



İSTANBUL ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

YÜKSEK LİSANS TEZİ

**BİR ROBOTUN BULANIK MANTIKLI KAYAN KIPLI
KONTROLÜ**

Makina Müh. Yüksel HACIOĞLU
Makina Mühendisliği Anabilim Dalı

Danışman
Prof. Dr. Nurkan YAĞIZ

Haziran, 2004

İSTANBUL

ÖNSÖZ

Eđitimim boyunca hep yanımda olan aileme, tez çalışmam sırasında bana her zaman yardımcı olan, başta tez danışmanım Prof. Dr. Nurkan YAĞIZ'a ve tüm arkadaşlarıma teşekkür ederim.

Haziran, 2004

Yüksel HACIOĞLU

İÇİNDEKİLER

ÖNSÖZ	i
İÇİNDEKİLER	ii
ŞEKİL LİSTESİ	iv
TABLO LİSTESİ	ix
SEMBOL LİSTESİ	x
ÖZET	xi
SUMMARY	xii
1. GİRİŞ	1
2. GENEL KISIMLAR	3
3. MALZEME VE YÖNTEM	10
3.1. Robot Tanımı	10
3.2. Konum ve Yönelim	12
3.3. Koordinat Sistemlerinin Birbirine Göre Tanımlanması	14
3.4. Dönüşüm İşlemleri	15
3.4.1. Bileşik Dönüşümler	15
3.4.2. Dönüşümün Tersi	15
3.5. Sabit Eksenlere göre yönelim	16
3.6. Hareketli Eksen Takımına Göre Yönelim	17
3.7. Manipulator Kinematiği	18
3.8. Uzun Dönüşümü	21
3.9. Ters Kinematik	25
3.10. Lagrange Hareket Denklemleri	31
3.11. Kontrol Sistemleri	32
3.12. Oransal + Türev (PD) kontrolcü	33
3.13. Bulanık Mantıklı Kontrol	35
3.14. Kayan Kipli Kontrol	38

3.14.1. Birinci Yöntem.....	39
3.14.2. İkinci Yöntem.....	40
3.14.3. Üçüncü Yöntem.....	41
3.14.4. Dördüncü Yöntem.....	42
3.14.5. Beşinci Yöntem.....	43
4. BULGULAR.....	44
4.1. Düz Kinematik.....	44
4.2. Ters Kinematik.....	46
4.3. Hareket denklemleri.....	48
4.4. Oransal + Türev (PD) Kontrol.....	55
4.5. Bulanık Mantıklı Kontrol.....	58
4.6. Kayan Kipli Kontrol.....	62
4.7. Bulanık Mantıklı Kayan Kipli Kontrolcü (Değişken Γ).....	71
4.8. Bulanık Mantıklı Kayan Kipli Kontrolcü (Değişken α).....	77
4.9. Bulanık Mantıklı Kayan Kipli Kontrolcü (Değişken Γ ve α).....	85
4.10. Kontrolcü Performanslarının karşılaştırılması.....	89
5. TARTIŞMA VE SONUÇ.....	107
KAYNAKLAR.....	108
EKLER.....	111
Ek - A.....	111
Ek - B.....	112
ÖZGEÇMİŞ.....	113

ŞEKİL LİSTESİ

Şekil 3.1	Tipik bir robotun bölümleri.	10
Şekil 3.2	a) Kartezyen robot kolu. b) Silindirik robot kolu. c) Küresel robot kolu. d) Antropomorfik robot kolu. e) SCARA robot kolu. [1].....	11
Şekil 3.3	Uzayda bir noktanın konum vektörü ile gösterilmesi.....	12
Şekil 3.4	Rijit bir cismin yönelimi.	13
Şekil 3.5	Koordinat sistemlerinin birbirine göre tanımlanması.	14
Şekil 3.6	Dönüşüm işlemleri.	15
Şekil 3.7	Sabit eksen takımlarına göre yönelim.....	16
Şekil 3.8	Hareketli eksen takımlarına göre yönelim.	17
Şekil 3.9	Eklem çeşitleri. [35].....	18
Şekil 3.10	İki eklem eksenini arasındaki ilişkiyi belirleyen eklem parametreleri.	19
Şekil 3.11	Uzuvların birbiriyle olan ilişkisinin belirlenmesinde kullanılan uzuv açıklığı ve eklem açısı.....	20
Şekil 3.12	Eksen takımlarının uzuvlara tutturulması.	20
Şekil 3.13	Uzuv dönüşümlerinde kullanılan ara eksen takımlarının yerleşimi.....	22
Şekil 3.14	Üç dönel ekleme sahip düzlemsel robot kolu.	23
Şekil 3.15	Eksen takımlarının tutturulması.	23
Şekil 3.16	Düz ve ters kinematik analiz.....	25
Şekil 3.17	Çalışma hacmi.....	26
Şekil 3.18	Ters kinematikte birden fazla çözüm olma durumu.	27
Şekil 3.19	Ters kinematik çözümde kullanılan ara değişkenler.....	29
Şekil 3.20	Genel bir kontrol sisteminin yapısı.	32
Şekil 3.21	Açık çevrimli kontrol sistemi.....	32
Şekil 3.22	Kapalı çevrimli kontrol sistemi.....	33
Şekil 3.23	a) Sistemin birim basamak cevabı. b) Hata işareti. c) Hatanın türevi.....	34
Şekil 3.24	Çeşitli şekillere sahip üyelik fonksiyonları.....	35
Şekil 3.25	Bulanık mantıklı kontrolcünün yapısı.....	36
Şekil 3.26	(a) Bir sistemin iki giriş ve bir çıkışını bulanıklaştırmak için	

kullanılan üyelik fonksiyonları. (b) Sonuç çıkarma; verilen girişler sonucu iki kural çalıştırılmıştır. (c) Durulaştırma ile kesin sonucun elde edilmesi.	37
Şekil 3.27 İkinci mertebeden bir sisteme ait faz planı ve kayan kip oluşumu.	38
Şekil 3.28 Kayma fonksiyonun zamanla değişimi.	42
Şekil 4.1 İki dönel ekleme sahip robot kolu.	44
Şekil 4.2 Eksen takımlarının eklemlere tutturulması.	44
Şekil 4.3 Ters kinematik çözümde kullanılan ara değişkenler.	47
Şekil 4.4 İki kollu robot için genelleştirilmiş koordinatlar.	48
Şekil 4.5 a) Robot kolunun harekete başlamadan önceki durumu. b) Robot kolunun hareket tamamlandıktan sonraki durumu.	51
Şekil 4.6 İkinci uzvun uç noktasının x ve y koordinatlarının zamanla değişimi.	52
Şekil 4.7 $x - y$ düzleminde izlenen yörünge.	52
Şekil 4.8 Verilen yörünge için eklem açılarının ve eklem momentlerinin bulunması.	53
Şekil 4.9 Eklem açılarının zamanla değişimi.	53
Şekil 4.10 Eklemlere uygulanması gereken momentlerin zamanla değişimi.	54
Şekil 4.11 Robot kontrolü için kontrolcü kullanımını gösteren genel bir blok diyagramı.	54
Şekil 4.12 PD kontrolcü kullanılarak elde edilen eklem açılarının, eklem açılarına ait hataların ve eklem momentlerinin zamanla değişimi.	55
Şekil 4.13 Robustluğun kontrol edilmesi için ikinci uzva kütle ilavesi yapılmaktadır.	56
Şekil 4.14 İkinci uzuv kütlelerinin zamanla değişimi.	56
Şekil 4.15 Kütle değişiminin olduğu durumda PD kontrolcü kullanılarak elde edilen eklem açılarının, eklem açılarına ait hataların ve eklem momentlerinin zamanla değişimi.	57
Şekil 4.16 Hata değerlerinin bulanıklaştırılması.	58
Şekil 4.17 Eklem momenti değerlerinin bulanıklaştırılması.	58
Şekil 4.18 Bulanık mantıklı kontrolcü kullanılarak elde edilen eklem açılarının, eklem açılarına ait hataların ve eklem momentlerinin zamanla değişimi.	60
Şekil 4.19 Kütle değişiminin olduğu durumda Bulanık mantıklı kontrolcü kullanılarak elde edilen eklem açılarının, eklem açılarına ait hataların ve eklem momentlerinin zamanla değişimi.	60
Şekil 4.20 PD kontrolcü ile Bulanık Mantıklı Kontrolcünün karşılaştırması.	61

Şekil 4.21	PD kontrolcü ile Bulanık Mantıklı Kontrolcünün karşılaştırması.	61
Şekil 4.22	Kayan kipli kontrolcü kullanılarak elde edilen eklem açılarının, eklem açılarına ait hataların ve eklem momentlerinin zamanla değişimi. ...	66
Şekil 4.23	Kütle değişiminin olduğu durumda Kayan Kipli Kontrolcü kullanılarak elde edilen eklem açılarının, eklem açılarına ait hataların ve eklem momentlerinin zamanla değişimi.	67
Şekil 4.24	Kayan kipli kontrolcü (beşinci yöntem) kullanılarak elde edilen eklem açılarının, eklem açılarına ait hataların ve eklem momentlerinin zamanla değişimi.	68
Şekil 4.25	Kütle değişiminin olduğu durumda Kayan Kipli Kontrolcü (beşinci yöntem) kullanılarak elde edilen eklem açılarının, eklem açılarına ait hataların ve eklem momentlerinin zamanla değişimi.	69
Şekil 4.26	Bulanık mantıklı kontrolcü ile kayan kipli kontrolcünün karşılaştırması.	70
Şekil 4.27	Bulanık mantıklı kontrolcü ile kayan kipli kontrolcünün karşılaştırması.	70
Şekil 4.28	Γ değerinin bulanık mantık ile bulunduğu Bulanık Mantıklı Kayan Kipli Kontrolcü (FLSMC $_{\Gamma}$) için blok diyagramı.	71
Şekil 4.29	Hata ve hatanın türevi için üyelik fonksiyonları.	71
Şekil 4.30	Kontrol kazancı için üyelik fonksiyonları.	72
Şekil 4.31	Hatanın zamanla değişimi.	73
Şekil 4.32	Bulanık Mantıklı Kayan Kipli Kontrolcü (FLSMC $_{\Gamma}$)kullanılarak elde edilen eklem açılarının, eklem açılarına ait hataların ve eklem momentlerinin zamanla değişimi.	74
Şekil 4.33	Birinci ekleme ait hataların karşılaştırılması.	74
Şekil 4.34	İkinci ekleme ait hataların karşılaştırılması.	75
Şekil 4.35	Birinci ve ikinci eklem için kontrol kazançları.	76
Şekil 4.36	Kütle değişiminin olduğu durumda Bulanık Mantıklı Kayan Kipli Kontrolcü (FLSMC $_{\Gamma}$) kullanılarak elde edilen eklem açılarının, eklem açılarına ait hataların ve eklem momentlerinin zamanla değişimi.	76
Şekil 4.37	α değerinin bulanık mantık ile bulunduğu Bulanık Mantıklı Kayan Kipli Kontrolcü (FLSMC $_{\alpha}$) için blok diyagramı.	77
Şekil 4.38	Değişken eğime sahip kayma yüzeyi.	77
Şekil 4.39	Hata ve hatanın türevi için üyelik fonksiyonları.	78
Şekil 4.40	Kayma yüzeyi eğimi için üyelik fonksiyonları.	78

Şekil 4.41 Kayma yüzeyi eğiminin belirlenmesinde kullanılan örnek kurallar için grafiksel gösterim.	79
Şekil 4.42 Kayma yüzeyinin saat yönünde dönmesi.	80
Şekil 4.43 Kayma yüzeyinin saat yönüne ters yönde dönmesi.	81
Şekil 4.44 Bulanık Mantıklı Kayan Kipli Kontrolcü ($FLSMC_{\alpha}$)kullanılarak elde edilen eklem açılarının, eklem açlarına ait hataların ve eklem momentlerinin zamanla değişimi.	82
Şekil 4.45 Birinci ekleme ait hataların karşılaştırılması.	82
Şekil 4.46 İkinci ekleme ait hataların karşılaştırılması.	83
Şekil 4.47 Kayma yüzeylerinin eğimlerinin zamanla değişimi.	84
Şekil 4.48 Kütle değişiminin olduğu durumda Bulanık Mantıklı Kayan Kipli Kontrolcü ($FLSMC_{\alpha}$) kullanılarak elde edilen eklem açılarının, eklem açlarına ait hataların ve eklem momentlerinin zamanla değişimi.	84
Şekil 4.49 Γ ve α değerinin bulanık mantık ile bulunduğu Bulanık Mantıklı Kayan Kipli Kontrolcü ($FLSMC_{\Gamma \alpha}$) için blok diyagramı.	85
Şekil 4.50 Bulanık Mantıklı Kayan Kipli Kontrolcü ($FLSMC_{\Gamma \alpha}$) kullanılarak elde edilen eklem açılarının, eklem açlarına ait hataların ve eklem momentlerinin zamanla değişimi.	86
Şekil 4.51 Birinci ekleme ait hataların karşılaştırılması.	86
Şekil 4.52 İkinci ekleme ait hataların karşılaştırılması.	87
Şekil 4.53 Kayma yüzeyi eğimlerinin zamanla değişimi.	88
Şekil 4.54 Birinci ve ikinci eklem için kontrol kazançları.	88
Şekil 4.55 Kütle değişiminin olduğu durumda Bulanık Mantıklı Kayan Kipli Kontrolcü ($FLSMC_{\Gamma \alpha}$) kullanılarak elde edilen eklem açılarının, eklem açlarına ait hataların ve eklem momentlerinin zamanla değişimi.	89
Şekil 4.56 Birinci eklem açısı için kontrolcülerin karşılaştırılması.	90
Şekil 4.57 İkinci eklem açısı için kontrolcülerin karşılaştırılması.	91
Şekil 4.58 Kontrolcülerin birinci eklem açısına ait hatalarının karşılaştırılması.	93
Şekil 4.59 Kontrolcülerin ikinci eklem açısına ait hatalarının karşılaştırılması.	94
Şekil 4.60 Kontrolcülerin birinci eklem momentlerinin karşılaştırılması.	95
Şekil 4.61 Kontrolcülerin ikinci eklem momentlerinin karşılaştırılması.	96
Şekil 4.62 Kütle değişiminin olduğu durumda birinci eklem açısı için	

kontrolcülerin karşılaştırılması.....	98
Şekil 4.63 Kütle değişiminin olduğu durumda ikinci eklem açısı için kontrolcülerin karşılaştırılması.....	99
Şekil 4.64 Kütle değişiminin olduğu durumda kontrolcülerin birinci eklem açısına ait hatalarının karşılaştırılması.....	100
Şekil 4.65 Kütle değişiminin olduğu durumda kontrolcülerin ikinci eklem açısına ait hatalarının karşılaştırılması.....	101
Şekil 4.66 Kütle değişiminin olduğu durumda birinci eklem açısına ait hata için detaylı gösterim.....	102
Şekil 4.67 Kütle değişiminin olduğu durumda kontrolcülerin birinci eklem momentlerinin karşılaştırılması.....	104
Şekil 4.68 Kütle değişiminin olduğu durumda kontrolcülerin ikinci eklem momentlerinin karşılaştırılması.....	105
Şekil 4.69 Kütle değişiminin olduğu durumda birinci eklem momenti grafiği için detaylı gösterim.....	106

TABLO LİSTESİ

Tablo 3.1 Denavit - Hartenberg parametreleri	24
Tablo 4.1 Denavit - Hartenberg parametreleri	45
Tablo 4.2 Kural Tablosu	59
Tablo 4.3 Γ için kural tablosu.	73
Tablo 4.4 α için kural tablosu.....	80
Tablo 1 Ters kinematik analizde karşılaşılan bazı denklemler ve çözümleri [37].....	111

SEMBOL LİSTESİ

α	: kayma yüzeyi eğimi
a_{i-1}	: uzuv uzunluğu
α_{i-1}	: bükülme açısı
b_t	: sönüm katsayısı
D	: sönüm terimi
d_i	: uzuv açıklığı
F_i	: genelleştirilmiş kuvvet
Γ	: kayan kipli kontrolcü için kontrol kazancı
I	: kütle atalet momenti
K	: sistemin kinetik enerjisi
K_i	: PID kontrolcü için integral sabiti
K_p	: PID kontrolcü için oransal katsayı
L	: Lagrange fonksiyonu
m	: kütle
P	: sistemin potansiyel enerjisi
${}^A P$: konum vektörü
q_i	: genelleştirilmiş koordinat
${}^A_B R$: rotasyon matrisi
$R_Q(\theta)$: Q ekseninde θ kadar dönüş matrisi
σ	: kayma fonksiyonu
${}^A_B T$: homojen dönüşüm matrisi
${}^{i-1}_i T$: uzuv dönüşüm matrisi
T_d	: PID kontrolcü için türev katsayısı
θ_i	: eklem açısı
\underline{x}	: durum değişkeni vektörü
\underline{x}_r	: durum değişkeni referans vektörü
$\Delta \underline{x}, \underline{e}$: hata vektörü
\underline{u}	: kontrol kuvveti vektörü
\underline{u}_{eq}	: eşdeğer kontrol kuvveti vektörü
$\{\}$: eksen takımı

ÖZET

BİR ROBOTUN BULANIK MANTIKLI KAYAN KIPLİ KONTROLÜ

Robotlar ilk zamanlarda daha çok endüstriyel uygulamalarda kullanılmak üzere tasarlanmış ve bu yönde gelişim göstermişlerdir. Günümüzde ise tıpta, meteorolojik çalışmalarda, sualtı araştırmalarında, savunma sanayisinde, uzay araştırmalarında ve daha birçok alanda kullanılmaktadır.

Robotlar yaygınlaştıkça, robot kontrolü ile ilgili çalışmaların önemi de giderek artmaktadır. PID kontrol gibi geleneksel kontrol yöntemleri, dış bozucu etkilerin, parametre değişimlerinin ve belirsizliklerinin olduğu durumlarda iyi netice vermeyebilir. Robust bir kontrol yöntemi olan Kayan Kipli Kontrol ise bu gibi durumlarda başarı ile uygulanabilmektedir. Bu yöntemde sistemin süresiz bir kontrol kuralı ile kayma yüzeyine ulaşması sağlanmaktadır. Kayma yüzeyine ulaşan sistem bu yüzeyde kayarak sıfır hataya gitmektedir. Bulanık Mantık ise bir sistemin kontrolünde uzman kişilerden dilsel ifadeler olarak alınan bilgilerin bulanık mantık kuralları ile ifade edilebilmesine olanak tanımaktadır.

Bu çalışmada bulanık mantık ile kayan kipli kontrolün avantajlarını bir araya getiren bir kontrol mekanizmasının tasarlanması ve bir robotun kontrolünde kullanılması amaçlanmıştır. Bu maksatla tezin ikinci bölümünde bu çalışmada kullanılan kontrolcülerle ilgili temel bilgiler ve bu kontrolcülerle ilgili literatürde yapılan çalışmalar verilmiştir. Üçüncü bölümde ise robotların kinematik ve dinamik analizi, PD Kontrol, Bulanık Mantık ve Kayan Kipli Kontrol hakkında detaylı bilgi verilmiştir. Dördüncü bölümde, iki serbestlik derecesine sahip, dönel eklemlili düzlemsel robot kolunun ileri ve ters kinematik analizi yapılmış ve hareket denklemleri çıkartılmıştır. Robot kolunun izleyeceği yörünge tanımlandıktan sonra, PD kontrol, Bulanık Mantıklı Kontrol ve Kayan Kipli Kontrol yöntemleri uygulanmıştır. Ardından bu çalışmada geliştirilen, kayan kipli kontrolcünün kontrol kazancının ve kayma yüzeyi eğiminin bulanık mantık ile belirlendiği, Bulanık Mantıklı Kayan Kipli Kontrolcü tanıtılmış ve bu kontrolcü de robot medeline uygulanmıştır. Ayrıca tüm bu kontrolcülerin robust olup olmadıkları kontrol edilmiştir. Son bölümde, uygulanan kontrolcülerin performansları robustluk özelliği de dahil olmak üzere değerlendirilmiş, geliştirilen kontrol yönteminin verdiği sonuçlar tartışılmıştır.

SUMMARY

FUZZY LOGIC SLIDING MODE CONTROL OF A ROBOT

At first robots have been designed to be used mainly in industrial applications and have been become widespread in this direction. Nowadays, they are used in the medicine, meteorological studies, underwater researches, defense industry, space researches and so on.

As robots become widespread, importance of studies about robot control are increasing. Conventional controllers like PID control could not give good results in the presence of disturbances, parameter variations and uncertainties. In this case Sliding Mode Control, which is a robust control method, can be applied successfully. In this method by using a discontinuous control rule, system is assured to reach the sliding surface. The system, which has reached the surface, slides on this surface until error goes to zero. On the other hand Fuzzy Logic gives us the ability to express the knowledge, which was taken from the experts as linguistic expressions, via fuzzy logic rules.

In this study it was aimed to design a control mechanism that brings the advantages of fuzzy logic and sliding mode control together and to use it to control a robot. For this purpose in the second chapter of the thesis basic information and studies carried out in the literature about the controllers, that have been used in this study, are given. In the third chapter detailed information about kinematic and dynamic analyses of robots, PD control, fuzzy logic and sliding mode control are given. In the fourth chapter forward and inverse kinematic analyse of a two degrees of freedom planar robot arm with revolute joints are made and motion equations are obtained. After the definition of trajectory that robot would track, PD control, fuzzy logic control and sliding mode control methods were applied. Then the proposed Fuzzy Logic Sliding Mode Control, in which control gain and slope of the surface of sliding mode control is determined by fuzzy logic, is presented and applied to the robot model. Robustness of all controllers are checked also. In the final chapter, performances of all controllers including robustness are assessed. Finally the results, obtained by using the proposed control method, are discussed.

1. GİRİŞ

Oldukça basit bir yapıya sahip olan PID kontrolcüler robotik, işlem kontrolü, klima sistemleri, sıvı seviye kontrolü gibi birçok farklı alanda uygulama alanı bulmuştur. Fakat parametre değişimlerinin veya dış bozucu etkilerin olduğu durumlarda sabit katsayılı PID kontrolcüler iyi netice vermeyebilir.

Kayan Kipli Kontrol kavramı 1950'li yılların sonlarına doğru Rusya'da yapılan çalışmalar sonucu ortaya çıkmıştır. Bu yöntemde sistemin süreksiz bir kontrol kuralı ile kayma yüzeyine ulaşması sağlanmaktadır. Kayma yüzeyine ulaşan sistem bu yüzeyde kayarak orjine gitmektedir. Kayma hareketi sırasında sistem perametrik değişimlere ve dış bozuculara karşı duyarsızdır. Bu yöntemin diğer önemli bir özelliği ise kararsız sistemlere uygulanabilmesidir.

Fiziksel sistemlerin matematiksel modellerinin çıkarılması her zaman mümkün olamamaktadır. Bu gibi durumlarda fiziksel sistemin yapısı ve kontrolü hakkında bilgiye sahip kişilerin tecrübesinden yararlanmak gerekmektedir. Bu ise Bulanık Mantık sayesinde mümkün olabilmektedir. Bulanık mantıkta, uzman kişilerden, dilsel ifadeler olarak alınan bilgiler, bulanık mantık kurallarıyla ifade edilmektedir.

Bu çalışmada bulanık mantık ile kayan kipli kontrolün avantajlarını bir araya getiren bir kontrol mekanizması tasarlanmıştır. Tasarlanan kontrolcü bir robotun yörünge takibinde kullanılmıştır.

İkinci bölümde, robotiğin kısa bir tarihçesi ve tezde kullanılacak olan kontrol yöntemleri ile ilgili temel bilgiler verilmiştir. Ayrıca Bulanık Mantıklı PD, Kayan Kipli Kontrol ve Bulanık Mantıklı Kayan Kipli Kontrol uygulamaları ile ilgili literatürde yapılan çalışmalar sunulmuştur.

Üçüncü bölümde, öncelikle robotun tanımı yapılarak karşılaşılan robot kolu çeşitleri verilmiştir. Kinematik analizde kullanılacak bazı temel tanımlamalar yapıldıktan sonra, ileri (düz) kinematik ile ters kinematik çözüm anlatılmıştır. Hareket denklemlerinin çıkarılması için kullanılan Lagrange yöntemi açıklandıktan sonra tezde kullanılan PD kontrol, Bulanık Mantıklı Kontrol ve Kayan Kipli Kontrol ile ilgili detaylı bilgi verilmiştir.

Dördüncü bölümde, ilk önce iki serbestlik derecesine sahip, dönel eklemlili düzlemsel robot kolunun ileri ve ters kinematik analizi yapılmıştır. Ardından dinamik analizde Lagrange yöntemi kullanılarak hareket denklemleri çıkartılmıştır. Robot kolunun yapacağı hareket tanımlandıktan sonra, PD kontrol, Bulanık Mantıklı Kontrol ve Kayan Kipli Kontrol robotun kontrolü için kullanılmıştır. Ayrıca bu kontrolcülerin robustluklarını test etmek için, simülasyonun belli bir zamanında robotun ikinci uzvuna kütle ilavesi yapılmıştır. Ardından bu çalışmada geliştirilen, kayan kipli kontrolcünün kontrol kazancının ve kayma yüzeyi eğiminin bulanık mantık ile belirlendiği, Bulanık Mantıklı Kayan Kipli Kontrolcü tanıtılmıştır. Geliştirilen bu kontrolcü de robotun kontrolü için kullanılmış ve diğer kontrolcülere uygulanan robustluk testinden geçirilmiştir.

Son bölümde, uygulanan kontrolcülerin performansları robustluk özelliği de dahil olmak üzere değerlendirilmiş, geliştirilen kontrol yönteminin verdiği sonuçlar tartışılmıştır.

2. GENEL KISIMLAR

Robot kelimesi ilk kez Çek yazar Karel Capek tarafından, “Rossum’un Evrensel Robotları” (Rossum’s Universal Robots) isimli romanında kullanılmıştır. Yazar robot kelimesini Çekçe’de “zorla çalıştırma” anlamına gelen “robota”dan türetmiştir [1]. Robot teknolojisiyle ilgili tüm alanları kapsayan bir terim olan robotik ise ilk kez Rus yazar Isaac Asimov tarafından kullanılmıştır. Aynı yazar “Ben, Robot” isimli bir romanında robotiğin üç yasadını ifade etmiştir. Bunlar;

- Bir robot bir insana zarar veremez, ya da, kayıtsız kalarak zarar görmesine neden olamaz.
- Birinci yasayla çatışmamak koşuluyla, bir robot insanlar tarafından verilen emirlere uymak zorundadır.
- Birinci ve ikinci yasayla çatışmamak koşuluyla, bir robot kendi varlığını korumalıdır.

Robotlar teleoperatörlerin ve numerik kontrollü makinaların gelişmiş şekilleridir. Eklemlili mekanizmalar olan teleoperatörler ilk zamanlarda, genelde uzaktan kumanda edilerek radyoaktif malzemelerin tutulup taşınmasında kullanılmıştır. Numerik kontrollü makinalar ise uçak parçaları gibi hassas işlem gerektiren üretim aşamalarında kullanılmıştır. Endüstride robot kullanımı ekonomik ve donanımsal nedenlerden dolayı sınırlıydı. 1970’li yıllarda özellikle mikroişlemcilerin geliştirilmesiyle robotik alanında büyük ilerlemeler kaydedildi. Böylece robotların daha ucuz ve daha zeki olması sağlandı.

Günümüzde insansı robotlar üzerinde önemli ilerlemeler kaydedilmiştir. Honda firmasının Asimo ismini verdiği robot yürüyebiliyor, merdiven çıkabiliyor, bir eşyayı bir yerden başka bir yere taşıyabiliyor [2]. MIT, Yapay Zeka Laboratuvarı’nda yapılan Kismet isimli, sadece kafadan oluşan insansı robot ise, insan gibi sevincini, kızgınlığını karşısındakine belirtebiliyor.

Çok ufak boyutlarda yapılan uçan robotlar genelde savunma konularında, gözlem amaçlı kullanılırlar. Daha büyük boyutlu uçan robotlar ise meteorolojik görevler için kullanılmaktadır. Uçan robotların tasarımında aerodinamik ilkeler de dikkate alınmaktadır. 1960'lı yıllardan günümüze kadar birçok uzay aracı bilgi toplamak amacıyla uzaya gönderilmiştir. Bunlardan en çok bilinenleri 1997 yılında Mars'a gönderilen Pathfinder ve Sojourner isimli gezer robotlardır [3]. Sualtı robotları ise okyanus tabanı araştırmaları, sualtı jeolojisi, sualtı madenciliği, balıkçılık, askeri amaçlar gibi değişik alanlarda kullanılmaktadır. Bunların tasarımında ise çalışılan derinlik ve çalışma süresi önemli bir yer tutmaktadır [4].

Endüstride en çok kullanılan kontrolcüler PID kontrolcülerdir. Bunun nedeni oldukça basit bir yapıya sahip olmaları ve birçok uygulamada iyi neticeler vermesidir. Bilindiği üzere PID kontrolcününün tasarımı sırasında üç parametrenin belirlenmesi gerekmektedir. Bunlar oransal katsayı K_p , türev katsayısı T_d ve integral katsayısı K_i 'dir. Bunların belirlenmesinde en çok Ziegler – Nichols yöntemi kullanılmaktadır [5]. Fakat özellikle robotikte sistem nonlineerlik içermektedir. Dolayısıyla bu gibi durumlarda sabit katsayılı PID kontrolcü her zaman iyi neticeler vermeyebilir. Dolayısıyla sistemdeki değişimleri dikkate alabilmek için bu katsayıların da ayarlanması gerekmektedir. Bunun için Zhao ve diğ. [6] PID kontrolcününün katsayılarını belirlemek için bulanık mantık kullanmışlardır. Bulanık mantıklı kontrolcününün girişleri hata ve hatanın türevi, çıkışları ise PID kontrolcününün katsayılarıdır. Elde edilen sonuçların sabit katsayılı kontrolcüye göre daha iyi olduğu görülmüştür. Yine Santos ve Dexter [7] bulanık mantık ile PID katsayılarını ayarlayarak, kontrol kuralını uyguladıkları sistemin kontrol performansını iyileştirmişlerdir. Bu katsayıların hangi aralıkta değişebileceğini deneyler yaparak belirlemişlerdir.

Zedeh'in [8] 1965 yılındaki bulanık mantık ile ilgili makalesinden ve Mamdani'nin [9] 1974'de bulanık mantıklı kontrol uygulamasından sonra, bu alanda birçok çalışma yapılmıştır. Bulanık mantığın en önemli avantajı, bir sistemin kontrolünde, uzman kişilerden dilsel ifadeler olarak alınan bilgilerin bulanık mantık kurallarıyla ifade edilebilmesidir. Bunun yanı sıra matematiksel modeli tam olarak bilinmeyen ve nonlineer sistemlere uygulanabilmesidir.

Genel olarak iki tip bulanık mantıklı kontrolcü vardır. Birincisi PD tipi bulanık mantıklı kontrolcüdür. Bu kontrolcüde girişler hata ve hatanın türevidir. Çıkış ise kontrol işaretidir. İkincisi ise PI tipi bulanık mantıklı kontrolcüdür. Bu kontrolcüde girişler yine hata ve hatanın türevi, çıkış ise kontrol işaretindeki değişimdir. PD tipi bulanık mantıklı kontrolcünün geçiş dönemi cevabı PI tipi bulanık mantıklı kontrolcüye göre daha iyidir. Fakat bazı durumlarda daimi hal hatası sıfır olmayabilir [10].

Son yıllarda PD+I, PI+D, PD+PI gibi kombinasyonlar kullanılarak bulanık mantıklı PID kontrolcü tasarımları yapılmıştır [11, 12, 13, 14]. Bulanık mantıklı PID kontrolcü tasarımı için normalde üç boyutlu bir kural tabanı gerekmektedir. Bunu oluşturmak zor olduğu gibi, kural sayısı da çok fazla olmaktadır. Bunun için bahsedilen kontrolcü kombinasyonları ile bu zorluklar aşılmaya çalışılmıştır. Bu yöntemlerin getirdiği avantajlardan birisi de giriş ve çıkış değerlerinin ölçeklendirilmesinde kullanılan faktörlerin ayarlanarak daha iyi performans elde edilebilmesidir.

Kayan kipli kontrol kavramı 1950'li yılların sonlarına doğru Rusya'da yapılan çalışmalar sonucu ortaya çıkmıştır. Itkis'in [15] 1976 yılındaki kitabının ve Utkin'in [16] 1977'de bir makalesinin İngilizce olarak basılmasıyla bu fikir Rusya dışına da çıkmıştır. Ve bu yeni kontrol yöntemi otomatik uçuş kontrolü, elektrik motorlarının ve robotların kontrolü gibi birçok alanda uygulama alanı bulmuştur.

Kayan Kipli Kontrolcülü sistemlerde kontrol kuralı, kontrol işlemi sırasında, sistemin durumuna bağlı olarak, daha önceden belirlenen kurallara göre, bilerek değiştirilmektedir. Bunun amacı sistemin kararlı veya kararsız yörüngeler arasında geçiş yaparak bir kayma yüzeyine ulaşmasını ve bu yüzeyde kayarak sıfır hataya ulaşmasını sağlamaktır [17]. Bu süresiz kontrol işareti çattırtıya sebep olmaktadır. Bu ise fiziksel sistem elemanlarına zarar vermektedir. Bunu önlemenin yollarından biri, kayan kipli kontrol işaretinde yer alan süresiz *signum* fonksiyonunu, bu fonksiyonun sürekli bir yaklaşımı olan *saturation* fonksiyonu ile değiştirmektir [18, 19]. Çattırtıyı önlemenin diğer bir yolu da kayan kipli kontrol tasarımında kontrol kuralını *signum* fonksiyonunu kullanmadan tasarlamaktır [20].

Son yıllarda bulanık mantıklı kontrol ile kayan kipli kontrolün iyi özelliklerini bir araya getirmek için çalışmalar yapılmıştır. Bunlardan bir kısmı bulanık mantıklı kontrolcüyü kayan kipli kontrol mantığı ile oluşturarak yapılmıştır. Yani kural tabanı oluşturulurken faz planı, bir kayma çizgisi varmış gibi ikiye ayrılmaktadır. Kontrol kuvveti çizginin bir yanında pozitif diğer yanında ise negatiftir. Bu bulanık mantıklı kontrolcünün girişleri hata ve hatanın türevi, çıkışı ise sisteme uygulanan kuvvettir. Kontrolcü kuvveti, sistem kayma çizgisinden uzaklaştıkça büyümekte, yaklaştıkça azalmaktadır [18].

Chen ve Chang [21] bulanık mantıklı kayan kipli kontrol tasarımında giriş değeri olarak kayma fonksiyonunu, çıkış olarak ise kontrol işaretini kullanmıştır. Böylece kural sayısı önemli bir şekilde azalmıştır. Burada kayma fonksiyonunu yaklaşık olarak sıfır ise sistem kayma yüzeyinde demektir. Eğer kayma fonksiyonunun değeri büyük ise sistem yüzeyden uzak demektir, böylece daha büyük bir kuvvet uygulanarak sistemin kayma yüzeyine girmesi sağlanır.

Cho ve Kim [22] bulanık mantıklı kayan kipli kontrolcü için giriş olarak kayma fonksiyonunun yanında kayma fonksiyonunun türevini de kullanmıştır. Burada kayma fonksiyonunu ile sistemin kayma yüzeyine olan uzaklığı, kayma fonksiyonunun türevi ile ise kayma fonksiyonunu değişim yönü belirlenmiş oluyor. Kontrolcü çıkışı ise kayan kipli kontrolcünün süreksiz kontrol kazancıdır. Geliştirilen bu kontrolcü iki serbestlik dereceli bir robota uygulanmış, izleme hatasının ve çattırının azaldığı gözlemlenmiştir.

Li ve Shieh [23] araba – ters sarkaç sistemini kontrol etmek için bulanık mantıklı kayan kipli kontrolcü kullanmış. Kontrolcü girişleri kayma fonksiyonu ve kayma fonksiyonunun türevi, çıkış ise kontrol işaretindeki değişimdir. Sistemin durumuna göre iki farklı bulanık mantıklı kayan kipli kontrolcü arasında geçiş yapılarak kontrol sağlanmıştır. Böylece kontrol kuralı sayısında önemli miktarda azalma olmuştur.

Fung ve diğ. [24] bir krank mekanizmasının kontrolünde sınır tabakalı kayan kipli kontrol kullanmışlardır. Gürbüz kontrol işaretinin kazancı ise, girişleri kayma fonksiyonunu ve kayma fonksiyonunun türevi, çıkışı kontrol kazancındaki değişim olan PI tipi bulanık mantıklı kayan kipli kontrolcü kullanılarak belirlenmiştir.

Yu ve diğ. [25] zaman gecikmeli sistemlere uygulanmak üzere girişleri kayma fonksiyonu ve kayma fonksiyonunun türevi, çıkışı kontrol işareti olan bulanık mantıklı kayan kipli kontrolcü kullanmıştır. Kural tabanının belirlenmesinde sistemin kayma yüzeyine gitme koşulu olan, kayma fonksiyonu ile kayma fonksiyonunun çarpımının sıfırdan küçük olması durumu kullanılmıştır. Örneğin, eğer kayma fonksiyonu ve kayma fonksiyonunun türevi farklı işaretlere sahip ise koşul sağlanacaktır, ve kontrol işareti yaklaşık sıfırdır, eğer kayma fonksiyonu ve kayma fonksiyonunun türevi aynı işarete sahip iseler büyük kontrol işareti ile sistemin kayma yüzeyine erişim koşulunu sağlaması sağlanmaktadır.

Lee ve diğ. [26] bulanık değişken sınır tabakalı bir kayan kipli kontrolcü kullanmışlardır. Burada kontrol kazancı ve sınır tabaka kalınlığı bulanık mantık ile bulunmaktadır. Sınır tabaka kalınlığını bulmak için kullanılan kontrolcüde girişler kayma fonksiyonunun mutlak değeri ve kayma yüzeyi ile sistem durum vektörü arasındaki açıdır. Diğer kayan kipli kontrolcülere göre daha iyi neticeler elde edilmiştir.

Fung ve diğ. [27] geliştirdikleri bulanık mantıklı kayan kipli kontrolcüde giriş değeri olarak, kayma fonksiyonu ile kayma fonksiyonunun türevinin toplamını kullanmışlardır. Bu kural sayısının azalmasını sağlamıştır. Ayrıca kontrolcünün ölçekleme faktörlerini kayma fonksiyonunu kullanarak ayarlayan bir algoritma kullanarak kontrol performansını iyileştirmişlerdir.

Choi ve diğ. [28] değişken yapılı kontrol sistemlerinin robustluğunu arttırmak için hareketli bir kayma yüzeyi önermişlerdir. Bu kayma yüzeyi ilk anda başlangıç koşullarından geçecek şekilde tasarlanmaktadır. Ardından bu kayma yüzeyi, önceden belirlenen kayma yüzeyine doğru hareket ettirilir. Bu hareket kayma yüzeyini öteleme ve/veya döndürme şeklinde yapılmaktadır. Böylece erişim süresi kısaltılarak sistemin dış bozucu etkilere karşı duyarlılığı azaltılmıştır. Ayrıca yapılan simülasyonlarla, geliştirilen hareketli kayma yüzeyi yönteminin tek girişli ve birden fazla girişli sistemler için uygulanabildiği gösterilmiştir.

Choi ve diğ. [29] daha önce Choi ve diğ.'nin [28] geliştirdiği hareketli kayma yüzeyi yöntemini, ikinci mertebeden belirsiz bir dinamik sistemin yörünge takibinde kullanmıştır. İzleme zamanının azaldığı ve robustluğun arttığı gözlemlenmiştir. Ayrıca çatırtının önüne geçebilmek için *signum* fonksiyonunu yerine *saturation* fonksiyonu kullanılmıştır.

Bartoszewicz yaptığı bir çalışmada [30], Choi ve diğ. [29]'nin kullandığı hareketli kayma yüzeyi yönteminde, kayma yüzeyinin süreksiz bir şekilde hareket ettirildiğini ve sistemin kısa süreler için olsa bile kayma yüzeyinin dışında kaldığı ve dış bozucu etkilere ve parametre değişimlerine tam duyarız olmadığı vurgulanmıştır. Bunun için Choi ve diğ.'nin [28]'nin yaptığı çalışmada kullanılan süreksiz olarak zamanla değişen kayma yüzeyi yerine, sürekli olarak zamanla değişen kayma yüzeyi önermiştir. Yapılan simülasyonlarda izleme zamanının azaldığı gözlemlenmiştir.

Roy ve Olgac [31], Choi ve diğ. [29]'nin geliştirdiği hareketli kayma yüzeyi yöntemini n. mertebe için genelleştirmişlerdir. Genelleştirilmiş durumda, hedeflenen kayma yüzeyine en yakın başlangıç kayma yüzeyini seçmek için bir yöntem geliştirmiştir. Geliştirilen yöntem üçüncü mertebeden bir sisteme uygulanmış ve hızlandırılmış kayan kipli kontrol ile yaklaşık aynı performans sadece hareketli kayma yüzeyi kullanılarak elde edilmiştir.

Park ve Choi'nin yaptığı bir çalışmada [32], Choi ve diğ.'nin [28] geliştirdiği hareketli kayma yüzeyi yöntemi yüksek mertebeden sistemler için genişletilmiştir. İkinci mertebeden sistemler için geliştirilen yöntemin yüksek sistemlere uygulanması zor olduğundan, bulanık mantık kullanılarak geliştirdiği hareketli kayma yüzeyi yönteminde bazı değişiklikler yapılmıştır. Burada bulanık mantıkta giriş değeri olarak kayma fonksiyonu ve kontrol kazancı, çıkış olarak ise kayma fonksiyonundaki değişim kullanılmıştır. Elde edilen kayma fonksiyonundaki değişim miktarı ile kayma yüzeyinin öteleme veya döndürme miktarı belirlenmektedir.

Ha ve diğ. [33] kayan kipli kontrolcünün yörünge izleme performansını iyileştirmek için, hatayı giriş olarak kullanan bir bulanık mantıklı kontrolcü kullanmışlardır. Bu

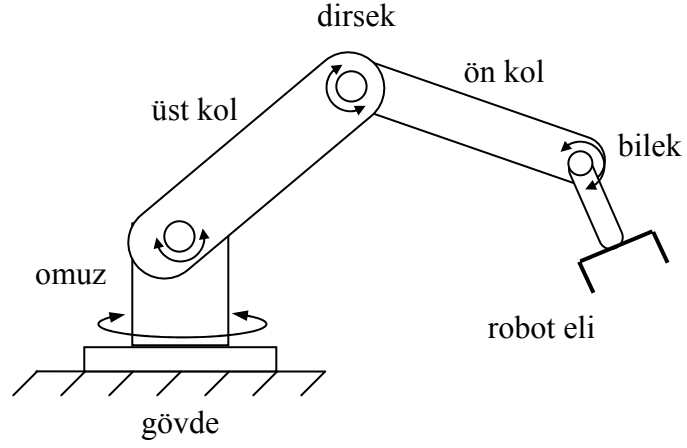
kontrolcü ile kayma yüzeyi hem dödürülmekte hem de ötelenmektedir. Ayrıca çatırtının önüne geçmek için süreksiz *signum* fonksiyonu bulanık mantık ile ifade edilmiştir.

Tokat ve diğ. [34], yeni bir kayma fonksiyonu tanımı kullanarak kayma yüzeyinin eğimini belirleyen iki yöntem geliştirmişlerdir. Birincisinde, Choi ve diğ.'nin [28] geliştirdiği hareketli kayma yüzeyi yöntemi, yeni kayma yüzeyi fonksiyonuna uyarlanmıştır. İkincisinde ise kayma yüzeyini döndürmek için bulanık mantık kullanılmıştır. Yeni kayma fonksiyonu, hata ve hatanın türevinin oluşturduğu faz planı yerine, eksenleri kayma yüzeyi ile bu kayma yüzeyine dik bir doğru olan faz planını kullanılarak tanımlanmıştır.

3. MALZEME VE YÖNTEM

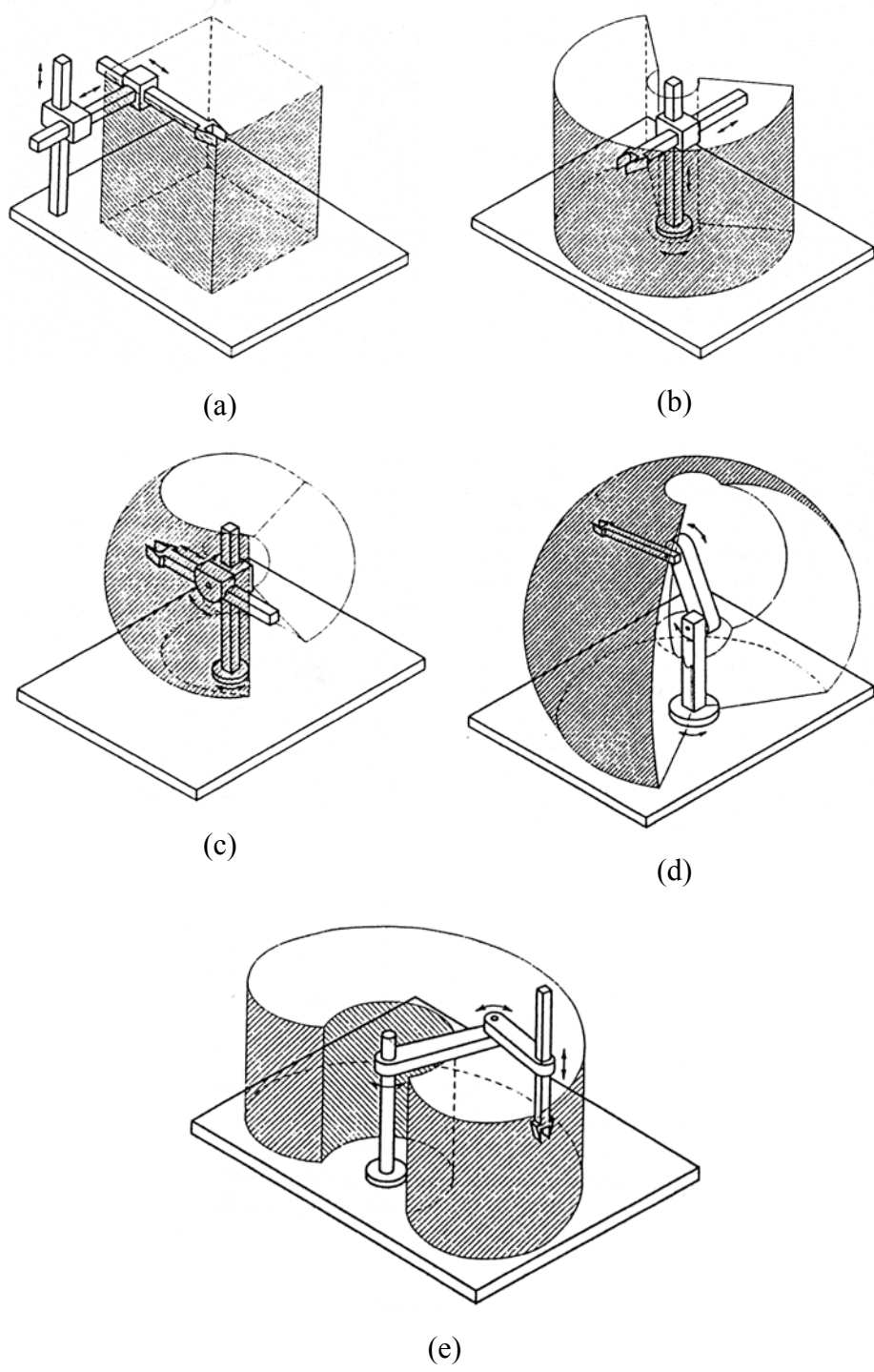
3.1. ROBOT TANIMI

Robot, fiziksel nesnelere idare etmek (kullanmak, hareket ettirmek) amacıyla, çalışma hacmi içinde, programlanmış hareketlerle, bir veya daha fazla robot elini yönetmek için algılayıcıları kullanan, yazılımla kontrol edilebilir bir cihazdır.



Şekil 3.1 Tipik bir robotun bölümleri.

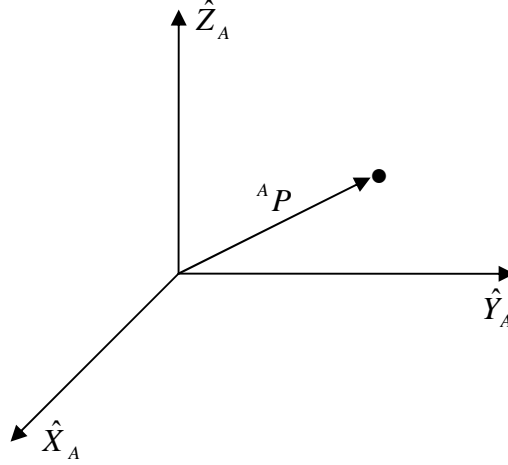
Şekil 3.1’de tipik bir robotun bölümleri gösterilmiştir. Burada gövde, üst kol ve ön kol robotun uzuvları, omuz, dirsek ve bilek ise robotun eklemleridir. Şekil 3.2’de ise çeşitli geometrilere sahip robot kolları ve bunlara ait çalışma hacimleri verilmiştir. Çalışma hacmi, robot elinin uzayda erişebileceği noktalardan oluşmaktadır.



Şekil 3.2 a) Kartezyen robot kolu. b) Silindirik robot kolu. c) Küresel robot kolu. d) Antropomorfik robot kolu. e) SCARA robot kolu. [1]

3.2. KONUM VE YÖNELİM

Uzayda bir noktanın konumu 3x1 boyutlu konum vektörü ile gösterilir (Şekil 3.3).

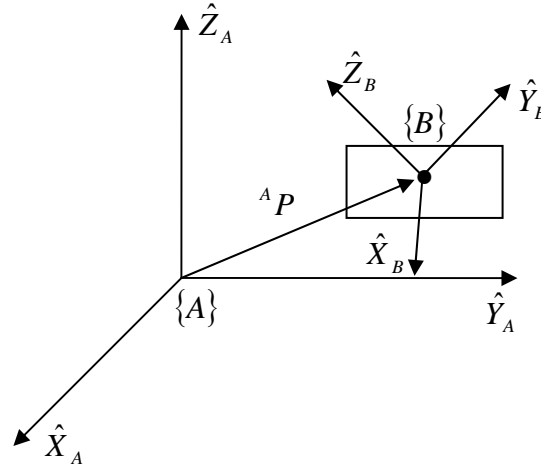


Şekil 3.3 Uzayda bir noktanın konum vektörü ile gösterilmesi.

$${}^A P = \begin{bmatrix} p_x \\ p_y \\ p_z \end{bmatrix} \quad (3.1)$$

Burada A üst indisi vektörün A koordinat sistemine göre tanımlandığını belirtir. p_x , p_y ve p_z ise vektörün bu koordinat sistemindeki bileşenleridir.

Rijit bir cismin yerleşimini tam olarak belirlemek için konumunun yanı sıra yöneliminin de bilinmesi gerekir. Bunun için Şekil 3.4'de görüldüğü gibi bir $\{B\}$ koordinat sistemi cisme tutturulur. Bu koordinat sistemi, $\{A\}$ koordinat sistemine göre tanımlandığında cismin yönelimi belirlenmiş olur. Bu ise $\{B\}$ koordinat sisteminin birim vektörlerini $\{A\}$ koordinat sistemine göre yazarak sağlanır. Bunları kolonları birer vektör olan 3x3'lük bir matrisle gösterebiliriz. Bu matrise rotasyon matrisi denir.



Şekil 3.4 Rijit bir cismin yönelimi.

$${}^A_B R = \begin{bmatrix} {}^A \hat{X}_B & {}^A \hat{Y}_B & {}^A \hat{Z}_B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} {}^A \hat{X}_B \cdot \hat{X}_A & {}^A \hat{Y}_B \cdot \hat{X}_A & {}^A \hat{Z}_B \cdot \hat{X}_A \\ {}^A \hat{X}_B \cdot \hat{Y}_A & {}^A \hat{Y}_B \cdot \hat{Y}_A & {}^A \hat{Z}_B \cdot \hat{Y}_A \\ {}^A \hat{X}_B \cdot \hat{Z}_A & {}^A \hat{Y}_B \cdot \hat{Z}_A & {}^A \hat{Z}_B \cdot \hat{Z}_A \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

${}^A_B R$: $\{B\}$ koordinat sisteminin $\{A\}$ koordinat sistemine göre rotasyon matrisi.

Yukarıdaki ifadede de görüldüğü gibi matris elemanları, $\{B\}$ koordinat sisteminin birim vektörlerinin $\{A\}$ koordinat sistemindeki izdüşümlerinden oluşmaktadır. Bu izdüşümler nokta çarpımı ile bulunur. Ortonormal kolonlara sahip bu rotasyon matrisi aşağıdaki özellikleri taşır.

$${}^A_B R = {}^B_A R^{-1} = {}^B_A R^T \quad (3.3)$$

Aşağıdaki rotasyon matrisleri sırasıyla X, Y ve Z eksenlerine göre dönmeye kullanılırlar.

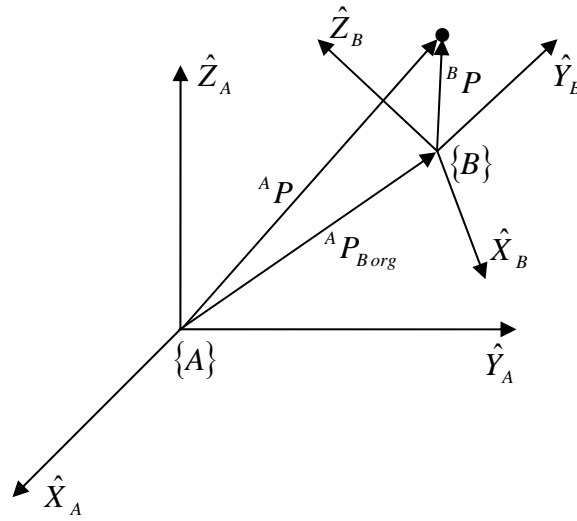
$$R_x(\theta) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta & -\sin \theta \\ 0 & \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

$$R_y(\theta) = \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 & \sin \theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \theta & 0 & \cos \theta \end{bmatrix} \quad (3.5)$$

$$R_z(\theta) = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 0 \\ \sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.6)$$

3.3. KOORDİNAT SİSTEMLERİNİN BİRBİRİNE GÖRE TANIMLANMASI

$\{B\}$ koordinat sistemini $\{A\}$ koordinat sistemine göre tanımlamak için, $\{B\}$ koordinat sistemi orjininin $\{A\}$ koordinat sistemine göre konumunun, ve $\{B\}$ koordinat sisteminin $\{A\}$ koordinat sistemine göre yöneliminin bilinmesi gerekmektedir.



Şekil 3.5 Koordinat sistemlerinin birbirine göre tanımlanması.

Şekil 3.5’de $\{B\}$ koordinat sisteminde tanımlı olan ${}^B P$ vektörü $\{A\}$ koordinat sisteminde aşağıdaki gibi tanımlanır.

$${}^A P = {}^B P_{Borg} + {}^A R {}^B P \quad (3.7)$$

${}^A P_{Borg}$: $\{B\}$ koordinat sistemi orjininin $\{A\}$ koordinat sistemine göre konumu.

Bu ifadeyi 4x4’lük bir homojen dönüşüm matrisi kullanarak aşağıdaki gibi tekrar yazabiliriz. Homojen dönüşüm matrisi hem rotasyonu hem de konumu içermektedir.

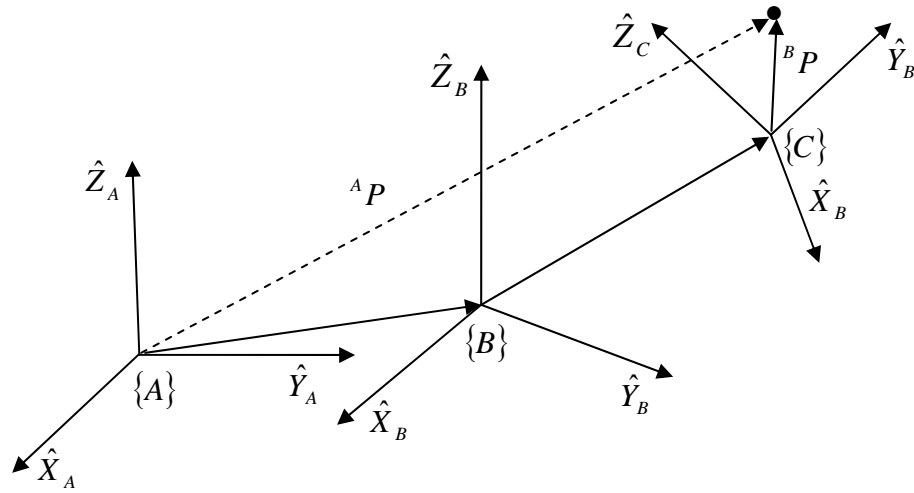
$${}^A P = {}^A T {}^B P \quad (3.8)$$

$$\begin{bmatrix} {}^A P \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} {}^A R & {}^A P_{Borg} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} {}^B P \\ 1 \end{bmatrix} \quad (3.9)$$

${}^A T_B$: Homojen dönüşüm matrisi.

3.4. DÖNÜŞÜM İŞLEMLERİ

3.4.1. Bileşik Dönüşümler



Şekil 3.6 Dönüşüm işlemleri.

Şekil 3.6'den de anlaşılacağı üzere $\{C\}$ eksen takımı $\{B\}$ eksen takımına göre, $\{B\}$ eksen takımı da $\{A\}$ eksen takımına göre bilinmektedir. Dolayısıyla ${}^A P$ 'yi elde etmek için, önce ${}^C P$ 'yi ${}^B P$ 'ye, sonra ${}^B P$ 'yi ${}^A P$ 'ya dönüştürmek gerekmektedir.

$${}^A P = {}^A T_B {}^B T_C {}^C P \quad (3.10)$$

Yukarıdaki eşitlikte çarpma yönünün sağdan sola doğru olduğuna dikkat edilmelidir.

3.4.2. Dönüşümün Tersisi

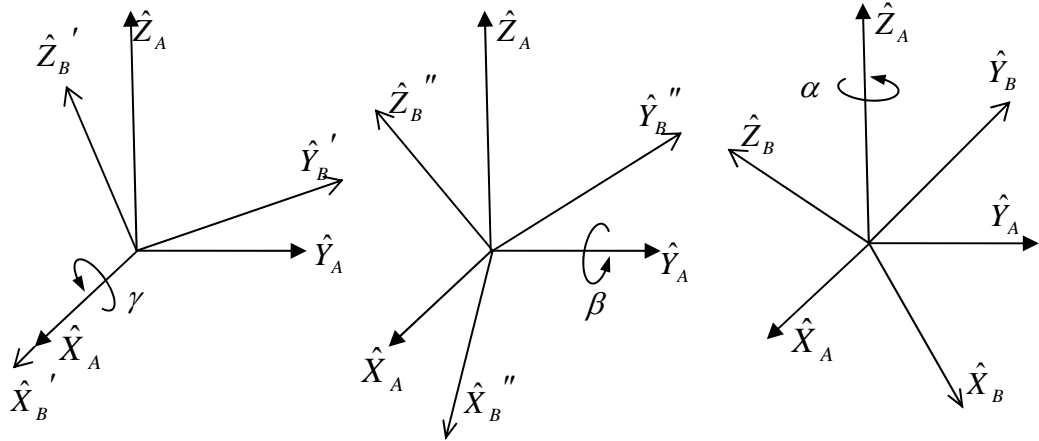
$\{B\}$ eksen takımı $\{A\}$ eksen takımına göre tanımlı olsun. Bu durumda ${}^A T_B$ dönüşüm matrisi de bilinmektedir. Eğer $\{A\}$ eksen takımını $\{B\}$ eksen takımına göre tanımlamak istersek, ${}^B T_A$ 'nin hesaplanması gerekecektir. Bunun için ${}^A T_B$ 'nin tersi hesaplanabilir

fakat, bu oldukça zahmetli olur. Bunun yerine dönüşüm matrisinin tersi aşağıdaki gibi hesaplanabilir.

$${}^B T_A = {}^A T_B^{-1} = \begin{bmatrix} {}^A R_B^T & -{}^A R_B^T {}^A P_{Borg} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.11)$$

3.5. SABİT EKSENLERE GÖRE YÖNELİM

Başlangıçta $\{A\}$ eksen takımıyla aynı olan bir eksen takımı, $\{B\}$ eksen takımını elde etmek üzere, önce \hat{X}_A etrafında γ kadar, sonra \hat{Y}_A etrafında β kadar ve \hat{Z}_A etrafında α kadar döndürülürse $\{B\}$ eksen takımının yönelimini belirlemiş oluruz. Dönüşlerin sabit $\{A\}$ eksen takımının eksenlerine göre yapıldığına dikkat edilmelidir. (Şekil 3.7)



Şekil 3.7 Sabit eksen takımlarına göre yönelim.

Eşdeğer rotasyon matrisi, çarpma yönü sağdan sola doğru olmak üzere aşağıdaki gibi hesaplanır.

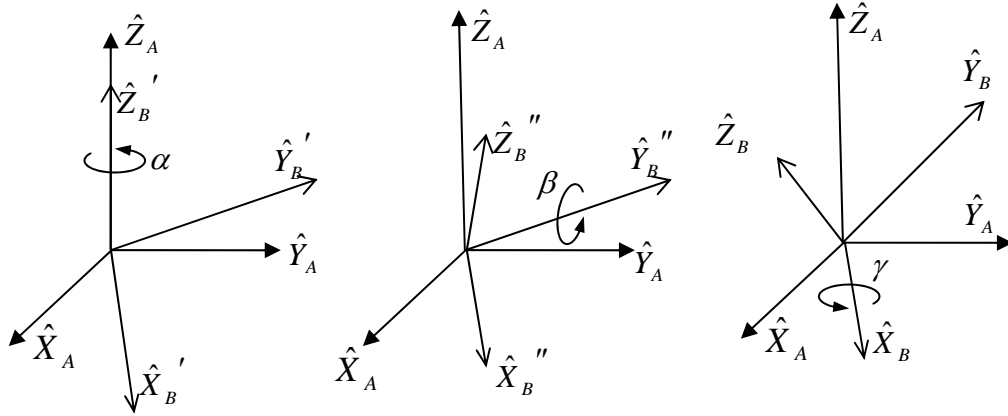
$${}^A R_{XYZ}(\gamma, \beta, \alpha) = R_Z(\alpha) R_Y(\beta) R_X(\gamma) \quad (3.12)$$

$${}^A R_{XYZ}(\gamma, \beta, \alpha) = \begin{bmatrix} c\alpha c\beta & c\alpha s\beta s\gamma - s\alpha c\gamma & c\alpha s\beta c\gamma + s\alpha s\gamma \\ s\alpha c\beta & s\alpha s\beta s\gamma + c\alpha c\gamma & s\alpha s\beta c\gamma - c\alpha s\gamma \\ -s\beta & c\beta s\gamma & c\beta c\gamma \end{bmatrix} \quad (3.13)$$

Bu hesaplamada çarpma sırası ve yönüne dikkat edilmelidir. Sıralamaların değiştirilmesiyle on iki farklı eşdeğer rotasyon matrisi hesaplanabilir.

3.6. HAREKETLİ EKSEN TAKIMINA GÖRE YÖNELİM

Başlangıçta $\{A\}$ eksen takımıyla aynı olan bir eksen takımı, $\{B\}$ eksen takımını elde etmek üzere, \hat{Z}_B etrafında α kadar, sonra \hat{Y}_B etrafında β kadar ve \hat{X}_B etrafında γ kadar döndürülürse $\{B\}$ eksen takımının $\{A\}$ eksen takımına göre yönelimi elde edilmiş olur. Dönüşlerin hareketli $\{B\}$ eksen takımının eksenlerine göre yapıldığına dikkat edilmelidir. (Şekil 3.8)



Şekil 3.8 Hareketli eksen takımlarına göre yönelim.

Eşdeğer rotasyon matrisi, çarpma yönü soldan sağa doğru olmak üzere aşağıdaki gibi hesaplanır.

$${}^A_B R_{Z'Y'X'}(\alpha, \beta, \gamma) = R_Z(\alpha) R_Y(\beta) R_X(\gamma) \quad (3.14)$$

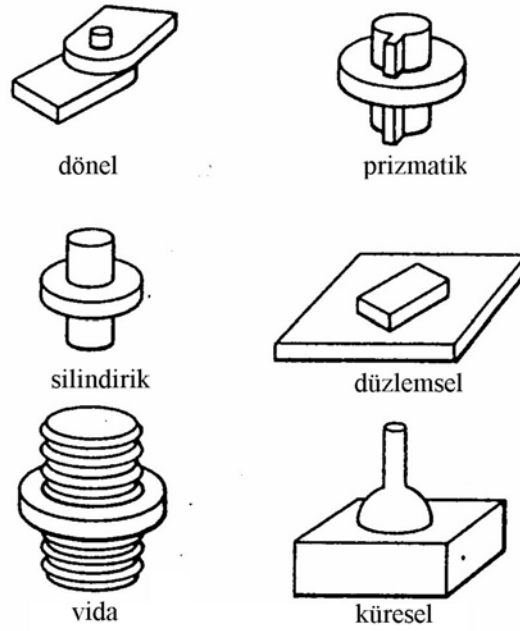
$${}^A_B R_{Z'Y'X'}(\alpha, \beta, \gamma) = \begin{bmatrix} c\alpha c\beta & c\alpha s\beta s\gamma - s\alpha c\gamma & c\alpha s\beta c\gamma + s\alpha s\gamma \\ s\alpha c\beta & s\alpha s\beta s\gamma + c\alpha c\gamma & s\alpha s\beta c\gamma - c\alpha s\gamma \\ -s\beta & c\beta s\gamma & c\beta c\gamma \end{bmatrix} \quad (3.15)$$

Bu hesaplamada çarpma sırası ve yönüne dikkat edilmelidir. Sıralamaların değiştirilmesiyle on iki farklı eşdeğer rotasyon matrisi hesaplanabilir.

Dikkat edilirse, sabit eksen takımına göre yapılan $X - Y - Z$ dönüşlerinden elde edilen sonuç ile, hareketli eksen takımına göre yapılan $Z - Y - X$ dönüşlerinden elde edilen sonuç aynıdır. Buna dayanarak, sabit eksen takımına göre yapılan dönüşlerle elde edilen yönelimi elde etmek için, hareketli eksenlerde yapılan dönüşlerin ters sırada olması gerektiği ortaya çıkar. Belirtilen bu eşitlikten dolayı toplam dönüş sıralamalarının sayısı yirmi dört olsa da, birbirinden farklı on iki sıralamadan söz edilebilir.

3.7. MANİPULATÖR KİNEMATİĞİ

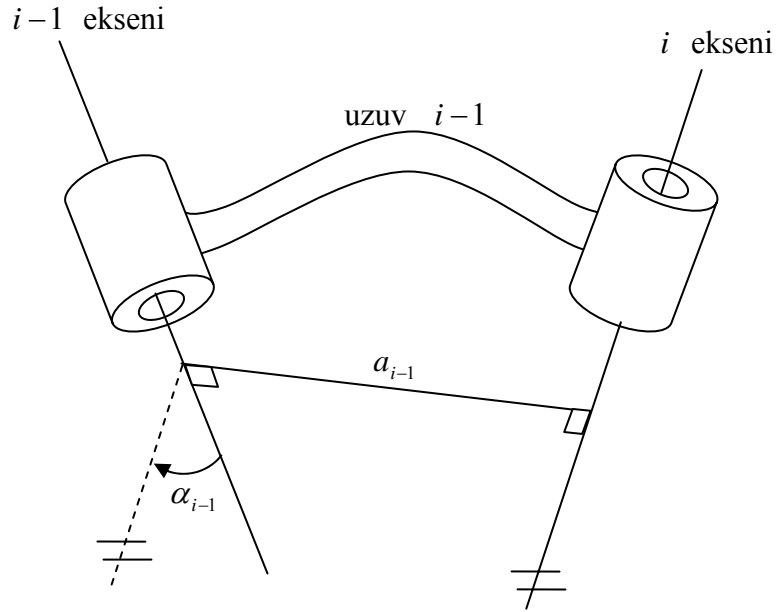
Manipülator eklemlerle birbirine bağlanmış uzuvlardan (linklerden) oluşur. Eklemlerin dönel, prizmatik, silindirik, düzlemsel, vida ve küresel gibi çeşitleri vardır (Şekil 3.9). Robotikte uzuvlar daha çok eklemler arasındaki ilişkiyi belirleyen yapılar olarak düşünülür.



Şekil 3.9 Eklem çeşitleri. [35]

Uzayda iki eksenin (burada eklem eksenleri) birbirine göre tanımlanması için uzuv uzunluğu (a_{i-1}) ve uzuv bükülme açısının (α_{i-1}) bilinmesi gerekmektedir. Uzuv uzunluğu iki eklem eksenleri arasındaki mesafedir. Bu mesafe, her iki eksene kaşılıklı olarak dik olan doğru boyunca alınır. Bükülme açısı ise şöyle tarif edilir. Normal doğrusu, daha önce tarif edilen iki eksen arasındaki karşılıklı dik doğru olan bir düzlem ele alınsın. Her iki eksenin bu düzlem üzerindeki izdüşümleri alınır ve bunlar arasındaki

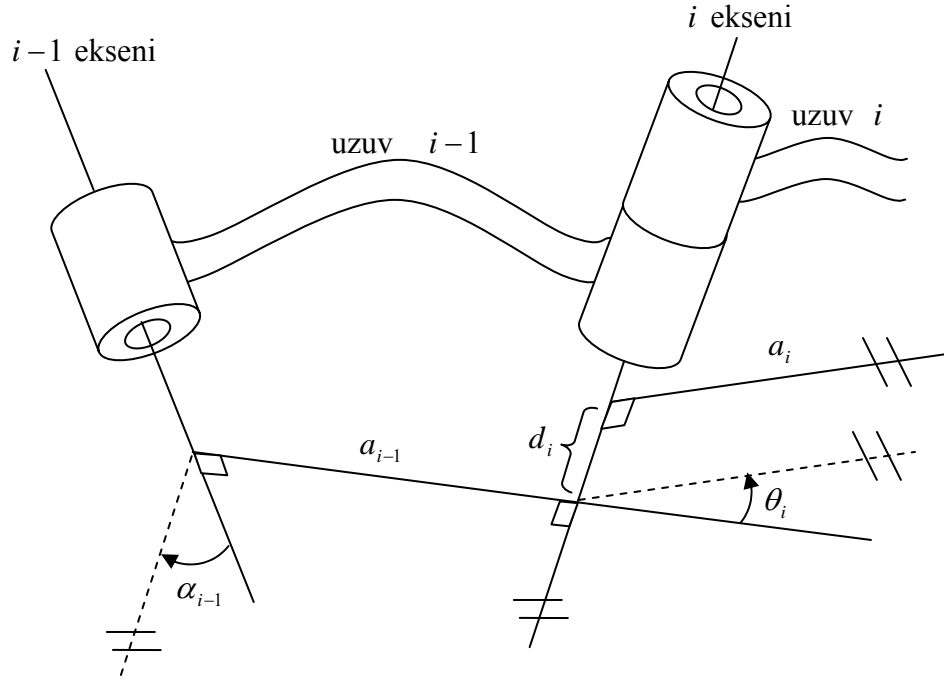
açı ölçülürse bükülme açısı bulunmuş olur. Bu açı ölçümü $i-1$ ekseninden i eksenine doğru yapılır (Şekil 3.10).



Şekil 3.10 İki eklem eksenini arasındaki ilişkiyi belirleyen eklem parametreleri.

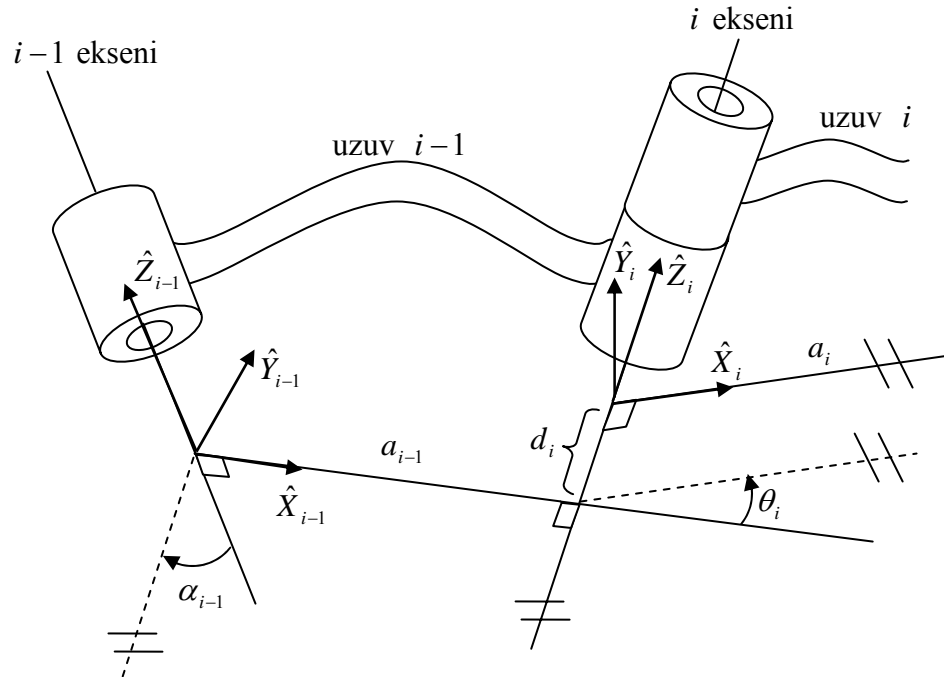
Uzuvların birbirleriyle bağlantısını belirlemek için iki parametre tanımına daha ihtiyaç vardır, uzuv açıklığı (d_i) ve eklem açısı (θ_i), (Şekil 3.11). Uzuv açıklığı a_{i-1} 'in eksenini kestiği noktadan, a_i 'nin eksenini kestiği noktaya olan uzaklıktır. Eklem açısı ise a_{i-1} 'in uzantısı ile a_i arasındaki açıdır. Böylece bir robotun kinematik tanımlaması, her uzuv için dört parametrenin verilmesiyle yapılabilir. Bunlardan ikisi uzuvun kendisini, diğer ikisi de uzuvların birbiriyle olan ilişkilerini tanımlar. Eğer dönen eklem sözkonusu ise θ_i eklem değişkeni, diğer üç parametre ise sabit parametreler olur. Eğer eklem prizmatik ise d_i eklem değişkeni, diğer üç parametre ise sabit parametreler olur.

Bu parametreleri kullanarak mekanizmaları tanımlamak için Denavit – Hartenberg notasyonu kullanılacaktır [35]. Bu notasyonda her uzuvu bir eksen takımı tutturulur. Böylece bu eksen takımları sayesinde uzuvların birbirine göre durumları tanımlanabilir. Bu notasyonda eksen takımları tutturukdukları uzva göre isimlendirilirler. $\{i\}$ eksen takımı i uzvuna tutturulmuş demektir. Sıfırdan başlayarak numaralandırma yapılır. Sıfır numaralı eksen takımı robot gövdesinin hareket etmeyen bir yerine tutturulur.



Şekil 3.11 Uzuvarların birbiriyle olan ilişkisinin belirlenmesinde kullanılan uzuv açıklığı ve eklem açısı.

Bir uzva eksen takımının tutturulması şöyle yapılır (Şekil 3.12). $\{i\}$ eksen takımının z eksenini yani \hat{Z}_i , eklem eksenini ile çakışacak şekildedir. Eksen takımının orjini ise a_i ile



Şekil 3.12 Eksen takımlarının uzuvlara tutturulması.

eklem ekseninin kesişim noktasında olur. \hat{X}_i ise a_i doğrultusunda ve i 'den $i+1$ 'e doğru olacak şekilde yerleştirilir. \hat{Y}_i ise sağ el kuralı ile bulunur. Şu da unutulmamalıdır ki $a_i = 0$ iken \hat{X}_i 'nin yön seçiminde birden fazla seçenek ile karşılaşabiliriz.

Eksen takımları açıklandığı gibi yerleştirilirse, uzuv parametreleri aşağıdaki gibi tekrar tanımlanabilir:

a_i : \hat{Z}_i 'den \hat{Z}_{i+1} 'e, \hat{X}_i boyunca ölçülen mesafe.

α_i : \hat{Z}_i ile \hat{Z}_{i+1} arasında, \hat{X}_i etrafında ölçülen açı.

d_i : \hat{X}_{i-1} 'den \hat{X}_i 'e, \hat{Z}_i boyunca ölçülen mesafe.

θ_i : \hat{X}_{i-1} ile \hat{X}_i arasında, \hat{Z}_i etrafında ölçülen açı.

a_i genelde sıfırdan büyüktür, diğer üç parametrenin işareti ise duruma göre değişebilir.

3.8. UZUV DÖNÜŞÜMÜ

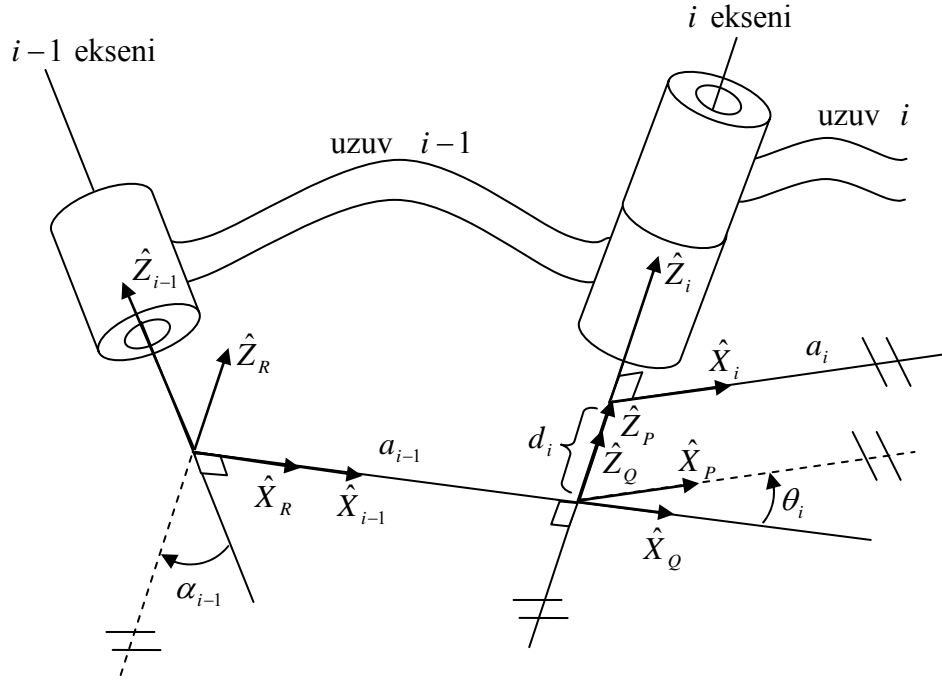
Robotun son uzvunun konum ve yöneliminin, robotun hareketsiz uzvuna göre bulabilmek için, $\{i\}$ eksen takımını $\{i-1\}$ eksen takımına göre tanımlayan dönüşümü bulmamız gerekmektedir. Dört uzuv parametresinden oluşan bu dönüşüm, dört aşamada çözülmektedir. Her bir aşamada sadece bir uzuv parametresi kullanılmaktadır. Bunun için Şekil 3.13'de görüldüğü gibi $\{P\}$, $\{Q\}$ ve $\{R\}$ eksen takımları aşağıdaki gibi tanımlanacaktır.

$\{R\}$ eksen takımının $\{i-1\}$ eksen takımından farkı sadece α_{i-1} 'lik bir dönmeden kaynaklanır.

$\{Q\}$ eksen takımının $\{R\}$ eksen takımından farkı sadece a_{i-1} 'lik bir ötelenmeden kaynaklanır.

$\{P\}$ eksen takımının $\{Q\}$ eksen takımından farkı sadece θ_i 'lik bir dönmeden kaynaklanır.

$\{i\}$ eksen takımının $\{P\}$ eksen takımından farkı sadece d_i 'lik bir ötelenmeden kaynaklanır.



Şekil 3.13 Uzun dönüşümlerinde kullanılan ara eksen takımlarının yerleşimi.

$\{i\}$ eksen takımındaki bir vektör $\{i-1\}$ eksen takımına göre aşağıdaki gibi yazılabilir.

$${}^{i-1}P = {}^{i-1}T {}^R T {}^Q T {}^P T {}^i P \quad (3.16)$$

$${}^{i-1}T = R_x(\alpha_{i-1})D_x(a_{i-1})R_z(\theta_i)D_z(d_i) \quad (3.17)$$

$${}^{i-1}T = \text{Vida}_x(a_{i-1}, \alpha_{i-1})\text{Vida}_z(d_i, \theta_i) \quad (3.18)$$

Burada $\text{Vida}_Q(r, \varphi)$, Q eksenini boyunca r kadar ötelenme ve aynı eksen etrafında φ açısı kadar dönme olacağını belirtmektedir.

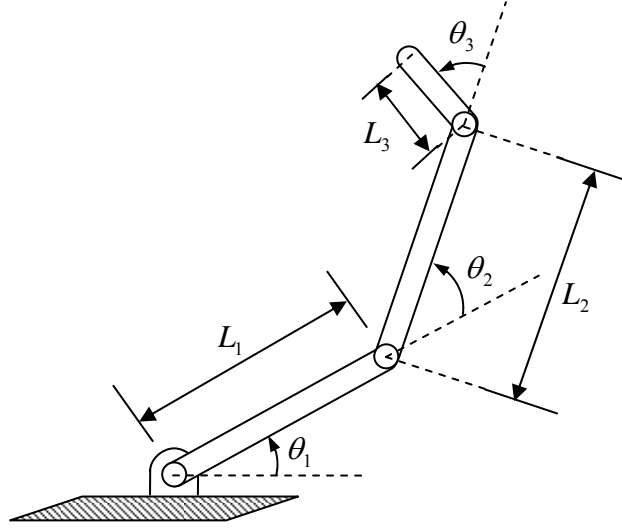
Eğer işlemler yapılırsa ${}^{i-1}T$ dönüşümü aşağıdaki gibi bulunur.

$${}^{i-1}T = \begin{bmatrix} c\theta_i & -s\theta_i & 0 & a_{i-1} \\ s\theta_i c\alpha_{i-1} & c\theta_i c\alpha_{i-1} & -s\alpha_{i-1} & -s\alpha_{i-1} d_i \\ s\theta_i s\alpha_{i-1} & c\theta_i s\alpha_{i-1} & c\alpha_{i-1} & c\alpha_{i-1} d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.19)$$

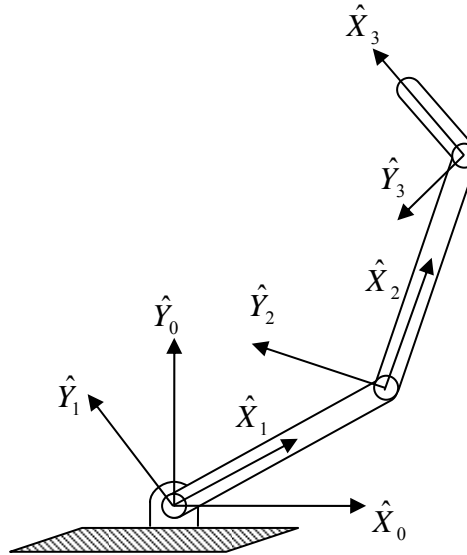
Böylece bir robotun son uzvunun konum ve yönelimini, o robotun hareketsiz uzvuna göre bulabilmek için elde edilen ${}^{i-1}T$ ile her uzvun dönüşüm matrisi bulunur ve elde edilen bu matrisler aşağıdaki gibi çarpılarak sonuca ulaşılır.

$${}^0_N T = {}^0_1 T {}^1_2 T {}^2_3 T \dots {}^{N-1}_N T \quad (3.20)$$

Örnek olarak Şekil 3.14’de görülen üç dönel ekleme sahip düzlemsel robot kolunun eksen takımları Şekil 3.15’de, Denavit – Hartenberg parametreleri ise Tablo 3.1’de gösterilmiştir. Ardından her uzvun dönüşüm matrisleri hesaplanıp, üçüncü uzvun hareketsiz eksen takımına göre dönüşüm matrisi hesaplanmıştır.



Şekil 3.14 Üç dönel ekleme sahip düzlemsel robot kolu.



Şekil 3.15 Eksen takımlarının tutturulması.

Tablo 3.1 Denavit - Hartenberg parametreleri

i	α_{i-1}	a_{i-1}	d_i	θ_i
1	0	0	0	θ_1
2	0	L_1	0	θ_2
3	0	L_2	0	θ_3

$${}^0_1T = \begin{bmatrix} c\theta_1 & -s\theta_1 & 0 & 0 \\ s\theta_1 & c\theta_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.21)$$

$${}^1_2T = \begin{bmatrix} c\theta_2 & -s\theta_2 & 0 & L_1 \\ s\theta_2 & c\theta_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.22)$$

$${}^2_3T = \begin{bmatrix} c\theta_3 & -s\theta_3 & 0 & L_2 \\ s\theta_3 & c\theta_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.23)$$

$${}^0_3T = {}^0_1T {}^1_2T {}^2_3T \quad (3.24)$$

$${}^0_3T = \begin{bmatrix} c_{123} & -s_{123} & 0 & L_1c_1 + L_2c_{12} \\ s_{123} & c_{123} & 0 & L_1s_1 + L_2s_{12} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.25)$$

Burada;

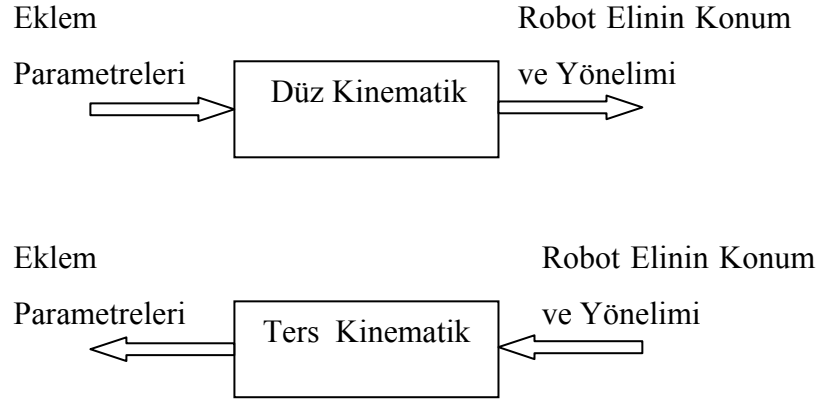
$$c_{12} = \cos(\theta_1 + \theta_2) = c_1c_2 - s_1s_2, \quad s_{12} = \sin(\theta_1 + \theta_2) = c_1s_2 + s_1c_2$$

$$c_{123} = \cos(\theta_1 + \theta_2 + \theta_3), \quad s_{123} = \sin(\theta_1 + \theta_2 + \theta_3)$$

olarak kullanılmıştır.

3.9. TERS KİNEMATİK

Daha önce yapılan düz kinematik ile, eklem parametreleri ile robot elinin konum ve yönelimi arasındaki ilişki belirlenmişti. Yani belirli eklem parametreleri için robot elinin konum ve yönelimi hesaplanmıştı. Ters kinematik analiz ile ise robot elinin istenen bir konum ve yönelimi için eklem parametrelerinin alması gereken değerler hesaplanacaktır.

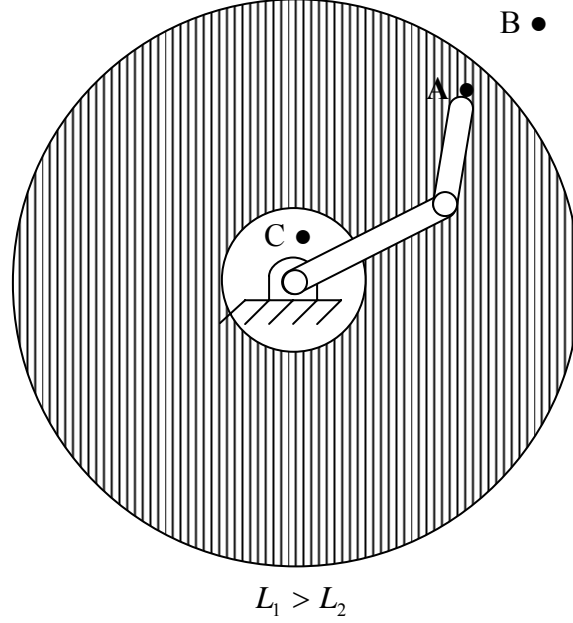


Şekil 3.16 Düz ve ters kinematik analiz.

Tahmin edileceği gibi kinematik denklemlerin içerdiği nonlineerlikler yüzünden çözüm yöntemleri düz kinematik çözümlenmeye göre daha karmaşıktır. Bunun yanı sıra çözümün var olup olmadığı, ve birden fazla çözümün varlığı gibi problemler de söz konusudur.

Çözümün var olabilmesi için istenen robot eli konumunun, robotun çalışma hacmi içinde olması gerekmektedir. Aksi takdirde çözüm yoktur (Şekil 3.17). Şekilde B ve C noktaları robotun çalışma hacminin dışındadır. Dolayısı ile bu noktalar için ters

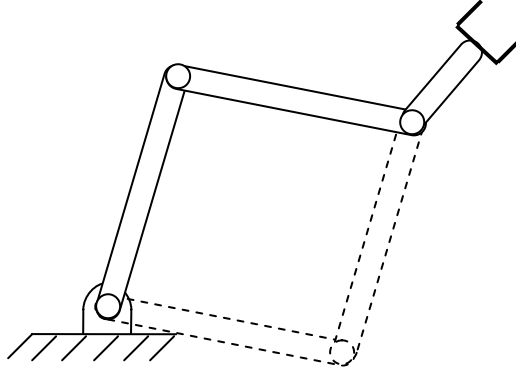
kinematik çözüm yoktur. A noktası ise robotun çalışma hacminin içindedir ve ters kinematik çözüm vardır.



Şekil 3.17 Çalışma hacmi.

Daha önce de bahsedildiği gibi kinematik denklemlerin çözümünde birden fazla çözüm ile karşılaşılabilir. Şekil 3.18’de görülen üç dönel ekleme sahip düzlemsel robot kolu için böyle bir durum söz konusudur. Robot elinin aynı konum ve yönelimi iki farklı şekilde elde edilebilmektedir. Elde edilen çözümlerden hangisi istenen robot eli konumuna ulaşmak için daha az hareket veya enerji gerektiriyorsa o tercih edilebilir. Yada çözümlerden birisi eklemlerdeki fiziksel engellerden veya ortamda bulunan bir fiziksel engel yüzünden uygulanamıyorsa, diğer çözüm tercih edilir.

Genelde, sıfır olmayan uzuv uzunluğu (a_i) sayısı artarsa mümkün olan çözüm sayısı da artmaktadır. Altı serbestlik dereceli, genel bir robot kolu ile elde edilebilecek farklı çözüm sayısı onaltıya çıkabilir.



Şekil 3.18 Ters kinematikte birden fazla çözüm olma durumu.

Ters kinematikte nonlinear denklemler söz konusu olduğundan, lineer denklem çözümünde olduğu gibi genel bir çözüm yöntemi yoktur. Kullanılan çözüm yöntemlerini iki ana grupta toplamak mümkündür. Kapalı form çözümler ve sayısal çözümler. Sayısal çözümler iterasyonların uzun sürmesi yüzünden pek tercih edilmez. Kapalı form çözümler genelde analitik ifadelerden yada dördüncü mertebeye kadar olan polinomlardan oluşur. Kapalı form çözümleri de kendi içinde cebirsel ve geometrik olmak üzere ikiye ayırabiliriz. Fakat bu ayırım çok net yapılamaz. Çünkü geometrik ifadelerde cebirsel ifadeler de kullanılır.

Aşağıda örnek olarak üç dönel ekleme sahip düzlemsel robot kolunun ters kinematik çözümü verilmiştir.

Daha önce robotun üçüncü uzvunun konum ve yönelimi hareketsiz eksen takımına göre bulunmuştu, tekrar yazmak gerekirse;

$${}^0_3T = \begin{bmatrix} c_{123} & -s_{123} & 0 & L_1c_1 + L_2c_{12} \\ s_{123} & c_{123} & 0 & L_1s_1 + L_2s_{12} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.26)$$

robotun üçüncü uzvunun konum ve yönelimi ise bilinen değerler olarak aşağıdaki gibi verilirse

$${}^B_wT = \begin{bmatrix} c_\phi & -s_\phi & 0 & x \\ s_\phi & c_\phi & 0 & y \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.27)$$

3_0T ve B_wT birbirine eşitlenerek çözüme gidilebilir. Bu durumda aşağıdaki eşitlikler elde edilir.

$$c_\phi = c_{123} \quad (3.28)$$

$$s_\phi = s_{123} \quad (3.29)$$

$$x = L_1c_1 + L_2c_{12} \quad (3.30)$$

$$y = L_1s_1 + L_2s_{12} \quad (3.31)$$

Son iki denklemin her iki tarafının karesi alınıp, taraf tarafa toplanırsa

$$x^2 + y^2 = L_1^2 + L_2^2 + 2L_1L_2c_2 \quad (3.32)$$

elde edilir. Buradan da c_2 değeri bulunur.

$$c_2 = \frac{x^2 + y^2 - L_1^2 - L_2^2}{2L_1L_2} \quad (3.33)$$

Çözümün var olabilmesi için eşitliğin sağ tarafındaki ifadenin değeri -1 ile +1 arasında olmalıdır. s_2 değeri ise aşağıdaki gibi bulunur.

$$s_2 = \pm\sqrt{1 - c_2^2} \quad (3.34)$$

Böylece θ_2 açısı aşağıdaki gibi hesaplanabilir.

$$\theta_2 = A \tan 2(s_2, c_2) \quad (3.35)$$

Burada kullanılan $\text{Atan2}(y, x)$ fonksiyonu ile tanjantın tersi alınırken hem x hem de y 'nin işaretini kullanılarak, açının koordinat sisteminin hangi bölgesinde olduğu belirlenebilmektedir.

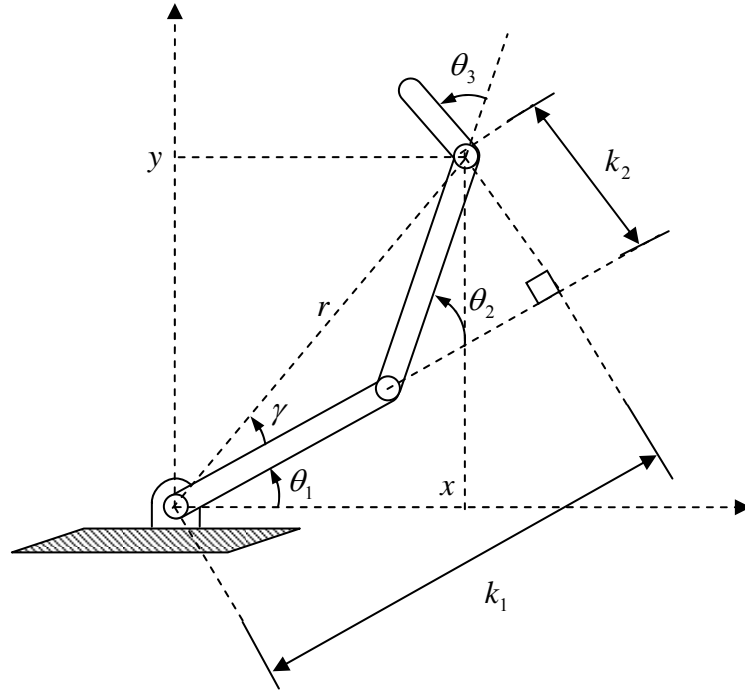
k_1 ve k_2 gibi iki değişkenin tanımlanmasıyla denklemler aşağıdaki hale getirilir. Bu değişkenler Şekil 3.19'de gösterilmiştir.

$$k_1 = L_1 + L_2 c_2 \quad (3.36)$$

$$k_2 = L_2 s_2 \quad (3.37)$$

$$x = k_1 c_1 - k_2 s_1 \quad (3.38)$$

$$y = k_1 s_1 + k_2 c_1 \quad (3.39)$$



Şekil 3.19 Ters kinematik çözümde kullanılan ara değişkenler.

$$r = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{k_1^2 + k_2^2} \quad (3.40)$$

$$k_1 = r \cos \gamma \quad (3.41)$$

$$k_2 = r \sin \gamma \quad (3.42)$$

$$\gamma = A \tan 2(k_2, k_1) \quad (3.43)$$

Elde edilen yeni denklemlerin her iki tarafı r 'ye bölünürse

$$\frac{x}{r} = \cos \gamma \cos \theta_1 - \sin \gamma \sin \theta_1 \quad \Rightarrow \quad \frac{x}{r} = \cos(\gamma + \theta_1) \quad (3.44)$$

$$\frac{y}{r} = \cos \gamma \sin \theta_1 + \sin \gamma \cos \theta_1 \quad \Rightarrow \quad \frac{y}{r} = \sin(\gamma + \theta_1) \quad (3.45)$$

böylece θ_1 aşağıdaki gibi hesaplanır.

$$\gamma + \theta_1 = A \tan 2\left(\frac{y}{r}, \frac{x}{r}\right) = A \tan 2(y, x) \quad (3.46)$$

$$\theta_1 = A \tan 2(y, x) - A \tan 2(k_2, k_1) \quad (3.47)$$

Son olarak ilk iki denklemden θ_3 bulunur.

$$\phi = \theta_1 + \theta_2 + \theta_3 = A \tan 2(s_\phi, c_\phi) \quad (3.48)$$

$$\theta_3 = \phi - \theta_1 - \theta_2 \quad (3.49)$$

Yukarıdaki örnekten de anlaşıldığı gibi kinematik denklemler çeşitli işlemlerle çözümünü bilinen bir yapıya dönüştürülerek çözülmüştür. Genelde çeşitli geometrilere sahip robot kollarında ortaya çıkan kinematik denklemler belirli yapılara sahiptir. Yukarıdaki çözüm yöntemi bu yapılardan biridir. Diğer karşılaşılan bazı yapılar ise Ek-A'da verilmiştir.

3.10. LAGRANGE HAREKET DENKLEMLERİ

Bir robot kolunun hareket denklemleri çıkarıldığı taktirde istenilen bir hareketi yapmak için eklemlere uygulanması gereken tork veya kuvvet değerleri belirlenebilir. Veya bulunan denklemler kullanılarak robot kolunun simülasyonu gerçekleştirilebilir. Hareket denklemlerinin çıkarılmasında Lagrange metodunun kullanılmasının en önemli avantajı, yöntemin basit ve sistematik bir yapı arz etmesidir. Karmaşık ve serbestlik derecesi yüksek sistemlere uygulanabilir.

Lagrange fonksiyonu sistemin kinetik enerjisi ile potansiyel enerjisi arasındaki fark olarak tanımlanır. Bu fonksiyon kullanılarak hareket denklemleri aşağıdaki gibi bulunabilir.

$$L(\dot{q}, q, t) = K(\dot{q}, q, t) - P(q, t) \quad (3.50)$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial}{\partial \dot{q}_i} L(\dot{q}, q, t) \right) - \frac{\partial}{\partial q_i} L(\dot{q}, q, t) = F_i \quad (3.51)$$

Lagrange fonksiyonu yukarıdaki eşitlikte yerine koyulursa ve sönümlenme etkisini gösteren terim de eklenirse hareket denklemlerinin açık formu aşağıdaki gibi elde edilir.

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial}{\partial \dot{q}_i} K(\dot{q}, q, t) \right) - \frac{\partial}{\partial q_i} K(\dot{q}, q, t) + \frac{\partial}{\partial \dot{q}_i} D(\dot{q}, q, t) + \frac{\partial}{\partial q_i} P(q, t) = F_i \quad (3.52)$$

q_i : Genelleştirilmiş koordinat.

F_i : Genelleştirilmiş kuvvet.

K : Sistemin kinetik enerjisi.

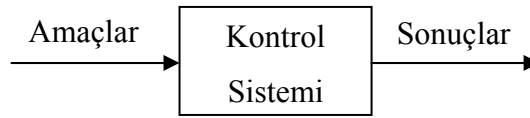
P : Sistemin potansiyel enerjisi.

D : Sönüm terimi.

Bir sistemin hareket denklemlerini bulmak için, önce sistemin kinetik enerji, potansiyel enerji ve sönüm terimleri yazılır. Bu ifadeler kullanılarak gerekli türevler hesaplanıp yukarıdaki denkleme yerleştirilir. Bu işlemler her bir genelleştirilmiş koordinat için ayrı ayrı yapılır.

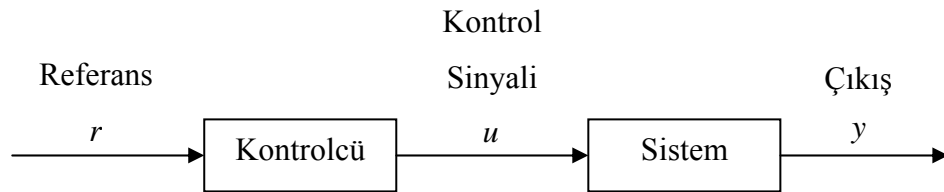
3.11. KONTROL SİSTEMLERİ

Bir kontrol sisteminin genel elemanları Şekil 3.20’de görüldüğü gibi amaçlar, kontrol sistemi ve sonuçlardan oluşmaktadır. Burada amaçlar girişler veya kontrol işaretleridir (u). Sonuçlar ise çıkış veya kontrol edilen parametreler olarak adlandırılır (y). Genelde bir kontrol sisteminin amacı, girişleri (kontrol işaretini) kullanarak, çıkışları daha önce belirlenen bir seviyede tutmaya çalışmaktır.

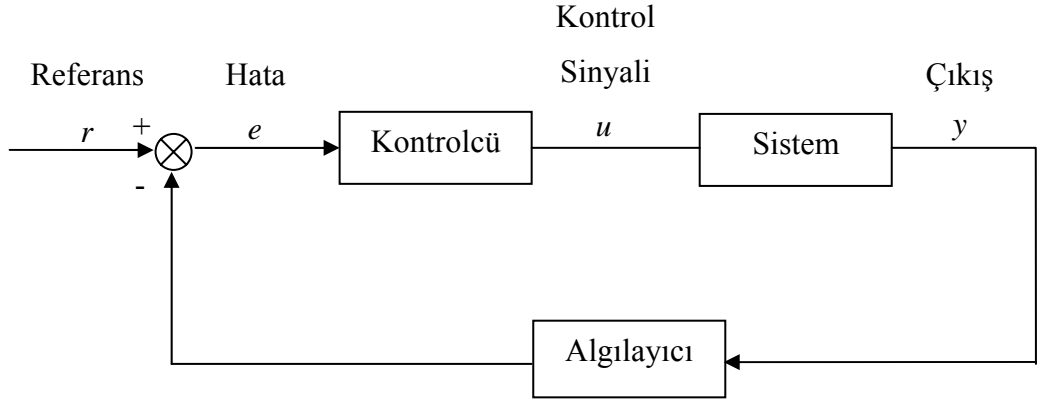


Şekil 3.20 Genel bir kontrol sisteminin yapısı.

Kontrol sistemleri açık çevrimli ve kapalı çevrimli olmak üzere ikiye ayrılabilir. Şekil 3.21’de görülen açık çevrimli sistemde referans değerine bağlı olarak bir kontrol işareti üretilmekte ve sisteme uygulanmaktadır. Böylece sistem çıkışı önceden belirlenen seviyelerde tutulmaya çalışılmaktadır. Şekil 3.22’de kapalı çevrimli sistemde ise, sistem çıkışı geriye beslenmekte ve referans değeri ile karşılaştırılmaktadır. Aradaki farka (hata) göre kontrol işareti üretilmekte ve sisteme uygulanmaktadır. Böylece daha kesin neticeler elde edilebilmektedir.



Şekil 3.21 Açık çevrimli kontrol sistemi.



Şekil 3.22 Kapalı çevrimli kontrol sistemi.

Takip eden kısımlarda Oransal + Türev (PD) Kontrolcü, Bulanık Mantıklı Kontrolcü ve Kayan Kipli Kontrolcü hakkında bilgi verilmektedir.

3.12. ORANSAL + TÜREV (PD) KONTROLÇÜ

PD kontrolcünün ürettiği kontrol işareti aşağıdaki gibidir.

$$u(t) = K_p e(t) + T_d \frac{d e(t)}{dt} \quad (3.53)$$

Burada,

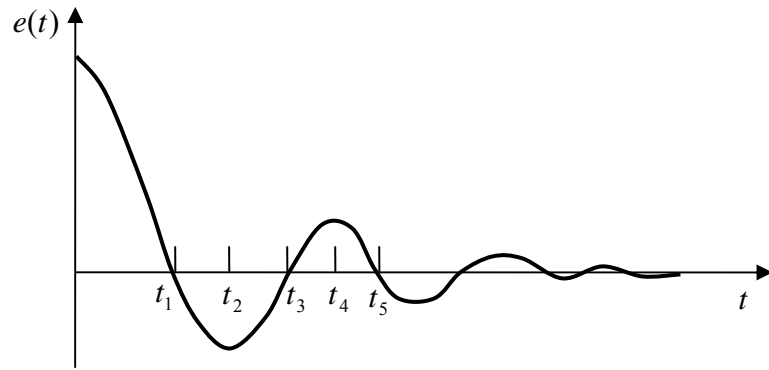
K_p : oransal katsayı

T_d : türev katsayısı.

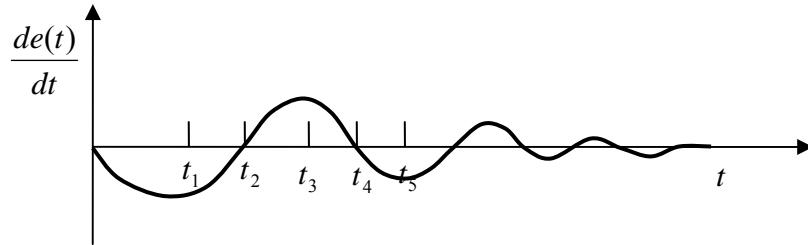
Denklemden de anlaşılacağı üzere, kontrol işareti hem hatanın hem de hatanın türevinin etkisini içermektedir. Türev teriminin varlığı hatanın değişim yönünün belirlenmesine ve buna göre kontrol işaretinin uygulanmasıyla sistemin daha iyi kontrol edilmesini sağlamaktadır [36].



(a)



(b)



(c)

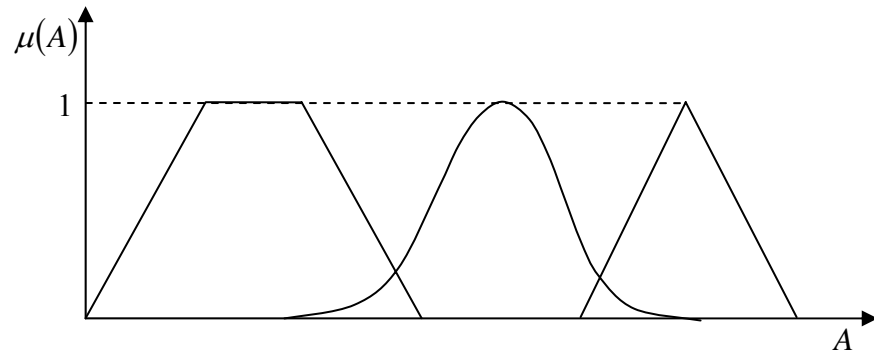
Şekil 3.23 a) Sistemin birim basamak cevabı. b) Hata işareti. c) Hatanın türevi

Örneğin Şekil 3.23 incelenirse $0 - t_1$ zaman aralığında $e(t)$ 'nin işareti pozitif $de(t)/dt$ 'nin işareti ise negatiftir, bu sadece $e(t)$ 'ye göre hesaplanan kontrol işaretini azaltacaktır. $t_1 - t_2$ zaman aralığında $e(t)$ 'nin ve $de(t)/dt$ 'nin ikisinin de işareti negatiftir, böylece yavaşlatıcı kontrol işareti, sadece $e(t)$ 'ye göre hesaplanan değerden daha büyük olacaktır. Bu iki etki sayesinde $t_1 - t_3$ zaman aralığında görülen aşım azalmaktadır. $t_2 - t_3$ zaman aralığında $e(t)$ 'nin ve $de(t)/dt$ 'nin işaretleri birbirine zıttır, dolayısıyla aşağıya doğru aşım sebep olan kontrol işareti de azaltılmaktadır.

Eğer daimi hal hatası sabit bir sayı ise, türevi sıfır olacağından PD kontrolcünün bu durumu düzeltmek için bir etkisi olmaz. Daimi hal hatası sadece zamanla değişiyorsa PD kontrolcünün bu hata üzerinde etkisi olur.

3.13. BULANIK MANTIKLI KONTROL

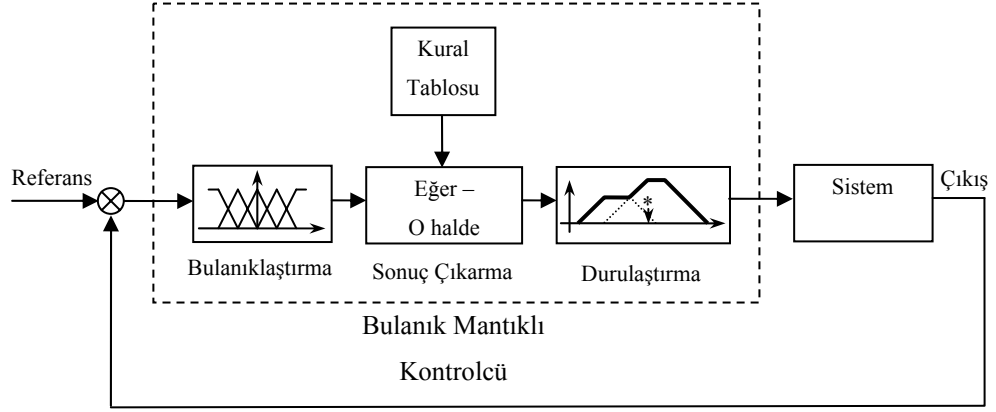
Bulanık mantık sayesinde, az, orta, çok, soğuk, ılık, sıcak, kısa, uzun gibi belirsiz, dilsel ifadeler üyelik fonksiyonlarıyla ifade edilebilirler. Bu üyelik fonksiyonları üçgen, trapez, çan eğrisi gibi şekillerden oluşurlar (Şekil 3.24). Aldıkları değerler ise $[0,1]$ aralığındadır.



Şekil 3.24 Çeşitli şekillere sahip üyelik fonksiyonları.

Şekil 3.25’de de görüldüğü gibi bir bulanık mantıklı kontrolcü bulanıklaştırma, sonuç çıkarma ve durulaştırma aşamalarından oluşmaktadır. İlk aşamada, kullanılan değişkenler için üyelik fonksiyonları tanımlanır. Böylece kesin değerler bulanık değerlere dönüştürülür. İkinci aşama olan sonuç çıkarmada ise daha önceden sistem hakkında sahip olunan bilgiye dayanarak hazırlanan kural tablosu kullanılarak, sisteme yapılan girişlere göre kontrolcü çıkışının ne olacağına karar verilir. Kural tablosunu oluşturan kurallar genelde aşağıdaki yapıya sahiptir.

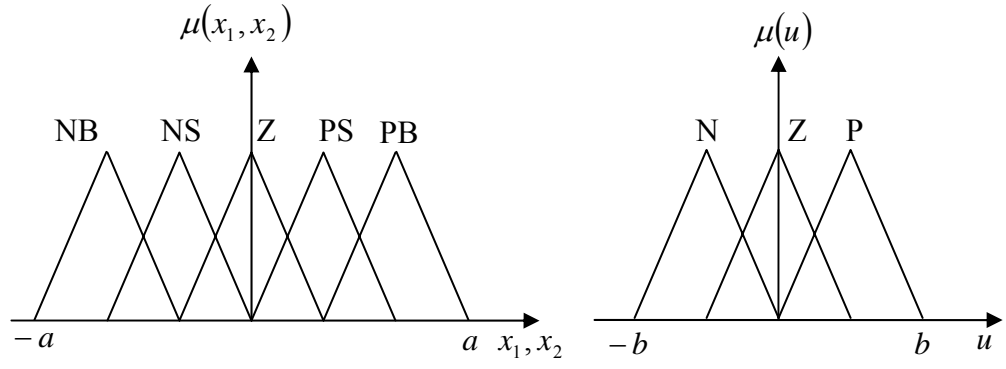
$$\text{EĞER } x : A \text{ ve } x : B \text{ O HALDE } y : C \quad (3.54)$$



Şekil 3.25 Bulanık mantıklı kontrolcünün yapısı.

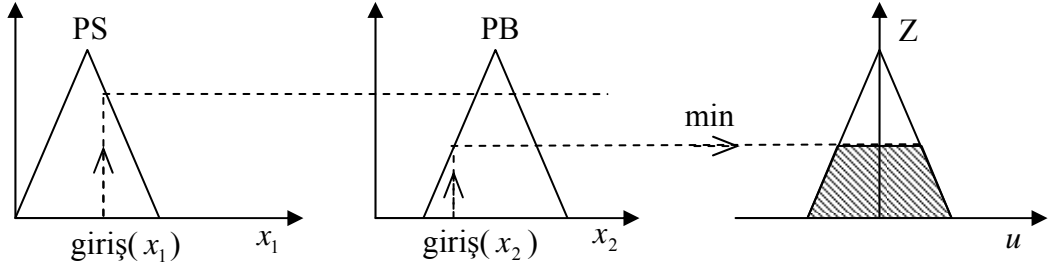
Son aşamada ise bulanık olarak elde edilen çıkış değerleri, kullanılabilir kesin değerlere dönüştürülür. Bunun için Ağırlık Merkezi ve Ağırlıklı Ortalama gibi yöntemler kullanılmaktadır.

Bulanıklaştırma, sonuç çıkarma ve durulaştırma ile ilgili grafiksel gösterim Şekil 3.26'de verilmiştir. Şekil 3.26 a)'da iki giriş ve bir çıkışı olan bir sistemin üyelik fonksiyonları verilmiştir. Şekil 3.26 b)'de sisteme x_1 ve x_2 gibi iki giriş yapıldığı zaman işletilen kurallar gösterilmektedir. Sonuç çıkarma için Mamdani yöntemi kullanılmıştır. Bu yöntemde verilen giriş değerine karşı üyelik değeri küçük olan üyelik fonksiyonunun değeri alınır ve çıkış fonksiyonu kesilerek altta kalan alan alınır. Diğer kural için de aynı işlem yapılır. Şekil 3.26 c)'de elde edilen iki alanın birleşimi alınır ve seçilen bir durulaştırma yöntemi ile bulanık olan çıkış değeri kesin bir değere dönüştürülür.

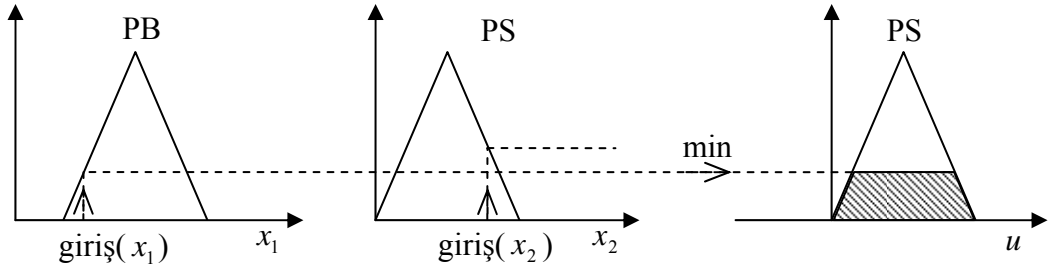


(a)

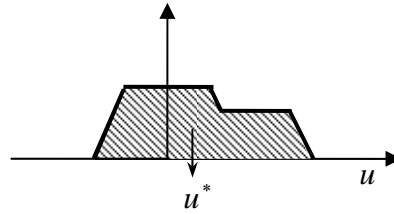
1. Kural



2. Kural



(b)

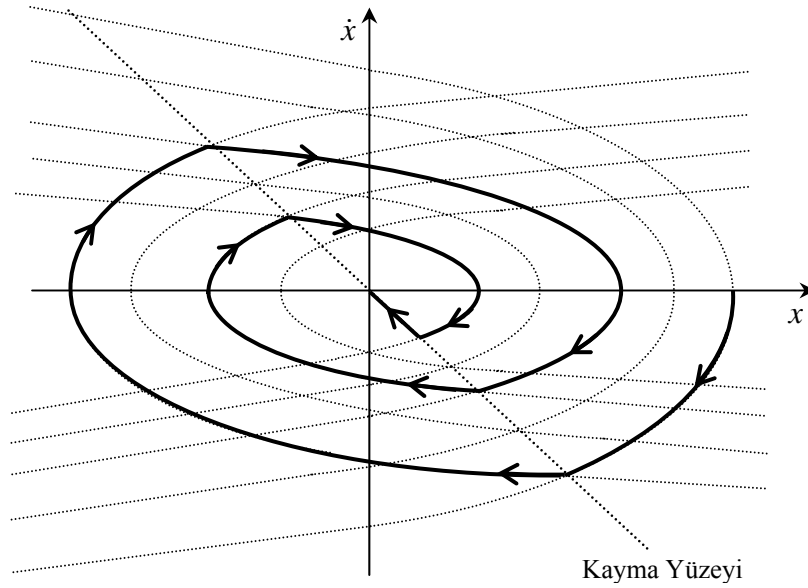


(c)

Şekil 3.26 (a) Bir sistemin iki giriş ve bir çıkışını bulanıklaştırmak için kullanılan üyelik fonksiyonları. (b) Sonuç çıkarma; verilen girişler sonucu iki kural çalıştırılmıştır. (c) Durulaştırma ile kesin sonucun elde edilmesi.

3.14. KAYAN KIPLİ KONTROL

Kayan Kipli Kontrol, bir Değişken Yapılı Kontrol Yöntemidir. Bu sistemlerde kontrol kuralı, kontrol işlemi sırasında, sistemin durumuna bağlı olarak, daha önceden belirlenen kurallara göre, bilerek değiştirilmektedir. Bunun amacı sistemin kararlı veya kararsız yörüngeler arasında geçiş yaparak bir kayma yüzeyine ulaşmasını, ve bu yüzeyde kayarak orjine ulaşmasını sağlamaktır. İkinci mertebeden bir sisteme ait faz planı ve kayan kip oluşumu Şekil 3.25’de gösterilmiştir.



Şekil 3.27 İkinci mertebeden bir sisteme ait faz planı ve kayan kip oluşumu.

Kayan Kipli Kontrol yönteminin en önemli özelliklerinden birisi robust olmasıdır. Kontrolcünün tasarımı için kullanılan model ile kontrolcünün uygulanacağı sistem arasındaki uyumsuzlıklardan ve parametrelerdeki değişimlerden etkilenmez. Diğer önemli bir özelliği ise sistemi, kayma yüzeyinde iken, birinci mertebeden bir sistem gibi davranmasını sağlamaktır. Bu ise sistem cevabının istenen bir değere aşım gerçekleşmeden gelmesini sağlamaktadır. Kayan kipli kontrolün diğer önemli bir özelliği ise kararsız sistemlere uygulanabiliyor olmasıdır. Daha önce de belirtildiği üzere, sistem kararlı veya kararsız yörüngeler arasında geçiş yaparak kararlı bir yapı elde edilebilir.

Kontrolcülü bir nonlineer dinamik sistem,

$$\dot{\underline{x}} = \underline{f}(\underline{x}) + [\underline{B}]\underline{u} \quad (3.55)$$

kayma yüzeyi ise

$$S = \{\underline{x} : \underline{\sigma}(\underline{x}, t) = 0\} \quad (3.56)$$

olarak ifade edilsin.

3.14.1. Birinci Yöntem

Kayma yüzeyi aşağıdaki gibi seçilebilir.

$$\underline{\sigma} = [\underline{G}]\Delta\underline{x} = [\underline{G}](\underline{x}_r - \underline{x}) = [\underline{G}]\underline{e} \quad (3.57)$$

Burada $\Delta\underline{x}$ referans değeri ile sistem cevabı arasındaki farktır. $[\underline{G}]$ ise kayma yüzeylerinin eğimlerini içermektedir. Bu denklem aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\underline{\sigma} = [\underline{G}]\underline{x}_r - [\underline{G}]\underline{x} \quad (3.58)$$

$$\underline{\sigma} = \underline{\phi}(t) - [\underline{G}]\underline{x} \quad (3.59)$$

Kararlılık için aşağıdaki gibi kendisi pozitif tanımlı, türevi ise negatif yarı tanımlı bir Lyapanov fonksiyonu tanımlanır.

$$v(\underline{\sigma}) = \frac{\underline{\sigma}^T \underline{\sigma}}{2} > 0 \quad (3.60)$$

$$\frac{dv(\underline{\sigma})}{dt} = \frac{\dot{\underline{\sigma}}^T \underline{\sigma}}{2} + \frac{\underline{\sigma}^T \dot{\underline{\sigma}}}{2} \leq 0 \quad (3.61)$$

$$\frac{dv(\underline{\sigma})}{dt} = \underline{\sigma}^T \frac{d\underline{\sigma}}{dt} \leq 0 \quad (3.62)$$

Limit durumu uygulanırsa,

$$\frac{dv(\underline{\sigma})}{dt} = 0 \quad (3.63)$$

$\underline{\sigma}$ sıfır olamayacağından $\frac{d\underline{\sigma}}{dt} = 0$ olmalıdır,

$$\frac{d\underline{\sigma}}{dt} = \frac{d\underline{\phi}(t)}{dt} - [G]\dot{\underline{x}} = 0 \quad (3.64)$$

(3.55)'den

$$\frac{d\underline{\phi}(t)}{dt} - [G](\underline{f}(x) + [B]\underline{u}_{eq}) = 0 \quad (3.65)$$

Burada \underline{u}_{eq} limit durumundaki kontrolcü kuvvetidir. (3.63)'den,

$$\underline{u}_{eq} = [GB]^{-1} \left(\frac{d\underline{\phi}(t)}{dt} - [G]\underline{f}(x) \right) \quad (3.66)$$

3.14.2. İkinci Yöntem

Eşdeğer kontrol \underline{u}_{eq} sadece kayma yüzeyi üzerinde geçerlidir. Dolayısıyla sistemi kayma yüzeyine getirecek yeni bir terim eklemek gerekmektedir.

$$v(\underline{\sigma}) = \frac{1}{2} \underline{\sigma} \cdot \underline{\sigma}^T \quad (3.67)$$

Kararlılık için Lyapanov fonksiyonun türevi, sıfırdan küçük veya eşit olacak şekilde, aşağıdaki gibi seçilsin.

$$\dot{v}(\underline{\sigma}) = -\underline{\sigma}^T [\Gamma] \text{sign}(\underline{\sigma}) \leq 0 \quad (3.68)$$

$[\Gamma]$, pozitif tanımlı bir matristir. (3.67)'nin zamana göre türevi alınırsa,

$$\dot{v}(\underline{\sigma}) = \underline{\sigma}^T \dot{\underline{\sigma}} \quad (3.69)$$

(3.68) ve (3.69) aşağıdaki gibi düzenlenirse,

$$-[\Gamma] \text{sign}(\underline{\sigma}) = \dot{\underline{\sigma}} \quad (3.70)$$

(3.59)'nin zamana göre türevi alınıp, (3.55) ile birlikte (3.70)'de yerine konursa,

$$-[\Gamma]sign(\underline{\sigma}) = \frac{d\phi(t)}{dt} - [G](\underline{f}(x) + [B]\underline{u}) \quad (3.71)$$

\underline{u} çekilirse,

$$\underline{u} = [GB]^{-1} \left(\frac{d\phi(t)}{dt} - [G]\underline{f}(x) \right) + [GB]^{-1} [\Gamma]sign(\underline{\sigma}) \quad (3.72)$$

(3.66)'deki \underline{u}_{eq} kullanılırsa,

$$\underline{u} = \underline{u}_{eq} + [GB]^{-1} [\Gamma]sign(\underline{\sigma}) \quad (3.73)$$

Eğer,

$$[K] = [GB]^{-1} [\Gamma] \quad (3.74)$$

olarak tanımlanırsa kontrolcü kuvveti aşağıdaki gibi bulunur.

$$\underline{u} = \underline{u}_{eq} + [K]sign(\underline{\sigma}) \quad (3.75)$$

3.14.3. Üçüncü Yöntem

Eğer sistemdeki belirsizlikler yüzünden hesaplanan eşdeğer kontrol kuvveti olması gerekenden çok farklı çıkarsa, bu kuvvetin kestirimi yoluna gidilebilir. Bu yöntemde eşdeğer kontrol kuvvetinin, toplam kuvvetin ortalaması olduğu kabul edilir. Bunun için alçak geçirimli bir filtre kullanılırsa eşdeğer kontrol kuvveti aşağıdaki gibi bulunur.

$$\hat{\underline{u}}_{eq} = \frac{1}{\tau s + 1} \underline{u} \quad (3.76)$$

Burada sinyalin özelliklerini alçak frekanslı bileşenlerin belirlediği, yüksek frekanslı bileşenlerin ise modellenmemiş bileşenlerden geldiği kabul edilir. Böylece üçüncü yöntem için kontrol işareti aşağıdaki gibi olur.

$$\underline{u} = \hat{\underline{u}}_{eq} + [K]sign(\underline{\sigma}) \quad (3.77)$$

3.14.4. Dördüncü Yöntem

Önceki yöntemlerde kontrol işaretinin süreksiz olması çatırtıya sebep olabilir. Bu sistemdeki mekanik aksamaya zarar verebilir. Bunun için Lyapanov fonksiyonu aşağıdaki gibi seçilir.

$$\underline{v} = \frac{1}{2} \underline{\sigma}^T \underline{\sigma} > 0 \quad (3.78)$$

$$\underline{\dot{v}} = \underline{\sigma}^T \underline{\dot{\sigma}} \quad (3.79)$$

Lyapanov fonksiyonun türevi aşağıdaki gibi seçilsin.

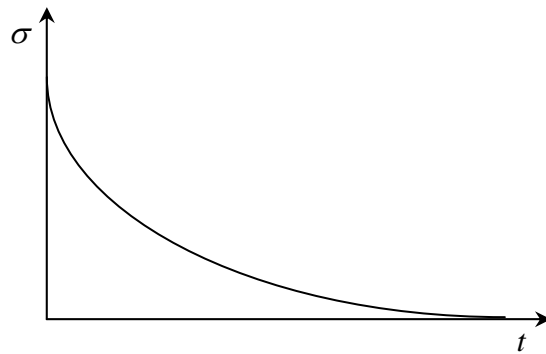
$$\underline{\dot{v}} = -\underline{\sigma}^T [\Gamma] \underline{\dot{\sigma}} < 0 \quad (3.80)$$

(3.79) ve (3.80) birbirine eşitlenirse,

$$\underline{\dot{\sigma}} + [\Gamma] \underline{\sigma} = 0 \quad (3.81)$$

Bu eşitliğin çözümü ise aşağıdaki gibi olur. Burada $[\Gamma]$ kayma yüzeyine erişim hızını belirler (Şekil 3.26).

$$\underline{\sigma}(t) = e^{-[\Gamma]t} + \underline{\sigma}(0) \quad (3.82)$$



Şekil 3.28 Kayma fonksiyonun zamanla değişimi.

Önceki yöntemlerde yapılan işlemler burada da uygulanırsa kontrol işareti aşağıdaki gibi elde edilir.

$$\underline{u} = \underline{u}_{eq} + [K]\underline{\sigma} \quad (3.83)$$

Görüldüğü üzere elde edilen denklemde *sign* terimi olmadığı için çatırtı oluşmaz.

3.14.5. Beşinci Yöntem

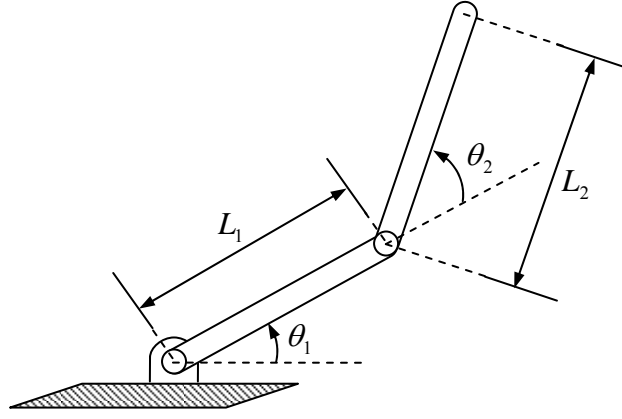
Bu yöntem ile üçüncü ve beşinci yöntemin iyi tarafları birleştirilmektedir. Eşdeğer kontrol kuvveti üçüncü yöntemdeki gibi (3.76) ile hesaplanır. Ayrıca dördüncü yöntemdeki gibi *sign* terimi yoktur, dolayısıyla çatırtı yoktur. Kontrol işareti aşağıdaki gibidir.

$$\underline{u} = \hat{\underline{u}}_{eq} + [K]\underline{\sigma} \quad (3.84)$$

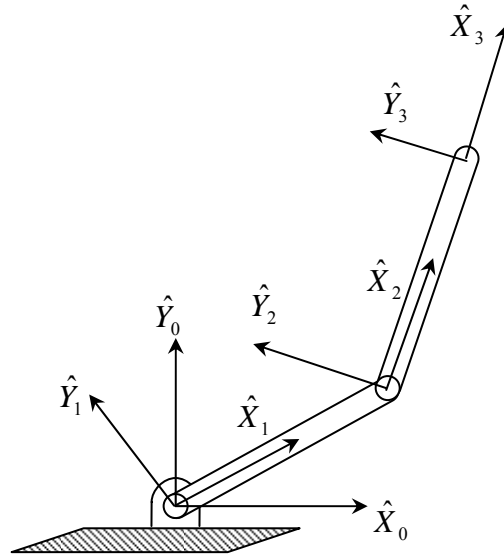
4. BULGULAR

4.1. DÜZ KİNEMATİK

Kısım 3.7'deki bilgilerin ışığında, Şekil 4.1'de görülen iki uzuvlu robotun eklemlerine yerleştirilen eksen takımları Şekil 4.2'de, Denavit – Hartenberg parametreleri ise Tablo 4.1'de görülmektedir.



Şekil 4.1 İki dönel ekleme sahip robot kolu.



Şekil 4.2 Eksen takımlarının eklemlere tutturulması.

Tablo 4.1 Denavit - Hartenberg parametreleri

i	α_{i-1}	a_{i-1}	d_i	θ_i
1	0	0	0	θ_1
2	0	L_1	0	θ_2
3	0	L_2	0	0

(3.19) eşitliği kullanılarak uzuv dönüşümleri aşağıdaki gibi bulunur.

$${}^0_1T = \begin{bmatrix} c\theta_1 & -s\theta_1 & 0 & 0 \\ s\theta_1 & c\theta_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.1)$$

$${}^1_2T = \begin{bmatrix} c\theta_2 & -s\theta_2 & 0 & L_1 \\ s\theta_2 & c\theta_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.2)$$

$${}^2_3T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & L_2 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.3)$$

İkinci uzvun uç noktasının, robotun hareketsiz eksen takımına göre dönüşüm matrisi ise aşağıdaki gibi bulunur.

$${}^0_3T = {}^0_1T {}^1_2T {}^2_3T \quad (4.4)$$

$${}^0_3T = \begin{bmatrix} c_{12} & -s_{12} & 0 & L_1c_1 + L_2c_{12} \\ s_{12} & c_{12} & 0 & L_1s_1 + L_2s_{12} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.5)$$

4.2. TERS KİNEMATİK

Robotun ikinci uzvunun konum ve yönelimi bilinen değerler olarak aşağıdaki gibi verilirse,

$${}^B_wT = \begin{bmatrix} c_\phi & -s_\phi & 0 & x \\ s_\phi & c_\phi & 0 & y \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.6)$$

3_0T ve B_wT birbirine eşitlenerek çözüme gidilebilir. Konum bilgisi kullanılarak aşağıdaki eşitlikler elde edilir.

$$x = L_1c_1 + L_2c_{12} \quad (4.7)$$

$$y = L_1s_1 + L_2s_{12} \quad (4.8)$$

Bu iki denklemin her iki tarafının karesi alınıp, taraf tarafa toplanırsa,

$$x^2 + y^2 = L_1^2 + L_2^2 + 2L_1L_2c_2 \quad (4.9)$$

elde edilir. Buradan da c_2 değeri bulunur.

$$c_2 = \frac{x^2 + y^2 - L_1^2 - L_2^2}{2L_1L_2} \quad (4.10)$$

s_2 değeri ise aşağıdaki gibi bulunur.

$$s_2 = \pm\sqrt{1 - c_2^2} \quad (4.11)$$

Böylece θ_2 açısı aşağıdaki gibi hesaplanabilir.

$$\theta_2 = A \tan 2(s_2, c_2) \quad (4.12)$$

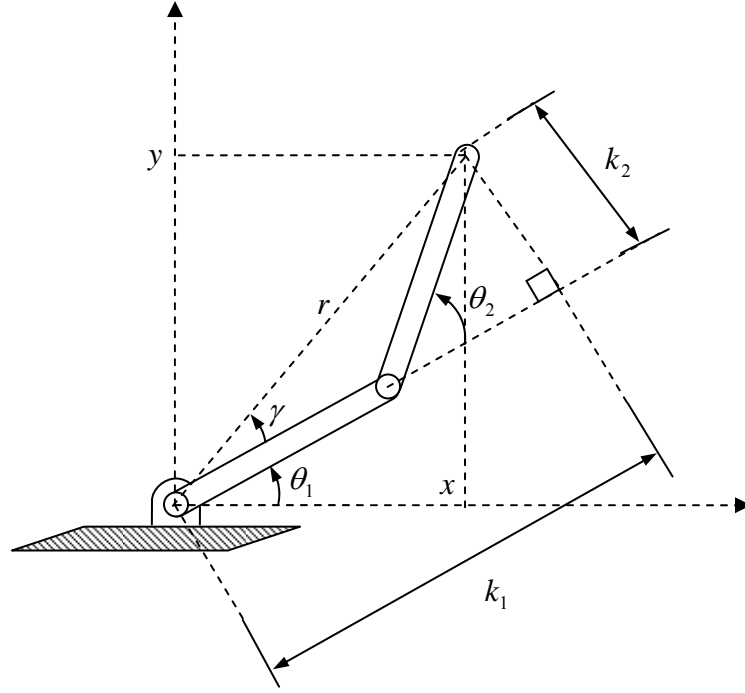
k_1 ve k_2 gibi iki değişkenin tanımlanmasıyla denklemler aşağıdaki hale getirilir. Bu değişkenler Şekil 4.3'de gösterilmiştir.

$$k_1 = L_1 + L_2 c_2 \quad (4.13)$$

$$k_2 = L_2 s_2 \quad (4.14)$$

$$x = k_1 c_1 - k_2 s_1 \quad (4.15)$$

$$y = k_1 s_1 + k_2 c_1 \quad (4.16)$$



Şekil 4.3 Ters kinematik çözümde kullanılan ara değişkenler.

$$r = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{k_1^2 + k_2^2} \quad (4.17)$$

$$k_1 = r \cos \gamma \quad (4.18)$$

$$k_2 = r \sin \gamma \quad (4.19)$$

$$\gamma = \text{Atan} 2(k_2, k_1) \quad (4.20)$$

Elde edilen yeni denklemlerin her iki tarafı r 'ye bölünürse

$$\frac{x}{r} = \cos \gamma \cos \theta_1 - \sin \gamma \sin \theta_1 \quad \Rightarrow \quad \frac{x}{r} = \cos(\gamma + \theta_1) \quad (4.21)$$

$$\frac{y}{r} = \cos \gamma \sin \theta_1 + \sin \gamma \cos \theta_1 \quad \Rightarrow \quad \frac{y}{r} = \sin(\gamma + \theta_1) \quad (4.22)$$

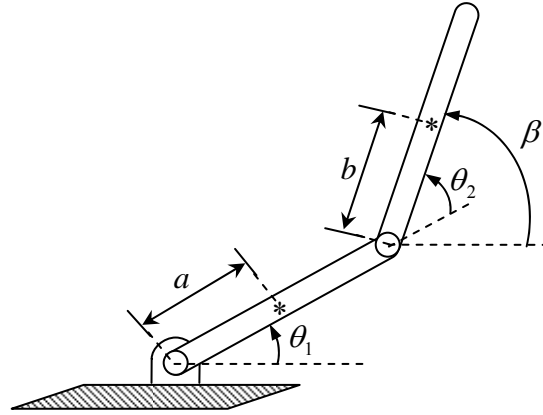
böylece θ_1 aşağıdaki gibi hesaplanır.

$$\gamma + \theta_1 = A \tan 2\left(\frac{y}{r}, \frac{x}{r}\right) = A \tan 2(y, x) \quad (4.23)$$

$$\theta_1 = A \tan 2(y, x) - A \tan 2(k_2, k_1) \quad (4.24)$$

4.3. HAREKET DENKLEMLERİ

Hareket denklemleri kısım 3.10'da anlatılan Lagrange Yöntemi ile bulunacaktır. Bunun için sistemin kinetik enerjisi, potansiyel enerjisi ve sönüm terimini veren ifadeler elde edilecektir.



Şekil 4.4 İki kollu robot için genelleştirilmiş koordinatlar.

Hareket denklemlerinde görülen parametrelerin karşılıkları şöyledir.

m_1, m_2 : Birinci ve ikinci uzvun kütleleri.

L_1, L_2 : Birinci ve ikinci uzvun boyları.

I_1, I_2 : Birinci ve ikinci uzvun kütle ataletleri.

b_{t_1}, b_{t_2} : Birinci ve ikinci eklemlere ait sönüm katsayıları.

a, b : Sırasıyla, birinci uzvun kütle merkezinin birinci ekleme olan uzaklığı ve ikinci uzvun kütle merkezinin ikinci ekleme olan uzaklığı.

Robot parametreleri Ek-B’de verilmiştir.

Şekil 4.4’den de görüldüğü gibi genelleştirilmiş koordinatlar θ_1 ve β ’dır. Burada β , θ_1 ile θ_2 ’nin toplamına eşittir.

Birinci uzvun kütle merkezinin koordinatları (x_1, x_2) , ile ikinci uzvun kütle merkezinin koordinatları (y_1, y_2) aşağıdaki gibidir.

$$x_1 = a \cos \theta_1 \quad (4.25)$$

$$y_1 = a \sin \theta_1 \quad (4.26)$$

$$x_2 = L_1 \cos \theta_1 + b \cos \beta \quad (4.27)$$

$$y_2 = L_1 \sin \theta_1 + b \sin \beta \quad (4.28)$$

Buradan hareketle robotun kinetik enerjisini, potansiyel enerjisini ve sönüm terimini veren ifadeler aşağıdaki gibi bulunmuştur.

$$K = \frac{1}{2} m_1 (\dot{x}_1^2 + \dot{y}_1^2) + \frac{1}{2} I_1 \dot{\theta}_1^2 + \frac{1}{2} m_2 (\dot{x}_2^2 + \dot{y}_2^2) + \frac{1}{2} I_2 \dot{\beta}^2 \quad (4.29)$$

$$K = \frac{1}{2} m_1 a^2 \dot{\theta}_1^2 + \frac{1}{2} I_1 \dot{\theta}_1^2 + \frac{1}{2} m_2 [L_1^2 \dot{\theta}_1^2 + b^2 \dot{\beta}^2 + 2b L_1 \dot{\theta}_1 \dot{\beta} \cos(\theta_1 - \beta)] + \frac{1}{2} I_2 \dot{\beta}^2 \quad (4.30)$$

$$P = m_1 g a \sin \theta_1 + m_2 g (L_1 \sin \theta_1 + b \sin \beta) \quad (4.31)$$

$$D = \frac{1}{2} b_{t_1} \dot{\theta}_1^2 + \frac{1}{2} b_{t_2} (\dot{\theta}_1 - \dot{\beta})^2 \quad (4.32)$$

Eşitlik (3.52) kullanılarak gerekli işlemler yapılırsa hareket denklemleri aşağıdaki gibi bulunur.

Birinci uzva ait hareket denklemi. ($q_1 = \theta_1$)

$$\begin{aligned} & (m_1 a^2 + m_2 L_1^2 + I_1) \ddot{\theta}_1 + m_2 b L_1 [\ddot{\beta} \cos(\theta_1 - \beta) + \dot{\beta}^2 \sin(\theta_1 - \beta)] \\ & + b_{t_1} \dot{\theta}_1 + b_{t_2} (\dot{\theta}_1 - \dot{\beta}) + g(m_1 a + m_2 L_1) \cos \theta_1 = u_1 - u_2 \end{aligned} \quad (4.33)$$

İkinci uzva ait hareket denklemi. ($q_2 = \beta$)

$$\begin{aligned} & (m_2 b^2 + I_2) \ddot{\beta} + m_2 b L_1 [\ddot{\theta}_1 \cos(\theta_1 - \beta) - \dot{\theta}_1^2 \sin(\theta_1 - \beta)] \\ & - b_{t_2} (\dot{\theta}_1 - \dot{\beta}) + m_2 g b \cos \beta = u_2 \end{aligned} \quad (4.34)$$

İlerideki bölümlerde kolaylık sağlaması açısından hareket denklemleri aşağıdaki kısaltmalar kullanılarak daha sade bir şekilde yazılmıştır.

$$A = m_1 a^2 + m_2 L_1^2 + I_1 \quad (4.35)$$

$$B = m_2 b L_1 \quad (4.36)$$

$$C = g(m_1 a + m_2 L_1) \quad (4.37)$$

$$D = m_2 b^2 + I_2 \quad (4.38)$$

$$E = m_2 b L_1 \quad (4.39)$$

$$F = m_2 g b \quad (4.40)$$

Denklemler aşağıdaki gibi tekrar yazılmıştır.

$$A \ddot{\theta}_1 + B [\ddot{\beta} \cos(\theta_1 - \beta) + \dot{\beta}^2 \sin(\theta_1 - \beta)] + b_{t_1} \dot{\theta}_1 + b_{t_2} (\dot{\theta}_1 - \dot{\beta}) + C \cos \theta_1 = u_1 - u_2 \quad (4.41)$$

$$D \ddot{\beta} + E [\ddot{\theta}_1 \cos(\theta_1 - \beta) - \dot{\theta}_1^2 \sin(\theta_1 - \beta)] - b_{t_2} (\dot{\theta}_1 - \dot{\beta}) + F \cos \beta = u_2 \quad (4.42)$$

Öncelikle robot koluna yaptırılacak hareketin tanımlanması gerekmektedir. Bu maksatla robot kolunun yapacağı harekette aşağıda verilen yörünge denklemleri kullanılacaktır.

$$x = x_f + (x_i - x_f)e^{-50t^3} \quad (4.43)$$

$$y = y_f + (y_i - y_f)e^{-50t^3} \quad (4.44)$$

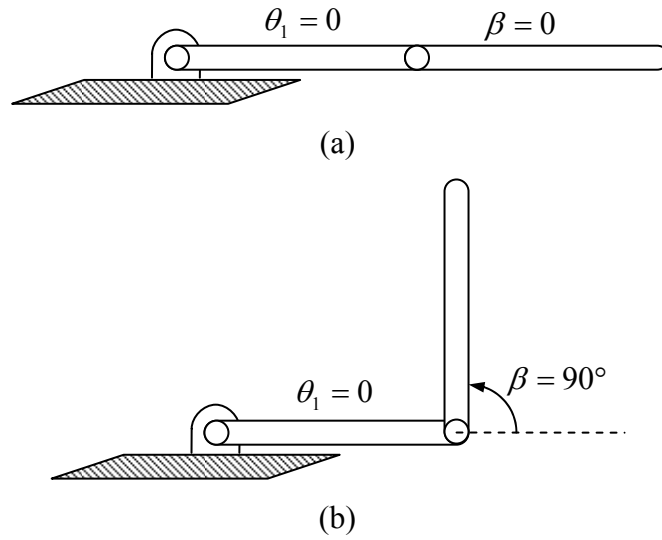
Burada ;

Başlangıç noktası için: $x_i = 0.5 \text{ m}$, $y_i = 0 \text{ m}$

Bitiş noktası için : $x_f = 0.25 \text{ m}$, $y_f = 0.25 \text{ m}$

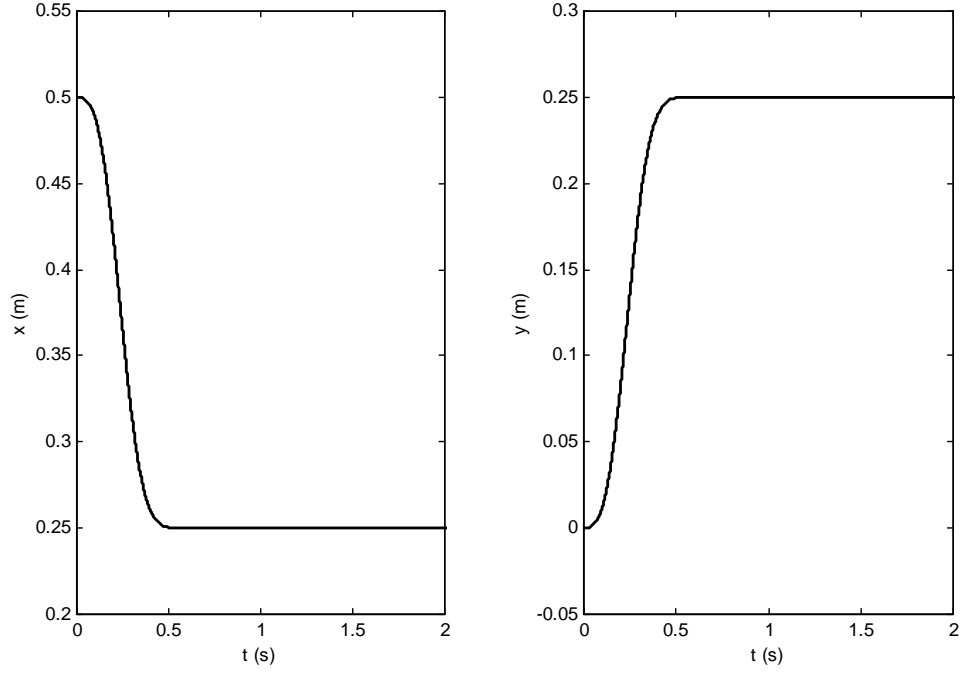
Değerleri kullanılmıştır. i alt indisi başlangıç noktasını, f alt indisi ise bitiş noktasını belirtmektedir.

Şekil 4.5 a)'da robotun başlangıç anındaki durumu, Şekil 4.5 b)'de ise bitiş anındaki durumu gösterilmiştir.



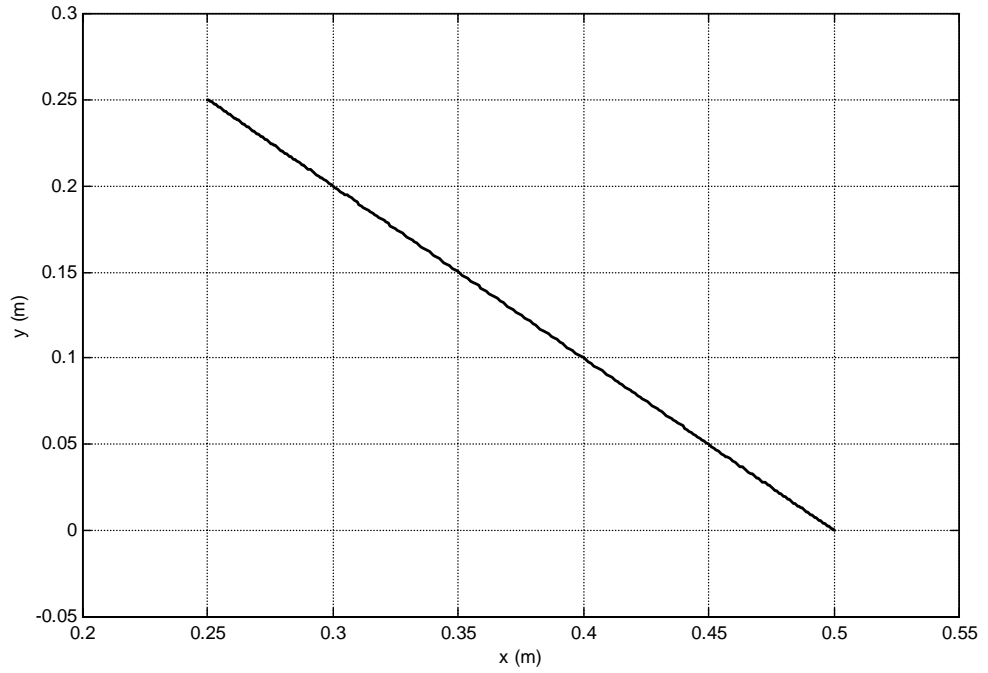
Şekil 4.5 a) Robot kolunun harekete başlamadan önceki durumu. b) Robot kolunun hareket tamamlandıktan sonraki durumu.

Şekil 4.6'da, (4.43) ve (4.44) ile verilen yörüngeler kullanıldığı zaman ikinci uzvun uç noktasının x ve y koordinatlarının zamanla değişimi görülmektedir.



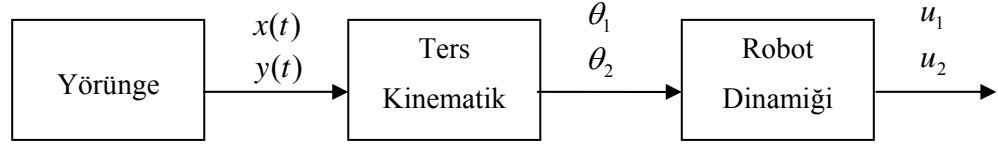
Şekil 4.6 İkinci uzvun uç noktasının x ve y koordinatlarının zamanla değişimi.

Eğer ikinci uzvun uç noktasının x koordinatına karşı y koordinatı çizdirilirse x - y düzlemi içinde izlenen yörüngenin doğrusal olduğu Şekil 4.7’de görülmektedir.

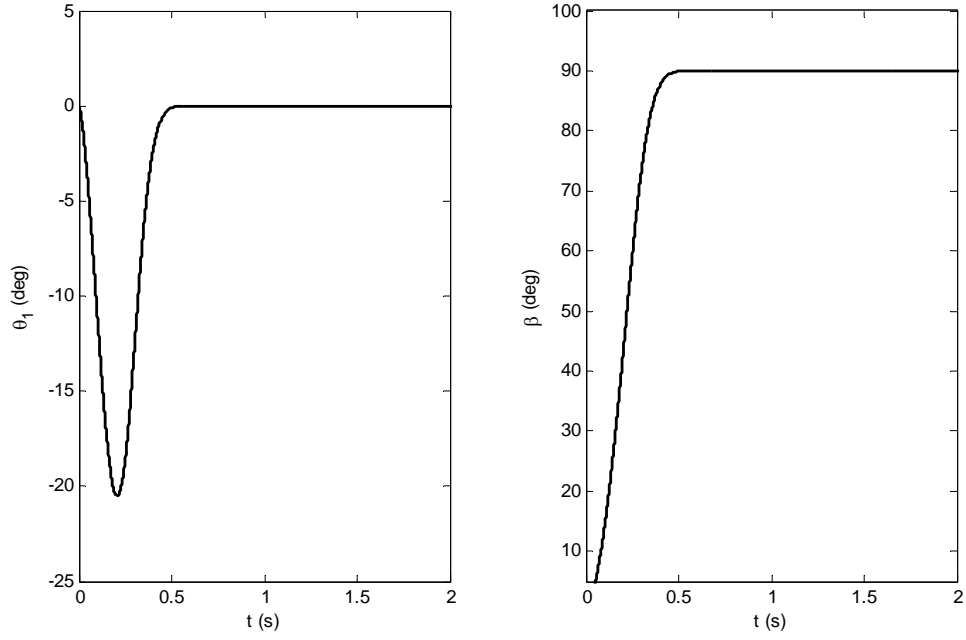


Şekil 4.7 x - y düzleminde izlenen yörünge.

Şekil 4.8’de verilen blok diagramından da anlaşılacağı üzere verilen bir yörünge için eklem açılarının alması gereken değerler ters kinematik ile bulunmaktadır. Ardından yapılan dinamik analiz sonucu bulunan hareket denklemleri kullanılarak hareketin yapılabilmesi için gereken eklem momentleri hesaplanmaktadır.

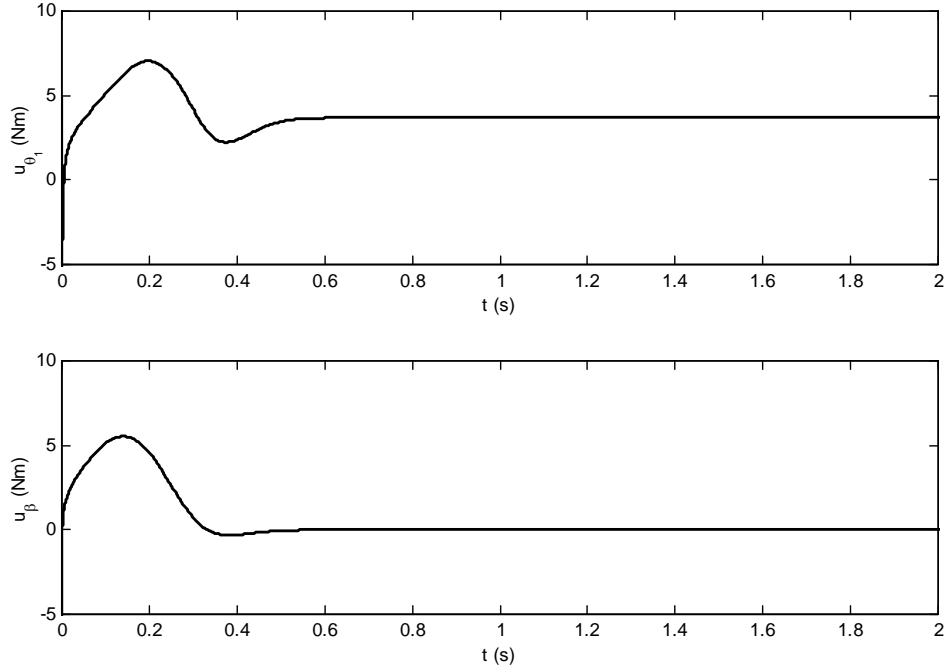


Şekil 4.8 Verilen yörünge için eklem açılarının ve eklem momentlerinin bulunması.



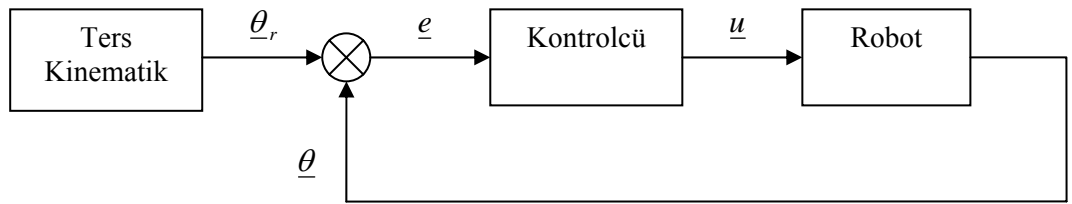
Şekil 4.9 Eklem açılarının zamanla değişimi.

Verilen yörünge için elde edilen eklem açıları Şekil 4.9’da, eklem momentleri ise Şekil 4.10’da verilmiştir.



Şekil 4.10 Eklemlere uygulanması gereken momentlerin zamanla değişimi.

Her ne kadar ters kinematik ile elde edilen eklem açıları ve hareket denklemlerinin kullanılmasıyla elde edilen eklem momentleri kullanılarak bu hareketler elde edilebilirse de sistem parametrelerinde veya şartlarındaki bir değişiklik robotun yörüngesinden sapmasına ve iş görememesine sebep olacaktır. Bu yüzden bir kontrolcü kullanılarak hareketin elde edilmesi gerekmektedir (Şekil 4.11).



Şekil 4.11 Robot kontrolü için kontrolcü kullanımını gösteren genel bir blok diyagramı.

Burada eklemlerin referans hareketleri bilinen yörüngeden ters kinematik ile elde edilir.

4.4. ORANSAL + TÜREV (PD) KONTROL

Eşitlik (3.53) ile verilen PD kontrolcüye ait kontrol işaretinde bulunan oransal katsayı K_p ve türev katsayısı T_d deneme yanılma yöntemiyle bulunmuştur. Bulunan katsayılar yardımıyla PD kontrol kuvveti sisteme uygulanmış olup, yapılan simülasyonlar sonucu elde edilen grafikler Şekil 4.12’de verilmiştir.

Birinci uzuv için;

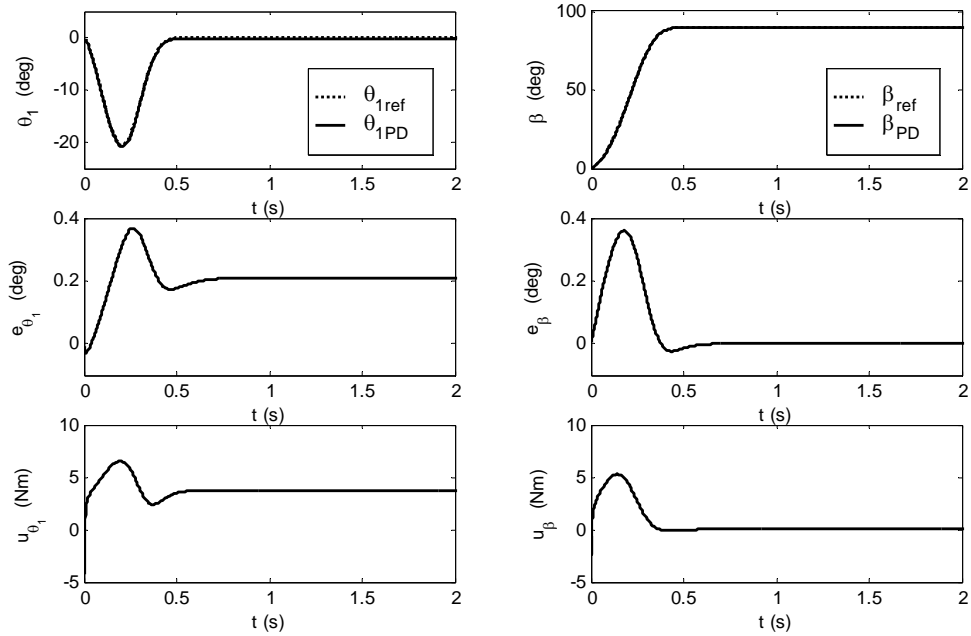
$$K_p : 1000$$

$$T_d : 0,1$$

İkinci uzuv için;

$$K_p : 850$$

$$T_d : 0,05$$

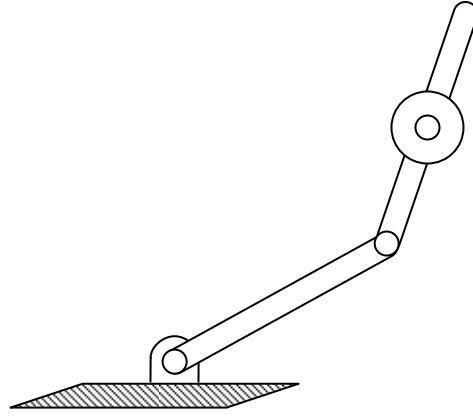


Şekil 4.12 PD kontrolcü kullanılarak elde edilen eklem açılarının, eklem açılarına ait hataların ve eklem momentlerinin zamanla değişimi.

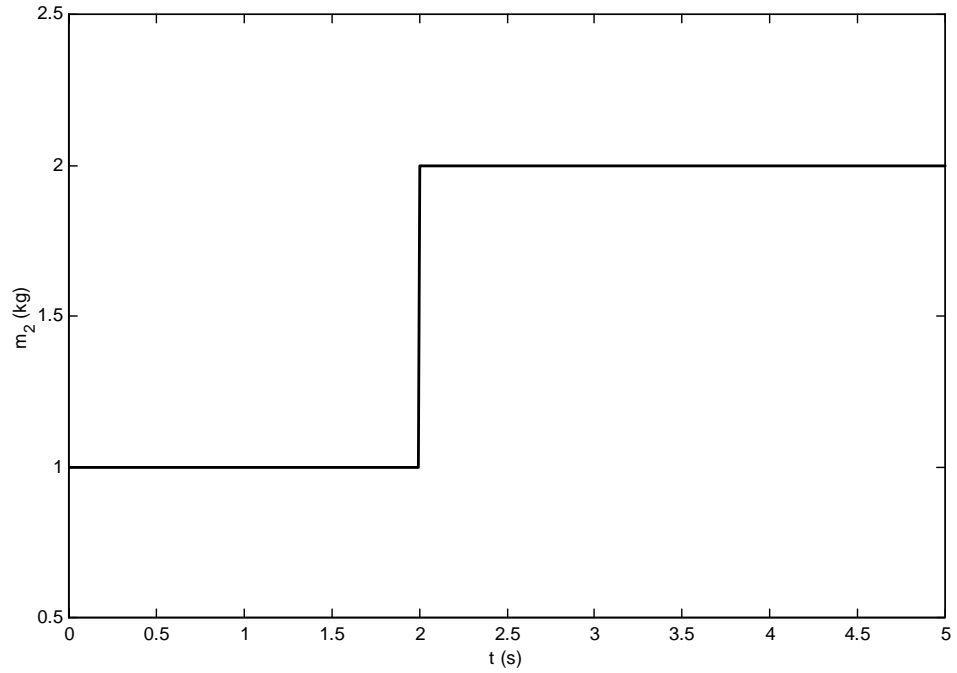
Şekil 4.12 incelenirse, robotun verilen yörüngeyi iyi sayılabilecek bir şekilde izlediği görülmektedir. Birinci eklem için hata grafiğine dikkat edilirse hatanın daimi halde sıfır

olmadığı görülmektedir. Daha önce de bahsedildiği gibi eğer daimi hal hatası zamanla değişmiyorsa zamana göre türevi sıfır olacağından PD kontrolcünün bu hatayı küçültmek için bir etkisi olmayacaktır.

Kontrolcülerin robustluğunu kontrol etmek için Şekil 4.13’de de görüldüğü gibi, robotun ikinci uzvunun kütle merkezine ilave bir kütle konulmuştur. Bu kütle ilavesi hareketin ikinci saniyesinden itibaren yapılmaktadır.

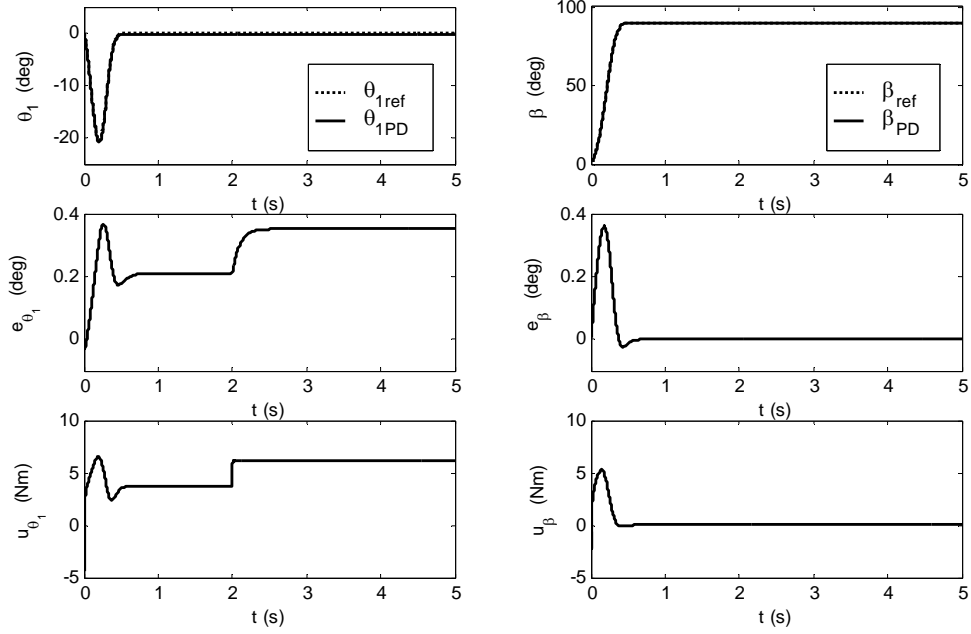


Şekil 4.13 Robustluğun kontrol edilmesi için ikinci uzva kütle ilavesi yapılmaktadır.



Şekil 4.14 İkinci uzuv kütesinin zamanla değişimi.

Yapılan kütle ilavesi sonucu ikinci uzvun kütesinin zamanla değişimi Şekil 4.14’de verilmiştir.

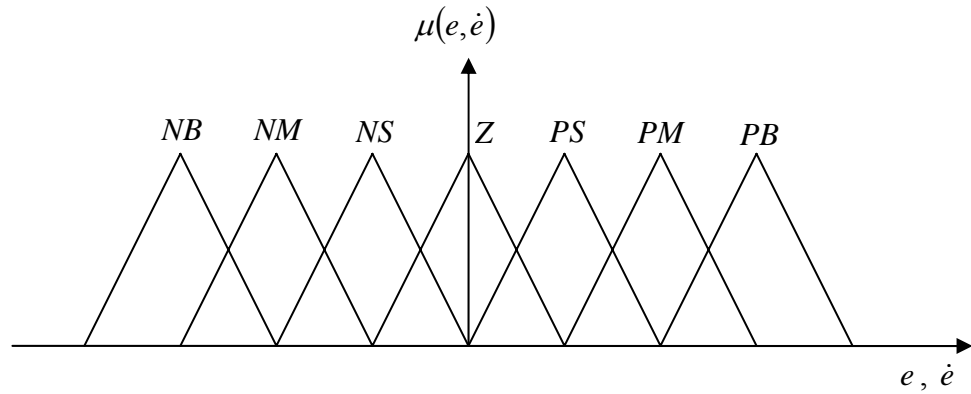


Şekil 4.15 Kütle değişiminin olduğu durumda PD kontrolcü kullanılarak elde edilen eklem açılarının, eklem açılara ait hataların ve eklem momentlerinin zamanla değişimi.

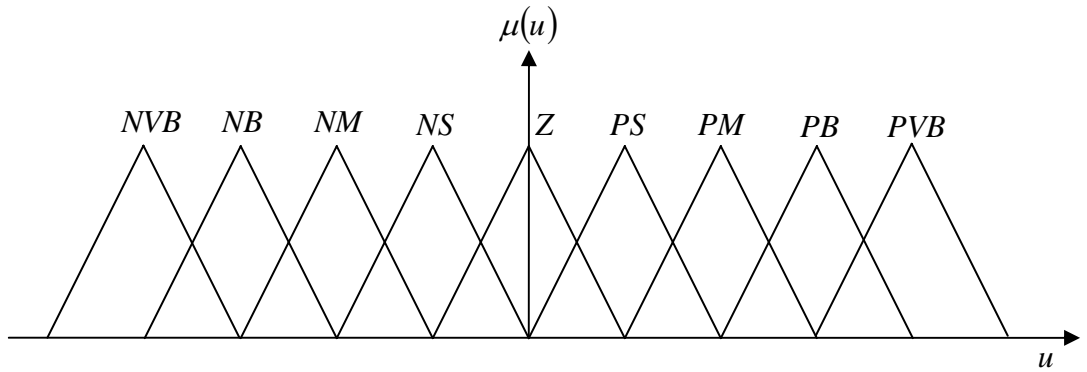
Robustluk kontrolü için yapılan simulasyon sonucu elde edilen grafikler Şekil 4.15’de verilmiştir. Birinci ekleme ait hata grafiğine dikkat edilirse daimi hal hatasının kütle ilavesinden sonra arttığı görülmektedir. Eklem momenti grafikleri incelenecek olursa kütle ilavesinden sonra birinci eklem momentinde bir artış olduğu, ikincisinde ise bir değişme olmadığı görülmektedir. Hareket tamamlandıktan sonra birinci uzvun yatay konumda olması sonucu eklem momentinde artış olması, öte yandan ikinci uzvun düşey konumda olduğu için kütle artışının ikinci eklem momentine bir etkisi olmaması zaten beklenmekteydi.

4.5. BULANIK MANTIKLI KONTROL

Bulanık mantıklı kontrolcü iki giriş ve bir çıkışa sahiptir. Giriş değerleri olarak, birinci ve ikinci uzva ait hatalar $[e_1, e_2]^T$, çıkış değeri olarak ise eklemlere uygulanacak momentler kullanılmıştır $[u_1, u_2]^T$. Üçgen üyelik fonksiyonları kullanılarak, giriş değerleri Şekil 4.16'deki gibi, çıkış değerleri ise Şekil 4.17'deki gibi bulanıklaştırılmıştır.



Şekil 4.16 Hata değerlerinin bulanıklaştırılması.



Şekil 4.17 Eklem momenti değerlerinin bulanıklaştırılması.

Bulanıklaştırma için sınırlar deneme yanılma ile aşağıdaki gibi bulunmuştur.

$$e_1 : [-0.1 ; 0.1]$$

$$e_2 : [-0.1 ; 0.1]$$

$$\dot{e}_1 : [-1 ; 1]$$

$$\dot{e}_2 : [-2 ; 2]$$

$$u_1 : [-100 ; 100]$$

$$u_2 : [-70 , 70]$$

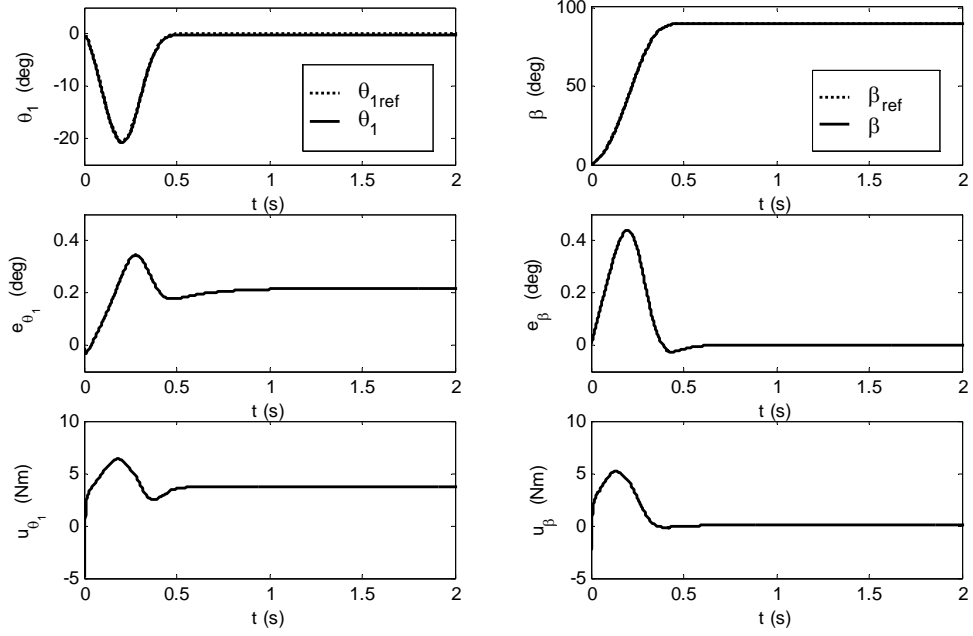
Burada giriş değerlerinin bulanıklaştırılmasında *NB*, *NM*, *NS*, *Z*, *PS*, *PM*, *PB* ifadeleri sırasıyla negatif büyük, negatif orta, negatif küçük, sıfır, pozitif küçük, pozitif orta, pozitif büyük anlamında kullanılmıştır. Çıkış değerlerinin bulanıklaştırılmasında ek olarak *NVB*, *PVB* ifadeleri sırasıyla negatif çok büyük ve pozitif çok büyük anlamında kullanılmıştır.

Aşağıdaki kural tablosu eşitlik (3.54) ile verilen EĞER – O HALDE yapısı kullanılarak oluşturulmuştur. Kurallar incelenirse, PD kontrolcünün çalışma mantığına benzediği kolaylıkla anlaşılmaktadır. Dikkat edilirse kontrol işareti, hatanın büyümesiyle büyümektedir. İkinci giriş olan hatanın türevi ise, hatanın değişimi hakkında bilgi vererek kontrol işaretinin duruma göre, arttırılmasını veya azaltılmasını sağlamaktadır.

Tablo 4.2 Kural Tablosu

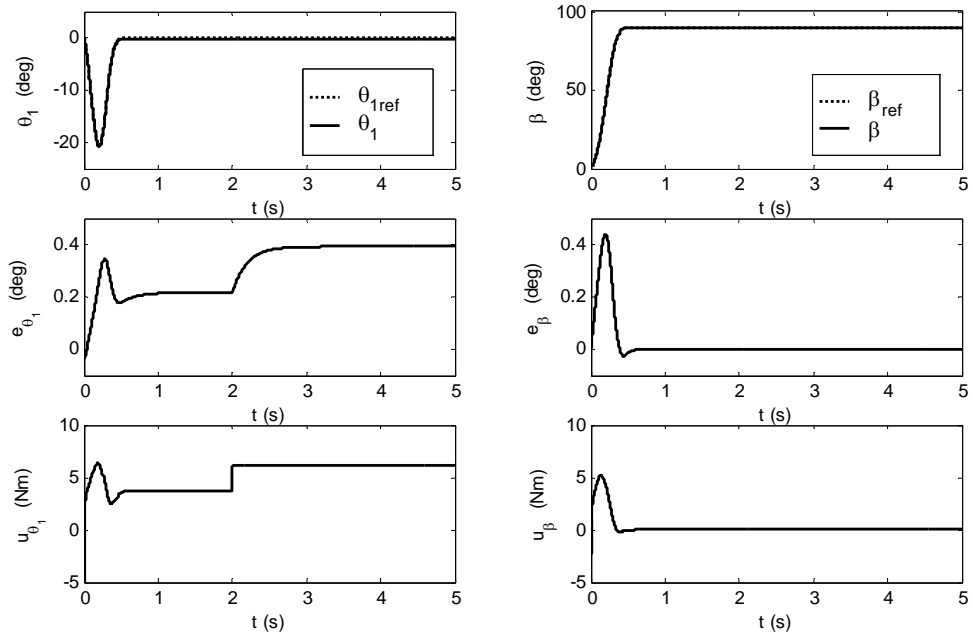
$\begin{matrix} \dot{e} \\ e \end{matrix}$	<i>NB</i>	<i>NM</i>	<i>NS</i>	<i>Z</i>	<i>PS</i>	<i>PM</i>	<i>PB</i>
<i>NB</i>	<i>NB</i>	<i>NB</i>	<i>NM</i>	<i>NS</i>	<i>NS</i>	<i>Z</i>	<i>Z</i>
<i>NM</i>	<i>NB</i>	<i>NM</i>	<i>NM</i>	<i>NS</i>	<i>Z</i>	<i>Z</i>	<i>Z</i>
<i>NS</i>	<i>NM</i>	<i>NM</i>	<i>NS</i>	<i>NS</i>	<i>Z</i>	<i>PS</i>	<i>PS</i>
<i>Z</i>	<i>NS</i>	<i>NS</i>	<i>NS</i>	<i>Z</i>	<i>PS</i>	<i>PS</i>	<i>PM</i>
<i>PS</i>	<i>NS</i>	<i>Z</i>	<i>Z</i>	<i>PS</i>	<i>PM</i>	<i>PM</i>	<i>PM</i>
<i>PM</i>	<i>Z</i>	<i>Z</i>	<i>PS</i>	<i>PS</i>	<i>PM</i>	<i>PM</i>	<i>PB</i>
<i>PB</i>	<i>Z</i>	<i>Z</i>	<i>PS</i>	<i>PM</i>	<i>PM</i>	<i>PB</i>	<i>PB</i>

Durulaştırma işleminde Centroid yöntemi kullanılmıştır. Bu yöntemde çıkış için oluşan bileşke şeklin ağırlık merkezi bulunmaktadır. Yapılan simülasyonlar sonucu Şekil 4.18'deki grafikler elde edilmiştir. Ayrıca daha önce açıklanan robustluk testi bulanık mantıklı kontrolcüye de uygulanmış ve Şekil 4.19'deki grafikler elde edilmiştir.



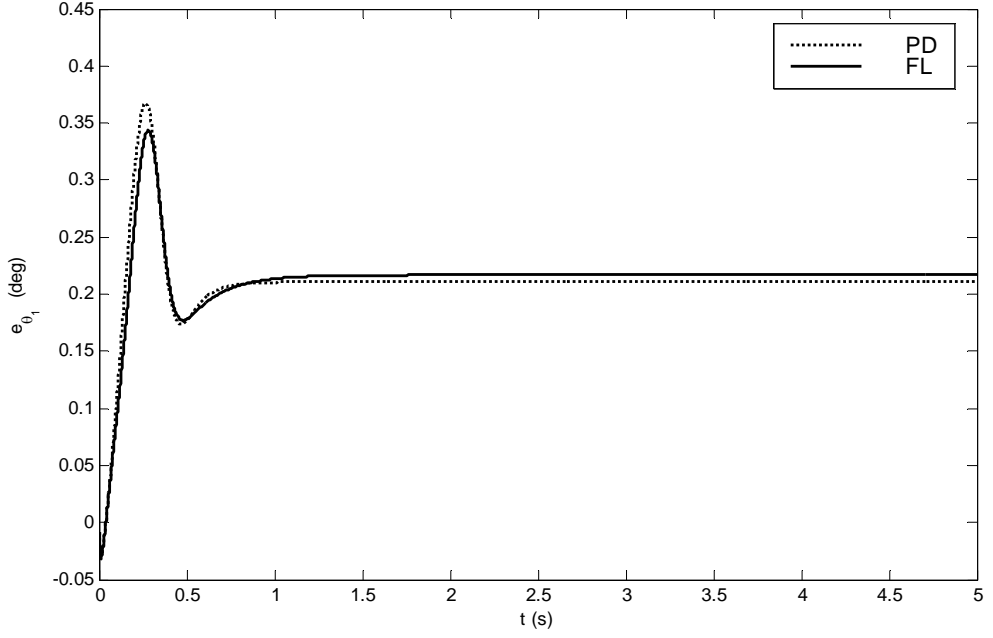
Şekil 4.18 Bulanık mantıklı kontrolcü kullanılarak elde edilen eklem açılarının, eklem açılarına ait hataların ve eklem momentlerinin zamanla değişimi.

Şekil 4.18 incelenirse birinci eklem için daimi halde hata sıfırdan farklıdır. Aslında bulanık mantıklı kontrolcü PD mantığı ile tasarlandığı için bu olası bir sonuçtur.

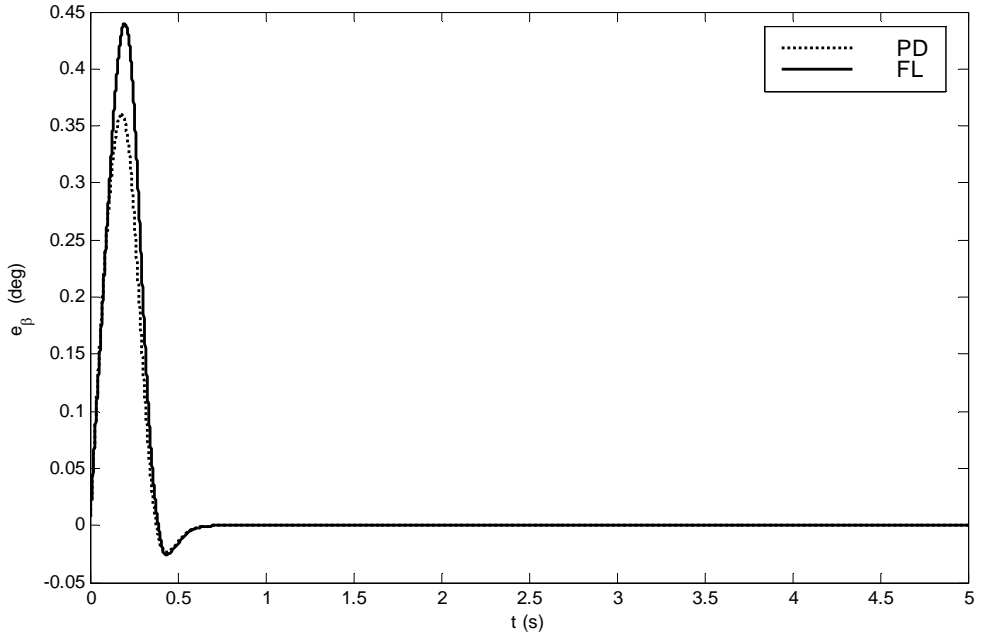


Şekil 4.19 Kütle değişiminin olduğu durumda Bulanık mantıklı kontrolcü kullanılarak elde edilen eklem açılarının, eklem açılarına ait hataların ve eklem momentlerinin zamanla değişimi.

Şekil 4.19 incelenirse kütle ilavesinden sonra birinci ekleme ait daimi hal hatasının ve eklem momentinin arttığı anlaşılmaktadır.



Şekil 4.20 PD kontrolcü ile Bulanık Mantıklı Kontrolcünün karşılaştırması.



Şekil 4.21 PD kontrolcü ile Bulanık Mantıklı Kontrolcünün karşılaştırması.

Şekil 4.20 ve Şekil 4.21’de PD kontrolcü ile bulanık mantıklı kontrolcünün birinci ve ikinci eklem açılarına ait hataları karşılaştırılmıştır. İki kontrolcünün performansları birbirlerine yakın çıkmıştır.

4.6. KAYAN KIPLİ KONTROL

Öncelikle sistemi eşitlik (3.55)’de belirtilen $\dot{x} = \underline{f}(x) + [B]u$ formuna dönüştürmek gerekmektedir. Bunun için aşağıdaki değişken dönüşümleri yapılmıştır.

$$\theta_1 = x_1 \quad (4.45)$$

$$\beta = x_2 \quad (4.46)$$

$$\dot{\theta}_1 = x_3 \quad (4.47)$$

$$\dot{\beta} = x_4 \quad (4.48)$$

Gerekli işlemler yapılırsa,

$$\dot{x}_1 = x_3 \quad (4.49)$$

$$\dot{x}_2 = x_4 \quad (4.50)$$

$$\dot{x}_3 = \frac{1}{\left(A - \frac{BE}{D} \cos^2(x_1 - x_2)\right)} \left[u_1 - u_2 - \frac{B}{D} \cos(x_1 - x_2) (u_2 + b_{t_2} (x_3 - x_4) - F \cos(x_2) + Ex_3^2 \sin(x_1 - x_2)) \right. \\ \left. - B \sin(x_1 - x_2) x_4^2 - b_{t_1} x_3 - b_{t_2} (x_3 - x_4) - C \cos(x_1) \right] \quad (4.51)$$

$$\dot{x}_4 = \frac{1}{\left(D - \frac{BE}{A} \cos^2(x_1 - x_2)\right)} \left[u_2 - \frac{E}{A} \cos(x_1 - x_2) (u_1 - u_2 - b_{t_1} x_3 - b_{t_2} (x_3 - x_4) - C \cos(x_1) - Bx_4^2 \sin(x_1 - x_2)) \right. \\ \left. + E \sin(x_1 - x_2) x_3^2 + b_{t_2} (x_3 - x_4) - F \cos(x_2) \right] \quad (4.52)$$

Aşağıdaki kısaltmalar yapılırsa,

$$f_{11}(x) = x_3 \quad (4.53)$$

$$f_{21}(x) = x_4 \quad (4.54)$$

$$f_{31}(x) = \frac{1}{\left(A - \frac{BE}{D} \cos^2(x_1 - x_2)\right)} \left[-\frac{B}{D} \cos(x_1 - x_2) (b_{t_2} (x_3 - x_4) - F \cos(x_2) + Ex_3^2 \sin(x_1 - x_2)) \right. \\ \left. - B \sin(x_1 - x_2) x_4^2 - b_{t_1} x_3 - b_{t_2} (x_3 - x_4) - C \cos(x_1) \right] \quad (4.55)$$

$$f_{41}(x) = \frac{1}{\left(D - \frac{BE}{A} \cos^2(x_1 - x_2)\right)} \left[-\frac{E}{A} \cos(x_1 - x_2) (-b_{t_1} x_3 - b_{t_2} (x_3 - x_4) - C \cos(x_1) - Bx_4^2 \sin(x_1 - x_2)) \right. \\ \left. + E \sin(x_1 - x_2) x_3^2 + b_{t_2} (x_3 - x_4) - F \cos(x_2) \right] \quad (4.56)$$

$$B_{31} = \frac{1}{\left(A - \frac{BE}{D} \cos^2(x_1 - x_2)\right)} \quad (4.57)$$

$$B_{32} = \frac{-1 - \frac{B}{D} \cos(x_1 - x_2)}{\left(A - \frac{BE}{D} \cos^2(x_1 - x_2)\right)} \quad (4.58)$$

$$B_{41} = \frac{-\frac{E}{A} \cos(x_1 - x_2)}{\left(D - \frac{BE}{A} \cos^2(x_1 - x_2)\right)} \quad (4.59)$$

$$B_{42} = \frac{1 + \frac{E}{A} \cos(x_1 - x_2)}{\left(D - \frac{BE}{A} \cos^2(x_1 - x_2)\right)} \quad (4.60)$$

aşağıdaki gibi istenilen form elde edilir.

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_{11}(x) \\ f_{21}(x) \\ f_{31}(x) \\ f_{41}(x) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ B_{31} & B_{32} \\ B_{41} & B_{42} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} \quad (4.61)$$

Tezde yapılan çalışmalarda Kayan Kipli Kontrol'ün dördüncü yöntemi kullanılacaktır. Bunun için, ilk önce birinci yöntemde, eşitlik (3.66)'de tanımlanan eşdeğer kontrol kuvveti bulunmalıdır.

$$\underline{u}_{eq} = [GB]^{-1} \left(\frac{d\underline{\phi}(t)}{dt} - [G]\underline{f}(x) \right) \quad (4.62)$$

Kayma yüzeyi aşağıdaki gibi tanımlansın.

$$\underline{\sigma} = [G]\Delta\underline{x} \quad (4.63)$$

Burada,

$$[G] = \begin{bmatrix} \alpha_1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & \alpha_2 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.64)$$

olarak alınmıştır. Böylece,

$$\underline{\phi}(t) = [G]\underline{x}_r = \begin{bmatrix} \alpha_1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & \alpha_2 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{1r} \\ x_{2r} \\ x_{3r} \\ x_{4r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha_1 x_{1r} + x_{3r} \\ \alpha_2 x_{2r} + x_{4r} \end{bmatrix} \quad (4.65)$$

ve bunun türevi

$$\frac{d\underline{\phi}(t)}{dt} = \begin{bmatrix} \alpha_1 \dot{x}_{1r} + \dot{x}_{3r} \\ \alpha_2 \dot{x}_{2r} + \dot{x}_{4r} \end{bmatrix} \quad (4.66)$$

olacaktır.

$$[GB] = \begin{bmatrix} \alpha_1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & \alpha_2 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ B_{31} & B_{32} \\ B_{41} & B_{42} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_{31} & B_{32} \\ B_{41} & B_{42} \end{bmatrix} \quad (4.67)$$

$$[GB]^{-1} = \frac{1}{|GB|} \begin{bmatrix} B_{42} & -B_{32} \\ -B_{41} & B_{31} \end{bmatrix} \quad (4.68)$$

$$[G]\underline{f}(x) = \begin{bmatrix} \alpha_1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & \alpha_2 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_{11}(x) \\ f_{21}(x) \\ f_{31}(x) \\ f_{41}(x) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha_1 f_{11}(x) + f_{31}(x) \\ \alpha_2 f_{21}(x) + f_{41}(x) \end{bmatrix} \quad (4.69)$$

Böylece eşdeğer kontrol kuvveti aşağıdaki gibi bulunur.

$$\underline{u}_{eq} = \frac{1}{|GB|} \begin{bmatrix} B_{42} & -B_{32} \\ -B_{41} & B_{31} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_1 \dot{x}_{1r} + \dot{x}_{3r} - \alpha_1 f_{11}(x) - f_{31}(x) \\ \alpha_2 \dot{x}_{2r} + \dot{x}_{4r} - \alpha_2 f_{21}(x) - f_{41}(x) \end{bmatrix} \quad (4.70)$$

Sistemi kayma yüzeyine getirecek kuvvet ile birlikte toplam kuvvet Kayan Kipli Kontrolün dördüncü yönteminde $[K] = [GB]^{-1} \Gamma$ olmak üzere aşağıdaki gibi ifade edilmişti (3.83).

$$\underline{u} = \underline{u}_{eq} + [K]\underline{\sigma} \quad (4.71)$$

Burada kayma yüzeyi aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\underline{\sigma} = [G]\underline{e} = \begin{bmatrix} \alpha_1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & \alpha_2 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ e_3 \\ e_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha_1 e_1 + \dot{e}_1 \\ \alpha_2 e_2 + \dot{e}_2 \end{bmatrix} \quad (4.72)$$

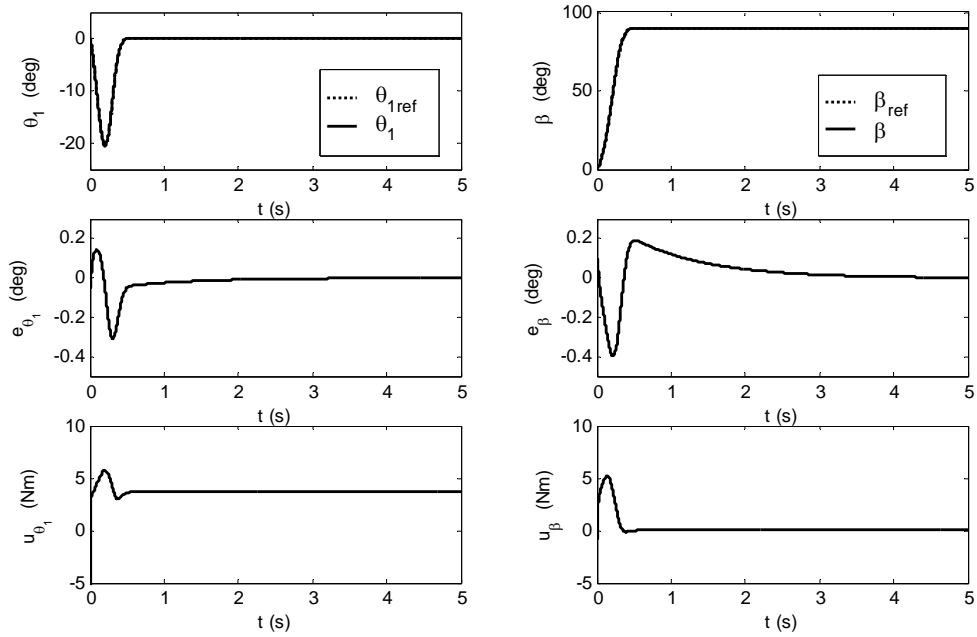
Simülasyonlarda aşağıdaki kontrolcü parametreleri kullanılarak Şekil 4.22'deki grafikler elde edilmiştir.

$$\Gamma_1 = 160$$

$$\Gamma_2 = 160$$

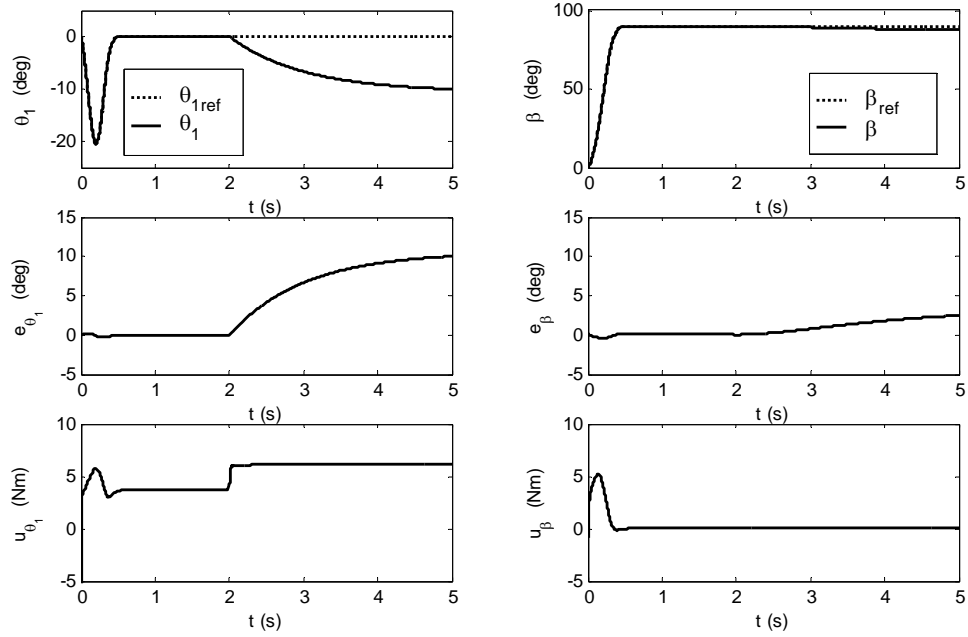
$$\alpha_1 = 1$$

$$\alpha_2 = 1$$



Şekil 4.22 Kayan kipli kontrolcü kullanılarak elde edilen eklem açılarının, eklem açılarına ait hataların ve eklem momentlerinin zamanla değişimi.

Şekil 4.22 incelenirse robotun verilen yörüngeyi oldukça iyi izlediği, eklem açıları için verilen referans değerleri ile gerçek eklem açıları değerlerinin üst üste gelmesinden anlaşılmaktadır. Ayrıca birinci ve ikinci eklemlere ait hata değerlerinin sonlu bir sürede sifıra gittiği görülmektedir. Bir başka deyişle PD ve Bulanık Mantıklı Kontrolcü'de görülen daimi hal hatası kayan kipli kontrolcü kullanılarak ortadan kaldırılmıştır.



Şekil 4.23 Kütle değişiminin olduğu durumda Kayan Kipli Kontrolcü kullanılarak elde edilen eklem açılarının, eklem açılarına ait hataların ve eklem momentlerinin zamanla değişimi.

Daha önce açıklanan robustluk testi kayan kipli kontrolcüye de uygulanırsa Şekil 4.23'deki grafikler elde edilir. Dikkat edilirse hareketin ikinci saniyesinde yapılan kütle ilavesinden sonra eklem açıları referans değerinden uzaklaşmıştır. Dolayısıyla hata değerleri de çok büyük değerler almıştır. Tüm bunlar, kullanılan kayan kipli kontrolün dördüncü yönteminin robust olmadığını göstermektedir. Bu yüzden bundan sonra kayan kipli kontrolün beşinci yöntemi kullanılacaktır.

Daha önce de belirtildiği gibi beşinci yöntemde, dördüncü yöntemdeki eşdeğer kontrol kuvvetinin kestirimi yoluna gidilir. Bunun için (3.76) ile verilen eşitlik kullanılır.

$$\hat{\underline{u}}_{eq} = \frac{1}{\tau s + 1} \underline{u} \quad (4.73)$$

Kontrol işareti ise aşağıdaki gibidir.

$$\underline{u} = \hat{\underline{u}}_{eq} + [K] \underline{\sigma} \quad (4.74)$$

Simülasyonlarda aşağıdaki kontrolcü parametreleri kullanılarak Şekil 4.24'deki grafikler elde edilmiştir.

$$\Gamma_1 = 160$$

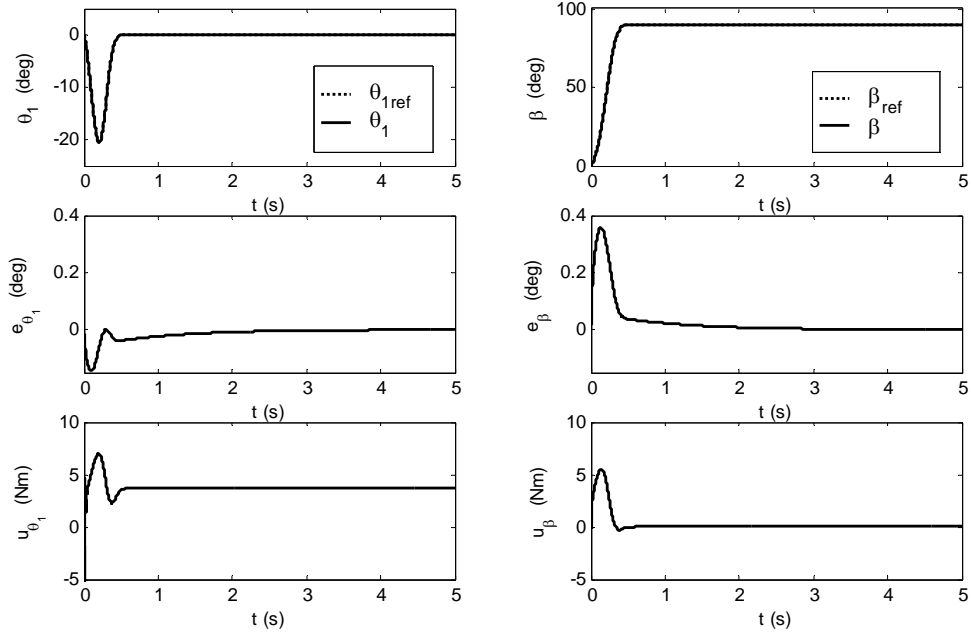
$$\Gamma_2 = 160$$

$$\alpha_1 = 1$$

$$\alpha_2 = 1$$

$$\tau_1 = 0.0015$$

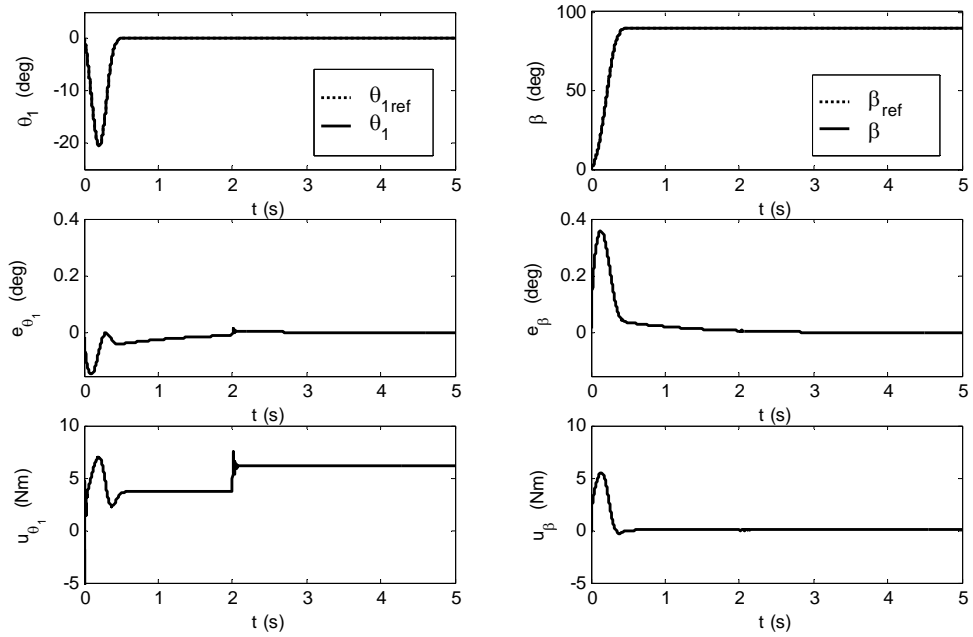
$$\tau_2 = 0.0015$$



Şekil 4.24 Kayan kipli kontrolcü (beşinci yöntem) kullanılarak elde edilen eklem açılarının, eklem açılarına ait hataların ve eklem momentlerinin zamanla değişimi.

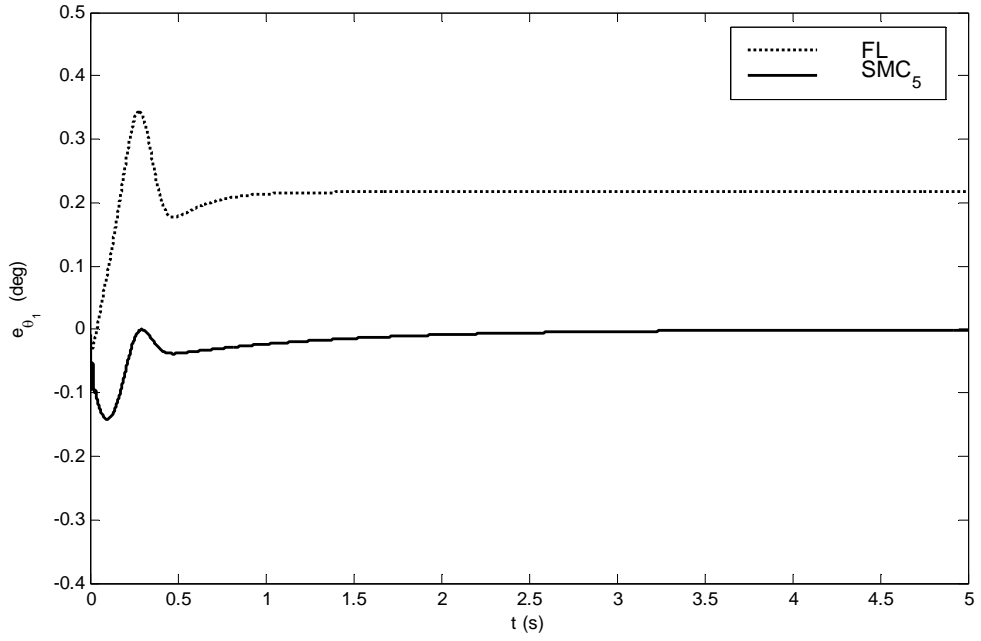
Şekil 4.24'den de görüldüğü üzere kayan kipli kontrolün beşinci yöntemi ile dördüncü yöntemde olduğu gibi eklem açıları verilen referans değerlere uymakta ve elde edilen hatalar küçük olduğu gibi sonlu bir sürede sifıra gitmektedir.

Şekil 4.25 ise beşinci yöntemin robustluğunu denemek için yapılan simulasyon sonucu elde edilen grafikler verilmiştir. Özellikle birinci eklem ait hata ve eklem momenti grafiklerine dikkat edilirse hatanın kütle ilavesi ile birlikte biraz arttığını fakat kısa bir sürede tekrar sıfıra çekildiği görülmektedir. Hatadaki anlık artışın genliği de oldukça küçüktür. Tüm bunlar kayan kipli kontrolün beşinci yönteminin robust olduğunu göstermektedir. Dolayısıyla bundan sonraki çalışmalar kayan kipli kontrolün beşinci yöntemi ile yapılacaktır.

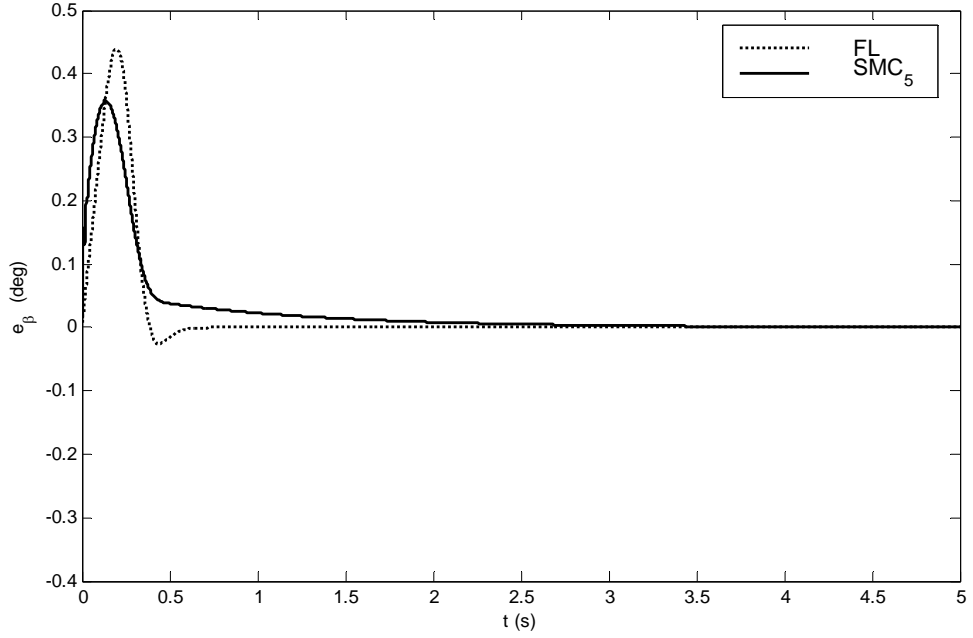


Şekil 4.25 Kütle değişiminin olduğu durumda Kayan Kipli Kontrolcü (beşinci yöntem) kullanılarak elde edilen eklem açılarının, eklem açılarına ait hataların ve eklem momentlerinin zamanla değişimi.

Şekil 4.26 ve Şekil 4.27’de bulanık mantıklı kontrolcü ile kayan kipli kontrolcünün birinci ve ikinci eklem açıları için hata grafikleri verilmiştir. Her ikisinde de kayan kipli kontrolcü ile elde edilen eklem açısı hataları bulanık mantıklı kontrolcü ile elde edilenlerden daha küçüktür. Ayrıca birinci eklem ait hata değeri bulanık mantıklı kontrolcü ile daimi halde sıfıra çekilememektedir. Kayan kipli kontrolcüde ise hata sıfıra gitmektedir.



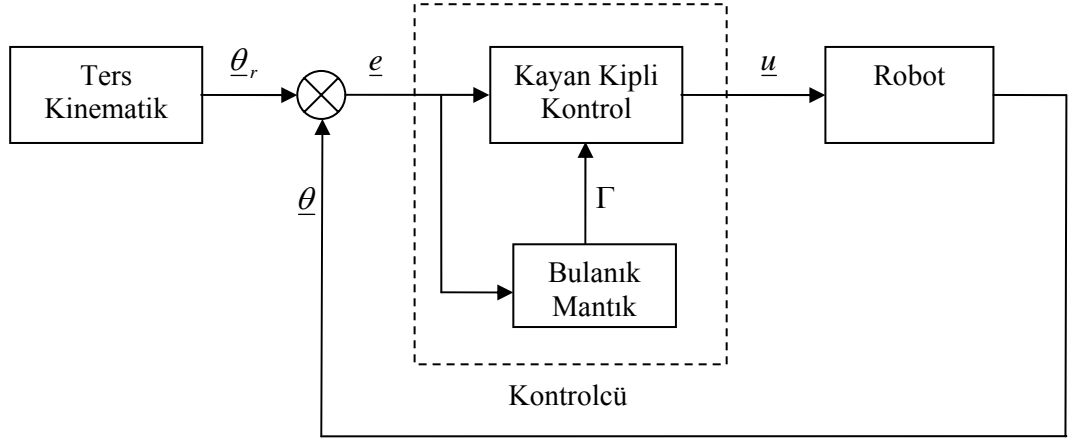
Şekil 4.26 Bulanık mantıklı kontrolcü ile kayan kipli kontrolcünün karşılaştırması.



Şekil 4.27 Bulanık mantıklı kontrolcü ile kayan kipli kontrolcünün karşılaştırması.

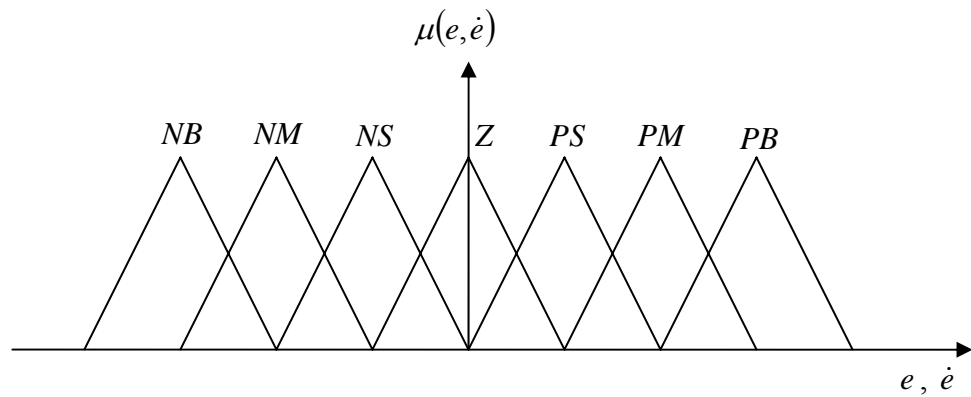
4.7. BULANIK MANTIKLI KAYAN KIPLİ KONTROLCÜ (DEĞİŞKEN Γ)

Bu kısımda kayan kipli kontrolcünün kontrol kuralında yer alan Γ değerine bulanık mantık ile karar verilerek, hata performansının iyileştirilmesi amaçlanmıştır. Bunun için girişleri hata ve hatanın türevi, çıkışı kontrol kazancı (Γ) olan bulanık mantıklı kontrolcü tasarlanmıştır (Şekil 4.28).

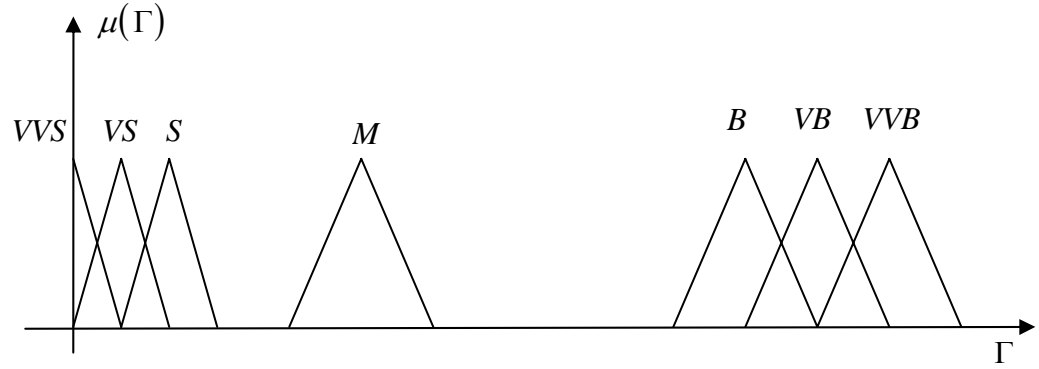


Şekil 4.28 Γ değerinin bulanık mantık ile bulunduğu Bulanık Mantıklı Kayan Kipli Kontrolcü (FLSMC _{Γ}) için blok diyagramı.

Hata ve hatanın türevi için kullanılan üyelik fonksiyonları Şekil 4.29'da, kontrol kazancının üyelik fonksiyonları şekil 4.30'da verilmiştir.



Şekil 4.29 Hata ve hatanın türevi için üyelik fonksiyonları.



Şekil 4.30 Kontrol kazancı için üyelik fonksiyonları.

Üyelik fonksiyonlarının sınırları aşağıdaki gibi seçilmiştir.

$$e : [-0.1 ; 0.1]$$

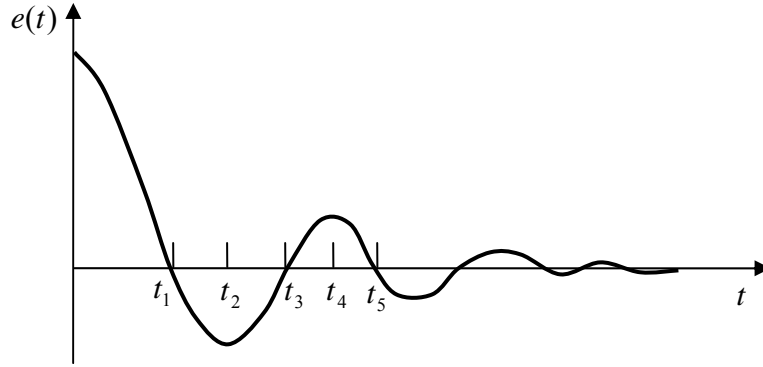
$$\dot{e} : [-1 ; 1]$$

$$\Gamma : [0 ; 2000]$$

Burada çıkış değerlerinin bulanıklaştırılmasında VVS , VS , S , M , B , VB , VVB ifadeleri sırasıyla çok çok küçük, çok küçük, küçük, orta, büyük, çok büyük, çok çok büyük anlamında kullanılmıştır.

Şekil 4.30'da M üyelik fonksiyonu, sabit kontrol kazancına sahip kayan kipli kontrolcünün Γ değeri civarında tanımlanmaktadır. Başka bir deyişle M üyelik fonksiyonu tam üyelik değerini sabit kontrol kazancına sahip kayan kipli kontrolcünün Γ değeri civarında almaktadır. Diğer üyelik fonksiyonlarının M üyelik fonksiyonu ile kesişmemesi yani ayrı olmalarının nedeni ise gerektiğinde yeterince küçük veya yeterince büyük kontrol kazancı değerlerinin elde edilebilmesinin sağlanmasıdır.

Şekil 4.31'de da görüldüğü gibi eğer sistem hatanın büyük, hatanın türevinin yaklaşık sıfır olduğu bir konumda ise (t_2 ve t_4 anları), sistemi istenilen değere yaklaştırmak için Γ büyük seçilir. Eğer sistem hatanın yaklaşık sıfır, hatanın türevinin büyük olduğu bir konumda ise (t_1 ve t_3 anları), sistemin istenilen değeri aşmaması için Γ küçük seçilir. Bu gibi ifadeler kullanılarak Tablo 4.3'de verilen kural tablosu oluşturulmuştur.



Şekil 4.31 Hatanın zamanla değişimi.

Kural tablosunda da görüldüğü gibi hata ve hatanın türevi yaklaşık sıfır olduğu zaman kontrol kazancı M olmaktadır, yani sabit kontrol kazancına sahip kayan kipli kontrolcünün kontrol kazancıyla hemen hemen eşit bir değere sahip olmaktadır.

Tablo 4.3 Γ için kural tablosu.

$e \backslash \dot{e}$	NB	NM	NS	Z	PS	PM	PB
NB	M	B	VB	VVB	VB	B	M
NM	S	M	B	VB	B	M	S
NS	VS	S	M	B	M	S	VS
Z	VVS	VS	S	M	S	VS	VVS
PS	VS	S	M	B	M	S	VS
PM	S	M	B	VB	B	M	S
PB	M	B	VB	VVB	VB	B	M

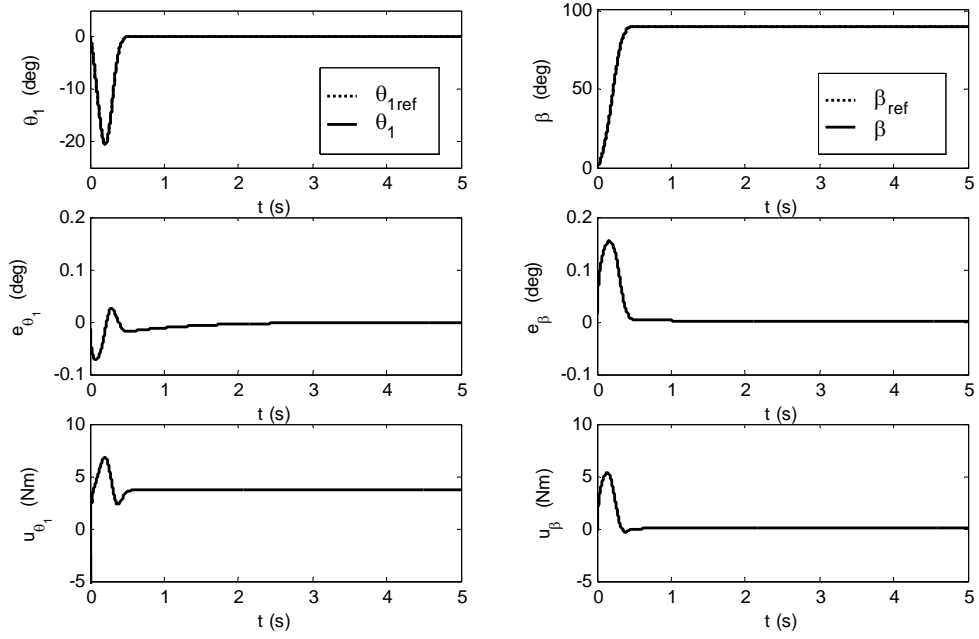
Simulasyonlarda aşağıdaki kontrolcü parametreleri kullanılarak Şekil 4.32'deki grafikler elde edilmiştir.

$$\alpha_1 = 1$$

$$\alpha_2 = 1$$

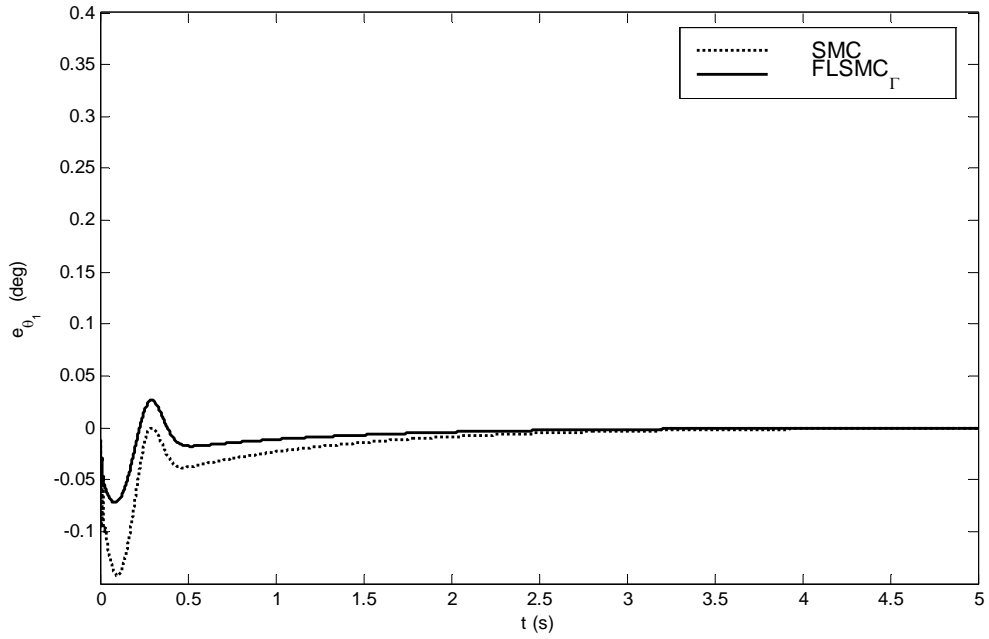
$$\tau_1 = 0.0015$$

$$\tau_2 = 0.0015$$

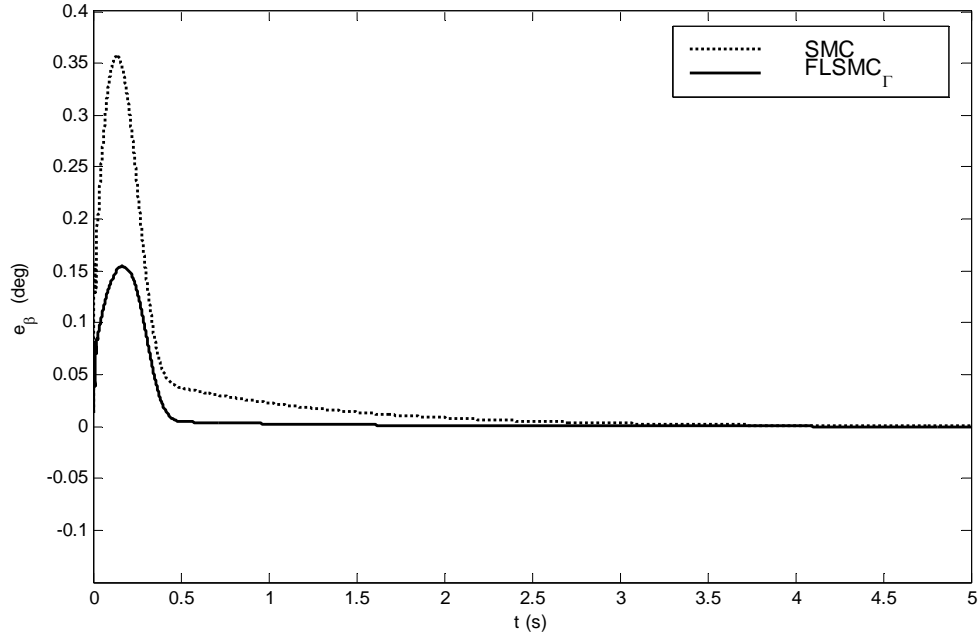


Şekil 4.32 Bulanık Mantıklı Kayan Kipli Kontrolcü (FLSMC_Γ) kullanılarak elde edilen eklem açılarının, eklem açılarına ait hataların ve eklem momentlerinin zamanla değişimi.

Şekil 4.32 incelenirse verilen yörünge izleme hatalarının oldukça küçük olduğu görülmektedir.



Şekil 4.33 Birinci eklem için hataların karşılaştırılması.

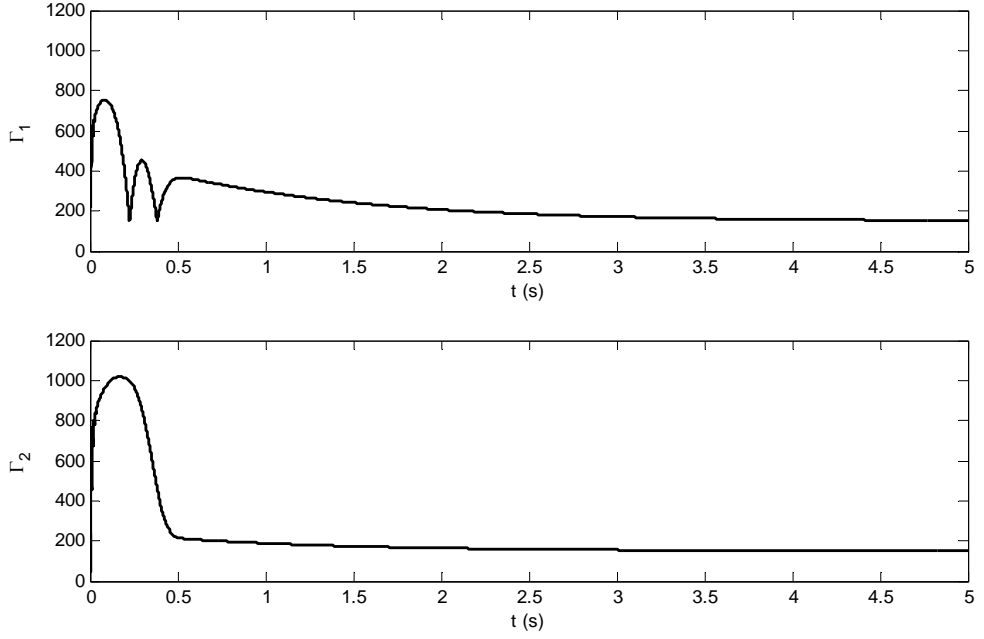


Şekil 4.34 İkinci ekleme ait hataların karşılaştırılması.

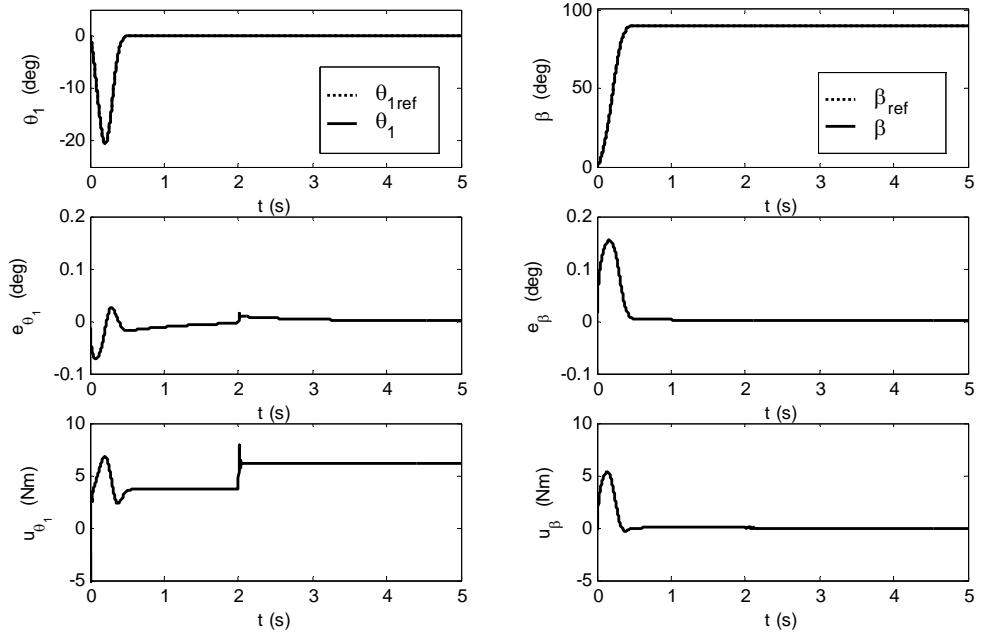
Şekil 4.33 ve 4.34'de ise sabit kontrol kazancına sahip kayan kipli kontrolcü ile değişken kontrol kazancına sahip bulanık mantıklı kayan kipli kontrolcünün uygulanmasıyla elde edilen eklem açılarına ait hatalar karşılaştırılmıştır. Önerilen kontrolcünün hata değerleri geleneksel kayan kipli kontrolcünün hata değerlerinden oldukça küçüktür.

Şekil 4.35'de önerilen kontrolcünün kontrol kazancının zamanla değişimi verilmiştir. Hata ve hatanın türevine bağlı olarak kontrol kazancının değeri değişmekte daimi halde ise sabit kontrol kazancına sahip kayan kipli kontrolcünün kontrol kazancı değerine ulaşmaktadır.

Daha önce açıklanan robustluk testi bulanık mantıklı kayan kipli kontrolcüye (FLSMC_Γ) de uygulanırsa Şekil 4.36'deki grafikler elde edilir. Kütle ilavesinden sonra birinci ekleme ait hata değerinde ufak bir artış olsa da bu hata kısa bir sürede sıfıra çekilmektedir. Bu da kontrolcünün robust olduğunu göstermektedir.



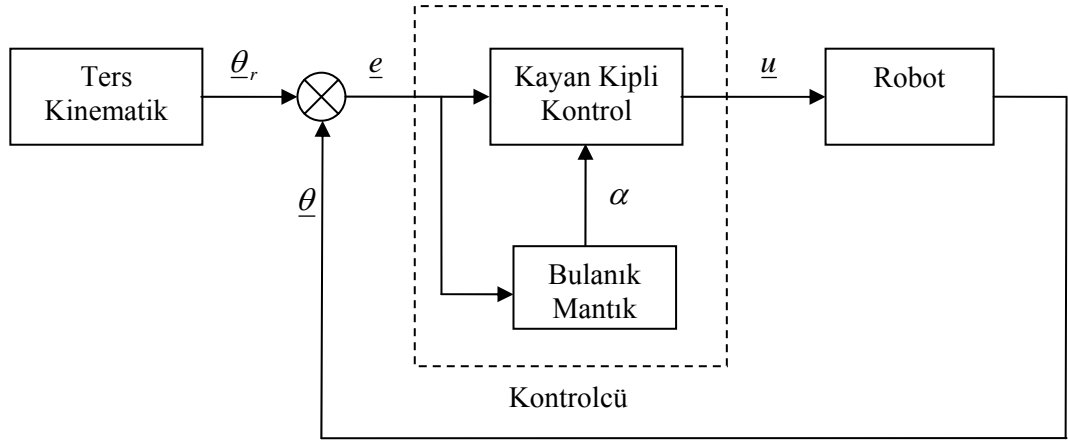
Şekil 4.35 Birinci ve ikinci eklem için kontrol kazançları.



Şekil 4.36 Kütle değişiminin olduğu durumda Bulanık Mantıklı Kayan Kipli Kontrolcü (FLSMC_Γ) kullanılarak elde edilen eklem açılarının, eklem açılarna ait hataların ve eklem momentlerinin zamanla değişimi.

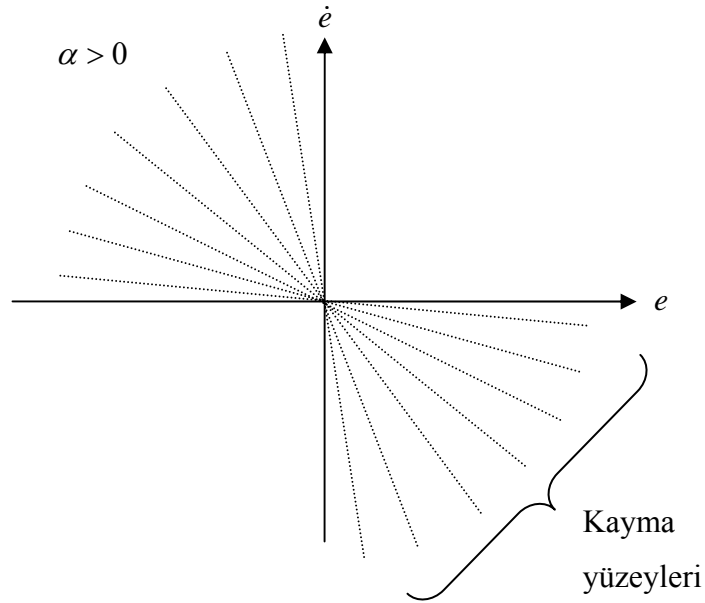
4.8. BULANIK MANTIKLI KAYAN KIPLİ KONTROLCÜ (DEĞİŞKEN α)

Bu kısımda kayma yüzeyinin eğimi bulanık mantık ile bulunarak, sistemin hata performansının iyileştirilmesi amaçlanmıştır. Kayma yüzeyinin eğimi sistem değişkenlerinin durumuna göre sürekli olarak değiştirilmektedir (Şekil 4.37).



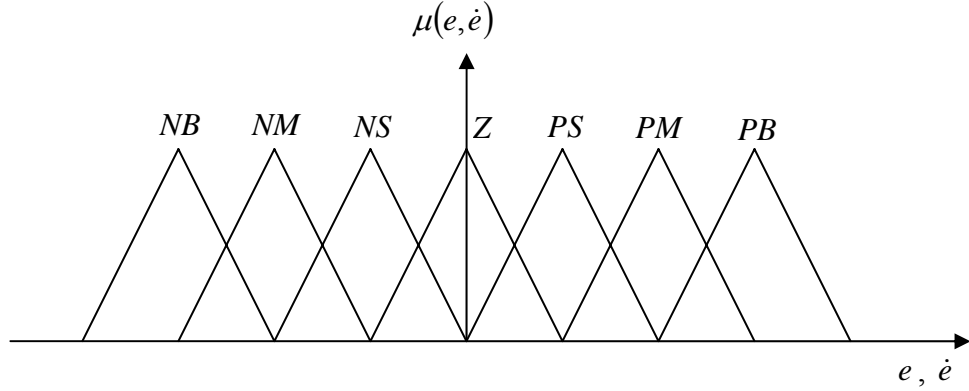
Şekil 4.37 α değerinin bulanık mantık ile bulunduğu Bulanık Mantıklı Kayan Kipli Kontrolcü (FLSMC _{α}) için blok diyagramı.

Kayma yüzeyinin eğimi α pozitif tanımlı olduğundan, kayma yüzeyi sadece ikinci ve dördüncü bölgelerde hareket edebilmektedir (Şekil 4.38).

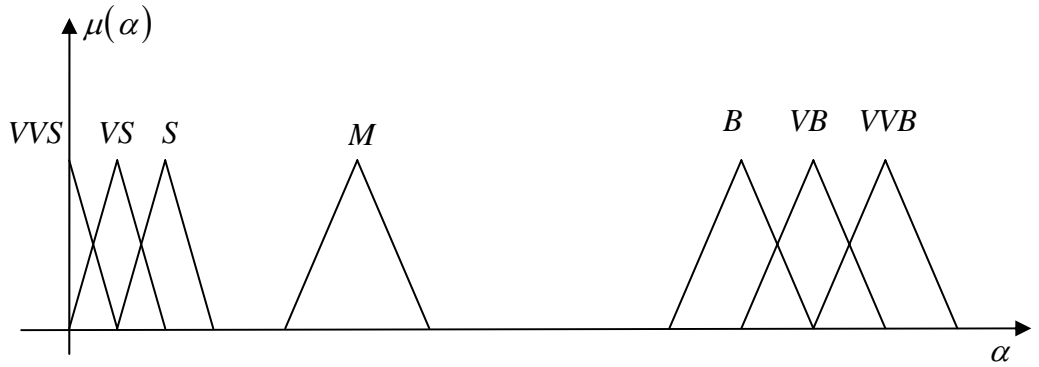


Şekil 4.38 Değişken eğime sahip kayma yüzeyi.

Bulanık mantıklı kontrolcüde hata ve hatanın türevi için kullanılacak üyelik fonksiyonları Şekil 4.39'de, kayma yüzeyi eğimine ait üyelik fonksiyonları ise Şekil 4.40'da verilmiştir.



Şekil 4.39 Hata ve hatanın türevi için üyelik fonksiyonları.



Şekil 4.40 Kayma yüzeyi eğimi için üyelik fonksiyonları

Üyelik fonksiyonlarının sınırları ise aşağıdaki gibi seçilmiştir.

$$e : [-0.1 ; 0.1]$$

$$\dot{e} : [-1 ; 1]$$

$$\alpha : [0.1 ; 100]$$

Şekil 4.40'da M üyelik fonksiyonu, sabit parametrelili kayan kipli kontrolcünün kayma yüzeyi eğiminin değeri civarında tanımlanmaktadır. Başka bir deyişle M üyelik fonksiyonu tam üyelik değerini sabit parametrelili kayan kipli kontrolcünün α değeri civarında almaktadır. Diğer üyelik fonksiyonlarının M üyelik fonksiyonu ile

kesişmemesi yani ayrı olmalarının nedeni ise gerektiğinde yeterince küçük veya yeterince büyük kayma yüzeyi eğim değerlerinin elde edilebilmesinin sağlanmasıdır.

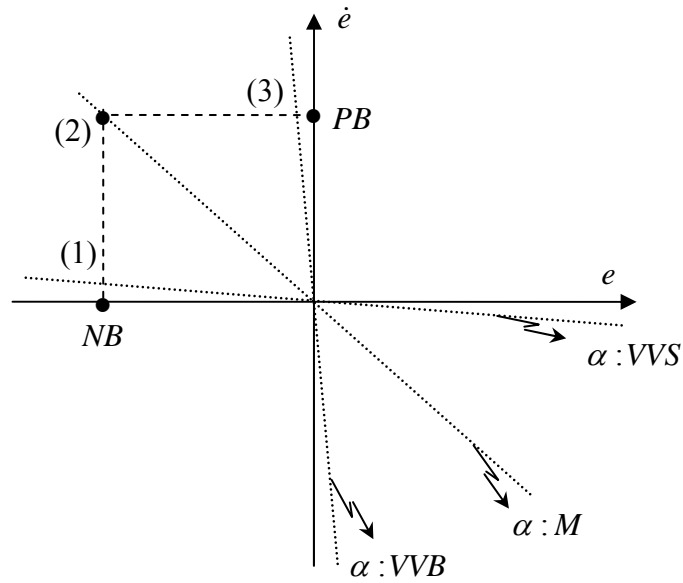
Kayma yüzeyinin belirlenmesinde kayma yüzeyini tanımlayan $\sigma = \dot{e} + \alpha e = 0$ eşitliğinden yararlanılmıştır. Yani sistemin durumuna göre kayma yüzeyinin eğimi olan α değerleri öyle tanımlanmıştır ki, kayma yüzeyi fonksiyonunun sıfıra eşit olması sağlanmaktadır.

EĞER $e : NB$ ve $\dot{e} : Z$ O HALDE $\alpha : VVS$ (1)

EĞER $e : NB$ ve $\dot{e} : PB$ O HALDE $\alpha : M$ (2)

EĞER $e : Z$ ve $\dot{e} : PB$ O HALDE $\alpha : VVB$ (3)

Örnek kurallar incelenirse, birinci kural ile, eğer hata büyük ve negatif ise ve hatanın türevi sıfır ise kayma yüzeyinin eğimi çok küçük yapılmaktadır (Şekil 4.41 (1) durumu). İkinci kural ile, eğer hata büyük ve negatif ise ve hatanın türevi pozitif ve büyük ise kayma yüzeyinin eğimi orta büyüklüktedir (Şekil 4.41 (2) durumu). Üçüncü kural ile, eğer hata sıfır ve hatanın türevi pozitif ve büyük ise kayma yüzeyinin eğimi büyütülmektedir (Şekil 4.41 (3) durumu). Benzer mantık ile hareket edilerek Tablo 4.4'de verilen kural tablosu oluşturulmuştur.



Şekil 4.41 Kayma yüzeyi eğiminin belirlenmesinde kullanılan örnek kurallar için grafiksel gösterim.

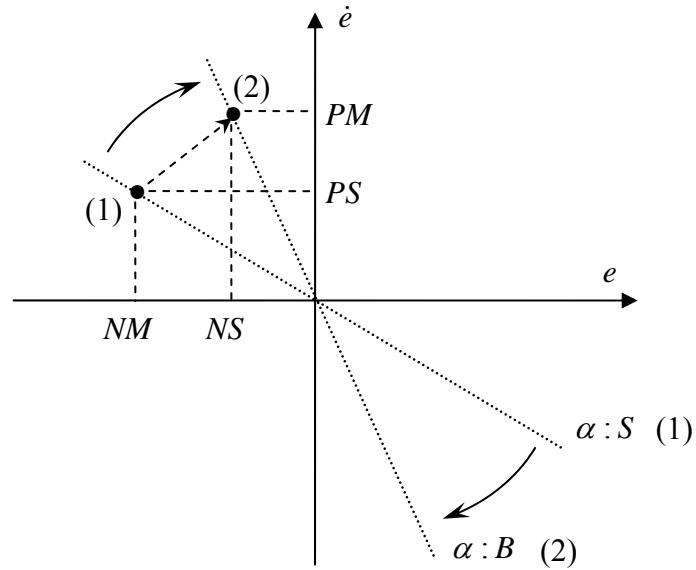
Tablo 4.4 α için kural tablosu.

$\begin{matrix} \dot{e} \\ e \end{matrix}$	NB	NM	NS	Z	PS	PM	PB
NB	M	S	VS	VVS	VS	S	M
NM	B	M	S	VS	S	M	B
NS	VB	B	M	S	M	B	VB
Z	VVB	VB	B	M	B	VB	VVB
PS	VB	B	M	S	M	B	VB
PM	B	M	S	VS	S	M	B
PB	M	S	VS	VVS	VS	S	M

Burada dikkat edilmesi gereken nokta, α pozitif tanımlı olduğu için, kayma yüzeyinin, faz planında sadece ikinci ve dördüncü bölgelerde dönebilmesidir. Kural tablosuna dikkat edilirse, kurallar öyle seçilmiştir ki, sistem bu bölgelerde iken kayma yüzeyi sistem değişkenleri ile aynı yönde dönmektedir. Bu durum aşağıdaki iki örnek kural ve Şekil 4.42 ile gösterilmiştir.

EĞER $e : NM$ ve $\dot{e} : PS$ O HALDE $\alpha : S$ (1)

EĞER $e : NS$ ve $\dot{e} : PM$ O HALDE $\alpha : B$ (2)



Şekil 4.42 Kayma yüzeyinin saat yönünde dönmesi.

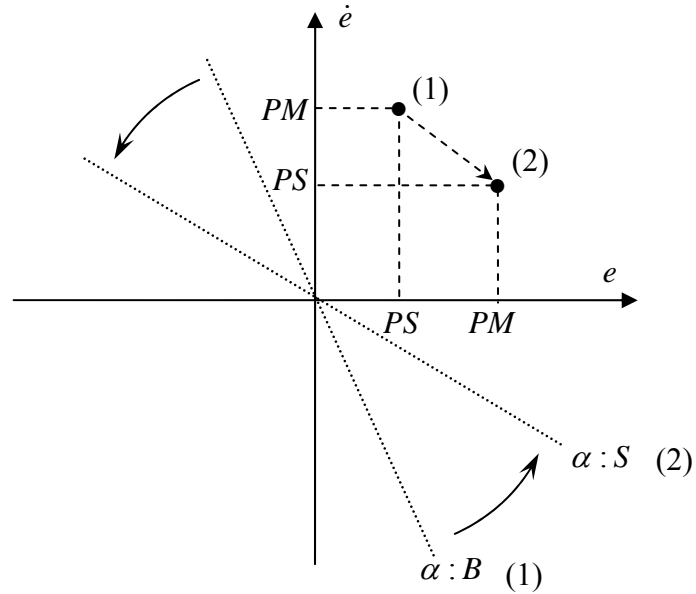
Sistem değişkenleri (1) durumundan (2) durumuna geçerse kayma yüzeyi sistem değişkenlerini takip edecek şekilde (saat yönünde) dönmektedir.

Sistem birinci ve üçüncü bölgelerde iken, kayma yüzeyi sistem değişkenlerinin dönüş yönüne ters yönde, yani onlara yaklaşacak şekilde dönmektedir. Bu sayede kayma yüzeyinin birinci ve üçüncü bölgede hareket edememesinden kaynaklanan dezavantaj da ortadan kalkmaktadır. Bu durum aşağıdaki iki örnek kural ve Şekil 4.43 ile gösterilmiştir.

EĞER $e : PS$ ve $\dot{e} : PM$ O HALDE $\alpha : B$ (1)

EĞER $e : PM$ ve $\dot{e} : PS$ O HALDE $\alpha : S$ (2)

Sistem değişkenleri (1) durumundan (2) durumuna geçerse kayma yüzeyi sistem değişkenlerine yaklaşacak şekilde (saat yönünün tersine) dönmektedir.



Şekil 4.43 Kayma yüzeyinin saat yönüne ters yönde dönmesi.

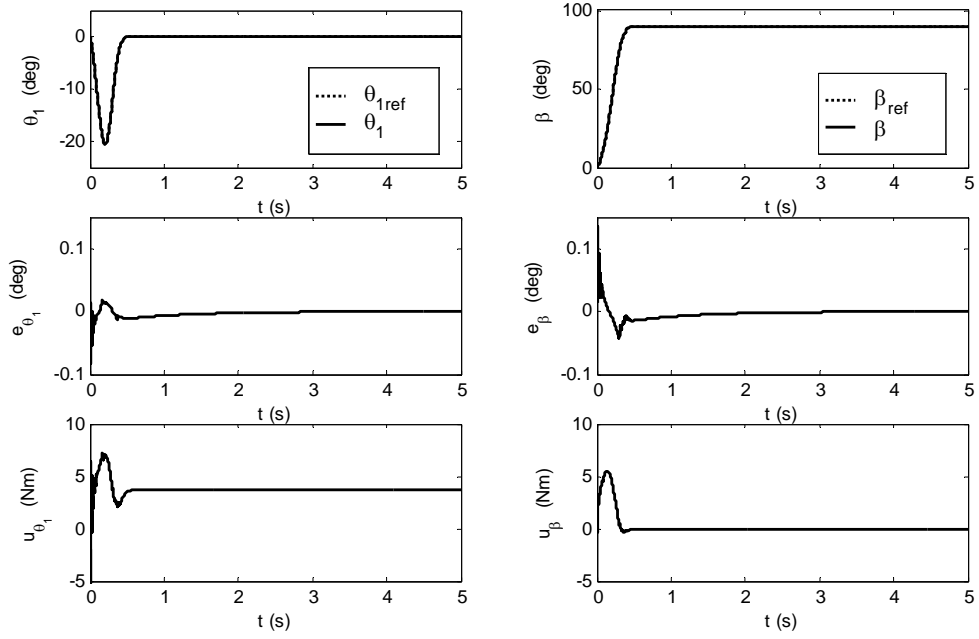
Simulasyonlar için aşağıdaki kontrolcü parametreleri kullanılmıştır.

$$\Gamma_1 = 160$$

$$\Gamma_2 = 160$$

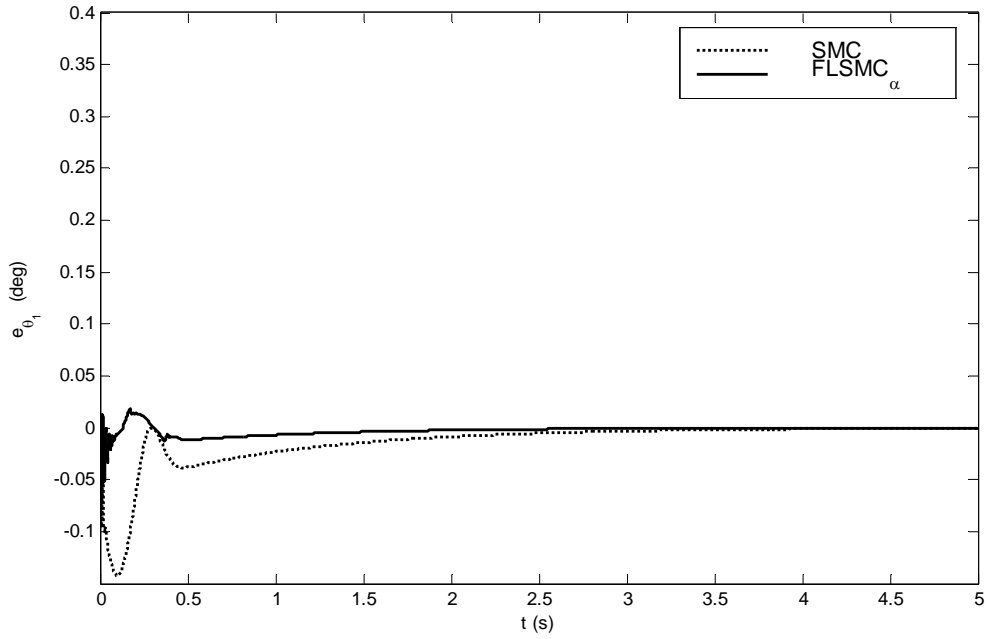
$$\tau_1 = 0.0015$$

$$\tau_2 = 0.0015$$

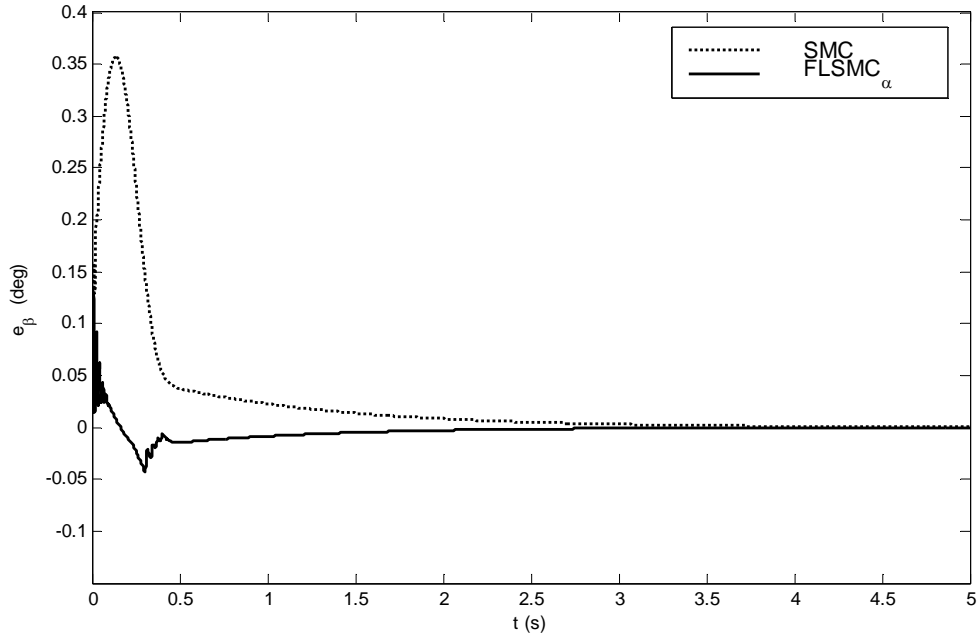


Şekil 4.44 Bulanık Mantıklı Kayan Kipli Kontrolcü (FLSMC _{α}) kullanılarak elde edilen eklem açılarının, eklem açılarına ait hataların ve eklem momentlerinin zamanla değişimi.

Önerilen kontrolcünün kullanılmasıyla verilen yörüngeyi oldukça iyi bir şekilde izlendiği ve hata genliklerinin bir hayli küçük olduğu Şekil 4.44’de görülmektedir.



Şekil 4.45 Birinci eklem için hataların karşılaştırılması.

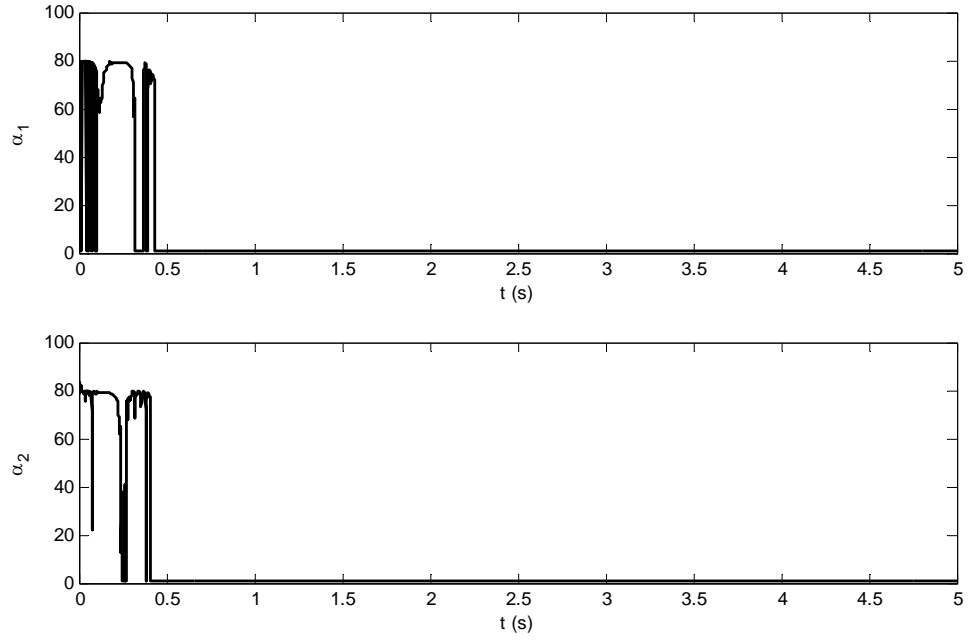


Şekil 4.46 İkinci eklem ait hataların karşılaştırılması.

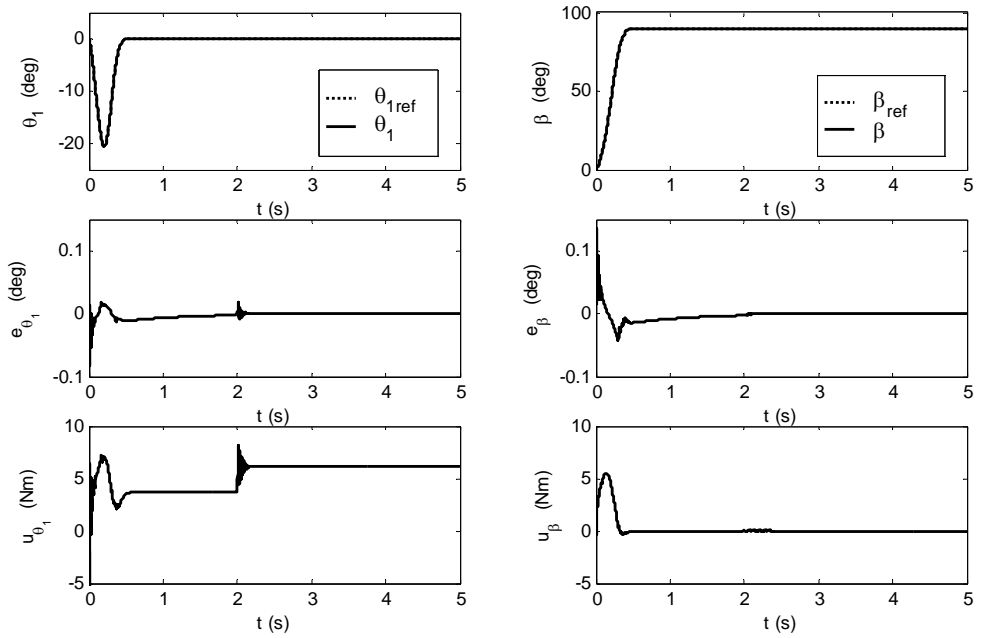
Şekil 4.45 ve Şekil 4.46'da birinci ve ikinci eklem açlarına ait hatalar verilmiştir. Önerilen kontrolcünün kullanılmasıyla hata değerlerinde önemli miktarda azalma olduğu görülmektedir. Bu kontrol kazancında bir artışa gidilmeden yalnız kayma yüzeyinin eğimini değiştirerek sağlanmıştır.

Şekil 4.47'de birinci ve ikinci eklem için kayma yüzeyi eğimlerinin zamanla değişimi verilmiştir. Hata ve hatanın türevine bağlı olarak kayma yüzeylerinin eğimleri değişmekte, daimi halde ise sabit kayma yüzeyi eğimine sahip kayan kipli kontrolcünün sabit kayma yüzeyi eğimi değerine ulaşmaktadır.

Daha önce açıklanan robustluk testi bulanık mantıklı kayan kipli kontrolcüye (FLSCM_α) de uygulanırsa Şekil 4.48'deki grafikler elde edilir. Kontrolcünün robust olduğu, sisteme yapılan kütle ilavesinin ardından, özellikle birinci eklem açısına ait hata değerinin kısa bir sürede sıfıra getirilmesinden anlaşılmaktadır.



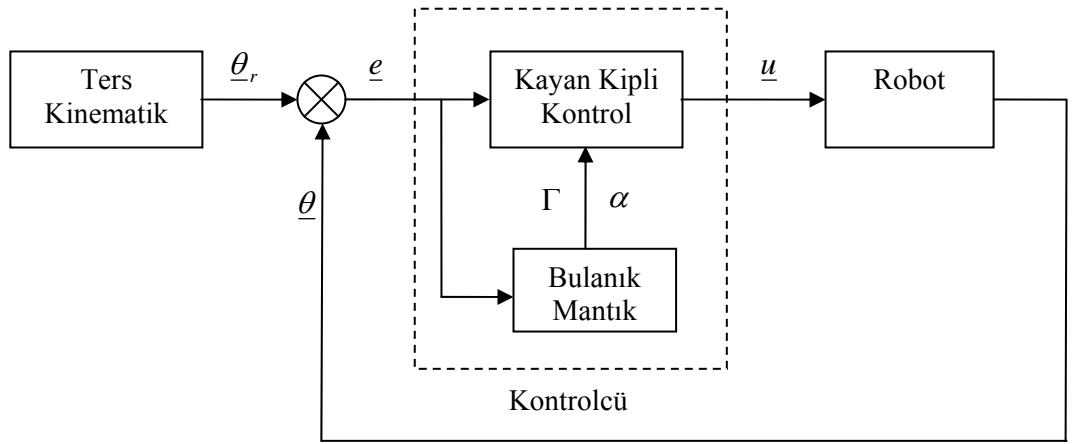
Şekil 4.47 Kayma yüzeylerinin eğimlerinin zamanla değişimi.



Şekil 4.48 Kütle değişiminin olduğu durumda Bulanık Mantıklı Kayan Kipli Kontrolcü (FLSMC _{α}) kullanılarak elde edilen eklem açılarının, eklem açlarına ait hataların ve eklem momentlerinin zamanla değişimi.

4.9. BULANIK MANTIKLI KAYAN KIPLİ KONTROLCÜ (DEĞİŞKEN Γ VE α)

Bu kısımda, önceki iki kısımda kullanılan yöntemler birleştirilmiştir. Yani hata performansını iyileştirmek için hem kontrol kazancı Γ , hem de kayma yüzeyinin eğimi α , bulanık mantık ile bulunmuştur (Şekil 4.49). Böylece daha önce tasarlanan bulanık mantıklı kayan kipli kontrolcülerden daha iyi neticeler elde edilmesi amaçlanmıştır.



Şekil 4.49 Γ ve α değerinin bulanık mantık ile bulunduğu Bulanık Mantıklı Kayan Kipli Kontrolcü (FLSMC $\Gamma\alpha$) için blok diyagramı.

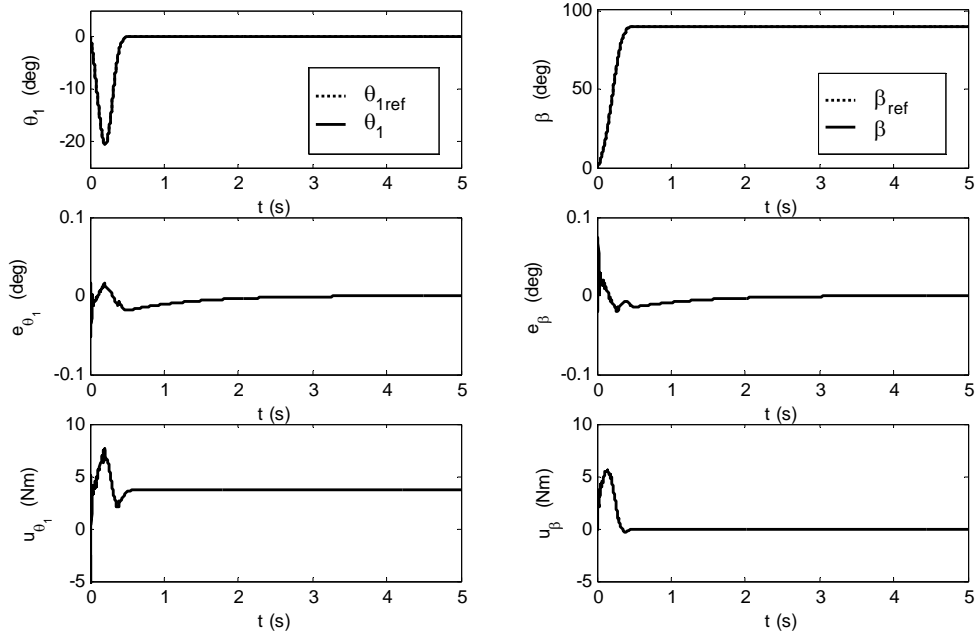
Kullanılan üyelik fonksiyonları, hata ve hatanın türevi için Şekil 4.29'da, kontrol kazancı Γ için Şekil 4.30'de kayma yüzeyinin eğimi için Şekil 4.40'da, verilenlerle aynıdır. Üyelik fonksiyonlarının sınırları da önceki kısımlarda verildiği gibidir.

Simulasyonlar için aşağıdaki kontrolcü parametreleri kullanılmıştır.

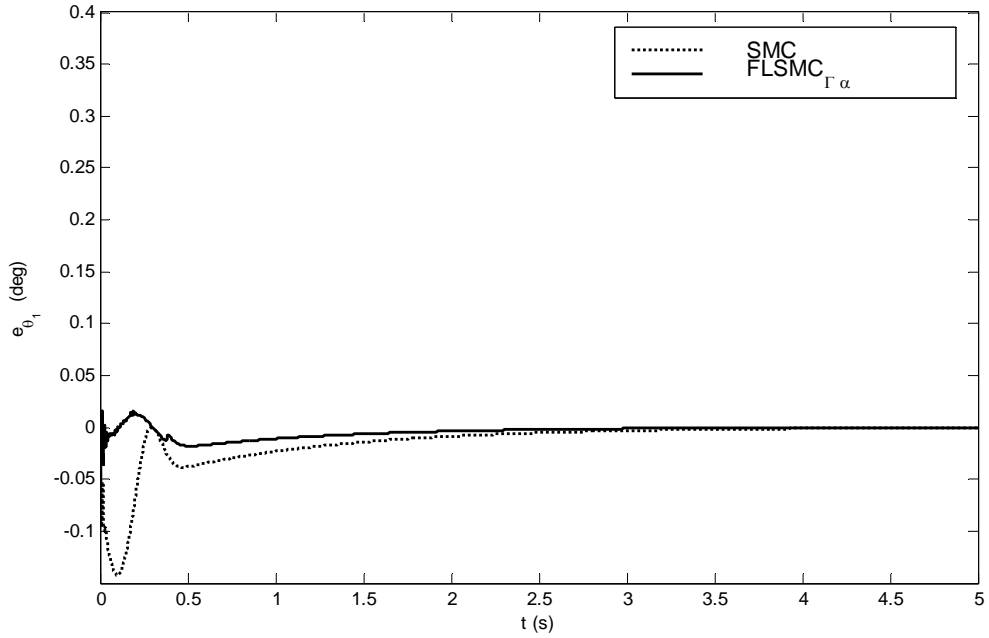
$$\tau_1 = 0.0015$$

$$\tau_2 = 0.0015$$

Şekil 4.50'de verilen grafikler incelenirse hata değerlerinin çok küçüldüğü dolayısıyla yörünge izleme performansının arttığı anlaşılmaktadır.

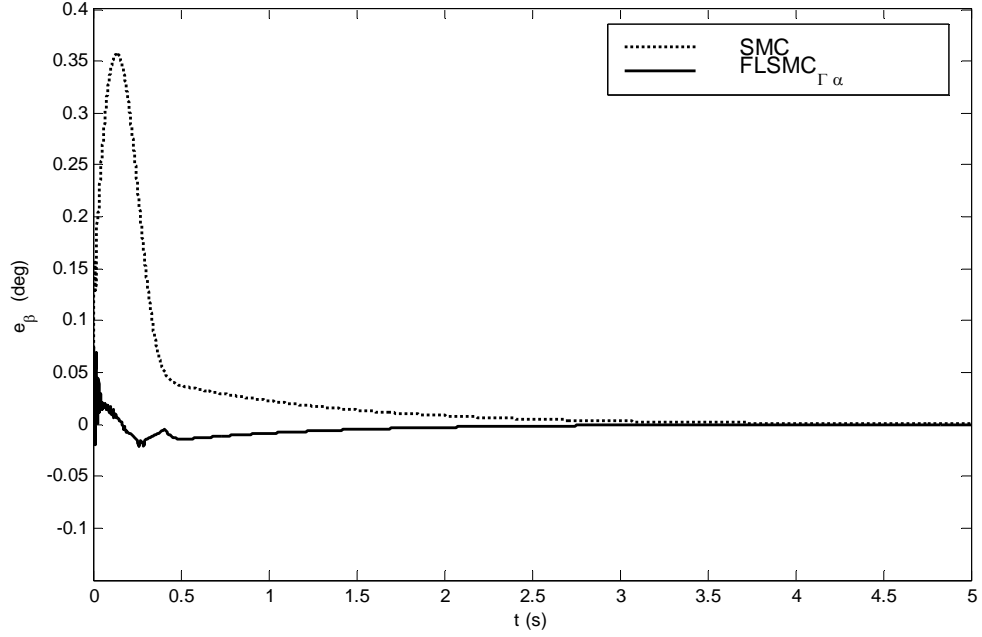


Şekil 4.50 Bulanık Mantıklı Kayan Kipli Kontrolcü ($FLSMC_{\Gamma\alpha}$) kullanılarak elde edilen eklemler açılarının, eklemler açılarına ait hataların ve eklemler momentlerinin zamanla değişimi.



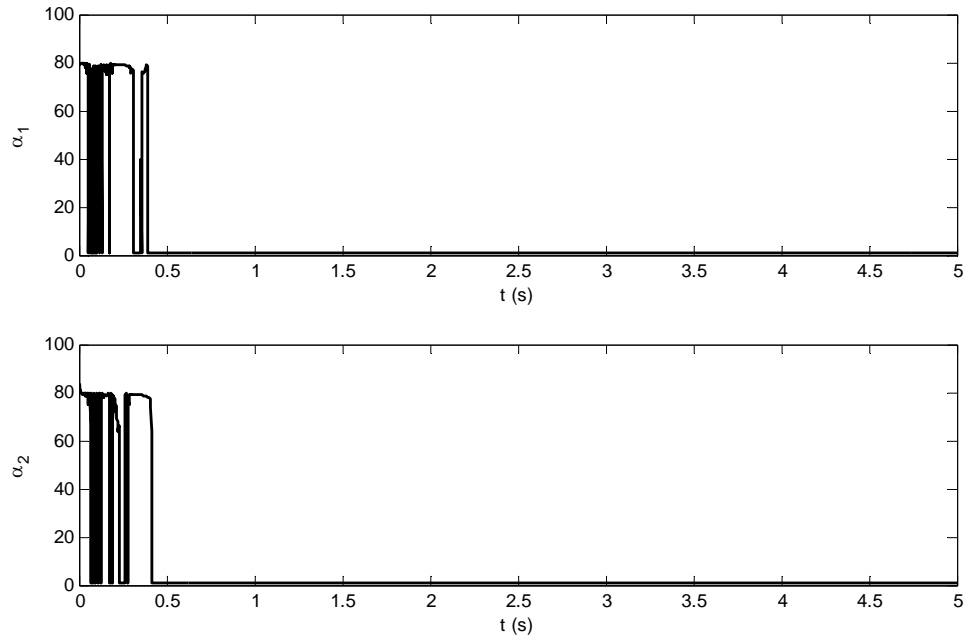
Şekil 4.51 Birinci ekleme ait hataların karşılaştırılması.

Şekil 4.51 ve Şekil 4.52’de birinci ve ikinci eklem açlarına ait hatalar verilmiştir. Önerilen kontrolcünün kullanılmasıyla hata değerlerinde önemli miktarda azalma olduğu görülmektedir.

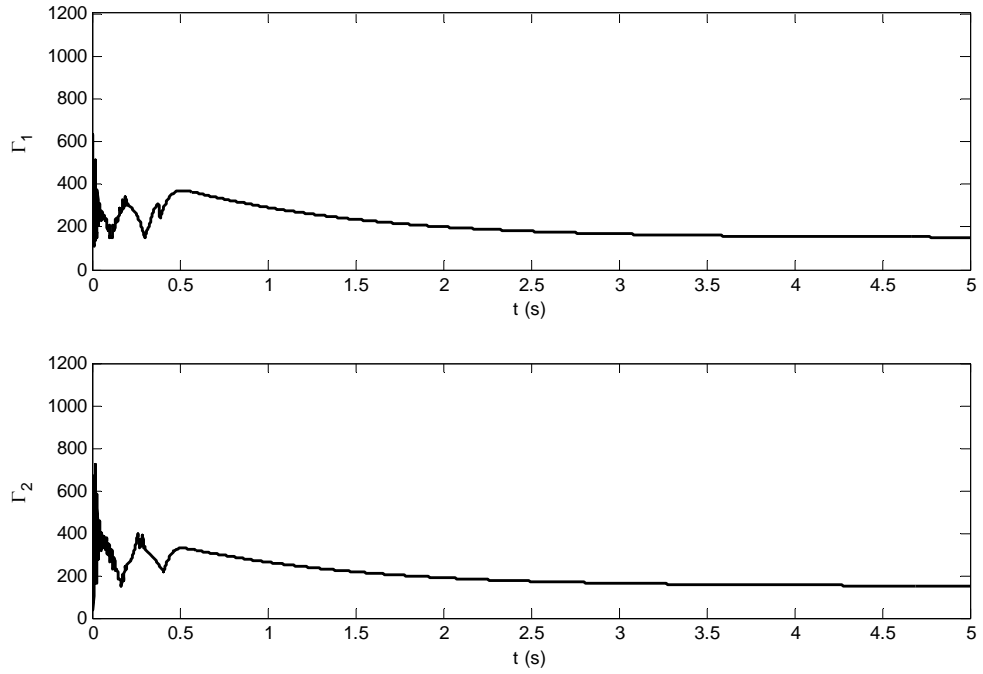


Şekil 4.52 İkinci ekleme ait hataların karşılaştırılması.

Şekil 4.53’de kayma yüzeylerinin zamanla değişimi, Şekil 4.54’de ise kontrol kazançlarının zamanla değişimi verilmiştir. Değişken kontrol kazancının yanında kayma yüzeyi eğiminin de değiştirilmesiyle, sadece kontrol kazancının değişken olduğu duruma göre daha küçük kontrol kazancı değerlerinin yeterli olduğu görülmektedir.

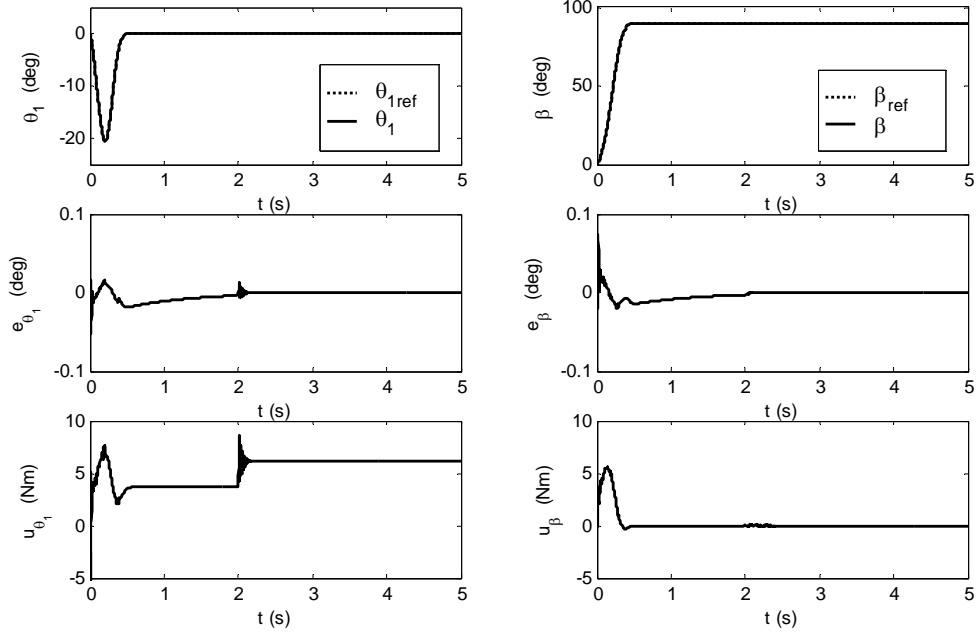


Şekil 4.53 Kayma yüzeyi eğimlerinin zamanla değişimi.



Şekil 4.54 Birinci ve ikinci eklem için kontrol kazançları.

Daha önce açıklanan robustluk testi önerilen bulanık mantıklı kayan kipli kontrolcüye (FLSMC $_{\Gamma\alpha}$) de uygulanırsa Şekil 4.55'deki grafikler elde edilir. Kontrolcünün robust olduğu, sisteme yapılan kütle ilavesinin ardından, özellikle birinci eklem açısına ait hata değerinin kısa bir sürede sıfıra getirilmesinden anlaşılmaktadır.

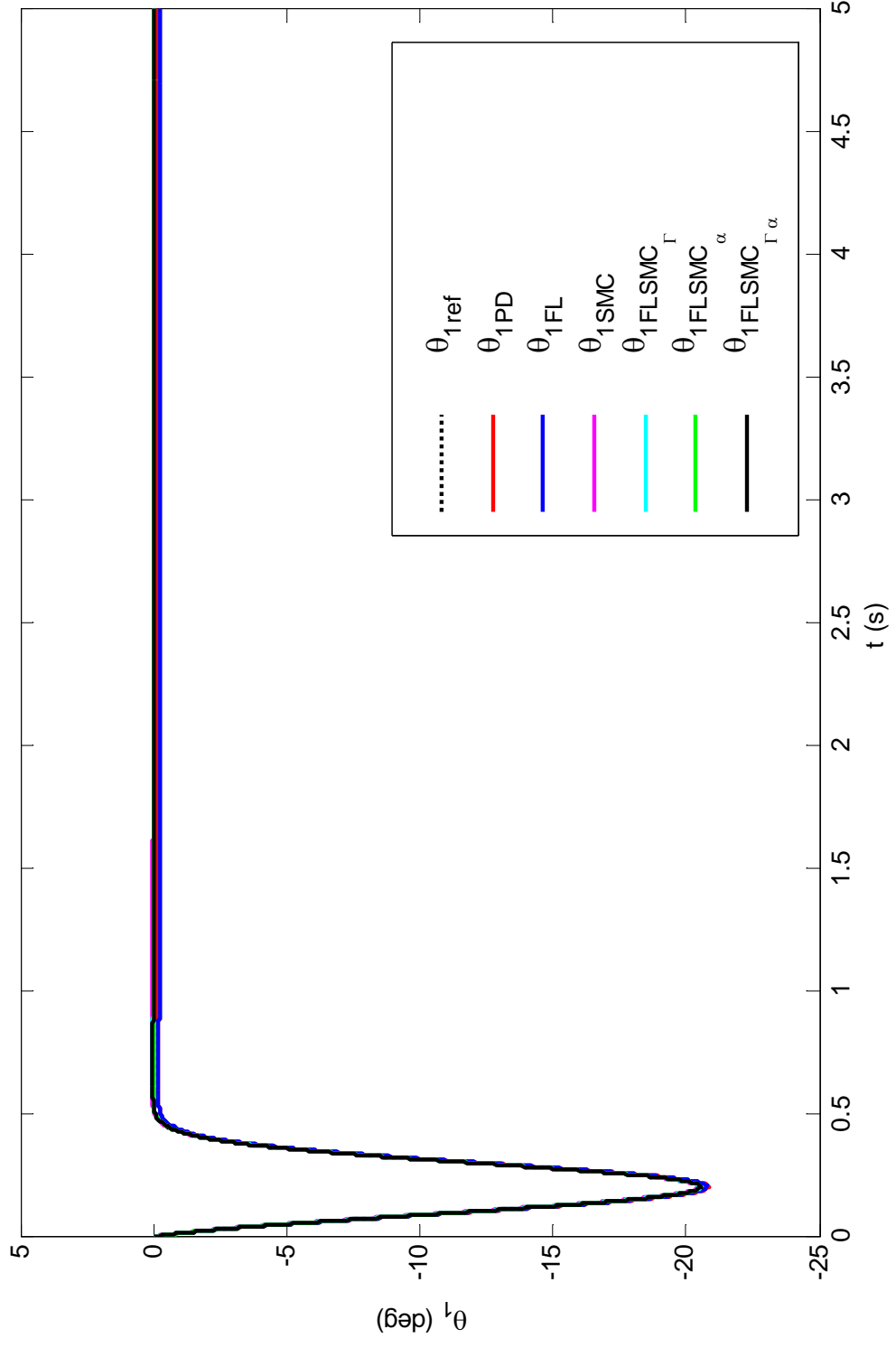


Şekil 4.55 Kütle değişiminin olduğu durumda Bulanık Mantıklı Kayan Kipli Kontrolcü (FLSMC $_{\Gamma\alpha}$) kullanılarak elde edilen eklem açıların, eklem açılara ait hataların ve eklem momentlerinin zamanla değişimi.

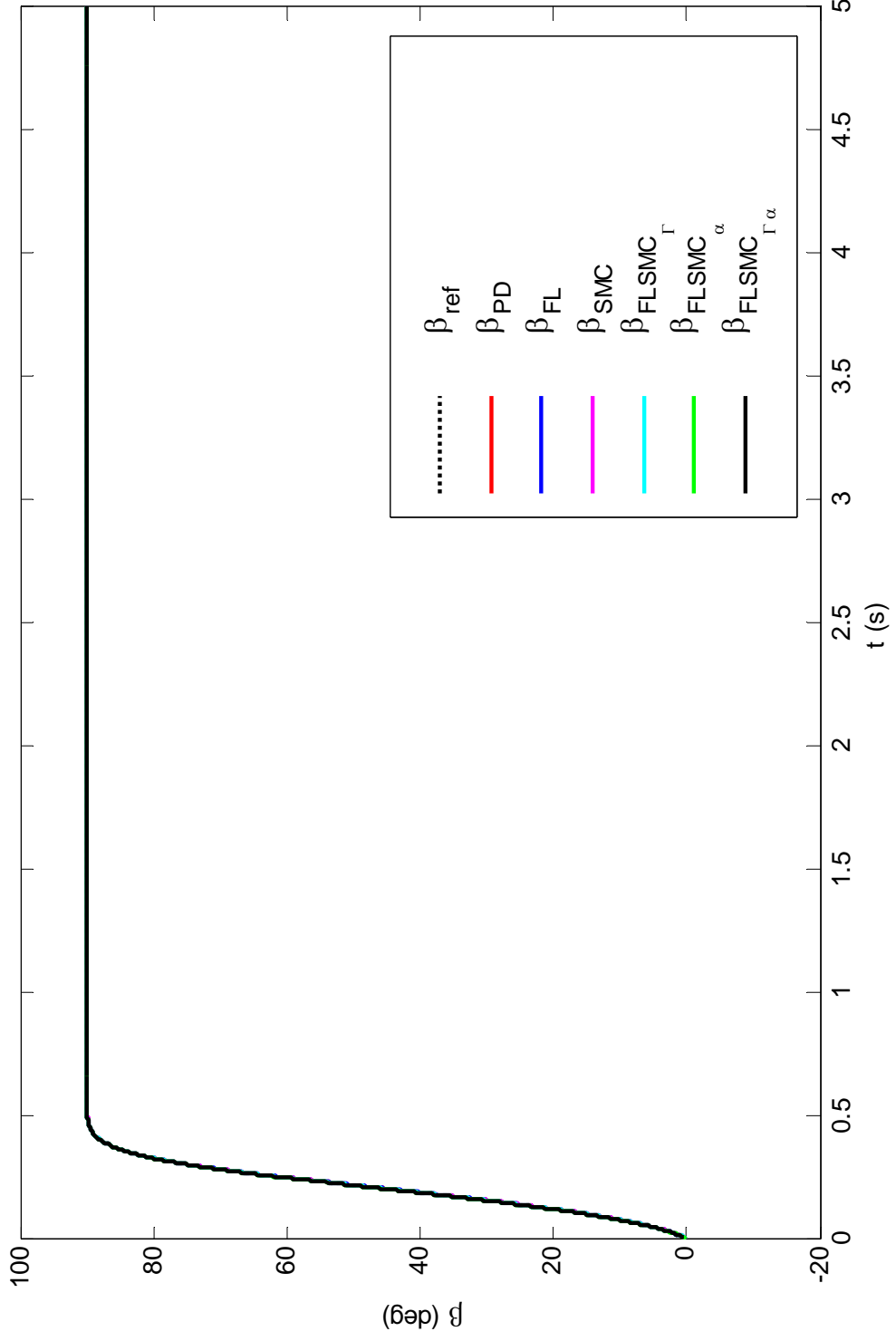
4.10. KONTROLCÜ PERFORMANSLARININ KARŞILAŞTIRILMASI

Bu kısımda robotun kontrolü için kullanılan PD kontrol, bulanık mantıklı kontrol, kayan kipli kontrol ve geliştirilen bulanık mantıklı kayan kipli kontrol yöntemlerinin (FLSMC $_{\Gamma}$, FLSMC $_{\alpha}$ ve FLSMC $_{\Gamma\alpha}$) performansları karşılaştırılacaktır.

Şekil 4.56 ve Şekil 4.57'de eklem açılarının zamanla değişimi verilmiştir. Bu şekillerden referans değerlerinin tüm kontrolcüler tarafından başarılı sayılabilecek şekilde izlendiği, sadece PD kontrolcü ve bulanık mantıklı kontrolcü için daimi hal durumunda birinci eklem açısının referans değerinden ufak bir sapma olduğu görülmektedir.



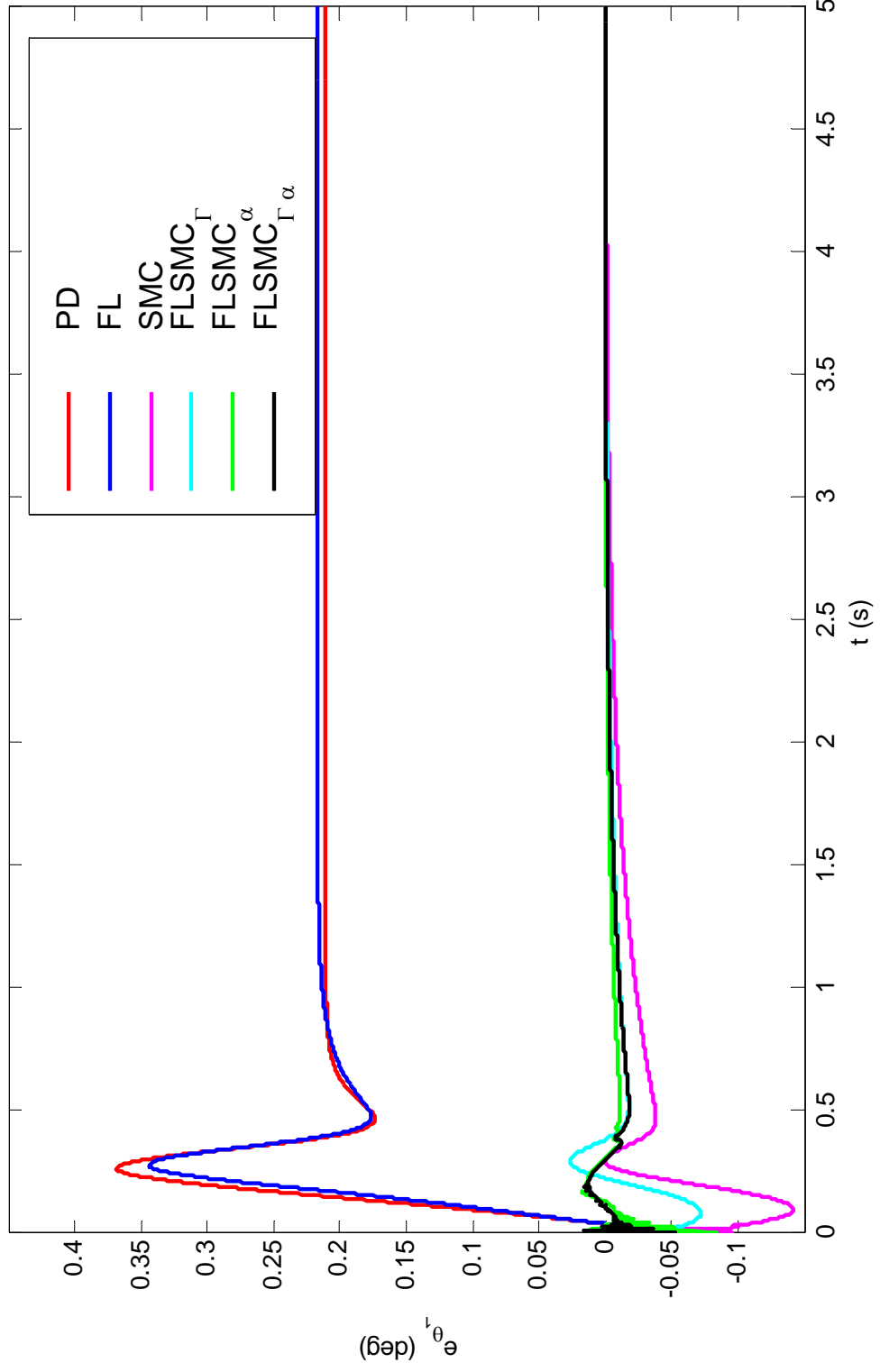
Şekil 4.56 Birinci eklem açısı için kontrolcülerin karşılaştırılması



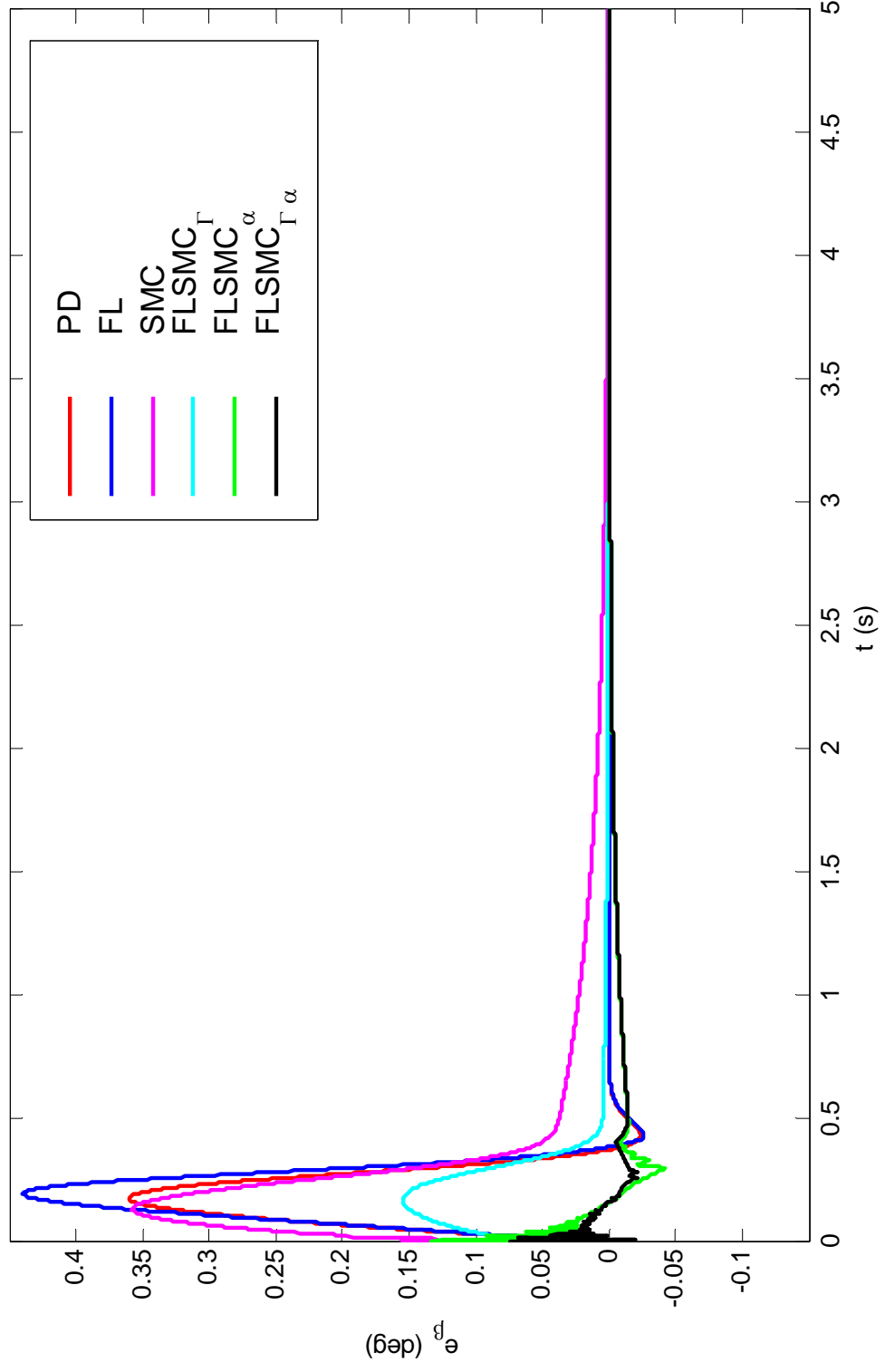
Şekil 4.57 İkinci eklem açısı için kontrolcülerin karşılaştırılması

Şekil 4.58 ve Şekil 4.59’da birinci ve ikinci ekleme ait hata değerlerinin zamanla değişimi verilmiştir. Birinci ekleme ait grafikte PD ve bulanık mantıklı kontrolcülerde daimi hal hatasının mevcut olduğu, buna karşın kayan kipli kontrol ve bu çalışmada geliştirilen bulanık mantıklı kayan kipli kontrol yöntemleri için hatanın sonlu bir süre içinde sıfıra gittiği görülmektedir. Ayrıca geliştirilen bulanık mantıklı kayan kipli kontrol yöntemlerinin diğer kontrolcülere nazaran daha küçük hata değerleri verdiği görülmektedir. Geliştirilen kontrolcüler içinde ise hem kontrol kazancının hem de kayma yüzeyi eğiminin bulanık mantık ile belirlendiği kontrol yönteminin en küçük hata değerlerini verdiği anlaşılmaktadır.

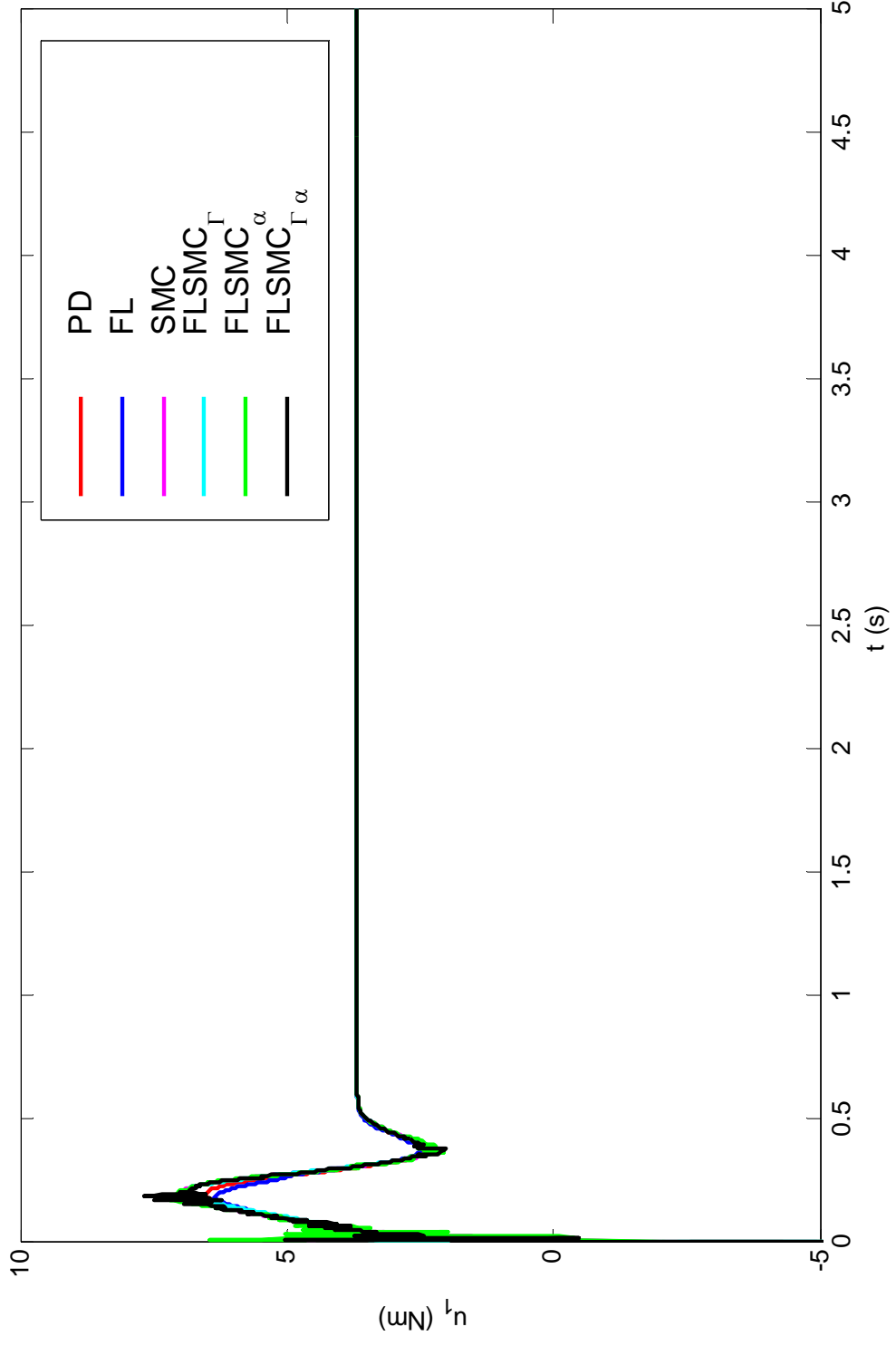
Şekil 4.60 ve Şekil 4.61’de ise birinci ve ikinci eklem momentlerinin zaman ile değişimleri verilmiştir. Elde edilen eklem momenti değerleri arasında büyüklük olarak çok fark yoktur.



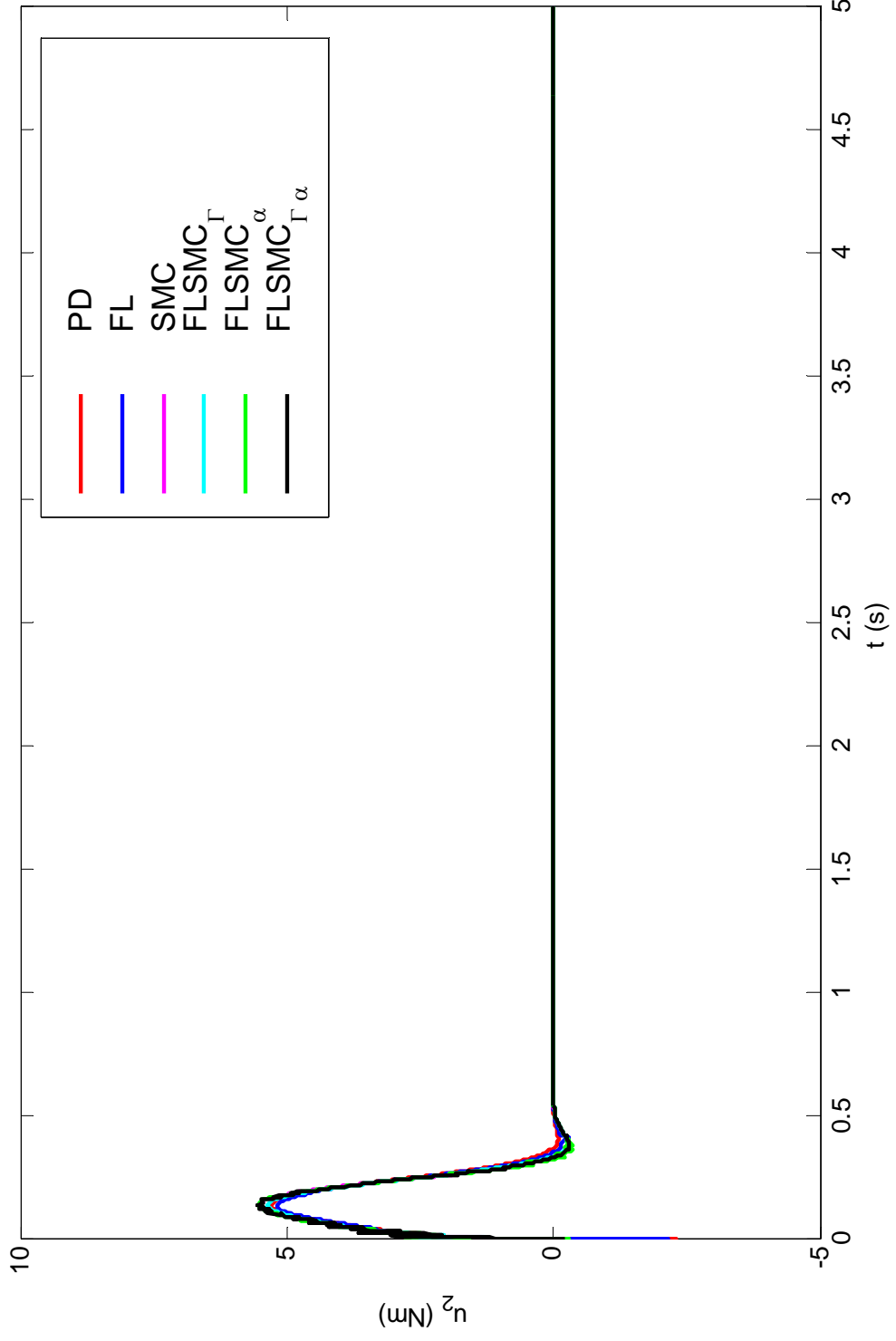
Şekil 4.58 Kontrolcülerin birinci eklem açısına ait hatalarının karşılaştırılması



Şekil 4.59 Kontrolcülerin ikinci eklem açısına ait hatalarının karşılaştırılması



Şekil 4.60 Kontrolcülerin birinci eklemler momentlerinin karşılaştırılması

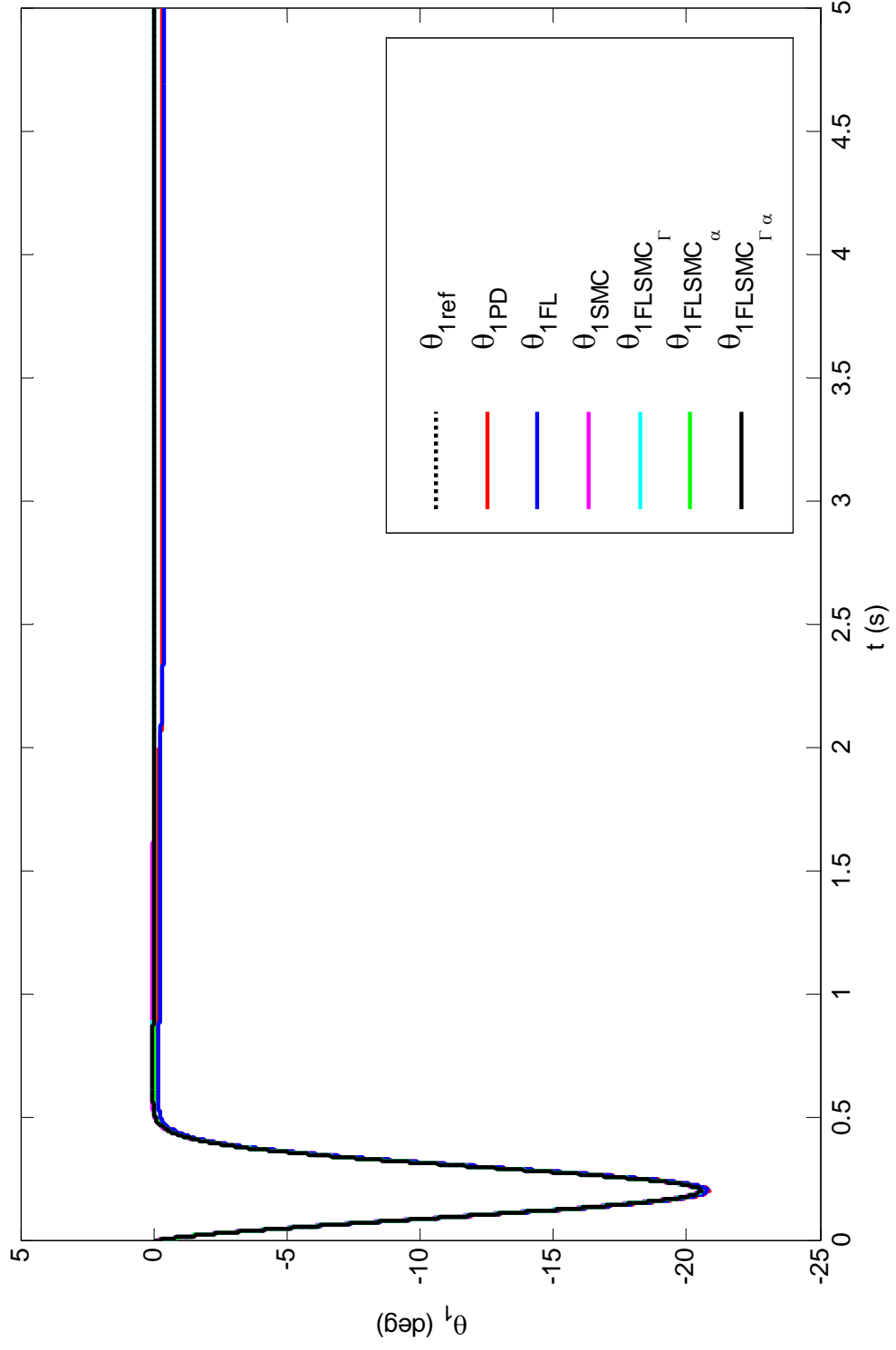


Şekil 4.61 Kontrolcülerin ikinci eklem momentlerinin karşılaştırılması

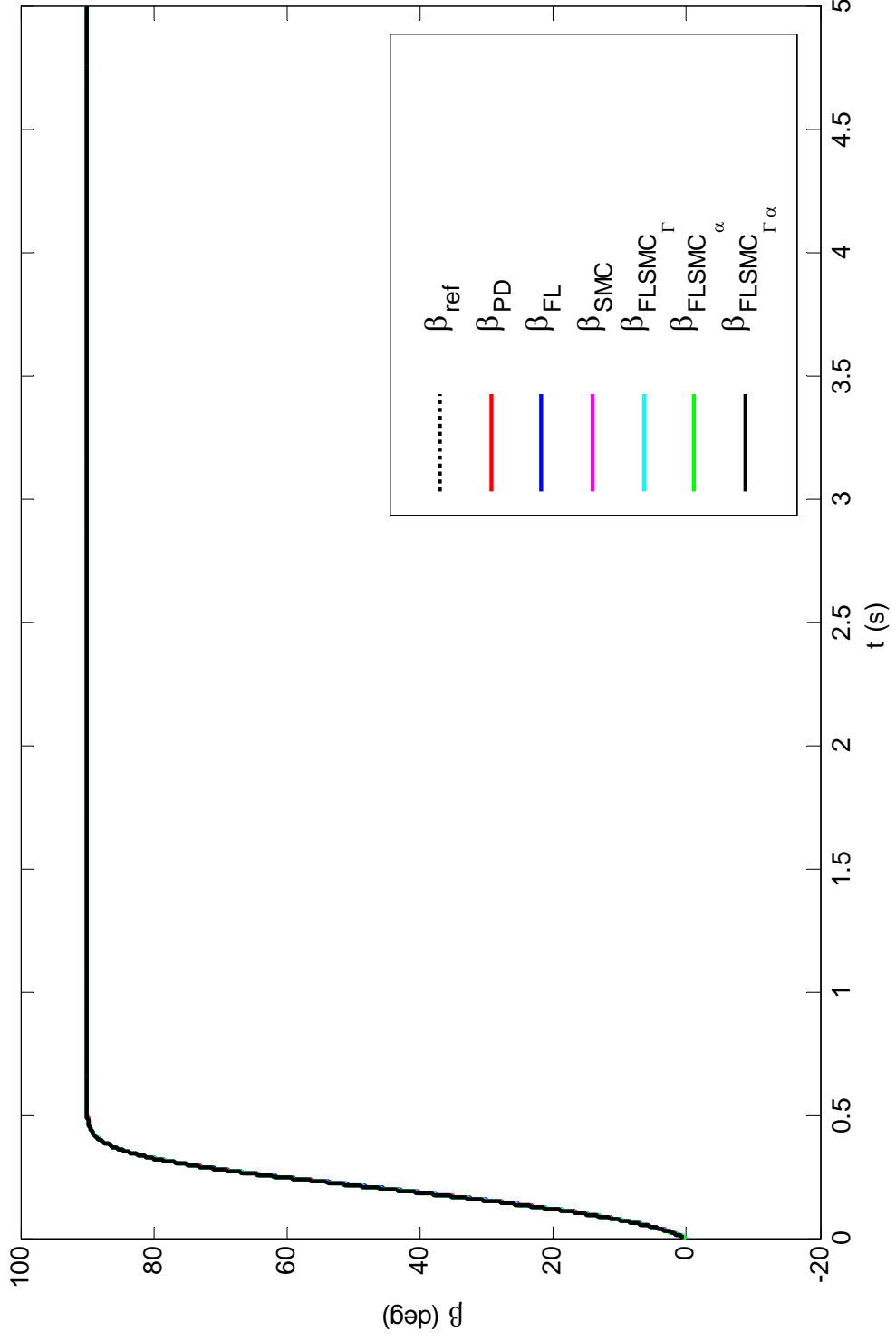
Daha önce verilen grafiklerle kontrolcüler kıyaslanıp performansları değerlendirilmiştir. Parametre değişimlerinin olduğu durumda da performanslarının değerlendirilmesi uygun olacaktır. Bunun için daha önce verilen eklem açıları, eklem açılmasına ait hata ve eklem momenti grafikleri bir de ikinci saniyeden itibaren robotun ikinci uzvuna kütle ilavesinin olduğu durum için çizdirilecektir.

Şekil 4.62 ve Şekil 4.63’de birinci ve ikinci eklem açılarının zamanla değişimi verilmiştir. İkinci eklem açısında referans değerinin tüm kontrolcülerle başarıyla izlendiği söylenebilir. Birinci eklem açısında ise PD kontrolcü ve bulanık mantıklı kontrolcü için referans değerinden bir sapma söz konusudur. Diğer kontrolcüler ise referansı başarıyla izlemektedir.

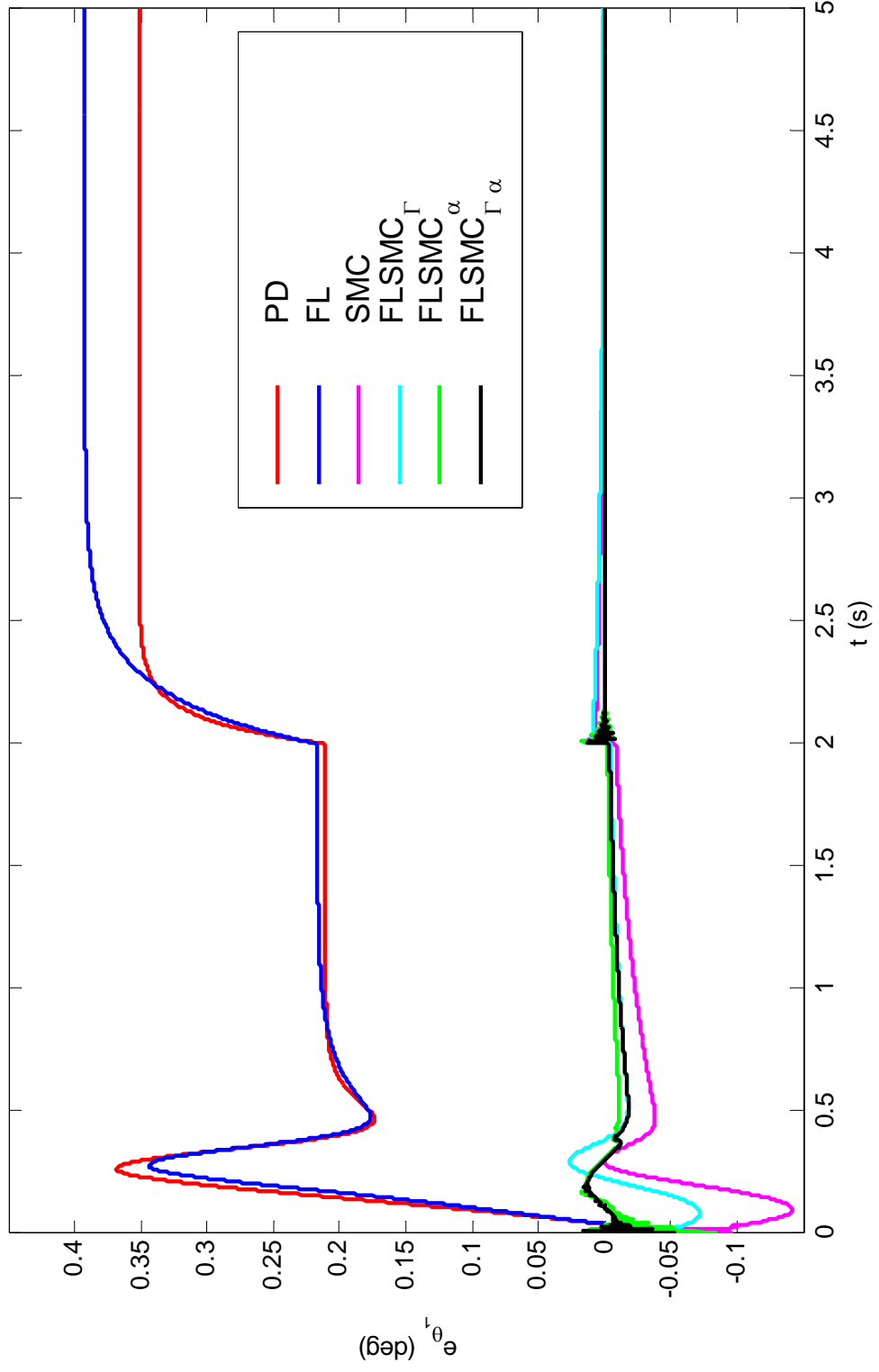
Şekil 4.64 ve Şekil 4.65’de birinci ve ikinci eklem açılmasına ait hata değerlerinin zamanla değişimi verilmiştir. Özellikle birinci ekleme ait hata grafiğine dikkat edilirse kütle ilavesinin olduğu andan itibaren PD kontrolcü ve bulanık mantıklı kontrolcü için hata değerleri önemli bir ölçüde artmakta ve bu hatalar kalıcı olmaktadır. Kayan kipli kontrolcü ve önerilen bulanık mantıklı kontrolcülerde ise hata değerleri küçük bir artıştan sonra kısa bir sürede sifıra çekilmektedir.



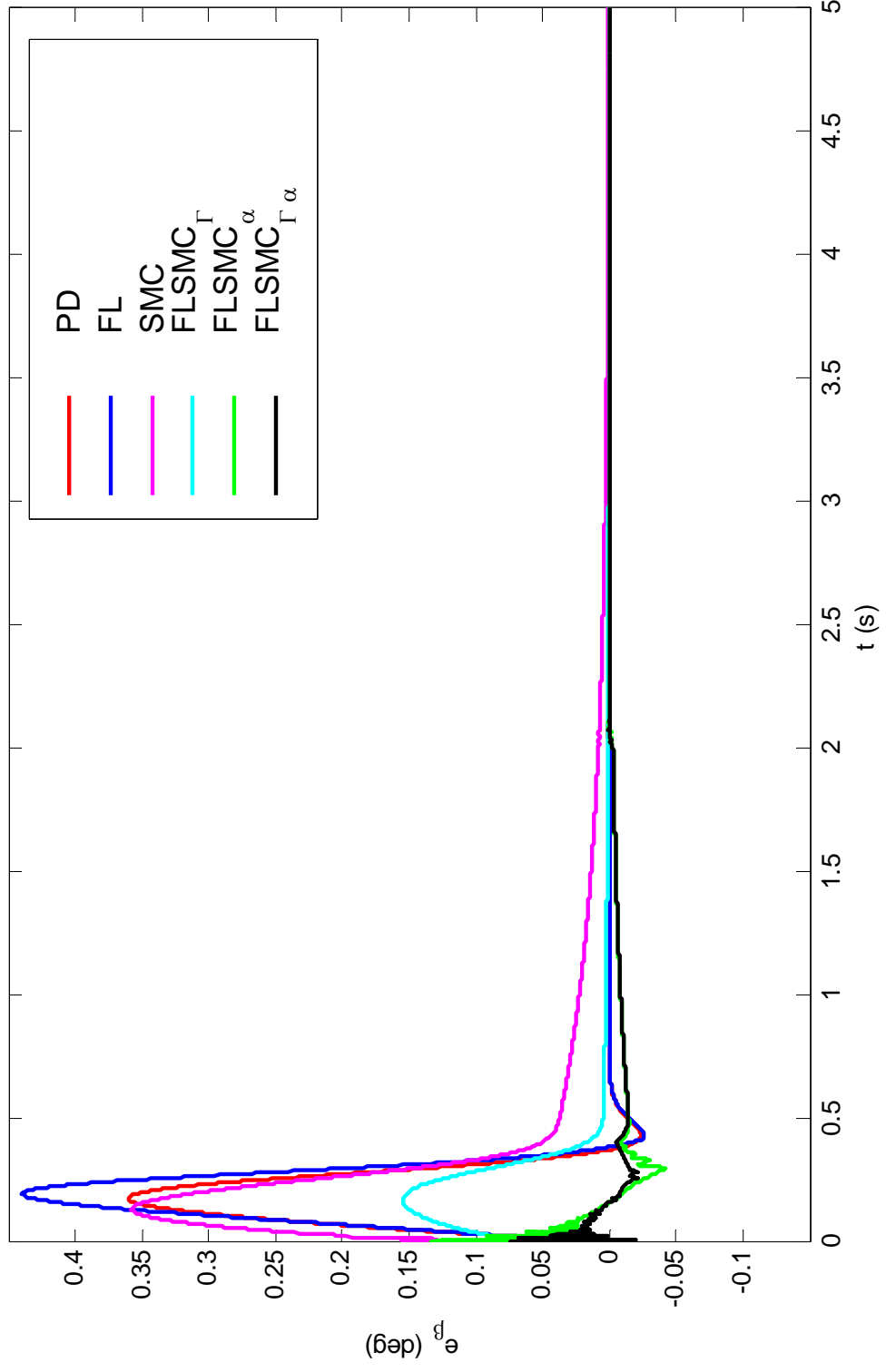
Şekil 4.62 Kütle değişiminin olduğu durumda birinci eklem açısı için kontrolcülerin karşılaştırılması



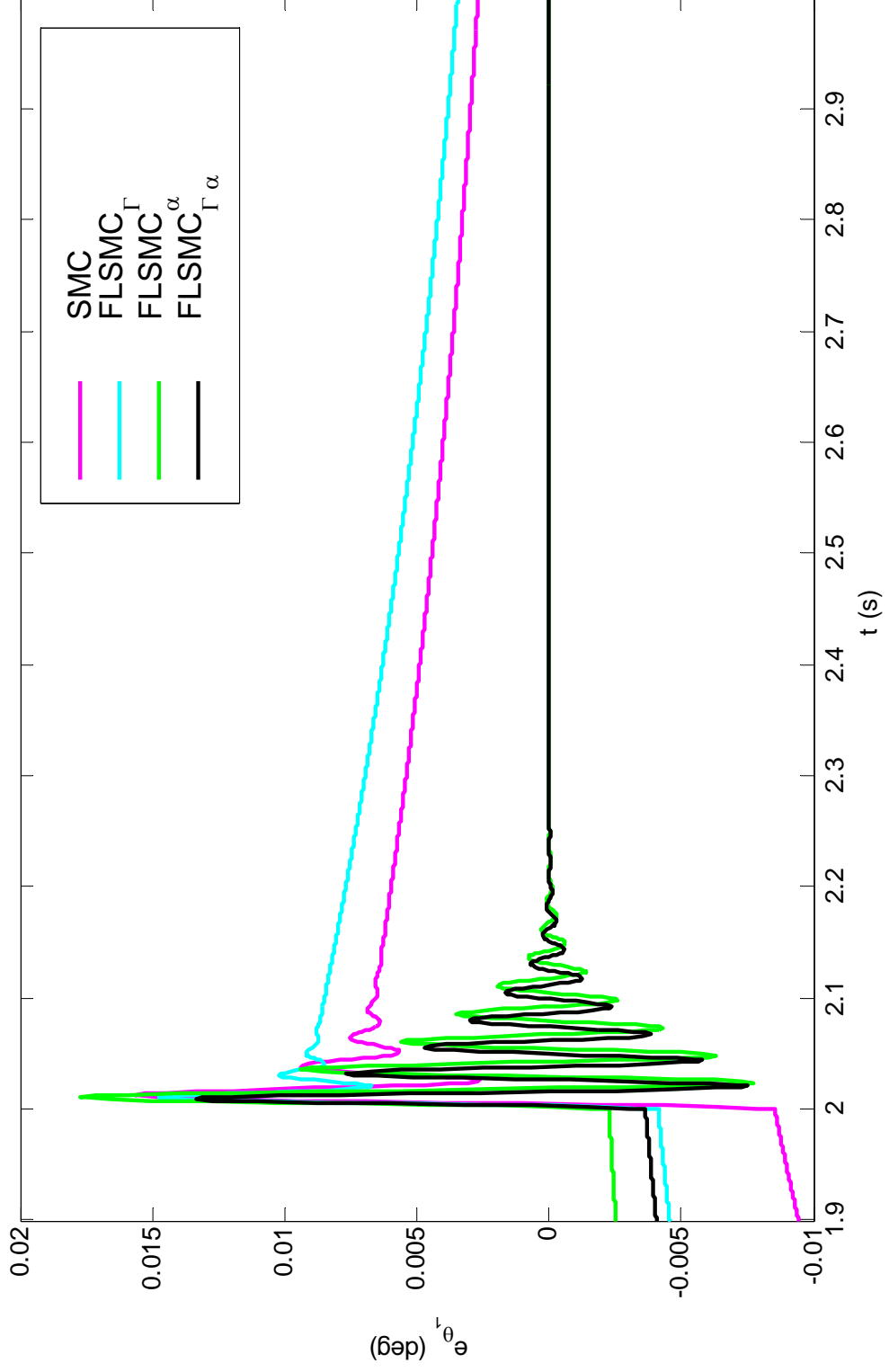
Şekil 4.63 Kütle değişiminin olduğu durumda ikinci eklem açısı için kontrolcülerin karşılaştırılması



Şekil 4.64 Kütle değişiminin olduğu durumda kontrolcülerin birinci eklem açısına ait hatalarının karşılaştırılması



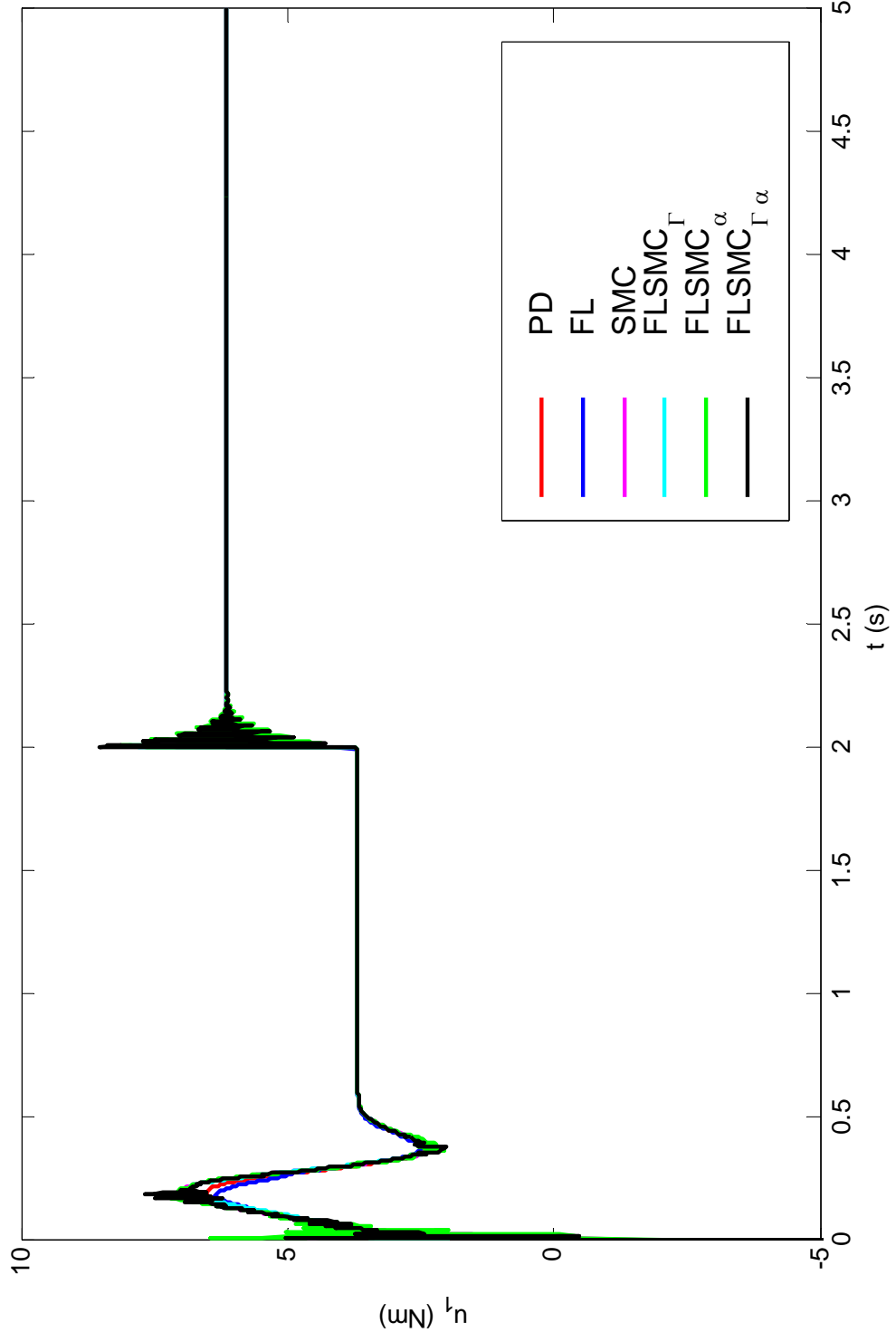
Şekil 4.65 Kütle değişiminin olduğu durumda kontrolcülerin ikinci eklem açısına ait hatalarının karşılaştırılması



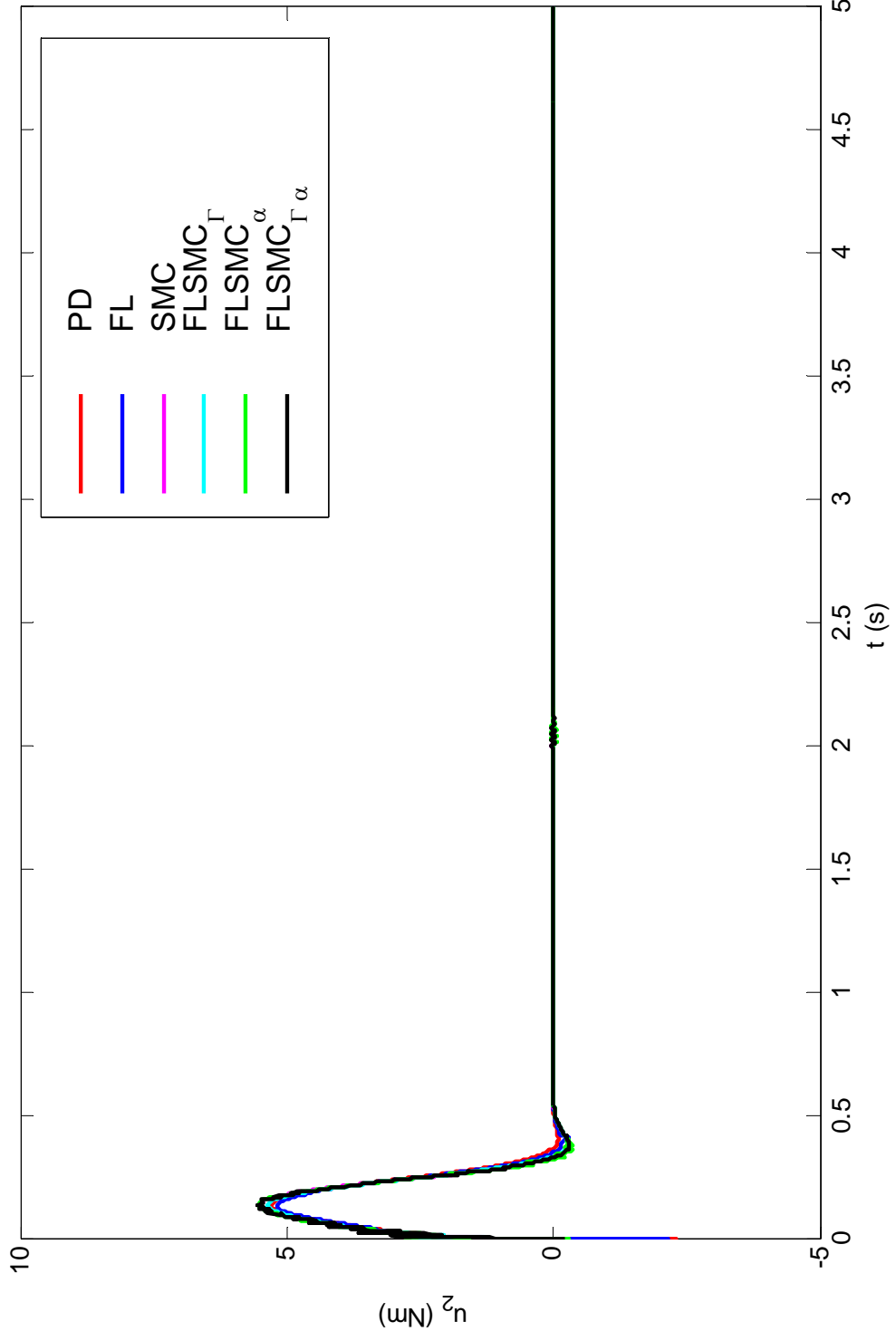
Şekil 4.66 Kütle değişiminin olduğu durumda birinci eklem açısına ait hata için detaylı gösterim

Şekil 4.66’da ise birinci ekleme ait hata grafiği kütle ilavesinin olduğu zaman civarında ve sadece kayan kipli kontrolcü ve bulanık mantıklı kayan kipli kontrolcülerini içerecek şekilde tekrar çizdirilmiştir. Şekilde de görüldüğü gibi kayma yüzeyi eğiminin değişken olduğu bulanık mantıklı kayan kipli kontrolcüler ($FLSMC_{\alpha}$ ve $FLSMC_{\Gamma_{\alpha}}$), sabit kayma yüzeyine sahip bulanık mantıklı kayan kipli kontrolcüden ($FLSMC_{\Gamma}$) ve sabit parametrelili kayan kipli kontrolcüden daha kısa bir sürede hatayı sıfıra götürmektedir. Dolayısıyla eğimin değişken olmasıyla kontrolcülerin başarısının arttırıldığı söylenebilir. Bu kontrolcülerde kayma yüzeyi eğiminin değiştirilmesiyle kayma fonksiyonu değerinin sıfır yapılmaya çalışıldığı daha önce de belirtilmişti. Bu ise sistemin, sabit kayma yüzeyine sahip kontrolcülere nazaran daha çok kayma yüzeyi üzerinde ve civarında hareket etmesini ve parametrik değişimlere karşı daha duyarsız olmasını sağlamaktadır.

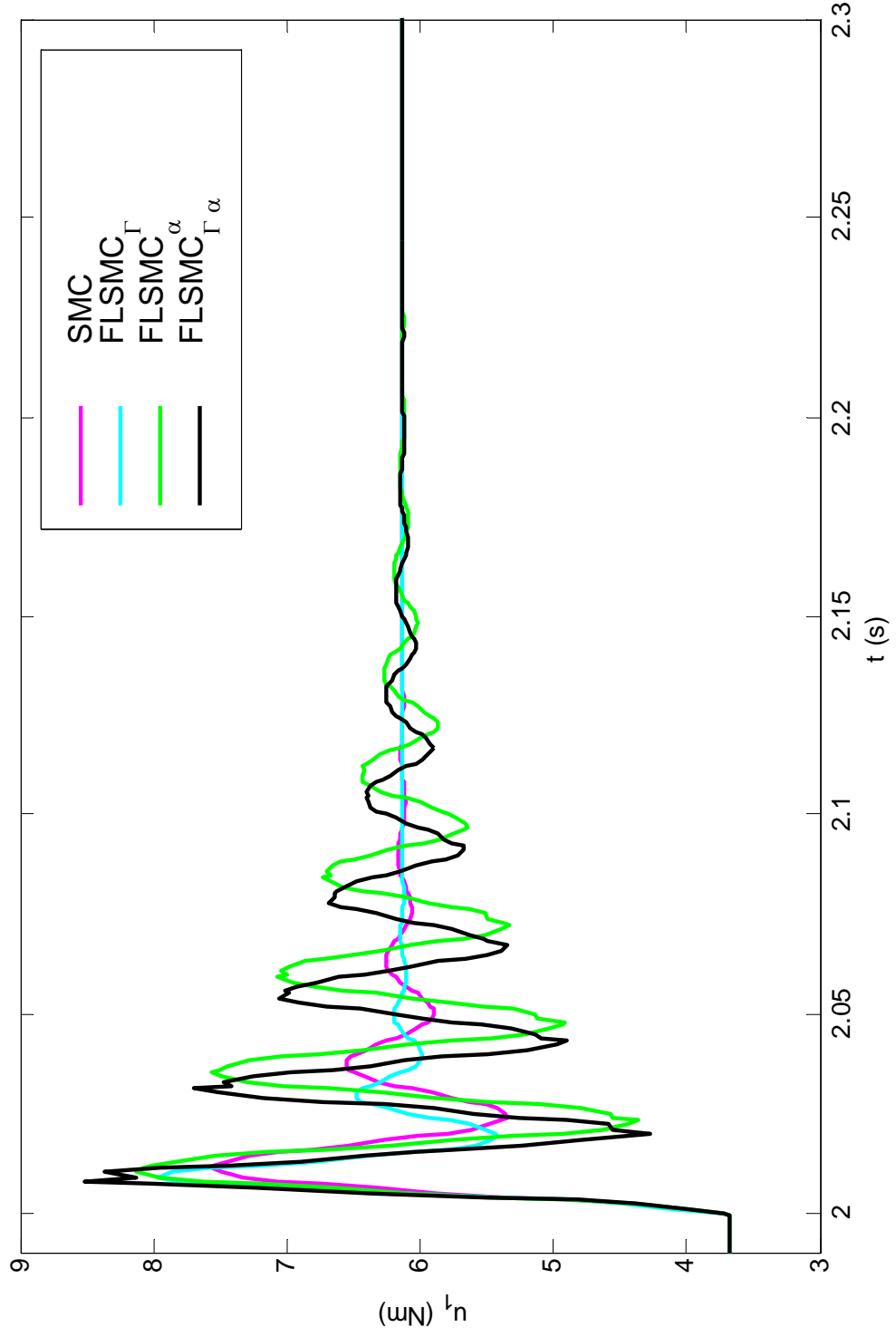
Şekil 4.67 ve Şekil 4.68’de birinci ve ikinci eklem momentinin zamanla değişimi verilmiştir. Şekil 4.67’ye dikkat edilirse kütle ilavesiyle birinci eklem açısında meydana gelen hata değerinin sıfıra çekilebilmesi için kontrol işaretinde bir artışın olduğu görülmektedir. Bu artış PD ve bulanık mantıklı kontrolcüler dışındaki her bir kontrolcü için Şekil 4.69’da daha net bir şekilde gözükmektedir.



Şekil 4.67 Kütle değişiminin olduğu durumda kontrolcülerin birinci eklemler momentlerinin karşılaştırılması



Şekil 4.68 Kütle değişiminin olduğu durumda kontrolcülerin ikinci eklem momentlerinin karşılaştırılması



Şekil 4.69 Kütle değişiminin olduğu durumda birinci eklem momenti grafiği için detaylı gösterim

5. TARTIŞMA VE SONUÇ

Bu tezde önce, kinematik ve dinamik analizi yapılan robota sırasıyla, PD kontrol, Bulanık Mantıklı Kontrol ve Kayan Kipli Kontrol uygulanmıştır. Yapılan simülasyonlar sonucu en düşük yörünge izleme hatasını kayan kipli kontrolcünün verdiği gözlemlenmiştir. Ayrıca her bir kontrolcüye robustluk testi uygulanmış ve sadece Kayan Kipli Kontrolcünün parametrik değişimlerden etkilenmediği görülmüştür.

Sonra üç farklı Bulanık Mantıklı Kayan Kipli Kontrolcü geliştirilmiştir. Birincisinde bulanık mantık ile kayan kipli kontrolcünün kontrol kazancı belirlenmiştir. İkincisinde ise kayma yüzeyinin eğimi bulanık mantık ile belirlenmiştir. Üçüncü kontrolcüde ise ilk iki kontrol yöntemi birleştirilerek hem kontrol kazancı hem de kayma yüzeyinin eğimi bulanık mantık ile belirlenmiştir. Bu üç kontrolcünün de daha önce kullanılan PD kontrolcü, Bulanık Mantıklı kontrolcü ve sabit kontrol kazancı ile sabit kayma yüzeyine sahip kayan kipli kontrolcünden daha iyi olduğu görülmüştür. Geliştirilen bulanık mantıklı kayan kipli kontrolcüler arasında ise en iyi performansa sahip olan kontrolcünün sonuncusu olduğu görülmüştür. Ayrıca geliştirilen kontrolcüye de robustluk testi uygulanmış ve sabit kontrol kazancı ile sabit kayma yüzeyine sahip kayan kipli kontrolcü gibi parametrik değişimlerden etkilenmediği ve başarısının daha yüksek olduğu gözlemlenmiştir.

İlerideki çalışmalarda yapılan çalışmaların fiziksel modeller üzerinde gerçekleşmesi ve başarısı kanıtlanan robust kontrol yöntemlerinin daha ileri robot modellerine uygulanması önerilir.

KAYNAKLAR

1. SCIAVICCO, L. ve SICILIANO, B., 1996, *Modeling and control of robot manipulators*, McGraw-Hill Companies, Inc., Singapore, 0-07-114726-8.
2. GÜROĞLU, S., 2003, İnsansı robotlar, *Bilim ve teknik- Ek: Robotik-1*, 426, 9.
3. ÇAMLICA, F. B. ve ERDEN, A., 2003, Uçan robotlar, , *Bilim ve teknik- Ek: Robotik-1*, 426, 16-17.
4. GÜROĞLU, S., 2003, Sualtı robotları, *Bilim ve teknik- Ek: Robotik-1*, 426, 18-19.
5. OGATA, K., 1990, *Modern control engineering : second edition*, Prentice-Hall International, Inc., USA, 0-13-598731-8.
6. ZHAO, Z. Y., TOMIZUKA, M., ISAKA, S., 1993, Fuzzy gain scheduling of pid controllers, *IEEE transactions on systems, man, and cybernetics*, 23 (5), 1392-1398.
7. SANTOS, M. ve DEXTER, A.L., 2002, Control of a cryogenic process using a fuzzy PID scheduler, *Control engineering practise*, 10 (10),1147-1152.
8. ZADEH, L.A., 1965, Fuzzy sets, *Information and control*, 8, 338-353.
9. MAMDANI, E.H., 1974, Application of fuzzy algorithms for control of simple dynamic plant, *IEEE Proc.*,121 (12), 1585-1588.
10. LEE, J., 1993, On methods for improving performance of PI-type fuzzy logic controllers, *IEEE transactions on fuzzy systems*, 1 (4), 298-301.
11. WOO, Z.W., CHUNG, H.Y., LIN, J.J., 2000, A PID type fuzzy controller with self-tuning scaling factors, *Fuzzy sets and systems*, 115 (2000), 321-326.
12. GÜZELKAYA, M., EKSİN, İ., YEŞİL, E., 2003, Self-tuning of PID-type fuzzy logic controller coefficients via relative rate observer, *Engineering applications of artificial intelligence*, 16 (2003), 227-236.
13. YEŞİL, E., GÜZELKAYA, M., EKSİN, İ., 2004, Self tuning fuzzy PID type load and frequency controller, *Energy conversion and management*, 45 (2004), 377-390.

14. KOLOKOTSA, D., 2003, Comparison of the performance of fuzzy controllers for the management of the indoor environment, *Building and environment*, 38 (2003), 1439-1450.
15. ITKIS, U., 1976, *Control systems of variable structure*, Wiley, New York.
16. UTKIN, V.I., 1977, Variable structure systems with sliding modes, *IEEE transactions on automatic control*, 22, 212-222.
17. EDWARDS, C., SPURGEON, S.K., 1998, *Sliding mode control :Theory and applications*, Taylor & Francis Ltd., UK, 0-7484-0601-8.
18. PALM, R., 1992, Sliding mode fuzzy control, *Proceedings of the IEEE international conference on fuzzy systems*, San Diego, 519-526.
19. PARK, J.H., LEE, Y.J., 2003, Robust visual servoing for motion control of the ball on a plate, *Mechatronics*, 13 (2003), 723-738.
20. YAĞIZ, N., 2000, Alternative approaches in sliding mode control theory, *2nd International Symposium on Mechanical Vibrations*, 25-28 September 2000 Islamabad, Pakistan 94-103.
21. CHEN, L.C. ve CHANG, M.H., 1998, Optimal design of fuzzy sliding-mode control : A comparative study, *Fuzzy sets and systems*, 93 (1), 37-48.
22. CHOI, S.B. ve KIM, J., 1997, A fuzzy-sliding mode controller for robust tracking of robotic manipulators, *Mechatronics*, 7 (2), 199-216.
23. LI, T.H.S. ve SHIEH, M.Y., 2000, Switching-type fuzzy sliding mode control of a cart-pole system, *Mechatronics*, 10 (1-2), 91-109.
24. FUNG, R.F., CHEN, K.W., YEN, J.Y., 1999, Fuzzy sliding mode controlled slider-crank mechanism using a PM synchronous servo motor drive, *International journal of mechanical sciences*, 41 (3), 337-355.
25. YU, F. M., CHUNG, H.Y., CHEN, S.Y., 2003, Fuzzy sliding mode controller design for uncertain time delayed systems with nonlinear input, *Fuzzy sets and systems*, 140 (2), 359-374.
26. LEE, H., KIM, E., KANG, H.J., PARK, M., 2001, A new sliding-mode control with fuzzy boundary layer, *Fuzzy sets and systems*, 120 (1), 135-143.
27. FUNG, R.F., SHAW, C.C., WANG, A.P., 2000, Region-wise linear fuzzy sliding mode control of the motor mechanism systems, *Journal of sound and vibration*, 234 (3), 471-489.
28. CHOI, S. B., CHEONG, C. C., PARK, D. W., 1993, Moving switching surfaces for robust control of second-order variable structure systems, *International journal of control*, 58 (1), 229-245.

29. CHOI, S. B., PARK, D. W., JAYASURIYA, S., 1994, A time-varying sliding surface for fast and robust tracking control of second-order uncertain systems, *Automatica*, 30 (5), 899-904.
30. BARTOSZEWICZ, A., 1995, A comment on “ A time-varying sliding surface for fast and robust tracking control of second-order uncertain systems”, *Automatica*, 31 (12), 1893-1895.
31. ROY, R. G. ve OLGAC, N., 1997, Robust nonlinear control via moving sliding surfaces – n-th order case, *36th Conference on Decision and control*, December 1997 San Diego, California, USA, 943-948.
32. PARK, D. W. ve CHOI, S. B., 1999, Moving sliding surfaces for high-order variable structure systems, *International journal of control*, 72 (11), 960-970.
33. HA, Q.P., RYE, D.C., WHYTE, H.F.D., 1999, Fuzzy moving sliding mode control with application to robotic manipulators, *Automatica*, 35 (4), 607-616.
34. TOKAT, S., EKSİN, İ., GÜZELKAYA, M., 2003, New approaches for on-line tuning of the linear sliding surface slope in sliding mode controllers, *Turk J. Elec. Engin.*, 11 (1), 45-59.
35. GRAIG, J. J., 1989, *Introduction to robotics: mechanics and control-second edition*, Addison-Wesley Publishing Company, Inc., USA, 0-201-09528-9.
36. KUO, B. C., 1995, *Automatic control systems: seventh edition*, Prentice-Hall, Inc., USA, 0-13-304759-8.
37. WOLOVICH, W. A., 1987, *Robotics: Basic analysis and design*, Holt, Reinhart and Winston, New York, 0-03-006119-9.

EKLER

EK - A

Tablo 1 Ters kinematik analizde karşılaşılan bazı denklemler ve çözümleri [37].

Denklem	Çözüm sonucu
$\cos \theta = b$	$\theta = A \tan 2 \left(\frac{\pm \sqrt{1 - b^2}}{b} \right)$
$\sin \theta = a$	$\theta = A \tan 2 \left(\frac{a}{\pm \sqrt{1 - a^2}} \right)$
$\sin \theta = a$ $\cos \theta = b$	$\theta = A \tan 2 \left(\frac{a}{b} \right)$
$a \cos \theta - b \sin \theta = 0$	$\theta = A \tan 2 \left(\frac{a}{b} \right)$ ve, $\theta = A \tan 2 \left(\frac{-a}{-b} \right)$
$\sin \theta \sin \phi = a$ $\cos \theta \sin \phi = b$	$\theta = A \tan 2 \left(\frac{a}{b} \right)$ ve, $\theta = A \tan 2 \left(\frac{-a}{-b} \right)$
$a \cos \theta + b \sin \theta = c$	$\theta = A \tan 2 \left(\frac{b}{a} \right) + A \tan 2 \left(\frac{\pm \sqrt{a^2 + b^2 - c^2}}{c} \right)$
$a \cos \theta - b \sin \theta = c$ $a \sin \theta + b \cos \theta = d$	$\theta = A \tan 2 \left(\frac{ad - bc}{ac + bd} \right)$

EK – B

Robot Parametreleri

$$m_1 = 1 \text{ kg}$$

$$m_2 = 1 \text{ kg}$$

$$L_1 = 0.25 \text{ m}$$

$$L_2 = 0.25 \text{ m}$$

$$b_{t_1} = 0.5 \text{ Nms}$$

$$b_{t_2} = 0.5 \text{ Nms}$$

$$a = \frac{L_1}{2} \text{ m}$$

$$b = \frac{L_2}{2} \text{ m}$$

$$I_1 = \frac{1}{12} m_1 L_1^2 \text{ kgm}^2$$

$$I_2 = \frac{1}{12} m_2 L_2^2 \text{ kgm}^2$$

ÖZGEÇMİŞ

Yüksel Hacıoğlu 1979 yılında Bulgaristan'ın Razgrat kentinde doğdu. Orta öğrenimini Orhan Cemal Fersoy Lisesi'nde tamamladı. 2002 yılında İstanbul Üniversitesi Makina Mühendisliği Bölümü'nden mezun oldu. Aynı yıl İstanbul Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Makina Mühendisliği Anabilim Dalı'nda yüksek lisans öğrenimine başladı. 2002 yılında İstanbul Üniversitesi Makina Mühendisliği Bölümü'nde araştırma görevlisi olarak çalışmaya başladı ve halen burada görev yapmaktadır.