



**İSTANBUL ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

YÜKSEK LİSANS TEZİ

**BOSE-EINSTEIN YOĞUNLAŞMASI İLE LİNEER
SIRALANMIŞ ÇEŞİTLİ POTANSİYEL KUYULARINDAN
MADDE İLETİMİ**

**Yasa EKŞİOĞLU
Fizik Anabilim Dalı
Atom ve Molekül Fiziği Programı**

**Danışman
Prof.Dr. Zehra AKDENİZ**

**II. Danışman
Prof.Dr. M. P. TOSI**

Haziran, 2006

İSTANBUL

Bu çalışma .../.../ 2006 tarihinde aşağıdaki jüri tarafından Fizik Anabilim Dalı. Atom ve Molekül Fiziğı programında Yüksek Lisans Tezi olarak kabul edilmiştir.

Tez Jürisi

Danışman Adı
Prof. Dr. Zehra AKDENİZ
İstanbul Üniversitesi
Fen Fakültesi

Jüri Adı
Doç. Dr. Ayşen E. ÖZEL
İstanbul Üniversitesi
Fen Fakültesi

Jüri Adı
Prof. Dr. Nurten ÖNCAN
İstanbul Üniversitesi
Fen Fakültesi

Jüri Adı
Y. Doç. Dr. Zeynep ÇİÇEK ÖNEM
İstanbul Üniversitesi
Fen Fakültesi

Jüri Adı
Prof. Dr. Hasan TATLIPINAR
Yıldız Teknik Üniversitesi
Fizik Bölümü

ÖNSÖZ

Yüksek Lisans öğrenimim sırasında ve tez çalışmalarım boyunca gösterdiği her türlü destek ve yardımdan dolayı çok değerli hocam Prof. Dr. Zehra AKDENİZ'e, aydınlatıcı ve yönlendirici bilgilerini benden esirgemeyen İstanbul Üniversitesi Fen Fakültesi Fizik Bölümü Başkanı Prof. Dr. K. Gediz AKDENİZ'e en içten dileklerle teşekkür ederim. Tez ikinci danışmanlığımı kabul eden tez çalışmam boyunca beni destekleyen ve yardımlarını esirgemeyen Scuola Normale Superiore (Pisa-İtalya) Öğretim Üyelerinden Prof. Dr. M. P. TOSI'ye ve Dr. Patrizia VIGNOLO'ya teşekkür ederim.

Bana her zaman destek olan Anneme ve Rahmetli Babama teşekkürlerimi sunarım.

Haziran, 2006

Yasa EKŞİOĞLU

İÇİNDEKİLER

ÖNSÖZ	i
İÇİNDEKİLER	ii
ŞEKİL LİSTESİ	iv
SEMBOL LİSTESİ	vi
ÖZET	ix
SUMMARY	x
1. GİRİŞ	1
2. GENEL KISIMLAR	4
2.1. TUZAKLANMIŞ KUANTUM GAZLARI	4
2.1.1. Bose-Einstein Yoğunlaşması.....	5
2.2. LABORATUAR ORTAMINDAKİ YOĞUNLAŞMA.....	8
2.2.1. Manyetik-Optik Tuzak İçinde Lazer ile Soğutma.....	9
2.2.2. Manyetik Tuzak İçinde Buharlaştırarak Soğutma.....	11
2.2.3. Periyodik ve Kuazi Periyodik Örgüde Yoğunlaşma.....	12
2.3. BOSE-EINSTEIN YOĞUNLAŞMASI TEORİSİNİN	
ÖZEL DURUMLARI.....	14
2.3.1. Harmonik Tuzak İçindeki Yoğunlaşma.....	15
2.3.2. Optik Örgü İçindeki Yoğunlaşma.....	16
2.3.2.1. Tek Boyutlu Örgüde Temel Seviye ve Uyarılmış Durumlar.....	16
2.3.2.2. Bir Boyutlu Örgüde Kuazi-Klasik İletim.....	18
2.3.2.3. Yerçekimi Etkisi Altında Uyumlu Damla (Drop) Emisyonu.....	19
2.3.2.4. Josephson Tipi Salınımlar.....	20
2.3.2.5. Bose-Hubbard Modeli	21

3. MALZEME VE YÖNTEM.....	23
3.1. BİR BOYUTLU PERİYODİK VE KUAZİ PERİYODİK YAPILAR ÜZERİNDEN YOĞUNLAŞMANIN GEÇİRGENLİĞİ (TRANSMITTIVITY)....	23
3.1.1. ⁴⁰ K ve ⁸⁷ Rb Karışım Sisteminin Modellenmesi.....	25
3.1.2. Green Fonksiyonu Yaklaşıklığı.....	31
4. BULGULAR.....	37
4.1. GEÇİRGENLİK ÜZERİNE ALINAN NÜMERİK SONUÇLAR.....	37
4.1.1. Tek Periyotlu Örgüde Yoğunlaşma.....	41
4.1.2. İki Periyotlu Örgüde Yoğunlaşma.....	42
4.1.3. Düzensizlik Etkisinde Örgüdeki Yoğunlaşma.....	45
4.1.4. Kuazi Periyodik Örgüdeki Yoğunlaşma.....	48
4.1.5. Kuazi Periyodik Örgüdeki Yoğunlaşmanın Fibonacci Serisine Bağlılığı.....	51
5. TARTIŞMA VE SONUÇ.....	58
6. KAYNAKLAR	61
7. EKLER	65
EK-A. KUAZİ KRİSTALLERİN KONU İLE İLGİLİ BAZI ÖZELLİKLERİ..	65
A.1. Bir Boyutlu Kuazi Kristal	65
A. 2. Fibonacci Örgüsü ve Kuazi Periyot	65
A. 3. Kuazi Periyot ve Projeksiyon Methodu	67
8. ÖZGEÇMİŞ	68

ŞEKİL LİSTESİ

Şekil 2.1	: Yoğunlaşma Kriteri.....	7
Şekil 2.2	: Bozonik yapıdaki atom bulutunun sırasıyla 400, 200, 50 nano Kelvin Sıcaklığındaki yoğunluk profilleri.....	8
Şekil 2.3	: Lazer ile Soğutma Konfigürasyonu.....	9
Şekil 2.4	: Optik Melas için Şematik Lazer Konfigürasyonu.....	10
Şekil 2.5	: Manyetik Optik Tuzak (MOT) Düzeneği.....	10
Şekil 2.6	: Buharlaştırarak Soğutma Konfigürasyonu.....	12
Şekil 2.7	: Tek periyotlu optik örgü ve içindeki yoğunlaşma.....	13
Şekil 2.8	: İki periyotlu optik örgü ve içindeki yoğunlaşma.....	13
Şekil 2.9	: Lazerler ile oluşturulan Fibonacci konfigürasyonu ve Fibonacci serisi için Projeksiyon metodu konfigürasyonu.....	14
Şekil 3.1	: Fermiyon içermeyen ve içeren siteler ile verilen tek boyuttaki yoğunlaşmanın sıkı-bağlılık Hamilton fonksiyonu şematik sunumu...28	
Şekil 3.2	: Sisteme bağlanan geliş ve çıkış levhaları konfigürasyonu.....	30
Şekil 3.3	: Levhaların Hamilton fonksiyonu ifadesi (H_0), örgünün Hamilton fonksiyonu ifadesi (H_I) ve Etkin Hamilton fonksiyonu ifadesi (\tilde{H}_I) ile oluşturulan sistemin ($H = H_0 + H_I$)Hamilton fonksiyonu şematik sunumu.....	32
Şekil 4.1	: Bozon dalga paketinin hareket konfigürasyonu.....	40
Şekil 4.2	: Bozon dalga paketinin hareket konfigürasyonu.....	40
Şekil 4.3	: Potansiyel kuyusu başına bir fermiyon durumu, geçirgenlik-ivme grafik sunumu.....	41
Şekil 4.4	: Potansiyel kuyusunun yarısı kadar fermiyonun düzenli dağılımı durumu sonucu birinci bant çıkışı için sırası ile geçirgenlik-ivme ve geçirgenlik- Bloch salınım periyodu grafik sunumları.....	43
Şekil 4.5	: Potansiyel kuyusunun yarısı kadar fermiyonun düzenli dağılımı durumu sonucu ikinci bant çıkışı için sırası ile geçirgenlik-ivme ve geçirgenlik- Bloch salınım periyodu grafik sunumları.....	44
Şekil 4.6	: Potansiyel kuyusunun yarısı kadar fermiyonun düzensiz dağılımı durumu sonucu birinci bant çıkışı için sırası ile geçirgenlik-ivme ve geçirgenlik- Bloch salınım periyodu grafik sunumları.....	46
Şekil 4.7	: Potansiyel kuyusunun yarısı kadar fermiyonun düzensiz dağılımı durumu sonucu ikinci bant çıkışı için sırası ile geçirgenlik-ivme ve geçirgenlik- Bloch salınım periyodu grafik sunumları.....	47
Şekil 4.8	: Fermiyon dağılımı Fibonacci serisi durumunda birinci bant çıkışı için sırası ile geçirgenlik-ivme ve geçirgenlik- Bloch salınım periyodu grafik sunumları.....	49
Şekil 4.9	: Fermiyon dağılımı Fibonacci serisi durumunda ikinci bant çıkışı için sırası ile geçirgenlik-ivme ve geçirgenlik- Bloch salınım periyodu grafik sunumları.....	50

Şekil 4.10	: Potansiyel kuyusu başına bir fermiyon durumu, geçirgenlik-ivme grafik sunumu.....	51
Şekil 4.11	: Potansiyel kuyusu sayısının yarısı kadar fermiyonun düzenli dağılımı sonucu birinci bant çıkışı için sırası ile geçirgenlik-ivme ve geçirgenlik- Bloch salınım periyodu grafik sunumları.....	52
Şekil 4.12	: Potansiyel kuyusu sayısının yarısı kadar fermiyonun düzenli dağılımı sonucu ikinci bant çıkışı için sırası ile geçirgenlik-ivme ve geçirgenlik- Bloch salınım periyodu grafik sunumları.....	53
Şekil 4.13	: Potansiyel kuyusu sayısının yarısı kadar fermiyonun düzensiz dağılımı sonucu birinci bant çıkışı için sırası ile geçirgenlik-ivme ve geçirgenlik- Bloch salınım periyodu grafik sunumları.....	54
Şekil 4.14	: Potansiyel kuyusu sayısının yarısı kadar fermiyonun düzensiz dağılımı sonucu ikinci bant çıkışı için sırası ile geçirgenlik-ivme ve geçirgenlik- Bloch salınım periyodu grafik sunumları.....	55
Şekil 4.15	: Fermiyon dağılımı Fibonacci serisi durumunda birinci bant çıkışı için sırası ile geçirgenlik-ivme ve geçirgenlik- Bloch salınım periyodu grafik sunumları.....	56
Şekil 4.16	: Fermiyon dağılımı Fibonacci serisi durumunda ikinci bant çıkışı için sırası ile geçirgenlik-ivme ve geçirgenlik- Bloch salınım periyodu grafik sunumları.....	57

SEMBOL LİSTESİ

$n(k)$: momentum dağılımı
β	: Boltzmann sabiti
ε_k	: kinetik enerji
μ	: kimyasal potansiyel
\hbar	: Planck sabiti
k	: dalga sayısı
m	: gaz atomunun kütlesi
T	: sıcaklık
λ_{dB}	: de Broglie sabiti
ρ	: yoğunluk
n_0	: yoğunlaşan atomlar için parçacık sayısı
n	: tüm atomlar (yoğunlaşan ve henüz yoğunlaşmamış) için parçacık sayısı
T_k	: kritik sıcaklık
E_0	: lazerin elektrik alanı
ω	: lazerin açısal frekansı
β'	: görelî genlik
$U(z)$: lazer potansiyeli
V_{uzak}	: tuzak potansiyeli
M	: kütle
r_{\perp}	: radyal koordinat
ω_{\perp}	: eksenel frekans
λ'	: anizotropi parametresi
$\Psi(r)$: yoğunlaşma dalga fonksiyonu
g	: atomlar arası etkileşme parametresi
a	: saçılma uzunluğu
N_p	: toplam parçacık sayısı
Z_{jq}^{\pm}	: Bloch orbitalleri
u_{ij}	: Bogoliubov genlikleri
v_{ij}	: Bogoliubov genlikleri
d	: iki örgü sitesi arası uzaklık
N	: site sayısı
ω_{0q}^+	: Wannier fonksiyonları
σ	: yoğunlaşma dalga fonksiyonunun uzaysal dağılım genişliği
$f_0(k)$: en düşük seviyedeki bandın fourier dönüşüm ifadesi
$q(t)$: kuazi momentum

\bar{p}	: momentum operatörü beklenen değeri
$F(t)$: kuvvet
T_B	: Bloch salınım periyodu
A	: genlik
J_n	: Bessel fonksiyonları
ν_B	: Bloch salınım frekansı
a_{ho}	: harmonik salıncı uzunluğu
\hat{a}_i^{\dagger}	: i. sitedeki yaratma operatörü
\hat{a}_j	: i. sitedeki yok etme operatörü
U	: iteleme potansiyeli
\hat{n}_i	: sitenin işgal operatörü
t	: ilk komşuluk hoplama matris elemanı
\mathcal{E}_i	: site enerjisi (Bose-Hubbard Hamilton Fonksiyonu içindeki)
U_{Rb_b}	: ^{87}Rb atomu için örgü potansiyeli
U_K	: ^{40}K atomu için örgü potansiyeli potansiyeli
$\Omega_{K,Rb}$: Rabi frekansı
$\delta_{K,Rb}$: lazerin ayar bozma ifadesi
k	: dalga sayısı
$d_{K,Rb}$: atom dipolü
λ	: dalga boyu
Γ_K	: ^{40}K atomu için doğal genişlik
Γ_{Rb}	: ^{87}Rb atomu için doğal genişlik
H_I	: sıkı-bağlılık Bose-Hubbard Hamilton fonksiyonu
E_i	: site enerjisi
γ_i	: hoplama enerjisi
$\phi_i(z)$: i. potansiyel kuyusundaki bir boyutlu yoğunlaşma dalga fonksiyonu
n_f	: fermiyon yoğunluğu
m_{Rb}	: ^{87}Rb atomunun kütlesi
a	: ivme
C_{R_b}	: harmonik tuzak potansiyeli
g_{bb}	: bozon-bozon etkileşme gücü
g_{bf}	: bozon-fermiyon etkileşme gücü
a_{bf}	: bozon-fermiyon saçılma uzunluğu
a_{bb}	: bozon-bozon saçılma uzunluğu
γ_L	: sisteme bağlanan levhaların bant genişliği
E_L^g	: geliş levhası enerjisi
E_L^c	: çıkış levhası enerjisi
$\phi_g^k(z)$: sisteme gelen parçacıkların dalga fonksiyonu

τ	: tünellenme zamanı
$\phi_{\xi}^{\tilde{k}}(z)$: sistemden çıkan parçacıkların dalga fonksiyonu
Ω^+	: operatör
Π	: operatör
\tilde{k}	: dalga sayısı
$G^0(E)$: Green fonksiyonu
$T(E)$: saçılma matrisi
H_0	: vakumdaki parçacıkların Hamilton fonksiyonu ifadesi
N_{ξ}	: sistemden çıkan parçacıkların sayısı
u_k	: Bloch potansiyeli
\tilde{H}_I	: etkin Hamilton fonksiyonu ifadesi
v_g	: ortama gelen dalga fonksiyonlarının hızı
v_{ξ}	: ortamdan çıkan dalga fonksiyonlarının hızı
N_b	: bozonların sayısı
N_f	: fermiyonların sayısı
j	: akım
$\mu_{1,2}$: sarnıçların kimyasal potansiyelleri
$\Delta\mu$: kimyasal potansiyel farkı
N_{damla}	: damlalar halinde örgüden ayrılan bozonların sayısı
v_B	: Bloch salınım frekansı
τ'	: altın oran
v_L	: baskın harf frekansı

ÖZET :

BOSE-EINSTEIN YOĞUNLAŞMASI İLE LİNEER SIRALANMIŞ ÇEŞİTLİ POTANSİYEL KUYULARINDAN MADDE İLETİMİ

Bu tez çalışmasında, çeşitli tiplerdeki doğrusal olarak sıralanmış potansiyel kuyuları üzerinden sabit kuvvete maruz kalan Bose-Einstein yoğunlaşmasının iletimi üzerine yapılan çalışmalar incelenmiştir. Sistem, bir boyutta Bose-Hubbard sıkı-bağlılık Hamilton fonsiyonu ile verilir. Sabit kuvvete maruz kalan yoğunlaşmanın, parçacık akımı ise Green fonksiyonları yaklaşıklığı altında hesaplanmıştır. Yoğunlaşmış bozonik atomların geçirgenliği, fermiyonların potansiyel kuyularındaki çeşitli dağılımlarına göre alınmıştır. Geçirgenliğin minimum değerlerinde, sistem içindeki bozonik dalga paketleri arasında maksimum girişim gözlenmiştir.

SUMMARY :

THE TRANSPORT OF MATTER THROUGH A BOSE-EINSTEIN CONDENSATE IN VARIOUS LINEAR ARRAYS OF POTENTIAL WELLS

In the present thesis, the works on the transport of matter that subjected to a constant force, through various types of potential wells were investigated. The system is treated within a Bose-Hubbard tight-binding Hamiltonian. The particle current subjected to constant force is evaluated by Green's functions approach. The transmittivity of condensate atoms are taken according to the various distribution of fermions in a potential wells. The maximum interference between the bosonic wave packets is observed when the transmittivity of condensate atoms is minimum.

1. GİRİŞ:

Aşırı soğuk alkali atom buharlarının Bose-Einstein yoğunlaşması, deneysel olarak 1995 yılında gerçekleştirilmiştir. Bu deneyle, kuantum gazlarının hem manyetik tuzaklar hem de optik örgüler içindeki (örn : lazerlerin girişimleri ile oluşturulan sıralı potansiyel kuyuları) davranışları araştırılabilmektedir. Uyumlu kuantum parçacıklar topluluğunun incelenmesi, atom optiği çalışmalarına ve kuantum fenomenlerinin temel hesaplamalarına tümüyle yeni görüşler getirmiştir.

Bose-Einstein yoğunlaşması uygulamaları için gerekli bilgi ve deneysel olanaklar, 1995 yılından bu yana hızlı bir şekilde artmıştır. 2000 yılına kadar geçen zaman içerisinde yapılan çalışmalarda Bose-Einstein yoğunlaşması tamamen karakterize edilmiştir. Özellikle, optik örgü içindeki yoğunlaşma ve tuzaklanmış yoğunlaşma içindeki girdaplar (vortex) üzerine yapılan çalışmalar, bu konuya olan ilgiyi her gün daha da artırmıştır. Aynı zamanda fermiyonik yapıdaki atom gazlarının tuzaklanması üzerine de birçok deneysel ve teorik çalışmalar yapılmıştır. Bu araştırmalardaki amaç Fermi akışkanlarını anlamak, Barden-Cooper-Schrieffer çifti arasındaki rejimi ve güçlü bağlı fermiyon çiftlerinden oluşan molekülün yoğunlaşmasını araştırmaktır.

Bu tez çalışması Mario Tosi, Patrizia Vignolo, Pablo Capuzzi ve Zehra Akdeniz'den oluşan grubun Bose-Einstein yoğun maddesinin hem periyodik hem de kuazi-periyodik (Fibonacci) sıralanmış potansiyel kuyularından iletimi üzerine yaptıkları bir seri çalışmaların yanı sıra bu çalışmalara bağlı olarak 2003-2004 yıllarında bu grupta Scuola Normale Superiore (SNS) Pisa -İtalya'da yaptığımız ortak çalışmalarını içermektedir.

Ayrıca bu tezde, SNS'de yapılan bu ortak çalışmalara ek olarak, kuazi-periyodik sıralanmış potansiyel kuyularının site sayısı 246'dan 390'a genişletilmesi durumunda

Bose-Einstein yoğun maddesi iletiminde Fibonacci dizisine bağlı olarak ortaya çıkan değişiklikler incelenecektir. Bu tezin bir diğer önemli amacı da Türkiye’de ileride bu konuda yapılacak olan tez çalışmalarına Türkçe bir kaynak olarak katkıda bulunma düşüncesidir.

Tezimizin anlaşılmasını kolaylaştırmak amacı ile 2. Genel Kısımlar bölümünde, yoğunlaşmış atomik kuantum gazlarının konu ile ilgili fiziksel özellikleri, Bose-Einstein yoğunlaşması fenomeni, maddenin bu yeni halini elde edebilmek için gerekli laboratuvar teknikleri, yoğunlaşmanın optik örgüdeki davranışı (temel seviye için Gross-Pitaevskii Denklemi (GPD) ifadesi, atomik maddenin periyodik sıralanmış potansiyel kuyularından yarı klasik olarak iletiminin teorisi, yerçekimi kuvveti etkisinde damlalar halindeki maddenin uyumlu salınımlarının gözlenmesi, hem sabit hem de harmonik kuvvet etkisinde Josephson teorisinin ele alınması) açıklanacaktır. İkinci bölüm çalışmalarımızın teorik hesaplarının ele alındığı Bose-Hubbard Hamilton fonksiyonu’nun kısa bir tanımı ile sonlanacaktır.

Potansiyel kuyularının sıralanmaları, deneysel olarak uygun lazer düzenekleri yardımı ile sağlanmaktadır. Bu bağlamda, bu tez çalışmasında deneysel olarak Floransa’daki European Laboratory for Non-linear Spectroscopy (LENS)’de Prof. M. Inguscio ve grubunun yaygın bir biçimde çalıştığı, fermiyonik yapıdaki ^{40}K ve bozonik yapıdaki ^{87}Rb atomlarının karışımına odaklanılmıştır. Bu nedenle tezimizin 3. Malzeme ve Yöntem bölümünde bu tip sistemler için madde iletimini hesaplamakta kullanılan, ilk zamanlarda katı hal yapısında elektron iletimi araştırmalarında başarılı sonuçlar veren “Green Fonksiyonu Yaklaşıklığı”na dayalı teorik teknikten bahsedilmiştir. Ayrıca 3. Bölüm doğrusal sıralanmış periyodik ve kuazi-periyodik potansiyel kuyularından yoğunlaşmış atomun iletimi ile ilgili çalışmamızda elde ettiğimiz sonuçları da içermektedir. Bu bölümde sonuçlarımız, dört farklı tipteki potansiyel kuyusu sıralanmaları için sunulacaktır. Bu sıralanmalar sırası ile tek periyotlu, iki periyotlu, düzensiz ve Fibonacci dizilimi ile elde edilen kuazi periyotlu şeklinde olacaktır. Ayrıca Fibonacci dağılımı için ortaya çıkan sonuçları daha iyi anlayabilmek için, site (parçacıkların uzaysal olarak kapsadığı yer) sayısı 390’a genişletilmiştir.

Bu tezin Bulgular bölümünü oluşturan 4. Bölümde; tek periyotlu, iki periyotlu, düzensiz, kuazi-periyodik sıralanmış potansiyel kuyularından madde iletimini incelemek amacıyla bu dört durum için ayrı ayrı geçirgenlik-ivme, geçirgenlik-Bloch salınım periyodu grafikleri verilmiştir. Bu grafikler alınırken hangi verilerden yararlanıldığı da verilmektedir. Her bir grafik için iki kritik noktadan alınan çıkışlara bakılmıştır. Bu bölümde, bu kritik noktaların neden seçildiği, neye göre alındığı hakkında bilgi verilmektedir. Geçirgenliğin ivme ile olan değişimi tek periyotlu durum için monoton bir artış verirken diğer üç durum için grafiklerde maksimum sivrilikler gözlenmektedir.

Geçirgenliğin Bloch salınım periyodu ile olan değişimlerine bakarak sistemdeki parçacıkların davranışı hakkında bilgi edinilebilmektedir. Ayrıca bu bölümde SNS grubu ile kuazi-periyodik sıralanmayı daha iyi anlayabilmek amacı ile site sayısını artırarak geçirgenlik-ivme, geçirgenlik- Bloch salınım periyodu grafikleri yine iki kritik noktaya bakılarak incelenmiş ve diğer çıkışlar ile karşılaştırılmıştır.

Bu tezin Tartışma ve Sonuç bölümünü oluşturan 5. Bölüm'de, LENS'de alınan verilerden yararlanılarak fermiyonik yapıdaki ^{40}K ve bozonik yapıdaki ^{87}Rb atomlarının oluşturduğu karışım sistemindeki fermiyonların, dört farklı şekilde dağılımları sonucu bozonların, lazerler yardımı ile oluşturulan optik örgüden iletimleri üzerine elde edilen grafikler hakkında yorumlar bulunmaktadır. Bunun için bir boyutta sıkı-bağlılık Bose-Hubbard Hamilton fonksiyonu kullanılmıştır. Ayrıca uygulanan sabit dış kuvvet etkisi altındaki bozonların hareketi Green fonksiyonu yaklaşıklığı altında incelenmiştir. 5. Bölüm'de ayrıca tez çalışmasının hangi evrelerden geçtiği konusunda kısa bir özet verilmiştir. Bulgular kısmında yer alan tek periyotlu, iki periyotlu, düzensiz, kuazi-periyodik sistemler için elde edilen sonuçlar ile ilgili yapılan değerlendirmeleri de içeren bir özet verilmiştir.

Ekler bölümünde, kuazi-periyodik sistemlerin daha kolay anlaşılabilmesi için tezimizde yer verdiğimiz kadarı için açıklayıcı bilgiler sunulmaktadır.

2. GENEL KISIMLAR

2. 1. TUZAKLANMIŞ KUANTUM GAZLARI :

Son yıllarda atom fiziği ve kuantum optiğinde elde edilen hızlı gelişmelerden sonra atomları aşırı düşük sıcaklıklara soğutabilmek mümkün hale gelmiştir. Düşük sıcaklıklara soğutulabilen sistemlerin davranışları klasik karşılıklarından farklı olmaktadır. Buna örnek vermek istersek, nano-Kelvin derecesi kadar düşük sıcaklıklarda atomun kuantum mekaniksel dalga boyu uzunluğu bir mikrona kadar çıkabilmekte ve bu da normal atomik davranışları büyük ölçüde değiştirmektedir. Bu rejim içerisinde atomlar klasik parçacıklar olarak ele alınamaz ve onların kuantum doğası hesaba katılmalıdır. Bu gelişmelerdeki en çarpıcı olay, 1995 yılında Bose-Einstein Yoğunlaşması (BEY)'in deneysel olarak elde edilmesidir. Bu deney ilk rubidyum, sodyum, lityum atomları ile gerçekleştirilmiş, bu da kuantum fenomenini makroskobik boyutlarda araştırma olanağı sunmuştur. Aşırı soğuk gaz atomları üzerine çalışırken özellikle parçacıklar arası etkileşmelerin oldukça zayıf ve atomik gazın seyreltik olması, bu sistemleri çekici kılmaktadır.

Seyreltik sıkıştırılabilir yoğunlaşmış sistemler, homojen olmayan tuzak potansiyelleri tarafından bir arada tutulabilir. Tuzaklanmış dejenere gaz atomları, kuantum mekaniksel etkilerin ele alınması ve çalışılmasına olanak verir. Tuzaklanmış yoğunlaşma üzerine lazerler göndererek oluşturulan optik örgüler, özellikle kuantum gazlarının özel durumlarını çalışmak açısından oldukça kullanışlıdır. Bu noktada katı hal fiziği ve güçlü etkileşen akışkanlar ile sıkı bir iletişim vardır.

Bu bölümde sırasıyla, Bose-Einstein yoğunlaşması fenomeni, atomların soğutulması ve tuzaklanması, harmonik tuzak içindeki yoğunlaşma, optik örgü içinde uygulanan kuvvet etkisindeki yoğunlaşma davranışı ele alınacaktır.

2.1.1 Bose-Einstein Yoğunlaşması :

1920'li yılların başında Hindistan'da çalışmakta olan Satyendra Nath Bose, ışığın kuantaya ya da fotonlar olarak isimlendirilen kesikli (discrete) enerji paketleri olarak davranabileceği düşüncesini ortaya attı. Fotonlar ile ilgilenirken iki fotonun özdeş tutulup, tutulamayacağı konusunda belli kurallar tayin etti ancak bu çalışmasını yayınlamakta problemler yaşadığı için yapmış olduğu çalışmalarını ünlü fizikçi Albert Einstein'a gönderdi.

Bose'un boşluk içinde termal dengedeki foton gazının statiksel dağılım fonksiyonu için Planck'ın formülüne yaptığı yorumun hemen ardından [1], Einstein Bose'un çalışmasını gaz tanecikleri üzerine genişleterek Bose-Einstein Yoğunlaşması (BEY) olayının ilk haberlerini vermiş oldu [2].

Özdeş Bose parçacıklarının aynı kuantum durumunda bulunmaları konusunda bir kısıtlama yoktur, makroskopik kutu içindeki ideal bozon gazları sıfır sıcaklıkta yoğunlaşarak hepsi aynı sıfır momentumlu kuantum durumunu yani temel seviyeyi işgal edebilir. Parçacıkların aynı kuantum durumunu makroskopik işgali, sonlu sıcaklıklarda başlar ve makroskopik dalga fonksiyonu oluşur.

T sıcaklığındaki m kütleli etkileşmeyen bozonların ε_k enerji seviyesini işgal sayıları

$$n(k) = \exp[\beta(\varepsilon_k - \mu) - 1]^{-1} \quad (2.1)$$

bağıntısındaki ile verilir. Burada $\varepsilon_k = \frac{(\hbar k)^2}{2m}$ kinetik enerjiyi, μ kimyasal potansiyeli,

$\beta = \frac{1}{k_B T}$ ve k_B Boltzmann sabitini belirtir.

Parçacık sayısı yoğunluğunun ρ , termal De Broglie dalga boyunun $\lambda_{dB} = \sqrt{\frac{2\pi\hbar^2}{mk_B T}}$ ile verildiği ($\frac{2\pi\hbar}{\lambda_{dB}}$ kinetik enerji ile termal enerjisi birbirine eşit olan bir parçacığın momentum ifadesi olmak üzere) bu durum

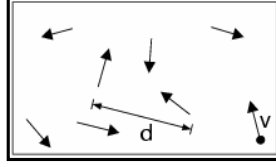
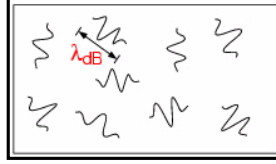
$$\rho \lambda_{dB}^3 I_{kritik} = 2.612 \quad (2.2)$$

dir. Dalga boyunun sıcaklık ile ters orantılı olduğu $\lambda_{dB} = \sqrt{\frac{2\pi\hbar^2}{mk_B T}}$ bağıntısından kolayca görülebilmektedir [3]. Sistem sıcaklığı düşürülmeye başlandığında, parçacıkları temsil eden De Broglie dalga boyu büyüklüğü artmaktadır. Bir T_K kritik sıcaklığında dalga paketlerinin süper pozisyonu başlar ve sıcaklık, T , azaldıkça devam eder.

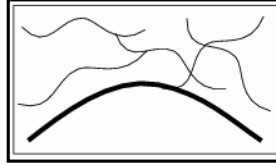
Yoğunlaşmış kesim n_0 ile sistemdeki tüm parçacık sayısı (yoğunlaşan ve henüz termal olan kısım) ise n ile ifade edilir. Bunların oranının ifadesi olan $\frac{n_0}{n}$, $T \leq T_K$ sıcaklığında $\lambda_{dB} \propto T^{-\frac{1}{2}}$ için

$$\frac{n_0}{n} = 1 - \left(\frac{T}{T_K} \right)^{\frac{3}{2}} \quad (2.3)$$

dir. Burada sıcaklık sıfıra yaklaşırken ($T \rightarrow 0$, $\frac{n_0}{n} = 1$), $n_0 = n$ eşitliğini verir. Bu durum, BEY'in gerçekleştiği nano Kelvin düşüklüğündeki sıcaklıklarda tüm parçacıkların aynı temel seviyeyi işgal ettiğini gösterir. Farklı sıcaklıklardaki yoğunlaşma kriteri Şekil 2.1' de açıklanmıştır.

Yüksek T sıcaklığında ideal gaz atomları

Düşük T sıcaklığında $\lambda_{dB} = \frac{h}{mv} \propto T^{-1/2}$



$$T = T_K, \text{ BEY } \lambda_{dB} \approx d$$

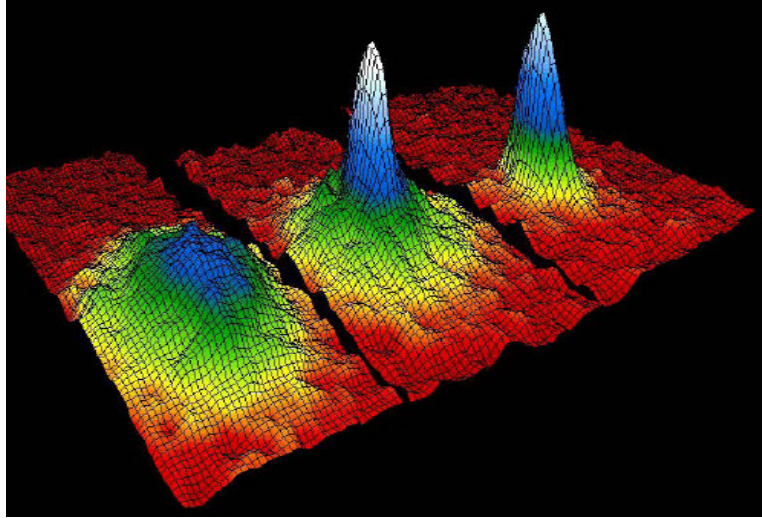
Şekil 2.1: Yoğunlaşma Kriteri

Yukarıda verilen yoğunlaşma kriteri, bize gaz atomlarının BEY'i nasıl oluşturduğunu açıklamaktadır. İlk şekil'e bakacak olursak, yüksek sıcaklıklarda atomlar bilardo topları görüntüsündedir ve ideal gaz atomları serbestçe hareket eder. İkinci şekilde daha önceden de açıklandığı gibi atomun De Broglie dalga boyu ile sıcaklık ters orantılı olduğundan [3] sıcaklık azaldıkça atomların dalga karakteri öne çıkar ve De Broglie dalga boyu ile temsil edilmeye başlarlar. En sondaki şekil ise atomlar arası uzaklık d ile atomların De Broglie dalga boyu λ_{dB} 'nin karşılaştırılabilir hale geldiği ve bir T_K kritik sıcaklığında BEY'in ortaya çıktığını, sıcaklık sıfıra yaklaştıkça termal bulutun yerini saf bozon yoğunlaşmasına bıraktığını göstermektedir.

Einstein'ın gazlar için öne sürdüğü BEY kavramının anlaşılması 70 yıl kadar sürmüştür. İlk olarak bu olay deneysel olarak, 1995 yılında JILA'dan [4] (Joint Institute for Laboratory Astrophysics) Cornell ve Wiemann ile onlarla eş zamanlı olarak MIT'den (Massachusetts Institute of Technology) Ketterle, Rice Üniversitesinden R. Hulet ve

grubu tarafından gözlemlendi. Bu çalışmalarından ötürü Ketterle, Cornell ve Wiemann 2001 yılında Nobel ödülünü kazandılar (Şekil 2.2) [5].

Boulder ve MIT grubu ile Houston Rice Üniversitesindeki grubun, bu kuantum olayını oluşturmak ve gözlemek amacıyla teknikler geliştirmeleri sonucu bu yoğunlaşmış gazın termodinamik ve dinamik özelliklerini anlamak için hızlı gelişmeler sağlandı. Atomların aşırı düşük sıcaklıklara soğutulması, lazerler ve manyetik alan yardımı ile atomların soğutulmuş tuzaklanması ve bunu takiben buharlaştırarak soğutma (bak Kısım 2.2) yöntemleri ile sağlanmaktadır.



Şekil 2.2: Bozonik yapıdaki atom bulutunun sırasıyla 400, 200 ve 50 nano Kelvin sıcaklığındaki yoğunluk profilleri. (Cornell, Wiemann, Ketterle 2001 Nobel Ödülü)

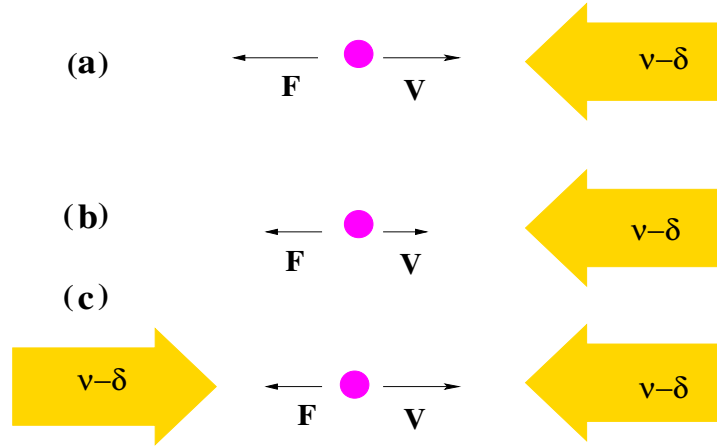
2.2 LABORATUAR ORTAMINDAKİ YOĞUNLAŞMA :

Bu kısımda, BEY'in deneysel olarak elde edilebilmesi için gaz atomlarının nasıl soğutulduklarından ve bunun için sırasıyla hangi işlemlerin gerçekleştirildiğinden bahsedilecektir. Atomların manyetik tuzak içerisinde lazerler yardımı ile soğutulması ve tuzaklanması daha sonra da manyetik tuzak içinde buharlaştırarak soğutma teknikleri açıklanacaktır. Buna ek olarak, laboratuvar ortamında optik örgülerin nasıl oluşturuldukları anlatılacaktır.

2.2.1 Manyetik-Optik Tuzak İçinde Lazer ile Soğutma :

Lazer ile soğutma kavramı 1968 yılında Letokhov [6], 1970’de Ashkin [7] ile onlardan bağımsız olarak 1975’de Hansch, Schlawlow [8], Wineland ve Dehmelt [9] tarafından ortaya atıldı.

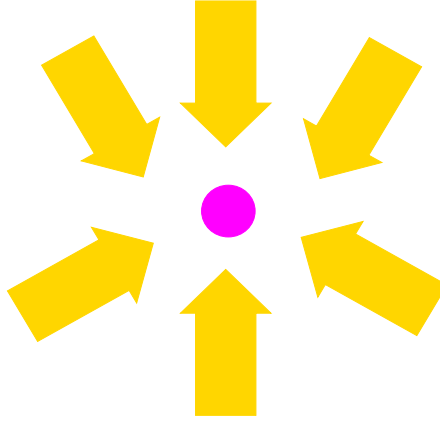
Lazer ile soğutmadaki amaç, foton-atom saçılmasında ‘‘Doppler etkisini’’ kullanarak atomların ortalama hızlarını düşürmek ve bu yolla onların sıcaklığını azaltmaktır (Şekil 2.3).



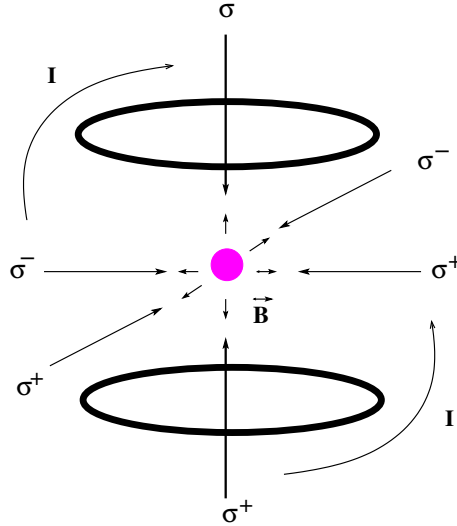
Şekil 2.3 : Lazer ile soğutma konfigürasyonu (a) Lazere karşı V hızı ile ilerleyen atom, Doppler genişlemesinden ötürü lazeri kendisi ile aynı frekansta algılar (kızıl-ayar) ve fotonları soğurur. Kendiliğinden salınım sayesinde soğurduğu fotonları rasgele yönlerde salar, atomun lazer yönündeki ortalama hızı azalır. (b) Lazer yönünde atomun V hızı ve buna bağlı olarak F sürtünme kuvveti de büyür. (c) İki tane karşılıklı yerleştirilmiş lazer (counterpropagating) arasında hareket eden atom zıt yönde ilerlerse de F sürtünme kuvvetini algılar ve bir boyutta atomun hareketi bastırılır.

1987 yılında Raab [10], tarafından lazer ortamına eklenen homojen olmayan manyetik alan ile Manyetik Optik Tuzak (MOT) oluşturuldu. MOT, soğuk atomlar üzerine yapılan deneylerde kullanılan en yaygın düzeneklerdendir (Şekil 2.4). Lazer ile soğutma düzeneğinde atomlar hapsedilemez sadece ortalama hızları düşürülür. MOT’un önemi burada yatmaktadır, atomların soğutulması yanında ortamda tutulması da gereklidir. MOT, atomlar üzerine konuma bağlı bir kuvvet uygulayarak uzayın belli bir kısmında bu soğuk atom bulutunu bir arada tutabilir. Manyetik alan ile etkileşen atomlar, Zeeman yarılmasına maruz kalır.

Atomlar, manyetik alanın sıfır olduğu tuzak merkezine doğru geri çağırıcı bir kuvvet algırlar. Homojen olmayan manyetik alan ve altı tane lazer ile oluşturulan MOT düzeneği Şekil 2.5 de görülebilir. Üç çift lazer kullanılarak atomun hareketi her yönde yavaşlatılabilir (Şekil 2.4).



Şekil 2.4: Optik Melas için şematik lazer konfigürasyonu. Lazerler altı farklı yönden atom üzerine gelir. Bu lazerler (kızıl-ayar) olduğu için atom, Doppler kayması nedeniyle aynı rezonansa algıladığı lazer ışını soğurur. Sonuç olarak atomlar, altı yönden gelen ışınlar sayesinde yavaşlatılır.



Şekil 2.5: Manyetik Optik Tuzak (MOT) düzeneği. Bu şekilde verilen σ^+ ve σ^- dairesel polarize lazer ışınlarıdır. \vec{B} manyetik alanı, I ise akımı göstermektedir.

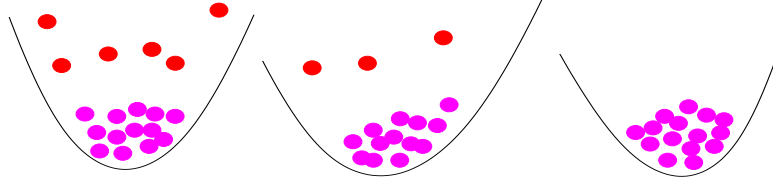
2.2.2 Manyetik Tuzak İçinde Buharlaştırarak Soğutma :

Lazerle soğutma ile ulaşılan sıcaklıklar, oldukça düşük olmasına rağmen Bose-Einstein yoğunlaşmasını elde etmeye yeterli değildir. Buharlaştırarak soğutmadaki amaç, yüksek enerjili atomların tuzaktan kaçmaya zorlanması ile Şekil 2.6 da gösterildiği gibi geride kalan atomların ortalama enerjilerinin azaltılması tekniğine dayanır. Buharlaştırarak soğutma yöntemi, içerdiği fizik açısından fincan içindeki kahvenin soğuması ile aynıdır.

Enerjisi fazla olan moleküller fincandan kaçır ve buhar haline gelirken paylaştıklarından daha fazla kinetik enerjiyi de beraberinde götürürler. Bu şekilde fincan içinde kalan atomlar termalizasyon ile soğurlar. Buharlaştırarak soğutma için gerekli koşul, atomik örneğin etkileşmeler ile ısınması süresinde geçen zamana oranla, uzun bir yaşam ömrüne sahip olmasıdır.

Buharlaştırarak Soğutma deneylerinde, ilk olarak Manyetik-Optik Tuzak (MOT) ve lazerler söndürülür. Aynı anda başka bir manyetik tuzağın yonca yaprağı (clover leaf) biçimindeki halkaları (coils) açılır. Manyetik alan, atomun aşırı ince yapı yarılmasına neden olur.

Tuzağın köşesindeki atomların enerjisi, tuzağın merkezindekilere oranla daha fazladır. Enerjisi fazla olan atomların tuzaktan serbest bırakılması için radyo frekans alanı kullanılır. Radyo frekans alanı kullanılmasındaki amaç, atomların spinlerinin döndürülmesidir (spin-flip). Manyetik alan, manyetik momentleri manyetik alan ile paralel olmayan atomları tutabildiğinden çekici tuzak kuvveti manyetik momentleri manyetik alan ile paralel atomlar için itici bir kuvvete dönüşür. İtici manyetik kuvvet atom bulutunu tuzaklanmış ve tuzaklanmamış olmak üzere ikiye ayırır. Tuzaklanmamış olan atomlar tuzaktan atılır, tuzağın içinde geride kalmış olan atomlar ise etkileşmeler ile ısılarını artırır. Radyo frekans alanı atomik etkileşmeler ve ısıl artış hızına bağlı olarak ayarlanabilir.



Şekil 2.6: Buharlaştırarak Soğutma konfigürasyonu. Buharlaştıran atomlar, ortalama ısısal enerjiden fazlasını alırlar böylece kalan atomların sıcaklığını azalır.

2.2.3. Periyodik ve Kuazi Periyodik Optik Örgüde Yoğunlaşma :

İki tane karşılıklı yerleştirilmiş lazer, atomlar için bir boyutlu doğrusal optik örgü oluşturur (Şekil 2.7). İki periyotlu optik örgü oluşturmak için, z -ekseninde iki tane karşılıklı yerleştirilmiş lazer ve bu lazerlerle 60° 'lik ve 120° 'lik açılar yapacak iki lazer daha ortama eklenir (Şekil 2.8).

İlk durumda atomların algıladığı potansiyel, periyodiktir ve tek periyotlu optik örgü için (Şekil 2.7) elektrik alan

$$E = E_0 e^{i(kz - \omega t)} + E_0 e^{-i(\omega t + kz)} = 2E_0 e^{-i\omega t} \cos(kz) \quad (2.4)$$

dir. Denklem (2.4) 'e göre atomların algıladığı potansiyel enerji ise

$$U(z) \propto I \propto |E|^2 \propto E_0^2 \cos^2(kz) \quad (2.5)$$

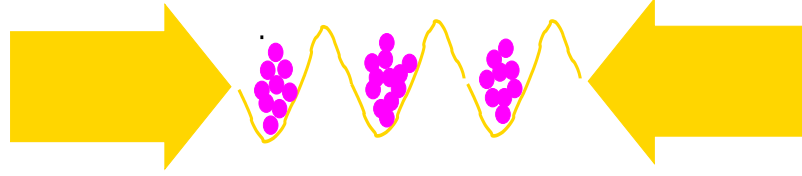
olur. İki periyotlu durumun ifadesi

$$U(z) \propto |E|^2 = E_0^2 (\cos^2(kz) + \beta^2 \cos^2(kz/2)) \quad (2.6)$$

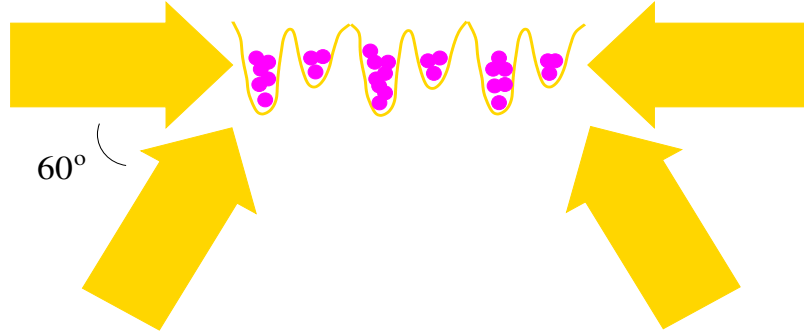
dir (Şekil 2.8).

Optik örgüde aşırı soğuk atomların [11] çalışılmasının bir önemi de, Bloch salınımları (oscillations) Landau-Zener tünellenmesi [12,13] ve Wannier-Stark merdivenleri gibi iletim (transport) fenomenlerinin kanıtlanmasına olanak sağlamasıdır. İki, üç ya da daha yüksek boyutlardaki örgüler, iki veya üç çift lazerin ortogonal doğrultularda yerleştirilmesi ile elde edilebilir.

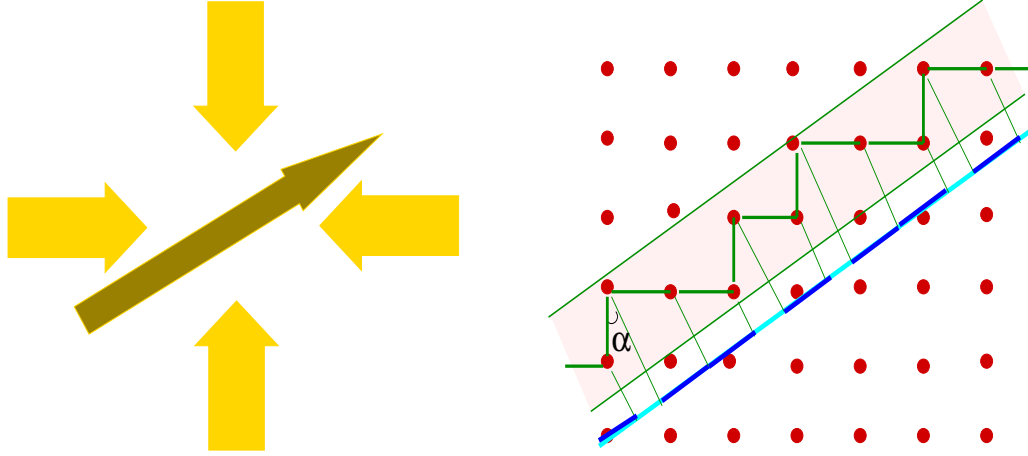
Lazerlerin girişimi ile elde edilen optik potansiyel, lazerlerin geometrik dizilimi ile oluşan bir simetriye sahiptir. Kuazi periyodik sistemlerde, Bragg saçılması [14,15] ve Wannier-Stark merdivenleri gibi katı hal fenomenleri araştırılabilir. Kuazi periyodik optik örgü [16] birçok yol ile elde edilebilir: Örneğin, Şekil 2.9 da katı hal fiziğinden bildiğimiz projeksiyon metodu ile elde edilen Fibonacci dizisi görölmektedir. Kullanılan lazerler yardımı ile kare örgüden elde edilen bir boyutlu dizi, $\alpha = \arctan(1/\tau')$ eğimi altında “L” Uzun (L) ve “S” Kısa (S) olmak üzere iki parçanın sıralanmasından ibarettir. Bu parçaların oranı (L/S) , $\tau' = (\sqrt{5+1})/2 \cong 1.62$ ile verilen altın oran ifadesine eşittir. $L S L S L S L \dots$ dizilimi ile Fibonacci serisi oluşur. Bu yöntem ekler kısmında daha ayrıntılı olarak açıklanacaktır. Bu durum deneysel olarak, yoğunlaşma üzerine beş adet lazer göndererek gözlemlenebilir (Şekil 2.9) [17].



Şekil 2.7: Tek periyotlu optik örgü ve içindeki yoğunlaşma



Şekil 2.8 : İki periyotlu optik örgü ve içindeki yoğunlaşma



Şekil 2.9 : Sol panel: Lazerler ile oluşturulan Fibonacci konfigürasyonu. Sağ panel: Fibonacci serisi için Projeksiyon metodu konfigürasyonu.

2.3 BOSE-EINSTEIN YOĞUNLAŞMASI TEORİSİNİN ÖZEL DURUMLARI

Daha önceki kısımlarda BEY fenomeni ve bu yoğunlaşmanın deneysel olarak hangi yöntemlerle elde edilebileceğinden bahsedildi. Bu kısımda ise yoğunlaşma teorisinin bazı özel durumlarından söz edilecektir.

Oluşturulan dış manyetik alan etkisinde hapsedilen yoğunlaşmanın Hamilton fonksiyonu ifadesi bu tuzak potansiyelinden etkilenir. Tuzak elde edildikten sonra yoğunlaşma, iki tane karşılıklı yerleştirilmiş lazerle oluşturulan bir boyutlu optik örgü içine yüklenir. Bu durumun kristal örgüler içindeki elektronlarla olan benzerliğinden ötürü optik örgüdeki yoğunlaşma atomları ile birtakım katı hal fenomenleri de gözlenebilir.

Yoğunlaşma üzerine uygulanacak kuvvet etkisi ile yoğunlaşmanın uyumlu iletim davranışı; Bloch salınımları, Bragg saçılması ve yoğunlaşma atomlarının birbirleriyle olan girişimlerinin gözlenmesine olanak sağlar.

Yoğunlaşma üzerine uygulanacak kuvvet sabit, harmonik veya her ikisi birden olabilir. Bu durumlar alt başlıklar altında açıklanacaktır.

2.3.1 Harmonik Tuzak İçindeki Yoğunlaşma :

Yarı kararlı düzeydeki aşırı soğuk gaz atomları, önceden gördüğümüz üzere laboratuvar ortamında manyetik alanlar ile oluşturulan tuzaklar içinde elde edildi. Bu şekilde homojen olmayan ortamda tutulan atomlara uygulanan dış etkiye en iyi yaklaşıklık harmonik ya da sinüsoidal bir dış potansiyel ifadesi ile olmaktadır.

Atomların tuzak içinde tutulması, sistemin fiziğini birçok açıdan değiştirir bu sebeple sonsuz boyutta kurulan teoriler yeniden formüle edilmelidir. Atomları tutan alanın şekli, problemin simetrisini saptar.

Atomları bir arada tutabilmek için küresel veya eksenel simetriye sahip tuzaklar kullanılabilir. Genellikle tuzak potansiyeli V_{tuzak} , eksenel simetrik harmonik salıncı potansiyeli

$$V_{tuzak} = V_{tuzak}(r_{\perp}, z) = 1/2M(\omega_{\perp}^2 r_{\perp}^2 + \omega_z^2 z^2) \quad (2.7)$$

ile verilir. Burada $r_{\perp} = (x^2 + y^2)^{1/2}$ radyal koordinat, ω_{\perp} radyal frekanstır. Eksenel (ω_z) ve radyal frekanslar (ω_{\perp}) arasındaki oran, tuzağın asimetrisini tayin eden λ' anizotropi parametresini verir. Anizotropi parametresi

$$\lambda' \equiv \frac{\omega_z}{\omega_{\perp}} \quad (2.8)$$

ile verilir. Bu Anizotropi parametresi 2.7 ye yerleştirildiğinde

$$V_{tuzak} = 1/2M\omega_{\perp}^2(r_{\perp}^2 + \lambda'^2 z^2) \quad (2.9)$$

bulunur.

Anizotropi parametresi λ' 'nin büyük olduğu $\lambda' \gg 1$ durumunda tuzak potansiyeli gözleme (pancake) adı verilen bir şekilde, λ' 'nin küçük olduğu $\lambda' \ll 1$ durumunda ise puro (cigar) adı verilen şekilde ele alınır.

Yoğunlaşma ortalama alan (mean-field), Hartree-Fock teorisi yaklaşıklığı altında $T = 0$ sıcaklığında Gross-Pitaevskii Denklemi (GPD) ile tanımlanır. Bu denklem

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2\Psi(r) + V_{tuzak}(r)\Psi(r) + g|\Psi(r)|^2\Psi(r) = \mu\Psi(r) \quad (2.10)$$

olarak verilir. Burada $V_{tuzak}(r)$, atomların tutulduğu tuzak potansiyelini g , atomlar arası etkileşmeleri ifade eden terim ($g = \frac{4\pi\hbar^2 a}{m}$ “ a ” saçılma uzunluğu) μ , $\int dr |\Psi(r)|^2 = N_p$ normalizasyon koşulu ile tayin edilen kimyasal potansiyeli, N_p ise toplam parçacık sayısını gösterir.

2.3.2 Optik Örgü İçindeki Yoğunlaşma :

Bir önceki kısımlarda aşırı düşük sıcaklıklarda Bose-Einstein yoğunlaşması elde etmek için atomların nasıl soğutulacağı ve harmonik tuzak etkisinde nasıl tuzaklanacağı açıklandı. Yoğunlaşma, bir boyutlu puro görünümlü harmonik tuzak içinde hapsedildikten sonra iki tane karşılıklı yerleştirilmiş lazeri sisteme ekleyerek tek boyutlu optik örgü oluşturulur. Bu optik örgü, yoğunlaşma atomları için ideal bir boyutlu periyodik potansiyel sağlar.

Bu kısımda, adyabatik olarak tek boyutlu optik örgü içine yüklenen yoğunlaşma atomlarının davranışları açıklanacaktır.

2.3.2.1. Tek Boyutlu Örgüde Temel Seviye ve Uyarılmış Durumlar :

Bir potansiyel kuyuları topluluğu olan optik örgü içine adyabatik olarak yüklenen yoğunlaşma için örgü bariyerinin yüksek olmaması ve komşu kuyular arasında tünellenmeye izin verilmesi sağlanarak farklı örgü sitelerindeki parçacıklar arasında faz uyumu korunur. Bir boyutlu örgüde enerji-momentum ilişkisi, Brillouin bölgesinde ($k_L < q \leq k_L$) arasında $E_j(q)$ enerji bantları ile verilir.

Burada k_L lazerin dalga sayısını ifade eder. Brillouin bölgesi arasındaki dalga fonksiyonu ifadesi Bloch teoremine uyar ve iki farklı takım Bloch orbitalleri ile

$$Z_{jq}^{\pm}(z) = 2^{-1/2} [u_{iq} \pm v_{jq}] \quad (2.11)$$

verilir [18,19]. Burada u_{ij} ile v_{ij} ifadeleri Bogoliubov genliklerini tanımlar. Temel seviye, $q=0$ 'da en düşük seviyeli enerji bandının tabanında yer alır. Örgü probleminde, sıfır enerji çözümü $Z_{00}^{+}(z)$ ile verildiği için birinci (en düşük seviyeli) bant yapısını değerlendirirken $Z_{0q}^{+}(z)$ fonksiyonu göz önünde bulundurulur. Bu noktada, Bloch orbitallerini örgü sitelerinde merkezlenmiş $\omega_0^{+}(z)$ Wannier fonksiyonlarının

$$Z_{0q}^{+} = N^{-1/2} \sum_l \exp(iql d) \omega_{0q}^{+}(z - ld) \quad (2.12)$$

süper pozisyonları olarak ifade etmek uygun olur [20]. Burada l , N tane site üzerinden alınır ve $d = \pi/k_L$ örgü arasındaki mesafeyi belirtir.

Denklem 2.12, Bloch dönüşüm simetrisini de işe katarak Bloch orbitalleri ve Wannier fonksiyonları arasındaki Fourier dönüşüm bağıntısını ifade eder. Wannier fonksiyonları cinsinden verilen gösterim, örgünün periyodik özdeş kuyular topluluğu olduğunu vurgular. Bu açılım bir boyutlu periyodik yoğunlaşmanın pek çok özelliklerini kanıtlamaya olanak sağlar. Bunlar :

- (i) $j=0$ bandının tamamı yoğunlaşma fazındaki saf modülasyonlara karşılık gelir.
- (ii) Yüksek seviyedeki bantlar, belirli faz bağıntısı ile yerleşmiş (localize) uyarımların süper pozisyonundan çıkarılır.

Bu formül, örgü potansiyeli bariyerinin yüksekliği artışına bağlı olarak sıkı bağlılık gösterimine indirgenir.

Sıkı bağıllık limiti, her bir potansiyel kuyusu içindeki yoğunlaşmanın kuyular içindeki uzaysal dağılım genişliğini veren σ 'nın iki sitesi bölgesi arasındaki uzaklığı veren d ile karşılaştırılabilir olduğu durumdur. Bu durumda Wannier fonksiyonları

$$\omega_{0q}^+(z - ld) = \frac{1}{(\sqrt{\pi}\sigma)^{1/2}} \exp[-(z - ld)^2 / 2\sigma^2] \quad (2.13)$$

dır [20]. Tek boyutta bir enerji bandına karşılık gelen tek bir Wannier fonksiyonu vardır.

2.3.2.2. Bir Boyutlu Örgüde Kuazi-Klasik İletim :

Optik örgüdeki yoğunlaşmanın uyumlu hareketini, bu yoğunlaşmaya dış kuvvetler uygulayarak çalışmak mümkündür. Periyodik yoğunlaşma ile taşınan akım, Wannier fonksiyonları üzerinden tanımlanabilir ve $Z_{0q}^+(z)$ durumunda $q(t) = Ft / \hbar$ koşulu için momentum operatörü $p = -i\hbar d / dz$ 'nin beklenen değerinin ölçülmesi ile elde edilir.

Wannier fonksiyonları ω_{0q}^+ ile verilen en düşük seviyedeki bant'ın Fourier dönüşümü

$$f_0(k) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} dz \omega_{0q}^+(z) \exp(-ikz) \quad (2.14)$$

dır. $\omega_{0q}^+(z - ld)$ 'nin Fourier dönüşüm ifadesi Denklem 2.12 de yerine konulursa

$$Z_{0q}^+ = \frac{1}{\sqrt{2\pi N}} \sum_l \int_{-\infty}^{\infty} dk f_0(k) \exp[i(q - k)ld + ikz] \quad (2.15)$$

elde edilir. Momentumun beklenen değeri, Z_{0q}^+ için hesaplanırsa

$$\bar{p}(q(t)) = \frac{\hbar \sum_l \int_{-\infty}^{\infty} dk k |f_0(k)|^2 \cos[ld(q(t) - k)]}{\sum_l \int_{-\infty}^{\infty} dk |f_0(k)|^2 \cos[ld(q(t) - k)]} \quad (2.16)$$

bulunur. Bu ifade, periyodik tuzaklama potansiyeli ve parçacıkların birbiri ile etkileşmesinden bağımsızdır.

Denklem 2.16 daki kuazi momentum, q 'nın zamana göre değişimi bir kuvvet ile belirlenir. Kuazi klasik yaklaşıklıkta, kuazi momentum $\dot{q}(t) = \left(\frac{F(t)}{\hbar} \right)$ zamana bağlı olarak değişir. Bu bize uygulanan dış kuvvet ile oluşan ortalama akımın zamanın periyodik bir fonksiyonu olduğunu gösterir. Uygulanan dış kuvvetin sabit ya da harmonik olduğu her iki durumda da geçerlidir.

Sıkı bağlılık yaklaşıklığında, en düşük seviyedeki bant için Wannier fonksiyonu denklem 2.13 formunda yazılabilir.

Denklem 2.13 ile verilen Wannier fonksiyonu ifadesi denklem 2.14 ve denklem 2.16'nın içine yerleştirilir. Uygulanan dış kuvvet etkisi ile en düşük seviyeli enerji bandı için ortalama akım

$$\bar{p}(q(t)) = \frac{\hbar d}{\sigma^2} \frac{\sum_{l=1}^{\infty} \sin(lqd) \exp[-(ld/2\sigma)^2]}{1 + 2 \sum_{l=1}^{\infty} \cos(lqd) \exp[-(ld/2\sigma)^2]} \quad (2.17)$$

olarak bulunur. Sıkı-bağlılık limitinde, yoğunlaşmanın uzaysal dağılımı σ örgüler arası mesafe olan d ile karşılaştırılabilir hale gelir ve $l=1$ için paydadaki değer bu yaklaşıklıklar altında bir olarak alınır. Ortalama akım ifadesi

$$\bar{p}(q(t)) = \frac{\hbar d}{\sigma^2} \sin(qd) \exp^{-d^2/4\sigma^2} \quad (2.18)$$

olur.

2.3.2.3. Yerçekimi Etkisi Altında Uyumlu Damla (Drop) Emisyonu :

Sabit F kuvveti etkisindeki yoğunlaşma, sistemin en basit durumudur. Kuazi momentum $q(t)$ zamanla doğrusal olarak artar ve ortalama akım periyodik $T_B = \hbar / Fd$ (Bloch salınım periyodu) periyoduna sahiptir. Burada d örgü aralığını gösterir.

Bu bağlamda ortalama akım ifadesi olan $\bar{p}(t)$, Brillouin bölgesi sınırlarında $q = \pm\pi/d$ veya başka bir gösterim şekliyle $t = \pm T_B/2$ 'de yok olur. Yoğunlaşma içinde Bloch salınımları gözlemi, ilk olarak Anderson ve Kasevich [21] tarafından yoğunlaşmayı dikey optik örgü içine dökerek ve yoğunlaşma atomlarına yerçekimi kuvveti uygulayarak elde edildi. Buna bağlı olarak, yoğunlaşma atomları uyumlu bir şekilde enerji dağılım eğrisini tırmanır. Deney koşullarında, Brillouin bölgesi köşesine ulaşan yoğunlaşma atomlarının bir kısmı uyumlu madde atomu damlacıkları gibi vakum ortamına tünellenebilir. Kalan kısmı da Brillouin bölgesi sınırlarında Bragg yansımaya uğrar. Bragg yansımaya uğrayan kısım, tekrar sıfır enerjili konuma geri döner ve enerji dağılım eğrisine tırmanır.

2.3.2.4. Josephson Tipi Salınımlar :

En genel halde optik örgü içindeki yoğunlaşmaya uygulanan kuvvet, sabit F kuvveti ile harmonik kuvvet terimi $-m\omega^2 x$ 'in toplamı olur. Yoğunlaşmaya uygulanan toplam kuvvet o halde

$$h\dot{q}(t) = Ft + m\omega A \sin(\omega t + \Phi_0) \quad (2.19)$$

olur. Burada Φ_0 ve A başlangıç koşullarından tanımlanmalıdır. Böyle bir kuvvet altında yoğunlaşma davranışı, uygulanan bir AC (alternatif akım) voltajı altında zayıf bağlı Josephson Eklemleri üzerinden akan süper akışkan akım olarak düşünülebilir. Bu durumda denklem 2.18 de verilmiş olan parçacık akımı Bessel fonksiyonları cinsinden yazılabilir.

$$\bar{p}(t) = p_0 \sum_n (-1)^n J_n(Ad/a_{ho}^2) \sin[(\omega_B - n\omega)t - n\Phi_0] \quad (2.20)$$

Burada d örgü aralığını gösterir. Yoğunlaşma $\omega_n = \omega_B - n\omega$ frekanslı çoklu mod salınımları yapar ve genlikler Bessel fonksiyonları ile $J_n(Ad/a_{ho}^2)$ [22] tayin edilir.

a_{ho} , harmonik kuvvetin frekansına bağlıdır ve $a_{ho} = \sqrt{\hbar/m\omega}$ olarak verilir, $\omega_B = |F|d/\hbar$ ise Bloch salınımları açısal frekans ifadesidir.

Süper akışkan yoğunlaşma, dış kuvvetler etkisi ile optik örgüde harekete geçirildiğinde süper iletkenler arasındaki Josephson Ekleminin çoklu rezonans, çoklu mod salınımları gibi uyumluluk fenomeni gözlenebilir hale gelir. Örneğin sadece harmonik kuvvet etkisi altında kalan yoğunlaşma optik örgüde ileri ve geri yönde salınımlar yapar. Çoklu salınımlar sistemin uygun parametreleri için gözlenebilir. Harmonik kuvvetin şiddeti ya da yoğunlaşmanın harmonik kasesinin (yoğunlaşma atomlarını hapseden manyetik tuzağın kase biçiminde olduğu düşünülürse) altından geçerken sahip olduğu v maksimum hızı bu uyumluluk fenomeni gözlemi için önemli bir parametredir. $v/v_{BZ} \leq 0.5$ ($v_{BZ} \equiv \hbar\pi/(md)$) olduğu zaman sahip olduğu hızı, Brillouin bölgesi sınırlarında kuazi momentuma karşılık gelir. Bu noktada yoğunlaşma tek dalga boyuna sahip (monokromatik) bir frekansla salınım yapar. $v/v_{BZ} > 0.5$ olduğunda ise çoklu mod frekanslarında salınımlar yapar. Eğer $v/v_{BZ} \cong 1$ olursa uyumlu olmayan durum ortaya çıkar ve bunu takip eden süreç içinde kuazi parçacığın dinamik davranışı bozular. Yoğunlaşma uyumlu olmayan parçalara ayrılır.

2.3.2.5. Bose Hubbard Modeli :

Hubbard modeli, esas olarak geçiş metallerindeki elektronların manyetik özelliklerinin anlaşılması amacı ile kurulmuştur. Bose Hubbard modeli ise örgüde etkileşen bozonların temel seviye faz diyagramlarının anlaşılması durumu için geliştirilmiştir.

Buradaki temel serbestlik derecesi spinsiz bozonlardır ve orijinal modeldeki fermiyonik yapıda olan elektronların yerini alır. Potansiyel kuyusu bariyerinin yüksek olduğu ve bariyerler arasında tünellenmenin düşük olduğu limite, Bose-Einstein yoğunlaşması optik örgü içine hapis olur. Bu sistem ilginç bir bozon -örgü sistemi örneğidir.

Bose Hubbard Modelinin Hamilton fonksiyonu bağıntısı buna göre

$$H = -t \sum_{\langle i,j \rangle} \hat{a}_i^\dagger \hat{a}_j + \frac{U}{2} \sum_i \hat{n}_i^2 - \sum_i \epsilon_i \hat{n}_i \quad (2.21)$$

ile verilir. Burada \hat{a}_i^\dagger ve \hat{a}_j sırasıyla i . sitedeki yaratma ve yok etme operatörleridir.

Bu Bose operatörleri ve onların Hermitsel konjuge yaratma operatörleri komütasyon

bağıntısına ($[\hat{a}_i, \hat{a}_j^\dagger] = \delta_{ij}$) uymaktadırlar. İki yaratma ya da yok etme operatörü her zaman komutatiftir, $\hat{n}_i = \hat{a}_i^\dagger \hat{a}_i$ sitenin işgal operatörüdür.

Denklem 2.21 deki parametreler açıklanacak olursa t ile ifade edilen ilk komşuluk (first-neighbour) hoplama (hopping) matris elemanıdır. Site üzerindeki iteleme potansiyeli U ve dış tuzak varlığında siteye bağlı olan site üzerindeki enerji ε_i ile verilir.

Bose-Hubbard modelinin önemi en basit kuantum faz geçişlerinden birinin kavranmasına sağladığı olanakta yatar.

Denklem 2.21 de verilen Hamilton fonksiyonu ifadesinde, kinetik enerji tünel terimi ve itici potansiyel terimi arasında bir rekabet vardır. Potansiyel kuyusu bariyerinin yüksekliğinin fazla olduğu durumlarda tünellenme hızı azalır.

Sistem tünellenme hızının yüksek olduğu durumlarda süper akışkan olarak davranırken tünellenme hızının azalması ile parçacık iletiminin azalması sonucu Mott yalıtkan fazına geçiş söz konusu olur. Örgü üzerindeki Bose gazının süper akışkanlıktan Mott yalıtkanına geçişi, Bose-Hubbard modeli tarafından kontrol edilebilen önemli bir “ kuantum faz geçişi ” örneğidir.

3. MALZEME YÖNTEM :

3.1 BİR BOYUTLU PERİYODİK VE KUAZİ PERİYODİK YAPILAR ÜZERİNDEN YOĞUNLAŞMANIN GEÇİRGENLİĞİ (TRANSMITTIVITY)

Bose-Einstein Yoğunlaşması (BEY), $T = 0$ sıfır sıcaklığında aynı kuantum durumunda (temel seviyede) bulunan bozonların (bozonik yapıdaki atomlar) oluşturduğu bir gazdır. Manyetik tuzak içinde bulunan ve lazerler ile oluşturulan optik örgüye adyabatik olarak yüklenen yoğunlaşma üzerine pek çok katı hal fenomeni çalışılabilir. İki adet karşılıklı yerleştirilmiş lazerin girişimi ile elde edilen kuazi bir boyutlu örgü, manyetik tuzak içindeki yoğunlaşma için ideal periyodik bir potansiyel sağlar.

Teorik anlamda, örgü siteleri arasında yoğunlaşma ile ortalama-alan (mean-field) teorisi çerçevesinde etkileşen dejenere fermiyon gazını işleme sokarak bir boyutlu örgüde; tek periyotlu, iki periyotlu ve kuazi periyotlu dizilimler elde edilir. Deneysel olarak ise ilave lazerler kullanarak bu durumları elde etmek mümkündür. Manyetik tuzak içindeki BEY ve dejenere fermiyon gazı ilginç bir araştırma konusudur. Bozon ve fermiyon gibi iki tip atom arasındaki etkileşmeler; iki bileşenin uzaysal faz ayrımı [23], fermiyonik bileşenin çöküşü [24], ve bozon-bozon ile bozon-fermion çifti sabitlerinin değerlerine bağlı olarak atom dinamiğinde güçlü değişimler ile sonuçlanabilir [25].

Aşırı düşük sıcaklıklarda, bozonik yapıdaki atomun ve optik örgüdeki yoğunlaşmanın özellikleri üzerine bir çok deney yapılmıştır. Bunlardan bazıları ; Bloch salınımları [12,13,21], Landau-Zener tünellenmesi [26], sıkıştırılmış durumlar (squeezed states) [27], Josephson tipi salınımlar [28], süper akışkandan Mott yalıtkanına geçiş [29] ve bir boyutlu bant yapısı [30] olarak sıralanabilmektedir.

Teorik olarak bu etkiler, Gross-Pitaevskii denklemi [31], kesikli non-lineer Schrodinger denklemi [32], Bogoliubov-de Gennes denklemleri [18,19,33], Bose-Hubbard Hamilton fonksiyonunun direk köşegenleştirilmesi [34] ve kuantum Monte-Carlo simülasyonları [35] gibi çeşitli yaklaşıklıklarda çalışılmıştır.

Bu tezde, sıfır derece sıcaklıkta uygulanan sabit bir kuvvet etkisinde bozon-fermion karışımı için, bir boyutlu periyodik ve kuazi periyodik durumlar için bozonların geçiş özellikleri üzerine çalıştık. Amacımız, bozon ve fermiyonların bir arada olduğu bir sistemde bozonların iletimine, fermiyonun etkisini araştırmaktır. Bozonik yapıdaki yoğunlaşmaya, frekans cıvıltılı (frequency-chirped) optik örgü kullanılarak sabit ivme verilebilir [36]. Teorik olarak ele aldığımız sistemimizde fermiyonik yapıdaki atomların, örgüden geçişleri ihmal edilir. Fermiyonların sistemde bulunmaları sadece bozonların algıladığı optik örgü potansiyel kuyusu derinliğini artırır. Bu çalışmamızdaki ilgi çekici kesimler, fermiyonik bileşenin örgü potansiyelinde yarattığı ek periyotlar, düzensizlik ve kuazi periyodik durumdur. Örgü potansiyelindeki değişimler, laboratuvar ortamında ilave lazerler kullanılarak elde edilebilmektedir.

Ele aldığımız sistemi teorik açıdan çözümlenmek amacı ile, bir boyutta sıkı bağlılık düzenindeki Bose-Hubbard Hamilton fonksiyonunu kullandık. Sistemin Hamilton fonksiyonu ifadesi açık olarak çözümlenmedi. Daha önce katı hal sistemlerinde elektronun geçiş özelliklerini incelemek için kurulmuş olan renormalizasyon indirgeme yöntemine (renormalization/decimation procedure) bağlı olarak, tüm örgü sistemi tek bir dimere indirgendi [37]. Bozon-fermion karışım sisteminde bozonların iletimini araştırmak amacıyla, tüm sistem geliş (incoming) ve çıkış (outgoing) levhalarına (leads) bağlandı [38]. Geliş ve çıkış levhaları (sistemde vakum ortamından gelen parçacıklar geliş levhasında, sisteme girip oradan çıkan parçacıklar çıkış levhasında tanımlanır) etkin (effective) dimere bağlanmıştır. Bozonların durgunumsu iletim katsayıları, dimerin varlığı dolayısı ile levhaların saçılma dalga fonksiyonlarının hesaplanmasından çıkartılır.

Bu bölümde anlatılacak olan konular sırasıyla; Kısım 3.1.1.'de sistemin incelendiği bir boyutta sıkı bağlılık düzenindeki Bose-Hubbard Hamilton fonksiyonu ve onun

içeriğindeki site ve hoplama (hopping) enerjileri, Kısım 3.1.2.'de Green fonksiyonları yaklaşıklığı altında potansiyel kuyuları dizilimi üzerinden bozonik yapıdaki madde dalgalarının iletimi hesapları olarak sıralanmaktadır.

3.1.1. ^{40}K ve ^{87}Rb Karışım Sisteminin Modellenmesi :

Bozon-fermion karışımından oluşan sistem için fermiyonik yapıdaki ^{40}K ve bozonik yapıdaki ^{87}Rb atomlarını ele aldık. Sistemimizde, spin polarize fermiyonların sayısı N_f 'nin bozonların sayısı N_b 'ye oranla çok daha az olduğunu kabul ettik. Örgü site sayısını N olarak aldık. Sistemde, fermiyonların sayısının maksimum değeri örgü site sayısı N kadar alınmaktadır. Deneysel olarak lazerler ile oluşturulan optik örgü potansiyel kuyuları içinde fermiyonun yerleşmiş olması sağlanarak onların örgü potansiyel kuyularından iletimleri ihmal edildi. Bu durum lazer frekansı ω_L 'nin uygun seçimi ile sağlandı.

İki ayrı atom türü için örgü potansiyeli ;

$$U_{K,Rb}(z) = U_{K,Rb}^0 \sin^2(kz) \cong -\frac{\hbar\Omega_{K,Rb}^2}{4\delta_{K,Rb}} \sin^2(kz) \quad (3.1)$$

dir. Buradaki $\delta_{K,Rb} = \omega_L - \omega_{K,Rb}$ lazerin ayar bozma (detuning) ifadesine, $k = 2\pi/\lambda$ lazerin dalga sayısına ve $\Omega_{K,Rb} = d_{K,Rb}E_0/\hbar$ Rabi frekansına karşılık gelir. Rabi frekansı, lazerin elektrik alanı E_0 ve atomun dipolü $d_{K,Rb}$ ile verilir. Sistemde ele aldığımız optik örgünün periyodu $\lambda/2$ 'dir.

Atomun dipol geçişi, doğal genişlik $\Gamma_{K,Rb}$ 'a bağlıdır [39] bu nedenle U_K^0/U_{Rb}^0 oranı ;

$$\frac{U_K^0}{U_{Rb}^0} = \frac{\Gamma_K \delta_{Rb}}{\Gamma_{Rb} \delta_K} \quad (3.2)$$

dır. Deneyleerde kullanılan [40,41] ^{40}K ve ^{87}Rb 'un doğal genişlik değerleri $\Gamma_K \cong \Gamma_{Rb} \cong 6\text{MHz}$ 'dir. ^{40}K , ^{87}Rb atomlarının frekans değerleri de sırasıyla $\omega_K = 390.83\text{THz}$ ve $\omega_{Rb} = 384.227\text{THz}$ olarak alınmıştır.

Lazerin dalga boyu büyüklüğü, $\lambda = 763\text{nm}$ ($\omega_L = 392.88\text{THz}$) seçilerek iki örgü potansiyel kuyusunun derinliği arasındaki oran $U_K^0 / U_{Rb}^0 = 4.26$ olarak alınır. Bu ifadeden de anlaşılacağı gibi bozonları ve fermiyonu bir arada bulduran potansiyel kuyusu içinde fermiyonun algıladığı potansiyel büyüklüğü bozonların algıladığının yaklaşık dört katı kadardır. Bu şekilde hazırlanan sistemimizde bozonların tünellenmesine izin verilirken, fermiyonların potansiyel kuyusu üzerinden iletimi ihmal edilir ve sistemde yerleşik olarak alınırlar.

Tezde bozonların potansiyel kuyularından iletiminde fermiyonların etkisini araştırmak amacı ile, ilk önce bozonlar için bir boyutta sıkı bağlılık Bose-Hubbard Hamilton fonksiyonunu ele alıyoruz. Daha sonra ise örgü üzerinden iletim katsayısını ölçmek için, Green fonksiyonu yaklaşıklığını kullanıyoruz. Bozonlar için verilen Bose-Hubbard Hamilton fonksiyonu ;

$$H_I = \sum_{i=1}^N [E_i |i\rangle\langle i| + \gamma_i (|i\rangle\langle i+1| + |i+1\rangle\langle i|)] \quad (3.3)$$

ile verilir [42]. Bu bağıntıda, E_i ve γ_i terimleri “ i ” ile belirlenmiş örgü kuyusundaki bozonların sayısına bağlıdır, sırasıyla site ve hoplama enerjilerine karşılık gelir.

Sıkı-Bağlılık düzeninde denklem 3.2 de verilen $U_{Rb}(z)$ potansiyeli içindeki bozonların i . kuyudaki bir boyutlu yoğunlaşma dalga fonksiyonu, Wannier fonksiyonudur

$$\phi_i(z) = \phi_i(0) \exp\left[-(z - z_i)^2 / (2\sigma_{zRb}^2)\right] \quad (3.4)$$

ile verilir. $|\phi_i(0)|^2$, i . örgü kuyusu içindeki bozonların sayısını ifade eder. Fermiyon yoğunluğu, i' ile belirlenmiş örgü kuyuları takımı içinde yerleşmiş Gaussiyen fonksiyonlarının süperpozisyonu

$$n_f(z) \propto \sum_{i'} \exp[(z - z_{i'})^2 / \sigma_{zK}^2] \quad (3.5)$$

dur. Etkin Hamilton fonksiyonu ifadesi içinde yer alan site ve hoplama enerjilerinin açık ifadeleri sırasıyla site enerjisi için

$$E_i = \int dz \phi_i(z) \left[-\frac{\hbar^2 \nabla^2}{2m_{Rb}} + U_{Rb}(z) + \frac{1}{2} g_{bb} |\phi_i(z)|^2 + g_{bf} n_f(z) - m_{Rb} a z + C_{Rb} \right] \phi_i(z) \quad (3.6)$$

dir. Burada m_{Rb} terimi ^{87}Rb 'nin kütlesini, $a = F / m_{Rb}$ terimi bozonlar üzerine uygulanan sabit dış kuvvet “ F ” etkisi ile kazanılan ivmeyi, $C_{Rb} = \hbar^2 / (2m_{Rb} \sigma_{\perp Rb}^2) + \frac{1}{2} m_{Rb} \omega_{\perp Rb}^2 \sigma_{\perp Rb}^2$ terimi harmonik tuzak potansiyelini, $\omega_{\perp Rb}$ terimi açılal frekansı ve g_{bb} ile g_{bf} terimleri bir boyutta bozon-bozon ve bozon-fermion etkileşme gücünü gösterir.

Bozon-bozon, bozon-fermion etkileşme gücünü veren g_{bb} ile g_{bf} terimlerinin açık ifadeleri [42] ;

$$g_{bb} = \frac{4\pi\hbar^2}{m_{Rb}} \frac{a_{bb}}{2\pi\sigma_{\perp Rb}^2} \quad (3.7a)$$

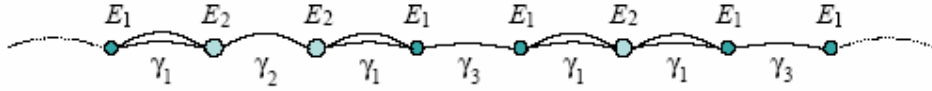
$$g_{bf} = \frac{2\pi\hbar^2}{m_r} \frac{a_{bf}}{\pi(\sigma_{\perp Rb}^2 + \sigma_{\perp K}^2)} \quad (3.7b)$$

dir. Buradaki a_{bb} ile a_{bf} terimleri sırasıyla, bozon-bozon ve bozon-fermion saçılma uzunluklarını [24], m_r 'de indirgenmiş bozon-fermion kütlelerini verir. Sistemde ele aldığımız Bose-Hubbard Hamilton fonksiyonundaki toplama enerjisi ifadesi ;

$$\gamma_i = \int dz \phi_i(z) \left[-\frac{\hbar^2 \nabla^2}{2m_{Rb}} + U_{Rb}(z) + \frac{1}{2} g_{bb} |\phi_i(z)|^2 + g_{bf} n_f(z) + C_{Rb} \right] \phi_{i+1}(z) \quad (3.8)$$

dir. Bilindiği gibi etkin Hamilton fonksiyonu ile fermiyonların potansiyel örgü kuyularına farklı dağılımları sonucunda bozonların geçirgenliği ölçülür. Sıkı-bağlılık yaklaşıklığı atomlar arasındaki etkileşmelerin zayıf olduğu durumlarda ele alınabilir.

Fermiyonların potansiyel örgü kuyularına farklı dağılımları sonucunda bozonların geçirgenliğinin ölçüleceği sistemimizi Şekil 3.1'de gösteriyoruz. Şekilde gördüğümüz E_1 ve E_2 site enerjileri, fermiyonun potansiyel kuyusu içinde yer alıp almamasına bağlı olarak değişmektedir.



Şekil 3.1 : Fermiyon içermeyen ve içeren siteler ile verilen tek boyuttaki yoğunlaşmanın sıkı-bağlılık Hamilton fonksiyonu şematik sunumu.

Fermiyonun ortamda bulunup, bulunmamasına göre belirlenen E_1 ve E_2 site enerjileri için, E_1 örgü potansiyel kuyusunda sadece bozonların bulunduğu durumdaki site enerjine, E_2 örgü potansiyel kuyusunda bozonlar ve fermiyon olduğu durumdaki site enerjine karşılık gelir. Şekil. 3.1'deki diğer enerji ifadesi olan bozonların toplama enerjileri, γ_1 , γ_2 , γ_3 olmak üzere üç farklı değer alır. Bu değerleri açıklayacak olursak sırasıyla ; γ_1 , sadece bozonların bulunduğu potansiyel kuyusu ile fermiyon ve bozonları bulunduran komşu potansiyel kuyusu arasındaki toplama enerjisini, γ_2 fermiyon ve bozonları bulunduran iki komşu potansiyel kuyusu arasındaki toplama enerjisini, γ_3 sadece bozonları bulunduran iki komşu potansiyel kuyusu arasındaki toplama enerjisini

verir. Potansiyel kuyuları içine fermiyonların farklı dağılımı ile yoğunlaşma için farklı örgü tipleri oluşur. Bunlar sırasıyla ;

- (i) potansiyel kuyusu başına bir fermiyon bulunduğu durum,
- (ii) fermiyonların sayısının, site sayısının yarısı kadar olduğu düzenli dağılım,
- (iii) fermiyonların sayısının, site sayısının yarısı kadar olduğu düzensiz dağılım,
- (iv) Fibonacci serisini takip eden fermiyonların dağılımı

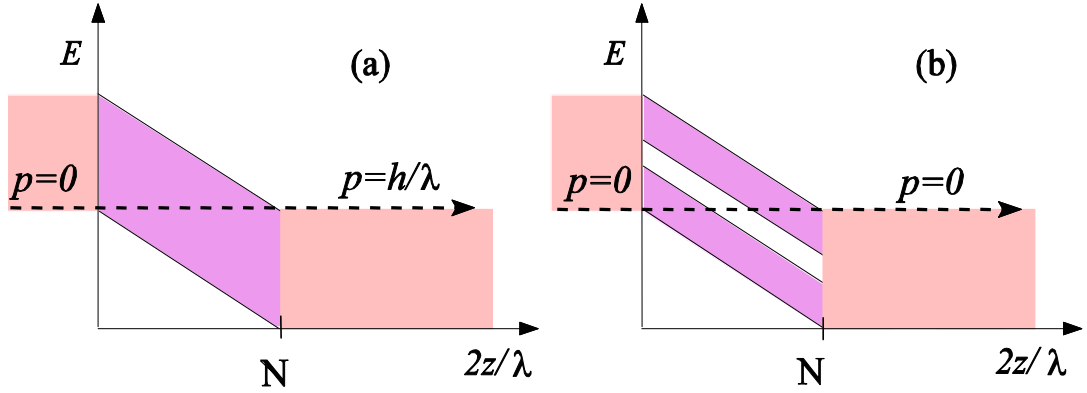
$E_2 E_1 E_2 E_2 E_1 E_2 E_1 E_2 \dots$ (bak kısım 2.2.3 ve Ekler E.2)'dir. Çalışmamızda tüm bu farklı durumlar için bozonların geçirgenliğini araştırdık.

Sıkı-bağlılık düzeninde, E_1 site enerjili (sadece bozonların bulunduğu örgü potansiyel kuyuları) potansiyel kuyusu dizilimi için sistemimiz, tek bant sistemi olarak davranır, potansiyel kuyusu başına bir fermiyon vardır. E_1 site enerjili duruma karşılık gelen hoplama enerjisi γ_3 'dür. E_2 site enerjili (bozonları ve fermiyonu bir arada bulunduran örgü potansiyel kuyuları) potansiyel kuyusu dizilimi içinde sistemimiz, tek bant sistemi olarak davranır. E_2 site enerjili duruma karşılık gelen hoplama enerjisi γ_2 'dir. Şekil 3.1 den görüleceği gibi E_1 'den, E_1 'e ve E_2 'den, E_2 'ye geçişlerde sistemimiz tek bantlı sistem olarak davranır.

Sistem, sadece bozonların bulunduğu potansiyel kuyusu E_1 site enerjili durum ile bozonlar ve fermiyonu bir arada bulunduran E_2 site enerjili durumdaki potansiyel kuyusu arasındaki geçişlerde iki bant sistemi olarak davranır. Şekil. 3.1'de E_1 'den, E_2 'ye olan geçişler iki bant sistemi olarak verilmektedir. Burada sistem, farklı iki site enerjisine sahiptir. E_1 ve E_2 site enerjileri arasındaki hoplama enerjisi γ_1 'dir. Kuazi momentum uzayında enerji bantları arasında $\Delta E = |E_2 - E_1|$ kadar bir enerji bant aralığı oluşur.

Potansiyel kuyuları içine fermiyonların düzensiz dağıldığı diğer durumda da sistem yine iki bantlı sistem olarak ele alınır, düzensizlik enerji bandının genişlemesine neden olur. Fermiyonların Fibonacci serisine göre dağılımları için periyodik durum yerini kuazi periyodik duruma bırakır.

Yoğunlaşmaya uygulanan sabit kuvvet, koordinat uzayında bantlarda bükülme (folding) ile sonuçlanır (Şekil 3.2). Örgüdeki elektron gazına statik üniform bir elektrik alan uygulanması ile benzer bir durumdur [43]. Kuvvet etkisindeki sistemde geçirgenlik (transmittivity), Farchioni'nin önerdiği [44] saçılma matrisi ölçümü ile hesaplanır. Bu hesabı yapabilmek amacıyla bu noktada sistemdeki bozonların, bozon-fermiyon karışımı sisteminden nasıl etkilendiğini inceleyeceğimiz, iki levha sisteme eklenecektir. Geliş levhasının içeriğinde vakum ortamından sisteme gelen parçacıklar, çıkış levhasında ise sistemden ayrılacak olan parçacıklar incelenerek hesaplama yapılır. Bu şekilde elimizdeki sistem hakkında bilgi ediniriz. Gerçek bir deneyde, geliş levhası örgüdeki yoğunlaşmanın sürekli olarak bozonlar ile doldurulmasına ve çıkış levhası da örgüyü terk eden bozonların sayımını alan parçacık saptama sistemine karşılık gelir.



Şekil 3.2: Sisteme bağlanan geliş ve çıkış levhaları konfigürasyonu. Sistem, geliş ve çıkış levhalarına bağlanır. Uygulanan F kuvveti sistemin enerji bantlarında bükülmeye neden olur. Şekiller, sırasıyla (a) tek bant sistemi, (b) iki bant sistem için levha konfigürasyonlarını gösterir.

Başlangıçta bozonlar, momentum uzayının en düşük durumunda $p = 0$ 'da yer alırlar. Momentum uzayında, sistemin levhalara bağlılığı Şekil 3.2'deki gibi gerçekleşirse bozonlar örgüyü, $p = h/\lambda$ 'da (tek bant sistemi) veya $p = 0$ 'da (iki bant sistemi) terk edebilirler. Kuazi momentum uzayında bu iki noktada elastik Bragg saçılması görülür. Elastik Bragg saçılması, iki alt banda yarılan iki periyotlu durumda, kuazi momentum uzayında $p = 0$ ve $p = h/\lambda$ için görülebilir.

Gerçek bir deneyde, bozonların örgüyü terk edecekleri en rahat gözlenebilen nokta, örgü potansiyel kuyusunun derinliği veya enerji bantları arasındaki boşluğun ayarlanması ile seçilebilir. Geçirgenlik, örgü üzerinden geçen parçacık akımını tanımlar. Bir sonraki aşama olan “Green Fonksiyonu Yaklaşıklığı” altında parçacık akımı ve geçirgenlik katsayısı hesabı yapılacaktır.

3.1.2. Green Fonksiyonu Yaklaşıklığı :

Bu kısımda, sistemdeki bozon geçirgenliğinin hesaplanması amacı ile ele alınacak olan dengede olmayan levhalar (non-equilibrium leads) için saçılma matrisi formalizmi açıklanacaktır. Burada parçacık akımı Landauer-like formülü kullanılarak hesaplanır [45].

En yüksek enerji değerine ulaştığı noktada yoğunlaşma, örgüyü terk eder veya Bragg yansımaya uğrar. Bu noktadan sonraki yoğunlaşmanın hoplama sayısı N_ζ (çıkan yoğunlaşmış atomların sayısı) ($N_\zeta \leq N$) olarak verilmektedir.

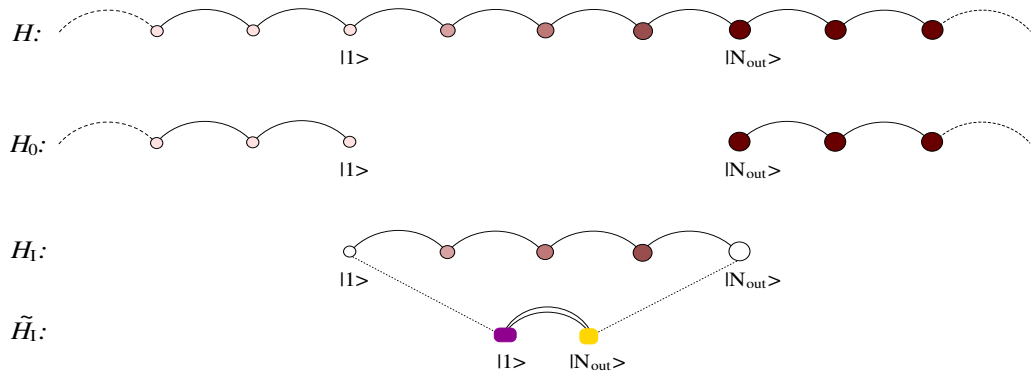
Sisteme bağlanan geliş ve çıkış levhalarının bant genişliği $4\gamma_L$ ’dir (bak. Şekil 3.2). Bu levhaların enerjileri sırasıyla geliş levhası için E_L^s ve çıkış levhası için E_L^c ’dir. Bunlar levhaların merkezlerinde bulunan enerji değerleridir. Sistemimizde bağlantıyı sağlamak amacıyla bu levhalar $FN_\zeta\lambda/2$ kadar bir kuvvet ile merkezlerinden kaydırılır. Sistemden ayrılan bozonların dalga fonksiyonu $\phi_\zeta^{\tilde{k}}(z)$ ile sisteme gelen bozonların dalga fonksiyonu $\phi_g^k(z)$ ile verilir. Bu iki öz durum arasındaki bağıntı

$$\phi_\zeta^{\tilde{k}}(z) = \Omega^+(E)\phi_g^k(z) \quad (3.9)$$

olarak verilir. Bu iki dalga fonksiyonunun dalga sayısı sırasıyla örgü sisteminden çıkan dalga fonksiyonları için \tilde{k} ve örgü sistemine gelen dalga fonksiyonları için k ’dir. Dalga sayıları arasındaki bağıntı

$$k, \tilde{k} = \frac{2}{\lambda} \arccos \left(\frac{E - E_L^{s,\phi}}{2\gamma_L} \right) \quad (3.10)$$

dir. Denklem 3.9 daki Ω^+ operatörü ($\Omega^+(E) = \Pi + G^0(E)T(E)$) her iki levhanın Green fonksiyonu ifadesini içermektedir. Bağlıdaki Green fonksiyonunun ve saçılma matrisinin açık ifadeleri sırasıyla, $G^0(E) = (E - H_0)^{-1}$ ve $T(E) = H_I [\Pi - G^0(E)H_I]^{-1}$ olarak verilmektedir. $T(E)$ ifadesindeki H_I sistemimizin Hamilton fonksiyonu verir.



Şekil 3.3 : Levhaların Hamilton fonksiyonu ifadesi (H_0), örgünün Hamilton fonksiyonu ifadesi (H_I) ve Etkin Hamilton fonksiyonu ifadesi (\tilde{H}_I) ile oluşturulan sistemin ($H = H_0 + H_I$) Hamilton fonksiyonun şematik sunumu.

n site'yi gösteren indis olmak üzere iletilen dalga fonksiyonu hesabı $n > N_\phi$ için ,

$$\langle n | \phi_\phi^{\tilde{k}} \rangle = \sum_m \langle n | \Pi + G^0(E)T(E) | m \rangle \langle m | \phi_g^k \rangle \quad (3.11)$$

ile verilir. $\phi_\phi^{\tilde{k}}(z)$ ve $\phi_g^k(z)$ dalga fonksiyonları iki bağımsız uzayda tanımlandığından denklem ifadesi ,

$$\begin{aligned} \langle n | \phi_\phi^{\tilde{k}} \rangle &= \sum_{m \leq 1,l} \langle n | G^0(E) | l \rangle \langle l | T(E) | m \rangle \langle m | \phi_g^k \rangle \\ &= \langle n | G^0(E) | N_\phi \rangle \langle N_\phi | T(E) | 1 \rangle \langle 1 | \phi_g^k \rangle \end{aligned}$$

$$= \sqrt{2} [G^0(E)]_{n, N_\varphi} [T(E)]_{N_\varphi, 1} \sin(k\lambda/2) u_k(\lambda/2) \quad (3.12)$$

dir. Burada $\langle 1 | \phi_g^k \rangle = u_k(\lambda/2) [\exp(ik\lambda/2) - \exp(-ik\lambda/2)] / i\sqrt{2}$ ve $u_k(\lambda/2) = \phi_i(z)$ ifadelerini yerine koyup, $G^0(E)T(E) = G(E)H_I(E)$ eşitliğini de kullanarak Paulsson'un [46] çalışmasından denklem 3.12 nin, denklem 3.10 a eşit olduğu gösterilebilir.

Denklem 3.12 deki Green fonksiyonu elemanı $[G^0(E)]_{n, N_\varphi}$ çıkış levhası üzerindeki dizide n . site ile N_φ sitesi arasındaki uyumu tanımlar ;

$$[G^0(E)]_{n, N_\varphi} = \frac{\gamma_L^{n-N_\varphi}}{|\gamma_L^{n+1-N_\varphi}|} e^{i\tilde{k}(n+1-N_\varphi)\lambda/2} \quad (3.13)$$

ile verilir. Saçılma matrisi elemanı ise ;

$$[T(E)]_{N_\varphi, 1} = \langle N_\varphi | \tilde{H}_I(E) [\mathbb{I}_2 - \tilde{G}^0(E) \tilde{H}_I(E)]^{-1} | 1 \rangle \quad (3.14)$$

dir. Bu bağıntıdaki \mathbb{I}_2 , 2×2 'lik özdeş bir matristir. $\tilde{G}^0(E)$ ve $\tilde{H}_I(E)$ ise $\{|1\rangle, |N_\varphi\rangle\}$ olarak elde edilen indirgenmiş durumun, sırasıyla Green fonksiyonu ifadesine ve etkin Hamilton fonksiyonu ifadesine karşılık gelir.

Bu 2×2 'lik $\tilde{G}^0(E)$ matrisinin sadece köşegen elemanları sıfırdan farklıdır bunlar $g(E - E_L^g, \gamma_L)$ ve $g(E - E_L^c, \gamma_L)$ ile verilirler.

Burada

$$g(E - E_s, \gamma_L) = \frac{1}{2\gamma_L^2} \left[E - E_s - \sqrt{(E - E_s)^2 - 4\gamma_L^2} \right] \quad (3.15)$$

dir. $\tilde{H}_l(E)$ matrisinin elemanları (bak Şekil 3.3), $(2,3,\dots,N_\zeta - 1)$ sitelerin indirgenmesi yolu ile sürekli kesir ifadeleri ile hesaplanabilir ;

$$[\tilde{H}_l(E)]_{1,1} = [H_l]_{1,1} + \frac{[H_l]_{1,2}^2}{E - [H_l]_{2,2} - \frac{[H_l]_{2,3}^2}{E - [H_l]_{3,3} - \dots}} \quad (3.16)$$

ve

$$[\tilde{H}_l(E)]_{1,N_\zeta} = [H_l]_{1,2} \frac{1}{E - [H_l]_{2,2}} [H_l]_{2,3} \frac{1}{E - [H_l]_{3,3} - \frac{[H_l]_{3,2}^2}{E - [H_l]_{2,2}}} [H_l]_{3,4} \dots, \quad (3.17)$$

$[\tilde{H}_l(E)]_{N_\zeta,1} = [\tilde{H}_l(E)]_{1,N_\zeta}$ ve $[\tilde{H}_l(E)]_{N_\zeta,N_\zeta}$ denklem 3.16 daki gibi $[\tilde{H}_l(E)]_{1,1}$ 'e benzer şekilde verilir.

$T(E)$ geçirgenlik katsayısı

$$T(E) = \frac{\lim_{n \rightarrow \infty} \langle n | \phi_\zeta^{\tilde{k}} \rangle \langle \phi_\zeta^{\tilde{k}} | n \rangle v_\zeta}{\lim_{m \rightarrow \infty} \langle m | \phi_g^k \rangle \langle \phi_g^k | m \rangle v_g} \quad (3.18)$$

dır. Buradaki v_g ve v_ζ sırasıyla ortama gelen ve ortamdaki çıkan dalga fonksiyonlarının hızını vermektedir. $T(E)$ geçirgenlik katsayısının saçılma matrisinin köşegen olmayan (off-diagonal) elemanı $T(E)_{1,N_\zeta}$ ile olan ilişkisi ;

$$T(E) = 4 \frac{|T(E)_{1,N_\zeta}|^2}{\gamma_L^2} \sin\left(\frac{k}{2} \lambda\right) \sin\left(\frac{\tilde{k}}{2} \lambda\right) \quad (3.19)$$

ile verilir. Geçirgenlik, örgü üzerinden geçen parçacık akımını tanımlar. Geçirgenlik hesabı, dengede olmayan levhalar (out-of-equilibrium leads) ile bozonik gaza uyarlanan Landauer yaklaşıklığından çıkarılabilir. Paulsson [46]'den bulunan akım ;

$$j = \frac{N_b}{\pi\hbar N_p} \int dE [f(E - \mu_1) - f(E - \mu_2)] \Gamma(E) \quad (3.20)$$

dır. Buradaki $f(E - \mu)$ ifadesi Bose-Einstein dağılımından gelmektedir. $\mu_{1,2}$ kimyasal potansiyelleri göstermektedir. Bozonik dalga fonksiyonunun $\frac{N_b}{N_p}$ normalizasyonu, Landauer'in formülündeki [45] elektrik yükü rolündedir.

Sıfır derecedeki sınırdaki ;

$$f(E - \mu_1) - f(E - \mu_2) \approx \frac{\partial f(E - \mu)}{\partial E} (\mu_2 - \mu_1) \quad (3.21)$$

dır. Olasılık yoğunluğu $\frac{\partial f(E - \mu)}{\partial E}$, delta fonksiyonu $\delta(E - \mu)$ 'dir ve denklem 3.20 ;

$$j = \frac{N_b}{\pi\hbar N_p} T(\bar{\mu}) \Delta\mu \quad (3.22)$$

olur. Buradaki $\Delta\mu$ 'nin açık ifadesi $\Delta\mu = \mu_2 - \mu_1 = N_\zeta F \lambda / 2$ kimyasal potansiyel farkıdır, $\bar{\mu} = \frac{(\mu_1 + \mu_2)}{2}$ kimyasal potansiyellerin ortalama değeridir ve şekil 3.2'de gösterilen kesikli bölgeye karşılık gelir.

Geçirgenlik, Anderson ve Kasevich [21] deneyinde olduğu gibi uygulanan sabit kuvvet altında damlalar halinde örgüden ayrılan bozon sayısı olarak da ifade edilebilir.

Bu durumda akım ;

$$j = N_{damla} v_B \quad (3.23)$$

dır. Buradaki $v_B = \frac{F\lambda}{2h}$ Bloch salınım frekansını, N_{damla} ise ilk damla içindeki bozon sayısını verir. Denklem 3.22 ve denklem 3.23 'den ;

$$\frac{N_{damla}}{N_b} = \frac{N_\xi}{N_p} T(\bar{\mu}) \quad (3.24)$$

bulunur.

4. BULGULAR

4.1. GEÇİRGENLİK ÜZERİNE ALINAN NÜMERİK SONUÇLAR :

Kullandığımız bozon-fermion karışım modelinde, fermiyonların örgü potansiyel kuyularına çeşitli dağılımları sonucu değişen örgü periyodunun bölüm 3' de verilen dört farklı durumu için bozonların iletimini araştırdık. Bu sebeple LENS laboratuvarında [40] kullanılan parametreler ile çalıştık. Ele aldığımız sistemde bozon-fermion karışımı için bozonik yapıdaki ^{87}Rb atomu ve fermiyonik yapıdaki ^{40}K atomunu ele aldık. Sistemdeki toplam bozon sayısı $N_b = 10^5$, site sayısı $N = 246$, ^{87}Rb atomunun potansiyeli $U_{Rb} = 3.5E_{Rb}$ ve açısal frekansı $\omega_{\perp Rb} = 2\pi \times 85.7\text{Hz}$ 'dir. Sistemimizde fermiyonik yapıdaki ^{40}K atomunun örgü potansiyel kuyularında yerleşmiş olduğu göz önünde bulundurularak fermiyonların örgü potansiyelinden iletimi ihmal edilerek lazerin dalga boyu $\lambda = 763\text{nm}$ olarak alındı.

Potansiyel kuyusu içinde fermiyonun bulunması bozon-fermion etkileşmeleri nedeniyle bozonların, en yakın iki komşu potansiyel kuyusu arasındaki hiplama olasılıklarını azaltır. Buna bağlı olarak da bozonların bir potansiyel kuyusundan en yakın komşusu olan diğer bir potansiyel kuyusuna olan geçiş olasılıkları düşer.

Sisteme uygulanan bu sabit dış kuvvet, k- uzayında sistemin enerji bantlarında bükülmeye sebep olur. Örgü potansiyel kuyularında görülen bükülme ile sistemde her bir örgü potansiyel kuyusunda bulunan bozonlar harekete geçer. Bunun sonucu olarak akım oluşur. Her örgü potansiyeli kuyusunda bir fermiyon ve bozonların bulunduğu tek periyodlu durumda, bozonların hareketi sonucu oluşan akımın monoton olarak artışı görülmüştür [42].

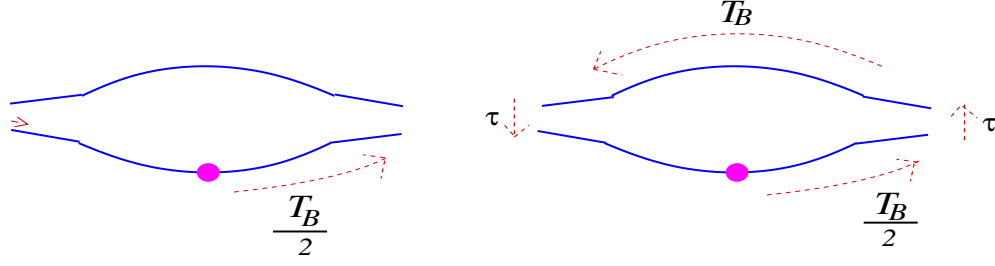
Fermiyonların sistemde bulunup, bulunmamlarına bağılı olarak E_1 ve E_2 iki site enerjisi vardır. E_1 site enerjisi sistemde örgü potansiyel kuyusu içinde sadece bozonların bulunduğu durumdaki enerjiye, E_2 site enerjisi ise sistemde örgü potansiyel kuyusu içinde hem fermiyon hem bozonların bulunduğu durumdaki enerjiye karşılık gelir. İki farklı enerji değerinden dolayı enerji spektrumunda iki alt banda ayrılma görülür. k - uzayındaki sistemde iki alt enerji bandı arasında ΔE kadar bir fark bulunur. Yoğunlaşmanın k - uzayında, bu iki alt bant arasındaki boşluktan geçebilmesi veya tünellenmesi, yoğunlaşmanın temel seviyedeki birinci alt bandın köşesine vardığı zaman sahip olduğu enerjiye ve ΔE enerji bant aralığının genişliğine bağlıdır. E_1 ve E_2 enerji bandı arasındaki ΔE kadar olan enerji bant genişliği fazla olduğu zaman bozonik yapıdaki atomların uyarılmış seviye olan ikinci alt banda geçişleri zorlaşır veya gerçekleşmez. E_1 ve E_2 'nin düzenli sıralanışı ile oluşan iki periyotlu (çift periyotlu) sistem için geçirgenlik-ivme grafiklerinde sadece E_2 'in düzenli sıralanışı ile oluşan tek periyotlu durumdan farklı olarak sivri tepelere (peak) rastlanmıştır [42].

Genel olarak sisteme uygulanan sabit dış kuvvetin artışı veya bir başka deyişle ivmenin artışı ile sistemden çıkan parçacık sayısında artış beklenir, ancak bu durum ivmenin bazı değerleri için gerçekleşmemektedir. Örneğin iki periyotlu durum için ivmenin artışı sonucu geçirgenlik-ivme grafiklerinde gözlenen sivri tepelerin büyüklüğü azalmaktadır. Bazı değerlerde ise sistemden hiç parçacık çıkışı olmamaktadır. Bunun araştırılması amacıyla, sistemde geçirgenlik-ivme grafiklerine ek olarak geçirgenlik-Bloch salınım periyodu çıkışları da alınmıştır. Buradan görülen sonuçlar karşısında, bazı değerler için sistem içinde hiç çıkış görülmemekte yani geçirgenlik minimum değerini almaktadır. Bu bağlamda sistemdeki bozonik dalga paketleri arasında girişim gerçekleştiği ve bu sebeple sistemden dışarı parçacık çıkışı olmadığı anlaşılmaktadır. Bloch salınım periyodunun (T_B), bozonik dalga paketlerinin uyarılmış seviye olan bir üst banda (ikinci alt bant) tünellenmeleri için gereken ortalama zaman τ 'ya olan oranının tamsayı değeri aldığı durumlarda, geçirgenlik minimum değerini almaktadır (Şekil 4.1). E_1 ve E_2 site enerjilerinin sistem içerisinde düzensiz olarak dağılımları, bozonik dalga paketleri arasındaki uyumu kırmaktadır. Bu sebeple, tek periyotlu (düzenli) ve çift periyotlu (düzenli) durum için elde edilen geçirgenlik-ivme grafiklerine oranla parçacık çıkışlarının daha fazla olduğu görülmüştür [42].

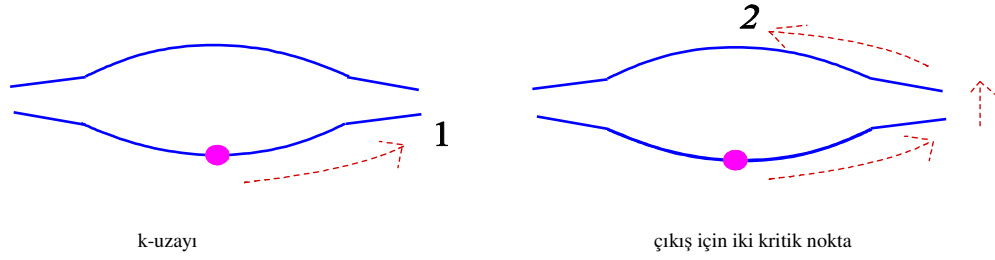
E_1 ve E_2 site enerjilerinin Fibonacci serisine uygun olarak sıralanmaları ile ortaya çıkan kuazi periyodik durumda ise, enerji spektrumunda bir çok kuazi periyodik boşluklar oluşur. Bu tezde her dört farklı durum için (tek periyotlu (düzenli), çift periyotlu (düzenli), düzensiz, Fibonacci) sistemimiz içindeki bozonik dalga paketlerinin uyumlu yapılarından dolayı beklenen girişim hakkında ve parçacıkların sistemden ne şekilde etkilendiklerini araştırmak amacı ile hem geçirgenlik-ivme hem de geçirgenlik-Bloch salınım periyoduna bağlı olarak sistemimiz incelenmiştir.

Şekil 4.1'den görüleceği üzere birinci alt bandın en alt seviyesinde bulunan parçacık, Bloch salınım hareketi ile birinci bandın sınırlarına ulaşır. Parçacığın k- uzayında salınım yaptığı bölge, katı hal fiziğinden çok iyi bilinen Brillouin bölgesidir. Periyodik potansiyelin etkisindeki parçacık k- uzayında Bloch salınımı yapar ve Brillouin bölgesi sınırına ulaştığı anda bozonların bir kısmı, Bragg saçılmasına uğrayarak birinci alt bandın sol köşesine $p = -h/2\lambda$ 'ya geri döner. Enerjisi fazla olan bozonlar ise ΔE enerji aralığını aşarak uyarılmış seviyeye yani ikinci alt banda geçer. İkinci alt bant boyunca ilerler ve yine ΔE enerji aralığını geçerek birinci alt bandın sol köşesine $p = -h/2\lambda$ 'ya geri döner. Girişim olayı, birinci alt bandın köşesine ulaşır Bragg saçılmasına uğrayarak $p = -h/2\lambda$ 'ya geri dönen bozonik dalga paketleri ile ΔE 'lik enerji aralığını geçerek ikinci alt banda tünellenen bant boyunca ilerleyen ve tekrar tünellenerek birinci alt bandın sol köşesine $p = -h/2\lambda$ 'ya geri dönen bozonik dalga paketleri arasında gözlenir. Dalga paketlerinin Bloch salınım periyodu ifadesi $T_B = h/(F\lambda)$ ile verilir.

Uyumlu bozonik dalga paketlerinin, enerji aralığından iki kere tünellenme zamanı (uyarılmış seviyeye geçerken ve temel seviyeye geri dönerken geçen süre) τ 'nun ifadesi ise $(\hbar N_b / \Delta EN)$ [47] ile orantılıdır.



Şekil 4.1: Bozon dalga paketinin hareket konfigürasyonu. Sol panel: Bozon dalga paketi ilk alt bant boyunca yol alır, $p = h/2\lambda$ 'da Bragg saçılmasına uğrar ve $p = -h/2\lambda$ 'ya geri döner. Sağ panel: Enerji fazla olan bozon dalga paketi ikinci alt bantda tünellenir, bant boyunca yol alır ve tekrar tünellenerek $p = -h/2\lambda$ 'daki ilk alt bantda geri döner.



Şekil 4.2: Bozon dalga paketinin hareket konfigürasyonu. Sol panel: Çıkış noktası 1 ; bozon dalga paketinin ilk alt bantta enerjisinin maksimum olduğu noktada alınır. Sağ panel : Çıkış noktası 2 ; ikinci alt bantta enerjisi bir üst bantda tünellenecek seviyedeki bozon dalga paketinin üst bantta enerjisinin maksimum olduğu noktada alınır.

Sistemde iki kritik çıkış noktasından alınan grafiklerde, çıkış noktası 1 'de ele alınan bu dört durum için, Bloch salınım periyodunun T_B , tünellenme zamanı τ 'ya oranına bakılmasının nedeni, sistemimizin dinamiği hakkında ve bir üst bantda (ikinci alt bant) geçen parçacıklar hakkında bilgi edinebilmek amacı ile çıkarılmıştır.

$N = 246$ toplam site sayısı ve fermiyon sayısı $N_f = 123$ için fermiyonların optik örgü kuyuları içine farklı dağılımlarına bağlı olarak bozonların geçirgenliği;

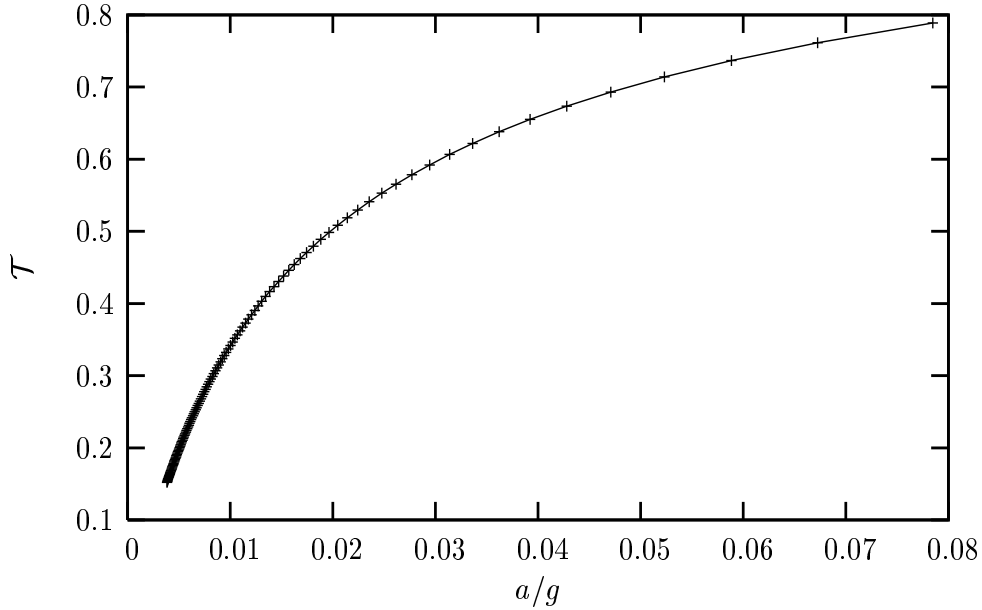
- (i) potansiyel kuyusu başına bir fermiyon,
- (ii) fermiyonların sayısı site sayısının yarısı kadar olan fermiyonların düzenli dağılımı,
- (iii) fermiyonların sayısı site sayısının yarısı kadar olan fermiyonların düzensiz dağılımı,
- (iv) fermiyonların Fibonacci dizilimine göre dağılımları'na göre incelenmektedir.

Grafikleri ele alırken Şekil 4.2 den görüleceği üzere k - uzayında iki kritik nokta belirlenir. Bu noktaların seçilme nedeni, parçacıkların bu iki kritik noktaya vardıkları anda maksimum enerjiye sahip olmalarıdır.

4.1.1. Tek Periyotlu Örgüde Yoğunlaşma :

İki tane karşılıklı yerleştirilmiş lazer ile oluşturulan optik örgüde (bak kısım 2.2.3 Şekil 2.7) her potansiyel kuyusu içinde bir fermiyon ve bozonlardan oluşan karışım için, örgü potansiyeli tek periyotludur. Burada tek periyotlu sistem için ($E_1 E_2 E_3 \dots$) olduğu durumda geçirgenlik-ivme grafiklerine bakıldı. Uygulanan kuvvet veya ivme artırıldığında geçirgenlik-ivme grafiği Şekil 4.3 de gösterildiği gibidir. Örgüyü terk eden parçacıkların sayısı beklendiği gibi monoton olarak artmaktadır.

Tek periyotlu durumda, yoğunlaşma dalga paketi Brillouin bölgesi köşesine ulaştığında Bragg yansımaya uğrayarak o noktadan geri döner veya örgüyü terk eder. Böyle bir rejimde fermiyonların bulunması, bozon-fermion etkileşmesi nedeniyle bozonların komşu kuyular arasındaki hoplama olasılıklarını buna bağlı olarak da geçirgenliği azaltır. Tek periyotlu durum için sadece geçirgenlik-ivme grafiği incelenmiştir (Şekil 4.3).

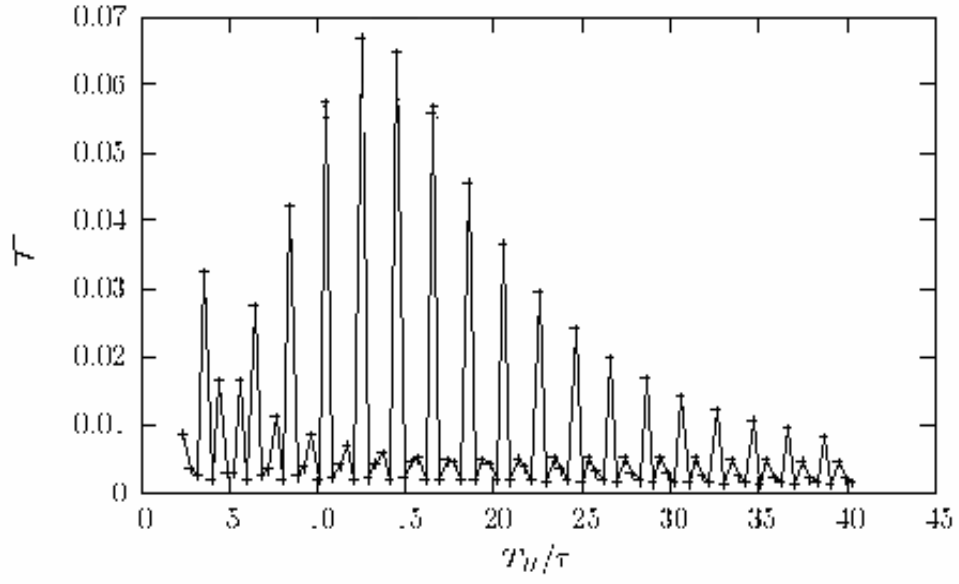
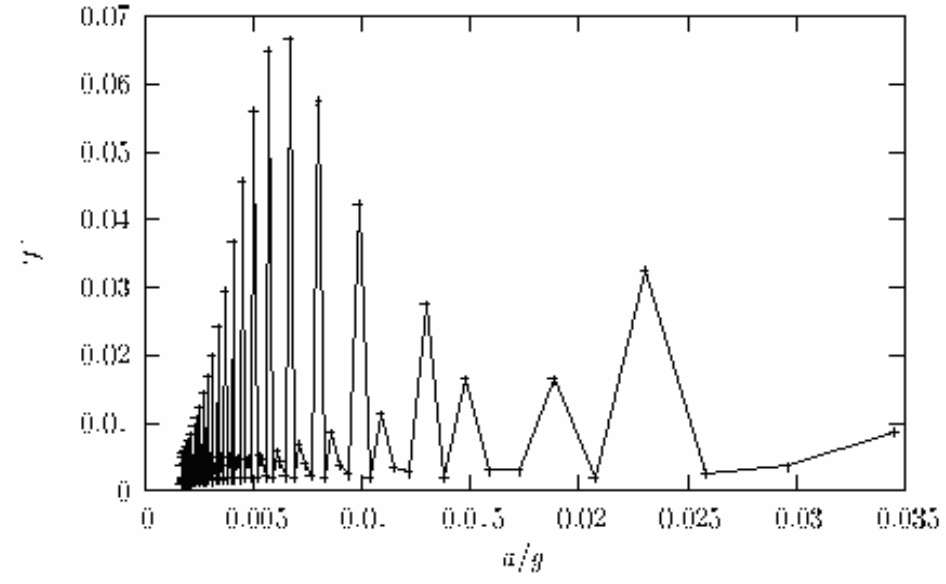


Şekil 4.3: Potansiyel kuyusu başına bir fermiyon durumu, geçirgenlik-ivme grafik sunumu.

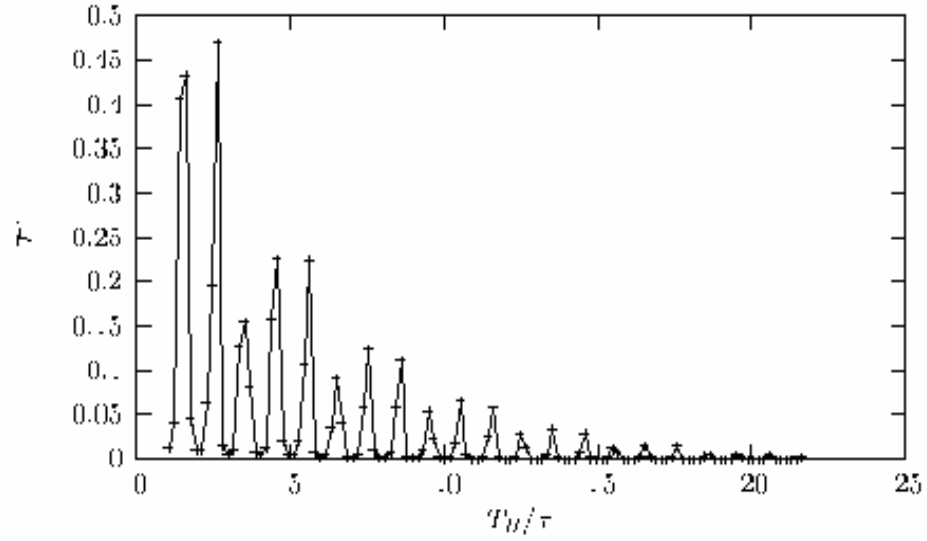
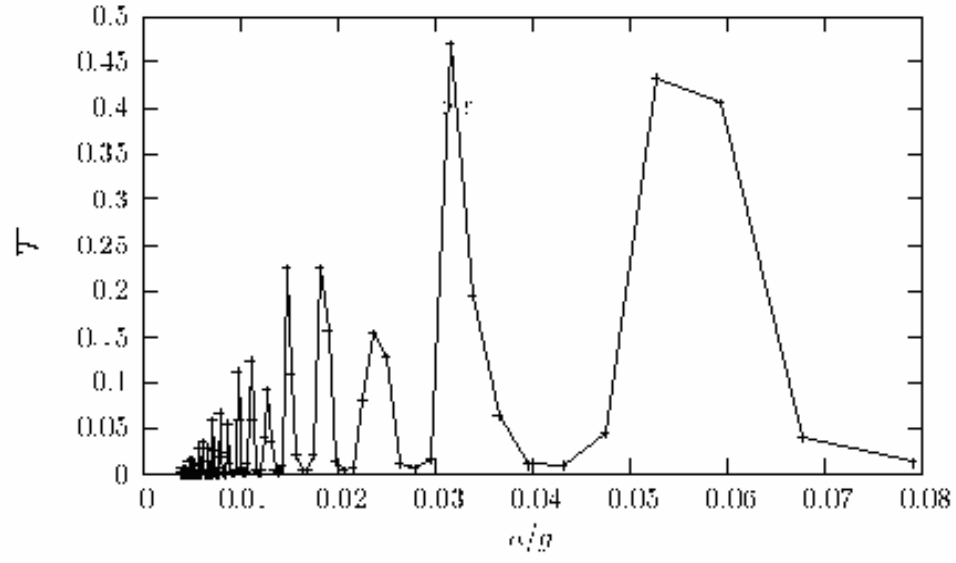
4.1.2. İki Periyotlu Örgüde Yoğunlaşma :

Potansiyel kuyusu içinde fermiyonun bulunması, bozonların algıladığı potansiyel kuyusu derinliğini değiştirir. Fermiyonların sayısı örgü potansiyel kuyusu sayısının yarısı kadar olduğunda ve bir potansiyel kuyusu bozonlar ile doluyken komşu potansiyel kuyusuna fermiyon ve bozonlar gelecek şekilde düzenli bir dağılım sağlanmışsa ($E_1 E_2 E_1 E_2 E_1 E_2 E_1 E_2 E_1 \dots$) fermiyonik bileşen örgü potansiyelinde ek periyotlara neden olur. Örgü potansiyelindeki bu değişme, fermiyonik bileşenin yerine lazerlerin kullanıldığı laboratuvar ortamında dört lazer yardımı (bak kısım 2.2.3 şekil 2.8) ile sağlanmaktadır. Deneysel ve teorik olarak her iki durumda da geçerli olan iki bant sistemidir. Şekil 4.2 de görüldüğü gibi iki bantlı sistemde yoğunlaşma atomları, enerji boşluğu genişliğine bağlı olarak örgüyü “1” veya “2” noktasında terk eder. Sistem incelendiği zaman “ a ” ivmesinin şiddeti artığında beklendiği gibi dışarı çıkan parçacık sayısı monoton artış göstermez. Şekil 4.3 ile kıyaslandığında Şekil 4.4 ve Şekil 4.5’de görüldüğü gibi grafikler sivri tepeler vermektedir.

“1” noktasından Bragg yansımasına uğrayan yoğunlaşma atomları alt bandın sol köşesine döner. Enerjisi yeterli olan diğer yoğunlaşma atomları ΔE enerji boşluğunu geçerek bir üst banda (ikinci alt bant) tünellenir, burada yol alır ve tekrar tünellenerek ilk alt bandın sol köşesine geri döner. Girişim olayı, Bragg yansıması ile ilk alt bandın sol köşesine geri dönen dalga paketleri ile ikinci alt banda geçerek sonra tekrar ilk alt bandın sol köşesine geri dönen dalga paketleri arasında gözlenir. Daha önceden bahsedildiği üzere T_B/τ 'nin (Bloch salınım periyodu/ tünellenme zamanı) tamsayı olduğu değerlerde bozonların geçirgenliği minimum olur, yoğunlaşma dalga paketleri arasında girişim görülür (Şekil 4.4 ve Şekil 4.5).



Şekil 4.4: Potansiyel kuyusunun yarısı kadar fermiyonun düzenli dağılımı sonucu birinci bant çıkışı için sırası ile geçirgenlik-ivme ve geçirgenlik-Bloch salınım periyodu grafik sunumları.

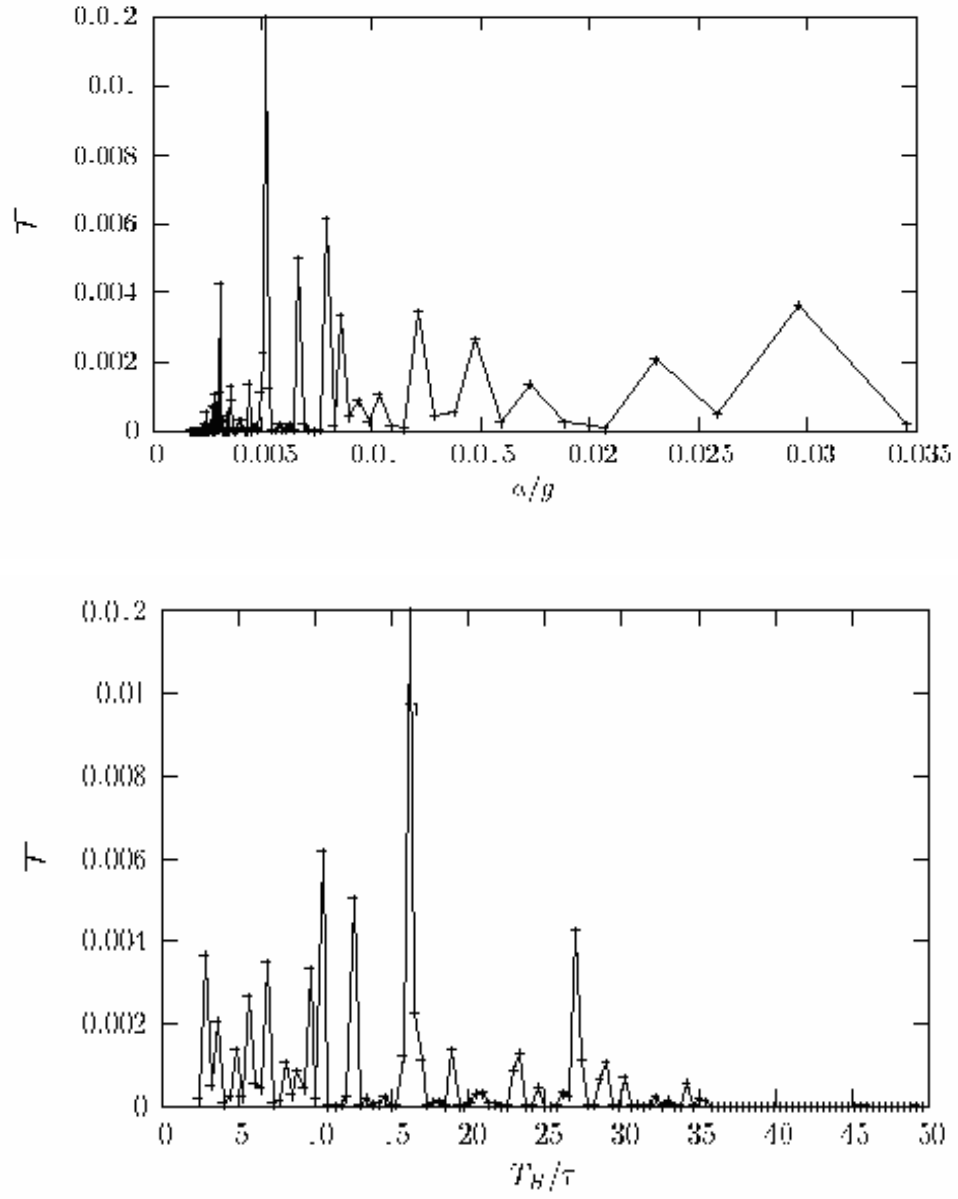


Şekil 4.5: Potansiyel kuyusunun yarısı kadar fermiyonun düzenli dağılımı sonucu ikinci bant çıkışı için sırası ile geçirgenlik-ivme ve geçirgenlik-Bloch salınım periyodu grafik sunumları.

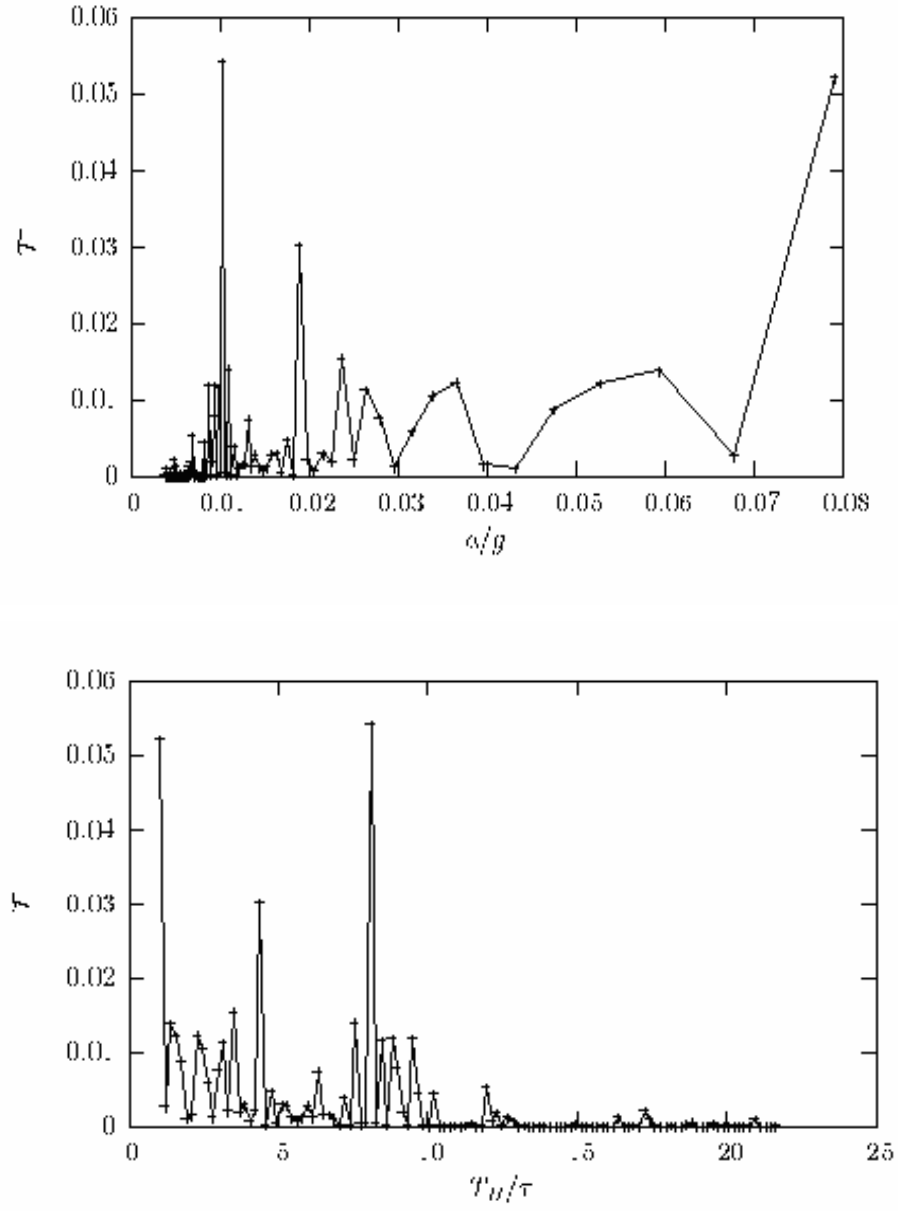
4.1.3. Düzensizlik Etkisinde Örgüdeki Yoğunlaşma :

Fermiyonik bileşen potansiyel kuyularına rasgele olarak dağıtılsa (örn: $E_1 E_2 E_1 E_1 E_1 E_2 E_1 E_1 E_2 E_2 \dots$) bu durum örgü potansiyelinde düzensizlik yaratır. Burada fermiyonların sayısı potansiyel kuyusu sayısının yarısı kadardır. Düzensizliğin yarattığı etki, fermiyonik bileşenin yerine lazerlerin kullanıldığı laboratuvar ortamında fazladan lazerler kullanılarak veya lazerin bulunduğu ortama aynalar yerleştirilerek sağlanabilir [48].

E_1, E_2 site enerjilerinin rasgele sıralandığı düzensizlik durumunda fermiyonun dağılımının oluşturduğu tedirgemeler (fluctuations), Bose yoğunlaşmasının uyumunu (coherence) kırma yönündedir, böylece yoğunlaşma dalga paketleri arasında meydana gelen girişimi yok eder. Buna bağlı olarak da girişim deseni çözünürlüğünü kaybeder (bak Şekil 4.6, Şekil 4.7).



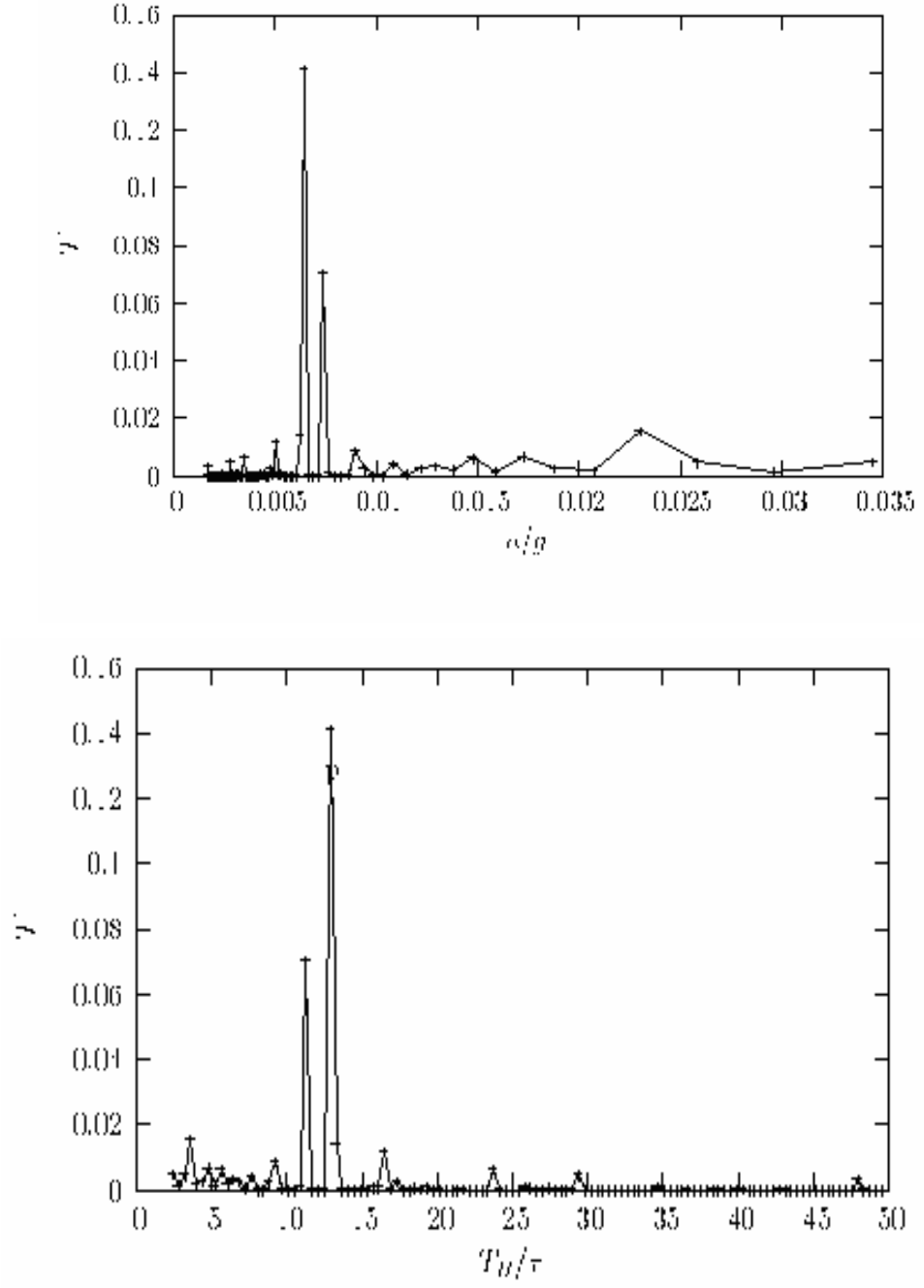
Şekil 4.6: Potansiyel kuyusunun yarısı kadar fermiyonun düzensiz dağılımı sonucu birinci bant çıkışı için sırası ile geçirgenlik-ivme ve geçirgenlik-Bloch salınım periyodu grafik sunumları.



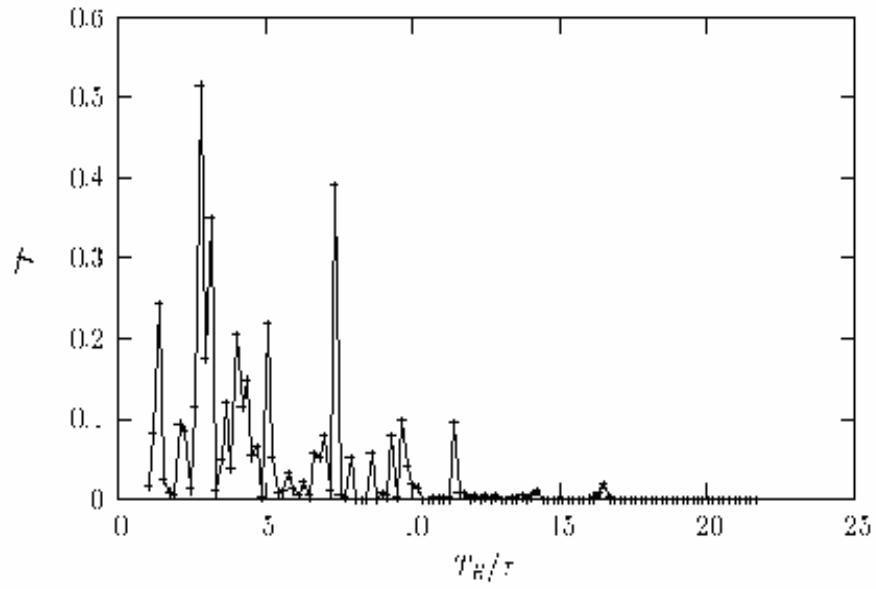
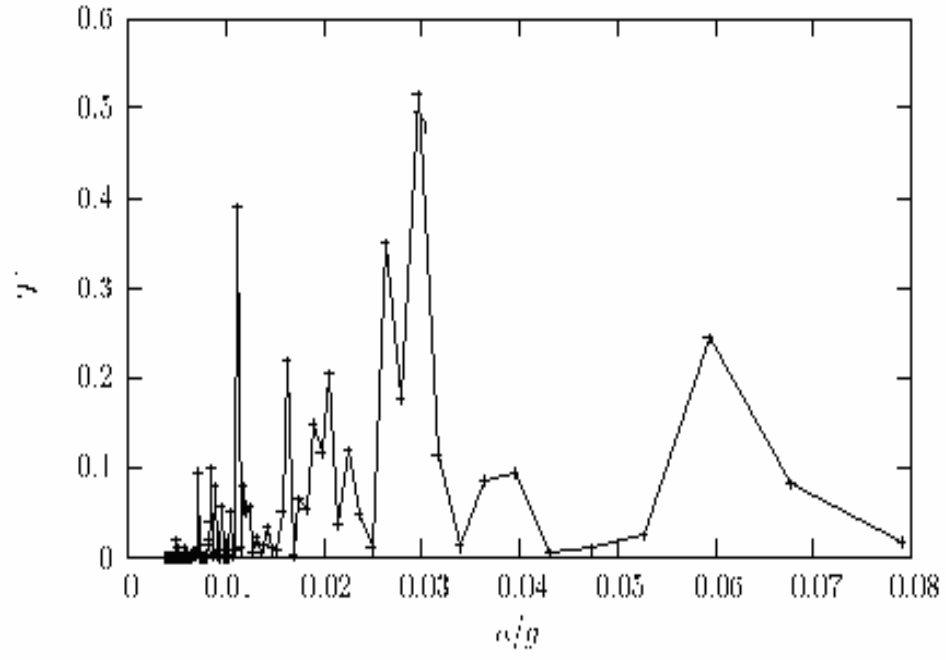
Şekil 4.7: Potansiyel kuyusunun yarısı kadar fermiyonun düzensiz dağılımı sonucu ikinci bant çıkışı için sırası ile geçirgenlik-ivme ve geçirgenlik-Bloch salınım periyodu grafik sunumları.

4.1.4. Kuazi Periyodik Örgüdeki Yoğunlaşma :

Örgüde fermiyonların Fibonacci serisini izleyecek şekilde sıralanmaları ile ($E_2 E_1 E_2 E_2 E_1 E_2 E_1 E_2 \dots$) sistemde kuazi periyodik durum ortaya çıkar. Deneysel olarak, fermiyonik bileşenin bulunmadığı laboratuvar ortamında (kısım 2.2.3 şekil 2.9, sağ panel)'de gösterildiği gibi beş lazer kullanılarak elde edilir. Fibonacci durumunda, yoğunlaşma dalga paketleri Fibonacci serisi boyunca yol alır ve ortalama olarak iki periyotlu durumdan çok tek periyotlu bant yapısına benzer bir enerji spektrumu verir. Fibonacci serisi üzerinden bozonların geçirgenlik grafiğine bakıldığında burada da bozonik dalga paketleri arasında girişim olduğu gözlenir. Geçirgenliğin, hem " T_B " Bloch salınım periyodu hem de " a " ivmesi ile elde edilen çıktılarında sivri tepeler görülmesi sistemde girişim ve enerji spektrumunda kuazi boşlukların habercisidir. Kuazi periyodikliğin ideal periyodik ortam ile tamamen düzensiz ortam arasında bir durum olduğu sıkça söylene de iki periyotlu ve düzensiz durumdan farklılıklar gösterir. Elde edilen çıktılardan kuazi periyodik durumun, periyodik durum ile eşel ölçekte (scale) ancak uygulanan kuvvetin fonksiyonu olarak hızlı bir şekilde tedirgediği bulunmuştur.



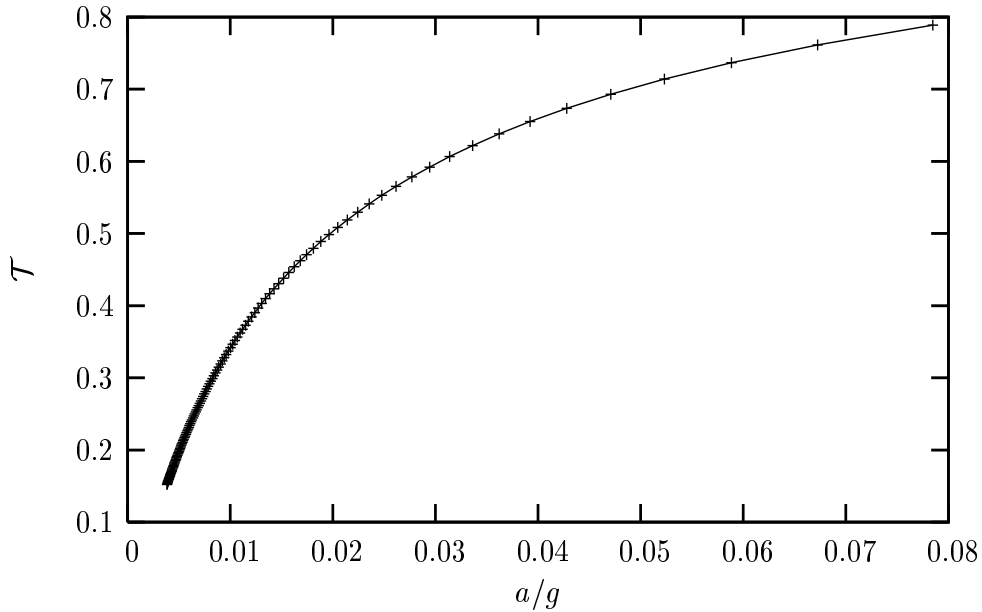
Şekil 4.8: Fermiyon dağılımı Fibonacci serisi durumunda birinci bant çıkışı için sırası ile geçirgenlik-ivme ve geçirgenlik-Bloch salınım periyodu grafik sunumları.



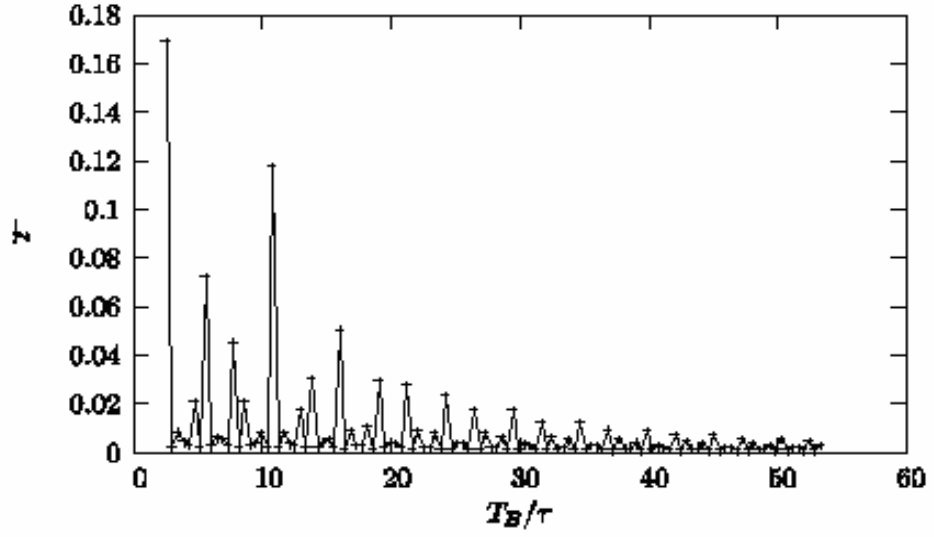
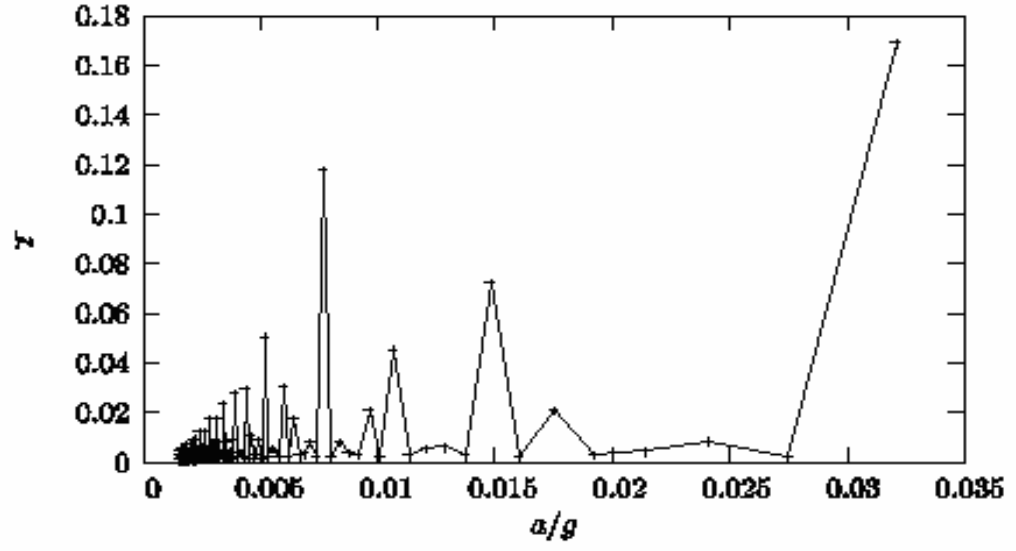
Şekil 4.9: Fermiyon dağılımı Fibonacci serisi durumunda ikinci bant çıkışı için sırası ile geçirgenlik-ivme ve geçirgenlik-Bloch salınım periyodu grafik sunumları.

4.1.5. Kuazi Periyodik Örgüdeki Yoğunlaşmanın Fibonacci Serisine Bağlılığı :

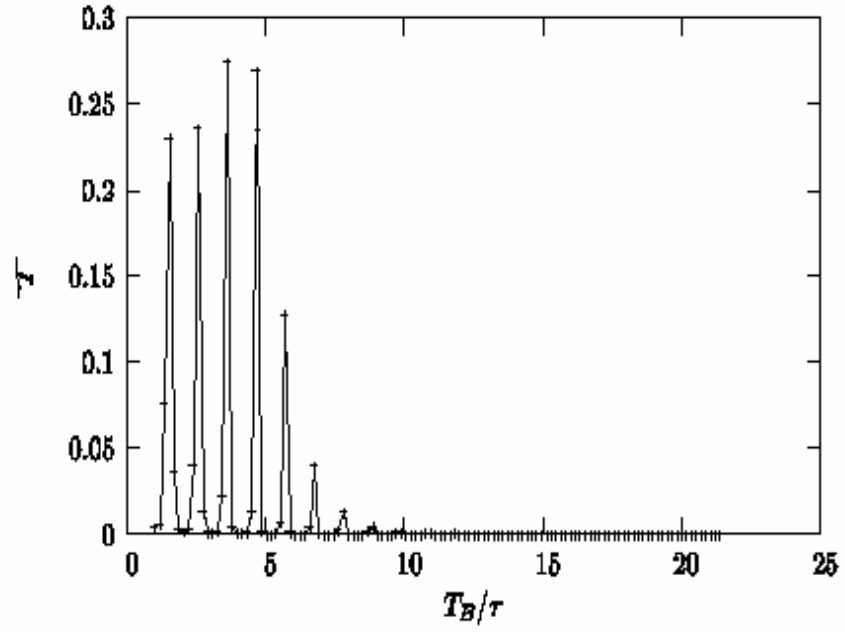
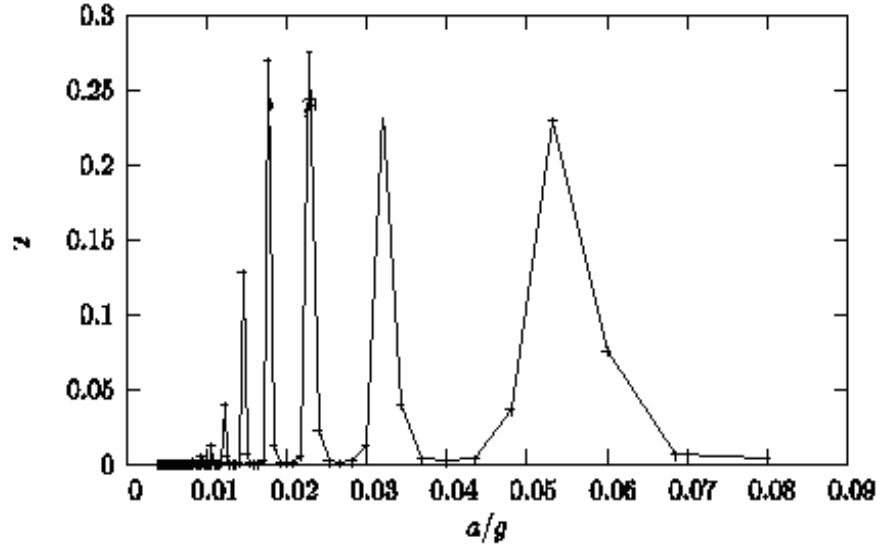
Her ne kadar 200 sonrası siteler için elimizde karşılaştırabileceğimiz deneysel veriler yoksa da yaptığımız teorinin 200 site için deneysel sonuçlara olan uygunluğundan da faydalanarak, bu kısımda fermiyonların Fibonacci dizisini izleyerek düzenlenmesinde kuazi periyodik örgüdeki yoğunlaşmanın diziye bağlılığını anlamaya çalıştık. Bu amaç için daha önceki kısımda incelediğimiz 233 (246-13) site sayısının Fibonacci serisindeki bir sonraki terimi olan 377 (390-13) sayısı için tek periyotlu örgüde yoğunlaşma (Şekil 4.10), iki periyotlu örgüde yoğunlaşma (Şekil 4.11, Şekil 4.12), düzensizlik etkisindeki örgüde yoğunlaşma (Şekil 4.13, Şekil 4.14) ve kuazi periyodik örgüdeki yoğunlaşma (Şekil 4.15, Şekil 4.16) gözden geçirilmiştir. Beklenildiği gibi tek periyotlu örgüdeki yoğunlaşma iletkenlik üzerinde bir değişikliğe neden olmamıştır. Diğer durumlarda ise dar alandaki geçirgenliğin azaldığı kuvvetin gittikçe büyüdüğü yerlerde beklenen geçirgenlik bozukluklarının ortaya çıktıkları görülmüştür. Bu sonuçlara göre seçilen Fibonacci dizine bağlı site sayısının iletkenlik üzerinde farklılığa neden olduğu görülmektedir. Yani kuazi periyodik örgüdeki yoğunlaşmanın Fibonacci serisine bağlı olduğu görülmüştür.



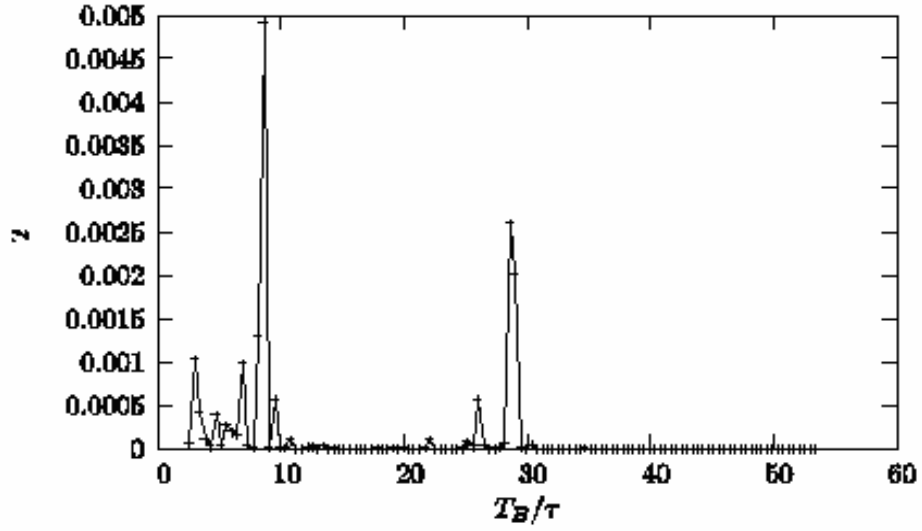
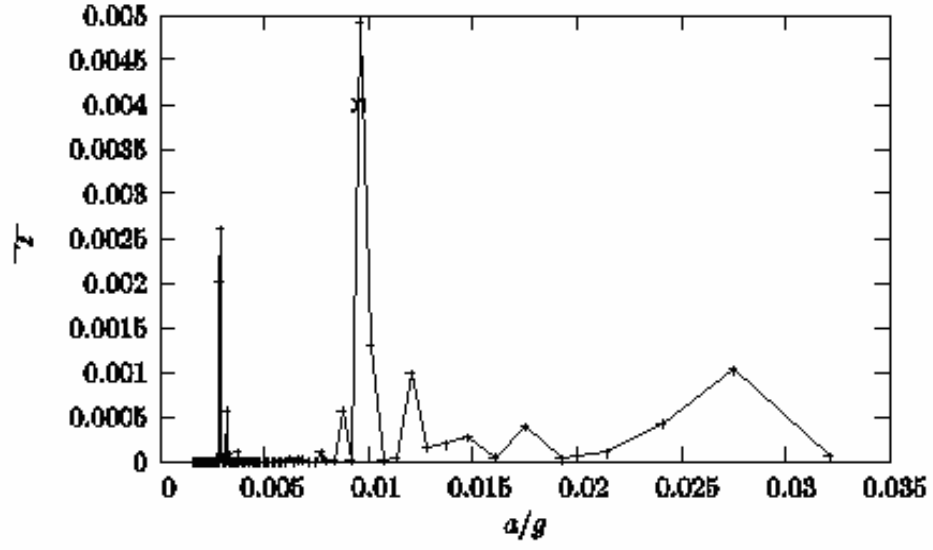
Şekil 4.10: Potansiyel kuyusu başına bir fermiyon durumu, geçirgenlik-ivme grafik sunumu.



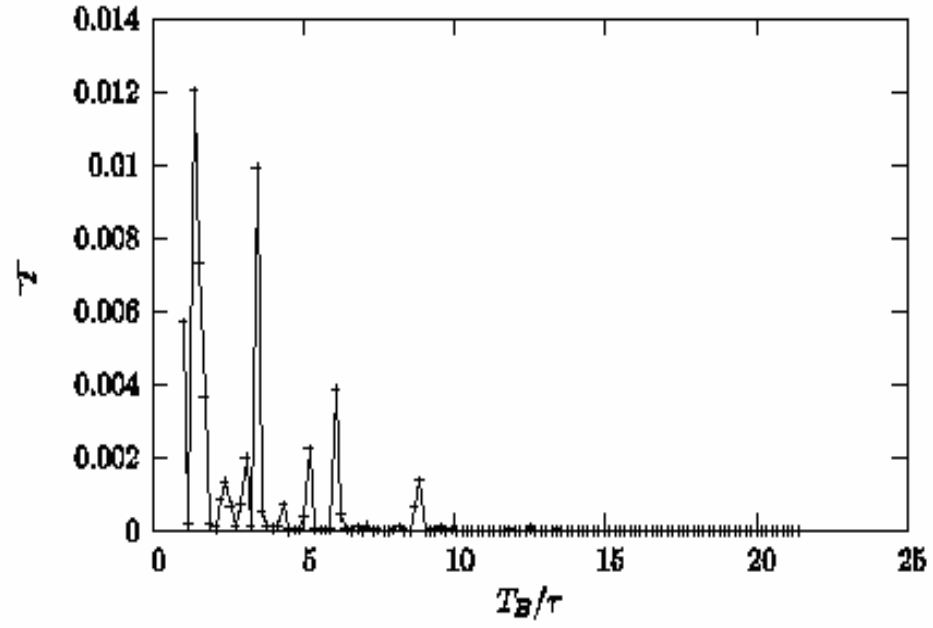
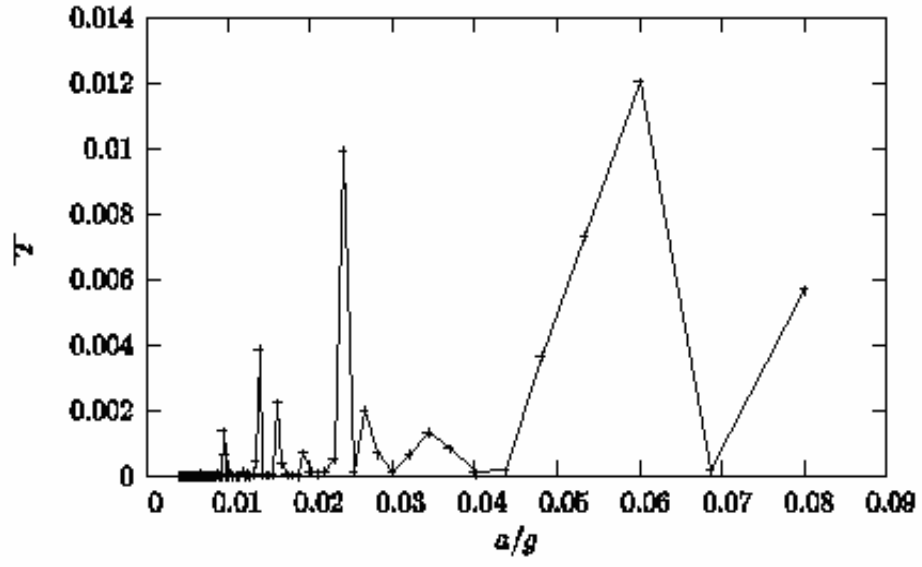
Şekil 4.11: Potansiyel kuyusu sayısının yarısı kadar olan fermiyonun düzenli dağılımı sonucu birinci bant çıkışı için sırası ile geçirgenlik-ivme ve geçirgenlik-Bloch salınım periyodu grafik sunumları.



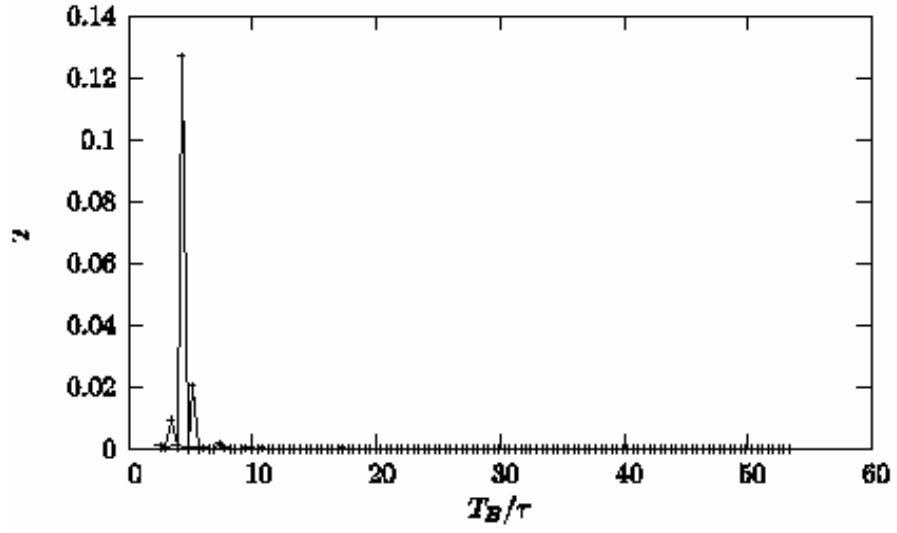
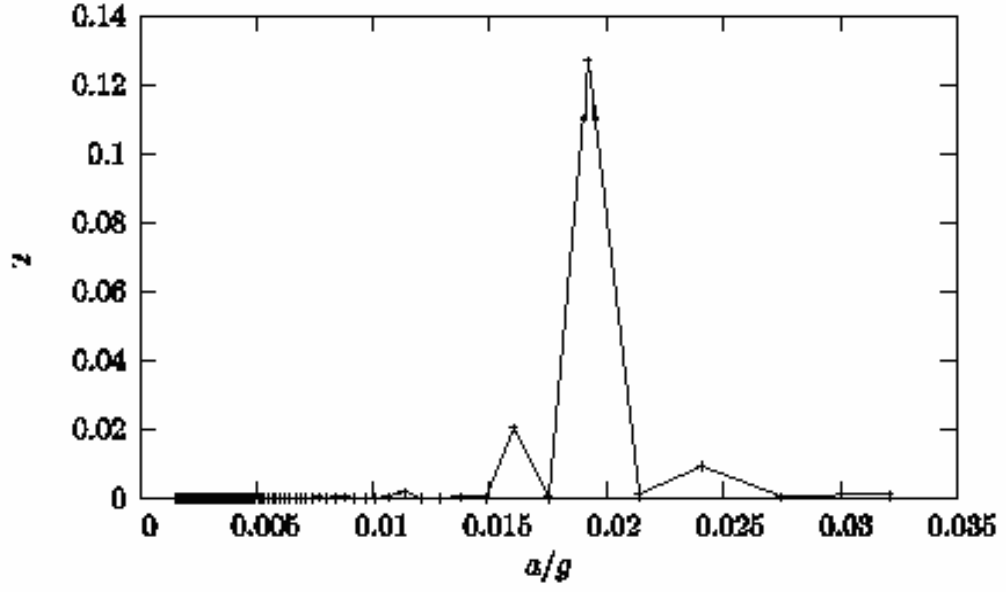
Şekil 4.12: Potansiyel kuyusu sayısının yarısı kadar fermiyonun düzenli dağılımı sonucu ikinci bant çıkışı için sırası ile geçirenlik-ivme ve geçirenlik-Bloch salınım periyodu grafik sunumları.



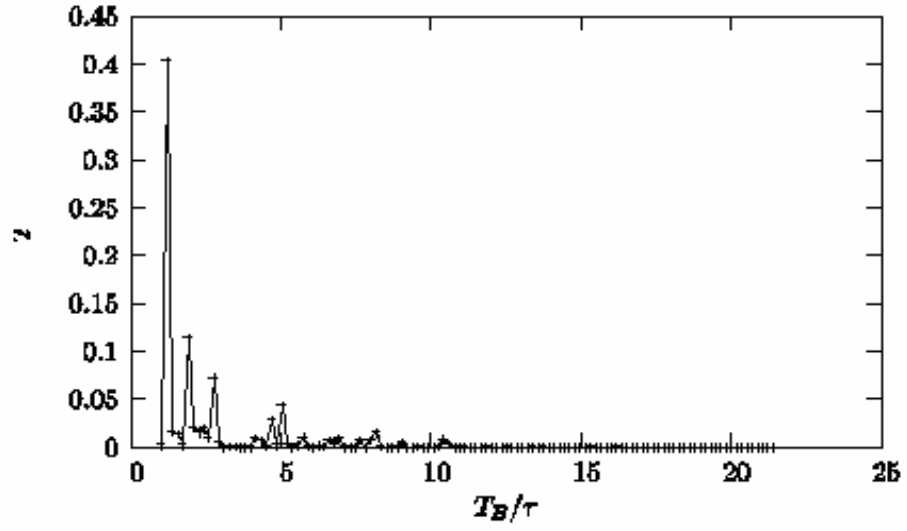
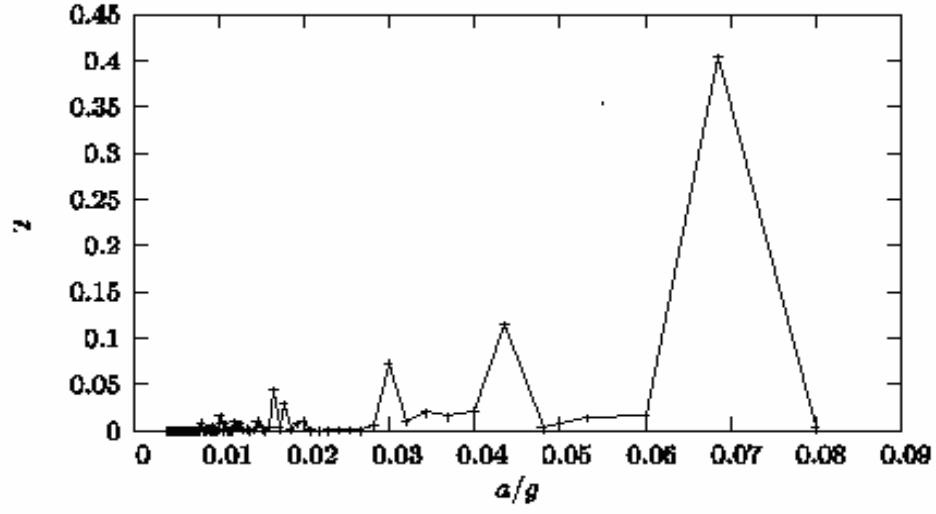
Şekil 4.13: Potansiyel kuyusu sayısının yarısı kadar fermiyonun düzensiz dağılımı sonucu birinci bant çıkışı için sırası ile geçirenlik-ivme ve geçirenlik-Bloch salınım periyodu grafik sunumları.



Şekil 4.14: Potansiyel kuyusu sayısının yarısı kadar fermiyonun düzensiz dağılımı sonucu ikinci bant çıkışı için sırası ile geçirgenlik-ivme ve geçirgenlik-Bloch salınım periyodu grafik sunumları.



Şekil 4.15: Fermiyon dağılımı Fibonacci serisi durumunda birinci bant çıkışı için sırası ile geçirgenlik-ivme ve geçirgenlik-Bloch salınım periyodu grafik sunumları.



Şekil 4.16: Fermiyon dağılımı Fibonacci serisi durumunda ikinci bant çıkışı için sırası ile geçirgenlik-ivme ve geçirgenlik-Bloch salınım periyodu grafik sunumları.

5. TARTIŞMA VE SONUÇ :

Bu tez çalışmasında, Mario Tosi, Patrizia Vignolo, Pablo Capuzzi ve Zehra Akdeniz'den oluşan Scuola Normale Superiore (SNS)-Pisa ve İstanbul Üniversitesi grubunun düzenli sıralanmış çeşitli potansiyel kuyularındaki Bose-Einstein yoğun maddesinin iletimi üzerine yaptıkları bir dizi çalışmalar gözden geçirilmiş, 2003-2004 yıllarında tez yazarının da içinde bulunduğu hem periyodik hem de kuazi-periyodik (Fibonacci) sıralanmış potansiyel kuyularında madde iletimi üzerine yapılan ortak çalışmalar verilmiştir. Bu çalışmalara ek olarak da bu tezde kuazi-periyodik (Fibonacci) sıralanışı 390 site genişletilerek madde iletiminde ortaya çıkan yeni durumlar incelenmiştir.

Yukarıdaki çalışmalarda fermiyonik yapıdaki ^{40}K ve bozonik yapıdaki ^{87}Rb atomları karışımının LENS laboratuvarları verilerinden faydalanılmıştır [40]. Bu veriler LENS laboratuvarlarında lazerler yardımı ile oluşturulan optik örgüde bozonların iletimi ile elde edilmektedir. Bu iletimler bozon-fermion karışım sistemindeki fermiyonların, lazerler ile oluşturulan optik örgüye

- (i) potansiyel kuyusu başına bir fermiyon bulunduğu dağılımı,
 - (ii) fermiyonların sayısının, site sayısının yarısı kadar olduğu düzenli dağılımı,
 - (iii) fermiyonların sayısının, site sayısının yarısı kadar olduğu düzensiz dağılımı,
 - (iv) Fibonacci serisini takip eden fermiyonların dağılımı
- durumlarında bozonların geçirgenliği araştırılmıştır.

Yapılan hesaplarda, fermiyonların bulunduğu örgü potansiyel kuyularının derinliklerinin artırılması bozonların komşu potansiyel kuyusuna hoplama olasılıklarını olumsuz yönde etkilediğinden karışım sistemimizde yerleşik oldukları göz önüne alınarak fermiyonların hareketleri ihmal edilmiştir.

Yapılan çalışmalar bir boyutta sıkı-bağlılık Bose-Hubbard Hamilton fonksiyonu ile ifade edilmiştir. Sisteme uygulanan sabit dış kuvvet etkisi altındaki bozonların hareketi ise Green fonksiyonu yaklaşıklığı altında incelenmiş, bozonların iletiminin hesaplanması amacı ile sistem geliş ve çıkış levhalarına bağlanmıştır. Vakum ortamından gelen parçacıkların, fermiyonların farklı dağılımları ile elde edilen tek periyotlu (düzenli), çift periyotlu (düzenli), düzensiz ve Fibonacci serisi için sistemde ne şekilde etkilendikleri geçirgenlik-ivme ve geçirgenlik-Bloch salınım periyodu grafikleri sonuçlarına bakılarak değerlendirilmiştir.

Uygulanan dış kuvvet, sistemin enerji bantlarında bükülme ile sonuçlanır. Sistem incelenirken Bölüm 4 Bulgular kısmında da bahsedilmiş olan (Şekil 4.2) iki kritik noktadan olan çıkışlara bakılmıştır. Tek periyotlu (düzenli) durumda, sistemden çıkan parçacıkların sayısında geçirgenlik-ivme grafiğinde monoton artış gözlenirken çift periyotlu (düzenli) durumda, geçirgenlik-ivme grafiği sivri tepeler vermektedir.

Sisteme uygulanan kuvvetin veya ivmenin artışı sonucu sistemdeki parçacık çıkışlarında artış beklenirken elde edilen geçirgenlik-ivme grafiğinde bazı değerlerde çıkışların olmadığı anlaşılmıştır. Bunu araştırmak amacı ile çift periyotlu (düzenli), düzensiz ve Fibonacci serisi durumlarında geçirgenlik-Bloch salınım periyodu grafiklerine de bakılmıştır. Elde edilen geçirgenlik-Bloch salınım periyodu grafiklerinden, geçirgenliğin minimum olduğu değerlerde bozonların uyumlu davranışlarından dolayı sistem içinde bozonik dalga paketleri arasında maksimum girişim olduğu gözlemlenmiştir. Geçirgenliğin minimum olduğu değerlerde T_B/τ (Bloch salınım periyodu/tünellenme zamanı) tamsayı değerleri almaktadır. Fermiyonların rasgele dağılımları sonucu oluşan düzensizlik durumunda, fermiyonun dağılımındaki tedirgemelerin, Bose yoğunlaşmasının uyumunu kırma eğiliminde olduğu görülmektedir. Dalga paketleri arasında uyumlu yapılarından dolayı gözlenen girişim, düzensizliğin Bose yoğunlaşmasının uyumunu kırma eğiliminde olması sebebiyle yok olmaktadır. Bunun sonucunda girişim deseni çözünürlüğünü kaybeder. Fermiyonların Fibonacci serisini takip edecek şekilde dağılımları ile yoğunlaşma dalga paketleri Fibonacci serisi boyunca yol almaktadır. Tüm bu durumlar kıyaslandığında Fibonaccide ortalama olarak çift periyotlu durumdan çok tek periyotlu yapıya benzer bir enerji spektrumu ortaya çıkmaktadır.

Fibonacci serisi için bozonların geçirgenlik grafiğine bakıldığında sistemden çıkış olmadığı değerler için bozonik dalga paketleri arasında girişim olduğu gözlenmiştir.

Grup ile ortak yapılan çalışmaların yanı sıra bu tezde Fibonacci dağılımı için ortaya çıkan sonuçların daha iyi anlaşılabilmesi amacıyla site sayısı 390 olarak genişletilmiştir. Fibonacci dizisine uygun olarak site sayısındaki bu artışla tek periyotlu (düzenli), çift periyotlu (düzenli), düzensiz, Fibonacci durumlarında ortaya çıkabilecek değişiklikleri anlamak için yeniden grafiklere bakılmıştır. Beklenildiği gibi tek periyotlu örgüdeki yoğunlaşma iletkenlik üzerinde bir değişikliğe neden olmamıştır. Diğer üç durumda ise site sayısında yapılan bu artmanın, dar alandaki geçirgenliğin azaldığı kuvvetin gittikçe büyüdüğü yerlerde geçirgenlik bozukluklarına neden olduğu görülmüştür. Bu da seçilen Fibonacci dizisine bağlı site sayısının iletkenlik üzerinde farklılık oluşturduğu şeklinde yorumlanabilir. Başka deyişle, kuazi periyodik örgüdeki yoğunlaşma Fibonacci serisindeki artmaya doğrudan bağlıdır.

6. KAYNAKLAR :

- [1] BOSE S. N., (1924), 2. Physik 26.
- [2] EINSTEIN A., (1924), Sitzber. Kgl. Preuss. Akad. Wiss., page 261, (1925), page 3.
- [3] TOSI M. P., (March, 2003) “Introduction to the theory of Bose-Einstein Condensation”, Scuola Normale Superiore di Pisa.
- [4] ANDERSON M. H., ENSHER J. R., MATTHEUS M. R., WIEMAN C. E., and CORNELL E. A., (1995), “Observation of Bose-Einstein Condensation in a Dilute Atomic Vapor”, Science, 269, 198.
- [5] CORNELL E. A., and WIEMAN C. E., (2002), Nobel Lecture: “Bose-Einstein Condensation in a dilute gas, the first 70 years and some recent experiments”, Rev. Mod. Phys. 74, 875-993. KETTERLE W., (2002), Nobel Lecture: “When atoms behave as waves: Bose-Einstein Condensation and the atom laser”, Rev. Mod. Phys., 1131-1151.
- [6] LETOKHOV V., (1968), “Narrowing of the Doppler width in a standing light wave”, Pis'ma Zh. Eksp. Teor. Fiz. 7, 348 [JETP Lett. 7, 272 (1968)].
- [7] ASHKIN A., (1970), “Atomic-beam deflection by resonance-radiation pressure”, Phys. Rev.Lett. 25, 1321.
- [8] HANSCH T. W., SCHAWLOW A. L., (1975), “Cooling of gases by laser radiation”, Opt. Commun. 13, 68.
- [9] WINELAND D., and DEHMELT H., (1975), “Proposed 10^{14} $\Delta\nu/\nu$ laser fluorescence spectroscopy on Ti^+ mono-ion oscillator III”, Bull. Am. Phys. Soc. 20,637.
- [10] RAAB, PRENTISS E. M. ,CABLE A., CHU S., and PRITCHARD D., (1987), “Trapping of neutral sodium atoms with radiation pressure”, Phys. Rev. Lett. 59, 2631.
- [11] GRYNBERG G. and ROBILLIARD C., (2001), Phys.Rep. 355, 335.
- [12] DAHAN M. B., PEIK E., REICHEL J., CASTIN Y., SALOMON C., (1996), “Bloch oscillations of atoms in an optical potential”, Phys. Rev. Lett. 76, 4508.

- [13] PEIK E., DAHAN M. B., BOUCHOULE I., CASTIN Y., SALOMON C., (1997), “Bloch oscillations of atoms, adiabatic rapid passage, and monokinetic atomic beams”, *Phys. Rev. A* 55, 2989.
- [14] BIRKL G. et al., (1995), *Phys. Rev. Lett.* 75, 2823.
- [15] WEIDEMULLER M. et al., (1995), *Phys. Rev. Lett.* 75, 4583.
- [16] GUIDONI L. et al., (1997), *Phys. Rev. Lett.* 79, 3363.
- [17] EKSIÖGLU Y., VIGNOLO P., TOSI M. P., (2004), “Matter-wave interferometry in periodic and quasi-periodic arrays”, *Optics Communications* 243, 175-181 .
- [18] BERG-SOPHIRENSEN K., MOPHILMER K., (1998), “Bose-Einstein in condensates spatially periodic potentials”, *Phys. Rev. A.* 58, 1480.
- [19] CHIOFALO M. L., POLLINI M., TOSI M. P., (2000) ,“Collective excitations of a periodic Bose condensate in the Wannier representation”, *Eur. Phys. J. D*, 11, 371.
- [20] KOHN W., (1959), “Analytic properties of Bloch waves and Wannier functions”, *Phys. Rev.* 115, 809.
- [21] ANDERSON B. P. and KASEVICH M. A., (1998) *Science* 282, 1686.
- [22] CHIOFALO M. L., TOSI M. P., (2001), “Josephson-type oscillations of a driven Bose-Einstein condensate in an optical lattice”, *Europhys. Lett.* 56, 326.
- [23] MOLMER K., (1998), *Phys. Rev. Lett.* 80, 1804 ; AKDENİZ Z., VIGNOLO P. and TOSI M. P., (2002), *J. Phys. B* 35, L 105.
- [24] MODUGNO G., ROATI G., RIBOLI F., FERLAINO F., BRECHA R. J. and INGUSCIO M., (2002), *Science* 297, 2240.
- [25] FERLAINO F., BRECHA R. J., HANNAFORD P., RIBOLI F., ROATI G., MODUGNO G. and INGUSCIO M., (2003), *J. Opt. B: Quantum Semiclass. Opt.* 5 S3-S8.
- [26] BHARUCHA C. F., MADISON K. W., MORROW P. R., WILKONSON S. R., SUNDARAM B. and RAIZEN M. G., (1997), *Phys. Rev. A* 55, R857.
- [27] ORZEL C., TUCHMAN A. K., FENSELAU M. L., YASUDA M. and KASEVICH M. A., (2001), *Science* 291, 2386.
- [28] CATALIOTTI F.S., BURGER S., FORT C., MADDALONI P., MINARDI F., TROMBETTONI A., SMERZI A. and INGUSCIO M., (2001), *Science* 293, 843.

- [29] GREINER M., MANDEL O., ESSINGLER T., HANSCH T. W., and BLOCH I., (2002), *Nature* 415, 39.
- [30] STEINHAUER J., KATZ N., OZERI R., DAVIDSON N., TOZZO C., and DALFOVO F., (2003), *Phys. Rev. Lett.* 90, 060404.
- [31] CHIOFALO M. L., SUCCI S., and TOSI M. P., (1999), *Phys. Rev. Lett.* A 260, 86; CHIOFALO M. L., TOSI M. P., (2000), *Phys. Lett. A*, 268, 406; CARDENAS M., CHIOFALO M. L., and TOSI M. P., (2002), *Physica B* 322, 116; ADHIKARI S. K., and MURUGANANDAM P., (2003), *Phys. Lett. A* 310, 229-235.
- [32] SMERZI A., TROMBETTONI A., KEVREKIDIS P. G., and BISHOP A. R., (2002), *Phys. Rev. Lett.* 89, 170402.
- [33] VAN OOSTEN D., VAN DER STRATEN P., and STOOFF H. T. C., (2001), *Phys. Rev. Lett.* 81, 053601.
- [34] JAKSCH D., BRUDER C., CIRAC J. I., GARDINER C. W., and ZOLLER P., (1998), *Phys. Rev. Lett.* 81, 3108.
- [35] PROKOF'EV N. V., SVISTINOV B. V., and TUPITSYN I. S., (1998), *Phys. Lett. A* 238, 253.
- [36] POTTING S., CRAMER M., SCHWALB C. H., PU H., and MEYSTRE P., (2001), *Phys. Rev. A* 64, 023604.
- [37] GROSSO G. and PASTORI PARRAVICINI G., (1986), *Adv. Chem. Phys.* 62, 81; *ibid.* 62, 131; GIANNOZZI P., GROSSO G., MORONI S., and PASTORI PARRAVICINI G., (1988), *Appl. Numer. Math.* 4, 273.
- [38] FARCHIONI R., GROSSO G., PASTORI PARRAVICINI G., (1996), *Phys. Rev. B* 53, 4294.
- [39] *Atom-Photon Interactions: Basic Processes and Applications*, edited by COHEN-TANNOUDJI C., DUPONT-ROC J., and GRYNBERG G. (Wiley-Interscience, New York 1998)
- [40] ROATI G., RIBOLI F., MODUGNO G., and INGUSCIO M., (2002) *Phys. Rev. Lett.* 89, 150403; FORT C., CATALIOTTI F. S., FALLANI L., FERLAINO F., MADDALONI P., and INGUSCIO M., (2003), *Phys. Rev. Lett.* 90, 140405.
- [41] GOLDWIN J., PAPP S. B., DE MARCO B., and JIN D. S., (2002), *Phys. Rev. A* 65, 021402.
- [42] VIGNOLO P., AKDENIZ Z., and TOSI M. P., (2003), *J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys* 36, 4535-4546.
- [43] ZENER C., (1934), *Proc. R. Soc. London A* 145, 523.

- [44] FARCHIONI R., VIGNOLO P., and GROSS G., (1999), Phys. Rev. B 60, 15705.
- [45] LANDAUER R., (1970), Philos. Mag. 21, 863.
- [46] PAULSSON M., cond-mat/0210519.
- [47] SAKURAI J. J., *Modern Quantum Mechanics* (Addison Wesley, Reading 1994).
- [48] DAMSKI B., ZAKRZEWSKI J., SANTOS L., ZOLLER P., and LEWENSTEIN M., (2003) Phys. Rev. Lett. 91, 08043.
- [49] HOGGATT V., *Fibonacci and Lucas Numbers* (Houghton Mifflin Co., Boston, 1969).
- [50] FUJIWARA T., and OGAWA T., *Quasicrystals*, Springer, Berlin, 1990.

7. EKLER :

EK A. KUAZİ KRİSTALLERİN KONU İLE İLGİLİ BAZI ÖZELLİKLERİ :

Bu ekler içinde, kısım 2.2.3. ve kısım3'de bahsedilen Fibonacci örgüsünü anlamaya yardımcı olacak bir boyutlu kuazi kristallerin konuya uygun bazı özelliklerinden bahsedilecektir.

A.1. Bir Boyutlu Kuazi Kristal :

Kuazi kristallerin keşfedilmesi 1884 yılına dayanmaktadır. İlk kez İsraili fizikçi Dan Shechtman tarafından ortaya atılmıştır. Kuazi kristallerin yapısı Bravais örgüsü ile belirlenemez ve kristal ile sıvı arasında bir simetriye sahiptir. Yapı uzun mesafe dönüşüm düzeninde ancak periyodik değildir ve kuazi periyodik olarak adlandırılır.

Kuazi periyodik durum, bazı özel irrasyonel sayılar takımı ile belirlenir. Özellikle basit kuazi kristal yapı, yüksek boyutlu örgüden projeksiyon yöntemi ile elde edilir. Kuazi kristalin bir boyutlu versiyonu iki boyutlu kare örgüde projeksiyon metodu (bak. bölüm 2.2.3 Şekil 2.9, sağ panel) kullanılarak bulunur. Bu metodu kullanarak kuazi periyodik Fibonacci örgüsü elde edilir. Fibonacci örgüsü genelde bir boyutlu kuazi kristal olarak adlandırılır.

A.2. Fibonacci Örgüsü ve Kuazi Periyot:

İki harf, L uzun (long) ve S kısa (short)' dan oluşan sonsuz dizi Fibonacci serisi olarak adlandırılır. Bu dizilim, L 'den sonra S ($L \rightarrow S$) gelmesi ve S 'den sonra SL ($S \rightarrow SL$) gelmesi kuralına dayanır. Fibonacci dizilimini oluşturmak için en genel yol substitution (yerine koyma) kuralını uygulamaktır. Bu kural, farklı elemanların artarda sıralanışına bağlıdır, buradaki farklı elemanlar L ve S 'dir. İlk kez, Leonardo Fibonacci [49] tarafından çalışılmıştır. Sonsuza devam eden tekrarlama (iteration) ile L/S oranı altın oran τ 'ne yaklaşır.

$$\phi : [L \rightarrow S, S \rightarrow SL] \quad (7.1)$$

İki harf L ve S , yarı sonsuz ω_∞ kelimesini $\omega_{n+1} = \wp(\omega_n)$ tekrarlanması ile oluşturur. Bu tekrarlama başlarken keyfi bir başlangıç harfi alınır, mesela $\omega_0 = S$ olsun. O zaman aşağıdaki gibi bir ifade elde edilir,

$$\begin{aligned} \omega_0 &= S & \omega_1 &= L & (7.2) \\ \omega_2 &= LS & \omega_3 &= LSL \\ \omega_4 &= LSLLS & \omega_5 &= LSLLSLSL \end{aligned}$$

tekrarlama bu şekilde devam eder. Fibonacci düzenine bağlı olarak ;

$$\omega_0 = S, \quad \omega_1 = L, \quad \omega_{n+1} = \omega_n \omega_{n-1} \quad (7.3)$$

dir. Buna bağlı olarak, ω_n kelimesinin uzunluğunun (örn: içeriğindeki harflerin sayısı) tekrarlama (recursion) ile belirlenen Fibonacci sayısı $|\omega_n| = f_n + f_{n+1}$, ile verildiği kolayca görülebilir ve bu bağlamda

$$f_0 = 0, \quad f_1 = 1, \quad f_{n+1} = f_n + f_{n-1} \quad (7.4)$$

dir. ω_n , f_n “L” ve f_{n-1} “S” terimlerini içerir. ω_∞ , içindeki baskın harf L ’ nin frekans ifadesi şu şekilde verilir ;

$$\nu_L = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{f_n}{f_{n+1}} = 1 + \nu_L^{-1} = \frac{\sqrt{5} - 1}{2} = \tau - 1 = \tau' \quad (7.5)$$

Burada $\tau' = \frac{\sqrt{5} - 1}{2} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{f_n}{f_{n+1}}$ altın oranı ifade ederken, bu durum, oran irrasyonel olduğundan Fibonacci serisinin periyodik olmadığını kanıtlar.

A.3. Kuazi Periyot ve Projeksiyon Methodu:

Projeksiyon metodu, yüksek boyuttaki bir örgüden bazı örgü noktaları yansıtılarak daha düşük boyutlara inilmesi temeline dayanır. Kuazi periyodu elde etmenin temel yöntemlerinden biri, projeksiyon yöntemidir. Bu metodun orijinali katı hal fiziğine dayalıdır. Yöntemde iki boyutlu kare örgü üzerinde eğimi $\alpha = \arctan(2/\sqrt{5} + 1)$ olan tüm siteler yansıtılmak suretiyle bir boyutlu Fibonacci serisi bulunur [50] (bak kısım 2.2.3 Şekil 2.9). Bu oluşum ile iki komşu site arası uzaklık iki farklı değer alabilir. Bunlar L veya S 'dir. L/S 'nin oranı bize altın oranı verir. Sıralanış, Fibonacci serisi kuralına göre $L S L L S L S L \dots$ olarak belirlenir. Projeksiyon metodu ile Fibonacci serisi, (bölüm 2.2.3 Şekil 2.9 sağ panel)'de gösterildiği gibi beş lazer kullanılarak meydana getirilir. Burada dört lazer birbirine dik doğrultuda kare örgü oluştururken beşinci lazer puro şeklindeki manyetik tuzak içinde bulunan yoğunlaşmaya Fibonacci serisini oluşturması için kuvvet uygular. Bizim kullandığımız modelde, Fibonacci serisi E_1 ve E_2 site enerjilerinin kurala uygun olarak sıralanışları ile oluşturulur. Bunların Fibonacci dizilimine bakılarak bozonların geçirgenlik sonuçları alınır.

8. ÖZGEÇMİŞ:

KİŞİSEL BİLGİLER

Doğum Tarihi : 23-12-1978

Doğum Yeri : İstanbul

ÖĞRENİM DURUMU

- 2003-2004 İ.Ü. Tezli Yüksek Lisans programı çerçevesinde
İtalyada Unita di Ricerca INFN Scuola Normale
Superiore di Pisada 1 yıl burslu araştırmacı Pisa-İtalya
- 2002- İ.Ü. Fen Bilimleri Enstitüsü Atom ve Molekül Fiziği
Ana Bilim Dalı Yüksek Lisans Vezneciler-İstanbul
- 1998-2002 İ.Ü. Fen Fakültesi Fizik Bölümü Vezneciler-İstanbul
- 1993-1996 İSTEK Vakfı Kemal Atatürk Lisesi Tarabya- İstanbul
- 1989-1993 İSTEK Vakfı Kemal Atatürk Lisesi Tarabya- İstanbul
- 1984-1989 Nilüfer hatun İlköğretim Okulu Nişantaşı-İstanbul

YABANCI DİL

İyi derecede -İngilizce

BİLDİRİLER

Yasa Ekşioğlu, Patrizia Vignolo, Zehra Akdeniz ve M. P. Tosi;
 “Transmittivity of Bose-Einstein condensate on periodic
 and quasi-periodic lattices” VII. Ulusal Sıvihal Fiziği
 Sempozyumu 19-21 Eylül 2003, İstanbul Üniversitesi Baltalimanı Tesisleri, İstanbul

Yasa Ekşioğlu, Patrizia Vignolo, Zehra Akdeniz ve M. P. Tosi;
 “Transport of matter through a Bose-Einstein condensate on periodic
 and quasi-periodic lattices” XII. İstatiksel Fizik Günleri 30 Haziran- 2 Temmuz 2005,
 İstanbul Teknik Üniversitesi, İstanbul

Yasa Ekşioğlu, “Bose-Einstein Condensation”
 Düzensiz Sistemler: Teori ve Uygulamalar Çalışma Grubu, V. Ulusal Sempozyumu,
 23-29 Ağustos 2005, Karaburun, İzmir

KATILDIĞI SEMPOZYUMLAR

International Kas-School Current Trends in Statistical Physics
 24 Eylül- 4 Ekim 2002, Kaş-Türkiye

VII. Ulusal Sıvihal Fiziği Sempozyumu 19-21 Eylül 2003
 İstanbul Üniversitesi Baltalimanı Tesisleri, İstanbul

VIII. Ulusal Sıvihal Fiziği Sempozyumu 24-26 Eylül 2004
 İstanbul Üniversitesi Baltalimanı Tesisleri, İstanbul

IX. Ulusal Sıvihal Fiziği Sempozyumu 22-25 Eylül 2005
 İstanbul Üniversitesi Baltalimanı Tesisleri, İstanbul

YAYINLAR

“Matter- wave interferometry in periodic and quasi-periodic arrays” – Y.Ekşioğlu
 P.Vignolo and M. P.Tosi Optics Communications 243 2004 175-181

“Condensate localization in a quasi-periodic structure” – Y. Ekşioğlu
 P.Vignolo and M. P.Tosi Laser Physics, Vol. 15, No. 2, 2005, pp.356-360

