



**İSTANBUL ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

DOKTORA TEZİ

**KOMPOZİT DÜZLEMSEL PANELLERDE ÇIRPINMA
KONTROLÜ**

**Mak.Yük.Müh. Banu KÖRBAHTİ
Makina Mühendisliği Anabilim Dalı**

**Danışman
Prof.Dr. Nurkan YAĞIZ**

Kasım, 2004

İSTANBUL

ÖNSÖZ

Doktora öğrenimim sırasında ve tez çalışmam boyunca gösterdiği her türlü destek ve yardımdan dolayı çok değerli danışmanlarım Prof.Dr.Nurkan YAĞIZ ve Y.Doç.Dr.Erol UZAL'a en içten dileklerle teşekkür ederim.

Bu çalışma boyunca manevi yardımlarını esirgemeyen, zaman zaman içine düştüğüm umutsuzlukları gideren çalışma arkadaşlarıma ve aileme teşekkürü borç bilirim.

Tez çalışmamın tamamlandığını ne yazık ki göremeyen sevgili babaannem ve dedeme bana inandıkları ve güvendikleri için teşekkürlerimi sunar ve bu çalışmayı onların çok değerli hatırasına ithaf ederim.

Kasım, 2004

Banu KÖRBAHTİ

İÇİNDEKİLER

ÖNSÖZ	i
İÇİNDEKİLER	ii
ŞEKİL LİSTESİ.....	iii
SEMBOL LİSTESİ	vii
ÖZET	viii
SUMMARY	ix
1. GİRİŞ	1-3
2. GENEL KISIMLAR.....	4-11
3. MALZEME VE YÖNTEM	12
3.1. Kompozit Malzemeler	12-14
3.2. Laminaların Analizi.....	14-16
3.2.1. Ortotropik Laminalar için Genelleştirilmiş Hooke Kanunu.....	16-20
3.2.2. Laminaların Mikromekanik Analizi.....	20-21
3.3. Lineer Plaka Teorisi, İzotropik ve Ortotropik Plaklar	22-30
3.4. Lineer Potansiyel Teori.....	30-31
3.5. Sınır Koşulları.....	32-34
3.6. Çırpınma Problemine Genel Bakış	34-36
3.7. Çözüm Teknikleri.....	36-37
3.8. Dikdörtgen Bir Kanal İçerisine Yerleştirilmiş Panelin Çırpınması	37-48
3.9. Panel Çırpınma Hızının Kontrolü.....	48-55
4. BULGULAR	56-86
5. TARTIŞMA VE SONUÇ	87-89
KAYNAKLAR	90-95
ÖZGEÇMİŞ	96

ŞEKİL LİSTESİ

Şekil 3.1	: 1- 2- 3 yönlerinin malzeme simetri düzlemleri olduğu tek yönlü liflerle güçlendirilmiş malzeme	15
Şekil 3.2	: İzotropik ve ortotropik laminalar.....	16
Şekil 3.3	: Açılı laminanın lokal ve global eksenleri	18
Şekil 3.4	: Plaka elemanın orta düzlemi	22
Şekil 3.5	: Katmanlı lamina içerisinde laminaların yerleşimleri	28
Şekil 3.6	: Panel kenarlarındaki sınır koşulları, basit mesnetlenmiş durum	32
Şekil 3.7	: Eğilme ve burulma serbestliği yaylarla sağlanmış kanat profili.....	34
Şekil 3.8	: Panel geometrisi	37
Şekil 4.1	: Ortotropik durumda ($D_{11}/D_{22}=4$) için $U_{kr}^* - \mu^*$ değişimi	56
Şekil 4.2	: Ortotropik durumda ($D_{11}/D_{22}=4$) için $l_{kr}^* - \mu^*$ değişimi	57
Şekil 4.3	: Ortotropik durumda ($D_{11}/D_{22}=4$) için $c_{kr}^* - \mu^*$ değişimi	57
Şekil 4.4	: Ortotropik durumda $\theta=0^0, 20^0, 50^0, 70^0, 90^0$ ve $M=0$ için $U_{kr}^* - \mu^*$ değişimi.....	58
Şekil 4.5	: Ortotropik durumda $\theta=0^0, 20^0, 50^0, 70^0, 90^0$ ve $M=0$ için $l_{kr}^* - \mu^*$ değişimi.....	58
Şekil 4.6	: Ortotropik durumda $\theta=0^0, 20^0, 50^0, 70^0, 90^0$ ve $M=0$ için $c_{kr}^* - \mu^*$ değişimi.....	58
Şekil 4.7	: Ortotropik durumda $\theta=0^0, 20^0, 50^0, 70^0, 90^0$ ve $M=0.9$ için $U_{kr}^* - \mu^*$ değişimi.....	59
Şekil 4.8	: Ortotropik durumda $\theta=0^0, 20^0, 50^0, 70^0, 90^0$ ve $M=0.9$ için $l_{kr}^* - \mu^*$ değişimi.....	60
Şekil 4.9	: Ortotropik durumda $\theta=0^0, 20^0, 50^0, 70^0, 90^0$ ve $M=0.9$ için $c_{kr}^* - \mu^*$ değişimi.....	60
Şekil 4.10	: Ortotropik durumda $\theta=0^0, 20^0, 50^0, 70^0, 90^0$ ve $M=1.3$ için $U_{kr}^* - \mu^*$ değişimi.....	60
Şekil 4.11	: Ortotropik durumda $\theta=0^0, 20^0, 50^0, 70^0, 90^0$ ve $M=1.3$ için $l_{kr}^* - \mu^*$ değişimi.....	61
Şekil 4.12	: Ortotropik durumda $\theta=0^0, 20^0, 50^0, 70^0, 90^0$ ve $M=1.3$ için $c_{kr}^* - \mu^*$ değişimi.....	61
Şekil 4.13	: Ortotropik durumda $\theta=0^0, 20^0, 50^0, 70^0, 90^0$ ve $M=3$ için $U_{kr}^* - \mu^*$ değişimi.....	62
Şekil 4.14	: Ortotropik durumda $\theta=0^0, 20^0, 50^0, 70^0, 90^0$ ve $M=3$ için $l_{kr}^* - \mu^*$ değişimi	62
Şekil 4.15	: Ortotropik durumda $\theta=0^0, 20^0, 50^0, 70^0, 90^0$ ve $M=3$ için $c_{kr}^* - \mu^*$ değişimi.....	63
Şekil 4.16	: $\mu^*=0.01$ 'de ve farklı Mach sayılarında $U_{kr}^* - \theta$ değişimi.....	64
Şekil 4.17	: $\mu^*=0.01$ 'de ve farklı Mach sayılarında $l_{kr}^* - \theta$ değişimi.....	64
Şekil 4.18	: $\mu^*=0.01$ 'de ve farklı Mach sayılarında $c_{kr}^* - \theta$ değişimi.....	65
Şekil 4.19	: $\mu^*=0.1$ 'de ve farklı Mach sayılarında $U_{kr}^* - \theta$ değişimi.....	65

Şekil 4.20 : $\mu^* = 0.1$ 'de ve farklı Mach sayılarında $l_{kr}^* - \theta$ değişimi.....	66
Şekil 4.21 : $\mu^* = 0.1$ 'de ve farklı Mach sayılarında $c_{kr}^* - \theta$ değişimi.....	66
Şekil 4.22 : $\mu^* = 1$ 'de ve farklı Mach sayılarında $U_{kr}^* - \theta$ değişimi.....	66
Şekil 4.23 : $\mu^* = 1$ 'de ve farklı Mach sayılarında $l_{kr}^* - \theta$ değişimi.....	67
Şekil 4.24 : $\mu^* = 1$ 'de ve farklı Mach sayılarında $c_{kr}^* - \theta$ değişimi.....	67
Şekil 4.25 : $\mu^* = 10$ 'da ve farklı Mach sayılarında $U_{kr}^* - \theta$ değişimi.....	67
Şekil 4.26 : $\mu^* = 10$ 'da ve farklı Mach sayılarında $l_{kr}^* - \theta$ değişimi.....	68
Şekil 4.27 : $\mu^* = 10$ 'da ve farklı Mach sayılarında $c_{kr}^* - \theta$ değişimi.....	68
Şekil 4.28 : $(D_{11}/D_{22} = 2)$ için $\mu^* = 0.01$ 'de ve farklı Mach sayılarında $U_{kr}^* - h^*$ değişimi.....	69
Şekil 4.29 : $(D_{11}/D_{22} = 2)$ için $\mu^* = 0.01$ 'de ve farklı Mach sayılarında $l_{kr}^* - h^*$ değişimi.....	69
Şekil 4.30 : $(D_{11}/D_{22} = 2)$ için $\mu^* = 0.01$ 'de ve farklı Mach sayılarında $c_{kr}^* - h^*$ değişimi.....	69
Şekil 4.31 : $(D_{11}/D_{22} = 2)$ için $\mu^* = 0.1$ 'de ve farklı Mach sayılarında $U_{kr}^* - h^*$ değişimi.....	70
Şekil 4.32 : $(D_{11}/D_{22} = 2)$ için $\mu^* = 0.1$ 'de ve farklı Mach sayılarında $l_{kr}^* - h^*$ değişimi.....	70
Şekil 4.33 : $(D_{11}/D_{22} = 2)$ için $\mu^* = 0.1$ 'de ve farklı Mach sayılarında $c_{kr}^* - h^*$ değişimi.....	71
Şekil 4.34 : $(D_{11}/D_{22} = 2)$ için $\mu^* = 10$ 'da ve farklı Mach sayılarında $U_{kr}^* - h^*$ değişimi.....	71
Şekil 4.35 : $(D_{11}/D_{22} = 2)$ için $\mu^* = 10$ 'da ve farklı Mach sayılarında $l_{kr}^* - h^*$ değişimi.....	71
Şekil 4.36 : $(D_{11}/D_{22} = 2)$ için $\mu^* = 10$ 'da ve farklı Mach sayılarında $c_{kr}^* - h^*$ değişimi.....	72
Şekil 4.37 : $(D_{11}/D_{22} = 1/2)$ için $\mu^* = 0.01$ 'de ve farklı Mach sayılarında $U_{kr}^* - h^*$ değişimi.....	72
Şekil 4.38 : $(D_{11}/D_{22} = 1/2)$ için $\mu^* = 0.01$ 'de ve farklı Mach sayılarında $l_{kr}^* - h^*$ değişimi.....	73
Şekil 4.39 : $(D_{11}/D_{22} = 1/2)$ için $\mu^* = 0.01$ 'de ve farklı Mach sayılarında $c_{kr}^* - h^*$ değişimi.....	73
Şekil 4.40 : $(D_{11}/D_{22} = 1/2)$ için $\mu^* = 0.1$ 'de ve farklı Mach sayılarında $U_{kr}^* - h^*$ değişimi.....	73
Şekil 4.41 : $(D_{11}/D_{22} = 1/2)$ için $\mu^* = 0.1$ 'de ve farklı Mach sayılarında $l_{kr}^* - h^*$ değişimi.....	74
Şekil 4.42 : $(D_{11}/D_{22} = 1/2)$ için $\mu^* = 0.1$ 'de ve farklı Mach sayılarında $c_{kr}^* - h^*$ değişimi.....	74
Şekil 4.43 : $(D_{11}/D_{22} = 1/2)$ için $\mu^* = 10$ 'da ve farklı Mach sayılarında $U_{kr}^* - h^*$ değişimi.....	74
Şekil 4.44 : $(D_{11}/D_{22} = 1/2)$ için $\mu^* = 10$ 'da ve farklı Mach sayılarında $l_{kr}^* - h^*$ değişimi.....	75
Şekil 4.45 : $(D_{11}/D_{22} = 1/2)$ için $\mu^* = 10$ 'da ve farklı Mach sayılarında $c_{kr}^* - h^*$ değişimi.....	75
Şekil 4.46 : $(D_{11}/D_{22} = 2)$ ve $h^* = 1$ için farklı Mach sayılarında $U_{kr}^* - \mu^*$ değişimi....	76
Şekil 4.47 : $(D_{11}/D_{22} = 2)$ ve $h^* = 1$ için farklı Mach sayılarında $l_{kr}^* - \mu^*$ değişimi....	76
Şekil 4.48 : $(D_{11}/D_{22} = 2)$ ve $h^* = 1$ için farklı Mach sayılarında $c_{kr}^* - \mu^*$ değişimi....	76

Şekil 4.49 : $(D_{11}/D_{22}=1/2)$ ve $h^*=1$ için farklı Mach sayılarında $U_{kr}^*-\mu^*$ değişimi.....	77
Şekil 4.50 : $(D_{11}/D_{22}=1/2)$ ve $h^*=1$ için farklı Mach sayılarında $l_{kr}^*-\mu^*$ değişimi.....	77
Şekil 4.51 : $(D_{11}/D_{22}=1/2)$ ve $h^*=1$ için farklı Mach sayılarında $c_{kr}^*-\mu^*$ değişimi.....	77
Şekil 4.52 : $M=0$ 'da $(D_{11}/D_{22}=2)$ ve $(D_{11}/D_{22}=1/2)$ 'nin farklı h^* değerlerinde $U_{kr}^*-\mu^*$ değişimi.....	78
Şekil 4.53 : $M=0.9$ 'da $(D_{11}/D_{22}=2)$ ve $(D_{11}/D_{22}=1/2)$ 'nin farklı h^* değerlerinde $U_{kr}^*-\mu^*$ değişimi.....	78
Şekil 4.54 : $M=1.3$ 'de $(D_{11}/D_{22}=2)$ ve $(D_{11}/D_{22}=1/2)$ 'nin farklı h^* değerlerinde $U_{kr}^*-\mu^*$ değişimi.....	79
Şekil 4.55 : $M=3$ 'de $(D_{11}/D_{22}=2)$ ve $(D_{11}/D_{22}=1/2)$ 'nin farklı h^* değerlerinde $U_{kr}^*-\mu^*$ değişimi.....	79
Şekil 4.56 : $M=0$ 'da $(D_{11}/D_{22}=2)$ ve $(D_{11}/D_{22}=1/2)$ 'nin farklı μ^* değerlerinde $U_{kr}^*-h^*$ değişimi.....	79
Şekil 4.57 : $M=0.9$ 'da $(D_{11}/D_{22}=2)$ ve $(D_{11}/D_{22}=1/2)$ 'nin farklı μ^* değerlerinde $U_{kr}^*-h^*$ değişimi.....	80
Şekil 4.58 : $M=1.3$ 'de $(D_{11}/D_{22}=2)$ ve $(D_{11}/D_{22}=1/2)$ 'nin farklı μ^* değerlerinde $U_{kr}^*-h^*$ değişimi.....	80
Şekil 4.59 : $M=3$ 'de $(D_{11}/D_{22}=2)$ ve $(D_{11}/D_{22}=1/2)$ 'nin farklı μ^* değerlerinde $U_{kr}^*-h^*$ değişimi.....	81
Şekil 4.60 : $M=0$ 'da $(D_{11}/D_{22}=2)$ ve $(D_{11}/D_{22}=1/2)$ 'nin farklı h^* değerlerinde $l_{kr}^*-\mu^*$ değişimi.....	81
Şekil 4.61 : $M=0.9$ 'da $(D_{11}/D_{22}=2)$ ve $(D_{11}/D_{22}=1/2)$ 'nin farklı h^* değerlerinde $l_{kr}^*-\mu^*$ değişimi.....	82
Şekil 4.62 : $M=1.3$ 'de $(D_{11}/D_{22}=2)$ ve $(D_{11}/D_{22}=1/2)$ 'nin farklı h^* değerlerinde $l_{kr}^*-\mu^*$ değişimi.....	82
Şekil 4.63 : $M=3$ 'de $(D_{11}/D_{22}=2)$ ve $(D_{11}/D_{22}=1/2)$ 'nin farklı h^* değerlerinde $l_{kr}^*-\mu^*$ değişimi.....	82
Şekil 4.64 : $M=0$ 'da $(D_{11}/D_{22}=2)$ ve $(D_{11}/D_{22}=1/2)$ 'nin farklı h^* değerlerinde $c_{kr}^*-\mu^*$ değişimi.....	83
Şekil 4.65 : $M=0.9$ 'da $(D_{11}/D_{22}=2)$ ve $(D_{11}/D_{22}=1/2)$ 'nin farklı h^* değerlerinde $c_{kr}^*-\mu^*$ değişimi.....	83
Şekil 4.66 : $M=1.3$ 'de $(D_{11}/D_{22}=2)$ ve $(D_{11}/D_{22}=1/2)$ 'nin farklı h^* değerlerinde $c_{kr}^*-\mu^*$ değişimi.....	83
Şekil 4.67 : $M=3$ 'de $(D_{11}/D_{22}=2)$ ve $(D_{11}/D_{22}=1/2)$ 'nin farklı h^* değerlerinde $c_{kr}^*-\mu^*$ değişimi.....	84
Şekil 4.68 : İzotropik ve ortotropik panel için $\omega-k$ değişimi.....	84
Şekil 4.69 : Elektrodinamik çalkalayıcı ile izotropik panelde $\omega-K$ değişimi.....	85
Şekil 4.70 : Elektrodinamik çalkalayıcı ile boyuna lifler yerleştirilmiş ortotropik panelde $(D_{11}/D_{22}=1/2)$ $\omega-K$ değişimi.....	85
Şekil 4.71 : Elektrodinamik çalkalayıcı ile boyuna lifler yerleştirilmiş ortotropik panelde $(D_{11}/D_{22}=2)$ $\omega-K$ değişimi.....	85
Şekil 4.72 : Elektrodinamik çalkalayıcı ile izotropik ve ortotropik panelde $U_{kr}-K$ değişimi.....	86
Şekil 4.73 : Elektrodinamik çalkalayıcı ile boyuna lifler içeren ortotropik panelde $U_{kr}-K$ değişimi.....	86

SEMBOL LİSTESİ

x, y, z	: dik koordinatlar
D	: izotropik plakanın eğilme rijitliği
D_{11}	: ortotropik plakanın x yönünde eğilme rijitliği
D_{22}	: ortotropik plakanın y yönünde eğilme rijitliği
$2(D_{12}+2D_{66})$: ortotropik plakanın etkin burulma rijitliği
V_k	: kompozit malzemenin hacmi
V_l	: kompozit malzemede lifin hacmi
V_m	: kompozit malzemede matrisin hacmi
ρ_k	: kompozit malzemenin yoğunluğu
ρ_l	: kompozit malzemede lifin yoğunluğu
ρ_m	: kompozit malzemede matrisin yoğunluğu
V_l	: kompozit malzemede lif hacim oranı
V_m	: kompozit malzemede matris hacim oranı
ϵ_k	: kompozit malzemedeki gerinme
ϵ_l	: lifteki gerinme
ϵ_m	: matristeki gerinme
E_k	: kompozit malzemenin elastik modülü
E_l	: lifin elastik modülü
E_m	: matrisin elastik modülü
$\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$: x, y ve z eksenlerine paralel gerilmelerin normal bileşenleri
$\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$: x_1, x_2 ve x_3 eksenlerine paralel gerilmelerin normal bileşenleri
$\tau_{xy}, \tau_{yz}, \tau_{xz}$: x, y ve z koordinat sisteminde kesme gerilmesi bileşenleri
$\tau_{12}, \tau_{23}, \tau_{13}$: x_1, x_2 ve x_3 koordinat sisteminde kesme gerilmesi bileşenleri
u_0, v_0	: plakanın orta düzleminin yerdeğiştirme bileşenleri
$\epsilon_x, \epsilon_y, \epsilon_z$: x, y ve z yönlerinde birim uzamalar
$\epsilon_1, \epsilon_2, \epsilon_3$: x_1, x_2 ve x_3 yönlerinde birim uzamalar
$\gamma_{xy}, \gamma_{xz}, \gamma_{yz}$: x, y ve z koordinat sisteminde kesme gerinmesi bileşenleri
$\gamma_{12}, \gamma_{13}, \gamma_{23}$: x_1, x_2 ve x_3 koordinat sisteminde kesme gerinmesi bileşenleri
E_x	: ortotropik malzemenin x yönünde elastisite (Young) modülü
E_y	: ortotropik malzemenin y yönünde elastisite (Young) modülü
G_{xy}	: ortotropik malzemenin kayma modülü
ν_{xy}	: ortotropik malzemenin Poisson oranı
θ	: malzeme eksen ve global eksen arasındaki açı
[Q]	: katılık matrisi
[S]	: rijitlik matrisi
[T]	: dönüşüm matrisi
M_x	: plakanın x eksenine dik eğilme momenti
M_y	: plakanın y eksenine dik eğilme momenti
M_{xy}	: plakanın x eksenine dik burulma momenti
Q_x	: plakanın x eksenine dik, z eksenine paralel kesme kuvveti

Q_y	: plakanın y eksenine dik, z eksenine paralel kesme kuvveti
N_x	: x yönünde düzlem içi normal kuvvet
N_y	: y yönünde düzlem içi normal kuvvet
N_{xy}	: y yönünde x eksenine dik düzlem içi kesme kuvveti
$[A]$: gerinme rijitlik matrisi
$[B]$: bağlama rijitlik matrisi
$[D]$: eğilme rijitlik matrisi
f	: atalet terimi
ϕ	: hız potansiyeli
a	: ses hızı
M	: Mach sayısı
p	: basınç
ρ	: akışkan yoğunluğu
U	: akış hızı
c	: dalga hızı
c_0	: referans dalga hızı
L	: taşıma kuvveti
M_p	: yunuslama (kafa vurma) momenti
C_L	: taşıma katsayısı
h	: kanal yüksekliği
c^*	: boyutsuz dalga hızı
l^*	: boyutsuz dalga boyu, l/b
U_{kr}^*	: boyutsuz kritik çırpınma hızı
h^*	: boyutsuz kanal yüksekliği, h/b
μ^*	: boyutsuz hava/panel kütle oranı
b	: plakanın genişliği
h_p	: plakanın kalınlığı
ρ_p	: plakanın yoğunluğu
ω	: frekans
K	: kontrol sabiti
k	: dalga sayısı

ÖZET

KOMPOZİT DÜZLEMSEL PANELLERDE ÇIRPINMA KONTROLÜ

Bu çalışmada dikdörtgen bir kanal içerisine yerleştirilmiş sonlu genişliğe sahip sonsuz uzun ortotropik bir panelin aeroelastik kararlılığı ve çarpınma hızının kontrolü incelenmiştir. Panelin alt ve üst yüzeyleri viskoz olmayan ve sıkıştırılabilir akışkan hareketine maruzdur. Panel titreşimi lineer plaka teorisi ile, panel üzerindeki aerodinamik kuvvetler lineerleştirilmiş potansiyel teori ile modellenmiştir. Panel kanal boyunca basit mesnetlenmiş kabul edilmiştir.

Çalışmanın birinci bölümünde konuya giriş yapılmış, ikinci bölümde ise literatürde panel çarpınması ile ilgili yapılmış deneysel ve teorik çalışmalardan bahsedilmiştir. Üçüncü bölümde kompozit malzemeler hakkında genel bilgi verilmiş, tek katlı lamina (liflerin tek yönde yerleştirilmiş olduğu plaka) ve katmanlı laminaların (birbiri üzerine yapıştırılma suretiyle yerleştirilmiş çok sayıda lamina) analizi anlatılmıştır. Laminaların mikromekanik analizi yapılarak elastisite ve kayma modüllerinin bulunması açıklanmıştır. İzotropik ve ortotropik plaklar için lineer plaka teorisinden bahsedilerek tek katlı ve katmanlı laminaların titreşim denklemleri yazılmıştır. Ardından lineerleştirilmiş potansiyel denklemi ve Bernoulli denkleminden basınç ifadesi elde edilmiştir. Bu bölümde ayrıca panele ve akışkana ait sınır koşulları ile çözüm teknikleri hakkında da bilgi verilmiştir. Basit bir model üzerinde çarpınma probleminin doğası anlatılmıştır. Ardından dikdörtgen kanal içerisine yerleştirilmiş panelin çarpınmasına ait titreşim denklemleri akışkan hareketi ile birlikte analitik olarak ve Galerkin yöntemiyle çözülmüştür. Son olarak panelin çarpınma hızının tek bir noktadan ölçüm ve tekil bir kuvvet yardımıyla nasıl kontrol edilebileceği incelenmiştir.

Tezin dördüncü bölümü bulgular bölümüdür. Burada oluşturulan modelden elde edilen sonuçlar verilmiştir. Öncelikle analitik çözüm ve Galerkin çözümleri arasında bir fark olup olmadığı incelenmiştir. Sonuçlar akışın hem sıkıştırılabilir ve hem de sıkıştırılmaz olduğu durumlar için bulunmuştur. Sıkıştırılabilir akış durumunda Mach sayısının 0.9, 1.3 ve 3 olduğu durumlar ayrı ayrı incelenip çarpınma sınırı tespit edilmiştir. Liflerin akışa göre yönlenme açıları, panelin boyuna eğilme rijitliğinin enine eğilme rijitliğine oranının farklı değerleri, kanal yüksekliği ve hava/panel kütle oranı için sıkıştırılabilir ve sıkıştırılmaz akış kabulüne dayanan sonuçlar birbiri ile karşılaştırılmıştır. Panel çarpınma hızının elektrodinamik çalkalayıcı ile kontrolü araştırılmıştır. Bu kısımdaki sonuçlar tek katlı ve simetrik katmanlı laminayı kapsamaktadır.

Çalışmanın beşinci bölümünde elde edilen sonuçlar, daha önce yapılmış çalışmalar gözönüne alınarak değerlendirilmiş ve gelecekte yapılabilecek çalışmalar ile ilgili öneriler verilmiştir.

SUMMARY

FLUTTER CONTROL OF COMPOSITE PLANAR PANELS

In this thesis the aerodynamic stability and flutter control of an orthotropic panel, that is simply supported in a rectangular duct, is investigated. The panel has finite width and infinite length. The upper and lower surfaces of the panel is subjected to invicid and compressible flow. The vibration of the panel is modeled by linearized plate theory and the aerodynamic forces are described by the linearized potential theory.

In the first section of the thesis, an introduction to the subject is made and in the second section the experimental and theoretical studies made about panel flutter in the literature is reviewed. In the third section general information about composite materials is given and the analysis of lamina (a panel that contains fibers only in one direction) and laminate (two or many number of panels that are stacked on each other) are described. Micromechanical analysis of a lamina is made, by the help of this analysis the elasticity and shear modules of an orthotropic lamina is given. Vibration equations of orthotropic lamina and laminate are derived by small deflection plate theory which is also valid for isotropic plate. Then the linearized potential equation and Bernoulli equation are used to express the pressure. In this section, the boundary conditions of plate and fluid are discussed and solution techniques are described. The nature of flutter problem is explained with the help of a simple model. Then the vibration equation of an orthotropic panel with aerodynamic forcing term, simply supported in a rectangular duct is solved by analytical and Galerkin method. Finally, flutter control of the panel is investigated. Flutter control is made by a singular force that is measured from a single point.

In the fourth section the results obtained from the model are presented. First, the results from analytical and Galerkin methods are investigated for convergence. The results are obtained both for incompressible and compressible flow. For compressible flow Mach number was taken as 0.9, 1.3 and 3. The effect of Mach number on the flutter boundary is examined. The effects of the orientation of fibers with respect to the flow direction, different ratios of longitudinal bending stiffness/transverse bending stiffness, duct height and air/panel mass ratio to the flutter boundary are investigated both for compressible and incompressible flow. Control of panel flutter is investigated by an electrodynamic shaker. The results in this section is valid for lamina and symmetric laminate.

In the fifth section of the thesis, the results are discussed in the light of the previous studies. Finally suggestions are made for future studies.

1. GİRİŞ

Elastik bir yapının aerodinamik kuvvetler tesiri altında davranışının incelenmesi aeroelastisite olarak adlandırılır. Aeroelastisite hem akışkanlar mekaniği hem de elastodinamikten faydalanır. Aeroelastisite problemi iki türlü oluşur. Birisi statik kararsızlık diğeri dinamik kararsızlıktır. Statik kararsızlık ıraksama (divergence), dinamik kararsızlık ise çarpınma (flutter) olarak adlandırılır. Çarpınma, akışın yarattığı titreşimler veya akışkan-elastik cisim etkileşimi olarak da bilinir. Panel ise, örneğin uçuş vasıtalarının dış yüzey elemanları gibi kalınlığı boyutlarına oranla küçük, hava akışına maruz kalan yüzey elemanıdır. Çarpınma, cismin sönümlenmeyen titreşimlere başladığı minimum akışkan hızında oluşur. Bu hızın altındaki hızlarda panel kararlı ve bu hızın üstündeki hızlarda kararsızdır.

Panel çarpınması özellikle havacılıkta önemlidir. İlk yapılan uçakların bazılarının ve II.Dünya Savaşında Almanya'nın V2 füzelerinin çarpınma sebebiyle düştüğü sanılmaktadır. Panel çarpınması problemi 1950 yılından sonra uçak tasarımı yapanların ilgisini çekmiştir çünkü uçakların çoğu panel çarpınmasına müsaait ince dış yüzeylere sahiptir. Nitekim o yıl bir avcı uçağı çarpınmaya giren panele tutturulmuş hidrolik hattın parçalanması sonucu deneme uçuşunda kaybedilmiştir. Transonik ve süpersonik hızlarda görülen bu ciddi hasar yaratıcı fiziksel olaydan kaçınabilmenin yolu ya kritik akış rejiminden kurtulmak ya da panelleri yapısal olarak değiştirmektir.

Çarpınma inşaat yapılarında da ortaya çıkan bir olaydır. Örneğin, 1940 yılında Washington eyaletindeki Tacoma Narrows köprüsünün yapıldıktan kısa bir süre sonra rüzgarın yarattığı rezonans ile çökmesi çarpınma problemine iyi bir örnektir. Panel çarpınmasında akış koşulları, sınır şartları, yüzeyin eğriliği, mekanik ve termal etkilere bağlı basma gerilmeleri gibi birçok faktör önemlidir.

Son yıllarda çarpınma üzerine yapılan çalışmalar rüzgar mühendisliği ve tıp gibi alanlara da yayılmıştır. Kardiyolojide atriyal çarpınma, bilgisayar mühendisliğinde dönen

disklerin ve hard disk sürücülerinin çarpınması, rüzgar mühendisliği alanında köprülerin çarpınması şu anda üzerinde en çok çalışılan konulardandır.

Tezin amacı dikdörtgen bir kanal içerisine yerleştirilmiş sonlu genişliğe sahip sonsuz uzun ortotropik panelin aeroelastik kararlılığını incelemektir. Panelin alt ve üst yüzeyleri viskoz olmayan ve sıkıştırılabilir akışkan hareketine maruzdur. Panel titreşimi lineer plaka teorisi ile, panel üzerindeki aerodinamik kuvvetler lineerize edilmiş potansiyel teori ile modellenmiştir. Panele ait sınır koşulları panelin kenarları boyunca basit mesnetlenmiş olduğu kabulüne dayanmaktadır. Bu model kullanılarak, ortotropik panelin boyuna eğilme rijitliğinin enine eğilme rijitliğine oranına, liflerin akışa göre yönlenme açılarına ve kanal yüksekliğine göre çarpınma hızı hesaplanmıştır.

Çarpınma üzerine yapılan çalışmalar genellikle lineer elastik cisim ve viskoz olmayan aerodinamik yaklaşımları kullanmıştır. Ancak son zamanlarda yapılan kontrollü deneyler ve geliştirilmiş teorilerle elde edilen çözümler, bazı özel durumlar için plakların dinamik aeroelastik kararlılığında yapısal nonlineerliklerin ve viskoz akım tesirlerinin önemli olabileceğini göstermiştir. Son yıllarda kompozit malzemelerin belli miktarda kullanılmaya başlanması ile anizotropik yapıların analizi de önem kazanmıştır. Kompozit malzemeler hem hafif olmaları hem de metallere ve onların alaşımlarına göre daha dayanıklı olmaları sebebi ile tercih edilmeye başlanmışlardır. Panel çarpınması ile ilgili yapılmış deneysel ve teorik çalışmalardan ikinci bölümde bahsedilmiştir.

Üçüncü bölümde kompozit malzemeler hakkında genel bilgi verilmiş, tek katlı ve katmanlı laminaların analizi yapılmıştır. Plaka titreşim denklemlerini modellemek için kullanılan izotropik ve ortotropik plaklar için lineer plaka teorisi ve aerodinamik kuvvetleri modelleyen lineerleştirilmiş potansiyel teori anlatılmıştır. Bu bölümde ayrıca panele ve akışkana ait sınır koşulları ile çözüm teknikleri hakkında da bilgi verilmiştir. Ardından dikdörtgen kanal içerisine yerleştirilmiş panelin çarpınmasına ait titreşim denklemleri analitik olarak ve Galerkin yöntemiyle çözülmüştür. Analitik ve Galerkin çözümleri arasında bir fark olup olmadığı incelenmiştir. Panelin çarpınma hızı elektrodinamik çalkalayıcı ile panel sehiminin tek bir noktada ölçülmesi ve buna bağlı olarak da bir başka noktadan tekil basınç uygulanması ile kontrol edilmeye çalışılmıştır.

Tezin dördüncü bölümü bulgular bölümüdür. Burada oluşturulan modelden elde edilen sonuçlar verilmiştir. Sonuçlar akışın hem sıkıştırılabilir ve hem de sıkıştırılamaz olduğu durumlar için bulunmuştur. Sıkıştırılabilir akış koşullarında Mach sayısının 0.9, 1.3 ve 3 olduğu durumlar ayrı ayrı incelenip çarpınma sınırı tespit edilmiştir. Liflerin akışa göre yönelme açıları, panelin boyuna eğilme rijitliğinin enine eğilme rijitliğine göre farklı oranları (D_{11}/D_{22}) ve kanal yüksekliği için sıkıştırılabilir ve sıkıştırılamaz akış kabulüne dayanan sonuçlar birbiri ile karşılaştırılmıştır. Elektrodinamik çalkalayıcı uygulanarak panel çarpınma hız sınırı arttırılmaya çalışılmıştır. Bu kısımdaki sonuçlar tek katlı ve simetrik katmanlı laminayı içermektedir. Çalışmanın beşinci bölümünde elde edilen sonuçlar tartışılmış, gelecekte yapılabilecek çalışmalar için öneriler getirilmiştir.

Bu çalışma analitik çözüm içermektedir. Üçüncü bölümde 3.8 ve 3.9'uncu kısımda verilen yöntem ve çözümler orjinaldir. Analitik çözümlerin kendi değerlerinin yanısıra bazı pratik titreşim olayları da bunlarla modellenebilir. Örneğin yeni yüksek hızlı jet motorlarının motor alıkları (motora hava girişi olan eleman) gibi gerçek problemlerin modellenmesini sağlaması bakımından da önemlidir. Bu araştırma ile çarpınmadan kaçınmak için, geometrik boyutlar ve malzeme özellikleri üzerine kısıtlar elde edilebilir.

2. GENEL KISIMLAR

Panel çırpınması problemi geçmiş yıllarda çok ilgi uyandırmış olmasına rağmen bu konuda yapılabilecek çalışmalar hala mevcuttur. Bu nedenle, bu fiziksel olay günümüzde de incelenmeye devam edilmektedir. Panel çırpınması üzerine araştırmalar hem deneysel hem de teorik olarak yapılmıştır. Teorik araştırmalar çoğunlukla Galerkin metodu ve özellikle son yıllarda sonlu elemanlar yöntemi ile yapılmıştır. Ancak nadiren de olsa sonlu farklar yöntemi ve Runge-Kutta yöntemi kullanılarak yapılan araştırmalar da mevcuttur. Bu bölümde panel ırpınmasına ait çalışmalar özetlenirken öncellikle bu alanda yapılmış deneysel daha sonra da teorik araştırmalardan bahsedilecektir.

1965 yılında Dowell ve Voss [1], Mach sayısının 1 ile 5 aralığında olması durumu için deneysel ve teorik olarak panel çırpınması hakkında çalışmalar yapmışlardır. Aynı yıl Fung [2], hem o zamana kadar yapılmış düzlemsel paneller ve silindirik kabukları içeren deneysel çalışmaların özetini vermiş, hem de gelecek çalışmalar için öneriler yapmıştır. Aynı zamanda deneysel çalışmaların paralelinde uzay araçlarında panel çırpınması analiz edilmiş, sınır tabaka etkisi tartışılmıştır. Yine aynı yıl içerisinde Shirk ve Olsen [3] tarafından Kuzey Atlantik Organizasyonu (NATO) için, panel çırpınması hakkında yapılmış araştırma ve uygulamaları içeren bir çalışma yapılmıştır. 1968'de Muhlstein ve diğ. [4], türbülanslı sınır tabakanın panel çırpınması üzerindeki etkisini deneysel olarak araştırmışlardır. 1970'de yine Gaspers ve diğ. [5], türbülanslı sınır tabakanın etkilerini araştıran ilave deney sonuçları yayınlamışlardır. Aynı yıl Dowell [6], plaka ve kabukların aeroelastik kararlılıkları için o zamana kadar yapılan çalışmaları özetlemiştir. Deneysel alışmalar, son zamanlarda eskisi kadar literatürde çok rastlanmasa da mevcuttur. Örneğın 2003 yılında Tang ve diğ. [7], 3-Boyutlu aksenal akış içerisindeki 2-Boyutlu panellerin ırpınmasını ve osilasyonlarını deneysel olarak incelemişlerdir. Panel hücum kenarından ankastre, firar kenarından ise serbesttir. Buna eř olarak yapılan teorik çalışmada ise aerodinamik nonlineerlikler ihmal edilmiştir. Teorik ve deneysel araştırmadan elde edilen sonuçlar ırpınmanın başlangıcı için uyumlu iken yüksek genlikli titreşimler için bir miktar fark göze çarpmaktadır.

Araştırmada bu farkın ihmal edilmiş olan nonlineerliklerden kaynaklandığı varsayılmaktadır. Yine aynı yıl Attar ve diğ. [8], üçgen kanadın hücum açısının nonlineer çarpınmalara etkisini teorik ve deneysel olarak araştırmışlardır. Bu çalışmada da sadece yapısal nonlineerlikler dikkate alınmış, aerodinamik nonlineerlikler ihmal edilmiştir. Ancak aerodinamik nonlineerlikleri dikkate almanın önemli olduğu vurgulanmıştır.

Aşağıda panel çarpınması hakkında yapılan çalışmalar özetlenirken bahsedilecek sayısal yöntemlerin dışında 1992 yılında Tizzi [9] kritik çarpınma koşulları içinde titreşim yapan panel için sayısal bir yöntem geliştirmiştir. Galerkin-Ritz yöntemi ve sonlu elemanlar yöntemi arasında hibrit bir metoddur. Geliştirilen yöntemden elde edilen sonuçlar karşılaştırılmış ve büyük oranda yakınsadıkları görülmüştür. Çalışmada amaç kritik koşullarda frekansların ve modların bulunması değil geliştirilen sayısal yöntemin yakınsaklığını tespit etmektir.

Panel çarpınması problemine ait teorik çalışmalar 1950'li yıllarda çok dikkat çekmiştir. 1954 yılında bu konuda en çok araştırma yapanlardan biri olan Hedgepeth ve diğ. [10], çok destekli panelin sıkıştırılabilir akış içerisinde çarpınmasını çözümlemişlerdir. 1956'da Miles [11], hem ince panellerin aerodinamik kararsızlığını incelemiş hem de Hedgepeth ve diğ. [10]'nin çalışmasını kritize etmiştir. Bunun üzerine ertesini yıl Leonard ve Hedgepeth [12], çok destekli sonsuz uzun panellerin çarpınması hakkındaki çalışmalarını detaylandırmışlar aynı zamanda da Miles'in eleştirilerine açıklık getirmişlerdir. Hedgepeth [13], basit mesnetlenmiş bir yüzeyinden süpersonik akışa maruz dikdörtgen panelin çarpınması problemini teorik olarak incelemiştir. Bu çalışmada aerodinamik kuvvetlere statik yaklaşım yapılmıştır. Bu yaklaşımın Mach sayısının 2'den büyük olduğu durumlarda çarpınma sınırlarını tatminkar bir doğrulukla sağlamadığı varsayılmış ve sonradan bu varsayım doğrulanmıştır. Bu statik yaklaşım ince plaka teorisi ile birleştirilip kullanılarak iki panelden oluşan sistemin çarpınma analizi gerçekleştirilmiştir, bunlardan biri aerodinamik şerit teorisini diğeri aerodinamik yüzey teorisini içermektedir. 1963 yılında Cunningham [14], sonlu panellerin çarpınma karakteristiklerini hesaplamak için düşük süpersonik Mach sayılarında statik ve sanki daimi aerodinamik yaklaşımların geçerli olmadığı bir prosedür geliştirmiştir. Çalışma kapsamında panel sonlu sayıda kutucuğa bölünmüş, aerodinamik etki katsayıları bütün

kutucuklar arasında sayısal integrasyonla hesaplanmıştır. Herreshoff [15], etki matrisleri ve daimi duruma ait aerodinamik teoriyi kullanarak çarpınma analizleri yapmıştır. Titreşim problemlerini ve statik aerodinamik problemleri çözmek için uzun zamandır kullanılan matris metodları çarpınma problemine çözüm olması için birleştirilmiştir. Dugundji ve diğ. [16], subsonik akışlarda panel çarpınmasını araştırmışlardır. Dugundji [17], yüksek süpersonik Mach sayılarında da panel çarpınmasının genel karakteristiklerini teorik olarak incelemiştir. Lineer plaka teorisi ve o zamana kadar kullanılan statik aerodinamik teoriden farklı olarak 2-Boyutlu birinci dereceden aerodinamik teori kullanılmıştır. Bu çalışma amortismanın rolünü, panel çarpınmasına ait yürüyen ve durağan dalga teorileri arasındaki ilişkileri ve mesnetlenme koşullarının etkilerini aydınlatmaya çalışmaktadır. Dowell [18], sonlu genişlikte sonsuz uzun üst yüzeyi viskoz olmayan akış hareketine maruz bırakılmış panelin aeroelastik kararlılığını incelemiştir. Panel davranışı lineer plaka teorisi ile, panel üzerindeki aerodinamik kuvvetler klasik lineerize edilmiş potansiyel teori ile açıklanmıştır. Panele ait sınır koşulları panelin kenarları boyunca basit mesnetlenmiş olduğu kabulüne dayanmaktadır. 1988'de Niblett [19], çarpınma problemine ışık tutan bir kılavuz hazırlamıştır. 1995 yılında Epstein ve diğ. [20] çok benzer bir çalışma daha yapmışlardır. Daha önceki çalışmadan farklı olarak burada sonlu genişliğe sahip sonsuz uzun panel dikdörtgen bir kanal içerisine yerleştirilmiştir ve panelin hem alt hem de üst yüzeyleri viskoz olmayan sıkıştırılabilir akışkan hareketine maruz bırakılmıştır. Her iki çalışmada incelenen panel izotropiktir. Plaka üzerine yayılı olan akışkan kalınlığının plaka titreşimine etkisi ise 1993 yılında Önsay [21] tarafından incelenmiştir. Yine aynı yıl Zuo ve Schreyer [22], konservatif olmayan çubuk ve plakların çarpınma ve ıraksama kararsızlığını araştırmışlardır. Konservatif sistemler için mümkün olan tek kararsızlık ıraksamadır. Fakat konservatif olmayan sistemler için ıraksama ya da çarpınma ya da her ikisi birden mümkün olabilir. Konservatif olmama durumuna göre çubuklarda ıraksama çarpınmaya dönüşmekte ve tek kararsızlık durumu haline gelmektedir. Panellerde ise çarpınma durumunda ıraksama hala mevcut olmaya devam etmektedir. 1996 yılında Döngi ve diğ. [23], piezo-aktivatör kullanarak aktif panel çarpınmasını gerçekleştirmişlerdir. 2003'de Aglazin ve Kiiko [24], dikdörtgen plakanın çarpınma problemi için sayısal bir araştırma yapmışlardır. Bu çalışmada kritik çarpınma hızları ve buna karşılık gelen özvektörler bulunmuştur.

Nonlinear ırpınma probleminin ele alındığı başka çalışmalar da mevcuttur. 1966'da Dowell [25], çırpınan bir plakanın nonlinear titreşimleri ile ilgili çalışma yapmıştır. Limit evrim osilasyon altındaki 2-Boyutlu ve 3-Boyutlu plakalar problemini araştırmıştır. Von Karman'ın buyk ölçekli sapmalara ait plaka teorisi ve sanki daimi aerodinamik teori kullanılmıştır. Matematiksel olarak problem Galerkin metodu ile nonlinear adi diferansiyel denklemlerden oluşan bir sisteme indirgenmiş, bu denklem sistemi sayısal integrasyon ile ozlmştr. 2002 yılında Gordnier ve Visbal [26], nonlinear panel çırpınması için 3-Boyutlu viskoz aerodinamik ozm metodu geliştirmek üzere çalışma yapmışlardır. Navier-Stokes denklemleri, sonlu farklar yöntemi uygulanmış Von Karman plaka denklemleri ile birleştirilmiştir. Araştırma sonuçları hem subsonik hem de sperpersonik Mach sayılarında elde edilmiş, sperpersonik Mach sayılarında sonuçların daha önceki araştırmacıların sonuçları ile uyumlu olduğu görülmüştür. Subsonik Mach sayılarındaki farklılık da makalede tartışılmıştır. Pourtakdoust ve Fazelzadeh [27], sperpersonik akış içerisindeki elastik panellerin nonlinear ırpınmasının kaotik davranışını incelemişlerdir. Panel denklemleri, izotropik plaka için Von Karman deformasyon denklemleri kullanılarak çıkartılmıştır. Sanki daimi aerodinamik kuvvet ise piston teorisi ile modellenmiştir. Sonuç denklemleri dördüncü ve beşinci dereceden Runge-Kutta integrasyon yöntemi kullanılarak elde edilmiştir.

Literatürde ırpınma problemi sadece dikdörtgen paneller için değil aynı zamanda silindir ve kanat gibi farklı geometriler için de araştırılmıştır. 1989'da Yang ve Zhoo [28], sıkıştırılmaz akış içerisindeki kanadın ırpınmasını, 1991'de Frsching ve Senft [29] ise motor kabini ile birlikte kanattan oluşan sistemin aeroelastik kararlılığını araştırmışlardır. 1998 yılına kadar yapılan çalışmalardan farklı olarak Huang [30] akışkan taşıyan kanallar ile ilgili bir inceleme yapmıştır. Bu alışmada Bernoulli etkisini ve kanal akışını araştırmıştır. Model sonlu uzunluktaki kanal içerisindeki 2-Boyutlu, viskoz olmayan hareketli dalgalara sahip akışı dikkate almaktadır. 2001 yılında Poirel ve Price [31], türbülanslı akış içerisinde bulunan yapısal olarak nonlinear 2-Boyutlu kanadın davranışını sayısal olarak incelemişlerdir. Bu çalışmada türbülansın hem boyuna hem de enine bileşenleri dikkate alınmıştır.

Yapılan bazı çalışmalarda kesme kuvveti ve kayma deformasyonunun etkisinde incelenmiştir. Örneğin, 1963 yılında Eisley ve Luessen [32], kesme ve normal kenar kuvvetlerinin birleşimi altında ince plakaların çarpınmasını incelemiştir. Kararlılık sınırları basit mesnetlenmiş dikdörtgen panellerin çeşitli durumları için elde edilmiştir. Bunlar kesme kuvveti altında eğilmemiş plaka, kesme ve normal kuvvetler altında eğilmemiş plaka, ok açısı ile eğilmemiş plaka, kanat açıklığı ve veter uzunluğu boyunca eşit basma zorlanması ile eğilmiş panellerdir. 1986'da Stein [33], plaka ve kabuklar için enine kesme etkilerini de içeren nonlinear teori üzerine çalışmıştır. 1995'de Chandiramani ve diğ. [34], nonlinear aerodinamik kullanarak geometrik olarak kusurlu kayma deformasyonuna sahip panellerin çarpınmasını incelemiştir. Çalışmada aerodinamik yükler üçüncü dereceden piston teorisine dayanmaktadır. Panel çarpınması denklemleri Galerkin yöntemiyle çıkarılmıştır. Enine kaymada esnek paneller dikkate alınıyorsa kayma deformasyonu teorisine ihtiyaç duyulmaktadır. Sonuçlar nonlinear aerodinamiğin, yeteri kadar ince paneller için önemli olduğunu göstermiştir. 2001'de Ghugal ve Shimpi [35], izotropik ve anizotropik katmanlı kirişler için çeşitli kayma deformasyonu teorileri hakkında bir inceleme yayınlamışlardır.

Yakın zamanda yapılan çalışmalar çoğunlukla sonlu elemanlar yöntemini içermektedir. 1985' de Chen ve Lin [36], sonlu elemanlar yöntemi kullanarak içinde ince çatlaklar bulunan plakaların çarpınma analizini gerçekleştirmişlerdir. 1993'de ise Xue ve Mei [37], 2-Boyutlu plakaların nonlinear çarpınması ve yorulma ömrü için sonlu elemanlar analizi yapmışlardır. Bu çalışmada sıcaklık etkileri de dikkate alınmıştır. Sıcaklık etkilerinin incelendiği kompozit plakaları içeren başka çalışmalarda yapılmıştır. 1995 yılında Ganapathi ve Touratier [38], termal gerilme altındaki kompozit katmanlı düzlem panellerin süpersonik çarpınmasını incelemiştir. Aerodinamik kuvvet lineer potansiyel teoriye, birinci dereceden yüksek Mach sayısı yaklaşımı yapılarak elde edilmiştir. Formülasyon, enine kayma deformasyonunu, iç plaka kuvvetlerini ve atalet etkisini içermektedir. Sayısal sonuçlar düz ve açılı laminalar için bulunmuştur. Çarpınma üzerinde farklı sıcaklık, kalınlık, katman sayısı ve sınır koşulları etkilerini görmek için detaylı inceleme yapılmıştır. 1997'de Liav [39], 1999'da Lee I. ve diğ. [40], Ganapathi ve Touratier'e ilave olarak termal yük altındaki kompozit katmanlı panellerin nonlinear süpersonik çarpınmasını incelemiştir.

Buraya kadar bahsedilen çalışmalar çoğunlukla izotropik plakalara kısmen de kompozit plakalara aittir. Ancak kompozit paneller ile ilgili yapılan çalışmalar bunlarla sınırlı değildir. Kompozit paneller ile ilgili çalışmalar da oldukça eskiye dayanmaktadır. 1963'de Rajappa [41], dikdörtgen ve dairesel ortotropik plakaların serbest titreşimlerini incelemiştir. Dikdörtgen ve dairesel ortotropik plakalar için serbest titreşim modlarının frekansları Stanisic [42] tarafından formüle edilen Galerkin metodu kullanılarak elde edilmiştir. Dikdörtgen ortotropik panellerin titreşim analizi Hearmon [43], Huffington ve Hoppmann [44] tarafından da dikkate alınmıştır. 1967 yılında Ketter [45]'da düz ve dikdörtgen ortotropik panellerin çarpınmasını incelemiştir. Bu çalışmada ise dikdörtgen düzlemsel paneller için çarpınma denklemini orthogonal varsayılan modlar ve genelleştirilmiş koordinatlar cinsinden oluşturmak üzere minimum potansiyel enerji prensibi Rayleigh-Ritz metodu ile birlikte kullanılmıştır. Ortotropik rijitlik bileşenleri ve orta düzlem gerilmeleri panel koordinatlarından bağımsız kabul edilmiştir. Aerodinamik kuvvet, $M > 2^{1/2}$ için geçerli sanki daimi süpersonik aerodinamik teori ile temsil edilmiştir. 1989'da Lin ve diğ. [46], 2000 yılında ise Santini ve Gasbarri [47] kompozit konsol plakaları incelemiştir. Lin ve diğ.'nin yaptığı çalışmada kompozit konsol plaka subsonik akış içerisinde. Kompozit liflerin açısının, ortotropik modül oranlarının ve süpürme açısının konsol plakaların titreşim ve çarpınma/ıraksama karakteristikleri üzerindeki etkisini incelemek üzere 18 serbestlik dereceli üçgensel sonlu elemanlar kullanılmıştır. Santini ve Gasbarri ise çalışmalarında kanat yapısına benzer anizotropik konsol plakaların yapısal dinamiğini incelemiştir.

1992'de Shiau [48], boşluk içeren kompozit katmanlı kiriş plakaların çarpınma karakteristiklerini yüksek süpersonik Mach sayılarında teorik olarak incelemiştir. Klasik lineerize edilmiş plaka teorisi ve sanki daimi süpersonik aerodinamik teori kullanmıştır. Boşluk yerinin ve boyutunun plakanın çarpınma sınırına etkisi değişik lif yönlendirilmeleri ile detaylı olarak araştırılmıştır. Woo ve Nair [49], ince plak teorisinin temel kabullerini kullanarak ve Von Karman kabulündeki nonlineer terimleri de içeren katmanlı dikdörtgen plakaların büyük genlikli serbest titreşimlerini incelemiştir. Aynı yıl Chowdry ve diğ. [50], katmanlı kompozit panellerin çarpınmasını sonlu elemanlar yöntemiyle incelemiştir. Çalışmada liflerin yerleştirilmesi, sınır koşulları ve laminaların üst üste dizilme sıraları gibi pek çok parametrenin çarpınma üzerindeki etkisi araştırılmıştır. Ertesi yıl Liao ve Sun [51], süpersonik akış içerisinde bulunan

güçlendirilmiş katmanlı plak ve kabukların çarpınma analizini yapmışlardır. Mevcut problemin hareket denklemi Hamilton prensibi kullanılarak formüle edilmiş ve sonlu elemanlar yöntemi uygulanmıştır. 3-Boyutlu kabuk elemanları ve 3-Boyutlu eğilmiş çubuk elemanları kullanılarak hareket denklemi ayrıklaştırılmıştır. Doğal frekans, kritik dinamik basınç ve buna karşılık çarpınma mod şekli bu karakteristik denklemi çözerek bulunmuştur. 1997’de Pidaparti [52], hasarlı kompozit panellerin serbest titreşimleri ve çarpınması üzerine araştırma yapmıştır. Bu çalışmada kullanılan sonlu elemanlar metodu 48 serbest dereceli panel elemanı içermekte, klasik lamina ve piston teorisini kullanmaktadır. Sonuçta alınan hasarlı modelin serbest titreşimler ve çarpınma üzerine büyük etkisi olduğu görülmüştür. 1999 yılında Saravonas ve Heyliger [53], katmanlı kiriş, plaka ve kabuklar için sayısal model oluşturmuşlardır. 2001’de Romeo ve Ferreo [54], lineer olarak değişken yük altında anizotropik dikdörtgen panellerin analitik ve deneysel davranışlarını incelemişlerdir. Anizotropik dikdörtgen panellerin eğilmesi için analitik çözüm elde edilmiştir. Burada panel, uniform kesme ve lineer olarak değişken iki eksenli düzlem kuvvetlerin birleşimine maruz kabul edilmiştir.

Panel çarpınmasının sınırlarını tayin etme çalışmalarının yanısıra çarpınmanın kontrolü ile ilgili araştırmalar da yapılmıştır. 1966 yılında Dowell [55], geçici hareket altında bulunan esnek plakalar üzerindeki genelleştirilmiş aerodinamik kuvvetler üzerine bir çalışma yapmıştır. Bu çalışma 1996’da Frampton ve diğ. [56] tarafından yapılan kontrol çalışmasının temelini oluşturmuştur. Bu çalışmada lineerize edilmiş potansiyel akış altındaki aeroelastik paneller için durum uzayını modelleme üzerine çalışmışlardır. Bu modelleme panel üzerindeki aerodinamik genelleştirilmiş koordinatları ayrık, sonsuz etki filtreleri yaklaşımı ile modelleyerek sağlanmıştır. Bu filtreler geri besleme olarak dinamik vakumlu panel sistemi ile birleştirilmiştir. Modelin doğruluğu, mevcut sistemin panel çarpınması sınırlarını geçmiş çalışmalar ile kıyaslayarak sağlanmıştır. Yine Frampton ve diğ. [57], piezoelektrik değiştirici ile panel çarpınmasının aktif kontrolünü araştırmışlardır. Lineerize edilmiş potansiyel akış aerodinamiğini dikkate almışlardır. Panel modeli, piezoelektrik değiştiricinin ağırlığı ve rijitliğini de içeren Rayleigh-Ritz yaklaşımı ile geliştirilmiştir. Bu kontrol sistemine ait analitik uygulamanın sonuçları çarpınma sınırlarında önemli artış göstermektedir. 1987’de Huang [58] panellerden farklı olarak kanat çarpınmasının aktif kontrolü üzerine araştırma yapmıştır. 2001 yılında Moon ve Kim [59], sonlu elemanlar yöntemi kullanarak nonlinear panel

çarpınmasının aktif ve pasif baskı altında olması durumu üzerine araştırma yapmışlardır. Çalışmada kompozit panelin nonlinear çarpınmasını kurşun zirkonit titan kullanarak aktif ve pasif baskı altında araştırmışlardır. İlk önce, aktif kontrol metodunda, panelin çarpınma etkisi olarak lineer kontrol teoriye dayanan optimal kontrolcü tasarlanmıştır. Nonlinear panel çarpınması için yeni bir yaklaşım olarak pasif baskı sistemi önerilmiştir. Aerodinamik teori sanki daimi piston teoriye dayanmakta ve Von Karman'ın nonlinear gerinme-yerdeğiştirme ilişkisi kullanılmaktadır. Sonuçlar, pasif amortisman durumunun aktif kontrol kadar iyi bir şekilde çarpınmayı azalttığını göstermiştir.

Çarpınma problemi ve kompozit yapılar yut dışında olduğu kadar yurtiçinde de oldukça ilgi çeken bir araştırma konusu olmuştur. Bu konuda çok sayıda yüksek lisans ve doktora tezi yapılmıştır. 1996'da Can [60], yüksek lisans tezinde akışkan yüklü eğimli plakların titreşim ve çarpınma analizini yapmıştır. Tez kapsamında plaka için termal etkileri de içeren lineer plaka teorisi, aerodinamik basınç için ise piston teorisi kullanılmıştır. 1999'da Türkmen ve Mecitoğlu [61,62], katmanlı kompozit plakaların şiddetli yüke karşı lineer ve nonlinear cevabını incelemişlerdir.

3. MALZEME VE YÖNTEM

3.1 KOMPOZİT MALZEMELER

Günümüzün gelişmiş teknolojisinin ihtiyaçlarını tek parça metaller ve bunların alaşımlarının karşılaması her zaman mümkün olmayabilir. Bu sebeple çoğu durumda kompozit malzeme kullanmak daha etkilidir. Kompozit malzemeler genellikle biri süreksiz biri sürekli olmak üzere iki ya da daha fazla malzemenin bir araya gelmesinden oluşur. Bileşen malzemeler makroskopik seviyede karışırlar ve birbirleri içerisinde çözünmezler. Bileşenlerden biri süreksiz faz veya güçlendirici faz, diğeri ise bu fazın içerisine yerleştirildiği sürekli faz veya matris olarak adlandırılır. Kompozit malzemeler güçlendirme fazının şekline göre sınıflandırılırlar. Güçlendirici faz malzemesi uzun-ince liflerden, minik taneciklerden veya büyük taneciklerden meydana gelebilir. Minik tanecikli güçlendirici faza sahip kompozit malzemeler makroskopik olarak izotropiktirler, buna karşın büyük tanecikli ve lif yapılı güçlendirici faza sahip kompozit malzemeler anizotropiktir. Aslında liflerin kendisi de anizotropiktir. Lifleri oluşturacak malzemelerin elastik, matris yapıyı oluşturacak malzemelerin ise tok olması istenir. Güçlendirici olarak karbon, cam, boron gibi malzemeler; matris olarak çelik ve epoksi reçine kullanılmaktadır. Doğada da kompozit yapılar yaygındır örnek olarak kemik ve odun gösterilebilir [63,64].

Kompozit malzemelerin kullanım alanları oldukça yaygındır. Yarış kayıkları epoksi reçinesi içerisine yerleştirilmiş kevlar (hafif ama dayanıklı elyaf içeren madde) ve karbon liflerden, tenis raketleri ise karbon liflerle güçlendirilmiş naylondan oluşmaktadır. Kompozit malzemelerin kullanımının en yaygın olduğu alanlardan biri de tıptır. Özellikle sert doku eklentisi olarak ortopedide ve dişçilik uygulamalarında çeşitli kompozit malzemeler kullanılmaktadır. Otomotiv sanayinde ve havacılıkta da kompozit malzemeler yaygın olarak kullanılmaktadır [64].

Kompozit malzemelerin diğer malzemelere karşı avantajları arasında daha yüksek yorulma, darbe ve korozyon dayanımına sahip olmaları sayılabilir. Kompozit malzemelerin kullanımını kısıtlayan bazı dezavantajları da mevcuttur. En önemli dezavantajlarından biri kompozitlerin üretiminin yüksek maliyetli olması diğer ise hasar görmüş kompozit yapıların onarımının daha zor olmasıdır. Kompozit yapıların mekanik karakteristikleri metal yapılara göre daha karmaşıktır. Metallerin aksine kompozit malzemeler izotropik değildirler yani özellikleri her doğrultuda aynı değildir. Bu nedenle kompozit malzemelerin tanımlanabilmesi için daha fazla malzeme parametresine ihtiyaç duyulmaktadır [63].

Lif yapıları kompozitlerde lif çapı oldukça küçüktür. Lif çapları yaklaşık 7.5-12.5 µm seviyesindedir. Lifler çap olarak küçüldükçe lif malzemesinde bulunan çatlak miktarı azalmakta, böylece daha az çatlak olması da malzemenin kuvvetini arttırmaktadır. Ayrıca kompozitler lif-matris arayüzeyi olarak geniş alana ihtiyaç duyarlar çünkü lif-matris arayüzeyi kompozitlerin mekanik performansını etkilemektedir. Kompozitlerde lif-matris arayüzeyi matris yapının yükü liflere ne kadar iyi aktardığını belirlemektedir. Bu arayüzey, lif yüzeyi ile matris arasında kimyasal bağlantı, lif yüzeyinin pürüzlülüğünden meydana gelen kenetlenme şeklinde mekanik bağlantı veya lif ile matris yapı moleküllerinin birbirleri içerisine yayılmaları şeklinde moleküler bağlantı ile oluşabilir. Çoğu durumda birden fazla türde bağlanma ortaya çıkmaktadır. Lif-matris arayüzeyi alanı kolayca görülebileceği gibi liflerin çapı ile ters orantılıdır. Yani liflerin çapı küçüldükçe lif-matris arayüzeyi genişlemektedir. Aynı zamanda liflerin esnekliği, lif çapının azalması ile orantılı olarak artmaktadır. Bu da imalat işlemlerinde liflerin kırılmadan bükülebilmesini sağlamaktadır [63].

Kompozitlerin mekanik performansını etkileyen diğer lif özellikleri arasında liflerin uzunlukları, yönlendirilme açıları, şekilleri ve yapıldıkları malzemeler sayılabilir. Uzun ve sürekli lifleri yönlendirmek ve işlemek kolaydır ancak kısa liflerin yönlendirilmesinin tam olarak kontrolü mümkün olmayabilir. Buna karşılık kısa lifler daha ucuzdur ve daha az çatlak içerdiklerinden daha fazla kuvvete dayanırlar. Aynı yönde yerleştirilmiş lifler, o yönde daha dayanıklı yapılar meydana getirirler. Tek yönde yerleştirilmiş liflerden meydana gelen kompozit yapılar tek yönlü aksiyel gerilme gibi basit yükleri taşıyabilirler oysa karışık yüke dayanması gereken yapılar için açılı

yerleştirilmiş liflerden oluşan çok katmanlı yapılar gereklidir. Liflerin en çok rastlanan şekli daireseldir çünkü bunların imalatı kolaydır. Altıgen ve karesel liflerin de kullanılması mümkündür. Ancak altıgen ve karesel lifler daha dayanıklı olmalarına rağmen imalatları daha zordur. Bu nedenle kullanılmaları pek tercih edilmez [63].

Kompozit malzemelerin önemli bir kısmı plaka veya kabuk tarzında imal edilir. Liflerin tek yönde yerleştirilmiş olduğu plaka lamina olarak adlandırılır. Sürekli liflerden oluşan laminalar ortotropiktirler. Yani birbirine dik üç malzeme simetri düzlemine sahiptirler. Kompozit malzemelerin dizaynı metaller gibi geleneksel malzemelerden farklıdır. Kompozit laminanın ortalama özellikleri her bir bileşenin bireysel özelliklerinden bulunur. Lif ve matrisin özelliklerinden kompozitin ortalama özelliklerinin bulunması laminaların mikromekaniği olarak tanımlanır. Kompozit malzemeler ile oluşturulan yapılar genellikle birbiri üzerine yerleştirilmiş çok sayıda laminadan meydana gelen katmanlı yapılardır. Katmanlı laminalarda laminalar arasında yapıştırıcı vardır. Tam yapışma sağlanamaması veya kullanıma bağlı sebeplerle laminaların katmanları arasında oluşabilecek boşlukların etkilerinin incelenmesi de ayrı bir araştırma konusudur.

3.2 LAMİNALARIN ANALİZİ

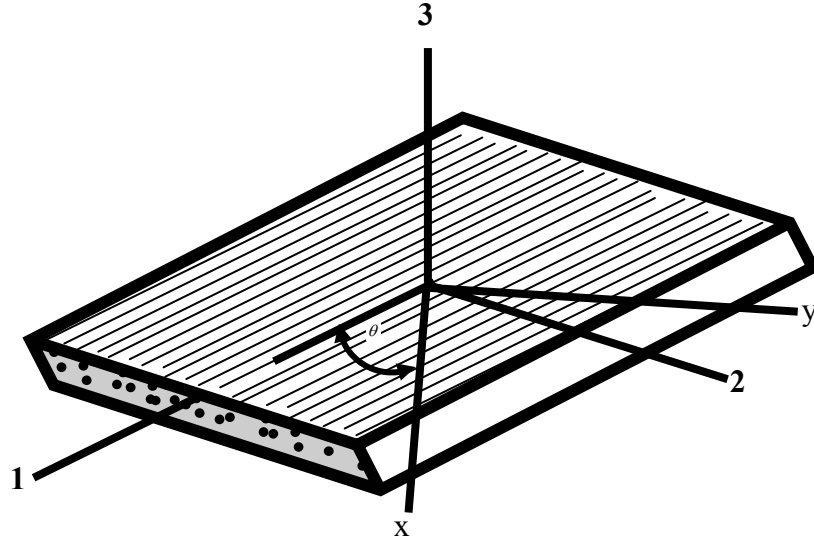
Yukarıda belirtildiği gibi ortalama özellikler gözönüne alınarak kompozit malzemeler homojen kabul edilebilir. Kompozit malzemeler aynı zamanda lineer olarak elastik kabul edilebilir ancak izotropik kabul edilmeleri mümkün değildir. Bu yüzden gerilme-gerinme ilişkilerinde en genel durumda 21 sabit mevcuttur. 3-Boyutlu genel bir durum için gerilme-gerinme ilişkisi x_1, x_2, x_3 kartezyen koordinat sisteminde

$$\begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \tau_{23} \\ \tau_{31} \\ \tau_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & Q_{13} & Q_{14} & Q_{15} & Q_{16} \\ Q_{21} & Q_{22} & Q_{23} & Q_{24} & Q_{25} & Q_{26} \\ Q_{31} & Q_{32} & Q_{33} & Q_{34} & Q_{35} & Q_{36} \\ Q_{41} & Q_{42} & Q_{43} & Q_{44} & Q_{45} & Q_{46} \\ Q_{51} & Q_{52} & Q_{53} & Q_{54} & Q_{55} & Q_{56} \\ Q_{61} & Q_{62} & Q_{63} & Q_{64} & Q_{65} & Q_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \gamma_{23} \\ \gamma_{31} \\ \gamma_{12} \end{bmatrix} \quad (3.1)$$

şekindedir. Burada 36 sabit içeren 6x6 [Q] matrisi katılık matrisi olarak adlandırılır. Bilindiği gibi bir gerinme enerjisi fonksiyonunun varlığından dolayı [Q] matrisi simetriktir, bu nedenle matris içerisindeki sabit sayısı 21'e düşmektedir [63,65]. (3.1) ters çevrilirse gerinme-gerilme ilişkisi

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \gamma_{23} \\ \gamma_{31} \\ \gamma_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} & S_{14} & S_{15} & S_{16} \\ S_{21} & S_{22} & S_{23} & S_{24} & S_{25} & S_{26} \\ S_{31} & S_{32} & S_{33} & S_{34} & S_{35} & S_{36} \\ S_{41} & S_{42} & S_{43} & S_{44} & S_{45} & S_{46} \\ S_{51} & S_{52} & S_{53} & S_{54} & S_{55} & S_{56} \\ S_{61} & S_{62} & S_{63} & S_{64} & S_{65} & S_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \tau_{23} \\ \tau_{31} \\ \tau_{12} \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

şeklinde olur. Burada [S] matrisi de rijitlik matrisi olarak adlandırılır.



Şekil 3.1 1-2-3 yönlerinin malzeme simetri düzlemleri olduğu tek yönlü liflerle güçlendirilmiş malzeme

Kompozit laminada bahsedildiği gibi malzeme üç tane dik malzeme simetri düzlemine sahipse ortotropiktir ve bu durumda katılık matrisi

$$[Q] = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & Q_{13} & 0 & 0 & 0 \\ Q_{12} & Q_{22} & Q_{23} & 0 & 0 & 0 \\ Q_{13} & Q_{23} & Q_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & Q_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & Q_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & Q_{66} \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

şeklini alır. Yani, örneğin τ_{31} , ε_1 'e bağlı değildir. Bağımsız dokuz tane elastik sabit vardır.

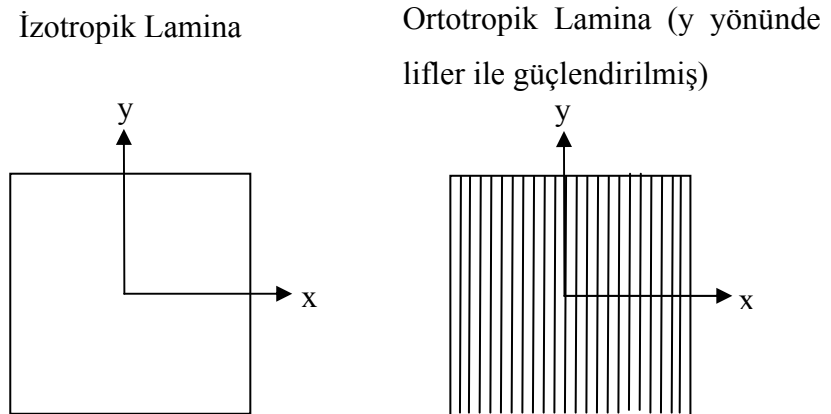
Rijitlik matrisi de

$$[S] = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} & 0 & 0 & 0 \\ S_{12} & S_{22} & S_{23} & 0 & 0 & 0 \\ S_{13} & S_{23} & S_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & S_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & S_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & S_{66} \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

şekline gelmektedir [63,66].

3.2.1 Ortotropik Laminalar için Genelleştirilmiş Hooke Kanunu

Burada iki boyutlu durumu ayrıntılı olarak inceliyoruz. Şekil 3.2, izotropik laminayı ve liflerle güçlendirilmiş ortotropik laminayı şematik olarak göstermektedir. Liflerin yerleştirildiği yön y eksenini olarak alınmıştır. İzotropik laminaların elastiklik modülü her iki yönde de aynı sabit ile gösterilirken ortotropik laminaların elastiklik modülü iki farklı sabit ile belirtilmektedir. Bunlardan biri lifler yönünde E_y , diğeri de liflerin enine yönde E_x 'dir [67].



Şekil 3.2 İzotropik ve ortotropik laminalar

Düzlem gerilme durumu için,

$$\varepsilon_x = \frac{\sigma_x}{E_x} - \nu_{yx} \frac{\sigma_y}{E_y} \quad \text{ve} \quad \varepsilon_y = \frac{\sigma_y}{E_y} - \nu_{xy} \frac{\sigma_x}{E_x} \quad (3.5)$$

yazılabilir. Burada ν_{yx} lifler boyunca çekme durumunda Poisson oranını, ν_{xy} ise liflere dik yönde çekme durumunda Poisson oranını belirtmektedir. Betti teoremine göre Poisson oranları ve elastiklik modülleri arasında

$$\frac{\nu_{xy}}{E_x} = \frac{\nu_{yx}}{E_y} \quad (3.6)$$

bağıntısı mevcuttur. Kayma gerilmesi ile şekil değiştirme arasında da

$$\tau_{xy} = \gamma_{xy} G_{xy} \quad (3.7)$$

bağıntısı mevcuttur. $\tau_{xy} = \tau_{yx}$ ve $\gamma_{xy} = \gamma_{yx}$ olduğundan $G_{xy} = G_{yx}$ 'dir. (3.5) ve (3.7) matris formunda yazılırsa

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & 0 \\ S_{21} & S_{22} & 0 \\ 0 & 0 & S_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} \quad (3.8)$$

olur. Burada,

$$\begin{aligned} S_{11} &= 1/E_x & S_{21} &= \nu_{xy}/E_x & S_{12} &= \nu_{yx}/E_y \\ S_{22} &= 1/E_y & S_{66} &= 1/G_{xy} \end{aligned} \quad (3.9)$$

dır. Görüldüğü gibi matriste bağımsız 4 tane eleman vardır. (3.9) tersine çevrilirse gerilme-gerinme ilişkisi,

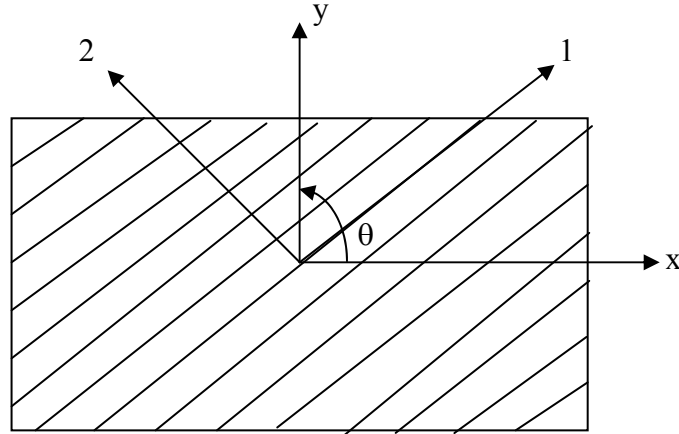
$$\begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 \\ Q_{21} & Q_{22} & 0 \\ 0 & 0 & Q_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} \quad (3.10)$$

olur. Burada katılık matrisinin elemanları

$$\begin{aligned}
Q_{11} &= \frac{E_x}{1-\nu_{yx}\nu_{xy}} & Q_{12} &= \frac{E_x\nu_{yx}}{1-\nu_{yx}\nu_{xy}} & Q_{21} &= \frac{E_y\nu_{xy}}{1-\nu_{yx}\nu_{xy}} \\
Q_{22} &= \frac{E_y}{1-\nu_{yx}\nu_{xy}} & Q_{66} &= G_{xy}
\end{aligned}
\tag{3.11}$$

şeklindedir [63,67,68]. 3-Boyutlu durum için de benzer şekilde (3.3) ve (3.4)'deki matrisler elastiklik modülleri ve Poisson oranları cinsinden elde edilebilir.

Genellikle kompozit plakaların sadece tek yönde yerleştirilmiş laminalardan meydana gelmediği daha öncede belirtilmişti. Çünkü tek yönde yerleştirilmiş laminaların enine yönde dayanımları azdır. Çoğu zaman plakalar çeşitli yönelimlere sahip laminaların üstüste gelmesi ile oluşturulur. Bu nedenle Şekil 3.3'deki eksen takımları dikkate alınarak inceleme yapılır.



Şekil 3.3 Açılı laminanın yerel ve global eksenleri

1-2 koordinat sistemindeki eksenler yerel eksen ya da malzeme eksenleri olarak adlandırılır. 1 yönü liflere paralel, 2 yönü ise liflere dik yönü göstermektedir. x-y koordinat sistemi ise global eksen olup, iki eksen takımı arasındaki açı θ olarak gösterilmektedir [63]. İki eksen takımındaki gerilmeler arasında

$$\begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} = T^{-1} \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{bmatrix}
\tag{3.12}$$

bağıntısı vardır. Burada $[T]$, dönüşüm matrisi

$$[T]^{-1} = \begin{bmatrix} \cos^2 \theta & \sin^2 \theta & -2\sin\theta\cos\theta \\ \sin^2 \theta & \cos^2 \theta & 2\sin\theta\cos\theta \\ \sin\theta\cos\theta & -\sin\theta\cos\theta & \cos^2\theta - \sin^2\theta \end{bmatrix} \quad (3.13)$$

şeklindedir. (3.10)'daki gerilme-genleme ilişkisini kullanarak (3.12),

$$\begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \end{bmatrix} = [T^{-1}][Q] \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_{12} \end{bmatrix} \quad (3.14)$$

şekline gelir. Global ve lokal gerilmeler de aynı $[T]$ dönüşüm matrisi ile ilişkilidir, yani

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_{12}/2 \end{bmatrix} = [T] \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy}/2 \end{bmatrix} \quad (3.15)$$

(3.15), (3.14)'e yerleştirilirse gerilme-gerinme ilişkisi

$$\begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \end{bmatrix} = [T^{-1}][Q][T] \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} \quad (3.16)$$

olur. Denklemin sağ tarafındaki matrislerin çarpımları yapılarak

$$\begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} \\ \bar{Q}_{16} & \bar{Q}_{26} & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} \quad (3.17)$$

şekline gelir. Burada,

$$\begin{aligned}
\bar{Q}_{11} &= Q_{11} \cos^4 \theta + Q_{22} \sin^4 \theta + 2(Q_{12} + 2Q_{66}) \sin^2 \theta \cos^2 \theta \\
\bar{Q}_{12} &= (Q_{11} + Q_{22} - 4Q_{66}) \sin^2 \theta \cos^2 \theta + Q_{12} (\cos^4 \theta + \sin^4 \theta) \\
\bar{Q}_{22} &= Q_{11} \sin^4 \theta + Q_{22} \cos^4 \theta + 2(Q_{12} + 2Q_{66}) \sin^2 \theta \cos^2 \theta \\
\bar{Q}_{16} &= (Q_{11} - Q_{12} - 2Q_{66}) \cos^3 \theta \sin \theta - (Q_{22} - Q_{12} - 2Q_{66}) \sin^3 \theta \cos \theta \\
\bar{Q}_{26} &= (Q_{11} - Q_{12} - 2Q_{66}) \cos \theta \sin^3 \theta - (Q_{22} - Q_{12} - 2Q_{66}) \cos^3 \theta \sin \theta \\
\bar{Q}_{66} &= (Q_{11} + Q_{22} - 2Q_{12} - 2Q_{66}) \sin^2 \theta \cos^2 \theta + Q_{66} (\sin^4 \theta + \cos^4 \theta)
\end{aligned} \tag{3.18}$$

dir [63,67]. Liflerin lamina içerisine x-y yönlerinde yerleştirildiği durumda laminalar özel ortotropik; liflerin lamina içerisine açılı yerleştirildiği durumda ise laminalar genel ortotropik olarak adlandırılır.

3.2.2 Laminaların Mikromekanik Analizi

Matris ve lif özelliklerinden kompozitin özelliklerinin bulunmasının mikromekanik olarak adlandırıldığı daha öncede belirtilmişti. Lif ve matris bileşenden oluşan bir kompozit yapıda,

v_k, v_l, v_m = sırasıyla kompozitin, lifin ve matrisin hacmi

ρ_k, ρ_l, ρ_m = sırasıyla kompozitin, lifin ve matrisin yoğunluğu

olsun. Lif hacim oranı (V_l) ve matris hacim oranı (V_m)

$$V_l = \frac{v_l}{v_k} \quad \text{ve} \quad V_m = \frac{v_m}{v_k} \tag{3.19}$$

şeklinde tarif edilir. Kompozit yapının yoğunluğu $m_k = m_l + m_m$ 'den

$$\rho_k = \rho_l V_l + \rho_m V_m \tag{3.20}$$

olur. Benzer yaklaşımlarla tek yönlü laminanın sahip olduğu dört elastik sabit yani boyuna elastisite modülü E_x , enine elastisite modülü E_y , Poisson oranı ν_{xy} ve kayma modülü G_{xy} bulunabilir.

F_k kuvvetinin etkideği bir kompozit yapı düşünüldüğünde bu F_k yükü lif (F_l) ve matris (F_m) tarafından $F_k = F_l + F_m$ şeklinde paylaşılır. Lif, matris ve kompozit tarafından

taşıyan gerilmeler ve A_l , A_m , A_k yüzey alanları cinsinden $F_k = \sigma_k A_k$, $F_l = \sigma_l A_l$ ve $F_m = \sigma_m A_m$ olarak tanımlanır. Lif, matris ve kompozitin Hooke yasasına uyduğu, lif ve matrisin kendi içerisinde izotropik olduğu kabul edilirse herbir bileşen ve kompozit için gerilme-genleme ilişkisi $\sigma_k = E_x \varepsilon_k$, $\sigma_l = E_l \varepsilon_l$ ve $\sigma_m = E_m \varepsilon_m$ şeklinde olur. Burada,

$\varepsilon_k, \varepsilon_l, \varepsilon_m$ = Sırasıyla kompozit, lif ve matristeki gerinme

E_k, E_l, E_m = Sırasıyla kompozit, lif ve matrisin elastik modülü'dür.

Gerilme ifadeleri, kuvvet denkleminde yerine konularak kompozit için boyuna elastisite modülü,

$$E_x = E_l \frac{A_l}{A_k} + E_m \frac{A_m}{A_k} \quad (3.21)$$

olarak bulunur. Enine elastisite modülü ise,

$$\frac{1}{E_y} = \frac{V_l}{E_l} + \frac{V_m}{E_m} \quad (3.22)$$

şeklindedir. Benzer şekilde birincil Poisson oranı

$$\nu_{xy} = \nu_l V_l + \nu_m V_m \quad (3.23)$$

ikincil Poisson oranı ise

$$\nu_{yx} = \nu_{xy} \frac{E_y}{E_x} \quad (3.24)$$

dir. Kayma modülü

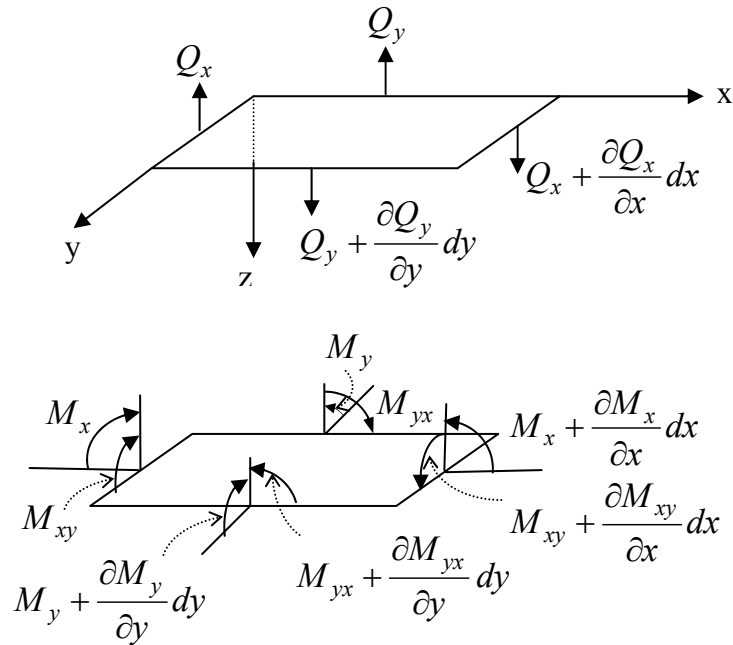
$$\frac{1}{G_{xy}} = \frac{V_l}{G_l} + \frac{V_m}{G_m} \quad (3.25)$$

şeklinde bulunur [63,67].

3.3 LİNEER PLAKA TEORİSİ, İZOTROPİK VE ORTOTROPİK PLAKLAR

Plaka kalınlığı yatay boyutlarına göre küçük olan bir yapıdır. Plaka üzerindeki sapmalar plakanın kalınlığına oranla küçükse lineer plaka teorisi uygulanabilir. Bu teoriye göre plakanın orta düzleminde herhangi bir deformasyon olmadığı kabul edilir. Bu yüzden orta düzleme tarafsız düzlem denir. Şekil 3.4’de plakanın orta düzlemi xy düzlemi olarak alınmıştır.

Burada M_x , M_y eğilme momentleri M_{xy} ise burulma momentidir. Bunlara ilave olarak panel elemanın kenarlarında dikey kesme kuvvetleri mevcuttur. Birim uzunluk başına kesme kuvvetleri, y ve x eksenine göre paralel olarak sırasıyla Q_x ve Q_y şeklinde gösterilir.



Şekil 3.4 Plaka elemanının orta düzlemi

Eleman üzerinde z yönündeki kuvvetlerin dengesi

$$\frac{\partial Q_x}{\partial x} + \frac{\partial Q_y}{\partial y} - p - f = 0 \quad (3.26)$$

olarak elde edilir. Burada p sembolü plakanın üst yüzeyi üzerindeki akışkan basıncını, f ise atalet kuvvetlerini temsil etmektedir. Lineer teoride

$$f = \rho_p h_p \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \quad (3.27)$$

olur. x-eksenine göre moment dengesi

$$\frac{\partial M_{xy}}{\partial x} - \frac{\partial M_y}{\partial y} + Q_y = 0 \quad (3.28)$$

şeklinde yazılır. y-eksenine göre moment dengesi

$$\frac{\partial M_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial M_x}{\partial x} - Q_x = 0 \quad (3.29)$$

olur. (3.28) ve (3.29)'dan Q_x ve Q_y çekilip, (3.26)'da yerine konulursa,

$$\frac{\partial^2 M_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 M_y}{\partial y^2} - 2 \frac{\partial^2 M_{xy}}{\partial x \partial y} - p - f = 0 \quad (3.30)$$

elde edilir. Plakanın kalınlığı boyunca gerilmelerin lineer dağıldığı kabul edilerek

$$\begin{aligned} M_x &= \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_x z dz \\ M_y &= \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_y z dz \\ M_{xy} &= - \int_{-h/2}^{h/2} \tau_{xy} z dz \end{aligned} \quad (3.31)$$

yazılabilir.

Tarafsız düzlemin eğilmeden sonra aldığı şekil eğrilik yarıçapları ρ_x , ρ_y ve burulma yarıçapı, ρ_{xy} ile temsil edilir. Tarafsız eksenden z kadar mesafede gerilmeler

$$\varepsilon_x = \frac{z}{\rho_x} \quad \varepsilon_y = \frac{z}{\rho_y} \quad \gamma_{xy} = \frac{z}{\rho_{xy}} \quad (3.32)$$

dir. Sapma küçük kabul edilip eğrilik ve burulma yarıçapları için lineerleştirilmiş ifadeler

$$\frac{1}{\rho_x} = -\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \quad \frac{1}{\rho_y} = -\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \quad \frac{1}{\rho_{xy}} = -2\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \quad (3.33)$$

alınırsa plakanın eğriliği cinsinden tanımlanan gerilmeler plaka sapması cinsinden de

$$\varepsilon_x = -z\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \quad \varepsilon_y = -z\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \quad (3.34)$$

şeklinde tanımlanır. Kayma gerinmesi ise burulma yarıçapı cinsinden

$$\gamma_{xy} = -2z\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \quad (3.35)$$

olur. (3.10)'daki gerilme-gerinme ilişkisini (3.31)'de kullanarak eğilme ve burulma momentleri

$$\begin{aligned} M_x &= -(D_{11}\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + D_{12}\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}) \\ M_y &= -(D_{22}\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + D_{12}\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}) \\ M_{xy} &= 2D_{66}\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \end{aligned} \quad (3.36)$$

olur. Burada,

$$D_{11} = \frac{Q_{11}h^3}{12}, \quad D_{12} = \frac{Q_{12}h^3}{12}, \quad D_{22} = \frac{Q_{22}h^3}{12}, \quad D_{66} = \frac{Q_{66}h^3}{12} \quad (3.37)$$

dir. (3.30)'dan özel ortotropik panelin titreşim denklemi

$$D_{11}\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2(D_{12} + 2D_{66})\frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + D_{22}\frac{\partial^4 w}{\partial y^4} + p + f = 0 \quad (3.38)$$

şeklinde elde edilir [68, 69, 70, 71, 72].

(3.17)'deki gerilme-gerinme ilişkisini (3.31)'de kullanarak genel ortotropik laminanın eğilme ve burulma momentleri

$$\begin{aligned}
 M_x &= -(D_{11} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + D_{12} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + 2D_{16} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}) \\
 M_y &= -(D_{12} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + D_{22} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + 2D_{26} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}) \\
 M_{xy} &= (D_{16} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + D_{26} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + 2D_{66} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y})
 \end{aligned} \tag{3.39}$$

olur. Burada,

$$\begin{aligned}
 D_{11} &= \frac{\bar{Q}_{11} h^3}{12}, \quad D_{12} = \frac{\bar{Q}_{12} h^3}{12}, \quad D_{22} = \frac{\bar{Q}_{22} h^3}{12}, \quad D_{16} = \frac{\bar{Q}_{16} h^3}{12}, \\
 D_{26} &= \frac{\bar{Q}_{26} h^3}{12}, \quad D_{66} = \frac{\bar{Q}_{66} h^3}{12}
 \end{aligned} \tag{3.40}$$

dır. (3.30)'dan genel ortotropik panelin titreşim denklemi

$$\begin{aligned}
 D_{11} \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 4D_{16} \frac{\partial^4 w}{\partial x^3 \partial y} + 2(D_{12} + 2D_{66}) \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + 4D_{26} \frac{\partial^4 w}{\partial x \partial y^3} \\
 + D_{22} \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} + p + f = 0
 \end{aligned} \tag{3.41}$$

şeklinde elde edilir.

Katmanlı lamina, tek katlı laminaların grup olarak birbiri üzerine yerleştirilip ara yüzeylerin tam yapışması ile oluşturulur ve katmanlar arasında kayma yoktur. Katmanlı lamina şeklindeki yapıda her bir lamina, içindeki liflerin açısı ile temsil edilir. Katmanları oluşturan laminaların herbiri ortotropik ve homojendir. Katmanlı laminalarda tarafsız düzlem ile orta düzlem katmanlı laminanın simetrik olmadığı durumlarda çakışmaz. Aslında birçok kompozitte tarafsız düzlem oluşmaz. Katmanlı laminalarda gerinmeler,

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial u_0}{\partial x} \\ \frac{\partial v_0}{\partial y} \\ \frac{\partial u_0}{\partial y} + \frac{\partial v_0}{\partial x} \end{Bmatrix} + z \begin{Bmatrix} -\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \\ -\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \\ -2\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \end{Bmatrix} \quad (3.42)$$

şeklinde. Burada u_0 ve v_0 , x ve y yönlerinde orta düzlemin başlangıç yerdeğiştirmeleridir. Böylece gerilme-gerinme ilişkisi de,

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} \\ \bar{Q}_{16} & \bar{Q}_{26} & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \frac{\partial u_0}{\partial x} \\ \frac{\partial v_0}{\partial y} \\ \frac{\partial u_0}{\partial y} + \frac{\partial v_0}{\partial x} \end{Bmatrix} + z \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} \\ \bar{Q}_{16} & \bar{Q}_{26} & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} -\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \\ -\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \\ -2\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \end{Bmatrix} \quad (3.43)$$

olmaktadır. (3.31)'deki moment ifadelerine ilave olarak katmanlı laminanın kalınlığı boyunca düzlem içi normal ve kesme kuvvetleri için :

$$\begin{aligned} N_x &= \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_x dz \\ N_y &= \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_y dz \\ N_{xy} &= \int_{-h/2}^{h/2} \tau_{xy} dz \end{aligned} \quad (3.44)$$

yazılabilir. (3.44)'deki ifadeler moment ve kuvvetlerin birlikte çözümü gerekmediğinden tek katlı lamina için kullanılmamıştı. Herbir laminadaki gerilmeler katmanlı laminanın kalınlığı boyunca integrali alınarak düzlem içi normal ve kesme kuvvetleri ile momentler bulunur. Katmanlı laminalarda düzlem içi kuvvetler :

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \end{bmatrix} &= \left\{ \sum_{k=1}^n \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} \\ \bar{Q}_{16} & \bar{Q}_{26} & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix} \int_{h_{k-1}}^{h_k} dz \right\} \begin{bmatrix} \frac{\partial u_0}{\partial x} \\ \frac{\partial v_0}{\partial y} \\ \frac{\partial u_0}{\partial y} + \frac{\partial v_0}{\partial x} \end{bmatrix} \\
&+ \left\{ \sum_{k=1}^n \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} \\ \bar{Q}_{16} & \bar{Q}_{26} & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix} \int_{h_{k-1}}^{h_k} z dz \right\} \begin{bmatrix} -\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \\ -\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \\ -2\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{3.45}$$

ve (3.31)'den momentler

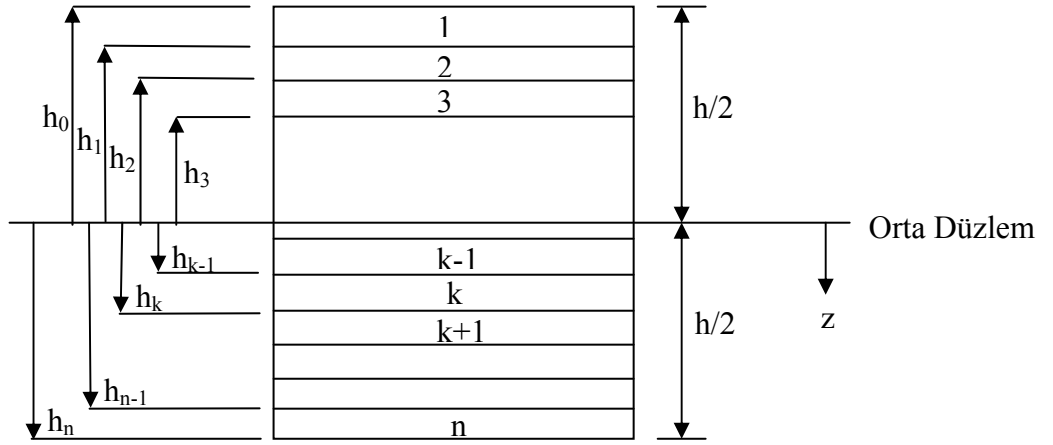
$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{bmatrix} &= \left\{ \sum_{k=1}^n \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} \\ \bar{Q}_{16} & \bar{Q}_{26} & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix} \int_{h_{k-1}}^{h_k} z dz \right\} \begin{bmatrix} \frac{\partial u_0}{\partial x} \\ \frac{\partial v_0}{\partial y} \\ \frac{\partial u_0}{\partial y} + \frac{\partial v_0}{\partial x} \end{bmatrix} \\
&+ \left\{ \sum_{k=1}^n \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} \\ \bar{Q}_{16} & \bar{Q}_{26} & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix} \int_{h_{k-1}}^{h_k} z^2 dz \right\} \begin{bmatrix} -\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \\ -\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \\ -2\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{3.46}$$

şeklinde yazılır.

Şekil 3.5, n tane laminadan meydana gelen bir katmanlı laminayı göstermektedir. Herbir laminanın kalınlığı t_k 'dir. Bu durumda katmanlı laminanın toplam kalınlığı

$$h = \sum_{k=1}^n t_k \tag{3.47}$$

olacaktır.



Şekil 3.5 Katmanlı lamina içerisinde laminaların yerleşimleri

Katmanlı laminanın düzlem içi kuvvetleri

$$\begin{aligned}
 N_x &= A_{11} \frac{\partial u_0}{\partial x} + A_{12} \frac{\partial v_0}{\partial y} + A_{16} \left(\frac{\partial u_0}{\partial y} + \frac{\partial v_0}{\partial x} \right) - B_{11} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - B_{12} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} - 2B_{16} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \\
 N_y &= A_{12} \frac{\partial u_0}{\partial x} + A_{22} \frac{\partial v_0}{\partial y} + A_{26} \left(\frac{\partial u_0}{\partial y} + \frac{\partial v_0}{\partial x} \right) - B_{12} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - B_{22} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} - 2B_{26} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \quad (3.48) \\
 N_{xy} &= A_{16} \frac{\partial u_0}{\partial x} + A_{26} \frac{\partial v_0}{\partial y} + A_{66} \left(\frac{\partial u_0}{\partial y} + \frac{\partial v_0}{\partial x} \right) - B_{16} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - B_{26} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} - 2B_{66} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}
 \end{aligned}$$

eğilme ve burulma momentleri

$$\begin{aligned}
 M_x &= B_{11} \frac{\partial u_0}{\partial x} + B_{12} \frac{\partial v_0}{\partial y} + B_{16} \left(\frac{\partial u_0}{\partial y} + \frac{\partial v_0}{\partial x} \right) - D_{11} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - D_{12} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} - 2D_{16} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \\
 M_y &= B_{12} \frac{\partial u_0}{\partial x} + B_{22} \frac{\partial v_0}{\partial y} + B_{26} \left(\frac{\partial u_0}{\partial y} + \frac{\partial v_0}{\partial x} \right) - D_{12} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - D_{22} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} - 2D_{26} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \\
 M_{xy} &= B_{16} \frac{\partial u_0}{\partial x} + B_{26} \frac{\partial v_0}{\partial y} + B_{66} \left(\frac{\partial u_0}{\partial y} + \frac{\partial v_0}{\partial x} \right) - D_{16} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - D_{26} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} - 2D_{66} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}
 \end{aligned} \quad (3.49)$$

olur.

Burada

$$A_{ij} = \sum_{k=1}^n [(\bar{Q}_{ij})]_k (h_k - h_{k-1}) \quad i = 1,2,3; j = 1,2,3 \quad (3.50)$$

$$B_{ij} = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n [(\bar{Q}_{ij})]_k (h_k^2 - h_{k-1}^2) \quad i = 1,2,3; j = 1,2,3 \quad (3.51)$$

$$D_{ij} = \frac{1}{3} \sum_{k=1}^n [(\bar{Q}_{ij})]_k (h_k^3 - h_{k-1}^3) \quad i = 1,2,3; j = 1,2,3 \quad (3.52)$$

dir. Düzlem içi kuvvetleri için denge denklemleri

$$\begin{aligned} \frac{\partial N_x}{\partial x} + \frac{\partial N_{yx}}{\partial y} &= 0 \\ \frac{\partial N_y}{\partial y} + \frac{\partial N_{xy}}{\partial x} &= 0 \end{aligned} \quad (3.53)$$

olur. (3.53) denklemlerine de daha önce tek katlı laminanın analizi yapılırken ihtiyaç duyulmamıştı ancak artık katmanlı laminalar için kullanılacaktır. (3.53) ve (3.30)'dan titreşim denklemleri

$$\begin{aligned} A_{11} \frac{\partial u^2}{\partial x^2} + 2A_{16} \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + A_{66} \frac{\partial u^2}{\partial y^2} + A_{16} \frac{\partial v^2}{\partial x^2} + (A_{12} + A_{66}) \frac{\partial^2 v}{\partial x \partial y} \\ + A_{26} \frac{\partial v^2}{\partial y^2} - B_{11} \frac{\partial^3 w}{\partial x^3} - 3B_{16} \frac{\partial^3 w}{\partial x^2 \partial y} - (B_{12} + 2B_{66}) \frac{\partial^3 w}{\partial x \partial y^2} - B_{26} \frac{\partial^3 w}{\partial y^3} = 0 \end{aligned} \quad (3.54)$$

$$\begin{aligned} A_{16} \frac{\partial u^2}{\partial x^2} + (A_{12} + A_{66}) \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + A_{26} \frac{\partial u^2}{\partial y^2} + A_{66} \frac{\partial v^2}{\partial x^2} + 2A_{16} \frac{\partial^2 v}{\partial x \partial y} + A_{22} \frac{\partial v^2}{\partial y^2} \\ - B_{16} \frac{\partial^3 w}{\partial x^3} - (B_{12} + 2B_{66}) \frac{\partial^3 w}{\partial x^2 \partial y} - 3B_{26} \frac{\partial^3 w}{\partial x \partial y^2} - B_{22} \frac{\partial^3 w}{\partial y^3} = 0 \end{aligned} \quad (3.55)$$

$$\begin{aligned} - B_{11} \frac{\partial^3 u_0}{\partial x^3} - (B_{12} + 2B_{66}) \frac{\partial^3 u_0}{\partial x \partial y^2} - 3B_{16} \frac{\partial^3 u_0}{\partial x^2 \partial y} - B_{26} \frac{\partial^3 u_0}{\partial y^3} - B_{16} \frac{\partial^3 v_0}{\partial x^3} \\ - (B_{12} + 2B_{66}) \frac{\partial^3 v_0}{\partial x^2 \partial y} - 3B_{26} \frac{\partial^3 v_0}{\partial x \partial y^2} - B_{22} \frac{\partial^3 v_0}{\partial y^3} + D_{11} \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 4D_{16} \frac{\partial^4 w}{\partial x^3 \partial y} \\ + 2(D_{12} + 2D_{66}) \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + 4D_{26} \frac{\partial^4 w}{\partial x \partial y^3} + D_{22} \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = -p - f \end{aligned} \quad (3.56)$$

şeklinde elde edilir. Katmanlı laminalar orta düzlemine göre malzeme, lif yerleştirme açısı ve laminaların kalınlığı açısından benzer ise simetrik katmanlı laminalar olarak adlandırılır. Simetrik katmanlı laminalar için $[B]=0$ ve (3.41) geçerli olmaktadır.

3.4 LİNEERİZE EDİLMİŞ POTANSİYEL TEORİ

Burada temel kabul akışın potansiyel akış ve termodinamik durum değişiminin izentropik olduğudur. Ayrıca burada akış viskoz değildir. Potansiyel akış, irrotasyonel akış olarak da bilinir. Bu durumda girdaplılık sıfır olacaktır. Yani $\vec{\omega} = \nabla \times \vec{V} = 0$ koşulu akış içerisinde her yerde sağlanacaktır. Eğer ϕ , sürekli skaler bir fonksiyon ise $\nabla \times (\nabla \phi) = 0$ olur. Bundan dolayı gradyeni hız vektörü olan ϕ , skaler hız potansiyeli ortaya çıkar. Yani hız vektörü

$$\vec{V} = \nabla \phi \quad (3.57)$$

şeklinde yazılabilir. Sıkıştırılabilir viskoz akışın temel kanunlarından olan süreklilik denklemi

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{V}) = 0 \quad (3.58)$$

ve momentum denkleminin genel biçimi

$$\rho \frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + \rho (\vec{V} \cdot \nabla) \vec{V} = -\nabla p \quad (3.59)$$

şeklinindedir. Rotasyonelliğin olmamasından ($\vec{\omega} = 0$) ve (3.57) hız potansiyeli tanımından dolayı (3.59) momentum denkleminde Bernoulli denklemi

$$\rho \frac{\partial \phi}{\partial t} + p + \frac{1}{2} \rho V^2 = \text{sabit} \quad (3.60)$$

bulunur. Kütle kuvvetlerinin bulunmadığı ve toplam entalpinin sabit olduğu viskoz olmayan irrotasyonel akışlar izentropiktir. Bu durumda basınç sadece

$$p = p(\rho) \quad (3.61)$$

şeklinde yoğunluğun fonksiyonu olur. Adyabatik ve sürtünmesiz akışlarda entropi değişimi yoktur. Entropinin sabit olduğu akışlar izentropik olarak adlandırılır. İzentropik akışlar için

$$a^2 = \left(\frac{\partial p}{\partial \rho} \right)_s = \frac{dp}{d\rho} \quad (3.62)$$

yazılabilir. (3.57), (3.58), (3.59), (3.60) ve (3.62) yardımıyla

$$\nabla^2 \phi - \frac{1}{a^2} \left[\frac{\partial}{\partial t} (\nabla \phi \cdot \nabla \phi) + \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} + \nabla \phi \cdot \nabla \left(\frac{\nabla \phi \cdot \nabla \phi}{2} \right) \right] = 0 \quad (3.63)$$

potansiyel denkleminde ulaşılır. Bizim ilgilendiğimiz problemlerde akış yaklaşık olarak paralel akıştır. Burada düzgün bir akışa küçük bir bozuntu eklendiği kabulü yapılır. Böylece hız potansiyeli

$$\phi = U_\infty x + \varphi \quad (3.64)$$

şeklinde yazılabilir. Burada φ bozuntu hız potansiyelidir. (3.64)'ü, (3.63)'de kullanarak ve ikinci ve daha yüksek merteye terimleri ihmal ederek lineerize edilmiş potansiyel denklemini

$$\nabla^2 \varphi - \frac{1}{a^2} \left[\frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} + 2U \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x \partial t} + U^2 \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} \right] = 0 \quad (3.65)$$

bulunur. Benzer şekilde Bernoulli denkleminde de lineerleştirilmiş basınç ifadesi

$$P = -\rho_\infty \left[\frac{\partial \varphi}{\partial t} + U_\infty \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right] \quad (3.66)$$

olur [73, 74, 75].

3.5 SINIR KOŞULLARI

Panel üzerinde

$$V_{hava} = V_{panel} \quad (3.67)$$

olmaktadır. Panel üzerindeki akış hızı yaklaşık olarak,

$$V_{hava} \approx \frac{\partial \phi}{\partial z} \quad (3.68)$$

şeklinde perturbasyon hızına eşittir. Panelin hızı, Euler gösteriminde

$$V_{panel} = \frac{Dw}{Dt} = \frac{\partial w}{\partial t} + V_{hava} \cdot \nabla w \quad (3.69)$$

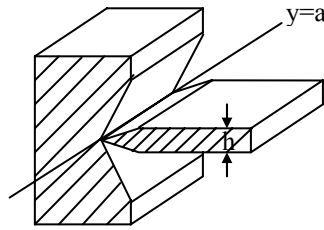
şeklinde olduğundan (3.67)'den

$$\frac{\partial \phi}{\partial z} = \frac{\partial w}{\partial t} + V_{hava} \cdot \nabla w \quad (3.70)$$

yazılabilir. Hava x yönünde U hızı ile aktığında

$$\left. \frac{\partial \phi}{\partial z} \right|_{z=0} = \frac{\partial w}{\partial t} + U \frac{\partial w}{\partial x} \quad (3.71)$$

olacaktır.



Şekil 3.6 Panel kenarlarındaki sınır koşulları, basit mesnetlenmiş durum

Panele ait sınır şartları ise panelin mesnetlenme şekline göre değişiklik göstermektedir. Şekil 3.6'da y eksenini panel kenarlarına paralel yönde, x eksenini ise panelin enine yönde almıştır. Panelin ankastre olduğu durumda yerdeğiştirme ve eğim sıfır olmaktadır yani,

$$(w)_{y=a} = 0 \quad \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)_{y=a} = 0 \quad (3.72)$$

dır. Panelin basit mesnetlenmiş olduğu durumda yerdeğiştirme ve moment sıfır olmaktadır yani,

$$(w)_{y=a} = 0 \quad M_y = - \left(D_{12} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + D_{22} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + 2D_{26} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right)_{y=a} = 0 \quad (3.73)$$

dir. Panelin ucunun serbest olduğu durumda ise eğilme momenti, burulma momenti ve kesme kuvveti sıfır olmaktadır yani

$$\begin{aligned} M_y &= - \left(D_{12} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + D_{22} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + 2D_{26} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right)_{y=a} = 0 \\ M_{yx} &= - \left(D_{16} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + D_{26} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + 2D_{66} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right)_{y=a} = 0 \\ Q_y &= \left(-D_{11} \frac{\partial^3 w}{\partial x^3} - (D_{12} + 2D_{66}) \frac{\partial^3 w}{\partial x^2 \partial y} - 3D_{26} \frac{\partial^3 w}{\partial x \partial y^2} - D_{22} \frac{\partial^3 w}{\partial y^3} \right)_{y=a} = 0 \end{aligned} \quad (3.74)$$

dır. Bu Poisson gösterimidir. Daha sonra Kirchhof (1850), üç sınır şartının çok fazla olduğunu iki sınır şartının da yeterli olabileceğini ispatlamıştır. Kirchhoff, burulma momenti ve kesme kuvvetini

$$V_y = \left(Q_y + \frac{\partial M_{yx}}{\partial x} \right)_{y=a} = 0 \quad (3.75)$$

şeklinde efektif kesme gerilme dağılımı tanımlayarak ilişkilendirmiştir. (3.29)'dan Q_y çekilir ve (3.39) denklemlerinden yararlanılırsa (3.74)'deki ikinci ve üçüncü sınır şartı

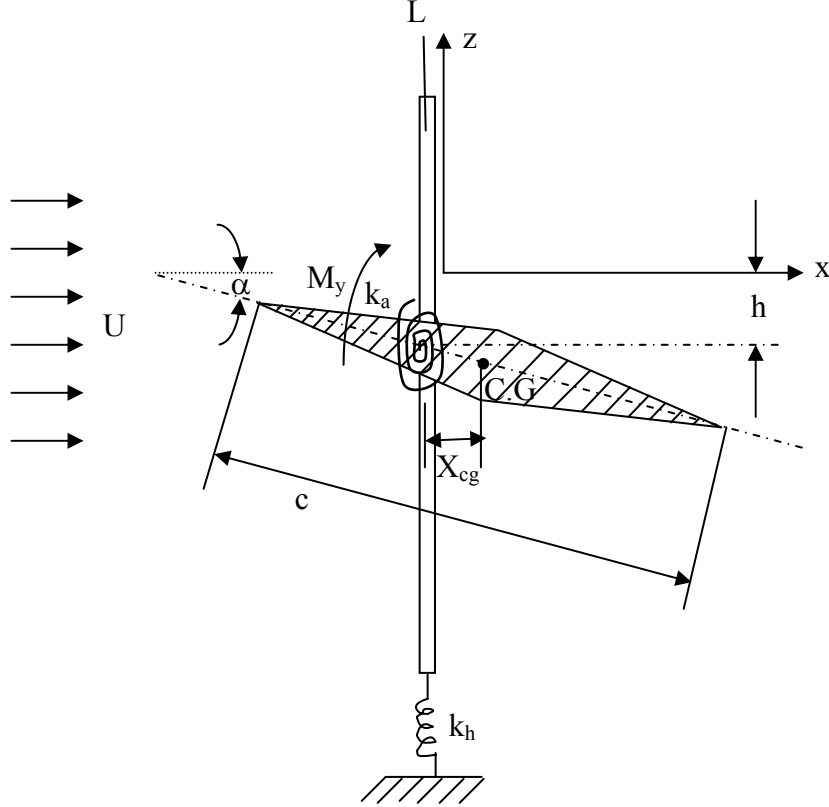
$$\left(-2D_{16} \frac{\partial^3 w}{\partial x^3} - 4D_{26} \frac{\partial^3 w}{\partial x \partial y^2} - (4D_{66} + D_{12}) \frac{\partial^3 w}{\partial x^2 \partial y} - D_{22} \frac{\partial^3 w}{\partial y^3} \right)_{y=a} = 0 \quad (3.76)$$

olur [69,76].

3.6 ÇIRPINMA PROBLEMİNE GENEL BAKIŞ

Çırpınma aeroelastik kuvvetler, elastik reaksiyonlar ve atalet kuvvetlerinin etkileşimi ile ortaya çıkan dinamik kararsızlıktır. Havacılıkta ve inşaat sektöründe daha sık karşılaşılan fiziksel bir problem olduğu giriş bölümünde anlatılmıştır. Burada ise çırpınma probleminin doğasını anlamak için oluşturulmuş basit bir model anlatılacaktır.

Şekil 3.7’de gösterilen kanat profili x-yönünde hava akışına maruzdur. Kanadın eğilme ve burulma rijitlikleri kütleleri ihmal edilmiş k_h ve k_α katsayılarına sahip yaylar ile sağlanmıştır. Hareket iki boyutlu kabul edilmiştir [74,75].



Şekil 3.7 Eğilme ve burulma serbestliği yaylarla sağlanmış kanat profili

Bu bir toplu parametre sistemidir. Anlık pozisyonu belirtmek için iki tane genelleştirilmiş koordinata ihtiyaç vardır. Bu genelleştirilmiş koordinatlar aşağıya doğru düşey yerdeğiştirme h , ve açılal dönme α 'dır. Her ikisi de yayların gerilmemiş durumunda ölçülmüş ve yerçekimi ihmal edilmiştir [74,75].

Burada α ve h/c 'nin küçük olduğunu farzedilmektedir. c , kanat veter uzunluğu ve h/c , kalınlık oranı (maksimum kanat açıklığının c 'ye oranı) dır. x , elastik eksen den pozitif yönde alınmış veter uzunluğu boyunca koordinat ve z ise x ' e diktir. Kuvvetler kanadın üst ve alt yüzeyindeki $p_U(x,t)$ ve $p_A(x,t)$ basınçlarıdır. Birim alan başına net kuvvet

$$F = \Delta p = p_A - p_U \quad (3.77)$$

dir. Bu kuvvetlerin bileşkesi

$$\begin{aligned} L &= l \int_{kiriş} \Delta p . dx \\ M_p &= -l \int_{kiriş} \Delta p . x . dx \end{aligned} \quad (3.78)$$

olmaktadır [68,74,75]. Burada L , taşıma kuvveti (pozitif yukarı) ve M_p , yunuslama momenti (pozitif hücum kenarı yukarı) olarak tanımlanır.

Sistemin hareket denklemleri

$$\begin{aligned} m \ddot{h} + k_h h + S_\alpha \ddot{\alpha} &= -L \\ S_\alpha \ddot{h} + I_\alpha \ddot{\alpha} + k_\alpha \alpha &= M_p \end{aligned} \quad (3.79)$$

olarak bulunur. Burada L ve M_p , h ve α cinsinden

$$\begin{aligned} L &= \frac{1}{2} C_L \rho V^2 A \\ M_p &= \frac{1}{2} C_L \rho V^2 A e \end{aligned} \quad (3.80)$$

şeklinde yazılır. Burada e , aerodinamik merkez ile elastik eksen arasındaki mesafedir. Aerodinamik merkez, kanat üzerinde aerodinamik momentin hücum açısından bağımsız

olduğu noktadır. Bu nokta, 2-boyutlu sıkıştırılamaz akışlar için veter boyunun dörtte birindedir, süpersonik akışlar için ise veter uzunluğunun ortasına doğru ilerlemektedir. C_L , taşıma katsayısı; ρ , yoğunluk; V , akış hızı ve A , referans alanıdır [68,74,75].

Bu sistemin kararlılığını incelemek için $\alpha=Ae^{ict}$, $h=Be^{ict}$ şeklinde çözüm alınır. Bu, kompleks bir sayı olan $c=c(V)$ için özdeğer problemi verir. $\text{Im}(c)<0$ ise sistem kararsızdır. Çırpınma sınırı böylece bulunmuş olur.

3.7 ÇÖZÜM TEKNİKLERİ

Panel çırpınması, görüldüğü gibi bir kısmi diferansiyel denklem sistemi ile modellenmiştir. Bu denklem sistemini çözmek için bir takım yaklaşımlar yapılabilir. Bunların arasında Galerkin metodu, sonlu farklar yöntemi ve sonlu elemanlar yöntemi sayılabilir. Bu çalışma kapsamında analitik çözüm ve sayısal olarak da Galerkin metodu kullanılarak çözüm yapılmıştır. Bu sebeple burada Galerkin metodundan bahsetmek faydalı olacaktır.

Galerkin metodu, adi, kısmi diferansiyel denklemler ve integral denklemler ile tanımlanabilen problemleri çözmek için uygundur. Metodun geniş bir problem sınıfı için yakınsadığı matematiksel olarak ispatlanmıştır. Metod ilk defa Galerkin (1915) tarafından, çubukların ve ince plakların dengesi üzerine yayımlanan bir makalede anlatılmıştır.

Örnek olarak problemin xy düzleminde, D bölgesinde

$$L(u)=0 \quad (3.81)$$

kısmi diferansiyel denklemi ile verildiğini varsayalım. Sınır şartları da sembolik olarak D 'nin sınırında

$$B(u)=0 \quad (3.82)$$

olsun. Yaklaşık çözüm olarak

$$\hat{u} = \sum_{i=1}^N c_i \varphi_i(x, y) \quad (3.83)$$

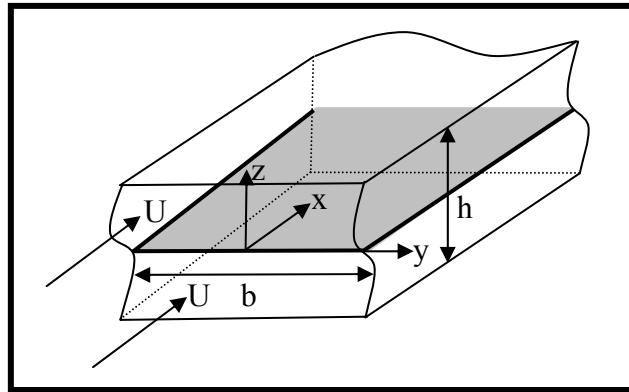
alınır. φ_i 'ler sınır şartları (3.82)'yi sağlayacak şekilde seçilir. Burada φ_i bilinen analitik bir fonksiyonlar ailesi ve c_i bulunulacak katsayılarıdır. Bu yaklaşık çözüm (3.81) diferansiyel denklemini tam olarak sağlamaz. Yani $L(u)=0$ denkleminde yerine konulursa sıfırdan farklı artık bir terim olarak $R = L(u)$ ortaya çıkar. Galerkin metodundaki bilinmeyen c_i katsayıları

$$\iint_D R \varphi_i dx dy = 0 \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (3.84)$$

denklemler sisteminden bulunur. Böylece, bulunan c_i katsayıları (3.83)'de yerlerine yerleştirilerek istenilen \hat{u} fonksiyonu elde edilir [60,77].

3.8 DİKDÖRTGEN BİR KANAL İÇERİSİNE YERLEŞTİRİLMİŞ PANELİN ÇIRPINMASI

Bu çalışmada çözümünü aradığımız problemin dikdörtgen bir kanal içerisine yerleştirilmiş sonlu genişliğe sonsuz uzunluğa sahip ortotropik bir panel olduğunu daha önce belirtmiştik. Şekil 3.8'den de görüleceği üzere panel alt ve üst yüzeylerinde viskoz olmayan akışa maruzdur ve kanal içerisine yanlardan basit mesnetlenmiştir. Problemin tanımlanması şu şekildedir:



Şekil 3.8 Panel geometrisi

Panelin titreşim denklemi

$$D_{11} \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 4D_{16} \frac{\partial^4 w}{\partial x^3 \partial y} + 2(D_{12} + 2D_{66}) \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + 4D_{26} \frac{\partial^4 w}{\partial x \partial y^3} + D_{22} \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} + \rho_p h_p \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = -2p \quad (3.85)$$

şeklinindedir. Burada panele ait sınır koşulları panelin basit mesnetlenmiş olduğu durumda

$$w(x, -b/2) = 0 \quad (3.86a)$$

$$w(x, b/2) = 0 \quad (3.86b)$$

$$M_y = -D_{12} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \left(x, -\frac{b}{2} \right) - D_{22} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \left(x, -\frac{b}{2} \right) - 2D_{26} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \left(x, -\frac{b}{2} \right) = 0 \quad (3.86c)$$

$$M_y = -D_{12} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \left(x, \frac{b}{2} \right) - D_{22} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \left(x, \frac{b}{2} \right) - 2D_{26} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \left(x, \frac{b}{2} \right) = 0 \quad (3.86d)$$

olarak yazılabilir. Burada basıncın iki ile çarpılmasının sebebi panelin hem altının hem üstünün viskoz olmayan akışa maruz kalmasıdır. Lineer potansiyel teori kısmında hız potansiyeli, φ için

$$\nabla^2 \varphi - \frac{1}{a^2} \left[\frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} + 2U \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x \partial t} + U^2 \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} \right] = 0 \quad (3.87)$$

denklemini elde edilmişti. Hız potansiyeli üzerindeki sınır şartları,

$$\frac{\partial \varphi}{\partial z} \Big|_{z=-h/2, h/2} = 0 \quad (3.88)$$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial y} \Big|_{y=-b/2, +b/2} = 0 \quad (3.89)$$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial z} \Big|_{z=0} = \frac{\partial w}{\partial t} + U \frac{\partial w}{\partial x} \quad |y| \leq b/2 \quad (3.90)$$

dir. Basınç lineerleştirilmiş Bernoulli Denkleminden

$$P = -\rho \left[\frac{\partial \varphi}{\partial t} + U \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right] \Big|_{z=0} \quad (3.91)$$

şeklinde hesaplanır. (3.85)'de basıncın varlığı ve (3.90) sınır şartından dolayı problemin çözümü panel ve akış denklemlerinin birarada çözülmesi ile mümkündür. Çözüm için panelin sapması

$$w = f(y)e^{i(2\pi/l)(ct-x)} \quad (3.92)$$

hız potansiyeli ise

$$\varphi = \hat{\varphi}(y, z)e^{i(2\pi/l)(ct-x)} \quad (3.93)$$

formunda kabul edilir. Burada $c = c_r + ic_i$ şeklinde bir kompleks sayıdır. $c_i < 0$, olduğunda zamana bağlı üstel terim sonsuza gideceğinden kararsız durum oluşur. $c_i > 0$ durumunda sistem kararlı, $c_i = 0$ olduğunda ise kritik kararlılık sınırındadır.

(3.91)'de (3.93)'ü kullanarak elde edilen basınç ifadesi ve (3.92), panel sapması kabulü (3.85)'deki panel denkleminde yazılırsa

$$\begin{aligned} & \left[D_{22} \frac{d^4 f}{dy^4} + 4D_{26} \left(-i \frac{2\pi}{l}\right) \frac{d^3 f}{dy^3} + 2(D_{12} + 2D_{66}) \left(-\frac{4\pi^2}{l^2}\right) \frac{d^2 f}{dy^2} \right. \\ & \left. + 4D_{16} \left(i \frac{8\pi^3}{l^3}\right) \frac{df}{dy} + \left(\rho_m h_p \left(-\frac{4\pi^2}{l^2} c^2\right) + D_{11} \left(\frac{16\pi^4}{l^4}\right) \right) f(y) \right] \\ & = 2\rho \hat{\varphi}(y, 0) \left(i \frac{2\pi}{l} \right) (c - U) \end{aligned} \quad (3.94)$$

elde edilir. (3.87)'den hız potansiyeli

$$\hat{\varphi}_{yy} + \hat{\varphi}_{zz} + \hat{\varphi}(y, z) \left(\frac{2\pi}{l} \right)^2 \left[\left(\frac{U - c}{a} \right)^2 - 1 \right] = 0 \quad (3.95)$$

denklemini sağlar. Hız potansiyeli üzerindeki sınır şartları olan (3.88), (3.89) ve (3.90)

$$\hat{\varphi}_z \Big|_{z=h/2} = 0 \quad (3.96)$$

$$\hat{\varphi}_y \Big|_{y=\pm b/2} = 0 \quad (3.97)$$

$$\hat{\varphi}_z \Big|_{z=0} = f(y) \left[i \frac{2\pi c}{l} - iU \frac{2\pi}{l} \right] \quad (3.98)$$

şekline gelir.

$$\hat{\varphi} = F(y)G(z) \quad (3.99)$$

kabulü ile değişkenlerin ayrılması metodu kullanılarak

$$\frac{\partial^2 F / \partial y^2}{F} = -\frac{\partial^2 G / \partial z^2}{G} - \left(\frac{2\pi}{l} \right)^2 \left[\left(\frac{U-c}{a} \right)^2 - 1 \right] = -\lambda^2 \quad (3.100)$$

olur. Böylece

$$\begin{aligned} \frac{d^2 F}{dy^2} + \lambda^2 F &= 0 \\ \frac{d^2 G}{dz^2} - \left(\lambda^2 - \left(\frac{2\pi}{l} \right)^2 \left[\left(\frac{U-c}{a} \right)^2 - 1 \right] \right) G &= 0 \end{aligned} \quad (3.101)$$

şeklinde iki denklem elde edilir. (3.97)'deki sınır şartı ile birlikte (3.101)'deki ilk denklemin çözümü

$$F = \cos \frac{n\pi}{b} \left(y + \frac{b}{2} \right) \quad (3.102)$$

olur. Çözüm

$$\lambda_n = \frac{n\pi}{b} \quad (3.103)$$

olması ile mümkündür. Benzer şekilde (3.96)'daki sınır şartı ile birlikte (3.101)'deki ikinci denklemin çözümü

$$G = C_n \left(e^{\lambda_{2n}(z-h)} + e^{-\lambda_{2n}z} \right) \quad (3.104)$$

olarak bulunur. Burada

$$\Lambda_n^2 = \lambda_n^2 - \left(\frac{2\pi}{l} \right)^2 \left[\left(\frac{U-c}{a} \right)^2 - 1 \right] \quad (3.105)$$

dır. Son sınır şartı (3.98)'i sağlamak için süperpozisyon prensibi kullanılır. Bu durumda

$$\hat{\varphi} \Big|_{z=0} = \sum_{n=0}^{\infty} \cos \frac{n\pi}{b} \left(y + \frac{b}{2} \right) C_n \left(-\Lambda_n + \Lambda_n e^{-\Lambda_n h} \right) \quad (3.106)$$

olur. Şimdi ise henüz bilinmeyen C_n bulunacaktır. (3.106), (3.98)'e eşitlenerek

$$\begin{aligned} \hat{\varphi}_z \Big|_{z=0} &= \sum_n C_n \left(-\Lambda_n + \Lambda_n e^{-\Lambda_n h} \right) F_n(y) \\ &= f(y) \left[i \frac{2\pi c}{l} - iU \frac{2\pi}{l} \right] \end{aligned} \quad (3.107)$$

yazılır. (3.107)'in her iki tarafı $\cos \frac{m\pi}{b} \left(y + \frac{b}{2} \right)$ ile çarpılıp $-b/2$ ile $b/2$ aralığında integrali alınarak

$$C_n = \frac{-2 \left(i \frac{2\pi}{l} \right) (U-c)}{b \sum_{n=0}^{\infty} \Lambda_n \left(e^{-\Lambda_n h} - 1 \right)} Q_n \quad (3.108)$$

bulunur. Burada

$$Q_n = \int_{-b/2}^{b/2} f(y) \cos \frac{n\pi}{b} \left(y + \frac{b}{2} \right) dy \quad (3.109)$$

şeklinde tarif edilir. (3.102), (3.104) ve (3.108), (3.99)'a konularak

$$\hat{\varphi}(y, z) = \sum_{n=0}^{\infty} -i \frac{4\pi}{lb} \frac{(U-c)}{\sum_n (-\Lambda_n + \Lambda_n e^{-\Lambda_n h})} Q_n' (e^{\Lambda_n(z-h)} + e^{-\Lambda_n z}) \times \cos \frac{n\pi}{b} \left(y + \frac{b}{2} \right) \quad (3.110)$$

bulunur. (3.110), panel denklemini gösteren (3.94)'de yerine konularak panel için

$$D_{22} f'''' - \frac{8\pi i}{l} D_{26} f'''' - (D_{12} + 2.D_{66}) \frac{8\pi^2}{l^2} f'' - \frac{32\pi^3 i}{l^3} D_{16} f' + \left(\frac{16\pi^4}{l^4} D_{11} - \rho_m h_p \frac{4\pi^2 c^2}{l^2} \right) f = -\frac{16\pi^2}{bl^2} \rho (U-c)^2 \times \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(e^{-\Lambda_n h} + 1)}{(e^{-\Lambda_n h} - 1)} \frac{Q_n}{\Lambda_n} \cos \frac{n\pi}{b} \left(y + \frac{b}{2} \right) \quad (3.111)$$

şeklinde titreşim denklemi elde edilir. (3.111) bir integro-diferansiyel denklemdir. Boyutsuzlaştırma yapmak için şu boyutsuz parametreler seçilerek (3.111)'de yerlerine yazılır.

$$l^* = \frac{l}{b} \quad c^* = \frac{c}{c_0} \quad U^* = \frac{U}{c_0} \quad h^* = \frac{h}{b} \quad M = \frac{U^*}{a^*} \quad a^* = \frac{a}{c_0} \quad \mu^* = \frac{\rho b}{\rho_p h_p} \quad f^* = \frac{f}{b} \quad y^* = \frac{y}{b} \quad Q^* = \frac{Q_n}{b^2} \quad (3.112)$$

Burada $c_0 = 2\pi \sqrt{\frac{D}{\rho_p h_p b^2}}$ karakteristik bir hızdır. D ise izotropik plaka için rijitlik

katsayısıdır. Böylece panel titreşim denklemi boyutsuz olarak

$$\frac{D_{22}}{D} f'''' - \frac{8\pi i}{l^*} \frac{D_{26}}{D} f'''' - \frac{(D_{12} + 2.D_{66})}{D} \frac{8\pi^2}{l^{*2}} f'' - \frac{32\pi^3 i}{l^{*3}} \frac{D_{16}}{D} f' + \left(\frac{16\pi^4}{l^{*4}} \frac{D_{11}}{D} - \frac{16\pi^4 c^{*2}}{l^{*2}} \right) f = -\frac{64\pi^4}{l^{*2}} \mu^* (U^* - c^*)^2 \times \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(e^{-\gamma_n h^*} + 1)}{(e^{-\gamma_n h^*} - 1)} \frac{Q_n^*}{\gamma_n} \cos n\pi \left(y^* + \frac{1}{2} \right) \quad (3.113)$$

sabit katsayılı diferansiyel denklem şekline gelir. Burada

$$\gamma_n = \pi \sqrt{n^2 - \left(\frac{1}{l^*}\right)^2 \left[M^2 \left(1 - \frac{c^*}{U^*}\right)^2 - 1 \right]} \quad (3.114)$$

dir. Bu denklemin çözümü ile problemin analitik çözümü bulunmuş olur. Aşağıda verilen sınır şartları ile birlikte bu denklem c için bir özdeğer problemidir. (3.113)'ün homojen çözümü

$$f_{\text{homojen}} = C_1 e^{r_1 y} + C_2 e^{r_2 y} + C_3 e^{r_3 y} + C_4 e^{r_4 y} \quad (3.115)$$

dir. Burada r_1, r_2, r_3, r_4

$$\begin{aligned} & \frac{D_{22}}{D} r^4 - \frac{8\pi i D_{26}}{l^* b D} r^3 - \frac{(D_{12} + 2.D_{66})}{D} \frac{8\pi^2}{l^{*2} b^2} r^2 - \frac{32\pi^3 i D_{16}}{l^{*3} b^3 D} r \\ & + \left(\frac{16\pi^4 D_{11}}{l^{*4} b^4 D} - \frac{16\pi^4 c^{*2}}{l^{*2} b^4} \right) = 0 \end{aligned} \quad (3.116)$$

karakteristik denkleminin kökleridir. (3.114)'ün özel çözümü

$$f_{\text{özel}} = \sum_{n=0}^{\infty} \alpha_n \cos n\pi \left(y^* + \frac{1}{2} \right) + \beta_n \sin n\pi \left(y^* + \frac{1}{2} \right) \quad (3.117)$$

olur. Genel çözüm ise

$$\begin{aligned} f &= C_1 e^{r_1 y} + C_2 e^{r_2 y} + C_3 e^{r_3 y} + C_4 e^{r_4 y} \\ &+ \sum_{n=0}^{\infty} \alpha_n \cos \frac{n\pi}{b} \left(y^* + \frac{1}{2} \right) + \beta_n \sin \frac{n\pi}{b} \left(y^* + \frac{1}{2} \right) \end{aligned} \quad (3.118)$$

şeklinde elde edilir. Burada (3.117)'deki özel çözüm (3.113)'e konularak

$$\alpha_n = \frac{A_n F_n Q_n^*}{A_n^2 + B_n^2} \quad (3.119)$$

$$\beta_n = \frac{B_n F_n Q_n^*}{A_n^2 + B_n^2} \quad (3.120)$$

olarak bulunur. Burada

$$A_n = \frac{D_{22}}{D} (n\pi)^4 + \frac{8\pi^2}{l^{*2}} \frac{(D_{12} + 2D_{66})}{D} (n\pi)^2 + \frac{16\pi^4}{l^{*4}} \frac{D_{11}}{D} - \frac{16\pi^4 c^{*2}}{l^{*2}} \quad (3.121)$$

$$B_n = \frac{8\pi i}{l^*} \frac{D_{26}}{D} (n\pi)^3 - \frac{32\pi^3 i}{l^{*3}} \frac{D_{16}}{D} (n\pi) \quad (3.122)$$

$$F_n = -\frac{64\pi^4 \mu^*}{l^{*2}} (U^* - c^*)^2 \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(e^{-\gamma n^*} + 1)}{(e^{-\gamma n^*} - 1)} \frac{1}{\gamma_n} \quad (3.123)$$

dir. Plakanın kenarlarını basit mesnetlenmiş durumdaki sınır şartları

$$f(-1/2) = 0 \quad (3.124a)$$

$$f(1/2) = 0 \quad (3.124b)$$

$$-D_{22}f''(-1/2) - 2D_{26} \left(-\frac{2\pi i}{l} \right) f'(-1/2) = 0 \quad (3.124c)$$

$$-D_{22}f''(1/2) - 2D_{26} \left(-\frac{2\pi i}{l} \right) f'(1/2) = 0 \quad (3.124d)$$

şekline gelir. (3.118) çözümüne sınır şartları uygulanırsa

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_1 \\ C_2 \\ C_3 \\ C_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \\ d_4 \end{bmatrix} \quad (3.126)$$

$$\begin{aligned} a_{11} &= e^{-r_1/2} & a_{21} &= e^{r_1/2} \\ a_{12} &= e^{-r_2/2} & a_{22} &= e^{r_2/2} \\ a_{13} &= e^{-r_3/2} & a_{23} &= e^{r_3/2} \\ a_{14} &= e^{-r_4/2} & a_{24} &= e^{r_4/2} \end{aligned} \quad (3.127)$$

$$\begin{aligned}
a_{31} &= \left(-D_{22}r_1^2 + \frac{4\pi i}{l^*} D_{26}r_1 \right) e^{-r_1/2} & a_{41} &= \left(-D_{22}r_1^2 + \frac{4\pi i}{l^*} D_{26}r_1 \right) e^{r_1/2} \\
a_{32} &= \left(-D_{22}r_2^2 + \frac{4\pi i}{l^*} D_{26}r_2 \right) e^{-r_2/2} & a_{42} &= \left(-D_{22}r_2^2 + \frac{4\pi i}{l^*} D_{26}r_2 \right) e^{r_2/2} \\
a_{33} &= \left(-D_{22}r_3^2 + \frac{4\pi i}{l^*} D_{26}r_3 \right) e^{-r_3/2} & a_{43} &= \left(-D_{22}r_3^2 + \frac{4\pi i}{l^*} D_{26}r_3 \right) e^{r_3/2} \\
a_{34} &= \left(-D_{22}r_4^2 + \frac{4\pi i}{l^*} D_{26}r_4 \right) e^{-r_4/2} & a_{44} &= \left(-D_{22}r_4^2 + \frac{4\pi i}{l^*} D_{26}r_4 \right) e^{r_4/2}
\end{aligned} \tag{3.128}$$

$$\begin{aligned}
d_1 &= -\alpha_n \\
d_2 &= -\alpha_n \cos n\pi - \beta_n \sin n\pi \\
d_3 &= -D_{22} \alpha_n (n\pi)^2 - 4D_{26} \frac{\pi}{l^*} \beta_n (n\pi) \\
d_4 &= D_{22} \left(-\alpha_n (n\pi)^2 \cos n\pi - \beta_n (n\pi)^2 \sin n\pi \right) \\
&\quad - 4D_{26} \frac{\pi}{l^*} \left(-\alpha_n (n\pi) \sin n\pi + \beta_n (n\pi) \cos n\pi \right)
\end{aligned} \tag{3.129}$$

elde edilir. Cramer kuralı uygulanarak C_1, C_2, C_3, C_4 bulunur ve (3.118)'de yerlerine yazılır. Ardından (3.118)'in çözümü

$$Q_m = \int_{-1/2}^{1/2} f(y) \cos m\pi \left(y^* + \frac{1}{2} \right) dy \tag{3.130}$$

ifadesine yazılarak Q_n^* 'ler için sonsuz adet homojen lineer diferansiyel denklem

$$Q_m = \sum_{n=0}^{\infty} K_{nm} Q_n^* \quad n = 0, 1, 2, \dots \tag{3.131}$$

elde edilir. Bu c^* için cebirsel bir özdeğer problemidir. Burada K_{nm}

$$\begin{aligned}
K_{nm} = & C_1 \left(e^{r_1/2} \frac{r_1 \cos m\pi + m\pi \sin m\pi}{r_1^2 + m^2 \pi^2} - r_1 \frac{e^{-r_1/2}}{r_1^2 + m^2 \pi^2} \right) \\
& + C_2 \left(e^{r_2/2} \frac{r_2 \cos m\pi + m\pi \sin m\pi}{r_2^2 + m^2 \pi^2} - r_2 \frac{e^{-r_2/2}}{r_2^2 + m^2 \pi^2} \right) \\
& + C_3 \left(e^{r_3/2} \frac{r_3 \cos m\pi + m\pi \sin m\pi}{r_3^2 + m^2 \pi^2} - r_3 \frac{e^{-r_3/2}}{r_3^2 + m^2 \pi^2} \right) \\
& + C_4 \left(e^{r_4/2} \frac{r_4 \cos m\pi + m\pi \sin m\pi}{r_4^2 + m^2 \pi^2} - r_4 \frac{e^{-r_4/2}}{r_4^2 + m^2 \pi^2} \right) \\
& + \int_{-1/2}^{1/2} \left(\frac{A_n F_n}{A_n^2 + B_n^2} \cos n\pi \left(y^* + \frac{1}{2} \right) + \frac{B_n F_n}{A_n^2 + B_n^2} \sin n\pi \left(y^* + \frac{1}{2} \right) \right) \\
& \times \cos m\pi \left(y^* + \frac{1}{2} \right) dy^*
\end{aligned} \tag{3.132}$$

olarak tarif edilmiştir. Aslında C_1, C_2, C_3 ve C_4 'de n 'ye bağlıdır.

(3.131) sisteminin katsayılar determinanı c^* 'ı verecek karakteristik denklemdir. Bu denklem c^*, U^* ve l^* 'ın fonksiyonudur. Burada verilmiş l (dalga boyu uzunluğu) için $c_i^* = 0$ yapan bir U^* (akışkan hızı) değeri vardır. Bu U^* , kritik hızdır. l^* değiştirilince kritik U^* değişir. Böylece görülebilir ki belirli bir U^* hızının altında sistem asla kararsız hale geçmez. Bu hız çarpınma hızıdır, U_{kr}^* . Yani en düşük kritik hızdır.

Bazı makalelerde izotropik durum için Galerkin metodu kullanılıp sadece bir terim alınarak çözüm yapılmış ve bir terim alınmasının çözüme yeterli yaklaşıklık sağlayacağı ifade edilmiştir. Burada bu ifadenin doğruluğunu test etmek için özel ortotropik

durumda denklemin yaklaşık çözümünü $f = w_1 \cos\left(\frac{\pi y}{b}\right)$ ve

$f = w_1 \cos\left(\frac{\pi y}{b}\right) + w_2 \cos\left(\frac{3\pi y}{b}\right)$ şeklinde bir ve iki Galerkin terimi olarak

gerçekleştirilmiştir. Gerçekten de her üç çözümün birbirine yakın sonuçlar verdiği gözlemlenmiştir.

Özel orthotropi durumunda D_{16} ve D_{26} katsayıları sıfır olur. Bu durum liflerin akış doğrultusuna göre 0^0 veya 90^0 açıda yerleştirilmesine tekabül eder.

Özel ortotropik durumda panel titreşim denklemi

$$\begin{aligned} & \frac{D_{22}}{D} f'''' - \frac{(D_{12} + 2.D_{66})}{D} \frac{8\pi^2}{l^{*2}} f''' + \left(\frac{16\pi^4}{l^{*4}} \frac{D_{11}}{D} - \frac{16\pi^4 c^{*2}}{l^{*2}} \right) f \\ & = -\frac{64\pi^4}{l^{*2}} \mu^* (U^* - c^*)^2 \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(e^{-\gamma_n h^*} + 1)}{(e^{-\gamma_n h^*} - 1)} \frac{Q_n^*}{\gamma_n} \cos n\pi \left(y^* + \frac{1}{2} \right) \end{aligned} \quad (3.133)$$

olur. Burada

$$Q_n^* = \int_{-1/2}^{1/2} (w_1 \cos \pi y^*) \cos n\pi \left(y^* + \frac{1}{2} \right) dy^* \quad (3.134)$$

dir. Galerkin yönteminde iki terim alınarak

$$f = w_1 \cos \left(\frac{\pi y}{b} \right) + w_2 \cos \left(\frac{3\pi y}{b} \right) \quad (3.135)$$

olarak kabul edilen fonksiyonun boyutsuz şekli

$$f = w_1 \cos(\pi y^*) + w_2 \cos(3\pi y^*) \quad (3.136)$$

olan (3.136), (3.133)'e konularak,

$$\begin{aligned} & w_1 \cos \pi y^* \left[\frac{D_{22}}{D} + \frac{8}{l^{*2}} \frac{D_{12} + 2D_{66}}{D} + \frac{16}{l^{*4}} \frac{D_{11}}{D} - \frac{16c^{*2}}{l^{*2}} \right] \\ & + w_2 \cos 3\pi y^* \left[\frac{81D_{22}}{D} + \frac{72}{l^{*2}} \frac{D_{12} + 2D_{66}}{D} + \frac{16}{l^{*4}} \frac{D_{11}}{D} - \frac{16c^{*2}}{l^{*2}} \right] \\ & = -\frac{64\mu^*}{l^{*2}} (U^* - c^*)^2 \sum_{n=0}^{\infty} \frac{e^{-\gamma_n h^*} + 1}{e^{-\gamma_n h^*} - 1} \frac{1}{\gamma_n} \left(\int_{-1/2}^{1/2} w_1 \cos \pi y^* \cos n\pi \left(y^* + \frac{1}{2} \right) dy^* \right) \\ & \times \cos n\pi \left(y^* + \frac{1}{2} \right) - \frac{64\mu^*}{l^{*2}} (U^* - c^*)^2 \sum_{n=0}^{\infty} \frac{e^{-\gamma_n h^*} + 1}{e^{-\gamma_n h^*} - 1} \frac{1}{\gamma_n} \\ & \times \left(\int_{-1/2}^{1/2} w_2 \cos 3\pi y^* \cos n\pi \left(y^* + \frac{1}{2} \right) dy^* \right) \cos n\pi \left(y^* + \frac{1}{2} \right) \end{aligned} \quad (3.137)$$

elde edilir. (3.137) sırasıyla $\cos \pi y^*$ ve $\cos 3\pi y^*$ ile çarpılıp, $-b/2$ ile $b/2$ aralığında integrali alınarak

$$\begin{aligned}
& w_1 \frac{1}{2} \left(\frac{D_{22}}{D} + \frac{8}{l^{*2}} \frac{(D_{12} + 2D_{66})}{D} + \frac{16}{l^{*4}} \frac{D_{11}}{D} - \frac{16c^{*2}}{l^{*2}} \right) = -\frac{64\mu^*}{l^{*2}} (U^* - c^*)^2 \\
& \times \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(e^{-\gamma_n h^*} + 1)}{(e^{-\gamma_n h^*} - 1)} \frac{w_1}{\gamma_n} \left[\int_{-1/2}^{1/2} \cos \pi y^* \cos n\pi \left(y^* + \frac{1}{2} \right) \right]^2 - \frac{64\mu^*}{l^{*2}} (U^* - c^*)^2 \\
& \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(e^{-\gamma_n h^*} + 1)}{(e^{-\gamma_n h^*} - 1)} \frac{w_2}{\gamma_n} \left[\int_{-1/2}^{1/2} \cos 3\pi y^* \cos n\pi \left(y^* + \frac{1}{2} \right) \right] \\
& \times \left[\int_{-1/2}^{1/2} \cos \pi y^* \cos n\pi \left(y^* + \frac{1}{2} \right) \right]
\end{aligned} \tag{3.138}$$

$$\begin{aligned}
& w_2 \frac{1}{2} \left(\frac{81D_{22}}{D} + \frac{72}{l^{*2}} \frac{(D_{12} + 2D_{66})}{D} + \frac{16}{l^{*4}} \frac{D_{11}}{D} - \frac{16c^{*2}}{l^{*2}} \right) = -\frac{64\mu^*}{l^{*2}} (U^* - c^*)^2 \\
& \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(e^{-\gamma_n h^*} + 1)}{(e^{-\gamma_n h^*} - 1)} \frac{w_1}{\gamma_n} \left[\int_{-1/2}^{1/2} \cos \pi y^* \cos n\pi \left(y^* + \frac{1}{2} \right) \right] \\
& \times \left[\int_{-1/2}^{1/2} \cos 3\pi y^* \cos n\pi \left(y^* + \frac{1}{2} \right) \right] - \frac{64\mu^*}{l^{*2}} (U^* - c^*)^2 \\
& \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(e^{-\gamma_n h^*} + 1)}{(e^{-\gamma_n h^*} - 1)} \frac{w_2}{\gamma_n} \left[\int_{-1/2}^{1/2} \cos 3\pi y^* \cos n\pi \left(y^* + \frac{1}{2} \right) \right]^2
\end{aligned} \tag{3.139}$$

şeklinde w_1 ve w_2 için iki adet lineer homojen denklem elde edilir. Bu lineer iki denklemden oluşan sistemin determinantı sıfıra eşitlenince c^* için özdeğer denklemi bulunur.

3.9 PANEL ÇIRPINMA HIZININ KONTROLÜ

Bu bölümde panel çarpınma hızının kontrolü için geliştirilen bir metod anlatılacaktır. Literatürde kısmi diferansiyel denklemler için kontrol, dağılmış (distributed) kontrol problemi olarak adlandırılmaktadır. Aeroelastik kontrol problemlerinde genellikle piezoelektrik sensörler ve eyleyicilerin kullanımı araştırılmıştır. Bu çalışmada ise panel sehiminin tek bir noktada ölçülmesi ve buna bağlı olarak bir başka noktadan tekil basınç uygulanması ile çarpınma hızının kontrolü araştırılacaktır. Problemin özünü ortaya koyabilmek için akış lineerleştirilmiş piston teorisi ile modellenecektir. Problemin çözümü önce izotropik plaka için verilecek ve sonra özel ortotropik plaka için gerekli değişiklikler yapılacaktır.

Plakanın titreşim denklemi kontrol uygulanmış durumda

$$D\left(\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2\frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4}\right) + \rho_p h_p \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + p + Kw(x_1, 0, t)\delta(x - x_2)\delta(y) = 0 \quad (3.140)$$

şeklinindedir. Burada son terim y eksenini üzerinde x_1 noktasında ölçülen sehime orantılı olarak gene y eksenini üzerinde x_2 noktasına uygulanan tekil kuvveti göstermektedir. $\delta(y)$ Dirac-delta genelleştirilmiş fonksiyonudur. Böyle bir kuvvet örneğin bir elektrodinamik çalkalayıcı (electrodynamic shaker) ile uygulanabilir. Orantı sabiti K , kontrol parametresidir. Temel problem K ya bağlı olarak çarpınma hızının değişiminin incelenmesidir. Aerodinamik basınç p daha önceki kısımlarda sıkıştırılabilir potansiyel akış ile modellenmişti; burada ise süpersonik hızlarda geçerli bir yaklaşım olan piston teorisi kullanılacaktır

$$p = -\Gamma \frac{\partial w}{\partial x} \quad \Gamma = \frac{\rho_{hava} U^2}{\sqrt{M^2 - 1}} \quad (3.141)$$

yani basınç plakanın eğimi ile orantılıdır.

Kontrol teriminin varlığından dolayı daha önce yapıldığı gibi x yönünde ilerleyen dalgalar alınmaz. Plakanın sehimi için

$$w(x, y, t) = W(x, y)e^{i\omega t} \quad (3.142)$$

yazılırsa

$$D\left(\frac{\partial^4 W}{\partial x^4} + 2\frac{\partial^4 W}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 W}{\partial y^4}\right) - \rho_p h_p \omega^2 W - \Gamma \frac{\partial W}{\partial x} + KW(x_1, 0)\delta(x - x_2)\delta(y) = 0 \quad (3.143)$$

olur. Bu denklemin x 'e göre Fourier dönüşümü alınırsa

$$D\left(\xi^4 \hat{W} - 2\xi^2 \hat{W}_{,yy} + \hat{W}_{,yyyy}\right) - \rho_p h_p \omega^2 \hat{W} + i\Gamma \xi \hat{W} + KW(x_1, 0)\delta(y)e^{i\xi x_2} = 0 \quad (3.144)$$

elde edilir. Fourier dönüşümü ve tersi

$$\hat{f}(\xi) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) e^{i\xi x} dx \quad f(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \hat{f}(\xi) e^{-i\xi x} d\xi \quad (3.145)$$

şeklinde kullanılacaktır. Sınır şartlarının da Fourier dönüşümü alınarak

$$\hat{W} = \frac{d^2 \hat{W}}{dy^2} = 0 \quad y = \pm b/2 \text{ de} \quad (3.146)$$

olur. (3.144) denklemi son terimin (kontrol terimi) varlığından dolayı ilginç bir görünüm arz etmektedir. Bu terim mevcut olmadığı takdirde çözüm

$$\hat{W} = C_1 e^{r_1 y} + C_2 e^{r_2 y} + C_3 e^{r_3 y} + C_4 e^{r_4 y} \quad (3.147)$$

şeklinde olacaktır. Burada r_1, r_2, r_3 ve r_4

$$r^4 - 2\xi^2 r^2 + (\xi^4 - \rho_p h_p \omega^2 + i\Gamma \xi) = 0 \quad (3.148)$$

denkleminin kökleridir. (3.147) denkleminin çözümünü bulabilmek için sabitin değişimi yöntemini uygulanırsa

$$\hat{W} = C_1(y) e^{r_1 y} + C_2(y) e^{r_2 y} + C_3(y) e^{r_3 y} + C_4(y) e^{r_4 y} \quad (3.149)$$

burada $C(y)$ fonksiyonları

$$\begin{aligned} C_1' e^{r_1 y} + C_2' e^{r_2 y} + C_3' e^{r_3 y} + C_4' e^{r_4 y} &= 0 \\ r_1 C_1' e^{r_1 y} + r_2 C_2' e^{r_2 y} + r_3 C_3' e^{r_3 y} + r_4 C_4' e^{r_4 y} &= 0 \\ r_1^2 C_1' e^{r_1 y} + r_2^2 C_2' e^{r_2 y} + r_3^2 C_3' e^{r_3 y} + r_4^2 C_4' e^{r_4 y} &= 0 \\ r_1^3 C_1' e^{r_1 y} + r_2^3 C_2' e^{r_2 y} + r_3^3 C_3' e^{r_3 y} + r_4^3 C_4' e^{r_4 y} &= -\frac{K}{D} W(x_1, 0) \delta(y) e^{i\xi x_2} \end{aligned} \quad (3.150)$$

sisteminden C' 'ler bulunduktan sonra integrasyonla elde edilir. Bu sistemin çözümü

$$\begin{aligned}
C_1' &= E_1(y) \frac{K}{D} W(x_1, 0) \delta(y) e^{i\zeta x_2} \\
C_2' &= E_2(y) \frac{K}{D} W(x_1, 0) \delta(y) e^{i\zeta x_2} \\
C_3' &= E_3(y) \frac{K}{D} W(x_1, 0) \delta(y) e^{i\zeta x_2} \\
C_4' &= E_4(y) \frac{K}{D} W(x_1, 0) \delta(y) e^{i\zeta x_2}
\end{aligned} \tag{3.151}$$

dir. Burada

$$\begin{aligned}
S &= r_2 r_3^2 r_4^3 + r_2^2 r_3^3 r_4 + r_2^3 r_3 r_4^2 - r_2^3 r_3^2 r_4 - r_2 r_3^3 r_4^2 - r_2^2 r_3 r_4^3 \\
&\quad - r_1 r_3^2 r_4^3 - r_1^2 r_3^3 r_4 - r_1^3 r_3 r_4^2 + r_1^3 r_3^2 r_4 + r_1 r_3^3 r_4^2 + r_1^2 r_3^2 r_4^3 \\
&\quad + r_1 r_2^2 r_4^3 + r_1^2 r_2^3 r_4 + r_1^3 r_2 r_4^2 - r_1^3 r_2^2 r_4 - r_1 r_2^3 r_4^2 - r_1^2 r_2 r_4^3 \\
&\quad - r_1 r_2^2 r_3^3 - r_1^2 r_2^3 r_3 - r_1^3 r_2 r_3^2 + r_1^3 r_2^2 r_3 + r_1 r_2^3 r_3^2 + r_1^2 r_2 r_3^3
\end{aligned} \tag{3.152}$$

$$\begin{aligned}
E_1(y) &= \frac{e^{-r_1 y} (r_3 r_4^2 - r_3^2 r_4 - r_2 r_4^2 + r_2^2 r_4 + r_2 r_3^2 - r_2^2 r_3)}{S} \\
E_2(y) &= \frac{e^{-r_2 y} (-r_3 r_4^2 + r_3^2 r_4 - r_1^2 r_4 + r_1 r_4^2 + r_1^2 r_3 - r_1 r_3^2)}{S} \\
E_3(y) &= \frac{e^{-r_3 y} (-r_2^2 r_4 + r_2 r_4^2 + r_1^2 r_4 - r_1 r_4^2 + r_1 r_2^2 - r_1^2 r_2)}{S} \\
E_4(y) &= \frac{e^{-r_4 y} (-r_2 r_3^2 + r_2^2 r_3 + r_1 r_3^2 - r_1^2 r_3 - r_1 r_2^2 + r_1^2 r_2)}{S}
\end{aligned} \tag{3.153}$$

dir. (3.151) denklemlerinin integrali alınarak

$$\begin{aligned}
C_1 &= \frac{(r_3 r_4^2 - r_3^2 r_4 - r_2 r_4^2 + r_2^2 r_4 + r_2 r_3^2 - r_2^2 r_3)}{S} \frac{K}{D} W(x_1, 0) h(y) e^{i\zeta x_2} + G_1 \\
C_2 &= \frac{(-r_3 r_4^2 + r_3^2 r_4 - r_1^2 r_4 + r_1 r_4^2 + r_1^2 r_3 - r_1 r_3^2)}{S} \frac{K}{D} W(x_1, 0) h(y) e^{i\zeta x_2} + G_2 \\
C_3 &= \frac{(-r_2^2 r_4 + r_2 r_4^2 + r_1^2 r_4 - r_1 r_4^2 + r_1 r_2^2 - r_1^2 r_2)}{S} \frac{K}{D} W(x_1, 0) h(y) e^{i\zeta x_2} + G_3 \\
C_4 &= \frac{(-r_2 r_3^2 + r_2^2 r_3 + r_1 r_3^2 - r_1^2 r_3 - r_1 r_2^2 + r_1^2 r_2)}{S} \frac{K}{D} W(x_1, 0) h(y) e^{i\zeta x_2} + G_4
\end{aligned} \tag{3.154}$$

bulunur. h Heaviside birim basamak fonksiyonudur. Böylece genel çözüm

$$\begin{aligned}
\hat{W} = & \left[\frac{(r_3 r_4^2 - r_3^2 r_4 - r_2 r_4^2 + r_2^2 r_4 + r_2 r_3^2 - r_2^2 r_3)}{S} e^{r_1 y} \right. \\
& + \frac{(-r_3 r_4^2 + r_3^2 r_4 - r_1^2 r_4 + r_1 r_4^2 + r_1^2 r_3 - r_1 r_3^2)}{S} e^{r_2 y} \\
& + \frac{(-r_2^2 r_4 + r_2 r_4^2 + r_1^2 r_4 - r_1 r_4^2 + r_1 r_2^2 - r_1^2 r_2)}{S} e^{r_3 y} \\
& \left. + \frac{(-r_2 r_3^2 + r_2^2 r_3 + r_1 r_3^2 - r_1^2 r_3 - r_1 r_2^2 + r_1^2 r_2)}{S} e^{r_4 y} \right] \frac{K}{D} W(x_1, 0) h(y) e^{i \xi x_2} \\
& + G_1 e^{r_1 y} + G_2 e^{r_2 y} + G_3 e^{r_3 y} + G_4 e^{r_4 y}
\end{aligned} \tag{3.155}$$

şeklinde ifade edilebilir. Aslında $W(x_1, 0)$ teriminin varlığından dolayı (3.155) açık bir çözüm değildir. Burada $h(-b/2) = 0$ ve $h(b/2) = 1$ olduğuna dikkat ederek panele ait sınır şartlarından

$$G_1 e^{-\frac{b}{2} r_1} + G_2 e^{-\frac{b}{2} r_2} + G_3 e^{-\frac{b}{2} r_3} + G_4 e^{-\frac{b}{2} r_4} = 0 \tag{3.156a}$$

$$r_1^2 G_1 e^{-\frac{b}{2} r_1} + r_2^2 G_2 e^{-\frac{b}{2} r_2} + r_3^2 G_3 e^{-\frac{b}{2} r_3} + r_4^2 G_4 e^{-\frac{b}{2} r_4} = 0 \tag{3.156b}$$

$$\begin{aligned}
& \left[\frac{(r_3 r_4^2 - r_3^2 r_4 - r_2 r_4^2 + r_2^2 r_4 + r_2 r_3^2 - r_2^2 r_3)}{S} e^{\frac{b}{2} r_1} \right. \\
& + \frac{(-r_3 r_4^2 + r_3^2 r_4 - r_1^2 r_4 + r_1 r_4^2 + r_1^2 r_3 - r_1 r_3^2)}{S} e^{\frac{b}{2} r_2} \\
& + \frac{(-r_2^2 r_4 + r_2 r_4^2 + r_1^2 r_4 - r_1 r_4^2 + r_1 r_2^2 - r_1^2 r_2)}{S} e^{\frac{b}{2} r_3} \\
& \left. + \frac{(-r_2 r_3^2 + r_2^2 r_3 + r_1 r_3^2 - r_1^2 r_3 - r_1 r_2^2 + r_1^2 r_2)}{S} e^{\frac{b}{2} r_4} \right] \frac{K}{D} W(x_1, 0) e^{i \xi x_2} \\
& + G_1 e^{\frac{b}{2} r_1} + G_2 e^{\frac{b}{2} r_2} + G_3 e^{\frac{b}{2} r_3} + G_4 e^{\frac{b}{2} r_4} = 0
\end{aligned} \tag{3.156c}$$

$$\begin{aligned}
& \left[r_1^2 \frac{(r_3 r_4^2 - r_3^2 r_4 - r_2 r_4^2 + r_2^2 r_4 + r_2 r_3^2 - r_2^2 r_3)}{S} e^{\frac{b}{2} r_1} \right. \\
& + r_2^2 \frac{(-r_3 r_4^2 + r_3^2 r_4 - r_1^2 r_4 + r_1 r_4^2 + r_1^2 r_3 - r_1 r_3^2)}{S} e^{\frac{b}{2} r_2} \\
& + r_3^2 \frac{(-r_2^2 r_4 + r_2 r_4^2 + r_1^2 r_4 - r_1 r_4^2 + r_1 r_2^2 - r_1^2 r_2)}{S} e^{\frac{b}{2} r_3} \\
& \left. + r_4^2 \frac{(-r_2 r_3^2 + r_2^2 r_3 + r_1 r_3^2 - r_1^2 r_3 - r_1 r_2^2 + r_1^2 r_2)}{S} e^{\frac{b}{2} r_4} \right] \frac{K}{D} W(x_1, 0) e^{i \xi x_2} \\
& + r_1^2 G_1 e^{\frac{b}{2} r_1} + r_2^2 G_2 e^{\frac{b}{2} r_2} + r_3^2 G_3 e^{\frac{b}{2} r_3} + r_4^2 G_4 e^{\frac{b}{2} r_4} = 0
\end{aligned} \tag{3.156d}$$

elde edilir. Bu 4 adet lineer denklem sisteminden G_1, G_2, G_3, G_4 bilinmeyenleri

$$\begin{aligned}
G_1 &= H_1 \frac{K}{D} W(x_1, 0) e^{i \xi x_2} \\
G_2 &= H_2 \frac{K}{D} W(x_1, 0) e^{i \xi x_2} \\
G_3 &= H_3 \frac{K}{D} W(x_1, 0) e^{i \xi x_2} \\
G_4 &= H_4 \frac{K}{D} W(x_1, 0) e^{i \xi x_2}
\end{aligned} \tag{3.157}$$

olarak bulunur ve genel çözüm

$$\begin{aligned}
\hat{W} &= \left[\left(\frac{(r_3 r_4^2 - r_3^2 r_4 - r_2 r_4^2 + r_2^2 r_4 + r_2 r_3^2 - r_2^2 r_3)}{S} + H_1 \right) e^{r_1 y} \right. \\
& + \left(\frac{(-r_3 r_4^2 + r_3^2 r_4 - r_1^2 r_4 + r_1 r_4^2 + r_1^2 r_3 - r_1 r_3^2)}{S} + H_2 \right) e^{r_2 y} \\
& + \left(\frac{(-r_2^2 r_4 + r_2 r_4^2 + r_1^2 r_4 - r_1 r_4^2 + r_1 r_2^2 - r_1^2 r_2)}{S} + H_3 \right) e^{r_3 y} \\
& \left. + \left(\frac{(-r_2 r_3^2 + r_2^2 r_3 + r_1 r_3^2 - r_1^2 r_3 - r_1 r_2^2 + r_1^2 r_2)}{S} + H_4 \right) e^{r_4 y} \right] \frac{K}{D} W(x_1, 0) e^{i \xi x_2}
\end{aligned} \tag{3.158}$$

olur. Bu denklemin ters Fourier dönüşümü alınarak

$$W(x, y) = J(x, y) \frac{K}{D} W(x_1, 0) \quad (3.159)$$

elde edilir. Burada

$$J(x, y) = \mathfrak{F}^{-1} \left[\left(\frac{(r_3 r_4^2 - r_3^2 r_4 - r_2 r_4^2 + r_2^2 r_4 + r_2 r_3^2 - r_2^2 r_3)}{S} + H_1 \right) e^{r_1 y} e^{i \xi x_2} \right. \\ \left. + \left(\frac{(-r_3 r_4^2 + r_3^2 r_4 - r_1^2 r_4 + r_1 r_4^2 + r_1^2 r_3 - r_1 r_3^2)}{S} + H_2 \right) e^{r_2 y} e^{i \xi x_2} \right. \\ \left. + \left(\frac{(-r_2^2 r_4 + r_2 r_4^2 + r_1^2 r_4 - r_1 r_4^2 + r_1 r_2^2 - r_1^2 r_2)}{S} + H_3 \right) e^{r_3 y} e^{i \xi x_2} \right. \\ \left. + \left(\frac{(-r_2 r_3^2 + r_2^2 r_3 + r_1 r_3^2 - r_1^2 r_3 - r_1 r_2^2 + r_1^2 r_2)}{S} + H_4 \right) e^{r_4 y} e^{i \xi x_2} \right] \quad (3.160)$$

\mathfrak{F}^{-1} ters Fourier dönüşümünü göstermektedir. (3.159) denkleminde $x=x_1$ ve $y=0$ yazarak

$$W(x_1, 0) = J(x_1, 0) \frac{K}{D} W(x_1, 0) \quad (3.161)$$

olur. Dolayısıyla

$$1 = J(x_1, 0) \frac{K}{D} \quad (3.162)$$

özdeğerleri veren denklem olarak bulunur.

Özel ortotropik durumda kontrol uygulanmış panel denklemi

$$\left(D_{11} \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2(D_{12} + 2D_{66}) \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + D_{22} \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} \right) + \rho_p h_p \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + p \\ + K w(x_1, 0, t) \delta(x - x_2) \delta(y) = 0 \quad (3.163)$$

dır. Yukarıdaki işlemler tekrar edilince tek fark eden r_1, r_2, r_3 ve r_4 köklerini veren denklem

$$D_{22}r^4 - 2\xi^2(D_{12} + 2D_{66})r^2 + (D_{11}\xi^4 - \rho_p h_p \omega^2 + i\Gamma\xi) = 0 \quad (3.164)$$

ve

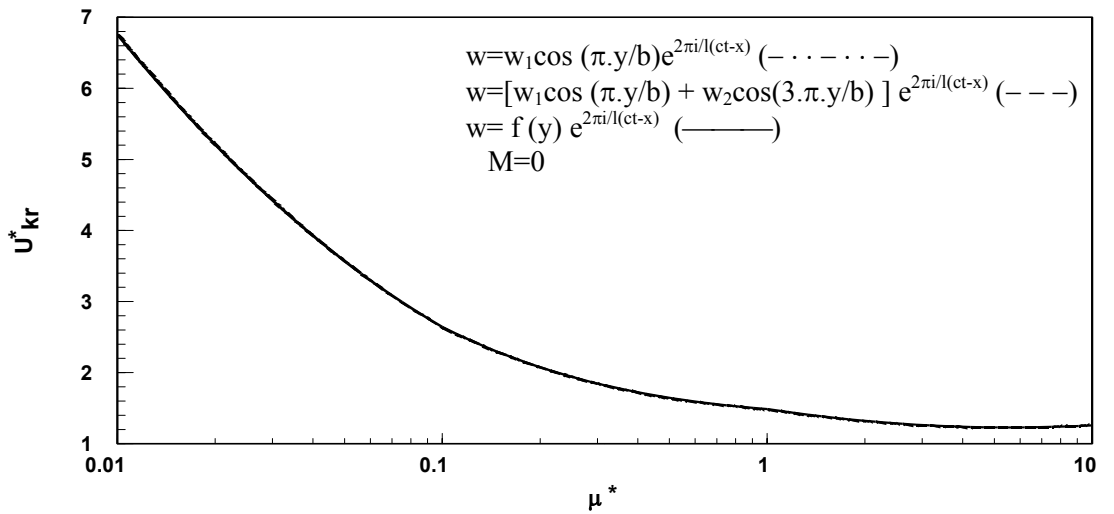
$$W = D_{22} \frac{\partial^2 W}{\partial y^2} + 2D_{26} \frac{\partial^2 W}{\partial x \partial y} = 0 \quad y = \pm b/2' \text{ de} \quad (3.165)$$

sınır şartlarıdır. Özel ortotropik durumda D_{26} sıfır olacağından sınır şartları izotropik durumdaki sınır şartları ile aynı olur. Dolayısıyla (3.156a), (3.156b), (3.156c) ve (3.156d) denklemleri bu durum için de geçerlidir. Ancak kökleri veren (3.164) denklemi (3.148) denkleminde farklı olduğundan r_1 , r_2 , r_3 ve r_4 kökleri de farklı olacaktır. Böylece (3.157) ifadeleri değişecektir.

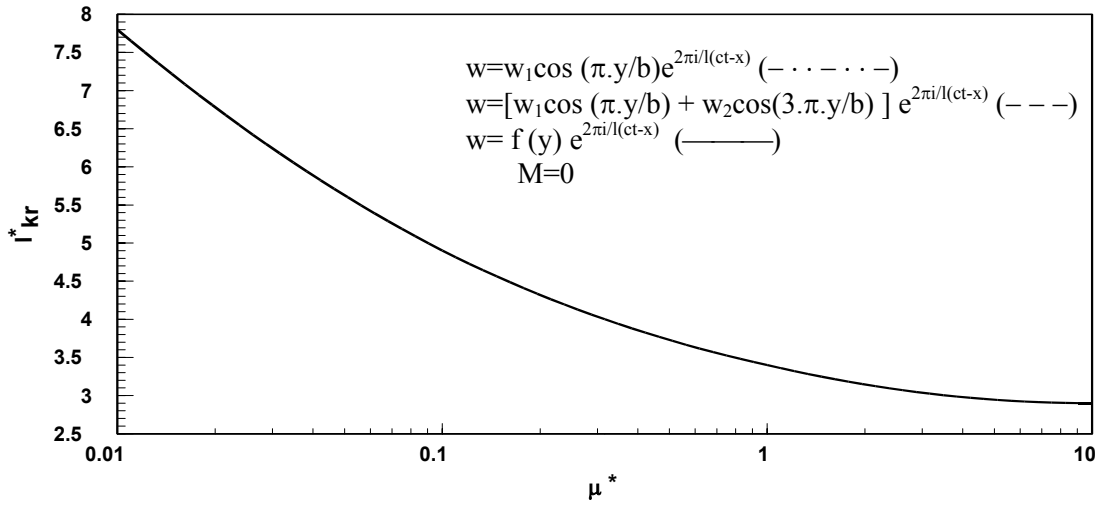
4. BULGULAR

Bu bölümde çalışmadan elde edilen sonuçlar sunulmuştur. Sonuçlar boyuna eğilme rijitliğinin enine eğilme rijitliğine göre farklı oranları (D_{11}/D_{22}), ve lif yerleştirme açıları için değerlendirilmiştir. Mach sayısının, hava/panel kütle oranı ve kanal yüksekliğinin çarpınma hızına etkisi araştırılmıştır. (D_{11}/D_{22}) için farklı oranlar gözönüne alınırken diğer katsayılar tüm grafiklerde ($D_{12}+2D_{66})/D=1$ olacak şekilde alınmıştır. Lifler matris malzemesinden daha dayanıklı olduğundan liflerin akışa paralel yerleştirildiği durumda $D_{11}/D_{22} > 1$, liflerin akışa dik yerleştirildiği durumda $D_{11}/D_{22} < 1$ olmaktadır.

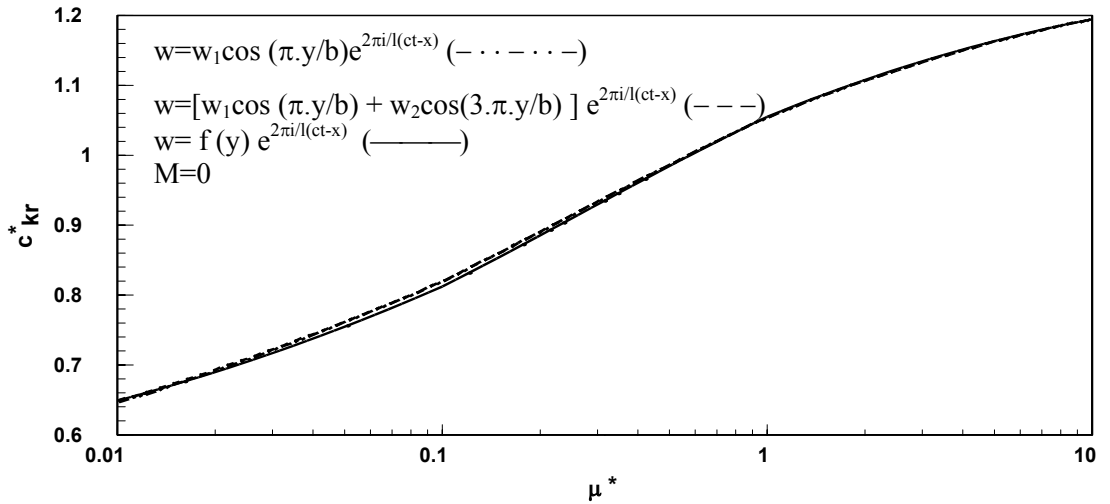
$D_{11}/D_{22}=4$ için Şekil 4.1, Şekil 4.2 ve Şekil 4.3'de sırasıyla $U_{kr}^* - \mu^*$ (çarpınma hızı-hava/panel kütle oranı), $l_{kr}^* - \mu^*$ (kritik dalga boyu-hava/panel kütle oranı) ve $c_{kr}^* - \mu^*$ (kritik dalga hızı- hava/panel kütle oranı) üzerinde, analitik çözüm ve iki farklı Galerkin çözümü gösterilmiştir. Lifler akış yönünde yerleştirilmiştir yani akış ve lifler arasındaki açı $\theta=0^\circ$ dır, akış ise sıkıştırılmaz ($M=0$) kabul edilmiştir. Her üç grafikte de analitik çözüm ve iki farklı Galerkin çözümü arasındaki farkın çok küçük olduğu gözlenmiştir. Bu durum akışın sıkıştırılabilir olduğu daha yüksek Mach sayılarında da değişmemiştir. Buradaki tüm incelemelerde aksi söylenmedikçe kanal yüksekliği $h^*=1$ olarak alınmıştır.



Şekil 4.1 Ortotropik durumda ($D_{11}/D_{22}=4$) için $U_{kr}^* - \mu^*$ değişimi

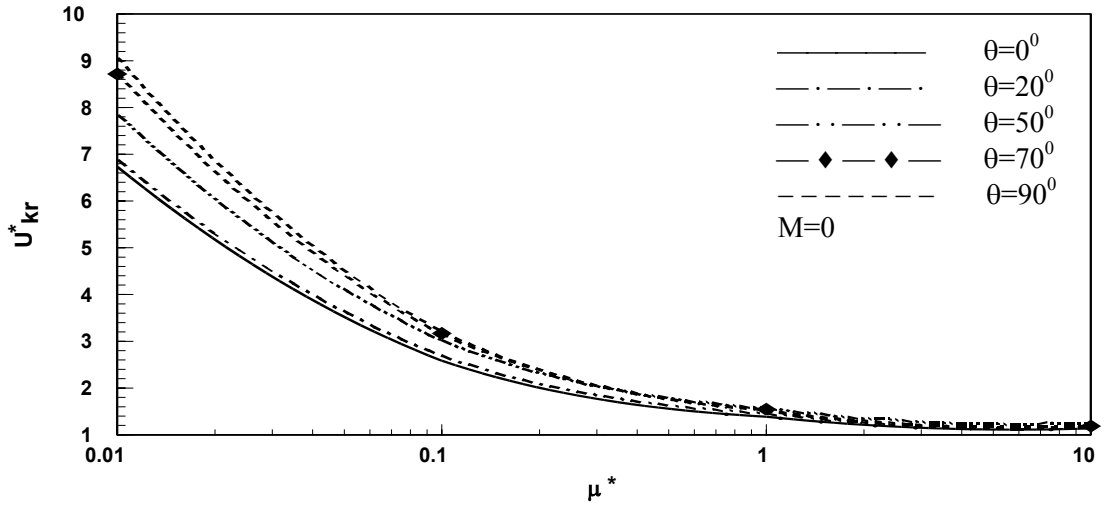


Şekil 4.2 Ortotropik durumda ($D_{11}/D_{22}=4$) için $l_{kr}^* - \mu^*$ değişimi

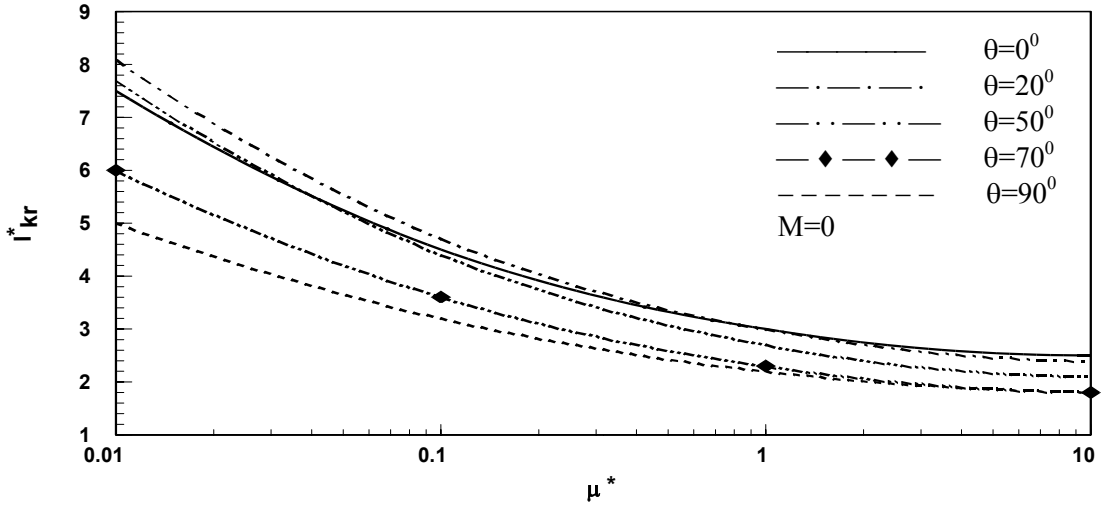


Şekil 4.3 Ortotropik durumda ($D_{11}/D_{22}=4$) için $c_{kr}^* - \mu^*$ değişimi

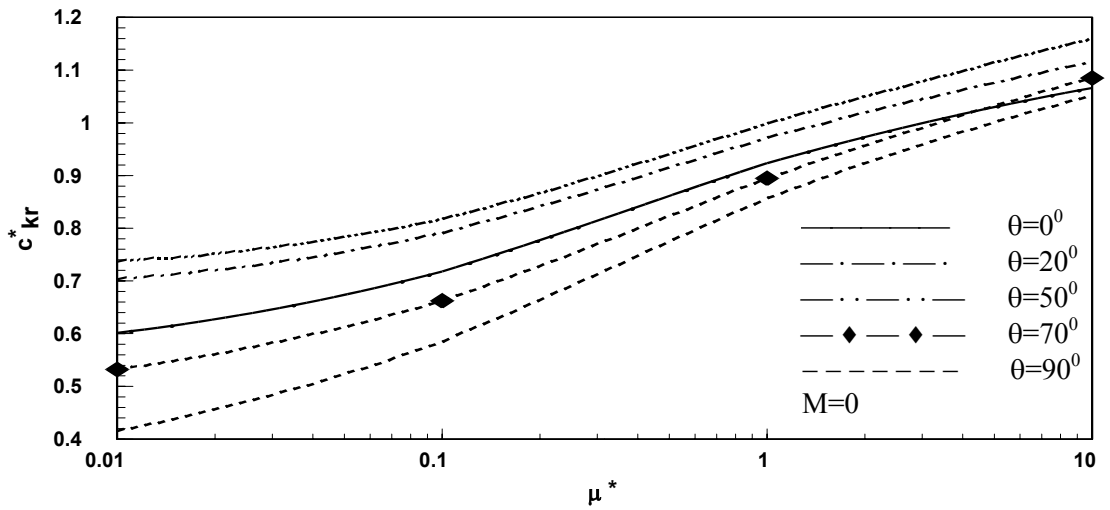
Şekil 4.4 ile Şekil 4.15 arasındaki grafiklerde özel ortotropik durum yani liflerin akış yönünde, $\theta=0^\circ$ ve akışa dik yönde, $\theta=90^\circ$ yerleştirilmiş olduğu duruma ait sonuçlar ile liflerin akışa gelişigüzel açılarla yerleştirilmiş olduğu genel ortotropik duruma ait $U_{kr}^* - \mu^*$, $l_{kr}^* - \mu^*$ ve $c_{kr}^* - \mu^*$ değişimleri karşılaştırılmıştır. Burada $\theta=0^\circ$ için panelin boyuna elastiklik rijitliğinin enine elastiklik rijitliğine oranı $D_{11}/D_{22}=2$, $\theta=90^\circ$ için ise $D_{11}/D_{22}=1/2$ 'dir. Şekil 4.4 ve Şekil 4.6 arasındaki grafiklerde akış sıkıştırılmaz ($M=0$) kabul edilmiştir. Şekil 4.7 ile Şekil 4.9 arasındaki grafiklerde akış sıkıştırılabilir ve Mach sayısı 0.9'dur. Şekil 4.10 ile Şekil 4.12 arasındaki grafiklerde sonuçlar bulunurken Mach sayısı 1.3, Şekil 4.13 ile Şekil 4.15 arasındaki grafiklerde Mach sayısı 3 olarak alınmıştır.



Şekil 4.4 Ortotropik durumda $\theta=0^{\circ}, 20^{\circ}, 50^{\circ}, 70^{\circ}, 90^{\circ}$ ve $M=0$ için $U_{kr}^* - \mu^*$ değişimi



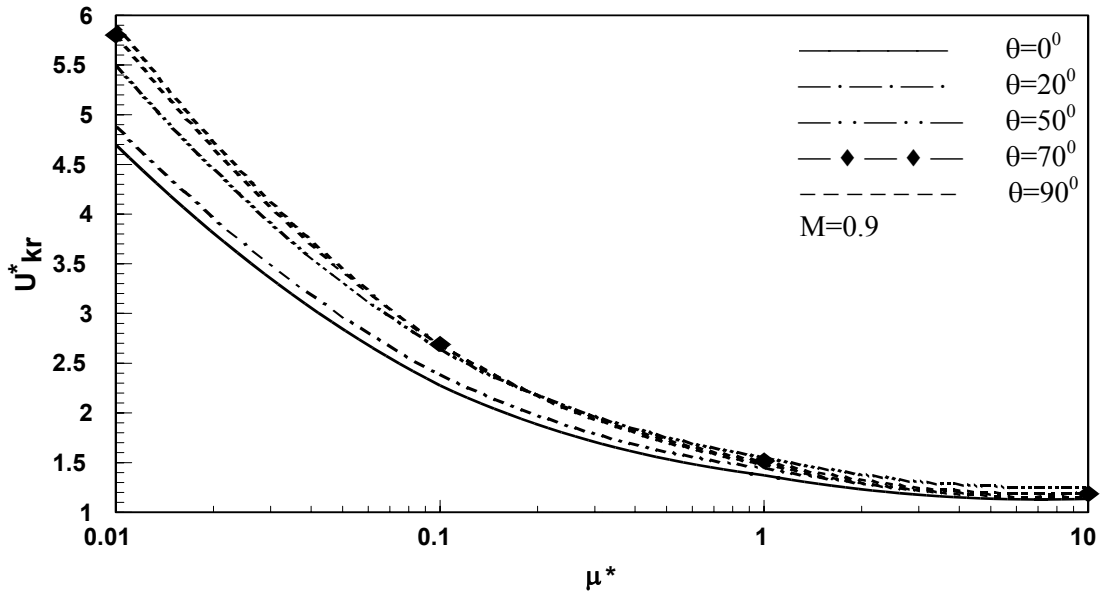
Şekil 4.5 Ortotropik durumda $\theta=0^{\circ}, 20^{\circ}, 50^{\circ}, 70^{\circ}, 90^{\circ}$ ve $M=0$ için $I_{kr}^* - \mu^*$ değişimi



Şekil 4.6 Ortotropik durumda $\theta=0^{\circ}, 20^{\circ}, 50^{\circ}, 70^{\circ}, 90^{\circ}$ ve $M=0$ için $c_{kr}^* - \mu^*$ değişimi

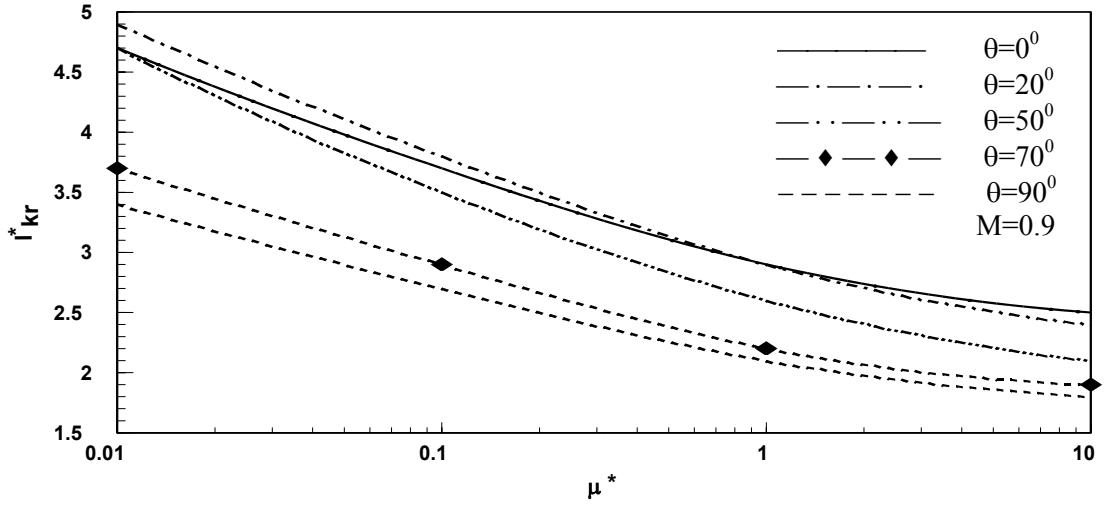
Şekil 4.4'den görüldüğü üzere U_{kr}^* değerleri akışa dik yönde yerleştirilen lifler için yüksek, akış yönündeki lifler için ise en düşük değerdedir. Diğer açılarla yerleştirilmiş lifler için ise U_{kr}^* değerleri düzenli olarak değişmektedir. Hava/panel kütle oranı, μ^* arttıkça farklı lif yönlendirme açıları için U_{kr}^* değerleri aynı değere doğru yakınsamaktadır.

$M=0$ 'da l_{kr}^* değerleri $\theta=0^0$ 'den itibaren yaklaşık $\theta=50^0$ 'ye kadar düzenli olarak artmakta, bu açıdan itibaren azalarak $\theta=90^0$ için en düşük değeri almaktadır. Yüksek μ^* için ise l_{kr}^* değerleri de düzenli olarak azalarak yaklaşık 2'ye doğru yakınsamaktadır. c_{kr}^* eğrileri, l_{kr}^* eğrileri gibi $\theta=0^0$ 'den itibaren yaklaşık $\theta=50^0$ 'ye kadar düzenli olarak artmakta, bu açıdan itibaren azalarak akışa dik yönde yerleştirilen lifler, $\theta=90^0$ için en düşük değeri almaktadır. c_{kr}^* eğrileri düzenli artarak yakınsamaktadır.

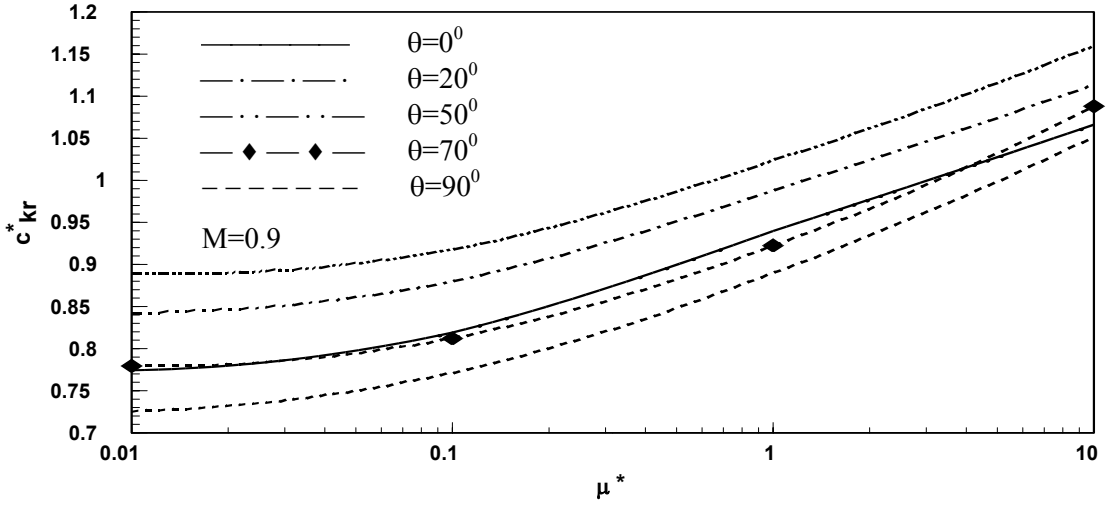


Şekil 4.7 Ortotropik durumda $\theta=0^0, 20^0, 50^0, 70^0, 90^0$ ve $M=0.9$ için $U_{kr}^* - \mu^*$ değişimi

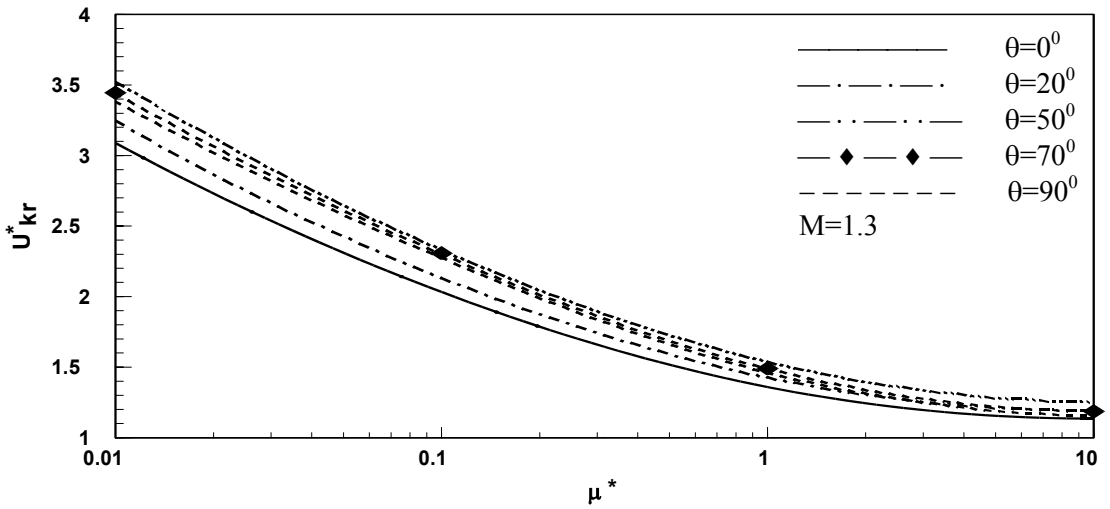
Şekil 4.7, 4.8 ve 4.9'dan görüldüğü üzere U_{kr}^* , l_{kr}^* ve c_{kr}^* değerleri $M=0$ için gösterdiği karakteristikleri $M=0.9$ için de göstermektedir. Buna ilave olarak belirli bir μ^* için U_{kr}^* ve l_{kr}^* değerleri $M>0$ oldukça azalmakta, c_{kr}^* değerleri ise artmaktadır.



Şekil 4.8 Ortotropik durumda $\theta=0^\circ, 20^\circ, 50^\circ, 70^\circ, 90^\circ$ ve $M=0.9$ için $l_{kr}^* - \mu^*$ değişimi

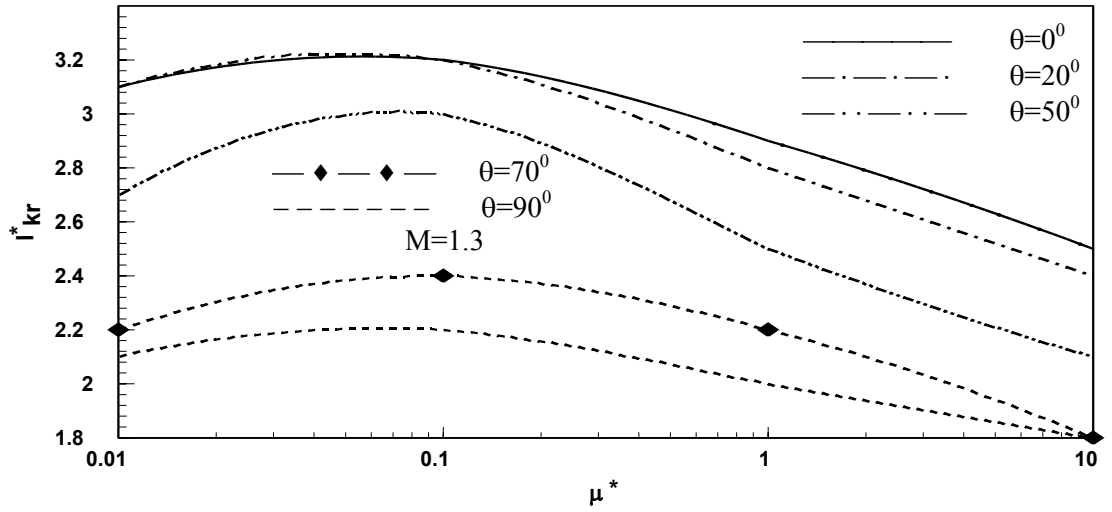


Şekil 4.9 Ortotropik durumda $\theta=0^\circ, 20^\circ, 50^\circ, 70^\circ, 90^\circ$ ve $M=0.9$ için $c_{kr}^* - \mu^*$ değişimi

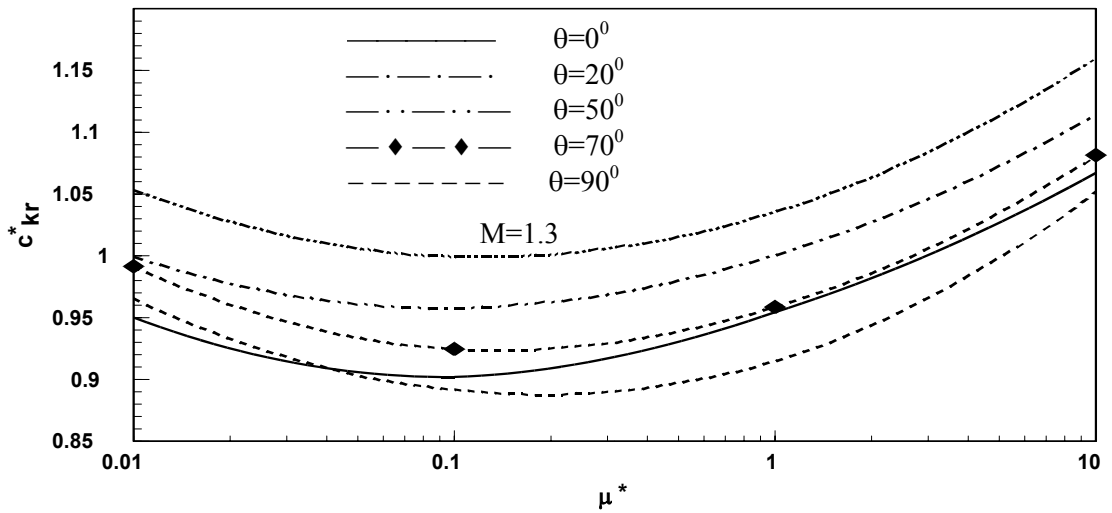


Şekil 4.10 Ortotropik durumda $\theta=0^\circ, 20^\circ, 50^\circ, 70^\circ, 90^\circ$ ve $M=1.3$ için $U_{kr}^* - \mu^*$ değişimi

Mach sayısı 1.3 için U_{kr}^* ve l_{kr}^* değerleri $M < 1.3$ olduğu durumlardan biraz farklılık göstermektedir. Burada U_{kr}^* değerleri $\theta = 0^\circ$ 'dan $\theta = 50^\circ$ 'olana kadar artmakta daha büyük θ değerleri için azalmaktadır. $M < 1.3$ olduğu durumlardakinin tersine $\theta = 90^\circ$ için en yüksek çarpınma hızı oluşmamaktadır. l_{kr}^* değerleri ise $\theta = 0^\circ$ için en yüksek olmakta, diğer lif yönlendirme açıları için azalmaktadır. En düşük dalga boyları $\theta = 90^\circ$ 'da görülmektedir. c_{kr}^* eğrileri için ise $M < 1.3$ olduğu durumlardaki profil hala geçerlidir. Sadece farklı θ lara ait c_{kr}^* eğrilerinin Mach sayısı arttıkça yükseldiği görülmektedir, örneğin $\theta = 70^\circ$ eğrisi $\theta = 0^\circ$ eğrisinin altında iken $M = 1.3$ için üzerinde görülmektedir. $\theta = 0^\circ$ eğrisinin altındaki tek eğri $\theta = 90^\circ$ eğrisidir ancak $M = 3$ için bu eğride $\theta = 0^\circ$ eğrisinin üzerinde yer almaktadır.

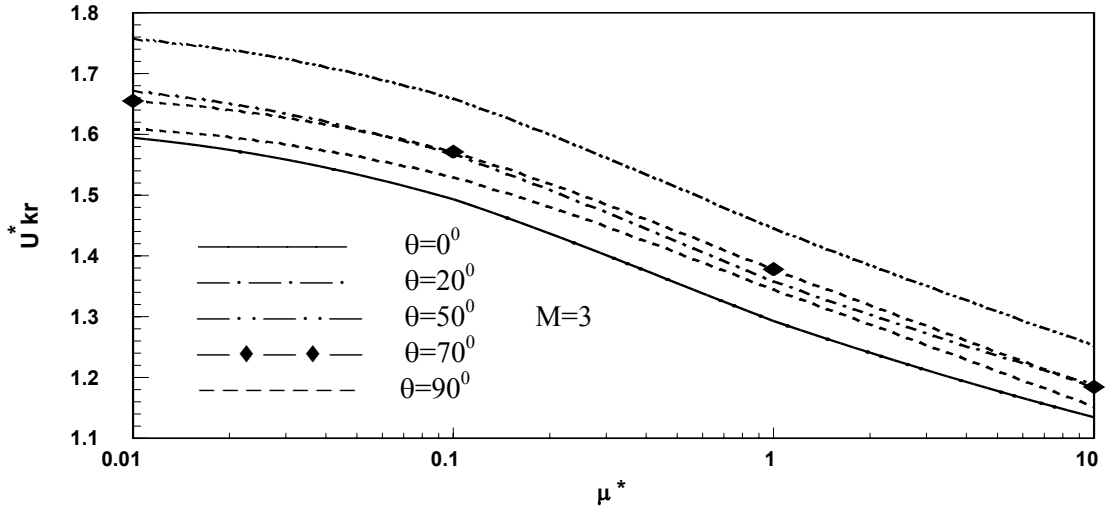


Şekil 4.11 Ortotropik durumda $\theta = 0^\circ, 20^\circ, 50^\circ, 70^\circ, 90^\circ$ ve $M = 1.3$ için $l_{kr}^* - \mu^*$ değişimi

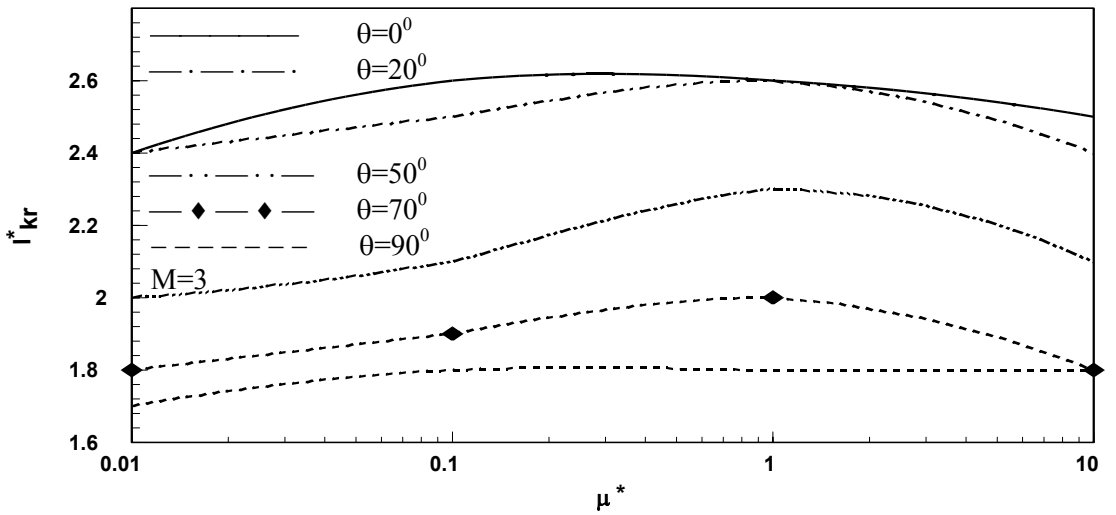


Şekil 4.12 Ortotropik durumda $\theta = 0^\circ, 20^\circ, 50^\circ, 70^\circ, 90^\circ$ ve $M = 1.3$ için $c_{kr}^* - \mu^*$ değişimi

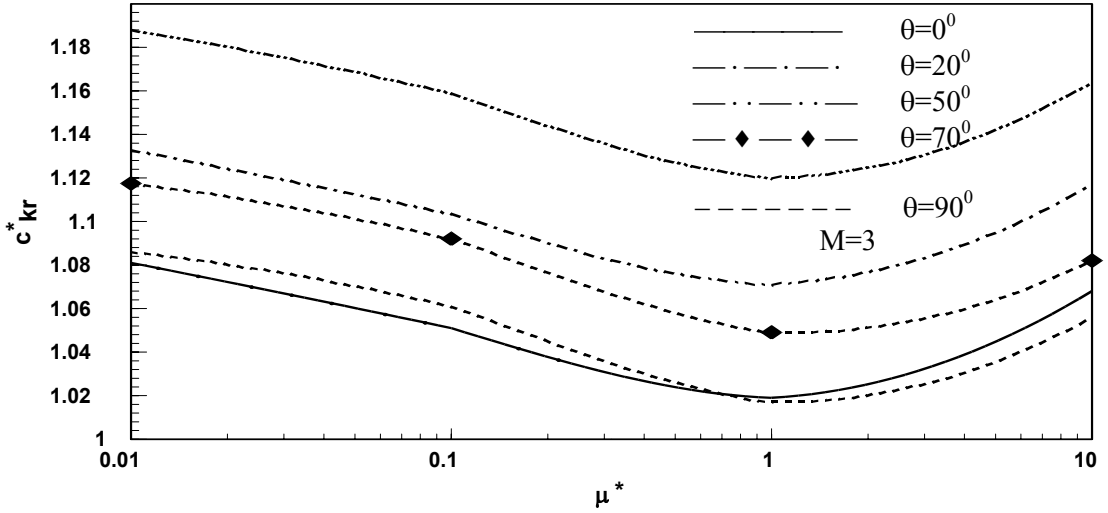
Mach sayısı arttıkça belirli bir μ^* değeri için U_{kr}^* değerleri arasındaki fark azalmaktadır. $M=0$ olduğunda farklı lif yönlendirme açıları için $\mu^*=0.01$ 'de U_{kr}^* değerleri daha geniş aralıkta değişmekte iken, $M=3$ olduğunda daha dar bir aralıkta değişme gözlenmektedir. Yani $M=3$ 'de $\mu^*=0.01$ iken farklı lif yönlendirme açıları için U_{kr}^* değerleri hemen hemen aynıdır. Mach sayısının 1.3 olduğu durumda U_{kr}^* , l_{kr}^* ve c_{kr}^* eğrileri için söylenenler Mach sayısının 3 olduğu durum için de aynen gözlenmektedir.



Şekil 4.13 Ortotropik durumda $\theta=0^\circ, 20^\circ, 50^\circ, 70^\circ, 90^\circ$ ve $M=3$ için $U_{kr}^* - \mu^*$ değişimi



Şekil 4.14 Ortotropik durumda $\theta=0^\circ, 20^\circ, 50^\circ, 70^\circ, 90^\circ$ ve $M=3$ için $l_{kr}^* - \mu^*$ değişimi



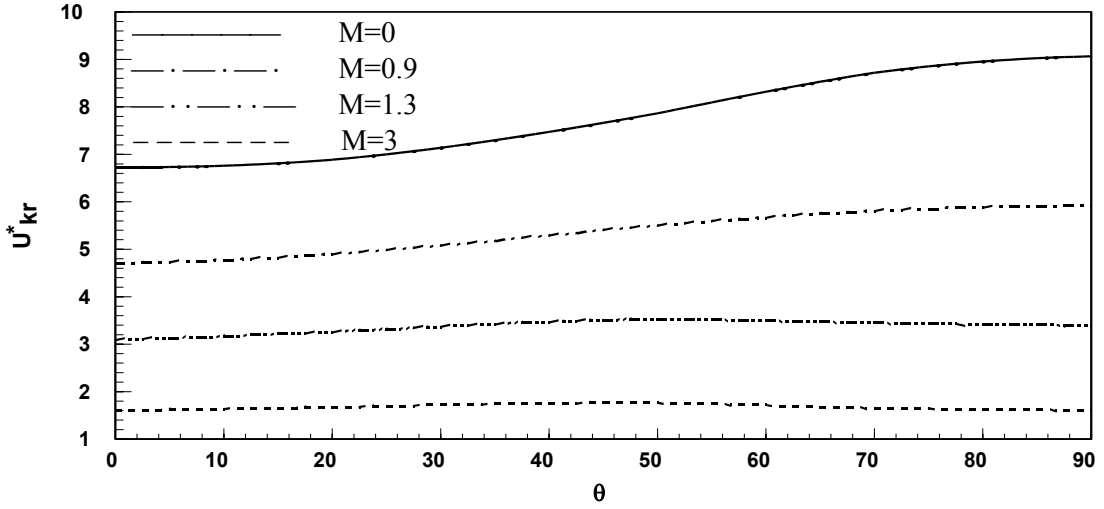
Şekil 4.15 Ortotropik durumda $\theta=0^\circ, 20^\circ, 50^\circ, 70^\circ, 90^\circ$ ve $M=3$ için $c_{kr}^* - \mu^*$ değişimi

Mach sayısının 1.3 ve 3 olduğu durumda l_{kr}^* ve c_{kr}^* için $\mu^*=10$ 'a doğru henüz bir yakınsama gözlenmemektedir. Ne var ki $M < 1.3$ için bu yakınsamadan daha önce bahsedilmişti. $M=1.3$ ve $M=3$ için bütün hava/panel kütle oranlarında l_{kr}^* ve c_{kr}^* değerleri hemen hemen aynı değerde kalmakta yani düz bir doğruya yakın bir eğri çizmektedir, bu nedenle de yakınsama mevcut değildir.

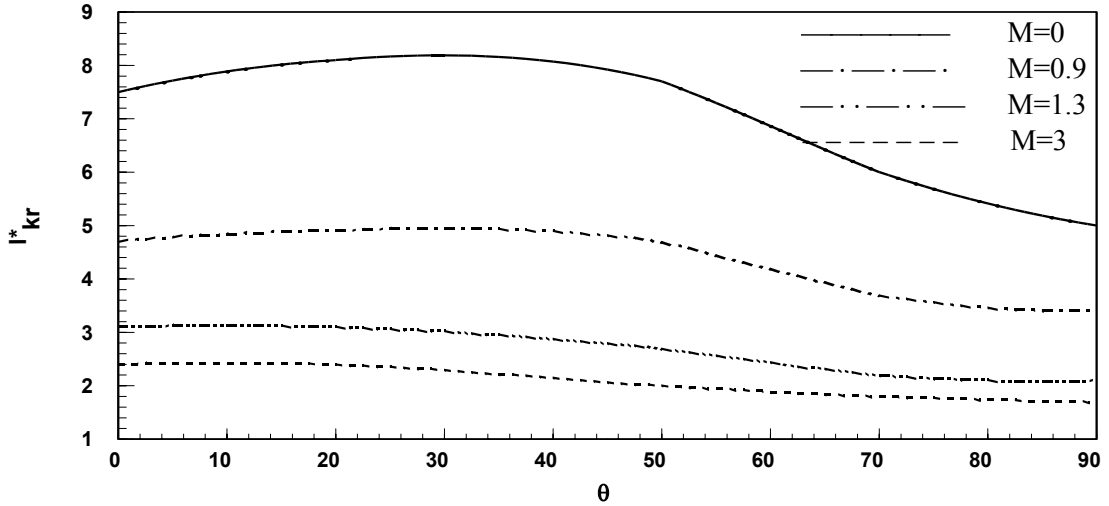
Şekil 4.16 ve Şekil 4.26 arasındaki grafiklerde çeşitli hava/panel kütle oranı, μ^* ve farklı Mach sayıları, M için liflerin yerleştirilme açısı, θ 'ya göre U_{kr}^* , l_{kr}^* ve c_{kr}^* değişimleri incelenmiştir. Burada da panelin boyuna eğilme rijitliğinin enine eğilme rijitliğine oranı $\theta=0^\circ$ için $D_{11}/D_{22}=2$ ve $\theta=90^\circ$ için ise $D_{11}/D_{22}=1/2$ 'dir. Şekil 4.16 ve Şekil 4.18 arasındaki grafiklerde $\mu^* = 0.01$, Şekil 4.19 ve Şekil 4.21 arasındaki grafiklerde $\mu^* = 0.1$, Şekil 4.22 ve Şekil 4.24 arasındaki grafiklerde $\mu^* = 1$ ve Şekil 4.25 ile Şekil 4.27 arasındaki grafiklerde $\mu^* = 10$ olarak alınmıştır.

Şekil 4.16 ve Şekil 4.26 arasında verilen grafiklerdeki incelenen bütün μ^* değerleri için Mach sayısı arttıkça U_{kr}^* ve l_{kr}^* değerleri azalmakta, c_{kr}^* değerleri ise artmaktadır. Ancak değişik Mach sayılarına ait U_{kr}^* , l_{kr}^* ve c_{kr}^* eğrileri, μ^* değeri arttıkça birbirine yaklaşmaktadır. $\mu^*=10$ için bütün U_{kr}^* , l_{kr}^* ve c_{kr}^* eğrilerinin üstüste olduğu Şekil 4.25, 4.26 ve 4.27'den görülmektedir. $\mu^*=0.01$ ve $\mu^*=0.1$ 'de $M=0$ ve $M=0.9$ olduğu durumda liflerin yönlendirilme açıları arttıkça U_{kr}^* değerlerinin belirgin bir şekilde arttığı

gözlenmektedir. Ne var ki $M=1.3$ ve daha büyük olması durumunda U_{kr}^* değerlerinde yönlendirme açısı arttıkça çok büyük bir fark oluşmamakta eğriler sanki düz bir doğru çiziyor gibi görünmektedir. $\mu^*=1$ ve $\mu^*=10$ 'da ise U_{kr}^* değerleri bütün Mach sayılarında önce artan sonra da azalan bir profil çizmektedir.



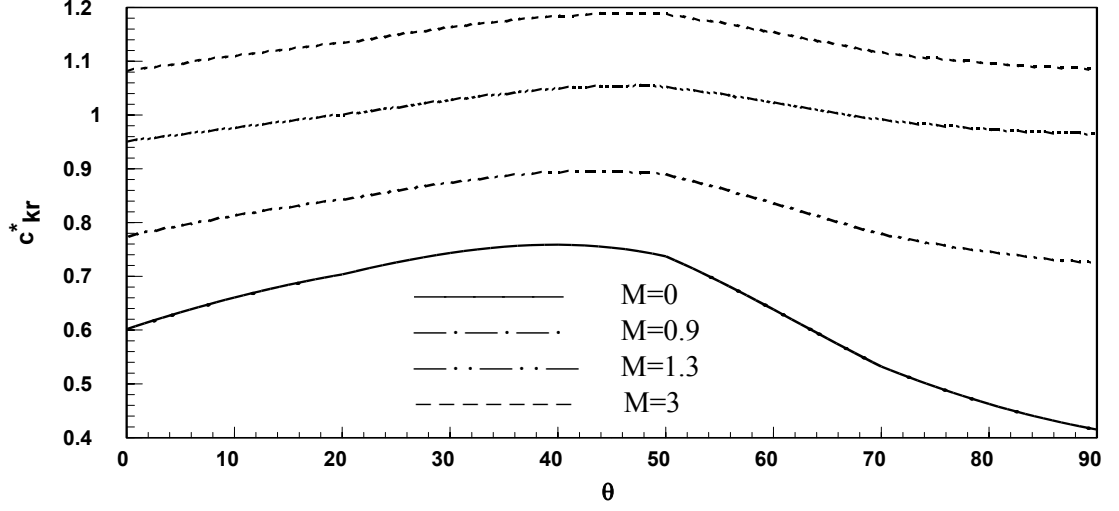
Şekil 4.16 $\mu^*=0.01$ 'de ve farklı Mach sayılarında $U_{kr}^* - \theta$ değişimi



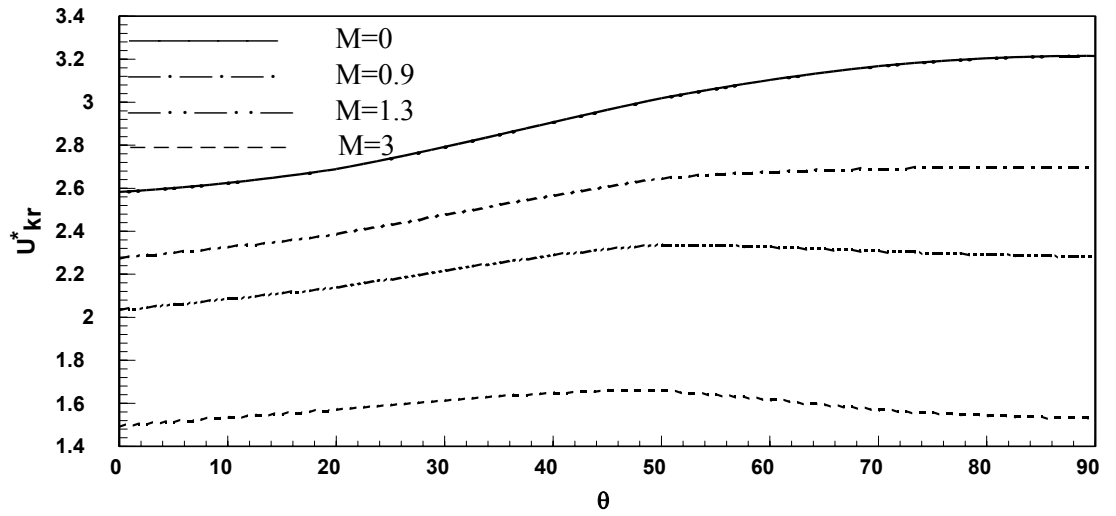
Şekil 4.17 $\mu^*=0.01$ 'de ve farklı Mach sayılarında $l_{kr}^* - \theta$ değişimi

Bütün incelenen μ^* değerlerinde ve Mach sayılarında liflerin yönlendirilme açıları arttıkça l_{kr}^* değerlerinin belirgin bir şekilde azaldığı gözlenmektedir. Bu azalma Mach sayısının 1.3 ve daha büyük olması durumunda daha fazla göze çarpmaktadır. C_{kr}^* değerleri ise bütün incelenen μ^* değerlerinde ve Mach sayılarında liflerin yönlendirilme

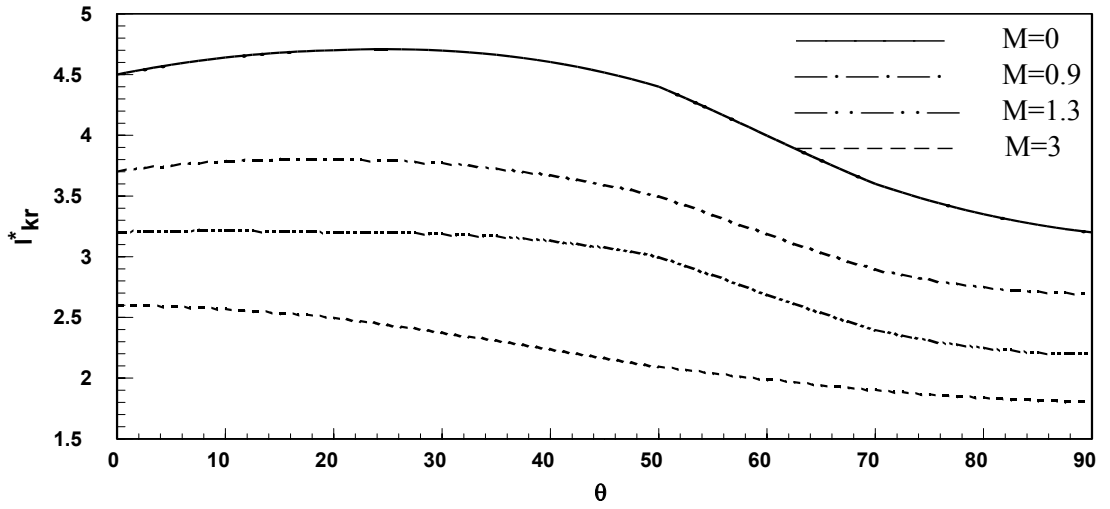
açıları arttıkça önce artmakta yaklaşık $\theta=45^{\circ}$ 'den sonra azalmaktadır. Bu azalma Mach sayısının 1.3 ve daha büyük olması durumunda daha belirgindir.



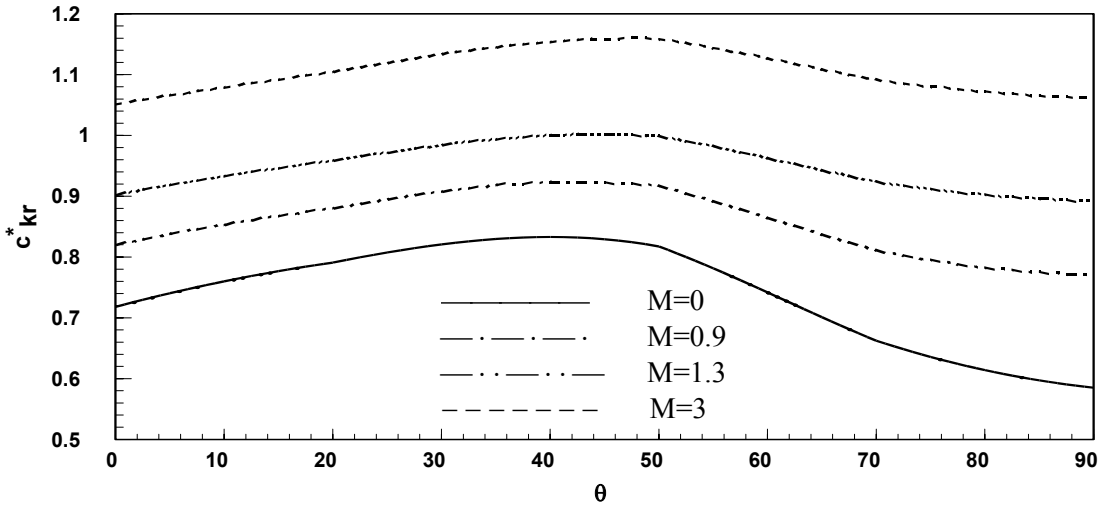
Şekil 4.18 $\mu^*=0.01$ 'de ve farklı Mach sayılarında c_{kr}^* - θ değişimi



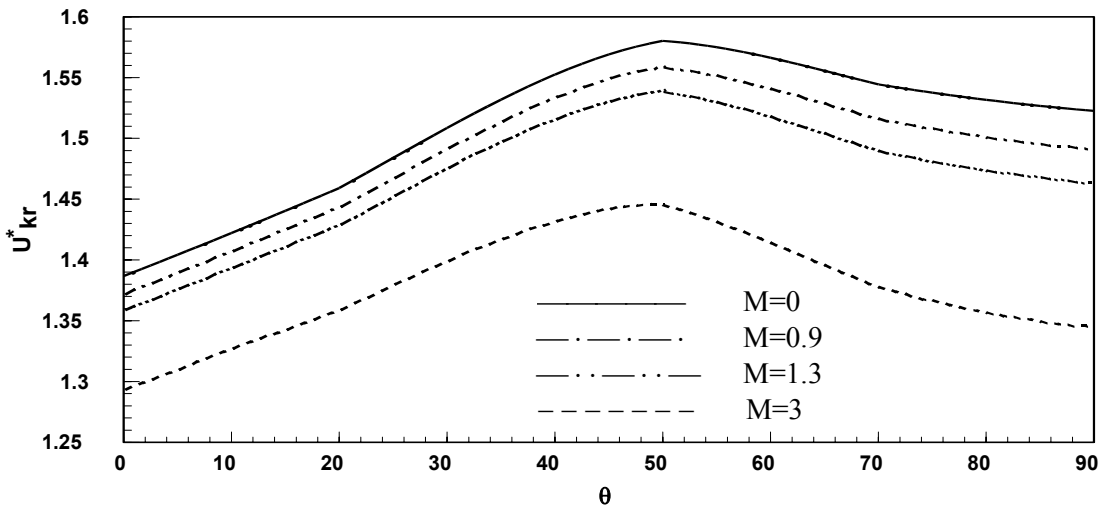
Şekil 4.19 $\mu^*=0.1$ 'de ve farklı Mach sayılarında U_{kr}^* - θ değişimi



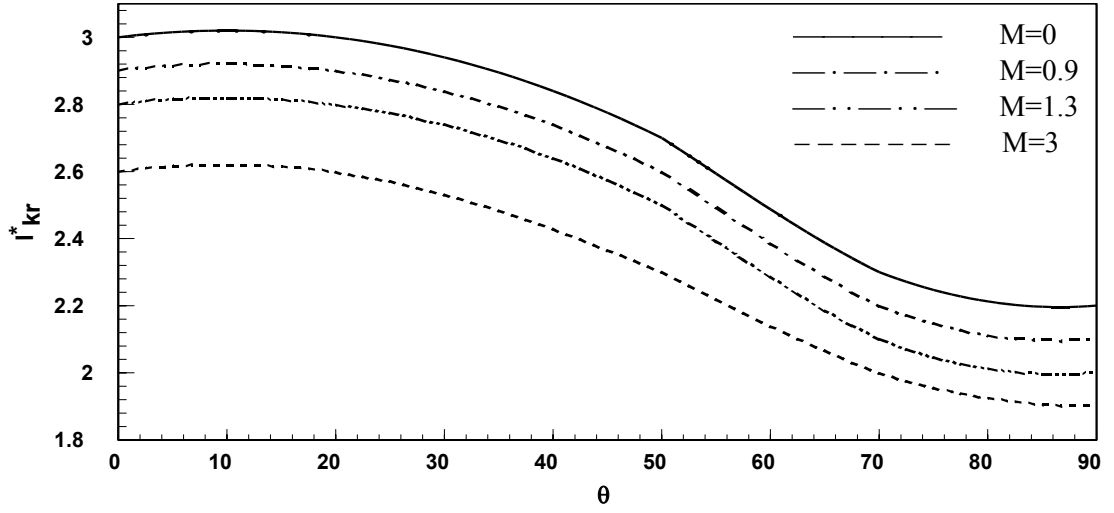
Şekil 4.20 $\mu^*=0.1$ 'de ve farklı Mach sayılarında $l^*_{kr} - \theta$ değişimi



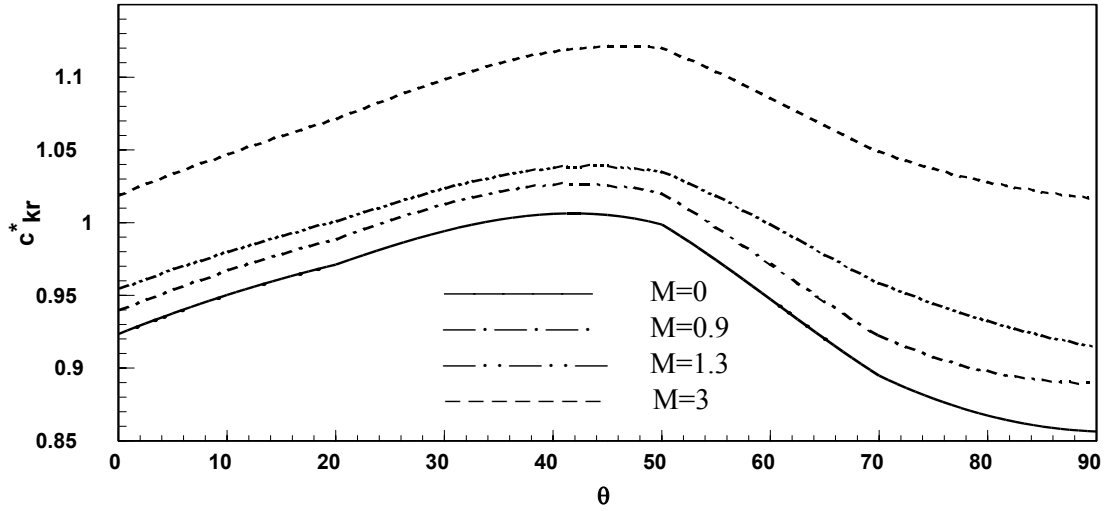
Şekil 4.21 $\mu^*=0.1$ 'de ve farklı Mach sayılarında $c^*_{kr} - \theta$ değişimi



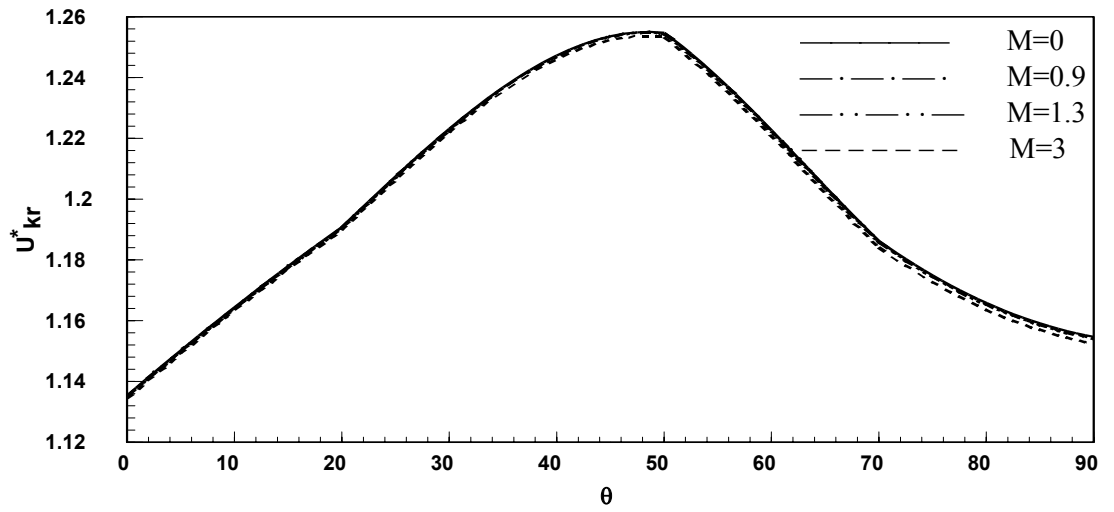
Şekil 4.22 $\mu^*=1$ 'de ve farklı Mach sayılarında $U^*_{kr} - \theta$ değişimi



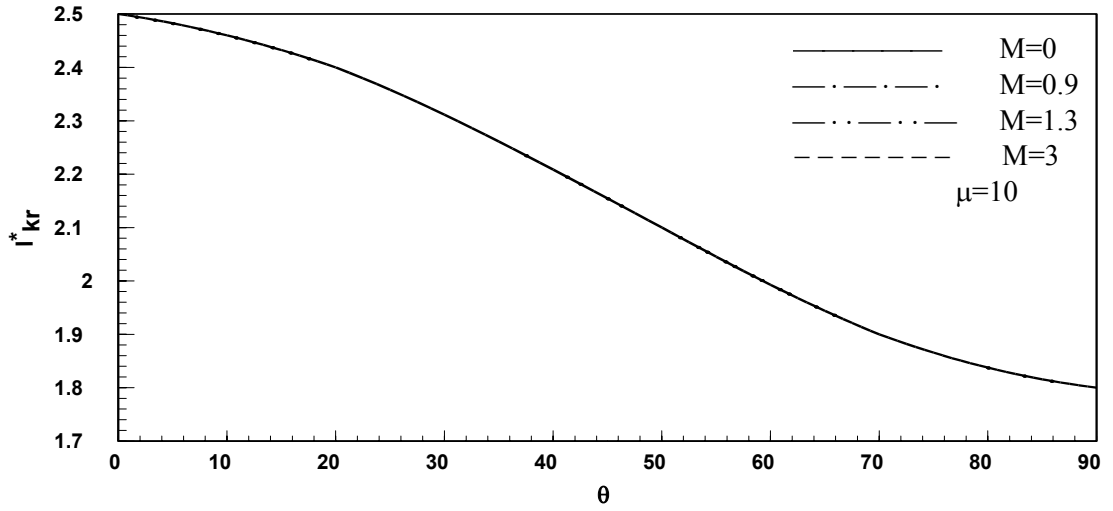
Şekil 4.23 $\mu^*=1$ 'de ve farklı Mach sayılarında $l_{kr}^* - \theta$ değişimi



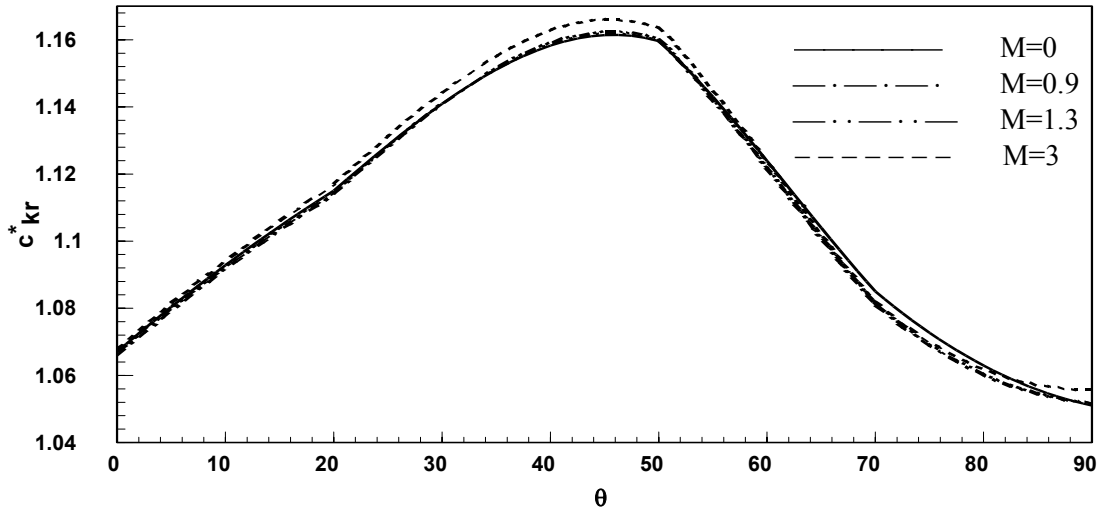
Şekil 4.24 $\mu^*=1$ 'de ve farklı Mach sayılarında $c_{kr}^* - \theta$ değişimi



Şekil 4.25 $\mu^*=10$ 'da ve farklı Mach sayılarında $U_{kr}^* - \theta$ değişimi

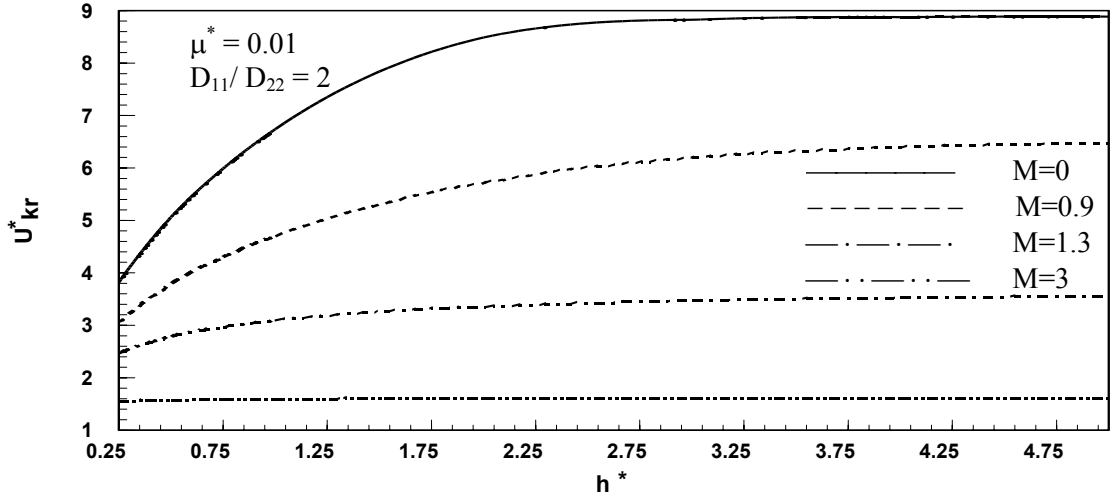


Şekil 4.26 $\mu^*=10$ 'da ve farklı Mach sayılarında l_{kr}^* - θ değişimi

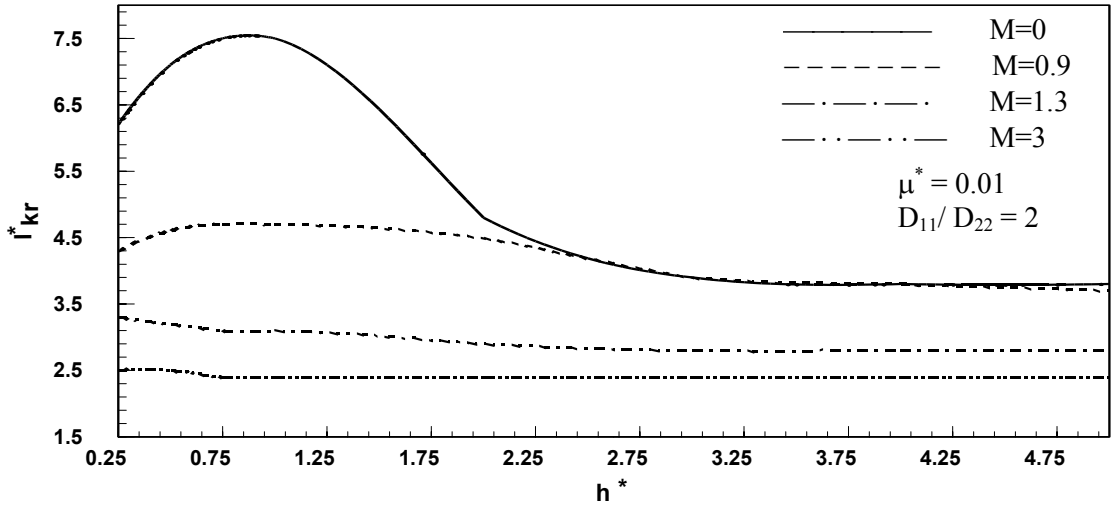


Şekil 4.27 $\mu^*=10$ 'da ve farklı Mach sayılarında c_{kr}^* - θ değişimi

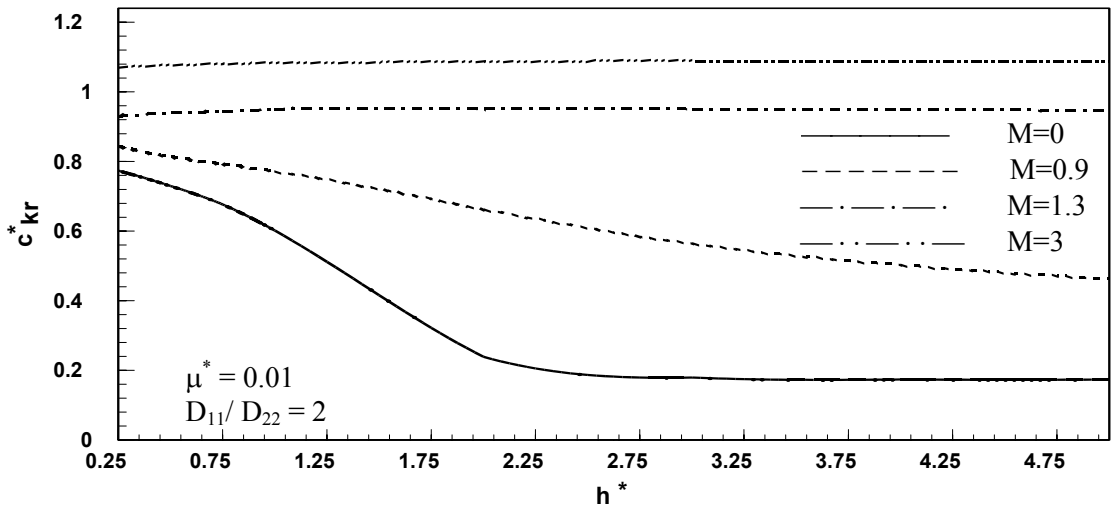
Şekil 4.28 ile Şekil 4.45 arasındaki grafiklerde akışın sıkıştırılmaz ($M=0$) ve sıkıştırılabilir ($M>0$) olduğu durumlarda panel yüksekliği, h^* 'a göre çeşitli μ^* değerleri için $U_{kr}^* - h^*$, $l_{kr}^* - h^*$ ve $c_{kr}^* - h^*$ değişimleri incelenmiştir. Şekil 4.28 ve 4.36 arasındaki grafiklerde liflerin akış yönünde ve $D_{11}/D_{22}=2$ olduğu durum, Şekil 4.37 ve 4.45 arasındaki grafiklerde liflerin akış yönüne dik ve $D_{11}/D_{22}=1/2$ olduğu durum gösterilmiştir.



Şekil 4.28 ($D_{11}/D_{22} = 2$) için $\mu^*=0.01$ 'de ve farklı Mach sayılarında $U^*_{kr} - h^*$ değişimi

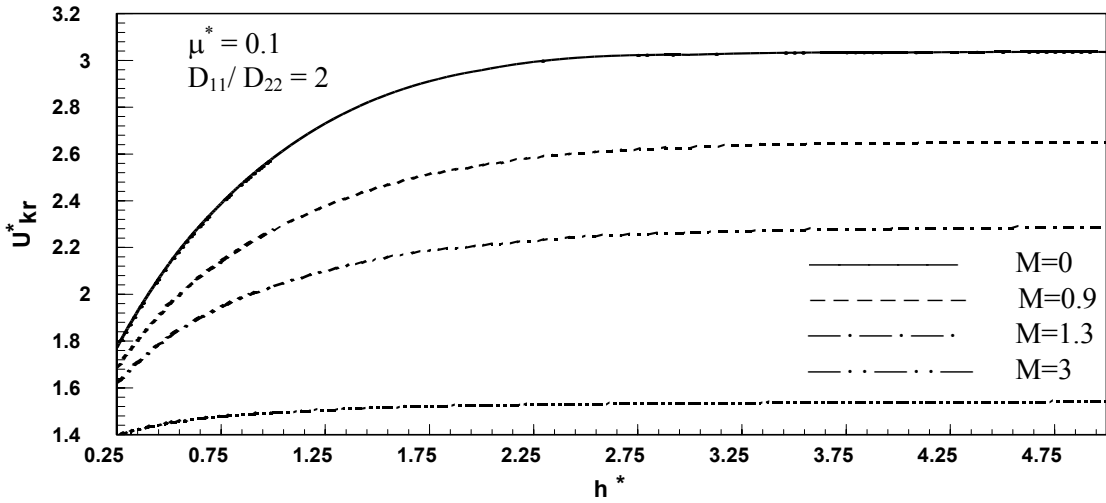


Şekil 4.29 ($D_{11}/D_{22} = 2$) için $\mu^*=0.01$ 'de ve farklı Mach sayılarında $l^*_{kr} - h^*$ değişimi

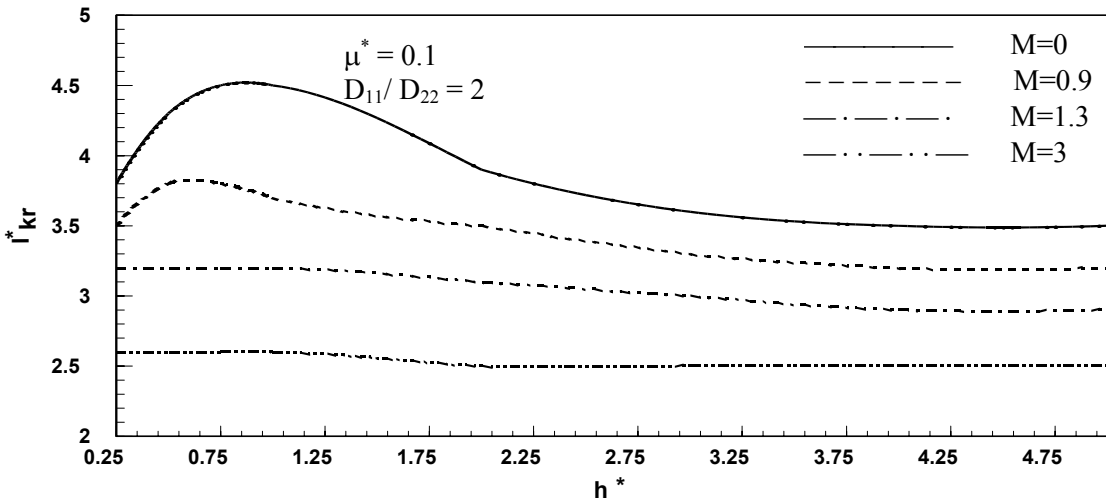


Şekil 4.30 ($D_{11}/D_{22} = 2$) için $\mu^*=0.01$ 'de ve farklı Mach sayılarında $c^*_{kr} - h^*$ değişimi

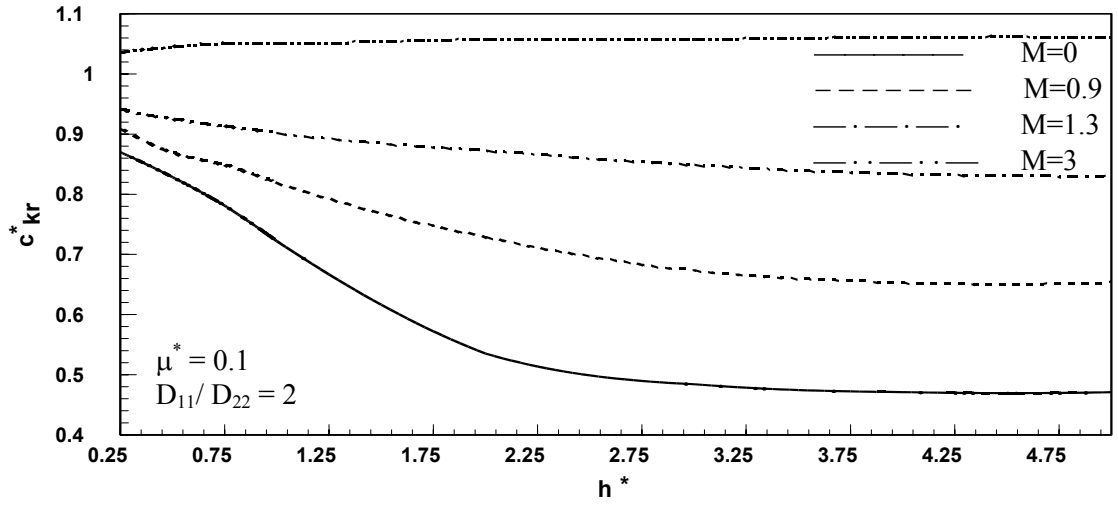
İncelenen tüm μ^* değerleri için kanal yüksekliği arttıkça çarpınma hızı değerleri artmaktadır. Çarpınma hızının Mach sayısı arttıkça azaldığı bu grafiklerde de görülmektedir. Kritik dalga boyları sıkıştırılmaz durumda kanal yüksekliğinin belirli bir değerinde $\mu^*=0.01$ ve $\mu^*=0.1$ 'de keskin bir düşüş göstermektedir. Sıkıştırılabilir durumda ise aynı μ^* değerleri için bakıldığında kanal yüksekliğindeki değişimin kritik dalga boyunu pek fazla etkilemediği dikkat çekmektedir. Aynı keskin düşüş $\mu^*=0.01$ ve $\mu^*=0.1$ 'de ve sıkıştırılmaz durumda kritik dalga hızı eğrileri için de gözlenmektedir. Kritik dalga hızı eğrileri $M=1.3$ ve $M=3$ için hemen hemen düz bir doğru şeklindedir. Ancak $\mu^*=10$ 'da tüm Mach sayılarında aynı düşüş mevcuttur. Kritik dalga hızı grafiklerinden görüleceği gibi Mach sayısı arttıkça c^*_{kr} değerleri artmaktadır.



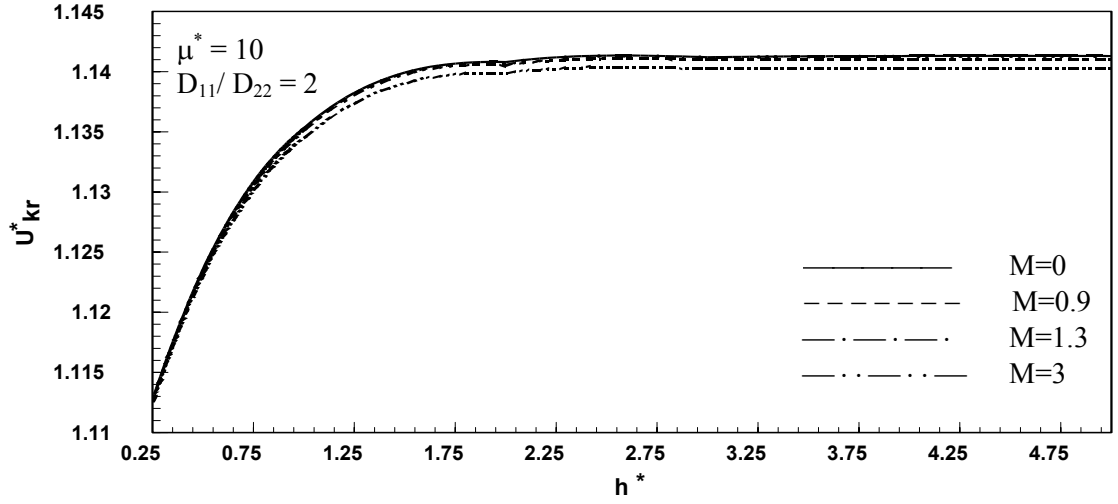
Şekil 4.31 ($D_{11}/D_{22} = 2$) için $\mu^*=0.1$ 'de ve farklı Mach sayılarında $U^*_{kr} - h^*$ değişimi



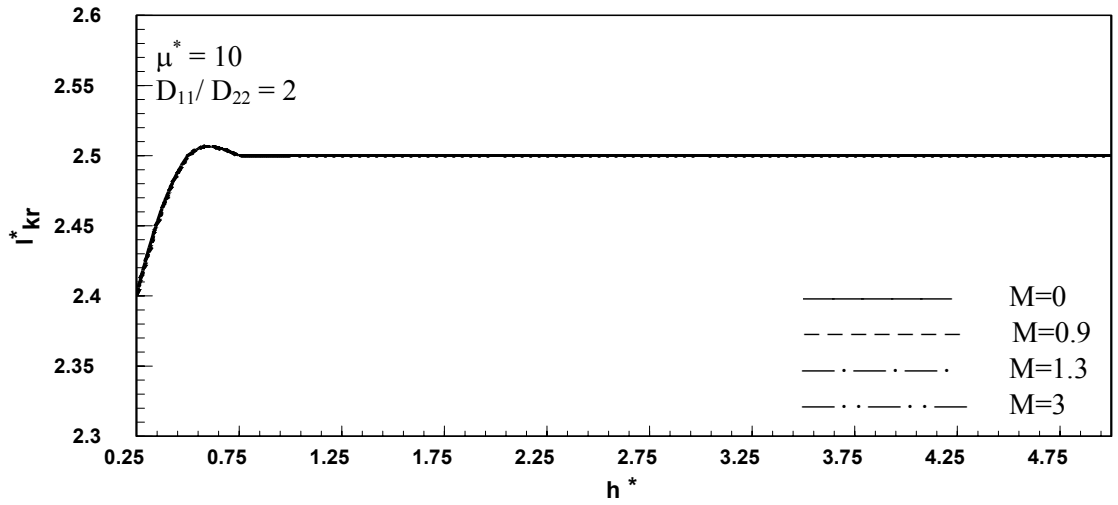
Şekil 4.32 ($D_{11}/D_{22} = 2$) için $\mu^*=0.1$ 'de ve farklı Mach sayılarında $l^*_{kr} - h^*$ değişimi



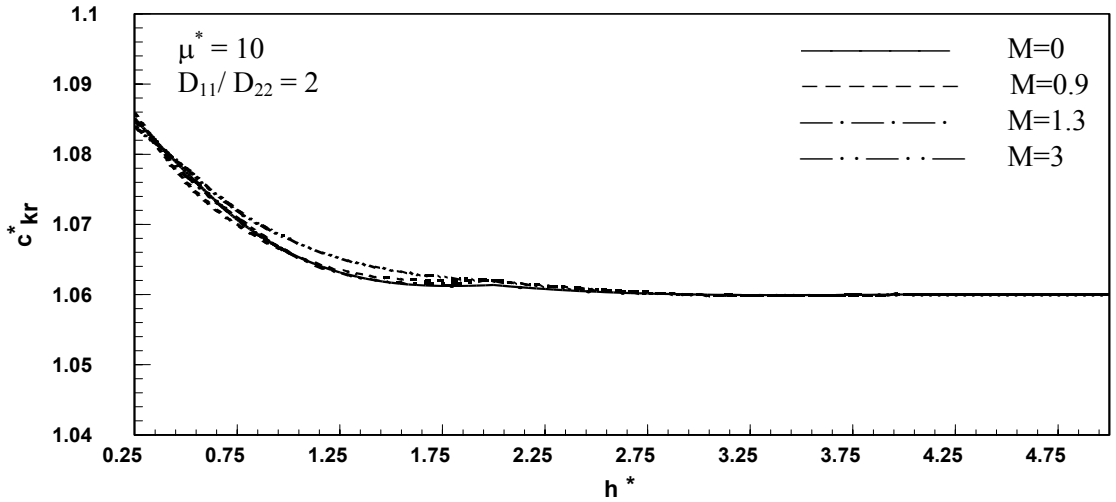
Şekil 4.33 ($D_{11}/D_{22} = 2$) için $\mu^*=0.1$ 'de ve farklı Mach sayılarında $c^*_{kr} - h^*$ değişimi



Şekil 4.34 ($D_{11}/D_{22} = 2$) için $\mu^*=10$ 'da ve farklı Mach sayılarında $U^*_{kr} - h^*$ değişimi



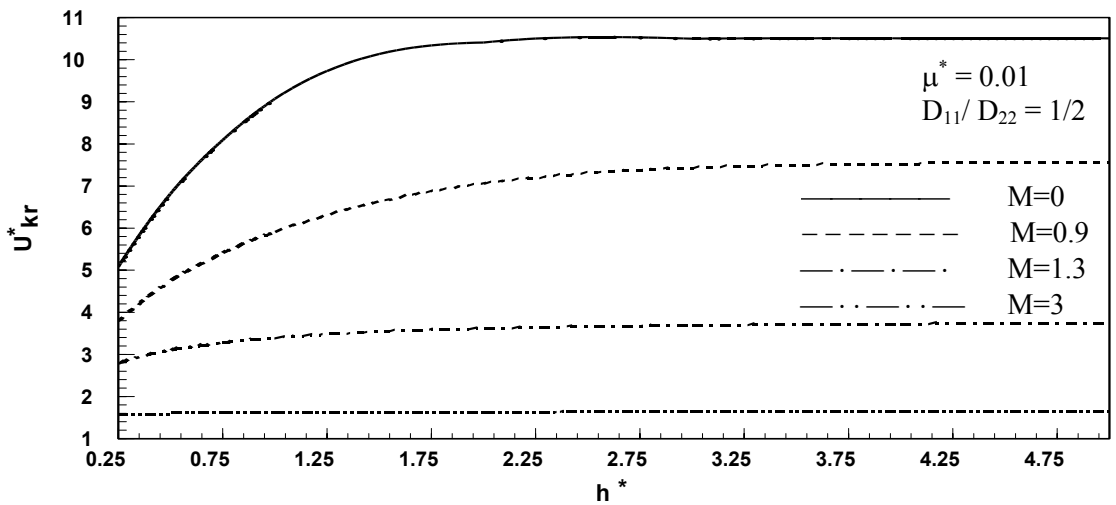
Şekil 4.35 ($D_{11}/D_{22} = 2$) için $\mu^*=10$ 'da ve farklı Mach sayılarında $l^*_{kr} - h^*$ değişimi



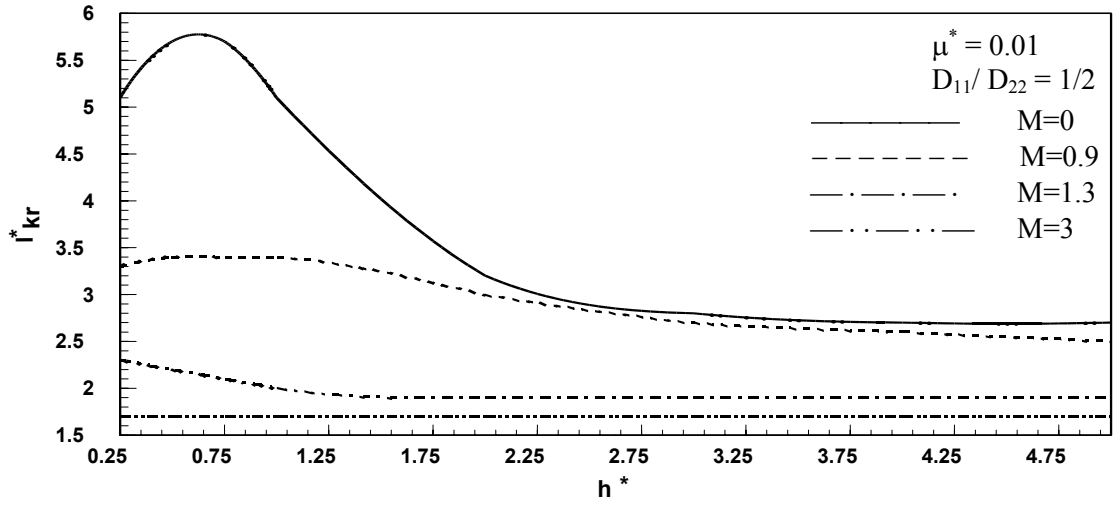
Şekil 4.36 ($D_{11}/D_{22} = 2$) için $\mu^*=10$ 'da ve farklı Mach sayılarında $c^*_{kr} - h^*$ değişimi

$\mu^*=10$ 'da tüm Mach sayılarında U^*_{kr} eğrileri artan, l^*_{kr} eğrileri belirli bir h^* için artan sonra sabit kalan ve c^*_{kr} eğrileri belirli bir h^* için azalan sonra sabit kalan profilini korumaktadır. Burada dikkat çeken $\mu \rightarrow \infty$ iken olduğu gibi farklı Mach sayılarına ait $U^*_{kr} - h^*$, $l^*_{kr} - h^*$ ve $c^*_{kr} - h^*$ eğrilerinin birbirine yakınsamasıdır.

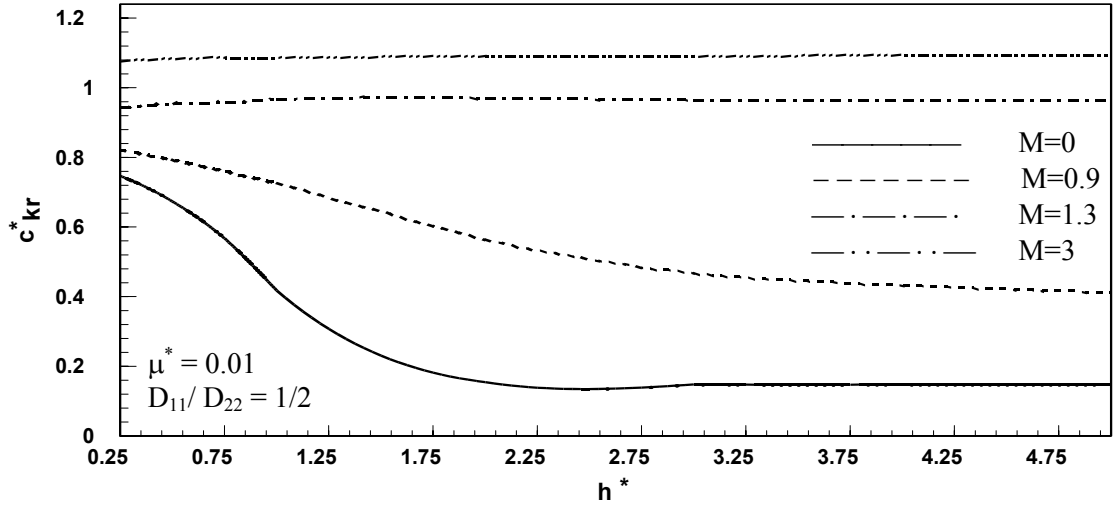
Şekil 4.28 ve 4.36 arasında verilen grafiklerde liflerin akış yönünde olduğu durum için yapılan tüm yorumlar Şekil 4.37 ile Şekil 4.45 arasında verilen grafiklerde liflerin akışa dik yönde olduğu durum için de geçerli olmaktadır.



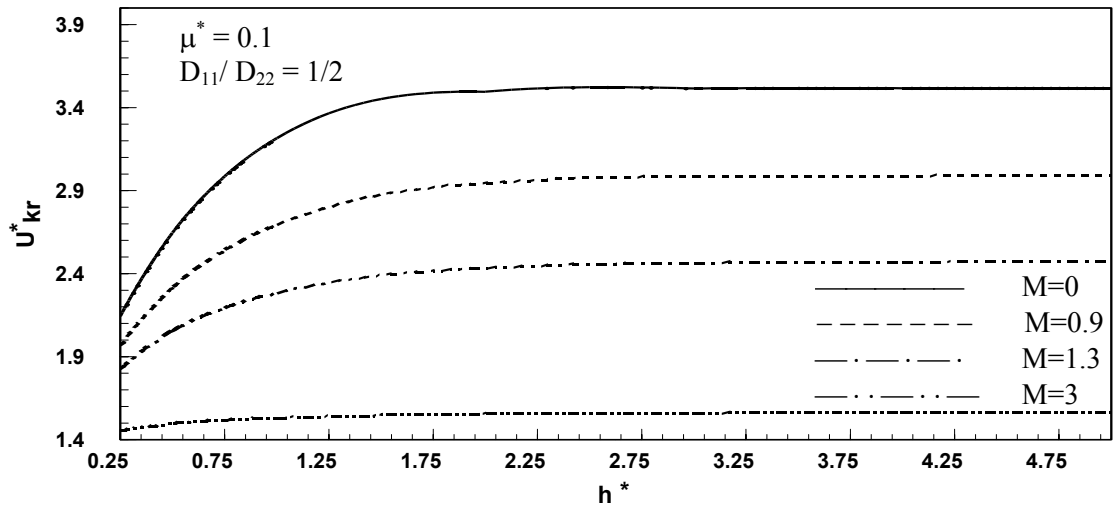
Şekil 4.37 ($D_{11}/D_{22} = 1/2$) için $\mu^*=0.01$ 'de ve farklı Mach sayılarında $U^*_{kr} - h^*$ değişimi



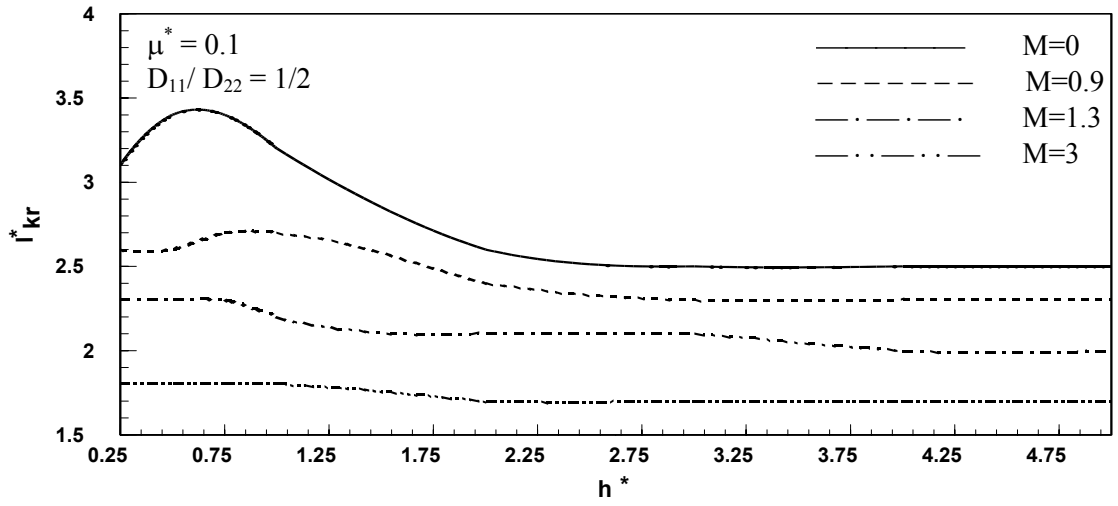
Şekil 4.38 ($D_{11}/D_{22} = 1/2$) için $\mu^*=0.01$ 'de ve farklı Mach sayılarında $l_{kr}^* - h^*$ değişimi



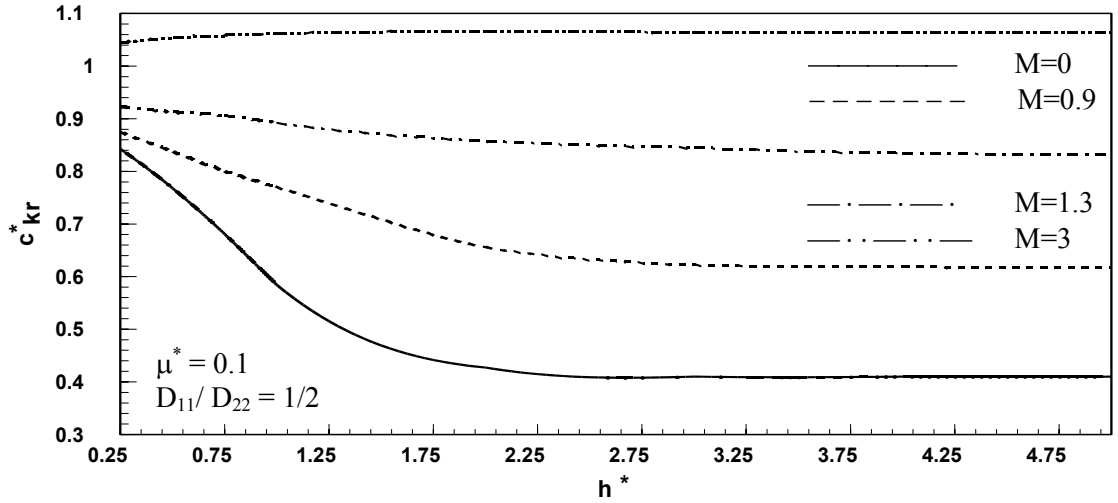
Şekil 4.39 ($D_{11}/D_{22} = 1/2$) için $\mu^*=0.01$ 'de ve farklı Mach sayılarında $c_{kr}^* - h^*$ değişimi



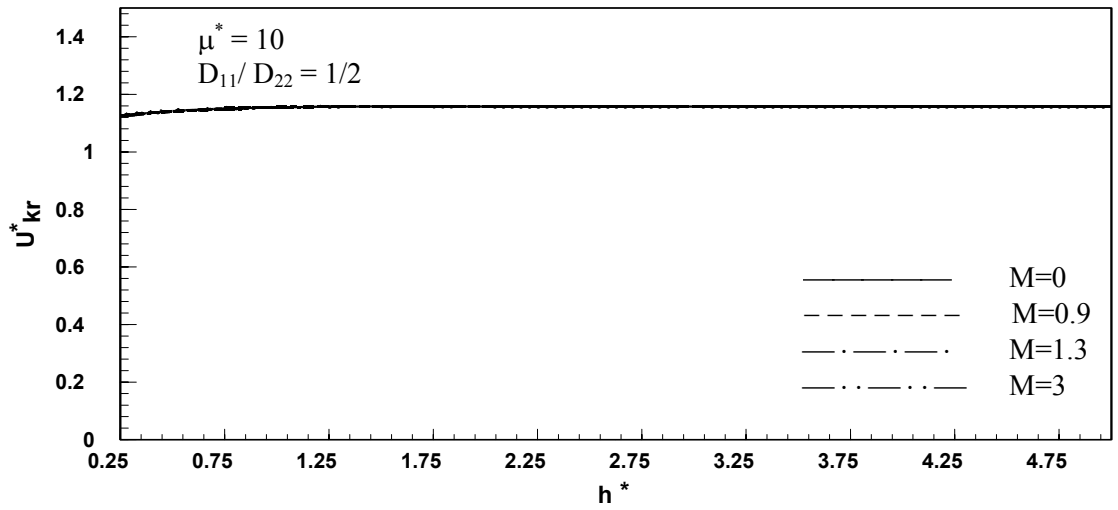
Şekil 4.40 ($D_{11}/D_{22} = 1/2$) için $\mu^*=0.1$ 'de ve farklı Mach sayılarında $U_{kr}^* - h^*$ değişimi



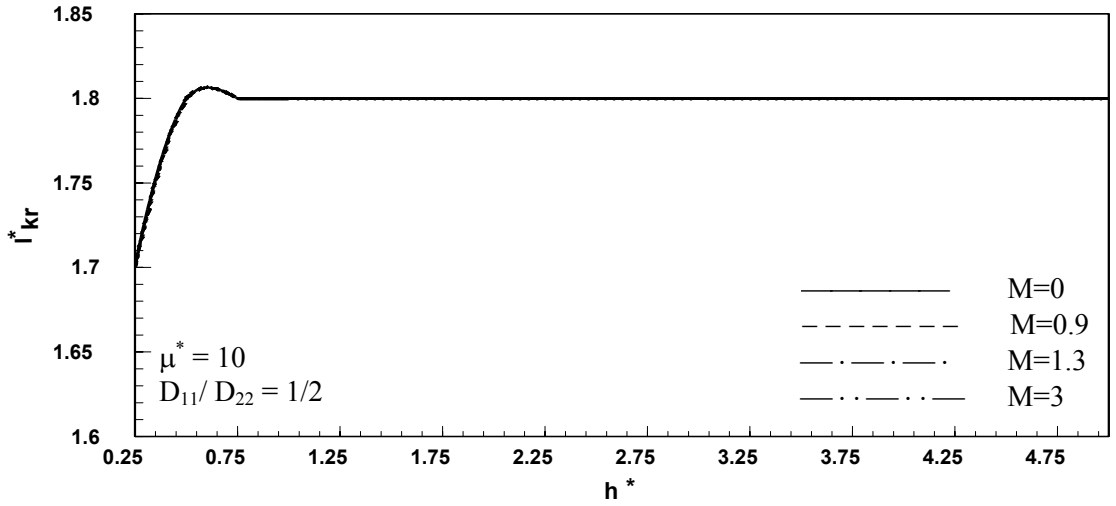
Şekil 4.41 ($D_{11}/D_{22} = 1/2$) için $\mu^*=0.1$ 'de ve farklı Mach sayılarında $l^*_{kr} - h^*$ değişimi



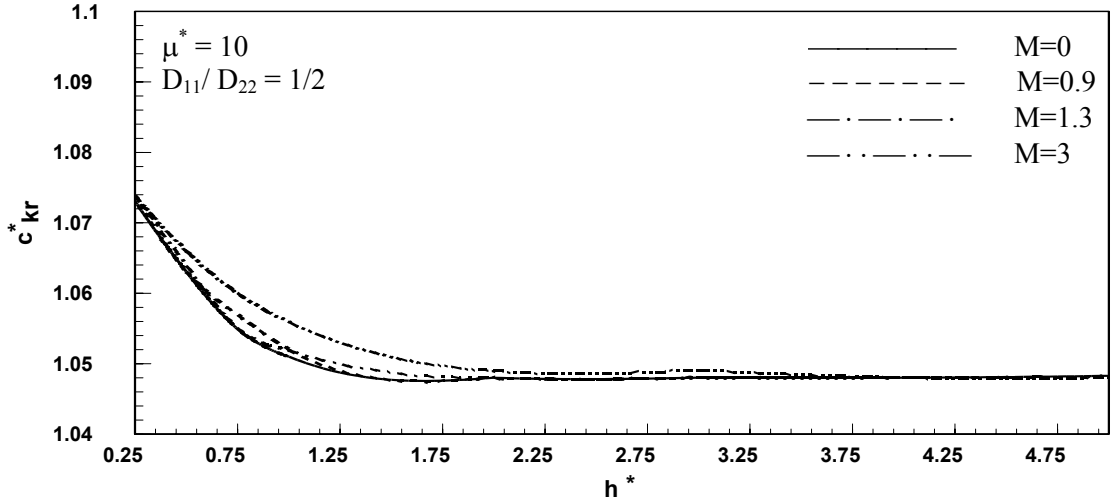
Şekil 4.42 ($D_{11}/D_{22} = 1/2$) için $\mu^*=0.1$ 'de ve farklı Mach sayılarında $c^*_{kr} - h^*$ değişimi



Şekil 4.43 ($D_{11}/D_{22} = 1/2$) için $\mu^*=10$ 'da ve farklı Mach sayılarında $U^*_{kr} - h^*$ değişimi



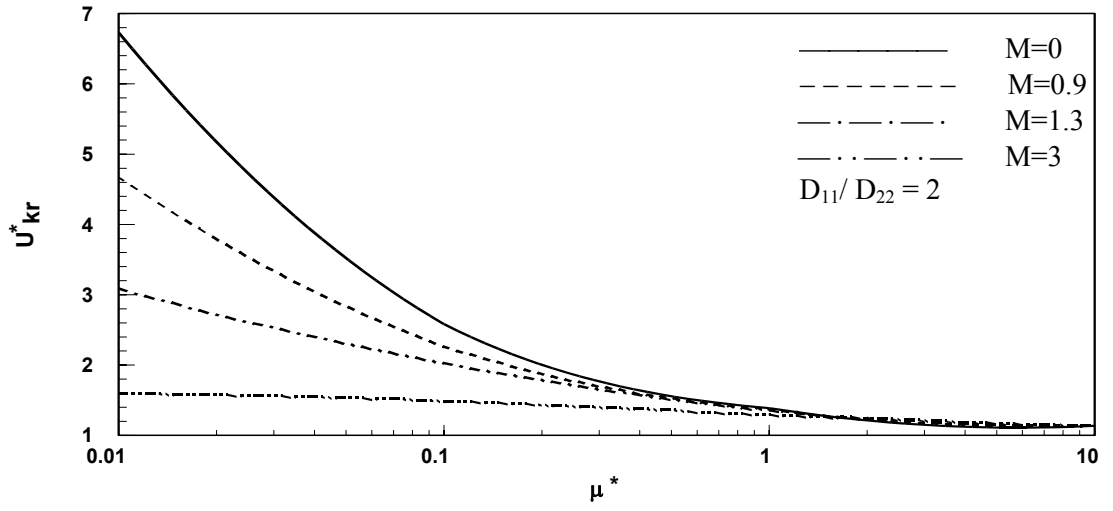
Şekil 4.44 ($D_{11}/D_{22} = 1/2$) için $\mu^*=10$ 'da ve farklı Mach sayılarında $l_{kr}^* - h^*$ değişimi



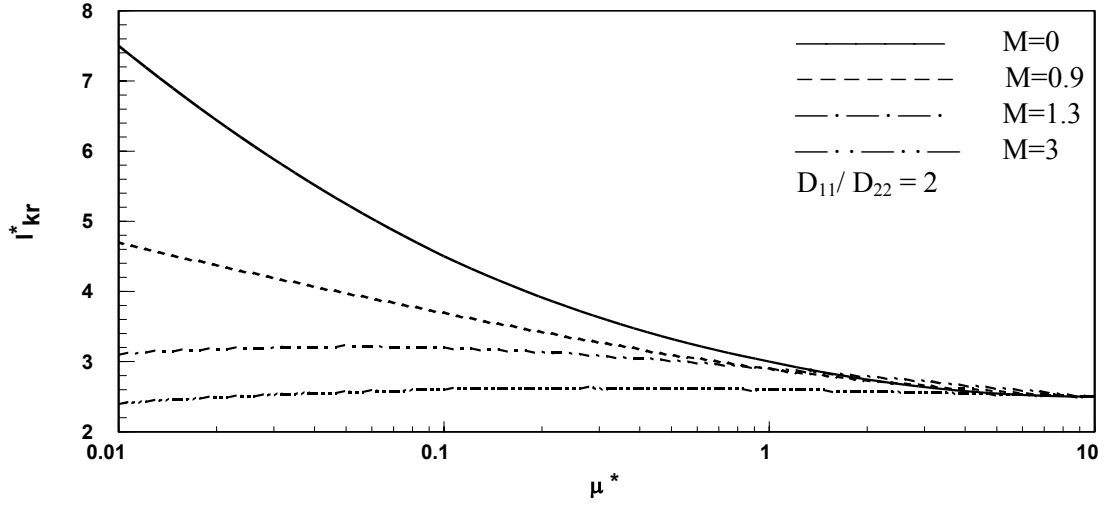
Şekil 4.45 ($D_{11}/D_{22} = 1/2$) için $\mu^*=10$ 'da ve farklı Mach sayılarında $c_{kr}^* - h^*$ değişimi

Şekil 4.46 ve Şekil 4.51 arasındaki grafiklerde belirli bir h^* değerinde $U_{kr}^* - \mu^*$, $l_{kr}^* - \mu^*$ ve $c_{kr}^* - \mu^*$ değişiminin nasıl oluştuğu incelenmiştir. Burada da farklı Mach sayıları için araştırma yapılmıştır. Şekil 4.46 ile Şekil 4.48 arasındaki grafiklerde lifler akış yönünde, Şekil 4.48 ile Şekil 4.51 arasındaki grafiklerde lifler akışa dik yöndedir.

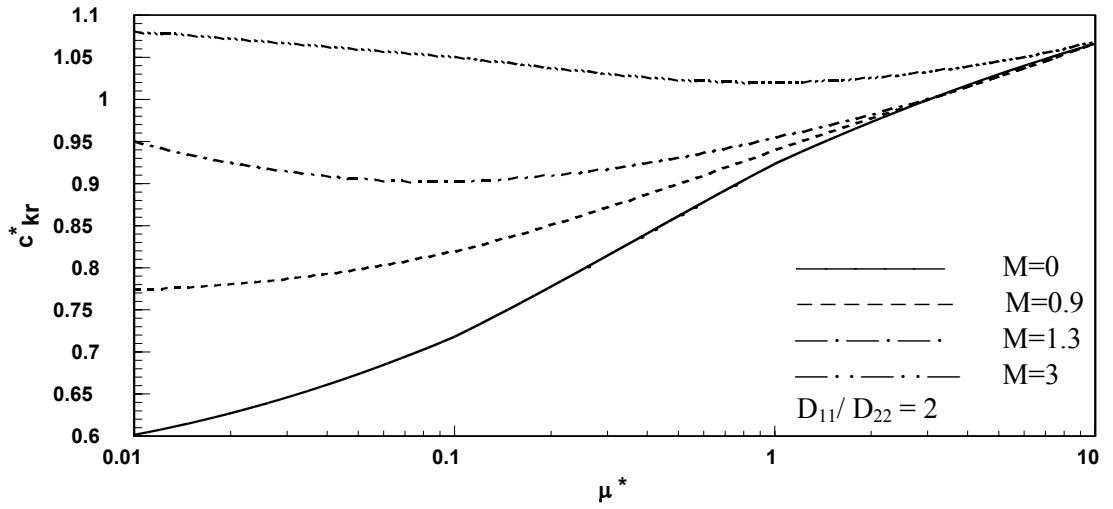
U_{kr}^* ve l_{kr}^* değerlerinin Mach sayısı arttıkça azaldığı, c_{kr}^* değerlerinin ise arttığı yine görülmektedir. μ^* değeri arttıkça U_{kr}^* , l_{kr}^* ve c_{kr}^* eğrilerinin belirli bir değere doğru yakınsadığı belirgindir. Mach sayısının 3 olduğu durumda U_{kr}^* ve l_{kr}^* eğrileri neredeyse sabit bir doğru şeklindedir. Yani μ^* artışından U_{kr}^* ve l_{kr}^* değerleri etkilenmemektedir.



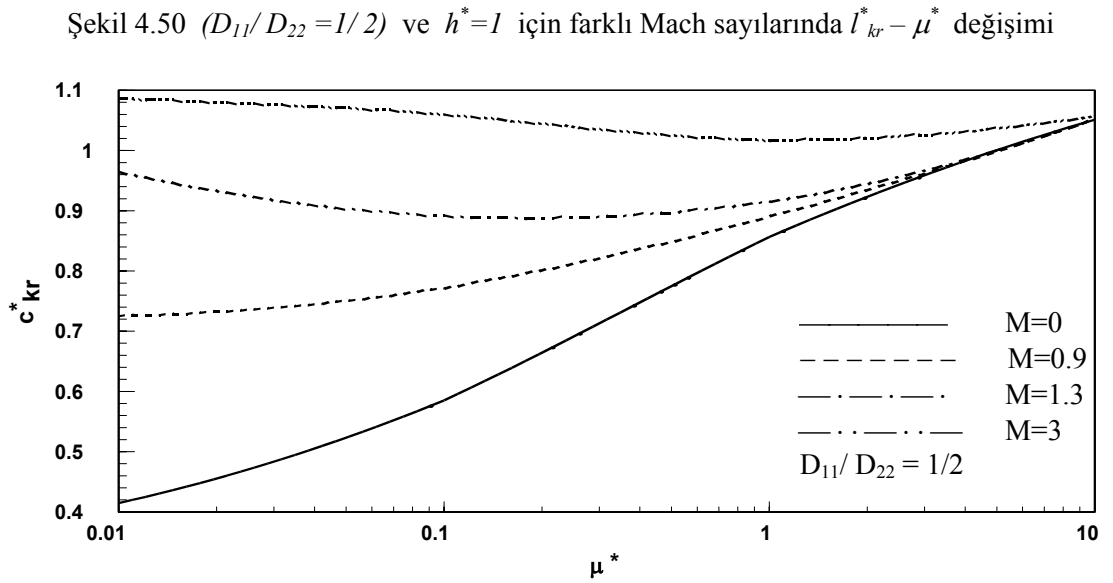
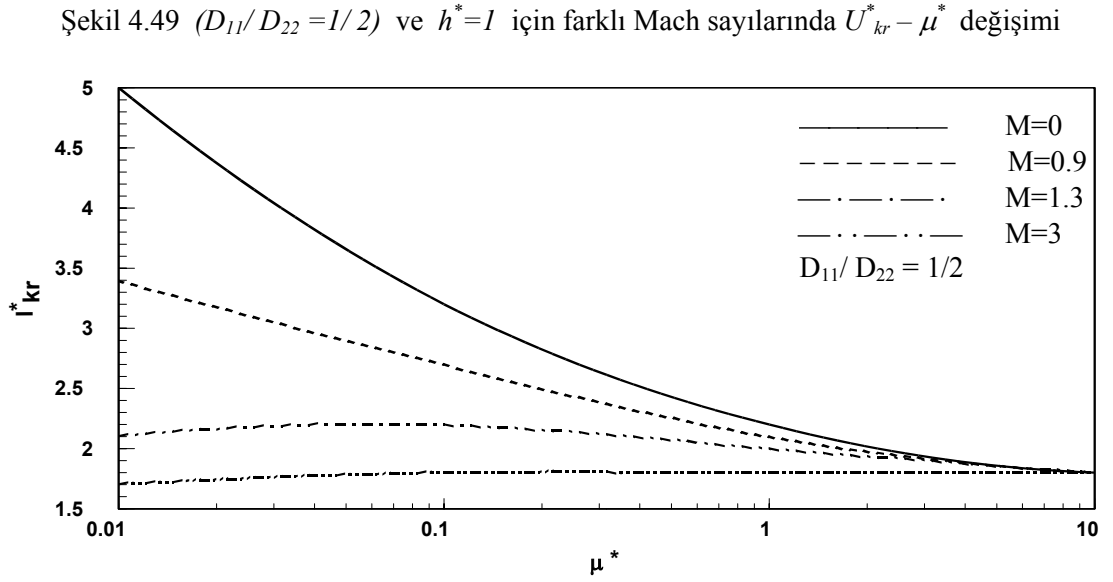
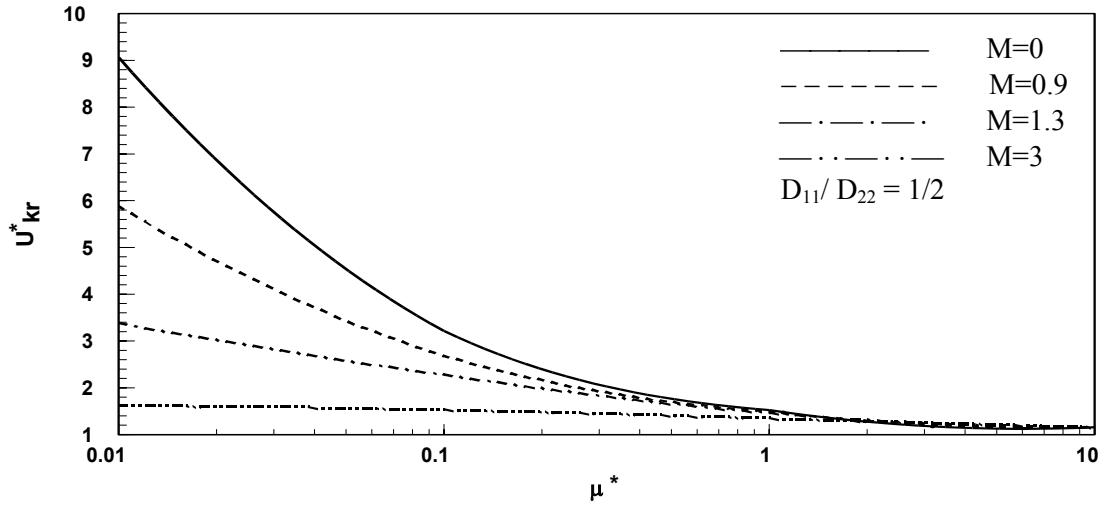
Şekil 4.46 ($D_{11}/D_{22} = 2$) ve $h^*=1$ için farklı Mach sayılarında $U_{kr}^* - \mu^*$ değişimi



Şekil 4.47 ($D_{11}/D_{22} = 2$) ve $h^*=1$ için farklı Mach sayılarında $l_{kr}^* - \mu^*$ değişimi

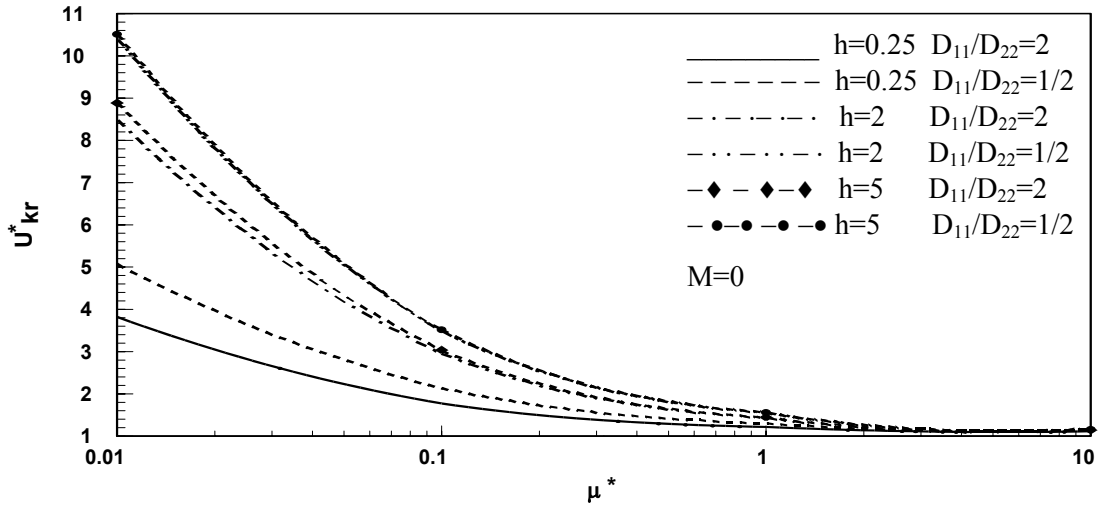


Şekil 4.48 ($D_{11}/D_{22} = 2$) ve $h^*=1$ için farklı Mach sayılarında $c_{kr}^* - \mu^*$ değişimi

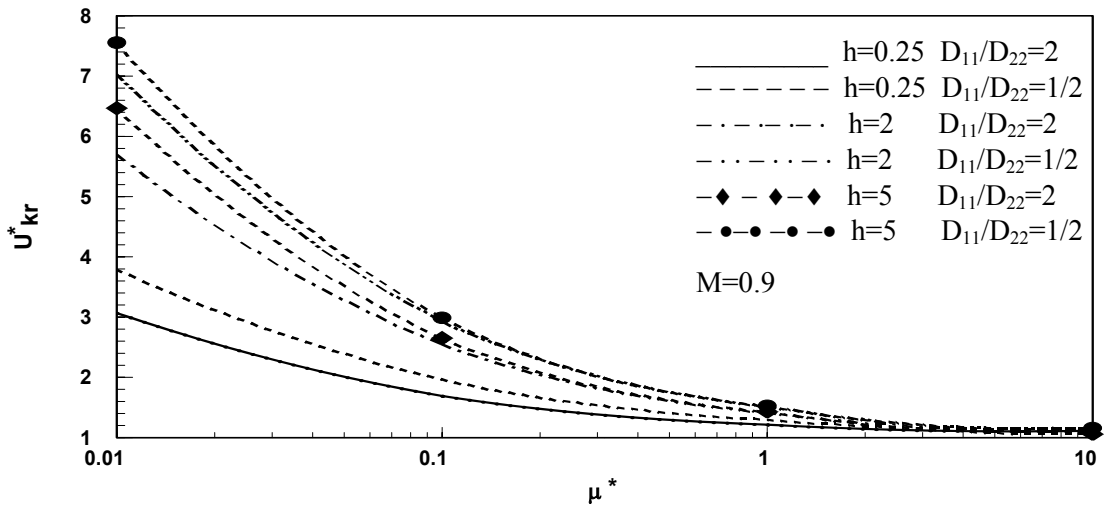


Şekil 4.52 ile Şekil 4.63 arasındaki grafiklerde farklı Mach sayılarında belirli kanal yüksekliği değerlerinde $U_{kr}^* - \mu^*$, $l_{kr}^* - \mu^*$ ve $c_{kr}^* - \mu^*$ değişimleri $D_{11}/D_{22} = 2$ ve $D_{11}/D_{22} = 1/2$ için karşılaştırılmıştır. Liflerin akışa dik yönde olduğu durumda çarpınma hızlarının $h^* \rightarrow \infty$ iken hala liflerin akış yönünde olduğu duruma göre yüksek olup olmadığı tespit edilmeye çalışılmıştır.

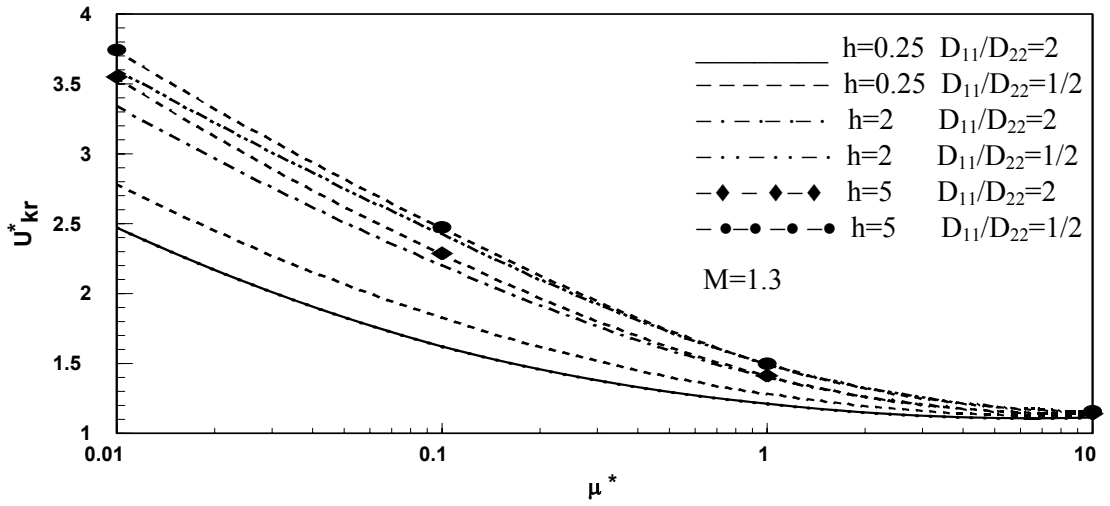
$U_{kr}^* - \mu^*$ grafiklerinden görüldüğü üzere incelenen belirli kanal yüksekliklerinde ve farklı Mach sayılarında çarpınma hızları, lifler akışa dik yönde iken daha yüksektir. Buradan da tüm Mach sayılarında çarpınma hızlarının $\mu \rightarrow \infty$ iken yakınsadığı görülmektedir.



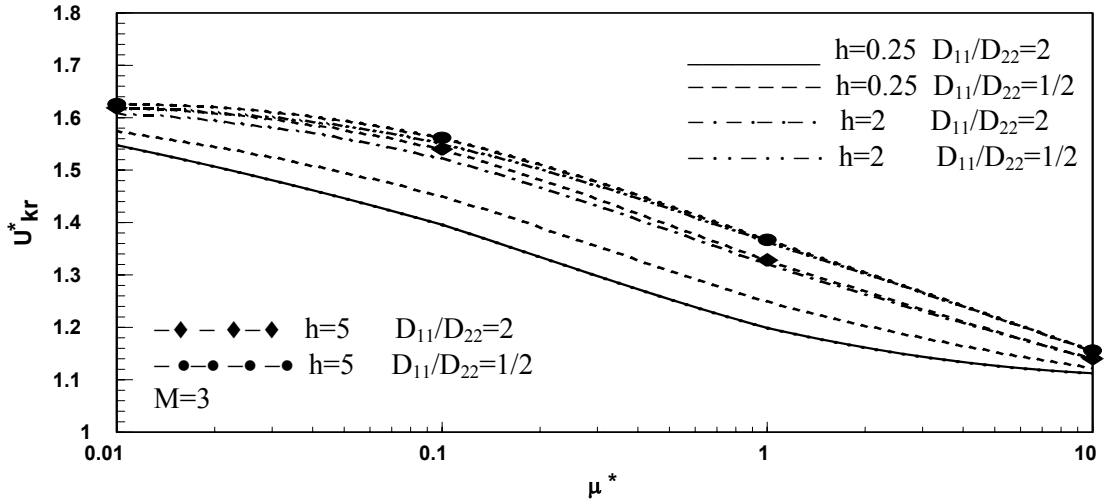
Şekil 4.52 $M=0$ 'da ($D_{11}/D_{22} = 2$) ve ($D_{11}/D_{22} = 1/2$)'nin farklı h^* değerlerinde $U_{kr}^* - \mu^*$ değişimi



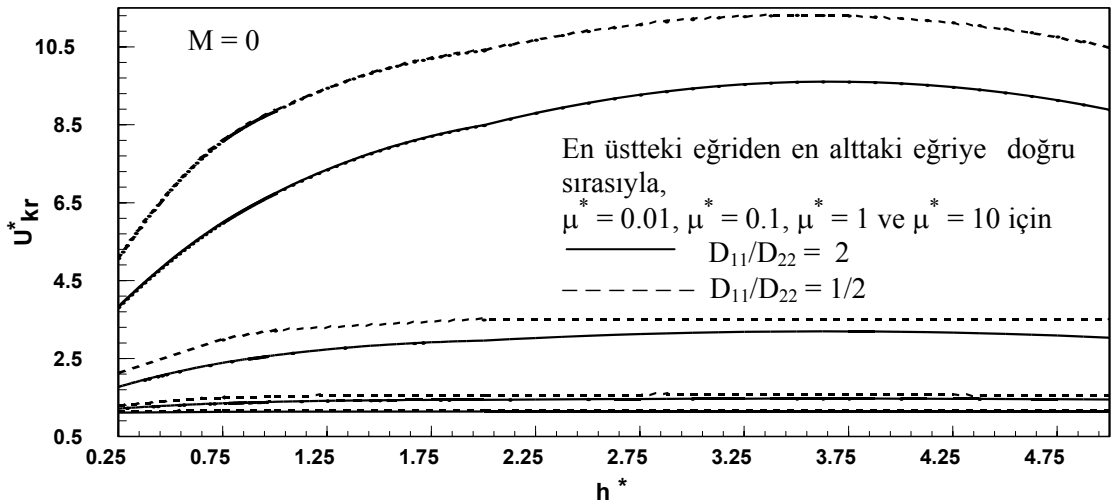
Şekil 4.53 $M=0.9$ 'da ($D_{11}/D_{22} = 2$) ve ($D_{11}/D_{22} = 1/2$)'nin farklı h^* değerlerinde $U_{kr}^* - \mu^*$ değişimi



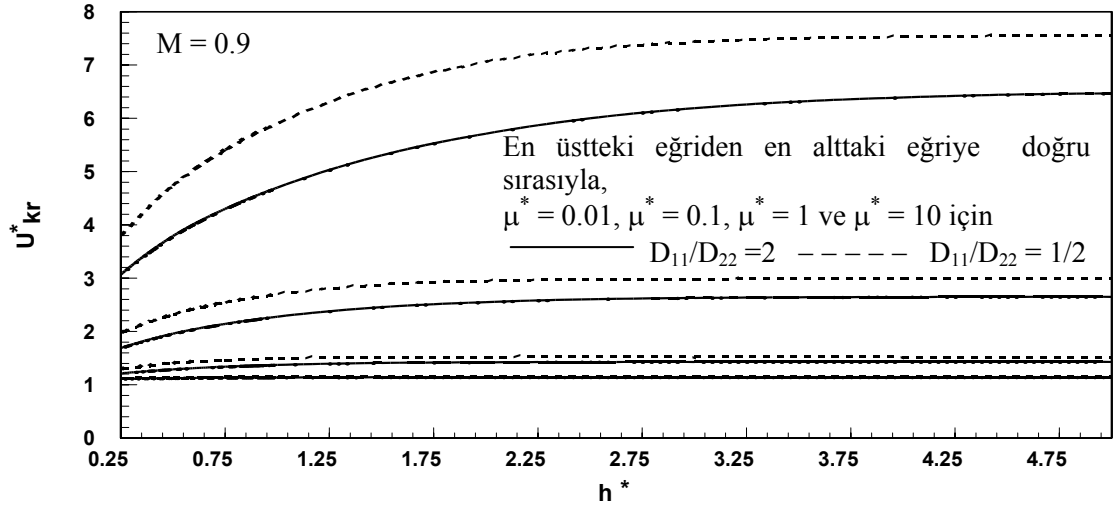
Şekil 4.54 $M=1.3$ 'de $(D_{11}/D_{22}=2)$ ve $(D_{11}/D_{22}=1/2)$ 'nin farklı h^* değerlerinde $U_{kr}^* - \mu^*$ değişimi



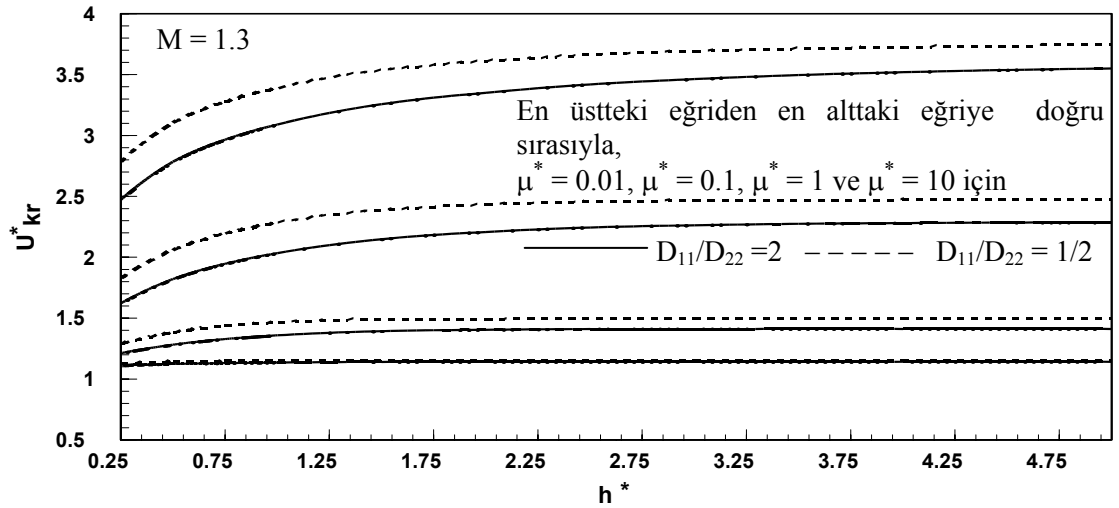
Şekil 4.55 $M=3$ 'de $(D_{11}/D_{22}=2)$ ve $(D_{11}/D_{22}=1/2)$ 'nin farklı h^* değerlerinde $U_{kr}^* - \mu^*$ değişimi



Şekil 4.56 $M=0$ 'da $(D_{11}/D_{22}=2)$ ve $(D_{11}/D_{22}=1/2)$ 'nin farklı μ^* değerlerinde $U_{kr}^* - h^*$ değişimi

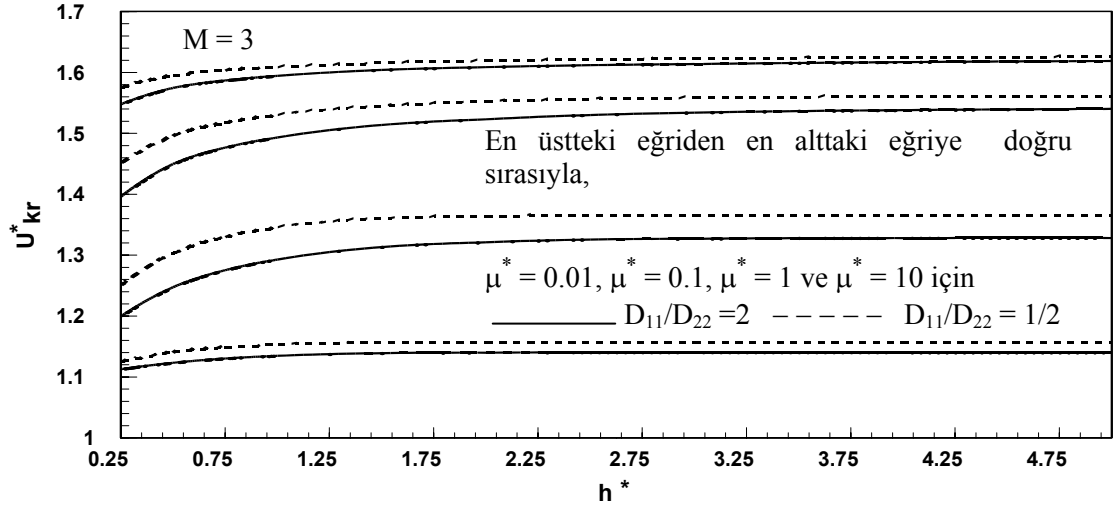


Şekil 4.57 $M=0.9$ 'da $(D_{11}/D_{22} = 2)$ ve $(D_{11}/D_{22} = 1/2)$ 'nin farklı μ^* değerlerinde $U^*_{kr} - h^*$ değişimi



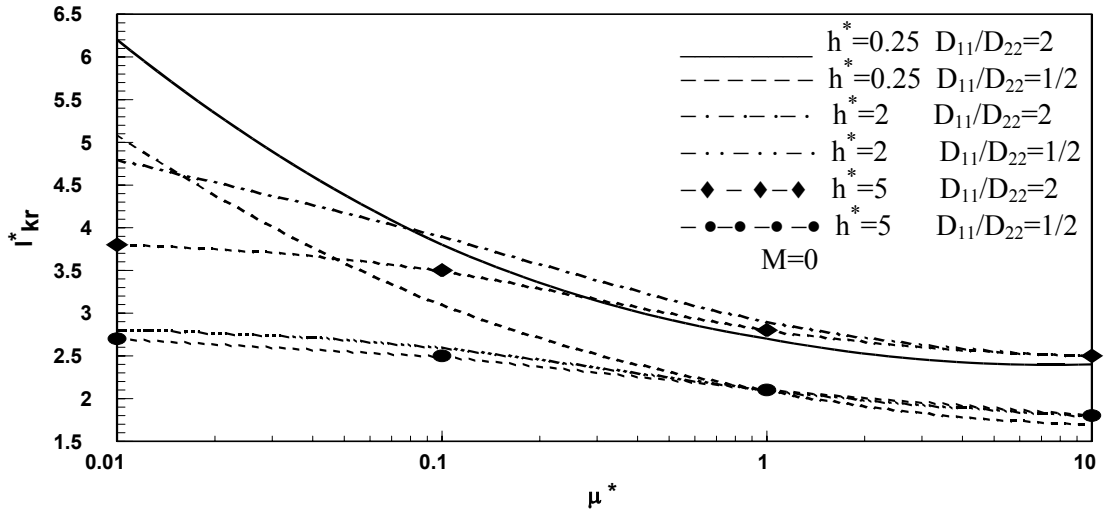
Şekil 4.58 $M=1.3$ 'de $(D_{11}/D_{22} = 2)$ ve $(D_{11}/D_{22} = 1/2)$ 'nin farklı μ^* değerlerinde $U^*_{kr} - h^*$ değişimi

Çırpınma hızlarının liflerin akışa dik yönde olduğu durumda daha yüksek olduğu farklı Mach sayılarında $U^*_{kr} - h^*$ grafikleri çizilerek de gösterilmiştir. μ^* arttıkça çırpınma hızlarının her iki lif yönlendirme durumu için de düştüğü görülmektedir.

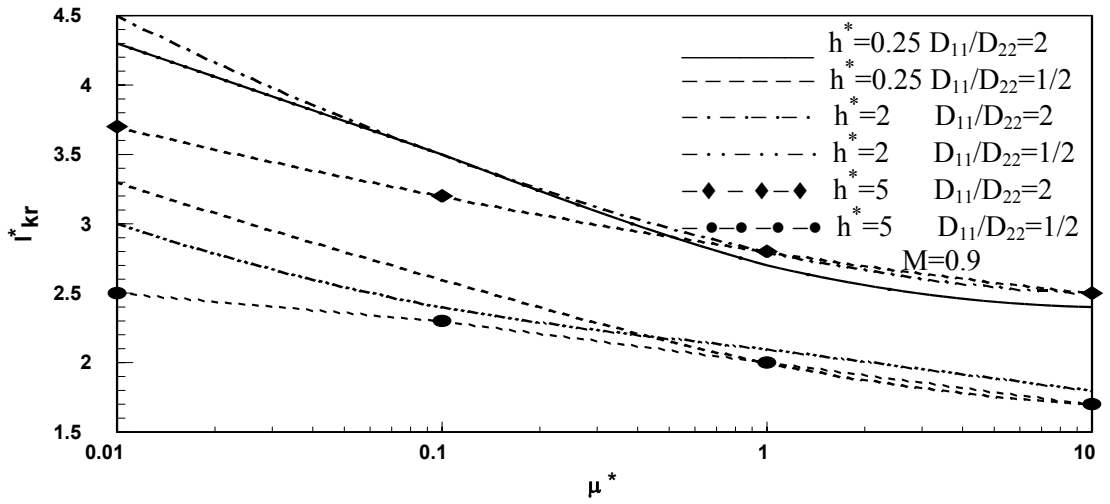


Şekil 4.59 $M=3$ 'de $(D_{11}/D_{22} = 2)$ ve $(D_{11}/D_{22} = 1/2)$ 'nin farklı μ^* değerlerinde $U_{kr}^* - h^*$ değişimi

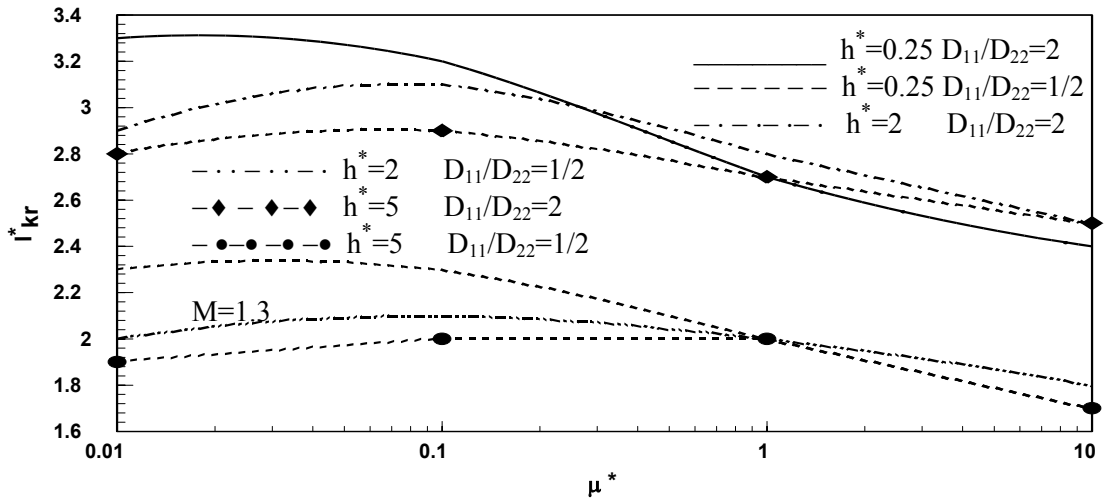
Kritik dalga boyları ise liflerin akış yönünde olduğu durumda akışa dik yönde olduğu duruma göre daha büyüktür. Her iki yönlendirme durumu içinde $M \geq 1.3$ durumunda $h^* \geq 2$ 'den sonra $l_{kr}^* - \mu^*$ değişimi aynı olmaktadır. Örneğin, $M=3$ için $h^*=2$ ve $h^*=5$ durumunda $l_{kr}^* - \mu^*$ değişim eğrileri hemen hemen üstüstedir.



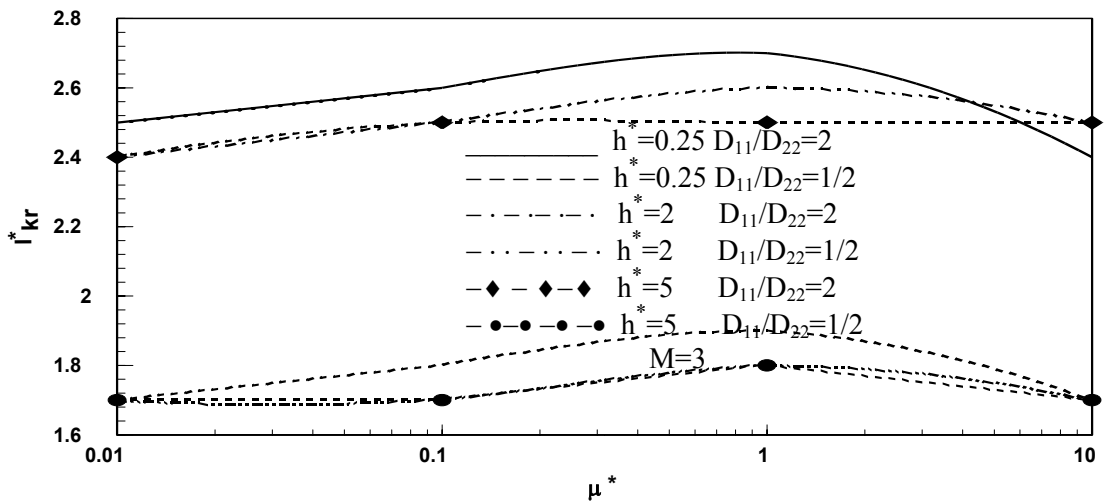
Şekil 4.60 $M=0$ 'da $(D_{11}/D_{22} = 2)$ ve $(D_{11}/D_{22} = 1/2)$ 'nin farklı h^* değerlerinde $l_{kr}^* - \mu^*$ değişimi



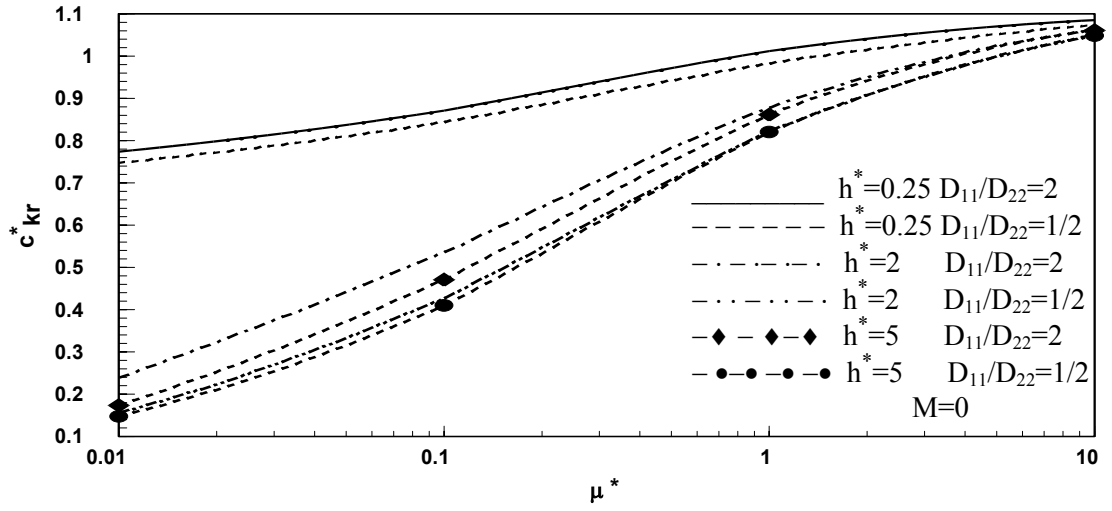
Şekil 4.61 $M=0.9$ 'da $(D_{11}/D_{22}=2)$ ve $(D_{11}/D_{22}=1/2)$ 'nin farklı h^* değerlerinde $l^*_{kr}-\mu^*$ değişimi



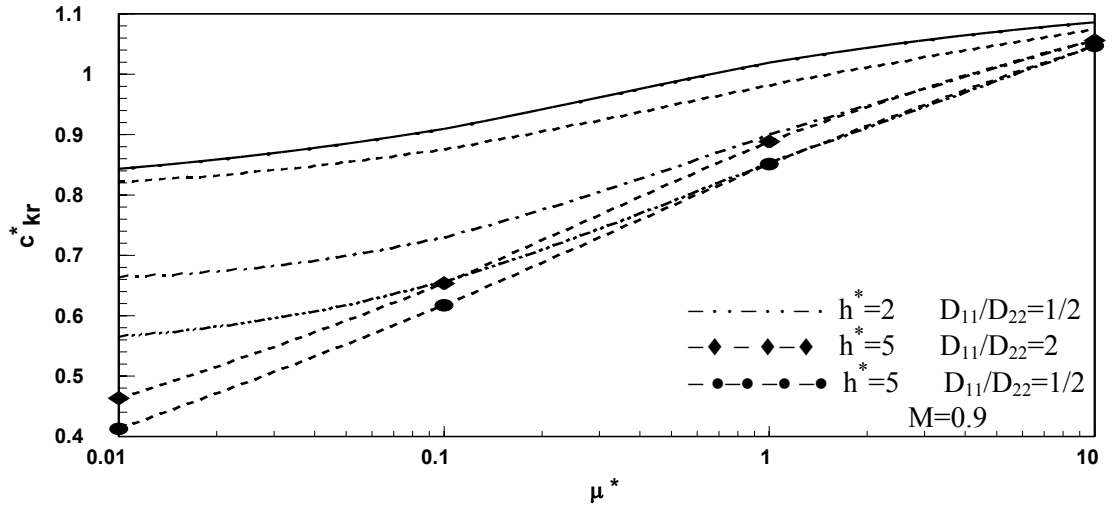
Şekil 4.62 $M=1.3$ 'de $(D_{11}/D_{22}=2)$ ve $(D_{11}/D_{22}=1/2)$ 'nin farklı h^* değerlerinde $l^*_{kr}-\mu^*$ değişimi



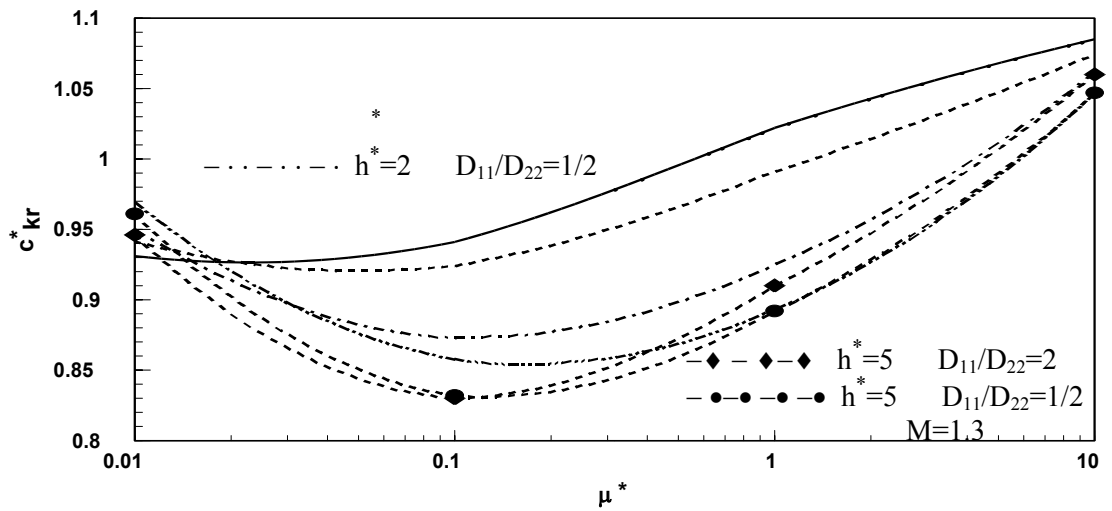
Şekil 4.63 $M=3$ 'de $(D_{11}/D_{22}=2)$ ve $(D_{11}/D_{22}=1/2)$ 'nin farklı h^* değerlerinde $l^*_{kr}-\mu^*$ değişimi



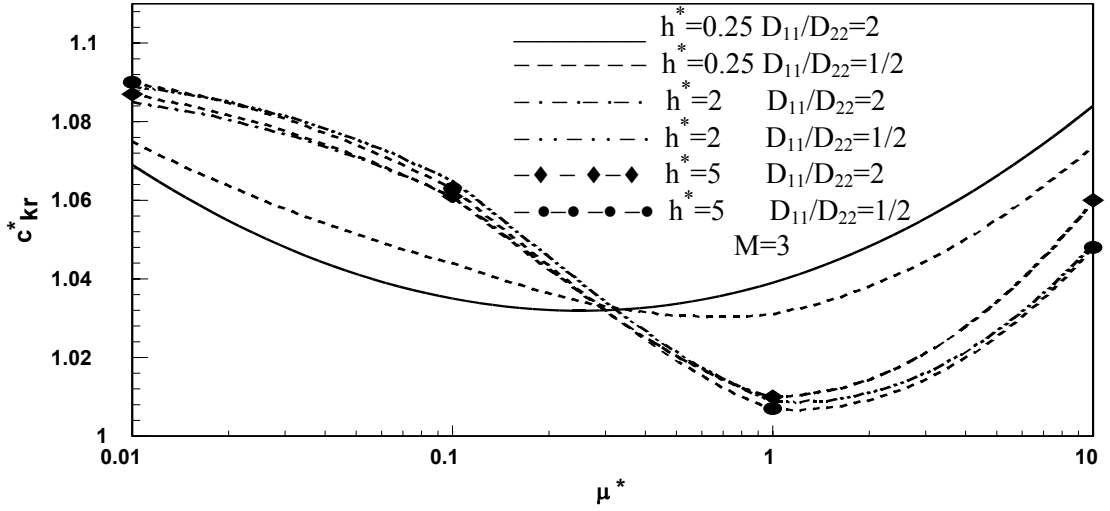
Şekil 4.64 $M=0$ 'da $(D_{11}/D_{22}=2)$ ve $(D_{11}/D_{22}=1/2)$ 'nin farklı h^* değerlerinde $c_{kr}^* - \mu^*$ değişimi



Şekil 4.65 $M=0.9$ 'da $(D_{11}/D_{22}=2)$ ve $(D_{11}/D_{22}=1/2)$ 'nin farklı h^* değerlerinde $c_{kr}^* - \mu^*$ değişimi



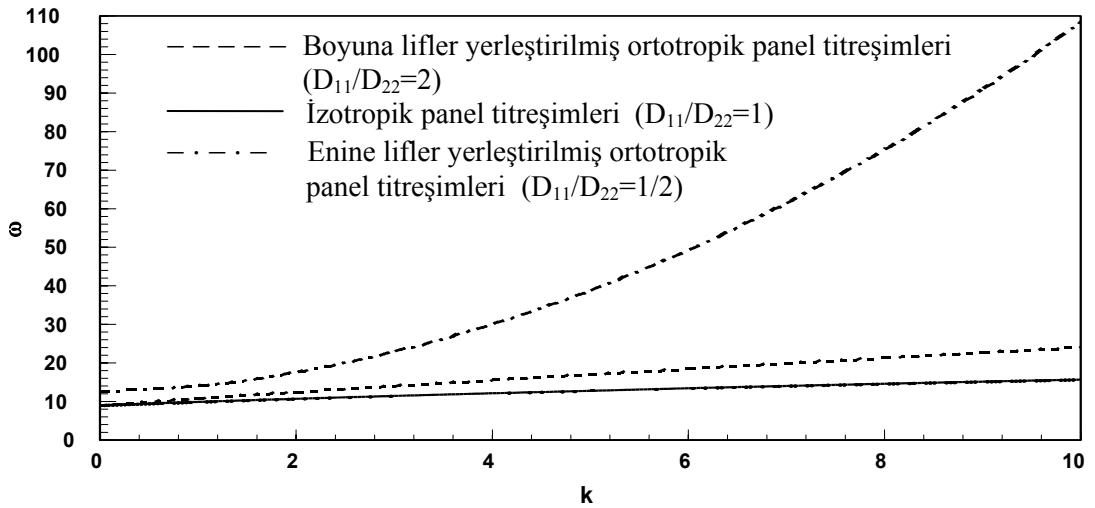
Şekil 4.66 $M=1.3$ 'de $(D_{11}/D_{22}=2)$ ve $(D_{11}/D_{22}=1/2)$ 'nin farklı h^* değerlerinde $c_{kr}^* - \mu^*$ değişimi



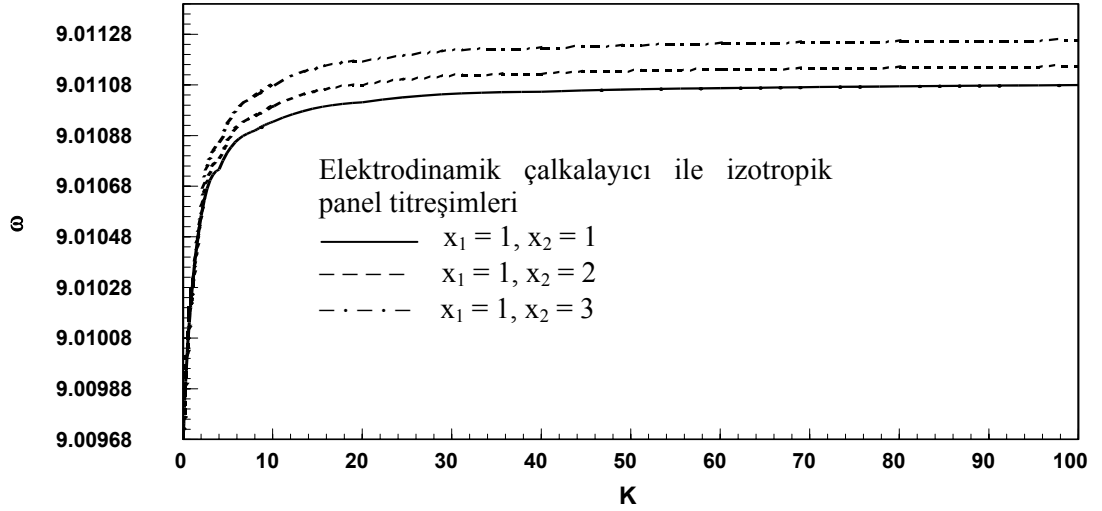
Şekil 4.67 $M=3$ 'de $(D_{11}/D_{22}=2)$ ve $(D_{11}/D_{22}=1/2)$ 'nin farklı h^* değerlerinde $c^*_{kr}-\mu^*$ değişimi

Kritik dalga boyları için yapılan yorumlar kritik dalga hızları içinde aynen geçerli olmakla birlikte kritik dalga hızları, kritik dalga boylarının azalan bir profil çizmesine karşılık, büyük $\mu^* > 1$ değerleri için giderek artan bir profil çizmektedir.

Şekil 4.68'de izotropik, boyuna ve enine liflerle güçlendirilmiş ortotropik panel için dalga sayısı ile frekansın değişimi gösterilmiştir. Her üç durumda da dalga sayısı arttıkça frekans artmaktadır.

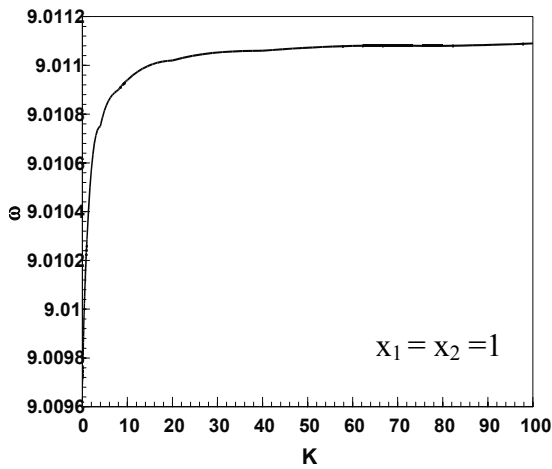


Şekil 4.68 İzotropik ve ortotropik panel için $\omega-k$ değişimi

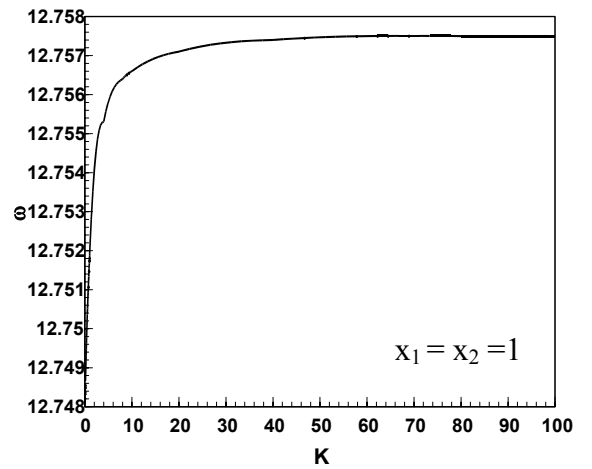


Şekil 4.69 Elektrodinamik çalkalayıcı ile izotropik panelde ω - K değişimi

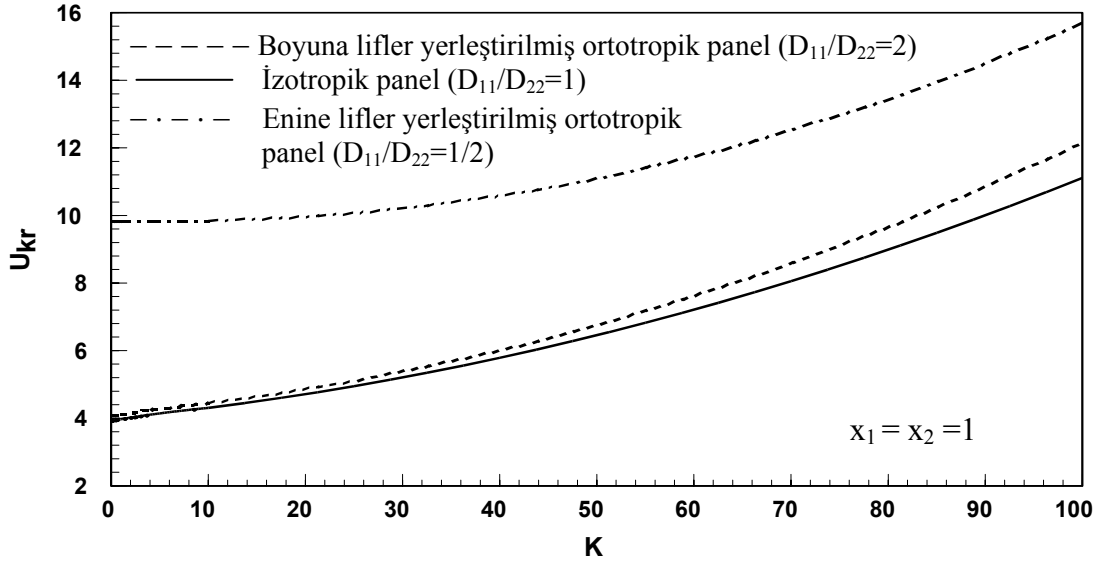
Şekil 4.69’da elektrodinamik çalkalayıcı ile izotropik panelde frekansın kontrol sabitine göre değişimi gösterilmiştir. Burada elektrodinamik çalkalayıcının farklı uygulama noktası (x_2), aynı ölçüm noktası ile karşılaştırılmıştır. Kontrol sabitinin artan değerlerinde uygulama noktası ilerledikçe frekans yükselmektedir. Şekil 4.70 ve 4.71’de sırasıyla boyuna ve enine lifler yerleştirilmiş ortotropik panelin frekansının kontrol sabiti ile değişimini vermektedir. Bu üç grafik Şekil 4.68 ile karşılaştırıldığında kontrol sabitinin sıfır olduğu durumdaki frekans ile dalga sayısının sıfır olduğu durumdaki frekansın aynı olduğu görülmektedir.



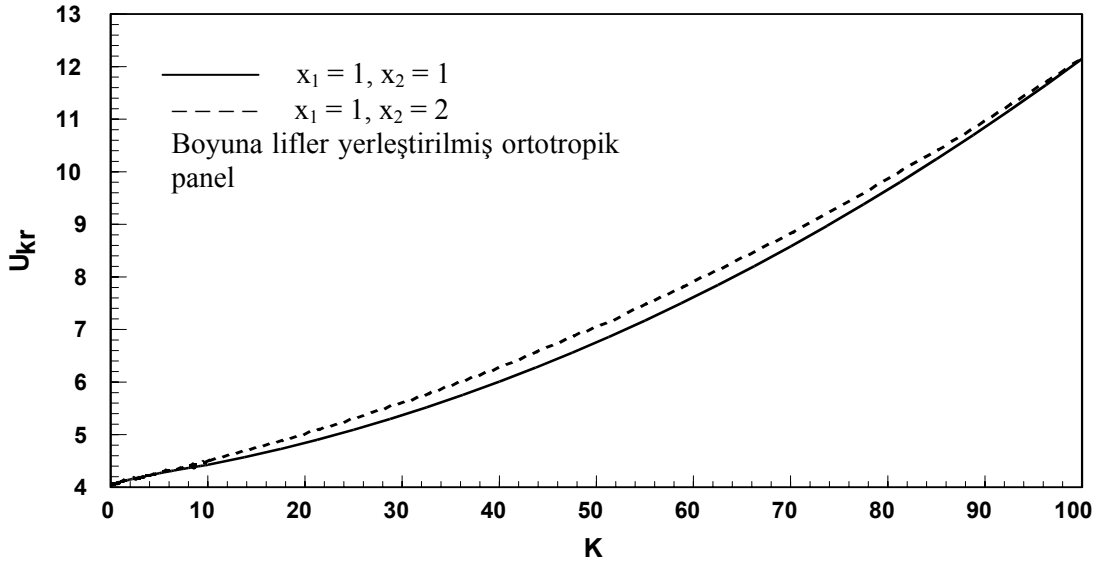
Şekil 4.70 Elektrodinamik çalkalayıcı ile boyuna lifler yerleştirilmiş ortotropik panelde ($D_{11}/D_{22}=2$) ω - K değişimi



Şekil 4.71 Elektrodinamik çalkalayıcı ile enine lifler yerleştirilmiş ortotropik panelde ($D_{11}/D_{22}=1/2$) ω - K değişimi



Şekil 4.72 Elektrodinamik çalkalayıcı ile izotropik ve ortotropik panelde $U_{kr}-K$ değişimi



Şekil 4.73 Elektrodinamik çalkalayıcı ile boyuna lifler içeren ortotropik panelde $U_{kr}-K$ değişimi

Şekil 4.72'de izotropik, boyuna ve enine liflerle güçlendirilmiş ortotropik panel için çarpınma hızının kontrol sabiti ile değişimi gösterilmiştir. Kontrol sabiti arttıkça her üç koşulda da çarpınma hızının sınırı artmaktadır. Şekil 4.73, boyuna lifler yerleştirilmiş ortotropik panel için aynı ölçüm noktası ve farklı uygulama noktası için elde edilmiş $U_{kr}-K$ değişim eğrilerini göstermektedir.

5. TARTIŞMA VE SONUÇ

Çalışma kapsamında dikdörtgen bir kanal içerisine basit mesnetlenmiş ortotropik panelin çırpınma hızının Mach sayıları, boyuna eğilme rijitliğinin enine eğilme rijitliğine oranı, kanal yüksekliği ve hava/panel kütle oranı değişiminden nasıl etkilendiği araştırılmıştır. Üçüncü bölümde 3.8 kısmında yapılan analitik çözüm orjinaldir. Daha önce yapılmış çalışmalarda Galerkin sayısal metodu kullanılmıştır. Ayrıca çalışma kapsamında özel ortotropik durumun yanısıra genel ortotropik durum da incelenmiştir. Bu da orjinaldir. 3.9 kısmında elektrodinamik çalkalayıcı ile panelin çırpınma hızının kontrol edilmesinin analitik çözümü de bu çalışmaya özgüdür.

Çalışma kapsamında analitik ve iki farklı Galerkin terimi kullanılarak çözüm yapılmıştır. Her üç çözümünde yaklaşık aynı sonuçları verdiğini görülmüştür. Yani tek Galerkin terimi olarak geliştirilen çözümde yeterli yakınsaklık sağlanmaktadır.

Ortotropik panelde liflerin hem akış yönünde hem de akışa dik yönde olduğu durumda çırpınma hızları, izotropik panel için elde edilen çırpınma hızlarından büyüktür. İzotropik durumda $D_{11}/D_{22}=1$ ve $D_{12}+2D_{66}=1$ olmaktadır. İzotropik panelde $\mu^* \rightarrow \infty$ iken $l^*_{kr} \rightarrow 2$ olmaktadır. $l^*_{kr}=l/b$ olduğundan dalga boyu kanal genişliğinin 2 katı olmaktadır. Ortotropik panelde ise D_{11}/D_{22} oranı arttıkça (lifler akış yönünde) l^*_{kr} değerleri 2'nin üzerinde, D_{11}/D_{22} oranı azaldıkça (lifler akışa dik yönde) l^*_{kr} değerleri 2'nin altında bir değere yaklaşmaktadır. Yine $l^*_{kr}=l/b$ olduğundan dalga boyu, D_{11}/D_{22} oranı arttıkça kanal genişliğinin 2.5 katı, D_{11}/D_{22} oranı azaldıkça kanal genişliğinin 1.8 katı olmaktadır. İzotropik panelde bütün Mach sayılarında $\mu^* \rightarrow \infty$ iken $c_{kr}^* \rightarrow 1$ olmaktadır. Ortotropik panelde ise gerek D_{11}/D_{22} oranı arttıkça (lifler akış yönünde) gerekse D_{11}/D_{22} oranı azaldıkça (lifler akışa dik yönde) c_{kr}^* değerleri 1'in üzerinde bir değere yaklaşmaktadır. Belirli bir kanal yüksekliğinde tüm Mach sayılarında liflerin akışa dik olduğu yönde olduğu durumda elde edilen çırpınma hızları, liflerin akış yönünde olduğu durumda elde edilen çırpınma hızlarından yüksektir. Kanal yüksekliği,

$h^* \rightarrow \infty$ iken de bu durum değişmemektedir. $M \geq 1.3$ olması halinde $h^* \geq 2$ 'den sonra $l_{kr}^* - \mu^*$ ve $c_{kr}^* - \mu^*$ değişimi aynı olmaktadır.

Çalışmada incelenen tüm μ^* değerlerinde h^* arttıkça U_{kr}^* değerleri artmaktadır. l_{kr}^* değerleri belirli bir h^* 'a kadar artmakta ve sabit kalmaktadır. c_{kr}^* değerleri ise belirli bir h^* 'a kadar azalmakta ve sabit kalmaktadır. $M \geq 1.3$ iken $U_{kr}^* - h^*$, $l_{kr}^* - h^*$ ve $c_{kr}^* - h^*$ değişimleri yaklaşık olarak sabit kalmaktadır.

Farklı lif yönlendirme açılarında hava/panel kütle oranı, μ^* ile U_{kr}^* değerlerinin değişimi incelendiğinde aynı değere doğru yakınsadığı görülmüştür. Bu yakınsama μ^* arttıkça panelin yoğunluğunun azalmasından kaynaklanmaktadır.

Akışın sıkıştırılamaz olduğu durumda en yüksek U_{kr}^* ve l_{kr}^* değerleri elde edilmiş, Mach sayısı arttıkça bu değerlerde azalma gözlenmiştir. Akışın sıkıştırılamaz olduğu durumda c_{kr}^* değerleri en düşük değerinde olmakta Mach sayısı arttıkça bu değerlerde artmaktadır. Böylece Mach sayısı arttıkça $U_{kr}^* - \mu^*$ ve $l_{kr}^* - \mu^*$ değişimleri düzenli olarak azalan eğriler çizerek yakınsamakta, $c_{kr}^* - \mu^*$ değişimi ise düzenli olarak artan eğriler çizerek yakınsamaktadır. Bu durum liflerin akış yönünde ve akışa dik yönde olduğu ortotropik durumda geçerli olduğu gibi izotropik durumda da geçerlidir.

Akışın sıkıştırılamaz olduğu, $M=0$ ve sıkıştırılabilir, $M=0.9$ olduğu durumda lif yönlendirilme açıları arttıkça çarpınma hızları artmaktadır. Bu Mach sayılarında kritik dalga boyu ve kritik dalga hızı değerleri yönlendirilme açılarının 45^0 olduğu duruma kadar artmakta, daha büyük açı değerlerinde azalmaktadır. $M=0$ ve 0.9 olduğu durumda en küçük kritik dalga boyu ve kritik dalga hızı değerleri $\theta=90^0$ için oluşmakta iken Mach sayısının artan değerleri için $\theta=0^0$ için oluşmaktadır. $M \geq 1.3$ iken çarpınma hızı eğrileri de θ ile sürekli artmak yerine $\theta=45^0$ 'ye kadar artmakta daha yüksek açılarda azalma eğilimi göstermektedir. Buna ilave olarak $M \geq 1.3$ iken l_{kr}^* ve c_{kr}^* değerleri hemen hemen sabit kalmaktadır.

Kontrol sabitinin artan değerlerinde uygulama noktası ilerledikçe frekans yükselmektedir. $\omega-k$ ve $\omega-K$ grafikleri karşılaştırıldığında kontrol sabitinin sıfır olduğu

durumdaki frekans ile dalga sayısının sıfır olduğu durumdaki frekansın aynı olduğu gör÷lmektedir. Kontrol sabiti arttıkça çırpınma hızının sınırı artmaktadır.

İlerideki çalışmalarda bu çalışmadan elde edilen sonuçların sonlu bir plaka için de geçerli olup olmadığının araştırılması, problemin farklı mesnetlenme şartları ile incelenmesi ve simetrik olmayan katmanlı laminalar için geliştirilmesi önerilmektedir. Ayrıca bu çalışmaya ilave olarak sadece sehim değil hız ve ivme ölçülerek bunların kombinasyonundan kontrol uygulanabilir.

KAYNAKLAR

1. DOWELL, E.H. ve VOSS, H.M., 1965, Experimental and theoretical panel flutter studies in the mach number range 1.0 to 5.0, *AIAA journal*, 3 (12), 2292- 2304.
2. FUNG, Y.C., 1963, Some recent contributions to panel flutter research, *AIAA journal*, 1 (4), 898-909.
3. SHIRK, M.H. ve OLSEN, J.J., 1963, Recent panel flutter research and applications, *North Atlantic Treaty Organization Advisory Group for Aeronautical research and development*.
4. MUHLSTEIN, L., Jr., GASPERS, P.A., Jr. ve RIDDLE D.W., 1968, An experimental study of the influence of the turbulent boundary layer on panel flutter, *NASA TN D-4486*.
5. GASPERS, P.A., Jr., MUHLSTEIN, L., Jr. ve PETROFF, D.N., 1970, Further experimental results on the influence of the turbulent boundary layer on panel flutter, *NASA TN D-5798*.
6. DOWELL, E.H., 1970, Panel flutter: A review of the aeroelastic stability of plates and shells, *AIAA journal*, 8 (3), 385-399.
7. TANG, D.M., YAMAMOTO, H. ve DOWELL, E.H., 2003, Flutter and limit cycle oscillations of two-dimensional panels in three-dimensional axial flow, *Journal of fluids and structures*, 17, 225-242.
8. ATTAR, P.J., DOWELL, E.H. ve TANG, D.M., 2003, A theoretical and experimental investigation of the effects of a steady angle attack on the nonlinear flutter of a delta wing plate model, *Journal of fluids and structures*, 17, 243-259.
9. TIZZI, S., 1994, A numerical procedure for the analysis of a vibrating panel in critical flutter conditions, *Computers and structures*, 50 (2), 296-316.
10. HEDGEPEETH, J.M., BUDIANSKY, B. ve LEONARD, R.W., 1954, Analysis of flutter in compressible flow of a panel on many supports, *Journal of the aeronautical sciences*, 21 (7), 475-486.
11. MILES, J.W., 1956, On the aerodynamic instability of thin panels, *Journal of the aeronautical sciences*, 23 (8), 771-780.

12. LEONARD, R.W. ve HEDGEPEETH, J.M., 1957, On the flutter of infinitely long panels on many supports, *Journal of the aeronautical sciences*, 24 (4), 381-383.
13. HEDGEPEETH, J.M., 1957, Flutter of rectangular simply supported panels at high supersonic speeds, *Journal of the aeronautical sciences*, 24 (8), 563-573.
14. CUNNINGHAM, H.J., 1963, Flutter analysis of flat rectangular panels based on three-dimensional supersonic potential flow, *AIAA journal*, 1 (8), 1795-1801.
15. HERRESHOFF, J.B., 1963, Flutter analysis using influence matrices and steady-state aerodynamics, *AIAA journal*, 1 (12), 2853-2855.
16. DUGUNDJI, J., DOWELL, E.H. ve PERKIN B., 1963, Subsonic flutter of panels on continuous elastic foundations, *AIAA journal*, 1 (5), 1146-1154.
17. DUGUNDJI, J., 1966, Theoretical considerations of panel flutter at high supersonic mach numbers, *AIAA journal*, 4 (7), 1257-1266.
18. DOWELL, E.H., 1966, Flutter of infinitely long plates and shells. Part I: Plate, *AIAA journal*, 4 (8), 1370-1377.
19. NIBLETT, L.T., 1988, A guide to classical flutter, *Aeronautical journal*, 339-354.
20. EPSTEIN, R.J., SRINIVASAN, R. ve DOWELL, E.H., 1995, Flutter of an infinitely long panel in a duct, *AIAA journal*, 33 (1), 109-115.
21. ÖNSAY, T., 1993, Effects of layer thickness on the vibration response of a plate fluid layer system, *Journal of sound and vibration*, 163 (2), 231-259.
22. ZUO, Q.H. ve SCHREYER, H.L., 1996, Flutter and divergence instability of nonconservative beams and plates, *International journal of solids and structures*, 33 (9), 1355-1367.
23. DONGI, F., DINKLER, D. ve KROPLIN, B., 1996, Active panel flutter suppression using self-sensing piezoactuator, *AIAA journal*, 34 (6), 1224-1230.
24. AGLAZIN, S.D. ve KIIKO, I.A., 2003, Numerical investigation of the flutter of a rectangular plate, *Journal of applied mechanics and technical physics*, 44 (4), 482-488.
25. DOWELL, E.H., 1966, Nonlinear oscillations of a fluttering plate, *AIAA journal*, 4 (7), 1267-1275.

26. GORDNIER, R.E. ve VISBAL, M.R., 2002, Development of a three-dimensional viscous aeroelastic solver for nonlinear panel flutter, *Journal of fluids and structures*, 16 (4), 497-527.
27. POURTAKDOUST, S.H. ve FAZELZADEH, S.A., 2003, Chaotic analysis of nonlinear viscoelastic panel flutter in supersonic flow, *Nonlinear dynamics*, 32 (4), 387-404.
28. YANG, Z. ve ZHAO, L., 1989, Wing flutter analysis of an airfoil in incompressible flow, *Journal of aircraft*, 26 (6), 583-587.
29. FORSCHING, H. ve SENFT, A., 1991, A parametric study of the aeroelastic stability of a binary wing-with nacelle flutter system in incompressible flow, *Aeronautical journal*, 359-369.
30. HUANG, L., 1998, Reversal of the Bernoulli effect and channel flutter, *Journal of fluids and structures*, 12 (2), 131-151.
31. POIREL, D. ve PRICE, S., 2001, Structurally nonlinear fluttering airfoil in turbulent flow, *AIAA journal*, 39 (10), 1960-1968.
32. EISLEY, J.G. ve LUESSEN, G., 1963, Flutter of thin plates under combined shear and normal edge forces, *AIAA journal*, 1 (3), 620-628.
33. STEIN, M., 1986, Nonlinear Theory for plates and shells including the effects of transverse shearing, *AIAA journal*, 24 (9), 1537-1544.
34. CHANDIRAMANI, N.K., LIBRESCU, L.I. ve PLAUT, R. H., 1996, Flutter of geometrically-imperfect shear-deformable laminated flat panels using non-linear aerodynamics, *Journal of sound and vibration*, 192 (1), 79-100.
35. GHUGAL, Y.M. ve SHIMPI, R.P., 2001, A review of refined shear deformation theories for isotropic and anisotropic laminated beams, *Journal of reinforced plastics and composites*, 20 (3), 255-272.
36. CHEN, W. ve LIN, H., 1985, Flutter analysis of thin cracked panels using finite element method, *AIAA journal*, 23 (5), 795-801.
37. XUE, D.Y. ve MEI, C., 1993, Finite element nonlinear flutter and fatigue life of two-dimensional panels with temperature effects, *Journal of aircraft*, 30 (6), 993-1000.
38. GANAPATHI, M. ve TOURATIER, M., 1996, Supersonic flutter analysis of thermally stressed laminated composite flat panels, *Composite structures*, 34 (2), 241-248.
39. LIAW, D.G., 1997, Nonlinear supersonic flutter of laminated composite plates under thermal loads, *Computers and structures*, 65 (5), 733-740.

40. LEE, I., LEE, D.M. ve OH, I.K., 1999, Supersonic flutter analysis of stiffened laminated plates subject to thermal load, *Journal of sound and vibration*, 224 (1), 49-67.
41. RAJAPPA, N.R., 1963, Free Vibration of rectangular and circular orthotropic plates, *AIAA journal*, 1 (5), 1194-1195.
42. STANISIC, M.M., 1955, Free vibration of a rectangular plate with damping considered, *Quarterly applied mathematics*, 12, 361-367.
43. HEARMON, R.F.S., 1959, The frequency of flexural vibration of rectangular orthotropic plates with clamped or supported edges, *Journal of applied mechanics*, 537-540.
44. HUFFINGTON, N.J., HOPPMANN, W.H.H., 1958, On the transverse vibrations of rectangular orthotropic plates, *Journal of applied mechanics*, 389-395.
45. KETTER, D.J., 1967, Flutter of flat, rectangular, orthotropic panels, *AIAA journal*, 5 (1), 116-124.
46. LIN, K.J., LU, P.J., TARN, J.Q., 1989, Flutter analysis of cantilever composite plates in subsonic flow, *AIAA journal*, 27 (8), 1102-1109.
47. SANTINI, P. ve GASBARRI, P., 2000, Structure dynamics of a cantilever wing-like anisotropic swept plate, *Journal of reinforced plastics and composites*, 19 (14), 1112-1146.
48. SHIAU, L.C., 1992, Flutter of composite laminated beam plates with delamination, *AIAA journal*, 30 (10), 2504-2511.
49. WOO, J. ve NAIR, S., 1992, Nonlinear vibrations of rectangular laminated thin plates, *AIAA journal*, 30 (1), 180-188.
50. CHOWDARY, T.V.R., PARTHAN, S. ve SINHA, P.K., 1994, Finite element flutter analysis of laminated composite panels, *Computers and structures*, 53 (2), 245-251.
51. LIAO, C.L., SUN, Y.W., 1993, Flutter analysis of stiffened laminated composite plates and shells in supersonic flow, *AIAA journal*, 31 (10), 1897-1905.
52. PIDAPARTI, R.M.V., 1993, Free vibration and flutter of damaged composite panels, *Composite structures*, 38 (1-4), 477-481.
53. SARAVANOS, D.A. ve HEYLIGER, P.R., 1999, Mechanics and computational models for laminated piezoelectric beams, plates and shells, *Applied mechanics review*, 52 (10), 305-319.

54. ROMEO, G., FERRERO, G., 2001, Analytical/Experimental behaviour of anisotropic rectangular panels under linearly varying combined loads, *AIAA journal*, 39 (5), 932-941.
55. DOWELL, E.H., 1966, Generalized Aerodynamic forces on a flexible plate undergoing transient motion, *Quarterly of applied mathematics*, 24 (4), 331-338.
56. FRAMPTON, K.D., CLARK, R.L. ve DOWELL, E.H., 1996, State-space modeling for aeroelastic panels with linearized potential flow aerodynamic loading, *Journal of aircraft*, 33 (4), 816-822.
57. FRAMPTON, K.D., CLARK, R.L. ve DOWELL, E.H., 1996, Active control of panel flutter with piezoelectric transducers, *Journal of aircraft*, 33 (4), 768-774.
58. HUANG, X.Y., 1987, Active control of aerofoil flutter, *AIAA journal*, 25 (8), 1126 -1132.
59. MOON, S.H. ve KIM, S.J., 2001, Active and passive suppressions of nonlinear panel flutter using finite element method, *AIAA journal*, 39 (11), 2042-2050.
60. CAN, A.Ş., 1996, Akışkan yüklü eğimli plakların titreşim ve flater analizi, *İstanbul Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü*, Yüksek lisans tezi.
61. TÜRKMEN, H.S. ve MECİTOĞLU, Z., 1999, Dynamic response of a stiffened laminated composite plate subjected to blast load, *Journal of sound and vibration*, 221 (3), 371-389.
62. TÜRKMEN, H.S. ve MECİTOĞLU, Z., 1999, Nonlinear structural response of laminated composite plates subjected to blast loading, *AIAA journal*, 37 (12), 1639-1647.
63. KAW, A.K., 1997, *Mechanics of composite materials*, CRC Press, New York, 0- 8493-9656-5.
64. GÜMÜŞDERELİOĞLU, M., 2004, Geleceğin malzemeleri, *Bilim ve teknik dergisi eki*, 2-5.
65. İNAN, M., 1964, *Düzlemde elastisite teorisi*, İTÜ İnşaat Fakültesi Matbaası, İstanbul, Sayı :3.
66. CHOO, V.K.S., 1990, *Fundamentals of composite materials*, Knowen Academic Press, Delaware, 0-929785-00-2.
67. NETTLES, A.T., 1994, *Basic mechanics of laminated composite plates*, Nasa Reference Publication 1351, Marshall Space Flight Center, Alabama.

68. MEGSON, T.H.G., 1990, *Aircraft structures for engineering students*, John Wiley & Sons Inc., New York, 0 7131 3681 2.
69. TIMOSHENKO, S. ve WOINOWSKY-KRIEGER S., *Theory of plates and shells*, 1959, McGraw-Hill, Inc., Singapore, 0-07-085820-9.
70. SOEDEL, W., *Vibrations of shells and plates*, 1993, Marcel Decker Inc, New York, 0-8247-9035-9.
71. PALAZOTTO, A. N. ve DENNIS, S. T., *Nonlinear analysis of shell structures*, 1992, American Institute of Aeronautics and Astronautics Inc, Washington, 1-56347-033-0.
72. TROITSKY, M. S., 1976, *Stiffened plates bending, stability and vibrations*, Elsevier Scientific Publishing Company, The Netherlands, 0-444-41530-0.
73. CURRIE, I. G., 1993, *Fundamental mechanics of fluids*, McGraw-Hill, Inc., Singapore, 0-07-113242-2.
74. BISPLINGHOFF, R. L., ve HOLT, A., 1962, *Principles of aeroelasticity*, John Wiley & Sons, Inc., New York, 0-486-61349-6.
75. DOWELL, E. H., CURTISS, H. C., SCANLAN, R. H. ve SISTO, F., 1989, *A modern course in aeroelasticity*, Kluwer Academic Publishers, The Netherlands, 0-7923-0062-9.
76. GÜRGÖZE, M., 1984, *Analitik metodlarla titreşimlerin etüdü*, İTÜ Elektrik-Elektronik Fakültesi Ofset Baskı Atölyesi, İstanbul, Sayı:1.
77. MEIROVITCH, L., 2001, *Fundamentals of vibrations*, Mc Graw Hill, Inc., New York, 0-07-041345-2.

ÖZGEÇMİŞ

Banu KÖRBAHTİ, 1974 yılında Almanya'nın Berlin kentinde doğdu. Orta ve lise öğrenimini Bursa Özel Namık Sözeri Lisesi'nde tamamladı. 1997 yılında İstanbul Üniversitesi Mühendislik Fakültesi Makina Mühendisliği Bölümü'nden mezun oldu. Aynı yıl İstanbul Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Makina Mühendisliği Anabilim Dalı'nda başladığı yüksek lisans öğrenimini 1999 yılında tamamladı. 2000 yılında İstanbul Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Makina Mühendisliği Anabilim Dalı'nda doktora öğrenimine başladı. 1998 yılında İstanbul Üniversitesi Mühendislik Fakültesi Makina Mühendisliği Bölümü'nde Araştırma Görevlisi olarak çalışmaya başladı ve halen burada görevini sürdürmektedir.