

11570  
→

SİLİNDİRİK HELİSEL ÇUBUKLARIN  
STATİK, DİNAMİK VE BURKULMA DAVRANIŞLARININ  
TAŞIMA VE RİJİTLİK MATRİSLERİ METODU İLE İNCELENMESİ

Vebil HAKTANIR

C.U.

FEN BİLİMLERİ ENSTITUSU  
MAKİNA MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI  
DOKTORA TEZİ

ADANA

Ekim-1990

T. C.  
Yükseköğretim Kurumu  
Dokümantasyon Merkezi

C. U. Fen Bilimleri Enstitüsü Müdürlüğüne,

Bu çalışma, jürimiz tarafından Makina Mühendisliği Anabilim Dalında DOKTORA TEZİ olarak kabul edilmiştir.

Başkan: Prof. Dr. Erhan B. KIRAL

*Erhan Kiral*

Uye: Prof. Dr. Yalçın MENGI

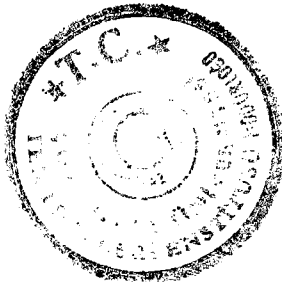
*Yalçın Mengi*

Uye: Doc. Dr. Sedat BAYSEC

*Sedat Baysec*

Kod No: 156

Yukarıdaki imzaların, adı geçen öğretim üyelerine ait olduğunu onaylarım.



*Ural Dinc*  
Prof. Dr. Ural DINC  
Enstitü Müdürü

## İÇİNDEKİLER

Sayfa no:

CİZELGE LİSTESİ .....	I
ŞEKİL LİSTESİ .....	IV
EKLER .....	VIII
ÖZ .....	X
ABSTRACT .....	XI
1. GİRİŞ VE ÖNCEKİ ÇALIŞMALAR .....	1
1.1. Düzlemsel Eğri Eksenli Çubuklar .....	2
1.2. Uzay Eksenli Helisel Çubuklar .....	6
1.2.1. Helisel Merdivenler .....	6
1.2.2. Helisel Yaylar .....	7
2. MATERYAL VE METOD .....	15
2.1 Eğri eksenli, ön yüklü uzaysal çubuğun hareket denklemlerinin elde edilmesi .....	15
2.1.1. Çubuk geometrisi .....	15
2.1.1.1. Çubuk eksenli .....	15
2.1.1.2. Çubuk dik kesiti .....	18
2.1.2. Denklemlerin elde edilmesinde yapılan kabuller .....	19
2.1.3. Uygunluk denklemleri .....	20
2.1.4. Hareket denklemleri .....	23
2.1.4.1. Lineer momentum denklemi .....	25
2.1.4.2. Açısal momentum denklemi .....	26
2.1.5. Bileske bünye denklemleri .....	28
2.1.6. $(\vec{t}, \vec{n}, \vec{b})$ Takımında indirgenmiş skaler denklemler .....	31

2.2.	Eksenel ön basınç altındaki silindirik helisel çubukların hareket denklemleri .....	35
2.2.1.	Silindirik helisel bir çubuğun geometrisi .....	35
2.2.1.	Skaler formda indirgenmiş denklem takımları .....	38
2.3.	Silindirik helisel çubukların statığı .....	43
2.3.1.	Silindirik helisel çubukların statik denklemleri .....	43
2.3.2.	Taşıma matrisi metodu .....	46
2.3.2.1.	Tanım .....	46
2.3.2.2.	Taşıma matrisinin özellikleri .....	46
2.3.2.3.	Taşıma matrisinin, diferansiyel geçiş matrisinden elde edilmesi .....	48
2.3.2.3.1.	[D] nin değişken olması hali .....	49
2.3.2.3.2.	[D] nin sabit olması hali .....	49
2.3.2.4.	Taşıma matrisi yönteminin uygulanması .....	52
2.3.2.4.1.	Homojen hal .....	52
2.3.2.4.2.	Homojen olmayan hal .....	53
2.3.2.5.	Diferansiyel geçiş matrisinin sabit olması durumunda, taşıma matrisinin sayısal olarak elde edilmesi .....	57
2.3.2.5.1.	[D] nin karakteristik denkleminin katsayılarının bulunması .....	58
2.3.2.5.2.	Taşıma matrisinin sayısal ifadesi .....	64
2.3.2.6.	Başlangıçtaki durum vektörünün elde edilmesi .....	77
2.3.2.6.1.	Sadece uçlarından mesnetlemiş, yayılı yüke maruz çubukta başlangıç durum vektörünün elde edilmesi .....	78
2.3.2.6.2.	Arada bir adet küresel mafsallı mesneti olan, yayılı yüke maruz çubukta başlangıçtaki durum vektörünün elde edilmesi .....	80
2.3.2.6.3.	Arada iki adet küresel mafsallı mesneti olan, yayılı yüke maruz çubukta başlangıçtaki durum vektörünün elde edilmesi .....	84
2.3.2.6.4.	Ara tekil yük ve yayılı yüke maruz çubukta başlangıçtaki durum vektörünün elde edilmesi .....	87

Sayfa no:

2.3.2.7.	Süreksizlik vektörü elemanlarının elde edilmesi .....	90
2.3.2.8.	Yayıllı yükten dolayı özel çözümün sayısal olarak bulunması.....	94
2.3.2.9.	Programlar hakkında açıklayıcı bilgi .....	98
2.3.3.	Rijitlik matrisi (stiffness) metodu .....	102
2.3.3.1.	Eleman rijitlik matrisi .....	104
2.3.3.1.1.	Birim deplasman sabitleri (rijitlik etki sayıları) .....	104
2.3.3.1.2.	Eleman rijitlik matrisinin özellikleri .....	106
2.3.3.1.3.	Eleman rijitlik matrisinin elde edilmesindeki kabuller .....	107
2.3.3.1.4.	Taşıma matrisi yöntemi ile, eleman rijitlik matrisinin elde edilmesi .....	107
2.3.3.1.5.	Eleman rijitlik matrisinin sistem koordinat takımında elde edilmesi .....	110
2.3.3.2.	Ankastrelik uç kuvvetleri .....	117
2.3.3.2.1.	Taşıma matrisleri yöntemi ile helis eksenli bir elemanda ankastrelik uç kuvvetlerin elde edilmesi .....	117
2.3.3.2.2.	Ankastrelik uç kuvvetlerin sistem koordinatlarında elde edilmesi .....	121
2.3.3.2.3.	Integral vektörünün elde edilmesi .....	121
2.3.3.3.	Eleman rijitlik denklemi .....	122
2.3.3.4.	Sistem rijitlik denklemi .....	125
2.3.3.4.1.	Uygunluk şartları .....	125
2.3.3.4.2.	Düğümelerde denge denklemleri .....	128
2.3.3.4.3.	Düğümelerde denge denklemlerinden, sistem rijitlik denkleminin direkt olarak elde edilmesi .....	129
2.3.3.5.	Kodlama tekniği .....	131
2.3.3.5.1.	Taşıyıcı sistemin kodlanması .....	131
2.3.3.5.2.	Eleman rijitlik matrisinden kodlama tekniği yardımı ile sistem rijitlik matrisinin elde edilmesi .....	133
2.3.3.5.3.	Kodlama tekniği ile sistem yük vektörünün teşkil edilmesi .....	135

2.3.3.6.	Program hakkında açıklayıcı bilgi .....	138
2.3.4.	Çözümlü problemler .....	141
2.3.4.1.	İki ucu ankastre, düzleminde tekil yüklü dairesel çubuk problemi .....	141
2.3.4.2.	İki ucu ankastre, düzlemine dik tekil yüklü dairesel çubuk problemi .....	147
2.3.4.3.	İki ucu ankastre, üniform yayılı yüke maruz helisel çubuk problemi .....	152
2.3.4.4.	İki ucu ankastre, üniform yayılı yüke maruz helisel çubuk problemi (arada bir adet küresel mafsallı mesnet var) .....	162
2.3.4.5.	İki ucu ankastre, üniform yayılı yüke maruz helisel çubuk problemi (arada iki adet küresel mafsallı mesnet var) .....	168
2.3.4.6.	İki ucundan basmaya çalışan helisel çubuk problemi .....	174
2.3.4.7.	Düzlemi içinde yüklenmiş evolvent yay problemi .....	182
2.3.4.8.	Düzlemi içinde yüklü "S" şeklinde açık bağlantı elemanı problemi .....	185
2.3.5.	Tartışma .....	188
2.4.	<b>Helisel çubukların serbest titreşim ve stabilitesi .....</b>	<b>193</b>
2.4.1.	Helisel çubukların serbest titreşim denklemleri .....	193
2.4.1.1.	Dairesel silindire sarılmış yay hali .....	193
2.4.1.2.	Dairesel silindir dışı geometrilere sarılmış yay hali .....	199
2.4.2.	Taşıma matrisi metodu .....	203
2.4.2.1.	Sınır şartlarına göre taşıma matrisinin determinantı hesaplanacak minörünün teşkili .....	204
2.4.2.1.1.	Sadece uçlarından mesnetlemiş çubuk .....	205
2.4.2.1.2.	Arada bir adet küresel mafsallı mesneti olan çubuk .....	206
2.4.2.1.3.	Arada iki adet küresel mafsallı mesneti olan çubuk .....	208
2.4.2.2.	Yayılı kütle halinde taşıma matrisinin elde edilmesi ...	210
2.4.2.2.1.	Ön yüklü .....	210
2.4.2.2.2.	Ön yüksüz .....	213

2.4.2.3.	Toplanmış kütle halinde taşıma matrisinin elde edilmesi .....	215
2.4.2.3.1.	Ön yüklü .....	226
2.4.2.3.2.	Ön yüksüz .....	228
2.4.2.4.	Programlar hakkında açıklayıcı bilgi .....	229
2.4.3.	Rijitlik matrisi metodu .....	238
2.4.3.1.	Doğru eksenli uzaysal eleman .....	239
2.4.3.1.1.	Ön yüksüz .....	239
2.4.3.1.2.	Ön yüklü .....	243
2.4.3.1.3.	Program hakkında açıklayıcı bilgi .....	245
2.4.3.2.	Dairesel silindirik helis eksenli eleman .....	249
2.4.3.2.1.	Başlangıç şartsız serbest titreşim hali .....	249
2.4.3.2.2.	Başlangıç şartları verilen serbest titreşim hali .....	252
2.4.3.2.3.	Programlar hakkında açıklayıcı bilgi .....	258
2.4.4.	Eksenel ön yükün serbest titreşim frekanslarına etkisi .....	265
2.4.4.1.	Taşıma matrisi yöntemi .....	265
2.4.4.2.	Rijitlik matrisi yöntemi .....	266
2.4.5.	Eksenel yükün kritik değeri (burkulma yükü) .....	266
2.4.5.1.	Dinamik yöntem (dolaylı yol) .....	267
2.4.5.2.	Statik yöntem (direkt.yol) .....	267
2.4.6.	Çözümlü problemler .....	270
2.4.6.1.	Dairesel silindirik helisel yay problemleri .....	270
2.4.6.2.	Dairesel silindirik olmayan helisel yay problemleri ....	294
2.4.6.3.	Ön yüklü dairese silindirik yay problemi .....	305
2.4.6.4.	Kritik burkulma yükünün bulunması ile ilgili problemler .....	309
2.4.6.5.	Başlangıç şartları belli serbest titreşim problemi .....	315
2.4.7.	Tartışma .....	320
2.5.	<b>Silindirik Helisel Çubukların Zorlanmış Titreşimi .....</b>	<b>323</b>
2.5.1.	Taşıma matrisi metodu ile çözüm (Laplace - Ters Laplace Dönüşümü) .....	323

2.5.1.1.	Laplace dönüşüm uzayında denklem takımı ve ters laplace sayısal dönüşüm yöntemi .....	323
2.5.1.2.	Taşıma matrisinin elde edilmesi .....	327
2.5.1.3.	Laplace dönüşüm uzayında ara tekil yüklü çubukta sınır şartlarına göre başlangıçtaki durum vektörünün elde edilmesi .....	330
2.5.1.3.1.	Ara tekil kuvvet ve momente maruz helisel çubukta başlangıçtaki durum vektörünün elde edilmesi .....	331
2.5.1.3.2.	Ara küresel mafsallı mesneti olan, ara tekil yüke maruz helisel çubukta başlangıçtaki durum vektörünün elde edilmesi .....	334
2.5.1.4.	Dönüşmüş uzayda dinamik tekil yükler .....	337
2.5.1.5.	Programlar hakkında açıklayıcı bilgi .....	338
2.5.2.	Rijitlik Matrisi Metodu ile Çözüm .....	344
2.5.2.1.	Laplace - Ters Laplace Dönüşümü .....	344
2.5.2.2.	Direkt Integrasyon (Newmark) Yöntemi .....	348
2.5.2.3.	Harmonik Zorlanmış Titreşim Hali .....	351
2.5.3.	Çözümlü Problemler .....	354
2.5.4.	Tartışma .....	371
3.	<b>SONUÇLAR</b> .....	373
	ÖZET .....	377
	SUMMARY .....	379
	KAYNAKLAR .....	654
	TEŞEKKÜR .....	664
	ÖZGEÇMİŞ .....	665



ÇİZELGE LİSTESİ

Sayfa no:

2.1.	Taşıma matrisinde simetri özelliği .....	48
2.2.	Taşıma matrisinin hesabı için akış diyagramı .....	76
2.3.	Mesnetlenme durumuna göre sınır şartları .....	77
2.4.	Gauss nümerik integral apsis ve ağırlıkları .....	95
2.5.	TASMAT adlı bilgisayar programlarında kullanılan altprogramların listesi .....	99
2.6.	Eleman Rijitlik matrisini $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ sistem sabit koordinatlarında bulan altprogramın akış şeması .....	116
2.7.	ANKAS altprogramının akış şeması .....	123
2.8.	Şekil (2.22) deki sistem elemanlarının uç deplasmanları ...	127
2.9.	İki ucu ankastre, arada iki küresel mesneti olan, düşey yayılı yüklü helisel çubuğun kodlama tablosu .....	132
2.10.	[k] dan hane numaralarına göre, [K] ya katkıda bulunacak elemanlar .....	134
2.11.	Her elemandaki $[k]_{9,8}$ in, [K] da yer alacağı elemanların satır ve sütun numaraları .....	134
2.12.	Şekil (2.24) teki sistemdeki ankastrelik reaksiyonların kodlama tablosu .....	136
2.13.	Şekil (2.24) de DE elemanına ait ankastrelik reaksiyonların, {P} sistem yük vektörüne katkısı .....	137
2.14.	RIJMAT programında bulunan altprogramlar .....	140
2.15.	Şekil (2.24) teki sistemin literatür sonuçları .....	142
2.16.	Şekil (2.24) teki sistemin kesit tesirleri ve deplasmanları .....	145
2.17.	Şekil (2.26) daki sisteme ait literatür sonuçları .....	149
2.18.	Şekil (2.26) daki sistemin kesit tesirleri ve deplasmanları .....	149
2.19.	Şekil (2.28) deki sistemin kesit tesirleri ve deplasmanları .....	155

2.20.	Şekil (2.28) de $M_d$ momentinin ihmal edilmesi halinde, sistemin kesit tesirleri ve deplasmanları .....	161
2.21.	Şekil (2.31) deki sistemin kesit tesirleri ve deplasmanları .....	164
2.22.	Şekil (2.33) teki sistemin kesit tesirleri ve deplasmanları .....	170
2.23.	Şekil (2.35) teki sistemin kesit tesirleri ve deplasmanları .....	176
2.24-a.	Ucundan tekil yüklenmiş, bir ucu ankastre diğer ucu boş olan helisel ve düzlem daire çubukta, boyutlu kesit büyüklükleri .....	181
2.24-b.	Ucundan tekil yüklenmiş, bir ucu ankastre diğer ucu boş olan helisel ve düzlem daire çubukta, boyutsuz kesit büyüklükleri .....	182
2.25.	Şekil (2.37) deki sistem elemanları için kodlama tablosu .....	184
2.26.	Şekil (2.37) deki sistemin kesit büyüklükleri .....	184
2.27.	Şekil (2.38) de ki sistemin kesit tesirleri ile deplasmanlarının RIJMAT ve literatür sonuçları .....	188
2.28.	SERTAS ve MYK adlı bilgisayar programlarında yer alan altprogramlar .....	230
2.29.	SERDOG programında bulunan altprogramlar .....	247
2.30.	SERRIJ programlarında kullanılan altprogramlar .....	259
2.31.	örnek 1 yayının özellikleri ve tabii frekansları .....	275
2.32.	RIJSPACE de eleman sayısı ile frekansların değişimi .....	278
2.33.	Sınır şartlarının, frekanslara etkisi .....	279
2.34.	Helis yükselme açısının frekanslara etkisi .....	282
2.35.	Helis sarım sayısının frekanslara etkisi .....	283
2.36.	(D/d) oranının frekanslara etkisi .....	285
2.37.	örnek 2 yayının frekans hesabında kullanılan programların özellikleri .....	288
2.38.	örnek 2 yayının özellikleri ve frekansları .....	293

Sayfa no:

2.39.	örnek 3 için bu çalışmada kullanılan program özellikleri ..	294
2.40.	örnek 3 yayında, SERRIJ3 veri dosyasında kullanılan düğüm açıları, yarıçapları ve kütleleri .....	295
2.41.	örnek 3 yayının özellikleri ve tabii frekansları .....	297
2.42.	örnek 3 yayına ait literatür sonuçları .....	298
2.43.	örnek 4 teki varil tipi yaya ait literatür sonuçları .....	299
2.44.	örnek 4 yayında, SERRIJ3 veri dosyasında kullanılan düğüm açıları, yarıçapları ve kütleleri .....	300
2.45.	örnek 4 yayının özellikleri ve tabii frekansları .....	304
2.46.	örnek 5 için bu çalışmada kullanılan programlar .....	306
2.47.	örnek 5 yayının özellikleri ve frekanslar .....	308
2.48.	örnek 6 yayının özellikleri ve temel frekanslar .....	311
2.49.	Statik ve dinamik yöntemle elde edilen kritik burkulma yükü .....	313
2.50.	örnek 7 için bu çalışmada kullanılan programlar .....	314
2.51.	örnek 7 yaylarına ait kritik burkulma yükleri .....	314
2.52.	Sayısal ters Laplace dönüşümü için ağırlık ve apsis değerleri .....	325
2.53.	Taşıma matrisi metodu ile zorlanmış titreşim problemi çözümünde ele alınan dinamik yük tipleri .....	338
2.54.	ZORTAS ve ZORTAS1 programlarında yer alan altprogramlar ...	339
2.55.	RIJLAP programında kullanılan altprogramlar .....	345
2.56.	NEWMARK programında bulunan altprogramlar .....	349

SEKİL LİSTESİ

Sayfa no:

2.1.	Çubuk ekseni .....	15
2.2.	$(\vec{t}, \vec{n}, \vec{b})$ hareketli üçlüsü ve kesit tesirleri .....	16
2.3.	Çubuk dik kesiti .....	18
2.4.	Çubukta pozitif ve negatif kesitler .....	19
2.5.	Sekil değiştirmeden önceki ACB çubuk elemanının, sekil değiştirdikten sonraki $A_1C_1B_1$ konumu .....	20
2.6.	Çubuk elemanına etki eden dış kuvvetler ve kesit tesirleri .....	24
2.7.	Çubuk kesitinde G ile S in ayrık olması durumu .....	30
2.8.	Daire tabanlı helisel çubuğun geometrisi .....	35
2.9.	Helis eğrisinin y-z düzlemindeki durumu .....	36
2.10.	$P_o$ aksenal basınç kuvveti ile yüklenmiş silindirik helisel çubuk .....	41
2.11.	Tekil dış yüklere maruz çubuk .....	54
2.12.	Yayıllı dış yüklere maruz çubuk .....	56
2.13.	Ara küresel mafsallı mesneti olan, yayıllı yüklü çubuk .....	81
2.14.	Ara iki adet küresel mafsallı mesneti olan, yayıllı yüklü çubuk .....	84
2.15.	Ara tekil yük ve yayıllı yüklü çubuk .....	88
2.16.	Silindirik helisel bir elemanda $(\vec{d}, \vec{n}, \vec{k})$ ve $(\vec{t}, \vec{n}, \vec{b})$ dik takımları .....	91
2.17.	Çubukta genel, lineer, asimetric yayıllı yük durumu .....	93
2.18.	Helisel bir elemanda $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ dik takımındaki serbestlik dereceleri .....	105
2.19.	$d_1=1$ olması halinde, $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ dik takımındaki .....	106
2.20.	Ara bölgesinde yüklü helisel bir elemanda, $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ doğrultularındaki deplasmanların sifıra eşit olması halinde ankastrelik uç kuvvetleri .....	118

2.21.	Helisel bir elemanda $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ takımında deplasmanlar ve çubuk uç kuvvetleri .....	124
2.22.	İki ucu ankastre helisel taşıyıcı sistemde deplasmanlar .....	126
2.23.	Arada iki küresel mafsallı olan, iki ucu ankastre olarak mesnetlenmiş helisel taşıyıcı sistemde kod numaraları .....	133
2.24.	Düzleminde yüklü dairesel çubuk .....	141
2.25-a.	Şekil (2.24) teki sistemin deplasmanları .....	146
2.25-b.	Şekil (2.24) teki sistemin kesit tesirleri .....	146
2.26.	Düzlemine dik yüklü dairesel çubuk .....	147
2.27-a.	Şekil (2.26) daki sistemin deplasmanları .....	151
2.27-b.	Şekil (2.26) daki sistemin kesit tesirleri .....	151
2.28.	İki ucu ankastre, helisel merdiven .....	152
2.29.	Eksantrisiteden doğan yayılı moment .....	153
2.30-(a,b).	Şekil (2.28) daki sistemin deplasmanları .....	156
2.30-(c,d).	Şekil (2.28) daki sistemin momentleri .....	157
2.30-e.	Şekil (2.28) daki sistemin kuvvetleri .....	158
2.31.	İki ucu ankastre, bir adet ara küresel mafsallı mesneti olan helisel merdiven .....	162
2.32-(a,b).	Şekil (2.31) daki sistemin deplasmanları .....	165
2.32-(c,d).	Şekil (2.31) daki sistemin momentleri .....	166
2.32-e.	Şekil (2.31) daki sistemin kuvvetleri .....	167
2.33.	İki ucu ankastre, iki adet ara küresel mafsallı mesneti olan üniform yayılı yüklü helisel merdiven .....	168
2.34-(a,b)	Şekil (2.33) teki sistemin deplasmanları .....	171
2.34-(c,d).	Şekil (2.33) teki sistemin momentleri .....	172
2.34-e.	Şekil (2.33) teki sistemin kuvvetleri .....	173
2.35.	Basmaya çalışan dairesel silindirik helis .....	174
2.36-(a,b).	Şekil (2.35) teki sistemin deplasmanları .....	178
2.36-(c).	Şekil (2.35) teki sistemde ( $M_d=0$ ) durumunda momentler..	179
2.36-(d).	Şekil (2.35) teki sistemde ( $M_d=0$ ) durumunda çökmeler...	180

Sayfa no:

2.36-(e).	Şekil (2.35) teki sistemde ( $M_d=0$ ) durumunda dönmeler...	180
2.37.	Evolvent yay .....	182
2.38.	Düzleminde yüklü "S" bağlantı elemanı .....	186
2.39.	Dairesel silindir dışı geometrilere sarılmış helis ....	200
2.40.	Taşıma matrisi metodu ile serbest titreşim frekanslarının elde edilmesi .....	204
2.41.	Kütlesi yere göre ayrıklaştırılmış çubuk .....	215
2.42.	Ayrıklaştırılmış kütlelerin serbest cisim diyagramı ....	216
2.43.	Eşit uzunlukta n elemana bölünmüş çubuk .....	225
2.44.	7 numaralı sınır şartı .....	229
2.45.	Uzaysal doğru eksenli bir elemanda serbestlik dereceleri .....	241
2.46.	Dairesel silindirik bir yayda geometrik büyüklükler ...	270
2.47.	örnek 1 yayı için determinant-frekans grafiği .....	277
2.48.	örnek 1 yayında RIJSPACE için eleman sayısı-frekans değişim grafiği .....	278
2.49.	ilk altı frekansın sınır şartları ile değişimi .....	280
2.50.	Basit-Basit mesnet için SERTAS frekans - determinant eğrisi .....	281
2.51.	Helis yükselme açısının frekanslara etkisi .....	282
2.52.	Helis aktif sarım sayısının frekanslara etkisi .....	284
2.53.	(D/d) oranının frekanslara etkisi .....	284
2.54.	örnek 3 yayına ait deneysel ve teorik literatür sonuçları (NAGAYA ve TAKEDA,1986) .....	298
2.55.	örnek 4 yayına ait deneysel ve teorik literatür sonuçları (NAGAYA ve TAKEDA,1986) .....	305
2.56.	Eksenel ön yüklenen, son konumları aynı olan yaylar ...	309
2.57.	Dolaylı yol ile kritik burkulma yükünün tayini .....	312
2.58.	Burkulma Yüklerinin ( $L_0/D$ ) oranı ile değişimi .....	315
2.59.	Yayın titreşim öncesi konumu .....	316
2.60.	Başlangıç şartları Şekil (2.59) daki gibi olan yayda,32 nolu deplasmanın ( $U_y$ ) zamana bağlı değişim grafiği ....	318

Sayfa no:

2.61.	Başlangıç şartları, temel frekans modları olan yayda, 32 nolu deplasmanın zamana bağlı değişim grafiği .....	320
2.62.	Ara tekil dinamik yüklü helis .....	322
2.63.	Ara tekil dinamik yük ve mesnetli helis .....	334
2.64.	Ucundan tekil yüklü helisel çubuk .....	354
2.65.	Heliste adım tipi yükleme için boyutsuz $\bar{U}_b$ .....	358
2.66.	Adım tipi yükleme halinde düzlem daire ve heliste $\bar{U}_b$ ..	359
2.67.	Heliste adım tipi yükleme için $\bar{M}_b$ eğilme momentinin zamanla değişim grafiği .....	360
2.68.	Heliste adım tipi yüklemede $\bar{T}_b$ kesme kuvvetinin zamanla değişim grafiği .....	360
2.69.	Heliste adım tipi yükleme için çok küçük zaman aralıklarında elde edilen $\bar{U}_b$ ve $\bar{M}_b$ .....	361
2.70.	Dörtgen impuls yüklemede, düzlem ve helisel çubukta $\bar{U}_b$ .....	362
2.71.	Sinüs impuls yüklemede helisel çubukta $\bar{U}_b$ .....	363
2.72.	Ara küresel mafsallı, açıklıklar ortasında iki adet dinamik tekil yüke maruz helisel merdiven .....	367
2.73.	Şekil (2.72) deki sistemde $\bar{U}_b$ nin zamanla değişimi ....	367
2.74.	Şekil (2.72) deki sistemde $\bar{M}_b$ nin zamanla değişimi ....	368
2.75.	Harmonik yüklenmiş heliste rezonans frekansları (32 kod nolu kuvvet doğrultusu) .....	369
2.76.	Harmonik yüklenmiş heliste rezonans frekansları (33 kod nolu kuvvet doğrultusu) .....	370

EKLER

Sayfa no:

A.	Uygunluk denklemlerinin virtüel iş prensibiyle elde edilmesi .....	381
B.	Eğri eksenli çubukların elastik bileşke bünye denklemlerinin elde edilmesi .....	384
C.	Taşıma matrisinin kapalı ifadesinin $(\vec{t}, \vec{n}, \vec{b})$ takımında elde edilmesi .....	402
D.	[D] nin karakteristik denkleminin katsayılarını bulan altprogramın listesi .....	416
E.	Taşıma matrisini hesaplamada kullanılan altprogramlar .....	419
F.	Gauss eliminasyon (pivoting) metodu ile lineer denklem takımı çözen altprogram .....	423
G.1.	Ara mesnetsiz helisel çubukta, $\{S(0)\}$ durum vektörünü bulan altprogram - BOUND .....	424
G.2.	Arada bir küresel mafsallı mesnete sahip helisel çubukta, $\{S(0)\}$ durum vektörünü bulan altprogram - BOUND1 .....	427
G.3.	Arada iki küresel mafsallı mesneti olan helisel çubukta, $\{S(0)\}$ durum vektörünü bulan altprogram - BOUND2 .....	433
H.1.	TASMAT1 program listesi .....	439
H.2.	TASMAT2 program listesi .....	443
H.3.	TASMAT3 program listesi .....	448
H.4.	TASMAT4 program listesi .....	453
I.	$(\vec{d}, \vec{n}, \vec{k})$ koordinatlarında taşıma matrisinin elemanları .....	458
J.	Integral vektörünün elemanları ve elde edilişi .....	466
K.	RIJMAT program listesi .....	481
L.1.	SERTAS program listesi .....	496
L.2.	SERTAS1 program listesi .....	507
L.3.	SERTAS2 program listesi .....	513
L.4.	SERTAS3 program listesi .....	521
M.1.	MYK program listesi .....	524



Sayfa no:

M.2.	MYK1 program listesi .....	528
M.3.	MYK2 program listesi .....	532
M.4.	MYK3 program listesi .....	537
M.5.	MYK4 program listesi .....	541
N.	Ufuk çizgisi depolama tekniği ve Sturm dizisi kontrolü .....	546
O.1.	SERDOG program listesi .....	551
O.2.	RIJSPACE program listesi .....	571
O.3.	RIJONSP program listesi .....	575
P.	Ters iterasyon yöntemi ve altprogram listeleri .....	581
Q.1.	SERRIJ1 program listesi .....	587
Q.2.	SERRIJ2 program listesi .....	592
Q.3.	SERRIJ3 program listesi .....	598
R.	DOGRU5 program listesi .....	603
S.1.	ZORTAS program listesi .....	608
S.2.	ZORTAS1 program listesi .....	621
T.	RIJLAP program listesi .....	637
U.	NEWMARK program listesi .....	646
V.	HARMONIK altprogram listesi .....	653

öz

Bu çalışmada: Timoshenko kiriş teorisi kullanılarak elastik, homojen, izotrop, ön yüklü, silindirik ince helisel çubukların; statik ve dinamik yükler altındaki davranışı ile aksenal yük altında stabilitesi incelenmiştir. Olayı idare eden denklemler taşıma ve rijitlik matrisi metotları ile çözülmüştür. Bu metotlara dayanarak kesin ve etkin çözüm yapan bilgisayar programları geliştirilmiştir. Bu programlarla elde edilen çözümler, deneysel ve teorik literatür sonuçlarıyla karşılaştırılmıştır. Sınır şartlarının, helis yükselme açısının, aktif sarım sayısının, dönme ataletlerinin, kayma ve aksenal deformasyonlarının ve ön yükün, serbest titreşim frekanslarına etkileri incelenmiştir.

ABSTRACT

In this study, using Timoshenko beam theory, the behaviour of an elastic, isotropic, preloaded, thin helical rod is studied under static and time-depended loading. Stability under axial loading is also considered. Both transfer matrix and stiffness matrix methods are employed in the solution process together with numerical inversion of the Laplace transform in the case of dynamic loading. Effective computer programs are devised and solution obtained by these are compared with the theoretical and experimental results available in the literature. The effects of the number of coils, pitch angle, boundary conditions, rotatory inertia and shear deformations together with preloading, on the natural frequencies are also investigated.

## 1. GİRİŞ VE ÖNCEKİ ÇALIŞMALAR

Üç boyutlu geometriye sahip silindirik helisel çubuklar pratikte merdiven gibi yapı elemanı ve yay gibi makina elemanı olarak kullanılmaktadır. Helisel çubukların kullanım alanlarına göre gerek statik, gerekse dinamik davranışlarının incelenmesi bir çok araştırmacıya halen konu olmaya devam etmektedir. Yüz yıl kadar önce başlayan bu çalışmalar, günümüzde sayısal bilgisayarların pratikte kullanılır hale gelmesinden sonra hız kazanmıştır. Bu çalışmalarda günden güne, hesap kolaylığı bakımından daha önce yapılan basitleştirmeler terk edilmektedir.

Helisel çubuğun yay veya merdiven olarak kullanılması halinde çözülmesi gereken denklemler aynıdır. Bir çok araştırmacı helisel çubuğun denklemlerini, çubuğun işlevine göre özelleştirme (mesnet şekilleri, kesit şekilleri, helis açısının büyük veya küçük oluşuna göre) yoluna gitmişlerdir. Helisel merdiven ve yay arasındaki en önemli farklar şu şekilde sıralanabilir:

a) Helisel merdivenlerde helis yükselme açısı, yaylardan çok daha büyüktür.

b) Helisel merdivenlerin kesit alanları yaylarda olduğu gibi genellikle dairesel değildir. Büyük kesit alanlarına sahiptirler ve bu nedenle kesit ağırlık merkezi ile geometrik merkezin çakışmaması hali dikkate alınmak zorundadır. Makina elemanı olarak kullanılan yaylarda da, daire kesitten farklı kesitler kullanılmaktadır.

c) Helisel merdiven problemleri çoğu zaman hiperstatiktir. Yayların aksine, çubuk uçları dışında da mesnetlenebilmektedir.

d) Makina elemanı olarak kullanılan yaylar, genellikle dinamik ortamlarda çalışmaktadır ve eksenel statik ön yüke maruzdur.

e) Sarım sayıları farklıdır. Yaylarda helis uçlarına, mesnetlere oturabilmesi açısından bazı ek sarımlar ilave edilebilmekte, taşıma ve düzeltme işlemleri uygulanmaktadır. Bu nedenle, hesaplarda kullanılan aktif sarım sayısının tam olarak tesbit edilebilmesi kolay olmamaktadır.

Bu çalışmada ince helisel çubukların statik ve dinamik davranışları, yapı veya makina elemanı olarak kullanılabilen şekilde genel olarak incelenmektedir. Burkulma davranışı ise, eksenel statik ön yüke maruz yaylar için ele alınmaktadır.

Bu çalışmanın amacı, kabul edilebilir en az varsayım ile dairesel silindirik helisel çubukların genel hareket denklemlerinin sistematik bir şekilde elde edilmesi ve bunların kesin metotlar ile sayısal olarak çözülmesidir. Bunun yanında son yıllarda endüstriyel uygulamalarda yer alan dairesel silindirik olmayan helisel yaylar için yaklaşık dinamik çözümler elde etmektir. Geliştirilecek bilgisayar programları ile pratik problemlerinin çözümünü mümkün kılmak ve bu programlar yardımı ile çubuk davranışını etkileyen parametrelerin incelenmesi olmuştur. Yanısıra, aynı programlar ile özel olarak düzlem daire çubuk problemlerinin incelenmesi de amaçlanmıştır.

Aşağıda konunun tarihsel gelişimi önce, eğri eksenli çubuğun düzlem veya helis olması açısından, sonra da helisel çubuğun işlevine göre iki ana alt bölümde incelenecektir:

## **1.1. Düzlemsel Eğri Eksenli Çubuklar**

Eğri eksenli elemanlar pratikte kemerler, eğri eksenli köprüler, kancalar, seğmanlar v.b. gibi yapı ve makina elemanı olarak kullanılmaktadır. Ayrıca otobüs iskeleti gibi karmaşık yapılarda, çatı kemerleri ve ön geçiş ayarlamalarında eğri eksenli elemanlar yer almaktadır. Estetik olduğu kadar, düzenlenmesindeki kolaylık ve ekonomik nedenlerden dolayı karayolu köprülerinin eğri eksenli elemanlardan yapılması gerekmektedir. Dinamik ortamlarda çalışan ve çeşitli görevler üstlenen mekanizmaların önemli elemanları da eğri eksenli çubuklardır.

Makina ve yapı tasarımları gibi pek çok mühendislik uygulamalarında eğri eksenli çubukların titreşim davranışı hakkında kesin bilgilere sahip olmak çok önemlidir. Mühendislikte daima ilgi uyandıran bir konu olan eğri eksenli düzlemsel kirişlerin dinamiğinin tarihsel gelişimi şu şekilde özetlenebilir:

LOVE (1944), eğri çubukların titreşimleri için temel denklemler türetmiştir. Dairesel halka için analitik çözüm vermiştir.

DEN HARTOG (1956), iki ucu ankastre düzlem daire kirislerinin düzlemine dik titreşimine ait en küçük doğal frekansı bulmak için Rayleigh-Ritz metodunu uygulamıştır.

VOLTERRA ve MORELL (1961) ve WANG (1975), Den Hartog'un bu çalışmasını dairesel olmayan kirislerin titreşimine genişletmişlerdir.

Timoshenko kiris teorisi ile, PHILIPSON (1956) ince düzlem halkaların düzlem içi titreşimini, SEIDEL ve ERDELYI (1964) ise ince olmayan çubukların düzlem içi titreşimlerini çalışmışlardır.

ARCHER (1960), klasik hareket denklemleri yardımı ile, iki ucu ankastre dairesel halka parçalarının sönümlü titreşimini eksenel deformasyonları göz önüne alarak incelemiştir.

OJALVO (1962), Love tarafından türetilmiş olan hareket denklemini kullanarak tam olmayan halkaların girişimli burulma-eğilme titreşimlerini incelemiştir.

NELSON (1962), iki ucu basit mesnetli dairesel halka parçasının düzlemi içindeki serbest titreşimini, Raleigh-Ritz enerji yöntemini kullanarak analitik olarak incelemiştir. Bu çalışmada simetrik ve simetrik olmayan mod şekilleri de verilmektedir.

TAKAHASHI (1963) düzlemsel yayların, düzlem içi ve düzlem dışı titreşim hareketini enerji yöntemini kullanarak hesaplamışlardır. Çubuk narinlik oranının frekanslara etkisini incelemişlerdir. Çubuğun titreşimini incelerken, dönme ataleti ve kayma deformasyonu etkilerini ihmal etmiştir.

BALL (1967), ince elastik dairesel halkaların serbest titreşim problemini sonlu farklar metodu ile incelemiştir.

RAO ve SUNDARARAJAN (1969) dairesel halkaların hem düzlem içi, hem de düzlem dışı davranışlarını Timoshenko kiris teorisi ile çalışmışlardır.

VELETOS ve ark. (1972), düzlemi içinde titreşen daire eksen ve kesitli, iki ucu mafsallı ve ankastre çubukların serbest titreşim problemini eksenel deformasyon etkilerini göz önüne alarak incelemiştir. Kayma deformasyonu ve dönme ataleti terimleri ihmal edilmiştir. Sayısal çözümün yanısıra, yaklaşık formüller teklif

etmişlerdir.

TSO (1972) daire kesitli, lineer elastik, homojen ve izotrop, tabii eğrilikli ve burulmalı çubukların hareket denklemlerini Bernoulli- Euler kiriş teorisine göre elde etmiştir.

KUO (1971) ve ÖNDÜZEN (1974), eşdeğer taşıma matrisi metodu ve Timoshenko kiriş teorisi ile, düzlemsel çubukların düzleminde ve düzlemine dik titreşim problemine çalışmışlardır.

WANG ve GILBERT (1981), Timoshenko kiriş teorisi ile çok açıklıklı kirişlerin düzlem içi titreşimlerini incelemişlerdir.

IRIE ve arkadaşları (1980), sönümlü halde düzlemsel eğik kirişlerin düzlemine dik halde harmonik dinamik davranışını incelediler. IRIE ve ark. (1982), elastik olarak mesnetlenmiş dairesel halkaların düzlemine dik titreşimini taşıma matrisi metodu ile incelemişlerdir.

JUST (1982), sonlu elemanlar yöntemini kullanarak, düzleminde yüklenmiş daire eksenli çubukların eleman rijitlik matrisini elde etmiştir.

WANG ve ark. (1984), kesme deformasyonu etkileri ile dönme ataletlerinin etkilerini (burulma titreşiminden dolayı dönel atalet terimi hariç) dikkate alarak, düzlemsel 3 açıklıklı eğri bir kirişin düzlemine dik titreşimini incelemişlerdir. Eğik kiriş için elde ettikleri dinamik rijitlik matrisini kullanarak, halka merkez açısının etkileri ile dönme ataleti ve kesme deformasyon etkileri araştırmışlardır.

TENE ve arkadaşları (1975), virtüel iş ilkesi ve sonlu farklar metodu ile, timoshenko kiriş teorisini kullanarak düzlemsel, keyfi kesitli çubukların zorlanmış titreşim problemini araştırdılar.

KRAHULA (1966), elastik zemine oturan dairesel kiriş halkasının düzlemine dik serbest titreşimini incelemiş ve elastik zemin olmaması hali için yaklaşık frekans ifadesi vermiştir.

HAINES (1974), genel elastisite denklemlerinden yararlanarak, ince dairesel elastik halkanın düzlemindeki titreşim denklemlerini elde etmiştir. Bu denklemlerin elde edilmesinde kullanılan teorinin, helisel çubukların denklemlerinin çıkartılmasında da kullanılabileceğini ifade etmiştir.

MONTALVAO (1988), düzlemsel eğri eksenli çubukların, düzlemi dışında titreşimleri için Timoshenko kiriş teorisini ve Hamilton prensibini kullanarak elde ettikleri dinamik diferansiyel denklemleri kapalı olarak çözmüştür. Wang ve arkadaşlarının (1975) ihmal ettiği dönme ataleti terimini de göz önüne alarak, dinamik rijitlik matrisini kapalı olarak elde etmişlerdir. Elde ettiği çözümü teorik ve deneysel sonuçlarla karşılaştırmıştır.

FUJII ve GONG (1988), düzlemsel genel kemerlerin, küçük şekil değiştirme ve büyük deplasman analizleri için tasıma matrisini teskil etmişlerdir.

DASGUPTA ve SENGUPTA (1988), kesme deformasyonu etkisini dikkate alarak, düzleminde keyfi eksenli Winkler tipi elastik zemine oturan, düzlemine dik yüklü kiriş için sonlu elemanlar yöntemi ile eleman rijitlik matrisini elde etmişlerdir.

WANG (1988), dairesel eksenli yaylar için daha önce yaptığı çalışmayı bu kez sikloid, zincir eğrisi, eliptik eksenli sabit kesitli eğrilere genişletmiştir.

MAU ve WILLIAMS (1988), düzlemi içinde titreşen dairesel eksenli halkaların hareket denklemlerini, eksenel ve kayma deformasyonu etkilerini dikkate alarak Green fonksiyonu yardımı ile incelemiştir.

TABORROK ve XIONG (1989), uzaysal eğri eksenli çubukların denge ve uygunluk ve stabilite denklemlerini vektörel olarak ifade etmişlerdir. Bu denklemlerden özel halde, düzlem daire ve doğru eksenli tabii burulmalı çubuklara ait denklemlere geçmişlerdir.

Bu çalışmalar dikkat edileceği gibi; kiriş eğrisinin şekline, kirişin mesnetlenmesine, dönme ataleti ile eksenel ve kayma deformasyonlarının göz önüne alınıp alınmamasına, elastik zemin olup olmamasına, denklemlerin elde edilmesinde kullanılan yöntemlere ve çözüm için kullanılan sayısal yöntemlerin seçimine göre genel farklılıklara sahiptirler.



## 1.2. Uzay Eksenli Helisel Çubuklar

### 1.2.1. Helisel Merdivenler

Estetik görünüşlerinden dolayı, helisel merdivenler mimarlar arasında büyük rağbet görmektedir. Orta veya çok yüksek betonarme binalarda, bu merdivenler büyük yanal rijitliklere sahip kesme duvarları tarafından desteklenmektedir. Bu nedenle kesme duvarları, merdivenlerin varlığından çok az etkilenirler. Alçak binalarda ve bazen orta yükseklikte binalarda ise, merdivenler genellikle kat döşemelerine bağlanmakta veya bina çerçevesinin yanal yük taşıyan elemanlarınca (yatay veya eğik kolon veya kirişler) desteklenmektedir. Bu şekilde desteklenen merdivenler bina rijitliğini arttıırırlar ve deprem, rüzgar gibi yan kuvvetlerin etkisi sonucu kat kesme gerilmelerinin diğer elemanlara dağıtılmasında etkili olurlar. Bu etki ise, merdivenin bina çerçevesi içine uygun bir şekilde yerleştirilmesi ile optimize edilebilir. Bu da helisel merdivenin, uzaysal çerçevenin bir elemanı olarak düşünülüp hesaplanması ile mümkün olmaktadır.

Helisel merdivenlerin hesabının el ile yapılması zaman alıcı ve yorucudur. Yaylardan farklı olarak, büyük kesit alanı ve helis yükselme açısına sahip bu yapı elemanlarına ait problemler hiperstatiktir. Yanısıra kesit ağırlık merkezi ile çubuk eksenini üst üste düşmemektedir. Merdiven statik hesabı çoğunlukla yaklaşık yöntemlerle ve doğru eksenli çubuk kabulü ile yapılmaktadır.

Helisel merdiven statığında genellikle rijitlik matrisi metodu kullanılmaktadır. Yöntemde eleman rijitlik matrislerinin ve eşdeğer eleman uç kuvvetlerinin kesin bir şekilde hesaplanması önemlidir. Helisel eleman rijitlik matrisi yerine, düzlemi içinde ve düzlemine dik olarak yüklenmiş düzlem çubuklara ait eleman matrisleri birleştirilerek elde edilen, uzaysal eğri eksenli çubukların eleman rijitlik matrisleri de kullanılmaktadır. Helisel merdiven hesabında kullanılan bir diğer yöntem de taşıma matrisi yöntemidir.

Helisel merdivenlerin statik düşey yükler altındaki davranışı CİNEMRE (1960), SCORDELIS (1960) ve SKOUTEROPOULAU ve ark.

(1986) tarafından incelenmiştir. Yatay yükler altındaki davranışı ise. FARDIS ve arkadaşları (1987) tarafından ele alınmıştır. Bu yazarlar özel koşullar altında helisel eleman için rijitlik matrisini Castigliano teoremi ile elde etmişlerdir. Merdiven açılma açılarının, yanal rijitliklere etkisini incelemişlerdir.

STEFANOU (1984), iki ucu ankastre üniform düşey yüklü helisel merdivenlerin yaklaşık hesabını vermektedir. Yassı ve geniş kenarlı dikdörtgen kesite sahip helisel merdiven dizaynı için pratik diyagramlar vermiştir.

CINEMRE (1960), helisel çubuklar için statik tasıma matrisinin kapalı ifadesini, aksenal ve kesme deformasyonu etkilerini ihmal ederek elde etmiştir. Helisel merdiven statik hesabında kullanılmak üzere tablolar vermiştir.

ABDULBAKI ve SHUKAIR (1973), kayma ve aksenal deformasyon etkilerini ihmal ederek ve enerji metodu kullanarak helisel eleman rijitlik matrisini elde etmişlerdir.

PALANINATHAN ve CHANDRASEKHARAN (1985), Castigliano teoremi ile aksenal ve kayma deformasyon terimlerini de içeren, eğri aksenli uzaysal çubuklar için rijitlik matrisini elde etmişlerdir.

### 1.2.2. Helisel Yaylar

Bir çok mühendislik uygulamalarında helisel yaylar, araç süspansiyon sistemlerinin elemanları ve otomobillerde sübop yayları olarak yaygınlıkla kullanılmakta ve önemli görevler üstlenmektedirler. Günümüzde makina elemanları gittikçe küçülmektedir. Bu küçülen mekanizmalar içinde dinamik ortamlarda ve basınca çalışan yayların performansları büyük önem arz etmektedir. Böyle dinamik sistemlerin analizinde genellikle yay sıfır kütleli, sabit rijitliği olan ideal ve sadece tek bir parametreye (yay sabiti) bağlı bir yay olarak modellenmektedir.

Bu modeller ile dairesel silindirik bir yayın doğal frekansları; sabit kesitli, kütlesi ve aksenal rijitliği yayınkine eşit düz bir çubuk, yay ile değiştirilerek hesaplanmaktadır. Bu tür

varsayımlarla elde edilen, yayın eksenel ve burulma modlarının frekanslarını veren elemanter ifadeler mevcuttur. Bu formüllerde diğer frekanslar, temel frekansın tamsayı katları olarak ifade edilmiştir.

Halbuki otomobil süspansiyon yayları veya sübop yayları gibi sistemlerde, yay kütlesi rezonansa sebep olmaktadır. Helisel yaylar için mevcut tek boyutlu elemanter teoriler, gerçekte 3 boyutlu olan bu yayların dinamik davranışının tahmininde yetersiz kalmaktadır. Böyle durumlarda yayın gerçek dinamik davranışının daha detaylı olarak incelenmesi gerekmektedir. Bunun için yayların dinamik karakteristiklerinin ya deney ile tesbit edilmesi, veya matematiksel olarak hesaplanması gerekmektedir. Her iki yöntemle uygulamada çeşitli zorluklar ortaya çıkmaktadır. Hangi yöntem ele alınırrsa alınsın, yayın dinamik davranışı hakkında kesin ve güvenilir bilgiler elde edilecek şekilde tedbirlerin alınması önem taşımaktadır.

Bilindiği gibi eğri eksenli uzaysal çubuk probleminin hareket denklemlerinin, üç boyutlu elastisite teorisi ile elde edilmesi halinde, çözümü çok zordur. Bu nedenle problem formülasyonuna ilk yaklaşım mevcut kiriş teorilerinin uygulanmasıdır. Bunlar Bernoulli-Euler ve Timoshenko kiriş teorileridir. Ancak bu şekilde bir uygulama ile matematiksel olarak çözülebilen denklemler elde edilebilmektedir.

Elastik ince çubuk teorisi hakkında ilk çalışmalar Bernoulli-Euler kabullerine dayanmaktadır. Bernoulli-Euler elemanter teorisi, ince kirişler ve küçük titreşim modlarına sahip titreşimler için geçerlidir. Yüksek frekans modlarına sahip kısa ve ince çubuklar için ise, Timoshenko kiriş teorisi daha iyi bir yaklaşım sunmaktadır. Timoshenko kiriş teorisi kayma ve eksenel deformasyonlar ile dönme ataleti etkilerini gözönüne almaktadır. Timoshenko teorisine göre, eğri kirişlerin titreşimi üzerine çok fazla sayıda çalışma mevcuttur. Bu çalışmada da dairesel silindirik helisel çubuğun denklemleri Timoshenko kiriş teorisi ile elde edilmektedir.

Mevcut kiriş teorileri ile elde edilmiş olan ve helisel yayların hareketini tanımlayan kısmi diferansiyel denklemler çok sayıdadır. Sayısal bilgisayarlardaki gelişmeler, kompleks problemlerin

matematiksel analiz ve çözümünü mümkün kılmıştır. Çok fazla miktarda nümerik hesaplar, bilgisayar tarafından çok kısa sürelerde yapılar hale gelmiştir. Bu nedenle bu denklemlerin, sayısal metotlarla çözülmesi uygun olmaktadır.

Aşağıda kısaca helisel yaylar dinamiğinin tarihsel gelişimi özetlenecektir.

MICHELL (1890), helisel yaylar için üç boyutlu teoriyi ilk defa ortaya atan yazar olmuştur. Tipik bir helis elemanı için öteleme cinsinden üç adet, dönme cinsinden bir adet serbestlik derecesi düşünmüştür. Lagrange'ın temel denklemlerinin ilk halini kullanarak, dönme ataletleri ile aksenal ve kesme deformasyonlarının etkilerini de ihmal ederek, genel helis açısı için üç adet hareket denklemi elde etmiştir. Bu denklemlerin çözümünde dalga hareketini kullanmış ve çok küçük helis açısına sahip yay titreşimi için basit çözümler vermiştir. Helisel yay titreşiminde biri aksenal, diğeri radyal olmak üzere genel iki dalga tipinin mevcudiyetini ifade etmiştir.

LOVE (1899), Michell' den bağımsız olarak yine Bernoulli-Euler hipotezini kullanarak altı serbestlik derecesine sahip bir helis elemanındaki kuvvet ve momentler için 6 adet hareket denklemi elde etmiştir. LOVE da bu denklemlerinin çözümü için, dalga hareketlerinden yararlanmış ve çok özel haller için basit çözümler bulabilmiştir. LOVE' ın helisel yay dinamiğini tanımlayan bu denklemleri, temel denklemler olarak kabul edilmektedir.

LOVE (1899) tarafından türetilen denklemlerin el ile çözümleri çok güç olduğundan, sayısal bilgisayarların ortaya çıktığı 1950'li yıllara kadar bu denklemler çözümsüz kalmıştır. Bu nedenle 1950 lere kadar olan zaman içinde, yaylar için nispeten basit teoriler geliştirilmiştir. Bu basit teoriler yayı, değişken kütle ve elastik özellikleri olan düz ve homojen bir çubuk gibi ele almışlar: eğilme, uzama ve burulma rezonanslarını birbirinden ayırarak incelemişlerdir.

HARINGX (1942, 1948), statik aksenal yüklü bir yayı farazi bir çubukla değiştirerek, kritik aksenal yükleri ve torkları tahmin etmek için basit formüller çıkarmıştır.

1950 li yıllarda bilgisayarların kullanımıyla beraber,

Love'ın denklemleri de yeniden popüler olmaya başlamıştır. YOSHIMURA ve MURATA (1952), çubuk eksenini etrafındaki dönme ataleti terimini de göz önüne alarak, Love'ın denklemlerini geliştirdiler. Yay boyunca eksenel ve burulma dalgalarının hızları için çözümler elde ettiler.

WAHL (1963), zamanına kadar helisel yaylar üzerine yapılan çalışmalarını özetlemektedir. Wahl'ın bu çalışması günümüzde dahi yay tasarımı için, bazı ufak değişikliklerle beraber temel teşkil etmektedir (AGRAWAL 1975; ERIBOL, 1983; BİLİR ve ERIBOL, 1986).

WASHIZU (1964), salt matematik kullanarak tabii eğrilikli ve burulmalı, elastik ince uzaysal çubukların lineer bünye denklemlerini, kayma deformasyonu etkisini de göz önüne alarak elde etmiştir.

SCHIMIZU ve INOUE (1964), Yoshimura ve Murata'nın denklemlerini ve çözüm için "perturbation" metodunu kullanarak, doğal frekansların hesabı için yaklaşık denklemler türettiriler. Bu denklemleri kullanarak, helisel yayın dinamik (sinüzoidal, ani yüklenmiş ve rastgele türden) yükler altında davranışını incelemişlerdir.

WITTRICK (1966), üniform helisel bir yay elemanını 6 serbestlik derecesine sahip bir Timoshenko kirişi olarak kabul etmiş ve vektörel mekanik kullanarak helisel çubuk hareket denklemlerini elde etmiştir. Bu denklemleri kullanarak yayda dalga ilerlemesi için yaklaşık çözümler elde etmiştir. WITTRICK'in bu denklemleri, daha sonraki yıllarda araştırmacılar için temel kaynak olarak kullanılmaya başlanmıştır.

KAGAWA (1968), çok küçük helis açısı için, Yoshimura ve Murata'nın denklemlerinden yararlanarak, eksenel ve burulma titreşimlerini birbirinden ayrı olarak incelemektedir. Çok küçük helis açıları için eksenel ve burulma titreşimlerinin birbirinden ayrılabilmesini ifade etmiştir.

MASSOUD (1965, 1970, 1971); eğri eksenli, keyfi kesitli, ince uzaysal çubukların hareket denklemlerini vektörel olarak ve D'Alembert prensibini kullanarak, dönme ataleti ile eksenel ve kayma deformasyonlarını da içerecek şekilde elde etmiştir. Bu denklemleri düzlem dairesel çubukların titreşimi için özelleştirmiştir. Dairesel

silindirik helislerin serbest titreşim hali için skaler denklemlerin kartezyen koordinatlardaki kanonik ifadesini vermiş ve enine, boyuna titreşim hareketlerinin birbirine girişimli olduğunu ifade etmiştir.

HUANG (1973), uzaysal ince elastik çubukların lineer ve lineer olmayan teorisini, tam ve sistematik bir şekilde sunmuştur. Bu çalışmada geometrik uygunluk şartları, virtüel iş ilkesinden elde edilmiştir.

KIRAL ve ERTEPINAR (1974), zamana bağlı yükleme ve ısıya maruz kalan, eğri eksenli, tabii burulmuş, uzaysal ince çubukların bünye ve hareket denklemlerini elastik ve viskoelastik malzemeler için, Timoshenko kiriş teorisini kullanarak vektörel olarak ifade etmişlerdir. Serbest ve zorlanmış titreşim problemlerinin çözümünde kullanılmak üzere helisel çubuk için düzenledikleri bu denklemlerin, çözümü için taşıma matrisi yöntemini teklif etmişlerdir.

KIRAL ve URAL (1975), taşıma matrisi ve Laplace dönüşümü tekniği ile, helisel çubukların dinamiğini incelemişlerdir.

PHILLIPS ve COSTELLO (1975), eksenel kuvvet etkisi altında, yayların büyük deplasmanlarına tanımlayan lineer olmayan denklemler elde etmiştir. Bu denklemlerde, eksenel ve burulma titreşimleri birbirine girişimli olarak düşünülmüştür. Elde ettikleri denklemleri özel halde lineerize ederek, sonlu farklar metodu ile çözmüşlerdir.

KISHORE ve GHOSH (1975), sönüm oranı yüksek helisel yayların elastik-viskoelastik kompozit malzemeler ile tasarlanabileceğini ve böylece süspansiyon sistemlerinde kullanılan diğer mekanizmalara gerek kalmayacağını ifade etmişlerdir. Böyle kompozit bir malzemeden mamul eğri eksenli düzlem kirişler için yaptıkları bir seri deney sonuçları ile, teorilerinin sonuçlarını karşılaştırmışlardır.

Yine aynı yılda COSTELLO (1975), eksenel ani darbeden dolayı, yaylarda radyal genişlemeyi hesaplamış ve bu halde yayın radyal yöndeki genişlemesinin, statik yöntemlerle tahmin edilenin çok üzerinde olduğunu göstermiştir.

DELLA PIETRA (1976), eksenel titreştirilen silindirik helisel yaylardaki girişimli eğilme, uzama ve burulma titreşimlerini deneysel ve teorik olarak incelemişlerdir.

GUIDO ve DELLA PIETRA (1978), dairesel silindirik helislerin yanal titreşimlerin doğal frekanslarını hesaplamaktadır.

SINHA ve COSTELLO (1978), daha önceki çalışmalarını geliştirdiler. Ani aksenal yük etkisi altında radyal yay genişlemesini de göz önüne alarak, lineer ve lineer olmayan teorileri karşılaştıran nümerik örnekler verdiler. Elde ettikleri iki adet girişimsiz denklemin çözümü için lineer olmayan karakteristikler metodu ile sonlu farklar metodunu kullandılar. Bu metotlardan birincisinin, daha az makina zamanı gerektirdiği için diğerinden üstün olduğunu ifade etmişlerdir.

MOTTERSHEAD (1980), helisel bir yayın serbest titreşim davranışını; Wittrick'in denklemlerininin statik özel hali yardımıyla teşkil ettiği helisel eleman rijitlik ve kütle matrisini kullanarak, sonlu elemanlar yöntemi ile incelemiştir. Elde ettiği teorik sonuçları deney sonuçları ile karşılaştırmıştır.

MOTTERSHEAD (1982), daha önceki çalışmasını, sonlu deformasyonlar için genişleterek, yayların stabilitesini sonlu elemanlar yöntemiyle incelemektedir. Helis için geometrik rijitlik matrisini teşkil ederek lineer olmayan dalga davranışını araştırdı. Yayların adım tipi yük altında lineer ve lineer olmayan durumdaki davranışlarını karşılaştırdı.

DELLA PIETRA ve DELLA VALLE (1982), aksenal tahrik edilen helisel bir yayın dinamik davranışı için dalga ilerlemesi ve Bernoulli-Euler teorisini kullandılar. Aksenal ve burulma titreşim frekanslarının, dalga numarasının lineer olmayan bir fonksiyonu olduğunu ifade etmektedirler. Aksenal ve burulma modlarına ait mevcut elemanter formülleri iyileştirdiler. Küçük sarımlı yaylar için teorik olarak elde ettikleri sonuçları deneysel sonuçlar ile karşılaştırdılar.

PEARSON (1982), aksenal statik ön yükü de göz önüne alarak, Wittrick'in denklemlerini genişletti ve çözüm için taşıma matrisi yöntemini kullandı. Pearson bu çalışmasında, helisel eleman taşıma matrisini seri çözümden sayısal olarak, çok küçük helis elemanları için ve seriden çok az terim almak suretiyle elde etmiştir. Ayrıca, dinamik yoldan aksenal yük altında, yayın burkulma yüklerini hesaplamıştır.

UNLUOY (1983), basınca çalışan helisel yaylar için mobilite-frekans ilişkisini deneysel olarak elde etmiştir.

YALÇIN (1984), helis eğrisini doğru eksenli kirislerle birleştirerek, sonlu elemanlar yöntemini ve alt uzay iteratif yöntemini kullanarak ön yüklü helisel çubuğun serbest titreşim frekanslarını ve mobilite-frekans ilişkisini hesaplamışlardır. Bu çalışmada eksenel ön yük geometrik rijitlik matrisi ile göz önüne alınmıştır.

PEARSON ve WITTRICK (1986), helisel yayların kararlı zorlanmış titreşimlerinin çözümünde kullanmak amacı ile dinamik rijitlik matrisini elde etmişlerdir. Bu çalışmalarında, geliştirdikleri yakınsak ve stabil çözüm yöntemi ile, seçilmiş bir değer altında bulunan tüm frekansları ve bunlara ait normal modları hesaplamışlardır. PEARSON'ın 1982 deki çalışmasının aksine, bu çalışmada statik ön yük ihmal edilmiş ve Bernoulli-Euler kiris kabulü kullanılmıştır.

NAGAYA ve TAKEDA (1986), dairesel silindirik olmayan varil ve hiperboloidal helisel yayların serbest titreşimini deneysel ve eşdeğer taşıma matrisi yöntemiyle inceledi. Helisel eleman statik taşıma matrisini, sadece eksenel deformasyon etkilerini ve daire kesit hallerini göz önüne alarak kapalı olarak ifade etmektedirler.

LIN ve PISANO (1987 ve 1988), diferansiyel geometriyi kullanarak genel helis açılı ve genel silindir yarıçaplı helislerin eğrilik formüllerini tanımlamışlardır. Hamilton prensibi ve varyasyonel metotlar kullanarak dinamik davranışı idare eden denklemler elde etmişlerdir.

Yukarda özetlenen çalışmalar sonucunda, helisel çubuğun lineer hareket denklemleri hemen hemen son şeklini almış durumdadır. Çalışmalar arasındaki farklar, bu denklemlerde çözüm kolaylığı nedeni ile ihmal edilen terimlerden ve kullanılan sayısal yöntemlerden ileri gelmektedir.

Günümüzde, yayların lineer olmayan davranışlarının incelenmesi konusu da gittikçe önem kazanmaktadır. Bunlara paralel olarak, pratikte endüstriyel uygulamalarda yer alan değişik geometrilerde helisler için yaklaşık çözümler bulunmaya başlanmıştır.



Yanısıra, imalat nedeni ile yay geometrilerindeki farklı durumların da dikkate alınabileceği formüller geliştirilmeye çalışılmıştır.

Diğer uygulamalı mekanik konularına nazaran helisel yaylar üzerine yapılan çalışmalar yeterli düzeyde değildir. Mevcut çalışmalar da, ele alınan özel bir yayın çözümünden ibaret kalmaktadır. Sistematik ve bütün olarak, yayın dinamik davranışını etkileyen parametreler üzerine bir araştırma bulunmamaktadır.



## 2. MATERYAL VE METOD

### 2.1. Eğri Eksenli, Ön Yüklü Uzaysal Çubuğun Hareket Denklemlerinin Elde Edilmesi

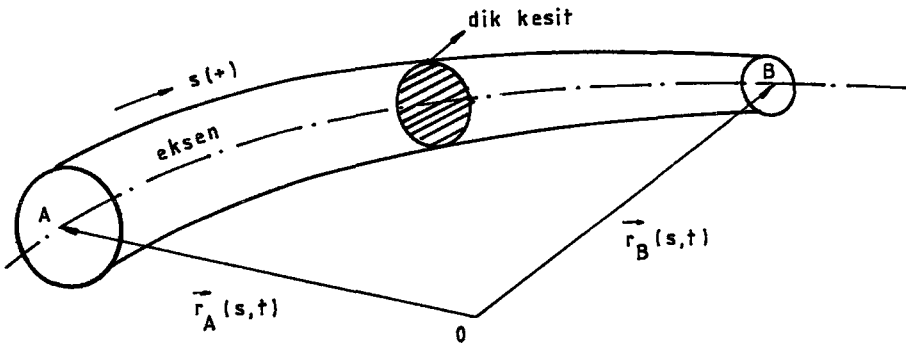
#### 2.1.1. Çubuk Geometrisi

Uzunluğu yanında, kesitinin karakteristik iki boyutunun çok küçük olduğu cisimler "çubuk" adını almaktadır. Bir çubuk, eksen ve dik kesiti ile tanımlanır. Dik kesit kendi ağırlık merkezinde çubuk eksenine olan bir uzay eğrisine, daima dik kalacak şekilde hareket ederse çubuk meydana gelir.

##### 2.1.1.1. Çubuk Eksenini

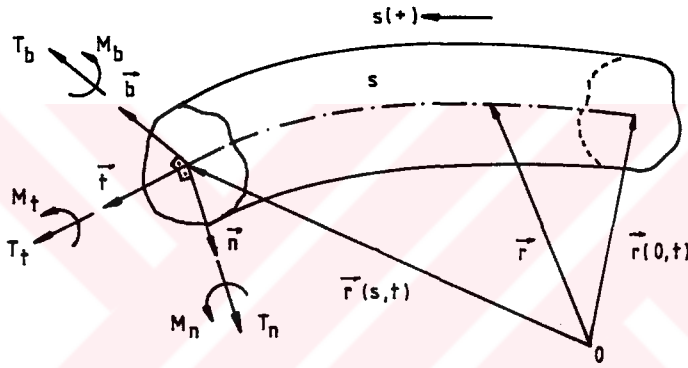
Herhangi bir  $t$  anında, üzerinde başlangıç olarak seçilen bir A noktasının, pozitif ilerleme yönündeki herhangi bir B noktasına uzaklığını gösteren  $s$  skaleri ve  $\vec{r}$  yer vektörü ile, (2.1) denkleminde olduğu gibi tanımlanan herhangi bir uzay eğrisine "çubuk eksenini" denir (Şekil 2.1).

$$\vec{r} = \vec{r}(s,t) \quad (2.1)$$



Şekil:2.1. Çubuk eksenini.

Düzlem ya da uzay olsun eğri eksenli çubuklarda,  $\vec{r}$  yer vektörüne bağlı hareketli bir koordinat takımının seçilmesi, hesaplarda ve problemin tanımlanmasında kolaylık sağlar. Sağ el vida kuralına uyan  $(\vec{t}, \vec{n}, \vec{b})$  birim vektörlerinin meydana getirdikleri dik takım da hareketlidir. Bu birim vektörlerin doğrultu ve yönleri, çubuk ekseninde buldukları yere göre değişmektedir. Eğri eksenli çubuklardaki kesit büyüklüklerinin sadece bu takımda fiziksel anlamları mevcuttur (Şekil 2.2).



$T_t$  : Eksenel (normal) kuvvet                       $M_t$  : Burulma momenti  
 $T_n, T_b$  : Kesme kuvvetleri                       $M_n, M_b$  : Eğilme momentleri

**Şekil:2.2.**  $(\vec{t}, \vec{n}, \vec{b})$  hareketli üçlüsü ve kesit tesirleri.

$(\vec{t}, \vec{n}, \vec{b})$  dik takımındaki teğet birim vektör  $\vec{t}$ , eksen eğrisine teğet doğrultuda ve pozitif s yönünde olup, (2.2) ile verilmektedir (SOKOLNIKOFF ve REDEFFER, 1958).

$$\vec{t}(s, t) = \frac{\partial \vec{r}(s, t)}{\partial s} \quad (2.2)$$

(2.3) ile tanımlanan asal normal birim vektör  $\vec{n}$ , oskulator düzleminde çubuk eksenine dik olan birim vektördür ve pozitif yönü eğrilik merkezine doğrudur.

$$\vec{n}(s,t) = \frac{\frac{\partial \vec{t}(s,t)}{\partial s}}{\left| \frac{\partial \vec{t}(s,t)}{\partial s} \right|} \quad (2.3)$$

Binormal birim vektör  $\vec{b}$ , (2.4) te olduğu gibi,  $\vec{t}$  ve  $\vec{n}$  vektörlerinin vektörel çarpımına eşit ve bu vektörlerin oluşturduğu düzleme dik olan birim vektördür.

$$\vec{b}(s,t) = \vec{t}(s,t) \times \vec{n}(s,t) \quad (2.4)$$

$(\vec{t}, \vec{n}, \vec{b})$  birim vektörleri Frenet formülleri ile aşağıdaki şekilde birbirlerine bağlanmıştır (SOKOLNIKOF VE REDEFFER, 1958).

$$\begin{aligned} \frac{\partial \vec{t}(s,t)}{\partial s} &= \chi \vec{n}(s,t) \\ \frac{\partial \vec{n}(s,t)}{\partial s} &= \tau \vec{b}(s,t) - \chi \vec{t}(s,t) \\ \frac{\partial \vec{b}(s,t)}{\partial s} &= -\tau \vec{n}(s,t) \end{aligned} \quad (2.5)$$

(2.5) denklemlerinde  $\chi$ , birim teğet vektörün çubuk boyunca değişmesini tanımlayan ve "eğrilik" adını alan daima pozitif olan bir skalerdir.  $\chi$ ; doğru eksenli çubuklarda sıfır, heliste ise sabittir.  $\tau$ ; "eğrinin tabii burulması" adı verilen, ikinci çeşit bir eğriliktir. Eğri eksenli uzaysal çubuklarda sıfırdan farklı, heliste sabit, düzlem eğrilerde sıfır değerini alır.

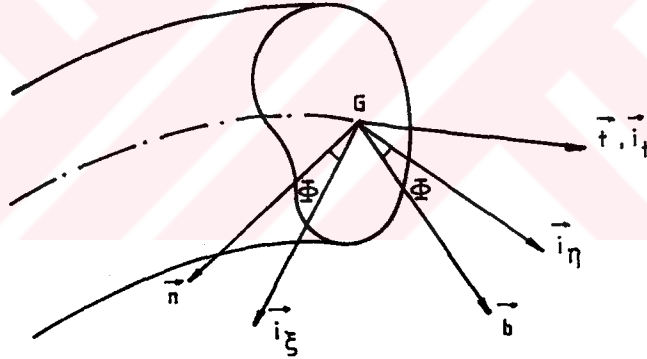
$\chi$  ve  $\tau$ ;  $\vec{r}(s,t)$  yer vektörünün türevleri cinsinden sırasıyla (2.6) ve (2.7) de görüldüğü şekilde ifade edilmektedir (SOKOLNIKOF VE REDEFFER, 1958).

$$\chi = \frac{\left| \frac{\partial \vec{r}}{\partial s} \times \frac{\partial^2 \vec{r}}{\partial s^2} \right|}{\left| \frac{\partial \vec{r}}{\partial s} \right|^3} \quad (2.6)$$

$$\tau = \frac{\left| \frac{\dot{\vec{r}}}{\dot{s}} \left( \frac{\ddot{\vec{r}}}{\dot{s}^2} \times \frac{\ddot{\vec{r}}}{\dot{s}^3} \right) \right|}{\left| \frac{\dot{\vec{r}}}{\dot{s}} \times \frac{\ddot{\vec{r}}}{\dot{s}^2} \right|^2} \quad (2.7)$$

### 2.1.1.2. Çubuk Dik Kesiti

Çubuk dik kesiti,  $(\vec{n}, \vec{b})$  düzleminde yer alan kapalı bir eğri ile sınırlanmış bir düzlem parçasıdır (Şekil 2.3).  $\vec{i}_\xi$  .  $\vec{i}_\eta$  kesitin asal atalet momenti eksenleri üzerinde seçilen birim vektörler olup, bu eksenlere ait çarpım atalet momenti sıfıra esittir.

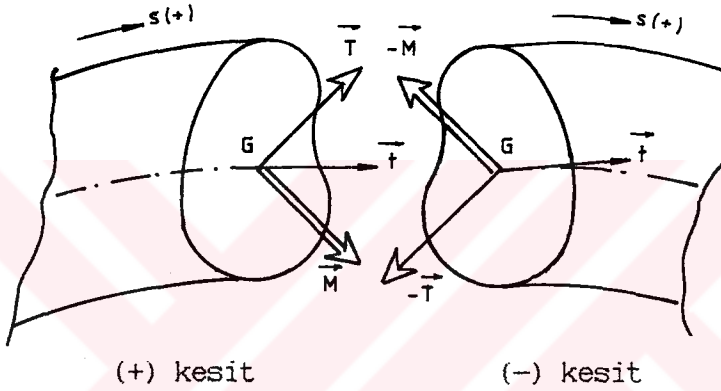


Şekil:2.3. Çubuk dik kesiti.

Eksene bağlı olan  $(\vec{n}, \vec{b})$  takımı ile, dik kesite bağlı olan asal takımının üstüste çakışmadığı durumlarda; bu koordinatlar ile asal eksenler üzerindeki birim vektörler  $\Phi = \Phi(s)$  skaler fonksiyonu ile birbirlerine (2.8) de olduğu gibi bağlanabilirler (İNAN,1966). Dik kesit alanınının  $s$  ile değiştiği durumlarda ise, ayrıca kesit alanı değişimini tanımlayan bir fonksiyonun verilmesi de gerekmektedir.

$$\begin{bmatrix} \vec{n} \\ \vec{b} \\ \vec{t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\phi & \sin\phi & 0 \\ -\sin\phi & \cos\phi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \vec{i}_\xi \\ \vec{i}_\eta \\ \vec{i}_t \end{bmatrix} \quad (2.8)$$

Dış normali  $\vec{t}$  ile aynı yönde olan kesit, pozitif kesit olarak tarif edilecektir (Şekil 2.4). Boyu  $\Delta s$  gibi sonsuz küçük olan, (+) ve (-) kesitlerle sınırlanan çubuk parçasına da "çubuk elemanı" denilecektir.



**Sekil:2.4.** Çubukta pozitif ve negatif kesitler.

### 2.1.2. Denklemlerin Elde Edilmesinde Yapılan Kabuller

Eğri eksenli uzaysal bir çubuğun hareketini idare eden denklemlerin çıkarılmasında kullanılacak varsayımlar, iki ana bölümde toplanarak özetlenebilir :

a-) Çubuk eksenini ve dik kesiti ile ilgili olanlar:

- Çubuk kesitinin asal eksenleri ile  $\vec{n}$  ve  $\vec{b}$  eksenleri çakışmaktadır.
- Çubuk kesiti, gözönüne alındığı bölgede eksen boyunca sabittir.



Şekil değiştirmemiş eksen üzerindeki A, B ve C noktalarının yer vektörleri sırasıyla  $\vec{r}_A(s,t)$ ,  $\vec{r}_B(s,t)$  ve  $\vec{r}_C(s,t)$  ile gösterilsin. A', B' ve C<sub>1</sub> noktalarındaki yer vektörleri; elemanın  $\vec{U}(s,t)$  ile ötelenmesi sonucu A, B ve C noktalarının yeni konumundaki yerlerini göstermektedir (Şekil 2.5).

$$\begin{aligned}\vec{r}_{A'} &= \vec{r}_A + \vec{U} \\ \vec{r}_{B'} &= \vec{r}_B + \vec{U} \\ \vec{r}_{C_1} &= \vec{r}_C + \vec{U}\end{aligned}\quad (2.9)$$

$\Delta\vec{r}$  yer değiştirme vektörü,

$$\vec{r}_{B'} - \vec{r}_{A'} = \vec{r}_B - \vec{r}_A = \Delta\vec{r}\quad (2.10)$$

şeklinde ifade edilebilir. Bu vektör  $\Delta s \rightarrow 0$  durumunda çok küçük olduğundan,

$$\vec{r}_{B'} - \vec{r}_{C_1} = \vec{r}_B - \vec{r}_C \approx \Delta\vec{r}/2\quad (2.11)$$

yazılabilir. B noktası şekil değiştirdikten sonraki B<sub>1</sub> konumuna gelinceye kadar,  $\vec{U}(s,t)$  kadar ötelenecek, C etrafında  $[\vec{\Omega}(s,t) \times \Delta\vec{r}(s,t)/2]$  kadar dönecek ve  $[\vec{\gamma}(s,t) \cdot \Delta s/2]$  kadar uzayacaktır (Şekil 2.5). B noktasının yukarıda tanımlanan hareketleri yardımı ile  $\vec{BB}_1$  yer değiştirme vektörü için,

$$\vec{BB}_1 = \vec{U} + \Delta\vec{U}/2\quad (2.12)$$

yazılır. Şekil (2.5) den, B noktasının C noktasının yer değiştirmesinden olan farkı aşağıdaki gibi ifade edilebilir.

$$\frac{\Delta\vec{U}}{2} = \vec{\Omega} \times \frac{\Delta\vec{r}}{2} + \vec{\gamma} \cdot \frac{\Delta s}{2}\quad (2.13)$$



(2.13) eşitliğinde gerekli kısaltmalar yapılır. her terim  $\Delta s$  ile bölünür ve  $\Delta s$  sıfıra giderken limite geçilirse, geometrik uygunluk şartları adı verilen, (2.14) uygunluk denklemlerinin ilki elde edilir. (2.14) deki ikinci denklem içinde görülen  $\vec{w}$ , birim boyun dönmesini tanımlamaktadır.

$$\frac{\partial \vec{U}}{\partial s} - \vec{\gamma} + \vec{t} \times \vec{\Omega} = \vec{0} \quad (2.14-a)$$

$$\frac{\partial \vec{\Omega}}{\partial s} - \vec{w} = \vec{0} \quad (2.14-b)$$

(2.14) uygunluk denklemlerinde  $\vec{U}$ ,  $\vec{\gamma}$ ,  $\vec{\Omega}$ ,  $\vec{w}$  vektörlerinin  $(\vec{t}, \vec{n}, \vec{b})$  dik takımdaki skaler bileşenleri aşağıda verilmektedir.

$$\vec{U}(s, t) = U_t \vec{t} + U_n \vec{n} + U_b \vec{b} \quad (2.15-a)$$

$$\vec{\Omega}(s, t) = \Omega_t \vec{t} + \Omega_n \vec{n} + \Omega_b \vec{b} \quad (2.15-b)$$

$$\vec{\gamma}(s, t) = \gamma_t \vec{t} + \gamma_n \vec{n} + \gamma_b \vec{b} \quad (2.15-c)$$

$$\vec{w}(s, t) = w_t \vec{t} + w_n \vec{n} + w_b \vec{b} \quad (2.15-d)$$

(2.14) teki kısmi türevler ve vektörel çarpımlar, (2.5) Frenet formüllerinin de kullanılmasıyla skaler olarak.

$$\vec{t} \times \vec{\Omega} = \vec{t} \times (\Omega_t \vec{t} + \Omega_n \vec{n} + \Omega_b \vec{b}) = \Omega_n \vec{b} - \Omega_b \vec{n} \quad (2.16)$$

ve

$$\begin{aligned} \frac{\partial \vec{U}}{\partial s} &= \frac{\partial U_t}{\partial s} \vec{t} + \frac{\partial \vec{t}}{\partial s} U_t + \frac{\partial U_n}{\partial s} \vec{n} + \frac{\partial \vec{n}}{\partial s} U_n + \frac{\partial U_b}{\partial s} \vec{b} + \frac{\partial \vec{b}}{\partial s} U_b \\ &= \left( \frac{\partial U_t}{\partial s} - \chi U_n \right) \vec{t} + \left( \frac{\partial U_n}{\partial s} + \chi U_t - \tau U_b \right) \vec{n} + \left( \frac{\partial U_b}{\partial s} + \tau U_n \right) \vec{b} \end{aligned} \quad (2.17)$$

şeklinde hesaplanabilirler.  $(\partial \vec{\Omega} / \partial s)$  ifadesi de (2.17) ye benzer şekilde skaler bileşenlerine ayrılabilir. (2.15), (2.16) ve (2.17) nin

(2.14) te yerine konulması ile elde edilen, skaler formdaki 6 adet uygunluk denklemi (2.18) de verilmiştir.

$$\frac{\partial U_t}{\partial s} = \chi U_n + \gamma_t \quad (2.18-a)$$

$$\frac{\partial U_n}{\partial s} = -\chi U_t + \tau U_b + \Omega_b + \gamma_n \quad (2.18-b)$$

$$\frac{\partial U_b}{\partial s} = -\tau U_n - \Omega_n + \gamma_b \quad (2.18-c)$$

$$\frac{\partial \Omega_t}{\partial s} = \chi \Omega_n + w_t \quad (2.18-d)$$

$$\frac{\partial \Omega_n}{\partial s} = -\chi \Omega_t + \tau \Omega_b + w_n \quad (2.18-e)$$

$$\frac{\partial \Omega_b}{\partial s} = -\tau \Omega_n + w_b \quad (2.18-f)$$

Uygunluk denklemlerinin Virtüel İş prensibine göre çıkarılışı (Ek.A) da verilmektedir (WASHIZU,1964;HUANG,1973).

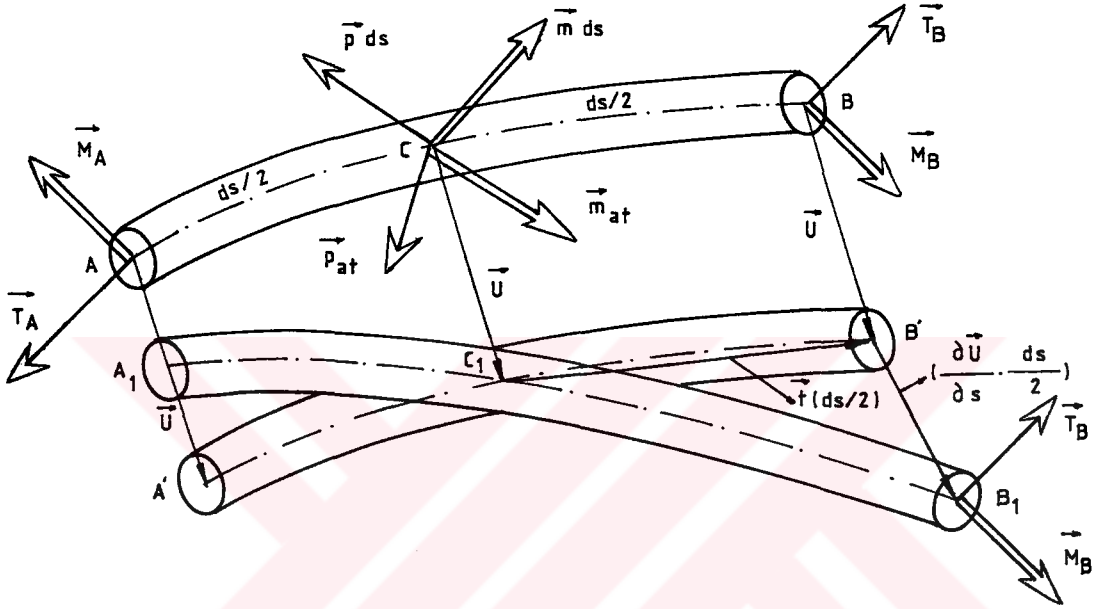
#### 2.1.4. Hareket Denklemleri

Ön yüklemeye maruz sistemde, bu yükleme sonucu çubuk kesitinde doğan kesit tesirlerinin, eksen boyunca sabit olduğunu kabul edelim. Sistem ön yüklemekten sonra, eksen boyunca doğrultuları çubuk ekseninden geçen yayılı  $\vec{p}(s,t)$  dış kuvvetleri ve yayılı  $\vec{m}(s,t)$  kuvvet çiftleri ile yüklensin (Şekil 2.6).

Bu sistemden alınan  $ds$  uzunluğundaki elemanda, sabit olan kesit tesirlerini  $\vec{T}_0$  ve  $\vec{M}_0$  ile gösterelim. Ön yüklemenin üzerine bindirilen  $\vec{p}(s,t)$  ve  $\vec{m}(s,t)$  yüklemelerinin sonucunda, elemanın C kesitinde meydana gelen gerilme bileşenleri  $\vec{T}(s,t)$  ve  $\vec{M}(s,t)$  olsunlar. Bu durumda, C kesitindeki toplam kesit tesirleri (2.19) da olduğu gibi yazılabilir.

$$\vec{T}_C = \vec{T}_O + \vec{T} \quad (2.19)$$

$$\vec{M}_C = \vec{M}_O + \vec{M}$$



**Sekil:2.6.** Çubuk elemanına etki eden dış kuvvetler ve kesit tesirleri.

Elemanın A ve B kesitlerindeki gerilme bileşenleri, bu kesitlerin C ye göre  $[\vec{w}(s,t) \cdot (ds/2)]$  olarak tanımlanan dönmeleri de gözönüne alınarak (2.20) de ifade edilmişlerdir.

$$\vec{T}_B = \vec{T}_C + \frac{\partial \vec{T}_C}{\partial s} \frac{ds}{2} + \vec{w} \frac{ds}{2} \times \vec{T}_C \quad (2.20-a)$$

$$\vec{M}_B = \vec{M}_C + \frac{\partial \vec{M}_C}{\partial s} \frac{ds}{2} + \vec{w} \frac{ds}{2} \times \vec{M}_C \quad (2.20-b)$$

$$\vec{T}_A = -\vec{T}_C + \frac{\partial \vec{T}_C}{\partial s} \frac{ds}{2} + \vec{w} \frac{ds}{2} \times \vec{T}_C \quad (2.20-c)$$

$$\vec{M}_A = -\vec{M}_C + \frac{\partial \vec{M}_C}{\partial s} \frac{ds}{2} + \vec{w} \frac{ds}{2} \times \vec{M}_C \quad (2.20-d)$$

#### 2.1.4.1. Lineer Momentum Denklemi

Bilindiği gibi; herhangi bir anda elemana tesir eden dış kuvvetlerin toplamı, (2.21) de birim boyun kütlesi  $\mu$  ve  $(\vec{t}, \vec{n}, \vec{b})$  takımındaki skaler bileşenleri cinsinden ifade edilen elemanın ağırlık merkezinin lineer momentumunun zamanla değişimini gösteren  $\vec{p}_{at}$  terimine eşittir. (2.21) de  $\vec{U}$  vektörünün skaler bileşenleri üzerindeki nokta sayısı, bu bileşenlerin zamana göre türev sayısını göstermektedir. Bu ifade Sekil (2.7) gözönüne alındığında, (2.22) de olduğu gibi gösterilebilir.

$$\vec{p}_{at} = \mu ds \dot{\vec{U}} = \mu ds (\dot{U}_t \vec{t} + \dot{U}_n \vec{n} + \dot{U}_b \vec{b}) \quad (2.21)$$

$$\vec{p} ds + \vec{T}_B + \vec{T}_A = \vec{p}_{at} \quad (2.22)$$

(2.22) de  $\vec{T}_B$  ve  $\vec{T}_A$  nın (2.20) deki değerleri ve (2.21) yerine konursa,

$$\begin{aligned} \mu ds \dot{\vec{U}} &= \vec{p} ds + \vec{T}_C + (\partial \vec{T}_C / \partial s) (ds/2) + \vec{w} (ds/2) \times \vec{T}_C \\ &\quad - \vec{T}_C + (\partial \vec{T}_C / \partial s) (ds/2) + \vec{w} (ds/2) \times \vec{T}_C \end{aligned} \quad (2.23)$$

elde edilir. Burada ds ler yok edilir ve gerekli kısaltmalar yapılırsa,

$$\vec{p} + \partial \vec{T}_C / \partial s + \vec{w} \times \vec{T}_C = \mu \dot{\vec{U}} \quad (2.24)$$

bulunur. Burada C noktasındaki toplam kesit tesirinin (2.19) daki ifadesi kullanılırsa,

$$\dot{\vec{p}} + \partial \vec{T}_O / \partial s + \dot{\vec{T}} / \partial s + \vec{w} \times \vec{T}_O + \dot{\vec{w}} \times \vec{T} = \mu \dot{\vec{U}} \quad (2.25)$$

yazılır. Yukarıdaki ifade de,  $\vec{T}_O$  kesit boyunca değişmediğinden, eşitliğin sol tarafındaki ikinci terim sifıra eşit olacaktır. Ayrıca  $(\dot{\vec{w}} \times \vec{T})$  terimi,  $(\vec{w} \times \dot{\vec{T}})$  in yanında ihmal edilirse, eğri eksenli uzaysal çubuğun lineer momentum denklemi,

$$\dot{\vec{p}} + \partial \vec{T} / \partial s + \vec{w} \times \dot{\vec{T}} = \mu (U_t \dot{\vec{t}} + U_n \dot{\vec{n}} + U_b \dot{\vec{b}}) \quad (2.26)$$

şeklinde elde edilir.

#### 2.1.4.2. Açısal Momentum Denklemi

Elemana etkiyen dış kuvvetlerin eksen üzerindeki C noktasına göre momentleri toplamı, (2.27) de  $(\vec{t}, \vec{n}, \vec{b})$  koordinatlarındaki kütlelesel atalet yarıçapları  $k_t, k_n, k_b$  ve skaler bileşenleri cinsinden ifade edilmiş olan C deki açısal momentumun zamanla değişimini gösteren  $\dot{\vec{m}}_{at}$  terimine (2.28) de olduğu gibi eşitlenebilir (Şekil 2.6).

$$\dot{\vec{m}}_{at} = \mu ds (k_t^2 \Omega_t \dot{\vec{t}} + k_n^2 \Omega_n \dot{\vec{n}} + k_b^2 \Omega_b \dot{\vec{b}}) \quad (2.27)$$

$$\vec{C}'\vec{B}' \times \dot{\vec{x}}_B + \vec{C}'\vec{A}' \times \dot{\vec{x}}_A + \dot{\vec{M}}_A + \dot{\vec{M}}_B + \dot{\vec{m}} ds = \dot{\vec{m}}_{at} \quad (2.28)$$

Şekil (2.6) dan  $\vec{C}'\vec{B}'$  ve  $\vec{C}'\vec{A}'$  vektörlerinin eşitlikleri (2.28) de yerlerine konulursa,

$$\begin{aligned} & [\dot{\vec{t}} \cdot (ds/2) + (\partial \dot{U} / \partial s) \cdot (ds/2)] \times \dot{\vec{x}}_B - [\dot{\vec{t}} \cdot (ds/2) + (\partial \dot{U} / \partial s) \cdot (ds/2)] \times \dot{\vec{x}}_A \\ & + \dot{\vec{M}}_C + (\partial \dot{\vec{M}}_C / \partial s) \cdot (ds/2) + \dot{\vec{w}} \cdot (ds/2) \times \dot{\vec{M}}_C - \dot{\vec{M}}_C + (\partial \dot{\vec{M}}_C / \partial s) \cdot (ds/2) \\ & + \dot{\vec{w}} \cdot (ds/2) \times \dot{\vec{M}}_C + \dot{\vec{m}} \cdot ds = \dot{\vec{m}}_{at} \end{aligned} \quad (2.29)$$

yazılabilir. Gerekli kısaltmalar yapıldığında, bu son eşitlik aşağıdaki hale gelir.

$$\begin{aligned} & [\vec{t} \cdot (ds/2) + (\partial\vec{U}/\partial s) \cdot (ds/2)] \times (\vec{T}_B - \vec{T}_A) + (\partial\vec{M}_C/\partial s) \cdot (ds/2) \\ & + (\vec{w} \times \vec{M}_C) \cdot ds + \vec{m} \cdot ds = \vec{m}_{at} \end{aligned} \quad (2.30)$$

(2.20) den elde edilecek,

$$\vec{T}_B - \vec{T}_A = 2 \vec{T}_C \quad (2.31)$$

ifadesinin ve (2.27) nin (2.30) da kullanılması, ve ds lerle kısaltma yapılması ile (2.30),

$$\begin{aligned} & [\vec{t} + \partial\vec{U}/\partial s] \times \vec{T}_C + (\partial\vec{M}_C/\partial s) + \vec{w} \times \vec{M}_C + \vec{m} \\ & = \mu (k_t^2 \overset{\circ}{\Omega}_t \vec{t} + k_n^2 \overset{\circ}{\Omega}_n \vec{n} + k_b^2 \overset{\circ}{\Omega}_b \vec{b}) \end{aligned} \quad (2.32)$$

şeklini alır. Bu eşitlikte  $\vec{T}_C$  ve  $\vec{M}_C$  nin (2.19) daki sabit ve dinamik kesit tesirlerinin toplamı olan ifadeleri kullanıldığında,

$$\begin{aligned} & [\vec{t} + \partial\vec{U}/\partial s] \times (\vec{T}_O + \vec{T}) + \partial\vec{M}_O/\partial s + \partial\vec{M}/\partial s + \vec{w} \times (\vec{M}_O + \vec{M}) + \vec{m} \\ & = \mu (k_t^2 \overset{\circ}{\Omega}_t \vec{t} + k_n^2 \overset{\circ}{\Omega}_n \vec{n} + k_b^2 \overset{\circ}{\Omega}_b \vec{b}) \end{aligned} \quad (2.33)$$

yazılır. Vektörel çarpım ifadeleri açıldığında,

$$\begin{aligned} & \vec{t} \times \vec{T}_O + \vec{t} \times \vec{T} + (\partial\vec{U}/\partial s) \times \vec{T}_O + (\partial\vec{U}/\partial s) \times \vec{T} + \partial\vec{M}/\partial s + \partial\vec{M}_O/\partial s + \vec{w} \times \vec{M}_O \\ & + \vec{w} \times \vec{M} + \vec{m} = \mu (k_t^2 \overset{\circ}{\Omega}_t \vec{t} + k_n^2 \overset{\circ}{\Omega}_n \vec{n} + k_b^2 \overset{\circ}{\Omega}_b \vec{b}) \end{aligned} \quad (2.34)$$

$\vec{M}_O$  kesit tesirinin eleman boyunca sabit olduğu hatırlanır ve  $[(\partial\vec{U}/\partial s) \times \vec{T}]$  terimi  $[(\partial\vec{U}/\partial s) \times \vec{T}_O]$  ın yanında,  $[\vec{w} \times \vec{M}]$  terimi de  $[\vec{w} \times \vec{M}_O]$  ın yanında ihmal edilirse,

$$\begin{aligned} \vec{t}x\vec{T}_0 + \vec{t}x\vec{T} + (\partial\vec{U}/\partial s)x\vec{T}_0 + \partial\vec{M}/\partial s + \vec{w}x\vec{M}_0 + \vec{m} \\ = \mu (k_t^2 \dot{\Omega}_t \vec{t} + k_n^2 \dot{\Omega}_n \vec{n} + k_b^2 \dot{\Omega}_b \vec{b}) \end{aligned} \quad (2.35)$$

hareket denklemlerinden ikincisi olan, açısal momentum denklemi elde edilir.

### 2.1.5. Bileske Bünye Denklemleri

Elemana etki eden dış kuvvetler altında, elemenda şekil değiştirmeler meydana gelir. Bileske bünye denklemleri şekil değiştirmeler ile gerilme bileşkelerini birbirine bağlayan ifadelerdir.

Gerilme bileşkeleri ve şekil değiştirmeler arasındaki bağıntılarda Hooke kanununun geçerli olduğu kabulünden hareketle;  $\vec{T}$  ile  $\vec{\gamma}$  ve  $\vec{M}$  ile  $\vec{w}$  vektörlerinin birbirlerine  $f_1$  ve  $f_2$  lineer fonksiyonları ile bağlı oldukları yazılabilir [İNAN,1966].

$$\begin{aligned} \vec{T}(s,t) &= f_1(\vec{\gamma}) \\ \vec{M}(s,t) &= f_2(\vec{w}) \end{aligned} \quad (2.36)$$

$\vec{T}$  ve  $\vec{M}$  vektörlerinin  $(\vec{t}, \vec{n}, \vec{b})$  takımındaki bileşenleri cinsinden ifadeleri aşağıda görülmektedir.

$$\begin{aligned} \vec{T}(s,t) &= T_t \vec{t} + T_n \vec{n} + T_b \vec{b} \\ \vec{M}(s,t) &= M_t \vec{t} + M_n \vec{n} + M_b \vec{b} \end{aligned} \quad (2.37)$$

$(\vec{n}, \vec{b})$  eksenlerinin, kesitin simetri ekseni ile üst üste düşmesi halinde (2.36) da görülen lineer ilişki,  $(\vec{t}, \vec{n}, \vec{b})$  takımında skaler olarak (2.38) ile verilmektedir [İNAN,1966]. Burada  $\gamma_t$  çubukta birim uzama,  $\gamma_n$  ile  $\gamma_b$   $\vec{n}$  ve  $\vec{b}$  eksenleri doğrultusundaki birim kaymalar;  $w_t$  burulmadaki birim dönme açısı,  $w_n$  ile  $w_b$  de  $\vec{n}$  ve  $\vec{b}$  eksenleri etrafındaki birim dönmeler olarak adlandırılırlar.

$$T_t = C_{tt} \gamma_t \quad (2.38-a)$$

$$T_n = C_{nn} \gamma_n \quad (2.38-b)$$

$$T_b = C_{bb} \gamma_b \quad (2.38-c)$$

$$M_t = D_{tt} w_t \quad (2.38-d)$$

$$M_n = D_{nn} w_n \quad (2.38-e)$$

$$M_b = D_{bb} w_b \quad (2.38-f)$$

(2.38) de  $C_{tt}$  kesitin uzama rijitliği,  $C_{nn}$  ve  $C_{bb}$  kayma rijitlikleri,  $D_{tt}$  burulma rijitliği,  $D_{nn}$  ve  $D_{bb}$  ise eğilme rijitlikleri adını alırlar. Bu rijitlikler, kesit malzemesinin elastisite modülü  $E$ , kayma modülü  $G$ , kesit alanı  $A$ , kesitin burulma atalet momenti  $J_b$ ,  $\vec{n}$  ve  $\vec{b}$  eksenlerine göre kesitin asal atalet momentleri sırasıyla  $I_n$  ve  $I_b$  ile gösterilmek üzere (2.39) da tanımlanmışlardır.

$$C_{tt} = EA \quad (2.39-a)$$

$$C_{nn} = GA/\alpha_n \quad (2.39-b)$$

$$C_{bb} = GA/\alpha_b \quad (2.39-c)$$

$$D_{tt} = GJ_b \quad (2.39-d)$$

$$D_{nn} = EI_n \quad (2.39-e)$$

$$D_{bb} = EI_b \quad (2.39-f)$$

Burada  $\alpha_n$  ve  $\alpha_b$ , kayma gerilmelerinin kesit içinde dağılımlarını karakterize eden ve kesit şekliyle ilgili sabitlerdir. Çubuk malzemesinin izotrop olması durumunda kesit rijitlikleri (2.39) dan açıkça görüldüğü gibi, sadece kesit geometrisi ve çubuk malzemesine bağlı olan sabitlerden oluşmaktadır.

(2.38) denklemleri, kesitin  $G$  geometrik merkezi ve  $S$  kayma merkezinin üst üste düştüğü durumda, eğri eksenli uzaysal çubuğa ait





(2.40) integrali içindeki terimler ayrıldığında:

$$M_t = \int_A (\tau_{bt} n' - \tau_{nt} b') dA - \int_A \tau_{nt} S_b dA + \int_A \tau_{bt} S_n dA \quad (2.41)$$

ve integrallerin tarifi hatırlanırsa,

$$M_t = M_{tG} + S_b T_n - S_n T_b \quad (2.42)$$

bulunur. Bu eşitlik (2.38) bileşke bünye denklemlerinin dördüncüsünde yerine konulursa, birim burulma açısının G ve S in ayrık olması haline karşılık gelen ifadesi için (2.43) elde edilir.

$$w_t = \frac{M_t}{D_{tt}} + \frac{S_b T_n}{D_{tt}} - \frac{S_n T_b}{D_{tt}} \quad (2.43)$$

İzotrop ve elastik uzaysal çubuklara ait (2.38) bileşke bünye denklemlerinin Timoshenko kiriş teorisi kullanılarak elde edilmesi (Ek.B) de verilmektedir.

#### 2.1.6. $(\vec{t}, \vec{n}, \vec{b})$ Takımında İndirgenmiş Skaler Denklemler

(2.43) ile birlikte gözönüne alınacak (2.38) bileşke bünye denklemleri; (2.18) uygunluk denklemleri, (2.26) lineer momentum ve (2.35) açısal momentum denklemlerinde yerine konulursa, eğri eksenli uzaysal çubukların hareketini idare eden denklemlerde birim boyun şekil değiştirme ve dönme vektörleri yok edilir. Bu şekilde bilinmeyen sayısının azaltılması ile elde edilen denklemler, "indirgenmiş denklemler" adını alır.

(2.26) ve (2.35) hareket denklemlerindeki dış kuvvetler ve sabit ön yükleme kesit tesirlerinin  $(\vec{t}, \vec{n}, \vec{b})$  takımındaki skaler bileşenleri (2.44) de olduğu gibidir.

$$\vec{T}_O(t) = T_t^O \vec{t} + T_n^O \vec{n} + T_b^O \vec{b} \quad (2.44-a)$$

$$\vec{M}_O(t) = M_t^O \vec{t} + M_n^O \vec{n} + M_b^O \vec{b} \quad (2.44-b)$$

$$\vec{p}(s,t) = p_t \vec{t} + p_n \vec{n} + p_b \vec{b} \quad (2.44-c)$$

$$\vec{m}(s,t) = m_t \vec{t} + m_n \vec{n} + m_b \vec{b} \quad (2.44-d)$$

(2.26) ve (2.35) hareket denklemlerini skaler hale getirebilmek amacı ile gereken işlemler, (2.16), (2.17), (2.45) ve (2.46) ya benzer şekilde yapılabilir.

$$\begin{aligned} \vec{w} \times \vec{T}_o &= (T_b^o \frac{M_n}{D_{nn}} - T_n^o \frac{M_b}{D_{bb}}) \vec{t} \\ &+ \{ -T_b^o [\frac{M_t}{D_{tt}} + \frac{S_b}{D_{tt}} T_n - \frac{S_n}{D_{tt}} T_b] + T_t^o \frac{M_b}{D_{bb}} \} \vec{n} \\ &+ \{ T_n^o [\frac{M_t}{D_{tt}} + \frac{S_b}{D_{tt}} T_n - \frac{S_n}{D_{tt}} T_b] - T_t^o \frac{M_n}{D_{nn}} \} \vec{b} \end{aligned} \quad (2.45)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial U}{\partial s} \times \vec{T}_o &= \{ [\frac{\partial U_n}{\partial s} + \chi U_t - \tau U_b] T_b^o - [\frac{\partial U_b}{\partial s} + \tau U_n] T_n^o \} \cdot \vec{t} \\ &+ \{ [\frac{\partial U_b}{\partial s} + \tau U_n] T_t^o - [\frac{\partial U_t}{\partial s} - \chi U_n] T_b^o \} \cdot \vec{n} \\ &+ \{ -[\frac{\partial U_n}{\partial s} + \chi U_t - \tau U_b] T_t^o + [\frac{\partial U_t}{\partial s} - \chi U_n] T_n^o \} \cdot \vec{b} \end{aligned} \quad (2.46)$$

Yukarıdaki açıklamalar ile (2.18), (2.26), (2.35), (2.38) ve (2.43) denklemlerinden elde edilebilecek; sabit ön yüklemeye maruz eğri eksenli uzaysal çubukların hareketini idare eden skaler denklemler, toplu olarak (2.47) de gösterilmişlerdir. Bu denklemler yere göre birinci, zamana göre ikinci dereceden türevi olan 12 adet eş zamanlı kısmi diferansiyel denklemden oluşmaktadır.

$$\frac{\partial U_t}{\partial s} = \chi U_n + \frac{T_t}{C_{tt}} \quad (2.47-a)$$

$$\frac{\partial U_n}{\partial s} = -X U_t + \tau U_b + q_b + \frac{T_n}{C_{nn}} \quad (2.47-b)$$

$$\frac{\partial U_b}{\partial s} = -\tau U_n - q_n + \frac{T_b}{C_{bb}} \quad (2.47-c)$$

$$\frac{\partial Q_t}{\partial s} = X q_n + \frac{S_b}{D_{tt}} T_n - \frac{S_n}{D_{tt}} T_b + \frac{M_t}{D_{tt}} \quad (2.47-d)$$

$$\frac{\partial Q_n}{\partial s} = -X q_t + \tau q_b + \frac{M_n}{D_{nn}} \quad (2.47-e)$$

$$\frac{\partial Q_b}{\partial s} = -\tau q_n + \frac{M_b}{D_{bb}} \quad (2.47-f)$$

$$\frac{\partial T_t}{\partial s} = X T_n - \frac{T_b^0}{D_{nn}} M_n + \frac{T_n^0}{D_{bb}} M_b - p_t + \mu \frac{\partial^2 U_t}{\partial t^2} \quad (2.47-g)$$

$$\frac{\partial T_n}{\partial s} = -X T_t + \frac{S_b T_b^0}{D_{tt}} T_n + (\tau - \frac{S_n T_b^0}{D_{tt}}) T_b + \frac{T_b^0}{D_{tt}} M_t - \frac{T_t^0}{D_{bb}} M_b - p_n + \mu \frac{\partial^2 U_n}{\partial t^2} \quad (2.47-h)$$

$$\frac{\partial T_b}{\partial s} = -(\frac{S_b T_n^0}{D_{tt}} + \tau) T_n + \frac{S_n T_n^0}{D_{tt}} T_b - \frac{T_n^0}{D_{tt}} M_t + \frac{T_t^0}{D_{nn}} M_n - p_b + \mu \frac{\partial^2 U_b}{\partial t^2} \quad (2.47-i)$$

$$\frac{\partial M_t}{\partial s} = -T_n^0 q_n - T_b^0 q_b - \frac{T_b^0}{C_{nn}} T_n + \frac{T_n^0}{C_{bb}} T_b + (X - \frac{M_b^0}{D_{nn}}) M_n + \frac{M_n^0}{D_{bb}} M_b - m_t + \mu k_t^2 \frac{\partial^2 Q_t}{\partial t^2} \quad (2.47-j)$$

$$\frac{\partial M_n}{\partial s} = T_t^0 q_n + \frac{T_b^0}{C_{tt}} T_t + (1 - \frac{T_t^0}{C_{bb}}) T_b + (\frac{M_b^0}{D_{tt}} - X) M_t + (\tau - \frac{M_t^0}{D_{bb}}) M_b + T_b^0 - m_n + \mu k_n^2 \frac{\partial^2 Q_n}{\partial t^2} \quad (2.47-k)$$

$$\frac{\partial M_b}{\partial s} = T_t^0 q_b - \frac{T_n^0}{C_{tt}} T_t + (\frac{T_t^0}{C_{nn}} - 1) T_n - \frac{M_n^0}{D_{tt}} M_t + (\frac{M_t^0}{D_{nn}} - \tau) M_n - T_n^0 - m_b + \mu k_b^2 \frac{\partial^2 Q_b}{\partial t^2} \quad (2.47-l)$$

(2.47) denklemlerinde, ön yüklemenin olmadığı  $\vec{T}_0=0$  ve  $\vec{M}_0=0$  olması özel haline karşılık gelen denklemler aşağıda olduğu gibidir (KIRAL ve ERTEPINAR,1974).

$$\frac{\partial U_t}{\partial s} = \chi U_n + \frac{T_t}{C_{tt}} \quad (2.48-a)$$

$$\frac{\partial U_n}{\partial s} = -\chi U_t + \tau U_b + \Omega_b + \frac{T_n}{C_{nn}} \quad (2.48-b)$$

$$\frac{\partial U_b}{\partial s} = -\tau U_n - \Omega_n + \frac{T_b}{C_{bb}} \quad (2.48-c)$$

$$\frac{\partial \Omega_t}{\partial s} = \chi \Omega_n + \frac{S_b}{D_{tt}} T_n - \frac{S_n}{D_{tt}} T_b + \frac{M_t}{D_{tt}} \quad (2.48-d)$$

$$\frac{\partial \Omega_n}{\partial s} = -\chi \Omega_t + \tau \Omega_b + \frac{M_n}{D_{nn}} \quad (2.48-e)$$

$$\frac{\partial \Omega_b}{\partial s} = -\tau \Omega_n + \frac{M_b}{D_{bb}} \quad (2.48-f)$$

$$\frac{\partial T_t}{\partial s} = \chi T_n - p_t + \mu \frac{\partial^2 U_t}{\partial t^2} \quad (2.48-g)$$

$$\frac{\partial T_n}{\partial s} = -\chi T_t + \tau T_b - p_n + \mu \frac{\partial^2 U_n}{\partial t^2} \quad (2.48-h)$$

$$\frac{\partial T_b}{\partial s} = -\tau T_n - p_b + \mu \frac{\partial^2 U_b}{\partial t^2} \quad (2.48-i)$$

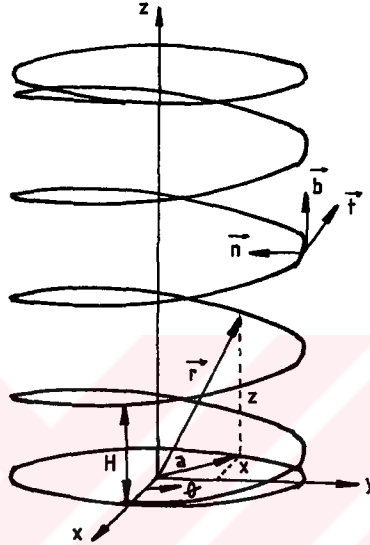
$$\frac{\partial M_t}{\partial s} = \chi M_n - m_t + \mu k_t^2 \frac{\partial^2 \Omega_t}{\partial t^2} \quad (2.48-j)$$

$$\frac{\partial M_n}{\partial s} = T_b - \chi M_t + \tau M_b - m_n + \mu k_n^2 \frac{\partial^2 \Omega_n}{\partial t^2} \quad (2.48-k)$$

$$\frac{\partial M_b}{\partial s} = -T_n - \tau M_n - m_b + \mu k_b^2 \frac{\partial^2 \Omega_b}{\partial t^2} \quad (2.48-l)$$

## 2.2. Eksenel Ön Basıncı Altındaki Silindirik Helisel Çubukların Hareket Denklemleri

### 2.2.1. Silindirik Helisel Bir Çubuğun Geometrisi



**Sekil:2.8.** Daire tabanlı helisel çubuğun geometrisi.

Silindire sarılmış bir helisin parametrik denklemi;  $a$  helisin sarıldığı silindirin yarıçapı,  $\theta$  silindirin taban dairesinde  $x$ -ekseninden itibaren ölçülen açı olmak üzere (2.49) ile verilir:

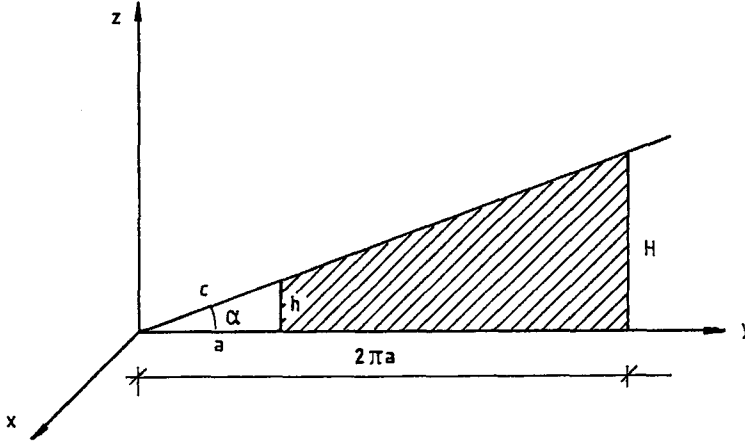
$$\begin{aligned} x &= a \cos \theta \\ y &= a \sin \theta \\ z &= h \theta \end{aligned} \quad (2.49)$$

Birim radyanlık açıya karşılık gelen yükselme değeri olarak tanımlanan  $h$  helis adımı, helisin bir sarım sonraki yükselme miktarını gösteren  $H$  değerine (2.50) ile bağlıdır. (2.49) dan, helis adımının sıfır olması durumunda, helis eğrisinin daire çemberine dönüşeceği açıkça görülmektedir.

$$h = H/2\pi \quad (2.50)$$

Helis, silindir yüzeyi açıldığında,  $y$ - $z$  düzleminde bir doğru halini alır (Sekil 2.9). Bu doğrunun taban çizgisine göre eğimi (2.51)

ile verilmiştir. Bu eğim aynı zamanda, helisin x-y düzlemine olan eğimine eşittir.



Sekil:2.9. Helis eğrisinin y-z düzlemindeki durumu.

$$\tan\alpha = H/2\pi a = h/a \tag{2.51}$$

Şekil (2.9) daki geometrik ilişkilerden:

$$\begin{aligned} \sin\alpha &= h/c \\ \cos\alpha &= a/c \end{aligned} \tag{2.52}$$

$$c = (a^2 + h^2)^{1/2}$$

yazılabilir. Helisel çubuğa ait ds elemanı, (2.49) helise ait parametrik denklem ve (2.51) deki c sabitinin tanımıyla aşağıdaki gibi elde edilebilir. Bu ifadeden heliste a,h,c parametrelerinden ikisinin serbestçe seçilebileceği anlaşılmaktadır.

$$\begin{aligned} ds &= (dx^2 + dy^2 + dz^2)^{1/2} \\ &= [(- a \sin\theta)^2 + (a \cos\theta)^2 + (h)^2]^{1/2} d\theta \\ &= (a^2 + h^2)^{1/2} d\theta = c d\theta \end{aligned} \tag{2.53}$$

$(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ , (x,y,z) eksenleri doğrultusunda seçilen sabit birim vektörler olmak üzere; helis eğrisi üzerinde bir noktanın yer vektörü  $\vec{r}$ , helisin parametrik denkleminin yardımıyla aşağıda olduğu gibi yazılır.

$$\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k} = (a\cos\theta)\vec{i} + (a\sin\theta)\vec{j} + (h\theta)\vec{k} \quad (2.54)$$

(2.53). (2.54) ve  $(\vec{t}, \vec{n}, \vec{b})$  vektörlerinin yer vektörüne diferansiyel bağımlı (2.2), (2.3), (2.4) tanımları yardımıyla ;  $\theta$  değişkeni cinsinden, heliste  $(\vec{t}, \vec{n}, \vec{b})$  hareketli üçlüsü ile  $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  arasındaki ilişki aşağıdaki gibidir.

$$\begin{aligned} \vec{t} &= \left(-\frac{a}{c}\sin\theta\right)\vec{i} + \left(\frac{a}{c}\cos\theta\right)\vec{j} + \left(\frac{h}{c}\right)\vec{k} \\ \vec{n} &= (-\cos\theta)\vec{i} + (-\sin\theta)\vec{j} \\ \vec{b} &= \left(\frac{h}{c}\sin\theta\right)\vec{i} + \left(-\frac{h}{c}\cos\theta\right)\vec{j} + \left(\frac{a}{c}\right)\vec{k} \end{aligned} \quad (2.55)$$

$\alpha$  helis yükselme açısı cinsinden aynı ifadenin diğer bir şekli. (2.56) da olduğu gibidir.

$$\begin{aligned} \vec{t} &= (-\cos\alpha\sin\theta)\vec{i} + (\cos\alpha\cos\theta)\vec{j} + (\sin\alpha)\vec{k} \\ \vec{n} &= (-\cos\theta)\vec{i} + (-\sin\theta)\vec{j} \\ \vec{b} &= (\sin\alpha\sin\theta)\vec{i} + (-\sin\alpha\cos\theta)\vec{j} + (\cos\alpha)\vec{k} \end{aligned} \quad (2.56)$$

Helisteki eğrilikler için (2.5) den,

$$\chi = \frac{a}{a^2 + h^2} = a/c^2 = \text{sabit} \quad (2.57-a)$$

$$\tau = \frac{h}{a^2 + h^2} = h/c^2 = \text{sabit} \quad (2.57-b)$$

yazılabilir. Helisel çubuğa ait ds elemanının (2.53) deki ve eğriliklerin (2.57) deki tanımlarından yararlanılarak; helis eksenli çubuktaki (2.5) Frenét formüllerinin  $\theta$  parametrisine bağlı ifadesi için aşağıdaki eşitlikler yazılabilir.

$$\begin{aligned} d\vec{t}(\theta)/d\theta &= (a/c)\vec{n}(\theta) \\ d\vec{n}(\theta)/d\theta &= (h/c)\vec{b}(\theta) - (a/c)\vec{t}(\theta) \\ d\vec{b}(\theta)/d\theta &= - (h/c)\vec{n}(\theta) \end{aligned} \quad (2.58)$$



### 2.2.1. Skaler Formda İndirgenmiş Denklem Takımları

Şimdi, Bölüm (2.1.6) da çıkartılan eşitliklerde çubuk elemanın, eğriliği ve tabii burulması sabit olan helisel bir eksene sahip olduğu göz önüne alınacaktır. Eğri eksenli ön yüke maruz uzaysal çubukların hareketini idare eden (2.47) denklemlerinde helis için ds uzunluk elemanının (2.53) teki, helis eğriliklerinin (2.57) deki ifadelerinin yerlerine konulması ile; silindirik dairesel helis eksenli çubukların skaler hareket denklemleri (2.59) da olduğu şekilde elde edilmiş olur.

$$\frac{\partial U}{\partial \theta} = \frac{a}{c} U_n + \frac{c}{C_{tt}} T_t \quad (2.59-a)$$

$$\frac{\partial U}{\partial \theta} = -\frac{a}{c} U_t + \frac{h}{c} U_b + c \alpha_b + \frac{c}{C_{nn}} T_n \quad (2.59-b)$$

$$\frac{\partial U}{\partial \theta} = -\frac{h}{c} U_n - c \alpha_n + \frac{c}{C_{bb}} T_b \quad (2.59-c)$$

$$\frac{\partial Q}{\partial \theta} = \frac{a}{c} Q_n + \frac{c S_b}{D_{tt}} T_n - \frac{c S_n}{D_{tt}} T_b + \frac{c}{D_{tt}} M_t \quad (2.59-d)$$

$$\frac{\partial Q}{\partial \theta} = -\frac{a}{c} Q_t + \frac{h}{c} Q_b + \frac{c}{D_{nn}} M_n \quad (2.59-e)$$

$$\frac{\partial Q}{\partial \theta} = -\frac{h}{c} Q_n + \frac{c}{D_{bb}} M_b \quad (2.59-f)$$

$$\frac{\partial T}{\partial \theta} = \frac{a}{c} T_n - \frac{c T_b^0}{D_{nn}} M_n + \frac{c T_n^0}{D_{bb}} M_b - c p_t + c \mu \frac{\partial^2 U}{\partial t^2} \quad (2.59-g)$$

$$\frac{\partial T}{\partial \theta} = -\frac{a}{c} T_t + \frac{c S_b T_b^0}{D_{tt}} T_n + \left( \frac{h}{c} - \frac{c S_n T_b^0}{D_{tt}} \right) T_b + \frac{c T_b^0}{D_{tt}} M_t - \frac{c T_t^0}{D_{bb}} M_b - c p_n + c \mu \frac{\partial^2 U}{\partial t^2} \quad (2.59-h)$$

$$\frac{\partial T_b}{\partial \theta} = -\left(\frac{cS_b T_n^0}{D_{tt}} + \frac{h}{c}\right) T_n + \frac{cS_n T_n^0}{D_{tt}} T_b - \frac{cT_n^0}{D_{tt}} M_t + \frac{cT_t^0}{D_{nn}} M_n - c p_b + c\mu \frac{\delta^2 U_b}{\delta t^2} \quad (2.59-i)$$

$$\frac{\partial M_t}{\partial \theta} = -cT_n^0 Q_n - cT_b^0 Q_b - \frac{cT_b^0}{C_{nn}} T_n + \frac{cT_n^0}{C_{bb}} T_b + \left(\frac{a}{c} - \frac{cM_b^0}{D_{nn}}\right) M_n + \frac{cM_n^0}{D_{bb}} M_b - c m_t + c\mu k_t^2 \frac{\delta^2 Q_t}{\delta t^2} \quad (2.59-j)$$

$$\frac{\partial M_n}{\partial \theta} = cT_t^0 Q_n + \frac{cT_b^0}{C_{tt}} T_t + \left(c - \frac{cT_t^0}{C_{bb}}\right) T_b + \left(\frac{cM_b^0}{D_{tt}} - \frac{a}{c}\right) M_t + \left(\frac{h}{c} - \frac{cM_t^0}{D_{bb}}\right) M_b + cT_b^0 - c m_n + c\mu k_n^2 \frac{\delta^2 Q_n}{\delta t^2} \quad (2.59-k)$$

$$\frac{\partial M_b}{\partial \theta} = cT_t^0 Q_b - \frac{cT_n^0}{C_{tt}} T_t + \left(\frac{cT_t^0}{C_{nn}} - c\right) T_n - \frac{cM_n^0}{D_{tt}} M_t + \left(\frac{cM_t^0}{D_{nn}} - \frac{h}{c}\right) M_n - cT_n^0 - c m_b + c\mu k_b^2 \frac{\delta^2 Q_b}{\delta t^2} \quad (2.59-l)$$

Çubuk kesitinin kayma (burulma) merkezi ile, G geometrik merkezinin çakıştığı kabulü ve kesitle ilgili rijitliklerin (2.39) daki tanımları ile (2.59) denklemleri (2.60) daki halini alır.

$$\frac{\partial U_t}{\partial \theta} = \frac{a}{c} U_n + \frac{c}{EA} T_t \quad (2.60-a)$$

$$\frac{\partial U_n}{\partial \theta} = -\frac{a}{c} U_t + \frac{h}{c} U_b + c Q_b + \frac{\alpha_n c}{GA} T_n \quad (2.60-b)$$

$$\frac{\partial U_b}{\partial \theta} = -\frac{h}{c} U_n - c Q_n + \frac{\alpha_b c}{GA} T_b \quad (2.60-c)$$

$$\frac{\partial Q_t}{\partial \theta} = \frac{a}{c} Q_n + \frac{c}{GJ_b} M_t \quad (2.60-d)$$

$$\frac{\partial Q_n}{\partial \theta} = -\frac{a}{c} Q_t + \frac{h}{c} Q_b + \frac{c}{EI_n} M_n \quad (2.60-e)$$

$$\frac{\partial Q_b}{\partial \theta} = -\frac{h}{c} Q_n + \frac{c}{EI_b} M_b \quad (2.60-f)$$

$$\frac{\partial T}{\partial \theta} = \frac{a}{c} T_n - \frac{c T_b^0}{EI_n} M_n + \frac{c T_n^0}{EI_b} M_b - c p_t + c \mu \frac{\partial^2 U_t}{\partial t^2} \quad (2.60-g)$$

$$\frac{\partial T}{\partial \theta} = -\frac{a}{c} T_t + \frac{h}{c} T_b + \frac{c T_b^0}{GJ_b} M_t - \frac{c T_t^0}{EI_b} M_b - c p_n + c \mu \frac{\partial^2 U_n}{\partial t^2} \quad (2.60-h)$$

$$\frac{\partial T}{\partial \theta} = -\frac{h}{c} T_n - \frac{c T_n^0}{GJ_b} M_t + \frac{c T_t^0}{EI_n} M_n - c p_b + c \mu \frac{\partial^2 U_b}{\partial t^2} \quad (2.60-i)$$

$$\frac{\partial M}{\partial \theta} = -c T_n^0 \alpha_n - c T_b^0 \alpha_b - \frac{\alpha_n c T_b^0}{GA} T_n + \frac{\alpha_b c T_n^0}{GA} T_b + \left( \frac{a}{c} - \frac{c M_b^0}{EI_n} \right) M_n + \frac{c M_n^0}{EI_b} M_b - c a_t + c \mu k_t^2 \frac{\partial^2 \alpha_t}{\partial t^2} \quad (2.60-j)$$

$$\frac{\partial M}{\partial \theta} = c T_t^0 \alpha_n + \frac{c T_b^0}{EA} T_t + \left( c - \frac{\alpha_b c T_t^0}{GA} \right) T_b + \left( \frac{c M_b^0}{GJ_b} - \frac{a}{c} \right) M_t + \left( \frac{h}{c} - \frac{c M_t^0}{EI_b} \right) M_b + c T_b^0 - c m_n + c \mu k_n^2 \frac{\partial^2 \alpha_n}{\partial t^2} \quad (2.60-k)$$

$$\frac{\partial M}{\partial \theta} = c T_t^0 \alpha_b - \frac{c T_n^0}{EA} T_t + \left( -\frac{\alpha_n c T_t^0}{GA} - c \right) T_n - \frac{c M_n^0}{GJ_b} M_t + \left( \frac{c M_t^0}{EI_n} - \frac{h}{c} \right) M_n - c T_n^0 - c m_b + c \mu k_b^2 \frac{\partial^2 \alpha_b}{\partial t^2} \quad (2.60-l)$$

Şimdi ön yüklemenin, silindir eksenini doğrultusunda helisi basmaya çalışan  $P_0$  şiddetinde bir tekil yük ile gerçekleştirildiğini düşünelim. Şekil (2.10) da görülen  $P_0$  yükü nedeniyle, helisel çubuğun kesitinde meydana gelen ve çubuk boyunca değeri sabit olan kesit tesirleri aşağıdaki gibi yazılabilir.

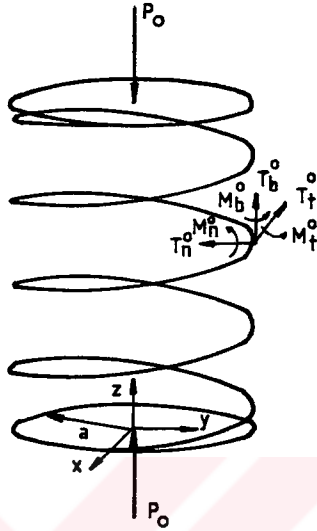
$$T_t^0 = -P_0 \sin \alpha \quad (2.61-a)$$

$$T_b^0 = -P_0 \cos \alpha \quad (2.61-b)$$

$$M_t^0 = -P_0 a \cos \alpha \quad (2.61-c)$$

$$M_b^0 = P_0 a \sin \alpha \quad (2.61-d)$$

$$T_n^0 = M_n^0 = 0 \quad (2.61-e)$$



**Sekil:2.10.**  $P_0$  aksenal basınç kuvveti ile yüklenmiş silindirik helisel çubuk.

Nihayet, ön basınçtan meydana gelen sabit kesit tesirlerinin (2.61) deki ifadelerinin, (2.60) da yerlerine konulması ile; silindirik helisel çubukların  $S$  ve  $G$  nin üstüste düşmesi haline karşılık gelen skaler hareket denklemleri (2.62) de olduğu şekilde elde edilmiş olur.

$$\frac{\partial U_t}{\partial \theta} = \frac{a}{c} U_n + \frac{c}{EA} T_t \quad (2.62-a)$$

$$\frac{\partial U_n}{\partial \theta} = -\frac{a}{c} U_t + \frac{h}{c} U_b + c \alpha_b + \frac{\alpha_n c}{GA} T_n \quad (2.62-b)$$

$$\frac{\partial U_b}{\partial \theta} = -\frac{h}{c} U_n - c \alpha_n + \frac{\alpha_b c}{GA} T_b \quad (2.62-c)$$

$$\frac{\partial \alpha_t}{\partial \theta} = \frac{a}{c} \alpha_n + \frac{c}{GJ_b} M_t \quad (2.62-d)$$

$$\frac{\partial \Omega_n}{\partial \theta} = -\frac{a}{c} \Omega_t + \frac{h}{c} \Omega_b + \frac{c}{EI_n} M_n \quad (2.62-e)$$

$$\frac{\partial \Omega_b}{\partial \theta} = -\frac{h}{c} \Omega_n + \frac{c}{EI_b} M_b \quad (2.62-f)$$

$$\frac{\partial T_t}{\partial \theta} = \frac{a}{c} T_n + \frac{cP_o \text{Cosa}}{EI_n} M_n - cP_t + c\mu \frac{\partial^2 U_t}{\partial t^2} \quad (2.62-g)$$

$$\frac{\partial T_n}{\partial \theta} = -\frac{a}{c} T_t + \frac{h}{c} T_b - \frac{cP_o \text{Cosa}}{GJ_b} M_t + \frac{cP_o \text{Sina}}{EI_b} M_b - cP_n + c\mu \frac{\partial^2 U_n}{\partial t^2} \quad (2.62-h)$$

$$\frac{\partial T_b}{\partial \theta} = -\frac{h}{c} T_n - \frac{cP_o \text{Sina}}{EI_n} M_n - cP_b + c\mu \frac{\partial^2 U_b}{\partial t^2} \quad (2.62-i)$$

$$\frac{\partial M_t}{\partial \theta} = cP_o \text{Cosa} \Omega_b + \frac{\alpha cP_o \text{Cosa}}{GA} T_n + \left( \frac{a}{c} - \frac{cP_o a \text{Sina}}{EI_n} \right) M_n - cM_t + c\mu k_t^2 \frac{\partial^2 \Omega_t}{\partial t^2} \quad (2.62-j)$$

$$\frac{\partial M_n}{\partial \theta} = -cP_o \text{Sina} \Omega_n - \frac{cP_o \text{Cosa}}{EA} T_t + \left( c + \frac{\alpha cP_o \text{Sina}}{GA} \right) T_b + \left( \frac{cP_o a \text{Sina}}{GJ_b} - \frac{a}{c} \right) M_t + \left( \frac{h}{c} + \frac{cP_o a \text{Cosa}}{EI_b} \right) M_b - cM_n + c\mu k_n^2 \frac{\partial^2 \Omega_n}{\partial t^2} \quad (2.62-k)$$

$$\frac{\partial M_b}{\partial \theta} = -cP_o \text{Sina} \Omega_b - \left( \frac{\alpha cP_o \text{Sina}}{GA} + c \right) T_n - \left( \frac{cP_o a \text{Cosa}}{EI_n} + \frac{h}{c} \right) M_n - cM_b + c\mu k_b^2 \frac{\partial^2 \Omega_b}{\partial t^2} \quad (2.62-l)$$

## 2.3. Silindirik Helisel Çubukların Statığı

### 2.3.1. Silindirik Helisel Çubukların Statik Denklemleri

Dış yükler zamanla değişmiyor ise (2.62) denklemlerinde, atalet kuvvetlerinin sıfır olarak alınması ile; sistemin statik davranışını idare eden denklemler bulunur. Bu şekilde elde edilen skaler denklemlerdeki kesit büyüklükleri ve dış yüklerin ( $\vec{t}, \vec{n}, \vec{b}$ ) takımındaki skaler bileşenleri.

$$\begin{aligned}\bar{T} &= \frac{c^2}{EI_n} T \\ \bar{M} &= \frac{c}{EI_n} M \\ \bar{p} &= \frac{c^3}{EI_n} p \\ \bar{m} &= \frac{c^2}{EI_n} m \\ \bar{U} &= (1/c)U \\ \bar{\Omega} &= \Omega\end{aligned}\tag{2.63}$$

eşitlikleri yardımı ile,  $c$  sabiti ve kesitin  $\vec{n}$  eksenine göre eğilme rijitliğine bağlı olarak boyutsuz yapılabilir. Ön yükün gözönüne alınmaması haline ( $P_o=0$ ) karşılık gelen silindirik helisel çubuğun statik davranışını idare eden, indirgenmiş denklemler (2.64) de boyutsuz olarak verilmektedir.

$$\frac{d\bar{U}_t}{d\theta} = \frac{a}{c} \bar{U}_n + \frac{I_n}{Ac^2} \bar{T}_t\tag{2.64-a}$$

$$\frac{d\bar{U}_n}{d\theta} = -\frac{a}{c} \bar{U}_t + \frac{h}{c} \bar{U}_b + \bar{\Omega}_b + \frac{\alpha_n EI_n}{GAc^2} \bar{T}_n\tag{2.64-b}$$

$$\frac{d\bar{U}_b}{d\emptyset} = -\frac{h}{c} \bar{U}_n - \bar{\Omega}_n + \frac{\alpha_b EI_n}{GAc^2} \bar{T}_b \quad (2.64-c)$$

$$\frac{d\bar{\Omega}_t}{d\emptyset} = \frac{a}{c} \bar{\Omega}_n + \frac{EI_n}{GJ_b} \bar{M}_t \quad (2.64-d)$$

$$\frac{d\bar{\Omega}_n}{d\emptyset} = -\frac{a}{c} \bar{\Omega}_t + \frac{h}{c} \bar{\Omega}_b + \bar{M}_n \quad (2.64-e)$$

$$\frac{d\bar{\Omega}_b}{d\emptyset} = -\frac{h}{c} \bar{\Omega}_n + \frac{I_n}{I_b} \bar{M}_b \quad (2.64-f)$$

$$\frac{d\bar{T}_t}{d\emptyset} = \frac{a}{c} \bar{T}_n - \bar{p}_t \quad (2.64-g)$$

$$\frac{d\bar{T}_n}{d\emptyset} = -\frac{a}{c} \bar{T}_t + \frac{h}{c} \bar{T}_b - \bar{p}_n \quad (2.64-h)$$

$$\frac{d\bar{T}_b}{d\emptyset} = -\frac{h}{c} \bar{T}_n - \bar{p}_b \quad (2.64-i)$$

$$\frac{d\bar{M}_t}{d\emptyset} = \frac{a}{c} \bar{M}_n - \bar{m}_t \quad (2.64-j)$$

$$\frac{\partial \bar{M}_n}{\partial \emptyset} = \bar{T}_b - \frac{a}{c} \bar{M}_t + \frac{h}{c} \bar{M}_b - \bar{m}_n \quad (2.64-k)$$

$$\frac{\partial \bar{M}_b}{\partial \emptyset} = \bar{T}_n - \frac{h}{c} \bar{M}_n - \bar{m}_b \quad (2.64-l)$$

(2.64) denklemleri; sistemin dengesini, uygunluk şartlarını ve Hooke kanunlarını içermektedir. Yere göre birinci dereceden diferansiyel bağımlı, eş zamanlı ve lineer olan bu denklemlerin (2.64) ifadeleri "sistem denklemlerinin kanonik gösterilişi" olarak adlandırılır.

Uzaysal bir çubuğa ait herhangi bir kesitte, hepsinin birinci türevleri mevcut olduğu kabul edilen 12 adet büyüklük bulunmaktadır. Bu büyüklükler, durum vektörü olarak adlandıracağımız  $\{S(\emptyset)\}$  kolon matrisinin bileşenleri olsun.

$$\{S(\emptyset)\} = \{ U_t, U_n, U_b, \Omega_t, \Omega_n, \Omega_b, T_t, T_n, T_b, M_t, M_n, M_b \}^T \quad (2.65)$$

(2.64) kanonik denklemlerinin homojen hali ( $\dot{p}=0$  ve  $\dot{m}=0$ ), kesit büyüklüklerinin katsayıları için  $d_{ij}$  ( $i=1,12; j=1,12$ ) sembollerinin kullanılmasıyla,

$$\begin{aligned} \frac{dU_t}{d\emptyset} &= d_{1,1} U_t(\emptyset) + d_{1,2} U_n(\emptyset) + d_{1,3} U_b(\emptyset) + \dots + d_{1,12} M_b(\emptyset) \\ \frac{dU_n}{d\emptyset} &= d_{2,1} U_t(\emptyset) + d_{2,2} U_n(\emptyset) + d_{2,3} U_b(\emptyset) + \dots + d_{2,12} M_b(\emptyset) \\ &\dots \dots \dots \quad (2.66) \\ &\dots \dots \dots \\ \frac{dM_b}{d\emptyset} &= d_{12,1} U_t(\emptyset) + d_{12,2} U_n(\emptyset) + d_{12,3} U_b(\emptyset) + \dots + d_{12,12} M_b(\emptyset) \end{aligned}$$

şeklinde ifade edilirler. Bu denklemlerdeki  $d_{i,j}$  katsayıları, [D] ile gösterilen ve diferansiyel geçiş matrisi adı verilen bir kare matrisin elemanları olsun (INAN,1964). [D] matrisinin ve {S} durum vektörünün yukardaki tanımları kullanıldığında (2.64) skaler denklem takımının matris formu aşağıdaki gibi olur.

$$\frac{d\{S(\emptyset)\}}{d\emptyset} = [D] \{S(\emptyset)\} \quad (2.67)$$

Türev tanımından hareketle bu denklem,

$$\frac{d\{S(\emptyset)\}}{d\emptyset} = \frac{\{S(\emptyset+d\emptyset)\} - \{S(\emptyset)\}}{d\emptyset} \quad (2.68)$$

şeklinde yazılabilir. Buradan,

$$\{S(\emptyset+d\emptyset)\} = \{S(\emptyset)\} + ([D] \{S(\emptyset)\}) d\emptyset \quad (2.69)$$

( $\emptyset$ ) ve ( $\emptyset+d\emptyset$ ) arasındaki ilişkiyi belirten bir eşitlik elde edilir. Bu ifadenin yardımı ile, (2.64) denklemlerinde  $\emptyset$  ye karşılık gelen kesite ait büyüklüklerden, istenilen bir kesitteki büyüklüklere, çok sayıda sonsuz küçük adımlarla geçmek mümkün olmaktadır.



## 2.3.2. Taşıma Matrisi Metodu

### 2.3.2.1. Tanım

Başlangıç olarak seçilen ve durum vektörünün bileşenlerinin bilindiği  $\varnothing=\varnothing_1$  kesitinden, istenilen herhangi bir  $\varnothing=\varnothing_2$  kesitine ait durum vektörünün bileşenlerini (2.69) da olduğu gibi çok sayıda ara geçiş ile elde etmenin yerine: tek bir integral geçiş ile bulmayı sağlayan matrise "taşıma matrisi" adı verilir ve aşağıdaki gibi tarif edilir.

$$\{S(\varnothing_2)\} = [F(\varnothing_2-\varnothing_1)]\{S(\varnothing_1)\} \quad (2.70)$$

(2.70) eşitliğinin sağ tarafındaki kolon matris  $\{S(\varnothing_1)\}$ ,  $\varnothing=\varnothing_1$  kesitindeki yani "başlangıçtaki durum vektörü" adını alır. (2.70) in  $\varnothing_1=0$  ve  $\varnothing_2=\varnothing$  özel haline karşılık gelen formu aşağıda olduğu gibidir.

$$\{S(\varnothing)\} = [F(\varnothing)]\{S(0)\} \quad (2.71)$$

Uzaysal bir çubukta, taşıma matrisi (12x12) mertebesinde bir kare matristir. Silindirik helisel çubuklarda, kayma deformasyonlarının ihmal edildiği ve ön yüklemenin gözönüne alınmadığı hal için; statik taşıma matrisinin analitik ifadesi literatürde mevcuttur (CINEMRE,1960 ; INAN,1966). Bu hal için, taşıma matrisinin  $(\vec{t}, \vec{n}, \vec{b})$  takımında kapalı ifadesinin elde edilmesi (Ek.C) de verilmiştir.

### 2.3.2.2. Taşıma Matrisinin özellikleri

Taşıma matrisinin özellikleri şu şekilde sıralanabilir:

a)  $\{S(\varnothing)\}$  ile  $[F(\varnothing)]$  (2.72) de ifade edilen aynı tipteki diferansiyel denklemi sağlar.

$$\frac{d\{S(\varnothing)\}}{d\varnothing} = [D]\{S(\varnothing)\} \quad (2.72-a)$$

$$\frac{d[F(\emptyset)]}{d\emptyset} = [D][F(\emptyset)] \quad (2.72-b)$$

b) Sıfır argümanlı taşıma matrisi, birim matrise eşittir.

$$[F(0)] = [I] \quad (2.73)$$

c) Diferansiyel geçiş matrisinin elemanlarının sabit olması durumunda,  $\emptyset_1$  ve  $\emptyset_2$  argümanlarına karşılık gelen elemana ait taşıma matrisleri arasında (2.74) deki ilişki mevcuttur. Bu ilişki özellikle çok sargılı helislerde, taşıma matrisinin etkin bir biçimde elde edilmesinde yararlı olmaktadır.

$$[F(\emptyset_1)] [F(\emptyset_2)] = [F(\emptyset_1 + \emptyset_2)] \quad (2.74)$$

d) (2.74) de  $(\emptyset_1 = -\emptyset_2)$  konularak,

$$[F(\emptyset_1)] [F(-\emptyset_1)] = [F(\emptyset_1 - \emptyset_1)] = [I] \quad (2.75)$$

ve buradan da,

$$[F^{-1}(\emptyset_1)] = [F(-\emptyset_1)] \quad (2.76)$$

elde edilir. Bu özellik ise, elde edilen taşıma matrislerinin doğruluğunun kontrol edilmesinde kullanılabilir.

e-) Durum vektörü elemanlarının (2.77) şeklinde dizilmeleri durumunda; elde edilen taşıma matrisinin elemanları matrisin sol üst köşeden sağ alt köşeye olan diyagonaline göre. Çizelge (2.1) de olduğu gibi simetrik olmaktadır.

$$\{S(\emptyset)\} = \{U_t, U_n, U_b, \Omega_t, \Omega_n, \Omega_b, M_b, M_n, M_t, T_b, T_n, T_t\}^T \quad (2.77)$$

**Cizelge:2.1.** Taşıma matrisinde simetri özelliği.

$U_t$	$U_n$	$U_b$	$\Omega_t$	$\Omega_n$	$\Omega_b$	$M_b$	$M_n$	$M_t$	$T_b$	$T_n$	$T_t$	
1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6	1,12	1,11	1,10	1,9	1,8	1,7	$U_t$
2,1	2,2	2,3	2,4	2,5	2,6	2,12	2,11	2,10	2,9	2,8	2,7	$U_n$
3,1	3,2	3,3	3,4	3,5	3,6	3,12	3,11	3,10	3,9	3,8	3,7	$U_b$
4,1	4,2	4,3	4,4	4,5	4,6	4,12	4,11	4,10	4,9	4,8	4,7	$\Omega_t$
5,1	5,2	5,3	5,4	5,5	5,6	5,12	5,11	5,10	5,9	5,8	5,7	$\Omega_n$
6,1	6,2	6,3	6,4	6,5	6,6	6,12	6,11	6,10	6,9	6,8	6,7	$\Omega_b$
12,1	12,2	12,3	12,4	12,5	12,6	12,12	12,11	12,10	12,9	12,8	12,7	$M_b$
11,1	11,2	11,3	11,4	11,5	11,6	11,12	11,11	11,10	11,9	11,8	11,7	$M_n$
10,1	10,2	10,3	10,4	10,5	10,6	10,12	10,11	10,10	10,9	10,8	10,7	$M_t$
9,1	9,2	9,3	9,4	9,5	9,6	9,12	9,11	9,10	9,9	9,8	9,7	$T_b$
8,1	8,2	8,3	8,4	8,5	8,6	8,12	8,11	8,10	8,9	8,8	8,7	$T_n$
7,1	7,2	7,3	7,4	7,5	7,6	7,12	7,11	7,10	7,9	7,8	7,7	$T_t$

### 2.3.2.3. Taşıma Matrisinin, Diferansiyel Geçiş Matrisinden Elde Edilmesi

n inci dereceden [D] kare matrisi için Cayley-Hamilton denklemi, [I] birim matris olmak üzere,

$$[D]^n + p_{n-1} [D]^{n-1} + p_{n-2} [D]^{n-2} + \dots + p_1 [D] + p_0 [I] = 0 \quad (2.78)$$

şeklinde ifade edilir. Burada  $p_i$  ler, [D] matrisinin karakteristik denkleminin katsayılarıdır. [D] nin karakteristik denklemi,

$$\begin{aligned}
|[D] - \lambda[I]| &= \begin{vmatrix} d_{1,1} - \lambda & d_{1,2} & d_{1,3} & \dots & d_{1,n} \\ d_{2,1} & d_{2,2} - \lambda & d_{2,3} & \dots & d_{2,n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ d_{n,1} & d_{n,2} & d_{n,3} & \dots & d_{n,n} - \lambda \end{vmatrix} \\
&= \lambda^n + p_{n-1} \lambda^{n-1} + p_{n-2} \lambda^{n-2} + \dots + p_1 \lambda + p_0 = 0 \quad (2.79)
\end{aligned}$$

olarak elde edilir. Cayley-Hamilton teoremi, herhangi bir kare matrisin kendi öz (karakteristik) denklemini sağladığını ifade etmektedir.

**2.3.2.3.1. [D] nin Değişken Olması Hali**

Bu durum  $|[D] - \lambda[I]| = 0$  determinantına ait köklerin bulunamadığı hale, veya başka bir deyişle çubuk kesitinin eksen boyunca değişken olması haline tekabül eder. Böyle bir durumda, taşıma matrisini elde edebilmek amacı ile:

- a) Picard ardışık yaklaşım (ÖZBEK, 1966),
- b) Runge-Kutta,
- c) Myklestad (PESTEL ve LECKIE, 1963),

gibi yöntemler kullanılabilir. [D] nin elemanlarının değişken olması halinde, taşıma matrisinin kapalı ifadesinin bulunması mümkün olmamaktadır.

**2.3.2.3.2. [D] nin Sabit Olması Hali**

$|[D] - \lambda[I]| = 0$  determinantına ait köklerin mevcut olduğu bu hal için, taşıma matrisi iki farklı yöntem ile elde edilmektedir. Ancak bu durumda, taşıma matrisinin kapalı ifadesi bulunabilmektedir.

**BİRİNCİ YÖNTEM:** Bu yöntemde, sistemin bir kesitindeki durumunu belirten tüm bileşenler arasındaki karşılıklı etkiler gözönüne alınarak hesap yapılmaktadır. Diferansiyel geçiş matrisinin elemanlarının sabit olması durumunda, (2.72-b) deki diferansiyel denklemin çözümünden  $[F(0)]$  aşağıdaki gibi elde edilir.

$$[F(\emptyset)] = e^{\emptyset[D]} \quad (2.80)$$

(2.80) deki üstel fonksiyon, [D] matrisinin kuvvetleri cinsinden seriye açılarak [F(∅)] için,

$$[F(\emptyset)] = e^{\emptyset[D]} = [I] + \emptyset [D] + (\emptyset^2 [D]^2)/2! + (\emptyset^3 [D]^3)/3! + \dots + (\emptyset^k [D]^k)/k! + \dots \quad (2.81)$$

bulunur. [D] nin elemanlarının sürekli olması halinde yakınsak olduğu ispatlanan (GANTMACHER,1960) bu seri sonsuz sayıdaki [D] matrisinin kuvvetlerinden oluşmaktadır. Diğer yandan, (2.81) seri çözümünün bu haliyle kullanılması durumunda paydada görülen faktöryel değerlerin ani büyümesi nedeni ile, seriden gereken sayıda fazla terim alınamaktadır. Ancak ∅ açısına karşılık gelen eleman uzunluğu çok küçük olduğunda, taşıma matrisinin elemanları nispeten doğru olarak bulunabilir. Silindirik helisel yaylarda olduğu gibi, uzun bir elemana ait taşıma matrisi ifadesinin bulunmasında, (2.74) özelliğinin kullanılması gerekli olmaktadır. Bu yöntemde de fazla işlemlerden doğan birikmiş hatalar artmakta, istenilen hassasiyet tam olarak sağlanamamaktadır.

**İKİNCİ YÖNTEM:** Bu yöntemde sistemin bir kesitindeki durumu belirten bileşenler ayrı ayrı ele alınıp, her birinin sağlaması gereken diferansiyel denklem aranmaktadır. Bu amaçla; uzaysal bir çubuğa ait durum vektörünün bileşenlerinin 12 inci mertebeye kadar türevlerinin mevcut olduğu kabul edilir ve bunlardan birisi örneğin  $U_t(\emptyset)$  seçilir. (2.66) kanonik denklemlerinin sağ ve sol taraflarının ard arda 12 inci mertebeye kadar türevleri alınarak 144 adet denklem elde edilir. Bu denklemler arasında seçilen bileşene ait fonksiyonlar ayrılarak, diğer denklemler yok edilirse geriye kalan tek denklemdaki fonksiyonların (2.82) de olduğu gibi,  $U_t(\emptyset)$  bileşeninin kendisi ve türevlerinden meydana geldiği görülür.

$$\frac{d^{12}U_t}{d\emptyset^{12}} + a_{11} \frac{d^{11}U_t}{d\emptyset^{11}} + a_{10} \frac{d^{10}U_t}{d\emptyset^{10}} + \dots + a_1 \frac{dU_t}{d\emptyset} + a_0 U_t = 0 \quad (2.82)$$



$$[F(\emptyset)] = [\Phi(\emptyset)] [\Phi(0)]^{-1} \quad (2.89)$$

eşitliği elde edilir. Buna göre  $[\Phi(\emptyset)]$  fonksiyonları biliniyor ise, taşıma matrisinin elemanları bulunabilir. Uzaysal bir elemana ait  $\Phi(\emptyset)$  fonksiyonlarının kapalı şeklinin elde edilmesi oldukça zor olduğundan, bu yöntem daha çok doğru eksenli veya eğri eksenli düzlemsel çubuklarda kullanım alanına sahiptir [İNAN, 1963].

#### 2.3.2.4. Taşıma Matrisi Yönteminin Uygulanması

Bu bölümde; herhangi bir şekilde mesnetlenmiş ve yüklenmiş çubuk üzerinde başlangıçtan itibaren herhangi bir kesitteki durum vektörünün, taşıma matrisinin ve çubuk başlangıcındaki durum vektörünün bilinmesi durumunda, nasıl elde edileceği anlatılacaktır.

Metodta esas olan, taşıma matrisinin ve başlangıçtaki durum vektörünün tüm bileşenlerinin elde edilebilmesidir. Bu bileşenlerden bazıları, çubuğun mesnetlenme şekline göre tayin edilir. Taşıma matrisi elemanlarının ve başlangıçtaki durum vektörünün bilinmeyen bileşenlerin sayısal olarak nasıl bulunabileceği, daha sonraki bölümlerde ayrıntılı olarak ele alınacaktır.

##### 2.3.2.4.1. Homojen Hal

Çubuk başlangıcından sonuna dek, hiçbir ara sıçramanın (yayıllı veya tekil yükler, ara mesnet ve mafsallar, kırılma ve boyun gibi etkiler) olmadığı durumda,  $\emptyset=0$  ve  $\emptyset=l$  kesitleri arasındaki durum vektörlerini birbirine bağlayan ifade, (2.71) ile verilir. (2.64) denklemlerinde  $\vec{p}=0$  ve  $\vec{m}=0$  konularak, sistemin statik hali için (2.90) homojen denklemleri elde edilir.

$$\frac{d\bar{U}_t}{d\emptyset} = \frac{a}{c} \bar{U}_n + \frac{I_n}{Ac^2} \bar{T}_t \quad (2.90-a)$$

$$\frac{d\bar{U}_n}{d\emptyset} = -\frac{a}{c} \bar{U}_t + \frac{h}{c} \bar{U}_b + \bar{Q}_b + \frac{\alpha_n EI_n}{GAc^2} \bar{T}_n \quad (2.90-b)$$

$$\frac{d\bar{U}_b}{d\theta} = -\frac{h}{c} \bar{U}_n - \bar{\Omega}_n + \frac{\alpha_b EI_n}{GAc^2} \bar{T}_b \quad (2.90-c)$$

$$\frac{d\bar{\Omega}_t}{d\theta} = \frac{a}{c} \bar{\Omega}_n + \frac{EI_n}{GJ_b} \bar{M}_t \quad (2.90-d)$$

$$\frac{d\bar{\Omega}_n}{d\theta} = -\frac{a}{c} \bar{\Omega}_t + \frac{h}{c} \bar{\Omega}_b + \bar{M}_n \quad (2.90-e)$$

$$\frac{d\bar{\Omega}_b}{d\theta} = -\frac{h}{c} \bar{\Omega}_n + \frac{I_n}{I_b} \bar{M}_b \quad (2.90-f)$$

$$\frac{d\bar{T}_t}{d\theta} = \frac{a}{c} \bar{T}_n \quad (2.90-g)$$

$$\frac{d\bar{T}_n}{d\theta} = -\frac{a}{c} \bar{T}_t + \frac{h}{c} \bar{T}_b \quad (2.90-h)$$

$$\frac{d\bar{T}_b}{d\theta} = -\frac{h}{c} \bar{T}_n \quad (2.90-i)$$

$$\frac{d\bar{M}_t}{d\theta} = \frac{a}{c} \bar{M}_n \quad (2.90-j)$$

$$\frac{\partial \bar{M}_n}{\partial \theta} = \bar{T}_b - \frac{a}{c} \bar{M}_t + \frac{h}{c} \bar{M}_b \quad (2.90-k)$$

$$\frac{\partial \bar{M}_b}{\partial \theta} = \bar{T}_n - \frac{h}{c} \bar{M}_n \quad (2.90-l)$$

#### 2.3.2.4.2. Homojen Olmayan Hal

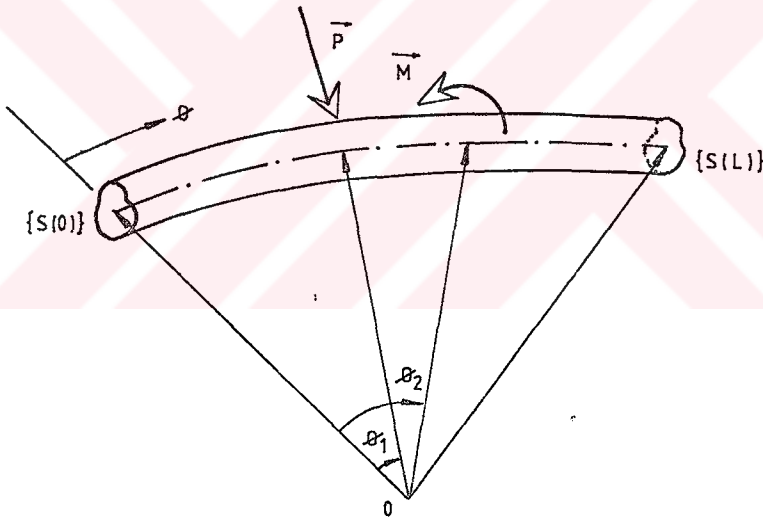
Bu halde ara sıçramalara (süreksizliklere) ait özel çözümler, sistemin homojen çözümüne kolayca eklenebilmektedir. Bu bölümde, sistemin statik denklemlerinin çözümünde taşıma matrisi yönteminin kullanılması amaçlanmıştır. Bu düşünce ile, çubuk elemanına etki eden dış yüklerin gözönüne alınmadığı (2.90) denklemleri



kullanılacaktır. Dış yükler ile ilgili özel çözümler aşağıdaki bölümlerde anlatılacağı gibi (2.71) homojen çözümüne eklenerek genel çözüm bulunacaktır.

### Tekil Ara Yükler Olması Durumunda Genel Çözüm

Çubuğa herhangi bir  $\theta$  kesitinde etki eden tekil dış yükler, ara mesnet veya mafsallar tekil ara sıçramalardır. Şekil (2.11) deki L uzunluğundaki elemana,  $\theta=\theta_1$  de  $\vec{P}$  tekil kuvveti,  $\theta=\theta_2$  de  $\vec{M}$  tekil momenti etkimektedir. Çubuk başlangıcından itibaren ele alacağımız herhangi bir  $\theta$  açısına karşılık gelen kesitteki durum vektörünün bileşenlerini bulmak için aşağıda anlatılacağı gibi hareket edilmelidir (INAN,1964):



Şekil:2.11. Tekil dış yüklere maruz çubuk.

a)  $(0 \leq \theta < \theta_1)$  bölgesindeki kesit büyüklüklerinin elde edilebilmesi için (2.71) eşitliğinin kullanılması gerektiği açıktır. Çünkü bu bölgede çubuk yüksüz durumdadır.

b)  $(\theta_1 \leq \theta < \theta_2)$  bölgesinde,

$$\{S(\theta)\} = [F(\theta)]\{S(0)\} + [F(\theta-\theta_1)]\{k(\theta_1)\} \quad (2.91)$$

c)  $(\varnothing_2 \leq \varnothing \leq L)$  bölgesinde,

$$\{S(\varnothing)\} = [F(\varnothing)]\{S(0)\} + [F(\varnothing-\varnothing_1)]\{k(\varnothing_1)\} + [F(\varnothing-\varnothing_2)]\{k(\varnothing_2)\} \quad (2.92)$$

ifadeleri kullanılmalıdır. Yukarıdaki eşitliklerde  $\{k(\varnothing)\}$ ,  $\varnothing$  de etkiyen sıçramaları içeren ve "süreksizlik vektörü" adı verilen kolon matristir. Şekil (2.11) deki elemanda,  $\vec{P}$  tekil kuvvet ve  $\vec{M}$  tekil moment etkileri için bu matrisin elemanları,

$$\{k(\varnothing_1)\} = \begin{bmatrix} \vec{0} \\ \vec{0} \\ \vec{0} \\ -\vec{P} \\ \vec{0} \end{bmatrix} \quad \{k(\varnothing_2)\} = \begin{bmatrix} \vec{0} \\ \vec{0} \\ \vec{0} \\ \vec{0} \\ -\vec{M} \end{bmatrix} \quad (2.93)$$

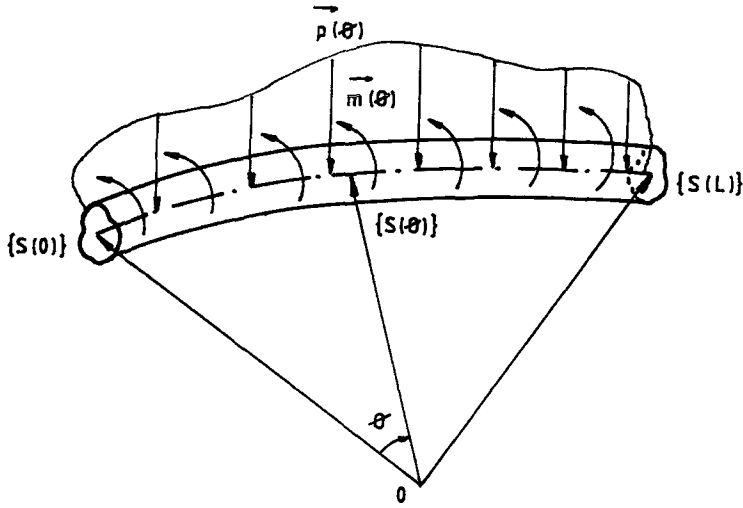
(12x1) (12x1)

şeklindedir. Buradan, seçilen bir dik takımında tekil yük vektörlerinin bileşenlerinin, yönlerini belirtir işaretleriyle beraber süreksizlik vektörünün elemanlarını oluşturacağı anlaşılmalıdır. (2.93) deki negatif işaret, bu bileşenlerin süreksizlik vektörüne yerleştirilirken, yönlerinin tersiyle dikkate alınması gerektiğini belirtmek için konulmuştur. Gözönüne alınan kesitte hem moment hem de kuvvet cinsinden sıçrama var ise, bu kesite ait süreksizlik vektörüne bu yüklerin aynı anda yerleştirilmesi gerekeceği açıktır.

#### Yayıllı Ara Yükler Olması Durumunda Genel Çözüm

Bu halde, dış yükler çubuk üzerine yayılı olarak etkiyor demektir (Şekil 2.12). Bu tip yüklerin etkileri (2.94) de olduğu gibi bir integral ifadesi ile göz önüne alınmaktadır.

$$\{S(\varnothing)\} = [F(\varnothing)]\{S(0)\} + \int_0^{\varnothing} [F(\varnothing-\beta)]\{k(\beta)\} d\beta \quad (2.94)$$



**Sekil:2.12.** Yayılı dış yüklere maruz çubuk.

(2.94) te  $\beta$  integral değişkeni,  $\{k\}$  ise yayılı yük nedeni ile süreksizlik vektörü olup, elemanları (2.95) deki gibi yayılı yüklerin  $\theta$  deki şiddetlerinden oluşmaktadır. Yük bileşenlerinin ters yönleriyle süreksizlik matrisine yerleştirilmeleri kuralı, bu tip süreksizlikler için de geçerlidir.

$$\{k(\beta)\} = \begin{bmatrix} \downarrow \\ 0 \\ \downarrow \\ 0 \\ \downarrow \\ -p(\beta) \\ \downarrow \\ -m(\beta) \end{bmatrix} \quad (2.95)$$

(12x1)

**Yayılı ve Tekil Yüklerin Birlikte Olması Halinde Genel Çözüm**

Elemana, tekil ve yayılı yüklerin bir arada etkimesi halidir. Bu durumda  $\theta$  ye karşılık gelen yerdeki durum vektörünün elemanlarının elde edilmesinde,

$$\{S(\theta)\} = [F(\theta)] \{S(0)\} + \sum_{i=1}^n [F(\theta - \theta_i)] \{k(\theta_i)\} + \int_0^{\theta} [F(\theta - \beta)] \{k(\beta)\} d\beta \quad (2.96)$$

eşitliği kullanılır. Burada n, çubuk başlangıcından 0 ye kadar mevcut tekil sıçrama yerlerinin sayısını göstermektedir. .

2.3.2.5. Diferansiyel Geçiş Matrisinin Sabit Olması Durumunda, Tasıma Matrisinin Sayısal Olarak Elde Edilmesi

$$[D] = \begin{bmatrix}
 0 & \frac{a}{c} & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{I_n}{Ac^2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 -\frac{a}{c} & 0 & \frac{h}{c} & 0 & 0 & 1 & 0 & \frac{\alpha_n EI_n}{GAc^2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & -\frac{h}{c} & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & \frac{\alpha_b EI_n}{GAc^2} & 0 & 0 & 0 \\
 \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\
 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{a}{c} & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{EI_n}{GJ_b} & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & -\frac{a}{c} & 0 & \frac{h}{c} & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{h}{c} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{I_n}{I_b} \\
 \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{a}{c} & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{a}{c} & 0 & \frac{h}{c} & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{h}{c} & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{a}{c} & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -\frac{a}{c} & 0 & \frac{h}{c} \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & -\frac{h}{c} & 0
 \end{bmatrix} \quad (2.97)$$

(2.90) Silindirik helis eksenli çubukların statik davranışına ait denklemlerinden elde edilen diferansiyel geçiş matrisinin

elemanları açık olarak (2.97) de verilmektedir. Görüldüğü gibi [D] nin elemanları, kesit ve malzeme ile ilgili büyüklüklerden meydana gelmektedir. Taşıma matrisi hesaplanacak her elemanda, eleman boyunca bu büyüklüklerin sabit olduğu kabul edildiğinden; bu bölgede [D] matrisinin elemanları sabit olacaktır.

**2.3.2.5.1. [D] nin Karakteristik Denkleminin Katsayılarının Bulunması**

n mertebesinde herhangi bir [D] kare matrisinin karakteristik denklemine ait katsayılar, (1xk)n olmak üzere Leverrier's metoduna göre (KIRAL ve ark., 1981).

$$p_k = \frac{1}{k} ( s_k - p_1 \cdot s_{k-1} - p_2 \cdot s_{k-2} - \dots - p_{k-1} \cdot s_1 ) \quad (2.98)$$

ile verilir. Burada  $s_k$  lar aşağıdaki gibi tarif edilmekte.

$$s_k = \sum_{i=1}^n \lambda_i^k = \lambda_1^k + \lambda_2^k + \dots + \lambda_n^k = \text{trace } [D]^k \quad (2.99)$$

ve  $[D]^k$  matrisinin kuvvetlerinin izlerini (trace) temsil etmektedir. [D] nin mertebesinin (12x12) olması halinde karakteristik determinant,

$$|[D] - \lambda [I]| = \lambda^{12} - p_1 \lambda^{11} - p_2 \lambda^{10} - p_3 \lambda^9 - p_4 \lambda^8 - p_5 \lambda^7 - p_6 \lambda^6 - p_7 \lambda^5 - p_8 \lambda^4 - p_9 \lambda^3 - p_{10} \lambda^2 - p_{11} \lambda - p_{12} = 0 \quad (2.100)$$

şeklinde yazılır. Cayley-Hamilton teoremine göre, her kare matris kendi karakteristik denklemini sağlayacağından yukarıdaki eşitlik,

$$|[D] - \lambda [I]| = [D]^{12} - p_1 [D]^{11} - p_2 [D]^{10} - p_3 [D]^9 - p_4 [D]^8 - p_5 [D]^7 - p_6 [D]^6 - p_7 [D]^5 - p_8 [D]^4 - p_9 [D]^3 - p_{10} [D]^2 - p_{11} [D] - p_{12} [I] = [0] \quad (2.101)$$

halini alır. Bu denklemde [D] nin problemimizdeki (2.97) diferansiyel geçiş matrisi olması durumunda;  $p_k$  katsayılarından, [D] nin tek kuvvetlerine ait olanların sıfır olacağı aşağıda ıspatlanacaktır.

Önce [D] nin satır ve sütunlarını,

$$\{S^\circ(\emptyset)\} = \{U_n, T_b, T_t, \Omega_n, M_b, M_t, T_n, U_b, U_t, M_n, \Omega_b, \Omega_t\}^T \quad (2.102)$$

dizilişine uyacak şekilde değiştirdiğimizi ve [D] matrisinin 4 adet (6x6) mertebesinde alt matristen meydana geldiğini düşünelim.

$$[D^\circ] = \begin{bmatrix} [D1] & \vdots & [D2] \\ \cdots & \cdots & \cdots \\ [D3] & \vdots & [D4] \end{bmatrix}_{12 \times 12} \quad (2.103)$$

Bu durumda, [D°] nin sıfırdan farklı alt matrislerinin elemanları (2.97) den,

$$[D2] = \begin{bmatrix} \frac{\alpha EI_n}{GAc^2} & h/c & -a/c & \vdots & 0 & 1 & 0 \\ -h/c & 0 & 0 & \vdots & 0 & 0 & 0 \\ a/c & 0 & 0 & \vdots & 0 & 0 & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & 0 & 0 & \vdots & 1 & h/c & -a/c \\ -1 & 0 & 0 & \vdots & -h/c & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \vdots & a/c & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.104)$$

ve,

$$[D3] = \begin{bmatrix} 0 & h/c & -a/c & \vdots & 0 & 0 & 0 \\ -h/c & \frac{\alpha EI_n}{GAc^2} & 0 & \vdots & -1 & 0 & 0 \\ a/c & 0 & \frac{I_n}{Ac^2} & \vdots & 0 & 0 & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & 1 & 0 & \vdots & 0 & h/c & -a/c \\ 0 & 0 & 0 & \vdots & -h/c & I_n/I_b & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \vdots & a/c & 0 & \frac{EI_n}{GJ_b} \end{bmatrix} \quad (2.105)$$

şeklinde yazılır. Diğer alt matrisler ise.

$$[D1] = [D4] = [0] \tag{2.106}$$

sıfırdır. Yukarıdaki alt matrisler ile, (2.103) aşağıdaki gibi gösterilebilir.

$$[D^\circ] = \begin{bmatrix} [0] & \vdots & [D2] \\ \dots & \vdots & \dots \\ [D3] & \vdots & [0] \end{bmatrix}_{12 \times 12} \tag{2.107}$$

(2.107) gibi düzenlenmiş bir kare matrisin tek kuvvetlerinin izleri (ana diyagonal üzerindeki terimlerinin toplamı),

$$s_1 = s_3 = s_5 = s_7 = s_9 = s_{11} = 0 \tag{2.108}$$

sıfıra eşit olacaktır. Çünkü,  $[D^\circ]$  matrisinin tek kuvvetlerine ait alt matrislerinden birinci ve dördüncüsü aşağıdaki işlemlerde açıkça görüldüğü gibi yine sıfıra eşit olmaktadır.

$$[D^\circ]^2 = \begin{bmatrix} [D2] [D3] [0] \\ \dots \\ [0] [D3] [D2] \end{bmatrix} \tag{2.109}$$

$$[D^\circ]^3 = \begin{bmatrix} [0] [D2] [D3] [D2] \\ \dots \\ [D3] [D2] [D3] [0] \end{bmatrix} \tag{2.110}$$

$$[D^\circ]^5 = \begin{bmatrix} [0] [D2] [D3] [D2] [D3] [D2] \\ \dots \\ [D3] [D2] [D3] [D2] [D3] [0] \end{bmatrix} \tag{2.111}$$

$$[D^\circ]^7 = \begin{bmatrix} [0] [D2] [D3] [D2] [D3] [D2] [D3] [D2] \\ \dots \\ [D3] [D2] [D3] [D2] [D3] [D2] [D3] [0] \end{bmatrix} \tag{2.112}$$

[D°] in dokuzuncu ve onbirinci kuvvetleri de benzer özelliktedirler. [D°] matrisinin kuvvetlerinin izlerine göre (2.98) da tanımlanmış olan, karakteristik polinomunun katsayılarının açık ifadeleri aşağıda verilmektedir.

$$p_1 = s_1 = 0 \quad (2.113-a)$$

$$p_2 = \frac{1}{2} (s_2 - p_1 s_1) = s_2/2 \quad (2.113-b)$$

(Çünkü;  $p_1=0$ )

$$p_3 = \frac{1}{3} (s_3 - p_1 s_2 - p_2 s_1) = 0 \quad (2.113-c)$$

(Çünkü;  $p_1 = s_1 = s_3 = 0$ )

$$p_4 = \frac{1}{4} (s_4 - p_1 s_3 - p_2 s_2 - p_3 s_1) = \frac{1}{4} (s_4 - p_2 s_2) \quad (2.113-d)$$

(Çünkü;  $p_1 = s_1 = s_3 = p_3 = 0$ )

$$p_5 = \frac{1}{5} (s_5 - p_1 s_4 - p_2 s_3 - p_3 s_2 - p_4 s_1) = 0 \quad (2.113-e)$$

(Çünkü;  $p_1 = s_1 = s_3 = p_3 = s_5 = 0$ )

$$p_6 = \frac{1}{6} (s_6 - p_1 s_5 - p_2 s_4 - p_3 s_3 - p_4 s_2 - p_5 s_1) = \frac{1}{6} (s_6 - p_2 s_4 - p_4 s_2) \quad (2.113-f)$$

(Çünkü;  $p_1 = s_1 = s_3 = p_3 = s_5 = p_5 = 0$ )

$$p_7 = \frac{1}{7} (s_7 - p_1 s_6 - p_2 s_5 - p_3 s_4 - p_4 s_3 - p_5 s_2 - p_6 s_1) = 0 \quad (2.113-g)$$

(Çünkü;  $p_1 = s_1 = s_3 = p_3 = s_5 = p_5 = s_7 = 0$ )

$$p_8 = \frac{1}{8} (s_8 - p_1 s_7 - p_2 s_6 - p_3 s_5 - p_4 s_4 - p_5 s_3 - p_6 s_2 - p_7 s_1) = \frac{1}{8} (p_8 - p_2 s_6 - p_4 s_4 - p_6 s_2) \quad (2.113-h)$$

$$= \frac{1}{8} (p_8 - p_2 s_6 - p_4 s_4 - p_6 s_2)$$

(Çünkü;  $p_1 = s_1 = s_3 = p_3 = s_5 = p_5 = s_7 = p_7 = 0$ )



$$p_9 = \frac{1}{9} (s_9 - p_1 s_8 - p_2 s_7 - p_3 s_6 - p_4 s_5 - p_5 s_4 - p_6 s_3 - p_7 s_2 - p_8 s_1) = 0 \quad (2.113-i)$$

$$\{\text{Çünkü; } p_1 = s_1 = s_3 = p_3 = s_5 = p_5 = s_7 = p_7 = s_9 = 0\}$$

$$\begin{aligned} p_{10} &= \frac{1}{10} (s_{10} - p_1 s_9 - p_2 s_8 - p_3 s_7 - p_4 s_6 - p_5 s_5 - p_6 s_4 - p_7 s_3 - p_8 s_2 - p_9 s_1) \\ &= \frac{1}{10} (s_{10} - p_2 s_8 - p_4 s_6 - p_6 s_4 - p_8 s_2) \end{aligned} \quad (2.113-j)$$

$$\{\text{Çünkü; } p_1 = s_1 = s_3 = p_3 = s_5 = p_5 = s_7 = p_7 = s_9 = p_9 = 0\}$$

$$p_{11} = \frac{1}{11} (s_{11} - p_1 s_{10} - p_2 s_9 - p_3 s_8 - p_4 s_7 - p_5 s_6 - p_6 s_5 - p_7 s_4 - p_8 s_3 - p_9 s_2 - p_{10} s_1) = 0 \quad (2.113-k)$$

$$\{\text{Çünkü; } p_1 = s_1 = s_3 = p_3 = s_5 = p_5 = s_7 = p_7 = s_9 = p_9 = s_{11} = 0\}$$

$$\begin{aligned} p_{12} &= \frac{1}{12} (s_{12} - p_1 s_{11} - p_2 s_{10} - p_3 s_9 - p_4 s_8 - p_5 s_7 - p_6 s_6 - p_7 s_5 - p_8 s_4 - p_9 s_3 - p_{10} s_2 - p_{11} s_1) \\ &= \frac{1}{12} (s_{12} - p_2 s_{10} - p_4 s_8 - p_6 s_6 - p_8 s_4 - p_{10} s_2) \end{aligned} \quad (2.113-l)$$

$$\{\text{Çünkü; } p_1 = s_1 = s_3 = p_3 = s_5 = p_5 = s_7 = p_7 = s_9 = p_9 = s_{11} = p_{11} = 0\}$$

(2.98) kapalı olarak, (2.114) de yeniden yazılmıştır.

$$p_k = \frac{1}{k} (s_k - \sum_{i=1}^{k-1} p_i s_{k-i}) \quad (2.114)$$

Yukarıdaki eşitlikte (2.113) den  $k$  tek ise  $s_k=0$  olduğundan, parantez içindeki ilk terimin sıfır olacağı hemen söylenebilir. Parantez içindeki toplam ifadesinde de;  $p$  tek olduğunda  $s$  çift,  $p$  çift olduğunda ise  $k$  tek olmaktadır. (2.108) den  $s$  in tek, (2.113) den de  $p$  nin tek kuvvetlerinin sıfıra eşit olduğu bilinmektedir. Bu şekilde hareket edilerek aşağıdaki özellik elde edilir.

$$p_1 = p_3 = p_5 = p_7 = p_9 = p_{11} = 0 \quad (2.115)$$

Şimdi  $[D^0]$  matrisi için elde edilen, (2.108) ve (2.115) özelliklerinin, durum vektörünün bileşenlerinin sıralanışından bağımsız olduğunu gösterelim. Diğer bir deyişle; durum vektöründeki

elemanların (2.65) veya (2.102) deki gibi sıralanışının farklı olması, diferansiyel geçiş matrisinin bu özelliğini değiştirmemektedir. Aşağıda tanımlanan [T] permütasyon matrisi ile,

$$[T] = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & : & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & : & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & : & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & : & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & : & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & : & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & : & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & : & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & : & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & : & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & : & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & : & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.116)$$

(2.65) ve (2.102) dizilişlerindeki durum vektörleri arasında,

$$\{S^*\} = [T]\{S\} \quad (2.117)$$

ilişkisi olduğu açıktır. (2.67) deki diferansiyel geçiş matrisi ve durum vektörü arasındaki bağıntı yeniden yazılırsa,

$$\frac{d\{S\}}{d\theta} = [D]\{S\} \quad (2.118)$$

olur. Bu eşitliğin sağ ve sol tarafındaki terimler sağdan [T] matrisi ile çarpılır ve [T] matrisinin elemanlarının sabit olduğu gözönüne alınır (2.118) eşitliği,

$$\frac{d([T]\{S\})}{d\theta} = [T][D]\{S\} \quad (2.119)$$

şeklinde yazılır. Buradan,

$$\frac{d([T]\{S\})}{d\theta} = [T][D][T]^{-1}[T]\{S\} \quad (2.120)$$

elde edilir. (2.117) gözönüne alındığında (2.120) için,

$$\frac{d\{S^{\circ}\}}{d\theta} = [T][D][T]^{-1}\{S^{\circ}\} \quad (2.121)$$

bulunur. (2.118) ilişkisi  $\{S^{\circ}\}$  ve  $[D^{\circ}]$  için (2.122) deki gibidir.

$$\frac{d\{S^{\circ}\}}{d\theta} = [D^{\circ}]\{S^{\circ}\} \quad (2.122)$$

(2.121) ve (2.122) karşılaştırıldığında,  $[D]$  ve  $[D^{\circ}]$  için,

$$[D^{\circ}] = [T][D][T]^{-1} \quad (2.123)$$

elde edilir. Buradaki  $[T]$  dönüşüm matrisi tekil değildir. Şimdi, (2.123) ifadesindeki  $[D^{\circ}]$  ve  $[D]$  matrisleri benzerdir (AYRES, 1980). Benzer iki matrisin karakteristik denklemleri aynı olduğundan, iki matris aynı karakteristik değerlere sahiptir. (2.116) ile tanımlanan  $[T]$  nin determinantı,

$$|T| \neq 0 \quad (2.124)$$

olduğundan bu matris tekil değildir. Benzer matrislere ait özelliklerden üçü aşağıda hatırlatılmaktadır:

$$\begin{aligned} \text{trace } [D^{\circ}] &= \text{trace } [D] \\ \text{trace } [D^{\circ}]^k &= \text{trace } [D]^k \\ |D^{\circ}| &= |D| \end{aligned} \quad (2.125)$$

Bu çalışmada diferansiyel geçiş matrisinin karakteristik polinomuna ait katsayıların elde edilmesinde, Faddéev-Leverrier metoduna göre çözüm yapan "CHPOCO" adlı alt program kullanılmıştır. Bu programın listesi ve kullanılan yöntemin kısa açıklaması (Ek.D) de verilmektedir.

#### 2.3.2.5.2. Taşıma Matrisinin Sayısal İfadesi

Taşıma matrisinin (2.72-b) denklemini sağlayan çözümü, diferansiyel geçiş matrisinin elemanları sabit iken (2.81) e eşittir. Buradaki seri çözüm,  $[D]$  nin kuvvetlerinin sonsuz sayıdaki toplamından ibarettir. Bölüm (2.3.2.3.2) de eleman uzunluğunun çok küçük olmaması halinde; taşıma matrisine ait elemanların bilgisayar yardımı ile etkin

bir şekilde hesaplanmasında, (2.81) serisinin bu haliyle kullanılmasının uygun olmayacağı açıklanmıştır. Bu durumda yapılacak iş: Cayley-Hamilton teoremini kullanarak aynı seriyi, sınırlı sayıdaki diferansiyel geçiş matrisinin kuvvetlerinin toplamı şeklinde ifade etmek olmalıdır. [D] nin 12 ve daha büyük kuvvetlerinin, bu matrise ait karakteristik denklemin kullanılması ile: kendisinden küçük ([I], [D], [D<sup>2</sup>], [D<sup>3</sup>], ..... [D<sup>11</sup>]) kuvvetleri cinsinden yazılabileceği görülmektedir. Teoremin (2.81) e uygulanması sonucunda: (12x12) mertebesindeki taşıma matrisinin ifadesi bu kere  $\Phi_i$  ler 12 adet sonsuz seri fonksiyonları olmak üzere,

$$[F(\emptyset)] = \Phi_1(\emptyset)[I] + \sum_{i=1}^{11} \Phi_{i+1}(\emptyset)[D]^i \quad (2.126)$$

şekline dönüşür. [D] nin elemanları belirli olduğundan, taşıma matrisinin sayısal ifadesinin elde edilebilmesi için :  $\Phi_i(\emptyset)$  sonsuz seri fonksiyonlarının etkin bir şekilde hesaplanması gerekecektir. Bu amaçla, diferansiyel geçiş matrisinin karakteristik polinomundaki katsayıları, bu kere (2.108) ve (2.115) özelliklerini gözönüne alarak aşağıda olduğu gibi yeniden düzenleyelim.

$$|[D] - \lambda[I]| = [D]^{12} - p_1[D]^{10} - p_2[D]^{8} - p_3[D]^{6} - p_4[D]^{4} - p_5[D]^{2} - p_6[I] = [0] \quad (2.127)$$

Diferansiyel geçiş matrisine ait (2.127) karakteristik denklemi temel alınarak bulunan [D] nin 12 ve üstündeki kuvvetleri (2.128) de olduğu şekildedir.

$$[D]^{12} = p_1[D]^{10} + p_2[D]^{8} + p_3[D]^{6} + p_4[D]^{4} + p_5[D]^{2} + p_6[I] \quad (2.128-a)$$

$$[D]^{13} = p_1[D]^{11} + p_2[D]^{9} + p_3[D]^{7} + p_4[D]^{5} + p_5[D]^{3} + p_6[D] \quad (2.128-b)$$

$$\begin{aligned} [D]^{14} &= p_1[D]^{12} + p_2[D]^{10} + p_3[D]^{8} + p_4[D]^{6} + p_5[D]^{4} + p_6[D]^{2} \\ &= (p_1^2 + p_2)[D]^{10} + (p_1 \cdot p_2 + p_3)[D]^{8} + (p_1 \cdot p_3 + p_4)[D]^{6} \\ &+ (p_1 \cdot p_4 + p_5)[D]^{4} + (p_1 \cdot p_5 + p_6)[D]^{2} + (p_1 \cdot p_6)[I] \end{aligned} \quad (2.128-c)$$

$$\begin{aligned}
 [D]^{15} &= p_1 [D]^{13} + p_2 [D]^{11} + p_3 [D]^9 + p_4 [D]^7 + p_5 [D]^5 + p_6 [D]^3 \\
 &= (p_1^2 + p_2) [D]^{11} + (p_1 \cdot p_2 + p_3) [D]^9 + (p_1 \cdot p_3 + p_4) [D]^7 \\
 &+ (p_1 \cdot p_4 + p_5) [D]^5 + (p_1 \cdot p_5 + p_6) [D]^3 + (p_1 \cdot p_6) [D]
 \end{aligned}
 \tag{2.128-d}$$

$$\begin{aligned}
 [D]^{16} &= p_1 [D]^{14} + p_2 [D]^{12} + p_3 [D]^{10} + p_4 [D]^8 + p_5 [D]^6 + p_6 [D]^4 \\
 &= \{(p_1^2 + p_2)p_1 + (p_1 p_2 + p_3)\} [D]^{10} + \{(p_1^2 + p_2)p_2 + (p_1 p_3 + p_4)\} [D]^8 \\
 &+ \{(p_1^2 + p_2)p_3 + (p_1 p_4 + p_5)\} [D]^6 + \{(p_1^2 + p_2)p_4 + (p_1 p_5 + p_6)\} [D]^4 \\
 &+ \{(p_1^2 + p_2)p_5 + (p_1 p_6)\} [D]^2 + \{(p_1^2 + p_2)p_6\} [I]
 \end{aligned}
 \tag{2.128-e}$$

$$\begin{aligned}
 [D]^{17} &= p_1 [D]^{15} + p_2 [D]^{13} + p_3 [D]^{11} + p_4 [D]^9 + p_5 [D]^7 + p_6 [D]^5 \\
 &= \{(p_1^2 + p_2)p_1 + (p_1 p_2 + p_3)\} [D]^{11} + \{(p_1^2 + p_2)p_2 + (p_1 p_3 + p_4)\} [D]^9 \\
 &+ \{(p_1^2 + p_2)p_3 + (p_1 p_4 + p_5)\} [D]^7 + \{(p_1^2 + p_2)p_4 + (p_1 p_5 + p_6)\} [D]^5 \\
 &+ \{(p_1^2 + p_2)p_5 + (p_1 p_6)\} [D]^3 + \{(p_1^2 + p_2)p_6\} [D]
 \end{aligned}
 \tag{2.128-f}$$

.....

Diferansiyel geçis matrisinin Cayley-Hamilton teoreminin kullanılması ile elde edilen (2.128) kuvvetlerinin (2.81) özümünde yerine konulması ve [D] nin benzer kuvvetlerinin katsayılarının bir arada toplanması ile, (2.126) ifadesindeki fonksiyonlar için,

$$\Phi_1(\emptyset) = 1 + \frac{\emptyset^{12}}{12!} p_6 + \frac{\emptyset^{14}}{14!} p_1 p_6 + \frac{\emptyset^{16}}{16!} \{(p_1^2 + p_2)p_6\} + \dots$$

$$\Phi_2(\emptyset) = \emptyset + \frac{\emptyset^{13}}{13!} p_6 + \frac{\emptyset^{15}}{15!} p_1 p_6 + \frac{\emptyset^{17}}{17!} \{(p_1^2 + p_2)p_6\} + \dots \tag{2.129-a}$$

$$\Phi_3(\emptyset) = \frac{\emptyset^2}{2!} + \frac{\emptyset^{12}}{12!} p_5 + \frac{\emptyset^{14}}{14!} (p_1 p_5 + p_6) + \frac{\emptyset^{16}}{16!} \{(p_1^2 + p_2)p_5 + p_1 p_6\} + \dots$$

$$\Phi_4(\emptyset) = \frac{\emptyset^3}{3!} + \frac{\emptyset^{13}}{13!} p_5 + \frac{\emptyset^{15}}{15!} (p_1 p_5 + p_6) + \frac{\emptyset^{17}}{17!} \{ (p_1^2 + p_2) p_5 + p_1 p_6 \} + \dots$$

$$\Phi_5(\emptyset) = \frac{\emptyset^4}{4!} + \frac{\emptyset^{12}}{12!} p_4 + \frac{\emptyset^{14}}{14!} (p_1 p_4 + p_5) + \frac{\emptyset^{16}}{16!} \{ (p_1^2 + p_2) p_4 + p_1 p_5 + p_6 \} + \dots$$

$$\Phi_6(\emptyset) = \frac{\emptyset^5}{5!} + \frac{\emptyset^{13}}{13!} p_4 + \frac{\emptyset^{15}}{15!} (p_1 p_4 + p_5) + \frac{\emptyset^{17}}{17!} \{ (p_1^2 + p_2) p_4 + p_1 p_5 + p_6 \} + \dots$$

.....  
 ..... (2.129-b)  
 .....

$$\Phi_{11}(\emptyset) = \frac{\emptyset^{10}}{10!} + \frac{\emptyset^{12}}{12!} p_1 + \frac{\emptyset^{14}}{14!} (p_1^2 + p_2) + \frac{\emptyset^{16}}{16!} \{ (p_1^2 + p_2) p_1 + p_1 p_2 + p_3 \} + \dots$$

$$\Phi_{12}(\emptyset) = \frac{\emptyset^{11}}{11!} + \frac{\emptyset^{13}}{13!} p_1 + \frac{\emptyset^{15}}{15!} (p_1^2 + p_2) + \frac{\emptyset^{17}}{17!} \{ (p_1^2 + p_2) p_1 + p_1 p_2 + p_3 \} + \dots$$

elde edilir. (2.126) ve (2.81) karşılaştırıldığında; (2.129) seri fonksiyonlarından alınan bir terimin, (2.81) serisinden alınan 12 terime eşdeğer olduğu görülür.  $\Phi_i(\emptyset)$  fonksiyonlarında birden fazla terim alınması halinde, çözümün (2.126) daki ifadesi (2.81) den daha üstün duruma gelmektedir. (2.129) seri fonksiyonlarının terimleri incelendiğinde; terimlerin pay ve paydalarının bölümlerinin kabul edilebilir sınırlar içinde kaldığı, fakat pay ve paydanın her birinin bölüm öncesi hesabında çok büyük sayıların ortaya çıktığı, dolayısı ile makina da alınacak terim sayısının sınırlanacağı anlaşılmaktadır.

Bu çalışmanın amaçlarından biri, çok büyük  $\emptyset$  acısına karşılık gelen eleman uzunluklarında bile,  $\Phi_i(\emptyset)$  seri fonksiyonlarının hassas bir şekilde hesaplanmasıdır. Bu amaçla, serideki terimlerin kendisinden bir önce hesaplanan terimlerden elde edilmesi ve böylece makinanın overflow limitine ulaşmadan seriden fazla terim alınması sağlanmıştır. Taşıma matrisinin hesabında kullanılan seri fonksiyonları için bir algoritma elde edilmiştir. Bu formülün elde edilmesinde yapılan işlemler aşağıda özetle anlatılmaktadır:

a-) (2.128) deki diferansiyel geçis matrislerinin daha buyuk kuvvetlerinin bulunması sonucu ortaya çıkan, [D] nin katsayıları arasında bir ilişki bulunmaya çalıŐılmıŐtır. Bu amaçla öncelikle, [D] nin 12 ve 13 nc kuvvetlerini veren eşitliklerin sağındaki katsayılar,

$$\begin{aligned} p_1 &= b_1^{(0)} \\ p_2 &= b_2^{(0)} \\ p_3 &= b_3^{(0)} \\ &\vdots \\ p_6 &= b_6^{(0)} \end{aligned} \tag{2.130}$$

olarak atanmıŐtır. Bu katsayılar ile [D] nin 14 ve 15 inci kuvvetlerine ait eşitliklerin sağındaki katsayılar arasında (2.131) ilişkisi bulunmaktadır.

$$\begin{aligned} b_1^{(1)} &= b_1^{(0)} \cdot p_1 + b_2^{(0)} \\ b_2^{(1)} &= b_1^{(0)} \cdot p_2 + b_3^{(0)} \\ b_3^{(1)} &= b_1^{(0)} \cdot p_3 + b_4^{(0)} \\ b_4^{(1)} &= b_1^{(0)} \cdot p_4 + b_5^{(0)} \\ b_5^{(1)} &= b_1^{(0)} \cdot p_5 + b_6^{(0)} \\ b_6^{(1)} &= b_1^{(0)} \cdot p_6 \end{aligned} \tag{2.131}$$

[D] nin 16 ve 17 inci kuvvetlerine ait (2.128) eşitliklerinin sağındaki katsayıları ile, 14 ve 15 inci kuvvetlerinin katsayıları arasında da aŐaėındaki bağıntı mevcuttur.

$$\begin{aligned} b_1^{(2)} &= b_1^{(1)} \cdot p_1 + b_2^{(1)} \\ b_2^{(2)} &= b_1^{(1)} \cdot p_2 + b_3^{(1)} \\ b_3^{(2)} &= b_1^{(1)} \cdot p_3 + b_4^{(1)} \end{aligned} \tag{2.132-a}$$

$$\begin{aligned} b_4^{(2)} &= b_1^{(1)} \cdot p_4 + b_5^{(1)} \\ b_5^{(2)} &= b_1^{(1)} \cdot p_5 + b_6^{(1)} \\ b_6^{(2)} &= b_1^{(1)} \cdot p_6 \end{aligned} \quad (2.132-b)$$

Bu şekilde hareket edildiğinde; m seride alınacak toplam terim sayısı olmak üzere; yukarıdaki eşitliklerde yer alan  $b_{in}$  [(i=1,2,3,...,6);(n=1,2,3,...,m)] katsayıları arasında aşağıdaki bulunan genel ifade yazılabilir.

$$\begin{aligned} b_1^{(n)} &= b_1^{(n-1)} \cdot p_1 + b_2^{(n-1)} \\ b_2^{(n)} &= b_1^{(n-1)} \cdot p_2 + b_3^{(n-1)} \\ b_3^{(n)} &= b_1^{(n-1)} \cdot p_3 + b_4^{(n-1)} \\ b_4^{(n)} &= b_1^{(n-1)} \cdot p_4 + b_5^{(n-1)} \\ b_5^{(n)} &= b_1^{(n-1)} \cdot p_5 + b_6^{(n-1)} \\ b_6^{(n)} &= b_1^{(n-1)} \cdot p_6 \end{aligned} \quad (2.133)$$

(2.133) için bulunan üretme ifadesi (2.134) de daha kapalı formda ifade edilmiştir. Bu formül ile,  $b_i^n$  katsayılarının; kendisinden bir önce hesaplanmış olan  $b_i^{(n-1)}$  katsayılarından kolaylıkla elde edilebileceği anlaşılmaktadır.

$$\begin{aligned} b_i^{(n)} &= b_1^{(n-1)} \cdot p_i + b_{(i+1)}^{(n-1)} \\ (b_7 &= 0) \end{aligned} \quad (2.134)$$

$$(i=1,2,3,\dots,6)$$

$$(n=1,2,3,\dots,m)$$

b-) Diferansiyel geçiş matrisinin (2.128) daki kuvvetleri, yukarıdaki eşitliklerde tanımlanan b katsayılarının kullanılması ile yeniden düzenlenerek aşağıda olduğu şekilde yazılabilir.



$$[D]^{12=b_1(0)} [D]^{10+b_2(0)} [D]^{8+b_3(0)} [D]^{6+b_4(0)} [D]^{4+b_5(0)} [D]^{2+b_6(0)} [I] \quad (2.135-a)$$

$$[D]^{13=b_1(0)} [D]^{11+b_2(0)} [D]^{9+b_3(0)} [D]^{7+b_4(0)} [D]^{5+b_5(0)} [D]^{3+b_6(0)} [D] \quad (2.135-b)$$

$$[D]^{14=b_1(1)} [D]^{10+b_2(1)} [D]^{8+b_3(1)} [D]^{6+b_4(1)} [D]^{4+b_5(1)} [D]^{2+b_6(1)} [I] \quad (2.135-c)$$

$$[D]^{15=b_1(1)} [D]^{11+b_2(1)} [D]^{9+b_3(1)} [D]^{7+b_4(1)} [D]^{5+b_5(1)} [D]^{3+b_6(1)} [D] \quad (2.135-d)$$

$$[D]^{16=b_1(2)} [D]^{10+b_2(2)} [D]^{8+b_3(2)} [D]^{6+b_4(2)} [D]^{4+b_5(2)} [D]^{2+b_6(2)} [I] \quad (2.135-e)$$

$$[D]^{17=b_1(2)} [D]^{11+b_2(2)} [D]^{9+b_3(2)} [D]^{7+b_4(2)} [D]^{5+b_5(2)} [D]^{3+b_6(2)} [D] \quad (2.135-f)$$

$$[D]^{18=b_1(3)} [D]^{10+b_2(3)} [D]^{8+b_3(3)} [D]^{6+b_4(3)} [D]^{4+b_5(3)} [D]^{2+b_6(3)} [I] \quad (2.135-g)$$

$$[D]^{19=b_1(3)} [D]^{11+b_2(3)} [D]^{9+b_3(3)} [D]^{7+b_4(3)} [D]^{5+b_5(3)} [D]^{3+b_6(3)} [D] \quad (2.135-h)$$

.....

Yukarıda elde edilen [D] nin bu kuvvetlerinin (2.81) da yerine konulması ile; (2.126) da yer alan  $\Phi_i(0)$  sonsuz seri fonksiyonları için aşağıdaki ifadeler elde edilir.

$$\Phi_1(0) = 1 + \frac{0^{12}}{12!} \cdot b_6^{(0)} + \frac{0^{14}}{14!} \cdot b_6^{(1)} + \frac{0^{16}}{16!} \cdot b_6^{(2)} + \dots$$

$$\Phi_2(0) = 0 + \frac{0^{13}}{13!} \cdot b_6^{(0)} + \frac{0^{15}}{15!} \cdot b_6^{(1)} + \frac{0^{17}}{17!} \cdot b_6^{(2)} + \dots \quad (2.136-a)$$

$$\Phi_3(0) = \frac{0^2}{2!} + \frac{0^{12}}{12!} \cdot b_5^{(0)} + \frac{0^{14}}{14!} \cdot b_5^{(1)} + \frac{0^{16}}{16!} \cdot b_5^{(2)} + \dots$$

$$\Phi_4(0) = \frac{0^3}{3!} + \frac{0^{13}}{13!} \cdot b_5^{(0)} + \frac{0^{15}}{15!} \cdot b_5^{(1)} + \frac{0^{17}}{17!} \cdot b_5^{(2)} + \dots$$

$$\Phi_5(0) = \frac{0^4}{4!} + \frac{0^{12}}{12!} \cdot b_4^{(0)} + \frac{0^{14}}{14!} \cdot b_4^{(1)} + \frac{0^{16}}{16!} \cdot b_4^{(2)} + \dots$$

$$\Phi_6(\emptyset) = \frac{\emptyset^5}{5!} + \frac{\emptyset^{13}}{13!} \cdot b_4^{(0)} + \frac{\emptyset^{15}}{15!} \cdot b_4^{(1)} + \frac{\emptyset^{17}}{17!} \cdot b_4^{(2)} + \dots$$

(2.136-b)

$$\Phi_{11}(\emptyset) = \frac{\emptyset^{10}}{10!} + \frac{\emptyset^{12}}{12!} \cdot b_1^{(0)} + \frac{\emptyset^{14}}{14!} \cdot b_1^{(1)} + \frac{\emptyset^{16}}{16!} \cdot b_1^{(2)} + \dots$$

$$\Phi_{12}(\emptyset) = \frac{\emptyset^{11}}{11!} + \frac{\emptyset^{13}}{13!} \cdot b_1^{(0)} + \frac{\emptyset^{15}}{15!} \cdot b_1^{(1)} + \frac{\emptyset^{17}}{17!} \cdot b_1^{(2)} + \dots$$

c-)  $\Phi_i(\emptyset)$  fonksiyonlarının hassas olarak elde edilebilmesi için herşeyden önce, seride problemin tanımına göre değişebilecek yeterli sayıda terimin alınması gerekmektedir. Bu adımda, serideki her terim kendisinden bir önce hesaplanmış olan terimden elde edilmeye çalışılacaktır. Bu şekilde hesaplanması düşünülen terimleri, alt indisleri ait oldukları fonksiyonu, üst indisleri de serideki sıralarını göstermek üzere  $T_i^m$  indisli değişkeni ile sembolize edelim.

$$\begin{aligned} \Phi_1(\emptyset) &= 1 + T_1^{(0)} + T_1^{(1)} + T_1^{(2)} + T_1^{(3)} + \dots + T_1^{(m)} \\ \Phi_2(\emptyset) &= \emptyset + T_2^{(0)} + T_2^{(1)} + T_2^{(2)} + T_2^{(3)} + \dots + T_2^{(m)} \\ \Phi_3(\emptyset) &= \frac{\emptyset^2}{2!} + T_3^{(0)} + T_3^{(1)} + T_3^{(2)} + T_3^{(3)} + \dots + T_3^{(m)} \\ \Phi_4(\emptyset) &= \frac{\emptyset^3}{3!} + T_4^{(0)} + T_4^{(1)} + T_4^{(2)} + T_4^{(3)} + \dots + T_4^{(m)} \\ &\dots \\ &\dots \\ \Phi_{12}(\emptyset) &= \frac{\emptyset^{11}}{11!} + T_{12}^{(0)} + T_{12}^{(1)} + T_{12}^{(2)} + T_{12}^{(3)} + \dots + T_{12}^{(m)} \end{aligned}$$

(2.137)

(2.136) ile (2.137) gözönüne alındığında ve (2.136) daki sabitler için aşağıdaki atamalar yapıldığında,

$$A = \frac{\emptyset^{12}}{12!} ; B = \frac{\emptyset^{13}}{13!} ; C = \frac{\emptyset^{14}}{14!} ; D = \frac{\emptyset^{15}}{15!} \quad (2.138-a)$$

$$E = \frac{\emptyset^{16}}{16!} \quad ; \quad F = \frac{\emptyset^{17}}{17!} \quad ; \quad G = \frac{\emptyset^{18}}{18!} \quad ; \quad H = \frac{\emptyset^{19}}{19!} \quad (2.138-b)$$

seride kendisinden bir önceki terimden hesaplanacak terimler. aşağıda olduğu gibi ifade edilebilir.

$T_1^{(0)} = A.b_6^{(0)}$	$T_1^{(1)} = C.b_6^{(1)}$	$T_1^{(2)} = E.b_6^{(2)}$	$T_1^{(3)} = G.b_6^{(3)}$	....
$T_2^{(0)} = B.b_6^{(0)}$	$T_2^{(1)} = D.b_6^{(1)}$	$T_2^{(2)} = F.b_6^{(2)}$	$T_2^{(3)} = H.b_6^{(3)}$	....
$T_3^{(0)} = A.b_5^{(0)}$	$T_3^{(1)} = C.b_5^{(1)}$	$T_3^{(2)} = E.b_5^{(2)}$	$T_3^{(3)} = G.b_5^{(3)}$	....
$T_4^{(0)} = B.b_5^{(0)}$	$T_4^{(1)} = D.b_5^{(1)}$	$T_4^{(2)} = F.b_5^{(2)}$	$T_4^{(3)} = H.b_5^{(3)}$	....
$T_5^{(0)} = A.b_4^{(0)}$	$T_5^{(1)} = C.b_4^{(1)}$	$T_5^{(2)} = E.b_4^{(2)}$	$T_5^{(3)} = G.b_4^{(3)}$	....
$T_6^{(0)} = B.b_4^{(0)}$	$T_6^{(1)} = D.b_4^{(1)}$	$T_6^{(2)} = F.b_4^{(2)}$	$T_6^{(3)} = H.b_4^{(3)}$	....
$T_7^{(0)} = A.b_3^{(0)}$	$T_7^{(1)} = C.b_3^{(1)}$	$T_7^{(2)} = E.b_3^{(2)}$	$T_7^{(3)} = G.b_3^{(3)}$	....
$T_8^{(0)} = B.b_3^{(0)}$	$T_8^{(1)} = D.b_3^{(1)}$	$T_8^{(2)} = F.b_3^{(2)}$	$T_8^{(3)} = H.b_3^{(3)}$	....
$T_9^{(0)} = A.b_2^{(0)}$	$T_9^{(1)} = C.b_2^{(1)}$	$T_9^{(2)} = E.b_2^{(2)}$	$T_9^{(3)} = G.b_2^{(3)}$	....
$T_{10}^{(0)} = B.b_2^{(0)}$	$T_{10}^{(1)} = D.b_2^{(1)}$	$T_{10}^{(2)} = F.b_2^{(2)}$	$T_{10}^{(3)} = H.b_2^{(3)}$	....
$T_{11}^{(0)} = A.b_1^{(0)}$	$T_{11}^{(1)} = C.b_1^{(1)}$	$T_{11}^{(2)} = E.b_1^{(2)}$	$T_{11}^{(3)} = G.b_1^{(3)}$	....
$T_{12}^{(0)} = B.b_1^{(0)}$	$T_{12}^{(1)} = D.b_1^{(1)}$	$T_{12}^{(2)} = F.b_1^{(2)}$	$T_{12}^{(3)} = H.b_1^{(3)}$	....

(2.139)

(2.139) da,

$$\begin{aligned} T_i^{(0)} & [ i=1, 2, \dots, 12 ] \\ b_j^{(0)} & [ j=1, 2, \dots, 6 ] \end{aligned} \quad (2.140)$$

terimleri kolayca hesaplanabilir. (2.139) da yer alan diğer  $b_j^n$  katsayıları için (2.134) türetme formülü bulunmdu. Yani  $(n=1,2,\dots)$  olmak üzere, herhangi bir  $b_j^n$  sayısı, (2.134) ün kullanılması ile kendisinden bir önce elde edilmiş olan  $b_j^{(n-1)}$  sayısına bağı olarak elde edilebilir. Şimdi de  $T_i^n$  terimlerinin,  $T_i^{(n-1)}$  teriminden elde edilebileceğini gösterelim. Örneğin, ilk olarak  $\Phi_1(0)$  fonksiyonunu meydana getiren terimleri ele alalım.

$$\Phi_1(0) = 1 + T_1^{(0)} + T_1^{(1)} + T_1^{(2)} + T_1^{(3)} + \dots + T_1^{(n)} \quad (2.141)$$

(2.141) serisinin ilk terimi sabit bir sayıdır. İkinci terimi ise kolayca hesaplanabiliyordu. Üçüncü terimin karakterini anlayabilmek için, kendisini yalnız bırakalım.

$$T_1^{(1)} = C \cdot b_6^{(1)} \quad (2.142)$$

Yukarıdaki terimde b sabiti için (2.131) den,

$$b_6^{(1)} = p_6 \cdot b_1^{(0)} \quad (2.143)$$

C terimi için (2.138) den,

$$C = \frac{0^{14}}{14!} = \frac{0^{12}}{12!} \cdot \frac{0^2}{13 \cdot 14} \quad (2.144)$$

yazılabilir. Buradan, C sabiti ile kendisinden bir önceki terime ait A sabiti arasında, aşağıdaki ilişkinin mevcut olduğu görülmektedir.

$$C = A \frac{0^2}{13 \cdot 14} \quad (2.145)$$

(2.143) ve (2.145), (2.142) de yerine konulduğunda,

$$T_1^{(1)} = p_6 \cdot A \cdot b_1^{(0)} \frac{\emptyset^2}{13 \cdot 14} \tag{2.146}$$

bulunur. (2.146) ile (2.139) da 11 nolu fonksiyonun ikinci terimi karşılaştırıldığında,

$$T_1^{(1)} = p_6 \frac{\emptyset^2}{13 \cdot 14} \cdot T_{11}^{(0)} \tag{2.147}$$

ilişkisi ortaya çıkar. Benzer işlemler, (2.142) de sırasıyla diğer terimlere uygulandığında, taşıma matrisini meydana getiren  $\Phi_1(\emptyset)$  e ait türetme formülü aşağıdaki gibi,

$$T_1^{(n)} = T_{11}^{(n-1)} p_6 \frac{\emptyset^2}{(11+2n)(12+2n)} \quad [n = 1, 2, \dots] \tag{2.148}$$

elde edilir. Bu formül;  $\Phi_1(\emptyset)$  fonksiyonuna ait terimlerin kendisinden bir önce elde edilen terimin kullanılması ile bulunabileceğini ifade etmektedir.  $\Phi_1(\emptyset)$  fonksiyonuna ait terimler hesaplanırken; makina en fazla 12 faktöryel hesabı yapmakta, serideki terim sayısı arttıkça seri yakınsak olduğundan her terimin değeri gittikçe küçülmeğe, dolayısı ile bu fonksiyon istenilen hassasiyeti sağlayacak terime kadar etkin bir biçimde hesaplanabilmektedir.

Diğer bütün fonksiyonlara ait terimler aynı metod ile incelendiğinde,

$$X = \frac{\emptyset^2}{(11+2n)(12+2n)} \tag{2.149}$$

$$Y = \frac{\emptyset^2}{(12+2n)(13+2n)}$$

atamaları ile, ele alınan terim ve kendisinden bir önceki terim arasında elde edilecek bağıntılar, toplu olarak aşağıda verilmiştir:

$$T_1^{(n)} = X \cdot T_{11}^{(n-1)} \cdot p_6 \tag{2.150-a}$$

$$T_2^{(n)} = Y \cdot T_{12}^{(n-1)} \cdot p_6 \quad (2.150-b)$$

$$T_3^{(n)} = X \{ T_{11}^{(n-1)} \cdot p_5 + T_1^{(n-1)} \} \quad (2.150-c)$$

$$T_4^{(n)} = Y \{ T_{12}^{(n-1)} \cdot p_5 + T_2^{(n-1)} \} \quad (2.150-d)$$

$$T_5^{(n)} = X \{ T_{11}^{(n-1)} \cdot p_4 + T_3^{(n-1)} \} \quad (2.150-e)$$

$$T_6^{(n)} = Y \{ T_{12}^{(n-1)} \cdot p_4 + T_4^{(n-1)} \} \quad (2.150-f)$$

$$T_7^{(n)} = X \{ T_{11}^{(n-1)} \cdot p_3 + T_5^{(n-1)} \} \quad (2.150-g)$$

$$T_8^{(n)} = Y \{ T_{12}^{(n-1)} \cdot p_3 + T_6^{(n-1)} \} \quad (2.150-h)$$

$$T_9^{(n)} = X \{ T_{11}^{(n-1)} \cdot p_2 + T_7^{(n-1)} \} \quad (2.150-i)$$

$$T_{10}^{(n)} = Y \{ T_{12}^{(n-1)} \cdot p_2 + T_8^{(n-1)} \} \quad (2.150-j)$$

$$T_{11}^{(n)} = X \{ T_{11}^{(n-1)} \cdot p_1 + T_9^{(n-1)} \} \quad (2.150-k)$$

$$T_{12}^{(n)} = Y \{ T_{12}^{(n-1)} \cdot p_1 + T_{10}^{(n-1)} \} \quad (2.150-l)$$

(2.150) de elde edilen türetme formülü, aşağıda olduğu gibi daha kısa bir şekilde ifade edilebilmektedir.

$$T_{(2k+1)}^{(n)} = X \{ T_{11}^{(n-1)} \cdot p_{(6-k)} + T_{(2k-1)}^{(n-1)} \} \quad [k=0,1,2,\dots,5] \quad (2.151)$$

$$T_{(2k)}^{(n)} = Y \{ T_{12}^{(n-1)} \cdot p_{(7-k)} + T_{(2k-2)}^{(n-1)} \} \quad [k=1,2,3,\dots,6]$$

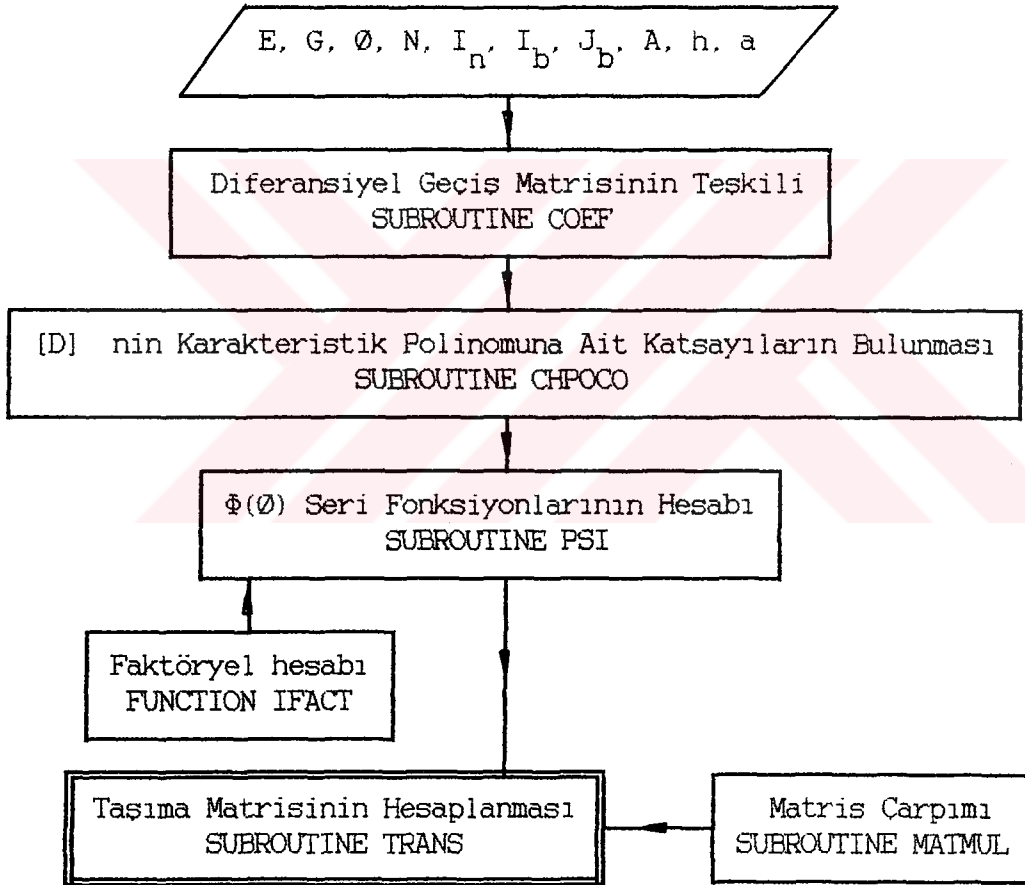
Yukarıdaki rekürans formülüne göre,  $\Phi(\emptyset)$  fonksiyonları PSI adlı altprogramda hesaplanmaktadır. Bu programdan herhangi bir  $\emptyset$

argümanı için elde edilen fonksiyonlar.

$$[F(\emptyset)] = \Phi_1(\emptyset) [I] + \Phi_2(\emptyset) [D] + \Phi_3(\emptyset) [D]^2 + \dots + \Phi_{12}(\emptyset) [D]^{11} \quad (2.152)$$

esitliğinde yerine konularak, taşıma matrisinin elemanları etkin bir şekilde hesaplanmaktadır. Programda taşıma matrisinin hesabında izlenen adımlar, Çizelge (2.2) de şematik olarak gösterilmiştir.

**Çizelge:2.2.** Taşıma Matrisinin Hesabı İçin Akış Diyagramı.



Taşıma matrisinin bilgisayar yardımı ile hesaplanmasında kullanılan ve Çizelge (2.2) de yer alan alt programların listesi ve program argümanlarının tanımları (Ek.E) de verilmiştir.

### 2.3.2.6. Başlangıçtaki Durum Vektörünün Elde Edilmesi

Bölüm (2.3.2.4) te taşıma matrisi yönteminin uygulanışı özetlenmişti. Taşıma matrisinin elemanları verildiği takdirde, çubuk başlangıç kesitindeki  $\{S(0)\}$  durum vektörü biliniyor ise, sistematik bir şekilde istenilen kesite ait  $\{S(L)\}$  durum vektörünün bileşenleri bulunabiliyordu. O halde, öncelikle başlangıçtaki durum vektörünün elde edilmesi gerekmektedir. Bunun için; çubuk başlangıç ile sonundaki, ve varsa ara mesnet ya da ara mafsallardaki sınır şartlarından yararlanılır. Çubuk sonundaki ve varsa ara mesnet veya mafsallardaki durum vektörleri, Bölüm (2.3.2.4) te anlatıldığı şekilde başlangıçtaki durum vektörüne bağlı olarak tanımlanır. Bu şekilde elde edilen denklemlerde; başlangıçtaki  $\{S(0)\}$ , çubuk sonundaki  $\{S(L)\}$  ve ara mesnet ya da mafsallardaki durum vektöründe sınır şartları yerlerine konur. Çubuk sonu ile ara mesnet veya mafsallardaki durum vektörünün bilinen bileşenlerinden yararlanılarak, çubuk başlangıç durum vektörünün bilinmeyen bileşenleri, sınır şartlarının yerleştirilmesi ile elde edilen lineer denklem takımının çözümünden bulunur.

Yukarıda özet halinde verilen  $\{S(0)\}$  durum vektörünün elde edilmesi, aşağıdaki alt bölümlerde ayrıntılı olarak ele alınacaktır. Çubuk uç ve aralarında, Çizelge (2.3) de sınır şartları verilen farklı mesnetlenme durumları ele alınacaktır. Ayrıca çubuk boyunca yayılı yükler ile ara tekil yüklerin, çubuğa ayrı ayrı ve birlikte etkidikleri düşünülecektir.

**Çizelge:2.3.** Mesnetlenme Durumuna Göre Sınır Şartları.

Ankastre mesnet	Sabit mafsallı mesnet	Serbest Uç	Ara Küresel Mafsallı Mesnet
$\vec{U} = \vec{0}$	$\vec{U} = \vec{0}$	$\vec{T} = \vec{0}$	$\vec{U} = \vec{0}$
$\vec{\Omega} = \vec{0}$	$\vec{M} = \vec{0}$	$\vec{M} = \vec{0}$	



### 2.3.2.6.1. Sadece Uçlarından Mesnetlemiş, Yayılı Yükü Maruz Çubukta Başlangıç Durum Vektörünün Elde Edilmesi

Çubuk boyunca yayılı yük bulunması halinde, çubuk sonundaki durum vektörüne ait denklem (2.153) de olduğu gibi yazılabilir.

$$\{S(L)\} = [F(L)]\{S(0)\} + \int_0^L [F(L-\beta)]\{k(\beta)\}d\beta \quad (2.153)$$

Yukarıdaki eşitliğin sağında bulunan ve çubuk boyunca yayılı yüklerin integraline eşit olan ikinci terim, taşıma matrisinin elemanları ile yayılı yüklerin şiddet, doğrultu ve yönleri bilindiğinden hesaplanabilir. Bu integralin elde edilmesi, ilerki bölümlerde anlatılacaktır. Integralin hesabı sonucu ortaya çıkan kolon matrisi  $\{SUM\}$  ile gösterilirse, (2.153) ün matris formu aşağıdaki gibi olur:

$$\{S(L)\} = [F(L)]\{S(0)\} + \{SUM\} \quad (2.154)$$

Taşıma matrisini (3x3), integral vektörünü (3x1) mertebesinde alt matrislere ayrıldığı düşüncesiyle (2.154) den,

$$\begin{bmatrix} \vec{U} \\ \dots \\ \vec{\Omega} \\ \dots \\ \vec{T} \\ \dots \\ \vec{M} \end{bmatrix}_L = \begin{bmatrix} [F_1] & [F_2] & [F_3] & [F_4] \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ [F_5] & [F_6] & [F_7] & [F_8] \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ [F_9] & [F_{10}] & [F_{11}] & [F_{12}] \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ [F_{13}] & [F_{14}] & [F_{15}] & [F_{16}] \\ \dots & \dots & \dots & \dots \end{bmatrix}_L \begin{bmatrix} \vec{U} \\ \dots \\ \vec{\Omega} \\ \dots \\ \vec{T} \\ \dots \\ \vec{M} \end{bmatrix}_0 + \begin{bmatrix} \vec{\{sum1\}} \\ \dots \\ \vec{\{sum2\}} \\ \dots \\ \vec{\{sum3\}} \\ \dots \\ \vec{\{sum4\}} \end{bmatrix}_L \quad (2.155)$$

yazılır. Bu adımda, çubuk uçlarının mesnetlenme durumları gözönüne alınmalıdır. Aşağıdaki alt bölümlerde ilk yazılan mesnet şekli çubuk başlangıcının, ikinci yazılan çubuk sonunun mesnetlenme durumunu gösterecektir.

a-) Ankastre Mesnet - Bos Uc:

$$\begin{bmatrix} \vec{U} \\ \dots \\ \vec{\Omega} \\ \dots \\ \vec{0} \\ \dots \\ \vec{0} \end{bmatrix}_L = \begin{bmatrix} [F_1] & [F_2] & [F_3] & [F_4] \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ [F_5] & [F_6] & [F_7] & [F_8] \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ [F_9] & [F_{10}] & [F_{11}] & [F_{12}] \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ [F_{13}] & [F_{14}] & [F_{15}] & [F_{16}] \\ \dots & \dots & \dots & \dots \end{bmatrix}_L \begin{bmatrix} \vec{0} \\ \dots \\ \vec{0} \\ \dots \\ \vec{T} \\ \dots \\ \vec{M} \end{bmatrix}_0 + \begin{bmatrix} \vec{\{sum1\}} \\ \dots \\ \vec{\{sum2\}} \\ \dots \\ \vec{\{sum3\}} \\ \dots \\ \vec{\{sum4\}} \end{bmatrix}_L \quad (2.156)$$

Çizelge (2.3) yardımı ile (2.155), (2.156) formunu alır. Buradan, çubuk sonundaki durum vektörünün bilinen elemanlarından yararlanılarak,

$$\vec{0} = [F_{11}] \{\vec{T}(0)\} + [F_{12}] \{\vec{M}(0)\} + \vec{\{sum3\}} \quad (2.157)$$

$$\vec{0} = [F_{15}] \{\vec{T}(0)\} + [F_{16}] \{\vec{M}(0)\} + \vec{\{sum4\}}$$

denklemleri elde edilir. Bu denklemler tamamen belirli olan integral vektörünün elemanlarının, eşitliğin diğer tarafına geçirilmesi ile,

$$[F_{11}] \{\vec{T}(0)\} + [F_{12}] \{\vec{M}(0)\} = - \vec{\{sum3\}} \quad (2.158)$$

$$[F_{15}] \{\vec{T}(0)\} + [F_{16}] \{\vec{M}(0)\} = - \vec{\{sum4\}}$$

şeklini alır. (2.158) vektörel denklemi, skaler 6 adet lineer denklem takımına dönüşür. Bu denklemlerin uygun bir metod ile çözülmesi ve yerlerine yerleştirilmeleri sonucunda,  $\{S(0)\}$  durum vektörünün elemanları tamamen belirli hale gelir. Bu çalışmada, lineer denklem takımının çözümünde pivoting yapan Gauss Eliminasyon yöntemi kullanılmıştır. Bu yöntemi kullanarak, lineer denklem çözen SOLGAU adlı altprogramın listesi (Ek.F) de verilmektedir.

Diğer mesnetlenme şekilleri durumunda, çözülmesi gereken vektörel denklemler şu şekilde özetlenebilir:

b-) Boş Uç - Ankastre Mesnet:

$$\begin{aligned} [F_1] \{\vec{U}(0)\} + [F_2] \{\vec{\Omega}(0)\} &= - \{\vec{sum1}\} \\ [F_5] \{\vec{U}(0)\} + [F_6] \{\vec{\Omega}(0)\} &= - \{\vec{sum2}\} \end{aligned} \quad (2.159)$$

c-) Ankastre Mesnet - Ankastre Mesnet:

$$\begin{aligned} [F_3] \{\vec{T}(0)\} + [F_4] \{\vec{M}(0)\} &= - \{\vec{sum1}\} \\ [F_7] \{\vec{T}(0)\} + [F_8] \{\vec{M}(0)\} &= - \{\vec{sum2}\} \end{aligned} \quad (2.160)$$

d-) Ankastre Mesnet - Basit Mesnet:

$$\begin{aligned} [F_3] \{\vec{T}(0)\} + [F_4] \{\vec{M}(0)\} &= - \{\vec{sum1}\} \\ [F_{15}] \{\vec{T}(0)\} + [F_{16}] \{\vec{M}(0)\} &= - \{\vec{sum4}\} \end{aligned} \quad (2.161)$$

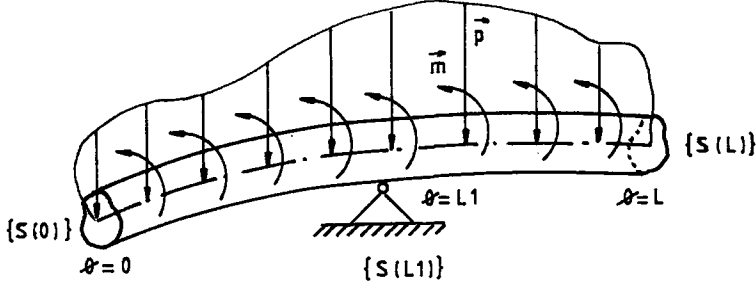
e-) Basit Mesnet - Ankastre Mesnet:

$$\begin{aligned} [F_2] \{\vec{\Omega}(0)\} + [F_3] \{\vec{T}(0)\} &= - \{\vec{sum1}\} \\ [F_6] \{\vec{\Omega}(0)\} + [F_7] \{\vec{T}(0)\} &= - \{\vec{sum2}\} \end{aligned} \quad (2.162)$$

(2.158,.....,2.162) denklemlerinin çözümünden, ara mesnetsiz ve yayılı yüklü çubuğa ait başlangıçtaki durum vektörünün elemanlarını elde eden BOUND adlı altprogramın listesi, (Ek G.1) de verilmiştir.

**2.3.2.6.2. Arada Bir Adet Küresel Mafsallı Mesneti Olan, Yayılı Yüke Maruz Çubukta Başlangıçtaki Durum Vektörünün Elde Edilmesi**

Ara küresel mafsallı mesnetin bulunduğu yer,  $\emptyset=L1$  olsun (Şekil 2.13). Bu durumda  $\{S(L)\}$  durum vektörünün denkleminin yanısıra, ara mesnetin bulunduğu yerdeki  $\{S(L1)\}$  durum vektörünün dekleminin de yazılması gerekmektedir.



Sekil:2.13. Ara küresel mafsallı mesneti olan, yayılı yüklü çubuk

Bu durum vektörlerinin,

$$\{S(L1)\} = [F(L1)]\{S(0)\} + \int_0^{L1} [F(L1-\beta)]\{k(\beta)\}d\beta \quad (2.163)$$

ve,

$$\{S(L)\} = [F(L)]\{S(0)\} + \int_0^L [F(L-\beta)]\{k(\beta)\}d\beta + [F(L-L1)]\{K(L1)\} \quad (2.164)$$

ifadelerinde bulunan matrisler aşağıdaki sembollerle gösterildiğinde.

$$\{S(L1)\} = [F(L1)]\{S(0)\} + \{V\} \quad (2.165)$$

ile,

$$\{S(L)\} = [F(L)]\{S(0)\} + \{E\} + [F(L-L1)]\{RK1\} \quad (2.166)$$

şeklini alırlar. (2.166) denkleminde yer alan ara mesnetten dolayı {RK1} süreksizlik vektörünün sadece bir vektörel bileşeni sıfırdan farklıdır. Bu eleman da, ara mesnetteki  $\vec{R1}$  tepki kuvvetini temsil etmektedir. (2.165) ve (2.166) denklemlerinin, alt matrislere ayrılarak gösterildiği form,

$$\begin{bmatrix} \vec{U} \\ \dots \\ \vec{\Omega} \\ \dots \\ \vec{T} \\ \dots \\ \vec{M} \end{bmatrix}_{L1} = \begin{bmatrix} [F_1] & [F_2] & [F_3] & [F_4] \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ [F_5] & [F_6] & [F_7] & [F_8] \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ [F_9] & [F_{10}] & [F_{11}] & [F_{12}] \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ [F_{13}] & [F_{14}] & [F_{15}] & [F_{16}] \end{bmatrix}_{L1} \begin{bmatrix} \vec{U} \\ \dots \\ \vec{\Omega} \\ \dots \\ \vec{T} \\ \dots \\ \vec{M} \end{bmatrix}_0 + \begin{bmatrix} \vec{v1} \\ \dots \\ \vec{v2} \\ \dots \\ \vec{v3} \\ \dots \\ \vec{v4} \end{bmatrix}_{L1} \quad (2.167)$$

ve,

$$\begin{bmatrix} \vec{U} \\ \dots \\ \vec{\Omega} \\ \dots \\ \vec{T} \\ \dots \\ \vec{M} \end{bmatrix}_L = \begin{bmatrix} [F_1] & [F_2] & [F_3] & [F_4] \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ [F_5] & [F_6] & [F_7] & [F_8] \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ [F_9] & [F_{10}] & [F_{11}] & [F_{12}] \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ [F_{13}] & [F_{14}] & [F_{15}] & [F_{16}] \end{bmatrix}_L \begin{bmatrix} \vec{U} \\ \dots \\ \vec{\Omega} \\ \dots \\ \vec{T} \\ \dots \\ \vec{M} \end{bmatrix}_0 + \begin{bmatrix} \vec{e1} \\ \dots \\ \vec{e2} \\ \dots \\ \vec{e3} \\ \dots \\ \vec{e4} \end{bmatrix}_L + \begin{bmatrix} [F_1] & [F_2] & [F_3] & [F_4] \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ [F_5] & [F_6] & [F_7] & [F_8] \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ [F_9] & [F_{10}] & [F_{11}] & [F_{12}] \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ [F_{13}] & [F_{14}] & [F_{15}] & [F_{16}] \end{bmatrix}_{L-L1} \begin{bmatrix} \vec{R1} \\ \dots \\ \vec{R1} \\ \dots \\ \vec{R1} \\ \dots \\ \vec{R1} \end{bmatrix}_{L1} \quad (2.168)$$

şeklindedir. Aşağıda (2.167) ve (2.168) denklemlerinde mesnet şartlarının yerine konulması ile elde edilen, vektörel denklemler verilmektedir. Bunların ortak çözümünden,  $\{S(0)\}$  ve  $\{RK1\}$  vektörlerinin bilinmeyen bileşenleri bulunmaktadır.

**a-) Ankastre Mesnet - Ankastre Mesnet:**

$$\begin{aligned}
 [F_3]_{L1} \{\vec{T}(0)\} + [F_4]_{L1} \{\vec{M}(0)\} &= - \{\vec{v1}\} \\
 [F_3]_L \{\vec{T}(0)\} + [F_4]_L \{\vec{M}(0)\} + [F_3]_{L-L1} \{\vec{R1}\} &= - \{\vec{e1}\} \\
 [F_7]_L \{\vec{T}(0)\} + [F_8]_L \{\vec{M}(0)\} + [F_7]_{L-L1} \{\vec{R1}\} &= - \{\vec{e2}\}
 \end{aligned} \quad (2.169)$$

**b-) Ankastre Mesnet - Bos Uc:**

$$\begin{aligned}
& [F_3]_{L1} \{\vec{T}(0)\} + [F_4]_{L1} \{\vec{M}(0)\} = - \{\vec{v}_1\} \\
& [F_{11}]_L \{\vec{T}(0)\} + [F_{12}]_L \{\vec{M}(0)\} + [F_{11}]_{L-L1} \{\vec{R}_1\} = - \{\vec{e}_3\} \quad (2.170) \\
& [F_{15}]_L \{\vec{T}(0)\} + [F_{16}]_L \{\vec{M}(0)\} + [F_{15}]_{L-L1} \{\vec{R}_1\} = - \{\vec{e}_4\}
\end{aligned}$$

**c-) Bos Uc - Ankastre Mesnet:**

$$\begin{aligned}
& [F_1]_{L1} \{\vec{U}(0)\} + [F_2]_{L1} \{\vec{\Omega}(0)\} = - \{\vec{v}_1\} \\
& [F_1]_L \{\vec{U}(0)\} + [F_2]_L \{\vec{\Omega}(0)\} + [F_3]_{L-L1} \{\vec{R}_1\} = - \{\vec{e}_1\} \quad (2.171) \\
& [F_5]_L \{\vec{U}(0)\} + [F_6]_L \{\vec{\Omega}(0)\} + [F_7]_{L-L1} \{\vec{R}_1\} = - \{\vec{e}_2\}
\end{aligned}$$

**d-) Basit Mesnet - Basit Mesnet:**

$$\begin{aligned}
& [F_2]_{L1} \{\vec{\Omega}(0)\} + [F_3]_{L1} \{\vec{T}(0)\} = - \{\vec{v}_1\} \\
& [F_2]_L \{\vec{\Omega}(0)\} + [F_3]_L \{\vec{T}(0)\} + [F_3]_{L-L1} \{\vec{R}_1\} = - \{\vec{e}_1\} \quad (2.172) \\
& [F_{14}]_L \{\vec{\Omega}(0)\} + [F_{15}]_L \{\vec{T}(0)\} + [F_{15}]_{L-L1} \{\vec{R}_1\} = - \{\vec{e}_4\}
\end{aligned}$$

**e-) Ankastre Mesnet - Basit Mesnet:**

$$\begin{aligned}
& [F_3]_{L1} \{\vec{T}(0)\} + [F_4]_{L1} \{\vec{M}(0)\} = - \{\vec{v}_1\} \\
& [F_3]_L \{\vec{T}(0)\} + [F_4]_L \{\vec{M}(0)\} + [F_3]_{L-L1} \{\vec{R}_1\} = - \{\vec{e}_1\} \quad (2.173) \\
& [F_{15}]_L \{\vec{T}(0)\} + [F_{16}]_L \{\vec{M}(0)\} + [F_{15}]_{L-L1} \{\vec{R}_1\} = - \{\vec{e}_4\}
\end{aligned}$$

**f-) Basit Mesnet - Ankastre Mesnet:**

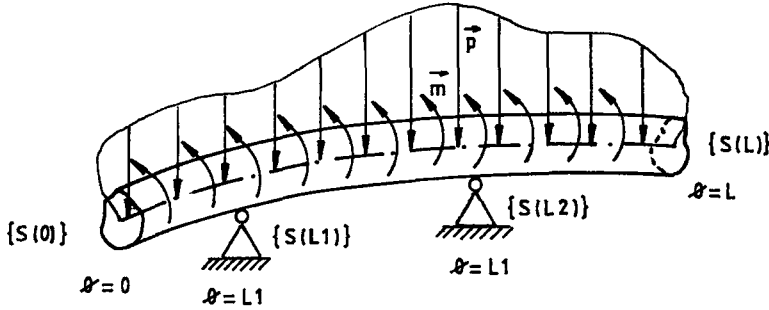
$$\begin{aligned}
& [F_2]_{L1} \{\vec{\Omega}(0)\} + [F_3]_{L1} \{\vec{T}(0)\} = - \{\vec{v}_1\} \\
& [F_2]_L \{\vec{\Omega}(0)\} + [F_3]_L \{\vec{T}(0)\} + [F_3]_{L-L1} \{\vec{R}_1\} = - \{\vec{e}_1\} \quad (2.174) \\
& [F_6]_L \{\vec{\Omega}(0)\} + [F_7]_L \{\vec{T}(0)\} + [F_7]_{L-L1} \{\vec{R}_1\} = - \{\vec{e}_2\}
\end{aligned}$$

Yukarıdaki denklemlerin (2.158,...,2.162) denklemlerinden farkı; bilinmeyen sayısının daha fazla olmasıdır. Çubuk ara bölgesine bir mesnet ilave edilmekle, bilinmeyen sayısı 3 artmaktadır. Bu sayı küresel mafsallı ara mesnet yerine, ara mafsal kullanılması durumunda da aynı olacaktır. (2.158,...,2.162) denklemlerinin. (2.169,...,2.174) denklemlerinin özel hali olduğu görülmektedir.

(2.169,...,2.174) denklemlerine ait 9 adet lineer denklemin çözümünden, bir adet ara küresel mafsallı mesneti olan ve yayılı yüklü çubuğa ait başlangıçtaki durum vektörünün elemanlarını elde eden BOUND1 adlı altprogramın listesi, (Ek G.2) de verilmiştir.

### 2.3.2.6.3. Arada İki Adet Küresel Mafsallı Mesneti Olan, Yayılı Yüke Maruz Çubukta Başlangıçtaki Durum Vektörünün Elde Edilmesi

Ara küresel mafsallı mesnetlerin bulunduğu yerlerin,  $\theta_1=L1$  ve  $\theta_2=L2$  ( $L1 < L2$ ) olduğu kabul edilsin (Şekil 2.14). Bu durumda  $\{S(L)\}$  durum vektörünün denkleminin yanısıra, ara mesnetlerin bulunduğu yerlerdeki  $\{S(L1)\}$  ve  $\{S(L2)\}$  durum vektörlerine ait ifadelerin de yazılması gerekmektedir.



**Sekil:2.14.** Ara iki adet küresel mafsallı mesneti olan, yayılı yüklü çubuk.

Durum vektörlerine ait denklemler ilk ara mesnette,

$$\{S(L1)\} = [F(L1)]\{S(0)\} + \int_0^{L1} [F(L1-\beta)]\{k(\beta)\}d\beta \quad (2.175)$$

ve ikinci ara mesnette,

$$\{S(L2)\} = [F(L2)]\{S(0)\} + \int_0^{L2} [F(L2-\beta)]\{k(\beta)\}d\beta + [F(L2-L1)]\{K(L1)\} \quad (2.176)$$

nihayet son mesnette,

$$\begin{aligned} \{S(L)\} = & [F(L)]\{S(0)\} + \int_0^L [F(L-\beta)]\{k(\beta)\}d\beta + [F(L-L1)]\{K(L1)\} + \\ & + [F(L-L2)]\{K(L2)\} \end{aligned} \quad (2.177)$$

olduğu gibi yazılır. (2.175), (2.176) ve (2.177) denklemleri sırayla aşağıdaki şekilde ifade edilmişlerdir.

$$\begin{aligned} \{S(L1)\} &= [FE]\{S(0)\} + \{V\} \\ \{S(L2)\} &= [FV]\{S(0)\} + \{B\} + [FH]\{RK1\} \\ \{S(L)\} &= [F]\{S(0)\} + \{E\} + [FK]\{RK1\} + [FB]\{RK2\} \end{aligned} \quad (2.178)$$

Asağıda sınır şartlarının (2.178) de yerine konulması ile elde edilecek denklemlerde;  $\{RK1\}$  süreksizlik vektöründe sıfırdan farklı bilinmeyen mesnet tepkisi bileşenleri  $\vec{R}1$ ,  $\{RK2\}$  süreksizlik vektöründe de  $\vec{R}2$  olarak adlandırılacaktır.

a-) Ankastre Mesnet - Boş Uç:

$$\begin{aligned} [FE]_3\{\vec{T}(0)\} + [FE]_4\{\vec{M}(0)\} &= -\{\vec{v}1\} \\ [FV]_3\{\vec{T}(0)\} + [FV]_4\{\vec{M}(0)\} + [FH]_3\{\vec{R}1\} &= -\{\vec{b}1\} \end{aligned} \quad (2.179-a)$$



$$[F]_{11}\{\vec{T}(0)\} + [F]_{12}\{\vec{M}(0)\} + [FK]_{11}\{\vec{R}1\} + [FB]_{11}\{\vec{R}2\} = -\{\vec{e}3\} \quad (2.179-b)$$

$$[F]_{15}\{\vec{T}(0)\} + [F]_{16}\{\vec{M}(0)\} + [FK]_{15}\{\vec{R}1\} + [FB]_{15}\{\vec{R}2\} = -\{\vec{e}4\}$$

**b-) Boş Uç - Ankastre Mesnet:**

$$[FE]_1\{\vec{U}(0)\} + [FE]_2\{\vec{\Omega}(0)\} = -\{\vec{v}1\}$$

$$[FV]_1\{\vec{U}(0)\} + [FV]_2\{\vec{\Omega}(0)\} + [FH]_3\{\vec{R}1\} = -\{\vec{b}1\} \quad (2.180)$$

$$[F]_1\{\vec{U}(0)\} + [F]_2\{\vec{\Omega}(0)\} + [FK]_3\{\vec{R}1\} + [FB]_3\{\vec{R}2\} = -\{\vec{e}1\}$$

$$[F]_5\{\vec{U}(0)\} + [F]_6\{\vec{\Omega}(0)\} + [FK]_7\{\vec{R}1\} + [FB]_7\{\vec{R}2\} = -\{\vec{e}2\}$$

**c-) Ankastre Mesnet - Ankastre Mesnet:**

$$[FE]_3\{\vec{T}(0)\} + [FE]_4\{\vec{M}(0)\} = -\{\vec{v}1\}$$

$$[FV]_3\{\vec{T}(0)\} + [FV]_4\{\vec{M}(0)\} + [FH]_3\{\vec{R}1\} = -\{\vec{b}1\} \quad (2.181)$$

$$[F]_3\{\vec{T}(0)\} + [F]_4\{\vec{M}(0)\} + [FK]_3\{\vec{R}1\} + [FB]_3\{\vec{R}2\} = -\{\vec{e}1\}$$

$$[F]_7\{\vec{T}(0)\} + [F]_8\{\vec{M}(0)\} + [FK]_7\{\vec{R}1\} + [FB]_7\{\vec{R}2\} = -\{\vec{e}2\}$$

**d-) Basit Mesnet - Basit Mesnet:**

$$[FE]_2\{\vec{\Omega}(0)\} + [FE]_3\{\vec{T}(0)\} = -\{\vec{v}1\}$$

$$[FV]_2\{\vec{\Omega}(0)\} + [FV]_3\{\vec{T}(0)\} + [FH]_3\{\vec{R}1\} = -\{\vec{b}1\} \quad (2.182)$$

$$[F]_2\{\vec{\Omega}(0)\} + [F]_3\{\vec{T}(0)\} + [FK]_3\{\vec{R}1\} + [FB]_3\{\vec{R}2\} = -\{\vec{e}1\}$$

$$[F]_{14}\{\vec{\Omega}(0)\} + [F]_{15}\{\vec{T}(0)\} + [FK]_{15}\{\vec{R}1\} + [FB]_{15}\{\vec{R}2\} = -\{\vec{e}4\}$$

**e-) Ankastre Mesnet - Basit Mesnet:**

$$\begin{aligned}
[FE]_3 \{\vec{T}(0)\} + [FE]_4 \{\vec{M}(0)\} &= - \{\vec{v}_1\} \\
[FV]_3 \{\vec{T}(0)\} + [FV]_4 \{\vec{M}(0)\} + [FH]_3 \{\vec{R}_1\} &= - \{\vec{b}_1\} \\
[F]_3 \{\vec{T}(0)\} + [F]_4 \{\vec{M}(0)\} + [FK]_3 \{\vec{R}_1\} + [FB]_3 \{\vec{R}_2\} &= - \{\vec{e}_1\} \\
[F]_{15} \{\vec{T}(0)\} + [F]_{16} \{\vec{M}(0)\} + [FK]_{15} \{\vec{R}_1\} + [FB]_{15} \{\vec{R}_2\} &= - \{\vec{e}_4\}
\end{aligned} \tag{2.183}$$

**f-) Basit Mesnet - Ankastre Mesnet:**

$$\begin{aligned}
[FE]_2 \{\vec{\Omega}(0)\} + [FE]_3 \{\vec{T}(0)\} &= - \{\vec{v}_1\} \\
[FV]_2 \{\vec{\Omega}(0)\} + [FV]_3 \{\vec{T}(0)\} + [FH]_3 \{\vec{R}_1\} &= - \{\vec{b}_1\} \\
[F]_2 \{\vec{\Omega}(0)\} + [F]_3 \{\vec{T}(0)\} + [FK]_3 \{\vec{R}_1\} + [FB]_3 \{\vec{R}_2\} &= - \{\vec{e}_1\} \\
[F]_6 \{\vec{\Omega}(0)\} + [F]_7 \{\vec{T}(0)\} + [FK]_7 \{\vec{R}_1\} + [FB]_7 \{\vec{R}_2\} &= - \{\vec{e}_2\}
\end{aligned} \tag{2.184}$$

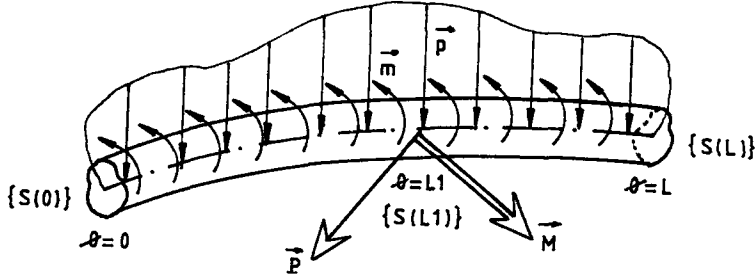
Çubuk ara bölgesine bir mesnet daha eklenmekle, bilinmeyen sayısı üç daha artmış olmaktadır. (2.158.....2.162) ve (2.169,.....,2.174) denklemlerinin, (2.179,.....,2.184) denklemlerinin özel hali olduğu görülebilir.

(2.169,.....,2.174) denklemlerinden elde edilen 12 adet lineer denklemin çözümünden, iki adet ara küresel mafsallı mesneti olan ve yayılı yüklü çubuğa ait başlangıçtaki durum vektörünün elemanlarını bulan BOUND2 adlı altprogramın listesi, (Ek G.3) de verilmiştir.

#### 2.3.2.6.4. Ara Tekil Yük ve Yayılı Yüke Maruz Çubukta Başlangıçtaki Durum Vektörünün Elde Edilmesi

Bu durumda, Bölüm (2.3.2.6.1) de olduğu gibi sadece çubuk sonundaki durum vektörünün tarif edilmesi yeterli olmaktadır.

$$\{S(L)\} = [F(L)]\{S(0)\} + \int_0^L [F(L-\beta)]\{k(\beta)\}d\beta + [F(L-L_1)]\{K(L_1)\} \quad (2.185)$$



**Sekil:2.15.** Ara tekil yük ve yayılı yüklü çubuk.

(2.185) denkleminin sembolize edilmiş şekli.

$$\{S(L)\} = [F]\{S(0)\} + \{SUM\} + \{C\} \quad (2.186)$$

gibidir.  $\{K(L_1)\}$  süreksizlik vektörünün elemanları, yani  $L_1$  deki tekil yükün şiddet ve yönleri bilinmektedir. (2.186) denkleminde, çubuk uçlarındaki mesnet şartları yerine konulup,  $\{S(L)\}$  durum vektörünün bilinen bileşenlerinden yararlanılarak yazılabilecek vektörel denklemler aşağıda olduğu gibidir.

**a-) Ankastre Mesnet - Bos Uc:**

$$[F_{11}]\{\vec{T}(0)\} + [F_{12}]\{\vec{M}(0)\} = -\{\vec{sum3}\} - \{\vec{c3}\} \quad (2.187)$$

$$[F_{15}]\{\vec{T}(0)\} + [F_{16}]\{\vec{M}(0)\} = -\{\vec{sum4}\} - \{\vec{c4}\}$$

**b-) Bos Uc - Ankastre Mesnet:**

$$[F_1]\{\vec{U}(0)\} + [F_2]\{\vec{\Omega}(0)\} = -\{\vec{sum1}\} - \{\vec{c1}\} \quad (2.188)$$

$$[F_5]\{\vec{U}(0)\} + [F_6]\{\vec{\Omega}(0)\} = -\{\vec{sum2}\} - \{\vec{c2}\}$$

c-) Ankastr Mesnet - Ankastr Mesnet:

$$\begin{aligned} [F_3] \{\vec{T}(0)\} + [F_4] \{\vec{M}(0)\} &= - \{\vec{sum1}\} - \{\vec{c1}\} \\ [F_7] \{\vec{T}(0)\} + [F_8] \{\vec{M}(0)\} &= - \{\vec{sum2}\} - \{\vec{c2}\} \end{aligned} \quad (2.189)$$

d-) Basit Mesnet - Basit Mesnet:

$$\begin{aligned} [F_2] \{\vec{\Omega}(0)\} + [F_3] \{\vec{T}(0)\} &= - \{\vec{sum1}\} - \{\vec{c1}\} \\ [F_{14}] \{\vec{\Omega}(0)\} + [F_{15}] \{\vec{T}(0)\} &= - \{\vec{sum4}\} - \{\vec{c4}\} \end{aligned} \quad (2.190)$$

e-) Ankastr Mesnet - Basit Mesnet:

$$\begin{aligned} [F_3] \{\vec{T}(0)\} + [F_4] \{\vec{M}(0)\} &= - \{\vec{sum1}\} - \{\vec{c1}\} \\ [F_{15}] \{\vec{T}(0)\} + [F_{16}] \{\vec{M}(0)\} &= - \{\vec{sum4}\} - \{\vec{c4}\} \end{aligned} \quad (2.191)$$

f-) Basit Mesnet - Ankastr Mesnet:

$$\begin{aligned} [F_2] \{\vec{\Omega}(0)\} + [F_3] \{\vec{T}(0)\} &= - \{\vec{sum1}\} - \{\vec{c1}\} \\ [F_6] \{\vec{\Omega}(0)\} + [F_7] \{\vec{T}(0)\} &= - \{\vec{sum2}\} - \{\vec{c2}\} \end{aligned} \quad (2.192)$$

Görüldüğü gibi, ara tekil yükler veya yayılı yükler,  $\{S(0)\}$  durum vektörünün bilinmeyen bileşenlerinin elde edilmesinde, ek denklemler gerektirmemektedir. Çubuğun sadece uçlarından mesnetlenmesi durumunda, bilinmeyen sayısı 6 olup sabittir. Her ara mesnette bu sayıya 3 bilinmeyen daha eklenmektedir. Problemin özelliğine göre, başlangıçtaki durum vektörünün bilinmeyen bileşenlerinin ve herhangi bir kesitteki durum vektörüne ait bileşenlerin elde edilmesinde, ayrı ayrı program yapılması gerektiği açıktır. Bu özellik, taşıma matrisi metodunun olumsuz bir yönü olarak görülmektedir.

### 2.3.2.7. Süreksizlik Vektörü Elemanlarının Elde Edilmesi

Eğri eksenli uzaysal bir çubuğun herhangi bir kesitindeki kesit tesirleri ile şekil değiştirmelerin hesabı sonucunda: bu büyüklüklerin mutlaka  $(\vec{t}, \vec{n}, \vec{b})$  koordinatlarındaki bileşenlerinin elde edilmesi gerekli olmaktadır. Çünkü, kesit büyüklüklerinin sadece bu koordinatlarda fiziksel anlamları mevcuttur. Bu nedenle çubuk davranışını idare eden  $(\vec{t}, \vec{n}, \vec{b})$  takımında yazılmış denklemlerde, dış yüklerin de bu takımdaki bileşenlerinin yer alması gerekmektedir.  $\vec{P}$  veya  $\vec{M}$  tekil yükleri nedeni ile  $\{K\}$  ve;  $\vec{p}$  veya  $\vec{m}$  yayılı yükleri nedeni ile  $\{k\}$  süreksizlik vektörlerinin  $(\vec{t}, \vec{n}, \vec{b})$  dik takımındaki bileşenleri;

$$\{K(\emptyset)\}^T = \{ 0, 0, 0, 0, 0, 0, -P_t, -P_n, -P_b, -M_t, -M_n, -M_b \} \quad (2.193)$$

ve,

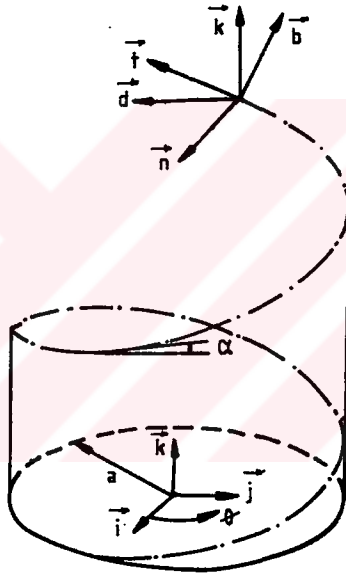
$$\{k(\emptyset)\}^T = \{ 0, 0, 0, 0, 0, 0, -p_t, -p_n, -p_b, -m_t, -m_n, -m_b \} \quad (2.194)$$

şeklinde olup,  $\emptyset$  ye karşılık gelen kesitteki yük bileşenlerinin siddetlerinden meydana gelmektedir. Çubuk dış yüklerinin genellikle,  $(\vec{t}, \vec{n}, \vec{b})$  takımındaki bileşenlerinin tesbit edilmesi pratik olmamaktadır. Bu durumlarda, yük bileşenlerinin daha kolay elde edilebildiği hareketli ya da sabit bir dik takımdan yararlanmak uygun olmaktadır. Dış yüklerin bu yardımcı dik takımındaki bileşenlerinin programa verilmesi; bundan sonra  $(\vec{t}, \vec{n}, \vec{b})$  koordinatlarındaki bileşenlerinin bulunması daha pratik olmaktadır. Bu çalışmada, çubuk dış yük bileşenlerinin tesbit edilmesinde;  $(\vec{d}, \vec{n}, \vec{k})$  hareketli dik takımından yararlanılmaktadır.

Helisel bir elemanın; herhangi bir kesitindeki hareketli birim vektörlerin doğrultu ve yönleri, helisin sarıldığı silindirin tabanında, başlangıçtan ve x - ekseninden itibaren ölçülen  $\emptyset$  açısı ile belirlenir.  $(\vec{d}, \vec{n}, \vec{k})$  dik takımının  $\emptyset$  açısı dikkate alınarak,  $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  dik takımıyla ilişkisi aşağıda verilmektedir (INAN,1966).

$$\begin{bmatrix} \vec{d} \\ \vec{n} \\ \vec{k} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\sin\theta & \cos\theta & 0 \\ -\cos\theta & -\sin\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \vec{i} \\ \vec{j} \\ \vec{k} \end{bmatrix} \quad (2.195)$$

(2.195) den anlaşılacağı gibi: taban dairesine teğet olan  $\vec{d}$  birim vektörünün doğrultusu x-y düzlemine paralel, yönü  $\theta$  nin artım yönündedir.  $\vec{k}$ , z - eksenini doğrultusundaki birim vektördür.  $\vec{n}$  ise:  $(\vec{k}-\vec{d})$  düzlemine dik doğrultuda, yönü eğrilik merkezine doğru olan normal birim vektördür (Şekil 2.16).



**Sekil:2.16.** Silindirik helisel bir elemanda  $(\vec{d}, \vec{n}, \vec{k})$  ve  $(\vec{t}, \vec{n}, \vec{b})$  dik takımları.

Hareketli  $(\vec{d}, \vec{n}, \vec{k})$  ve  $(\vec{t}, \vec{n}, \vec{b})$  dik takımları arasında da aşağıdaki bağıntı mevcuttur (INAN, 1966).

$$\begin{bmatrix} \vec{d} \\ \vec{n} \\ \vec{k} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a/c & 0 & -h/c \\ 0 & 1 & 0 \\ h/c & 0 & a/c \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \vec{t} \\ \vec{n} \\ \vec{b} \end{bmatrix} \quad (2.196)$$

Ayrıca,  $(\vec{t}, \vec{n}, \vec{b})$  hareketli dik takımı ve  $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  sabit dik takım arasındaki ilişki aşağıda verilmektedir (INAN, 1966).

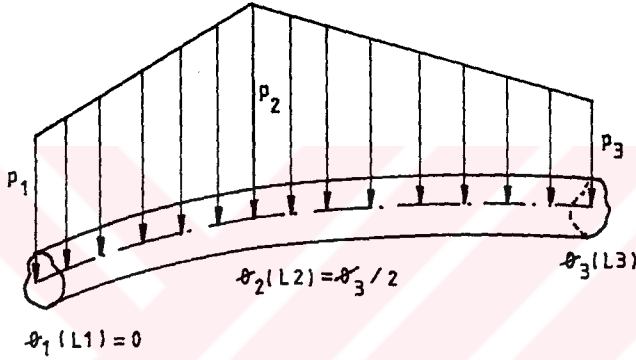
$$\begin{bmatrix} \vec{t} \\ \vec{n} \\ \vec{b} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -(a/c)\sin\theta & (a/c)\cos\theta & (h/c) \\ -\cos\theta & -\sin\theta & 0 \\ (h/c)\sin\theta & -(h/c)\cos\theta & (a/c) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \vec{i} \\ \vec{j} \\ \vec{k} \end{bmatrix} \quad (2.197)$$

Taşıma matrisi yöntemine dayanan bilgisayar programında, dış yüklerin  $(\vec{d}, \vec{n}, \vec{k})$  dik takımındaki bileşenleri veri olarak verilmekte, daha sonra bu yüklerin (2.196) eşitliği kullanılarak  $(\vec{t}, \vec{n}, \vec{b})$  koordinatlarındaki bileşenleri bulunmaktadır. Bunların yanında diğer önemli bir nokta: Taşıma matrisi ifadesinin boyutlu, ya da boyutsuz olarak kullanılacağıdır. Denklemleri boyutsuz hale getirmek, nümerik hesaplar için uygun olmaktadır. Bu nedenle programda, taşıma matrisi boyutsuz olarak elde edilmektedir. Taşıma matrisinin ve süreksizlik vektörünün boyutsuz ifadelerinden, yine boyutsuz olarak durum vektörü bileşenleri bulunmakta, bu bileşenler sonradan (2.63) yardımı ile boyutlu hale getirilmektedirler. Dış yük bileşenlerinin boyutsuz yapımlarında,

$$\begin{aligned} \bar{P} &= \frac{c^2}{EI_n} P \\ \bar{M} &= \frac{c}{EI_n} M \\ \bar{p} &= \frac{c^3}{EI_n} p \\ \bar{m} &= \frac{c^2}{EI_n} m \end{aligned} \quad (2.198)$$

tarifleri kullanılacaktır. Tekil yükler nedeni ile meydana gelen süreksizlik vektörünün elemanlarının oluşturulmasında bir sorun yoktur. Çünkü, tekil yüklerin etkidikleri yerdeki şiddetleri bilinmektedir. Uniform yayılı yük olması durumunda da, aynı özellik vardır. Yayılı

yükün çubuk üzerine, bir fonksiyona bağlı veya keyfi olarak etkimesi durumunda, yayılı yük bileşenlerinin süreksizlik vektörüne yerleştirilmeden önce,  $\emptyset$  deki siddetlerinin bulunması gerekmektedir. Bu çalışmada helisel çubuğun üniform yayılı yüklerle yüklendiği esas alınmaktadır. Helis eksenli çubuklarda uygulama alanı olmamasına rağmen, düzlem daire çubuklarda önemli olabilecek keyfi ve Şekil (2.17) de gösterilen artan ve azalan asimetrik lineer yayılı yük durumları dikkate alınmıştır.



**Sekil:2.17.** Çubukta genel, lineer, asimetrik yayılı yük durumu.

Şekil (2.17) de,  $L$  ler  $\emptyset$  açısına kadar olan çubuk uzunluklarını göstermektedir. Bu uzunluklar helisel bir elemanda,

$$L_1 = c\emptyset_1 = 0 ; L_2 = c\emptyset_2 ; L_3 = c\emptyset_3 = 2c\emptyset_2 ; X = c\emptyset \quad (2.199)$$

eşitlikleri ile hesaplanır.  $p_1, p_2, p_3$  sırasıyla  $L_1, L_2$  ve  $L_3$  teki yük siddetlerini göstermektedirler. Bu durumda Şekil (2.17) den herhangi bir  $\emptyset$  açısına karşılık gelen yerdeki yayılı yükün siddeti  $p$  için;

**I. Bölgede:**  $(0 \leq X \leq L_2)$

$$p = p_1 + \frac{2 \cdot (p_2 - p_1)}{L_3} \cdot X \quad (2.200)$$



II. Bölgede: ( $L_2 \leq X \leq L_3$ )

$$p = 2.p_2 - p_3 + \frac{2.(p_3-p_2)}{L_3} . X \quad (2.201)$$

ifadeleri elde edilebilir. Şekil (2.17) ile beraber, (2.200) ve (2.201) incelendiğinde;

- a)  $p_1=p_2=p_3$  için üniform yayılı yük halinin,
- b)  $p_1=0$ ,  $L_2=(L_3-L_1)/2$  ve  $p_2=(p_3/2)$  için, çubuk başlangıcından sonuna kadar lineer şekilde artan yayılı yük halinin,
- c)  $p_3=0$ ,  $L_2=(L_3-L_1)/2$  ve  $p_2=(p_1/2)$  için, çubuk başlangıcından sonuna kadar lineer şekilde azalan yayılı yük halinin,

elde edilebileceği görülmektedir. Programda yayılı yüklerin şiddetlerinin tesbiti ve yüklerin boyutsuz hale getirilmelerinde, aritmetik deyim fonksiyonlarından yararlanılmaktadır.

**2.3.2.8. Yayılı Yükten Dolayı özel Çözümün Sayısal Olarak Bulunması**

Çubuk başlangıcından  $\emptyset$  ye karşılık gelen ( $L=c\emptyset$ ) çubuk uzunluğunda; yayılı yük nedeni ile özel çözüm, taşıma matrisi metodunda,

$$\{SUM\} = \int_0^L [F(L-\alpha)] \{k(\alpha)\} d\alpha \quad (2.202)$$

şeklinde verilmektedir. Burada;  $\{k\}$  yayılı yükten dolayı süreksizlik vektörü,  $[F]$  taşıma matrisi,  $\alpha$  integral değişkenidir.  $\{k\}$  ve  $[F]$  matrislerinin sayısal değerleri eksen üzerinde her noktada bilinmektedir. (2.202) integralinin alınmasında, Gauss nümerik integrasyon metodu seçilmiştir. Bu metodun seçilmesindeki neden: integral aralığında daha az sayıda bölme ile, Simpson ve trapez metodundan çok daha hassas sonuçların elde edilebilmesidir (CONTE,1965). Diğer yandan; Simpson formülünün aksine,  $f(x)$

fonksiyonunun eşit olmayan aralıklarda değerlerinin bilinmesi gerekmektedir. İntegrali alınacak fonksiyonun türüne göre, integral sınırlarının  $(-1,1)$  veya  $(0,1)$  olarak değiştirilmesi gereği, metodun bir başka özelliğidir. Yöntemde (2.203) ile verilen fonksiyonun integrali için,

$$\int_0^1 x^k \cdot f(x) \cdot dx \approx \sum_{i=1}^n w_i \cdot f(x_i) \quad (2.203)$$

yaklaşık çözümü önerilmektedir. Burada  $w_i$  ağırlık fonksiyonları,  $x_i$  ler ise apsis değerleri adını alır. (2.203) teki fonksiyonun integraline ait, ağırlık fonksiyonlarının ve apsislerin değerleri, seçilen aralık sayısına ( $n=1,2,3,\dots,8$ ) ve  $k$  üssünün değerine göre Cizelge (2.4) te verilmiştir (ABRAMOWITZ ve STEGUN.1968).

**Cizelge:2.4.** Gauss nümerik integral apsis ve ağırlıkları.

n	k = 0		k = 1		k = 2	
	$x_i$	$w_i$	$x_i$	$w_i$	$x_i$	$w_i$
1	0.50000 00000	1.00000 00000	0.66666 66667	0.50000 00000	0.75000 00000	0.33333 33333
2	0.21132 48654	0.50000 00000	0.35505 10257	0.18195 86183	0.45584 81560	0.10078 58821
	0.78867 51346	0.50000 00000	0.84494 89743	0.31804 13817	0.87748 51773	0.23254 74513
3	0.11270 16654	0.27777 77778	0.21234 05382	0.06982 69799	0.29499 77901	0.02995 07030
	0.50000 00000	0.44444 44444	0.59053 31356	0.22924 11064	0.65299 62340	0.14624 62693
	0.88729 83346	0.27777 77778	0.91141 20405	0.20093 19137	0.92700 59759	0.15713 63611
4	0.06943 18442	0.17392 74226	0.13975 98643	0.03118 09710	0.20414 85821	0.01035 22408
	0.33000 94782	0.32607 25774	0.41640 95676	0.12984 75476	0.48295 27049	0.06863 38872
	0.66999 05218	0.32607 25774	0.72315 69864	0.20346 45680	0.76139 92624	0.14345 87898
	0.93056 81558	0.17392 74226	0.94289 58039	0.13350 69134	0.95149 94506	0.11088 84156
5	0.04691 00770	0.11846 34425	0.09853 50858	0.01574 79145	0.14894 57871	0.00411 38252
	0.23076 53449	0.23931 43352	0.30453 57266	0.07390 88701	0.36566 65274	0.03205 56007
	0.50000 00000	0.28444 44444	0.56202 51898	0.14638 69871	0.61011 36129	0.08920 01612
	0.76923 46551	0.23931 43352	0.80198 65821	0.16717 46381	0.82651 96792	0.12619 89619
	0.95308 99230	0.11846 34425	0.96019 01429	0.09678 15902	0.96542 10601	0.08176 47843

n	k = 0		k = 1		k = 2	
	$x_i$	$w_i$	$x_i$	$w_i$	$x_i$	$w_i$
6	0.03376 52429	0.08566 22462	0.07305 43287	0.00873 83018	0.11319 43838	0.00183 10758
	0.16939 53068	0.18038 07865	0.23076 61380	0.04395 51656	0.28431 88727	0.01572 02972
	0.38069 04070	0.23395 69673	0.44132 84812	0.09866 11509	0.49096 35868	0.05128 95711
	0.61930 95930	0.23395 69673	0.66301 53097	0.14079 25538	0.69756 30820	0.09457 71867
	0.83060 46932	0.18038 07865	0.85192 14003	0.13554 24972	0.86843 60583	0.10737 64997
	0.96623 47571	0.08566 22462	0.97068 35728	0.07231 03307	0.97409 54449	0.06253 87027
7	0.02544 60438	0.06474 24831	0.05626 25605	0.00521 43622	0.08881 68334	0.00089 26880
	0.12923 44072	0.13985 26957	0.18024 06917	0.02740 83567	0.22648 27534	0.00816 29256
	0.29707 74243	0.19091 50253	0.35262 47171	0.06638 46965	0.39997 84867	0.02942 22113
	0.50000 00000	0.20897 95918	0.54715 36263	0.10712 50657	0.58599 78554	0.06314 63787
	0.70292 25757	0.19091 50253	0.73421 01772	0.12739 08973	0.75944 58740	0.09173 38033
	0.87076 55928	0.13985 26957	0.88532 09468	0.11050 92582	0.89691 09709	0.09069 88246
	0.97455 39562	0.06474 24831	0.97752 06136	0.05596 73634	0.97986 72262	0.04927 65018
8	0.01985 50718	0.05061 42681	0.04463 39553	0.00329 51914	0.07149 10350	0.00046 85178
	0.10166 67613	0.11119 05172	0.14436 62570	0.01784 29027	0.18422 82964	0.00447 45217
	0.23723 37950	0.15685 33229	0.28682 47571	0.04543 93195	0.33044 77282	0.01724 68638
	0.40828 26788	0.18134 18917	0.45481 33152	0.07919 95995	0.49440 29218	0.04081 44264
	0.59171 73212	0.18134 18917	0.62806 78354	0.10604 73594	0.65834 80085	0.06844 71834
	0.76276 62050	0.15685 33229	0.78569 15206	0.11250 57995	0.80452 48315	0.08528 47692
	0.89833 32387	0.11119 05172	0.90867 63921	0.09111 90236	0.91709 93825	0.07681 80933
	0.98014 49282	0.05061 42681	0.98222 00849	0.04455 08044	0.98390 22404	0.03977 89578

(2.203) de  $k=0$  alınmak sureti ile, (2.202) fonksiyonu benzeştirilmektedir. Bunun yanında,  $(0,L)$  olan (2.202) integral aralığının da  $(0,1)$  aralığına dönüştürülmesi gerekecektir. Bunun için,

$$t = \alpha/L \quad ; \quad d\alpha = Ldt \quad (2.204)$$

değişken dönüştürmesi yapılır. Bu eşitlik, (2.202) de yerine konularak,

$$\{SUM\} = L \int_0^1 [F(L-t.L)] \{k(t.L)\} dt \quad (2.205)$$

elde edilir. (2.203) ten, (2.205) in çözümü ( $n=8$ ) için açık olarak,

$$\begin{aligned}
\{SUM\} \approx & Lw_1 [F(L-t_1L)] \{k(t_1L)\} + Lw_2 [F(L-t_2L)] \{k(t_2L)\} \\
& + Lw_3 [F(L-t_3L)] \{k(t_3L)\} + Lw_4 [F(L-t_4L)] \{k(t_4L)\} \\
& + Lw_5 [F(L-t_5L)] \{k(t_5L)\} + Lw_6 [F(L-t_6L)] \{k(t_6L)\} \\
& + Lw_7 [F(L-t_7L)] \{k(t_7L)\} + Lw_8 [F(L-t_8L)] \{k(t_8L)\} \quad (2.206)
\end{aligned}$$

şeklinde yazılabilir. Görüleceği gibi, (2.206) nın hesaplanması için, 8 farklı uzunlukta elemana ait taşıma matrisleri ile süreksizlik vektörlerinin elemanlarının hesaplanması gerekmektedir. Yayılı yüklerin üniform olması durumunda, süreksizlik vektörü elemanlarının değişmeyeceği açıktır.

Özellikle eleman uzunluğunun büyük olması halinde, taşıma matrisi elemanları hassas olarak elde edilse bile; Gauss quadrature formülünde verilen 8 aralık, hassas bir integral almak için yeterli olmayabilir. Helisel merdivenlerde sarım sayısı az olduğu halde, çubuk uzunluğu büyük olmaktadır. Yaylarda ise, sarım sayısının artmasıyla birlikte, çubuk uzunluğu da artmaktadır. Bu durumda, integralin bölge bölge alınması uygundur. Örneğin (0,L) aralığı için (2.202) integrali; (0,L<sub>1</sub>), (L<sub>1</sub>,L<sub>2</sub>) ve (L<sub>2</sub>,L) olmak üzere üç aralıktaki integrallerin toplamı olarak düşünülürse,

$$\{SUM\} = \int_0^{L_1} [F(L-\alpha)] \{k(\alpha)\} d\alpha + \int_{L_1}^{L_2} [F(L-\alpha)] \{k(\alpha)\} d\alpha + \int_{L_2}^L [F(L-\alpha)] \{k(\alpha)\} d\alpha \quad (2.207)$$

bu defa,

$$\begin{aligned}
\alpha &= \text{alt} + (\text{üst}-\text{alt}) t \\
d\alpha &= (\text{üst}-\text{alt}) dt
\end{aligned} \quad (2.208)$$

değişken dönüştürümünün, (2.207) eşitliğinin sağ tarafındaki her integral ifadesine uygulanması ile,

$$\{SUM\} = (L_1-0) \int_0^1 [F(L-(0+(L_1-0))t)] \{k(0+(L_1-0)t)\} dt$$

$$\begin{aligned}
& + (L_2 - L_1) \int_0^1 [F(L - (L_1 + (L_2 - L_1))t)] \{k(L_1 + (L_2 - L_1)t)\} dt \\
& + (L - L_2) \int_0^1 [F(L - (L_2 + (L - L_2))t)] \{k(L_2 + (L - L_2)t)\} dt \quad (2.209)
\end{aligned}$$

ve sayısal çözüm için,

$$\begin{aligned}
\{SUM\} & \approx (L_1 - 0) \sum_{i=1}^8 w_i [F(L - (0 + (L_1 - 0))t_i)] \{k(0 + (L_1 - 0)t_i)\} \\
& + (L_2 - L_1) \sum_{i=1}^8 w_i [F(L - (L_1 + (L_2 - L_1))t_i)] \{k(L_1 + (L_2 - L_1)t_i)\} \\
& + (L - L_2) \sum_{i=1}^8 w_i [F(L - (L_2 + (L - L_2))t_i)] \{k(L_2 + (L - L_2)t_i)\} \quad (2.210)
\end{aligned}$$

yazılır. Yayılı yükler bütün çubuk boyunca etkili değilse, integral alt ve üst sınırları da, (2.202) te olduğu gibi çubuk başlangıcı ve sonu olmayacaktır. Böyle durumlarda, özel çözümün nasıl bulunması gerektiği, Bölüm (2.3.3.2.3) de anlatılacaktır.

### 2.3.2.9. Programlar Hakkında Açıklayıcı Bilgi

Bu programlar; elastik, sabit kesitli, ara mesnetli ya da mesnetsiz, üniform yayılı yük ve momentli helisel çubukların  $(\vec{t}, \vec{n}, \vec{b})$  takımındaki kesit tesirleri ile yer ve şekil değiştirmelerini hesaplamaktadır. Bütün programlarda, taşıma matrisi Bölüm (2.3.2.5.2) de anlatılan şekilde sayısal olarak hesaplanmakta ve yayılı yüklerin integrali yine sayısal olarak Gauss yöntemine göre alınmaktadır.

Malzeme ve kesit özellikleri çubuk boyunca sabittir. Programdaki veri ve çıktı dosyaları adları, derleme zamanından kazanmak amacı ile değişken olarak tanımlanmıştır. Programlarda herhangi bir kesitin sistemdeki yerini tanımlamak için kullanılan  $\emptyset$  açısının pozitif

ilerleme yönü saat ibrelerinin tersi yönünde tarif edilmektedir.

Çizelge (2.5) de, aşağıda tanıtılacak bütün programlarda ortak olarak kullanılan altprogramlar ve işlevleri verilmektedir.

**Çizelge:2.5.** TASMAT adlı bilgisayar programlarında kullanılan altprogramların listesi.

No:	Altprogram adı:	Yaptığı iş:
1	SOLGAU	Gauss Eliminasyon yöntemi ve pivoting yaparak, lineer denklem takımı çözer.
2	COEF	Ön yüksüz statik diferansiyel geçiş matrisini meydana getirir.
3	TRANS	$(\vec{t}, \vec{n}, \vec{b})$ takımındaki taşıma matrisini sayısal olarak elde eder.
4	PSI	Taşıma matrisinin (2.126) daki seri çözümündeki $\Phi(\theta)$ fonksiyonlarını (2.137) eşitliğinden bulur.
5	MATMUL	Matris çarpımı yapar ( $[A][B]=[C]$ ).
6	CHPOCO	Diferansiyel geçiş matrisi [D] nin karakteristik denklemine ait katsayıları Faddéev Leverrier metoduna göre elde eder.
7	IFACT	Faktöryel hesabı yapar.
8	BOUND BOUND1 BOUND2	{S(0)} durum vektörünün bilinmeyen elemanlarını, sırasıyla ara mesnetsiz, bir ve iki ara mesnetli hallerde bulur

Aşağıda, programların burada anlatılan genel özelliklerinden olan farkları açıklanacaktır:

**TASMAT1:** Arada mesneti olmayan dairesel silindire sarılmış helis eksenli çubuğun statik davranışını çözmeye kullanılan bu programda, yayılı yüklerin integrali (2.207) eşitliğine göre sayısal

olarak ve ( $L=c\pi$ ) lik aralıklarda yapılmaktadır. Başlangıçtaki durum vektörünün bilinmeyen elemanlarının bulunmasında (Ek G.1) de verilen BOUND adlı altprogram kullanılmalıdır. Programın serbest formatla yazılan veri dosyası kılavuzu aşağıda olduğu gibidir.

Veri Dosyası Klavuzu
AA
HH
KN, KB
I2, I3, I1
AL
EO, PO
PD, PN, PK
MD, MN, MK
AKAT
NB

Bu klavuzdaki değişkenlerin anlamları şu şekildedir:

- AA = Helisin sarıldığı silindirin yarıçapı  
HH =  $2\pi$  devir sonraki helisin yükselme değeri  
KN,KB = Kesit içindeki kayma gerilmelerinin uniform yayılma-  
diklarını karakterize eden, kesite bağlı sabitler.  
I2,I3 =  $\vec{n}$  ve  $\vec{b}$  eksenlerine göre asal atalet momentleri  
I1 = Kesitin burulma atalet momenti  
AL = Çubuk kesit alanı  
EO = Çubuk malzemesinin elastisite modülü  
PO = Çubuk malzemesinin poisson oranı  
PD,PN,PK = Yayılı yükün ( $\vec{d}, \vec{n}, \vec{k}$ ) Bileşenlerinin şiddeti  
MD,MN,MK = Yayılı momentin ( $\vec{d}, \vec{n}, \vec{k}$ ) Bileşenlerinin şiddeti  
AKAT = Çubuk Son ucunun açısı ( $\pi$  nin katı)  
NB = Sınır şartını belirleyen değişken

Programda, çubuk ilk ve son ucunun mesnetlenme durumlarına göre NB değişkeni,

NB=1	.....	Ankastre - Bos Uç
NB=2	.....	Bos Uç - Ankastre
NB=3	.....	Ankastre - Ankastre
NB=4	.....	Basit - Basit
NB=5	.....	Ankastre - Basit
NB=6	.....	Basit - Ankastre

değerlerini alır. Program listesi (Ek H.1) de verilmektedir.

**TASMAT2:** TASMAT1 programından tek farkı: Seri haldeki taşıma matrisinin (2.74) özelliği kullanılarak. ( $L=c\pi$ ) lik aralıklarda hesaplanmasıdır. Bu programın listesi (Ek H.2) de verilmiştir.

**TASMAT3:** Bu programda, sistemin herhangi bir ara bölgesinde bir adet küresel mafsallı mesnet bulunmaktadır. TASMAT1 programında veri dosyası klavuzunda, NB değişkeninin verildiği satırdan bir önceki satırda ek olarak; ara mesnetin bulunduğu açıyı  $\pi$  nin katı olarak tarif eden.

AKAT, AKAT1

AKAT1 değişkeni yer almaktadır. Başlangıçtaki durum vektörünün bilinmeyen elemanlarının bulunmasında (Ek G.2) de verilen BOUND1 adlı altprogram kullanılmalıdır. Ana programın listesi (Ek H.3) te verilmektedir.

**TASMAT4:** Bu programda ise, ara bölgede iki adet küresel mafsallı mesnet bulunmaktadır. TASMAT1 programında veri dosyası klavuzunda, NB değişkeninin verildiği satırdan bir önceki satırda ek olarak; sırasıyla birinci ve ikinci ara mesnetlerin bulunduğu açıyı  $\pi$  nin katı olarak tarif eden.

AKAT, AKAT1, AKAT2

şeklinde AKAT1 ve AKAT2 değişkenleri yer almaktadır.  $\{S(0)\}$  durum vektörünün bilinmeyen elemanlarının bulunmasında (Ek G.3) te verilen



BOUND2 adlı altprogram kullanılmalıdır. Programın listesi (Ek H.4) te verilmiştir.

Programlar genel olan helisel çubuklar için hazırlanmışsa da, aynı zamanda düzlem daire çubuk problemlerinin çözümünde de kullanılabilir. Bu durumda, veri dosyasında sadece HH=0 olarak verilmelidir.

Bu çalışmada: yukarıda açıklanan bu programlara ek olarak:

- a-) Çubuk boyunca keyfi yayılı yük,
- b-) Bölüm (2.3.2.7) de anlatılan antisimetrik lineer yayılı yük,
- c-) Herhangi bir ara bölgede tekil yük,
- d-) Herhangi bir ara bölgede tekil yük ve çubuk boyunca yayılı üniform yük,
- e-) Bir ucu ankastre, diğer boş ucunda tekil yük.

durumlarını göz önüne alan programlar da yapılmıştır. Yer darlığından dolayı bu programların listesi burada verilememektedir.

### 2.3.3. Rijitlik Matrisi (Stiffness) Metodu

Lineer elastik davranışa sahip sistemin, hareketini idare eden denklem aşağıda matris formunda gösterilmiştir (MEIROVITCH,1967; CLOUGH,1975).

$$[M]\{\ddot{D}\} + [C]\{\dot{D}\} + [K]\{D\} = \{P\} \quad (2.211)$$

Bu eşitlikte:  $\{D\}$  vektörü sistem düğüm noktalarındaki deplasmanları, üzerindeki noktalar zamana göre türevleri göstermektedir.  $\{P\}$  ise düğüm noktalarına etkiyen dış kuvvetleri içeren kolon matristir.  $[M]$  sistem kütle,  $[C]$  sistem sönüm matrislerini ifade etmektedir.  $[K]$ , sistem rijitlik matrisidir. (2.211) de soldaki ilk terim atalet kuvvetlerini, ikinci terim viskoz kuvvetleri, üçüncü terim de elastik kuvvetleri temsil etmektedir. Düğüm yüklerinin zamandan bağımsız olması durumunda, sistemin statik davranışını idare eden denklem aşağıdaki hali alır:

$$[K]\{D\} = \{P\} \quad (2.212)$$

Stiffness metodunda,  $\{D\}$  düğüm noktası deplasmanları bilinmeyen kabul edilir. Düğüm noktalarında, uygunluk ve denge şartlarından faydalanılarak; (2.213) nolu eleman denklemlerinden teşkil edilen sistem denklemleri çözülür ve sistemin düğüm noktalarındaki deplasmanları elde edilir. Eleman rijitlik denklemi.

$$\{p\} = [k]\{d\} + \{f\} \quad (2.213)$$

dir. Burada  $\{d\}$  eleman uç deplasmanlarını,  $\{p\}$  elemanın uçlarındaki kesit tesirlerini gösteren kolon vektörler;  $[k]$  ise, eleman rijitlik matrisidir.  $\{f\}$ , ankastrelik uç kuvvetleri adı verilen; çubuk boyunca etkiyen yayılı ve tekil yüklerin, çubuk uçlarında eşdeğeri olan kuvvetlerdir. Sistem denklemlerinin çözümünden elde edilen bu deplasmanlar, eleman denklemlerinde yerlerine konularak, kesit tesirleri bulunur.

n adet elemandan meydana gelen helisel bir sistemde,  $(n+1)$  adet düğüm noktası vardır. Böyle bir sistem için, rijitlik matrisi metodu şu şekilde özetlenebilir:

a-) (2.213) denklemi, sistemi meydana getiren her eleman için, sistem ortak koordinat takımında yazılır. Bu denklemdeki matrislerin mertebesi, elemanın ve yüklemenin düzlem ya da uzay oluşuyla yakından ilgilidir. Örneğin, düzlemsel olarak yüklenmiş düzlem bir elemanda  $[k]$  rijitlik matrisi, mertebesi  $(6 \times 6)$  olan, simetrik bir kare matristir. Uzaysal halde, mertebe  $(12 \times 12)$  olacaktır.

b-) Mesnet şartları, düğüm noktalarındaki uygunluk ve denge şartları yardımı ile eleman denklemleri süperpoze edilerek, sistem davranışını idare eden (2.212) nolu denklem teşkil edilir. Bu denklemdeki  $\{P\}$  düğüm yükleri; düğüm noktalarına etkiyen  $\{q\}$  direkt yükleri ile, ankastrelik uç kuvvetlerinin negatif işaretlisinin toplamına eşittir.

$$\{P\} = \{q\} - \sum_{e=1}^n \{f\} \quad (2.214)$$

Sistem denklemi, sistem ortak koordinatlarında yazılmalıdır. Eleman koordinatlarında bulunmuş eleman denklemlerinin (2.212) nin teşkili için; sistem ortak koordinat takımındaki ifadelerine dönüştürülmesi zorunludur.

c-) Statik halde, cebrik denklem takımına dönüşen (2.212) nin herhangi uygun bir metodla çözülmesi sonucu, sistemin düğüm noktalarındaki bilinmeyen deplasmanlarını içeren {D} vektörü sistem koordinatlarında bulunur.

d-) Çubuk elemanına ait deplasmanların {D} den seçilip, (2.213) de olduğu gibi eleman rijitlik matrisi ile çarpılması ve ankastrelik uç kuvvetlerinin eklenmesi ile, sistem koordinatlarında çubuk uç kuvvetleri elde edilir. Her elemanda bulunan çubuk uç kuvvetleri, fiziksel anlamlarına kavuşturulmak amacı ile, eleman koordinat takımındaki bileşenlerine dönüştürülür.

Eleman denklemleri eleman koordinatlarında bulunmuş iseler: {D} den ayıklanan {d} çubuk deplasmanlarının eleman koordinatlardaki ifadesine dönüştürülmesi gerekmektedir. Ancak bundan sonra {d} deplasmanları; (2.213) eleman denkleminde yerine konularak, eleman koordinatlarında kesit tesirleri elde edilebilir.

Yukarıda kısaca özeti verilen adımlar, aşağıdaki alt bölümlerde ayrıntılı olarak ele alınacaktır.

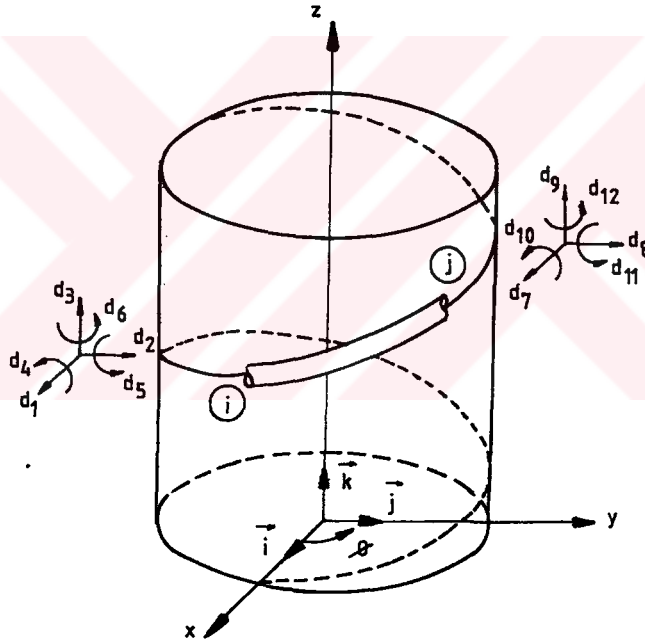
### 2.3.3.1. Eleman Rijitlik Matrisi

#### 2.3.3.1.1. Birim Deplasman Sabitleri (Rijitlik Etki Sayıları)

Birim deplasman sabiti  $k_{i,j}$ , i ve j herhangi iki doğrultuyu temsil etmek üzere; j doğrultusunda birim deplasman meydana getirebilmek için, i doğrultusuna tatbik edilmesi gereken kuvvet olarak tanımlanır. Bu durumda, diğer doğrultulardaki deplasmanların tamamı engellenmektedir. Düzlemsel veya uzaysal doğru eksenli çubuklar ile; düzlemi içinde veya düzlemine dik yüklenmiş daire eksenli düzlem çubuklar için birim deplasman sabitleri literatürlerde mevcuttur (DÜNDAR,KIRAL,MENGI,1986).

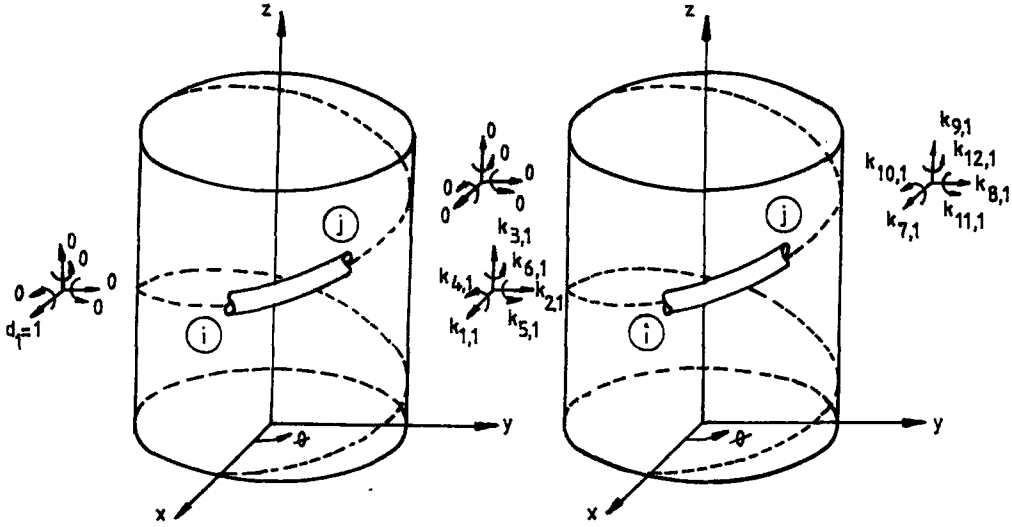
Herhangi bir elemanda uç deplasmanlarını ve bunlara neden olan uç kuvvetlerini tanımlayabilmek için; elemana uygun koordinat takımı seçilmelidir. Helis eksenli bir elemanda bu takım:  $(\vec{d}, \vec{n}, \vec{k})$  veya  $(\vec{t}, \vec{n}, \vec{b})$  dik koordinatları olabilir.

Hareketi engellenmemiş helisel çubuğa ait bir düğümde; altı serbestlik derecesi, diğer bir ifade ile altı bilinmeyen deplasman bulunmaktadır. Bunlardan üçü dönme, diğer üçü de ötelenmelerle ilgilidir. Çubuğun uçlarında toplam, on iki serbestlik derecesi yer alır (Şekil 2.18). Şekil (2.19) da da: 1 doğrultusunda birim deplasmanı sağlayacak kuvvetler ile momentler, yani birim deplasman sabitleri temsil edilmiştir.



- $d_1, d_2, d_3, d_7, d_8, d_9$  ———> Ötelenmeler  
 $d_4, d_5, d_6, d_{10}, d_{11}, d_{12}$  ———> Dönmeler

**Sekil:2.18.** Helisel bir elemanda  $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  dik takımındaki serbestlik dereceleri.



**Sekil:2.19.**  $d_1=1$  olması halinde.  $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  dik takımındaki birim deplasman sabitleri.

Uzaysal bir elemanda, toplam serbestlik derecesi  $N=12$  olmaktadır. Birim deplasman sabitleri, birbirlerinden tamamen bağımsız değillerdir.  $k_{i,j} = k_{j,i}$  özelliği bulunmaktadır. Toplam  $[N(N+1)/2]$  adet birim deplasman sabitinden oluşan,  $(N \times N)$  mertebesindeki kare matrise, eleman rijitlik matrisi denir ve  $[k]$  ile gösterilir.

### 2.3.3.1.2. Eleman Rijitlik Matrisinin Özellikleri

$$[k] = \begin{bmatrix} [k_1] & [k_2] \\ [k_3] & [k_4] \end{bmatrix} \quad (2.215)$$

(12x12)

Helisel bir cubuğa ait eleman rijitlik matrisi  $[k]$ , simetrik bir kare matristir. (2.215) de görüldüğü gibi  $[k]$  nın mertebesi (6x6) olan, dört adet alt matristen oluştuğu düşünülerek; eleman rijitlik matrisinin diğer özellikleri şu şekilde özetlenebilir:

- a-)  $[k_1]$  ve  $[k_4]$  simetriktir.  
b-)  $[k_2]$  ile,  $[k_3]$  ün transpozu birbirine esittir.

### 2.3.3.1.3. Eleman Rijitlik Matrisinin Elde Edilmesindeki Kabuller

Eleman rijitlik matrisi hesaplanacak her eleman için yapılan kabuller, Bölüm (2.1.2) deki kabullere ek olarak aşağıda maddeler halinde sıralanmıştır.

a-) Çubuk elemanı, eğriliği ve tabii burulması sabit olan helisel bir eksene sahiptir.

b-) Çubuk kesitinin kayma (burulma) merkezi ile geometrik merkezi çakışmaktadır.

c-) Kayma ve aksenal deformasyonların etkisi göz önüne alınmamaktadır.

d-) Ön yük göz önüne alınmamıştır.

### 2.3.3.1.4. Taşıma Matrisi Yöntemi ile, Eleman Rijitlik Matrisinin Elde Edilmesi

Helisel bir çubukta, herhangi bir kesitteki durum vektörü:  $\vec{U}$  vektörü ötelenmeleri,  $\vec{\Omega}$  dönmeleri,  $\vec{T}$  normal ve kesme kuvvetlerinin,  $\vec{M}$  ise burulma ve eğilme momentlerini temsil etmek üzere aşağıda olduğu gibi tarif edilir.

$$\{S(\emptyset)\} = \{ \vec{U}(\emptyset), \vec{\Omega}(\emptyset), \vec{T}(\emptyset), \vec{M}(\emptyset) \}^T \quad (2.216)$$

[F] taşıma matrisi : Sistemin bir kesitindeki değeri bilinen durum vektöründen, diğer bir kesitteki durum vektörüne geçisi sağlayan; helis için (12x12) mertebesinde bir kare matristir. Taşıma matrisinin  $(\vec{d}, \vec{n}, \vec{k})$  ve  $(\vec{t}, \vec{n}, \vec{b})$  takımındaki boyutsuz analitik ifadeleri,  $\emptyset$  argümanı ile çubuk kesiti ve malzemesinin özelliklerine bağlı olarak literatürde verilmektedir (CINEMRE,1960; INAN,1966). Adı geçen kaynaklarda, taşıma matrisinin bazı elemanları basımdan dolayı yanlış yazılmıştır. Bu nedenle bu çalışmada,  $(\vec{d}, \vec{n}, \vec{k})$  koordinatlarındaki [F] in elemanları yeniden elde edilmiş ve bunlar (Ek.I) da verilmiştir.

Çubuk ara bölgesinde dış yüke maruz olmayan, homojen yükleme hali adıyla tanımlanan çubuk için; taşıma matrisi ve çubuk başlangıç ve sonundaki durum vektörleri arasındaki ilişki (2.70) gibidir.

Eleman Rijitlik matrisi elde edilirken, deplasmanlar bilinmektedir. Bu deplasmanlar; helisel elemanda çubuk baş ve sonunda tanımlanmış, 12 adet doğrultunun her birinde sırasıyla birim deplasman değerlerinde sıfır alınarak tarif edilir. O halde, (2.216) veya skaler bileşenleri cinsinden (2.65) de tanımlanan durum vektörünün  $\theta=\theta_1$  ile  $\theta=\theta_2$  deki, geometrik şart adı da verilen öteleme ve dönmeleri elde mevcut bulunmaktadır. Birim deplasman sabitlerinin teşkili için:  $\theta=\theta_1$  ile  $\theta=\theta_2$  deki durum vektörlerinin, elemanları olan çubuk uç kuvvet ve momentleri aranmaktadır. Bunların taşıma matrisi yöntemiyle elde edilmesi aşağıda açıklanacaktır.

Helisel bir çubuğa ait [F] taşıma matrisinin; 16 adet (3x3) mertebesinde alt matrislerden oluştuğu düşünülüp, (2.70) ifadesi yeniden düzenlenerek aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$\begin{bmatrix} \vec{U} \\ \vec{\Omega} \\ \dots \\ \vec{T} \\ \vec{M} \end{bmatrix}_{\theta_2} = \begin{bmatrix} [F_1] & [F_2] & \vdots & [F_3] & [F_4] \\ [F_5] & [F_6] & \vdots & [F_7] & [F_8] \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ [F_9] & [F_{10}] & \vdots & [F_{11}] & [F_{12}] \\ [F_{13}] & [F_{14}] & \vdots & [F_{15}] & [F_{16}] \end{bmatrix}_{(\theta_2 - \theta_1)} \cdot \begin{bmatrix} \vec{U} \\ \vec{\Omega} \\ \dots \\ \vec{T} \\ \vec{M} \end{bmatrix}_{\theta_1} \quad (2.217)$$

(2.217) de çubuk ilk ve son ucundaki bilinen deplasmanlar  $\vec{U}(\theta_1)$ ,  $\vec{U}(\theta_2)$ ,  $\vec{\Omega}(\theta_1)$ ,  $\vec{\Omega}(\theta_2)$  den yararlanılıp yazılan (2.218) denklemi; skaler formda altı adet lineer denklem takımına dönüşür. Bunun çözümünden, çubuk başlangıç düğümündeki bilinmeyen kuvvetler  $\vec{T}(\theta_1)$  ve momentler  $\vec{M}(\theta_1)$  elde edilir. Bu durumda çubuk başlangıcındaki  $\{S(\theta_1)\}$  durum vektörünün elemanları, tamamen belirli hale sokulmuş olmaktadır. Bu vektörün, (2.217) de yerine konulmasıyla da; çubuk sonundaki durum vektörü  $\{S(\theta_2)\}$  elde edilebilir.

$$\vec{U}(\emptyset_2) = [F_1]\vec{U}(\emptyset_1) + [F_2]\vec{\Omega}(\emptyset_1) + [F_3]\vec{T}(\emptyset_1) + [F_4]\vec{M}(\emptyset_1) \quad (2.218)$$

$$\vec{\Omega}(\emptyset_2) = [F_5]\vec{U}(\emptyset_1) + [F_6]\vec{\Omega}(\emptyset_1) + [F_7]\vec{T}(\emptyset_1) + [F_8]\vec{M}(\emptyset_1)$$

örneğin 4 nolu doğrultudaki  $d_4=1$  haline karşılık gelen birim deplasman sabitleri aranıyor olsun (Şekil 2.18). Bu durumda, durum vektörünün bilinen elemanları, (2.219) ve (2.220) de olduğu gibidir.

$$\{d_i\} = \{d(\emptyset_1)\} = \begin{bmatrix} \vec{U} \\ \dots \\ \vec{\Omega} \end{bmatrix}_{\emptyset_1} = \begin{bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \\ \dots \\ d_4 \\ d_5 \\ d_6 \end{bmatrix}_{\emptyset_1} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \dots \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}_{\emptyset_1} \quad (2.219)$$

$$\{d_j\} = \{d(\emptyset_2)\} = \begin{bmatrix} \vec{U} \\ \dots \\ \vec{\Omega} \end{bmatrix}_{\emptyset_2} = \begin{bmatrix} d_7 \\ d_8 \\ d_9 \\ \dots \\ d_{10} \\ d_{11} \\ d_{12} \end{bmatrix}_{\emptyset_2} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \dots \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}_{\emptyset_2} \quad (2.220)$$

(2.219) ve (2.220) deki ifadelerin, (2.218) de yerine konulmasıyla, çubuk başlangıcındaki durum vektörünün elemanları olan kuvvet ve momentler,  $[k]$  nın dördüncü sütunundaki ilk altı elemanı oluşturmaktadır. (2.217) ile eleman rijitlik matrisinin, adı geçen



sütündeki diğer altı elemanı bulunabilir. Eleman rijitlik matrisinin simetri özelliği nedeni ile, birim deplasman sabitlerinin dördüncü satıra da yerleştirilebileceği görülür.

Boyutsuz [F] taşıma matrisi kullanılıyorsa, bilinen birim deplasmanların da [F] in boyutsuzlaştırılmasında olduğu şekilde boyutsuz hale getirilmesi gerekecektir. Birim deplasman sabitleri, eleman rijitlik matrisindeki yerlerine yerleştirilirken: bu defa bulunan sonuçlar, yine aynı yöntemle boyutlu hale getirilmelidir.

#### 2.3.3.1.5. Eleman Rijitlik Matrisinin Sistem Koordinat Takımında Elde Edilmesi

Rijitlik matrisi metodunda, sistem deplasmanlarını bulmak amacı ile kullanılan (2.212) nolu sistem denklemi; düğüm noktalarındaki uygunluk şartları gözönüne alınarak, düğümlere tesir eden kuvvet ve momentlerin dengesinden elde edilmektedir. Düğüm noktalarındaki denge denklemlerini yazabilmek için: eleman denklemlerinin, düğümden düğüme değişmeyen sabit bir koordinat takımındaki ifadelerine gereksinim vardır. İşte bu takıma, sistem ortak koordinat eksenleri adı verilir. Çubuk eksen takımıyla çakışmak zorunda olmayan bu koordinatlar; sağ el vida kuralına uygun olarak seçilmiş, sabit bir takım olabilir. Bu çalışmada, sabit  $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  dik eksenleri sistem ortak koordinatları olarak seçilmiştir.

Düğüm yükleri: Düğümlere dışarıdan etkiyen  $\{q\}$  direkt yükleri ile; (2.221) de  $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  bileşenleri cinsinden ifade edilmiş, çubuk uç kuvvetlerinin düğümlere etkilerinden oluşmaktadır.

$$\{p\}_{ijk} = [k]_{ijk} \{d\}_{ijk} + \{f\}_{ijk} \quad (2.221)$$

Bu bölümde öncelikle eleman rijitlik matrisinin,  $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  takımındaki ifadesinin elde edilmiş yöntemleri açıklanacaktır. Bu amaçla şimdilik, ankastrelik uç kuvvetlerinin sabit dik takımındaki bileşenlerinin bilindiği kabul edilecektir.

$(\vec{d}, \vec{n}, \vec{k})$  Takımındaki Eleman Rijitlik Matrisinin  $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$   
Koordinatlarındaki İfadesinin Elde Edilmesi

Eleman denkleminin, ankastrelik uç kuvvetleri hesaba katılmadan  $(\vec{d}, \vec{n}, \vec{k})$  koordinatlarındaki ifadesi (2.222) deki gibidir.

$$\{p\}_{dnk} = [k]_{dnk} \{d\}_{dnk} \quad (2.222)$$

Eleman uç kuvvet ve deplasmanlarının, elemanın sistemdeki yerini tanımlayan  $\emptyset$  argümanına bağlı açık ifadeleri aşağıda verilmiştir.

$$\{p\}_{dnk} = \begin{bmatrix} \{p_i\} \\ \dots \\ \{p_j\} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \vec{T}(\emptyset_1) \\ \vec{M}(\emptyset_1) \\ \dots \\ \vec{T}(\emptyset_2) \\ \vec{M}(\emptyset_2) \end{bmatrix} ; \{d\}_{dnk} = \begin{bmatrix} \{d_i\} \\ \dots \\ \{d_j\} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \vec{U}(\emptyset_1) \\ \vec{\Omega}(\emptyset_1) \\ \dots \\ \vec{U}(\emptyset_2) \\ \vec{\Omega}(\emptyset_2) \end{bmatrix} \quad (2.223)$$

$(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  takımındaki bileşenleri bilinen bir  $\{V\}$  vektörünün  $(\vec{d}, \vec{n}, \vec{k})$  takımındaki bileşenleri (2.195) den;  $\emptyset$  ye bağlı olarak aşağıda tanımlanan,

$$[A] = \begin{bmatrix} -\sin\emptyset & \cos\emptyset & 0 \\ -\cos\emptyset & -\sin\emptyset & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.224)$$

[A] matrisi ile kısaca,

$$\{V\}_{dnk} = [A] \{V\}_{ijk} \quad (2.225)$$

şeklinde gösterilebilir. Eleman uç deplasmanları  $\{d(\emptyset)\}$  ve uç kuvvetleri  $\{p(\emptyset)\}$  için kullanılacak [T1] dönüşüm matrisi de, [A] matrisine bağlı olarak (2.226) da olduğu gibi ifade edilebilir.

$$[T1] = \begin{bmatrix} [A(\theta_1)] & [0] & \vdots & [0] & [0] \\ [0] & [A(\theta_1)] & \vdots & [0] & [0] \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ [0] & [0] & \vdots & [A(\theta_2)] & [0] \\ [0] & [0] & \vdots & [0] & [A(\theta_2)] \end{bmatrix} \quad (2.226)$$

(12x12)

(2.226) nın, (2.222) de {d} ve {p} nin dönüşümünde kullanılması ile aşağıdaki eşitlik elde edilir.

$$[T1]\{p\}_{ijk} = [k]_{dnk} [T1]\{d\}_{ijk} \quad (2.227)$$

(2.227) düzenlendiğinde,

$$\{p\}_{ijk} = [T1]^{-1} [k]_{dnk} [T1]\{d\}_{ijk} \quad (2.228)$$

$(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  takımındaki çubuk uç kuvvetleri elde edilir. (2.228) ile (2.221) karşılaştırıldığında, eleman rijitlik matrisinin sistem takımındaki ifadesi için aşağıdaki ifade elde edilir.

$$[k]_{ijk} = [T1]^{-1} [k]_{dnk} [T1] \quad (2.229)$$

$(\vec{t}, \vec{n}, \vec{b})$  Takımındaki Eleman Rijitlik Matrisinin  $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  Koordinatlarındaki İfadesinin Elde Edilmesi

$(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  takımındaki bileşenleri bilinen bir {V} vektörünün,  $(\vec{t}, \vec{n}, \vec{b})$  takımındaki bileşenleri, (2.197) den elde edilen aşağıdaki

$$[B] = \begin{bmatrix} -(a/c)\sin\theta & (a/c)\cos\theta & (h/c) \\ -\cos\theta & -\sin\theta & 0 \\ (h/c)\sin\theta & -(h/c)\cos\theta & (a/c) \end{bmatrix} \quad (2.230)$$

matris ile,

$$\{V\}_{tnb} = [B]\{V\}_{ijk} \quad (2.231)$$

şeklinde bulunur. Bu kere kolon matrislerin dönüşümünde kullanılacak [T2] dönüşüm matrisi de, [B] ye bağlı olarak (2.232) de olduğu gibi yazılabilir.

$$[T2] = \begin{bmatrix} [B(\emptyset_1)] & [0] & \vdots & [0] & [0] \\ [0] & [B(\emptyset_1)] & \vdots & [0] & [0] \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ [0] & [0] & [B(\emptyset_2)] & [0] & \\ [0] & [0] & \vdots & [0] & [B(\emptyset_2)] \end{bmatrix} \quad (12 \times 12) \quad (2.232)$$

(2.232) nin,

$$\{p\}_{tnb} = [k]_{tnb} \{d\}_{tnb} \quad (2.233)$$

eşitliğinde kullanılması ile,

$$[T2]\{p\}_{ijk} = [k]_{tnb} [T2]\{d\}_{ijk} \quad (2.234)$$

elde edilir. Bu ifadenin düzenlenip, (2.221) ile karşılaştırılması sonucunda, eleman rijitlik matrisinin sistem sabit takımındaki ifadesi

$$[k]_{ijk} = [T2]^{-1} [k]_{tnb} [T2] \quad (2.235)$$

şeklinde bulunur.

### Eleman Rijitlik Matrisinin $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ Takımında Elde Edilmesi

Bölüm (2.3.3.1.4) de açıklanan metot ile, eleman rijitlik matrisinin elde edilmesinde kullanılan (2.70) nolu denklem, sistem koordinatlarında (2.236) daki gibidir.

$$\{S(\emptyset_2)\}_{ijk} = [F(\emptyset_2 - \emptyset_1)]_{ijk} \{S(\emptyset_1)\}_{ijk} \quad (2.236)$$

Helisel çubuklara ait taşıma matrisinin  $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  takımındaki kapalı ifadesi elde hazır bulunmamaktadır.  $(\vec{d}, \vec{n}, \vec{k})$  ve  $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$

koordinatlarındaki taşıma matrisi ifadelerinden dönüşüm yoluyla, sistem ortak koordinatlarında [F] in elde edilmesi pratik bir çözüm olacaktır. Bu nedenle aşağıdaki, söz konusu dönüşümler açıklanmaya çalışılacaktır.

a-)  $(\vec{d}, \vec{n}, \vec{k})$  Takımındaki Taşıma Matrisinin Sistem Koordinatlarında Elde Edilmesi: (2.70) in,  $(\vec{d}, \vec{n}, \vec{k})$  koordinatlarındaki ifadesi, (2.237) de olduğu gibidir:

$$\{S(\emptyset_2)\}_{dnk} = [F(\emptyset_2 - \emptyset_1)]_{dnk} \{S(\emptyset_1)\}_{dnk} \quad (2.237)$$

$\{S(\emptyset)\}$  durum vektörüne ait, [T3] dönüşüm matrisi de (2.238) deki şekliyle ifade edilebilir.

$$[T3] = \begin{bmatrix} [A] & [0] & \vdots & [0] & [0] \\ [0] & [A] & \vdots & [0] & [0] \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ [0] & [0] & \vdots & [A] & [0] \\ [0] & [0] & \vdots & [0] & [A] \end{bmatrix} \quad (2.238)$$

(12x12)

Buradaki [A] matrisi, (2.224) de verilmektedir. (2.238) den yararlanılarak çubuk baş ve sonundaki durum vektörleri için,

$$\{S(\emptyset_2)\}_{dnk} = [T3(\emptyset_2)] \{S(\emptyset_2)\}_{ijk} \quad (2.239)$$

$$\{S(\emptyset_1)\}_{dnk} = [T3(\emptyset_1)] \{S(\emptyset_1)\}_{ijk}$$

ifadeleri yazılabilir. (2.239) un, (2.237) de yerine konulup düzenlenmesi sonucu,

$$[T3(\emptyset_2)] \{S(\emptyset_2)\}_{ijk} = [F(\emptyset_2 - \emptyset_1)]_{dnk} [T3(\emptyset_1)] \{S(\emptyset_1)\}_{ijk} \quad (2.240)$$

ve aşağıdaki eşitlik elde edilir.

$$\{S(\emptyset_2)\}_{ijk} = [T3(\emptyset_2)]^{-1} [F(\emptyset_2 - \emptyset_1)]_{dnk} [T3(\emptyset_1)] \{S(\emptyset_1)\}_{ijk} \quad (2.241)$$

(2.241) ile (2.236) karşılaştırıldığında, taşıma matrisinin sistem koordinatlarındaki karşılığı için ;

$$[F(\varnothing_2 - \varnothing_1)]_{ijk} = [T3(\varnothing_2)]^{-1} [F(\varnothing_2 - \varnothing_1)]_{dnk} [T3(\varnothing_1)] \quad (2.242)$$

bulunur. Taşıma matrisinin (Ek.I) da verilen  $(\vec{d}, \vec{n}, \vec{k})$  koordinatlarındaki analitik ifadesi,  $(\vec{t}, \vec{n}, \vec{b})$  takımındakinden daha sadedir. Bu nedenle, hata yapma olasılığı azalmaktadır. Bu çalışmada eleman rijitlik matrisinin elde edilmesinde, (Ek.I) da verilmiş olan [F] ile, (2.242) dönüşüm formülü kullanılmıştır.

b-)  $(\vec{t}, \vec{n}, \vec{b})$  Takımındaki Taşıma Matrisinin Sistem Koordinatlarında Elde Edilmesi: (2.70) in,  $(\vec{t}, \vec{n}, \vec{b})$  koordinatlarındaki ifadesi, aşağıdaki gibidir.

$$\{S(\varnothing_2)\}_{tnb} = [F(\varnothing_2 - \varnothing_1)]_{tnb} \{S(\varnothing_1)\}_{tnb} \quad (2.243)$$

$\{S(\varnothing)\}$  durum vektörüne ait, [T4] dönüşüm matrisi de: (2.230) un kullanılmasıyla,

$$[T4] = \begin{bmatrix} [B] & [0] & \vdots & [0] & [0] \\ [0] & [B] & \vdots & [0] & [0] \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ [0] & [0] & [B] & [0] & \\ [0] & [0] & [0] & [0] & [B] \end{bmatrix} \quad (2.244)$$

(12x12)

şeklinde tarif edilebilir. (2.244) ile çubuk baş ve sonundaki durum vektörleri için; (2.245) yazılabilir.

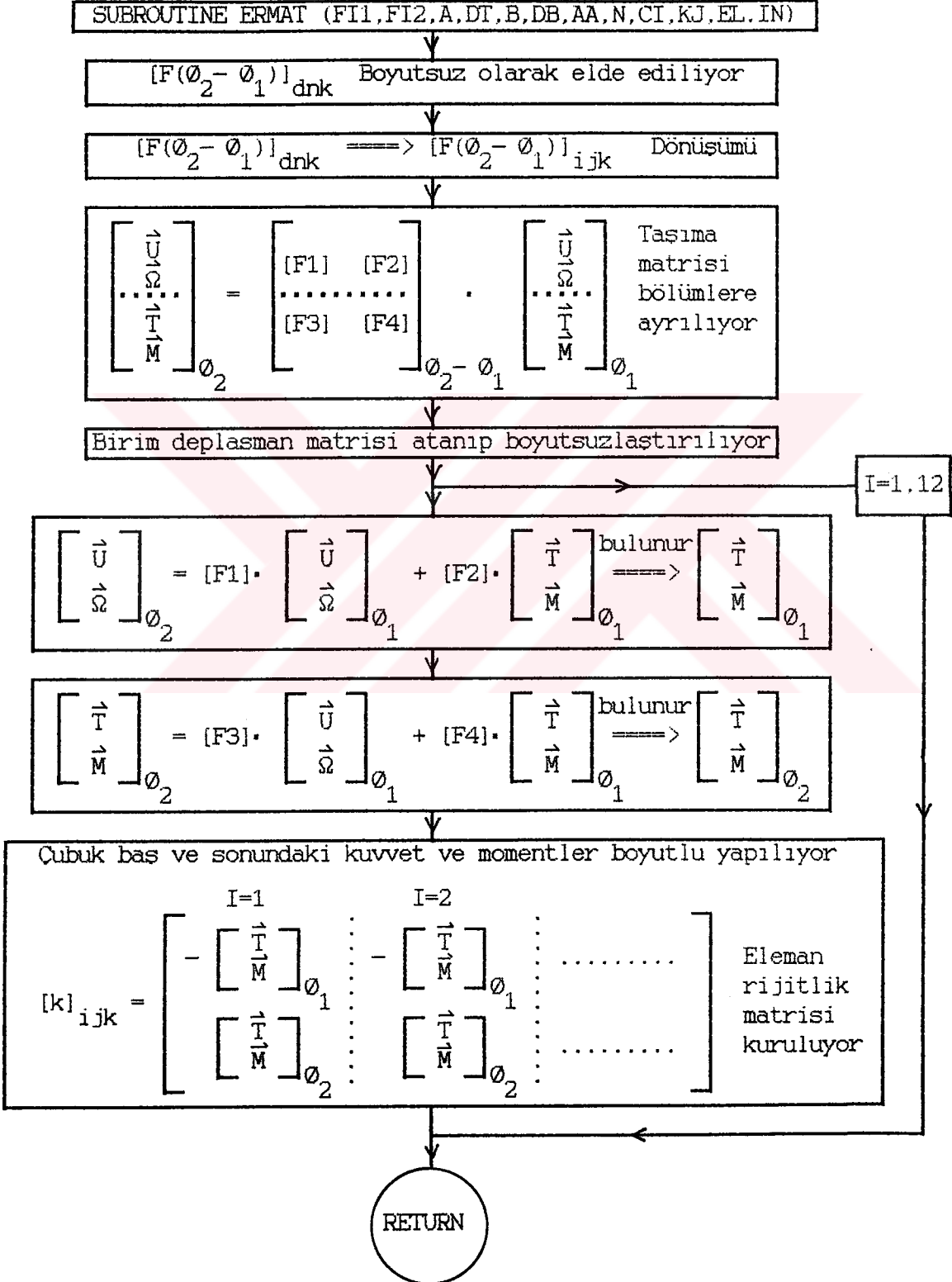
$$\{S(\varnothing_2)\}_{tnb} = [T4(\varnothing_2)] \{S(\varnothing_2)\}_{ijk} \quad (2.245)$$

$$\{S(\varnothing_1)\}_{tnb} = [T4(\varnothing_1)] \{S(\varnothing_1)\}_{ijk}$$

Bu eşitlik, (2.243) de yerine konulup düzenlendikten sonra, (2.236) ile karşılaştırılarak bu defa;  $(\vec{t}, \vec{n}, \vec{b})$  takımından elde edilecek taşıma matrisinin sabit koordinatlardaki ifadesi için (2.246) elde edilir.

$$[F(\varnothing_2 - \varnothing_1)]_{ijk} = [T4(\varnothing_2)]^{-1} [F(\varnothing_2 - \varnothing_1)]_{tnb} [T4(\varnothing_1)] \quad (2.246)$$

**Cizelge:2.6.** Eleman Rijitlik matrisini  $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  sistem sabit koordinatlarında bulan altprogramın akış şeması.



Çizelge (2.6) da, rijitlik matrisi metodu ile çözüm yapan: RIJMAT adlı bilgisayar programında, eleman rijitlik matrisinin elde edilmesi amacı ile kullanılan ERMAT altprogramının akış şeması verilmiştir.

### 2.3.3.2. Ankastrelik Uç Kuvvetleri

Ankastrelik uç kuvvetleri  $\{f\}$ , çubuk üzerinde herhangi bir yayılı veya tekil kuvvet varsa hesaba katılır. (2.247) ile açık şekilde ifade edilen bu kuvvetler; çubuk üzerindeki yüklerin çubuk uçlarındaki eşdeğerlerini temsil etmektedir.

$$\{f\} = \begin{bmatrix} \{f_i\} \\ \dots \\ \{f_j\} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \vec{T}(\emptyset_1) \\ \vec{M}(\emptyset_1) \\ \dots \\ \vec{T}(\emptyset_2) \\ \vec{M}(\emptyset_2) \end{bmatrix} \quad (2.247)$$

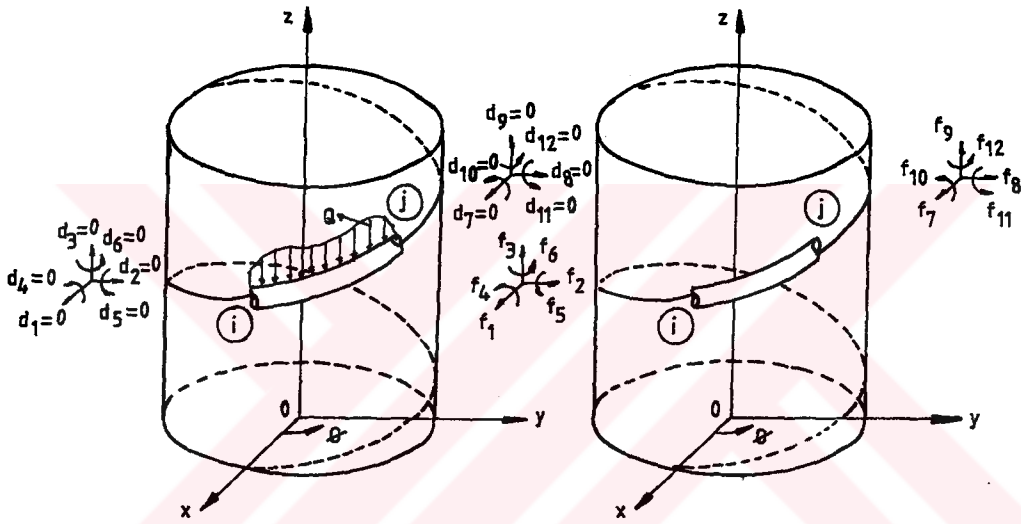
Ankastrelik uç kuvvetleri, çubuk uçlarındaki bütün serbestlik derecelerindeki deplasmanlar sıfır alınarak hesaplanır. Yüklenmiş elemana ait ankastrelik uç kuvvetlerinin hesabı için çeşitli metotlar mevcuttur. Bu çalışmada, yine taşıma matrisleri yöntemi uygulanacaktır.

#### 2.3.3.2.1. Taşıma Matrisleri Yöntemi ile Helis Eksenli Bir Elemanda Ankastrelik Uç Kuvvetlerin Elde Edilmesi

Helisel sistemlerde en sık rastlanan yükleme tipi, z- ekseni doğrultusundaki yayılı yüklemidir. Bu nedenle burada; düşey doğrultuda yayılı kuvvete maruz helisel bir elemana ait ankastrelik uç kuvvetlerin, taşıma matrisi yöntemi ile elde edilışı anlatılacaktır. Bu tip bir yükleme ile, çubuk ağırlığı kolayca hesaba katılabilir.



Kendi ağırlığından farklı olarak, sistem üzerinde sınırlı bir bölgede düşey yayılı kuvvet varsa; bu bölge bir eleman olarak kabul edilebilir. Ayrıca sisteme, herhangi bir yerinde tekil yüklerde etkiyebilir. Bu durumda da, yük tesir eden yer bir düğüm noktası olarak hesaba katılabilir. Böyle bir düşünce ile, çeşitli yükleme durumları gözönüne alınmış olacaktır.



(a)  
Eleman ve Deplasmanlar

(b)  
Ankastrelik Kuvvetler

**Sekil:2.20.** Ara bölgesinde yüklü helisel bir elemanda,  $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  doğrultularındaki deplasmanların sifıra eşit olması halinde ankastrelik uç kuvvetleri.

Sekil (2.20) de, ara bölgesinde yüklenmiş helisel bir eleman görülmektedir. Böyle bir elemanda, çubuk başlangıç ve sonundaki durum vektörleri arasındaki ilişki (2.248) de olduğu gibidir.

$$\{S(\theta_2)\} = [F(\theta_2 - \theta_1)]\{S(\theta_1)\} + \int_{\theta_1}^{\theta_2} [F(\theta_2)]\{k(\alpha)\}d\alpha \quad (2.248)$$

Yukarıdaki eşitlikte  $\alpha$  integral değişkeni;  $\{k(\alpha)\}$ , yayılı yük nedeni ile süreksizlik vektörüdür. Elemana ara bölgesinde etkiyen kuvvet ve momentler için, süreksizlik vektörü genel olarak (2.249) ile ifade edilir.  $\vec{Q}$  yayılı kuvvetleri,  $\vec{M}$  ise yayılı momentleri göstermektedir. Tek bir doğrultuda yayılı yük etkiyorsa, diğer iki doğrultudaki bileşen için sıfır değeri verilmelidir.

$$\{k(\alpha)\} = \begin{bmatrix} \vec{0} \\ \vec{0} \\ \dots \\ -\vec{Q}(\alpha) \\ -\vec{M}(\alpha) \end{bmatrix} \quad (2.249)$$

(2.248) ifadesinin sağ tarafındaki ikinci terimin tamamı, integral vektörü olarak adlandırılacak ve  $\{SUM\}$  ile gösterilecektir. Bu vektörün elemanları; tamamen belirlidir. Integral vektörünü analitik olarak elde etmek mümkündür.  $\vec{k}$ - eksenini doğrultusundaki yayılı yük ve  $\vec{d}$ - eksenini doğrultusundaki yayılı moment için, bu vektörün boyutsuz analitik ifadesi mevcuttur (CINEMRE,1960). Burada  $\{SUM\}$  vektörünün bilindiği kabulü ile; (2.248) denklemi (2.250) de olduğu gibi yeniden yazılarak, elemanın ankastrelik uç kuvvetleri bulunacaktır.

$$\{S(\theta_2)\} = [F(\theta_2 - \theta_1)]\{S(\theta_1)\} + \{SUM\} \quad (2.250)$$

Ankastrelik uç kuvvetleri hesaplanırken; çubuk uçlarındaki bütün deplasmanların tamamının, (2.251) de olduğu gibi sıfıra eşit olduğu düşünülür.

$$\{d\} = \begin{bmatrix} \{d_1\} \\ \dots \\ \{d_j\} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \vec{U}(\emptyset_1) \\ \vec{\Omega}(\emptyset_1) \\ \dots \\ \vec{U}(\emptyset_2) \\ \vec{\Omega}(\emptyset_2) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \vec{0} \\ \vec{0} \\ \dots \\ \vec{0} \\ \vec{0} \end{bmatrix} \quad (2.251)$$

(2.251) göz önüne alındığında. (2.250) ifadesi aşağıdaki şekilde gösterilebilir.

$$\begin{bmatrix} \vec{0} \\ \vec{0} \\ \dots \\ \vec{T} \\ \vec{M} \end{bmatrix}_{\emptyset_2} = \begin{bmatrix} [F_1] & [F_2] & [F_3] & [F_4] \\ 1 & 2 & 3 & 4 \\ [F_5] & [F_6] & [F_7] & [F_8] \\ 5 & 6 & 7 & 8 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ [F_9] & [F_{10}] & [F_{11}] & [F_{12}] \\ 9 & 10 & 11 & 12 \\ [F_{13}] & [F_{14}] & [F_{15}] & [F_{16}] \\ 13 & 14 & 15 & 16 \end{bmatrix}_{\emptyset_2 - \emptyset_1} \cdot \begin{bmatrix} \vec{0} \\ \vec{0} \\ \dots \\ \vec{T} \\ \vec{M} \end{bmatrix}_{\emptyset} + \begin{bmatrix} \vec{sum1} \\ \vec{sum2} \\ \dots \\ \vec{sum3} \\ \vec{sum4} \end{bmatrix}_1 \quad (2.252)$$

(2.252) de çubuk sonundaki deplasmanların sifira eşitliğinden faydalanılarak,

$$\vec{0} = [F_3]\vec{T}(\emptyset_1) + [F_4]\vec{M}(\emptyset_1) + \vec{sum1} \quad (2.253)$$

$$\vec{0} = [F_7]\vec{T}(\emptyset_1) + [F_8]\vec{M}(\emptyset_1) + \vec{sum2}$$

veya değeri bilinen integral vektörünün elemanları. eşitliğin sol tarafına alınarak,

$$\begin{aligned} -\vec{sum1} &= [F_3]\vec{T}(\emptyset_1) + [F_4]\vec{M}(\emptyset_1) \\ -\vec{sum2} &= [F_7]\vec{T}(\emptyset_1) + [F_8]\vec{M}(\emptyset_1) \end{aligned} \quad (2.254)$$

yazılabilir. (2.254) skaler formda, altı adet lineer denklem takımına tekabül etmektedir. Bu denklemlerin çözümünden,  $\emptyset_1$  deki kuvvet ve momentler, yani  $\{f\}$  vektörünün ilk altı terimi bulunmuş olur.  $\{f_j\}$  ankastrelik uç kuvvetlerinin elde edilmesi için; (2.254) ün çözümünün, (2.248) veya (2.250) de yerine konması yeterlidir.

### 2.3.3.2.2. Ankastrelik Uç Kuvvetlerin Sistem Koordinatlarında Elde Edilmesi

$(\vec{d}, \vec{n}, \vec{k})$  Takımından Dönüşüm: (2.226) daki  $[T1]$  dönüşüm matrisinin kullanılmasıyla, ankastrelik kuvvetlerin  $(\vec{d}, \vec{n}, \vec{k})$  ve  $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  takımlarındaki ifadeleri arasındaki ilişki aşağıdaki şekilde gösterilebilir.

$$\{f\}_{ijk} = [T1]^{-1} \{f\}_{dnk} \quad (2.255)$$

$(\vec{t}, \vec{n}, \vec{b})$  Takımından Dönüşüm: (2.232) deki  $[T2]$  dönüşüm matrisi ile, ankastrelik uç kuvvetlerin sistem koordinatlarındaki ifadesi için,

$$\{f\}_{ijk} = [T2]^{-1} \{f\}_{tnb} \quad (2.256)$$

kullanılmalıdır.

### 2.3.3.2.3. Integral Vektörünün Elde Edilmesi

Literatürde (CINEMRE,1960), integral vektörünün analitik ifadesinde; integral alt sınırı sistem başlangıcı ( $\emptyset=0$ ), üst sınırı da herhangi bir  $\emptyset$  argümanı olarak alınmıştır. Verilen bu integral vektörünün elemanlarında, yine basım hatası mevcuttur. Bu nedenle, yeniden elde edilen bu vektörün elemanları (Ek.J) de verilmiştir. (Ek.J) de verilen ifadelerin kullanılabilmesi için, (2.248) deki integral vektörünün aşağıdaki eşdeğerine gereksinim vardır.

$$\{SUM\} = \int_0^{\varnothing_2} [F(\varnothing_2)] \{k(\alpha)\} d\alpha - \int_0^{\varnothing_1} [F(\varnothing_2)] \{k(\alpha)\} d\alpha \quad (2.257)$$

(2.257) deki ikinci terimdeki taşıma matrisinin argümanı aşağıdaki gibi değiştirildiğinde,

$$\{SUM\} = \int_0^{\varnothing_2} [F(\varnothing_2)] \{k(\alpha)\} d\alpha - \int_0^{\varnothing_1} [F(\varnothing_2 - \varnothing_1 + \varnothing_1)] \{k(\alpha)\} d\alpha \quad (2.258)$$

yazılır. Ayrıca, taşıma matrisinin (2.74) teki özelliği kullanıldığında; {SUM} vektörü için,

$$\{SUM\} = \int_0^{\varnothing_2} [F(\varnothing_2)] \{k(\alpha)\} d\alpha - [F(\varnothing_2 - \varnothing_1)] \int_0^{\varnothing_1} [F(\varnothing_1)] \{k(\alpha)\} d\alpha \quad (2.259)$$

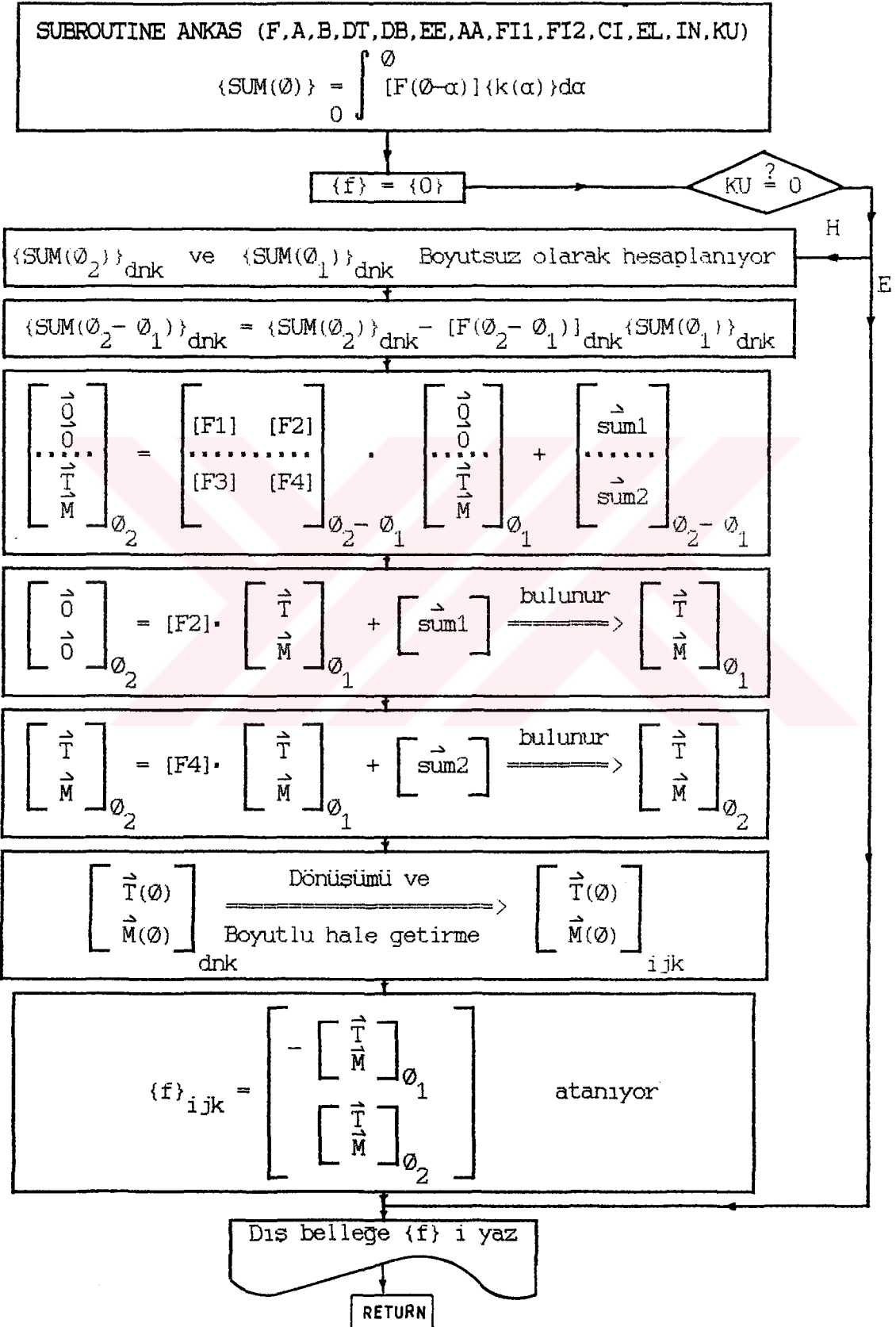
ifadesi elde edilir. (2.259) da görüldüğü gibi, integrallerin üst sınırı ile [F] in argümanı aynıdır. Çizelge (2.7) de, helisel bir elemana ait  $(\vec{d}, \vec{n}, \vec{k})$  koordinatlarındaki ankastrelik uç kuvvetlerini  $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  takımında, (2.259) u kullanarak elde eden ANKAS adlı altprogramın akış diyagramı verilmektedir.

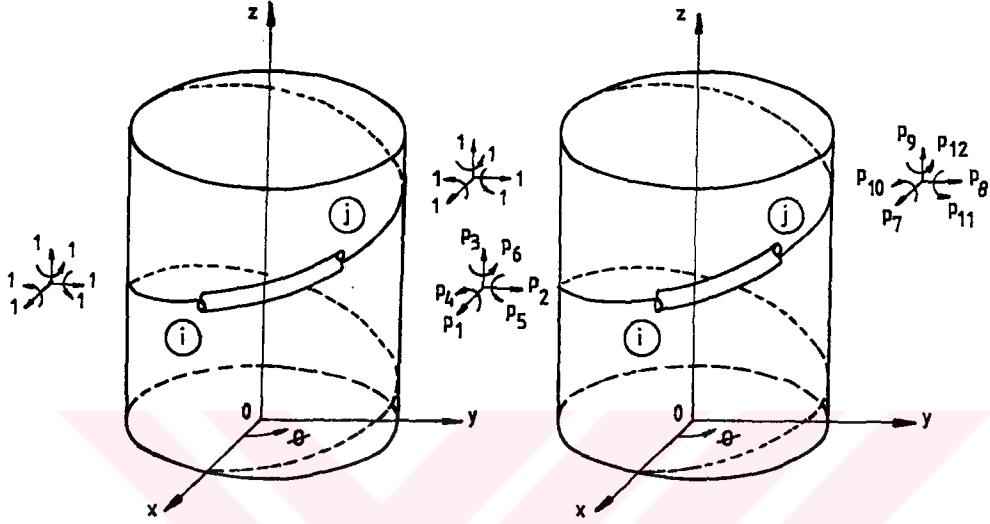
### 2.3.3.3. Eleman Rijitlik Denklemi

Şekil (2.21) de görülen helisel elemanda, bütün serbestlik derecelerindeki deplasmanlar ve çubuk uç kuvvetleri ifade edilmiştir. Bilindiği gibi birim deplasman sabiti  $k_{i,j}$ ; j doğrultusunda birim deplasman meydana getiren i doğrultusundaki kuvvet anlamını taşımaktadır. {d}={1} durumunda, sabit koordinatlardaki eleman denklemi için (2.260) yazılabilir.

$$\{p\}_{ijk} = [k]_{ijk} + \{f\}_{ijk} \quad (2.260)$$

**Çizelge:2.7.** ANKAS altprogramının akış şeması.





(a) Deplasmanlar

b) Çubuk uç kuvvetleri

**Sekil:2.21.** Helisel bir elemanda  $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  takımında deplasmanlar ve çubuk uç kuvvetleri.

Gerçek bir sistemde, elemanların uçlarında bütün doğrultulardaki deplasmanlar 1'e eşit değildir. Sistemin yükleniş ve mesnetlenme şekillerine göre  $\{d\}$  vektörü keyfi değerler alacaktır. Bu durumda eleman rijitlik matrisi, çubuk uç deplasmanları ile uç kuvvetlerini birbirine bağlayan bir parametre rolünü oynamaktadır.  $\{d\}$  nin elemanlarının 1 den farklı olması durumunda; (2.221) ile sistem koordinatlarında verilmiş olan, eleman denkleminin açık ifadesi aşağıda olduğu gibidir.

$$\begin{aligned}
p_1 &= k_{1,1}d_1 + k_{1,2}d_2 + k_{1,3}d_3 + \dots + k_{1,12}d_{12} + f_1 \\
p_2 &= k_{2,1}d_1 + k_{2,2}d_2 + k_{2,3}d_3 + \dots + k_{2,12}d_{12} + f_2 \\
p_3 &= k_{3,1}d_1 + k_{3,2}d_2 + k_{3,3}d_3 + \dots + k_{3,12}d_{12} + f_3 \\
&\dots\dots\dots \\
&\dots\dots\dots \\
p_{11} &= k_{11,1}d_1 + k_{11,2}d_2 + \dots + k_{11,12}d_{12} + f_{11} \\
p_{12} &= k_{12,1}d_1 + k_{12,2}d_2 + \dots + k_{12,12}d_{12} + f_{12}
\end{aligned}
\tag{2.261}$$

Buna göre, çubuk uç deplasmanlarının değeri bilindiği takdirde, bir doğrultudaki çubuk uç kuvveti; kendisine tekabül eden birim deplasman sabitlerinin, bu deplasmanların katlarının toplamı ile, varsa ankastrelik uç kuvvetlerin toplamına eşit olacaktır. Sonuç olarak, herhangi bir elemana ait ankastrelik uç kuvvetler ile eleman rijitlik matrisi biliniyorsa; elemanın uçlarındaki kesit tesirlerinin (2.261) den bulunabileceği görülmektedir.

**2.3.3.4. Sistem Rijitlik Denklemi**

**2.3.3.4.1. Uygunluk Şartları**

Bir düğümde birleşen çubukların, düğümle birlikte aynı deplasmanı yapmaları gerekmektedir. (2.221) de sistem sabit koordinatlarında yazılmış eleman denklemi; i çubuk başlangıç, j ise çubuk son ucunu göstermek üzere aşağıdaki şekilde ifade edilebilir.

$$\begin{bmatrix} \{p_i\} \\ \dots \\ \{p_j\} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [k_1] & \vdots & [k_2] \\ \dots & \dots & \dots \\ [k_3] & \vdots & [k_4] \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \{d_i\} \\ \dots \\ \{d_j\} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \{f_i\} \\ \dots \\ \{f_j\} \end{bmatrix}
\tag{2.262}$$

Buradan eleman uç kuvvetleri için,



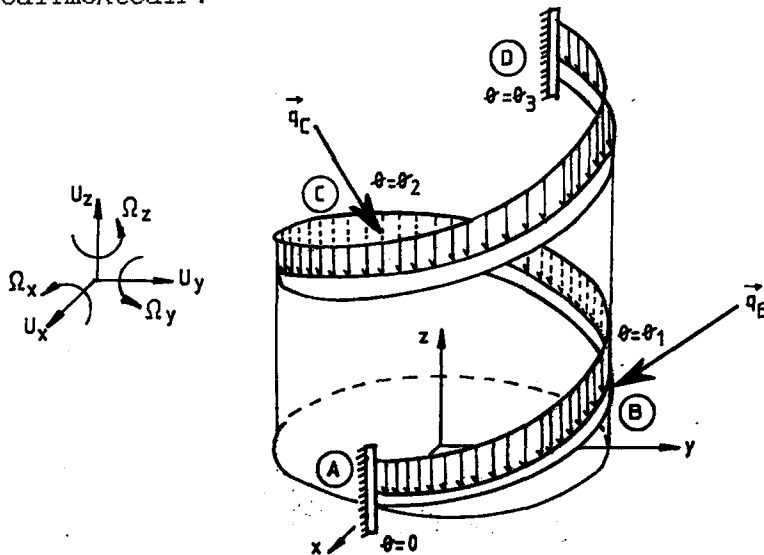
$$\{p_i\} = [k_1]\{d_i\} + [k_2]\{d_j\} + \{f_i\} \quad (2.263)$$

$$\{p_j\} = [k_3]\{d_i\} + [k_4]\{d_j\} + \{f_j\}$$

yazılabilir. Eleman uç kuvvetlerinin (2.263) teki ifadesinde; uygunluk şartlarının nasıl kullanılacağı bir örnekle açıklanacaktır. Şekil (2.22) de olduğu gibi; A ve D uçları ankastre olarak mesnetlenmiş helisel bir taşıyıcı sistem düşünelim. Bu durumda, A ve D uçlarındaki ötelenme ve dönmelerin hepsi engellenmiş olmaktadır. B ve C düğümlerinde şekilde tarif edilen doğrultuların hepsinde deplasman bulunmaktadır. Bu deplasmanların nitelikleri ve doğrultuları.

$$\{d_B\} = \begin{bmatrix} U_x \\ U_y \\ U_z \\ \dots \\ \Omega_x \\ \Omega_y \\ \Omega_z \end{bmatrix} \quad ; \quad \{d_C\} = \begin{bmatrix} U_x \\ U_y \\ U_z \\ \dots \\ \Omega_x \\ \Omega_y \\ \Omega_z \end{bmatrix} \quad (2.264)$$

şeklinde tarif edilmektedir.



**Sekil:2.22.** İki ucu ankastre helisel taşıyıcı sistemde deplasmanlar

Çizelge (2.8) de sistemi meydana getiren üç elemanın düğüm deplasmanları verilmektedir.

**Çizelge:2.8.** Şekil (2.22) deki sistem elemanlarının üç deplasmanları.

Çubuk adı	i ucu	j ucu
AB	$\{d_i\} = \{0\}$	$\{d_j\} = \{d_B\}$
BC	$\{d_i\} = \{d_B\}$	$\{d_j\} = \{d_C\}$
CD	$\{d_i\} = \{d_C\}$	$\{d_j\} = \{0\}$

(2.263) eleman denklemleri. Şekil (2.22) de bulunan üç eleman için ayrı ayrı yazıldıklarında,

$$\begin{aligned}
 \{p_i\}_{AB} &= [k_1]_{AB} \{d_i\}_{AB} + [k_2]_{AB} \{d_j\}_{AB} + \{f_i\}_{AB} \\
 \{p_j\}_{AB} &= [k_3]_{AB} \{d_i\}_{AB} + [k_4]_{AB} \{d_j\}_{AB} + \{f_j\}_{AB} \\
 \{p_i\}_{BC} &= [k_1]_{BC} \{d_i\}_{BC} + [k_2]_{BC} \{d_j\}_{BC} + \{f_i\}_{BC} \\
 \{p_j\}_{BC} &= [k_3]_{BC} \{d_i\}_{BC} + [k_4]_{BC} \{d_j\}_{BC} + \{f_j\}_{BC} \\
 \{p_i\}_{CD} &= [k_1]_{CD} \{d_i\}_{CD} + [k_2]_{CD} \{d_j\}_{CD} + \{f_i\}_{CD} \\
 \{p_j\}_{CD} &= [k_3]_{CD} \{d_i\}_{CD} + [k_4]_{CD} \{d_j\}_{CD} + \{f_j\}_{CD}
 \end{aligned}
 \tag{2.265}$$

elde edilir. Çizelge (2.7) deki eleman deplasmanları, (2.265) de yerine konduğunda eleman uç kuvvetleri için,

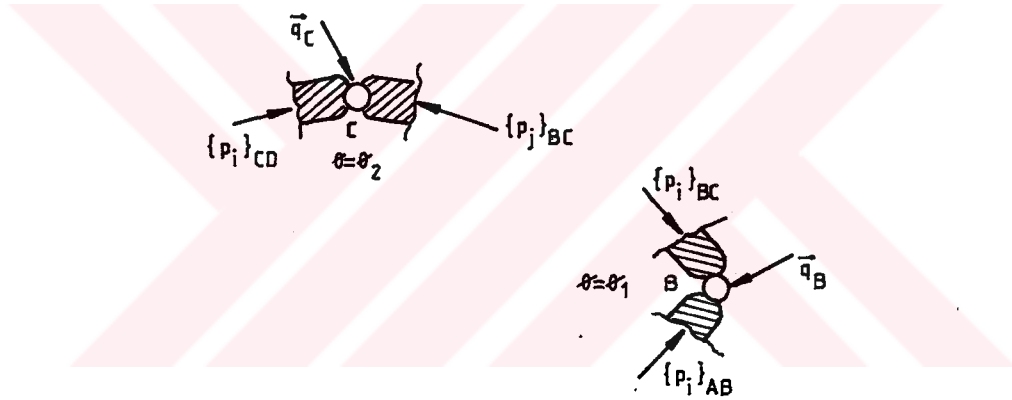
$$\begin{aligned}
 \{p_i\}_{AB} &= [k_2]_{AB} \{d_B\} + \{f_i\}_{AB} \\
 \{p_j\}_{AB} &= [k_4]_{AB} \{d_B\} + \{f_j\}_{AB} \\
 \{p_i\}_{BC} &= [k_1]_{BC} \{d_B\} + [k_2]_{BC} \{d_C\} + \{f_i\}_{BC}
 \end{aligned}
 \tag{2.266-a}$$

$$\begin{aligned} \{p_j\}_{BC} &= [k_3]_{BC} \{d_B\} + [k_4]_{BC} \{d_C\} + \{f_j\}_{BC} \\ \{p_i\}_{CD} &= [k_1]_{CD} \{d_C\} + \{f_i\}_{CD} \\ \{p_j\}_{CD} &= [k_3]_{CD} \{d_C\} + \{f_j\}_{CD} \end{aligned} \quad (2.266-b)$$

bulunur.

### 2.3.3.4.2. Dügümlerde Denge Denklemleri

Şekil (2.22) deki taşıyıcı sistemde, deplasmanların mümkün olduğu B ve C düğümlerinin serbest cisim diyagramları aşağıdaki şekilde gösterilmiştir.



Buradan B ve C noktalarına etkiyen, direkt düğüm yükleri için (2.267) yazılabilir.

$$\{q_B\} = \begin{bmatrix} p_x \\ p_y \\ p_z \\ \dots \\ m_x \\ m_y \\ m_z \end{bmatrix}_{\theta=\theta_1} ; \quad \{q_C\} = \begin{bmatrix} p_x \\ p_y \\ p_z \\ \dots \\ m_x \\ m_y \\ m_z \end{bmatrix}_{\theta=\theta_2} \quad (2.267)$$

Bunlar, düğüme dışarıdan etkiyen tekil yüklerdir. B ve C düğümlerinde,

$$\vec{\Sigma F} = \vec{0} ; \quad \vec{\Sigma M} = \vec{0} \quad (2.268)$$

denge şartı kullanıldığında,

$$\begin{aligned} \{q_B\} + (-\{p_1\}_{BC}) + (-\{p_j\}_{AB}) &= 0 \\ \{q_C\} + (-\{p_1\}_{CD}) + (-\{p_j\}_{BC}) &= 0 \end{aligned} \quad (2.269)$$

yazılır.

#### 2.3.3.4.3. Düğümlerde Denge Denklemlerinden, Sistem Rijitlik Denkleminin Direkt Olarak Elde Edilmesi

Elemanlara ait (2.266) çubuk uç kuvvetlerinin, (2.269) denge denklemlerinde yerine konulmasıyla,

$$\begin{aligned} \{q_B\} - [k_1]_{BC} \{d_B\} - [k_2]_{BC} \{d_C\} - [k_4]_{AB} \{d_B\} - \{f_1\}_{BC} - \{f_j\}_{AB} &= 0 \\ \{q_C\} - [k_1]_{CD} \{d_C\} - [k_3]_{BC} \{d_B\} - [k_4]_{BC} \{d_C\} - \{f_1\}_{CD} - \{f_j\}_{BC} &= 0 \end{aligned} \quad (2.270)$$

elde edilir. Bu ifade düzenlendiğinde,

$$\begin{aligned} ([k_1]_{BC} + [k_4]_{AB}) \{d_B\} + [k_2]_{BC} \{d_C\} &= \{q_B\} - \{f_1\}_{BC} - \{f_j\}_{AB} \\ [k_3]_{BC} \{d_B\} + ([k_1]_{CD} + [k_4]_{BC}) \{d_C\} &= \{q_C\} - \{f_1\}_{CD} - \{f_j\}_{BC} \end{aligned} \quad (2.271)$$

bulunur. Düğüm deplasmanları,

$$\{D\} = \begin{bmatrix} \{d_B\} \\ \dots\dots\dots \\ \{d_C\} \end{bmatrix} \quad (2.272)$$

ve düğüm yükleri,

$$\begin{bmatrix} \langle P_B \rangle \\ \dots \\ \langle P_C \rangle \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \langle q_B \rangle - \langle f_i \rangle_{BC} - \langle f_j \rangle_{AB} \\ \dots \\ \langle q_C \rangle - \langle f_j \rangle_{CD} - \langle f_j \rangle_{BC} \end{bmatrix} \quad (2.273)$$

şeklinde gösterilirse, (2.271) in matris formundaki ifadesi için.

$$\begin{bmatrix} [k_1]_{BC} + [k_4]_{AB} & \dots & [k_2]_{BC} \\ \dots & \dots & \dots \\ [k_3]_{BC} & \dots & [k_1]_{CD} + [k_4]_{BC} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \langle d_B \rangle \\ \dots \\ \langle d_C \rangle \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \langle P_B \rangle \\ \dots \\ \langle P_C \rangle \end{bmatrix} \quad (2.274)$$

veya,

$$[K]_{ijk} \langle D \rangle_{ijk} = \langle P \rangle_{ijk} \quad (2.275)$$

bulunur. Burada  $[K]$  sistem rijitlik matrisi olup,  $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  ortak takımında aşağıdaki gibi ifade edilmektedir.

$$[K] = \begin{bmatrix} [k_1]_{BC} + [k_4]_{AB} & \dots & [k_2]_{BC} \\ \dots & \dots & \dots \\ [k_3]_{BC} & \dots & [k_1]_{CD} + [k_4]_{BC} \end{bmatrix} \quad (2.276)$$

$i$  ve  $j$  herhangi iki doğrultuyu göstermek üzere, sistem rijitlik matrisinin genel  $K_{i,j}$  terimi şunu ifade eder: Sistemin tanımlanmış bütün deplasmanları sıfır iken;  $j$  doğrultusunda birim deplasman elde edebilmek için,  $i$  doğrultusuna tatbik edilmesi gereken kuvvet  $K_{i,j}$  kadardır.

Sistem rijitlik matrisinin mertebesi, bilinmeyen deplasman sayısı kadardır. Toplam bilinmeyen deplasman sayısı  $n$  olan bir sistemde, (2.275) denklemi aşağıdaki açık şekliyle ifade edilebilir.

$$\begin{aligned} P_1 &= K_{1,1}D_1 + K_{1,2}D_2 + K_{1,3}D_3 + \dots + K_{1,n}D_n \\ P_2 &= K_{2,1}D_1 + K_{2,2}D_2 + K_{2,3}D_3 + \dots + K_{2,n}D_n \\ P_3 &= K_{3,1}D_1 + K_{3,2}D_2 + K_{3,3}D_3 + \dots + K_{3,n}D_n \\ &\dots \\ &\dots \\ &\dots \\ P_n &= K_{n,1}D_1 + K_{n,2}D_2 + K_{n,3}D_3 + \dots + K_{n,n}D_n \end{aligned} \quad (2.277)$$

### 2.3.3.5. Kodlama Tekniği

Kodlama tekniđi: Eleman rijitlik matrislerinden sistem rijitlik matrisinin elde edilmesinde, ankastrelik reaksiyonlardan dűđűm yűklerinin tarif edilmesinde, sistem deplasmanlarını eleman rijitlik denklemlerinde yerine koymada kullanılan; programlamaya elverişli, sistematik bir metottur.

#### 2.3.3.5.1. Taşıyıcı Sistemin Kodlanması

Rijitlik matrisi metodunda, dűđűm deplasmanları bilinmeyenlerdir. Uzaysal elemana ait bir dűđűmde, toplam altı adet olan bu deplasmanların üçü dönme, diđer üçü de ötelenmelere aittir. Kodlama tekniđinde bir dűđűmde mevcut deplasmanlar; çubuk başlangıcı olan  $i$  ucundan ve 1 den başlamak üzere her dűđűm noktasında önce ötelenmeler, sonra da dönmeler olmak üzere tamsayı ile numaralanır. Numaralandırma işlemi esnasında, sistemin sabit koordinat takımındaki  $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  sıralamasına dikkat edilmelidir. Eđer bir dűđűm noktasındaki herhangi bir dođrultudaki deplasman engellenmiş ise, bu deplasmana ait numara yerine sıfır yazılır.

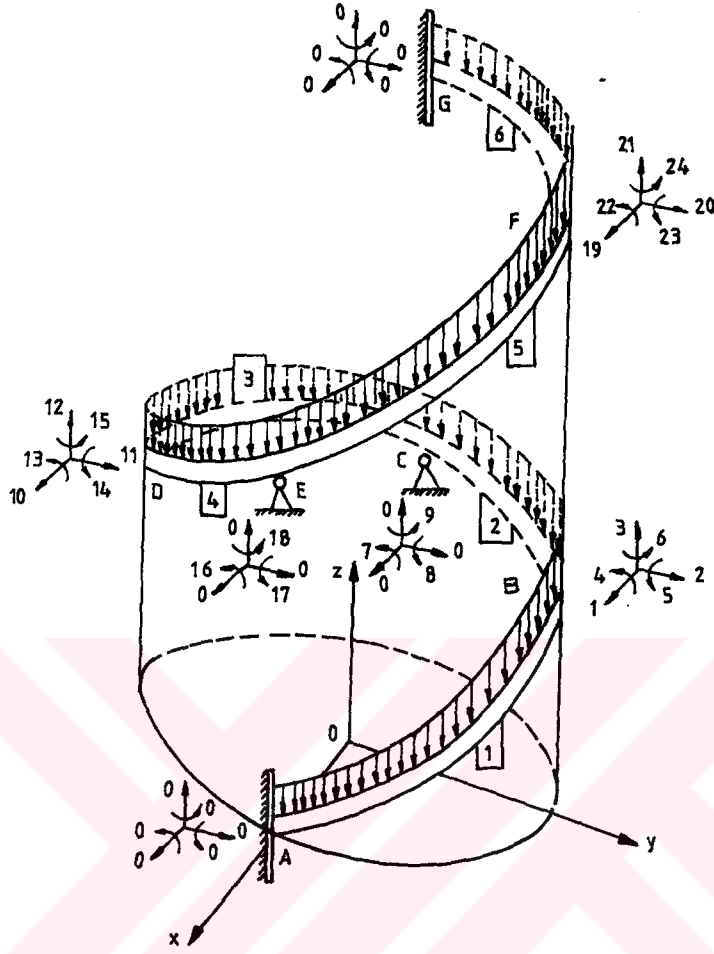
Serbestlik dereceleri sıra ile numaralandırılmış bir taşıyıcı sistemde, bir elemanın baş ve sonuna tekabűl eden deplasman numaralarının yan yana yazılması ile elde edilen rakam dizisine, o çubuğun kod numarası denir. Her bir hanede, o haneye karşılık gelen deplasman numarası yazılıdır. Bir elemanda kod numarasındaki hane

sayısı, bir düğümdeki serbestlik derecesinin iki katıdır. Buna göre, uzaysal bir elemana ait kod numarasındaki hane sayısı 12 olacaktır.

Kodlama tekniğine bir örnek vermek amacı ile, Şekil (2.24) teki dikey yayılı kuvvete maruz, sarım sayısı  $n=1.5$  olan helisel taşıyıcı sistemi düşünelim. Sistem 6 elemandan ibaret olup, sistemde 7 adet düğüm noktası bulunmaktadır. A ( $\varnothing=0$ ) ve G ( $\varnothing=3\pi$ ) düğüm noktalarındaki ankastre mesnetlerden dolayı, bu düğümlerdeki dönme ve ötelenmelerin hepsi engellenmiştir. E ( $\varnothing=2\pi$ ) ve C ( $\varnothing=\pi$ ) düğüm noktalarında ise, sadece ötelenmelere izin vermeyen küresel mafsallar bulunmaktadır. Düğüm noktalarında  $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  koordinatlarında olması mümkün, toplam deplasman sayısı 24 tür. Çizelge (2.9) da bu örnekteki elemanların kodlanması gösterilmiştir. Elemanların i ucundaki açı  $\varnothing_1$ , j ucundaki açı da  $\varnothing_2$  ile gösterilmiştir.

**Çizelge:2.9.** İki ucu ankastre, arada iki küresel mesneti olan, dikey yayılı yüklü helisel çubuğun kodlama tablosu.

		HANE NUMARALARI											
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
		DEPLASMAN TURU VE DOĞRULTUSU											
ÇUBUK NO:	ELEMAN TANIMI $\varnothing_1 \rightarrow \varnothing_2$	$U_x$	$U_y$	$U_z$	$\Omega_x$	$\Omega_y$	$\Omega_z$	$U_x$	$U_y$	$U_z$	$\Omega_x$	$\Omega_y$	$\Omega_z$
		i ucu						j ucu					
		KOD NUMARALARI											
1 (AB)	$0 - \pi/2$	0	0	0	0	0	0	1	2	3	4	5	6
2 (BC)	$\pi/2 - \pi$	1	2	3	4	5	6	0	0	0	7	8	9
3 (CD)	$\pi - 3\pi/2$	0	0	0	7	8	9	10	11	12	13	14	15
4 (DE)	$3\pi/2 - 2\pi$	10	11	12	13	14	15	0	0	0	16	17	18
5 (EF)	$2\pi - 5\pi/2$	0	0	0	16	17	18	19	20	21	22	23	24
6 (FG)	$5\pi/2 - 3\pi$	19	20	21	22	23	24	0	0	0	0	0	0



**Sekil:2.23.** Arada iki küresel mafsalı olan, iki ucu ankastre olarak mesnetlenmiş helisel taşıyıcı sistemde kod numaraları.

### 2.3.3.5.2. Eleman Rijitlik Matrisinden Kodlama Tekniği Yardımı ile Sistem Rijitlik Matrisinin Elde Edilmesi

Eleman rijitlik matrislerinden, sistem rijitlik matrisine geçilebilmesi için; bu matrislerin  $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  takımındaki ifadeleri elde edilmiş olmalıdır. Sekil (2.23) deki örnek için sistem rijitlik matrisi  $[K]$ ,  $(24 \times 24)$  lük bir kare matris olacaktır. Bir çubuğun sistem rijitlik matrisine katkısı, uçlarındaki deplasman numaraları ile doğrudan ilgilidir. Bir çubuğun eleman rijitlik matrisinin hangi terimlerinin, sistem rijitlik matrisinin hangi teriminde yer alacağı;



o çubuğun kod numarası yardımı ile tesbit edilebilir. Bunun için izlenmesi gerekli kural, aşağıda iki maddede özetlenmektedir:

a-) Hane numaralarının yan yana getirilmesi ile ortaya çıkan sayı çifti; sistem rijitlik matrisini teşkil etmek üzere, Çizelge (2.10) da olduğu gibi eleman rijitlik matrisinden alınacak terimin satır ve sütun numarasını gösterir.

Çizelge:2.10. [k] dan hane numaralarına göre, [K] ya katkıda bulunacak elemanlar.

HANE NO:	ANLAMI:
98	Eleman rijitlik matrisinden [K] ' yı teşkil etmek üzere, 9 nolu satır ve 8 nolu sütuna ait eleman alınacaktır.
44	Eleman rijitlik matrisinden [K] ' yı teşkil etmek üzere, 4 nolu satır ve 4 nolu sütuna ait eleman alınacaktır.
37	Eleman rijitlik matrisinden [K] ' yı teşkil etmek üzere, 3 nolu satır ve 7 nolu sütuna ait eleman alınacaktır.

Çizelge:2.11. Her elemandaki  $[k]_{9,8}$  in, [K] da yer alacağı elemanların satır ve sütun numaraları.

ELEMAN ADI :	SİSTEM RIJITLIK MATRİSİNDEKİ YERİ:
$(k_{9,8})^{AB}$	$K_{3,2}$ ye katılacak.
$(k_{9,8})^{BC}$	[K] ya bir katkısı yok.
$(k_{9,8})^{CD}$	$K_{12,11}$ e katılacak.
$(k_{9,8})^{DE}$	[K] ya bir katkısı
$(k_{9,8})^{EF}$	$K_{21,20}$ e katılacak.
$(k_{9,8})^{FG}$	[K] ya bir katkısı yok.

b-) Bu hanelere karşılık gelen eleman deplasman numaralarının yan yana getirilmesinden ortaya çıkan sayı çifti de;

eleman rijitlik matrisinden alınan terimin, sistem rijitlik matrisinde yerleşeceği satır ve sütun numarasını vermektedir. Bu kural, Çizelge (2.11) de gösterilmektedir.

### 2.3.3.5.3. Kodlama Tekniği ile Sistem Yük Vektörünün Teskil Edilmesi

**Direkt Dış Yükler:** Uzaysal bir elemana ait  $\{q\}$  direkt düğüm yükleri, her düğüm noktasında; üçü tekil kuvvet, üçü de tekil moment olmak üzere 6 adettir. Direkt dış yükleri,  $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  koordinatlarında verildiği takdirde; hiçbir dönüştürmeye tabi tutulmazlar. Ancak (2.214) denkleminde, etkime doğrultusu ve yönleri dikkate alınmalıdır. Deplasmanı sıfır olan doğrultuya, direkt dış yük etkitilemeyeceği açıktır. Bu nedenle  $\{q\}$  vektöründeki satır sayısı, bilinmeyen deplasman sayısı kadar olacaktır. Rijitlik matrisi metodunda, her düğüme dışarıdan mutlaka yük etki etmesi gerekmektedir. Bu şekilde yüklenmemiş yerler de, düğüm noktası olarak kabul edilebilir.

Şekil (2.24) örneğinde, düğümlere dışarıdan direkt olarak etkileyen tekil yükler bulunmamaktadır. Buna göre  $\{q\}$  kolon matrisinin elemanları, indisleri etkiledikleri doğrultuyu göstermek üzere; (2.278) daki gibi kodlanabilir.

$$\{q\} = \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \\ q_4 \\ : \\ q_{21} \\ q_{22} \\ q_{23} \\ q_{24} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ : \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{Kod no:}} \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ : \\ 21 \\ 22 \\ 23 \\ 24 \end{bmatrix} \quad (2.278)$$

**Endirekt Dügüm Yükleri:** Çubuk üzerindeki ara yüklerin, çubuk uçlarındaki eşdeğerleri olan ankastrelik uç kuvvetleri; dolaylı yük sınıfına girerler. Ankastrelik reaksiyonlardan, sistematik bir şekilde düğüm yüklerine geçmede de kodlama tekniğinden yararlanılır. Bunun için; çubuğun  $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  ortak takımına göre hesaplanmış ankastrelik reaksiyonlarını içeren  $\{f\}$  vektörünün yanına, o çubuğun kod numarası yazılır. Bir kod numarasının karşısına gelen ankastrelik yükün değerinin ters işaretlisi, kod numarasının gösterdiği numara doğrultusundaki düğüm yükünü meydana getirir. Bir doğrultuya, birden fazla çubuk ankastrelik yük gönderebilir. Şekil (2.24) teki örnekte bulunan sistem elemanlarına ait, ankastrelik reaksiyonların kodlanması Çizelge (2.12) de gösterilmiştir.

**Çizelge:2.12.** Şekil (2.24) teki sistemdeki ankastrelik reaksiyonların kodlama tablosu.

HANE NUMARALARI												
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	
ANKASTRELİK UÇ KUVVETLERİ												
$f_1$	$f_2$	$f_3$	$f_4$	$f_5$	$f_6$	$f_7$	$f_8$	$f_9$	$f_{10}$	$f_{11}$	$f_{12}$	
ANKASTRELİK UÇ KUVVETLERİNİN TÜRÜ VE DOĞRULTUSU												
ÇUBUK NO :	$P_x$	$P_y$	$P_z$	$m_x$	$m_y$	$m_z$	$P_x$	$P_y$	$P_z$	$m_x$	$m_y$	$m_z$
	i ucu						j ucu					
	KOD NUMARALARI											
1 (AB)	0	0	0	0	0	0	1	2	3	4	5	6
2 (BC)	1	2	3	4	5	6	0	0	0	7	8	9
3 (CD)	0	0	0	7	8	9	10	11	12	13	14	15
4 (DE)	10	11	12	13	14	15	0	0	0	16	17	18
5 (EF)	0	0	0	16	17	18	19	20	21	22	23	24
6 (FG)	19	20	21	22	23	24	0	0	0	0	0	0

Sekil (2.24) deki örnekte 4 numaralı DE çubuğundaki ankastrelik reaksiyonların kodlanması ve sistem yük vektöründeki yerleri, Çizelge (2.13) de gösterilmiştir.

**Çizelge:2.13.** Sekil (2.24) de DE elemanına ait ankastrelik reaksiyonların  $\{P\}$  sistem yük vektörüne katkısı.

Endirekt yükler	$f_1$	$f_2$	$f_3$	$f_4$	$f_5$	$f_6$	$f_7$	$f_8$	$f_9$	$f_{10}$	$f_{11}$	$f_{12}$
Kod no:	10	11	12	13	14	15	0	0	0	16	17	18
$\{P\}$ ye katkısı	$P_{10}$	$P_{11}$	$P_{12}$	$P_{13}$	$P_{14}$	$P_{15}$	-	-	-	$P_{16}$	$P_{17}$	$P_{18}$

Bu açıklamalardan sonra, sistem yük vektörünün elemanları için,

$$\begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ P_3 \\ P_4 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ P_{23} \\ P_{24} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q_1 - f_7^{AB} - f_1^{BC} \\ q_2 - f_8^{AB} - f_2^{BC} \\ q_3 - f_9^{AB} - f_3^{BC} \\ q_4 - f_{10}^{AB} - f_4^{BC} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ q_{23} - f_{11}^{EF} - f_5^{FG} \\ q_{24} - f_{12}^{EF} - f_6^{FG} \end{bmatrix} \quad (2.279)$$

yazılır.

### 2.3.3.6. Program Hakkında Açıklayıcı Bilgi

RIJMAT: Fortran-77 dilinde yazılmış, rijitlik matrisi metodu ile helisel çubuklardaki kesit tesirleri ile deplasmanları bulmada kullanılan bir bilgisayar programıdır. Program esasta helisel çubuklar için hazırlanmışsa da, aynı zamanda düzlem daire çubuk problemlerinin çözümünde de kullanılır. Bunun için sadece, helis adımının sıfır verilmesi yeterli olmaktadır.

Düğümlere etkileyen dış yüklerin  $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  takımındaki bileşenlerinin verildiği programda; eleman rijitlik matrisleri, ankastrelik uç kuvvetleri, sistem deplasmanları ve çubuk uçlarındaki kesit tesirleri  $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  sabit takımında bulunmaktadır. Bundan sonra, kesit tesirleri ve deplasmanların  $(\vec{d}, \vec{n}, \vec{k})$  ve  $(\vec{t}, \vec{n}, \vec{b})$  takımındaki ifadeleri elde edilmektedir.

Programda elemanlar, eğriliği ve tabii burulmaları ile birlikte göz önüne alınmaktadır. Hesaplanan eleman rijitlik matrisi kesindir. Bu nedenle, sistemdeki eleman sayısını gereğinden fazla arttırmak; sonuçların hassasiyetini etkilemeyeceği gibi, zaman kaybına da neden olacaktır. Sistemde aradaki tekil yüklerin etkilediği ve ara mesnetlerin bulunduğu yerler, mutlaka bir düğüm noktası olarak kabul edilmelidir.

Malzeme ve kesit özelliğinin elemandan elemana değişebileceği, dikkate alınmıştır. Helis adımının sistem boyunca sabit veya sıfır olduğu değişken kesitli çubuk problemleri de, bu program ile çözülebilmektedir.

Eleman rijitlik matrislerinin ve ankastrelik reaksiyonlarının bulunmasında; basitliği ve en az makina zamanı gereksiniminden dolayı, (Ek.I) ile (Ek.J) de verilmiş olan  $(\vec{d}, \vec{n}, \vec{k})$  koordinatlarındaki taşıma matrisinin analitik ifadesi kullanılmıştır.

Programdaki veri ve çıktı dosyaları adları, değişken olarak alınmıştır. Bilinmeyen deplasman sayısı 150 olarak düşünülmüştür. Bu durumda, helisel halde 25 adet, düzlem problemlerde ise iki katı eleman ele alınabilecektir. Bilindiği gibi, bilinmeyen sayısı arttırıldıkça; çözüm için daha fazla makina zamanına ihtiyaç duyulacağı gibi, lineer

denklemleri çözen uygun bir yöntem kullanılmadığı takdirde, sonuçlar da güvenilirliğini yitirebilir.

RIJMAT programının veri dosyasını hazırlamak için kullanılacak klavuz aşağıda verilmiştir. Bu veriler serbest formatla girilmelidir.

RIJMAT Programı Veri Dosyası Klavuzu	
NM, ND, NL	
L, QL(L) [(L=1,NL)]	→ NL adet satır verilecek ( $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ )
NC(I,J) [(I=1,NM) (J=1,12)]	→ NM adet satır verilecek
AA, HH	→ NM eleman için sırayla verilecek
EL, PO, KU, EE	
IN, IB, JB, AL	
AKAT1, AKAT2	

Klavuzda bulunan sembollerin anlamları aşağıda olduğu gibidir:

- NM = Toplam eleman sayısı
- ND = Toplam bilinmeyen deplasman sayısı
- NL = Sıfırdan farklı tekil yük bileşen sayısı
- L = Tekil yükün doğrultusundaki kod numarası
- QL(L) = L doğrultusundaki tekil yükün şiddeti  
(Yönü işaretiyle belirtilecektir)
- AA = Helisin sarıldığı silindirin yarıçapı
- HH = Bir devir sonraki yükselme değeri
- NC = Eleman uç kod numaraları (Tüm elemanlar için)
- EL = Çubuk malzemesinin elastisite modülü
- PO = Çubuk malzemesinin poisson oranı
- KU =  $\vec{k}$  doğrultusundaki düşey yayılı yükün şiddeti
- EE = Kesit ağırlık merkezinin helis eksenine olan uzaklığı  
(Eksantrisite veya  $\vec{d}$  doğrultusundaki yayılı momentin şiddeti)
- IN = Kesitin  $\vec{n}$  eksenine göre asal atalet momenti
- IB = Kesitin  $\vec{b}$  eksenine göre asal atalet momenti
- JB = Kesitin burulma atalet momenti

Çizelge:2.14. RIJMAT programında bulunan altprogramlar.

No:	Altprogram adı:	Yaptığı iş:
1	SOLGAU	Gauss Eliminasyon yöntemi ve pivoting yaparak, lineer denklem takımı çözer.
2	BNDSOL	Gauss Eliminasyon yöntemi ile bant tipi lineer denklem takımı çözer.
3	TASIMA	Helisel çubuğa ait taşıma matrisini, $(\vec{d}, \vec{n}, \vec{k})$ koordinatlarında bulur.
4	ERMAT	Eleman rijitlik matrisini, $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ da Taşıma Matrisinden elde eder.
5	DONXYZ	$(\vec{d}, \vec{n}, \vec{k})$ koordinatlarındaki Taşıma matrisinin, $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ takımındaki ifadesini bulur.
6	ANKAS	Ankastrelük uç kuvvetlerini, $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ takımında, Taşıma Matrisinden bulur.
7	UCDON	$(\vec{d}, \vec{n}, \vec{k})$ koordinatlarındaki durum vektörünü, $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ takımında elde eder.
8	DONDNK	$(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ koordinatlarındaki durum vektörünün, $(\vec{d}, \vec{n}, \vec{k})$ takımındaki ifadesini elde eder.
9	DONTNB	$(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ koordinatlarındaki durum vektörünü, $(\vec{t}, \vec{n}, \vec{b})$ takımında bulur.
10	INTMAT	Eleman boyunca yayılı yükten dolayı integral matrisini, $(\vec{d}, \vec{n}, \vec{k})$ daki analitik ifadesinden elde eder.
11	BOYUT	Durum vektörünü boyutlu hale getirmek için kullanılır.

AL = Çubuk kesit alanı

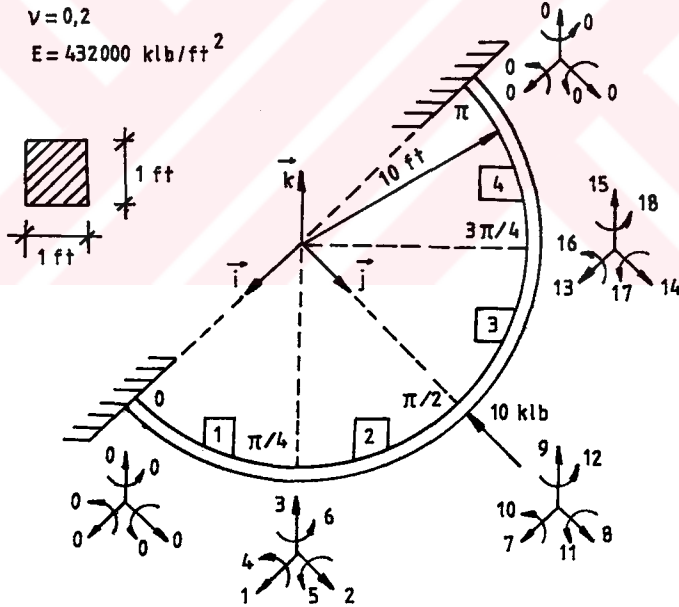
AKAT1 = Çubuk elemanının i ucunun  $\theta$  açısı ( $\pi$ 'nin katı)

AKAT2 = Çubuk elemanının j ucunun  $\theta$  açısı ( $\pi$ 'nin katı)

Rijitlik matrisi metodunda da,  $\theta$  açısının pozitif ilerleme yönü saat ibrelerinin tersi yönünde alınmaktadır (Şekil 2.16). Eleman tarifinde bu tanım gözönünde bulundurulmuştur. Çizelge (2.14) de, RIJMAT programını meydana getiren altprogramlar ve işlevleri verilmektedir. Program listesi (Ek.K) da verilmiştir.

### 2.3.4. Çözümlü Problemler

#### 2.3.4.1. İki Ucu Ankastre, Düzleminde Tekil Yüklü Dairesel Çubuk Problemi (TEZCAN,1970)



**Sekil:2.24.** Düzleminde yüklü dairesel çubuk.

Sekil (2.24) teki sistemin, kayma deformasyonu etkileri hesaba katılarak elde edilen, kesit tesirleri ve deplasmanlarından bazılarının literatür (TEZCAN,1970) sonuçları Çizelge (2.15) de



verilmiştir. Taşıma matrisi ve rijitlik matrisi metodunda.  $\emptyset$  açısının pozitif ilerleme yönü saat ibrelerinin tersi yönünde alınmıştır. Adı geçen kaynakta ise, bu yön saat ibreleri yönündedir. Bu durumda,  $\vec{n}$  ekseninin yönü değişmediği halde, diğer  $\vec{t}$  ve  $\vec{b}$  eksenlerinin yönleri değişmektedir. Çizelge (2.15) sonuçların karşılaştırılabilmesi amacı ile; bu özellik dikkate alınarak,  $\emptyset$  açısının saat ibreleri tersi yönü için düzenlenmiştir.

**Çizelge:2.15.** Şekil (2.24) teki sistemin literatür sonuçları (TEZCAN,1970).

ÇÖZÜM METODU	$u_n (10^{-3})$ (ft)	$M_b$ (klb.ft)	
		$\emptyset = \pi/2$	$\emptyset = \pi$
Rijitlik Matrisi	3.73	-15.35	-10.71
Doğru Eksenli Çubuk (20 eleman)	3.67	-15.21	-10.61

Şekil (2.24) teki sistem, RIJMAT programı ile dört eleman için çözülmüştür. Aynı problem, taşıma matrisleri yöntemi (kayma deformasyonlarının etkisi göz önüne alınarak) ve ayrıca sistemin doğru eksenli çubuklardan oluştuğu düşünülerek SAP80 adlı paket program ile de çözülmüştür. RIJMAT için hazırlanan veri dosyası şu şekildedir:

```
4 18 1
8 -10.
0 0 0 0 0 0 1 2 3 4 5 6
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12
7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18
13 14 15 16 17 18 0 0 0 0 0 0
10. 0.0
432.D3 0.2 0. 0.
0.0833 0.083 0.141 1.
0. 0.25
10. 0.0
```

```
432.D3 0.2 0. 0.  
0.0833 0.083 0.141 1.  
0.25 0.5  
10. 0.0  
432.D3 0.2 0. 0.  
0.0833 0.083 0.141 1.  
0.5 0.75  
10. 0.0  
432.D3 0.2 0. 0.  
0.0833 0.083 0.141 1.  
0.75 1.0
```

SAP80 paket programının, bu probleme ait veri dosyası aşağıda verilmektedir:

```
DUZLEMINDE YUKLU YARIM DAIRE CUBUK  
SYSTEM  
N=22 L=1  
RESTRAINTS  
1,21,20 R=1,1,1,1,1,1  
22 R=1,1,1,1,1,1  
2,20,1 R=0,0,0,0,0,0  
:  
JOINT  
1 X=10.0 Y= 0.0 Z=0.  
2 X=9.877 Y= 1.564 Z=0.  
3 X=9.511 Y=3.090 Z=0.  
4 X=8.910 Y=4.540 Z=0.  
5 X=8.090 Y=5.878 Z=0.  
6 X=7.071 Y=7.071 Z=0.  
7 X=5.878 Y=8.090 Z=0.  
8 X=4.540 Y=8.910 Z=0.  
9 X=3.090 Y=9.511 Z=0.  
10 X=1.564 Y=9.877 Z=0.  
11 X=0. Y=10. Z=0.  
12 X=-1.564 Y=9.877 Z=0.  
13 X=-3.090 Y=9.511 Z=0.  
14 X=-4.540 Y=8.910 Z=0.  
15 X=-5.878 Y=8.090 Z=0.  
16 X=-7.071 Y=7.071 Z=0.  
17 X=-8.090 Y=5.878 Z=0.  
18 X=-8.910 Y=4.540 Z=0.
```

```
19 X=-9.511   Y=3.090   Z=0.
20 X=-9.877   Y=1.564   Z=0.
21 X=-10.     Y=0.0     Z=0.
22 X=0.       Y=0.     Z=0.
:
FRAME
NM=1
1  A=1. J=0.141 I=0.08333,0.083333 E=432000 G=180000
1,1,2  M=1 LP=22.2
2,2,3   LP=22.3
3,3,4   LP=22.4
4,4,5   LP=22.5
5,5,6   LP=22.6
6,6,7   LP=22.7
7,7,8   LP=22.8
8,8,9   LP=22.9
9,9,10  LP=22.10
10,10,11 LP=22.11
11,11,12 LP=22.12
12,12,13 LP=22.13
13,13,14 LP=22.14
14,14,15 LP=22.15
15,15,16 LP=22.16
16,16,17 LP=22.17
17,17,18 LP=22.18
18,18,19 LP=22.19
19,19,20 LP=22.20
20,20,21 LP=22.21
:
LOADS
11 F=0,-10.,0 L=1
:
```

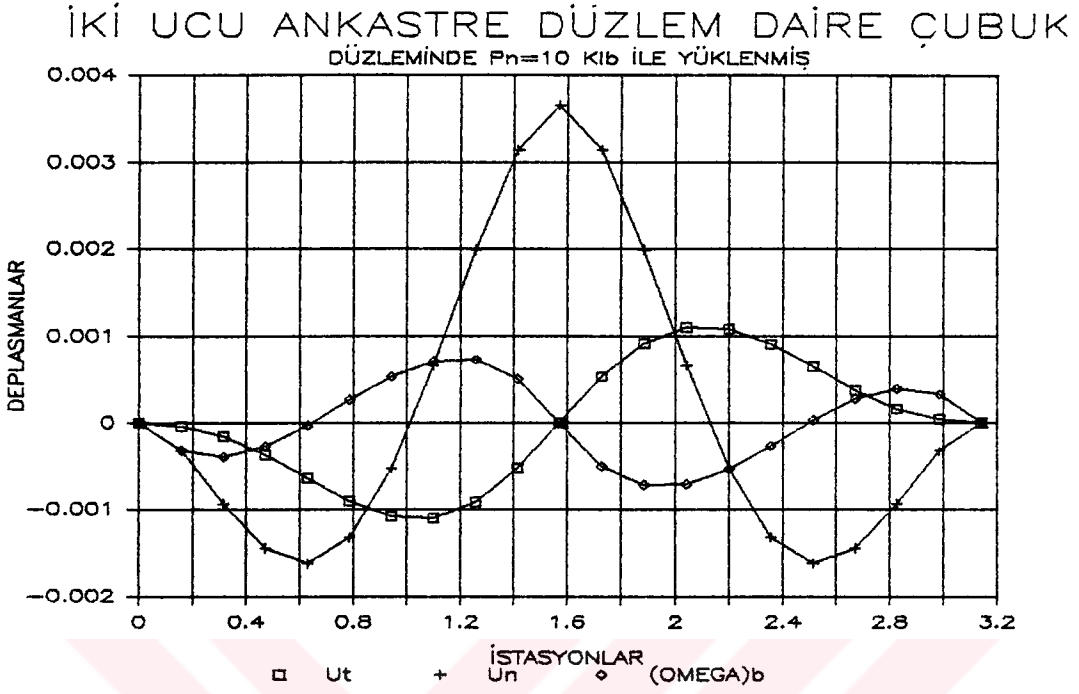
Elde edilen sonuçlar Çizelge (2.16) da karşılaştırmalı olarak verilmiştir.

Çizelge (2.16) incelendiğinde, programı burada verilemeyen taşıma matrisi metodu ile elde edilen sonuçların, Çizelge (2.15) te bulunan literatür sonuçları ile uyum içinde olduğu görülmektedir. Her iki yöntemde de kayma deformasyonlarının etkileri göz önüne alınmıştır. Aradaki fark, işlemlerdeki hassasiyetten kaynaklanmaktadır. Rijmat programında kaymaların etkisi ihmal edilmekte ve işlemler çift hassasiyetli yapılmaktadır. SAP80 programında da kaymaların tesirleri

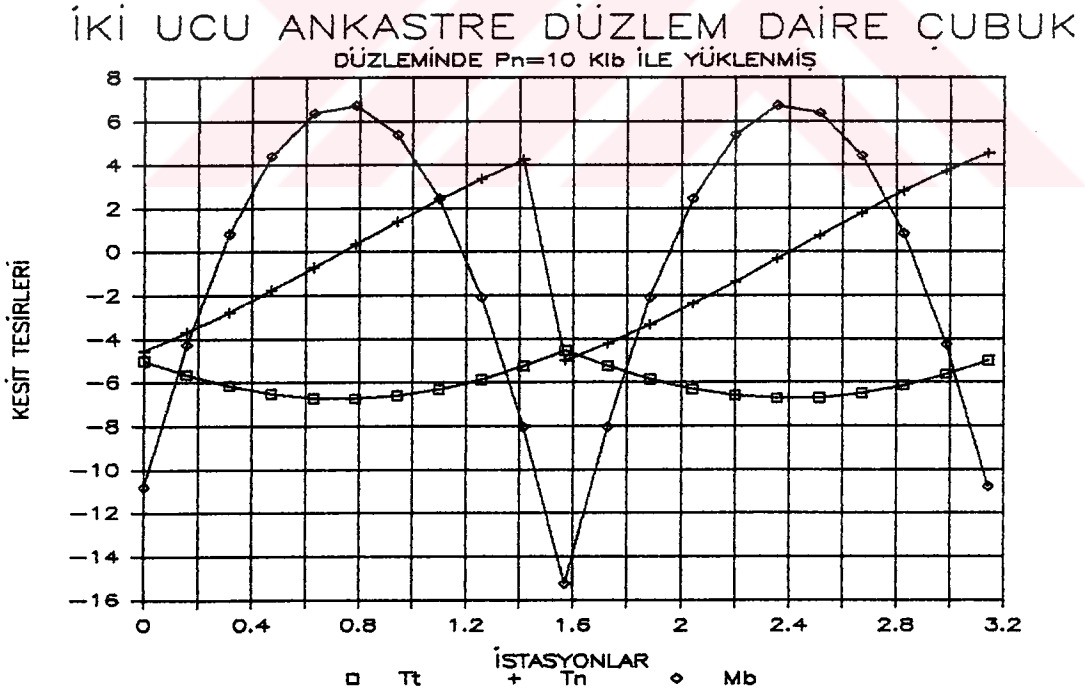
**Cizelge:2.16.** Sekil (2.24) teki sistemin kesit tesirleri ve deplasmanları.

DÜĞÜM ACISI	ÇÖZÜM METODU	DEPLASMANLAR			KESİT TESİRLERİ		
		ft		radyan	K. lb		Klb.ft
		$U_t$ ( $10^{-3}$ )	$U_n$ ( $10^{-3}$ )	$\Omega_b$ ( $10^{-3}$ )	$T_t$	$T_n$	$M_b$
0	TASIMA MATRİSİ	0.	0.	0.	-5.0	-4.54	-10.8
	RIJMAT	0.	0.	0.	-5.0	-4.591	-11.06
	SAP80 20 eleman	0.	0.	0.	-5.34	-4.15	-10.72
$\pi/4$	TASIMA MATRİSİ	-0.906	-1.33	0.263	-6.75	0.323	6.73
	RIJMAT	-0.804	-1.44	0.236	-6.782	0.289	6.761
	SAP80 20 eleman	-0.861	-1.283	0.254	-6.76	0.22	6.86
$\pi/2$	TASIMA MATRİSİ	0.	3.66	0.	-4.54	-5.0	-15.3
	RIJMAT	0.	3.252	0.	-4.491	-5.0	-15.15
	SAP80 20 eleman	0.	3.496	0.	-4.94	-4.63	-15.15
$3\pi/4$	TASIMA MATRİSİ	0.906	-1.33	-0.263	-6.75	-0.323	6.73
	RIJMAT	0.804	-1.44	-0.236	-6.782	-0.289	6.761
	SAP80 20 eleman	0.861	-1.283	-0.254	-6.76	-0.22	6.86
$\pi$	TASIMA MATRİSİ	0.	0.	0.	-5.0	4.54	-10.8
	RIJMAT	0.	0.	0.	-5.0	4.591	-11.06
	SAP80 20 eleman	0.	0.	0.	-5.34	4.15	-10.72

hesaba katılmakta, işlemler yine çift hassasiyetli yapılmaktadır. Genelde kayma etkileri çok küçük olmakla beraber, düzlem yükleme halinde bu etkiler kendisini belli etmektedir. Cizelge (2.16) daki taşıma matrisi yöntemi sonuçları da bunu göstermektedir.



Sekil:2.25-a. Şekil (2.24) teki sistemin deplasmanları.

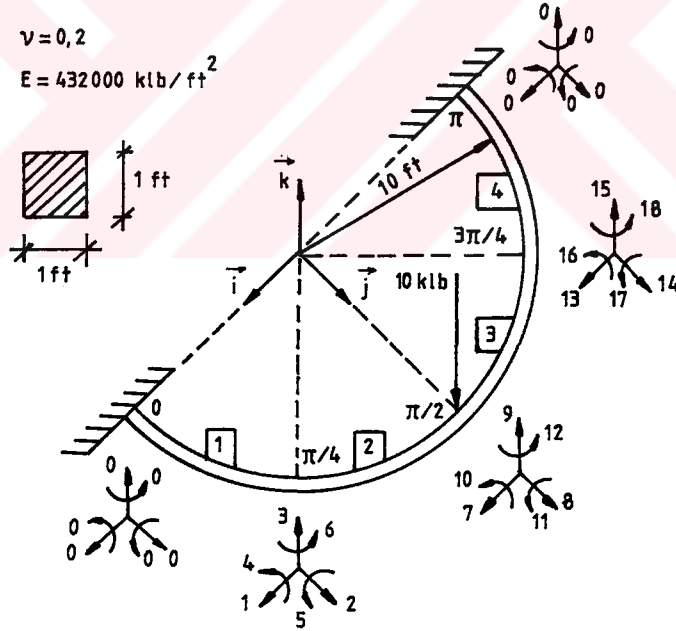


Sekil:2.25-b. Şekil (2.24) teki sistemin kesit tesirleri.

Problem doğru eksenli çubuk kabulü ile ele alındığında, deplasmanlar doğruya daha yakın sonuçlar vermektedir. Deplasmanların türevleriyle kesit tesirlerine geçildiğinden, kesit tesirlerinin büyüklükleri arasındaki farklılıklar gitgide artmaktadır. Yanısıra, herhangi bir kesitteki büyüklüklerin gerçek değerinin elde edilebilmesi için, sistemin çok sayıda elemana bölünmesi gerekmektedir. Yükleme şekillerinin, eleman uzunluğunun ve çubuk eksenli şeklinin değişmesi halinde eleman sayısının daha da arttırılması gerekeceği açıktır. Ayrıca, programın veri dosyasının hazırlanması zaman alıcı ve yorucu olmaktadır.

Sonuçları gösterir grafikler, Şekil (2.25-a.b) de yer almaktadır.

#### 2.3.4.2. İki Ucu Ankastre, Düzlemine Dik Tekil Yüklü Dairesel Çubuk Problemi (TEZCAN,1970)



Şekil:2.26. Düzlemine dik yüklü dairesel çubuk.

Şekil (2.26) da dört elemana ayrılan sistemin, RIJMAT programı için veri dosyası aşağıda olduğu gibi hazırlanmıştır.

```
4 18 1
9 -10.
0 0 0 0 0 0 1 2 3 4 5 6
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12
7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18
13 14 15 16 17 18 0 0 0 0 0 0
10. 0.0
432.D3 0.2 0. 0.
0.0833 0.083 0.141 1.
0. 0.25
10. 0.0
432.D3 0.2 0. 0.
0.0833 0.083 0.141 1.
0.25 0.5
10. 0.0
432.D3 0.2 0. 0.
0.0833 0.083 0.141 1.
0.5 0.75
10. 0.0
432.D3 0.2 0. 0.
0.0833 0.083 0.141 1.
0.75 1.0
```

SAP80 paket programının bu probleme ait veri dosyası örneği, Bölüm (2.3.4.1) deki örnekte olduğu gibidir. Farklılık sadece, 11 nolu düğüme etkileyen kuvvetin doğrultusundadır.

```
:
LOADS
11 F=0,0,-10. L=1
:
```

Bu sistemin kesit tesirleri ve deplasmanlarının literatür sonuçları Çizelge (2.17) de verilmiştir.

Sekil (2.26) daki sistemin; taşıma matrisleri yöntemi (kayma deformasyonlarının etkisi göz önüne alınarak), SAP80 adlı paket programı ve Rijmat programı (kaymaların etkisi ihmal edilmekte) ile çözümünden elde edilen sonuçlar da Çizelge (2.18) de karşılaştırmalı olarak verilmiştir.

**Çizelge:2.17.** Şekil (2.26) daki sisteme ait literatür sonuçları (TEZCAN,1970).

ÇÖZÜM METODU	$u_b$	$M_t$	$M_n$
	(ft)	(klb.ft)	
	$\varnothing = \pi/2$	$\varnothing = \pi$	$\varnothing = \pi/2$
Rijitlik Matrisi	0.0731	18.17	-31.83
Doğru Eksenli Çubuk (20 eleman)	0.0729	14.29	-31.63

**Çizelge:2.18.** Şekil (2.26) daki sistemin kesit tesirleri ve deplasmanları.

DÜĞÜM AÇISI	ÇÖZÜM METODU	DEPLASMANLAR			KESİT TESİRLERİ		
		ft.	radyan		klb	klb.ft	
		$U_b$ ( $10^{-3}$ )	$\Omega_t$ ( $10^{-3}$ )	$\Omega_n$ ( $10^{-3}$ )	$T_b$	$M_t$	$M_n$
0	TASIMA MATRİSİ	0.	0.	0.	-5.0	-18.2	50.0
	RIJMAT	0.	0.	0.	-5.0	-18.17	50.0
	SAP80 20 eleman	0.	0.	0.	-5.0	-14.29	51.28
$\pi/4$	TASIMA MATRİSİ	-35.0	2.64	7.11	-5.0	7.86	12.8
	RIJMAT	-34.78	2.644	7.107	-5.0	7.863	12.85
	SAP80 20 eleman	34.70	2.652	7.097	-5.0	6.767	13.89
$\pi/2$	TASIMA MATRİSİ	-72.8	8.53	0.	5.0	0.	-31.8
	RIJMAT	-72.36	8.533	0.	5.0	0.	-31.68
	SAP80 20 eleman	-70.24	8.564	0.	5.0	-2.49	-31.63



Çizelge:2.18. (Devam)

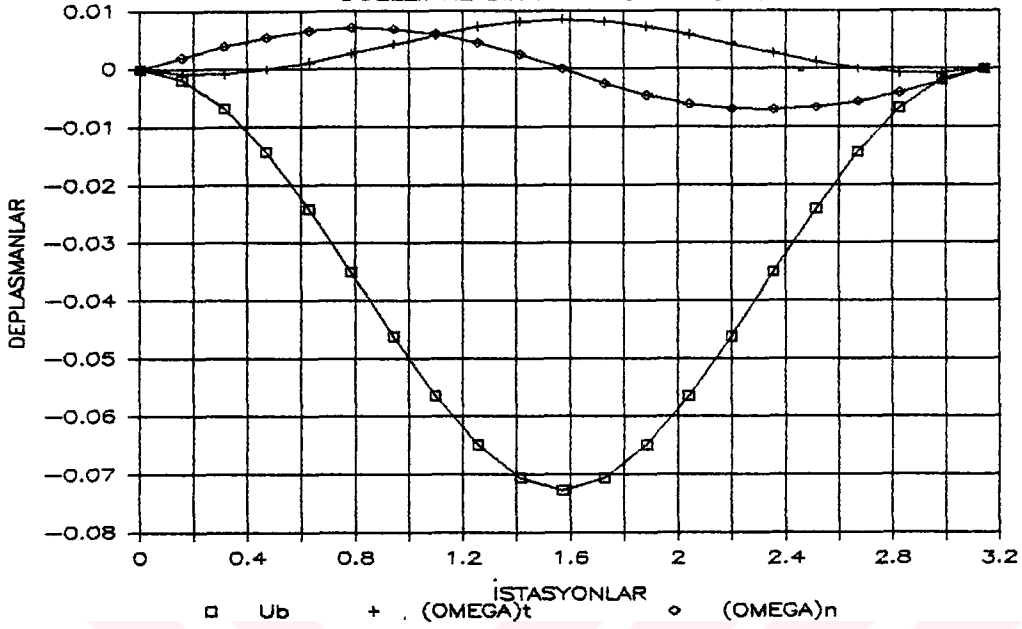
DÜĞÜM AÇISI	ÇÖZÜM METODU	DEPLASMANLAR			KESİT TESİRLERİ		
		ft.	radyan		klb	klb.ft	
		$U_b$ ( $10^{-3}$ )	$\Omega_t$ ( $10^{-3}$ )	$\Omega_n$ ( $10^{-3}$ )	$T_b$	$M_t$	$M_n$
$3\pi/4$	TASIMA MATRİSİ	-35.0	2.64	-7.11	5.0	-7.86	12.8
	RIJMAT	-34.78	2.644	-7.107	5.0	-7.863	12.85
	SAP80 20 eleman	-34.70	2.652	-7.097	5.0	-6.76	13.49
$\pi$	TASIMA MATRİSİ	0.	0.	0.	5.0	18.2	50.
	RIJMAT	0.	0.	0.	5.0	18.17	50.0
	SAP80 20 eleman	0.	0.	0.	5.0	14.29	51.28

Çizelge (2.17) ve (2.18) incelendiğinde, literatür ve taşıma matrisi yöntemleri ile elde edilen sonuçların birbirine çok yakın olduğu görülmektedir. Bunun nedeni, kabullerin aynı olmasındandır. RIJMAT sonuçları ile bunlar arasındaki çok küçük farklar, kaymaların etkilerinden ileri gelmektedir. Çubuğun düzlemine dik yüklenmesi halinde kayma etkilerinin hesaba katılmasının, sonuçları pek etkilemeyeceği açıktır.

Problem doğru eksenli çubuk kabulü ile ele alındığında, deplasmanlar yine gerçeğe yakın sonuçlar vermektedir. Deplasmanların türevleriyle kesit tesirlerine geçildiğinden, özellikle burulma momentinin büyüklüğündeki farklılık belirginleşmektedir. Çubuğun düzlemine dik yüklenmesi halinde, kesit tesirlerine daha yakın sonuçlar elde edebilmek için eleman sayısı çok daha fazla arttırılmalıdır.

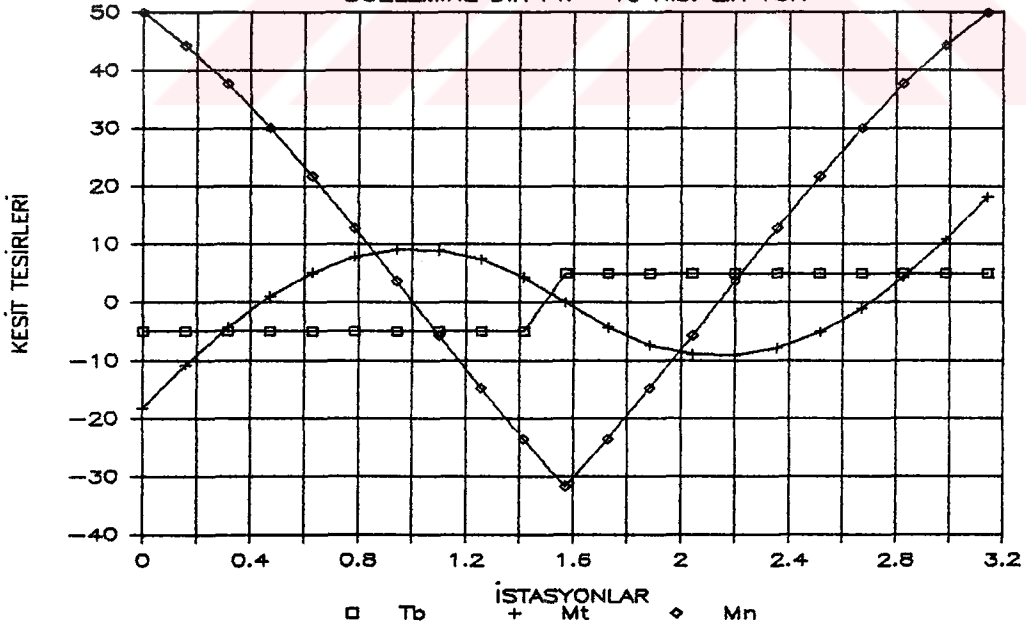
Sonuçları gösterir grafikler, Şekil (2.27-a,b) dendir.

### İKİ UCU ANKASTRE DÜZLEM DAİRE ÇUBUK DÜZLEMİNE DİK $P_k = -10$ KİB. LİK YÜK



Sekil:2.27-a. Sekil (2.26) daki sistemin deplasmanları.

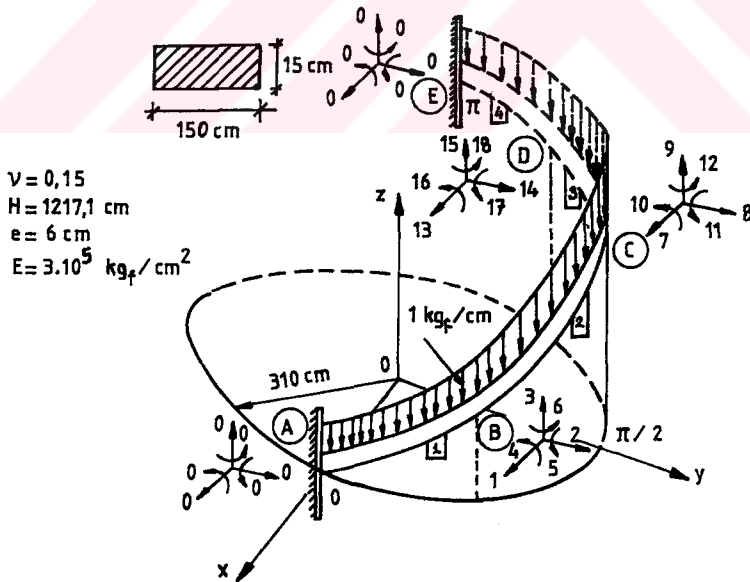
### İKİ UCU ANKASTRE DÜZLEM DAİRE ÇUBUK DÜZLEMİNE DİK $P_k = -10$ KİB. LİK YÜK



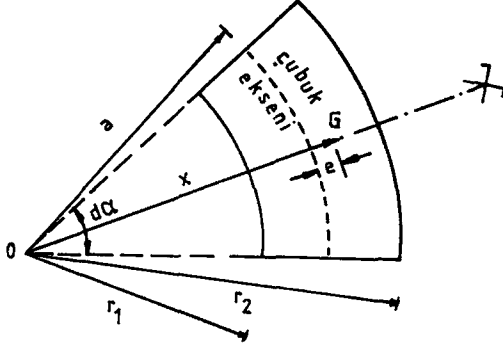
Sekil:2.27-b. Sekil (2.26) daki sistemin kesit tesirleri.

2.3.4.3. İki Ucu Ankastre, Uniform Yayılı Yüke Maruz Helisel Çubuk Problemi (CINEMRE,1960)

Bu problemde, çubuk düşey doğrultuda üniform yayılı kuvvet ile yüklenmiştir (Şekil 2.28). Bu yayılı yük, çubuk ağırlığı olarak düşünülebilir. Bu örnekte çubuk kesiti, genişliği yüksekliğinin 10 katı olan bir dikdörtgendir. Bu durumda yayılı yükler çubuk ekseninden  $e$  eksantrisitesi kadar uzaklıkta olacaktır. Yayılı kuvvetler çubuk eksenine taşındıkları zaman; ekseninde aynı şiddette bir yayılı kuvvet ve bu kuvvetin şiddeti ile  $e$  mesafesinin çarpımına eşit olan bir yayılı moment doğacaktır.  $(-\vec{k})$  doğrultusunda etkiyen  $Q$  şiddetindeki yayılı kuvvet, eksene taşındığında  $Q$  şiddetinde  $(-\vec{k})$  doğrultusunda bir yayılı kuvvet ile;  $(Q.e)$  şiddetinde  $(\vec{d})$  eksenini doğrultusunda da bir yayılı moment oluşturacaktır. Böyle bir duruma, betonarme helisel merdivenlerde rastlanmaktadır.



Şekil:2.28. İki ucu ankastre, helisel merdiven.



- da : Merkez açısı
- r<sub>1</sub> : İç yarıçap
- r<sub>2</sub> : Dış yarıçap
- r<sub>2</sub> - r<sub>1</sub> = b
- (r<sub>1</sub> + r<sub>2</sub>)/2 = a

Şekil:2.29. Eksantrisiteden doğan yayılı moment.

Şekil (2.29) daki yay elemanının ağırlık merkezi G, simetri eksenini üzerindedir. G nin O merkezinden olan x uzaklığı için,

$$x = \frac{(2/3)\text{Sin}(d\alpha/2) ( r_2^3 - r_1^3 )}{(d\alpha/2) ( r_2^2 - r_1^2 )} \quad (2.280)$$

yazılabilir. Bu eşitlikte da çok küçük olduğundan Sin(da/2)≈(da/2) kabulü ve (2.281) ile birlikte e eksantrisitesi için (2.282) ifadesi elde edilir. Burada dikkat edileceği gibi a, helis ekseninin sarıldığı silindirin yarıçapını temsil etmektedir.

$$e = x - a \quad (2.281)$$

$$e = b^2/(12a) \quad (2.282)$$

Bu örnekte de dört elemana ayrılan sistemin, RIJMAT programı için hazırlanan veri dosyası örneği aşağıda verilmiştir:

```
4 18 0
0 0 0 0 0 0 1 2 3 4 5 6
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12
7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18
13 14 15 16 17 18 0 0 0 0 0 0
310. 1217.1
300000. 0.15 -1. 6.
42187.5 4218750. 158547.7941 2250.
0. 0.25
310. 1217.1
300000. 0.15 -1. 6.
42187.5 4218750. 158547.7941 2250.
0.25 0.5
310. 1217.1
300000. 0.15 -1. 6.
42187.5 4218750. 158547.7941 2250.
0.5 0.75
310. 1217.1
300000. 0.15 -1. 6.
42187.5 4218750. 158547.7941 2250.
0.75 1.0
```

Kayma ve aksenal deformasyonların etkilerinin hesaba katılarak çözümün bulunduğu TASMAT1 programı için hazırlanan veri dosyası örneği,

```
310.
1217.1
1. 1.
42187.5 4218750. 158547.7941
2250.
300000. 0.15
0. 0. -1.
6. 0. 0.
1.
3
```

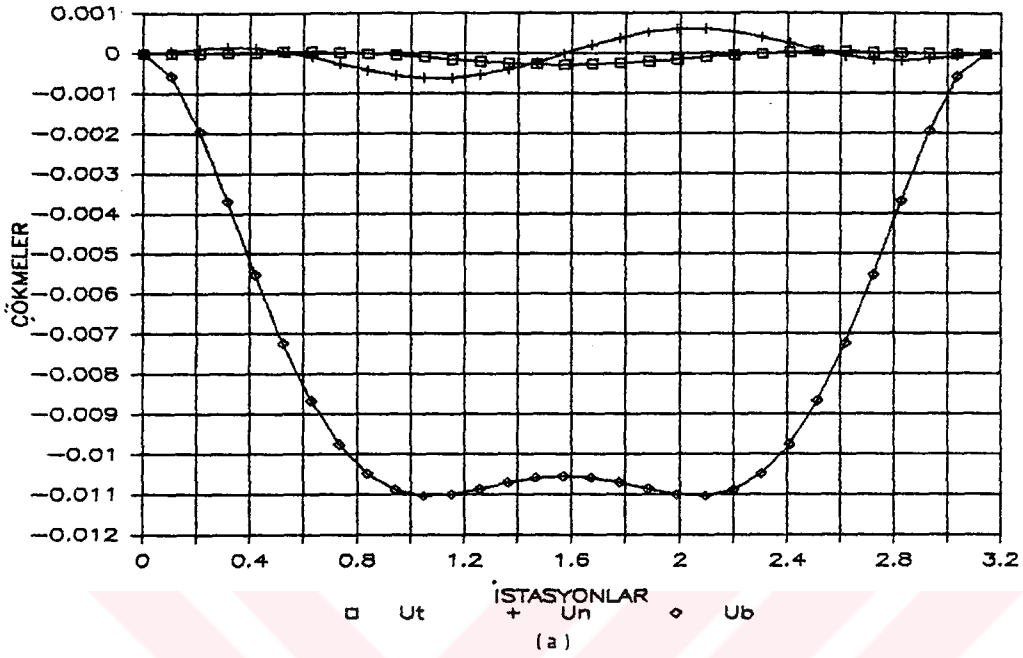
şeklindedir. Çizelge (2.19) da; bu probleme ait  $\theta=0$  ve  $\theta=\pi$  için kesit tesirlerinin taşıma matrisinin analitik ifadesinden elde edilmiş olan literatür (CİNEMRE,1960) sonuçları ile RIJMAT ve TASMAT1 programları

sonuçları karşılaştırmalı olarak verilmiştir. TASMAT1 programı ile aynı problem, aksenal ve kayma deformasyonlarının etkisi göz önüne alınarak ve ihmal edilerek çözülmüştür. Literatür ve RIJMAT çözümlerinde kaymaların etkileri ihmal edildiğinden, sonuçların üst üste çakıştığı görülmektedir.

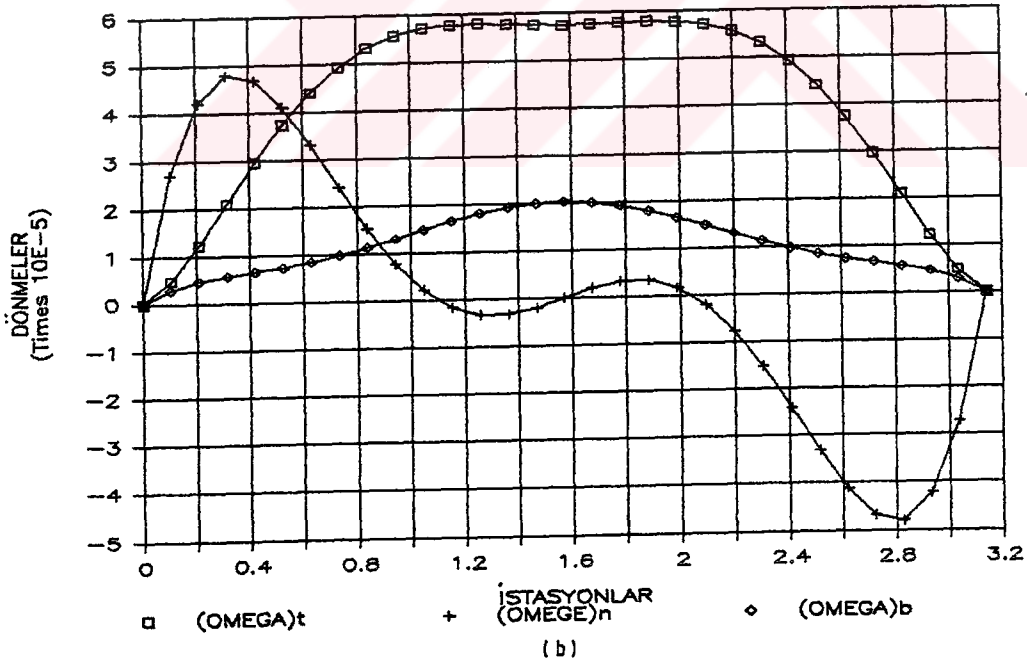
Çizelge:2.19. Şekil (2.28) deki sistemin kesit tesirleri ve deplasmanları.

DÜĞÜM AÇISI	ÇÖZÜM METODU	DEPLASMANLAR						KESİT TESİRLERİ					
		cm			radyan			kgf			kgf.cm		
		$U_t$ ( $10^{-4}$ )	$U_n$ ( $10^{-3}$ )	$U_b$ ( $10^{-1}$ )	$\alpha_t$ ( $10^{-4}$ )	$\alpha_n$ ( $10^{-4}$ )	$\alpha_b$ ( $10^{-4}$ )	$T_t$ ( $10^2$ )	$T_n$ ( $10^2$ )	$T_b$ ( $10^2$ )	$M_t$ ( $10^3$ )	$M_n$ ( $10^4$ )	$M_b$ ( $10^5$ )
0	TASMAT1 Kaymalar dahil	0.	0.	0.	0.	0.	0.	-6.53	0.295	-3.56	1.42	1.26	1.51
	RIJMAT	0.	0.	0.	0.	0.	0.	-5.947	0.	-3.055	1.568	1.130	1.242
	LİTERATÜR	0.	0.	0.	0.	0.	0.	-5.95	0.	-3.05	1.57	1.130	1.24
	TASMAT1 Kaymalar ihmal	0.	0.	0.	0.	0.	0.	-5.94	0.	-3.06	1.53	1.14	1.24
$\pi/4$	RIJMAT	0.191	-0.337	-0.102	0.515	0.196	0.106	-3.575	2.422	-1.151	1.126	-0.159	0.878
$\pi/2$	RIJMAT	-2.753	0.	-0.106	0.576	0.	0.203	0.	3.425	0.	0.	0.201	0.
$3\pi/4$	RIJMAT	0.191	0.337	-0.102	0.515	-0.196	0.106	3.575	2.422	1.151	-1.126	-0.159	-0.878
$\pi$	TASMAT1 Kaymalar dahil	0.	0.	0.	0.	0.	0.	6.53	0.295	3.56	-1.42	1.26	-1.51
	RIJMAT	0.	0.	0.	0.	0.	0.	5.947	0.	3.055	-1.568	1.130	-1.242
	LİTERATÜR	0.	0.	0.	0.	0.	0.	5.95	0.	3.05	-1.57	1.13	-1.24
	TASMAT1 Kaymalar ihmal	0.	0.	0.	0.	0.	0.	5.94	0.	3.06	-1.53	1.14	-1.24

### İKİ UCU ANKASTRE HELİSEL ÇUBUK

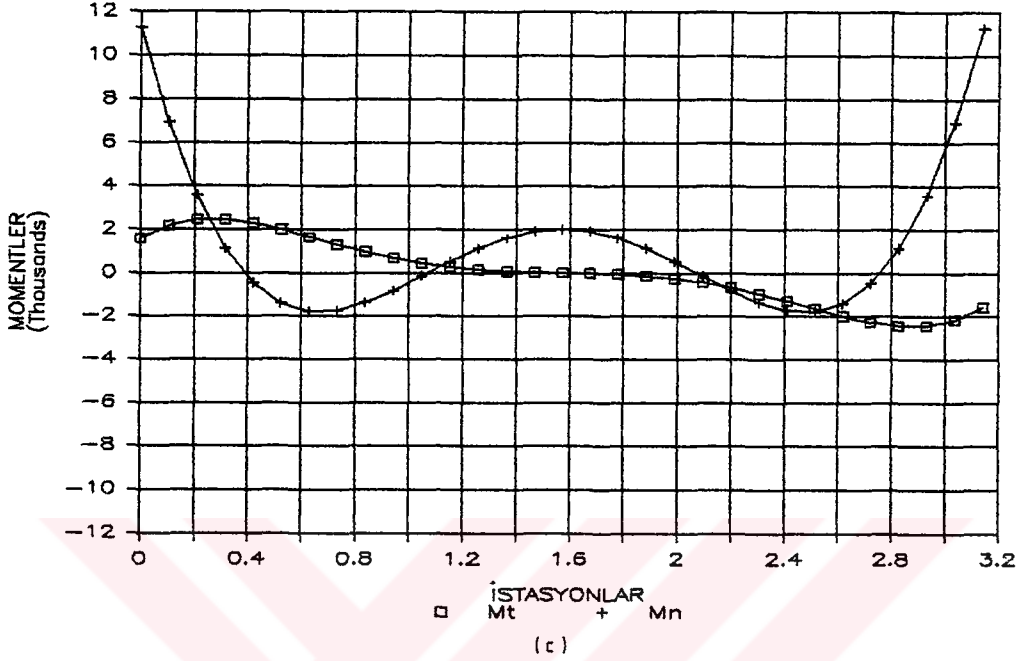


### İKİ UCU ANKASTRE HELİSEL ÇUBUK

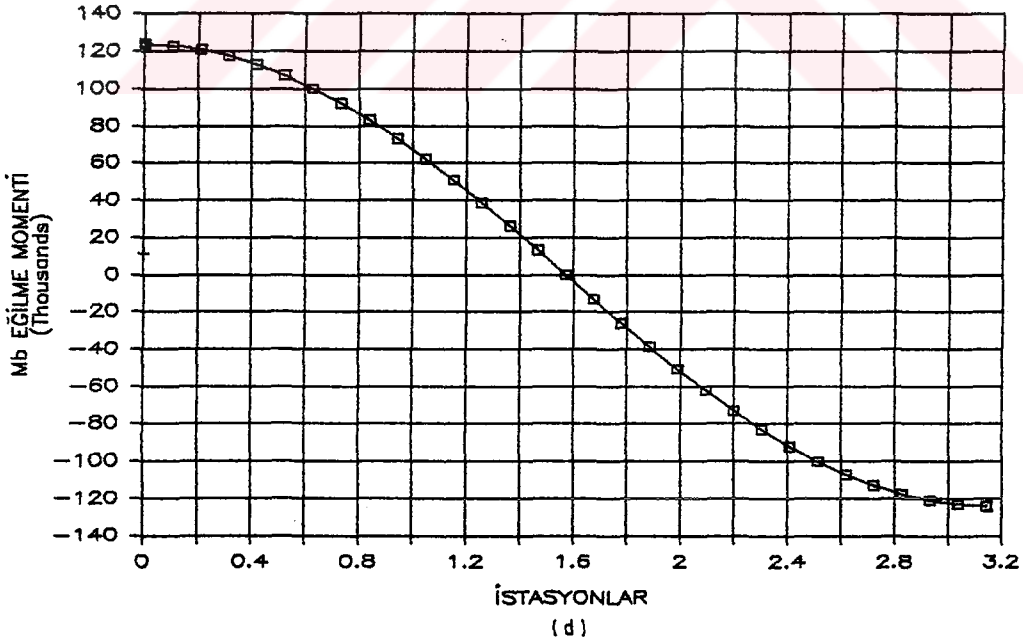


Sekil:2.30-(a,b). Sekil (2.28) deki sistemin deplasmanları.

### İKİ UCU ANKASTRE HELİSEL ÇUBUK



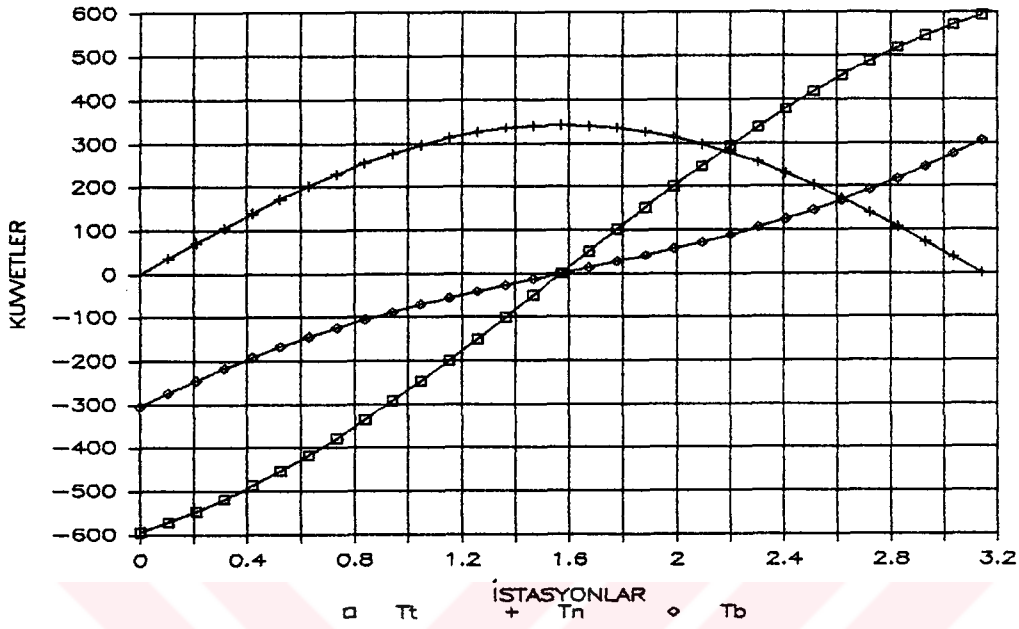
### İKİ UCU ANKASTRE HELİSEL ÇUBUK



Sekil:2.30-(c,d). Şekil (2.28) deki sistemin momentleri.



## İKİ UCU ANKASTRE HELİSEL ÇUBUK



Şekil:2.30-e. Şekil (2.28) deki sistemin kuvvetleri.

Sonuçları gösterir grafikler. Şekil (2.30-a.b.c.d.e) de yer almaktadır. Sistem ve yükleme simetrik olduğu için, gerek deplasmanlar gerekse kesit tesirlerinde bu simetri görülmektedir.

Şekil (2.28) deki sistem bu kere eksantrisite ihmal edilerek; TASMAT1 (kayma deformasyonlarının etkisi göz önüne alınarak), SAP80 adlı paket programı ile sistemin 30 doğru eksenli çubuktan oluştuğu farzedilerek ve RIJMAT programı (kaymaların etkisi ihmal edilmekte) ile yine 4 eleman için çözülmüş ve elde edilen sonuçlar Çizelge (2.20) de karşılaştırmalı olarak verilmiştir. SAP80 için zahmetle hazırlanan veri dosyası örneği aşağıdadır:

```
YAYILI YUK / HELIS / 30 eleman
SYSTEM
N=61 L=1
RESTRAINTS
1,31,30 R=1,1,1,1,1,1
2,30,1 R=0,0,0,0,0,0
32,61,1 R=1,1,1,1,1,1
```

:  
JOINT

1	X=310.0	Y= 0.0	Z= 0.0
2	X=308.302	Y=32.404	Z=20.285
3	X=303.226	Y=64.453	Z=40.574
4	X=294.828	Y= 95.795	Z=60.855
5	X=283.199	Y=126.088	Z=81.14
6	X=268.468	Y=155.000	Z=101.425
7	X=250.795	Y=182.213	Z=121.71
8	X=230.375	Y=207.430	Z=141.995
9	X=207.430	Y=230.375	Z=162.28
10	X=182.213	Y=250.795	Z=182.565
11	X=155.0	Y=268.468	Z=202.85
12	X=126.088	Y=283.199	Z=223.135
13	X=95.795	Y=294.828	Z=243.42
14	X=64.453	Y=303.226	Z=263.705
15	X=32.404	Y=308.302	Z=283.99
16	X=0.0	Y=310.0	Z=304.275
17	X=-32.404	Y=308.302	Z=324.56
18	X=-64.453	Y=303.226	Z=344.845
19	X=-95.795	Y=294.828	Z=365.13
20	X=-126.088	Y=283.199	Z=385.415
21	X=-155.0	Y=268.468	Z=405.7
22	X=-182.213	Y=250.795	Z=425.985
23	X=-207.430	Y=230.375	Z=446.27
24	X=-230.375	Y=207.430	Z=466.555
25	X=-250.795	Y=182.213	Z=486.84
26	X=-268.468	Y=155.0	Z=507.125
27	X=-283.199	Y=126.088	Z=527.41
28	X=-294.828	Y=95.795	Z=547.695
29	X=-303.226	Y=64.453	Z=567.98
30	X=-308.302	Y=32.404	Z=588.265
31	X=-310.0	Y=0.0	Z=608.55
32	X=0.0	Y=0.0	Z=20.285
33	X=0.0	Y=0.0	Z=40.57
34	X=0.0	Y=0.0	Z=60.855
35	X=0.0	Y=0.0	Z=81.14
36	X=0.0	Y=0.0	Z=101.425
37	X=0.0	Y=0.0	Z=121.71
38	X=0.0	Y=0.0	Z=141.995
39	X=0.0	Y=0.0	Z=162.28
40	X=0.0	Y=0.0	Z=182.565
41	X=0.0	Y=0.0	Z=202.85
42	X=0.0	Y=0.0	Z=223.135
43	X=0.0	Y=0.0	Z=243.42

44	X=0.0	Y=0.0	Z=263.705
45	X=0.0	Y=0.0	Z=283.99
46	X=0.0	Y=0.0	Z=304.275
47	X=0.0	Y=0.0	Z=324.56
48	X=0.0	Y=0.0	Z=344.845
49	X=0.0	Y=0.0	Z=365.13
50	X=0.0	Y=0.0	Z=385.415
51	X=0.0	Y=0.0	Z=405.7
52	X=0.0	Y=0.0	Z=425.985
53	X=0.0	Y=0.0	Z=446.27
54	X=0.0	Y=0.0	Z=466.555
55	X=0.0	Y=0.0	Z=486.84
56	X=0.0	Y=0.0	Z=507.125
57	X=0.0	Y=0.0	Z=527.41
58	X=0.0	Y=0.0	Z=547.695
59	X=0.0	Y=0.0	Z=567.98
60	X=0.0	Y=0.0	Z=588.265
61	X=0.0	Y=0.0	Z=608.55

:

FRAME

NM=1 X=0. Y=0. Z=-1.

1 A=2250. J=158547.8 I=42187.5,4218750. E=300000. G=130434.8

W=1.0

1, 1, 2	M=1	LP=32,2
2, 2, 3		LP=33,3
3, 3, 4		LP=34,4
4, 4, 5		LP=35,5
5, 5, 6		LP=36,6
6, 6, 7		LP=37,7
7, 7, 8		LP=38,8
8, 8, 9		LP=39,9
9, 9,10		LP=40,10
10,10,11		LP=41,11
11,11,12		LP=42,12
12,12,13		LP=43,13
13,13,14		LP=44,14
14,14,15		LP=45,15
15,15,16		LP=46,16
16,16,17		LP=47,17
17,17,18		LP=48,18
18,18,19		LP=49,19
19,19,20		LP=50,20
20,20,21		LP=51,21
21,21,22		LP=52,22
22,22,23		LP=53,23

23,23,24	LP=54,24
24,24,25	LP=55,25
25,25,26	LP=56,26
26,26,27	LP=57,27
27,27,28	LP=58,28
28,28,29	LP=59,29
29,29,30	LP=60,30
30,30,31	LP=61,31
:	

**Cizelge:2.20.** Şekil (2.28) de  $M_d$  momentinin ihmal edilmesi halinde, sistemin kesit tesirleri ve deplasmanları.

DÜŞÜM AÇISI	ÇÖZÜM METODU	DEPLASMANLAR						KESİT TESİRLERİ					
		cm			radyan			kgf			kgf.cm		
		$U_t$ ( $10^{-4}$ )	$U_n$ ( $10^{-3}$ )	$U_b$ ( $10^{-1}$ )	$\alpha_t$ ( $10^{-4}$ )	$\alpha_n$ ( $10^{-4}$ )	$\alpha_b$ ( $10^{-4}$ )	$T_t$ ( $10^2$ )	$T_n$ ( $10^2$ )	$T_b$ ( $10^2$ )	$M_t$ ( $10^3$ )	$M_n$ ( $10^4$ )	$M_b$ ( $10^5$ )
0	TASMAT1	0.	0.	0.	0.	0.	0.	-6.50	0.295	-3.59	-0.748	1.24	1.49
	RIJMAT	0.	0.	0.	0.	0.	0.	-5.89	0.	-3.09	-0.607	1.11	1.23
	SAP80 30 eleman	0.	0.	0.	0.	0.	0.	-5.74	0.082	-3.03	-1.396	1.472	1.199
r/2	RIJMAT	-2.492	0.	-0.105	0.296	0.	0.200	0.	3.36	0.	0.	0.114	0.
	SAP80 30 eleman	-4.956	-0.181	-0.112	0.302	-0.02	0.200	0.284	3.358	0.211	0.922	0.129	0.006
r	TASMAT1	0.	0.	0.	0.	0.	0.	6.50	0.295	3.59	0.748	1.24	-1.49
	RIJMAT	0.	0.	0.	0.	0.	0.	5.89	0.	3.09	0.607	1.11	-1.23
	SAP80 30 eleman	0.	0.	0.	0.	0.	0.	5.823	0.273	3.153	1.689	1.422	-1.256

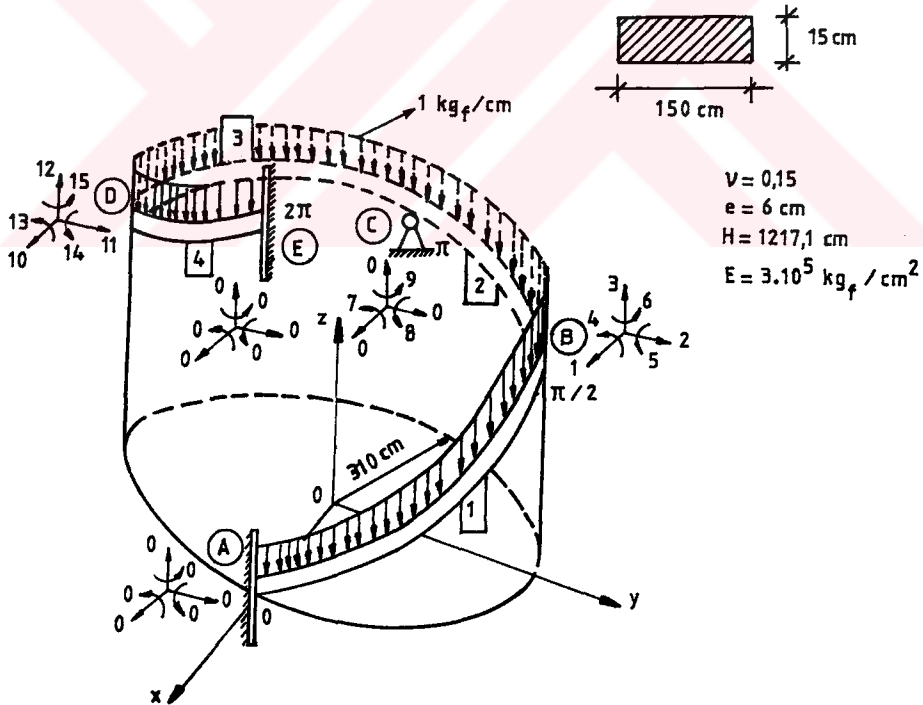
Cizelge (2.20) de sistemin doğru eksenli çubuklardan oluştuğu düşüncesinden hareketle elde edilen, eksenel ötelenmenin dışındaki deplasman sonuçlarının; kesit tesirlerine nazaran diğer yöntemlerle elde edilen sonuçlarla iyi bir uyum içinde olduğu görülmektedir. Taşıma ve rijitlik matrisleri yöntemleri ile bulunan

sonuçlar simetrik olduğu halde, bu duruma SAF50 sonuçlarında rastlanmamaktadır. Bunun yanında, özellikle burulma momentinin değerindeki yaklaşık %50 ye varan farklılık göze çarpmaktadır.

Çizelge (2.19) ve (2.20) den, helisel bir çubukta kaymaların ihmal edilmesi halinde kesit tesirleri için; gerçek değerlerinden daha küçük değerler elde edileceği anlaşılmaktadır.

Eksantrisite, özellikle helisel merdiven problemlerinde ihmal edilmemelidir. Bilindiği üzere, helis eksenli çubuklarda en önemli kesit tesiri burulma momentidir. Bu durumda burulma momentinin değerindeki farklılık yine %50 civarında olmaktadır. Makina elemanı olarak kullanılan helisel yaylarda, eksantrisite ihmal edilebilecek düzeylerdedir.

2.3.4.4. İki Ucu Ankastre, Uniform Yayılı Yüke Maruz Helisel ubuk Problemi (Arada bir adet küresel mafsallı mesnet var)



**Sekil:2.31.** İki Ucu ankastre, bir adet ara küresel mafsallı mesneti olan helisel merdiven (CINEMRE,1960).

Bu örnekte, çubuk dikey doğrultuda üniform yayılı kuvvet ile yüklenmiştir. Çubuk ağırlığı da, aynı yükleme biçimi ile göz önüne alınabilir. Çubuğun tam ortasında sadece ötelenmelere izin vermeyen bir adet küresel mafsallı mesnet bulunmaktadır. Eksantrisiteden doğan momentin göz önüne alınacağı çözüm için yine dört elemana ayrılan sistemin, RIJMAT veri dosyası örneği aşağıda verilmiştir.

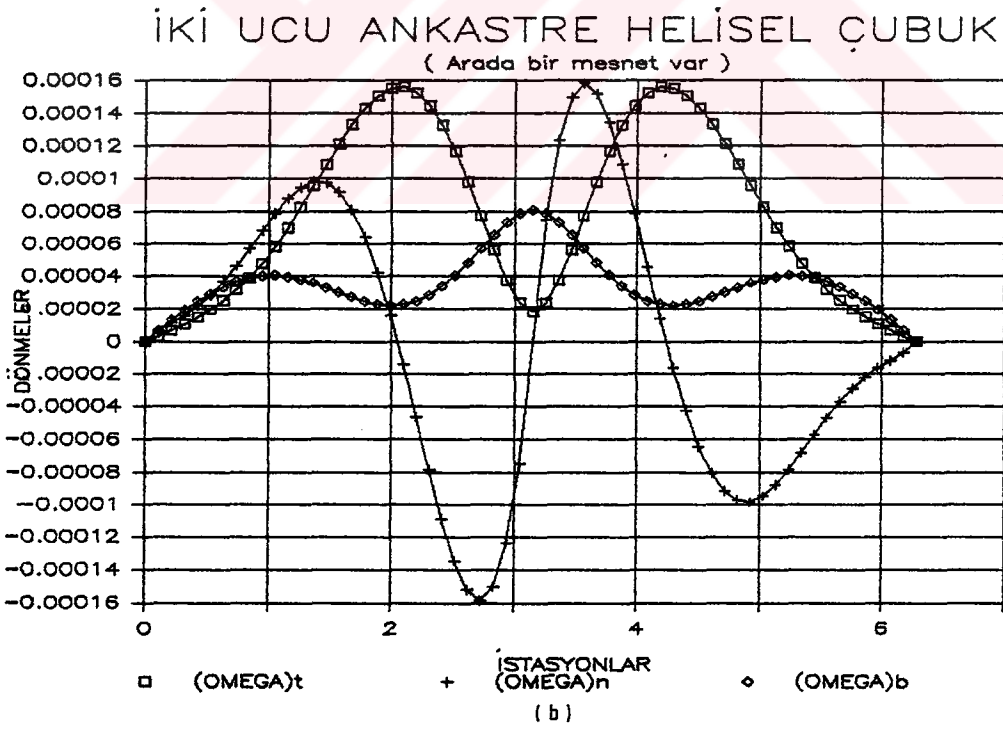
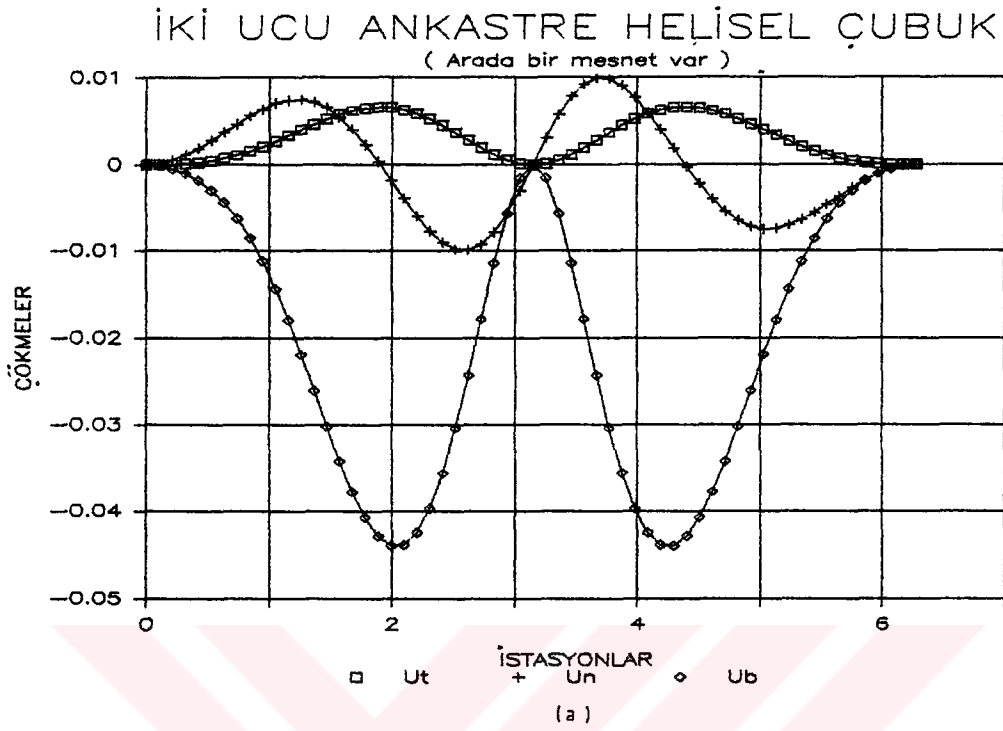
```
4 15 0
0 0 0 0 0 0 1 2 3 4 5 6
1 2 3 4 5 6 0 0 0 7 8 9
0 0 0 7 8 9 10 11 12 13 14 15
10 11 12 13 14 15 0 0 0 0 0 0
310. 1217.1
300000. 0.15 -1. 6.
42187.5 4218750. 158547.7941 2250.
0. 0.5
310. 1217.1
300000. 0.15 -1. 6.
42187.5 4218750. 158547.7941 2250.
0.5 1.0
310. 1217.1
300000. 0.15 -1. 6.
42187.5 4218750. 158547.7941 2250.
1.0 1.5
310. 1217.1
300000. 0.15 -1. 6.
42187.5 4218750. 158547.7941 2250.
1.5 2.0
```

Problemin, taşıma matrisleri yöntemi ile hesap yapan TASMAT3 programı için hazırlanan veri dosyası örneği de aşağıda olduğu gibidir:

```
310.
1217.1
1. 1.
42187.5 4218750. 158547.7941
2250.
300000. 0.15
0. 0. -1.
6. 0. 0.
2. 1.
3
```

Cizelge:2.21. Şekil (2.31) deki sistemin kesit tesirleri ve deplasmanları.

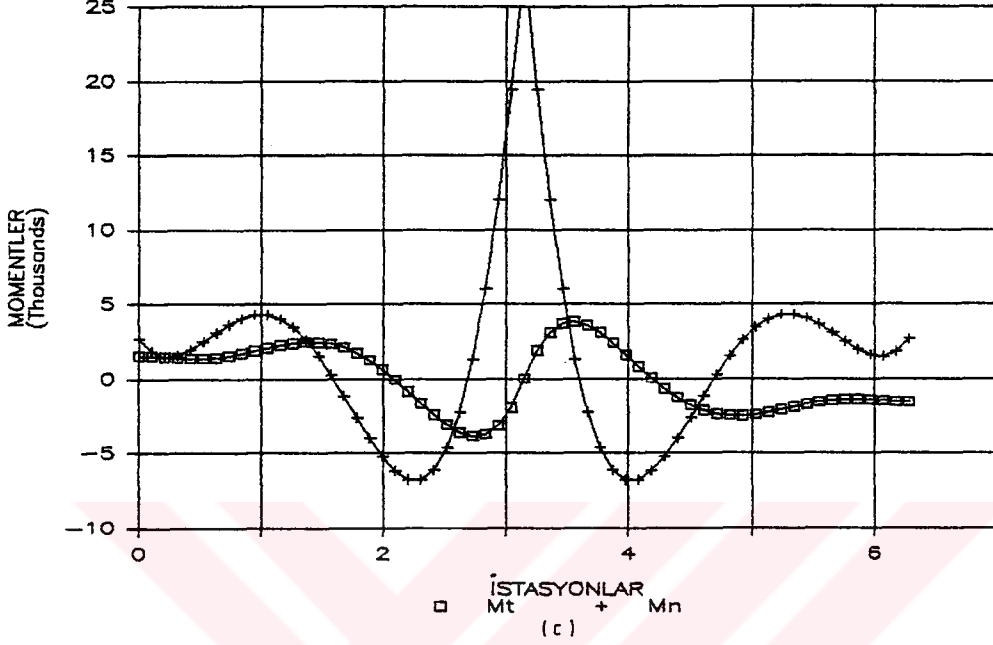
DÜĞÜM AÇISI	ÇÖZÜM METODU	DEPLASMANLAR						KESİT TESİRLERİ					
		cm			radyan			kgf			kgf.cm		
		$U_t$ ( $10^{-3}$ )	$U_n$ ( $10^{-3}$ )	$U_b$ ( $10^{-2}$ )	$\alpha_t$ ( $10^{-4}$ )	$\alpha_n$ ( $10^{-5}$ )	$\alpha_b$ ( $10^{-5}$ )	$T_t$ ( $10^2$ )	$T_n$ ( $10^2$ )	$T_b$ ( $10^2$ )	$M_t$ ( $10^3$ )	$M_n$ ( $10^3$ )	$M_b$ ( $10^3$ )
0	LİTERATÜR	0.	0.	0.	0.	0.	0.	-6.21	1.33	-3.74	1.54	2.67	2.39
	TASMAT3 Kaymalar dahil	0.	0.	0.	0.	0.	0.	-6.21	1.32	-3.75	1.50	2.90	2.39
	RIJMAT	0.	0.	0.	0.	0.	0.	-6.21	1.33	-3.74	1.54	2.67	2.39
	TASMAT3 Kaymalar ihmal	0.	0.	0.	0.	0.	0.	-6.21	1.33	-3.74	1.54	2.67	2.39
π/2	RIJMAT	5.778	5.462	-3.418	1.216	9.176	3.035	0.745	3.287	-1.315	2.339	0.27	0.701
	TASMAT3 Kaymalar ihmal	5.778	5.462	-3.418	1.216	9.176	3.035	0.745	3.287	-1.315	2.339	0.27	0.701
π	RIJMAT	0.	0.	0.	0.184	0.	8.08	-5.45	-1.33	-2.52	0.	28.4	0.
	TASMAT3 Kaymalar ihmal	0.	0.	0.	0.184	0.	8.08	-5.45	-1.33	-2.52	0.	28.4	0.
3π/2	RIJMAT	5.778	-5.462	-3.418	1.216	-9.176	3.035	-0.745	3.287	1.315	-2.339	0.27	-0.701
	TASMAT3 Kaymalar ihmal	5.778	-5.462	-3.418	1.216	-9.176	3.035	-0.745	3.287	1.315	-2.339	0.27	-0.701
2π	LİTERATÜR	0.	0.	0.	0.	0.	0.	6.21	1.33	3.74	-1.54	2.67	-2.39
	TASMAT3 Kaymalar dahil	0.	0.	0.	0.	0.	0.	6.21	1.32	3.75	-1.54	2.90	-2.39
	RIJMAT	0.	0.	0.	0.	0.	0.	6.21	1.33	3.74	-1.54	2.67	-2.39
	TASMAT3 Kaymalar ihmal	0.	0.	0.	0.	0.	0.	6.21	1.33	3.74	-1.54	2.67	-2.39



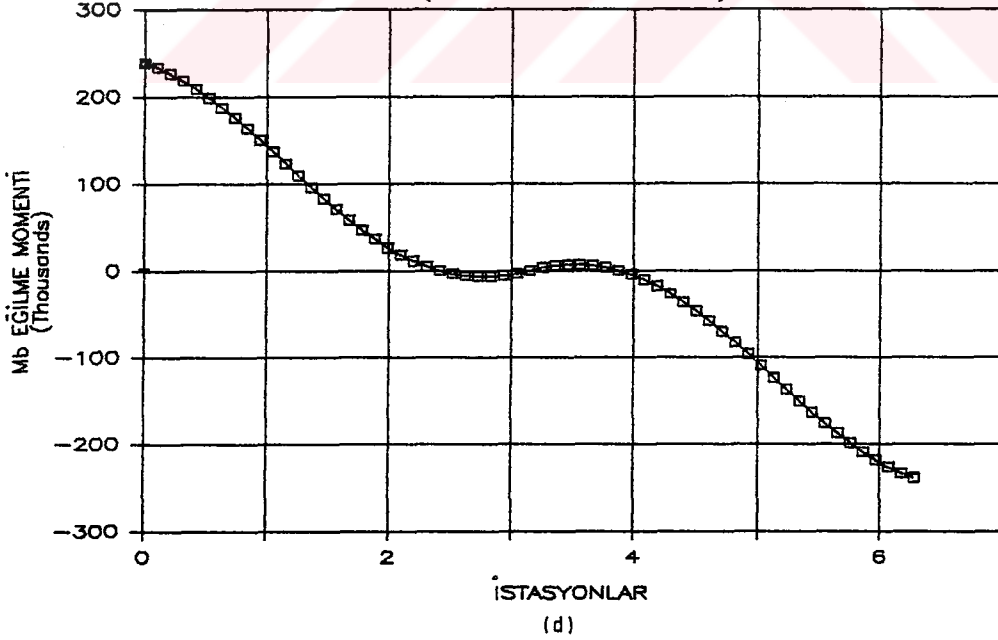
Sekil:2.32-(a,b). Sekil (2.31) deki sistemin deplasmanları.



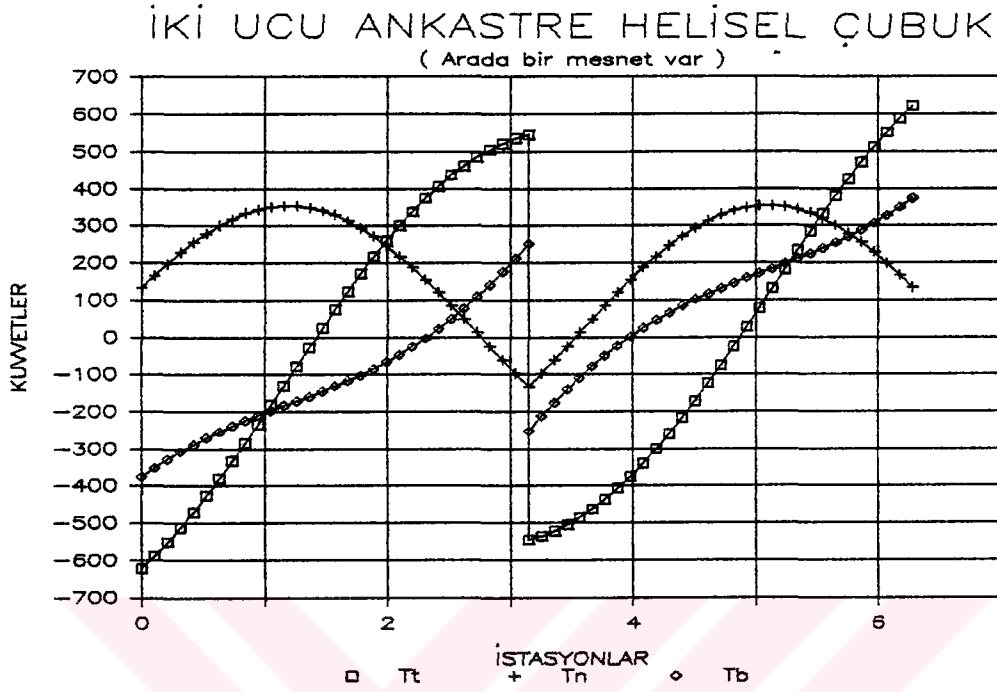
İKİ UCU ANKASTRE HELİSEL ÇUBUK  
( Arada bir mesnet var )



İKİ UCU ANKASTRE HELİSEL ÇUBUK  
( Arada bir mesnet var )



Sekil:2.32-(c,d). Şekil (2.31) deki sistemin momentleri.



**Şekil:2.32-e.** Şekil (2.31) deki sistemin kuvvetleri.

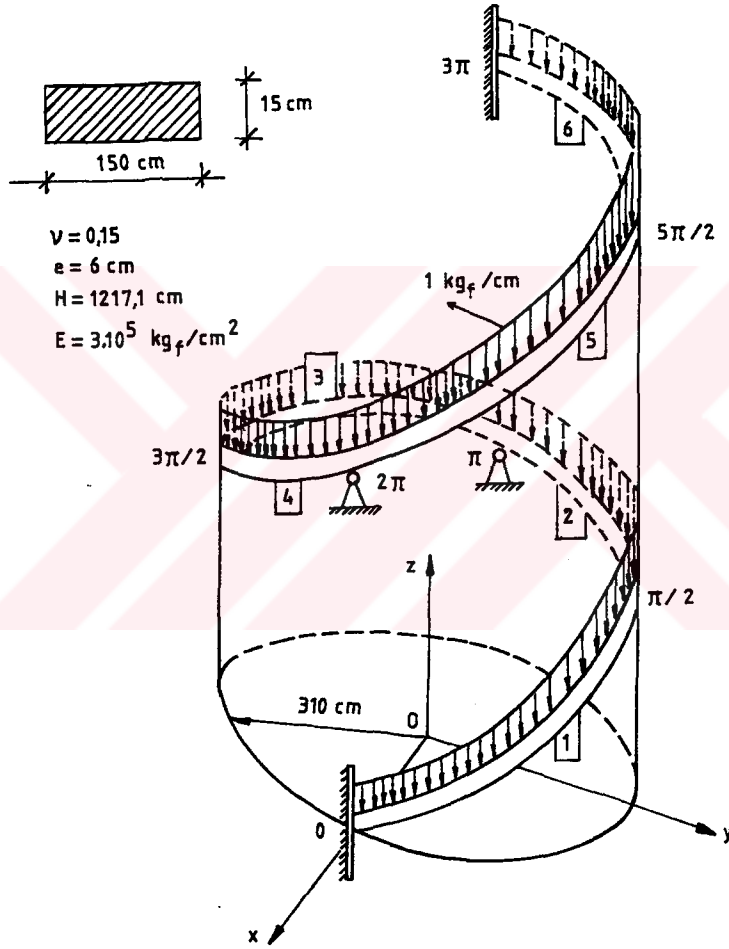
Bu programlarla elde edilen sonuçlar Çizelge (2.21) de, karşılaştırmalı olarak verilmiştir. Aynı çizelgede, bu probleme ait  $\theta=0$  ve  $\theta=2\pi$  için taşıma matrisi yöntemi ile elde edilen literatür sonuçları da verilmektedir (CINEMRE,1960). Bu kaynaktaki çözümde de kaymaların etkisi ihmal edilmektedir. Kayma etkilerinin göz önüne alınmadığı haldeki sonuçların üst üste çakıştığı görülmektedir. Bu problemdeki sistem, bir önceki problemdeki sisteme nazaran daha rijit olduğundan; kaymaların etkisi önemli olmaktadır.

Bu sonuçları gösterir grafikler de Şekil (2.32-a,b,c,d,e) de yer almaktadır. Sistemin ve yüklemenin simetrik olduğu problemde, deplasmanlar ve kesit tesirleri de simetriktir.

Taşıma ve Rijitlik matrisleri ile elde edilen çözümler, kesin çözümlerdir. Daha önce ele alınan problemler, bir fikir edinmek amacıyla ile, SAP80 programı ile de çözülmüş idi. Görüldüğü üzere, yaklaşık sonuçları elde edebilmek için harcanan enerji, diğer yöntemlere göre oldukça fazla olmaktadır. Bu nedenle bu ve bundan

sonra ele alınacak problemlerde çözüm için SAP80 kullanılmayacaktır.

2.3.4.5. İki Ucu Ankastre, Uniform Yayılılı Yüke Maruz Helisel Çubuk Problemi (Arada iki adet küresel mafsallı mesnet var)



**Sekil:2.33.** İki Ucu ankastre, iki adet ara küresel mafsallı mesneti olan uniform yayılılı yüklü helisel merdiven

Bu problemde de, cubuk düsey doğrultıda cubuk ağırlığı da olabilecek yayılı kuvvet ile yüklenmiştir (Şekil 2.33).  $\vartheta=\pi$  ve  $\pi=2\pi$  de sadece ötelenmeleri engelleyen iki adet küresel mafsall bulunmaktadır.

Eksantrisiteden doğan momentin göz önüne alınacağı çözüm için altı elemana ayrılan sistemin, RIJMAT programı için hazırlanan veri dosyası örneği aşağıda verilmiştir.

```
6 24 0
0 0 0 0 0 0 1 2 3 4 5 6
1 2 3 4 5 6 0 0 0 7 8 9
0 0 0 7 8 9 10 11 12 13 14 15
10 11 12 13 14 15 0 0 0 16 17 18
0 0 0 16 17 18 19 20 21 22 23 24
19 20 21 22 23 24 0 0 0 0 0 0
310. 1217.1
300000. 0.15 -1. 6.
42187.5 4218750. 158547.7941 2250.
0. 0.5
310. 1217.1
300000. 0.15 -1. 6.
42187.5 4218750. 158547.7941 2250.
0.5 1.0
310. 1217.1
300000. 0.15 -1. 6.
42187.5 4218750. 158547.7941 2250.
1.0 1.5
310. 1217.1
300000. 0.15 -1. 6.
42187.5 4218750. 158547.7941 2250.
1.5 2.0
310. 1217.1
300000. 0.15 -1. 6.
42187.5 4218750. 158547.7941 2250.
2.0 2.5
310. 1217.1
300000. 0.15 -1. 6.
42187.5 4218750. 158547.7941 2250.
2.5 3.0
```

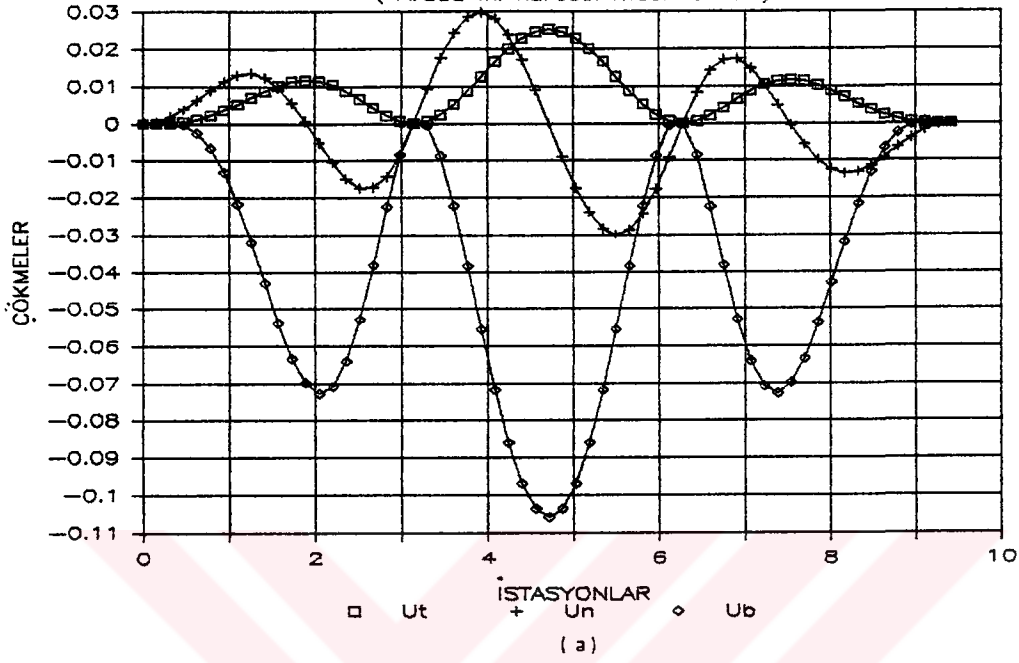
Problemin TASMAT4 programı için hazırlanan veri dosyası örneği de şu şekildedir:

310.  
 1217.1  
 1. 1.  
 42187.5 4218750. 158547.7941  
 2250.  
 300000. 0.15  
 0. 0. -1.  
 6. 0. 0.  
 3. 1. 2.  
 3

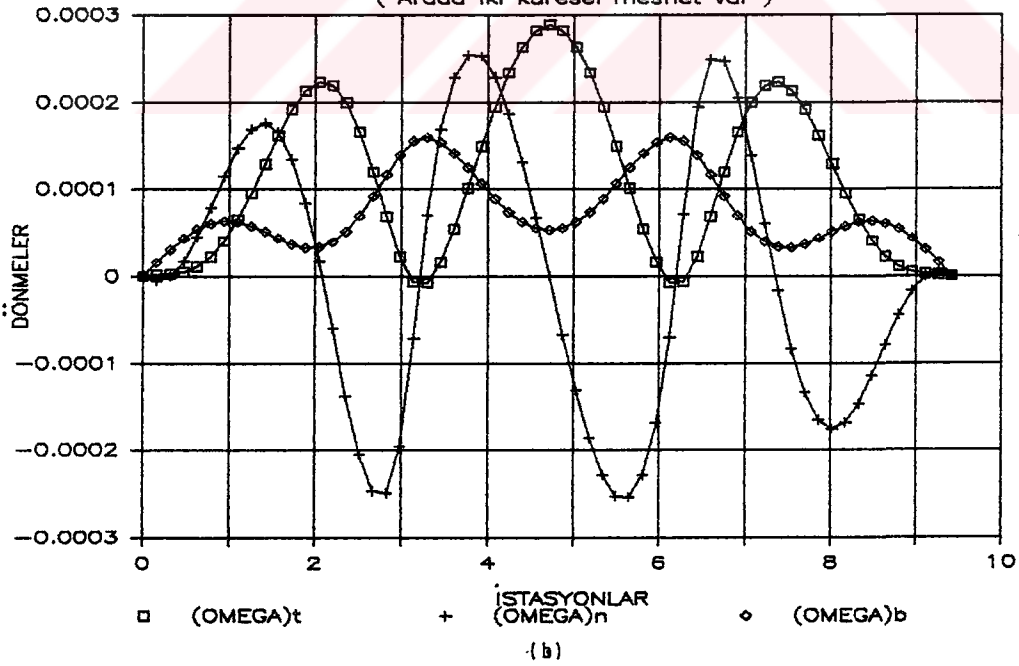
**Cizelge:2.22.** Şekil (2.33) teki sistemin kesit tesirleri ve deplasmanları.

DÜĞÜM ACISI	ÇÖZÜM METODU	DEPLASMANLAR						KESİT TESİRLERİ					
		cm			radyan			kgf			kgf.cm		
		$U_t$ ( $10^{-2}$ )	$U_n$ ( $10^{-3}$ )	$U_b$ ( $10^{-2}$ )	$\alpha_t$ ( $10^{-4}$ )	$\alpha_n$ ( $10^{-5}$ )	$\alpha_b$ ( $10^{-5}$ )	$T_t$ ( $10^2$ )	$T_n$ ( $10^2$ )	$T_b$ ( $10^2$ )	$M_t$ ( $10^3$ )	$M_n$ ( $10^3$ )	$M_b$ ( $10^5$ )
0	LİTERATÜR	0.	0.	0.	0.	0.	0.	-6.76	2.05	-4.62	1.101	-2.24	3.39
	TASMAT4	0.	0.	0.	0.	0.	0.	-6.76	2.04	-4.62	0.999	-2.02	3.38
	RIJMAT	0.	0.	0.	0.	0.	0.	-6.76	2.05	-4.62	1.101	-2.24	3.39
$\pi/2$	RIJMAT	1.028	9.778	-5.388	1.62	16.59	4.319	0.802	3.288	-2.575	3.593	-0.655	1.421
$\pi$	RIJMAT	0.	0.	0.	-0.071	-7.10	15.6	-5.34	0.	-3.44	-2.13	33.2	1.00
$3\pi/2$	RIJMAT	2.526	0.	-10.61	2.889	0.	5.246	0.	2.71	0.	0.	-7.567	0.
$2\pi$	RIJMAT	0.	0.	0.	-0.071	7.10	15.6	-4.90	-2.05	-1.64	2.13	33.2	-1.0
$5\pi/2$	RIJMAT	1.028	-9.778	-5.388	1.62	-16.59	4.319	-0.802	3.288	2.575	-3.593	-0.655	-1.421
3 $\pi$	LİTERATÜR	0.	0.	0.	0.	0.	0.	6.76	2.05	4.62	-1.01	-2.24	-3.39
	TASMAT4	0.	0.	0.	0.	0.	0.	6.76	2.04	4.62	-0.999	-2.04	-3.38
	RIJMAT	0.	0.	0.	0.	0.	0.	6.76	2.05	4.62	-1.01	-2.24	-3.39

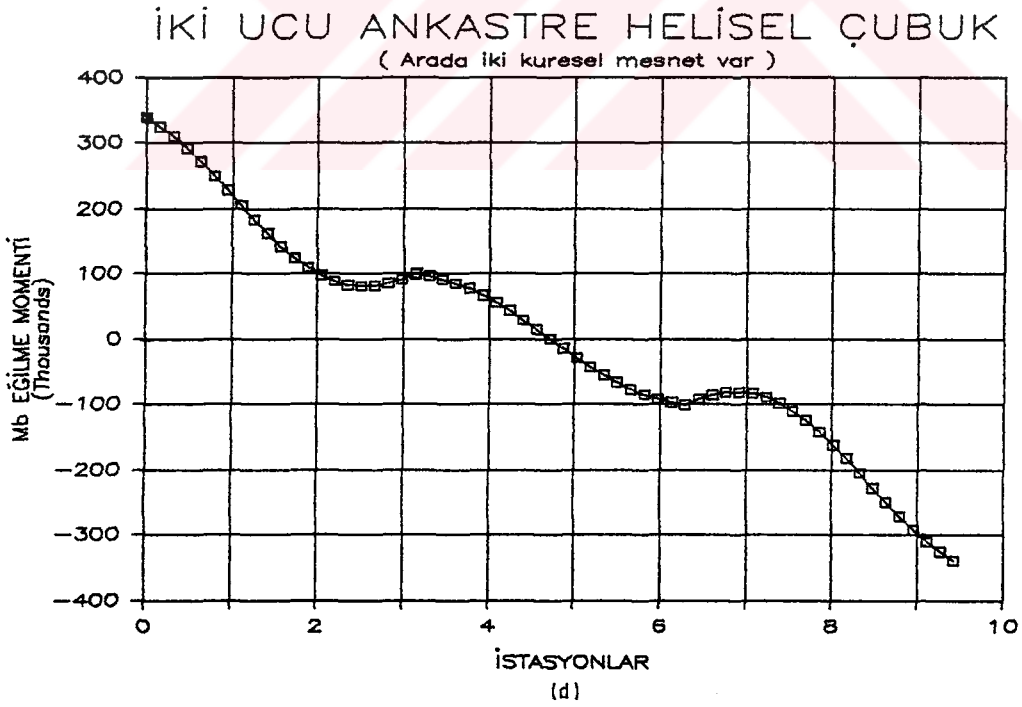
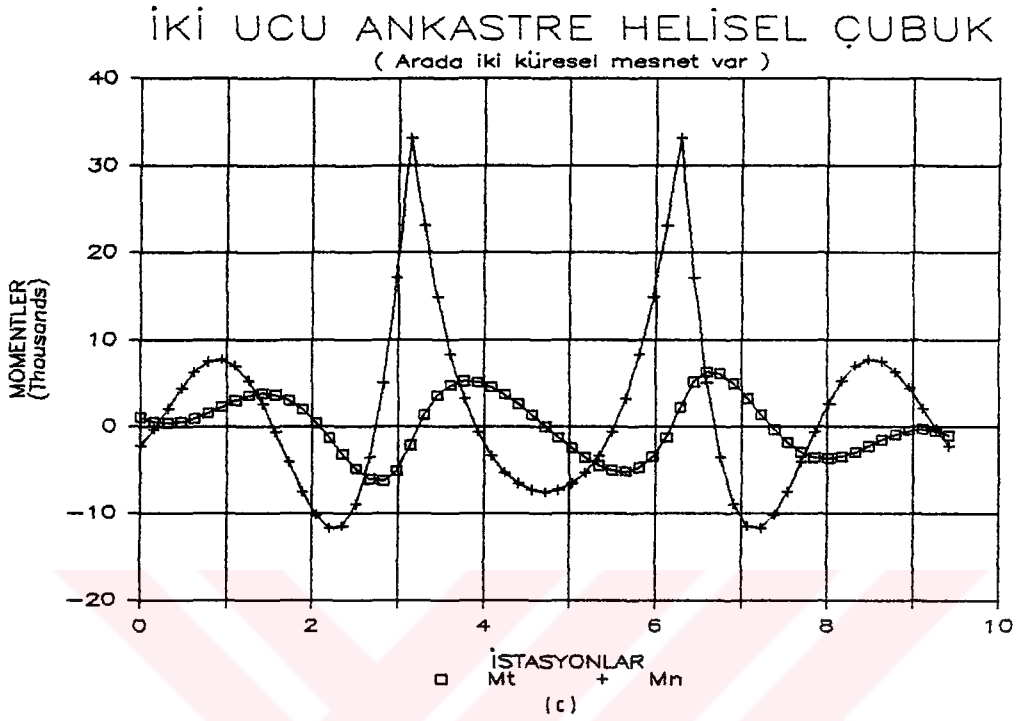
### İKİ UCU ANKASTRE HELİSEL ÇUBUK ( Arada iki küresel mesnet var )



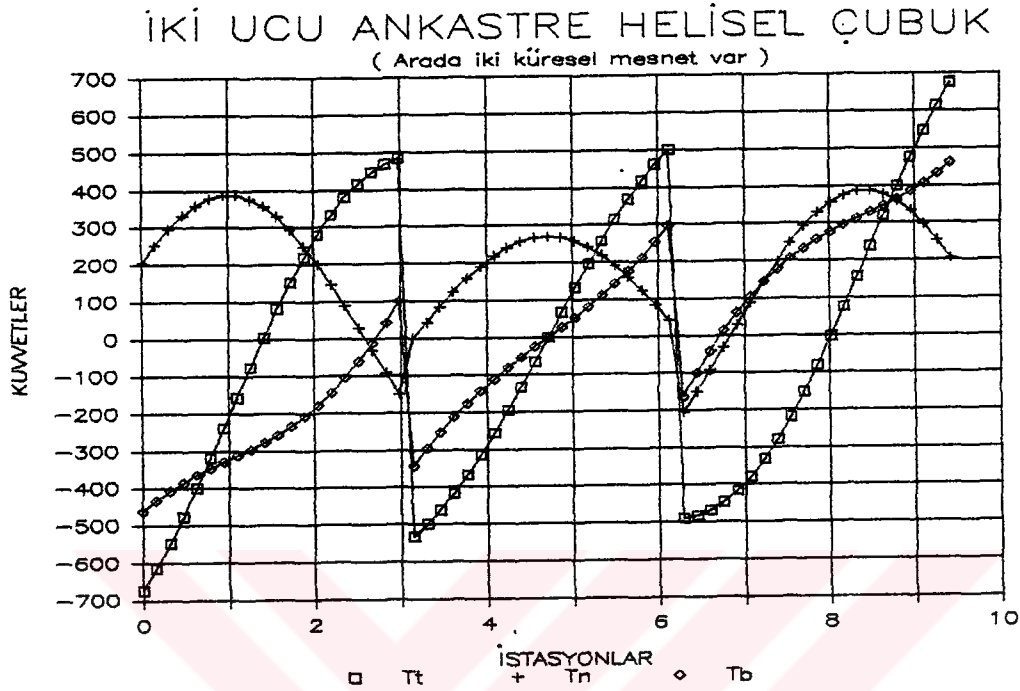
### İKİ UCU ANKASTRE HELİSEL ÇUBUK ( Arada iki küresel mesnet var )



Sekil:2.34-(a,b). Sekil (2.33) teki sistemin deplasmanları.



Sekil:2.34-(c,d). Şekil (2.33) teki sistemin momentleri.



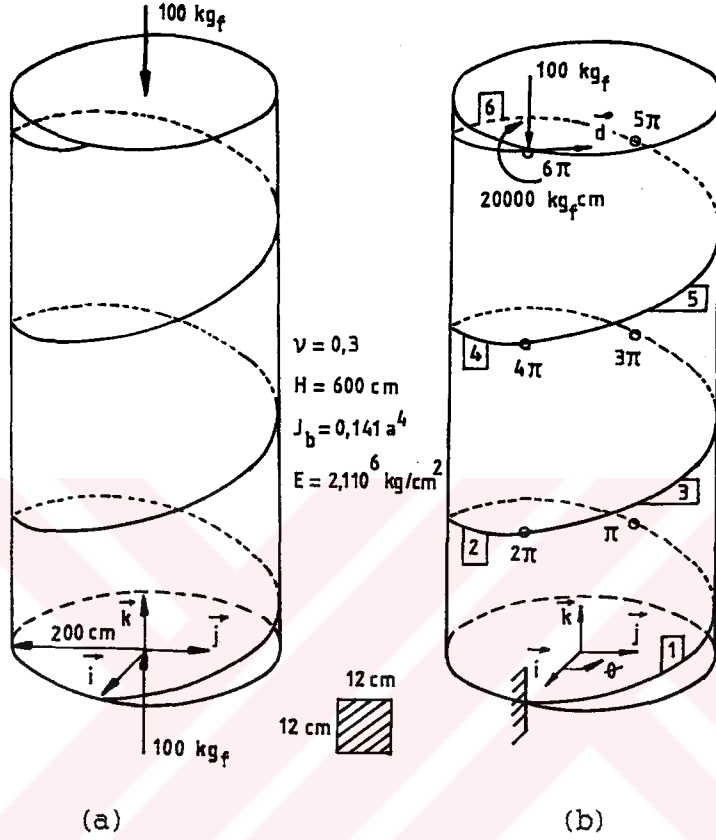
**Sekil:2.34-e.** Sekil (2.33) teki sistemin kuvvetleri.

Problem, taşıma matrisleri yöntemi (kayma deformasyonlarının etkisi göz önüne alınarak), rijitlik matrisi yöntemi (kaymaların etkisi göz önüne alınmadan) ile çözülmüş; sonuçlar Çizelge (2.22) de verilmiştir. Bu çizelgede problemin  $\varphi=0$  ve  $\varphi=3\pi$  kesitlerindeki, kaymaların ihmal ve taşıma matrisi yöntemi ile elde edilen literatür sonuçları da bulunmaktadır (CİNEMRE,1960). Bir önceki örnekte olduğu gibi, bu örnekte de kayma etkileri ihmal edilerek hesaplanan sonuçların üst üste çakıştığı görülmektedir. Kaymaların etkisi burulma ve  $n$  eksenli etrafındaki eğilme momentinde kendisini göstermektedir.

Sonuçlara ait grafikler, Şekil (2.34-a.b.c.d.e) de verilmektedir. Sistemin ve yüklemenin simetrik olduğu problemde, deplasmanlar ve kesit tesirleri de yine simetriktir.



2.3.4.6. İki Ucundan Basmaya Çalışan Helisel Çubuk Problemi



Sekil:2.35. Basmaya çalışan dairesel silindirik helis.

Bu problemde sarım sayısı  $n=3$  olan helisel çubuk, sarıldığı silindirin merkezine doğru uzatılmış olan uçlarından basmaya çalışmaktadır (Şekil 2.35-a). Böyle bir problemi taşıma ve rijitlik matrisleri yöntemleri ile ele alabilmek için, Şekil (2.35-b) de görüldüğü gibi eşdeğer bir yükleme düşünülmüştür. Çünkü, bu metodlar ile ancak silindir çevresinde sarılı olan yerlerdeki kesit tesirleri ve deplasmanları bulmak mümkün olmaktadır.

İki ucu serbest olan ve uçlarından düşey doğrultuda basmaya zorlanan bu sistem; bir ucu ankastre diğer serbest ucunda aynı doğrultuda aynı şiddetteki tekil kuvvet ve bu kuvvetin şiddetiyle

silindirik yarıçapının çarpımına eşit şiddetteki tekil momentle yüklenmiş bir sisteme eşdeğerdir.

Bu problemin analitik çözümü: helis yükselme açısının küçük olması durumunda (INAN,1981; TIMOSHENKO,1984), büyük olması halinde de (TIMOSHENKO,1984) da verilmektedir. Aynı kaynaklarda çubuk son ucundaki düşey doğrultudaki çökme miktarı  $\delta$ ; helis yükselme açısı  $\alpha$  nın küçük olması halinde (2.283), büyük olması halinde de (2.284) ile verilmektedir.

$$\delta = 64nP_a^3/Gd^4 \quad (2.283)$$

$$\delta = Pa^2S \left( \frac{\cos^2 \alpha}{GJ_p \beta} + \frac{\sin^2 \alpha}{EI_b} \right) \quad (2.284)$$

Yukarıdaki eşitliklerde  $d$  çubuk kesitinin çapını,  $\beta$  ise  $d$  çapının (2a) ya göre küçük olmaması veya çubuk kesitinin kare olması halinde kullanılması gereken düzeltme faktörünü temsil etmektedir.  $P$  de çubuk boş ucunda etkiyen, düşey doğrultudaki tekil kuvvetin şiddetini tanımlamaktadır.

$$\beta = 1 + \frac{3(d/2a)^2}{16[1-(d/2a)^2]} \quad (2.285)$$

Aynı kaynaklarda, eğilme ve burulma momenti ile kesme ve normal kuvvetlere ait verilmiş eşitliklerde aşağıda görülmektedir.

$$\begin{aligned} M_b &= Pa \sin \alpha & ; & & M_t &= Pa \cos \alpha \\ T_b &= P \sin \alpha & & & T_t &= P \cos \alpha \end{aligned} \quad (2.286)$$

Problem, kayma deformasyonlarının etkisi göz önüne alınarak taşıma matrisi yöntemi ve rijitlik matrisi yöntemi ile çözülmüş; sonuçlar Çizelge (2.23) de verilmiştir. Aynı çizelgede, bu probleme ait analitik çözüme ait literatür sonuçları da yer almaktadır.

Cizelge:2.23. Şekil (2.35) teki sistemin kesit tesirleri ve deplasmanları.

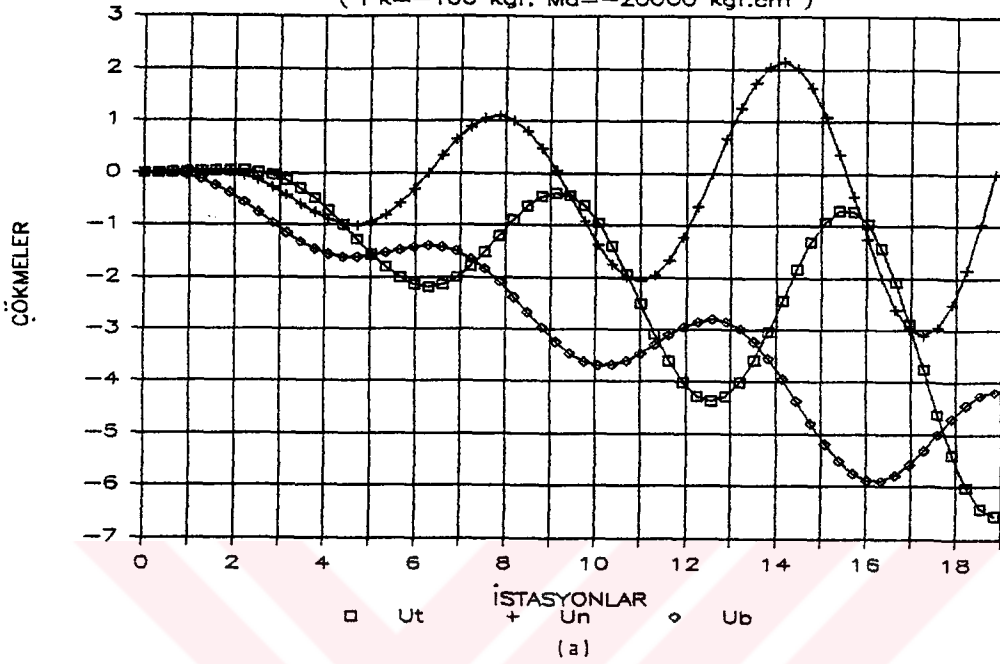
DÜĞÜM ACISI	ÇÖZÜM METODU	DEPLASMANLAR						KESİT TESİRLERİ					
		cm			radyan			kgf			kgf.cm		
		$U_t$	$U_n$	$U_b$	$\alpha_t$ ( $10^{-2}$ )	$\alpha_n$ ( $10^{-2}$ )	$\alpha_b$ ( $10^{-2}$ )	$T_t$	$T_n$	$T_b$	$M_t$ ( $10^4$ )	$M_n$	$M_b$ ( $10^3$ )
0	ANALITİK ÇÖZÜM	0.	0.	0.	0.	0.	0.	-43.09	0.	-90.24	-1.80	0.	8.617
	TASIMA MATRI.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	-43.1	0.	-90.2	-1.80	0.	8.62
	RIJMAT	0	0.	0.	0.	0.	0.	-43.09	0.	-90.24	-1.81	0.	8.617
1	ANALITİK ÇÖZÜM	-	-	-	-	-	-	-43.09	0.	-90.24	-1.80	0.	8.617
	TASIMA MATRI.	-0.144	-0.436	-1.15	-0.034	0.351	-0.719	-43.1	0.	-90.2	-1.80	0.	8.62
	RIJMAT	-0.145	-0.437	-1.153	-0.035	0.351	-0.723	-43.09	0.	-90.24	-1.81	0.	8.617
2	ANALITİK ÇÖZÜM	-	-	-	-	-	-	-43.09	0.	-90.24	-1.80	0.	8.617
	TASIMA MATRI.	-2.19	0.	-1.40	-0.069	0.	-0.144	-43.1	0.	-90.2	-1.80	0.	8.62
	RIJMAT	-2.190	0.	-1.40	-0.069	0.	-0.145	-43.09	0.	-90.24	-1.81	0.	8.617
3	ANALITİK ÇÖZÜM	-	-	-	-	-	-	-43.09	0.	-90.24	-1.80	0.	8.617
	TASIMA MATRI.	-0.432	-0.436	-3.46	-0.103	0.351	-0.216	-43.1	0.	-90.2	-1.80	0.	8.62
	RIJMAT	-0.434	-0.437	-3.459	-0.104	0.351	-0.217	-43.09	0.	-90.24	-1.81	0.	8.617
4	ANALITİK ÇÖZÜM	-	-	-	-	-	-	-43.09	0.	-90.24	-1.80	0.	8.617
	TASIMA MATRI.	-4.37	0.	-2.80	-0.137	0.	-0.288	-43.1	0.	-90.2	-1.80	0.	8.62
	RIJMAT	-4.380	0.	-2.797	-0.138	0.	-0.289	-43.09	0.	-90.24	-1.81	0.	8.617
5	ANALITİK ÇÖZÜM	-	-	-	-	-	-	-43.09	0.	-90.24	-1.80	0.	8.617
	TASIMA MATRI.	-0.720	-0.436	-5.76	-0.172	0.351	-0.360	-43.1	0.	-90.2	-1.80	0.	8.62
	RIJMAT	-0.723	-0.437	-5.766	-0.173	0.351	-0.361	-43.09	0.	-90.24	-1.81	0.	8.617
6	ANALITİK ÇÖZÜM	-	-	-	-	-	-	-43.09	0.	-90.24	-1.80	0.	8.617
	TASIMA MATRI.	-6.56	0.	-4.19	-0.206	0.	-0.431	-43.1	0.	-90.2	-1.80	0.	8.62
	RIJMAT	-6.570	0.	-4.196	-0.207	0.	-0.434	-43.09	0.	-90.24	-1.81	0.	8.617

Çözüm için 6 elemana ayrılan sistemin, RIJMAT programına göre hazırlanan veri dosyası örneği aşağıda verilmiştir.

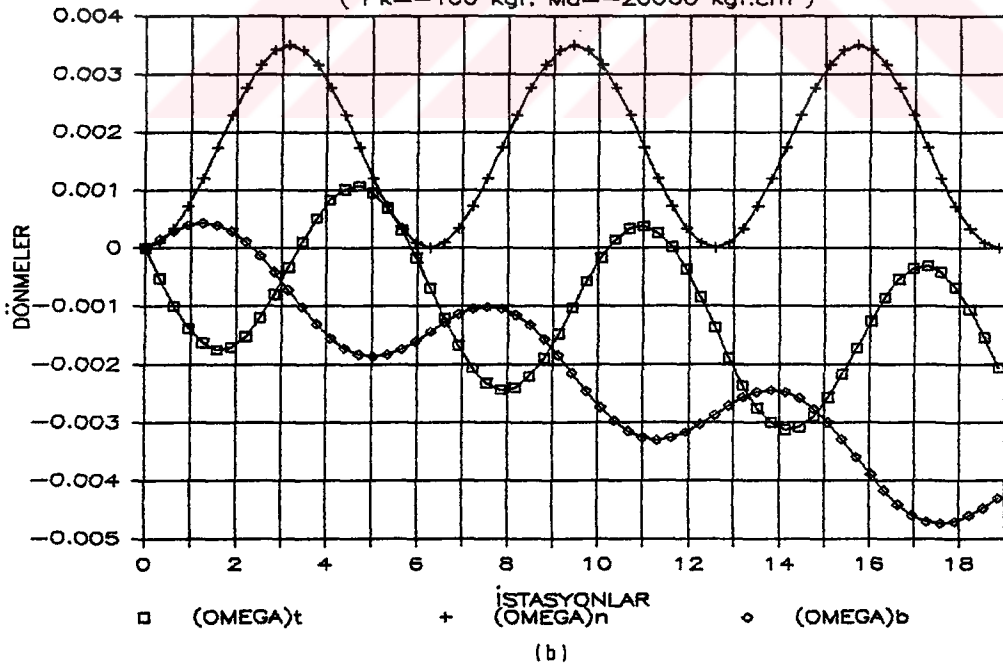
```
6 36 2
33 -100.
35 -20000.
0 0 0 0 0 0 1 2 3 4 5 6
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12
7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18
13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24
19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30
25 26 27 28 29 30 31 32 33 34 35 36
200. 600.
2.1E6 0.3 0. 0.
1728. 1728. 2923.776 144.
0. 1.
200. 600.
2.1E6 0.3 0. 0.
1728. 1728. 2923.776 144.
1. 2.
200. 600.
2.1E6 0.3 0. 0.
1728. 1728. 2923.776 144.
2. 3.
200. 600.
2.1E6 0.3 0. 0.
1728. 1728. 2923.776 144.
3. 4.
200. 600.
2.1E6 0.3 0. 0.
1728. 1728. 2923.776 144.
4. 5.
200. 600.
2.1E6 0.3 0. 0.
1728. 1728. 2923.776 144.
5. 6.
```

Sonuçlar Şekil (2.36-a,b) de grafik olarak gösterilmiştir. Görüldüğü gibi, maksimum çökme ve dönmeler boş olan uçta meydana gelmektedir.

### BİR UCU ANKASTRE BİR UCU BOŞ HELİS ( $P_k = -100 \text{ kgf.}$ $M_d = -20000 \text{ kgf.cm}$ )



### BİR UCU ANKASTRE BİR UCU BOŞ HELİS ( $P_k = -100 \text{ kgf.}$ $M_d = -20000 \text{ kgf.cm}$ )



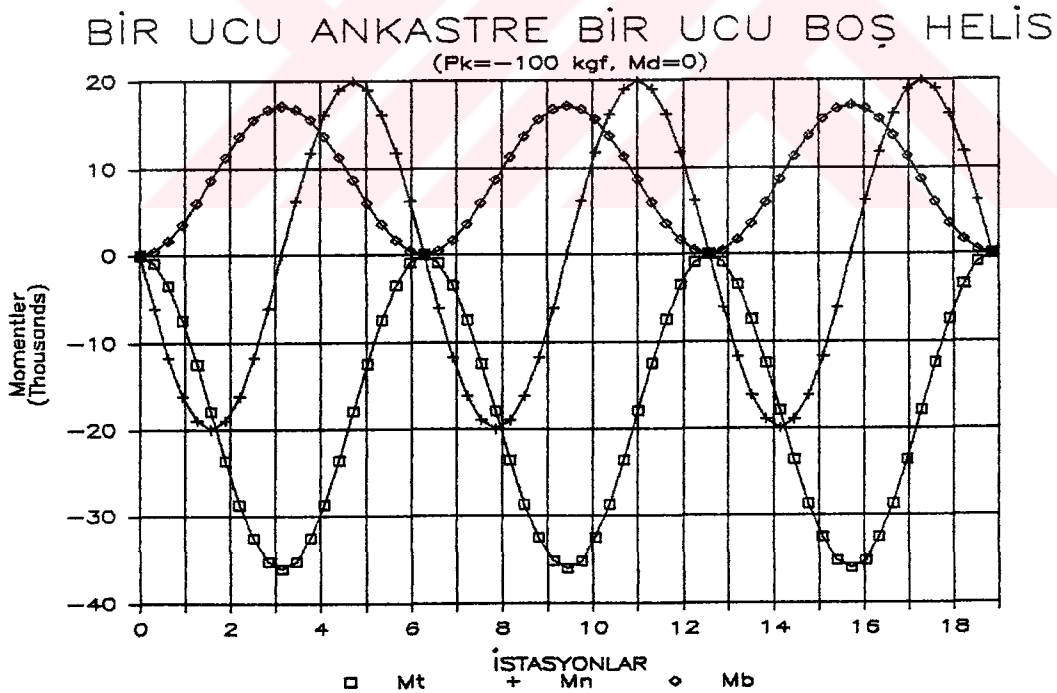
Sekil:2.36-(a,b). Sekil (2.35) teki sistemin deplasmanları.

(2.284) nolu eşitlikte  $(\cos\alpha=a/c)$  ,  $(\sin\alpha=h/c)$  ve  $(S=c\delta\pi)$  ile z- eksenini doğrultusundaki çökme miktarı için;  $(\delta=6.61722 \text{ cm})$  değeri bulunur. Düzeltme faktörü  $\beta\approx 1$  olduğundan, hesaba katılmasına gerek yoktur. RIJMAT programında bu değer,

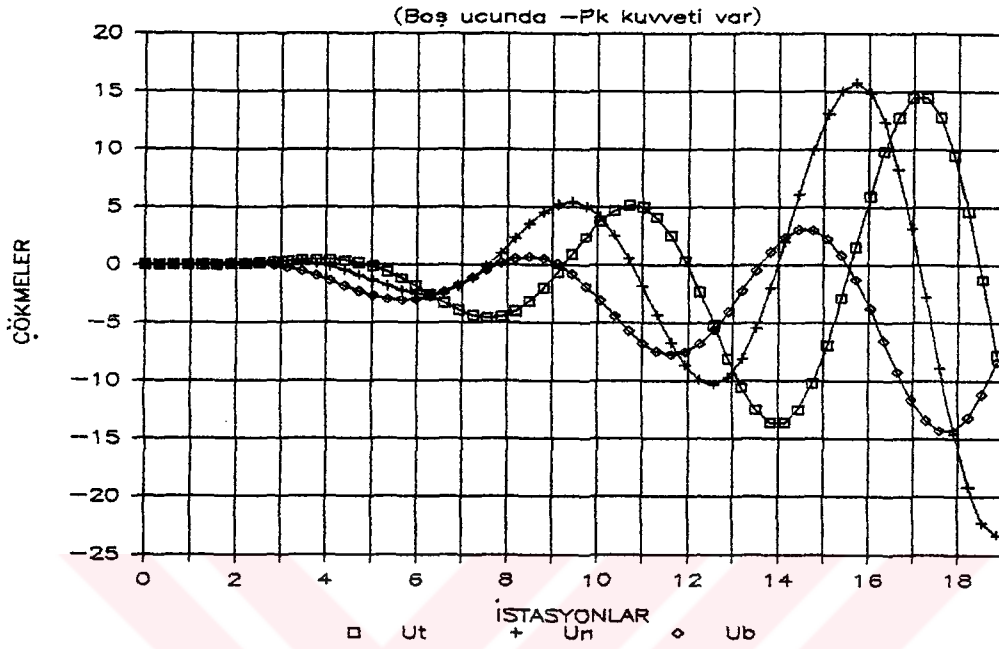
$$\delta = U_z + \Omega_y a = 6,617 + 0 \cdot 200 = 6,617 \text{ cm} \quad (2.287)$$

olarak elde edilmiştir. Sistem izostatik olduğu için, analitik çözümü mümkün olmaktadır.

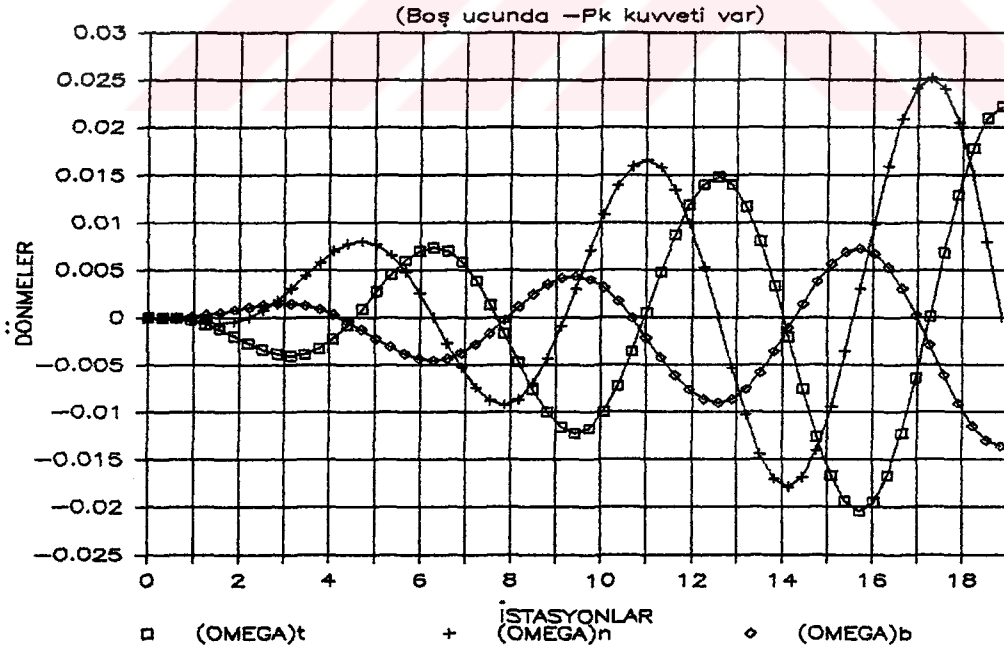
Bilindiği gibi; sık sargılı yaylar çekme, açık helisel yaylar da basma işlemleri için kullanılmaktadır. Kesitte en önemli gerilmeler bu durumda kayma gerilmeleridir. Bu gerilmeler burulma ve kesme kuvvetlerinden doğarlar. Bunun yanında açık helezoni yaylarda eğilme momenti ve normal kuvvetten doğan normal gerilmelerde, helis yükselme açısının artmasıyla beraber büyümektedir. Bu durumda, kesit boyutlandırılırken bu gerilmelerinde hesaba katıldığı bir mukavemet hipotezinin seçilmesi uygun olur.



Sekil:2.36-(c). Şekil (2.35) teki sistemde  $(M_d=0)$  durumunda momentler



Sekil:2.36-(d). Sekil (2.35) teki sistemde ( $M_d=0$ ) durumunda çökmeler



Sekil:2.36-(e). Sekil (2.35) teki sistemde ( $M_d=0$ ) durumunda dönmeler

Şimdi de, Şekil (2.35) teki sistemde,  $M_d$  momentini ihmal edelim. Bu tip bir yükleme aksenal değildir. Diğer özelliklerin sabit kaldığı böyle bir yükleme sonucunda, taşıma matrisi metodu ile elde edilen sonuçlar, Şekil (2.36-c,d,e) de verilmiştir.

Şekil (2.36-d) den görüldüğü gibi, bu durumda çökme miktarları daha büyük elde edilmiştir. Dikkat edilecek diğer bir husus şudur: Helisin aksenal olarak yüklenmesi durumunda, Çizelge (2.23) ten de görüldüğü gibi, kesit tesirleri eksen boyunca sabit kalmaktadır. Helis sadece ucundan yüklendiği zaman, kesit içindeki kesme kuvvetleri ve normal kuvvet değerleri, yine eksen boyunca sabittir. Farklılık eğilme ve burulma momentlerinde ortaya çıkmaktadır. Şekil (2.36-c) den görüleceği gibi bu durumda momentler, ankastre uçtan çubuk sonuna kadar değişim göstermektedir. Yay davranışının deneyle ölçülmesi halinde, bu özelliğe dikkat edilmesi gerekmektedir.

Son bir örnek olarak, Bölüm (2.5) te çözülecek zorlanmış titreşim problemlerine bir hazırlık olmak üzere, Şekil (2.35) teki sistem hem helis, hem de düzlem olarak düşünülmüştür. Eksen boyunca toplam  $\theta$  açısı,  $\pi$  ye eşit olarak alınmıştır. Çubuk ucundan,  $k$  ekseninin pozitif yönünde şiddeti (100000 kgf) olan tekil bir kuvvetle çekilmektedir. Bu hipotetik problemin statik çözümüne ait boyutlu ve boyutsuz büyüklükler, Çizelge (2.24-a,b) de verilmiştir.

**Çizelge:2.24 (a).** Ucundan tekil yüklenmiş, bir ucu ankastre diğer ucu boş olan helisel ve düzlem daire çubukta boyutlu kesit büyüklükleri ( $P_k = 100000$  kg) ( $\theta = \pi$ )

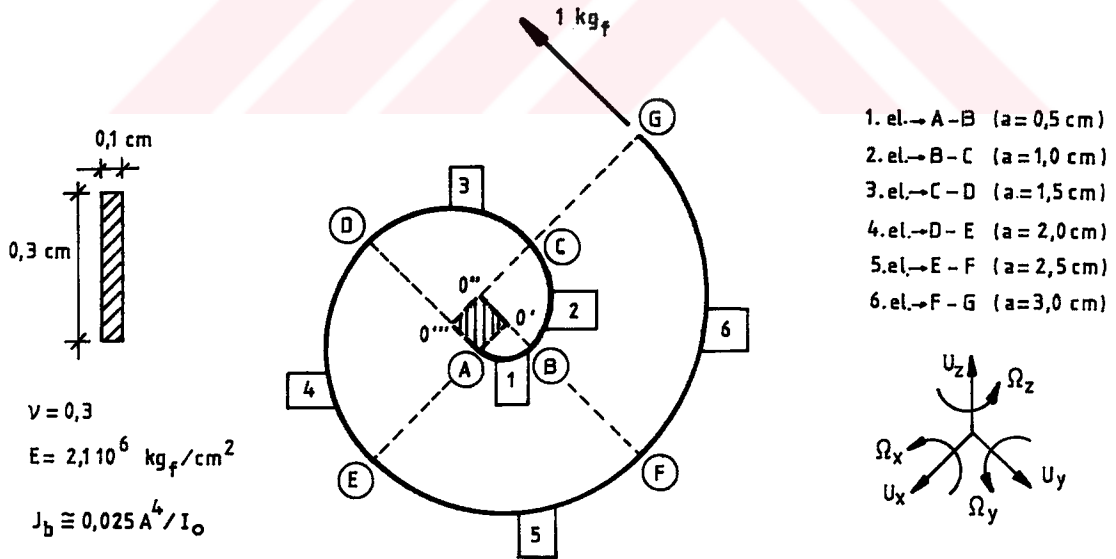
DÜĞÜM AÇISI	$H = 2\pi h$ (cm)	DEPLASMANLAR						KESİT TESİRLERİ					
		cm			radyan			kgf			kgf.cm		
		$U_t$	$U_n$	$U_b$	$a_t$	$a_n$	$a_b$	$T_t$	$T_n$	$T_b$	$M_t$	$M_n$	$M_b$
0	600	0.	0.	0.	0.	0.	0.	4.31	0.	9.02	3.61	0.	-1.72
	0	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	10.	4.	0.	0.
s	600	472.	993.	1790	-3.69	-3.04	2.26	4.31	0.	9.02	0.	0.	0.
	0	0.	0.	1700	-3.98	-2.87	0.	0.	0.	10.	0.	0.	0.



**Cizelge:2.24 (b).** Ucundan tekil yüklenmiş, bir ucu ankastre diğer ucu boş olan helisel ve düzlem daire cubukta boyutsuz kesit büyüklükleri ( $P_k=100000 \text{ kg}$ ) ( $\varnothing=\pi$ )

DÜĞÜM AÇISI	H = 2rh (cm)	BOYUTSUZ DEPLASMANLAR						BOYUTSUZ KESİT TESİRLERİ					
		$\bar{U}_t$	$\bar{U}_n$	$\bar{U}_b$	$\bar{q}_t$	$\bar{q}_n$	$\bar{q}_b$	$\bar{T}_t$	$\bar{T}_n$	$\bar{T}_b$	$\bar{M}_t$	$\bar{M}_n$	$\bar{M}_b$
0	600	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.583	0.	1.22	2.2	0.	-1.05
	0	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	1.1	2.2	0.	0.
π	600	2.13	4.48	8.07	-3.69	-3.04	2.26	0.583	0.	1.22	0.	0.	0.
	0	0.	0.	8.49	-3.98	-2.87	0.	0.	0.	1.1	0.	0.	0.

2.3.4.7. Düzlemi İçinde Yüklenmiş Evolvent Yay Problemi



**Sekil:2.37.** Evolvent yay.



Bu örneğe ait elemanlar için kodlama tablosu. Çizelge (2.25) de verilmiştir.

**Çizelge:2.25.** Şekil (2.37) deki sistem elemanları için kodlama tablosu.

ELEMAN NUMARASI	ELEMAN TANIMI $\varnothing_1 \text{ --- } \varnothing_2$	ELEMAN KOD NUMARALARI											
		1 ucu						J ucu					
1	$0 - \pi/2$	0	0	0	0	0	0	1	2	3	4	5	6
2	$\pi/2 - \pi$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
3	$\pi - 3\pi/2$	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
4	$3\pi/2 - 2\pi$	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
5	$0 - \pi/2$	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
6	$\pi/2 - \pi$	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36

Bu problemin deplasman ve kesit tesirlerinin büyüklükleri de, Çizelge (2.26) da verilmektedir.

**Çizelge:2.26.** Şekil (2.37) deki sistemin kesit büyüklükleri.

DÜĞÜM	ÇÖZÜM METODU	DEPLASMANLAR			KESİT TESİRLERİ		
		cm		rad.	kgf		kgf.cm
		$U_t$	$U_n$	$\Omega_b$	$T_t$	$T_n$	$M_b$
A	RIJMAT	0.	0.	0.	-1.0	0.	3.5
B	RIJMAT	0.009	0.016	0.05	0.	1.0	3.0
C	RIJMAT	0.094	0.088	0.12	1.0	0.	2.0
D	RIJMAT	0.322	0.186	0.235	0.	-1.0	3.5
E	RIJMAT	0.84	0.49	0.52	-1.0	0.	5.5
F	RIJMAT	2.143	1.052	0.864	0.	1.0	3.0
G	RIJMAT	3.826	0.705	0.962	1.0	0.	0.

Makina elemanları olarak kullanılan spiral yaylar genellikle, arşimet spirali şeklinde ve dikdörtgen kesitli olarak imal edilirler. Ölçü aletlerinde geniş kullanım alanına sahip bu tür yaylar eğilmeye çalıştığından, normal gerilmeler önem kazanmaktadır. Bu nedenle mukavemet hesapları, maksimum eğilme momentine göre yapılmaktadır. Bu tip yayların başlangıç uçları sabit olarak mesnetlenir. Bu durumda ucundan yüklenmiş sistem izostatik olduğundan, analitik çözümü de mümkün olmaktadır. Literatürde, arşimet spirali şeklindeki yaylar için yaklaşık kapalı çözüm verilmektedir (ÇAKMAK, 1984). Ucundan yüklenmiş böyle bir sistemde maksimum eğilme momenti, Çizelge (2.26) dan görüldüğü gibi tekil yüke en uzak dik kesitte bulunmaktadır. Arşimet spirali türündeki yaylarda bu uzaklık yaklaşık olarak, tekil yükün bulunduğu yer ile çubuk başlangıç ucunu birleştiren uzaklığın iki katı olarak alınmaktadır.

$\vec{t}$  eksenini doğrultusunda etkiyen tekil kuvvetten dolayı, sadece  $\vec{b}$  eksenini etrafında dönme olmakta, bu dönme kesitin  $\vec{t}$  ve  $\vec{n}$  eksenleri doğrultularında ötelenmesine sebep olmaktadır. Bu ötelenmelerin bileşkesinin şiddeti  $\delta$ , (2.288) ile yaklaşık olarak hesaplanmaktadır. Bu eşitlikte L toplam çubuk uzunluğu,  $M_b$  ankastre kesitteki moment, a ise tekil kuvvetin etkime yeri ile çubuk başlangıcını birleştiren doğrunun boyu olarak alınmaktadır. Bu problem için bulunan sonuç (2.289) da verilmiştir.

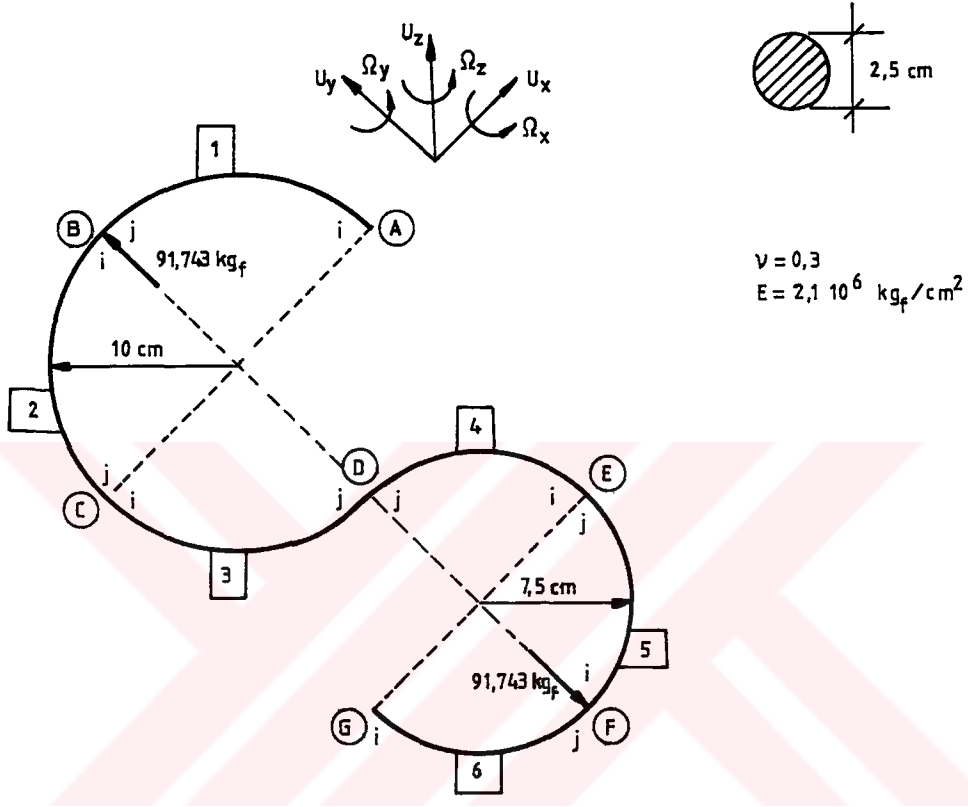
$$\delta = a(M_b/EI_b)L = (U_t^2 + U_n^2)^{1/2} \quad (2.288)$$

$$\delta = 3,5(3,5/52,5)(\pi/2)(0,5+1+1,5+2+2,5+3) = 3,85 \text{ cm} \quad (2.289)$$

#### 2.3.4.8. Düzlemi İçinde Yüklü "S" Şeklinde Açık Bağlantı Elemanı Problemi

Bu örneğimizde iki farklı çaptaki daire yaylarından "S" şeklini alacak şekilde birleştirilmiş düzlem bir bağlantı elemanı ele alınmıştır. Eleman hiç bir yerinden mesnetlenmediğinden açık bağlantı elemanı olarak adlandırılır. RIJMAT programı ile problemin çözümünde

dikkat edilecek nokta: Elemanların tarifinde saat ibrelerinin tersi yönünde hareket etmek gereğidir.



Eleman nosu	i	j	Kod Numaraları
1. eleman	[ 0 - π/2 ]	==>	1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12
2. eleman	[ π/2 - π ]	==>	7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18
3. eleman	[ π - 3π/2 ]	==>	13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24
4. eleman	[ 0 - π/2 ]	==>	25 26 27 28 29 30 19 20 21 22 23 24
5. eleman	[ 3π/2 - 2π ]	==>	31 32 33 34 35 36 25 26 27 28 29 30
6. eleman	[ π - 3π/2 ]	==>	37 38 39 40 41 42 31 32 33 34 35 36

**Sekil:2.38.** Düzleminde yüklü "S" bağlantı elemanı.

Cözüm için, yukarıda açıklanan özelliklere dikkat edilerek 6 elemana ayrılan sistemin, RIJMAT programı için hazırlanan veri dosyası

örneği aşağıda verilmiştir.

6	42	2									
8		91.743									
32		-91.743									
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
25	26	27	28	29	30	19	20	21	22	23	24
31	32	33	34	35	36	25	26	27	28	29	30
37	38	39	40	41	42	31	32	33	34	35	36
10.		0.									
2.1E6		0.3		0.		0.					
1.917		1.917		3.835		4.91					
0.		0.5									
10.		0.									
2.1E6		0.3		0.		0.					
1.917		1.917		3.835		4.91					
0.5		1.									
10.		0.									
2.1E6		0.3		0.		0.					
1.917		1.917		3.835		4.91					
1.		1.5									
7.5		0.									
2.1E6		0.3		0.		0.					
1.917		1.917		3.835		4.91					
0.		0.5									
7.5		0.									
2.1E6		0.3		0.		0.					
1.917		1.917		3.835		4.91					
1.5		2.									
7.5		0.									
2.1E6		0.3		0.		0.					
1.917		1.917		3.835		4.91					
1.		1.5									

Bu örneğe ait deplasman ve kesit tesirlerinin büyüklükleri, Çizelge (2.27) de Literatür sonuçları ile karşılaştırmalı olarak verilmiştir (HALL ve ark.,1961). Çizelgedeki sonuçların tamamı, sağ (pozitif) kesitlere aittir. Çizelgede, tekil kuvvet etkileyen yerlerin hemen sağındaki değerler verilmektedir. 3 nolu düğümün sağ ve sol kesitlerinin kritik olduğu ve normal gerilmelerin önem kazandığı görölmektedir.

Cizelge:2.27. Şekil (2.38) de ki sistemin kesit tesirleri ile deplasmanlarının RIJMAT ve literatür sonuçları.

DÜĞÜM	ÇÖZÜM METODU	DEPLASMANLAR			KESİT TESİRLERİ		
		cm		rad.	kgf		kgf.cm
		$U_t$	$U_n$	$\Omega_b$	$T_t$	$T_n$	$M_b$
A	RIJMAT	0.075	-0.045	0.0045	0.	0.	0.
B	RIJMAT	0.0006	-0.03	0.0045	0.	91.74	0.
C	RIJMAT	0.01	0.033	0.0022	91.74	0.	-917.4
	LİTERATÜR	-	-	-	91.74	0.	-917.4
D	RIJMAT	0.044	-0.006	-3.1e-5	0.	-91.74	0.
E	RIJMAT	0.004	-0.049	0.0013	91.74	0.	-688.1
	LİTERATÜR	-	-	-	91.74	0.	-688.1
F	RIJMAT	0.063	-0.021	0.0025	0.	91.74	0.
G	RIJMAT	0.04	0.044	0.0025	0.	0.	0.

### 2.3.5. Tartışma

Helis veya daire eksenli düzlemsel çubuklarda, deplasman ve kesit tesirlerini elde etmede kullanılan taşıma matrisi metodu; sistemin yere birinci dereceden bağlı diferansiyel denklem takımının kesin çözümünden geliştirilmiş bir metottur. Bu nedenle, elde edilen sonuçlar da kesindir. Yanısıra bu yöntem, bilgisayarların günümüzde hızla gelişmesi sonucu önem kazanmış; programlamaya elverişli ve sistematik bir metottur. Metodta esas olan, herhangi bir elemana ait taşıma matrisinin hassas bir şekilde elde edilmesidir. Literatürde, kayma ve eksenel deformasyon etkilerinin ihmal edilmesi özel halinde,

helis eksenli elemana ait taşıma matrisinin kapalı ifadesi bulunmaktadır (CINEMRE,1960 ; INAN,1966). Fakat taşıma matrisinin bazı elemanlarında, basım hatasından dolayı yanlışlıklar yer almaktadır. Ayrıca, helisel merdivenlerin kesit boyutlarının ve helisin sarıldığı silindir boyutlarının değişmesi haline karşılık gelen problemlerde, kayma ve eksenel deformasyon etkileri henüz incelenmemiştir.

Buğüne dek sayısal olarak çözülen problemlerde, helisel yaylara ait taşıma matrisi (2.81) deki çözümünden en fazla 10 terim alınarak hesaplanmıştır (PEARSON,1982). Bu ise, eleman uzunluğunun oldukça küçük olmasına karşılık gelmektedir. Ayrıca, kesit boyutlarının oldukça büyük olduğu helisel merdivenlere ait taşıma matrisinin bu şekilde hesaplanması güvenilir değildir. Günümüzde, helisel merdivenlerin statik hesapları genelde, doğru eksenli çubuk kabulü ile yaklaşık olarak yapılmakta ve taşıma matrisi yönteminden ziyade rijitlik matrisi yöntemi kullanılmaktadır.

Bu çalışmada Bölüm (2.3.2.5.2) de anlatılan algoritma ile, taşıma matrisinin (2.81) deki seri ifadesinde 2400 terim alınmak suretiyle; çubuk boyunda ve kesit boyutlarında bir sınırlama yapılmasına gerek kalmadan taşıma matrisi hassas bir şekilde elde edilmektedir. Bu algoritma sayesinde, ele alınmamış değişik problemlere çözüm getirilmiştir. Helisel yaylarda, yüklenme sonucu yanal deformasyonlar da hesaplanabilmektedir.

Rijitlik Matrisi metodu, mühendislik mekaniğinde deplasman ve kesit tesirlerini bulmak amacı ile yaygın olarak kullanılan bir metottur. Bu çalışmada, bilgisayara uyarlanması ve anlaşılması kolay olan bu metodunun helisel yay sistemlerine de uygulanabileceği gösterilmiştir. Metotta esas, eleman rijitlik matrislerinin eldesidir.

Helisel çubuklara ait eleman rijitlik matrislerinin elde edilebilmesi için yapılan çalışmalarda; enerji (Castigliano teoremi, Virtüel iş ilkesi), sonlu elemanlar gibi yöntemlerden yararlanılmıştır. Bu yöntemlerle rijitlik matrislerinin elde edilmesi oldukça zahmetli ve sonuçlar yaklaşık olmaktadır. Çalışmaların çoğunluğunda, düzlemi içinde ve düzlemine dik olarak yüklenmiş düzlem daire çubuklara ait



rijitlik matrislerinin birleştirilmesinden; uzaysal eğri eksenli çubuklar için rijitlik matrisi elde edilmiş; ya da esneklik (flexibility) matrisinden rijitlik matrisine geçilmiştir. Bu çalışmada; eleman rijitlik matrisi ve ankastrelik uç kuvvetlerin bulunmasında taşıma matrisi metodu kullanılarak, rijitlik matrisi kesin olarak elde edilmektedir.

Bu çalışmada rijitlik matrisi ve taşıma matrisi metoduna dayandırılarak geliştirilen programların, olumlu ve olumsuz yönleri şu şekilde özetlenebilir:

1-) Taşıma matrisinin nümerik olarak diferansiyel geçiş matrisinden elde edilmesi durumunda eksene ve kayma deformasyonu etkileri, kesitin ağırlık merkezi ile kayma merkezinin üst üste düşmediği durumlar kolaylıkla göz önüne alınabilmektedir. Bu çalışmada, taşıma matrisi metodu ile çözüm yapan bilgisayar programlarında, taşıma matrislerinin elde edilmesinde hem analitik hem de nümerik yöntemler kullanılmıştır.

Rijitlik matrisi metodu ile çözüm yapan RIJMAT programında ise, sadece taşıma matrisinin analitik ifadesi kullanılmıştır. Bilindiği gibi, bu ifadelerde kayma etkileri gözönüne alınmamış; kesit kayma ve geometrik merkezlerinin çakıştığı kabul edilmiştir.

2-) Herhangi bir  $\emptyset$  argümanındaki taşıma matrisinin nümerik olarak seri ile hesaplanması durumunda, analitik ifadeye göre daha hassas olmasına karşın, daha fazla makina zamanına gereksinim duyulmaktadır.

3-) Taşıma matrisi metodunda çözümü gereken bilinmeyen sayısı, başlangıçtaki bilinmeyenlerdir. Bu sayı ara mesnet veya ara mafsallarla artmaktadır. Kesit büyüklükleri aranan istasyon sayısı ile değişmemektedir. Ara mesnetsiz bir sistemde bilinmeyen sayısı 6 olarak sabittir. Her ara mesnet için, probleme 3 bilinmeyen daha eklenmektedir.

Rijitlik matrisi metodunda denklem sayısı, kesit büyüklükleri aranan istasyonlar, yani düğüm noktaları ve mesnetlerdeki toplam bilinmeyen deplasman sayısı kadardır. Ele alınan problemin özelliklerine göre, rijitlik matrisi metodunda bilinmeyen sayısının

artacağı açıktır. Bilinmeyen sayısının fazla olması durumunda en az makina zamanını almak ve hafızadan ekonomi yapmak için. RIJMAT programında sistem rijitlik matrisinin özelliklerini gözörüne alan bant tipi lineer denklem takımı çözen program kullanılmıştır. Burada. sistem rijitlik matrisi dikdörtgen olarak hafızada saklanmaktadır.

4-) Taşıma matrisi metodunda. sistemde ara mesnetler ve ara sıçramalar (ara yerlerde etkiyen tekil ya da yayılı kuvvet ve momentler) bulunması hallerinde yeni programlar yapmak veya yapılmış programa yeni ilaveler gerektiğinden bu yöntem: her türlü yüklemeye maruz sistem çözümüne cevap verebilecek genel amaçlı bir program geliştirmeye elverişli değildir. Her ilavenin de. program hacmini ve çalışma zamanını arttıracacağı açıktır. Bu durumda en pratik çözüm: Ara yüklemeler için yapılmış farklı programların gerektiği hallerde aynı problemin çözümünde teker teker kullanılması, elde edilen sonuçların daha sonra süperpoze edilmesi olacaktır.

Oysa rijitlik matrisi metodu ile çözümde böyle bir sorun yoktur. Bu metot her çeşit mesnetlenme ve ara yükleme durumlarında son derece esnektir. RIJMAT programında yayılı yüklerin  $\vec{k}$  birim vektörü, yayılı momentlerin de  $\vec{d}$  birim vektörü doğrultularında etkimesi ve üniform olma zorunluluğu vardır. Program için dezavantaj gibi görünen bu durum, gerçekte önemsizdir. Çünkü gerek makina gerekse inşaat elemanlarında görülen yükleme tipi bu şekildedir. Bunun yanında segmanlarda olduğu gibi gerektiği durumda,  $\vec{n}$  vektörü doğrultusunda yayılı kuvvetler de hesaba katılabilir (Ek.J). Rijmat programında programlama mantığı gereği, ara tekil yüklerin etkidiği yerlerin birer düğüm noktası olarak kabul edildiği unutulmamalıdır.

5-) Her iki metotda, taşıma matrisi elde edilecek argümana karşılık gelen eğri boyunca çubuk kesitinin değişmediği kabul edilmiştir. Taşıma matrisi metodu ile çözümü gerçekleştiren programlarda, sistem boyunca çubuk kesiti sabit alınmaktadır.

RIJMAT programı, farklı kesitteki elemanlardan oluşmuş bir sistemin çözümünde kullanabilmek amacı ile daha esnek bir hale getirilmiştir. Bunun için programın veri dosyası, her elemanın kesit özelliklerinin ayrı ayrı tanımlanabileceği şekilde düzenlenmiştir.

Eleman boyunca çubuk kesitinin yine sabit kaldığı kabulü yapılmaktadır. Bunun yanında eleman boyunca kesit değişiyor ise, bu takdirde bu bölgede daha küçük elemanlar ele alınıp, bu elemanlarda kesitin sabit olduğu düşüncesinden hareketle yaklaşık bir çözüm bulmak mümkündür.

6-) RIJMAT programı ile, düğüm noktalarında teğetleri birbirine paralel kalmak koşulu ile; değişik çaplı elemanlardan oluşmuş sistemler için de çözüm bulmak mümkündür. Böyle bir problem Bölüm (2.3.4.7) de örnekte ele alınmıştır.

7-) RIJMAT programı ile, farklı malzemelerden yapılmış elemanlardan oluşan sistemler de ele alınabilmektedir.

8-) RIJMAT programında farklı konumdaki elemanlardan oluşmuş sistemler. Bölüm (2.3.4.8) de verilen örnek problemde açıklandığı gibi ele alınabilir. Sistem sabit koordinat takımı kendisine paralel kaydırılmak koşulu ile, bu tip problemler çözülebilir. Dikkat edilecek husus: Elemanların tarifinde çubuk başlangıç ucundan son ucuna gidilirken; saat ibrelerinin tersi yönünde hareket etme gerektiğidir.

9-) Her iki yöntem kullanılarak düzenlenen programlar, gerçekte helis eksenli çubuklar için hazırlanmışsa da; düzlem daire elemanlar için de değişiklik yapmaya gerek kalmadan kullanılabilir. Bunun için, helis adınının program veri dosyasında sıfır olarak tanımlanması yeterlidir. Bu özellik aynı program ile çözülecek problemleri zenginleştirdiği gibi, aynı zamanda programın doğruluğunun kontrolü için de yararlı olmaktadır.

10-) Taşıma ve rijitlik matrisi yöntemleriyle hesap yapan programların veri dosyalarını hazırlamak oldukça kolaydır. Bunun yanında, taşıma matrisi metodu ile çözüm yaptığımız programların veri dosyalarının hacimleri; sistem boyunca kesit, malzeme ve geometrik özelliklerin değişmediği kabulü gereği çok daha küçüktür.

11-) Taşıma ve rijitlik matrisi yöntemleri kullanılarak yapılmış programların hepsinde; bir kesitteki bütün ötelenme, dönme, iç kuvvetler ve iç momentlere ait 12 büyüklük birlikte elde edilmektedir.

## 2.4. Helisel Çubukların Serbest Titreşim ve Stabilitesi

Silindirik, ön yüksüz, daire kesitli, iki ucu ankastre olarak mesnetlenmiş, sık sargılı bir yayın aksenal moda sahip en küçük serbest titreşim frekansı için, standart yaklaşık formül WAHL (1963) tarafından verilen,

$$w_e = \frac{d/2}{8\pi n a^2} \left( \frac{2G}{S} \right)^{1/2} \text{ (Hz)} \quad (2.290)$$

esitliğidir. Burada  $d$  tel çapı,  $G$  tel malzemesinin kayma modülü,  $\rho$  malzeme yoğunluğu,  $n$  sargın sayısını göstermektedir. Aksenal moda sahip diğer frekansların, (2.290) daki en küçük frekansın katları olduğu ifade edilmektedir.

Bu bölümde, helis eksenli çubukların serbest titreşimini idare eden hareket denklemleri ve bu denklem takımlarının matris metotları ile çözümü incelenecektir. Yayılı ve toplanmış kütle halinde, serbest titreşim frekanslarının elde edilmesi için yapılan kabuller, çözüm için kullanılan yöntemler ve uygulanan sayısal metotlar irdelenecektir. Ayrıca, helisel çubukların burkulma problemine dinamik ve statik açıdan değinilecektir.

### 2.4.1. Helisel Çubukların Serbest Titreşim Denklemleri

#### 2.4.1.1. Dairesel Silindire Sarılmış Yay Hali

Dairesel silindirik helisel çubuklarda ön yüklemenin, silindir eksenini doğrultusunda helisi basmaya çalışan  $P_0$  şiddetinde bir tekil yük ile gerçekleştirilmesi (Şekil 2.8) ve çubuk kesitinin kayma ile geometrik merkezlerinin çakışması haline karşılık gelen skaler hareket denklemleri, (2.62) de elde edilmiştir. Yayılı dış dinamik yüklerin ihmal edilmesi durumunda ( $\vec{p}=0, \vec{m}=0$ ) ve kesit tesirlerinin,

$$\begin{aligned}
\vec{U}^{\circ} &= \vec{U}(\varnothing, t) \\
\vec{\Omega}^{\circ} &= \vec{\Omega}(\varnothing, t) \\
\vec{T}^{\circ} &= \vec{T}(\varnothing, t) \\
\vec{M}^{\circ} &= \vec{M}(\varnothing, t)
\end{aligned}
\tag{2.291}$$

şeklinde gösterimi ile bu denklemler,

$$\frac{\partial U_t^{\circ}}{\partial \varnothing} = \frac{a}{c} U_n^{\circ} + \frac{c}{EA} T_t^{\circ} \tag{2.292-a}$$

$$\frac{\partial U_n^{\circ}}{\partial \varnothing} = -\frac{a}{c} U_t^{\circ} + \frac{h}{c} U_b^{\circ} + c \Omega_b^{\circ} + \frac{\alpha_n c}{GA} T_n^{\circ} \tag{2.292-b}$$

$$\frac{\partial U_b^{\circ}}{\partial \varnothing} = -\frac{h}{c} U_n^{\circ} - c \Omega_n^{\circ} + \frac{\alpha_b c}{GA} T_b^{\circ} \tag{2.292-c}$$

$$\frac{\partial \Omega_t^{\circ}}{\partial \varnothing} = \frac{a}{c} \Omega_n^{\circ} + \frac{c}{GJ_b} M_t^{\circ} \tag{2.292-d}$$

$$\frac{\partial \Omega_n^{\circ}}{\partial \varnothing} = -\frac{a}{c} \Omega_t^{\circ} + \frac{h}{c} \Omega_b^{\circ} + \frac{c}{EI_n} M_n^{\circ} \tag{2.292-e}$$

$$\frac{\partial \Omega_b^{\circ}}{\partial \varnothing} = -\frac{h}{c} \Omega_n^{\circ} + \frac{c}{EI_b} M_b^{\circ} \tag{2.292-f}$$

$$\frac{\partial T_t^{\circ}}{\partial \varnothing} = \frac{a}{c} T_n^{\circ} + \frac{c P_o \cos \alpha}{EI_n} M_n^{\circ} + c \mu \frac{\partial^2 U_t^{\circ}}{\partial t^2} \tag{2.292-g}$$

$$\frac{\partial T_n^{\circ}}{\partial \varnothing} = -\frac{a}{c} T_t^{\circ} + \frac{h}{c} T_b^{\circ} - \frac{c P_o \cos \alpha}{GJ_b} M_t^{\circ} + \frac{c P_o \sin \alpha}{EI_b} M_b^{\circ} + c \mu \frac{\partial^2 U_n^{\circ}}{\partial t^2} \tag{2.292-h}$$

$$\frac{\partial T_b^{\circ}}{\partial \varnothing} = -\frac{h}{c} T_n^{\circ} - \frac{c P_o \sin \alpha}{EI_n} M_n^{\circ} + c \mu \frac{\partial^2 U_b^{\circ}}{\partial t^2} \tag{2.292-i}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial M_t^*}{\partial \theta} &= c^P_o \text{Cos}\alpha \Omega_b^* + \frac{\alpha_n c^P_o \text{Cos}\alpha}{GA} T_n^* + \left( \frac{a}{c} - \frac{c^P_o a \text{Sin}\alpha}{EI_n} \right) M_n^* \\ &+ c u k_t^2 \frac{\partial^2 \Omega_t^*}{\partial t^2} \end{aligned} \quad (2.292-j)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial M_n^*}{\partial \theta} &= -c^P_o \text{Sin}\alpha \Omega_n^* - \frac{c^P_o \text{Cos}\alpha}{EA} T_t^* + \left( c + \frac{\alpha_b c^P_o \text{Sin}\alpha}{GA} \right) T_b^* \\ &+ \left( \frac{c^P_o a \text{Sin}\alpha}{GJ_b} - \frac{a}{c} \right) M_t^* + \left( \frac{h}{c} + \frac{c^P_o a \text{Cos}\alpha}{EI_b} \right) M_b^* + c u k_n^2 \frac{\partial^2 \Omega_n^*}{\partial t^2} \end{aligned} \quad (2.292-k)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial M_b^*}{\partial \theta} &= -c^P_o \text{Sin}\alpha \Omega_b^* - \left( \frac{\alpha_n c^P_o \text{Sin}\alpha}{GA} + c \right) T_n^* - \left( \frac{c^P_o a \text{Cos}\alpha}{EI_n} + \frac{h}{c} \right) M_n^* \\ &+ c u k_b^2 \frac{\partial^2 \Omega_b^*}{\partial t^2} \end{aligned} \quad (2.292-l)$$

şeklinde yazılırlar. (2.292) denklemlerinde ( $\theta=s/c$ ), ( $a/c^2=\chi$ ) ve ( $h/c^2=\tau$ ) konular ise, PEARSON (1982) nin hareket denklemleri elde edilir.

Çubuğun serbest titreşiminde, bütün çubuk aynı  $w$  frekansı ile titreşeceğinden, dinamik kesit büyüklükleri için,

$$\begin{aligned} \vec{U}^*(\theta, t) &= \vec{U}(\theta) \text{Sin}(wt) \\ \vec{\Omega}^*(\theta, t) &= \vec{\Omega}(\theta) \text{Sin}(wt) \\ \vec{T}^*(\theta, t) &= \vec{T}(\theta) \text{Sin}(wt) \\ \vec{M}^*(\theta, t) &= \vec{M}(\theta) \text{Sin}(wt) \end{aligned} \quad (2.293)$$

harmonik çözümü kabul edilebilir. Bu çözümden yararlanarak, (2.292) denklemlerinde yere göre türevler için,

$$\frac{\partial \vec{U}^*(\theta, t)}{\partial \theta} = \frac{d\vec{U}(\theta)}{d\theta} \text{Sin}(wt) \quad (2.294-a)$$

$$\frac{\partial \vec{\Omega}^*(\varnothing, t)}{\partial \varnothing} = \frac{d\vec{\Omega}(\varnothing)}{d\varnothing} \text{Sin}(wt) \quad (2.294-b)$$

$$\frac{\partial \vec{T}^*(\varnothing, t)}{\partial \varnothing} = \frac{d\vec{T}(\varnothing)}{d\varnothing} \text{Sin}(wt) \quad (2.294-c)$$

$$\frac{\partial \vec{M}^*(\varnothing, t)}{\partial \varnothing} = \frac{d\vec{M}(\varnothing)}{d\varnothing} \text{Sin}(wt) \quad (2.294-d)$$

ve zamana göre ikinci türevler için,

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2} \vec{U}^*(\varnothing, t) = -w^2 \vec{U}(\varnothing) \text{Sin}(wt) \quad (2.295)$$

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2} \vec{\Omega}^*(\varnothing, t) = -w^2 \vec{\Omega}(\varnothing) \text{Sin}(wt)$$

bulunur. A çubuğun kesit alanı;  $I_n$ ,  $I_b$  ve  $J_b$  atalet momentleri olmak üzere, (2.292-j,k,l) denklemlerindeki atalet yarıçaplarının yer aldığı terimlerde,

$$\begin{aligned} k_t^2 &= J_b/A \\ k_n^2 &= I_n/A \\ k_b^2 &= I_b/A \end{aligned} \quad (2.296)$$

konular ve trigonometrik ifadelerde sadeleştirme yapılır ise aşağıda olduğu gibi,

$$\frac{dU_t^*}{d\varnothing} = \frac{a}{c} U_n^* + \frac{c}{EA} T_t^* \quad (2.297-a)$$

$$\frac{dU_n^*}{d\varnothing} = -\frac{a}{c} U_t^* + \frac{h}{c} U_b^* + c \Omega_b^* + \frac{\alpha_n c}{GA} T_n^* \quad (2.297-b)$$

$$\frac{dU_b^*}{d\varnothing} = -\frac{h}{c} U_n^* - c \Omega_n^* + \frac{\alpha_b c}{GA} T_b^* \quad (2.297-c)$$

$$\frac{d\Omega_t^*}{d\theta} = \frac{a}{c} \Omega_n^* + \frac{c}{GJ_b} M_t^* \quad (2.297-d)$$

$$\frac{d\Omega_n^*}{d\theta} = -\frac{a}{c} \Omega_t^* + \frac{h}{c} \Omega_b^* + \frac{c}{EI_n} M_n^* \quad (2.297-e)$$

$$\frac{d\Omega_b^*}{d\theta} = -\frac{h}{c} \Omega_n^* + \frac{c}{EI_b} M_b^* \quad (2.297-f)$$

$$\frac{dT_t^*}{d\theta} = \frac{a}{c} T_n^* + \frac{cP_o \text{Cos}\alpha}{EI_n} M_n^* - c\mu w^2 U_t^* \quad (2.297-g)$$

$$\frac{dT_n^*}{d\theta} = -\frac{a}{c} T_t^* + \frac{h}{c} T_b^* - \frac{cP_o \text{Cos}\alpha}{GJ_b} M_t^* + \frac{cP_o \text{Sin}\alpha}{EI_b} M_b^* - c\mu w^2 U_n^* \quad (2.297-h)$$

$$\frac{dT_b^*}{d\theta} = -\frac{h}{c} T_n^* - \frac{cP_o \text{Sin}\alpha}{EI_n} M_n^* - c\mu w^2 U_b^* \quad (2.297-i)$$

$$\begin{aligned} \frac{dM_t^*}{d\theta} &= cP_o \text{Cos}\alpha \Omega_b^* + \frac{\alpha_n cP_o \text{Cos}\alpha}{GA} T_n^* + \left(\frac{a}{c} - \frac{cP_o a \text{Sin}\alpha}{EI_n}\right) M_n^* \\ &\quad - (c\mu J_b w^2/A) \Omega_t^* \end{aligned} \quad (2.297-j)$$

$$\begin{aligned} \frac{dM_n^*}{d\theta} &= -cP_o \text{Sin}\alpha \Omega_n^* - \frac{cP_o \text{Cos}\alpha}{EA} T_t^* + \left(c + \frac{\alpha_b cP_o \text{Sin}\alpha}{GA}\right) T_b^* \\ &\quad + \left(\frac{cP_o a \text{Sin}\alpha}{GJ_b} - \frac{a}{c}\right) M_t^* + \left(\frac{h}{c} + \frac{cP_o a \text{Cos}\alpha}{EI_b}\right) M_b^* - (c\mu I_n w^2/A) \Omega_n^* \end{aligned} \quad (2.297-k)$$

$$\begin{aligned} \frac{dM_b^*}{d\theta} &= -cP_o \text{Sin}\alpha \Omega_b^* - \left(\frac{\alpha_n cP_o \text{Sin}\alpha}{GA} + c\right) T_n^* - \left(\frac{cP_o a \text{Cos}\alpha}{EI_n} + \frac{h}{c}\right) M_n^* \\ &\quad - (c\mu I_b w^2/A) \Omega_b^* \end{aligned} \quad (2.297-l)$$



daireysel silindirik helis eksenli çubuğun serbest titreşimini idare eden denklemler elde edilir. Burada dinamik kesit büyüklükleri, (2.63) de tanımlandığı şekilde boyutsuz yapılabilirler. (2.297) denklemlerinin boyutsuz yapılmasında;  $\rho$  çubuk malzemesinin yoğunluğu olmak üzere, boyutsuz tabii frekans için,

$$\bar{w}^2 = w^2 \rho \frac{Ac^4}{EI_n} = w^2 \frac{\mu c^4}{EI_n} \quad (2.298)$$

ifadesi kullanılacaktır. (2.63) ve (2.298) ile boyutsuz hale getirilen, (2.297) serbest titreşim denklemleri aşağıda olduğu gibidir:

$$\frac{d\bar{U}_t^*}{d\theta} = \frac{a}{c} \bar{U}_n^* + \frac{I_n}{Ac^2} \bar{T}_t^* \quad (2.299-a)$$

$$\frac{d\bar{U}_n^*}{d\theta} = -\frac{a}{c} \bar{U}_t^* + \frac{h}{c} \bar{U}_b^* + \bar{\Omega}_b^* + \frac{\alpha_n EI_n}{GAc^2} \bar{T}_n^* \quad (2.299-b)$$

$$\frac{d\bar{U}_b^*}{d\theta} = -\frac{h}{c} \bar{U}_n^* - \bar{\Omega}_n^* + \frac{\alpha_b EI_n}{GAc^2} \bar{T}_b^* \quad (2.299-c)$$

$$\frac{d\bar{\Omega}_t^*}{d\theta} = \frac{a}{c} \bar{\Omega}_n^* + \frac{EI_n}{GJ_b} \bar{M}_t^* \quad (2.299-d)$$

$$\frac{d\bar{\Omega}_n^*}{d\theta} = -\frac{a}{c} \bar{\Omega}_t^* + \frac{h}{c} \bar{\Omega}_b^* + \bar{M}_n^* \quad (2.299-e)$$

$$\frac{d\bar{\Omega}_b^*}{d\theta} = -\frac{h}{c} \bar{\Omega}_n^* + \frac{I_n}{I_b} \bar{M}_b^* \quad (2.299-f)$$

$$\frac{d\bar{T}_t^*}{d\theta} = -\bar{w}^2 \bar{U}_t^* + \frac{a}{c} \bar{T}_n^* + \frac{c^p o a}{EI_n} \bar{M}_n^* \quad (2.299-g)$$

$$\frac{d\bar{T}_n^*}{d\theta} = -\bar{w}^2 \bar{U}_n^* - \frac{a}{c} \bar{T}_t^* + \frac{h}{c} \bar{T}_b^* - \frac{cP_o a}{GJ_b} \bar{M}_t^* + \frac{cP_o h}{EI_b} \bar{M}_b^* \quad (2.299-h)$$

$$\frac{d\bar{T}_b^*}{d\theta} = -\bar{w}^2 \bar{U}_b^* - \frac{h}{c} \bar{T}_n^* - \frac{cP_o h}{EI_n} \bar{M}_n^* \quad (2.299-i)$$

$$\frac{d\bar{M}_t^*}{d\theta} = -\frac{\bar{w}^2 J_b}{Ac^2} \bar{\Omega}_t^* + \frac{P_o a c}{EI_n} \bar{\Omega}_b^* + \frac{\alpha P_o a}{cGA} \bar{T}_n^* + \left(\frac{a}{c} - \frac{hP_o a}{EI_n}\right) \bar{M}_n^* \quad (2.299-j)$$

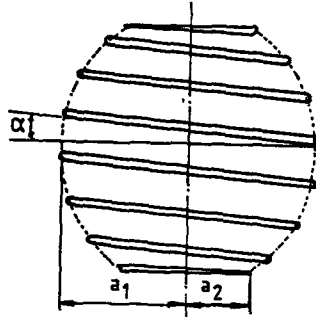
$$\begin{aligned} \frac{d\bar{M}_n^*}{d\theta} = & -\left(\frac{P_o c h}{EI_n} + \frac{\bar{w}^2 I_n}{Ac^2}\right) \bar{\Omega}_n^* - \frac{aP_o}{cEA} \bar{T}_t^* + \left(1 + \frac{\alpha_b hP_o}{cGA}\right) \bar{T}_b^* \\ & + \left(\frac{aP_o h}{GJ_b} - \frac{a}{c}\right) \bar{M}_t^* + \left(\frac{h}{c} + \frac{a^2 P_o}{EI_b}\right) \bar{M}_b^* \end{aligned} \quad (2.299-k)$$

$$\frac{d\bar{M}_b^*}{d\theta} = -\left(\frac{P_o c h}{EI_n} + \frac{\bar{w}^2 I_b}{Ac^2}\right) \bar{\Omega}_b^* - \left(\frac{\alpha_n hP_o}{cGA} + 1\right) \bar{T}_n^* - \left(\frac{P_o a^2}{EI_n} + \frac{h}{c}\right) \bar{M}_n^* \quad (2.299-l)$$

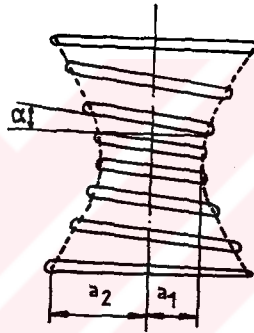
#### 2.4.1.2. Dairesel Silindir Dışı Geometrilere Sarılmış Yay Hali

Şekil (2.39) da pratikte sık kullanılan, dairesel silindir dışı farklı geometrilere sarılmış helisel yaylar görülmektedir. Bu yaylarda statik ve dinamik hesaplar elemanter olarak yapılmaktadır (TIMOSCHENKO, 1984; NAGAYA ve TAKEDA, 1986).

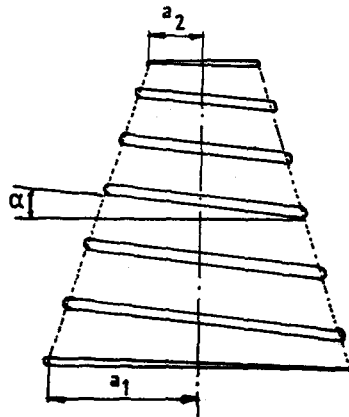
Eğri eksenli genel uzaysal çubuk için elde edilmiş olan (2.47) ve (2.48) denklemlerinden, bu tip yayların hareketini idare eden denklemleri elde edebilmek için, öncelikle helisin sarıldığı geometrinin parametrik denklemlerine gerek vardır. Parametrik denklemlerden yararlanılarak, Bölüm (2.2) de anlatıldığı şekilde, yer vektörünün, helis uzunluk elemanının, ve  $\tau$  eğriliklerinin,  $(\vec{t}, \vec{n}, \vec{b})$  vektörlerinin ve Frenet bağıntılarının ifade edilmesi gereklidir. Daha



(a) Varil  $\{a = a_1 + (a_2 - a_1)(1 - \frac{\theta}{\pi n})^2\}$



(b) Hiperboloidal  $\{a = a_1 + (a_2 - a_1)(1 - \frac{\theta}{\pi n})^2\}$



(c) Konik  $\{a = a_1 + \frac{(a_2 - a_1)\theta}{2\pi n}\}$

**Sekil:2.39.** Dairesel silindir dışı geometrilere sarılmış helis

sonra bu büyüklükler, (2.47) veya (2.48) denklemlerinde yerlerine konularak, böyle geometrilere sarılmış helislerin hareket denklemleri bulunur. Bu şekilde hareket edilerek, helisin sarıldığı her geometri için farklı denklemlerin elde edileceği açıktır.

Bu denklemlerin, yukarıda anlatıldığı şekilde elde edilmesi zor ve elde edilen denklemlerde karışık olacaktır. Oysa, helis yükselme açısı  $\alpha$  nın sabit olması hali için, bu tip yaylara çözüm bulmak mümkündür.

Sekil (2.39) dan da görüldüğü gibi bu yaylarda, eksen üzerinde bulunulan yerdeki  $a$  değeri çubuk boyunca devamlı değişmektedir. Helisin yeterli derecede küçük elemanlara ayrılması ve her eleman boyunca, hesaplanacak  $a$  ve dolayısı ile (2.52) de tarif edilen  $c$  değerlerinin sabit alınması halinde, yaklaşık bir çözüm bulunabilir. Özetle, her bir eleman, sabit çaplı dairesel bir silindire sarılmış helis gibi düşünülecektir. Eleman sayısı arttırıldıkça, elde edilen çözüm daha gerçekçi olacaktır. Çubuk boyunca, çap değişiminin hızlı bir şekilde artması durumunda, daha fazla elemana gereksinim olacağı açıktır.

Böyle bir yaklaşımla, (2.297) boyutsuz denklemlerinin bu haliyle kullanılması uygun değildir. Çünkü, bu denklemler (2.63) te olduğu şekilde boyutsuz hale getirilmiştir. Bu geometrilerde ise  $c$  değeri, helis adımı sabit olmasına karşın, ele alınacak her elemenda  $a$  yarıçapı değişik olduğundan, devamlı farklı değerler almaktadır. Bu durumda, silindirik helisel çubuk için elde edilmiş olan (2.296) denklemlerinin boyutsuz yapılmasında çubuk boyunca değişmeyecek bir  $c_0$  ve  $a_0$  referans değerlerine gerek vardır. Bunlar arasındaki ilişki aşağıda tarif edilmektedir.

$$c_0^2 = a_0^2 + h^2 \quad (2.300)$$

(2.300) ve silindirik her eleman için aşağıda olduğu gibi,

$$\bar{T}_i = \frac{c_0^2}{EI_n} T_i ; \bar{M}_i = \frac{c_0}{EI_n} M_i ; \bar{U}_i = \frac{1}{c_0} U_i ; \bar{\Omega}_i = \Omega_i \quad (2.301)$$

tanımlanan boyutsuz kesit büyüklükleri ile (2.97) denklemlerinden,

$$\frac{d\bar{U}_t^\circ}{d\theta} = \frac{a}{c} \bar{U}_n^\circ + \frac{I_n c}{Ac_o^3} \bar{T}_t^\circ \quad (2.302-a)$$

$$\frac{d\bar{U}_n^\circ}{d\theta} = -\frac{a}{c} \bar{U}_t^\circ + \frac{h}{c} \bar{U}_b^\circ + \frac{c}{c_o} \bar{\Omega}_b^\circ + \frac{\alpha_n EI_n c}{GA c_o^3} \bar{T}_n^\circ \quad (2.302-b)$$

$$\frac{d\bar{U}_b^\circ}{d\theta} = -\frac{h}{c} \bar{U}_n^\circ - \frac{c}{c_o} \bar{\Omega}_n^\circ + \frac{\alpha_b EI_n c}{GA c_o^3} \bar{T}_b^\circ \quad (2.302-c)$$

$$\frac{d\bar{\Omega}_t^\circ}{d\theta} = \frac{a}{c} \bar{\Omega}_n^\circ + \frac{EI_n c}{GJ_b c_o} \bar{M}_t^\circ \quad (2.302-d)$$

$$\frac{d\bar{\Omega}_n^\circ}{d\theta} = -\frac{a}{c} \bar{\Omega}_t^\circ + \frac{h}{c} \bar{\Omega}_b^\circ + \frac{c}{c_o} \bar{M}_n^\circ \quad (2.302-e)$$

$$\frac{d\bar{\Omega}_b^\circ}{d\theta} = -\frac{h}{c} \bar{\Omega}_n^\circ + \frac{I_n c}{I_b c_o} \bar{M}_b^\circ \quad (2.302-f)$$

$$\frac{d\bar{T}_t^\circ}{d\theta} = -\frac{\rho Ac_o^3 cw^2}{EI_n} \bar{U}_t^\circ + \frac{a}{c} \bar{T}_n^\circ + \frac{c_o P_o a}{EI_n} \bar{M}_n^\circ \quad (2.302-g)$$

$$\frac{d\bar{T}_n^\circ}{d\theta} = -\frac{\rho Ac_o^3 cw^2}{EI_n} \bar{U}_n^\circ - \frac{a}{c} \bar{T}_t^\circ + \frac{h}{c} \bar{T}_b^\circ - \frac{c_o P_o a}{GJ_b} \bar{M}_t^\circ + \frac{c_o P_o h}{EI_b} \bar{M}_b^\circ \quad (2.302-h)$$

$$\frac{d\bar{T}_b^\circ}{d\theta} = -\frac{\rho Ac_o^3 cw^2}{EI_n} \bar{U}_b^\circ - \frac{h}{c} \bar{T}_n^\circ - \frac{c_o P_o h}{EI_n} \bar{M}_n^\circ \quad (2.302-i)$$

$$\frac{d\bar{M}_t^\circ}{d\theta} = -\frac{w^2 J_b \rho c c_o}{EI_n} \bar{\Omega}_t^\circ + \frac{P_o a c_o}{EI_n} \bar{\Omega}_b^\circ + \frac{\alpha_n P_o a}{c_o GA} \bar{T}_n^\circ + \left( \frac{a}{c} - \frac{h P_o a}{EI_n} \right) \bar{M}_n^\circ \quad (2.302-j)$$

$$\begin{aligned} \frac{d\bar{M}_n^*}{d\theta} = & - \left( \frac{P_o c_o h}{EI_n} + \frac{g w^2 c c_o}{E} \right) \bar{\Omega}_n^* - \frac{a P_o}{c_o EA} \bar{T}_t^* + \left( \frac{c}{c_o} + \frac{\alpha_h h P_o}{c_o GA} \right) \bar{T}_b^* \\ & + \left( \frac{a P_o h}{GJ_b} - \frac{a}{c} \right) \bar{M}_t^* + \left( \frac{h}{c} + \frac{a^2 P_o}{EI_b} \right) \bar{M}_b^* \end{aligned} \quad (2.302-k)$$

$$\begin{aligned} \frac{d\bar{M}_b^*}{d\theta} = & - \left( \frac{P_o c_o h}{EI_n} + \frac{g w^2 I_b c_o c}{EI_n} \right) \bar{\Omega}_b^* - \left( \frac{\alpha_n h P_o}{c_o GA} + \frac{c}{c_o} \right) \bar{T}_n^* \\ & - \left( \frac{P_o a^2}{EI_n} + \frac{h}{c} \right) \bar{M}_n^* \end{aligned} \quad (2.302-l)$$

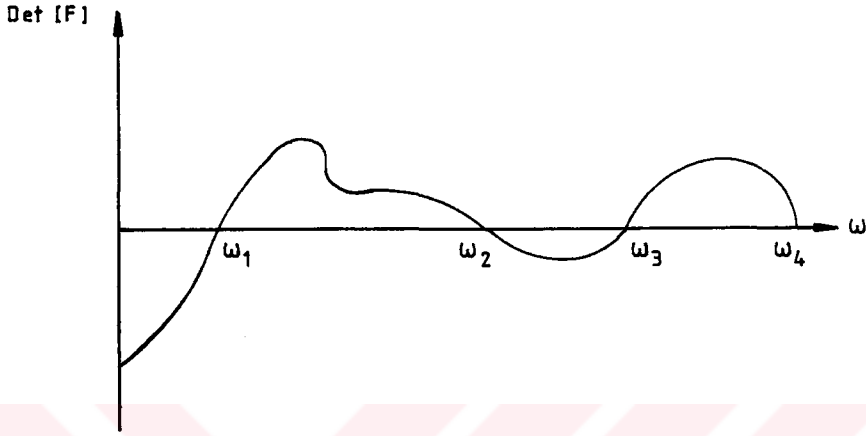
elde edilir. Silindirik helisel yaylarda çubuk boyunca sabit bir değerde olan aksenal ön basınç kuvveti  $P_o$  ın, (2.302) denklemlerinde ele alınan her elemanda sabit olduğu düşünülmüştür.

#### 2.4.2. Taşıma Matrisi Metodu

Bu metotta  $[F(\theta, w)]$  taşıma matrisi hesaplandıktan sonra, çubuk uç şartlarına göre belirlenen taşıma matrisinin bir minörüne ait determinantı sıfır yapacak serbest titreşim frekansı  $w$  bulunur (Şekil 2.40). Bu amaçla  $w$  lara başlangıçta nümerik değerler verilerek, işlemler sayısal olarak yürütülür. Yüksek frekansların hesabında ve ara mesnetlerin çok rijit olması halinde, ardışık çarpımlarla matris elemanları çok büyümekte, dolayısı ile büyük sayıların küçük farkları ortaya çıkmaktadır. Metodun bu sakıncalı yönlerini gidermek gayesiyle,

- a-) Boyutsuz taşıma matrisi kullanmak,
- b-) Kaydırılmış matrislerle çarpım yapmak,
- c-) Delta matris metodu uygulamak,
- d-) Düzeltilmiş taşıma matrisi metodunu kullanmak,
- e-) Düzeltilmiş taşıma matrisi metodu ile birlikte, kaydırılmış matrislerle çarpım yapmak (PESTEL ve LECKIE, 1963), gibi birçok çözüm geliştirilmiştir. Bu çalışmada, boyutsuz taşıma

matrisinin kullanılması yeterli olmuştur.



**Sekil:2.40.** Taşıma matrisi metodu ile serbest titreşim frekanslarının elde edilmesi.

#### 2.4.2.1. Sınır Şartlarına Göre Taşıma Matrisinin Determinantı Hesaplanacak Minörünün Teşkili

Burada  $[F(\omega, w)]$  taşıma matrisinin, çubuk uçlarındaki sınır şartlarına göre bulunması gereken minörü, Bölüm (2.3.2.6) da anlatılana benzer şekilde elde edilecektir. Bu amaçla, taşıma matrisi  $(3 \times 3)$  mertebesinde alt matrislere,

$$[F] = \begin{bmatrix} [F_1] & [F_2] & [F_3] & [F_4] \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ [F_5] & [F_6] & [F_7] & [F_8] \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ [F_9] & [F_{10}] & [F_{11}] & [F_{12}] \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ [F_{13}] & [F_{14}] & [F_{15}] & [F_{16}] \end{bmatrix} \quad (2.303)$$

ayrılacak; sırasıyla  $\{S(0)\}$  durum vektörü ile,  $0=L_1$  deki birinci ara mesnet tepkisini temsil eden  $\{RK1\}$  ve  $0=L_2$  deki ikinci ara mesnet tepkisini gösteren  $\{RK2\}$  vektörlerinin elemanları,

$$\{S(0)\} = \begin{bmatrix} \vec{U}(0) \\ \dots \\ \vec{\Omega}(0) \\ \dots \\ \vec{T}(0) \\ \dots \\ \vec{M}(0) \end{bmatrix} \quad \{RK1\} = \begin{bmatrix} \vec{0} \\ \dots \\ \vec{0} \\ \dots \\ \vec{R1} \\ \dots \\ \vec{0} \end{bmatrix}_{L1} \quad \{RK2\} = \begin{bmatrix} \vec{0} \\ \dots \\ \vec{0} \\ \dots \\ \vec{R2} \\ \dots \\ \vec{0} \end{bmatrix}_{L2} \quad (2.304)$$

şeklinde ifade edilecektir. Çubuğun mesnetlenme durumuna göre yazılan ve Çizelge (2.3) teki sınır şartları yerleştirilen denklemlerde, aşağıdaki bölümlerde olduğu gibi  $\{S(L)\}$  durum vektörünün bilinen elemanlarından yararlanarak ilgili minörler teşkil edilecektir.

#### 2.4.2.1.1. Sadece Uçlarından Mesnetlemiş Çubuk

Çubuk sonundaki durum vektörünün,

$$\{S(L)\} = [F(L)] \{S(0)\} \quad (2.305)$$

ifadesinden yararlanarak, aşağıdaki alt bölümlerde ilk yazılan çubuk başlangıcının, ikinci yazılan çubuk sonunun mesnetlenme durumunu belirtmek üzere elde edilen minörler şu şekildedir:

##### a-) Ankastre Mesnet - Bos Uç:

$$\begin{aligned} [F_{11}] \{\vec{T}(0)\} + [F_{12}] \{\vec{M}(0)\} &= \vec{0} \\ [F_{15}] \{\vec{T}(0)\} + [F_{16}] \{\vec{M}(0)\} &= \vec{0} \end{aligned} \quad (2.306)$$



b-) Boş Uç - Ankastre Mesnet:

$$\begin{aligned} [F_1] \{\vec{U}(0)\} + [F_2] \{\vec{\Omega}(0)\} &= \vec{0} \\ [F_5] \{\vec{U}(0)\} + [F_6] \{\vec{\Omega}(0)\} &= \vec{0} \end{aligned} \quad (2.307)$$

c-) Ankastre Mesnet - Ankastre Mesnet:

$$\begin{aligned} [F_3] \{\vec{T}(0)\} + [F_4] \{\vec{M}(0)\} &= \vec{0} \\ [F_7] \{\vec{T}(0)\} + [F_8] \{\vec{M}(0)\} &= \vec{0} \end{aligned} \quad (2.308)$$

d-) Basit Mesnet - Basit Mesnet:

$$\begin{aligned} [F_2] \{\vec{\Omega}(0)\} + [F_3] \{\vec{T}(0)\} &= \vec{0} \\ [F_{14}] \{\vec{\Omega}(0)\} + [F_{15}] \{\vec{T}(0)\} &= \vec{0} \end{aligned} \quad (2.309)$$

e-) Ankastre Mesnet - Basit Mesnet:

$$\begin{aligned} [F_3] \{\vec{T}(0)\} + [F_4] \{\vec{M}(0)\} &= \vec{0} \\ [F_{15}] \{\vec{T}(0)\} + [F_{16}] \{\vec{M}(0)\} &= \vec{0} \end{aligned} \quad (2.310)$$

f-) Basit Mesnet - Ankastre Mesnet:

$$\begin{aligned} [F_2] \{\vec{\Omega}(0)\} + [F_3] \{\vec{T}(0)\} &= \vec{0} \\ [F_6] \{\vec{\Omega}(0)\} + [F_7] \{\vec{T}(0)\} &= \vec{0} \end{aligned} \quad (2.311)$$

2.4.2.1.2. Arada Bir Adet Küresel Mafsallı Mesneti Olan Çubuk

Ara mesnet ve çubuk sonu için yazılan denklemler,

$$\begin{aligned} \{S(L1)\} &= [F(L1)] \{S(0)\} \\ \{S(L)\} &= [F(L)] \{S(0)\} + [F(L-L1)] \{RK1\} \end{aligned} \quad (2.312)$$

şeklindedir. Burada Çizelge (2.3) de verilen mesnet şartlarının yerine konulması ile elde edilen minörler aşağıda olduğu gibidir:

**a-) Ankastre Mesnet - Ankastre Mesnet:**

$$\begin{aligned}
 [F_3]_{L1} \{\vec{T}(0)\} + [F_4]_{L1} \{\vec{M}(0)\} &= \vec{0} \\
 [F_3]_L \{\vec{T}(0)\} + [F_4]_L \{\vec{M}(0)\} + [F_3]_{L-L1} \{\vec{R1}\} &= \vec{0} \\
 [F_7]_L \{\vec{T}(0)\} + [F_8]_L \{\vec{M}(0)\} + [F_7]_{L-L1} \{\vec{R1}\} &= \vec{0}
 \end{aligned} \tag{2.313}$$

**b-) Ankastre Mesnet - Bos Uc:**

$$\begin{aligned}
 [F_3]_{L1} \{\vec{T}(0)\} + [F_4]_{L1} \{\vec{M}(0)\} &= \vec{0} \\
 [F_{11}]_L \{\vec{T}(0)\} + [F_{12}]_L \{\vec{M}(0)\} + [F_{11}]_{L-L1} \{\vec{R1}\} &= \vec{0} \\
 [F_{15}]_L \{\vec{T}(0)\} + [F_{16}]_L \{\vec{M}(0)\} + [F_{15}]_{L-L1} \{\vec{R1}\} &= \vec{0}
 \end{aligned} \tag{2.314}$$

**c-) Bos Uc - Ankastre Mesnet:**

$$\begin{aligned}
 [F_1]_{L1} \{\vec{U}(0)\} + [F_2]_{L1} \{\vec{\Omega}(0)\} &= \vec{0} \\
 [F_1]_L \{\vec{U}(0)\} + [F_2]_L \{\vec{\Omega}(0)\} + [F_3]_{L-L1} \{\vec{R1}\} &= \vec{0} \\
 [F_5]_L \{\vec{U}(0)\} + [F_6]_L \{\vec{\Omega}(0)\} + [F_7]_{L-L1} \{\vec{R1}\} &= \vec{0}
 \end{aligned} \tag{2.315}$$

**d-) Basit Mesnet - Basit Mesnet:**

$$\begin{aligned}
 [F_2]_{L1} \{\vec{\Omega}(0)\} + [F_3]_{L1} \{\vec{T}(0)\} &= \vec{0} \\
 [F_2]_L \{\vec{\Omega}(0)\} + [F_3]_L \{\vec{T}(0)\} + [F_3]_{L-L1} \{\vec{R1}\} &= \vec{0} \\
 [F_{14}]_L \{\vec{\Omega}(0)\} + [F_{15}]_L \{\vec{T}(0)\} + [F_{15}]_{L-L1} \{\vec{R1}\} &= \vec{0}
 \end{aligned} \tag{2.316}$$

**e-) Ankastre Mesnet - Basit Mesnet:**

$$\begin{aligned}
 [F_3]_{L1} \{\vec{T}(0)\} + [F_4]_{L1} \{\vec{M}(0)\} &= \vec{0} \\
 [F_3]_L \{\vec{T}(0)\} + [F_4]_L \{\vec{M}(0)\} + [F_3]_{L-L1} \{\vec{R1}\} &= \vec{0} \\
 [F_{15}]_L \{\vec{T}(0)\} + [F_{16}]_L \{\vec{M}(0)\} + [F_{15}]_{L-L1} \{\vec{R1}\} &= \vec{0}
 \end{aligned} \tag{2.317}$$

f-) Basit Mesnet - Ankastre Mesnet:

$$\begin{aligned}
 [F_2]_{L1} \{\vec{\Omega}(0)\} + [F_3]_{L1} \{\vec{T}(0)\} &= \vec{0} \\
 [F_2]_L \{\vec{\Omega}(0)\} + [F_3]_L \{\vec{T}(0)\} + [F_3]_{L-L1} \{\vec{R}1\} &= \vec{0} \\
 [F_6]_L \{\vec{\Omega}(0)\} + [F_7]_L \{\vec{T}(0)\} + [F_7]_{L-L1} \{\vec{R}1\} &= \vec{0}
 \end{aligned} \tag{2.318}$$

2.4.2.1.3. Arada İki Adet Küresel Mafsallı Mesneti Olan Çubuk

$\{S(L)\}$  durum vektörü ve ara mesnetlerin bulunduğu yerlerdeki  $\{S(L1)\}$  ve  $\{S(L2)\}$  durum vektörlerine ait denklemler,

$$\begin{aligned}
 \{S(L1)\} &= [F(L1)] \{S(0)\} \\
 \{S(L2)\} &= [F(L2)] \{S(0)\} + [F(L2-L1)] \{RK1\} \\
 \{S(L)\} &= [F(L)] \{S(0)\} + [F(L-L1)] \{RK1\} + [F(L-L2)] \{RK2\}
 \end{aligned} \tag{2.319}$$

veya,

$$\begin{aligned}
 \{S(L1)\} &= [FE] \{S(0)\} \\
 \{S(L2)\} &= [FV] \{S(0)\} + [FH] \{RK1\} \\
 \{S(L)\} &= [F] \{S(0)\} + [FK] \{RK1\} + [FB] \{RK2\}
 \end{aligned} \tag{2.320}$$

şeklinde yazılırlar. Buradan, sınır şartlarının yerlerine konulması ile taşıma matrisinin minörleri aşağıda olduğu gibi elde edilir.

a-) Ankastre Mesnet - Boş Uc:

$$\begin{aligned}
 [FE]_3 \{\vec{T}(0)\} + [FE]_4 \{\vec{M}(0)\} &= \vec{0} \\
 [FV]_3 \{\vec{T}(0)\} + [FV]_4 \{\vec{M}(0)\} + [FH]_3 \{\vec{R}1\} &= \vec{0} \\
 [F]_{11} \{\vec{T}(0)\} + [F]_{12} \{\vec{M}(0)\} + [FK]_{11} \{\vec{R}1\} + [FB]_{11} \{\vec{R}2\} &= \vec{0} \\
 [F]_{15} \{\vec{T}(0)\} + [F]_{16} \{\vec{M}(0)\} + [FK]_{15} \{\vec{R}1\} + [FB]_{15} \{\vec{R}2\} &= \vec{0}
 \end{aligned} \tag{2.321}$$

**b-) Bos Uç - Ankastre Mesnet:**

$$\begin{aligned}
& [FE]_1 \{\vec{U}(0)\} + [FE]_2 \{\vec{\Omega}(0)\} = \vec{0} \\
& [FV]_1 \{\vec{U}(0)\} + [FV]_2 \{\vec{\Omega}(0)\} + [FH]_3 \{\vec{R1}\} = \vec{0} \\
& [F]_1 \{\vec{U}(0)\} + [F]_2 \{\vec{\Omega}(0)\} + [FK]_3 \{\vec{R1}\} + [FB]_3 \{\vec{R2}\} = \vec{0} \\
& [F]_5 \{\vec{U}(0)\} + [F]_6 \{\vec{\Omega}(0)\} + [FK]_7 \{\vec{R1}\} + [FB]_7 \{\vec{R2}\} = \vec{0}
\end{aligned} \tag{2.322}$$

**c-) Ankastre Mesnet - Ankastre Mesnet:**

$$\begin{aligned}
& [FE]_3 \{\vec{T}(0)\} + [FE]_4 \{\vec{M}(0)\} = \vec{0} \\
& [FV]_3 \{\vec{T}(0)\} + [FV]_4 \{\vec{M}(0)\} + [FH]_3 \{\vec{R1}\} = \vec{0} \\
& [F]_3 \{\vec{T}(0)\} + [F]_4 \{\vec{M}(0)\} + [FK]_3 \{\vec{R1}\} + [FB]_3 \{\vec{R2}\} = \vec{0} \\
& [F]_7 \{\vec{T}(0)\} + [F]_8 \{\vec{M}(0)\} + [FK]_7 \{\vec{R1}\} + [FB]_7 \{\vec{R2}\} = \vec{0}
\end{aligned} \tag{2.323}$$

**d-) Basit Mesnet - Basit Mesnet:**

$$\begin{aligned}
& [FE]_2 \{\vec{\Omega}(0)\} + [FE]_3 \{\vec{T}(0)\} = \vec{0} \\
& [FV]_2 \{\vec{\Omega}(0)\} + [FV]_3 \{\vec{T}(0)\} + [FH]_3 \{\vec{R1}\} = \vec{0} \\
& [F]_2 \{\vec{\Omega}(0)\} + [F]_3 \{\vec{T}(0)\} + [FK]_3 \{\vec{R1}\} + [FB]_3 \{\vec{R2}\} = \vec{0} \\
& [F]_{14} \{\vec{\Omega}(0)\} + [F]_{15} \{\vec{T}(0)\} + [FK]_{15} \{\vec{R1}\} + [FB]_{15} \{\vec{R2}\} = \vec{0}
\end{aligned} \tag{2.324}$$

**e-) Ankastre Mesnet - Basit Mesnet:**

$$\begin{aligned}
& [FE]_3 \{\vec{T}(0)\} + [FE]_4 \{\vec{M}(0)\} = \vec{0} \\
& [FV]_3 \{\vec{T}(0)\} + [FV]_4 \{\vec{M}(0)\} + [FH]_3 \{\vec{R1}\} = \vec{0}
\end{aligned} \tag{2.325-a}$$

$$[F]_3\{\vec{T}(0)\} + [F]_4\{\vec{M}(0)\} + [FK]_3\{\vec{R}1\} + [FB]_3\{\vec{R}2\} = \vec{0} \quad (2.325-b)$$

$$[F]_{15}\{\vec{T}(0)\} + [F]_{16}\{\vec{M}(0)\} + [FK]_{15}\{\vec{R}1\} + [FB]_{15}\{\vec{R}2\} = \vec{0}$$

**f-) Basit Mesnet - Ankastre Mesnet:**

$$[FE]_2\{\vec{\Omega}(0)\} + [FE]_3\{\vec{T}(0)\} = \vec{0}$$

$$[FV]_2\{\vec{\Omega}(0)\} + [FV]_3\{\vec{T}(0)\} + [FH]_3\{\vec{R}1\} = \vec{0} \quad (2.326)$$

$$[F]_2\{\vec{\Omega}(0)\} + [F]_3\{\vec{T}(0)\} + [FK]_3\{\vec{R}1\} + [FB]_3\{\vec{R}2\} = \vec{0}$$

$$[F]_6\{\vec{\Omega}(0)\} + [F]_7\{\vec{T}(0)\} + [FK]_7\{\vec{R}1\} + [FB]_7\{\vec{R}2\} = \vec{0}$$

Görüldüğü gibi; taşıma matrisine ait determinantı alınacak matrisler, ara mesnet veya mafsalsız çubukta olduğu gibi minimum (6x6) mertebesindedir. Bir ara mesnetli veya mafsallı çubukta bu mertebede (9x9), iki ara mesnetli veya mafsallı çubukta ise (12x12) olmaktadır.

**2.4.2.2. Yayılı Kütle Halinde Taşıma Matrisinin Elde Edilmesi**

Bu bölümde silindirik helisel çubuğun ön yüklü ya da ön yüksüz olmasına karşılık gelen, kanonik formdaki serbest titreşim denklemleri verilecektir. Bu denklemlerden teşkil edilen sabit elemanlı [D] diferansiyel geçiş matrisinden, [F(Ø,w)] taşıma matrisinin sayısal olarak elde edilmesinde kullanılan yöntem açıklanacaktır.

Dairesel silindir dışı farklı geometrilere sarılmış helis için, uygulanacak yöntem de aynıdır. Bu nedenle, bu tip yaylara ait (2.302) boyutsuzlaştırılmış genel denklemlerden elde edilen diferansiyel geçiş matrisinin elemanları burada verilmeyecektir.

**2.4.2.2.1. ön Yüklü**

Bu halde, serbest titreşim problemlerinin çözümünde kullanılması gereken boyutsuz skaler denklemler (2.299) da olduğu gibidir. Buradan diferansiyel geçiş matrisinin elemanları,

$$\begin{bmatrix}
 0 & \frac{a}{c} & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{I_n}{Ac^2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 -\frac{a}{c} & 0 & \frac{h}{c} & 0 & 0 & 1 & 0 & \frac{\alpha_n EI_n}{GAc^2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & -\frac{h}{c} & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & \frac{\alpha_b EI_n}{GAc^2} & 0 & 0 & 0 \\
 \hline
 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{a}{c} & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{EI_n}{GJ_b} & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & -\frac{a}{c} & 0 & \frac{h}{c} & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{h}{c} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{I_n}{I_b} \\
 \hline
 -W^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{a}{c} & 0 & 0 & \frac{cP_o a}{EI_n} & 0 \\
 0 & -W^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{a}{c} & 0 & \frac{h}{c} & -\frac{cP_o a}{GJ_b} & 0 & \frac{cP_o h}{EI_b} \\
 0 & 0 & -W^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{h}{c} & 0 & 0 & -\frac{cP_o h}{EI_n} & 0 \\
 \hline
 0 & 0 & 0 & -\frac{-2W^2 J_b}{Ac^2} & 0 & \frac{P_o ac}{EI_n} & 0 & \frac{\alpha_n P_o a}{cGA} & 0 & 0 & \frac{a}{c} - \frac{hP_o a}{EI_n} & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{P_o ch}{EI_n} - \frac{-2W^2 I_n}{Ac^2} & 0 & -\frac{aP_o}{cEA} & 0 & 1 + \frac{\alpha_b hP_o}{cGA} & \frac{aP_o h}{GJ_b} - \frac{a}{c} & 0 & \frac{h}{c} + \frac{a^2 P_o}{EI_b} \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{P_o ch}{EI_n} - \frac{-2W^2 I_b}{Ac^2} & 0 & -1 - \frac{\alpha_n hP_o}{cGA} & 0 & 0 & -\frac{P_o a^2}{EI_n} - \frac{h}{c} & 0
 \end{bmatrix}$$

(2.327)

şeklinde yazılır. [D] nin (2.103) de olduğu gibi (6x6) mertebesinde alt matrislerden meydana geldiği düşünülebilir. Bu düşünce ve durum vektörünün  $(\vec{t}, \vec{n}, \vec{b})$  takımındaki skaler elemanlarının (2.102) deki dizilişi göz önüne alınarak, diferansiyel geçiş matrisinin sıfırdan farklı alt matrisleri,

$$[D2] = \left[ \begin{array}{ccc|ccc} \frac{\alpha EI_n}{6Ac^2} & \frac{h}{c} & -\frac{a}{c} & 0 & 1 & 0 \\ -\frac{h}{c} & -\frac{2}{w} & 0 & -\frac{P_0 hc}{EI_n} & 0 & 0 \\ \frac{a}{c} & 0 & -\frac{2}{w} & \frac{P_0 ac}{EI_n} & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 & \frac{h}{c} & -\frac{a}{c} \\ -1 - \frac{\alpha P_0 h}{c6A} & 0 & 0 & -\frac{h}{c} - \frac{P_0 a^2}{EI_n} & -\frac{P_0 ch}{EI_n} - \frac{-2}{w} \frac{I_b}{Ac^2} & 0 \\ \frac{\alpha P_0 a}{c6A} & 0 & 0 & \frac{a}{c} - \frac{P_0 ah}{EI_n} & \frac{P_0 ac}{EI_n} & -\frac{-2}{w} \frac{J_b}{Ac^2} \end{array} \right] \quad (2.328)$$

ve (2.329) da olduğu gibi elde edilir. Buradan hemen, (2.327) diferansiyel geçiş matrisinin (2.108) ve (2.115) özelliğine sahip olduğu söylenebilir. Diferansiyel geçiş matrisinin bu özelliğinden dolayı taşıma matrisinin sayısal olarak hesaplanmasında, Bölüm (4.2.5.2) de geliştirilen algoritma kullanılacaktır.

$$\begin{aligned}
 [D3] = & \left[ \begin{array}{cccccc}
 -\frac{2}{W} & \frac{h}{c} & -\frac{a}{c} & 0 & \frac{P_0 f c}{EI_b} & -\frac{P_0 a c}{GJ_b} \\
 -\frac{h}{c} & \frac{\alpha_b EI_n}{GAc^2} & 0 & -1 & 0 & 0 \\
 \frac{a}{c} & 0 & \frac{I_n}{Ac^2} & 0 & 0 & 0 \\
 \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\
 0 & 1 + \frac{\alpha_b P_0 h}{cGA} & -\frac{P_0 a}{cEA} & -\frac{P_0 ch}{EI_n} - \frac{2I_n}{Ac^2} & \frac{h}{c} + \frac{P_0 a^2}{EI_b} & -\frac{a}{c} + \frac{P_0 ah}{GJ_b} \\
 0 & 0 & 0 & -\frac{h}{c} & \frac{I_n}{I_b} & 0 \\
 0 & 0 & 0 & \frac{a}{c} & 0 & \frac{EI_n}{GJ_b}
 \end{array} \right] \quad (2.329)
 \end{aligned}$$

#### 2.4.2.2.2. Ön Yüksüz

(2.299) denklemlerinde ön yükün sıfır alınması ile ( $P_0=0$ ), ön yüksüz helis eksenli çubukların sönümsüz serbest titreşimini idare eden, skaler boyutsuz denklemler elde edilir.

$$\frac{d\bar{U}_t^\circ}{d\theta} = \frac{a}{c} \bar{U}_n^\circ + \frac{I_n}{Ac^2} \bar{T}_t^\circ \quad (2.330-a)$$

$$\frac{d\bar{U}_n^\circ}{d\theta} = -\frac{a}{c} \bar{U}_t^\circ + \frac{h}{c} \bar{U}_b^\circ + \bar{\Omega}_b^\circ + \frac{\alpha_n EI_n}{GAc^2} \bar{T}_n^\circ \quad (2.330-b)$$

$$\frac{d\bar{U}_b^\circ}{d\theta} = -\frac{h}{c} \bar{U}_n^\circ - \bar{\Omega}_n^\circ + \frac{\alpha_b EI_n}{GAc^2} \bar{T}_b^\circ \quad (2.330-c)$$



$$\frac{d\bar{\Omega}_t^{\circ}}{d\emptyset} = \frac{a}{c} \bar{\Omega}_n^{\circ} + \frac{EI_n}{GJ_b} \bar{M}_t^{\circ} \quad (2.330-d)$$

$$\frac{d\bar{\Omega}_n^{\circ}}{d\emptyset} = -\frac{a}{c} \bar{\Omega}_t^{\circ} + \frac{h}{c} \bar{\Omega}_b^{\circ} + \bar{M}_n^{\circ} \quad (2.330-e)$$

$$\frac{d\bar{\Omega}_b^{\circ}}{d\emptyset} = -\frac{h}{c} \bar{\Omega}_n^{\circ} + \frac{I_n}{I_b} \bar{M}_b^{\circ} \quad (2.330-f)$$

$$\frac{d\bar{T}_t^{\circ}}{d\emptyset} = -\bar{w}^2 \bar{U}_t^{\circ} + \frac{a}{c} \bar{T}_n^{\circ} \quad (2.330-g)$$

$$\frac{d\bar{T}_n^{\circ}}{d\emptyset} = -\bar{w}^2 \bar{U}_n^{\circ} - \frac{a}{c} \bar{T}_t^{\circ} + \frac{h}{c} \bar{T}_b^{\circ} \quad (2.330-h)$$

$$\frac{d\bar{T}_b^{\circ}}{d\emptyset} = -\bar{w}^2 \bar{U}_b^{\circ} - \frac{h}{c} \bar{T}_n^{\circ} \quad (2.330-i)$$

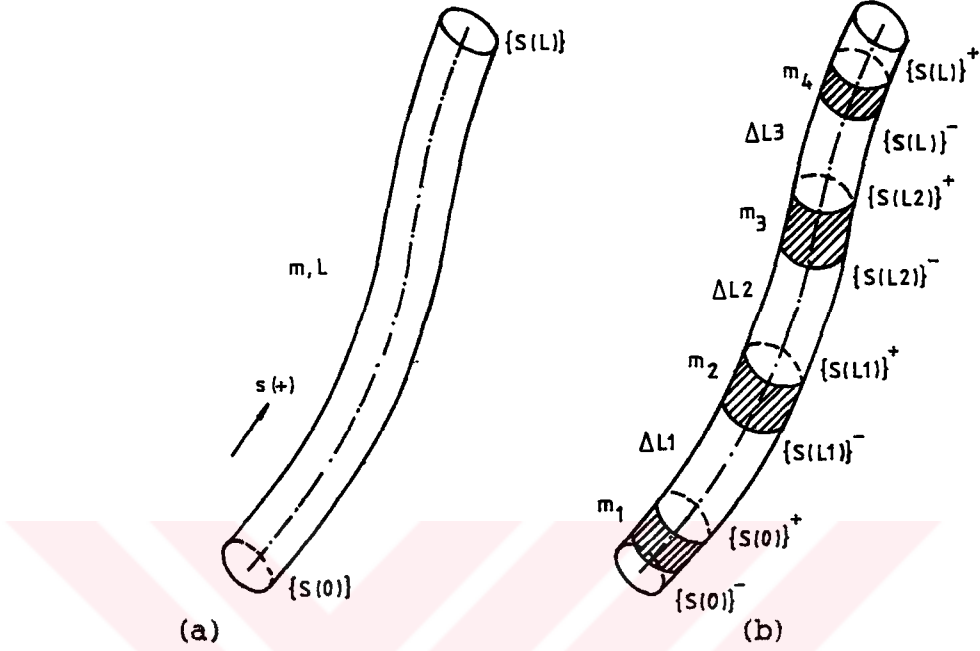
$$\frac{d\bar{M}_t^{\circ}}{d\emptyset} = -\frac{\bar{w}^2 J_b}{Ac^2} \bar{\Omega}_t^{\circ} + \frac{a}{c} \bar{M}_n^{\circ} \quad (2.330-j)$$

$$\frac{d\bar{M}_n^{\circ}}{d\emptyset} = -\frac{\bar{w}^2 I_n}{Ac^2} \bar{\Omega}_n^{\circ} + \bar{T}_b^{\circ} - \frac{a}{c} \bar{M}_t^{\circ} + \frac{h}{c} \bar{M}_b^{\circ} \quad (2.330-k)$$

$$\frac{d\bar{M}_b^{\circ}}{d\emptyset} = -\frac{\bar{w}^2 I_b}{Ac^2} \bar{\Omega}_b^{\circ} - \bar{T}_n^{\circ} - \frac{h}{c} \bar{M}_n^{\circ} \quad (2.330-l)$$

(2.330) denklemlerinden teşkil edilecek boyutsuz diferansiyel geçiş matrisi, (2.327) de verilen [D] matrisininin ( $P_0=0$ ) olduğu özel halidir. Taşıma matrisinin nümerik olarak elde edilmesi amacı ile Bölüm (2.3.2.5.2) de geliştirilen algoritma, (2.327) nin bütün özel halleri için geçerli olacaktır.

### 2.4.2.3. Toplanmış Kütle Halinde Taşıma Matrisinin Elde Edilmesi



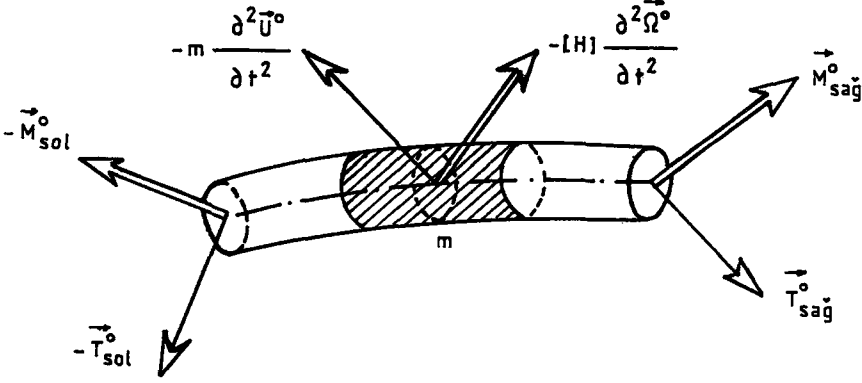
**Sekil:2.41.** Kütlesi yere göre ayrıklaştırılmış çubuk.

Sekil (2.41-a) da  $m$  kütlesine sahip olan çubuğu,

$$m = m_1 + m_2 + m_3 + m_4 \quad (2.331)$$

olmak üzere, Şekil (2.41-b) de olduğu gibi idealize edelim. Bu şekil gerçekte çubukta yayılı halde bulunan kütle yerine 4 adet toplanmış kütlelerden oluşmuş halini idealize etmektedir. Şekilde, toplanmış kütlelerin hemen solundaki pozitif kesitteki durum vektörü (-), hemen sağındaki pozitif kesitteki durum vektörü de (+) üst indisleri ile gösterilmiştir. Bu durumda  $\Delta L_i$  uzunluğundaki kütsüz elastik elemanlara ait taşıma matrisleri, sistemin statik haline karşılık gelen diferansiyel denklemlerin homojen çözümünden elde edilen taşıma matrisidir. Bu taşıma matrisi ile, Şekil (2.41-b) de görülen toplanmış kütlelerin sağ ve solundaki kesit büyüklükleri elde edilir.  $\Delta L_i$  boyundaki bu elemanlara ait taşıma matrislerinden yararlanarak, toplam çubuk uzunluğundaki elemana ait taşıma matrisini elde edebilmek için; kütlelerin sağ ve solundaki kesit tesirlerini birbirine bağlayacak bir

ifadeye gereksinim vardır. Bu ifadeyi elde edebilmek amacı ile, Şekil (2.42) deki herhangi bir ayrıklaştırılmış kütlelin serbest cisim diyagramını ele alalım.



**Sekil:2.42.** Ayrıklaştırılmış kütlelin serbest cisim diyagramı.

Şekil (2.42) de  $\vec{U}^o$  toplanmış kütlelin ötelenme,  $\vec{\Omega}^o$  ise kendi ağırlık merkezi etrafında dönme vektörleri;  $m$  ise  $\Delta s$  uzunluğundaki elemanın kütlesi olsun. Bu durumda,  $m$  kütlelinin öteleme ve dönme hareketinden meydana gelen atalet kuvvetleri,

$$\vec{p}_{at} = - m \frac{\partial^2 \vec{U}^o}{\partial t^2} \quad (2.332)$$

$$\vec{m}_{at} = - [H] \frac{\partial^2 \vec{\Omega}^o}{\partial t^2}$$

olacaktır. Burada  $[H]$ ,  $(\vec{t}, \vec{n}, \vec{b})$  eksenlerine göre kütlelin atalet momentlerini içeren kare matrisi ifade etmektedir.

$$[H] = \begin{bmatrix} mJ_b/A & 0 & 0 \\ 0 & mI_n/A & 0 \\ 0 & 0 & mI_b/A \end{bmatrix} \quad (2.333)$$

D'Alembert prensibi ile, Şekil (2.42) deki kütlenin denge şartından,

$$\vec{T}_{sağ}^{\circ} = \vec{T}_{sol}^{\circ} + m \frac{\delta^2 \vec{U}^{\circ}}{\delta t^2} \quad (2.334)$$

$$\vec{M}_{sağ}^{\circ} = \vec{M}_{sol}^{\circ} + [H] \frac{\delta^2 \vec{U}^{\circ}}{\delta t^2}$$

yazılır. Şekil değiştirmenin uygunluğu ise,

$$\begin{aligned} \vec{U}_{sağ}^{\circ} &= \vec{U}_{sol}^{\circ} \\ \vec{\Omega}_{sağ}^{\circ} &= \vec{\Omega}_{sol}^{\circ} \end{aligned} \quad (2.335)$$

şeklindedir. (2.334) ve (2.335) denklemlerindeki büyüklükler için, Bölüm (2.4.1) de olduğu gibi, (2.293) harmonik çözümü kabul edilebilir. Bu çözümün (2.334) ve (2.335) de yerine konulması ile,

$$\begin{aligned} \vec{U}_{sağ} &= \vec{U}_{sol} \\ \vec{\Omega}_{sağ} &= \vec{\Omega}_{sol} \end{aligned} \quad (2.336)$$

$$\vec{T}_{sağ} = \vec{T}_{sol} - w^2 m \vec{U}$$

$$\vec{M}_{sağ} = \vec{M}_{sol} - w^2 [H] \vec{\Omega}$$

şeklinde kütlenin bulunduğu yerin sağ ve solundaki kesit büyüklüklerini birbirine bağlayan ifade elde edilmiş olur. Uzaysal çubuğa ait (2.336) nın skaler formu,

$$U_{t(sağ)} = U_{t(sol)} \quad (2.337-a)$$

$$U_{n(sağ)} = U_{n(sol)} \quad (2.337-b)$$

$$U_{b(sağ)} = U_{b(sol)} \quad (2.337-c)$$

$$\Omega_t(sağ) = \Omega_t(sol) \quad (2.337-d)$$

$$\Omega_n(sağ) = \Omega_n(sol) \quad (2.337-e)$$

$$\Omega_b(sağ) = \Omega_b(sol) \quad (2.337-f)$$

$$T_t(sağ) = T_t(sol) - (w_m^2) U_t \quad (2.337-g)$$

$$T_n(sağ) = T_n(sol) - (w_m^2) U_n \quad (2.337-h)$$

$$T_b(sağ) = T_b(sol) - (w_m^2) U_b \quad (2.337-i)$$

$$M_t(sağ) = M_t(sol) - (w_m^2 J_b/A) \Omega_t \quad (2.337-j)$$

$$M_n(sağ) = M_n(sol) - (w_m^2 I_n/A) \Omega_n \quad (2.337-k)$$

$$M_b(sağ) = M_b(sol) - (w_m^2 I_b/A) \Omega_b \quad (2.337-l)$$

gibidir. Yukardaki denklemler, [P] kütle geçiş matrisi olmak üzere kapalı olarak,

$$\begin{matrix} \{S\} \\ \text{sağ} \end{matrix} = [P] \begin{matrix} \{S\} \\ \text{sol} \end{matrix} \quad (2.338)$$

şeklinde yazılır. Buradan (2.338) deki durum vektöründeki sıralanış,

$$\{S\} = \{U_t \ U_n \ U_b \ \Omega_t \ \Omega_n \ \Omega_b \ T_t \ T_n \ T_b \ M_t \ M_n \ M_b\}^T \quad (2.339)$$

şeklinde alınırsa, uzaysal bir elemana ait boyutlu kütle geçiş matrisi için,

$$[P] = \begin{bmatrix}
 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\
 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\
 -m\omega^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & -m\omega^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & -m\omega^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
 \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\
 0 & 0 & 0 & -\omega^2 m J_b / A & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & -\omega^2 m I_n / A & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\omega^2 m I_b / A & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1
 \end{bmatrix} \quad (2.340)$$

elde edilir. Özel halde, düzlemi içinde titreşen eğri eksenli düzlemsel çubukların boyutlu kütle geçiş matrisi için.

$$\begin{bmatrix} U_t \\ U_n \\ \Omega_b \\ \dots \\ M_b \\ T_n \\ T_t \end{bmatrix}_{\text{sağ}} = \begin{bmatrix}
 1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 1 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 1 & \dots & 0 & 0 & 0 \\
 \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\
 0 & 0 & -\omega^2 L I_b & \dots & 1 & 0 & 0 \\
 0 & -\omega^2 L & 0 & \dots & 0 & 1 & 0 \\
 -\omega^2 L & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 1
 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_t \\ U_n \\ \Omega_b \\ \dots \\ M_b \\ T_n \\ T_t \end{bmatrix}_{\text{sol}} \quad (2.341)$$

ve düzlemine dik titreşen düzlemsel eğri eksenli çubukların boyutlu kütle geçiş matrisi için de,

$$\begin{bmatrix} \Omega_t \\ U_b \\ \Omega_n \\ \dots \\ M_n \\ T_b \\ M_t \end{bmatrix}_{\text{sağ}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \vdots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \vdots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \vdots & 0 & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & -w^2 L J_b & \vdots & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -w^2 L I_n & 0 & \vdots & 0 & 1 & 0 \\ -\mu w^2 L & 0 & 0 & \vdots & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Omega_t \\ U_b \\ \Omega_n \\ \dots \\ M_n \\ T_b \\ M_t \end{bmatrix}_{\text{sol}} \quad (2.342)$$

ifadeleri literatürde verilmektedir (PESTEL ve LECKIE,1963). Bu durumda eğri eksenli uzaysal çubuklara ait (2.340) daki kütle geçiş matrisi, (2.341) ve (2.342) deki eğri eksenli düzlemsel çubuklara ait kütle geçiş matrislerinin birleştirilmesinden de elde edilebilir. Burada  $L$ , toplanmış kütle için ait olduğu çubuk uzunluğuna karşılık gelmektedir.

Toplanmış kütle için solundaki kesit büyüklükleri, toplanmış kütle için yine solundaki kütle için taşıma matrisi ile elde edilmektedir.  $m$  kütle,  $\emptyset$  açısına karşılık gelen uzunluktaki elemanın kütleleridir ( $m=\mu c\emptyset$ ). Helis için (2.337) kesit büyüklükleri (2.63) ile boyutsuz yapıldığında,

$$\bar{U}_{t(\text{sağ})} = \bar{U}_{t(\text{sol})} \quad (2.343\text{-a})$$

$$\bar{U}_{n(\text{sağ})} = \bar{U}_{n(\text{sol})} \quad (2.343\text{-b})$$

$$\bar{U}_{b(\text{sağ})} = \bar{U}_{b(\text{sol})} \quad (2.343\text{-c})$$

$$\bar{\Omega}_t(\text{sağ}) = \bar{\Omega}_t(\text{sol}) \quad (2.343-d)$$

$$\bar{\Omega}_n(\text{sağ}) = \bar{\Omega}_n(\text{sol}) \quad (2.343-e)$$

$$\bar{\Omega}_b(\text{sağ}) = \bar{\Omega}_b(\text{sol}) \quad (2.343-f)$$

$$\bar{T}_t(\text{sağ}) = \bar{T}_t(\text{sol}) - w^2 \mu \frac{c^4 \emptyset}{EI_n} \bar{U}_t \quad (2.343-g)$$

$$\bar{T}_n(\text{sağ}) = \bar{T}_n(\text{sol}) - w^2 \mu \frac{c^4 \emptyset}{EI_n} \bar{U}_n \quad (2.343-h)$$

$$\bar{T}_b(\text{sağ}) = \bar{T}_b(\text{sol}) - w^2 \mu \frac{c^4 \emptyset}{EI_n} \bar{U}_b \quad (2.343-i)$$

$$\bar{M}_t(\text{sağ}) = \bar{M}_t(\text{sol}) - (w^2 \mu J_b / A) \frac{c^2 \emptyset}{EI_n} \bar{\Omega}_t \quad (2.343-j)$$

$$\bar{M}_n(\text{sağ}) = \bar{M}_n(\text{sol}) - (w^2 \mu I_n / A) \frac{c^2 \emptyset}{EI_n} \bar{\Omega}_n \quad (2.343-k)$$

$$\bar{M}_b(\text{sağ}) = \bar{M}_b(\text{sol}) - (w^2 \mu I_b / A) \frac{c^2 \emptyset}{EI_n} \bar{\Omega}_b \quad (2.343-l)$$

(2.343) denklemlerindeki serbest titreşim frekansı da,

$$-2 = w^2 \frac{\mu c^4}{EI_b} \quad (2.344)$$

ile boyutsuzlaştırılırsa, helisel elemana ait boyutsuz kütle geçiş matrisi için,



$$[P] = \begin{bmatrix}
 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 \hline
 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 \hline
 -\frac{w I_b \theta}{I_n} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & -\frac{w I_b \theta}{I_n} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & -\frac{w I_b \theta}{I_n} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
 \hline
 0 & 0 & 0 & -\frac{w I_b J_b \theta}{c^2 A I_n} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{w I_b \theta}{c^2 A} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{w I_b \theta}{c^2 A I_n} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1
 \end{bmatrix} \quad (2.345)$$

elde edilir. (2.345) ile, helisel çubuk üzerinde bulunan kütlelerin solundaki kesit tesirlerinden sağındaki kesit tesirlerine geçilebilir.

Toplanmış kütle halinde, düğümlerde yazılan (2.337) boyutlu hareket denklemleri bu haliyle, Bölüm (2.4.1.2) de anlatıldığı gibi, dairesel silindir dışı geometrilere sarılmış helislerin serbest titreşim problemine yaklaşık çözüm bulmak için de kullanılabilir. Ya

da bu denklemler bu defa (2.301) ile,

$$\bar{U}_{t(\text{sag})} = \bar{U}_{t(\text{sol})} \quad (2.346\text{-a})$$

$$\bar{U}_{n(\text{sag})} = \bar{U}_{n(\text{sol})} \quad (2.346\text{-b})$$

$$\bar{U}_{b(\text{sag})} = \bar{U}_{b(\text{sol})} \quad (2.346\text{-c})$$

$$\bar{\Omega}_{t(\text{sag})} = \bar{\Omega}_{t(\text{sol})} \quad (2.346\text{-d})$$

$$\bar{\Omega}_{n(\text{sag})} = \bar{\Omega}_{n(\text{sol})} \quad (2.346\text{-e})$$

$$\bar{\Omega}_{b(\text{sag})} = \bar{\Omega}_{b(\text{sol})} \quad (2.346\text{-f})$$

$$\bar{T}_{t(\text{sag})} = \bar{T}_{t(\text{sol})} - w^2 \frac{\rho_{Acc}_o^3 \emptyset}{EI_n} \bar{U}_t \quad (2.346\text{-g})$$

$$\bar{T}_{n(\text{sag})} = \bar{T}_{n(\text{sol})} - w^2 \frac{\rho_{Acc}_o^3 \emptyset}{EI_n} \bar{U}_n \quad (2.346\text{-h})$$

$$\bar{T}_{b(\text{sag})} = \bar{T}_{b(\text{sol})} - w^2 \frac{\rho_{Acc}_o^3 \emptyset}{EI_n} \bar{U}_b \quad (2.346\text{-i})$$

$$\bar{M}_{t(\text{sag})} = \bar{M}_{t(\text{sol})} - w^2 \frac{\rho_{cc}_o J_b \emptyset}{EI_n} \bar{\Omega}_t \quad (2.346\text{-j})$$

$$\bar{M}_{n(\text{sag})} = \bar{M}_{n(\text{sol})} - w^2 \frac{\rho_{cc}_o \emptyset}{E} \bar{\Omega}_n \quad (2.346\text{-k})$$

$$\bar{M}_{b(\text{sag})} = \bar{M}_{b(\text{sol})} - w^2 \frac{\rho_{cc}_o I_b \emptyset}{EI_n} \bar{\Omega}_b \quad (2.346\text{-l})$$

şeklinde boyutsuz yapılır. Buradan bu tip helisler için boyutsuz kütle geçiş matrisi elde edilir.

Şekil (2.41) de toplam çubuk uzunluğuna ait taşıma matrisi;  $m_1, m_2, m_3, m_4$  kütlelerine ait kütle geçiş matrisleri sırasıyla  $[P1], [P2], [P3]$  ve  $[P4]$  olmak üzere,

$$\{S(0)\}^+ = [P1]\{S(0)\}^- \quad (2.347)$$

$$\begin{aligned} \{S(L1)\}^- &= [F(\Delta L1)]\{S(0)\}^+ \\ &= [F(\Delta L1)][P1]\{S(0)\}^- \end{aligned} \quad (2.348)$$

$$\begin{aligned} \{S(L1)\}^+ &= [P2]\{S(L1)\}^- \\ &= [P2][F(\Delta L1)][P1]\{S(0)\}^- \end{aligned} \quad (2.349)$$

$$\begin{aligned} \{S(L2)\}^- &= [F(\Delta L2)]\{S(L1)\}^+ \\ &= [F(\Delta L2)][P2][F(\Delta L1)][P1]\{S(0)\}^- \end{aligned} \quad (2.350)$$

$$\begin{aligned} \{S(L2)\}^+ &= [P3]\{S(L2)\}^- \\ &= [P3][F(\Delta L2)][P2][F(\Delta L1)][P1]\{S(0)\}^- \end{aligned} \quad (2.351)$$

$$\begin{aligned} \{S(L)\}^- &= [F(\Delta L3)]\{S(L2)\}^+ \\ &= [F(\Delta L3)][P3][F(\Delta L2)][P2][F(\Delta L1)][P1]\{S(0)\}^- \end{aligned} \quad (2.352)$$

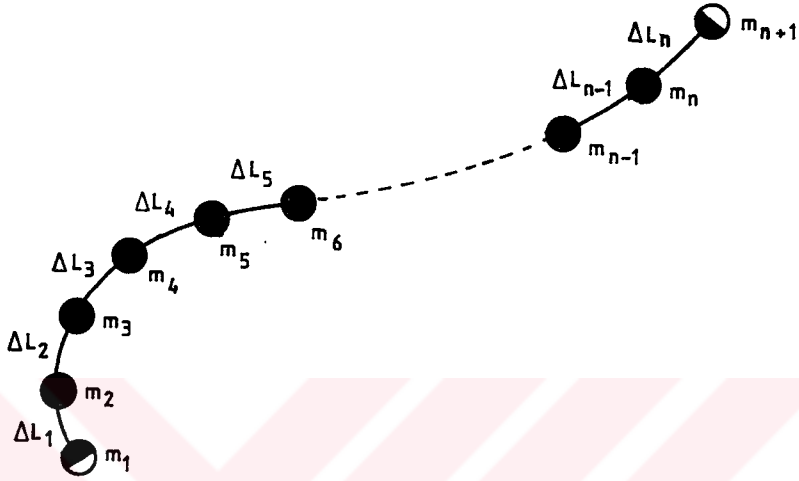
$$\begin{aligned} \{S(L)\}^+ &= [P4]\{S(L)\}^- \\ &= [P4][F(\Delta L3)][P3][F(\Delta L2)][P2][F(\Delta L1)][P1]\{S(0)\}^- \end{aligned} \quad (2.353)$$

şeklinde ardışık adımlarla bulunur. (2.353) eşitliğinin sağ tarafında, başlangıçtaki durum vektörünün dışındaki terimler,

$$\{S(L)\}^+ = [F_{eş}]\{S(0)\}^- \quad (2.354)$$

şeklinde eşdeğer taşıma matrisi adı altında toplanabilir. Çubuğun sınır şartlarına göre,  $[F_{eş}]$  in Bölüm (2.4.2.1) de anlatıldığı gibi elde edilebilecek bir minörünün determinantını sıfır yapan frekans, helisel çubuğun serbest titreşim frekansı olacaktır.

Literatürde bu metod, "Esdeğer Taşıma Matrisi" veya "Myklestad" metodu olarak adlandırılmaktadır (MYKLESTAD, 1944).



**Sekil:2.43.** Eşit uzunlukta n elemana bölünmüş çubuk.

Eşit uzunlukta n elemana bölünen çubukta, (n+1) adet toplanmış kütle bulunacaktır (Şekil 2.43). Kütlesiz eleman uzunlukları eşit olduğundan, bu elemanlara ait taşıma matrisi,

$$[F(\Delta L_1)] = [F(\Delta L_2)] = \dots = [F(\Delta L_n)] \quad (2.355)$$

aynı olacaktır. Aynı uzunluktaki elemanların kütlesi, eşit olarak eleman uçlarında toplandığında, çubuk ilk ve son ucundaki kütle geçiş matrisleri,

$$[P_1] = [P_{n+1}] \quad (2.356)$$

ve çubuk ara bölgesindeki kütle geçiş matrisleri ise,

$$[P_2] = [P_3] = \dots = [P_{n-1}] = [P_n] \quad (2.357)$$

şeklinde birbirine eşit olacaktır. (2.355), (2.356) ve (2.357) de birbirinin aynı olan matrisler,

$$[P_1] = [P] \quad ; \quad [F(\Delta L_1)] = [F] \quad ; \quad [P_2] = [PP] \quad (2.358)$$

ile gösterilmek üzere, eşdeğer taşıma matrisi,

$$[F_{es}^1] = [P] ([F][PP])^{n-1} [F][P] \quad (2.359)$$

ile ifade edilebilir. Bu düşünce programlama için büyük kolaylık getirmektedir. (2.359) eşitliğinde eğer çubuk ilk ucu ankastre olarak mesnetlenmiş ise,

$$[F_{es}^1] = [P] ([F][PP])^{n-1} [F] \quad (2.360)$$

çubuk son ucu ankastre olarak mesnetlenmiş ise,

$$[F_{es}^1] = ([F][PP])^{n-1} [F][P] \quad (2.361)$$

her iki uç ankastre veya sabit mafsallı mesnet ise,

$$[F_{es}^1] = ([F][PP])^{n-1} [F] \quad (2.362)$$

olacaktır.

Sistem yayılı kütlelerinin toplanmış kütle olarak idealize edilmesi, çözüme bir yaklaşıklık getirmektedir. Toplanmış kütle halindeki serbest titreşim probleminin eşdeğer taşıma matrisi metodu ile çözümünde, kütlelerin dönme ataletleri göz önüne alınmaktadır. Kütleli elastik elemana ait taşıma matrisinin (2.81) veya (2.126) seri çözümünün kullanılması durumunda, aksenal ve kayma deformasyonu etkileri de hesaplanabilmektedir. Aşağıdaki alt bölümlerde bu hal için, çubukta sabit ön yük bulunup bulunmamasına göre çubuğun statik diferansiyel denklemleri verilmektedir. Kütleli eleman taşıma matrisinin (Ek.I) da verilen kapalı ifadesinde kayma ve aksenal deformasyon etkileri ihmal edilmekte, bunun yanında taşıma matrisini elde etmek için gereken makina zamanı azalmaktadır.

#### 2.4.2.3.1. Ön Yüklü

Ön yüklü helisel kütleli elastik elemanın taşıma matrisinin elde edilmesinde kullanılacak boyutsuz skaler diferansiyel denklemler, (2.299) denklemlerinde ( $w=0$ ) alınarak,

$$\frac{d\bar{U}_t}{d\theta} = \frac{a}{c} \bar{U}_n + \frac{I_n}{Ac^2} \bar{T}_t \quad (2.363-a)$$

$$\frac{d\bar{U}_n}{d\theta} = -\frac{a}{c} \bar{U}_t + \frac{h}{c} \bar{U}_b + \bar{\Omega}_b + \frac{\alpha_n EI_n}{GAc^2} \bar{T}_n \quad (2.363-b)$$

$$\frac{d\bar{U}_b}{d\theta} = -\frac{h}{c} \bar{U}_n - \bar{\Omega}_n + \frac{\alpha_b EI_n}{GAc^2} \bar{T}_b \quad (2.363-c)$$

$$\frac{d\bar{\Omega}_t}{d\theta} = \frac{a}{c} \bar{\Omega}_n + \frac{EI_n}{GJ_b} \bar{M}_t \quad (2.363-d)$$

$$\frac{d\bar{\Omega}_n}{d\theta} = -\frac{a}{c} \bar{\Omega}_t + \frac{h}{c} \bar{\Omega}_b + \bar{M}_n \quad (2.363-e)$$

$$\frac{d\bar{\Omega}_b}{d\theta} = -\frac{h}{c} \bar{\Omega}_n + \frac{I_n}{I_b} \bar{M}_b \quad (2.363-f)$$

$$\frac{d\bar{T}_t}{d\theta} = \frac{a}{c} \bar{T}_n + \frac{c^P_o a}{EI_n} \bar{M}_n \quad (2.363-g)$$

$$\frac{d\bar{T}_n}{d\theta} = -\frac{a}{c} \bar{T}_t + \frac{h}{c} \bar{T}_b - \frac{c^P_o a}{GJ_b} \bar{M}_t + \frac{c^P_o h}{EI_b} \bar{M}_b \quad (2.363-h)$$

$$\frac{d\bar{T}_b}{d\theta} = -\frac{h}{c} \bar{T}_n - \frac{c^P_o h}{EI_n} \bar{M}_n \quad (2.363-i)$$

$$\frac{d\bar{M}_t}{d\theta} = \frac{P_o ac}{EI_n} \bar{\Omega}_b + \frac{\alpha_n^P o a}{cGA} \bar{T}_n + \left( \frac{a}{c} - \frac{h^P_o a}{EI_n} \right) \bar{M}_n \quad (2.363-j)$$

$$\begin{aligned} \frac{d\bar{M}_n}{d\theta} = & -\frac{P_o ch}{EI_n} \bar{\Omega}_n - \frac{aP_o}{cEA} \bar{T}_t + \left(1 + \frac{\alpha_b hP_o}{cGA}\right) \bar{T}_b \\ & + \left(\frac{aP_o h}{GJ_b} - \frac{a}{c}\right) \bar{M}_t + \left(\frac{h}{c} + \frac{a^2 P_o}{EI_b}\right) \bar{M}_b \end{aligned} \quad (2.363-k)$$

$$\frac{d\bar{M}_b}{d\theta} = -\frac{P_o ch}{EI_n} \bar{\Omega}_b - \left(\frac{\alpha_n hP_o}{cGA} + 1\right) \bar{T}_n - \left(\frac{P_o a^2}{EI_n} + \frac{h}{c}\right) \bar{M}_n \quad (2.363-l)$$

bulunur. (2.363) denkleminde oluşturulan ve (2.108), (2.115) özelliklerini taşıyan diferansiyel geçiş matrisi, (2.327) nin özel bir halidir. Bu nedenle, Bölüm (2.3.2.5.2) de anlatılan algoritma burada da geçerlidir. Literatürde, ön yüklü helisel çubuklara ait statik taşıma matrisinin kapalı ifadesi bulunmamaktadır. Bu nedenle bu yüklemde, taşıma matrisi sayısal olarak (2.81) veya (2.126) daki seri haldeki çözümünden elde edilmektedir.

#### 2.4.2.3.2. Ön Yüksüz

Eşdeğer taşıma matrisi yöntemi ile serbest titreşim problemi çözümünde, taşıma matrisinin analitik ifadesinden yararlanmak büyük kolaylık sağlamaktadır. Daha önce de bahsedildiği gibi, bu durumda taşıma matrisinin hesaplanmasında daha az makina zamanına gereksinim duyulmaktadır. Ancak, taşıma matrisinin analitik çözümünde kayma ve eksenel deformasyonla ilgili terimler ihmal edilmişlerdir. Bu etkiler göz önüne alınmak isteniyorsa ve eşdeğer taşıma matrisi metodu kullanılacaksa, ilgili elemana ait statik taşıma matrisi seri çözümünden elde edilmelidir.

Taşıma matrisi seri yardımı ile bulunacak ise, (2.363) denklemlerinde ön yükün sıfır alınması ile ( $P_o=0$ ), ön yüksüz helis eksenli çubukların serbest titreşimini idare eden skaler boyutsuz denklemler (2.90) da olduğu gibi elde edilir. (2.90) kanonik denklemlerinden teşkil edilen, (2.97) diferansiyel geçiş matrisi,

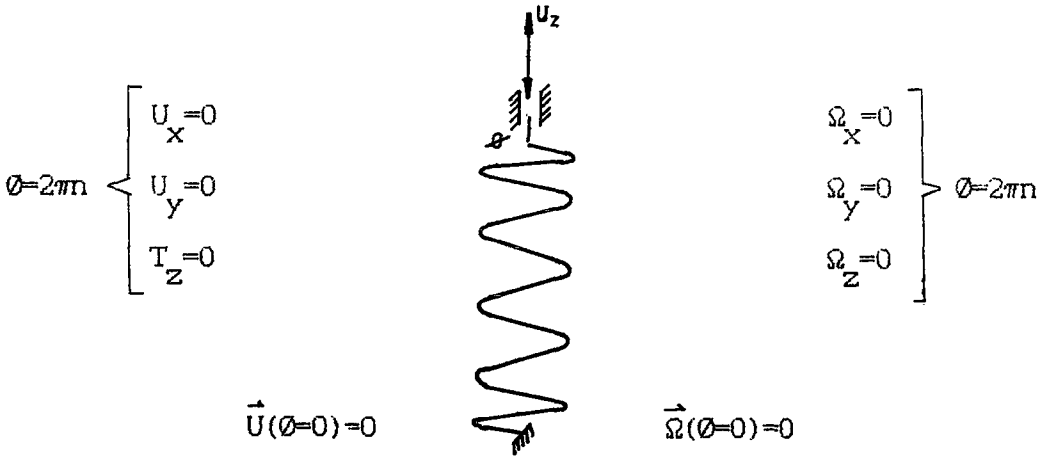
(2.108) ve (2.115) özelliklerine sahiptir. Bu nedenle, sayısal taşıma matrisinin bulunmasında, Bölüm (2.3.2.5.2) de açıklanan algoritma kullanılacaktır.

#### 2.4.2.4. Programlar Hakkında Açıklayıcı Bilgi

Bu programlar Fortran-77 dilinde yazılmış, taşıma matrisi metodu ile; elastik, çubuk boyunca sabit kesitli, ara mesnetli ya da mesnetsiz, ön yüklü veya yüksüz, herhangi bir çubuk kesit geometrisine sahip, dairesel silindire veya silindir dışı geometrilere sarılmış helisel çubukların yayılı ve toplanmış kütle halinde serbest titreşim frekanslarını bulmak için hazırlanmışlardır. Bütün programlarda dönme ataletlerinin etkileri göz önüne alınmaktadır.

Basınç şeklinde sabit ön yükü göz önüne alan ve bu bölümde tanıtılacak bütün programlarda, statik veya dinamik taşıma matrisi Bölüm (2.3.2.5.2) de anlatılan şekilde sayısal olarak hesaplanmaktadır. Yayılı kütle halinde, dairesel silindire sarılmış helislere ait dinamik taşıma matrisinin hesaplandığı programlarda ayrıca, taşıma matrisinin (2.74) özelliğinden yararlanılmaktadır.

Sabit ön yük şiddetinin sıfır olarak verilmesi halinde, programlarda bir değişiklik yapmaya gerek kalmadan ön yüksüz çubuğun tabii frekansları elde edilmektedir. Ayrıca helis adımı sıfır alınarak, düzlem daire çubukların serbest titreşim frekansları bulunur.



Sekil:2.44. 7 numaralı sınır şartı.



Sadece uçlarından mesnetlenmiş helislere ait programların iki tanesinde, Bölüm (2.4.2.1.1) de verilen sınır şartlarının dışında, Şekil (2.44) de gösterilen diğer bir sınır şartı daha kullanılmaktadır.

Programlarda malzeme ve kesit özellikleri çubuk boyunca sabit alınmıştır. Programlarda herhangi bir kesitin sistemdeki yerini tanımlamak için kullanılan  $\emptyset$  açısının pozitif ilerleme yönü saat ibrelerinin tersi yönünde tarif edilmektedir.

Çizelge (2.28) de, aşağıda tanıtılacak bütün programlarda kullanılan altprogramlar ve işlevleri verilmektedir.

**Çizelge:2.28.** SERTAS ve MYK adlı bilgisayar programlarında yer alan altprogramlar.

No:	Altprogram adı:	Yaptığı iş:
1	DETER	Gauss Eliminasyon yöntemi ve pivoting yaparak, matris determinantını bulur.
2	COEF1 COEF2	Dairesel silindire sarılmış ön yüklü helislerin, statik ve dinamik diferansiyel geçiş matrisini meydana getirir.
3	COEF3 COEF4	Silindir dışı geometrilere sarılmış ön yüklü helislerin, dinamik ve statik [D] matrisini meydana getirir.
4	SINIR SINIR1 SINIR2	Frekans determinant matrisini çubuk sınır şartlarından oluşturur.
5	TRANS	$(\vec{t}, \vec{n}, \vec{b})$ takımındaki taşıma matrisini sayısal olarak elde eder.
6	PSI	Taşıma matrisinin (2.126) daki seri çözümündeki $\Phi(\emptyset)$ fonksiyonlarını (2.137) eşitliğinden bulur.

No:	Altprogram adı:	Yaptığı iş: -
7	MATMUL	Kare matris çarpımı yapar.
8	IFACT	Faktöryel hesabı yapar.
9	CHFOCO	Diferansiyel geçiş matrisi [D] nin karakteristik denkleminde ait katsayıları Faddéev Leverrier metoduna göre elde eder.
10	XYZ	Taşıma matrisinin $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ takımındaki ifadesini, $(\vec{t}, \vec{n}, \vec{b})$ takımındaki ifadesinden elde eder.
11	KUTGEC	Kütle geçiş matrisini, $(\vec{t}, \vec{n}, \vec{b})$ de ve dairesel silindire sarılmış helisel çubuklar için elde eder.
12	TASIMA	Taşıma matrisini, $(\vec{d}, \vec{n}, \vec{k})$ takımında ve kapalı olarak elde eder.
13	DONXYZ	Taşıma matrisinin $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ takımındaki ifadesini, $(\vec{d}, \vec{n}, \vec{k})$ takımındaki ifadesinden elde eder.
14	DONTNB	Taşıma matrisinin $(\vec{t}, \vec{n}, \vec{b})$ takımındaki ifadesini, $(\vec{d}, \vec{n}, \vec{k})$ takımındaki ifadesinden elde eder.
15	KUTGM	Kütle geçiş matrisini, $(\vec{t}, \vec{n}, \vec{b})$ de ve silindir dışı geometrilere sarılmış helisel çubuklar için elde eder.

Aşağıdaki alt bölümlerde, programların burada anlatılan genel özelliklerinden olan farkları açıklanacaktır.

**SERTAS:** Ara mesneti olmayan, aksenal sabit ön yüklü, dairesel silindire sarılmış helisel çubukların, yayılı kütle halinde serbest titreşim problemini taşıma matrisi yöntemini kullanarak çözer. Programda, aksenal ve kayma deformasyonu etkileri de göz önüne alınmaktadır. Çubuk baş ve sonunun mesnetlenme durumuna göre, frekans determinantının teskil edilmesinde, SINIR adlı altprogram kullanılmaktadır. Bu alt programda, Şekil (2.44) teki sınır şartı da yer almaktadır. İlk altı sınır şartı için, Bölüm (2.4.2.1.1) de verilmiş olan (2.306....2.311) eşitlikleri kullanılmıştır. Dinamik haldeki diferansiyel geçiş matrisi, COEF2 alt programında meydana getirilmektedir. Programın serbest formatla yazılan veri dosyası kılavuzu aşağıda olduğu gibidir.

Veri Dosyası Klavuzu
AA
ALFA
KN, KB, PO
I2, I3, I1
AL, D
EO, PO, RO
KAT
NB
Z1, DELZ, IDON

Bu klavuzdaki değişkenlerin anlamları şu şekildedir:

AA= Helisin sarıldığı silindirin yarıçapı

ALFA= Helis yükselme açısı

KN,KB= Kesit içindeki kayma gerilmelerinin üniform yayılmadıkları karakterize eden, kesite bağlı sabitler

PO= Basınç şeklinde sabit ön yükün şiddeti

I2,I3= Kesitin  $\vec{n}$  ve  $\vec{b}$  eksenlerine göre asal atalet momentleri

I1= Kesitin burulma atalet momentleri

AL= Çubuk kesit alanı

D= Daire kesitli çubuklarda, tel çapı

EO= Çubuk malzemesinin elastisite modülü

PO= Çubuk malzemesinin poisson oranı

RO= Çubuk malzemesinin yoğunluğu (Kütle/hacim)  
KAT= Çubuk son ucunun açısı ( $\pi$  nin katı)  
NB= Sınır şartını belirleyen tamsayı değişken  
Z1= Serbest titreşim frekansının tahmini ilk değeri (rad/s)  
DELZ= Frekanstaki artım miktarı  
IDON= Döngü sayısı

Programda, çubuk ilk ve son ucunun mesnetlenme durumlarına göre NB değişkeni,

NB=1	.....	Ankastre - Boş Uç
NB=2	.....	Boş Uç - Ankastre
NB=3	.....	Ankastre - Ankastre
NB=4	.....	Basit - Basit
NB=5	.....	Ankastre - Basit
NB=6	.....	Basit - Ankastre
NB=7	.....	Şekil (2.44)

değerlerini alır. Program listesi (Ek L.1) de verilmiştir.

**SERTAS1:** Bu programda, sistemin herhangi bir ara bölgesinde bir adet küresel mafsallı mesnet bulunmaktadır. Dairesel silindire sarılmış helisel çubukta, sabit aksenal yük bulunabilir. Çubuk kesiti herhangi bir geometride olabilir. Yayılı kütle durumunda, çubuğun serbest titreşim frekanslarını bulmada kullanılacak bu programa ait veri dosyası klavuzu aşağıda olduğu gibidir:

Veri Dosyası Klavuzu
AA
HH
KN, KB, PO
I2, I3, I1
AL
EO, PO, RO
KAT1, KAT
NB
Z1, DELZ, IDON

Burada, SERTAS programı veri dosyasından farklı değişkenler,

$HH= 2\pi$  devir sonrası toplam yükselme miktarı

KAT1= Ara mesnetin bulunduğu yerdeki açı ( $\pi$  nin katı)

anlamını taşımaktadır. Sınır şartlarına göre frekans determinantının elde edilmesinde, Bölüm (2.4.2.1.2) de verilen (2.313....2.318) eşitliklerine göre hazırlanmış, SINIR1 adlı altprogram kullanılmaktadır. Dinamik diferansiyel geçiş matrisi COEF2 altprogramında hesaplanmakta, aksenal ve kayma deformasyonu etkileri bu programda da göz önüne alınmaktadır. Programın listesi (Ek L.2) de verilmektedir.

**SERTAS2:** Bu programda ise, sistemin herhangi bir ara bölgesinde iki adet küresel mafsallı mesnet bulunmaktadır. Programın sahip olduğu diğer özellikler SERTAS1 de olduğu gibidir. SERTAS1 programı veri dosyası klavuzunda, NB değişkeninin verildiği satırdan bir önceki satırda; sırasıyla birinci ve ikinci ara mesnetlerin bulunduğu açıyı  $\pi$  nin katı olarak tarif eden,

KAT1, KAT2, KAT

KAT1 ve KAT2 değişkenleri yer almaktadır. Frekans determinantının teşkili için, SINIR2 adlı altprogram ve Bölüm (2.4.2.1.3) te verilmiş olan (2.321....2.326) eşitliklerini kapsayan altı farklı sınır şartı kullanılmaktadır. Programın listesi (Ek L.3) te verilmiştir.

**SERTAS3:** Bu program ara mesnetsiz, Sekil (2.39) da gösterilen geometrilere (varil, hiperboloidal, koni) sarılmış, ön yüklü, herhangi bir çubuk kesitine sahip helislerin serbest titreşim frekanslarını, taşıma matrisi metodu ve yayılı kütle durumunda yaklaşık olarak çözer. Programda dinamik diferansiyel geçiş matrisinin hesaplanmasında COEF3 adlı altprogram kullanılmakta; aksenal ve kayma deformasyonu etkileri dikkate alınmaktadır.

Programın veri dosyası klavuzunda bulunan farklı değişkenler,

- AA1, AA2= Şekil (2.39) daki geometrilere ait  $a_1$  ve  $a_2$  yarıçapları  
AAO= Diferansiyel geçiş matrisini boyutsuzlaştırmada kullanılacak sabit yarıçap  
NBOL= Çubuğun toplam boyuna karşılık gelen taşıma matrisinin hesaplanmasında kullanılacak çubuk bölme sayısı  
ISEC= Helisin sarıldığı geometrinin seçiminde kullanılan değişken  
ISEC=1 ..... Varil veya hiperboloidal yay  
ISEC=2 ..... Konik yay

anlamını taşımaktadır. Programın veri dosyası klavuzu aşağıda olduğu gibidir:

Veri Dosyası Klavuzu
AA1, AA2
ALFA, AAO
KN, KB, PO
I2, I3, I1
AL
EO, PO, RO
KAT
NB
Z1, DELZ, IDON
NBOL
ISEC

Bölüm (2.4.2.1.1) de verilen sınır şartlarının kullanıldığı program listesi, (Ek L.4) de verilmiştir. deformasyonu etkileri dikkate alınmaktadır.

**MYK:** Ara mesneti olmayan, sabit aksenal statik yüklü, dairesel silindirik helis aksenli çubukların, toplanmış kütle halinde serbest titreşim problemini eşdeğer taşıma matrisi yöntemini kullanarak çözer. Programda çubuk eşit uzunlukta elemanlara ayrılmakta,

küttelelerin eleman ortasında toplandığı kabul edilmektedir. Bu kütleler eleman uçlarına eşit olarak dağıtılmaktadır. Çubuk baş ve sonunun mesnetlenme durumuna göre, frekans determinantının teşkil edilmesinde, SINIR adlı altprogram ve Bölüm (2.4.2.1.1) de verilen altı sınır şartı kullanılmaktadır. Statik haldeki diferansiyel geçiş matrisi için COEF1; kütle geçiş matrisi için KUTGEC alt programı kullanılmaktadır. Programın veri dosyası klavuzu, SERTAS programının veri dosyası klavuzunun en son satırına eklenecek,

NBOL

değişkeniyle hazırlanır. NBOL, [F(L)] için çubukta istenen bölüm sayısını gösteren tamsayı değişkendir. Eksenel ve kayma deformasyon etkilerinin hesaplandığı program listesi (Ek M.1) de verilmiştir.

**MYK1:** Bu program, arada bir adet küresel mafsallı mesneti olan, sabit ön yüklü dairesel silindirik helisel çubukların, toplanmış kütle halinde serbest titreşim problemini eşdeğer taşıma matrisi yöntemini kullanarak çözer. Frekans determinantı için altı sınır şartını kapsayan SINIR1, statik haldeki diferansiyel geçiş matrisi için COEF1 ve kütle geçiş matrisi için de KUTGEC alt programı kullanılmaktadır. Programın veri dosyası klavuzu; SERTAS1 programının veri dosyası klavuzunun son satırından sonra,

NBOLE, NBOLK, NBOL

satırı eklenerek hazırlanır. Burada NBOLE ve NBOLK değişkenlerinin anlamları şu şekildedir:

NBOLE = [F(L1)] için çubukta istenilen bölüm sayısı  
NBOLK = [F(L-L1)] için çubukta istenilen bölüm sayısı

Listesi (Ek M.2) de verilen programda, eksenel ve kayma deformasyonu etkileri göz önüne alınmaktadır.

MYK2: Bu programda, sistemin herhangi bir ara bölgesinde iki adet küresel mafsallı mesnet bulunmaktadır. Bu şekilde mesnetlenmiş sabit ön yüklü helis eksenli çubukların, toplanmış kütle halinde serbest titreşim problemi eşdeğer taşıma matrisi yöntemi ile çözülmektedir. Frekans determinantının teşkil edilmesinde altı sınır şartını içeren SINIR2 , statik diferansiyel geçiş matrisi için COEF1, kütle geçiş matrisi için KUTGEC alt programı kullanılmaktadır. Programın veri dosyası; SERTAS2 programının veri dosyası klavuzunun son satırından sonra,

NBOLE, NBOLV, NBOLH, NBOLK, NBOLB, NBOL

satırı eklenerek hazırlanır. Burada NBOL, NBOLE ve NBOLK değişkenlerinin anlamları yukarıda açıklandığı gibidir. Diğer değişkenler,

NBOLV = [F(L2)] için çubukta istenilen bölüm sayısı  
NBOLH = [F(L2-L1)] için çubukta istenilen bölüm sayısı  
NBOLB = [F(L-L2)] için çubukta istenilen bölüm sayısı

anlamalarını taşımaktadırlar. Eksenel ve kayma deformasyonu etkilerinin dikkate alındığı program listesi (Ek M.3) de verilmiştir.

MYK3: Ara mesneti olmayan, ön yüksüz, dairesel silindire sarılmış helis eksenli çubukların, toplanmış kütle halinde serbest titreşim problemini eşdeğer taşıma matrisi yöntemini kullanarak çözer. Programda çubuk eşit uzunlukta elemanlara ayrılmakta, eleman ortasında toplanan kütleler eleman uçlarına yine eşit olarak dağıtılmaktadır. Çubuk baş ve sonunun mesnetlenme durumuna göre frekans determinantının teşkil edilmesinde, Bölüm (2.4.2.1.1) de verilen altı sınır şartı ile Şekil (2.44) de gösterilen sınır şartını kapsayan SINIR adlı alt program kullanılmaktadır. Statik haldeki taşıma matrisi için, (Ek.I) da verilen  $(\vec{d}, \vec{n}, \vec{k})$  takımındaki kapalı ifade kullanılmıştır. Programda eksenel ve kayma deformasyonu etkileri ihmal edilmektedir. Program veri dosyası klavuzu,



Veri Dosyası Klavuzu
AA, ALFA
IN, IB, JB, AL, D
EL, PO, RO
KAT
NB
Z1, DELZ, IDON
NBOL

şeklindedir. Burada  $IN \vec{n}$  eksenine,  $IB \vec{b}$  eksenine göre atalet momentlerini, JB burulma atalet momentini, EL ise elastisite modülünü temsil eden değişkenlerdir.

Kütle geçiş matrisi için KUTGEC alt programının kullanıldığı program listesi (Ek M.4) de verilmiştir.

**MYK4:** Ara mesneti olmayan, sabit ön yüklü, Şekil (2.39) daki geometrilere sarılmış helis eksenli çubukların, toplanmış kütle halinde serbest titreşim problemini eşdeğer taşıma matrisi yöntemini kullanarak çözer. Çubuk baş ve sonunun mesnetlenme durumuna göre, frekans determinantının teşkil edilmesinde SINIR adlı altprogram ve Bölüm (2.4.2.1.1) de verilen altı sınır şartı kullanılmaktadır. Statik haldeki diferansiyel geçiş matrisi için COEF4, kütle geçiş matrisi için KUTGM alt programı kullanılmaktadır. Programa ait diğer özellikler ve program veri dosyası klavuzu, SERTAS3 de olduğu gibidir.

### 2.4.3. Rijitlik Matrisi Metodu

Lineer bir sistemin yere göre ayrıklaştırılmış sönümlü serbest titreşim denklemi (2.212) de  $\{P\}=\{0\}$  ile,

$$[M]\{\ddot{D}\} + [C]\{\dot{D}\} + [K]\{D\} = \{0\} \quad (2.364)$$

şeklinde elde edilir (CLOUGH ve PENZIEN,1975). Genel olan bu denklemde [M] sistem kütle, [C] sistem sönüm ve [K] sistem rijitlik matrisleridir. Mertebeleri sistem serbestlik derecesine eşit olan bu kare matrisler, genelde diyagonal dışı terimlere sahiptir. Sistem

düğüm deplasmanlarını içeren  $\{D\}$  kolon matrisinin üzerindeki nokta sayısı da zamana göre türev mertebesini göstermektedir.

Sistemin serbest titreşiminde bütün düğümler aynı serbest titreşim frekansı  $w$  ile titreşeceğinden (2.364) için,

$$\{D\} = \{a\}\sin(\omega t) \quad (2.365)$$

çözümü kabul edilebilir. Burada  $\{a\}$  düğüm modlarını göstermektedir. Bu çözümün (2.364) te yerine konulması ve  $[C]=[0]$  ile,

$$([K] - \omega^2 [M])\{a\} = \{0\} \quad (2.366)$$

denklemini elde edilir. Bu denklemin sıfırdan farklı çözümünün olabilmesi için,

$$\text{Det } |[K] - \omega^2 [M]| = 0 \quad (2.367)$$

olmalıdır.

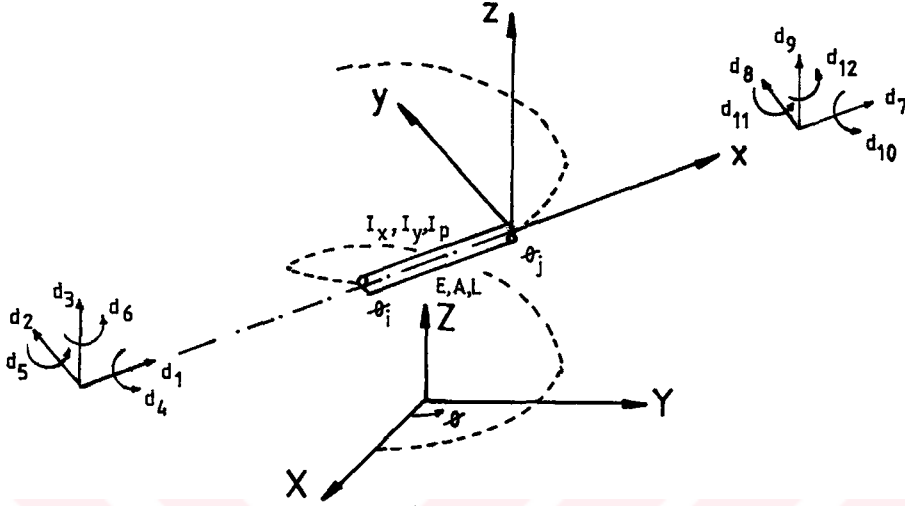
Bu bölümde ön yüklü veya ön yüksüz helis eksenli çubukların serbest titreşim denklemi, yayılı kütle ve toplanmış kütle için ayrı ayrı rijitlik matrisi metodu ile ele alınacaktır. Elemanlar doğru eksenli ve dairesel silindire sarılmış helisel çubuk olarak kabul edilecektir. Özel değer problemi çözümünde Ters İterasyon ve Jacobi sayısal yönteminin iki farklı şekli kullanılacaktır.

#### 2.4.3.1. Doğru Eksenli Uzaysal Eleman

##### 2.4.3.1.1. Ön Yüksüz

Bu bölümde, helis eğrisinin doğru eksenli kirişlerle birleştirilerek elde edildiği kabul edilecektir. Doğru eksenli uzaysal elemanın uçlarında, toplam on iki serbestlik derecesi bulunmaktadır (Şekil 2.45). Şekil (2.45) te, xyz eleman koordinatlarını, XYZ sistem koordinatlarını göstermektedir. Şekilden görüldüğü gibi x- eksenli, çubuk eksenli doğrultusunda alınmıştır. Kesitin asal eksenleri ile,  $I_x$  ve  $I_z$  atalet moment eksenleri çakışmaktadır. Böyle bir elemana ait, kayma deformasyonlarını içeren eleman rijitlik matrisi (2.368) de eleman koordinatlarında verilmiştir (CRAIG,1981).

$$\mathbf{k}_{xyz} = \begin{bmatrix}
 \frac{EA}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{EA}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & \frac{12EI}{L^3(1+\theta)} & 0 & 0 & 0 & \frac{6EI}{L^2(1+\theta)} & 0 & \frac{-12EI}{L^3(1+\theta)} & 0 & 0 & 0 & \frac{6EI}{L^2(1+\theta)} \\
 0 & 0 & \frac{12EI}{L^3(1+\theta)} & 0 & \frac{-6EI}{L^2(1+\theta)} & 0 & 0 & 0 & \frac{-12EI}{L^3(1+\theta)} & 0 & \frac{-6EI}{L^2(1+\theta)} & 0 \\
 \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\
 0 & 0 & 0 & \frac{GJ}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{-GJ}{L} & 0 & 0 \\
 0 & 0 & \frac{-6EI}{L^2(1+\theta)} & 0 & \frac{(4+\theta)EI}{L(1+\theta)} & 0 & 0 & 0 & \frac{6EI}{L^2(1+\theta)} & 0 & \frac{(2-\theta)EI}{L(1+\theta)} & 0 \\
 0 & \frac{6EI}{L^2(1+\theta)} & 0 & 0 & 0 & \frac{(4+\theta)EI}{L(1+\theta)} & 0 & \frac{-6EI}{L^2(1+\theta)} & 0 & 0 & 0 & \frac{(2-\theta)EI}{L(1+\theta)} \\
 \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\
 -\frac{EA}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{EA}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & \frac{-12EI}{L^3(1+\theta)} & 0 & 0 & 0 & \frac{-6EI}{L^2(1+\theta)} & 0 & \frac{12EI}{L^3(1+\theta)} & 0 & 0 & 0 & \frac{-6EI}{L^2(1+\theta)} \\
 0 & 0 & \frac{-12EI}{L^3(1+\theta)} & 0 & \frac{6EI}{L^2(1+\theta)} & 0 & 0 & 0 & \frac{12EI}{L^3(1+\theta)} & 0 & \frac{6EI}{L^2(1+\theta)} & 0 \\
 \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\
 0 & 0 & 0 & \frac{-GJ}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{GJ}{L} & 0 & 0 \\
 0 & 0 & \frac{-6EI}{L^2(1+\theta)} & 0 & \frac{(2-\theta)EI}{L(1+\theta)} & 0 & 0 & 0 & \frac{6EI}{L^2(1+\theta)} & 0 & \frac{(4+\theta)EI}{L(1+\theta)} & 0 \\
 0 & \frac{6EI}{L^2(1+\theta)} & 0 & 0 & 0 & \frac{(2-\theta)EI}{L(1+\theta)} & 0 & \frac{6EI}{L^2(1+\theta)} & 0 & 0 & 0 & \frac{(4+\theta)EI}{L(1+\theta)}
 \end{bmatrix} \quad (2.368)$$



$d_1, d_2, d_3, d_7, d_8, d_9$  ———> Ötelenmeler  
 $d_4, d_5, d_6, d_{10}, d_{11}, d_{12}$  ———> Dörmeler

**Sekil:2.45.** Uzaysal doğru eksenli bir elemanda serbestlik dereceleri

(2.368) de  $\theta$ , kayma deformasyonlarıyla ilgili bir büyüklük olup daire kesit için,

$$\theta = \frac{12EI}{GAL^2} \quad (2.369)$$

ile verilir. L ise çubuk uzunluğudur. Bu çalışmada, doğru eksenli çubuğun boyu, eleman uçları arasında kalan gerçek helisin boyu olarak alınmış ve aşağıdaki eşitlik ile hesaplanmıştır.

$$L = c(\theta_j - \theta_i) = \frac{a}{\cos\alpha} (\theta_j - \theta_i) \quad (2.370)$$

Doğru eksenli uzaysal çubuklarda, Sekil (2.45) teki elemana ait eleman yayılı kütle matrisinin, eleman koordinatlarındaki ifadesi de (2.371) de olduğu gibidir (CRAIG,1981). Burada  $I_p$ , kesitin polar atalet momentidir.

$$[m]_{xyz} = \frac{gAL}{420} \begin{bmatrix}
 140 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 70 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 & 156 & 0 & 0 & 0 & 22L & 0 & 54 & 0 & 0 & 0 & -13L \\
 0 & 0 & 156 & 0 & -22L & 0 & 0 & 0 & 54 & 0 & 13L & 0 \\
 \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\
 0 & 0 & 0 & \frac{140I}{A}P & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{70I}{A}P & 0 & 0 \\
 0 & 0 & -22L & 0 & 4L^2 & 0 & 0 & 0 & -13L & 0 & -3L^2 & 0 \\
 0 & 22L & 0 & 0 & 0 & 4L^2 & 0 & 13L & 0 & 0 & 0 & -3L^2 \\
 \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\
 70 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 140 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 54 & 0 & 0 & 0 & 13L & 0 & 156 & 0 & 0 & 0 & -22L \\
 0 & 0 & 54 & 0 & -13L & 0 & 0 & 0 & 156 & 0 & 22L & 0 \\
 \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\
 0 & 0 & 0 & \frac{70I}{A}P & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{140I}{A}P & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 13L & 0 & -3L^2 & 0 & 0 & 0 & 22L & 0 & 4L^2 & 0 \\
 0 & -13L & 0 & 0 & 0 & -3L^2 & 0 & -22L & 0 & 0 & 0 & 4L^2
 \end{bmatrix} \quad (2.371)$$

(2.364) denklemi XYZ sistem koordinatlarında yazılmalıdır. Bu nedenle sistem rijitlik matrisine katkısının belirlenmesinden önce, (2.368) de verilen eleman rijitlik matrisi ve (2.371) de verilen eleman yayılı kütle matrislerinin aşağıda olduğu gibi XYZ koordinatlarındaki dönüşmüş ifadelerine gerek vardır.

$$[k]_{XYZ} = [T]^T [k]_{xyz} [T] \quad (2.372)$$

$$[m]_{XYZ} = [T]^T [m]_{xyz} [T] \quad (2.373)$$

Yukarıdaki dönüşüm ifadelerinde kullanılacak olan [T] dönüşüm matrisinin elemanları  $\alpha$  helis yükselme açısı olmak üzere,

$$[A] = \begin{bmatrix} -\text{CosaSin}\emptyset & \text{CosaCos}\emptyset & \text{Sina} \\ -\text{Cos}\emptyset & -\text{Sin}\emptyset & 0 \\ \text{SinaSin}\emptyset & -\text{SinaCos}\emptyset & \text{Cosa} \end{bmatrix} \quad (2.374)$$

alt matrislerinden,

$$[T] = \begin{bmatrix} [A] & [0] & [0] & [0] \\ [0] & [A] & [0] & [0] \\ [0] & [0] & [A] & [0] \\ [0] & [0] & [0] & [A] \end{bmatrix} \quad (2.375)$$

şeklinde meydana gelmektedir (YALÇIN,1984). Bu çalışmada (2.374) teki  $\emptyset$  açısı için, aşağıdaki ortalama değer kullanılmıştır.

$$\emptyset = \frac{(\emptyset_i + \emptyset_j)}{2} \quad (2.376)$$

#### 2.4.3.1.2. Ön Yüklü

Sabit bir ön yük altındaki çubuğun serbest titreşim frekanslarının hesabında, (2.368) ile verilen eleman rijitlik matrisi yeterli değildir. Bu durumda, eleman geometrik rijitlik matrisi  $[k_G]$  tarif edilir. Her eleman için (2.364) te sistem rijitlik matrisinin meydana getirilmesinde kullanılacak olan eleman rijitlik matrisi  $[k^*]$ ,

$$[k^*] = [k] - [k_G] \quad (2.377)$$

şeklinde hesaplanmalıdır. Çubukta ön yük bulunması halinde, çözülmesi gereken denklem,

$$\text{Det } |[K^*] - w^2[M]| = 0 \quad (2.378)$$

şekline dönüşür. Burada  $[K^*]$ , (2.377) eleman rijitlik matrislerinden teşkil edilmiş olan, sistem rijitlik matrisidir.

Elemanları içinde sabit N normal kuvvetini içeren doğru eksenli çubukta, eleman koordinatlarında geometrik rijitlik matrisi

(2.379) da olduğu gibidir (CLOUGH ve PENZIEN, 1975).

$$[k_{Gxyz}] = N \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{6}{5L} & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{10} & 0 & \frac{-6}{5L} & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{10} \\ 0 & 0 & \frac{6}{5L} & 0 & \frac{-1}{10} & 0 & 0 & 0 & \frac{-6}{5L} & 0 & \frac{-1}{10} & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{-1}{10} & 0 & \frac{2L}{15} & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{10} & 0 & \frac{-1}{30} & 0 \\ 0 & \frac{1}{10} & 0 & 0 & 0 & \frac{2L}{15} & 0 & \frac{-1}{10} & 0 & 0 & 0 & \frac{-L}{30} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{-6}{5L} & 0 & 0 & 0 & \frac{-1}{10} & 0 & \frac{6}{5L} & 0 & 0 & 0 & \frac{-1}{10} \\ 0 & 0 & \frac{-6}{5L} & 0 & \frac{1}{10} & 0 & 0 & 0 & \frac{6}{5L} & 0 & \frac{1}{10} & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{-1}{10} & 0 & \frac{-L}{30} & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{10} & 0 & \frac{2L}{15} & 0 \\ 0 & \frac{1}{10} & 0 & 0 & 0 & \frac{-L}{30} & 0 & \frac{-1}{10} & 0 & 0 & 0 & \frac{2L}{15} \end{bmatrix} \quad (2.379)$$

(2.61) de basınç şeklinde etkiyen, sabit aksenal statik yük altında helisel çubuk kesitinde meydana gelen kesit tesirleri verilmiştir (Şekil 2.10). Bu halde, kesitteki basınç etkisi yaratan normal kuvvetin büyüklüğü için (2.380) kullanılmalıdır.

$$N = P \sin \alpha \quad (2.380)$$

Bu çalışmada (2.367) nin çözümünde, sistem rijitlik ve kütle matrisleri (Ek.N) de açıklanan "Ufuk Çizgisi (Sky-Line)" depolama

teknigi ile kolon matris haline getirilmekte; daha sonra (2.367) deki sistem kütle ve rijitlik matrislerinin alt uzaydaki izdüşümleri "alt uzay iteratif yöntemi" ile alınarak, bu uzayda Jacobi sayısal yöntemiyle özel değerler bulunmaktadır. Ayrıca, elde edilen frekanslar için, "Sturm Dizisi" kontrolü yapılmaktadır (BATHE ve WILSON,1976).

#### 2.4.3.1.3. Program Hakkında Açıklayıcı Bilgi

SERDOG, Fortran-77 dilinde yazılmış, rijitlik matrisi metodu ile; elastik, daire kesitli, sadece normal kuvvetten ibaret olan sabit ön yüklü helisel yayların yayılı kütle halinde serbest titreşim frekanslarını yaklaşık olarak bulmada kullanılan bilgisayar programıdır. Helis eğrisi eşit uzunluktaki doğru eksenli kirişlerle birleştirilerek elde edilmekte, doğru eksenli çubuğun eleman rijitlik ve yayılı kütle matrisleri için literatürde mevcut ifadeler kullanılmaktadır. Programda eksenel ve kayma deformasyonu etkileri ile dönme ataletleri hesaplanmaktadır. Malzeme ve kesit, çubuk boyunca sabit alınmaktadır.

Program, her türlü mesnetlenme durumu için geneldir. Programda düğümlerdeki kod numaraları otomatik olarak üretilmekte ve veri dosyasında düğümlerdeki serbestlik dereceleri sadece "0" veya "1" olarak tanımlanmaktadır. Tutulan serbestlik derecesi "1" değerini alır. Veri dosyasında, birinci ve son düğümdeki serbestlik derecelerinin mutlaka tarif edilmesi gereklidir. Ara yerlerde, aynı serbestlik derecesine sahip olan düğümlerin serbestlik dereceleri üretilmektedir.

Programdaki veri ve çıktı dosyaları adları değişkendir. Toplam eleman sayısı en fazla 100 ve bilinmeyen deplasman sayısı 606 olarak düşünülmüştür. Veri dosyalarında, helis yükselme açısı sıfır alınarak düzlem daire çubukların, sabit ön yük şiddeti sıfır alınarak ön yüksüz helisel yayların serbest titreşim frekansları da bulunabilir. Program veri dosyası klavuzu aşağıda olduğu gibidir:



Veri Dosyası Klavuzu
NUMNP AA, ALFA, PO EL, PO, RO, CAP NSAR N, ID(I,N), KN [(I=1,6)(N=1,NUMNP-1)] NROOT, IFPR

Yukardaki klavuzda yer alan sembollerin anlamları aşağıda açıklanmıştır:

- NUMNP= Toplam düğüm sayısı  
AA= Helisin sarıldığı silindirin yarıçapı  
ALFA= Helis yükselme açısı (°)  
PO= Çubuktaki sabit normal kuvvetin şiddeti (Basınc +)  
EL= Çubuk malzemesinin elastisite modülü  
PO= Çubuk malzemesinin poisson oranı  
RO= Çubuk malzemesinin yoğunluğu  
CAP= Daire kesitli telin çapı  
NSAR= Heliste toplam sarım sayısı  
N= Düğüm numarası  
ID= Adı geçen düğümdeki 6 serbestlik derecesinin tutulu olup olmadığını belirten "1" veya "0" değerleri  
KN= Adı geçen düğümde tanımlanmış serbestlik derecesinin, bu düğüm dahil, benzer olduğu düğüm sayısı  
NROOT= İstenilen frekans adedi  
IFPR= Programdaki ek bilgilerin yazılıp yazılmamasını belirten parametre  
(IFPR=1 ise yazılacak, IFPR=0 ise yazılmayacak)

Çizelge (2.29) da, yukarıda tanımlanan ve listesi (Ek.0) da verilen programda kullanılan altprogramlar ve işlevleri verilmektedir.

Çizelge:2,29. SERLOG programında bulunan altprogramlar.

No:	Altprogram adı:	Yaptığı iş:
1	ERM	Eleman koordinatlarında, doğru eksenli elemana ait rijitlik matrisini bulur.
2	EKMAT	Eleman koordinatlarında, doğru eksenli elemanın yayılı kütle matrisini bulur.
3	DODON	Eleman rijitlik ve yayılı kütle matrislerinin, XYZ sistem sabit takımındaki ifadesini elde eder.
4	ELKOL	Kare ve simetrik olan, eleman rijitlik ve kütle matrislerinin üst üçgenlerini kolon matris halinde saklar.
5	ELKOLY	Eleman kodlarından yararlanarak, sistem rijitlik matrisinde kolon yüksekliğini hesaplar
6	DIYAD	Alt Uzay Iterasyon Yönteminde gerekli olan {MAXA} kolon matrisini ve aynı zamanda, kolon haldeki sistem rijitlik matrisindeki eleman sayısını hesaplar
7	SISTEM	Kolon haline getirilmiş eleman rijitlik matrisinin, yine kolon sistem rijitlik matrisine katkısını hesaplar.
8	SSPACE	Alt Uzay Iterasyon yöntemi ile, özel değer problemi çözer.
9	DECOMP	Bir [A] kare matrisini, $[A]=[L][D][L]^T$ eşitliğini sağlayacak şekilde ayırır.
10	SCHECK	"Sturm Dizisi" kontrolü yapar.

Çizelge:2.29. (Devam)

No:	Altprogram adı:	Yaptığı iş:
11	MULT	Bir vektör ile, programda elemanları belli bir algoritmaya göre tanımlanan bir kolon matrisin çarpımını yapar.
12	JACOB	Alt uzayda, tek boyutlu matrislerden oluşan genel özel değer problemi çözer
13	REDBAK	Sistem kütle ve rijitlik matrislerinin izdüşümünü alarak, alt uzayda bunların eşdeğeri olan matrisleri bulur.

#### 2.4.3.2. Dairesel Silindirik Helis Eksenli Eleman

(2.364) te tekil kütlelerle ilgili sistem kütle geçiş matrisinin kullanılması halinde serbestlik dereceleri, titreşime atalet gösterenler ve göstermeyenler diye ikiye ayrılmaktadır (TEZCAN,1970). Öteleme türü deplasmanlar genellikle, "aktif deplasmanlar" olarak adlandırılır. Dönme türü deplasmanlar ise, aktif olmayan deplasmanlar olarak nitelendirilir. Aktif olmayan serbestlik derecelerinde, dönme ataletleri göz önüne alınmamaktadır.

Bu bölümde, tekil kütlelerden meydana gelen sistem kütle matrisi kullanılmaktadır. Eleman rijitlik matrisleri Bölüm (2.3.3.1.4) de anlatıldığı şekilde, taşıma matrisi metodu ile elde edilmektedir. Ayrıca, eksenel ve kayma deformasyonlarının serbest titreşime katkısı göz önüne alınmamaktadır. Aşağıdaki alt bölümlerde, düğüm deformasyonları ile ilgili başlangıç şartlarının sıfır veya sıfırdan farklı olması haline karşılık gelen durumlar ele alınacaktır.

##### 2.4.3.2.1. Başlangıç Sartsız Serbest Titreşim Hali

Sistem sönüm matrisinin (2.364) de sıfır olarak alınması ile sistemin yere göre ayrıklaştırılmış, sönümsüz serbest titreşim denklemi

şağıda olduğu gibidir.

$$[M]\{\ddot{D}\} + [K]\{D\} = \{0\} \quad (2.381)$$

Sadece aktif deplasman doğrultularında tekil kütlelerin titreşime katkısı olacağı kabulü ile, (2.381) eşzamanlı denkleminde  $[M]$  sistem kütle matrisi tekil olmaktadır. Bu durumda, denklem çözümü için  $[M]$  in tekil olmadığı (2.381) denkleminin indirgenmiş formuna gereksinim vardır. İndirgeme işlemi ile ayrıca, bilinmeyen sayısı azalmaktadır. Bilindiği gibi, MSDOS işletim sistemi ile çalışan PC larda makina hafızası sınırlı olduğundan; büyük boyutlu denklemler uygun bir şekilde, kendilerine eşdeğer daha küçük boyutlu denklemlere dönüştürülerek çözülmek zorundadır. Bölüm (2.4.3.1) de kullanılan "Alt Uzay İterasyon" yöntemi, en etkin indirgeme metodudur. Bu bölümde, aşağıda anlatılacak farklı bir indirgeme metodu kullanılacaktır.

Toplam  $n$  adet serbestlik derecesi bulunan bir sistemde; sistem düğümlerindeki  $m$  adet aktif deplasmanlar öncelikle kodlamak üzere (2.381) sönümsüz serbest titreşim denklemi,

$$\begin{bmatrix} [M1] & [M2] \\ \dots & \dots \\ [M3] & [M4] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \{D1\} \\ \dots \\ \{D2\} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} [K1] & [K2] \\ \dots & \dots \\ [K3] & [K4] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \{D1\} \\ \dots \\ \{D2\} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \{0\} \\ \dots \\ \{0\} \end{bmatrix} \quad (2.382)$$

şeklinde daha açık yazılabilir. Burada sadece öteleme yapan  $\{D1\}$  deplasmanlarının atalet kuvveti doğuracağı kabulü ile  $(m \times m)$  mertebesindeki  $[M1]$  alt matrisinin ana diyagonalindeki terimleri sıfırdan farklı, kütle matrisine ait diğer alt matrisler,

$$[M2]_{(n-m) \times m} = [M3]_{m \times (n-m)} = [M4]_{(n-m) \times (n-m)} = [0] \quad (2.383)$$

sıfır olmaktadır. Ayrıca sistem rijitlik matrisinin,

$$[K3] = [K2]^T \quad (2.384)$$

simetri özelliğine sahip olduğu bilinmektedir (TEZCAN,1970). (2.383) göz önüne alınarak (2.382) den,

$$[M1]\{\ddot{D1}\} + [K1]\{D1\} + [K2]\{D2\} = \{0\} \quad (2.385-a)$$

$$[K3]\{D1\} + [K4]\{D2\} = \{0\} \quad (2.385-b)$$

yazılır. (2.385-b) de, aktif olmayan deplasmanları içeren (n-mx1) mertebesindeki {D2} vektörü yalnız bırakılırsa,

$$\{D2\} = - [K4]^{-1} [K3]\{D1\} \quad (2.386)$$

bulunur. (2.386), (2.395-a) da yerine konursa,

$$[M1]\{\ddot{D1}\} + ([K1] - [K2][K4]^{-1}[K3])\{D1\} = \{0\} \quad (2.387)$$

sekinde, aktif olmayan deplasmanların elendiği. sadece aktif deplasmanları içeren indirgenmiş serbest titreşim denklemi elde edilir. (2.878) indirgenmiş denklemi, [K\*] indirgenmiş sistem rijitlik matrisi olmak üzere,

$$[M1]\{\ddot{D1}\} + [K^*]\{D1\} = \{0\} \quad (2.388)$$

sekinde yazılabilir. (2.381) in, (2.388) indirgenmiş denkleminde, kütle matrisi diyagonal formdadır ve artık determinantı sıfırdan farklıdır. w serbest titreşim frekansı olmak üzere (2.388) için,

$$\{D1\} = \{a\}\sin(\omega t) \quad (2.389)$$

çözümü kabul edilebilir. (2.389) ve zamana bağlı ikinci türevinin (2.388) de yerine konulması ile,

$$([K^*] - \omega^2 [M1])\{a\} = \{0\} \quad (2.390)$$

bulunur. Burada {a}, aktif deplasman doğrultularında düğümlerin ötelenme genliklerini temsil etmektedir. (2.390) dan frekans determinantı için,

$$\text{Det} ([K^*] - \omega^2 [M1]) = \{0\} \quad (2.391)$$

yazılır. Bu denklem genel öz değer denklemdir. (2.391) in çözümünden bulunacak frekanslar sistemin serbest titreşim frekanslarını, bu frekanslara karşılık gelen öz vektörler de sistemin aktif deplasman modlarını verecektir. Bu çalışmada genel özdeğer

probleminin çözümünde, "ters iterasyon" sayısal yöntemi kullanılmıştır (BATHE ve WILSON,1976; TANRIKULU,1988). Çözüm için yöntemde yapılacak işlemler ile, bu işlemleri yapan AYGEM ve MATLU adlı alt programların listeleri (Ek.P) de verilmiştir.

(2.391), özel değer problemine de indirgenebilir. Bu şekilde öz değer problemi çözümünde kolaylık sağlanmış olmakta, ayrıca programın hafızada kapladığı yer küçülmektedir. İndirgenmiş sistem rijitlik matrisinin simetrik olduğu göz önüne alındığında (2.390) denklemi, aktif deplasmanlara ait [M1] kütle matrisinin karekökünün tersi ile soldan çarpılabilir.

$$[M1]^{-1/2} [K^*] \{a\} - w^2 [M1]^{-1/2} [M1] \{a\} = \{0\} \quad (2.392)$$

Yukarıdaki denklem aşağıda olduğu gibi de yazılabilir.

$$[M1]^{-1/2} [K^*] [M1]^{-1/2} [M1]^{1/2} \{a\} - w^2 [M1]^{1/2} \{a\} = \{0\} \quad (2.393)$$

Bu denklem,

$$\{X\} = [M1]^{1/2} \{a\} \quad (2.394)$$

tarifi ve,

$$[B] = [M1]^{-1/2} [K^*] [M1]^{-1/2} \quad (2.395)$$

ile,

$$([B] - w^2 [I]) \{X\} = \{0\} \quad (2.396)$$

haline gelir. Buradan frekans determinantı için,

$$\text{Det} ([B] - w^2 [I]) = \{0\} \quad (2.397)$$

yazılır. (2.397) özel özdeğer problemidir. Burada indirgenmiş [K\*] sistem rijitlik matrisinin simetrik olmasından yararlanılarak elde edilen [B] matrisi, yine simetrik olmaktadır. (2.397) nin çözümünden elde edilen {X} vektörü ve (2.394) ile,

$$\{a\} = [M1]^{-1/2} \{X\} \quad (2.398)$$

şeklinde, öteleme doğrultularındaki genlikler elde edilir. Bu çalışmada (2.397) özel özdeğer probleminin çözümü için, Jacobi sayısal yöntemi kullanılmıştır (BATHE ve WILSON,1976; KIRAL ve ark.,1981). Bu metoda dayanarak özel özdeğer probleminin çözümünün elde edildiği. GENJAC ve JACOBI adlı alt programların listeleri (Ek.Q) da verilmektedir.

#### 2.4.3.2.2. Başlangıç Şartları Verilen Serbest Titreşim Hali

Bu bölümde, ön deplasman verilip bırakılmış bir sistemin serbest titreşim hareketi, normal mod yöntemi ile ele alınacaktır (CRAIG,1981; KIRAL ve YALÇIN,1986). Bu yöntemde öncelikle, sistemin sönümsüz açısal serbest titreşim frekansları  $w$  lar ve bu frekanslara karşılık gelen  $\{a\}$  özel vektörlerine gereksinim vardır.

$n$  adet serbestlik derecesi olan bir sistemde: sadece  $m$  adet aktif deplasman doğrultularında bulunan toplanmış kütlelerin titreşime atalet göstereceği kabulüyle, sistem kütle matrisinin tekil olarak elde edilebileceği bilinmektedir. İndirgeme sonunda sistemin serbest titreşiminde;  $r$  inci frekans ve bu frekansa ait titreşim modları,

$$([K^*] - w_r^2 [M]) \{a_r\} = \{0\} \quad (2.399)$$

özdeğer probleminin çözümünden elde edilir. Bu bölümde, indirgenmiş (2.399) denklemi, bir önceki bölümde anlatılan yöntemle elde edilmektedir. Daha sonra (2.396) özel özdeğer problemine dönüştürülmekte ve Jacobi sayısal metodu ile çözülmektedir. Çözüm sonrası  $\{a\}$  modal vektörleri, (2.398) eşitliği ile bulunmaktadır. Sistemin modal vektörlerini sütun sütun içine alan  $[A]$  kare matrisi,

$$[A] = \left[ \begin{array}{c} \{a_1\}, \{a_1\}, \{a_3\}, \dots, \{a_m\} \end{array} \right] \quad (2.400)$$

"modal matris", açısal frekansların karelerini köşegenlerinde toplayan  $[\lambda]$  kare matrisi,

$$[\lambda] = \begin{bmatrix} w_1^2 & & & & & \\ & w_2^2 & & & & \\ & & w_3^2 & & & \\ & & & \ddots & & \\ & & & & w_m^2 & \\ & & & & & \ddots \end{bmatrix} \quad (2.401)$$

"spektral matris" adını alır. Herhangi bir r ve s modu için, (2.399) denklemi yeniden yazılırsa,

$$[K^*] \{a_r\} = w_r^2 [M1] \{a_r\} \quad (2.402-a)$$

$$[K^*] \{a_s\} = w_s^2 [M1] \{a_s\} \quad (2.402-b)$$

elde edilir. (2.402-a) denklemi  $\{a_s\}^T$ , (2.402-b) denklemi  $\{a_r\}^T$  ile soldan çarpılırsa,

$$\{a_s\}^T [K^*] \{a_r\} = w_r^2 \{a_s\}^T [M1] \{a_r\} \quad (2.403-a)$$

$$\{a_r\}^T [K^*] \{a_s\} = w_s^2 \{a_r\}^T [M1] \{a_s\} \quad (2.403-b)$$

bulunur. Şimdi bu denklemlerden (2.403-b) nin her iki tarafında çarpım halinde bulunan terimlerin transpozunu alınacaktır. İndirgenmiş sistem rijitlik ve aktif deplasman kütle matrislerinin,

$$[K^*] = [K^*]^T \quad (2.404)$$

$$[M1] = [M1]^T$$

simetri özellikleri dikkate alınarak,

$$\{a_s\}^T [K^*] \{a_r\} = w_r^2 \{a_s\}^T [M1] \{a_r\} \quad (2.405-a)$$

$$\{a_s\}^T [K^*] \{a_r\} = w_s^2 \{a_s\}^T [M1] \{a_r\} \quad (2.405-b)$$

eşitlikleri elde edilir. Burada her iki denklemin sol tarafları aynıdır. Böylece (2.405) denklemlerinin farkından,



$$(w_r^2 - w_s^2) \{a_s\}^T [M1] \{a_r\} = 0 \quad (2.406)$$

ve iki farklı moddaki açısız frekansların birbirine eşit olmadığı kabulünden hareketle,

$$\{a_s\}^T [M1] \{a_r\} = 0 \quad (2.407)$$

bulunur. (2.407) nin (2.406) da yerine konulması ile.

$$\{a_s\}^T [K^*] \{a_r\} = 0 \quad (2.408)$$

elde edilir. (2.407) ve (2.408) ifadeleri, "modal vektörlerin ortogonalite şartları" dır. Normal mod yönteminde, (2.399) dan elde edilen özel vektörlerin bu şartları sağladığı kabul edilmektedir.

Şimdi de, (2.364) sönümlü serbest titreşim denklemini,  $[C^*]$  indirgenmiş sistem sönüm matrisi,  $[M^*]$  sistem aktif kütle matrisi ve  $\{D\}$  sistem aktif deplasman vektörü olmak üzere.

$$[M^*] \{\ddot{D}\} + [C^*] \{\dot{D}\} + [K^*] \{D\} = \{0\} \quad (2.409)$$

yeniden yazalım. Viskoz sönüm kabulü halinde  $[C^*]$ ,  $\alpha$  ve  $\beta$  sönüm katsayıları ile, indirgenmiş sistem kütle ve rijitlik matrisine bağlı olarak,

$$[C^*] = \alpha [M^*] + \beta [K^*] \quad (2.410)$$

şeklinde tarif edilir (CRAIG,1982). Bu tanımdaki sönüm katsayıları, sistemin yapıldığı malzemenin özelliklerine göre tayin edilmektedir. Yaylarda;  $W_1$  yükleme (deformasyon) esnasında yayda biriken enerjiyi,  $W_2$  boşaltma esnasında geri verilen enerjiyi göstermek üzere,

$$W_s = W_1 - W_2 \quad (2.411)$$

iç sürtünme ile kaybolan enerji tarif edilir. Bu enerji, yayın sönümleme özelliğini göstermektedir. Bu özellik  $\Phi$ ,

$$\Phi = (W_s / W_1) \cdot 100 \quad (2.412)$$

sönümlenme faktörü ile de ifade edilir. Sönümlenme faktörü  $\phi=20$  olan bir yay, biriktirdiği deformasyon enerjisinin en çok %80 ini geri verir. Biriktirilen enerjinin %20 si sürtünme dolayısı ile kaybolmaktadır. Yay malzemesinde iç sürtünme nedeni ile ortaya çıkan sönümlenme özelliğine "iç sönümlenme" adı verilir. Helisel yayların imalatında standartlaştırılmış yay çelikleri kullanılmaktadır (TSE 2500,1977;ANONYMOUS,1985). İç sönümlenme faktörü  $\%(0,3...0,6)$  olan standart yay çeliklerinden yapılmış olan yaylarda, iç sönümlenme genellikle göz önüne alınmamaktadır (AKKURT ve KENT,1986).

Normal mod metodunda aşağıda yapılacak tanımlara gerek vardır. Bunlardan  $M_r$  modal kütle,

$$M_r = \{a_r\}^T [M^*] \{a_r\} \quad (2.413)$$

ve modal rijitlik  $K_r$ ,

$$K_r = \{a_r\}^T [K^*] \{a_r\} \quad (2.414)$$

olarak tarif edilir. Modal rijitlik için (2.399) dan aynı zamanda,

$$K_r = w_r^2 M_r \quad (2.415)$$

yazılabileceği görülmektedir.  $r$  modu için boyutlu sönüm sabiti de,

$$C_r = \{a_r\}^T [C^*] \{a_r\} \quad (2.416)$$

ile ifade edilir. Düğüm noktalarındaki aktif deplasmanları içeren  $\{D(t)\}$  vektörü için başlangıç şartlarının,

$$\begin{aligned} \{D(0)\} &= \{D_0\} \\ \dot{\{D(0)\}} &= \dot{\{D_0\}} \end{aligned} \quad (2.417)$$

olduğunu kabul edelim. (2.409) sönümlü serbest titreşim denkleminin normal mod yöntemi ile çözümünde sistem aktif deplasman vektöründe,

$$\{D(t)\} = [A]\{Y(t)\} = \sum_{r=1}^m \{a_r\} Y_r(t) \quad (2.418)$$

şeklinde koordinat dönüşümü yapılır. Burada  $Y_r(t)$  bileşenlerine "normal koordinat" adı verilir. (2.418) dönüşümü yardımı ile,  $\{D(t)\}$  vektörüne ait (2.417) başlangıç şartlarının normal koordinatlardaki ifadesi için,

$$\{D(0)\} = [A]\{Y(0)\} = \sum_{r=1}^m \{a_r\} Y_r(0) \quad (2.419)$$

$$\{\dot{D}(0)\} = [A]\{\dot{Y}(0)\} = \sum_{r=1}^m \{a_r\} \dot{Y}_r(0)$$

yazılır. Yöntemde birbirinden farklı olan  $r$  ve  $s$  modları ile, sistem sönüm matrisinin de (2.407) ve (2.408) e benzer olarak,

$$\{a_s\}^T [C^*] \{a_r\} = 0 \quad (2.420)$$

ortogonalite şartlarını sağladığı kabul edilmektedir. Sistem koordinatlarından, normal koordinatlara dönüştürülen aktif deplasman vektörünün (2.418) ifadesinin ve bu ifadeden bulunacak zamana bağlı türevlerinin (2.409) denkleminde yerine konulup denklemin her iki yanının  $\{a_r\}^T$  ile çarpılması sonucu,

$$\{a_r\}^T [M^*] \{a_r\} \ddot{Y}_r(t) + \{a_r\}^T [C^*] \{a_r\} \dot{Y}_r(t) + \{a_r\}^T [K^*] \{a_r\} Y_r(t) = 0 \quad (2.421)$$

bulunur. Burada (2.413), (2.415), (2.416) modal büyüklüklerin yardımı ve,

$$z_r = \frac{C_r}{2M_r w_r} \quad (2.422)$$

tarifi ile aşağıdaki ayrıştırılmış hareket denklemi elde edilir.

$$\ddot{Y}_r + 2z_r w_r \dot{Y}_r + w_r^2 Y_r = 0 \quad (2.423)$$

(2.423) hareket denkleminin başlangıç şartlarını sağlayacak şekilde çözümü ile, normal koordinatlardaki modlar bulunacaktır. Hareket başlangıcındaki normal koordinatın kendisi ve zamana bağlı birinci türevi, (2.419) denklemini soldan

$$\{a_r\}^T [M]$$

ile çarpılarak,

$$Y_r(0) = \frac{\{a_r\}^T [M] \{D(0)\}}{M_r} \quad (2.424-a)$$

$$\dot{Y}_r(0) = \frac{\{a_r\}^T [M] \{\dot{D}(0)\}}{M_r} \quad (2.424-b)$$

şeklinde elde edilir. (2.423) denkleminin (2.424) sınır şartlarını sağlayan çözümü,  $r$  modu için sönümlü serbest titreşim frekansının,

$$w_{dr} = w_r (1-z_r^2)^{1/2} \quad (2.425)$$

tarifiyle birlikte aşağıda olduğu gibi,

$$Y_r(t) = \frac{1}{w_{dr}} [ \dot{Y}_r(0) + z_r w_r Y_r(0) ] e^{-z_r w_r t} \text{Sin}(w_{dr} t) + Y_r(0) e^{-z_r w_r t} \text{Cos}(w_{dr} t) \quad (2.426)$$

elde edilir (CRAIG,1981, Sayfa 354). Normal koordinatlara ait (2.426) nın çözümünden,

$$\{D(t)\} = \sum_{r=1}^m \{a_r\} Y_r(t) \quad (2.427)$$

ile sistem koordinatlarındaki düğüm deplasmanlarına geçilmektedir. Çubuk uç kuvvetleri,

$$\{p\} = [k]\{d\} \quad (2.428)$$

eleman denkleminde bulunur. Burada  $\{p\}$  eleman uç kuvvetlerini,  $\{d\}$  (2.427) sistem deplasmanından ayıklanan eleman uç deplasmanlarını içeren kolon matrislerdir.  $[k]$  eleman rijitlik matrisidir. Bu çalışmada çubuk uç kuvvetleri programlamaya dahil edilmemiştir.

#### 2.4.3.2.3. Programlar Hakkında Açıklayıcı Bilgi

##### A-) TOPLANMIS KÜTLE

Fortran-77 dilinde yazılan bu programlar, rijitlik matrisi metodu ile; elastik helisel çubukların toplanmış kütle halinde serbest titreşim frekanslarını bulmada kullanılmaktadır. Bu bölümde tanıtılacak bütün programlarda, basınç şeklinde sabit ön yük ile, aksenal ve kayma deformasyonu etkileri göz önüne alınmamıştır. Sadece aktif serbestlik derecelerinde bulunan kütlelerin, titreşime atalet gösterdikleri kabulü ile, dönme ataletleri ihmal edilmektedir. Programlar her türlü mesnetlenme durumu için geneldir. Helisin sarıldığı silindir çapının değişken olması durumu ile: malzeme ve kesit özelliğinin elemandan elemana değişebileceği, dikkate alınmıştır. Çubuk kesiti, Bölüm (2.3.3.1.3) te yer alan kabullere uyulmak koşulu ile, herhangi bir geometride olabilir.

Eleman rijitlik matrisleri, (Ek.I) da verilmiş olan taşıma matrisinin analitik ifadesinden hesaplanmaktadır. Sistem rijitlik matrisi, kodlama tekniği ile teşkil edilmektedir. Daha sonra, sistem rijitlik matrisi Bölüm (2.4.3.2.1) de anlatıldığı şekilde, (2.388) ile indirgenmektedir. Aktif deplasman doğrultularındaki tekil kütleler programa data olarak verilmektedir. Düğüm modları,  $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  takımında bulunmaktadır.

Programda bilinmeyen toplam deplasman sayısı 120, aktif deplasman sayısı 60 dır. Bu durumda, helisel halde 20 adet, düzlem

problemlerde ise iki katı eleman ele alınabilecektir. Helis adımı sıfır alınarak düzlem daire çubukların serbest titreşim frekansları da bulunmaktadır. Dügümlerin kodlanmasında; öncelikle aktif serbestlik dereceleri kodlanmalı, daha sonra aktif olmayan deplasmanların kodlanmasına geçilmelidir. Programlarda herhangi bir kesitin sistemdeki yeri, pozitif ilerleme yönü saat ibrelerinin tersi yönünde olan  $\emptyset$  açısı ile tanımlanmıştır.

Çizelge (2.30) da, bu programlarda kullanılan altprogramlar ve işlevleri verilmektedir.

Çizelge:2.30. SERRIJ programlarında kullanılan altprogramlar.

No:	Altprogram adı:	Yaptığı iş:
1	SOLGAU	Gauss Eliminasyon yöntemi ve pivoting yaparak, lineer denklem takımı çözer.
2	BANS	Gauss Eliminasyon yöntemi ile bant tipi lineer denklem takımı çözer.
3	TASIMA	Helisel çubuk için $[F]_{dnk}$ yı elde eder
4	ERMAT	Helisel elemana ait $[k]_{ijk}$ matrisini. Taşıma matrisi metodu ile elde eder.
5	DONXYZ	$[F]_{dnk} \implies [F]_{ijk}$
6	MATMPY	Kare matrislerin çarpımını yapar.
7	MATINV	Kare matrisin tersini alır.
8	AYGEN	Ters iterasyon yöntemi ile genel özdeğer problemini çözer.
9	MATLU	Bir kare matrisin, alt ve üst üçgen matrislerini bulur ( $[A]=[L][U]$ )

Çizelge:2.30. (Devam)

No:	Altprogram adı:	Yaptığı iş:
10	JACOBI	Özel özdeğer problemini Jacobi yöntemi ile, kare matrisler için çözer.
11	GENJAC	Özel değer ve vektörleri bulunacak denklemde, JACOBI alt programına girme öncesi gerekli işlemleri yapar
12	SERBEST	(t=0) için başlangıç şartları verilmiş serbest titreşim probleminin özel vektörlerinin zamanla değişimini bulur

Aşağıdaki alt bölümlerde, programların burada anlatılan genel özelliklerinden olan farkları ve veri dosyaları klavuzları açıklanacaktır:

**SERLJ1:** Bu program ön yüksüz helis eksenli çubukların, toplanmış kütle halinde sönümsüz serbest titreşim problemini rijitlik matrisi yöntemini kullanarak çözer. Özel değer ve vektörlerin bulunmasında (2.391) denklemi kullanılmaktadır. (2.391) genel özdeğer probleminin çözümünde "ters iterasyon" sayısal yöntemi kullanılmaktadır. Birbirine çok yakın frekansların bile hassas bir şekilde elde edilebildiği bu metot ile, istenilen sayıda özel değer elde etmek mümkün olmaktadır. Programın serbest formatla yazılan veri dosyası klavuzu aşağıda olduğu gibidir.

Veri Dosyası Klavuzu	
NM, ND, NAK	
NC(I,J) [(I=1,NM) (J=1,12)]	→ NM adet satır verilecek
AA, ALF	
EL, PO	
IN, IB, JB, AL	→ NM eleman için sırayla verilecek
AKAT1, AKAT2	
MK(I) [(I=1,NAK)]	→ NAK adet verilecek
MOD	

Bu klavuzda yer alan sembollerin anlamları da aşağıda olduğu gibidir:

- NM= Toplam eleman sayısı  
ND= Toplam bilinmeyen deplasman sayısı  
NAK= Aktif deplasman sayısı  
NC= Eleman uç kod numaraları (Tüm elemanlar için)  
AA= Helisin sarıldığı silindirin yarıçapı  
ALF= Helis yükselme açısı (°)  
EL= Çubuk malzemesinin elastisite modülü  
PO= Çubuk malzemesinin poisson oranı  
IN= Kesitin  $\vec{n}$  eksenine göre asal atalet momenti  
IB= Kesitin  $\vec{b}$  eksenine göre asal atalet momenti  
JB= Kesitin burulma atalet momenti  
AL= Çubuk kesit alanı  
AKAT1= Çubuk elemanının i ucunun  $\emptyset$  açısı ( $\pi$  nin katı)  
AKAT2= Çubuk elemanının j ucunun  $\emptyset$  açısı ( $\pi$  nin katı)  
[MK]= Aktif deplasman doğrultularındaki tekil kütleleri içeren indirgenmiş diyagonal kütle matrisi  
MOD= İstenen frekans sayısı

**SERRIJ2:** Bu program, ön yüksüz helis eksenli çubukların, toplanmış kütle halinde sönümsüz serbest titreşim problemini rijitlik matrisi yöntemine dayanarak çözer. Özel değer ve vektörlerin bulunmasında (2.408) özel özdeğer denklemi kullanılmaktadır. Bu denklemin çözümünde "Jacobi" sayısal yöntemi kullanılmıştır. Bu metotta, bütün özdeğer ve vektörler aynı anda elde edilmektedir. Programın serbest formatla yazılan veri dosyası kılavuzu, son satırı hariç olmak üzere, SERRIJ1 programının veri dosyasının aynısıdır.

**SERRIJ3:** Bu program, ön deplasman verilmiş ön yüksüz helis eksenli çubukların, toplanmış kütle halinde sönümlü serbest titreşim problemini rijitlik matrisi yöntemine dayanarak çözer. Özel değer ve vektörlerin bulunmasında (2.397) denklemi ve "Jacobi" sayısal yöntemi kullanılmıştır. Sistem indirgenmiş sönüm matrisi (2.410) da olduğu gibi,  $\alpha$  ve  $\beta$  sönüm katsayıları ile teşkil edilmektedir. Programa ön deplasmanların (t=0) başlangıç zamanındaki  $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  dik takımındaki



bileşenleri ile, hızlarının yine aynı dik takımındaki bileşenleri veri olarak verilmektedir. İstenilen serbestlik derecesindeki kütlelerin, belirli zaman aralıklarındaki yer değiştirme davranışı incelenebilmektedir.

Programın serbest formatla yazılan veri dosyası kılavuzu, SERRIJ1 programının veri dosyasının en son satırından bir sonraki satıra eklenecek,

```
ALFA, BETA
2
DELT, ITSON, IDEP
DO(I), DDO(I) [(I=1,NAK)] ——> NAK adet verilecek
```

değişkenlerinin eklenmesi ile hazırlanmaktadır. Buradaki değişkenlerin anlamları şu şekildedir:

ALFA, BETA=  $\alpha$ ,  $\beta$  sönüm katsayıları

DELT= Zaman aralığı

ITSON= Zaman aralığı için döngü sayısı

IDE= Zamana bağlı davranışı incelenecek aktif deplasman kod numarası

{DO}= ön deplasmanların ( $t=0$ ) başlangıç zamanında ( $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ ) dik takımındaki bileşenleri

{DDO}= ön deplasman hızlarının ( $t=0$ ) başlangıç zamanında ( $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ ) dik takımındaki bileşenleri

SERRIJ1 program listesi (Ek Q.1), SERRIJ2 program listesi (Ek Q.2) ve SERRIJ3 program listesi (Ek Q.3) de verilmiştir.

### B-) YAYILI KÜTLE

RIJSPACE: Listesi (Ek O.2) de verilen bu programın, (Ek O.1) de verilen SERDOG programından olan farkları:

a) Bölüm (2.3.3.1.4) de anlatıldığı gibi ve (Ek.I) ile, dairesel silindire sarılmış helisel çubuğa ait eleman rijitlik matrisi

elde edilmiştir. Burada aksenal ve kayma deformasyonu etkileri ihmal edilmektedir. Eleman rijitlik matrisi ERMAT1 altprogramında teskil edilmektedir.

b) ön yük göz önüne alınmamıştır.

c) Çubuk kesiti daire kesitten farklı olabilir.

şeklinde sıralanabilir.

Eleman yayılı kütle matrisi için yine doğru akseni çubuk için literatürde mevcut kütle matrisi kullanılmış. sistem rijitlik ve kütle matrisi "Ufuk Çizgisi" depolama tekniği ile tek boyutlu diziler haline getirilmiş, bu şekilde elde edilen esdeğer denklemler "Alt Uzay İterasyon" yöntemi ile çözülmüştür. Program veri dosyası klavuzu aşağıda olduğu gibidir:

Veri Dosyası Klavuzu
NUMNP
AA, ALFA
EL, PO, RO
IN, IB, JB, AL
NSAR
N, ID(I,N), KN [(I=1,6) (N=1,NUMPNP-1)
NROOT

Yukardaki klavuzda yer alan sembollerin anlamları aşağıda açıklanmıştır:

NUMNP= Toplam düğüm sayısı

AA= Helisin sarıldığı silindirin yarıçapı

ALFA= Helis yükselme açısı (°)

EL= Çubuk malzemesinin elastisite modülü

PO= Çubuk malzemesinin poisson oranı

RO= Çubuk malzemesinin yoğunluğu

AL= Çubuk kesit alanı

NSAR= Heliste toplam sarım sayısı

N= Düğüm numarası

ID= Adı geçen düğümdeki 6 serbestlik derecesinin

tutulu olup olmadığını belirten "1" veya "0" değerleri

KN= Adı geçen düğümde tanımlanmış serbestlik derecesinin, bu düğüm dahil, benzer olduğu düğüm sayısı

IN, IB, JB= Sırasıyla  $\vec{n}$  ve  $\vec{b}$  eksenlerine göre atalet ile burulma atalet momenti.

NROOT= İstenilen frekans adedi

RIJONSP: Bu programda eleman rijitlik matrisi Bölüm (2.3.2.5.2) açıklandığı şekilde, seri çözümünden elde edilmektedir. Diferansiyel geçiş matrisinin kurulması amacıyla. COEF5 altprogramı kullanılmaktadır. Bu altprogramda aksenal basınç şeklinde statik ön yükün sadece, helis kesitinde meydana getirdiği normal kuvvet bileşeni dikkate alınmaktadır. Program ayrıca dairesel silindir dışı hiperboloidal ve varil tipi yaylar için de çözüm bulmaktadır. Programda bulunan diğer özellikler RIJSPACE programında olduğu gibidir.

Veri Dosyası Klavuzu
NUMNP
A1, A2, ALFA
KNN, KB, PO
EL, PO, RO
IN, IB, JB, AL
NSAR
IFSS, IFPR
N, ID(I,N), KN [(I=1,6) (N=1,NUMPNP-1)]
NROOT

Listesi (Ek 0.3) te verilen programın veri dosyası klavuzundaki, RIJSPACE veri dosyasından farklı değişkenlerin anlamları aşağıdadır:

A1, A2= Dairesel silindir dışı varil ve hiperboloidal tip yaylara ait yarıçap değerleri (Şekil 2.39)

PO= Çubuktaki sabit aksenal ön yükün şiddeti (Basınç +)

KNN, KB= Kayma gerilmesi dağılımı ile ilgili sabitler

IFPR, IFSS= Programdaki ek bilgilerin yazılıp yazılmamasını belirten parametreler

(=1 ise yazılacak, =0 ise yazılmayacak)

### 2.4.4. Eksenel Ön Yükün Serbest Titreşim Frekanslarına Etkisi

Önceden sıkıştırılmış bir yayda serbest titreşim frekansları, ön yüksüz hale göre farklı olmaktadır. Bu durum rijitlik matrisi metodu ile (YALCIN,1984) tarafından çeşitli otomobil yayları üzerinde incelenmiştir. Adı geçen çalışmada, helis eksenli doğru eksenli çubuklarla birleştirilmiş ve eksenel yükün mevcudiyeti (2.379) ile verilen geometrik rijitlik matrisi ile göz önüne alınmıştır. Bu etkiler ayrıca, deneysel ve teorik olarak (GUIDO ve ark.,1978) tarafından araştırılmıştır.

Bu çalışmada eksenel statik ön yükün serbest titreşim frekansları üzerine etkisi, taşıma matrisi ve rijitlik matrisi yöntemleri ile ayrı ayrı ele alınmaktadır.

#### 2.4.4.1. Taşıma Matrisi Yöntemi

Bunun için ön yüklü halde taşıma matrisi yöntemi ile hazırlanan frekans bulma programları aynen kullanılacaktır. Ön yük sıfırdan başlayarak arttırılarak, karşılık gelen frekans değerleri (determinantın sıfır olduğu yerler) işaretlenecektir.

Frekans no:	Yük seviyeleri					
	$p_1=0$	$p_2$	$p_3$	.....	.....	$p_n$
1	$w_1$	$w_1$	$w_1$	$w_1$	$w_1$	$w_1$
2	$w_2$	$w_2$	$w_2$	$w_2$	$w_2$	$w_2$
.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....
m	$w_m$	$w_m$	$w_m$	$w_m$	$w_m$	$w_m$

Frekans hesabında, eksenel ön yük tatbiki sonucu yayın en son konumu dikkate alınacak, yaydaki yanal deformasyonlar ihmal edilecektir.

Sadece uçlarından mesnetlenmiş dairesel silindirik helislerde bu etkiler SERTAS ve MYK programları; dairesel olmayan

silindirik helislerde ise SERTAS3 ve MYK4 programları ile incelenebilir. Bu programlarda taşıma matrisi seri çözümünden bulunmakta, kayma ve eksenel deformasyonların etkileri ile dönme ataletleri göz önüne alınmaktadır.

#### 2.4.4.2. Rijitlik Matrisi Yöntemi

$$[M]\{\ddot{D}\} + ([K] - [K_G])\{D\} = \{0\} \quad (2.429)$$

Bu durumda, sistem rijitlik matrisi (2.429) da olduğu gibi ön yük ile ilgili terimler içermektedir. Bu çalışmada rijitlik matrisi yöntemi ile ön yükün frekanslara etkileri,

a) Helis eksenli eleman rijitlik matrisinin, taşıma matrisinin seri çözümünden elde edildiği RIJONSP (Ek 0.3),

b) Doğru eksenli eleman ve geometrik rijitlik matrisinin kullanıldığı SERDOG (Ek 0.1),

programları ile incelenecektir. Her iki programda da, eksenel statik yükün kesit içindeki normal bileşenleri göz önüne alınmakta; dönme ataletleri ve kayma deformasyonu etkileri hesaplanmaktadır. RIJONSP programında ayrıca, eksenel deformasyon etkileri ve kayma gerilmelerinin kesit içinde üniform olmayan dağılımları dikkate alınmaktadır.

#### 2.4.5. Eksenel Yükün Kritik Değeri (Burkulma Yükü)

Statik halde, eksenel basınç yükü belli bir değeri aştığında denge hali kararlı olmayacak ve yay (helisel taşıyıcı sistem) burkulacaktır. Bu durum özellikle narin (ince uzun) yaylarda meydana gelmektedir. Basık yaylarda burkulma yükü için elemanter formüller (TIMOSHENKO,1961; HARINGX,1949) da verilmektedir.

Bu çalışmada eksenel tekil yük etkisi altında, helisin dengesinin kararsız olacağı konuma karşılık gelen burkulma yükü hesabı farklı iki şekilde incelenmektedir.

#### 2.4.5.1. Dinamik Yöntem (Dolaylı Yol)

Kritik yük değeri dolaylı olarak, Bölüm (2.4.4) de adı geçen programlarla bulunabilir. Dengenin kararsız duruma geldiği an, ön yük öyle bir değere varmış olacaktır ki, temel serbest titreşim frekansı sıfır olsun. Buna göre ön yük sıfırdan başlayarak belli adımlarla arttırılır ve bu yüke karşılık gelen temel serbest titreşim frekansı bulunur. Bu frekans sıfır olacak şekilde işlemlere devam edilir.

Frekans hesabında ön yükün şiddeti dışında, diğer bütün özellikler sabit tutulmaktadır (PEARSON,1982). Bu şekilde sabit bir helis açısında burkulma yükü hesaplanmaktadır. Diğer bir ifade ile, serbest uzunlukları farklı, fakat aksenal yük sonucu son konumları aynı olan yaylar ele alınacaktır. Daha sonra, burkulma yükünden hareket edilerek yayın ilk konumu bulunabilir.

Gerçekte, yayda kuvvet-uzama ilişkisi lineer olmadığından, artan yüklerle beraber yay rijitliği değişmektedir. Pratikte kullanılan yayların helis yükselme açıları nispeten küçük olduğundan, bu yöntemle elde edilen burkulma yükü değeri doğru sonuçlar vermektedir.

#### 2.4.5.2. Statik Yöntem (Direkt Yol)

a) Taşıma Matrisi Yöntemi: Başlangıçta  $w=0$  verilerek,  $w$  ve  $P_0$  değişkenlerine bağlı  $[F(w,P_0)]$  taşıma matrisi, tek parametreye bağlı  $[F(P_0)]$  olarak elde edilir. Bu şekilde, taşıma matrisinin sınır şartlarına göre hesaplanan bir minörünün determinantı sıfır yapan  $P_0$  değeri aranır.

Kritik burkulma yükünün hesaplanması amacı ile (Ek L.1) de listesi verilen SERTAS programında biraz değişiklik yapılarak BURKTAS programı elde edilmiştir. Programda yapılan değişiklik, aşağıda görüleceği gibi, diferansiyel geçiş matrisinin elemanlarında serbest titreşim frekansının iptal edilmesinden ibarettir.

```
Z=0.D0  
CALL COEF2(A,N,Z,AA,H,C,AL,I1,I2,I3,EO,GO,KN,KB,PO,RO)
```

Program veri dosyası klavuzu aşağıda olduğu gibidir. Burada SERTAS veri dosyasından farklı değişken DELP,  $P_0$  ön yükünün şiddetindeki artış miktarını temsil etmektedir.

Veri Dosyası Klavuzu
AA
ALFA
KN,KB
I2,I3,I1,AL
EO,PO,RO
KAT
NB
PO,DELP,IDON

Burkulma yükünün hesabı için yayın ilk konumu göz önüne alınır. Burkulma yükünden, yay rijitliği yardımı ile son konuma geçilebilir.

b) Rijitlik Matrisi Yöntemi: Statik halde (2.429) denklemi,

$$([K]-[K_G])\{D\} = \{0\} \quad (2.430)$$

şekline dönüşür. Burada, yayılı dış yükler ihmal edilmektedir. (2.430) da geometrik rijitlik matrisi için, (2.379) da doğru eksenli çubuk için verilen ifade kullanıldığında, ön yük ile ilgili terimler,

$$[K]\{D\} = N [K_G^*]\{D\} \quad (2.431)$$

şeklinde yalnız bırakılır. Eksenel tekil yük etkisi sonucu, helis kesitinde meydana gelen normal kuvvet bileşeni göz önüne alınarak, (2.431) için aşağıdaki ifade yazılır.

$$[K]\{D\} = P_o \text{Sin}\alpha [K_G^*]\{D\} \quad (2.432)$$

Bu çalışmada, (2.432) özel değer probleminin çözümü için iki program geliştirilmiştir:

**DOGRU5:** Bu program, (EK 0.1) de listesi verilen SERDOG programında küçük değişiklikler yapılarak elde edilmiştir. SERDOG da olduğu gibi sadece dairesel kesitli ve doğru eksenli kirişler ile helis meydana getirilmektedir. Kayma deformasyonu etkileri göz önüne alınmaktadır. SERDOG programında eleman rijitlik ve geometrik rijitlik matrisleri aynı anda ERM1 altprogramında hesaplanmaktadır. Listesi (Ek.R) de verilen DOGRU5 programında bu matrisler ayrılmış, ve eleman geometrik rijitlik matrisinde normal kuvvet terimleri yalnız bırakılmışlardır. Alt Uzak İteratif yöntemi ile burkulma yüküne karşılık gelen özel değerler bulunmaktadır. Programda elde edilen  $\lambda$  özel değerinden,

$$P_o = \frac{(\lambda)^{1/2}}{\text{Sin}\alpha} \quad (2.433)$$

ile kritik burkulma yüküne geçilmektedir. Yer alan değişkenlerin anlamlarının SERDOG program veri dosyasındaki değişkenlerle aynı olduğu, DOGRU5 program veri dosyası klavuzu aşağıda verilmiştir:

Veri Dosyası Klavuzu
NUMNP
AA, ALFA
EL, PO, CAP
NSAR
N, ID(I,N), KN
NROOT, IFPR

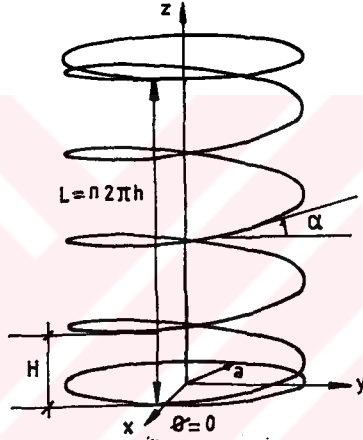
**RIJBURK:** Bu program, Listesi (Ek 0.2) de verilen RIJSPACE programında yapılan küçük değişiklikler ile hazırlanmıştır. Sadece daire kesitli helisel elemanlar kullanılmaktadır. Geometrik rijitlik matrisi DOGRU5 de olduğu gibi, doğru eksenli elemana ait olan matristir. Helisel eleman rijitlik matrisleri ERMAT1 alt programında,



taşıma matrisinin aksenal ve kayma deformasyonu etkilerinin ihmal edildiği kapalı ifadesinden elde edilmektedir. Program veri dosyası klavuzu, DOGRU5 te olduğu gibidir. Hesaplanan özel değerlerden, DOGRU5 te olduğu gibi yine (2.433) ile kritik burkulma yükü değerine geçilir.

#### 2.4.6. Çözümlü Problemler

##### 2.4.6.1. Dairesel Silindirik Helisel Yay Problemleri



Sekil:2.46. Dairesel silindirik bir yayda geometrik büyüklükler

ÖRNEK 1: Dairesel kesite sahip ve çelik malzemeden yapılmış ön yüksüz olan yay, uçlarından ankastre olarak mesnetlenmiştir. Serbest titreşim frekanslarına ait deneysel sonuçları mevcut olan yay için, (2.290) elemanter formülü ile hesaplanan en küçük frekans ( $w_e = 468.9$  Hz) olarak bulunmuştur.

Bu yaya ait serbest titreşim frekansları için, bu çalışmada hazırlanan SERTAS, SERDOG, MYK3 ve SERRIJ3 programları kullanılmıştır. Ankastre-ankastre uc için problemin SERTAS, RIJSPACE, SERDOG ve SERRIJ3 için hazırlanan veri dosyası klavuzları aşağıda olduğu gibidir:

SERTAS VERI DOSYASI

5.-3  
8.5744  
1.1 1.1 0  
4.9087e-14 4.9087e-14 9.817e-14  
7.85398e-7 1.E-3  
2.06e11 0.3 7900  
15.2  
3  
2000 10 200

MYK3 VERI DOSYASI

5.-3 8.5744  
4.9087e-14 4.9087e-14 9.817e-14 7.85398e-7 1.e-3  
2.06e11 0.3 7900  
15.2  
3  
2000 10 200  
21

RIJSPACE VERI DOSYASI

81  
5.E-3 8.5744  
2.06E11 0.3 7900.  
4.9087e-14 4.9087e-14 9.817E-14 7.85398E-7  
7.6  
1 1 1 1 1 1 0  
2 0 0 0 0 0 78  
81 1 1 1 1 1 1 0  
11

SERDOG VERI DOSYASI

81  
5.E-3 8.5744 0.  
2.06E11 0.3 7900. 1.E-3  
7.6  
1 1 1 1 1 1 0  
2 0 0 0 0 0 78  
81 1 1 1 1 1 1 0  
11 0



2.06e11	0.3		
4.91e-14	4.91e-14	9.82e-14	7.85e-7
3.42	4.18		
5.e-3	8.5744		
2.06e11	0.3		
4.91e-14	4.91e-14	9.82e-14	7.85e-7
4.18	4.94		
5.e-3	8.5744		
2.06e11	0.3		
4.91e-14	4.91e-14	9.82e-14	7.85e-7
4.94	5.7		
5.e-3	8.5744		
2.06e11	0.3		
4.91e-14	4.91e-14	9.82e-14	7.85e-7
5.7	6.46		
5.e-3	8.5744		
2.06e11	0.3		
4.91e-14	4.91e-14	9.82e-14	7.85e-7
6.46	7.22		
5.e-3	8.5744		
2.06e11	0.3		
4.91e-14	4.91e-14	9.82e-14	7.85e-7
7.22	7.98		
5.e-3	8.5744		
2.06e11	0.3		
4.91e-14	4.91e-14	9.82e-14	7.85e-7
7.98	8.74		
5.e-3	8.5744		
2.06e11	0.3		
4.91e-14	4.91e-14	9.82e-14	7.85e-7
8.74	9.5		
5.e-3	8.5744		
2.06e11	0.3		
4.91e-14	4.91e-14	9.82e-14	7.85e-7
9.5	10.26		
5.e-3	8.5744		
2.06e11	0.3		
4.91e-14	4.91e-14	9.82e-14	7.85e-7
10.26	11.02		
5.e-3	8.5744		
2.06e11	0.3		
4.91e-14	4.91e-14	9.82e-14	7.85e-7
11.02	11.78		
5.e-3	8.5744		
2.06e11	0.3		
4.91e-14	4.91e-14	9.82e-14	7.85e-7
11.78	12.54		

5.e-3	8.5744				
2.06e11	0.3				
4.91e-14	4.91e-14	9.82e-14	7.85e-7		
12.54	13.3				
5.e-3	8.5744				
2.06e11	0.3				
4.91e-14	4.91e-14	9.82e-14	7.85e-7		
13.3	14.06				
5.e-3	8.5744				
2.06e11	0.3				
4.91e-14	4.91e-14	9.82e-14	7.85e-7		
14.06	14.82				
5.e-3	8.5744				
2.06e11	0.3				
4.91e-14	4.91e-14	9.82e-14	7.85e-7		
14.82	15.2				
7.4909128e-5	7.4909128e-5	7.4909128e-5	7.4909128e-5	7.4909128e-5	7.4909128e-5
7.4909128e-5	7.4909128e-5	7.4909128e-5	7.4909128e-5	7.4909128e-5	7.4909128e-5
7.4909128e-5	7.4909128e-5	7.4909128e-5	7.4909128e-5	7.4909128e-5	7.4909128e-5
7.4909128e-5	7.4909128e-5	7.4909128e-5	7.4909128e-5	7.4909128e-5	7.4909128e-5
7.4909128e-5	7.4909128e-5	7.4909128e-5	7.4909128e-5	7.4909128e-5	7.4909128e-5
7.4909128e-5	7.4909128e-5	7.4909128e-5	7.4909128e-5	7.4909128e-5	7.4909128e-5
7.4909128e-5	7.4909128e-5	7.4909128e-5	7.4909128e-5	7.4909128e-5	7.4909128e-5
7.4909128e-5	7.4909128e-5	7.4909128e-5	7.4909128e-5	7.4909128e-5	7.4909128e-5
7.4909128e-5	7.4909128e-5	7.4909128e-5	7.4909128e-5	7.4909128e-5	7.4909128e-5
7.4909128e-5	7.4909128e-5	7.4909128e-5	7.4909128e-5	7.4909128e-5	7.4909128e-5
7.4909128e-5	7.4909128e-5	7.4909128e-5	7.4909128e-5	7.4909128e-5	7.4909128e-5
7.4909128e-5	7.4909128e-5	7.4909128e-5	7.4909128e-5	7.4909128e-5	7.4909128e-5
7.4909128e-5	7.4909128e-5	7.4909128e-5	7.4909128e-5	7.4909128e-5	7.4909128e-5
0.	0.				
3					

Çizelge (2.31) de, bu çalışmada hazırlanan programlarla elde edilen teorik sonuçlar, literatürde mevcut deneysel ve teorik sonuçlar ile birlikte verilmektedir.

Çizelge (2.31) den görüldüğü gibi, taşıma matrisi metodu ile elde edilen sonuçlar, deney ile elde edilen sonuçlara daha yakındır. Bu metotla çözülen problemde; dönme ataletleri ile eksenel ve kayma deformasyonu etkileri göz önüne alınmıştır. Esdeğer taşıma matrisi yöntemi ve MYK3 programı ile elde edilen çözümde, eksenel ve kayma deformasyon etkileri ihmal edilmiştir. Daire kesitli ve metalik yaylarda bu etkilerin önemli olmadığı görülmektedir. Bu etkiler ile dönme ataletlerinin hesaplanması durumunda, frekanslar düşmektedir.

Cizelge 2.31. Örnek 1 yayının özellikleri ve tabii frekansları.

g=7900 kg/m <sup>3</sup> E =2.06 10 <sup>11</sup> N/m <sup>2</sup> a=5 mm    n=7.6    V=0.3 d=1 mm    α=8.5744°    L <sub>0</sub> =36 mm    Ankastre-Ankastre											
Frekans (Hz)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Deney Sonuçları											
MOTTERS-HEAD, 1980	391.	391.	459.	528.	878.	878.	906.	--	1282.	1386.	--
Tasıma Matrisi Metodu											
SERTAS	393.5	395.9	462.8	525.5	864.0	876.8	914.3	1037.0	1310.5	1363.8	1395.1
MYK3 (21 el.)	393.9	396.5	463.9	525.6	865.0	877.9	915.4	1037.3	1312.8	1365.8	1394.6
PEARSON, 1982	394.9	397.6	456.4	518.3	859.7	874.7	902.2	1023.7	1293.4	1351.9	1387.2
Rijitlik Matrisi Metodu (Helis Eksenli Eleman)											
MOTTERS-HEAD, 1980	396.	397.	469.	532.	887.	900.	937.	1067.	1348.	1409.	--
SERRIJ3 (21 el.)	394.0	396.6	464.0	526.3	864.6	878.7	915.6	1038.6	1311.2	1363.9	1399.1
RIJSPACE (80 el.)	394.8	397.3	464.3	543.0	870.9	883.2	917.6	1069.5	1320.6	1380.1	1409.9
Rijitlik Matrisi Metodu (Doğru Eksenli Eleman)											
SERDOG (80 el.)	395.5	398.1	471.2	535.3	872.8	885.0	929.5	1055.8	1333.6	1383.5	1411.8
YALCIN, 1984 (80 el.)	389.0	392.0	461.0	523.0	856.0	869.0	910.0	1032.0	1305.0	1356.0	--

Hazırlanan deney düzeneklerinde, yayların montaj şekilleri ve yaya verilen titreşim hareketinin niteliği, yayın sahip olduğu tüm frekansların elde edilebilmesi açısından önemli olmaktadır. Çizelge (2.31) den görüleceği gibi genellikle, helisel yaylarda bazı frekanslar birbirine oldukça yakındır. Elemanter formülde ifade edildiği gibi, diğer frekanslar temel frekansın katları değildir. Deneylerle, özellikle birbirine çok yakın frekansların elde edilebilmesi her zaman mümkün olmamaktadır.

SERTAS programının ve PEARSON (1982) nin teorik sonuçları, kayma gerilmelerinin kesit içinde dağılımlarının etkilerini de kapsamaktadır. Görüleceği gibi, yay kesiti çok küçük ve kesit daire olduğundan, bu katsayıların frekanslara etkileri de ihmal edilecek seviyelerde kalmaktadır.

Kayma gerilmelerinin kesit içindeki dağılımı ile ilgili sabitler, daire kesit için birbirine oldukça yakın değerler veren,

$$\frac{1}{\alpha_n} = \frac{1}{\alpha_b} = \frac{6(1+\nu)}{(7+6\nu)} \quad (2.434)$$

eşitliği (COWPER,1966) veya,

$$\frac{1}{\alpha_n} = \frac{1}{\alpha_b} = \frac{6(1+\nu)^2}{(7+12\nu+4\nu^2)} \quad (2.435)$$

eşitliği (KANEKO,1975; STEPHEN,1981) ya da kısaca  $\alpha_n = \alpha_b = 10/9$  sabit değeri (INAN,1966) ile dikkate alınabilir. Bu sabitlerin kesit şekli ve çubuk malzemesinin poisson oranı ile ilgili olduğu görülmektedir.

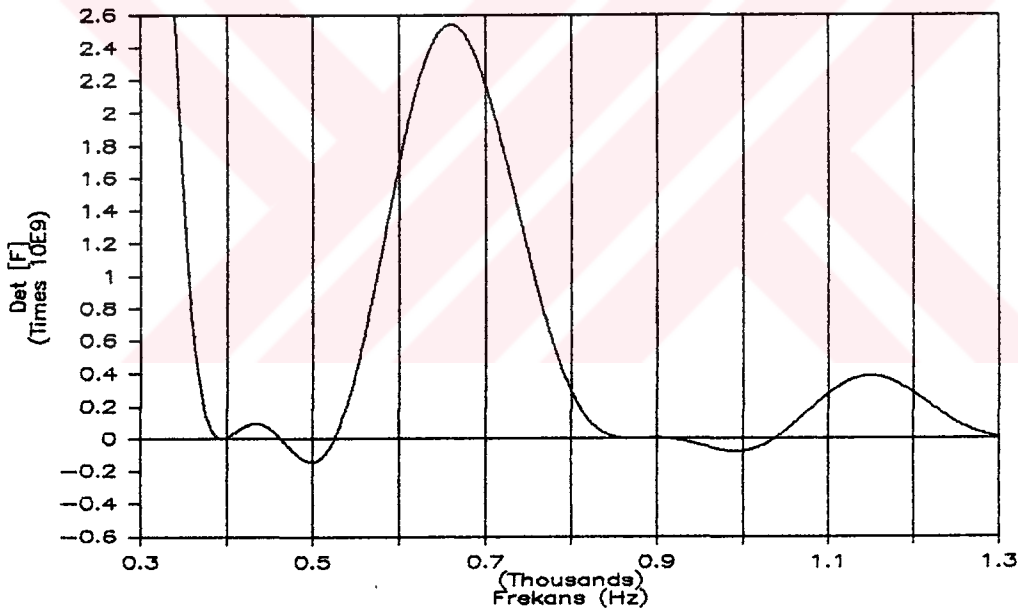
Toplanmış kütle, aksenal ve kayma deformasyonları ile dönme ataletlerinin ihmal ederek frekansların rijitlik matrisi metoduyla elde edildiği SERRIJ3 programı da, eleman sayısının az olması halinde bile oldukça etkin gözükmektedir. Dönme ataleti terimlerinin de ihmal edilebileceği görülmektedir.

Mottershead (1980), helisel çubuk için enerji metodu ile elde ettiği eleman yayılı kütle matrisini kullanarak Çizelge (2.31) de verilen sonuçları elde etmiştir. Kaç eleman ile elde edildiği

belirtilmeyen bu sonuçlar, RIJSPACE programı ile elde edilen sonuçlara daha yakındır.

Çizelge (2.31) de doğru eksenli çubuk kabulüne ait sonuçlar, aynı sayısal yöntemler kullanılarak elde edilmişlerdir. Farklılık, eleman rijitlik ve kütle matrislerinin, sistem koordinatlarına dönüştürülmesinde kullanılan  $\emptyset$  açısından ileri gelmektedir.

Taşıma matrisi metodu ile elde edilen sonuçlar kesindir. Fakat determinant bulma yöntemi ile frekansların aranması zahmetli olmaktadır. Öncelikle doğru eksenli çubuk kabulü ile, frekansların bulunduğu aralıkların tespit edilip, sonra bu aralıklarda frekansların kesin değerlerinin taşıma matrisi yöntemi ile elde edilmesi önerilebilir.



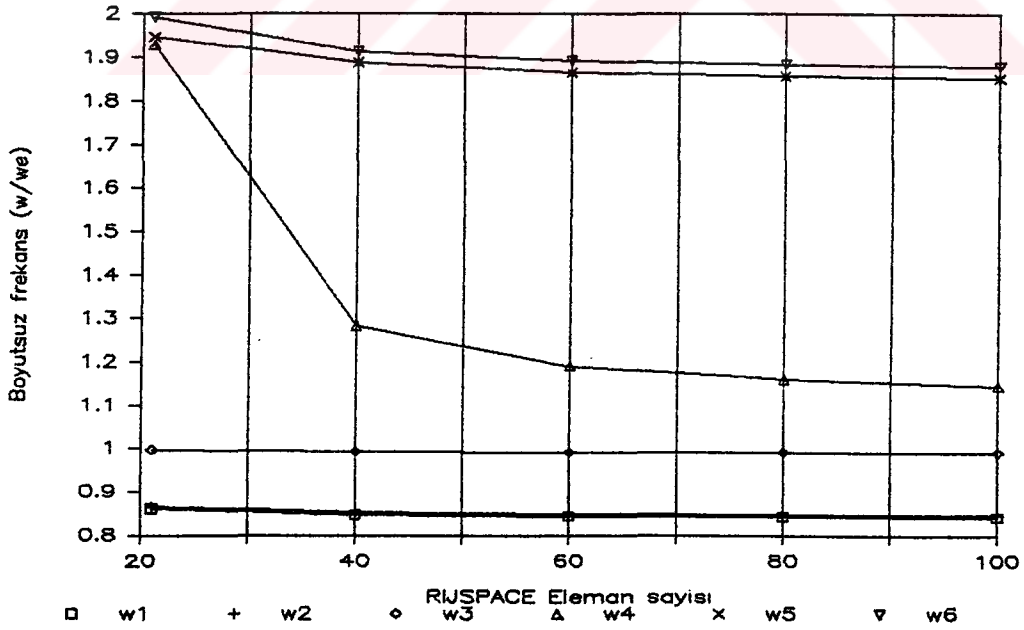
Sekil:2.47. Örnek 1 yayı için determinant-frekans grafiği.

Şekil (2.47) de, SERTAS programı ile elde edilen frekans ve bunlara karşılık gelen taşıma matrisi determinant değerleri verilmiştir. Determinantın işaret değiştirdiği yerler, köklerin bulunduğu yerlerdir.



**Cizelge:2.32.** RIJSPACE de eleman sayısı ile frekansların değışimi.

$g=7900 \text{ kg/m}^3$ $E = 2.06 \cdot 10^{11} \text{ N/m}^2$ $a=5 \text{ mm}$ $n=7.6$ $V=0.3$ $d=1 \text{ mm}$ $\alpha=8.5744^\circ$ $L_0=36 \text{ mm}$ Ankastre-Ankastre											
Frekans (Hz)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
21 ele.	403.2	405.0	466.7	904.8	913.6	934.4	946.3	1369.5	1535.2	1535.4	1725.2
40 ele.	397.2	399.4	465.1	600.8	885.5	896.6	923.0	1176.5	1335.7	1420.1	1443.0
60 ele.	395.5	397.9	464.6	557.1	875.	886.8	919.	1095.5	1325.3	1390.6	1418.7
80 ele.	394.8	397.3	464.3	543.0	870.9	883.2	917.6	1069.5	1320.6	1380.1	1409.9
100 ele.	394.5	397.0	464.2	536.7	868.9	881.5	916.9	1057.9	1319.0	1376.5	1406.9



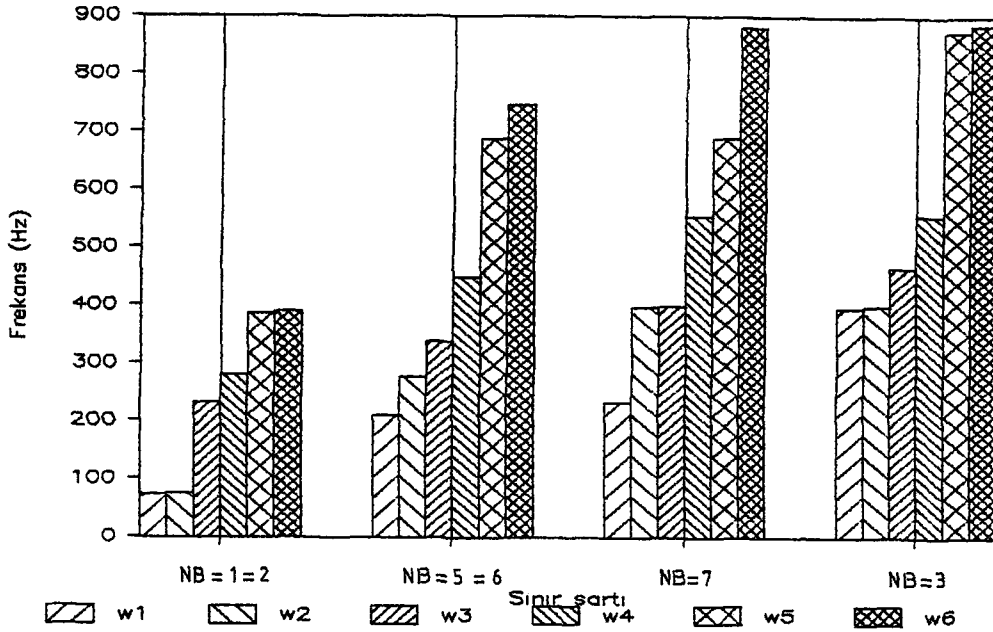
**Sekil:2.48.** örnek 1 yayında RIJSPACE için eleman sayısı-frekans değışim grafiği.

Çizelge (2.32) de toplanmış kütle halinde, RIJSPACE programında eleman sayıları ile, frekansların aldıkları değerler verilmiştir. Bu değişim ilk altı frekans için, Şekil (2.48) de grafik olarak gösterilmiştir. Bu problemin çözümünde 60÷100 elemanın yeterli olduğu görülmektedir. Eleman sayısı ile en büyük değişim, temel frekanstan çok diğer frekanslarda meydana gelmektedir.

Çizelge (2.33) de frekansların, sınır şartları ile değişimi verilmiştir. Bu sonuçlar 60 eleman için RIJSPACE ile elde edilmiştir. Buradan, sistem rijitlestikçe frekanslarının büyüdüğü görülmektedir. Ara mesnetler bulunması durumunda da frekansların büyüyeceği açıktır. Sistemin serbestlik derecesi arttıkça, frekans küçülecektir. Çizelge (2.33) de bulunan ilk altı frekans, Şekil (2.49) da grafikleştirilmiştir.

Çizelge:2.33. Sınır şartlarının, frekanslara etkisi.

$g=7900 \text{ kg/m}^3$ $E=2.06 \cdot 10^{11} \text{ N/m}^2$ NB=1 ....Ankaste-Bos $d=1 \text{ mm}$ $\alpha=8.5744^\circ$ $L=36 \text{ mm}$ NB=3 ....Ankastre-Ankastre $a=5 \text{ mm}$ $n=7.6$ $V=0.3$ NB=5 ....Ankastre-Basit NB=7 ....Bknz. (Şekil 2.44)											
Frekans (Hz)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
NB=1=2	73.7	74.1	231.6	279.1	385.6	388.9	684.7	814.9	890.8	908.6	1113.9
NB=5=6	208.3	276.7	337.9	449.3	688.1	747.3	856.7	916.3	1169.9	1241.5	1372.6
NB=7	232.4	396.6	397.9	555.3	690.3	881.9	886.9	1082.6	1135.4	1386.1	1418.2
NB=3	395.5	397.9	464.6	557.1	875.	886.8	919.	1095.5	1325.3	1390.6	1418.7



**Sekil:2.49.** İlk altı frekansın sınır şartları ile değişimi

Rijitlik matrisi metodu ile çözüm yapan RIJSPACE programı (Ek 0.2) de verilen haliyle, (basit-basit) mesnette olduğu gibi sadece rijit cisim hareketi yapan taşıyıcı sistemin frekanslarını hesaplayamamaktadır. Bu durumda sistem labil olduğu (z- ekseninde dönebiliyor) için temel frekans sıfıra eşit olur. Sıfır frekansına karşılık gelen modlar ise, rijit cisim hareketlerini temsil ederler.  $w=0$  için, sistem rijitlik matrisinin determinanı sıfırdır ve bu halde özel değer problemi çözülememektedir. Programa yapılacak küçük ilaveler ile bu sorun halledilerek, diğer frekanslar tespit edilebilir (BATHE ve WILSON, 1976). Bunun için "özel değerlerin kaydırılması-Shifting" metodu uygulanmalıdır.

$$[K]\{D\} = \lambda [M]\{D\} \quad (2.436)$$

Sadece rijit cisim hareketi yapan sistemlerde, (2.436) da  $[K]$  tekil olmaktadır. Bu durumda,  $\hat{K}$  kaydırılmış rijitlik matrisi,

$$\hat{K} = [K] - \sigma [M] \quad (2.437)$$

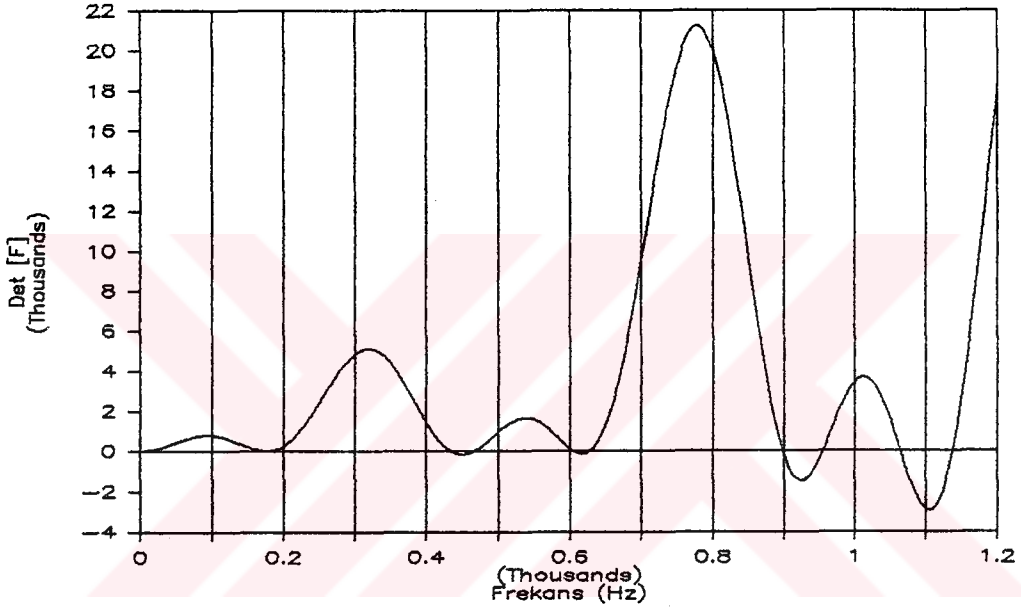
tarif edilir. Burada  $\sigma$ , sıfırdan farklı reel bir sayıdır. Bu şekilde tarif edilen  $\hat{K}$ , mutlak pozitif tanımlıdır. Böylece,

$$[\hat{K}] \{D\} = \mu [M] \{D\} \quad (2.438)$$

denklemini çözülür. Bu çözümden elde edilen özel vektörlerde bir değişiklik olmamaktadır. Fakat gerçek özel değerlere.

$$\lambda_i = \mu_i - \sigma \quad (2.439)$$

ile geçilebilir.



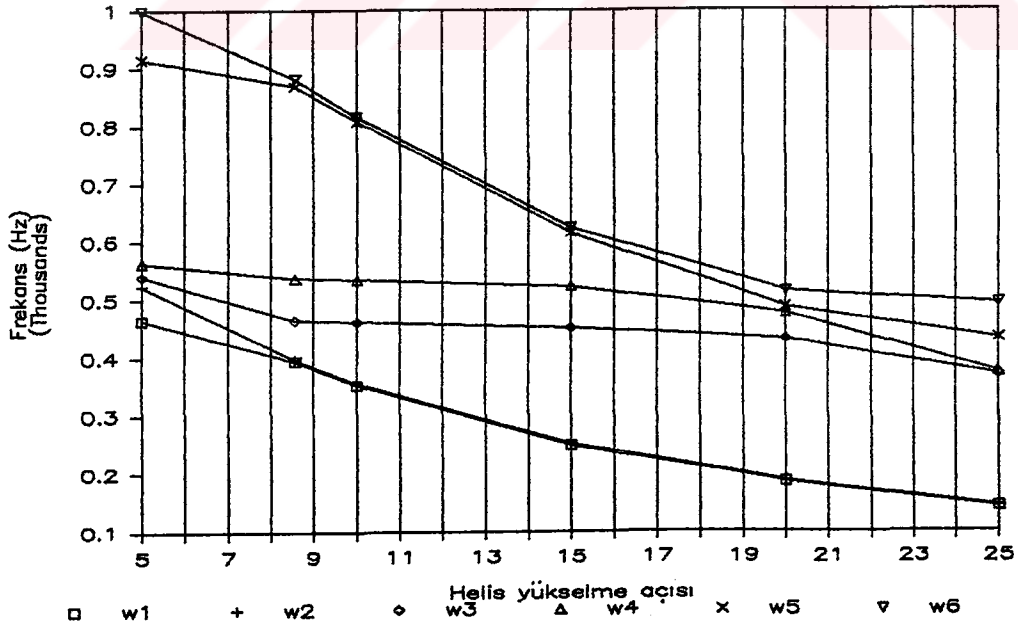
**Sekil:2.50.** Basit-Basit mesnet için SERTAS frekans-determinant eğrisi.

Bilindiği gibi taşıma matrisi metodunda, frekanslar determinant aranarak elde edilmektedir. Bu metoda dayanarak hazırlanmış programlarda, labil sistemlerin frekansları, programda hiç bir değişikliğe gerek kalmadan elde edilebilir. Şekil (2.50) de, örnek 1 yayının uçlarının her ikisinin de basit olarak mesnetlenmesi durumunda, frekans determinant eğrisi gösterilmiştir. Görüldüğü gibi frekans  $w=0$  dan başlamaktadır.

Çizelge (2.34) ve Şekil (2.51) de  $\alpha$  helis yükselme açısının, frekanslara etkisi görülmektedir. Bu sonuçlar uçları ankastre olan

Cizelge:2.34. Helis yükselme açısının frekanslara etkisi.

$\rho=7900 \text{ kg/m}^3$ $E = 2.06 \cdot 10^{11} \text{ N/m}^2$ $a=5 \text{ mm}$ $n=7.6$ $\nu=0.3$ $d=1 \text{ mm}$ <span style="float: right;">Ankastre-Ankastre</span>											
Frekans (Hz)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
$\alpha=5^\circ$	465.1	522.5	539.6	562.5	916.4	999.1	1035.9	1105.2	1328.1	1470.3	1568.5
$\alpha=8.57^\circ$	394.5	397.0	464.2	536.7	868.9	881.5	916.9	1057.9	1319.0	1376.5	1406.9
$\alpha=10^\circ$	352.4	354.6	461.6	533.8	807.7	815.4	908.5	1049.9	1290.8	1328.5	1330.8
$\alpha=15^\circ$	247.8	249.8	450.6	522.4	614.9	623.4	881.1	1025.0	1058.6	1082.5	1286.7
$\alpha=20^\circ$	184.1	185.8	430.8	475.2	485.9	513.1	819.8	853.0	901.2	1008.5	1204.1
$\alpha=25^\circ$	141.5	142.8	369.0	373.4	432.1	492.0	684.2	688.4	835.6	977.9	1037.9



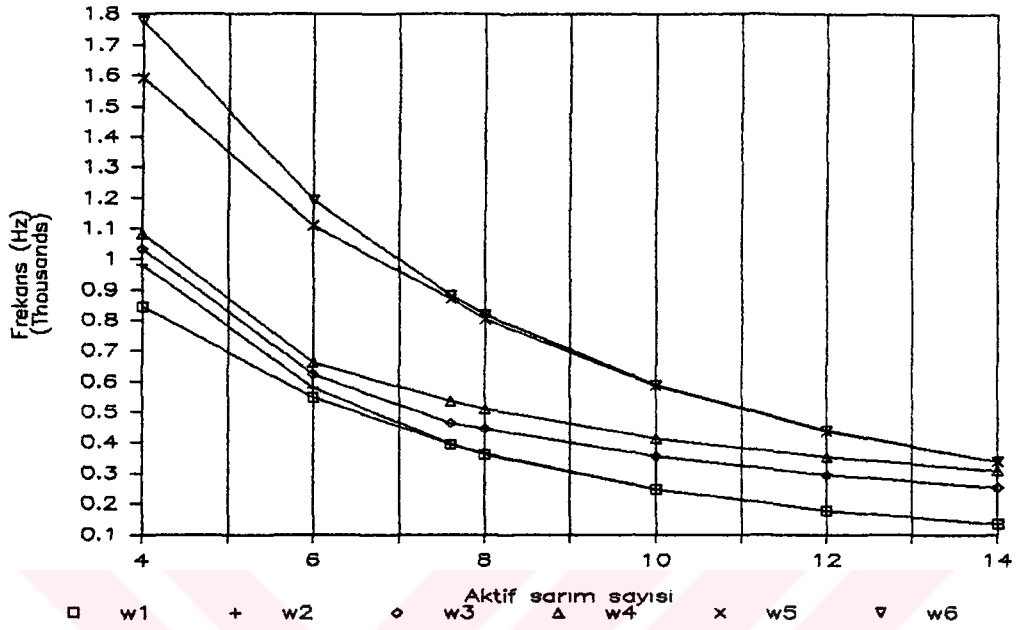
Sekil:2.51. Helis yükselme açısının frekanslara etkisi.

helis ve 100 eleman için RIJSPACE ile elde edilmiştir.  $\alpha$  helis yükselme açısı büyüdükçe, yaya ait diğer özellikler aynı kalmasına rağmen, yay toplam uzunluğu artmakta ve sistem rijitliği azalmaktadır. Bunun sonucu frekanslar küçülmektedir. Bu küçülme, temel frekansta daha çok bellidir. Bu çizelgeden ayrıca, uçları sadece ankastre olarak mesnetlenmiş daire kesitli dairesel silindirik helis için verilen elemanter formülün,  $\alpha \leq 5^\circ$  için geçerli olacağı görülmektedir.

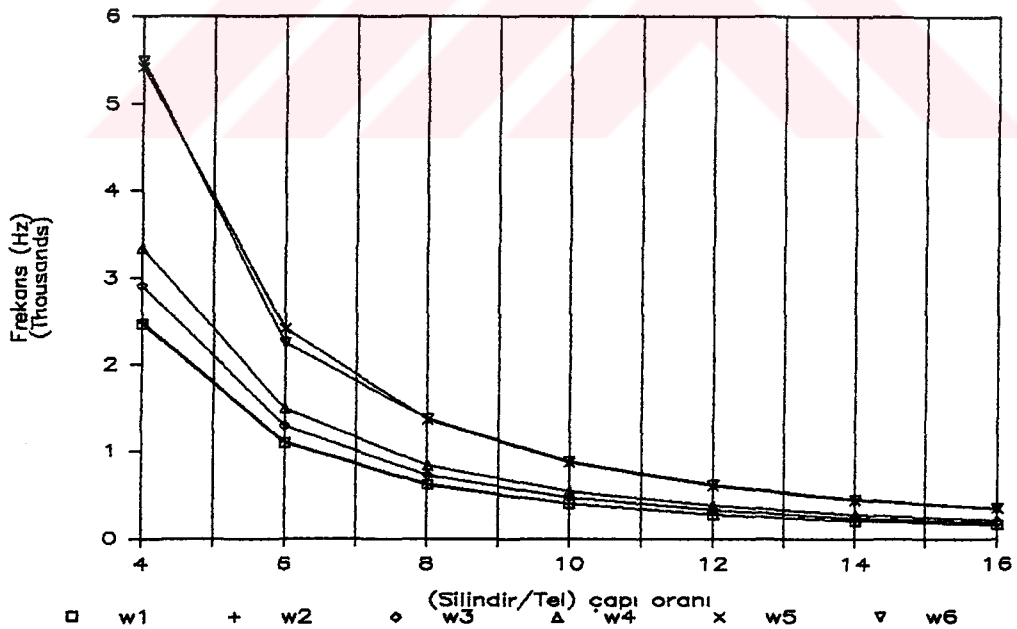
Çizelge (2.35) ve Şekil (2.52) de n helis sarım sayısının, frekanslara etkisi görülmektedir. Ankastre-ankastre mesnet ve 100 eleman için bu sonuçlar RIJSPACE ile elde edilmiştir. Helis sarım sayısı arttıkça, yay uzunluğu artmakta, sistemin rijitliği azalmakta, dolayısı ile frekanslar küçülmektedir. Bu küçülme, tüm frekanslarda hemen hemen aynı hızda gerçekleşmektedir. Sarım sayısının artması ile beraber, bütün frekanslar birbirine yaklaşmaktadır.

Çizelge:2.35. Helis sarım sayısının frekanslara etkisi.

$g=7900 \text{ kg/m}^3$ $E=2.06 \cdot 10^{11} \text{ N/m}^2$ $a=5 \text{ mm}$ $V=0.3$ $d=1 \text{ mm}$ $\alpha=8.5744^\circ$ Ankastre-Ankastre											
Frekans (Hz)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
n=4	844.7	981.1	1032.0	1083.6	1592.3	1777.9	1819.8	1943.9	2092.6	2272.8	2463.0
n=6	548.0	578.9	621.7	660.0	1107.2	1193.2	1246.1	1294.7	1596.2	1772.5	1824.0
n=7,6	394.5	397.0	464.2	536.7	868.9	881.5	916.9	1057.9	1319.0	1376.5	1406.9
n=8	360.1	363.6	445.8	509.4	803.4	818.5	888.2	997.8	1239.2	1310.7	1355.4
n=10	246.6	247.3	354.2	414.0	584.0	587.1	703.6	815.6	971.4	985.4	1049.2
n=12	178.0	178.2	294.6	351.1	437.3	438.4	586.0	693.6	755.7	761.2	872.2
n=14	134.0	134.0	252.3	306.8	337.7	338.5	502.6	590.9	597.8	618.3	749.3



Sekil:2.52. Helis aktif sarım sayısının frekanslara etkisi.



Sekil:2.53. (D/d) oranının frekanslara etkisi.

Çizelge (2.36) ve Şekil (2.53) te, [silindir çapı(D)/tel çapı(d)] oranının, frekanslara etkisi görülmektedir. Bu sonuçlar 100 eleman için RIJSPACE ile elde edilmiştir. Buradan, bu oranının büyümesi ile, sistemin rijitliğinin azaldığı, bu nedenle frekansların küçüldüğü anlaşılmaktadır. (D/d) oranının artması ile elde edilen grafik, sarım sayısının artması ile elde edilen grafiğe benzerdir. (D/d) nin artması, bütün frekanslarda görülür bir düşüşe neden olmakta, frekanslar gittikçe birbirine yaklaşmaktadır.

Çizelge:2.36. (D/d) oranının frekanslara etkisi.

g=7900 kg/m <sup>3</sup> E =2.06 10 <sup>11</sup> N/m <sup>2</sup> n=7.6 V=0.3 d=1 mm α=8.5744°											
Ankastre-Ankastre											
Frekans (Hz)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
D/d=4	2463.1	2478.8	2900.9	3337.9	5417.3	5495.1	5728.2	6581.3	8235.8	8577.0	8762.1
D/d=6	1095.4	1102.4	1289.4	1488.3	2411.6	2246.4	2546.7	2394.0	3662.8	3819.7	3963.4
D/d=8	616.3	620.3	725.3	838.1	1357.3	1376.9	1432.7	1652.2	2060.8	2150.1	2197.5
D/d=10	394.5	397.0	464.2	536.7	868.9	881.5	916.9	1057.9	1319.0	1376.5	1406.9
D/d=12	274.0	275.7	322.4	372.8	603.5	612.2	636.8	734.9	917.5	956.8	979.0
D/d=14	201.3	202.6	236.8	273.9	434.4	449.8	467.9	540.0	673.2	703.0	718.4
D/d=16	154.1	155.1	181.3	209.8	339.5	344.4	358.2	413.5	515.4	538.3	550.1

ÖRNEK 2: Bu problemdeki sınır şartları ve kesit şekli birinci problemde olduğu gibidir. Örneğin seçilmesindeki amaç: D. PIETRA ve D. VALLE (1982) nin dairesel silindire sarılmış, daire kesitli, ankastre-ankastre mesnetlenmiş helisel yayların aksenal ve burulma tipi titreşim modlarına sahip frekansları için, α helis



yükselme açısının etkisini de katarak, WITTRICK in (1966) teorisine dayanarak geliştirdikleri bir formülünün etüdüdür.

Uçları ankastre, daire kesitli, dairesel silindirik ve aksenal titreşim moduna sahip bir yay için WAHL (1963) tarafından verilen elemanter formülü toplam çubuk uzunluğu L ye bağlı olarak yeniden yazalım:

$$w_e = N \frac{\pi}{LR} \left( \frac{GI_p}{\rho A} \right)^{1/2} \text{ (rad/s)} \quad (2.440)$$

Burada  $I_p$  kesitin polar atalet momenti, R silindir yarıçapı ( $R=D/2$ ),  $\rho$  malzeme yoğunluğu, G malzemenin kayma modülü ve N mod sayısıdır. En küçük aksenal frekans için  $N=1$  alınır. L; n sarım sayısı ve  $\alpha$  helis yükselme açısı olmak üzere aşağıdaki eşitlik yardımı ile hesaplanabilir:

$$L = \frac{2\pi Rn}{\cos\alpha} \quad (2.441)$$

$\alpha$  nın çok küçük değerleri için, ( $L \approx \pi Dn$ ) olacaktır. (2.440) ile aksenal moda sahip titreşim frekansı elde edilir. Burulma tipi modlara sahip titreşimin frekansı için de,

$$w_b = N \frac{\pi}{LR} \left( \frac{EI_n}{\rho A} \right)^{1/2} \text{ (rad/s)} \quad (2.442)$$

ifadesi bilinmektedir (WAHL,1963). Bu formül daire kesit ve çelik malzeme için yazılır ve gerekli kısaltmalar yapılırsa, iki mod frekansları arasında,

$$w_b = \left( \frac{EI_n}{GI_p} \right)^{1/2} \cdot w_e = (1+\nu)^{1/2} \cdot w_e \approx 1.14 w_e \quad (2.443)$$

bağıntısı elde edilir. (2.440) ve (2.443) formüllerinin doğruluğu, çok küçük helis açısına sahip silindirik yaylar için gözlenmektedir (WITTRICK,1966).

Bu hatırlatmalardan sonra, aksenal ve burulma modlarına sahip titreşim frekansları,

$$\Omega = wD/w_e L \quad (2.444)$$

boyutsuz frekansı olmak üzere,

$$\Omega^4 - b\Omega^2 + c = 0 \quad (2.445)$$

denkleminin köklerinden,

$$\Omega_1 = \left\{ (b/2) - [(b/2)^2 - c]^{1/2} \right\}^{1/2} \quad (2.446)$$

$$\Omega_2 = \left\{ (b/2) + [(b/2)^2 - c]^{1/2} \right\}^{1/2}$$

elde edilmektedir (D.PIETRA ve D.VALLE,1982). Burada c ve b sabitleri,

$$b = -\frac{v^2}{\pi^2} \left\{ \frac{\beta_y/\beta_x}{1+a} [(1+a)^2 + 2v^2 \tan^2 \alpha] + \frac{\beta_x/\beta_z}{(\beta_x/\beta_z) + a} [(1-a)^2 - \frac{2v^2 \tan^2 \alpha}{1+a} (1-a)^2] \right\} \quad (2.447)$$

ve,

$$c = \frac{v^4}{\pi^4} \frac{(\beta_x \beta_y / \beta_z^2) (1-a)^4}{(1+a) [(\beta_x/\beta_z) + a]} \quad (2.448)$$

eşitlikleri ile hesaplanır. Bu ifadelerdeki diğer terimler,

$$v = \mu D = \frac{2\pi D n}{L} = 2 \cos \alpha \quad (2.449)$$

$$\beta_x = EI_n \quad ; \quad \beta_y = EI_b \quad ; \quad \beta_z = GI_p \quad (2.450)$$

$$a = 1 + \frac{v^2}{4 \cos^4 \alpha} \quad (2.451)$$

şeklindedirler. (2.446) ile  $\alpha$  açısının etkileri dikkate alınarak, aksenal ve burulma moduna sahip frekanslar bulunabilir.

Bu örneğe ait serbest titreşim frekanslarının elde edilmesi amacıyla kullanılan ve bu çalışmada geliştirilen programların özellikleri Çizelge (2.37) de verilmiştir.

**Çizelge:2.37.** Örnek 2 yayının frekans hesabında kullanılan programların özellikleri

Program	Kullanılan Metot	Dönme ataleti etkileri	Eksenel ve kayma def. etkileri	Eleman sayısı	Eleman tipi	Kütle	$\alpha_n$ ve $\alpha_b$
SERTAS	Taşıma mat	Hesaplanıyor	Hesaplanıyor	1	Helisel	Helis için yayılı	1.1
MYK3	Esdeğer Taşıma mat	Hesaplanıyor	İhmal	21	Helisel	Helis için toplanmış	İhmal
SERRIJ3	Rijitlik Matrisi	İhmal	İhmal	21	Helisel	Helis için toplanmış	İhmal
RIJSPACE	Rijitlik Matrisi	Hesaplanıyor	İhmal	60	Helisel	Doğru ek. yayılı	İhmal
SERDOG	Rijitlik Matrisi	Hesaplanıyor	Sadece kayma deformasyonu et.	60	Doğru ek. giriş	Doğru ek. yayılı	İhmal

Çizelge (2.37) de yer alan programların, bu örnek için hazırlanan veri dosyaları aşağıda olduğu gibidir:

SERRIJ3 VERİ DOSYASI											
21	120	60									
0	0	0	0	0	0	1	2	3	61	62	63
1	2	3	61	62	63	4	5	6	64	65	66
4	5	6	64	65	66	7	8	9	67	68	69
7	8	9	67	68	69	10	11	12	70	71	72
10	11	12	70	71	72	13	14	15	73	74	75
13	14	15	73	74	75	16	17	18	76	77	78
16	17	18	76	77	78	19	20	21	79	80	81
19	20	21	79	80	81	22	23	24	82	83	84
22	23	24	82	83	84	25	26	27	85	86	87
25	26	27	85	86	87	28	29	30	88	89	90
28	29	30	88	89	90	31	32	33	91	92	93
31	32	33	91	92	93	34	35	36	94	95	96
34	35	36	94	95	96	37	38	39	97	98	99



6.3617251E-11	6.3617251E-11	1.272345E-10	2.827433388E-5
5.1 5.7			
25.e-3 5.1384			
2.1e11 0.3			
6.3617251E-11	6.3617251E-11	1.272345E-10	2.827433388E-5
5.7 6.3			
25.e-3 5.1384			
2.1e11 0.3			
6.3617251E-11	6.3617251E-11	1.272345E-10	2.827433388E-5
6.3 6.9			
25.e-3 5.1384			
2.1e11 0.3			
6.3617251E-11	6.3617251E-11	1.272345E-10	2.827433388E-5
6.9 7.5			
25.e-3 5.1384			
2.1e11 0.3			
6.3617251E-11	6.3617251E-11	1.272345E-10	2.827433388E-5
7.5 8.1			
25.e-3 5.1384			
2.1e11 0.3			
6.3617251E-11	6.3617251E-11	1.272345E-10	2.827433388E-5
8.1 8.7			
25.e-3 5.1384			
2.1e11 0.3			
6.3617251E-11	6.3617251E-11	1.272345E-10	2.827433388E-5
8.7 9.3			
25.e-3 5.1384			
2.1e11 0.3			
6.3617251E-11	6.3617251E-11	1.272345E-10	2.827433388E-5
9.3 9.9			
25.e-3 5.1384			
2.1e11 0.3			
6.3617251E-11	6.3617251E-11	1.272345E-10	2.827433388E-5
9.9 10.5			
25.e-3 5.1384			
2.1e11 0.3			
6.3617251E-11	6.3617251E-11	1.272345E-10	2.827433388E-5
10.5 11.1			
25.e-3 5.1384			
2.1e11 0.3			
6.3617251E-11	6.3617251E-11	1.272345E-10	2.827433388E-5
11.1 11.7			
25.e-3 5.1384			
2.1e11 0.3			
6.3617251E-11	6.3617251E-11	1.272345E-10	2.827433388E-5
11.7 12.			

1.0568E-2	1.0568E-2	1.0568E-2	1.0568E-2	1.0568E-2
1.0568E-2	1.0568E-2	1.0568E-2	1.0568E-2	1.0568E-2
1.0568E-2	1.0568E-2	1.0568E-2	1.0568E-2	1.0568E-2
1.0568E-2	1.0568E-2	1.0568E-2	1.0568E-2	1.0568E-2
1.0568E-2	1.0568E-2	1.0568E-2	1.0568E-2	1.0568E-2
1.0568E-2	1.0568E-2	1.0568E-2	1.0568E-2	1.0568E-2
1.0568E-2	1.0568E-2	1.0568E-2	1.0568E-2	1.0568E-2
1.0568E-2	1.0568E-2	1.0568E-2	1.0568E-2	1.0568E-2
1.0568E-2	1.0568E-2	1.0568E-2	1.0568E-2	1.0568E-2
1.0568E-2	1.0568E-2	1.0568E-2	1.0568E-2	1.0568E-2
1.0568E-2	1.0568E-2	1.0568E-2	1.0568E-2	1.0568E-2
1.0568E-2	1.0568E-2	1.0568E-2	1.0568E-2	1.0568E-2
0.	0.			
3				

SERTAS VERI DOSYASI			
25.E-3			
5.1384			
1.1	1.1	0.	
6.3617251E-11	6.3617251E-11	1.272345E-10	
2.827433388E-5	6.E-3		
2.1E11	0.3	7900	
12.			
3			
2791	0.15	750	

RIJSPACE VERI DOSYASI			
61			
25.E-3	5.1384		
2.1E11	0.3	7900.	
6.361725e-11	6.361725e-11	1.272345E-10	2.8274e-5
6.			
1	1	1	1
2	0	0	0
61	1	1	1
12			

SERDOG VERI DOSYASI						
61						
25.E-3	5.1384	0.				
2.1E11	0.3	7900.	6.E-3			
6.						
1	1	1	1	1	1	0
2	0	0	0	0	0	58
61	1	1	1	1	1	0
12	0					

MYK3 VERI DOSYASI						
25.E-3	5.1384					
6.3617251E-11	6.3617251E-11	1.272345E-10	2.827433388E-5	6.E-3		
2.1E11	0.3	7900				
12.						
3						
2250	3	750				
21						

MYK3, SERDOG ve RIJSPACE programları ile çözümde, eleman kütleleri uçlara eşit olarak dağıtılmaktadır. SERRIJ programında, bu kütleler eleman ortasında toplanacak şekilde data olarak verilmiştir.

Bu çalışmada hazırlanan programlar ile: (2.440), (2.443) elemanter formülleri (WAHL,1963) ve (2.446) eşitliği (D.PIETRA ve D.VALLE,1982) ile elde edilen sonuçlar toplu halde Çizelge (2.38) de verilmiştir. Çizelgede ayrıca deneysel sonuçlar da mevcuttur.

Çizelge (2.38) den görüldüğü gibi, deneysel verilere en yakın sonuçlar, SERTAS programı ile elde edilen sonuçlardır. SERTAS dışında SERRIJ3 ve MYK3 ile elde edilen sonuçlar da deneysel sonuçlarla uyusmaktadır.

Bu örnekte helis yükselme açısı  $\alpha$ , Wahl (1963) ün elemanter formüllerinin geçerli olduğu bir değerdedir. Bu formülün, küçük açılar ve ankastre-ankastre mesnet halinde aksenal ve burulma moduna sahip ilk frekansların tahmininde kullanılabileceği görülmektedir. D.PIETRA ve

D.VALLE (1982) nin geliştirdikleri (2.446) formülü ise. elemanter formüllerden daha iyi sonuçlar vermektedir.

Çizelgede literatürde verilmeyen veya deney ile tesbit edilemeyen frekanslara ait modların bazıları eğilme, bazıları da bu modların etkileşimi şeklindedir. Deneysel kısıtlamalar nedeni ile, tüm modlara ait frekansların bulunmasının mümkün olmadığı anlaşılmaktadır.

Çizelge:2.38. Örnek 2 yayının özellikleri ve frekansları

		D.PIETRA ve D.VALLE (1982)		WAHL (1963)	RIJSPACE 60 el.	SERRIJ3 21 el.	MYK3 21 el.	
Frekans no:	SERTAS	SERDOG 60 el.	Deney	Teori				
1	140.6	143.4	141.	141.	141.	141.2	141.1	141.3
2	161.1	164.4	161.	161.	161.	167.0	161.4	161.1
3	177.8	179.8	--	--	--	179.1	178.5	178.3
4	181.2	183.3	--	--	--	182.4	182.	181.7
5	274.7	280.3	275.	275.	282.	276.4	275.6	275.7
6	305.9	312.2	300.	313.	322.	312.7	307.5	306.8
7	308.1	314.6	--	--	--	316.9	309.2	308.7
8	319.2	325.8	--	--	--	328.8	320.8	320.1
9	391.8	399.8	392.	389.	423.	395.1	392.9	392.7
10	430.6	440.2	433.	443.	483.	441.2	432.6	431.4
11	436.3	445.1	--	--	--	448.7	437.4	436.6
12	444.5	455.7	--	--	--	457.2	447.2	446.2



### 2.4.6.2. Dairesel Silindirik Olmayan Helisel Yay Problemleri

**ÖRNEK 3:** Bu örnekte helisel yay, hiperboloidal bir yüzeye sarılmıştır (Şekil 2.39-b). Helis yükselme açısı, eksen boyunca sabittir. Bölüm (2.4.1.2) de anlatıldığı gibi, bu tip yaylara yaklaşık bir çözüm bulmak mümkün olmaktadır. Bu amaçla, çubuk küçük elemanlara bölünmekte, her eleman daireysel silindire sarılmış helis olarak düşünülmektedir.

Bu probleme ait deneysel ve teorik sonuçlar literatürde mevcuttur (NAGAYA ve TAKEDA,1986). Adı geçen kaynakta, çözüm için eşdeğer taşıma matrisi yöntemi kullanılmıştır. Sadece aksenal deformasyon etkileri dikkate alınarak, daireysel kesitli helis elemanı için statik taşıma matrisinin kapalı ifadesi verilmektedir. Frekans hesabında dönme ataletleri ihmal edilmiştir. Her sarımı oluşturan helis, 12 elemana ayrılarak frekanslar hesaplanmıştır.

**Çizelge:2.39.** Örnek 3 için bu çalışmada kullanılan program özellikleri

Program	Kullanılan Metot	Dönme ataleti etkileri	Eksenel ve kayma def. etkileri	Eleman sayısı	Eleman tipi	Kütle	$\alpha_n$ ve $\alpha_b$
SERTAS3	Taşıma Mat	Hesaplanıyor	Hesaplanıyor	15	Helisel	Helis için yayılı	1.1
MYK4	Eşdeğer Taşıma Mat	Hesaplanıyor	Sadece aksenal deformasyon et.	15	Helisel	Helis için Toplanmış	0
SERRIJ3	Rijitlik Matrisi.	Ihmal	Ihmal	21	Helisel	Toplanmış	Ihmal
RIJONSP	Rijitlik Matrisi.	Hesaplanıyor	Hesaplanıyor	80	Helisel	Doğru ek. yayılı	1.1
DOGRU4	Rijitlik Matrisi.	Hesaplanıyor	Sadece kayma deformasyonu et.	80	Doğru ek. kiris	Doğru ek. yayılı	Ihmal

Problem, bu çalışmada hazırlanan ve Çizelge (2.39) daki genel özelliklere sahip; beş program ile ayrı ayrı çözülmüştür. DOGRU4 programı ana hatları ile, SERDOG programına benzemektedir. SERDOG da yapılan küçük modifikasyonlar sonucu, program değişken çaplı

Cizelge:2.40. Örnek 3 yayında. SERRIJB veri dosyasında kullanılan düğüm açıları, yarıçapları ve kütleleri.

Düğüm açısı $\theta$ (radyan)	$a_2/a_1$	a ( $10^{-3}$ ) m	Düğüm Kütleşi ( $10^{-3}$ ) kg	$a_2/a_1$	a ( $10^{-3}$ ) m	Düğüm Kütleşi ( $10^{-3}$ ) kg
0.325		15.3465	1.3107		20.0395	1.71152
0.975		14.8785	1.27073		18.6355	1.59161
1.625		14.4625	1.2352		17.3875	1.48502
2.275		14.0985	1.20412		16.2955	1.39176
2.925		13.7865	1.17747		15.3595	1.31181
3.575		13.5265	1.15526		14.5795	1.2452
4.225		13.3185	1.1375		13.9555	1.1919
4.875		13.1625	1.12417		13.4875	1.15193
5.525		13.0585	1.11529		13.1755	1.12528
6.175		13.0065	1.11085		13.0195	1.11196
6.825	1.2	13.0065	1.11085	1.6	13.0195	1.11196
7.475		13.0585	1.11529		13.1755	1.12528
8.125		13.1625	1.12417		13.4875	1.15193
8.775		13.3185	1.1375		13.9555	1.1919
9.425		13.5265	1.15526		14.5795	1.2452
10.075		13.7865	1.17747		15.3595	1.31181
10.725		14.0985	1.20412		16.2955	1.39176
11.375		14.4625	1.2352		17.3875	1.48502
12.025		14.8785	1.27073		18.6355	1.59161
12.675		15.3465	1.3107		20.0395	1.71152
0.325		24.7325	2.11234		29.4255	2.51315
0.975		22.3925	1.91248		26.1495	2.23336
1.625		20.3125	1.73484		23.2375	1.98465
2.275		18.4925	1.5794		20.6895	1.76704
2.925		16.9325	1.44616		18.5055	1.58051
3.575		15.6325	1.33513		16.6855	1.42506
4.225		14.5925	1.24631		15.2295	1.30071
4.875		13.8125	1.17969		14.1375	1.20745
5.525		13.2925	1.13528		13.4095	1.14527
6.175		13.0325	1.11307		13.0455	1.11418
6.825	2.0	13.0325	1.11307	2.4	13.0455	1.11418
7.475		13.2925	1.13528		13.4095	1.14527
8.125		13.8125	1.17969		14.1375	1.20745
8.775		14.5925	1.24631		15.2295	1.30071
9.425		15.6325	1.33513		16.6855	1.42506
10.075		16.9325	1.44616		18.5055	1.58051
10.725		18.4925	1.5794		20.6895	1.76704
11.375		20.3125	1.73484		23.2375	1.98465
12.025		22.3925	1.91248		26.1495	2.23336
12.675		24.7325	2.11234		29.4255	2.51315

helisel cubukların serbest titreşim frekanslarını çözer hale getirilmiştir. Bu nedenle, program listesi ekte verilmemiştir.

SERRIJ3 program veri dosyası burada verilmeyecektir. Cizelge (2.40) da  $(a_2/a_1)$  oranlarına göre programda hesaplanan kütleler ve düğüm açıları verilmiştir.

SERRIJ3 ve DOGRU4 haric, diğer programların veri dosyaları.  $(a_2/a_1=2)$  oranı için aşağıda olduğu gibi hazırlanmıştır:

RIJONSP VERI DOSYASI							
81							
13.E-3	26.E-3	4.8					
1.1	1.1	0.					
2.1E11	0.3	7850.					
2.243176e-12	2.243176e-12	4.48635e-12	5.3093e-6				
6.5							
1	1						
1	1	1	1	1	1	1	0
2	0	0	0	0	0	0	78
81	1	1	1	1	1	1	0
4							

SERTAS3 ve MYK4 VERI DOSYASI							
13.E-3	26.E-3						
4.8	13.E-3						
1.1	1.1	0.					
2.243175695E-12	2.243175695E-12	4.48635139E-12					
5.30929E-6							
2.1E11	0.3	7850					
13							
3							
600	15	50					
15							
1							

Cizelge (2.41) den görüldüğü gibi SERTAS3 ile elde edilen frekanslar, diğer programlarla elde edilen frekansların en küçüğüdür. Bu programda tüm etkiler göz önüne alınarak hesap yapılmaktadır. Diğer

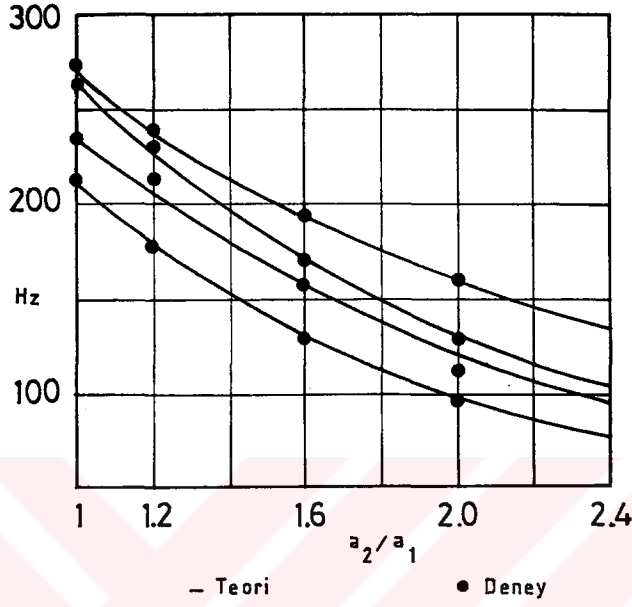
programlarda ihmal edilen ve Çizelge (2.39) da belirtilen özelliklerden dolayı, hesaplanan frekanslar biraz büyümektedir.

**Çizelge:2.41.** Örnek 3 yayının özellikleri ve tabii frekansları

$a_1=13\text{mm}$ $\alpha=4.8^\circ$ $n=6.5$ $E=2.1 \cdot 10^{11}\text{N/m}^2$ $\rho=7850\text{kg/m}^3$ $\nu=0.3$ Sınır şartı:Ankastre-Ankastre $d=2.6\text{ mm}$							
$(a_2/a_1)$	Program ismi	Doğal frekanslar (Hertz)					
		1	2	3	4	5	6
1.0	SERTAS3	211.5	235.5	265.0	269.9	412.6	438.2
	MYK4	212.5	236.3	262.2	272.9	412.2	429.0
	SERRIJ3	212.7	236.6	266.7	271.5	415.6	441.0
	RIJONSP	211.6	240.3	266.1	272.0	414.0	445.8
	DOGRU4	214.4	238.5	267.0	272.2	418.9	444.4
1.2	SERTAS3	178.6	208.1	226.7	239.0	357.5	376.2
	MYK4	178.6	207.7	223.6	239.5	358.1	370.8
	SERRIJ3	179.3	208.9	228.4	238.7	360.6	377.2
	RIJONSP	179.0	212.1	228.6	241.3	361.1	382.0
	DOGRU4	181.4	211.2	229.5	240.7	364.9	381.6
1.6	SERTAS3	129.8	158.2	169.1	191.3	268.5	284.8
	MYK4	128.1	156.8	166.3	190.2	266.6	282.5
	SERRIJ3	130.6	159.4	171.2	193.3	270.9	287.3
	RIJONSP	130.3	161.1	171.2	196.9	273.9	289.3
	DOGRU4	132.1	161.2	172.1	195.7	274.5	291.6
2.0	SERTAS3	97.9	121.1	129.9	158.1	204.2	223.3
	MYK4	95.9	118.2	126.9	153.2	198.1	217.2
	SERRIJ3	98.3	122.4	131.6	159.4	205.5	226.8
	RIJONSP	97.9	123.6	131.3	162.9	208.4	229.3
	DOGRU4	99.2	123.9	132.1	161.8	208.3	231.5
2.4	SERTAS3	76.0	94.2	101.9	129.3	160.8	175.4
	MYK4	73.6	91.1	99.1	123.7	153.2	171.1
	SERRIJ3	76.5	96.1	103.9	132.5	160.6	180.8
	RIJONSP	75.8	96.9	103.3	135.6	162.8	154.6
	DOGRU4	76.8	97.2	103.9	134.6	162.6	186.3

Bu probleme ait deneysel ve teorik literatür sonuçları Şekil (2.54) de grafik olarak verilmektedir. Sonuçlar ayrıca, sayısal olarak Çizelge (2.42) de verilmiştir. Çizelge (2.41), Çizelge (2.42) ve Şekil

(2.54) den deneysel ve teorik literatür sonuçları ile bu çalışmadan elde edilen teorik sonuçların uyum içinde olduğu görülmektedir.



**Sekil:2.54.** Örnek 3 yayına ait deneysel ve teorik literatür sonuçları (NAGAYA ve TAKEDA,1986).

**Cizelge:2.42.** Örnek 3 yayına ait literatür sonuçları (NAGAYA ve TAKEDA,1986).

	$a_2/a_1$	Frekanslar (Hertz)			
		1	2	3	4
Deney	1.0	212.	236.	264.	274.
Teori		210.2	232.5	262.3	269.8
Deney	1.2	178.	216.	232.	240.
Teori		177.9	205.2	225.1	237.5
Deney	1.6	128.	158.	172.	192.
Teori		129.5	156.8	170.5	192.8
Deney	2.0	96.	114.	128.	160.
Teori		98.5	120.8	130.8	159.3
Deney	2.4	—	—	—	—
Teori		76.1	96.0	103.4	133.2

Tasıma matrisi ile elde edilen sonuçların, literatürde verilen deneysel sonuçlara daha yakın olduğu görülmektedir. MYK4 ve teorik literatür sonuçları aynı metotla elde edilmişlerdir. Aradaki fark, eleman sayısından ileri gelmektedir.

**ÖRNEK 4:** Bu örnekte, helisel yay değişken yarıçaplı, varil tipi bir geometriye sarılmıştır (Şekil 2.39-a).

Bu probleme ait deneysel ve teorik literatür sonuçları Şekil (2.55) de grafik, Çizelge (2.43) de sayısal olarak verilmektedir. Teorik sonuçlar; Örnek 3 yayında anlatıldığı gibi elde edilmiştir.

**Çizelge:2.43.** Örnek 4 teki varil tipi yaya ait literatür sonuçları (NAGAYA ve TAKEDA,1986).

	$a_2/a_1$	Frekanslar (Hertz)			
		1	2	3	4
Deney	0.2	—	—	—	—
Teori		70.9	80.9	142.6	149.6
Deney	0.4	66.	72.	129.	136.
Teori		63.9	70.9	128.6	133.8
Deney	0.6	60.	62.	108.	116.
Teori		58.7	60.4	112.9	119.9
Deney	0.8	52.	55.	100.	108.
Teori		51.7	53.4	98.9	104.1
Deney	1.0	44.	50.	87.	91.
Teori		42.9	48.2	84.9	90.1

Bu problemin çözümü için de, Çizelge (2.39) da bulunan programlar kullanılmıştır. Bu çizelgeden farklı olarak SERTAS3 programında da karşılaştırma amacı ile kayma deformasyonu etkileri ihmal edilmiş, 20 eleman için çözüm bulunmuştur.

Çizelge (2.44) de, SERRIJ3 çözümü için hesaplanan eleman kütleleri verilmiştir. ( $a_2/a_1=0.8$ ) oranı için, SERRIJ3 programının veri dosyası aşağıda olduğu gibi hazırlanmıştır:

**Çizelge:2.44.** Örnek 4 yayında, SERRIJ3 veri dosyasında kullanılan düğüm açıları, yarıçapları ve kütleleri.

Düğüm açısı $\theta$ (radyan)	$a_2/a_1$	a ( $10^{-3}$ ) m	Düğüm Kütle ( $10^{-4}$ ) kg	$a_2/a_1$	a ( $10^{-3}$ ) m	Düğüm Kütle ( $10^{-4}$ ) kg
0.325	0.2	6.95	3.5123	0.4	11.4625	5.7928
0.975		10.55	5.3316		14.1625	7.1573
1.625		13.75	6.9488		16.5625	8.3702
2.275		16.55	8.3639		18.6625	9.4314
2.925		18.95	9.5767		20.4625	10.3411
3.575		20.95	10.5875		21.9625	11.0992
4.225		22.55	11.3961		23.1625	11.7056
4.875		23.75	12.0025		24.0625	12.1604
5.525		24.55	12.4068		24.6625	12.4637
6.175		24.95	12.609		24.9625	12.6153
6.825		24.95	12.609		24.9625	12.6153
7.475		24.55	12.4068		24.6625	12.4637
8.125		23.75	12.0025		24.0625	12.1604
8.775		22.55	11.3961		23.1625	11.7056
9.425		20.95	10.5875		21.9625	11.0992
10.075		18.95	9.5767		20.4625	10.3411
10.725	16.55	8.3639	18.6625	9.4314		
11.375	13.75	6.9488	16.5625	8.3702		
12.025	10.55	5.3316	14.1625	7.1573		
12.675	6.95	3.5123	11.4625	5.7928		
0.325	0.6	15.975	8.0733	0.8	20.4875	10.3537
0.975		17.775	8.9829		21.3875	10.8086
1.625		19.375	9.7915		22.1875	11.2129
2.275		20.775	10.499		22.8875	11.5666
2.925		21.975	11.1055		23.4875	11.8699
3.575		22.975	11.6109		23.9875	12.1225
4.225		23.775	12.0151		24.3875	12.3247
4.875		24.375	12.3184		24.6875	12.4763
5.525		24.775	12.5205		24.8875	12.5774
6.175		24.975	12.6216		24.9875	12.6279
6.825		24.975	12.6216		24.9875	12.6279
7.475		24.775	12.5205		24.8875	12.5774
8.125		24.375	12.3184		24.6875	12.4763
8.775		23.775	12.0151		24.3875	12.3247
9.425		22.975	11.6109		23.9875	12.1225
10.075		21.975	11.1055		23.4875	11.8699
10.725	20.775	10.499	22.8875	11.5666		
11.375	19.375	9.7915	22.1875	11.2129		
12.025	17.775	8.9829	21.3875	10.8086		
12.675	15.975	8.0733	20.4875	10.3537		

SERRIJ3 VERİ DOSYASI

21	120	60									
0	0	0	0	0	0	1	2	3	61	62	63
1	2	3	61	62	63	4	5	6	64	65	66
4	5	6	64	65	66	7	8	9	67	68	69
7	8	9	67	68	69	10	11	12	70	71	72
10	11	12	70	71	72	13	14	15	73	74	75
13	14	15	73	74	75	16	17	18	76	77	78
16	17	18	76	77	78	19	20	21	79	80	81
19	20	21	79	80	81	22	23	24	82	83	84
22	23	24	82	83	84	25	26	27	85	86	87
25	26	27	85	86	87	28	29	30	88	89	90
28	29	30	88	89	90	31	32	33	91	92	93
31	32	33	91	92	93	34	35	36	94	95	96
34	35	36	94	95	96	37	38	39	97	98	99
37	38	39	97	98	99	40	41	42	100	101	102
40	41	42	100	101	102	43	44	45	103	104	105
43	44	45	103	104	105	46	47	48	106	107	108
46	47	48	106	107	108	49	50	51	109	110	111
49	50	51	109	110	111	52	53	54	112	113	114
52	53	54	112	113	114	55	56	57	115	116	117
55	56	57	115	116	117	58	59	60	118	119	120
58	59	60	118	119	120	0	0	0	0	0	0
20.E-3	4.8										
2.1e11	0.3										
7.854e-13	7.854e-13	1.57e-12	3.1416e-6								
0.	0.325										
20.4875E-3	4.8										
2.1e11	0.3										
7.854e-13	7.854e-13	1.57e-12	3.1416e-6								
0.325	0.975										
21.3875E-3	4.8										
2.1e11	0.3										
7.854e-13	7.854e-13	1.57e-12	3.1416e-6								
0.975	1.625										
22.1875E-3	4.8										
2.1e11	0.3										
7.854e-13	7.854e-13	1.57e-12	3.1416e-6								
1.625	2.275										
23.4875E-3	4.8										
2.1e11	0.3										
7.854e-13	7.854e-13	1.57e-12	3.1416e-6								
2.275	2.925										
23.9875E-3	4.8										



2.1e11	0.3			
7.854e-13	7.854e-13	1.57e-12	3.1416e-6	
2.925	3.575			
24.3875E-3	4.8			
2.1e11	0.3			
7.854e-13	7.854e-13	1.57e-12	3.1416e-6	
3.575	4.225			
24.6875E-3	4.8			
2.1e11	0.3			
7.854e-13	7.854e-13	1.57e-12	3.1416e-6	
4.225	4.875			
24.8875E-3	4.8			
2.1e11	0.3			
7.854e-13	7.854e-13	1.57e-12	3.1416e-6	
4.875	5.525			
24.9875E-3	4.8			
2.1e11	0.3			
7.854e-13	7.854e-13	1.57e-12	3.1416e-6	
5.525	6.175			
24.9875E-3	4.8			
2.1e11	0.3			
7.854e-13	7.854e-13	1.57e-12	3.1416e-6	
6.175	6.825			
24.8875E-3	4.8			
2.1e11	0.3			
7.854e-13	7.854e-13	1.57e-12	3.1416e-6	
6.825	7.475			
24.6875E-3	4.8			
2.1e11	0.3			
7.854e-13	7.854e-13	1.57e-12	3.1416e-6	
7.475	8.125			
24.3875E-3	4.8			
2.1e11	0.3			
7.854e-13	7.854e-13	1.57e-12	3.1416e-6	
8.125	8.775			
23.9875E-3	4.8			
2.1e11	0.3			
7.854e-13	7.854e-13	1.57e-12	3.1416e-6	
8.775	9.425			
23.4875E-3	4.8			
2.1e11	0.3			
7.854e-13	7.854e-13	1.57e-12	3.1416e-6	
9.425	10.075			
22.8875E-3	4.8			
2.1e11	0.3			

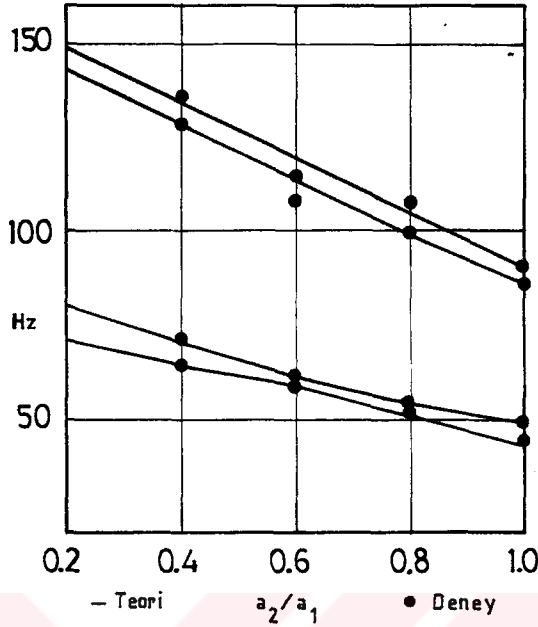
7.854e-13	7.854e-13	1.57e-12	3.1416e-6
10.075	10.725		
22.1875E-3	4.8		
2.1e11	0.3		
7.854e-13	7.854e-13	1.57e-12	3.1416e-6
10.725	11.375		
21.3875E-3	4.8		
2.1e11	0.3		
7.854e-13	7.854e-13	1.57e-12	3.1416e-6
11.375	12.025		
21.3875E-3	4.8		
2.1e11	0.3		
7.854e-13	7.854e-13	1.57e-12	3.1416e-6
12.025	12.675		
20.4875E-3	4.8		
2.1e11	0.3		
7.854e-13	7.854e-13	1.57e-12	3.1416e-6
12.675	13.		
1.0107383E-3	1.0107383E-3	1.0107383E-3	
1.0353750E-3	1.0353750E-3	1.0353750E-3	
1.0808583E-3	1.0808583E-3	1.0808583E-3	
1.1212878E-3	1.1212878E-3	1.1212878E-3	
1.1566636E-3	1.1566636E-3	1.1566636E-3	
1.1869858E-3	1.1869858E-3	1.1869858E-3	
1.2122543E-3	1.2122543E-3	1.2122543E-3	
1.2324690E-3	1.2324690E-3	1.2324690E-3	
1.2476300E-3	1.2476300E-3	1.2476300E-3	
1.2577375E-3	1.2577375E-3	1.2577375E-3	
1.2627912E-3	1.2627912E-3	1.2627912E-3	
1.2627912E-3	1.2627912E-3	1.2627912E-3	
1.2577375E-3	1.2577375E-3	1.2577375E-3	
1.2476300E-3	1.2476300E-3	1.2476300E-3	
1.2324690E-3	1.2324690E-3	1.2324690E-3	
1.2122543E-3	1.2122543E-3	1.2122543E-3	
1.1869858E-3	1.1869858E-3	1.1869858E-3	
1.1566636E-3	1.1566636E-3	1.1566636E-3	
1.1212878E-3	1.1212878E-3	1.1212878E-3	
1.0808583E-3	1.0808583E-3	1.0808583E-3	
0.	0.		
3			

Çizelge (2.39) da adı geçen programlar kullanılarak, bu problem için elde edilen çözümler, Çizelge (2.45) de verilmiştir.

Çizelge:2.45. Örnek 4 yayının özellikleri ve tabii frekansları

$a_1=25\text{mm}$ $\alpha=4.8^\circ$ $n=6.5$ $E=2.1 \cdot 10^{11}\text{N/m}^2$ $\rho=7850\text{ kg/m}^3$ $\nu=0.3$ Sınır şartı: Ankastre-Ankastre $d=2\text{ mm}$							
$(a_2/a_1)$	Program	Doğal frekanslar (Hertz)					
		1	2	3	4	5	6
0.2	SERTAS3	71.8	81.5	99.8	100.6	144.5	146.1
	MYK4	72.6	82.2	100.1	101.4	145.9	151.7
	SERRIJ3	72.1	81.5	100.33	100.34	144.3	145.3
	RIJONSP	73.6	81.3	100.2	100.3	145.0	148.2
	DOGRU4	72.8	82.3	100.7	100.7	145.8	147.7
0.4	SERTAS3	65.7	71.7	87.1	87.2	130.0	135.2
	MYK4	66.3	72.2	87.1	88.7	130.9	137.3
	SERRIJ3	65.9	72.4	87.3	89.0	132.2	135.2
	RIJONSP	67.1	71.6	87.2	87.3	130.1	137.7
	DOGRU4	66.5	72.5	87.6	87.6	131.3	137.0
0.6	SERTAS3	59.8	62.0	75.2	75.4	114.4	121.1
	MYK4	60.1	62.5	74.9	76.3	112.6	123.7
	SERRIJ3	59.8	62.0	75.3	75.4	114.3	121.1
	RIJONSP	60.7	62.2	75.3	75.3	114.3	123.2
	DOGRU4	60.4	62.6	75.6	76.0	115.5	122.5
0.8	SERTAS3	52.2	54.6	64.6	64.8	99.3	106.9
	MYK4	52.1	54.5	64.0	65.9	99.1	111.8
	SERRIJ3	52.6	54.8	65.0	65.5	100.0	106.1
	RIJONSP	52.2	55.8	64.6	65.0	99.3	107.9
	DOGRU4	52.8	55.2	64.9	65.2	100.5	107.4
1.0	SERTAS3	44.2	48.9	55.3	56.3	86.3	91.1
	MYK4	44.2	48.9	54.6	56.8	85.9	89.1
	SERRIJ3	44.1	49.1	55.3	56.3	86.1	91.4
	RIJONSP	44.1	50.0	55.4	56.6	86.3	92.9
	DOGRU4	44.7	49.7	55.7	56.7	87.3	92.6

Çizelge (2.43), Çizelge (2.45) ve Şekil (2.55) in karşılaştırılmasından, 4 ve 5 nolu frekanslar dışında, diğer bütün frekansların birbiri ile uyum içinde olduğu görülmektedir. Şekil (2.55) de deneysel kısıtlamalar nedeni ile bulunamayan frekansların, teorik olarak hesaplandıkları halde verilmedikleri düşünülmektedir.



Sekil:2.55. Örnek 4 yayına ait deneysel ve teorik literatür sonuçları (NAGAYA ve TAKEDA,1986).

### 2.4.6.3. Ön Yüklü Dairesel Silindirik Yay Problemi

ÖRNEK 5: Bu örnekte, otomobillerde kullanılan bir süspansiyon yayı ele alınmıştır. Yay, dairesel silindire sarılan helis şeklindedir ve Şekil (2.44) de görüldüğü gibi mesnetlenmiştir. Aktif olmayan sarım sayısı, uçlarda toplam 1.8 dir. Helise basınç şeklinde uygulanan aksenal statik bir yük etkisi sonucunda, helis kesitinde sabit  $M_b$  eğilme momenti,  $M_t$  burulma momenti,  $T_t$  aksenal kuvvet ve  $T_b$  kesme kuvveti meydana gelmektedir. Ön yük etkisi ile, yayın aksenal uzunluğunda, ön yükün şiddetiyle değişen bir kısalma meydana gelmektedir. Amaç, aksenal sabit ön yük etkisi altında, yayın sahip olduğu yeni frekansların hesaplanmasıdır.

Ön yüklü helise ait serbest titreşim frekanslarının hesabında, statik yük altında yayın son konumuna karşılık gelen helis yükselme açısı dikkate alınmış, sıkışma sonucu yayda meydana gelen yanıl deformasyonlar ihmal edilmiştir. Kısaca ön yük altında, yayın

sarıldığı silindir çapının sabit olduğu kabulü yapılmaktadır. Çizelge (2.46) da bu problemin çözümünde kullanılan programlar ve özellikleri verilmektedir.

**Çizelge:2.46.** Örnek 5 için bu çalışmada kullanılan programlar.

Program	Kullanılan Metot	Dönme ataleti etkileri	Eksenel ve kayma def. etkileri	Eleman sayısı	Eleman tipi	Kütle	$\alpha_n$ ve $\alpha_b$	ön yük tipi
SERTAS	Tasıma Mat	Hesaplanıyor	Hesaplanıyor	1	Helisel	Helis için yayılı	1.1	$T_t, T_b, M_t, M_b$
RIJONSP	Rijitlik Matrisi.	Hesaplanıyor	Hesaplanıyor	80	Helisel	Doğru ek. yayılı	1.1	$T_t$
SERDOG	Rijitlik Matrisi.	Hesaplanıyor	Sadece kayma deformasyonu et.	80	Doğru ek. giriş	Doğru ek. yayılı	ihmal	$T_t$

Bu örnek için SERTAS, SERDOG ve RIJONSP programlarının veri dosyaları aşağıda görüldüğü gibi hazırlanmıştır:

RIJONSP VERİ DOSYASI						
81	65.088E-3	65.088E-3	8.445			
1.1	1.1	932.0				
2.06E11	0.3	7850.				
2.243176e-12	2.243176e-12	4.48635e-12	5.3093e-6			
4.7						
1	1					
1	1	1	1	1	1	0
2	0	0	0	0	0	78
81	1	1	0	1	1	0
8						

SERDOG VERİ DOSYASI						
81	65.088E-3	8.445	932.0			
2.06E11	0.3	7850.	11.1125E-3			
4.7						
1	1	1	1	1	1	0
2	0	0	0	0	0	78
81	1	1	0	1	1	0
8	1					

SERTAS VERİ DOSYASI			
65.088e-3			
6.970465941			
1.1	1.1	1864.	
7.48543e-10	7.48543e-10	1.497087e-9	
9.698698e-5	11.1125e-3		
2.06e11	0.3	7900	
9.4			
7			
140	2.5	300	

Çizelge (2.47) de. basınç şeklinde aksenal ön yüke sahip bu yayda, farklı ön yük değerleri için hesaplanan frekanslar verilmektedir. Problemin doğru eksenli çubuk kabulü ile çözümünde, eğilmeye en çok katkıda bulunan kesit tesiri olarak normal kuvvet düşünülmekte ve bu etki geometrik rijitlik matrisi ile dikkate alınmaktadır (CLOUGH ve PENZIEN,1975). Gerçekte yukarıda bahsedildiği gibi yay kesitinde, normal kuvvet dışında diğer üç gerilme bileşeni daha bulunmaktadır. SERTAS programında ön yükten dolayı, kesitte doğan bütün kesit tesirleri hesaplanmaktadır. Bu nedenle en etkin çözüm olarak gösterilebilir.

Çizelge (2.47), mevcut literatür (YALÇIN,1984) sonuçlarını da kapsamaktadır. Adı geçen kaynakta basınç şeklinde ön yük için verilen sonuçlar, prensip hatasından dolayı çekme durumuna karşılık gelmektedir. Bu halde ön yükün şiddeti arttıkça, frekansların büyüdüğü görülmüştür. Çekme ve maksimum yükleme halinde ilk frekanstaki artış %1 dolaylarında iken, diğer frekanslarda %4-25 dolaylarında olmuştur. Bu çalışmada, çekme hali için de sonuçlar elde edilmiş ve literatür ile uyum içinde olduğu gözlenmiştir. Sonuçlar pratik öneme sahip olmadığı için burada verilmemiştir.

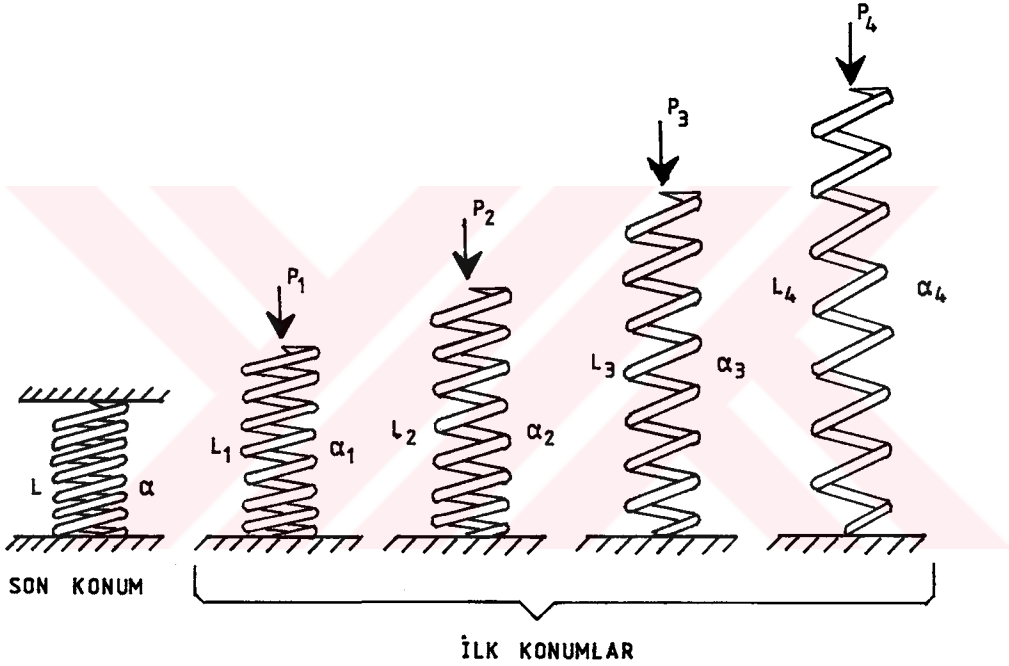
Ön yük altında meydana gelen tüm kesit tesirleri dikkate alındığında en küçük frekans dahil, bütün frekanslarda ön yük arttıkça azalma görülmüştür. Sadece normal kuvvet etkisi dikkate alındığında, bazı frekanslarda azalma olurken bazılarında azda olsa bir artış görülmektedir. Ele alınan yay narin olmadığından, ön yük şiddeti ile frekanslardaki azalma miktarı da çok yavaş bir şekilde gerçekleşmektedir.

Cizelge:2.47. örnek 5 yayının özellikleri ve frekanslar.

		$\rho=7850 \text{ kg/m}^3$ $d=11.1125 \text{ mm}$ $V=0.3 \quad n=4.7$		$E=2.06 \cdot 10^{11} \text{ N/m}^2$ $k_{\text{din}} = 18640 \text{ N/m}$ $a=65.088 \text{ mm} \quad \text{NB}=7$	
		$p_o = 0$ $\alpha=9.89^\circ$ $L_o = 335 \text{ mm}$	$p_o = 932 \text{ N}$ $\alpha=8.434^\circ$ $L_o = 285 \text{ mm}$	$p_o = 1398 \text{ N}$ $\alpha=7.7035^\circ$ $L_o = 260 \text{ mm}$	$p_o = 1864 \text{ N}$ $\alpha=6.9705^\circ$ $L_o = 235 \text{ mm}$
$w_1$	SERTAS	24.55	24.43	24.27	24.27
	RIJONSP	24.57	24.56	24.49	24.42
	SERDOG	24.77	24.77	24.77	24.78
	YALÇIN, 1984	24.59	—	—	—
$w_2$	SERTAS	49.62	47.35	46.08	44.64
	RIJONSP	49.8	46.39	43.47	40.95
	SERDOG	49.96	44.36	40.35	36.82
	YALÇIN, 1984	49.82	—	—	—
$w_3$	SERTAS	50.41	47.99	46.71	45.28
	RIJONSP	50.5	54.4	56.51	58.74
	SERDOG	50.74	54.13	56.08	58.14
	YALÇIN, 1984	50.62	—	—	—
$w_4$	SERTAS	55.98	55.31	54.99	54.67
	RIJONSP	56.57	56.5	58.53	60.88
	SERDOG	56.51	55.98	57.86	60.04
	YALÇIN, 1984	56.39	—	—	—
$w_5$	SERTAS	71.42	71.06	70.90	70.90
	RIJONSP	71.59	71.96	72.11	72.23
	SERDOG	72.14	72.18	72.22	72.27
	YALÇIN, 1984	71.64	—	—	—
$w_6$	SERTAS	94.94	91.91	90.	87.93
	RIJONSP	95.71	95.38	94.95	94.48
	SERDOG	95.89	94.37	93.39	92.39
	YALÇIN, 1984	95.65	—	—	—
$w_7$	SERTAS	99.23	94.94	92.39	89.68
	RIJONSP	99.63	102.48	103.28	103.28
	SERDOG	100.02	101.81	101.91	100.99
	YALÇIN, 1984	99.76	—	—	—
$w_8$	SERTAS	107.51	104.64	103.21	102.1
	RIJONSP	108.19	109.77	110.59	111.09
	SERDOG	108.48	109.25	109.61	109.44
	YALÇIN, 1984	107.99	—	—	—

#### 2.4.6.4. Kritik Burkulma Yükünün Bulunması İle İlgili Problemler

**ÖRNEK 6:** Bu örnekte, helisel çubuğa ait burkulma yükü, dolaylı (dinamik) yoldan elde edilecektir. Bu amaçla, yayın önce ön yüksüz, daha sonra ön yük şiddeti arttırılarak temel serbest titreşim frekansları hesaplanacaktır. Temel frekansı sıfır yapan ön yük değeri, kritik burkulma yükünü verecektir. Bu şekilde hareket edilerek, diğer frekansların sıfır olduğu ikinci ve sonrası kritik burkulma yükleri de elde edilebilir. Fakat bunlar, pratik bir öneme sahip değildir.



**Şekil:2.56.** Eksenel ön yüklenen, son konumları aynı olan yaylar.

Bu amaçla eksenel uzunlukları farklı, fakat sıkıştırma sonu konumları aynı olan yaylar ele alınacaktır (Şekil 2.56). Bu şekilde hareket etmekle, programda sadece ön yük değeri değiştirilmekte ve yayın son konumuna ait helis açısı dikkate alınmaktadır. Diğer bütün özellikler sabittir. Ön yük sonucu sıkıştırılan yayın sınır şartları (ankastre - ankastre) olarak düşünülmektedir.

Kritik yükün hesabında, Çizelge (2.46) da genel özellikleri verilen programlar kullanılacaktır. Bu problem için RIJONSP



programında 80 eleman, SERDOG programında 120 eleman alınmıştır. Programların veri dosyaları aşağıda olduğu gibi hazırlanmıştır:

```
SERDOG VERI DOSYASI
121
5.E-3 2.864788976 0.
2.1E11 0.3 7850. 1.E-3
10.0
1 1 1 1 1 1 1 0
2 0 0 0 0 0 0 118
121 1 1 1 1 1 1 0
1 0
```

```
RIJONSP VERI DOSYASI
81
5.0E-3 5.0e-3 2.864788976
1.1 1.1 0.0
2.1E11 0.3 7850.
4.908738521E-14 4.908738521E-14 9.817477042-14 7.85398e-7
10.
1 1
1 1 1 1 1 1 1 0
2 0 0 0 0 0 0 78
81 1 1 1 1 1 1 0
1
```

```
SERTAS VERI DOSYASI
5.00e-3
2.864788976
1.1 1.1 22.873
4.908738521E-14 4.908738521E-14 9.817477042-14
7.85398E-7 1.E-3
2.1e11 0.3 7850
20.
3
21 1 200
```

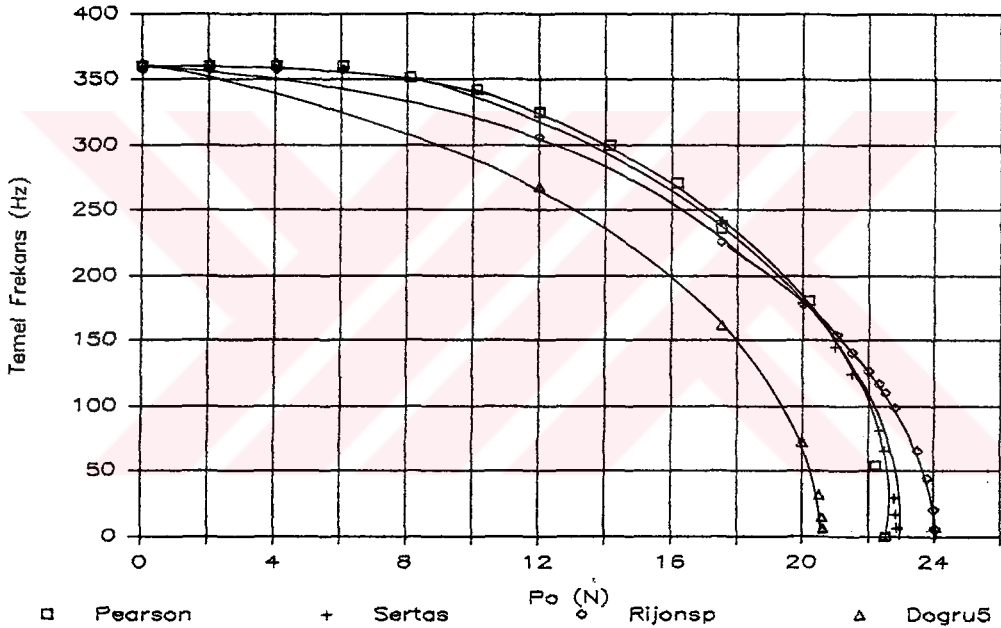
Çizelge (2.48) de, dinamik yöntem izlenerek elde edilen sonuçlar verilmiştir. Bu sonuçlar Şekil (2.57) de grafik olarak

**Cizelge:2.48.** Örnek ö yayının özellikleri ve temel frekanslar.

$\rho=7850 \text{ kg/m}^3$ $\alpha=2.864788976^\circ$ $E=2.1 \cdot 10^{11} \text{ N/m}^2$ $V=0.3$ $n=10$ $d=1 \text{ mm}$ $a=5 \text{ mm}$ Ankastre-Ankastre				
$P_o \text{ (N)}$	PEARSON, 1982	SERTAS	RIJONSP	DOGRU3
0.	361.	357.7	357.9	362.8
6.06	361.			
8.08	352.			
10.1	343.			
12.		329.2	305.8	267.9
12.1	325.			
14.1	300.			
16.2	271.			
17.5		241.5	225.7	161.3
18.2	235.			
20.		178.8	177.5	72.1
20.2	181.			
20.5				32.0
20.6				14.3
20.62				6.03
20.621				5.29
20.624				1.75
20.6243				0.75
21.		145.2	154.1	—
21.5		124.5	140.9	—
22.		99.6	126.36	—
22.21	54.2			—
22.3		80.9	116.8	—
22.5		65.7	109.9	—
22.72	0.			—
22.8	—	29.0	98.7	—
22.85	—	16.6		—
22.87	—	6.8		—
22.873	—	3.4		—
22.874	—	0.56		—
22.87403	—	0.26		—
22.874035	—	0.06		—
23.5	—	—	65.6	—
23.8	—	—	44.4	—
24.0	—	—	20.3	—
24.05	—	—	5.0	—

gösterilmiştir.

Çizelge (2.48) den görüleceği gibi bu yöntemle kritik yükün bulunması, oldukça zahmetlidir. Problem doğru eksensli çubuk kabulü ile ele alındığında, kritik burkulma yükü için daha küçük bir değer elde edilmekte, emniyetli tarafta kalınmaktadır. RIJONSP ise, daha büyük bir kritik burkulma yükü vermektedir. Bu da, bu programlarda sadece normal kuvvet etkisinin dikkate alınmasından ileri gelmektedir. Bütün etkilerin hesaplandığı SERTAS programı ile literatür sonuçlarının uyum içinde olduğu görülmektedir.



**Sekil:2.57.** Dolaylı yol ile kritik burkulma yükünün tayini

En küçük frekanstaki azalma, diğer frekanslara da yansımaktadır. Ön yük arttıkça, bütün frekanslarda yavaş veya hızlı bir düşüş görülmektedir. Burkulma yükünün ilk değeri, pratik bakımdan önemli olduğundan, diğer kritik yüklerin hesaplanmasına gerek yoktur.

Çizelge (2.49) da kritik yükün dinamik yol ile bulunan değeri ile, statik yoldan bulunan değerleri karşılaştırılmaktadır. İki yöntemle elde edilen sonuçların uyum içinde olduğu görülmektedir.

**Cizelge:2.49.** Statik ve dinamik yöntemle elde edilen kritik burkulma yükü

P <sub>kr</sub> Kritik Burkulma Yüğü (N)				
DİNAMİK YOL	PEARSON,1982	SERTAS	RIJONSP	SERDOĞ
	22.72	22.87	24.05	20.62
STATİK YOL	BURKTAS	RIJBURK	DOGRU5	
	22.88	24.07	20.64	

**ÖRNEK 7:** Bu örnekte, farklı (Eksenel yay uzunluğu/Silindir çapı) oranlarına sahip helisel yaylara ait burkulma yükü, direkt (statik) yoldan elde edilecektir. Ankastre-Ankastre uç için HARINGX (1949) ile TIMOSHENKO ve GERE (1961) tarafından verilen elemanter burkulma yükü formülü,

$$\frac{P_{kr}}{\gamma_0} = 0.8125 \left( 1 - \sqrt{1 - 109.84 \left( \frac{D}{2L_0} \right)^2} \right) = \frac{L_0 - L}{L_0} = \zeta \quad (2.452)$$

şeklindedir. Buradaki  $\gamma_0$  eksenel rijitliği, (2.453) ile verilmiştir (TIMOSHENKO ve GERE,1961).  $\zeta$  bağıl sıkışma oranı, L yayın son konumundaki eksenel uzunluğudur.

$$\gamma_0 = \frac{L_0}{n} \frac{4JG}{\pi D^3} = \frac{GJ L_0}{2\pi R^3 n} = kL_0 \quad (2.453)$$

(2.452) eşitliğine göre, yayın ilk boyu ve silindir çapı biliniyorsa önce bağıl sıkışma oranı bulunur. Buradan eksenel rijitlik ile burkulma yüküne geçilir. Yayın son konumundaki L uzunluğu ve  $\alpha$  yükselme açısı,

$$1 - \zeta = \frac{L}{L_0} = \frac{\tan \alpha}{\tan \alpha_0} \quad (2.454)$$

ifadesi ile bulunur. (2.452) eşitliğine göre, ( $L_0/D$ ) oranı 5.24 ve daha küçük olan yaylar için burkulma tehlikesi yoktur.

Bu çalışmada kritik yükün hesabında, Çizelge (2.50) de genel özellikleri verilen programlar kullanılacaktır.

**Çizelge:2.50.** Örnek 7 için bu çalışmada kullanılan programlar.

Program	Kullanılan Metot	Eksenel ve kayma def. etkileri	Eleman sayısı	Eleman tipi	Geometrik rij. mat.	$\alpha_n$ ve $\alpha_d$	ön yük tipi
BURKTAS	Tasıma Mat	Hesaplanıyor	1	Helisel	Ayrılmıyor	1.1	$T_t, T_o, M_t, M_o$
RIJBURK	Rijitlik Matrisi.	İhmal	80	Helisel	Doğru ek.	İhmal	$T_t$
DOGRU5	Rijitlik Matrisi.	Sadece kayma deformasyonu et.	120	Doğru ek. giriş	Doğru ek.	İhmal	$T_t$

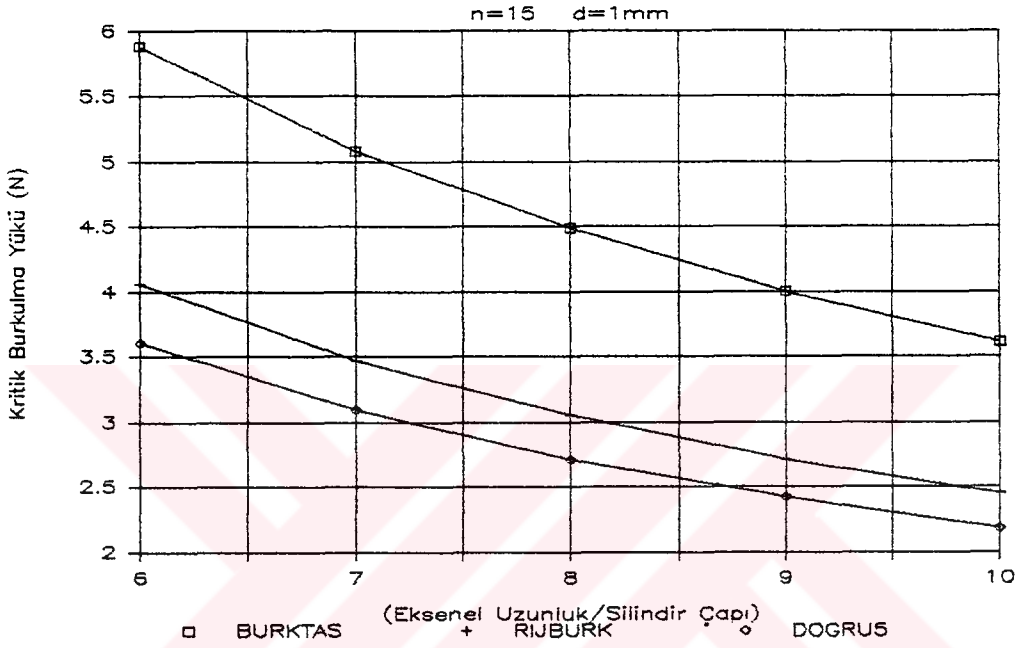
Bu programlardan, listesi (Ek.R) de verilen DOGRU5 için hazırlanan veri dosyası aşağıda olduğu gibidir:

DOGRU5 VERİ DOSYASI	
121	
5.E-3	8.451127
2.1E11	0.3 1.E-3
15.	
1	1 1 1 1 1 1 0
2	0 0 0 0 0 0 118
121	1 1 1 1 1 1 0
1	0

**Çizelge:2.51.** Örnek 7 yaylarına ait kritik burkulma yükleri.

d=1 mm    a=5 mm    V=0.3    n=15    E=2.1 10 <sup>11</sup> N/m <sup>2</sup> Ankastre-Ankastre				
Kritik Burkulma Yüğü				
$L_o/D$	$\alpha_o$ (°)	BURKTAS	RIJBURK	DOGRU5
6	7.25365	5.883	4.057	3.61
7	8.481127	5.08	3.47	3.09
8	9.63715	4.49	3.05	2.71
9	10.8117	4.0	2.71	2.42
10	11.9805	3.615	2.45	2.18

Çizelge (2.51) de, statik yöntem izlenerek bu çalışmada geliştirilen programlarla elde edilen sonuçlar verilmiştir. Bu sonuçlar, Şekil (2.58) de grafik olarak gösterilmiştir.



**Şekil:2.58.** Burkulma Yüklerinin (L/D) oranı ile değişimi

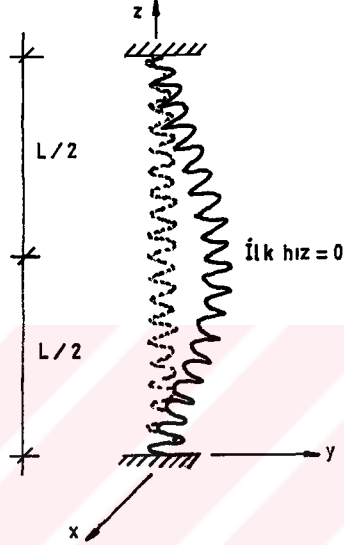
Çizelge (2.51) den görüldüğü gibi, en büyük kritik yük değeri BURKTAS ile elde edilmiştir. Kesitte sadece normal kuvvetin etkisi dikkate alındığında, emniyetli tarafta kalan burkulma yükleri elde edilmiştir. Yay narinliği arttıkça, yay çok daha küçük yüklerde burkulmaktadır.

Bu çalışmadan elde edilen sonuçlar ile, (2.452) elemanter formülünden elde edilen sonuçlar arasında bir uyum olmadığı görülmüştür. Elemanter formül çok daha büyük yükler vermektedir.

#### 2.4.6.5. Başlangıç Şartları Belli Serbest Titreşim Problemi

**ÖRNEK 8:** Bu problemde uçları ankastre, ortasından yatay doğrultuda çekilmiş (Şekil 2.59) ve sıfır hızla serbest bırakılmış olan

bir yayın, titreşim frekansı hesaplanacaktır. Bu amaçla RIJMAT programı ile, yaya ortasından  $y$ - eksenine doğrultusunda 100 Newton şiddetinde tekil bir kuvvet uygulanmış ve düğüm noktalarındaki deplasmanlar hesaplanmıştır. Bu deplasmanlar SERRIJ3 programına başlangıç şartları olarak verilmiştir.



**Sekil:2.59.** Yayın titreşim öncesi konumu

Programda kullanılan yay özellikleri, Örnek 1 de olduğu gibidir. Bu problem için SERRIJ3 veri dosyası, Örnek 1 de verilen veri dosyasında, sistem sönüm matrisi katsayılarının verildiği satırdan sonra aşağıdaki satırlar eklenerek hazırlanmıştır.

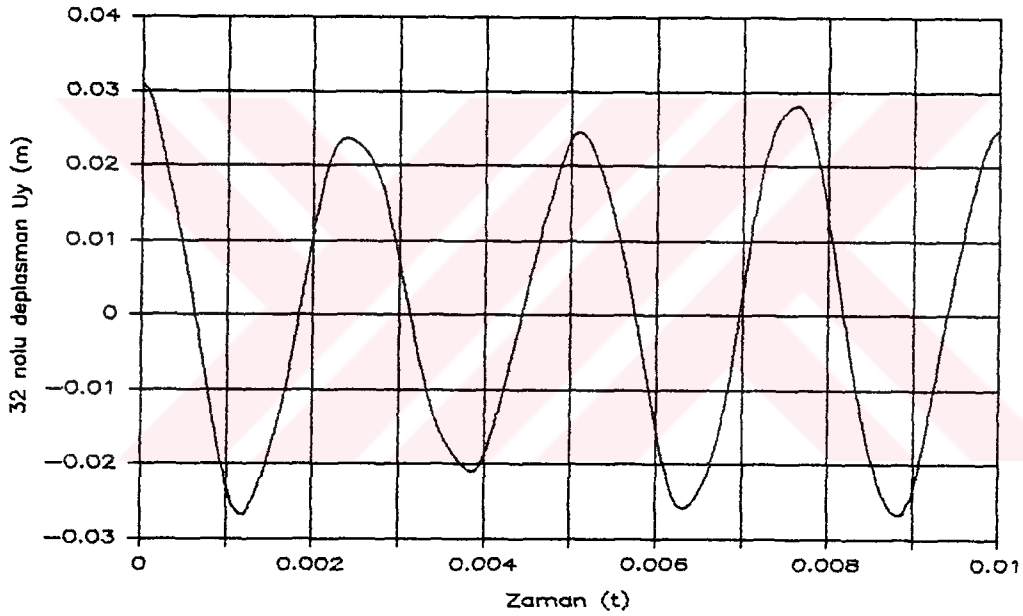
2		
0.00001	1000	32
.1757E-03	0.	
.2828E-03	0.	
-.5076E-03	0.	
.8740E-03	0.	
.1454E-02	0.	
.3959E-02	0.	
.6321E-03	0.	
.5981E-02	0.	
.2216E-02	0.	

-.6577E-03	0.
.6911E-02	0.
-.4918E-02	0.
.2951E-02	0.
.1072E-01	0.
.8492E-02	0.
-.8727E-03	0.
.1661E-01	0.
-.3303E-02	0.
.2340E-03	0.
.1508E-01	0.
-.9525E-03	0.
.3570E-02	0.
.2351E-01	0.
.5751E-02	0.
-.3056E-02	0.
.2395E-01	0.
-.3476E-02	0.
.3676E-02	0.
.2197E-01	0.
.4564E-03	0.
.5182E-03	0.
.3093E-01	0.
.1579E-02	0.
-.4128E-02	0.
.2023E-01	0.
.2482E-02	0.
.4035E-02	0.
.2094E-01	0.
-.5694E-02	0.
-.3017E-02	0.
.2118E-01	0.
.5308E-02	0.
-.1664E-03	0.
.1142E-01	0.
-.7932E-03	0.
.1747E-02	0.
.1318E-01	0.
-.5389E-02	0.
-.2670E-02	0.
.7868E-02	0.
.6460E-02	0.
.1012E-02	0.
.3865E-02	0.
-.4949E-02	0.



.3285E-04	0.
.3680E-02	0.
-.1095E-02	0.
-.5490E-03	0.
.2207E-03	0.
.7823E-03	0.

Cözüm için helis 20 eşit eleman bölünmüş, eleman kütleleri eleman ortasında toplanmıştır. Bu şekilde elde edilen 21 eleman ve 22 düğüm de 32 nolu aktif deplasmanın, zamanla değişimi incelenmiştir (Şekil 2.60).



**Şekil:2.60.** Başlangıç şartları Şekil (2.59) daki gibi olan yayda, 32 nolu deplasmanın ( $U_y$ ) zamana bağlı değişim grafiği.

Şekil (2.60) dan görüldüğü gibi bu hareketin periyodu ve titreşim frekansı hesaplanabilir. Periyodu ( $T=0.00236$  sn) olan titreşimin frekansı, ( $w=423$  Hz) olarak bulunmuştur.

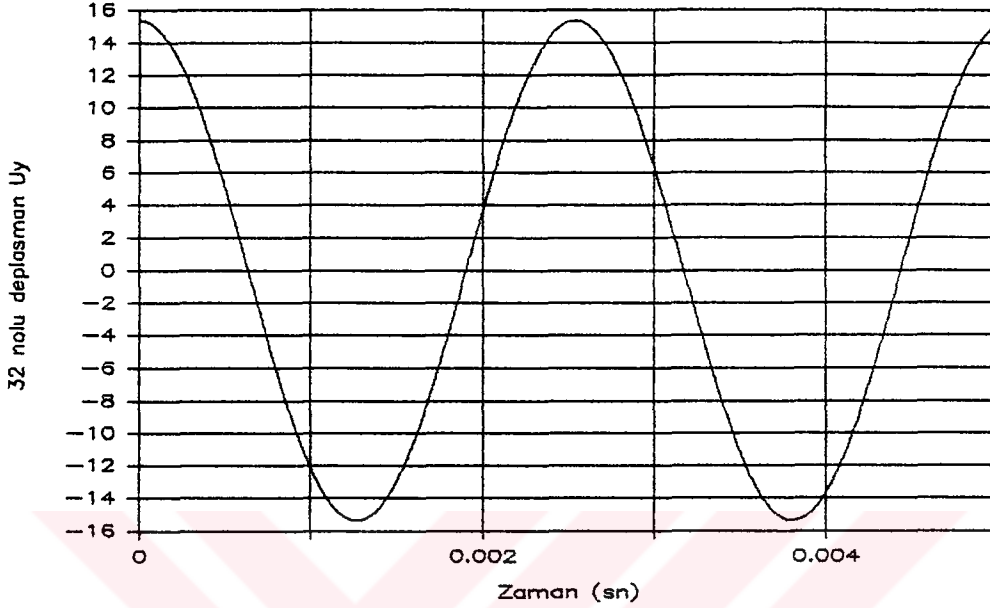
Aynı yaya bu kere, örnek 1 de elde edilen, en küçük serbest titreşim düğüm modları başlangıç şartları olarak verilmiştir. Bu problem için veri dosyasına, yine örnek 1 de  $\alpha$  ve  $\beta$  sönüm

katsayılarının verildiği satırdan sonrası için aşağıdaki satırlar ilave edilmiştir.

0.	0.		
2			
0.000005	1000	32	
.100325E+00		0.	
-.139007E+00		0.	
.878029E+00		0.	
.543123E+01		0.	
-.153081E+01		0.	
.857577E+01		0.	
.886779E+01		0.	
.344140E+01		0.	
-.644627E+01		0.	
.113650E+02		0.	
.201540E+01		0.	
.554866E+01		0.	
.217528E+02		0.	
.444952E+01		0.	
.972277E+01		0.	
.224661E+02		0.	
.885503E+01		0.	
-.786964E+01		0.	
.279382E+02		0.	
.500224E+01		0.	
.123761E+02		0.	
.348540E+02		0.	
.117979E+02		0.	
.288036E+01		0.	
.315818E+02		0.	
.112536E+02		0.	
.787092E+00		0.	
.383802E+02		0.	
.885688E+01		0.	

(Devam)	
.653922E+01	0.
.362562E+02	0.
.153939E+02	0.
.653922E+01	0.
.321649E+02	0.
.945897E+01	0.
.787092E+00	0.
.351321E+02	0.
.109419E+02	0.
.288036E+01	0.
.255427E+02	0.
.123748E+02	0.
.123761E+02	0.
.233803E+02	0.
.604139E+01	0.
-.786964E+01	0.
.202138E+02	0.
.918624E+01	0.
.972277E+01	0.
.103791E+02	0.
.504968E+01	0.
.554866E+01	0.
.919699E+01	0.
.242821E+01	0.
-.644627E+01	0.
.349417E+01	0.
.443085E+01	0.
.857577E+01	0.
-.541124E-03	0.
.171429E+00	0.
.878029E+00	0.

Burada yine 32 nolu aktif deplasmanın zamanla değişimi incelenmiştir. Şekil (2.61) den periyodu 0.0025 saniye olan bu hareketin frekansı 400 Hz olarak hesaplanmıştır. Bu ise beklendiği gibi, sistemin temel frekansına eşittir.



**Sekil:2.61.** Başlangıç şartları, temel frekans modları olan yayda, 32 nolu deplasmanın zamana bağlı değişim grafiği.

#### 2.4.7. Tartışma

Rijitlik matrisi metodu ile serbest titreşim probleminin çözümünde, ilk adım uygun bir yöntem ile sistem kütle ve rijitlik matrislerinin teşkil edilmesidir. İkinci adım ise öz değer problemi çözümüdür. Genel özdeğer probleminin çözümü için literatürde mevcut yöntemlerin çoğu, ortaya çıkan sistem matrislerinin büyüklüğünden dolayı kullanılamamaktadır. BATHE ve WILSON (1976), öz değer problem çözüm tekniklerini ayrıntılı olarak incelemişlerdir. Çalışmalarının sonucunda, aşağıda isimleri verilen dört farklı çözüm yöntemini tavsiye etmişlerdir:

- Jacobi yöntemi,
- Houshoulder-QR- ters iterasyon yöntemi
- Determinant bulma yöntemi
- Alt uzay iterasyon yöntemi.

İlk iki yöntem, istenilen bütün özel değer ve özel vektörleri vermektedir. Son iki yöntem ise, belirli sayıda özel değer ve özel vektör bulmak için kullanılabilir. Alt uzay iterasyon yöntemi, en küçük öz değer ve buna karşılık gelen öz vektörün bulunmasında çok etkindir. Çok büyük boyutlu problem çözümlerinde, en uygun yöntem alt uzay iteratif yöntemidir.

Bu çalışmada rijitlik matrisi metodu ile frekans hesabında, Jacobi, ters iterasyon ve alt uzay iteratif yöntemleri denenmiştir. İndirgenmiş kare matrislerle işlem yapılması durumunda, Jacobi ve ters iterasyon ile elde edilen sonuçların uyum içinde olduğu görülmüştür. Bu nedenle bu yöntem ile bulunan sonuçların tekrar verilmesine gerek duyulmamıştır. İstenildiğinde tüm frekans ve modların elde edilebildiği ters iterasyon yönteminde, çözüm için harcanan zaman Jacobi yöntemi ile öz değer probleminde harcanan zamandan daha fazla olabilmektedir. İlk özdeğer ve ilk öz vektör çok kısa zamanda elde edilebilmekte, buna karşılık diğerleri için ne kadar süre gerekeceği tahmin edilememektedir. Bu nedenle Jacobi yöntemi, ters iterasyon yöntemine tercih edilmiştir.

Helisel bir elemanda altı serbestlik derecesi tanımlandığından, az eleman alınması durumunda bile sistem matrislerinin boyutları çok büyükmektedir. Bu nedenle indirgenmiş kare matrislerle özdeğer problemlerinin çözümü, nispeten az sargılı helisel çubuklar için teklif edilmektedir. Bu durumda birinci frekanstan sonraki frekanslar bile oldukça hassas bir şekilde elde edilmiştir.

Jacobi özel değer bulma yöntemini kullanan ve indirgenmiş kare matrislerle işlem yapan programlarda, eleman kütleleri istenilen düğümlere toplanabilecek şekilde verilebilmektedir. Uçların her ikisinin de ankastre olması halinde, eleman kütlelerinin eleman ortasında toplanması; herhangi bir ucun serbest olması halinde ise, bu kütlelerin eleman uçlarına eşit olarak dağıtılması tavsiye edilir.

Bilindiği gibi, herhangi bir bilgisayar programının başarılı olabilmesi için; bilgisayar hafıza kullanımı, gerçek işlem zamanı ve sonuçlarda istenilen hassasiyetin optimum bir şekilde ayarlanması gerekmektedir. Son yıllarda özellikle PC bilgisayar çalışma hızlarında çok büyük gelişmeler olmuştur. Bu nedenle çalışma zamanı sorunu

nispeten önemini kaybetmiştir. Bu çalışmada işlemlerin çift hassasiyetle yapılması kural olarak benimsenmiş ve hassasiyet azaltılarak boyut arttırılması yoluna gidilmemiştir. Bu nedenle ana sorun, boyut arttırılması sorunudur.

Çok sargılı yayların rijitlik matrisi metodu ile çözümünde, alt uzay iteratif yöntemi kullanılmalıdır.

Taşıma matrisi yöntemi ve determinant bulma tekniği ile elde edilen frekanslar, kesin olmaktadır. Ayrıca çözülen denklemler dönme ataletlerini, aksenal ve kayma deformasyonu terimlerini, kayma gerilmelerinin kesit içinde dağılımlarının üniform olmayışları göz önüne alınmaktadır. Ancak bu yöntemde frekanslar determinant arama yöntemi ile bulunmak zorundadır. Bu arama oldukça zahmetli olmakta ve fazla zaman gerektirmektedir. Bu nedenle, rijitlik matrisi metodu ile frekansların alt ve üst sınırlarının önceden tesbit edilmesi faydalı olmaktadır. Böylece tespit edilen bu aralıklarda frekansların hassas bir şekilde elde edilmesi kolaylaşmaktadır. Aynı sorunlar esdeğer taşıma matrisi yönteminde de mevcut olduğundan, aynı öneriler bu metot içinde geçerlidir.

Ele alınan ve dinamik davranışı belirlenecek bir yay için, deneylerden elde edilecek sonuçların ayrıca teorik olarak kontrol edilmesi önerilmektedir. Çünkü, deneysel kısıtlamalar bazı frekansların elde edilmesini engellemektedir. Ayrıca deneylerdeki hata yüzdeleri de, çok hassasiyet gerektiren elemanlar için dikkate alınmak zorundadır. Yanısıra, yayların deney düzeneklerine tesbit şekilleri ile, gerçek çalışma şartlarındaki tesbit şekilleri tam benzestirilemeyebilir. Bunun yanında, titreştiricilerin yaya etki ettirilmesi için yapılacak montajda ek kütlelere gerek duyulmaktadır.

## 2.5. Silindirik Helisel Çubukların Zorlanmış Titreşimi

Bu bölümde, helis eksenli sistemin zamanla değişen yükler altında davranışı, taşıma ve rijitlik matrisi metotları ile incelenecektir. Bu amaçla, dairesel silindirik helisel çubukların Bölüm (2.2) de çıkartılmış olan hareket denklemlerinden yararlanılacaktır. Bu denklemler eksenel statik ön yük, elastik, homojen ve izotrop malzeme, kayma ve geometrik merkezlerinin üst üste düştüğü ve çift simetrikli bir kesit için; birinci merteye ve Timoshenko kiriş teorisi kullanılarak elde edilmiştir.

### 2.5.1. Taşıma Matrisi Metodu ile Çözüm (Laplace - Ters Laplace Dönüşümü)

#### 2.5.1.1. Laplace Dönüşüm Uzayında Denklem Takımı ve Ters Laplace Sayısal Dönüşüm Yöntemi

Eksenel ön yüklü, dairesel silindirik helis eksenli çubukların (2.62) hareket denklemleri,

$$\{S(\varnothing, t)\} = \{ \vec{U}(\varnothing, t), \vec{\Omega}(\varnothing, t), \vec{T}(\varnothing, t), \vec{M}(\varnothing, t) \}^T \quad (2.455)$$

durum vektörü tanımı ile aşağıda olduğu şekilde yazılabilir:

$$\frac{\partial \{S(\varnothing, t)\}}{\partial \varnothing} = [D] \{S(\varnothing, t)\} + [B] \frac{\partial^2 \{S(\varnothing, t)\}}{\partial t^2} + \{P(\varnothing, t)\} \quad (2.456)$$

Yukarıda [D] ve [B]; elemanları zaman ve yerden bağımsız, kesit ve malzeme ile ilgili sabitlerden oluşan matrislerdir. {P} kolon matrisi, helisel çubuğa etki eden dış dinamik kuvvetleri göstermektedir.

Harmonik yükleme altında zorlanmış titreşim problemi, yer ve zaman değişkenlerine göre çarpım şeklinde ayrılabilen ve serbest titreşim problemine benzer şekilde çözülebilmektedir. Harmonik olmayan bir zorlanma için Laplace dönüşümü,

$$\{S^L(\emptyset, z)\} = \int_0^{\infty} \{S(\emptyset, t)\} e^{-zt} dt \quad (2.457)$$

ile verilmektedir (KIRAL ve ERTEPINAR,1974). Burada  $z$  dönüşüm parametresidir. Laplace dönüşümü uygulanarak bu denklemler dönüşüm uzayında,

$$\begin{aligned} \frac{d\{S^L(\emptyset, z)\}}{d\emptyset} &= [D]\{S^L\} + z^2[B]\{S^L\} - \left(\frac{\partial\{S(\emptyset, t)\}}{\partial t}\right)_{t=0} \\ &\quad - z[B]\{S(\emptyset, t=0)\} + \{P^L\} \end{aligned} \quad (2.458)$$

şeklinde yazılır. Buradan, başlangıç şartlarının sıfır kabulü ile,

$$\frac{d\{S^L(\emptyset, z)\}}{d\emptyset} = ([D] + z^2[B])\{S^L\} + \{P^L\} \quad (2.459)$$

veya,

$$\frac{d\{S^L(\emptyset, z)\}}{d\emptyset} = [D^*]\{S^L\} + \{P^L\} \quad (2.460)$$

elde edilir. (2.460) ın bu genel halde kapalı çözümü mümkün değildir. Bu nedenle (2.460) denklemi, Laplace dönüşüm uzayında sayısal olarak çözülür. Laplace dönüşüm uzayında elde edilen bu çözüm, nokta nokta elde edilmektedir. Gerçek zaman uzayındaki çözüm için, sayısal ters Laplace dönüşümü gereklidir. Detaylı olarak incelenen Ters Laplace sayısal dönüşüm yöntemleri içinde, çubuk titreşimine en çok uyan yöntem, "Maximum degree of precision" yöntemidir (AHSEN,1974; NARAYANAN ve BESKOS,1982). Gauss sayısal integral formülüne benzeyen bu yöntemde ters dönüşüm formülü,

$$\{S(\emptyset, t)\} = \frac{1}{t} \sum_{k=1}^n w_k \cdot z_k^m \{S(\emptyset, z)\}^L \left(\frac{z_k}{t}\right) \quad (2.461)$$

ile verilmektedir (KRYLOV ve SKOBLYA,1968). Burada  $w_k$  ağırlık,  $z_k$  ise Laplace dönüşüm parametresinin aldığı apsis değerleridir. Bu

çalışmada. Laplace dönüşüm uzayında (2.460) denklemleri taşıma matrisi yöntemi ile çözülmüş, ters Laplace dönüşümü için (2.461) de  $m=1,2,3$  ve  $n=10$  alınmıştır. İşlemler çift hassasiyetle ve kompleks cebir kullanılarak yapılmıştır. Çizelge (2.52) de Ters Laplace sayısal dönüşümünde kullanılan, ağırlık ve apsis değerleri verilmektedir (KRYLOV ve SKOBLYA,1968).

**Çizelge:2.52.** Sayısal ters Laplace dönüşümü için ağırlık ve apsis değerleri (KRYLOV ve SKOBLYA.1968).

	k	$z_k$		k	$w_k$	
		Reel	Sanal		Reel	Sanal
m=1	1,2	.52254533673443613233D1	±.15729529045639258587D2	1,2	-.10349019070623265009D2	±.41109358812318604035D1
	3,4	.87764346400826086482D1	±.11921853898301213686D2	3,4	+.18632719160709240601D3	±.25332238201801138003D3
	5,6	.10934303430600009741D2	±.84096729960030916516D1	5,6	-.85865200552719915742D3	±.23220654013393484327D4
	7,8	.12226131484162150028D2	±.50127192636768644557D1	7,8	+.15516344442577525929D4	±.84398329029839254865D4
	9,10	.12837677077810870259D2	±.16660625841623013001D1	9,10	-.86846061126702257646D3	±.15457420533052748111D5
m=2	1,2	.62178324672981964107D1	±.16465398918147174901D2	1,2	-.11009071743781040709D1	±.12288602124587707476D1
	3,4	.97724391337179991598D1	±.12449970964943134215D2	3,4	+.13628249961866175468D2	±.50165691910573255066D2
	5,6	.11935056657175571681D2	±.87698943778838641364D1	5,6	-.37869804718004724488D2	±.43774716476658715487D3
	7,8	.13230581930953740518D2	±.52231358416001797470D1	7,8	+.31008002387851719409D2	±.15912618765135841029D4
	9,10	.13844089810854492231D2	±.17353303909024428769D1	9,10	-.51655404573350663184D1	±.29330482161961550085D4
m=3	1,2	.72113353727244937074D1	±.17169446590508773856D2	1,2	-.66571014094724569391D-1	±.20874721038610195934D0
	3,4	.10769007307765637087D2	±.12956346782543737192D2	3,4	-.53267045203604420999D0	±.75870791537292943177D1
	5,6	.12935684891904315352D2	±.91157511269000744928D1	5,6	+.10683732118419164992D2	±.67611502988536706310D2
	7,8	.14234387001441681948D2	±.54253245223997759566D1	7,8	-.32808185059220792606D2	±.25569276945530765958D3
	9,10	.14849585426163871907D2	±.18019149691958275265D1	9,10	+.22973694406932396394D2	±.48352961747163479210D3

Dönüşüm uzayında, artık zamandan bağımsız halde bulunan (2.460) denkleminde kesit tesirleri ile şekil ve yer değiştirmeler, (2.63) ile boyutsuzlaştırılmış ve elde edilen homojen skaler denklemler aşağıda verilmiştir:

$$\frac{d\bar{U}_t}{d\theta} = \frac{a}{c} \bar{U}_n + \frac{I_n}{Ac^2} \bar{T}_t \quad (2.462-a)$$



$$\frac{d\bar{U}_n}{d\theta} = -\frac{a}{c} \bar{U}_t + \frac{h}{c} \bar{U}_b + \bar{\Omega}_b + \frac{\alpha_n EI_n}{GA c^2} \bar{T}_n \quad (2.462-b)$$

$$\frac{d\bar{U}_b}{d\theta} = -\frac{h}{c} \bar{U}_n - \bar{\Omega}_n + \frac{\alpha_b EI_n}{GA c^2} \bar{T}_b \quad (2.462-c)$$

$$\frac{d\bar{\Omega}_t}{d\theta} = \frac{a}{c} \bar{\Omega}_n + \frac{EI_n}{GJ_b} \bar{M}_t \quad (2.462-d)$$

$$\frac{d\bar{\Omega}_n}{d\theta} = -\frac{a}{c} \bar{\Omega}_t + \frac{h}{c} \bar{\Omega}_b + \bar{M}_n \quad (2.462-e)$$

$$\frac{d\bar{\Omega}_b}{d\theta} = -\frac{h}{c} \bar{\Omega}_n + \frac{I_n}{I_b} \bar{M}_b \quad (2.462-f)$$

$$\frac{d\bar{T}_t}{d\theta} = \frac{\rho Ac^4 z^2}{EI_n} \bar{U}_t + \frac{a}{c} \bar{T}_n + \frac{c^P_o a}{EI_n} \bar{M}_n \quad (2.462-g)$$

$$\frac{d\bar{T}_n}{d\theta} = \frac{\rho Ac^4 z^2}{EI_n} \bar{U}_n - \frac{a}{c} \bar{T}_t + \frac{h}{c} \bar{T}_b - \frac{c^P_o a}{GJ_b} \bar{M}_t + \frac{c^P_o h}{EI_b} \bar{M}_b \quad (2.462-h)$$

$$\frac{d\bar{T}_b}{d\theta} = \frac{\rho Ac^4 z^2}{EI_n} \bar{U}_b - \frac{h}{c} \bar{T}_n - \frac{c^P_o h}{EI_n} \bar{M}_n \quad (2.462-i)$$

$$\frac{d\bar{M}_t}{d\theta} = \frac{z^2 J_b \rho c^2}{EI_n} \bar{\Omega}_t + \frac{P_o a c}{EI_n} \bar{\Omega}_b + \frac{\alpha_n P_o a}{cGA} \bar{T}_n + \left( \frac{a}{c} - \frac{h P_o a}{EI_n} \right) \bar{M}_n \quad (2.462-j)$$

$$\frac{d\bar{M}_n}{d\theta} = -\left( \frac{P_o c h}{EI_n} - \frac{\rho z^2 c^2}{E} \right) \bar{\Omega}_n - \frac{a P_o}{cEA} \bar{T}_t + \left( 1 + \frac{\alpha_b h P_o}{cGA} \right) \bar{T}_b$$

$$+ \left( \frac{aP_o h}{GJ_b} - \frac{a}{c} \right) \bar{M}_t + \left( \frac{h}{c} + \frac{a^2 P_o}{EI_b} \right) \bar{M}_b \quad (2.462-k)$$

$$\begin{aligned} \frac{d\bar{M}_b}{d\theta} = & - \left( \frac{P_o ch}{EI_n} - \frac{\rho z^2 I_b c^2}{EI_n} \right) \bar{\Omega}_b - \left( \frac{\alpha_n h P_o}{cGA} + 1 \right) \bar{T}_n \\ & - \left( \frac{P_o a^2}{EI_n} + \frac{h}{c} \right) \bar{M}_n \end{aligned} \quad (2.462-l)$$

### 2.5.1.2. Taşıma Matrisinin Elde Edilmesi

Bu bölümde dönüşmüş uzaydaki taşıma matrisi, daha önceki bölümlerde olduğu gibi yine, diferansiyel geçiş matrisinden ve (2.126) daki seri çözümünden elde edilecektir. Dönüşüm uzayında kullanılacak  $[D]^*$  diferansiyel geçiş matrisinin elemanları, aşağıda olduğu gibi alt matrislere ayrılarak ifade edilebilir:

$$[D]^* = \begin{bmatrix} [a] & \vdots & [b] & \vdots & [c] & \vdots & [0] \\ [0] & \vdots & [a] & \vdots & [0] & \vdots & [d] \\ [e] & \vdots & [0] & \vdots & [a] & \vdots & [f] \\ [0] & \vdots & [g] & \vdots & [h] & \vdots & [i] \end{bmatrix} \quad (2.463)$$

(2.463) de bulunan alt matrislerin elemanları, dönüşmüş uzaydaki (2.462) boyutsuz denklemlerinden,

$$[a] = \begin{bmatrix} 0 & \frac{a}{c} & 0 \\ -\frac{a}{c} & 0 & \frac{h}{c} \\ 0 & -\frac{h}{c} & 0 \end{bmatrix} \quad (2.464)$$

$$[c] = \begin{bmatrix} \frac{I_n}{Ac^2} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\alpha_n EI_n}{GAc^2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\alpha_b EI_n}{GAc^2} \end{bmatrix} \quad (2.465)$$

$$[d] = \begin{bmatrix} \frac{EI_n}{GJ_b} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{I_n}{I_b} \end{bmatrix} \quad (2.466)$$

$$[e] = \begin{bmatrix} \frac{\rho Ac^4 z^2}{EI_n} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\rho Ac^4 z^2}{EI_n} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\rho Ac^4 z^2}{EI_n} \end{bmatrix} \quad (2.467)$$

$$[f] = \begin{bmatrix} 0 & \frac{cP_o a}{EI_n} & 0 \\ -\frac{cP_o a}{GJ_b} & 0 & \frac{cP_o h}{EI_b} \\ 0 & -\frac{cP_o h}{EI_n} & 0 \end{bmatrix} \quad (2.468)$$

$$[g] = \begin{bmatrix} \frac{z^2 J_b \rho c^2}{EI_n} & 0 & \frac{P_o a c}{EI_n} \\ -\frac{P_o c h}{EI_n} + \frac{z^2 \rho c^2}{E} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{P_o c h}{EI_n} + \frac{z^2 I_b \rho c^2}{EI_n} \end{bmatrix} \quad (2.469)$$

$$[h] = \begin{bmatrix} 0 & \frac{\alpha_n P_o a}{cGA} & 0 \\ -\frac{aP_o}{cEA} & 0 & 1 + \frac{\alpha_b h P_o}{cGA} \\ 0 & -1 - \frac{\alpha_n h P_o}{cGA} & 0 \end{bmatrix} \quad (2.470)$$

$$[i] = \begin{bmatrix} 0 & \frac{a}{c} - \frac{hP_o a}{EI_n} & 0 \\ \frac{aP_o h}{GJ_b} - \frac{a}{c} & 0 & \frac{h}{c} + \frac{a^2 P_o}{EI_b} \\ 0 & -\frac{P_o a^2}{EI_n} - \frac{h}{c} & 0 \end{bmatrix} \quad (2.471)$$

$$[b] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.472)$$

şeklinde elde edilir. Buradan, dönüşüm uzayında diferansiyel geçiş matrisinin elemanlarının sabit olduğu görülmektedir. Dönüşüm uzaydaki taşıma matrisinin elde edilmesi amacıyla burada da, Bölüm (2.3.2.5.2) de ayrıntılı olarak anlatılan ve bu çalışmada geliştirilen algoritma kullanılacaktır.

### 2.5.1.3. Laplace Dönüşüm Uzayında Ara Tekil Yüklü Çubukta Sınır Şartlarına Göre Başlangıçtaki Durum Vektörünün Elde Edilmesi

Laplace dönüşüm uzayında elde edilen (2.462) adi diferansiyel denklem takımı, taşıma matrisi metodu ve Bölüm (2.3.2.4) te anlatılan uygulama ile statik halde olduğu gibi çözülür. Burada çubuğa etki eden dinamik yükün şekli (yayıllı, tekil) ve sistemde ara mesnet veya mafsal bulunması halleri önemlidir. Helisel çubuk bir yay olarak düşünüldüğünde, ara mesnet ve ara mafsal halleri önemli değildir. Çubuk sadece uçlarından mesnetlenmiş olarak düşünülmelidir.

Dönüşüm uzayda sadece yere bağlı çözümde öncelikle başlangıçtaki durum vektörünün elde edilmesi gerekmektedir. Bunun için çubuk başlangıç ile sonundaki, ve varsa ara mesnet ya da ara mafsallardaki sınır şartlarından yararlanılır. Çubuk sonundaki ve varsa ara mesnet veya mafsallardaki durum vektörleri, Bölüm (2.3.2.4) te anlatıldığı şekilde başlangıçtaki durum vektörüne bağlı olarak tanımlanır. Bu şekilde elde edilen denklemlerde başlangıçtaki  $\{S(\theta=0)\}$ , çubuk sonundaki  $\{S(\theta=L)\}$  ve ara mesnet ya da mafsallardaki durum vektöründe sınır şartları yerlerine konur. Çubuk sonu ile ara mesnet veya mafsallardaki durum vektörünün bilinen bileşenlerinden yararlanılarak, çubuk başlangıç durum vektörünün bilinmeyen bileşenleri, sınır şartlarının yerleştirilmesi ile elde edilen lineer denklem takımının çözümünden bulunur. Daha sonra istenilen yerdeki kesit büyüklüklerine geçilebilir.

Her t zamanı için bu işlemler, (2.461) de verilen ters dönüşüm formülünde (n) kere yapılmalıdır. Diğer bir deyişle, z dönüşüm parametresinin n farklı değeri için, ele alınan zamanda çözüm bulunmalıdır. Bu çalışmada n=10 seçilmesi uygun bulunmuştur. Bu şekilde elde edilen kompleks çözümlerin, eşlenikleri de birer çözümdür. Bu nedenle dönüşüm uzayında beş kere çözüm bulmak, makina zamanı açısından uygundur. Ters Laplace sayısal dönüşüm aşamasında, elde edilen çözümlerin eşlenikleri de hesaba katılır.

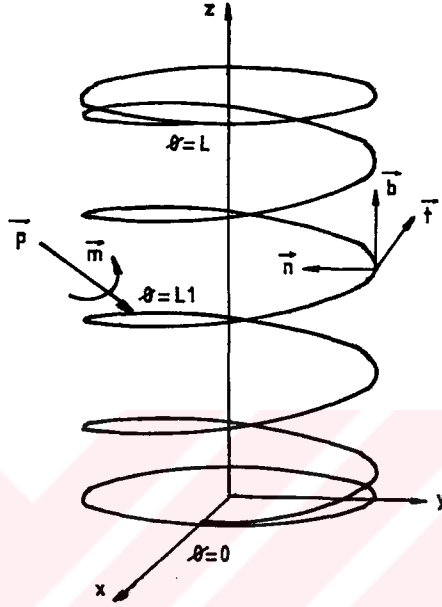
Bu çalışmada sadece uçlarından mesnetlenmiş çubuk ve ara tekil yük hali ile; arada bir küresel mafsallı mesneti bulunan çubuk ve her açıklıkta etkiyen tekil yük düşünülmüştür. Çubuk uçlarındaki sınır şartları için Çizelge (2.3) kullanılmıştır.

Aşağıdaki alt bölümlerde bu haller için, başlangıçtaki durum vektörünün elde edilebilmesinde çözülmesi gereken denklemler elde edilecektir.

#### 2.5.1.3.1. Ara Tekil Kuvvet ve Momente Maruz Helisel Çubukta Başlangıçtaki Durum Vektörünün Elde Edilmesi

Bu durumda (Şekil 2.62), çubuk sonundaki durum vektörü aşağıda görüldüğü gibi tarif edilir:

$$\{S(L)\} = [F(L)]\{S(0)\} + [F(L-L_1)]\{K(L_1)\} \quad (2.473)$$



Sekil:2.62. Ara tekil dinamik yüklü helis.

Burada  $\{K\}$ ,  $\theta=L_1$  de cubuğa etkiyen tekil yükten dolayı süreksizlik vektörüdür. Dönüsmüş uzayda bu vektörün  $(\vec{t}, \vec{n}, \vec{b})$  takımındaki bileşenleri,

$$\{K(L_1)\} = \{0, 0, 0, 0, 0, 0, -p_t^L, -p_n^L, -p_b^L, -m_t^L, -m_n^L, -m_b^L\}^T \quad (2.474)$$

olduğu gibidir. (2.473) denklemi,

$$\{S(L)\} = [F]\{S(0)\} + \{C\} \quad (2.475)$$

şeklinde gösterilebilir. Anlatım kolaylığı bakımından bu denklem, dönüsmüş uzaydaki taşıma matrisi aşağıda olduğu gibi alt bölümlere ayrılarak daha açık yazılabilir.

$$\begin{bmatrix} \vec{U} \\ \dots \\ \vec{\Omega} \\ \dots \\ \vec{T} \\ \dots \\ \vec{M} \end{bmatrix}_L = \begin{bmatrix} [F_1] & [F_2] & [F_3] & [F_4] \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ [F_5] & [F_6] & [F_7] & [F_8] \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ [F_9] & [F_{10}] & [F_{11}] & [F_{12}] \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ [F_{13}] & [F_{14}] & [F_{15}] & [F_{16}] \\ \dots & \dots & \dots & \dots \end{bmatrix}_L \begin{bmatrix} \vec{U} \\ \dots \\ \vec{\Omega} \\ \dots \\ \vec{T} \\ \dots \\ \vec{M} \end{bmatrix}_0 + \begin{bmatrix} \vec{c1} \\ \dots \\ \vec{c2} \\ \dots \\ \vec{c3} \\ \dots \\ \vec{c4} \end{bmatrix}_{L1} \quad (2.476)$$

(2.476) da, çubuk uçlarındaki mesnet şartları yerine konulup,  $\{S(L)\}$  durum vektörünün bilinen bileşenlerinden yararlanılarak, çözülecek vektörel denklemler aşağıda olduğu gibi elde edilir (ilk yazılan mesnet, çubuk başlangıcına aittir):

**a-) Ankastre Mesnet - Boş Uc:**

$$[F_{11}] \{\vec{T}(0)\} + [F_{12}] \{\vec{M}(0)\} = - \{\vec{c3}\} \quad (2.477)$$

$$[F_{15}] \{\vec{T}(0)\} + [F_{16}] \{\vec{M}(0)\} = - \{\vec{c4}\}$$

**b-) Boş Uc - Ankastre Mesnet:**

$$[F_1] \{\vec{U}(0)\} + [F_2] \{\vec{\Omega}(0)\} = - \{\vec{c1}\} \quad (2.478)$$

$$[F_5] \{\vec{U}(0)\} + [F_6] \{\vec{\Omega}(0)\} = - \{\vec{c2}\}$$

**c-) Ankastre Mesnet - Ankastre Mesnet:**

$$[F_3] \{\vec{T}(0)\} + [F_4] \{\vec{M}(0)\} = - \{\vec{c1}\} \quad (2.479)$$

$$[F_7] \{\vec{T}(0)\} + [F_8] \{\vec{M}(0)\} = - \{\vec{c2}\}$$

**d-) Ankastre Mesnet - Basit Mesnet:**

$$[F_3] \{\vec{T}(0)\} + [F_4] \{\vec{M}(0)\} = - \{\vec{c1}\} \quad (2.480-a)$$



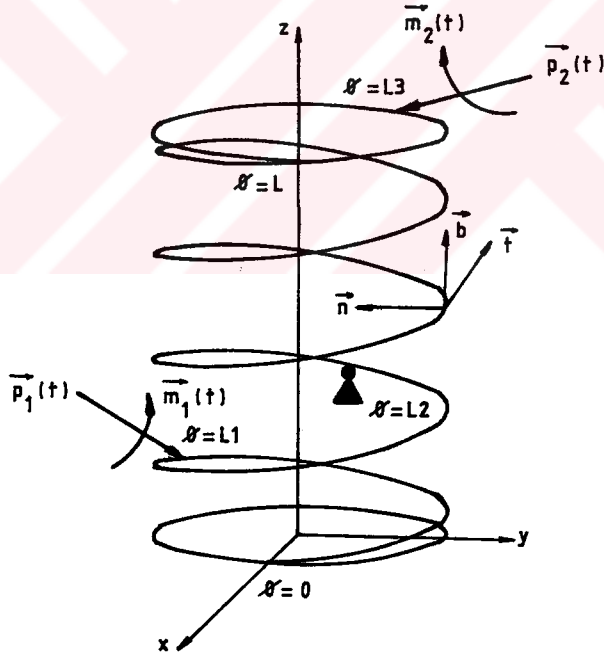
$$[F_{15}] \{\vec{T}(0)\} + [F_{16}] \{\vec{M}(0)\} = - \{\vec{c4}\} \quad (2.480-b)$$

e-) Basit Mesnet - Ankastre Mesnet:

$$\begin{aligned} [F_2] \{\vec{\Omega}(0)\} + [F_3] \{\vec{T}(0)\} &= - \{\vec{c1}\} \\ [F_6] \{\vec{\Omega}(0)\} + [F_7] \{\vec{T}(0)\} &= - \{\vec{c2}\} \end{aligned} \quad (2.481)$$

Görüldüğü gibi çubuğun sadece uçlarından mesnetlenmesi durumunda, bilinmeyen sayısı 6 olup sabittir.

#### 2.5.1.3.2. Ara Küresel Mafsallı Mesneti Olan, Ara Tekil Yüke Maruz Helisel Çubukta Başlangıçtaki Durum Vektörünün Elde Edilmesi



Sekil:2.63. Ara tekil dinamik yük ve mesnetli helis.

Ara küresel mafsallı mesnetin bulunduğu yer.  $\emptyset=L_2$  olsun (Şekil 2.63). Bu durumda çubuk sonundaki  $\{S(L)\}$  durum vektörünün denkleminin yanısıra, ara mesnetin bulunduğu yerdeki  $\{S(L_2)\}$  durum vektörünün deklami de yazılmalıdır. Bu denklemler,

$$\text{ve,} \quad \{S(L_2)\} = [F(L_2)]\{S(0)\} + [F(L_2-L_1)]\{K(L_1)\} \quad (2.482)$$

$$\begin{aligned} \{S(L)\} &= [F(L)]\{S(0)\} + [F(L-L_1)]\{K(L_1)\} + [F(L-L_2)]\{RK1\} \\ &+ [F(L-L_3)]\{K(L_3)\} \end{aligned} \quad (2.483)$$

dir.  $\{RK1\}$ , ara mesnetteki süreksizlik vektörüdür. (2.482) ve (2.483),

$$[F(L-L_1)]\{K(L_1)\} + [F(L-L_3)]\{K(L_3)\} = \{E\} \quad (2.484)$$

ve

$$[F(L_2-L_1)]\{K(L_1)\} = \{V\} \quad (2.485)$$

tarifleri ile aşağıda olduğu gibi yazılırlar:

$$\{S(L_2)\} = [F(L_2)]\{S(0)\} + \{V\} \quad (2.486)$$

$$\{S(L)\} = [F(L)]\{S(0)\} + \{E\} + [F(L-L_1)]\{RK1\}$$

Ara mesnetin, küresel mafsallı olması halinde  $\{RK1\}$  süreksizlik vektörünün sadece bir vektörel bileşeni sıfırdan farklıdır. Bu eleman da, ara mesnetteki  $\vec{R}_1$  tepki kuvvetini temsil etmektedir. (2.486) denklemlerinin, alt matrislere ayrılarak gösterildiği form,

$$\begin{bmatrix} \vec{U} \\ \dots \\ \vec{\Omega} \\ \dots \\ \vec{T} \\ \dots \\ \vec{M} \end{bmatrix}_{L_2} = \begin{bmatrix} \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ [F_1] & [F_2] & [F_3] & [F_4] \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ [F_5] & [F_6] & [F_7] & [F_8] \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ [F_9] & [F_{10}] & [F_{11}] & [F_{12}] \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ [F_{13}] & [F_{14}] & [F_{15}] & [F_{16}] \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \end{bmatrix}_{L_2} \begin{bmatrix} \vec{U} \\ \dots \\ \vec{\Omega} \\ \dots \\ \vec{T} \\ \dots \\ \vec{M} \end{bmatrix}_0 + \begin{bmatrix} \vec{v}_1 \\ \dots \\ \vec{v}_2 \\ \dots \\ \vec{v}_3 \\ \dots \\ \vec{v}_4 \end{bmatrix} \quad (2.487)$$

ve,

$$\begin{bmatrix} \vec{U} \\ \dots \\ \vec{Q} \\ \dots \\ \vec{T} \\ \dots \\ \vec{M} \end{bmatrix}_L = \begin{bmatrix} [F_1] & [F_2] & [F_3] & [F_4] \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ [F_5] & [F_6] & [F_7] & [F_8] \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ [F_9] & [F_{10}] & [F_{11}] & [F_{12}] \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ [F_{13}] & [F_{14}] & [F_{15}] & [F_{16}] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \vec{U} \\ \dots \\ \vec{Q} \\ \dots \\ \vec{T} \\ \dots \\ \vec{M} \end{bmatrix}_0 + \begin{bmatrix} \langle \vec{e}_1 \rangle \\ \dots \\ \langle \vec{e}_2 \rangle \\ \dots \\ \langle \vec{e}_3 \rangle \\ \dots \\ \langle \vec{e}_4 \rangle \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} [F_1] & [F_2] & [F_3] & [F_4] \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ [F_5] & [F_6] & [F_7] & [F_8] \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ [F_9] & [F_{10}] & [F_{11}] & [F_{12}] \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ [F_{13}] & [F_{14}] & [F_{15}] & [F_{16}] \end{bmatrix}_{L-L_2} \begin{bmatrix} \langle \vec{0} \rangle \\ \dots \\ \langle \vec{0} \rangle \\ \dots \\ \langle \vec{R}_1 \rangle \\ \dots \\ \langle \vec{0} \rangle \end{bmatrix}_{L_2} \quad (2.488)$$

şeklindedir. Aşağıda, (2.487) ve (2.488) denklemlerinde mesnet şartlarının yerine konulması ile elde edilen vektörel denklemler verilmektedir. Bunların ortak çözümünden,  $\{S(0)\}$  ve  $\{RK1\}$  vektörlerinin bilinmeyen bileşenleri bulunmaktadır.

**a-) Ankastre Mesnet - Ankastre Mesnet:**

$$\begin{aligned}
 [F_3]_{L_2} \langle \vec{T}(0) \rangle + [F_4]_{L_2} \langle \vec{M}(0) \rangle &= - \langle \vec{v}_1 \rangle \\
 [F_3]_L \langle \vec{T}(0) \rangle + [F_4]_L \langle \vec{M}(0) \rangle + [F_3]_{L-L_2} \langle \vec{R}_1 \rangle &= - \langle \vec{e}_1 \rangle \\
 [F_7]_L \langle \vec{T}(0) \rangle + [F_8]_L \langle \vec{M}(0) \rangle + [F_7]_{L-L_2} \langle \vec{R}_1 \rangle &= - \langle \vec{e}_2 \rangle
 \end{aligned} \quad (2.489)$$

**b-) Ankastre Mesnet - Bos Uc:**

$$\begin{aligned}
 [F_3]_{L_2} \langle \vec{T}(0) \rangle + [F_4]_{L_2} \langle \vec{M}(0) \rangle &= - \langle \vec{v}_1 \rangle \\
 [F_{11}]_L \langle \vec{T}(0) \rangle + [F_{12}]_L \langle \vec{M}(0) \rangle + [F_{11}]_{L-L_2} \langle \vec{R}_1 \rangle &= - \langle \vec{e}_3 \rangle \\
 [F_{15}]_L \langle \vec{T}(0) \rangle + [F_{16}]_L \langle \vec{M}(0) \rangle + [F_{15}]_{L-L_2} \langle \vec{R}_1 \rangle &= - \langle \vec{e}_4 \rangle
 \end{aligned} \quad (2.490)$$

c-) Bos Uç - Ankastre Mesnet:

$$\begin{aligned}
& [F_1]_{L2} \{\vec{U}(0)\} + [F_2]_{L2} \{\vec{\Omega}(0)\} = - \{\vec{v}_1\} \\
& [F_1]_L \{\vec{U}(0)\} + [F_2]_L \{\vec{\Omega}(0)\} + [F_3]_{L-L2} \{\vec{R}_1\} = - \{\vec{e}_1\} \quad (2.491) \\
& [F_5]_L \{\vec{U}(0)\} + [F_6]_L \{\vec{\Omega}(0)\} + [F_7]_{L-L2} \{\vec{R}_1\} = - \{\vec{e}_2\}
\end{aligned}$$

d-) Basit Mesnet - Basit Mesnet:

$$\begin{aligned}
& [F_2]_{L2} \{\vec{\Omega}(0)\} + [F_3]_{L2} \{\vec{T}(0)\} = - \{\vec{v}_1\} \\
& [F_2]_L \{\vec{\Omega}(0)\} + [F_3]_L \{\vec{T}(0)\} + [F_3]_{L-L2} \{\vec{R}_1\} = - \{\vec{e}_1\} \quad (2.492) \\
& [F_{14}]_L \{\vec{\Omega}(0)\} + [F_{15}]_L \{\vec{T}(0)\} + [F_{15}]_{L-L2} \{\vec{R}_1\} = - \{\vec{e}_4\}
\end{aligned}$$

e-) Ankastre Mesnet - Basit Mesnet:

$$\begin{aligned}
& [F_3]_{L2} \{\vec{T}(0)\} + [F_4]_{L2} \{\vec{M}(0)\} = - \{\vec{v}_1\} \\
& [F_3]_L \{\vec{T}(0)\} + [F_4]_L \{\vec{M}(0)\} + [F_3]_{L-L2} \{\vec{R}_1\} = - \{\vec{e}_1\} \quad (2.493) \\
& [F_{15}]_L \{\vec{T}(0)\} + [F_{16}]_L \{\vec{M}(0)\} + [F_{15}]_{L-L2} \{\vec{R}_1\} = - \{\vec{e}_4\}
\end{aligned}$$

f-) Basit Mesnet - Ankastre Mesnet:

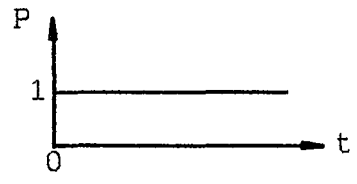
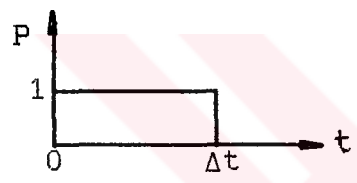

$$\begin{aligned}
& [F_2]_{L2} \{\vec{\Omega}(0)\} + [F_3]_{L2} \{\vec{T}(0)\} = - \{\vec{v}_1\} \\
& [F_2]_L \{\vec{\Omega}(0)\} + [F_3]_L \{\vec{T}(0)\} + [F_3]_{L-L2} \{\vec{R}_1\} = - \{\vec{e}_1\} \quad (2.494) \\
& [F_6]_L \{\vec{\Omega}(0)\} + [F_7]_L \{\vec{T}(0)\} + [F_7]_{L-L2} \{\vec{R}_1\} = - \{\vec{e}_2\}
\end{aligned}$$

**2.5.1.4. Dönüşmüş Uzayda Dinamik Tekil Yükler**

Bu çalışmada, dairesel silindirik helisel çubuğun zorlanmış titreşiminin taşıma matrisi ve Laplace- ters Laplace yöntemleriyle

çözümünde, Çizelge (2.53) de verilen üç değişik yükleme tipi düşünülmüştür.

**Çizelge:2.53.** Taşıma matrisi metodu ile zorlanmış titreşim problemi çözümünde ele alınan dinamik yük tipleri

P(t)	Kuvvet türü	P(z)
	Adım	$\frac{1}{z}$
	İmpuls (DÖRTGEN)	$\frac{1}{z} (1 - e^{-\Delta t z})$
	Sinüs İmpuls	$\frac{\Delta t}{z^2 + \Delta t^2} (1 + e^{-\pi z / \Delta t})$

#### 2.5.1.5. Programlar Hakkında Açıklayıcı Bilgi

Bu programlar taşıma matrisi metodu ve Laplace - Ters Laplace dönüşümü ile elastik, eksen boyunca sabit kesitli, çift simetrik, dairesel silindirik helisel çubukların, dinamik tekil yükler altındaki zorlanmış titreşim problemini çözmek için hazırlanmışlardır. Programlarda dönme ataletlerinin etkileri ile eksenel ve kayma deformasyonu etkileri göz önüne alınmaktadır.

Eksenel sabit ön yükü göz önüne alan bu programlarda, Laplace dönüşüm uzayındaki taşıma matrisi Bölüm (2.3.2.5.2) de

anlatılan şekilde sayısal olarak hesaplanmakta ve taşıma matrisinin (2.74) özelliğinden yararlanılmaktadır.

Sabit ön yük şiddeti sıfır alınarak ön yüksüz, helis adımı sıfır alınarak düzlem daire çubuğa ait zorlanmış titreşim problemi çözülür. Malzeme ve kesit özellikleri çubuk boyunca sabit alınmıştır. Herhangi bir kesitin sistemdeki yeri, pozitif ilerleme yönü saat ibrelerinin tersi yönünde olan  $\theta$  açısı ile tarif edilmektedir.

Çizelge (2.54) te, aşağıda tanıtılacak programlarda kullanılan altprogramlar ve işlevleri verilmektedir. IFACT hariç, diğer alt programlarda çift hassasiyet ve kompleks aritmetik kullanılmaktadır.

**Çizelge:2.54.** ZORTAS ve ZORTAS1 programlarında yer alan altprogramlar.

No:	Altprogram adı:	Yaptığı iş:
1	SOLGAU	Gauss Eliminasyon yöntemi ve pivoting yaparak, lineer denklem takımı çözer.
2	COEF6	Dairesel silindire sarılmış ön yüklü helislerin, Laplace dönüşüm uzayındaki $[D]^*$ matrisini meydana getirir.
3	KC10	Laplace uzayında elde edilen çözümün, Ters Laplace dönüşümünü alarak, gerçek zaman uzayındaki çözümü bulur.
4	ZTSIN	Sadece uçlarından mesnetlenmiş çubukta ara tekil yük durumunda $\{S(0)\}$ ı bulur
5	ZTSIN1	Ara küresel mafsallı mesneti olan ve iki açıklıkta etkiyen tekil dinamik yüklü çubukta $\{S(0)\}$ vektörünü bulur

Çizelge:2.54. (Devam)

No:	Altprogram adı:	Yaptığı iş:
6	TRANS	$(\vec{t}, \vec{n}, \vec{b})$ takımındaki taşıma matrisini sayısal olarak elde eder.
7	PSI	Taşıma matrisinin (2.126) daki seri çözümündeki $\Phi(\theta)$ fonksiyonlarını (2.137) eşitliğinden bulur.
8	MATMUL	Kare matris çarpımı yapar.
9	IFACT	Faktöryel hesabı yapar.
10	CHFOCO	Diferansiyel geçiş matrisi [D] nin karakteristik denklemine ait katsayıları Faddéev Leverrier metoduna göre elde eder.
11	CR101	Çizelge (2.52) de, $m=1$ hali için Ters Laplace sayısal dönüşüm ağırlıklarını içerir.
12	CR102	Çizelge (2.52) de, $m=2$ hali için Ters Laplace sayısal dönüşüm ağırlıklarını içerir.
13	CR103	Çizelge (2.52) de, $m=3$ hali için Ters Laplace sayısal dönüşüm ağırlıklarını içerir.

ZORTAS: Ara mesnetsiz çubuğun uçlarının mesnetlenme durumuna göre, başlangıçtaki durum vektörünün elde edilmesinde ZTSIN altprogramı kullanılmaktadır. Bu altprogramda, Bölüm (2.5.1.3.1) de verilmiş olan (2.477....2.481) eşitlikleri kullanılmıştır. Laplace dönüşüm uzayındaki diferansiyel geçiş matrisi COEF6 alt programında meydana getirilmektedir. Programın serbest formatla yazılan veri dosyası kılavuzu aşağıda olduğu gibidir.

Veri Dosyası Klavuzu
I1, I2, I3, AL
KN, KB, PO
EO, PO, RO
AA, ACI, NSAR, NSAR1
PD, PN1, PK
MD, MN1, MK
NB, IYUK, TSUR, IS
KBIL
TI, DT, TF

Bu klavuzdaki değişkenlerin anlamları şu şekildedir:

- AA= Helisin sarıldığı silindirin yarıçapı  
ACI= Helis yükselme açısı  
KN,KB= Kesit içindeki kayma gerilmelerinin üniform yayılmadıklarını karakterize eden, kesite bağlı sabitler  
PO= Basıncı şeklinde sabit ön yükün şiddeti  
I2,I3= Kesitin  $\vec{n}$  ve  $\vec{b}$  eksenlerine göre asal atalet momentleri  
I1= Kesitin burulma atalet momenti  
AL= Çubuk kesit alanı  
EO= Çubuk malzemesinin elastisite modülü  
PO= Çubuk malzemesinin poisson oranı  
RO= Çubuk malzemesinin yoğunluğu (Kütle/hacim)  
NB= Sınır şartını belirleyen tamsayı değişken  
NSAR=Helis toplam sarım sayısı  
NSAR1=Tekil yükün etkidiği yere kadar olan sarım sayısı  
PD, PN1, PK =Dinamik tekil yükün  $(\vec{d},\vec{n},\vec{k})$  bileşenleri  
MD, MN1, MK =Dinamik tekil momentin  $(\vec{d},\vec{n},\vec{k})$  bileşenleri  
IYUK= Dinamik tekil yükün şekli  
TSUR= Dinamik tekil yükün etkime süresi  
IS= (2.461) de m değeri (m=1,2 veya 3 olabilir)  
KBIL= Çubuk başlangıç, son ve dinamik yükün etki ettiği yerdeki durum vektörlerinin, zamana göre değişimi incelenecek bileşeni.  
TI=Zaman başlangıcı  
DT=Zaman aralığı  
TF=Zamanın sonu



Programda, çubuk ilk ve son ucunun mesnetlenme durumlarına göre NB değişkeni,

NB=1	.....	Ankastre - Boş Uc
NB=2	.....	Boş Uc - Ankastre
NB=3	.....	Ankastre - Ankastre
NB=4	.....	Basit - Basit
NB=5	.....	Ankastre - Basit
NB=6	.....	Basit - Ankastre

dinamik yükün şekline göre IYUK değişkeni,

IYUK=1	.....	İmpuls tipi yük
IYUK=2	.....	Adım tipi yük
IYUK=3	.....	Sinüs impuls tipi yük

davranışı istenen durum vektörünün bileşenlerine göre KBIL değişkeni.

KBIL=1	.....	$U_t$	KBIL=7	.....	$T_t$
KBIL=2	.....	$U_n$	KBIL=8	.....	$T_n$
KBIL=3	.....	$U_b$	KBIL=9	.....	$T_b$
KBIL=4	.....	$\Omega_t$	KBIL=10	.....	$M_t$
KBIL=5	.....	$\Omega_n$	KBIL=11	.....	$M_n$
KBIL=6	.....	$\Omega_b$	KBIL=12	.....	$M_b$

değerlerini alır. Program listesi (Ek S.1) de verilmiştir.

**ZORTAS1:** Bu programda, sistemin herhangi bir ara bölgesinde bir adet küresel mafsallı mesnet bulunmaktadır. Başlangıçtaki durum vektörü, ZTSIN1 alt programında elde edilmektedir. Bu altprogramda, Bölüm (2.5.1.3.2) de verilmiş olan (2.489,...,2.494) eşitlikleri kullanılmıştır. Programdaki diğer özellikler ZORTAS programında olduğu

gibidir. Bu programa ait veri dosyası klavuzu aşağıda olduğu gibidir:

Veri Dosyası Klavuzu
I1, I2, I3, AL
KN, KB, PO
EO, PO, RO
AA, ACI
NSAR1, NSAR2, NSAR3, NSAR
PD1, PN11, PK1
MD1, MN11, MK1
PD2, PN22, PK2
MD2, MN22, MK2
NB, TSUR, IS
IYUK1, IYUK2, KBIL
TI, DT, TF

Bu klavuzda, ZORTAS programından farklı değişkenlerin anlamları ise aşağıda olduğu gibidir:

NSAR1=1. Tekil yükün etki ettiği yere kadar olan sarım sayısı

NSAR3=2. Tekil yükün etki ettiği yere kadar olan sarım sayısı

NSAR2=Ara mesnete kadar olan sarım sayısı

PD1, PN11, PK1 =1. Dinamik tekil yükün  $(\vec{d}, \vec{n}, \vec{k})$  bileşenleri

MD1, MN11, MK1 =1. Dinamik tekil momentin  $(\vec{d}, \vec{n}, \vec{k})$  bileşenleri

PD2, PN22, PK2 =2. Dinamik tekil yükün  $(\vec{d}, \vec{n}, \vec{k})$  bileşenleri

MD2, MN22, MK2 =2. Dinamik tekil momentin  $(\vec{d}, \vec{n}, \vec{k})$  bileşenleri

IYUK1, IYUK2 =1. ve 2. dinamik tekil yükün şekli

KBIL={S(0)}, {S(NSAR1)}, {S(NSAR2)}, {S(NSAR3)} ve {S(NSAR)}

durum vektörlerinin davranışı istenen bileşenleri.

Burada IYUK1 ve IYUK2 değişkenleri,

IYUK1=1 ; IYUK2=1 ..... 1. ve 2. tekil yük impuls tipi
IYUK1=2 ; IYUK2=2 ..... 1. ve 2. tekil yük adım tipi
IYUK1=3 ; IYUK2=3 ..... 1. ve 2. tekil yük sinüs impuls tipi

değerlerini almaktadır. Program listesi (Ek S.2) de verilmektedir.

## 2.5.2. Rijitlik Matrisi Metodu ile Çözüm

### 2.5.2.1. Laplace - Ters Laplace Dönüşümü

Lineer bir sistemin yere göre ayrıklaştırılmış sönümlü zorlanmış titreşim denklemi,

$$[M]\{\ddot{D}(t)\} + [C]\{\dot{D}(t)\} + [K]\{D(t)\} = \{P(t)\} \quad (2.495)$$

şeklindedir. Burada Laplace transform tekniği ile dönüşüm uzayındaki denklem, başlangıç şartları da göz önüne alınarak aşağıda olduğu gibi,

$$[M](z^2\{D(z)\}^L - z\{D(0)\} - \{\dot{D}(0)\}) + [C](z\{D(z)\}^L - \{D(0)\}) + [K]\{D(z)\}^L = \{P(z)\}^L \quad (2.496)$$

yazılır. Buradan [Z] katsayılar matrisi,

$$[Z(z)] = z^2[M] + z[C] + [K] \quad (2.497)$$

şeklinde tarif edilerek (2.496) eşitliği,

$$[Z(z)]\{D(z)\}^L = \{P(z)\}^L + (z[M] + [C])\{D(0)\} + [M]\{\dot{D}(0)\} \quad (2.498)$$

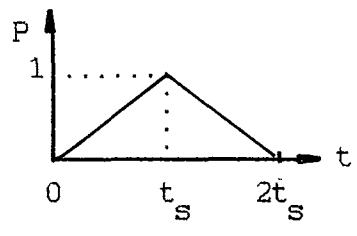
ile ifade edilir. Laplace dönüşüm uzayındaki bu denklemde, sistem deplasman vektörü lineer denklem takımı çözümünden bulunur. Statik problemlerde olduğu gibi, sistem deplasmanlarından, {d} eleman uç deplasmanlarının ayrılması durumunda toplanmış kütle için,

$$\{p\} = [k]\{d\} \quad (2.499)$$

denklemleri ile eleman uç kuvvetlerine geçilir. Laplace uzayında elde edilen eleman uç kuvvet ve deplasmanlarının, gerçek zaman uzayındaki büyüklükleri, sayısal ters Laplace dönüşümü uygulamasıyla elde edilir.

Bu çalışmada, bu yöntemle dayanarak çözüm yapan RIJLAP programında, sadece eleman uç deplasmanları elde edilmektedir. Sistem denklemleri için, (2.388) de olduğu gibi dönme ataleti terimlerinin ihmal edildiği indirgenmiş ifade kullanılmaktadır. Bu ifade, toplanmış

küteller için geçerlidir. Eleman rijitlik matrisinde kesme ve eksenel deformasyon etkileri bulunmamaktadır. Dört farklı dinamik yük tipi düşünülmüştür. Bunlar; Çizelge (2.53) te verilen adım, dörtgen impuls ve sinüs impuls yükleme tipleri ile üçgen impuls,

P(t)	Kuvvet türü	P(z)
	Üçgen Impuls	$\frac{1}{t_s} \left( \frac{1-e^{-t_s z}}{z} \right)^2$

yükleme türüdür. (2.461) ters dönüşüm formülünde  $n=10$  ile  $m=1$  ve  $m=2$  değerleri alınmıştır.

Çizelge (2.55) de, listesi (Ek.T) de verilen RIJLAP programında yer alan altprogramlar ve işlevleri yer almaktadır.

**Çizelge:2.55.** RIJLAP programında kullanılan altprogramlar.

No:	Altprogram adı:	Yaptığı iş:
1 2	SOLGAU SOLV	Gauss Eliminasyon yöntemi ve pivoting yaparak, lineer denklem takımı çözer.
3	BANS	Gauss Eliminasyon yöntemi ile bant tipi lineer denklem takımı çözer.
4	TASIMA	Helisel çubuk için $[F]_{dnk}$ yı elde eder
5	ERMAT1	Helisel elemana ait $[k]_{ijk}$ matrisini, Taşıma matrisi metodu ile elde eder.
6	DONXYZ	$[F]_{dnk} \longrightarrow [F]_{ijk}$

Çizelge:2.55. (Devam)

No:	Altprogram adı:	Yaptığı iş:
7	MATMPY	Kare matrislerin çarpımını yapar.
8	MATINV	Kare matrisin tersini alır.
9	ZORTIT	Laplace sayısal dönüşüm ve ters dönüşüm yönteminde yapılacak işlemleri düzene koyar.
10	CARPAN	"Maximum degree of precision" ters Laplace dönüşüm tekniğinde, (2.461) de $n=10$ ve $m=1,2$ için, apsis ve ağırlık değerlerini ihtiva eder.
11	KATSAY	(2.497) ile verilen katsayılar matrisini teşkil eder.
12	YUKMAT	(2.498) denkleminin sağ tarafını, yük vektörünün Laplace dönüşümünü de alarak teşkil eder.

RIJLAP program veri dosyası klavuzu.

Veri Dosyası Klavuzu	
NM, ND, NAK	
AA, HH	
NC(I,J) (I=1,NM) (J=1,12)	
EL, PO	
IN, IB, JB, AL	→ Her eleman için verilecek
AKAT1, AKAT2	
M(I,I) (I=1,NAK)	
DELT,ZAMSON,ZAM1	
ALFA,BETA,NLAPS	
F(I) (I=1,NAK)	
XBAS(I) (I=1,NAK)	
XTBAS(I) (I=1,NAK)	
ITUR,BB	

şeklinde hazırlanmıştır. Burada bulunan değişkenlerin anlamları aşağıda olduğu gibidir:

- NM= Toplam eleman sayısı  
ND= Toplam bilinmeyen deplasman sayısı  
NAK= Toplam aktif deplasman sayısı  
AA= Helisin sarıldığı silindirin yarıçapı  
HH=  $2\pi$  devir sonraki helis yükselme değeri  
NC= Eleman uç kod numaraları  
EL= Çubuk malzemesinin elastisite modülü  
PO= Çubuk malzemesinin poisson oranı  
IN, IB=  $\vec{n}$  ve  $\vec{b}$  eksenlerine göre kesit atalet momentleri  
JB= Kesitin burulma atalet momenti  
AL= Çubuk kesit alanı  
AKAT1= Çubuk elemanın ilk ucunun açısı ( $\pi$  nin katı)  
AKAT2= Çubuk elemanın son ucunun açısı ( $\pi$  nin katı)  
M(I,I)= Düğüm noktalarında toplanmış kütleler  
DELT= Zaman aralığı  
ZAMSON= Zamanın sonu  
ZAM1= Başlangıçtaki zaman  
ALFA,BETA= Sönüm katsayıları ( $\alpha$  ve  $\beta$ )  
NLAPS= Laplace transform parametresi  
F(I)= Yük matrisi  
XBAS(I)=  $\{D\}$  nin başlangıç değerlerini içeren matris  
XTBAS(I)=  $(d\{D\}/dt)$  nin başlangıç değerlerini içeren matris  
ITUR= Yük türü  
BB= Yük türü ile ilgili katsayı

Burada ITUR değişkeni,

ITUR=1	.....	Adım	ITUR=3	.....	Üçgen impuls
ITUR=2	.....	Dörtgen impuls	ITUR=4	.....	Sinüs impuls

NLAPS değişkeni,

NLAPS=1	.....	(2.461) de m=1 alınacaktır.
NLAPS=2	.....	(2.461) de m=2 alınacaktır.

değerlerini almaktadır.

### 2.5.2.2. Direkt İntegrasyon (Newmark) Yöntemi

(2.495) denkleminin çözümünde kullanılabilecek metotlar arasında, "Direkt İntegrasyon" metotları, dönüştürüm ve kompleks aritmetik gerektirmemektedir. Bu çalışmada, (2.495) hareket denklemi bu metotlardan, "Newmark" yöntemi ile de çözülmektedir. Yöntem stabil ve programlamaya uygun olduğu için tercih edilmiştir. Aşağıda çözüm için gerekli adımlar verilmektedir (BATHE ve WILSON,1976):

a)  $\Delta t$  zamanı ile  $\delta$  ve  $\alpha$  parametreleri seçilerek,  $a_i$  ( $i=0,7$ ) integrasyon sabitleri hesaplanır.

$$\delta \geq 0.50 ; \alpha \geq 0.25(0.5+\delta)^2 \quad (2.500)$$

$$a_0 = \frac{1}{\alpha \Delta t^2} ; a_1 = \frac{\delta}{\alpha \Delta t} ; a_2 = \frac{1}{\alpha \Delta t} ; a_3 = \frac{1}{2\alpha} - 1 \quad (2.501)$$

$$a_4 = \frac{\delta}{\alpha} - 1 ; a_5 = \frac{\Delta t}{2} \left( \frac{\delta}{\alpha} - 2 \right) ; a_6 = \Delta t(1-\delta) ; a_7 = \delta \Delta t \quad (2.502)$$

b) Efektif rijitlik matrisi hesaplanır.

$$[\hat{K}] = [K] + a_0 [M] + a_1 [C] \quad (2.503)$$

c) Başlangıç hız ve deplasmanları yardımı ile. (2.495) denkleminin çözümünden başlangıç ivmesi elde edilir.

d)  $(t+\Delta t)$  zamanı için, efektif yük matrisi hesaplanır.

$$\begin{aligned} \{\hat{P}\}_{t+\Delta t} = \{P\}_{t+\Delta t} + [M] (a_0 \{D\}_t + a_2 \{\dot{D}\}_t + a_3 \{\ddot{D}\}_t + \\ + [C] (a_1 \{D\}_t + a_4 \{\dot{D}\}_t + a_5 \{\ddot{D}\}_t \end{aligned} \quad (2.504)$$

e)  $(t+\Delta t)$  zamanındaki sistem deplasman vektörü, (2.505) denklemini çözülerek elde edilir.

$$[\hat{K}] \{D\}_{t+\Delta t} = \{\hat{P}\}_{t+\Delta t} \quad (2.505)$$

f)  $(t+\Delta t)$  zamanı için, düğüm hız ve ivmeleri bulunur.

$$\ddot{\{D\}}_{t+\Delta t} = a_0 (\dot{\{D\}}_{t+\Delta t} - \dot{\{D\}}_t) - a_2 \dot{\{D\}}_t - a_3 \ddot{\{D\}}_t \quad (2.506-a)$$

$$\dot{\{D\}}_{t+\Delta t} = \dot{\{D\}}_t + a_6 \ddot{\{D\}}_t + a_7 \ddot{\{D\}}_{t+\Delta t} \quad (2.506-b)$$

g)  $[k]$  eleman rijitlik matrisi ile,  $\{d\}$  eleman uç deplasmanları carpılarak, (2.499) da olduğu gibi eleman uç kuvvetleri elde edilir.

h) Her  $\Delta t$  artımı için, (d,...,g) işlemleri tekrarlanır.

Bu çalışmada yukarıda tanımlanan uygulama ile, (2.495) denklemini toplanmış kütle kabulü ile dönme ataleti terimleri ihmal edilerek indirgenmektedir. Bu şekilde aktif deplasmanlar ile teşkil edilen hareket denklemine, Newmark yöntemi uygulanmaktadır. Bu hesaplamaların yapıldığı NEWMARK programında bulunan altprogramlar, Çizelge (2.56) da verilmiştir.

Çizelge:2.56. NEWMARK programında bulunan altprogramlar.

No:	Altprogram adı:	Yaptığı iş:
1	SOLGAU	Çizelge (2.55) te açıklanmıştır.
2	SOLV	
3	BANS	
4	TASIMA	
5	ERMAT1	
6	DONXYZ	
7	MATMPY	
8	MATINV	



Çizelge:2.56. (Devam)

No:	Altprogram adı:	Yaptığı iş:
9	NEWMARK	Newmark sayısal yöntemi ile helis için zorlanmış titreşim problemini çözer.
10	DONTNB	Sistem koordinatlarındaki eleman uç deplasman ve kuvvetlerinin ( $\vec{t}, \vec{n}, \vec{b}$ ) takımındaki bileşenlerini bulur.

NEWMARK program veri dosyası klavuzu.

Veri Dosyası Klavuzu	
NM, ND, NAK	
AA, HH, TFI1	
NC(N, J) [N=1, NM ; J=1, 12]	
EL, PO	
IN, IB, JB, AL	→ Her eleman için
AKAT1, AKAT2	
M(I, I) (J=1, NAK)	
DT, ALFA, BETA, NTIME, TSURE	
ALF, BE	
GFO(I) [I=1, NAK]	
GF1(I) [I=1, NAK]	
F(I) [I=1, NAK]	

şeklinde hazırlanmıştır. Burada bulunan değişkenler,

- NM= Toplam eleman sayısı
- ND= Toplam bilinmeyen deplasman sayısı
- NAK= Toplam aktif deplasman sayısı
- AA= Helisin sarıldığı silindirin yarıçapı
- HH=  $2\pi$  devir sonraki helis yükselme değeri
- TFI1= Helisel çubuk toplam  $\emptyset$  açısı ( $\pi$  nin katı)
- NC= Eleman uç kod numaraları
- EL= Çubuk malzemesinin elastisite modülü

- PO= Çubuk malzemesinin poisson oranı  
IN, IB=  $\vec{n}$  ve  $\vec{b}$  eksenlerine göre kesit atalet momentleri  
JB= Kesitin burulma atalet momenti  
AL= Çubuk kesit alanı  
AKAT1= Çubuk elemanının ilk ucunun açısı ( $\pi$  nin katı)  
AKAT2= Çubuk elemanının son ucunun açısı ( $\pi$  nin katı)  
M(I,I)= Düğüm noktalarında toplanmış kütleler  
DT= Zaman aralığı  
ALFA, BETA= (2.500) de sırasıyla  $\delta$  ve  $\alpha$  Newmark sabitleri  
NTIME= Döngü sayısı  
TSUR= Impuls tipi yüklemelerde, yükün etki ettiği süre.  
ALF,BE= Sönüm katsayıları ( $\alpha$  ve  $\beta$ )  
GFO(I)= Aktif deplasmanların t=0 daki değeri  
GF1(I)= Aktif deplasman hızlarının t=0 daki değeri  
F(I)= Aktif deplasmanlara etkiyen dinamik yük şiddetleri

anlamalarını taşımaktadır. Program listesi (Ek.U) da verilmiştir.

### 2.5.2.3. Harmonik Zorlanmış Titreşim Hali

Sistem düğümlerine etki eden, (2.495) te olduğu gibi zamana bağlı bir  $\{P(t)\}$  kuvveti bulunduğu takdirde, Bölüm (2.4.3.2.2) de verilen normal koordinatlarda ayrıklaştırılmış hareket denklemi,  $M_r$  modal kütle,  $z_r$  boyutsuz sönüm oranı ve  $w_r$ , r inci moddaki doğal frekans olmak üzere;

$$\ddot{Y}_r + 2z_r w_r \dot{Y}_r + w_r^2 Y_r = \frac{F_r(t)}{M_r} \quad (2.507)$$

şeklinde yazılır. Burada,

$$F_r(t) = \{a_r\}^T \{P(t)\} \quad (2.508)$$

dir. Sistem düğümlerine,

$$\{P(t)\} = P_0 \cos \Omega t \quad (2.509)$$

şeklinde harmonik kuvvetlerin etki ettiği kabul edilsin. Normal koordinatlarda hareket denklemi (2.507) denkleminen,

$$F_r(t) = \{a_r\}^T \{P_o\} \quad (2.510)$$

olmak üzere,

$$\ddot{Y}_r + 2z_r w_r \dot{Y}_r + w_r^2 Y_r = \frac{F_r(t)}{M_r} \cos \Omega t \quad (2.511)$$

şeklinde ifade edilir. Bu denklemin sağ tarafı ( $\sin \Omega t$ ) ile düzenlenip, ( $i = \sqrt{-1}$ ) sanal sayısı ile çarpılsın. Bu şekilde elde edilen denklem ve (2.511) taraf tarafa toplandığında, aşağıda verilen normal koordinatlarda kompleks hareket denklemi,

$$\ddot{\bar{Y}}_r + 2z_r w_r \dot{\bar{Y}}_r + w_r^2 \bar{Y}_r = w_r^2 \frac{F_r}{K_r} e^{i\Omega t} \quad (2.512)$$

elde edilecektir. Burada,

$$\bar{Y}_r = \text{Re } \bar{Y}_r + i \text{Im } \bar{Y}_r \quad (2.513)$$

tanımı yapılmıştır ve  $K_r$  modal rijitliktir. (2.512) kompleks diferansiyel denklemin çözümü,

$$\bar{Y}_r = \bar{H}_r(\Omega) F_r e^{i\Omega t} \quad (2.514)$$

şeklinde düşünülüp (2.512) de yerine konduğunda,

$$\{\bar{D}(t)\} = \sum_{r=1}^N \left( \frac{\{a_r\} \{a_r\}^T \{P_o\}}{K_r} \right) \left( \frac{1}{(1-b_r^2) - i(2z_r b_r)} \right) e^{i\Omega t} \quad (2.515)$$

kompleks çözüm bulunur. Burada,

$$b_r = \frac{\Omega}{w_r} \quad (2.516)$$

tarifi yapılmıştır. (2.515) ifadesinin reel kısmı fiziksel uzaydaki çözümü vermektedir.

$D_j$  doğrultusunda etkiyen birim zorlamaya karşılık,  $D_i$  deplasmanının davranışını belirleyen ve "kompleks frekans davranış fonksiyonu" olarak tanımlanan  $\bar{H}_{ij}(\Omega)$  büyüklüğü (2.515) den,

$$\bar{H}_{ij}(\Omega) = \bar{H}_{D_i/P_j}(\Omega) = \sum_{r=1}^N \frac{(a_{ir} a_{jr})}{K_r} \left( \frac{1}{(1-b_r^2) - i(2z_r b_r)} \right) \quad (2.517)$$

şeklinde elde edilir. Burada,

$$\bar{H}_{ij}(\Omega) = \text{Re } \bar{H}_{ij}(\Omega) + i \text{Im } \bar{H}_{ij}(\Omega) \quad (2.518)$$

olup kompleks frekans davranış fonksiyonunun reel kısmı,

$$\text{Re } \bar{H}_{ij} = \sum_{r=1}^N \frac{(a_{ir} a_{jr})}{K_r} \left( \frac{1 - b_r^2}{(1-b_r^2) - (2z_r b_r)^2} \right) \quad (2.519)$$

ve sanal kısmı,

$$\text{Im } \bar{H}_{ij} = \sum_{r=1}^N \frac{(a_{ir} a_{jr})}{K_r} \left( \frac{-2z_r b_r}{(1-b_r^2) - (2z_r b_r)^2} \right) \quad (2.520)$$

ile ifade edilmektedir. (2.519) ve (2.520),  $\Omega$  frekansının bir fonksiyonu olarak çizildiği zaman sistemin titreşim özellikleri hakkında bilgi edinilmektedir.

Bu amaçla geliştirilen program, Listesi (Ek Q.3) te verilen SERRIJ3 programıdır. Bu program veri dosyasında, ISEC (=1 Harmonik zorlanmış titreşim hali) değişkeninin verildiği satırdan sonraki kısım,

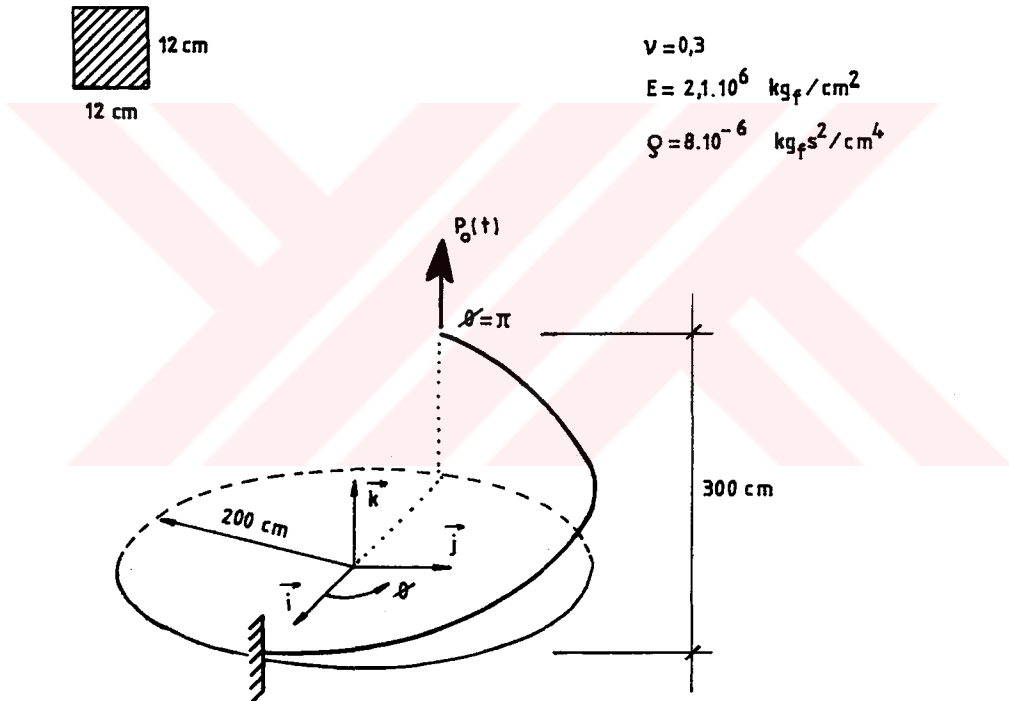
OMG,DELOMG,IOMG,KUVD0G,IDEF

şeklindedir. Bu değişkenlerin anlamları:

- OMG= Harmonik titreşim frekansı
- DELOMG= Harmonik titreşim frekansındaki artış miktarı
- ICMG= Döngü sayısı
- KUVDOG= Harmonik birim yükün etki ettirildiği aktif deplasman kod numarası
- IDEP= Davranışı aranan aktif deplasman kod numarası

dır. Bu işlemler, Listesi (Ek.V) de verilen HARMONİK altprogramında yapılmaktadır.

### 2.5.3. Çözümlü Problemler



**Sekil:2.64.** Ucundan tekil yüklü helisel çubuk.

**ÖRNEK 1:** Bu problemde Şekil (2.64) te görülen helisel çubuk ele alınmıştır. Bir ucu ankastre diğer ucu boşa olan helise, ucundan  $(\vec{k})$  doğrultusunda  $P_0 = 100000 \text{ kg}_f$  şiddetinde dinamik bir yük etkimektedir. Çözümde, Çizelge (2.53) te verilen yükleme tipleri ele

alınmıştır. Ayrıca aynı problem, düzlem daire çubuk için çözülmüştür. Helisel ve düzlem dairesel çubuğun, zamanla değişen yük altındaki davranışı için, taşıma matrisi (Laplace-Ters Laplace dönüşümü) ve Newmark direkt integrasyon metodu kullanılmıştır. Aşağıda çubuk davranışı; adım, dörngen impuls ve sinüs impuls dinamik yük tiplerine göre ayrı ayrı ele alınmaktadır.

### Adım Tipi Yükleme

Problemin ZORTAS ve NEWMARK programları ve helis için veri dosyaları aşağıda olduğu gibi hazırlanmıştır:

ZORTAS Veri Dosyası			
3456.0D0	1728.0D0	1728.0D0	144.0D0
1.1	1.1	0.	
2.1D6	0.3D0	8.0D-6	
200.0D0	25.52283415	1.	1.
0.	0.	1.E5	
0.	0.	0.	
1	2	0.	1
3			
0.00D0	0.01D0	1.0D0	

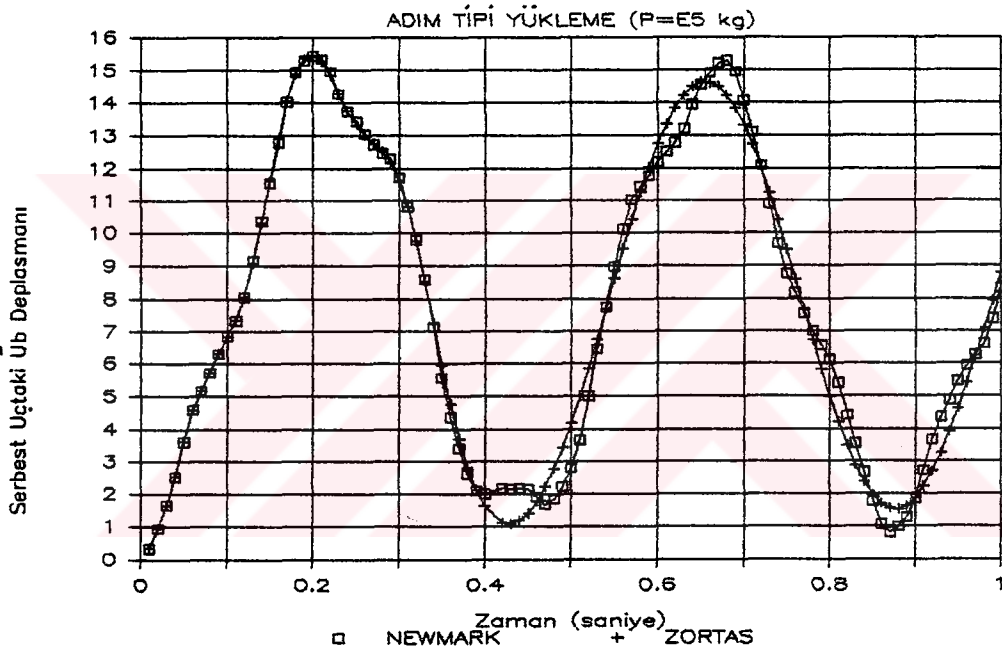
NEWMARK Veri Dosyası											
20	120	60									
200.	600.0	1.									
0	0	0	0	0	0	1	2	3	61	62	63
1	2	3	61	62	63	4	5	6	64	65	66
4	5	6	64	65	66	7	8	9	67	68	69
7	8	9	67	68	69	10	11	12	70	71	72
10	11	12	70	71	72	13	14	15	73	74	75
13	14	15	73	74	75	16	17	18	76	77	78
16	17	18	76	77	78	19	20	21	79	80	81
19	20	21	79	80	81	22	23	24	82	83	84
22	23	24	82	83	84	25	26	27	85	86	87
25	26	27	85	86	87	28	29	30	88	89	90
28	29	30	88	89	90	31	32	33	91	92	93
31	32	33	91	92	93	34	35	36	94	95	96







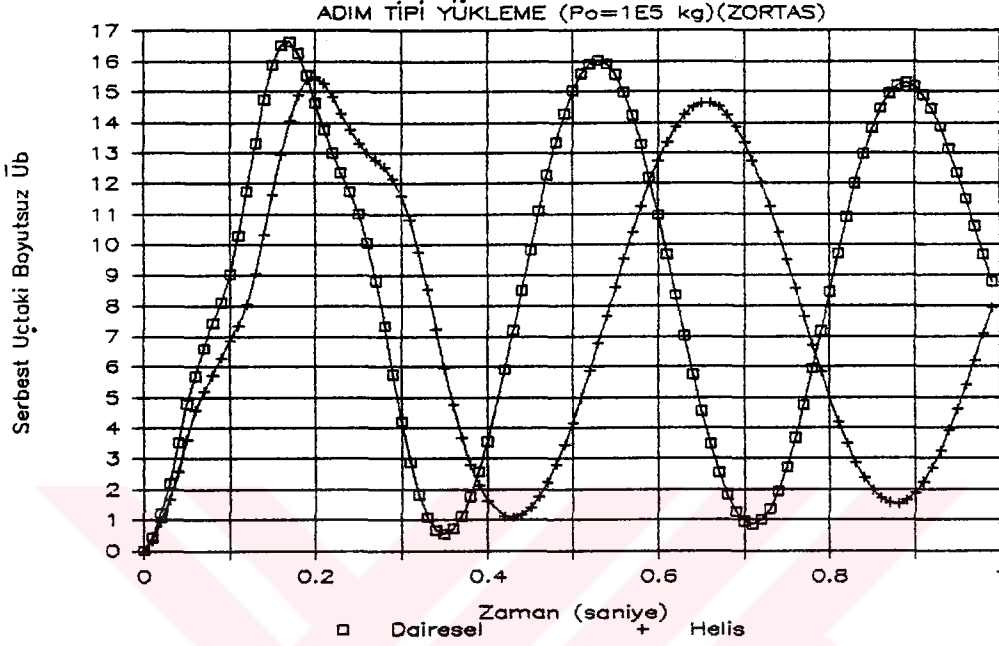
Sekil (2.65) te, boyutsuz  $\bar{U}_b$  deplasmanının zamanla değişimi için, iki programla elde edilen sonuçlar verilmektedir. Newmark metodunda,  $t$  ve  $(t+\Delta t)$  aralığında ivme sabit olarak alınmıştır. Bu duruma karşılık gelen Newmark sabitleri  $\delta=0.5$  ve  $\alpha=0.25$  dir. Şekilden iki yöntemle elde edilen sonuçların uyum içinde olduğu görülmektedir. Ayrıca ZORTAS sonuçları ile, (KIRAL ve URAL,1975) in sonuçlarının üst üste düştüğü görülmüştür.



**Sekil:2.65.** Heliste adım tipi yükleme için boyutsuz  $\bar{U}_b$  deplasmanı (Statik çözüm=8.07)

$\bar{U}_b$  yer değiştirmesinin, çubuğun düzlem olması durumunda zamanla davranış grafiği de Şekil (2.66) da verilmiştir. Düzlem daire çubuğa aynı yükün statik halde etkimesi halinde, Çizelge (2.24-b) den ( $\bar{U}_b=8.49$ ) olarak elde edilmiştir. Şekil (2.66) dan, çubuğun düzlem olması durumunda, genliklerin daha büyüdüğü, buna karşılık zorlanmış

titreşim periyodunun küçüldüğü görülmektedir.

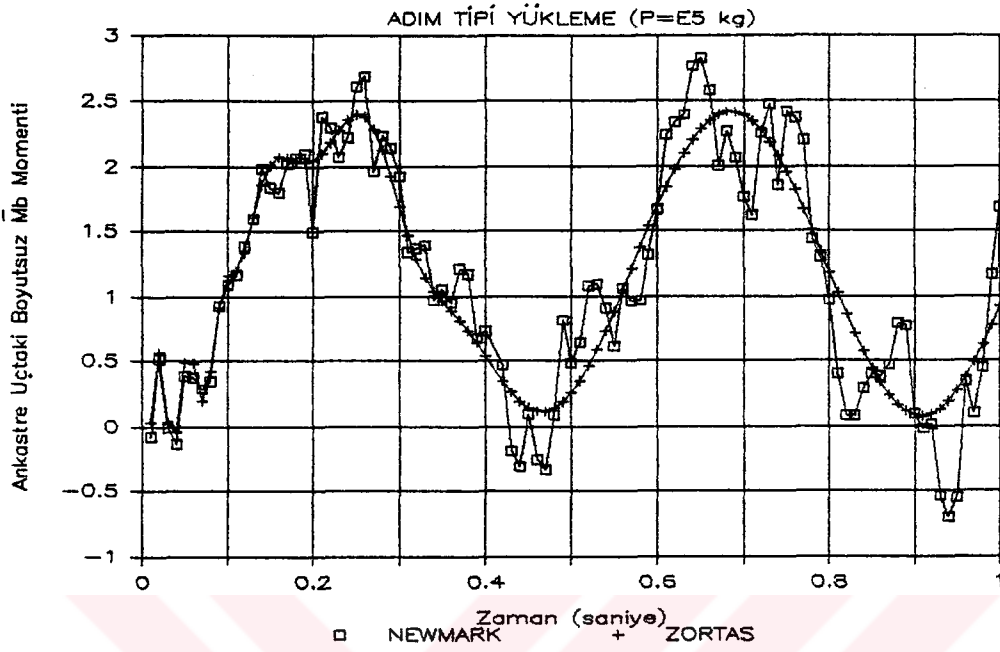


**Sekil:2.66.** Adım tipi yükleme halinde düzlem daire ve heliste  $\bar{U}_b$

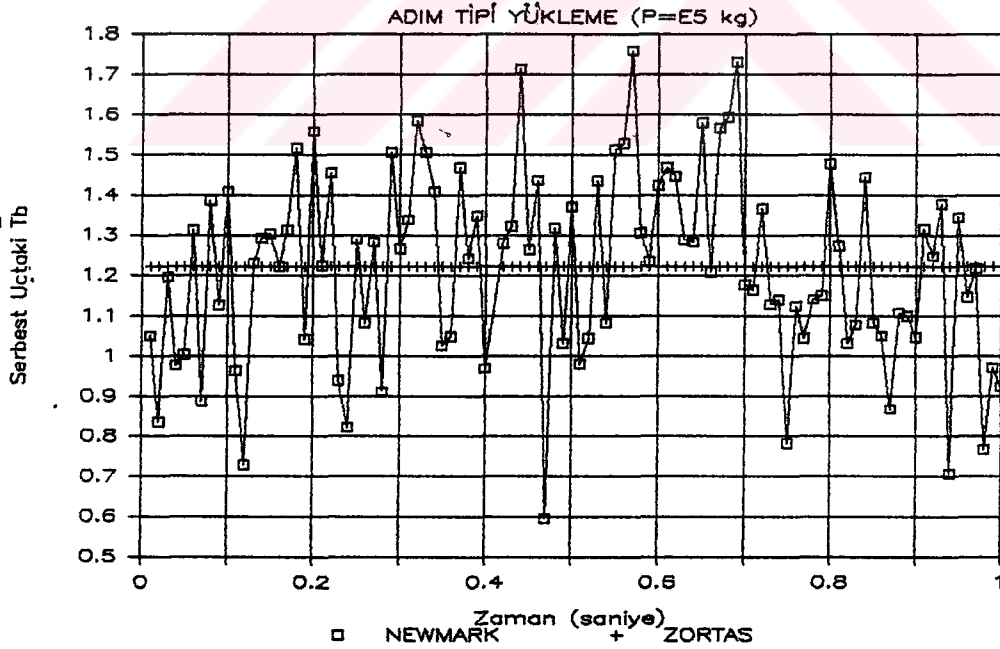
Adım tipi yükleme durumunda, kesit tesirleri ve yer değiştirmeler, bu yükün statik olarak etkimesi halinde elde edilen büyüklükler etrafında salınım yapmaktadır. Bu hal diğer durum vektörü bileşenleri için de aynıdır.

Sekil (2.67) de aynı problemde, ankastre uçtaki  $\bar{M}_b$  eğilme momentinin zamanla değişim davranışı verilmektedir. Bu grafikten, taşıma matrisi ile elde edilen sonuçların daha düzgün olduğu görülmektedir.

Sekil (2.68) de ise, boş uçtaki  $\bar{T}_b$  kesme kuvvetinin zamanla değişim grafiği görülmektedir. Burada da,  $\bar{M}_b$  eğilme momentinde olduğu gibi, Newmark metodu ile elde edilen sonuçlarda, sapmalar görülmektedir. Yükleme tipi adım olduğu için, yükün zamanla şiddeti



Sekil:2.67. Heliste adım tipi yükleme için  $\bar{M}_D$  eğilme momentinin zamanla değişim grafiği (Statik çözüm=1.05)

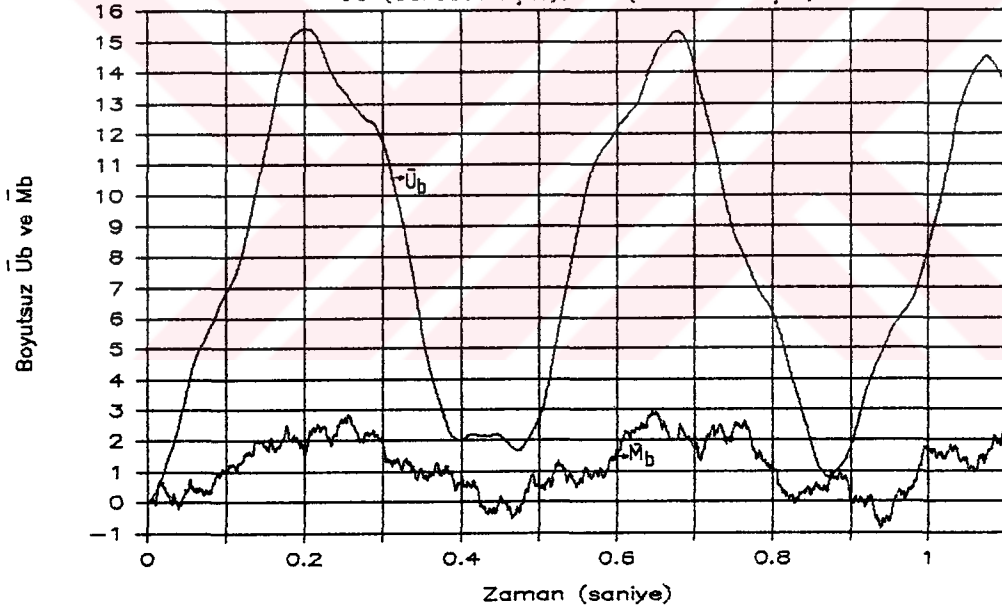


Sekil:2.68: Heliste adım tipi yüklemede  $\bar{T}_D$  kesme kuvvetinin zamanla değişim grafiği (Statik çözüm=1.22)

değişmemektedir. Taşıma matrisi metodunda bu kuvvetin sabitliği korunmaktadır.

Şekil (2.67) ve (2.68) de Newmark ile elde edilen sonuçlar yorumlanırken, çözüm için seçilen zaman aralığının yeterli olmadığı düşünülmüştür. Bu amaçla çok daha küçük zaman aralıkları ile  $\bar{M}_b$  ve  $\bar{U}_b$  değerleri hesaplanmıştır. Bu şekilde elde edilen sonuçlar, Şekil (2.69) da grafik olarak verilmektedir. Görüleceği gibi, atlama tipi sonuçlar devam etmiştir. Buradan, rijitliği az olan sistemlerde Newmark metodunun deplasmanlar için düzgün eğriler vereceği söylenebilir.

### NEWMARK ADIM TİPİ YÜKLEME (P=E5 kg) $\bar{U}_b$ (Serbest Uçta), $\bar{M}_b$ (Ankastre Uçta)

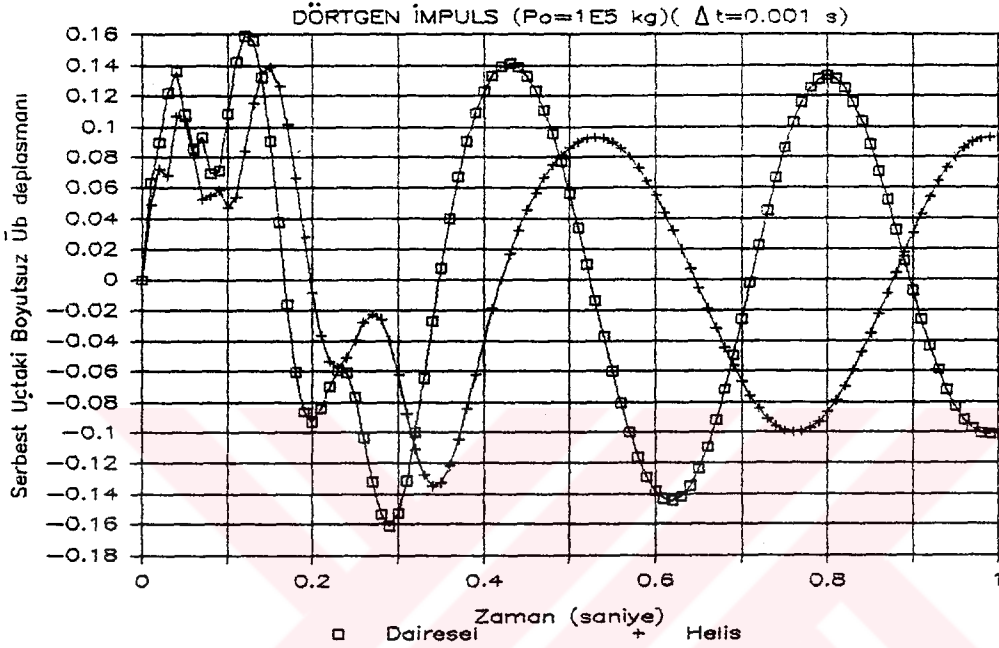


**Sekil:2.69.** Heliste adım tipi yükleme için çok küçük zaman aralıklarında elde edilen  $\bar{U}_b$  ve  $\bar{M}_b$

### Dörtgen Impuls Tipi Yükleme

Bu yükleme tipi için ZORTAS programı ile elde edilen sonuçlar, Şekil (2.70) de verilmiştir. Bu yükleme tipinde de eğrinin

düzlem veya helis olması durumunda, genlikler ve periyotlardaki değişim, adım tipi yükleme de olduğu gibidir. Dörngen impuls tipi yüklemde, durum vektörü bileşenleri sıfır çizgisi etrafında salınım yapmaktadır.



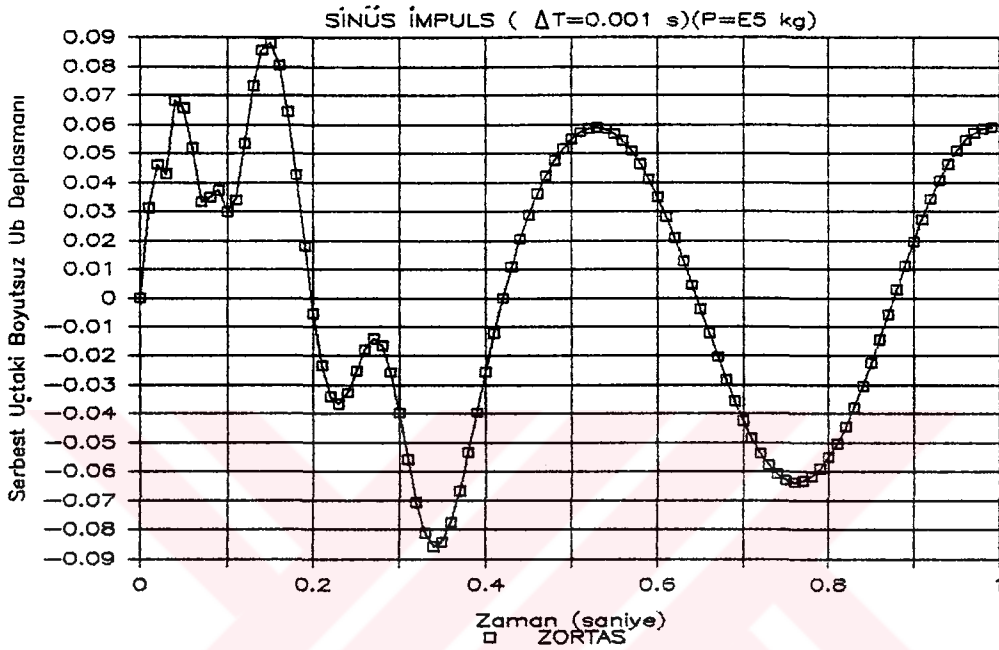
**Sekil:2.70.** Dörngen impuls yüklemde, düzlem ve helisel çubukta  $\bar{U}_b$

Dinamik yükün etkiye süresinin genliklere ve periyoda olan etkileri ayrıca incelenmiştir. Impuls süresinin artması durumunda, genliklerin büyüdüğü gözlenmiştir. Yük etkiye süresi arttıkça, çubuk adım tipi yüklemeye maruz çubuk özelliği göstermektedir.

### Sinüs Impuls Tipi Yükleme

Bu yükleme tipinde, Sekil (2.71) de görülen  $\bar{U}_b$  nin davranışı şekil itibariyle dörngen impuls tipi yüklemeye benzer bir davranış göstermektedir. İki tip yükün impuls süreleri aynı alınmıştır. Sinüs impuls tipi yüklemde periyot aynı kaldığı halde, genliklerde farklılık

görülmektedir. Genlikler, belirli bir zaman aralığında, (kuvvet-zaman) grafiği altında kalan alan ile orantılı olmaktadır. Bu alan büyüdükçe, genlikler de artmaktadır.



Sekil:2.71. Sinüs impuls yüklemde helisel çubukta  $\bar{U}_b$

**ÖRNEK 2:** Şekil (2.72) de görülen bu örnekte, helisel bir merdivenin, sıfır anında aynı anda etkiyen, şiddetleri birbirine eşit iki adet adım tipi yükleme altındaki davranışı ele alınmıştır. Merdiven ortasında bir adet küresel mafsallı mesnet bulunmaktadır.

Problemin ZORTAS1 ve NEWMARK programları için hazırlanan veri dosyaları aşağıda verilmiştir:

ZORTAS1 Veri Dosyası			
158547.7941	42187.5	4218750	2250
0.	0.	0.	
300000.	0.15	2.4e-6	
310.	32.		

0.125	0.25	0.375	0.5
0.	0.	1.e5	
0.	0.	0.	
0.	0.	1.e5	
0.	0.	0.	
3	0.05	1	
2	2	3	
0.071	0.001	0.2	

NEWMARK Veri Dosyası

```

20 111 54
310. 1217.113 1.
0 0 0 0 0 0 1 2 3 55 56 57
1 2 3 55 56 57 4 5 6 58 59 60
4 5 6 58 59 60 7 8 9 61 62 63
7 8 9 61 62 63 10 11 12 64 65 66
10 11 12 64 65 66 13 14 15 67 68 69
13 14 15 67 68 69 16 17 18 70 71 72
16 17 18 70 71 72 19 20 21 73 74 75
19 20 21 73 74 75 22 23 24 76 77 78
22 23 24 76 77 78 25 26 27 79 80 81
25 26 27 79 80 81 0 0 0 82 83 84
0 0 0 82 83 84 28 29 30 85 86 87
28 29 30 85 86 87 31 32 33 88 89 90
31 32 33 88 89 90 34 35 36 91 92 93
34 35 36 91 92 93 37 38 39 94 95 96
37 38 39 94 95 96 40 41 42 97 98 99
40 41 42 97 98 99 43 44 45 100 101 102
43 44 45 100 101 102 46 47 48 103 104 105
46 47 48 103 104 105 49 50 51 106 107 108
49 50 51 106 107 108 52 53 54 109 110 111
52 53 54 109 110 111 0 0 0 0 0 0
300000 0.15
42187.5 4218750. 158547.7941 2250.
0.0 0.05
300000 0.15
42187.5 4218750. 158547.7941 2250.
0.05 0.1
300000 0.15
42187.5 4218750. 158547.7941 2250.
0.1 0.15
300000 0.15
42187.5 4218750. 158547.7941 2250.

```

0.15	0.2			
300000	0.15			
42187.5	4218750.	158547.7941		2250.
0.2	0.25			
300000	0.15			
42187.5	4218750.	158547.7941		2250.
0.25	0.3			
300000	0.15			
42187.5	4218750.	158547.7941		2250.
0.3	0.35			
300000	0.15			
42187.5	4218750.	158547.7941		2250.
0.35	0.4			
300000	0.15			
42187.5	4218750.	158547.7941		2250.
0.4	0.45			
300000	0.15			
42187.5	4218750.	158547.7941		2250.
0.45	0.5			
300000	0.15			
42187.5	4218750.	158547.7941		2250.
0.5	0.55			
300000	0.15			
42187.5	4218750.	158547.7941		2250.
0.55	0.6			
300000	0.15			
42187.5	4218750.	158547.7941		2250.
0.6	0.65			
300000	0.15			
42187.5	4218750.	158547.7941		2250.
0.65	0.7			
300000	0.15			
42187.5	4218750.	158547.7941		2250.
0.7	0.75			
300000	0.15			
42187.5	4218750.	158547.7941		2250.
0.75	0.8			
300000	0.15			
42187.5	4218750.	158547.7941		2250.
0.8	0.85			
300000	0.15			
42187.5	4218750.	158547.7941		2250.
0.85	0.9			
300000	0.15			
42187.5	4218750.	158547.7941		2250.
0.9	0.95			



```

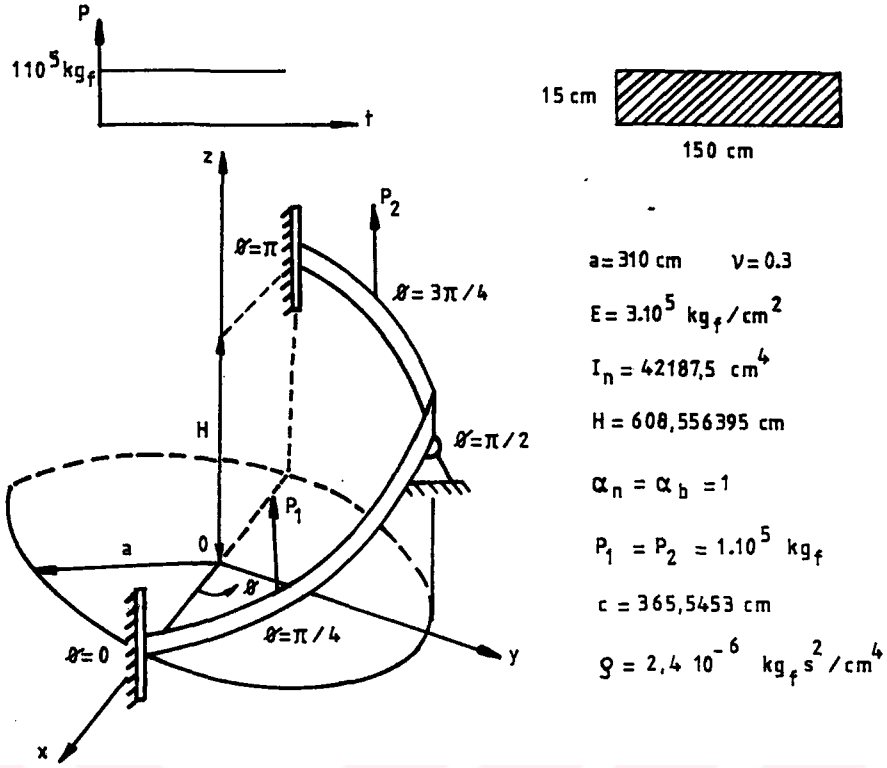
300000      0.15
42187.5  4218750.  158547.7941  2250.
0.95  1.
3.10067e-1  3.10067e-1  3.10067e-1  3.10067e-1  3.10067e-1
3.10067e-1  3.10067e-1  3.10067e-1  3.10067e-1  3.10067e-1
3.10067e-1  3.10067e-1  3.10067e-1  3.10067e-1  3.10067e-1
3.10067e-1  3.10067e-1  3.10067e-1  3.10067e-1  3.10067e-1
3.10067e-1  3.10067e-1  3.10067e-1  3.10067e-1  3.10067e-1
3.10067e-1  3.10067e-1  3.10067e-1  3.10067e-1  3.10067e-1
3.10067e-1  3.10067e-1  3.10067e-1  3.10067e-1  3.10067e-1
3.10067e-1  3.10067e-1  3.10067e-1  3.10067e-1  3.10067e-1
3.10067e-1  3.10067e-1  3.10067e-1  3.10067e-1  3.10067e-1
3.10067e-1  3.10067e-1  3.10067e-1  3.10067e-1  3.10067e-1
3.10067e-1  3.10067e-1  3.10067e-1  3.10067e-1  3.10067e-1
3.10067e-1  3.10067e-1  3.10067e-1  3.10067e-1  3.10067e-1
0.0005  0.5  0.25  200  0.5
0.0  0.
0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0.
0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0.
0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0.
0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0.
0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0.
0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0.
0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0.
0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0.
0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0.
0. 1.e5 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0.

```

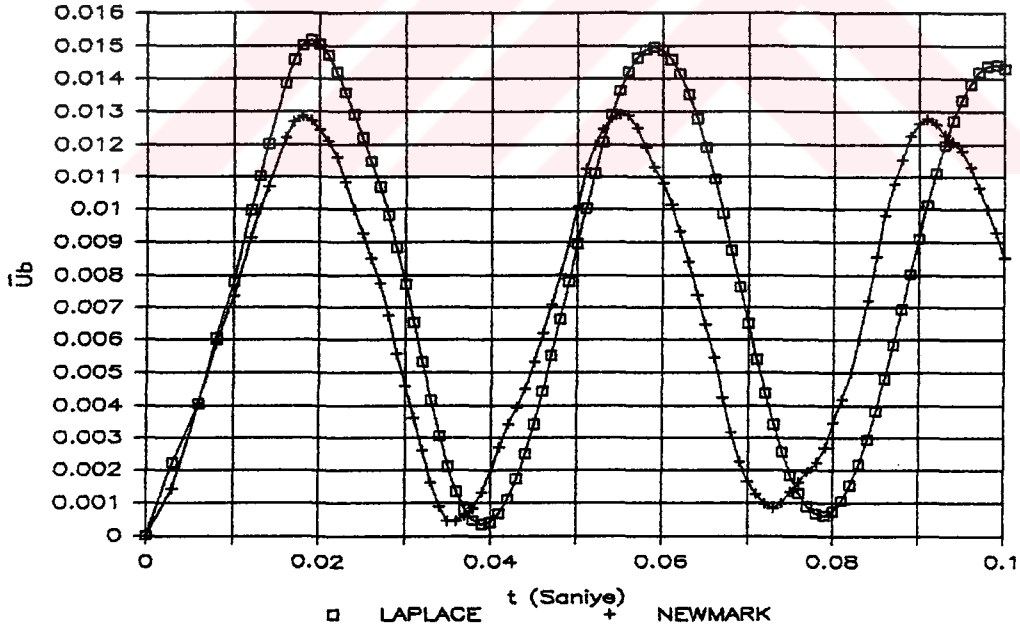
Şekil (2.73) te bu problemde yüklerin etki ettiği yerlerdeki boyutsuz  $\bar{U}_b$  deplasmanının, Şekil (2.74) te ise ankastre uçlardaki boyutsuz  $\bar{M}_b$  momentinin zamanla değişimi verilmektedir. Şekillerden salınımların yine, statik değerler etrafında olduğu görülmektedir.

Bu problemde ele alınan helisel çubuk, örnek 1 dekinden daha rijittir. Yükleme ve sistem simetrik olduğu için, sonuçlarda da bu simetri özelliği devam etmiştir.

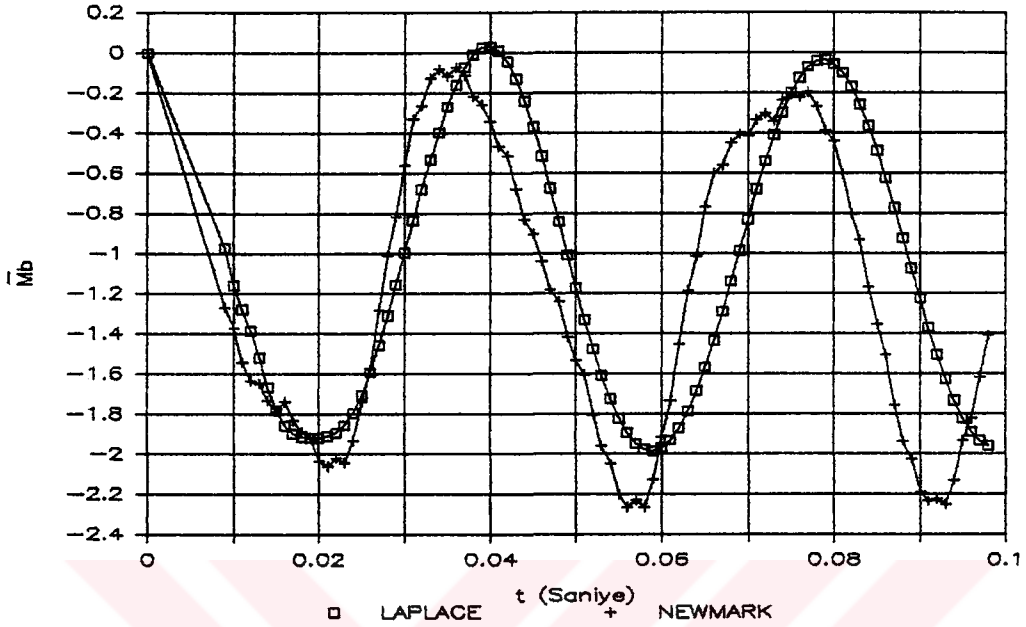
**ÖRNEK 3:** Bu problemde, Bölüm (2.4.6.1) de serbest titreşim frekansları elde edilen yay ele alınmış ve buna frekansı zamanla değişen harmonik birim yükleme etki ettirilmiştir.



**Sekil:2.72.** Ara küresel mafsallı, açıklıklar ortasında iki adet dinamik tekil yüke maruz helisel merdiven



**Sekil:2.73.** Şekil (2.72) deki sistemde  $\bar{U}_b$  nin zamanla değişimi (Statik çözüm=0.0067)



Sekil:2.74. Şekil (2.72) deki sistemde  $\bar{M}_b$  nin zamanla değişimi  
(Statik çözüm=0.923)

Bu problemin çözümü için hazırlanan SERRIJ3 veri dosyası, Bölüm (2.4.6.1) de örnek 1 yayı için hazırlanan veri dosyasında, tekil kütlelerin verildiği satırdan sonra,

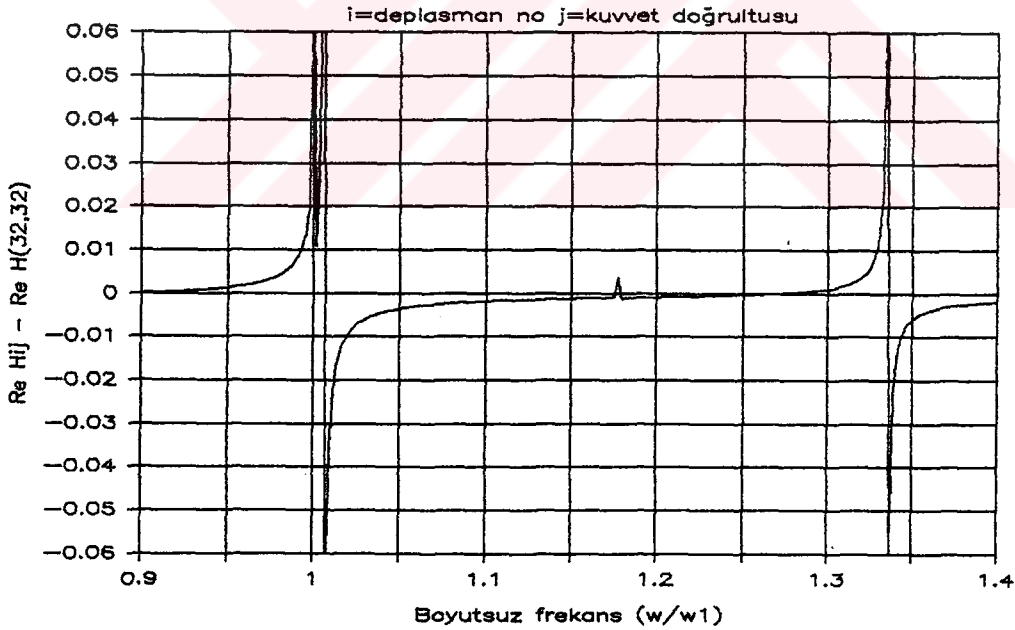
0.	0.			
1				
0.	5.	1000	32	32

satırlarının eklenmesiyle hazırlanmıştır.

Problemin, Bölüm (2.4.6.1) de SERTAS programı ile elde edilen ilk 4 serbest titreşim frekansı aşağıda tekrar verilmektedir:

Doğal frekanslar	
$w_1 = 393.5 \text{ Hz}$ .....	$w_1/w_1 = 1.$
$w_2 = 395.9 \text{ Hz}$ .....	$w_2/w_1 = 1.006$
$w_3 = 462.8 \text{ Hz}$ .....	$w_3/w_1 = 1.176$
$w_4 = 525.5 \text{ Hz}$ .....	$w_4/w_1 = 1.335$

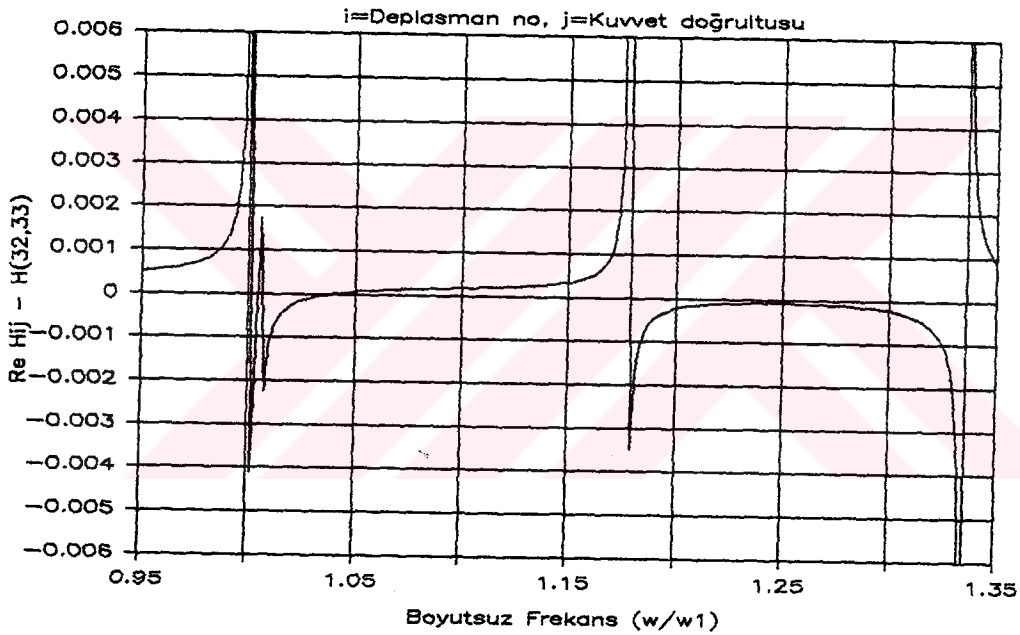
İlk önce 32 kod nolu deplasmana birim harmonik kuvvet etki ettirilmiş ve yine 32 numaralı deplasmanın davranışı incelenmiştir. Sonuçlar Şekil (2.75) te görülmektedir. Burada, harmonik titreşim frekansı belirli aralıklarla arttırılmaktadır.



**Sekil:2.75.** Harmonik yüklenmiş heliste rezonans frekansları (32 kod nolu kuvvet doğrultusu)

Şekil (2.75) de deplasmanların boyutsuz frekans değerlerinin bazılarında sonsuza gittiği görülmektedir. Bu değerler, yayın rezonansa girdiği frekanslara karşılık gelmektedir. Yayın serbest titreşim frekansı ile, zorlanmış titreşim frekansı aynı olduğu zaman rezonans oluşmaktadır.

Kuvvet doğrultusu değiştirilip, yine aynı deplasmanın davranış grafiği Şekil (2.76) da verilmiştir. Aynı özellikler bu durumda da bulunmaktadır. Bu grafikte farklı olarak üçüncü rezonans frekans değeri daha belirgin bir hal almıştır.



**Sekil:2.76.** Harmonik yüklenmiş heliste rezonans frekansları (33 kod nolu kuvvet doğrultusu)

Harmonik yükleme, özellikle rezonans frekanslarının deney ile tesbit edilmesinde kullanılan bir metot olmasına rağmen, bu durum teorik olarak ta gözlenmektedir.

#### 2.5.4. Tartışma

Son yıllarda Fourier ve Laplace transform metotları; lineer, zamana bağlı uygulamalı mekanik problemlerinin bir çok dalında başarı ile kullanılmaktadır. Bu uygulamalarda denklemler yüksek dereceden kısmi diferansiyel denklemlerdir ve problem sınır değer veya başlangıç değer problemidir. Zamanımızda "Fourier Transform" yöntemi, "Hızlı Fourier Dönüşüm (FFT)" tekniği ile oldukça mükemmel bir hal almıştır.

Nümerik Laplace transform metodu kullanımı, zamana bağlı yüksek dereceden lineer problemler için; basit, kararlı ve ekonomik bir çözüm sunmaktadır. Uygulamalı mekanik alanında bu problemlere örnek olarak: Çerçevelerin deprem davranışı, ısı farkından dolayı ortaya çıkan kiris titreşimleri, silindirik kabukların zorlanmış titreşimleri, plakların delikleri etrafındaki dinamik gerilme yığılmalarının tespiti, viskoelastik gerilme analizi problemleri verilebilir (NARAYANAN ve BESKOS,1982).

Olayı idare eden ve zamana bağlı hareket denklemleri üzerine Laplace dönüşümü uygulanarak, problemin başlangıç şartları da göz önüne alınarak, denklemler artık zamandan bağımsız hale indirgenir. Laplace dönüşüm uzayında bu şekilde elde edilen denklemler, herhangi bir nümerik teknikle çözülebilir. Bu yöntemler arasında sonlu elemanlar, sonlu farklar, taşıma matrisi ve sınır integral yöntemleri sayılabilir. Zaman uzayındaki çözümün elde edilebilmesi için sayısal bir ters Laplace dönüşüm tekniğinin uygulanması gerekmektedir.

Laplace transform yönteminin uygulanmasında yukarıda tanımlanan bu safhalar içinde en dikkat gerektireni, sayısal ters dönüşüm uygulamasıdır. Bu safhada, sayısal ters Laplace dönüşüm tekniğinin uygun bir şekilde seçilmesi önem kazanmaktadır. Laplace transform tekniği üzerine yapılan araştırmalar, problemin bünyesine uygun mevcut sayısal ters dönüşüm algoritmalarının incelenmesi üzerine yoğunlaşmıştır (CANAT,1975; NARAYANAN ve BESKOS,1982). Bu araştırmacılar, ele aldıkları mekanik problemlerine, çok sayıda sayısal ters dönüşüm metotlarını uygulayarak kıyaslamalar yapmışlardır.

Literatürde oldukça fazla sayıda, sayısal ters Laplace dönüşüm algoritmaları bulunmaktadır. Bunların hepsi temelde, küçük boyutlardaki problemler için benzer hassasiyetle çözüm vermektedirler. Problem boyutları ve denklemlerin mertebesi arttıkça, çözümde aynı hassasiyeti koruyabilen yöntem sayısı oldukça azalmaktadır. Bu elemenden geçen çözüm algoritmaları, genel olarak interpolasyon metoduna ve ortogonal (trigonometrik, Legendre ve Laguerre) fonksiyon açılımları üzerine dayanmaktadır. Bunlar içinde de, Gauss sayısal integral yöntemine dayanan "Maximum Degree of Precision" tekniği, mekanik titreşim problemlerinde seçilebilecek en iyi sayısal ters Laplace dönüşüm tekniği olarak önerilmektedir (CANAT, 1975; NARAYANAN ve BESKOS, 1982).

Bu çalışmada sayısal Laplace transform tekniği, taşıma matrisi ve rijitlik matrisi metotları ile birlikte kullanılmıştır. "Maximum degree of precision" algoritması, ters dönüşüm için seçilmiştir. İşlemler çift hassasiyet ile, kompleks olarak yapılmıştır. (2.461) ters dönüşüm formülünde  $m=1,2,3$  alınması durumunda sonuçlarda ihmal edilebilir farklar görülmüştür.

Laplace dönüşümü, rijitlik matrisi metodu ile birlikte kullanıldığında önemli hafıza sorunları ortaya çıkmıştır. Fakat Laplace dönüşümü, taşıma matrisi metodu ile beraber kullanıldığında böyle bir sorunla karşılaşılmamıştır.

Sayısal ters Laplace dönüşümünün en büyük dezavantajı, küçük zaman aralıkları için kararlılığını koruyabilmesidir. Dinamik yüklerin en büyük genlikleri, genellikle ilk zamanlar için en büyük değerlerini almaktadır. Daha sonra iç sönüm nedeni ile kesit büyüklüklerinin titreşim genlikleri küçülmektedir.

Rijitlik matrisi ve Newmark yöntemi ile çözümde, eleman sayısının arttırılması yine bir sorun olarak devam etmiştir. Fakat bu yöntem ile kompleks işlem yapmaya gerek kalmadığından, bu sorun Laplace dönüşümü ve rijitlik matrisi metodunda olduğu kadar büyük olmamıştır. Bu şekilde nispeten az sarımlı yayların zamana bağlı dinamik yükler altındaki davranışı incelenebilmiştir. Newmark yöntemi ile çözümün stabilitesi, çok daha uzun zaman aralıklarında devam etmektedir.

### 3. SONUÇLAR

Bu çalışmada: Elastik, homojen, izotrop malzemeden yapılmış, kesiti çift simetriye sahip, ön yüklü veya ön yüksüz, dairesel silindirik veya dairesel silindirik olmayan, helisel (özel halde düzlem) çubukların statik, dinamik ve burkulma davranışları taşıma ve rijitlik matrisleri yöntemi ile incelenmiştir. Öncelikle, Timoshenko kiriş teorisi ile olayı idare eden, yere göre birinci zamana göre ikinci dereceden 12 adet diferansiyel denklem elde edilmiştir. Bu denklemler sayısal olarak taşıma matrisi yöntemi ile çözülmüştür. Helisel elemana ait taşıma matrisi, geliştirilen etkin bir algoritma ile kesin olarak hesaplanmıştır. Helisel eleman rijitlik matrisi, taşıma matrisi yöntemi ile yine kesin bir şekilde elde edilmiştir. Statik, dinamik ve burkulma problemlerinin çözümü için, taşıma ve rijitlik matrisi yöntemlerine dayalı bilgisayar programları hazırlanmıştır. Bu programlar gerek helisel merdiven gerekse metalik yaylar gibi taşıyıcı sistemlere ait problemlerin çözümünde kullanılmış ve sonuçlar, mevcut teorik ve deneysel bulgularla karşılaştırılmıştır.

Taşıma matrisi metodu, en az bilinmeyen gerektiren, kesit kayma ve geometrik merkezlerinin çakışmaması hali, kayma gerilmelerinin kesit içinde yayılışları, aksenal ve kesme deformasyon etkileri gibi özelliklerin kolaylıkla ele alınabildiği, etkin bir yöntemdir. Taşıma matrisinin kesin olarak elde edilmesi halinde, bulunan sonuçlar da kesindir. Dinamik problemlerin bu metotla çözülmesi durumunda, dönme ataletlerinin hesabında ek bir hafıza yükü gerekmemektedir. Bunun yanında, bu yöntemle genel amaçlı bir program geliştirilmesi uygun görülmektedir.

Rijitlik matrisi metodu, genel amaçlı bir program geliştirmeye elverişlidir. Özellikle dinamik problemlerin çözümünde, fazla elemana gerek duyulmaktadır. Helisel taşıyıcı sistemlerde her düğümde 6 serbestlik derecesi tanımlandığından, bu şekilde bilinmeyen sayısı çok artmaktadır. Bu nedenle, sistem matrislerinin dikdörtgen veya kolon matris haline indirgenmesi gerekmektedir.



Bu çalışmada her ana bölümün sonunda ve çözülen problemlerin hemen ardından gerekli yorumlar yapılmıştır. Aşağıda çok genel olarak bu çalışmadan elde edilen sonuçlar maddeler halinde özetlenecektir:

a) Helisel merdivenlerin statik hesaplarının doğru eksenli çubuk kabulü ile yapılması uygun değildir. Ayrıca, eksantrisiteden doğan momentin de hesaplanması gereklidir.

b) Statik ve dinamik halde, sistem rijitleştikçe eksenel ve kayma deformasyonu etkileri önemli olmaktadır. Bu etkiler metalik yaylarda, helisel merdivenlerde olduğu kadar etkin olmamaktadır.

c) Metalik yayların bu çalışmadaki yöntemle statik çözümü, yanal deformasyonları da kapsamaktadır. Böylece burkulma tehlikesine karşılık bir klavuz içine yerleştirilmiş baskı yaylarının, yükleme sonucu genişlemesi hesaplanabilmektedir.

d) Helisel yaylar için verilen elemanter statik formüller, eksenel yüklenen ve aynı şekilde mesnetlenmiş yaylar için geçerlidir. Farklı mesnetlenme ve yükleme durumlarında, yayların gerçekçi hesapları da önem kazanmaktadır.

e) Serbest titreşim frekanslarının hesabı için mevcut elemanter formüller; daire kesitli, helis açısı  $5^\circ$  den küçük ve her iki ucu ankastre mesnetlenmiş yaylar için geçerlidir. Bu özelliklerin herhangi birinin değişmesi halinde, frekanslar gerçekçi bir şekilde hesaplanmalıdır. Mevcut elemanter formüller, yukarıda sıralanan özelliklere sahip, eksenel ve burulma modlarına ait frekansları vermektedir. Temel frekanstan sonraki frekansların, temel frekansın katları olduğu ifade edilmektedir. Bu durum doğru değildir ve helisel çubuklarda birbirine oldukça yakın çift frekanslar (ve modları) bulunmaktadır.

f) Deneysel kısıtlamalar ve zorluklar nedeni ile tüm ana modlara ve bunların birbirine girişimli olduğu modlara sahip frekansların elde edilmesi mümkün olmamaktadır. Fakat bu frekanslar teorik olarak elde edilebilmektedir.

g) Metalik yaylarda dönme ataletleri ile kesme ve eksenel deformasyon etkileri, serbest titreşim frekanslarını azaltıcı yönde olmaktadır. Dairesel silindirik olmayan yaylarda, bu etkiler önem kazanmaktadır.

h) Aktif sarım sayısının, helis yükselme açısının. (silindir çapı/tel çapı) oranının artması frekansları azaltmaktadır. Sistem serbestlik derecesi arttıkça, frekanslar yine küçülmektedir.

i) Eksenel ön yüklenmiş baskı yaylarında, ön yükün şiddeti arttıkça yayın temel frekansında düşme gözlenmiştir. Ön yüklü yayların frekans hesaplarında, yay kesitinde meydana gelen bütün sabit gerilme bileşenlerinin dikkate alınması uygundur.

j) Uygulanan statik ön yük doğrultusu ile, silindir ekseninin çakışmadığı yaylarda, yay kesitindeki kesit tesirleri eksen boyunca sabit değildir. Bu durumda, gerilme bileşenleri eleman eleman sabit alınıp, yaklaşık frekanslar hesaplanabilir.

k) Taşıma matrisi metoduna dayanarak çözüm yapan programlarda, hiç bir değişikliğe gerek kalmadan labil sistemlere ait frekanslar hesaplanabilir.

l) Yayların serbest titreşim probleminin doğru eksenli çubuk kabulü ile ele alınması fazla eleman ile uygun olmaktadır. Bu amaç ile, sistem matrislerinin kolon matris halinde saklanması ve çözüm için alt uzay iteratif yönteminin kullanılması gerekmektedir.

m) Dairesel silindirik olmayan yayların serbest titreşim frekansları, helisel eğrinin dairesel silindirik helisel elemanlardan meydana geldiği kabulü ile yaklaşık olarak hesaplanmaktadır.

n) Metalik yaylarda, kayma gerilmelerinin kesit içinde dağılımı ile ilgili sabitlerin, frekanslara etkileri ihmal edilebilecek düzeydedir.

o) Taşıma matrisi metodu ile elde edilen frekanslar kesindir. Fakat, frekansların elde edilmesi oldukça zahmetli olmakta ve zaman almaktadır. Bu nedenle, rijitlik matrisi metodu ile frekans aralıklarının önceden tesbit edilmesi işleri kolaylaştırmaktadır.

p) Eksenel ön yüklenmiş yayların kritik burkulma yükü için verilen elemanter formül uygun değildir.

r) Burkulma yükünün dinamik yoldan dolaylı olarak elde edilmesi zahmetli olmaktadır. Bu nedenle bu yükün statik yöntem ile tayin edilmesi önerilir.

s) Laplace - Ters Laplace sayısal dönüşüm metodunun. uzun olmayan zaman aralıkları için uygun olduğu görülmüştür. Bu metot gerek taşıma matrisi gerekse rijitlik matrisi yöntemlerine adapte edilebilir.

t) Zorlanmış titreşim probleminin rijitlik matrisi metodu ile çözülmesinde, indirgeme işlemi yapılmasına rağmen, kare matrislerle işlem yapılmasında bilgisayar hafızası yeterli olmamaktadır. Zaman darlığından dolayı, bu çalışmada hazırlanan programlar geliştirilememiştir.

u) Dairesel silindirik yayların dinamik yük altındaki davranışı için, taşıma matrisi metodu ile elde edilen çözüm; yine bütün etkilerin hesaplanabilmesi, kesin olması ve hafıza sorunu açısından en etkin çözüm olarak benimsenmiştir.



### ÖZET

Bu çalışmada, silindirik ince helisel çubukların: en kapsamlı denge, uygunluk ve bünye denklemleri, lineer ve açısız momentum ilkeleri kullanılarak sistematik bir şekilde elde edilmiştir. Bu hareket denklemlerinde aksel ön yük, aksel ve kayma deformasyonu ve dönme ataleti etkileri, kesit geometrik ve kayma merkezlerinin çakışmaması halleri bir bütün olarak göz önüne alınmıştır. Skalier halde 12 adet yere göre birinci, zamana göre ikinci dereceden bağımlı bu denklemler, helis aksel çubuğun yapı ve makina elemanı olarak işlevi ayrılmadan genel olarak mütalaa edilmiş; helisel çubuğun statik, serbest titreşim ve zorlanmış titreşim problemleri çözülmüştür. Ayrıca, aksel yük altındaki helisel yayların burkulma problemine değinilmiştir.

Elde edilen denklemlerin çözümünde, temel olarak taşıma matrisi metodu benimsenmiştir. Çünkü bu metod, kesin çözüme dayanmaktadır ve dinamik problemlerinin çözümünde de diğer metotlara nazaran büyük bir hafıza gerektirmemektedir. Bu amaçla bu çalışmada ıspatlanmış diferansiyel geçiş matrisinin bir özelliğinden yararlanılarak, sarım sayısından bağımsız bir şekilde helisel eleman taşıma matrisi sayısal olarak elde edilmiştir. Ayrıca taşıma matrisi yöntemi ile, helisel eleman rijitlik matrisi yine kesin bir şekilde hesaplanmıştır.

Helisel çubuk statik, dinamik ve burkulma problemleri taşıma, eşdeğer taşıma ve rijitlik matrisi metotları ile ayrı ayrı çözülmüştür. Bu amaçla bilgisayar programları geliştirilmiştir. Programların etkinliği ve doğruluğu, bu programlardan elde edilen sonuçların, mevcut deneysel ve teorik sonuçlarla karşılaştırılmasıyla; ayrıca bu yöntemlerden bağımsız olarak geliştirilen doğru aksel çubuk kabulüne dayanan program sonuçlarıyla kontrol edilmektedir. Bu çalışmada son yıllarda endüstriyel uygulamalarda yer alan, dairesel silindirik olmayan helisel yaylar için yaklaşık çözümler de elde edilmiştir.

Serbest titreşim problemi, yayılı ve toplanmış kütle halleri için ayrı ayrı incelenmektedir. Normal mod yöntemi ve rijitlik matrisi metodu ile, başlangıç şartları belli olan serbest titreşim hali de ele alınmıştır. Sönümsüz serbest titreşim halinde, dairesel silindirik yaylarda sarım sayısı, (silindir/tel) çapı, mesnet şekilleri, helis yükselme açısı ve eksenel statik ön yükün serbest titreşim frekanslarına etkisi incelenmiştir.

Eksenel statik yük altında yayların kritik burkulma yükleri, direkt (statik) ve dolaylı (dinamik) olarak elde edilmektedir.

Zorlanmış titreşim hali için, taşıma matrisi ve Laplace-Ters Laplace dönüşüm metodu kullanılmış; adım, impuls ve sinüs impuls tipi dinamik yüklemeler düşünülmüştür. Harmonik zorlanmış titreşim problemi, normal mod metodu ile ele alınmıştır. Direkt integrasyon ve yine Laplace-Ters Laplace dönüşüm teknikleri, zorlanmış titreşim problemlerinin çözümünde rijitlik matrisi metodu ile birlikte kullanılmıştır.

Çalışmada çözüm için kullanılan metot ve teknikler ayrıca tartışılmaktadır.

### SUMMARY

In this study, the most comprehensive equilibrium, compatibility and constitutive equations for a right cylindrical thin helical bars have been derived systematically with the aid of linear and angular momentum principals. In the derivation of equations of motion, preloading, effects of axial and shear deformations and the rotatory inertia, non-coincidence of shear and geometric centers have been taken into consideration. Twelve scalar governing differential equations contain first derivative with respect to space coordinate and terms having second derivatives with respect to time. These equations govern the behaviour of an helical bar irrespective of its being a machine element, such as springs, or a structural element, such as a helical stairs. Statical loading, free and forced vibrations are considered. Stability under axial pressure loading is also studied.

In the solution process, basically the transfer matrix method is used. The main advantage of this method is that it provides exact solution and little memory requirements even for dynamic problems. Due to a specific property of the differential transfer matrix proved in this study, the integral transfer matrix is computed numerically in an efficient manner. The helical element stiffness matrix is also obtained by means of the transfer matrix method.

Helical bars under both static and dynamic loading together with its stability are investigated in turn, by transfer matrix and stiffness matrix methods. To this end several computer programs are presented. The accuracy of the results obtained by these programs are studied by comparing the results with those of experiments and those of examples available in the literature. In addition to this, independent programs, based on stiffness matrix method with straight beam element approximations are also developed for checking purpose.

Here, such as hyperboloidal or barrel type non-circular helical bars are also investigated by a slight modification on the present programs.

Free vibration problems are studied, in turn, for distributed and lump mass cases. Free vibration under specified initial conditions is considered using the stiffness matrix in conjunction with the mode superposition method. The effects, on the free vibration frequencies, of axial static pre-loading, different boundary conditions, helix pitch angle and the number of coils are also investigated.

Under axial static loading, the critical buckling load is computed, both, by direct (statical) and indirect (dynamical) procedures.

For the dynamic solution under time-dependent loading, transfer matrix method and Laplace-Invers Laplace transformation is employed. Rectangular and sinusoidal impulses and step type of loadings are considered. In the case of stiffness matrix formulation, the system of ordinary differential equations with respect to time is solved numerically by the Newmark direct integration scheme. Dynamic response under harmonic loading is studied by the mode superposition method.

## Ek:A. Uygunluk Denklemlerinin Virtüel İş Prensibiyle Elde Edilmesi

Eğri eksenli uzaysal çubuğun statik halde denge denklemleri, (2.26) ve (2.35) denklemlerinden,

$$\frac{d\vec{T}}{ds} + \vec{p} = \vec{0} \quad (\text{A.1})$$

$$\frac{d\vec{M}}{ds} + \vec{t} \times \vec{T} + \vec{m} = 0$$

şeklinde yazılabilir. Çubuğa sınır şartlarına uygun olarak verilen virtüel deplasman sonucu; ağırlık merkezinin virtüel yer değiştirmesi  $\delta\vec{U}^*$  ve virtüel açısal dönmesi  $\delta\vec{\Omega}^*$  vektörleri ile gösterilsin. L toplam çubuk uzunluğu olmak üzere;

$$\int_0^L \delta\vec{U}^* \cdot \left( \frac{d\vec{T}}{ds} + \vec{p} \right) ds + \int_0^L \delta\vec{\Omega}^* \cdot \left( \frac{d\vec{M}}{ds} + \vec{t} \times \vec{T} + \vec{m} \right) ds = \vec{0} \quad (\text{A.2})$$

integralini teşkil edip, terimleri açalım:

$$\int_0^L \delta\vec{U}^* \cdot \frac{d\vec{T}}{ds} ds + \int_0^L \delta\vec{U}^* \cdot \vec{p} ds + \int_0^L \delta\vec{\Omega}^* \cdot \frac{d\vec{M}}{ds} ds + \int_0^L \delta\vec{\Omega}^* \cdot (\vec{t} \times \vec{T}) ds + \int_0^L \delta\vec{\Omega}^* \cdot \vec{m} ds = \vec{0} \quad (\text{A.3})$$

Burada ds ler kısaltılırsa,

$$\int_0^L \delta\vec{U}^* \cdot d\vec{T} + \int_0^L \delta\vec{U}^* \cdot \vec{p} ds + \int_0^L \delta\vec{\Omega}^* \cdot d\vec{M} + \int_0^L \delta\vec{\Omega}^* \cdot (\vec{t} \times \vec{T}) ds + \int_0^L \delta\vec{\Omega}^* \cdot \vec{m} ds = \vec{0} \quad (\text{A.4})$$

elde edilir. (A.4) ifadesinin sol tarafındaki birinci terimin kısmi integrali,

$$\int_0^L \delta\vec{U}^* \cdot d\vec{T} = [\delta\vec{U}^* \cdot \vec{T}]_0^L - \int_0^L \vec{T} \cdot \frac{d(\delta\vec{U}^*)}{ds} ds \quad (\text{A.5})$$



olarak, veya diferansiyel ile varyasyonun yer değistirebilme özelliğinden yararlanarak,

$$\int_0^L \delta \vec{U}^{\circ} \cdot d\vec{T} = [\delta \vec{U}^{\circ} \cdot \vec{T}]_0^L - \int_0^L \vec{T} \cdot \delta \left( \frac{d\vec{U}^{\circ}}{ds} \right) ds \quad (A.6)$$

şeklinde bulunur. Benzer biçimde, (A.4) ün sol tarafındaki üçüncü terimin kısmi integrasyonundan,

$$\int_0^L \delta \vec{\Omega}^{\circ} \cdot d\vec{M} = [\delta \vec{\Omega}^{\circ} \cdot \vec{M}]_0^L - \int_0^L \vec{M} \cdot \delta \left( \frac{d\vec{\Omega}^{\circ}}{ds} \right) ds \quad (A.7)$$

elde edilir. (A.6) ve (A.7), (A.4) de yerlerine konulur ve ifade yeniden düzenlenirse,

$$\begin{aligned} & \int_0^L \delta \vec{U}^{\circ} \cdot \vec{p} \, ds + [\delta \vec{U}^{\circ} \cdot \vec{T}]_0^L + \int_0^L \delta \vec{\Omega}^{\circ} \cdot \vec{m} \, ds + [\delta \vec{\Omega}^{\circ} \cdot \vec{M}]_0^L \\ & = \int_0^L \vec{T} \cdot \delta \left( \frac{d\vec{U}^{\circ}}{ds} \right) ds + \int_0^L \vec{M} \cdot \delta \left( \frac{d\vec{\Omega}^{\circ}}{ds} \right) ds - \int_0^L \delta \vec{\Omega}^{\circ} \cdot (\vec{t} \times \vec{T}) \, ds \end{aligned} \quad (A.8)$$

formunu alır. (A.8) eşitliğinde sol taraf, dış kuvvetlerin virtüel işini göstermektedir. O halde, sağ taraftaki terimlerin toplamı da iç kuvvetlerin virtüel işine eşit olmalıdır. Eşitliğin sağ tarafındaki üçüncü terimdeki skaler üçlü çarpım,

$$- \delta \vec{\Omega}^{\circ} \cdot (\vec{t} \times \vec{T}) = \vec{T} \cdot (\vec{t} \times \delta \vec{\Omega}^{\circ}) \quad (A.9)$$

olarak gösterilebilir. Buradan,

$$\vec{T} \cdot (\vec{t} \times \delta \vec{\Omega}^{\circ}) = \vec{T} \cdot [\delta (\vec{t} \times \vec{\Omega}^{\circ}) - \delta \vec{t} \times \vec{\Omega}^{\circ}] \quad (A.10)$$

ve teğet birim vektörün varyasyonunun sıfır olduğu hatırlanarak,

$$\vec{T} \cdot (\vec{t} \times \delta \vec{\Omega}^{\circ}) = \vec{T} \cdot \delta (\vec{t} \times \vec{\Omega}^{\circ}) \quad (A.11)$$

yazılır. (A.11) in bu değeri, (A.8) in sağ tarafına yerleştirilirse,

$$\begin{aligned}
& \int_0^L \delta \vec{U}^{\circ} \cdot \vec{p} \, ds + [\delta \vec{U}^{\circ} \cdot \vec{T}]_0^L + \int_0^L \delta \vec{\Omega}^{\circ} \cdot \vec{m} \, ds + [\delta \vec{\Omega}^{\circ} \cdot \vec{M}]_0^L \\
&= \int_0^L \vec{T} \cdot \delta \left( \frac{d\vec{U}^{\circ}}{ds} \right) ds + \int_0^L \vec{M} \cdot \delta \left( \frac{d\vec{\Omega}^{\circ}}{ds} \right) ds + \int_0^L \vec{T} \cdot \delta(\vec{t}x\vec{\Omega}^{\circ}) ds \quad (A.12)
\end{aligned}$$

bulunur. (A.12) nin sağındaki birinci ve üçüncü terimi aynı integral içine alalım. Bu durumda iç kuvvetlerin işi için,

$$\int_0^L \vec{T} \cdot \delta \left( \frac{d\vec{U}^{\circ}}{ds} + \vec{t}x\vec{\Omega}^{\circ} \right) ds + \int_0^L \vec{M} \cdot \delta \left( \frac{d\vec{\Omega}^{\circ}}{ds} \right) ds \quad (A.13)$$

ifadesi bulunacaktır. İç kuvvetlerin virtüel işinin, birim boyun virtüel şekil değıştirme ve dönme vektörlerine bağılı genel ifadesi,

$$\delta W_{ic}^{\circ} = \int_0^L \vec{T} \cdot \delta \vec{\gamma}^{\circ} ds + \int_0^L \vec{M} \cdot \delta \vec{w}^{\circ} ds \quad (A.14)$$

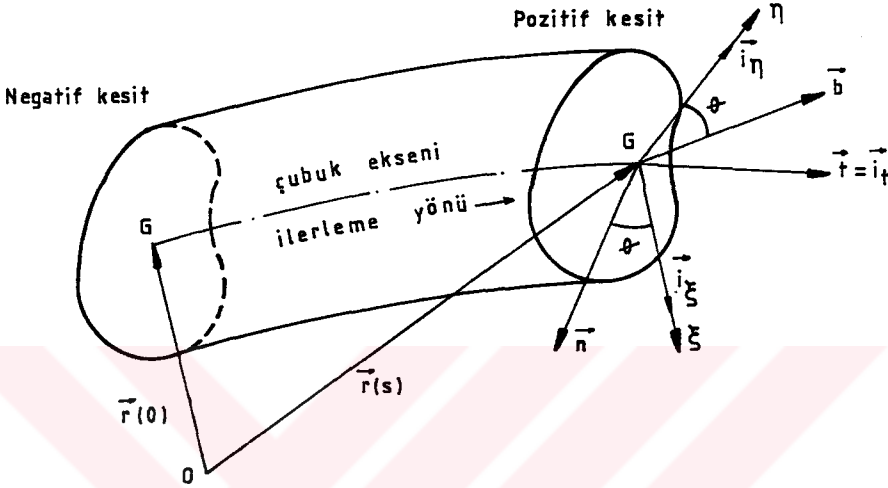
şeklindedir. (A.13) ve (A.14) den, virtüel deplasman için geometrik uygunluk şartları,

$$\begin{aligned}
\vec{\gamma}^{\circ} &= \frac{d\vec{U}^{\circ}}{ds} + \vec{t}x\vec{\Omega}^{\circ} \\
\vec{w}^{\circ} &= \frac{d\vec{\Omega}^{\circ}}{ds}
\end{aligned} \quad (A.15)$$

olarak elde edilir. Virtüel yer değıştirme, çubuk sınır şartlarına uygun herhangi keyfi bir yer değıştirmedir. Çubuğun gerçek yer değıştirmesi de, virtüel bir yer değıştirme olarak kabul edilebileceğinden; (A.15) eğri eksenli uzaysal çubukların uygunluk denklemlerini verir.

## Ek:B. Eğri Eksenli Çubukların Elastik Bileşke Bünye Denklemlerinin Elde Edilmesi

### B.1 Eksen Takımları



Sekil:B.1. Çubuk kesiti ve eksenini ile, tabii ve asal koordinatlar.

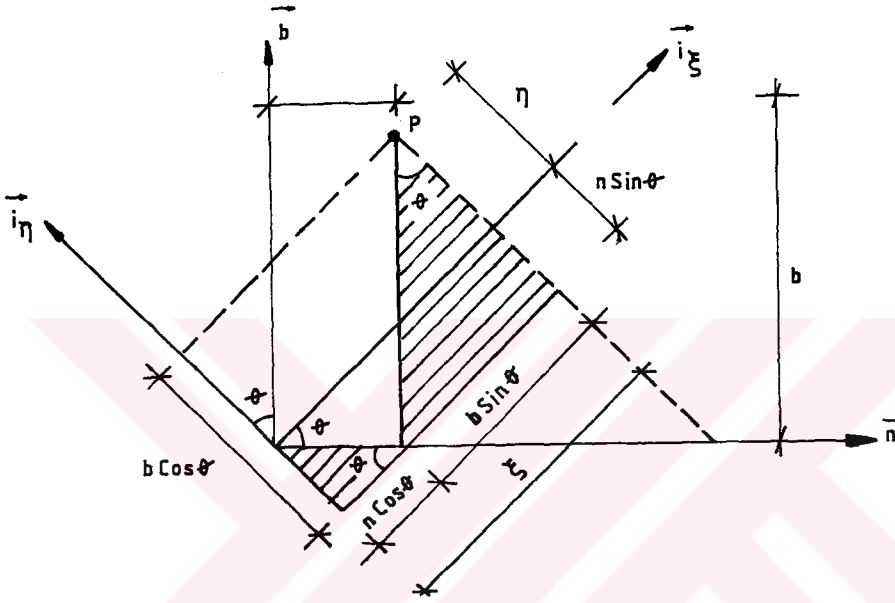
Sekil (B.1) de  $\vec{r}(s)$ , eksen üzerinde ve kesitin geometrik merkezindeki yer vektörüdür. Çubuk eksenini için seçilen,  $(\vec{t}, \vec{n}, \vec{b})$  hareketli takımındaki birim vektörler (2.2), (2.3) ve (2.4) de tarif edilmişlerdir.  $(\vec{t}, \vec{n}, \vec{b})$  birim vektörleri,  $\chi$  eğrilik, ve  $\tau$  tabii burulma olmak üzere, (B.1) Frenét formülleri ile birbirlerine bağlıdır.

$$\begin{aligned} d\vec{t}(s)/ds &= \chi \cdot \vec{n}(s) \\ d\vec{n}(s)/ds &= \tau \vec{b}(s) - \chi \vec{t}(s) \\ d\vec{b}(s)/ds &= -\tau \vec{n}(s) \end{aligned} \quad (B.1)$$

Kesitin  $(\xi, \eta)$  asal eksenleri ile  $(\vec{n}, \vec{b})$  takımı genel olarak çakışmazlar (Sekil B.1).  $\xi$  ve  $\eta$  asal eksenleri üzerindeki birim vektörler  $\vec{i}_\xi$  ve  $\vec{i}_\eta$  olsun ve  $\vec{i}_t = \vec{t}$  tanımı yapılsın. Şekil (B.2) göz önüne alınarak,  $(\vec{i}_t, \vec{i}_\xi, \vec{i}_\eta)$  ve  $(\vec{t}, \vec{n}, \vec{b})$  birim vektörleri arasında,

$$\begin{aligned}\vec{i}_\xi &= \vec{n} \cos\theta + \vec{b} \sin\theta \\ \vec{i}_\eta &= \vec{b} \cos\theta - \vec{n} \sin\theta \\ \vec{i}_t &= \vec{t}\end{aligned}\tag{B.2}$$

bağıntıları yazılabilir.



**Sekil:B.2.** Kesite bağlı asal eksenler ile, eksene bağlı eksenlerin çakışmaması halii.

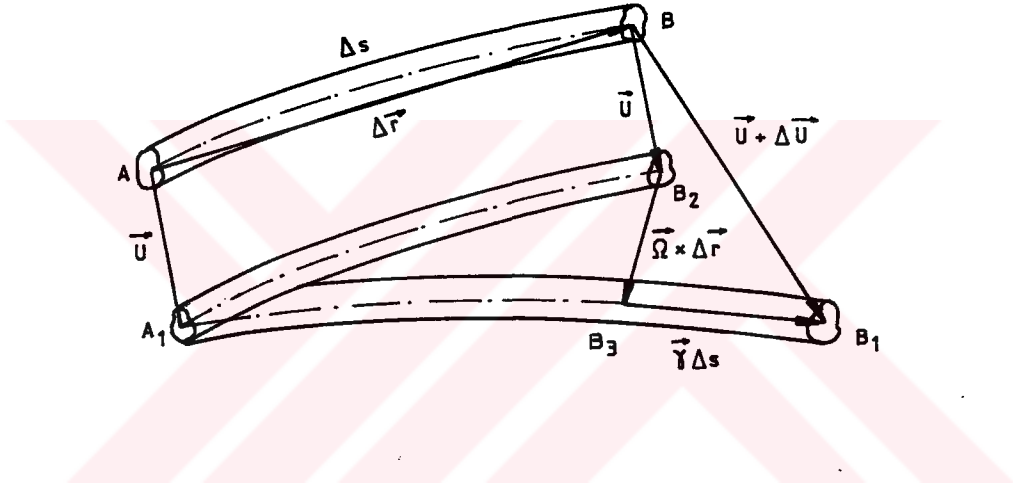
(B.1) ile (B.2) den  $\vec{i}_t$ ,  $\vec{i}_\xi$  ve  $\vec{i}_\eta$  arasında aşağıdaki diferansiyel bağıntılar elde edilebilir.

$$\begin{aligned}\frac{d\vec{i}_t}{ds} &= \chi_\eta \vec{i}_\xi - \chi_\xi \vec{i}_\eta \\ \frac{d\vec{i}_\xi}{ds} &= -\chi_\eta \vec{i}_t + \chi_t \vec{i}_\eta \\ \frac{d\vec{i}_\eta}{ds} &= \chi_\xi \vec{i}_t - \chi_t \vec{i}_\xi\end{aligned}\tag{B.3}$$

Burada,

$$\begin{aligned} \chi_t &= \tau - \frac{d\theta}{ds} \\ \chi_\xi &= \chi \cdot \sin\theta \\ \chi_\eta &= \chi \cdot \cos\theta \end{aligned} \quad (\text{B.4})$$

dir. Görüldüğü gibi, çubuk doğru eksenli olsa bile ( $\chi = \tau = 0$ ), tabii burulma ile ilgili  $\chi_t$  terimi sıfırdan farklı olmaktadır. Tor demiri ve perfaratör bıçakları halinde durum böyledir.



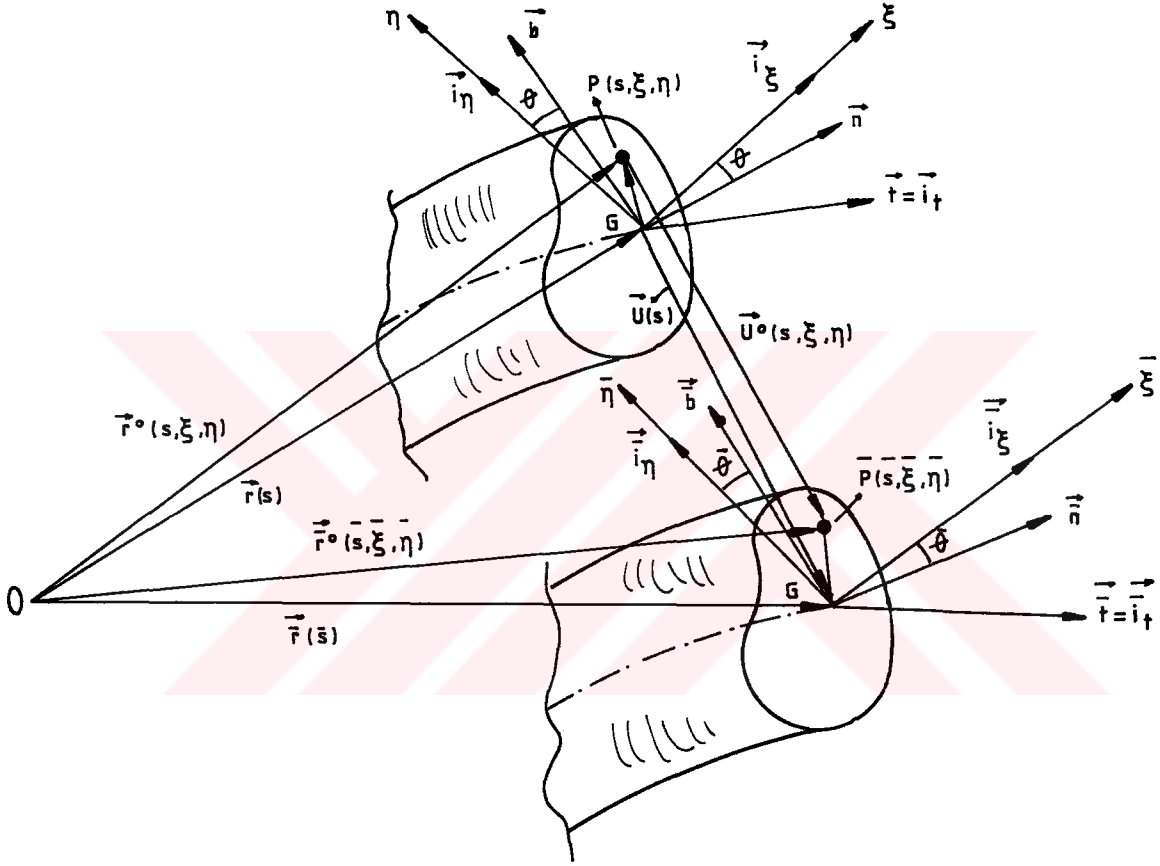
**Sekil:B.3.**  $\Delta s$  çubuk elemanının şekil değiştirdikten sonraki konumu.

Çubuk eksenini üzerinde herhangi bir  $s$  noktasında yer değiştirme  $\vec{U}(s)$  ve bu noktada kesitin dönmesi  $\vec{\Omega}(s)$ , çubuk eksenini üzerinde birim boyun uzaması  $\vec{\gamma}(s)$  ve dönmesi  $\vec{w}(s)$  vektörleri ile tarif edilsin. (Şekil B.3) den, geometrik uygunluk şartları denilen ifadeler, aşağıda olduğu şekilde hemen yazılabilir.

$$\begin{aligned} \vec{\gamma} &= \frac{d\vec{U}}{ds} + \vec{t} \times \vec{\Omega} \\ \vec{w} &= \frac{d\vec{\Omega}}{ds} \end{aligned} \quad (\text{B.5})$$

Uygunluk denklemlerinin, virtüel iş prensibi ile elde edilmesi (Ek.A) da verilmektedir.

## B.2. Şekil Değiştirme Tansörünün Tayini



**Sekil:B.4.** Şekil değiştirmeden önce ve sonra yer vektörleri ile kesiti tarif eden tabii ve asal eksenler.

Şekil değiştirmeden önce kesit içindeki P noktası, şekil değiştirdikten sonra  $\bar{P}$  konumuna gelsin (Şekil B.4). P noktasının kesit içindeki yerini tarif edebilmek amacı ile  $(s, \xi, \eta)$  eğrisel takımını seçelim.  $(\xi, \eta)$ , kesit içindeki dik takımlardır.  $\vec{GP}$  yer değiştirme vektörünün  $(\xi, \eta)$  eksenlerindeki bileşenleri için,

$$\vec{GP} = \xi \vec{i}_\xi + \eta \vec{i}_\eta \quad (\text{B.6})$$

yazılabilir. P noktasının  $(s, \xi, \eta)$  takımındaki  $\vec{r}^\circ$  yer vektörü (Şekil B.4),

$$\vec{r}^\circ = \vec{r} + \vec{GP} = \vec{r} + \xi \vec{i}_\xi + \eta \vec{i}_\eta \quad (\text{B.7})$$

şeklinde olacaktır. Seçilen eğrisel koordinatlardaki birim baz vektörleri,

$$\theta^1 = s \quad ; \quad \theta^2 = \xi \quad ; \quad \theta^3 = \eta \quad (\text{B.8})$$

koordinatları tarifleri ile,

$$\vec{g}_\lambda = \frac{\partial \vec{r}^\circ}{\partial \theta^\lambda} \quad (\text{B.9})$$

şeklinde tanımlanabilir. Bu durumda,  $(s, \xi, \eta)$  koordinatlarında birim baz vektörleri için,  $\vec{i}_t, \vec{i}_\xi, \vec{i}_\eta$  ve  $\vec{r}$  vektörlerinin sadece  $s$  ye bağlı oldukları göz önüne alınarak,

$$\vec{g}_1 = \frac{d\vec{r}^\circ}{d\theta^1} = \frac{d\vec{r}^\circ}{ds} = \frac{d\vec{r}}{ds} + \xi \cdot \frac{d\vec{i}_\xi}{ds} + \eta \cdot \frac{d\vec{i}_\eta}{ds} \quad (\text{B.10-a})$$

$$\vec{g}_2 = \frac{d\vec{r}^\circ}{d\theta^2} = \frac{d\vec{r}^\circ}{d\xi} \quad (\text{B.10-b})$$

$$\vec{g}_3 = \frac{d\vec{r}^\circ}{d\theta^3} = \frac{d\vec{r}^\circ}{d\eta} \quad (\text{B.10-c})$$

yazılabilir. (B.3) ve (B.7) eşitlikleri kullanılırsa baz vektörlerin ifadeleri,

$$\begin{aligned} A &= 1 - \xi X_\eta + \eta X_\xi \\ B &= \eta X_t \\ C &= \xi X_t \end{aligned} \quad (\text{B.11})$$

olmak üzere,

$$\begin{aligned}\vec{g}_1 &= A.\vec{i}_t - B.\vec{i}_\xi + C.\vec{i}_\eta \\ \vec{g}_2 &= \vec{i}_\xi \\ \vec{g}_3 &= \vec{i}_\eta\end{aligned}\tag{B.12}$$

şeklinde bulunabilir. (B.12) den  $s$  koordinatı üzerindeki birim baz vektörün,  $\vec{i}_\xi$  ve  $\vec{i}_\eta$  da bileşenleri olduğu görülmektedir. Buradan,  $(s, \xi, \eta)$  eksenlerine ait birim baz vektörlerin ortogonal olmadıkları anlaşılmaktadır. Metrik tansör için,

$$g_{\lambda\beta} = g_\lambda \cdot g_\beta\tag{B.13}$$

tarifi yapılmaktadır. Bu tanımdan hareketle,  $(s, \xi, \eta)$  eğrisel takımında  $ds$  uzunluğunun tanımında kullanılacak metrik tansörün bileşenleri,

$$g_{11} = \vec{g}_1 \cdot \vec{g}_1 = A^2 + B^2 + C^2\tag{B.14-a}$$

$$\begin{aligned}g_{12} = g_{21} &= \vec{g}_1 \cdot \vec{g}_2 = (A.\vec{i}_t) \cdot \vec{i}_\xi - B.\vec{i}_\xi \cdot \vec{i}_\xi + C.\vec{i}_\eta \cdot \vec{i}_\xi \\ &= -\eta \cdot \chi_t = -B\end{aligned}\tag{B.14-b}$$

$$\begin{aligned}g_{13} = g_{31} &= \vec{g}_1 \cdot \vec{g}_3 = A.\vec{i}_t \cdot \vec{i}_\eta - B.\vec{i}_\xi \cdot \vec{i}_\eta + C.\vec{i}_\eta \cdot \vec{i}_\eta \\ &= \xi \cdot \chi_t = C\end{aligned}\tag{B.14-c}$$

$$g_{23} = g_{32} = \vec{g}_2 \cdot \vec{g}_3 = \vec{i}_\xi \cdot \vec{i}_\eta = 0\tag{B.14-d}$$

$$g_{22} = \vec{g}_2 \cdot \vec{g}_2 = \vec{i}_\xi \cdot \vec{i}_\xi = 1\tag{B.14-e}$$

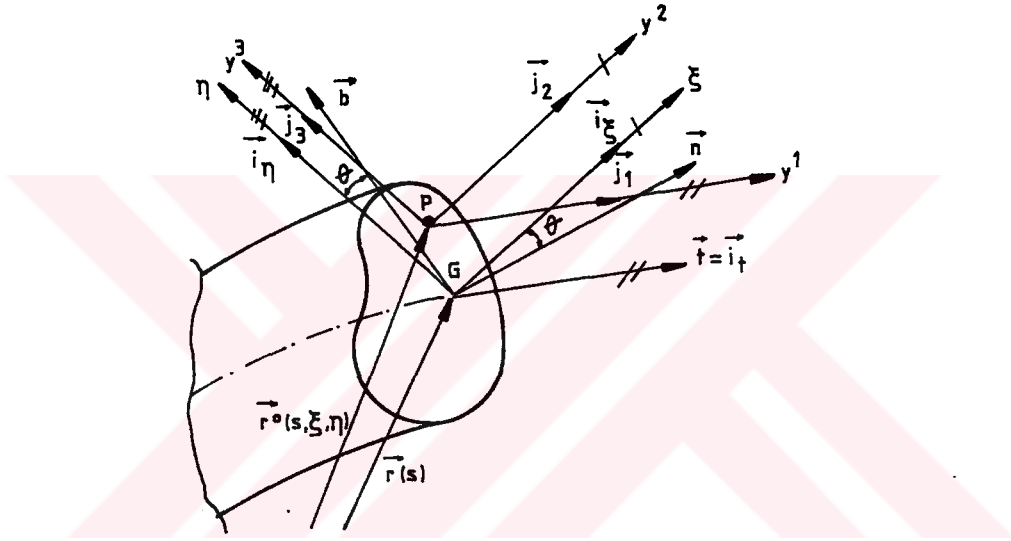
$$g_{33} = \vec{g}_3 \cdot \vec{g}_3 = \vec{i}_\eta \cdot \vec{i}_\eta = 1\tag{B.14-f}$$

veya matris formunda,



$$\|g_{\lambda\beta}\| = \begin{vmatrix} A^2 + B^2 + C^2 & -B & C \\ -B & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \quad (\text{B.15})$$

şeklinde bulunur. İlgili büyüklüklerin fiziksel bileşenleri ile uğraşmak uygun olacağından  $P(s, \xi, \eta)$  noktasında yeni bir  $(y^1, y^2, y^3)$  dik takım tarif edilmelidir (Şekil B.5).



**Şekil:B.5.** P noktasında  $(y^1, y^2, y^3)$  dik takımı  $(y^1, y^2, y^3)$  dik takımında birim baz vektörleri.

$$\vec{j}_1 = \vec{i}_t \quad ; \quad \vec{j}_2 = \vec{i}_\xi \quad ; \quad \vec{j}_3 = \vec{i}_\eta \quad (\text{B.16})$$

tarzında seçilmektedir.

$$\vec{r}^\circ = \vec{r}^\circ(y^1, y^2, y^3) \quad (\text{B.17})$$

olmak üzere  $y^i$  koordinatlarında  $d\vec{r}^\circ$  vektörü,

$$d\vec{r}^\circ = \frac{\partial \vec{r}^\circ}{\partial y^\mu} dy^\mu = \frac{\partial \vec{r}^\circ}{\partial y^1} dy^1 + \frac{\partial \vec{r}^\circ}{\partial y^2} dy^2 + \frac{\partial \vec{r}^\circ}{\partial y^3} dy^3 = \vec{j}_\mu dy^\mu \quad (\text{B.18})$$

ve,

$$\vec{r}^{\circ} = \vec{r}^{\circ}(\theta^1, \theta^2, \theta^3) \quad (\text{B.19})$$

ile  $\theta^i$  koordinatlarında,

$$d\vec{r}^{\circ} = \frac{\partial \vec{r}^{\circ}}{\partial \theta^{\lambda}} d\theta^{\lambda} = \vec{g}_{\lambda} d\theta^{\lambda} \quad (\text{B.20})$$

olarak elde edilir.  $d\vec{r}^{\circ}$  ile  $ds$  arasında,

$$ds = |d\vec{r}^{\circ}| \quad (\text{B.21})$$

ilişkisi vardır.  $ds$  uzunluk elemanın boyu her iki takımında da sabit olduğundan (B.18) ve (B.20) den,

$$g_{\lambda} d\theta^{\lambda} = j_{\mu} dy^{\mu} \quad (\text{B.22})$$

yazılabilir. Burada,

$$d\theta^{\lambda} = \frac{\partial \theta^{\lambda}}{\partial y^{\mu}} dy^{\mu} \quad (\text{B.23})$$

kullanılarak,

$$\vec{g}_{\lambda} \frac{\partial \theta^{\lambda}}{\partial y^{\mu}} dy^{\mu} = \vec{j}_{\mu} dy^{\mu} \quad (\text{B.24})$$

veya baz vektörleri arasında aşağıdaki,

$$\vec{g}_{\lambda} \frac{\partial \theta^{\lambda}}{\partial y^{\mu}} = \vec{j}_{\mu} \quad (\text{B.25})$$

ilişki bulunur. (B.25) denkleminin her iki tarafı  $g_{\beta}$  baz vektörü ile skaler olarak çarpılır ve (B.13) den,

$$\frac{\partial \theta^{\lambda}}{\partial y^{\mu}} g_{\lambda\beta} = \vec{j}_{\mu} \cdot \vec{g}_{\beta} \quad (\text{B.26})$$

ifadesi elde edilir. [F], [G] ve [M] matrisleri için,

$$[F] = \left\| F_{\lambda\mu} \right\| = \left\| \frac{\partial \theta^\lambda}{\partial y^\mu} \right\| \quad (\text{B.27-a})$$

$$[G] = \left\| G_{\lambda\beta} \right\| = \left\| g_{\lambda\beta} \right\| \quad (\text{B.27-b})$$

$$[M] = \left\| M_{\mu\beta} \right\| = \left\| \vec{j}_\mu \cdot \vec{g}_\beta \right\| \quad (\text{B.27-c})$$

tarifleri yapılırsa (B.26),

$$[F]^T [G] = [M] \quad (\text{B.28})$$

formunda yazılır. Burada,

$$[F]^T = \left\| F_{\mu\lambda} \right\| \quad (\text{B.29})$$

dir. Bu eşitlikte her iki taraf sağdan  $[G]^{-1}$  ile çarpılarak,

$$[F]^T = [M] [G]^{-1} \quad (\text{B.30})$$

veya her iki tarafın transpozu alındığında,

$$[F] = ([G]^{-1})^T [M]^T \quad (\text{B.31})$$

elde edilir ve  $[G]$  simetrik olduğundan,

$$([G]^{-1})^T = ([G]^T)^{-1} = [G]^{-1} \quad (\text{B.32})$$

ile,

$$[F] = [G]^{-1} [M]^T \quad (\text{B.33})$$

yazılır. (B.12) ve (B.15) ifadeleri kullanılarak,

$$[G]^{-1} = \left\| \begin{array}{ccc} \frac{1}{A^2} & \frac{B}{A^2} & -\frac{C}{A^2} \\ \frac{B}{A^2} & 1 + \frac{B^2}{A^2} & -\frac{B.C}{A^2} \\ -\frac{C}{A^2} & -\frac{B.C}{A^2} & 1 + \frac{C^2}{A^2} \end{array} \right\| \quad (\text{B.34})$$

bulunur. (B.15), (B.16) , (B.27) ile [M] matrisinin elemanları,

$$M_{11} = \vec{j}_1 \cdot \vec{g}_1 = \vec{i}_t \cdot \vec{g}_1 = 1 - \xi \cdot X_\eta + \eta \cdot X_\xi \quad (\text{B.35-a})$$

$$M_{12} = \vec{j}_1 \cdot \vec{g}_2 = \vec{i}_t \cdot \vec{g}_2 = 0 \quad (\text{B.35-b})$$

$$M_{13} = \vec{j}_1 \cdot \vec{g}_3 = \vec{i}_t \cdot \vec{g}_3 = 0 \quad (\text{B.35-c})$$

$$M_{21} = \vec{j}_2 \cdot \vec{g}_1 = \vec{i}_\xi \cdot \vec{g}_1 = -\eta X_t \quad (\text{B.35-d})$$

$$M_{22} = \vec{j}_2 \cdot \vec{g}_2 = \vec{i}_\xi \cdot \vec{g}_2 = 1 \quad (\text{B.35-e})$$

$$M_{23} = \vec{j}_2 \cdot \vec{g}_3 = \vec{i}_\xi \cdot \vec{g}_3 = 0 \quad (\text{B.35-f})$$

$$M_{31} = \vec{j}_3 \cdot \vec{g}_1 = \vec{i}_\eta \cdot \vec{g}_1 = \xi X_t \quad (\text{B.35-g})$$

$$M_{32} = \vec{j}_3 \cdot \vec{g}_2 = \vec{i}_\eta \cdot \vec{g}_2 = 0 \quad (\text{B.35-h})$$

$$M_{33} = \vec{j}_3 \cdot \vec{g}_3 = \vec{i}_\eta \cdot \vec{g}_3 = 1 \quad (\text{B.35-i})$$

veya transpozu,

$$[M]^T = \begin{vmatrix} A & -B & C \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \quad (\text{B.36})$$

bulunur. (B.34) ve (B.36) nın (B.33) de yerine konulması ile [F] matrisinin elemanları,

$$[F] = \begin{vmatrix} 1/A & 0 & 0 \\ B/A & 1 & 0 \\ -C/A & 0 & 1 \end{vmatrix} \quad (\text{B.37})$$

olarak elde edilir. [F] matrisi  $(\theta^1, \theta^2, \theta^3)$  yani  $(s, \xi, \eta)$  eğrisel takımında verilen şekil değiştirme tansörünün,  $(y^1, y^2, y^3)$  dik takımındaki değerini bulmak için kullanılacaktır. Diğer taraftan çubuk kesitinin boyutları, eğilme ve burulma yarıçapları yanında çok küçük kabul edilirse, [F] matrisi yaklaşık olarak (B.11) den,

$$[F] \approx \begin{vmatrix} 1 + \xi \cdot X_\eta - \eta \cdot X_\xi & 0 & 0 \\ \eta \cdot X_t & 1 & 0 \\ -\xi \cdot X_t & 0 & 1 \end{vmatrix} \quad (\text{B.38})$$

yazılabilir. Çubuk şekil değiştirdikten sonra, kesit içindeki P noktasının yeni konumu  $\bar{P}$  olacaktır (Şekil B.4). P nin  $\vec{u}^0$  yer değiştirme vektörü,

$$\vec{P\bar{P}} = \vec{u}^0 \quad (\text{B.39})$$

ve şekil değiştirdikten sonraki konumundaki yer vektörü,

$$\vec{r}^0 = \vec{r}^0 + \vec{u}^0 \quad (\text{B.40})$$

ile ifade edilebilir.  $\theta^i$  eğrisel takımındaki  $[\epsilon]$  şekil değiştirme tansörünün elemanları için (GREEN ve ZERNA, 1954),

$$\vec{g}_{\lambda\beta} = \frac{\partial \vec{r}^0}{\partial \theta^\lambda} \cdot \frac{\partial \vec{r}^0}{\partial \theta^\beta} \quad (\text{B.41})$$

olmak üzere,

$$2 \cdot \epsilon_{\lambda\beta} = \frac{\partial \vec{r}^0}{\partial \theta^\lambda} \cdot \frac{\partial \vec{r}^0}{\partial \theta^\beta} - \vec{g}_{\lambda\beta} \quad (\text{B.42})$$

ifadesi verilmektedir. (B.42) deki terimler açılırsa,

$$\begin{aligned} 2 \cdot \epsilon_{\lambda\beta} &= \frac{\partial (\vec{r}^0 + \vec{u}^0)}{\partial \theta^\lambda} \cdot \frac{\partial (\vec{r}^0 + \vec{u}^0)}{\partial \theta^\beta} - \vec{g}_{\lambda\beta} \\ &= \left( \frac{\partial \vec{r}^0}{\partial \theta^\lambda} + \frac{\partial \vec{u}^0}{\partial \theta^\lambda} \right) \cdot \left( \frac{\partial \vec{r}^0}{\partial \theta^\beta} + \frac{\partial \vec{u}^0}{\partial \theta^\beta} \right) - \vec{g}_{\lambda\beta} \\ &= \vec{g}_{\lambda\beta} + \frac{\partial \vec{r}^0}{\partial \theta^\lambda} \cdot \frac{\partial \vec{u}^0}{\partial \theta^\beta} + \frac{\partial \vec{u}^0}{\partial \theta^\lambda} \cdot \frac{\partial \vec{r}^0}{\partial \theta^\beta} + \frac{\partial \vec{u}^0}{\partial \theta^\lambda} \cdot \frac{\partial \vec{u}^0}{\partial \theta^\beta} - \vec{g}_{\lambda\beta} \end{aligned} \quad (\text{B.43})$$

ve yer değiştirme gradyanlarının çok küçük olduğu kabulü yapılırsa,  $\theta^i$  koordinatlarındaki Şekil değiştirme tansörünün elmanları için,

$$\epsilon_{\lambda\beta} \approx \frac{1}{2} \left( \vec{g}_\lambda \cdot \frac{\partial \vec{u}^\circ}{\partial \theta^\beta} - \vec{g}_\beta \cdot \frac{\partial \vec{u}^\circ}{\partial \theta^\lambda} \right) \quad (\text{B.44})$$

yazılır. Çubuğun burulma olayında, daire kesitli çubuklar hariç, diğer farklı kesit Şekillerine sahip çubuklarda kesit çarpılması meydana gelmektedir. Kesit çarpılması sonucu, kesit üzerindeki noktaların bir kısmı s doğrultusuna paralel olarak dışarı doğru uzanmakta, bir kısmı da içeri çökmektedir. Kesit çarpılması dikkate alındığında ve kesitin  $\vec{\Omega}(s)$  açısai dönmesi çok küçük kabul edildiğinde  $\vec{u}(s, \xi, \eta)$  yer değiştirme vektörü,

$$\vec{u}^\circ = \vec{U} + \vec{\Omega} \times \vec{GP} + w_t \cdot \Phi(\xi, \eta) \cdot \vec{i}_t \quad (\text{B.45})$$

tarzında yazılabilir. Burada  $\Phi(\xi, \eta)$  kesit çarpılma fonksiyonu olup, kesit Şekli verildiğinde tayin edilebilmektedir.  $\vec{u}^\circ(s, \xi, \eta)$  yer değiştirme vektörünün  $\vec{i}_t, \vec{i}_\xi, \vec{i}_\eta$  takımındaki bileşenleri,

$$\vec{u}^\circ = u_t^\circ \vec{i}_t + u_\xi^\circ \vec{i}_\xi + u_\eta^\circ \vec{i}_\eta \quad (\text{B.46})$$

olsun. (B.45) ifadesi yardımı ile yer değiştirme vektörünün bileşenleri için,

$$u_t^\circ = U_t - \xi \cdot \Omega_\eta + \eta \cdot \Omega_\xi + w_t \cdot \Phi \quad (\text{B.47-a})$$

$$u_\xi^\circ = U_\xi - \eta \cdot \Omega_t \quad (\text{B.47-b})$$

$$u_\eta^\circ = U_\eta + \xi \cdot \Omega_t \quad (\text{B.47-c})$$

bulunur. Yer değiştirme vektörünün gradyanları için (B.3) ve (B.47) den,

$$\frac{\partial \vec{u}^\circ}{\partial \theta^1} = P \vec{i}_t + Q \vec{i}_\xi + R \vec{i}_\eta \quad (\text{B.48-a})$$

$$\frac{\partial \vec{u}^{\circ}}{\partial \theta^2} = \left( -\Omega_{\eta} + w_t \frac{\partial \Phi}{\partial \xi} \right) \vec{i}_t + \Omega_t \vec{i}_{\eta} \quad (\text{B.48-b})$$

$$\frac{\partial \vec{u}^{\circ}}{\partial \theta^3} = \left( \Omega_{\xi} + w_t \frac{\partial \Phi}{\partial \eta} \right) \vec{i}_t - \Omega_t \vec{i}_{\xi} \quad (\text{B.48-c})$$

ifadeleri elde edilir. Burada P, Q ve R,

$$\begin{aligned} P &= \frac{\partial u_t^{\circ}}{\partial s} - \chi_{\eta} \cdot u_{\xi}^{\circ} + \chi_{\xi} \cdot u_{\eta}^{\circ} \\ Q &= \frac{\partial u^{\circ}}{\partial s} + \chi_{\eta} \cdot u_t^{\circ} - \chi_t \cdot u_{\eta}^{\circ} \\ R &= \frac{\partial u^{\circ}}{\partial s} - \chi_{\xi} \cdot u_t^{\circ} + \chi_t \cdot u_{\xi}^{\circ} \end{aligned} \quad (\text{B.49})$$

şeklinde tarif edilmektedir. (B.48) yardımı ile,  $\theta^i$  takımındaki şekil değiştirme tansörünün  $\epsilon_{\alpha\beta}$  elemanları (B.44) denkleminde,

$$\begin{aligned} \epsilon_{11} &\approx A.P - B.C + C.R \\ \epsilon_{12} &\approx \frac{1}{2} \left[ A. \left( -\Omega_{\eta} + w_t \frac{\partial \Phi}{\partial \xi} \right) + C.\Omega_t + Q \right] \\ \epsilon_{13} &\approx \frac{1}{2} \left[ A. \left( \Omega_{\xi} + w_t \frac{\partial \Phi}{\partial \eta} \right) + B.\Omega_t + R \right] \\ \epsilon_{22} &= \epsilon_{33} = \epsilon_{23} \approx 0 \end{aligned} \quad (\text{B.50})$$

şeklinde elde edilir. Buradaki A, B, C ve P, Q, R büyüklükleri, (B.11) ve (B.49) denklemleri ile ifade edilmişlerdir. (B.50),  $(\theta^1, \theta^2, \theta^3)$  eğrisel takımındaki  $[\epsilon]$  şekil değiştirme tansörünün elemanlarını vermektedir. Şimdi P noktasında  $(y^1, y^2, y^3)$  dik takımındaki  $[e]$  şekil değiştirme tansörünün elemanları ile  $[\epsilon]$  tansörünün elemanları arasındaki bağıntıyı veren,

$$e_{mn} = \frac{\partial \theta^{\alpha}}{\partial y^m} \frac{\partial \theta^{\beta}}{\partial y^n} \epsilon_{\alpha\beta} \quad (\text{B.51})$$

eşitliğini yazalım. Bu ifade [F] matrisinin (B.27) deki tanımı göz önüne alınarak,

$$e_{mn} = F_{\alpha m} F_{\beta n} \epsilon_{\alpha\beta} \quad (\text{B.52})$$

olarak ta ifade edilir. (B.52) ifadesi,

$$e_{mn} = F_{m\alpha} \epsilon_{\alpha\beta} F_{\beta n} \quad (\text{B.53})$$

şeklinde yazılırsa buradan,

$$[e] = [F] [\epsilon] [F]^T \quad (\text{B.54})$$

matris çarpımına geçilir.  $[\epsilon]$  için (B.50) göz önüne alınır ve (B.5) uygunluk şartlarından yararlanılırsa (B.53) den,

$$e_{11} \approx \gamma_t - \xi \cdot w_\eta + \eta \cdot w_\xi + \frac{dw_t}{ds} \Phi + w_t \cdot \chi_t \left( \eta \frac{\partial \Phi}{\partial \xi} - \xi \frac{\partial \Phi}{\partial \eta} \right) \quad (\text{B.55-a})$$

$$e_{12} \approx \frac{1}{2} \gamma_\xi - \eta \cdot w_t + w_t \left( \frac{\partial \Phi}{\partial \xi} + \chi_\eta \Phi \right) \quad (\text{B.55-b})$$

$$e_{13} \approx \frac{1}{2} \gamma_\eta + \xi \cdot w_t + w_t \left( \frac{\partial \Phi}{\partial \eta} - \chi_\xi \Phi \right) \quad (\text{B.55-c})$$

$$e_{23} \approx 0 \quad (\text{B.55-d})$$

$$e_{22} \approx e_{33} \quad (\text{B.55-e})$$

$y^i$  dik takımındaki şekil değiştirme tansörünün bileşenleri elde edilir. Görüldüğü gibi, kesitin herhangi bir noktasındaki şekil değiştirme tansörü, bu noktayı içine alan kesitin geometrik merkezinin birim uzaması  $\vec{\gamma}$  ve birim dönmesi  $\vec{w}$  ile,  $\Phi(\xi, \eta)$  çarpılma fonksiyonu cinsinden ifade edilebilmektedir.

### B.3. Elastik Bileşke Bünye Denklemleri

Önce çubuk malzemesinin elastik ve izotrop olduğunu kabul edelim. Hooke kanununa göre,



$$e_{ij} = \frac{1+\nu}{E} \sigma_{ij} - \frac{\nu}{E} \sigma_{kk} \delta_{ij} \quad (\text{B.56})$$

veya

$$\sigma_{ij} = \lambda e_{kk} \delta_{ij} + 2 G e_{ij} \quad (\text{B.57})$$

yazılabilir. Burada  $\lambda$  Lamé sabiti,  $\nu$  poisson oranı,  $E$  elastisite modülü,  $G$  kayma modülü ve  $\delta_{mn}$  birim matrisin bileşenlerini gösteren kronecker deltasıdır. (B.55) denklemlerinin sonucusu yanal bir kısaltmaya imkan vermediğinden bu son ifadeler göz önüne alınmamakta, ve bu güne kadar çubuk teorilerinde benimsenen,

$$\sigma_{22} \approx \sigma_{33} \approx 0 \quad (\text{B.58})$$

kabulü ithal edilmektedir (SOKOLNIKOF,1956). Buna göre, gerilme şekil değiştirme tansörleri arasında,

$$\sigma_{11} = E e_{11} \quad (\text{B.59-a})$$

$$\sigma_{12} = 2 G e_{12} \quad (\text{B.59-b})$$

$$\sigma_{13} = 2 G e_{13} \quad (\text{B.59-c})$$

$$\sigma_{23} = 0 \quad (\text{B.59-d})$$

bağıntılarının olacağı kolaylıkla yazılabilir. Diğer taraftan,  $\vec{T}(s)$  vektörü ile  $s$  noktasındaki kesite etkiyen iç kuvvetlerin bileşkesi, ve  $\vec{M}(s)$  vektörü ile bu kuvvetlerin ağırlık merkezine indirgendikleri zaman elde edilen kuvvet çifti gösterilsin. Bu tarife göre,

$$T_t = \int_A \sigma_{11} dA \quad ; \quad T_\xi = \int_A \sigma_{12} dA \quad ; \quad T_\eta = \int_A \sigma_{13} dA \quad (\text{B.60-a})$$

$$M_t = \int_A ( \xi \sigma_{13} - \eta \sigma_{12} ) dA \quad (\text{B.60-b})$$

$$M_\eta = \int_A \eta \sigma_{11} dA \quad ; \quad M_\xi = - \int_A \xi \sigma_{11} dA$$

yazılabilir. Bundan önceki kabullere ilave olarak çubuk kesitinin çift simetriye sahip olduğu farz edilirse  $\Phi(\xi, \eta)$  çarpılma fonksiyonu,

$$\Phi(\xi, \eta) = -\Phi(-\xi, \eta) = -\Phi(\xi, -\eta) = \Phi(-\xi, -\eta) \quad (\text{B.61})$$

simetri özelliğine sahip olacaktır. (B.55) ve (B.59 -B.61) denklemleri yardımı ile bileşke bünye denklemleri, oldukça uzun cebrik işlemlerden sonra,

$$\begin{aligned} T_t &= EA \gamma_t + 2(1+\nu) w_t X_t (G I_p - D_{tt}) \\ T_\xi &= GA \gamma_\xi \quad ; \quad T_\eta = GA \gamma_\eta \end{aligned} \quad (\text{B.62})$$

ve,

$$M_t = w_t D_{tt} \quad ; \quad M_\xi = E I_\xi w_\xi \quad ; \quad M_\eta = E I_\eta w_\eta \quad (\text{B.63})$$

şeklinde elde edilir. Burada  $I_\xi$  ve  $I_\eta$ , sırasıyla,  $\xi$  ve  $\eta$  eksenlerine göre kesitin atalet momentlerini göstermekte olup kesitin polar atalet momentini,

$$I_p = I_\xi + I_\eta \quad (\text{B.64})$$

şeklinde tanımlanır. Ayrıca,  $D_{tt}$  burulma rijitliği,

$$D_{tt} = G \int_A \left( \xi \frac{\partial \Phi}{\partial \eta} - \eta \frac{\partial \Phi}{\partial \xi} + \xi^2 + \eta^2 \right) dA = G J_b \quad (\text{B.65})$$

olarak tarif edilmektedir. Burada  $J_b$ , kesitin burulma atalet momentini göstermektedir. Aşağıda belirtilen üç ayrı halde (B.62) ve (B.63) bünye denklemlerindeki kesit çarpılması ile ilgili terim sıfır olmaktadır.

a-) Kesit daire veya daire halkası şeklindedir ( $J_b = I_p$ ).

b-) Kesitin çarpılması masif kesitlerde olduğu gibi ihmal edilmektedir.

c-) Çubuk eksenini düzlemseldir ( $\tau=0$ ) ve  $(\xi, \eta)$  asal eksenleri ile  $(\vec{n}, \vec{b})$  takımı çubuk boyunca çakışıktır ( $\chi_t=0$ ).

Ancak, yukarıda belirtilen özel hallerde (B.62) ve (B.63) bünye denklemleri literatürde kabul edilegelen elastik bünye denklemlerine indirgenmektedir. (B.62) nin birinci denklemini,

$$\sigma = 1 - \frac{GI_p}{D_{tt}} \quad (B.66)$$

tarifi ve (B.63) ün birinci denklemini yardımı ile,

$$T_t = E A \gamma_t - 2 (1 + \nu) M_t \chi_t \sigma \quad (B.67)$$

şeklinde veya aşağıdaki gibi,

$$T_t = E A \gamma_t - (E M_t \chi_t \sigma / G) \quad (B.68)$$

yazılabilir. (B.62), (B.63) ve (B.68) ifadelerinden bünye denklemlerinin matris formu,

$$\begin{bmatrix} \gamma_t \\ \gamma_\xi \\ \gamma_\eta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1/EA & 0 & 0 \\ 0 & 1/GA & 0 \\ 0 & 0 & 1/GA \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_t \\ T_\xi \\ T_\eta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{E \chi_t \sigma}{GA} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} M_t \\ M_\xi \\ M_\eta \end{bmatrix} \quad (B.69)$$

ve,

$$\begin{bmatrix} w_t \\ w_\xi \\ w_\eta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1/D_{tt} & 0 & 0 \\ 0 & 1/EI_\xi & 0 \\ 0 & 0 & 1/EI_\eta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} M_t \\ M_\xi \\ M_\eta \end{bmatrix} \quad (B.70)$$



### Ek:C. Taşıma Matrisinin Kapalı İfadesinin $(\vec{t}, \vec{n}, \vec{b})$ Takımında Elde Edilmesi

Yer değistirme vektörü  $\vec{U}(\emptyset)$ , dönme vektörü  $\vec{\Omega}(\emptyset)$ , iç kuvvet vektörü  $\vec{T}(\emptyset)$ , ve iç moment vektörü  $\vec{M}(\emptyset)$  nin  $(\vec{t}, \vec{n}, \vec{b})$  takımındaki skaler bileşenleri (C.1) de olduğu gibidir.  $\emptyset$  argümanı, x- ekseninden itibaren saat ibresinin tersi yönünde radyan olarak ölçülen açıyı göstermektedir (Şekil 2.8).

$$\begin{aligned}
 \vec{U}(\emptyset) &= U_t(\emptyset)\vec{t}(\emptyset) + U_n(\emptyset)\vec{n}(\emptyset) + U_b(\emptyset)\vec{b}(\emptyset) \\
 \vec{\Omega}(\emptyset) &= \Omega_t(\emptyset)\vec{t}(\emptyset) + \Omega_n(\emptyset)\vec{n}(\emptyset) + \Omega_b(\emptyset)\vec{b}(\emptyset) \\
 \vec{T}(\emptyset) &= T_t(\emptyset)\vec{t}(\emptyset) + T_n(\emptyset)\vec{n}(\emptyset) + T_b(\emptyset)\vec{b}(\emptyset) \\
 \vec{M}(\emptyset) &= M_t(\emptyset)\vec{t}(\emptyset) + M_n(\emptyset)\vec{n}(\emptyset) + M_b(\emptyset)\vec{b}(\emptyset)
 \end{aligned}
 \tag{C.1}$$

$\emptyset$  argümanlı yukarıda adı geçen vektörleri,  $\emptyset=0$  daki başlangıç değerlerine bağlayan matris olan  $[F(\emptyset)]$  taşıma matrisi; uzaysal çubuklarda (12x12) mertebesinde bir kare matristir. Bu matrisin (C.2) de olduğu şekilde, (3x3) mertebesinde 16 adet alt matrislerden meydana geldiği düşünülebilir.

$$\begin{bmatrix} \vec{U}(\emptyset) \\ \dots \\ \vec{\Omega}(\emptyset) \\ \dots \\ \vec{T}(\emptyset) \\ \dots \\ \vec{M}(\emptyset) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [F_1] & \vdots & [F_2] & \vdots & [F_3] & \vdots & [F_4] \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ [F_5] & \vdots & [F_6] & \vdots & [F_7] & \vdots & [F_8] \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ [F_9] & \vdots & [F_{10}] & \vdots & [F_{11}] & \vdots & [F_{12}] \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ [F_{13}] & \vdots & [F_{14}] & \vdots & [F_{15}] & \vdots & [F_{16}] \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \vec{U}(0) \\ \dots \\ \vec{\Omega}(0) \\ \dots \\ \vec{T}(0) \\ \dots \\ \vec{M}(0) \end{bmatrix}
 \tag{C.2}$$

Helisel bir çubuğa ait denge ve uygunluk denklemleri, bileşke bünye denklemlerini de katarak (C.3), (C.4), (C.5) ve (C.6) da verilmiştir.

$$\frac{d\vec{T}}{d\varnothing} = \vec{0} \quad (C.3)$$

$$\frac{d\vec{M}}{d\varnothing} + c(\vec{t} \times \vec{T}) = \vec{0} \quad (C.4)$$

$$\frac{d\vec{\Omega}}{d\varnothing} - [D]^{-1} \{ \vec{M} \} = \vec{0} \quad (C.5)$$

$$\frac{d\vec{U}}{d\varnothing} + c(\vec{t} \times \vec{\Omega}) = \vec{0} \quad (C.6)$$

(C.5) denkleminde [D] rijitlik tansörüdür. (C.6) denklemi, kaymaların etkisi ihmal edilerek yazılmıştır. a helisin sarıldığı silindirin yarıçapını, h ise helis adımını göstermek üzere; yukardaki denklemlerde görülen c sabiti (C.7) de olduğu gibi tanımlanır.

$$c = (a^2 + h^2)^{1/2} \quad (C.7)$$

(C.3) denkleminin integrasyonundan,

$$\vec{T}(\varnothing) = \vec{T}(0) = \text{sabit} \quad (C.8)$$

elde edilir. Burada  $\vec{T}(0)$  vektörü integrasyon sabiti olup,  $\varnothing=0$  daki iç kuvvetleri tanımlar. (C.8) den  $\vec{T}(\varnothing)$  nin sadece  $\varnothing=0$  daki değerlerine bağlı olduğu görülmektedir. Buradan  $[F_9]=[F_{10}]=[F_{12}]=[0]$  olacağı anlaşılır. Şimdi,  $\vec{T}(\varnothing)$  yi  $\vec{T}(0)$  a bağlayan  $[F_{11}]$  matrisini bulmaya çalışalım. (C.9) atamaları ile  $[A(\varnothing)]$  matrisi (C.10) da verilmiştir.

$$\alpha = a/c ; \quad \lambda = h/c \quad (C.9)$$

$$[A(\varnothing)] = \begin{bmatrix} -\alpha \sin\varnothing & \alpha \cos\varnothing & \lambda \\ -\cos\varnothing & -\sin\varnothing & 0 \\ \lambda \sin\varnothing & -\lambda \cos\varnothing & \alpha \end{bmatrix} \quad (C.10)$$

$(\vec{t}, \vec{n}, \vec{b})$  vektörlerinin  $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  vektörleri ile ilişkisi (C.10) a bağlı olarak (C.11) de ifade edilmiştir.

$$\{\vec{t}(\varnothing), \vec{n}(\varnothing), \vec{b}(\varnothing)\}^T = [A(\varnothing)] \{\vec{i}(\varnothing), \vec{j}(\varnothing), \vec{k}(\varnothing)\}^T \quad (C.11)$$

$(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  birim vektörlerinin doğrultu ve yönleri çubuk boyunca sabit olduğundan, (C.11) ifadesi (C.12) de olduğu gibi yazılabilir.

$$\{\vec{t}(\varnothing), \vec{n}(\varnothing), \vec{b}(\varnothing)\}^T = [A(\varnothing)] [I] \{\vec{i}(0), \vec{j}(0), \vec{k}(0)\}^T \quad (C.12)$$

$(\vec{t}(0), \vec{n}(0), \vec{b}(0))$  vektörlerinin  $(\vec{i}(0), \vec{j}(0), \vec{k}(0))$  vektörleri ile ilişkisi de (C.10) da  $\varnothing=0$  konularak, aşağıda olduğu gibi elde edilir.

$$\begin{bmatrix} \vec{t}(0) \\ \vec{n}(0) \\ \vec{b}(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \alpha & \lambda \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & -\lambda & \alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \vec{i}(0) \\ \vec{j}(0) \\ \vec{k}(0) \end{bmatrix} \quad (C.13)$$

Bu ilişki kısaca aşağıda gösterilmiştir.

$$\{\vec{t}(0), \vec{n}(0), \vec{b}(0)\}^T = [A(0)] \{\vec{i}(0), \vec{j}(0), \vec{k}(0)\}^T \quad (C.14)$$

(C.14) ün (C.12) de yerine konulmasıyla;

$$\{\vec{t}(\varnothing), \vec{n}(\varnothing), \vec{b}(\varnothing)\}^T = [A(\varnothing)] [A(0)]^{-1} \{\vec{t}(0), \vec{n}(0), \vec{b}(0)\}^T \quad (C.15)$$

elde edilir. [A] matrisi ortogonal olduğundan, tersi transpozuna eşittir. (C.15) de eşitliğin sağ tarafındaki matris çarpımları [B(0)] ile sembolize edilmek üzere, [B(0)]=[F<sub>11</sub>] olacağı anlaşılmaktadır.

$$[B(\varnothing)] = \begin{bmatrix} \lambda^2 + \alpha^2 \text{Cos}\varnothing & \alpha \text{Sin}\varnothing & \alpha \lambda (1 - \text{Cos}\varnothing) \\ -\alpha \text{Sin}\varnothing & \text{Cos}\varnothing & \lambda \text{Sin}\varnothing \\ \alpha \lambda (1 - \text{Cos}\varnothing) & -\lambda \text{Sin}\varnothing & \alpha^2 + \lambda^2 \text{Cos}\varnothing \end{bmatrix} \quad (C.16)$$

(C.4), (C.5) ve (C.6) nolu denklemlerde de  $\vec{M}(\emptyset)$ ,  $\vec{U}(\emptyset)$  ve  $\vec{\Omega}(\emptyset)$ 'nin integrasyon sonucu yine  $\emptyset=0$  daki başlangıç değerlerine bağlı olacağı görülmektedir. Bunun yanında  $\vec{M}(\emptyset)$  nin kendisinin başlangıç değerinin yanında sadece  $\vec{T}(\emptyset)$  ye bağlı olduğu ;  $\vec{\Omega}(\emptyset)$  nin  $\vec{U}(\emptyset)$  dan bağımsız olduğu anlaşılmaktadır. Buna göre, (C.2) deki taşıma matrisinin bulunması gereken elemanları (C.17) ile ifade edilmiştir.

$$\begin{bmatrix} \vec{U}(\emptyset) \\ \dots \\ \vec{\Omega}(\emptyset) \\ \dots \\ \vec{T}(\emptyset) \\ \dots \\ \vec{M}(\emptyset) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [B] & [F_2] & [F_3] & [F_4] \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ [0] & [B] & [F_7] & [F_8] \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ [0] & [0] & [B] & [0] \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ [0] & [0] & [F_{15}] & [B] \\ \dots & \dots & \dots & \dots \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \vec{U}(0) \\ \dots \\ \vec{\Omega}(0) \\ \dots \\ \vec{T}(0) \\ \dots \\ \vec{M}(0) \end{bmatrix} \quad (C.17)$$

Burada, (C.2) ve (C.17) deki taşıma matrisi ve durum vektörleri boyutsuz olarak elde edilecektir. Bu nedenle bundan sonra boyutsuz skaler bileşenler, üzerinde yatay bir çizgi ile belirtilecektir. Kuvvet, moment, dönme ve öteleme vektörlerinin skaler bileşenlerini boyutsuz yapmak için kullanılan sabitler (C.18) de verilmiştir. [B] matrisinin elemanları, zaten boyutsuzdur.

$$\begin{aligned} \bar{M} &= (c/EI_n)M = (c/D_{nn})M \\ \bar{T} &= (c^2/EI_n)M = (c^2/D_{nn})T \\ \bar{U} &= (1/c)U \quad ; \quad \bar{\Omega} = \Omega \end{aligned} \quad (C.18)$$

[F<sub>15</sub>]' in elde edilmesi :

(C.8) çözümü (C.4) de yerine konur ve integrasyon yapılırsa,



$$\vec{M}(\emptyset) = \vec{M}(0) - c \int_0^{\emptyset} (\vec{t} \times \vec{T}(0)) d\emptyset \quad (C.19)$$

bulunur.  $\vec{t}$  teget birim vektör (C.20) de olduğu gibi tanımlanmıştır. Bu tanımdan hareketle (C.19) eşitliği, (C.21) ile veya  $\vec{R}(\emptyset)$  tanımı ile (C.22) de olduğu gibi ifade edilebilir.

$$\vec{t} = d\vec{r}/ds = d\vec{r}/(cd\emptyset) \quad (C.20)$$

$$\vec{M}(\emptyset) = \vec{M}(0) + \vec{T}(0) \times [\vec{r}(\emptyset) - \vec{r}(0)] \quad (C.21)$$

$$\vec{M}(\emptyset) = \vec{M}(0) + \vec{T}(0) \times \vec{R}(\emptyset) \quad (C.22)$$

Helisel bir çubukta,  $\vec{r}$  yer vektörünün  $\emptyset$  ye bağlı ifadesi de (C.23) de verilmiştir. Buradan yararlanarak  $\vec{R}(\emptyset)$  için (C.24) elde edilir.

$$\vec{r}(\emptyset) = (a\cos\emptyset)\vec{i} + (a\sin\emptyset)\vec{j} + (h\emptyset)\vec{k} \quad (C.23)$$

$$\vec{R}(\emptyset) = a(\cos\emptyset - 1)\vec{i} + (a\sin\emptyset)\vec{j} + (h\emptyset)\vec{k} \quad (C.24)$$

$\vec{R}(\emptyset)$  vektörünün  $(\vec{t}, \vec{n}, \vec{b})$  birim vektörlerine bağlı ifadeleri, (C.25) in (C.24) de yerine konulması ile bulunur.

$$\vec{i} = (-\alpha\sin\emptyset)\vec{t} + (-\cos\emptyset)\vec{n} + (\lambda\sin\emptyset)\vec{b}$$

$$\vec{j} = (\alpha\cos\emptyset)\vec{t} + (-\sin\emptyset)\vec{n} + (-\lambda\cos\emptyset)\vec{b} \quad (C.25)$$

$$\vec{k} = (\lambda)\vec{t} + (\alpha)\vec{b}$$

Gerekli kısaltma ve düzenlemelerden sonra,  $\vec{R}(\emptyset)$  nin  $(\vec{t}, \vec{n}, \vec{b})$  üçlüsüne bağlı ifadesi için; (C.26) yazılır.

$$\vec{R}(\emptyset) = [a\alpha\sin\emptyset + h\lambda\emptyset]\vec{t} - [a(1-\cos\emptyset)]\vec{n} - [a\lambda\sin\emptyset - h\alpha\emptyset]\vec{b} \quad (C.26)$$

$\emptyset=0$  da  $\vec{T}$  vektörünün skaler bileşenleri için aşağıdaki ifade yazılabilir.

$$\vec{T}(0) = T_t(0)\vec{t}(0) + T_n(0)\vec{n}(0) + T_b(0)\vec{b}(0) \quad (C.27)$$

(C.26) ve (C.27) ile, (C.22) nolu eşitliğin ikinci terimindeki vektörel çarpımlar yapıldığında ve düzenlendiğinde;

$$\begin{aligned} M_t(0)\vec{t}(0) + M_n(0)\vec{n}(0) + M_b(0)\vec{b}(0) &= M_t(0)\vec{t}(0) + M_n(0)\vec{n}(0) + M_b(0)\vec{b}(0) \\ &+ \{T_n(0)(h\alpha\theta - a\lambda\sin\theta) + T_b(0)a(1 - \cos\theta)\}\vec{t} \\ &+ \{-T_t(0)(h\alpha\theta - a\lambda\sin\theta) + T_b(0)(a\cos\theta + h\lambda\theta)\}\vec{n} \\ &- \{T_t(0)a(1 - \cos\theta) + T_n(0)(a\cos\theta + h\lambda\theta)\}\vec{b} \end{aligned} \quad (C.28)$$

elde edilir. Boyutlu M ve T skalerleri (C.18) de tanımlanan sabitlerle boyutsuz hale sokulup ve  $\vec{M}$  vektörü skaler bileşenleri cinsinden ayrı ayrı yazıldığında ;

$$\begin{aligned} \bar{M}_t(0) &= \bar{M}_t(0) + (1/c)\{\bar{T}_n(0)(h\alpha\theta - a\lambda\sin\theta) + \bar{T}_b(0)a(1 - \cos\theta)\} \\ \bar{M}_n(0) &= \bar{M}_n(0) + (1/c)\{-\bar{T}_t(0)(h\alpha\theta - a\lambda\sin\theta) + \bar{T}_b(0)(a\cos\theta + h\lambda\theta)\} \\ \bar{M}_b(0) &= \bar{M}_b(0) - \{\bar{T}_t(0)a(1 - \cos\theta) + \bar{T}_n(0)(a\cos\theta + h\lambda\theta)\} \end{aligned} \quad (C.29)$$

$(\alpha^2 + \lambda^2 = 1)$  ve (C.16) daki  $\vec{T}(0)$  başlangıç değerleri kullanılarak, (C.29) daki çarpımlar yapıp düzenlendiğinde ;  $[F_{15}]$  nolu taşıma matrisinin elemanları için aşağıdaki ifadeler elde edilir.

$$F(10,7) = 2\alpha^2\lambda[1 - \cos\theta - (1/2)\theta\sin\theta] \quad (C.30-a)$$

$$F(10,8) = -\alpha\lambda[\sin\theta - \theta\cos\theta] \quad (C.30-b)$$

$$F(10,9) = \alpha[(\alpha^2 - \lambda^2)(1 - \cos\theta) + \lambda^2\theta\sin\theta] \quad (C.30-c)$$

$$F(11,7) = \alpha\lambda[\sin\theta - \theta\cos\theta] \quad (C.30-d)$$

$$F(11,8) = -\lambda\theta\sin\theta \quad (C.30-e)$$

$$F(11,9) = \alpha^2\sin\theta + \lambda^2\theta\cos\theta \quad (C.30-f)$$

$$F(12,7) = \alpha[(\alpha^2 - \lambda^2)(1 - \cos\theta) + \lambda^2\theta\sin\theta] \quad (C.30-g)$$

$$F(12,8) = -\alpha^2 \sin\theta - \lambda^2 \theta \cos\theta \quad (C.30-h)$$

$$F(12,9) = -\lambda[2\alpha^2(1-\cos\theta) + \lambda^2 \theta \sin\theta] \quad (C.30-i)$$

**[F<sub>g</sub>]' in elde edilmesi :**

Elemanları burulma ve eğilme rijitliklerinden oluşan [D] matrisi aşağıda tanımlanmıştır.

$$[D] = \begin{bmatrix} GJ_b & 0 & 0 \\ 0 & EI_n & 0 \\ 0 & 0 & EI_b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D_{tt} & 0 & 0 \\ 0 & D_{nn} & 0 \\ 0 & 0 & D_{bb} \end{bmatrix} \quad (C.31)$$

Birim dönme vektörü  $\vec{w}$  ve  $\vec{M}$  moment vektörünün arasındaki ilişki,

$$\{\vec{w}\} = [D]^{-1} \{\vec{M}\} \quad (C.32-a)$$

veya skaler bileşenler cinsinden,

$$\begin{aligned} w_t &= M_t / GJ_b = M_t / D_{tt} \\ w_n &= M_n / EI_n = M_n / D_{nn} \\ w_b &= M_b / EI_b = M_b / D_{bb} \end{aligned} \quad (C.32-b)$$

yazılır. (C.1), (C.31) ve (C.32) nolu eşitliklerin (C.5) te yerine konulmasıyla, bu denklem aşağıdaki formunu alır.

$$\vec{\Omega}(\theta) = \vec{\Omega}(0) + c \int_0^\theta \left[ \frac{M_t(\theta)}{D_{tt}} \vec{t}(\theta) + \frac{M_n(\theta)}{D_{nn}} \vec{n}(\theta) + \frac{M_b(\theta)}{D_{bb}} \vec{b}(\theta) \right] d\theta \quad (C.33)$$

$D_{tt}$ ,  $D_{nn}$ ,  $D_{bb}$  sabit olduklarından integral dışına çıkarılabilirler.

$$\begin{aligned}\vec{\Omega}(\vartheta) = \vec{\Omega}(0) + (c/D_{tt}) \int_0^{\vartheta} M_t(\vartheta) \vec{t}(\vartheta) d\vartheta + (c/D_{nn}) \int_0^{\vartheta} M_n(\vartheta) \vec{n}(\vartheta) d\vartheta \\ + (c/D_{bb}) \int_0^{\vartheta} M_b(\vartheta) \vec{b}(\vartheta) d\vartheta\end{aligned}\quad (C.34)$$

$M_t$ ,  $M_n$ ,  $M_b$  terimleri (C.18) ile boyutsuz yapıldıkları ve (C.35) atamaları ile (C.34) denklemini (C.36) da olduğu şekilde yeniden düzenlenebilir.

$$\delta_t = D_{tt}/D_{nn} \quad ; \quad \delta_b = D_{bb}/D_{nn} \quad (C.35)$$

$$\begin{aligned}\vec{\Omega}(\vartheta) = \vec{\Omega}(0) + (1/\delta_t) \int_0^{\vartheta} \bar{M}_t(\vartheta) \vec{t}(\vartheta) d\vartheta + \int_0^{\vartheta} \bar{M}_n(\vartheta) \vec{n}(\vartheta) d\vartheta \\ + (1/\delta_b) \int_0^{\vartheta} \bar{M}_b(\vartheta) \vec{b}(\vartheta) d\vartheta\end{aligned}\quad (C.36)$$

Bu integrallerin alınabilmesi için  $[\vec{t}(\vartheta), \vec{n}(\vartheta), \vec{b}(\vartheta)]$  birim vektörlerinin,  $[\vec{i}(\vartheta), \vec{j}(\vartheta), \vec{k}(\vartheta)]$  birim vektörleri cinsinden (C.11) nolu ifadelerine gereksinim vardır. Bu ifadelerin kullanılmasıyla, yukarıdaki denklem yeniden düzenlenebilir.

$$\begin{aligned}\vec{\Omega}(\vartheta) = \vec{\Omega}(0) + (1/\delta_t) \int_0^{\vartheta} \bar{M}_t(\vartheta) [(-\alpha \sin \vartheta) \vec{i} + (\alpha \cos \vartheta) \vec{j} + (\lambda) \vec{k}] d\vartheta \\ + \int_0^{\vartheta} \bar{M}_n(\vartheta) [(-\cos \vartheta) \vec{i} + (-\sin \vartheta) \vec{j}] d\vartheta \\ + (1/\delta_b) \int_0^{\vartheta} \bar{M}_t(\vartheta) [(\lambda \sin \vartheta) \vec{i} + (-\lambda \cos \vartheta) \vec{j} + (\alpha) \vec{k}] d\vartheta\end{aligned}\quad (C.37)$$

(C.38) de yukarıdaki moment vektörü bileşenlerinin. hangi başlangıç değerlerine bağlı oldukları gösterilmiştir. Bunun yanında,  $\Omega(0)$  teriminin  $[F_{11}]$  nolu matrisine eşit olması gerektiği de açıktır.

$$\begin{aligned} \bar{M}_t(\emptyset) &= \bar{M}_t(\emptyset) [ \bar{M}_t(0), \bar{M}_n(0), \bar{M}_b(0), \bar{T}_t(0), \bar{T}_n(0), \bar{T}_b(0) ] \\ \bar{M}_n(\emptyset) &= \bar{M}_n(\emptyset) [ \bar{M}_t(0), \bar{M}_n(0), \bar{M}_b(0), \bar{T}_t(0), \bar{T}_n(0), \bar{T}_b(0) ] \quad (C.38) \\ \bar{M}_b(\emptyset) &= \bar{M}_b(\emptyset) [ \bar{M}_t(0), \bar{M}_n(0), \bar{M}_b(0), \bar{T}_t(0), \bar{T}_n(0), \bar{T}_b(0) ] \end{aligned}$$

(C.37) nolu integral ifadelerinde  $M_t, M_n, M_b$  li terimler yerine, bunların daha önce elde edilen boyutsuz başlangıç değerlerine bağlı ifadeleri koyulduktan sonra integraller alınacaktır. Integral işleminden sonra da ;  $[\vec{i}(\emptyset), \vec{j}(\emptyset), \vec{k}(\emptyset)]$  birim vektörleri,  $[\vec{t}(\emptyset), \vec{n}(\emptyset), \vec{b}(\emptyset)]$  birim vektörlerine dönüştürülmelidirler.

$$\begin{aligned} \bar{M}_t(\emptyset) &= (\lambda^2 + \alpha^2 \text{Cos}\emptyset) \bar{M}_t(0) + \dots\dots\dots \\ \bar{M}_n(\emptyset) &= (-\alpha \text{Sin}\emptyset) \bar{M}_t(0) + \dots\dots\dots \quad (C.39) \\ \bar{M}_b(\emptyset) &= \alpha\lambda(1 - \text{Cos}\emptyset) \bar{M}_t(0) + \dots\dots\dots \end{aligned}$$

$\bar{M}_t(\emptyset), \bar{M}_n(\emptyset), \bar{M}_b(\emptyset)$  li terimler yerine, bunların yukarıdaki boyutsuz  $\bar{M}_t(0)$  başlangıç değerlerine bağlı ifadelerini koyarak (C.37) integrallerini alalım. Bu şekilde, taşıma matrisinin (4,10), (5,10) ve (6,10) nolu terimlerini elde etmiş olacağız.

$$(1/\delta_t) \int_0^\emptyset (\lambda^2 + \alpha^2 \text{Cos}\emptyset) [ (-\alpha \text{Sin}\emptyset) \vec{i} + (\alpha \text{Cos}\emptyset) \vec{j} + (\lambda) \vec{k} ] d\emptyset$$

$$\begin{aligned}
& + (1/\delta_b) \int_0^\theta (\alpha\lambda - \alpha\lambda \cos\theta) [(\lambda \sin\theta) \vec{i} + (-\lambda \cos\theta) \vec{j} + (\alpha) \vec{k}] d\theta \\
& + \int_0^\theta (-\alpha \sin\theta) [(-\cos\theta) \vec{i} + (-\sin\theta) \vec{j}] d\theta \quad (C.40)
\end{aligned}$$

Simdi, bu integralleri  $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  ortak parentezlerinde toplayalım.

$$\begin{aligned}
& \vec{i} \left\{ (1/\delta_t) \int_0^\theta (\lambda^2 + \alpha^2 \cos\theta) (-\alpha \sin\theta) + \int_0^\theta \alpha \sin\theta \cos\theta + (1/\delta_b) \int_0^\theta (\alpha\lambda - \alpha\lambda \cos\theta) (\lambda \sin\theta) \right\} d\theta \\
& + \vec{j} \left\{ (1/\delta_t) \int_0^\theta (\lambda^2 + \alpha^2 \cos\theta) (\alpha \cos\theta) + \int_0^\theta \alpha \sin^2\theta + (1/\delta_b) \int_0^\theta (\alpha\lambda - \alpha\lambda \cos\theta) (-\lambda \cos\theta) \right\} d\theta \\
& + \vec{k} \left\{ (1/\delta_t) \int_0^\theta (\lambda^2 + \alpha^2 \cos\theta) (\lambda) + (1/\delta_b) \int_0^\theta (\alpha\lambda - \alpha\lambda \cos\theta) (\alpha) \right\} d\theta \quad (C.41)
\end{aligned}$$

Parantezler açılırsa aşağıdaki ifade yazılır.

$$\begin{aligned}
& \vec{i} \left\{ (1/\delta_t) \int_0^\theta (-\alpha \lambda^2 \sin\theta - \alpha^3 \sin\theta \cos\theta) + \int_0^\theta \alpha \sin\theta \cos\theta + (1/\delta_b) \int_0^\theta (\alpha \lambda^2 \sin\theta - \alpha \lambda^2 \sin\theta \cos\theta) \right\} d\theta \\
& + \vec{j} \left\{ (1/\delta_t) \int_0^\theta (\alpha \lambda^2 \cos\theta + \alpha^3 \cos^2\theta) + \int_0^\theta \alpha \sin^2\theta + (1/\delta_b) \int_0^\theta (\alpha \lambda^2 \cos^2\theta - \alpha \lambda^2 \cos\theta) \right\} d\theta \\
& + \vec{k} \left\{ (1/\delta_t) \int_0^\theta (\lambda^3 + \alpha^2 \lambda \cos\theta) + (1/\delta_b) \int_0^\theta (\alpha^2 \lambda - \alpha^2 \lambda \cos\theta) \right\} d\theta \quad (C.42)
\end{aligned}$$

Simdi de, integraller alınarak aşağıdaki ifade bulunur.

$$\begin{aligned}
& \vec{i} \{ (1/\delta_t) [\alpha^2 \text{Cos}\theta + (\alpha^3/4) \text{Cos}2\theta - \alpha\lambda^2 - (\alpha^3/4)] - (\alpha/4) \text{Cos}2\theta + (\alpha/4) \\
& + (1/\delta_p) [-\alpha\lambda^2 \text{Cos}\theta + (\alpha\lambda^2/4) \text{Cos}2\theta + \alpha\lambda^2 - (\alpha\lambda^2/4)] \} \\
& + \vec{j} \{ (1/\delta_t) [\alpha^2 \text{Sin}\theta + (\alpha^3/2)\theta + (\alpha^3/4) \text{Sin}2\theta] + (\alpha/2)\theta - (\alpha/4) \text{Sin}2\theta \\
& + (1/\delta_p) [-\alpha\lambda^2 \text{Sin}\theta + (\alpha\lambda^2/2)\theta + (\alpha\lambda^2/4) \text{Sin}2\theta] \} \\
& + \vec{k} \{ (1/\delta_t) [\lambda^3\theta + \alpha^2\lambda \text{Sin}\theta] + (1/\delta_p) [\alpha^2\lambda\theta - \alpha^2\lambda \text{Sin}\theta] \} \quad (C.43)
\end{aligned}$$

(C.43) de (C.25) in yerine konulmasıyla,

$$\vec{t}' \text{ li terimler} \implies F(4,10) \implies \bar{\Omega}_t(\theta) \implies \bar{M}_t(\theta)$$

$$\vec{n}' \text{ li terimler} \implies F(5,10) \implies \bar{\Omega}_n(\theta) \implies \bar{M}_t(\theta)$$

$$\vec{b}' \text{ li terimler} \implies F(6,10) \implies \bar{\Omega}_b(\theta) \implies \bar{M}_t(\theta)$$

F(4,10), F(5,10) ve F(6,10) nolu taşıma matrisi elemanları elde edilir.

$$\begin{aligned}
F(4,10) = & (1/\delta_t) [-\alpha^2\lambda^2 \text{Sin}\theta \text{Cos}\theta - (\alpha^4/4) \text{Sin}\theta \text{Cos}2\theta + \alpha^2\lambda^2 \text{Sin}\theta + (\alpha^4/4) \text{Sin}\theta \\
& + \alpha^2\lambda^2 \text{Sin}\theta \text{Cos}\theta + (\alpha^4/2)\theta \text{Cos}\theta + (\alpha^4/4) \text{Sin}2\theta \text{Cos}\theta + \lambda^4\theta + \alpha^2\lambda^2 \text{Sin}\theta] \\
& + (\alpha^2/4) \text{Sin}\theta \text{Cos}2\theta - (\alpha^2/4) \text{Sin}\theta + (\alpha^2/2)\theta \text{Cos}\theta - (\alpha^2/4) \text{Sin}2\theta \text{Cos}\theta \\
& + (1/\delta_p) [\alpha^2\lambda^2 \text{Sin}\theta \text{Cos}\theta - (\alpha^2\lambda^2/4) \text{Sin}\theta \text{Cos}2\theta - \alpha^2\lambda^2 \text{Sin}\theta + (\alpha^2\lambda^2/4) \text{Sin}\theta \\
& - \alpha^2\lambda^2 \text{Sin}\theta \text{Cos}\theta + (\alpha^2\lambda^2/2)\theta \text{Cos}\theta + (\alpha^2\lambda^2/4) \text{Sin}2\theta \text{Cos}\theta \\
& + \alpha^2\lambda^2\theta - \alpha^2\lambda^2 \text{Sin}\theta] \quad (C.44)
\end{aligned}$$

$$(\lambda^2 + \alpha^2 = 1), \quad (\text{Cos}2\theta = 2\text{Cos}^2\theta - 1) \quad \text{ve} \quad (\text{Sin}2\theta = 2\text{Sin}\theta \text{Cos}\theta)$$

özdeşlikleri yardımı ile,

$$\begin{aligned}
F(4,10) = & \lambda^2 \left( \frac{\lambda^2}{\delta_t} + \frac{\alpha^2}{\delta_b} \right) \emptyset + (\alpha^2/2) \left( \frac{\alpha^2}{\delta_t} + 1 + \frac{\lambda^2}{\delta_b} \right) \emptyset \text{Cos}\emptyset \\
& + (\alpha^2/2) \left( \frac{1+3\lambda^2}{\delta_t} - 1 - \frac{3\lambda^2}{\delta_b} \right) \text{Sin}\emptyset
\end{aligned} \tag{C.45}$$

elde edilir. Diğer elemanlar da aşağıda verilmektedir.

$$\begin{aligned}
F(5,10) = & (1/\delta_t) [-\alpha^2 \text{Cos}^2\emptyset - (\alpha^3/4) \text{Cos}\emptyset \text{Cos}2\emptyset + \alpha^2 \text{Cos}\emptyset + (\alpha^3/4) \text{Cos}\emptyset \\
& - \alpha^2 \text{Sin}^2\emptyset - (\alpha^3/2) \emptyset \text{Sin}\emptyset - (\alpha^3/4) \text{Sin}\emptyset \text{Sin}2\emptyset] \\
& + (\alpha/4) \text{Cos}\emptyset \text{Cos}2\emptyset - (\alpha/4) \text{Cos}\emptyset - (\alpha/2) \emptyset \text{Sin}\emptyset - (\alpha/4) \text{Sin}\emptyset \text{Sin}2\emptyset \\
& + (1/\delta_b) [\alpha^2 \text{Cos}^2\emptyset - (\alpha^2/4) \text{Cos}\emptyset \text{Cos}2\emptyset - \alpha^2 \text{Cos}\emptyset + (\alpha^2/4) \text{Cos}\emptyset \\
& + \alpha^2 \text{Sin}^2\emptyset - (\alpha^2/2) \emptyset \text{Sin}\emptyset - (\alpha^2/4) \text{Sin}\emptyset \text{Sin}2\emptyset]
\end{aligned} \tag{C.46}$$

$$F(5,10) = -\alpha^2 \left( \frac{1}{\delta_t} + \frac{1}{\delta_b} \right) (1 - \text{Cos}\emptyset) - (\alpha/2) \left( \frac{\alpha^2}{\delta_t} + 1 + \frac{\lambda^2}{\delta_b} \right) \emptyset \text{Sin}\emptyset \tag{C.47}$$

$$\begin{aligned}
F(6,10) = & (1/\delta_t) [\alpha^3 \text{Sin}\emptyset \text{Cos}\emptyset + (\alpha^3\lambda/4) \text{Sin}\emptyset \text{Cos}2\emptyset - \alpha^3 \text{Sin}\emptyset - (\alpha^3\lambda/4) \text{Sin}\emptyset \\
& - \alpha^3 \text{Sin}\emptyset \text{Cos}\emptyset - (\alpha^3\lambda/2) \emptyset \text{Cos}\emptyset - (\alpha^3\lambda/4) \text{Sin}2\emptyset \text{Cos}\emptyset \\
& + \alpha^3 \emptyset + (\alpha^3\lambda) \text{Sin}\emptyset] - (\alpha\lambda/4) \text{Sin}\emptyset \text{Cos}2\emptyset + (\alpha\lambda/4) \text{Sin}\emptyset \\
& - (\alpha\lambda/2) \emptyset \text{Cos}\emptyset + (\alpha\lambda/4) \text{Sin}2\emptyset \text{Cos}\emptyset \\
& + (1/\delta_b) [-\alpha^3 \text{Sin}\emptyset \text{Cos}\emptyset + (\alpha^3\lambda/4) \text{Sin}\emptyset \text{Cos}2\emptyset + \alpha^3 \text{Sin}\emptyset - (\alpha^3\lambda/4) \text{Sin}\emptyset \\
& + \alpha^3 \text{Sin}\emptyset \text{Cos}\emptyset - (\alpha^3\lambda/2) \emptyset \text{Cos}\emptyset - (\alpha^3\lambda/4) \text{Sin}2\emptyset \text{Cos}\emptyset \\
& + \alpha^3 \lambda \emptyset - \alpha^3 \lambda \text{Sin}\emptyset]
\end{aligned} \tag{C.48}$$



$$\begin{aligned}
 F(6,10) = & \alpha\lambda \left( \frac{\lambda^2}{\delta_t} + \frac{\alpha^2}{\delta_b} \right) \emptyset - (\alpha\lambda/2) \left( \frac{\alpha^2}{\delta_t} + 1 + \frac{\lambda^2}{\delta_b} \right) \emptyset \text{Cos}\emptyset \\
 & + (\alpha\lambda/2) \left( \frac{1-3\lambda^2}{\delta_t} + 1 + \frac{-2+3\lambda^2}{\delta_b} \right) \text{Sin}\emptyset
 \end{aligned} \tag{C.49}$$

[F<sub>8</sub>] in diğer elemanları da benzer şekilde elde edilir.

[F<sub>2</sub>]' nin elde edilmesi :

(C.6) nolu denklemin integrasyonundan, (C.50) nolu ifade elde edilir.

$$\vec{U}(\emptyset) = \vec{U}(0) + c \int_0^\emptyset (\vec{\Omega}(\emptyset) \times \vec{t}) d\emptyset \tag{C.50}$$

(C.50) denkleminde  $\vec{\Omega}(\emptyset)$  nin (C.33) çözümü yerine konur ise:

$$\begin{aligned}
 \vec{U}(\emptyset) = & \vec{U}(0) + \vec{\Omega}(0) \times c \int_0^\emptyset \vec{t}(\emptyset) d\emptyset \\
 & + c^2 \int_0^\emptyset \left\{ \int_0^\emptyset \left[ \frac{M_t(\emptyset)}{D_{tt}} \vec{t}(\emptyset) + \frac{M_n(\emptyset)}{D_{nn}} \vec{n}(\emptyset) + \frac{M_b(\emptyset)}{D_{bb}} \vec{b}(\emptyset) \right] d\emptyset \right\} \times \vec{t} d\emptyset
 \end{aligned} \tag{C.51}$$

elde edilir. (C.20), (C.23) ve (C.24) ile bu ifadeler aşağıdaki formunu alır.

$$\begin{aligned}
 \vec{U}(\emptyset) = & \vec{U}(0) + \vec{\Omega}(0) \times \vec{R}(\emptyset) \\
 & + (c \int_0^\emptyset \left[ \frac{M_t(\emptyset)}{D_{tt}} \vec{t}(\emptyset) + \frac{M_n(\emptyset)}{D_{nn}} \vec{n}(\emptyset) + \frac{M_b(\emptyset)}{D_{bb}} \vec{b}(\emptyset) \right] d\emptyset) \times \vec{R}(\emptyset)
 \end{aligned} \tag{C.52}$$

(C.52) denklemi (C.18) ile boyutsuz hale getirildiğinde ve  $\vec{R}(\vartheta)^*$  için (C.53) geçerli olmak üzere (C.54) teki gibi yazılabilir.

$$\vec{R}(\vartheta)^* = [\alpha^2 \sin \vartheta + \lambda^2 \vartheta] \vec{t} - [\alpha(1 - \cos \vartheta)] \vec{n} - [\alpha \lambda \sin \vartheta - \alpha \lambda \vartheta] \vec{b} \quad (C.53)$$

$$\vec{U}(\vartheta) = \vec{U}(0) + \vec{\Omega}(\vartheta) \times \vec{R}(\vartheta)^*$$

$$+ \left\{ \int_0^{\vartheta} \left[ \frac{\bar{M}_t(\vartheta)}{\delta_t} \vec{t}(\vartheta) + \bar{M}_n(\vartheta) \vec{n}(\vartheta) + \frac{\bar{M}_b(\vartheta)}{\delta_b} \vec{b}(\vartheta) \right] d\vartheta \right\} \times \vec{R}(\vartheta)^* \quad (C.54)$$

(C.54) ün ikinci teriminden  $[F_2]$  yi elde edeceğimiz anlaşılmaktadır.  $[F_2] = [F_{15}]$  olduğuna dikkat edilmelidir. Şimdiye kadar anlatılmaya çalışılan yöntemlerle, (C.54) ün üçüncü terimindeki vektörel çarpımlar yapılabilir. Bu çarpımlar bize 3 ve 4 nolu taşıma matrisinin alt bölümlerini vermektedir.

### Ek:D. [D] nin Karakteristik Denkleminin Katsayılarını Bulan Altprogramın Listesi

Faddéev-Leverrier metodu, Leverrier metodunun değiştirilmiş bir şeklidir. Burada, bu metot kısaca açıklanacaktır. n mertebesinde herhangi bir kare matris [A] olsun. Aşağıda verilen ardışık eşitlikleri gözönüne alalım.

$$\begin{aligned}
[A_1] &= [A] & ; q_1 &= (\text{trace } [A_1]) / 1 & ; [B_1] &= [A_1] - q_1 [I] \\
[A_2] &= [A][B_1] & ; q_2 &= (\text{trace } [A_2]) / 2 & ; [B_2] &= [A_2] - q_2 [I] \\
&\dots\dots\dots & & & & \\
&\dots\dots\dots & & & & 
\end{aligned}
\tag{D.1}$$

$$\begin{aligned}
[A_k] &= [A][B_{k-1}] & ; q_k &= (\text{trace } [A_k]) / k & ; [B_k] &= [A_k] - q_k [I] \\
&\dots\dots\dots & & & & \\
&\dots\dots\dots & & & & 
\end{aligned}$$

$$[A_n] = [A][B_{n-1}] & ; q_n = (\text{trace } [A_n]) / n & ; [B_n] = [A_n] - q_n [I]$$

Faddeev,  $p_n$  ler [A] matrisinin karakteristik denkleminin katsayılarını göstermek üzere (D.1) eşitliklerinin,

$$q_1 = p_1 & ; q_2 = p_2 & ; q_3 = p_3 & ; \dots\dots\dots & ; q_n = p_n \tag{D.2}$$

özelliğine sahip olduğunu, tüme varım yöntemi kullanarak ispatlamıştır. (D.1) de,

$$k=1 \text{ için, } q_1 = p_1 \tag{D.3}$$

olmaktadır. (D.2) özelliğinin, (k=1, 2, 3....., k-1) için doğru olduğu düşünülürse,

$$q_1 = p_1 & ; q_2 = p_2 & ; q_3 = p_3 & ; \dots\dots\dots & ; q_{k-1} = p_{k-1} \tag{D.4}$$

bulunur. (D.4), (D.1) de yerine konulursa,

$$\begin{aligned}
 [A_1] &= [A] & ; & & [B_1] &= [A] - p_1 [I] \\
 [A_2] &= [A][B_1] = [A] ( [A] - p_1[I] ) = [A]^2 - p_1[A] \\
 [A_3] &= [A][B_2] = [A] ( [A_2] - p_2[I] ) = [A] \{ ( [A]^2 - p_1[A] ) - p_2[I] \} \\
 &= [A]^3 - p_1[A]^2 - p_2[A] \\
 &..... \\
 [A_k] &= [A]^k - p_1[A]^{k-1} - p_2[A]^{k-2} - \dots - p_{k-1}[A] & (D.5)
 \end{aligned}$$

elde edilir. (D.5) in her iki tarafının izleri alınarak,

$$\begin{aligned}
 \text{trace } [A_k] &= \text{trace } [A]^k - p_1 \text{trace } [A]^{k-1} - p_2 \text{trace } [A]^{k-2} \\
 &- p_3 \text{trace } [A]^{k-3} - \dots - p_{k-1} \text{trace } [A] & (D.6)
 \end{aligned}$$

bulunur. Bir polinomun kökleri ile katsayıları arasındaki Newton özdeşliği,

$$p_k = \frac{1}{k} ( s_k - p_1 \cdot s_{k-1} - p_2 \cdot s_{k-2} - \dots - p_{k-1} \cdot s_1 ) & (D.7)$$

ve [A] nın kuvvetlerinin izleri,

$$\text{trace } [A]^k = \sum_{i=1}^n \lambda_i^k = s_k & (D.8)$$

tarifleri ile (D.6) dan, [A] nın karakteristik denkleminin katsayıları için,

$$p_k = ( \text{trace } [A_k] ) / k = q_k & (D.9)$$

ifadesi elde edilir. Böylece (D.2) özelliğinin her kın için doğru olacağı görülmektedir.

Yukarıda anlatılan metoda göre, bir kare matrisin karakteristik denkleminin katsayılarının elde edilmesinde kullanılan CHFOCO adlı altprogramdaki, argümanların anlamları aşağıda verilmiştir:

- [A]= Karakteristik denkleminin katsayıları bulunacak kare matris.
- N = [A] matrisinin mertebesi.
- {P}= [A] nın karakteristik polinomunun katsayılarını içeren (Nx1) mertebesinde kolon matris.

```
SUBROUTINE CHFOCO(N,A,P)
IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
DIMENSION A(N,N),P(N)
DIMENSION B(12,12),COLB(12)
DO 6 J=1,N
DO 6 I=1,N
6 B(I,J)=A(I,J)
M=N-1
DO 10 K=1,M
TR=0.0D0
DO 7 I=1,N
7 TR =TR+B(I,I)
AK=K
P(K)=TR/AK
DO 8 I=1,N
8 B(I,I)=B(I,I)-P(K)
DO 10 J=1,N
DO 9 I=1,N
9 COLB(I)=B(I,J)
DO 10 I=1,N
B(I,J)=0.0D0
DO 10 L=1,N
10 B(I,J)=B(I,J)+A(I,L)*COLB(L)
P(N)=B(1,1)
RETURN
END
```

## Ek:E. Taşıma Matrisini Hesaplama Kullanılan Altprogramlar

- 1-) Diferansiyel Geçiş Matrisinin Elemanlarını  
Boyutsuz Olarak Yerleştiren Altprogram (2.97)

```
SUBROUTINE COEF(A,N,AA,H,C,AL,I1,I2,I3,EO,GO,KN,KB)
IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
REAL*8 K1,K2,K3,I1,I2,I3,KN,KB
DIMENSION A(N,N)
CC=C*C
K1=H/C
K2=0.000
K3=AA/C
DO 100 I=1,N
DO 100 J=1,N
100 A(I,J)=0.0
A(1,2)=K3
A(1,3)=-K2
A(2,3)=K1
DO 101 I=1,9,3
A(I+3,I+5)=A(1,3)
A(I+3,I+4)=A(1,2)
101 A(I+4,I+5)=A(2,3)
DO 102 I=1,12
DO 102 J=1,12
102 A(J,I)=-A(I,J)
A(2,6)=1.000
A(3,5)=-1.000
A(11,9)=1.000
A(12,8)=-1.000
A(1,7)=I2/(AL*CC)
A(2,8)=KN*EO*I2/(GO*AL*CC)
A(3,9)=KB*EO*I2/(GO*AL*CC)
A(4,10)=EO*I2/(GO*I1)
A(5,11)=1.000
A(6,12)=I2/I3
RETURN
END
```

- [A] : Diferansiyel geçiş matrisi  
N : Diferansiyel geçiş matrisinin mertebesi  
A : Helisin sarıldığı silindirin yarıçapı

H : Helis adımı  
C : A ve H değerlerine göre ana programda hesaplanan sabit  
AL : Çubuk kesit alanı  
I1 : Kesitin burulma atalet momenti  
I2 : Kesitin n eksenine göre asal atalet momenti  
I3 : Kesitin b eksenine göre asal atalet momenti  
EO : Çubuk malzemesinin elastisite modülü  
GO : Çubuk malzemesinin kayma modülü  
KN,KB: Kayma gerilmesi dağılımı ile ilgili kesit sabitleri.

2-) Φ(Ø) Fonksiyonlarını Bulan Alt Program (2.137 ve 2.150)

{P} : Diferansiyel geçiş matrisinin karakteristik denklemindeki katsayılarla ait kolon matris  
N : Karakteristik polinoma ait katsayıların adedi  
X : Ø açısı  
M : Seriden alınması istenen terim sayısı  
T : Fonksiyonlardaki terimler  
{PS}: Φ fonksiyonlarını içeren kolon matris

```
SUBROUTINE PSI(N,P,X,PS,T,M)
IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
DIMENSION P(N),PS(N),AA(6),T(12,200)
A=X**12/IFACT(12)
B=A*X/13.0D0
DO 100 I=1,12,2
T(I,1)=A
100 T(I+1,1)=B
DO 107 I=1,6
107 AA(I)=P(2*I)
J=6
DO 102 I=1,12,2
T(I,1)=T(I,1)*AA(J)
T(I+1,1)=T(I+1,1)*AA(J)
102 J=J-1
J=0
DO 103 I=2,M
J=I-1
D1=11.0D0+2.0D0*J
D2=12.0D0+2.0D0*J
D3=13.0D0+2.0D0*J
XX=X*X
T(1,I)=T(11,J)*AA(6)*XX/(D1*D2)
```

```
T(2,I)=T(12,J)*AA(6)*XX/(D2*D3)
T(3,I)=(T(11,J)*AA(5)+T(1,J))*XX/(D1*D2)
T(4,I)=(T(12,J)*AA(5)+T(2,J))*XX/(D2*D3)
T(5,I)=(T(11,J)*AA(4)+T(3,J))*XX/(D1*D2)
T(6,I)=(T(12,J)*AA(4)+T(4,J))*XX/(D2*D3)
T(7,I)=(T(11,J)*AA(3)+T(5,J))*XX/(D1*D2)
T(8,I)=(T(12,J)*AA(3)+T(6,J))*XX/(D2*D3)
T(9,I)=(T(11,J)*AA(2)+T(7,J))*XX/(D1*D2)
T(10,I)=(T(12,J)*AA(2)+T(8,J))*XX/(D2*D3)
T(11,I)=(T(11,J)*AA(1)+T(9,J))*XX/(D1*D2)
T(12,I)=(T(12,J)*AA(1)+T(10,J))*XX/(D2*D3)
DO 108 K=1,12
IF (DABS(T(K,I)).LT.1.0D-20) T(K,I)=0.0D0
108 CONTINUE
103 CONTINUE
DO 104 K=1,N
NN=K-1
IF(K.NE.1) GO TO 105
PS(K)=1.0D0
GO TO 106
105 PS(K)=X**(K-1)/IFACT(NN)
106 DO 104 I=1,M
104 PS(K)=PS(K)+T(K,I)
RETURN
END
```

3-) Faktöryel Hesabı Yapan Fonksiyon Altprogramı

N : Faktöryeli alınacak sabit

```
FUNCTION IFACT(N)
IFACT=1
IF(N.EQ.0.OR.N.EQ.1) RETURN
DO 100 I=1,N
100 IFACT=IFACT*I
RETURN
END
```

4-) Taşıma Matrisini Hesaplayan Altprogram (2.152)

N : Taşıma matrisinin mertebesi  
{PS} :  $\Phi$  fonksiyonlarını içeren kolon matris  
[F] : Taşıma matrisi



[A] : Diferansiyel geçiş matrisi

```
SUBROUTINE TRANS(N,PS,F,A)
IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
DIMENSION PS(N),F(N,N),D(12,12),C(12,12)
DIMENSION A(N,N)
DO 100 I=1,N
F(I,I)=PS(1)+PS(2)*A(I,I)
DO 100 J=1,N
IF(I.EQ.J) GO TO 100
F(I,J)=PS(2)*A(I,J)
100 CONTINUE
DO 101 I=1,N
DO 101 J=1,N
101 D(I,J)=A(I,J)
DO 102 I=3,N
CALL MATMUL(A,D,C,N,N,N)
DO 104 J=1,N
DO 104 K=1,N
104 D(J,K)=C(J,K)
DO 105 J=1,N
DO 105 K=1,N
105 F(J,K)=F(J,K)+PS(I)*D(J,K)
102 CONTINUE
RETURN
END
```

5-) Matris Çarpımı Yapan Altprogram

[A] : Çarpım yapılacak matrislerden solda olanı  
[B] : Çarpım yapılacak matrislerden sağda olanı  
[C] : Çarpım matrisi

```
SUBROUTINE MATMUL(A,B,C,IC,JC,KC)
IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
DIMENSION A(IC,JC),B(JC,KC),C(IC,KC)
DO 11 I=1,IC
DO 11 K=1,KC
C(I,K)=0.0D0
DO 11 J=1,JC
11 C(I,K)=C(I,K)+A(I,J)*B(J,K)
RETURN
END
```

**Ek:F. Gauss Eliminasyon (pivoting)  
Metodu ile Linear Denklem  
Takımı Çözen Altprogram**

N : Bilinmeyen sayısı

M : N+1

[A]: (NxN) mertebesindeki katsayılar matrisinin en son kolonuna yük vektörünün ekelenmesi ile elde edilen (N,N+1) mertebesinde matris.

{C}: Çözüm kolon matrisi.

```
SUBROUTINE SOLGAU(N,M,A,C)
IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
DIMENSION A(N,M),C(N)
L=N-1
DO 12 K=1,L
  JJ=K
  BIG=DABS(A(K,K))
  KP1=K+1
  DO 7 I=KP1,N
    AB=DABS(A(I,K))
    IF(BIG-AB) 6,7,7
  6  BIG=AB
    JJ=I
  7  CONTINUE
    IF(JJ-K) 8,10,8
  8  DO 9 J=K,M
    TEMP=A(JJ,J)
    A(JJ,J)=A(K,J)
  9  A(K,J)=TEMP
  10 DO 11 I=KP1,N
    QUOT=A(I,K)/A(K,K)
    DO 11 J=KP1,M
  11 A(I,J)=A(I,J)-QUOT*A(K,J)
    DO 12 I=KP1,N
  12 A(I,K)=0.0D0
    C(N)=A(N,M)/A(N,N)
    DO 14 NN=1,L
    SUM=0.0D0
    I=N-NN
    IP1=I+1
    DO 13 J=IP1,N
  13 SUM=SUM+A(I,J)*C(J)
  14 C(I)=(A(I,M)-SUM)/A(I,I)
  RETURN
END
```

Ek:G.1. Ara Mesnetsiz Helisel Çubukta,  
{S(0)} Durum Vektörünü  
Bulan Altprogram - BOUND

[F] : Taşıma matrisi  
{SUM}: Integral vektörü  
{S} : Başlangıçtaki durum vektörü  
NB : Sınır şartını tanımlayan değişken

```
SUBROUTINE BOUND(F,SUM,S,NB)
IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
DIMENSION F(12,12),D(6,7),SUM(12),S(12),R(6)
N=6
77  FORMAT(35X,'BAŞLANGIÇTAKİ DURUM VEKTÖRÜ ( boyutsuz )')
88  FORMAT(40X,'ÇÖZÜM MATRİSİNİN ELEMANLARI')
9   FORMAT(12(1X,1PE9.2))
GO TO (1,2,3,4,5,6),NB
1   WRITE(6,11)
11  FORMAT(1X,'SINIR SARTI :ANKASTRE - BOŞ UÇ')
DO 1141 I=1,6
DO 1141 J=1,6
1141 D(I,J)=F(I+6,J+6)
DO 1151 I=1,6
1151 R(I)=-SUM(I+6)
DO 777 I=1,6
777 D(I,7)=R(I)
CALL SOLGAU(N,N+1,D,R)
WRITE(6,88)
WRITE(6,9) (R(I),I=1,6)
DO 1161 I=1,6
S(I+6)=R(I)
1161 S(I)=0.0D0
WRITE(6,77)
WRITE(6,9) (S(I),I=1,12)
RETURN
2   WRITE(6,12)
12  FORMAT(1X,'SINIR SARTI : BOŞ - ANKASTRE UÇ')
DO 1142 I=1,6
DO 1142 J=1,6
1142 D(I,J)=F(I,J)
DO 1152 I=1,6
1152 R(I)=-SUM(I)
DO 771 I=1,6
771 D(I,7)=R(I)
```

```
CALL SOLGAU(N,N+1,D,R)
WRITE(6,88)
WRITE(6,9) (R(I),I=1,6)
DO 1162 I=1,6
S(I)=R(I)
1162 S(I+6)=0.000
WRITE(6,77)
WRITE(6,9) (S(I),I=1,12)
RETURN
3 WRITE(6,13)
13 FORMAT(1X,'SINIR SARTI : ANKASTRE - ANKASTRE UC ')
DO 1143 I=1,6
DO 1143 J=1,6
1143 D(I,J)=F(I,J+6)
DO 1153 I=1,6
1153 R(I)=-SUM(I)
DO 772 I=1,6
772 D(I,7)=R(I)
CALL SOLGAU(N,N+1,D,R)
WRITE(6,88)
WRITE(6,9) (R(I),I=1,6)
DO 1163 I=1,6
S(I+6)=R(I)
1163 S(I)=0.000
WRITE(6,77)
WRITE(6,9) (S(I),I=1,12)
RETURN
4 WRITE(6,14)
14 FORMAT(1X,'SISTEM TASIYICI DEĞIL - LABIL SISTEM')
RETURN
5 WRITE(6,15)
15 FORMAT(1X,'SINIR SARTI : ANKASTRE - BASIT MESNET ')
DO 1145 I=1,3
DO 1145 J=1,6
D(I,J)=F(I,J+6)
1145 D(I+3,J)=F(I+9,J+6)
DO 1155 I=1,3
R(I)=-SUM(I)
1155 R(I+3)=-SUM(I+9)
DO 774 I=1,6
774 D(I,7)=R(I)
CALL SOLGAU(N,N+1,D,R)
WRITE(6,88)
WRITE(6,9) (R(I),I=1,6)
```

```
DO 1165 I=1,6
S(I+6)=R(I)
1165 S(I)=0.0D0
WRITE(6,77)
WRITE(6,9) (S(I), I=1,12)
RETURN
6 WRITE(6,16)
16 FORMAT(1X, 'SINIR SARTI : BASIT - ANKASTRE MESNET ')
DO 1146 I=1,6
DO 1146 J=1,6
1146 D(I,J)=F(I,J+3)
DO 1156 I=1,6
1156 R(I)=-SUM(I)
DO 775 I=1,6
775 D(I,7)=R(I)
CALL SOLGAU(N,N+1,D,R)
WRITE(6,88)
WRITE(6,9) (R(I), I=1,6)
DO 1166 I=1,6
1166 S(I+3)=R(I)
DO 1176 I=1,3
S(I+9)=0.0D0
1176 S(I)=0.0D0
WRITE(6,77)
WRITE(6,9) (S(I), I=1,12)
RETURN
END
```

Ek:G.2. Arada Bir Küresel Mafsallı  
Mesnete Sahip Helisel Çubukta,  
{S(0)} Durum Vektörünü  
Bulan Altprogram - BOUND1

```

SUBROUTINE BOUND1(F,SUM,S,NB,FE,FK,SUMM,RK,BZ,FAY1)
IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
DIMENSION F(12,12),D(9,10),SUM(12),S(12),R(9)
DIMENSION FE(12,12),FK(12,12),SUMM(12),RK(12)
N=9
1129 FORMAT(20X,'MESNET REAKSIYONU (Boyutlu olarak) ')
77  FORMAT(35X,'BAŞLANGIÇTAKİ DURUM VEKTÖRÜ ( boyutsuz )')
88  FORMAT(40X,'ÇÖZÜM MATRİSİNİN ELEMANLARI')
9   FORMAT(12(1X,1PE9.2))
GO TO (1,2,3,4,5,6),NB
1   WRITE(6,11)
11  FORMAT(1X,'SINIR ŞARTI : ANKASTRE - BOS UÇ')
DO 1141 I=1,3
DO 1141 J=1,3
D(I+3,J+6)=FK(I+6,J+6)
D(I+6,J+6)=FK(I+9,J+6)
D(I+3,J)=F(I+6,J+6)
D(I+3,J+3)=F(I+6,J+9)
D(I+6,J)=F(I+9,J+6)
D(I+6,J+3)=F(I+9,J+9)
D(I,J)=FE(I,J+6)
D(I,J+3)=FE(I,J+9)
1141 D(I,J+6)=0.0D0
DO 1151 I=1,3
R(I)=-SUMM(I)
R(I+3)=-SUMM(I+6)
1151 R(I+6)=-SUMM(I+9)
DO 777 I=1,9
777 D(I,10)=R(I)
CALL SOLGAU(N,N+1,D,R)
WRITE(6,88)
WRITE(6,9) (R(I),I=1,9)
DO 1161 I=1,6
S(I+6)=R(I)
1161 S(I)=0.0D0
WRITE(6,77)
WRITE(6,9) (S(I),I=1,12)

```

```
DO 3988 I=1,3
RK(I)=0.0D0
RK(I+3)=0.0D0
RK(I+6)=R(I+6)
3988 RK(I+9)=0.0D0
DO 6556 I=1,3
6556 R(I+6)=BZ*R(I+6)
WRITE(6,1129)
WRITE(6,9) (R(I+6),I=1.3)
RETURN
2 WRITE(6,12)
12 FORMAT(1X, 'SINIR SARTI : BOS - ANKASTRE UC')
DO 1142 I=1,3
DO 1142 J=1,3
D(I,J)=FE(I,J)
D(I,J+3)=FE(I,J+3)
D(I,J+6)=0.0D0
D(I+3,J)=F(I,J)
D(I+3,J+3)=F(I,J+3)
D(I+3,J+6)=FK(I,J+6)
D(I+6,J)=F(I+3,J)
D(I+6,J+3)=F(I+3,J+3)
1142 D(I+6,J+6)=FK(I+3,J+6)
DO 1152 I=1,3
R(I)--SUMM(I)
R(I+3)--SUM(I)
1152 R(I+6)--SUM(I+3)
DO 771 I=1,9
771 D(I,10)=R(I)
CALL SOLGAU(N,N+1,D,R)
WRITE(6,88)
WRITE(6,9) (R(I),I=1.9)
IF(FAY1.NE.0)GO TO 3162
DO 2162 I=1,3
S(I)=R(I)
S(I+3)=R(I+3)
S(I+6)=R(I+6)
2162 S(I+9)=0.0D0
GO TO 2163
3162 DO 1162 I=1,6
S(I)=R(I)
1162 S(I+6)=0.0D0
2163 WRITE(6,77)
WRITE(6,9) (S(I),I=1,12)
IF(FAY1.EQ.0)GO TO 2164
```

```
DO 4983 I=1,3
RK(I)=0.0D0
RK(I+3)=0.0D0
RK(I+6)=R(I+6)
4983 RK(I+9)=0.0D0
DO 6557 I=1,3
6557 R(I+6)=BZ*R(I+6)
WRITE(6,1129)
WRITE(6,9) (R(I+6),I=1,3)
GO TO 2167
2164 DO 2166 I=1,12
2166 RK(I)=0.0D0
2167 RETURN
3 WRITE(6,13)
13 FORMAT(1X, 'SINIR SARTI : ANKASTRE - ANKASTRE UC ')
DO 1143 I=1,3
DO 1143 J=1,3
D(I+3,J+6)=FK(I,J+6)
D(I+6,J+6)=FK(I+3,J+6)
D(I,J)=FE(I,J+6)
D(I,J+3)=FE(I,J+9)
D(I+3,J)=F(I,J+6)
D(I+3,J+3)=F(I,J+9)
D(I+6,J)=F(I+3,J+6)
D(I+6,J+3)=F(I+3,J+9)
1143 D(I,J+6)=0.0D0
DO 1153 I=1,3
R(I)=-SUMM(I)
R(I+3)=-SUM(I)
1153 R(I+6)=-SUM(I+3)
DO 772 I=1,9
772 D(I,10)=R(I)
CALL SOLGAU(N,N+1,D,R)
WRITE(6,88)
WRITE(6,9) (R(I),I=1,9)
DO 1163 I=1,6
S(I+6)=R(I)
1163 S(I)=0.0D0
WRITE(6,77)
WRITE(6,9) (S(I),I=1,12)
DO 4989 I=1,3
RK(I)=0.0D0
RK(I+3)=0.0D0
RK(I+6)=R(I+6)
4989 RK(I+9)=0.0D0
```



```
DO 6558 I=1,3
6558 R(I+6)=BZ*R(I+6)
WRITE(6,1129)
WRITE(6,9) (R(I+6),I=1,3)
RETURN
4 WRITE(6,14)
14 FORMAT(1X,'SINIR SARTI : HER İKİ ÜÇ BASIT MESNETLİ')
DO 1144 I=1,3
DO 1144 J=1,3
D(I,J)=FE(I,J+3)
D(I,J+3)=FE(I,J+6)
D(I,J+6)=0.0D0
D(I+3,J)=F(I,J+3)
D(I+3,J+3)=F(I,J+6)
D(I+3,J+6)=FK(I,J+6)
D(I+6,J)=F(I+9,J+3)
D(I+6,J+3)=F(I+9,J+6)
1144 D(I+6,J+6)=FK(I+9,J+6)
DO 1154 I=1,3
R(I)--SUMM(I)
R(I+3)--SUM(I)
1154 R(I+6)--SUM(I+9)
DO 773 I=1,9
773 D(I,10)=R(I)
CALL SOLGAU(N,N+1,D,R)
WRITE(6,88)
WRITE(6,9) (R(I),I=1,9)
DO 1164 I=1,3
S(I)=0.0D0
S(I+3)=R(I)
S(I+6)=R(I+3)
1164 S(I+9)=0.0D0
WRITE(6,77)
WRITE(6,9) (S(I),I=1,12)
DO 4984 I=1,3
RK(I)=0.0D0
RK(I+3)=0.0D0
RK(I+6)=R(I+6)
4984 RK(I+9)=0.0D0
DO 6559 I=1,3
6559 R(I+6)=BZ*R(I+6)
WRITE(6,1129)
WRITE(6,9) (R(I+6),I=1,3)
RETURN
5 WRITE(6,15)
```

```
15  FORMAT(1X, 'SINIR ŞARTI : ANKASTRE - BASIT MESNET ')
    DO 1145 I=1,3
    DO 1145 J=1,3
    D(I,J)=FE(I,J+6)
    D(I,J+3)=FE(I,J+9)
    D(I,J+6)=0.0DO
    D(I+3,J)=F(I,J+6)
    D(I+3,J+3)=F(I,J+9)
    D(I+3,J+6)=FK(I,J+6)
    D(I+6,J)=F(I+9,J+6)
    D(I+6,J+3)=F(I+9,J+9)
1145 D(I+6,J+6)=FK(I+9,J+6)
    DO 1155 I=1,3
    R(I)=-SUMM(I)
    R(I+3)=-SUM(I)
1155 R(I+6)=-SUM(I+9)
    DO 774 I=1,9
774  D(I,10)=R(I)
    CALL SOLGAU(N,N+1,D,R)
    WRITE(6,88)
    WRITE(6,9) (R(I),I=1,9)
    DO 1165 I=1,6
    S(I+6)=R(I)
1165 S(I)=0.0DO
    WRITE(6,77)
    WRITE(6,9) (S(I),I=1,12)
    DO 4982 I=1,3
    RK(I)=0.0DO
    RK(I+3)=0.0DO
    RK(I+6)=R(I+6)
4982 RK(I+9)=0.0DO
    DO 6554 I=1,3
6554 R(I+6)=BZ*R(I+6)
    WRITE(6,1129)
    WRITE(6,9) (R(I+6),I=1,3)
    RETURN
6    WRITE(6,16)
16  FORMAT(1X, 'SINIR ŞARTI : BASIT - ANKASTRE MESNET ')
    DO 1146 I=1,3
    DO 1146 J=1,3
    D(I,J)=FE(I,J+3)
    D(I,J+3)=FE(I,J+6)
    D(I,J+6)=0.0DO
    D(I+3,J)=F(I,J+3)
    D(I+3,J+3)=F(I,J+6)
```

```
D(I+3,J+6)=FK(I,J+6)
D(I+6,J)=F(I+3,J+3)
D(I+6,J+3)=F(I+3,J+6)
1146 D(I+6,J+6)=FK(I+3,J+6)
      DO 1156 I=1,3
      R(I)=-SUMM(I)
      R(I+3)=-SUM(I)
1156 R(I+6)=-SUM(I+3)
      DO 775 I=1,9
775  D(I,10)=R(I)
      CALL SOLGAU(N,N+1,D,R)
      WRITE(6,88)
      WRITE(6,9) (R(I),I=1,9)
      DO 1166 I=1,3
      S(I)=0.0DO
      S(I+3)=R(I)
      S(I+6)=R(I+3)
1166 S(I+9)=0.0DO
      WRITE(6,77)
      WRITE(6,9) (S(I),I=1,12)
      DO 4981 I=1,3
      RK(I)=0.0DO
      RK(I+3)=0.0DO
      RK(I+6)=R(I+6)
4981 RK(I+9)=0.0DO
      DO 6553 I=1,3
6553 R(I+6)=BZ*R(I+6)
      WRITE(6,1129)
      WRITE(6,9) (R(I+6),I=1,3)
      RETURN
      END
```

Ek:G.3. Arada İki Küresel Mafsallı  
Mesneti Olan Helisel Çubukta,  
{S(0)} Durum Vektörünü  
Bulan Altprogram - BOUND2

```

SUBROUTINE BOUND2(F,SUM,S,NB,FE,FK,SUMM,RK,BZ,SUMS,FB,FV,FH,RK1)
  IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
  DIMENSION F(12,12),D(12,13),SUM(12),S(12),R(12)
  DIMENSION FE(12,12),FK(12,12),SUMM(12),RK(12)
  DIMENSION FB(12,12),FV(12,12),SUMS(12),RK1(12),FH(12,12)
  N=12
1129  FORMAT(37X,'FAY1 DEKI MESNET REAKSIYONU ( boyutlu olarak ) ')
1130  FORMAT(37X,'FAY2 DEKI MESNET REAKSIYONU ( boyutlu olarak ) ')
77    FORMAT(37X,'BASLANGICTAKI DURUM VEKTÖRÜ ( boyutsuz olarak ) ')
88    FORMAT(47X,'ÇÖZÜM MATRİSİNİN ELEMANLARI')
9     FORMAT(12(1X,1PE9.2))
11    FORMAT(1X,'SINIR SARTI : ANKASTRE - BOŞ UÇ')
12    FORMAT(1X,'SINIR SARTI : BOŞ - ANKASTRE UÇ')
13    FORMAT(1X,'SINIR SARTI : ANKASTRE - ANKASTRE UÇ ')
14    FORMAT(1X,'SINIR SARTI : HER İKİ UÇ BASİT MESNETLİ')
15    FORMAT(1X,'SINIR SARTI : ANKASTRE - BASİT MESNET ')
16    FORMAT(1X,'SINIR SARTI : BASİT - ANKASTRE MESNET ')
DO 567 I=1,12
  RK1(I)=0.0D0
567   RK(I)=0.0D0
DO 558 I=1,3
  R(I)=-SUMM(I)
558   R(I+3)=-SUMS(I)
DO 5677 I=1,12
DO 5677 J=1,12
5677  D(I,J)=0.0D0
GO TO (1,2,3,4,5,6),NB
1     WRITE(6,11)
DO 1141 I=1,3
DO 1141 J=1,3
D(I,J)=FE(I,J+6)
D(I,J+3)=FE(I,J+9)
D(I+3,J)=FV(I,J+6)
D(I+3,J+3)=FV(I,J+9)
D(I+3,J+6)=FH(I,J+6)
D(I+6,J)=F(I+6,J+6)
D(I+6,J+3)=F(I+6,J+9)

```

```
D(I+6,J+6)=FK(I+6,J+6)
D(I+6,J+9)=FB(I+6,J+6)
D(I+9,J)=F(I+9,J+6)
D(I+9,J+3)=F(I+9,J+9)
D(I+9,J+6)=FK(I+9,J+6)
1141 D(I+9,J+9)=FB(I+9,J+6)
DO 1151 I=1,6
1151 R(I+6)=-SUM(I+6)
DO 777 I=1,12
777 D(I,13)=R(I)
CALL SOLGAU(N,N+1,D,R)
WRITE(6,88)
WRITE(6,9) (R(I),I=1,12)
DO 1161 I=1,6
S(I+6)=R(I)
1161 S(I)=0.000
WRITE(6,77)
WRITE(6,9) (S(I),I=1,12)
DO 6556 I=1,3
RK(I+6)=R(I+6)
6556 RK1(I+6)=R(I+9)
DO 3456 I=1,6
3456 R(I+6)=BZ*R(I+6)
WRITE(6,1129)
WRITE(6,9) (R(I+6),I=1,3)
WRITE(6,1130)
WRITE(6,9) (R(I+9),I=1,3)
RETURN
2 WRITE(6,12)
DO 1142 I=1,3
DO 1142 J=1,3
D(I,J)=FE(I,J)
D(I,J+3)=FE(I,J+3)
D(I+3,J)=FV(I,J)
D(I+3,J+3)=FV(I,J+3)
D(I+3,J+6)=FH(I,J+6)
D(I+6,J)=F(I,J)
D(I+6,J+3)=F(I,J+3)
D(I+6,J+6)=FK(I,J+6)
D(I+6,J+9)=FB(I,J+6)
D(I+9,J)=F(I+3,J)
D(I+9,J+3)=F(I+3,J+3)
D(I+9,J+6)=FK(I+3,J+6)
1142 D(I+9,J+9)=FB(I+3,J+6)
DO 1152 I=1,6
```

```
1152 R(I+6)=-SUM(I)
      DO 771 I=1,12
771  D(I,13)=R(I)
      CALL SOLGAU(N,N+1,D,R)
      WRITE(6,88)
      WRITE(6,9) (R(I),I=1,12)
      DO 2162 I=1,3
      S(I)=R(I)
      S(I+3)=R(I+3)
      S(I+6)=R(I+6)
2162 S(I+9)=0.000
      WRITE(6,77)
      WRITE(6,9) (S(I),I=1,12)
      DO 4983 I=1,3
      RK(I+6)=R(I+6)
4983 RK1(I+6)=R(I+9)
      DO 6557 I=1,6
6557 R(I+6)=BZ*R(I+6)
      WRITE(6,1129)
      WRITE(6,9) (R(I+6),I=1,3)
      WRITE(6,1130)
      WRITE(6,9) (R(I+9),I=1,3)
      RETURN
3    WRITE(6,13)
      DO 1143 I=1,3
      DO 1143 J=1,3
      D(I,J)=FE(I,J+6)
      D(I,J+3)=FE(I,J+9)
      D(I+3,J)=FV(I,J+6)
      D(I+3,J+3)=FV(I,J+9)
      D(I+3,J+6)=FH(I,J+6)
      D(I+6,J)=F(I,J+6)
      D(I+6,J+3)=F(I,J+9)
      D(I+6,J+6)=FK(I,J+6)
      D(I+6,J+9)=FB(I,J+6)
      D(I+9,J)=F(I+3,J+6)
      D(I+9,J+3)=F(I+3,J+9)
      D(I+9,J+6)=FK(I+3,J+6)
1143 D(I+9,J+9)=FB(I+3,J+6)
      DO 1153 I=1,6
1153 R(I+6)=-SUM(I)
      DO 772 I=1,12
772  D(I,13)=R(I)
      CALL SOLGAU(N,N+1,D,R)
      WRITE(6,88)
```

```
WRITE(6,9) (R(I),I=1,12)
DO 1163 I=1,6
S(I+6)=R(I)
1163 S(I)=0.0D0
WRITE(6,77)
WRITE(6,9) (S(I),I=1,12)
DO 4989 I=1,3
RK(I+6)=R(I+6)
4989 RK1(I+6)=R(I+9)
DO 6558 I=1,6
6558 R(I+6)=BZ*R(I+6)
WRITE(6,1129)
WRITE(6,9) (R(I+6),I=1,3)
WRITE(6,1130)
WRITE(6,9) (R(I+9),I=1,3)
RETURN
4 WRITE(6,14)
DO 1144 I=1,3
DO 1144 J=1,3
D(I,J)=FE(I,J+3)
D(I,J+3)=FE(I,J+6)
D(I+3,J)=FV(I,J+3)
D(I+3,J+3)=FV(I,J+6)
D(I+3,J+6)=FH(I,J+6)
D(I+6,J)=F(I,J+3)
D(I+6,J+3)=F(I,J+6)
D(I+6,J+6)=FK(I,J+6)
D(I+6,J+9)=FB(I,J+6)
D(I+9,J)=F(I+9,J+3)
D(I+9,J+3)=F(I+9,J+6)
D(I+9,J+6)=FK(I+9,J+6)
1144 D(I+9,J+9)=FB(I+9,J+6)
DO 1154 I=1,3
R(I+6)=-SUM(I)
1154 R(I+9)=-SUM(I+9)
DO 773 I=1,12
773 D(I,13)=R(I)
CALL SOLGAU(N,N+1,D,R)
WRITE(6,88)
WRITE(6,9) (R(I),I=1,12)
DO 1164 I=1,3
S(I)=0.0D0
S(I+3)=R(I)
S(I+6)=R(I+3)
1164 S(I+9)=0.0D0
```

```
WRITE(6,77)
WRITE(6,9) (S(I), I=1,12)
DO 4984 I=1,3
RK(I+6)=R(I+6)
4984 RK1(I+6)=R(I+9)
DO 6559 I=1,6
6559 R(I+6)=BZ*R(I+6)
WRITE(6,1129)
WRITE(6,9) (R(I+6), I=1,3)
WRITE(6,1129)
WRITE(6,9) (R(I+9), I=1,3)
RETURN
5 WRITE(6,15)
DO 1145 I=1,3
DO 1145 J=1,3
D(I,J)=FE(I,J+6)
D(I,J+3)=FE(I,J+9)
D(I+3,J)=FV(I,J+6)
D(I+3,J+3)=FV(I,J+9)
D(I+3,J+6)=FH(I,J+6)
D(I+6,J)=F(I,J+6)
D(I+6,J+3)=F(I,J+9)
D(I+6,J+6)=FK(I,J+6)
D(I+6,J+9)=FB(I,J+6)
D(I+9,J)=F(I+9,J+6)
D(I+9,J+3)=F(I+9,J+9)
D(I+9,J+6)=FK(I+9,J+6)
1145 D(I+9,J+9)=FB(I+9,J+6)
DO 1155 I=1,3
R(I+6)=-SUM(I)
1155 R(I+9)=-SUM(I+9)
DO 774 I=1,12
774 D(I,13)=R(I)
CALL SOLGAU(N,N+1,D,R)
WRITE(6,88)
WRITE(6,9) (R(I), I=1,12)
DO 1165 I=1,6
S(I+6)=R(I)
1165 S(I)=0.000
WRITE(6,77)
WRITE(6,9) (S(I), I=1,12)
DO 4982 I=1,3
RK(I+6)=R(I+6)
4982 RK1(I+6)=R(I+9)
DO 6554 I=1,6
6554 R(I+6)=BZ*R(I+6)
```



```

WRITE(6,1129)
WRITE(6,9) (R(I+6),I=1,3)
WRITE(6,1130)
WRITE(6,9) (R(I+9),I=1,3)
RETURN
6 WRITE(6,16)
DO 1146 I=1,3
DO 1146 J=1,3
D(I,J)=FE(I,J+3)
D(I,J+3)=FE(I,J+6)
D(I+3,J)=FV(I,J+3)
D(I+3,J+3)=FV(I,J+6)
D(I+3,J+6)=FH(I,J+6)
D(I+6,J)=F(I,J+3)
D(I+6,J+3)=F(I,J+6)
D(I+6,J+6)=FK(I,J+6)
D(I+6,J+9)=FB(I,J+6)
D(I+9,J)=F(I+3,J+3)
D(I+9,J+3)=F(I+3,J+6)
D(I+9,J+6)=FK(I+3,J+6)
1146 D(I+9,J+9)=FB(I+3,J+6)
DO 1156 I=1,6
1156 R(I+6)=-SUM(I)
DO 775 I=1,12
775 D(I,13)=R(I)
CALL SOLGAU(N,N+1,D,R)
WRITE(6,88)
WRITE(6,9) (R(I),I=1,12)
DO 1166 I=1,3
S(I)=0.000
S(I+3)=R(I)
S(I+6)=R(I+3)
1166 S(I+9)=0.000
WRITE(6,77)
WRITE(6,9) (S(I),I=1,12)
DO 4981 I=1,3
RK(I+6)=R(I+6)
4981 RK1(I+6)=R(I+9)
DO 6553 I=1,6
6553 R(I+6)=BZ*R(I+6)
WRITE(6,1129)
WRITE(6,9) (R(I+6),I=1,3)
WRITE(6,1130)
WRITE(6,9) (R(I+9),I=1,3)
RETURN
END

```

## Ek:H.1. TASMAT1 program listesi

## TASMAT1.FOR

```

IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
DIMENSION A(12,12),PS(12),F(12,12),T(12,200),P(12)
DIMENSION KM(12),TI(8),WI(8),SUM(12),P1(12),S(12),R(12)
DIMENSION FF(8,12,12),SUM1(8,12),XXS(8),ER(12),BR(12)
REAL*8 K1,K2,K3,I1,I2,I3,KM,MD,MN,MK,MM,MM1,MM2,MM3
REAL*8 KN,KB
CHARACTER*120 ILK
CHARACTER*8 SS,SA
YK(X,PP,C,E,I2)=((C**3)/(E*I2))*PP
YM(X,MM,C,E,I2)=((C**2)/(E*I2))*MM
WRITE(*,*)' VERI DOSYASININ ISMINI VERINIZ'
READ(*,1018)SS
WRITE(*,*)' ÇIKTI DOSYASININ ISMINI VERINIZ'
READ(*,1018)SA
OPEN(5,FILE=SS,FORM='FORMATTED',STATUS='OLD')
OPEN(6,FILE=SA,FORM='FORMATTED',STATUS='NEW')
REWIND 5
PAY=3.1415926535898DO
N8=8
M=200
N=12
READ(5,*) AA
READ(5,*) HH
H=HH/(2*PAY)
C=DSORT(AA*AA+H*H)
READ(5,*) KN,KB
READ(5,*) I2,I3,I1
READ(5,*) AL
READ(5,*) EO,PO
GO=EO/(2.DO*(1.DO+PO))
READ(5,*) PD,PN,PK
READ(5,*) MD,MN,MK
READ(5,*) AKAT
FAY=PAY*AKAT
READ(5,*) NB
1018 FORMAT(A8)
1   FORMAT(12(1X,1PE9.2))
2   FORMAT(' İSTASYON NO:',I2,',   XX=',1PE20.12)
999 FORMAT(5X,'Ut',7X,'Un',9X,'Ub',9X,'Ωt',7X,'Ωn',9X,'Ωb',
*7X,'Tt',9X,'Tn',8X,'Tb',7X,'Mt',7X,'Mn',9X,'Mb')

```

```
1004 FORMAT(53X, 'KESIT TESIRLERI')
4405 FORMAT('S(0)')
404  FORMAT('S(FAY)')
      PP1=(AA/C)*PD+(H/C)*PK
      PP2=PN
      PP3=(AA/C)*PK-(H/C)*PD
      MM1=(AA/C)*MD+(H/C)*MK
      MM2=MN
      MM3=(AA/C)*MK-(H/C)*MD
      TI(1)=0.0198550718D0
      TI(2)=0.1016667613D0
      TI(3)=0.2372337950D0
      TI(4)=0.4082826788D0
      TI(5)=0.5917173212D0
      TI(6)=0.7627662050D0
      TI(7)=0.8983332387D0
      TI(8)=0.9801449282D0
      WI(1)=0.0506142681D0
      WI(2)=0.1111905172D0
      WI(3)=0.1568533229D0
      WI(4)=0.1813418917D0
      WI(5)=0.1813418917D0
      WI(6)=0.1568533229D0
      WI(7)=0.1111905172D0
      WI(8)=0.0506142681D0
      DO 111 I=1,12
      KM(I)=0.0
111  SUM(I)=0.0
      CALL COEF(A,N,AA,H,C,AL,I1,I2,I3,EO,GO,KN,KB)
      CALL CHFOCO(N,A,P)
      DO 107 JJ=1,100
      PAY1=JJ*PAY
      ALT=(JJ-1)*PAY
      IF(FAY.GT.PAY1)GO TO 671
      UST=FAY
      GO TO 862
671  UST=PAY1
862  DO 106 II=1,N8
      XX=ALT+(UST-ALT)*TI(II)
      X=FAY-XX
      KM(7)=YK(XX,-PP1,C,EO,I2)
      KM(8)=YK(XX,-PP2,C,EO,I2)
      KM(9)=YK(XX,-PP3,C,EO,I2)
      KM(10)=YM(XX,-MM1,C,EO,I2)
      KM(11)=YM(XX,-MM2,C,EO,I2)
```

```
KM(12)=YM(XX,-MM3.C,EO,I2)
CALL PSI(N,P,X,PS,T,M)
CALL TRANS(N,PS,F,A)
DO 105 I=1,12
P1(I)=0.0DO
DO 105 J=1,12
105 P1(I)=P1(I)+(UST-ALT)*F(I,J)*KM(J)
DO 113 K=1,12
113 SUM(K)=SUM(K)+WI(II)*P1(K)
106 CONTINUE
IF(UST.GE.FAY)GO TO 1756
107 CONTINUE
1756 X=FAY
CALL PSI(N,P,X,PS,T,M)
CALL TRANS(N,PS,F,A)
CALL BOUND(F,SUM,S,NB)
DO 7556 I=1,3
BR(I)=C*S(I)
BR(I+6)=(EO*I2/C/C)*S(I+6)
7556 BR(I+9)=(EO*I2/C)*S(I+9)
DO 117 I=1,N
R(I)=SUM(I)
DO 117 J=1,N
117 R(I)=R(I)+F(I,J)*S(J)
DO 7557 I=1,3
ER(I)=C*R(I)
7557 ER(I+6)=(EO*I2/C/C)*R(I+6)
ER(I+9)=(EO*I2/C)*R(I+9)
DO 139 III=1,N8
XX=FAY*TI(III)
XXS(III)=XX
X=FAY-XX
CALL PSI(N,P,X,PS,T,M)
CALL TRANS(N,PS,F,A)
DO 130 I=1,12
DO 130 J=1,12
130 FF(III,I,J)=F(I,J)
DO 142 K=1,N
142 SUM(K)=0.0DO
DO 1367 JJ=1,100
PAY1=JJ*PAY
ALT=(JJ-1)*PAY
IF(XX.GT.PAY1)GO TO 672
UST=XX
GO TO 863
```

```
672  UST=PAY1
863  DO 136 II=1,N8
      XX1=ALT+(UST-ALT)*TI(II)
      X1=XX-XX1
      KM(7)=YK(XX1,-PP1,C,EO,I2)
      KM(8)=YK(XX1,-PP2,C,EO,I2)
      KM(9)=YK(XX1,-PP3,C,EO,I2)
      KM(10)=YM(XX1,-MM1,C,EO,I2)
      KM(11)=YM(XX1,-MM2,C,EO,I2)
      KM(12)=YM(XX1,-MM3,C,EO,I2)
      CALL PSI(N,P,X1,PS,T,M)
      CALL TRANS(N,PS,F,A)
      DO 137 I=1,12
      P1(I)=0.0D0
      DO 137 J=1,12
137   P1(I)=P1(I)+(UST-ALT)*F(I,J)*KM(J)
      DO 138 K=1,12
138   SUM(K)=SUM(K)+WI(II)*P1(K)
136   CONTINUE
      IF(UST.GE.XX)GO TO 1757
1367  CONTINUE
1757  DO 140 K=1,12
140   SUM1(III,K)=SUM(K)
139   CONTINUE
      WRITE(6,1004)
      WRITE(6,999)
      WRITE(6,*)
      WRITE(6,4405)
      WRITE(6,1)(BR(I),I=1,N)
      DO 141 II=1,N8
      III=N8+1-II
      DO 149 I=1,N
      P(I)=SUM1(II,I)
      DO 149 J=1,N
149   P(I)=P(I)+FF(III,I,J)*S(J)
      WRITE(6,2) II,XXS(II)
      DO 7559 I=1,3
      P(I)=C*P(I)
      P(I+6)=(EO*I2/C/C)*P(I+6)
7559  P(I+9)=(EO*I2/C)*P(I+9)
141  WRITE(6,1)(P(IK),IK=1,N)
      WRITE(6,404)
      WRITE(6,1)(ER(I),I=1,N)
      STOP
      END
```

Ek:H.2. TASMAT2 program listesi

TASMAT2.FOR

```
IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
DIMENSION A(12,12),PS(12),F(12,12),T(12,200),P(12)
DIMENSION KM(12),TI(8),WI(8),SUM(12),P1(12),S(12),R(12)
DIMENSION FF(8,12,12),SUM1(8,12),XXS(8),ER(12),BR(12)
DIMENSION FPI(12,12),TX(12,12),FN(12,12),PV(12)
REAL*8 I1,I2,I3,KM,MD,MN,MK,MM,MT,MB,KN,KB
CHARACTER*8 SS,SA
YK(X,PP,C,E,I2)=((C**3)/(E*I2))*PP
YM(X,MM,C,E,I2)=((C**2)/(E*I2))*MM
WRITE(*,*)' VERI DOSYASININ ISMINI VERINIZ'
READ(*,1018)SS
WRITE(*,*)' ÇIKTI DOSYASININ ISMINI VERINIZ'
READ(*,1018)SA
OPEN(5,FILE=SS,FORM='FORMATTED',STATUS='OLD')
OPEN(6,FILE=SA,FORM='FORMATTED',STATUS='NEW')
REWIND 5
PAY=3.1415926535898D0
N8=8
N=12
M=200
READ(5,*) AA
READ(5,*) HH
H=HH/(2*PAY)
C=DSORT(AA*AA+H*H)
READ(5,*) KN,KB
READ(5,*) I2,I3,I1
READ(5,*) AL
READ(5,*) EO,PO
GO=EO/(2.D0*(1.D0+PO))
READ(5,*) PD,PN,PK
READ(5,*) MD,MN,MK
READ(5,*) AKAT
FAY=PAY*AKAT
READ(5,*) NB
1018 FORMAT(A8)
1 FORMAT(12(1X,1PE9.2))
2 FORMAT(' İSTASYON NO:',I2,', XX=',1PE20.12)
999 FORMAT(5X,'Ut',7X,'Un',9X,'Ub',9X,'Ut',7X,'Un',9X,'Ub',
* 7X,'Tt',9X,'Tn',8X,'Tb',7X,'Mt',7X,'Mn',9X,'Mb')
```

```
1004 FORMAT(53X, 'KESIT TESIRLERI ' )
4405 FORMAT('S (0) ' )
404  FORMAT('S (FAY) ' )
      PT=(AA/C)*PD+(H/C)*PK
      PN=PN
      PB=(AA/C)*PK-(H/C)*PD
      MT=(AA/C)*MD+(H/C)*MK
      MN=MN
      MB=(AA/C)*MK-(H/C)*MD
      TI(1)=0.0198550718D0
      TI(2)=0.1016667613D0
      TI(3)=0.2372337950D0
      TI(4)=0.4082826788D0
      TI(5)=0.5917173212D0
      TI(6)=0.7627662050D0
      TI(7)=0.8983332387D0
      TI(8)=0.9801449282D0
      WI(1)=0.0506142681D0
      WI(2)=0.1111905172D0
      WI(3)=0.1568533229D0
      WI(4)=0.1813418917D0
      WI(5)=0.1813418917D0
      WI(6)=0.1568533229D0
      WI(7)=0.1111905172D0
      WI(8)=0.0506142681D0
      DO 111 I=1,12
      KM(I)=0.0D0
111  SUM(I)=0.0D0
      CALL COEF(A,N,AA,H,C,AL,I1,I2,I3,EO,GO,KN,KB)
      CALL CHPOCO(N,A,P)
      X=PAY
      CALL PSI(N,P,X,PS,T,M)
      CALL TRANS(N,PS,F,A)
      DO 5701 I=1,N
      DO 5701 J=1,N
5701  FPI(I,J)=F(I,J)
      DO 106 II=1,N8
      XX=FAY*TI(II)
      XXS(II)=XX
      KM(7)=YK(XX,-PT,C,EO,I2)
      KM(8)=YK(XX,-PN,C,EO,I2)
      KM(9)=YK(XX,-PB,C,EO,I2)
      KM(10)=YM(XX,-MT,C,EO,I2)
      KM(11)=YM(XX,-MN,C,EO,I2)
      KM(12)=YM(XX,-MB,C,EO,I2)
      DO 5777 I=1,N
```

```
DO 5777 J=1,N
5777 TX(I,J)=FPI(I,J)
IX=(FAY-XX)/PAY
IF(IX.EQ.0)GO TO 5704
IF(IX.EQ.1)GO TO 7704
DO 5702 JII=1,IX-1
CALL MATMUL(TX,FPI,FN,N,N,N)
DO 5703 I=1,N
DO 5703 J=1,N
5703 TX(I,J)=FN(I,J)
5702 CONTINUE
X=(FAY-XX)-(IX*PAY)
CALL PSI(N,P,X,PS,T,M)
CALL TRANS(N,PS,F,A)
CALL MATMUL(TX,F,FN,N,N,N)
GO TO 5705
5704 X=FAY-XX
CALL PSI(N,P,X,PS,T,M)
CALL TRANS(N,PS,FN,A)
GO TO 5705
7704 X=(FAY-XX)-PAY
CALL PSI(N,P,X,PS,T,M)
CALL TRANS(N,PS,F,A)
CALL MATMUL(FPI,F,FN,N,N,N)
5705 DO 130 I=1,12
DO 130 J=1,12
130 FF(II,I,J)=FN(I,J)
DO 105 I=1,12
P1(I)=0.000
DO 105 J=1,12
105 P1(I)=P1(I)+FAY*FN(I,J)*KM(J)
DO 113 K=1,12
113 SUM(K)=SUM(K)+WI(II)*P1(K)
106 CONTINUE
DO 5709 I=1,12
DO 5709 J=1,12
5709 TX(I,J)=FPI(I,J)
IX=FAY/PAY
IF(IX.EQ.0)GO TO 5706
IF(IX.EQ.1)GO TO 7706
DO 5707 K=1,IX-1
CALL MATMUL(TX,FPI,FN,N,N,N)
DO 5708 I=1,12
DO 5708 J=1,12
5708 TX(I,J)=FN(I,J)
5707 CONTINUE
X=FAY-(IX*PAY)
CALL PSI(N,P,X,PS,T,M)
```



```

CALL TRANS(N,PS, FN, A)
CALL MATMUL(TX, FN, F, N, N, N)
GO TO 5710
5706 X=FAY
CALL PSI(N, P, X, PS, T, M)
CALL TRANS(N, PS, F, A)
GO TO 5710
7706 X=FAY-PAY
CALL PSI(N, P, X, PS, T, M)
CALL TRANS(N, PS, FN, A)
CALL MATMUL(FPI, FN, F, N, N, N)
5710 CALL BOUND(F, SUM, S, NB)
DO 1556 I=1, N
1556 BR(I)=S(I)
DO 7556 I=1, 3
BR(I)=C*BR(I)
BR(I+6)=(EO*I2/C/C)*BR(I+6)
7556 BR(I+9)=(EO*I2/C)*BR(I+9)
DO 117 I=1, N
R(I)=SUM(I)
DO 117 J=1, N
R(I)=R(I)+F(I, J)*S(J)
117 ER(I)=R(I)
DO 7557 I=1, 3
ER(I)=C*ER(I)
ER(I+6)=(EO*I2/C/C)*ER(I+6)
7557 ER(I+9)=(EO*I2/C)*ER(I+9)
DO 139 III=1, NB
XX=FAY*TI(III)
DO 142 K=1, N
142 SUM(K)=0.0DO
DO 136 II=1, NB
XX1=XX*TI(II)
DO 1420 I=1, N
DO 1420 J=1, N
1420 TX(I, J)=FPI(I, J)
KM(7)=YK(XX1, -PT, C, EO, I2)
KM(8)=YK(XX1, -PN, C, EO, I2)
KM(9)=YK(XX1, -PB, C, EO, I2)
KM(10)=YM(XX1, -MT, C, EO, I2)
KM(11)=YM(XX1, -MN, C, EO, I2)
KM(12)=YM(XX1, -MB, C, EO, I2)
IX=(XX-XX1)/PAY
IF(IX.EQ.0)GO TO 5711
IF(IX.EQ.1)GO TO 7711
DO 5712 JIL=1, IX-1
CALL MATMUL(TX, FPI, FN, N, N, N)

```

```
DO 5713 I=1,N
DO 5713 J=1,N
5713 TX(I,J)=FN(I,J)
5712 CONTINUE
X1=(XX-XX1)-(IX*PAY)
CALL PSI(N,P,X1,PS,T,M)
CALL TRANS(N,PS,F,A)
CALL MATMUL(TX,F,FN,N,N,N)
GO TO 5715
5711 X1=XX-XX1
CALL PSI(N,P,X1,PS,T,M)
CALL TRANS(N,PS,FN,A)
GO TO 5715
7711 X1=(XX-XX1)-PAY
CALL PSI(N,P,X1,PS,T,M)
CALL TRANS(N,PS,F,A)
CALL MATMUL(FPI,F,FN,N,N,N)
5715 DO 137 I=1,12
P1(I)=0.0DO
DO 137 J=1,12
137 P1(I)=P1(I)+XX*FN(I,J)*KM(J)
DO 138 K=1,12
138 SUM(K)=SUM(K)+WI(II)*P1(K)
136 CONTINUE
DO 140 K=1,12
140 SUM1(III,K)=SUM(K)
139 CONTINUE
WRITE(6,1004)
WRITE(6,999)
WRITE(6,4405)
WRITE(6,1)(BR(I),I=1,N)
DO 141 II=1,N8
III=N8+1-II
DO 149 I=1,N
PV(I)=SUM1(II,I)
DO 149 J=1,N
149 PV(I)=PV(I)+FF(III,I,J)*S(J)
WRITE(6,2) II,XXS(II)
DO 7559 I=1,3
PV(I)=C*PV(I)
PV(I+6)=(EO*I2/C/C)*PV(I+6)
7559 PV(I+9)=(EO*I2/C)*PV(I+9)
141 WRITE(6,1)(PV(I),I=1,N)
WRITE(6,404)
WRITE(6,1)(ER(I),I=1,N)
STOP
END
```

## Ek:H.3. TASMAT3 program listesi.

## TASMAT3.FOR

```

IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
DIMENSION S(12),R(12),KIR(12),V(12),HE(12)
DIMENSION A(12,12),PS(12),F(12,12),T(12,200),P(12)
DIMENSION KM(12),TI(8),WI(8),SUM(12),P1(12)
DIMENSION FF(8,12,12),SUM1(8,12),XXS(8),ER(12),BR(12)
DIMENSION FK(12,12),FE(12,12),RK(12),SUMM(12)
REAL*8 I1,I2,I3,KM,MD,MN,MK,KIR,MM,MT,MB,KN,KB
CHARACTER*8 SS,SA
YK(X,PP,C,E,I2)=((C**3)/(E*I2))*PP
YM(X,MM,C,E,I2)=((C**2)/(E*I2))*MM
WRITE(*,*)' VERİ DOSYASININ İSMİNİ VERİNİZ'
READ(*,1018)SS
WRITE(*,*)' ÇIKTI DOSYASININ İSMİNİ VERİNİZ'
READ(*,1018)SA
OPEN(5,FILE=SS,FORM='FORMATTED',STATUS='OLD')
OPEN(6,FILE=SA,FORM='FORMATTED',STATUS='NEW')
REWIND 5
PAY=3.1415926535898DO
N8=8
N=12
M=200
READ(5,*) AA
WRITE(6,554) AA
READ(5,*) HH
H=HH/(2*PAY)
C=DSORT(AA*AA+H*H)
READ(5,*) KN,KB
READ(5,*) I2,I3,I1
READ(5,*) AL
READ(5,*) EO,PO
GO=EO/(2.DO*(1.DO+PO))
READ(5,*) PD,PN,PK
READ(5,*) MD,MN,MK
READ(5,*) AKAT,AKAT1
FAY=PAY*AKAT
FAY1=PAY*AKAT1
READ(5,*) NB
EZ=EO*I2/C/C
1018  FORMAT(A8)
1     FORMAT(12(1X,1PE9.2))
2     FORMAT(' İSTASYON NO:',I2,',   XX=',1PE20.12)
999   FORMAT(5X,'Ut',7X,'Un',9X,'Ub',9X,'Ut',7X,'Un',9X,'Ωb',
*7X,'Tt',9X,'Tn',8X,'Tb',7X,'Mt',7X,'Mn',9X,'Mb')

```

```
1004 FORMAT(48X, 'KESIT TESIRLERI ' )
4405 FORMAT('S(0)')
404  FORMAT('S(FAY)')
407  FORMAT('S(FAY1)')
      PT=(AA/C)*PD+(H/C)*PK
      PN=PN
      PB=(AA/C)*PK-(H/C)*PD
      MT=(AA/C)*MD+(H/C)*MK
      MN=MN
      MB=(AA/C)*MK-(H/C)*MD
      TI(1)=0.0198550718D0
      TI(2)=0.1016667613D0
      TI(3)=0.2372337950D0
      TI(4)=0.4082826788D0
      TI(5)=0.5917173212D0
      TI(6)=0.7627662050D0
      TI(7)=0.8983332387D0
      TI(8)=0.9801449282D0
      WI(1)=0.0506142681D0
      WI(2)=0.1111905172D0
      WI(3)=0.1568533229D0
      WI(4)=0.1813418917D0
      WI(5)=0.1813418917D0
      WI(6)=0.1568533229D0
      WI(7)=0.1111905172D0
      WI(8)=0.0506142681D0
      DO 111 I=1,12
      KM(I)=0.0D0
      SUMM(I)=0.0D0
111  SUM(I)=0.0D0
      CALL COEF(A,N,AA,H,C,AL,I1,I2,I3,EO,GO,KN,KB)
      CALL CHPOCO(N,A,P)
      DO 106 II=1,N8
      XX=FAY*TI(II)
      XXS(II)=XX
      X=FAY-XX
      KM(7)=YK(XX,-PT,C,EO,I2)
      KM(8)=YK(XX,-PN,C,EO,I2)
      KM(9)=YK(XX,-PB,C,EO,I2)
      KM(10)=YM(XX,-MT,C,EO,I2)
      KM(11)=YM(XX,-MN,C,EO,I2)
      KM(12)=YM(XX,-MB,C,EO,I2)
      CALL PSI(N,P,X,PS,T,M)
      CALL TRANS(N,PS,F,A)
```

```
DO 130 I=1,12
DO 130 J=1,12
130 FF(II,I,J)=F(I,J)
DO 105 I=1,12
P1(I)=0.0DO
DO 105 J=1,12
105 P1(I)=P1(I)+FAY*F(I,J)*KM(J)
DO 113 K=1,12
113 SUM(K)=SUM(K)+WI(II)*P1(K)
106 CONTINUE
DO 1060 II=1,N8
YY=FAY1*TI(II)
Y=FAY1-YY
KM(7)=YK(YY,-PT,C,EO,I2)
KM(8)=YK(YY,-PN,C,EO,I2)
KM(9)=YK(YY,-PB,C,EO,I2)
KM(10)=YM(YY,-MT,C,EO,I2)
KM(11)=YM(YY,-MN,C,EO,I2)
KM(12)=YM(YY,-MB,C,EO,I2)
CALL PSI(N,P,Y,PS,T,M)
CALL TRANS(N,PS,F,A)
DO 1050 I=1,12
P1(I)=0.0DO
DO 1050 J=1,12
1050 P1(I)=P1(I)+FAY1*F(I,J)*KM(J)
DO 1130 K=1,12
1130 SUMM(K)=SUMM(K)+WI(II)*P1(K)
1060 CONTINUE
X=FAY1
CALL PSI(N,P,X,PS,T,M)
CALL TRANS(N,PS,FE,A)
X=FAY-FAY1
CALL PSI(N,P,X,PS,T,M)
CALL TRANS(N,PS,FK,A)
X=FAY
CALL PSI(N,P,X,PS,T,M)
CALL TRANS(N,PS,F,A)
CALL BOUND1(F,SUM,S,NB,FE,FK,SUMM,RK,BZ,FAY1)
DO 1556 I=1,N
1556 BR(I)=S(I)
DO 7556 I=1,3
BR(I)=C*BR(I)
BR(I+6)=EZ*BR(I+6)
7556 BR(I+9)=(EO*I2/C)*BR(I+9)
```

```
DO 1231 I=1,N
KIR(I)=0.0D0
DO 1231 J=1,N
1231 KIR(I)=KIR(I)+FK(I,J)*RK(J)
DO 117 I=1,N
R(I)=SUM(I)
DO 117 J=1,N
117 R(I)=R(I)+F(I,J)*S(J)
DO 78 I=1,N
R(I)=R(I)+KIR(I)
78 ER(I)=R(I)
DO 7557 I=1,3
ER(I)=C*ER(I)
ER(I+6)=BZ*ER(I+6)
7557 ER(I+9)=(EO*I2/C)*ER(I+9)
DO 1558 I=1,N
HE(I)=0.0D0
DO 1558 J=1,N
1558 HE(I)=HE(I)+FE(I,J)*S(J)
DO 1559 I=1,N
HE(I)=HE(I)+RK(I)
1559 HE(I)=HE(I)+SUMM(I)
DO 139 III=1,N8
XX=FAY*TI(III)
X=FAY-XX
DO 142 K=1,N
142 SUM(K)=0.0D0
DO 136 II=1,N8
XX1=XX*TI(II)
X1=XX-XX1
KM(7)=YK(XX1,-PT,C,EO,I2)
KM(8)=YK(XX1,-PN,C,EO,I2)
KM(9)=YK(XX1,-PB,C,EO,I2)
KM(10)=YM(XX1,-MT,C,EO,I2)
KM(11)=YM(XX1,-MN,C,EO,I2)
KM(12)=YM(XX1,-MB,C,EO,I2)
CALL PSI(N,P,X1,PS,T,M)
CALL TRANS(N,PS,F,A)
DO 137 I=1,12
P1(I)=0.0D0
DO 137 J=1,12
137 P1(I)=P1(I)+XX*F(I,J)*KM(J)
DO 138 K=1,12
138 SUM(K)=SUM(K)+WI(II)*P1(K)
136 CONTINUE
```

```

        IF (XX.GE.FAY1) GO TO 1900
        GO TO 1909
1900   VV=XX-FAY1
        CALL PSI(N,P,VV,PS,T,M)
        CALL TRANS(N,PS,F,A)
        DO 1188 I=1,N
        V(I)=0.0D0
        DO 1188 J=1,N
1188   V(I)=V(I)+F(I,J)*RK(J)
        DO 1288 I=1,N
1288   SUM(I)=SUM(I)+V(I)
1909   DO 140 K=1,12
140    SUM1(III,K)=SUM(K)
139   CONTINUE
        WRITE(6,1004)
        WRITE(6,999)
        WRITE(6,*)
        WRITE(6,4405)
        WRITE(6,1) (BR(I), I=1,N)
        DO 141 II=1,N8
        III=N8+1-II
        DO 149 I=1,N
        P(I)=SUM1(II,I)
        DO 149 J=1,N
149   P(I)=P(I)+FF(III,I,J)*S(J)
        WRITE(6,2) II,XXS(II)
        DO 7559 I=1,3
        P(I)=C*P(I)
        P(I+6)=BZ*P(I+6)
7559  P(I+9)=(EO*I2/C)*P(I+9)
141   WRITE(6,1) (P(IK), IK=1,N)
        DO 7560 I=1,3
        HE(I)=C*HE(I)
        HE(I+6)=BZ*HE(I+6)
7560  HE(I+9)=(EO*I2/C)*HE(I+9)
        WRITE(6,407)
        WRITE(6,1) (HE(I), I=1,N)
        WRITE(6,404)
        WRITE(6,1) (ER(I), I=1,N)
        STOP
        END

```

## Ek:H.4. TASMAT4 program listesi.

## TASMAT4.FOR

```

IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
DIMENSION S(12),R(12),KIR(12),V(12),HE(12),HV(12)
DIMENSION A(12,12),PS(12),F(12,12),T(12,200),P(12)
DIMENSION KM(12),TI(8),WI(8),SUM(12),P1(12),KIR1(12)
DIMENSION FF(8,12,12),SUM1(8,12),XXS(8),ER(12),BR(12)
DIMENSION FK(12,12),FE(12,12),RK(12),SUMM(12)
DIMENSION FB(12,12),FH(12,12),RK1(12),SUMS(12),FV(12,12)
REAL*8 I1,I2,I3,KM,MD,MN,MK,KIR,KIR1,MM,MT,MB,KN,KB
CHARACTER*8 SS,SA
YK(X,PP,C,E,I2)=((C**3)/(E*I2))*PP
YM(X,MM,C,E,I2)=((C**2)/(E*I2))*MM
WRITE(*,*)' VERI DOSYASININ ISMINI VERINIZ'
READ(*,1018)SS
WRITE(*,*)' CIKTI DOSYASININ ISMINI VERINIZ'
READ(*,1018)SA
OPEN(5,FILE=SS,FORM='FORMATTED',STATUS='OLD')
OPEN(6,FILE=SA,FORM='FORMATTED',STATUS='NEW')
REWIND 5
PAY=3.1415926535898D0
N8=8
N=12
M=200
READ(5,*) AA
READ(5,*) HH
H=HH/(2*PAY)
C=DSQRT(AA*AA+H*H)
READ(5,*) KN,KB
READ(5,*) I2,I3,I1
READ(5,*) AL
READ(5,*) EO,PO
GO=EO/(2.D0*(1.D0+PO))
READ(5,*) PD,PN,PK
READ(5,*) MD,MN,MK
READ(5,*) AKAT,AKAT1,AKAT2
FAY1=PAY*AKAT1
FAY2=PAY*AKAT2
FAY=PAY*AKAT
READ(5,*) NB
BZ=EO*I2/C/C
1018 FORMAT(A8)
1 FORMAT(12(1X,1PE9.2))

```



```
2      FORMAT('İSTASYON NO:',I2,',', XX=',',1PE20.12)
1004  FORMAT(53X,'KESİT TESİRLERİ')
999   FORMAT(5X,'Ut',7X,'Un',9X,'Ub',9X,'Ωt',7X,'Ωn',9X,'Ωb',
*7X,'Tt',9X,'Tn',8X,'Tb',7X,'Mt',7X,'Mn',9X,'Mb')
4405  FORMAT('S(0)')
404   FORMAT('S(FAY)  ', XX=',',1PE14.6)
407   FORMAT('S(FAY1) ', XX=',',1PE14.6)
408   FORMAT('S(FAY2) ', XX=',',1PE14.6)
      PT=(AA/C)*PD+(H/C)*PK
      PN=PN
      PB=(AA/C)*PK-(H/C)*PD
      MT=(AA/C)*MD+(H/C)*MK
      MN=MN
      MB=(AA/C)*MK-(H/C)*MD
      TI(1)=0.0198550718D0
      TI(2)=0.1016667613D0
      TI(3)=0.2372337950D0
      TI(4)=0.4082826788D0
      TI(5)=0.5917173212D0
      TI(6)=0.7627662050D0
      TI(7)=0.8983332387D0
      TI(8)=0.9801449282D0
      WI(1)=0.0506142681D0
      WI(2)=0.1111905172D0
      WI(3)=0.1568533229D0
      WI(4)=0.1813418917D0
      WI(5)=0.1813418917D0
      WI(6)=0.1568533229D0
      WI(7)=0.1111905172D0
      WI(8)=0.0506142681D0
      DO 111 I=1,12
      KM(I)=0.0D0
      SUMM(I)=0.0D0
      SUMS(I)=0.0D0
111   SUM(I)=0.0D0
      CALL COEF(A,N,AA,H,C,AL,I1,I2,I3,EO,GO,KN,KB)
      CALL CHPOCO(N,A,P)
      DO 1060 II=1,N8
      YY=FAY1*TI(II)
      Y=FAY1-YY
      KM(7)=YK(YY,-PT,C,EO,I2)
      KM(8)=YK(YY,-PN,C,EO,I2)
      KM(9)=YK(YY,-PB,C,EO,I2)
      KM(10)=YM(YY,-MT,C,EO,I2)
      KM(11)=YM(YY,-MN,C,EO,I2)
      KM(12)=YM(YY,-MB,C,EO,I2)
```

```

CALL PSI(N,P,Y,PS,T,M)
CALL TRANS(N,PS,F,A)
DO 1050 I=1,12
P1(I)=0.000
DO 1050 J=1,12
1050 P1(I)=P1(I)+FAY1*F(I,J)*KM(J)
DO 1130 K=1,12
1130 SUMM(K)=SUMM(K)+WI(II)*P1(K)
1060 CONTINUE
DO 1106 II=1,N8
GG1=FAY2*TI(II)
G1=FAY2-GG1
KM(7)=YK(GG1,-PT,C,EO,I2)
KM(8)=YK(GG1,-PN,C,EO,I2)
KM(9)=YK(GG1,-PB,C,EO,I2)
KM(10)=YM(GG1,-MT,C,EO,I2)
KM(11)=YM(GG1,-MN,C,EO,I2)
KM(12)=YM(GG1,-MB,C,EO,I2)
CALL PSI(N,P,G1,PS,T,M)
CALL TRANS(N,PS,F,A)
DO 1105 I=1,12
P1(I)=0.000
DO 1105 J=1,12
1105 P1(I)=P1(I)+FAY2*F(I,J)*KM(J)
DO 1113 K=1,12
1113 SUMS(K)=SUMS(K)+WI(II)*P1(K)
1106 CONTINUE
DO 106 II=1,N8
XX=FAY*TI(II)
XXS(II)=XX
X=FAY-XX
KM(7)=YK(XX,-PT,C,EO,I2)
KM(8)=YK(XX,-PN,C,EO,I2)
KM(9)=YK(XX,-PB,C,EO,I2)
KM(10)=YM(XX,-MT,C,EO,I2)
KM(11)=YM(XX,-MN,C,EO,I2)
KM(12)=YM(XX,-MB,C,EO,I2)
CALL PSI(N,P,X,PS,T,M)
CALL TRANS(N,PS,F,A)
DO 130 I=1,12
DO 130 J=1,12
130 FF(II,I,J)=F(I,J)
DO 105 I=1,12
P1(I)=0.000
DO 105 J=1,12
105 P1(I)=P1(I)+FAY*F(I,J)*KM(J)
DO 113 K=1,12
113 SUM(K)=SUM(K)+WI(II)*P1(K)

```

```
106 CONTINUE
X=FAY1
CALL PSI(N,P,X,PS,T,M)
CALL TRANS(N,PS,FE,A)
X=FAY2
CALL PSI(N,P,X,PS,T,M)
CALL TRANS(N,PS,FV,A)
X=FAY-FAY1
CALL PSI(N,P,X,PS,T,M)
CALL TRANS(N,PS,FK,A)
X=FAY-FAY2
CALL PSI(N,P,X,PS,T,M)
CALL TRANS(N,PS,FB,A)
X=FAY2-FAY1
CALL PSI(N,P,X,PS,T,M)
CALL TRANS(N,PS,FH,A)
X=FAY
CALL PSI(N,P,X,PS,T,M)
CALL TRANS(N,PS,F,A)
CALL BOUND2(F,SUM,S,NB,FE,FK,SUMM,RK,BZ,SUMS,FB,FV,FH,RK1)
DO 1556 I=1,N
1556 BR(I)=S(I)
DO 7556 I=1,3
BR(I)=C*BR(I)
BR(I+6)=BZ*BR(I+6)
7556 BR(I+9)=(EO*I2/C)*BR(I+9)
DO 1231 I=1,N
KIR(I)=0.0DO
DO 1231 J=1,N
1231 KIR(I)=KIR(I)+FK(I,J)*RK(J)
DO 3231 I=1,N
KIR1(I)=0.0DO
DO 3231 J=1,N
3231 KIR1(I)=KIR1(I)+FB(I,J)*RK1(J)
DO 117 I=1,N
R(I)=SUM(I)
DO 117 J=1,N
117 R(I)=R(I)+F(I,J)*S(J)
DO 78 I=1,N
R(I)=R(I)+KIR(I)
R(I)=R(I)+KIR1(I)
78 ER(I)=R(I)
DO 7557 I=1,3
ER(I)=C*ER(I)
ER(I+6)=BZ*ER(I+6)
7557 ER(I+9)=(EO*I2/C)*ER(I+9)
DO 1558 I=1,N
```

```
HE(I)=0.0DO
DO 1558 J=1,N
1558 HE(I)=HE(I)+FE(I,J)*S(J)
DO 1559 I=1,N
HE(I)=HE(I)+RK(I)
1559 HE(I)=HE(I)+SUMM(I)
DO 8558 I=1,N
HV(I)=0.0DO
DO 8558 J=1,N
HV(I)=HV(I)+FH(I,J)*RK(J)
8558 HV(I)=HV(I)+FV(I,J)*S(J)
DO 8559 I=1,N
HV(I)=HV(I)+RK1(I)
8559 HV(I)=HV(I)+SUMS(I)
DO 139 III=1,N8
XX=FAY*TI(III)
X=FAY-XX
DO 142 K=1,N
142 SUM(K)=0.0DO
DO 136 II=1,N8
XX1=XX*TI(II)
X1=XX-XX1
KM(7)=YK(XX1,-PT,C,EO,I2)
KM(8)=YK(XX1,-PN,C,EO,I2)
KM(9)=YK(XX1,-PB,C,EO,I2)
KM(10)=YM(XX1,-MT,C,EO,I2)
KM(11)=YM(XX1,-MN,C,EO,I2)
KM(12)=YM(XX1,-MB,C,EO,I2)
CALL PSI(N,P,X1,PS,T,M)
CALL TRANS(N,PS,F,A)
DO 137 I=1,12
P1(I)=0.0DO
DO 137 J=1,12
137 P1(I)=P1(I)+XX*F(I,J)*KM(J)
DO 138 K=1,12
138 SUM(K)=SUM(K)+WI(II)*P1(K)
136 CONTINUE
IF(XX.GE.FAY1)GO TO 1900
GO TO 1909
1900 VV=XX-FAY1
CALL PSI(N,P,VV,PS,T,M)
CALL TRANS(N,PS,F,A)
DO 1188 I=1,N
V(I)=0.0DO
DO 1188 J=1,N
1188 V(I)=V(I)+F(I,J)*RK(J)
DO 1288 I=1,N
```

## Ek: I. $(\vec{d}, \vec{n}, \vec{k})$ Koordinatlarında Taşıma Matrisinin Elemanları

Taşıma matrisinin sıfırdan farklı elemanları, 55 adet sabite (A0...A54) bağlı olarak bu ekte verilmektedir. Adı geçen sabitlerde: a helisin sarıldığı silindirin yarıçapını, h helis adımını, e eksantrisiteyi temsil etmek üzere kullanılan diğer semboller aşağıda tanımlanmışlardır:

$$c = (a^2 + h^2)^{1/2}$$
$$\alpha = a/c \quad ; \quad \lambda = h/c$$
$$\delta_t = GJ_b/EI_n \quad ; \quad \delta_b = EI_b/EI_n$$

Yukarıdaki eşitliklerdeki sembollerin kullanılmasıyla teşkil edilen 55 adet sabit aşağıda tarif edilmiştir.

$$A0 = \frac{\alpha^2}{\delta_t} + 1 + \frac{\lambda^2}{\delta_b}$$

$$A1 = (\lambda/4) \left( \frac{\alpha^2}{\delta_t} + 1 + \frac{-2 + \lambda^2}{\delta_b} \right)$$

$$A2 = (\lambda/4) A0$$

$$A3 = (\alpha/2) A0$$

$$A4 = (1/2) A0$$

$$A5 = (e/a) + A0$$

$$A6 = \frac{1}{\delta_t} - \frac{1}{\delta_b}$$

$$A7 = (\alpha\lambda) A6$$

$$A8 = (\alpha^2\lambda) A6 = \alpha A7$$

$$A9 = (\lambda/4) \left( \frac{3\alpha^2}{\delta_t} - 1 + \frac{-2 + 3\lambda^2}{\delta_b} \right)$$

$$A10 = \frac{\alpha^2}{\delta_t} + \frac{\lambda^2}{\delta_b}$$

$$A11 = \alpha A10$$

$$A12 = (1 + \frac{e}{a})A4$$

$$A13 = \frac{\lambda^2}{\delta_t} + \frac{\alpha^2}{\delta_b}$$

$$A14 = (\alpha\lambda^2)A6$$

$$A15 = (e\alpha/a)A0$$

$$A16 = \frac{2\lambda^2}{\delta_t} + \frac{\alpha^2 - \lambda^2}{\delta_b}$$

$$A17 = \alpha A16$$

$$A18 = (\alpha\lambda/2)A6 = (1/2)A7$$

$$A19 = (1 + \frac{e}{a})A7$$

$$A20 = \alpha A13$$

$$A21 = (\frac{\alpha^2}{\delta_t} - 1 + \frac{\lambda^2}{\delta_b})$$

$$A22 = (1/2)A21$$

$$A23 = (1/2) (\frac{3\alpha^2}{\delta_t} + 1 + \frac{3\lambda^2}{\delta_b} )$$

$$A24 = (e/a)A4$$

$$A25 = A23 + A24$$

$$A26 = (1/4) (\frac{11\alpha^2\lambda^2}{\delta_t} + \lambda^2 + \frac{6 - 18\lambda^2 + 11\lambda^4}{\delta_b})$$

$$A27 = (\alpha^2/2) (\frac{3\lambda^2}{\delta_t} + \frac{1 - 3\lambda^2}{\delta_b})$$

$$A28 = \alpha A20$$

$$A29 = (1/4) \left( \frac{7\alpha^2 \lambda^2}{\delta_t} + \lambda^2 + \frac{2 - 10\lambda^2 + 7\lambda^4}{\delta_b} \right)$$

$$A30 = (\lambda^2/12) A0$$

$$A31 = \alpha A17$$

$$A32 = (\alpha^2 \lambda^2 / 2) A6 = (\alpha \lambda) A18$$

$$A33 = (\alpha^3 \lambda) A6 = \alpha A8$$

$$A34 = (\alpha \lambda / 4) \left( \frac{5\alpha^2}{\delta_t} + 1 + \frac{-2 + 5\lambda^2}{\delta_b} \right)$$

$$A35 = (\alpha^2 \lambda / 2) A6 = (1/2) A8$$

$$A36 = \lambda \left( \frac{4\alpha^2}{\delta_t} + 1 + \frac{-2 + 4\lambda^2}{\delta_b} \right)$$

$$A37 = (\lambda e / a) \left( \frac{\alpha^2}{\delta_t} + 1 - \frac{\alpha^2}{\delta_b} \right)$$

$$A38 = A36 + A37$$

$$A39 = \left( 1 + \frac{e}{a} \right) A2$$

$$A40 = (\alpha \lambda / 4) \left( \frac{9\alpha^2}{\delta_t} + 1 + \frac{-6 + 9\lambda^2}{\delta_b} \right)$$

$$A41 = (\alpha \lambda / 4) A0 = \alpha A2$$

$$A42 = (\lambda / 4) \left( \frac{7\alpha^2}{\delta_t} + 3 + \frac{5 - 7\alpha^2}{\delta_b} \right)$$

$$A43 = \frac{3\alpha^2}{\delta_t} + 3 + \frac{1 - 3\alpha^2}{\delta_b}$$

$$A44 = A42 + (\lambda / 4) A43$$

$$A45 = A42 + (e\lambda/4a)A43$$

$$A46 = (1/4) \left( \frac{5\alpha^2\lambda^2}{\delta_t} - \lambda^2 + \frac{2 - 6\lambda^2 + 5\lambda^4}{\delta_b} \right)$$

$$A47 = (\alpha\lambda) \left( \frac{2\alpha^2}{\delta_t} - \frac{\alpha^2 - \lambda^2}{\delta_b} \right)$$

$$A48 = \frac{15\alpha^2}{\delta_t} + 3 + \frac{9 - 15\alpha^2}{\delta_b}$$

$$A49 = (\lambda/4)A48 + (e\lambda/4a)A43$$

$$A50 = \alpha \left( \frac{2\alpha^2}{\delta_t} + 1 + \frac{2\lambda^2}{\delta_b} \right)$$

$$A51 = \alpha A11$$

$$A52 = \alpha^2 A23$$

$$A53 = (\alpha\lambda^2)A6 = \lambda A7$$

$$A54 = \lambda \left( \frac{2\alpha^2}{\delta_t} - \frac{\alpha^2 - \lambda^2}{\delta_b} \right) = (1/\alpha)A47$$

Taşıma matrisinin  $(\vec{d}, \vec{n}, \vec{k})$  koordinatlarındaki elemanlarının, bu sabitlere bağlı ifadesi aşağıda verilmektedir:

$$F(1,1) = \text{Cos}\theta$$

$$F(1,2) = \text{Sin}\theta$$

$$F(1,4) = -\lambda\theta \text{Sin}\theta$$

$$F(1,5) = \lambda\theta \text{Cos}\theta$$

$$F(1,6) = \alpha(1 - \text{Cos}\theta)$$

$$F(1,7) = A28\theta - A26\text{Sin}\theta + A29\theta \text{Cos}\theta + A32\theta^2 \text{Sin}\theta - A30\theta^3 \text{Cos}\theta$$

$$F(1,8) = -A31(1 - \text{Cos}\theta) + A27\theta \text{Sin}\theta - A32\theta^2 \text{Cos}\theta - A30\theta^3 \text{Sin}\theta$$



$$F(1,9) = A33\theta - A40\sin\theta + A34\theta\cos\theta + A41\theta^2\sin\theta$$

$$F(1,10) = A1\sin\theta - A1\theta\cos\theta - A2\theta^2\sin\theta$$

$$F(1,11) = A8(1-\cos\theta) - A9\theta\sin\theta + A2\theta^2\cos\theta$$

$$F(1,12) = A2\theta - A17\sin\theta + A53\theta\cos\theta$$

$$F(2,1) = -\sin\theta$$

$$F(2,2) = \cos\theta$$

$$F(2,4) = -\lambda\theta\cos\theta$$

$$F(2,5) = -\lambda\theta\sin\theta$$

$$F(2,6) = \alpha\sin\theta$$

$$F(2,7) = A31(1-\cos\theta) - A27\theta\sin\theta + A32\theta^2\cos\theta + A30\theta^3\sin\theta$$

$$F(2,8) = -A46\sin\theta + A46\theta\cos\theta + A32\theta^2\sin\theta - A30\theta^3\cos\theta$$

$$F(2,9) = A47(1-\cos\theta) - A34\theta\sin\theta + A41\theta^2\cos\theta$$

$$F(2,10) = A1\theta\sin\theta - A2\theta^2\cos\theta$$

$$F(2,11) = A9\sin\theta - A9\theta\cos\theta - A2\theta^2\sin\theta$$

$$F(2,12) = A17(1-\cos\theta) - A14\theta\sin\theta$$

$$F(3,3) = 1$$

$$F(3,4) = \alpha(1-\cos\theta)$$

$$F(3,5) = -\alpha\sin\theta$$

$$F(3,7) = A33\theta - A40\sin\theta + A34\theta\cos\theta + A41\theta^2\sin\theta$$

$$F(3,8) = -A47(1-\cos\theta) + A34\theta\sin\theta - A41\theta^2\cos\theta$$

$$F(3,9) = A51\theta - A52\sin\theta + \alpha A3\theta\cos\theta$$

$$F(3,10) = A3\sin\theta - A3\theta\cos\theta$$

$$F(3,11) = A11(1-\cos\theta) - A3\theta\sin\theta$$

$$F(3,12) = A8\theta - A8\sin\theta$$

$$F(4,4) = \cos\theta$$

$$F(4,5) = \sin\theta$$

$$F(4,7) = A1\sin\theta - A1\theta\cos\theta - A2\theta^2\sin\theta$$

$$F(4,8) = -A_{10}\sin\theta + A_{20}^2\cos\theta$$

$$F(4,9) = A_3\sin\theta - A_{30}\cos\theta$$

$$F(4,10) = A_{22}\sin\theta + A_{40}\cos\theta$$

$$F(4,11) = A_{40}\sin\theta$$

$$F(4,12) = A_7\sin\theta$$

$$F(5,4) = -\sin\theta$$

$$F(5,5) = \cos\theta$$

$$F(5,7) = -A_8(1-\cos\theta) + A_{90}\sin\theta - A_{20}^2\cos\theta$$

$$F(5,8) = A_9\sin\theta - A_{90}\cos\theta - A_{20}^2\sin\theta$$

$$F(5,9) = -A_{11}(1-\cos\theta) + A_{30}\sin\theta$$

$$F(5,10) = -A_{40}\sin\theta$$

$$F(5,11) = -A_{22}\sin\theta + A_{40}\cos\theta$$

$$F(5,12) = -A_7(1-\cos\theta)$$

$$F(6,6) = 1$$

$$F(6,7) = A_{200} - A_{17}\sin\theta + A_{140}\cos\theta$$

$$F(6,8) = -A_{17}(1-\cos\theta) + A_{140}\sin\theta$$

$$F(6,9) = A_{80} - A_8\sin\theta$$

$$F(6,10) = A_7\sin\theta$$

$$F(6,11) = A_7(1-\cos\theta)$$

$$F(6,12) = A_{130}$$

$$F(7,7) = \cos\theta$$

$$F(7,8) = \sin\theta$$

$$F(8,7) = -\sin\theta$$

$$F(8,8) = \cos\theta$$

$$F(9,9) = 1$$

$$F(10,7) = -\lambda_0\sin\theta$$

$$F(10,8) = \lambda_0\cos\theta$$

$$F(10,9) = \alpha(1-\cos\theta)$$

$$F(10,10) = \cos\theta$$

$$F(10,11) = \text{Sin}\theta$$

$$F(11,7) = -\lambda\theta\text{Cos}\theta$$

$$F(11,8) = -\lambda\theta\text{Sin}\theta$$

$$F(11,9) = \alpha\text{Sin}\theta$$

$$F(11,10) = -\text{Sin}\theta$$

$$F(11,11) = \text{Cos}\theta$$

$$F(12,7) = \alpha(1-\text{Cos}\theta)$$

$$F(12,8) = -\alpha\text{Sin}\theta$$

$$F(12,12) = 1$$

Yukarıda tek tek tanımlanan taşıma matrisinin elemanlarından, birbirine eşit olanlar da aşağıda verilmektedir:

$$f_{1,1} = f_{2,2} = f_{4,4} = f_{5,5} = f_{7,7} = f_{8,8} = f_{10,10} = f_{11,11}$$

$$f_{1,2} = f_{4,5} = f_{7,8} = f_{10,11} = -f_{2,1} = -f_{5,4} = -f_{8,7} = -f_{11,10}$$

$$f_{3,3} = f_{6,6} = f_{9,9} = f_{12,12}$$

$$f_{10,7} = f_{11,8} = f_{1,4} = f_{2,5}$$

$$f_{10,8} = f_{1,5} = -f_{11,7} = -f_{2,4}$$

$$f_{10,9} = f_{12,7} = f_{1,6} = f_{3,4}$$

$$f_{11,9} = f_{2,6} = -f_{12,8} = -f_{3,5}$$

$$f_{1,10} = f_{4,7}$$

$$f_{4,11} = -f_{5,10}$$

$$f_{3,12} = f_{6,9}$$

$$f_{4,12} = f_{6,10}$$

$$f_{6,11} = f_{5,12}$$

$$f_{2,12} = f_{6,8}$$

$$f_{6,7} = f_{1,12}$$

$$f_{3,11} = f_{5,9}$$

$$f_{2,11} = f_{5,8}$$

$$f_{5,7} = f_{1,11}$$

$$f_{4,8} = f_{2,10}$$

$$f_{4,9} = f_{3,10}$$

$$f_{2,9} = f_{3,8}$$

$$f_{1,9} = f_{3,7}$$

$$f_{1,8} = f_{2,7}$$

### Ek:J. Integral Vektörünün Elemanları ve Elde Edilişi

(J.1) ile tanımlanan integral matrisi ifadesinde, {k} süreksizlik matrisi olup (J.2) ile verilmiştir.

$$\{SUM(\emptyset)\} = \int_0^{\emptyset} [F(\emptyset-\alpha)] \{k(\alpha)\} d\alpha \tag{J.1}$$

$$\{k(\alpha)\} = \begin{bmatrix} \vec{\{0\}} \\ \vec{\{0\}} \\ \dots\dots\dots \\ - \vec{\{p\}} \\ - \vec{\{m\}} \end{bmatrix} \tag{J.2}$$

(12x1)

Yukarıdaki ifade de ;  $\vec{p}$  ve  $\vec{m}$  sırasıyla eleman boyunca etkileyen yayılı kuvvet ve momentlerin şiddetlerini göstermektedir. Bu yükler (J.3) te olduğu gibi  $(\vec{d}, \vec{n}, \vec{k})$  koordinatlarındaki bileşenleri cinsinden ifade edilebilir.

$$\{p\} = \begin{bmatrix} p_d \\ p_n \\ p_k \end{bmatrix} \tag{3x1} ; \quad \{m\} = \begin{bmatrix} m_d \\ m_n \\ m_k \end{bmatrix} \tag{3x1} \tag{J.3}$$

Bu çalışmada yayılı kuvvetlerin  $\vec{k}$ - eksenini doğrultusunda etkilediği kabul edilmiştir. Bu kuvvetlerin çubuk ekseninden geçmemesi durumunda,  $\vec{d}$ - eksenini doğrultusunda, kesit eksantrisitesi e ile yayılı kuvvetin şiddetinin çarpımına eşit şiddette bir yayılı moment doğacaktır. Bu momentin yönünün tayini için şu kural söylenebilir:

pozitif  $\vec{k}$ - eksenini doğrultusundaki yayılı kuvvet, negatif  $\vec{d}$ - doğrultusunda (J.4) şiddetinde yayılı moment meydana getirir.

$$m_d = e \cdot p_k \tag{J.4}$$

Taşıma matrisinin  $(\vec{d}, \vec{n}, \vec{k})$  takımıdaki boyutsuz analitik ifadesi bilinmektedir (Ek.I). Bu nedenle, süreksizlik matrisine yerleştirilecek elemanların da boyutsuz hale getirilmesi gerekir. Yayılı kuvvet ve momentler için boyutsuz yük ifadeleri (J.5) ve (J.6) da verilmiştir. (J.7) de ise, daha sonra integral matrisi ifadelerini sadeleştirmek için kullanılacak diğer bir boyutsuz sabit olan  $k$  bulunmaktadır.

$$\bar{p}_k = (c^3/EI_n) p_k \tag{J.5}$$

$$\bar{m}_d = (c^2/EI_n) m_d \tag{J.6}$$

$$k = (ac^2 \bar{p}_k)/(EI_n) \tag{J.7}$$

(J.8) ve (J.9) nolu ifadelerde,  $k$  sabiti ile boyutsuzlaştırılmış yüklerin sadeleştirilmiş şekilleri görülmektedir.

$$(\bar{p}_k/k) = (c^3 \bar{p}_k/EI_n) (EI_n/ac^2 \bar{p}_k) = c/a = \boxed{1/\alpha} \tag{J.8}$$

$$\begin{aligned} (\bar{m}_d/k) &= (c^2 \bar{m}_d/EI_n) (EI_n/ac^2 \bar{p}_k) \\ &= (c^2 e \bar{p}_k/EI_n) (EI_n/ac^2 \bar{p}_k) = \boxed{e/a} \end{aligned} \tag{J.9}$$

Yukarıdaki açıklamalardan sonra, boyutsuz integral matrisinin elemanları için (J.10) yazılır.

$$\{p\} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\bar{p}_k \end{bmatrix} ; \quad \{m\} = \begin{bmatrix} e \cdot \bar{p}_k \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \tag{J.10}$$

Integral matrisi elemanlarının çıkarılışına bir hazırlık olmak üzere, gerekli integrallerin karşılıkları aşağıda verilmiştir. Yüklerin üniform olarak etkidikleri kabulü unutulmamalıdır. Bu nedenle, ilerdeki integral ifadelerinde sabit olan bu değerler integral dışına alınacaklardır.

$$\int_0^{\theta} (\theta-x) dx = \theta^2/2 \tag{J.11}$$

$$\int_0^{\theta} \sin(\theta-x) dx = 1-\cos\theta \tag{J.12}$$

$$\int_0^{\theta} (\theta-x) \cos(\theta-x) dx = -1 + \theta \sin\theta + \cos\theta \tag{J.13}$$

$$\int_0^{\theta} (\theta-x)^2 \sin(\theta-x) dx = -2 - \theta^2 \cos\theta + 2\theta \sin\theta + 2\cos\theta \tag{J.14}$$

$$\int_0^{\theta} \cos(\theta-x) dx = \sin\theta \tag{J.15}$$

$$\int_0^{\theta} (\theta-x) \sin(\theta-x) dx = \sin\theta - \theta \cos\theta \tag{J.16}$$

$$\int_0^{\theta} (\theta-x)^2 \cos(\theta-x) dx = 2\theta \cos\theta + \theta^2 \sin\theta - 2\sin\theta \tag{J.17}$$

Bu hazırlıklardan sonra aşağıdaki satırlarda, (Ek.I) da verilmiş olan  $(\vec{d}, \vec{n}, \vec{k})$  koordinatlarındaki boyutsuz taşıma matrisinin elemanlarından yararlanarak; integral matrisinin sıfırdan farklı elemanları elde edilecektir. Integral vektörünün birinci elemanı için (J.1), (J.10) ve (Ek.I) dan,

$$\text{SUM}(1) = - \int_0^{\emptyset} F(1.9) \bar{p}_k dx + \int_0^{\emptyset} F(1.10) \bar{m}_d dx \quad (\text{J.18})$$

yazılır. Bu ifade açılırsa,

$$\begin{aligned} \text{SUM}(1) = & -A33\bar{p}_k \int_0^{\emptyset} (\emptyset-x) dx + A40\bar{p}_k \int_0^{\emptyset} \text{Sin}(\emptyset-x) dx + A1\bar{m}_d \int_0^{\emptyset} \text{Sin}(\emptyset-x) dx \\ & - A34\bar{p}_k \int_0^{\emptyset} (\emptyset-x) \text{Cos}(\emptyset-x) dx - A41\bar{p}_k \int_0^{\emptyset} (\emptyset-x)^2 \text{Sin}(\emptyset-x) dx \\ & - A1\bar{m}_d \int_0^{\emptyset} (\emptyset-x) \text{Cos}(\emptyset-x) dx - A2\bar{m}_d \int_0^{\emptyset} (\emptyset-x)^2 \text{Sin}(\emptyset-x) dx \quad (\text{J.19}) \end{aligned}$$

elde edilir. (J.11), (J.12), (J.13) ve (J.14) ifadeleri yardımıyla integraller alındığında,

$$\begin{aligned} \text{SUM}(1) = & -A33\bar{p}_k (\emptyset^2/2) - A34\bar{p}_k (-1 + \emptyset \text{Sin}\emptyset + \text{Cos}\emptyset) \\ & - A41\bar{p}_k (-2 - \emptyset^2 \text{Cos}\emptyset + 2\emptyset \text{Sin}\emptyset + 2\text{Cos}\emptyset) + A40\bar{p}_k (1 - \text{Cos}\emptyset) \\ & + A1\bar{m}_d (1 - \text{Cos}\emptyset) - A1\bar{m}_d (-1 + \emptyset \text{Sin}\emptyset + \text{Cos}\emptyset) \\ & - A2\bar{m}_d (-2 - \emptyset^2 \text{Cos}\emptyset + 2\emptyset \text{Sin}\emptyset + 2\text{Cos}\emptyset) \quad (\text{J.20}) \end{aligned}$$

bulunur. Bu ifade düzenlenir ve benzer terimler bir arada toplanırsa,



$$\begin{aligned}
\text{SUM}(1) &= -\bar{p}_k (A33/2) (\varnothing^2) + \bar{p}_k (A40+A34+2A41) (1-\text{Cos}\varnothing) \\
&- \bar{p}_k (A34+2A41) (\varnothing\text{Sin}\varnothing) + \bar{p}_k A41 (\varnothing^2\text{Cos}\varnothing) - \bar{m}_d (A1+2A2) (\varnothing\text{Sin}\varnothing) \\
&+ \bar{m}_d (2A1+2A2) (1-\text{Cos}\varnothing) + \bar{m}_d A2 (\varnothing^2\text{Cos}\varnothing)
\end{aligned} \tag{J.21}$$

her terim (J.7) de verilen k ile bölünürse,

$$\begin{aligned}
\text{SUM}(1) &= \left[ \frac{(A40+A34+2A41)}{\alpha} + \frac{2e(A1+A2)}{a} \right] (1-\text{Cos}\varnothing) \\
&- \left[ \frac{(A34+2A41)}{\alpha} + \frac{e(A1+2A2)}{a} \right] (\varnothing\text{Sin}\varnothing) \\
&+ \left[ \frac{A41}{\alpha} + A2 \frac{e}{a} \right] (\varnothing^2\text{Cos}\varnothing) - \frac{A33}{2\alpha} (\varnothing^2)
\end{aligned} \tag{J.22}$$

ve katsayılar sadeleştirildiğinde,

$$\boxed{\text{SUM}(1) = -A35\varnothing^2 + A38(1-\text{Cos}\varnothing) - A55\varnothing\text{Sin}\varnothing + A39\varnothing^2\text{Cos}\varnothing} \tag{J.23}$$

elde edilir.

Integral vektörünün ikinci elemanı,

$$\text{SUM}(2) = - \int_0^{\varnothing} F(2,9) \bar{p}_k dx + \int_0^{\varnothing} F(2,10) \bar{m}_d dx \tag{J.24}$$

şeklinde olup terimler (Ek.I) dan yararlanılarak açılırsa,

$$\begin{aligned}
\text{SUM}(2) &= -A47\bar{p}_k \int_0^{\varnothing} dx + A47\bar{p}_k \int_0^{\varnothing} \text{Cos}(\varnothing-x) dx \\
&+ A34\bar{p}_k \int_0^{\varnothing} (\varnothing-x) \text{Sin}(\varnothing-x) dx - A41\bar{p}_k \int_0^{\varnothing} (\varnothing-x)^2 \text{Cos}(\varnothing-x) dx \\
&+ A1\bar{m}_d \int_0^{\varnothing} (\varnothing-x) \text{Sin}(\varnothing-x) dx - A2\bar{m}_d \int_0^{\varnothing} (\varnothing-x)^2 \text{Cos}(\varnothing-x) dx
\end{aligned} \tag{J.25}$$

ve (J.15), (J.16) ve (J.17) den faydalanıp integralier alındığında,

$$\begin{aligned}
 \text{SUM}(2) &= -A47\bar{p}_k(\emptyset) + A47\bar{p}_k(\text{Sin}\emptyset) + A34\bar{p}_k(\text{Sin}\emptyset - \emptyset\text{Cos}\emptyset) \\
 &\quad - A41\bar{p}_k(2\emptyset\text{Cos}\emptyset + \emptyset^2\text{Sin}\emptyset - 2\text{Sin}\emptyset) \\
 &\quad + A1\bar{m}_d(\text{Sin}\emptyset - \emptyset\text{Cos}\emptyset) - A2\bar{m}_d(2\emptyset\text{Cos}\emptyset + \emptyset^2\text{Sin}\emptyset - 2\text{Sin}\emptyset) \quad (\text{J.26})
 \end{aligned}$$

bulunur. Her terim (J.7) de verilen k ile bölünürse,

$$\begin{aligned}
 \text{SUM}(2) &= -\frac{A47}{\alpha}(\emptyset) + \frac{A47}{\alpha}(\text{Sin}\emptyset) + \frac{A34}{\alpha}(\text{Sin}\emptyset - \emptyset\text{Cos}\emptyset) \\
 &\quad - \frac{A41}{\alpha}(2\emptyset\text{Cos}\emptyset + \emptyset^2\text{Sin}\emptyset - 2\text{Sin}\emptyset) \\
 &\quad + \frac{eA1}{a}(\text{Sin}\emptyset - \emptyset\text{Cos}\emptyset) - \frac{eA2}{a}(2\emptyset\text{Cos}\emptyset + \emptyset^2\text{Sin}\emptyset - 2\text{Sin}\emptyset) \quad (\text{J.27})
 \end{aligned}$$

ve bu ifade düzenlenip, benzer terimler bir arada toplanırsa,

$$\begin{aligned}
 \text{SUM}(2) &= -\frac{A47}{\alpha}(\emptyset) + \left[ \frac{(A47+A34+2A41)}{\alpha} + \frac{e(A1+2A2)}{a} \right] (\text{Sin}\emptyset) \\
 &\quad - \left[ \frac{(A34+2A41)}{\alpha} + \frac{e(A1+2A2)}{a} \right] (\emptyset\text{Cos}\emptyset) \\
 &\quad - \left[ \frac{A41}{\alpha} + \frac{eA2}{a} \right] (\emptyset^2\text{Sin}\emptyset) \quad (\text{J.28})
 \end{aligned}$$

katsayılar sadeleştirildiğinde, aşağıdaki eşitlik elde edilir.

$$\boxed{\text{SUM}(2) = -A54\emptyset + A49\text{Sin}\emptyset - A45\emptyset\text{Cos}\emptyset - A39\emptyset^2\text{Sin}\emptyset} \quad (\text{J.29})$$

Integral vektörünün üçüncü elemanı (J.1) ve (J.10) dan,

$$\text{SUM}(3) = - \int_0^{\emptyset} F(3,9) \bar{p}_k dx + \int_0^{\emptyset} F(3,10) \bar{m}_d dx \quad (\text{J.30})$$

(Ek.I) dan taşıma matrisinin elemanlarının yerlerine konulmasıyla.

$$\begin{aligned} \text{SUM}(3) = & - A51 \bar{p}_k \int_0^{\emptyset} (\emptyset-x) dx + A52 \bar{p}_k \int_0^{\emptyset} \text{Sin}(\emptyset-x) dx \\ & - \alpha A3 \bar{p}_k \int_0^{\emptyset} (\emptyset-x) \text{Cos}(\emptyset-x) dx + A3 \bar{m}_d \int_0^{\emptyset} \text{Sin}(\emptyset-x) dx \\ & - A3 \bar{m}_d \int_0^{\emptyset} (\emptyset-x) \text{Cos}(\emptyset-x) dx \end{aligned} \quad (\text{J.31})$$

(J.11), (J.12) ve (J.3) ile integraller alınarak.

$$\begin{aligned} \text{SUM}(3) = & - (A51/2) \bar{p}_k (\emptyset^2) + A52 \bar{p}_k (1-\text{Cos}\emptyset) \\ & - \alpha A3 \bar{p}_k (-1+\emptyset \text{Sin}\emptyset + \text{Cos}\emptyset) \\ & + A3 \bar{m}_d (1-\text{Cos}\emptyset) - A3 \bar{m}_d (-1+\emptyset \text{Sin}\emptyset + \text{Cos}\emptyset) \end{aligned} \quad (\text{J.32})$$

her terim (4.7) ile bölünür, düzenlenir ve benzer terimler bir arada toplanarak,

$$\begin{aligned} \text{SUM}(3) = & - \frac{A51}{2\alpha} (\emptyset^2) + \left[ \frac{A52}{\alpha} + A3 \left( 1 + \frac{2e}{a} \right) \right] (1-\text{Cos}\emptyset) \\ & - \left[ A3 \left( 1 + \frac{e}{a} \right) \right] (\emptyset \text{Sin}\emptyset) \end{aligned} \quad (\text{J.33})$$

ve katsayılar sadeleştirilerek,

$$\boxed{\text{SUM}(3) = -(A11/2)\theta^2 + (A50+A15)(1-\text{Cos}\theta) - (A3+\alpha A24)(\theta \text{Sin}\theta)} \quad (\text{J.34})$$

şeklinde elde edilir. Dördüncü eleman için (J.1) ve (J.10) eşitliklerinden,

$$\text{SUM}(4) = - \int_0^\theta F(4,9) \bar{p}_k dx + \int_0^\theta F(4,10) \bar{m}_d dx \quad (\text{J.35})$$

(Ek.I) da verilmiş olan taşıma matrisinin elemanlarından,

$$\begin{aligned} \text{SUM}(4) = & - A3 \bar{p}_k \int_0^\theta \text{Sin}(\theta-x) dx + A3 \bar{p}_k \int_0^\theta (\theta-x) \text{Cos}(\theta-x) dx \\ & + A22 \bar{m}_d \int_0^\theta \text{Sin}(\theta-x) dx + A4 \bar{m}_d \int_0^\theta (\theta-x) \text{Cos}(\theta-x) dx \end{aligned} \quad (\text{J.36})$$

bulunur. Burada (J.12) ve (J.13) ile integraller alındığında,

$$\begin{aligned} \text{SUM}(4) = & - A3 \bar{p}_k (1-\text{Cos}\theta) + A3 \bar{p}_k (-1+\theta \text{Sin}\theta + \text{Cos}\theta) \\ & + A22 \bar{m}_d (1-\text{Cos}\theta) + A4 \bar{m}_d (-1+\theta \text{Sin}\theta + \text{Cos}\theta) \end{aligned} \quad (\text{J.37})$$

her terim (J.7) de verilmiş olan k ile bölünür, düzenlenir ve benzer terimler bir arada toplanırsa,

$$\begin{aligned} \text{SUM}(4) = & \left[ \frac{-2A3}{\alpha} + \frac{e(A22-A4)}{a} \right] (1-\text{Cos}\theta) \\ & - \left[ \frac{A3}{\alpha} + \frac{eA4}{a} \right] (\theta \text{Sin}\theta) \end{aligned} \quad (\text{J.38})$$

ve katsayılar sadeleştirildiğinde,

$$\boxed{\text{SUM}(4) = -A5(1-\text{Cos}\theta) + A12\theta\text{Sin}\theta} \quad (\text{J.39})$$

elde edilir. (J.1) ve (J.10) dan aşağıdaki gibi tanımlan,

$$\text{SUM}(5) = - \int_0^\theta F(5,9) \bar{p}_k dx + \int_0^\theta F(5,10) \bar{m}_d dx \quad (\text{J.40})$$

integral vektörünün beşinci elemanı için (Ek.I) dan F(5.9) ve F(5,10) elemanları,

$$\begin{aligned} \text{SUM}(5) &= A11 \bar{p}_k \int_0^\theta dx - A11 \bar{p}_k \int_0^\theta \text{Cos}(\theta-x) dx \\ &- A3 \bar{p}_k \int_0^\theta (\theta-x) \text{Sin}(\theta-x) dx - A4 \bar{m}_d \int_0^\theta (\theta-x) \text{Sin}(\theta-x) dx \end{aligned} \quad (\text{J.41})$$

(J.15) ve (J.16) yardımı ile integraller alındığında,

$$\begin{aligned} \text{SUM}(5) &= A11 \bar{p}_k (\theta) - A11 \bar{p}_k (\text{Sin}\theta) \\ &- A3 \bar{p}_k (\text{Sin}\theta - \theta \text{Cos}\theta) - A4 \bar{m}_d (\text{Sin}\theta - \theta \text{Cos}\theta) \end{aligned} \quad (\text{J.42})$$

bulunur. Her terim k ile bölünür, düzenlenir, benzer terimler bir arada toplanır,

$$\begin{aligned} \text{SUM}(5) &= - \left[ \frac{(A11+A3)}{\alpha} + \frac{eA4}{a} \right] (\text{Sin}\theta) + \left[ \frac{A11}{\alpha} \right] (\theta) \\ &+ \left[ \frac{A3}{\alpha} + \frac{eA4}{a} \right] (\theta \text{Cos}\theta) \end{aligned} \quad (\text{J.43})$$

ve katsayılar sadeleştirildiğinde, aşağıdaki ifade elde edilir.

$$\boxed{\text{SUM}(5) = A10\theta - A25\text{Sin}\theta + (A4+A24)\theta\bar{\text{C}}\text{os}\theta} \quad (\text{J.44})$$

Yine (4.1) ve (4.10) dan altıncı eleman için.

$$\text{SUM}(6) = - \int_0^{\theta} F(6,9)\bar{p}_k dx + \int_0^{\theta} F(6,10)\bar{m}_d dx \quad (\text{J.45})$$

yazılır. (Ek.I) dan alınacak F(6,9) ve (6,10) terimleri ile bu ifade,

$$\text{SUM}(6) = -A8\bar{p}_k \int_0^{\theta} (\theta-x) dx + A8\bar{p}_k \int_0^{\theta} \text{Sin}(\theta-x) dx + A7\bar{m}_d \int_0^{\theta} \text{Sin}(\theta-x) dx \quad (\text{J.46})$$

şeklinde yazılır. (N.11) ve (N.12) ile integraller alındığında buradan,

$$\text{SUM}(6) = - (A8/2)\bar{p}_k (\theta^2) + A8\bar{p}_k (1-\text{Cos}\theta) + (eA7)\bar{m}_d (1-\text{Cos}\theta) \quad (\text{J.47})$$

ve her terim k ile bölünüp, düzenlenip, benzer terimler bir arada toplanarak,

$$\text{SUM}(6) = \left[ -\frac{A8}{\alpha} + \frac{eA7}{a} \right] (1-\text{Cos}\theta) - \left[ \frac{A8}{2\alpha} \right] \theta^2 \quad (\text{J.48})$$

ve katsayılar sadeleştirilerek,

$$\boxed{\text{SUM}(6) = - A18\theta^2 + A19(1-\text{Cos}\theta)} \quad (\text{J.49})$$

elde edilir. Integral vektörünün yedinci ve sekizinci elemanları sıfıra eşittir. Sıfırdan farklı olan dokuzuncu elmanı (4.1) ve (4.10) dan,

$$\text{SUM}(9) = - \int_0^{\emptyset} F(9,9) \bar{p}_k dx + \int_0^{\emptyset} F(9,10) \bar{m}_d dx = - p \int_0^{\emptyset} dx \quad (\text{J.50})$$

şeklinde ifade edilir, integral alınır, k ile bölünürse. aşağıdaki eşitlik bulunur.

$$\boxed{\text{SUM}(9) = - \emptyset/\alpha} \quad (\text{J.51})$$

Integral vektörünün on numaralı elemanı,

$$\text{SUM}(10) = - \int_0^{\emptyset} F(10,9) \bar{p}_k dx + \int_0^{\emptyset} F(10,10) \bar{m}_d dx \quad (\text{J.52})$$

şeklinde yazılır ve,

$$\text{SUM}(10) = - \bar{p}_k \int_0^{\emptyset} (\emptyset-x) dx + \bar{p}_k \int_0^{\emptyset} (\emptyset-x) \text{Cos}(\emptyset-x) dx + \bar{m}_d \int_0^{\emptyset} \text{Cos}(\emptyset-x) dx \quad (\text{J.53})$$

(J.11), (J.13) ve (J.15) yardımıyla integraller alındığında,

$$\text{SUM}(10) = - \alpha \bar{p}_k (\emptyset) + \alpha \bar{p}_k (\text{Sin}\emptyset) + \bar{m}_d (\text{Sin}\emptyset) \quad (\text{J.54})$$

her terim k ile bölünür, düzenlenir ve benzer terimler bir arada toplanırsa; integral matrisinin onuncu terimi için aşağıdaki ifade elde edilir.

$$\boxed{\text{SUM}(10) = - \emptyset + [1+(e/a)] \text{Sin}\emptyset} \quad (\text{J.55})$$

Integral matrisinin sıfırdan farklı son elemanı,

$$\text{SUM}(11) = - \int_0^{\emptyset} F(11,9) \bar{p}_k dx + \int_0^{\emptyset} F(11,10) \bar{m}_d dx \quad (\text{J.56})$$

olarak tarif edilir. Burada taşıma matrisinin ilgili terimleri (Ek.I) dan yerlerine konulursa,

$$\text{SUM}(11) = - \bar{p}_k \int_0^{\emptyset} (\emptyset-x) \text{Sin}(\emptyset-x) dx - \bar{m}_d \int_0^{\emptyset} \text{Sin}(\emptyset-x) dx \quad (\text{J.57})$$

(J.12) ve (J.16) ile integraller alınıp, her terim k ile bölündüğünde SUM(11) için şu ifade elde edilir.

$$\text{SUM}(11) = - [1+(e/a)] (1-\text{Cos}\emptyset) \quad (\text{J.58})$$

Aşağıdaki satırlarda, pozitif  $\hat{n}$  birim vektörü doğrultusunda yayılı kuvvet etkimesi halinde; integral matrisinin elemanlarına bu yükten dolayı eklenmesi gerekli terimler verilmektedir. Bu durumda eksantrisine sıfır olduğundan, kuvvetler moment meydana getirmezler.

$$\{p\} = \begin{bmatrix} 0 \\ -\bar{p}_n \\ 0 \end{bmatrix} \quad (\text{J.59})$$

(J.59) ile verilen sıfırdan farklı boyutsuz üniform yayılı yük bileşeninin, (J.7) ile bölünerek,

$$(\bar{p}_n/k) = (c^3 \bar{p}_n / EI_n) (EI_n / ac^2 \bar{p}_n) = c/a = \boxed{1/\alpha} \quad (\text{J.60})$$

elde edilir. Burada gerekli olacak integraller,



$$\int_0^{\theta} (\theta-x)^3 \cos(\theta-x) dx = \theta^3 \sin\theta - 6\theta^2 \cos\theta + 3\theta^2 \sin\theta - 6\cos\theta + 6 \quad (J.61)$$

ve,

$$\int_0^{\theta} (\theta-x)^3 \sin(\theta-x) dx = -\theta^3 \cos\theta + 6\theta^2 \sin\theta + 3\theta^2 \cos\theta - 6\sin\theta \quad (J.62)$$

dir. Bu durumda birinci eleman (J.1) ve (J.59) dan,

$$SUM(1) = - \int_0^{\theta} F(1,8) \bar{p}_n dx \quad (J.63)$$

şeklinde yazılır ve (Ek.I) dan taşıma matrisinin ilgili terimleri alınır,

$$\begin{aligned} SUM(1) &= A31\bar{p}_n \int_0^{\theta} dx - A31\bar{p}_n \int_0^{\theta} \cos(\theta-x) dx - A27\bar{p}_n \int_0^{\theta} (\theta-x) \sin(\theta-x) dx \\ &+ A32\bar{p}_n \int_0^{\theta} (\theta-x)^2 \cos(\theta-x) dx + A30\bar{p}_n \int_0^{\theta} (\theta-x)^3 \sin(\theta-x) dx \quad (J.64) \end{aligned}$$

elde edilir. (J.15), (J.16), (J.17) ve (J.62) ile integraller alındığında,

$$\begin{aligned} SUM(1) &= A31\bar{p}_n (\theta) - A31\bar{p}_n (\sin\theta) - A27\bar{p}_n (\sin\theta - \theta \cos\theta) \\ &+ A32\bar{p}_n (2\theta \cos\theta + \theta^2 \sin\theta - 2\sin\theta) \\ &+ A30\bar{p}_n (-\theta^3 \cos\theta + 6\theta^2 \sin\theta + 3\theta^2 \cos\theta - 6\sin\theta) \quad (J.65) \end{aligned}$$

bulunur. (J.65) düzenlenir, benzer terimler bir arada toplanır ve her terim  $k$  ile bölünürse aşağıdaki ifade elde edilir.

$$\begin{aligned}
 \text{SUM}(1) &= \left[ \frac{A_{31}}{\alpha} \right] (\emptyset) - \left[ \frac{(A_{31}+A_{27}+2A_{32}+6A_{30})}{\alpha} \right] (\text{Sin}\emptyset) \\
 &- \left[ \frac{(A_{27}+2A_{32}+6A_{30})}{\alpha} \right] (\emptyset \text{Cos}\emptyset) \\
 &+ \left[ \frac{(A_{32}+3A_{30})}{\alpha} \right] (\emptyset^2 \text{Sin}\emptyset) - \left[ \frac{A_{30}}{\alpha} \right] (\emptyset^3 \text{Cos}\emptyset) \quad (\text{J.66})
 \end{aligned}$$

Benzer işlemler ile, integral vektörünün diğer elemanları aşağıda verilmiştir.

$$\begin{aligned}
 \text{SUM}(2) &= \left[ \frac{(2A_{46}+2A_{32}+6A_{30})}{\alpha} \right] - \left[ \frac{(2A_{46}+2A_{32}+6A_{30})}{\alpha} \right] (\text{Cos}\emptyset) \\
 &- \left[ \frac{(A_{46}+2A_{32}+6A_{30})}{\alpha} \right] (\emptyset \text{Sin}\emptyset) \\
 &+ \left[ \frac{(A_{32}+3A_{30})}{\alpha} \right] (\emptyset^2 \text{Cos}\emptyset) + \left[ \frac{A_{30}}{\alpha} \right] (\emptyset^3 \text{Sin}\emptyset) \quad (\text{J.67})
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{SUM}(3) &= \left[ \frac{A_{47}}{\alpha} \right] (\emptyset) - \left[ \frac{(A_{47}+A_{34}+2A_{41})}{\alpha} \right] (\text{Sin}\emptyset) \\
 &+ \left[ \frac{(A_{34}+2A_{41})}{\alpha} \right] (\emptyset \text{Cos}\emptyset) + \left[ \frac{A_{41}}{\alpha} \right] (\emptyset^2 \text{Sin}\emptyset) \quad (\text{J.68})
 \end{aligned}$$

$$\text{SUM}(4) = \left[ \frac{A_1+2A_2}{\alpha} \right] \text{Sin}\emptyset - \left[ \frac{A_1+2A_2}{\alpha} \right] (\emptyset \text{Cos}\emptyset) - \left[ \frac{A_2}{\alpha} \right] (\emptyset^2 \text{Sin}\emptyset) \quad (\text{J.69})$$

$$\begin{aligned}
 \text{SUM}(5) &= - \left[ \frac{(2A_9+A_2)}{\alpha} \right] (\emptyset) + \left[ \frac{(2A_9+2A_2)}{\alpha} \right] (\text{Cos}\emptyset) \\
 &+ \left[ \frac{(A_9+2A_2)}{\alpha} \right] (\emptyset \text{Sin}\emptyset) - \left[ \frac{A_2}{\alpha} \right] (\emptyset^2 \text{Cos}\emptyset) \quad (\text{J.70})
 \end{aligned}$$

$$\text{SUM}(6) = \left[ \frac{A17}{\alpha} \right] (\emptyset) - \left[ \frac{(A17+A14)}{\alpha} \right] (\text{Sin}\emptyset) + \left[ \frac{A14}{\alpha} \right] (\emptyset \text{Cos}\emptyset) \quad (\text{J.71})$$

$$\text{SUM}(7) = - (1-\text{Cos}\emptyset)/\alpha \quad (\text{J.72})$$

$$\text{SUM}(8) = - (\text{Sin}\emptyset/\alpha) \quad (\text{J.73})$$

$$\text{SUM}(10) = - (\lambda/\alpha) (1-\emptyset \text{Sin}\emptyset + \text{Cos}\emptyset) \quad (\text{J.74})$$

$$\text{SUM}(11) = (\lambda/\alpha) (\text{Sin}\emptyset - \emptyset \text{Cos}\emptyset) \quad (\text{J.75})$$

$$\text{SUM}(12) = (1-\text{Cos}\emptyset) \quad (\text{J.76})$$

Aynı anda  $\vec{n}$  ve  $\vec{k}$  eksenleri doğrultusunda üniform yayılı kuvvetler var ise, ve bunlar çubuk ekseninden e kadar uzakta iseler bu taktirde, süreksizlik vektörünün elemanları (J.10) ve (J.59) un toplamı şeklinde ifade edilmelidir.

## Ek:K. RIJMAT Program Listesi

## RIJMAT.FOR

```

IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
REAL*8 IN,IB,JB,K1,KIR,KIR1,KU,KJ
CHARACTER*8 SSS,SA
DIMENSION SRM(180,90),NC(30,12),QL(180),KJ(12,12),SQ(30,12)
DIMENSION FDNK(12,12),Y(12),SQ1(6),SQ2(6),SQ3(6),SQ4(6)
DIMENSION QLTNB(30,12)
WRITE(*,*)' VERI DOSYASININ ISMINI VERINIZ'
READ(*,1018)SSS
WRITE(*,*)' ÇIKTI DOSYASININ ISMINI VERINIZ'
READ(*,1018)SA
OPEN(5,FILE=SSS,FORM='FORMATTED',STATUS='OLD')
OPEN(6,FILE=SA,FORM='FORMATTED',STATUS='NEW')
OPEN(7,FILE='DUM7',FORM='FORMATTED',STATUS='NEW')
OPEN(2,FILE='DUM2',FORM='FORMATTED',STATUS='NEW')
OPEN(3,FILE='DUM3',FORM='FORMATTED',STATUS='NEW')
REWIND 2
REWIND 3
REWIND 7
1018  FORMAT(A8)
1060  FORMAT(1X,'ELEMEN NO :',I3,3X,12I4)
1061  FORMAT(1X,I3,5X,F12.5)
1063  FORMAT(1X,'ELEMEN NUMARASI=',I3)
1064  FORMAT(1X,12E9.2)
1221  FORMAT(1X,I3,3X,E14.4)
1222  FORMAT(1X,I3,11X,F15.4)
1066  FORMAT(1X,12E9.2)
1067  FORMAT(1X,'i=>',6E11.4)
1068  FORMAT(1X,'j=>',6E11.4)
1069  FORMAT(9X,'ELEMEN NO=',I3)
1027  FORMAT(18X,'Ut Un Ub',26X,'Ωt Ωn Ωb')
1021  FORMAT(22X,'T',32X,'M')
1028  FORMAT('=====',
* '=====')
1030  FORMAT('.....',
* '.....')
1029  FORMAT(' ')
1031  FORMAT(16X,'(t,n,b) KOORDINATLARINDA DÜĞÜM DEPLASMANLARI')
1032  FORMAT(30X,'KESIT TESIRLERI')
      READ(5,*) NM,ND,NL
      DO 28 I=1,ND
28    QL(I)=0.0D0

```

```
IF (NL.EQ.0) GO TO 26
WRITE(*,*) ' KOD NO:      YUK DEGERI:'
WRITE(6,*) ' KOD NO:      YUK DEGERI:'
WRITE(6,*) ' ====='
DO 29 I=1,NL
READ(5,*) L,QL(L)
WRITE(6,1061) L,QL(L)
29  WRITE(*,1061) L,QL(L)
WRITE(6,1029)
26  WRITE(*,*) ' ELEMEN KOD  NUMARALARI'
WRITE(6,*) ' ELEMEN KOD  NUMARALARI:'
WRITE(6,*) ' ====='
DO 34 N=1,NM
READ(5,*) (NC(N,J),J=1,12)
WRITE(*,1060) N, (NC(N,J),J=1,12)
34  WRITE(6,1060) N, (NC(N,J),J=1,12)
WRITE(6,1029)
IBND=0
DO 72 I=1,NM
DO 72 J=1,11
JJ=J+1
DO 72 K=JJ,12
IF (NC(I,J).EQ.0.OR.NC(I,K).EQ.0) GO TO 72
M=IABS(NC(I,J)-NC(I,K))
IF (M.GT.IBND) IBND=M
72  CONTINUE
IBND=IBND+1
WRITE(*,*) ' BANT GENISLIGI='
WRITE(*,*) IBND
DO 80 I=1,ND
DO 80 J=1,IBND
80  SRM(I,J)=0.0
DO 198 N=1,NM
WRITE(*,1063) N
READ(5,*) AA,HH
READ(5,*) EL,PO,KU,EE
READ(5,*) IN,IB,JB,AL
READ(5,*) AKAT1,AKAT2
PAY=3.1415926535898D0
DDN=EL*IN
DDB=EL*IB
G=EL/(2.DO*(1.DO+PO))
DDT=G*JB
DT=DDT/DDN
DB=DDB/DDN
H=HH/(2.DO*PAY)
```

```
CI=SQRT(AA*AA+H*H)
B=H/CI
A=AA/CI
FI1=AKAT1*PAY
FI2=AKAT2*PAY
WRITE(3,*) FI1,FI2,A,B
WRITE(*,*) ' ELEMEN TASIMA VE RIJITLIK MATRISI HESABI '
CALL ERMAT(FI1,FI2,A,DT,B,DB,EE,AA,N,CI,KJ,EL,IN,FDNK)
WRITE(7,*) ((KJ(I,J),J=1,12),I=1,12)
DO 98 I=1,12
K=NC(N,I)
IF (K.EQ.0) GOTO 98
DO 96 J=1,12
L=NC(N,J)
IF (L.EQ.0) GO TO 96
IPOS=L-K+1
IF (L.LT.K) GO TO 96
SRM(K,IPOS)=SRM(K,IPOS)+KJ(I,J)
96 CONTINUE
98 CONTINUE
WRITE(*,*) ' ANKASTRELİK UÇ KUVVETLERİ HESABI '
CALL ANKAS(FDNK,A,B,DT,DB,EE,AA,FI1,FI2,CI,EL,IN,KU)
198 CONTINUE
WRITE(*,*) ' ARA YÜKLERİN DÜĞÜM KUVVETLERİNE KATKISI '
REWIND 2
DO 158 N=1,NM
READ(2,*) (Y(I),I=1,12)
DO 158 J=1,ND
DO 158 K=1,12
IF (NC(N,K).NE.J) GO TO 158
QL(J)=QL(J)-Y(K)
158 CONTINUE
WRITE(6,1029)
WRITE(6,*) ' DEPLASMAN NO:          DÜĞÜM YÜKÜ: '
WRITE(6,*) ' _____          _____ '
WRITE(6,1029)
DO 73 I=1,ND
73 WRITE(6,1222) I,QL(I)
CALL BNDGOL(SRM,QL,ND,IBND)
WRITE(6,1029)
WRITE(6,*) ' (i,j,k) KOORDINATLARINDA DÜĞÜM DEPLASMANLARI '
WRITE(6,*) ' _____ '
DO 91 I=1,ND
91 WRITE(6,1221) I,QL(I)
WRITE(6,1029)
WRITE(6,1028)
```

```
WRITE(6,1031)
WRITE(6,1029)
WRITE(6,1027)
WRITE(6,1028)
REWIND 3
DO 1070 N=1,NM
WRITE(6,1069) N
WRITE(6,1028)
DO 1040 J=1,12
K=NC(N,J)
QLTNB(N,J)=QL(K)
1040 CONTINUE
DO 3950 I=1,6
SQ1(I)=QLTNB(N,I)
3950 SQ2(I)=QLTNB(N,I+6)
READ(3,*)FI1,FI2,A,B
CALL DONTNB(SQ1,FI1,A,B,SQ3)
CALL DONTNB(SQ2,FI2,A,B,SQ4)
WRITE(6,1067) (SQ3(II),II=1,6)
WRITE(6,1068) (SQ4(II),II=1,6)
1070 WRITE(6,1028)
WRITE(6,1029)
WRITE(*,*) ' ELEMEN UÇ KUVVETLERİNİN HESABI '
REWIND 7
DO 107 N=1,NM
READ(7,*) ((KJ(I,J),J=1,12),I=1,12)
DO 104 I=1,12
SQ(N,I)=0.0
DO 104 J=1,12
K=NC(N,J)
IF (K.EQ.0) GO TO 104
SQ(N,I)=SQ(N,I)+KJ(I,J)*QL(K)
104 CONTINUE
107 CONTINUE
WRITE(6,1032)
WRITE(6,1021)
WRITE(6,1028)
WRITE(*,*) ' ARA YÜKLERİN KATKISI '
REWIND 2
REWIND 3
DO 105 N=1,NM
WRITE(6,1069)N
WRITE(6,1028)
READ(2,*) (Y(I),I=1,12)
DO 174 I=1,12
174 SQ(N,I)=SQ(N,I)+Y(I)
```

```

DO 395 I=1,6
SQ1(I)=SQ(N,I)
395 SQ2(I)=SQ(N,I+6)
WRITE(6,*) '(i,j,k) BİRİM VEKTÖRLERİ CINSINDEN SONUÇLAR'
WRITE(6,1030)
WRITE(6,1067) (SQ(N,I),I=1,6)
WRITE(6,1068) (SQ(N,I),I=7,12)
WRITE(6,1030)
READ(3,*) FI1,FI2,A,B
CALL DONDNK(SQ1,FI1,SQ3)
CALL DONDNK(SQ2,FI2,SQ4)
WRITE(6,*) '(d,n,k) BİRİM VEKTÖRLERİ CINSINDEN SONUÇLAR'
WRITE(6,1030)
WRITE(6,1067) (SQ3(I),I=1,6)
WRITE(6,1068) (SQ4(I),I=1,6)
WRITE(6,1030)
CALL DONTNB(SQ1,FI1,A,B,SQ3)
CALL DONTNB(SQ2,FI2,A,B,SQ4)
WRITE(6,*) '(t,n,b) BİRİM VEKTÖRLERİ CINSINDEN SONUÇLAR'
WRITE(6,1030)
WRITE(6,1067) (SQ3(I),I=1,6)
WRITE(6,1068) (SQ4(I),I=1,6)
105 WRITE(6,1028)
STOP
END

```

```

SUBROUTINE SOLGAU(N,M,AE,CV)
DIMENSION AE(6,7),CV(6)

```

Liste (Ek.F) de verilmiştir.

```

SUBROUTINE BOYUT(P,K1,CI,AA,KU,DG)
IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
REAL*8 K1,KU
DIMENSION P(12),DG(12)
DO 2 I=1,12
2 DG(I)=0.0D0
DO 1 I=1,3
DG(I)=DG(I)+P(I)*K1*CI
DG(I+3)=DG(I+3)+P(I+3)*K1
DG(I+6)=DG(I+6)+P(I+6)*AA*KU
1 DG(I+9)=DG(I+9)+P(I+9)*AA*CI*KU
RETURN
END

```



```
SUBROUTINE TASIMA (A, DT, B, DB, EE, AA, X, F)
IMPLICIT REAL*8 (A-H, O-Z)
DIMENSION F(12,12)
C=DCOS(X)
S=DSIN(X)
E=1.D0-C
XK=X*X
DO 1556 I=1,12
DO 1556 J=1,12
1556 F(I,J)=0.D0
AO=(A*A/DT)+1.D0+(B*B/DB)
A1=B*0.25D0*((A*A/DT)+1.D0+((-2.D0+B*B)/DB))
A2=B*0.25D0*AO
A3=A*0.5D0*AO
A4=0.5D0*AO
A5=AO+(EE/AA)
A6=(1.D0/DT)-(1.D0/DB)
A7=A*B*A6
A8=A*A7
A9=B*0.25D0*((3.D0*A*A/DT)-1.D0+((-2.D0+3.D0*B*B)/DB))
A10=(A*A/DT)+(B*B/DB)
A11=A*A10
A12=A4+EE*A4/AA
A13=(B*B/DT)+(A*A/DB)
A14=A*B*B*A6
A15=EE*A*AO/AA
A16=(2.D0*B*B/DT)+((A*A-B*B)/DB)
A17=A*A16
A18=A7*0.5D0
A19=A7+(EE/AA)*A7
A20=A*A13
A21=(A*A/DT)-1.D0+(B*B/DB)
A22=0.5D0*A21
A23=0.5D0*((3.D0*A*A/DT)+1.D0+(3.D0*B*B/DB))
A24=(EE/AA)*A4
A25=A23+A24
A26=0.25D0*((11.D0*A*A*B*B/DT)+B*B+((6.D0-18.D0*B*B+11.D0*B*B
**B*B)/DB))
A27=A*A*0.5D0*((3.D0*B*B/DT)+((1.D0-3.D0*B*B)/DB))
A28=A*A20
A29=0.25D0*((7.D0*A*A*B*B/DT)+B*B+((2.D0-10.D0*B*B+7.D0*B*B
**B*B)/DB))
A30=(B*B/12.D0)*AO
A31=A*A17
A32=A*B*A18
A33=A*A8
A34=A*B*0.25D0*((5.D0*A*A/DT)+1.D0+((-2.D0+5.D0*B*B)/DB))
```

A35=0.5D0\*A8  
A36=B\*( (4.D0\*A\*A/DT)+1.D0+((-2.D0+4.D0\*B\*B)/DB))  
A37=(EE/AA)\*B\*((A\*A/DT)+1.D0-(A\*A/DB))  
A38=A36+A37  
A39=A2\*(1.D0+(EE/AA))  
A40=A\*B\*0.25D0\*((9.D0\*A\*A/DT)+1.D0+((-6.D0+9.D0\*B\*B)/DB))  
A41=A\*A2  
A42=B\*0.25D0\*((7.D0\*A\*A/DT)+3.D0+((5.D0-7.D0\*A\*A)/DB))  
A43=(3.D0\*A\*A/DT)+3.D0+((1.D0-3.D0\*A\*A)/DB)  
A44=A42+B\*0.25D0\*A43  
A45=A42+(EE/AA)\*B\*0.25D0\*A43  
A46=0.25D0\*((5.D0\*A\*A\*B\*B/DT)-B\*B+((2.D0-6.D0\*B\*B+5.D0\*B\*B  
\*B\*B)/DB))  
A47=A\*B\*((2.D0\*A\*A/DT)-((A\*A-B\*B)/DB))  
A48=(15.D0\*A\*A/DT)+3.D0+((9.D0-15.D0\*A\*A)/DB)  
A49=B\*0.25D0\*A48+(EE/AA)\*B\*0.25D0\*A43  
A50=A\*((2.D0\*A\*A/DT)+1.D0+(2.D0\*B\*B/DB))  
A51=A\*A11  
A52=A\*A\*A23  
A53=B\*A7  
A54=A47/A  
F(1,1)=C  
F(1,2)=S  
F(1,4)=-B\*X\*S  
F(1,5)=B\*X\*C  
F(1,6)=A\*E  
F(1,7)=A28\*X-A26\*S+A29\*X\*C+A32\*XK\*S-A30\*X\*XK\*C  
F(1,8)=-A31\*E+A27\*X\*S-A32\*XK\*C-A30\*X\*XK\*S  
F(1,9)=A33\*X-A40\*S+A34\*X\*C+A41\*XK\*S  
F(1,10)=A1\*S-A1\*X\*C-A2\*XK\*S  
F(1,11)=A8\*E-A9\*X\*S+A2\*XK\*C  
F(1,12)=A20\*X-A17\*S+A53\*X\*C  
F(2,1)=-S  
F(2,2)=C  
F(2,4)=-B\*X\*C  
F(2,5)=-B\*X\*S  
F(2,6)=A\*S  
F(2,7)=A31\*E-A27\*X\*S+A32\*XK\*C+A30\*X\*XK\*S  
F(2,8)=-A46\*S+A46\*X\*C+A32\*XK\*S-A30\*X\*XK\*C  
F(2,9)=A47\*E-A34\*X\*S+A41\*XK\*C  
F(2,10)=A1\*X\*S-A2\*XK\*C  
F(2,11)=A9\*S-A9\*X\*C-A2\*XK\*S  
F(2,12)=A17\*E-A14\*X\*S  
F(3,3)=1.D0  
F(3,4)=A\*E  
F(3,5)=-A\*S  
F(3,7)=A33\*X-A40\*S+A34\*X\*C+A41\*XK\*S

```
F(3,8)=-A47*E+A34*X*S-A41*XK*C
F(3,9)=A51*X-A52*S+A*A3*X*C
F(3,10)=A3*S-A3*X*C
F(3,11)=A11*E-A3*X*S
F(3,12)=A8*X-A8*S
F(4,4)=C
F(4,5)=S
F(4,7)=A1*S-A1*X*C-A2*XK*S
F(4,8)=-A1*X*S+A2*XK*C
F(4,9)=A3*S-A3*X*C
F(4,10)=A22*S+A4*X*C
F(4,11)=A4*X*S
F(4,12)=A7*S
F(5,4)=-S
F(5,5)=C
F(5,7)=-A8*E+A9*X*S-A2*XK*C
F(5,8)=A9*S-A9*X*C-A2*XK*S
F(5,9)=-A11*E+A3*X*S
F(5,10)=-A4*X*S
F(5,11)=-A22*S+A4*X*C
F(5,12)=-A7*E
F(6,6)=1.DO
F(6,7)=A20*X-A17*S+A14*X*C
F(6,8)=-A17*E+A14*X*S
F(6,9)=A8*X-A8*S
F(6,10)=A7*S
F(6,11)=A7*E
F(6,12)=A13*X
F(7,7)=C
F(7,8)=S
F(8,7)=-S
F(8,8)=C
F(9,9)=1.DO
F(10,7)=-B*X*S
F(10,8)=B*X*C
F(10,9)=A*E
F(10,10)=C
F(10,11)=S
F(11,7)=-B*X*C
F(11,8)=-B*X*S
F(11,9)=A*S
F(11,10)=-S
F(11,11)=C
F(12,7)=A*E
F(12,8)=-A*S
F(12,12)=1.DO
RETURN
END
```

```
SUBROUTINE ERMAT(FI1,FI2,A,DT,B,DB,EE,AA,N,CI,KJ,EL,IN,FDNK)
IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
REAL*8 KJ,IN
DIMENSION CM(12,12),F1(6,6),F2(6,6),KJ(12,12),X1(6),Y1(6)
*,FDNK(12,12),F(12,12),F11(6),D(6),C(6),S(12),F3(6,6),F4(6,6)
DIMENSION F12(6,7)
66  FORMAT(12(1X,1PE9.2))
X=FI2-FI1
CALL TASIMA(A,DT,B,DB,EE,AA,X,F)
DO 4295 I=1,12
DO 4295 J=1,12
4295  FDNK(I,J)=F(I,J)
CALL DONXYZ(FI1,FI2,F)
DO 1 I=1,12
DO 1 J=1,12
KJ(I,J)=0.0D0
1  CM(I,J)=0.0D0
DO 2 I=1,12
2  CM(I,I)=1.0D0
DO 67 I=1,3
CM(I,I)=CM(I,I)/CI
67  CM(I+6,I+6)=CM(I+6,I+6)/CI
DO 3 I=1,6
DO 3 J=1,6
F1(I,J)=F(I,J)
F2(I,J)=F(I,J+6)
F3(I,J)=F(I+6,J)
3  F4(I,J)=F(I+6,J+6)
DO 4 II=1,12
DO 5 I=1,6
X1(I)=CM(I,II)
5  Y1(I)=CM(I+6,II)
DO 7 I=1,6
F11(I)=0.0D0
DO 7 J=1,6
7  F11(I)=F11(I)+F1(I,J)*X1(J)
DO 8 I=1,6
8  F11(I)=Y1(I)-F11(I)
DO 9 I=1,6
F12(I,7)=F11(I)
DO 9 J=1,6
9  F12(I,J)=F2(I,J)
CALL SOLGAU(6,7,F12,C)
```

```
DO 11 I=1,6
D(I)=0.0
DO 11 J=1,6
11 D(I)=D(I)+F4(I,J)*C(J)
DO 13 I=1,3
C(I)=C(I)*EL*IN/(CI*CI)
D(I)=D(I)*EL*IN/(CI*CI)
C(I+3)=C(I+3)*EL*IN/CI
13 D(I+3)=D(I+3)*EL*IN/CI
DO 12 I=1,6
KJ(I,II)=-C(I)
12 KJ(I+6,II)=D(I)
4 CONTINUE
RETURN
END
```

```
SUBROUTINE DONTNB(E,FI,A,B,F)
IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
DIMENSION T(6,6),F(6),E(6)
DO 7 I=1,6
DO 7 J=1,6
7 T(I,J)=0.DO
T(1,1)=-A*DSIN(FI)
T(1,2)=A*DCOS(FI)
T(1,3)=B
T(2,1)=-DCOS(FI)
T(2,2)=-DSIN(FI)
T(3,1)=B*DSIN(FI)
T(3,2)=-B*DCOS(FI)
T(3,3)=A
DO 8 I=1,3
DO 8 J=1,3
8 T(I+3,J+3)=T(I,J)
DO 9 I=1,6
F(I)=0.0DO
DO 9 J=1,6
9 F(I)=F(I)+T(I,J)*E(J)
RETURN
END
```

```
SUBROUTINE DONXYZ(FI1,FI2,F)
IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
DIMENSION T(12,12),F(12,12),A(12,12),TT(12,12)
DO 7 I=1,12
DO 7 J=1,12
TT(I,J)=0.D0
7 T(I,J)=0.D0
T(1,1)=-DSIN(FI2)
T(2,2)=T(1,1)
T(3,3)=1.0D0
T(2,1)=DCOS(FI2)
T(1,2)=-T(2,1)
TT(1,1)=-DSIN(FI1)
TT(2,2)=TT(1,1)
TT(3,3)=1.0D0
TT(2,1)=DCOS(FI1)
TT(1,2)=-TT(2,1)
DO 8 I=1,3
DO 8 J=1,3
T(I+3,J+3)=T(I,J)
T(I+6,J+6)=T(I,J)
T(I+9,J+9)=T(I,J)
TT(I+3,J+3)=TT(I,J)
TT(I+6,J+6)=TT(I,J)
8 TT(I+9,J+9)=TT(I,J)
DO 9 I=1,12
DO 9 J=1,12
A(I,J)=0.0D0
DO 9 K=1,12
9 A(I,J)=A(I,J)+T(I,K)*F(K,J)
CONTINUE
DO 10 I=1,12
DO 10 J=1,12
F(I,J)=0.0D0
DO 10 K=1,12
10 F(I,J)=F(I,J)+A(I,K)*TT(J,K)
CONTINUE
RETURN
END
```

```

SUBROUTINE BNSOL(B,Q,ND,IBND)
IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
DIMENSION B(180,90),Q(180)
NRS=ND-1
NR=ND
DO 10 N=1,NRS
M=N-1
IF (IBND.LT.(NR-M)) GO TO 120
MR=NR-M
GO TO 130
120 MR=IBND
130 PIVOT=B(N,1)
DO 30 L=2,MR
CP=B(N,L)/PIVOT
I=M+L
J=0
DO 40 K=L,MR
J=J+1
40 B(I,J)=B(I,J)-CP*B(N,K)
B(N,L)=CP
30 CONTINUE
10 CONTINUE
DO 50 N=1,NRS
M=N-1
IF (IBND.LT.(NR-M)) GO TO 160
MR=NR-M
GO TO 170
160 MR=IBND
170 CP=Q(N)
Q(N)=CP/B(N,1)
DO 60 L=2,MR
I=M+L
60 Q(I)=Q(I)-B(N,L)*CP
50 CONTINUE
Q(NR)=Q(NR)/B(NR,1)
DO 70 I=1,NRS
N=NR-I
M=N-1
IF (IBND.LT.(NR-M)) GO TO 180
MR=NR-M
GO TO 190
180 MR=IBND
190 DO 80 K=2,MR
L=M+K
80 Q(N)=Q(N)-B(N,K)*Q(L)
70 CONTINUE
RETURN
END

```

```
SUBROUTINE UCDON(E,FI,F)
  IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
  DIMENSION T(12,12),F(12),E(12)
  DO 7 I=1,12
  DO 7 J=1,12
7    T(I,J)=0.DO
    T(1,1)=-DSIN(FI)
    T(1,2)=-DCOS(FI)
    T(2,1)=-T(1,2)
    T(2,2)=T(1,1)
    T(3,3)=1.0DO
    DO 8 I=1,3
    DO 8 J=1,3
    T(I+3,J+3)=T(I,J)
    T(I+6,J+6)=T(I,J)
8    T(I+9,J+9)=T(I,J)
    DO 9 I=1,12
    F(I)=0.0DO
    DO 9 J=1,12
9    F(I)=F(I)+T(I,J)*E(J)
    RETURN
  END
```

```
SUBROUTINE DONDNK(E,FI,F)
  IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
  DIMENSION T(6,6),F(6),E(6)
  DO 7 I=1,6
  DO 7 J=1,6
7    T(I,J)=0.DO
    T(1,1)=-DSIN(FI)
    T(1,2)=DCOS(FI)
    T(2,1)=-T(1,2)
    T(2,2)=T(1,1)
    T(3,3)=1.DO
    DO 8 I=1,3
    DO 8 J=1,3
8    T(I+3,J+3)=T(I,J)
    DO 9 I=1,6
    F(I)=0.0DO
    DO 9 J=1,6
9    F(I)=F(I)+T(I,J)*E(J)
    RETURN
  END
```



```

SUBROUTINE ANKAS(F,A,B,DT,DB,EE,AA,FI1,FI2,CI,EL,IN,KU)
IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
REAL*8 KU,IN,K1
DIMENSION F(12,12),D(6,7),SUM(12),S(12),R(12),SUM1(12)
DIMENSION SB(12),RB(12),SXYZ(12),RXYZ(12),Y(12),SUM2(12)
DO 19 I=1,12
19  Y(I)=0.0DO
    IF (KU.EQ.0.0) GO TO 22
    K1=AA*CI*CI*KU/(EL*IN)
    CALL INIMAT(FI2,SUM2,A,DT,B,DB,EE,AA)
    CALL INIMAT(FI1,SUM1,A,DT,B,DB,EE,AA)
    DO 13 I=1,12
    SUM(I)=0.0DO
    DO 13 J=1,12
13  SUM(I)=SUM(I)+F(I,J)*SUM1(J)
    DO 14 I=1,12
14  SUM1(I)=SUM(I)
    DO 24 I=1,12
24  SUM(I)=SUM2(I)-SUM1(I)
    DO 1143 I=1,6
    DO 1143 J=1,6
1143 D(I,J)=F(I,J+6)
    DO 1153 I=1,6
1153 R(I)=-SUM(I)
    DO 772 I=1,6
772 D(I,7)=R(I)
    CALL SOLGAU(6,7,D,R)
    DO 1163 I=1,6
    S(I+6)=R(I)
1163 S(I)=0.0DO
    DO 117 I=1,12
    R(I)=SUM(I)
    DO 117 J=1,12
117  R(I)=R(I)+F(I,J)*S(J)
    CALL BOYUT(S,K1,CI,AA,KU,SB)
    CALL BOYUT(R,K1,CI,AA,KU,RB)
    CALL UCDON(SB,FI1,SXYZ)
    CALL UCDON(RB,FI2,RXYZ)
    DO 118 I=1,6
    Y(I)=-SXYZ(I+6)
118  Y(I+6)=+RXYZ(I+6)
22  WRITE(2,*) (Y(I),I=1,12)
    RETURN
    END

```

```

SUBROUTINE INTMAT (X, SUM, A, DT, B, DB, EE, AA)
IMPLICIT REAL*8 (A-H, O-Z)
DIMENSION SUM(12)
C=DCOS(X)
S=DSIN(X)
E=1.00-C
XK=X*X
DO 155 I=1,12
155 SUM(I)=0.000
AO=(A*A/DT)+1.00+(B*B/DB)
A2=B*0.2500*AO
A3=A*0.5000*AO
A4=0.5000*AO
A5=AO+(EE/AA)
A6=(1.00/DT)-(1.00/DB)
A7=A*B*A6
A8=A*A7
A10=(A*A/DT)+(B*B/DB)
A11=A*A10
A12=A4+(EE/AA)*A4
A15=(EE/AA)*A*AO
A18=A7*0.500
A19=A7+(EE/AA)*A7
A23=0.500*( (3.00*A*A/DT)+1.00+(3.00*B*B/DB) )
A24=(EE/AA)*A4
A25=A23+A24
A35=0.500*A8
A36=B*( (4.00*A*A/DT)+1.00+( (-2.00+4.00*B*B)/DB) )
A37=(EE/AA)*B*( (A*A/DT)+1.00-(A*A/DB) )
A38=A36+A37
A39=A2*(1.00+(EE/AA) )
A42=B*0.2500*( (7.00*A*A/DT)+3.00+( (5.00-7.00*A*A)/DB) )
A43=(3.00*A*A/DT)+3.00+( (1.00-3.00*A*A)/DB)
A45=A42+(EE/AA)*B*0.2500*A43
A47=A*B*( (2.00*A*A/DT)-((A*A-B*B)/DB) )
A48=(15.00*A*A/DT)+3.00+( (9.00-15.00*A*A)/DB)
A49=B*0.2500*A48+(EE/AA)*B*0.2500*A43
A50=A*( (2.00*A*A/DT)+1.00+(2.00*B*B/DB) )
A54=A47/A
A55=A42+B*0.2500*A43*(EE/AA)
SUM(1)=-A35*XK+A38*E-A55*X*S+A39*XK*C
SUM(2)=-A54*X+A49*S-A45*X*C-A39*XK*S
SUM(3)=-((A11/2.00)*XK+A50*E+A15*E-A3*X*S-A*A24*X*S)
SUM(4)=-A5*E+A12*X*S
SUM(5)=A10*X-A25*S+(A4+A24)*X*C
SUM(6)=-A18*XK+A19*E
SUM(9)=-X/A
SUM(10)=-X+(1.00+(EE/AA))*S
SUM(11)=-((1.00+(EE/AA))*E)
RETURN
END

```

Ek:L.1. SERTAS program listesi.

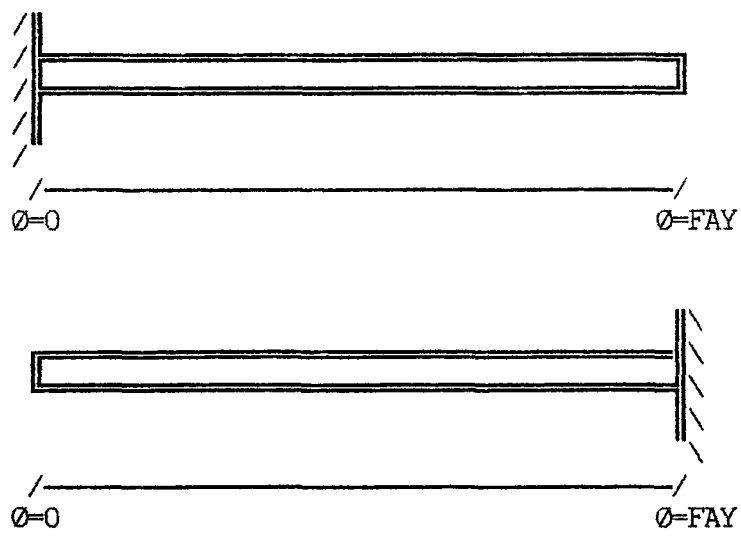
SERTAS.FOR

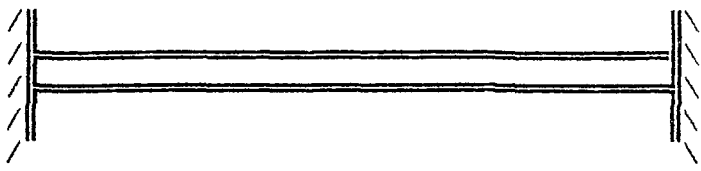
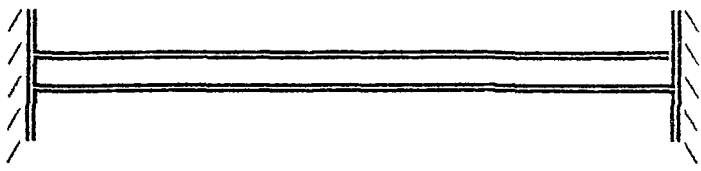
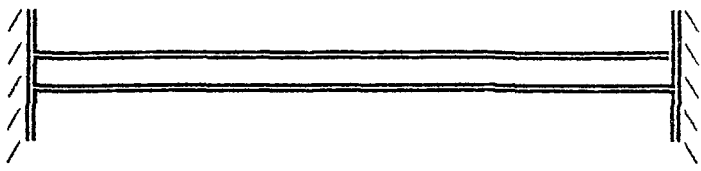
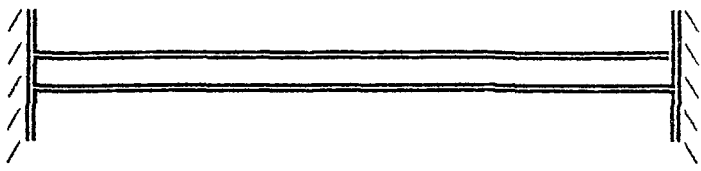
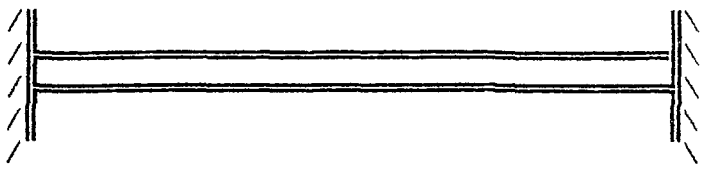
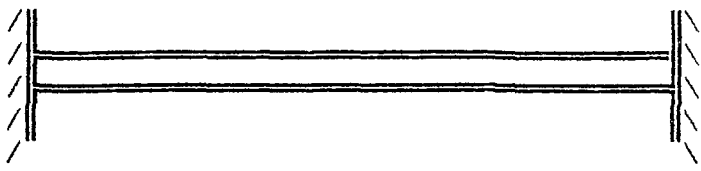
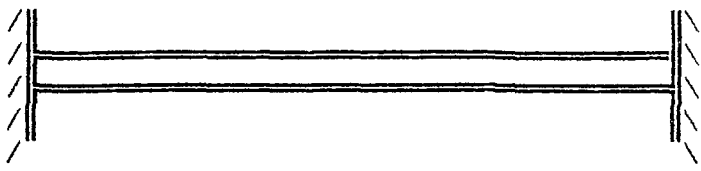
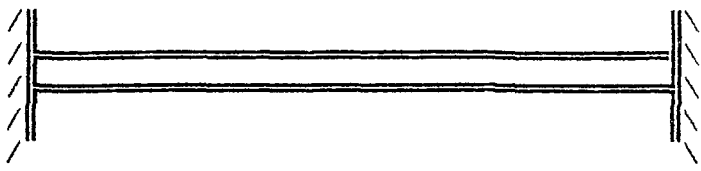
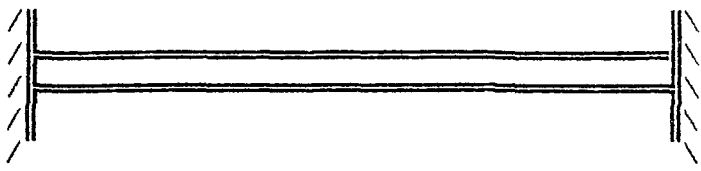
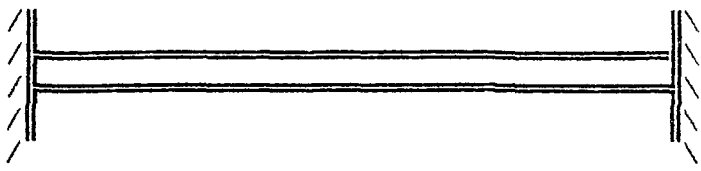
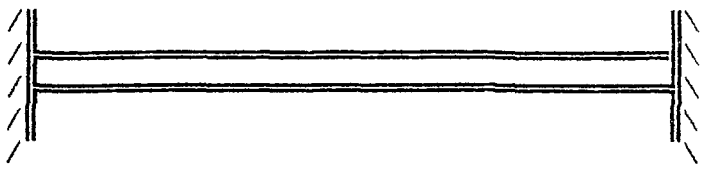
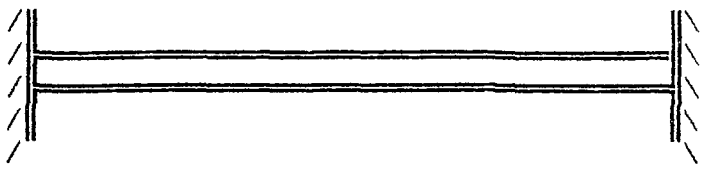
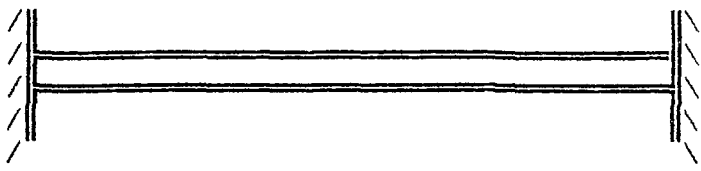
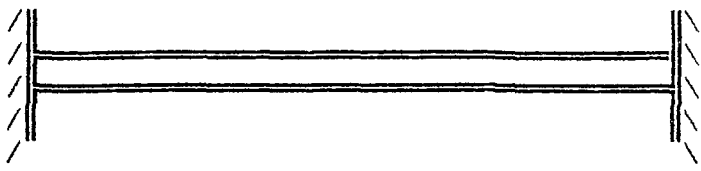
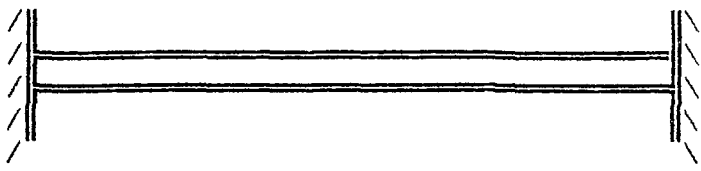
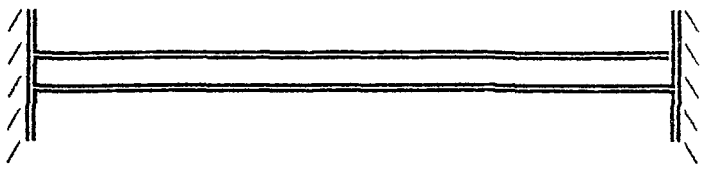
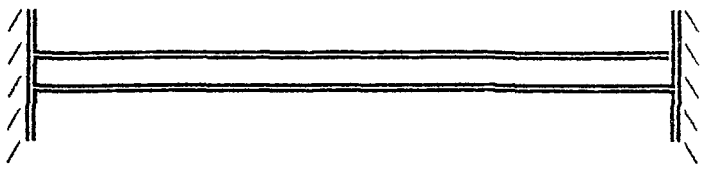
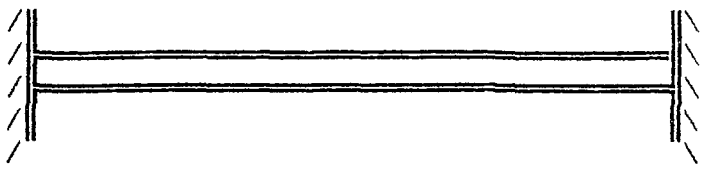
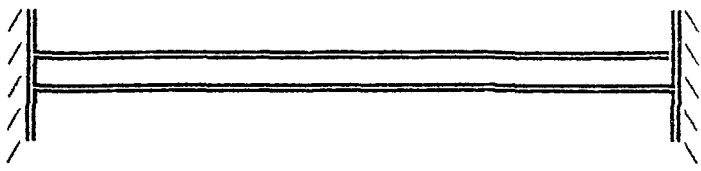
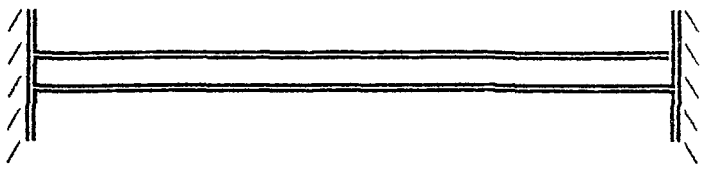
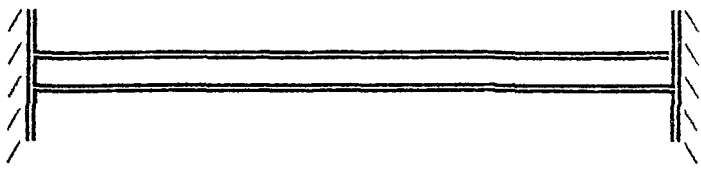
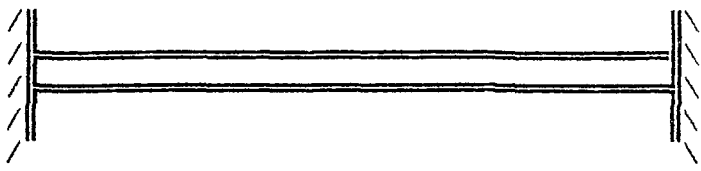
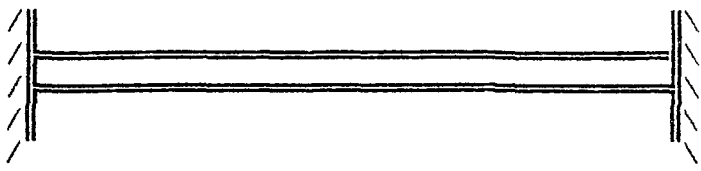
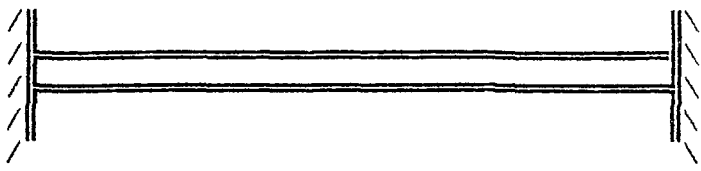
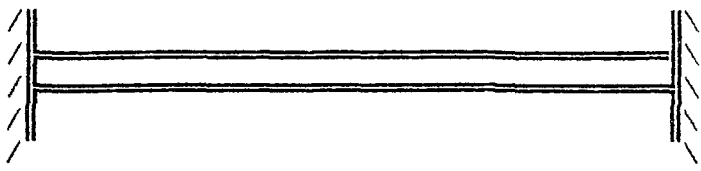
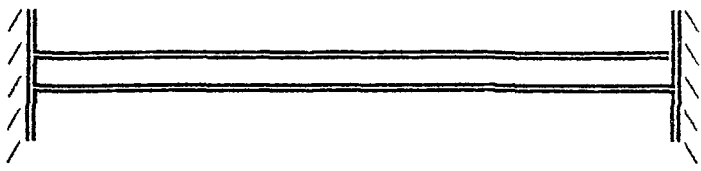
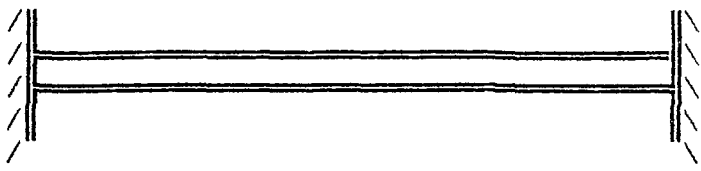
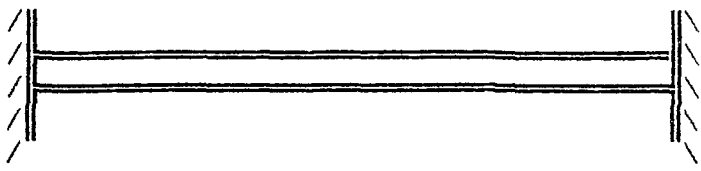
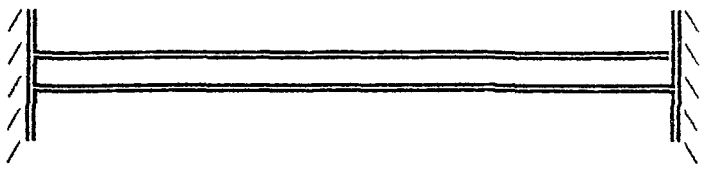
```
IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
DIMENSION A(12,12),PS(12),F(12,12),T(12,200),P(12)
DIMENSION P1(12),SD(12),S(12),FPI(12,12),TX(12,12),FN(12,12)
REAL*8 I1,I2,I3,KAT,KN,KB
CHARACTER*120 ILK
CHARACTER*8 SS,SA
WRITE(*,*) ' VERI DOSYASININ ISMINI VERINIZ '
READ(*,1018)SS
WRITE(*,*) ' CIKTI DOSYASININ ISMINI VERINIZ '
READ(*,1018)SA
OPEN(5,FILE=SS,FORM='FORMATTED',STATUS='OLD')
OPEN(6,FILE=SA,FORM='FORMATTED',STATUS='NEW')
REWIND 5
PAY=3.1415926535898D0
N=12
WRITE(*,*) ' ACIKLAYICI SATIRI VERINIZ '
READ(*,569) ILK
WRITE(6,1002)
WRITE(6,569) ILK
WRITE(6,1002)
WRITE(6,405)
WRITE(6,1003)
READ(5,*) AA
WRITE(6,554) AA
READ(5,*) ALFA
WRITE(6,552) ALFA
H=DTAN(ALFA*PAY/180.DO)*AA
C=DSQRT(AA*AA+H*H)
READ(5,*) KN,KB,PO
WRITE(6,9013)KN,KB,PO
READ(5,*) I2,I3,I1
WRITE(6,556)I2
WRITE(6,557)I3
WRITE(6,795)I1
READ(5,*) AL,D
WRITE(6,559)AL
READ(5,*) EO,PO,RO
WRITE(6,561)EO
WRITE(6,887)PO
WRITE(6,487)RO
```

```
GO=EO/(2.D0*(1.D0+PO))
M=200
READ(5,*) KAT
FAY=PAY*KAT
WRITE(6,444) FAY
READ(5,*) NB
READ(5,*) Z1,DELZ, IDON
BOY=RO*AL*C*C*C*C/(EO*I3)
Z=Z1*Z1
GO TO (101,102,103,104,105,106,107),NB
101 WRITE(6,11)
WRITE(6,2959)
WRITE(6,2951)
WRITE(6,2952)
WRITE(6,2953)
WRITE(6,2954)
WRITE(6,2955)
WRITE(6,2956)
WRITE(6,2957)
WRITE(6,2958)
WRITE(6,2959)
WRITE(6,1002)
GOTO 464
102 WRITE(6,12)
WRITE(6,2959)
WRITE(6,2961)
WRITE(6,2962)
WRITE(6,2963)
WRITE(6,2964)
WRITE(6,2965)
WRITE(6,2966)
WRITE(6,2967)
WRITE(6,2968)
WRITE(6,2959)
WRITE(6,1002)
GOTO 464
103 WRITE(6,13)
WRITE(6,2959)
WRITE(6,2971)
WRITE(6,2972)
WRITE(6,2973)
WRITE(6,2974)
WRITE(6,2975)
WRITE(6,2976)
WRITE(6,2977)
WRITE(6,2978)
```

```
WRITE(6,2959)
WRITE(6,1002)
GOTO 464
104 WRITE(6,14)
WRITE(6,2959)
WRITE(6,2981)
WRITE(6,2982)
WRITE(6,2983)
WRITE(6,2984)
WRITE(6,2985)
WRITE(6,2986)
WRITE(6,2987)
WRITE(6,2988)
WRITE(6,2959)
WRITE(6,1002)
GOTO 464
105 WRITE(6,15)
WRITE(6,2959)
WRITE(6,2991)
WRITE(6,2992)
WRITE(6,2993)
WRITE(6,2994)
WRITE(6,2995)
WRITE(6,2996)
WRITE(6,2997)
WRITE(6,2998)
WRITE(6,2959)
WRITE(6,1002)
GOTO 464
106 WRITE(6,16)
WRITE(6,2959)
WRITE(6,2941)
WRITE(6,2942)
WRITE(6,2943)
WRITE(6,2944)
WRITE(6,2945)
WRITE(6,2946)
WRITE(6,2947)
WRITE(6,2948)
WRITE(6,2959)
WRITE(6,1002)
GOTO 464
107 WRITE(6,17)
WRITE(6,2959)
WRITE(6,2931)
WRITE(6,2932)
```

```
WRITE(6,2933)
WRITE(6,2934)
WRITE(6,2935)
WRITE(6,2936)
WRITE(6,2937)
WRITE(6,2938)
WRITE(6,2959)
WRITE(6,1002)
1018 FORMAT(A8)
569 FORMAT(A120)
405 FORMAT(46X, 'CUBUK ILE ILGILI BUYUKLUKLER')
554 FORMAT('TABAN DAİRESİNİN YARİÇAPI=',1PE14.6)
552 FORMAT(1X, 'HELİSİN YUKSELME AÇISI=',1PE14.6)
556 FORMAT('n EKSENİNE GÖRE ASAL ATALET MOMENTİ=',1PE14.6)
557 FORMAT('b EKSENİNE GÖRE ASAL ATALET MOMENTİ=',1PE14.6)
795 FORMAT('BURULMA ATALET MOMENTİ=',1PE14.6)
559 FORMAT('CUBUGUN KESİT ALANI=',1PE14.6)
561 FORMAT('CUBUK MALZEMESİNİN ELASTİSİTE MODULÜ=',1PE14.6)
887 FORMAT('CUBUK MALZEMESİNİN POISSON ORANI=',1PE14.6)
487 FORMAT(1X, 'CUBUGUN YOĞUNLUĞU (Kütle/Hacim)=',1PE14.6)
444 FORMAT('RADYAN OLARAK FAY AÇISI=',1PE14.6)
9013 FORMAT('αn=',F10.3,1X, 'αb=',F10.3,1X, 'Pc=',F10.3)
519 FORMAT(1X, 'FAY=',1PE9.2)
1003 FORMAT('_____')
*_____')
1002 FORMAT('=====')
*=====')
2950 FORMAT('_____')
2951 FORMAT('_____')
2952 FORMAT('_____')
2953 FORMAT('_____')
2954 FORMAT('_____')
2955 FORMAT('_____')
2956 FORMAT('_____')
2957 FORMAT('_____')
2958 FORMAT('Ø=0 _____ Ø=FAY')
2959 FORMAT('_____')
2961 FORMAT('_____')
2962 FORMAT('_____')
2963 FORMAT('_____')
2964 FORMAT('_____')
2965 FORMAT('_____')
2966 FORMAT('_____')
2967 FORMAT('_____')
2968 FORMAT('Ø=0 _____ Ø=FAY')
```



2971	FORMAT ('		)
2972	FORMAT ('		)
2973	FORMAT ('		)
2974	FORMAT ('		)
2975	FORMAT ('		)
2976	FORMAT ('		)
2977	FORMAT ('		)
2978	FORMAT ('	$\emptyset=0$ <span style="float: right;"><math>\emptyset=FAY</math></span>	)
2981	FORMAT ('		)
2982	FORMAT ('		)
2983	FORMAT ('		)
2984	FORMAT ('		)
2985	FORMAT ('		)
2986	FORMAT ('		)
2987	FORMAT ('		)
2988	FORMAT ('	$\emptyset=0$ <span style="float: right;"><math>\emptyset=FAY</math></span>	)
2991	FORMAT ('		)
2992	FORMAT ('		)
2993	FORMAT ('		)
2994	FORMAT ('		)
2995	FORMAT ('		)
2996	FORMAT ('		)
2997	FORMAT ('		)
2998	FORMAT ('	$\emptyset=0$ <span style="float: right;"><math>\emptyset=FAY</math></span>	)
2941	FORMAT ('		)
2942	FORMAT ('		)
2943	FORMAT ('		)
2944	FORMAT ('		)
2945	FORMAT ('		)
2946	FORMAT ('		)
2947	FORMAT ('		)
2948	FORMAT ('	$\emptyset=0$ <span style="float: right;"><math>\emptyset=FAY</math></span>	)
2931	FORMAT ('		)
2932	FORMAT ('		)
2933	FORMAT ('		)
2934	FORMAT ('		)
2935	FORMAT ('		)
2936	FORMAT ('		)
2937	FORMAT ('		)
2938	FORMAT ('	$\emptyset=0$ <span style="float: right;"><math>\emptyset=FAY</math></span>	)
1256	FORMAT(1X, 'w(rad/sn)=' ,1PE14.6,1X, 'w(Hertz)=' ,1PE14.6,1X, '(f/fr)='		)
	*,F7.3, 'Det [F]=' ,1PE14.6)		
11	FORMAT(1X, 'SINIR ŞARTI :ANKASTRE - BOŞ UC')		
12	FORMAT(1X, 'SINIR ŞARTI = BOŞ - ANKASTRE UC')		
13	FORMAT(1X, 'SINIR ŞARTI : ANKASTRE - ANKASTRE UC')		
14	FORMAT(1X, 'SINIR ŞARTI : HER İKİ UC BASİT MESNETLİ')		

```
15  FORMAT(1X, 'SINIR ŞARTI : ANKASTRE - BASIT MESNET ' )
16  FORMAT(1X, 'SINIR ŞARTI : BASIT - ANKASTRE MESNET ' )
17  FORMAT(1X, 'SINIR ŞARTI : ANKASTRE - Uz VAR ' )
464  FR=SQRT(2.DO*GO/RO)*D
      FR=FR/(8.DO*FAY*AA*AA)
      DO 950 IBUY=1, IDON
      WRITE(*,*) IBUY, Z, DELZ
      CALL COEF2(A, N, Z, AA, H, C, AL, I1, I2, I3, EO, GO, KN, KB, PO, RO)
      CALL CHPOCO(N, A, P)
      X=PAY
      CALL PSI(N, P, X, PS, T, M)
      CALL TRANS(N, PS, FPI, A)
      DO 5709 I=1, 12
      DO 5709 J=1, 12
5709  TX(I, J)=FPI(I, J)
      IX=FAY/PAY
      IF(IX.EQ.0)GO TO 5706
      IF(IX.EQ.1)GO TO 7706
      DO 5707 K=1, IX-1
      CALL MATMUL(TX, FPI, FN, N, N, N)
      DO 5708 I=1, 12
      DO 5708 J=1, 12
5708  TX(I, J)=FN(I, J)
5707  CONTINUE
      X=FAY-(IX*PAY)
      CALL PSI(N, P, X, PS, T, M)
      CALL TRANS(N, PS, FN, A)
      CALL MATMUL(TX, FN, F, N, N, N)
      X=FAY
      CALL XYZ(X, F, AA, H, C)
      GO TO 5710
5706  X=FAY
      CALL PSI(N, P, X, PS, T, M)
      CALL TRANS(N, PS, F, A)
      CALL XYZ(X, F, AA, H, C)
      GO TO 5710
7706  X=FAY-PAY
      CALL PSI(N, P, X, PS, T, M)
      CALL TRANS(N, PS, FN, A)
      CALL MATMUL(FPI, FN, F, N, N, N)
      X=FAY
      CALL XYZ(X, F, AA, H, C)
5710  CALL SINIR(F, NB, ZET)
      ZB=DSQRT(Z)
      ZZB=ZB/(2.DO*PAY)
      FBO=ZZB/FR
      ZBOY=DSQRT(BOY)*ZB
```



```
WRITE(6,*)' BOYUTSUZ FREKANS =',ZBOY,' FORMULDEN FREKANS'. FR  
WRITE(6,1256)ZB,ZZB,FBO,ZET  
ZB=ZB+DELZ  
Z=ZB*ZB  
950 CONTINUE  
STOP  
END
```

```
SUBROUTINE DETER (N,A,DA)  
IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)  
DIMENSION A(6,6)  
KN=2  
L=N-1  
DO 12 K=1,L  
JJ=K  
BIG=DABS(A(K,K))  
KP1=K+1  
DO 7 I=KP1,N  
AB=DABS(A(I,K))  
IF(BIG-AB) 6,7,7  
6 BIG=AB  
JJ=I  
7 CONTINUE  
IF(JJ-K) 8,10,8  
8 DO 9 J=K,N  
TEMP=A(JJ,J)  
A(JJ,J)=A(K,J)  
9 A(K,J)=TEMP  
KN=KN+1  
10 DO 11 I=KP1,N  
QUOT=A(I,K)/A(K,K)  
DO 11 J=KP1,N  
11 A(I,J)=A(I,J)-QUOT*A(K,J)  
DO 12 I=KP1,N  
12 A(I,K)=0.0D0  
DA=1.0D0  
DO 20 I=1,N  
20 DA=DA*A(I,I)  
IF(KN/2*2.EQ.KN) GO TO 30  
DA=-DA  
30 RETURN  
END
```

```
SUBROUTINE SINIR(F,NB,TET)
IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
DIMENSION F(12,12),D(6,6)
GO TO (1,2,3,4,5,6,7),NB
1 DO 1141 I=1,6
DO 1141 J=1,6
1141 D(I,J)=F(I+6,J+6)
CALL DETER(6,D,TET)
RETURN
2 DO 1142 I=1,6
DO 1142 J=1,6
1142 D(I,J)=F(I,J)
CALL DETER(6,D,TET)
RETURN
3 DO 1143 I=1,6
DO 1143 J=1,6
1143 D(I,J)=F(I,J+6)
CALL DETER(6,D,TET)
RETURN
4 DO 1144 I=1,3
DO 1144 J=1,6
D(I,J)=F(I,J+3)
1144 D(I+3,J)=F(I+9,J+3)
CALL DETER(6,D,TET)
RETURN
5 DO 1145 I=1,3
DO 1145 J=1,6
D(I,J)=F(I,J+6)
1145 D(I+3,J)=F(I+9,J+6)
CALL DETER(6,D,TET)
RETURN
6 DO 1146 I=1,6
DO 1146 J=1,6
1146 D(I,J)=F(I,J+3)
CALL DETER(6,D,TET)
RETURN
7 DO 1147 I=1,2
DO 1147 J=1,6
D(I,J)=F(I,J+6)
D(I+2,J)=F(I+3,J+6)
IF(I.EQ.2)GO TO 70
D(I+4,J)=F(I+5,J+6)
GO TO 1147
70 D(I+4,J)=F(I+7,J+6)
1147 CONTINUE
CALL DETER(6,D,TET)
RETURN
END
```

```

SUBROUTINE XYZ(FI,FF,AA,H,C)
IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
DIMENSION T(12,12),FF(12,12),A(12,12)
DO 13 I=1,12
DO 13 J=1,12
13 T(I,J)=0.DO
T(1,1)=-AA*DSIN(FI)/C
T(1,2)=-DCOS(FI)
T(1,3)=H*DSIN(FI)/C
T(2,1)=AA*DCOS(FI)/C
T(2,2)=-DSIN(FI)
T(2,3)=-H*DCOS(FI)/C
T(3,1)=H/C
T(3,2)=0.DO
T(3,3)=AA/C
DO 8 I=1,3
DO 8 J=1,3
T(I+3,J+3)=T(I,J)
T(I+6,J+6)=T(I,J)
8 T(I+9,J+9)=T(I,J)
DO 9 I=1,12
DO 9 J=1,12
A(I,J)=0.OOO
DO 9 K=1,12
A(I,J)=A(I,J)+T(I,K)*FF(K,J)
9 CONTINUE
DO 11 I=1,12
DO 11 J=1,12
11 T(I,J)=0.DO
T(1,2)=-1.DO
T(2,1)=AA/C
T(3,3)=T(2,1)
T(2,3)=-H/C
T(3,2)=H/C
DO 2 I=1,3
DO 2 J=1,3
T(I+3,J+3)=T(I,J)
T(I+6,J+6)=T(I,J)
2 T(I+9,J+9)=T(I,J)
DO 10 I=1,12
DO 10 J=1,12
FF(I,J)=0.OOO
DO 10 K=1,12
FF(I,J)=FF(I,J)+A(I,K)*T(J,K)
10 CONTINUE
RETURN
END

```

```

SUBROUTINE COEF2(A,N,ZZ,AA,H,C,AL,I1,I2,I3,EO,GO,KN,KB,PO,RO)
IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
REAL*8 K1,K2,K3,I1,I2,I3,KN,KB
DIMENSION A(N,N)
CC=C*C
K1=H/C
K2=0.0DO
K3=AA/C
DO 100 I=1,N
DO 100 J=1,N
100 A(I,J)=0.0
A(1,2)=K3
A(1,3)=-K2
A(2,3)=K1
DO 101 I=1,9,3
A(I+3,I+5)=A(1,3)
A(I+3,I+4)=A(1,2)
101 A(I+4,I+5)=A(2,3)
DO 102 I=1,12
DO 102 J=1,12
102 A(J,I)=-A(I,J)
A(2,6)=1.0DO
A(3,5)=-1.0DO
A(12,8)=-1.0DO-(KN*PO*H/(C*GO*AL))
A(1,7)=I2/(AL*CC)
A(2,8)=EO*I2*KN/(GO*AL*CC)
A(3,9)=EO*I2*KB/(GO*AL*CC)
A(4,10)=EO*I2/(GO*I1)
A(5,11)=1.0DO
A(6,12)=I2/I3
A(7,11)=C*PO*AA/(EO*I2)
A(8,10)=-C*PO*AA/(GO*I1)
A(8,12)=C*PO*H/(EO*I3)
A(9,11)=-C*PO*H/(EO*I2)
A(10,8)=KN*PO*AA/(C*GO*AL)
A(11,7)=-PO*AA/(C*EO*AL)
A(11,9)=(KB*PO*H/(C*GO*AL))+1.DO
A(10,11)=A(10,11)-(AA*PO*H/(EO*I2))
A(11,10)=A(11,10)+(AA*PO*H/(GO*I1))
A(11,12)=A(11,12)+(AA*PO*AA/(EO*I3))
A(12,11)=A(12,11)-(AA*PO*AA/(EO*I2))
A(10,6)=C*PO*AA/(EO*I2)
A(7,1)=-ZZ*RO*AL*CC*CC/(EO*I2)
A(8,2)=A(7,1)
A(9,3)=A(7,1)

```

```
A(10,4)=-ZZ*RO*I1*CC/(EO*I2)
A(11,5)=-ZZ*RO*I2*CC/(EO*I2)
A(12,6)=-ZZ*RO*I3*CC/(EO*I2)
A(11,5)=A(11,5)-(C*P0*H/(EO*I2))
A(12,6)=A(12,6)-(C*P0*H/(EO*I2))
RETURN
END
```

```
SUBROUTINE TRANS(N,PS,F,A)
SUBROUTINE PSI(N,P,X,PS,T,M)
SUBROUTINE MATMUL(A,B,C,IC,JC,KC)
FUNCTION IFACT(N)
```

Listeler (Ek.E) de verilmistir.

```
SUBROUTINE CHPOCO(N,A,P)
```

Liste (Ek.D) de verilmistir.

EK:L.2. SERTAS1 program listesi.

SERTAS1.FOR

```

IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
DIMENSION A(12,12),PS(12),F(12,12),T(12,200),P(12),TX(12,12)
DIMENSION P1(12),FK(12,12),FE(12,12),FPI(12,12),FN(12,12)
REAL*8 I1,I2,I3,KAT,KAT1,KN,KB
CHARACTER*8 SS,SA
WRITE(*,*)' VERI DOSYASININ ISMINI VERINIZ '
READ(*,1018)SS
WRITE(*,*)' CIKTI DOSYASININ ISMINI VERINIZ '
READ(*,1018)SA
OPEN(5,FILE=SS,FORM='FORMATTED',STATUS='OLD')
OPEN(6,FILE=SA,FORM='FORMATTED',STATUS='NEW')
REWIND 5
PAY=3.1415926535898D0
N=12
M=200
READ(5,*) AA
READ(5,*) HH
H=HH/(2*PAY)
C=DSORT(AA*AA+H*H)
READ(5,*) KN,KB,PO
READ(5,*) I2,I3,I1
READ(5,*) AL
READ(5,*) EO,PO,RO
GO=EO/(2.DO*(1.DO+PO))
READ(5,*) KAT1,KAT
FAY=PAY*KAT
FAY1=PAY*KAT1
READ(5,*) NB
READ(5,*)Z1,DELZ, IDON
Z=Z1*Z1
1018 FORMAT(A8)
1256 FORMAT(1X,'w(rad/sn)=' ,1PE14.6,1X,'w(Hertz)=' ,1PE14.6,1X,'Det [F]=
*',1PE14.6)
DO 950 IBUY=1, IDON
WRITE(*,*) IBUY,Z
CALL COEF2(A,N,Z,AA,H,C,AL,I1,I2,I3,EO,GO,KN,KB,PO,RO)
CALL CHPOCO(N,A,P)
X=PAY
CALL PSI(N,P,X,PS,T,M)
CALL TRANS(N,PS,FPI,A)

```

```
DO 57095 I=1,12
DO 57095 J=1,12
57095 TX(I,J)=FPI(I,J)
IX=FAY1/PAY
IF(IX.EQ.0)GO TO 57065
IF(IX.EQ.1)GO TO 77065
DO 57075 K=1,IX-1
CALL MATMUL(TX,FPI.FN.N,N,N)
DO 57085 I=1,12
DO 57085 J=1,12
57085 TX(I,J)=FN(I,J)
57075 CONTINUE
X=FAY1-(IX*PAY)
CALL PSI(N,P,X,PS,T,M)
CALL TRANS(N,PS,FN,A)
CALL MATMUL(TX,FN,FE,N,N,N)
GO TO 57105
57065 X=FAY1
CALL PSI(N,P,X,PS,T,M)
CALL TRANS(N,PS,FE,A)
GO TO 57105
77065 X=FAY1-PAY
CALL PSI(N,P,X,PS,T,M)
CALL TRANS(N,PS,FN,A)
CALL MATMUL(FPI,FN,FE,N,N,N)
57105 DO 57093 I=1,12
DO 57093 J=1,12
57093 TX(I,J)=FPI(I,J)
IX=(FAY-FAY1)/PAY
IF(IX.EQ.0)GO TO 57063
IF(IX.EQ.1)GO TO 77063
DO 57073 K=1,IX-1
CALL MATMUL(TX,FPI,FN,N,N,N)
DO 57083 I=1,12
DO 57083 J=1,12
57083 TX(I,J)=FN(I,J)
57073 CONTINUE
X=(FAY-FAY1)-(IX*PAY)
CALL PSI(N,P,X,PS,T,M)
CALL TRANS(N,PS,FN,A)
CALL MATMUL(TX,FN,FK,N,N,N)
GO TO 57103
57063 X=FAY-FAY1
CALL PSI(N,P,X,PS,T,M)
CALL TRANS(N,PS,FK,A)
GO TO 57103
```

```
77063 X=(FAY-FAY1)-PAY
      CALL PSI(N,P,X,PS,T,M)
      CALL TRANS(N,PS,FN,A)
      CALL MATMUL(FPI,FN,FK,N,N,N)
57103 DO 5709 I=1,12
      DO 5709 J=1,12
5709  TX(I,J)=FPI(I,J)
      IX=FAY/PAY
      IF(IX.EQ.0)GO TO 5706
      IF(IX.EQ.1)GO TO 7706
      DO 5707 K=1,IX-1
      CALL MATMUL(TX,FPI,FN,N,N,N)
      DO 5708 I=1,12
      DO 5708 J=1,12
5708  TX(I,J)=FN(I,J)
5707  CONTINUE
      X=FAY-(IX*PAY)
      CALL PSI(N,P,X,PS,T,M)
      CALL TRANS(N,PS,FN,A)
      CALL MATMUL(TX,FN,F,N,N,N)
      GO TO 5710
5706  X=FAY
      CALL PSI(N,P,X,PS,T,M)
      CALL TRANS(N,PS,F,A)
      GO TO 5710
7706  X=FAY-PAY
      CALL PSI(N,P,X,PS,T,M)
      CALL TRANS(N,PS,FN,A)
      CALL MATMUL(FPI,FN,F,N,N,N)
5710  CALL SINIR1(F,NB,ZET,FE,FK)
      ZB=DSQRT(Z)
      ZZB=ZB/(2.DO*PAY)
      WRITE(6,1256)ZB,ZZB,ZET
      WRITE(*,1256)ZB,ZZB,ZET
      ZB=ZB+DELZ
      Z=ZB*ZB
950   CONTINUE
      STOP
      END
```

SUBROUTINE COEF2(A,N,ZZ,AA,H,C,AL,I1,I2,I3,EO,GO,KN,KB,PO,RO)

Liste (Ek L.1) de verilmistir.



```
SUBROUTINE SINIR1(F,NB,TET,FE,FK)
  IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
  DIMENSION F(12,12),D(9,9),FE(12,12),FK(12,12)
  N=9
  GO TO (1,2,3,4,5,6),NB
1  DO 1141 I=1,3
   DO 1141 J=1,3
   D(I+3,J+6)=FK(I+6,J+6)
   D(I+6,J+6)=FK(I+9,J+6)
   D(I+3,J)=F(I+6,J+6)
   D(I+3,J+3)=F(I+6,J+9)
   D(I+6,J)=F(I+9,J+6)
   D(I+6,J+3)=F(I+9,J+9)
   D(I,J)=FE(I,J+6)
   D(I,J+3)=FE(I,J+9)
1141 D(I,J+6)=0.0DO
   CALL DETER(N,D,TET)
   RETURN
2  DO 1142 I=1,3
   DO 1142 J=1,3
   D(I,J)=FE(I,J)
   D(I,J+3)=FE(I,J+3)
   D(I,J+6)=0.0DO
   D(I+3,J)=F(I,J)
   D(I+3,J+3)=F(I,J+3)
   D(I+3,J+6)=FK(I,J+6)
   D(I+6,J)=F(I+3,J)
   D(I+6,J+3)=F(I+3,J+3)
1142 D(I+6,J+6)=FK(I+3,J+6)
   CALL DETER(N,D,TET)
   RETURN
3  DO 1143 I=1,3
   DO 1143 J=1,3
   D(I+3,J+6)=FK(I,J+6)
   D(I+6,J+6)=FK(I+3,J+6)
   D(I,J)=FE(I,J+6)
   D(I,J+3)=FE(I,J+9)
   D(I+3,J)=F(I,J+6)
   D(I+3,J+3)=F(I,J+9)
   D(I+6,J)=F(I+3,J+6)
   D(I+6,J+3)=F(I+3,J+9)
1143 D(I,J+6)=0.0DO
   CALL DETER(N,D,TET)
   RETURN
```

```
4      DO 1144 I=1,3
      DO 1144 J=1,3
      D(I,J)=FE(I,J+3)
      D(I,J+3)=FE(I,J+6)
      D(I,J+6)=0.0DO
      D(I+3,J)=F(I,J+3)
      D(I+3,J+3)=F(I,J+6)
      D(I+3,J+6)=FK(I,J+6)
      D(I+6,J)=F(I+9,J+3)
      D(I+6,J+3)=F(I+9,J+6)
1144   D(I+6,J+6)=FK(I+9,J+6)
      CALL DETER(N,D,TET)
      RETURN
5      DO 1145 I=1,3
      DO 1145 J=1,3
      D(I,J)=FE(I,J+6)
      D(I,J+3)=FE(I,J+9)
      D(I,J+6)=0.0DO
      D(I+3,J)=F(I,J+6)
      D(I+3,J+3)=F(I,J+9)
      D(I+3,J+6)=FK(I,J+6)
      D(I+6,J)=F(I+9,J+6)
      D(I+6,J+3)=F(I+9,J+9)
1145   D(I+6,J+6)=FK(I+9,J+6)
      CALL DETER(N,D,TET)
      RETURN
6      DO 1146 I=1,3
      DO 1146 J=1,3
      D(I,J)=FE(I,J+3)
      D(I,J+3)=FE(I,J+6)
      D(I,J+6)=0.0DO
      D(I+3,J)=F(I,J+3)
      D(I+3,J+3)=F(I,J+6)
      D(I+3,J+6)=FK(I,J+6)
      D(I+6,J)=F(I+3,J+3)
      D(I+6,J+3)=F(I+3,J+6)
1146   D(I+6,J+6)=FK(I+3,J+6)
      CALL DETER(N,D,TET)
      RETURN
      END
```

SUBROUTINE TRANS(N,PS,F,A)  
SUBROUTINE PSI(N,P,X,PS,T,M)  
SUBROUTINE MATMUL(A,B,C,IC,JC,KC)  
FUNCTION IFACT(N)

Listeler (Ek.E) de verilmiştir.

SUBROUTINE CHPOCO(N,A,P)

Liste (Ek.D) de verilmiştir.

SUBROUTINE DETER(N,A,DA)  
IMPLICIT REAL\*8(A-H,O-Z)  
DIMENSION A(9,9)

Liste (Ek L.1) de verilmiştir

Ek:L.3. SERTAS2 program listesi.

SERTAS2.FOR

```

IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
DIMENSION A(12,12),PS(12),F(12,12),T(12,200),P(12)
DIMENSION P1(12),FK(12,12),FE(12,12),FPI(12,12),TX(12,12)
DIMENSION FV(12,12),FB(12,12),FH(12,12),FN(12,12)
REAL*8 I1,I2,I3,KAT,KAT1,KAT2,KN,KB
CHARACTER*8 SS,SA
WRITE(*,*)' VERI DOSYASININ ISMINI VERINIZ '
READ(*,1018)SS
WRITE(*,*)' ÇIKTI DOSYASININ ISMINI VERINIZ '
READ(*,1018)SA
OPEN(5,FILE=SS,FORM='FORMATTED',STATUS='OLD')
OPEN(6,FILE=SA,FORM='FORMATTED',STATUS='NEW')
REWIND 5
PAY=3.1415926535898D0
N=12
READ(5,*) AA
READ(5,*) HH
H=HH/(2*PAY)
C=DSQRT(AA*AA+H*H)
READ(5,*) KN,KB,P0
READ(5,*) I2,I3,I1
READ(5,*) AL
READ(5,*) EO,PO,RO
GO=EO/(2.D0*(1.D0+PO))
M=200
READ(5,*) KAT1,KAT2,KAT
FAY=PAY*KAT
FAY1=PAY*KAT1
FAY2=PAY*KAT2
READ(5,*) NB
READ(5,*) Z1,DELZ,IDON
Z=Z1*Z1
1018 FORMAT(A8)
1256 FORMAT(1X,'w(rad/sn)=' ,1PE14.6,1X,'w(Hertz)=' ,1PE14.6,1X,'Det [F]=
*' ,1PE14.6)
DO 950 IBUY=1,IDON
WRITE(*,*)IBUY,Z
CALL COEF2(A,N,Z,AA,H,C,AL,I1,I2,I3,EO,GO,KN,KB,P0,RO)
CALL CHPOCO(N,A,P)
X=PAY

```

```
CALL PSI(N,P,X,PS,T,M)
CALL TRANS(N,PS,FPI,A)
DO 57095 I=1,12
DO 57095 J=1,12
57095 TX(I,J)=FPI(I,J)
IX=FAY1/PAY
IF(IX.EQ.0)GO TO 57065
IF(IX.EQ.1)GO TO 77065
DO 57075 K=1,IX-1
CALL MATMUL(TX,FPI,FN,N,N,N)
DO 57085 I=1,12
DO 57085 J=1,12
57085 TX(I,J)=FN(I,J)
57075 CONTINUE
X=FAY1-(IX*PAY)
CALL PSI(N,P,X,PS,T,M)
CALL TRANS(N,PS,FN,A)
CALL MATMUL(TX,FN,FE,N,N,N)
GO TO 57105
57065 X=FAY1
CALL PSI(N,P,X,PS,T,M)
CALL TRANS(N,PS,FE,A)
GO TO 57105
77065 X=FAY1-PAY
CALL PSI(N,P,X,PS,T,M)
CALL TRANS(N,PS,FN,A)
CALL MATMUL(FPI,FN,FE,N,N,N)
57105 DO 57094 I=1,12
DO 57094 J=1,12
57094 TX(I,J)=FPI(I,J)
IX=FAY2/PAY
IF(IX.EQ.0)GO TO 57064
IF(IX.EQ.1)GO TO 77064
DO 57074 K=1,IX-1
CALL MATMUL(TX,FPI,FN,N,N,N)
DO 57084 I=1,12
DO 57084 J=1,12
57084 TX(I,J)=FN(I,J)
57074 CONTINUE
X=FAY2-(IX*PAY)
CALL PSI(N,P,X,PS,T,M)
CALL TRANS(N,PS,FN,A)
CALL MATMUL(TX,FN,FV,N,N,N)
GO TO 57104
57064 X=FAY2
```

```
CALL PSI(N,P,X,PS,T,M)
CALL TRANS(N,PS,FV,A)
GO TO 57104
77064 X=FAY2-PAY
CALL PSI(N,P,X,PS,T,M)
CALL TRANS(N,PS,FN,A)
CALL MATMUL(FPI,FN,FV,N,N,N)
57104 DO 57093 I=1,12
      DO 57093 J=1,12
57093 TX(I,J)=FPI(I,J)
      IX=(FAY-FAY1)/PAY
      IF(IX.EQ.0)GO TO 57063
      IF(IX.EQ.1)GO TO 77063
      DO 57073 K=1,IX-1
      CALL MATMUL(TX,FPI,FN,N,N,N)
      DO 57083 I=1,12
      DO 57083 J=1,12
57083 TX(I,J)=FN(I,J)
57073 CONTINUE
      X=(FAY-FAY1)-(IX*PAY)
      CALL PSI(N,P,X,PS,T,M)
      CALL TRANS(N,PS,FN,A)
      CALL MATMUL(TX,FN,FK,N,N,N)
      GO TO 57103
57063 X=FAY-FAY1
      CALL PSI(N,P,X,PS,T,M)
      CALL TRANS(N,PS,FK,A)
      GO TO 57103
77063 X=(FAY-FAY1)-PAY
      CALL PSI(N,P,X,PS,T,M)
      CALL TRANS(N,PS,FN,A)
      CALL MATMUL(FPI,FN,FK,N,N,N)
57103 DO 57092 I=1,12
      DO 57092 J=1,12
57092 TX(I,J)=FPI(I,J)
      IX=(FAY-FAY2)/PAY
      IF(IX.EQ.0)GO TO 57062
      IF(IX.EQ.1)GO TO 77062
      DO 57072 K=1,IX-1
      CALL MATMUL(TX,FPI,FN,N,N,N)
      DO 57082 I=1,12
      DO 57082 J=1,12
57082 TX(I,J)=FN(I,J)
57072 CONTINUE
```

```
X=(FAY-FAY2)-(IX*PAY)
CALL PSI(N,P,X,PS,T,M)
CALL TRANS(N,PS,FN,A)
CALL MATMUL(TX,FN,FB,N,N,N)
GO TO 57102
57062 X=FAY-FAY2
CALL PSI(N,P,X,PS,T,M)
CALL TRANS(N,PS,FB,A)
GO TO 57102
77062 X=(FAY-FAY2)-PAY
CALL PSI(N,P,X,PS,T,M)
CALL TRANS(N,PS,FN,A)
CALL MATMUL(FPI,FN,FB,N,N,N)
57102 DO 57091 I=1,12
      DO 57091 J=1,12
57091 TX(I,J)=FPI(I,J)
      IX=(FAY2-FAY1)/PAY
      IF(IX.EQ.0)GO TO 57061
      IF(IX.EQ.1)GO TO 77061
      DO 57071 K=1,IX-1
      CALL MATMUL(TX,FPI,FN,N,N,N)
      DO 57081 I=1,12
      DO 57081 J=1,12
57081 TX(I,J)=FN(I,J)
57071 CONTINUE
      X=(FAY2-FAY1)-(IX*PAY)
      CALL PSI(N,P,X,PS,T,M)
      CALL TRANS(N,PS,FN,A)
      CALL MATMUL(TX,FN,FH,N,N,N)
      GO TO 57101
57061 X=FAY2-FAY1
CALL PSI(N,P,X,PS,T,M)
CALL TRANS(N,PS,FH,A)
GO TO 57101
77061 X=(FAY2-FAY1)-PAY
CALL PSI(N,P,X,PS,T,M)
CALL TRANS(N,PS,FN,A)
CALL MATMUL(FPI,FN,FH,N,N,N)
57101 DO 5709 I=1,12
      DO 5709 J=1,12
5709 TX(I,J)=FPI(I,J)
      IX=FAY/PAY
      IF(IX.EQ.0)GO TO 5706
      IF(IX.EQ.1)GO TO 7706
```

```
DO 5707 K=1, IX-1
CALL MATMUL(TX, FPI, FN, N, N, N)
DO 5708 I=1, 12
DO 5708 J=1, 12
5708 TX(I, J)=FN(I, J)
5707 CONTINUE
X=FAY-(IX*PAY)
CALL PSI(N, P, X, PS, T, M)
CALL TRANS(N, PS, FN, A)
CALL MATMUL(TX, FN, F, N, N, N)
GO TO 5710
5706 X=FAY
CALL PSI(N, P, X, PS, T, M)
CALL TRANS(N, PS, F, A)
GO TO 5710
7706 X=FAY-PAY
CALL PSI(N, P, X, PS, T, M)
CALL TRANS(N, PS, FN, A)
CALL MATMUL(FPI, FN, F, N, N, N)
5710 CALL SINIR2(F, NB, FE, FK, FB, FV, FH, ZET)
ZB=DSQRT(Z)
ZZB=ZB/(2.DO*PAY)
WRITE(6, 1256)ZB, ZZB, ZET
WRITE(*, 1256)ZB, ZZB, ZET
ZB=ZB+DELZ
Z=ZB*ZB
950 CONTINUE
STOP
END
```

SUBROUTINE COEF2(A, N, ZZ, AA, H, C, AL, I1, I2, I3, EO, GO, KN, KB, PO, RO)

Liste (Ek L.1) de verilmiştir.

SUBROUTINE TRANS(N, PS, F, A)  
SUBROUTINE PSI(N, P, X, PS, T, M)  
SUBROUTINE MATMUL(A, B, C, IC, JC, KC)  
FUNCTION IFACT(N)

Listeler (Ek.E) de verilmiştir.



```
SUBROUTINE SINIR2(F,NB,FE,FK,FB,FV,FH,TET)
IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
DIMENSION F(12,12),D(12,12),FH(12,12)
DIMENSION FE(12,12),FK(12,12),FB(12,12),FV(12,12)
N=12
DO 5677 I=1,12
DO 5677 J=1,12
5677 D(I,J)=0.0D0
GO TO (1,2,3,4,5,6),NB
1 DO 1141 I=1,3
DO 1141 J=1,3
D(I,J)=FE(I,J+6)
D(I,J+3)=FE(I,J+9)
D(I+3,J)=FV(I,J+6)
D(I+3,J+3)=FV(I,J+9)
D(I+3,J+6)=FH(I,J+6)
D(I+6,J)=F(I+6,J+6)
D(I+6,J+3)=F(I+6,J+9)
D(I+6,J+6)=FK(I+6,J+6)
D(I+6,J+9)=FB(I+6,J+6)
D(I+9,J)=F(I+9,J+6)
D(I+9,J+3)=F(I+9,J+9)
D(I+9,J+6)=FK(I+9,J+6)
1141 D(I+9,J+9)=FB(I+9,J+6)
CALL DETER(N,D,TET)
RETURN
2 DO 1142 I=1,3
DO 1142 J=1,3
D(I,J)=FE(I,J)
D(I,J+3)=FE(I,J+3)
D(I+3,J)=FV(I,J)
D(I+3,J+3)=FV(I,J+3)
D(I+3,J+6)=FH(I,J+6)
D(I+6,J)=F(I,J)
D(I+6,J+3)=F(I,J+3)
D(I+6,J+6)=FK(I,J+6)
D(I+6,J+9)=FB(I,J+6)
D(I+9,J)=F(I+3,J)
D(I+9,J+3)=F(I+3,J+3)
D(I+9,J+6)=FK(I+3,J+6)
1142 D(I+9,J+9)=FB(I+3,J+6)
CALL DETER(N,D,TET)
RETURN
```

```
3 DO 1143 I=1,3
DO 1143 J=1,3
D(I,J)=FE(I,J+6)
D(I,J+3)=FE(I,J+9)
D(I+3,J)=FV(I,J+6)
D(I+3,J+3)=FV(I,J+9)
D(I+3,J+6)=FH(I,J+6)
D(I+6,J)=F(I,J+6)
D(I+6,J+3)=F(I,J+9)
D(I+6,J+6)=FK(I,J+6)
D(I+6,J+9)=FB(I,J+6)
D(I+9,J)=F(I+3,J+6)
D(I+9,J+3)=F(I+3,J+9)
D(I+9,J+6)=FK(I+3,J+6)
1143 D(I+9,J+9)=FB(I+3,J+6)
CALL DETER(N,D,TET)
RETURN
4 DO 1144 I=1,3
DO 1144 J=1,3
D(I,J)=FE(I,J+3)
D(I,J+3)=FE(I,J+6)
D(I+3,J)=FV(I,J+3)
D(I+3,J+3)=FV(I,J+6)
D(I+3,J+6)=FH(I,J+6)
D(I+6,J)=F(I,J+3)
D(I+6,J+3)=F(I,J+6)
D(I+6,J+6)=FK(I,J+6)
D(I+6,J+9)=FB(I,J+6)
D(I+9,J)=F(I+9,J+3)
D(I+9,J+3)=F(I+9,J+6)
D(I+9,J+6)=FK(I+9,J+6)
1144 D(I+9,J+9)=FB(I+9,J+6)
CALL DETER(N,D,TET)
RETURN
5 DO 1145 I=1,3
DO 1145 J=1,3
D(I,J)=FE(I,J+6)
D(I,J+3)=FE(I,J+9)
D(I+3,J)=FV(I,J+6)
D(I+3,J+3)=FV(I,J+9)
D(I+3,J+6)=FH(I,J+6)
D(I+6,J)=F(I,J+6)
D(I+6,J+3)=F(I,J+9)
```

```
D(I+6,J+6)=FK(I,J+6)
D(I+6,J+9)=FB(I,J+6)
D(I+9,J)=F(I+9,J+6)
D(I+9,J+3)=F(I+9,J+9)
D(I+9,J+6)=FK(I+9,J+6)
1145 D(I+9,J+9)=FB(I+9,J+6)
      CALL DETER(N,D,TET)
      RETURN
6     DO 1146 I=1,3
      DO 1146 J=1,3
      D(I,J)=FE(I,J+3)
      D(I,J+3)=FE(I,J+6)
      D(I+3,J)=FV(I,J+3)
      D(I+3,J+3)=FV(I,J+6)
      D(I+3,J+6)=FH(I,J+6)
      D(I+6,J)=F(I,J+3)
      D(I+6,J+3)=F(I,J+6)
      D(I+6,J+6)=FK(I,J+6)
      D(I+6,J+9)=FB(I,J+6)
      D(I+9,J)=F(I+3,J+3)
      D(I+9,J+3)=F(I+3,J+6)
      D(I+9,J+6)=FK(I+3,J+6)
1146 D(I+9,J+9)=FB(I+3,J+6)
      CALL DETER(N,D,TET)
      RETURN
      END
```

SUBROUTINE CHPOCO(N,A,P)  
Liste (Ek.D) de verilmistir.

SUBROUTINE DETER (N,A,DA)  
IMPLICIT REAL\*8 (A-H,O-Z)  
DIMENSION A(12,12)  
Liste (Ek L.1) de verilmistir

Ek:L.4. SERTAS3 program listesi.

SERTAS3.FOR

```
IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
DIMENSION A(12,12),PS(12),F(12,12),T(12,200),P(12)
DIMENSION P1(12),SD(12),S(12),FPI(12,12),FN(12,12)
REAL*8 I1,I2,I3,KAT,KN,KB,KAT1,KAT2,KATT
CHARACTER*8 SS,SA
WRITE(*,*)' VERI DOSYASININ ISMINI VERINIZ'
READ(*,1018)SS
WRITE(*,*)' CIKTI DOSYASININ ISMINI VERINIZ'
READ(*,1018)SA
OPEN(5,FILE=SS,FORM='FORMATTED',STATUS='OLD')
OPEN(6,FILE=SA,FORM='FORMATTED',STATUS='NEW')
REWIND 5
PAY=3.1415926535898DO
N=12
READ(5,*) AA1,AA2
READ(5,*) ALFA,AAO
READ(5,*) KN,KB,PO
READ(5,*) I2,I3,I1
READ(5,*) AL
READ(5,*) EO,PO,RO
GO=EO/(2.DO*(1.DO+PO))
M=200
READ(5,*) KAT
FAY=PAY*KAT
READ(5,*) NB
READ(5,*) Z1,DELZ,IDON
READ(5,*) NBOL
READ(5,*) ISEC
Z=Z1*Z1
1018 FORMAT(A8)
1256 FORMAT(1X,'w(rad/sn)=' ,1PE14.6,1X,'w(Hertz)=' ,1PE14.6,1X,'Det [F]=
*,1PE14.6)
HO=DTAN(ALFA*PAY/180.DO)*AAO
CO=DSQRT(AAO*AAO+HO*HO)
DO 950 IBUY=1,IDON
DO 5700 I=1,12
DO 5700 J=1,12
5700 F(I,J)=0.DO
DO 5702 I=1,12
5702 F(I,I)=1.DO
X=FAY/NBOL
DO 951 ITAS=1,NBOL
```

```

FI=ITAS*X
IF(ISEC.EQ.2) GO TO 85
AA=AA1+(AA2-AA1)*(1.DO-(2.DO*FI/FAY))**2
GO TO 86
85 AA=AA1+((AA2-AA1)*FI/FAY)
86 H=DTAN(ALFA*PAY/180.DO)*AA
C=DSORT(AA*AA+H*H)
CALL COEF3(A,N,Z,AA,H,C,AL,I1,I2,I3,EO,GO,KN,KB,PO,RO,CO)
CALL CHPOCO(N,A,P)
CALL PSI(N,P,X,PS,T,M)
CALL TRANS(N,PS,FPI,A)
CALL MATMUL(F,FPI,FN,N,N,N)
DO 5707 I=1,12
DO 5707 J=1,12
5707 F(I,J)=FN(I,J)
951 CONTINUE
CALL SINIR(F,NB,ZET)
ZB=DSORT(Z)
ZZB=ZB/(2.DO*PAY)
WRITE(6,1256)ZB,ZZB,ZET
WRITE(*,1256)ZB,ZZB,ZET
ZB=ZB+DELZ
Z=ZB*ZB
950 CONTINUE
STOP
END

```

SUBROUTINE TRANS(N,PS,F,A)  
SUBROUTINE PSI(N,P,X,PS,T,M)  
SUBROUTINE MATMUL (A,B,C,IC,JC,KC)  
FUNCTION IFACT(N)

---

Listeler (Ek.E) de verilmistir.

SUBROUTINE CHPOCO(N,A,P)

---

Liste (Ek.D) de verilmistir.

SUBROUTINE SINIR(F,NB,ZET)

---

Liste (Ek L.1) de verilmistir.

SUBROUTINE DETER (N,A,DA)  
DIMENSION A(6,6)

---

Liste (Ek L.1) de verilmistir

```

SUBROUTINE COEF3(A,N,ZZ,AA,H,C,AL,I1,I2,I3,EO,GO,KN,KB,PO,RO,CO)
  IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
  REAL*8 K1,K2,K3,I1,I2,I3,KN,KB
  DIMENSION A(N,N)
  CC=C*C
  K1=H/C
  K2=0.0D0
  K3=AA/C
  DO 100 I=1,N
  DO 100 J=1,N
100  A(I,J)=0.0
  A(1,2)=K3
  A(1,3)=-K2
  A(2,3)=K1
  DO 101 I=1,9,3
  A(I+3,I+5)=A(1,3)
  A(I+3,I+4)=A(1,2)
101  A(I+4,I+5)=A(2,3)
  DO 102 I=1,12
  DO 102 J=1,12
102  A(J,I)=-A(I,J)
  A(2,6)=1.0D0*C/CO
  A(3,5)=-1.0D0*C/CO
  A(12,8)=-1.0D0*C/CO-(KN*PO*H/(CO*GO*AL))
  A(1,7)=I2*C/(AL*CO**3)
  A(2,8)=EO*I2*KN*C/(GO*AL*CO**3)
  A(3,9)=EO*I2*KB*C/(GO*AL*CO**3)
  A(4,10)=EO*I2*C/(GO*I1)/CO
  A(5,11)=1.0D0*C/CO
  A(6,12)=I2*C/I3/CO
  A(7,1)=-ZZ*RO*AL*C*CO*CO*CO/(EO*I2)
  A(8,2)=A(7,1)
  A(9,3)=A(7,1)
  A(10,4)=-ZZ*RO*C*CO*I1/(EO*I2)
  A(11,5)=-ZZ*RO*C*CO/EO
  A(12,6)=-ZZ*RO*C*CO*I3/(EO*I2)
  A(7,11)=CO*PO*AA/(EO*I2)
  A(8,10)=-CO*PO*AA/(GO*I1)
  A(8,12)=CO*PO*H/(EO*I3)
  A(9,11)=-CO*PO*H/(EO*I2)
  A(10,8)=KN*PO*AA/(CO*GO*AL)
  A(11,7)=-PO*AA/(CO*EO*AL)
  A(11,9)=(KB*PO*H/(CO*GO*AL))+1.0D0*C/CO
  A(10,11)=A(10,11)-(AA*PO*H/(EO*I2))
  A(11,10)=A(11,10)+(AA*PO*H/(GO*I1))
  A(11,12)=A(11,12)+(AA*PO*AA/(EO*I3))
  A(12,11)=A(12,11)-(AA*PO*AA/(EO*I2))
  A(10,6)=CO*PO*AA/(EO*I2)
  A(11,5)=A(11,5)-(CO*PO*H/(EO*I2))
  A(12,6)=A(12,6)-(CO*PO*H/(EO*I2))
  RETURN
  END

```

Ek:M.1. MYK Program Listesi.

MYK.FOR

```
IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
REAL*8 K1,K2,K3,I1,I2,I3,KAT,M1,M2,KN,KB
CHARACTER*8 SSS,SA
DIMENSION F(12,12),M1(12,12),M2(12,12),F1(12,12),FK(12,12)
DIMENSION A(12,12),PS(12),FF(12,12),T(12,200),P(12)
DIMENSION TT(12,12),FC(12,12)
WRITE(*,*)' VERI DOSYASININ ISMINI VERINIZ'
READ(*,1018)SSS
WRITE(*,*)' CIKTI DOSYASININ ISMINI VERINIZ'
READ(*,1018)SA
OPEN(5,FILE=SSS,FORM='FORMATTED',STATUS='OLD')
OPEN(6,FILE=SA,FORM='FORMATTED',STATUS='NEW')
REWIND 5
1018 FORMAT(A8)
1256 FORMAT(1X,'w(rad/sn)=' ,1PE14.6,1X,'w(Hertz)=' ,1PE14.6,1X,'(f/fr)='
*,F7.3,'Det [F]=' ,1PE14.6)
PAY=3.1415926535898DO
READ(5,*) AA
READ(5,*) ALFA
H=DTAN(ALFA*PAY/180.DO)*AA
C=DSQRT(AA*AA+H*H)
READ(5,*) KN,KB,PO
READ(5,*) I2,I3,I1
READ(5,*) AL,D
READ(5,*) EO,PO,RO
GO=EO/(2.DO*(1.DO+PO))
M=200
READ(5,*) KAT
FAY=PAY*KAT
READ(5,*) NB
READ(5,*) Z1,DELZ,IDON
Z=Z1*Z1
READ(5,*) NBOL
N=12
FR=SQRT(2.DO*GO/RO)*D
FR=FR/(8.DO*FAY*AA*AA)
CALL COEF1(A,N,AA,H,C,AL,I1,I2,I3,EO,GO,KN,KB,PO)
CALL CHPOCO(N,A,P)
X=FAY/NBOL
CALL PSI(N,P,X,PS,T,M)
CALL TRANS(N,PS,FF,A)
```

```
DO 950 IBUY=1.IDON
WRITE(*,*)IBUY,Z
X=FAY/(2*NBOL)
CALL KUTGEC(X,Z,I2,I3,I1,AL,C,RO,EO,M1)
X=FAY/NBOL
CALL KUTGEC(X,Z,I2,I3,I1,AL,C,RO,EO,M2)
CALL MATMUL (M2,FF,FC,12,12,12)
DO 436 I=1,12
DO 436 J=1,12
436 TT(I,J)=FC(I,J)
IF(NBOL.EQ.2)GO TO 114
DO 751 JJ=1,NBOL-2
CALL MATMUL(TT,FC,FK,12,12,12)
DO 676 I=1,12
DO 676 J=1,12
676 TT(I,J)=FK(I,J)
751 CONTINUE
114 CALL MATMUL (FF,TT,FC,12,12,12)
GO TO (822,824,823,825,822,824).NB
824 CALL MATMUL(FC,M1,F,12,12,12)
GO TO 821
822 CALL MATMUL(M1,FC,F,12,12,12)
GO TO 821
823 DO 906 I=1,12
DO 906 J=1,12
906 F(I,J)=FC(I,J)
GO TO 821
825 CALL MATMUL(M1,FC,TT,12,12,12)
CALL MATMUL(TT,M1,F,12,12,12)
821 CALL SINIR(F,NB,ZET)
ZB=DSQRT(Z)
ZZB=ZB/(2.DO*PAY)
FBO=ZZB/FR
ZBOY=DSQRT(BOY)*ZB
WRITE(6,*)' BOYUTSUZ FREKANS =',ZBOY
WRITE(6,*)' FORMULDEN FREKANS =',FR
WRITE(6,1256)ZB,ZZB,FBO,ZET
WRITE(*,1256)ZB,ZZB,FBO,ZET
ZB=ZB+DELZ
Z=ZB*ZB
950 CONTINUE
STOP
END
```



```
SUBROUTINE DETER (N,A,DA)
IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
DIMENSION A(6,6)
```

Liste (Ek L.1) de verilmistir

```
SUBROUTINE SINIR (F,NB,TET)
IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
DIMENSION A(6,6)
```

Liste (Ek L.1) de verilmistir

```
SUBROUTINE KUTGEC(X,Z,IN,IB,JB,AL,C,RO,EO,KGM)
IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
REAL*8 IN,IB,JB,KGM
DIMENSION KGM(12,12)
DO 45 I=1,12
DO 45 J=1,12
45 KGM(I,J)=0.0DO
DO 4 I=1,12
4 KGM(I,I)=1.0DO
DO 5 I=1,3
5 KGM(I+6,I)=-ZZ*RO*AL*C*C*C*X/(EO*IN)
KGM(10,4)=-ZZ*RO*C*C*JB*X/(EO*IN)
KGM(11,5)=-ZZ*RO*C*C*X/EO
KGM(12,6)=-ZZ*RO*C*C*IB*X/(EO*IN)
RETURN
END
```

```
SUBROUTINE TRANS(N,PS,F,A)
SUBROUTINE PSI(N,P,X,PS,T,M)
SUBROUTINE MATMUL (A,B,C,IC,JC,KC)
FUNCTION IFACT(N)
```

Listeler (Ek.E) de verilmistir.

```
SUBROUTINE CHPOCO(N,A,P)
```

Liste (Ek.D) de verilmistir.

```

SUBROUTINE COEF1 (A, N, AA, H, C, AL, I1, I2, I3, EO, GO, KN, KB, PO)
IMPLICIT REAL*8 (A-H, O-Z)
REAL*8 K1, K2, K3, I1, I2, I3, KN, KB
DIMENSION A(N, N)
C=DSQRT(AA*AA+H*H)
CC=C*C
K1=H/C
K2=0.0D0
K3=AA/C
DO 100 I=1, N
DO 100 J=1, N
100  A(I, J)=0.0
      A(1, 2)=K3
      A(1, 3)=-K2
      A(2, 3)=K1
      DO 101 I=1, 9, 3
        A(I+3, I+5)=A(1, 3)
        A(I+3, I+4)=A(1, 2)
101  A(I+4, I+5)=A(2, 3)
      DO 102 I=1, 12
        DO 102 J=1, 12
102  A(J, I)=-A(I, J)
      A(2, 6)=1.0D0
      A(3, 5)=-1.0D0
      A(12, 8)=-1.0D0-(KN*H*PO/(C*GO*AL))
      A(1, 7)=I2/(AL*CC)
      A(2, 8)=EO*I2*KN/(GO*AL*CC)
      A(3, 9)=EO*I2*KB/(GO*AL*CC)
      A(4, 10)=EO*I2/(GO*I1)
      A(5, 11)=1.0D0
      A(6, 12)=I2/I3
      A(7, 11)=C*PO*AA/(EO*I2)
      A(8, 10)=-C*PO*AA/(GO*I1)
      A(8, 12)=C*PO*H/(EO*I3)
      A(9, 11)=-C*PO*H/(EO*I2)
      A(10, 8)=KN*PO*AA/(C*GO*AL)
      A(11, 7)=-PO*AA/(C*EO*AL)
      A(11, 9)=(KB*PO*H/(C*GO*AL))+1.D0
      A(10, 11)=A(10, 11)-(AA*PO*H/(EO*I2))
      A(11, 10)=A(11, 10)+(AA*PO*H/(GO*I1))
      A(11, 12)=A(11, 12)+(AA*PO*AA/(EO*I3))
      A(12, 11)=A(12, 11)-(AA*PO*AA/(EO*I2))
      A(10, 6)=C*PO*AA/(EO*I2)
      A(11, 5)=A(9, 11)
      A(12, 6)=A(9, 11)
      RETURN
      END

```

## Ek:M.2. MYK1 Program Listesi

## MYK1.FOR

```

IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
REAL*8 K1,K2,K3,I1,I2,I3,KAT,M1,M2,KAT1,KN,KB
CHARACTER*8 SSS,SA
DIMENSION F(12,12),M1(12,12),M2(12,12),F1(12,12),FK(12,12)
DIMENSION A(12,12),PS(12),FF(12,12),T(12,200),P(12)
DIMENSION TT(12,12),FC(12,12),FE(12,12)
DIMENSION FFE(12,12),FFK(12,12),FKK(12,12)
WRITE(*,*) ' VERI DOSYASININ ISMINI VERINIZ '
READ(*,1018)SSS
WRITE(*,*) ' CIKTI DOSYASININ ISMINI VERINIZ '
READ(*,1018)SA
OPEN(5,FILE=SSS,FORM='FORMATTED',STATUS='OLD')
OPEN(6,FILE=SA,FORM='FORMATTED',STATUS='NEW')
REWIND 5
1018 FORMAT(A8)
1256 FORMAT(1X,'w(rad/sn)=' ,1PE14.6,1X,'w(Hertz)=' ,1PE14.6,1X,'Det [F]=
*',1PE14.6)
PAY=3.1415926535898D0
READ(5,*) AA
READ(5,*) HH
H=HH/(2*PAY)
C=DSQRT(AA*AA+H*H)
READ(5,*) KN,KB,PO
READ(5,*) I2,I3,I1
READ(5,*) AL
READ(5,*) EO,PO,RO
GO=EO/(2.DO*(1.DO+PO))
M=200
READ(5,*) KAT1,KAT
FAY=PAY*KAT
FAY1=PAY*KAT1
READ(5,*) NB
READ(5,*) Z1,DELZ, IDON
Z=Z1*Z1
READ(5,*) NBOLE, NBOLK, NBOL
N=12
CALL COEF1(A,N,AA,H,C,AL,I1,I2,I3,EO,GO,KN,KB,PO)
CALL CHPOCO(N,A,P)
X=FAY1/NBOLE
CALL PSI(N,P,X,PS,T,M)
CALL TRANS(N,PS,FFE,A)

```

```
X=(FAY-FAY1)/NBOLK
CALL PSI(N,P,X,PS,T,M)
CALL TRANS(N,PS,FFK,A)
X=FAY/NBOL
CALL PSI(N,P,X,PS,T,M)
CALL TRANS(N,PS,FF,A)
DO 950 IBUY=1, IDON
X=FAY1/(2*NBOLE)
CALL KUTGEC(X,Z,I2,I3,I1,AL,C,RO,EO,M1)
X=FAY1/NBOLE
CALL KUTGEC(X,Z,I2,I3,I1,AL,C,RO,EO,M2)
CALL MATMUL (M2,FFE,FC,12,12,12)
DO 4361 I=1,12
DO 4361 J=1,12
4361 TT(I,J)=FC(I,J)
IF(NBOLE.EQ.2)GO TO 1141
DO 7511 JJ=1,NBOLE-2
CALL MATMUL(TT,FC,FK,12,12,12)
DO 6761 I=1,12
DO 6761 J=1,12
6761 TT(I,J)=FK(I,J)
7511 CONTINUE
1141 CALL MATMUL (FFE,TT,FC,12,12,12)
IF(NB.EQ.2)GO TO 8241
GO TO 8231
8241 CALL MATMUL(FC,M1,FE,12,12,12)
GO TO 8211
8231 DO 9061 I=1,12
DO 9061 J=1,12
9061 FE(I,J)=FC(I,J)
8211 X=(FAY-FAY1)/(2*NBOLK)
CALL KUTGEC(X,Z,I2,I3,I1,AL,C,RO,EO,M1)
X=(FAY-FAY1)/NBOLK
CALL KUTGEC(X,Z,I2,I3,I1,AL,C,RO,EO,M2)
CALL MATMUL (M2,FFK,FC,12,12,12)
DO 4362 I=1,12
DO 4362 J=1,12
4362 TT(I,J)=FC(I,J)
IF(NBOLK.EQ.2)GO TO 1142
DO 7512 JJ=1,NBOLK-2
CALL MATMUL(TT,FC,FK,12,12,12)
DO 6762 I=1,12
DO 6762 J=1,12
6762 TT(I,J)=FK(I,J)
7512 CONTINUE
```

```
1142 CALL MATMUL (FFK,TT,FC,12,12,12)
      IF(NB.EQ.1)GO TO 8222
      GO TO 8232
8222 CALL MATMUL(M1,FC,FKK,12,12,12)
      GO TO 8212
8232 DO 9062 I=1,12
      DO 9062 J=1,12
9062 FKK(I,J)=FC(I,J)
8212 X=FAY/(2*NBOL)
      CALL KUTGEC(X,Z,I2,I3,I1,AL,C,RO,EO,M1)
      X=FAY/NBOL
      CALL KUTGEC(X,Z,I2,I3,I1,AL,C,RO,EO,M2)
      CALL MATMUL (M2,FF,FC,12,12,12)
      DO 436 I=1,12
      DO 436 J=1,12
436 TT(I,J)=FC(I,J)
      IF(NBOL.EQ.2)GO TO 114
      DO 751 JJ=1,NBOL-2
      CALL MATMUL(TT,FC,FK,12,12,12)
      DO 676 I=1,12
      DO 676 J=1,12
676 TT(I,J)=FK(I,J)
751 CONTINUE
114 CALL MATMUL (FF,TT,FC,12,12,12)
      IF(NB.EQ.1)GO TO 822
      IF(NB.EQ.2)GO TO 824
      GO TO 823
824 CALL MATMUL(FC,M1,F,12,12,12)
      GO TO 821
822 CALL MATMUL(M1,FC,F,12,12,12)
      GO TO 821
823 DO 906 I=1,12
      DO 906 J=1,12
906 F(I,J)=FC(I,J)
821 CALL SINIR1(F,NB,ZET,FE,FKK)
      ZB=DSQRT(Z)
      ZZB=ZB/(2.DO*PAY)
      WRITE(6,1256)ZB,ZZB,ZET
      WRITE(*,1256)ZB,ZZB,ZET
      ZB=ZB+DELZ
      Z=ZB*ZB
950 CONTINUE
      STOP
      END
```

SUBROUTINE DETER (N,A,DA)  
IMPLICIT REAL\*8 (A-H,O-Z)  
DIMENSION A(9,9)

Liste (Ek L.1) de verilmiştir.

SUBROUTINE SINIR1(F,NB,TET,FE,FK)

Liste (Ek L.2) de verilmiştir.

SUBROUTINE TRANS(N,PS,F,A)  
SUBROUTINE PSI(N,P,X,PS,T,M)  
SUBROUTINE MATMUL (A,B,C,IC,JC,KC)  
FUNCTION IFACT(N)

Listeler (Ek.E) de verilmiştir.

SUBROUTINE CHPOCO(N,A,P)

Liste (Ek.D) de verilmiştir.

SUBROUTINE KUTGEC(X,Z,IN,IB,JB,AL,C,RO,EO,KGM)

Liste (Ek M.1) de verilmiştir.

SUBROUTINE COEF1(A,N,AA,H,C,AL,I1,I2,I3,EO,GO,KN,KB,PO)

Liste (Ek M.1) de verilmiştir.

## Ek:M.3. MYK2 Program Listesi

## MYK2.FOR

```

IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
REAL*8 I1, I2, I3, KAT, KAT1, KAT2, M1, M2, KN, KB
CHARACTER*8 SSS, SA
DIMENSION F(12,12), M1(12,12), M2(12,12), F1(12,12), FK(12,12)
DIMENSION A(12,12), PS(12), FF(12,12), T(12,200), P(12)
DIMENSION TT(12,12), FC(12,12), FV(12,12), FH(12,12)
DIMENSION FKK(12,12), FE(12,12), FB(12,12), FFE(12,12)
DIMENSION FFV(12,12), FFB(12,12), FFH(12,12), FFK(12,12)
WRITE(*,*) ' VERİ DOSYASININ İSMİNİ VERİNİZ '
READ(*,1018)SSS
WRITE(*,*) ' ÇIKTI DOSYASININ İSMİNİ VERİNİZ '
READ(*,1018)SA
OPEN(5,FILE=SSS,FORM='FORMATTED',STATUS='OLD')
OPEN(6,FILE=SA,FORM='FORMATTED',STATUS='NEW')
REWIND 5
1018 FORMAT(A8)
1256 FORMAT(1X,'w(rad/sn)=' ,1PE14.6,1X,'w(Hertz)=' ,1PE14.6,1X,'Det [F]=
*',1PE14.6)
PAY=3.1415926535898D0
READ(5,*) AA
READ(5,*) HH
H=HH/(2*PAY)
C=DSORT(AA*AA+H*H)
READ(5,*) KN,KB,PO
READ(5,*) I2,I3,I1
READ(5,*) AL
READ(5,*) EO,PO,RO
GO=EO/(2.DO*(1.DO+PO))
M=200
READ(5,*) KAT1,KAT2,KAT
FAY=PAY*KAT
FAY1=PAY*KAT1
FAY2=PAY*KAT2
READ(5,*) NB
READ(5,*) Z1,DELZ, IDON
Z=Z1*Z1
READ(5,*) NBOLE, NBOLV, NBOLH, NBOLK, NBOLB, NBOL
N=12
CALL COEF1(A,N,AA,H,C,AL,I1,I2,I3,EO,GO,KN,KB,PO)
CALL CHPOCO(N,A,P)

```

```

X=FAY1/NBOLE
CALL PSI(N,P,X,PS,T,M)
CALL TRANS(N,PS,FFE,A)
X=(FAY-FAY1)/NBOLK
CALL PSI(N,P,X,PS,T,M)
CALL TRANS(N,PS,FFK,A)
X=FAY2/NBOLV
CALL PSI(N,P,X,PS,T,M)
CALL TRANS(N,PS,FFV,A)
X=(FAY-FAY2)/NBOLB
CALL PSI(N,P,X,PS,T,M)
CALL TRANS(N,PS,FFB,A)
X=(FAY2-FAY1)/NBOLH
CALL PSI(N,P,X,PS,T,M)
CALL TRANS(N,PS,FFH,A)
X=FAY/NBOL
CALL PSI(N,P,X,PS,T,M)
CALL TRANS(N,PS,FF,A)
DO 950 IBUY=1, IDON
WRITE(*,*) IBUY,Z
X=FAY1/(2*NBOLE)
CALL KUTGEC(X,Z,I2,I3,I1,AL,C,RO,EO,M1)
X=FAY1/NBOLE
CALL KUTGEC(X,Z,I2,I3,I1,AL,C,RO,EO,M2)
CALL MATMUL(M2,FFE,FC,12,12,12)
DO 4361 I=1,12
DO 4361 J=1,12
4361 TT(I,J)=FC(I,J)
IF(NBOLE.EQ.2)GO TO 1141
DO 7511 JJ=1,NBOLE-2
CALL MATMUL(TT,FC,FK,12,12,12)
DO 6761 I=1,12
DO 6761 J=1,12
6761 TT(I,J)=FK(I,J)
7511 CONTINUE
1141 CALL MATMUL(FFE,TT,FC,12,12,12)
IF(NB.EQ.2)GO TO 8241
GO TO 8231
8241 CALL MATMUL(FC,M1,FE,12,12,12)
GO TO 8211
8231 DO 9061 I=1,12
DO 9061 J=1,12
9061 FE(I,J)=FC(I,J)
X=(FAY-FAY1)/(2*NBOLK)
CALL KUTGEC(X,Z,I2,I3,I1,AL,C,RO,EO,M1)
X=(FAY-FAY1)/NBOLK
CALL KUTGEC(X,Z,I2,I3,I1,AL,C,RO,EO,M2)

```



```

8211 CALL MATMUL (M2,FFK,FC,12,12,12)
      DO 4362 I=1,12
      DO 4362 J=1,12
4362 TT(I,J)=FC(I,J)
      IF(NBOLK.EQ.2)GO TO 1142
      DO 7512 JJ=1,NBOLK-2
      CALL MATMUL(TT,FC,FK,12,12,12)
      DO 6762 I=1,12
      DO 6762 J=1,12
6762 TT(I,J)=FK(I,J)
7512 CONTINUE
1142 CALL MATMUL (FFK,TT,FC,12,12,12)
      IF(NB.EQ.1)GO TO 8222
      GO TO 8232
8222 CALL MATMUL(M1.FC,FKK,12,12,12)
      GO TO 8212
8232 DO 9062 I=1,12
      DO 9062 J=1,12
9062 FKK(I,J)=FC(I,J)
      X=(FAY-FAY2)/(2*NBOLB)
      CALL KUTGEC(X,Z,I2,I3,I1,AL,C,RO,EO,M1)
      X=(FAY-FAY2)/NBOLB
      CALL KUTGEC(X,Z,I2,I3,I1,AL,C,RO,EO,M2)
8212 CALL MATMUL (M2,FFB,FC,12,12,12)
      DO 4363 I=1,12
      DO 4363 J=1,12
4363 TT(I,J)=FC(I,J)
      IF(NBOLB.EQ.2)GO TO 1143
      DO 7513 JJ=1,NBOLB-2
      CALL MATMUL(TT,FC,FK,12,12,12)
      DO 6763 I=1,12
      DO 6763 J=1,12
6763 TT(I,J)=FK(I,J)
7513 CONTINUE
1143 CALL MATMUL (FFB,TT,FC,12,12,12)
      IF(NB.EQ.1)GO TO 8223
      GO TO 8233
8223 CALL MATMUL(M1,FC,FB,12,12,12)
      GO TO 8213
8233 DO 9063 I=1,12
      DO 9063 J=1,12
9063 FB(I,J)=FC(I,J)
      X=(FAY2-FAY1)/(2*NBOLH)
      CALL KUTGEC(X,Z,I2,I3,I1,AL,C,RO,EO,M1)
      X=(FAY2-FAY1)/NBOLH
      CALL KUTGEC(X,Z,I2,I3,I1,AL,C,RO,EO,M2)
8213 CALL MATMUL (M2,FFH,FC,12,12,12)

```

```
DO 4364 I=1,12
DO 4364 J=1,12
4364 TT(I,J)=FC(I,J)
IF(NBOLH.EQ.2)GO TO 1144
DO 7514 JJ=1,NBOLH-2
CALL MATMUL(TT,FC,FK,12,12,12)
DO 6764 I=1,12
DO 6764 J=1,12
6764 TT(I,J)=FK(I,J)
7514 CONTINUE
1144 CALL MATMUL (FFH,TT,FH,12,12,12)
X=FAY2/(2*NBOLV)
CALL KUTGEC(X,Z,I2,I3,I1,AL,C,RO,EO,M1)
X=FAY2/NBOLV
CALL KUTGEC(X,Z,I2,I3,I1,AL,C,RO,EO,M2)
CALL MATMUL (M2,FFV,FC,12,12,12)
DO 4365 I=1,12
DO 4365 J=1,12
4365 TT(I,J)=FC(I,J)
IF(NBOLV.EQ.2)GO TO 1145
DO 7515 JJ=1,NBOLV-2
CALL MATMUL(TT,FC,FK,12,12,12)
DO 6765 I=1,12
DO 6765 J=1,12
6765 TT(I,J)=FK(I,J)
7515 CONTINUE
1145 CALL MATMUL (FFV,TT,FC,12,12,12)
IF(NB.EQ.2)GO TO 8245
GO TO 8235
8245 CALL MATMUL(FC,M1,FV,12,12,12)
GO TO 8215
8235 DO 9065 I=1,12
DO 9065 J=1,12
9065 FV(I,J)=FC(I,J)
X=FAY/(2*NBOL)
CALL KUTGEC(X,Z,I2,I3,I1,AL,C,RO,EO,M1)
X=FAY/NBOL
CALL KUTGEC(X,Z,I2,I3,I1,AL,C,RO,EO,M2)
8215 CALL MATMUL (M2,FF,FC,12,12,12)
DO 436 I=1,12
DO 436 J=1,12
436 TT(I,J)=FC(I,J)
IF(NBOL.EQ.2)GO TO 114
DO 751 JJ=1,NBOL-2
CALL MATMUL(TT,FC,FK,12,12,12)
DO 676 I=1,12
DO 676 J=1,12
```

```
676 TT(I,J)=FK(I,J)
751 CONTINUE
114 CALL MATMUL (FF,TT,FC,12,12,12)
    IF(NB.EQ.1)GO TO 822
    IF(NB.EQ.2)GO TO 824
    GO TO 823
824 CALL MATMUL(FC,M1,F,12,12,12)
    GO TO 821
822 CALL MATMUL(M1,FC,F,12,12,12)
    GO TO 821
823 DO 906 I=1,12
    DO 906 J=1,12
906 F(I,J)=FC(I,J)
821 CALL SINIR2(F,NB,FE,FKK,FB,FV,FH,ZET)
    ZB=DSQRT(Z)
    ZZB=ZB/(2.DO*PAY)
    WRITE(6,1256)ZB,ZZB,ZET
    ZB=ZB+DELZ
    Z=ZB*ZB
950 CONTINUE
    STOP
    END
```

SUBROUTINE DETER (12,A,DA)

Liste (Ek L.1) de verilmistir

SUBROUTINE SINIR2(F,NB,FE,FK,FB,FV,FH,TET)

Liste (Ek L.3) de verilmistir.

SUBROUTINE TRANS, PSI, MATMUL  
FUNCTION IFACT(N)

Listeler (Ek.E) de verilmistir.

SUBROUTINE CHPOCO(N,A,P)

Liste (Ek.D) de verilmistir.

SUBROUTINE COEF1, KUTGEC

Listeler (Ek M.1) de verilmistir

## Ek:M.4. MYK3 Program Listesi.

## MYK3.FOR

```

IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
REAL*8 IN,IB,JB,KAT,M1,M2
CHARACTER*8 SSS,SA
DIMENSION F(12,12),M1(12,12),M2(12,12),FK(12,12)
DIMENSION FF(12,12),TT(12,12),FC(12,12)
WRITE(*,*)' VERİ DOSYASININ İSMİNİ VERİNİZ'
READ(*,1018)SSS
WRITE(*,*)' ÇIKTI DOSYASININ İSMİNİ VERİNİZ'
READ(*,1018)SA
OPEN(5,FILE=SSS,FORM='FORMATTED',STATUS='OLD')
OPEN(6,FILE=SA,FORM='FORMATTED',STATUS='NEW')
REWIND 5
1018  FORMAT(A8)
1256  FORMAT(1X,'w(rad/sn)=' ,1PE14.6,1X,'w(Hertz)=' ,1PE14.6,1X,'(f/fr)='
*,1PE12.3,1X,'Det [F]=' ,1PE14.6)
11   FORMAT(1X,'SINIR ŞARTI :ANKASTRE - BOŞ UÇ')
12   FORMAT(1X,'SINIR ŞARTI = BOŞ - ANKASTRE UÇ')
13   FORMAT(1X,'SINIR ŞARTI : ANKASTRE - ANKASTRE UÇ ')
14   FORMAT(1X,'SINIR ŞARTI : HER İKİ UÇ BASİT MESNETLİ')
15   FORMAT(1X,'SINIR ŞARTI : ANKASTRE - BASİT MESNET ')
16   FORMAT(1X,'SINIR ŞARTI : BASİT - ANKASTRE MESNET ')
17   FORMAT(1X,'SINIR ŞARTI : ANKASTRE - Uz VAR ')
EE=0.DO
PAY=3.1415926535898DO
READ(5,*) AA,ALFA
H=DTAN(ALFA*PAY/180.DO)*AA
CI=DSORT(AA*AA+H*H)
READ(5,*) IN,IB,JB,AL,D
READ(5,*) EL,PO,RO
READ(5,*) KAT
FAY=PAY*KAT
READ(5,*) NB
READ(5,*) Z1,DELZ, IDON
Z=Z1*Z1
READ(5,*)NBOL
BOY=(EL*IN)/(RO*AL*CI*CI*CI*CI)
N=12
DDN=EL*IN
DDB=EL*IB
G=EL/(2.DO*(1.DO+PO))
DDT=G*JB

```

```
DT=DDT/DDN
DB=DDB/DDN
B=H/CI
A=AA/CI
GO TO (101,102,103,104,105,106,107),NB
101 WRITE(6,11)
    GOTO 464
102 WRITE(6,12)
    GOTO 464
103 WRITE(6,13)
    GOTO 464
104 WRITE(6,14)
    GOTO 464
105 WRITE(6,15)
    GOTO 464
106 WRITE(6,16)
    GOTO 464
107 WRITE(6,17)
464 FR=DSORT(2.DO*G/RO)*D
    FR=FR/(8.DO*FAY*AA*AA)
    X=FAY/NBOL
    CALL TASIMA(A,DT,B,DB,EE,AA,X,FF)
    CALL DONTNB(A,B,FF)
    DO 950 IBUY=1,IDON
    X=FAY/(2*NBOL)
    CALL KUTGEC(X,Z,IN,IB,JB,AL,CI,RO,EL,M1)
    X=FAY/NBOL
    CALL KUTGEC(X,Z,IN,IB,JB,AL,CI,RO,EL,M2)
    CALL MATMUL(M2,FF,FC,12,12,12)
    DO 436 I=1,12
    DO 436 J=1,12
436 TT(I,J)=FC(I,J)
    IF(NBOL.EQ.2)GO TO 114
    DO 751 JJ=1,NBOL-2
    CALL MATMUL(TT,FC,FK,12,12,12)
    DO 676 I=1,12
    DO 676 J=1,12
676 TT(I,J)=FK(I,J)
751 CONTINUE
114 CALL MATMUL(FF,TT,FC,12,12,12)
    GO TO (822,824,823,825,822,824),NB
824 CALL MATMUL(FC,M1,F,12,12,12)
    GO TO 821
822 CALL MATMUL(M1,FC,F,12,12,12)
    GO TO 821
```

```
823 DO 906 I=1,12
    DO 906 J=1,12
906 F(I,J)=FC(I,J)
    GO TO 821
825 CALL MATMUL(M1,FC,TT,12,12,12)
    CALL MATMUL(TT,M1,F,12,12,12)
821 FI1=0.d0
    CALL DONXYZ(fi1,FAY,F)
    CALL SINIR(F,NB,ZET)
    ZB=DSORT(Z)
    ZZB=ZB/(2.DO*PAY)
    FBO=ZZB/FR
    ZBOY=DSORT(BOY)*ZB
    WRITE(6,*)' BOYUTSUZ FREKANS =' ,ZBOY
    WRITE(6,*)' FORMULDEN FREKANS =' ,FR
    WRITE(6,1256)ZB,ZZB,FBO,ZET
    ZB=ZB+DELZ
    Z=ZB*ZB
950 CONTINUE
    STOP
    END
```

SUBROUTINE KUTGEC(X,Z,IN,IB,JB,AL,C,RO,EO,KGM)

Liste (Ek M.1) de verilmiştir

SUBROUTINE MATMUL (A,B,C,IC,JC,KC)

Liste (Ek.E) de verilmiştir.

SUBROUTINE DETER (N,A,DA)  
IMPLICIT REAL\*8 (A-H,O-Z)  
DIMENSION A(6,6)

Liste (Ek L.1) de verilmiştir

SUBROUTINE SINIR (F,NB,TET)

Liste (Ek L.1) de verilmiştir

```
SUBROUTINE DONTNB(AA,B,F)
IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
DIMENSION T(12,12),F(12,12),A(12,12)
DO 7 I=1,12
DO 7 J=1,12
7 T(I,J)=0.D0
T(1,1)=AA
T(1,3)=B
T(2,2)=1.0D0
T(3,1)=-B
T(3,3)=AA
DO 8 I=1,3
DO 8 J=1,3
T(I+3,J+3)=T(I,J)
T(I+6,J+6)=T(I,J)
8 T(I+9,J+9)=T(I,J)
DO 9 I=1,12
DO 9 J=1,12
A(I,J)=0.0D0
DO 9 K=1,12
A(I,J)=A(I,J)+T(I,K)*F(K,J)
9 CONTINUE
DO 10 I=1,12
DO 10 J=1,12
F(I,J)=0.0D0
DO 10 K=1,12
F(I,J)=F(I,J)+A(I,K)*T(J,K)
10 CONTINUE
RETURN
END
```

```
SUBROUTINE TASIMA(A,DT,B,DB,EE,AA,X,F)
SUBROUTINE DONXYZ(FI1,FI2,F)
```

Listeler (Ek.K) da verilmistir

Ek:M.5. MYK4 program listesi.

MYK4.FOR

```

IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
REAL*8 K1,K2,K3,I1,I2,I3,KAT,M1,M2,KN,KB
CHARACTER*8 SSS,SA
DIMENSION F(12,12),M1(12,12),M2(12,12),F1(12,12),FK(12,12)
DIMENSION A(12,12),PS(12),FF(12,12),T(12,200),P(12)
DIMENSION TT(12,12),FC(12,12)
WRITE(*,*)' VERİ DOSYASININ İSMİNİ VERİNİZ'
READ(*,1018)SSS
WRITE(*,*)' ÇIKTI DOSYASININ İSMİNİ VERİNİZ'
READ(*,1018)SA
OPEN(5,FILE=SSS,FORM='FORMATTED',STATUS='OLD')
OPEN(6,FILE=SA,FORM='FORMATTED',STATUS='NEW')
REWIND 5
1018 FORMAT(A8)
1256 FORMAT(1X,'w(rad/sn)=' ,1PE14.6,1X,'w(Hertz)=' ,1PE14.6,1X,'Det [F]=
*' ,1PE14.6)
PAY=3.1415926535898DO
READ(5,*) AA1,AA2
READ(5,*) ALFA,AAO
READ(5,*) KN,KB,PO
READ(5,*) I2,I3,I1
READ(5,*) AL
READ(5,*) EO,PO,RO
GO=EO/(2.DO*(1.DO+PO))
M=200
READ(5,*) KAT
FAY=PAY*KAT
READ(5,*) NB
READ(5,*) Z1,DELZ,IDON
Z=Z1*Z1
READ(5,*) NBOL
READ(5,*) ISEC
N=12
HO=DTAN(ALFA*PAY/180.DO)*AAO
CO=DSQRT(AAO*AAO+HO*HO)
X=FAY/NBOL
NBL=NBOL+2
DO 950 IBUY=1,IDON
DO 951 ITAS=2,NBOL
JF=NBL-ITAS

```



```
FI=JF*X
IF(ISEC.EQ.2) GO TO 85
AA=AA1+(AA2-AA1)*(1.DO-(2.DO*FI/FAY))**2
GO TO 86
85 AA=AA1+((AA2-AA1)*FI/FAY)
86 H=DTAN(ALFA*PAY/180.DO)*AA
C=DSORT(AA*AA+H*H)
CALL COEF4(A,N,AA,H,C,AL,I1,I2,I3,EO,GO,KN,KB,PO,CO)
CALL CHPOCO(N,A,P)
CALL PSI(N,P,X,PS,T,M)
CALL TRANS(N,PS,FF,A)
CALL KUTGM(X,Z,I2,I3,I1,AL,C,RO,EO,M1,CO)
JF1=NEL+1-ITAS
FI2=JF1*X
IF(ISEC.EQ.2) GO TO 851
AAA=AA1+(AA2-AA1)*(1.DO-(2.DO*FI2/FAY))**2
GO TO 861
851 AAA=AA1+((AA2-AA1)*FI2/FAY)
861 H1=DTAN(ALFA*PAY/180.DO)*AAA
C1=DSORT(AAA*AAA+H1*H1)
CALL KUTGM(X,Z,I2,I3,I1,AL,C1,RO,EO,M2,CO)
DO 5707 I=1,12
DO 5707 J=1,12
5707 M1(I,J)=(M1(I,J)+M2(I,J))/2.DO
CALL MATMUL(FF,M1,FC,12,12,12)
IF(ITAS.EQ.2)GO TO 952
CALL MATMUL(TT,FC,FK,12,12,12)
DO 676 I=1,12
DO 676 J=1,12
676 TT(I,J)=FK(I,J)
GO TO 951
952 DO 436 I=1,12
DO 436 J=1,12
436 TT(I,J)=FC(I,J)
951 CONTINUE
IF(ISEC.EQ.2) GO TO 852
AA=AA1+(AA2-AA1)*(1.DO-(2.DO*X/FAY))**2
GO TO 862
852 AA=AA1+((AA2-AA1)*X/FAY)
862 H=DTAN(ALFA*PAY/180.DO)*AA
C=DSORT(AA*AA+H*H)
CALL COEF4(A,N,AA,H,C,AL,I1,I2,I3,EO,GO,KN,KB,PO,CO)
CALL CHPOCO(N,A,P)
CALL PSI(N,P,X,PS,T,M)
CALL TRANS(N,PS,FK,A)
```

```
CALL MATMUL(TT,FK,FC,12,12,12)
X1=X/2.DO
CALL KUTGM(X1,Z,I2,I3,I1,AL,C,RO,EO,M1,CO)
IF(ISEC.EQ.2) GO TO 853
AA=AA1+(AA2-AA1)*(1.DO-(2.DO*X*NBOL/FAY))**2
GO TO 863
853 AA=AA1+((AA2-AA1)*X*NBOL/FAY)
863 H=DTAN(ALFA*PAY/180.DO)*AA
C=DSQRT(AA*AA+H*H)
CALL KUTGM(X1,Z,I2,I3,I1,AL,C,RO,EO,M2,CO)
GO TO (822,824,823,825,822,824),NB
824 CALL MATMUL(FC,M1,F,12,12,12)
GO TO 821
822 CALL MATMUL(M2,FC,F,12,12,12)
GO TO 821
823 DO 906 I=1,12
DO 906 J=1,12
906 F(I,J)=FC(I,J)
GO TO 821
825 CALL MATMUL(M2,FC,TT,12,12,12)
CALL MATMUL(TT,M1,F,12,12,12)
821 CALL SINIR(F,NB,ZET)
ZB=DSQRT(Z)
ZZB=ZB/(2.DO*PAY)
WRITE(6,1256)ZB,ZZB,ZET
WRITE(*,1256)ZB,ZZB,ZET
ZB=ZB+DELZ
Z=ZB*ZB
950 CONTINUE
STOP
END
```

```
SUBROUTINE TRANS(N,PS,F,A)
SUBROUTINE PSI(N,P,X,PS,T,M)
SUBROUTINE MATMUL(A,B,C,IC,JC,KC)
FUNCTION IFACT(N)
```

Listeler (Ek.E) de verilmistir.

```

SUBROUTINE COEF4(A,N,AA,H,C,AL,I1,I2,I3,EO,GO,KN,KB,PO,CO)
IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
REAL*8 K1,K2,K3,I1,I2,I3,KN,KB
DIMENSION A(N,N)
CC=C*C
K1=H/C
K2=0.0D0
K3=AA/C
DO 100 I=1,N
DO 100 J=1,N
100 A(I,J)=0.0
A(1,2)=K3
A(1,3)=-K2
A(2,3)=K1
DO 101 I=1,9,3
A(I+3,I+5)=A(1,3)
A(I+3,I+4)=A(1,2)
101 A(I+4,I+5)=A(2,3)
DO 102 I=1,12
DO 102 J=1,12
102 A(J,I)=-A(I,J)
A(2,6)=1.0D0*C/CO
A(3,5)=-1.0D0*C/CO
A(12,8)=-1.0D0*C/CO-(KN*PO*H/(CO*GO*AL))
A(1,7)=I2*C/(AL*CO**3)
A(2,8)=EO*I2*KN*C/(GO*AL*CO**3)
A(3,9)=EO*I2*KB*C/(GO*AL*CO**3)
A(4,10)=EO*I2*C/(GO*I1)/CO
A(5,11)=1.0D0*C/CO
A(6,12)=I2*C/I3/CO
A(7,11)=CO*PO*AA/(EO*I2)
A(8,10)=-CO*PO*AA/(GO*I1)
A(8,12)=CO*PO*H/(EO*I3)
A(9,11)=-CO*PO*H/(EO*I2)
A(10,8)=KN*PO*AA/(CO*GO*AL)
A(11,7)=-PO*AA/(CO*EO*AL)
A(11,9)=(KB*PO*H/(CO*GO*AL))+1.0D0*C/CO
A(10,11)=A(10,11)-(AA*PO*H/(EO*I2))
A(11,10)=A(11,10)+(AA*PO*H/(GO*I1))
A(11,12)=A(11,12)+(AA*PO*AA/(EO*I3))
A(12,11)=A(12,11)-(AA*PO*AA/(EO*I2))
A(10,6)=CO*PO*AA/(EO*I2)
A(11,5)=-CO*PO*H/(EO*I2)
A(12,6)=-CO*PO*H/(EO*I2)
RETURN
END

```

```
SUBROUTINE KUTGM(X,ZZ,IN,IB,JB,AL,C,RO,EO,KGM,CO)
IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
REAL*8 IN,IB,JB,KGM
DIMENSION KGM(12,12)
DO 45 I=1,12
DO 45 J=1,12
45 KGM(I,J)=0.0D0
DO 4 I=1,12
4 KGM(I,I)=1.0D0
DO 5 I=1,3
5 KGM(I+6,I)=-ZZ*RO*AL*C*CO*CO*CO*X/(EO*IN)
KGM(10,4)=-ZZ*RO*C*CO*JB*X/(EO*IN)
KGM(11,5)=-ZZ*RO*C*CO*X/EO
KGM(12,6)=-ZZ*RO*C*CO*IB*X/(EO*IN)
RETURN
END
```

SUBROUTINE DETER (N,A,DA)  
DIMENSION A(6,6)  
Liste (Ek L.1) de verilmiştir

SUBROUTINE CHPOCO(N,A,P)  
Liste (Ek.D) de verilmistir.

SUBROUTINE SINIR(F,NB,TET)  
Liste (Ek L.1) de verilmiştir.

## Ek.N. Ufuk Çizgisi Depolama Tekniği ve Sturm Dizisi Kontrolü

### N.1. Ufuk Çizgisi Depolama Tekniği

Ufuk çizgisi depolama tekniği özetle, simetrik kare bir matrisin ufuk çizgisi altındaki elemanlarının, tek boyutlu dizi ile tarif edilmesine dayanmaktadır. Bu şekilde, büyük boyutlu problemlerin bilgisayar hafızasında daha az yer işgal etmesi mümkün olmaktadır. Aşağıda kısaca, bu teknik açıklanacaktır (BATHE ve WILSON,1976):

Yarı bant genişliği  
|<----->|

$$[K] = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & 0 & K_{14} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & K_{22} & K_{23} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & K_{33} & K_{34} & 0 & K_{36} & 0 & 0 \\ & & & K_{44} & K_{45} & K_{46} & 0 & 0 \\ & & & & K_{55} & K_{56} & 0 & K_{58} \\ & & & & & K_{66} & K_{67} & 0 \\ & & & & & & K_{77} & K_{78} \\ & & & & & & & K_{88} \end{bmatrix} \quad (N.1)$$

simetrik

(8x8)

örnek olarak, (8x8) mertebesinde bir sistem rijitlik matrisi düşünelim. [K] nin elemanlarının, (N.1) de olduğu gibi dizildiğini varsayalım. [K] matrisinin bu şekilde bütün elemanlarının toplam

sayısı, 64 olacaktır. Hafızada saklanacak boyutların küçültülmesi için bir yol, bu matrisin bant genişliğinden faydalanarak dik dörtgen olarak saklanmasıdır (TEZCAN,1970). Bu durumda boyutlar önemli miktarda küçülmektedir. Etkin bir çözüm olan diğer yol ise, [K] nın elemanların, tek boyutlu bir matris halinde saklanmasıdır.

Sırasıyla birinci kolondan ve her kolonda ilk sıfırdan farklı elemandan başlanarak [K] nın, (N.1) de görülen bu elemanları, A matrisinde aşağıda olduğu gibi saklansın.

$$A = \begin{bmatrix} A(1) & A(3) & 0 & A(9) & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & A(2) & A(5) & A(8) & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & A(4) & A(7) & 0 & A(15) & 0 & 0 \\ & & & A(6) & A(11) & A(14) & 0 & 0 \\ & & & & A(10) & A(13) & 0 & A(21) \\ & & & & & A(12) & A(17) & A(20) \\ & & & & & & A(16) & A(19) \\ & & & & & & & A(18) \end{bmatrix} \quad (N.2)$$

Gerçekte A matrisi tek boyutludur. (N.2) de anlatım kolaylığı bakımından kare matris olarak gösterilmiştir. Bu şekilde hafızada 64 yerine 21 eleman için yer ayrılmış olmaktadır. {A} matrisi teşkil edildikten sonra önemli olan, [K] nın elemanlarının {A} içindeki yerinin formülasyonu olmaktadır. Bu amaçla bazı tarifler yapılacaktır.

i kolon sayısı olmak üzere  $m_i$ ; i inci kolonda, ilk sıfırdan farklı elemanın bulunduğu satır numarasını göstermektedir.  $h_i$  kolon yüksekliği olarak tanımlanır ve

$$h_i = i - m_i \quad (N.3)$$

ile formüle edilir. (N.1) de görülen [K] matrisinde bu değerler,

$m_i$	$h_i = i - m_i$
$m_1 = 1$	$h_1 = 0$
$m_2 = 1$	$h_2 = 1$

(Devam)

$m_i$	$h_i = i - m_i$
$m_3 = 2$	$h_3 = 1$
$m_4 = 1$	$h_4 = 3$
$m_5 = 4$	$h_5 = 1$
$m_6 = 3$	$h_6 = 3$
$m_7 = 6$	$h_7 = 1$
$m_8 = 5$	$h_8 = 3$

şeklinde hesaplanır. [K] nın yarı bant genişliği, maksimum kolon yüksekliğine eşit olmaktadır.

Şimdi de, {MAXA} kolon matrisini tarif edelim: Bu matris [K] nın diyagonal üzerindeki elemanlarının, {A} matrisi içindeki yerini tarif etmek için teşkil edilmektedir. {MAXA} nın eleman sayısı, [K] nın diyagonalı üzerindeki eleman sayısının bir fazlası olarak alınmaktadır.

[K] nın diyagonal elemanı	{A} nın elemanı	MAXA(I)	I
$K_{11}$	A(1)	1	1
$K_{22}$	A(2)	2	2
$K_{33}$	A(4)	4	3
$K_{44}$	A(6)	6	4
$K_{55}$	A(10)	10	5
$K_{66}$	A(12)	12	6
$K_{77}$	A(16)	16	7
$K_{88}$	A(18)	18	8
		22	9

Bu durumda {MAXA} dizisini açık olarak,

$$\{MAXA\} = \{ 1 \ 2 \ 4 \ 6 \ 10 \ 12 \ 16 \ 18 \ 22 \}^T \quad (N.4)$$

şeklinde yazabiliriz. Görüldüğü gibi, bu matrisin elemanları tamsayı sabitlerden oluşmaktadır. Kolon yükseklikleri hesaplandığı zaman, {MAXA} matrisinin elemanları,

$$MAXA(I) = (I-1) \text{ inci kolona kadar ki kolon yüksekliklerinin toplamı} + I \quad (N.5)$$

şeklinde formüle edilebilir. (N.5) ile,

$$\begin{aligned} I=5 \text{ için } & \dots\dots\dots MAXA(5) = (0+1+1+3)+5 = 10 \\ I=8 \text{ için } & \dots\dots\dots MAXA(8) = (0+1+1+3+1+3+1)+8 = 18 \end{aligned}$$

elde edilir. {MAXA}, özel değer problemi çözümünde gerekli işlemler yapılırken [K] nın, {A} içindeki adresini tarif etmede kullanılan temel bir matristir. MAXA(I) nın, I inci diyagonal elemana kadar olan terimlerin toplamı olduğu özelliğinden yararlanarak örneğin,

$$\begin{aligned} & [K] \text{ nın } I \text{ inci kolonunda sıfır} \text{ olan} \\ & \text{terimlerin sayısı} = MAXA(I+1) - MAXA(I) \quad (N.6) \end{aligned}$$

ve bu elemanların {A} içindeki adresi,

$$MAXA(I), \overset{MAXA(I)+1}{MAXA(I+1)}, \overset{MAXA(I)+2}{MAXA(I+2)}, \dots\dots\dots, MAXA(I+1)-1 \quad (N.7)$$

formülasyonu ile tayin edilmektedir.



## N.2. "Sturm Dizisi" Kontrolü

Bu yöntem, özel değer problem çözümünde belirli bir değer altında, probleme ait kaç adet öz değer bulunduğunu pratik olarak hesaplamada kullanılan bir tekniktir. Çözülmesi gereken genel öz değer problemi,

$$[K]\{X\} = \lambda [M]\{X\} \quad (N.8)$$

olsun.  $\alpha$  herhangi reel pozitif bir sayı olmak üzere,

$$[B] = [K] - \alpha[M] \quad (N.9)$$

matrisini teşkil edelim. Bu matrisi alt üçgen  $[L]$ , diyagonal  $[D]$  ve üst üçgen  $[L]^T$  matrislere,

$$[B] = [L][D][L]^T \quad (N.10)$$

şeklinde ayıralım. (N.10) da diyagonal matrisin elemanlarındaki negatif terimlerin sayısı, seçilen  $\alpha$  değerinin altında bulunan öz değer sayılarını vermektedir. Eğer bütün elemanlar pozitifse, öz değerlerin hepsi seçilen  $\alpha$  dan büyük demektir. Hepsi negatifse, öz değerlerin hepsi  $\alpha$  dan küçük olacaktır (BATHE ve WILSON, 1976).

Ek:0.1. SERDOG Program Listesi

SERDOG.FOR

```
IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
REAL*8 IN,IB,JB,K1,KJ,MK,NSAR,KJ1
CHARACTER*8 SSS,SA
DIMENSION NC(100,12),KJ(12,12),MHT(606),SKJ(78),SSJ(78),MAXA(606)
DIMENSION SKM(6000),SRM(6000),EKM(12,12),ID(6,101)
DIMENSION NEIV(23),R(606,23),TT(606),W(606),EIGV(23),D(23)
DIMENSION VEC(23,23),AR(276),BR(276),RTOLV(23),BUP(23),
*BLD(23),BUPC(23),KJ1(12,12),EKM1(12,12)
NTOT=3000
WRITE(*,*)' VERI DOSYASININ ISMINI VERINIZ'
READ(*,1018)SSS
WRITE(*,*)' CIKTI DOSYASININ ISMINI VERINIZ'
CLOSE(6)
CLOSE(1)
READ(*,1018)SA
OPEN(1,FILE='NSTIF',FORM='FORMATTED',STATUS='NEW')
OPEN(5,FILE=SSS,FORM='FORMATTED',STATUS='OLD')
OPEN(6,FILE=SA,FORM='FORMATTED',STATUS='NEW')
REWIND 5
READ(5,*) NUMNP
NM=NUMNP-1
READ(5,*) AA,ALFA,PO
READ(5,*) EL,PO,RO,CAP
READ(5,*) NSAR
KNOLD=0
NOLD=0
10 READ(5,*) N,(ID(I,N),I=1,6),KN
IF(KNOLD.EQ.0) GOTO 550
NUM=(N-NOLD)/KNOLD
NUMN=NUM-1
IF(NUMN.LT.1) GOTO 550
K=NOLD
DO 330 J=1,NUMN
KK=K
K=K+KNOLD
DO 330 I=1,6
ID(I,K)=ID(I,KK)
330 CONTINUE
550 NOLD=N
KNOLD=KN
```

```
IF(N.NE.NUMNP) GOTO 10
NEQ=0
DO 3100 N=1,NUMNP
DO 3100 I=1,6
IF(ID(I,N)) 110,120,110
120 NEQ=NEQ+1
ID(I,N)=NEQ
GO TO 3100
110 ID(I,N)=0
3100 CONTINUE
DO 410 N=1,NM
I=N
J=I+1
DO 390 L=1,12
390 NC(N,L)=0
DO 400 L=1,6
NC(N,L)=ID(L,I)
400 NC(N,L+6)=ID(L,J)
410 CONTINUE
DO 80 I=1,NTOT
80 SRM(I)=0.0D0
PAY=3.1415926535898D0
ALFA=ALFA*PAY/180.D0
AT=PAY*CAP**4/64.D0
PAT=AT*2.D0
AL=PAY*CAP*CAP/4.D0
DELFI=TACI/NM
G=EL/(2.D0*(1.D0+PO))
H=DTAN(ALFA)*AA
CI=DSQRT(AA*AA+H*H)
DO 198 N=1,NM
FI1=(N-1)*DELFI
FI2=N*DELFI
FI=(FI1+FI2)/2.D0
PNO=PO*DSIN(ALFA)
CALL ERM(DELFI,CI,KJ,EL,AT,AL,PNO,G)
CALL DODON(KJ,FI,ALFA)
CALL EKMAT(DELFI,CI,EKM,AT,AL,RO)
CALL DODON(EKM,FI,ALFA)
CALL ELKOL(KJ,SKJ,12)
CALL ELKOL(EKM,SSJ,12)
CALL ELKOLY (NC,MHT,N)
CALL DIYAD(MAXA,MHT,NEQ,NWK)
ND1=NEQ+1
CALL SISTEM(NC,N,MAXA,SKJ,SRM,NWK)
```

```

NWM=NWK
CALL SISTEM(NC,N,MAXA,SSJ,SKM,NWM)
198 CONTINUE
READ(5,*)NROOT,IFPR
NITEM=16
NO=MINO(2*NROOT,NROOT+8)
NNC=NO*(NO+1)/2
IFSS=1
RTOL=1.E-4
NN=NEQ
NSTIF=1
NNM=NN+1
CALL SSPACE(SRM,SKM,MAXA,R,EIGV,TT,W,AR,BR,VEC.D,RTOLV,BUP,BLD,
*BUPC,NN,NNM,NWK,NWM,NROOT,RTOL,NO,NNC,NITEM,IFSS,IFPR,NSTIF)
STOP
1018 FORMAT(A8)
END
```

```

SUBROUTINE SISTEM(NC,N,MAXA,SKJ,SRM,NWK)
IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
DIMENSION MAXA(606),NC(100,12),SRM(NWK),SKJ(78)
NDI=0
DO 5200 I=1,12
II=NC(N,I)
IF(II) 5200,5200,5100
5100 MI=MAXA(II)
KS=I
DO 5220 J=1,12
JJ=NC(N,J)
IF(JJ) 5220,5220,5110
5110 IJ=II-JJ
IF(IJ) 5220,5210,5210
5210 KK=MI+IJ
KSS=KS
IF(J.GE.I) KSS=J+NDI
SRM(KK)=SRM(KK)+SKJ(KSS)
5220 KS=KS+12-J
5200 NDI=NDI+12-I
RETURN
END
```

```

SUBROUTINE DODON(KJ,FI,ALFA)
IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
DIMENSION KJ(12,12),T(12,12),A(12,12),KJD(12,12)
REAL*8 KJ,KJD
DO 2 I=1,12
DO 2 J=1,12
2 T(I,J)=0.DO
T(1,1)=-DCOS(ALFA)*DSIN(FI)
T(1,2)=DCOS(ALFA)*DCOS(FI)
T(1,3)=DSIN(ALFA)
T(2,1)=-DCOS(FI)
T(2,2)=-DSIN(FI)
T(3,1)=DSIN(ALFA)*DSIN(FI)
T(3,2)=-DSIN(ALFA)*DCOS(FI)
T(3,3)=DCOS(ALFA)
DO 8 I=1,3
DO 8 J=1,3
T(I+3,J+3)=T(I,J)
8 T(I+6,J+6)=T(I,J)
T(I+9,J+9)=T(I,J)
DO 9 I=1,12
DO 9 J=1,12
A(I,J)=0.0DO
DO 9 K=1,12
9 A(I,J)=A(I,J)+T(K,I)*KJ(K,J)
CONTINUE
DO 10 I=1,12
DO 10 J=1,12
KJ(I,J)=0.0DO
DO 10 K=1,12
10 KJ(I,J)=KJ(I,J)+A(I,K)*T(K,J)
CONTINUE
RETURN
END

```

```

SUBROUTINE ELKOL(KJ,SKJ,ND)
IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
REAL*8 KJ
DIMENSION KJ(12,12),SKJ(78)
ND1=ND+1
NS=0
DO 10 I=1,ND
IF(I.NE.1) NS=NS+ND1-I
DO 10 J=I,ND
10 SKJ(NS+J)=KJ(I,J)
RETURN
END

```

```
SUBROUTINE ERM(DELFI, CI, KJ, EL, AT, AL, P0, G)
  IMPLICIT REAL*8(A-H, O-Z)
  REAL*8 KJ, KG
  DIMENSION KJ(12,12), KG(12,12)
  PAT=2*AT
  BOY=CI*DELFI
  FF=12.0*EL*AT/G/AL/BOY**2
  DO 10 I=1,12
  DO 10 J=1,12
10  KJ(I,J)=0.0
    KJ(1,1)=EL*AL/BOY
    KJ(7,7)=KJ(1,1)
    KJ(7,1)=-KJ(1,1)
    KJ(2,2)=12.0*EL*AT/BOY**3/(1.0+FF)
    KJ(3,3)=KJ(2,2)
    KJ(8,8)=KJ(2,2)
    KJ(9,9)=KJ(2,2)
    KJ(8,2)=-KJ(2,2)
    KJ(9,3)=-KJ(2,2)
    KJ(6,2)=6.0*EL*AT/BOY**2/(1.0+FF)
    KJ(12,2)=KJ(6,2)
    KJ(11,9)=KJ(6,2)
    KJ(9,5)=KJ(6,2)
    KJ(5,3)=-KJ(6,2)
    KJ(11,3)=-KJ(6,2)
    KJ(8,6)=-KJ(6,2)
    KJ(12,8)=-KJ(6,2)
    KJ(4,4)=G*PAT/BOY
    KJ(10,10)=KJ(4,4)
    KJ(10,4)=-KJ(4,4)
    KJ(5,5)=(4.0+FF)*EL*AT/BOY/(1.0+FF)
    KJ(6,6)=KJ(5,5)
    KJ(11,11)=KJ(5,5)
    KJ(12,12)=KJ(5,5)
    KJ(11,5)=(2.0-FF)*EL*AT/(BOY)/(1.0+FF)
    KJ(12,6)=KJ(11,5)
  DO 20 I=1,12
  DO 20 J=1,12
20  KG(I,J)=0.0
    KG(2,2)=6.0*P0/5.0/BOY
    KG(3,3)=KG(2,2)
    KG(8,8)=KG(2,2)
    KG(9,9)=KG(2,2)
    KG(8,2)=-KG(2,2)
    KG(9,3)=-KG(2,2)
```

```
KG(9,9)=KG(2,2)
KG(8,2)=-KG(2,2)
KG(9,3)=-KG(2,2)
KG(5,5)=2.0*PO*BOY/15.0
KG(6,6)=KG(5,5)
KG(11,11)=KG(5,5)
KG(12,12)=KG(5,5)
KG(6,2)=PO/10.0
KG(12,2)=KG(6,2)
KG(9,5)=KG(6,2)
KG(11,9)=KG(6,2)
KG(5,3)=-KG(6,2)
KG(11,3)=-KG(6,2)
KG(8,6)=-KG(6,2)
KG(12,8)=-KG(6,2)
KG(11,5)=-PO*BOY/30.0
KG(12,6)=-PO*BOY/30.0
DO 30 I=1,12
DO 30 J=1,12
30 KJ(I,J)=KJ(I,J)-KG(I,J)
DO 40 I=1,12
DO 40 J=1,12
40 KJ(I,J)=KJ(J,I)
RETURN
END
```

```
SUBROUTINE ELKOLY(NC,MHT,N)
IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
DIMENSION MHT(606),NC(100,12)
LS=100000
DO 100 I=1,12
IF(NC(N,I)) 110,100,110
110 IF(NC(N,I)-LS) 120,100,100
120 LS=NC(N,I)
100 CONTINUE
DO 200 I=1,12
II=NC(N,I)
IF(II.EQ.0) GO TO 200
ME=II-LS
IF(ME.GT.MHT(II)) MHT(II)=ME
200 CONTINUE
RETURN
END
```

```

SUBROUTINE SSPACE(A,B,MAXA,R,EIGV,TT,W,AR,BR,VEC,D,RTOLV,BUP,BLD,
*BUFC,NN,NNM,NWK,NWM,NROOT,RTOL,NC,NNC,NITEM,IFSS,IFPR,NSTIF)
IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
INTEGER MAXA(NNM)
DIMENSION A(NWK),B(NWM),R(NN,NC),TT(NN),W(NN),EIGV(NC),D(NC),
*VEC(NC,NC),AR(NNC),BR(NNC),RTOLV(NC),BUP(NC),BLD(NC),BUFC(NC)
DIMENSION NEIV(23)
ABS(X)=DABS(X)
SQRT(X)=DSQRT(X)
TOLJ=1.E-12
ICONV=0
NSCH=0
NSMAX=12
N1=NC+1
NC1=NC-1
REWIND NSTIF
WRITE (NSTIF,*) A
60 DO 60 I=1,NC
D(I)=0.DO
ND=NN/NC
IF(NWM.GT.NN) GO TO 4
J=0
DO 2 I=1,NN
II=MAXA(I)
R(I,1)=B(I)
IF(B(I).GT.0)J=J+1
2 W(I)=B(I)/A(II)
IF(NC.LE.J)GO TO 16
WRITE(6,1007)
STOP
4 DO 10 I=1,NN
II=MAXA(I)
R(I,1)=B(II)
10 W(I)=B(II)/A(II)
16 DO 20 J=2,NC
DO 20 I=1,NN
20 R(I,J)=0.DO
L=NN-ND
DO 30 J=2,NC
RT=0.DO
DO 40 I=1,L
IF(W(I).LT.RT)GO TO 40
RT=W(I)
IJ=I
40 CONTINUE
DO 50 I=L,NN

```



```
IF(W(I).LE.RT)GO TO 50
RT=W(I)
IJ=I
50 CONTINUE
TT(J)=FLOAT(IJ)
W(IJ)=0.DO
L=L-ND
30 R(IJ,J)=1.DO
WRITE(6,1008)
WRITE(6,1002) (TT(J),J=2.NC)
ISH=0
CALL DECOMP(A,MAXA,NN,ISH)
NITE=0
100 NITE=NITE+1
IF(IFPR.EQ.0)GO TO 90
WRITE(6,1010)NITE
90 IJ=0
DO 110 J=1,NC
DO 120 K=1,NN
120 TT(K)=R(K,J)
CALL REDBAK(A,TT,MAXA,NN)
DO 130 I=J,NC
ART=0.DO
DO 140 K=1,NN
140 ART=ART+R(K,I)*TT(K)
IJ=IJ+1
130 AR(IJ)=ART
DO 150 K=1,NN
150 R(K,J)=TT(K)
110 CONTINUE
IJ=0
DO 160 J=1,NC
CALL MULT(TT,B,R(1,J),MAXA,NN,NWM)
DO 180 I=J,NC
BRT=0.DO
DO 190 K=1,NN
190 BRT=BRT+R(K,I)*TT(K)
IJ=IJ+1
180 BR(IJ)=BRT
IF(ICONV.GT.0)GO TO 160
DO 200 K=1,NN
200 R(K,J)=TT(K)
160 CONTINUE
IF(IFPR.EQ.0)GO TO 320
IND=1
210 WRITE(6,1020)
```

```
      II=1
      DO 300 I=1,NC
      ITEMP=II+NC-I
      WRITE(6,1005) (AR(J),JJ=II,ITEMP)
300    II=II+N1-I
      WRITE(6,1030)
      II=1
      DO 310 I=1,NC
      ITEMP=II+NC-I
      WRITE(6,1005) (BR(J),JJ=II,ITEMP)
310    II=II+N1-I
      IF(IND.EQ.2)GO TO 350
320    CALL JACOB(AR,BR,VEC,EIGV,W,NC,NNC,TOLJ,NSMAX,IFPR)
      IF(IFPR.EQ.0)GO TO 350
      WRITE(6,1040)
      IND=2
      GO TO 210
350    IS=0
      II=1
      DO 360 I=1,NC1
      ITEMP=II+N1-I
      IF(EIGV(I+1).GE.EIGV(I))GO TO 360
      IS=IS+1
      EIGVT=EIGV(I+1)
      EIGV(I+1)=EIGV(I)
      EIGV(I)=EIGVT
      BT=BR(ITEMP)
      BR(ITEMP)=BR(II)
      BR(II)=BT
      DO 370 K=1,NC
      RT=VEC(K,I+1)
      VEC(K,I+1)=VEC(K,I)
370    VEC(K,I)=RT
360    II=ITEMP
      IF(IS.GT.0) GO TO 350
      IF(IFPR.EQ.0)GO TO 375
      WRITE(6,1035)
      WRITE(6,1006) (EIGV(I),I=1,NC)
375    DO 420 I=1,NN
      DO 422 J=1,NC
422    TT(J)=R(I,J)
      DO 424 K=1,NC
      RT=0.DO
      DO 430 L=1,NC
430    RT=RT+TT(L)*VEC(L,K)
424    R(I,K)=RT
420    CONTINUE
```

```
IF(ICONV.GT.0)GO TO 500
DO 380 I=1,NC
DIF=ABS(EIGV(I)-D(I))
380 RTOLV(I)=DIF/EIGV(I)
IF(IFPR.EQ.0)GO TO 385
WRITE(6,1050)
WRITE(6,1005) (RTOLV(I),I=1,NC)
385 DO 390 I=1,NROOT
IF (RTOLV(I).GT.RTOL)GO TO 400
390 CONTINUE
WRITE(6,1060)RTOL
ICONV=1
GO TO 100
400 IF(NITE.LT.NITEM)GO TO 410
WRITE(6,1070)
ICONV=2
IFSS=0
GO TO 100
410 DO 440 I=1,NC
440 D(I)=EIGV(I)
GO TO 100
500 WRITE(6,1100)
WRITE(6,1006) (EIGV(I),I=1,NROOT)
WRITE(6,1110)
DO 530 J=1,NROOT
530 WRITE(6,1005) (R(K,J),K=1,NN)
REWIND NSTIF
READ(NSTIF,*)A
DO 580 L=1,NROOT
RT=EIGV(L)
CALL MULT(TT,A,R(1,L),MAXA,NN,NWK)
VNORM=0.DO
DO 590 I=1,NN
590 VNORM=VNORM+TT(I)*TT(I)
CALL MULT(W,B,R(1,L),MAXA,NN,NWM)
WNORM=0.DO
DO 600 I=1,NN
TT(I)=TT(I)-RT*W(I)
600 WNORM=WNORM+TT(I)*TT(I)
VNORM=SQRT(VNORM)
WNORM=SQRT(WNORM)
D(L)=WNORM/VNORM
580 CONTINUE
WRITE(6,1115)
WRITE(6,1006) (D(I),I=1,NROOT)
IF(IFSS.EQ.0) GO TO 700
CALL SCHECK(EIGV,RTOLV,BUP,BLD,BUPC,NEIV,NC,NEI,RTOL,SHIFT)
```

```

WRITE(6.1120) SHIFT
REWIND NSTIF
READ(NSTIF,*)A
IF(NWM.GT.NN) GO TO 645
DO 640 I=1,NN
II=MAXA(I)
640  A(II)=A(II)-B(I)*SHIFT
GO TO 660
645  DO 650 I=1,NWK
650  A(I)=A(I)-B(I)*SHIFT
660  ISH=1
CALL DECOMP(A,MAXA,NN,ISH)
NSCH=0
DO 664 I=1,NN
II=MAXA(I)
IF(A(II).LT.0)NSCH=NSCH+1
664  CONTINUE
IF(NSCH.EQ.NEI)GO TO 670
NMIS=NSCH-NEI
WRITE(6,1130)NMIS
GO TO 700
670  WRITE(6,1140)NSCH
700  RETURN
1002 FORMAT(1X,10F10.0)
1005 FORMAT(1X,12E11.4)
1006 FORMAT(1X,6E22.14)
1007 FORMAT(///,'STOP, NC IS LARGER THAN THE NUMBER OF MASS DEGREES OF
*FREEDOM')
1008 FORMAT(///,'DEGREES OF FREEDOM EXCITED BY UNIT STARTING ITERATION
*VECTORS')
1010 FORMAT(/,1X,' I T E R A T I O N   N U M B E R',I4)
1020 FORMAT(1X,'PROJECTION OF A (MATRIX AR)')
1030 FORMAT(1X,'PROJECTION OF A (MATRIX BR)')
1035 FORMAT(1X,'EINGENVALUES OF AR-LAMBDA*BR')
1040 FORMAT(1X,'AR AND BR AFTER JACOBI DIAGONALIZATION')
1050 FORMAT(1X,'RELATIVE TOLERANCE REACHED ON EINGENVALUES')
1060 FORMAT(///,1X,'CONVERGENCE REACHED FOR RTOL',E10.4)
1070 FORMAT(1X,'NO CONVERGENCE IN MAXIMUM NUMBER OF ITERATIONS PERMI
*TIED/ WE ACCEPT CURRENT ITERATION VALUES/ THE STURM SEQUENCE
*CHECK IS NOT PERMITTED')
1100 FORMAT(///,1X,'THE CALCULATED EINGENVALUES ARE')
1115 FORMAT(///,1X,'PRINT ERROR NORMS ON THE EINGEVALUES')
1110 FORMAT(///,'THE CALCULATED EINGENVECTORS ARE',//)
1120 FORMAT(///,1X,'CHECK APPLIED AT SHIFT',E22.14)
1130 FORMAT(///,1X/'THERE ARE',1X,I4,1X,'EINGENVALUES MISSING')
1140 FORMAT(///,1X,'WE FOUND THE LOWEST',1X,I4,1X,'EINGENVALUES')
END

```

```
SUBROUTINE SCHECK (EIGV,RTOLV,BUP,BLD,BUPC,NEIV,NC,NEI,RTOL,SHIFT)
IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
DIMENSION EIGV(NC),RTOLV(NC),BUP(NC),BLD(NC),BUPC(NC),NEIV(NC)
RTOL=0.01
DO 100 I=1,NC
BUP(I)=EIGV(I)*(1.+RTOL)
100 BLD(I)=EIGV(I)*(1.-RTOL)
NROOT=0
DO 120 I=1,NC
120 IF (RTOLV(I).LT.RTOL) NROOT=NROOT+1
IF (NROOT.GE.1) GO TO 200
WRITE (6,1010)
STOP
200 DO 240 I=1,NROOT
240 NEIV(I)=1
IF (NROOT.NE.1) GO TO 260
BUPC(1)=BUP(1)
LM=1
L=1
I=2
GO TO 295
260 L=1
I=2
270 IF (BUP(I-1).LE.BLD(I)) GO TO 280
NEIV(L)=NEIV(L)+1
I=I+1
IF (I.LE.NROOT) GO TO 270
280 BUPC(L)=BUP(I-1)
IF (I.GT.NROOT) GO TO 290
L=L+1
I=I+1
IF (I.LE.NROOT) GO TO 270
BUPC(L)=BUP(I-1)
290 LM=L
IF (NROOT.EQ.NC) GO TO 300
295 IF (BUP(I-1).LE.BLD(I)) GO TO 300
IF (RTOLV(I).GT.RTOL) GO TO 300
BUPC(L)=BUP(I)
NEIV(L)=NEIV(L)+1
NROOT=NROOT+1
IF(NROOT.EQ.NC) GO TO 300
I=I+1
GO TO 295
300 WRITE (6,1020)
WRITE (6,1005) (BUPC(I),I=1,LM)
```

```

WRITE (6,1030)
WRITE (6,1006) (NEIV(I),I=1,LM)
LL=LM-1
IF(LM.EQ.1) GO TO 310
330 DO 320 I=1,LL
320 NEIV(L)=NEIV(L)+NEIV(I)
L=L-1
LL=LL-1
IF(L.NE.1) GO TO 330
310 WRITE (6,1040)
WRITE (6,1006) (NEIV(I),I=1,LM)
L=0
DO 340 I=1,LM
L=L+1
IF (NEIV(I).GE.NROOT) GO TO 350
340 CONTINUE
350 SHIFT=BUFC(L)
NEI=NEIV(L)
RETURN
1005 FORMAT (1X,6E22.14)
1006 FORMAT (1X,6I22)
1010 FORMAT ('***ERROR SOLUTION STOP IN *SCHECK*',/12X,
1 'NO EIGENVALUES FOUND.', / 1X)
1020 FORMAT (///,' UPPER BOUNDS CN EIGENVALUE CLUSTERS ' )
1030 FORMAT (1X,'NO OF EIGENVALUES IN EACH CLUSTER' )
1040 FORMAT (1X,'NO OF EIGENVALUES LESS THAN UPPER BOUNDS' )
END

```

```

SUBROUTINE DIYAD (MAXA,MHT,NEQ,NWK)
IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
DIMENSION MAXA(606),MHT(606)
NN=NEQ+1
DO 20 I=1,NN
20 MAXA(I)=0
MAXA(1)=1
MAXA(2)=2
MK=0
IF(NEQ.EQ.1) GOTO 100
DO 10 I=2,NEQ
IF(MHT(I).GT.MK) MK=MHT(I)
10 MAXA(I+1)=MAXA(I)+MHT(I)+1
100 MK=MK+1
NWK=MAXA(NEQ+1)-MAXA(1)
RETURN
END

```

```
SUBROUTINE DECOMP (A,MAXA,NN,ISH)
IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
DIMENSION A(1),MAXA(1)
ABS(X)=DABS(X)
IF (NN.EQ.1) RETURN
DO 200 N=1,NN
KN=MAXA(N)
KL=KN+1
KU=MAXA(N+1)-1
KH=KU-KL
IF (KH) 304,240,210
210 K=N-KH
IC=0
KLT=KU
DO 260 J=1,KH
IC=IC+1
KLT=KLT-1
KI=MAXA(K)
ND=MAXA(K+1)-KI-1
IF (ND) 260,260,270
270 KK=MINO(IC,ND)
C=0.
DO 280 L=1,KK
280 C=C+A(KI+L)*A(KLT+L)
A(KLT)=A(KLT)-C
260 K=K+1
240 K=N
B=0.
DO 300 KK=KL,KU
K=K-1
KI=MAXA(K)
C=A(KK)/A(KI)
IF (ABS(C).LT.1.E07) GO TO 290
WRITE (IOUT,2010) N,C
STOP
290 B=B+C*A(KK)
300 A(KK)=C
A(KN)=A(KN)-B
304 IF (A(KN)) 310,310,200
310 IF (ISH.EQ.0) GO TO 320
IF (A(KN).EQ.0.) A(KN)=-1.E-16
GO TO 200
320 WRITE(IOUT,2000) N,A(KN)
STOP
200 CONTINUE
```

```

RETURN
2000 FORMAT(//,' STOP - STIFFNESS MATRIX NOT POSITIVE DEFINITE' ,//
1          ' NONPOSITIVE PIVOT FOR EQUATION=' ,I4, //
2          ' PIVOT =' ,E20.12 )
2010 FORMAT(//,' STOP - STURM SEQUENCE CHECK FAILED BECAUSE OF' ,
1 ' MULTIPLIER GROWTH FOR COLUMN NUMBER' ,I4// 'MULTIPLIER=' ,E20.8)
END

```

```

SUBROUTINE EKMAT(DELFI, CI, EKM, AT, AL, RO)
IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
DIMENSION EKM(12,12)
PAT=2*AT
BOY=CI*DELFI
DO 10 I=1,12
DO 10 J=1,12
10  EKM(I,J)=0.0
EKM(1,1)=RO*AL*BOY/3.
EKM(7,7)=EKM(1,1)
EKM(7,1)=RO*AL*BOY/6.
EKM(2,2)=RO*AL*BOY*(13./35.+6.*AT/5./AL/BOY**2)
EKM(3,3)=EKM(2,2)
EKM(8,8)=EKM(2,2)
EKM(9,9)=EKM(2,2)
EKM(4,4)=RO*BOY*PAT/3.
EKM(10,10)=EKM(4,4)
EKM(10,4)=RO*BOY*PAT/6.
EKM(5,3)=-RO*AL*BOY*(11.*BOY/210.+AT/10./AL/BOY)
EKM(12,8)=EKM(5,3)
EKM(6,2)=-EKM(5,3)
EKM(11,9)=-EKM(5,3)
EKM(8,2)=RO*AL*BOY*(9./70.-6.*AT/5./AL/BOY**2)
EKM(9,3)=EKM(8,2)
EKM(8,6)=RO*AL*BOY*(13.*BOY/420.-AT/10./AL/BOY)
EKM(11,3)=EKM(8,6)
EKM(9,5)=-EKM(8,6)
EKM(12,2)=-EKM(8,6)
EKM(11,5)=-RO*AL*BOY*(BOY**2/140.+AT/30./AL)
EKM(12,6)=EKM(11,5)
DO 40 I=1,12
DO 40 J=1,12
40  EKM(I,J)=EKM(J,I)
RETURN
END

```



```

SUBROUTINE JACOB (A,B,X,EIGV,D,N,NWA,RTOL,NSMAX,IFPR)
  IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
  DIMENSION A(NWA),B(NWA),X(N,N),EIGV(N),D(N)
  ABS(XX)=DABS(XX)
  SQRT(XX)=DSQRT(XX)
  N1=N+1
  II=1
  DO 10 I=1,N
    IF(A(II).GT.0. .AND. B(II).GT.0.) GO TO 4
    WRITE(IOUT,2020) II,A(II),B(II)
  STOP
4  D(I)=A(II)/B(II)
  EIGV(I)=D(I)
10  II=II+N1-I
  DO 30 I=1,N
    DO 20 J=1,N
20  X(I,J)=0.
30  X(I,I)=1.
  IF(N.EQ.1) RETURN
  NSWEEP=0
  NR=N-1
40  NSWEEP=NSWEEP+1
  IF(IFPR.EQ.1) WRITE(IOUT,2000)NSWEEP
  EPS=(.01**NSWEEP)**2
  DO 210 J=1,NR
    JP1=J+1
    JM1=J-1
    LJK=JM1*N-JM1*J/2
    JJ=LJK+J
    DO 210 K=JP1,N
      KP1=K+1
      KM1=K-1
      JK=LJK+K
      KK=KM1*N-KM1*K/2+K
      EPTOLA=(A(JK)*A(JK))/(A(JJ)*A(KK))
      EPTOLB=(B(JK)*B(JK))/(B(JJ)*B(KK))
      IF ((EPTOLA.LT.EPS).AND.(EPTOLB.LT.EPS)) GO TO 210
      AKK=A(KK)*B(JK)-B(KK)*A(JK)
      AJJ=A(JJ)*B(JK)-B(JJ)*A(JK)
      AB=A(JJ)*B(KK)-A(KK)*B(JJ)
      CHECK=(AB*AB+4.*AKK*AJJ)/4.
      IF(CHECK) 50,60,60
50  WRITE(IOUT,2020)
  STOP
60  SQCH=SQRT(CHECK)
  D1=AB/2.+SQCH

```

```
D2=AB/2.-SQCH
DEN=D1
IF(ABS(D2).GT.ABS(D1)) DEN=D2
IF (DEN) 80,70,80
70 CA=0.
   CG=-A(JK)/A(KK)
   GO TO 90
80 CA=AKK/DEN
   CG=-AJJ/DEN
90 IF(N-2) 100,190,100
100 IF (JM1-1) 130,110,110
110 DO 120 I=1,JM1
    IM1=I-1
    IJ=IM1*N-IM1*I/2+J
    IK=IM1*N-IM1*I/2+K
    AJ=A(IJ)
    BJ=B(IJ)
    AK=A(IK)
    BK=B(IK)
    A(IJ)=AJ+CG*AK
    B(IJ)=BJ+CG*BK
    A(IK)=AK+CA*AJ
120 B(IK)=BK+CA*BJ
130 IF(KP1-N) 140,140,160
140 LJI=JM1*N-JM1*J/2
    LKI=KM1*N-KM1*K/2
    DO 150 I=KP1,N
        JI=LJI+I
        KI=LKI+I
        AJ=A(JI)
        BJ=B(JI)
        AK=A(KI)
        BK=B(KI)
        A(JI)=AJ+CG*AK
        B(JI)=BJ+CG*BK
        A(KI)=AK+CA*AJ
150 B(KI)=BK+CA*BJ
160 IF(JP1-KM1) 170,170,190
170 LJI=JM1*N-JM1*J/2
    DO 180 I=JP1,KM1
        JI=LJI+I
        IM1=I-1
        IK=IM1*N-IM1*I/2+K
        AJ=A(JI)
        BJ=B(JI)
        AK=A(IK)
```

```
      BK=B( IK)
      A( JI)=AJ+CG*AK
      B( JI)=BJ+CG*EK
      A( IK)=AK+CA*AJ
180    B( IK)=BK+CA*BJ
190    AK=A( KK)
      BK=B( KK)
      A( KK)=AK+2.*CA*A( JK)+CA*CA*A( JJ)
      B( KK)=BK+2.*CA*B( JK)+CA*CA*B( JJ)
      A( JJ)=A( JJ)+2.*CG*A( JK)+CG*CG*AK
      B( JJ)=B( JJ)+2.*CG*B( JK)+CG*CG*BK
      A( JK)=0.
      B( JK)=0.
      DO 200 I=1,N
      XJ=X( I, J)
      XK=X( I, K)
      X( I, J)=XJ+CG*XK
200    X( I, K)=XK+CA*XJ
210    CONTINUE
      II=1
      DO 220 I=1,N
      IF ((A( II).GT.0.) .AND. (B( II).GT.0.)) GO TO 215
      WRITE( IOUT, 2020) II, A( II), B( II)
      STOP
215    EIGV( I)=A( II)/B( II)
220    II=II+N1-I
      IF( IFPR.EQ.0) GO TO 230
      WRITE( IOUT, 2030)
      WRITE( IOUT, 2010) (EIGV( I), I=1,N)
230    DO 240 I=1,N
      TOL=RTOL*D( I)
      DIF=ABS( EIGV( I)-D( I))
      IF (DIF.GT.TOL) GO TO 280
240    CONTINUE
      EPS=RTOL**2
      DO 250 J=1, NR
      JM1=J-1
      JP1=J+1
      LJK=JM1*N-JM1*J/2
      JJ=LJK+J
      DO 250 K=JP1, N
      KM1=K-1
      JK=LJK+K
      KK=KM1*N-KM1*K/2+K
      EPSA=(A( JK)*A( JK))/(A( JJ)*A( KK))
```

```

EPSB=(B(JK)*B(JK))/(B(JJ)*B(KK))
IF((EPSA.LT.EPS).AND.(EPSB.LT.EPS)) GO TO 250
GO TO 280
250 CONTINUE
255 II=1
DO 275 I=1,N
BB=SQRT(B(II))
DO 270 K=1,N
270 X(K,I)=X(K,I)/BB
275 II=II+N1-I
RETURN
280 DO 290 I=1,N
290 D(I)=EIGV(I)
IF(NSWEEP.LT.NSMAX) GO TO 40
GO TO 255
2000 FORMAT(' SWEEP NUMBER IN *JACOBI* =',I4)
2010 FORMAT(1X,6E20.12)
2020 FORMAT(1X,'*** ERROR SOLUTION STOP'/
1 ' MATRICES NOT POSITIVE DEFINITE'/
2 ' II=',I4,'A(II)=',E20.12,'B(II)=',E20.12)
2030 FORMAT(1X,'CURRENT EIGENVALUES IN *JACOBI* ARE'./)
END

```

```

SUBROUTINE MULT (TT,B,RR,MAXA,NN,NWM)
IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
DIMENSION TT(1),B(1),RR(1),MAXA(1)
IF (NWM.GT.NN) GO TO 20
DO 10 I=1,NN
10 TT(I)=B(I)*RR(I)
RETURN
20 DO 40 I=1,NN
40 TT(I)=0.
DO 100 I=1,NN
KL=MAXA(I)
KU=MAXA(I+1)-1
II=I+1
CC=RR(I)
DO 100 KK=KL,KU
II=II-1
100 TT(II)=TT(II)+B(KK)*CC
IF (NN.EQ.1) RETURN
DO 200 I=2,NN
KL=MAXA(I)+1
KU=MAXA(I+1)-1

```

```
IF (KU-KL) 200,210,210
210 II=I
AA=0.
DO 220 KK=KL,KU
II=II-1
220 AA=AA+B(KK)*RR(II)
TT(I)=TT(I)+AA
200 CONTINUE
RETURN
END
```

```
SUBROUTINE REDBAK (A,V,MAXA,NN)
IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
DIMENSION A(1),V(1),MAXA(1)
DO 400 N=1,NN
KL=MAXA(N)+1
KU=MAXA(N+1)-1
IF (KU-KL) 400,410,410
410 K=N
C=0.
DO 420 KK=KL,KU
K=K-1
420 C=C+A(KK)*V(K)
V(N)=V(N)-C
400 CONTINUE
DO 480 N=1,NN
K=MAXA(N)
480 V(N)=V(N)/A(K)
IF (NN.EQ.1) RETURN
N=NN
DO 500 L=2,NN
KL=MAXA(N)+1
KU=MAXA(N+1)-1
IF (KU-KL) 500,510,510
510 K=N
DO 520 KK=KL,KU
K=K-1
520 V(K)=V(K)-A(KK)*V(N)
500 N=N-1
RETURN
END
```

## Ek:O.2. RIJSPACE Program Listesi

## RIJSPACE.FOR

```

IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
REAL*8 IN,IB,JB,KJ,NSAR
CHARACTER*8 SSS,SA
DIMENSION NC(100,12),KJ(12,12),MHT(606),SKJ(78),SSJ(78),MAXA(606)
DIMENSION SKM(6000),SRM(6000),EKM(12,12),ID(6,101)
DIMENSION NEIV(23),R(606,23),TT(606),W(606),EIGV(23),D(23)
DIMENSION VEC(23,23),AR(276),BR(276),RTOLV(23),BUP(23),
*BLD(23),BUPC(23)
WRITE(*,*)' VERI DOSYASININ ISMINI VERINIZ'
READ(*,1018)SSS
WRITE(*,*)' ÇIKTI DOSYASININ ISMINI VERINIZ'
READ(*,1018)SA
OPEN(5,FILE=SSS,FORM='FORMATTED',STATUS='OLD')
OPEN(6,FILE=SA,FORM='FORMATTED',STATUS='NEW')
OPEN(1,FILE='NSTIF',FORM='FORMATTED',STATUS='NEW')
REWIND 5
1018 FORMAT(A8)
NTOT=6000
EE=0.000
READ(5,*) NUMNP
NM=NUMNP-1
READ(5,*) AA,ALFA
READ(5,*)EL,PO,RO
READ(5,*) IN,IB,JB,AL
READ(5,*)NSAR
WRITE(*,*)'   ELEMAN   KOD   NUMARALARI '
WRITE(6,*)'   ELEMAN   KOD   NUMARALARI '
WRITE(6,*)'   ===== '
KNOLD=0
NOLD=0
10 READ(5,*) N, (ID(I,N),I=1,6),KN
IF(KNOLD.EQ.0) GOTO 550
NUM=(N-NOLD)/KNOLD
NUMN=NUM-1
IF(NUMN.LT.1) GOTO 550
K=NOLD
DO 330 J=1,NUMN
KK=K
K=K+KNOLD
DO 330 I=1,6

```

```
      ID(I,K)=ID(I,KK)
330  CONTINUE
550  NOLD=N
      KNOLD=KN
      IF(N.NE.NUMNP) GOTO 10
      WRITE(6,*) ' ID DEGERLERI '
      WRITE (6,2030) (NI, (ID(I,NI), I=1,6), NI=1, NUMNP)
      NEQ=0
      DO 3100 N=1, NUMNP
      DO 3100 I=1.6
      IF(ID(I,N)) 110,120,110
120  NEQ=NEQ+1
      ID(I,N)=NEQ
      GO TO 3100
110  ID(I,N)=0
3100 CONTINUE
      WRITE(6,*) ' DUGUM KOD NUMARALARI '
      WRITE(6,2040) (N2, (ID(I,N2), I=1,6), N2=1, NUMNP)
      PAY=3.1415926535898DO
      ALFA=ALFA*PAY/180.DO
      DELFI=TACI/NM
      H=DTAN(ALFA)*AA
      CI=DSQRT(AA*AA+H*H)
      DDN=EL*IN
      DDB=EL*IB
      G=EL/(2.DO*(1.DO+PO))
      DDT=G*JB
      DT=DDT/DDN
      DB=DDB/DDN
      B=H/CI
      A=AA/CI
      DO 198 N=1, NM
      WRITE(*,*) N, '. INCI ELEMEN '
      WRITE(6,*) N, '. INCI ELEMEN '
      FI1=(N-1)*DELFI
      FI2=N*DELFI
      FI=(FI1+FI2)/2.DO
      CALL ERMAT1 (FI1, FI2, A, DT, B, DB, EE, AA, 12, CI, KJ, EL, IN)
      CALL EKMAT (DELFI, CI, EKM, IN, JB, AL, RO)
      CALL DODON (EKM, FI, ALFA)
      CALL ELKOL (KJ, SKJ, 12)
      CALL ELKOL (EKM, SSJ, 12)
      CALL ELKOLY (NC, MHT, N)
      CALL DIYAD (MAXA, MHT, NEQ, NWK)
      ND1=NEQ+1
      CALL SISTEM (NC, N, MAXA, SKJ, SRM, NWK)
      NWM=NWK
```

```
CALL SISTEM(NC,N,MAXA,SSJ,SKM,NWM)
198 CONTINUE
READ(5,*)NROOT,IFPR
NITEM=16
NO=MINO(2*NROOT,NROOT+8)
NNC=NO*(NO+1)/2
IFSS=1
RTOL=1.E-4
NN=NEQ
NSTIF=1
NNM=NN+1
CALL SSPACE(SRM,SKM,MAXA,R,EIGV,TT,W,AR,BR,VEC,D,RTOLV,BUP,BLD,
*BUPC,NN,NNM,NWK,NWM,NROOT,RTOL,NO,NNC,NITEM,IFSS,IFPR,NSTIF)
2030 FORMAT(1X,I5,6X,6I5)
2040 FORMAT(1X,I5,9X,6I5)
STOP
END
```

```
SUBROUTINE SISTEM(NC,N,MAXA,SKJ,SRM,NWK)
SUBROUTINE DODON(KJ,FI,ALFA)
SUBROUTINE ELKOL(KJ,SKJ,ND)
SUBROUTINE ERM(DELFI,CI,KJ,EL,AT,AL,PO,G)
SUBROUTINE ELKOLY(NC,MHT,N)
SUBROUTINE SSPACE(A,B,MAXA,R,EIGV,TT,W,AR,BR,VEC,D,RTOLV,BUP,BLD,
*BUPC,NN,NNM,NWK,NWM,NROOT,RTOL,NC,NNC,NITEM,IFSS,IFPR,NSTIF)
SUBROUTINE DECOMP(A,MAXA,NN,ISH)
SUBROUTINE REDBAK(A,V,MAXA,NN)
SUBROUTINE DIYAD(MAXA,MHT,NEQ,NWK)
SUBROUTINE SCHECK(EIGV,RTOLV,BUP,BLD,BUPC,NEIV,NC,NEI,RTOL,SHIFT)
SUBROUTINE MULT(TT,B,RR,MAXA,NN,NWM)
SUBROUTINE EKMAT(DELFI,CI,EKM,AT,AL,RO)
SUBROUTINE JACOB(A,B,X,EIGV,D,N,NWA,RTOL,NSMAX,IFPR)
```

Listeler (Ek O.1) de verilmistir.

```
SUBROUTINE TASIMA(A,DT,B,DB,EE,AA,X,F)
SUBROUTINE DONXYZ(FI1,FI2,F)
```

Listeler (Ek.K) da verilmistir.

```
SUBROUTINE SOLGAU(N,M,AE,CV)
DIMENSION AE(6,7),CV(6)
```

Liste (Ek.F) de verilmistir.



```

SUBROUTINE ERMAT1 (FI1, FI2, A, DT, B, DB, EE, AA, N, CI, KJ, EL, IN)
IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
REAL*8 KJ, IN
DIMENSION CM(12,12), F1(6,6), F2(6,6), KJ(12,12), X1(6), Y1(6), F12(6,7)
DIMENSION F(12,12), F11(6), D(6), C(6), S(12), F3(6,6), F4(6,6)
X=FI2-FI1
CALL TASIMA(A, DT, B, DB, EE, AA, X, F)
CALL DONXYZ(FI1, FI2, F)
DO 1 I=1,12
DO 1 J=1,12
KJ(I,J)=0.0D0
1 CM(I,J)=0.0D0
DO 2 I=1,12
2 CM(I,I)=1.0D0
DO 67 I=1,3
CM(I,I)=CM(I,I)/CI
67 CM(I+6,I+6)=CM(I+6,I+6)/CI
DO 3 I=1,6
DO 3 J=1,6
F1(I,J)=F(I,J)
F2(I,J)=F(I,J+6)
F3(I,J)=F(I+6,J)
3 F4(I,J)=F(I+6,J+6)
DO 4 II=1,12
DO 5 I=1,6
5 X1(I)=CM(I,II)
Y1(I)=CM(I+6,II)
DO 7 I=1,6
F11(I)=0.0D0
DO 7 J=1,6
7 F11(I)=F11(I)+F1(I,J)*X1(J)
DO 8 I=1,6
8 F11(I)=Y1(I)-F11(I)
DO 9 I=1,6
F12(I,7)=F11(I)
DO 9 J=1,6
9 F12(I,J)=F2(I,J)
CALL SOLGAU(6,7,F12,C)
DO 11 I=1,6
D(I)=0.0
DO 11 J=1,6
11 D(I)=D(I)+F4(I,J)*C(J)
DO 13 I=1,3
C(I)=C(I)*EL*IN/(CI*CI)
D(I)=D(I)*EL*IN/(CI*CI)
C(I+3)=C(I+3)*EL*IN/CI
13 D(I+3)=D(I+3)*EL*IN/CI
DO 12 I=1,6
KJ(I,II)=-C(I)
12 KJ(I+6,II)=D(I)
4 CONTINUE
RETURN
END

```

## Ek:0.3. RIJONSP Program Listesi

## RIJONSP.FOR

```

IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
REAL*8 IN, IB, JB, KJ, NSAR, KNN, KB
CHARACTER*8 SSS, SA
DIMENSION NC(100,12), KJ(12,12), MHT(606), SKJ(78), SSJ(78), MAXA(606)
DIMENSION SKM(6000), SRM(6000), EKM(12,12), ID(6,101)
DIMENSION NEIV(23), R(606,23), TT(606), W(606), EIGV(23), D(23)
DIMENSION VEC(23,23), AR(276), BR(276), RTOLV(23), BUP(23),
*BLD(23), BUPC(23)
WRITE(*,*) ' VERI DOSYASININ ISMINI VERINIZ '
READ(*,1018)SSS
WRITE(*,*) ' CIKTI DOSYASININ ISMINI VERINIZ '
READ(*,1018)SA
OPEN(5,FILE=SSS,FORM='FORMATTED',STATUS='OLD')
OPEN(6,FILE=SA,FORM='FORMATTED',STATUS='NEW')
OPEN(1,FILE='NST.IF',FORM='FORMATTED',STATUS='NEW')
REWIND 5
1018 FORMAT(A8)
NTOT=6000
EE=0.0D0
READ(5,*) NUMNP
NM=NUMNP-1
READ(5,*) A1,A2,ALFA
READ(5,*) KNN,KB,PO
READ(5,*) EL,PO,RO
READ(5,*) IN,IB,JB,AL
READ(5,*) NSAR
READ(5,*) IFSS,IFPR
KNOLD=0
NOLD=0
10 READ(5,*) N, (ID(I,N),I=1,6),KN
IF(KNOLD.EQ.0) GOTO 550
NUM=(N-NOLD)/KNOLD
NUMN=NUM-1
IF(NUMN.LT.1) GOTO 550
K=NOLD
DO 330 J=1,NUMN
KK=K
K=K+KNOLD
DO 330 I=1,6

```

```

ID(I,K)=ID(I,KK)
330 CONTINUE
550 NOLD=N
KNOLD=KN
IF(N.NE.NUMNP) GOTO 10
NEQ=0
DO 3100 N=1,NUMNP
DO 3100 I=1,6
IF(ID(I,N)) 110,120,110
120 NEQ=NEQ+1
ID(I,N)=NEQ
GO TO 3100
110 ID(I,N)=0
3100 CONTINUE
DO 410 N=1,NM
I=N
J=I+1
DO 390 L=1,12
390 NC(N,L)=0
DO 400 L=1,6
NC(N,L)=ID(L,I)
400 NC(N,L+6)=ID(L,J)
410 CONTINUE
PAY=3.1415926535898D0
ALFA=ALFA*PAY/180.D0
DELFI=TACI/NM
G=EL/(2.D0*(1.D0+PO))
DO 198 N=1,NM
FI1=(N-1)*DELFI
FI2=N*DELFI
FI=(FI1+FI2)/2.D0
AA=A1+(A2-A1)*(1.-(2*FI2/TACI))**2
H=DTAN(ALFA)*AA
CI=DSQRT(AA*AA+H*H)
B=H/CI
A=AA/CI
CALL ERMAT2(FI1,FI2,A,B,AA,H,CI,KJ,EL,IN,IB,JB,AL,KNN,KB,PO,G)
CALL EKMAT(DELFI,CI,EKM,IN,JB,AL,RO)
CALL DODON(EKM,FI,ALFA)
CALL ELKOL(KJ,SKJ,12)
CALL ELKOL(EKM,SSJ,12)
CALL ELKOLY(NC,MHT,N)
CALL DIYAD(MAXA,MHT,NEQ,NWK)
ND1=NEQ+1
CALL SISTEM(NC,N,MAXA,SKJ,SRM,NWK)
NWM=NWK
```

```

198 CALL SISTEM(NC,N,MAXA,SSJ,SKM,NWM)
CONTINUE
READ(5,*)NROOT
NITEM=16
NO=MINO(2*NROOT,NROOT+8)
NNC=NO*(NO+1)/2
RTOL=1.E-4
NN=NEQ
NSTIF=1
NNM=NN+1
CALL SSPACE(SRM,SKM,MAXA,R,EIGV,TT,W,AR,BR,VEC,D,RTOLV,BUP,BLD,
*BUPC,NN,NNM,NWK,NWM,NROOT,RTOL,NO,NNC,NITEM,IFSS,IFPR,NSTIF)
STOP
END

```

```

SUBROUTINE ERMAT2(FI1,FI2,A,B,AA,H,CI,KJ,EL,IN,IB,JB,AL,KN,KB,PO,G)
IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
REAL*8 KJ,IN,IB,JB,KN,KB
DIMENSION CM(12,12),F1(6,6),F2(6,6),KJ(12,12),X1(6),Y1(6),F12(6,7)
DIMENSION F(12,12),F11(6),D(6),C(6),S(12),F3(6,6),F4(6,6)
DIMENSION AF(12,12),P(12),PS(12)
CALL COEF5(AF,12,AA,H,CI,AL,JB,IN,IB,EL,G,KN,KB,PO)
CALL CHPOCO(12,AF,P)
X=FI2-FI1
CALL PSI(12,P,X,PS,200)
CALL TRANS(12,PS,F,AF)
CALL TNBXYZ(FI1,FI2,A,B,F)
DO 1 I=1,12
DO 1 J=1,12
KJ(I,J)=0.0DO
1 CM(I,J)=0.0DO
DO 2 I=1,12
2 CM(I,I)=1.0DO
DO 67 I=1,3
CM(I,I)=CM(I,I)/CI
67 CM(I+6,I+6)=CM(I+6,I+6)/CI
DO 3 I=1,6
DO 3 J=1,6
F1(I,J)=F(I,J)
F2(I,J)=F(I,J+6)
F3(I,J)=F(I+6,J)
3 F4(I,J)=F(I+6,J+6)
DO 4 II=1,12
DO 5 I=1,6

```

```

X1(I)=CM(I,II)
5 Y1(I)=CM(I+6,II)
DO 7 I=1,6
F11(I)=0.0D0
DO 7 J=1,6
7 F11(I)=F11(I)+F1(I,J)*X1(J)
DO 8 I=1,6
8 F11(I)=Y1(I)-F11(I)
DO 9 I=1,6
F12(I,7)=F11(I)
DO 9 J=1,6
9 F12(I,J)=F2(I,J)
CALL SOLGAU(6.7,F12,C)
DO 11 I=1,6
D(I)=0.0
DO 11 J=1,6
11 D(I)=D(I)+F4(I,J)*C(J)
DO 13 I=1,3
C(I)=C(I)*EL*IN/(CI*CI)
D(I)=D(I)*EL*IN/(CI*CI)
C(I+3)=C(I+3)*EL*IN/CI
13 D(I+3)=D(I+3)*EL*IN/CI
DO 12 I=1,6
KJ(I,II)=-C(I)
12 KJ(I+6,II)=D(I)
4 CONTINUE
RETURN
END

```

```

SUBROUTINE SISTEM(NC,N,MAXA,SKJ,SRM,NWK)
SUBROUTINE DODON(KJ,FI,ALFA)
SUBROUTINE ELKOL(KJ,SKJ,ND)
SUBROUTINE ELKOLY (NC,MHT,N)
SUBROUTINE SSPACE(A,B,MAXA,R,EIGV,TT,W,AR,RR,VEC,D,RTOLV,BUP,BLD,
*BUPC,NN,NNM,NWK,NWM,NROOT,RTOL,NC,NNC,NITEM,IFSS,IFPR,NSTIF)
SUBROUTINE DECOMP (A,MAXA,NN,ISH)
SUBROUTINE REDBAK (A,V,MAXA,NN)
SUBROUTINE DIYAD (MAXA,MHT,NEQ,NWK)
SUBROUTINE SCHECK (EIGV,RTOLV,BUP,BLD,BUPC,NEIV,NC,NEI,RTOL,SHIFT)
SUBROUTINE MULT (TT,B,RR,MAXA,NN,NWM)
SUBROUTINE EKMAT(DELFI,CI,EKM,AT,AL,RO)
SUBROUTINE JACOB (A,B,X,EIGV,D,N,NWA,RTOL,NSMAX,IFPR)

```

Listeler (Ek 0.1) de verilmiştir.

```

SUBROUTINE TNXYZ(FI1,FI2,A,B,F)
IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
DIMENSION T(12,12),F(12,12),AB(12,12)
DO 7 I=1,12
DO 7 J=1,12
7 T(I,J)=0.DO
T(1,1)=-A*DSIN(FI2)
T(1,2)=-DCOS(FI2)
T(1,3)=B*DSIN(FI2)
T(2,1)=A*DCOS(FI2)
T(2,2)=-DSIN(FI2)
T(2,3)=-B*DCOS(FI2)
T(3,1)=B
T(3,3)=A
DO 8 I=1,3
DO 8 J=1,3
T(I+3,J+3)=T(I,J)
T(I+6,J+6)=T(I,J)
8 T(I+9,J+9)=T(I,J)
DO 9 I=1,12
DO 9 J=1,12
AB(I,J)=0.O00
DO 9 K=1,12
9 AB(I,J)=AB(I,J)+T(I,K)*F(K,J)
CONTINUE
DO 11 I=1,12
DO 11 J=1,12
11 T(I,J)=0.DO
T(1,1)=-A*DSIN(FI1)
T(1,2)=-DCOS(FI1)
T(1,3)=B*DSIN(FI1)
T(2,1)=A*DCOS(FI1)
T(2,2)=-DSIN(FI1)
T(2,3)=-B*DCOS(FI1)
T(3,1)=B
T(3,3)=A
DO 2 I=1,3
DO 2 J=1,3
T(I+3,J+3)=T(I,J)
T(I+6,J+6)=T(I,J)
2 T(I+9,J+9)=T(I,J)
DO 10 I=1,12
DO 10 J=1,12
F(I,J)=0.O00
DO 10 K=1,12
10 F(I,J)=F(I,J)+AB(I,K)*T(J,K)
CONTINUE
RETURN
END
```

```

SUBROUTINE COEF5(A,N,AA,H,C,AL,I1,I2,I3,EO,GO,KN,KB,PO)
IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
REAL*8 K1,K2,K3,I1,I2,I3,KN,KB
DIMENSION A(12,12)
CC=C*C
K1=H/C
K2=0.0DO
K3=AA/C
DO 100 I=1,N
DO 100 J=1,N
100  A(I,J)=0.0
A(1,2)=K3
A(1,3)=-K2
A(2,3)=K1
DO 101 I=1,9,3
A(I+3,I+5)=A(1,3)
A(I+3,I+4)=A(1,2)
101  A(I+4,I+5)=A(2,3)
DO 102 I=1,12
DO 102 J=1,12
102  A(J,I)=-A(I,J)
A(2,6)=1.0DO
A(3,5)=-1.0DO
A(12,8)=-1.0DO-(KN*PO*H/C/(GO*AL))
A(1,7)=I2/(AL*CC)
A(2,8)=EO*I2*KN/(GO*AL*CC)
A(3,9)=EO*I2*KB/(GO*AL*CC)
A(4,10)=EO*I2/(GO*I1)
A(5,11)=1.0DO
A(6,12)=I2/I3
A(8,12)=CC*PO*H/C/(EO*I3)
A(9,11)=-CC*PO*H/C/(EO*I2)
A(11,9)=(KB*PO*H/C/(GO*AL))+1.DO
A(11,5)=-CC*PO*H/C/(EO*I2)
A(12,6)=-CC*PO*H/C/(EO*I2)
RETURN
END

```

SUBROUTINE SOLGAU(N,M,AE,CV)

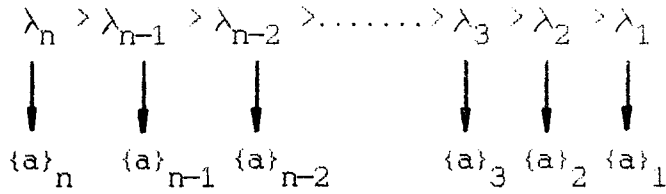
Liste (Ek.F) de verilmistir.

SUBROUTINE TRANS, PSI, MATMUL, CHPOCO  
FUNCTION IFACT(N)

Listeler (Ek.E) de verilmistir.

### Ek:P. Ters Iterasyon Yöntemi ve Altprogram Listeleri

Burada anlatılacak olan ve öz değer problemlerinin sayısal çözümünde kullanılan, "Ters Iterasyon" yönteminde,  $\lambda_1$  en küçük öz değer ve buna karşılık gelen öz vektör  $\{a\}_1$  dir. Benzer şekilde diğer öz değer ve öz vektörler de aşağıda olduğu gibi gösterilsin.



Metotta en önce, en küçük öz değer ve buna karşılık gelen öz vektör bulunmaktadır. Daha sonra, sırasıyla ikinci, üçüncü ve diğer öz değer ve öz vektörler elde edilir. Her öz değer ve vektörün bulunmasında, kendinden önce gelen öz değer ve öz vektörlerden yararlanılır. Bu çalışmada öz vektörler, kütle matrisine göre normalize edilmektedir.

Metodun olumlu tarafı, istenilen sayıda öz değerlerin elde edilebilmesidir. Bu şekilde pratikte kullanılamayacak kadar büyük olan öz değerlerin hesaplanmasına gerek kalmamaktadır. Bunun yanında, yakınsaklık parametresi olan  $\epsilon$  un seçimi önemlidir. Bu parametre ile iterasyon sayısı ve dolayısı ile makina çalışma zamanı değişmektedir. Helisel cubukların serbest titreşim probleminde  $\epsilon=1.e-10$  olarak alınması uygun olmaktadır.

#### $\lambda_1$ ve $\{a\}_1$ in Bulunması:

$i=0,1,2,3,\dots,m$  ve  $m$  yeterli hassaslığı sağlayan son iterasyon sayısı olmak üzere, en küçük öz değer ve vektörün bulunmasında her iterasyonda yapılması gereken işlemler şunlardır:

- a)  $\{a\}_1$  öz vektörü ilk olarak, bütün elemanları 1 olacak şekilde seçilir.



$$\{a\}_1^0 = \{ 1, 1, 1, \dots, 1, 1 \}^T \tag{P.1}$$

b) [K] sistem rijitlik ve sistem [M] kütle matrisi olmak üzere, {z} kolon matrisi (P.2) den elde edilir.

$$[K]\{z\}^{i+1} = [M]\{a\}_1^i \tag{P.2}$$

c) (P.3) den C sabiti elde edilir.

$$C_{i+1} = \{(\{z\}^{i+1})^T [M] \{z\}^{i+1}\}^{1/2} \tag{P.3}$$

d) (P.2) den elde edilen {z} matrisi ve (P.3) yardımıyla, en küçük öz vektör hesaplanır.

$$\{a\}_1^{i+1} = \{z\}^{i+1} / C_{i+1} \tag{P.4}$$

e) Daha önce seçilmiş olan ε ve (P.3) den elde edilen C değeri, bir adım önceki değeriyle (P.5) te olduğu gibi karşılaştırılır.

$$\left| \frac{C_{i+1} - C_i}{C_i} \right| < \epsilon \tag{P.5}$$

Bu değer ε dan küçükse, (P.6) da olduğu gibi en küçük öz değer ve,

$$C_0, C_1, C_2, \dots, C_m = \frac{1}{\lambda_1} \tag{P.6}$$

bu öz değere karşılık gelen öz vektör,

$$\{a\}_1^0, \{a\}_1^1, \{a\}_1^2, \dots, \{a\}_1^m = \{a\}_1 \tag{P.7}$$

elde edilir. (P.5) eşitsizliği sağlanamıyorsa iterasyon sayısı bir arttırılır ve yukarıda açıklanan (a,...,e) işlemleri tekrarlanır.

λ<sub>2</sub> ve {a}<sub>2</sub> in Bulunması:

a) {a}<sub>2</sub> vektörü (P.8) de olduğu gibi seçilir.

$$\{a\}_2^0 = \{ 1, 1, 1, \dots, 1, 1 \}^T \tag{P.8}$$

b) (P.9) ve (P.10) eşitliklerindeki büyüklükler elde edilir.

$$b_1^i = \{a\}_1^T [M] \{a\}_2^i \tag{P.9}$$

$$\{Y\}_2^i = \{a\}_1^i - b_1^i \{a\}_1 \tag{P.10}$$

c) (P.11) in çözümünden  $\{z\}$  elde edilir.

$$[K] \{z\}^{i+1} = [M] \{Y\}_1^i \tag{P.11}$$

d) (P.3) ile bulunacak C sabitinden yararlanılarak (P.12) den  $\{a\}_2$  öz vektörünün yeni değeri elde edilir.

$$\{a\}_2^{i+1} = \{z\}^{i+1} / C_{i+1} \tag{P.12}$$

e) C değeri, bir adım önceki değeriyle (P.5) te olduğu gibi karşılaştırılır. Bu değer  $\epsilon$  dan küçükse, (P.13) de olduğu gibi ikinci öz değer ve,

$$C_0, C_1, C_2, \dots, C_m = \frac{1}{\lambda_2} \tag{P.13}$$

öz vektör elde edilir.

$$\{a\}_2^0, \{a\}_2^1, \{a\}_2^2, \dots, \{a\}_2^m = \{a\}_2 \tag{P.14}$$

Aksi halde iterasyon sayısı bir arttırılarak (a,.....,e) adımlarındaki işlemler tekrarlanır.

$\lambda_3$  ve  $\{a\}_3$  ün Bulunması:

a) İlk iterasyon için  $\{a\}_3$  (P.15) de olduğu gibi kabul edilir.

$$\{a\}_3^0 = \{ 1, 1, 1, \dots, 1, 1 \}^T \tag{P.15}$$

b) (P.16), (P.17) ve (P.18) eşitliklerindeki sabitler ve matris hesaplanır.

$$b_1^i = \{a\}_1^T [M] \{a\}_3^i \tag{P.16}$$

$$b_2^i = \{a\}_2^T [M] \{a\}_3^i \tag{P.17}$$

$$\{Y\}_2^i = \{a\}_3^i - b_1^i \{a\}_1 - b_2^i \{a\}_2 \tag{P.18}$$

c) (P.19) dan z matrisi bulunur.

$$[K] \{z\}_2^{i+1} = [M] \{Y\}_2^i \tag{P.19}$$

d) (P.3) ile bulunacak C sabitinden yararlanılarak (P.20) den  $\{a\}_3$  ün değeri elde edilir.

$$\{a\}_3^{i+1} = \{z\}_2^{i+1} / C_{i+1} \tag{P.20}$$

e) Daha önceki öz değer ve vektörlerin bulunmasında olduğu gibi, (P.5) gerçekleşiyorsa üçüncü öz değer ve,

$$C_0, C_1, C_2, \dots, C_m = \frac{1}{\lambda_3} \tag{P.21}$$

üçüncü öz vektör elde edilir.

$$\{a\}_3^0, \{a\}_3^1, \{a\}_3^2, \dots, \{a\}_3^m = \{a\}_3 \tag{P.22}$$

Istenilen diğer öz değer ve vektörlerin bulunmasında benzer türetmeler yapılır. Yukarıda açıklanan işlemler, aşağıda listeleri verilen altprogramlarda hesaplanmaktadır (TANRIKULU.1988). AYGEM adlı altprogramda yer alan argümanların anlamları şu şekildedir:

- [A] : Sistem rijitlik matrisi
- [B] : Sistem kütle matrisi
- M : Hesaplanacak öz değer sayısı
- N : Sistem rijitlik matrisinin boyutu
- {EVL}: Hesaplanan öz değerlerin karelerini içeren matris
- EPS : Yakınsama parametresi olan çok küçük bir sayı
- [X] : Öz vektörlerden oluşan kare matris

```

SUBROUTINE AYGEN(N,M,A,B,EVL, EPS,X)
IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
DIMENSION A(60,60),B(60),X(60,60),XL(60,60)
DIMENSION XU(60,60),XX(60),Y(60),AA(60),YY(60),YX(60),EVL(60)
CALL MATLU(N,A,XL,XU)
DO 300 MM=1,M
DO 1 I=1,N
1 XX(I)=1.DO
XL1=0.DO
DO 2 I=1,N
2 XL1=XL1+XX(I)*B(I)*XX(I)
XL1=DSQRT(XL1)
IF(XX(1).GT.0.) GO TO 110
XL1=-XL1
110 CONTINUE
DO 3 I=1,N
3 XX(I)=XX(I)/XL1
XL1=-1.DO
JJ=MM-1
11 DO 301 II=1,JJ
AA(II)=0.DO
DO 302 I=1,N
302 AA(II)=AA(II)+B(I)*X(I,II)*XX(I)
301 CONTINUE
DO 304 I=1,N
YY(I)=XX(I)
DO 304 J=1,JJ
304 YY(I)=YY(I)-AA(J)*X(I,J)
DO 4 I=1,N
4 YX(I)=B(I)*YY(I)
Y(1)=YX(1)
DO 5 I=2,N
Y(I)=YX(I)
JJJ=I-1
DO 5 J=1,JJJ
5 Y(I)=Y(I)-XL(I,J)*Y(J)
XX(N)=Y(N)/XU(N,N)
DO 6 I=2,N
II=N-I+1
XX(II)=Y(II)
JJJ=II+1
DO 7 J=JJJ,N
7 XX(II)=XX(II)-XU(II,J)*XX(J)
6 XX(II)=XX(II)/XU(II,II)
XL2=0.DO
DO 8 I=1,N

```

```

8      XL2=XL2+XX(I)*B(I)*XX(I)
      XL2=DSQRT(XL2)
      IF(XX(1).GT.0.) GO TO 120
      XL2=-XL2
120    CONTINUE
      DO 9 I=1,N
9      XX(I)=XX(I)/XL2
      TST=(XL2-XL1)/XL2
      IF(DABS(TST).LE.EPS) GO TO 10
      XL1=XL2
      GO TO 11
10     EVL(MM)=1./XL2
      DO 777 I=1,N
777    X(I,MM)=XX(I)
      EEE=DSQRT(EVL(MM))
      TTT=2.*22./7./EEE
      WRITE(*,25) MM,EEE,MM,TTT
25     FORMAT(/,/,2X,I2,'.FREKANS=',1PE15.3,5X,I2,'.TITRESİM PERİYODU=',
*1PE15.3)
300    CONTINUE
      RETURN
      END

```

```

SUBROUTINE MATLU(N,A,XL,XU)
IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
DIMENSION A(60,60),XL(60,60),XU(60,60)
DO 30 I=1,N
DO 40 J=1,N
40  XL(I,J)=0.D0
    XL(I,I)=1.D0
30  CONTINUE
    L=N-1
    DO 12 K=1,L
      KP1=K+1
      DO 11 I=KP1,N
        QUOT=A(I,K)/A(K,K)
        XL(I,K)=QUOT
        DO 11 J=KP1,N
11     A(I,J)=A(I,J)-QUOT*A(K,J)
        DO 12 I=KP1,N
12     A(I,K)=0.D0
        DO 50 I=1,N
        DO 50 J=1,N
50     XU(I,J)=A(I,J)
      RETURN
    END

```

## Ek:Q.1. SERRIJ1 Program Listesi

## SERRIJ1.FOR

```

IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
REAL*8 IN,IB,JB,K1,KJ,MK
CHARACTER*8 SSS,SA
DIMENSION CY(60,60),C(60,60),NC(20,12),KJ(12,12)
DIMENSION MK(60),SRM(120,120),BY(60,60),EVL(60)
WRITE(*,*)' VERİ DOSYASININ İSMİNİ VERİNİZ'
READ(*,1018)SSS
WRITE(*,*)' ÇIKTI DOSYASININ İSMİNİ VERİNİZ'
READ(*,1018)SA
OPEN(5,FILE=SSS,FORM='FORMATTED',STATUS='OLD')
OPEN(6,FILE=SA,FORM='FORMATTED',STATUS='NEW')
OPEN(7,FILE='DUM7',FORM='FORMATTED',STATUS='NEW')
OPEN(3,FILE='DUM3',FORM='FORMATTED',STATUS='NEW')
REWIND 7
REWIND 6
REWIND 5
REWIND 3
1018 FORMAT(A8)
1060 FORMAT(1X,'ELE.NO=',I3,3X,12I4)
50  FORMAT (/,10X,'ÖZEL DEGERLER (' ,I2,' ) =',1PE14.6)
60  FORMAT (/,3X,5E14.6)
EE=0.000
READ(5,*) NM,ND,NAK
WRITE(6,*)'   ELEMAN  KOD  NUMARALARI'
WRITE(6,*)'   _____'
DO 34 N=1,NM
READ(5,*) (NC(N,J),J=1,12)
34  WRITE(6,1060) N,(NC(N,J),J=1,12)
DO 80 I=1,ND
DO 80 J=1,ND
80  SRM(I,J)=0.000
DO 198 N=1,NM
READ(5,*) AA,ALF
READ(5,*)EL,PO
READ(5,*)IN,IB,JB,AL
READ(5,*)AKAT1,AKAT2
PAY=3.141592653589800
DDN=EL*IN
DDB=EL*IB

```

```
G=EL/(2.DO*(1.DO+PO))
DDT=G*JB
DT=DDT/DDN
DB=DDB/DDN
H=DTAN(ALF*PAY/180)*AA
CI=SQRT(AA*AA+H*H)
B=H/CI
A=AA/CI
FI1=AKAT1*PAY
FI2=AKAT2*PAY
WRITE(3,*)FI1,FI2
CALL ERMAT1(FI1,FI2,A,DT,B,DB,EE,AA,N,CI,KJ,EL,IN)
WRITE(7,*)((KJ(I,J),J=1,12),I=1,12)
DO 94 I=1,12
K=NC(N,I)
IF (K.EQ.0) GO TO 94
DO 95 J=1,12
L=NC(N,J)
IF (L.EQ.0) GO TO 95
SRM(K,L)=SRM(K,L)+KJ(I,J)
95 CONTINUE
94 CONTINUE
198 CONTINUE
DO 230 I=1,NAK
230 READ(5,*)(MK(I),I=1,NAK)
ND1=ND-NAK
DO 240 I=1,ND1
DO 240 J=1,ND1
240 C(I,J)=SRM(NAK+I,J+NAK)
CALL MATINV(ND1,C,CY)
DO 245 I=1,NAK
DO 245 J=1,ND1
245 C(I,J)=SRM(I,J+NAK)
CALL MATMPY(C,NAK,ND1,CY,ND1,BY)
DO 250 I=1,ND1
DO 250 J=1,NAK
250 C(I,J)=SRM(I+NAK,J)
CALL MATMPY(BY,NAK,ND1,C,NAK,CY)
DO 235 I=1,NAK
DO 235 J=1,NAK
235 BY(I,J)=SRM(I,J)
DO 255 I=1,NAK
DO 255 J=1,NAK
255 C(I,J)=BY(I,J)-CY(I,J)
```

```
READ(5,*)MOD
EPS=1.0E-10
CALL AYGEN(NAK,MOD,C,MK,EVL,EPS,BY)
DO 46 J=1,MOD
WRITE (6,50)J,EVL(J)
46 WRITE (6,60) (BY(I,J),I=1,NAK)
STOP
END
```

```
SUBROUTINE MATINV(N,B,C)
IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
DIMENSION B(60,60),C(60,60),X(60),D(60),A(60,60)
DO 1 I=1,N
DO 1 J=1,N
1 A(I,J)=B(I,J+I-1)
DO 2 I=1,N
2 D(I)=0.DO
D(1)=1.DO
CALL BANS(1,A,D,N,N)
DO 4 KOUNT=1,N
DO 10 I=1,N
10 D(I)=0.ODO
D(KOUNT)=1.DO
CALL BANS(2,A,D,N,N)
DO 3 I=1,N
3 C(I,KOUNT)=D(I)
4 CONTINUE
RETURN
END
```

```
SUBROUTINE ERMAT1(FI1,FI2,A,DT,B,DB,EE,AA,N,CI,KJ,EL,IN)
```

Liste (Ek 0.2) de verilmistir.

```
SUBROUTINE TASIMA(A,DT,B,DB,EE,AA,X,F)
SUBROUTINE DONXYZ(FI1,FI2,F)
```

Listeler (Ek.K) da verilmistir.



```
SUBROUTINE BANS(KK,AK,R,NEQ,IBAND)
IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
DIMENSION AK(60,60),R(60)
NRS=NEQ-1
NR=NEQ
IF(KK.EQ.2)GO TO 200
DO 120 N=1,NRS
M=N-1
MR=MINO(IBAND,NR-M)
PIVOT=AK(N,1)
DO 120 L=2,MR
CP=AK(N,L)/PIVOT
I=M+L
J=0
DO 110 K=L,MR
J=J+1
110 AK(I,J)=AK(I,J)-CP*AK(N,K)
120 AK(N,L)=CP
GO TO 400
200 DO 220 N=1,NRS
M=N-1
MR=MINO(IBAND,NR-M)
CP=R(N)
R(N)=CP/AK(N,1)
DO 220 L=2,MR
I=M+L
220 R(I)=R(I)-AK(N,L)*CP
R(NR)=R(NR)/AK(NR,1)
DO 320 I=1,NRS
N=NR-I
M=N-1
MR=MINO(IBAND,NR-M)
DO 320 K=2,MR
L=M+K
320 R(N)=R(N)-AK(N,K)*R(L)
400 RETURN
END
```

```
SUBROUTINE MATMPY(A,N,M,B,L,C)
  IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
  DIMENSION A(60,60),B(60,60),C(60,60)
  DO 5 I=1,N
  DO 5 J=1,L
  C(I,J)=0.DO
  DO 5 K=1,M
5 C(I,J)=C(I,J)+A(I,K)*B(K,J)
  RETURN
  END
```

```
SUBROUTINE AYGEN(N,M,A,B,EVL,EPS,X)
SUBROUTINE MATLU(N,A,XL,XU)
```

Listeler (Ek.P) de verilmiştir.

```
SUBROUTINE SOLGAU(N,M,AE,CV)
DIMENSION AE(6,7),CV(7)
```

Liste (Ek.F) de verilmiştir.

Ek:Q.2. SERRIJ2 Program Listesi

SERRIJ2.FOR

```
IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
REAL*8 IN,IB,JB,K1,KJ,MK,MMK
CHARACTER*8 SSS,SA
DIMENSION SRM(120,120),NC(20,12),KJ(12,12)
DIMENSION CY(60,60),C(60,60)
DIMENSION MK(50),BY(50,50),MMK(50,50)
WRITE(*,*) ' VERI DOSYASININ ISMINI VERINIZ '
READ(*,1018)SSS
WRITE(*,*) ' ÇIKTI DOSYASININ ISMINI VERINIZ '
READ(*,1018)SA
OPEN(5,FILE=SSS,FORM='FORMATTED',STATUS='OLD')
OPEN(6,FILE=SA,FORM='FORMATTED',STATUS='NEW')
OPEN(7,FILE='DUM7',FORM='FORMATTED',STATUS='NEW')
OPEN(3,FILE='DUM3',FORM='FORMATTED',STATUS='NEW')
REWIND 7
REWIND 6
REWIND 5
REWIND 3
1018 FORMAT(A8)
1060 FORMAT(1X,'ELE.NO=',I3,3X,12I4)
4365 FORMAT(2X,6F12.4)
50  FORMAT (/,10X,'ÖZEL DEGERLER (' ,I2.' ) =',1PE14.6)
60  FORMAT (/,3X,5E14.6)
EE=0.0D0
READ(5,*) NM,ND,NAK
WRITE(6,*) '  ELEMAN KOD NUMARALARI '
WRITE(6,*) '  _____ '
DO 34 N=1,NM
READ(5,*) (NC(N,J),J=1,12)
34  WRITE(6,1060) N,(NC(N,J),J=1,12)
DO 80 I=1,ND
DO 80 J=1,ND
80  SRM(I,J)=0.0D0
DO 198 N=1,NM
READ(5,*) AA,ALF
READ(5,*) EL,PO
READ(5,*) IN,IB,JB,AL
READ(5,*) AKAT1,AKAT2
PAY=3.1415926535898D0
```

```

DDN=EL*IN
DDB=EL*IB
G=EL/(2.DO*(1.DO+PO))
DDT=G*JB
DT=DDT/DDN
DB=DDB/DDN
H=DTAN(ALF*PAY/180.DO)*AA
CI=SQRT(AA*AA+H*H)
B=H/CI
A=AA/CI
FI1=AKAT1*PAY
FI2=AKAT2*PAY
WRITE(3,*)FI1,FI2
CALL ERMAT1(FI1,FI2,A,DT,B,DB,EE,AA,N,CI,KJ,EL,IN)
WRITE(7,*)((KJ(I,J),J=1,12),I=1,12)
DO 94 I=1,12
K=NC(N,I)
IF (K.EQ.0) GO TO 94
DO 95 J=1,12
L=NC(N,J)
IF (L.EQ.0) GO TO 95
SRM(K,L)=SRM(K,L)+KJ(I,J)
95 CONTINUE
94 CONTINUE
198 CONTINUE
DO 230 I=1,NAK
230 READ(5,*)(MK(I),I=1,NAK)
WRITE(6,*)' KUTLE MATRISI'
WRITE(6,4365)(MK(I),I=1,NAK)
DO 4366 I=1,NAK
4366 MK(I)=1.DO/(DSQRT(MK(I)))
ND1=ND-NAK
DO 240 I=1,ND1
DO 240 J=1,ND1
240 C(I,J)=SRM(NAK+I,J+NAK)
CALL MATINV(ND1,C,CY)
DO 245 I=1,NAK
DO 245 J=1,ND1
245 C(I,J)=SRM(I,J+NAK)
CALL MATMPY(C,NAK,ND1,CY,ND1,BY)
DO 250 I=1,ND1
DO 250 J=1,NAK
250 C(I,J)=SRM(I+NAK,J)
CALL MATMPY(BY,NAK,ND1,C,NAK,CY)
DO 235 I=1,NAK

```

```
DO 235 J=1,NAK
235 BY(I,J)=SRM(I,J)
DO 255 I=1,NAK
DO 255 J=1,NAK
255 C(I,J)=BY(I,J)-CY(I,J)
DO 225 I=1,NAK
DO 225 J=1,NAK
225 MMK(I,J)=0.ODO
DO 4367 I=1,NAK
4367 MMK(I,I)=MK(I)
CALL MATMPY(C,NAK,NAK,MMK,NAK,CY)
CALL MATMPY(MMK,NAK,NAK,CY,NAK,C)
EPSI=1.E-6
CALL GENJAC(NAK,C,CY,EPSI)
DO 46 J=1,NAK
WRITE (6,50)J,C(J,J)
46 WRITE (6,60) (CY(I,J),I=1,NAK)
STOP
END
```

```
SUBROUTINE MATINV(N,B,C)
SUBROUTINE BANS(KK,AK,R,NEQ,IBAND)
SUBROUTINE MATMPY(A,N,M,B,L,C)
```

Listeler (Ek Q.1) de verilmistir.

```
SUBROUTINE ERMAT1(FI1,FI2,A,DT,B,DB,EE,AA,N,CI,KJ,EL,IN)
```

Liste (Ek O.2) de verilmistir.

```
SUBROUTINE TASIMA(A,DT,B,DB,EE,AA,X,F)
SUBROUTINE DONXYZ(FI1,FI2,F)
```

Listeler (Ek.K) da verilmistir.

```
SUBROUTINE SOLGAU(N,M,AE,CV)
DIMENSION AE(6,7),CV(7)
```

Liste (Ek.F) de verilmistir.

```

SUBROUTINE JACOBI (N,Q,JVEC,M,V,EPSI)
IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
DIMENSION Q(60,60),V(60,60),X(60),IH(60)
IF (JVEC) 10,15,10
10 DO 14 I=1,N
DO 14 J=1,N
IF (I-J) 12,11,12
11 V(I,J)=1.DO
GO TO 14
12 V(I,J)=0.DO
14 CONTINUE
15 M=0
17 MI=N-1
DO 30 I=1,MI
X(I)=0.DO
MJ=I+1
DO 30 J=MJ,N
IF (X(I)-DABS(Q(I,J))) 20,20,30
20 X(I)=DABS(Q(I,J))
IH(I)=J
30 CONTINUE
40 DO 70 I=1,MI
IF (I-1) 60,60,45
45 IF (XMAX-X(I)) 60,70,70
60 XMAX=X(I)
IP=I
JP=IH(I)
70 CONTINUE
IF (XMAX-EPSI) 1000,1000,148
148 M=M+1
IF (Q(IP,IP)-Q(JP,JP)) 150,151,151
150 TANG=-2.DO*Q(IP,JP)/(DABS(Q(IP,IP)-Q(JP,JP))+DSQRT((Q(IP,IP)-Q(JP,
*JP))**2+4.DO*Q(IP,JP)**2))
GO TO 160
151 TANG=+2.DO*Q(IP,JP)/(DABS(Q(IP,IP)-Q(JP,JP))+DSQRT((Q(IP,IP)-Q(JP,
*JP))**2+4.DO*Q(IP,JP)**2))
160 COSN=1.DO/DSQRT(1.0+TANG**2)
SINE=TANG*COSN
QII=Q(IP,IP)
Q(IP,IP)=COSN**2*(QII+TANG*(2.DO*Q(IP,JP)+TANG*Q(JP,JP)))
Q(JP,JP)=COSN**2*(Q(JP,JP)-TANG*(2.DO*Q(IP,JP)-TANG*QII))
Q(IP,JP)=0.DO
IF (Q(IP,IP)-Q(JP,JP)) 152,153,153
152 TEMP=Q(IP,IP)
Q(IP,IP)=Q(JP,JP)

```

```
Q(JP,JP)=TEMP
IF (SINE) 154,155,155
154 TEMP=COSN
GO TO 170
155 TEMP=-COSN
170 COSN=DABS(SINE)
SINE=TEMP
153 DO 350 I=1,MI
IF (I-IP) 210,350,200
200 IF (I-JP) 210,350,210
210 IF (IH(I)-IP) 230,240,230
230 IF (IH(I)-JP) 350,240,350
240 K=IH(I)
250 TEMP=Q(I,K)
Q(I,K)=0.DO
MJ=I+1
X(I)=0.DO
DO 320 J=MJ,N
IF (X(I)-DABS(Q(I,J))) 300,300,320
300 X(I)=DABS(Q(I,J))
IH(I)=J
320 CONTINUE
Q(I,K)=TEMP
350 CONTINUE
X(IP)=0.DO
X(JP)=0.DO
DO 530 I=1,N
IF (I-IP) 370,530,420
370 TEMP=Q(I,IP)
Q(I,IP)=COSN*TEMP+SINE*Q(I,JP)
IF (X(I)-DABS(Q(I,IP))) 380,390,390
380 X(I)=DABS(Q(I,IP))
IH(I)=IP
390 Q(I,JP)=-SINE*TEMP+COSN*Q(I,JP)
IF (X(I)-DABS(Q(I,JP))) 400,530,530
400 X(I)=DABS(Q(I,JP))
IH(I)=JP
GO TO 530
420 IF (I-JP) 430,530,480
430 TEMP=Q(IP,I)
Q(IP,I)=COSN*TEMP+SINE*Q(I,JP)
IF (X(IP)-DABS(Q(IP,I))) 440,450,450
440 X(IP)=DABS(Q(IP,I))
IH(IP)=I
450 Q(I,JP)=-SINE*TEMP+COSN*Q(I,JP)
```

```

IF (X(I)-DABS(Q(I,JP))) 400,530,530
480 TEMP=Q(IP,I)
Q(IP,I)=COSN*TEMP+SINE*Q(JP,I)
IF (X(IP)-DABS(Q(IP,I))) 490,500,500
490 X(IP)=DABS(Q(IP,I))
IH(IP)=I
500 Q(JP,I)=-SINE*TEMP+COSN*Q(JP,I)
IF (X(JP)-DABS(Q(JP,I))) 510,530,530
510 X(JP)=DABS(Q(JP,I))
IH(JP)=I
530 CONTINUE
IF (JVEC) 540,40,540
540 DO 550 I=1,N
TEMP=V(I,IP)
V(I,IP)=COSN*TEMP+SINE*V(I,JP)
550 V(I,JP)=-SINE*TEMP+COSN*V(I,JP)
GO TO 40
1000 RETURN
END

```

```

SUBROUTINE GENJAC(N,A,X,EPS)
IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
DIMENSION A(60,60),X(60,60)
WRITE (*,30)
30 FORMAT(10X,'A MATRISI',/)
DO 35 I=1,N
35 WRITE (*,20) (A(I,J),J=1,N)
20 FORMAT (1X,5E14.6)
DO 32 I=1,N
DO 32 J=1,N
32 A(J,I)=A(I,J)
CALL JACOBI (N,A,1,NR,X,EPS)
WRITE (*,80) NR
80 FORMAT (//,10X,'DönME SAYISI =',I16,/)
RETURN
END

```



## Ek:Q.3. SERRIJ3 Program Listesi

## SERRIJ3.FOR

```

IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
REAL*8 IN,IB,JB,K1,KJ,MK,MMK
CHARACTER*8 SSS,SA
DIMENSION SRM(120,120),NC(20,12),KJ(12,12)
DIMENSION CY(60,60),C(60,60),HAR(60,60)
DIMENSION MK(60),BY(60,60),MMK(60,60)
WRITE(*,*) ' VERI DOSYASININ ISMINI VERINIZ '
READ(*,1018)SSS
WRITE(*,*) ' ÇIKTI DOSYASININ ISMINI VERINIZ '
READ(*,1018)SA
OPEN(5,FILE=SSS,FORM='FORMATTED',STATUS='OLD')
OPEN(6,FILE=SA,FORM='FORMATTED',STATUS='NEW')
OPEN(7,FILE='DUM7',FORM='FORMATTED',STATUS='NEW')
OPEN(3,FILE='DUM3',FORM='FORMATTED',STATUS='NEW')
REWIND 7
REWIND 6
REWIND 5
REWIND 3
1018 FORMAT(A8)
EE=0.0D0
READ(5,*) NM,ND,NAK
WRITE(6,*) ' ELEMAN KOD- NUMARALARI '
WRITE(6,*) '
DO 34 N=1,NM
READ(5,*) (NC(N,J),J=1,12)
34 WRITE(6,1060) N,(NC(N,J),J=1,12)
DO 80 I=1,ND
DO 80 J=1,ND
80 SRM(I,J)=0.0D0
DO 198 N=1,NM
READ(5,*) AA,ALF
READ(5,*) EL,PO
READ(5,*) IN,IB,JB,AL
READ(5,*) AKAT1,AKAT2
WRITE(*,*) AKAT1,AKAT2
1060 FORMAT(1X,'ELE.NO=',I3,3X,12I4)
PAY=3.1415926535898D0
DDN=EL*IN
DDB=EL*IB
G=EL/(2.DO*(1.DO+PO))

```

```

DDT=G*JB
DT=DDT/DDN
DB=DDB/DDN
H=DTAN(ALF*PAY/180.DO)*AA
CI=SQRT(AA*AA+H*H)
B=H/CI
A=AA/CI
FI1=AKAT1*PAY
FI2=AKAT2*PAY
WRITE(3,*)FI1,FI2
CALL ERMAT1(FI1,FI2,A,DT,B,DB,EE,AA,N,CI,KJ,EL,IN)
WRITE(7,*)((KJ(I,J),J=1,12),I=1,12)
DO 94 I=1,12
K=NC(N,I)
IF (K.EQ.0) GO TO 94
DO 95 J=1,12
L=NC(N,J)
IF (L.EQ.0) GO TO 95
SRM(K,L)=SRM(K,L)+KJ(I,J)
95 CONTINUE
94 CONTINUE
198 CONTINUE
DO 230 I=1,NAK
230 READ(5,*)(MK(I),I=1,NAK)
READ(5,*)ALFA,BETA
WRITE(6,*)' KUTLE MATRISI'
WRITE(6,4365)(MK(I),I=1,NAK)
4365 FORMAT(2X,6F12.4)
DO 4648 I=1,NAK
DO 4648 J=1,NAK
4648 HAR(I,J)=0.DO
DO 89 I=1,NAK
89 HAR(I,I)=MK(I)
DO 4366 I=1,NAK
4366 MK(I)=1.DO/(DSQRT(MK(I)))
ND1=ND-NAK
DO 240 I=1,ND1
DO 240 J=1,ND1
240 C(I,J)=SRM(NAK+I,J+NAK)
CALL MATINV(ND1,C,CY)
DO 245 I=1,NAK
DO 245 J=1,ND1
245 C(I,J)=SRM(I,J+NAK)
CALL MATMPY(C,NAK,ND1,CY,ND1,BY)
DO 250 I=1,ND1

```

```
DO 250 J=1,NAK
250 C(I,J)=SRM(I+NAK,J)
CALL MATMPY(BY,NAK,ND1,C,NAK,CY)
DO 235 I=1,NAK
DO 235 J=1,NAK
235 BY(I,J)=SRM(I,J)
DO 255 I=1,NAK
DO 255 J=1,NAK
255 C(I,J)=BY(I,J)-CY(I,J)
DO 225 I=1,NAK
DO 225 J=1,NAK
225 MMK(I,J)=0.0DO
DO 4367 I=1,NAK
4367 MMK(I,I)=MK(I)
CALL MATMPY(C,NAK,NAK,MMK,NAK,CY)
CALL MATMPY(MMK,NAK,NAK,CY,NAK,C)
EPSI=1.E-6
CALL GENJAC(NAK,C,CY,EPSI)
CALL MATMPY(MMK,NAK,NAK,CY,NAK,BY)
DO 46 J=1,NAK
WRITE (6,50)J,C(J,J)
46 WRITE (6,60) (BY(I,J),I=1,NAK)
50 FORMAT (/ ,10X, 'ÖZEL DEĞERLER (',I2,' ) =',1PE14.6)
60 FORMAT (/ ,3X,5E14.6)
DO 2127 I=1,NAK
2127 MK(I)=DSORT(C(I,I))
READ(5,*)ISEC
GO TO(163,164,165),ISEC
163 READ(5,*)OMG,DELOMG,IOMG,KUVD0G,I0EP
CALL HARMONIK(MK,BY,NAK,OMG,DELOMG,IOMG,KUVD0G,I0EP,ALFA,BETA)
GO TO 165
164 CALL SERBEST(MK,BY,HAR,NAK,ALFA,BETA)
165 STOP
END
```

```
SUBROUTINE MATINV(N,B,C)
SUBROUTINE BANS(KK,AK,R,NEQ,IBAND)
SUBROUTINE MATMPY(A,N,M,B,L,C)
```

Listeler (Ek Q.1) de verilmiştir.

```
SUBROUTINE SERBEST(D,Q,M,NAK,ALFA,BETA)
IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
REAL*8 M
DIMENSION D(60),Q(60,60),C(60),Y(60),Z(60),DO(60),DDO(60),U(60,60)
DIMENSION V(60,60),M(60,60)
DO 5 I=1,NAK
5 C(I)=0.5*((ALFA/D(I))+BETA*D(I))
READ(5,*)DELT,ITSON,IDEF
DO 10 I=1,NAK
10 READ(5,*)DO(I),DDO(I)
DO 15 I=1,NAK
Y(I)=0.DO
DO 15 J=1,NAK
15 Y(I)=Y(I)+M(I,J)*DO(J)
DO 20 I=1,NAK
Z(I)=0.DO
DO 20 J=1,NAK
20 Z(I)=Z(I)+M(I,J)*DDO(J)
DO 30 IR=1,NAK
DO(IR)=0.DO
DO 30 J=1,NAK
30 DO(IR)=DO(IR)+Q(J,IR)*Y(J)
DO 40 IR=1,NAK
DDO(IR)=0.DO
DO 40 J=1,NAK
40 DDO(IR)=DDO(IR)+Q(J,IR)*Z(J)
DO 45 ID=1,NAK
IDEFNO=ID
DO 50 IR=1,NAK
U(IDEFNO,IR)=DO(IR)*Q(IDEFNO,IR)
V(IDEFNO,IR)=DDO(IR)*Q(IDEFNO,IR)
50 CONTINUE
45 CONTINUE
T=0.DO
WRITE(6,*)' ZAMAN(T) U(IDEF)====>YY= '
DO 60 I=1,ITSON
YY=0.DO
DO 70 IR=1,NAK
WDR=D(IR)*DSQRT(1.DO-C(IR)*C(IR))
EXPO=DEXP(-C(IR)*D(IR)*T)
AA=V(IDEF,IR)*(EXPO/WDR)*DSIN(WDR*T)
BB=U(IDEF,IR)*EXPO*C(IR)*D(IR)*DSIN(WDR*T)/WDR
CC=U(IDEF,IR)*EXPO*DCOS(WDR*T)
```

```
70  YY=YY+AA+BB+CC  
    WRITE(6,75)T,YY  
75  FORMAT(1X,2E14.6)  
60  T=T+DELT  
    RETURN  
    END
```

```
SUBROUTINE JACOBI(N,Q,JVEC,M,V,EPSI)  
SUBROUTINE GENJAC(N,A,X,EPS)
```

Listeler (Ek Q.2) de verilmiştir.

```
SUBROUTINE ERMAT1(FI1,FI2,A,DT,B,DB,EE,AA,N,CI,KJ,EL,IN)
```

Liste (Ek O.2) de verilmiştir.

```
SUBROUTINE TASIMA(A,DT,B,DB,EE,AA,X,F)  
SUBROUTINE DONXYZ(FI1,FI2,F)
```

Listeler (Ek.K) da verilmiştir.

```
SUBROUTINE SOLGAU(N,M,AE,CV)  
DIMENSION AE(6,7),CV(7)
```

Liste (Ek.F) de verilmiştir.

Ek:R. DOGRU5 Program Listesi

DOGRU5.FOR

```
IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
REAL*8 IN,IB,JB,K1,KJ,MK,NSAR,KJ1,LO
CHARACTER*8 SSS,SA
DIMENSION NC(100,12),KJ(12,12),mht(606),skj(78),SSJ(78),MAXA(606)
DIMENSION SKG(6000),SRM(6000),EKG(12,12),ID(6,101)
DIMENSION NEIV(23),R(606,23),TT(606),W(606),EIGV(23),D(23)
DIMENSION VEC(23,23),AR(276),BR(276),RTOLV(23),BUP(23),
*BLD(23),BUPC(23),KJ1(12,12),EKM1(12,12)
NTOT=3000
WRITE(*,*)' VERI DOSYASININ ISMINI VERINIZ'
READ(*,1018)SSS
WRITE(*,*)' ÇIKTI DOSYASININ ISMINI VERINIZ'
READ(*,1018)SA
OPEN(1,FILE='NSTIF',FORM='FORMATTED',STATUS='NEW')
OPEN(5,FILE=SSS,FORM='FORMATTED',STATUS='OLD')
OPEN(6,FILE=SA,FORM='FORMATTED',STATUS='NEW')
READ(5,*) NUMNP
NM=NUMNP-1
READ(5,*) AA,ALFA
READ(5,*) EL,PO,CAP
READ(5,*)NSAR
KNOLD=0
NOLD=0
10 READ(5,*) N,(ID(I,N),I=1,6),KN
IF(KNOLD.EQ.0) GOTO 550
NUM=(N-NOLD)/KNOLD
NUMN=NUM-1
IF(NUMN.LT.1) GOTO 550
K=NOLD
DO 330 J=1,NUMN
KK=K
K=K+KNOLD
DO 330 I=1,6
ID(I,K)=ID(I,KK)
330 CONTINUE
550 NOLD=N
KNOLD=KN
IF(N.NE.NUMNP) GOTO 10
WRITE(6,2030) (NI,(ID(I,NI),I=1,6),NI=1,NUMNP)
NEQ=0
```

```
DO 3100 N=1, NUMNP
DO 3100 I=1, 6
IF(ID(I,N)) 110,120,110
120 NEQ=NEQ+1
ID(I,N)=NEQ
GO TO 3100
110 ID(I,N)=0
3100 CONTINUE
WRITE(6,2040) (N2,(ID(I,N2),I=1,6),N2=1,NUMNP)
DO 410 N=1,NM
I=N
J=I+1
DO 390 L=1,12
390 NC(N,L)=0
DO 400 L=1,6
NC(N,L)=ID(L,I)
400 NC(N,L+6)=ID(L,J)
410 CONTINUE
DO 34 N=1,NM
34 WRITE(6,1060) N,(NC(N,J),J=1,12)
DO 80 I=1,NTOT
80 SRM(I)=0.0D0
PAY=3.1415926535898D0
ALFA=ALFA*PAY/180.D0
AT=PAY*CAP**4/64.D0
PAT=AT*2.D0
AL=PAY*CAP*CAP/4.D0
TACI=NSAR*2.D0*PAY
DELFI=TACI/NM
EBOY=AA*DELFI/DCOS(ALFA)
G=EL/(2.D0*(1.D0+PO))
H=DTAN(ALFA)*AA
CI=DSQRT(AA*AA+H*H)
LO=2.*PAY*H*NSAR
DO=2.*AA
GAMO=LO*2.*EL*PAT*PO/(NSAR*PAY*DO**3.*(PO+1))
WRITE(6,*) 'LO=',LO,'GAMO=',GAMO
DO 198 N=1,NM
FI1=(N-1)*DELFI
FI2=N*DELFI
FI=(FI1+FI2)/2.D0
CALL ERM1(DELFI,CI,KJ,EL,AT,AL,G)
CALL DODON(KJ,FI,ALFA)
C ..... (N=Po*Sina) ortak parantezine alınıyor .....
CALL EKGMAT(DELFI,CI,EKG)
CALL DODON(EKG,FI,ALFA)
```

```
CALL ELKOL(KJ,SKJ,12)
CALL ELKOL(EKG,SSJ,12)
CALL ELKOLY (NC,MHT,N)
CALL DIYAD(MAXA,MHT,NEQ,NWK)
ND1=NEQ+1
CALL SISTEM(NC,N,MAXA,SKJ,SRM,NWK)
NWM=NWK
CALL SISTEM(NC,N,MAXA,SSJ,SKG,NWM)
198 CONTINUE
READ(5,*)NROOT,IFPR
NITEM=16
NO=MINO(2*NROOT,NROOT+8)
NNC=NO*(NO+1)/2
IFSS=1
RTOL=1.E-4
NN=NEQ
NSTIF=1
NNM=NN+1
CALL SSPACE(SRM,SKG,MAXA,R,EIGV,TT,W,AR,BR,VEC,D,RTOLV,BUP,BLD,
*BUPC,NN,NNM,NWK,NWM,NROOT,RTOL,NO,NNC,NITEM,IFSS,IFPR,NSTIF)
STOP
1018 FORMAT(A8)
1060 FORMAT(1X,'ELE.NO=',I3,3X,12I4)
2030 FORMAT(I5,6X,6I5)
2040 FORMAT(1X,I5,9X,6I5)
END
```

```
SUBROUTINE SISTEM(NC,N,MAXA,SKJ,SRM,NWK)
SUBROUTINE DODON(KJ,FI,ALFA)
SUBROUTINE ELKOL(KJ,SKJ,ND)
SUBROUTINE ELKOLY (NC,MHT,N)
SUBROUTINE SSPACE(A,B,MAXA,R,EIGV,TT,W,AR,BR,VEC,D,RTOLV,BUP,BLD,
*BUPC,NN,NNM,NWK,NWM,NROOT,RTOL,NC,NNC,NITEM,IFSS,IFPR,NSTIF)
SUBROUTINE DECOMP (A,MAXA,NN,ISH)
SUBROUTINE REDBAK (A,V,MAXA,NN)
SUBROUTINE DIYAD (MAXA,MHT,NEQ,NWK)
SUBROUTINE SCHECK (EIGV,RTOLV,BUP,BLD,BUPC,NEIV,NC,NEI,RTOL,SHIFT)
SUBROUTINE MULT (TT,B,RR,MAXA,NN,NWM)
SUBROUTINE JACOB (A,B,X,EIGV,D,N,NWA,RTOL,NSMAX,IFPR)
```

Listeler (Ek O.1) de verilmistir.



```
SUBROUTINE ERM1 (DELFI, CI, KJ, EL, AT, AL, G)
IMPLICIT REAL*8 (A-H, O-Z)
REAL*8 KJ
DIMENSION KJ(12,12), KG(12,12)
PAT=2*AT
BOY=CI*DELFI
FF=12.0*EL*AT/G/AL/BOY**2
DO 10 I=1,12
DO 10 J=1,12
10 KJ(I,J)=0.0
KJ(1,1)=EL*AL/BOY
KJ(7,7)=KJ(1,1)
KJ(7,1)=-KJ(1,1)
KJ(2,2)=12.0*EL*AT/BOY**3/(1.0+FF)
KJ(3,3)=KJ(2,2)
KJ(8,8)=KJ(2,2)
KJ(9,9)=KJ(2,2)
KJ(8,2)=-KJ(2,2)
KJ(9,3)=-KJ(2,2)
KJ(6,2)=6.0*EL*AT/BOY**2/(1.0+FF)
KJ(12,2)=KJ(6,2)
KJ(11,9)=KJ(6,2)
KJ(9,5)=KJ(6,2)
KJ(5,3)=-KJ(6,2)
KJ(11,3)=-KJ(6,2)
KJ(8,6)=-KJ(6,2)
KJ(12,8)=-KJ(6,2)
KJ(4,4)=G*PAT/BOY
KJ(10,10)=KJ(4,4)
KJ(10,4)=-KJ(4,4)
KJ(5,5)=(4.0+FF)*EL*AT/BOY/(1.0+FF)
KJ(6,6)=KJ(5,5)
KJ(11,11)=KJ(5,5)
KJ(12,12)=KJ(5,5)
KJ(11,5)=(2.0-FF)*EL*AT/(BOY)/(1.0+FF)
KJ(12,6)=KJ(11,5)
DO 40 I=1,12
DO 40 J=1,12
40 KJ(I,J)=KJ(J,I)
RETURN
END
```

```
SUBROUTINE EKG MAT(DELFI, CI, KG)
IMPLICIT REAL*8(A-H, O-Z)
REAL*8 KG
DIMENSION KG(12,12)
BOY=CI*DELFI
P0=1.0D0
DO 20 I=1,12
DO 20 J=1,12
20 KG(I,J)=0.0
KG(2,2)=6.0*P0/5.0/BOY
KG(3,3)=KG(2,2)
KG(8,8)=KG(2,2)
KG(9,9)=KG(2,2)
KG(8,2)=-KG(2,2)
KG(9,3)=-KG(2,2)
KG(5,5)=2.0*P0*BOY/15.0
KG(6,6)=KG(5,5)
KG(11,11)=KG(5,5)
KG(12,12)=KG(5,5)
KG(6,2)=P0/10.0
KG(12,2)=KG(6,2)
KG(9,5)=KG(6,2)
KG(11,9)=KG(6,2)
KG(5,3)=-KG(6,2)
KG(11,3)=-KG(6,2)
KG(8,6)=-KG(6,2)
KG(12,8)=-KG(6,2)
KG(11,5)=-P0*BOY/30.0
KG(12,6)=-P0*BOY/30.0
DO 40 I=1,12
DO 40 J=1,12
40 KG(I,J)=KG(J,I)
RETURN
END
```

## Ek:S.1. ZORTAS Program Listesi.

## ZORTAS.FOR

```

CHARACTER*8 AI,AO
COMPLEX*16 S1,S2,P1,R3,R9,R10,YK1,YK2,YK3,KS,FV,PF
COMPLEX*16 A10,P10,Z,A,P,PS,F,S,AD,TX,FPI,FN,PT,PN,PB,MT,MN,MB
REAL*8 PAY,RO,AL,H,AA,EO,X,TF,TI,DT,TIME,PO,GO,ACI,FO,FAY,FAY1
REAL*8 KB,I1,I2,I3,C,TSUR,PD,PN1,PK,MD,MN1,MK
REAL*8 NSAR1,NSAR,KN
DIMENSION A(12,12),PS(12),F(12,12),P(12),KS(12),TX(12,12)
DIMENSION S1(12),S2(12),P1(12),R3(10),R9(10),R10(10),FV(12,12)
DIMENSION S(12),A10(10),P10(10),FN(12,12),FPI(12,12)
c impuls tipi yukleme
YK1(PP,Z,TSUR)=PP*(1.0D0-CDEXP(-TSUR*Z))/Z
c adım tipi yukleme
YK2(PP,Z)=PP/Z
c sinüs impuls tipi yukleme
YK3(PP,Z,TSUR,PAY)=PP*PAY*TSUR*(1.+CDEXP(-TSUR*Z))/(TSUR*TSUR*Z*Z+
*PAY*PAY)
WRITE(*,*) ' VERI DOSYASI ISMI (MAX.8 KARAKTER)=?'
READ(*,1018) AI
WRITE(*,*) ' CIKTI DOSYASI ISMI (MAX.8 KARAKTER)=?'
READ(*,1018) AO
OPEN(5,FILE=AI,FORM='FORMATTED',STATUS='OLD')
OPEN(6,FILE=AO,FORM='FORMATTED',STATUS='NEW')
PAY=3.1415926535898D0
N=12
M=200
NN=10
1018 FORMAT(A8)
1020 FORMAT(1X,'I1=',F12.4,3X,'I2=',F12.4,3X,'I3=',F12.4,3X,'AL=',
*F12.4)
1022 FORMAT(1X,'EO=',E12.4,3X,'PO=',E12.4,3X,'RO=',E12.4)
1024 FORMAT(1X,'AA=',E12.4,3X,'H=',E12.4,3X,'PX=',E12.4)
1026 FORMAT(1X,'TI=',F12.4,3X,'DT=',F12.4,3X,'TF=',F12.4/)
34 FORMAT(1X,'IS=',I2,' T=',1PE14.5)
441 FORMAT(1X,' COZUM NO=',I2)
READ(5,*) I1,I2,I3,AL
WRITE(6,1020) I1,I2,I3,AL
READ(5,*) KN,KB,PO
READ(5,*) EO,PO,RO
WRITE(6,1022) EO,PO,RO
WRITE(*,1022) EO,PO,RO

```

```
READ(5,*) AA,ACI,NSAR,NSAR1
READ(5,*) PD,PN1,PK
READ(5,*) MD,MN1,MK
H=DTAN(ACI*PAY/180.DO)*AA
C=DSQRT(AA*AA+H*H)
FAY=2.DO*PAY*NSAR
FAY1=2.DO*PAY*NSAR1
READ(5,*) NB,IYUK,TSUR,IS
READ(5,*) KBIL
READ(5,*) TI,DT,TF
WRITE(6,1026) TI,DT,TF
WRITE(*,1026) TI,DT,TF
GO=EO/(2.0DO*(1.0DO+PO))
IF(TI.EQ.0) GO TO 2973
TIME=TI
GO TO 2974
2973 TIME=TI+DT
2974 NDON=(TF-TI)/DT+1
PT=((AA/C)*PD+(H/C)*PK)*C**2/(EO*I2)
PN=(C**2/(EO*I2))*PN1
PB=((AA/C)*PK-(H/C)*PD)*C**2/(EO*I2)
MT=((AA/C)*MD+(H/C)*MK)*C/(EO*I2)
MN=(C/(EO*I2))*MN1
MB=((AA/C)*MK-(H/C)*MD)*C/(EO*I2)
DO 102 II=1,NDON
WRITE(*,34) IS,TIME
GO TO (11,12,13),IS
11 CALL CR101(NN,A10,P10)
GO TO 33
12 CALL CR102(NN,A10,P10)
GO TO 33
13 CALL CR103(NN,A10,P10)
33 DO 103 I=1,NN,2
WRITE(*,441) I
Z=P10(I)/TIME
CALL COEF6(A,N,Z,AA,H,C,AL,I1,I2,I3,EO,GO,KN,KB,PO,RO)
CALL CHPOCO(N,A,P)
X=PAY
CALL PSI(N,P,X,PS,M)
CALL TRANS(N,PS,F,A)
DO 5731 I5=1,N
DO 5731 J5=1,N
5731 FPI(I5,J5)=F(I5,J5)
DO 111 I5=1,12
KS(I5)=(0.DO,0.DO)
111 S1(I5)=(0.0DO,0.DO)
```

```
GO TO(9531,9532,9533).IYUK
9531 KS(7)=YK1(-PT,Z,TSUR)
      KS(8)=YK1(-PN,Z,TSUR)
      KS(9)=YK1(-PB,Z,TSUR)
      KS(10)=YK1(-MT,Z,TSUR)
      KS(11)=YK1(-MN,Z,TSUR)
      KS(12)=YK1(-MB,Z,TSUR)
      GO TO 9534
9532 KS(7)=YK2(-PT,Z)
      KS(8)=YK2(-PN,Z)
      KS(9)=YK2(-PB,Z)
      KS(10)=YK2(-MT,Z)
      KS(11)=YK2(-MN,Z)
      KS(12)=YK2(-MB,Z)
      GO TO 9534
9533 KS(7)=YK3(-PT,Z,TSUR,PAY)
      KS(8)=YK3(-PN,Z,TSUR,PAY)
      KS(9)=YK3(-PB,Z,TSUR,PAY)
      KS(10)=YK3(-MT,Z,TSUR,PAY)
      KS(11)=YK3(-MN,Z,TSUR,PAY)
      KS(12)=YK3(-MB,Z,TSUR,PAY)
9534 DO 5719 I5=1,12
      DO 5719 J5=1,12
5719 TX(I5,J5)=FPI(I5,J5)
      IX=(FAY-FAY1)/PAY
      IF(IX.EQ.0)GO TO 5716
      IF(IX.EQ.1)GO TO 7716
      DO 5717 K5=1,IX-1
      CALL MATMUL(TX,FPI,FN,N,N,N)
      DO 5718 I5=1,12
      DO 5718 J5=1,12
5718 TX(I5,J5)=FN(I5,J5)
5717 CONTINUE
      X=(FAY-FAY1)-(IX*PAY)
      CALL PSI(N,P,X,PS,M)
      CALL TRANS(N,PS,FN,A)
      CALL MATMUL(TX,FN,F,N,N,N)
      GO TO 57101
5716 X=FAY-FAY1
      CALL PSI(N,P,X,PS,M)
      CALL TRANS(N,PS,F,A)
      GO TO 57101
7716 X=(FAY-FAY1)-PAY
      CALL PSI(N,P,X,PS,M)
      CALL TRANS(N,PS,FN,A)
```

```
CALL MATMUL(FPI,FN,F,N,N,N)
57101 DO 956 I5=1,12
      S1(I5)=(0.D0,0.D0)
      DO 956 J5=1,12
956   S1(I5)=S1(I5)+F(I5,J5)*KS(J5)
      DO 5709 I5=1,12
      DO 5709 J5=1,12
5709  TX(I5,J5)=FPI(I5,J5)
      IX=FAY/PAY
      IF(IX.EQ.0)GO TO 5706
      IF(IX.EQ.1)GO TO 7706
      DO 5707 K5=1,IX-1
      CALL MATMUL(TX,FPI,FN,N,N,N)
      DO 5708 I5=1,12
      DO 5708 J5=1,12
5708  TX(I5,J5)=FN(I5,J5)
5707  CONTINUE
      X=FAY-(IX*PAY)
      CALL PSI(N,P,X,PS,M)
      CALL TRANS(N,PS,FN,A)
      CALL MATMUL(TX,FN,F,N,N,N)
      GO TO 5710
5706  X=FAY
      CALL PSI(N,P,X,PS,M)
      CALL TRANS(N,PS,F,A)
      GO TO 5710
7706  X=FAY-PAY
      CALL PSI(N,P,X,PS,M)
      CALL TRANS(N,PS,FN,A)
      CALL MATMUL(FPI,FN,F,N,N,N)
5710  CALL ZTSIN(F,S1,S,NB)
      IF(NB.EQ.4) GOTO 9999
      DO 5729 I5=1,12
      DO 5729 J5=1,12
5729  TX(I5,J5)=FPI(I5,J5)
      IX=FAY1/PAY
      IF(IX.EQ.0)GO TO 5726
      IF(IX.EQ.1)GO TO 7726
      DO 5727 K5=1,IX-1
      CALL MATMUL(TX,FPI,FN,N,N,N)
      DO 5728 I5=1,12
      DO 5728 J5=1,12
5728  TX(I5,J5)=FN(I5,J5)
5727  CONTINUE
      X=FAY1-(IX*PAY)
```

```

CALL PSI(N,P,X,PS,M)
CALL TRANS(N,PS,FN,A)
CALL MATMUL(TX,FN,FV,N,N,N)
GO TO 5712
5726 X=FAY1
CALL PSI(N,P,X,PS,M)
CALL TRANS(N,PS,FV,A)
GO TO 5712
7726 X=FAY1-PAY
CALL PSI(N,P,X,PS,M)
CALL TRANS(N,PS,FN,A)
CALL MATMUL(FPI,FN,FV,N,N,N)
5712 DO 107 I5=1,N
P1(I5)=S1(I5)
DO 107 J5=1,N
107 P1(I5)=P1(I5)+F(I5,J5)*S(J5)
DO 1956 I5=1,12
S1(I5)=KS(I5)
DO 1956 J5=1,12
1956 S1(I5)=S1(I5)+FV(I5,J5)*S(J5)
R3(I)=S(KBIL)
R9(I)=P1(KBIL)
R10(I)=S1(KBIL)
103 CONTINUE
WRITE(*,*) ' S(0) '
WRITE(6,*) ' S(0) '
CALL KC10(NN,A10,P10,TIME,R3,IS)
WRITE(*,*) ' S(L) '
WRITE(6,*) ' S(L) '
CALL KC10(NN,A10,P10,TIME,R9,IS)
WRITE(*,*) ' S(L1) '
WRITE(6,*) ' S(L1) '
CALL KC10(NN,A10,P10,TIME,R10,IS)
TIME=TIME+DT
102 CONTINUE
15 STOP
9999 END

```

```

FUNCTION NFACT(N)
NFACT=1
IF(N.EQ.0.OR.N.EQ.1) RETURN
DO 1001 I=1,N
1001 NFACT=NFACT*I
RETURN
END

```

```
SUBROUTINE ZTSIN(F,SUM,S,NB)
COMPLEX*16 F,SUM,S,R,D
DIMENSION F(12,12),D(6,7),SUM(12),S(12),R(6)
N=6
GO TO (1,2,3,4,5,6),NB
1 DO 1141 I=1,6
DO 1141 J=1,6
1141 D(I,J)=F(I+6,J+6)
DO 777 I=1,6
777 D(I,7)=-SUM(I+6)
CALL SOLGAU(N,N+1,D,R)
DO 1161 I=1,6
S(I+6)=R(I)
1161 S(I)=(0.0D0,0.0D0)
RETURN
2 DO 1142 I=1,6
DO 1142 J=1,6
1142 D(I,J)=F(I,J)
DO 771 I=1,6
771 D(I,7)=-SUM(I)
CALL SOLGAU(N,N+1,D,R)
DO 1162 I=1,6
S(I)=R(I)
1162 S(I+6)=(0.0D0,0.0D0)
RETURN
3 DO 1143 I=1,6
DO 1143 J=1,6
1143 D(I,J)=F(I,J+6)
DO 772 I=1,6
772 D(I,7)=-SUM(I)
CALL SOLGAU(N,N+1,D,R)
DO 1163 I=1,6
S(I+6)=R(I)
1163 S(I)=(0.0D0,0.0D0)
RETURN
4 WRITE(6,*)'SISTEM TASIYICI DEGIL'
RETURN
5 DO 1145 I=1,3
DO 1145 J=1,6
D(I,J)=F(I,J+6)
1145 D(I+3,J)=F(I+9,J+6)
DO 1155 I=1,3
R(I)=-SUM(I)
1155 R(I+3)=SUM(I+9)
DO 774 I=1,6
774 D(I,7)=R(I)
CALL SOLGAU(N,N+1,D,R)
```



```
DO 1165 I=1,6
S(I+6)=R(I)
1165 S(I)=(0.0DO,0.0DO)
RETURN
6 DO 1146 I=1,6
DO 1146 J=1,6
1146 D(I,J)=F(I,J+3)
DO 775 I=1,6
775 D(I,7)=-SUM(I)
CALL SOLGAU(N,N+1,D,R)
DO 1166 I=1,6
1166 S(I+3)=R(I)
DO 1176 I=1,3
S(I+9)=(0.0DO,0.0DO)
1176 S(I)=(0.0DO,0.0DO)
RETURN
END
```

```
SUBROUTINE KC10(N,A,P,T,F,IS)
REAL*8 T
COMPLEX*16 A,P,F,SUM,FF,B
DIMENSION A(N),P(N),F(N),FF(10)
SUM=(0.0DO,0.0DO)
DO 32 I=1,N,2
FF(I)=(P(I)**IS)*F(I)
B=A(I)*FF(I)
32 SUM=SUM+B
SUM=SUM/T
B=DCONJG(SUM)
SUM=SUM+B
WRITE(*,5) T,SUM
5 FORMAT(/3(1PE20.12))
WRITE(6,55) T,SUM
55 FORMAT(1X,'T=',E23.4,'F(T)=' ,2(1PE20.12)/)
RETURN
END
```

```

SUBROUTINE COEF6(A,N,ZZ,AA,H,C,AL,I1,I2,I3,EO,GO,KN,KB,PO,RO)
COMPLEX*16 A,ZZ
REAL*8 K1,K2,K3,I1,I2,I3,KN,KB,EO,GO,RO,AL,C,AA,H,CC,KN,KB,PO
DIMENSION A(N,N)
CC=C*C
K1=H/C
K2=0.0D0
K3=AA/C
DO 100 I=1,N
DO 100 J=1,N
100 A(I,J)=(0.0D0,0.0D0)
A(1,2)=DCMPLX(K3,0.0D0)
A(1,3)=DCMPLX(-K2,0.0D0)
A(2,3)=DCMPLX(K1,0.0D0)
DO 101 I=1,9,3
A(I+3,I+5)=A(1,3)
A(I+3,I+4)=A(1,2)
101 A(I+4,I+5)=A(2,3)
DO 102 I=1,12
DO 102 J=1,12
102 A(J,I)=-A(I,J)
A(2,6)=(1.0D0,0.0D0)
A(3,5)=(-1.0D0,0.0D0)
A(12,8)=(-1.0D0,0.0D0)-(KN*PO*H/(C*GO*AL))
A(1,7)=I2/(AL*CC)
A(2,8)=EO*I2*KN/(GO*AL*CC)
A(3,9)=EO*I2*KB/(GO*AL*CC)
A(4,10)=EO*I2/(GO*I1)
A(5,11)=(1.0D0,0.0D0)
A(6,12)=I2/I3
A(7,11)=C*PO*AA/(EO*I2)
A(8,10)=-C*PO*AA/(GO*I1)
A(8,12)=C*PO*H/(EO*I3)
A(9,11)=-C*PO*H/(EO*I2)
A(10,8)=KN*PO*AA/(C*GO*AL)
A(11,7)=-PO*AA/(C*EO*AL)
A(11,9)=(KB*PO*H/(C*GO*AL))+(1.0D0,0.0D0)
A(10,11)=A(10,11)-(AA*PO*H/(EO*I2))
A(11,10)=A(11,10)+(AA*PO*H/(GO*I1))
A(11,12)=A(11,12)+(AA*PO*AA/(EO*I3))
A(12,11)=A(12,11)-(AA*PO*AA/(EO*I2))
A(10,6)=C*PO*AA/(EO*I2)
A(7,1)=ZZ*ZZ*RO*AL*CC*CC/(EO*I2)
A(8,2)=A(7,1)
A(9,3)=A(7,1)

```

```
A(10,4)=ZZ*ZZ*RO*I1*CC/(EO*I2)
A(11,5)=ZZ*ZZ*RO*CC/(EO)
A(12,6)=ZZ*ZZ*RO*I3*CC/(EO*I2)
A(11,5)=A(11,5)-(C*P0*H/(EO*I2))
A(12,6)=A(12,6)-(C*P0*H/(EO*I2))
RETURN
END
```

```
SUBROUTINE TRANS(N,PS,F,A)
IMPLICIT COMPLEX*16(A-H,O-Z)
DIMENSION PS(N),F(N,N),D(12,12),C(12,12)
DIMENSION A(N,N)
DO 100 I=1,N
F(I,I)=PS(1)+PS(2)*A(I,I)
DO 100 J=1,N
IF(I.EQ.J) GO TO 100
F(I,J)=PS(2)*A(I,J)
100 CONTINUE
DO 101 I=1,N
DO 101 J=1,N
101 D(I,J)=A(I,J)
DO 102 I=3,N
CALL MATMUL(A,D,C,N,N,N)
DO 104 J=1,N
DO 104 K=1,N
104 D(J,K)=C(J,K)
DO 105 J=1,N
DO 105 K=1,N
105 F(J,K)=F(J,K)+PS(I)*D(J,K)
102 CONTINUE
RETURN
END
```

```
SUBROUTINE MATMUL(A,B,C,IC,JC,KC)
IMPLICIT COMPLEX*16(A-H,O-Z)
DIMENSION A(IC,JC),B(JC,KC),C(IC,KC)
DO 11 I=1,IC
DO 11 K=1,KC
C(I,K)=(0.0D0,0.0D0)
DO 11 J=1,JC
11 C(I,K)=C(I,K)+A(I,J)*B(J,K)
RETURN
END
```

```

SUBROUTINE PSI(N,P,X,PS,M)
COMPLEX*16 P,PS,AA,T
REAL*8 A,X,B,XX,PSK,D1,D2,D3
DIMENSION P(12),PS(12),AA(6),T(12,200)
NF=NFACT(12)
A=X**12/NF
B=A*X/13.0D0
DO 100 I=1,12,2
T(I,1)=DCMPLX(A,0.0D0)
100 T(I+1,1)=DCMPLX(B,0.0D0)
DO 107 I=1,6
107 AA(I)=P(2*I)
J=6
DO 102 I=1,12,2
T(I,1)=T(I,1)*AA(J)
T(I+1,1)=T(I+1,1)*AA(J)
102 J=J-1
J=0
DO 103 I=2,M
J=I-1
D1=11.0+2.0*I
D2=12.0+2.0*I
D3=13.0+2.0*I
XX=X*X
T(1,I)=T(11,J)*AA(6)*XX/(D1*D2)
T(2,I)=T(12,J)*AA(6)*XX/(D2*D3)
T(3,I)=(T(11,J)*AA(5)+T(1,J))*XX/(D1*D2)
T(4,I)=(T(12,J)*AA(5)+T(2,J))*XX/(D2*D3)
T(5,I)=(T(11,J)*AA(4)+T(3,J))*XX/(D1*D2)
T(6,I)=(T(12,J)*AA(4)+T(4,J))*XX/(D2*D3)
T(7,I)=(T(11,J)*AA(3)+T(5,J))*XX/(D1*D2)
T(8,I)=(T(12,J)*AA(3)+T(6,J))*XX/(D2*D3)
T(9,I)=(T(11,J)*AA(2)+T(7,J))*XX/(D1*D2)
T(10,I)=(T(12,J)*AA(2)+T(8,J))*XX/(D2*D3)
T(11,I)=(T(11,J)*AA(1)+T(9,J))*XX/(D1*D2)
T(12,I)=(T(12,J)*AA(1)+T(10,J))*XX/(D2*D3)
DO 108 K=1,12
IF(CDABS(T(K,I)).LT.1.0D-20) T(K,I)=0.0D0
108 CONTINUE
103 CONTINUE
DO 104 K=1,N
NN=K-1
IF(K.NE.1) GO TO 105
PS(K)=(1.0D0,0.0D0)
GO TO 106

```

```
105 PSK=X**(K-1)/NFACT(NN)
    PS(K)=DCMLX(PSK,0.0DO)
106 DO 104 I=1,M
104 PS(K)=PS(K)+T(K,I)
    RETURN
    END
```

```
      SUBROUTINE SOLGAU(N,M,A,C)
      REAL*8 BIG,AB
      COMPLEX*16 A,TEMP,QUOT,C,SUM
      DIMENSION A(N,M),C(N)
      L=N-1
      DO 12 K=1,L
      JJ=K
      BIG=CDABS(A(K,K))
      KP1=K+1
      DO 7 I=KP1,N
      AB=CDABS(A(I,K))
      IF(BIG-AB) 6,7,7
6      BIG=AB
      JJ=I
7      CONTINUE
      IF(JJ-K) 8,10,8
8      DO 9 J=K,M
      TEMP=A(JJ,J)
      A(JJ,J)=A(K,J)
9      A(K,J)=TEMP
10     DO 11 I=KP1,N
      QUOT=A(I,K)/A(K,K)
      DO 11 J=KP1,M
11     A(I,J)=A(I,J)-QUOT*A(K,J)
      DO 12 I=KP1,N
12     A(I,K)=(0.0DO,0.0DO)
      C(N)=A(N,M)/A(N,N)
      DO 14 NN=1,L
      SUM=(0.0DO,0.0DO)
      I=N-NN
      IP1=I+1
      DO 13 J=IP1,N
13     SUM=SUM+A(I,J)*C(J)
14     C(I)=(A(I,M)-SUM)/A(I,I)
      RETURN
      END
```

```

SUBROUTINE CHPOCO(N,A,P)
COMPLEX*16 A,P,B,C,TR,COLB
REAL*8 AK
DIMENSION A(N,N),P(N)
DIMENSION B(12,12),COLB(12)
DO 6 J=1,N
DO 6 I=1,N
6   B(I,J)=A(I,J)
M=N-1
DO 10 K=1,M
TR=(0.0D0,0.0D0)
DO 7 I=1,N
7   TR=TR+B(I,I)
AK=K
P(K)=TR/AK
102  FORMAT(1X,I2,2(1PE20.10))
DO 8 I=1,N
8   B(I,I)=B(I,I)-P(K)
DO 10 J=1,N
DO 9 I=1,N
9   COLB(I)=B(I,J)
DO 10 I=1,N
B(I,J)=(0.0D0,0.0D0)
DO 10 L=1,N
10  B(I,J)=B(I,J)+A(I,L)*COLB(L)
P(N)=B(1,1)
RETURN
END

```

```

SUBROUTINE CR101 (N,A,P)
COMPLEX*16 A,P
DIMENSION A(N),P(N)
P(1)=(0.52254533673443613233D1,+0.15729529045639258587D2)
P(3)=(0.87764346400826086482D1,+0.11921853898301213686D2)
P(5)=(0.10934303430600009741D2,+0.84096729960030916516D1)
P(7)=(0.12226131484162150028D2,+0.50127192636768644557D1)
P(9)=(0.12837677077810870259D2,+0.16660625841623013001D1)
A(1)=(-0.10349019070623265009D2,+0.41109358812318604035D1)
A(3)=(0.18632719160709240601D3,-0.25332238201801138003D3)
A(5)=(-0.85865200552719915742D3,+0.23220654013393484327D4)
A(7)=(0.15516344442577525929D4,-0.84398329029839254865D4)
A(9)=(-0.86846061126702257646D3,+0.15457420533052748111D5)
RETURN
END

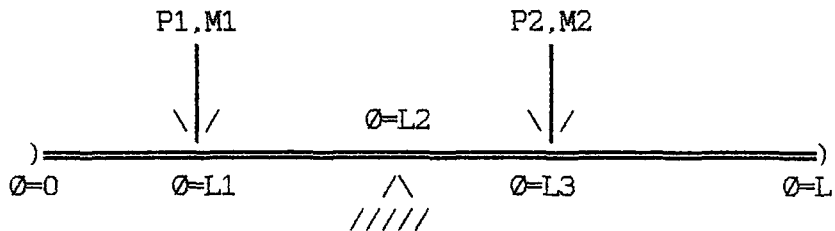
```

```
SUBROUTINE CR102 (N,A,P)
COMPLEX*16 A,P
DIMENSION A(N),P(N)
P(1)=(+0.62178324672981964107D+1, +0.16465398918147174901D+2)
P(3)=(+0.97724391337179991598D+1, +0.12449970964943134215D+2)
P(5)=(+0.11935056657175571681D+2, +0.87698943778838641364D+1)
P(7)=(+0.13230581930953740518D+2, +0.52231358416001797470D+1)
P(9)=(+0.13844089810854492231D+2, +0.17353303909024428769D+1)
A(1)=(-0.11009071743781040709D+1, +0.12288602124587707476D+1)
A(3)=(+0.13628249961866175468D+2, -0.50165691910573255066D+2)
A(5)=(-0.37869804718004724488D+2, +0.43774716476658715487D+3)
A(7)=(+0.31008002387851719409D+2, -0.15912618765135841029D+4)
A(9)=(-0.51655404573350663184D+1, +0.29330482161961550085D+4)
RETURN
END
```

```
SUBROUTINE CR103 (N,A,P)
COMPLEX*16 A,P
DIMENSION A(N),P(N)
P(1)=(0.72113353727244937074D1, +0.17169446590508773856D2)
P(3)=(0.10769007307765637087D2, +0.12956346782543737192D2)
P(5)=(0.12935684891904315352D2, +0.91157511269000744928D1)
P(7)=(0.14234387001441681948D2, +0.54253245223997759566D1)
P(9)=(0.14849585426163871907D2, +0.18019149691958275265D1)
A(1)=(-0.66571014094724569391D-1, +0.20874721038610195934D0)
A(3)=(-0.53267045203604420999D0, -0.75870791537292943177D1)
A(5)=(0.10683732118419164992D2, +0.67611502988536706310D2)
A(7)=(-0.32808185059220792606D2, +0.25569276945530765958D3)
A(9)=(0.22973694406932396394D2, +0.48352961747163479210D3)
RETURN
END
```

## Ek:S.2. ZORTAS1 Program Listesi.

## ZORTAS1.FOR



IYUK1, IYUK2=1 ..... DÖRTGEN IMPULS TİPİ YÜKLEME  
 IYUK1, IYUK2=2 ..... ADIM TİPİ YÜKLEME  
 IYUK1, IYUK2=3 ..... SINÜS IMPULS TİPİ YÜKLEME

```

CHARACTER*8 AI,AO
COMPLEX*16 S1,P1,R1,R2,R3,R4,R0,YK1,YK2,YK3,KS1,KS2,S11,F21,RK,A10
COMPLEX*16 P10,Z,A,P,PS,F,S,AD,TX,FPI, FN,SUM,SUMM,F2,F41,F42,F43
REAL*8 PAY,RO,AL,H,AA,EO,X,TF, TI,DT, TIME,PO,GO,ACI,P0,FAY,FAY1
REAL*8 KB,I1,I2,I3,C,TSUR,PD1,PK1,MD1,MK1,MN11,PN11,FAY2,FAY3
REAL*8 NSAR1,NSAR,KN,PD2,PK2,PN22,MD2,MN22,MK2,NSAR2,NSAR3
REAL*8 PT1,PN1,PB1,PT2,PN2,PB2,PP,MT1,MN1,MB1,MT2,MN2,MB2
DIMENSION A(12,12),PS(12),F(12,12),P(12),KS1(12),TX(12,12),KS2(12)
DIMENSION S1(12),P1(12),R1(10),R2(10),R3(10),S(12),A10(10),P10(10)
DIMENSION FPI(12,12),S11(12),R0(12),R4(12),F2(12,12),F42(12,12),FN
*(12,12),F21(12,12),F43(12,12),RK(12),SUM(12),SUMM(12),F41(12,12)
c impuls tipi
YK1(PP,Z,TSUR)=PP*(1.0D0-CDEXP(-TSUR*Z))/Z
c adım tipi
YK2(PP,Z)=PP/Z
c sinüs impuls tipi
YK3(PP,Z,TSUR,PAY)=PP*PAY*TSUR*(1.+CDEXP(-TSUR*Z))/(TSUR*TSUR*Z*Z+
*PAY*PAY)
WRITE(*,*)' VERI DOSYASI ISMI (MAX.8 KARAKTER)=?'
READ(*,1018) AI
WRITE(*,*)' CIKTI DOSYASI ISMI (MAX.8 KARAKTER)=?'
READ(*,1018) AO
OPEN(5,FILE=AI,FORM='FORMATTED',STATUS='OLD')
OPEN(6,FILE=AO,FORM='FORMATTED',STATUS='NEW')
PAY=3.1415926535898D0
N=12
M=100
NN=10
  
```



```

1018 FORMAT(A8)
1024 FORMAT(1X, 'AA=', E12.4, 3X, 'H=', E12.4, 3X, 'PX=', E12.4)
1026 FORMAT(1X, 'TI=', F12.4, 3X, 'DT=', F12.4, 3X, 'TF=', F12.4/)
34  FORMAT(1X, 'IS=', I2, ' T=', 1PE14.5)
441  FORMAT(1X, ' COZUM NO=', I2)
116  FORMAT(1X, '1.YUK=DORTGEN IMPULS TIPI YUKLEME')
126  FORMAT(1X, '1.YUK=ADIM TIPI YUKLEME')
136  FORMAT(1X, '1.YUK=SINUS IMPULS TIPI YUKLEME')
1161  FORMAT(1X, '2.YUK=DORTGEN IMPULS TIPI YUKLEME')
1261  FORMAT(1X, '2.YUK=ADIM TIPI YUKLEME')
1361  FORMAT(1X, '2.YUK=SINUS IMPULS TIPI YUKLEME')
1144  FORMAT(1X, 'SINIR SARTI : ANKASTRE - BOS UC')
1244  FORMAT(1X, 'SINIR SARTI : BOS - ANKASTRE UC')
1344  FORMAT(1X, 'SINIR SARTI : ANKASTRE - ANKASTRE UC ')
1444  FORMAT(1X, 'SINIR SARTI : HER İKI UC BASIT MESNETLI')
1544  FORMAT(1X, 'SINIR SARTI : ANKASTRE - BASIT MESNET ')
1644  FORMAT(1X, 'SINIR SARTI : BASIT - ANKASTRE MESNET ')
554  FORMAT(1X, 'TABAN DAİRESİNİN YARIÇAPI=', 1PE14.6)
552  FORMAT(1X, 'HELİS ADIMI=', 1PE14.6)
556  FORMAT(1X, 'n EKSENİNE GÖRE ASAL ATALET MOMENTİ=', 1PE14.6)
557  FORMAT(1X, 'b EKSENİNE GÖRE ASAL ATALET MOMENTİ=', 1PE14.6)
795  FORMAT(1X, 'BURULMA ATALET MOMENTİ=', 1PE14.6)
559  FORMAT(1X, 'CUBUGUN KESİT ALANI=', 1PE14.6)
561  FORMAT(1X, 'CUBUK MALZEMESİNİN ELASTİSİTE MODÜLÜ=', 1PE14.6)
887  FORMAT(1X, 'CUBUK MALZEMESİNİN POISSON ORANI=', 1PE14.6)
487  FORMAT(1X, 'CUBUGUN YOGUNLUGU (KÜTLE/HACİM)=', 1PE14.6)
444  FORMAT(1X, 'FAY1=', 1PE14.6, 1X, 'FAY2=', 1PE14.6, 1X, 'FAY3=', 1PE14.6, 1X
*, 'FAY=', 1PE14.6)
445  FORMAT(1X, 'PD1=', 1PE14.6, 1X, 'PN1=', 1PE14.6, 1X, 'PK1=', 1PE14.6)
446  FORMAT(1X, 'MD1=', 1PE14.6, 1X, 'MN1=', 1PE14.6, 1X, 'MK1=', 1PE14.6)
447  FORMAT(1X, 'PD2=', 1PE14.6, 1X, 'PN2=', 1PE14.6, 1X, 'PK2=', 1PE14.6)
448  FORMAT(1X, 'MD2=', 1PE14.6, 1X, 'MN2=', 1PE14.6, 1X, 'MK2=', 1PE14.6)
READ(5, *) I1, I2, I3, AL
READ(5, *) KN, KB, P0
READ(5, *) EO, PO, RO
READ(5, *) AA, ACI
READ(5, *) NSAR1, NSAR2, NSAR3, NSAR
READ(5, *) PD1, PN11, PK1
READ(5, *) MD1, MN11, MK1
READ(5, *) PD2, PN22, PK2
READ(5, *) MD2, MN22, MK2
READ(5, *) NB, TSUR, IS
READ(5, *) IYUK1, IYUK2, KBIL
READ(5, *) TI, DT, TF
H=DTAN(ACI*PAY/180.DO)*AA

```

```
C=DSORT(AA*AA+H*H)
FAY=2.DO*PAY*NSAR
FAY1=2.DO*PAY*NSAR1
FAY2=2.DO*PAY*NSAR2
FAY3=2.DO*PAY*NSAR3
WRITE(6,1026) TI,DT,TF
WRITE(*,1026) TI,DT,TF
GO=EO/(2.OO*(1.OO+PO))
IF(TIME.EQ.0) GO TO 2973
TIME=TI
GO TO 2974
2973 TIME=TI+DT
2974 NDON=(TF-TI)/DT+1
GO TO (1012,1022,1032,1042,1052,1062),NB
1012 WRITE(6,1144)
GOTO 464
1022 WRITE(6,1244)
GOTO 464
1032 WRITE(6,1344)
GOTO 464
1042 WRITE(6,1444)
GOTO 464
1052 WRITE(6,1544)
GOTO 464
1062 WRITE(6,1644)
464 GO TO (1011,1021,1031),IYUK1
1011 WRITE(6,116)
GOTO 4641
1021 WRITE(6,126)
GOTO 4641
1031 WRITE(6,136)
4641 GO TO (10121,10221,10321),IYUK2
10121 WRITE(6,1161)
GOTO 4642
10221 WRITE(6,1261)
GOTO 4642
10321 WRITE(6,1361)
4642 WRITE(6,554) AA
WRITE(6,552) H
WRITE(6,556) I2
WRITE(6,557) I3
WRITE(6,795) I1
WRITE(6,559) AL
WRITE(6,561) EO
WRITE(6,887) PO
```

```
WRITE(6,487)RO
WRITE(6,444) FAY1,FAY2,FAY3,FAY
WRITE(6,445) PD1,PN11,PK1
WRITE(6,446) MD1,MN11,MK1
WRITE(6,447) PD2,PN22,PK2
WRITE(6,448) MD2,MN22,MK2
PT1=((AA/C)*PD1+(H/C)*PK1)*C**2/(EO*I2)
PN1=(C**2/(EO*I2))*PN11
PB1=((AA/C)*PK1-(H/C)*PD1)*C**2/(EO*I2)
MT1=((AA/C)*MD1+(H/C)*MK1)*C/(EO*I2)
MN1=(C/(EO*I2))*MN11
MB1=((AA/C)*MK1-(H/C)*MD1)*C/(EO*I2)
PT2=((AA/C)*PD2+(H/C)*PK2)*C**2/(EO*I2)
PN2=(C**2/(EO*I2))*PN22
PB2=((AA/C)*PK2-(H/C)*PD2)*C**2/(EO*I2)
MT2=((AA/C)*MD2+(H/C)*MK2)*C/(EO*I2)
MN2=(C/(EO*I2))*MN22
MB2=((AA/C)*MK2-(H/C)*MD2)*C/(EO*I2)
DO 102 II=1,NDON
WRITE(*,34) IS,TIME
GO TO (11,12,13),IS
11 CALL CR101(NN,A10,P10)
GO TO 33
12 CALL CR102(NN,A10,P10)
GO TO 33
13 CALL CR103(NN,A10,P10)
33 DO 103 I=1,NN,2
WRITE(*,441) I
Z=P10(I)/TIME
CALL COEF6(A,N,Z,AA,H,C,AL,I1,I2,I3,EO,GO,KN,KB,PO,RO)
CALL CHPOCO(N,A,P)
X=PAY
CALL PSI(N,P,X,PS,M)
CALL TRANS(N,PS,F,A)
DO 5731 I5=1,N
DO 5731 J5=1,N
5731 FPI(I5,J5)=F(I5,J5)
DO 111 I5=1,12
KS1(I5)=(0.DO,0.DO)
111 KS2(I5)=(0.DO,0.DO)
GO TO(9531,9532,9533),IYUK1
9531 KS1(7)=YK1(-PT1,Z,TSUR)
KS1(8)=YK1(-PN1,Z,TSUR)
KS1(9)=YK1(-PB1,Z,TSUR)
KS1(10)=YK1(-MT1,Z,TSUR)
```

```
KS1(11)=YK1(-MN1,Z,TSUR)
KS1(12)=YK1(-MB1,Z,TSUR)
GO TO 9534
9532 KS1(7)=YK2(-PT1,Z)
KS1(8)=YK2(-PN1,Z)
KS1(9)=YK2(-PB1,Z)
KS1(10)=YK2(-MT1,Z)
KS1(11)=YK2(-MN1,Z)
KS1(12)=YK2(-MB1,Z)
GO TO 9534
9533 KS1(7)=YK3(-PT1,Z,TSUR,PAY)
KS1(8)=YK3(-PN1,Z,TSUR,PAY)
KS1(9)=YK3(-PB1,Z,TSUR,PAY)
KS1(10)=YK3(-MT1,Z,TSUR,PAY)
KS1(11)=YK3(-MN1,Z,TSUR,PAY)
KS1(12)=YK3(-MB1,Z,TSUR,PAY)
9534 GO TO(9535,9536,9537),IYUK2
9535 KS2(7)=YK1(-PT2,Z,TSUR)
KS2(8)=YK1(-PN2,Z,TSUR)
KS2(9)=YK1(-PB2,Z,TSUR)
KS2(10)=YK1(-MT2,Z,TSUR)
KS2(11)=YK1(-MN2,Z,TSUR)
KS2(12)=YK1(-MB2,Z,TSUR)
GO TO 9538
9536 KS2(7)=YK2(-PT2,Z)
KS2(8)=YK2(-PN2,Z)
KS2(9)=YK2(-PB2,Z)
KS2(10)=YK2(-MT2,Z)
KS2(11)=YK2(-MN2,Z)
KS2(12)=YK2(-MB2,Z)
GO TO 9538
9537 KS2(7)=YK3(-PT2,Z,TSUR,PAY)
KS2(8)=YK3(-PN2,Z,TSUR,PAY)
KS2(9)=YK3(-PB2,Z,TSUR,PAY)
KS2(10)=YK3(-MT2,Z,TSUR,PAY)
KS2(11)=YK3(-MN2,Z,TSUR,PAY)
KS2(12)=YK3(-MB2,Z,TSUR,PAY)
9538 DO 5719 I5=1,12
DO 5719 J5=1,12
5719 TX(I5,J5)=FPI(I5,J5)
IX=(FAY-FAY1)/PAY
IF(IX.EQ.0)GO TO 5716
IF(IX.EQ.1)GO TO 7716
DO 5717 K5=1,IX-1
CALL MATMUL(TX,FPI,FN,N,N,N)
```

```
DO 5718 I5=1,12
DO 5718 J5=1,12
5718 TX(I5,J5)=FN(I5,J5)
5717 CONTINUE
X=(FAY-FAY1)-(IX*PAY)
CALL PSI(N,P,X,PS,M)
CALL TRANS(N,PS,FN,A)
CALL MATMUL(TX,FN,F41,N,N,N)
GO TO 57101
5716 X=FAY-FAY1
CALL PSI(N,P,X,PS,M)
CALL TRANS(N,PS,F41,A)
GO TO 57101
7716 X=(FAY-FAY1)-PAY
CALL PSI(N,P,X,PS,M)
CALL TRANS(N,PS,FN,A)
CALL MATMUL(FPI,FN,F41,N,N,N)
57101 DO 956 I5=1,12
S1(I5)=(0.D0,0.D0)
DO 956 J5=1,12
956 S1(I5)=S1(I5)+F41(I5,J5)*KS1(J5)
DO 6719 I5=1,12
DO 6719 J5=1,12
6719 TX(I5,J5)=FPI(I5,J5)
IX=(FAY-FAY3)/PAY
IF(IX.EQ.0)GO TO 6716
IF(IX.EQ.1)GO TO 36716
DO 6717 K5=1,IX-1
CALL MATMUL(TX,FPI,FN,N,N,N)
DO 6718 I5=1,12
DO 6718 J5=1,12
6718 TX(I5,J5)=FN(I5,J5)
6717 CONTINUE
X=(FAY-FAY3)-(IX*PAY)
CALL PSI(N,P,X,PS,M)
CALL TRANS(N,PS,FN,A)
CALL MATMUL(TX,FN,F43,N,N,N)
GO TO 67101
6716 X=FAY-FAY3
CALL PSI(N,P,X,PS,M)
CALL TRANS(N,PS,F43,A)
GO TO 67101
36716 X=(FAY-FAY3)-PAY
CALL PSI(N,P,X,PS,M)
CALL TRANS(N,PS,FN,A)
```

```
CALL MATMUL(FPI, FN, F43, N, N, N)
67101 DO 6956 I5=1,12
      S11(I5)=(0.D0,0.D0)
      DO 6956 J5=1,12
6956  S11(I5)=S11(I5)+F43(I5,J5)*KS2(J5)
      DO 6956 I5=1,12
69561 SUM(I5)=S1(I5)+S11(I5)
      DO 8719 I5=1,12
      DO 8719 J5=1,12
8719  TX(I5,J5)=FPI(I5,J5)
      IX=(FAY2-FAY1)/PAY
      IF(IX.EQ.0)GO TO 8716
      IF(IX.EQ.1)GO TO 88716
      DO 8717 K5=1,IX-1
      CALL MATMUL(TX, FPI, FN, N, N, N)
      DO 8718 I5=1,12
      DO 8718 J5=1,12
8718  TX(I5,J5)=FN(I5,J5)
8717  CONTINUE
      X=(FAY2-FAY1)-(IX*PAY)
      CALL PSI(N,P,X,PS,M)
      CALL TRANS(N,PS, FN, A)
      CALL MATMUL(TX, FN, F21, N, N, N)
      GO TO 87101
8716  X=FAY2-FAY1
      CALL PSI(N,P,X,PS,M)
      CALL TRANS(N,PS, F21, A)
      GO TO 87101
88716 X=(FAY2-FAY1)-PAY
      CALL PSI(N,P,X,PS,M)
      CALL TRANS(N,PS, FN, A)
      CALL MATMUL(FPI, FN, F21, N, N, N)
87101 DO 8956 I5=1,12
      SUMM(I5)=(0.D0,0.D0)
      DO 8956 J5=1,12
8956  SUMM(I5)=SUMM(I5)+F21(I5,J5)*KS1(J5)
      DO 4719 I5=1,12
      DO 4719 J5=1,12
4719  TX(I5,J5)=FPI(I5,J5)
      IX=FAY2/PAY
      IF(IX.EQ.0)GO TO 4716
      IF(IX.EQ.1)GO TO 44716
      DO 4717 K5=1,IX-1
      CALL MATMUL(TX, FPI, FN, N, N, N)
      DO 4718 I5=1,12
```

```
DO 4718 J5=1,12
4718 TX(I5,J5)=FN(I5,J5)
4717 CONTINUE
X=FAY2-(IX*PAY)
CALL PSI(N,P,X,PS,M)
CALL TRANS(N,PS,FN,A)
CALL MATMUL(TX,FN,F2,N,N,N)
GO TO 47101
4716 X=FAY2
CALL PSI(N,P,X,PS,M)
CALL TRANS(N,PS,F2,A)
GO TO 47101
44716 X=FAY2-PAY
CALL PSI(N,P,X,PS,M)
CALL TRANS(N,PS,FN,A)
CALL MATMUL(FPI,FN,F2,N,N,N)
47101 DO 3719 I5=1,12
DO 3719 J5=1,12
3719 TX(I5,J5)=FPI(I5,J5)
IX=(FAY-FAY2)/PAY
IF(IX.EQ.0)GO TO 3716
IF(IX.EQ.1)GO TO 33716
DO 3717 K5=1,IX-1
CALL MATMUL(TX,FPI,FN,N,N,N)
DO 3718 I5=1,12
DO 3718 J5=1,12
3718 TX(I5,J5)=FN(I5,J5)
3717 CONTINUE
X=(FAY-FAY2)-(IX*PAY)
CALL PSI(N,P,X,PS,M)
CALL TRANS(N,PS,FN,A)
CALL MATMUL(TX,FN,F42,N,N,N)
GO TO 37101
3716 X=FAY-FAY2
CALL PSI(N,P,X,PS,M)
CALL TRANS(N,PS,F42,A)
GO TO 37101
33716 X=(FAY-FAY2)-PAY
CALL PSI(N,P,X,PS,M)
CALL TRANS(N,PS,FN,A)
CALL MATMUL(FPI,FN,F42,N,N,N)
37101 DO 5709 I5=1,12
DO 5709 J5=1,12
5709 TX(I5,J5)=FPI(I5,J5)
IX=FAY/PAY
```

```
IF(IX.EQ.0)GO TO 5706
IF(IX.EQ.1)GO TO 7706
DO 5707 K5=1,IX-1
CALL MATMUL(TX,FPI,FN,N,N,N)
DO 5708 I5=1,12
DO 5708 J5=1,12
5708 TX(I5,J5)=FN(I5,J5)
5707 CONTINUE
X=FAY-(IX*PAY)
CALL PSI(N,P,X,PS,M)
CALL TRANS(N,PS,FN,A)
CALL MATMUL(TX,FN,F,N,N,N)
GO TO 5710
5706 X=FAY
CALL PSI(N,P,X,PS,M)
CALL TRANS(N,PS,F,A)
GO TO 5710
7706 X=FAY-PAY
CALL PSI(N,P,X,PS,M)
CALL TRANS(N,PS,FN,A)
CALL MATMUL(FPI,FN,F,N,N,N)
5710 CALL ZTSIN1(F,SUM,S,NB,F2,F42,SUMM,RK)
R0(I)=S(KBIL)
DO 21690 I5=1,N
P1(I5)=SUM(I5)
DO 21690 J5=1,N
21690 P1(I5)=P1(I5)+F(I5,J5)*S(J5)+F42(I5,J5)*RK(J5)
R4(I)=P1(KBIL)
DO 5729 I5=1,12
DO 5729 J5=1,12
5729 TX(I5,J5)=FPI(I5,J5)
IX=FAY1/PAY
IF(IX.EQ.0)GO TO 5726
IF(IX.EQ.1)GO TO 7726
DO 5727 K5=1,IX-1
CALL MATMUL(TX,FPI,FN,N,N,N)
DO 5728 I5=1,12
DO 5728 J5=1,12
5728 TX(I5,J5)=FN(I5,J5)
5727 CONTINUE
X=FAY1-(IX*PAY)
CALL PSI(N,P,X,PS,M)
CALL TRANS(N,PS,FN,A)
CALL MATMUL(TX,FN,F,N,N,N)
GO TO 5712
```



```
5726 X=FAY1
      CALL PSI(N,P,X,PS,M)
      CALL TRANS(N,PS,F,A)
      GO TO 5712
7726 X=FAY1-PAY
      CALL PSI(N,P,X,PS,M)
      CALL TRANS(N,PS,FN,A)
      CALL MATMUL(FPI,FN,F,N,N,N)
5712 DO 107 I5=1,N
      P1(I5)=KS1(I5)
      DO 107 J5=1,N
107   P1(I5)=P1(I5)+F(I5,J5)*S(J5)
      R1(I)=P1(KBIL)
      DO 1939 I5=1,12
      S1(I5)=RK(I5)
      DO 1939 J5=1,12
1939 S1(I5)=S1(I5)+F2(I5,J5)*S(J5)+F21(I5,J5)*KS1(J5)
      R2(I)=S1(KBIL)
      DO 3729 I5=1,12
      DO 3729 J5=1,12
3729 TX(I5,J5)=FPI(I5,J5)
      IX=FAY3/PAY
      IF(IX.EQ.0)GO TO 3726
      IF(IX.EQ.1)GO TO 37261
      DO 3727 K5=1,IX-1
      CALL MATMUL(TX,FPI,FN,N,N,N)
      DO 3728 I5=1,12
      DO 3728 J5=1,12
3728 TX(I5,J5)=FN(I5,J5)
3727 CONTINUE
      X=FAY3-(IX*PAY)
      CALL PSI(N,P,X,PS,M)
      CALL TRANS(N,PS,FN,A)
      CALL MATMUL(TX,FN,F,N,N,N)
      GO TO 3712
3726 X=FAY3
      CALL PSI(N,P,X,PS,M)
      CALL TRANS(N,PS,F,A)
      GO TO 3712
37261 X=FAY3-PAY
      CALL PSI(N,P,X,PS,M)
      CALL TRANS(N,PS,FN,A)
      CALL MATMUL(FPI,FN,F,N,N,N)
3712 DO 2939 I5=1,12
      S1(I5)=(0.0D0,0.0D0)
```

```
DO 2939 J5=1,12
2939 S1(I5)=S1(I5)+F(I5,J5)*S(J5)
DO 87191 I5=1,12
DO 87191 J5=1,12
87191 TX(I5,J5)=FPI(I5,J5)
IX=(FAY3-FAY1)/PAY
IF(IX.EQ.0)GO TO 87161
IF(IX.EQ.1)GO TO 97161
DO 87171 K5=1,IX-1
CALL MATMUL(TX,FPI,FN,N,N,N)
DO 87181 I5=1,12
DO 87181 J5=1,12
87181 TX(I5,J5)=FN(I5,J5)
87171 CONTINUE
X=(FAY3-FAY1)-(IX*PAY)
CALL PSI(N,P,X,PS,M)
CALL TRANS(N,PS,FN,A)
CALL MATMUL(TX,FN,F,N,N,N)
GO TO 87111
87161 X=FAY3-FAY1
CALL PSI(N,P,X,PS,M)
CALL TRANS(N,PS,F,A)
GO TO 87111
97161 X=(FAY3-FAY1)-PAY
CALL PSI(N,P,X,PS,M)
CALL TRANS(N,PS,FN,A)
CALL MATMUL(FPI,FN,F,N,N,N)
87111 DO 18956 I5=1,12
DO 18956 J5=1,12
18956 S1(I5)=S1(I5)+F(I5,J5)*KS1(J5)
DO 87192 I5=1,12
DO 87192 J5=1,12
87192 TX(I5,J5)=FPI(I5,J5)
IX=(FAY3-FAY2)/PAY
IF(IX.EQ.0)GO TO 87162
IF(IX.EQ.1)GO TO 97162
DO 87172 K5=1,IX-1
CALL MATMUL(TX,FPI,FN,N,N,N)
DO 87182 I5=1,12
DO 87182 J5=1,12
87182 TX(I5,J5)=FN(I5,J5)
87172 CONTINUE
X=(FAY3-FAY2)-(IX*PAY)
CALL PSI(N,P,X,PS,M)
CALL TRANS(N,PS,FN,A)
```

```

CALL MATMUL(TX, FN, F, N, N, N)
GO TO 87112
87162 X=FAY3-FAY2
CALL PSI(N, P, X, PS, M)
CALL TRANS(N, PS, F, A)
GO TO 87112
97162 X=(FAY3-FAY2)-PAY
CALL PSI(N, P, X, PS, M)
CALL TRANS(N, PS, FN, A)
CALL MATMUL(FPI, FN, F, N, N, N)
87112 DO 18952 I5=1, 12
S1(I5)=S1(I5)+KS2(I5)
DO 18952 J5=1, 12
18952 S1(I5)=S1(I5)+F(I5, J5)*RK(J5)
R3(I)=S1(KBIL)
103 CONTINUE
WRITE(6, *) ' S(0) '
CALL KC10(NN, A10, P10, TIME, RO, IS)
WRITE(6, *) ' S(L1) '
CALL KC10(NN, A10, P10, TIME, R1, IS)
WRITE(6, *) ' S(L2) '
CALL KC10(NN, A10, P10, TIME, R2, IS)
WRITE(6, *) ' S(L3) '
CALL KC10(NN, A10, P10, TIME, R3, IS)
WRITE(6, *) ' S(L) '
CALL KC10(NN, A10, P10, TIME, R4, IS)
TIME=TIME+DT
102 CONTINUE
STOP
END

```

```

SUBROUTINE COEF6(A, N, ZZ, AA, H, C, AL, I1, I2, I3, EO, GO, KN, KB, PO, RO)
SUBROUTINE TRANS(N, PS, F, A)
SUBROUTINE PSI(N, P, X, PS, M)
SUBROUTINE CHPOCO(N, A, P)
SUBROUTINE MATMUL(A, B, C, IC, JC, KC)
FUNCTION NFACT(N)
SUBROUTINE SOLGAU(N, M, A, C)
SUBROUTINE KC10(N, A, P, T, F, IS)
SUBROUTINE CR101(N, A, P)
SUBROUTINE CR102(N, A, P)
SUBROUTINE CR103(N, A, P)

```

Listeler (Ek S.1) de verilmistir.

```
SUBROUTINE ZTSIN1(F,SUM,S,NB,FE,FK,SUMM,RK)
IMPLICIT COMPLEX*16 (A-H,O-Z)
DIMENSION F(12,12),D(9,10),SUM(12),S(12),R(9)
DIMENSION FE(12,12),FK(12,12),SUMM(12),RK(12)
N=9
DO 4999 I=1,12
4999 RK(I)=(0.D0,0.D0)
GO TO (1,2,3,4,5,6),NB
1 DO 1141 I=1,3
DO 1141 J=1,3
D(I+3,J+6)=FK(I+6,J+6)
D(I+6,J+6)=FK(I+9,J+6)
D(I+3,J)=F(I+6,J+6)
D(I+3,J+3)=F(I+6,J+9)
D(I+6,J)=F(I+9,J+6)
D(I+6,J+3)=F(I+9,J+9)
D(I,J)=FE(I,J+6)
D(I,J+3)=FE(I,J+9)
1141 D(I,J+6)=(0.D0,0.D0)
DO 1151 I=1,3
R(I)=-SUMM(I)
R(I+3)=-SUM(I+6)
1151 R(I+6)=-SUM(I+9)
DO 777 I=1,9
777 D(I,10)=R(I)
CALL SOLGAU(N,N+1,D,R)
DO 1161 I=1,6
S(I+6)=R(I)
1161 S(I)=(0.D0,0.D0)
DO 3988 I=1,3
3988 RK(I+6)=RK(I+6)+R(I+6)
RETURN
2 DO 1142 I=1,3
DO 1142 J=1,3
D(I,J)=FE(I,J)
D(I,J+3)=FE(I,J+3)
D(I,J+6)=(0.D0,0.D0)
D(I+3,J)=F(I,J)
D(I+3,J+3)=F(I,J+3)
D(I+3,J+6)=FK(I,J+6)
D(I+6,J)=F(I+3,J)
D(I+6,J+3)=F(I+3,J+3)
1142 D(I+6,J+6)=FK(I+3,J+6)
DO 1152 I=1,3
R(I)=-SUMM(I)
```

```
R(I+3)=-SUM(I)
1152 R(I+6)=-SUM(I+3)
      DO 771 I=1,9
771  D(I,10)=R(I)
      CALL SOLGAU(N,N+1,D,R)
      IF(FAY1.NE.0)GO TO 3162
      DO 2162 I=1,3
      S(I)=R(I)
      S(I+3)=R(I+3)
      S(I+6)=R(I+6)
2162 S(I+9)=(0.DO,0.DO)
      GO TO 2163
3162 DO 1162 I=1,6
      S(I)=R(I)
1162 S(I+6)=(0.DO,0.DO)
2163 IF(FAY1.EQ.0)GO TO 2167
      DO 4983 I=1,3
4983 RK(I+6)=RK(I+6)+R(I+6)
2167 RETURN
3    DO 1143 I=1,3
      DO 1143 J=1,3
      D(I+3,J+6)=FK(I,J+6)
      D(I+6,J+6)=FK(I+3,J+6)
      D(I,J)=FE(I,J+6)
      D(I,J+3)=FE(I,J+9)
      D(I+3,J)=F(I,J+6)
      D(I+3,J+3)=F(I,J+9)
      D(I+6,J)=F(I+3,J+6)
      D(I+6,J+3)=F(I+3,J+9)
1143 D(I,J+6)=(0.DO,0.DO)
      DO 1153 I=1,3
      R(I)=-SUMM(I)
      R(I+3)=-SUM(I)
1153 R(I+6)=-SUM(I+3)
      DO 772 I=1,9
772  D(I,10)=R(I)
      CALL SOLGAU(N,N+1,D,R)
      DO 1163 I=1,6
      S(I+6)=R(I)
1163 S(I)=(0.DO,0.DO)
      DO 4989 I=1,3
4989 RK(I+6)=RK(I+6)+R(I+6)
      RETURN
```

```
4 DO 1144 I=1,3
DO 1144 J=1,3
D(I,J)=FE(I,J+3)
D(I,J+3)=FE(I,J+6)
D(I,J+6)=(0.DO,0.DO)
D(I+3,J)=F(I,J+3)
D(I+3,J+3)=F(I,J+6)
D(I+3,J+6)=FK(I,J+6)
D(I+6,J)=F(I+9,J+3)
D(I+6,J+3)=F(I+9,J+6)
1144 D(I+6,J+6)=FK(I+9,J+6)
DO 1154 I=1,3
R(I)=-SUMM(I)
R(I+3)=-SUM(I)
1154 R(I+6)=-SUM(I+9)
DO 773 I=1,9
773 D(I,10)=R(I)
CALL SOLGAU(N,N+1,D,R)
DO 1164 I=1,3
S(I)=(0.DO,0.DO)
S(I+3)=R(I)
S(I+6)=R(I+3)
1164 S(I+9)=(0.DO,0.DO)
DO 4984 I=1,3
4984 RK(I+6)=RK(I+6)+R(I+6)
RETURN
5 DO 1145 I=1,3
DO 1145 J=1,3
D(I,J)=FE(I,J+6)
D(I,J+3)=FE(I,J+9)
D(I,J+6)=(0.DO,0.DO)
D(I+3,J)=F(I,J+6)
D(I+3,J+3)=F(I,J+9)
D(I+3,J+6)=FK(I,J+6)
D(I+6,J)=F(I+9,J+6)
D(I+6,J+3)=F(I+9,J+9)
1145 D(I+6,J+6)=FK(I+9,J+6)
DO 1155 I=1,3
R(I)=-SUMM(I)
R(I+3)=-SUM(I)
1155 R(I+6)=-SUM(I+9)
DO 774 I=1,9
774 D(I,10)=R(I)
CALL SOLGAU(N,N+1,D,R)
```

```
DO 1165 I=1,6
S(I+6)=R(I)
1165 S(I)=(0.DO,0.DO)
DO 4982 I=1,3
4982 RK(I+6)=RK(I+6)+R(I+6)
RETURN
6 DO 1146 I=1,3
DO 1146 J=1,3
D(I,J)=FE(I,J+3)
D(I,J+3)=FE(I,J+6)
D(I,J+6)=(0.DO,0.DO)
D(I+3,J)=F(I,J+3)
D(I+3,J+3)=F(I,J+6)
D(I+3,J+6)=FK(I,J+6)
D(I+6,J)=F(I+3,J+3)
D(I+6,J+3)=F(I+3,J+6)
1146 D(I+6,J+6)=FK(I+3,J+6)
DO 1156 I=1,3
R(I)=-SUMM(I)
R(I+3)=-SUM(I)
1156 R(I+6)=-SUM(I+3)
DO 775 I=1,9
775 D(I,10)=R(I)
CALL SOLGAU(N,N+1,D,R)
DO 1166 I=1,3
S(I)=(0.DO,0.DO)
S(I+3)=R(I)
S(I+6)=R(I+3)
1166 S(I+9)=(0.DO,0.DO)
DO 4981 I=1,3
4981 RK(I+6)=RK(I+6)+R(I+6)
RETURN
END
```

## Ek.T. RIJLAP Program Listesi

## RIJLAP.FOR

```

IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
REAL*8 IN,IB,JB,K1,KJ,MK,MMK
CHARACTER*8 SSS,SA
DIMENSION SRM(100,100),NC(20,12),KJ(12,12)
DIMENSION CY(50,50),C(50,50),BY(50,50)
WRITE(*,*) ' VERI DOSYASININ ISMINI VERINIZ '
READ(*,1018)SSS
WRITE(*,*) ' CIKTI DOSYASININ ISMINI VERINIZ '
READ(*,1018)SA
OPEN(5,FILE=SSS,FORM='FORMATTED',STATUS='OLD')
OPEN(6,FILE=SA,FORM='FORMATTED',STATUS='NEW')
OPEN(7,FILE='DUM7',FORM='FORMATTED',STATUS='NEW')
OPEN(3,FILE='DUM3',FORM='FORMATTED',STATUS='NEW')
REWIND 7
REWIND 6
REWIND 5
REWIND 3
1018 FORMAT(A8)
EE=0.0DO
READ(5,*) NM,ND,NAK
1061 FORMAT(1X,I3,5X,F12.5)
1064 FORMAT(1X,12E9.2)
READ(5,*) AA,HH
WRITE(6,*) ' ELEMEN KOD NUMARALARI '
DO 34 N=1,NM
READ(5,*) (NC(N,J),J=1,12)
34 WRITE(6,1060) N,(NC(N,J),J=1,12)
DO 80 I=1,ND
DO 80 J=1,ND
80 SRM(I,J)=0.0DO
DO 198 N=1,NM
1063 FORMAT(1X,'ELEMEN NUMARASI=',I3)
READ(5,*)EL,PO
READ(5,*)IN,IB,JB,AL
READ(5,*)AKAT1,AKAT2
1060 FORMAT(1X,'ELE.NO=',I3,3X,12I4)
PAY=3.1415926535898DO
DDN=EL*IN
DDB=EL*IB
G=EL/(2.DO*(1.DO+PO))

```





```
DO 250 J=1,NAK
250 C(I,J)=SRM(I+NAK,J)
CALL MATMPY(BY,NAK,ND1,C,NAK,CY)
DO 235 I=1,NAK
DO 235 J=1,NAK
235 BY(I,J)=SRM(I,J)
DO 255 I=1,NAK
DO 255 J=1,NAK
255 C(I,J)=BY(I,J)-CY(I,J)
CALL ZORTIT(C,NAK)
STOP
END
```

```
SUBROUTINE CARPAN(LAPS,AA,P)
COMPLEX*16 AA,P
DIMENSION AA(5),P(5)
IF(LAPS.EQ.2)GOTO 3
P(1)=(+0.52254533673443613233D1,+0.15729529045639258587D2)
P(2)=(+0.87764346400826086482D1,-0.11921853898301213686D2)
P(3)=(+0.10934303430600009741D2,+0.84096729960030916516D1)
P(4)=(+0.12226131484162150028D2,-0.50127192636768644557D1)
P(5)=(+0.12837677077810870259D2,+0.16660625841623013001D1)
AA(1)=(-0.10349019070623265009D2,+0.41109358812318604035D1)
AA(2)=(+0.18632719160709240601D3,+0.25332238201801138003D3)
AA(3)=(-0.85865200552719915742D3,+0.23220654013393484327D4)
AA(4)=(+0.15516344442577525929D4,+0.84398329029839254865D4)
AA(5)=(-0.86846061126702257646D3,+0.15457420533052748111D5)
GOTO 4
3 P(1)=(+0.62178324672981964107D1,+0.16465398918147174901D2)
P(2)=(+0.97724391337179991598D1,+0.12449970964943134215D2)
P(3)=(+0.11935056657175571681D2,+0.87698943778838641364D1)
P(4)=(+0.13230581930953740518D2,+0.52231358416001797470D1)
P(5)=(+0.13844089810854492231D2,+0.17353303909024428769D1)
AA(1)=(-0.11009071743781040709D1,+0.12288602124587707476D1)
AA(2)=(+0.13628249961866175468D2,-0.50165691910573255066D2)
AA(3)=(-0.37869804718004724488D2,+0.43774716476658715487D3)
AA(4)=(+0.31008002387851719409D2,-0.15912618765135841029D4)
AA(5)=(-0.51655404573350663184D1,+0.29330482161961550085D4)
4 RETURN
END
```

```
SUBROUTINE SOLGAU(N,M,AE,CV)
DIMENSION AE(6,7),CV(6)
```

Liste (Ek.F) de verilmiştir.

$$\begin{aligned} [R] &= [M] \cdot z + [C] \\ [R] \cdot [XBAS] &= [RC] \\ [M] \cdot [XTBAS] &= [RK] \end{aligned}$$

$$[YUK] = [\bar{F}(z)] + [RC] + [RK]$$

```

C
C
C
C
C
C
C
SUBROUTINE YUKMAT(M,C,Z,N,XTBAS,XBAS,F,YUK,ITUR,BB)
COMPLEX*16 Z,YUK,E,RC,RK,R,EE
REAL*8 M,C,XTBAS,XBAS,F,PI,BB
DIMENSION YUK(50),XTBAS(50),XBAS(50),F(50)
DIMENSION M(50,50),C(50,50),R(50,50),RC(50),RK(50)
PI=3.1415926535898DO
DO 11 I=1,N
YUK(I)=(0.0DO,0.0DO)
RC(I)=(0.0DO,0.0DO)
RK(I)=(0.0DO,0.0DO)
DO 11 J=1,N
11 R(I,J)=(0.0DO,0.0DO)
DO 217 I=1,N
DO 217 J=1,N
217 R(I,J)=R(I,J)+Z*M(I,J)+C(I,J)
DO 333 I=1,N
DO 333 J=1,N
333 RC(I)=RC(I)+R(I,J)*XBAS(J)
RK(I)=RK(I)+M(I,J)*XTBAS(J)
DO 218 I=1,N
218 RK(I)=RK(I)+RC(I)

```

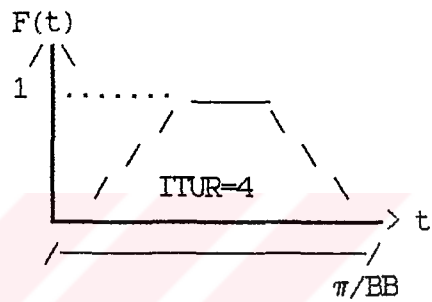
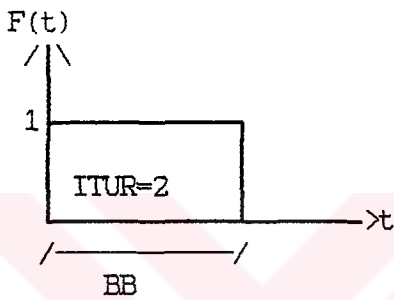
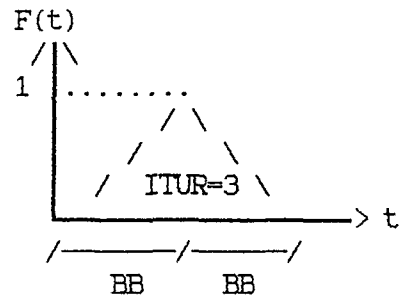
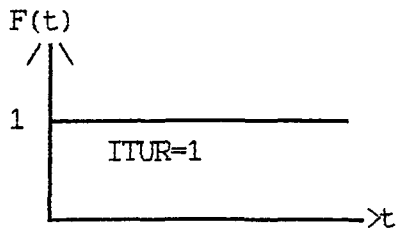
YUKLEME TURUNE GÖRE , [F(t)] İÇİN [F(z)] MATRİSİ BULUNUYOR

$$ITUR=1... \quad [\bar{F}(z)] = [F(t)]/z$$

$$ITUR=2... \quad [\bar{F}(z)] = \{ [F(t)]/z \} \cdot (1 - e^{-BB \cdot z})$$

$$ITUR=3... \quad [\bar{F}(z)] = \{ [F(t)]/BB \} \cdot [(1 - e^{-BB \cdot z})/z]^2$$

$$ITUR=4... \quad [\bar{F}(z)] = \{ [F(t)] \cdot BB/(z^2 + BB^2) \} \cdot [1 + e^{-(\pi \cdot z)/BB}]$$



```

C
C
C
C
C
C
C
C
C
C
C
C
C
C
C
C
C
GOTO(1,2,3,4)ITUR
1
DO 23 I=1,N
23 YUK(I)=YUK(I)+F(I)/Z+RK(I)
RETURN
2
E=CEXP(-BB*Z)
DO 24 I=1,N
YUK(I)=YUK(I)+(1.DO-E)/Z
24 YUK(I)=YUK(I)*F(I)+RK(I)
RETURN
3
E=CEXP(-BB*Z)
DO 25 I=1,N
YUK(I)=YUK(I)+(((1.DO-E)/Z)**2.)/BB
25 YUK(I)=F(I)*YUK(I)+RK(I)
RETURN
4
E=CEXP(-PI*Z/BB)
EE=Z*Z+BB*BB
DO 26 I=1,N
YUK(I)=YUK(I)+BB*(1.DO+E)/EE
26 YUK(I)=F(I)*YUK(I)+RK(I)
RETURN
END

```

```

SUBROUTINE ZORTIT(K,N)
COMPLEX*16 Z,CYIL,YUK,AA,P,UT,COZUM,UT1,TOPLAM,SS
REAL*8 ZAMAN,DELT,M,K,C,F,ALFA,BETA,XBAS,XTBAS,BB,ZAMSON
REAL*8 ZAM,ZAM1,TOPL
DIMENSION AA(5),P(5),CYIL(50,51),YUK(50),UT1(5)
DIMENSION UT(50,5),COZUM(50),TOPLAM(50),XBAS(50),XTBAS(50)
DIMENSION M(50,50),K(50,50),C(50,50),F(50),TOPL(50),SS(50)
DO 673 I=1,N
DO 673 J=1,N
673 M(I,J)=0.0DO
READ(5,*)(M(I,I),I=1,N)
READ(5,*)DELT,ZAMSON,ZAM1
READ(5,*)ALFA,BETA,NLAPS
READ(5,*)(F(I),I=1,N)
READ(5,*)(XBAS(I),I=1,N)
READ(5,*)(XTBAS(I),I=1,N)
READ(5,*)ITUR,BB
DO 77 I=1,N
DO 77 J=1,N
77 C(I,J)=ALFA*M(I,J)+BETA*K(I,J)
WRITE(6,771)
771 FORMAT(20X,'KUTLE MATRİSİ')
WRITE(6,772)
772 FORMAT(' ')
WRITE(6,773)((M(I,J),J=1,N),I=1,N)
773 FORMAT(1X,8(1PE14.6))
WRITE(6,776)
776 FORMAT(20X,'RİJİTİLİK MATRİSİ')
WRITE(6,772)
WRITE(6,773)((K(I,J),J=1,N),I=1,N)
WRITE(6,781)
781 FORMAT(20X,'SÖNÜM MATRİSİ')
WRITE(6,772)
WRITE(6,773)((C(I,J),J=1,N),I=1,N)
WRITE(6,786)
786 FORMAT(25X,'YUK MATRİSİ')
WRITE(6,772)
WRITE(6,773)(F(I),I=1,N)
WRITE(6,800)
800 FORMAT(15X,' X(0) BAŞLANGIÇ KOŞULLARI MATRİSİ')
WRITE(6,772)
WRITE(6,773)(XBAS(I),I=1,N)
WRITE(6,801)
801 FORMAT(15X,' d[X(0)]/dt BAŞLANGIÇ KOŞULLARI MATRİSİ')
WRITE(6,772)
WRITE(6,773)(XTBAS(I),I=1,N)

```

```

DO 1 LAPS=1,NLAPS
ZAM=0.0DO
ZAMAN=ZAM+ZAM1
WRITE(6,772)
WRITE(6,2)LAPS
2  FORMAT('***** LAPS=',I2,'*****
*****')
WRITE(6,772)
DO 3 I=1,10000
ZAMAN=ZAMAN+DELT
IF (ZAMSON.LT.ZAMAN)GOTO 1
CALL CARPAN(LAPS,AA,P)

```

C  
C  
C  
C  
C  
C  
C  
C  
C  
C  
C

$$\begin{matrix}
 & \underline{P(1)} & \underline{P(2)} & \underline{P(3)} & \underline{P(4)} & \underline{P(5)} \\
 [ UT ] = & \begin{bmatrix}
 (1,1) & (1,2) & (1,3) & (1,4) & (1,5) \\
 (2,1) & \dots & \dots & \dots & \dots \\
 \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\
 \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\
 (N,1) & \dots & \dots & \dots & (N,5)
 \end{bmatrix}
 \end{matrix}$$

SEKLINDE ILK ÇÖZÜMLER KOLONLAR HALİNDE TOPLANIYOR

```

DO 4 II=1,5
Z=P(II)/ZAMAN
CALL KATSAY(M,C,K,Z,N,CYIL)
CALL YUKMAT(M,C,Z,N,XTBAS,XBAS,F,YUK,ITUR,BB)
DO 5 JJ=1,N
5  CYIL(JJ,N+1)=YUK(JJ)
CALL SOLV(N,N+1,CYIL,COZUM)
DO 10 IJ=1,N
10 UT(IJ,II)=COZUM(IJ)
4  CONTINUE

```

SON ÇÖZÜMLER ELDE EDİLİYOR

```

C          S          S          S
C TOPLAM(1)=[1/ZAMAN]*[UT(1,1)*p1 *a1+UT(1,2)*p2 *a2+...+UT(1,5)*p5 *a5]
C          S          S          S
C TOPLAM(2)=[1/ZAMAN]*[UT(2,1)*p1 *a1+UT(2,2)*p2 *a2+...+UT(2,5)*p5 *a5]
C .....
C .....
C          S          S          S
C TOPLAM(N)=[1/ZAMAN]*[UT(N,1)*p1 *a1+UT(N,2)*p2 *a2+...+UT(N,5)*p5 *a5]

```

```

DO 12 III=1,N
TOPL(III)= 0.0DO
12 TOPLAM(III)=(0.0DO,0.0DO)
DO 11 IK=1,N
DO 11 JK=1,5
UT1(JK)=P(JK)**LAPS
UT1(JK)=UT1(JK)*UT(IK,JK)
UT1(JK)=AA(JK)*UT1(JK)
11 TOPLAM(IK)=TOPLAM(IK)+UT1(JK)

```

C SON COZUMLER VE ESLENIKLERI TOPLANILYOR

```

C
C
C TOPL(1) = TOPLAM(1) + TOPLAM(1)
C
C TOPL(2) = TOPLAM(2) + TOPLAM(2)
C .....
C .....
C
C TOPL(1) = TOPLAM(1) + TOPLAM(1)
C

```

```

DO 13 JJJ=1,N
TOPLAM(JJJ)=TOPLAM(JJJ)/ZAMAN
SS(JJJ)=DCONJG(TOPLAM(JJJ))
TOPLAM(JJJ)=TOPLAM(JJJ)+SS(JJJ)
13 TOPL(JJJ)=TOPLAM(JJJ)
WRITE(6,14) I,ZAMAN
14 FORMAT(1X,I6,'.ADIM .....',2X,'t=',F9.3)
MH=N/2
WRITE(6,16) (TOPL(JII),JII=1,MH)
WRITE(6,16) (TOPL(JII),JII=MH+1,N)
16 FORMAT(1X,8(1PE14.6))
3 CONTINUE
1 CONTINUE
RETURN
END

```

```

SUBROUTINE SOLV(N,MM,A,CE)
REAL*8 BIG,AB
COMPLEX*16 A,TEMP,QUOT,CE,SUM
DIMENSION A(50,51),CE(50)

Liste (Ek S.1) de verilmistir

```

```
C          [ CYIL ] = [ M ]· z2 + [ C ]· z + [ K ]
SUBROUTINE KATSAY(M,C,K,Z,N,CYIL)
COMPLEX*16 Z,CYIL
REAL*8 M,C,K
DIMENSION CYIL(50,51),M(50,50),C(50,50),K(50,50)
DO 2 I=1,N
DO 2 J=1,N+1
2  CYIL(I,J)=(0.0D0,0.0D0)
DO 1 I=1,N
DO 1 J=1,N
1  CYIL(I,J)=CYIL(I,J)+Z*Z*M(I,J)
CYIL(I,J)=CYIL(I,J)+K(I,J)+Z*C(I,J)
RETURN
END
```

```
SUBROUTINE TASIMA(A,DT,B,DB,EE,AA,X,F)
SUBROUTINE DONXYZ(FI1,FI2,F)
```

Listeler (Ek.K) da verilmistir.

```
SUBROUTINE ERMAT1(FI1,FI2,A,DT,B,DB,EE,AA,N,CI,KJ,EL,IN)
```

Liste (Ek O.2) de verilmistir

```
SUBROUTINE MATMPY(A,N,M,B,L,C)
IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
DIMENSION A(50,50),B(50,50),C(50,50)
```

```
SUBROUTINE MATINV(N,B,C)
IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
DIMENSION B(50,50),C(50,50),X(50),D(50),A(50,50)
```

```
SUBROUTINE BANS(KK,AK,R,NEQ,IBAND)
IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
DIMENSION AK(50,50),R(50)
```

Liste (Ek Q.1) de verilmistir



## Ek:U. NEWMARK Program Listesi

## NEWMARK.FOR

```

IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
REAL*8 IN,IB,JB,K1,KJ,MK,MMK
CHARACTER*8 SSS,SA
COMMON/EGRI/AA,H,TFI,ND1,NM,KJ,NC,A,B,IN,EL
DIMENSION SRM(123,123),NC(21,12),KJ(12,12)
DIMENSION CY(63,63),C(63,63),BY(63,63)
OPEN(3,FILE='DUM3',FORM='FORMATTED',STATUS='NEW')
OPEN(7,FILE='DUM7',FORM='FORMATTED',STATUS='NEW')
OPEN(8,FILE='DUM8',FORM='FORMATTED',STATUS='NEW')
WRITE(*,*)' VERI DOSYASININ ISMINI VERINIZ'
READ(*,1018)SSS
OPEN(5,FILE=SSS,FORM='FORMATTED',STATUS='OLD')
WRITE(*,*)' CIKTI DOSYASININ ISMINI VERINIZ'
READ(*,1018)SA
OPEN(6,FILE=SA,FORM='FORMATTED',STATUS='NEW')
OPEN(9,FILE='DUM9',FORM='FORMATTED',STATUS='NEW')
1018  FORMAT(A8)
      EE=0.0D0
      PAY=3.1415926535898D0
      READ(5,*) NM,ND,NAK
1061  FORMAT(1X,I3,5X,F12.5)
1064  FORMAT(1X,12E9.2)
      READ(5,*) AA,HH,TFI1
      TFI=TFI1*PAY
      WRITE(6,*)'  ELEMAN KOD NUMARALARI'
      DO 34 N=1,NM
      READ(5,*) (NC(N,J),J=1,12)
34    WRITE(6,1060) N,(NC(N,J),J=1,12)
      DO 80 I=1,ND
      DO 80 J=1,ND
80    SRM(I,J)=0.0D0
      DO 198 N=1,NM
      WRITE(*,1063) N
1063  FORMAT(1X,'ELEMAN NUMARASI=',I3)
      READ(5,*)EL,PO
      READ(5,*)IN,IB,JB,AL

```

```
READ(5,*)AKAT1,AKAT2
1060 FORMAT(1X,'ELE.NO=',I3,3X,12I4)
DDN=EL*IN
DDB=EL*IB
G=EL/(2.DO*(1.DO+PO))
DDT=G*JB
DT=DDT/DDN
DB=DDB/DDN
H=HH/(2.DO*PAY)
CI=SQRT(AA*AA+H*H)
B=H/CI
A=AA/CI
FI1=AKAT1*PAY
FI2=AKAT2*PAY
WRITE(3,*)FI1,FI2
CALL ERMAT1(FI1,FI2,A,DT,B,DB,AA,CI,KJ,EL,IN)
WRITE(7,*)((KJ(I,J),J=1,12),I=1,12)
DO 94 I=1,12
K=NC(N,I)
IF (K.EQ.0) GO TO 94
DO 95 J=1,12
L=NC(N,J)
IF (L.EQ.0) GO TO 95
SRM(K,L)=SRM(K,L)+KJ(I,J)
95 CONTINUE
94 CONTINUE
198 CONTINUE
ND1=ND-NAK
DO 240 I=1,ND1
DO 240 J=1,ND1
240 C(I,J)=SRM(NAK+I,J+NAK)
CALL MATINV(ND1,C,CY)
WRITE(8,*)((CY(I,J),J=1,ND1),I=1,ND1)
DO 245 I=1,NAK
DO 245 J=1,ND1
245 C(I,J)=SRM(I,J+NAK)
CALL MATMPY(C,NAK,ND1,CY,ND1,BY)
DO 250 I=1,ND1
DO 250 J=1,NAK
250 C(I,J)=SRM(I+NAK,J)
WRITE(9,*)((C(I,J),J=1,NAK),I=1,ND1)
CALL MATMPY(BY,NAK,ND1,C,NAK,CY)
DO 235 I=1,NAK
DO 235 J=1,NAK
```

```

235  BY(I,J)=SRM(I,J)
      DO 255 I=1,NAK
      DO 255 J=1,NAK
255  C(I,J)=BY(I,J)-CY(I,J)
      CALL NEWMARK(C,NAK)
      STOP
      END

```

```

      SUBROUTINE DONTNB(E,FI,A,B,F)
      IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
      DIMENSION T(6,6),F(6),E(6)
      DO 7 I=1,6
      DO 7 J=1,6
7     T(I,J)=0.DO
      T(1,1)=-A*DSIN(FI)
      T(1,2)=A*DCOS(FI)
      T(1,3)=B
      T(2,1)=-DCOS(FI)
      T(2,2)=-DSIN(FI)
      T(3,1)=B*DSIN(FI)
      T(3,2)=-B*DCOS(FI)
      T(3,3)=A
      DO 8 I=1,3
      DO 8 J=1,3
8     T(I+3,J+3)=T(I,J)
      DO 9 I=1,6
      F(I)=0.O00
      DO 9 J=1,6
9     F(I)=F(I)+T(I,J)*E(J)
      RETURN
      END

```

```

SUBROUTINE SOLGAU(N,M,AE,CV)
DIMENSION AE(6,7),CV(6)

Liste (Ek.F) de verilmiştir.

```

```

SUBROUTINE SOLV(N,MM,A,CE)
REAL*8 BIG,AB
COMPLEX*16 A,TEMP,QUOT,CE,SUM
DIMENSION A(N,MM),CE(N)

Liste (Ek S.1) de verilmiştir

```

```

SUBROUTINE NEWMARK(K,NAK)
  IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
  REAL*8 M,K,KJ,IN
  COMMON/EGRI/AA,H,TFI,ND1,NM,KJ,NC,A,B,IN,EL
  DIMENSION M(63,63),K(63,63),GFO(63),GF1(63),GF2(63),GF(63),F(63),
  *BM(63,64),BK(63,64),C(63,63),BT(63,63),CINV(63,63),D1(63),D2(63),
  *D(126),CU(63,63),KJ(12,12),SQ(22,12),NC(22,12),SQ1(6),SQ2(6),
  *SQ3(6),SQ4(6),QLTNB(22,12)
  FZAM(T)=1.
C  FZAM(T)=DSIN(3.141592654*T/TSURE)
  CI=DSORT(AA*AA+H*H)
  BOY=CI*CI/EL/IN
  DO 5 I=1,NAK
  DO 5 J=1,NAK
5  M(I,J)=0.0DO
  READ(5,*) (M(J,J),J=1,NAK)
  READ(5,*) DT,ALFA,BETA,NTIME,TSURE
  READ(5,*) ALF,BE
  DO 600 I=1,NAK
  DO 600 J=1,NAK
600 C(I,J)=ALF*M(I,J)+BE*K(I,J)
  READ(5,*) (GFO(I),I=1,NAK)
  READ(5,*) (GF1(I),I=1,NAK)
  READ(5,*) (F(I),I=1,NAK)
  DT2=DT*DT
  A0=1.0/BETA/DT2
  A2=1.0/BETA/DT
  A1=ALFA*A2
  A3=0.5/BETA-1.0
  A4=ALFA/BETA-1.0
1000 FORMAT(1X,6F13.4)
  REWIND 8
  REWIND 9
  READ(8,*)((CINV(I,J),J=1,ND1),I=1,ND1)
  READ(9,*)((BT(I,J),J=1,NAK),I=1,ND1)
  CALL MATMPY(CINV,ND1,ND1,BT,NAK,CU)
  T=0.0
  DO 220 NT=1,NTIME
  IF(NT.GT.1) GO TO 130
  DO 120 I=1,NAK
  GF(I)=0.0
  DO 120 J=1,NAK
  GF(I)=GF(I)+K(I,J)*GFO(J)+C(I,J)*GF1(J)
120 BM(I,J)=M(I,J)
  DO 122 I=1,NAK

```

```

122 GF(I)=F(I)-GF(I)
DO 160 I=1,NAK
160 BM(I,NAK+1)=GF(I)
CALL SOLV(NAK,NAK+1,BM,GF2)
GO TO 220
130 DO 140 I=1,NAK
GF(I)=0.0
DO 140 J=1,NAK
GF(I)=GF(I)+M(I,J)*(A0*GF0(J)+A2*GF1(J)+A3*GF2(J))+C(I,J)*(A1*GF0
&(J)+A4*GF1(J)+A5*GF2(J))
140 BK(I,J)=K(I,J)+A0*M(I,J)+A1*C(I,J)
T=T+DT
IF(T.GT.TSURE) GO TO 3017
KKAT=1
GO TO 3018
3017 KKAT=0
3018 DO 142 I=1,NAK
142 GF(I)=GF(I)+F(I)*FZAM(T)*KKAT
1100 FORMAT(1X,7F10.4)
DO 165 I=1,NAK
165 BK(I,NAK+1)=GF(I)
CALL SOLV(NAK,NAK+1,BK,GF)
DO 170 I=1,NAK
GF0(I)=A0*(GF(I)-GF0(I))-A2*GF1(I)-A3*GF2(I)
GF1(I)=GF1(I)+DT*(1.0-ALFA)*GF2(I)+DT*ALFA*GF0(I)
GF2(I)=GF0(I)
170 GF0(I)=GF(I)
C WRITE(6,1100) T,(GF(I),I=1,NAK)
C UB=-GF(NAK-1)*H/CI*DCOS(TFI)+GF(NAK)*AA/CI+GF(NAK-2)*H*DSIN(TFI)/C
C *I
TFI=0.785398163
UB=-GF(14)*H/CI*DCOS(TFI)+GF(15)*AA/CI+GF(13)*H*DSIN(TFI)/CI
C WRITE(6,*) T,UB,CI,H,AA
UB=UB/CI
C WRITE(6,1100) T,UB
C Kesit tesiri hesabı
DO 567 I=1,ND1
D2(I)=0.0
DO 567 J=1,NAK
567 D2(I)=D2(I)-CU(I,J)*GF(J)
DO 297 I=1,NAK
297 D(I)=GF(I)
DO 298 I=1,ND1
298 D(NAK+I)=D2(I)
REWIND 3

```

```

DO 1070 N=1,NM
C WRITE(6,*) 'ELEMEN NO:', N
DO 1040 J=1,12
K1=NC(N,J)
QLTNB(N,J)=D(K1)
1040 CONTINUE
DO 3950 I=1,6
SQ1(I)=QLTNB(N,I)
3950 SQ2(I)=QLTNB(N,I+6)
READ(3,*)FI1,FI2
CALL DONTNB(SQ1,FI1,A,B,SQ3)
CALL DONTNB(SQ2,FI2,A,B,SQ4)
C WRITE(6,*) (SQ3(II),II=1,6)
C WRITE(6,*) (SQ4(II),II=1,6)
1070 CONTINUE
REWIND 7
DO 107 N=1,NM
READ(7,*) ((KJ(I,J),J=1,12),I=1,12)
DO 104 I=1,12
SQ(N,I)=0.0
DO 104 J=1,12
K1=NC(N,J)
IF (K1.EQ.0) GO TO 104
SQ(N,I)=SQ(N,I)+KJ(I,J)*D(K1)
104 CONTINUE
107 CONTINUE
REWIND 3
DO 105 N=1,NM
C WRITE(6,*) 'ELEMEN NO:', N
DO 395 I=1,6
SQ1(I)=SQ(N,I)
395 SQ2(I)=SQ(N,I+6)
READ(3,*)FI1,FI2
CALL DONTNB(SQ1,FI1,A,B,SQ3)
CALL DONTNB(SQ2,FI2,A,B,SQ4)
C WRITE(6,*) '(t,n,b) BIRIM VEKTÖRLERİ CINSİNDEN SONUÇLAR'
C WRITE(6,*) (SQ3(II),II=1,6)
C WRITE(6,*) (SQ4(II),II=1,6)
C SQ3(3)=SQ3(3)*BOY
C SQ4(3)=SQ4(3)*BOY
C SQ3(3)=-SQ3(3)*BOY
C SQ3(6)=-SQ3(6)*BOY/CI
C IF (N.EQ.1) A33=SQ3(3)
C IF (N.EQ.NM) A44=SQ4(3)
C IF (N.EQ.1) A33=SQ3(3)

```

```
105 IF (N.EQ.1) A44=SQ3(6)
CONTINUE
WRITE(6,66) T,UB,A33,A44
66  FORMAT(1X,4E15.4)
220 CONTINUE
RETURN
END
```

```
SUBROUTINE TASIMA(A,DT,B,DB,EE,AA,X,F)
SUBROUTINE DONXYZ(FI1,FI2,F)
```

Listeler (Ek.K) da verilmistir.

```
SUBROUTINE ERMAT1(FI1,FI2,A,DT,B,DB,EE,AA,N,CI,KJ,EL,IN)
```

Liste (Ek O.2) de verilmistir

```
SUBROUTINE MATMPY(A,N,M,B,L,C)
IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
DIMENSION A(63,63),B(63,63),C(63,63)
```

```
SUBROUTINE MATINV(N,B,C)
IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
DIMENSION B(63,63),C(63,63),X(63),D(63),A(63,63)
```

```
SUBROUTINE BANS(KK,AK,R,NEQ,IBAND)
IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
DIMENSION AK(63,63),R(63)
```

Liste (Ek Q.1) de verilmistir

## Ek:V. HARMONIK Altprogram Listesi.

```

SUBROUTINE HARMONIK(D,Q,N,OMG,DOMG,IOMG,IK,ID,ALFA,BETA)
IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
DIMENSION D(61),Q(61,61),C(61),Y(61),Z(61)
DO 5 I=1,N
5 C(I)=0.5*((ALFA/D(I))+BETA*D(I))
DO 10 L=1,IOMG
Y(ID)=0.DO
Z(ID)=0.DO
DO 20 IR=1,N
B=(OMG/D(IR))**2
PAY1=Q(ID,IR)*Q(IK,IR)*(1.DO-B)
PAY2=Q(ID,IR)*Q(IK,IR)*(1.DO-B)*(-2.DO*C(IR)*OMG/D(IR))
PAYDA=(1.DO-B)*(1.DO-B)+4.DO*C(IR)*C(IR)*B
Y(ID)=Y(ID)+(PAY1/PAYDA)/(D(IR)*D(IR))
20 Z(ID)=Z(ID)+(PAY2/PAYDA)/(D(IR)*D(IR))
TOP=DSQRT(Y(ID)*Y(ID)+Z(ID)*Z(ID))
WRITE(6,1000)OMG,Y(ID),Z(ID),TOP
10 OMG=OMG+DOMG
1000 FORMAT(1X,4E14.6)
RETURN
END

```



KAYNAKLAR

- ABDULBAKI, A., SHUAKIR, A., 1973. Continuous Helicoidal Girders.  
Journal of the Structural Division ASCE. 99/ST 10. 2183-2203.
- ABROMOWITZ, M., STEGUN, I.A., 1968. Handbook of Mathematical Functions-  
with Formulas, Graphs, and Mathematical Tables. Dover  
Publications Inc. NEWYORK. 1046 s.
- AGRAWAL, G.K., 1975. Minimum Weight Springs. Machine Design.  
Volume 47/16. 55.
- ....., 1975. Minimum Volume Springs. Mach. Design. Vol. 47/26. 147.
- AKKURT, M., KENT, M. 1986. Makina Elemanları (Cilt 1). Birsen Yayınevi.  
ISTANBUL.
- AKTAS, Z.. 1972. İki Noktalı Sınır Değer Problemlerinin Başlangıç  
Değer Metodları İle Sayısal Çözümleri, Doçentlik Tezi.  
ODTÜ Hesap Bilimleri Bölümü.
- ANONYMOUS, 1975. Asil Çelik Teknik Yayınları. No 9.
- ARCHER, R.R., 1960. Small Vibrations of Thin Incomplete Circular Rings.  
Int. J. Mech. Sci. Volume 1. 45-56.
- AYRES, F., 1980. Teori ve Problemlerle Matrisler. Sanem Çözümlü Serisi.  
Çeviren: G. ORAL. Güven Kitabevi. ANKARA.
- BALL., R.E., 1967. Dynamic Analysis of Rings By Finite Differences.  
J. of the Engineering Mechanics Division. Proceedings of the  
ASCE. EM 1. 1-9.
- BATHE, K.J., WILSON, E.L., 1976. Numerical Methods in Finite Element  
Analysis. Prentice Hall Inc. USA. 528 s.
- BİLİR, Ö.G., ERİBOL, M.H., 1986. Metalik Yayların Bilgisayar İle En  
Uygun Tasarımı. 2. Ulusal Bilgisayar Destekli Tasarım  
Sempozyumu Bildiri Kitabı Cilt 2. İZMİR. 316-321.
- CANAT, A., 1975. The Numerical Inversion of Laplace Transform with the  
Application to Dynamic Response of Elastic Rods. M.S.  
Thesis. MEIU.

- CINEMRE, V., 1960. Başlangıç Değerleri Metodu ile Helisel Çubukların Statik Hesabı. Doktora Tezi. I.T.Ü. İnşaat Fakültesi. 59 s.
- CLOUGH, R.W., PENZIEN, J., 1975. Dynamics of Structures. McGraw-Hill. Kagahuska Ltd., TOKYO.
- CONTE, S.D., 1965. Elementary Numerical Analysis. Internal Student Edition. McGraw-Hill Kogakusha Company Ltd. TOKYO. 278 s.
- COSTELLO, G.A., 1975. Radial Expansion of Impacted Helical Springs. Journal of Applied Mech. Trans. ASME. Volume 42. 789-792.
- COWPER, G.R., 1966. The Shear Coefficient in Timoshenko's Beam Theory. J. Appl. Mechs. Vol 33. 335-340.
- CRAIG, R.R., 1981. Structural Dynamics- An Introduction to Computer Methods. John Wiley & Sons. U.S.A.
- ÇAKMAK, M.S., 1984. Makina Elemanları-1. Kısım- Bağlama Elemanları. 2 inci Baskı. Yıldız Ün. Yayınları. Sayı 135. İSTANBUL. 161 s.
- DANIEL, T.J.M., EVERSOLE, K.B., 1977. A Combined Finite Element Transfer Matrix Structural Analysis Method. J. Sound Vibration. Volume 51. 157-169.
- DASGUPTA, S., SENGUPTA, D., 1988. Horizontally Curved Isoparametric Beam Element With or Without Elastic Foundation Including Effect of Shear Deformation. Computers & Structures. Volume 29/6. 967-973.
- DAWE, D.J., 1974. Numerical Studies Using Circular Arch Finite Elements. Computers & Structures. Volume 4. 729-740.
- DELLA PIETRA, L., 1976. The Dynamic Coupling of Torsional and Flexural Strains in Cylindrical Helical Springs. MECCANICA. Volume 11. 102-119.
- DELLA PIETRA, L., DELLA VALLE, S., 1982. On The Dynamic Behavior of Axially Excited Helical Springs. MECCANICA, Vol. 17, 31-43.
- DEN HARTOG, J.P., 1956. Mechanical Vibrations. McGraw-Hill, NEWYORK.
- DUNDAR, C., KIRAL, E., MENGI, Y., 1985. Yapı Mekaniğinde Bilgisayar Programları. TMMOB İnş. Müh. Odası. Özgür Matbaacılık Sanayi. ANKARA. 274 s.

- ERIBOL, H.M., 1983. Optimized Computer Aided Design of Metallic Springs. Master Tezi. ODTU.
- FARDIS, M.N., SKOUTEROPOULOU, A.M.O., BOISIAS, S.N., 1987. Stiffness Matrix of Free-Standing Helical Stairs. Journal of Structural Engineering. Volume 113/1. 74/87.
- FUJII, F., GANG, S., 1988. Field Transfer Matrix for Nonlinear Curved Beams. J. of Structural Eng.. ASCE. Volume 114/3. 675-692.
- GANTMACHER, F.R., 1960. The Theory of Matrices. Chelsea Pub. NEWYORK.
- GREEN, A.E., ZERNA., W., 1954. Theory of Elasticity. OXFORD.
- GUIDO, A.R., DELLA PIETRA, L., DELLA VALLE, S., 1978. Transverse Vibrations Of Cylindrical Helical Springs. MECCANICA. Volume 13. 90-108.
- HAINES, D.W., 1974. Approximate Theories for Wave Propagation and Vibrations in Elastic Rings and Helical Coils of Small Pitch. Int. J. Solids Structures. Volume 10. 1405-1416.
- HALL, A.S., HOLOWENKO, A.R., LAUGHLIN, H.G., 1961. Teori ve Problemlerle Makina Dizaynı. Çeviren: Y. PANCAR. Schaum's Outline Series. Bilim Teknik Kitapevi. ISTANBUL. 336 s.
- HARINGX, J.A., 1942. On the Buckling and Lateral Rigidity of Helical Copression Springs. 2. Proc. Kon. Ned. Akad. Wetenschappen Amsterdam. 45/650-654.
- ....., 1948. On Highly Compressible Helical Springs and Rubber Rods and Their Application for Vibration-Free Mountings. Philips Res. Rep. 3, 401-499.
- HOLMES, A.M.C., 1957. Analysis of Helical Beams Under Symmetrical Loading. J. Structural Division. ASCE. Volume 83/6. 1-37.
- HUANG, N.C., 1973. Theories of Elastic Slender Curved Rods. Journal of Applied Mathematics and Physics (ZAMP). Volume 24. 1-18.
- IRIE, T., YAMADA, G., TAKAHASHI, I., 1980. The Steady State Out-of-Plane Response of a Timoshenko Curved Beam With Internal Damping. J. Sound Vibration. Volume 71. 145-156.

- IRIE, T., YAMADA, G., TANAKA, K., 1982. Free Out-of-Plane Vibration of Arcs. Transactions ASME. Volume 49. 439-441.
- IRIE, T., YAMADA, G., OKADA, H., 1982. Free Out-of-Plane Vibration of a Ring Elastically Supported at Several Point. J. of Applied Mechanics, Transactions of the ASME. Volume 49. 854-860.
- INAN, M., 1964. Elastomekanikte Başlangıç Değerleri Metodu ve Taşıma Matrisi. İ.T.Ü. Sayı 585. İns. Fak. Matbaası. İSTANBUL.
- ....., 1966. Elastik Çubukların Genel Teorisi. İ.T.Ü. Sayı 642. Berksoy Matbaası, İSTANBUL. 179 s.
- ....., 1981. Cisimlerin Mukavemeti. Birsen Yay., İSTANBUL. 560 s.
- JUST, D.J., 1982. Circularly Curved Beams Under Plane Loads. J. of the Structural Division, Proceedings of the ASCE. Volume 108. ST 8. 1858-1873.
- KAGAWA, Y., 1968. On The Dynamical Properties of Helical Springs of Finite Length With Small Pitch. J. Sound. Vib. Vol.8. 1-
- KANEKO, T., 1975. On Timoshenko's Correction For Shear in Vibrating Beams. J. Phys. D. Appl. Phys. Volume 8. 1927-1936.
- KIRAL, E., ERTEPINAR, A., 1974. Studies on Elastic Rods Subjected to Diverse External Agencies-Part I-Derivation of Governing Equations. METU Journal of Pure and Applied Sciences. Volume 7/1. 23-40.
- ....., 1974. Studies on Elastic Rods Subjected to Diverse External Agencies-Part II-Planar Rods on an Elastic Foundation. METU J. of Pure and Applied Sciences. Volume 7/1. 41-53.
- ....., 1974. Studies on Elastic Rods Subjected to Diverse External Agencies-Part III-Vibrational Analysis of Space Rods. METU J. of Pure and Applied Sciences. Volume 7/1. 55-69.
- KIRAL, E., URAL, S., 1975. Taşıma Matrisi ve Laplace Dönüşümü Metotları ile Helisel Elastik Çubukların Dinamik Hesabı. İnşaat Müh. Odası, Teknik Bülten. Sayı 23/6. 3-18.

- KIRAL, E., MENGI, Y., GURKOK, A., 1981. Computing Methods in Engineering. Volume 1. ODTU. ANKARA.
- KIRAL, E., MENGI, Y., 1986. Titreşim Problemlerinde Kişisel Bilgisayar Kullanımı. II. Ulusal Makina Teorisi Simpozyumu. ODTU GAZIANTEP. Mühendislik Araştırma Grubu. 220-231.
- KISHORE, N.N., GHOSH, A., 1975. Damping Characteristics of Elastic-Viscoelastic Composite Curved Bars and Helical Springs. Journal of Sound and Vibration. Volume 43/4. 621-632.
- KRAHULA, J.L., 1966. Out-of-Plane Free Vibrations of a Uniform Circular Ring. J. of Applied Mech. Transactions of the ASME. 708-709.
- KRYLOV, V.I., SKOELYA, N.S., 1968. Handbook of Numerical Inversion of Laplace Transforms, IPST, Wiener Bindery Ltd. JERUSALEM. 293 s.
- KUO, R.W., 1971. A Numerical Method for the Solution of Free Vibrations of One-Dimensional Structures. M.S. Thesis. MEIU.
- LIN, Y., PISANO, A.P., 1987. General Dynamic Equations of Helical Springs with Static Solution and Experimental Verification. Journal of Applied Mechanics. Transactions of the ASME. Volume 54. 910-916.
- ....., 1988. The Differential Geometry of the General Helix as Applied to Mechanical Springs. Journal of Applied Mechanics. Volume 55. 831-835.
- LOVE, A.E.H., 1899. The Propagation of Waves of Elastic Displacement Along A Helical Wire. Trans. Camb. Phil. Soc. Vol. 18. 364.
- ....., 1944. A Treatise on the Mathematical Theory of Elasticity. Fourth Edition. Dover Publications, NEWYORK.
- MASSOUD, M.F., 1965. Vectorial Derivation of the Equations for Small Vibrations of Twisted Curved Beams. Journal of Applied Mechanics. 439-440.
- ....., 1970. On the Coefficient Matrix of A Cross-Section of A Vibrating Curved and Twisted Non-Prismatic Space Thin Beam. Int. J. Mech. Sci. Volume 12. 327-340.
- ....., 1971. A Generalized Formulation of the Vectorial Equations of Motion for Nonprismatic Thin Space Beams. Journal of Applied Mechanics. 955-960.

- MAU, S.T., WILLIAMS, A.N., 1988. Green's Function Solution for Arch Vibration. J. Eng. Mech. Volume 114/7. 1259-1264.
- MEIROVITCH, L., 1967. Analytical Methods in Vibrations. The MacMillan Company. LONDON. 555 s.
- MICHELL, J.H., 1890. The Small Deformation of Curves and Surfaces with Application to the Vibrations of A Helix and A Circular Ring. Mess. Math. Volume 19. 68-
- MONTALVAO, J.M., SILVA, E., URGUERIA, A.P.V., 1988. Out-of-Plane Dynamic Response of Curved Beams-An Analytical Model. Int. J. Solids Structures. Vol 24/3. 271-284.
- MOTTERSHEAD, J.E., 1980. Finite Elements for Dynamical Analysis of Helical Rods. Int. J. Mech. Sci. Volume 22. 267-283.
- ....., 1982. The Large Displacements and Dynamic Stability of Springs Using Helical Finite Elements. Int. J. Mech. Sci., Volume 24/9, 547-558.
- MYKLESTAD, N.O., 1944. A New Method of Calculating Natural Modes of Uncoupled Bending Vibration of Airplane Wings and Other Types of Beams. J. Aero. Sciences. Volume 11. 152-
- NAGAYA, K., TAKEDA, S., 1986. Free Vibration of Coil Springs of Arbitrary Shape. Int. J. for Num. Methods in Engineering. Volume 23. 1081-1099.
- NARAYANAN, G.V., BESKOS, D.E., 1982. Numerical Operational Methods For Time-Dependent Linear Problems. Int. J. for Numerical Methods in Engineering, Volume 18. 1829-1854.
- NELSON, F.C., 1962. In-Plane Vibration of a Simply Supported Circular Ring Segment. Int. J. Mech. Sci. Volume 4. 517-527.
- OJALVO, I.U., 1962. Coupled Twist-Bending Vibrations of Incomplete Elastic Rings. Int. J. Mech. Sci. Volume 4. 53-72.
- ÖNDUZEN, A., 1974. Curved and Polygonal Planar Rods on an Elastic Foundation, M.S. Thesis, MEÜ.
- ÖZBEK, T., 1966. Eğri Eksenli Elastik Çubukların Genel Burkulma Teorisi Hakkında. Doçentlik Tezi. I.T.Ü. Ins. Fak. Matbaası. 113 s.

- PALANINATHAN, R., CHANDRASEKHARAN, P.S., 1985. Curved Beam Element Stiffness Matrix Formulation. Computers & Structures. Volume 21/4. 663-669.
- PEARSON, D., 1982. The Transfer Matrix Method For The Vibration of Compressed Helical Springs. Journal Mechanical Science. Volume 24/4. 163-171.
- PEARSON, D., WITTRICK, W.H., 1986. An Exact Solution for the Vibration of Helical Springs Using a Bernoulli-Euler Model. Int. J. Mech. Sci. Volume 28/2. 83-96.
- PESTEL, E.C., LECKIE, F.A., 1963. Matrix Methods in Elastomechanics. McGraw-Hill. NEWYORK. 435 s.
- PHILIPS, J.W., COSTELLO, G.A., 1972. Large Deflection of Impacted Helical Springs. The Journal of Acoustical Society of America. Volume 51. 967-973.
- PHILIPSON, L.L., 1956. On the Role of Extension in the Flexural Vibrations of Rings. J. Appl. Mech. Volume 23. 364-366.
- RAO, S.S., SUNDARARAJAN, V., 1969. In-Plane Flexural Vibrations of Circular Rings. J. Appl. Mech. Volume 36. 620-625.
- RAO, S.S., 1971. Effects of Transverse Shear and Rotary Inertia on the Coupled Twist-Bending Vibrations of Circular Rings. J. Sound Vibrations. Volume 16. 551-556
- SCORDELIS, A.C., 1960. Internal Forces in Uniformly Loaded Helicoidal Girders. ACI Journal. Volume 31/10. 1013-1026.
- SEIDAL, B.S., ERDELYI, E.A., 1964. On the Vibrations of a Thick Ring in its Own Plane. J. Engng. Industry. Volume 86. 240-244.
- SINHA, S.K., COSTELLO, G.A., 1978. The Numerical Solution of the Dynamic Response of Helical Springs. Int. Journal for Numerical Methods in Engineering. Volume 12. 949-961.
- SKOUTEROPOULOU, A.M.O., BOISIAS, S.N., FARDIS, M.N., 1986. Contribution of Curved Staircases to the Lateral Stiffness of Structures. Proceedings 8th European Conference on Earthquake Engineering. Lisbon. PORTUGAL.

- SOKOLNIKOFF, I.S., REDEFFER, R.M., 1958. Mathematics of Physics and Modern Engineering. McGraw-Hill. TOKYO. 811 s.
- STEFANOU, G.D., 1984. Simplified Discrete Method For The Design of Helical Rectangular Beams of Very Large Width. Computers & Structures. Vol 18/5. 861-874.
- STEPHEN, N.G., 1981. Considerations on Second Order Beam Theories. Int. J. Solids Structures. Volume 17. 325-333.
- TABARROK, B., XIONG, Y., 1989. On the Buckling Equations For Spatial Rods. Int. J. Mech. Sci. Volume 31/3. 179-192.
- TAKAHASHI, S., 1963. Vibration of a Circular Arc Bar- In Its Plane-Both Ends Built-in. Bulletin of the JSME. Volume 6/24. 666-673.
- ....., 1963. Vibration of a Circular Arc Bar- Perpendicular to its Plane. Bulletin of the JSME. Volume 6/24. 674-681.
- TANRIKULU, A.K., 1988. Yapıların 3 Boyutlu Yatay Kuvvet ve Deprem Analizi İçin Genel Amaçlı Bir Bilgisayar Programı. Master Tezi. Ç.Ü. Fen Bilimleri Enstitüsü. İnş. Müh. Anabilim Dalı.
- TENE, Y., EPSTEIN, M., SHEINMAN, I., 1975. Dynamics of Curved Beams Involving Shear Deformation. Int. J. Solids Structures. Vol 11. 827-840.
- TEZCAN, S., 1970. Çubuk Sistemlerinin Elektronik Hesap Makinaları ile Çözümü. Arı Kitapevi. ISTANBUL. 406 s.
- TIMOSHENKO, S.P., GERE, J.M., 1961. Theory of Elastic Stability. Second Edition. McGraw-Hill Book Company Inc. NEWYORK.
- TIMOSHENKO, S., YOUNG, D.H., WEAVER, W., 1974. Vibration Problems in Engineering. Fourth Edition. John Wiley & Sons. U.S.A.
- TIMOSHENKO, S., 1984. Cisimlerin Mukavemeti-Elemanter Teori ve Problemler. Çeviren M. İNAN ve F. SÖNMEZ. 7 inci Baskı. Kipaş Dağıtımcılık. ISTANBUL. 356 s.
- ....., 1984. Cisimlerin Mukavemeti. Kısım II. Elemanter Teori ve Problemler. Çeviren: M. İNAN ve F. SÖNMEZ. 3 üncü Baskı. Kipaş Dağıtımcılık. ISTANBUL. 435 s.
- TSE 2500, 1977. Alaşımısız, Yuvarlak Yaylık Çelik Teller. ANKARA.
- TSO., W.K., 1972. On the Motion of a Curved and Twisted Rod. Acta Mechanica, Volume 13. 163-178.



- UNLUOY, Y.S., 1983. Helisel Yayların Dinamik Davranışlarının Modellenmesi. ODTÜ Uygulamalı Araştırmalar Dergisi. Cilt 3. Sayı 9. 45-57.
- VELETOS, A.S., AUSTIN, W.J., PEREIRA, C.A.L., WUNG, S.J., 1972. Free In-Plane Vibration of Circular Arches. ASCE. EM 2. 311-329.
- VOLTERRA, E., MORELL, J.D., 1960. A Note on the Lowest Natural Frequency of Elastic Arcs. Journal of Applied Mechanics Transactions of the ASME. 744-746.
- ....., 1961. Lowest Natural Frequency of Elastic Arc for Vibrations Outside the Plane of Initial Curvature. J. of Applied Mech. Vol 28. 624-627.
- ....., 1961. Lowest Natural Frequencies of Elastic Hinged Arcs. J. Acou. Soc. AM 33, 1787-1790.
- YALÇIN, V., 1984. Finite Element Mobility Analysis of Helical Coil Springs. M.S. Thesis. ODTÜ The Graduate School of Natural and Applied Sciences. ANKARA.
- YOSHIMURA, Y., MURATA, Y., 1952. On the Elastic Waves Propagated Along Coil Springs. J. Inst. Science and Technology, Tokyo Univ. Volume 6/1. 27-35.
- WAHL, A.M., 1963. Mechanical Springs. 2nd Edition. McGraw-Hill. NEWYORK.
- WANG, T.M., 1975. Fundamental Frequency of Clamped Elliptics Arcs for Vibrations Outside the Plane of Initial Curvature. Journal Sound Vibration. Volume 68, 427-436.
- ....., 1988. Stiffness Coefficients of Noncircular Curved Beams. J. of Structural Engineering. Volume 114/7. ASCE.
- WANG, T.M., GUILBERT, M., 1981. Effects of Rotary Inertia and Shear on Natural Frequencies of Continuous Circular Curved Beams. Int. J. Solids Structures. Volume 17. 281-289.
- WANG, T.M., LASKEY, A.J., AHMAD, M.F., 1984. Natural Frequencies for Out-of-Plane Vibrations of Continuous Curved Beams Considering Shear and Rotary Inertia. Int. J. Solids Structures. Volume 20/3. 257-265.

- WASHIZU, K., 1964. Some Considerations on a Naturally Curved and Twisted Slender Beam. J. Math. Phys. Volume 43. 111-116.
- WITTRICK, W.H., 1966. On Elastic Wave Propagation in Helical Springs. Int. J. Mech. Sci. Volume 8. 25-47.



TESEKKÜR

Doktora öğrenimim süresince eksik etmediği değerli yardım ve katkıları, güleryüz ve hoşgörüsü için Sayın Danışman Hocam Prof. Dr. Bezmi Erhan KIRAL' a içtenlikle teşekkür eder, sevgi ve saygılarımı sunarım.

Çalışmalarımı sabırla destekleyen eşim Tefaruk HAKTANIR, annem Hanife YILDIRIM, babam İbrahim YILDIRIM ve kardeşlerime sonsuz sevgi ve şükran ile teşekkür ederim.

Makina Müh. Bölüm Başkanı Yüksek Lisans Danışman Hocam Sayın Prof. Dr. Ing. Tuncay YILMAZ' a, gerek master gerekse doktora öğrenimi süresinde gösterdiği anlayış ve yardımlarından dolayı teşekkür eder, sevgi ve saygılarımı sunarım.

Emeği geçen tüm hocalarıma ve mesai arkadaşlarıma ayrıca teşekkür ederim.

ÖZGEÇMİŞ

1957 yılında, Edirne'de doğdu. İlk, orta ve lise öğrenimini Adanada tamamladı. 1979 yılında Adana İ.T.İ.A. Mühendislik Yüksek Okulundan Makina Mühendisi olarak mezun oldu. 1980 de Adana İ.T.İ.A. Mühendislik Bilimleri Fakültesinde, Öğretim Görevlisi olarak göreve başladı.

1986 da Ç. Ü. Fen Bilimleri Enstitüsü Makina Mühendisliği Anabilim Dalında Master öğrenimini tamamlayarak, Makina Yüksek Mühendisi ünvanını aldı. Aynı yıl, doktora öğrenimine başladı.

Halen Ç.Ü. Mühendislik Mimarlık Fakültesi Makina Mühendisliği bölümünde, Öğretim Görevlisi olarak çalışmaktadır. Evlidir.