

9806

BÜYÜME EĞRİLERİ

ERCAN EFE

9806

Ç.Ü.

FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
ZOOOTEKNİK ANABİLİM DALI

T. C.

Yükseköğretim Kurulu
Dokümantasyon Merkezi

DOKTORA TEZİ

A D A N A
TEMMUZ-1990

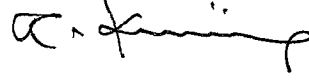
ÇUKUROVA ÜNİVERSİTESİ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ MÜDÜRLÜĞÜNE,

Bu çalışma, jürimiz tarafından Zootekni Anabilim Dalı'nda
DOKTORA TEZİ olarak kabul edilmiştir.


Başkan : Prof. Dr. Yüksel BEK



üye : Prof. Dr. Tahsin KEŞİCİ




üye : Doç. Dr. Mustafa AKAR



Kod No: 146

Yukarıdaki imzaların, adı geçen öğretim üyelerine ait
olduğunu onaylarım.


Prof. Dr. Ural DİNÇ
Enstitü Müdürü



İÇİNDEKİLER

	<u>Sayfa</u>
ÇİZELGE LİSTESİ	I
ŞEKİL LİSTESİ	II
ÖZ	IV
ABSTRACT	V
1. GİRİŞ	1
2. ÖNCEKİ ÇALIŞMALAR	4
3. MATERYAL VE METOD	8
3.1. BÜYÜME VE BÜYÜME EĞRİLERİNİN GENEL YAPISI	9
3.1.1. Büyüme ve Besin Maddeleri ile ilişkisi	10
3.1.2. Hücre Populasyonları ve Büyüme	11
3.1.3. Çok Hücreli Organizmalarda Büyüme	12
3.1.4. Hayvan Populasyonlarının Büyümesi	13
3.2. BÜYÜME EĞRİSİ VE İLGİLİ VERİ TİPLERİ	14
3.2.1. Uygun Modelin Seçimi	17
3.2.2. Gelişme ile Yaş Arasındaki ilişki	19
3.3. GÖZLENEN VERİLERİN DÖNÜŞTÜRÜLMESİ	23
3.4. GENELLEŞTİRİLMİŞ YAŞ-BÜYÜKLÜK İLİŞKİLERİ	26
3.5. ÇOKTERİMLİ (POLİNOMİYAL) FONKSİYONLAR	30
3.5.1. Birinci Dereceden Çokterimli Fonksiyon	31
3.5.2. İkinci Dereceden Çokterimli Fonksiyon	35
3.5.3. Üçüncü ve Daha Yüksek Dereceden Çokterimli Fonksiyonlar	37
3.6. ÇOKTERİMLİ FONKSİYONLARLA BÜYÜME EĞRİLERİNİN ANALİZİNDE, ÜÇ YÖNTEMİN KARŞILAŞTIRMALI OLARAK İNCELENMESİ	41
3.6.1. Çok Değişkenli Yaklaşım (Yöntem I)	41
3.6.2. Tam Bağımsız Yaklaşım (Yöntem II)	43
3.6.3. Karışık Model Yaklaşımı (Yöntem III)	44

3.7. ASİMTOTİK FONKSİYONLAR	50
3.7.1. Richard Fonksiyonu	52
3.7.2. Monomoleküler Fonksiyon	58
3.7.3. Lojistik Fonksiyon	62
3.7.4. Gompertz Fonksiyonu	64
3.8. VON BERTALANFFY FONKSİYONU	67
3.8.1. Parametrelerin Tahmini	69
3.8.1.1. Boy Büyümesi için	69
3.8.1.2. T_0 Bilindiğinde k 'nın tahmini	75
3.8.1.3. Ağırlık Büyümesi için	76
3.8.2. Formüllerin Basitleştirilmesi	77
3.8.3. Parametre Tahminlerinin Varyansları	78
3.9. SAYISAL ÖRNEK	81
3.9.1. Çokterimli Fonksiyonlarla Büyüme Eğrilerinin Analizinde Üç Yöntemin Karşılaştırmalı Olarak incelenmesi için Sayısal Örnek	81
3.9.2. Von Bertalanffy Asimtotik Büyüme Fonksiyonu için Sayısal Örnek	93
4. TARTIŞMA VE SONUÇ	99
4.1. Çokterimli Fonksiyonlarla Büyüme Eğrisi Analizinde, üç Yöntemin Karşılaştırmalı Olarak incelenmesi	99
4.2. Von Bertalanffy Asimtotik Büyüme Fonksiyonu	104
ÖZET	107
SUMMARY	108
EKLER	109
KAYNAKLAR	154
TEŞEKKÜR	
ÖZGEÇMİŞ	

ÇİZELGE LİSTESİ

	<u>Sayfa</u>
Çizelge 1. Yapılan Çeşitli Araştırmalarda, Yaş-Gelişme ilişkilerini incelemek Amacıyla Ölçülen Bazı Örnek Veri Tipleri	21
Çizelge 2. Sembolik Varyans Analizi	46
Çizelge 3. Erkek Çocuklarda Ramus Kemiginin Büyümesine Ait Veriler	82
Çizelge 4. Gözlenen Verilere Von Bertalanffy Asimtotik Büyüme Modeli Uydurulması için Örnek Veriler . . .	93
Çizelge 5. β 'nın En İyi Tahmini	99
Çizelge 6. Modelin Yeterliliğinin Testi için F Değerleri. . .	100
Çizelge 7. Model Parametrelerinin % 95 'lik Güven Aralıkları	102
Çizelge 8. Varyans Analizi Sonuçları	102
Çizelge 9. Her Bir u_i Vektörü için Tahmin Edilen Cevapların Güven Kuşakları	103
Çizelge 10. Kuzu Besisi Denemesinden Seçilen Canlı Ağırlık Verileri	131

Sayfa

Çizelge 11. Don Nehri Deltası Sudak Balıklarına Ait Yas-Boy Verileri	146
Çizelge 12. Meksika Karideslerine Ait Yas-Boy Verileri	148
Çizelge 13. Sudak Balıkları ile ilgili Yas-Boy Verileri.	150

ŞEKİL LİSTESİSayfa

Şekil 1. Bakteri Populasyonlarında Büyüme Eğrisi.	11
Şekil 2. Logaritmik Dönüştürmenin Eğri Üzerindeki Genel Etkisi	25
Şekil 3. Log _e (Toplam Kuru Ağırlık) ve Nispi Büyüme Oranı için Birinci Dereceden Çokterimli Üstel'in Eğrileri	33
Şekil 4. Log _e (Toplam Kuru Ağırlık) ve Nispi Büyüme Oranı için İkinci Dereceden Çokterimli Üstel'in Eğrileri	36
Şekil 5. Log _e (Toplam Kuru Ağırlık) ve Nispi Büyüme Oranı için Üçüncü Dereceden Çokterimli Üstel'in Bazı Eğrileri	38

Sayfa

Şekil 6. Log _e (Toplam Kuru Ağırlık) ve Onun Eğimi için Richard Fonksiyonunun Eğrisi	56
Şekil 7. Log _e (Toplam Kuru Ağırlık) ve Onun Eğimi için Monomleküler Fonksiyonun Eğrisi	61
Şekil 8. Log _e (Toplam Kuru Ağırlık) ve Onun Eğimi için Lojistik Fonksiyonun Eğrisi	63
Şekil 9. Log _e (Toplam Kuru Ağırlık) ve Onun Eğimi için Gompertz Fonksiyonunun Eğrisi	66
Şekil 10. Gözlenen Veriler için Büyüme Eğrisi	83
Şekil 11. Örnek Verilere Göre Balıkların Boy ve Yaş Grafiği. .	93
Şekil 12. Üç Yönteme Göre Güven Kuşakları	101

ÖZ

Biyolojik büyüme tanımlamak amacıyla kullanılan çokterimli büyüme fonksiyonları ve asimtotik büyüme fonksiyonları incelenmiş, parametrelerinin biyolojik yorumları verilmiştir.

Çok değişkenli, tam bağımsız ve karışık model yaklaşımlarına göre çokterimlilerin parametrelerinin tahmini, sayısal bir örnekle açıklanmış ve bir bilgisayar programı geliştirilmiştir.

Asimtotik modellerden Von Bertalanffy büyüme fonksiyonunun parametrelerinin biyolojik tanımları yapılarak bu parametrelerin tahmin edilmesi ve bu tahminlerin varyanslarının, güven aralıklarının elde edilmesi verilmiş, bütün bu hesaplamaları yapan bir bilgisayar programı geliştirilmiştir.

ABSTRACT

Polynomial and asymptotic growth functions utilized in order to describe biological growth have been analyzed and biological interpretations of their parameters have been given.

According to multivariate, complete independence and mixed model approaches estimating the parameters of polynomial growth functions was explained by using numerical example and for this purpose, a computer program has been developed.

Estimating parameters of von Bertalanffy growth function from asymptotic models and handling of the variances and confidence intervals of these estimates were given. A computer program which covers all these applications has been developed for these type of parameters estimation.

1. Giriş

insanlar ilk çağlardan bu yana başlıca iki şeye önem vermişlerdir: Yiyecek sağlamak ve daha ileri bir refah seviyesi için araç-gereç ve bilgi temin etmek. Günümüze kadar oluşan bilgi birikimi, bilimsel ve teknolojik alanlarda artık öylesine hızlı değişimler yaratmakta, öylesine yenilikler getirmekte ki, bir çağın kapanıp yeni birinin açılması ancak onyıllarla ifade ediliyor. Ne var ki, uygarlıkla birlikte sürekli artan dünya nüfusunun beslenmesi sorunu, sınırlı besin maddesi kaynakları nedeniyle gün geçtikçe daha bir önem kazanmaktadır. Bir çok bilim adamı ve araştırmacı, bu güncel soruna çözüm aramak amacıyla okyanuslardaki su yosunları gibi yeni besin maddesi kaynakları yaratmak, birim alandan ya da fertten daha fazla verim elde etmek, uzun yıllar, büyük masraflar ve yorucu çalışmalar gerektiren çeşitli ıslah yöntemleri ile daha yüksek verimli fertler, melezler veya hibritler elde etmek, hastalık, zararlı ve diğer faktörlerden doğan kaybı en aza indirmek yönünde çalışmalar yapmaktadırlar.

Bir yandan üretimi arttırıcı çalışmalar yürütülürken diğer yandan da mevcut kaynakların en iyi ve etkin bir şekilde değerlendirilmesi düşünülmelidir.

Bu nedenlerle canlılardaki büyüme olayının iyi tanımlanması ve kontrol edilmesi gerekir. Dolayısıyla büyümenin, biyolojik anlamda yorumlanabilir parametreleri içeren matematiksel eşitliklerle ifade edilebilmesi ve yaş-gelişme ilişkilerini yansıtan gözlemlere bu fonksiyonların uygulanabilmesi çok önemlidir.

Hiç şüphesiz ki, "Büyüme", canlıların en önemli biyolojik özelliklerinden birisidir. Bu güne kadar büyümenin bir çok tanımı yapılmıştır. Herkesçe benimsenmiş tam bir standart tanımı olmamakla birlikte, tek hücreli basit mikroorganizmalardan çok hücreli yüksek organizmalara kadar bütün canlılarda, boyutlar, kütle ve sayı bakımından zamana bağlı olarak meydana gelen artış, "büyüme" olarak isimlendirilebilir.

Bir ferden büyümesinden bahsedilebildiği gibi, organların ya da vücut kısımlarının (Dis, çene kemiği, bacak, but, yaprak, gövde, dal, kök, çiçek vs.) büyümesinden veya fertlerin oluşturduğu populasyonların büyümesinden de bahsedilebilir.

Canlının, belli bir zaman süreci içerisinde göstermiş olduğu büyümenin zamana bağlı olarak değişimi, "büyüme eğrisi" olarak isimlendirilir. Örneğin yaban hayvanı populasyonları veya mikroorganizma populasyonlarında S şeklinde bir büyüme gözlenmektedir. insanların ve çiftlik hayvanlarının aksine, balıklarda, boy büyüme durmaz ve önce hızlı sonra da gittikçe azalarak devam eden bir eğri izler. Büyüme eğrisinin şekli, organizmanın türüne (insan, balık, mikro-organizmalar vs.), içinde buldukları çevre şartlarına (besin, sıcaklık vs.), incelenmek istenen özelliğe (ağırlık, sayı, uzunluk vs.) göre oldukça değişiklik göstermektedir.

Elde edilen büyüme verilerinin en iyi şekilde değerlendirilebilmesi için uygun matematiksel büyüme eğrisi modelinin seçilmesi ve modelle ilgili parametrelerin biyolojik yorumlarının yapılması gerekir. Özellikle hayvanların ve bitkilerin yaş-gelişme ilişkilerini tanımlamak için birinci, ikinci, üçüncü ve daha yüksek dereceden çokterimli büyüme modelleri ve monomoleküler, Gompertz, Lojistik, Von Bertalanffy, Richards gibi asimtotik büyüme modelleri vardır. Birinci grup büyüme modellerine linear ve ikinci grup büyüme modellerine nonlinear büyüme modelleri de denir.

Bu çalışmada, büyüme eğrisi ile ilgili veri tipleri incelenmiş, her iki grup büyüme eğrisini temsil eden ve uygulamada en çok kullanılan modeller seçilerek, bu modeller üzerinde çalışma yoğunlaştırılmıştır. Öncelikle bu veri tiplerine uydurulacak olan çokterimli ve asimtotik büyüme fonksiyonlarının matematiksel formülleri, bunların parametreleri ve biyolojik yorumları verilmiştir. Esas olarak ta, çokterimli büyüme modelleri için, çok

değişkenli yaklaşım, tam bağımsız yaklaşım ve karışık model yaklaşımı, sayısal bir örnekle birlikte ele alınıp parametrelerin güven aralıkları ve eğrilerin güven kuşakları oluşturularak birbiri ile karşılaştırılmıştır. Asimtotik büyüme modelleri için ise, en sık kullanılan asimtotik büyüme modellerinden birisi olan Von Bertalanffy modeli ele alınarak, sayısal bir örnekle birlikte, parametrelerinin tahminleri elde edilmiş ve bu parametrelere ait güven sınırları bulunmuştur.

Çokterimli büyüme eğrisi modellerinin; çok değişkenli yaklaşım, tam bağımsız yaklaşım ve karışık model yaklaşımına göre parametrelerini tahmin eden ve kıyaslama amacıyla çizelge halinde sunan bir BASIC program ile asimtotik bir model olan Von Bertalanffy büyüme eğrisi modelinin parametrelerini hesaplayarak tahmin eşitliğini veren ve parametrelerin varyansları ile güven sınırlarını elde eden bir BASIC program geliştirilmiştir.

Çalışmanın amacı, canlılarla ilgili olarak çalışan ve aynı fertler üzerinden zaman içerisinde birden fazla ölçüm alan araştırmacıların, bu verileri en iyi şekilde değerlendirebilmesine imkan tanıyan bir kaynak oluşturmak ve literatürde bu konuda duyulan eksikliği tamamlamaktır. Ayrıca, çokterimli ve asimtotik fonksiyonların bu çalışmada yer alan teorik eğrilerine göre ve önceki bilgilerden yararlanılarak elde edilen verilere ne tip bir model uydurulabileceğinin tespitinde, araştırmacıya ışık tutulması amaçlanmıştır. Araştırmacıların, geliştirilen programlar sayesinde, çokterimli fonksiyonların parametrelerini çok değişkenli yaklaşım, tam bağımsız yaklaşım ve karışık model yaklaşımına göre çok kısa bir sürede tahmin ederek sonuçları karşılaştırma fırsatını bulmasının yanında, asimtotik modellerden Von Bertalanffy büyüme fonksiyonunun parametrelerinin tahminini, bu tahminlerin varyanslarını ve güven aralıklarını klasik yöntemlere göre daha avantajlı bir teknikle elde edebilmesi de çalışmanın başlıca amaçlarından biridir.

2. ÖNCEKİ ÇALIŞMALAR

Canlılarda ve özellikle ekonomik önemi olan hayvanlarda ve bitkilerde, büyümenin incelenmesi ve matematiksel formüllerle ifade edilmesi çalışmaları, yüzyılımızın başlarından itibaren yoğunluk kazanmaktadır. Bu süreç içerisinde, büyüme eğrilerinin teori ve teknik olarak gelişimi, hem zaman içinde hem de bilim dalları arasında bilgi alışverişi yoluyla hız kazanmıştır. Büyüme eğrilerinin gelişimi ile ilgili teori ve yöntembilimi, özellikle, matematikçilere, nüfus bilimcilerine ve ekonomistlere çok şey borçludur.

Hayvan bilimcileri için büyüme konusunda iyi bir başlangıç noktası Brody (1945) 'nin "*Bioenergetics and Growth*" kitabı sayılabilir. Bu kitabın yayımlanmasından bu yana, oldukça fazla sayıda biyolojik büyüme araştırmaları yapılmış, var olan teoriler yeniden ele alınmış ve birçok yeni teoriler oluşturulmuştur. Özellikle yüksek hızlı bilgisayarların gelişmesiyle daha incelikli algoritmaların kullanılması, çok sayıda iteratif işlemler gerektiren matematik fonksiyonların parametrelerinin tahmininde büyük kolaylıklar sağlamıştır.

Von Bertalanffy (1949), organik büyümeyi ele alarak, karşılaşılan problemleri irdelemiştir. Ayrıca, solunuma bağlı anabolizma olaylarını üç metabolik tipe ayırarak, büyüme tipleri arasında ilişki kurmuş ve örnek bir çizelge sunmuştur.

Sonraki yıllarda, bir çok özelliğin bir arada gelişimini inceleyen, büyüme eğrilerinin çok değişkenli analizlerine genel bir yönelim görülmektedir. Potthoff ve Roy (1964), çok değişkenli bir varyans analiz modelinin genelleştirilmesini takdim etmiş ve bu genelleştirilmiş modelin, çok değişkenli büyüme eğrileri analizleri için uygun olduğunu göstermişlerdir. Daha sonra, Rao (1965, 1966, 1967) ve Khatri (1966); Potthoff ve Roy 'un modelini bilinmeyen parametreler için ençok olabilirlik oran testleri ve

güven aralıklarını bularak geliştirmişlerdir. Grizzle ve Allen (1969), bu farklı anlatımları birleştirip birörnek hale getirmişler ve büyüme eğrisi verilerinin pratik analizleri için bir yöntem geliştirmişlerdir. Bu araştırıcılar, makalelerinde ayrıca, BMDP, SAS ve SPSS gibi çok değişkenli genel linear model programları ile çok değişkenli büyüme eğrisi modelleri için tahminlerin ve güven bölgelerinin hesaplanmasını ve hipotez testlerinin yapılmasını tarif etmişlerdir.

Koziol (1986), Potthoff ve Roy 'un modelini esas alarak büyüme eğrilerinin çok değişkenli analizlerini, Grizzle ve Allen (1969) 'ın kullandığı gösterimlerle açıklamıştır.

Sonraki yıllarda, Lindley ve Smith (1972) ve Smith (1973) tarafından sunulan ve analiz edilen genel Bayesiyen linear model kavramı içerisinde, büyüme eğrilerinin Bayesiyen analizleri, Geisser (1970), Lee ve Geisser (1972, 1975), Fearn (1975, 1977) ve Geisser (1979) tarafından ele alınmıştır.

Kleinbaum (1973), eksik gözlem problemleri ile birleştirerek Potthoff ve Roy 'un çok değişkenli büyüme eğrisi modelini bir başka açıdan ele almıştır. Araştırıcı, eksik gözlemlerin sözkonusu olduğu durumlarda, parametre değerleri için en iyi asimtotik normal tahmin ediciler esasına dayanan asimtotik Wald testlerini önermektedir. Ancak Kleinbaum 'un önerdiği yöntem tam olarak yeterli değildir ve daha sonra, Schwertman (1974) ve Leeper ve Woolson (1982), onun işlemlerinin koruyucu olmadığını ve küçük örneklerde önem seviyesinin çok büyüdüğünü belirtmişlerdir. Srivastava (1985) da, eksik gözleme sahip çok değişkenli büyüme eğrileri problemleri için ençok olabilirlik oran testlerini geliştirmiştir. Bu testler, Kleinbaum 'un işlemlerindeki zorluk ve yetersizlikleri büyük ölçüde önlemiştir.

Bitki büyümesi konusunda ise, *The Quantitative Analysis of Plant Growth* (Evans, 1972), *The Biometry of Plant Growth* (Causton ve Venus, 1981) ve *Plant Growth Curves* (Hunt, 1982) başlıcaları

olmak üzere çok sayıda değerli kaynak, bitki bilimcilerine yol gösterebilir. Hunt (1982) 'a göre, yalnızca bitki büyümesi ile ilgili olarak 10 yıllık kısa bir sürede 60000 'in üzerinde yayınlanmış çalışma vardır.

Bitkilerin büyümesi açısından hem linear hem de nonlinear büyüme fonksiyonları, Hunt (1982) tarafından ele alınmış ve bitkilerin büyümesi konusunda yapılan bütün çalışmaların güzel bir dökümanı sunulmuştur. Richard (Richard, 1959), Monomoleküler, Lojistik ve Gompertz (Laird, 1966; Hunt, 1982) ve ilaveten Von Bertalanffy (Von Bertalanffy, 1957) gibi modeller, asimtotik büyüme modelleri olarak adlandırılırlar. Fitzhugh (1976), bu fonksiyonlardan Richard fonksiyonunun genelleştirilmiş bir fonksiyon olduğunu ve Monomoleküler, Lojistik, Gompertz ve Von Bertalanffy fonksiyonlarının Richard fonksiyonunun özel durumları olduğunu ifade etmektedir. Richard fonksiyonuna ait büküm noktası parametresi olan m 'nin alacağı bazı değerlere göre diğer fonksiyonlar elde edilmektedir. Kachman ve ark. (1988), 1919 fare üzerinde yaptıkları denemeden elde ettikleri yaş-ağırlık verilerine uydurulacak Richard ailesinden fonksiyonu belirlemek üzere m 'nin seçimi ile ilgili güzel bir yöntem izlemektedirler. Ayrıca m 'nin seçilmesi konusu, Parks (1982) tarafından da tartışılmıştır.

Bir çok farklı özellikleri dolayısıyla nonlinear modellerin canlıların büyümesini tarif etmede avantajlı olabileceği ifade edilmektedir (Pruitt ve ark., 1979; Sandland ve McGilchrist, 1979; Schnute, 1981).

Büyüme eğrilerinin birçok devreye bölünmesi olayı, Koops (1986) 'a göre Robertson (1923) 'a kadar gerilere uzanmaktadır. Peil ve Helwin (1981), aynı anda birçok büyüme devresinin uydurulabilmesine imkan veren bir büyüme modeli sunmuşlardır. Bu araştırmacılar, her bir büyüme devresi için ayrı bir lojistik fonksiyonun kullanıldığı ve bunların toplamlarından oluşan

fonksiyonun da tüm büyümeyi tarif ettiği bir model sunmuşlardır. Bock ve ark. (1973), insanlardaki, doğumdan yetişkin devreye kadar olan ferdi boy büyüme modelini, iki lojistik fonksiyonu birleştirerek elde etmişler ve "çift lojistik model" adını vermişlerdir. Bock ve Thissen (1976) ise, modeli "üçlü lojistik model" halinde geliştirmişlerdir.

insanlardaki boy gelişmesi durumunda, yaklaşık 7 yaşlarında bir pik vardır (Gasser ve ark., 1984). Ayrıca kızlarda 12 ve oğlanlarda 14 yaşlarında büyümede yeniden bir hızlanma belirlenmiştir (Marshall, 1977). Bu büyüme hızlanmalarına çeşitli isimler de verilmektedir. Bu örnek için, sırayla, "çocukluk büyüme hamlesi (middle growth spurt)" ve "cinsi olgunluk büyüme hamlesi (pubertal or adolescence growth spurt)" gibi.

Koops (1986), bazı literatürlerden çıkardığı, insanlardaki boy ölçümü gözlemleri ile pikalarda, farelerde ve tavşanlardaki ağırlık ölçümü gözlemleri için çok devreli bir lojistik büyüme modeli uydurmuş ve birbirleri ile karşılaştırmıştır.

Hayvanların büyümesinde de, birçok araştırmacı, büyüme devrelerinin varlığını göstermiştir (Eisen, 1976; Scholtz ve Roux, 1981).

Grosmann ve Bohren (1982, 1985), tavuklarda yaş-ağırlık eğrisini tanımlamak için yaygın olarak, Robertson 'un monomoleküler fonksiyonu, Brody 'nin üslü fonksiyonu, Gompertz ve Lojistik fonksiyonlarının kullanıldığını belirtmektedirler.

Nonlinear fonksiyonların genelleştirilmiş hali olan, esnek bir büküm noktasına sahip Richard fonksiyonu, yüksek derecede saf tavuk hatları ve F₁ generasyonlarına ait büyüme eğrilerini karşılaştırmada (Knizetova ve ark., 1983) ve farklı ırklardan tavukların büyüme eğrilerini karşılaştırmada (Knizetova ve ark., 1985) kullanılmıştır. Tavuklardan alınan vücut ağırlığı verilerine, çok devreli bir lojistik model, Grosmann ve Koops (1988) tarafından uydurulmuştur.

3. MATERYAL VE METOD

Bu çalışmada, büyüme ve büyüme eğrilerinin genel yapısı, ilgili veri tipleri, ham verilerin dönüştürülmesi amaçları verilmiştir ve büyüme eğrisi analizlerinde kullanılan çokterimli ve asimtotik fonksiyonlar incelenmiştir. Fonksiyonlar, tek tek ele alınarak matematik modelleri, parametrelerinin biyolojik yorumları, doğrusallaştırma işlemleri bakımından irdelenmiştir.

Çokterimli fonksiyonların parametre tahminleri, tahmin edilen parametrelerin güven aralıkları, büyüme eğrisinin güven kuşakları ve modelin yeterlilik testleri üç ayrı yaklaşımla karşılaştırmalı olarak ele alınmıştır. Ayrıca; bu üç yaklaşıma göre (çok değişkenli yaklaşım, tam bağımsız yaklaşım ve karışık model yaklaşımı) sonuçları topluca veren bir bilgisayar programı geliştirilmiştir.

Bir çok canlıda ve en çok ta balıklarda yaygın kullanım olanakları sunan Von Bertalanffy asimtotik büyüme fonksiyonu, detaylı olarak incelenmiştir. Bu modelin yaş-büyüklik verilerine uydurulması durumunda parametrelerin tahmini, varyansları ve güven aralıklarının elde edilmesi işlemleri verilmiş ve bir bilgisayar programı geliştirilmiştir.

Çokterimliler ve Von Bertalanffy büyüme modelleri için incelenen yöntemlerin, ilgilenen araştırmacılarca daha kolay anlaşılabilmesini sağlamak amacıyla sayısal örnekler de verilmiştir. Uluslararası literatürden seçilmiş birer tane örnek veri grubu, analizlerin tüm aşamalarını göstermek için kullanılmış ve bu örnek ile birlikte diğer bazı örnek veri grupları, geliştirilen programlarla analiz edilerek sonuçlar, program çıktıları şeklinde sunulmuştur.

Bu amaçla, Allen (1966) 'in, Sarıhan (1970) 'e göre Slastenenko (1956) 'nun, Atay (1989) 'ın kullanmış oldukları yaş-büyüklik verileri kullanılmıştır. Ayrıca, Ç.Ü. Ziraat Fakültesi

Zootekni Bölümünde yürütülmüş besi çalışmalarında kuzuların canlı ağırlıkları (Güney, 1989) ve sudak balıklarında boy (Sarıhan, 1989) ile ilgili veriler de örnek olarak kullanılmıştır.

3.1. BÜYÜME VE BÜYÜME EĞRİLERİNİN GENEL YAPISI

Varlıkların, gerek boyutlarında ve gerekse sayılarında meydana gelen artışlar sonucu kütleli olarak genişlemesi, "Büyüme" olarak adlandırılır. Organik yapıların büyümesi ile organik olmayan maddelerdeki kristal yapıların, nehir deltalarının ve volkanik konilerin büyümesi gibi büyüme olayları birbirinden ayrı olgulardır.

Organik yapılarda veya diğer bir ifade ile canlılarda büyüme; biyolojik ve biyokimyasal olayların bileşkesi olarak, dokuların, organların ve tek bir organizmanın boy ve ağırlık bakımından artışı ya da organizmalardan oluşan bir populasyondaki fertlerin sayıca artışı sonucu ortaya çıkar.

"Büyüme eğrileri" ise, canlıların bütün vücut kısımlarındaki büyüme ve olgunlaşma için doğuştan getirdiği bir yeteneği ve bu yeteneğin ortaya çıktığı çevre arasındaki yaşam boyu ilişkileri yansıtır. Bu çevre, ferdin verim seviyesi, besin alımı, alınan besinlerin nitelik ve niceliği, besinlerin sindirilmesi ve yaşam faaliyetlerinin sürdürülmesi için sarfedilen enerji ile sınırlıdır.

İster bir bakteri gibi düşük seviyeli bir organizma, isterse çok hücreli bir bitki ya da hayvanın tüm vücudu veya bir parçası olsun, her bir hücre, organ ya da birey kendi yaşam döngüsüne sahiptir. En küçük canlı birimi olan hücre, daha küçük hücrelere bölünmek suretiyle yeni hücreler meydana getirir. Bu yeni hücreler, kütle olarak büyür ve olgun büyüklüğe eriştiğinde yine daha küçük hücrelere bölünür. Belli bakteri, alg, maya, küf ve protozoa türleri gibi bazı mikroorganizma hücreleri, kötü çevre şartlarında büyümeyi durdururlar ve dayanıklı sporlar, kistler

veya yığın hücreler oluştururlar. Uygun şartlar ortaya çıktığında bu sporlar, kistler veya yığın hücreler, vejetatif hücreler olarak filizlenirler ve yeniden hücre bölünmesine ve büyümeye devam ederler.

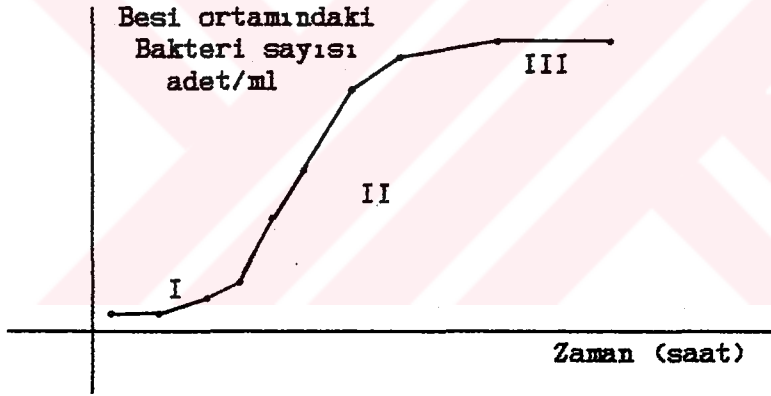
Genç bir hayvanın ergin yaşa kadar olan gelişmesi, ağırlık ve boy olarak önemli artışlarla ortaya çıkar. Ancak bazı türlerde gelişme, iribaşların kurbağaya, tırtılların kelebeğe dönüşmesinde olduğu gibi, basit bir büyüklük artışı ile değil, şekil bakımından oldukça büyük değişimlerle olur (metamorfozis). Bunun dışında birçok alt seviyeli bitki ve hayvanlarda eksilen parçalar yenilenebilmektedir ve buna rejenerasyon denir.

3.1.1. Büyüme ve Besin Maddeleri ile ilişkisi

Büyüme, besin maddeleri durumundan ve çevredeki belli şartlardan kesin olarak etkilenmektedir (Brett, 1979; Keast, 1985). Vieser ve ark. (1988), *Rutilus rutilus* ve bazı Cyprinid türleri için, doğal populasyonlardan elde edilen büyüme eğrilerinin, aynı türden fertlerin oluşturduğu laboratuvar populasyonlarına ait büyüme eğrileri ile karşılaştırılmak suretiyle, besin ve sıcaklık gibi çevresel faktörlerin etkilerinin analiz edilebileceğini belirtmektedirler. Bu araştırmacılar, söz konusu türler için yaş-ağırlık verilerinin logaritmalarına ait eğrileri çizmişler ve lineer regresyonlarını hesaplamışlardır. Ayrıca, bu verilere 5. dereceye kadar çokterimli fonksiyonlar uydurarak terimlerin önem testlerini ANOVA yardımıyla test etmişlerdir. Eisen (1976), fare ve sıçanlar için büyüme analizlerini incelerken, büyüme ve gelişmeye tesir eden genetik ve besinsel faktörler üzerinde durmuştur.

3.1.2. Hücre Populasyonları ve Büyüme

Çok az sayıda bakteri hücreleri, bir besi ortamına ekildiği ve hücre sayılarındaki artış ölçüldüğü zaman, büyümenin S şeklinde bir seyir izlediği görülür. Büyümenin bu seyrinde üç periyot göze çarpar. Birincisinde, genellikle birkaç saatlik bir süre söz konusudur ve hücre sayılarındaki artış ihmal edilebilecek kadar küçüktür. ikincisinde, hızlı bir oranda hücre sayısının arttığı görülür. Daha sonra ise, büyüme oranı, hücre populasyonu sabit bir sayıda kalana kadar gittikçe azalır. Zamana karşı hücre sayılarının eğrisi çizildiğinde elde edilen S şekilli eğri Şekil 1 'de verilmektedir.



Şekil 1. Bakteri populasyonlarında büyüme eğrisi.

Mikroorganizmalardan başka, daha yüksek seviyeli bir bitki veya hayvanın zamana karşı ağırlık ve boy ölçümleri alındığında, çoğu zaman, yine S şeklinde bir eğri elde edilir. Bu eğri, bitki veya hayvanın hücrelerinin sayısındaki artışı yansıtır. Ayrıca hayvan ya da bitki populasyonlarındaki artış, yine zamana karşı gözlenip eğrisi çizilecek olursa yine S şeklinde olacaktır.

Dolayısıyla S şeklindeki eğriler, biyolojik büyüme olaylarını genellikle iyi bir şekilde tanımlayan eğrilerdir. Bu büyüme eğrisinde görülen üç devre, hazırlık devresi (I), büyüme devresi (II) ve durgunluk devresi (III) olarak adlandırılır.

3.1.3. Çok Hücreli Organizmalarda Büyüme

Bir bakteri popülasyonu veya tek mikroorganizmalar, var olabilmek için birbirlerinden bağımsız hücrelerden meydana gelirler. Daha yüksek seviyeli bitki ve hayvanlar, farklı özel fonksiyonlar gösteren ya da mevcudiyetlerinin devamı için birbirine bağımlı olan organik hücreler topluluğundan oluşurlar. Çok hücreli organizmalar, hücrelerin biraraya gelmesiyle oluştuklarından mikroorganizmalardaki genel kurallar bunlar için de geçerlidir. Ancak, hücrelerin birbirlerine olan yakın bağımlılıkları, çok hücreli organizmaların büyüme modellerini çok kompleks hale getirir. Örneğin, çok hücreli organizmaların tüm parçaları aynı hızda büyümmez. Bazı dokular, embriyo tamamlandıktan sonra hiç büyümeyebilir, bazıları yavaş büyür ve bazıları da çok çabuk büyür.

Saç ve kıl gibi bazı dokular, hayvanın tüm hayatı boyunca büyümeye devam eder. Böyle dokular genellikle vücudun küçük bir parçasını teşkil eder. Hayvanlar, bir kez ergin büyüklüğe eriştikten sonra genellikle aynı büyüklükte kalırlar. Ancak, çoğu bitkiler, ölüncüye kadar büyümeye devam ederler.

Koloni halinde olan mikroorganizmalarda ve daha yüksek bitkilerde ve hayvanlarda büyüme, belirli bölgelerdeki özel hücre grupları ile sınırlanabilir. Örneğin bir bitkinin kökünün büyümesi kök boyunca olmaz, sadece uçta olur. Buradaki hücreler, büyürler ve bölünürler. Kök uzadıkça uçtaki hücreler içte kalırlar. Buna benzer bir büyüme olayı da, hayvanların kıllarında görülür. Aktif hücre büyümesi ve bölünme, bitki kök uçlarının tersine, kıl dibinde olur. Bir hücre dipten ayrıldığı zaman, bölünmez ama bir miktar daha büyür. Yerini bir sonraki hücreye bıraktığında büyümeyi durdurur ve keratin oluşturmaya yönelir. Keratinleşen bu hücreler, saç, kıl veya yapağı vs. liflerini oluşturur.

3.1.4. Hayvan Populasyonlarının Büyümesi

Genel olarak S şekilli bir eğri gösteren hayvan populasyonlarının büyümesi de, mikroorganizmaların büyümesine benzerlik gösterir. Ancak, hayvanlarda büyümenin son sınırı, yiyeceğin azalması, toksik maddelerin artması gibi faktörlerden daha başka faktörlere de bağlıdır. Örneğin bir çok hayvan populasyonu, kendilerine, ya geyiklerde olduğu gibi sürekli ya da foklarda olduğu gibi geçici bir bölge seçer. Böyle bir populasyonun yoğunluğu, belli bir eşik seviyesini aştığı zaman, çiftleşme oranlarının azalması, bireylerin yaşama güçlerinin azalması gibi nedenlerle populasyonun büyüklüğü azalır.

Predatör hayvanların populasyonlarının büyümesi, genellikle avlarının çoğalması ile ilgilidir. Çoğunlukla bu ikisi bir diğeri takip eder. Avlarının populasyon büyüklüğü arttıkça predatörlerin populasyonu da büyür. Predatörler çoğaldıkça da, avlarının populasyonlarında azalma görülür.

Tek hücrelilerden çok hücreli organizmalara, vücut kısımları veya organlardan bir ferde ve bir fertten populasyona kadar çeşitli büyüme olayları incelenirken bir çok gözlemler yapılır ve uygun ölçümler alınır. Büyüme bilimsel temellere dayandırmak, bu şekilde elde edilen verilere iyi bir matematiksel büyüme modeli uydurmakla olur. Ancak bu şekilde, büyüme olaylarının yorumlanması, bir diğeri ile ya da birbiri ile karşılaştırılması, hakkında kararlara varılması mümkündür.

3.2. BÜYÜME EGRİSİ VE İLGİLİ VERİ TİPLERİ

Büyüme eğrisi, daha çok vücut ağırlığı olmak üzere canlının yaşadığı süre içinde diğer büyüme özelliklerinin zaman içindeki değişimini tanımlayan bir eğriyi ifade etmektedir. Daha genel bir anlamda bunlara yaş-gelişme eğrileri denebilir. Yaş-ağırlık, yaş-sağrı yüksekliği, yaş-göğüs çevresi, yaş-uzunluk vs. gibi. Canlının vücudunun gelişmesi ve büyümesinin ölçümü, bütün vücut için yapılabildiği gibi vücudun belli bir parçası için de yapılabilir.

Belli bir gelişme devresi veya farklı gelişme devrelerinde, canlının büyümesini belirleyen bir veya daha fazla ölçüm yapılabilir. Örneğin boy gibi sadece tek bir büyüklüğün ölçüsü alınarak tek değişkenli, genişlik, ağırlık, uzunluk vs. gibi birçok büyüklüğün ölçülmesi sonucunda da çok değişkenli veriler elde edilebilir. Fitzhugh (1976), Tanner (1951) ve Cock (1966), canlılar üzerinde yapılan ölçümler neticesi elde edilen hem tek değişkenli hem de çok değişkenli verileri başlıca üç tipe ayırmışlardır. Bunlar, duragan (static), çapraz-kesimli (cross-sectional) ve zaman-bağımlı (longitudinal) verilerdir. Ayrıca ek olarak karma-çapraz-kesimli (Mixed-cross-sectional) ve karma-zaman-bağımlı (mixed-longitudinal) verilerden de bahsedilmektedir. Her tip veri için uygulanacak analiz yöntemleri ve yorumlar farklılık göstermektedir.

Duragan veriler, belli bir anda aynı özelliğe sahip canlılar üzerinde yapılan ölçümlerdir. Bu ölçümler bir veya daha fazla özellik üzerinde yapılabilir. Örneğin; süttan kesim ağırlığının kalıtım derecesinin hesaplanması veya kasaplık hayvanların seçiminde kullanılan vücut kompozisyonunun tahmini için hepsi aynı yaşta veya büyüme döneminde olan fertlerden bir ya da birkaç ölçümün yalnızca bir kez yapılması ile elde edilir. Duragan veriler, üzerinde ölçüm yapılan materyalin o andaki şekil ve durumu hakkında, ölçülen özellik bakımından yararlı bilgiler

sağlarlar ama canlının büyümesi ve gelişmesi hakkında çok fazla bilgi vermezler.

Çapraz-kesimli veriler de, durağan verilerde olduğu gibi, her birey için yalnızca belli bir anda bir kez ölçüm yapılması ile elde edilir. Ancak bu tip veriler, durağan verilerden farklı olarak, aynı ölçümlerin, aynı popülasyondan çekilen farklı yaşlardaki veya devrelerdeki örnekleri oluşturan diğer fertlerden de alınması ile elde edilir. Çapraz-kesimli veriler, örnekleme yapılan popülasyona ait ortalama büyüme eğrisinin özellikleri hakkında bilgi verir, fakat bu bilginin yeterliliği her bir örnek grubun sonuç çıkarılacak olan popülasyonu temsil etme derecesine bağlıdır.

Zaman-bağımlı veriler, örneği oluşturan tüm bireylerden her birinin değişik yaşlarında veya gelişme devrelerinde yapılan ölçümler sonucu elde edilen gözlemler topluluğudur. Zaman-bağımlı veriler, durağan ve çapraz-kesimli verilerin içerdiği tüm bilgileri içerir. Ayrıca, büyümenin zaman içindeki değişimi hakkında da bilgi verir. Hatta zaman-bağımlı veriler, durağan ve çapraz-kesimli analizler için alt gruplara bölünse dahi aynı bireyler analiz için tüm seviyelerine katıldığından dolayı yorumdaki güven artar (Brown ve ark., 1973). Tek ve çok değişkenli zaman-bağımlı verilerin analizleri ile ilgili olarak Kowalski ve Guire (1974), güzel bir literatür taraması yapmışlardır. Tsuzaki ve ark. (1987), doğumdan 18. yaşa kadar Japon çocuklarındaki fiziksel büyüme ile ilgili olarak hem zaman-bağımlı hem de çapraz-kesimli verilerle çalışmışlardır.

Bir fert için bir veya daha fazla özelliğin bir kez ölçüldüğü ancak ölçüm esnasındaki yaşların bilinmediği durumda karma-çapraz-kesimli veriler ortaya çıkar. Böyle durumlarda sabit bir yaşta (static veri) şekil ve büyüklük için örneklenen popülasyondaki varyasyon ile zaman içindeki gelişme ve büyümeden ortaya çıkan varyasyonlar bilinmeyen bir derecede karışır. Bu tür

verilere, doğal populasyonlardan yakalanan örnekler ve nereden geldiği bilinmeyen ticari et hayvanlarının karkasları için yapılan büyüklük ölçümleri örnek teşkil edebilir. Diş, pul, kemik oluşumu gibi yaş tayinini sağlayacak özelliklerden faydalanılıyorsa, yaş-büyüme ilişkilerinin yanlış yorumlanması mümkün olduğundan karma-çapraz-kesimli veriler, hem static ve hem de çapraz-kesimli verilerden daha az değerlidirler.

Karma-zaman-bağımlı veriler, ölçümün yapıldığı her periyotta tüm bireylerin her biri üzerinde ölçümün alınmadığı durumlarda ortaya çıkar. Bu veriler, bazı özellikler için zaman-bağımlı, diğer bazıları için de çapraz-kesimli verilerin bir karışımıdır (Fitzhugh ve ark., 1967). Çoğu durumlarda eksik kayıtların analizlerden çıkarılması en iyi yoldur fakat Tanner (1951), karma zaman-bağımlı verilerin analizi için alternatif analizler sunmuştur.

Fitzhugh (1976), bu veri tiplerini, bunlardan elde edilen bilginin kullanılmasındaki potansiyel bakımından incelemiştir. Bu beş tip verinin, içerdiği bilgi seviyesi bakımından en iyisi zaman-bağımlı verilerdir ve gittikçe azalan sırayla bunu karma-zaman-bağımlı, çapraz-kesimli, durağan ve karma-çapraz-kesimli veriler takip eder.

Bilgi içeriği yönünden zengin olan yaş-gelişme ölçümleri sonucu elde edilen veriler, oldukça zor analiz işlemlerini gerektirir. Yaş-gelişme verilerindeki bilgiler, büyüme oranları, besin ihtiyaçları, seleksiyona ve ilgilenilen diğer konulara karşı fertlerin göstermiş olduğu cevapları tahmin etmek için kullanıldığı gibi, tahmin amacı ile kullanılan büyüme eğrisine ait parametrelerin tahmini için de kullanılır. Canlıının gelişmesini temsil eden uygun büyüme eğrilerinin uydurulması için seçim yöntemlerinin belirlenmesinde, veri grubunun özellikleri ve analizin amacı önemli rol oynar.

Verilere uygun doğru bir büyüme eğrisinin uydurulması için, büyüme eğrileri fonksiyonları ve bunlarla ilgili parametreler hakkında bilgi sahibi olmak gerekir. Bir büyüme eğrisinin seçiminde en önemli hususlardan birisi parametrelerin biyolojik yorumlanabilirliğidir. Biyolojik bir yorumu araştırıcının eğilimi yönünde zorlamamaya veya bir veri grubu için uygun olarak bulunan yorumları diğer bir veri grubu için geliş güzel uygulamamaya dikkat etmek gerekir. Yapılan yorumun doğruluğu, genellikle genetik ve çevre ilişkilerinin iyi anlaşılmasına bağlıdır. Bu yorumlardan faydalanılarak, ilgili biyolojik özellikler için fertler veya populasyonların doğru bir şekilde sıralanması yapılır. Seleksiyon programlarında, bu çok önemlidir.

Uydurulan eğriyi geçerli kılan bir diğer husus ta, modelin uyum mükemmelliğidir. Modelin uyum mükemmelliği, gözlenen veri noktalarının uydurulan eğri üzerindeki karşılık gelen noktalardan sapmalarının minimize edilmesini yansıtır. Bu anlamda, n tane yaş-gelişme noktasından geçen ve en iyi uyum sağlayan eğri, $(n-1)$ dereceden bir çokterimlidir. Ancak $(n-1)$ 'nci dereceden bir çokterimlinin $(n-1)$ tane parametresi olacağından bunların biyolojik yorumu, n 'nin büyük olduğu durumlarda mümkün değildir.

Uydurulan büyüme eğrisinin seçiminde dikkat edilecek bir diğer husus ta hesaplamadaki zorluklardır. Bu zorluklar, fonksiyonun seçimi ve belli bir veri grubunun özellikleriyle değişir. Çoğu fonksiyonlar, hem yaş hem de büyüklük ölçeği üzerindeki noktaların sıklığı ve düzenliliğine karşı duyarlıdır. Özellikle iterasyon içeren çözümler, başlangıç değerinin seçimine karşı çok hassastır. Başlangıç değerinin yanlış seçilmesi ile bir çözüme ulaşamayabilir veya varılan sonuçlar, bizi, matematiksel olarak doğru ama biyolojik olarak yetersiz parametre tahminlerine götürebilir.

3.2.1. Uygun modelin seçimi

Bir organizmanın belli bir parçası, - bu, hücre olsun, doku, organ veya tüm vücut olsun - , modelin izah edildiği ortamdan etkilenen doğuştan gelen bir büyüme modelini izler. Böylece, belli bir gözlem zamanında bir özellik için (örneğin vücut ağırlığı) büyüme eğrisi, bu özelliğe etki eden bütün parçalara ait büyüme eğrilerinin bir bileşkesini temsil eder. Bir parça için uygun olan bir yaş-gelişme ilişkisi, başka bir parça veya bileşik özellik için uygun olmayabilir. Örneğin ağırlık (W), linear büyüklük olan boyun (L) küpü ile değişirse, linear büyümeyi $L=F(t)$ şeklinde tarif eden genel bir model, ağırlık olarak gelişmeyi tarif etmek için $W \propto L^3 = [F(t)]^3$ şekline dönüştürülebilir. Ancak, farklı gelişme ölçümleri arasındaki ilişkiler hakkında böyle basit bir kurala dayanarak genelleme yapmak yanıltıcı olabilir. Gelişmeyi tanımlayan ilişkiler, farklı özellikler, farklı genotipler ve farklı büyüme devreleri için farklılık gösterebilir.

Çoğu büyüme modellerinin genel bir özelliği, her birisinin dolaylı veya dolaysız olarak biyolojik anlamda ilişkili iki parametre kullanıyor olmalarıdır. Parametrelerden birincisi, bir ferdin veya bir grubun belli bir referans yaşında (genellikle olgunlukta) genel büyüme uzayındaki yerini belirler. Diğer bir ifadeyle, büyüklük parametresi ferdin büyük, orta ya da küçük olma durumunu tanımlar. Aynı ya da farklı yaşlardaki fertler üzerinden alınan, değişik zamanlardaki gelişme ölçümleri arasındaki korelasyonlar, oldukça yüksek olabilmektedirler. Bu nedenle büyüklük parametresi, vücut büyüklüğünün bir göstergesi olarak alınabilir.

ikinci parametre, vücut büyüklüğüne bağlı olan gelişme oranı ile ilgilidir. Büyüklük parametresi, erişkin büyüklüğe karşılık bulunduğu zaman bu "oran" parametresi ortalama erginlik zamanını tanımlar. Bu, büyümenin genetik yapıdan gelen etkinliğine

bağlanmaktadır (Taylor ve Young, 1966 ; Blaxter, 1968). Brody (1945), erginlik zamanını, türlerin karşılaştırılması için kronolojik yaştan fizyolojik yaşa çevirmede temel tanım olarak kullanmıştır.

"Büyüme" ve "oran" parametrelerine ek olarak, büyüme eğrisini iki devreye ayıran üçüncü bir parametre daha kullanılmaktadır. Brody (1945) bu devrelerden, sırayla, birincisini artan miktarlarda gelişme, ikincisini de azalan miktarlarda bir gelişme gösteren "hız kazanan" (self accelerating) ve "hız kesen" (self inhibiting) devreler olarak isimlendirmiştir. Bu iki devre arasındaki geçiş, sigmoid büyüme eğrisinin bükülme noktasını belirler. Bu nedenle bu üçüncü parametre, "bükülme" parametresi olarak adlandırılır. Bu geçişin teorik olarak ortaya çıktığı aralıkta, örneğin sığırlarda 6 ile 18 aylık yaş aralığında, büyüme eğrisi esasen linear olmasından dolayı tahmin edilen bükülme noktası, hayvanların fenotipinden ve daha çok ta verilere uydurmak için seçilen fonksiyonun özelliklerinden etkilenir.

3.2.2. Gelişme ile Yaş Arasındaki ilişki

Gelişme ile yaş arasındaki ilişkiyi (regresyonu) tanımlayan eşitlikler veya fonksiyonlar, yaş-gelişme verilerini açıklayan ilişkilerden bazılarıdır. Ancak, yaş ve gelişme arasında bir sebep sonuç ilişkisinin önceden varsayılması yanıltıcı olabilir.

Kümülatif besin tüketimi, yaş (kümülatif zaman) yerine geçebilecek alternatif bir bağımsız değişken olarak kullanılabilir. Bağımsız değişkenin bu şekilde seçilmesi yoluyla, mevsime bağlı değişikliklerle ilgili olarak meydana gelecek, besinlerin nitelik ve niceliğindeki geçici değişimlerden veya verim seviyesi ile ilişkili gereksinimlerdeki değişimlerden kaynaklanan, büyümedeki (özellikle ağırlık için) dalgalanmalar hesap dışı bırakılabilir. Kümülatif sınırsız (ad libitum) besin tüketimine karşı ağırlığın göstermiş olduğu gelişme eğrisi, genellikle üstel

bir eğridir (Brody, 1945; Taylor ve Young, 1964; Parks, 1970). Benzer şekilde Annala ve Bycroft (1988), istakozlarda zaman ölçeği olarak kabuk değiştirme devrelerini ele almışlardır.

Bir canlının yaşamı boyunca besin tüketimi çok nadiren gözlenebilmektedir. bu nedenle de genellikle kullanılabilir en uygun bağımsız değişken yaştır. Yaş ve büyüme arasındaki regresyon ilişkisini tarif etmek için kullanılan yöntemler, ortalama günlük canlı ağırlık kazancı ile bulunan, basit ve çoklu regresyonlar ve ortogonal polinomiyalleri içerir (Rao, 1958, 1965; Grizzle ve Allen, 1969). Bu durumda tarif edilen ilişkilerde genellikle nispeten kısa büyüme devresi kapsamakta ve tahmin edilen parametrelere de açık seçik bir anlam vermek oldukça zor olmaktadır. Bu nedenle de, parametre yönünden doğrusal olmayan (non-linear) asimtotik modeller, canlının tüm yaşamı boyunca yaş-büyüme ilişkisini ortaya koymak için geniş bir şekilde kullanılmaktadır.

Çizelge 1. Yapılan çeşitli araştırmalarda, yaş-gelişme ilişkilerini incelemek amacıyla ölçülen bazı örnek veri tipleri

Ölçülen Özellik	Ölçüm Yapılan Fertler veya Populasyon	Literatür
Bacak uzunluğu	Broilerler	Ibe ve Nwakalor (1987)
Omurga uzunluğu	"	"
Göğüs genişliği	"	"
But genişliği	"	"
Vücut ağırlığı	"	"
Yaprak sayısı	Bitkiler	Hunt (1982)
Yaprak alanı	"	"
Bitki başına toplam yaprak sayısı	"	"
Bitki başına toplam yaprak alanı	"	"
Yaprak alanı	Linum usitatiss.	Bazzaz ve Harper (1977)
Yaprak alanı	Arpa	Farrar (1980)
Yaprak ağırlığı	Arpa	Freyman (1980)
Canlı ağırlık	Sığırlar	Lopez de Torre ve ark. (1978)
Göğüs çevresi	"	"
Sağrı yüksekliği	"	"
Boy	insanlar	Koops (1986) Tsuzaki ve ark. (1987) Masuyama (1981, 1988)
Vücut ağırlığı	Fareler	Kotula ve Emswiller Rose (1988)
Günlük ağırlık kazancı	"	"
Vücut ağırlığı	Rode Island Red ve White Leghorn	Grossman ve Koops (1988)

Vücut ağırlığı:	Hereford	Fitzhugh ve Taylor (1971) Brinks ve ark. (1964)
vücut Ağırlığı:	Pika, fare ve tavşanlar	Koops (1986)
Ağırlık-boy	Balıklar	Ratkowsky (1986)
Boy	"	Francis (1988b)
Kotiledon uzunluğu	Calendula offic.	Ormsrod ve ark. (1980)
% kotiledon ağırlığı:	Pamuk	Christiansen (1962)
Kabuk uzunluğu	Istakozlar	Annala ve Bycroft (1988)
Kabuk uzunluğu Doku ağırlığı:	3 Littorina türü "	Chow (1987) "
Yaş-ağırlık Yaş-boy	Boz ayılar "	Kingsley ve ark. (1988) "
Ağırlık Günlük ağırlık kazancı:	Bebekler "	Rao (1958) "
Boy	Alabalıklar	Bowden ve Steinhorst (1973)
Çiçek sayısı:	Pamuk	Hearn (1969)
Ana kökte node sayısı	"	Hearn (1972)
Yaprak sayısı:	Cassava	Cock ve ark. (1979)
Enfekte fertler % si	Çam ağacı	Griggs ve ark. (1978)
Dane ağırlığı:	Mısır	Major (1980)
Tohum zarfı ağırlığı:	Bezelye	Littleton ve ark. (1979)
Sırt yağı kalınlığı:	Domuzlar	McKay ve Garnett (1988)

3.3. GÖZLEM VERİLERİN DÖNÜŞTÜRÜLMESİ

Çizelge 1 'de de görüldüğü gibi, yaş-gelişme ilişkilerini incelemek isteyen araştırmacılar, ilgilendikleri canlı materyal üzerinden zamana bağlı olarak çeşitli ölçümler almaktadırlar. Daha sonra araştırmacılar, bu ham verilere, amaçlarına uygun olarak matematiksel bir fonksiyon uydurmak suretiyle fonksiyonun parametrelerini tahmin ederler ve bu parametrelerin tahmin değerlerine göre büyüme konusunda çeşitli neticelere varırlar, yorumlarda bulunurlar. Varılan bu neticelerin ve yorumların doğruluk derecesi, verilere uydurulan fonksiyonun iyi seçilmiş olmasına bağlıdır. Bu seçimde, ham verilerin zamana karşı çizilen eğrileri, araştırmacıya yardımcı olur.

Bir çok durumlarda uydurulmak istenen fonksiyon, gerek çokterimli gerekse asimtotik bir fonksiyon olsun, ham verilerin bazı dönüştürmelere tabi tutulmasından sonra uydurulması halinde, verilere daha iyi uyum sağlamaktadır. Araştırmacılar tarafından en çok kullanılan dönüştürme şekli, logaritmik dönüştürme olup, 10 tabanına göre (adi logaritma) ya da e tabanına göre (doğal logaritma) ham verilerin logaritmalarının tercih edilmesi araştırmacının amacına bağlıdır. Ancak, yaygın olarak doğal logaritma (\log_e) kullanılmaktadır. Bunun sebebi, hakkında gözlem yapılan özelliklerin çoğu için yaş-gelişme ilişkilerinin üstel olmasından dolayı modelin lineerleştirilmesi ve daha basitleştirilebilmesidir.

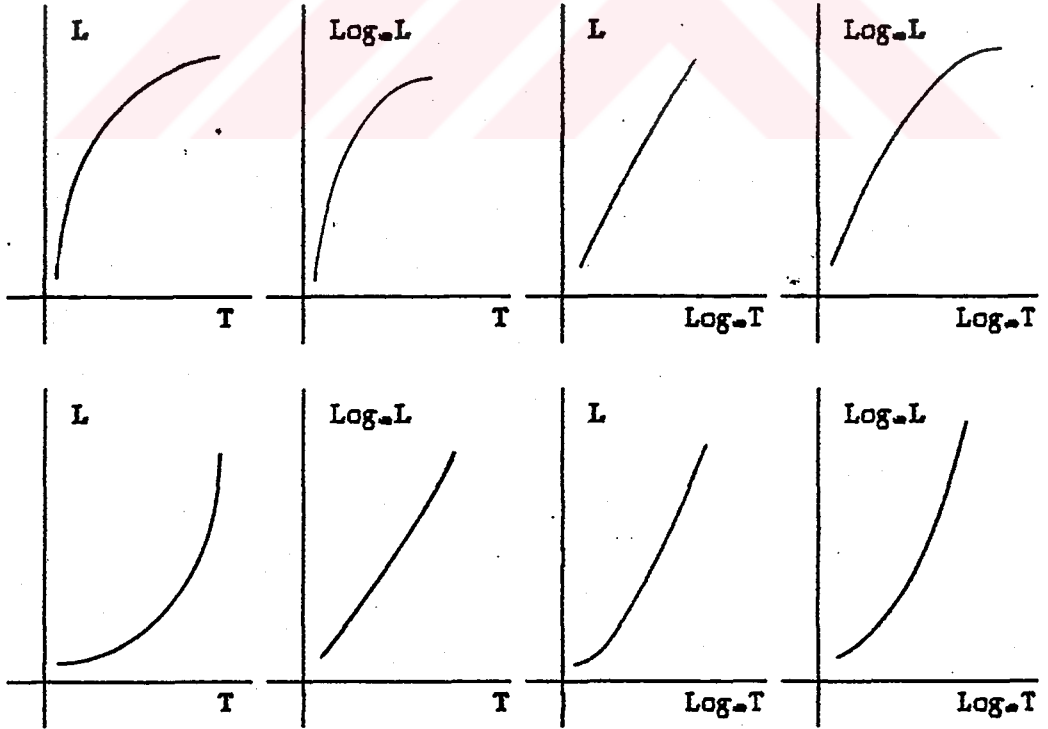
Çok terimliler kullanılarak yapılan regresyon analizlerinde üç tane önemli ön şartın yerine getirilmesi gerekir. Bunlardan birincisi, bağımsız değişken olan zamanın (X veya T) hatasız veya hemen hemen hatasız ölçülmesidir. ikincisi, her bir bağımsız değişkene karşılık gelen Y (veya W, L_A ... vs.) değerlerinin normal dağılışı olmasıdır. üçüncüsü ise, Y 'nin bu alt popülasyonlarının varyansının analiz boyunca üniform olması ve

büyükliğünün X ile değişmez olmasıdır. Bu üç şart yerine getirilmediği takdirde kullanılan basit regresyon teknikleri doğru ve başarılı sonuç vermez. Birinci şartın yerine getirilmesi çok zor değildir, çünkü büyüme analizlerinde, zaman, diğer ölçümlere göre daha doğru bir şekilde ölçülebilmektedir. İkinci ve üçüncü şartların yerine getirilmesi ise, daha özel bir itina gerektirir. Bu sorunu çözmeye en çok kullanılan yöntem, ham verilerin logaritmik dönüştürmeye tabi tutulması ve bu yeni veriler üzerinde regresyonların uydurulmasıdır.

Asimtotik fonksiyonlarda ise, logaritmik dönüştürmenin genellikle iki amacı vardır. Bunlar, fonksiyonu daha basit (üstel) hale getirmek ve fonksiyonu lineerleştirmektir. Büküm noktasına sahip olan veya olmayan asimtotik bir fonksiyonda, bağımlı değişkenin logaritmaları alındığında çizilen eğri, fonksiyonun genel eğrisine hala benzerlik gösteriyorsa fonksiyonu üstel hale getirmek ve bu basit haliyle fonksiyonu uydurmak mümkündür. Eğer monomoleküler ve Von Bertalanffy gibi büküm noktası olmayan fonksiyonlarda bağımlı değişkenin logaritmalarının alınması verilerin zamana karşı çizdiği eğriyi lineerleştiriyorsa daha basit olan birinci dereceden bir çokterimli fonksiyon (basit regresyon) uydurularak ta analiz yapılabilir. Linearleştirme işlemi, bazan yalnızca bağımlı değişkenin logaritmik dönüştürmeye tabi tutulması veya yalnızca bağımsız değişkenin logaritmik dönüştürmeye tabi tutulmasıyla (yarı logaritmik) ve bazan da hem bağımlı hem de bağımsız değişkenlerin logaritmik dönüştürmeye tabi tutulmasıyla (tam logaritmik) sağlanabilir. Büküm noktasına sahip olan ve sigmoid (S şekilli) bir genel eğri gösteren fonksiyonlarda (Richard, Gompertz, Lojistik) ise, eğrinin büküm noktasından önceki veya büküm noktasından sonraki kısım ele alındığında, büküm noktası olmayan asimtotiklerdeki işlemler uygulanabilir. Bunun anlamı, yaş-gelişme bakımından incelenen canlı materyalin uzun dönemde gösterdiği gelişme eğrisi sigmoid bir eğri olduğu halde

eğer sadece büküm noktasının ortaya çıktığı yaşa kadar veya bu yaştan sonraki bir dönemde gözlem yapılmış ise büyümenin bu kısmı için lineerleştirme amacıyla (ve tabii ki basitleştirme amacıyla da) logaritmik dönüştürme uygulanabileceğidir. Allison (1969), mısırlarda yapmış olduğu bir yaş-gelişme denemesinde, dönüştürülmemiş verilere kuadratik çokterimli uydurabilmek için 10. haftadaki hasattan önceki tüm verileri ve 18. haftadaki hasattan sonraki yaprak alanı verilerini atmak zorunda kalmıştır.

Logaritmik dönüştürmeye sebep olabilecek etmenlerden birisi olan varyans heterojenliğini kontrol amacıyla, Bartlett, Cochran gibi çeşitli homojenlik testleri yapılabilir (Bek ve Efe, 1987, sf. 74). Logaritmik dönüştürmenin eğri üzerindeki etkisi genel olarak Şekil 2 'deki gibi gösterilebilir.



Şekil 2. Logaritmik dönüştürmenin eğri üzerindeki genel etkisi.

3.4. GENELLEŞTİRİLMİŞ YAŞ-BÜYÜKLÜK İLİŞKİLERİ

Genel olarak, yaş-büyüme arasındaki ilişkiye, bitkinin kuru ağırlığı ile yaprak alanındaki gelişme çok iyi bir örnek teşkil etmektedir. Bu nedenle, bu iki özellik ele alınarak her hangi bir matematiksel fonksiyon belirlemeksizin yaş-gelişme ilişkilerinden bazıları genelleştirilmiş olarak aşağıda verilmiştir. Ayrıca, bazı büyüme oranlarının genel ifadeleri de (Hunt, 1982) belirtilmiştir. Genelleştirme yapılırken ilişkiler hem dönüştürmesiz ham veriler hem de logaritmik dönüştürmeli veriler için ayrı ayrı sunulmuştur.

Fertlerin büyümesine dönüştürmesiz yaklaşım amacıyla tüm bitki kuru ağırlığı W ile ve toplam yaprak alanı L_a ile gösterilsin. Bu iki ölçüm değişik yaşlar itibarı ile yapıldığında, her iki özellik için,

$$W = f_w(T) \quad 3.4.1$$

ve

$$L_a = f_L(T) \quad 3.4.2$$

şeklinde iki ampirik ilişki kurulabilir. Buradan, büyüme ile ilgili değişik oranlar tanımlanabilir. W ile gösterilen fonksiyonun birinci dereceden türevi yani fonksiyonun eğimi,

$$\frac{dW}{dT} = f'_w(T) \quad 3.4.3$$

mutlak büyüme oranı diye tanımlanabilir. Nispi büyüme oranı ise bu oranın tekrar W ile bölünmesi ile elde edilen,

$$\frac{1}{W} \times \frac{dW}{dT} = f'_w(T)/f_w(T) \quad 3.4.4$$

esitligidir. Yaprak alanı oranı, basitçe L_A 'nın W ile bölünmesiyle,

$$\frac{L_A}{W} = \frac{f_L(T)}{f_W(T)} \quad 3.4.5$$

şeklinde bulunur. Birim yaprak oranı ise, 3.4.4 eşitliğinin 3.4.3 eşitliğine bölünmesiyle,

$$\frac{1}{L_A} \frac{dW}{dT} = \frac{f'_W(T)}{f_L(T)} \quad 3.4.6$$

olarak bulunur.

Bazı durumlarda, yapılan ölçümlerin logaritmik dönüşümleri yapılarak yaş-büyüme ilişkisi ortaya konabilir.

Kuru ağırlık ve yaprak alanı örneği için, gözlenen gerçek W ve L_A verilerine, logaritmik dönüştürmeden sonra ampirik fonksiyonlar uydurularak gerçek ilişkiler tanımlanır. Buna göre, örnek için, logaritmik fonksiyonlar,

$$\log_e W = f_{\ln(W)}(T) \quad 3.4.7$$

ve

$$\log_e L_A = f_{\ln(L)}(T) \quad 3.4.8$$

olur. Analiz boyunca \log_e taşımasından sakınmak için, 3.4.7 ve 3.4.8 eşitlikleri üstel gösterimle yeniden,

$$W = \exp[f_W(T)] \quad 3.4.9$$

ve

$$L_A = \exp[f_L(T)] \quad 3.4.10$$

olarak yazılabilir. 3.4.9 eşitliğinden mutlak büyüme oranı,

$$\frac{dW}{dT} = f'_w(T) \times \exp[f_w(T)] \quad 3.4.11$$

olur.

Üstel gösterimlerde bireylerin büyümesinde dönüştürmesiz yaklaşımın aksine, nispi büyüme oranının tarifi, mutlak büyüme oranınıninkine göre daha açıktır. Nispi büyüme oranı basitçe, zamana karşı W 'nin logaritmik değerlerinin eğrisidir ve,

$$\frac{1}{W} \times \frac{dW}{dT} = f'_w(T) \quad 3.4.12$$

şeklindedir.

Yaprak alanı oranının hesaplanmasında ise, iki grup orijinal veri arasındaki oran, logaritmler arasındaki fark yardımıyla,

$$\frac{L_A}{W} = \exp[f_L(T) - f_w(T)] \quad 3.4.13$$

şeklinde bulunur ve

$$\left(\frac{1}{W} \times \frac{dW}{dT} = \frac{1}{L_A} \times \frac{dW}{dT} \times \frac{L_A}{W} \right) \text{ eşitliği kullanılarak birim}$$

yaprak oranı,

$$\frac{1}{L_A} \times \frac{dW}{dT} = \frac{f'_w(T)}{\exp[f_L(T) - f_w(T)]} \quad 3.4.14$$

şeklinde elde edilir. Bu, daha basit bir şekilde,

$$\frac{1}{L_0} \times \frac{dW}{dT} = f'(\omega(T)) \times \exp[f_0(T) - f_L(T)] \quad 3.4.15$$

olarak da yazılabilir. Bu eşitlik, 3.4.11 eşitliğinin 3.4.10 eşitliğine bölünmesiyle elde edilebilir.

Yukarıda da görüldüğü gibi, bitki kuru madde ağırlığı ve yaprak alanı bakımından yaş-gelişme ilişkileri, "yaprak alanı oranı", "birim yaprak oranı" gibi isimler almaktadır. Bu çalışmada detaylı olarak incelenmeyecek olan populasyon büyümesinde ise çeşitli yaş-gelişme ilişkileri; "ürün büyüme oranı", "yaprak alanı indeksi" ve "biomass dönemi" gibi isimler almaktadır.

üzerinde çalışılan canlı türü ve ilgilenilen özellikler değiştiği zaman benzer biyolojik tanımlar ile parametrelere değişik anlamlar verilebilir.

3.5. ÇOKTERİMLİ (POLİNOMİYAL) FONKSİYONLAR

Yaş-büyüme ilişkisini ifade etmek için kullanılan fonksiyonlardan en yaygın olanlardan biri çokterimli (polinomiyal) fonksiyonlardır. Bütün çokterimli fonksiyonlar, özellikle yaş-büyüme eğrileri uydurulması problemiyle karşı karşıya kalan araştırmacılar için, hesaplanması ve parametrelerinin tahmin edilmesi kolaylıklarından dolayı, oldukça yaygın kullanım alanı bulmaktadır.

Birinci dereceden çokterimli olarak isimlendirilen fonksiyon,

$$W' = a' + b'T \quad 3.5.1$$

şeklindedir. Fonksiyon, aslında, sadece iki terim içerdiğinden dolayı çokterimli tanımının dışındadır. Birinci dereceden çokterimli üstel fonksiyonun logaritmik dönüştürmeye tabi tutulmuş hali,

$$\log_e W = a + bT \quad 3.5.2$$

şeklindedir. $W = \exp(a + bT)$ şeklinde de gösterilebileceğinden dolayı "birinci dereceden çokterimli üstel fonksiyon" olarak da adlandırılır. T 'nin daha yüksek kuvvetleri eklenmek suretiyle daha karmaşık ve daha yüksek dereceden çokterimliler elde edilebilir. Buna göre ikinci dereceden çokterimli,

$$\log_e W = a + b_1T + b_2T^2 \quad 3.5.3$$

ve üçüncü dereceden çokterimli,

$$\log_e W = a + b_1T + b_2T^2 + b_3T^3 \quad 3.5.4$$

ve bu yolla n-inci dereceden çokterimli de,

$$\log_e W = a + b_1T + b_2T^2 + b_3T^3 + \dots + b_nT^n \quad 3.5.5$$

sekinde gsterilebilir. Çokterimli bir fonksiyon, bağımsız değişkeninin sahip olduğu en yüksek dereceden ismini alır. Uygulayıcılar, logaritmik dönüştürmeli serileri, dönüştürmesiz üstel serilere göre daha çok kullanmaktadırlar.

Asimtotik fonksiyonların tersine, çokterimli fonksiyonların parametreleri ve parametrelerinin varyansları daha doğru ve kolay bir şekilde bulunabilir Causton ve Venus (1981, sf.65-85).

Bunlardan başka, eğer tüm ölçek üzerinde hesaplama olanakları yoksa veya hosa gitmiyorsa, ölçek üzerine sınır koyulup ortogonal çokterimlilerden faydalanarak regresyon eşitlikleri bulunabilir. Yani, bağımlı değişken tekerrürsüz ise veya her hasat için ortalama bir değer olarak sunulmuşsa ve hasat işlemi eşit aralıklarla yapılmışsa, daha basit çokterimli fonksiyonlara ait bir dizi regresyon katsayısını deneme verilerinden ve özel olarak cetvel haline getirilmiş değerlerden faydalanarak belirlemek mümkündür. Örneğin Hunt (1982) 'ye göre Fisher ve Yates (1963), 75 veri noktasına kadar ve beşinci dereceye kadar çokterimlilerin uydurulması için polinomlarla ilgili cetvel değerlerini vermişlerdir. Ayrıca Ericson (1976), bitki büyüme eğrilerine ortogonal çokterimlilerin uydurulması ile ilgilenmiştir.

3.5.1. Birinci Dereceden Çokterimli Fonksiyon

Büyüme eğrilerinde birinci dereceden bir çokterimliye toplam kuru ağırlığın zaman içindeki değişimini incelemek için uydurulan doğrusal regresyon eşitliği örnek olarak verilebilir. Bu eşitlik,

$$W' = a' + b'T$$

3.5.6

sekinde dir. Birinci dereceden çokterimli üstel fonksiyon ise,

$$W = e^{a+bT}$$

3.5.7

veya logaritmik dönüştürmeye tabi tutulmuş haliyle,

$$\log_e W = a + bT \quad 3.5.8$$

esitlikleriyle verilebilir. 3.5.7 sayılı esitlikten mutlak büyüme oranı türetilebilir ki bunun için büyümenin T 'ye göre türevi alınır. Böylece mutlak büyüme oranı,

$$dW/dT = be^{a+bT} \quad 3.5.9$$

olur. Nispi büyüme oranı ise hem 3.5.7 sayılı esitlikten hem de 3.5.8 sayılı esitlikten elde edilebilir. Birinci durumda, 3.5.7 sayılı esitliğin T 'ye göre türevinin tekrar aynı esitliğe bölünmesi ile ,

$$\frac{1}{W} \frac{dW}{dT} = \frac{be^{a+bT}}{e^{a+bT}} = b \quad 3.5.10$$

sekinde ve ikinci durumda 3.5.8 sayılı esitliğin doğrudan T 'ye göre türevinin alınması ile,

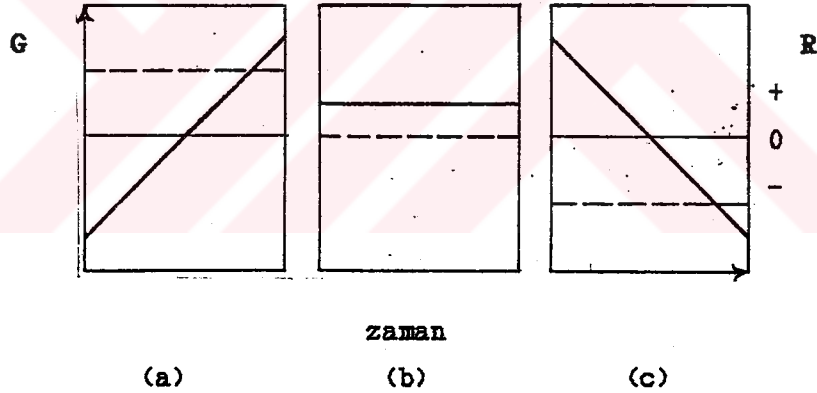
$$\frac{d(\log_e W)}{dT} = b \quad 3.5.11$$

sekinde bulunur. Görüleceği gibi her iki yolla da elde edilen nispi büyüme oranı, b olarak bulunmaktadır.

3.5.8 sayılı esitlikte a parametresi, T=0 olduğunda log_eW 'nin değeridir. Bir başka ifadeyle a parametresi, büyüme sisteminin, analiz için seçilen zaman ölçeğinin orijinindeki büyüklüğünün bir göstergesidir. b parametresi ise log_eW 'nin artış oranıdır. Mutlak ve nispi büyüme hızı, sırayla, G veya R ile gösterilir. R, aynı zamanda kullanıldığı yere göre, üstel artış

hızı, bileşik faiz oranı, (yalnızca kuru ağırlık için) spesifik büyüme hızı veya etkinlik indeksi gibi isimler de almaktadır.

Şekil 3 'te b'nin çeşitli durumları için büyüme şekilleri gösterilmiştir. Birinci durumda, pozitif bir b değeri, $\log_e W$ 'nin gittikçe artan düzenli bir seyir izlemesine ve R 'nin sabit ve pozitif bir değer almasına yol açar. İkinci durumda, b parametresi sıfırdır ve bu, $\log_e W$ 'nin sonlu fakat sabit bir değer almasına yol açar ki bu aslında a değeridir. Ayrıca R, bastan sona sıfırdır. Üçüncü durumda ise, b parametresinin negatif olması, $\log_e W$ 'nin düzenli olarak azalmasına ve R 'nin sabit ve negatif bir değer almasına yol açar.



Şekil 3. Birinci dereceden çokterimli fonksiyondan elde edilen, toplam kuru madde ağırlığına ilişkin mutlak (____) ve nispi (----) büyüme eğrileri.

(a) +b , (b) b=0 , (c) -b

Birinci dereceden çokterimli üstel fonksiyon (3.5.7 veya 3.5.8), bazı uygun durumlarda, çok kullanışlı olduğundan bu çalışmada sözü edilen büyüme eğrileri arasında özel bir yeri

vardır. Buradaki bitki büyümesi örneğinde, büyüme olayı sadece tek bir organda veya çok genç bireylerde tüm bitkide, düzenli aralıklarla hücrelerin art arda eşit bölünmeleri ile gelişir. Öyleyse hücrelerin sayısı ve toplam ağırlığı geometrik olarak ve zaman içerisinde üstel bir şekilde artar. Böylece bütün bir meristematik sistemin kuru ağırlığı log-linear tarzda artar ve birinci dereceden üstel çokterimli tamamıyla uygun bir modeldir. Bununla beraber, tam olarak meristematik sistemler, kendi kendilerini süresiz olarak destekleyemezler ve hücreler ve dokular arasında devam eden bölünme, birinci dereceden üstel çokterimlinin uygulanabilirliğinin zaman geçtikçe azalacağını ifade eder. Böylece, daha yüksek bitkilerin büyümesinin modellenmesindeki en büyük yararı, deneme verilerinin sağladığı bilgilerin sınırları içinde üstellik (exponensiyellik) varsayımının yapılabildiği erken devrelerde olmaktadır.

birinci dereceden çokterimli üstel fonksiyonun daha başka bazı özel amaçlara ulaşmak için deneme verilerine uydurulduğu durumlar da vardır. Örneğin, T 'ye göre $\log_{10} W$ 'nin gözlenen eğrisinin bariz bir şekilde doğrusal olmadığı durumda, eğer araştırmacı karşılaştırma amacıyla tek bir R değerine gereksinim duyuyorsa, birinci dereceden üstel çokterimli fonksiyon, doğrusal bir model uydurmak için kullanılabilir. Bu şekilde elde edilmiş olan R, bir anlamda ortalama bir değerdir (\bar{R}). Yani, \bar{R} değeri, T 'ye göre $\log_{10} W$ 'nin gözlenen eğrisinin ortalama eğimidir. Bu konu, Hunt (1982) tarafından geniş bir şekilde incelenmiştir.

Şekil 3 'te ikinci olarak gösterilen ilişki; kötü büyüme, dikkatsiz örnekleme veya yüksek değişkenliğin sonucu olarak ortaya çıkabilmektedir. Bazan, bu ilişkiden yararlanılarak birinci dereceden çokterimli exponensiyel, büyümenin olmadığını göstermek için de kullanılabilir.

3.5.2. ikinci Dereceden Çokterimli Fonksiyon

Çoğu zaman büyüme eğrilerini temsilen ikinci dereceden çok terimli fonksiyon da kullanılmaktadır. Bu tip ilişkiler bazı araştırmacılar tarafından "kuadratik" veya "parabolik" ilişkiler olarak ta isimlendirilmektedir. Bu fonksiyon,

$$W' = a' + b_1 T + b_2 T^2 \quad 3.5.12$$

ve ikinci dereceden çokterimli üstel fonksiyon,

$$W = e^{(a + b_1 T + b_2 T^2)}$$

veya logritmik dönüştürmeli olarak,

$$\log_e W = a + b_1 T + b_2 T^2 \quad 3.5.13$$

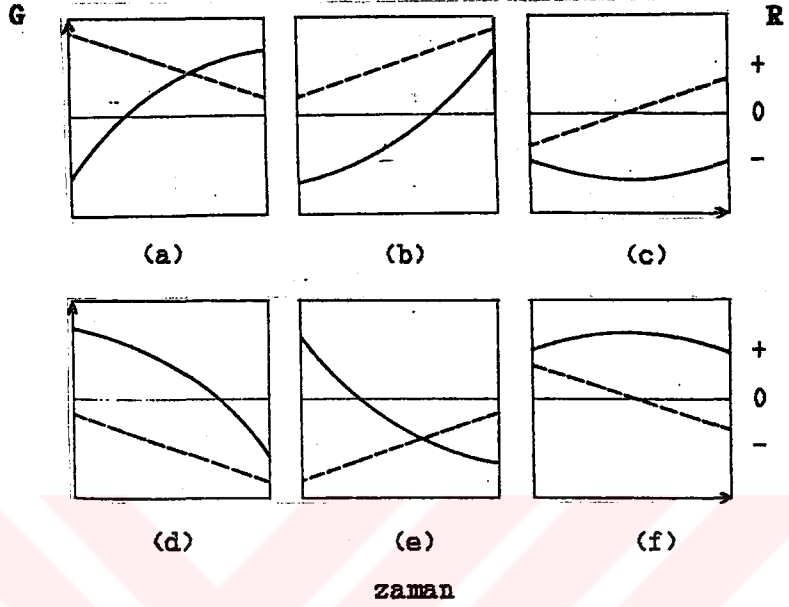
eşitlikleri ile verilebilir. Dönüştürülmemiş fonksiyondan mutlak büyüme oranı, dönüştürülmüş fonksiyondan ise nispi büyüme oranı hesaplanabilir. Buna göre mutlak büyüme oranı,

$$\frac{dW}{dT} = (b_1 + 2b_2 T) e^{(a + b_1 T + b_2 T^2)} \quad 3.5.14$$

ve nispi büyüme oranı,

$$\frac{d(\log_e W)}{dT} \quad (\text{veya} \quad \frac{1}{W} \cdot \frac{dW}{dT}) = b_1 + 2b_2 T \quad 3.5.15$$

şeklinde elde edilir.



Şekil 4. ikinci dereceden çokterimli fonksiyondan elde edilen, toplam kuru madde ağırlığına ilişkin mutlak (—) ve nispi (----) büyüme eğrileri.

(a ve f) $+b_1$, $-b_2$ (b) $+b_1$, $+b_2$
(c ve e) $-b_1$, $+b_2$ (d) $-b_1$, $-b_2$

3.5.15 eşitliğinden elde edilen nispi büyüme oranının zaman ile doğrusal bir şekilde değiştiği görülmektedir. Buna göre fonksiyon, bütün çok hücreli organizmaların büyümesinde eninde sonunda ortaya çıkan, W nin gelişmesinin doğrusallıktan ayrılmasının mümkün olan en basit ifadesini vermektedir. Bu nedenle bazı araştırmacılar (Eagles, 1969; Buttery ve Buzzel, 1974; Hurd, 1977), büyümenin çok ileri devrelerini kapsamamak şartıyla bu fonksiyonu diğerlerine tercih etmişlerdir.

Kuadratik eğriler, uniform ve gittikçe artan eğrilerdir. a parametresi, bütün çokterimlilerde olduğu gibi $T = 0$ zamanındaki büyüme miktarını, b_1 parametresi, $T = 0$ anında G veya R oranını,

b_2 ise G veya R eğrisinin değişim oranını, yani eğriliğin derecesini verir. Şekil 4 'te T 'ye bağlı olarak $\log_e W$ 'nin 6 değişik seyri gösterilmiştir. b_1 ve b_2 parametrelerinin büyüklüğü ve işaretindeki değişikliklerle, yatay eksene içbükey ya da dışbükey, tamamen yükselen ya da düşen, tepe ve çukur noktaları olabilen eğriler elde edilebilmektedir.

3.5.3. Üçüncü ve Daha Yüksek Dereceden Çokterimli Fonksiyonlar

Üçüncü ve daha yüksek dereceden çokterimlilerin parametrelerinin tahminleri ve biyolojik yorumlarını yapmak, derecenin yükselmesinden dolayı, oldukça zorlaşmaktadır. Üçüncü dereceden fonksiyon, "kübik" olarak ta bilinir ve,

$$W' = a' + b'_1 T + b'_2 T^2 + b'_3 T^3 \quad 3.5.16$$

şeklinde bir modeldir. Üçüncü dereceden çokterimli üstel fonksiyon ise,

$$W = e^{(a + b_1 T + b_2 T^2 + b_3 T^3)} \quad 3.5.17$$

veya

$$\log_e W = a + b_1 T + b_2 T^2 + b_3 T^3 \quad 3.5.18$$

şeklindedir. Buradan mutlak ve nispi büyüme,

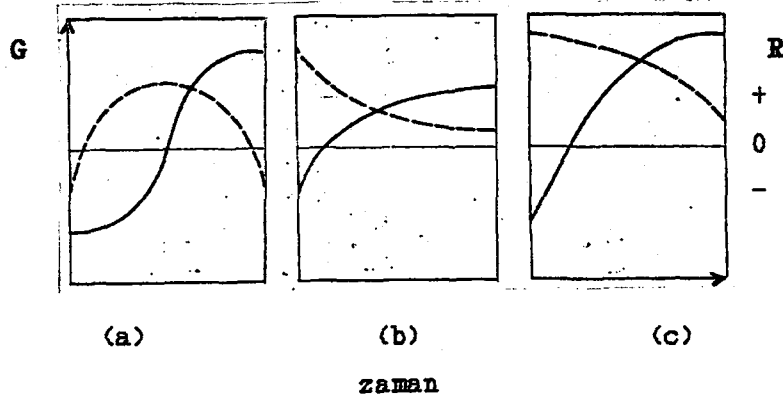
$$\frac{dW}{dT} = b_1 + 2b_2 T + 3b_3 T^2 e^{(a + b_1 T + b_2 T^2 + b_3 T^3)} \quad 3.5.19a$$

ve

$$\frac{d(\log_e W)}{dT} \quad \left(\text{veya} \quad \frac{1}{W} \frac{dW}{dT} \right) = b_1 + 2b_2 T + 3b_3 T^2 \quad 3.5.19b$$

olarak elde edilir. 3.5.19b eşitliğinin eğrisi, ikinci dereceden çokterimlininkine benzer şekilde, zamana karşı bir seyir takip eder ve eğri, hep ya bir yöne doğru sürekli eğrilme gösterir ya da S şekli alır.

Şekil 5 'te üçüncü dereceden çokterimli fonksiyonla ilgili üç yaygın örnek yer almaktadır. $(-b_1, +b_2, -b_3)$ durumunda kubbe şeklinde bir seyir, $(+b_1, -b_2, +b_3)$ durumunda eğride gittikçe azalan bir düşüş ve $(+b_1, -b_2, -b_3)$ durumunda da benzer olarak gittikçe artan bir düşüş seyri görülür. Bu son durumda b_1 katsayısı, başlangıç eğimini, b_2 , azalmanın başlangıç hızının yarısını ve b_3 , bu azalmadaki hızlanmanın altıda birini temsil eder. Bu tür bir kavram karmaşası nedeniyle üçüncü dereceden bir çokterimli, basit bir bükülme veya veriler incelendiğinde curvilinearity bakımından değişen basit bir eğrilik yönelmesi gösteren seyirleri uydurmak için ampirik bir yaklaşım fonksiyonu olarak kullanılır, ancak, katsayılar üzerinde biyolojik yorumlar yapmak zordur. Eğrinin şekli, daima katsayılarının işareti ve büyüklükleri tarafından belirlenir.



Şekil 5. Üçüncü dereceden çokterimli fonksiyondan elde edilen, toplam kuru madde ağırlığına ilişkin mutlak (—) ve nispi (---) büyüme eğrileri.

(a) $-b_1, +b_2, -b_3$ (b) $+b_1, -b_2, +b_3$ (c) $+b_1, -b_2, -b_3$

Daha yüksek dereceden çokterimli fonksiyonlar ise n-nci dereceden fonksiyonlar şeklinde genelleştirilebilir. Buna göre, n-nci dereceden bir çokterimli,

$$W' = a' + b'_1 T + b'_2 T^2 + b'_3 T^3 + \dots + b'_n T^n \quad 3.5.20$$

olarak yazılabilir. Bu fonksiyonun üstel hali ise,

$$W = e^{(a+b_1 T+b_2 T^2+b_3 T^3+\dots+b_n T^n)} \quad 3.5.21$$

veya

$$\log_e W = a + b_1 T + b_2 T^2 + b_3 T^3 + \dots + b_n T^n \quad 3.5.22$$

şeklindedir. Buradan mutlak büyüme oranı,

$$\frac{dW}{dT} = (b_1 + 2b_2 T + 3b_3 T^2 + \dots + nb_n T^{n-1}) e^{(a+b_1 T+b_2 T^2+b_3 T^3+\dots+b_n T^n)} \quad 3.5.23$$

ve nispi büyüme oranı

$$\frac{d(\log_e W)}{dT} \quad \left(\text{veya} \quad \frac{1}{W} \frac{dW}{dT} \right) = b_1 + 2b_2 T + 3b_3 T^2 + \dots + nb_n T^{n-1} \quad 3.5.24$$

elde edilir. 3.5.24 eşitliği doğal olarak, (n-1)-nci dereceden bir fonksiyon olarak davranan n-nci dereceden üstel bir çokterimlinin eğrisidir. Üçüncü dereceden bir çokterimlide olduğu gibi, burada da katsayıların biyolojik yorumları zor olmaktadır. Dolayısıyla, çokterimli fonksiyonlar, ampirik eşitlikler olarak kalmaktadırlar ve fazla sayıda büküme sahip bir seyir takip eden verilere

uydurmak için kullanışlıdır. Ancak, şekillerinin (yani aslında derecelerinin) seçiminde araştırmacıya yardımcı olacak biyolojik tanımlara sahip bir fonksiyon tarif etmek zordur. Mead (1971), bu tip fonksiyonların kullanımını detaylı olarak tartışmaktadır. Ayrıca, Elias ve Causton (1976), bitki büyümesi analizlerinde logaritmik dönüştürmeli verilere hangi dereceden çokterimlilerin uydurulması gerektiğini tartışmışlardır.

Verilere ampirik olarak iyi uyum sağlama esnekliklerinden kaynaklanan avantajlarına rağmen büyüme analizleri için yüksek dereceden çokterimlilerin değerini kısıtlayan pratik iki güçlük vardır. 1) Hesaplama güçlüğü : Çokterimli fonksiyonların katsayılarının hesaplanması esnasında, her bir terimin derecesi (bağımsız değişkenin üssü) arttıkça katsayısının mutlak değeri normal olarak geometrik bir şekilde daha küçük olur. Bunun sonucu olarak ta hesaplama işlemi geniş kapasiteli bir bilgisayarın bile nümerik gücünü aşar. 2) Uydurma güçlüğü : n noktalık bir seriye, (n-1)-nci dereceden bir çokterimli kesin uyum sağlar. Ancak, biyolojik uygulamalarda böyle bir model seçimi istenmeyen bir durumdur.

Özel bazı durumlarda yüksek dereceden çokterimlilerin büyüme modelleri olarak kullanılması zorunludur. Bu zorunluluk, bazı karşılaştırma amaçları için fonksiyonun iki kez veya daha fazla türevinin alınması gerektiği durumlarda ortaya çıkar. Çünkü, birbiri ardına türev alınırken her bir türev alma işleminde, T 'nin üssü bir azalacağından düşük dereceli çokterimliler bu amaca uygun değildir. Eğer, bu amaçla üçüncü dereceden bir çokterimli ele alınsaydı, sırayla $\log_e W$ için kübik çokterimli, $d(\log_e W)/dT$ için bir quadratik ve $d^2(\log_e W)/d^2T$ için lineer çokterimli elde edilir ve en son $d^3(\log_e W)/d^3T$ 'ün değeri de 0 olurdu.

3.6. ÇOKTERİMLİ FONKSİYONLARLA BÜYÜME EĞRİLERİNİN ANALİZİNDE, ÜÇ YÖNTEMİN KARŞILAŞTIRMALI OLARAK İNCELENMESİ

Herhangi bir fertten farklı zamanlarda gözlem alınması yoluyla elde edilen ölçümler, genellikle bağımlıdır. Bu tip veriler, her bir periyotta farklı fertlerden alınan aynı sayıdaki gözlemler kadar bilgi vermez. Bununla beraber, canlıların zaman içerisindeki büyümesini izleyebilmek ve yorumlayabilmek amacıyla büyüme eğrilerinin oluşturulmasında ve analizinde, aynı fertler ya da gruplar üzerinden belli periyotlarla alınan verilere gereksinim duyulmaktadır.

Burada, çokterimli büyüme eğrilerinde parametre tahmini ve güven kuşaklarının bulunması amacı ile geliştirilmiş olan Rao (1959) 'nun çok değişkenli yaklaşımı, tam bağımsız yaklaşım ve karışık model yaklaşımı karşılaştırılacaktır.

3.6.1. Çok Değişkenli Yaklaşım (Yöntem I)

Rao, açıklanan özelliklerdeki verilere ait bir eğrinin güven kuşaklarının tahmini için bir yöntem sunmuştur. Bu yöntem, farklı zaman periyotlarında aynı fertten alınan gözlemler arasında bağımsızlık olduğu gibi bir varsayımı da gerektirmez. Dolayısıyla bu yöntemde, hataların çok değişkenli bir dağılım gösterdiği kabul edilmekte ve çözüme çok değişkenli yöntemlerle ulaşılmaktadır. Çözümün geliştirilmesinde, Rao yalnızca, gerçek cevap eğrisinden sapmaların çok değişkenli normal dağılım gösterdiğini kabul etmiştir. Bu varsayım geçerli ise Rao 'nun yöntemi kullanılabilir.

n tane bireyin her birinden p tane zaman noktasında ölçümlerin yapıldığı varsayılın ve bu gözlemlerden hesaplanan $p \times p$ 'lik varyans-kovaryans matrisi, S matrisi ile, ortalama değerler

de, $p \times 1$ 'lik y vektörü ile gösterilsin. Buna göre, cevap eğrisine ait regresyon modeli,

$$E(\hat{y}) = A\beta \quad 3.6.1$$

olur. Burada, A , rank değeri m olan $p \times m$ 'lik bir matris, β ise, m tane bilinmeyen parametre içeren bir sütun vektörüdür. Eğer veriler zamana karşı linear bir regresyon gösterirse, i -nci değer, t_i zamanındaki ortalama cevap olan y_i 'yi verir. Bu durumda ;

$$E(y_i) = \beta_0 + \beta_1 t_i \quad 3.6.2$$

modeline göre A matrisinin i -nci sırası basitçe $(1-t_i)$ olur. Eğer p tane zaman noktasına sahip gerçek varyans-kovaryans matrisi hakkında hiçbir varsayımda bulunulmazsa ;

i) β 'nın en iyi sapmasız tahmini, $\hat{\beta} = CA'S^{-1}y$ 'dir. Burada , $C = (A'S^{-1}A)^{-1}$ 'dir. i -nci zaman noktasındaki cevap değeri ise, $a'\hat{\beta}$ ile elde edilir. Burada a' , A 'nın i -nci sıra vektörüdür.

ii) Modelin yeterli olup olmadığının testi için,

$$T = (y'S^{-1}y - y'S^{-1}A\hat{\beta})n/(n-1) \quad 3.6.3$$

istatistiği kullanılır. Eğer model doğru ve gözlemler çok değişkenli normal dağılıs gösteriyorsa, $T(n-p+m)/(p-m)$ değeri, $(p-m)$ ve $(n-p+m)$ serbestlik derecelerinde F dağılısı gösterir.

iii) β 'nın k -nci elemanı olan β_k 'nın $(1-\alpha)$ 'lık güven kısıkları,

$$|\beta_k - \hat{\beta}_k| \leq t \sqrt{\frac{(n-1)C_{kk}(1+T)}{n(n-1-p+m)}} \quad 3.6.4$$

ile verilir. Burada, t , $(n-1-p+m)$ serbestlik dereceli ve $\alpha/2$ önem seviyesindeki cetvel değeri, C_{α} ise C matrisinin k -ncı köşegen elemanıdır.

iv) Tahmin edilen eğrinin güven kusaklarını elde etmek için, tüm u vektörleri için en azından $(1-\alpha)$ 'lık olasılıkla gerçek olan,

$$|u'\beta - u'\hat{\beta}| \leq \sqrt{(u'Cu)F_{\alpha} \frac{m(n-1)(1+T)}{n(n-p)}} \quad 3.6.5$$

istatistiği kullanılır. Burada, F_{α} , m ve $(n-p)$ serbestlik dereceli, α önem seviyesindeki F -cetvel değeridir. Özellikle p tane zaman noktasındaki güven kusaklarına ait noktaları elde etmek için u' , A 'nın p tane sırasını içerir.

3.6.2. Tam Bağımsız Yaklaşım (Yöntem II)

Rao 'nun yukarıda anlatılan çok değişkenli yaklaşımında, bir fertten elde edilen gözlemlerin diğer tüm fertlere ait gözlemlerden bağımsız olduğu kabul edilmekte, ama aynı ferde ait gözlemler korelasyonlu olabilmektedir. Eğer değişik zamanlarda aynı fertten elde edilen verilerin de birbirinden bağımsız olduğu gibi katı bir varsayımda bulunulursa tam bağımsız yaklaşım söz konusudur. Bu yöntem, aynı notasyon ile aşağıdaki gibi özetlenebilir :

- i) β 'nın en iyi sapmasız tahmini, $\hat{\beta} = (A'A)^{-1}A'y$ 'dir.
- ii) Model doğru ve gözlemler normal dağılımlı ise regresyon modelinden sapmaların kareleri toplamı olan $n(y'y - y'A\hat{\beta})$ için test istatistiği, $n(y'y - y'A\hat{\beta})/(p-m)S^2$, $(p-m)$ ve $p(n-1)$ serbestlik dereceli F dağılışı gösterir. Burada S^2 , zaman noktaları içi (within-time-point) kareler toplamı 'nın $p(n-1)$ serbestlik derecesine bölünmesi ile elde edilen genel hata varyansının bir tahminidir.

iii) β_k 'nın $(1-\alpha)$ 'lık güven kusakları,

$$| \beta_k - \hat{\beta}_k | \leq t_{\alpha/2} S_{\epsilon} \sqrt{v_{kk}} \quad 3.6.6$$

ile verilir. Burada t değeri, $(np-m)$ serbestlik dereceli t dağılısının cetvel değeridir. v_{kk} ise, $(A'A)^{-1}/n$ matrisinin k -nci köşegen elemanıdır. S_{ϵ}^2 , Zaman Noktaları içi K.O. ile Modelden Sapmalar K.O. 'nın birleştirilmesi ile elde edilen, $(np-m)$ serbestlik dereceli K.O. 'dır.

iv) Bütün u 'lar için en azından $(1-\alpha)$ 'lık olasılıkla doğru olan güven kusakları,

$$| u'\beta - u'\hat{\beta} | \leq S_{\epsilon}^2 \times \sqrt{u'(A'A)^{-1}u F_{\alpha, m/n}} \quad 3.6.7$$

ile verilir. Burada F_{α} , α önem seviyesinde, m ve $(np-m)$ serbestlik dereceli F -cetvel değeridir. u' , yine A 'nın p tane sırası olarak alınabilir.

3.6.3. Karışık Model Yaklaşımı (Yöntem III)

Bu yöntemde, herhangi bir fert üzerinden elde edilen gözlemler arasında tam bağımsızlık olduğu kabul edilmez, fakat varyans ve kovaryanslar hakkında Rao 'nun yönteminde olduğundan daha katı varsayımlarda bulunulur.

Yöntemin açıklanması için bir çokterimli ile tarif edilen bir ortalama cevap eğrisi,

$$E(y_z) = \sum_{k=0}^{m-1} t^k \beta^* \quad 3.6.8$$

sekinde olsun. Burada $i = 1, \dots, p$; $m < p$ olup y_z , herhangi bir fertten t_z zamanında elde edilen bir gözlemdir. Eğer $x_{z,j}$, t^k 'nın

ortogonal dönüşümü olarak düşünülürse yukarıdaki eşitliğe esdeğer olarak ,

$$E(y_j) = \sum_{k=0}^{m-1} x_{jk} \beta_k \quad 3.6.9$$

yazılabilir. Uygulamada, j-nci ferдин cevabı ve β_{kj} 'si, ortalama β_k 'dan farklılık gösterebilir ve ayrıca e_{j} tesadüfi hatalarına sahip olabilir. Diğer bir deyişle model ,

$$y_{j} = \sum_{k=0}^{m-1} x_{jk} \beta_k + \sum_{k=0}^{m-1} x_{jk} \lambda_{kj} + e_{j} \quad 3.6.10$$

şeklinde yazılabilir. Burada λ_{kj} , j-nci ferдин ortalamasının populasyon ortalamasından sapmasıdır. Benzer olarak, k 'nın diğer değerleri için $\lambda_{kj} = (\beta_{kj} - \beta_k)$ 'dır ve e_{j} , j-nci ferдин kendi büyüme eğrisinden olan sapmasıdır.

Şimdi, her k değeri için, λ_{kj} 'nin, σ^2_k varyanslı bağımsız normal dağılım gösteren tesadüfi değişkenler olduğu ve e_{j} 'nin, σ^2_E varyanslı bağımsız normal dağılıma sahip olduğu ve λ_{kj} 'den bağımsız olduğu şeklinde kritik varsayımlarda bulunulsun. işte bu, tek değişkenli varyans analizinde karışık modeldir ve λ_{kj} ile e_{j} tesadüfi etkiler iken β_k sabit etkilerdir. y_{j} ile $y_{j'}$ ($j \neq j'$), bağımsızdır ve y_{i} ve $y_{i'}$ ($i \neq i'$) 'nün kovaryansı, $\sum_k \sigma^2_k x_{ik} x_{i'k}$ 'dır. Böylece varyanslar ve kovaryanslar hakkındaki varsayımlar birinci yöntem göre daha kısıtlayıcıdır. Bu durumda p tane zaman noktasının varyans-kovaryans matrisi, yalnızca m+1 tane populasyon parametresi ile belirlenir. Bunlardan m tanesi σ^2_k varyansları ve 1 tanesi de σ^2_E dir. Sözü edilen hususlar, hataların çok değişkenli normal dağılımını varsaydığından; ilk yöntem, bu son yöntemin özel bir hali gibi düşünülmemelidir. λ_{kj} ve e_{j} 'nin varyans unsurları, Çizelge 2 'de verilen tek değişkenli varyans analizindeki gözlenen ve beklenen kareler ortalamalarından fayda-

Şizelge 2. Sembolik Varyans Analizi

V.K.	S.D.	K.T.	K.O.	E(K.O.)
Fertiler (F)	n-1	$K_{TF} = \sum y_{.i}^2 / p - y_{.}^2 / np$	K_{FO}	$V_{FO} = \sigma^2 \epsilon + p\sigma^0$
Periyotların x_1 üzerine Reg.	1	$K_{T1} = (\sum x_{1i} y_{i.})^2 / n \sum x_{1i}^2$	K_{O1}	$V_1 = \sigma^2 \epsilon + \sigma^2 \sum x_{1i}^2 + n\beta^2 \sum x_{1i}^2$
.....
Periyotların x_{m-1} üzerine Reg.	1	$K_{Tm-1} = (\sum x_{1,m-1} y_{i.})^2 / n \sum x_{1,m-1}^2$	K_{Om-1}	$V_{m-1} = \sigma^2 \epsilon + \sigma^2 \sum x_{1,m-1}^2 + n\beta^2 \sum x_{1,m-1}^2$
(Fert, X Per, x_1 üz. Reg.) _{2NT}	n-1	$\sum (\sum x_{1i} y_{i.})^2 / \sum x_{1i}^2 - K_{T1}$	K_{OF1}	$V_{F1} = \sigma^2 \epsilon + \sigma^2 \sum x_{1i}^2$
.....
(Fert, X Per, x_{m-1} üz. Reg.) _{2NT}	n-1	$\sum (\sum x_{1,m-1} y_{i.})^2 / \sum x_{1,m-1}^2 - K_{Tm-1}$	$K_{OF,m-1}$	$V_{F,m-1} = \sigma^2 \epsilon + \sigma^2 \sum x_{1,m-1}^2$
HATA	n(p-m)	$K_{Te} = \text{Fark}$	K_{Oe}	$V_e = \sigma^2 \epsilon$

GENEL	np-1	$\sum_{i,j} y_{ij}^2 - y_{.}^2 / np$		

lanılarak tahmin edilebilir. (Varyans unsurlarının genel bir açıklaması için Anderson ve Bancroft (1952) 'a ve Bek ve Efe (1987) 'ye başvurulabilir).

i) β parametreleri vektörünün en iyi tahmini, ikinci yöntemdeki ile aynı olup bu bölümün notasyonu ile,

$$\hat{\beta}_k = (\sum_z y_z . x_{zk}) / (n \sum_z x_{zk}^2) \quad 3.6.11$$

şeklinde yazılabilir.

ii) Modelin yeterliliği ise 2. yöntem göre çok farklı bir yoldan test edilir. Regresyon modelinden sapmaların kareleri toplamı, 2. yöntemdeki ile aynıdır ve ,

$$KT_D = KT_P - \sum_{k=1}^{m-1} KT_k \quad 3.6.12$$

olarak yazılabilir. Burada, $KT_P = (\sum y_z^2) - (y^2_{..} / np)$ 'dir. Ancak bu değer, Artık Kareler Toplamı olan Modelden Sapmalar K.T. ve Hata K.T. 'nin farkı $(KT_E - KT_D)$ ile karşılaştırılır. Buna göre $(n-1)KT_D / (KT_E - KT_D)$ istatistiği, $(p-m)$ ve $(p-m)(n-1)$ serbestlik dereceli F dağılışı gösterir.

iii) $\hat{\beta}_k$ 'nin varyansı,

$$S^2_k = [(\hat{\sigma}^2_E / \sum_z x_{zk}^2) + \hat{\sigma}^2_k] / n = KO_{Fk} / n \sum_z x_{zk}^2 \quad 3.6.13$$

ile tahmin edilir. Burada KO_{Fk} değeri, V_{Fk} 'yi tahmin eden K.O. 'dır (Çizelge 2). Böylece $\hat{\beta}_k$ 'nin $(1-\alpha)$ 'lık güven kısımları,

$$| \beta_k - \hat{\beta}_k | \leq t_{\alpha} S_k \quad 3.6.14$$

ile elde edilir. Burada t , $(n-1)$ serbestlik dereceli uygun t-cetvel değeridir.

iv) i-nci zaman noktasındaki cevabın tahminine ait varyans,

$$V \left[\sum_{k=0}^{M-1} x_{zk} \hat{\beta}_k \right] = (1/n) \left\{ \hat{\sigma}_E^2/p + \hat{\sigma}_O^2 + \sum_{k=1}^{M-1} \left[\hat{\sigma}_E^2 / \left(\sum_z x_{zk}^2 \right) + \hat{\sigma}_k^2 \right] x_{zk}^2 \right\}$$

$$= (K_{O_F} / np) + \sum_{k=1}^{M-1} (K_{O_{Fk}} x_{zk}^2) / \left(n \sum_z x_{zk}^2 \right)$$

3.6.15

şeklindedir. Daha sonra tüm eğri için yaklaşık bir güven kusağı, p tane ilişkidir,

$$| u'_{z\beta} - u'_{z\hat{\beta}} | \in S_z \times \sqrt{mF_{\alpha z}} \quad 3.6.16$$

olarak tahmin edilir. Burada, $u_z' = (x_{0z}, x_{1z}, \dots, x_{M-1,z})$ ve $F_{\alpha z}$ ise, α önem seviyesinde, m ve f_z serbestlik derecelerindeki F-cetvel değeridir. Burada f_z , Elston ve Grizzle (1962) 'ye göre Satterthwaite (1941) 'ın yaklaşımı ile,

$$f_z = \frac{(n-1) \times S^4_z}{(K_{O_F} / np)^2 + \sum_{k=1}^{M-1} \left(K_{O_{Fk}} x_{zk}^2 / n \sum_z x_{zk}^2 \right)^2} \quad 3.6.17$$

veya sapmasız olarak,

$$f_z = \frac{(n+1) \times S^4_z}{(K_{O_F} / np)^2 + \sum_{k=1}^{M-1} \left(K_{O_{Fk}} x_{zk}^2 / n \sum_z x_{zk}^2 \right)^2} - 2 \quad 3.6.18$$

şeklinde bulunabilir. Bununla beraber tüm zaman noktaları için m ve (n-1) serbestlik dereceli F değerinin kullanılması her zaman katı bir yaklaşım olacaktır ve bu, uygulamada iyidir.

v) Yukarıda (iii) ve (iv) 'te verilen güven kuşakları; ortalama kesim noktası, ortalama regresyon katsayıları ve ortalama cevap eğrisi içindir. Ayrıca bir ferdin kesim noktası, bir ferdin regresyon katsayısı ve bu ferdin eğrisini elde etmek te mümkündür. Bu kuşakların elde edilmesinde yapılacak iş, S^2_k ve S^2_{1k} 'deki n bölgeni atmaktır. Buna ilaveten, örnekte bulunmayan bir fert için güven kuşaklarını da elde etmek mümkündür. Bunun için y_{1j} nin tahmini olan

$$\hat{y}_{1j} = \sum_{k=0}^{M-1} x_{1k} \hat{\beta}_k \quad 3.6.19$$

'nin varyansının,

$$KO_{F0} \left[1 + \frac{1}{np} + \sum_{k=1}^{M-1} \frac{KO_{Fk} x^2_{1k}}{\sum_1 x^2_{1k}} \left(1 + \frac{1}{n} \right) \right] \quad 3.6.20$$

şeklinde hesaplanması gerekir. Bu tip güven kuşaklarının herhangi bir çok değişkenli yaklaşımla elde edilemediği görülür.

Linear regresyon, quadratik regresyon vs. için testlerin; her bir deneme ünitesine ait λ_{kj} parametrelerinin tahmin edilmesi ve bu tahminlerin t-testleri yapmada, güven aralıkları elde etmede vs. gözlemler olarak kullanılması suretiyle yapılan testlerle aynı olduğu belirtilebilir. Böylece, $\beta_k \neq \hat{\beta}_k$ alternatifine karşı $\beta_k = \hat{\beta}_k$ hipotezinin testi için,

$$t = (\beta_k - \hat{\beta}_k) / S_{\lambda k} \quad 3.6.21$$

istatistiği kullanılır. Burada $\hat{\beta}_k$, önceki ile aynıdır ve n tane λ_{kj} tahmininin ortalamasına eşittir. $S_{\lambda k}$ ise bu λ_{kj} 'lerin tahmin edilmiş varyansıdır. Bu, eğer sıfır hipotezi doğru ise (n-1) serbestlik dereceli t dağılışı gösterir ve $\beta'_k = 0$ durumunda, $(KO_k / KO_{Fk})^{1/2}$ ile aynıdır.

3.7. ASİMTOTİK FONKSİYONLAR

Bir asimtotik fonksiyonda, diğer özellikleri ne olursa olsun, eğrinin şekli belirgin bir özellik gösterir. Bu özellik, bağımlı değişkenin bir asimtotik değere sahip olmasıdır. Yani X sonsuz iken Y 'nin tahmin edilen değeri asimtotu verir.

Asimtotik fonksiyonların bu özelliği, oldukça genel olmasına rağmen, uydurulan her eğrinin şeklinde bu açıkça görülmeyebilir. Asimtotik bir eğri uydurulmuş olsa bile, veriler, buldukları değişim aralığı içerisinde belirli bir asimtota yaklaşma göstermeyebilirler. Sonuçta ortaya çıkan eğrinin şekli, görsel olarak incelendiğinde, asimtotik gibi görünmeyebilir. Ancak böyle bir durumda yeterli bir ekstrapolasyon yapılırsa, uydurulan eğrinin asimtot değeri, grafik olarak her zaman belirgin şekilde elde edilebilir. Asimtotik fonksiyonlar, seyirlerinin ilk ve orta kısımlarında oldukça değişiklik gösterebilirler.

Çokterimli fonksiyonların aksine asimtotik fonksiyonlar, parametre açısından istatistikî olarak non-linear'dirler. Diğer bir ifade ile, fonksiyonların üç veya daha fazla sayıdaki parametresi,

$$\log_e W = a + b_1 T + b_2 T^2 + b_3 T^3 \quad 3.5.18$$

şeklindeki üçüncü dereceden bir çokterimlide olduğu gibi, linear bir dizi halinde birleştirilmezler. Fakat,

$$W = a(1 - be^{-cT}) \quad 3.7.1$$

şeklindeki monomoleküler fonksiyonda olduğu gibi, parametreler, bir diğeri ile bölme, çarpma veya üs alma gibi işlemlere tabidirler. Bu tip fonksiyonlarda, gözlenen veriler kullanılarak

parametrelerin tahmin değerlerinin bulunması için basit ve doğrudan bir yöntem yoktur. Bunun yerine iteratif hesaplama işlemleri kullanılır. Bu nedenle hesaplama başlangıcında bir veya daha fazla parametre için mantıki ve keyfi başlangıç değerleri seçilerek iterasyona başlanır. Bu değerleri içeren geçici eşitlik çözümler. iterasyonlar sonunda parametre değerleri gittikçe sabitleşir. Üç veya daha fazla parametre sayısı bulunduğundan ve çok sayıda iterasyon gerektiğinden böyle işlemlerin yüksek hızlı bilgisayarlar da yapılması oldukça büyük avantaj sağlayacaktır.

Birçok asimtotik fonksiyon, uzun süreden beri biliniyor olmalarına rağmen, hesaplamadaki zorluklar nedeniyle, önceleri, yaygın olarak kullanılmamışlardır. 1959 yılında F.J. Richard, bugün kendi adıyla anılan Richard fonksiyonu 'nu önermiştir. Ancak Fitzhugh (1976), Venus ve Causton (1979a,b) gibi araştırmacılar tarafından yeniden ele alınıncaya kadar uzunca bir süre rağbet görmemiştir.

Asimtotik fonksiyonlar, hayvanların büyümeleri ile ilgili modellerin geliştirilmesinde daha önceki başarılı kullanımlarından dolayı bitki büyümesinin izahı için de kullanılmaya başlanmıştır. Ancak bitkiler ve hayvanların büyümesi arasında çok önemli bir fark vardır. Hayvanlar, organlarının sayısı ve büyüklüğü bakımından genetik olarak önceden belirlenmiş şekilde dünyaya gelirler. Bitkilerde ise büyüme, hayvanlardaki kadar sınırlanmamıştır. Bu fark, büyüme eğrileri uydurmaya çalışan bir araştırmacıyı oldukça etkiler ve sınırlar. Bitkilerdeki büyüme hayvanlardaki büyümeye nazaran daha az kesin olduğundan, genetik ve çevresel etkilerin değişik kombinasyonları bitki büyüme eğrilerinin şeklini büyük miktarda değiştirebilir. Bütün bitkilerde son büyüme sınırı belirgin değildir ve genellikle bitkilerin tüm yaşamını kapsamayan ve daha kısa sürelerde elde edilen veriler üzerinde çalışıldığından, çok genç çağlardaki bitkiler üzerinden yapılan tahminler yanıltıcı olabilir.

Bitki organları ile uğraşırken durum daha farklıdır. Genellikle kök, yaprak, çiçek tomurcuğu gibi tek bir organın gelişmesi sonucu belirli bir büyüklüğe bir kez ulaşılır. Tüm organizmanın büyümesi ise, aynı organın büyümesine ilaveten sonradan ortaya çıkan organların büyümeleri ile de olur. Asimtotik fonksiyonlar, büyüklükleri asimtota yaklaşan organlardaki büyümenin modellenmesi için güzel uyum sağlar. Causton ve Venus (1981), bu konuyu ele alarak bitkilerin çeşitli organlarının ferdi büyümeleriyle ilgili gözlenen verilere uyan ampirik asimtotik fonksiyonlardan yola çıkıp tüm bir bitki için büyüme modeli geliştirmişlerdir.

Eğer çokterimli fonksiyonlar yeteri kadar yüksek dereceli ise asimtota makul yaklaşımlar gösterirler fakat özellikle bu amaç için oluşturulan asimtotik fonksiyonların performansı ile karşılaştırıldığında, bu yaklaşımlar oldukça yetersiz kalırlar. Gözlenen verilerden elde edilen eğri, bir platoya yaklaşıp sonra yeniden düşüş gösteriyorsa bu veriler asimtotikler için uygun değildir. Çünkü herhangi bir asimtotik fonksiyon için maksimumdan sonra azalma söz konusu değildir.

3.7.1. Richard Fonksiyonu

Asimtotik fonksiyonların en geneli Richard fonksiyonudur. Dört parametrelili olan bu fonksiyon aslında bir çok asimtotik fonksiyonun genelleştirilmiş hali olup, eğer T zamanındaki büyüklüğe y denirse fonksiyon,

$$y_T = a'(1 \pm b'e^{-cT})^m \quad 3.7.2$$

şeklinde yazılır. Bu çalışmada örnek olarak ele alınan kuru ağırlık için ise,

$$W = a'(1 \pm e^{(b'-c'T)})^m \quad 3.7.3$$

seklinde ve üstel Richard fonksiyonu da,

$$W = e^{a(1 \pm e^{(b-ct)})^M} \quad 3.7.4$$

veya

$$\log_e W = a(1 \pm e^{(b-ct)})^M \quad 3.7.5$$

seklinde yazılabilir. Bazı durumlarda asimtotik üstel fonksiyonlar daki $e^{(b-ct)}$ terimi yerine $e^b=b$ alınması hesaplamalarda kolaylık sağlamakta ve terim be^{-ct} şeklinde yazılarak eşitlik basitleştirilebilmektedir. Yeni şekliyle fonksiyon,

$$\log_e W = a(1 \pm be^{-ct})^M \quad 3.7.6$$

olur. 3.7.6 eşitliğindeki \pm işaretlerinden hangisinin kullanılacağı M 'nin değerine göre belirlenir. Eğer $M > 1$ ise (-), $M < 1$ ise (+) işareti alınır. Yine M 'nin aldığı değere göre büyüme eğrilerinin analizinde çok kullanılan diğer bazı asimtotik fonksiyonlar da elde edilebilmektedir. Brody (1945) 'nin monomoleküler fonksiyonunda $M=1$, logistic fonksiyonda $M=-1$, Gompertz fonksiyonunda, $M \rightarrow \infty$, ve Bertalanffy fonksiyonunda ise $M=3$ 'tür.

Richard fonksiyonu ve onun özel durumlarından elde edilen parametreler için açıklanan biyolojik yorumlar, bu fonksiyonların yaygın kullanılmalarındaki en büyük nedendir. Örneğin Bertalanffy eşitliğinin parametrestirilmiş bir şekli Ratkowsky (1986) tarafından doğrudan metabolik kanunlarla elde edilmiştir. Ancak genellikle, deneysel temeller üzerine bir matematiksel modelin seçiminden sonra, biyolojik yorumlar çıkarılır. Dolayısıyla bu yorumların, bütün modeller ve bütün veriler için her zaman geçerli olması beklenmez.

Richard fonksiyonu, T zamanındaki değişme ile büyüklükte (y veya W) meydana gelen değişmeyi açıklar. Bu fonksiyonun veya bu fonksiyondan türetilen diğer fonksiyonların parametrelerinin biyolojik yorumları, genel olarak, aşağıdaki gibi yapılabilir:

a Bu değer, $T \rightarrow \infty$ iken büyüklüğün asimtotik değeridir. Bu, genellikle, besin alımı ve iklimin çevresel etkilerine bağlı olarak büyüklüğün kısa dönem dalgalanmalarından bağımsız, ergenlikteki ortalama büyüklük olarak yorumlanır.

U_T T yaşında ulaşılan erişkin büyüklüğün oranıdır: $U_T = y_T/a = (1 \pm e^{-(b-cT)})^M$. Ölçülen özellik için uygunluğun derecesi, hem istatistikî hem de biyolojik olarak diğer erginleşme ölçümleriyle ilişkilidir.

b T ve T_0 'ın başlangıç değerleri ile tespit edilen bir ölçü parametresidir (integrasyon sabitidir). Bu parametre, $y_0 \neq 0$ ve/veya $T_0 \neq 0$ durumları için düzeltme yapar. (Örneğin yalnızca doğumdan sonraki ölçümler mevcut olduğunda ve T_0 , doğum zamanı olarak alındığında).

y_1 Büyüme hızının maksimum olduğu zamandaki (T_1) büyüklüğüdür. (y_1, T_1), zamanın bir fonksiyonu olarak büyüme hızının, artıstan azalmaya geçtiği bükülme noktasının koordinatlarıdır. Bükülme noktasının olmadığı monomoleküler fonksiyon için, büyüme hızı, (y_0, T_0) koordinatlarında maksimumdur.

c Olgun büyüklük için maksimum büyüme hızının bir oran fonksiyonudur. Genellikle, olgunluk indeksi adı verilir. Bu oranın spesifik fonksiyonu, Richards fonksiyonunun özel

durumları için değişiklik gösterir ve büyük miktarda M 'nin değeri ile belirlenir. c parametresi; dy/dT , a ve (y_1, T_1)

'ya

bağlı olmasından dolayı; hem büyüme hızınının hem de büyüme hızındaki değişim oranınının bir ölçüsü olarak görev yapar.

M Richard fonksiyonu için, Bükülme noktasındaki olgunluğun derecesini veren bir bükülme parametresidir. Genel olarak, M , değişkendir fakat Richards fonksiyonunun her bir özel durumu için, tanımlanmış bir sabittir.

Richard fonksiyonu için Hunt (1982) 'de de olduğu gibi bükülme parametresi $M = -1/d$ olarak alındığında Richard eşitliği,

$$W' = a'(1 \pm e^{(b'-c)T})^{-1/d} \quad 3.7.7$$

ve Richard üstel eşitliği,

$$W = e^{a(1 \pm e^{(b'-c)T})^{-1/d}} \quad 3.7.8$$

seklene dönüşür. Richards fonksiyonunun (3.7.7 veya 3.7.8) birinci türevi, anlık büyüme hızını verir. Buna göre, 3.7.7 eşitliğinden, mutlak büyüme hızı için,

$$\frac{dW'}{dT} = \frac{a'ce^{b'-cT}}{d'} \times [(1 \pm e^{b'-cT})^{-(1/d'+1)}] \quad 3.7.9$$

ve nispi büyüme hızı için,

$$\frac{1}{W'} \times \frac{dW'}{dT} = \frac{c'e^{b'-cT}}{d'(1 \pm e^{b'-cT})} \quad 3.7.10$$

olarak hesaplanır. Ayrıca, üstel Richard eşitliği için,

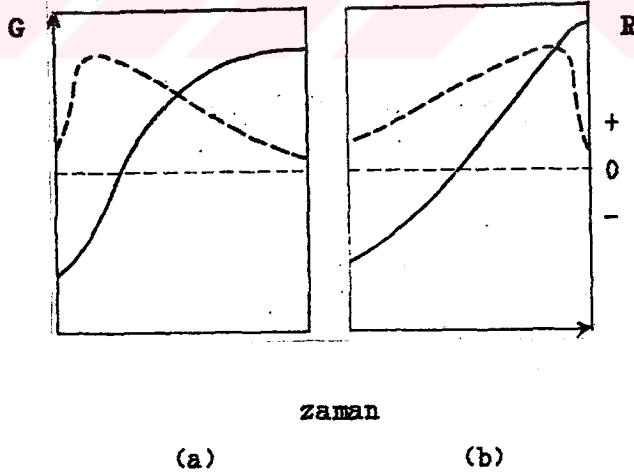
$$\frac{dW}{dT} = \frac{ace^{b-cT}}{d} \times [1te^{b-cT}]^{-c/(d+1)} \cdot e^{[a(1te^{b-cT})^{-1/d}]} \quad 3.7.11$$

ve

$$\frac{1}{W} \times \frac{dW}{dT} = \frac{ace^{b-cT}}{d} \times [1te^{b-cT}]^{-c/(d+1)} \quad 3.7.12$$

olarak mutlak ve nispi büyüme oranları elde edilir.

Şekil 6 'da Richard fonksiyonuna ait d parametresinin iki değişik durumunda toplam ölçüm değerleri için ve eğimler için fonksiyonun eğrileri verilmiştir.



Şekil 6. Richard fonksiyonundan elde edilen, toplam kuru madde ağırlığına ilişkin mutlak (____) ve nispi (----) büyüme eğrileri.

(a) d, negatif (b) d, pozitif ve yüksek

Richard Fonksiyonunun Uyum Mükemmelliği : Rezidüyel varyansı içeren uyum mükemmelliğinin bilinen testleri, zamana karşı tekrarlanan gözlemler arasındaki korelasyonlu hatalardan dolayı zaman-bağımlı verilere uygun değildir. Bu problem, hayvanlardaki üretim stresi, yem alım üzerine olan iklim etkisine ve tamamlayıcı büyümeye bağlı olan varyasyondan dolayı kesin dalgalanmalar gösteren, özellikle ağırlık gibi büyüklük ölçümleri için daha da zorlaşır. Gerçek bükülme noktasının, örneğin, $U_1 = \% 20$ 'de gerçekleşmesi gerektiği durumda eğer verilere bükülme noktası $U_1 = \% 50$ olan lojistik model uydurulursa, bu modele ait büküm noktasından önceki ve sonraki gerçek büyüme, ya olduğundan daha az ya da olduğundan daha fazla tahmin edilirler.

Elston ve Grizzle (1962), Rao (1965) ve Grizzle ve Allen (1969), zaman içinde tekrarlanan gözlemler arasındaki korelasyonları dikkate alan çok değişkenli testler geliştirmişlerdir. Bu yöntemler, özellikle parametre yönünden linear olan modellerde uygulanmıştır. Korelasyonlu gözlemlerle ilgili geliştirilen üç yöntem, bu çalışmada karşılaştırmalı olarak incelenmiştir.

Allen (1967), aynı yastaki farklı hayvanlardan elde edilen gözlemlerin korelasyonsuz olduğu varsayımında bulunarak, nonlinear modeller için benzer olarak uygun yöntemleri açıklamıştır.

Eisen ve ark. (1969), Timon ve Eisen (1969) ve Brown ve ark. (1976), korelasyonlu hata kaynaklarının farklı durumlar için rezidüyel varyansları benzer şekilde etkilediği varsayımından hareketle, Richard fonksiyonunun değişik durumları için birleştirilmiş rezidüyel varyansları karşılaştırmışlardır. Ancak, sistematik hatalar modellerin kendilerinden kaynaklanmadıkça bu mantıklı bir varsayımdır. Değişen bir büküm noktası için rezidüyel varyanslar genellikle en küçüktür.

Farklı modellerin birbiri ile karşılaştırılmasında bükülme noktası gibi referans noktalarındaki gerçek verilerden sapmaların

kullanılmasını esas alan yöntemler, Eisen ve ark. (1969) tarafından sunulmaktadır. Bu araştırmacılar, ayrıca, doğuştan gelen büyüme modeline en iyi uyan fonksiyona ait parametrelerden tahmin edilmiş genetik varyasyonun, uydurulacak daha zayıf bir fonksiyona ait parametrelerden tahmin edilecek genetik varyasyondan daha büyük olacağını söylemişlerdir. Ancak korelasyonlu hatalar, farklı modellerden elde edilen parametreler için genetik varyasyonun tahminini etkileyebilir. Rutledge ve ark. (1972) ise, modelleri karşılaştırırken tahmin edilen asimtot ve erişkin ağırlık arasındaki sapmayı kullanmışlardır.

Araştırmacılar, biyolojik ve matematiksel uygunluk yönünden elde ettikleri parametre tahminlerinin incelenmesine ve uydurulan eğrinin gerçek verilerle görsel olarak karşılaştırılmasına temayüllüdürler. Brown ve ark. (1976), dört parametrelili Richard fonksiyonunun sığır büyüme verilerine çok iyi uyduğunu bulmuşlardır.

3.7.2. Monomoleküler Fonksiyon

Bu fonksiyon, biyolojiye fiziko-kimyadan girmiştir. Dönüştürmesiz verilere uydurulan esas fonksiyon, bitkilerde kuru ağırlık için,

$$W' = a'(1 - b'e^{-c'T})$$

3.7.13

seklindedir.

Çokterimlilerde olduğu gibi asimtotik modellerde de logaritmik dönüşümler çok sık kullanılır. Ancak asimtotik fonksiyonlarda, logaritmik dönüştürmelerin uygulanması daha ziyade fonksiyonun basitleştirilmesi veya doğrusallaştırılması gibi matematiksel amaçlarla yapılır. Bazen de bu dönüştürme, istatistiki olarak varyansların homojenliğini sağlamak amacı ile

kullanılmaktadır. 3.7.13 sayılı eşitliğin her iki tarafı da logaritması alınarak dönüştürüldüğünde,

$$\log_e W' = \log_e a' + \log_e (1 - b'e^{-cT}) \quad 3.7.14$$

eşitliği elde edilir. Bu yeni eşitlikte de parametreler, dönüştürülmemiş verilerle olan karşılıklı orijinal ilişkileri aynen korur. Aynı zamanda fonksiyon daha da basitleşmiştir. 3.7.13 eşitliğinin yalnızca sol tarafı dönüştürüldüğünde,

$$\log_e W = a(1 - be^{-cT}) \quad 3.7.15$$

veya

$$W = e^{a(1 - be^{-cT})} \quad 3.7.16$$

eşitliği elde edilir. Burada, a, asimtot değerini gösterir ve b, canlının başlangıç büyüklüğüne ait bir ölçüdür. Eşitlikteki c değeri ise, sabit bir orandır. Çokterimlilerin isimlendirilmesinde kullanıldığı gibi, fonksiyonun bu son şekline "monomoleküler üstel" fonksiyon da denmektedir. Fonksiyonu basitleştirmek amacı ile yapılan bu üstel hale getirme işlemi, orijinal verilerin logaritmalarının homojen olduğu ve eğrisinin şekli fonksiyonun eğrisine ait genel şekle benzerlik gösterdiği durumlarda yapılabilir. Fonksiyonun yapısı ve özellikleri bu dönüştürme ile değişmez. Fonksiyon, yalnızca verilerin logaritmalarına uygulanır ve eğer araştırmacı, dönüştürülmemiş esas verilere göre daha sonra bazı karşılaştırmalar yapmak isterse geri dönüştürülmüş veriler üzerinden bunu yapmalıdır. Ayrıca bu işlem a için de yapılmalıdır.

Bu işlem ile 3.7.14 eşitliğinde olduğu gibi fonksiyonun tümünün logaritmik dönüştürmeye tabi tutulduğu işlem arasında önemli bir fark vardır. İlk durumda, eğer araştırmacı asimtotik

değer olan a etrafında iterasyon ve tahmine hazırlanmışsa 3.7.13 eşitliğindeki gibi yazılmış temel monomleküler fonksiyon,

$$W'/a' = 1 - b'e^{-c'T} \quad 3.7.17$$

$$(1-W'/a') = b'e^{-c'T} \quad 3.7.18$$

$$\log_e(1-W'/a') = \log_e b' - c'T \quad 3.7.19$$

şeklinde doğrusal hale getirilebilir ve verilere uydurulabilir. Benzer olarak monomleküler üstel fonksiyon için de doğrusal hale getirme işlemi,

$$\log_e[1 - (\log_e W/a)] = \log_e b - cT \quad 3.7.20$$

şeklinde yapılabilir.

Logaritmik dönüştürme yoluyla yapılan doğrusallaştırma, (3.7.19 ve 3.7.20), linear olmayan bir fonksiyonu basit linear regresyon metodolojisinin içerisine sokan matematiksel bir araçtır. Fakat bu durumda, orijinal verilerin istatistiki özellikleri değişir ve araştırmacı bu değişikliklerin zararlı olup olmadığına dikkat etmelidir. Örneğin zamana karşı büyüme verilerinin eğrisi çizildiğinde, dönüştürülmemiş veriler artan bir değişkenlik gösterirken dönüştürülmüş veriler ideal durum olan uniform bir değişkenlik gösterebilir ve ayrıca iki kez dönüştürme yapılmış veriler ise azalan bir değişkenlik gösterebilir.

Temel monomleküler fonksiyondan (3.7.13) faydalanılarak mutlak ve nispi büyüme oranları,

$$\frac{dW'}{dT} = a'b'c'e^{-c'T} \quad 3.7.21$$

ve

$$\frac{1}{V'} \times \frac{dW'}{dT} = \frac{a'b'c'e^{-cT}}{a'(1-b'e^{-cT})} = \frac{b'c'e^{-cT}}{1-b'e^{-cT}} \quad 3.7.22$$

sekinde; monomolekuler üstelden (3.7.16) faydalanılarak ta,

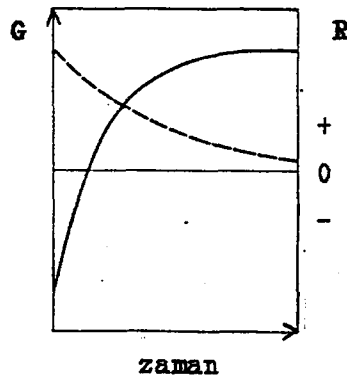
$$\frac{dW}{dT} = abce^{-cT} e^{[a(1-be^{-cT})]} = abce^{[a(1-be^{-cT})-cT]} \quad 3.7.23$$

ve

$$\frac{1}{W} \times \frac{dW}{dT} = abce^{-cT} \quad 3.7.24$$

sekinde elde edilir.

Monomolekuler fonksiyon, en basit asimtotik fonksiyonlardan biridir. Bükülme noktası yoktur ve egrisi, daha ortaya çıkacak büyüme miktarına (a-W) oransal olarak, zaman eksenine dışbükey bir seyir izler. monomolekuler fonksiyonun bükülme noktasının olmaması bu fonksiyonun kullanışlılığını sınırlamaktadır. Özellikle,



Şekil 7. Monomolekuler fonksiyondan elde edilen, toplam kuru madde ağırlığına ilişkin mutlak (____) ve nispi (----) büyüme egrileri.

örneğin, sistemin hayatında geç bir zamanda ölçüm alındığında büküm noktası olmaz ve bu tür veriler için monomoleküler fonksiyon uygun olabilir.

Şekil 7 incelendiğinde, üçüncü dereceden çokterimli fonksiyonun (+b₁, -b₂, -b₃) durumu ile hemen hemen aynı eğriyi verdiği görülür. Ancak asimtotik fonksiyonların yapısında eğimin negatif kısma düşmesi söz konusu değildir.

3.7.3. Lojistik Fonksiyon

Monomoleküler fonksiyonda olduğu gibi, logistic fonksiyon da üç parametrelidir ve aynı zamanda "otokatalitik" fonksiyon olarak da bilinir. Lojistik fonksiyon,

$$W' = a' / (1 + b'e^{-c'T}) \quad 3.7.25$$

şeklindedir. Eşitliğin sol tarafındaki ifade, lojistik üstel fonksiyonun bağımlı değişkenidir. T=0 'da W' 'nün değeri, a'/(1+b') 'dir. Fonksiyonun büküm noktası, T= (log_eb')/c' 'de simetrik olarak yerleşmektedir ve bu konuda W' = a'/2 'dir. Linearleştirmeden sonra temel lojistik fonksiyon,

$$\log_e[(a'/W')-1] = \log_e b' - c'T \quad 3.7.26$$

ve lojistik üstel fonksiyon,

$$\log_e\{[(a'/\log_e W')]-1\} = \log_e b' - cT \quad 3.7.27$$

olur. Lojistik fonksiyon için eğimler,

$$\frac{dW'}{dT} = \frac{a'b'c'e^{-c'T}}{(1+b'e^{-c'T})^2} \quad 3.7.28$$

ve

$$\frac{1}{V'} \times \frac{dV'}{dT} = \frac{b'c'e^{-c'T}}{1+b'e^{-c'T}} \quad 3.7.29$$

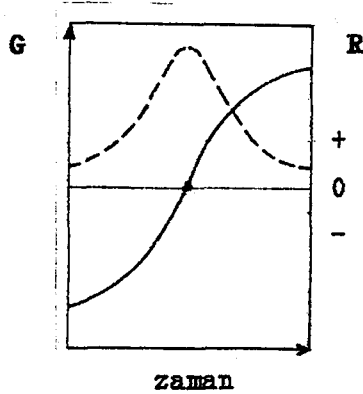
şeklinde ve lojistik üstel fonksiyon için ise,

$$\frac{dV}{dT} = \frac{abce^{ca/(1+be^{-cT})-cT}}{(1+be^{-cT})^2} \quad 3.7.30$$

ve

$$\frac{1}{V} \times \frac{dV}{dT} = \frac{abce^{-cT}}{(1+be^{-cT})^2} \quad 3.7.31$$

olarak elde edilir. Lojistik fonksiyonun ve eğiminin zamanla göstermiş olduğu değişim şekil 8 'de verilmiştir.



Şekil 8. Lojistik fonksiyondan elde edilen, toplam kuru madde ağırlığına ilişkin mutlak (____) ve nispi (----) büyüme eğrileri.

Lojistik esitlik veya bu fonksiyondan türetilmiş olan esitlikler, bir populasyon içerisindeki fertlerin sayısındaki değişmelerin modellenmesi için hayvan ekolojisi alanında geniş bir şekilde kullanılmaktadır. Bu fonksiyonun biyolojik önemi, genellikle, doğuştan gelen büyüme artışı oranı olan c parametresine ve a asimtot değerine bağlanmaktadır.

Koops (1986), lojistik fonksiyonu toplamlı şekilde ele alarak, çok devreli büyüme eğrisi analizlerine uyarlamış ve iki tür tavşan, fare ve insanlara ait ağırlık ve uzunluk ölçümlerine uydurmuştur. Yine aynı toplamlı lojistik esitliği, Grossman ve Koops (1988), iki tavuk ırkından tavuk ve horozlara ait ortalama ağırlık kazançlarına uydurmuşlardır. Gokhale ve Bald (1987), lojistik fonksiyon kullanarak bitki virüs konsantrasyonu ile lokal enfeksiyon belirtilerinin sayısı arasındaki gelişmeyi incelemişlerdir. Ayrıca Kachman ve ark. (1988), farelerin vücut ağırlıkları ve yaş arasındaki ilişkileri lojistik esitlik ile tanımlayıp büyüme eğrisi parametrelerini incelemişlerdir.

3.7.4. Gompertz Fonksiyonu

Gompertz fonksiyonu, üç parametrelidir, fakat parametreler çift üstel halindedir. Temel Gompertz fonksiyonu,

$$W' = a'e^{-b'e^{-cT}} \quad 3.7.32$$

ve Gompertz üstel fonksiyonu,

$$W = e^{ae^{-b'e^{-cT}}} \quad 3.7.33$$

şeklindedir. Burada, $T=0$ 'da W' 'nin değeri, $a'e^{-b'}$ 'dir. Lojistik esitlikte olduğu gibi, Gompertz fonksiyonunun büküm noktası $T = (\log_e b')/c'$ 'de ortaya çıkar fakat bir a'/e bükümü ile

asimetriklik vardır. Eğri uydurulması amaçlarına yönelik olarak doğrusallaştırma işleminden sonraki eşitlikler, temel Gompertz fonksiyonu için,

$$\log_e[\log_e(a'/W')] = \log_e b' - c'T \quad 3.7.34$$

ve Gompertz üstel fonksiyonu için,

$$\log_e[\log_e(a/\log_e W)] = \log_e b - cT \quad 3.7.35$$

olur. Her iki durumda da, 3.7.32 ve 3.7.33 eşitliklerinde mevcut olan birden çok eksponentlik halini ortadan kaldırmak için birkaç kez logaritmik dönüştürme gereklidir. Gompertz eşitliğinin eğimleri,

$$\frac{dW'}{dT} = a' b' c' e^{-c'T} - b' e^{-c'T} \quad 3.7.36$$

ve

$$\frac{1}{W'} \times \frac{dW'}{dT} = b' c' e^{-c'T} \quad 3.7.37$$

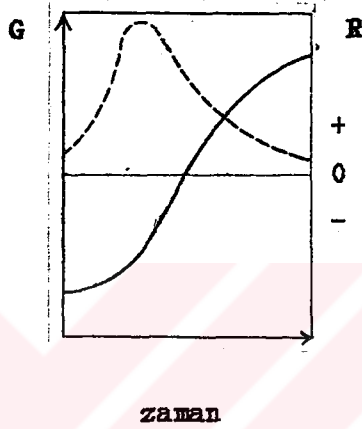
şeklinde, ve Gompertz üstel eşitliği için de,

$$\frac{dW}{dT} = abce^{[ae^{-bT} - be^{-cT} - cT]} \quad 3.7.38$$

ve

$$\frac{1}{W} \times \frac{dW}{dT} = abce^{-cT - be^{-cT}} \quad 3.7.39$$

şeklinde elde edilir. Gompertz fonksiyonunun ve eğiminin zamanla göstermiş olduğu değişim Şekil 9 'da verilmiştir.



Şekil 9. Gompertz fonksiyonundan elde edilen, toplam kuru madde ağırlığına ilişkin mutlak (—) ve nispi (---) büyüme eğrileri.

Kidwell ve ark. (1969), Gompertz fonksiyonu ve onun özellikleri ile ilgili olarak detaylı bir şekilde çalışmışlardır. Kendall (1985), Gompertz eşitliğinden yola çıkarak, bir tümör popülasyonunun Gompertzian büyümesini incelemiş ve bir tümör popülasyonları büyüme modeli geliştirmiştir. Michelson ve ark. (1987) ise, bu model ile, insanlarda lenf bezi kanserine ait bir ürün büyümesini incelemiştir.

3.8. VON BERTALANFFY FONKSİYONU

Üç parametrelili bir asimtotik fonksiyon olan Von Bertalanffy fonksiyonu, 1934 yılında Von Bertalanffy tarafından ortaya konmuş ve Beverton ve Holt (1957) tarafından geliştirilmiştir. Bu fonksiyon, uzunluk ve ağırlık için sırayla,

$$L_T = L_{\infty} (1 - e^{-k(T-T_0)}) \quad 3.8.1$$

ve

$$W_T = W_{\infty} (1 - e^{-k(T-T_0)})^3 \quad 3.8.2$$

olarak yazılabilir. Burada L_{∞} ve W_{∞} , modeldeki teorik olarak ulaşılabilir en büyük uzunluk ve ağırlık değerlerini, k ve T_0 (yumurtadan çıkıştaki veya doğumdaki teorik yaş) ise modelle ilgili diğer parametreleri ifade etmektedirler. Daha sonraları bu fonksiyon aynen ya da değişik uyarlamaları ile bir çok araştırmacı tarafından kullanılmıştır. Örneğin ıstakozlarda (Annala ve Bycroft, 1988), kum dil balıklarında (Francis, 1988b), bluenose 'larda (Horn, 1988), Bozaya populasyonlarında (Kingsley ve ark., 1988), üç tür Littorina populasyonunda (Chow, 1987), köpek balıklarında (Branstetter ve Stiles, 1987) ve benzeri bir çok canlı üzerinde bu fonksiyondan faydalanılmıştır. Ayrıca populasyon büyümesi için, Von Bertalanffy fonksiyonu, Francis (1988a) tarafından ele alınarak yeni bir parametreleştirmeye tabi tutulmuştur.

Görüldüğü gibi, Von Bertalanffy fonksiyonu en çok balıkların büyümesinin incelenmesinde kullanılmaktadır. Çünkü balıkların büyümesine en iyi uyum sağlayan fonksiyonlardan birisidir. Bu nedenle, bu çalışmada da, fonksiyon daha ziyade bu yönü ile ele alınmıştır.

Bu çalışmada, Allen (1966) tarafından önerilen ve fonksiyon parametrelerinin tahminleri için bilgisayarlarda programlanmaya daha elverişli olan bir yaklaşım izlenmiştir. Ele alınan yaklaşım, parametre tahminlerinin varyanslarının bulunabilmesine ve dolayısıyla çeşitli hipotezlerin test edilebilmesine de imkan sağlayabilecek şekilde irdelenmiştir.

3.8.1 sayılı eşitliğin, gözlenen boy büyüme verilerine uydurulması halinde L^{∞} , k ve T_0 parametrelerinin en küçük kareler tahminleri açısından ilgili verilere en iyi uyum sağlayan bu yöntem için, bir BASIC programı da geliştirilmiştir. Bu program, model parametrelerinin tahminlerini, bu tahminlerin varyanslarını ve güven aralıklarını vermektedir.

Bilindiği gibi balıklarda büyüme, çeşitli ürünlerinden faydalandığımız bir çok çiftlik hayvanlarından farklı olarak, bir süreklilik arz etmekte ve tüm yaşam boyunca artan yaşla birlikte, giderek azalan oranlarda da olsa devam etmektedir.

Ricker (1973), balıkçılık araştırmalarında kullanılabilecek çeşitli lineer regresyon tiplerini ele almış ve bunları karşılaştırmalı olarak incelemiştir. incelenen başlıca regresyonlar; Y nin X üzerindeki regresyonu, X nin Y üzerindeki regresyonu, geometrik ortalamalı fonksiyonel regresyon, genel en küçük kareler fonksiyonel regresyonu, Wald'ın fonksiyonel regresyonu, Nair-Bartlett'in fonksiyonel regresyonudur.

Von Bertalanffy (1949), canlıların büyümesi üzerine yayınladığı makalesinde, ortaya çıkan organik büyüme sorunlarına değinmektedir.

Stevens (1951), $y = \alpha + \beta x^k$ tipinde eğrilerin uydurulmasında en çok olabilirlik tahmin metodunu kullanarak geliştirdiği bir modeli vermektedir. Bu model, aslında Beverton ve Holt eşitliklerinin özel bir halidir. Stevens'in kullandığı yöntem, verilerin eşit zaman aralıklarıyla alındığı ve yediden az gözlemin

olduğu durumlarda etkindir ve nispeten az hesaplama işlemi gerektirir.

Daha sonraki yıllarda Allen (1966)'a göre Tomlinson ve Abramson (1961), esas itibarıyla Stevens'inkine bağlı bir yol izleyerek, en küçük kareler yöntemiyle von Bertalanffy eğrisi uydurulmasına ilişkin bir metod tarif etmişlerdir. Bu metod için Abramson (1965), bir bilgisayar programı geliştirmiştir. Tomlinson ve Abramson'un bulduğu bu metodda da ölçümlerin eşit zaman aralıklarında alınması ve örnek büyüklüğünün 18'den fazla olmaması gerekmektedir.

Bingel (1985), von Bertalanffy denkleminin iki parametresinin (L_{∞} ve k) hesaplanmasında, son yıllarda kullanılan boy dağılımı frekans yöntemine yeni bir yaklaşım getirmiştir. Söz konusu çalışmada, balıkların büyümesine etki eden mevsimsel değişimler, denkleme ilave edilen bir sinüs salınımı yardımıyla izah edilmekte ve yöntemin yaklaşık bir tahmin verdiği fakat uygulamada çok daha pratik olduğu bildirilmektedir.

Sarıhan (1970), balıklarda büyüme olayının matematik incelemesini sayısal bir örnek yardımıyla yaparak von Bertalanffy formülündeki parametrelerin tahmin işlemlerini vermektedir.

3.8.1. Parametrelerin Tahmini

3.8.1.1. Boy Büyümesi için

Boy büyümesine ait 3.8.1 sayılı eşitlik,

$$L = L_{\infty} - L_{\infty} e^{-kT} e^{kT_0} \quad 3.8.3$$

şeklinde yazılabilir. Bu eşitlikte $a = L_{\infty}$ ve $b = -L_{\infty} e^{kT_0}$ olarak kabul edilirse,

$$L = a + b e^{-kT} \quad 3.8.4$$

denklemini elde edilir. Dolayısıyla bu denklem, L nin e^{-kT} üzerindeki lineer regresyonunu vermektedir. Standart regresyon analizlerinde olduğu gibi en küçük kareler metodu ile a ve b değerleri aşağıdaki gibi elde edilebilir.

$$a = \frac{\sum L}{N - e^{kT_0} \sum e^{-kT}} \quad 3.8.5$$

ve

$$b = \frac{N \sum L e^{-kT} - \sum L \sum e^{-kT}}{N \sum e^{-2kT} - (\sum e^{-kT})^2} \quad 3.8.6$$

Burada N gözlem sayısıdır. Buradan, L_0 un tahmin değerleri yerine koyulursa

$$\frac{\sum L}{N - e^{kT_0} \sum e^{-kT}} = \frac{N \sum L e^{-kT} - \sum L \sum e^{-kT}}{e^{kT_0} [(\sum e^{-kT})^2 - N \sum e^{-2kT}]} \quad 3.8.7$$

ve

$$\beta = N \sum L e^{-kT} - \sum L \sum e^{-kT} - e^{kT_0} \sum e^{-kT} \sum L e^{-kT} + e^{kT_0} \sum L \sum e^{-2kT} = 0 \quad 3.8.8$$

yazılabilir. Yukarıdaki eşitlikteki k veya t_0 değerlerinin herhangi biri bilindiğinde eşitlik diğer bilinmeyen için çözülebilir ve en iyi en küçük kareler tahmini elde edilebilir ($T_0 = 0$ için ayrıca konu ele alınacaktır). Ancak mevcut parametrelerin hiç birisinin bilinmediği durumlarda aşağıdaki gibi daha başka bir yaklaşım kullanılmalıdır.

ilk olarak k 'ya uygun bir başlangıç değeri seçilir ve daha önce izah edilen yöntemlerle bir regresyon eğrisi uydurulur. Buna göre regresyondan sapmaların kareleri toplamı,

$$\text{Reg. Sap. K. T.} = (\Sigma L^2) - \frac{(\Sigma L)^2}{N} - \frac{(\Sigma L e^{-kT} - \Sigma L \Sigma e^{-kT})^2}{N[\Sigma e^{-2kT} - (\Sigma e^{-kT})^2]} \quad 3.8.9$$

eşitliği ile verilir. Bu son eşitlik incelendiğinde regresyondan sapmalar kareleri toplamının L_e ve T_e 'dan bağımsız, k 'ya bağımlı olduğu görülür. Bu durumda en küçük kareler metodu kullanılarak en iyi uyum bu eşitliğin minimum yapılması ile sağlanabilir. Bunun için de üçüncü terimin maksimize edilmesi yeterli olacaktır. Bunu sağlayan k değeri,

$$\frac{d}{dk} \left[\frac{(\Sigma L e^{-kT} - \Sigma L \Sigma e^{-kT})^2}{N[\Sigma e^{-2kT} - (\Sigma e^{-kT})^2]} \right] = 0 \quad 3.8.10$$

şartını gerçekleştiren k değeridir. N sabiti ile çarpılıp türev alınarak gerekli sadeleştirmeler yapıldıktan sonra eşitlik,

$$[\Sigma e^{-2kT} - (\Sigma e^{-kT})^2][\Sigma L e^{-kT} - \Sigma L \Sigma e^{-kT}][\Sigma L \Sigma T e^{-kT} - \Sigma L T e^{-kT}] -$$

$$\frac{(\Sigma L e^{-kT} - \Sigma L \Sigma e^{-kT})^2 (\Sigma e^{-kT} \Sigma T e^{-kT} - \Sigma L T e^{-2kT})}{[\Sigma e^{-2kT} - (\Sigma e^{-kT})^2]^2} = 0 \quad 3.8.11$$

şekline dönüşür. Tüm noktalar tamamen regresyon hattı üzerinde yeralmadıkça $(\Sigma L e^{-kT} - \Sigma L \Sigma e^{-kT})$ ve $(\Sigma e^{-2kT} - (\Sigma e^{-kT})^2)$ ifadelerinin değerleri sıfır olmayacaktır. Buna göre eşitlik yeniden düzenlenecek olursa,

$$\alpha = [\Sigma e^{-2kT} - (\Sigma e^{-kT})^2][\Sigma L \Sigma T e^{-kT} - \Sigma L T e^{-kT}] -$$

$$(\Sigma L e^{-kT} - \Sigma L \Sigma e^{-kT})(\Sigma e^{-kT} \Sigma T e^{-kT} - \Sigma L T e^{-2kT}) = 0 \quad 3.8.12$$

elde edilir. Bu eşitlik Newton-Raphson iterasyon yöntemi ile k için çözülebilir. 3.8.12 sayılı eşitliğin k 'ya göre türevi alınır,

$$\frac{d\alpha}{dk} = \frac{[N\sum e^{-2kT} - (\sum e^{-kT})^2][N\sum T^2 e^{-kT} - \sum T e^{-kT}] + (\sum e^{-kT} \sum T e^{-kT} - N \sum T e^{-2kT})(\sum T e^{-kT} - N \sum T e^{-kT}) - [N \sum T e^{-kT} - \sum T e^{-kT}][2N \sum T^2 e^{-2kT} - (\sum T e^{-kT})^2 - \sum e^{-kT} \sum T^2 e^{-kT}]}{3.8.13}$$

eşitliği elde edilir.

k 'nın ilk seçilen başlangıç değerine k_1 dersek, k_1 'in 3.8.12 ve 3.8.13 sayılı eşitliklerde yerine konmasıyla α_1 ve $d\alpha_1/dk_1$ değerleri bulunur. Buna göre k_1 in tahmin hatası, $k_1' = [\alpha_1 / (d\alpha_1/dk_1)]$ olarak bulunur ve bu değer k_1 den çıkarılarak, $k_2 = k_1 - k_1'$ şeklinde ilk düzeltilmiş tahmin değeri elde edilir. Düzeltilmiş değer, k_2 , yeniden 3.8.12 ve 3.8.13 sayılı eşitliklerde yerine koyularak α_2 ve $d\alpha_2/dk_2$ değerleri ve buradan da $k_3 = k_2 - k_2'$ şeklinde ikinci düzeltilmiş tahmin değeri elde edilir.

Bu iterasyon işlemi, son hesaplanan k değeri ile bir önceki iterasyonda bulunan k değeri arasındaki fark yeter derecede küçülünceye kadar sürdürülebilir. Burada k 'nın başlangıç değerinin (k_1) seçimi çok önemlidir. Çünkü, gerçek değere ne kadar yakın seçilecek olursa o kadar az iterasyon gerekir.

Ford-Walford 'un grafik yöntemine göre yapılan k tahmini, başlangıç değeri olarak kullanılabilir. Ancak, k değerinin ilk seçiminde Allen (1966), $k = \log_e 0.5 / (T_{0.5} - T_0)$ formülünü kullanmıştır. Şekil 11 'de de görülebileceği gibi $T_{0.5}$ değeri, boy uzunluğunun asimtotik değerinin % 50 'sine ulaştığı zamanı göstermektedir. Bu yöntemle k 'nın değeri tahmin edildikten sonra T_0 değerini bulmak için 3.8.8 sayılı eşitlikten e^{kT_0} değeri çekilip eşitliğin her iki tarafının (e tabanına göre) logaritması alındıktan sonra T_0 yalnız bırakılırsa,

$$e^{kT_0} = - [(N \sum T e^{-kT} - \sum T e^{-kT}) / (\sum T e^{-2kT} - \sum e^{-kT} \sum T e^{-kT})]$$

ve

$$T_0 = \frac{\log_e (\Sigma L e^{-kT} - N L e^{-kT}) - \log_e (\Sigma L e^{-2kT} - \Sigma e^{-kT} L e^{-kT})}{k}$$

3.8.14

eşitliği elde edilir. Bu eşitliğin payda 'sında en son düzeltilmiş k değeri olmasına rağmen pay 'ında yer alan terimler k 'nın sondan bir önceki değerine göre elde edilmiş olduğundan, T_0 , belli bir hata ile tahmin edilmektedir. Bu sakıncanın giderilmesi için iki yol izlenebilir. Bunlardan birincisi en son düzeltilmiş k değeri kullanılarak eşitliğin pay kısmının yeniden hesaplanmasıdır. ikincisi ise pay için ayrı bir düzeltme değerinin hesaplanması ve buna göre payın düzeltilmesidir. Bunun için 3.8.14 eşitliğinde logaritması alınan ilk ifade w ve logaritması alınan ikinci ifade de y ile gösterilirse,

$$[\log_e w - \log_e y]_{k+\delta k} = [\log_e w - \log_e y]_k + \delta k \left(\frac{d}{dk} \right) [\log_e w - \log_e y]_k \quad 3.8.15$$

şeklinde düzeltilmiş pay değeri elde edilebilir. Burada, k ve $k+\delta k$ indisleri k 'nın sırayla k ve $k+\delta k$ 'ya eşit olduğu zamanki pay değerlerini gösterir ve δk ise k 'daki küçük bir artıştır. 3.8.15 eşitliğinin sağ tarafında yer alan ikinci terim 3.8.14 eşitliği için düzeltme terimi olup türevi alınırsa,

$$\frac{d}{dk} [\log_e w - \log_e y]_k = \frac{(\Sigma L e^{-2kT} - \Sigma e^{-kT} L e^{-kT}) (N L T e^{-kT} - \Sigma L T e^{-kT}) - (\Sigma L e^{-kT} - N L e^{-kT}) (\Sigma e^{-kT} L T e^{-kT} + \Sigma L e^{-kT} T e^{-kT} - 2 \Sigma L T e^{-2kT})}{(\Sigma L e^{-kT} - N L e^{-kT}) (\Sigma L e^{-2kT} - \Sigma e^{-kT} L e^{-kT})}$$

3.8.16

eşitliği elde edilir. Bu değerin 3.8.15 sayılı eşitlikte yerine konması ile elde edilen düzeltilmiş değer 3.8.13 eşitliğinde kullanılarak T_0 'ın iyi bir tahmini elde edilebilir.

Bu hesaplamalardan sonra , L_0 değerinin bulunması mümkündür. Bunun için 3.8.8 sayılı eşitlikten elde edilecek e^{kT_0} ile 3.8.5 ve 3.8.6 sayılı eşitlikler birleştirilip gerekli sadeleştirmeler yapıldıktan sonra,

$$L_0 = \frac{\sum L e^{-2kT} - \sum e^{-kT} \sum L e^{-kT}}{[N \sum e^{-2kT} - (\sum e^{-kT})^2]} \quad 3.8.17$$

bulunur. T_0 'ın tahmininde ortaya çıkan hata L_0 için de söz konusudur. Bunu gidermek amacıyla, aynen T_0 da olduğu şekilde, ya k 'nın bir fonksiyonu olan değerleri en son k değeri için yeniden hesaplamak ve 3.8.17 eşitliğinde kullanmak ya da L_0 için bir düzeltme değeri hesaplamak gerekir. Bunun için 3.8.17 eşitliğinin k 'ya göre türevi alınırsa,

$$\frac{dL_0}{dk} = \frac{[N \sum e^{-2kT} - (\sum e^{-kT})^2] [\sum e^{-kT} - \sum L T e^{-kT} + \sum T e^{-kT} \sum L e^{-kT} - 2 \sum L T e^{-2kT}] - 2 [\sum L e^{-2kT} - \sum e^{-kT} \sum L e^{-kT}] [\sum e^{-kT} \sum T e^{-kT} - N \sum T e^{-2kT}]}{[N \sum e^{-2kT} - (\sum e^{-kT})^2]^2} \quad 3.8.18$$

bulunur. Bu değer ile, en son düzeltilmiş k ve bir önceki k değerinin farkının çarpılması sonucu elde edilen düzeltme değeri 3.8.17 sayılı eşitlikten çıkarılarak L_0 'un daha iyi bir tahmini elde edilir.

3.8.1.2. T_0 Bilindiğinde k 'nın Tahmini

T_0 'ın değeri önceden belirlenebiliyorsa, k 'yı bulmak için 3.8.8 sayılı eşitlik ve bunun türevi,

$$\begin{aligned} \frac{d\beta}{dk} = & - (NLLTe^{-kT} - \Sigma LLTe^{-kT}) + e^{kT_0} (\Sigma Le^{-kT} \Sigma Te^{-kT} \\ & + \Sigma e^{-kT} \Sigma LTe^{-kT} - 2\Sigma LLTe^{-2kT}) \quad 3.8.19 \\ & + T_0 e^{kT_0} (\Sigma LL e^{-2kT} - \Sigma e^{-kT} \Sigma Le^{-kT}) \end{aligned}$$

kullanılabilir. k için başlangıç değeri olarak k_1 değeri seçilip 3.8.8 ve 3.8.19 eşitliklerinde yerine koyulursa, β_1 ve $k_1' = \beta_1 / (d\beta_1 / dk_1)$ bulunur. Buna göre $k_2 = k_1 - k_1'$ değeri, düzeltilmiş yeni k değeridir. k 'nın iyi bir tahmini elde edilinceye kadar, düzeltilmiş değer yeniden aynı eşitliklerde kullanılmak suretiyle, iterasyona devam edilir. Bu şekilde k değeri belirlendiği zaman 3.8.17 sayılı eşitlikten L_0 bulunur.

$T_0 = 0$ durumu ise, $T_0 e^{kT_0} = 0$ ve $e^{kT_0} = 1$ olduğundan dolayı yöntemin özel bir hali ortaya çıkar. Bu durumda 3.8.8 ve 3.8.19 sayılı eşitlikler basitleşir. Bu iki eşitlik sırayla,

$$\beta = - NLLe^{-kT} - \Sigma LL e^{-kT} - \Sigma e^{-kT} \Sigma Le^{-kT} + \Sigma LL e^{-2kT} = 0 \quad 3.8.20$$

$$\begin{aligned} \frac{d\beta}{dk} = & - (NLLTe^{-kT} - \Sigma LLTe^{-kT}) + (\Sigma Le^{-kT} \Sigma Te^{-kT} + \Sigma e^{-kT} \Sigma LTe^{-kT} - 2\Sigma LLTe^{-2kT}) \\ & \quad 3.8.21 \end{aligned}$$

şeklinde elde edilir. Daha sonra (α değeri yerine β değeri kullanılmak suretiyle) k için çözüm, önceki kısımda olduğu gibi devam eder.

3.8.1.3. Ağırlık Büyümesi için

Ağırlık olarak büyüme için, eğer büyüme izometrik ise, 3.8.2 sayılı eşitlik kullanılabilir ve bu eşitliğin;

$$W^{1/3} = W_{\infty}^{1/3} [1 - e^{-k(T-T_0)}] \quad 3.8.22$$

seklene dönüştürülmesiyle, boy büyümesinde açıklanan eğri uydurma yöntemi uygulanabilir. Buna göre orijinal ağırlık ölçüm değerlerinin küp kökleri alınarak veriler dönüştürüldükten sonra, boy büyümesinde izlenilen yol kullanılmalıdır. Ancak 3.8.17 sayılı eşitlik $W_{\infty}^{1/3}$ değerinin tahminlerini verecektir. Bu yüzden W_{∞} 'un tahminlerini elde etmek için, bu eşitlikten bulunan tahmin değerlerinin küpü alınmalıdır.

Ancak, çoğu balıklarda büyüme allometriktir. Bu durumda boy-ağırlık ilişkisi,

$$W = PL^{\gamma} \quad 3.8.23$$

eşitliği ile yeterli derecede tanımlanabilmektedir. Burada γ değeri 3 'ten farklı bir değerdir. Böyle örneklerde,

$$W^{1/\gamma} = W_{\infty}^{1/\gamma} [1 - e^{-k(T-T_0)}] \quad 3.8.24$$

eşitliği kullanılarak aynı metod uygulanabilir. Sonuçta, W 'nin tahminlerinin elde edilmesi için, $W^{1/\gamma}$ tahminlerinin γ 'ıncı dereceden kuvveti alınmalıdır.

Beverton ve Holt (1957) 'un metodlarına göre von Bertalanffy eğrisinin uydurulmasında, Paulik ve Gales (1964) in tekniği kullanılmadıkça, boy-ağırlık ilişkisinin üssünü 3 olarak almak gerekir. Bununla beraber Paulik ve Gales, elde yeterli ağırlık yas verileri olması şartıyla, üssün 3 'ten farklı olduğu hallerde dahi, ağırlığın küp kökü alındıktan sonra von Bertalanffy eğrisi uydurmanın daha iyi olduğuna işaret etmektedirler.

3.8.2. Formüllerin Basitleştirilmesi

Şimdiye kadar bahsi geçen formüllerde bir çok terim sık sık tekrarlanmakta olduğundan bunların belli sembollerle ifade edilmesi işlemlerde büyük kolaylık sağlayacaktır. Bunun için ilk olarak boy (veya ağırlık) ile yas verilerinden aşağıdaki ön hesaplamalar yapılır:

$$\begin{aligned} A &= N & B &= \Sigma L & C &= \Sigma e^{-kT} & D &= \Sigma Le^{-kT} \\ E &= \Sigma e^{-2kT} & F &= \Sigma LTe^{-kT} & G &= \Sigma Te^{-kT} & H &= \Sigma Te^{-2kT} \\ I &= \Sigma T^2 \Sigma e^{-2kT} & J &= \Sigma T^2 e^{-kT} & L &= \Sigma LT^2 e^{-kT} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} M &= BE-CD & Q &= AE-C^2 & S &= dP/dk = BG-AF \\ U &= dS/dk = AL-BJ & P &= AD-BC & R &= \frac{1}{2}(dQ/dk) = CG-AH \\ T &= dR/dk = 2AI-G^2-CJ & V &= dM/dk = GD+CF-2BH \end{aligned}$$

Bu semboller kullanılarak daha önce hesaplanan esitlikler aşağıdaki gibi ifade edilebilir :

$$\begin{aligned} \beta &= P + Me^{kT_0} = 0 & 3.8.8' \\ \alpha &= QS - PR = 0 & 3.8.12' \\ \frac{d\alpha}{dk} &= QU + RS - PT & 3.8.13' \\ T_0 &= [\log_e(-P) - \log_e(M)] / k & 3.8.14' \\ [\log_e(-P) - \log_e(M)]_{k+\delta k} &= [\log_e(-P) - \log_e(M)]_k \\ &\quad + \delta k (d/dk) [\log_e(-P) - \log_e(M)]_k & 3.8.15' \\ (d/dk) [\log_e(-P) - \log_e(M)]_k &= (SM-PV) / (PM) & 3.8.16' \\ L_0 &= M/Q & 3.8.17' \\ (d/dk) L_0 &= (QV-2MR) / Q^2 & 3.8.18' \\ (d/dk) \beta &= S + Ve^{kT_0} + MT_0 e^{kT_0} & 3.8.19' \\ \beta &= P + M = 0 & 3.8.20' \\ (d/dk) \beta &= S + V & 3.8.21' \end{aligned}$$

3.8.3. Parametre Tahminlerinin Varyansları

Burada, L_0 , k ve T_0 parametrelerinin tahminlerine ait varyanslar için Gomes(1953) tarafından açıklanan bir teknik kullanılmıştır. En küçük kareler yöntemine göre normal eşitlikler,

$$\begin{aligned}
 N L_0 + L_0 e^{2kT_0} \sum e^{-2kT} - \sum L_0 e^{kT_0} \sum L_0 e^{-kT} - 2 L_0 e^{kT_0} \sum e^{-kT} &= 0 \\
 L_0^2 k e^{2kT_0} \sum e^{-2kT} + L_0 k e^{kT_0} \sum L_0 e^{-kT} - L_0^2 k e^{kT_0} \sum e^{-kT} &= 0 \\
 L_0^2 T_0 e^{2kT_0} \sum e^{-2kT} - L_0^2 e^{2kT_0} \sum T_0 e^{-2kT} + L_0 T_0 e^{kT_0} \sum L_0 e^{-kT} \\
 - L_0 e^{kT_0} \sum T_0 e^{-kT} - L_0 T_0 e^{kT_0} \sum e^{-kT} + L_0 e^{kT_0} \sum T_0 e^{-kT} &= 0
 \end{aligned} \quad \left. \begin{array}{l} \\ \\ \\ \end{array} \right| 3.8.25$$

şeklinde yazılabilir. Bu eşitliklerin sırasıyla L_0 , T_0 ve k 'ya göre türevlerinin alınması ve L 'nin kendi beklenen değerine eşitlenmesi suretiyle bilgi matrisi elde edilebilir. Böylece matris,

$$I_n = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}$$

olarak elde edilir. bilgi matrisinin elemanları,

$$\begin{aligned}
 a_1 &= N + e^{2kT_0} \sum e^{-2kT} - 2 e^{kT_0} \sum e^{-kT} \\
 a_2 &= b_1 = L_0 k e^{kT_0} [e^{kT_0} \sum e^{-2kT} - \sum e^{-kT}] \\
 a_3 &= c_1 = L_0 e^{kT_0} [T_0 e^{kT_0} \sum e^{-2kT} - e^{kT_0} \sum T_0 e^{-2kT} - T_0 \sum e^{-kT} + \sum T_0 e^{-kT}] \\
 b_2 &= L_0^2 k^2 e^{2kT_0} \sum e^{-2kT} \\
 b_3 &= c_2 = L_0^2 k e^{2kT_0} [T_0 \sum e^{-2kT} - \sum T_0 e^{-2kT}] \\
 c_3 &= L_0^2 e^{2kT_0} [T_0^2 \sum e^{-2kT} - 2 T_0 \sum T_0 e^{-2kT} + \sum T_0^2 e^{-2kT}]
 \end{aligned} \quad \left. \begin{array}{l} \\ \\ \\ \\ \\ \end{array} \right| 3.8.26$$

şeklinde dir. $Z = e^{kT_0}$ olursa bu eşitliklerin basitleştirilmiş hali,

$$\begin{aligned} a_1 &= A + Z^2E - 2ZC \\ a_2 &= b_1 = L_{\infty}kZ(ZE-C) = p \\ a_3 &= c_1 = L_{\infty}Z(T_{\infty}ZE-ZH+T_{\infty}C+G) = r \\ b_2 &= L_{\infty}^2k^2Z^2E \\ b_3 &= c_2 = L_{\infty}^2kZ^2(T_{\infty}E-H) = q \\ c_3 &= L_{\infty}^2Z^2[T_{\infty}^2E-2T_{\infty}H + I] \end{aligned} \quad \left. \vphantom{\begin{aligned} a_1 &= A + Z^2E - 2ZC \\ a_2 &= b_1 = L_{\infty}kZ(ZE-C) = p \\ a_3 &= c_1 = L_{\infty}Z(T_{\infty}ZE-ZH+T_{\infty}C+G) = r \\ b_2 &= L_{\infty}^2k^2Z^2E \\ b_3 &= c_2 = L_{\infty}^2kZ^2(T_{\infty}E-H) = q \\ c_3 &= L_{\infty}^2Z^2[T_{\infty}^2E-2T_{\infty}H + I] \end{aligned}} \right| 3.8.26'$$

şeklindedir. In matrisinin tersi alınarak da tahminlere ait varyansların hesaplanması mümkündür. Bu matris,

$$In^{-1} = \begin{bmatrix} a_1' & b_1' & c_1' \\ a_2' & b_2' & c_2' \\ a_3' & b_3' & c_3' \end{bmatrix}$$

olur. Buradan orijinal eşitliklerdeki L_{∞} , T_{∞} ve k parametrelerine ait tahminlerin varyansları, sırayla,

$$\begin{aligned} V(L_{\infty}) &= a_1'S^2 \\ V(t_{\infty}) &= b_2'S^2 \\ V(k) &= c_3'S^2 \end{aligned} \quad \left. \vphantom{\begin{aligned} V(L_{\infty}) &= a_1'S^2 \\ V(t_{\infty}) &= b_2'S^2 \\ V(k) &= c_3'S^2 \end{aligned}} \right| 3.8.27$$

şeklinde elde edilir. Burada S^2 değeri, 3.8.9 sayılı eşitlik ile verilen regresyondan sapmaların kareleri toplamının serbestlik derecesine $(N-3)$ bölünmesi ile elde edilir. Basitleştirilmiş sembollerle bu değer,

$$S^2 = [EL^2 - (B^2/A) - (P^2/AQ)] / [A - 3] \quad 3.8.28$$

olarak gösterilir.

Parametrelerin tahminlerine ait varyans tahminleri, In^{-1} matrisinin hesaplanmasına gerek kalmadan da bulunabilmektedir. Bunlar, informasyon matrisinin elemanları kullanılmak suretiyle direkt olarak,

bulunabilmektedir. Bunlar, informasyon matrisinin elemanları kullanılmak suretiyle direkt olarak,

$$\begin{aligned} V(L_{\omega}) &= [(b_2 c_3 - q^2) / \Delta] . S^2 \\ V(T_{\omega}) &= [(c_3 a_1 - r^2) / \Delta] . S^2 \\ V(k) &= [(a_1 b_2 - p^2) / \Delta] . S^2 \end{aligned} \quad \left. \vphantom{\begin{aligned} V(L_{\omega}) \\ V(T_{\omega}) \\ V(k) \end{aligned}} \right| 3.8.29$$

şeklinde elde edilir. Burada, Δ değeri,

$$\Delta = (a_1 b_2 c_3 + 2pqr - a_1 q^2 - b_2 r^2 - c_3 p^2) \quad 3.8.30$$

şeklindedir. Stevens (1951) tarafından işaret edildiği gibi güven sınırlarının tahmininde Student' in t değerinin kullanılması tam olarak doğru olmamasına rağmen mevcut en iyi yaklaşımı vermektedir.

3.9. SAYISAL ÖRNEK

3.9.1. Çokterimli Fonksiyonlarla Büyüme Eğrilerinin Analizinde Üç Yöntemin Karşılaştırılması Olarak İncelenmesi için Sayısal Örnek

Sayısal örnek olarak erkek çocuklarda ramus kemiğinin büyümesine ait veriler ele alınacaktır (Elston ve Grizzle, 1962). Çizelge 3 'te verilen ve bu örnekte takip edilecek olan veriler, uluslararası literatürde, incelenen hemen her büyüme eğrisi analizi yöntemi için yeniden kullanılıyor olması ve artık bu konu ile adeta özdeşleşmiş olması dolayısıyla seçilmiştir. Rakamların elde edildiği denemede 20 tane erkek çocuğun her birisi için 8, 8½, 9 ve 9½ yaşlarında ramus kemiği mm olarak ölçülmüştür. Çalışmanın amacı, ortodontistler tarafından kullanılması için normal bir büyüme eğrisi oluşturmaktır.

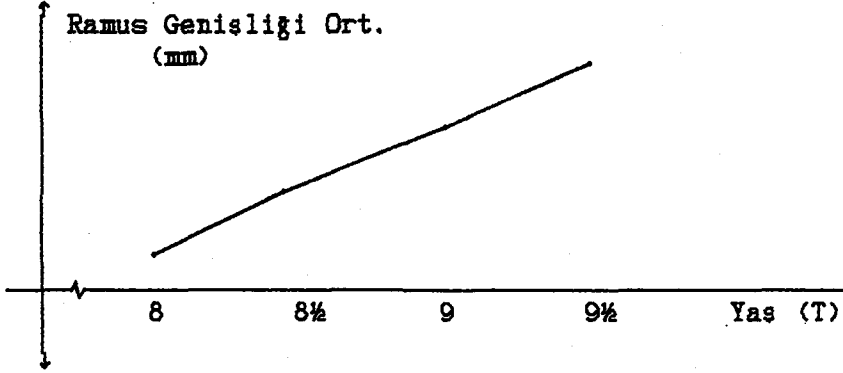
Şekil 10 incelendiğinde, ortalamalara düz bir hat uydurulması gerektiği görülmektedir. Bunun için doğrusal bir model kabul edilerek, veriler her üç yöntemle de analiz edilecektir. Bu örnek için $n=20$, $p=4$ ve $m=2$ 'dir. S matrisinin her bir köşegen elemanı her bir yastaki n gözlemin varyansıdır ve köşegen dışı elemanları ise yaşlar arası kovaryanslardır. Varyans-kovaryans matrisi,

$$S = \begin{bmatrix} 6.329973684 & 6.189078947 & 5.777000000 & 5.548157895 \\ S_{21} & 6.449342105 & 6.153421053 & 5.923421053 \\ S_{31} & S_{32} & 6.918000000 & 6.046315789 \\ S_{41} & S_{42} & S_{43} & 7.464736842 \end{bmatrix}$$

olarak bulunur. y sütun vektörü yaşlara ait ortalamalardan oluşur ve $y' = [48.655 \quad 49.625 \quad 50.570 \quad 51.450]$ şeklindedir.

Çizelge 3. Erkek Çocuklarda Ramus Kemığının Büyümesine Ait Veriler (mm), (Elston ve Grizzle, 1962)

Fertler	Yaşlar (yıl)				Σ
	8	8½	9	9½	
1	47.8	48.8	49.0	49.7	195.3
2	46.4	47.3	47.7	48.4	189.8
3	46.3	46.8	47.8	48.5	189.4
4	45.1	45.3	46.1	47.2	183.7
5	47.6	48.5	48.9	49.3	194.3
6	52.5	53.2	53.3	53.7	212.7
7	51.2	53.0	54.3	54.5	213.0
8	49.8	50.0	50.3	52.7	202.8
9	48.1	50.8	52.3	54.4	205.6
10	45.0	47.0	47.3	48.3	187.6
11	51.2	51.4	51.6	51.9	206.1
12	48.5	49.2	53.0	55.5	206.2
13	52.1	52.8	53.7	55.0	213.6
14	48.2	48.9	49.3	49.8	196.2
15	49.6	50.4	51.2	51.8	203.0
16	50.7	51.7	52.7	53.3	208.4
17	47.2	47.7	48.4	49.5	192.8
18	53.3	54.6	55.1	55.3	218.3
19	46.2	47.5	48.1	48.4	190.2
20	46.3	47.6	51.3	51.8	197.0
Ortalama	48.66	49.625	50.57	51.45	
S ₁₁	2.52	2.54	2.63	2.73	
Σ	973.1	992.5	1011.40	1029.00	4006



Şekil 10. Gözlenen veriler için büyüme eğrisi.

Parametreler vektörü, $\beta' = [\beta_0 \ \beta_1]$ ve A' matrisi,

$$A' = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ -3 & -1 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

şeklindedir.

Çok Değişkenli Yaklaşım (Yöntem I) :

(i) β 'nin tahmini

$$\hat{\beta} = (A'S^{-1}A)^{-1}A'S^{-1}y \quad \text{veya } C = (A'S^{-1}A)^{-1} \text{ denirse,}$$

$$\hat{\beta} = CA'S^{-1}y = \begin{bmatrix} 50.00490 \\ 0.46493 \end{bmatrix}$$

bulunur. Burada C matrisi,

$$C = \begin{bmatrix} 6.192948691 & 0.071720580 \\ 0.071720580 & 0.057121457 \end{bmatrix}$$

şeklindedir.

i-nci periyottaki cevap $\hat{y}_i = a' \hat{\beta}$ ile tahmin edilir. Burada a' , A'nın i-nci sıra vektörüdür. Dolayısıyla 1. periyotta yani 8. yasta,

$$\hat{y}_1 = \begin{bmatrix} 1 & -3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 50.0489 \\ 0.46480 \end{bmatrix} = 48.65441$$

ve aynı şekilde 8%, 9, 9% yaşları için sırayla, 49.58401, 50.51373, 51.44339 olarak bulunur.

(ii) Modelin yeterliliğinin testi :

$$\begin{aligned} T &= (y'S^{-1}y - y'S^{-1}A\hat{\beta})_n / (n-1) \\ &= (404.7187192 - 404.7087903) / 19 \\ &= 0.010451474 \end{aligned}$$

$$F = \frac{T(n-p+m)}{(p-m)} = 0.0941$$

$F_{\alpha, (p-m), (n-p+m)} = F_{0.05, 2, 18} = 3.55 > 0.941$ olduğundan önemsizdir.

(iii) β vektörünün k-ncı elemanı olan β_k nin $(1-\alpha)$ 'lık güven kısımları ,

$$| \hat{\beta}_k - \beta_k | \leq t_{\alpha/2, n-1-p+m} \sqrt{\frac{(n-1)c_{kk}(1+T)}{n(n-1-p+m)}}$$

Burada c_{kk} değeri C matrisinin k-ncı köşegen elemanıdır. β_1 için, $t_{0.025, 17} = 2.11$ olduğundan güven sınırları,

$$| \hat{\beta}_k - \beta_k | \leq \pm (2.11) \left(\sqrt{\frac{19(6.19295)(1+0.0104515)}{20(20-1-4+2)}} \right)$$

ve

$$| \hat{\beta}_k - \beta_k | \leq \pm 1.2477485$$

bulunur. Buradan güven aralığı 2.495497 olarak elde edilir. Aynı şekilde β_2 için güven aralığı, 0.23967 bulunur.

(iv) Tahmin edilen eğrinin güven kısımları 'nın hesaplanmasında, her bir u'_i için $(u'_i C u_i)$ değerleri,

$$(u'_1 C u_1) = 6.2767$$

$$(u'_2 C u_2) = 6.1066$$

$$(u'_3 C u_3) = 6.3935$$

$$(u'_4 C u_4) = 7.1374$$

şeklinde elde edilir ve buna göre 3.6.5 eşitliğinden,

$$| u'_1 \hat{\beta} - u_1 \beta | \leq \pm 1.6535$$

$$| u'_{2\beta} - u_{2\hat{\beta}} | \leq \pm 1.6309$$

$$| u'_{3\beta} - u_{3\hat{\beta}} | \leq \pm 1.6688$$

$$| u'_{4\beta} - u_{4\hat{\beta}} | \leq \pm 1.7632$$

olarak bulunur.

Tam Bağımsız Yaklaşım (Yöntem II) :

(i) β 'nin en iyi sapmasız tahmini $\hat{\beta} = (A'A)^{-1}A'y$ 'dir.

Buna göre,

$$\hat{\beta} = \left[\begin{array}{c} \left[\begin{array}{cccc} 1 & 1 & 1 & 1 \\ -3 & -1 & 1 & 3 \end{array} \right] \left[\begin{array}{cc} 1 & -3 \\ 1 & -1 \\ 1 & 1 \\ 1 & 3 \end{array} \right]^{-1} \left[\begin{array}{cccc} 1 & 1 & 1 & 1 \\ -3 & -1 & 1 & 3 \end{array} \right] \left[\begin{array}{c} 48.655 \\ 49.625 \\ 50.570 \\ 51.450 \end{array} \right] \\ \\ = \left[\begin{array}{c} 50.075 \\ 0.46665 \end{array} \right] \end{array} \right. \text{ olur.}$$

(ii) Modelin yeterliliğinin testi :

$$\begin{aligned} \text{Periyotlar içi K.T.} &= [(47.8^2 + \dots + 46.3^2) - 973.1^2/20] + \dots \\ &\dots + [(49.7^2 + \dots + 51.8^2) - 1029^2/2] \\ &= 120.2695 + 122.5375 + 131.442 + 141.83 \\ &= 516.079 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Periyotlar içi K.O.} &= \text{Periyotlar içi K.T.}/p(n-1) \\ &= 516.079/76 \\ &= 6.79 \end{aligned}$$

Bu son değer, aynı zamanda, S^2_1 (müsterek hata varyansının tahmini) olarak da adlandırılır.

Regresyon Modelinden Sapmalar K.T. (Reg.Mo.Sp.K.T.)

$$\begin{aligned} &= n(y'y - y'A\hat{\beta}) \\ &= 20(10034.37705 - 10034.37495) \\ &= 20(0.02105) \\ &= 0.0421 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Reg.Mo.Sp.K.O. } (S^2_2) &= \text{Reg.Mo.Sp.K.T.} / (p-m) \\ &= 0.0421/2 \\ &= 0.02105 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} F &= \frac{n(y'y - y'A\hat{\beta})}{(p-m)S^2_1} = \frac{S^2_2}{S^2_1} \sim F_{\alpha, (p-m), p(n-1)} \\ &= 0.02105/6.79 \\ &= 0.0031 < 3.12 (= F_{0.05, 2, 76}) \end{aligned}$$

olduğundan önemsizdir. Bu bize modelin yeterli olduğunu gösterir.

(iii) β vektörünün k-ncı elemanı olan β_k nın $(1-\alpha)$ 'lık güven kısıkları ,

$$\begin{aligned} S^2_B &= [p(n-1)S^2_1 + (p-m)S^2_2] / (pn-m) \\ &= [76(6.791) + 2(0.02105)] / 78 \\ &= 516.1211 / 78 \\ &= 6.617 \end{aligned}$$

ve $t_{\alpha/2, pn-m} = t_{0.025, 76} = 1.959$ olduğuna göre β_1 için güven sınırları,

$$| \beta - \hat{\beta}_k | \leq \pm (t_{\alpha/2, pn-m}) (\sqrt{v_{kk}}) S_B$$

ifadesinden,

$$\begin{aligned} | \beta_1 - \hat{\beta}_1 | &\leq \pm 1.959 (\sqrt{0.0125}) (\sqrt{6.617}) \\ &\leq \pm 0.5634 \end{aligned}$$

ve

$$\begin{aligned} | \beta_2 - \hat{\beta}_2 | &\leq \pm 1.959 (\sqrt{0.0025}) (\sqrt{6.617}) \\ &\leq \pm 0.2520 \end{aligned}$$

bulunur. Dolayısıyla β_1 ve β_2 için güven aralıkları sırayla, 1.1268 ve 0.5039 olur. Güven sınırlarının hesaplanmasında kullanılan $\sqrt{c_k}$ değeri, $(A'A)^{-1}/n$ matrisinin k-ncı köşegen elemanı olup bu matris,

$$(A'A)^{-1}/n = \begin{bmatrix} 0.25/20 & 0 \\ 0 & 0.05/20 \end{bmatrix}$$

şeklindedir.

(iv) Tahmin edilen eğrinin güven kısımları 'nı bulmak amacıyla 3.6.7 eşitliğinden faydalanılarak, her bir u_i vektörü için,

$$| u_1' \beta - u_1' \hat{\beta} | \leq \pm 1.2002$$

$$| u_2' \beta - u_2' \hat{\beta} | \leq \pm 0.7857$$

$$| u_3' \beta - u_3' \hat{\beta} | \leq \pm 0.7857$$

$$| u_4' \beta - u_4' \hat{\beta} | \leq \pm 1.2002$$

bulunur.

Karışık Model Yaklaşımı (Yöntem III) :

(i) β 'nin en iyi sapmasız tahmini ,

$$\hat{\beta}_k = \left(\sum_{i=1}^p y_i \cdot x_{ik} \right) / \left(n \sum_{i=1}^p x_{ik}^2 \right)$$

ile elde edilir. $k=0$ için $x'_{i0} = [1 \ 1 \ 1 \ 1]$ dir ve,

$$\begin{aligned} \hat{\beta}_0 &= \frac{(973.1)1 + (992.5)1 + (1011.4)1 + 1029)1}{20(1^2 + 1^2 + 1^2 + 1^2)} \\ &= 4006/80 \\ &= 50.075 \end{aligned}$$

ve $k=1$ için $x'_{i1} = [-3 \ -1 \ 1 \ 3]$ tür ve,

$$\begin{aligned} \hat{\beta}_1 &= \frac{(973.1)(-3) + (992.5)(-1) + (1011.4)1 + 1029)3}{20[(-3)^2 + (-1)^2 + 1^2 + 3^2]} \\ &= 186.9/400 \\ &= 0.46725 \end{aligned}$$

olarak bulunur.

(ii) Modelin yeterliliğinin testi :

Fertler arası K.T. = KT_F

$$\begin{aligned} &= \sum_{j=1}^n y^2_{.j} / p - y^2_{..} / np \\ &= (195.3^2 + \dots + 197.0^2) / 4 - DK \\ &= 476.125 \end{aligned}$$

Periyotlar ara.K.T. = KT_P

$$\begin{aligned} &= \sum_{i=1}^P y_{i1}^2 / n - DK \\ &= 87.091 \end{aligned}$$

Periyotların x_1 üzerine regresyonu = KT_1

$$\begin{aligned} &= \frac{[(-3)(973.1) + \dots + (3)(1029)]^2}{20[(-3)^2 + (-1)^2 + 1^2 + 3^2]} - \frac{186.6^2}{400} \\ &= 87.0489 \end{aligned}$$

(Fertler X Per. x_1 üzerine reg.)_{ENT} = KT_{F1}

$$= \sum_{j=1}^n \left(\sum_{i=1}^P x_{i1} y_{i,j} \right)^2 / \left(\sum_{i=1}^P x_{i1}^2 \right) - KT_1$$

$$\begin{aligned} &= \frac{[(-3)47.8 + \dots + (3)49.7]^2 + \dots + [(-3)46.3 + \dots + (3)51.8]^2}{(-3)^2 + (-1)^2 + 1^2 + 3^2} - KT_1 \\ &= 2386.14/20 - 87.0489 \\ &= 32.2581 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} KT_D &= KT_P - \sum_{k=1}^{m-1} KT_k \\ &= 87.091 - 87.0489 \\ &= 0.0421 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} F &= \frac{(n-1)KT_D}{(KT_E - KT_D)} \sim F_{\alpha, (p-m), (p-m)(n-1)} \\ &= 19(0.0421) / (7.738 - 0.0421) \\ &= 0.10394 < 3.25 (= F_{0.05, 2, 38}) \end{aligned}$$

oldugundan dolayı modelin yeterli olduğuna dair hipotez, $\alpha=0.05$ seviyesinde kabul edilir.

(iii) β vektörünün k-ncı elemanı olan β_k nın $(1-\alpha)$ 'lık güven kısımları ,

$$\begin{aligned} & \beta_k \text{ 'nin varyansı,} \\ V(\hat{\beta}_k) &= S^2_k = [(\hat{\sigma}^2_E / \sum_1^P x^2_{1k}) + \hat{\sigma}^2_k] / n \\ &= KO_{FK} / (n \sum_1^P x^2_{1k}) \end{aligned}$$

ile hesaplanır ve burada KO_{FK} değeri, V_{FK} 'yı tahmin eden kareler ortalaması, yani (Fertler x Per. x_1 üz. Reg.)_{NT}K.O. 'dır. Buna göre,

$$\begin{aligned} V(\hat{\beta}_0) &= S^2_0 \\ &= 25.05921 / 20(4) \\ &= 0.3132 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} V(\hat{\beta}_1) &= S^2_1 \\ &= 1.697795 / 20(20) \\ &= 0.0424 \end{aligned}$$

bulunur. $\hat{\beta}_k$ 'nın güven sınırları, $|\hat{\beta}_k - \beta_k| \leq t \sqrt{S^2_k}$ dan ve $t_{\alpha/2, n-1} = t_{0.025, 19} = 2.093$ için, sırayla ± 1.1714 ve ± 0.1364 ve güven aralıkları ise sırayla 2.3428 ve 0.2727 olarak elde edilir.

(iv) Tahmin edilen eğrinin güven kısımları 'nı bulmak amacıyla 3.6.18 eşitliğinden f_1 değerleri,

$$f_1 = f_4 = 24$$

ve

$$f_2 = f_9 = 20$$

olarak ve ayrıca 3.6.15 eşitliğinden i-nci periyottaki cevabın tahminine ait varyanslar,

$$S^2_1 = S^2_4 = 0.3514$$

ve

$$S^2_2 = S^2_3 = 0.3175$$

olarak elde edilir ve buna göre 3.6.16 eşitliğinden, her bir u'_i vektörü için güven kuşakları,

$$| u'_1\beta - u_1\hat{\beta} | \leq \pm 1.5460$$

$$| u'_2\beta - u_2\hat{\beta} | \leq \pm 1.4886$$

$$| u'_3\beta - u_3\hat{\beta} | \leq \pm 1.4886$$

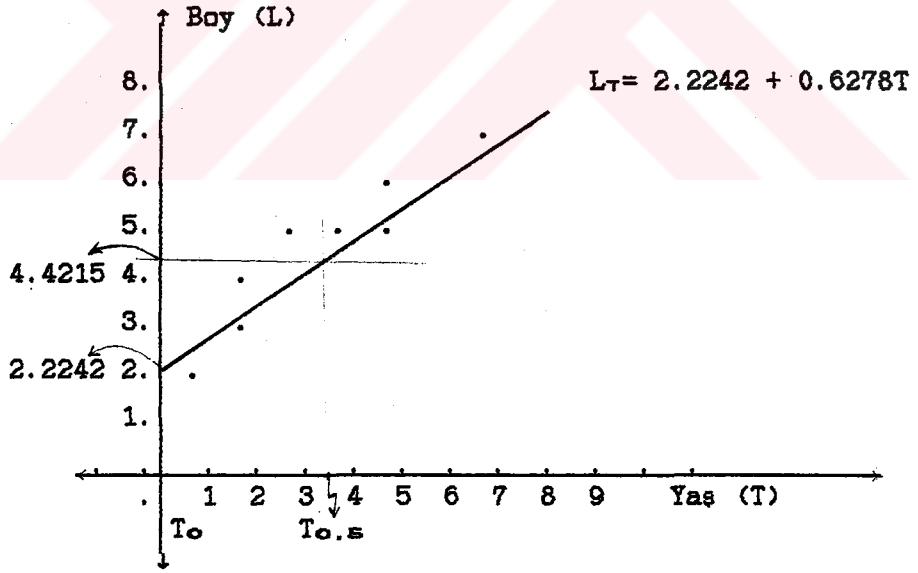
$$| u'_4\beta - u_4\hat{\beta} | \leq \pm 1.5460$$

şeklinde bulunur.

3.9.2. Von Bertalanffy Asimtotik Büyüme Fonksiyonu için Sayısal Örnek

Çizelge 4. Gözlenen Verilere Von Bertalanffy Asimtotik Büyüme Modeli Uydurulması için Örnek Veriler, (Allen, 1966)

Yaş (T)	1	2	2	3	4	5	5	7
Boy (L)	2	3	4	5	5	5	6	6



Şekil 11. Örnek verilere göre balıkların boy ve yaş grafiği.

$$k_1 = \log_e 0.5 / (T_{0.5} - T_0) = 0.6931 / (4.42 - 2.22) = 0.3$$

$$\begin{aligned} A &= 8 & B &= \Sigma I = 2 + \dots + 6 = 36 \\ C &= \Sigma e^{-kT} = e^{-(0.3)1} + \dots + e^{-(0.3)7} = 3.1149 \\ D &= \Sigma Ie^{-kT} = 2e^{-(0.3)1} + \dots + 6e^{-(0.3)7} = 12.0513 \\ E &= \Sigma e^{-2kT} = e^{-2(0.3)1} + \dots + e^{-2(0.3)7} = 1.5217 \\ F &= \Sigma ITe^{-kT} = 2(1)e^{-(0.3)} + \dots + 6(7)e^{-(0.3)7} = 38.7033 \\ G &= \Sigma Te^{-kT} = 1e^{-(0.3)1} + \dots + 7e^{-(0.3)7} = 8.4491 \\ H &= \Sigma Te^{-2kT} = 1e^{-2(0.3)1} + \dots + 7e^{-2(0.3)7} = 3.2151 \\ I &= \Sigma T^2 \Sigma e^{-2kT} = 1^2e^{-2(0.3)1} + \dots + 7^2e^{-2(0.3)7} = 9.1217 \\ J &= \Sigma T^2 e^{-kT} = 1^2e^{-(0.3)1} + \dots + 7^2e^{-(0.3)7} = 30.7673 \\ L &= \Sigma IT^2 e^{-kT} = 2(1)^2e^{-(0.3)1} + \dots + 6(7)^2e^{-(0.3)7} = 156.6085 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} M &= BE-CD = 17.2426 & P &= AD-BC = -15.7260 \\ S &= dP/dk = BG-AF = -5.4588 & T &= dR/dk = 2AI-G^2-CJ = -21.2772 \\ Q &= AE-C^2 = 2.4710 & R &= \frac{1}{2}(dQ/dk) = CG-AH = 0.5973 \\ U &= dS/dk = AL-BJ = 145.2452 & V &= dM/dk = GD+CF-2BH = -9.1077 \end{aligned}$$

3.8.12', 3.8.13' eşitliklerinde değerler yerine koyularak,

$$\begin{aligned} \alpha_1 &= QS - PR = (2.4710 \times -5.4588) - (-15.7260 \times 0.5973) \\ &= -4.0956 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} d\alpha_1/dk_1 &= QU + RS -PT \\ &= (2.4710 \times -5.4588) + (0.5973 \times -5.4588) \\ &\quad - (-15.7260 \times -21.2772) \\ &= 21.0351 \end{aligned}$$

elde edilir. k_1 e ait düzeltme, $k_1' = [\alpha_1 / (d\alpha_1/dk_1)] = -4.0956 / 21.0351 = 0.1947$ olur. Buradan, $k_2 = 0.3 + 0.1947 \approx 0.495$ bulunur. Daha sonra, eşitliklerdeki k değerinin bulunduğu bütün yerlere en son bulunan k_2 değeri koyulmak suretiyle yeniden hesaplamalar yapılır. Sonuçta,

A = 8	B = 36	C = 1.91691	D = 6.75650
E = 0.73324	F = 18.52244	G = 4.38820	H = 1.23173
I = 2.64500	J = 13.57014	L = 65.19914	M = 13.44504
P = -14.95676	Q = 2.19138	R = -1.44206	S = 9.79568
T = -2.94904	U = 33.06808	V = -23.52984	

değerleri elde edilir. Bu değerler yine 3.8.12' ve 3.8.13' eşitliklerinde yerine koyularak, $\alpha_2 = -0.10249$ ve $da_2/dk_2 = 14.23069$ bulunur. k_2 e ait düzeltme, $k_2' = [\alpha_2 / (da_2/dk_2)] = -0.10249 / 14.23069$ olur. Buradan, $k_3 = 0.495 + 0.0072 = 0.5022$ bulunur. iterasyona devam edilirse,

A = 8	B = 36	C = 1.88565	D = 6.624778
E = 0.71576	F = 18.06022	G = 4.29186	H = 1.19435
I = 2.542500	J = 13.19308	L = 63.24135	M = 13.27535
P = -14.88552	Q = 2.17040	R = -1.46185	S = 10.02520
T = -2.61759	U = 30.97992	V = -23.50533	

değerleri elde edilir. Buradan, $\alpha_3 = -0.001703$ ve $da_3/dk_3 = 13.61929$ bulunur. k_3 e ait düzeltme, $k_3' = [\alpha_3 / (da_3/dk_3)] = 0.000125$ olur. Böylece $k_4 = 0.5022 - 0.000125 = 0.502075 \approx 0.5021$ olur.

Görüldüğü gibi, k için seçilen ilk değer gerçek değere göre oldukça kötü seçilmiş olmasına rağmen ilk düzeltilmiş tahmin değeri olan k_2 gerçek değer k_4 'ten % 1.4738 'lik ve ikinci düzeltilmiş tahmin değeri ise sadece % 0.0199 luk bir farklılık göstermektedir.

T_0 ve L_0 'un Hesaplanması :

k_4 hesaplanırken bulunan değerlerden faydalanılarak 3.8.14' eşitliğinden T_0 'ın bir tahmini elde edilebilir. Bu eşitlikte k 'nın en iyi tahmini olan $k_4 = 0.5021$ kullanılmalıdır:

$$[\log_e(-P) - \log_e(M)]_k =$$

$$[\log_e(-(-14.88552)) - \log_e(13.27535)]_k = 0.11448$$

$k = 0.5021$ için düzeltme eşitlik 3.8.16' ten türetilebilir ve

$$\delta k(d/dk)[\log_e(-P) - \log_e(M)]_k = (k_4 - k_3)[(SK - PV)/PM]$$

$$\begin{aligned} &= (0.5021 - 0.5022) \frac{(10.0252)(13.27535) - (-14.88552)(-23.50533)}{(-14.88552)(13.27535)} \\ &= -0.0001097113 \end{aligned}$$

şeklinde yazılabilir. Bundan sonra T_0 ın düzeltilmiş payı,

$$\begin{aligned} [\log_e(-P) - \log_e(M)]_{k+\delta k} &= [\log_e(-P) - \log_e(M)]_k + \delta k(d/dk)[\log_e(-P) - \log_e(M)]_k \\ &= 0.11448 - 0.0001097113 \\ &= 0.11437 \end{aligned}$$

şeklinde elde edilir ve buradan düzeltilmiş T_0 değeri,

$$T_0 = \frac{[\log_e(-P) - \log_e(M)]_{k+\delta k}}{k} = 0.11437 / 0.5021$$

$$\approx 0.2278$$

olarak bulunur. Bu şekilde T_0 bulunduktan sonra 3.8.17' sayılı eşitlikte $k = 0.5022$ kullanılarak elde edilen M ve Q değerleri girilmek suretiyle L_0 değeri,

$$L_0 = 13.27535 / 2.17040 = 6.11655$$

olarak bulunur. Ancak iterasyonla en son elde edilen $k= 0.5021$ e uygun daha doğru bir L_0 bulunmak istenir ise eşitlik 3.8.18' den

$$dL_0/dk = -2.59048$$

ve buradan düzeltme değeri,

$$(0.5021-0.5022)(-2.59048)= 2.59048 \times 10^{-4}$$

ve buradan da düzeltilmiş L_0 değeri,

$$\begin{aligned} L_0 &= M/Q - (k_4 - k_3)(dL_0/dk) = 6.11655 + 2.59048 \times 10^{-4} \\ &= 6.116809 \end{aligned}$$

olarak bulunur. Bu durumda tahmin eşitliği aşağıdaki gibidir :

$$L_t = 6.116809 [1 - e^{-0.5021(t-0.2278)}]$$

Parametre Tahminlerinin Varyansları

Bütün parametreler tahmin edilip denklem oluşturulduğunda bilgi matrisi ve parametre tahminlerinin varyansları ile ilgili diğer bilgiler hesaplanabilir. bilgi matrisi 3.8.26' sayılı eşitliklerden , parametre tahmin değerlerinin yerine koyulması ile ,

$$I_n = \begin{bmatrix} 4.6714 & -3.7298 & 18.5520 \\ & 8.4820 & -24.3400 \\ & & 95.6778 \end{bmatrix}$$

şeklinde ve bu matrisin inversinin alınması ile,

$$In^{-1} = \begin{bmatrix} 1.5470667 & -0.6686428 & -0.4700771 \\ & 0.7256663 & 0.3142566 \\ & & 0.1815455 \end{bmatrix}$$

şeklinde bulunur. Parametrelerin varyanslarına ait tahminlerin elde edilebilmesi için önce S^2 değerinin hesaplanması gerekir ve bu ,

$$S^2 = [\Sigma 1^2 - (B^2/A) - (P^2/AQ)] / [A - 3] \\ = [176 - 162 - 12.7614] / 5 = 0.24772$$

şeklinde dir. Buna göre In^{-1} matrisinden yararlanılarak parametrelerin varyanslarına ait tahminler,

$$V (L_{\infty}) = a_1 S^2 = 0.38324$$

$$V (T_{\infty}) = b_2 S^2 = 0.17976$$

$$V (k) = c_3 S^2 = 0.04497$$

şeklinde veya In^{-1} matrisine gerek kalmadan doğrudan In matrisinden ,

$$V (L_{\infty}) = [(b_2 c_3 - q^2) / \Delta] S^2 = 0.38324$$

$$V (t_{\infty}) = [(c_3 a_1 - r^2) / \Delta] S^2 = 0.17976$$

$$V (k) = [(a_1 b_2 - p^2) / \Delta] S^2 = 0.04497$$

olarak da elde edilebilir. Burada Δ değeri,

$$\Delta = (a_1 b_2 c_3 + 2pqr - a_1 q^2 - b_2 r^2 - c_3 p^2) = 141.625$$

şeklinde dir.

Parametrelerin % 90 lık ($\alpha = 0.05$) güven sınırları ise aşağıdaki gibidir ($\alpha = 0.05$ ve 5 SD için kritik değer, $t = 2.571$) :

$$L_{\infty} \text{ için } \rightarrow \rightarrow \rightarrow 6.116809 \pm 2.571 (0.38324)^{1/2}$$

$$T_{\infty} \text{ için } \rightarrow \rightarrow \rightarrow 0.2278 \pm 2.571 (0.17976)^{1/2}$$

$$k \text{ için } \rightarrow \rightarrow \rightarrow 0.5021 \pm 2.571 (0.04497)^{1/2}$$

4. TARTIŞMA VE SONUÇ

4.1. Çokterimli Fonksiyonlarla Büyüme Eğrisi Analizinde Üç Yöntemin Karşılaştırmalı Olarak İncelenmesi

Çizelge 3 'deki verilerin, üç ayrı yönteme göre sayısal olarak analiz edilmesiyle (3.9.1) elde edilen sonuçlar Çizelge 5, 6, 7, 8 ve 9 'da verilmiştir. Ayrıca, her üç yönteme göre bulunan güven kuşakları Şekil 12 'de görülmektedir. Çizelge 5 'te, modele ait parametrelerin tahminlerinin hemen hemen aynı olduğu görülmektedir. Model, her üç yöntemde de yeterli bulunmuştur ve II. yöntemde, diğerlerine göre çok daha küçük bir F değerinin elde edilmiş olması dikkati çekmektedir (Çizelge 6).

Çizelge 5. β 'nın En İyi Tahmini

Parametreler	Yöntem I	Yöntem II	Yöntem III
β_0	50.00490	50.07500	50.07500
β_1	0.46483	0.46650	0.46725

Modelin parametrelerine ait güven aralıkları Çizelge 7 'de verilmiştir. III. yöntemle parametrelerin güven aralıkları hesaplanırken ayrı ayrı KO_{F_0} ve KO_{F_1} ile $(n-1=19)$ serbestlik dereceli t değeri kullanılmıştır. II. yöntemde ise parametrelerin güven aralıkları, $S^2_B = [(n-1)KO_{F_0} + (n-1)KO_{F_1} + n(p-2)KO_E] / (np-2)$ şeklindeki birleştirilmiş varyans ve $(np-2=78)$ serbestlik dereceli t değeri kullanılarak elde edilmiştir. Serbestlik derecesinin büyüklüğüne bağlı olarak t değeri daha küçük olacağından, bu

durum, II. yöntemle elde edilen aralıkların daha dar olması yönünde etki eder.

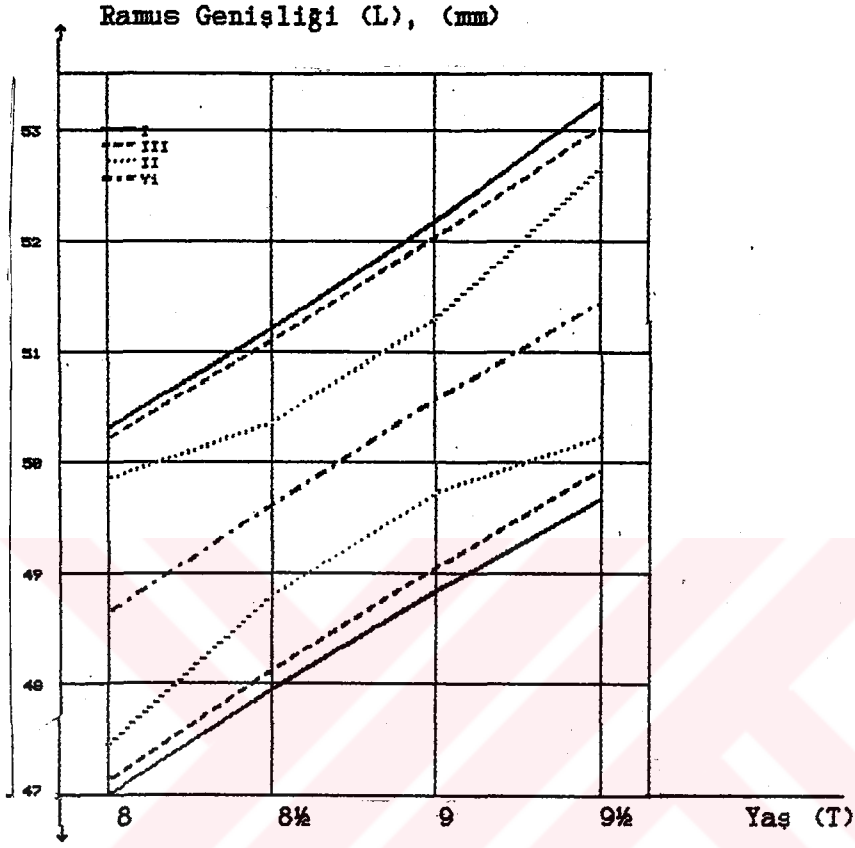
Ayrıca II. yöntemdeki S^2_B 'nin tahmini, III. yöntemdeki varyansların tartılı ortalamasıdır ve dolayısıyla II. yöntemde daha dar güven aralığı elde edilir. Başka bir açıdan ele alındığında, kesim noktaları fazla miktarda değişken ve eğimler daha az değişken ise, bu, III. yöntemle kesim noktaları için daha geniş ve eğimler için de daha dar güven aralıkları elde edilmesine neden olur. Nitekim Çizelge 8 'den de, toplam varyasyona olan en büyük katkının, regresyondan başka, kesim noktaları arası varyasyondan geldiği görülmektedir.

Çizelge 6. Modelin Yeterliliğinin Testi için F Değerleri

F Değerleri	Yöntem I	Yöntem II	Yöntem III
Hesaplanan F	0.0941	0.0031	0.10394
$F_{0.05, s_d1, s_d2}$	3.55	3.12	3.23

Çizelge 7 'te, parametreler için güven aralığı hem I. ve hem de III. yöntemde birbirine çok yakın bulunmuşken, II. yöntemdeki ortalama alma işlemi dolayısıyla β_0 için daha dar bir aralık elde edilmiştir ama β_1 için bulunan aralık olması gerekenden daha geniştir.

Şekil 12, zaman noktaları arasında bağımsızlığın bulunduğu dair katı bir varsayımda bulunulduğunda güven kuşaklarının daha dar olduğunu gösterir. Aynı fertten alınan gözlemler, farklı fertlerden alınan gözlemler kadar çok bilgi vermezler. Ayrıca, II. yöntemle elde edilen kuşakları her iki uçta tipik olarak genişleme gösterir. Gerçi bu durum, III. yöntemle bulunan kuşaklarda da beklenebilirse de, ele alınan örnekte, kesim noktalarında görülen büyük varyasyon, güven kuşaklarının takriben



şekil 12. üç yöntemle göre güven kuşakları.

düz bir hat olmasına neden olmuştur. KO_{F0} , kuşakların genişliği üzerine çok küçük bir etkiye sahip olan $KO_{F1}x^2_{11}$ 'i etkiler. Güven kuşaklarında, eğer hesaplamalar noktadan sonra birkaç ondalık hane dikkate alınarak yapılırsa, bazı bükülmeler görölmektedir. Fakat bu bükülmeler, esas verilerin gösterdiğinden daha farklıdır. S^2_{11} büyük miktarda KO_{F0} tarafından belirlenmedikçe, II. yöntemde olduğu gibi bükülme ortaya çıkacaktır. şekil 12 ve çizelge 9 'dan, I. ve III. yöntemlerle elde edilen kuşakların aslında aynı olduğu görülür. I. yöntemin, varsayımlardaki zayıflık dolayısıyla en geniş kuşağı vermesi beklenir.

Çizelge 7. Model Parametrelerinin % 95 'lik Güven Aralıkları

Parametreler	Yöntem I	Yöntem II	Yöntem III
β_0	2.4955	1.1268	2.3428
β_1	0.2397	0.5039	0.2727

Sonuç olarak bu tip verilerin analizinde, her ne kadar yöntemler arasında tahmin açısından büyük bir uyumluluk olsa da, II. yöntem belli bir modelin uyum testi için ya da güven aralıklarını elde etmek için kullanılmamalıdır.

Yöntem III, modelin uygunluğu için bir test sağlarsa da, e₁ hata tahminlerinin bağımsız ve normal dağılımı olduğu varsayımı aynı zamanda modelin bir parçasıdır ve bu bakımdan gösterilen test, modelden ayrılışları mutlaka bulacak demek değildir. Yöntem I, otomatik olarak verilerin yapısının içerdiğinden fazla bir bağımsızlık kabul etmez ve gerçekten cevap eğrisi için fonksiyonel bir form kabul etmesine rağmen, mantiken buna bağlı olarak arkadan gelmesi gereken, kovaryanslar arasındaki

Çizelge 8. Varyans Analizi Sonuçları

V.K.	S.D.	K.T.	K.O.	F
Fertler	19	476.1250	25.05921	129.54***
Per. x ₁ üz. Reg.	1	87.0489	87.04890	51.27***
(Fert. X Per. x ₁ üz. Reg.) _{2NT}	19	32.2581	1.69779	8.78***
HATA	40	7.7380	0.19345	
GENEL	79	603.1700		

***) $P < 0.01$; $F_{0.01, 1, 40} = 7.31$; $F_{0.01, 19, 40} = 2.37$

herhangi bir fonksiyonel ilişkiyi tam olarak gözardı eder. Bu nedenle ve aynı zamanda hataların çok değişkenli bir dağılım gösterdiğinin kabul edilmesi dolayısıyla, bu iki yöntemin genelde hangisinin daha iyi olduğunun söylenmesi zorlaşır. Ama, eğer örneğimiz tipik bir örneğe, bu tip veriler her iki varsayım grubuyla uyumludur ve bu durumda hesabi işlemler için karışık model yaklaşımının tercih edilmesi iyi olur.

Çizelge 9. Her bir u_i Vektörü için Tahmin Edilen Cevapların Güven Kuşakları

$ u_i\beta - \hat{u}_i\hat{\beta} $	Yöntem I	Yöntem II	Yöntem III
$ u_1\beta - \hat{u}_1\hat{\beta} \leq$	± 1.6535	± 1.2002	± 1.5459
$ u_2\beta - \hat{u}_2\hat{\beta} \leq$	± 1.6309	± 0.7857	± 1.4886
$ u_3\beta - \hat{u}_3\hat{\beta} \leq$	± 1.6688	± 0.7857	± 1.4886
$ u_4\beta - \hat{u}_4\hat{\beta} \leq$	± 1.7632	± 1.2002	± 1.5459

4.2. Von Bertalanffy Asimtotik Büyüme Fonksiyonu

Bu çalışmada, asimtotik büyüme modellerinden olan,

$$L_T = L_{\infty} [1 - e^{-k(T-T_0)}]$$

ve

$$W_T = W_{\infty} [1 - e^{-k(T-T_0)}]^3$$

sekindeki von Bertalanffy tipi büyüme eğrisi fonksiyonlarının boy ve ağırlık bakımından gözlenen verilere uydurulması ile ilgili olarak, bilinen klasik yöntemlere nazaran daha avantajlı bir yöntem sunulmuştur.

Von Bertalanffy denkleminde yer alan parametrelerin (L_{∞} , T_0 , k) tahmini için incelenen bu yöntem, en küçük kareler tahminine dayanmakla birlikte, gözlemlerin eşit zaman aralıklarında elde edilmiş olması gibi bir kısıtlamayı gerektirmez ve bütün bireysel gözlemler için eşit ağırlıklıdır. Ayrıca verilerde, bazı zaman aralıkları için birden fazla gözlem değeri olduğunda bu zaman aralığı için, tek bir ortalama değer olarak bu değerın regresyonda kullanılması esasına dayanan Stevens'in yönteminde ortaya çıkan etkinlik kaybı da söz konusu değildir.

Diğer taraftan, araştıracının önceki bilgileri veya bazı biyolojik nedenler dolayısıyla T_0 parametresini sabit olarak ($T_0=0$ durumu dahil) alabildiği durumlarda da L_{∞} ve k 'nın tahminleri bu yöntemle elde edilebilmektedir.

Parametre tahminlerine ait varyansların bulunmasının mümkün olduğu bu yöntemde parametreler hakkındaki bazı hipotezlerin testi ve parametre tahminlerinin güven aralıkları da hesaplanabilmektedir.

Hesaplamalardaki miktar ve zorluk açısından karşılaştırıldığında, bu yöntem, Allen (1966)'a göre Tomlinson ve Abramson (1961) ile Stevens (1951) 'in yöntemlerine kıyasla daha fazla ve daha karmaşık hesaplamalar içermektedir. Ancak işlem basamaklarında sık tekrarlanan bir çok aritmetik ifadelerin yeni ve daha basit sembollerle tanımlanması suretiyle karmaşık görünümlü formüller basit eşitlikler haline getirilebilmektedir. Böylece basit sembollere dönüştürülen bu ifadelerin değerleri başlangıçta hesaplanarak formüllerdeki yerlerine konduğunda hesaplama miktarları ve güçlükler en aza indirgenmektedir.

Sonuç olarak, az sayıdaki verilerden en iyi şekilde yararlanmak ve onları etkin bir şekilde kullanmak düşünüldüğünde ve ayrıca yaşların düzensiz sıralandığı fakat kesin olarak bilindiği durumlarda, yöntem, oldukça kullanışlıdır.

Genel olarak, Ziraat, Tıp, Biyoloji ve benzeri bilim dallarında, canlılarla uğraşmakta olan ve zamana bağlı olarak ilgilendikleri materyalin büyümesini inceleyen araştırmacılar, elde ettikleri verilerin en iyi şekilde değerlendirilebilmesi problemi ile karşı karşıyadırlar. Ülkemizde genellikle bilinen klasik yöntemlerle sorunun çözümüne gidilmeye çalışılmaktadır. Ancak, aynı fert üzerinden değişik zamanlarda ölçümler yapılması yoluyla elde edilen büyüme verileri, içerdikleri korelasyonlar dolayısıyla karmaşık bir yapı göstermektedirler. Bu sebeplerle de analiz için yapılacak varsayımlar, verilerin matematiksel olarak tanımlanması amacıyla uydurulacak modeller ve analiz yöntemleri değişecektir.

Bu çalışmada, yaş-büyüme verilerinin yapısı, kullanılabilir çokterimli ve asimtotik fonksiyonlar, bunların parametrelerinin tahmin edilmesi işlemleri, bu tahminlerin güven aralıkları, tahmin edilen eğrinin güven kuşakları incelenerek, bu

konuda çalışan araştışıcılara karşılaştırmalı bir kaynak sunulmaya çalışılmıştır.

Ayrıca, hem çokterimli büyüme modelleri ve hem de Von Bertalanffy asimtotik büyüme modeli için geliştirilen programlar ile, zor ve karmaşık olan büyüme eğrişi analizleri oldukça kolaylaştırılmış ve araştışıcılara kısa bir zamanda tüm sonuçları alma imkanı sağlanmıştır. Bu programlar, uluslararası ve ülkemiz literatüründen ve ayrıca Ç.Ü. Ziraat Fakültesi Zootečni Bölümünde yürütölmüş olan araştışmalardan seçilmis bir çok örnek veri için çalıştırılmış ve program çıktıları EK 'lerde verilmiştir.

ÖZET

Canlılarla uğraşan bilim adamlarının en çok ilgilendikleri konulardan birisi, büyüme ve büyüme eğrileridir. Belli periyotlarla aynı fertten aynı ölçümün birden fazla yapıldığı durumlarda, elde edilen verilerin en iyi şekilde değerlendirilmesi, büyüme eğrisi analizleri yoluyla olur.

Parameteleri bakımından linear modeller olan çokterimli fonksiyonlar; $n-1$ 'nci dereceden çokterimliler için, çok değişkenli yaklaşım, tam bağımsız yaklaşım ve karışık model yaklaşımı ile ele alınmış, elde edilen parametre tahminlerinin güven aralıkları ve büyüme eğrilerinin güven kuşakları oluşturulmuştur. Bu üç yöntem için analizleri yapan ve parametre tahminlerini, güven aralıklarını veren bir BASIC programı geliştirilmiştir.

Linear olmayan modeller olan asimtotik fonksiyonlardan Richards fonksiyonu ailesine ait beş tane fonksiyonun matematiksel formülleri, parametreleri, parametrelerinin biyolojik anlamları verilmiştir. Sadece, bu asimtotik büyüme fonksiyonlarından en sık kullanılanlardan birisi olan Von Bertalanffy büyüme fonksiyonu detaylı olarak incelenmiş, parametrelerinin tahmin edilmesi, bu tahminlerin varyanslarının ve güven sınırlarının elde edilmesi işlemleri açıklanarak, bu modelle ilgili çözümleri de topluca sunan bir BASIC programı geliştirilmiştir.

SUMMARY

One of the important interest of the scientists dealing with the living materials is growth and growth curves. When the same measurement is subsequently taken from the same individual with certain intervals, best evaluation of the data is attained through growth curve analysis.

Polynomial functions that are linear from their parameters point of view, have been analysed with multivariate, complete independence and mixed model approaches for $n-1$ order polynomials, confidence intervals of estimated parameters and confidence bounds of growth curves have been formed. A BASIC program that gives parameters estimations and confidence intervals for these three methods has been developed.

Matemactical formulas, parameters and their biological interpretations of five functions from Richards family which are nonlinear asymptotic functions, have also been given. Only, von Bertalanffy growth function which is one of commonly used among these asymptotic growth functions, has been analysed in detail. A BASIC program has also been developed for estimating parameters, obtaining variances and confidence limits of these estimators.



EKLER

KK-1 Çokterimli Fonksiyonlarla Büyüme Eğrilerinin Analizinde, Üç Yöntemin Karşılaştırmalı Olarak incelenmesi için Geliştirilen Mikrobilgisayar Programı (PROGRAM 1)

```
1 '
2 '
3 '          ÇOKTERİMLİ FONKSİYONLARLA
4 '          B U Y U M E   E Ğ R İ L E R İ N İ N
5 '          A N A L İ Z L E R İ
6 '
7 '          PARAMETRELERİN TAHMİNİ, PARAMETRE VARYANSLARI VE GÜVEN ARALIKLARININ
8 '          BULUNMASI, MODELLERİN YETERLİLİK TESTLERİNİN YAPILMASI
9 '          VE
10 '          EĞRİNİN GÜVEN KUSAKLARININ OLUSTURULMASI
11 '
12 '
13 '          ( Program, Esit Zaman Aralıkları Durumu İçin
14 '          Ortogonal Polinom Katsayılarını Kullanır ! )
15 '          KISITLAMALAR : 3 <= p <= 17
16 '                          2 <= m <= 6
17 REM -----
18 CLS : KEY OFF
19 DEFDBL C,V,A,S,K,E,U,Y,R
20 ILOC=19:CNLE$="YAZICI ÇIKIŞLARINI DA İSTER MİSİNİZ < E/H > : "
21 GOSUB 788 :LOCATE 21,65:INPUT CEV$
22 CNLE$="LÜTFEN BEKLEYİNİZ !":CLS:ILOC=10:GOSUB 788
23 REM -----
24 IF CEV$="E" OR CEV$="e" THEN LPRINT CHR$(15)
25 '
26 ' *****
27 ' L U T F E N   Ö N E M   S E V İ Y E S İ N İ   V E   Ç E T V E L   D E Ğ E R L E R İ N İ   Y A Z İ N İ Z   :
28 ' *****
29 DALFA=.05          ' TESTLER VE GÜVEN ARALIKLARI İÇİN ÖNEM SEVİYESİ
30 TCET1=2.11         ' T(DALFA/2,N-1-P+M)
31 TCET2=1.959        ' T(DALFA/2,PN-M)
32 TCET3=2.093        ' T(DALFA/2,N-1)
33 FCET1=3.55         ' F(DALFA,P-N,N-P+M)
34 FCET2=3.12         ' F(DALFA,P-N,P(N-1))
35 FCET3=3.25         ' F(DALFA,P-N,(P-M)(N-1))
36 E1FCET=3.63        ' F(DALFA,M,NP-N)
37 E2FCET=3.11        ' F(DALFA,M,PN-M)

```

P=PERİYOT SAYISI
M=PARAMETRE SAY.
N=FERT SAYISI

```
38 RESTORE 731 : READ P,N,M      ' PERİYOT, FERT VE PARAMETRE SAYISI
39 DIM A(N,P),CTOP(P,P),SIRATOP(N),SUTUNTOP(P),SIRAKTOP(N),SUTUNKTOP(P)
40 FF$="#####.#####"
41 REM VERİLERİN OKUNMASI
42 FOR J=1 TO N
43 FOR I=1 TO P
44 READ A(J,I)
45 GENTOP=GENTOP+A(J,I)
46 GENKTOP=GENKTOP+A(J,I)^2
47 SIRATOP(J)=SIRATOP(J)+A(J,I)
48 SIRAKTOP(J)=SIRAKTOP(J)+A(J,I)^2
49 NEXT I
50 NEXT J
51 FOR I=1 TO P
52 FOR J=1 TO N
53 SUTUNTOP(I)=SUTUNTOP(I)+A(J,I)
54 SUTUNKTOP(I)=SUTUNKTOP(I)+A(J,I)^2
55 NEXT J
56 VAR(I)=(SUTUNKTOP(I)-SUTUNTOP(I)^2/N)/(N-1)
57 REM ORTALAMALAR VEKTÖRÜNÜN ELEMANLARININ BULUNMASI
58 Y(I)=SUTUNTOP(I)/N
59 NEXT I
60 REM
61 REM KOVARYANSLARIN BULUNMASI
62 FOR II=1 TO P-1
63 FOR IK=II+1 TO P
64 FOR IJ=1 TO N
65 CTOP(IJ,IK)=CTOP(IJ,IK)+A(IJ,II)*A(IJ,IK)
66 NEXT IJ
67 KOV(II,IK)=(CTOP(IJ,IK)-(SUTUNTOP(II)*SUTUNTOP(IK)/N))/(N-1)
68 KOV(IK,II)=KOV(II,IK)
69 NEXT IK
70 NEXT II
71 IF N*(P-N)=0 THEN GOSUB 853
72 ' ##### VAR-KOV MATRİSİNİN YAZILMASI #####
73 CLS
74 PRINT
75 CMLE$=" VARYANS-KOVARYANS MATRİSİ " : GOSUB 797
76 ICIZ=196 : GOSUB 785
77 FOR II=1 TO P
78 FOR IK=1 TO P
79 IF II=IK THEN S(II,IK)=VAR(II) ELSE S(II,IK)=KOV(II,IK)
80 PRINT USING FF$;S(II,IK);
81 NEXT IK
82 PRINT
83 NEXT II
84 GOSUB 785 :PRINT:PRINT
85 CMLE$="VAR-KOV MATRİSİNİN İNVERSİ DATA'YA YAZILDI MI <E/H>"
```



```
86 ILOC=18:GOSUB 788
87 LOCATE 20,70:INPUT DEV$
88 IF DEV$="e" OR DEV$="E" THEN 91
89 IF DEV$="h" OR DEV$="H" THEN CLS:ILOC=10:CMLE$="LUTFEN DATA'YI TAMAMLAYINIZ":
GOSUB 788:LOCATE 20:END
90 GOTO 85
91 CLS : REM ILOC=10 : CMLE$="LUTFEN BEKLEYINIZ !" :GOSUB 33444
92 LOCATE 21,1:PRINT TAB(13);"YONTEM I";TAB(36);"YONTEM II";
93 PRINT TAB(59);"YONTEM III":LOCATE 22,1:PRINT TAB(4);CHR$(201);
94 FOR IDL=1 TO 70:PRINT CHR$(205);:NEXT IDL:PRINT CHR$(187)
95 PRINT TAB(4);"|" ;TAB(28);"|" ;TAB(52);"|" ;TAB(75);"|"
96 PRINT TAB(4);CHR$(200);
97 FOR IDL=1 TO 70:PRINT CHR$(205);:NEXT IDL:PRINT CHR$(188)
98 ' INVERS MATRISIN OKUTULMASI
99 FOR II=1 TO P
100   FOR IJ=1 TO P
101     READ S1(II,IJ): SINV(II,IJ)=S1(II,IJ)
102     NEXT IJ
103   NEXT II
104 ON P GOTO 106,106,107,111,115,119,123,127,131,135,139,143,147,151,155,159,16
3
105 PRINT P;" TANEDEN AZ PERİYOT OLMALI" : END
106 PRINT P;" TANEDEN FAZLA PERİYOT OLMALI" : END
107 ON M GOTO 108,109,109
108 PRINT "UYGUN OLMAYAN PARAMETRE SAYISI : M=";M : END
109 RESTORE 866
110 GOTO 167
111 ON M GOTO 112,113,113,113
112 PRINT "UYGUN OLMAYAN PARAMETRE SAYISI : M=";M : END
113 RESTORE 868
114 GOTO 167
115 ON M GOTO 116,117,117,117,117
116 PRINT "UYGUN OLMAYAN PARAMETRE SAYISI : M=";M : END
117 RESTORE 870
118 GOTO 167
119 ON M GOTO 120,121,121,121,121,121
120 PRINT "UYGUN OLMAYAN PARAMETRE SAYISI : M=";M : END
121 RESTORE 872
122 GOTO 167
123 ON M GOTO 124,125,125,125,125,125,125
124 PRINT "UYGUN OLMAYAN PARAMETRE SAYISI : M=";M : END
125 RESTORE 875
126 GOTO 167
127 ON M GOTO 128,129,129,129,129,129,129,129
128 PRINT "UYGUN OLMAYAN PARAMETRE SAYISI : M=";M : END
129 RESTORE 878
130 GOTO 167
131 ON M GOTO 132,133,133,133,133,133,133,133,133
132 PRINT "UYGUN OLMAYAN PARAMETRE SAYISI : M=";M : END
133 RESTORE 881
```



```
182     PRINT CHR$(176);
183 ' ..... APTRSINVAP=A'S-1A
184 FOR IL=1 TO M
185   FOR IM=1 TO M
186     APTRSINVAP(IL,IM)=0
187     FOR IO=1 TO P
188       APTRSINVAP(IL,IM)=APTRSINVAP(IL,IM)+APTRSINV(IL,IO)*AP(IO,IM)
189     NEXT IO
190   NEXT IM
191 NEXT IL
192     PRINT CHR$(176);
193 ' C MATRISININ HESAPLANMASI ICIN A'S-1A NIN INVERSI ICIN
194 ' MxN LIK MATRISIN BOLGE DEGISKEN S1 E ATANMASI
195 FOR II=1 TO M
196   FOR IJ=1 TO M
197     S1(IJ,II)=APTRSINVAP(II,IJ)
198   NEXT IJ
199 NEXT II
200     PRINT CHR$(176);
201 PP=M : IF PP>2 THEN GOSUB 677 ELSE GOSUB 707
202     PRINT CHR$(176);
203 REM C MATRISININ BOLGE DEGISKENDEN ALINMASI VE YAZDIRILMASI
204 FOR II=1 TO M
205   FOR IJ=1 TO M
206     C(II,IJ)=CC(II,IJ)
207   NEXT IJ
208 NEXT II
209     PRINT CHR$(176);
210 ' CAPTR=CA'
211 FOR IL=1 TO M
212   FOR IM=1 TO P
213     CAPTR(IL,IM)=0
214     FOR IO=1 TO M
215       CAPTR(IL,IM)=CAPTR(IL,IM)+C(IL,IO)*APTR(IO,IM)
216     NEXT IO
217   NEXT IM
218 NEXT IL
219     PRINT CHR$(176);
220 ' CAPTRSINV=C*APTR*SINV
221 FOR IL=1 TO M
222   FOR IM=1 TO P
223     CAPTRSINV(IL,IM)=0
224     FOR IO=1 TO P
225       CAPTRSINV(IL,IM)=CAPTRSINV(IL,IM)+CAPTR(IL,IO)*SINV(IO,IM)
226     NEXT IO
227   NEXT IM
228 NEXT IL
229     PRINT CHR$(176);
```

```
230 REM .....BETAI=CAPTRSINVY=CA'S-1Y.....
231 FOR IL=1 TO M
232   FOR IO=1 TO P
233     BETAI(IL)=BETAI(IL)+CAPTRSINV(IL,IO)*Y(IO)
234   NEXT IO
235 NEXT IL
236     PRINT CHR$(176);
237 ' ... MODELIN YETERLILIGININ TESTI ....
238 REM YTRSINV=Y'S-1
239 FOR IM=1 TO P
240   YTRSINV(IM)=0
241   FOR IO=1 TO P
242     YTRSINV(IM)=YTRSINV(IM)+Y(IO)*SINV(IO,IM)
243   NEXT IO
244 NEXT IM
245     PRINT CHR$(176);
246 REM ....Y'S-1Y....
247 FOR IM=1 TO P
248   YSY=YSY+YTRSINV(IM)*Y(IM)
249 NEXT IM
250 REM ....Y'S-1A
251     PRINT CHR$(176);
252 FOR IM=1 TO M
253   YTRSINVAP(IM)=0
254   FOR IO=1 TO P
255     YTRSINVAP(IM)=YTRSINVAP(IM)+YTRSINV(IO)*AP(IO,IM)
256   NEXT IO
257 NEXT IM
258 REM ....Y'S-1AB....
259     PRINT CHR$(176);
260 FOR IM=1 TO M
261   YSAB=YSAB+YTRSINVAP(IM)*BETAI(IM)
262 NEXT IM
263 REM
264     PRINT CHR$(176);
265 TEST1=(YSY-YSAB)*N/(N-1)
266 F1=TEST1*(N-P+M)/(P-M)
267 ' IF F1<FCET1 THEN PRINT "MODEL YETERLI" ELSE PRINT "MODEL YETERLI DEGIL"
268     PRINT CHR$(176);
269 REM ....B(K) NIN GUVEN ARALIKLARI....
270 FOR IK=1 TO M
271   GUVARI(IK)=2*TCET1*SQR((N-1)*C(IK,IK)*((1+TEST1)/(N*(N-1-P+M)))
272 NEXT IK
273     PRINT CHR$(176);
274 ' ..... EGRININ GUVEN KUSAKLARININ HESAPLANMASI .....
275 REM U'ICU; NIN HESAPLANMASI
276 FOR IL=1 TO P
277   UTRCU(IL)=0
```

```
278 FOR IM=1 TO M
279 UTRC(IL,IM)=0
280 FOR IO=1 TO M
281 UTRC(IL,IM)=UTRC(IL,IM)+AP(IL,IO)*C(IO,IM)
282 NEXT IO
283 NEXT IM
284 FOR IO=1 TO M
285 UTRCU(IL)=UTRCU(IL)+UTRC(IL,IO)*AP(IL,IO)
286 NEXT IO
287 NEXT IL
288 PRINT CHR$(176);
289 FOR IL=1 TO P
290 E16UVSIN(IL)=SQR(UTRCU(IL)*E1FCET*M*(N-1)*(1+TEST1)/(N*(N-P)))
291 E16UVAR(IL)=2*E16UVSIN(IL)
292 NEXT IL
293 FOR IL=1 TO 6:PRINT CHR$(176);NEXT IL:PRINT CHR$(251)
294 '
295 ' Y O N T E M II
296 '
297 LOCATE 22,29:PRINT CHR$(177);
298 REM BETANIN TAHMINI
299 REM ...A'A...
300 FOR IL=1 TO M
301 FOR IM=1 TO M
302 APTRAP(IL,IM)=0
303 FOR IO=1 TO P
304 APTRAP(IL,IM)=APTRAP(IL,IM)+APTR(IL,IO)*AP(IO,IM)
305 NEXT IO
306 NEXT IM
307 NEXT IL
308 PRINT CHR$(177);CHR$(177);
309 REM (A'A)-1 MATRISININ HESAPLANMASI ICIN
310 REM MxM LİK A'A MATRISININ GÖLGE DEĞİSKEN S1 E ATANMASI
311 FOR II=1 TO M
312 FOR IJ=1 TO M
313 S1(II,IJ)=APTRAP(II,IJ)
314 NEXT IJ
315 NEXT II
316 PRINT CHR$(177);
317 PP=M : IF PP>2 THEN GOSUB 677 ELSE GOSUB 707
318 PRINT CHR$(177);
319 REM GÖLGE DEĞİSKEN S1 DEN ESAS DEĞİSKEN AAINV E ATANA
320 FOR II=1 TO M
321 FOR IJ=1 TO M
322 AAINV(II,IJ)=CC(II,IJ)
323 NEXT IJ
324 NEXT II
325 PRINT CHR$(177);
```

```
326 REM .....(A'A)-1A'.....
327 FOR IL=1 TO M
328   FOR IM=1 TO P
329     AAINVAPTR(IL,IM)=0
330     FOR ID=1 TO M
331       AAINVAPTR(IL,IM)=AAINVAPTR(IL,IM)+AAINV(IL,IO)*APTR(IO,IM)
332     NEXT ID
333   NEXT IM
334 NEXT IL
335     PRINT CHR$(177);CHR$(177);CHR$(177);
336 REM .....BETAI(K)=(A'A)-1A'Y.....
337 FOR IL=1 TO M
338   FOR IO=1 TO P
339     BETAI(IL)=BETAI(IL)+AAINVAPTR(IL,IO)*Y(IO)
340   NEXT IO
341 NEXT IL
342     PRINT CHR$(177);CHR$(177);
343 REM ZAMAN NOKTALARI ICI K.T. (PERIYOT K.T.)
344 FOR I=1 TO P
345   ZNIKT=ZNIKT+(SUTUNKTOP(I)-SUTUNTOP(I))^2/N)
346 NEXT I
347 ZNIKO=ZNIKT/(P*(N-1))
348     PRINT CHR$(177);
349 REM REGRESYON MODELINDEN SAPMALAR K.T.
350 REM ....Y'Y....
351 FOR I=1 TO P
352   YTRY=YTRY+Y(I)^2
353 NEXT I
354     PRINT CHR$(177);
355 REM .....Y'A.....
356 FOR IM=1 TO M
357   YTRAP(IM)=0
358   FOR IO=1 TO P
359     YTRAP(IM)=YTRAP(IM)+Y(IO)*AP(IO,IM)
360   NEXT IO
361 NEXT IM
362 REM .....Y'AB.....
363     PRINT CHR$(177);
364 FOR IM=1 TO M
365   YTRAPB=YTRAPB+YTRAP(IM)*BETAI(IM)
366 NEXT IM
367 RMSKT=N*(YTRY-YTRAPB)
368 RMSKO=RMSKT/(P-M)
369 F2=RMSKO/ZNIKO
370 ' IF F2<FCET2 THEN PRINT "MODEL YETERLI" ELSE PRINT "MODEL YETERLI DEGIL"
371     PRINT CHR$(177);
372 REM .....B(K) NIN TAHMINI.....
373 SB2=(P*(N-1)*ZNIKO+(P-M)*RMSKO)/(P*N-M)
```

```
374 FOR IK=1 TO M
375 GUVAR2(IK)=2*TCET2+SQR((AAINV(IK,IK)/N)*SB2)
376 NEXT IK
377 REM U VEKTORLERI ICIN GUVEN KUSAKLARI....
378     PRINT CHR$(177);CHR$(177);CHR$(177);
379 FOR IL=1 TO P
380 UU(IL)=0
381     FOR IM=1 TO M
382     U(IL,IM)=0
383     FOR IO=1 TO M
384     U(IL,IM)=U(IL,IM)+AP(IL,IO)*AAINV(IO,IM)
385     NEXT IO
386     UU(IL)=UU(IL)+U(IL,IM)*AP(IL,IM)
387     NEXT IM
388 E2GUVSIN(IL)=SQR((UU(IL)+E2FCET*M/N)*SB2)
389 E2GUVAR(IL)=2*E2GUVSIN(IL)
390 NEXT IL
391     FOR IL=1 TO 4:PRINT CHR$(177);:NEXT IL:PRINT CHR$(251)
392 '
393 '           Y O N T E M   I I I
394 '
395     LOCATE 22,53:PRINT CHR$(178);
396 REM .....B(K) NIN TAHNINI.....
397 FOR IK=1 TO M
398 PY=0 : PD=0
399     FOR II=1 TO P
400     PY=PY+SUTUNTOP(II)*APTR(IK,II)
401     PD=PD+APTR(IK,II)^2*N
402     NEXT II
403 BETAIII(IK)=PY/PD
404 NEXT IK
405     PRINT CHR$(178);CHR$(178);CHR$(178);
406 REM .....VARYASYON KAYNAKLARININ BULUNMASI.....
407 REM           VE
408 REM .....MODELIN VETERLILIGININ TESTI.....
409 DK=GENTOP^2/(N*P)
410 FOR IJ=1 TO N
411 FKT=FKT+SIRATOP(IJ)^2/P
412 NEXT IJ
413 FKT=FKT-DK : FKO=FKT/(N-1)
414 FXZREGINT(0)=FKT : FXZREGINT(0)=FKO
415 FOR IK=1 TO N-1
416 PY=0 : PD=0
417     FOR II=1 TO P
418     PY=PY+SUTUNTOP(II)*APTR(IK+1,II)
419     PD=PD+APTR(IK+1,II)^2*N
420     NEXT II
421 ZREGONX(IK)=PY^2/PD
```

```
422 NEXT IK
423     PRINT CHR$(178);CHR$(178);
424 FOR IK=1 TO M-1
425 PY=0 : PD=0
426   FOR IJ=1 TO N
427     ARA1=0
428     FOR II=1 TO P
429       ARA1=ARA1+A(IJ,II)*APTR(IK+1,II)
430     NEXT II
431     PY=PY+ARA1^2
432   NEXT IJ
433   FOR II=1 TO P
434     PD=PD+APTR(IK+1,II)^2
435   NEXT II
436 FXZREGINT(IK)=PY/PD-ZREGONX(IK)
437 FXZREGINTO(IK)=FXZREGINT(IK)/(N-1)
438 NEXT IK
439     PRINT CHR$(178);CHR$(178);
440 GKT=GENKTOP-DK
441 HKT=GKT
442 FOR IK=1 TO M-1
443 HKT=HKT-ZREGONX(IK)-FXZREGINT(IK)
444 NEXT IK
445 HKT=HKT-FKT : HKO=HKT/(N*(P-N))
446     PRINT CHR$(178);CHR$(178);
447 '
448 ' ....VARYANS ANALIZ TABLOSUNUN OLUSTURULMASI....
449 '
450 ' .... MODELIN YETERLILIGI....
451 FARK1KT=0
452 FOR II=1 TO P
453 PKT=PKT+SUTUNTOP(II)^2
454 NEXT II
455 PKT=PKT/N-DK : PKO=PKT/(P-1)
456 FOR IK=1 TO M-1
457 FARK1KT=FARK1KT+ZREGONX(IK)
458 NEXT IK
459 FARK1KT=PKT-FARK1KT
460 FARK2KT=HKT-FARK1KT
461 F3=(N-1)*FARK1KT/FARK2KT
462 ' IF F3<FCETS THEN PRINT "MODEL YETERLI" ELSE "MODEL YETERLI DEGIL"
463     PRINT CHR$(178);CHR$(178);
464 REM
465 REM .... B(K) NIN (1-OALFA)LIK GUVEN ARALIKLARI
466 FOR IK=1 TO M
467 PD=0
468   FOR IO=1 TO P
469     PD=PD+APTR(IK,IO)^2
```



```
470 NEXT IO
471 VARBETAI(IIK)=FXZREGINTD(IIK-1)/(N*PD)
472 GUVAR3(IIK)=2*TCET3*SQR(VARBETAI(IIK))
473 NEXT IK
474 PRINT CHR$(178);CHR$(178);
475 REM 3. YONTEM ICIN EGRININ GUVEN KUSAKLARI HESABI
476 FOR IL=1 TO P
477 E3VAR(IL)=0
478 PYKT=0 : PDKT=0 :SDPD=0
479 FOR IK=1 TO M-1
480 PYKT=PYKT+FXZREGINTD(IIK)*APTR(IIK+1,IL)^2
481 PDKT=0
482 FOR IO=1 TO P
483 PDKT=PDKT+APTR(IIK+1,IO)^2
484 NEXT IO
485 PDKT=N*PDKT
486 E3VAR(IL)=E3VAR(IL)+PYKT/PDKT
487 SDPD=SDPD+(PYKT/PDKT)^2
488 NEXT IK
489 E3VAR(IL)=E3VAR(IL)+FKD/(N*P)
490 SD(IL)=( (N+1)*E3VAR(IL)^2 ) / ( (FKD/(N*P))^2+SDPD ) - 2
491 SD(IL)=CINT(SD(IL))
492 NEXT IL
493 ' Yontem III e ait Guven Kusaklari icin F-Cetvel degerleri...
494 CMLE$=" ASAGIDAKI F-CETVEL DEGERLERINI GIRINIZ "
495 ILOC=INT((20-P-3)/2) ' Periyot sayisi en fazla 17 icin
496 IF P >= 17 THEN ILOC=1
497 LOCATE ILOC,1 : GOSUB 857 : ' Baslik Yazdirma
498 LOCATE ILOC+1,1 : PRINT CHR$(201);
499 FOR IDL=1 TO 73 : PRINT CHR$(205); : NEXT IDL : PRINT CHR$(187)
500 FOR IL=1 TO P
501 PRINT CHR$(186);TAB(15);"F";DALFA;" ";M;" ";SD(IL);"]";TAB(50);"=";
502 PRINT TAB(75);CHR$(186)
503 NEXT IL
504 PRINT CHR$(200);
505 FOR IDL=1 TO 73 : PRINT CHR$(205); : NEXT IDL : PRINT CHR$(188)
506 FOR IL=1 TO P : LOCATE ILOC+1+IL,53 : INPUT E3FCET(IL) : NEXT IL
507 LOCATE 22,67
508 PRINT CHR$(178);CHR$(178);
509 FOR IL=1 TO P
510 E3GUVSIN(IL)=SQR(N*E3FCET(IL)*E3VAR(IL))
511 E3GUVAR(IL)=2*E3GUVSIN(IL)
512 NEXT IL
513 FOR IL=1 TO 5:PRINT CHR$(178);:NEXT IL:PRINT CHR$(251)
514 IF CEV$="e" OR CEV$="E" THEN 515 ELSE 522
515 ILOC=10;CMLE$="LUTFEN PRINTERE KABIT TAKINIZ ! (Devam <ENTER> ) : "
516 GOSUB 788 :LOCATE 12,68:INPUT DEV
517 '
```

```
518 ' _____
519 ' ..... SONUCLARIN CIZELGELER HALINDE YAZDIRILMASI .....
520 ' _____
521 REM
522 CLS;CMLE$=" PARAMETRE TAHMINLERI ":GOSUB 797
523 FOR I=1 TO 75:PRINT CHR$(205);:NEXT I :PRINT
524 PRINT "Parametreler";TAB(18);"YONTEM I";TAB(39);"YONTEM II";TAB(59);"YONTEM
III"
525 FOR I=1 TO 75:PRINT CHR$(205);:NEXT I :PRINT
526 FS$="#####.#####"
527 FOR IK=1 TO M
528 PRINT TAB(3);CHR$(225);"(";IK-1;");TAB(15);
529 PRINT USING FS$;BETAI(IK);
530 PRINT TAB(35);
531 PRINT USING FS$;BETAII(IK);
532 PRINT TAB(55);
533 PRINT USING FS$;BETAIII(IK)
534 NEXT IK
535 FOR I=1 TO 75:PRINT CHR$(205);:NEXT I :PRINT
536 PRINT : GOSUB 852
537 IF CEV$="e" OR CEV$="E" THEN 538 ELSE 552
538 CMLE$=" PARAMETRE TAHMINLERI ":GOSUB 806
539 FOR I=1 TO 75:LPRINT CHR$(205);:NEXT I :LPRINT
540 LPRINT "Parametreler";TAB(18);"YONTEM I";TAB(39);"YONTEM II";TAB(59);"YONTEM
III"
541 FOR I=1 TO 75:LPRINT CHR$(205);:NEXT I :LPRINT
542 FOR IK=1 TO M
543 LPRINT TAB(3);CHR$(225);"(";IK-1;");TAB(15);
544 LPRINT USING FS$;BETAI(IK);
545 LPRINT TAB(35);
546 LPRINT USING FS$;BETAII(IK);
547 LPRINT TAB(55);
548 LPRINT USING FS$;BETAIII(IK)
549 NEXT IK
550 FOR I=1 TO 75:LPRINT CHR$(205);:NEXT I :LPRINT
551 LPRINT
552 CMLE$=" MODELIN YETERLILIGININ TESTI ICIN F DEGERLERI ":GOSUB 797
553 FOR I=1 TO 75:PRINT CHR$(205);:NEXT I :PRINT
554 PRINT "TEST ISTAT.";TAB(22);"YONTEM I";TAB(43);"YONTEM II";TAB(63);"YONTEM I
II"
555 FOR I=1 TO 75:PRINT CHR$(205);:NEXT I :PRINT
556 PRINT "Hesap. F Deg.";TAB(18);
557 PRINT USING FS$;F1;
558 PRINT TAB(38);
559 PRINT USING FS$;F2;
560 PRINT TAB(58);
561 PRINT USING FS$;F3
562 FOR I=1 TO 75:PRINT CHR$(205);:NEXT I :PRINT
563 PRINT "F(";:PRINT USING "#.##";DALFA;
564 PRINT ",SD1,SD2";TAB(18);
565 PRINT USING FS$;FCET1;
```

```
566 PRINT TAB(38);
567 PRINT USING FS%;FCET2;
568 PRINT TAB(58);
569 PRINT USING FS%;FCET3
570 FOR I=1 TO 75:PRINT CHR$(205);:NEXT I :PRINT
571 IF CEV$="e" OR CEV$="E" THEN 572 ELSE GOSUB 852
572 IF CEV$="e" OR CEV$="E" THEN 573 ELSE 610
573 CMLE$=" MODELIN YETERLILIGININ TESTI ICIN F DEGERLERI ":GOSUB 806
574 FOR I=1 TO 75:LPRINT CHR$(205);:NEXT I :LPRINT
575 LPRINT "TEST ISTAT.";TAB(22);"YONTEM I";TAB(43);"YONTEM II";TAB(63);"YONTEM
III"
576 FOR I=1 TO 75:LPRINT CHR$(205);:NEXT I :LPRINT
577 LPRINT "Hesapl. F Deg.";TAB(18);
578 LPRINT USING FS%;F1;
579 LPRINT TAB(38);
580 LPRINT USING FS%;F2;
581 LPRINT TAB(58);
582 LPRINT USING FS%;F3
583 FOR I=1 TO 75:LPRINT CHR$(205);:NEXT I :LPRINT
584 LPRINT "F(";:LPRINT USING "#.##";DALFA;
585 LPRINT ",SD1,SD2)";TAB(18);
586 LPRINT USING FS%;FCET1;
587 LPRINT TAB(38);
588 LPRINT USING FS%;FCET2;
589 LPRINT TAB(58);
590 LPRINT USING FS%;FCET3
591 FOR I=1 TO 75:LPRINT CHR$(205);:NEXT I :LPRINT
592 ILOC=19:CMLE$="LUFEN PRINTERE KABIT TAKINIZ ! (Devam <ENTER> ) : "
593 GOSUB 788 :LOCATE 21,65:INPUT DEV
594 CLS
595 CMLE$="MODEL PARAMETRELERININ ("STR$(1-DALFA)+") LIK GUVEN ARALIKLARI"
596 GOSUB 806
597 FOR I=1 TO 75:LPRINT CHR$(205);:NEXT I :LPRINT
598 LPRINT "Parametreler";TAB(18);"YONTEM I";TAB(39);"YONTEM II";TAB(59);"YONTEM
III"
599 FOR I=1 TO 75:LPRINT CHR$(205);:NEXT I :LPRINT
600 FOR IK=1 TO M
601 LPRINT TAB(3);CHR$(225);"(";IK-1;")";TAB(15);
602 LPRINT USING FS%;GUVAR1(IK);
603 LPRINT TAB(35);
604 LPRINT USING FS%;GUVAR2(IK);
605 LPRINT TAB(55);
606 LPRINT USING FS%;GUVAR3(IK)
607 NEXT IK
608 FOR I=1 TO 75:LPRINT CHR$(205);:NEXT I :LPRINT
609 LPRINT
610 CLS
611 CMLE$="MODEL PARAMETRELERININ ("STR$(1-DALFA)+") LIK GUVEN ARALIKLARI"
612 GOSUB 797
613 FOR I=1 TO 75:PRINT CHR$(205);:NEXT I :PRINT
```

```
614 PRINT "Parametreler";TAB(18);"YONTEM I";TAB(39);"YONTEM II";TAB(59);"YONTEM
III"
615 FOR I=1 TO 75:PRINT CHR$(205);:NEXT I :PRINT
616 FOR IK=1 TO M
617 PRINT TAB(3);CHR$(225);"(";IK-1;")";TAB(15);
618 PRINT USING FS$;GUVAR1(IK);
619 PRINT TAB(35);
620 PRINT USING FS$;GUVAR2(IK);
621 PRINT TAB(55);
622 PRINT USING FS$;GUVAR3(IK)
623 NEXT IK
624 FOR I=1 TO 75:PRINT CHR$(205);:NEXT I :PRINT
625 PRINT : GOSUB 852
626 FV$="#####"
627 IF CEV$="e" OR CEV$="E" THEN 628 ELSE 629
628 GOSUB 811 : REM VARYANS ANALIZ TABLOSUNUN YAZICIDAN YAZDIRILMASI ICIN
629 CMLE$=" VARYANS ANALIZ TABLOSU " : PRINT
630 GOSUB 797
631 FOR I=1 TO 80:PRINT CHR$(205);:NEXT I :PRINT
632 PRINT "VAR. KAY. ";TAB(35);"S.D.";TAB(44);"K.T.";TAB(59);"K.O.";TAB(74);"F"
633 FOR I=1 TO 80:PRINT CHR$(205);:NEXT I :PRINT
634 PRINT "FERTLER K.T.";TAB(34);
635 PRINT USING "#####";N-1;:PRINT TAB(40);:PRINT USING FV$;FKT;:PRINT TAB(55);
636 PRINT USING FV$;FKD;:PRINT TAB(70);:PRINT USING "#####";FKD/HKD
637 FOR IK=1 TO M-1
638 PRINT "PER.LARIN X(";IK;") UZERINE.REG.";
639 PRINT TAB(34);:PRINT USING "#####";1;:PRINT TAB(40);
640 PRINT USING FV$;ZREGDNX(IK);:PRINT TAB(55);:PRINT USING FV$;ZREGDNX(IK);
641 PRINT TAB(70);:PRINT USING "#####";ZREGDNX(IK)/FXZREGINTO(IK)
642 NEXT IK
643 FOR IK=1 TO M-1
644 PRINT "F X P 'LARIN X(";IK;") UZ.REG.)int";
645 PRINT TAB(34);:PRINT USING "#####";(N-1)*1;:PRINT TAB(40);
646 PRINT USING FV$;FXZREGINT(IK);:PRINT TAB(55);:PRINT USING FV$;FXZREGINTO(IK)
;
647 PRINT TAB(70);:PRINT USING "#####";FXZREGINTO(IK)/HKD
648 NEXT IK
649 PRINT "HATA K.T.";TAB(34);
650 PRINT USING "#####";N*(P-M);:PRINT TAB(40);:PRINT USING FV$;HKT;:PRINT TAB(5
5);
651 PRINT USING FV$;HKD
652 FOR I=1 TO 80:PRINT CHR$(196);:NEXT I :PRINT
653 PRINT "GENEL K.T.";TAB(34);
654 PRINT USING "#####";N*P-1;:PRINT TAB(40);:PRINT USING FV$;6KT
655 FOR I=1 TO 80:PRINT CHR$(205);:NEXT I :PRINT
656 IF CEV$="e" OR CEV$="E" THEN 658 ELSE GOSUB 852
657 IF CEV$="e" OR CEV$="E" THEN 658 ELSE 662
658 ILOC=19;CMLE$="LUTFEN PRINTERE KAGIT TAKINIZ ! (Devam <ENTER> ) : "
659 GOSUB 788 :LOCATE 21,65:INPUT DEV
660 CLS
661 GOSUB 839 : REM EBRININ GUVEN KUSAKLARININ YAZICIDAN YAZDIRILMASI ICIN
```

```
662 CLS
663 CMLE6=" TAHMIN EDILEN EGRININ GUVEN KUSAKLARI ":GOSUB 797
664 IC=205 : GOSUB 713
665 REM
666 PRINT TAB(5);" | U'ia-U'ia^ | " ;
667 PRINT TAB(30);"YONTEM I      YONTEM II      YONTEM III"
668 IC=196 : GOSUB 713
669 FOR IL=1 TO P
670 GOSUB 715
671 PRINT USING "#####.#####";E1GUVSIN(IL);E2GUVSIN(IL);E3GUVSIN(IL)
672 PRINT
673 NEXT IL
674 IC=205 : GOSUB 713
675 KEY ON
676 END
677 REM VAR-KOV MATRISININ INVERSININ BULUNMASI ICIN ALTPROGRAM
678 FOR IK=1 TO PP
679   FOR II=1 TO PP
680     FOR IJ=1 TO PP
681       IF II=IK OR IJ=IK THEN 683
682       S1(II,IJ)=S1(II,IJ)-S1(II,IK)*S1(II,IK)/S1(II,IK)
683     NEXT IJ
684   NEXT II
685   S1(II,IK)=-1/S1(II,IK)
686   FOR II=1 TO PP
687     IF II=IK THEN 689
688     S1(II,IK)=S1(II,IK)*S1(II,IK)
689   NEXT II
690   FOR IJ=1 TO PP
691     IF IJ=IK THEN 693
692     S1(II,IJ)=S1(II,IJ)*S1(II,IK)
693   NEXT IJ
694 NEXT IK
695 FOR II=1 TO PP
696   FOR IJ=1 TO PP
697     S1(II,IJ)=-1*S1(II,IJ)
698   NEXT IJ
699 NEXT II
700 REM INVERS MATRISIN YAZDIRILMASI
701 FOR II=1 TO PP
702   FOR IJ=1 TO PP
703     CC(II,IJ)=S1(II,IJ)
704   NEXT IJ
705 NEXT II
706 RETURN
707 REM 2x2 LİK S1 MATRISININ INVERSI
708 DET=S1(1,1)*S1(2,2)-S1(1,2)*S1(2,1)
709 IF DET=0 THEN "HATA : SINGULAR MATRIS" : END
```

```
710 CC(1,1)= S1(2,2)/DET : CC(1,2)=-S1(2,1)/DET
711 CC(2,1)=-S1(1,2)/DET : CC(2,2)= S1(1,1)/DET
712 RETURN
713 FOR I=1 TO B0:PRINT CHR$(IC);:NEXT I :PRINT
714 RETURN
715 PRINT " |U'(';IL;")&U'" ;IL;"&^| &";
716 RETURN
717 REM A MATRISININ (AP) OKUTULMASI VE TRANSPOZUNUN (APTR) BULUNMASI
718 FOR IR=1 TO M
719   FOR IC=1 TO P
720     READ APTR(IR,IC)
721   NEXT IC
722 NEXT IR
723 FOR IR=1 TO P
724   FOR IC=1 TO M
725     AP(IR,IC)=APTR(IC,IR)
726   NEXT IC
727 NEXT IR
728 RETURN
729 ' *****
730 '      p      n      m      : ' p = Periyot Sayisi
731 DATA 4, 20, 2      : ' n = Fert ayisi
732 '      : ' m = Parametre Sayisi
733 ' *****
734 ' **** ERKEK COCUKLARDA RAMUS KEMIGININ BUYUMESINE AIT VERILER ****
735 ' *****
736 '
737 '           Y A S L A R
738 ' -----
739 '      8      8.1/2      9      9.1/2
740 ' -----
741 '
742 DATA 47.8, 48.8, 49.8, 49.7
743 DATA 46.4, 47.3, 47.7, 48.4
744 DATA 46.3, 46.8, 47.8, 48.5
745 DATA 45.1, 45.3, 46.1, 47.2
746 DATA 47.6, 48.5, 48.9, 49.3
747 DATA 52.5, 53.2, 53.3, 53.7
748 DATA 51.2, 53.0, 54.3, 54.5
749 DATA 49.8, 50.0, 50.3, 52.7
750 DATA 48.1, 50.0, 52.3, 54.4
751 DATA 45.0, 47.0, 47.3, 48.3
752 DATA 51.2, 51.4, 51.6, 51.9
753 DATA 48.5, 49.2, 53.0, 55.5
754 DATA 52.1, 52.8, 53.7, 55.0
755 DATA 48.2, 48.9, 49.3, 49.8
756 DATA 49.6, 50.4, 51.2, 51.8
757 DATA 50.7, 51.7, 52.7, 53.3
```

```
758 DATA 47.2, 47.7, 48.4, 49.5
759 DATA 53.3, 54.6, 55.1, 55.3
760 DATA 46.2, 47.5, 48.1, 48.4
761 DATA 46.3, 47.6, 51.3, 51.8
762 ' *****
763 '
764 '
765 ' *****
766 ' ***** VARYANS-KOVARYANS MATRISININ INVERSI *****
767 ' *****
768 DATA 2.326086560, -2.393702879, 0.234931996, -0.048025446
769 DATA -2.393702879, 3.582983175, -1.823235749, 0.632560120
770 DATA 0.234931996, -1.823235750, 4.459572177, -2.877696000
771 DATA -0.048025446, 0.632560120, -2.877696000, 2.345550609
772 ' *****
773 '
774 '
775 '
776 ' *****
777 ' ***** ORTOGONAL POLINOM KATSAYILARI *****
778 ' *****
779 DATA 1,1,1,-1,0,1,1,-2,1
780 DATA 1,1,1,1,-3,-1,1,3,1,-1,-1,1,-1,3,-3,1
781 DATA 1,1,1,1,1,-2,-1,0,1,2,2,-1,-2,-1,2,-1,2,0,-2,1,1,-4,6,-4,1
782 DATA 1,1,1,1,1,1,-5,-3,-1,1,3,5,5,-1,-4,-4,-1,5-5,7,4,-4,-7,5
783 DATA 1,-3,2,2,-3,1,-1,5,-10,10,-5,1
784 ' *****
785 FOR I=1 TO 75:PRINT CHR$(ICIZ);:NEXT I:PRINT
786 RETURN
787 FOR I=80 TO 255:PRINT I;CHR$(I);" ";:NEXT
788 LOCATE ILOC,1:PRINT TAB(4);CHR$(201);
789 FOR IDL=1 TO 70:PRINT CHR$(205);:NEXT IDL:PRINT CHR$(187)
790 PRINT TAB(4);CHR$(186);:FOR IDL=1 TO 70:PRINT " ";:NEXT:PRINT CHR$(186)
791 PRINT TAB(4);CHR$(186);TAB(CINT(4+(70-LEN(CMLE$))/2));
792 PRINT CMLE$;TAB(75);CHR$(186)
793 PRINT TAB(4);CHR$(186);:FOR IDL=1 TO 70:PRINT " ";:NEXT:PRINT CHR$(186)
794 PRINT TAB(4);CHR$(200);
795 FOR IDL=1 TO 70:PRINT CHR$(205);:NEXT IDL:PRINT CHR$(188)
796 RETURN
797 IUST=CINT((75-LEN(CMLE$))/2)
798 FOR IDL=1 TO IUST:PRINT CHR$(176);:NEXT
799 PRINT CMLE$;
800 FOR IDL=75-IUST+1 TO 75:PRINT CHR$(176);:NEXT:PRINT
801 RETURN
802 FOR I=1 TO 80:LPRINT CHR$(IC);:NEXT I :LPRINT
803 RETURN
804 LPRINT " |U'(';IL;')#-U'';IL;')#^| S";
805 RETURN
```

```
806 IUST=CINT((75-LEN(CMLE$))/2)
807 FOR IDL=1 TO IUST:LPRINT CHR$(176);:NEXT
808 LPRINT CMLE$;
809 FOR IDL=75-IUST+1 TO 75:LPRINT CHR$(176);:NEXT:LPRINT
810 RETURN
811 CMLE$=" VARYANS ANALIZ TABLOSU "
812 GOSUB 806
813 FOR I=1 TO 80:LPRINT CHR$(205);:NEXT I :LPRINT
814 LPRINT "VAR. KAY.;"TAB(35);"S.D.;"TAB(44);"K.T.;"TAB(59);"K.O.;"TAB(74);"F"
815 FOR I=1 TO 80:LPRINT CHR$(205);:NEXT I :LPRINT
816 LPRINT "FERTLER K.T.;"TAB(34);
817 LPRINT USING "#####";N-1;:LPRINT TAB(40);:LPRINT USING FV$;FKT;:LPRINT TAB(5
5);
818 LPRINT USING FV$;FKD;:LPRINT TAB(70);:LPRINT USING "###.###";FKD/HKO
819 FOR IK=1 TO M-1
820 LPRINT "PER.LARIN X(";IK;") UZERINE.REG.;"
821 LPRINT TAB(34);:LPRINT USING "#####";1;:LPRINT TAB(40);
822 LPRINT USING FV$;ZREGONX(IK);:LPRINT TAB(55);:LPRINT USING FV$;ZREGONX(IK);
823 LPRINT TAB(70);:LPRINT USING "###.###";ZREGONX(IK)/FXZREGINTO(IK)
824 NEXT IK
825 FOR IK=1 TO M-1
826 LPRINT "F X P 'LARIN X(";IK;") UZ.REG.)int";
827 LPRINT TAB(34);:LPRINT USING "#####";(N-1)*1;:LPRINT TAB(40);
828 LPRINT USING FV$;FXZREGINT(IK);:LPRINT TAB(55);:LPRINT USING FV$;FXZREGINTO(
IK);
829 LPRINT TAB(70);:LPRINT USING "###.###";FXZREGINTO(IK)/HKO
830 NEXT IK
831 LPRINT "HATA K.T.;"TAB(34);
832 LPRINT USING "#####";N*(P-M);:LPRINT TAB(40);:LPRINT USING FV$;HKT;:LPRINT T
AB(55);
833 LPRINT USING FV$;HKD
834 FOR I=1 TO 80:LPRINT CHR$(196);:NEXT I :LPRINT
835 LPRINT "GENEL K.T.;"TAB(34);
836 LPRINT USING "#####";N*P-1;:LPRINT TAB(40);:LPRINT USING FV$;BKT
837 FOR I=1 TO 80:LPRINT CHR$(205);:NEXT I :LPRINT
838 RETURN
839 CMLE$=" TAHMIN EDILEN EGRININ GUVEN KUSAKLARI ":GOSUB 806
840 IC=205 : GOSUB 802
841 REM
842 LPRINT TAB(5);" | U'ig-U'ig^ | " ;
843 LPRINT TAB(30);"YONTEM I      YONTEM II      YONTEM III"
844 IC=196 : GOSUB 802
845 FOR IL=1 TO P
846 GOSUB 804
847 LPRINT USING "#####.#####";E1GUVSIN(IL);E2GUVSIN(IL);E3GUVSIN(IL)
848 LPRINT
849 NEXT IL
850 IC=205 : GOSUB 802
851 RETURN
852 LOCATE 24,43:INPUT "Devam <ENTER> :";DEV:CLS:RETURN
853 CMLE$="Division by zero Hatası Var : HATA S.D.=0 (Devam <E/H> "
```



```
854 CLS : ILOC=18:GOSUB 788 : LOCATE 20,70 : INPUT DEV$
855 IF DEV$="H" OR DEV$="h" THEN CLS:LOCATE 23,1:END
856 RETURN
857 IUST=CINT((75-LEN(CMLE$))/2)
858 FOR IDL=1 TO IUST:PRINT CHR$(176);:NEXT
859 PRINT CMLE$;
860 FOR IDL=75-IUST+1 TO 75:PRINT CHR$(176);:NEXT:PRINT
861 RETURN
862 ' *****
863 ' *****      ORTOSONAL POLINOM KATSAYILARI      *****
864 ' *****
865 ' p=3 , m<=3 icin
866 DATA 1,1,1,-1,0,1,1,-2,1
867 ' p=4 , m<=4 icin
868 DATA 1,1,1,1,-3,-1,1,3,1,-1,-1,1,-1,3,-3,1
869 ' p=5 , m<=5 icin
870 DATA 1,1,1,1,1,-2,-1,0,1,2,2,-1,-2,-1,2,-1,2,0,-2,1,1,-4,6,-4,1
871 ' p=6 , m<=6 icin
872 DATA 1,1,1,1,1,1,-5,-3,-1,1,3,5,5,-1,-4,-4,-1,5-5,7,4,-4,-7,5
873 DATA 1,-3,2,2,-3,1,-1,5,-10,10,-5,1
874 ' p=7 , m<=6 icin
875 DATA 1,1,1,1,1,1,1, -3,-2,-1,0,1,2,3, 5,0,-3,-4,-3,0,5
876 DATA -1,1,1,0,-1,-1,1, 3,-7,1,6,1,-7,3, -1,4,-5,0,5,-4,1
877 ' p=8 , m<=6 icin
878 DATA 1,1,1,1,1,1,1,1, -7,-5,-3,-1,1,3,5,7, 7,1,-3,-5,-5,-3,1,7
879 DATA -7,5,7,3,-3,-7,-5,7, 7,-13,-3,9,9,-3,-13,7, -7,23,-17,-15,15,17,-23,7

880 ' p=9 , m<=6 icin
881 DATA 1,1,1,1,1,1,1,1,1, -4,-3,-2,-1,0,1,2,3,4, 28,7,-8,-17,-20,-17,-8,7,28

882 DATA -14,7,13,9,0,-9,-13,-7,14, 14,-21,-11,9,18,9,-11,-21,14
883 DATA -4,11,-4,-9,0,9,4,-11,4
884 ' p=10 , m<=6 icin
885 DATA 1,1,1,1,1,1,1,1,1,1, -9,-7,-5,-3,-1,1,3,5,7,9
886 DATA 6,2,-1,-3,-4,4,3,1,-2,-6, -42,14,35,31,12,-12,-31,-35,-14,42
887 DATA 18,-22,-17,3,18,-18,-3,17,22,-18, -6,14,-1,-11,-6,6,11,1,-14,6
888 ' p=11 , m<=6 icin
889 DATA 1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1, -5,-4,-3,-2,-1,0,1,2,3,4,5
890 DATA 15,6,-1,-6,-9,-10,9,6,1,-6,-15, -30,6,22,23,14,0,-14,-23,-22,-6,30
891 DATA 6,-6,-6,-1,4,6,-4,1,6,6,-6, -3,6,1,-4,-4,0,4,4,-1,-6,3
892 ' p=12 , m<=6 icin
893 DATA 1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1, -11,-9,-7,-5,-3,-1,1,3,5,7,9,11
894 DATA 55,25,1,-17,-29,-35,35,29,17,-1,-25,-55
895 DATA -33,3,21,25,19,7,-7,-19,-25,-21,-3,33
896 DATA 33,-27,-33,-13,12,28,-28,-12,13,33,28,-33
897 DATA -33,57,21,-29,-44,-20,20,44,29,-21,-57,33
898 ' p=13 , m<=6 icin
899 DATA 1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1, -6,-5,-4,-3,-2,-1,0,1,2,3,4,5,6
900 DATA 22,11,2,-5,-10,-13,-14,13,10,5,-2,-11,-22
901 DATA -11,0,6,8,7,4,0,-4,-7,-8,-6,0,11
```


KK-2 PROGRAM 1 ile, Elston ve Grizzle (1962) 'ın Verilerinin
Analizine Ait Çıktılar

PARAMETRE TAHNINLERI

Parametreler	YONTEM I	YONTEM II	YONTEM III
$\beta(0)$	50.048890	50.075000	50.075000
$\beta(1)$	0.464831	0.466500	0.466500

MODELİN YETERLİLİĞİNİN TESTİ İCİN F DEĞERLERİ

TEST İSTAT.	YONTEM I	YONTEM II	YONTEM III
Hesapl. F Deg.	0.094306	0.002731	0.033928
F(0.05,SD1,SD2)	3.550000	3.120000	3.250000

MODEL PARAMETRELERİNİN (.95) LİK GUVEN ARALIKLARI

Parametreler	YONTEM I	YONTEM II	YONTEM III
$\beta(0)$	2.495525	1.126794	2.342776
$\beta(1)$	0.239670	0.503917	0.272717

VARYANS ANALİZ TABLOSU

VAR. KAY.	S.D.	K.T.	K.O.	F
FERTLER K.T.	19	476.109400	25.058390	130.02790
PER.LARIN X(1) UZERINE.REG.	1	87.048760	87.048760	51.27143
F X P 'LARIN X(1) UZ.REG.)int	19	32.250250	1.697803	8.80989
HATA K.T.	40	7.700618	0.192715	
GENEL K.T.	79	603.125000		

TAHMİN EDİLEN EGRİNİN GUVEN KUSAKLARI

$ U'_{i\beta} - U'_{i\hat{\beta}} $	YONTEM I	YONTEM II	YONTEM III
$ U'(1)\beta - U'(1)\hat{\beta} \leq$	1.653483391	1.200201511	1.545874119
$ U'(2)\beta - U'(2)\hat{\beta} \leq$	1.630926132	0.785716295	1.488613844
$ U'(3)\beta - U'(3)\hat{\beta} \leq$	1.668795943	0.785716295	1.488613844
$ U'(4)\beta - U'(4)\hat{\beta} \leq$	1.763203621	1.200201511	1.545874119

EK-3 Kuzu Besisi ile ilgili Veriler ve PROGRAM 1 ile Analizine Ait Çıktılar

Çizelge 10. Kuzu Besisi Denemesinden Seçilen Canlı Ağırlık Verileri (kg), Güney (1989)

Kulak No	13.Hafta	14.Hafta	15.Hafta	16.Hafta
6/84	39.4	44.8	45.4	47.0
12/84	36.2	37.3	39.9	42.8
41/84	36.4	39.4	40.2	42.3
49/84	31.7	31.9	32.4	35.3
53/84	36.6	40.8	42.8	44.5
55/84	36.8	40.9	42.0	44.4
60/84	38.4	41.2	45.8	46.6
135/84	34.7	39.0	40.6	42.2
154/84	37.2	38.7	40.3	42.3
199/84	28.8	31.1	32.2	35.2
221/84	36.8	39.5	40.5	43.0
236/84	35.0	37.1	39.7	42.2
241/84	28.4	31.3	33.7	36.7
243/84	34.1	36.1	38.9	42.0
18/84	34.8	35.9	38.9	41.7
84/84	39.3	40.0	42.3	46.9
85/84	37.3	38.0	40.6	44.1
138/84	36.2	38.2	41.1	43.8
140/84	34.9	36.0	38.2	40.9
212/84	29.6	31.1	34.2	35.0

PARAMETRE TAHMINLERI

Parametreler	YONTEM I	YONTEM II	YONTEM III
$\beta(0)$	38.588610	38.493750	38.493750
$\beta(1)$	1.150258	1.125750	1.125750

MODELİN YETERLİLİĞİNİN TESTİ İÇİN F DEĞERLERİ

TEST İSTAT.	YONTEM I	YONTEM II	YONTEM III
Hesapl. F Deg.	0.689828	0.019780	0.385940
F(0.05,501,502)	3.550000	3.120000	3.250000

MODEL PARAMETRELERİNİN (.95) LİK GÜVEN ARALIKLARI

Parametreler	YONTEM I	YONTEM II	YONTEM III
$\beta(0)$	3.476607	1.567419	3.318469
$\beta(1)$	0.189345	0.700971	0.192867

VARYANS ANALİZ TABLOSU

VAR. KAY.	S.D.	K.T.	K.D.	F
FERTLER K.T.	19	955.257800	50.276730	73.62113
PER.LARIN X(1) ÜZERİNE.REG.	1	506.925000	506.925000	596.98830
F X P 'LARIN X(1) ÜZ.REG.)int	19	16.133610	0.849137	1.24341
HATA K.T.	40	27.316470	0.682912	
GENEL K.T.	79	1505.633000		

TAHMİN EDİLEN EGRİNİN GÜVEN KUSAKLARI

$ U'_{1\beta} - U'_{1\hat{\beta}} $	YÖNTEM I	YÖNTEM II	YÖNTEM III
$ U'(1)\beta - U'(1)\hat{\beta} \leq$	2.168217421	1.669531822	2.126029491
$ U'(2)\beta - U'(2)\hat{\beta} \leq$	2.241936684	1.092965126	2.106963873
$ U'(3)\beta - U'(3)\hat{\beta} \leq$	2.340005875	1.092965126	2.106963873
$ U'(4)\beta - U'(4)\hat{\beta} \leq$	2.459513664	1.669531822	2.126029491



**KK-4 Von Bertalanffy Asimtotik Büyüme Fonksiyonunun Parametrele-
rinin Tahmini, Bunların Varyanslarının ve Güven Aralıkları-
nın Bulunması için Geliştirilen Mikrobilgisayar Programı
(PROGRAM 2)**

```
10 '
15 '
20 '          V O N   B E R T A L A N F F Y
25 '
30 '
35 '
40 '  PARAMETRELERİN TAHMİNİ, PARAMETRE VARYANSLARI VE GÜVEN ARALIKLARININ
45 '          BULUNMASI
50 '
55 '
60 '
65 '
70 '  DIM K(15), L(15), T(15), INF(5,5)
75 '  FF1$="#####.#####"
80 '  FF2$="#####.#####"
85 '  EE=EXP(1)
90 '  LPRINT CHR$(15)
95 '
100 ' *****
105 ' ****          TAHMİNLER İÇİN GEREKLİ BAZI ÖN BİLGİLER          ****
110 ' *****
115 '      N=8              '  ÖZLEM SAYISI
120 '      K(1)=.3         '  K PARAMETRESİNİN BAŞLANGIÇ DEĞERİ
125 '      N1=15           '  K İÇİN MAKSİMUM İTERASYON SAYISI
130 '      TCET=2.571     '   $\alpha=0.05$  VE  $SD=N-3$  İÇİN T ÇETVEL DEĞERİ
135 ' *****
140 '
145 '  FOR Y1=1 TO N
150 '  READ T(Y1), L(Y1)  '  Yaş ve uzunluk değerlerinin okutulması
155 '  NEXT Y1
160 '  FOR W=1 TO N1      '  N1=Max iterasyon sayısı
165 '
170 '  Yeni bir iterasyon için toplamların sıfırlanması
```



```
175 '
180 B=0 : C=0 : D=0 : E=0 : F=0 : G=0 : H=0 : I=0 : J=0 : L1=0 : L2=0
185 FOR W1=1 TO N
190 ' ***** ON HESAPLAMALAR I, ( A,B,...,L ) *****
195 A =N
200 B =B + L(W1)
205 L2=L2+ L(W1)^2
210 C =C + (EE^((-K(W))*T(W1)))
215 D =D + L(W1)*(EE^((-K(W))*T(W1)))
220 E =E + (EE^((-2)*K(W))*T(W1)))
225 F =F + L(W1)*T(W1)*(EE^((-K(W))*T(W1)))
230 G =G + T(W1)*(EE^((-K(W))*T(W1)))
235 H =H + T(W1)*(EE^((-2)*K(W))*T(W1)))
240 I =I + (T(W1)^2)*(EE^((-2)*K(W))*T(W1)))
245 J =J + (T(W1)^2)*(EE^((-K(W))*T(W1)))
250 L1=L1+ L(W1)*(T(W1)^2)*(EE^((-K(W))*T(W1)))
255 NEXT W1
260 ' ***** ON HESAPLAMALAR II, ( M,P,...,V ) *****
265 M=B+E-C*D
270 P=A*D-B*C
275 Q=A+E-C^2
280 R=C*G-A*H
285 S=B*G-A*F
290 T1=2*A*I-G^2-C*J
295 U=A*L1-B*J
300 V=G*D+C*F-2*B*H
305 A0=Q*S-P*R ' ALFA
310 D0=Q*U+R*S-P*T1 ' d(ALFA)/d(K)
315 ' Duzeltimis K hesaplannasi
320 K(W+1)=K(W)-A0/D0
325 '
330 ' BIRINCI VE IKINCI ON HESAPLAMALARIN YAZDIRILMASI ( Kontrol Icin )
335 CLS
340 WND=205 : LPRINT : GOSUB 1355 : LPRINT
345 LPRINT " BIRINCIL VE IKINCIL HESAPLAMALAR"
350 WND=196 : LPRINT : GOSUB 1355 : LPRINT
355 LPRINT TAB(10);"A =" ; LPRINT USING FF1%;A;
360 LPRINT TAB(40);"B =" ; LPRINT USING FF1%;B
365 LPRINT TAB(10);"C =" ; LPRINT USING FF1%;C;
370 LPRINT TAB(40);"D =" ; LPRINT USING FF1%;D
375 LPRINT TAB(10);"E =" ; LPRINT USING FF1%;E;
380 LPRINT TAB(40);"F =" ; LPRINT USING FF1%;F
385 LPRINT TAB(10);"G =" ; LPRINT USING FF1%;G;
390 LPRINT TAB(40);"H =" ; LPRINT USING FF1%;H
395 LPRINT TAB(10);"I =" ; LPRINT USING FF1%;I;
400 LPRINT TAB(40);"J =" ; LPRINT USING FF1%;J
405 LPRINT TAB(10);"L1=" ; LPRINT USING FF1%;L1;
410 LPRINT TAB(40);"L2=" ; LPRINT USING FF1%;L2
```

```
415 LPRINT : WND=196 : GOSUB 1355 : LPRINT
420 LPRINT TAB(10);"M =" ; LPRINT USING FF1%;M;
425 LPRINT TAB(40);"P =" ; LPRINT USING FF1%;P
430 LPRINT TAB(10);"Q =" ; LPRINT USING FF1%;Q;
435 LPRINT TAB(40);"R =" ; LPRINT USING FF1%;R
440 LPRINT TAB(10);"S =" ; LPRINT USING FF1%;S;
445 LPRINT TAB(40);"T1=" ; LPRINT USING FF1%;T1
450 LPRINT TAB(10);"U =" ; LPRINT USING FF1%;U;
455 LPRINT TAB(40);"V1=" ; LPRINT USING FF1%;V
460 LPRINT TAB(10);"A0=" ; LPRINT USING FF1%;A0;
465 LPRINT TAB(40);"D0=" ; LPRINT USING FF1%;D0
470 WND=205 : LPRINT : GOSUB 1355 : LPRINT
475 LPRINT : LPRINT
480 PRINT "DUZELTILMIS K DEGERI ; K(;"W+1;")= ";K(W+1) : PRINT
485 PRINT "PARAMETRELERI ISTIYOR MUSUNUZ (E/H) "; : INPUT CEV%
490 IF CEV%="E" OR CEV%="e" THEN 505
495 IF CEV%="H" OR CEV%="h" THEN 505
500 CLS : PRINT "Lutfen E veya H olarak cevaplayiniz !" :GOTO 485
505 CLS
510 T0=LOG(-P) - LOG(M) + ((K(W+1)-K(W))*(S*M-P*V))/(P*M)
515 LB=(M/Q) + (K(W+1)-K(W)) * ((Q*V-2*M*R)/Q^2)
520 IF CEV%="H" OR CEV%="h" THEN 565
525 WND=205 : LPRINT : GOSUB 1355 : LPRINT
530 CLS : LPRINT ".....P A R A M E T R E L E R....." : LPRINT
535 WND=196 : GOSUB 1355 : LPRINT
540 WND=205 : PRINT : GOSUB 1365 : PRINT
545 CLS : PRINT ".....P A R A M E T R E L E R....." : PRINT
550 WND=196 : GOSUB 1365 : PRINT
555 '
560 ' ***** Parametrelerin hesaplanması *****
565 T4=LOG(-P) - LOG(M)
570 T5=((K(W+1)-K(W))*(S*M-P*V))/(P*M)
575 T6=T4+T5 : T0=T6/K(W+1)
580 FRK=K(W+1)-K(W)
585 IF CEV%="H" OR CEV%="h" THEN 695
590 '
595 ' ***** Parametrelerin yazdirilmesi *****
600 ' .....YAZICIDAN .....
605 LPRINT "K(;"W+1;") - K(;"W;") FARKI = ";TAB(30);
610 LPRINT USING FF2%;FRK : LPRINT
615 LPRINT "T DUZELTMESI = ";TAB(30); : LPRINT USING FF2%;T4
620 LPRINT "DUZELTILMIS T DEGERI = ";TAB(30); : LPRINT USING FF2%;T5
625 LPRINT
630 LPRINT "DUZELTILMIS T DEGERI = ";TAB(30); : LPRINT USING FF2%;T0
635 LPRINT "DUZELTILMIS K DEGERI = ";TAB(30); : LPRINT USING FF2%;K(W+1)
640 LPRINT "DUZELTILMIS L";CHR$(236);" DEGERI = ";TAB(30);
645 LPRINT USING FF2%;LB
650 WND=205 : LPRINT : GOSUB 1355
```

```
655 LPRINT:LPRINT:LPRINT
660 ' .....EKRANDAN.....
665 PRINT "K(;"W+1;" ) - K(;"W;" ) FARKI = ";TAB(30);
670 PRINT USING FF2%;FRK : PRINT
675 PRINT "T DUZELTMESI = ";TAB(30); : PRINT USING FF2%;T4
680 PRINT "DUZELTILMEMIS T DEGERI = ";TAB(30); : PRINT USING FF2%;T5
685 PRINT
690 PRINT "DUZELTILMIS T DEGERI = ";TAB(30); : PRINT USING FF2%;T0
695 PRINT "DUZELTILMIS K DEGERI = ";TAB(30); : PRINT USING FF2%;K(W+1)
700 PRINT "DUZELTILMIS L";CHR$(236);" DEGERI = ";TAB(30);
705 PRINT USING FF2%;LB
710 WND=205 : PRINT : GOSUB 1365
715 PRINT:PRINT:PRINT
720 '
725 PRINT "YENI BIR ITERASYON ISTIYOR MUSUNUZ (E/H) "; : INPUT CEV%
730 IF CEV%="E" OR CEV%="e" THEN 745
735 IF CEV%="H" OR CEV%="h" THEN 750
740 CLS : PRINT "Lutfen E veya H olarak cevaplayiniz !" :GOTO 725
745 NEXT W
750 ' Iterasyon icin dongunun sonu
755 Z=EE^(K(W+1)*T0)
760 '
765 ' ***** IN Matrisinin elemanlarinin bulunmasi *****
770 A1=A+Z^2+E-2*Z*C : INF(1,1)=A1
775 A2=LB*K(W+1)*Z*(Z+E-C) : INF(1,2)=A2
780 A3=LB*Z*(T0*Z+E-Z*H-T0*C+B) : INF(1,3)=A3
785 B1=A2 : PP=A2 : INF(2,1)=B1
790 B2=LB^2*(K(W+1)^2)*Z^2+E : INF(2,2)=B2
795 B3=LB^2*K(W+1)*Z^2*(T0*E-H) : INF(2,3)=B3
800 C1=A3 : RR=A3 : INF(3,1)=C1
805 C2=B3 : QQ=B3 : INF(3,2)=C2
810 C3=LB^2*Z^2*(T0^2*E-2*T0*H+I) : INF(3,3)=C3
815 S2=( L2-(B^2/A)-(P^2/(A*Q)) )/(A-3)
820 DET=A1*B2*C3 + 2*PP*QQ*RR - A1*QQ^2 - B2*RR^2 - C3*PP^2
825 '
830 ' ***** KOR matrisinin elemanlarinin bulunmasi *****
835 FOR WI=1 TO 3 : FOR WJ=1 TO 3 : S1(WI,WJ)=INF(WI,WJ) : NEXT WJ,WI
840 GOSUB 1270 ' IN matrisinin inversi icin altprograma gonderme
845 '
850 ' ***** Parametre tahminlerinin varyanslari *****
855 VARLB= (B2*C3-QQ^2)*S2/DET
860 VART0= (C3*A1-RR^2)*S2/DET
865 VARK = (A1*B2-PP^2)*S2/DET
870 '
875 GOTO 900 ' IN ve KOR matrisleri yazdirilacaksa bu satir silinir
880 '
885 ' ***** Matrislerin yazdirilmesi *****
890 '

```

```
895 LPRINT "INFORMASYON MATRISI :"  
900 FOR WI=1 TO 3  
905 LPRINT TAB(10);  
910   FOR WJ=1 TO 3  
915   LPRINT USING FF1$;INF(WI,WJ);  
920   NEXT WJ  
925 LPRINT  
930 NEXT WI  
935 '  
940 LPRINT "KORELASYON MATRISI [ (INF)^(-1) ] :"  
945 FOR WI=1 TO 3  
950 LPRINT TAB(10);  
955   FOR WJ=1 TO 3  
960   LPRINT USING FF1$;CC(WI,WJ);  
965   NEXT WJ  
970 LPRINT  
975 NEXT WI  
980 LPRINT:LPRINT:LPRINT:LPRINT : CLS  
985 '  
990 ' ***** Parametre tahminlerinin varyanslarının yazdirilmesi *****  
995 WND=205 : LPRINT : GOSUB 1355 : LPRINT  
1000 LPRINT "          PARAMETRELERIN VARYANSLARI"  
1005 WND=196 : LPRINT : GOSUB 1355 : LPRINT  
1010 LPRINT TAB(20);"VAR(L";CHR$(236);")= ";VARLB  
1015 LPRINT TAB(20);"VAR(T0)= ";VART0  
1020 LPRINT TAB(20);"VAR(K )= ";VARK  
1025 WND=205 : LPRINT : GOSUB 1355 : LPRINT  
1030 LPRINT:LPRINT:LPRINT  
1035 '  
1040 WND=205 : GOSUB 1355 : LPRINT  
1045 ' ***** Von Bertalanffy esitliginin yazdirilmesi *****  
1050 LPRINT "          Von Bertalanffy denklemi"  
1055 WND=196 : GOSUB 1365 : LPRINT  
1060 LPRINT "Lt= ";  
1065 LPRINT LB;:LPRINT "{1-EXPI-(";  
1070 LPRINT K(W+1);  
1075 LPRINT ")*t-(";  
1080 LPRINT T0; : LPRINT ") )})"  
1085 WND=205 : GOSUB 1355 : PRINT  
1090 PRINT "Von Bertalanffy denklemi : "  
1095 WND=196 : GOSUB 1365 : PRINT  
1100 PRINT "Lt= ";  
1105 PRINT LB;: PRINT "{1-EXPI-(";  
1110 PRINT K(W+1);  
1115 PRINT ")*t-(";  
1120 PRINT T0; : PRINT ") )})"  
1125 WND=205 : GOSUB 1355 : PRINT  
1130 '
```

```
1135 ' *****      Guven araliklari ve sinirlari      *****
1140 GUVSINLB= TCET*SQR(VARLB)
1145 GUVSINT0= TCET*SQR(VART0)
1150 GUVSINK = TCET*SQR(VARK )
1155 LPRINT : LPRINT
1160 WND=205 : LPRINT : GOSUB 1355 : LPRINT
1165 LPRINT ".....PARAMETRELERIN % 95 LIK GUVEN SINIRLARI....."
1170 WND=196 : LPRINT : GOSUB 1355 : LPRINT
1175 LPRINT "L";CHR$(236);" ICIN  : ";:LPRINT USING FF1%;LB;
1180 LPRINT " ";CHR$(241);" ";
1185 LPRINT USING FF1%;GUVSINLB
1190 LPRINT "T0 ICIN  : ";:LPRINT USING FF1%;T0;:LPRINT " ";CHR$(241);" ";
1195 LPRINT USING FF1%;GUVSINT0
1200 LPRINT "K ICIN  : ";:LPRINT USING FF1%;K(W+1); :LPRINT " ";CHR$(241);" ";
1205 LPRINT USING FF1%;GUVSINK
1210 WND=205 : LPRINT : GOSUB 1355 : LPRINT : LPRINT :LPRINT
1215 LPRINT : LPRINT
1220 WND=205 : LPRINT : GOSUB 1355 : LPRINT
1225 LPRINT ".....PARAMETRELERIN % 95 LIK GUVEN ARALIKLARI....."
1230 WND=196 : LPRINT : GOSUB 1355 : LPRINT
1235 LPRINT "L";CHR$(236);" ICIN  : "; : LPRINT USING FF1%;2*GUVSINLB
1240 LPRINT "T0 ICIN  : "; : LPRINT USING FF1%;2*GUVSINT0
1245 LPRINT "K ICIN  : "; : LPRINT USING FF1%;2*GUVSINK
1250 WND=205 : LPRINT : GOSUB 1355 : LPRINT
1255 END
1260 '
1265 '
1270 REM ..... 3X3 Luk Matris inversi icin altprogram .....
1275 '
1280 SDET=(S1(1,1)*S1(2,2)*S1(3,3)+S1(2,1)*S1(3,2)*S1(1,3)+S1(3,1)*S1(1,2)*S1(2,
3))-S1(3,1)*S1(2,2)*S1(1,3)+S1(1,1)*S1(3,2)*S1(2,3)+S1(2,1)*S1(1,2)*S1(3,3))
1285 IF SDET=0 THEN LPRINT "HATA : SINGULAR MATRIS" : END
1290 AA1= (S1(2,2)*S1(3,3)-S1(2,3)*S1(3,2)) : AA1=AA1/SDET
1295 AA2=-(S1(2,1)*S1(3,3)-S1(2,3)*S1(3,1)) : AA2=AA2/SDET
1300 AA3= (S1(2,1)*S1(3,2)-S1(2,2)*S1(3,1)) : AA3=AA3/SDET
1305 AB1=-(S1(1,2)*S1(3,3)-S1(1,3)*S1(3,2)) : AB1=AB1/SDET
1310 AB2= (S1(1,1)*S1(3,3)-S1(1,3)*S1(3,1)) : AB2=AB2/SDET
1315 AB3=-(S1(1,1)*S1(3,2)-S1(1,2)*S1(3,1)) : AB3=AB3/SDET
1320 AC1= (S1(1,2)*S1(2,3)-S1(1,3)*S1(2,2)) : AC1=AC1/SDET
1325 AC2=-(S1(1,1)*S1(2,3)-S1(1,3)*S1(2,1)) : AC2=AC2/SDET
1330 AC3= (S1(1,1)*S1(2,2)-S1(1,2)*S1(2,1)) : AC3=AC3/SDET
1335 CC(1,1)=AA1 : CC(1,2)=AB1 : CC(1,3)=AC1
1340 CC(2,1)=AA2 : CC(2,2)=AB2 : CC(2,3)=AC2
1345 CC(3,1)=AA3 : CC(3,2)=AB3 : CC(3,3)=AC3
1350 RETURN
1355 FOR WCIZ=1 TO 70:LPRINT CHR$(WND);:NEXT WCIZ :LPRINT
1360 RETURN
1365 FOR WCIZ=1 TO 70: PRINT CHR$(WND);:NEXT WCIZ : PRINT
1370 RETURN
```

1375 '
1380 ' *****
1385 ' ***** YAS VE BELISNE VERILERI *****
1390 ' *****

1395 '
1400 ' YAS (T) BUYUKLUK (Lt)
1405 ' _____

1410 DATA	1	,	2
1415 DATA	2	,	3
1420 DATA	2	,	4
1425 DATA	3	,	5
1430 DATA	4	,	5
1435 DATA	5	,	5
1440 DATA	5	,	6
1445 DATA	7	,	6



**KK-5 PROGRAM 2 ile, Allen (1966) 'in Verilerinin Analizine Ait
Çıktılar**

BIRINCIL VE IKINCIL HESAPLAMALAR

A =	8.00000000	B =	36.00000000
C =	3.11492200	D =	12.05131000
E =	1.52178700	F =	38.78276000
G =	8.44904800	H =	3.21519700
I =	9.12167900	J =	30.76642000
L1=	156.60250000	L2=	176.00000000

M =	17.24543000	P =	-15.72673000
Q =	2.47155200	R =	0.59655300
S =	-5.45633000	T1=	-21.27455000
U =	145.22900000	V1=	-9.11599000
A0=	-4.10376100	D0=	21.10700000

.....PARAMETRELER.....

K(2) - K(1) FARKI = 0.1944266000
T DUZELTMESI = -0.000921852600
DUZELTILMIS T DEGERI = 0.1702302000
DUZELTILMIS T DEGERI = 0.1578494000
DUZELTILMIS K DEGERI = 0.4944266000
DUZELTILMIS L DEGERI = 5.6055610000

BIRINCIL VE IKINCIL HESAPLAMALAR

A = 8.000000000 B = 36.000000000
C = 1.919413000 D = 6.767099000
E = 0.734640600 F = 18.560000000
G = 4.395993000 H = 1.234734000
I = 2.653342000 J = 13.600930000
L1= 65.359490000 L2= 176.000000000

M = 13.458200000 P = -14.962000000
Q = 2.192978000 R = -1.440147000
S = 9.775757000 T1= -2.977078000
U = 33.242520000 V1= -23.520440000
AO= -0.109577200 DO= 14.270330000

.....PARAMETRELER.....

K(3) - K(2) FARKI = 0.00076743370
T DUZELTMESI = 0.1059299000
DUZELTILMIS T DEGERI = 0.00084025600
DUZELTILMIS T DEGERI = 0.2277000000
DUZELTILMIS K DEGERI = 0.5021010000
DUZELTILMIS L DEGERI = 6.1164730000

BIRINCIL VE IKINCIL HESAPLAMALAR

A = 8.000000000 B = 36.000000000
C = 1.000073000 D = 6.626560000
E = 0.715997300 F = 18.066480000
G = 4.293169000 H = 1.194856000
I = 2.543876000 J = 13.190180000
L1= 63.267850000 L2= 176.000000000

M = 13.277710000 P = -14.886110000
Q = 2.170706000 R = -1.461618000
S = 10.022220000 T1= -2.622027000
U = 31.000240000 V1= -23.505970000
A0= -0.002523422 D0= 13.629340000

.....PARAMETRELER.....

K(4) - K(3) FARKI = 0.0001851320
T DUZELTMESI = 0.1143413000
DUZELTILMIS T DEGERI = 0.0002031034
DUZELTILMIS T DEGERI = 0.2280461000
DUZELTILMIS K DEGERI = 0.5022861000
DUZELTILMIS L DEGERI = 6.1162920000

PARAMETRELERIN VARYANSLARI

VAR(L)= .3844672
VAR(T)= .1798318
VAR(K)= 4.506058E-02

Von Betalanffy denklemi

Lt= 6.116292 (1-EXPI-(.5022861)*(t-(.2280461)))

.....PARAMETRELERIN % 95 LIK GUVEN SINIRLARI.....

L• ICIN :	6.116292000 ±	1.594159000
To ICIN :	0.228046100 ±	1.090273000
K ICIN :	0.502286100 ±	0.545758500

.....PARAMETRELERIN % 95 LIK GUVEN ARALIKLARI.....

L• ICIN :	3.188319000
To ICIN :	2.180546000
K ICIN :	1.091517000

**EK-6 Sarıhan (1970) 'a Göre Slastenenko (1956) 'nun Verileri ve
PROGRAM 2 ile Analizine Ait Çıktılar**

Çizelge 11. Don Nehri Deltası Sudak Balıklarına Ait
Yaş-Boy Verileri, (cm), (Sarıhan (1970) 'a
göre Slastenenko (1956))

Yaş	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Boy	16.9	32.0	37.4	42.3	47.9	54.4	60.9	68.1	71.0

.....PARAMETRELER.....

K(5) - K(4) FARKI = -0.0004841989
T DUZELTMESI = -0.000876617400
DUZELTILMIS T DEGERI = 0.0000407749
DUZELTILMIS T DEGERI = -1.0536290000
DUZELTILMIS K DEGERI = 0.000831611500
DUZELTILMIS L DEGERI = 125.4917000000

PARAMETRELERIN VARYANSLARI

VAR(L)= 1512.732
VAR(T0)= .2954337
VAR(K)= 1.783665E-03

Von Betalanffy denklemi

Lt= 125.4917 (1-EXP[-(8.316115E-02)*(t-(-1.953629))])

.....PARAMETRELERIN % 95 LIK GUVEN SINIRLARI.....

L= ICIN : 125.491700000 ± 95.173200000
T0 ICIN : -1.953629000 ± 1.330030000
K ICIN : 0.0003161150 ± 0.103345300

.....PARAMETRELERIN % 95 LIK GUVEN ARALIKLARI.....

L= ICIN : 190.346600000
T0 ICIN : 2.660076000
K ICIN : 0.206690600

**HK-7 Atay (1989) 'a Göre Doi (1974) 'nin Verileri ve PROGRAM 1
ile Analizine Ait Çıktılar**

**Çizelge 12. Meksika Karideslerine Ait Yaş-Boy Verileri,
(mm), (Atay (1989) 'a Göre Doi (1974))**

Yaş	1	2	3	4
Boy	145.6	158.8	171.6	181.2

.....PARAMETRELER.....

K(5) - K(4) FARKI = 0.2704656000
T DUZELTMESI = 0.3156202000
DUZELTILMIS T DEGERI = 0.2461713000
DUZELTILMIS T DEGERI = 0.2329062000
DUZELTILMIS K DEGERI = 2.4120930000
DUZELTILMIS L DEGERI = 171.6502000000

PARAMETRELERIN VARYANSLARI

VAR(L_w)= 125.2861
VAR(T₀)= 1.88799
VAR(K)= 19.84482

Von Betalanffy denklemi

L_t= 171.6582 {1-EXPI-(2.412893)*(t-(.2329862))}

.....PARAMETRELERIN % 95 LIK GUVEN SINIRLARI.....

L_w ICIN : 171.658200000 ± 142.219900000
T₀ ICIN : 0.232986200 ± 17.884680000
K ICIN : 2.412893000 ± 55.448290000

.....PARAMETRELERIN % 95 LIK GUVEN ARALIKLARI.....

L_w ICIN : 284.439800000
T₀ ICIN : 34.169360000
K ICIN : 118.896600000

EK-8 Sudak Balığı Verileri ve PROGRAM 2 ile Analizine Ait Çıktılar

Çizelge 13. Sudak Balıkları ile ilgili Yaş-Boy Verileri, (cm), Sarıhan (1989)

Yaş	1	2	3	4	5	6	7	8
Boy	23.1	27.9	36.6	46.6	54.7	62.2	70.3	72.7

BİRİNCİL VE İKİNCİL HESAPLAMALAR

A =	8.00000000	B =	394.10000000
C =	6.30739800	D =	296.87150000
E =	5.05035600	F =	1503.96700000
G =	26.58240000	H =	19.87001000
I =	103.69470000	J =	144.82600000
L1 =	9014.40400000	L2 =	21911.45000000

M =	117.85840000	P =	-110.77300000
Q =	0.61958700	R =	8.70565800
S =	-1555.61200000	T1 =	39.81044000
U =	15038.98000000	V1 =	1716.13100000
AB =	0.51428200	D0 =	96.62842000

.....PARAMETRELER.....

K(2) - K(1) FARKI = -0.00053222670
T DUZELTMESI = -0.000620012300
DUZELTILMIS T DEGERI = 0.00027553630
DUZELTILMIS T DEGERI = -1.2032620000
DUZELTILMIS K DEGERI = 0.000492377300
DUZELTILMIS L DEGERI = 203.9294000000

BIRINCIL VE IKINCIL HESAPLAMALAR

A = 0.000000000 B = 394.100000000
C = 6.450950000 D = 305.005200000
E = 5.267066000 F = 1552.700000000
G = 27.366000000 H = 21.010130000
I = 110.601500000 J = 149.694100000
L1= 9333.490000000 L2= 21911.450000000

M = 100.492400000 P = -102.277300000
Q = 0.528175400 R = 0.456200000
S = -1637.332000000 T1= 55.053410000
U = 15673.500000000 V1= 1003.574000000
AA= 0.0000017090 DD= 63.451170000

.....PARAMETRELER.....

K(3) - K(2) FARKI = -0.00012610820
T DUZELTMESI = -0.000589919100
DUZELTILMIS T DEGERI = 0.0007750404
DUZELTILMIS T DEGERI = -1.2134250000
DUZELTILMIS K DEGERI = 0.000479766500
DUZELTILMIS L DEGERI = 209.3982000000

PARAMETRELERIN VARYANSLARI

VAR(L)= 17534.48
VAR(T)= .3189301
VAR(K) = 1.680461E-03

Von Betalanffy denklemi

Lt= 209.3982 (1-EXP(-(4.797665E-02)*(t-(-1.213425))))

.....PARAMETRELERIN % 95 LİK GUVEN SINIRLARI.....

L= ICIN : 209.398200000 ± 340.446200000
Td ICIN : -1.213425000 ± 1.451944000
K ICIN : 0.0047976650 ± 0.105394100

.....PARAMETRELERIN % 95 LİK GUVEN ARALIKLARI.....

L= ICIN : 680.892300000
Td ICIN : 2.903880000
K ICIN : 0.210780200

KAYNAKLAR

- ABRAMSON, N.J., 1965. Von Bertalanffy growth curve II, IBM7094, UNIVAC1107, FORTRANIV. Trans. Am. Fish. Soc. 94(2):195-196.
- ALLEN, K.R., 1966. A method of fitting growth curves of the Von Bertalanffy type to observed data. J. fish. Res. Board of Canada, 23(2):163-179.
- ANDERSON, R.L. ve BANCROFT, T.A., 1952. *Statistical Theory in Research*. McGraw Hill Book Company, Inc., New York.
- ALLEN, D. M., 1967. Multivariate analysis of nonlinear models. Univ. N. Car. Inst. Stat. Mimeo 558.
- ALLISON, J.C.S., 1969. Effect of plant population on the production and distribution of dry matter in maize. *Annals of Applied Biology*, 63:135-144.
- ANNALA, J.H. ve BYCROFT, B.L., 1988. Growth of rock lobsters (*Jasus edwardsii*) in Fiorland, New Zealand. *Journal of Marine and Freshwater Research*, 22:29-41.
- ATAY, D., 1989. *Populasyon Dinamigi*. A.ü. Ziraat Fakültesi Yay.:1154; Ders Kitabı:324. ANKARA.
- BAZZAZ, F.A. ve HARPER, J.L., 1977. Demographic analysis of the growth of *Linum usitatissimum*. *New Phytologist*, 78:193-208.
- BEK, Y. ve EFE, E., 1987. *Araştırma ve Deneme Metodları I*. Ç.Ü. Ziraat Fakültesi Yay.No: 71, Adana.
- BEVERTON, R.J.H. ve HOLT, S.J., 1957. On the dynamics of exploited fish populations. *Fish. Invest. Ser.11*, 19-34.
- BİNGEL, F., 1985. Balık populasyonlarının incelenmesi. i.ü. Rektörlüğü Su ürünleri Y.O., Sapanca Balık Üretim ve İslah Merkezi. Yay.No: 10.
- BLAXTER, K. L., 1968. The effect of dietary energy supply on growth. In G.A. Lodge and G.E. Lamming (Ed.) *Growth and Development of Mammals*. Plenum Press, New York.
- BOCK, R.D. ve THISSEN, D.M., 1976. Fitting multicomponent models for growth in stature. *Proc. of the 9th Int. Biom. Conf.*, Boston, 431-442.
- BOCK, R.D., WAINER, H., PETERSEN, A., THISSEN, D., MURRAY, J. ve ROCHE, A., 1973. A parameterization for individual human growth curves. *Human Biol.*, 45:63-80.
- BOWDEN, D.C. ve STEINHORST, R.K., 1973. Tolerance bands for growth curves. *Biometrics*, 29(2):361-371.
- BRANSTETTER, S. ve STILES, R., 1987. Age and growth estimates of the bull shark, *Carcharhinus leucas*, from the northern Gulf of Mexico. *Envir. Biology of Fishes*, 20(3): 169-181.
- BRETT, J.R., 1979. Environmental factors and growth: in *Fish Physiology* (W.S. HAAR, D.S. RANDALL ve J.R. BRETT), Vol. 8:599-675. Academic Press, New York.
- BRINKS, J.S., CLARK, R.T., KIEFFER, N.M. ve URICK, J.J., 1964. Estimates of genetic, environmental and phenotypic parameters in range Hereford females. *J. Anim. Sci.*, 23:271.

- BRODY, S., 1945. *Bioenergetics and Growth*. Reinhold Publ. Co., New York.
- BROWN, J.E., BROWN, C.J. ve BUTTS, W.T., 1973. Evaluating relationships among immature measures of size, shape and performance of beef bulls. I. Principle components measures of size and shape in young Hereford and Brangus bulls. *J. Anim. Sci.*, 36:1010-1024.
- BROWN, J. E., FITZHUGH, H. A. Jr. ve CARTWRIGHT, T. C., 1976. A comparison of nonlinear models for describing weight-age relationships in cattle. *J. Anim. Sci.*, 42:810.
- BUTTERY, B.R. ve BUZZEL, R.I., 1974. Evaluation of methods used in computing net assimilation rates of soybeans (*Glycine max.* (L.) Merrill). *Crop Science*. 14:41-44.
- CAUSTON, D.R. ve VENUS, J.C., 1981. *The Biometry of Plant Growth* Edward Arnold, London.
- CHOW, V., 1987. Patterns of growth and energy allocation in northern California population of *Littorina* (Gastropoda: Prosobranchia). *J. Exp. Mar. Biol. Ecol.*, 110:69-89.
- CHRISTIANSEN, M.N., 1962. A method of measuring and expressing epigeous seedling growth rates. *Crop Science*, 2:487-489.
- COCK, A.G., 1966. Genetical aspects of metrical growth and form in animays. *Quart. Rev. of Biol.*, 41:131-145.
- COCK, J.H., FRANKLIN, D., SANDOVAL, G. ve JURY, P., 1979. The ideal cassava plant for maximum yield. *Crop Science*, 19:271-279.
- EAGLES, C.F., 1969. Time changes of of relative growth-rate in two natural populations of *Dactylis glomerata* L. *Annals of Botany*, 33:937-946.
- EISEN, E.J., 1976. Results of growth curve analyses in mice and rats. *J. Animal Sci.*, 42(4):1008-1022.
- EISEN, E.J., LANG, B.J. ve LEGATES, J.E., 1969. Comparison of growth functions within and between lines of mice selected for large and small body weight. *Theor. Appl. Genet.*, 39:251-260.
- ELIAS, C.O. ve CAUSTON, D.R., 1976. Studies on data variability and the use of polinomials to describe plant growth. *New Phytologist*, 77:421-430.
- BLSTON, R.C. ve GRIZZLE, 1962, Estimation of time response curves and confidence bands. *biometrics*, 18:148-159.
- ERICKSON, R.O., 1976. Modelling of plant growth. *Annual review of Plant Physiology*, 27:407-434.
- EVANS, G.C., 1972. *The Quantitative Analysis of Plant Growth*. Blackwell Scientific Publications, Oxford.
- FARRAR, J.F., 1980. Allocation of carbon to growth, storage and respiration in the vegetative barley plant. *Plant cell and Environment*, 3:97-105.
- FEARN, T., 1975. A Bayesian approach to growth curves. *Biometrika*, 62(1):89-100.

- , 1977. A two-stage model for growth curves which leads to covariance adjusted estimators. *Biometrika*, 64:141-143.
- FITZHUGH, H.A.Jr., 1976. Analysis of growth curves and strategies for altering their shape. *J. Animal Sci.*, 42(4):1036-1051.
- FITZHUGH, H.A.Jr., CARTWRIGHT, T.C. ve TEMPLE, R.S., 1967. Genetic and environmental factors effecting weight of beef cows. *J. Anim. Sci.*, 26:991-1005.
- FITZHUGH, H.A.Jr. ve TAYLOR, St.C.S., 1971. Genetic analysis of degree of maturity. *J. Anim. Sci.*, 33:717-731.
- FRANCIS, R.I.C.C., , 1988a. Maximum likelihood estimation of growth and growth variability from tagging data. *New Zealand J. Marine and Freshwater Res.*, 22: 42-51.
- , 1988b. Recalculated growth rates for sand flounder, *Rhombosolea plebia*, from tagging experiments in Canterbury, New Zealand. *New Zealand J. Marine and Freshwater Res.*, 22: 53-56.
- FREYMAN, S., 1980. Quantitative analysis of growth in southern Alberta of two barley cultivars grown from magnetically treated and untreated seed. *Canadian journal of plant Science*, 60:463-471.
- GASSER, T., MULLER, H.G., KOHLER, W., MOLINARI, L. ve PRADER, A., 1984. Nonparametric regression analysis of growth curves. *Ann. Statist.*, 12:210-229.
- GEISSER, S., 1970 Bayesian analysis of growth curves. *Sankhya, Sera* 32 :53-64.
- , 1979. *Growth Curve Analysis*. Handbook of Statistics Vol. I., North Holland, New York.
- GOKHALE, D.V. ve BALD, J.G., 1987. Relationship between plant virus concentration and infectivity : a "growth curve" model. *Journal of Virological Methods*, 18: 225-232.
- GOMES, P., 1953. The use of Mitscherlich's regression law in the analysis of experiments with fertilizers. *Biometrics*, 9(4):498-516.
- GRIGGS, M.M., NANCE, W.L. ve DINUS, R.J., 1978. Analysis and comparison of fusiform rust disease progress curves for five slash pine families. *Phytopatology*, 68:1631-1636.
- GRIZZLE, J.E. ve ALLEN, D.M., 1969. Analysis of growth and dose response curves. *Biometrics*, 25 :357-381.
- GROSSMAN, M. ve BOHREN, B.B., 1982. Comparison of proposed growth curve functions in chickens. *Growth*, 46:259-274.
- GROSSMAN, M. ve BOHREN, B.B., 1985. Logistic growth curves of chickens: heritability of parameters. *J. Hered.*, 76:459-462.
- GROSSMAN, M. ve KOOPS, W.J., 1988. Multiphasic analysis of growth curves in chickens. *Poultry Sci.* 67: 33-42.
- GÜNEY, O., 1989. Sözlü görüşme. Prof.Dr., Ç.Ü. Ziraat Fakültesi, Zootekni Bölümü. Adana.
- HEARN, A.B., 1969. Growth and performance of cotton in a desert environment. I. Morphological development of the crop. *Journal of Agriculture Science*, 73:65-74.

- , 1972. The growth and performance of rain-grown cotton in a tropical upland environment. I. Yields, water relations and crop growth. *Journal of Agricultural Science*, 79:121-135.
- HORN, P.L., 1988. Age and growth of bluenose, *Hyperoglyphe antarctica* (Pisces: Stromateoidei) from the lower east coast, North Island, New Zealand. *New Zealand Journal of Marine and Freshwater Research*, 22:369-378.
- HUNT, R., 1982. *Plant Growth Curves. The Functional Approach to Plant Growth Analysis*. Edward Arnold, London.
- HURD, R.G., 1977. Vegetative plant growth analysis in controlled environments. *Annals of Botany*. 41:779-787.
- IBE, S.N. ve NWAKALOR, L.N., 1987. Growth patterns and conformation in broilers: Influence of genotype and management on isometry of growth. *Poultry Science*, 66: 1247-1251.
- KACHMAN, S.D., BAKER, R.L. ve GIANOLA, D., 1988. Phenotypic and genetic variability estimated growth curve parameters in mice. *Theor. Appl. Genetics* 76:148-156.
- KEAST, A., 1985. Growth responses of the brown bullhead (*Ictalurus nebulosus*) to temperature. *Can. J. Zool.* 63:1510-1515.
- KENDALL, W.S., 1985. Gompertzian growth as a consequence of tumor heterogeneity. *Math. Biosci.*, 73:103-118.
- KIDWELL, J.F., HOWARD, A. ve LAIRD, A.K., 1969. The inheritance of growth and form in mouse. II. The Gompertz growth equation. *Growth*, 33:339-352.
- KINGSLEY, M.C.S., NAGY, J.A. ve REYNOLDS, H.V., 1988. Growth in length and weight of northern brown bears: differences between sexes and populations. *Can J. Zool.*, 66: 981-986.
- KLEINBAUM, D.G., 1973. A generalization of the growth curve model which allows missing data. *Journal of Multivariate Analysis*, 3:117-124.
- KNIZETOVA, H., KNIZE, B., HYANEK, J., SILER, R., HYANKOVA, L., PLACHY, J. ve VILHELMOVA, M., 1983. Growth curves of highly inbred lines of fowl and their F1 hybrids. *Genet. Sel. Evol.*, 15:533-558.
- KNIZETOVA, H., HYANEK, J., HAJKOVA, H., KNIZE, B. ve SILER, R., 1985. Growth curves of chickens with different type of performance. *Z. Tierz. Züchtungsbiol.*, 102:256-270.
- KOOPS, W.J., 1986. Multiphasic growth curve analysis. *Growth*, 50 :169-177.
- KOTULA, A.W. ve EMSWILLER-ROSE, B.S., 1988. Growth of rats fed ground beef treated with aqueous chlorine. *Jour. Food Protection*, 51(7) : 554-557.
- KOWALSKI, C. J. ve GUIRE, K. E., 1974. Longitudinal data analysis. *Growth*, 38:131-169.
- KOZİOL, J.A., 1986. An introduction to multivariate growth curve analyses. *Growth*, 50 :259-272.
- LAIRD, A.K., 1966. Postnatal growth of birds and mammals. *Growth*, 30:349

- LEE, J.C. ve GEISSER, S., 1972. Growth curve prediction. Shankya, Ser.A, 34:393-412.
- LEE, J.C. ve GEISSER, S., 1975. Applications of growth curve prediction. Shankya Ser. A 37(2):239-256.
- LEPPER, J.D. ve WOOLSON, R.F., 1982. Testing hypothesis for the growth curve model when the data are incomplete. J.Statist.Compu.Simul., 15:97-106.
- LINDLEY, D.V. ve SMITH, A.F.M., 1972. Bayes estimates for the linear model (with discussion). J.R.Statist. Soc., B, 34:1-41.
- LITTLETON, E.J., DENNET, M.D., MONTEITH, J.L. ve ELSTON, J., 1979a. The growth and development of cowpeas (*Vigna unguiculata*) under tropical field conditions. 2. Accumulation and partition of dry weight. Journal of Agricultural Science, 93:291-307.
- LOPEZ de Torre, G. ve RANKIN, B.J., 1978. Factors effecting growth curve parameters of Hereford and Brangus cows. J.Animal Sci., 46(3):604-613.
- MARSHALL, W.A., 1977. *Human Growth and its Disorders*. Academic Press, London, New York, San Fransisco.
- MAJOR, D.J., 1980. Effect of simulated frost injury induced by paraquat on kernel growth and development in corn. Canadian Journal of Plant Science, 60:419-426.
- MASUYAMA, M., 1981. Almost-one parameter hypothesis of individually in height growth. Biom. J., 25(6):38-44.
- , 1988. Quasi-fixed prints w.r.t the height growth curve. Biom.J., 30(2) :157-164.
- McKAY, R.M. ve GARNETT, I., 1988 Growth and fat deposition curves in swine. Can. J. Anim. Sci., 68: 57-67.
- MEAD, R., 1971. A note on the use and misuse of regression models in ecology. Journal of Ecology, 59:215-219.
- MICHELSON, S., GLICKSMAN, A.S. ve LEITH, J.T, 1987. Growth in solid heterogeneous human colon adenocarcinomas: comparison of simple logistical models. Cell Tissue Kinet., 20 : 343-355.
- ORMROD, D.P., HAMMER, P.A., KRIZEK, D.T., TIBBITTS, T.W., McFARLANE, J.C. ve LANGHANS, R.W., 1980. Base-line growth studies of 'First Lady' Marigold in controlled environments. Journal of the American Society for Horticultural Science, 105:632-638.
- PARKS, JR., 1970. Growth vurvses and the physiology of growth. I. Animals. Amer. J. Phys., 219:833-847.
- PARKS, JR., 1982. *A Theory of Feeding and Growth of Animals*. Springer, Berlin Heidelberg, New York.
- PAULIK, G.J. ve GALES, L.E., 1964. Allometric growth and the Beverton and Holt yield equation. Trans. Amer. Fish. Soc., 93(4):369-381.
- PEIL, J. ve HELWIN, H., 1981. A phenomenologic-mathematical model of growth dynamics. Biom. J., 23:41-54.

- POTTHOFF, R.F. ve ROY, S.N., 1964. A generalized multivariate analysis of variance model useful especially for growth curve problems. *Biometrics*, 51(3 and 4):313-326.
- PRUITT, K.M., DeMUTH, R.E. ve TURNER, M.E.Jr., 1979. Practical application of the generic growth theory and the significance of growth curve parameters. *Growth*, 43:19-35.
- RAD, C.R., 1958. Some Statistical methods for comparison of growth curves. *Biometrics*, 14:1-17.
- , 1959. Some problems involving linear hypotheses in multivariate analysis. *Biometrika*, 46:49-58.
- , 1965. The theory of least squares when the parameters are stochastic and its application to the analysis of growth curves. *Biometrika* 52 :447-458.
- , 1966. Covariance adjustment and related problems in multivariate analysis. *Multivariate Analysis Proceedings of an International Symposium held in Dayton, Ohio, June 14-19, 1965*. Academic Press, 87-103.
- , 1967. Least squares theory using an estimated dispersion matrix and its application to measurements of signals. *Proc. Fifth Berkeley Sympo. on Math. Stat. and Prob.*, 1:355-372.
- RATKOWSKY, D.A., 1986. Statistical properties of alternative parameterization of the von Bertalanffy growth curve. *Can. J. fish. Aquat. Sci.* 43:742-747.
- RICHARDS, F.J., 1959. A flexible growth function for empirical use. *J. Exp. Bot.*, 10:290-300.
- RICKER, W.E., 1973. Linear regressions in fishery research. *Journal of Fisheries Research Board of Canada*, 30:409-430
- RUTLEDGE, J.J., ROBINSON, O.W., EISEN, E.J. ve LEGATES, J.E., 1972. Dynamics of genetic and maternal effects in mice. *J. Anim. Sci.*, 35:911-918.
- SANDLAND, R.L. ve MCGILCHRIST, C.A., 1979. Stochastic growth curve analysis. *Biometrics*, 35:255-271.
- SARIHAN, E., 1970. Balıklarda büyüme olayının matematik olarak tetkiki. *Balık ve Balıkçılık*, 12(6):14-18.
- SARIHAN, E., 1989. Sözlü görüşme. Prof.Dr., Ç.Ü. Su ürünleri Y.O., Adana.
- SCHNUTE, J., 1981. A versatile growth model with stochastically stable parameters. *Can. J. Fish. Aquat. Sci.*, 38:1128-1140.
- SCHOLTZ, M.M. ve ROUX, C.Z., 1981. The allometric-autoregressive model in genetic studies: Different physiological phases in the rat. *S. Afr. J. Anim. Sci.*, 11:27-34.
- SCHWERTMAN, N.C., 1974. *The Analysis and Testing of Hypothesis Using Growth Curve Data With Missing Observations*. Doktora Tezi, University of Kentucky.
- SMITH, A.F.M., 1973. A general Bayesian model. *J.R. Stat. Soc. Serb.* 35 ,65-75.
- SRIVASTAVA, M.S., 1985. Multivariate data with missing observations. *Commun. Statist. Theor. Meth.*, 14:775-792.

- STEVENS, W.L., 1951. Asymptotic regression. *Biometrics*, 7(3):247-267.
- TANNER, J.M., 1951. Some notes on the reporting of growth data. *Human Biol.*, 23:93-105.
- TAYLOR, St.C.S. ve YOUNG, B., 1964. Variation in growth and efficiency in twin calves. *J.Agr. Sci.*, 62:225-240.
- , 1966. Variation in growth and efficiency in twin cattle with live-weight and food intake controlled. *J.Agr. Sci.*, 35:911-918.
- TIMON, W.M. ve EISEN, E.J., 1969. Comparison of growth curves of mice selected and unselected for postweaning gain. *Theor. Appl. Genet.*, 39:345-351.
- TSUZAKI, S., MATSUO, N. ve OSANO, M., 1987. The Physical growth of Japanese children from birth to 18 years of age. *Helv. Pediat. Acta.*, 42 : 111-119.
- VENUS, J.C. ve CAUSTON, D.R., 1979a. Plant growth analysis: a re-examination of the methods of calculation of relative growth and net-assimilation rates without using fitted functions. *Annals of Botany*, 43:633-638.
- VENUS, J.C. ve CAUSTON, D.R., 1979b. Plant growth analysis: the use of the Richards function as an alternative to polynomial exponentials. *Annals of Botany*, 43:623-632.
- VIESER, W., FORSTNER, H., SCHIEMER, F. ve MARK, W., 1988. Growth rates and growth efficiencies in larvae and juveniles of *Rutilus rutilus* and other Cyprinid species: Effects of temperature and food in the laboratory and in the field. *Can. J. Fish. Aquat. Sci.*, 45:943-950.
- VON BERTALANFFY, L., 1949. Problems of organic growth. *Nature*, 163:156-158.
- , 1957. Quantitative laws in metabolism and growth. *Q.Rev.Biol.*, 32:217-231.

T. C.
Yükseköğretim Kurulu
Dokümantasyon Merkezi

TEŞEKKÜR

Tüm bölüm imkanlarını sunan ve güzel bir çalışma ortamı sağlayan Bölüm Başkanım Prof. Dr. Erdoğan PEKEL 'e, bu tez çalışmamı yürütürken her an derin biyometri bilgisinden, yüksek tecrübesinden ve engin hoşgörüsünden yararlandığım danışmanım Prof. Dr. Yüksel BEK 'e, değerli bilimsel görüşleri ile katkıda bulunan Doç. Dr. Mustafa AKAR 'a, çevirilerde büyük yardımını gördüğüm ögr. Gör. Hatice SOFU 'ya, diğer tüm hocalarım ve arkadaşlarıma teşekkür ederim.

Ayrıca ve özellikle, en büyük desteğini ve ilgisini gördüğüm eşim Lale 'ye de burada teşekkür etmek isterim.

T. C.
Yükseköğretim Kurulu
Dokümantasyon Merkezi

ÖZGEÇMİŞ

14.12.1960 yılında, Antalya 'nın Elmalı ilçesinde doğdum. İlk öğrenimimi Elmalı 'da, orta öğrenimimi Yatılı Aksu Öğretmen Lisesinde tamamladım. 1978 yılında, Ç.Ü. Ziraat Fakültesi Zootekni Bölümüne girdim ve Lisans öğrenimimi 1982 'de tamamladım. Daha sonra Ç.Ü. Fen Bilimleri Enstitüsü 'nde Zootekni Anabilim Dalında "Biyometri ve Genetik" üzerine Master programını bitirdim ve Doktora programına başladım.



T. C.
Yükseköğretim Kurulu
Dokümantasyon Merkezi