

T.C.
İSTANBUL ÜNİVERSİTESİ
SOSYAL BİLİMLER ENSTİTÜSÜ
EKONOMETRİ ANABİLİM DALI

YÜKSEK LİSANS TEZİ

**HİSSE SENEDİ GETİRİLERİNDEKİ UZUN
HAFIZA ETKİSİNİN VE VOLATİLİTENİN
BELİRLENMESİ: BRIC ÜLKELERİ ÜZERİNE
BİR UYGULAMA**

ÇİĞDEM YILMAZ

NO: 2501130166

TEZ DANIŞMANI
PROF. DR. NİLGÜN ÇİL YAVUZ

İSTANBUL - 2015



Y Ü K S E K L İ S A N S
T E Z O N A Y I

ÖĞRENCİNİN

Adı ve Soyadı : ÇİĞDEM YILMAZ

Numarası : 2501130166

Anabilim/Bilim Dalı : EKONOMETRİ

Tez Savunma Tarihi : 14.08.2015

Danışman : PROF. DR. NİLGÜN ÇİL YAVUZ

Tez Savunma Saati : 15:00

Tez Başlığı : "HİSSE SENEDİ GETİRİLERİNDEKİ UZUN HAFIZA ETKİSİNİN VE VOLATİLİTENİN BELİRLENMESİ: BRİC ÜLKELERİ ÜZERİNE BİR UYGULAMA"

TEZ SAVUNMA SINAVI, Lisansüstü Öğretim Yönetmeliği'nin 36. Maddesi uyarınca yapılmış, sorulara alınan cevaplar sonunda adayın tezinin KABULÜ'NE OYBİRLİĞİ / OYÇOKLUĞUYLA karar verilmiştir.

JÜRİ ÜYESİ	İMZA	KANAATİ (KABUL / RED / DÜZELTME)
1- PROF. DR. NİLGÜN ÇİL YAVUZ		Kabul
2- PROF. DR. NURCAN METİN		Kabul
3- DOÇ. DR. BURCU KIRAN		KABUL

YEDEK JÜRİ ÜYESİ	İMZA	KANAATİ (KABUL / RED / DÜZELTME)
1- PROF. DR. BÜLENT GÜLOĞLU		
2- DOÇ. DR. ERCAN SARIDOĞAN		

ÖZ

HİSSE SENEDİ GETİRİLERİNDEKİ UZUN HAFIZA ETKİSİNİN VE VOLATİLİTENİN BELİRLENMESİ: BRIC ÜLKELERİ ÜZERİNE BİR UYGULAMA

ÇİĞDEM YILMAZ

Bu çalışmada, BRIC ülkelerine ait hisse senetleri piyasa endekslerinde uzun hafıza etkisinin ve volatilitésinin varlığının araştırılması amaçlanmıştır. Bu amaçla, 01.07.1997- 30.09.2014 dönemini kapsayan veriler çalışmaya dahil edilmiştir. Çalışmada ARFIMA , FIGARCH ve koşullu değişen varyans modelleri kullanılmıştır. Tezde ilk olarak, hisse senetleri endekslerine ait getiri serilerinin birim kök içerip içermediği klasik birim kök yöntemleri ile belirlenmiştir. Serilerdeki otokorelasyon sorunu NEW-WEST robust yöntemi ile ortadan kaldırılmıştır. $p, q \leq 2$ olacak şekilde mümkün tüm durumlar için ARFIMA modelleri denenmiştir. Uygun ARFIMA modeli bulunan getiri serileri FIGARCH sürecine tabi tutulmuştur. Tüm bu uygulamaların sonucunda Çin hisse senedi endeksi olan SSE COMPOSITE hem uzun hafıza modeline uygun hem de uzun hafızalı FIGARCH(1,d,1) volatilité modeline uygun olduğu belirlenmiştir. RTSI endeksi için en uygun model TARARCH(1,1) modelidir. Buna göre modelde asimetrik etki ve kaldıraç etkisi vardır. S&P BSE hisse senedi endeksi için en iyi model EGARCH(1,1) modelidir ve modelde yalnızca asimetri etkisi vardır. IBOVESPA hisse senedi endeksi için ise en uygun model TARARCH(1,1)'dir. Modelde hem asimetri hem de kaldıraç etkisi bulunmaktadır.

Anahtar kelimeler: Uzun hafıza, Volatilité, BRIC, ARFIMA, FIGARCH, ARCH, GARCH, EGARCH, TARARCH

ABSTRACT

**DETERMINATION OF THE EFFECT OF
LONG MEMORY AND VOLATILITY ON STOCK
MARKET RETURNS: AN APPLICATION ON BRIC
COUNTRIES**

ÇİĞDEM YILMAZ

In this study, investigate of effect of long term memory and existance of long term volatility in the stocks of BRIC countries is aimed. For this purpose, data covering the dates between 01.07.1997-30.09.2014(according to Turkish calendar) is included. In this study ARFIMA, FIGARCH and conditional heteroscedasticity models are used. In the thesis, firstly, whether return series of stocks contains unit roots or not is determined using classical unit root methods. Autocorrelation problem in the series is fixed by NEW-WEST robust method. ARFIMA models are tested for all possible cases, in the way that $p,q \leq 2$. Those return series that have convenient ARFIMA models were subjected to FIGARCH process. As a consequence of all these applications, it is determined that SSE COMPOSITE, a stock in China, is suitable for both long term memory model and long memory FIGARCH(1,d,1) volatility model. The most convenient model for RTSI index is the TARCH(1, 1) model. According to this, there is asymmetric effect and leverage effect on the model. EGARCH(1,1) model is the most suitable model for S&P BSE stock index and there is only asymmetric effect on the model. The most suitable model for IBOVESPA stock index is TARCH(1,1). There is both asymmetry and leverage effect on the model.

Key Words: Long Memory, Volatility, BRIC, ARFIMA, FIGARCH, ARCH, GARCH, EGARCH, TARCH

ÖNSÖZ

Ekonometriciler ve istatistikçiler, finansal ve makro ekonomik zaman serilerinin modellenebilmesi, gelecek tahminlerinin yapılabilmesi amacıyla, başlangıçta klasik otoregresif hareketli ortalamalar modellerini kullanmaktaydılar. Ancak bu modeller, bir gün veya daha kısa frekanslı zamanlarda olmuş olan olayların etkisini cari güne yansıtabiliyordu. Bir başka deyişle, kısa hafızaya sahip modellerdi. Daha uzun frekanslı zamanlarda olmuş olayların etkisinin belirlenebilmesi amacıyla uzun hafızalı modeller incelenmeye başlanmıştır. Uzun hafızalı modeller aynı zamanda otokorelasyon fonksiyonlarının hiperbolik şekilde azalması ile ilgilidir. Uzun hafıza etkisinin yakalanabilmesi için Granger (1980), Granger ve Joyeux (1980) ve Hosking (1981) tarafından kesirli bütünleşik otoregresif hareketli model olan ARFIMA(p,d,q) modeli geliştirilmiştir.

Klasik ARMA modellerinde serinin I(0)'ıncı dereceden durağan olduğu varsayılmaktadır. Ancak finansal zaman serilerinin çoğunun ilk hali durağan değildir. Durağanlık koşulunun sağlanabilmesi için serinin ilk ya da nadiren de olsa ikinci farkının alınması gerekmektedir. Bu nedenle ARIMA(p,d,q) modeli geliştirilmiştir. Bu modeldeki I(.) parametresinin tam sayı olması gerekmektedir. Ancak [0,1] aralığında bulunan kesirli sayıların modele dahil edilmemesi bilgi kaybına neden olmaktadır. Bu nedenle ARFIMA modelinde [-0.5,0.5] aralığındaki tüm değerler modele dahil edilmektedir. Böylece serinin uzun hafızalı, kısa hafızalı veya ortalamaya dönüş eğiliminde olup olmadığı belirlenebilmektedir. ARFIMA modelinin diğer modellere göre üstün yanı bu üç farklı durumu, fark parametresi olan "d" ile belirleyebilmesidir.

Literatürde incelenen diğer bir konu ise hisse senetlerinin getiri serilerinde gözlenen oynaklık durumudur. Volatilite olarak da adlandırılan bu durum, serilerde gözlenen şokların veya yeniliklerin getirilere olan etkisinin belirlenmesinde kullanılmakta olup riskin belirlenmesine yardımcıdır. Volatilite belirlenirken ortalama ve varyans denkleminde göre ayrı ayrı incelenebilmektedir. Bu çalışmada varyans denkleminde göre incelenmiştir. Koşullu varyanstaki uzun hafızanın belirlenebilmesi için Baille(1996) yılında FIGARCH (p,d,q) modelini geliştirmiştir. ARFIMA modeline benzer bir şekilde burada da volatilite ölçümlerine ait otokorelasyon fonksiyonları hiperbolik azalış göstermektedir. Yine ARFIMA modelinde olduğu gibi

"d" fark parametresi kesirli değerler alabilmektedir. Ayrıca FIGARCH yöntemine uyum sağlamayan serilere ise kısa hafızalı modellerde volatilitiyi yakalayan koşullu değişen varyans süreçleri ile modellenmiştir.

Tüm bu bilgilerin ışığında bu çalışmada, BRIC ülkelerine ait hisse senetlerinin getiri serilerinde uzun hafıza olup olmadığı belirlenmiş ve yapılarında uzun ya da kısa hafızalı volatilitiye barındırıp barındırmadıkları belirlenmiştir.

Her çalışmada olduğu gibi, bu tezde de bir çok değerli ve önemli insanın katkısı bulunmaktadır. Tezimin gelişmesinde ve sonuçlandırılmasında benden desteklerini ve önerilerini hiç esirgemeyen öncelikle tez danışmanım Prof. Dr. Nilgün Çil Yavuz'a, Doç. Dr. Burak Güriş'e, Doç. Dr. Burcu Kıran'a ve isimlerini buraya yazamadığım tüm hocalarıma teşekkür ederim.

En büyük minnettarlığım ise, beni bu güne kadar getiren, iyi ve kötü her anımda yanımda olan ve beni maddi ya da manevi her alanda destekleyen sevgili annem, babam ve kardeşimdir.

ÖZ	iii
ABSTRACT	iv
ÖNSÖZ	v
TABLolar LİSTESİ	x
ŞEKİLLER LİSTESİ	xi
KISALTMALAR LİSTESİ	xii
GİRİŞ	1

BİRİNCİ BÖLÜM

FİNANSAL ZAMAN SERİLERİNİN MODELLENMESİ

1.1. DOĞRUSAL VE DOĞRUSAL OLMAYAN ZAMAN SERİSİ MODELLERİ	4
1.1.1. Otoregresif (AR) Süreç	4
1.1.2. Hareketli Ortalama Modelleri (MA)	5
1.1.3. Otoregresif Hareketli Ortalama Modelleri: ARMA (p,q)	6
1.1.4. Otoregresif Entegre Hareketli Ortalama Modelleri: ARIMA (p,d,q).....	7
1.2. KOŞULLU DEĞİŞEN VARYANS MODELLERİ	9
1.2.1. SİMETRİK KOŞULLU DEĞİŞEN VARYANS MODELLERİ.....	9
1.2.1.1. Otoregresif Koşullu Değişen Varyans (ARCH) Modelleri	9
1.2.1.2. Genelleştirilmiş Otoregresif Koşullu Değişen Varyans Modelleri.....	13
1.2.1.3. Ortalamada ARCH (ARCH IN MEAN) Modeli	16
1.2.1.4. Ortalamada GARCH (GARCH IN MEAN) Modeli	17
1.2.2. ASİMETRİK KOŞULLU DEĞİŞEN VARYANS MODELLERİ.....	18
1.2.2.1. Üstel GARCH (EGARCH) Modeli	18
1.2.2.2. Eşik Değerli ARCH (TARCH) Modelleri	21
1.2.2.3. Bileşenli GARCH (C – ARCH)Modeli	22
1.2.2.4. Doğrusal Olmayan Asimetrik ARCH (NARCH) Modeli.....	24

İKİNCİ BÖLÜM

UZUN HAFIZALI MODELLER

2.1. UZUN HAFIZA MODELİ NEDİR?	25
2.1.1. Kesirli Brownian Hareketi.....	30
2.1.2. Otoregresif Kesirli Bütünleşik Model: ARFIMA (p,d,q).....	33
2.2. UZUN HAFIZA MODELLERİNİ TAHMİN YÖNTEMLERİ.....	41
2.2.1 Parametrik Yöntemler	42
2.2.1.1. Tam Maksimum Benzerlik Yöntemi	42
2.2.1.2. Yaklaşık Whittle Tahmin Yöntemi.....	44
2.2.2 Yarı Parametrik Yöntemler	45
2.2.2.1. Geweke ve Porter-Hudak Tahmin Yöntemi	45
2.2.2.2. Modifiye Edilmiş Log Periodogram Yöntemi.....	48
2.2.2.3. Gaussian Yarı Parametrik Tahmin Yöntemi.....	49
2.2.2.4. Dalgacık Tabanlı Tahmin Yöntemi	50
2.2.3. Parametrik Olmayan Yöntemler.....	51
2.2.3.1. Klasik Dönüştürülmüş Genişlik (Rescaled Range) Yöntemi	51
2.2.3.2. Modifiye Edilmiş Dönüştürülmüş Genişlik Yöntemi.....	53
2.3. KESİRLİ BÜTÜNLEŞİK GARCH MODEL: FIGARCH (p,d,q)	54
2.3.1. Koşullu Varyansın Negatif Olmama Durumu.....	57
2.3.2. FIGARCH Sürecinin Etki Tepki Fonksiyonu	61
2.3.3. FIGARCH Sürecinin Tahmini.....	62

ÜÇÜNCÜ BÖLÜM
HİSSE SENEDİ GETİRİLERİNDEKİ UZUN HAFIZA ETKİSİNİN
VE VOLATİLİTENİN BELİRLENMESİ: BRIC ÜLKELERİ
ÜZERİNE BİR UYGULAMA

3.1. FİNANSAL PİYASALARDA VOLATİLİTE KAVRAMI	63
3.1.1. Tarihsel Volatilite Kavramı	65
3.1.2. Zımnı Volatilite Kavramı	66
3.2. BRIC ÜLKELERİNİN TANIMI VE FİNANSAL PİYASALARI	67
3.2.1. ÇİN	75
3.2.2. HİNDİSTAN	76
3.2.3. BREZİLYA	77
3.2.4. RUSYA	79
3.3. HİSSE SENEDİ GETİRİLERİNDEKİ UZUN HAFIZA ETKİSİNİN VE VOLATİLİTENİN BELİRLENMESİ: BRIC ÜLKELERİ ÜZERİNE BİR UYGULAMA	80
SONUÇ	92
KAYNAKÇA	94

TABLÖLAR LİSTESİ

Tablo 1: BRIC ÷lkelerine ait bir takım ekonomik göstergeler	71
Tablo 2: BRIC ÷lkelerine ait göstergelerin değerlendirilmesi	72
Tablo 3: BRICs ÷lkelerinin mal ve hizmet ihracatı (% GSYH).....	72
Tablo 4: BRICs ÷lkelerinin mal ve hizmet ithalatı (%GSYH).....	73
Tablo 5: BRIC ÷lkelerinin enflasyon oranı (Ortalama Tüketici Fiyatları).....	73
Tablo 6: BRIC ÷lkelerinin hisse senedi performansları	74
Tablo 7: BRIC ÷lkeleri hisse senedi ticareti, ciro hızı	74
Tablo 8: SSE COMPOSITE, IBOVESPA, S&P BSE ve RTSI getirilerine ait tanımlayıcı istatistikler	82
Tablo 9: Getiri serilerine ait birim kök testleri	83
Tablo 10: Getiri serilerine ait ARFIMA modelleri	84
Tablo 11: Getiri serilerine ait FIGARCH (1,d,1) modelleri	85
Tablo 12: RTSI hisse senedi getirilerinin ARCH(1), GARCH(1,1), EGARCH(1,1) ve TARCH(1,1) modelleri.....	87
Tablo 13: S&P BSE hisse senedi getirileri için ARCH LM testi	88
Tablo 14: S&P BSE hisse senedi getirilerinin ARCH(1), GARCH(1,1), EGARCH(1,1) ve TARCH(1,1) modelleri	88
Tablo 15: IBOVESPA hisse senedi getirileri için ARCH LM testi	88
Tablo 16: IBOVESPA hisse senedi getirilerinin ARCH(1), GARCH(1,1), EGARCH(1,1) ve TARCH(1,1) modelleri	90

ŞEKİLLER LİSTESİ

- Şekil 1:** Goldman Sachs Ekonomistlerine göre 2050 yılının en önemli Ekonomileri..... 68
- Şekil 2:** BRIC ülkelerinin G6 Ülkelerinin Ekonomilerinden Daha Güçlü Konuma Gelecekleri Tahmini Zaman Dilimleri..... 69
- Şekil 3:** BRICs ve G6 ülkelerinin küresel GSYH'nın ne kadarını kapsadığını gösteren tablo (GSYH 2003 , US \$) 69
- Şekil 4:** BRIC ülkelerinde gözlenen reel döviz kuru artışı (%) 70
- Şekil 5:** 1990-2010 yılları arasında BRICs ülkelerinin küresel ticaretin ne kadarını kapsadığını gösteren grafik (%) 70
- Şekil 6:** SSE COMPOSITE, IBOVESPA, S&P BSE ve RTSI indekslerinin 01.07.1997- 30.09.2014 dönemi içerisindeki günlük getiri grafikleri 81

KISALTMALAR LİSTESİ

ACF:	Otokorelasyon Fonksiyonu
ADF:	Genelleştirilmiş Dickey Fuller (Augmented Dickey Fuller)
AIC:	Akaike
AR :	Otoregresif (Autoregressive)
ARCH:	Otoregresif koşullu değişen varyans (Autoregressive Conditional Heteroscedasticity)
ARCH-M:	Ortalamada otoregresif koşullu değişen varyans (ARCH in Mean)
ARFIMA:	Otoregresif kesirli bütünleşik hareketli ortalamalar (Autoregressive Fractional Integrated Moving Average)
ARIMA :	Otoregresif entegre hareketli ortalama (Autoregressive Integrated Moving Average)
ARMA :	Otoregresif hareketli ortalama (Autoregressive Moving Average)
BRIC:	Brezilya, Rusya, Hindistan, Çin
BRICs:	Brezilya, Rusya, Hindistan, Çin, Güney Afrika
CGARCH:	Bileşenli genelleştirilmiş otoregresif koşullu değişen varyans (Component Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity)
EGARCH:	Üstel genelleştirilmiş otoregresif koşullu değişen varyans (Exponential Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity)
EME:	Yükselen Piyasa Ekonomileri (Emerging Market Economy)
fBm :	Kesirli Brownian hareketi (Fractional Brownian Motion)
FDI:	Direk yabancı yatırımları
FIGARCH:	Kesirli bütünleşik genelleştirilmiş otoregresif koşullu değişen varyans (Fractional Integrated Generalized
GARCH:	Genelleştirilmiş otoregresif koşullu değişen varyans (Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity)

GARCH-M:	Ortalamada genelleştirilmiş otoregresif koşullu değişen varyans (GARCH in Mean)
GPH:	Geweke & Porter Hudak
GSP:	Gaussian yarı parametrik (Gaussian semiparametric)
GSYH:	Gayri Safi Yurtiçi Hasıla
IMF:	Uluslararası para fonu (International Money Fon)
KPSS:	Kwiatkowski, Phillips, Schmidt & Shin
LM:	Lagrange Çarpanları (Lagrange Multiplier)
MA:	Hareketli Ortalama (Moving Average)
NARCH:	Doğrusal olmayan asimetrik otoregresif koşullu değişen varyans (Non-linear Asymetric Autoregressive Conditional Heteroscedasticity)
PP:	Phillips & Perron
R/S:	Klasik dönüştürülmüş genişlik (Rescaled Range)
SIC:	Shwardz
TARCH:	Eşik değerli otoregresif koşullu değişen varyans (Threshold Autoregressive Conditional Heteroscedasticity)
UNCTAD:	Ticaret ve gelişim üzerine Birleşmiş Milletler Konferansları (United Nations Conferance on Trade and Development)
WTO:	Dünya ticaret örgütü (World Trade Organization)

GİRİŞ

Uzun dönem bağımlılığı ya da uzun hafıza sürecine olan ilgi ilk olarak fiziki bilimlerde ortaya çıkmıştır. Konuyla ilgili ilk çalışma İngiliz bir hidrolog olan Hurst (1951) tarafından yapılmıştır. Hurst bu çalışmasında, Nil nehrinin taşma periyotlarını nasıl düzene sokacağını belirlemeye çalışmıştır. Daha sonraları Mandelbrot ve Wallis (1968) çalışmasında uzun hafıza özelliğini "Joseph etkisi" olarak tanımlamıştır. Joseph etkisine göre Mısır yedi yıl bolluk, yedi yıl ise kıtlık yaşayacaktır. Bu çalışmaya göre esasında uzun hafıza, uzak geçmişte olan bir olayın gelecekteki gözlemler ile yüksek ilişkili olması durumudur. Uzun hafıza sürecinin finansal piyasalara olan etkisi ise Mandelbrot (1971) çalışmasında ortaya konuşmuştur. Çalışmada Hurst'ün "Dönüştürülmüş genişlik" istatistiğinin hisse senetlerinin uzun hafıza davranışlarının belirlenmesine kullanılması önerilmiştir. Uzun hafıza modelleri kesikli sürekli modeller olarak ikiye ayrılmaktadır. Sürekli model olarak "Kesirli Brownian Hareketi" Mandelbrot (1965) çalışmasında tanımlanmış olup, Mandelbrot & Van Ness (1968) çalışması ile genelleştirilmiştir. Kesikli model olarak ise, Granger (1980), Granger ve Joyeux (1980) ve Hosking (1981) tarafından kesirli bütünleşik otoregresif hareketli model yani ARFIMA(p,d,q) modeli geliştirilmiştir.

Öte yandan sermaye piyasalarında, piyasaların ne kadar etkin olduğu uzun yıllardan beri merak konusu olmuştur. Özellikle yatırımcılar, yaptıkları yatırımların sonucunda ne kadar kazanç elde edeceklerini ya da yatırımlarının ne kadarının riske edildiğini bilmek istemektedirler. Bu durum akademisyenleri de bu konuları araştırmaya itmiştir. Sermayenin ne kadarının riske edildiğini belirleyebilmek için volatilité denilen kavramı ortaya atmışlardır. Önceleri kısa hafızalı seriler için volatilité modelleri geliştirilmiş iken daha sonra uzun hafızalı modeller için de geliştirilmiştir. Uzun hafızalı serilerde volatilitéyi saptayan model olan FIGARCH modeli, Baille et al(1996) tarafından ortaya konuşmuştur.

Bu bilgilerden hareketle 3 bölümden oluşan tezin ilk bölümünde zaman serilerinin analizinde sıklıkla kullanılan doğrusal ve doğrusal olmayan zaman serisi modellerinden bahsedilmiş, AR, MA, ARMA ve ARIMA modellerine değinilmiştir.

Ek olarak koşullu değişen varyans modellerinden olan simetrik ve asimetrik koşullu değişen varyans modellerinden bahsedilmiştir.

Tezin ikinci bölümünde ise, uzun hafıza modellerine değinilmiştir. Uzun hafızanın çeşitli tanımlarına yer verilmiş olup, sıklıkla kullanılan parametrik, yarı parametrik ve parametrik olmayan tahmin yöntemlerinden bahsedilmiştir. Ayrıca, uzun hafızalı volatilité modeli olan FIGARCH modeli ve tahmin yöntemi kavramına yer verilmiştir. Ek olarak bir birimlik şokun modelde yaratacağı etkinin belirlenmesi için hem ARFIMA hem de FIGARCH modelleri için etki - tepki fonksiyonları incelenmiştir.

Tezin son bölümü olan üçüncü bölümde ise, BRIC ülkelerine ait hisse senedi piyasa endekslerinin uzun hafızaya sahip olup olmadığı ve serilerin volatil olup olmadığının belirlenmesi amacıyla uygulama yapılmıştır. Ancak, uygulamaya geçmeden önce volatilitenin tanımı ve çeşitleri incelenmiştir. BRIC ülkelerinin finansal durumları ve BRIC grubu içerisinde yer alan ülkelerin genel ekonomik durumları ile ilgili bilgi verilmiştir. Uygulama kısmında ise ilk olarak serilerin tanımlayıcı istatistiklerine bakılmıştır. Serilerin durağanlıkları ile ilgili bilgi edinmek için birim kök testleri yapılmıştır. Getiri serilerinin uzun hafıza analizi ARFIMA(p,d,q) modeli ile yapılmıştır. Model tahmin edilirken ikinci bölümde belirtilen ve parametrik tahmin yöntemlerinden olan "Yaklaşık Whittle Tahmin Yöntemi" kullanılmıştır. Son olarak ise FIGARCH ve ARCH; GARCH; EGARCH VE TARCH yöntemleri serilere uygulanmıştır. Tüm bu analizler sonucunda geçmişte olan olayların gelecekteki yatırımlara etkisi belirlenmiş olup, yatırımcıların risk-kazanç dengesini sağlamalarına yardımcı olunmuştur.

Analizler sonucunda elde edilmiş bulguların değerlendirilmesine ve yorumlanmasına ise, tezin "Sonuç" bölümünde yer verilmiştir.

BİRİNCİ BÖLÜM

FİNANSAL ZAMAN SERİLERİNİN MODELENMESİ

Zaman serileri, zamanın belirli bir anında veya aralığında birbirleri ile ilişkili olan sayısal verilerin oluşturduğu serilerdir¹. "Zaman serisi kullanılarak günlük hisse senedi fiyatları, haftalık merkez bankasının yayınladığı para arzı, aylık işsizlik oranı veya yıllık devlet bütçeleri gibi finansal ve ekonomik değişkenler tahmin edilebilir"².

"Genel olarak zaman serileri, n örnek büyüklüğü olmak üzere $z_t, t = 1, 2, \dots, n$ biçiminde gösterilir. Başka bir ifade ile T bir indis kümesi olmak üzere, bir zaman serisi, $\{z_t : t \in T\}$ şeklinde ifade edilir. Buradaki T indis kümesi temel olarak $T = \{1, 2, 3, \dots\} = \mathbb{N}$, $T = \{0, \pm 1, \pm 2, \dots\} = \mathbb{Z}$ şeklinde alınabildiği gibi, $T = \mathbb{R}$, $T = [0, 1]$ gibi sürekli aralıklarda da alınabilir"³.

Zaman serileri ile doğru sonuçlar veren modellerin oluşturulabilmesi için serinin ortalama, varyans gibi özelliklerinin zaman içerisinde sabit olması ve kovaryansının zamandan bağımsız olması, bir başka deyişle serinin durağan olması gerekmektedir. Durağan olmayan serilerin denklemlere konulması gerçekte olmayan ilişkilerin varmış gibi görünmesine neden olmaktadır. Genellikle iktisadi zaman serileri durağan değildir. Yani serilerin ortalamaları, varyansları ve kovaryansları zamana bağlı olarak değişmektedir⁴.

¹ G.S. Maddala, **Introduction to Econometrics**, 2. bs., New York, Macmillan Publishing Company, 1992, p. 525.

² Özlem Göktaş, **Teorik ve Uygulamalı Zaman Serileri Analizi**, İstanbul, Beşir Kitabevi, 2005, s.2.

³ Yılmaz Akdi, **Zaman Serileri Analizi: Birim Kökler ve Kointegrasyon**, Ankara, Bıçaklar Kitabevi, 2003, sf. 31-110, a.e., 182-185.

⁴ Serap Duran, Asuman Şahin; "İMKB Hizmetler, Mali Sınai ve Teknoloji Endeksleri arasındaki ilişkinin belirlenmesi", **Gaziosmanpaşa Üniversitesi Sosyal Bilimler Araştırma Dergisi**, 2006, s.61

1.1. DOĞRUSAL VE DOĞRUSAL OLMAYAN ZAMAN SERİSİ MODELLERİ

1.1.1 Otoregresif (AR) Süreç

Tek değişkenli zaman serileri modellerinden “otoregresif”⁵: AR model de sürecin cari değeri y_t , sürecin bir önceki değerleri y_{t-1} artı bir şok ile doğrusal bir fonksiyon olarak tanımlanmaktadır. y_t , trend etkisi ortadan kaldırılmış seriyi göstermektedir. Model ile zaman serisinin geçmiş değerlerine dayanarak ileriye yönelik tahmin yapıp, serinin gelecek değerleri ile ilgili bilgi sağlamak mümkün olmaktadır⁵.

"AR model de eğer sadece bir gecikme söz konusu ise model birinci dereceden AR modeli, p tane gecikme söz konusu ise p . dereceden AR modeli olarak adlandırılır. Buna göre model;

$$Y_t = \alpha + \beta_1 y_{t-1} + \beta_2 y_{t-2} + \beta_3 y_{t-3} + \dots + \beta_p y_{t-p} + \epsilon_t \quad (1)$$

şeklinde gösterilir.

Buradaki p modelin derecesini ve ϵ_t ise sıfır ortalamalı ve sabit varyanslı beyaz gürültü sürecidir"⁶.

" Söz konusu AR(p) sürecinde tahmin edilmesi gereken $p+2$ adet ($\beta_1, \beta_2, \beta_3, \dots, \beta_p, \mu, \sigma^2$) parametre vardır. Dolayısıyla söz konusu model, $p+2$ adet parametre bilindiği takdirde belirlenmiş olmaktadır"⁷.

⁵ Işıl Akgül, **Zaman Serisi ve ARIMA Modelleri**, İstanbul, Der yayımları, 2003, sf. 20-21.

⁶ Hilal Güney, "Tek Değişkenli Zaman Serilerinde Model Seçim Ölçütlerinin İncelenmesi", **Yüksek lisans tezi**, Gazi Üniversitesi, Ankara, 2009, sf. 7- 8.

⁷ Sypros Makridakis, Steven C. Wheelwright, **Forecasting Methods for Management**, 5. edition, Newyork, John Wiley Sons, 1989, p. 131.

1.1.2. Hareketli Ortalama (MA) Modelleri

Bir ekonomik değişkenin hareketli ortalama süreci 1,2 veya daha fazla dönem geriye doğru rassal kalıntıların ağırlıklı bir ortalaması olarak ekonomik değişken Y_t 'ye ait zaman serisi gözlemlerini gösterir. Genel MA(q) süreci için istatistiksel model;

$$Y_t = \mu + \varepsilon_t + \Theta_1 \varepsilon_{t-1} + \Theta_2 \varepsilon_{t-2} + \dots + \Theta_p \varepsilon_{t-p} \quad (2)$$

şeklinde gösterilir.

Burada korelasyonsuz rassal kalıntılar ε_t ortalaması sıfır ve sabit bir varyansa sahiptir. AR(p) modelinden farklı olarak “kesme” parametresi α yerine μ ile gösterilmiştir⁸.

⁸ Mustafa Sevüktekin ve Mehmet Nargeleçekenler, **Ekonometrik Zaman Serileri Analizi Eviews Uygulamalı**, Ankara, Nobel Yayınevi, 2010, s. 153.

1.1.3. Otoregresif Hareketli Ortalama Modelleri: ARMA(p,q)

AR ve MA modelleri, verinin dinamik yapısını uygun bir şekilde tanımlamada kullanılmak üzere, içerisinde birçok parametre içeren yüksek değerli bir model ortaya koyamamaktadırlar. Bu nedenle zamanla bu modeller kullanışsız hale gelmişlerdir. Bu sorunun üstesinden gelmek amacıyla Box, Jenkins, ve Reinsel (1994) tarafından otoregresif hareketli ortalama modelleri (ARMA) geliştirilmiştir. ARMA modelleri temelde, AR ve MA modellerinin düşüncelerini birleştirmiş ve modelde kullanılmış olan parametre sayısı azaltmıştır. Finansal getiri serilerinde ARMA modellerin kullanılma şansı düşük olmasına rağmen volatilité (oyunaklık) modelleri ile oldukça ilişkilidirler⁹. Genel olarak ARMA(p,q) modeli,

$$Y_t = \alpha + \beta_1 y_{t-1} + \dots + \beta_p y_{t-p} + \epsilon_t + \Theta_1 \epsilon_{t-1} + \dots + \Theta_q \epsilon_{t-q} \quad (3)$$

şeklinde gösterilmektedir.

Eğer $q = 0$ ise süreç saf otoregresif süreç [AR (p)], $p = 0$ ise süreç saf hareketli ortalamalar süreci [MA (q)] olarak adlandırılır¹⁰. ARMA modelinde, çevrilebilirlik ve durağanlık koşullarının her ikisinin de var olması gerekmektedir. Ayrıca sürecin durağanlığı AR(p)'nin şekline bağlı iken, çevrilebilirliği MA(q)'nin şekline bağlıdır. ARMA modelinde durağanlık özelliği, sürecin ortalamasının, varyansının ve kovaryansının zamana bağlı değişmediğini vurgulamaktadır. Süreçte ortalama ve varyans, zamandan bağımsız ve sabit iken kovaryans da zamana değil, zamanlar arası farka dayanmaktadır¹¹.

⁹ Ruey T. Stay, **Analysis of Financial Time Series**, 2. edition, USA, John Wiley & Sons, 2005, p. 56.

¹⁰ Walter Enders, **Applied Econometric Time Series**, 2. edition, USA, John Wiley & Sons, 2003, p. 51.

¹¹ Işıl Akgül, **a.g.e.**, sf. 88-89.

1.1.4. Otoregresif Entegre Hareketli Ortalamalar Modeli : ARIMA (p,d,q)

Zaman serisi modelleri durağanlık varsayımında dayanmaktadır. Özetle bu varsayım, ortalama ve varyansın sabit ve kovaryansın zamandan bağımsız olması durumudur. Fakat birçok finansal ve ekonomik zaman serisi durağan değildir. Bu nedenle bu zaman serileri entegre edilmiş serilerdir. Bir zaman serisinin ilk farkı $I(0)$ ise seri durağandır. Benzer bir şekilde, eğer bir zaman serisi $I(2)$ ise seri iki defa farkı alındığında durağan hale geliyor demektir. Yani $I(0)$ haline dönüşmüştür. ARIMA (p,d,q) modelinde p otoregressive model sayısını, d serinin durağan hale gelmeden önce kaç defa farkının alındığını, q ise hareketli ortalamalar model sayısını göstermektedir. ARIMA(p,d,q) modelinde $d=0$ ise model ARMA(p,q) haline dönüşmektedir. Eğer modelde $d,q = 0$ ise model saf durağan AR(p) sürecine, $p,d = 0$ ise saf durağan MA(q) sürecine dönüşecektir¹².

ARIMA sürecinin denklemi;

$$\phi(B) (1-B)^d z_t = \Theta_0 + \Theta(B) \alpha_t$$

şeklindedir. Denklemde yer alan $\phi(B)$ ve $\Theta(B)$ p ve q'ncü dereceden B'nin birim çember dışına yayılmış olan operatörleridir. ARIMA model otoregresif modelleri, hareketli ortalamalar modelleri, birleştirilmiş otoregresif hareketli ortalamalar modellerini ve bu üçünün entegre edilmiş halini kapsadığı için çok genel bir formdur. Bu şekildeki bir modeli tahmin edebilmek amacıyla Box-Jenkins yaklaşımı oluşturulmuştur. Box-jenkins yaklaşımı tanımlama, tahmin etme ve tanı kontrolü olarak adlandırılmış olan üç aşamadan oluşmaktadır.¹³

İlk aşamada verinin dinamik özelliklerinin belirlenebilmesi için gerekli olan modelin derecesi tanımlanmaktadır. Grafik yöntemi kullanılarak veriler ile otokorelasyon ve kısmi otokorelasyon katsayılarının grafiği çizilir. İkinci aşamada,

¹² Damodar N. Gujarati, **Basic Econometrics**, 4. edition, The McGraw-Hill Companies, , 2004, pp. 839-840.

¹³ George EP Box and Gwilym M. Jenkins, **Time Series Analysis**, San Fransisco, Holden Day, 1976, p. 171.

ilk aşamada belirlenmiş olan modelin parametreleri tahmin edilir. Bu işlem yapılırken, modele bağlı olarak, en küçük kareler yöntemi veya Maksimum Likelihood yöntemi kullanılabilir. Üçüncü aşamada ise, modelin doğru tanımlanıp tahmin edildiğine dair kontroller yapılır. Box-Jenkins bunun için iki yöntem önerir. Bunlardan ilki "overfitting" olarak adlandırılan, verinin dinamiklerinin yakalanması için gerekenden yüksek mertebeden bir modelin tanımlanmasıdır. İkincisi ise, "residual diagnostic" olarak adlandırılan, lineer bağımlılığın kanıtlanması için hataların kontrolünün yapılmasıdır.¹⁴

¹⁴ Chris Brooks, **Introductory Econometrics for Finance**, 3. edition, New York, Cambridge University Press, 2014, p. 274.

1.2. KOŞULLU DEĞİŞEN VARYANS MODELLERİ

1.2.1. SİMETRİK KOŞULLU DEĞİŞEN VARYANS MODELLERİ

1.2.1.1. Otoregresif Koşullu Değişen Varyans (ARCH) Modelleri

Otoregresif koşullu değişen varyans modelleri son zamanlarda finansal zaman serilerinde, özellikle varlığı elde tutmanın taşıdığı riskin analiz edilmesinde, opsiyonların fiyatlarının değerlendirilmesinde, zaman değişken güven aralıklarının tahmin edilmesinde, değişen varyansın varlığı altında daha etkin tahminlerin elde edilmesinde sıklıkla kullanılmaktadır¹⁵.

ARCH model ilk defa 1982 yılında Engle tarafından ortaya atılmıştır. Engle'a göre, geleneksel ekonometrik modeller bir periyotluk dönem için varyans tahminini varsaymaktadır. Bu varsayım genelleştirildiğinde, otoregresif koşullu değişen varyans (ARCH) süreci olarak adlandırılan yeni bir stokastik süreç ortaya çıkmıştır. Bu süreçteki modeller, sıfır ortalamaya sahip ve serisel olarak korelasyonsuzdur ("serially uncorrelated"). Serilerin geçmiş dönemlerdeki gerçekleştirmelerine bağlı olan koşullu varyansa izin veren model Granger ve Andersen tarafından tanımlanan model;

$$y_t = \epsilon_t \cdot y_{t-1} \text{ 'dir.}$$

Bu durumda modelin koşullu varyansı $\sigma^2 \cdot y_{t-1}^2$ 'dir. Ancak burada koşulsuz varyans hem sıfır hem sonsuzdur. Bu durum genelleştirme ile ortadan kaldırılabilir.

Tercih edilen ARCH modeli;

$$y_t = \epsilon_t \cdot h_t^{1/2}$$

$$h_t = \alpha_0 + \alpha_1 y_{t-1}^2 \text{ 'dir.}$$

¹⁵ Evdokra Xekalaki, Stavros Degiannakis, **Arch Models for Financial Applications**, UK, A John Wiley and Sons, 2010, p. 8.

$V(\varepsilon_t) = 1$ 'dir.

Modele normallik varsayımında eklenip, t dönemindeki bilgi seti Ψ_t ile gösterilmiş olup model;

$$y_t \mid \Psi_{t-1} \sim N(0, h_t) \quad (4)$$

$$h_t = \alpha_0 + \alpha_1 y_{t-1}^2 \quad (5)$$

şeklindedir.

Varyans fonksiyonu daha genel açıklandığında;

$$h_t = h(y_{t-1}, y_{t-2}, \dots, y_{t-p}, \alpha) \quad (6)$$

haline dönüşmektedir. Burada p, ARCH sürecinin derecesini gösterir iken α bilinmeyen parametrelerin vektörünü göstermektedir.

Söz konusu ARCH regresyon modeli, y'nin ortalamasının $x_t\beta$ olarak verilmesine ek olarak Ψ_t bilgi seti ile β bilinmeyen parametrelerin vektörünü içeren gecikmeli içsel ve dışsal değişkenlerin lineer bir kombinasyonu varsayılmasıyla elde edilmiştir. Model;

$$y_t \mid \Psi_{t-1} \sim N(x_t\beta, h_t),$$

$$h_t = h(\varepsilon_{t-1}, \varepsilon_{t-2}, \dots, \varepsilon_{t-p}, \alpha) \quad (7)$$

$$\varepsilon_t = y_t - x_t\beta' \text{ dir.}$$

Şimdiki ve geçmiş dönemdeki x'lerin modele dahil edilmesi ile varyans fonksiyonu da genişletilebilir. Böylece h fonksiyonu;

$$h_t = h(\varepsilon_{t-1}, \varepsilon_{t-2}, \dots, \varepsilon_{t-p}, x_t, x_{t-1}, \dots, x_{t-p}, \alpha) \quad (8)$$

ya da

$$h_t = h(\Psi_{t-1}, \alpha)$$

ARCH modelleri içinde en basit olan ve sıklıkla kullanılan 4 ve 5 numaralı modellerde belirtilen ARCH(1) modelidir. Bu modelin geçerli olabilmesi için,

$$\alpha_0 > 0, \alpha_1 > 0 \quad \text{ve} \quad \alpha_1 + \sum_{j=1}^{\infty} \alpha_j < 1$$

koşullarını sağlamalıdır. α_i 'ler toplamının 1 den büyük olduğu durumlarda süreç sonsuz varyansa sahip olacaktır. ARCH(1) süreci normal dağılıma göre daha kalın kuyruğa sahip olan veriyi üretmektedir.

Genelleştirilmiş ARCH modelinin alternatif bir yorumlanma şekli ise;

$$y_t \mid \Psi_{t-1} \sim N(x_t \beta, h_t),$$

$$h_t = (\alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \dots + \alpha_p \varepsilon_{t-p}^2), \quad (9)$$

$$\varepsilon_t = y_t - x_t \beta \text{ 'dir.}$$

p ' inci dereceden ARCH modeline ait parametreler $\alpha_0 > 0, \alpha_1, \dots, \alpha_p \geq 0$ koşullarını sağlıyor ve ilgili karakteristik denkleme ait kökler birim çemberin dışına yayılıyor ise süreç kovaryans durağandır.¹⁶

Box - Jenkins yaklaşımı hata terimlerinin zaman boyunca sabit kaldığı varsayımına dayanmaktadır. Fakat denklem 10'un standart hatası oynaklığı ölçmek için kullanılmaya başlandığından beri, sabitlik varsayımı belirsizliği ya da volatilitenin zaman boyunca sabit kalmasını ima etmektedir. Bu varsayımın sağlamlığı ARCH denklemleri ile test edilmiştir.

$$y_t = \alpha_0 + \sum_{p=1}^{p_{\max}} \Theta_p y_{(t-p)} + \sum_{q=1}^{q_{\max}} \Theta_q y_{(t-q)} + \sum_{n=1}^{n_{\max}} \eta_n D_t \quad (10)$$

ARCH etkisinin varlığı bir diğer deyişle volatilitenin zaman boyunca değişip değişmediği koşullu varyans (9) ile test edilmelidir. ARCH denklemi kurulduğu zaman, Lagrange Çarpımı (LM) ve F testleri ARCH etkisinin var olmadığı belirten sıfır hipotezini test etmek amacıyla kullanılmaktadır. Olasılık değeri 0.05' den küçük

¹⁶ Robert F. Engle, "Autoregressive Conditional Heteroscedasticity with Estimates of the Variance of United Kingdom Inflation" **Econometrica**, Vol: 50 (4), 1982, pp. 987 - 994.

ise sıfır hipotezinin %5 anlamlılık düzeyinde reddedildiğini, volatilitenin zaman boyunca değişkenlik gösterdiği göstermektedir.¹⁷

ARCH modeli uygulanırken hangi modelin seçilmesinin en iyi olacağını belirlemede bir takım deneysel bulgular vardır. Bunlardan ilki kalın kuyruk sorunudur. Kalın kuyruk varlıklara ait getirilerin leptokurtic olması yani basıklık değerinin 3'ten büyük olması durumudur. İkincisi ise volatilitenin kümelenmesidir. Mandelbrot (1963)'un belirttiği gibi, volatilitenin kümelenmesi küçük değişimleri küçük, büyük değişimleri ise büyük değişimlerin izlemesi durumudur. Üçüncüsü, hisse senedi fiyatlarındaki değişimlerin, hisse senedi volatilitesi ile negatif ilişki eğiliminde olması durumu, yani kaldıraç etkisidir. Dördüncü ise ticaretin olmadığı, hafta sonu ya da tatil günleri gibi periyotların etkileridir.¹⁸

ARCH literatürünün ana katkısı, ekonometrik zaman serilerinin volatilitesinde görülen değişimlerin tahmin edilebilmesi ve varyanstaki dış kaynaklı yapısal değişimler yerine lineer olmayan bağımlılığın özel bir şekilden sonuçlar elde edilebileceğinin bulunmasıdır.¹⁹

¹⁷ H Joordan, B Groove, A Jooste & ZG Alemu, "Measuring The Price Volatility of Certain Field Crops in South Africa using the ARCH / GARCH Approach", **Agrekon**, Vol: 46 (3), 2007, p. 314.

¹⁸ Tim Bollerslew, Robert F.Engle, Daniel B.Nelson, "Arch Models", **Handbook of Econometrics**, Ed. by R.F.Engle and Daniel L. McFadden, Vol: 4, 1994, sf. 2963-2965.

¹⁹ Anil K. Bera, Matthew L. Higgins, "ARCH MODELS: Properties, Estimation and Testing", **Journal of Economic Surveys**, Vol:7 (4), 1993, p. 315.

1.2.1.2. Genelleştirilmiş Otoregressif Koşullu Varyans Modeli (GARCH (p,q))

GARCH süreci ilk olarak Tim Bollerslev (1986) tarafından ortaya atılmıştır. Burada ARCH sürecindeki koşullu varyans fonksiyonu genişletilerek süreç genelleştirilmiş ARCH yani GARCH sürecine dönüştürülmüştür. Bu dönüşüm MA sürecinin genelleştirilerek ARMA sürecinin elde edilmesine benzemektedir. GARCH süreci ile yüksek merteben ARCH sürecinin oluşturulması amaçlanmıştır²⁰.

GARCH(p,q) modeli, geçmiş hata kare terimleri ile geçmiş koşullu varyansların oluşturduğu lineer bir fonksiyondur. ARCH modelinden farkı, koşullu varyansın kendi geçmiş değerlerinin yanı sıra geçmiş şoklar ile birlikte modellenebilmesidir.²¹ Ayrıca GARCH model koşullu ikinci momentler için tek değişkenli ARMA model olarak görülebilir ve p, q değerlerinin seçilmesinde ϵ_t^2 'ye uygulanan geleneksel zaman serisi tekniklerinden yararlanılmış olabilir.²²

GARCH (p,q) süreci,

$$\epsilon_t \mid \Psi_{t-1} \sim N(0, h_t),$$

$$h_t = \alpha_0 + \sum_{i=1}^q \alpha_i \epsilon_{t-i}^2 + \sum_{i=1}^p \beta_i h_{t-i}^2, \quad (11)$$

$$= \alpha_0 + A(L)\epsilon_t^2 + B(L)h_t \quad (12)$$

şeklinde gösterilir. Burada;

ϵ_t : gerçek değerli kesikli değişken stokastik süreci

Ψ_t : t zamanı boyunca tüm bilgileri içince barındıran bilgi setini ifade etmektedir.

GARCH sürecinde koşullu varyansın pozitif olmasını sağlamak amacı ile;

$$p \geq 0, \quad q > 0,$$

²⁰ Anil K. Bera, Matthew L. Higgins, **a.g.e.**, pp. 312-313.

²¹ Svetlozar T.RAchev, Steffan Mittnik, Frank J.Fabozzi, Sergio M. Focardi, Teo Jasic, "**Financial Econometrics**", New Jersey, John Wiley & Sons, 2007, p. 284

²² Tim Bollerslev, "Modelling the coherence in short-run nominal exchange rates: a multivariate generalized ARCH model", **Review of Economics and Statistics**, Vol: 72 (3), 1990, p. 501.

$$\alpha_0 > 0, \alpha_i \geq 0 \quad i = 1, 2, \dots, q,$$

$$\beta_i \geq 0 \quad i = 1, 2, \dots, p \text{ koşullarının sağlanması gerekmektedir.}$$

11 ve 12'inci denklemlerde eğer $p = 0$ değerini alırsa süreç ARCH (q) sürecine, p ve q değerlerinin ikisi de sıfır değerini alırsa ϵ_t basit beyaz gürültü sürecine dönüşmektedir. GARCH(p,q) süreci gecikmeli koşullu varyansın uygulanmasına izin veriyor iken, ARCH(q) sürecinde koşullu varyans sadece, geçmiş örnek varyanslarının lineer bir fonksiyonu olarak tanımlanmıştır.

GARCH (p,q) regresyon modeli, ϵ_t 'lerin lineer regresyonda yenilik parametresi olmasına izin verilerek elde edilmiştir.

$$\epsilon_t = y_t - x_t' b \quad (13)$$

y_t : bağımlı değişken,

x_t : açıklayıcı değişkenlerin oluşturduğu vektör,

b : bilinmeyen parametrelere ait vektör'dür.

Eğer $1 - B(z) = 0$ 'ın tüm kökleri birim çember dışında ise, geçmiş ϵ_t^2 'lerin gecikmeli değerlerinin dağılımı aşağıdaki gibi tekrar yazılabilir.

$$\begin{aligned} h_t &= \alpha_0 (1 - B(1))^{-1} + A(L) (1 - B(L))^{-1} \epsilon_t^2 \\ &= \alpha_0 (1 - \sum_{i=1}^p \beta_i)^{-1} + \sum_{i=1}^{\infty} \delta_i \epsilon_{t-i}^2 \end{aligned} \quad (14)$$

11'inci formül ile birlikte sonsuz boyutlu ARCH (∞) süreci gözlenebilir.

En basit ancak sıklıkla kullanılan GARCH modeli GARCH (1,1) modelidir. Buna göre model;

$$h_t = \alpha_0 + \alpha_1 \epsilon_{t-1}^2 + \beta_1 h_{t-1}$$

şeklinde gösterilir. Ek olarak modelin aşağıda gösterilen kısıtları sağlanması gerekir.

$$\alpha_0 > 0, \alpha_1 \geq 0, \beta_1 \geq 0 \quad \text{ve} \quad \alpha_1 + \beta_1 = 1$$

GARCH (1,1) sürecinde ilk sayı denklemde kaç tane otoregresif gecikme veya ARCH terimi bulunduğunu gösterirken, sıklıkla GARCH terimi olarak da adlandırılan ikinci sayı ise kaç tane hareketli ortalama gecikmelerinin bulunduğunu gösterir.²³

Garch sürecinde ARCH etkisinin varlığının test edilmesinde, minör limiti koşullu normallik varsayımı olan LM testi uygulanır. GARCH(1,1) için uygulanan LM testi ARCH(1) için uygulanan test ile aynıdır. ARCH LM testine ek olarak, hata karelerin örnek otokorelasyon fonksiyonu da bu etkiyi sınamaktadır. Burada sıfır hipotezi "ARMA modelden elde edilen hatalar boyunca lineer olmayan bağımlılık yoktur" şeklinde oluşturulmaktadır. GARCH model oluşturulduktan sonra sıfır hipotezi "Standardize edilmiş hatalar koşullu sabit varyanslıdır" ı söyleyen hipotez test edilmelidir. Bu amaçla standardize edilmiş hata karelerin otokorelasyonlarını kullanan Ljung-Box istatistiği kullanılabilir. Ancak istatistiğin anlamlı olup olmadığına $X^2_{(m-k)}$ dağılımı kullanılarak karar verilmelidir. Burada yer alan k değeri tahmin edilen GARCH parametrelerinin sayısıdır.²⁴

²³ Robert Engle, "An Introduction to the Use of ARCH/GARCH Models in Applied Econometrics", **Journal of Economic Perspectives**, Vol:15 (4), 2001, p.160.

²⁴ Francis X. Diebold ve Jose A. Lopez, "Modelling Volatility Dynamics", **Macroeconometrics: Developments, Tensions and Prospects**, Ed. by Kevin D. Hoover, New York, Springer Science+Business Media, 1995, pp. 443-444.

1.2.1.3. Ortalamada ARCH Modeli (ARCH-M)

ARCH modelin standart formunda koşullu varyans, geçmiş şokların veya yeniliklerin karelerinin lineer bir fonksiyonu olarak tanımlanmış olup değişen varyansın parametreleştirilmesini sağlamakta kullanılmaktadır. ARCH-M modelinde ise ARCH modeli genişletilmiştir ve modelin koşullu varyansının ortalamayı (yani portfolyoda ki beklenen getirileri) etkilemesine izin verilmiştir. ARCH-M modelinde gerçek getirilerinin tahmininde faydalı olan değişkenlerin, risk primi ile ilişkili olduğu ve koşullu varyansın fonksiyonunda regressor olarak yer aldıklarında anlamlılıklarını kaybettikleri belirlenmiştir. Buna ek olarak, hatalardaki değişen varyans test istatistiğini yanlış etkilemekte, anlamlı değişkenin yanlış bulunmasına neden olmaktadır.²⁵

Engle, Lilien ve Robins (1987) yılındaki çalışmalarında göre koşullu ortalama koşullu varyansın bir fonksiyonudur ve model aşağıda belirtildiği gibidir.

$$y_t = g(x_{t-1}, \sigma_t^2; b) + \varepsilon_t$$

Bu modelde, koşullu varyansta gözlenen bir yükselme, $g(x_{t-1}, \sigma_t^2; b)$ 'nin kısmı türevinin işaretine bağlı olarak ve σ_t^2 göz önünde bulundurulması ile, y_t 'nin koşullu ortalamasında gözlenen bir yükselme veya alçalma ile ilgili olacaktır.²⁶ Modelde beklenen riske ait olan ve tahmin edilen katsayı risk- getiri dengesini ölçmektedir. Daha öndeki çalışmalar risk primini sabit olarak kabul etmelerine rağmen, ARCH-M model ile bu duruma yeni bir yaklaşım getirilerek zamanla değişen risk priminin tahmin edilebileceği ortaya konulmuştur. Pozitif ve negatif risk - getiri dengesi finansal teori ile tutarlı olmalıdır.²⁷

²⁵ Robert Engle F., David M. Lilien ve Russel P. Robins, "Estimating Time Varying Risk Premia in the Term Structure : The ARCH-M Model", **Econometrica**, Vol:55 (2), 1987, p. 392

²⁶ Tim Bollerslev, Ray Y. Chou ve Kenneth F.Kroner, "Arch Modelling in Finance", **Journal of Econometrics**, 52, 1992, p. 14.

²⁷ Evdokra Xekalaki, Stavros Degiannakis, **a.g.e.**, pp. 16-17.

1.2.1.4. Ortalamada GARCH Modeli (GARCH-M)

GARCH modelinin genişletilmiş hali olan GARCH (p,q)- M modeli Engle, Lilien ve Robins tarafından 1987 yılında ortaya atılmıştır. Genel GARCH (p,q)- M formu 15 - 17'de belirtildiği şekildedir.

$$y_t = \phi x_t + \gamma h_t + \varepsilon_t \quad (15)$$

$$h_t = \alpha_0 + \sum_{i=1}^p \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{i=1}^q \beta_i h_{t-i}, \quad (16)$$

$$\varepsilon_t \mid \Omega_{t-1} \sim N(0, h_t), \quad (17)$$

15'te yer alan formülde y_t getiri fazlası ya da risk primi, x_t değişkenlerin dışsal veya daha önceden tanımlanmış vektörü, ε_t hata terimi, h_t hata teriminin koşullu varyansı ve Ω bilgi setidir. ϕ , γ , α_0 , α_i ve β_i parametre vektörleri ya da uygun boyuttaki skaler büyüklükler, t ise zaman indeksidir. GARCH (p,q)- M modeli getiri fazlası y_t 'nin x_t vektörü ve kendi koşullu varyansı ile tanımlanmasına izin vermektedir. Koşullu varyans (h_t) lineer olarak hata karelerin geçmişteki davranışlarına ve geçmiş koşullu varyansların hareketli ortalamasına bağlıdır. Hata kare terimlerinin kullanılması ile gerçekleşen değer içinde eğer yenilikler geniş yer tutuyorsa, gelecekteki değerlerde de geniş yer tutma eğiliminde olacağı ima edilmektedir. α_i değerleri gecikmeli yeniliklere eklenen ağırlıkları tanımlamaktadır. Sürecin iyi tanımlanmış olduğundan emin olmak için α_0 , α_i ve β_i parametrelerinin negatif olmaması gerekmektedir. Ayrıca γ sıfıra eşit olursa süreç GARCH-M sürecinden GARCH sürecine dönüşecektir. 16'da verilen formülde sabit parametre dışında, tüm katsayılar sıfıra eşit olursa model geleneksel sabit varyans spesifikasyonuna indirgenecektir.²⁸

²⁸ Elyas Elyasiani, Iqbal Mansur, "Sensitivity of the Bank Stock Returns Distribution to changes in the level and volatility of interest rate : A GARCH - M Model", **Journal of Banking and Finance**, Vol:22 (5), 1998, pp. 540 -541

1.2.2. ASİMETRİK KOŞULLU DEĞİŞEN VARYANS MODELLERİ

1.2.2.1. Üstel GARCH (EGARCH) Modeli

Klasik simetrik GARCH modelleri oynaklığın sadece büyüklüğünü dikkate alır ve beklenmeyen getirilerin işareti (pozitifliği ya da negatifliği) varyansın özelliği olarak tanımlanmamaktadır. Ancak Black'in 1976 yılında yaptığı çalışmaya göre, hisse senedi getirilerinin, getirilerin volatilitelerinde meydana gelen değişiklikler ile negatif korelasyonlu olduğunu kanıtlamıştır. Volatilite "kötü haberler" sonucunda yükselme eğiliminde iken, "iyi haberler" sonucunda alçalma eğilimindedir. Bu durum kaldıraç etkisi olarak adlandırılmaktadır. Bu sorunun üstesinden gelmek amacıyla Nelson(1991) çalışmasında koşullu varyansın logaritmasının alınarak modellenen EGARCH sürecini ortaya atmıştır. Burada hisse senedi getirileriyle volatilitedeki değişimler arasındaki asimetrik ilişki gösterilmiştir.²⁹ Buna göre modeldeki ağırlıklandırılmış şoklar;

$$g(\epsilon_t) = \Theta \epsilon_t + \gamma [|\epsilon_t| - E(|\epsilon_t|)]$$

şeklinde modellenmiştir. Burada Θ ve γ sabitlerdir. ϵ_t ve $|\epsilon_t| - E(|\epsilon_t|)$ 'nin her ikisi de sıfır ortalama ile sürekli dağılıma sahiptirler. Bu nedenle $E[g(\epsilon_t)] = 0$ 'dır. $g(\epsilon_t)$ 'nin asimetrisi aşağıdaki şekliyle daha net görülebilmektedir.

$$g(\epsilon_t) = \begin{cases} (\theta + \gamma)\epsilon_t - \gamma E(|\epsilon_t|) & \text{if } \epsilon_t \geq 0, \\ (\theta - \gamma)\epsilon_t - \gamma E(|\epsilon_t|) & \text{if } \epsilon_t < 0. \end{cases}$$

$\epsilon_t \sim N(0, \sigma_t^2)$ için, standardize edilmiş değişken olan ϵ_t / σ_t standart normal dağılım özelliği göstermektedir ve $E(|\epsilon_t| / \sigma_t) = (2/\pi)^{1/2}$. Standardize edilmiş Student-t dağılımı için ise,

$$E(|\epsilon_t|) = \frac{2\sqrt{v-2}\Gamma((v+1)/2)}{(v-1)\Gamma(v/2)\sqrt{\pi}}.$$

²⁹ Daniel B. Nelson, "Conditional Heteroskedasticity in Asset Returns: A New Approach", *Econometrica*, Vol:59 (2), 1991, p. 349.

şeklindedir.

Nelson(1991) çalışmasında "Genelleştirilmiş Hata Dağılımı (GED)" nin hatalar için kullanılmasını önermiştir. GED dağılımı normal dağılımın özel bir halini içinde barındırmaktadır. Ancak kalın kuyruğa da izin vermektedir. Ek olarak hatalar için t dağılımı, hataların koşulsuz varyansının sonsuz olmasını ima edebilmektedir.³⁰

EGARCH(m,s) model aşağıdaki gibi de yazılabilir;

$$a_t = \sigma_t \epsilon_t, \quad \ln(\sigma_t^2) = \alpha_0 + \frac{1 + \beta_1 B + \dots + \beta_{s-1} B^{s-1}}{1 - \alpha_1 B - \dots - \alpha_m B^m} g(\epsilon_{t-1}),$$

α_0 sabit parametre, B gecikme operatörüdür. $1 + \beta_1 B + \dots + \beta_{s-1} B^{s-1}$ ve $1 - \alpha_1 B - \dots - \alpha_m B^m$ ise, birim çemberin dışına yayılmış olan ve ortak faktörlerinin olmadığı polinamiyal köklerdir. $\ln(\sigma_t^2)$ 'nin koşulsuz ortalaması α_0 'dır.³¹ Alexander (2009) çalışmasına göre, EGARCH'ın koşulsuz varyansı σ^{-2} 'dir. Ayrıca bu değer tüm t'ler için $\sigma^2 = \sigma^{-2}$ şeklindedir. Koşulsuz varyans, koşulsuz getirilerin dağılımının varyansıdır ve incelenen periyot boyunca sabit olduğu varsayılan koşullu varyansın uzun dönem ortalama değerine karşılık gelmektedir. EGARCH uzun dönem teriminin teorik değeri veya koşulsuz varyansı, hareketli ortalamalar volatilité modelinde yer alan koşulsuz varyans ile aynı değildir. EGARCH modelinde yer alan koşulsuz varyansın teorik değeri GARCH modele bağılı olarak değişmektedir. Ayrıca EGARCH modelinin koşulsuz volatilitesi ne kadar geniş olursa, uzun dönem volatilitesi de o kadar yüksek olacaktır.³²

EGARCH modelinin diğér bir yazılım şekli ise Nelson(1990, 1991) yılında yaptığı çalışmalara göre aşağıdaki gibidir.

$$\log h_t = \omega + \alpha |\eta_{t-1}| + \gamma \eta_{t-1} + \beta \log h_{t-1}, \quad |\beta| < 1$$

³⁰ Torben G. Andersen, Richard A. Davis, Jens-Peter Kreiß, Thomas Mikosch, "**Handbook of Financial Time Series**", Berlin, Springer - Verlag, 2009, p. 36.

³¹ Ruey Tsay, **a.g.e.**, pp. 124-125.

³² Chang Su, "Application of EGARCH model to Estimate Financial Volatility of Daily Returns: The Empirical Case of China", **Yüksek lisans tezi**, Gothenburg Üniversitesi, Sweden, 2010, pp. 10-11.

Modele $\log h_{t-1}$ dahil edilginde $|\beta| < 1$ ise, durağanlık koşulu sağlanmıştır. Eğer elde edilen sonuçlarda $\gamma \neq 0$ ise modelde asimetri etkisi, $\gamma = 0$ ise simetri etkisi vardır. Ayrıca eğer $\gamma < 0$ ve $\gamma < \alpha < -\gamma$ koşulları sağlanıyorsa, modelde kaldıraç etkisi bulunmaktadır.³³ Ek olarak, EGARCH süreci log-volatiliteye dayandığından ötürü σ_t^2 her zaman pozitif olacaktır. Bunun sonucu olarak model parametrelerinin işaretleri hakkında herhangi bir sınırlama yoktur.³⁴

³³ Guillaume Gaetan Martinet ve Michael McAleer, "On the Invertibility of EGARCH, **Tinbergen Institute Discussion Paper**, Netherlands, Vol: 96 (3), 2014, p. 5.

³⁴ Christian Schmitt, "Option Pricing Using EGARCH Models", **Centre for European Economics Research**, Germany, Vol:96 (20), 1996, p. 1316.

1.2.2.2. Eşik Değerli ARCH (TARCH) Modelleri

Simetrik GARCH modellerinde, geçmişteki şoklar volatilitiyi, işaretine bakılmaksızın, her zaman pozitif etkilemektedir ve bu etki şokların büyüklüğüne göre yükselmektedir. Ancak bu özellik volatilitede gözlenen lineer olmayan davranışları modellemede yetersiz kalmaktadır. Asimetrik etkilerin de modele dahil edilebilmesi amacıyla Zakoian(1991a) tarafından Threshold GARCH ya da Eşik Değerli GARCH (TGARCH) olarak adlandırılan farklı bir model ortaya atılmıştır. Bu modelde volatilitedeki lineer olmayan davranışları modelleyebilmek için pozitiflik kısıtları esnetilmiştir.³⁵

$$\sigma_t^2 = a_0 + \sum_{i=1}^p a_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{i=1}^p \gamma_i S_{t-i} \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^q b_j \sigma_{t-j}^2,$$

ve

$$S_{t-i} = \begin{cases} 1 & \varepsilon_{t-i} < 0 \\ 0 & \text{if } \varepsilon_{t-i} \geq 0 \end{cases}$$

Yukarıda verilen TGARCH modelinde görüldüğü gibi, model gecikmeli standart hataların regressor olarak modele dahil edilmesi ile oluşturulmuştur. Bu modelde ε_{t-i} 'nin eşik değerinin altında ya da üstüne olmasına bağlı olarak, ε_{t-i}^2 koşullu varyans σ_t^2 üzerindeki etkisi farklı olacaktır. ε_{t-i} pozitif olduğu zaman, toplam etkisi $\alpha_i \varepsilon_{t-i}^2$ kadar, ε_{t-i} negatif olduğu zaman ise toplam etkisi $(\alpha_i + \gamma_i) \varepsilon_{t-i}^2$ kadar olacaktır.³⁶ Ayrıca modelde $\gamma > 0$ kötü haberler volatilitiyi arttıracaktır ve kaldıraç etkisinin olduğu söylenecektir. Eğer $\gamma \neq 0$ ise, haberler asimetrik etki yaratmaktadır.³⁷

³⁵ R. Rabemananjara ve Jean - Michel Zakoian, "Threshold ARCH Models and Asymmetries in Volatility", **Journal of Applied Econometrics**, Vol:8 (1), 1993, pp. 32-34.

³⁶ Dumitru Miron ve Christiana Tudor, "Asymmetric Conditional Models: Empirical Estimation and Comparison of Forecasting Accuracy", **Romanian Journal of Economic Forecasting**, Vol:3, 2010, p. 79.

³⁷ Stanciu Florin Aurelian, "Asymmetric Conditional Volatility on the Romanian Stock Market", **Doktora tezi**, Bucharest, 2008, p. 14.

1.2.2.3. Bileşenli GARCH (CGARCH)

Engle ve Lee (1999) stokastik sürece, durağan olmayan volatilité de sürekli ve/veya geçici unsurların bulunması durumunu eklemişlerdir. Volatilité de birim kök bulunması bu durumun doğrudan olmayan bir kanıtıdır. Ancak bu durum söz konusu iken bunu gösteren çok az deneysel kanıt bulunmaktadır. Bazı çalışmalar sürekli ve geçici unsurların karakteristik dinamiklerini keşfetmiş ve bu dinamikleri stokastik sürecin başlıca özelliklerinden olan, zaman-değişken volatilité (time-varying) ve tesadüfi zıplamalar ile ilişkilendirmiştir. Bu nedenlerden ötürü Engle ve Lee, zaman- değişken volatilitéyi içerisinde sürekli (uzun dönem) ve geçici (kısa dönem) unsurlarına ayıran "Bileşik GARCH (Component GARCH) " modelini geliştirmişlerdir.³⁸

Modelde h_t , oynaklık terimi iken s_t , kısa dönem parametresi ve q_t uzun dönem parametresidir.

$$h_t = s_t + q_t$$

Engle ve Lee (1999), kısa ve uzun dönem volatilité unsurlarının dinamiklerini aşağıdaki gibi oluşturmuşlardır;

$$s_t = (\alpha + \beta) s_{t-1} + \alpha (\mathcal{E}_{t-1}^2 - h_{t-1}),$$

$$q_t = \omega + \rho q_{t-1} + \phi (\mathcal{E}_{t-1}^2 - h_{t-1}).$$

Uzun dönem ve kısa dönem şokların kalıcılığı sırasıyla, $\alpha + \beta$ ve ρ tarafından yakalanabilir. $0 < \alpha + \beta < 1$ ve $0 < \rho < 1$ varsayımları altında, kısa ve uzun dönem ortalamaları 0 ve $\omega / (1 - \rho)$ 'ye dönüşecektir. Uzun dönem oynaklığı, kısa dönem oynaklığından daha kalıcı ise;

$$0 < (\alpha + \beta) < \rho < 1 \text{ olacaktır.}$$

³⁸ Shyh-Wei Chen ve Chung-Hua Shen, "GARCH, jumps and permanent and transitory components of volatility: the case of the Taiwan exchange rate", **Mathematics and Computers in Simulation**, Vol:67 (3), 2004, p. 202.

Ayrıca modeldeki volatilitenin negatif olmasını engellemek amacıyla, modeldeki parametrelerin $0 < \varphi < \beta$, $\alpha > 0$, $\beta > 0$, $\omega > 0$ koşullarını sağlaması gerekmektedir.³⁹

³⁹ Toshiaki Watanabe ve Kimie Harada, "Effects of the Bank of Japan's intervention on yen/dolar exchange rate volatility", **Journal of the Japanese and International Economies**, Vol:20 (1), 2006, p. 107.

1.2.2.4. Doğrusal Olmayan Asimetrik ARCH (NARCH)

Modeli

Lineer ARCH modelinde tahmin edilen α_i katsayısının negatif bulunması sıklıkla karşılaşılan bir sorundur. Bu sorunun üstesinden gelebilmek amacıyla Bera ve Higgins (1992) içersinde pozitif olma koşullarının yanı sıra ARCH'ın özel bir halini ve log ARCH'ı sınırlandırılmış bir durum olarak barındıran NARCH modelini geliştirmişlerdir. Modelin koşullu varyansı;

$$h_t = [\phi_0 (\sigma^2)^\delta + \phi_1 (\mathcal{E}_{t-1}^2)^\delta + \dots + \phi_q (\mathcal{E}_{t-q}^2)^\delta]^{1/\delta},$$

şeklindedir ve $\sigma^2 > 0$, $\phi_i \geq 0$, $\delta > 0$, $\sum_{i=0}^q \phi_i = 1$ sınırlamaları vardır. NARCH modelinin yeniden düzenlenmiş hali aşağıdaki gibidir.

$$\frac{h_t^\delta - 1}{\delta} = \phi_0 \frac{(\sigma^2)^\delta - 1}{\delta} + \phi_1 \frac{(\mathcal{E}_{t-1}^2)^\delta - 1}{\delta} + \dots + \phi_p \frac{(\mathcal{E}_{t-p}^2)^\delta - 1}{\delta}$$

Bu model NARCH modelinin, lineer ARCH modelinin her iki tarafındaki BOX-COX güç transformatörü olduğunu kanıtlamaktadır. Modelden de görüldüğü gibi, $\delta = 1$ olduğu zaman model lineer ARCH modeline ve $\delta \rightarrow 0$ olduğunda ise log ARCH modeline yakınsamaktadır.⁴⁰

⁴⁰ Matthew L. Higgins ve Anıl Bera, **a.g.e.**, p. 331.

İKİNCİ BÖLÜM

UZUN HAFIZALI MODELLER

2.1. UZUN HAFIZA MODELİ NEDİR?

Hafıza, geçmişte edinilmiş olan ve gelecekte kullanılan bilgilerin tümüdür. Psikologların kullandığı hafıza tanımı istatistiksel zaman serisi analizlerine kolaylıkla adapte edilebilmektedir. Zaman serilerinin istatistiksel modellenmesinde sıklıkla zaman serileri ve bu serilerin geçmiş değerleri arasında bağımlılık olup olmadığı (otokorelasyon) araştırılır. Örneğin, eğer serinin sadece ilk gecikmesinde otokorelasyon bulunuyor ise (kısa hafıza) bugünün gözlemi yarını tahmin etmek için kullanılır. Ancak birkaç zaman önceki gözlemler bugünü etkiliyorsa, o zaman sürecin uzun hafızaya sahip olduğu söylenir.⁴¹

Kesirli bütünleşme modelleri otokorelasyonların hiperbolik düşüşü ve etki-tepki (impulse response) ağırlıkları ile ilişkili modelledir. Bu modeller 1950'li yıllarda daha çok hidroloji, jeoloji, klimatoloji gibi fiziksel alanlarda kullanılmıştır. Hidroloji alanında en iyi bilinen örneği Hurst (1951)'ün çalışmasıdır. Ekonometriciler tarafından ise 1980'lerde kullanılmaya başlanmıştır. Ancak, uzun hafıza sürecinin vadeli primler, faiz oranı, enflasyon oranları gibi finansal verileri modellemede oldukça başarılı olduğu yapılan çalışmalar ile kanıtlanmıştır. Son zamanlarda ise bu modeller varlık fiyatlarındaki oynaklıkların ve getirilerin güç transformasyonlarının modellenmesinde sıklıkla kullanılmaktadır.⁴²

Hurst (1951) yılındaki çalışmasında baraj rezervuarında biriken su miktarını kontrol etmektedir. Bu amaçla 75 tanesi sıcaklık, yağmur düşüşü gibi jeofiziksel değişkenden oluşan 690 farklı serisi incelenmiştir. Burada X_1, X_2, \dots, X_n birbirini izleyen rastgele değişkenlerdir. Serilerin kısmi toplamı:

$$S_0 = 0 \quad S_t = \sum_{m=1}^t X_m \quad t=1,2,\dots,n$$

⁴¹ Michael K. Anderson, "On Testing and Forecasting in Fractionally Integrated Time Series Models", **Doktora tezi**, Stockholm School of Economics, 1998, p. 3.

⁴² Richard Baillie, "Long memory process and fractional integration in econometrics", **Journal of Econometrics**, Vol: 73,1996, pp. 6-7.

Örnek ortalaması, rezervuarlarda meydana gelen ideal boşalmadır. Bu nedenle birbirini izleyen S_t^* 'lerin düzeltilmiş kısmi toplamı:

$$S_t^* = S_t - (t/n) S_n \quad t=0,1,2,\dots,n$$

şeklinde tanımlanmıştır ve ideal rezervuarın içerisindeki dalgalanmaları göstermektedir. İdealize edilmiş koşulların gerektirdiği rezervuar kapasitesini ölçen düzeltilmiş aralık "adjusted range" aşağıdaki gibi tanımlanmıştır. Buna göre;

$$R_n = \max S_t^* - \min S_t^* \quad 0 \leq t \leq n \text{ dir.}$$

R_n , n örneklem büyüklüğü ile artmaktadır. Fakat bunun ne kadar hızlı olduğunun anlaşılması amacıyla "Rescaled Adjusted Range" aşağıdaki şekilde tanımlanmıştır.

$$R_n^* = R_n / D_n$$

D_n , X_t 'nin örneklem standart sapmasıdır. deneysel gözlemler arasındaki farklılık rescaled adjusted range'in 0.7 veya benzer bir güç ile yükseldiğini göstermiştir. Süreç için teorik beklenti, üssün Hurst etkisi olarak bilinen, asimtotik bir şekilde 0.5 olmasıdır. Deneysel gösterim olarak üstel H;

$$R_n^* \sim n^H$$

şeklindedir ve Hurst exponent olarak adlandırılmaktadır.⁴³

Kesirli bütünleşme veya uzun hafıza sürecinin literatürdeki başlangıç noktası, bir çok ekonomik ve finansal zaman serisinin ne $I(0)$ ne de $I(1)$ sürecinde durağanlık özelliği göstermeyip, "hiperbolik düşüş" olarak da adlandırılan çok uzun gecikmelerde anlamlı oto korelasyon özelliği göstermesine dayanmaktadır. Ancak bu seriler ilk farkları alındığında "aşırı farkı alınmış (overdifferenced)" şeklinde görülmektedir. Bu durum, uzun hafıza sürecinin klasik bir özelliğidir. Bu tip serilerin bütünleşme derecesini "d" ile gösterilen katsayı vermektedir. Bu "d" kesirli katsayının değerinin sıfırdan küçük olması serinin zayıf hafızaya, (0, 1/2) aralığında

⁴³ Oscar J. Mesa ve German Poveda, "The Hurst Effect: The Scale of Fluctuation Approach", **Water Resources Research**, Vol:29 (12), 1993, p. 3995.

olması serinin durağan uzun hafızaya ve $(1/2, \infty)$ aralığında olması ise serinin durağan olmayan uzun hafıza sürecine sahip olduğunu göstermektedir.⁴⁴

$\gamma(h) = (y_t, y_{t+h})$, h gecikmeli durağan sürecin oto kovaryans fonksiyonu ve $\{y_t: t \in Z\}$ iken, uzun hafıza'nın genel tanımı;

$$\sum_{h=-\infty}^{\infty} |\gamma(h)| = \infty \quad (18)$$

şeklindedir. Ancak bu tanıma alternatif tanımlarda bulunmaktadır. Uzun hafıza otokovaryansların hiperbolik düşüşünün bir spesifikasyonu olarak da tanımlanabilir. Buna göre;

$$\gamma(h) \sim h^{2d-1} l_1(h) \text{'dir.} \quad (19)$$

$h \rightarrow \infty$, d uzun hafıza parametresi ve $l_1(\cdot)$ yavaşça değişen fonksiyondur. Sıklıkla kullanılan diğer bir yöntem ise;

$$f(\lambda) \sim |\lambda|^{-2d} l_2(1/|\lambda|) \quad (20)$$

şeklindedir. λ , sıfıra yakın bir değer ve $l_2(\cdot)$ yavaşça değişen fonksiyondur.

Ek olarak, uzun hafıza davranışının alternatif bir tanımı da direk olarak sürecin Wold çözümüne bağlıdır. Buna göre yöntem;

$$\psi_j \sim j^{d-1} l_3(j) \text{'dir.} \quad (21)$$

$j > 0$ ve $l_3(\cdot)$ yavaşça değişen fonksiyondur.

y_t , Wold açılımı ile durağan sürece sahip ise,

$$y_t = \sum_{j=0}^{\infty} y_t \epsilon_{t-j},$$

ϵ_t beyaz gürültü sürecine sahiptir. $0 < d < 0.5$ olduğu varsayılır ise;

(a) Eğer y_t süreci (21)'i sağlıyorsa, (19)'u da sağlamaktadır.

(b) Eğer y_t süreci (19)'u sağlıyorsa, (18)'i de sağlamaktadır.

⁴⁴ Anindya Banerjee ve Giovanni Urga, "Modelling structural breaks, long memory and stock market volatility: An overview, **Journal of Econometrics**, Vol:129 (1-2), 2005, p. 14.

(c) Eğer $l_1(\cdot)$ fonksiyonu yarı-monoton yavaşça değişen ise (19), (20)'yi ima etmektedir.⁴⁵

Uzun hafıza süreci hem zaman hem de frekans alanında açıklanabilmektedir. Zaman alanında, uzun hafıza kendisini hiperbolik bir şekilde azalan oto korelasyon fonksiyonu olarak gösterir. Ancak, otokorelasyonların bu davranışı ile uzun gecikmelerde karşılaşılmaktadır. Küçük gecikmelerde bu durumu grafik ile göstermek mümkün değildir. Frekans alanın da ise, tüm bilgileri $[0, \pi]$ aralığı içerisinde gösterme avantajına sahip olan spektral formdan aynı bilgiler elde edilmektedir. Yukarıda bahsedilen uzun hafıza tanımlarına ek olarak klasik tanımlarda mevcuttur.

Zaman alanında, eğer otokorelasyon fonksiyonu ρ_j , j gecikme değerinde sabitler için $0 < c_\rho < \infty$ ve $0 < \alpha < 1$ koşullarını sağlıyor ise, durağan kesikli zaman serisi süreci uzun hafıza süreci göstermektedir.⁴⁶

$$\lim_{j \rightarrow \infty} \rho_j / c_\rho j^{-\alpha} = 1 \quad (22)$$

Parametre $H = 1 - \alpha/2$, α yerine de kullanılabilir. Bu parametreye dayanarak, uzun hafıza $1/2 < H < 1$ aralığında meydana gelmektedir. Kovaryansları (veya korelasyonları ve varyansı) bilmek, spektral yoğunluk olan f' i bilmeye eşittir. Bu nedenle, uzun dönem bağımlılığı, spektral yoğunluk fonksiyonuna getirilen koşul ile de tanımlanabilir:

$$\lim_{\lambda \rightarrow 0} f(\lambda) / [c_f |\lambda|^{-\beta}] = 1$$

Eğer $0 < \beta < 1$ ve $0 < c_f < \infty$ koşulları sağlanıyorsa süreç uzun hafızalıdır.⁴⁷

⁴⁵ Wilfredo Palma, "Long Memory Time Series Theory and Methods", New Jersey, John Wiley & Sons, 2007, p. 40.

⁴⁶ Anindya Banerjee ve Giovanni Urga., a.g.e., sf. 15.

⁴⁷ Jan Beran, "Statistics for long memory process", New York, Chapman & Hall, 1954, p. 42.

Literatürde řu ana kadar geliştirilmiş olan iki tip uzun hafıza modeli vardır. Bunlar sürekli zaman (continuous-time) ve kesikli zaman (dicrete-time) modelleridir. İkinci bölümde, sürekli modellerden olan "Kesirli Brownian Hareket" modeli ile kesikli modellerden olan "Arfıma" modeli incelenecektir.

2.1.1. Kesirli Brownian Hareketi

Fractal (kesirli) kelimesi, saf matematiğin gelişiminde tarihi önem arz eden objeleri tek bir başlık altında toplamak amacıyla Mandelbrot tarafından ortaya atılmıştır. Klasik matematiğin kökleri Öklid'in düzenli geometrik yapısına ve devamında Newton'a kadar uzanmaktadır. Modern matematik ise Cantor'un kümeler teorisi ve Peano'nun space-filling eğrisi ile başlamıştır. Tarihsel olarak, bu konudaki devrim, Öklid ve Newton'un yöntemlerine uymayan matematiksel yapıların keşfedilmesi ile başlamıştır. Bu fikirlerin devrimi ile 19. yüzyılın klasik matematiği 20.yüzyılın modern matematiğinden ayrılmıştır. Bu yeni yapılar "patolojik" olarak adlandırılmıştır. Fakat sonraları Mandelbrot bu yapıları "fractal" yani kesirli olarak adlandırmıştır. Fractal, Latince bir sıfat olan "fractus"tan gelmektedir. Bu sıfatla ilişkili olan Latince fiil, frangere'dir. Frange'nin anlamı düzensiz parçalanmalar yaratan, İngilizce "to break" denilen, çatlamalardır.⁴⁸

Benoit Mandelbrot, aynı zamanda finansın temel teorileri ile ilgili sorular sormaya başlamıştır ve sıklıkla kullanılan finansal teorilerin gerçeğe nasıl uyarlanabileceğini düşünmüştür. Hisse senedi getiri fiyatlarında meydana gelen günden güne değişimler, ani sıçramalar ilgisini çekmiştir. Esasında ani sıçramalar Levy süreci ile modellenebilmekteydi. Ancak Mandelbrot, hisse senedi getirilerinin, kendilerini farklı boyutlarda tekrar eden bir takım şekillere sahip olduğunu gözlemlemiş ve bugünün getirilerinin çok uzun zaman önce gerçekleşmiş olan getirilere bağlı olabileceğini söylemiştir. Bu hareketleri modelleyebilmek amacıyla Kesirli Brownian hareketini geliştirmiştir. Bu modelle ilişkili olan iki etki vardır. Bunlardan ilki Noah etkisidir. Diğer etki ise Joseph etkisidir. Joseph, Mısır'ın 7 yıl zenginlik ve 7 yıl fakirlik yaşayacağını tahmin etmiştir.⁴⁹

Brownian hareketi, $B(t)$ ile sürekli bağımsız Gaussian stokastik sürecidir. Kesirli Brownian hareketi, $B_H(t)$, Mandelbrot (1965) çalışmasında tanımlanmış olup,

⁴⁸ Benoit B. Mandelbrot, "The Fractal Geometry of Nature", New York, W.H. Freeman and Company, 1977, pp. 3-4.

⁴⁹ Ida Christine Gyldenlove, "Fractional Brownian Motion and its Application in the Norwegian Stock Market", **Yüksek lisans tezi**, Norway, 2014, pp. 10-12.

Mandelbrot & Van Ness (1968) çalışması ile geliştirilmiştir. Kesirli Brownian hareketinin kısaltılmış hali fBm olarak gösterilmektedir. FBM'nin temel özellikleri:

(i) H parametresi ile fBm, genellikle $0 < H < 1$, Brownian motion'ın $(1/2-H)$ 'inci kesirli türevidir.

(ii) FBM'nin spektral yoğunluğu, ω^{-2H-1} ile oranlıdır.

(iii) FBM'nin kovaryans fonksiyonu, $|k|^{2H-2}$ ile oranlıdır.⁵⁰

H parametresi (0,1) aralığında, $t > 0$, $b_0 = 0$ ve ω rassal fonksiyonun tüm değerlerini gösteriyor iken $B_H(t, \omega)$:

$$B_H(0, \omega) = b_0$$

$$B_H(t, \omega) - B_H(0, \omega) = \frac{1}{\Gamma(H + 1/2)} \left\{ \int_{-\infty}^0 [(t-s)^{H-1/2} - (-s)^{H-1/2}] dB(s, \omega) + \int_0^t (t-s)^{H-1/2} dB(s, \omega) \right\}.$$

olarak tanımlanmaktadır.

B_H 'nin tanımı daha kolay hatırlanabilir olması ve simetrik hale gelmesi amacıyla formül:

$$B_H(t_2, \omega) - B_H(t_1, \omega) = \frac{1}{\Gamma(H + 1/2)} \left\{ \int_{-\infty}^{t_2} (t-s)^{H-1/2} dB(s, \omega) - \int_{-\infty}^{t_1} (t-s)^{H-1/2} dB(s, \omega) \right\}$$

şekline dönüştürülmüştür.

Eğer $b_0 = 0$ ise, $B_{1/2}(t, \omega) = B(t, \omega)$ 'dir. Diğer H değerleri için $B_H(t, \omega)$, $B(t, \omega)$ 'nin kesirli bütünleşik hali olarak adlandırılmaktadır. fBm birbirinden farklı üç bölüme ayrılmaktadır. Bunlar, $0 < H < 1/2$, $1/2 < H < 1$ ve $H = 1/2$ 'dir.⁵¹

⁵⁰ Jonathan R.M. Hosking, "Fractional Differencing", **Biometrika**, Vol:68 (1), 1981, p. 166.

$H = 1/2$ için süreç, B^H standart Brownian motion'a indirgenir. Bu durumda sürecin ilerleyişi bağımsızdır.

Aksine, $H \neq 1/2$ için, ilerleyiş bağımsız değildir. Daha ayrıntılı şekilde, $s+h \leq t$ ve $t - s = nh$ ile $B^{(H)}(t+h) - B^{(H)}(t)$ ve $B^{(H)}(s+h) - B^{(H)}(s)$ arasındaki kovaryans:

$$\rho_H(n) = \frac{1}{2} h^{2H} [(n+1)^{2H} + (n-1)^{2H} - 2n^{2H}]$$

şeklindedir. $H > 1/2$ için, $B^{(H)}(t+h) - B^{(H)}(t)$ ve $B^{(H)}(t+2h) - B^{(H)}(t+h)$ pozitif korelasyonlu iken $H < 1/2$ için, negatif korelasyonludur.⁵²

fBm'nin otokovaryans fonksiyonu aşağıdaki gibidir.

$$E|B^{(H)}(t) - B^{(H)}(s)|^2 = |t - s|^{2H} \quad \text{ve}$$

$$\gamma_k \sim |k|^{2H-2}$$

Böylece otokovaryans fonksiyonunda, yüksek mertebeden gecikmelerde hiperbolik düşüş meydana gelecektir. Sürekli zaman kesirli gürültü süreci, fBm'nin türevi olan $B^{(H)}(t)'$ ile ifade edilmiştir. $H = 1/2$ olduğu zaman, sürekli beyaz gürültü sürecinin kesirli türevi $(1/2 - H)$, beyaz gürültü sürecine indirgenir.⁵³

⁵¹ Benoit B. Mandelbrot ve John W. Van Ness, "Fractional Brownian Motions, fractional noises and applications", **S.I.A.M. Review**, Vol:10 (4), 1968, p. 424.

⁵² Francesca Biagini, Hu Yaozhong, Bernt Oksendal ve Tusheng Zhang, "Stochastic Calculus for Fractional Brownian Motion and Applications", London, Springer-Verlag, 2008, p. 9.

⁵³ Richard Baille, **a.g.e.**, pp. 15-16.

2.1.2. Otoregresif Kesirli Bütünleşik Model: ARFIMA (p,d,q)

Uzun hafıza sürecinin belirlenmesinde kullanılan diğer bir yöntem ise ARFIMA'dır. Bu yöntem Granger (1980), Granger and Joyeux (1980) ve Hosking (1981) tarafından geliştirilmiştir.

Bu çalışmada ele alınacak olan hisse senetlerine ait gözlemler ve aslında gerçek yaşamdaki gözlemlerin çoğu kesiklidir. Düzenli Brownian hareketinin kesikli hali rassal yürüyüş sürecidir ve Hosking'in (1981) çalışmasında gösterdiği gibi ARIMA(0,1,0) ile modellenabilmektedir. ARIMA(0,1,0) modeli temelde otoregresif, bütünleşik, hareketli ortalamalar modeline dayanmaktadır. Brownian hareketinin türevi:

$$\nabla x_t = (1 - B) x_t = a_t$$

şeklinde tanımlanmıştır ve rassal yürüyüş süreci olarak adlandırılmıştır. B, geri kaydırma operatörüdür ve $Bx_t = x_{t-1}$ 'dir. x_t 'nin ilk farkı alındığında süreç kesikli beyaz gürültü sürecine indirgenmektedir $\{a_t\}$. x_t , ARIMA(0,d,0) süreci olarak bilinmektedir.⁵⁴

Kesirli bütünleşmenin konsepti, genellikle uzun hafıza veya uzun dönem bağımlılığı ile zaman serilerinin tanımlanmasıdır. Saf durağan bir ARIMA sürecine sahip zaman serileri kısa hafızalıdır. AR(p) modeli sonsuz hafızaya sahiptir ve hata teriminin geçmiş tüm değerleri y_t 'nin içinde saklıdır. Ancak bu geçmiş değerlerin etkisi geometrik düşüş izlemektedir. MA(q) modeli ise kısa hafızaya sahiptir ve bugünkü değerlerin etkisi q gecikme sonra yok olmaktadır. Klasik ARIMA modellemesinde, araştırmacılar farkı alınarak oluşturulmuş serilerin $(1-L)^d y_t$ durağan bir sürece sahip olduğundan emin olmak için d'yi tam sayı olarak ele alırlar. Ancak d tüm gerçel sayıları aldığı zaman ARIMA modeli kesirli hale gelmektedir ve sıklıkla ARFIMA modeli olarak anılmaktadır.⁵⁵

Klasik ARMA süreci:

⁵⁴ Jonathan R.M Hosking., **a.g.e.**, pp. 166-167.

⁵⁵ Christopher F. Baum., "Arima and Arfima models", **Boston College: EC823**, 2013, pp. 20-22.

$$y_t = \phi_1 y_{t-1} + \dots + \phi_p y_{t-p} + \varepsilon_t + \theta_1 \varepsilon_{t-1} + \dots + \theta_q \varepsilon_{t-q}, \quad t=1,2,\dots,T$$

$$\varepsilon_t \sim \text{NID}(0, \sigma^2_\varepsilon), E[\varepsilon_t] = 0, E[\varepsilon_t^2] = \sigma^2_\varepsilon.$$

Gecikme polinomialları ve μ , ortalama terimi kullanılarak yazıldığında model:

$$\phi(L)(y_t - \mu) = \theta(L)\varepsilon_t$$

şeklinde yazılır.⁵⁶

d bütünleşme derecesi, p otoregresif derecesi ve q hareketli ortalamalar derecesi ile ARFIMA(p,d,q) modeli:

$$\phi(L)(1-L)^d(y_t - \mu) = \theta(L)\varepsilon_t$$

şeklinde. Burada d , fark parametresi, $\phi(L)$ ve $\theta(L)$ tüm kökleri birim çemberin dışında bulunan polinomial köklerdir. ε_t ise beyaz gürültü sürecidir.

$$\phi(L) = 1 - \sum_{j=1}^p \phi_j(L)^j,$$

$$\theta(L) = 1 - \sum_{j=1}^q \theta_j(L)^j$$

$(1-L)^d$ 'nin binom açılımı ise aşağıda gösterildiği gibidir.⁵⁷

$$(1-L)^d = \sum_{j=-\infty}^{\infty} b_j L^j$$

$$b_j = \frac{\Gamma(j-d)}{\Gamma(j+d)\Gamma(-d)} = \prod_{0 < k < j} \frac{k-1-d}{k}, \quad j=0,1,2,\dots$$

$I(d)$ süreci için spektral density $f(0) = 0$ ve düşük frekanslar için $f_x(\omega) = c\omega^{-2d}$ şeklindedir.⁵⁸

⁵⁶ Jurgen A. Doornik, Marius Ooms, "A Package for Estimating, Forecasting and Simulating Arfima Models: Arfima package 1.06 for Ox", (<http://www.doornik.com/ox/>), 2012, p. 25.

⁵⁷ Richard T. Baille, **a.g.e.**, p. 21.; Mehmet Balcılar, "Persistence in Inflation: Long Memory, Aggregation or Level Shifts?", **Sixth METU International Conference on Economics**, 2002, p. 6.

⁵⁸ Clive William John Granger, "Long Memory Relationships and The Aggregation of Dynamic Models", **Journal of Econometrics**, Vol:14 (2), 1980, p. 228.

ARFIMA sürecinin otokovaryans fonksiyonu:

$$c(i) = \sigma_\varepsilon^2 \sum_{k=-q}^q \sum_{j=1}^p \psi_k \zeta_j C(d, p+k-i, \rho_j)$$

$$\psi_k = \sum_{s=|k|}^q \theta_s \theta_{s-|k|}, \quad \zeta_j^{-1} = \rho \left[\prod_{i=1}^p (1 - \rho_i \rho_j) \prod_{m \neq j} (\rho_j - \rho_m) \right]$$

ve

$$C(d, h, \rho) = \frac{\Gamma(1-2d)}{[\Gamma(1-d)]^2} \frac{(d)_h}{(1-d)_h} [\rho^{2p} F(d+h; 1-d+h; \rho) + F(d-h; 1-d-h; \rho) - 1]$$

formülü ile gösterilir.

Γ , gamma fonksiyonudur. $F(a, 1; c; \rho)$ ise hiper geometrik fonksiyondur ve,

$$F(a, b; c; \rho) = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{(a)_i (b)_i \rho^i}{(c)_i i!}$$

ile gösterilir.

Pochhammer sembolü ise:

$$(a)_i = a(a+1)(a+2) \cdots (a+i-1), \quad (a)_0 = 1$$

şeklindedir.⁵⁹

Kesirli ARIMA(0,d,0) sürecinde;

a) $d < 0.5$ ise $\{x_t\}$ durağan bir süreçtir ve sonsuz hareketli ortalamalar tanımlamasına sahiptir.

$$x_t = \psi(B) \alpha_t = \sum_{k=0}^{\infty} \psi_k \alpha_{t-k},$$

⁵⁹ Fallaw Sowell, "Maximum likelihood estimation of stationary univariate fractionally integrated time series models", **Journal of Econometrics**, Vol:53 (1-3), 1992, pp. 173-174; Jurgen A. Doornik, Marius Ooms, **a.g.e.**, p. 26.

$$\psi_k = \frac{d(1+d) \dots (k-1+d)}{k!} = \frac{(k+d-1)!}{k!(d-1)!}.$$

$$k \rightarrow \infty, \psi_k \sim k^{d-1} / (d-1)!.$$

b) $d > -0.5$ ise $\{x_t\}$ çevrilebilirdir ve sonsuz otoregresif tanımlamasına sahiptir.

$$\pi(B) x_t = \sum_{k=0}^{\infty} \pi_k x_{t-k} = \alpha_t,$$

$$\pi_k = \frac{-d(1-d) \dots (k-1-d)}{k!} = \frac{(k-d-1)!}{k!(-d-1)!}.$$

$$k \rightarrow \infty, \pi_k \sim k^{-d-1} / (-d-1)!.$$

c'den f'e kadar d'nin -0.5 ile 0.5 aralığında olduğu varsayılmıştır.

c) $0 < \omega \leq \pi$ ve $s(\omega) \sim \omega^{-2d}$, $\omega \rightarrow 0$ için $\{x_t\}$ 'nin spektral yoğunluğu, $s(\omega) = (2\sin 0.5\omega)^{-2d}$ dir.

d) $\{x_t\}$ 'nin kovaryans fonksiyonu:

$$\gamma_k = E(x_t x_{t-k}) = \frac{(-1)^k (-2d)!}{(k-d)!(-k-d)!}$$

ve $\{x_t\}$ 'nin korelasyon fonksiyonu:

$$\rho_k = \gamma_k / \gamma_0 = \frac{(-d)!(k+d-1)!}{(d-1)!(k-d)!} \quad (k = 0, \pm 1, \dots),$$

$$\rho_k \sim \frac{(-d)!}{(d-1)!} k^{2d-1}$$

şeklindedir.

e) $k \rightarrow \infty$, $\{x_t\}$ 'nin çevrilebilir otokorelasyonları aşağıda gösterildiği gibidir.

$$\rho_{inv,k} = \frac{d!(k-d-1)!}{(-d-1)!(k+d)!} \sim \frac{d!}{(-d-1)!} k^{-1-2d}$$

f) $\{x_t\}$ 'nin kısmi korelasyonları:

$$\phi_{kk} = d/(k-d) \quad (k = 1, 2, \dots)$$

şeklindedir.

$-0.5 < d < 0.5$ aralığında olduğu zaman süreç durağan ve çevrilebilirdir. Hem ψ_k hem de π_k ARIMA(p,0,q) sürecinin karakteristik özelliği olan üstel (exponential) düşüş göstermek yerine, hiperbolik düşüş göstermektedir.

$d = -0.5$ ise süreç durağandır fakat çevrilebilir değildir. Bundan ötürü sürecin tahminleri, sürecin geçmiş değerlerinin yakınsak toplamları ile açıklanamazlar. Sürecin $MA(\infty)$ gösteriminin ağılıkları ψ_k , $d=0.5$ sürecinin ağırlıkları olan π_k ile aynıdır ve geniş k'lar için $k^{-3/2}$ olarak düşerler. Sürecin spektral yoğunluğu $\omega \rightarrow 0$ $s(\omega) = 2 \sin(0.5\omega)$ şeklindedir. Sürecin korelasyon fonksiyonu, $\rho_k = -1/(4k^2 - 1)$ 'dir. Sürecin varyansı $\gamma_0 = 4/\pi$ 'dir. Sürecin kısmi korelasyonları ise $\phi_{kk} = -1/(2k+1)$ 'dir.

$-0.5 < d < 0$ aralığında iken süreç kısa hafızalı ve dirençsiz (antipersistence)'dir. $\rho_0 = 1$ hariç sürecin korelasyonlarının ve kısmi korelasyonlarının tümü negatiftir ve hiperbolik şekilde sifıra düşerler. Spektral yoğunluğu yüksek frekanslı unsurlar tarafından bastırılmıştır. $s(\omega)$, ω 'nin yükselen fonksiyonudur ve $\omega = 0$ olduğu zaman yok olur.

$d=0$ olduğu zaman süreç, sabit spektral yoğunluk ve sıfır korelasyonlar ile ARIMA(0,0,0) beyaz gürültü sürecidir.

$0 < d < 0.5$ aralığında iken süreç uzun hafızalı ve durağandır. X_t 'nin korelasyonları ve kısmi korelasyonlarının tümü pozitiftir ve gecikme sayısı arttıkça hiperbolik bir şekilde 0'a düşer. x_t 'nin spektral yoğunluğu düşük frekanslar için düşünülmüştür ve $s(\omega)$, ω 'nin azalan fonksiyonudur ve $s(\omega) \rightarrow \infty$, $\omega \rightarrow 0$ 'dir. Ayrıca bu durum sürekli durumdaki $0.5 < H < 1$ durumuna eşittir ve eğer hisse senedi bu dinamiklere sahip ise, arbitraj şansı doğacaktır.

$d = 0.5$ iken sürecin spektral yoğunluğu,

$s(\omega) = 1 / \{2 \sin(0.5\omega)\} \sim \omega^{-1}$, $\omega \rightarrow 0$ şeklindedir. Sürecin $MA(\infty)$ gösterimi, $x_t = (1-B)^{-0.5} \alpha_t = \sum_k \psi_k \alpha_{t-k}$, $\psi_k \sim (\pi k)^{-0.5}$, $k \rightarrow \infty$ şeklindedir. Süreç, sürekli fBm'da gösterilen $H=1/2$ sürecine eşittir.

$0.5 < d < 1$ aralığında iken ise süreç sonsuz varyansa sahiptir ve güçlü direnç gösterir. Aynı zamanda ortalamaya düşüş eğilimindedir. Bu durumda impulse response fonksiyonu yavaşça düşüş gösterir.⁶⁰

ARFIMA modelinde etki tepki fonksiyonu süreçte gözlenen direnci ölçmek amacıyla kullanılır. Etki tepki fonksiyonu olan α_k , t zamanında y_{t+k} üzerindeki bir birimlik şokun etkisini ölçmektedir. ARFIMA modelinin hareketli ortalamalar formu:

$$(1-L)^d y_t = B(L) \epsilon_t$$

ile gösterilir. Buradan $B(L)$;

$$B(L) = \phi^{-1}(L) \theta(L)$$

şeklindedir. Buradan $(1-L)$ faktörünün çekilmesi ile:

$$(1-L)^{d-1} (1-L) y_t = B(L) \epsilon_t$$

veya

$$(1-L) y_t = A(L) \epsilon_t, \quad A(L) = (1-L)^{1-d} \phi^{-1}(L) \theta(L)$$

elde edilir.⁶¹

Etki tepki fonksiyonu olan α_k , $\sum_{k=1}^{\infty} \alpha_k^2 < \infty$ koşulunu sağlamalıdır. $\alpha_k = \Theta y_{t+k} / \Theta \epsilon_t$, formülü ile t zamanında y_{t+k} üzerindeki bir birimlik şokun etkisi ölçülmektedir. ARFIMA modelin etki tepki fonksiyonunu hesaplayabilmek için ilk olarak modelin ARMA kısmına ait olan etki tepkiler elde edilmelidir. Bu etki tepkiler ψ_k ile ilişkili olup, $\psi(L) = \phi(L)^{-1} \theta(L)$ ile gösterilirler. Ek olarak,

⁶⁰ Jonathan R.M. Hosking, **a.g.e.**, pp. 167-170; Ida Christine Gyldenlove, **a.g.e.**, pp. 40-41; Mehmet Balcılar, **a.g.e.**, sf. 6.

⁶¹ Francis Diebold, Glenn D. Rudebusch, "Long Memory and Persistence in Aggregate Output", **Journal of Monetary Economics**, Vol:24, 1989, p. 6.

$$\Psi_k = - \sum_{j=0}^q \theta_j \eta_{k+1-j}$$

$$l \leq 0 \text{ için, } \theta_0 = 1, \eta_l = 0, \eta_l = 1 \text{ ve } l > 1 \text{ için, } \eta_l = - \sum_{j=1}^p \phi_j \eta_{l-j}$$

formülü ile elde edilirler.⁶²

Finansal ve ekonomik zaman serilerinde uzun hafıza görülmesinin bir nedeni de veride meydana gelen kümelenmedir. Uzun hafızaya sahip düzenli veya mevsimsel zaman serileri analiz edilmeden önce genellikle kümeleştirilmektedir. Kümelenme aralığı kısa hafıza unsurlarını yok edecek kadar geniş ancak mevsimsellik etkilerini eylemeyecek kadar kısadır. Örneğin, 1 dakikalık veri, yarım saatlik veri içerisinde veya günlük veri, aylık veri içerisinde kümelenmiştir. Kural yapıcılar veya halk, verilerin yorumlanma kolaylığından ötürü, günlük yerine aylık işsizlik oranı ile daha çok ilgilenmektedir. Öte yandan, veri ağaç halkalarında olduğu gibi kendiliğinden de kümelenmiş olabilir.⁶³ Granger (1980) çalışmasında kümelenmelerin uzun hafızaya neden olabileceğini göstermiştir. Bağımsız değişkenler için kümelenme aşağıda gösterildiği gibidir;

x_{1t}, x_{2t} (23) 'den üretilmiş bir çift bağımsız seridir.

$$x_{jt} = a_j x_{j, t-1} + \epsilon_{jt} \quad j = 1, 2, \dots \quad (23)$$

$\epsilon_{1t}, \epsilon_{2t}$ bir çift bağımsız, sıfır ortalamalı beyaz gürültü süreci serileridir. Serilerin toplamı:

$$\bar{x}_t = x_{1t} + x_{2t}$$

şeklindedir. Bu modelin otoregresif kısmı $(1 - \alpha_1 B) (1 - \alpha_2 B)$ 'dir. α , (0,1) aralığında değişen beta dağılımına sahiptir ve bu dağılımın özel bir hali

⁶² Mehmet Balcılar, a.g.e., p. 6.

⁶³ KUNG-SIK Chan, HENGHSIU TSAI, "Inference of seasonal long-memory aggregate time series", **Bernoulli**, Vol:18 (4), 2012, pp. 1448-1449.

$$dF(\alpha) = \frac{2}{B(p,q)} \alpha^{2p-1} (1-\alpha^2)^{q-1} d\alpha, \quad 0 \leq \alpha \leq 1$$

biçiminde gösterilir. Diğer tüm durumlar içinde $dF(\alpha)$ sıfır değerini almaktadır. $p, q > 0$ koşulu da sağlanmalıdır.⁶⁴

⁶⁴ Clive William John Granger, **a.g.e.**, pp. 230-232.

2.2. UZUN HAFIZA MODELLERİNİ TAHMİN YÖNTEMLERİ

Literatürdeki uzun hafıza tahmin yöntemleri iki aşamalı ve tek aşamalı olmak üzere iki çeşittir. Yöntemlerden ilk olarak iki aşamalı olanlar kullanılmaya başlamıştır. İki aşamalı yöntemlerin ilk adımında kesirli fark parametresi tahmin edilirken, ikinci adımında modelde yer alan diğer parametreler tahmin edilmiştir. Bu adımda tahmin edilen fark parametresi gözlenen serilerin, ARMA(p,q) sürecin izleyen seriye dönüştürülmekte kullanılır ve dönüştürülen bu serilere standart zaman serisi yöntemleri uygulanarak modelin kalan parametreleri tahmin edilmektedir.⁶⁵

Uzun dönem bağımlılığını test etmek amacıyla sunulan tahmin yöntemleri iki sınıfa ayrılmaktadır. Bunlar "Semi-parametrik" ve "parametrik yöntemlerdir. "Semi-parametrik" yöntemler de otokovaryansların tamamının modellenmesine gerek yoktur. Bu yöntemlerde sadece "d", kesirli fark parametresi ile ilgilenilmektedir. Ancak, eğer tüm model tahmin edilmiş ise, bu tahmin yöntemine "parametrik" denilmektedir. Parametrik yöntemlerin dezavantajı, semi-parametrik yöntemler göre daha fazla parametreyi tahmin etmesidir. Ancak, semi-parametrik tahmin yöntemleri, iyi tanımlanmış bir parametrik yöntemden daha az etkindir.⁶⁶

Bu tezde parametrik tahmin yöntemlerinden "Tam Maksimum Benzerlik Yöntemi" ve "Yaklaşık White Yöntemi", semi-parametrik tahmin yöntemlerinden ise "GPH", "Modifiye Edilmiş Log-Periodogram Yöntemi", "GSP" ve "Dalgacık Tabanlı En Çok Benzerlik" yöntemleri, parametrik olmayan yöntemlerden ise "Klasik Dönüştürülmüş Genişlik Yöntemi", "Modifiye Edilmiş Dönüştürülmüş Genişlik" yöntemleri incelenmektedir.

⁶⁵ Fallaw Sowell, **a.g.e.**, pp. 168-169.

⁶⁶ Anindya Banerjee, Giovanni Urga, **a.g.e.**, p. 18.

2.2.1 PARAMETRİK YÖNTEMLER

2.2.1.1. Tam Maksimum Benzerlik Yöntemi

EML yönteminin özü, durağan ARFIMA modelinin parametrelerinin bir fonksiyonu olarak otokovaryansların hesaplanabilmesidir. Model Hosking(1981) çalışmasında ARFIMA(1,d,1) sürecinde ACF'lerin hesaplamasını en etkin yapan yöntem olarak ortaya konulmuştur. Yöntem Sowell (1987) ve Doornik ve Ooms (2003) çalışmalarında geliştirilmiştir.

Log-benzerlik basitçe (\mathbf{z} , veri vektörünün maksimizasyonu için kullanılmıştır):

$$\log L(d, \phi, \theta, \beta, \sigma_\epsilon^2) = -\frac{T}{2} \log(2\pi) - \frac{1}{2} \log |\Sigma| - \frac{1}{2} \mathbf{z}' \Sigma^{-1} \mathbf{z} \quad (24)$$

TxT kovaryans matrisi $\Sigma = \mathbf{R} \sigma_\epsilon^2$ şeklinde yazılır ise;

$$\log L(d, \phi, \theta, \beta, \sigma_\epsilon^2) \propto -\frac{1}{2} \log |\mathbf{R}| - \frac{T}{2} \log \sigma_\epsilon^2 - \frac{1}{2\sigma_\epsilon^2} \mathbf{z}' \mathbf{R}^{-1} \mathbf{z}.$$

haline dönüşür.

σ_ϵ^2 ayrılarak çözümlenebilir ve benzerlik ile birleştirilirse:

$$\hat{\sigma}_\epsilon^2 = T^{-1} \mathbf{z}' \mathbf{R}^{-1} \mathbf{z},$$

yoğun olabilirlik

$$\ell_c(d, \phi, \theta, \beta) = -\frac{T}{2} \log(2\pi) - \frac{T}{2} - \frac{1}{2} \log |\mathbf{R}| - \frac{T}{2} \log [T^{-1} \mathbf{z}' \mathbf{R}^{-1} \mathbf{z}].$$

elde edilir.

$$f(\mathbf{X}, \beta) = \mathbf{X}\beta$$

Normal profil log-benzerlik fonksiyonu aşağıdaki gibidir.

$$\ell_P(d, \phi, \theta) = -\frac{T}{2} (1 + \log 2\pi) - \frac{1}{2} \log |\mathbf{R}| - \frac{T}{2} \log [T^{-1} \hat{\mathbf{z}}' \mathbf{R}^{-1} \hat{\mathbf{z}}]$$

$$\hat{\mathbf{z}} = \mathbf{y} - \mathbf{X}\hat{\boldsymbol{\beta}}, \quad \hat{\boldsymbol{\beta}} = (\mathbf{X}'\mathbf{R}^{-1}\mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}'\mathbf{R}^{-1}\mathbf{y}$$

\mathbf{y} , gözlemlere ait vektördür.

Maksimizasyon prosedüründe kullanılan fonksiyon:

$$-\frac{1}{2} \{T^{-1} \log |\mathbf{R}| + \log \sigma_\epsilon^2\}$$

şeklindedir ve normal profil log-benzerlik

$$\sigma_\epsilon^2 = T^{-1} \mathbf{z}' \mathbf{R}^{-1} \mathbf{z} = T^{-1} \mathbf{e}' \mathbf{e}$$

kolaylıkla elde edilebilmektedir. Yapılan tahmin sonucunda;

$$* d \leq -0.5 \text{ veya } d > 0.49999$$

$$* |\rho_i| \geq 0.9999$$

ise modelin durağanlığı kabul edilmez.⁶⁷

⁶⁷ Jurgen A. Doornik , Marius Ooms, **a.g.e.**, pp. 27-28.

2.2.1.2. Yaklaşık Whittle Yöntemi

Whittle'in approximate maksimum benzerlik tahmin yöntemi periodogramın hesaplanmasına dayanmaktadır. \hat{d}_w tahminci periodograma dayanır ve aşağıda gösterilen fonksiyonu içermektedir.

$$Q(\zeta) = \int_{-\pi}^{\pi} \frac{I(w)}{f_X(w, \zeta)} dw$$

$f_X(\omega, \zeta)$, ω frekansında bulunan spektral yoğunluk fonksiyonudur ve ζ bilinmeyen parametrelerin vektörüdür. Whittle tahmini $Q(\cdot)$ fonksiyonunu minimize eden ζ değeridir. ARFIMA (p,d,q) süreci için, ζ vektörü d parametresini ve tüm bilinmeyen otoregresif ve hareketli ortalamalar parametrelerini içerir.

$$\mathcal{L}_n(\zeta) = \frac{1}{2n} \sum_{j=1}^{n-1} \left\{ \ln f_X(w_j, \zeta) + \frac{I(w_j)}{f_X(w_j, \zeta)} \right\}$$

\hat{d}_w tahmincisini $Q(\cdot)$ 'nin kesikli hali kullanılarak yukarıdaki gibi elde edilir. d'nin maksimum benzerlik tahmincisi tutarlıdır, asimtotik normal dağılmaktadır.⁶⁸

⁶⁸ Valderio Reinsen, Bovas Abraham ve Silvia Lopes, "Estimation of Parameters in ARFIMA Process: A Simulation Study", **Communication in Statistics-Simulation and Computation**, Vol:30 (4), 2001, p. 792.

2.2.2 YARI PARAMETRİK YÖNTEMLER

Yarı parametrik modeller, adından da anlaşılacağı gibi, parametrik ve parametrik olmayan yöntemlerin birleşimidir.

2.2.2.1. Geweke ve Porter Hudak (GPH) Yöntemi

Geweke ve Porter-Hudak (1983), fark parametresi "d"yi tahmin edebilmek amacıyla GPH yöntemini sunmuşlardır. Bu yöntem iki aşamalı bir yöntemdir. İlk aşamasında "d" parametresi tahmin edilmekte olup, sonrasında bu parametre AR ve MA unsurlarını tahmin etmek amacıyla kullanılmaktadır. Bu yöntem pratikte sıklıkla tercih edilmektedir.⁶⁹ GPH yöntemi log-periodogram regresyonuna dayanmaktadır. Bu yöntemde tahminci,

$$(1 - L)^d y_t = u_t \quad u_t \sim I(0)$$

sürecini tanımlayan;

$$f(\omega)_y = |1 - e^{-i\omega}|^{-2d} f(\omega)_u$$

doğrusal filtreleme teorisini harekete geçirmiştir. Modelde yer alan $f(\omega)_y$ ve $f(\omega)_u$, sırasıyla u_t ve y_t 'nin spektral yoğunluklarıdır.⁷⁰

GPD yöntemi log- periodogram regresyon modeline dayanmakta olup bu regresyon modeli genellikle en küçük kareler yöntemiyle tahmin edilmektedir.

$$\ln [I(\omega_j)] = \beta_0 + \beta_1 \ln [4 \sin^2(\omega_j/2)] + \nu_j$$

$$\omega_j = \frac{2\pi j}{T}, \quad j = 1, 2, \dots, m.$$

Modelde yer alan β_1 'in negatif hali fark parametresi olan d'nin tahminini vermektedir.

⁶⁹ G.S. Maddala ve In-Moo Kim, "Unit roots, cointegration and Structural Changes", Cambridge University Press, New York, 2004, pp. 300-301.

⁷⁰ Shu Quan Lu, Takao Ito ve Kevin Voges, "An Analysis of Long Memory in the SSE's Component Index" **Journal of Economics, Banking and Finance**, Vol:2 (1), 2008, p. 6.

Aynı zamanda $I(\omega_j)$:

$$I(\omega_j) = \frac{1}{2\pi T} \left| \sum_{t=1}^T y_t e^{-\omega_j t} \right|^2$$

şeklinde gösterilebilir. Burada ω_j , T gözlem sayısındaki Fourier frekanslarını göstermektedir.⁷¹ Bu yöntemde tahminci için kritik varsayım ARFIMA(p,d,q) sürecinin spektrumu ile ARFIMA(0,d,0) sürecinin spektrumunun birbirleri ile aynı olduğudur. Bu nedenle bazı düzenlilik koşulları altında:

$$I(\omega_j) = z(\omega_j) (2 \sin(\omega_j/2))^{-2d}$$

şeklinde gösterilebilir. Burada modelde yer alan $z(\omega_j)$ ARMA sürecine ait spektrumu göstermektedir. $I(\omega_j)$ ise n frekansındaki x_t serisinin periodogramını göstermektedir. $m = T^{1/2}$ 'dir. Uygun m sayısının seçilmesi ile d tahmincisinin asimtotik dağılımı, hem ARMA sürecinin derecesine hem de ARFIMA sürecindeki hata terimlerinin dağılımına bağlı değildir. d tahmincisi asimtotik şekilde $\pi^2/6$ varyansı ile normal dağılmaktadır.⁷²

En küçük kareler yöntemi d 'yi büyük örneklem için yukarıda gösterilen normal dağılmış regresyon denklemini kullanarak tahmin eder. Burada eğer $0 < \alpha < 1$ iken $n_f(T) = T^\alpha$:

$$\hat{d} \sim N\left(d, \frac{\pi^2}{6 \sum_{j=1}^{n_f} (U_j - \bar{U})^2}\right)$$

$$U_j = \ln\left[4 \sin^2\left(\frac{\omega_j}{2}\right)\right]$$

şeklinindedir. Burada \bar{U} , $j = 1, 2, \dots, n_f$ için, U_j 'nin örnek ortalamasıdır.

⁷¹ Geetesh Bhardwaj ve Norman Swanson, "An Empirical Investigation of the Usefulness of ARFIMA models for Predicting Macroeconomic and Financial Time Series", **Rutgers University Departmental Working Paper**, New Jersey, Vol:22, 2004, pp. 5-7.

⁷² Anthony Murphy ve Marwan Izzeldin, "Bootstrapping Long Memory Tests: Some Monte Carlo Results", **Computational Statistics and Data Analysis**, Vol:53 (6), 2009, p. 2328.

Uzun hafızanın olmadığını ($d = 0$) belirten sıfır hipotezi altında t istatistik değeri:

$$t_{d=0} = \hat{d} \cdot \left(\frac{\pi^2}{6 \sum_{j=1}^{n_f} (U_j - \bar{U})^2} \right)^{-1/2}$$

şeklindedir.⁷³

⁷³ Eric Zivot ve Jiahui Wang, " **Modelling Financial Time Series with S-Plus**", 2. bs., 2005,sf. 299.

2.2.2.2. Modifiye Edilmiş Log-Periodogram Yöntemi

Phillips (1999) çalışmasında durağan olmayan durumlar için modifiye edilmiş log-periodogram yöntemini keşfetmiştir. Bu yöntem frekans alanında, veri üretim sürecinin formundan yararlanılarak ortaya konulmuştur. Fark parametresi $d > 0.5$ olduğu zaman süreç modifiye edilmiş LP regresyonu olarak adlandırılmıştır. Yöntemin ana avantajı, kesikli Fourier transformunun tam sunumundan ileri gelmesidir.⁷⁴ Modifiye edilmiş log-periodogram tahmini:

$$\hat{d} = 0.5 \frac{\sum_{j=1}^m y_j \log I(w_j)}{\sum_{j=1}^m y_j^2}$$

ile gösterilir. Burada:

$$y_j = \left\{ \log |1 - e^{iw_j}| - m^{-1} \sum_{j=1}^m \log |1 - e^{iw_j}| \right\}$$

şeklindedir ve fark parametresi d , $N(0, \pi^2/24)$ ile normal dağılıma uygunluk sağlamaktadır.⁷⁵

⁷⁴ Chang Sik Kim, "Log Periodogram Estimation with Nonstationary Process", **Journal of Economic Theory and Econometrics**, Vol:19 (3), 2008, p. 3.

⁷⁵ Burcu Kıran, "Kesirli Bütünleşme ve Kesirli Eşbütünleşme Yaklaşımları: Türkiye'de Bütçe Açıklarının Sürdürülebilirliği Üzerine Bir Uygulama", **Doktora tezi**, İstanbul, 2010, pp. 55-56.

2.2.2.3. Gaussian Yarı Parametrik Tahmin (GSP)Yöntemi

Gaussian yarı parametrik yöntemi Robinson (1995b) tarafından ortaya atılmış bir yöntemdir. Bu yöntemde d parametresinin tahmini:

$$\hat{d} = \arg \min_d \left(\log \overline{C(d)} - 2d \frac{1}{m} \sum_{s=1}^m \log \lambda_s \right)$$

$$\overline{C(d)} = \frac{1}{m} \sum_{s=1}^m I(\lambda_s) \lambda_s^{2d}$$

$$\lambda_s = \frac{2\pi s}{n}$$

$$\frac{1}{m} + \frac{m}{n} \rightarrow 0$$

formülleri ile yapılmaktadır. Formüllerde yer alan m , bant genişliğinde bulunan parametre sayısını göstermektedir. Ayrıca $I(\lambda_s)$ ham zaman serisinin (x_t) periodogramıdır:

$$I(\lambda_s) = \frac{1}{2\pi T} \left| \sum_{t=1}^T x_t e^{i\lambda_s t} \right|^2$$

ve $-0.5 < d < 0.5$ aralığındadır. Dördüncü momentin sonluluğu ve diğer koşullar altında Robinson (1995a):

$$\sqrt{m} (\hat{d} - d^*) \xrightarrow{dib} N(0, 1/4) \quad n \rightarrow \infty$$

olduğunu kanıtlamıştır. Burada d^* , d 'nin doğru değeridir.⁷⁶

⁷⁶ Guglielmo Maria Caporale ve Luis A. Gil-Alana, "Fractional Integration and Cointegration in US Financial Time Series Data", **Brunel University Economics and Finance Working Paper**, Vol:11 (2), 2011, pp. 5-6.

2.2.2.4. Dalgacık Tabanlı Tahmin Yöntemi

Dalgacık tabanlı tahmin yöntemine Mallat (1989) ve Jensen (2000) çalışmalarında büyük ölçüde yer verilmiştir. Burada $\psi(t)$, $\int \psi(t) dt = 0$ koşulunu sağlayan ve $-\infty < t < \infty$ aralığında iken hızla sıfıra doğru düşen fonksiyondur. $\psi(t)$ 'nin frekans ve zaman alanında iyi bulunduğundan emin olmak amacıyla, $r = 0,1,2, \dots, M-1$ için

$$\int t^r \psi(t) dt = 0$$

koşulunu sağlamalıdır. Dönüştürülmüş dalgacıkların tanımı:

$$\psi(t)_{m,n} = 2^{m/2} \psi(2^m t - n)$$

şeklindedir. Burada m ve $n \in \mathbf{Z} = \{0, \pm 1, \pm 2, \dots\}$ 'nin elementleridir. m ve n 'nin çeşitli değerleri için, $\psi_{m,n}$ farklı frekansları ve zaman periyotlarını kapsamaktadır. $x(t)$ 'nin dalgacık dönüşümü:

$$\Psi_{m,n} = \int x(t) \psi_{m,n}(t) dt$$

ile ifade edilmektedir. $x(t)$ 'nin zaman aralığı $0 \leq t \leq 1$ şeklinde normalize edilmesi ile, birim aralık, $\psi_{m,n}$ 'nin desteği $[n2^{-m}, (n+1)2^{-m}]$ olarak düşünülebilir. $x(t)$ 'nin gerçekleşen kesikli gözlemleri $t = 0,1,2, \dots, 2^{\max}-1$ ise, $m = \max - 1$, $n = 0,1,2, \dots, 2^{\max-1} - 1$ 'dir.⁷⁷

⁷⁷ Mark J. Jensen, "An alternative maximum likelihood estimator of long memory process using compactly supported wavelets" **Journal of Economic Dynamics & Control**, Vol:24 (3), 2000, pp. 363-365.

2.2.3. PARAMETRİK OLMAYAN YÖNTEMLER

2.2.3.1. Klasik Dönüştürülmüş Genişlik (Rescaled Range)

Yöntemi

Klasik R/S testi Hurst (1951) ile bulunmuştur. Bu çalışmasında Hurst, Nil nehrinin minimum su depolama kapasitesini hesaplamaya çalışmıştır. Klasik R/S testinin arkasındaki temel fikir örnek ortalamasından elde edilen sapmaların toplamından elde edilen değerlerin minimum ve maksimum noktalarının karşılaştırılmasıdır. Uzun hafıza süreci için sapmalar uzun hafıza olmayan süreçlerinkinden daha geniştir.⁷⁸ Klasik R/S testi

$$R_n = \max_{1 \leq k \leq n} \sum_{t=1}^k (X_t - \bar{x}_n) - \min_{1 \leq k \leq n} \sum_{t=1}^k (X_t - \bar{x}_n)$$

ve $S_n^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{t=1}^n (X_t - \bar{x}_n)^2$ (Örneklem varyansı s^2 ile aynıdır). Eğer X_t ikinci dereceden durağan ise S_n^2 , $\sigma_X^2 = \text{var}(X_t)$ dönüştürülür. R/S testinin önemli özelliğinden biri, zayıf bağımlılık altında uyum oranı $n^{-1/2}$ 'dir. Diğer bir deyişle, ılımlı düzenlilik koşulları altında:

$$n^{-1/2} \frac{R_n}{S_n} \rightarrow Q$$

şeklinindedir. Burada Q bozulmaya uğramamış rassal değişkendir. Bir diğer oran ise uzun dönem bağımlılığı veya dirençsizlik durumları altında elde edilmektedir. Örneğin, $X_t = \sum_{j=0}^{\infty} a_j \varepsilon_{t-k}$ $\alpha_j \sim c_\alpha j^{d-1}$ ($0 < d < 1/2$) ile durağan bir süreç ve $\text{var}(X_t) = \sigma_X^2 < \infty$ dur. $S_n^2 \rightarrow \sigma_X^2$ olduğundan dolayı teorem:

⁷⁸ Fabrizio Lillo ve J.Doyne Farmer, "The Long Memory of the Efficient Market", **Studies in Nonlinear Dynamics & Econometrics**, Vol:8 (3), 2004, p. 8.

$$\begin{aligned}\sum_{t=1}^k (X_t - \bar{x}) &= \sum_{t=1}^k X_t - \frac{k}{n} \sum_{t=1}^n X_t \\ &\sim C(d)n^H \left[B_H\left(\frac{k}{n}\right) - \frac{k}{n} B_H(1) \right]\end{aligned}$$

şeklindedir ve,

$$n^{-H} \frac{R_n}{S_n} \xrightarrow{d} C(d) \left[\sup_{u \in [0,1]} \tilde{B}_H(u) - \inf_{u \in [0,1]} \tilde{B}_H(u) \right] =: \tilde{Z}_H$$

burada $C^2(d)$:

$$C^2(d) = \frac{\sigma_\varepsilon^2 c_a^2}{d(2d+1)} \int_0^\infty v^{d-1} (1+v)^{d-1} dv$$

ile ifade

edilir ve $\tilde{B}_H(u) = B_H(u) - uB_H(1)$ ($u \in [0, 1]$), $H = d + 1/2$ Hurst parametresi ile kesirli Brownian köprüsüdür. Düzgün çevrilebilirlik koşulları altında:

$$E \left[\left(\frac{R_n}{S_n} \right) \right] \sim \text{const} \cdot n^{d+\frac{1}{2}} = \text{const} \cdot n^H$$

şeklindedir.

Bu genellikle Hurst etkisi olarak bilinir. Her iki tarafın logaritmasının alınması ile formül:

$$\begin{aligned}\log(R_n/S_n) &\approx H \log n + \log \tilde{Z}_H \\ &= \beta_0 + \beta_1 \log n + e_H(n)\end{aligned}$$

haline dönüşür. $\beta_1 = H$, $\beta_0 = E[\log \tilde{Z}_H]$, dir ve

$$e_H(n) = \frac{\log \tilde{Z}_H}{d} - E[\log \tilde{Z}_H]$$

şeklindedir. Burada H regresyon doğrusunun eğimi olarak yorumlanabilir. Bu formül ile d'nin klasik R/S ile tahmini tanımlanmıştır.⁷⁹

$$\hat{d}_{R/S} = \hat{H}_{R/S} - \frac{1}{2} = \hat{\beta}_1 - \frac{1}{2}$$

⁷⁹ Jan Beran, Yuanhua Feng, Sucharita Ghosh ve Rafal Kulik, " **Long Memory Processes: Probabilistic Properties and Statistical Methods**", Berlin, Springer Heidelberg, 2013, pp. 410-411.

2.2.3.2. Modifiye Edilmiş Dönüştürülmüş Genişlik Yöntemi

Regresyon analizi ile Hurst etkisinin tahmin edilmesinde karşılaşılan problem otokorelasyon sonucunda görüldüğü gibi regresyon katsayılarının yanlış olmasıdır. Dahası, istatistiksel anlamlılık testi olmadığından klasik R/S değeri kabul edilebilir değildir. Bu nedenle Lo(1991) modifiye edilmiş R/S istatistiğini geliştirmiştir. Burada S_n kısa dönem bağımlılığı için düzeltilmiştir.⁸⁰ Ayrıca basitçe örneklem standart sapmasını kullanmak yerine, S , R 'ı normalize ederek, otokovaryansların ağırlıklandırılmış toplamını kullanmaktadır. Buna göre:

$$S_q(N) := \left(\frac{1}{N} \sum_{j=1}^N (X_j - \bar{X}_N)^2 + \frac{2}{N} \sum_{j=1}^q \omega_j(q) \left[\sum_{i=j+1}^N (X_i - \bar{X}_N)(X_{i-j} - \bar{X}_N) \right] \right)^{1/2}$$

şeklindedir. Burada \bar{X}_N zaman serisinin örneklem ortalamasıdır ve ağırlıklar $\omega_j(q)$:

$$\omega_j(q) = 1 - \frac{j}{q+1}, \quad q < N$$

olarak verilmektedir. Modifiye edilmiş R/S istatistiği, $V_q(N)$:

$$V_q(N) = N^{-1/2} R(N) / S_q(N)$$

ile ifade edilmektedir ve güven aralığı aşağıdaki gibidir.

$$\lim_{N \rightarrow \infty} P \{ V_q(N) \in [.809, 1.862] \} = 0.95$$

Buna göre hipotezler,

$$H_0 : \text{Uzun dönem bağımlılığı yoktur. } H = 0.5$$

$$H_1 : \text{Uzun dönem bağımlılığı vardır. } 1/2 < H < 1$$

şeklinde kurulur.⁸¹

⁸⁰ David Nawrocki, "R/S Analysis and Long Term Dependence in Stock Market Indices", **Managerial Finance**, Vol:21 (7), 1995, p. 83.

⁸¹ Walter Willinger, Murad S. Taqqu ve Vadim Teverovsky, "Stock Market Prices and Long Range Dependence", **Finance and Stochastics**, Vol:3 (1), 1999, pp. 3-5.

2.3. Kesirli Bütünleşik GARCH Model: FIGARCH (p,d,q)

Günümüzde finansal marketlerin hızla büyümesinden dolayı, bu marketlerde oluşan değişimler ülkelerin ekonomisini ciddi şekilde etkilemektedir. Düzenli ekonomik büyümenin sağlanabilmesi için ulusal düzeyde gerekli tüm donanımların bulunması ve kaynakların optimal dağılımı gereklidir. Ancak, büyük marketlerde ortaya çıkabilecek herhangi bir resesyon veya patlama durumunda sadece ulusal ekonomiler değil dünya ekonomisi de etkilenmektedir. Bu gibi durumlarda finansal marketlerin yardımı önem arz etmektedir. Finansal marketlerin gelişmesi, bu marketlere yatırım yapanların sayısının artması ve bu marketler ile makro ekonomik değişkenler arasında yakın ilişki olması nedeniyle fiyatlarda gözlenen değişimlerin modellenmesi gerekli olmaktadır. Böylece, yüksek volatilité nedeniyle yaşanabilecek olan kayıplar ve zararlar engellenmiş olacaktır. Bunu sağlamak amacıyla "Oto regresif Koşullu Değişen Varyans Modelleri" ilk olarak literatürde uygulanmıştır. Ancak bu modeller uzun hafıza özelliklerini dikkate almadığından istenilen ölçüde verimli sonuçlar elde edilmemiştir. Sonraları ise, uzun hafıza koşullarını da içerisinde barındıran "Kesirli Bütünleşik Koşullu Değişen Varyans Modelleri" sıklıkla uygulanmaya başlanmıştır.⁸²

ARCH modeli genellikle büyük değişimleri büyük, küçük değişimleri ise küçük değişimlerin izleyeceği varsayımına dayanmaktadır ve bu durum volatilité kümelenmesi olarak adlandırılmaktadır. Ancak ARCH modelinin basit olması ve varlık getirilerinin volatilité sürecinin yeterli şekilde tanımlanması için çok parametre gerektirmesi nedeniyle alternatif modeller geliştirilmiştir. Bollerslev (1986) çalışmasında GARCH modelini geliştirmiştir. Ancak, eğer GARCH modelinin AR polinomiali birim köke sahipse süreç, ilk kez Bollerslev ve Engle (1986) tarafından bulunan, koşulsuz varyansa sahip olmayan IGARCH sürecine dönüşmektedir.

⁸² Rafik Nazarian, Esmail Naderi, G.Nadiya Alikhani ve Ashkan Amiri, "Long Memory Analysis: An Empirical Investigation", **International Journal of Economics and Financial Issues**, Vol:4 (1), 2014, pp. 16-17.

IGARCH modelinin temel özelliği geçmiş şoklarının karelerinin etkisinin dirençli olmasıdır.⁸³

IGARCH (p,q) modeli:

$$\phi(L) (1-L)\mathcal{E}_t^2 = \omega + [1 - \beta(L)]v_t \quad \text{ve,}$$

$$\phi(L) \equiv [1 - \alpha(L) - \beta(L)] (1-L)^{-1}, \text{ m-1'inci dereceden,}$$

şeklinde modellenmektedir. FIGARCH modeli ise IGARCH modeline ilk farklar operatörünün eklenmesi ile oluşturulmaktadır.

FIGARCH (p,d,q) modeli:

$$[1 - \beta(L)]\sigma_t^2 = \omega + [1 - \beta(L) - \phi(L)(1 - L)^d]e_t^2$$

ile ifade edilmektedir. B(L) ve $\phi(L)$ gecikme operatöründe bulunan polinomial köklerdir ve d uzun hafıza parametresidir.

$$\phi(L) = (1 - \alpha(L) - \beta(L))(1-L)^{-d}, \quad \alpha(L) \equiv \alpha_1 L + \dots + \alpha_q L^q \quad \text{ve} \quad \beta(L) \equiv \beta_1 L + \dots + \beta_q L^q$$

şeklinde gösterilir. Ayrıca $\phi(L)$ ve $(1 - \beta(L))$ polinomiallerine ait tüm köklerin birim çemberin dışına yayıldığı varsayılır.

FIGARCH modeli yeniden düzenlenirse:

$$\sigma_t^2 = \frac{\omega}{[1 - B(1)]} + \lambda(L)e_t^2 \quad \text{ve} \quad \lambda(L) = 1 - \frac{\phi(L)}{[1 - B(1)]}(1 - L)^d$$

şekline dönüşür.⁸⁴

Ayrıca hata terimini koşullu varyansı:

⁸³ Maryam Tayefi ve T.V. Ramanathan, "An Overview FIGARCH and Related Time Series Models", **Austrian Journal of Statistics**, Vol:41 (3), 2012, p. 176.

⁸⁴ Alfonso Mendoza, "Modelling long memory and Risk Premia in Latin American Sovereign Bond Markets", **Money, Macro and Finance Research Group Conferance Working Paper**, Vol:65, 2004, p. 10.

$$\begin{aligned}\sigma_t^2 &= \omega[1 - \beta(1)]^{-1} + \{1 - [1 - \beta(L)]^{-1} \phi(L)(1 - L)^d\} \varepsilon_t^2 \\ &\equiv \omega[1 - \beta(1)]^{-1} + \lambda(L)\varepsilon_t^2,\end{aligned}$$

şeklinde gösterilir.

$\lambda(L) = \lambda_1 L + \lambda_2 L^2 + \dots$, 'dir. FIGARCH süreci iyi tanımlanmış olmalıdır ve tüm t değerleri için koşullu varyansı pozitif olmalıdır. Yukarıdaki modelde verildiği gibi, ARCH(∞) sunumu negatif olmamalıdır: $\lambda_k \geq 0$, $k = 1, 2, \dots$. FIGARCH modelinde yüksek gecikmelerde, k, gecikme katsayılarının dağılımı $\lambda_k \sim ck^{d-1}$ şeklinde olup c pozitif sabit değerdir.⁸⁵ Modelde yer alan kesirli fark operatörü Maclaurin serileri ile açıklanabilir:

$$\begin{aligned}(1 - L)^d &= 1 - d \cdot \sum_{k=1, \infty} \Gamma(k - d)\Gamma(1 - d)^{-1} \Gamma(k + 1)^{-1} L^k \\ &\equiv 1 - \delta_d(L),\end{aligned}$$

şeklinde dir.

Burada $\Gamma(\cdot)$ gamma fonksiyonudur. Ek olarak $(1-L)^0 \equiv 1$ 'dir. ARFIMA sınıfı modellerde, zaman serilerinin uzun dönem bağımlılığı kesirli fark parametresi ile modellenirken, kısa dönem davranışları geleneksel ARMA parametreleri ile yakalanmaktaydı. Benzer durum koşullu varyansın modellenmesinde de geçerliliğini korumaktadır. Kovaryans durağan GARCH(p,q) modelinde gelecekteki koşullu varyansın optimum tahmini üstel oranda azalmaktadır ve IGARCH(p,q) modelinin tahmini için önem arz etmektedir. FIGARCH (p,d,q) modelinde gelecekteki koşullu varyansın tahmininde bir şokun etkisi yavaş hiperbolik oran ile kaybolacaktır.⁸⁶ FIGARCH modelinde d=0 olduğu durumda süreç standart GARCH(1,1) sürecine, d=1 olduğunda ise IGARCH(1,1) sürecine dönüşmektedir. FIGARCH sürecinin ana noktası, $0 \leq d \leq 1$ aralığında iken getirilerin mutlak değerlerinin ve karelerinin otokorelasyonlarının yavaş hiperbolik oranda azalmasına izin vermesidir.⁸⁷

⁸⁵ Richard T. Baillie, Tim Bollerslev ve Ole Hans Mikkelsen, "Fractionally integrated generalized autoregressive conditional heteroskedasticity", **Journal of Econometrics**, Vol:74 (1), 1996, pp. 7-8.; Claudio Morana, Richard T. Baillie, "Modeling Long Memory and Structural Breaks in Conditional Variances: an Adaptive FIGARCH Approach", **University of London Economics Department Working Paper**, Vol:593, 2007, pp. 3-4.

⁸⁶ Tim Bollerslev ve Ole Hans Mikkelsen, "Modelling and pricing long memory in stock market volatility", **Journal of Econometrics**, Vol:73, 1996, p. 158.

⁸⁷ Young Wook Han, "Effects of Financial Crises on the Long Memory Volatility Dependency of Foreign Exchange Rates: the Asian Crisis vs. the Global Crisis", **Journal of East Asian Economic Integration**, Vol:18 (1), 2014, pp. 13-14.

2.3.1. Koşullu Varyansın Negatif Olmama Durumu

FIGARCH(1,d,1) modelinin koşullu varyansının pozitif olması için gerekli koşullar literatürde mevcuttur. Bu koşullar ilk olarak Baillie(1996) ve Bollerslev ve Mikkelsen (1996) tarafından önerilmiştir. FIGARCH(1,d,1) modeline ait koşullu varyans aşağıdaki gibidir.

$$h_t = \alpha_0(1 - \beta(1))^{-1} + [1 - (1 - \beta_1 L)^{-1}(1 - \phi_1 L)(1 - L)^d] \epsilon_t^2,$$

$$\lambda(L) = \lambda_1 L + \lambda_2^2 L + \dots = 1 - [(1 - \beta_1 L)^{-1}(1 - \phi_1 L)(1 - L)^d].$$

Bu nedenle, katsayıların eşitliği:

$$\begin{aligned} \lambda_1 &= \phi_1 - \beta_1 + d \\ \lambda_2 &= (d - \beta_1)(\beta_1 - \phi_1) + \frac{d(1-d)}{2} \\ \lambda_3 &= \beta_1 \left[d\beta_1 - d\phi_1 - \beta_1^2 + \beta_1\phi_1 + \frac{d(1-d)}{2} \right] + d\frac{1-d}{2} \left(\frac{2-d}{3} - \phi_1 \right) \\ &\vdots \\ \lambda_k &= \beta_1 \lambda_{k-1} + \left(\frac{k-1-d}{k} - \phi_1 \right) \delta_{d,k-1}, \quad k = 2, 3, \dots, \end{aligned}$$

şeklindedir. Burada $\delta_{d,k} = \delta_{d,k-1}(k-1-d)k^{-1}$, $k = 2, 3, \dots$ için $(1-L)^d$ 'nin açılımıdır ve aşağıdaki gibi gösterilir. $\delta_{d,0} = 1$ 'dir.

$$\delta_d(L) = \sum_{k=1}^{\infty} \delta_{d,k} L^k$$

λ_k 'ların pozitiflik durumunu kullanarak, tüm koşullu varyansların pozitif olması için gerekli olan eşitlikleri türetmek mümkündür. Buna göre:

$$\beta_1 - d \leq \phi_1 \leq \frac{2-d}{3} \quad \text{ve} \quad d \left(\phi_1 - \frac{1-d}{2} \right) \leq \beta_1(d - \beta_1 + \phi_1)$$

koşulları sağlanmalıdır.⁸⁸ Bu konuyla ilgili literatür tarandığında çalışmaların bir kısmında koşullu varyansın pozitif olması için modeldeki tüm parametrelerin pozitif olması gerektiğini söyleyen Bollerslev ve Mikkelsen (1996) koşulunu sağlamadığı görülmüştür. Bu konuyla ilgili Maryam ve Ramanathan (2012), Conrad ve Karanasos (2005b) çalışmaları incelenebilir. Ayrıca bizim çalışmamız da bu yönde sonuç vermektedir. Bu amaçla Conrad ve Haag (2006) tüm durumlarda koşullu varyansın pozitif olmasını sağlayan koşulları geliştirmiştir.

Conrad ve Haag(2006) çalışmasında tüm parametreler pozitif olsa dahi koşullu varyansın negatif olabileceğini ya da tüm parametreler negatif olsa dahi (d parametresi hariç) koşullu varyansın pozitif olabileceğini söylemektedir. Burada kesirli fark operatörü hipergeometrik fonksiyona H(.) dayanarak aşağıdaki gibi açıklanmaktadır.

$$(1 - L)^d = H(-d, 1; 1; L) = \sum_{j=0}^{\infty} g_j L^j,$$

$$g_j = f_j \cdot g_{j-1} = \prod_{i=1}^j f_i \quad \text{ve} \quad f_j = \frac{j-1-d}{j} \quad j = 1, 2, \dots \quad \text{ve} \quad g_0 = 1 \text{ dir.}$$

Burada $j > 2$ için $f_1 = -d < 0$, $f_2 = (1-d)/2 > 0$, $f_j > 0$ ve tüm $j \geq 1$ için $g_j < 0$ 'dir. Formülasyonlardan da kolaylıkla görüldüğü gibi $f_j < f_{j+1}$ ve $f_j \rightarrow 1$, $j \rightarrow \infty$ şeklindedir. Ek olarak $i > q \geq 0$ için,

$$F_i = - \sum_{l=0}^q \phi_l \prod_{j=l}^{q-1} f_{i-j},$$

şeklindedir ve $\phi_0 = -1$ ve $\prod_{j=0}^{-1} = 1$ dir. $F_i < F_{i+1}$ ve $F_i \rightarrow 1 - \phi_1 - \dots - \phi_q > 0$, $i \rightarrow \infty$. λ_i köklerinin sıralaması $(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_p)$ ise, $\Lambda_r = \sum_{i=1}^r \lambda^{(i)}$, $r \leq p$ dir.

$$F_i^{(r)} = \Lambda_r F_{i-1} + F_i f_{i-q} \rightarrow (\Lambda_r + 1)(1 - \phi_1 - \dots - \phi_q),$$

⁸⁸ Maryam Tayefi ve T.V. Ramanathan, **a.g.e.**, p. 180.

ve limit pozitifdir. $\Lambda_r > -1$ sağlanmıştır. Ek olarak koşullu varyansın negatif olmaması için ARCH (∞) yaklaşımında yer alan tüm ψ_i katsayıları pozitif olmalıdır.

$$\psi_1 = d + \phi_1 - \beta_1$$

$$\psi_i = \beta_1 \psi_{i-1} + (f_i - \phi_1)(-g_{i-1}) \quad i \geq 2 \text{ için.}$$

$$\psi_i = \beta_1^2 \psi_{i-2} + [\beta_1(f_{i-1}\phi_1) + (f_i - \phi_1)f_{i-1}](-g_{i-2}) \quad i \geq 3 \text{ için.}$$

Aşağıda ilk olarak FIGARCH (1,d,q) sürecinde koşullu varyansın pozitif olması için gerekli koşullar verilir sonrasında FIGARCH (1,d,1), FIGARCH (0,d,1), FIGARCH (1,d,0) için gerekli koşullar incelenecektir.

Teorem 1: FIGARCH (1,d,q) sürecinde koşullu varyansın pozitif olması

Durum 1: $0 < \beta_1 < 1$

1. $\psi_1, \dots, \psi_{q-1} \geq 0$ ve
2. $\psi_q \geq 0$ ve $F_{q+1} \geq 0$ veya $k > q+1$ için $F_{k-1} < 0 \leq F_k$ ile ψ_{k-1} olmalıdır.

Durum 2: $-1 < \beta_1 < 0$

1. $\psi_1, \dots, \psi_{q-1} \geq 0$ ve
2. $\psi_q \geq 0$, $\psi_{q+1} \geq 0$ ve $F_{q+2}^{(1)} \geq 0$ veya $k > q+1$ için $F_{k-1}^{(1)} < 0 \leq F_k^{(1)}$ ile $\psi_{k-1} \geq 0$ ve $\psi_{k-2} \geq 0$ olmalıdır.

FIGARCH(1,d,q) modelinde koşullu varyansın tüm t'ler için pozitif olduğundan emin olmak için, eğer $\beta_1 > 0$ ise q+1 koşullarını ve eğer $\beta_1 < 0$ ise q+2 koşullarını kontrol etmek gereklidir.

Teorem 1.1. FIGARCH (1,d,1) sürecinde koşullu varyansın pozitif olması

Durum 1: $0 < \beta_1 < 1$

$\psi_1 \geq 0$ ve $\phi_1 \leq f_2$ veya $k > 2$ için $f_{k-1} < \phi_1 \leq f_k$ ile $\psi_{k-1} \geq 0$ olmalı.

Durum 2: $-1 < \beta_1 < 0$

$\psi_1 \geq 0$, $\psi_2 \geq 0$ ve $\phi_1 \leq f_2 (\beta_1 + f_3) / (\beta_1 + f_2)$ veya $k > 3$ için $f_{k-2} (\beta_1 + f_{k-1}) / (\beta_1 + f_{k-2}) < \phi_1 < f_{k-1} (\beta_1 + f_k) / (\beta_1 + f_{k-1})$ ile $\psi_{k-1} \geq 0$ ve $\psi_{k-2} \geq 0$ olmalıdır.

Teorem 1.2. FIGARCH (0,d,1) sürecinde koşullu varyansın pozitif olması

1. $\psi_1 \geq 0 \leftrightarrow d + \phi_1 \geq 0$

2. $F_2 \geq 0 \leftrightarrow (1-d)/2 - \phi_1 \geq 0$

Teorem 1.3. FIGARCH (1,d,0) sürecinde koşullu varyansın pozitif olması

Durum 1: $0 < \beta_1 < 1$

$$\psi_1 \geq 0 \leftrightarrow d - \beta_1 \geq 0$$

Durum 2: $-1 < \beta_1 < 0$

$$\psi_2 \geq 0 \leftrightarrow (d - (2(2-d))^{1/2}) / 2 \leq \beta_1$$
⁸⁹

⁸⁹ Christian Conrad ve Berthold R. Haag, " Inequality Constraints in the Fractionally Integrated GARCH Model", *Journal of Financial Econometrics*, Vol:4 (3), 2006, pp. 413-427.

2.3.2. FIGARCH Sürecinin Etki Tepki Fonksiyonu

Koşullu varyans geçmiş şokların veya yeniliklerin karelerinin lineer bir fonksiyonu olarak parametrize edilirse, koşullu varyansın dirençliliği etki-tepki katsayılarına dayanarak nitelendirilir ve aşağıdaki gibi gösterilir.

$$\begin{aligned}\gamma_k &= \frac{\partial \mathbf{E}(\epsilon_{t+k}^2 | \psi_t)}{\partial \nu_t} - \frac{\partial \mathbf{E}(\epsilon_{t+k-1}^2 | \psi_t)}{\partial \nu_t} \\ &= \frac{\partial h_{t+k}}{\partial \nu_t} - \frac{\partial h_{t+k-1}}{\partial \nu_t},\end{aligned}$$

$$\frac{\partial h_{t+k-1}}{\partial \nu_t} = -\beta_{k-1} \phi(L)^{-1} (1-L)^{-d} + [1 - \beta(L)]^{-1}.$$

$$\gamma_k = (\beta_{k-1} - \beta_k) \phi(L)^{-1} (1-L)^{-d}.$$

FIGARCH modellerinde etki - tepki katsayıları t 'den bağımsızlardır. Ortalama denklemi için uygulanan geleneksel etki- tepki analizine benzer bir şekilde volatilité süreci için geçmiş şokların uzun dönem etkileri kümülatif etki - tepki ağırlıklarının limitlerine dayanarak değerlendirilebilir.

$$\begin{aligned}\gamma(1) &= F(d-1, 1, 1; 1) \phi(1)^{-1} [1 - \beta(1)] \\ &= \gamma_0 + \gamma_1 + \dots \\ &= \lim_{k \rightarrow \infty} \sum_{i=0}^k \gamma_i,\end{aligned}$$

Burada F , hipergeometrik fonksiyondur.⁹⁰

⁹⁰ Maryam Tayefi ve T.V. Ramanathan, **a.g.e.**, pp. 181-182.

2.3.3. FIGARCH Sürecinin Tahmini

FIGARCH modeline ait parametreler tahmin edilirken Gaussian benzerlik fonksiyonunu maksimize eden lineer olmayan optimizasyon prosedürü kullanılır. Rassal değişkenin $z_t \sim N(0,1)$ olduğu varsayımı altında, Gaussian logaritmik benzerlik veya normal dağılımı (L_{Norm}):

$$L_{\text{Norm}} = -\frac{1}{2} \sum_{t=1}^T [\ln(2\pi) + \ln(\sigma_t^2) + z_t^2]$$

şeklinde açıklanır. Burada T , gözlem sayısıdır. FIGARCH modelini tahmin prosedürü, $(1-L)^d$, kesirli fark operatörünün truncation derecesi ile ilişkili olan minimum gözlem sayısını gerekli kılmaktadır. Sonsuz $(1-L)^d$ 'nin truncation derecesi 1000 gecikmeye için:

$$(1-L)^d = \sum_{k=0}^{1000} \frac{\Gamma(k-d)}{\Gamma(k+1)\Gamma(-d)} L^k.$$

şeklinde kurulur.⁹¹ FIGARCH modeli ayrıca RATS, GAUSS-FANPAC, OXMetrics gibi programlar yardımıyla da tahmin edilebilir. Bu çalışmada FANPAC kütüphanesinden yararlanılmıştır.

⁹¹ Sang Hoon Kang, Sang-Mok Kang ve Seong-Min Yoon,"Forecasting volatility of crude oil markets", **Energy Economics**, Vol:31 (1), 2009, p. 122.

ÜÇÜNCÜ BÖLÜM

HİSSE SENEDİ GETİRİLERİNDEKİ UZUN HAFIZA ETKİSİNİN VE VOLATİLİTENİN BELİRLENMESİ: BRİCT ÜLKELERİ ÜZERİNE BİR UYGULAMA

3.1. FİNANSAL PİYASALARDA VOLATİLİTE KAVRAMI

Finans ile ilgilenen ekonomistler varlık fiyatlarında meydana gelen volatilitiyi modelleyebilme üzerine düşünmüşlerdir. Volatilitenin varlık fiyatlarında gözlenen riski ölçmenin bir aracı olarak düşünülmesinden ötürü, volatilitenin modellenmesi önem arz etmektedir.

Genel olarak piyasa riski, piyasa faktörlerinde gözlenen değişimlere göre portfolyo değerinin düşüş gösterme olasılığıdır. Piyasa faktörlerine örnek olarak faiz oranlarında ya da döviz kurlarında gözlenen değişimler verilebilmektedir. Piyasalarda tahmin edilemeyen değişimlerin meydana gelmesi büyük kayıpların yaşanmasına neden olabilmektedir. Bu amaçla geliştirilmiş olan bir takım yaklaşımlar bulunmaktadır. Riske edilen değer (Value-at-Risk) metodolojisi piyasa riskinin tahmin edilmesinde sıklıkla kullanılmaktadır ve volatilité konsepti bu metodolojide önemli rol oynamaktadır. Varlıkların volatilitesi, verilen belirli bir zaman boyunca tutulan riskli varlıkların getirilerine ait değerlerin belirsizliği olarak tanımlanmaktadır.⁹²

Hisse senedi getirilerinin ya da finansal diğer varlıkların volatilitésinin ölçülmesinde standart sapma sıklıkla kullanılmaktadır. Bu istatistik getirilerin dağılımını ölçmektedir. Finansal ekonomistler, standart sapmanın getirilerdeki ekstrem değerlerin görülme olasılığının belirlenmesinde faydalı olacağını düşünmüşlerdir. Standart sapma ne kadar geniş ise, pozitif veya negatif getirilerin

⁹² Sergiy Ladokhin, " Volatility modelling in financial markets", **Yüksek lisans tezi**, Amsterdam Üniversitesi, Netherlands, 2009 p. 6.

gerçekleşme şansı o kadar fazladır.⁹³ Her ne kadar volatilité standart sapma ile ölçülse de, bu ölçümler arasında farklılıklar bulunmaktadır. Bu nedenle volatilité iki başlık altında incelenecektir. Bunlardan ilki "tarihsel volatilité" diğeri ise "zımni volatilité"dir.

⁹³ Schwert G. William, " Stock market Volatility", **Financial Analysts Journal**, Vol:46 (5-6), 1990, p. 26.

3.1.1. Tarihsel Volatilite Kavramı

Tarihsel volatilite belirli bir hisse senedine ait fiyatların geçmiş değerlerinin izlediği yola bakılarak serinin getirisine ait oynaklığın belirlenmesidir. Daha önce de bahsedildiği gibi dağılımın ölçülmesinde en sık kullanılan istatistik standart sapmadır. Tarihsel volatilite tahmininde,

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (u_i - \bar{u})^2}$$

formülü kullanılmaktadır. Burada

$$\bar{u} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n u_j.$$

şeklindedir.

σ , her bir aralık için tahmin edilmiş olan volatiliteyi göstermektedir. farklı aralık genişlikleri için volatiliteyi karşılaştırabilmek için genellikle volatilite yıllık terimler olarak açıklanır. Bunu yapabilmek amacıyla tahmin edilen volatilite yıllık hale dönüştürme faktörü (normalize sabiti olarak adlandırılabilir) olan "h" ile tartılandırılır. h, her yıl için aralıkların sayısını vermektedir. Buna göre:

$$\sigma_{an} = \sigma * \sqrt{h}$$

ile ifade edilir. Günlük veri için h değeri, h = 252, haftalık veri için h = 52 ve aylık veri için h=12'dir.⁹⁴

Tarihsel volatilite tahmincisi volatiliteyi tahmin edilen periyot ve ileri tahmin dönemi için sabit olarak kabul etmektedir.⁹⁵

⁹⁴ Kotze A.A., "Stock Price Volatility: A premier", **Financial Chaos Theory**, 2005, pp. 4-5.

⁹⁵ Namit Sharma, "Forecasting Oil Price Volatility", **Yüksek lisans tezi**, State Üniversitesi, New York, 1998, p.12.

3.1.2. Zımnı Volatilite Kavramı

Basit opsiyon fiyatlandırma modeli (Black & Scholes Model) opsiyon için teorik fiyatı zımnı parametrelerin bir fonksiyonu olarak vermektedir. Ancak, eğer opsiyon devredildi ise market fiyatları modeli fiyatları ile aynı olmayabilir. Bu durumda " Model ve market fiyatlarının aynı olması için hangi volatilite tahmini kullanılmalıdır?" sorusu sorulabilir. Bu zımnı volatilitedir.⁹⁶

$$\sigma_t^{BS} : (K, T) \longrightarrow \sigma_t^{BS} (K, T)$$

fonksiyonu zımnı volatilite yüzeyi olarak adlandırılır. Yüzeyin iki önemli özelliği: a) "gülümseme" veya "çarpıklık" olarak adlandırılan yüzey'in düz olmayan profili, Black-Scholes formülünün opsiyon fiyatlandırmada etkin olmadığını önermektedir, b) zımnı volatilitenin seviyesi zamanla değişmektedir. Bu yüzeyin zaman içerisinde geliştirilmesi ile opsiyon piyasalarındaki fiyatların gelişimini yakalamaktadır.⁹⁷

⁹⁶ Kotze A.A., a.g.e., 2005,s. 6.

⁹⁷ Rama Cont ve Jose da Fonseca,"Dynamics of implied volatility surfaces", **Quantitative Finance Research Paper**, Vol:2, 2002, p. 45.

3.2. BRIC ÜLKELERİNİN TANIMI VE FİNANSAL PİYASALARI

Finansal piyasalar ansiklopedisinde gelişmekte olan ülkeler, benzer borsa hareketlerine göre aşağıdaki gibi 3 kategoriye ayrılmaktadır.

- 1) En çok gelişmekte olan piyasalar
- 2) Az gelişmekte olan piyasalar
- 3) Pek gelişim gözlenemeyen piyasalar

İlk kategoride Malezya, Güney Kore, Tayvan veya Tayland gibi ülkeler, enflasyon oranlarının oldukça düşük olmasından ve faiz oranlarının sabit olmasından ötürü yer almaktadır. Ancak bu ülkeler faiz oranlarında ve hisse senedi piyasalarındaki mümkün volatilitenin zayıf olmasından ötürü gelişmiş ülke olarak adlandırılmazlar.

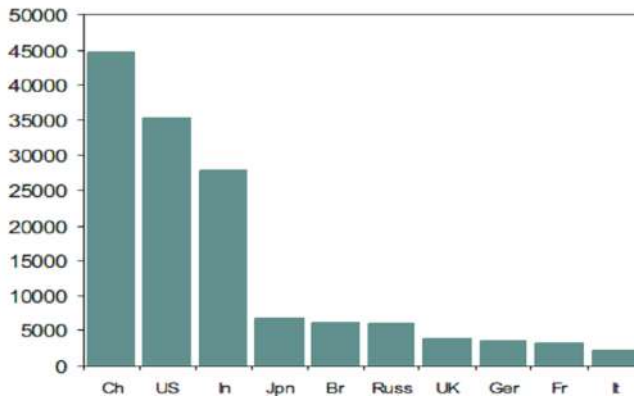
İkinci kategorideki ülkeler ise genellikle yatırımcılara veya uluslararası finansal piyasalara kolay ulaşım imkanı vermemektedir. Bu ülkelerin enflasyon oranı oldukça yüksektir. Parasal veya finansal piyasaları yatırımcılara optimal koşulları sağlayacak kadar gelişmemiştir. Bu kategorideki ülkeler Arjantin, Hindistan, Nijerya ve Filipinlerdir. Üçüncü kategorideki ülkelerin ekonomik performansları oldukça düşüktür ve finansal piyasalara ulaşmaları kısıtlıdır. Bu ülkeler için yolun başındadır denilebilir. Yatırımların artması ve finansal piyasalarının gelişmesi için sermayeye ihtiyaçları vardır.

Gelişmekte olan ülkelerin ekonomik gelişimi ve yatırımların artması ile ilişkili olan diğer bir konu hisse senetlerinin durumu ve hisse senetlerinin belirli bir dönem içerisinde fiyatlarında meydana gelen volatilitedir. Hisse senedi yatırımları ile ilişkili olan ve risk olarak adlandırılan volatilitenin sonucunda farklı boyutlarda bir çok risk meydana gelmektedir. Bunlar: Politik risk, faiz oranlarının değişimi, enflasyon oranı gibidir. Ancak uluslararası yatırımcılar yüksek risk - yüksek kazanç düşüncesinden yola çıkarak, gelişmiş ülke hisse senetleri yerine bu ülkelerin hisse senetlerini tercih etmektedir. Gelişmekte olan ülkelerin en önemli avantajlarından

biri de krizleri de içerisinde alan dönemde ekonomik büyüme gerçekleştirmiş olmalarıdır.⁹⁸

BRIC kısaltması ilk olarak 2001 yılında Goldman Sachs global yatırım bankasında Jim O'Neill tarafından tanımlanmış olup Brezilya, Rusya, Hindistan ve Çin ülkelerini içerisinde barındırmaktadır. Bu ülke grubu oluşturulurken, ülkelerin nüfus yoğunlukları ve potansiyel ekonomik büyümeleri dikkate alınmıştır. Goldman Sachs'ın yaptığı tahminler sonucunda BRIC ekonomilerinin 2032 yılına kadar G7 ülkelerinkine kadar geniş olacağı belirlenmiştir.⁹⁹ Bu dört ülkenin bir araya getirilmesinin temel nedenlerinden biri de, ekonomik büyümelerinin yanı sıra birbirlerinin eksik yanlarını tamamlamalarıdır. Çin ve Hindistan küresel üretim ve servislerde güçlü iken Brezilya ve Rusya doğal kaynakların (soya, demir filizi ...) ve enerji kaynaklarının (yağ, doğal gaz,..) sağlanmasında öncülerdir.¹⁰⁰

Şekil 1: Goldman Sachs Ekonomistlerine göre 2050 yılının en önemli ekonomileri



Kaynak: Goldman Sachs, Dreaming with BRICs. The Path to 2050, 2003.

Goldman Sachs'ın yaptığı tahminlere göre, 2050 yılına gelindiğinde Amerika ekonomisi dünya da ikinci sırada yer alırken, onu Hindistan izleyecektir. Brezilya ve

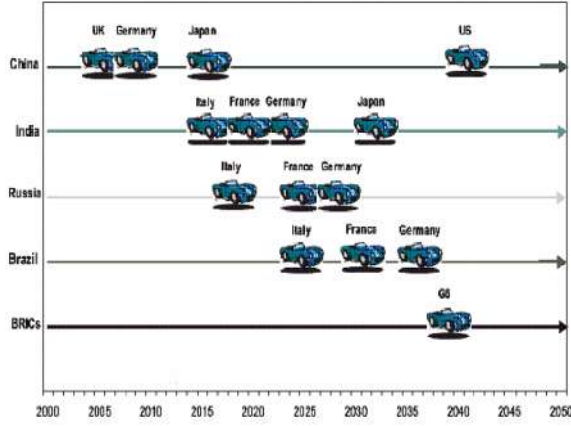
⁹⁸ Cristina - Ioana Sechel, Gheorghe Ciobanu, "Characteristics of the Emerging Market Economies - BRICS, From the Perspective of Stock Exchange Market", **University of Oradea Economic Science Series**, Vol:23 (1), 2014, pp. 40 - 42.

⁹⁹ Niu Haibin, "BRICs in Global Governance", **Friedrich Ebert Stiftung Global Policy and Development**, New York, 2012, p. 1.

¹⁰⁰ Mark Kobayashi Hillary, "**Building a Future with BRICs: The Next Decade for Offshoring**", Berlin, Springer-Verlag, 2008, pp. 2-3.

Rusya'nın ekonomileri ciddi anlamda büyüyerek Japonya'ya yaklaşacaktır. Çin ise birinci sırada yer alacaktır.

Şekil 2: BRIC ülkelerinin G6 Ülkelerinin Ekonomilerinden Daha Güçlü Konuma Gelecekleri Tahmini Zaman Dilimleri

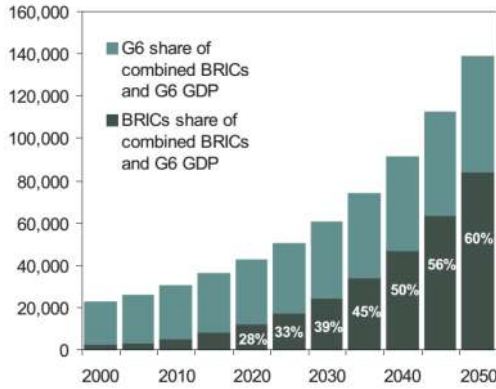


Kaynak: Goldman Sachs, Dreaming with BRICs. The Path to 2050, 2003.

* China: Çin, India: Hindistan, Russian: Rusya, Brazil: Brezilya, UK: İngiltere, Germany: Almanya, Japan: Japonya, Italy: İtalya, France: Fransa, G6: (İngiltere, Fransa, Almanya, Japonya, ABD), BRICs: (Brezilya, Rusya, Hindistan, Çin)

Şekil 2 'deki tabloya göre de BRICs ülkelerinin 2040 yılında G6 ülkelerini geçeceği gözlemlenmektedir.

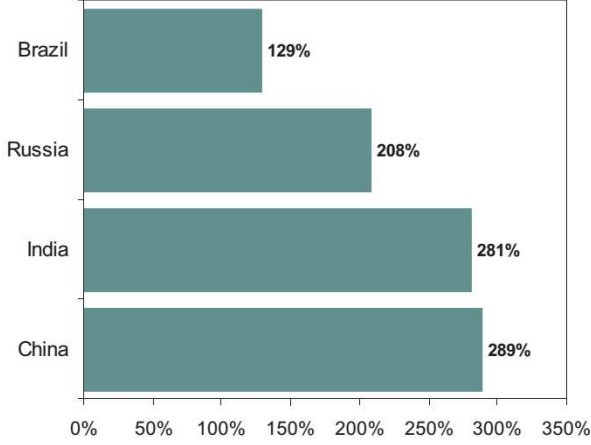
Şekil 3: BRICs ve G6 ülkelerinin küresel GSYH'nın ne kadarını kapsadığını gösteren tablo (GSYH 2003 , US \$)



Kaynak: Goldman Sacs, Dreaming with BRICs?, Global Economics Paper, 99, 2003, p. 4

Şekil 3' e bakıldığında 40 yıldan az bir süre zarfında BRICs ülkelerinin ekonomilerinin toplamı G6 ülkelerinkinden daha geniş olacaktır. 2050 yılına gelindiğinde, GSYH' nın %60'ı BRICs ülkeleri tarafından sağlanır duruma gelecektir.

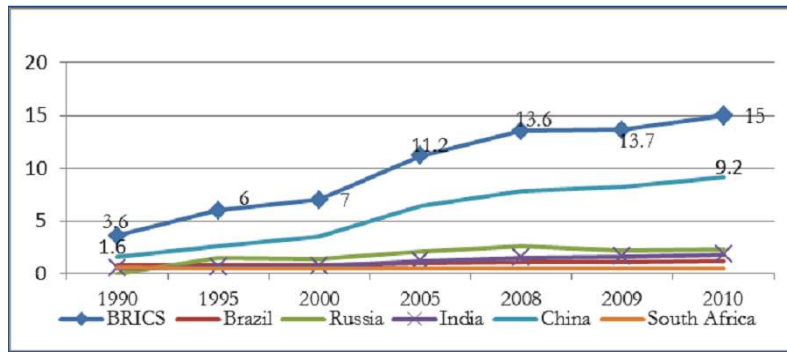
Şekil 4: BRIC ülkelerinde gözlenen reel döviz kuru artışı (%)



Kaynak: Goldman Sacs, Dreaming with BRICs?, Global Economics Paper, 99, 2003, sf.6

GSYH'nın (US \$) artmasına neden olan etmenlerden biri de döviz kurudur. Döviz kuru ile GSYH arasında doğru orantılı bir ilişki bulunmaktadır. Şekil 5' te bulunan reel döviz kuru artış grafiği incelendiğinde, 50 yılı aşkın bir süre içerisinde BRICs ülkelerinin reel döviz kuru %300 değer artışı gösterecektir. Eğer ekonomik büyümesi aynen devam ederse, Çin'in para birimi 10 yıl içerisinde değerini ikiye katlayacaktır.

Şekil 5: 1990-2010 yılları arasında BRICs ülkelerinin küresel ticaretin ne kadarını kapsadığını gösteren grafik (%)



Kaynak: UNCTAD, The BRICS 2012 raporundan uyarlanmıştır. Hindistan: Oxford University Press, 2012

BRICs ülkelerinde ekonomik büyümenin sağlanmasında ticaret önemli bir rol oynamaktadır. BRICs ülkeleri 2010 yılında dünya ticaretinin %15'ini yapmaktadır. Burada yine en önemli rolü Çin oynamaktadır. Ancak Brezilya'nın Çin ile ticari ilişkilerini güçlendirmesi, tarım alanında gelişmesi, Hindistan'ın ise bilgi teknolojileri konusunda öncü ülke durumunda olması da ticaretin gelişmesini olumlu yönde etkilemiştir. Aşağıda yer alan Tablo 1'de ihracat ve ithalat değerleri 2015 yılı için incelenmiştir. Şekil 5'te görülen artış trendi aynen devam etmektedir.

Tablo 1: BRIC ülkelerine ait bir takım ekonomik göstergeler

Dünya toplamının %	1991-94	2000-04	2005-09	2015
NÜFUS				
BRICS	44.7	43.6	42.8	41.8
Diğer EME ülkeleri	23.1	23.2	23.6	23.9
Amerika	4.8	4.7	4.6	4.5
Euro Bölgesi	5.6	5.1	4.9	4.6
GSYH				
BRICS	5.8	8.5	13.1	21.6
Diğer EME ülkeleri	10.6	10.8	13.3	15.4
Amerika	26.2	30.6	25.6	22
Euro Bölgesi	24.8	21.3	22	16.6
İHRACAT				
BRICS	4.2	7.9	12.4	20.1
Diğer EME ülkeleri	13	15.8	18.6	18.3
Amerika	13.3	12	9.7	9.6
Euro Bölgesi	34.7	30.9	29.1	23
İTHALAT				
BRICS	4	7	10.5	18.8
Diğer EME ülkeleri	14.4	14.8	17.2	18
Amerika	14.6	17.1	14.1	12.3
Euro Bölgesi	34	29.5	28.5	21.9

Kaynak: BRICS in the GLOBAL ECONOMY, 1991-2015; IMF ve WORD ECONOMIC OUTLOOK

Tablo 1 'de ise BRICs ülkelerine ait bir takım ekonomik göstergeler yer almaktadır. BRIC ülkeleri ile diğer EME ülkeleri, Amerika ve EURO bölgelerinin nüfus yoğunlukları karşılaştırıldığında BRIC ülkelerinin %41.8 ile en yoğun bölge olduğu, bunu % 23.9 ile EME ülkeleri, %4.6 ile EURO bölgesi ve %4.5 ile Amerika'nın izlediği görülmektedir. GSYH değerlerine bakıldığında BRICs ülkelerinin 1991-94 aralığından günümüze kadarki süreçte sürekli artış trendi

içerisindedir. 2015 yılına gelindiğinde Amerika'dan sonra en çok artış gösteren ülke grubu olmuştur. BRICs ülkelerinin ihracat ve ithalat değerleri de zamanla artmış olup, ihracatı ithalatından fazladır. Dış ticaret değerlerinin artışı ile ilgili önemli nokta ticaretin serbestleştirilmesidir. Bu konu ile ilgili bilgiler Tablo 2'de yer almaktadır.

Tablo 2: BRIC ülkelerine ait göstergelerin değerlendirilmesi

İndikatörler	Yıl	BRIC ekonomileri			
		Brezilya	Rusya	Hindistan	Çin
Ticaretin Serbestliği	1990	6.9	-	6.9	17.4
	2010	11.2	30.3	21.7	29.5
Cari Hesap Bakiyesi (% GSYH)	1990	0.8	-	-1.2	1.3
	2010	-2.3	4.9	-3.2	5.2
Forex Rezervleri (% GSYH)	1990	1.5	0	0.5	7.6
	2010	13.7	30.4	18	48.8
Dış Borç (\$ bn)	1990	119.7	-	85.7	55.3
	2009	276.9	381.3	237.7	428.4
Borç Servis Oranı	1990	22.5	4.4	34.9	11.7
	2009	23.4	17.7	5.9	2.9

Kaynak: IMF, UNCTAD ve Dünya bankası, BRICS 2012 raporundan uyarlanmıştır. Hindistan: Oxford University Press, 2012

Ticaretin serbestliği, Cari Hesap Bakiyesi, Forex Rezervleri indikatörlerine bakıldığında, BRIC ülkelerinde ticaretin çok daha serbest hale geldiği görülmektedir. Dış borç her ne kadar zaman içerisinde artmış olsa da, kısa dönemde borcun geri ödenme kapasitesini gösteren borç servis oranı Hindistan ve Çin için ciddi ölçüde azalmıştır.

Tablo 3: BRICs ülkelerinin mal ve hizmet ihracatı (% GSYH)

	1990	1995	2000	2005	2008	2009	2010
Brezilya	6.9	6.8	10.1	15.1	13.8	11.3	11.2
Rusya	-	29.8	44.3	35.2	31.5	28.2	30.3
Hindistan	6.9	10.2	12.3	18.8	23.7	20.1	21.7
Çin	17.4	23.1	23.3	37.1	34.9	26.7	29.5

Kaynak: UNCTAD

Geçmiş yıllardan bu yana değişen ekonomik yapıdan ötürü ülkelerin ihracat yaptıkları ürünler de değişim göstermiştir. BRICs ülkelerinin mal ve servis

ihracatlarının GSYH içerisindeki oranı özellikle 2008 yılına kadar ciddi artış göstermiştir. 2008 yılında yaşanan küresel krizin etkilerinden ötürü ihracat oranında bir miktar azalış gözlenebile 2010 yılına varıldığında yeniden durum düzeltilmiştir.

Tablo 4: BRICs ülkelerinin mal ve hizmet ithalatı (% GSYH)

	1990	1995	2000	2005	2008	2009	2010
Brezilya	5.6	8.2	11	10.8	13	10.6	11.4
Rusya	-	26.7	23.7	21.7	22.3	20.9	22.1
Hindistan	8.5	11.5	13.9	22.1	30.5	25	26.4
Çin	13.7	20.2	20.3	30.6	26.5	21.7	24.9

Kaynak: UNCTAD

Üretilmiş ürünlerin bir araya getirilip ürün çeşitliliğinin sağlanması, ürünlere katma değer kazandırılması için geniş çaplı ithalat gerekli olmaktadır. Tablo 4'te BRICs ülkelere ait mal ve hizmet ithalat değerleri verilmektedir. Buna göre 2010 yılında en çok ithalatı Hindistan yapmış iken bunu Çin, Güney Afrika, Rusya ve Brezilya izlemektedir. İhracat ve ithalat değerleri karşılaştırıldığında Rusya, Çin ve Güney Afrika'nın ihracat değerleri daha yüksektir.

Tablo 5: BRIC ülkelerinin enflasyon oranı (Ortalama Tüketici Fiyatları)

	2000	2005	2006	2007	2008	2009	2010
Brezilya	7.1	6.9	4.2	3.6	5.7	4.9	5
Rusya	20.8	12.7	9.7	9	14.1	11.7	6.9
Hindistan	4	4.2	6.2	6.4	8.3	10.9	13.2
Çin	0.4	1.8	1.5	4.8	5.9	-0.7	3.3

Kaynak: IMF veri tabanı

Geçmiş yıllar boyunca, endüstriyel ve tarımsal emtiaların fiyatlarında meydana gelen dalgalanmalar, volatil döviz kuru ile birlikte, BRICs ekonomilerinin enflasyonuna ait volatilitiyi arttırmıştır. Tablo 5'te de görüldüğü gibi özellikle Hindistan'da 2010 yılında enflasyon oranı diğer ülkelere göre oldukça yüksektir.

Tablo 6: BRIC ülkelerinin hisse senedi performansları

	İndeks				Hareketleri (%)				Fiyat - Kazanç Oranı			
	1999	2005	2009	2010	1999	2005	2009	2010	1999	2005	2009	2010
Brezilya	8895	1,159.4	3,624.5	-	61.6	50	121.3	-	18.6	12.39	17	13.8
Rusya	177.7	1125	1444.1	-	201.6	83.3	1286	-	-	8.3	11.1	8.3
Hindistan	209.5	382.9	468.5	-	89.1	40.2	100.5	-	22.8	20.17	21.8	22.4
Çin	33.5	29.3	64.8	-	10.2	15.6	58.8	-	-	15.78	15.6	14.6

Kaynak: Bloomberg ve Morgan Stanley Capital International. Not: Rusya: RTS menkul kıymetler borsası ve hisse senedi, RTS indeks hesaplamalarına dayanmaktadır.

1999 - 2010 periyodu süresi boyunca, BRIC ülkelere ait sermaye piyasaları sürekli dalgalanmalar yaşamıştır. Özellikle 2000 ve 2008 yıllarında, öz kaynaklarda ciddi düşüş gözlenmiştir. Brezilya ve Çin'in öz kaynaklarında görülen dalgalanmalar Rusya ve Hindistan'inkinden çok daha fazladır. Bu zaman zarfı içerisinde, sermaye piyasalarının indikatörlerinden biri olan fiyat - kazanç oranı Çin ve Hindistan'da, Rusya ve Brezilya'ya göre daha stabildir.

Tablo 7: BRIC ülkeleri hisse senedi ticareti, ciro hızı.

Ülkeler	1990	1995	2000	2005	2006	2007	2008	2009	2010
Brezilya	23.6	47.8	43.5	38.3	42.9	56.2	74.3	73.9	66.4
Rusya	0	0	36.9	39	64.1	58.9	59.2	108.5	85.7
Hindistan	65.9	10.5	113.6	94.2	93.1	84	85.2	119.3	75.6
Çin	0	115.9	158.3	82.5	102	180.1	121.3	229.6	164.4

Kaynak: Standard & Poor's Emerging Stock Markets Factbook and supplemental S&P data.

Ciro hızı, finansal piyasaların (hisse senedi piyasaları) derinliğini ölçmekte kullanılan oranlardan biridir. Çin için bu oran 1995 yılında %115.9 iken 2009 yılında gelindiğinde %229.6 oranına sızramıştır. Ancak genel olarak tüm BRIC ülkelere bakıldığında, ciro hızı düşüş trendi içerisinde.

Bir sonraki kısımda ise BRIC içerisinde bulunan ülkeler ayrı ayrı incelenip, ekonomik durumları ile ilgili bilgiler verilecektir.

3.2.1. ÇİN

Çin ekonomisinin etkin olmayan ekonomiden, uzun soluklu ekonomik reformlar yapar hale gelmesi 1978 yılında başlamıştır. Bu süreç 5 dönemde incelenir. 1978-1984 periyodunda tarım sektörü, kolektif firmanın yeni bir formu ile tanıştı ve planlanan seviyeden daha fazla üretilen ürünlerden elde edilen gelirin, hane halklarına paylaşılmasına izin verildi. Bu reform üretimin ve özel sektörün verimliliğinin artmasına neden oldu. 1985-1988 periyodunda reformlar endüstriyel sektör, fiyatlar ve ücretlerin liberalleşmesi üzerinde yoğunlaştı. Bu sektörde üretimin ve ücretlerin artması sonucunda tarım sektöründe eksik istihdam etkilenmiştir. Bu süreçte "Açık Kapı Politikası"nın uygulanmaya başlanması ile Çin'de hem ticaret hem de direkt yabancı yatırımları (FDI) artmıştır. Böylece dünya ekonomileri ile bütünleşme başlamıştır. Üçüncü ve dördüncü dönemlerde (1988-91 ve 1992-97), reformlar tüm ekonomik sektörlerde uygulanmaya başlanmıştır. Son dönem (1998-2008) 2009 dünya resesyonu ve ticaretin düştüğü dönemden öncesine denk gelmektedir. Bu dönemde, özellikle 2001 yılından sonra "Dünya Ticaret Örgütü (WTO)" girilmesi ile Çin ekonomisinin gelişimi hızlanmıştır.¹⁰¹ Günümüzde ise Çin, 1,4 milyonu aşan geniş nüfusu ve pozitif ekonomik büyümesi ile dünyanın en hızlı gelişen ekonomilerinden biri haline gelmiştir. Finansal krizlerin yaşandığı 2008-2009 dönemlerin de dahi yıllık ortalama büyümesini %8'in üzerinde tutarak etkileyici bir performans sergilemiştir.¹⁰² Çin'in ekonomisini bu denli geliştirmesi büyük oranda doğal kaynaklara, fosil yakıtlara, ucuz iş gücüne dayanan ihracata ve geniş sermaye yatırımlarına bağlıdır. Bunun yanı sıra ülkede "bilgi ekonomisi" yaratılmış ve bununla ilgili yeni yönergeler ortaya konulmuştur. Ayrıca genç nüfus eğitime yönlendirilerek, özellikle bilim, teknoloji ve yönetim alanlarında işgücüne katılması sağlanmıştır.¹⁰³

¹⁰¹ Enrico Marelli ve Marcello Signorelli, "China and India: Openness, Trade and Economic Growth", **The European Journal of Comparative Economics**, Vol:8 (1), 2011, pp. 131-132.

¹⁰² CIA World Factbook, CIA, <https://www.cia.gov/library/publications/the-world-factbook/geos/ch.html>.

¹⁰³ Dennis Fred Simon ve Cong Cao, "China's Future: Have Talent, Will Thrive," **Issues in Science & Technology**, Vol: 26, 2009, p. 29.

3.2.2.HİNDİSTAN

Global ekonomik iyileştirmelerin arttırılması ile küresel ticaret artmakta ve finansal piyasalar canlanmaktadır. Bu durum zamanla ülkelerin gelişmelerine bağlı olarak olumlu ya da olumsuz olarak biçimlenmektedir. Hindistan uluslararası yatırım merkezi, insan sermayesi ve yenilikler gibi bir takım avantajlara sahiptir. Ülkenin büyüme oranı diğer dünya ülkeleri ile kıyaslandığında oldukça yüksektir. IMF'e göre, Hindistan'ın büyüme oranı 2011 yılında %8.2, 2012 için %7.8'dir. Asya Gelişim Bankasına göre, Hindistan'ın orta sınıf gelir grubunda olan insan sayısı 2010 yılına kadar 1.2 milyar, 2050 yılına kadar ise 1.4 milyar seviyesine ulaşacaktır. Ayrıca şekil 1'de gösterilen Goldman Sachs grafiğine göre, dünyanın Çin ve Amerika'dan sonra dünyanın üçüncü büyük ekonomisi olacaktır. Hindistan dünya nüfusunun yaklaşık %20'sini bünyesinde barındırmaktadır ve nüfusunun %33'ü 15 yaşın altındadır. Hindistan işletmelerinin başarılı olmasının nedeni emek-maliyet arbitrajının sermayeleştirilmesidir. Böylece Hindistan dünya haritasında yerini, ana servislerin, üretiminin, kaynakların ve düşük maliyet, yüksek kalite araştırma ve geliştirme merkezi olarak konumlandırmaktadır.¹⁰⁴ Bu konumlandırma stratejisinin gelişmesinde Hindistan'ın bilgi teknolojileri konusunda öncü ülke olması önem arz etmektedir. 2013 - 2014 yılında yayınlanan rapora göre ülkede yer alan firmaların % 67'si IT sektöründe yer almaktadır.¹⁰⁵

¹⁰⁴ Sanjay Jain,"New Waves of Growth for India: Unlocking Opportunities"**Accenture Institute Report**, 2011 p. 10.

¹⁰⁵ Nasscom Annual Report, 2013 - 2014, sf. 9, (<http://www.nasscom.in/sites/default/files/NASSCOM%20Annual%20Report%202013-14.pdf>).

3.2.3. BREZİLYA

Brezilya, Güney Amerika'nın en geniş ülkesidir ve kıtadaki neredeyse tüm ülkelere sınırı vardır. Ülkenin nüfusu yaklaşık 195 milyondur. Resmi dili Portekizce'dir. Hristiyanlık ise ana dindir. Sao Paulo ülkenin ticaret merkezidir ve yaklaşık 20 milyon insan yaşamaktadır. Diğer büyük şehirleri ise Rio de Janeiro ve Salvador'dur. Nüfusun çoğunluğu şehirlerde yaşamaktadır. Bölgede ilk yaşayan insanlar daha çok avcılık ve toplayıcılık, çiftçilik ve zanaatçılık ile uğraşmaktaydı. 1500 MS. tarihinde Portekizliler kıyı kesimlerine yerleşmişlerdir. Ancak aradıkları altın ve baharatlara ulaşamamışlardır. Sonraları ticaret yapan şahıslar buradaki yerli halkı kendi şeker arazilerinde çalıştırmaya zorlamışlardır. Bu durumun sonucu olarak yerli halk direniş gösterince, Afrika'dan köleler ithal edilmiştir. Yaklaşık 3 yüzyıl sonra (1822 yılında), Brezilya bağımsızlığını ilan etmiştir. 1989 yılından beri de düzenli bir seçim sistemi vardır.¹⁰⁶

Brezilya'nın BRICs ülke grubu içerisinde yer alması gerek nüfus, gerek ekonomik büyüme oranı, gerekse de ülkenin tarım ülkesi olmasından kaynaklanmaktadır. Brezilya'nın nüfusu 1980 yılında 118.563 milyon kişi iken, 2014 yılında 202.769 milyon kişiye ulaşmıştır. Brezilya'nın geçmişten bugüne ekonomik durumuna bakıldığında ise yüksek büyüme oranlarına sahip olduğu görülmektedir. Ülkenin gayri safi yurt içi hasılası sürekli artan bir trend içerisinde. 2020 yılında geldiğinde ülkenin GSYH' sının 3,639.804\$ olması beklenmektedir. Ancak ülkenin GSYH'ı 2013 - 2014 yılları arasında bir düşüş eğilimindedir.¹⁰⁷ Bunun altında yatan neden ise ülkenin makro ekonomik koşulları iyileştirmek amacıyla uyguladığı istikrar programıdır. Ülke kısa dönemde ciddi bir ekonomik büyüme beklenmezken, dış borçların geri ödenmesi ve enflasyon oranının minimum noktada tutulması ile

¹⁰⁶ Brazil Country Profile, World Vision, Australia, 2010.

¹⁰⁷ IMF database,

(<http://www.imf.org/external/pubs/ft/weo/2015/01/weodata/weorept.aspx?sy=1980&ey=2020&scsm=1&ssd=1&sort=country&ds=.&br=0&pr1.x=74&pr1.y=7&c=924%2C534&s=NGDPD%2CNGDPDP%2CPPPSH%2CPCPI%2CPCPIPCH%2CLUR%2CLP&grp=0&a=>)

uzun dönemli ekonomik büyüme hedeflenmektedir.¹⁰⁸ Brezilya bir tarım ülkesi olduğu için ekonominin gelişmesinde tarım ürünlerinin de ciddi etkisi vardır. Ülkenin en çok ihraç ettiği 5 ürün incelendiğinde, sırasıyla demir filizi, mazot, soya fasulyesi, şeker kümes hayvanları eti gelmekte iken en çok ithal ettiği ürünler incelendiğinde arıtılmış ve ham petrol, araba ve araç parçaları olduğu görülmektedir. Ülkenin diğer bir ihraç ettiği önemli ürün ise kahvedir. Gerek ürün ihraç edip gerekse ithal ettiği ülkelere bakıldığında ise Çin, Amerika, Arjantin, Almanya, Hollanda ve Güney Kore ile ilişki içerisinde olduğu görülmektedir.¹⁰⁹

¹⁰⁸ Paulo Leme, "The 'B' in BRICs: Unlocking Brazil's Growth Potential," in BRICs and Beyond, **Goldman Sachs Global Economics Group**, New York, 2007, p. 75. http://www.academia.edu/7716935/Book--_BRICS_AND_BEYOND

¹⁰⁹ The Observatory of Economic Complexity (<https://atlas.media.mit.edu/en/profile/country/bra/>)

3.2.4. RUSYA

Rusya iklimi, lokasyonu ve büyüklüğü ile dünyada ender özelliklere sahip bir ülkedir. Rusya Federasyonu, dünya kara kütlelerinin %11.5'ine sahip olması nedeniyle, dünyadaki en geniş ülkedir. Ancak, bu kara parçasının büyük bir kısmında yaşam gözlenmemektedir. Rusya bölgesinin %65'i sürekli donmuş halde bulunmaktadır. Moskova'da Ocak ayında sıcaklık ortalama -10 santigrat derecelerde iken, Rusya'nın çoğu bölgesinde çok daha soğuktur. Rusya'nın bir çok bölgesindeki tek sorun sadece soğuk olması değil aynı zamanda dünya piyasalarına ve Rusya'nın kendi içerisindeki ana nüfusun toplandığı merkezlere uzak olmasıdır. Bu nedenle Rusya nüfusunun çoğu doğal koşulların daha iyi olduğu alanlarda yoğunlaşmıştır.¹¹⁰

Rusya'nın geçmiş tarihine bakıldığında ülke, özellikle 1990'lı yılların başlarında Sovyetler birliğinin düşüşüyle dramatik ekonomik değişimler geçirmiştir. Ancak 1991-1999 yılları arasında, Rusya serbest piyasa ekonomisine geçiş yapmış ve güçlü başkanlık sisteminin oluşturulması için yeni anayasa yapılmıştır. Ülkedeki bu liberalleşme hareketleri ile ekonomi canlanmıştır. Rusya ekonomisi temelde petrol ve gaz endüstrisine dayanmaktadır. 2009 yılında ülke dünyanın en büyük petrol ve doğal gaz ihraç eden ülkesi olmuştur. Ülkedeki petrol ve gaz rezervlerinden ötürü, 2000 - 2007 yılları arasında ortalama yıllık ekonomik büyümesi %6.8 civarında olmuştur. Ancak ülke 2008 finansal krizinden etkilenmiştir. Bunun sonucu olarak petrol fiyatlarında ciddi azalışlar meydana gelmiş, Rusya tahvil piyasası, kendi değerinin yaklaşık %80'inin kaybetmiştir. Para biriminde de değer kaybı yaşanmıştır. Ancak 2009 yılının ortalarından itibaren ekonomik durumunu yeniden düzeltmiştir.

111

¹¹⁰ Andrei Markevich ve Tatiana Mikhailov, "Economic Geography of Russia", **New Economic School**, Moskov, 2012, pp. 1-2.

¹¹¹ Oddur Ingi Nyborg Stefansson, "The BRICs and international relations: An assessment of the potential leaders in a global future", **Bachelor of arts tezi**, Iceland Üniversitesi, 2010, pp. 19-20.

3.3. HİSSE SENEDİ GETİRİLERİNDEKİ UZUN HAFIZA ETKİSİNİN VE VOLATİLİTENİN BELİRLENMESİ: BRIC ÜLKELERİ ÜZERİNE BİR UYGULAMA

BRIC ülkelerine ait hisse senedi piyasa endekslerinin getiri serilerinde uzun hafıza etkisinin ve uzun dönem volatilitésinin varlığının araştırılması amacıyla çalışmada, Rusya için RTSI, Çin için SSE COMPOSITE, Hindistan için S&P BSE, Brezilya için ise IBOVESPA indeks değerleri incelenmiştir. Serilere ait verilerin tamamı "finans.yahoo.com" sitesinden elde edilmiş olup, 01.07.1997- 30.09.2014 dönemini kapsayan günlük kapanış değerleri kullanılmıştır. Analizin yapılabilmesi için günlük örneklem fiyatları günlük nominal getiri serisi haline getirilmiştir. Bu işlem yapılırken:

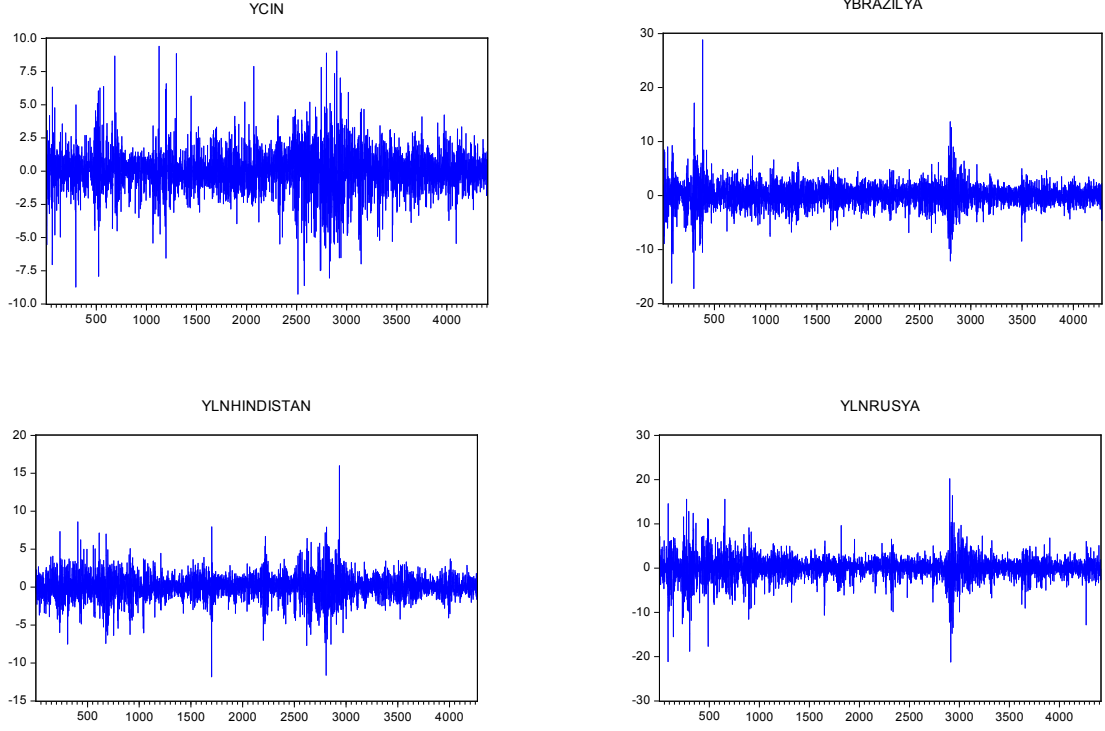
$$r_t = 100 \ln(P_t/P_{t-1})$$

formülü kullanılmıştır. r_t , t zamanındaki getiri oranı, P_t , t zamanında serinin fiyatı, P_{t-1} bir önceki güne ait fiyattır, $t = 1, \dots, T$.

Morana ve Beltrati (2004)'e göre analizlerde günlük gözlemlerin kullanılmasının altında yatan motivasyon ikiye ayrılmaktadır. Bunlardan ilki istatistiksel bakış açısından gelmektedir. Buna göre günlük getirilerin hesaplanmasında örneklemin yeterince büyük olması anlamlı istatistiksel analizler yapmaya olanak sağlamaktadır. İkincisi ise pratik bakış açısından gelmektedir. Finansal endüstri ve yatırımcılar için günlük frekanslar büyük önem taşımaktadır. Örneğin, risk yönetiminde riske eden değer modellerinin uygulanabilmesi için günlük ve haftalık volatilitelerin doğru olarak tahmin edilmesi gereklidir. Dahası, sayısal varlık dağıtım modellerinde yatırımcılar, günlük veya daha düşük frekanstaki risk ölçümleri ile ilgilenmektedir.

Serilerin yapısının anlaşılması amacıyla serilere ait getiri oranı grafikleri aşağıdaki gibi gösterilmektedir.

Şekil 6: SSE COMPOSITE, IBOVESPA, S&P BSE ve RTSI indekslerinin 01.07.1997- 30.09.2014 dönemi içerisindeki günlük getirileri.



Yukarıda görüldüğü gibi oynaklığa sahip olan serilerde büyük değişimleri büyük, küçük değişimleri ise küçük değişimler takip etmektedir. Ayrıca serileri yaşanmış olan iki önemli finansal krizin ciddi ölçüde etkilediği görülmektedir. Bunlardan ilki Asya Krizi'dir. Asya krizi Temmuz 1997' nin başlarında Tayland para biriminin ciddi değer kaybı ile başlamıştır ve etkileri uzun bir süre görülmüştür. Bu durum en çok Asya ülkelerini etkilemiştir. Getiri grafiklerinde de görüldüğü gibi, BRIC ülkeleri arasından Çin, o dönem içerisinde en çok etkilenen ülke olmuştur. İkincisi ise küresel krizdir. Küresel kriz 2007 yılının Mart ayında etkisini göstermeye başlamıştır, 2008'in eylül ayında kriz zirve noktasına ulaşmıştır. Amerika'da riskli Mortgage endüstrisinin çökmesi bu krizin altında yatan ana nedendir ve neredeyse tüm dünya ülkeleri etkilenmiştir. Yine grafiklerde gözlemlendiği gibi 2008 yılında ülkelerin hisse senetlerine ait volatiliteler artmıştır.

Tablo 8: SSE COMPOSITE, IBOVESPA, S&P BSE ve RTSI getirilerine ait tanımlayıcı istatistikler

Seriler	SSE COMPOSITE	IBOVESPA	S&P BSE	RTSI
N	4406	4277	4268	4414
Ortalama	0.0114459	0.03335	0.042729	0.022093
Medyan	0	0.080179	0.098388	0.07898
Maksimum	9.400787	28.83245	15.98998	20.20392
Minimum	-9.25615	-17.20824	-11.80918	-21.19942
Standart Sapma	1.544692	2.14248	1.62114	2.564148
Çarpıklık	-0.11791	0.336796	-0.09542	-0.485892
Basıklık	7.700897	16.29452	8.760846	11.46483
Jarque-Bera	4066.191	31570.76	5906.91	13348.91
<i>p</i> olasılık değeri	0.00	0.00	0.00	0.00

Tablo 8 'de getiri serilerine ait tanımlayıcı istatistikler yer almaktadır. Sonuçlara göre, örneklem ortalamaları tüm seriler için pozitifdir ancak sıfır değerine çok yakındır.

Serilerin standart sapmaları incelendiğinde en yüksek volatiliteye Rusya'ya ait hisse senedi olan RTSI'nin sahip olduğu görülmektedir. Bunu sırasıyla, IBOVESPA, S&P BSE ve SSE COMPOSITE izlemektedir.

Normal dağılıma uygunluk gösteren serilerin çarpıklık değeri "0" a eşit iken basıklık değeri "3"e eşit olmaktadır. Ancak yukarıdaki serilerin bu değerleri incelendiğinde, serilerin normal dağılmadığına dair bir ipucu yakalanmaktadır. Ek olarak çarpıklık değerlerine bakıldığında, Brezilya dışında hepsi negatif asimetri göstermektedir. Serilerin basıklık değerlerinin 3'ten büyük olması nedeniyle de serilerin hepsinde kalın kuyruk sorunu bulunmaktadır. Serilerin normal dağılım özelliği gösterip göstermediğinin anlaşılmasında kullanılan bir diğer test ise Jarque - Bera testidir. Bu teste ait *p* olasılık değerinin 0.05'ten küçük olması nedeniyle sıfır hipotezi reddedilmiştir. Seriler normal dağılmamaktadır. Ayrıca serilere ait hata terimleri de incelenmiş olup, hata terimlerinin de normal dağılıma uygun olmadığı belirlenmiştir.

Serilerin uzun hafızalı olup olmalığının analizi yapılmadan önce, tüm örneklem getirileri için 3 birim kök testi uygulanmıştır. Bunlar ADF (Augmented

Dickey-Fuller), PP (Phillips Perron) ve KPSS (Kwiatkowski, Phillips, Schmidt ve Shin) testleridir. Bu testler sıfır hipotezleri açısından farklılıklar taşımaktadır. ADF ve PP testleri için sıfır hipotezi zaman serisinin birim kök içerdiği, yani serinin durağan olmadığı I(1) şeklinde iken, KPSS testi için serinin durağan olduğu I(0) şeklindedir. Tablo 2'de birim kök testlerine ait deneysel sonuçlar yer almaktadır.

Tablo 9: Getiri serilerine ait birim kök testleri					
		SSE COMPOSİTE	IBOSVESPA	S&P BSE	RTSI
ADF	Trend + Sabit	-15.20437	-19.65331	-14.72035	-11.63873
	<i>p</i> olasılık değ.	0.000	0.000	0.000	0.000
	Sabit	-15.20177	-19.655	-14.70319	-11.6369
	<i>p</i> olasılık değ.	0.000	0.000	0.000	0.000
	None	-15.19273	-19.6264	-14.60706	-11.63444
	<i>p</i> olasılık değ.	0.000	0.000	0.000	0.000
PP	Trend + Sabit	-66.09908	-64.25673	-60.71386	-59.05919
	<i>p</i> olasılık değ.	0.000	0.000	0.000	0.000
	Sabit	-66.10376	-64.26464	-60.71455	-59.06549
	<i>p</i> olasılık değ.	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001
	None	-66.10472	-64.23049	-60.70076	-59.05642
	<i>p</i> olasılık değ.	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001
KPSS	Trend + Sabit				
	LM -STAT	0.083011	0.083422	0.083625	0.168024
	1%	0.216000	0.216000	0.216000	0.216000
	5%	0.146000	0.146000	0.146000	0.146000
	10%	0.119000	0.119000	0.119000	0.119000
	Sabit				
	LM -STAT	0.097192	0.088441	0.126369	0.165125
	1%	0.739000	0.739000	0.739000	0.739000
	5%	0.463000	0.463000	0.463000	0.463000
	10%	0.347000	0.347000	0.347000	0.347000

ADF ve PP birim kök testlerinin tüm durumları için, büyük negatif değerler ve kuyruk olasılıkları sonucunda ve %1 anlam düzeyinde serilerde birim kök bulunmadığı sonucuna ulaşılmaktadır. Sıfır hipotezi reddedilmiştir. KPSS testinde test istatistiği değerinin %1, %5 ve %10 anlam düzey değerlerinden küçük olması nedeniyle sıfır hipotezi kabul edilmiştir. Seriler durağan çıkmıştır. Fiyat serisi, getiri serisi haline getirilirken bir gözlem değerinin kaybolmasından ötürü, seri zaten bir defa farkı alınmış gibidir. Bu nedenle getiri serilerinde birim kök sorunuyla pek karşılaşmamaktadır. Çalışmada kullanılan tüm seriler uzun hafıza modellerine ait analizlerin yapılması için uygundur.

Tablo 10: Getiri serilerine ait ARFIMA modelleri										
Modeller	(0,d,0)	(0,d,1)	(1,d,0)	(1,d,1)	(0,d,2)	(2,d,0)	(2,d,1)	(1,d,2)	(2,d,2)	
SSE COM.	d-katsayısı	0.0151	0.0329	0.0291	0.0098	0.0771	0.078	0.0727	0.0712	0.0465
	p değeri	0.2021 2	0.09056	0.1183 9	0.4553	0.0044 8	0.0004	0.00442	0.00925	0.00486
	AIC	144.10 7	144.664	144.93	145.88	136.94	135.01 5	136.7	137.796 4	127.893
	Q(5)	17.414 5	16.8925	17.056 3	16.881	5.3597 4	3.4722 7	3.48557	4.88035 4	-
	Q(10)	30.909 8	31.533	31.426	27.686	23.935 4	22.063 8	21.4148	22.4331 5	9.64122
	Q(15)	46.336 5	45.5654	45.731 5	42.981	35.962 1	34.102	33.6107	34.5773 8	22.2551
IBOSVEP A	d-katsayısı	-	-	-0.049	-	-	-	-	-	-
	p değeri	0.0076	0.04584	0.0160 7	0.0547	0.0376 8	0.0670 7	0.01039	0.86187	0.03987
	AIC	2937.4 6	2931.98	2931.9 7	2933.9	2933.9 1	2933.9 3	2924.35	2938.34 2	2926.45
	Q(5)	16.434 2	4.65703	4.1824 9	4.3512	4.0256 9	4.5255 5	3.45535	19551.7 5	-
	Q(10)	54.102 4	43.7498	43.441 7	43.541	43.306 9	43.638 3	39.0494	36365.1 1	35699.1
	Q(15)	61.367 5	50.570	50.284 5	50.371	50.145 6	50.455	50.2971	50823.6 2	49512.3
S&P BSE	d-katsayısı	0.0362	-0.0221	0.0216	0.0084	0.0077	0.012	0.0122	0.0456	0.0161
	p değeri	0.0025 6	0.21681	0.2995 2	0.6635	0.7586 2	0.6174 5	0.67482	0.31313	0.36015
	AIC	544.99 4	530.477	532.57 2	530.03	528.95 6	528.62 6	530.625	530.325 8	528.576
	Q(5)	23.750 8	5.20062	7.5447 4	3.5498	3.0767 7	2.8575 7	2.86016	3.73535 5	-
	Q(10)	50.675 7	30.8537	33.580 5	28.535	27.423	26.887 6	26.8816	25.5220 7	23.721
	Q(15)	61.354 7	41.5326	44.271 7	39.027	37.821 3	37.262 8	37.2567	36.2347 5	33.9029
RTSI	d-katsayısı	0.0855	0.0414	0.0361	0.0359	0.0305	0.0357	0.0278	0.0273	0.1604
	p değeri	0.000	0.02112	0.0744 4	0.1556	0.1869	0.1569 4	0.22447	0.17606	0.01504
	AIC	4563.5 3	4555.16	4554.9 3	4556.9	4556.6 2	4556.9 2	4556.8	4555.25	4553.74
	Q(5)	21.077	8.97864	8.1811 6	8.1584	7.2138 6	8.1335 1	4.45902	3.05037 8	-
	Q(10)	39.541 9	26.8746	26.233 7	26.217	25.541	26.199 4	23.7754	22.5423	24.0822
	Q(15)	59.794 1	49.604	49.208 4	49.199	48.759 1	49.188 8	46.8279	45.5132 8	40.9972

Serilerin ARFIMA(p,d,q) analizi yapılırken "Yaklaşık Whittle Yöntemi" kullanılmıştır. Ayrıca $p, q \leq 2$ için mümkün tüm modeller denenmiştir. Tablo 3'te elde edilen d ve AIC bilgi kriteri değerleri verilmiştir. En iyi model belirlenirken

parametrelerin anlamlılığı ve AIC kriteri dikkate alınmıştır. Buna göre, Çin için uygun model ARFIMA(2,d,0), Hindistan için ARFIMA(0,d,0), Rusya için ARFIMA(0,d,1) modelleri uygun bulunmuştur, 3 getiri serisi de uzun hafızaya sahiptir. Brezilya hisse senedi için her ne kadar d parametresi 0 ile 0.5 aralığında çıkmış olsa dahi, d, AR ve MA parametreleri anlamlı çıkmadığından uygun model bulunamamıştır. Seri uzun hafızalı değildir. Getiri serilerinin uzun hafızalı çıkması hisse senedi fiyatlarının tahmin edilebilir davranışlar sergilediğini de göstermektedir. Ayrıca uzun hafıza gelişmiş ülkelerin hisse senetlerinden çok gelişmekte olan ülkelere bir özelliğidir. Serilerde otokorelasyon sorunu ile karşılaşılması için modellere NEW-WEST robust yöntemi uygulanmıştır ve bu sorun ortadan kaldırılmıştır. Ek olarak hata terimlerinin ARCH etkisi taşıyıp taşımadığının belirlenmesi için Ljung-Box istatistik değerleri incelenmiştir. Ancak istatistiğin anlamlı olup olmadığına $X^2_{(m-k)}$ dağılımı kullanılarak karar verilmelidir. Burada yer alan k değeri tahmin edilen parametlerin sayısıdır. Q(5), Q(10) ve Q(15) için tablo değerlerine bakıldığında SSE COMPOSITE hisse senedinin Q(5)'inci gecikmede ARCH etkisi taşımadığı ancak Q(10), Q(15) ve burada gösterilmese de Q(20)'inci gecikmelerde ARCH etkisi taşıdığı belirlenmiştir. Hindistan ve Rusya ülkeleri de belirten 3 gecikme ve daha fazla gecikmeler için ARCH etkisi taşıdığı belirlenmiştir.

Tablo 11: Getiri serilerine ait FIGARCH (1,d,1) modelleri

	SSE COMPOSITE	S&P BSE	RTSI
M	0.011 (0.017)	0.092 (0.024)	0.082 (0.034)
Ω	0.283 (0.096)	0.027 (0.014)	0.139 (0.07)
α_1	0.066 (0.049)	-0.225 (0.164)	-0.274 (0.182)
β_1	-0.066 (0.02)	0.729 (0.095)	0.524 (0.208)
d	0.306 (0.038)	0.573 (0.09)	0.439 (0.073)

Not: Parantez içindeki değerler, parametrelerin standart hatalarıdır.

Serilerin FIGARCH tahminleri yapılmış olmasına karşın, FIGARCH modelini gerektirdiği koşullu varyansın pozitif olması için gerekli olan koşulları da sağlaması gerekmektedir. Bu amaçla FIGARCH bölümünde detaylı bir şekilde anlatılmış olan, Conrad ve Haad (2006) tarafından belirtilmiş kısıtlar uygulanmıştır. Bunun sonucunda yukarıdaki 3 getiri serisinden sadece SSE COMPOSITE hisse senedi piyasa endeksinin gerekli kısıtları sağladığı belirlenmiştir. SSE COMPOSITE endeksi $d = 0.306$ ile sıfırdan farklıdır ve uzun hafıza sürecine uygundur. Volatilitede uzun hafıza sürecinin olması ile gelecek volatilitenin geçmişte gerçekleşen olaylara bağlı olacağı görülmektedir. S&P BSE ve RTSI uzun hafızaya sahip olmaları ve ARCH etkisini taşımalarına rağmen uzun hafızalı volatilité modeline uygunluk göstermemektedir. Bu nedenle Hindistan, Rusya ve Brezilya hisse senetleri piyasa endekslerine klasik koşullu değişen varyans modelleri uygulanmıştır. RTSI endeksi için koşullu değişen varyans modelleri uygulanırken ortalama denklemi olarak ARFIMA(0, 0.0414,1) modeli dikkate alınmıştır. Hindistan'a ait hisse senedi endeksi ARFIMA(0,0.0362,0) modeline sahiptir. Ancak uzun hafıza modelinde (0,d,0) modeli gaussian MA(∞) modeline denk gelmesiyle S&P BSE endeksin ortama denklemi için doğrusal zaman serisi modellerinin kullanılması uygun görülmüştür. Mümkün tüm haller denendiğinde ARMA(2,3) modeli en uygun model olarak belirlenmiştir. IBOVESPA hisse senedi endeksi kısa hafızaya sahip olduğundan, bu hisse senedi için de doğrusal zaman serisi modelleri uygulanacaktır.

Tablo 12: RTSI hisse senedi getirilerinin ARCH(1), GARCH(1,1), EGARCH(1,1) ve TARARCH(1,1) modelleri

	ARCH(1)	GARCH(1,1)	EGARCH(1,1)	TGARCH(1,1)
Ortalama				
C	0.060827	0.108676	0.080436	0.063471
p	0.0642	0.0001	0.0005	0.0281
φ_1	0.059284	0.054746	0.055606	0.060043
p	0.00	0.0009	0.0003	0.0002
Varyans Denklemi				
ω	4.003005	0.108708	-0.106767	0.10544
p	0.00	0.00	0.00	0.00
α	0.399235	0.118949	0.193892	0.067469
p	0.00	0.00	0.00	0.0021
β		0.866284	-0.058167	0.078546
p		0.00	0.00	0.00
γ			0.974413	0.875844
p			0.00	0.00
Akaike Bilgi Kriteri	4.539511	4.293726	4.297146	4.285479
Schwarz Kriteri	4.545306	4.300968	4.305837	4.294170
Log Likelihood	-	-9469.106	-9475.652	-9449.909
Hata Kareleri	28601.23	28632.02	28613.28	28601.60
Akaike, Schwarz ye Log Likelihood'a Göre	4	2	3	1

(p : olasılık değeri)

Tablo 10'da RTSI hisse senedi endeksinin ARCH etkisi taşıdığı belirlenmiştir. Bu nedenle direk koşullu değişen varyans analizlerine geçilmiştir. Tablo 12'de ARCH(1), GARCH(1,1), EGARCH(1,1) ve TARARCH(1,1) modellerinin koşullu ortalama ve koşullu varyans denklemindeki parametrelerin değerleri ile onlara ait çeşitli istatistikler verilmiştir. Modeller arasından en uygun modelin hangisi olduğu Akaike, Schwarz ve Log likelihood değerlerine göre belirlenmiştir. Bu değerlerin küçük olması gerekmektedir. Buna göre en iyi model olarak TARARCH(1,1) modeli bulunmuştur. TARARCH modelinde $\gamma > 0$ ise, kötü haberler volatilitiyi arttıracaktır ve kaldıraç etkisinin olduğu söylenecektir. Eğer $\gamma \neq 0$ ise, haberler asimetrik etki yaratmaktadır. Elde ettiğimiz TARARCH modelinde tüm parametreler anlamlı çıkmıştır ve γ değeri 0.875844, 0'dan büyük olduğundan asimetrik etki vardır. Ayrıca aynı büyüklükteki kötü haberlerin etkisi iyi haberlerin etkisinden daha fazladır.

Tablo 13: S&P BSE hisse senedi getirileri için ARCH LM testi
Heteroskedasticity Test: ARCH

F-statistic	173.6620	Prob. F(1,4262)	0.0000
Obs*R-squared	166.9412	Prob. Chi-Square(1)	0.0000

S&P BSE hisse senedi endeksinin ARCH etkisi taşıyıp taşımadığının belirlenmesi amacıyla ARCH LM testi yapılmıştır. Ki-kare olasılık değeri 0.05'den küçük olduğundan ötürü serinin ARCH etkisi taşıdığı belirlenmiştir.

Tablo 14: S&P BSE hisse senedi getirilerinin ARCH(1), GARCH(1,1), EGARCH(1,1) ve TAR(1,1) modelleri

	ARCH(1)	GARCH(1,1)	EGARCH(1,1)	TGARCH(1,1)
Ortalama Denklemi				
C	0.058765	0.099938	0.052148	0.062729
p	0.0087	0.00	0.0067	0.0015
θ_1	0.333549	0.337181	0.346789	-1.315034
p	0.00	0.00	0.00	0.00
θ_2	-0.892049	-0.904645	-0.907576	-0.330064
p	0.00	0.00	0.00	0.00
φ_1	-0.264854	-0.258429	-0.256632	1.406677
p	0.00	0.00	0.00	0.00
φ_2	0.849164	0.857155	0.854942	0.444552
p	0.00	0.00	0.00	0.00
φ_3	0.087354	0.090777	0.104765	0.024081
p	0.00	0.00	0.00	0.0930
Varyans Denklemi				
ω	1.723191	0.036835	-0.144038	0.058544
p	0.00	0.00	0.00	0.00
α	0.371134	0.102788	0.215510	0.044240
p	0.00	0.00	0.00	0.0321
β		0.886454	-0.090887	0.131795
p		0.00	0.00	0.00
γ			0.968138	0.867611
			0.00	0.00
Akaike Bilgi Kriteri	3.693007	3.512103	3.494739	3.501140
Schwarz Kriteri	3.704933	3.525520	3.509647	3.516048
Log Likelihood	-7867.337	-7480.559	-7442.531	-7456.181
Hata Kareleri Toplam	11080.98	11089.56	11079.45	11144.81

Akaike, Schwarz ve Log Likelihood'a Göre Sıralama	x	x	1	2
---	---	---	---	---

(p:olasılık değeri)

Tablo 14'te ise S&P BSE hisse senedi endeksine ait ARCH(1), GARCH(1,1), EGARCH(1,1) ve TARARCH(1,1) modellerinin koşullu ortalama ve koşullu varyans denklemindeki parametrelerin değerleri ile onlara ait çeşitli istatistikler verilmiştir. ARCH(1) ve GARCH(1,1) modellerine bakıldığında, modellerin ortalama denklemindeki parametreler pozitiflik koşullarını sağlamadığından ötürü bu modellerin kullanılması uygun değildir. EGARCH ve TARARCH modellerinde pozitiflik kısıtı olmadığından bu iki model arasından seçim yapılmıştır. En uygun modelin hangisi olduğu Akaike, Schwarz ve Log likelihood değerlerine göre belirlenmiştir. Daha önce de belirtildiği gibi bu değerlerin küçük olması gerekmektedir. Buna göre en iyi model olarak EGARCH(1,1) modeli bulunmuştur. EGARCH modeline göre, elde edilen sonuçlarda $\gamma \neq 0$ ise modelde asimetri etkisi, $\gamma = 0$ ise simetri etkisi vardır. Ayrıca eğer $\gamma < 0$ ve $\gamma < \alpha < -\gamma$ koşulları sağlanıyorsa, modelde kaldıraç etkisi bulunmaktadır. Ancak elde ettiğimiz modelde $\gamma = 0.968138$ olduğundan modelde asimetri etkisi vardır, kaldıraç etkisi yoktur.

Tablo 15: IBOVESPA hisse senedi getirileri için ARCH LM testi
Heteroskedasticity Test: ARCH

F-statistic	193.3052	Prob. F(1,4270)	0.0000
Obs*R-squared	185.0198	Prob. Chi-Square(1)	0.0000

IBOVESPA hisse senedi endeksinin ARCH etkisi taşıyıp taşımadığının belirlenmesi amacıyla ilk olarak doğrusal zaman serisi analizi yöntemleri ile ortalama denklemi ARMA(3,3) olarak bulunmuştur. Daha sonra ise ARCH LM testi uygulanmıştır. Tablo 15'te Ki-kare olasılık değeri 0.05'den küçük olduğundan ötürü serinin ARCH etkisi taşıdığı belirlenmiştir.

Tablo 16: IBOVESPA hisse senedi getirilerinin ARCH(1), GARCH(1,1), EGARCH(1,1) ve TARCH(1,1) modelleri

	ARCH(1)	GARCH(1,1)	EGARCH(1,1)	TGARCH(1,1)
Ortalama Denklemi				
C	0.087170	0.068555	0.013479	0.025607
p	0.0013	0.0056	0.6004	0.3066
θ_1	-0.557474	0.270828	-1.014267	0.619304
p	0.00	0.00	0.00	0.00
θ_2	0.410161	0.691221	-0.555300	0.621509
p	0.00	0.00	0.00	0.00
θ_3	-0.026819	-0.5657	0.326470	-0.971950
p	0.4751	0.00	0.00	0.00
φ_1	0.587201	-0.260120	1.043018	-0.624593
p	0.00	0.00	0.00	0.00
φ_2	-0.437688	-0.697248	0.596297	-0.615937
p	0.00	0.00	0.00	0.00
φ_3	-0.035146	0.539896	-0.299035	0.967366
p	0.3347	0.00	0.00	0.00
Varyans Denklemi				
ω	2.910928	0.101518	-0.098015	0.102032
p	0.00	0.00	0.00	0.00
α	0.337971	0.109651	0.165708	0.015608
p	0.00	0.00	0.00	0.0138
β		0.86573	-0.098721	0.132031
p		0.00	0.00	0.00
γ			0.973222	0.889670
p			0.00	0.00
Akaike Bilgi Kriteri	4.204686	4.019744	3.997122	3.989866
Schwarz Kriteri	4.218082	4.034628	4.013494	4.006239
Log Likelihood	-8974.311	-8578.183	-8528.850	-8513.349
Hata Kareleri Toplamı	19496.45	19460.62	19524.73	19363.38
Akaike, Schwarz ve Log Likelihood'a Göre Sıralama	X	X	2	1

(p : olasılık değeri)

Tablo 16'da ise IBOVESPA hisse senedi endeksine ait ARCH(1), GARCH(1,1), EGARCH(1,1) ve TARCH(1,1) modellerinin koşullu ortalama ve

koşullu varyans denklemindeki parametrelerin değerleri ile onlara ait çeşitli istatistikler verilmiştir. Tablo 13'te karşılaşılan duruma benzer şekilde, burada da ARCH(1) ve GARCH(1,1) modellerinin ortalama denklemindeki parametreler pozitiflik koşullarını sağlamamaktadır. Ek olarak GARCH(1,1) modelinde yer alan parametrelerin çoğu anlamlı değildir. Bu nedenle, simetrik koşullu değişen varyans modellerinin kullanılması uygun olmadığından asimetrik koşullu değişen varyans modelleri uygulanmıştır. Bu modeller arasından en etkin olanı yine bilgi kriterleri kullanılarak belirlenmiştir. Buna göre IBOVESPA hisse senedi endeksi getiri serisi için en uygun model TARARCH(1,1) olarak belirlenmiştir. Modelde sabit parametre dışında tüm parametreler anlamlıdır. γ değeri 0.889670, 0'dan büyük olduğundan asimetrik etki vardır. Ayrıca aynı büyüklükteki kötü haberlerin etkisi iyi haberlerin etkisinden daha fazla olmaktadır.

SONUÇ

Bu çalışmada, BRIC ülkelerine ait hisse senedi piyasa endekslerinde geçmişte gerçekleşen olayların gelecek gözlemlerin üzerinde etkili olup olmadığı araştırılmıştır. Ayrıca yatırımcıların bir kısmının yüksek kazançlar elde etmesine, bir kısmını ise ciddi kayıplar yaşamasına neden olan yüksek volatilité durumu belirlenmeye çalışılmıştır. Uygulama sonucunda elde edilen bulguların daha net anlaşılabilmesi için tezin ilk bölümünde doğrusal ve doğrusal olmayan zaman serisi modellerine değinilmiştir. Ek olarak, koşullu değışen varyans modellerinden olan simetrik ve asimetrik koşullu değışen varyans modelleri açıklanmıştır.

Tezin ikinci bölümünde ise, serilerin yapısında bulunması muhtemel olan uzun hafıza modelleri anlatılmıştır. Burada uzun hafızanın çeşitli tanımlarına yer verilmiş olup, modellemeleri kesikli ve sürekli olarak ele alınmıştır. Sürekli uzun hafıza modeli olarak "Kesirli Brownian Hareketi", kesirli uzun hafıza modeli olarak ise "ARFIMA" modeli incelenmiştir. Ayrıca, uzun hafıza modelinin tahmin edilmesi için gerekli olan tahmin yöntemleri parametrik, yarı parametrik ve parametrik olmayan tahmin yöntemleri olmak üzere üç başlık altında toplanmıştır. Aynı bölümde volatilitéde uzun belleği ortaya koyan model olan "FIGARCH" modeli ve tahmin yönteminden, koşullu varyansın pozitifliğinin sağlanması için gereken koşullardan ve bir birimlik şokun modelde yaratacağı etkinin belirlenmesi amacıyla oluşturulmuş olan etki - tepki fonksiyonundan bahsedilmiştir.

Çalışmasının üçüncü bölümü ise, BRIC ülkelerinde uzun hafızanın var olup olmadığı ve volatilitenin araştırıldığı bölümdür. Bu amaçla RTSI, SSE COMPOSİTE, S&P BSE ve IBOVESPA hisse senetleri piyasa endeksleri getiri değeri incelenmiştir. Serilere ait verilerin tamamı "finans.yahoo.com" sitesinden elde edilmiş olup, 01.07.1997- 30.09.2014 dönemini kapsayan günlük kapanış değeri kullanılmıştır. Analizin yapılabilmesi için günlük örneklem fiyatları günlük nominal getiri serisi haline getirilmiştir. Bu işlem yapılırken $r_t = 100 \ln(P_t/P_{t-1})$ formülü kullanılmıştır. Analize başlarken ilk olarak, getiri serilerine ait grafikler incelenmiştir. Elde edilen grafiklere göre, serilerde küçük değışimleri küçük, büyük

değişimleri ise büyük değişimler izlemektedir. Yani serilerde volatilité kümelenmesi mevcuttur. Kriz dönemlerinde volatilitelerin arttığı bilgisine de şekillere bakılarak erişilmektedir. İkinci olarak, getiri serilerine ait tanımlayıcı istatistiklere bakılmıştır. Serilerin çarpıklık değerinin 0'dan ve basıklık değerinin 3'ten farklı olması sebebiyle normal dağılım özelliği göstermediği ve şişman kuyruk sorununa sahip olduğu belirlenmiştir. Ayrıca, serilerin hata terimlerinin normal dağılmadığı da belirlenmiştir. Daha sonra serilerin birim kök özellikleri ADF, PP ve KPSS birim kök testleri kullanılarak araştırılmış, getiri serilerinin durağan olduklarının bulunmasıyla serilerin uzun bellek analizine geçilmiştir. Bu amaçla serilere "ARFIMA" analizi uygulanmıştır. ARFIMA analizinin uygulanması amacıyla parametrik tahmin yöntemlerinden olan "Yaklaşık Whittle Yöntemi" kullanılmıştır. AR sürecinin derecesini gösteren p ve MA sürecinin derecesini gösteren q değerleri $[0,2]$ aralığında olacak şekilde mümkün tüm modeller denenmiştir. Modellerin arasından en uygun olanı belirlenirken parametrelerin anlamlılığı ve Akaike ve Schwartz bilgi kriterleri dikkate alınmıştır. Bunların sonucunda RTSI, SSE COMPOSITE ve S&P BSE hisse senetleri endekslerinin ele alınan veri dönemi için uzun bellek özelliği gösterdiği belirlenmiştir. Getiri serilerinin volatilitede uzun bellek taşıyıp taşımadığının belirlenmesi için FIGARCH analizi uygulanmıştır. Bunun sonucunda uzun hafıza özelliği gösteren hisse senetleri endekslerinden yalnızca SSE COMPOSITE endeksine ait seride uzun hafızalı volatilité gözlenmiştir. RTSI, S&P BSE ve IBOVESPA hisse senetleri endekslerine ait volatilitenin varlığının bulunabilmesi için serilere koşullu değişen varyans modelleri uygulanmıştır. Sonuç itibari ile RTSI endeksi için en uygun model TARARCH(1,1) modelidir. Buna göre modelde asimetrik etki ve kaldıraç etkisi vardır. S&P BSE hisse senedi endeksi için en iyi model EGARCH(1,1) modelidir ve modelde yalnızca asimetri etkisi vardır. IBOVESPA hisse senedi endeksi için ise en uygun model TARARCH(1,1)'dir. Modelde hem asimetri hem de kaldıraç etkisi bulunmaktadır.

KAYNAKÇA

Akdi, Yılmaz:	“ Zaman Serileri Analizi (Birim Kökler ve Kointegrasyon) ”, Ankara, Bıçaklar Kitabevi, 2003.
Akgül, Işıl:	“ Zaman Serisi ve ARIMA Modelleri ”, İstanbul, Der Yayınları, 2003.
Andersen, Torben G.; Davis, Richard A.; Peter-Kreiß, Jens; Mikosch, Thomas:	“ Handbook of Financial Time Series ”, Berlin, Springer-Verlag, 2009.
Anderson, Michael K.:	“On Testing and Forecasting in Fractionally Integrated Time Series Models”, Doktora tezi , Stockholm School of Economics, 1998.
Aurelian, Stanciu Florin:	“Asymetric Conditional Volatility on the Romanian Stock Market”, Doktora Tezi , Bucharest, 2008.
Baillie, Richard:	“Long Memory Process and Fractional Integration in Econometrics”, Journal of Econometrics , Vol 73, 1996, pp. 5-59.
Baillie, Richard T.; Bollerslev, Tim; Mikkelsen, Hans Ole:	“Fractionally Integrated Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity”, Journal of Econometrics , Vol: 74 (1), 1996, pp.3-30.
Balcılar, Mehmet:	“Persistence in Inflation Long Memory, Aggregation or Level Shifts?”, Sixth METU International Conference on Economics , 2002, pp. 1-49.
Banerjee, Anindya; Urga, Giovanni:	“Modelling Structural Breaks, Long Memory and Stock Market Volatility An Overview”, Journal of Econometrics , Vol 129 (1-2), 2005, pp. 1-34.
Baum, C.F.:	“Arima and Arfima Models”, Boston College EC823, 2013,

	pp. 20-22.
Bera, Anil K.; Higgins, Matthew L.:	“ARCH MODELS: Properties, Estimation and Testing”, Journal of Economic Surveys , Vol 7, Issue 4, December 1993, pp. 312-315.
Beran, Jan:	“ Statistics for Long Memory Process ”, New York, Chapman&Hall, 1954.
Beran, Jan; Feng, Yuanhua; Ghosh, Sucharita; Kulik, Rafal:	“ Long Memory Processes Probabilistic Properties and Statistical Methods ”, Springer Heidelberg, Berlin, 2013, pp. 410-411.
Bhardwaj, Geetesh; Swanson, Norman:	“An Emprical Investigation of the Usefulness of ARFIMA Models for Predicting Macroeconomic and Financial Time Series”, Rutgers University Departmental Working Paper , New Jersey, Vol 22, 2004, pp. 1-45.
Biagini, Francesca; Hu, Yaozhong; Oksendal, Bernt; Zhang, Tusheng:	“ Stochastic Calculus for Fractional Brownian Motion and Applications ”, London, Springer- Verlag, 2008.
Bollerslev, Tim:	“Modelling the Cohorence in Short-Run Nominal Exchange Rates: A Multivariate Generalized ARCH Model”, The Review of Economics and Statistics , Vol: 72, No: 3, 1990, pp. 498 - 505.
Bollerslew, Tim; Chou, Ray Y.; Kroner, Kenneth F.:	“Arch Modelling in Finance”, Journal of Econometrics , No: 52, 1992, pp. 5-59.
Bollerslew, Tim; Engle, Robert F. ; Nelson, Daniel B.:	“Arch Models”, Handbook of Econometrics , Ed. by R. F. Engle, No: 4, 1994, pp. 2111 - 3155.

Bollerslew, Tim; Mikkelsen, Hans Ole:	“Modelling and Pricing Long Memory in Stock Market Volatility”, Journal of Econometrics , Vol 73, 1996, pp. 151-184.
Box, George E.P.; Jenkins, Gwilym M.:	“ Time Series Analysis ”, San Fransisco, Holden Day, 1976, p. 171.
Brooks, Chris:	“ Introductory Econometrics for Finance ”, Third Edition, New York, Cambridge University Press, 2014.
Caporale, Guglielmo Maria; Gil-Alana, Luis A.:	“Fractional Integration and Cointegration in US Financial Time Series Data”, Brunel University Economics and Finance Working Paper , Vol 11 (2), 2011, pp. 1-41.
Chan, Kung-Sik; Tsai, Henghsiu:	“Inference of Seasonal Long-Memory Aggregate Time Series”, Bernoulli , Vol 18 (4), 2012, pp. 1448-1464.
Chen, Shyh-Wei; Shen, Chung-Hua:	“GARCH, Jumps and Permanent and Transitory Components of Volatility The Case of the Taiwan Exchange Rate”, Mathematics and Computers in Simulation , Vol 67 (3), 2004, pp. 201-216.
CIA World Factbook:	CIA, (https://www.cia.gov/library/publications/the-world-factbook/geos/ch.html).
Conrad, Christian; Haag, Berthold R.:	“Inequality Constraints in the Fractionally Integrated GARCH Model”, Journal of Financial Econometrics , Vol: 4 (3), 2006, sf. 413-449.
Cont, Rama; Fonseca, Jose Da:	“Dynamics of Implied Volatility Surfaces”, Quantitative Finance Research Paper , Vol: 2, 2002, sf. 45-60.
Diebold, Francis; Lopez A. Jose:	" Modelling Volatility Dynamics ", Macroeconometrics: Developments, Tensions and Prospects ", Ed. by Kevin Hoover, New York, Springer Science + Business Media, 1995.
Diebold, Francis; Rudebusch, Glenn D.:	“Long Memory and Persistence in Aggregate Output”, Journal of Monetary Economics , Vol: 24, 1989, pp. 189-

	209.
Doornik, Jurgen A.; Ooms, Marius:	“A Package for Estimating, Forecasting and Simulating Arfima Models: Arfima Package 1.06 for Ox”, 2012, (http://www.doornik.com/ox/), pp. 1-35.
Duran, Serap; Şahin, Asuman:	“İMKB Hizmetler, Mali Sınai ve Teknoloji Endeksleri Arasındaki İlişkinin Belirlenmesi”, Sosyal Bilimler Araştırma Dergisi , 1, 2006, p. 57-70.
Elyasiani, Elyas; Mansur, Iqbal:	“Sensitivity of The Bank Stock Returns Distribution to Changes in The Level and Volatility of Interest Rate: A GARCH- M Model”, Journal of Banking and Finance , Vol: 22 (5),1998, pp. 535-563.
Enders, Walter:	“ Applied Econometric Time Series ”, Second Edition, John Wiley and Sons, 2003.
Engle, Robert:	“An Introduction To The Use of ARCH/GARCH Models in Applied Econometrics”, Journal of Economic Perspectives , Vol:15 (4), 2001, pp. 157-168.
Engle, Robert F.:	“Autoregressive Conditional Heteroscedasticity With Estimates of the Variance of United Kingdom Inflation”, Econometrica , Vol:50, No:4, July, 1982, pp. 987-994.
Engle, Robert F.; Lilien, David M.; Robins, Russel P.:	“Estimating Time Varying Risk Premia in the Term Structure: The ARCH-M Model”, Econometrica , Vol.55, Issue 2, Mart 1987, pp. 391 - 407.
Göktaş, Özlem:	“ Teorik ve Uygulamalı Zaman Serileri Analizi ”, İstanbul, Beşir Kitabevi, 2005.
Granger, Clive William John:	“Long Memory Relationships and The Aggregation of Dynamic Models”, Journal of Econometrics , Vol:14 (2), 1980, pp. 227-238.

Gujarati, N. Damodar:	“ Basic Econometrics ”, Fourth Edition, The McGraw- Hill Companies, 2004.
Güney, Hilal:	“ Tek Değişkenli Zaman Serilerinde Model Seçim Ölçütlerinin İncelenmesi ”, Ankara, 2009, pp. 7-8.
Gyldenlove, Ida Christine:	“Fractional Brownian Motion and It’s Application in the Norwegian Stock Market”, Yüksek lisans tezi , Norway, 2014.
Haibin, Niu:	“ BRICs in Global Governance ”, Friedrich Ebert Stiftung Global Policy and Development, New York, 2012, pp. 1-8.
Han, Young Wook:	“Effects of Financial Crises on the Long Memory Volatility Dependency of Foreign Exchange Rates: the Asian Crisis vs. the Global Crisis”, Journal of East Asian Economic Integration , Vol:18 (1), 2014, pp. 3-27.
Hillary, Mark Kobayashi:	“ Building a Future with BRICs: The Next Decade for Offshoring ”, Berlin, Springer-Verlag, 2008.
Hosking, Jonathan R.M.:	“Fractional Differencing”, Biometrika , Vol:68 (1),1981, pp. 165-176.
IMF	IMF database, (http://www.imf.org/external/pubs/ft/weo/2015/01/weodata/weorept.aspx?sy=1980&ey=2020&scsm=1&ssd=1&sort=country&ds=.&br=0&pr1.x=74&pr1.y=7&c=924%2C534&s=NGDPD%2CNGDPDPC%2CPPPSH%2CPCPI%2CPCPIPH%2CLUR%2CLP&grp=0&a=)
Jain, Sanjay:	“New Waves of Growth for India: Unlocking Opportunities”, Accenture Institute Report , 2011 pp. 1-70.
Jensen, Mark J.:	“An Alternative Maximum Likelihood Estimator of Long Memory Process Using Compactly Supported Wavelets”, Journal of Economic Dynamics &Control , Vol: 24 (3), 2000, pp. 361-387.

Joordan, H.; Groove, B; Jooste, A; Alemu, Z.G.:	“Measuring The Price Volatility of Certain Field Crops in South Africa Using the ARCH/GARCH Approach”, Agrekon , Vol: 46, No:3, 2007, pp. 306 - 322.
Kang, Sang-Hoon; Kang, Sang-Mok; Yoon, Seong-Min:	“Forecasting Volatility of Crude Oil Markets”, Energy Economics , Vol: 31 (1), 2009, pp. 119-125.
Kıran, Burcu:	“Kesirli Bütünleşme ve Kesirli Eşbütünleşme Yaklaşımları: Türkiye’de Bütçe Açıklarının Sürdürülebilirliği Üzerine Bir Uygulama”, Doktora Tezi , 2010.
Kim, Chang Sik:	“Log Periodogram Estimation With Nonstationary Process”, Journal of Economic Theory and Econometrics , Vol:19 (3), 2008, pp. 1-23.
Kotze, A.A.:	“Stock Prize Volatility: A Premier”, Financial Chaos Theory , 2005, pp. 1-9.
Ladokhin, Sergiy:	“Volatility Modelling in Financial Markets”, Master Thesis , Dr. Sandjai Bhulai ve Brian Doelkahar Supervisors, University of Amsterdam.
Leme, Paulo:	“The 'B' in BRICs Unlocking Brazil's Growth Potential," In BRICs and Beyond , Goldman Sachs Global Economics Group, New York, 2007, pp. 1-272.
Lillo, Fabrizio; Farmer, J. Doyne:	“The Long Memory of the Efficient Market”, Studies in Nonlinear Dynamics & Econometrics , Vol: 8 (3), 2004, pp. 1-33.
Lu Shu, Quan; Ito, Takao; Vages, Kevin:	“An Analysis of Long Memory in the SSE’s Component Index”, Journal of Economics, Banking and Finance , Vol: 2 (1), 2008, pp. 1-13.
Maddala, G.S.:	“ Introduction to Econometrics ”, 2. Edition, New York, Macmillan Publishing Company, 1992.

Maddala, G.S.; Kim, In-Moo:	“ Unit Roots, Cointegration and Structural Changes ”, Cambridge University Press, New York, 2004.
Makridakis Sypros, Wheelwright C. Steven:	" Forecasting Methods for Management ", 5. edition., New York, John Wiley Sons, 1989.
Mandelbrot, Benoit B.:	“ The Fractal Geometry of Nature ”, New York, W.H. Freeman and Company, 1977.
Mandelbrot, B.B.; Van Ness, J.W.:	“Fractional Brownian Motions, Fractional Noises and Applications”, S.I.A.M. Review , Vol:10 (4), 1968, pp. 422- 437.
Marelli, Enrico; Signorelli, Marcello:	“China and India Openness, Trade and Economic Growth”, The European Journal of Comparative Economics , Vol: 8 (1), 2011, pp. 129-154.
Markevich, Andrei; Mikhailov,Tatiana:	“Economic Geography of Russia", New Economic School , Moskov, 2012, pp. 1-32.
Martinet, Guillaume Gaetan; McAleer, Michael:	“On the Invertibility of EGARCH”, Tinbergen Institute Discussion Paper , Netherlands, Vol: 96 (3), 2014, pp. 1-14.
Mendoza, Alfonso:	“Modelling Long Memory and Risk Premia in Latin American Sovereign Bond Markets”, Money, Macro and Finance Research Group Conferance Working Paper , Vol: 65, 2004, pp. 1-28.
Mesa, Oscar J.; Poveda, German:	“The Hurst Effect The Scale of Fluctuation Approach”, Water Resources Research , Vol: 29 (12), 1993, pp. 3995- 4002.
Miron, Dumitru; Tudor, Christiana:	“Asymetric Conditional Models: Emprical Estimation and Comparison of Forecasting Accuracy”, Romanian Journal of Economic Forecasting , Vol: 3, 2010, pp. 74-92.

Morana, Claudio; Baillie, Richard T.:	“Modeling Long Memory and Structural Breaks in Conditional Variances: An Adaptive FIGARCH Approach”, University of London, Department of Economics Working Paper , Vol: 593, 2007, pp. 1-25.
Murphy, Anthony; Izzeldin, Marwan:	“Bootstrapping Long Memory Tests: Some Monte Carlo Results”, Computational Statistics and Data Analysis , Vol: 53 (6), 2009, pp. 2325-2334.
Nasscom:	Nasscom Annual Report, 2013 - 2014, sf.9,(http://www.nasscom.in/sites/default/files/NASSCOM%20Annual%20Report%202013-14.pdf).
Nazarian, Rafik; Nederi, Esmaeil; Alikhani, Nadiya G.; Amiri, Ashkan:	“Long Memory Analysis: An Empirical Investigation ”, International Journal of Economics and Financial Issues , Vol: 4 (1), 2014, pp. 16-26.
Nawrocki, David:	“R/S Analysis and Long Term Dependence in Stock Market Indices”, Managerial Finance , Vol: 21 (7), 1995, pp. 78-91.
Nelson, Daniel B.:	“Conditional Heteroskedasticity in Asset Returns: A New Approach”, Econometrica , Vol: 59, No: 2,1991, pp. 347-370.
Palma, Wilfredo:	“ Long Memory Time Series Theory and Methods ”, New Jersey, John Willey & Sons, 2007.
Rabemanajara, R.; Zakoian, Jean - Michel:	“Threshold ARCH Models and Asymmetries in Volatility”, Journal of Applied Econometrics , Vol: 8 (1), 1993, pp. 31-49.
Rachev, Svetlozar T.; Mittnik, Steffan; Fabozzi, Frank J.; Focardi, Sergio M.;Jasic, Teo:	“ Financial Econometrics ”, New Jersey, John Willey & Sons, 2007.

Reinsen, Valderio; Abraham, Bovas; Lopes, Silvia:	“Estimation of Parameters in ARFIMA Process : A Simulation Study”, Communication in Statistics-Simulation and Computation , Vol: 30 (4), 2001, pp. 787-803.
Schmitt, Christian:	“Option Pricing Using EGARCH Models”, Centre for European Economics Research , Germany, Vol: 96 (20), 1996, pp. 1311-1336.
Sechel, Cristina Ioana; Ciobanu, Gheorghe:	“Characteristics of the Emerging Market Economies-BRICs, from the Perspective of Stock Exchange Market”, University of Oraea Economic Science Series , Vol: 23 (1), 2014, pp. 40 - 49.
Sevüktekin, Mustafa; Nargeleçekenler, Mehmet:	“ Ekonometrik Zaman Serileri Analizi Eviews Uygulamalı ”, Ankara, Nobel Yayınevi, 2010.
Sharma, Namit:	“Forecasting Oil Price Volatility”, Master Thesis , 1998.
Simon, Fred Dennis; Cao, Cong:	“China's Future Have Talent, Will Thrive,” Issues in Science & Technology , Vol: 26, 2009, pp. 29-42.
Sowell, Fallaw:	“Maximum Likelihood Estimation of Stationary Univariate Fractionally Integrated Time Series Models”, Journal of Econometrics , Vol: 53 (1-3), 1992, pp. 165-188.
Stefeansson, Nyborg Ingi Oddur:	“The BRICs and international relations: An assessment of the potential leaders in a global future”, Bachelor of arts tezi , Iceland Üniversitesi, 2010.
Su, Chang.	“Application of EGARCH Model to Estimate Financial Volatility of Daily Returns: The Empirical Case of China”, Master Thesis , University of Gothenburg, 2010.
The Observatory of Economic Complexity	https://atlas.media.mit.edu/en/profile/country/bra/

Tayefi, Maryam; Ramanathan, T. V.:	“An Overview FIGARCH and Related Time Series Models”, Austrian Journal of Statistics , Vol: 41 (3), 2012, pp. 175-196.
Tsay, Ruey:	“ Analysis of Financial Time Series ”, Second Edition, USA, John Wiley&Sons, 2005.
Watanabe, Toshiaki; Harada, Kimie:	“Effects of the Bank of Japan’s Intervention on Yen/Dolar Exchange Rate Volatility”, Journal of the Japanese and International Economies , Vol: 20 (1), 2006, pp. 99-111.
William, G. Schwert:	“Stock Market Volatility”, Financial Analysts Journal , Vol: 46 (5-6), 1990, pp. 23-34.
Willinger, Walter; Taqqu, Murad S.; Teverovsky, Vadim:	“Stock Market Prices and Long Range Dependence”, Finance and Stochastics , Vol:3 (1), 1999, pp. 1-13.
Xekalaki, Evdokra; Degiannakis, Stavros:	“ Arch Models for Financial Applications ”, UK, A John Wiley and Sons, 2010.
Zivot, Eric; Wang, Jiahui:	“ Modelling Financial Time Series With S-Plus ”, 2. Edition, 2005.