Akü Başı Yağı Spreyi" işletme tarafından Almanya'dan ithal edilen A tipi stok kalemlerindendir. Ürün 150 ml. kutularda bulunmaktadır. Fakat sipariş 15 cm*16 cm*22 cm ebatlarındaki kolilerle verilebilmektedir. Bir kolide 12 adet kutu bulunmaktadır. Dolayısıyla gerçek satış verileri de sipariş verilebilecek noktada değerlendirilmiş olup, koli bazında incelenmiştir. Ürüne ait son 24 aylık satış verileri koli cinsinden Tablo 5'teki gibidir. Tablo 5'teki satış verilerinin tanımsal istatistikî değerleri de Tablo 6'da görülmektedir. Tablodan da görüldüğü üzere en yüksek değer 19, en düşük değer 6'dır. Verilerin aritmetik ortalaması 12,21; standart sapması ise 3,719'dur.

Tablo 5 Ürüne Ait Son 24 Aylık Gerçekleşen Satış Verileri

Akü Başı Yağı Spreyi 150 ML.			
Aylar	Satışlar (Koli)	Aylar	Satışlar (Koli)
Kas.09	11	Kas.08	19
Eki.09	17	Eki.08	18
Eyl.09	7	Eyl.08	11
Ağu.09	12	Ağu.08	15
Tem.09	13	Tem.08	11
Haz.09	12	Haz.08	6
May.09	9	May.08	10
Nis.09	12	Nis.08	11
Mar.09	8	Mar.08	12
Şub.09	14	Şub.08	6
Oca.09	13	Oca.08	17
Ara.08	10	Ara.07	19

Tablo 6 Ürüne Ait Tanımsal İstatistik Değerleri

Tanımsal İstatistik	
Örnek Büyüklüğü	24
Aralık	13
Ortalama	12,21
Varyans	13,83
Standart Sapma	3,719

Alınan gerçek verilerin, Poisson, Negatif Binom, Binom ve Geometrik dağılıma uygunlukları Kolmogorov Smirnov ve Anderson Darling ile test edilmiştir. Sonuçlar Tablo 7'de özetlenmiştir.

Tablo 7 Ürüne Ait Dağılım Uygunlukları Özet Tablosu

Dağılım	Kolmogorov Smirnov		Anderson Darling	
	Değer	Sıra	Değer	Sıra
Geometrik	0,4237	3	6,085	3
Negatif Binom	0,1663	2	0,6543	2
Poisson	0,1463	1	0,6233	1
Binom	Uyumsuz			

Tablo 7'de 4 farklı kesikli dağılımın kıyaslanması yapılmış olup, her dağılımın yanında D istatistiğine ulaşılmıştır. Kolmogorov Smirnov örnek testinde bulunan D istatistik değeri; teorik istatistik dağılımlarıyla elde edilen nisbi frekanslar ile gözlenen nisbi frekanslar arasındaki farkların mutlak değerce en yüksek olanıdır.[1] Örneğin Poisson Dağılımına göre bu değer 0,1463 bulunmuştur.

Bulunan bu D değerlerinin tablo değerleriyle de karşılaştırılması gerekmektedir. H_o hipotezi "x dağılımına uygundur" olduğunda hipotezin kabulü için D değerinin tablo değerinden küçük eşit olması gerekir. Bu Tablo Değerleri ise, farklı anlamlılık düzeyleri için Tablo 8,9 ve 10'da görülebilir.

Tablo 8'de Geometrik Dağılıma uygunluk değerleri görülmektedir, tablodan da anlaşılacağı üzere dağılımın geometrik dağılıma uyduğu söylenemez. Çünkü bulunan tablo değerleri istatistik değerinden küçüktür, ve her anlamlılık düzeyinde hipotez reddedilmiştir. Kritik Değer olarak yazan ifade tablo değeri demektir.

[1] Neyran Orhunbilge, **Örnekleme Yöntemleri ve Hipotez Testleri**, İstanbul, İşletme İktisadı Yayınları, 2000, s.281

Tablo 8 Geometrik Dağılıma Uygunluk Testi Tablosu

Geometric Dağılım					
Kolmogorov-Smirnov					
∝	0,2	0,1	0,05	0,02	0,01
Kritik Değer	0,212	0,2424	0,2693	0,301	0,3229
Reddet?	Evet	Evet	Evet	Evet	Evet
Anderson-Darling					
∝	0,2	0,1	0,05	0,02	0,01
Kritik Değer	1,375	1,929	2,502	3,289	3,907
Reddet?	Evet	Evet	Evet	Evet	Evet

Tablo 9'da ise negatif binom dağılıma uygunluk görülmektedir. Sonuçlara göre talep yapısı bu dağılıma uymaktadır. Tablo değerleri, istatistik değerden hep büyüktür.

Tablo 9 Negatif Binom Dağılımına Uygunluk Testi Tablosu

Negatif Binom					
Kolmogorov-Smirnov					
∝	0,2	0,1	0,05	0,02	0,01
Kritik Değer	0,212	0,2424	0,2693	0,301	0,3229
Reddet?	Hayır	Hayır	Hayır	Hayır	Hayır
Anderson-Darling					
∝	0,2	0,1	0,05	0,02	0,01
Kritik Değer	1,375	1,929	2,502	3,289	3,907
Reddet?	Hayır	Hayır	Hayır	Hayır	Hayır

Tablo 10 ise poisson dağılımına uygunluğunu göstermektedir. Yine tablo değerleri istatistik değerinden her anlamlılık düzeyinde büyük olduğundan, hipotez kabul edilir. Tablo 11 ise bu üç dağılımın parametrelerini vermektedir.

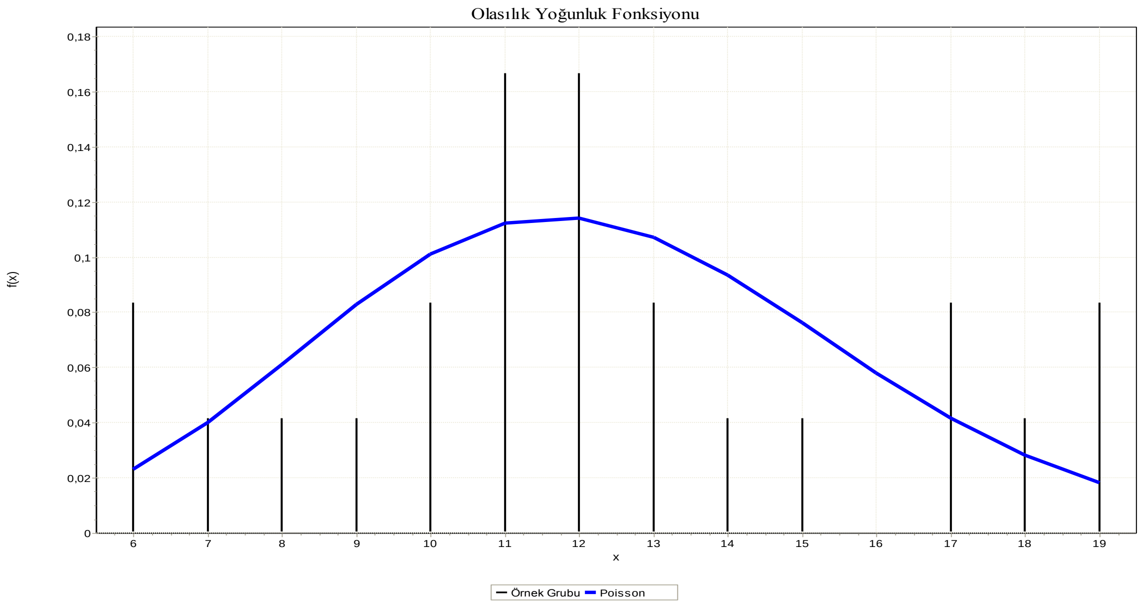
Tablo 10 Poisson Dağılımına Uygunluk Testi Tablosu

Poisson					
Kolmogorov-Smirnov					
∝	0,2	0,1	0,05	0,02	0,01
Kritik Değer	0,212	0,2424	0,2693	0,301	0,3229
Reddet?	Hayır	Hayır	Hayır	Hayır	Hayır
Anderson-Darling					
∝	0,2	0,1	0,05	0,02	0,01
Kritik Değer	1,375	1,929	2,502	3,289	3,907
Reddet?	Hayır	Hayır	Hayır	Hayır	Hayır

Tablo 11 Dağılım Parametreleri

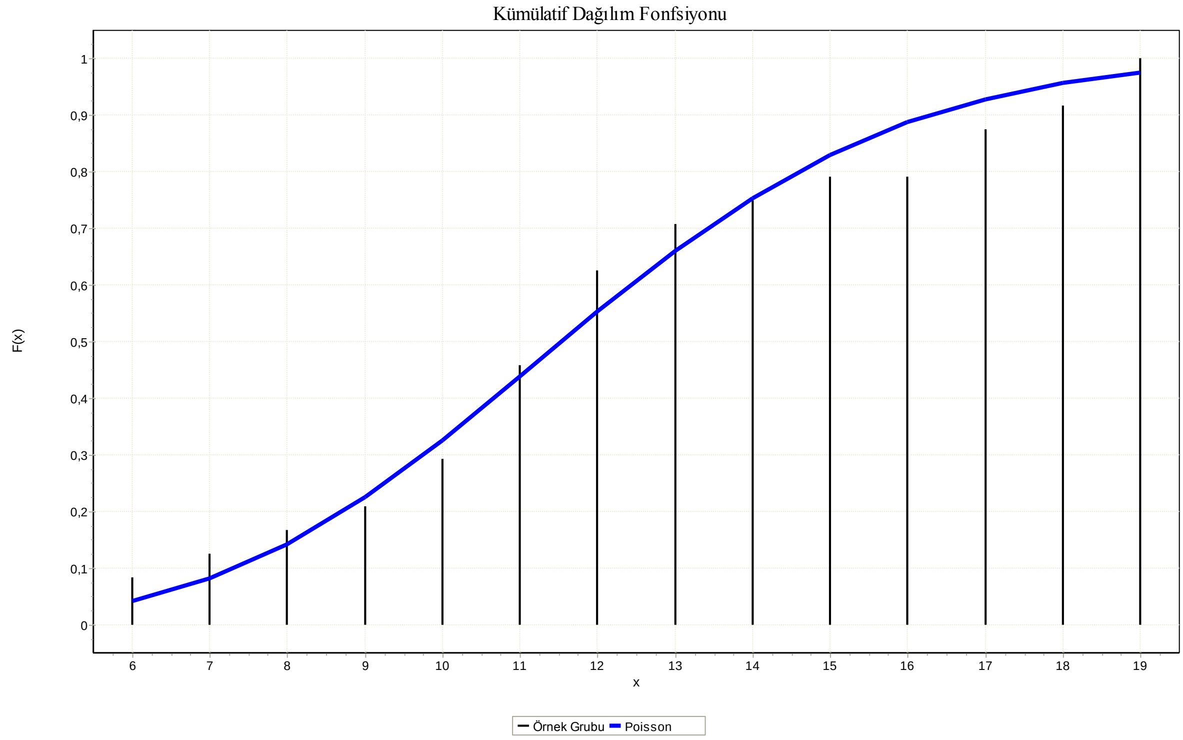
Dağılım	**Parametreler**
Geometric	p=0,0757
Negatif Binom	n=91 p=0,8826
Poisson	λ=12,21

Tabi Tablo 7 sonuç tablosu olarak yorumlandığında, talep dağılımını en iyi ifade eden dağılım her iki testte de Poisson olarak belirlenmiştir. Poisson olasılık yoğunluk grafiği de Şekil 11'deki gibidir.



Şekil 11 Ürüne Ait Olasılık Yoğunluk Grafiği- Poisson

Dağılımın kümülatif dağılım fonksiyonunu gösteren grafik ise Şekil 12'de verilmiştir.



Şekil 12 Ürüne Ait Kümülâtif Dağılım Fonksiyonu- Poisson

Sonuç olarak, "Akü Başı Yağı Spreyi" ürününe olan aylık talep dağılımı Lamdası 12,208 olan Poisson Dağılımına uymaktadır. Poisson dağılımının olasılığı ve Kümülatif Dağılım Fonksiyonu aşağıdaki gibi ifade edilmektedir.

$$\boldsymbol{f(x)} = \frac{\boldsymbol{\lambda^x e^{-\lambda}}}{\boldsymbol{x!}} \text{ Olasılık Yoğunluk Fonksiyonu}$$

$$\boldsymbol{F(x)} = \boldsymbol{e^{-\lambda}} \sum_{\boldsymbol{i=0}}^{\boldsymbol{x}} \frac{\boldsymbol{\lambda^i}}{\boldsymbol{i!}} \text{ Kümülatif Dağılım Fonksiyonu}$$

Denklemlerdeki x yerine aylık talep miktarlarını göstermek üzere $D_t = 0,1,2,3, \dots \dots$ değerleri konduğunda Lamdası 12,208 olan Poisson Dağılımının teorik olasılık değerleri Tablo 12'deki gibi olacaktır. Tablo 12'deki olasılık değerleri, kümülatif olasılık değerleri Markov Karar sürecinde, hem geçiş matrisinde hem de beklenen maliyetlerin hesaplanmasında öneme sahiptir. Tabloda sadece 26'ya kadar olan olasılık değerleri gösterilmesine rağmen, MATLAB programında geliştirilen kodlamada bu değerler çok yüksek alınmıştır.

Tablo 12 Ürüne Ait Teorik Olasılık Değerleri

Talep x= D_t=k	**Olasılık** $f(x) = f(D_t)$= α_k	**Kümülatif** $F(x) = F(D_t)$	**1-Kümülatif** $1 - F(D_t)$
0	0,0000049904	0,0000049904	0,999995
1	0,0000609225	0,0000659128	0,999934
2	0,0003718707	0,0004377836	0,999562
3	0,0015132660	0,0019510496	0,998049
4	0,0046184879	0,0065695374	0,99343
5	0,0112764999	0,0178460374	0,982154
6	0,0229439185	0,0407899559	0,95921
7	0,0400141939	0,0808041499	0,919196
8	0,0610616600	0,1418658098	0,858134
9	0,0828267494	0,2246925592	0,775307
10	0,1011148957	0,3258074549	0,674193
11	0,1122191497	0,4380266046	0,561973
12	0,1141642816	0,5521908862	0,447809
13	0,1072090423	0,6593999285	0,3406
14	0,0934862849	0,7528862134	0,247114
15	0,0760853711	0,8289715845	0,171028
16	0,0580531381	0,8870247226	0,112975
17	0,0416889830	0,9287137055	0,071286
18	0,0282743947	0,9569881002	0,043012
19	0,0181670426	0,9751551428	0,024845
20	0,0110891628	0,9862443056	0,013756
21	0,0064465000	0,9926908056	0,007309
22	0,0035772214	0,9962680271	0,003732
23	0,0018987269	0,9981667540	0,001833
24	0,0009658191	0,9991325731	0,000867
25	0,0004716288	0,9996042019	0,000396
26	0,0002214479	0,9998256497	0,000174

4.4.2. STOK POLİTİKASI BİLGİLERİ

Markov karar süreci ile analiz edilecek stok modelinin varsayımları şunlardır:

- Talep miktarı rassal dağılmakta ve bir olasılık dağılımı ile ifade edilebilmektedir.
- Tedarik süresi gözden geçirme süresinden kısadır ve bilinmektedir.
- Elde bulundurma maliyeti olarak birim satın alma maliyetinin belli bir oranı kullanılmaktadır.
- Elde bulundurma maliyeti hesabında kullanılan miktar, periyodun sonunda elde kalan stok miktarıdır.
- Elde bulundurmama maliyeti bilinmektedir ve karın kaybı olarak birim başına oluşmaktadır.
- Sipariş maliyeti bilinmekte ve sabittir.

“Akü Başı Yağı Spreyi” ürününün tedarik süresi 2 hafta olup karayolu veya demiryolu ile getirtilmektedir. Ürünün satın alma maliyeti; birim başına 3,42 TL’dir (O günkü döviz kuru üzerinden Avro-TL dönüşümü yapılmıştır). Dolayısıyla bir kolinin maliyeti 41,04 TL kadardır.

$$c = 41{,}04$$

İşletme deposunda 18 birime düştüğünde sipariş vermektedir. İşletmenin belirlediği en yüksek sipariş noktası ise, 30 birimdir. 30 birim aynı zamanda depoda bu ürün için ayrılan maksimum yerdir. İşletmenin ürün için kullandığı politika R(18,30) politikasıdır.

Ürüne ait elde bulundurma ve elde bulundurmama maliyetlerinin yazılmasıyla aylık maliyet Denklem 4-5’teki yerine konursa; Denklem 4-6’daki gibi oluşmaktadır.

$$T_c = C\{X_t, D_t\} = \begin{cases} 60 + 1{,}40 * \max\{\mathrm{S} - \mathrm{D}_{\mathrm{t+1}}, 0\} + 120 * max\{D_{t+1} - S, 0\} \\ \qquad 0 \leq \mathrm{X_t} \leq \mathrm{s} \ \ ise \\ 1{,}40 * \max\{\mathrm{X_t} - \mathrm{D}_{\mathrm{t+1}}, 0\} + 120 * max\{D_{t+1} - X_t, 0\} \\ \qquad \mathrm{s} + 1 \leq \ \mathrm{X_t} \leq \mathrm{S}\ \text{ise} \end{cases} \tag{4-6}$$

Bu denklem Genetik Algoritma çözümünde kullanılabilirken Markov Karar Süreci çözümünde kullanılamamaktadır çünkü maliyet fonksiyonu teorik dağılım değerleriyle bulunarak, beklenen maliyet hesabı bu denklemle mümkün olmamaktadır dolayısıyla Markov karar sürecinde kullanılmak üzere beklenen maliyetler denklemi kullanılmalıdır. Karar süreci kesikli olduğundan dolayı maliyetler Denklem 4-7 ve 4-8'deki gibi olacaktır. Denklem 4-7 sipariş verilmesi durumunda (yani bu politikaya göre stok pozisyonu 18'in altında olduğunda), Denklem 4-8 ise sipariş verilmemesi durumunda geçerlidir.

$$\begin{aligned} &E\ \ C(X_{t-1}, D_t)\ = k(j) \\ &= C_s + \sum_{D_t=0}^{S-1} C_h (S - D_t) f(D_t) + \sum_{D_t=S}^{\infty} C_p (D_t - S) f(D_t) \\ &= 60 + \sum_{D_t=0}^{S-1} 1{,}40 (S - D_t) f(D_t) + \sum_{D_t=S}^{\infty} 120 (D_t - S) f(D_t) \end{aligned} \tag{4-7}$$

$$\begin{aligned} &E\ \ C(X_{t-1}, D_t)\ = k(j) \\ &= \sum_{D_t=0}^{j-1} C_h (j - D_t) f(D_t) + \sum_{D_t=j}^{\infty} C_p (D_t - j) f(D_t) \\ &= \sum_{D_t=0}^{j-1} 1{,}40 (j - D_t) f(D_t) + \sum_{D_t=j}^{\infty} 120 (D_t - j) f(D_t) \end{aligned} \tag{4-8}$$

4.5.MARKOV KARAR SÜRECİ İLE ÇÖZÜM

İşletmenin mevcut R=18,30 politikasının kararlar kümesi Tablo 13'deki gibidir.

Tablo 13 Mevcut Politikaya Ait Kararlar Kümesi

Politika	**Tanımı**	$d_0(R)$	$d_1(R)$	$d_2(R)$	**…**	$d_{17}(R)$	$d_{18}(R)$	$d_{19}(R)$	**…**	$d_{30}(R)$
18,30	Stok pozisyonu 18'in altındaysa, 30'a kadar sipariş ver	19	18	17	…	2	1	0	0	0

Bu tabloya göre 0'dan 19'a toplam 20 farklı karar vardır, kararlar stok pozisyonu i'nin ne olduğu ile ilgilidir. Stok pozisyonu 19 ile 30 arasındayken 0. Karar verilir. 18'ken 1. Karar; 17 iken 2. Karar; 16'ya 3; 15: 4; 14: 5; ….. 2: 17; 1:18; 0: 19. Kararlar alınır. Sonuçta yeniden sipariş noktasından 2 adet fazla karar olduğu, karar numaraları ise 0 ile s+1 arasında gittiği görülmektedir. Tablo 14'te ise mevcut politikaya ait hareketlerin açıklamaları görülmektedir.

Tablo 14 Mevcut Politika Açıklamalı Hareketleri

Karar $d_i(R)$	**Hareket** $a \in A_i$	**Karar** $d_i(R)$	**Hareket** $a \in A_i$
0	Hiç sipariş verme	**10**	21 birim sipariş ver
1	12 birim sipariş ver	**11**	22 birim sipariş ver
2	13 birim sipariş ver	**12**	23 birim sipariş ver
3	14 birim sipariş ver	**13**	24 birim sipariş ver
4	15 birim sipariş ver	**14**	25 birim sipariş ver
5	16 birim sipariş ver	**15**	26 birim sipariş ver
6	17 birim sipariş ver	**16**	27 birim sipariş ver
7	18 birim sipariş ver	**17**	28 birim sipariş ver
8	19 birim sipariş ver	**18**	29 birim sipariş ver
9	20 birim sipariş ver	**19**	30 birim sipariş ver

Görüldüğü gibi toplam s+2 adet hareket vardır ve bu sadece bir politika içindir, bu stok kalemine ait toplam 465 politika vardır ve her politikanın kendi içinde farklı kararları söz konusudur, bu dahi problemin karmaşıklığını göstermektedir. Aynı şekilde her politika için olasılık dağılımları tablosu kullanılarak oluşturulan farklı geçiş matrisleri söz konusudur. Geçiş matrislerinin oluşturulmasında Şekil 10'da daha önce gösterilen model kullanılmıştır. Tablo 15'te mevcut politikaya ait geçiş matrisi görülmektedir.

Tablo 15 Mevcut Politika Geçiş Matrisi R(18,30)

	0	1	2	3	4	5	6	7
0	1,22E-05	1,84E-05	4,37E-05	0,0001	0,000222	0,000472	0,000966	0,001899
1	1,22E-05	1,84E-05	4,37E-05	0,0001	0,000222	0,000472	0,000966	0,001899
2	1,22E-05	1,84E-05	4,37E-05	0,0001	0,000222	0,000472	0,000966	0,001899
3	1,22E-05	1,84E-05	4,37E-05	0,0001	0,000222	0,000472	0,000966	0,001899
4	1,22E-05	1,84E-05	4,37E-05	0,0001	0,000222	0,000472	0,000966	0,001899
5	1,22E-05	1,84E-05	4,37E-05	0,0001	0,000222	0,000472	0,000966	0,001899
6	1,22E-05	1,84E-05	4,37E-05	0,0001	0,000222	0,000472	0,000966	0,001899
7	1,22E-05	1,84E-05	4,37E-05	0,0001	0,000222	0,000472	0,000966	0,001899
8	1,22E-05	1,84E-05	4,37E-05	0,0001	0,000222	0,000472	0,000966	0,001899
9	1,22E-05	1,84E-05	4,37E-05	0,0001	0,000222	0,000472	0,000966	0,001899
10	1,22E-05	1,84E-05	4,37E-05	0,0001	0,000222	0,000472	0,000966	0,001899
11	1,22E-05	1,84E-05	4,37E-05	0,0001	0,000222	0,000472	0,000966	0,001899
12	1,22E-05	1,84E-05	4,37E-05	0,0001	0,000222	0,000472	0,000966	0,001899
13	1,22E-05	1,84E-05	4,37E-05	0,0001	0,000222	0,000472	0,000966	0,001899
14	1,22E-05	1,84E-05	4,37E-05	0,0001	0,000222	0,000472	0,000966	0,001899
15	1,22E-05	1,84E-05	4,37E-05	0,0001	0,000222	0,000472	0,000966	0,001899
16	1,22E-05	1,84E-05	4,37E-05	0,0001	0,000222	0,000472	0,000966	0,001899
17	1,22E-05	1,84E-05	4,37E-05	0,0001	0,000222	0,000472	0,000966	0,001899
18	1,22E-05	1,84E-05	4,37E-05	0,0001	0,000222	0,000472	0,000966	0,001899
19	0,043021	0,028279	0,041694	0,058059	0,076091	0,093491	0,10721	0,11416
20	0,024851	0,01817	0,028279	0,041694	0,058059	0,076091	0,093491	0,10721
21	0,013759	0,011092	0,01817	0,028279	0,041694	0,058059	0,076091	0,093491
22	0,007311	0,006448	0,011092	0,01817	0,028279	0,041694	0,058059	0,076091
23	0,003733	0,003578	0,006448	0,011092	0,01817	0,028279	0,041694	0,058059
24	0,001834	0,001899	0,003578	0,006448	0,011092	0,01817	0,028279	0,041694
25	0,000868	0,000966	0,001899	0,003578	0,006448	0,011092	0,01817	0,028279
26	0,000396	0,000472	0,000966	0,001899	0,003578	0,006448	0,011092	0,01817
27	0,000174	0,000222	0,000472	0,000966	0,001899	0,003578	0,006448	0,011092
28	7,43E-05	0,0001	0,000222	0,000472	0,000966	0,001899	0,003578	0,006448
29	3,06E-05	4,37E-05	0,0001	0,000222	0,000472	0,000966	0,001899	0,003578
30	1,22E-05	1,84E-05	4,37E-05	0,0001	0,000222	0,000472	0,000966	0,001899

Tablo 15 (Devamı)

	8	9	10	11	12	13	14	15
0	0,003578	0,006448	0,011092	0,01817	0,028279	0,041694	0,058059	0,076091
1	0,003578	0,006448	0,011092	0,01817	0,028279	0,041694	0,058059	0,076091
2	0,003578	0,006448	0,011092	0,01817	0,028279	0,041694	0,058059	0,076091
3	0,003578	0,006448	0,011092	0,01817	0,028279	0,041694	0,058059	0,076091
4	0,003578	0,006448	0,011092	0,01817	0,028279	0,041694	0,058059	0,076091
5	0,003578	0,006448	0,011092	0,01817	0,028279	0,041694	0,058059	0,076091
6	0,003578	0,006448	0,011092	0,01817	0,028279	0,041694	0,058059	0,076091
7	0,003578	0,006448	0,011092	0,01817	0,028279	0,041694	0,058059	0,076091
8	0,003578	0,006448	0,011092	0,01817	0,028279	0,041694	0,058059	0,076091
9	0,003578	0,006448	0,011092	0,01817	0,028279	0,041694	0,058059	0,076091
10	0,003578	0,006448	0,011092	0,01817	0,028279	0,041694	0,058059	0,076091
11	0,003578	0,006448	0,011092	0,01817	0,028279	0,041694	0,058059	0,076091
12	0,003578	0,006448	0,011092	0,01817	0,028279	0,041694	0,058059	0,076091
13	0,003578	0,006448	0,011092	0,01817	0,028279	0,041694	0,058059	0,076091
14	0,003578	0,006448	0,011092	0,01817	0,028279	0,041694	0,058059	0,076091
15	0,003578	0,006448	0,011092	0,01817	0,028279	0,041694	0,058059	0,076091
16	0,003578	0,006448	0,011092	0,01817	0,028279	0,041694	0,058059	0,076091
17	0,003578	0,006448	0,011092	0,01817	0,028279	0,041694	0,058059	0,076091
18	0,003578	0,006448	0,011092	0,01817	0,028279	0,041694	0,058059	0,076091
19	0,11222	0,10111	0,082819	0,061055	0,040009	0,02294	0,011274	0,004618
20	0,11416	0,11222	0,10111	0,082819	0,061055	0,040009	0,02294	0,011274
21	0,10721	0,11416	0,11222	0,10111	0,082819	0,061055	0,040009	0,02294
22	0,093491	0,10721	0,11416	0,11222	0,10111	0,082819	0,061055	0,040009
23	0,076091	0,093491	0,10721	0,11416	0,11222	0,10111	0,082819	0,061055
24	0,058059	0,076091	0,093491	0,10721	0,11416	0,11222	0,10111	0,082819
25	0,041694	0,058059	0,076091	0,093491	0,10721	0,11416	0,11222	0,10111
26	0,028279	0,041694	0,058059	0,076091	0,093491	0,10721	0,11416	0,11222
27	0,01817	0,028279	0,041694	0,058059	0,076091	0,093491	0,10721	0,11416
28	0,011092	0,01817	0,028279	0,041694	0,058059	0,076091	0,093491	0,10721
29	0,006448	0,011092	0,01817	0,028279	0,041694	0,058059	0,076091	0,093491
30	0,003578	0,006448	0,011092	0,01817	0,028279	0,041694	0,058059	0,076091

Tablo 15 (Devamı)

	16	17	18	19	20	21	22	23
0	0,093491	0,10721	0,11416	0,11222	0,10111	0,082819	0,061055	0,040009
1	0,093491	0,10721	0,11416	0,11222	0,10111	0,082819	0,061055	0,040009
2	0,093491	0,10721	0,11416	0,11222	0,10111	0,082819	0,061055	0,040009
3	0,093491	0,10721	0,11416	0,11222	0,10111	0,082819	0,061055	0,040009
4	0,093491	0,10721	0,11416	0,11222	0,10111	0,082819	0,061055	0,040009
5	0,093491	0,10721	0,11416	0,11222	0,10111	0,082819	0,061055	0,040009
6	0,093491	0,10721	0,11416	0,11222	0,10111	0,082819	0,061055	0,040009
7	0,093491	0,10721	0,11416	0,11222	0,10111	0,082819	0,061055	0,040009
8	0,093491	0,10721	0,11416	0,11222	0,10111	0,082819	0,061055	0,040009
9	0,093491	0,10721	0,11416	0,11222	0,10111	0,082819	0,061055	0,040009
10	0,093491	0,10721	0,11416	0,11222	0,10111	0,082819	0,061055	0,040009
11	0,093491	0,10721	0,11416	0,11222	0,10111	0,082819	0,061055	0,040009
12	0,093491	0,10721	0,11416	0,11222	0,10111	0,082819	0,061055	0,040009
13	0,093491	0,10721	0,11416	0,11222	0,10111	0,082819	0,061055	0,040009
14	0,093491	0,10721	0,11416	0,11222	0,10111	0,082819	0,061055	0,040009
15	0,093491	0,10721	0,11416	0,11222	0,10111	0,082819	0,061055	0,040009
16	0,093491	0,10721	0,11416	0,11222	0,10111	0,082819	0,061055	0,040009
17	0,093491	0,10721	0,11416	0,11222	0,10111	0,082819	0,061055	0,040009
18	0,093491	0,10721	0,11416	0,11222	0,10111	0,082819	0,061055	0,040009
19	0,001513	0,000372	6,09E-05	4,99E-06	0	0	0	0
20	0,004618	0,001513	0,000372	6,09E-05	4,99E-06	0	0	0
21	0,011274	0,004618	0,001513	0,000372	6,09E-05	4,99E-06	0	0
22	0,02294	0,011274	0,004618	0,001513	0,000372	6,09E-05	4,99E-06	0
23	0,040009	0,02294	0,011274	0,004618	0,001513	0,000372	6,09E-05	4,99E-06
24	0,061055	0,040009	0,02294	0,011274	0,004618	0,001513	0,000372	6,09E-05
25	0,082819	0,061055	0,040009	0,02294	0,011274	0,004618	0,001513	0,000372
26	0,10111	0,082819	0,061055	0,040009	0,02294	0,011274	0,004618	0,001513
27	0,11222	0,10111	0,082819	0,061055	0,040009	0,02294	0,011274	0,004618
28	0,11416	0,11222	0,10111	0,082819	0,061055	0,040009	0,02294	0,011274
29	0,10721	0,11416	0,11222	0,10111	0,082819	0,061055	0,040009	0,02294
30	0,093491	0,10721	0,11416	0,11222	0,10111	0,082819	0,061055	0,040009

Tablo 15 (Devamı)

	24	25	26	27	28	29	30
0	0,02294	0,011274	0,004618	0,001513	0,000372	6,09E-05	4,99E-06
1	0,02294	0,011274	0,004618	0,001513	0,000372	6,09E-05	4,99E-06
2	0,02294	0,011274	0,004618	0,001513	0,000372	6,09E-05	4,99E-06
3	0,02294	0,011274	0,004618	0,001513	0,000372	6,09E-05	4,99E-06
4	0,02294	0,011274	0,004618	0,001513	0,000372	6,09E-05	4,99E-06
5	0,02294	0,011274	0,004618	0,001513	0,000372	6,09E-05	4,99E-06
6	0,02294	0,011274	0,004618	0,001513	0,000372	6,09E-05	4,99E-06
7	0,02294	0,011274	0,004618	0,001513	0,000372	6,09E-05	4,99E-06
8	0,02294	0,011274	0,004618	0,001513	0,000372	6,09E-05	4,99E-06
9	0,02294	0,011274	0,004618	0,001513	0,000372	6,09E-05	4,99E-06
10	0,02294	0,011274	0,004618	0,001513	0,000372	6,09E-05	4,99E-06
11	0,02294	0,011274	0,004618	0,001513	0,000372	6,09E-05	4,99E-06
12	0,02294	0,011274	0,004618	0,001513	0,000372	6,09E-05	4,99E-06
13	0,02294	0,011274	0,004618	0,001513	0,000372	6,09E-05	4,99E-06
14	0,02294	0,011274	0,004618	0,001513	0,000372	6,09E-05	4,99E-06
15	0,02294	0,011274	0,004618	0,001513	0,000372	6,09E-05	4,99E-06
16	0,02294	0,011274	0,004618	0,001513	0,000372	6,09E-05	4,99E-06
17	0,02294	0,011274	0,004618	0,001513	0,000372	6,09E-05	4,99E-06
18	0,02294	0,011274	0,004618	0,001513	0,000372	6,09E-05	4,99E-06
19	0	0	0	0	0	0	0
20	0	0	0	0	0	0	0
21	0	0	0	0	0	0	0
22	0	0	0	0	0	0	0
23	0	0	0	0	0	0	0
24	4,99E-06	0	0	0	0	0	0
25	6,09E-05	4,99E-06	0	0	0	0	0
26	0,000372	6,09E-05	4,99E-06	0	0	0	0
27	0,001513	0,000372	6,09E-05	4,99E-06	0	0	0
28	0,004618	0,001513	0,000372	6,09E-05	4,99E-06	0	0
29	0,011274	0,004618	0,001513	0,000372	6,09E-05	4,99E-06	0
30	0,02294	0,011274	0,004618	0,001513	0,000372	6,09E-05	4,99E-06

Daha önceki bölümlerde bahsedilen kararlı hal ise bu geçiş matrisi aracılığı ile bulunabilmektedir. Kararlı hal dağılımı, Denklem 2-14 ve Denklem 2-16 beraber çözüldüğünde 31 duruma ilişkin ortaya çıkmakta ve Tablo 16'daki gibi gerçekleşmektedir.

Tablo 16 Mevcut Politika Kararlı Hal Dağılımı

0	1	2	3	4	5	6	7
0,006394	0,004574	0,007082	0,010431	0,014592	0,019363	0,024357	0,029066
8	9	10	11	12	13	14	15
0,033007	0,035927	0,03798	0,039796	0,04234	0,046578	0,053024	0,061343
16	17	18	19	20	21	22	23
0,070204	0,077494	0,080902	0,078725	0,070574	0,057661	0,042454	0,027802
24	25	26	27	28	29	30	
0,015936	0,007831	0,003207	0,001051	0,000258	4,23E-05	3,46E-06	

$k(j) = E\ C(j, D_t)\ = E\ C(X_{t-1}, D_t)$ değerleri ise Denklem 4-7 ve Denklem 4-8 kullanılarak bulunmuş Tablo 17'de gösterildiği gibi olmuştur.

Tablo 17 Mevcut Politika Stok Düzeylerine İlişkin Beklenen Maliyetler

k (0)	k (1)	k (2)	k (3)	k (4)	k (5)	k (6)	k (7)
84,375	84,375	84,375	84,375	84,375	84,375	84,375	84,375
k (8)	k (9)	k (10)	k (11)	k (12)	k (13)	k (14)	k (15)
84,375	84,375	84,375	84,375	84,375	84,375	84,375	84,375
k (16)	k (17)	k (18)	k (19)	k (20)	k (21)	k (22)	k (23)
84,375	84,375	84,375	15,743	14,096	13,796	14,279	15,196
k (24)	k (25)	k (26)	k (27)	k (28)	k (29)	k (30)	
16,343	17,608	18,93	20,279	21,64	23,006	24,375	

Tablo 16 ile Tablo 17'nin sırayla çarpılmasıyla uzun dönemde birim zamandaki beklenen ortalama maliyet bulunabilir ve Tablo 18'deki gibi gerçekleşir. Bulunan değerler $\sum_{j=0}^{S} \pi_j k(j).$ değerleridir.

Tablo 18 Mevcut Politika Uzun Dönemli Birim Zamanda Beklenen Ortalama Maliyet

0	1	2	3	4	5	6	0
0,53951	0,38591	0,59754	0,88014	1,2312	1,6338	2,0551	0,53951
8	9	10	11	12	13	14	8
2,785	3,0313	3,2046	3,3578	3,5725	3,9301	4,4739	2,785
16	17	18	19	20	21	22	16
5,9235	6,5386	6,8261	1,2393	0,99484	0,79552	0,6062	5,9235
24	25	26	27	28	29	30	Toplam
0,26045	0,13788	0,060706	0,021306	0,005587	0,000973	8,44E-05	63,14 TL

Görüldüğü gibi işletmenin mevcut stok politikası Markov karar süreci ile modellendiğinde, 1 aylık beklenen ortalama stok maliyeti 63,14 TL kadar olmaktadır. Daha da önce belirtildiği üzere 31 durumun olduğu bir stok probleminin tek tek her politikasını elle çözmek ve karşılaştırma yapmak mümkün olmamaktadır, bunun için MATLAB programlama diliyle bir algoritma geliştirilmiş ve sonuçlar incelenmiştir. Yeniden sipariş noktasının 0 ile 29 arasında olduğu, yenileme noktasının da 1 ile 30 arasında olabileceği düşünülerek toplam 465 adet farklı politika ve politikaların durum sayısına göre farklı sayılarda beklenen maliyetler bulunmaktadır. Algoritma aracılığıyla bunlar tek tek hesaplanmış ve 360. Politika olan; 15,30 politikası optimum sonucu vermiştir. Bu politikanın geçiş matrisi Tablo 19'da görüldüğü gibidir.

Tablo 19 Optimum Politika Geçiş Matrisi R(15,30)

	0	1	2	3	4	5	6	7
0	1,22E-05	1,84E-05	4,37E-05	0,0001	0,000222	0,000472	0,000966	0,001899
1	1,22E-05	1,84E-05	4,37E-05	0,0001	0,000222	0,000472	0,000966	0,001899
2	1,22E-05	1,84E-05	4,37E-05	0,0001	0,000222	0,000472	0,000966	0,001899
3	1,22E-05	1,84E-05	4,37E-05	0,0001	0,000222	0,000472	0,000966	0,001899
4	1,22E-05	1,84E-05	4,37E-05	0,0001	0,000222	0,000472	0,000966	0,001899
5	1,22E-05	1,84E-05	4,37E-05	0,0001	0,000222	0,000472	0,000966	0,001899
6	1,22E-05	1,84E-05	4,37E-05	0,0001	0,000222	0,000472	0,000966	0,001899
7	1,22E-05	1,84E-05	4,37E-05	0,0001	0,000222	0,000472	0,000966	0,001899
8	1,22E-05	1,84E-05	4,37E-05	0,0001	0,000222	0,000472	0,000966	0,001899
9	1,22E-05	1,84E-05	4,37E-05	0,0001	0,000222	0,000472	0,000966	0,001899
10	1,22E-05	1,84E-05	4,37E-05	0,0001	0,000222	0,000472	0,000966	0,001899
11	1,22E-05	1,84E-05	4,37E-05	0,0001	0,000222	0,000472	0,000966	0,001899
12	1,22E-05	1,84E-05	4,37E-05	0,0001	0,000222	0,000472	0,000966	0,001899
13	1,22E-05	1,84E-05	4,37E-05	0,0001	0,000222	0,000472	0,000966	0,001899
14	1,22E-05	1,84E-05	4,37E-05	0,0001	0,000222	0,000472	0,000966	0,001899
15	1,22E-05	1,84E-05	4,37E-05	0,0001	0,000222	0,000472	0,000966	0,001899
16	0,17105	0,076091	0,093491	0,10721	0,11416	0,11222	0,10111	0,082819
17	0,11299	0,058059	0,076091	0,093491	0,10721	0,11416	0,11222	0,10111
18	0,0713	0,041694	0,058059	0,076091	0,093491	0,10721	0,11416	0,11222
19	0,043021	0,028279	0,041694	0,058059	0,076091	0,093491	0,10721	0,11416
20	0,024851	0,01817	0,028279	0,041694	0,058059	0,076091	0,093491	0,10721
21	0,013759	0,011092	0,01817	0,028279	0,041694	0,058059	0,076091	0,093491
22	0,007311	0,006448	0,011092	0,01817	0,028279	0,041694	0,058059	0,076091
23	0,003733	0,003578	0,006448	0,011092	0,01817	0,028279	0,041694	0,058059
24	0,001834	0,001899	0,003578	0,006448	0,011092	0,01817	0,028279	0,041694
25	0,000868	0,000966	0,001899	0,003578	0,006448	0,011092	0,01817	0,028279
26	0,000396	0,000472	0,000966	0,001899	0,003578	0,006448	0,011092	0,01817
27	0,000174	0,000222	0,000472	0,000966	0,001899	0,003578	0,006448	0,011092
28	7,43E-05	0,0001	0,000222	0,000472	0,000966	0,001899	0,003578	0,006448
29	3,06E-05	4,37E-05	0,0001	0,000222	0,000472	0,000966	0,001899	0,003578
30	1,22E-05	1,84E-05	4,37E-05	0,0001	0,000222	0,000472	0,000966	0,001899

Tablo 19 (Devamı)

	8	9	10	11	12	13	14	15
0	0,003578	0,006448	0,011092	0,01817	0,028279	0,041694	0,058059	0,076091
1	0,003578	0,006448	0,011092	0,01817	0,028279	0,041694	0,058059	0,076091
2	0,003578	0,006448	0,011092	0,01817	0,028279	0,041694	0,058059	0,076091
3	0,003578	0,006448	0,011092	0,01817	0,028279	0,041694	0,058059	0,076091
4	0,003578	0,006448	0,011092	0,01817	0,028279	0,041694	0,058059	0,076091
5	0,003578	0,006448	0,011092	0,01817	0,028279	0,041694	0,058059	0,076091
6	0,003578	0,006448	0,011092	0,01817	0,028279	0,041694	0,058059	0,076091
7	0,003578	0,006448	0,011092	0,01817	0,028279	0,041694	0,058059	0,076091
8	0,003578	0,006448	0,011092	0,01817	0,028279	0,041694	0,058059	0,076091
9	0,003578	0,006448	0,011092	0,01817	0,028279	0,041694	0,058059	0,076091
10	0,003578	0,006448	0,011092	0,01817	0,028279	0,041694	0,058059	0,076091
11	0,003578	0,006448	0,011092	0,01817	0,028279	0,041694	0,058059	0,076091
12	0,003578	0,006448	0,011092	0,01817	0,028279	0,041694	0,058059	0,076091
13	0,003578	0,006448	0,011092	0,01817	0,028279	0,041694	0,058059	0,076091
14	0,003578	0,006448	0,011092	0,01817	0,028279	0,041694	0,058059	0,076091
15	0,003578	0,006448	0,011092	0,01817	0,028279	0,041694	0,058059	0,076091
16	0,061055	0,040009	0,02294	0,011274	0,004618	0,001513	0,000372	6,09E-05
17	0,082819	0,061055	0,040009	0,02294	0,011274	0,004618	0,001513	0,000372
18	0,10111	0,082819	0,061055	0,040009	0,02294	0,011274	0,004618	0,001513
19	0,11222	0,10111	0,082819	0,061055	0,040009	0,02294	0,011274	0,004618
20	0,11416	0,11222	0,10111	0,082819	0,061055	0,040009	0,02294	0,011274
21	0,10721	0,11416	0,11222	0,10111	0,082819	0,061055	0,040009	0,02294
22	0,093491	0,10721	0,11416	0,11222	0,10111	0,082819	0,061055	0,040009
23	0,076091	0,093491	0,10721	0,11416	0,11222	0,10111	0,082819	0,061055
24	0,058059	0,076091	0,093491	0,10721	0,11416	0,11222	0,10111	0,082819
25	0,041694	0,058059	0,076091	0,093491	0,10721	0,11416	0,11222	0,10111
26	0,028279	0,041694	0,058059	0,076091	0,093491	0,10721	0,11416	0,11222
27	0,01817	0,028279	0,041694	0,058059	0,076091	0,093491	0,10721	0,11416
28	0,011092	0,01817	0,028279	0,041694	0,058059	0,076091	0,093491	0,10721
29	0,006448	0,011092	0,01817	0,028279	0,041694	0,058059	0,076091	0,093491
30	0,003578	0,006448	0,011092	0,01817	0,028279	0,041694	0,058059	0,076091

Tablo 19 (Devamı)

	16	17	18	19	20	21	22	23
0	0,093491	0,10721	0,11416	0,11222	0,10111	0,082819	0,061055	0,040009
1	0,093491	0,10721	0,11416	0,11222	0,10111	0,082819	0,061055	0,040009
2	0,093491	0,10721	0,11416	0,11222	0,10111	0,082819	0,061055	0,040009
3	0,093491	0,10721	0,11416	0,11222	0,10111	0,082819	0,061055	0,040009
4	0,093491	0,10721	0,11416	0,11222	0,10111	0,082819	0,061055	0,040009
5	0,093491	0,10721	0,11416	0,11222	0,10111	0,082819	0,061055	0,040009
6	0,093491	0,10721	0,11416	0,11222	0,10111	0,082819	0,061055	0,040009
7	0,093491	0,10721	0,11416	0,11222	0,10111	0,082819	0,061055	0,040009
8	0,093491	0,10721	0,11416	0,11222	0,10111	0,082819	0,061055	0,040009
9	0,093491	0,10721	0,11416	0,11222	0,10111	0,082819	0,061055	0,040009
10	0,093491	0,10721	0,11416	0,11222	0,10111	0,082819	0,061055	0,040009
11	0,093491	0,10721	0,11416	0,11222	0,10111	0,082819	0,061055	0,040009
12	0,093491	0,10721	0,11416	0,11222	0,10111	0,082819	0,061055	0,040009
13	0,093491	0,10721	0,11416	0,11222	0,10111	0,082819	0,061055	0,040009
14	0,093491	0,10721	0,11416	0,11222	0,10111	0,082819	0,061055	0,040009
15	0,093491	0,10721	0,11416	0,11222	0,10111	0,082819	0,061055	0,040009
16	4,99E-06	0	0	0	0	0	0	0
17	6,09E-05	4,99E-06	0	0	0	0	0	0
18	0,000372	6,09E-05	4,99E-06	0	0	0	0	0
19	0,001513	0,000372	6,09E-05	4,99E-06	0	0	0	0
20	0,004618	0,001513	0,000372	6,09E-05	4,99E-06	0	0	0
21	0,011274	0,004618	0,001513	0,000372	6,09E-05	4,99E-06	0	0
22	0,02294	0,011274	0,004618	0,001513	0,000372	6,09E-05	4,99E-06	0
23	0,040009	0,02294	0,011274	0,004618	0,001513	0,000372	6,09E-05	4,99E-06
24	0,061055	0,040009	0,02294	0,011274	0,004618	0,001513	0,000372	6,09E-05
25	0,082819	0,061055	0,040009	0,02294	0,011274	0,004618	0,001513	0,000372
26	0,10111	0,082819	0,061055	0,040009	0,02294	0,011274	0,004618	0,001513
27	0,11222	0,10111	0,082819	0,061055	0,040009	0,02294	0,011274	0,004618
28	0,11416	0,11222	0,10111	0,082819	0,061055	0,040009	0,02294	0,011274
29	0,10721	0,11416	0,11222	0,10111	0,082819	0,061055	0,040009	0,02294
30	0,093491	0,10721	0,11416	0,11222	0,10111	0,082819	0,061055	0,040009

Tablo 19 (Devamı)

	24	25	26	27	28	29	30
0	0,02294	0,011274	0,004618	0,001513	0,000372	6,09E-05	4,99E-06
1	0,02294	0,011274	0,004618	0,001513	0,000372	6,09E-05	4,99E-06
2	0,02294	0,011274	0,004618	0,001513	0,000372	6,09E-05	4,99E-06
3	0,02294	0,011274	0,004618	0,001513	0,000372	6,09E-05	4,99E-06
4	0,02294	0,011274	0,004618	0,001513	0,000372	6,09E-05	4,99E-06
5	0,02294	0,011274	0,004618	0,001513	0,000372	6,09E-05	4,99E-06
6	0,02294	0,011274	0,004618	0,001513	0,000372	6,09E-05	4,99E-06
7	0,02294	0,011274	0,004618	0,001513	0,000372	6,09E-05	4,99E-06
8	0,02294	0,011274	0,004618	0,001513	0,000372	6,09E-05	4,99E-06
9	0,02294	0,011274	0,004618	0,001513	0,000372	6,09E-05	4,99E-06
10	0,02294	0,011274	0,004618	0,001513	0,000372	6,09E-05	4,99E-06
11	0,02294	0,011274	0,004618	0,001513	0,000372	6,09E-05	4,99E-06
12	0,02294	0,011274	0,004618	0,001513	0,000372	6,09E-05	4,99E-06
13	0,02294	0,011274	0,004618	0,001513	0,000372	6,09E-05	4,99E-06
14	0,02294	0,011274	0,004618	0,001513	0,000372	6,09E-05	4,99E-06
15	0,02294	0,011274	0,004618	0,001513	0,000372	6,09E-05	4,99E-06
16	0	0	0	0	0	0	0
17	0	0	0	0	0	0	0
18	0	0	0	0	0	0	0
19	0	0	0	0	0	0	0
20	0	0	0	0	0	0	0
21	0	0	0	0	0	0	0
22	0	0	0	0	0	0	0
23	0	0	0	0	0	0	0
24	4,99E-06	0	0	0	0	0	0
25	6,09E-05	4,99E-06	0	0	0	0	0
26	0,000372	6,09E-05	4,99E-06	0	0	0	0
27	0,001513	0,000372	6,09E-05	4,99E-06	0	0	0
28	0,004618	0,001513	0,000372	6,09E-05	4,99E-06	0	0
29	0,011274	0,004618	0,001513	0,000372	6,09E-05	4,99E-06	0
30	0,02294	0,011274	0,004618	0,001513	0,000372	6,09E-05	4,99E-06

Tablo 20'de ise optimum politikanın kararlı hal dağılımı görülmektedir.

Tablo 20 Optimum Politika Kararlı Hal Dağılımı

0	1	2	3	4	5	6	7
0,026805	0,01448	0,019731	0,025527	0,031322	0,036436	0,0402	0,042158
8	9	10	11	12	13	14	15
0,042237	0,040833	0,038767	0,037116	0,036947	0,039031	0,043577	0,050054
16	17	18	19	20	21	22	23
0,057169	0,063077	0,065847	0,064075	0,057441	0,046931	0,034554	0,022628
24	25	26	27	28	29	30	
0,01297	0,0063735	0,0026101	0,0008552	0,0002101	3,44E-05	2,82E-06	

Tablo 21'de ise stok düzeylerine ait beklenen maliyetler hesaplanmıştır.

Tablo 21 Optimum Politika Stok Düzeylerine İlişkin Beklenen Maliyetler

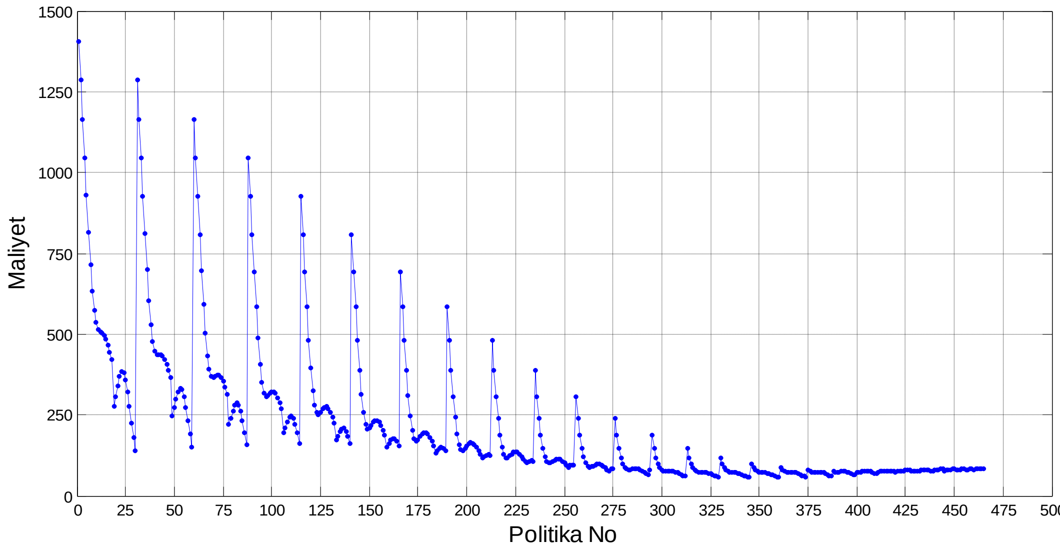
k (0)	k (1)	k (2)	k (3)	k (4)	k (5)	k (6)	k (7)
84,375	84,375	84,375	84,375	84,375	84,375	84,375	84,375
k (8)	k (9)	k (10)	k (11)	k (12)	k (13)	k (14)	k (15)
84,375	84,375	84,375	84,375	84,375	84,375	84,375	84,375
k (16)	k (17)	k (18)	k (19)	k (20)	k (21)	k (22)	k (23)
39,222	26,878	19,594	15,743	14,096	13,796	14,279	15,196
k (24)	k (25)	k (26)	k (27)	k (28)	k (29)	k (30)	
16,343	17,608	18,93	20,279	21,64	23,006	24,375	

Tablo 22 ise optimum politikanın aylık beklenen ortalama stok maliyetini vermektedir. Buna göre yeni politikada ortalama maliyet 56,62 TL olmuştur.

Tablo 22 Optimum PolitikaUzun Dönemli Birim Zamanda Beklenen Ortalama Maliyet

0	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**
2,2617	1,2218	1,6648	2,1538	2,6428	3,0743	3,3919	3,5571
8	**9**	**10**	**11**	**12**	**13**	**14**	**15**
3,5638	3,4453	3,271	3,1317	3,1174	3,2932	3,6768	4,2233
16	**17**	**18**	**19**	**20**	**21**	**22**	**23**
2,2423	1,6954	1,2902	1,0087	0,80971	0,64748	0,49339	0,34386
0	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**Toplam**
2,2617	1,2218	1,6648	2,1538	2,6428	3,0743	3,3919	**56,62 TL**

Şekil 13 ise 465 farklı politikanın aylık beklenen ortalama maliyetlerini vermektedir. Şekilden de görüleceği üzere belli politikalarda sürecin beklenen maliyeti düşmüştür. Şekle göre en düşük maliyetler, R(15,30); R(14,30); R(16,30); R(13,30); R(15,29); R(14,29) politikalarında görülmektedir. En yüksek noktalar ise, R(0,1); R(1,2); R(2,3); R(3,4); R(4,5); R(5,6); R(6,7).... politikalarıdır. Bunun sebebi elde bulundurmama maliyetinin yüksek olmasındandır. Bu noktalardan R (s,30) noktasına kadar düşüş görülmektedir.



Şekil 13 Tüm Politikalara Ait Maliyet Grafiği

4.6.GENETİK ALGORİTMA VE KLASİK YÖNTEMLE ÇÖZÜM

Stok kontrol modeli meta-sezgisel yöntemlerden Genetik Algoritmayla çözülmüştür. Ürüne ait parametre değerlerinin hesaplanması için kodlar MATLAB 7.0 programında geliştirilmiş ve algoritma **Intel(R) Core(TM)2 Quad CPU Q8200 2,33 GHz, 2.0 GB Ram** performanslı bir bilgisayarda çalıştırılmıştır. Problemde 20 popülasyon seçilmiş ve bunlar arasında %100 çaprazlama yapılmıştır, mutasyon oranı %1'dir. Yani farklı stok parametrelerine sahip 20 popülasyon belirledikten sonra, 20 kadarı daha oluşturulmuştur, algoritma içlerindeki elit olan 20 adeti seçmektedir. Ardından parametre değerleri %1 mutasyona uğratılmış ve 1000 kez denenmiştir. Geliştirilen genetik algoritma parametreleri Tablo 23'te verilmiştir.

Tablo 23 Genetik Algoritmada Kullanılan Parametreler

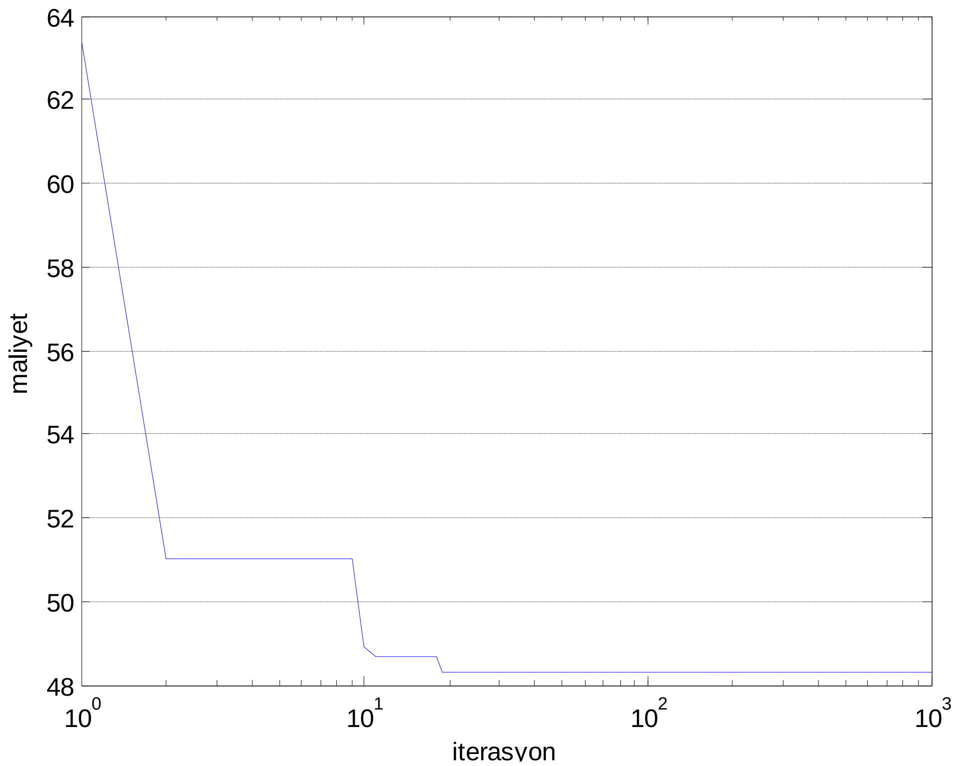
Genetik Algoritma Parametreleri	Modelde Kullanılan Değerler
İterasyon	1000
Popülasyon Büyüklüğü	20
Çaprazlama Oranı	% 100
Mutasyon Oranı	%1

Modele ait veriler farklı talep sayılarında denenmiş ve sonuçlarına bakılmıştır. Talepler geleceğe yönelik tahminlenirken Poisson dağılımına uygun Lamdası 12.208 olan rassal sayılar üretilmiş ve maliyet fonksiyonuna uygulanmıştır. Özellikle 1000 aylık talep sayısından sonra politika durağan olmaktadır. Bu politika ise R(15,30) politikasıdır. Bulunan optimum politika dikkat edileceği üzere Markov karar süreci ile bulunan politika ile aynıdır. Birim zamandaki maliyet ise 48,30 TL olarak bulunmuştur.

Tablo 24Genetik Algoritma Sonuçları

	Yeniden Sipariş Noktası	Yenileme Noktası	Birim Zamanda Maliyet	CPU
GA Sonucu	15	30	48,30	5,078

Şekil 14'te iterasyonlar süresince elde edilen en iyi değere ait grafik görülmektedir. İlk olarak Genetik Algoritma çözüm uzayında rassal üretilen değerlerle başladığından oldukça kötü uygunluk değerleri elde edilmiştir. İlk iterasyonlarda hızlı bir şekilde iyileşme görülmekte daha sonra bu iyileşme yavaşlamakta gittikçe durağanlaşmaktadır. Yine şekilden de anlaşılacağı üzere 20 iterasyon sonunda en iyi değerler elde edilmiştir.



Şekil 14 Genetik Algoritma iterasyon Grafiği

Bir diğer yöntem ise, hizmet düzeyi sabitiyle politika parametrelerinin belirlenmesidir. Bu parametrelerin belirlenmesini sağlayan denklem şu şekildedir.

$$s = D(L+R) + k\sqrt{(L+R)\sigma_D^2 + D^2\sigma_L^2}$$

$$S = s + Q$$

$$Q = \sqrt{\frac{2C_s D}{C_h}}$$

Bu yönteme göre elde bulundurma maliyetinin yerini hizmet düzeyi almıştır, dolayısıyla k sabiti normal dağılım değeridir. Çalışmada kullanılan talep yapısı Poisson dağılımı özelliği gösterdiğinden normal dağılıma yakınsanmıştır. Ortalaması 12,21; standart sapması ise 3,80'dir. %95 hizmet düzeyinde yeniden sipariş noktası 29 olarak hesaplanmıştır, maksimum stok düzeyi de 30 olduğundan politika R(29,30) politikası olacaktır, aslında bu politika (R,S) politikasıyla aynı hale gelecektir.

4.7.ÇÖZÜMLERİN KARŞILAŞTIRILMASI

Markov karar süreci ve genetik algoritma için geliştirilen çözüm yöntemlerinde ürüne olan talep yapısı incelenmiş ve olasılık dağılımlarına uygunlukları test edilmiştir. Markov karar süreci çözüm yolunda olasılık dağılımının olasılık yoğunluk fonksiyonu kullanılmıştır. Genetik algoritmada ise yine bu dağılımın parametrelerine uygun talepler üretilmiştir. Dolayısıyla bu iki yöntemden çıkan maliyet sonuçlarını direkt olarak karşılaştırmak çok anlamlı olmamaktadır. Karşılaştırmayı anlamlı kılabilmek için her iki yöntemden elde edilen parametre değerleri ürüne ait geçmiş talep verilerine uygulanmıştır. Bu yapılırken başlangıç stoku 0 kabul edilmiş ve 24 aylık gerçek verilere yöntemler denenerek maliyetleri hesaplanmıştır.

Bunların yanında işletmenin mevcutta kullandığı politika ve hizmet düzeyi kullanılarak bulunan politika da karşılaştırmaya dahil edilmiştir.

Gerçek 24 aylık talep miktarlarına göre karşılaştırılmış politikaların detayı Tablo 25'de görüldüğü gibidir.

Tablo 25 Yöntemlerin Karşılaştırılması

Yöntem	Yeniden Sipariş Noktası (s)	Yenileme Noktası	Aylık Gerçek Maliyet
Markov Karar Süreci	15	30	44,39 TL
Genetik Algoritma	15	30	44.39 TL
Mevcut Yöntem	18	30	47,55 TL
Klasik Çözüm	29	30	72,45 TL

Tablodan da görüldüğü üzere Markov karar süreci ve Genetik algoritmayla bulunan politikalar, yeniden sipariş noktasını 3 birim aşağıya çekerek mevcut politikaya göre stok maliyetlerinde %7'ye yakın iyileştirme sağlamıştır. Para birimi bazında iyileştirme küçük görünse de işletmenin ürün yelpazesinin genişliği göz önünde bulundurulursa stok maliyetleri açısından anlamlı hale gelmektedir. Bunun yanı sıra, klasik çözümle bulunan değer bir hayli yüksek çıkmıştır, bunun sebebi ise, maliyetlerin dikkate alınmadan yeniden sipariş noktasının belirlenmesindendir. Başka bir sebebi de yenileme noktasının 30 ile sınırlandırılmış olmasıdır. Modelde sipariş maliyeti çok yüksek olduğundan sonuç bu şekilde çıkmıştır. Gözden geçirme periyodunun yükselmesi veya yenileme noktası kısıtının ortadan kaldırılmasıyla bu modelde de anlamlı sonuçlar elde edilebilir.

SONUÇ ve ÖNERİLER

Çalışmada olasılıklı stok politikalarından periyodik gözden geçirmeye dayalı opsiyonlu yenileme modeli (R,s,S) incelenmiştir. Bu model literatürde belli varsayımlar altında optimum olarak bilinmektedir. Fakat modele ait parametrelerin hesaplanmasındaki güçlük nedeniyle uygulamada kullanmak oldukça zordur. Ayrıca mevcut yöntemlerde de birçok varsayım bulunmakta hepsi kendine özgü problemlere uygulanabilmektedir. Çalışmadaki amaç bu modele ait parametrelerin hesaplanmasıdır. Bunun için stok kontrol modeli Markov karar süreci ile ifade edilmiştir. Markov karar sürecine uyumu için farklı parametrelerin oluşturduğu farklı politikaların geçiş matrisleri ve maliyet yapısı incelenmiştir. Markov karar süreci çözüm yollarından biri olan ayrıntılı sayma yöntemi ile de optimum politikaya ulaşılmıştır. Normal şartlarda durum sayısının fazla olduğu Markov zincirlerinde optimum politikanın hesaplanması oldukça güçtür, bunun için de MATLAB 7.0 programında geliştirilmiş basit ve kısa zamanda sonuca ulaşabilecek bir algoritma kodlanmıştır. Algoritmanın çalışma prensibi ayrıntılı sayma yöntemine ve birim zamanda beklenen ortalama maliyetin hesabına dayanmaktadır.

Uygulama bölümünde ise uluslararası bir grubun Türkiye'de faaliyet gösteren merkezinden alınan gerçek veriler ışığında stok problemi Markov karar süreci haline getirilmiştir. Bunun için öncelikle ürünün talep yapısı incelenmiş ve Poisson dağılımı özelliği gösterdiği tespit edilmiştir. Bu dağılıma uygun geçiş matrisi oluşturulmuştur. Geçiş matrisi oluşturulurken en fazla 31 durum göz önüne alınmıştır. Yeniden sipariş noktasının 0 ile 29 arası tüm değerleri ile yenileme noktasının 1 ile 30 arası tüm değerleri eşleştirilerek toplamda 465 adet politika incelenmiştir. Bu politikaların her birinde farklı geçiş matrisleri bulunmaktadır. Ayrıca ürüne ait elde bulundurma, elde bulundurmama ve sipariş maliyetleri hep birlikte incelenmiş ve maliyet fonksiyonuna ilave edilmiştir, modeldeki varsayımlar, tedarik süresinin gözden geçirme periyodundan kısa olması ve elde bulundurma maliyetini dönem sonu stoğunun etkilemesidir. Daha sonra, her politikanın uzun dönem göz önünde bulundurulduğunda birim zamanda beklenen ortalama maliyetleri hesaplanmış ve optimum politika belirlenmiştir.

Uygulamanın ikinci bölümündeyse ürün stok politikası Genetik Algoritma yöntemiyle ve yine MATLAB 7.0 programında özel olarak geliştirilmiş kodlar yardımıyla bulunmuştur. Genetik algoritma böyle bir problemi 10 ile 100 arası iterasyonda bulmuş ve sonrasında durağanlaşmıştır. Ayrıca "hizmet düzeyi çarpanı" ile de politika parametreleri elde edilmiştir. Bu yöntem çalışmada "klasik yöntem" adı altında değerlendirilmiştir.

Genetik Algoritma ile Markov Karar Sürecinin verdiği sonuçlar eşit çıkmıştır. Bu politikaya göre yeniden sipariş noktası 15, yenileme noktasıysa 30'dur. Yeniden sipariş noktasının bu değeri alma sebebi oldukça yüksek olan elde bulundurmama maliyetinden kaynaklanmaktadır. Sistem stok boşalmasını önlemek için stokta belli miktarda ürünün kalmasını sağlamaktadır. Yapılan denemelerde de elde bulundurmama maliyeti düştüğü takdirde yeniden sipariş noktasının 1'e kadar düştüğü gözlemlenmiştir. Ayrıca yenileme noktasının 30 çıkmış olması da incelenmelidir. İşletme ürün çeşidinin fazlalığı nedeniyle her ürün için bir depo kısıtı koymuştur, çalışmaya konu olan ürün için de depo kısıtı 30'dur ve yenileme noktası da bu değere çıkmıştır. Dolayısıyla yenileme noktasının artmasına izin verilmesi durumunda stok maliyetlerinin düşeceği görülmektedir. Çünkü sipariş maliyeti elde bulundurma maliyetine göre oldukça yüksektir. Gerçekleşen talep miktarlarının da bu orana göre düşük olmasından ötürü, sistem az sipariş vererek ortalama maliyeti düşürme yoluna gitmektedir. Dolayısıyla modeldeki parametrelere asıl etki eden iki kısıt elde bulundurmama maliyeti ile sipariş maliyetidir. Bu parametrelerdeki değişim ve elde bulundurma maliyetinin de yakın değerler almasıyla farklı çözüm yolları bulunabilir. Geliştirilen kodlama sistemi bu tür esnekliklere uygundur.

Yine uygulama bölümünde klasik yöntemle yapılan hesaplamalarda hizmet düzeyi kullanıldığından kesikli olan talep yapısı sürekli dağılımlardan biri olan Normal dağılıma yakınsatılmıştır. Fakat bu yöntemin sonucunda yeniden sipariş noktasının 29 bulunuşu modeli (R,s,S) modelinden çıkarıp, (R,S) modeline kaydırmıştır. Sipariş maliyetinin yüksek olması nedeniyle de aylık ortalama maliyet bu modelde oldukça yüksek çıkmıştır. Bu yönteme göre bulunan yenileme noktası depo kısıtı sebebiyle dikkate alınmamıştır, halbuki yöntemin sonucu yenileme noktasını 72 olarak tavsiye etmektedir. Bu noktaya izin verilecek olsa, ortalama sipariş maliyeti de azalacağından daha anlamlı bir sonuç elde etmek mümkün olacaktır. Ayrıca tüm modellerle birlikte klasik modelin de bir sonucu olarak gözden geçirme periyodunun süresinin biraz daha uzatılabileceği söylenebilir. Çünkü elde bulundurma maliyeti düşüktür, stok maliyeti içerisinde küçük bir yer kaplamaktadır, daha uzun periyotlarla kontrol edip daha yüksek adetlerde sipariş vermek de bir öneri olabilir.

Uygulama bölümünün sonunda bulunan tüm yöntemlerin sonuçları işletmenin mevcut politikası ile karşılaştırılmıştır. Fakat bu karşılaştırma yapılırken modellerden elde edilen maliyet değerleri değil, geçmişte gerçekleşen talep verileri kullanılmıştır. Markov Karar Süreci ve Genetik Algoritmayla bulunan parametre değerlerine göre; çalışmaya konu olan ürüne ait aylık stok maliyetinde 3,5 TL'lik bir tasarruf oluşmuştur. Bu değer mevcut maliyetin %7'sine eşittir. İşletmenin ürün çeşitliliği ve yüksek maliyetli ürünler de dikkate alındığında bu oranın anlamlılığı ortaya çıkmaktadır.

Çalışmada tedarik süresinin gözden geçirme periyodundan küçük ve biliniyor olduğu varsayılmıştır. İleriki çalışmalarda tüm bu değişkenlerle birlikte tedarik süresinin daha uzun olduğu hatta değişken olduğu durumlar için çözüm yöntemleri denenebilir. Ayrıca modele gözden geçirme periyodunun da değişken olabileceği konursa problem farklı çözümlere ulaşacaktır. Genetik Algoritmanın esnek yapısı bu tür denemeler yapmaya müsaitken Markov Karar süreci ile kurulan model, bu tür değişiklikleri yapmak maliyet yapısını değiştireceğinden, uygun olmamaktadır. Modeldeki diğer bir varsayım ise, elde bulundurma maliyetinin periyodun sonunda oluşmasıdır. bu haliyle maliyet fonksiyonunu “Tek Periyotlu” modele benzetmektedir. Yine ilerideki çalışmalarda bu varsayım ortadan kaldırılarak elde bulundurma fonksiyonu değiştirilebilir ve farklı çözüm yolları (Dinamik Programlama gibi) araştırılabilir.

Literatür taraması yapıldığında Markov Karar süreci çözüm yolu olarak “Ayrıntılı Sayma” yönteminin dışında dinamik programlama tabanlı yöntemler göze çarpmaktadır. Bu yöntemlerden çalışmanın içerisinde bahsedilmiştir. Stok problemi bu yöntemlerle de çözülebilir, fakat bu yöntemleri “Ayrıntılı Sayma” yönteminin alternatifi olarak kullanma ihtiyacı, işlemlerin elle yapılmasının zorluğundan ortaya çıkmıştır. Halbuki geliştirilen algoritma çalışmada kullanılan kodlama yardımıyla çok kısa bir süre içerisinde optimum sonucu vermektedir. Dolayısıyla böyle bir ihtiyaç da gereksizdir. Ayrıca bu yöntemlerin çözümünü içeren paket programların çoğunda bu büyüklükte ve maliyet yapısında bir problemi çözme kapasitesi bulunmamaktadır.

Geliştirilen modellerin bir diğer yanı ise farklı olasılık dağılım türlerine de rahatlıkla uygulanabilir olmasıdır. Çalışmada seçilen dağılım kesiklidir, bunun sebebi ise Türkiye genelinde kesikli dağılımla optimum çözümü araştıran bir çalışmaya rastlanmamış olması ve literatürdeki konuyla ilgili kaynak kitaplarda da bu konuyla ilgili detaya girilmemesidir. Dolayısıyla talep yapısı ister kesikli olsun ister sürekli olsun modele rahatlıkla konarak optimum çözüm araştırılabilir.

KAYNAKÇA

Abboud, N.E., 2001, "A discrete-time markov production-inventory model with machine breakdowns" **Computers & Industrial Engineering,** Vol. 39, s. 95-107.

Akyurt, İ.Z., Keskintürk,T. ve Arıkan, M.V., 2009, "Determining the parameters of periodic optional replenishment model with genetic algorithm", **International Logistics and Supply Chain Congress**, 5-6 Kasım 2009, Istanbul.

Akyurt, İ.Z. ve Önder, E., Basımda, "Periyodik opsiyonlu yenileme modeli parametrelerinin simülasyon yardımıyla belirlenmesi", **Akademik Fener**, Balıkesir Üniversitesi.

Aldaihani, M.M. ve Savsar, M., 2005, " A stochastic model fort he analysis of a two-machine flexible manufacturing cell", **Computers & Industrial Engineering,** 49, s.600-610.

Allen, D.S., 1999, "Aggregate dynamics of (S,s) inventory management" **International Journal of Production Economics**, Vol. 59, s. 231-242.

Alp, S., 2007, "Türkiye'de eğitim sürecinin markov geçiş modeli", **8. Türkiye Ekonometri ve İstatistik Kongresi** 24-25 Mayıs – İnönü Üniversitesi, Malatya.

Arrow, K..J., Harrıs, T. ve Marschak J., 1951, "Optimal inventory policy", **Econometrica,** Volume:19, s. 250-272.

Axsater, S., 2006, **Inventory Control,** The United States of America, Springer Science Business Media, Second Edition.

Bellman, R., 1957, **Dynamic Programming**, Princeton University, Princeton.

Berman, O. ve Kim, E., 2004, “Dynamic inventory strategies for profit maximization in a service facility with stochastic service, demand and lead time”, **Mathematical Methods of Operations Research**, 60, s.497-521.

Beyer, D. ve Sethi, S.P., 1997, “Average cost optimality in ınventory models with Markovian demands”, **Journal Of Optimization Theory And Applications,** 92-3, s.497-526.

Blackwell, D., 1962, “Discrete dynamic programming”, **Annals of Mathematical Statistics,** 33, s.719-726.

Blumenfeld, D.2001, **Operations Research Calculations**, USA, CRC Press, s. 12

Bowling, S.R., Mohammad, T., Khasawneh, S. ve Kaewkuekool, B. R.C., 2004, “A Markovian Approach to Determining Optimum Process Target Levels for a Multi-Stage Serial Production System” **European Journal of Operational Research,** Vol. 159, s. 636-650.

Buchan, J. ve Koenıgsberg, E., 1966, **Scientific Inventory Management**, New Delhi, Prentice-Hall of India Private Limited, .

Chazan, D. ve Gal, S. 1977 “A Markovian model for perishable product inventory”, **Management Science,** 23:5, s. 512.

Ching, W.K., Fung, E.S. ve M.K. Ng., 2003, “A higher-order markov model dynamic newsboy’s problem”, **Journal of the Operational Research Society**, 54, s.291.

Cheung, K.L. ve Yuan X.M., 2003, “An infinite inventory model with periodic order commitment,” **European Journal of Operational Research,** Vol. 146, s. 52-55.

Cho, D.I., 2001, “Optimal stationary policy for a repairable item inventory problem”, **Canadian Journal of Administrative Sciences**, 18-2, s.130-143.

Cinemre, N., 1997, **Yöneylem Araştırması,** İstanbul, Beta Basım Yayım Dağıtım A.Ş.

Cox, D.R. ve Miller, H.D., 1965, **The Theory of Stochastic Processes**, Trowbridge, Wiltshire, Chapman and Hall Ltd.

Dayar, T., 1994, “**Stability and Conditioning Issues on the Numerical Solution of Markov Chains”,** Doktora Tezi, North Carolina State University.

Derman, C., 1962, “On sequential decisions and Markov chains” **Management Science**, 9, s.16-24.

Dilworth, J.B., 1993, Production **and Operations Management: Manufacturing and Services,** Singapore, McGraw Hill Book Co.,Fifth Edition.

Djamaludin, I., Murthy, D.N.P. ve R.J. Wilson, 1994, “Quality control through lot sizing for items sold with warranty”. **International Journal of Production Economics** 33, s. 97–107.

Doob, J. L., 1990, **Stochastic Processes,** Canada, A Wiley-Interscience Publication, Wiley Classic Library Edition.

Drury, C., 2006, **Management Accounting For Business,** London, Thomson Learning, third Edition.

Ehrhardt, R., 1984, “(s,S) Policies for a dynamic inventory model with stochastic lead times”, **Operations Research,** Volume: 32-1, s: 121-132.

Ehrhardt, R. ve Mosıer, C., 1984, “Revision of the power approximation for computing (s,S) policies”, **Management Science,** Volume: 30-5, s: 618-622.

Ehrhardt, R., 1979, “The power approximation for computing (s,S) inventory policies”, **Management Science,** Volume: 30-5, s: 777-786.

Fabrycky, W.J. ve Jerry, B., 1967, **Procurement and Inventory Systems: Theory and Analysis,** The United States of America, Reinhold Publishing Corporation.

Federgruen, A. ve Zipkin, P. 1984 “An efficient algorithm for computing optimal (s,S) policies”, **Operation Research,** v.32, s. 1268-1285.

Giannoccaro, I. ve Pontrandolfo, P., 2002, “Inventory management in supply chains: A reinforcement learning approach” **International Journal of Production Economics,** Vol.78 s. 153-161.

Goldberg, D.E., 1989, **Genetic Algorithms in Search Optimization and Machine Learning,** Addison Wesley Publishing Company, USA.

Grinstead, M.C ve Snell, J.L., 1997, **Introduction to the Probability,** The United States of America, American Mathematical Society, Second Review Edition.

Halaç, O., 1991, **Kantitatif Karar Verme Teknikleri (Yöneylem Araştırması),** İstanbul, Evrim Dağıtım, 3. Baskı.

Harcar, T., 1992, **Silahlı Kuvvetlerde Karar Verme (Teori-Analiz-Uygulama),** Kara Harp Okulu Matbaası, Ankara.

Hill, R.M., 2006, "Inventory control with indivisible units of stock transfer", **European Journal of Operational Research,** 175, s. 593–601.

Hillier, S.F., Lieberman,G.J., 1995, **Introduction To Operations Research,** Singapore, McGraw-Hill, Sixth Editon.

Howard, A.R., 1960, **Dynamic Programming and Markov Process,** The Technology Press of the Massachusetts Institute of Technology and John Wiley Sons, New York.

Iglehart, D.L. 1963 "Optimality of (s,S) policies in the infinite horizon dynamic inventory problem", **Management Science,** Jan., Vol. 9, No. 2, s. 259-267.

Iglehart, D.L. 1963 "Dynamic Programming and Stationary Analysis of Inventory Problems", **Multistage Inventory Models and Tecniques,** ed. Scarf, H.E., D. Guilford ve M. Shelly, Stanford University Press, California.

Isotupa, K.P.S., 2006, "An (s,Q) Markovian inventory system with lost sales and two demand classes", **Mathematical and Computer Modelling,** 43,7-8, s.687-694.

Kalpakam, S., ve Shanthi, S.,2001, "A perishable inventory system with modified (S − 1, S) policy and arbitrary processing times", **Computers & Operations Research,** 28, s. 453–471.

Keskintürk, T. 2007 "Portföy seçiminde Markowitz modeli için yeni bir genetik algoritma yaklaşımı", **Yönetim,** Yıl: 18, Sayı: 56, s. 78-89.

Keskintürk T ve Akçay Kasapoğlu Ö., 2005, "An order encoding genetic algorithm for lot-sizing problem with multiple suppliers", 35th International Computers & Industrial Engineering Conference, Istanbul, s.1135-1140.

Köchel, P. ve Nielander, U. 2005 “Simulation-Based optimisation of multi echelon inventory systems”, **Int. J. Production Economics**, Volume: 93-94, s. 505-513.

Larson, C.E., Olson, J.L. ve Sharma, S. 2001 “Optimal inventory policies when the demand distribution is not known”, **Journal of Economic Theory**, Volume: 101, s. 281-300.

Leon-Garcia, A., 1994, **Probability and Random Processes for Electrical Engineering,** The United States of America, Addison-Wesley Publishing Company, Second Edition.

Lian, Z., Liu, L. ve Neuts, M.F., 2005, “A discrete time model for common lifetime inventory systems”, **Mathematics of Operations Research**; 30, 3, s. 718.

Liu, L. ve Lian, Z. 1999 “(s,S) continuous review models for products with fixed lifetime", **Operations Research,** 47-1, s. 150-158.

Martin Löf, A.,1967, “Existence of a stationary control for a Markov chain maximazing the average reward”, **Operations Research,** 15, s.866-871.

Martinich, S.J., 1997, **Production and Operations Management: An Applied Modern Approach,** The United States of America, John Wiley & Sons.

Medhi, J., 2003, **Stochastic Models in Queuing Theory,** United States of America, Academic Press, Elsevier Science, Second Edition.

Meyer, R.R., Rothkopf, M.H. ve Smith, S.A., 1979, "Reliability and inventory in a production-storage system", **Management Science** 25, s: 799–807.

Mine, H. Ve Osaki, S., 1970, **Markovian Decision Process,** USA, American Elsevier Publishing Company.

Mohebbi, E.,2006 “A production–inventory model with randomly changing environmental conditions”, **European Journal of Operational Research,** 174, s.539–552.

Naddor, E., 1975, “Optimal and heuristic decision in single and multi-item inventory systems", **Management Science,** Volume: 21-11, s: 1234-1249.

Nahmias, S., 1992, **Production and Operations Analysis,** Irwin, Second Edition.

Newbold, P., 2000, **İşletme ve İktisat İçin İstatistik,** Çev. Ümit Şenesen, İstanbul, Literatür Yayıncılık.

Nielsen, C. ve Larsen, C. 2005 “An analytical study of the Q(s,S) policy applied to the joint replenishment problem”, **European Journal of Operational Research,** Volume: 163, s. 721-732.

Orhunbilge, N., 2000, **Örnekleme Yöntemleri ve Hipotez Testleri,** İstanbul, İşletme İktisadı Yayınları, Avcıol Basım Yayın.

Orhunbilge, N., 2000, **Tanımsal İstatistik Olasılık ve Olasılık Dağılımları,** İstanbul, İşletme İktisadı Yayınları, Avcıol Basım Yayın.

Osaki, S. ve Mine, H., 1969, “Lineer programming considerations on Markovian decision processes with no discounting”, **Journal of Mathematical Analysis and Application,** 26, s. 221-232.

Özçakar, N. ve Akyurt, İ.Z., 2007, “Stokastik (R.s.S) ve Stokastik (R.S) Stok Kontrol Politikalarının Poliüretan Sektöründe Markov Karar Süreci Yardımıyla Karşılaştırılması", **İ.İ.E. Yönetim Dergisi,** Yıl: 18, Sayı 56.

Öztürk, A., 2004, **Yöneylem Araştırması,** Ekin Kitabevi, Bursa.

Papoulis, A., 1984, **Probability, Random Variables and Stochastic Processes,**New York,McGraw Hill, Second Edition.

Pastor, J., Sharp, A. ve Wolter, P., 2005, "An application of Markov models to the dynamics of Minnesota's forests", **Canadian Journal of Forest Research,** Vol. 35-12, s. 3011-3019.

Porteus, E., 1971, "On the optimality of generalized (s,S) policies", **Management Science,** 17, s.411-427.

Puterman, L.M., 1994, Markov **Decision Processes : Discrete Stochastic Dynamic Programming,** United States of America, A Wiley Interscience Publication.

Rabta, B. ve Aissani, D., 2005, "Strong stability in an (R,s,S) inventory model", **International Journal of Production Economics,** Vol. 97, s. 159-171.

Ravindran, A.R., 2008, **Operation Research and Management Science Handbook,** USA, CRC Press- Taylor& Francis Group.

Reeves, C.R., 1995, **Modern Heuristic Techniques For Combinatorial Problems,** Mcgraw-Hill Book Company Inc., Europe.

Render, B. ve Stair, R.M., 1997, **Quantitative Analysis for Management,** United States of America, Prentice Hall, Sixth Edition.

Roberts, D.M., 1962, "Approximations to optimal policy in a dynamic inventory model", **Studies in Applied Probability and Management Science**, edited by K.Arrow, S. Karlin ve H.Scarf, Stanford University Press, Stanford, California.

Ross, M.S., 2003, **Introduction to Probability Models,** United States of America, Academic Press, Elsevier Science, Eighth Edition.

Russell, S.R. ve Taylor, B.W., 1995, **Production and Operation Management,** United States of America, Prentice-Hall,Inc.

Scarf, H.E., 1960, “The optimalities of (s,S) policies in the dynamic inventory problem”, **Mathematical Methods in Social Sciences**, ed. K.J. Arrow, S. Karlin ve P. Suppes, Stanford University Press, California.

Schneider, H., 1978, “methods for determining the re-order point of an (s,S) ordering policy when a service level is specified”, **Journal of the Operation Research Society,** Volume: 29(12), s: 1181-1193.

Schneider, H., 1981, “Effect of service-levels on order-point or order-level in inventory models”, **International Journal Production Research,** v. 19, s: 690-723.

Schneider, H. ve Jeffrey l. R., 1990, “power approximation for computing (s,S) policies using service level”, **Management Science,** v. 36, s: 822-834.

Sloan, T.W., 2004, “A periodic review production and maintenance model with random demand, deteriorating equipment, and binomial yield”, **Journal of the Operational Research Society,** 55, s.647–656.

Serper, Ö., 1986, **Uygulamalı İstatistik 2,** İstanbul, Filiz Kitabevi.

Sezen, H.K. ve Erdoğmuş, Ş., 2005, “Envanter Politikası Belirlemede Benzetim Uygulaması”, **7. Ulusal Ekonometri ve İstatistik Sempozyumu,** İstanbul Üniversitesi.

Sezen, H.K., 2004, **Yöneylem Araştırması - Sayımlama Yöntemleri,** Bursa, Ekin Kitabevi.

Silver, A.E. ve Peterson, R., 1985, **Decision Systems For Inventory Management And Production Planning,** Canada, John Wiley&Sons, Second Edition.

Silver, E.A., Pyke, D.F. ve Peterson, R., 1998, **Inventory Management and Production Planning and Scheduling,** United States of America, John Wiley & Sons, Third Edition.

Simon, J.T. ve Hopp, W.J. 1995 ”Throughput and average inventory in discrete balanced assembly systems”, **IIE Transactions,** 27 s. 368–373.

Taha, H.A., 2002, **Yöneylem Araştırması,** 6. Basımdan Çev. Ş.Alp Baray – Şakir Esnaf, İstanbul, Literatür Yayıncılık.

Takahashi, K., Morikawa, K., Takeda, D. ve Mizuno, A., 2007, “Inventory control for a Markovian system with stochastic decompositon process”, **International Journal of Production Economics,** Vol. 108 s.416-425.

Taylor, M.H. ve Karlin, S., 1984, **An Introduction To Stochastic Modeling,** Orlando, Florida, Academic Press, Inc.

Tersine, J.R., 1994, **Principles of Inventory And Materials Management,** The United States of America, Prentice-Hall International, Fourth Edition.

Timor, M., 2001, **Yöneylem Araştırması ve İşletmecilik Uygulamaları,** İstanbul, İstanbul Üniversitesi Basımevi Müdürlüğü.

Tsiakis, P., Shah, N. ve Pantelides, C.C., 2001, “Design of multi-echelon supply chain networks under demand uncertainty”, **Industrial & Engineering Chemistry Research,** 40, s. 3585.

Veinott, A.F., 1966, “on the finding optimal policies in discrete dynamic programming with no discounting”, **Annals of Mathematical Statistics,** 37, s. 1284-1294.

Veinott, A., 1966, “On the optimality of (s,S) inventory policies: New conditions and a new proof”, **SIAM Journal of Application Mathematics,** v. 14, s. 1067-1083

Wagner, M.H., 1975, **Principles of Operations Research,** New Jersey, Prentice Hall.

Wagner, M.H., O’Hagan, M. ve Lundh, B., 1965, “An Empirical Study of Exactly and Approximately Optimal Inventory Policies” **Management Science,** May, Vol. 11, No. 7, Series A, s. 690-723.

Waters, D., 2003, **Logistics An Introduction to Supply Chain Management,** New York, Palgrave Macmillan.

Waters, D., 2003, **Inventory Control and Management,** England, John Wiley & Sons Ltd.

Winston, L.W., 2004, **Operation Research : Application and Algorithms,** Canada, Thomson Brooks / Cole, Fourth Edition.

Xiaobo Z., Xu D., Zhang H. ve He Q.M., 2007, “Modeling and analysis of a supply-assembly-store chain”, **European Journal of Operational Research,** 176 (1), s. 275-294.

Yang,J., Qi, X., ve Xia, Y., 2005, “A production-inventory system with Markovian capacity and outsourcing option”, **Operations Research,** 53, 2, s. 328-349.

Yeh, R.H., Ho, W.T., ve Tseng, S.T., 2000, "Optimal production length for products sold with warranty", **European Journal of Operational Research,** 120 , s. 575–582.

Yin, K., Karen, H.L. ve Johnson, N.E., 2002, "Markovian inventory policy with application to the paper industry", **Computers and Chemical Engineering**, Vol. 26, s. 1399-1413.

Yip, K., Kelvin, C.H. ve Yau, K.W., 2005, "On modeling claim frequency data in general insurance with extra zeros", **Insurance: Mathematics and Economics,** Vol. 36, s. 154.

Zheng, Y.-S. ve Federgruen, A., 1991, "Finding optimal (s,S) policies is about as simple as evaluating a single policy", **Operations Research**, Vol. 39-4, s. 654-665.

Türk Dil Kurumu, "Güncel Türkçe Sözlükte Söz Arama", (Çevrimiçi), http://www.tdk.gov.tr/TR/SozBul.aspx?F6E10F8892433CFFAAF6AA849816 B2EF05A79F75456518CA, 15 Mart 2008.

EK1: MARKOV KARAR SÜRECİNE AİT MATLAB KODLARI

```
function mdpacost=z(D,S,ch,cs,cp)
tt=cputime;
% D: Talepler
% S: Yenileme noktası
% ch: Elde bulundurma maliyeti
% cs: sipariş maliyeti
% cp: Elde bulundurmama maliyeti
% avecost: Beklenen Ortalama beklenen maliyet
zerotoS=0:S;
%--------Poison dağılıma göre lamda ve olasılık dağılımları----------------
lambda=poissfit(D);
pdfd=poisspdf(zerotoS,lambda);     % taleplerin gerçekleşme olasılıkları
cumpdf =poisscdf(zerotoS,lambda);     % olasılıkların kümülatif toplamları
survpdf=1-cumpdf;     % kendisi hariç sonsuza kadar gerçekleşme olasılığı
pdfandsurvpdf=pdfd + survpdf;   % kendisi dahil sonsuza kadar gerçekleşme olasılığı
%--------Poison dağılıma göre lamda ve olasılık dağılımları----------------
%-------- s, S alternatifleri--------------------------------------------
h=0;
for i=0:S-1
    for j=i+1:S
        h=h+1;
         sSalt(h,1:2)=[i j];
    end
end
%-------- s, S alternatifleri--------------------------------------------
avecost(1:size(sSalt,1),1)=0;
%--------Geçiş matrisinin hesaplanması-----------------------------------
```

```
for i=1:size(sSalt,1)
    transmatrix(1:sSalt(i,1)+1,1,i)=pdfandsurvpdf(sSalt(i,2)+1);
    for j=1:sSalt(i,2)
        for t=1:sSalt(i,1)+1
            transmatrix(t,j+1,i)=pdfd(sSalt(i,2)-j+1);
        end
    end
    for j=sSalt(i,1)+2:sSalt(i,2)+1
        transmatrix(j,1,i)=pdfandsurvpdf(j);
    end
    for j=sSalt(i,1)+2:sSalt(i,2)+1
        for t=2:j
            transmatrix(j,t,i)=pdfd(j-t+1);
        end
    end
end
%--------Geçiş matrisinin hesaplanması------------------------------------
 transmatrixsteady(6,S+1,h)=0;
%--------Kararlılık Hali---------------------------------------------------
for i=1:size(sSalt,1)
    tabu=transmatrix(1:sSalt(i,2)+1,1:sSalt(i,2)+1,i);
    t=1;
    controleq=1;
    while controleq==1
        t=t+1;
        tabu=tabu^2;
        for j=1:size(tabu,2)
            for t=1:size(tabu,1)-1
                for p=t+1:size(tabu,1)
```

```
                if tabu(t,j)-tabu(p,j)<.00000000000000001
                    controleq=0;
                else
                    controleq=1;
                end
            end
        end
    end
end
  transmatrixsteady(1,1:sSalt(i,2)+1,i)=tabu(1,:);
end
%--------Kararlılık Hali--------------------------------------------------
%--------Maliyetlerin hesaplanması----------------------------------------
for i=1:size(sSalt,1)
    %sipariş
    transmatrixsteady(2,1:sSalt(i,1)+1,i)=cs;
    %elde bulundurmama
    indis=0;
    for j=0:sSalt(i,1)
        indis=indis+1;
        if sSalt(i,2)<29
            for z=sSalt(i,2)+1:S-1
                transmatrixsteady(3,indis,i)=transmatrixsteady(3,indis,i)+pdfd(z+1)*(z-
sSalt(i,2));
            end
transmatrixsteady(3,indis,i)=transmatrixsteady(3,indis,i)+pdfandsurvpdf(end)*(S-
sSalt(i,2));
        elseif  sSalt(i,2)==29
            transmatrixsteady(3,indis,i)=pdfandsurvpdf(end);
        else
```

```
            transmatrixsteady(3,indis,i)=survpdf(end);
        end
        transmatrixsteady(3,indis,i)=transmatrixsteady(3,indis,i)*cp;
    end
    for j=sSalt(i,1)+1:sSalt(i,2)
        indis=indis+1;
        if sSalt(i,1)<S-1
            for z=j:S-2
                transmatrixsteady(3,indis,i)=transmatrixsteady(3,indis,i)+pdfd(z+2)*(z+1-
j);
            end
transmatrixsteady(3,indis,i)=transmatrixsteady(3,indis,i)+pdfandsurvpdf(end)*(S-j);
        else
            transmatrixsteady(3,indis,i)=pdfandsurvpdf(end);
        end
        transmatrixsteady(3,indis,i)=transmatrixsteady(3,indis,i)*cp;
    end
    %elde bulundurma
    indis=0;
    for j=0:sSalt(i,1)
        indis=indis+1;
        for z=0:sSalt(i,2)-1
transmatrixsteady(4,indis,i)=transmatrixsteady(4,indis,i)+pdfd(z+1)*(sSalt(i,2)-z);
        end
        transmatrixsteady(4,indis,i)=transmatrixsteady(4,indis,i)*ch;
    end
    for j=sSalt(i,1)+1:sSalt(i,2)
        indis=indis+1;
            for z=0:j-1
                transmatrixsteady(4,indis,i)=transmatrixsteady(4,indis,i)+pdfd(z+1)*(j-z);
```

```
            end
        transmatrixsteady(4,indis,i)=transmatrixsteady(4,indis,i)*ch;
    end
end
%maliyetlerin toplanması (k(j))
for i=1:size(sSalt,1)
    transmatrixsteady(5,:,i)=sum(transmatrixsteady(2:4,:,i));
    transmatrixsteady(6,:,i)=transmatrixsteady(1,:,i).*transmatrixsteady(5,:,i);
    avecost(i)=sum(transmatrixsteady(6,:,i));
end
minmaly=min(avecost)
minmalypol=find(avecost==minmaly)
sSalt(minmalypol,:)
save transmatrixsteady
cputime-tt
%--------Maliyetlerin hesaplanması-----------------------------------------
```

ÖZGEÇMİŞ

İbrahim Zeki Akyurt, 1980 yılında İstanbul Fatih'te doğmuştur, aslen Gaziantep İslâhiyelidir. Lise öğrenimini İstanbul'da tamamladıktan sonra 1998 yılında İstanbul Üniversitesi İşletme Fakültesi'ne girmiş ve lisans eğitimini 2002 yılında bitirmiştir. Aynı yıl girdiği Yüksek Lisans eğitimini İstanbul Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü İşletme Anabilim Dalı Üretim Bilim Dalı'nda 2005 yılında tamamlamıştır. Aynı bölümde 2005 yılında doktora programına girmeye hak kazanmıştır.

Kendisinin çalışma hayatı 1998 yılında başlamıştır. 1998-2000 yılları arasında tekstil sektöründe üretim üzerine çalışmış, daha sonra 2,5 yıla yakın bir süre telekomünikasyon sektöründe pazarlama bölümünde çalışmıştır. 2002 Aralık ayından itibarense İstanbul Üniversitesi İşletme Fakültesi Üretim Anabilim Dalı'nda Araştırma Görevlisi kadrosundadır.