



**İSTANBUL ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

DOKTORA TEZİ

**YAPILARIN VE TAŞITLARIN ETKİLEŞİMLİ
TİTREŞİMLERİNİN ANALİZİ**

Makina Y.Mühendisi L. Emir SAKMAN

Makina Mühendisliği Anabilim Dalı

Makina Mühendisliği Programı

Danışman

Prof.Dr. Nurkan YAĞIZ

Ekim, 2007

İSTANBUL



**İSTANBUL ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

DOKTORA TEZİ

**YAPILARIN VE TAŞITLARIN ETKİLEŞİMLİ
TİTREŞİMLERİNİN ANALİZİ**

Makina Y.Mühendisi L. Emir SAKMAN

Makina Mühendisliği Anabilim Dalı

Makina Mühendisliği Programı

Danışman

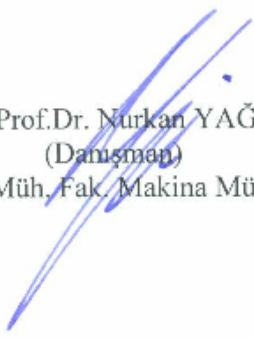
Prof.Dr. Nurkan YAĞIZ


Ekim, 2007


İSTANBUL


Bu çalışma 07/11/2007 tarihinde aşağıdaki jüri tarafından Makina Mühendisliği Anabilim Dalı Makina Mühendisliği programında Doktora Tezi olarak kabul edilmiştir.

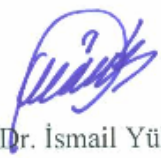
Tez Jürisi


Prof.Dr. Nurkan YAĞIZ
(Danışman)
İ.Ü. Müh. Fak. Makina Müh. Böl.


Prof.Dr. Ahmet SERTBAŞ
İ.Ü. Müh. Fak. Makina Müh. Böl.


Doç.Dr. Rahmi GÜÇLÜ
Y.T.Ü Müh. Fak. Makina Müh. Böl.


Prof.Dr. Salim ÖZÇELEBİ
İ.Ü. Müh. Fak. Makina Müh. Böl.


Prof.Dr. İsmail Yüksek
Y.T.Ü Müh. Fak. Makina Müh. Böl.

ÖNSÖZ

Lisans üstü öğrenimim sırasında ve tez çalışmam süresince gösterdiği yüksek özveri ve bilimsel ve manevi yardımlarından dolayı çok değerli hocam Prof.Dr. Nurkan YAĞIZ'a en içten dileklerle teşekkür ederim. Ayrıca, bilgisini ve bilimsel görüşünü her zaman benimle paylaşan değerli hocam Doç.Dr. Erol Uzal'a, trafik gürültüsü ölçümlerinde bilgi ve verilerini paylaşan Prof.Dr. Ali Pınar'a ve Yrd.Doç.Dr. Ali İsmet Kanlı'ya ve yardımlarını esirgemeyen çalışma arkadaşlarıma teşekkürü bir borç bilirim.

Eylül, 2007

Lütfi Emir SAKMAN

İÇİNDEKİLER

ÖNSÖZ	i
İÇİNDEKİLER	ii
ŞEKİL LİSTESİ	iv
TABLO LİSTESİ	v
SEMBOL LİSTESİ	vi-vii
ÖZET	viii
SUMMARY	ix
1. GİRİŞ	1-2
2. GENEL KISIMLAR	3
2.1. ÇUBUKLARIN TİTREŞİMLERİ.....	3-4
2.2. PLAKALARIN TİTREŞİMLERİ.....	4-7
2.3. BİNALARIN TİTREŞİMLERİ.....	7-8
3. MALZEME VE YÖNTEM	9
3.1. LAGRANGE ENERJİ METODU.....	9-10
3.2. ÇUBUKLARIN ÖZ FONKSİYONLARI.....	10-15
3.3. ÇUBUKLARIN GENELLEŞTİRİLMİŞ KÜTLE VE YAY KATSAYILARI	15
3.4. ÇUBUKLARIN ENERJİ DENKLEMLERİ.....	15-16
3.5. ÇUBUKLARDA EĞİLME MOMENTİ.....	16
3.6. PLAKALARIN ÖZ FONKSİYONLARI.....	16-17
3.7. PLAKALARIN GENELLEŞTİRİLMİŞ KÜTLE VE YAY KATSAYILARI	17-18
3.8. PLAKALARIN ENERJİ DENKLEMLERİ.....	18

3.9. PLAKALARDA EĞİLME MOMENTİ.....	18
3.10. TAŞITLARIN ENERJİ DENKLEMLERİ.....	19
3.10.1. Çeyrek Taşıt Modeli.....	19
3.10.2. Tam Taşıt Modeli.....	20
3.11. BİNANIN ENERJİ DENKLEMLERİ.....	21-22
3.12. GENELLEŞTİRİLMİŞ FONKSİYONLAR.....	22
4. BULGULAR	23
4.1. İKİ BOYUTLU KÖPRÜ VE TEK TAŞIT MODELLİ SİSTEM.....	23-30
4.2. İKİ BOYUTLU KÖPRÜ VE ÇOK TAŞIT MODELLİ SİSTEM.....	31-38
4.3. ÜÇ BOYUTLU KÖPRÜ VE TAM TAŞIT MODELLİ SİSTEM.....	38-57
4.4. TRAFİK GÜRÜLTÜSÜ ETKİSİNDEKİ BİNA MODELİ.....	57-64
5. TARTIŞMA VE SONUÇ.....	65-66
KAYNAKLAR	67-71
EKLER	72-77
ÖZGEÇMİŞ	78

ŞEKİL LİSTESİ

Şekil 3.1	: Dış kuvvet ve momentlerin etkisi altındaki çubuk elemanı.....	11
Şekil 3.2	: Çeyrek Taşıt Modeli.....	19
Şekil 3.3	: Tam Taşıt Modeli.....	20
Şekil 3.4	: Bina Modeli.....	21
Şekil 4.1	: Köprü ve taşıt modeli	24
Şekil 4.2	: Taşıt ana gövdesinin deplasmanı.....	27
Şekil 4.3	: Taşıt ana gövdesinin ivme değişimleri	28
Şekil 4.4	: Köprü orta noktasının titreşimleri.. ..	29
Şekil 4.5	: Köprü orta noktasının eğilme momentleri.....	30
Şekil 4.6	: Dinamik tekerlek yükü	30
Şekil 4.7	: Köprü ve çok taşıt modeli	31
Şekil 4.8	: Taşıt ana gövdelerinin titreşimleri.....	34
Şekil 4.9	: Köprü orta noktasının titreşimleri	35
Şekil 4.10	: Köprü orta noktasının eğilme momentleri.....	36
Şekil 4.11	: Taşıt gövdelerinin dinamik hareketleri.....	37
Şekil 4.12	: Dinamik tekerlek yükü	38
Şekil 4.13	: Üç boyutlu köprü ve tam taşıt modeli	39
Şekil 4.14	: Taşıta etkileyen yol girişleri.....	44
Şekil 4.15	: Taşıt ana gövdesinin titreşimleri	45
Şekil 4.16	: Taşıt ana gövdesinin ivme değişimleri	46
Şekil 4.17	: Dinamik tekerlek yükleri.....	47
Şekil 4.18	: Köprünün orta ve çeyrek noktalarının titreşimleri	48
Şekil 4.19	: Köprünün orta noktasının değişik hızlardaki titreşimleri.....	49
Şekil 4.20	: Köprünün orta noktasının eğilme momentleri.....	49
Şekil 4.21	: Köprünün orta noktasının titreşimleri	51
Şekil 4.22	: Köprünün orta noktasının maksimum titreşim deplasmanları	52
Şekil 4.23	: Köprünün titreşim deplasmanları	53
Şekil 4.24	: Köprünün orta çizgisinin titreşim deplasmanları	54
Şekil 4.25	: Köprünün orta çizgisinin eğilme momentleri.....	54
Şekil 4.26	: Köprünün orta noktasının maksimum momentleri.....	55
Şekil 4.27	: Taşıt ana gövdesinin titreşim hareketleri.....	55
Şekil 4.28	: Taşıt ana gövdesinin kafa vurma hareketleri.....	56
Şekil 4.29	: Taşıtın ve köprünün frekans cevapları	56
Şekil 4.30	: Trafik gürültüsü etkisi altındaki bina modeli	57
Şekil 4.31	: Zemin titreşim deplasmanları	59
Şekil 4.32	: Bina katlarının titreşim deplasmanları	60
Şekil 4.33	: Bina katlarının titreşim ivmeleri.....	61
Şekil 4.34	: Zemin titreşim deplasmanları	62
Şekil 4.35	: Bina katlarının titreşim deplasmanları	63
Şekil 4.36	: Bina katlarının titreşim ivmeleri.....	64

TABLO LİSTESİ

Tablo 3.1	: Çubukların Sınır Şartları.....	12
Tablo 3.2	: Çubukların Öz Değer Fonksiyonları.....	13
Tablo 3.3	: Çubukların Öz Değerleri.....	13
Tablo 3.4	: Çubukların Öz Fonksiyonları	14

SEMBOL LİSTESİ

A	: plakanın boyu, bulunması istenilen titreşim genlikleri
A_0	: bilinen titreşim genlikleri
B	: plakanın eni
a, b, c, d	: taşıt kütle merkezinin konumları
c_0, c_1, c_2, c_3, c_4	: taşıt ve bina için sönüm katsayıları
$c_ç$: çubuk için sönümleme katsayısı
c_p	: plaka için sönümleme katsayısı
D	: Young Modülü
$D.E.$: sönüm terimi
E	: elastisite modülü
h	: plakanın kalınlığı
I	: çubuğun atalet momenti
I_θ	: taşıtın θ dönme yönündeki atalet momenti
I_α	: taşıtın α dönme yönündeki atalet momenti
k_0, k_1, k_2, k_3, k_4	: taşıt süspansiyon ve bina yay katsayıları
$k_{t1}, k_{t2}, k_{t3}, k_{t4}$: taşıt tekerlek yay katsayısı
k_{ii}, k_{ij}	: çubuk ve plakaların genelleştirilmiş yay katsayı fonksiyonu
$K.E.$: Kinetik Enerji
L	: Lagrange Operatörü, çubuğun uzunluğu
m, m_1, m_2, m_3, m_4	: taşıt ve bina ana gövde kütlesi
$m_ç$: çubuğun birim uzunluk başına düşen kütlesi
m_{ii}, m_{ij}	: çubuk ve plakaların genelleştirilmiş kütle fonksiyonu
M	: eğilme momenti
$P.E.$: Potansiyel Enerji
r	: titreşim genliklerinin bilinmediği mesafe
r_0	: titreşim genliklerinin bilindiği mesafe
q_{ii}, q_{ij}	: çubuk ve plakanın zaman fonksiyonu
t	: zaman
u	: genelleştirilmiş hareketli yük denklemi
U	: toplam genelleştirilmiş hareketli yük denklemi
v	: kesme kuvveti
V	: hız
w_{ii}, w_{ij}	: çubuk ve plakanın hareketi
W_{ij}	: plakanın öz fonksiyon denklemi
x, y, z	: kartezyen sistemde uzay koordinatları
X	: plakanın x yönü için kullanılan çubuğun öz fonksiyonu
Y	: plakanın y yönü için kullanılan çubuğun öz fonksiyonu
$y_0, y_1, y_2, y_3, y_4, y_5$: bina gövdesi deplasmanları
$z_0, z_1, z_2, z_3, z_4, z_5$: taşıt gövdesi deplasmanları
α	: taşıt gövdesinin devrilme hareketi

θ	: taşıt gövdesinin kafa vurma hareketi
β	: öz değer
Δ	: zaman aralığı
δ	: dirac delta Fonksiyonu
ε	: mesafe
ν	: Poisson Oranı
ρ	: yoğunluk
ϕ	: çubuğun öz fonksiyonu

ÖZET

YAPILARIN VE TAŞITLARIN ETKİLEŞİMLİ TİTREŞİMLERİNİN ANALİZİ

Taşıt kaynaklı yapı titreşimlerinin incelenmesi bu tezin ana konusudur. Bu sebeple öncelikle metal köprülerde taşıt kaynaklı köprü titreşimleri ve taşıt titreşimleri incelenecektir. Daha sonra da taşıt kaynaklı bina titreşimleri çalışılacaktır. Japonya gibi deprem riski taşıyan ülkelerde, depremden dolayı oluşabilecek hasarları en aza indirmek için beton yapılara göre mukavemeti çok daha yüksek olan metal yapılar kullanılmaya başlanmıştır. Metal yapılar genellikle, konut ve iş merkezleri gibi insanların yoğunlukla buldukları ve zamanlarının büyük bir kısmını geçirdikleri yerlerde tercih edilmekle beraber, özellikle Japonya’da köprü ve viyadüklerin yapımında da kullanılmaktadırlar. Böylece deprem sonrasında çok önemli olan ulaşımında kesintiye uğraması büyük ölçüde önlenmiş olmaktadır.

Metal yapıların kullanılabilmesi için öncelikli olarak, mukavemet hesaplarının yanında metal yapıların günlük yaşamda karşılaşacağı dış etkilere karşı vereceği dinamik tepkiler de ortaya çıkarılmalıdır. Yapıların günlük hayatta karşılaşacağı en önemli dış etkilerden birisi de taşıtlardan dolayı etki eden dinamik yükler ve trafik gürültüsüdür. Bu çalışmada ilk olarak metal köprü ve viyadüklerin modellenmesi üzerinde çalışılmıştır. Köprü ve viyadükler önce iki boyutlu daha sonra ise üç boyutlu ortamlarda modellenmişlerdir. İki boyutlu ortamda köprü modeli olarak düz bir çubuk seçilip, üzerinden hareketli yük olarak sırası ile bir adet ve beş adet çeyrek taşıt modelleri geçirilmiştir. İkinci aşamada ise üç boyutlu ortamda köprü modeli olarak dikdörtgen bir plaka seçilmiş ve üzerinden hareketli yük olarak tam taşıt modeli geçirilmiş ve böylece köprü modellerinin, üzerlerinden geçen hareketli yükler ile etkileşimli titreşimleri analitik ve sayısal olarak incelenmiştir. Son aşamada ise yoldan geçen taşıtların oluşturduğu titreşimlerin etkisi altındaki binanın titreşimleri çalışılmıştır. Asfalt yoldan geçen araçların titreşimleri ölçülerek bilgisayar ortamında bina modeline etki ettirilmiş ve binanın titreşim hareketleri ortaya konulmuştur.

Çalışmanın sonucunda, köprü modellerinin titreşimleri, eğilme momenti cevapları ve üzerinden geçen taşıtların gövde titreşimleri ile ivme değişimleri grafik olarak verilmiştir.

SUMMARY

ANALYSIS OF INTERACTIVE VIBRATIONS OF STRUCTURES AND VEHICLES

The main subject of this dissertation study is structural vibrations caused by vehicles. Therefore, firstly vibrations of metal bridges driven by vehicles and vibrations of vehicles are investigated. Then, building vibrations driven by vehicles are considered. In the countries like Japan, which have an earthquake risk, more strength full metal structures are preferred instead of concrete ones in order to minimize the damage which will be able to occur during an earthquake. Particularly in Japan, metal structures are also used in the bridge and viaduct construction in addition to the construction of houses and business centers where people spent much time. Therefore, transportation which is one of the most important things after an earthquake will not be ceased.

In order to use metallic structures, the dynamic reaction of these structures to the external effects which can be encountered in daily life should be revealed. The most important one of these effects is the dynamic effect and noise because of the vehicles. In this study it has been studied firstly on the modeling of bridges and viaducts. In the modeling, first a two dimensional and then a three dimensional model has been taken into account. For the two dimensional case, a straight beam has been selected as the bridge model and one and five vehicles have been considered to be on the bridge, respectively. In the second stage, a rectangular plate is chosen as the bridge model and a moving vehicle is crossed from the bridge and then the vibration analysis is performed. In the last stage, the effect of vibrations due to the vehicles on the road on the nearby buildings has been investigated analytically. After the measurement of vibration due to the vehicle on the asphalted road, results have been adapted to the considered structure model using a computer program and the vibration of the structure has been specified.

In the last stage of the study, The vibration of the bridge models, the bending moment outcomes and the vibration of the body of the vehicle on the road have been given graphically.

1. GİRİŞ

Son yıllarda, deprem riski taşıyan ülkelerde depremin zararlarını azaltmak için çeşitli çalışmalar yapılmaktadır. Yapılan çalışmalar içerisinde en önemlilerden birisi de hiç kuşkusuz, depremin yıkıcı etkilerine karşı yapıların mukavemetini arttırmaktır. Yapıların büyük bir çoğunluğunun betonarme olduğu göz önünde bulundurulursa, mukavemeti arttırmanın yöntemi, dayanımı betondan daha yüksek olan bir malzeme kullanmaktır. Bu düşünce sonucunda deprem riski taşıyan ülkelerde, çelik konstrüksiyon yapılar betonarme yapıların yerini almaktadır. Şehir yaşamı düşünüldüğünde çelik konstrüksiyon yapılar çoğunlukla iki tipteki betonarme yapıların yerine tercih edilmektedir. Birinci tip yapılar, insanların yoğunlukla yaşadığı, zamanlarının önemli bir kısmını geçirdiği ev ve işyerlerinin bulunduğu bina, plaza, gökdelen ve alışveriş merkezleri gibi meskenlerdir. İkinci tip yapılar ise insanların taşıtlar ile seyahat ederlerken kullandıkları ve yolları birbirlerine bağlayan, deniz veya akarsu gibi yerlerin üzerinden geçmeyi sağlayan köprü ve viyadüklerdir.

Çelik konstrüksiyon yapıları inşa etmek için yapının mukavemet hesaplarının yanında dış etkilere karşı vereceği dinamik tepkilerinde ortaya konulması gerekir. Dinamik tepkilerin incelenmesi esnasında, titreşimlerin ve eğilme momentlerinin önemi büyüktür. Yapıların konstrüksiyonu aşamasında tasarımcılar, dış etkenlere karşı, yapının titreşimlerini ve eğilme moment değerlerini titizlikle değerlendirmek zorundadır. Bahis edilen incelemeleri yapabilmek için yapının fiziksel özelliklerine göre matematiksel modelinin ortaya konulması gerekir. Çelik malzemelerin fiziksel yapıları dikkate alınır, bu tip malzemeleri sürekli ortam olarak kabul edip modellemek uygun olur.

Çelik konstrüksiyon yapıların titreşimlerini, eğilme moment değerlerini ve üzerinden geçen taşıtların dinamik cevaplarını incelemek bu çalışmanın amacını oluşturmaktadır. Çalışma temel olarak üç bölüme ayrılmıştır. Çalışmanın başlangıcında, köprüler iki boyutlu olarak tasarlanmıştır. Bunun anlamı, köprüler çubuk olarak modellenmiştir. Çubuğun fiziksel modelinden elde edilen matematiksel modeli vasıtasıyla öz değerleri

ve öz fonksiyonları bulunmuştur. Daha sonra üzerinden geçtiği kabul edilen iki serbestlik dereceli çeyrek taşıt modelinde matematiksel modeli elde edilip, bu iki sistemin etkileşimli titreşimlerinin analizleri yapılmıştır. İkinci bölümde, bu defa da plaka titreşimleri için plakaların öz değer ve öz fonksiyonları elde edilmiş ve devamında da plakanın üzerinden geçtiği kabul edilen yedi serbestlik dereceli tam taşıt modelinin matematiksel modeli ortaya çıkarılmış ve etkileşimli titreşimleri matematiksel olarak yazılıp çözümleri yapıldıktan sonra incelenen değerlerin grafikleri çizdirilmiştir. Son bölümde ise trafik gürültüsü altındaki yapıların titreşimleri grafikler vasıtası ile bilgisayar ortamında ortaya konulmuştur. Trafik gürültüsü için, matematiksel modelden yararlanmak yerine, ölçüm cihazları ile kayıt edilen gerçek veriler kullanılmış ve sonuçları elde etmek için bu veriler binanın matematiksel modeline bilgisayar ortamında etki ettirilmiştir.

Çubuk ve plakaların üzerinden noktasal hareketli yük geçtiğinde, sistemin çözümünü tamamen analitik olarak yapmak mümkündür. Fakat, çeyrek veya tam taşıt modeli gibi çok serbestlik dereceli sistemler hareketli yük olarak modellendiğinde, birleşik sistemin tam analitik çözümünü yapmak mümkün değildir. Çubuk, plaka ve taşıt denklemleri analitik olarak elde edilmesine rağmen, bu sistemlerin etkileşimli hareketlerini çözmek için, Runge-Kutta'nın dördüncü dereceden metodu kullanılmıştır.

2. GENEL KISIMLAR

2.1. ÇUBUKLARIN TİTREŞİMLERİ

Genel olarak, eni ile boyu arasındaki oranı $1/10$ 'dan az olan malzemelere çubuk adı verilir. Literatürde çubukların titreşimlerini modellemek için yöntem olarak seçilen sürekli ortamların titreşimleri konusunda önemli çalışmalar yapılmıştır. Timoshenko 1943 yılında yayınlanan kitabında, çubukların titreşimlerini çubuk eksenlerindeki dönmeden dolayı oluşan dönme momentlerini de dikkate alarak incelemiştir [1]. Çubuğun tanımından dolayı, boyu enine göre çok büyük olduğu için, çubuk eksenlerindeki dönmeden dolayı oluşan dönme momentlerinin etkisi önem taşımayacak kadar küçüktür. Fryba, 1972 yılında basılan kitabında oluşan bu momentleri dikkate almadan, çubukların üzerinden geçen hareketli yük ile birlikte nasıl köprü olarak modelleneceği konusunda gerekli bilgi ve denklemleri vermiştir [2]. Tse, Morse ve Hinkle, 1973 yılında yazdıkları kitapta, bir Euler-Bernoulli çubuğunun sürekli ortamlar prensibine göre nasıl modellendiğini, öz değer ve öz fonksiyonlarının nasıl bulunacağını değişik sınır şartları için detaylı olarak anlatmışlardır. Ayrıca eserlerinde, çubuğun üzerinden hareketli bir yük geçmesi durumunda ayrıntılı olarak açıklanmıştır [3]. Fryba, 1976 senesinde basılan makalesinde, üzerinde hareket eden değişken bir kuvvetin etkisi ile bir çubuğun değişken titreşimlerini incelemiştir [4]. Meirovitch ise 1986 yılında yazdığı eserinde, klasik yöntemlerin yanında sonlu elemanlar yöntemi ile de çözümün nasıl yapılacağını anlatmıştır [5]. Henchi, Fafard, Dhatt ve Talbot 1997 yılındaki çalışmalarında, birbirleri ile bağlantılı çok sayıdaki Euler-Bernoulli çubuğunun dinamik davranışlarını, çubuklar hareketli yük konvoyunun etkisi altında iken, sonlu elemanlar yöntemini kullanarak bulmuşlardır [6]. Esmailzadeh ve Ghorashi, 1997 tarihli makalelerinde bir Timoshenko çubuğunun titreşimlerini, üzerinden hareketli bir yük geçerken incelemiştir [7]. Lee, 1998 yılındaki çalışmasında bir Timoshenko çubuğunun, boyunca tesir eden Winkler tipi elastik bir desteğin etkisine rağmen üzerinden hareketli yük geçerken yapmış olduğu titreşimleri ortaya koymuştur [8]. Wang ve Lin, 1998 yılında yayınlanmış olan makalelerinde, tren yolu gibi ard arda

dizilmiş ve periyodik olarak desteklenmiş olan bir dizi Timoshenko çubuğunun titreşimlerini, üzerinden sabit hızda hareketli yük geçmesi durumu için incelemiştir [9]. Zibdeh ve Juma ise 1999 tarihli çalışmalarında boyuna paralel olan ekseni boyunca dönme hareketi yapabilen bir çubuğun rastgele hareketli bir yükün etkisine karşılık vermiş olduğu dinamik cevapları sunmuşlardır [10]. Ichikawa, Miyakawa ve Matsuda 2000 yılındaki çalışmalarında, birbirleri ile bağlantılı ard arda sıralanmış çok sayıdaki Euler-Bernoulli çubuğunun üzerinden hareketli bir kütle geçerken yapmış olduğu titreşimleri ortaya koymuşlardır [11]. Michaltsos ise 2002 yılındaki makalesinde diğerlerinden biraz daha farklı bir konuyu ele almıştır. Köprü şeklinde modellenmiş bir çubuğun, üzerinden bu defa değişken bir hızda geçen hareketli yükün etkisi altındaki dinamik davranışlarını sergilemişlerdir [12]. Bütün bu çalışmaların ışığında Esmailzadeh ve Jalili 2003 yılındaki çalışmalarında Euler-Bernoulli çubuğunu köprü olarak modellemişler ve üzerinden sırası ile çeyrek ve yarım taşıt modellerini geçirecek, çubuğun ve taşıt modellerinin dinamik cevaplarını incelemiştir [13]. Kargarnovin ve Younesian ise 2004 yılındaki çalışmalarında, bu kez vizkoelastik bir desteğe rağmen üzerinden hareketli kütle geçen sonsuz uzunluktaki Timoshenko çubuğunun dinamik cevapları ile ilgilenmişlerdir [14]. Kim 2004 tarihinde yayınlanan makalesinde, boyuna dış kuvvetlerin etkisi altındaki sonsuz uzun bir Euler-Bernoulli çubuğuna Winkler tipi elastik bir destek ekleyerek üzerinden hareketli bir harmonik yük geçirmiştir. Çalışmanın sonucunda ise, çubuğun stabilitesini ve titreşimlerini ortaya çıkarmıştır [15]. Wayou, Tchoukuegno ve Woafö ise 2004 yılında, elastik bir çubuğun non-lineer titreşimlerini hareketli yük etkisi altında iken incelemiştir [16]. Buraya kadar yapılan tüm bu çalışmalar, bilimsel olarak önem taşımalarına ve tasarımcılara bir fikir vermesine rağmen gerçeğe çok uygun değildir. Uygun olmamalarının en büyük sebebi ise modellerinde iki boyutlu ortamı kabul etmişlerdir. Ama gerçeğe uygun modeller üç boyutlu modellerdir ve günlük hayatta kullanılan köprü ve taşıtlar ancak üç boyutlu modeller yardımı ile tasarlanabilir.

2.2. PLAKALARIN TİTREŞİMLERİ

Daha öncede bahis edildiği gibi, bir köprü tasarlanacağı zaman mukavemet ve dinamik hesaplarının yanında, dış etkilere karşı vereceği dinamik tepkilerde kesinlikle hesaplanmalıdır. Köprülerin doğal frekansları bulunmalı, ve köprünün dış etkiler

tesirinde titreşim hareketi yaparken rezonansa girmesi engellenmelidir. Sayılan bu etkileri hesaplayabilmek için öncelikle köprü modeli belirlenmelidir. Bu çalışmada köprü modeli olarak izotropik, düzlemsel dikdörtgen bir metal plaka seçilmiştir. Plaka titreşimleri, çubuk titreşimlerine göre farklılıklar gösterir. Plakaların fiziksel modelinden, matematiksel modeli elde edildiğinde, karşımıza biharmonik diferansiyel denklem çıkar. Bu denklemin çözümü ise sonsuz sayıda lineer denkleme sahiptir. Oysa plakalarda toplam sekiz adet sınır şartı vardır. Böylece, plaka denklemi için sekiz sabitli bir denklem kullanılmalıdır. Literatürde, plaka denklemi olarak aynı sınır şartlarına sahip barların öz fonksiyonlarının kullanılması uygun bulunmuştur ve plakanın öz fonksiyonları olarak kullanılmaktadır. Ancak bu kabul, plakanın sadece bir karşılıklı iki kenarının basit mesnetli olması halinde geçerli değildir. Bu durumdaki çözümü ise Huffington, ve Hoppmann II, 1958 yılındaki çalışmalarında ortaya koymuşlardır. Ayrıca bu çalışmada her türlü sınır şartı için plakaların öz fonksiyonları ifade edilmiştir [17]. Timoshenko ve Krieger 1959 yılındaki, Timoshenko ve Young 1965 yılındaki, Timoshenko ve Goodier ise 1970 yılında basılan kitaplarında, plakaların fiziksel özelliklerini ve elastisite açısından denklemlerini vererek konuya yaklaşmışlardır [18], [19], [20]. Leissa 1969 yılında NASA için tüm plaka şekilleri ve sınır şartları için çok detaylı bir çalışma yapmıştır ve bütün durumlar için plakaların öz fonksiyonlarını vermiştir [21]. Plaka titreşimlerinin, çubuk titreşimlerinden faydalanılarak elde edilmesi son yıllardaki önemli çalışmalarda kabul görmüş bir yöntemdir. Bu konudaki en önemli eserlerden biriside Leissa 1973 tarihli çalışmasıdır. Araştırmacı bu çalışmasında plakaların serbest titreşimlerini incelemiş ve boyutsuzlaştırma yaparak plakaların geçerli olan sınır şartları için öz değerlerini vermiştir [22]. Gbadayan ve Oni 1995 yılında, hareketli yük altındaki barların ve plakaların dinamik cevaplarını birlikte çalışmışlardır. Bu çalışmada çubuklar ve plakalar için Rayleigh'in kabullerini kullanmışlardır [23]. Takabatake değişik ve detaylı bir çalışmayı 1998 yılında yayınlamıştır. Çalışmada, plakanın kalınlığının bir adım fonksiyonu şeklinde değiştiği, üzerinden hareketli yük geçerken plakaya ilave sabit bir kütle ilave edildiği kabul edilmiş ve bu şartlar altında plakanın dinamiği incelenmiştir [24]. Shadnam, Mofid ve Akin 2001 yılındaki çalışmalarında, düzlemsel bir rota izleyen hareketli bir yük yerine, rastgele bir rota izleyen hareketli yük altındaki plakanın dinamiğini incelemiştir [25]. Shadnam, Rofooei ve Mehri 2001 tarihli benzer bir çalışmada, non-lineer bir plakanın rastgele bir rota izleyen hareketli yük altındaki dinamiğini incelemiştir [26]. Oniszczuk 2003

yılında yapmış olduğu çalışmada, plaka ve membran sistemlerini elastik olarak birleştirmiş ve oluşan yeni sistemin sistem düzlemine dikey olan titreşimlerini araştırmıştır [27]. Nassif ve Liu 2004 yılında yaptıkları çalışmada, plaka şeklindeki bir köprünün ve üzerinden geçen tam taşıt modelinin dinamik davranışlarını, sonlu farklar yönteminin benzeri bir sayısal yöntem olan Newmark β yöntemi ile ortaya koymuşlardır [28]. Lee ve Yhim yine 2004 yılında basılan makalelerinde kompozit malzemeden yapılmış bir plakanın dinamik araştırmasını plakalar için birinci dereceden plaka teorisinden türettikleri üçüncü dereceden plaka teorisi ile yapmışlardır [29]. Bütün bunların yanında, plaka denklemlerinde karşılaşılan biharmonik denklemin çözümü içinde değişik çalışmalar yapılmıştır. Uygulamalı matematik konusunda çalışan Zarubinskaya ve van Horssen 2004 yılındaki çalışmalarında, sadece bir karşılıklı iki ucu basit mesnetlenmiş olan plaka denklemlerinin çözümü için biharmonik denklem çözümünde yeni bir yöntem önermişlerdir [30]. Hashemi ve Arsanjani ise çözümü konusunda değişik çalışmalar olan sadece bir karşılıklı iki ucu basit mesnetlenmiş olan plaka denklemlerinin çözümü için Mindlin plaka teorisinden faydalanarak, plakanın diğer iki ucu farklı mesnetli olacak şekilde altı farklı sınır şartı için öz fonksiyonları boyutsuz olarak elde etmiştir [31]. 2005 yılındaki makalelerinde, Kim, Kawatani ve Kim, köprü şeklinde modellenmiş plakaya yol pürüzlülüğünü de eklemişler ve bu sistemin üzerinden taşıt geçirmişlerdir. Çözümü ise sonlu elemanlar sayısal yöntemini kullanarak yapmışlardır [32]. Vera, Febboa, Mendez ve Paz, 2005 tarihli kısa makalelerinde sonlu elemanlar yöntemini kullanarak bir plakanın titreşimlerini, üzerine elastik olarak monte edilmiş iki serbestlik dereceli sistemin dinamik etkisi altında iken ifade etmişlerdir [33]. Au ve Wang, 2005 yılında yayınlanan makalelerinde, ortotropik bir plakanın üzerinden noktasal bir hareketli yük geçmesi durumunda oluşan titreşimler ile birlikte plakada oluşan ses dalgalarını da dikkate almışlardır [34]. Li, Qiang, Haili ve Xu 2005 yılındaki çalışmalarında, rüzgar etkisi altındaki köprü ve taşıt sisteminin dinamiğini Gaussian prosesini kullanarak irdelemişlerdir [35]. Kang ve Leissa birlikte yayınladıkları 2005 yılındaki çalışmalarında, sadece bir karşılıklı iki ucu basit mesnetlenmiş olan plaka denkleminin kesin çözümünü, basit mesnetli uçlarından lineer olarak değişen kuvvetler etkisi altında iken vermiştir [36]. Devarakonda ve Bert, karşılıklı iki ucundan sinüzoidal olarak etki eden kuvvetlerin etkisi altındaki plakanın titreşimlerini 2005 yılında yayımlanan eserlerinde incelemişlerdir [37]. Yüksek, Kepçeler, Güçlü ve Yağız, 2005 yılında yapmış oldukları çalışmada, bir viyadüğün

titreşimlerinden dolayı ortaya çıkan gürültüyü kontrol etmek için değişik bir yöntem olarak, taşıt titreşimlerinin kontrolünün viyadük titreşimleri üzerindeki etkisini incelemişlerdir [38]. Yağız ve Sakman 2006 yılındaki makalelerinde, dört ucu basit mesnetlenmiş bir plakayı köprü modeli olarak seçmiş ve üzerinden yedi serbestlik dereceli tam taşıt modelini hareketli yük olarak geçirmişlerdir. Sistemin denklemlerini Lagrange'ın enerji metodunu kullanarak elde etmişlerdir. Denklemlerde aynı sınır şartlarına sahip çubukların öz fonksiyonları kullanılmıştır [39].

Plaka şeklindeki metal köprülerin üzerinden geçtiği kabul edilen hareketli yük modeli için yedi serbestlik dereceli bir tam taşıt modeli seçilmiştir. Yedi serbestlik dereceli tam taşıt modelini 2006 yılındaki çalışmalarında kullanan Yağız ve Sakman, tam taşıt modelinin titreşimlerini, süspansiyon sıkışması olmadığı durum için, bulanık mantıklı kontrolcü kullanarak kontrol etmişlerdir [40].

2.3. BİNALARIN TİTREŞİMLERİ

Bina titreşimleri söz konusu olduğunda, toprağın cinsi ve binanın otoyola olan uzaklığı büyük önem kazanır. Yapılan çalışmaların çoğunluğunda deneysel ölçümler, çalışmanın temelini oluşturmaktadır. Trafik gürültüsünün etkisi altındaki binaların titreşimlerini modellemek için, trafik gürültüsünün, gürültü kaynağından itibaren bilinen bir mesafe uzaklıkta deneysel olarak ölçülmesi gerekmektedir. Bu ölçüm yapıldıktan sonra başka mesafelerdeki titreşimlerin genliğini tespit etmek için, Richart, Woods ve Hall 1970 yılında yazdıkları kitapta, toprağın cinsine bağlı bir formül vermişlerdir [41]. Shepherd ve Hubbard adlı araştırmacılar, 1992 yılında bu konu ile ilgili, diğerlerinden daha farklı bir çalışmayı NASA için yapmışlardır. Bu çalışmada, helikopter ve jet motorlarından dolayı oluşan gürültülerin binaya olan etkileri araştırılmıştır [42]. Bu konuyla ilgili bir diğer çalışmada 1997 yılında Hunaidi ve Tremblay tarafından yapılmıştır. Araştırmacılar, Montreal şehrinde ana yoldan değişik uzaklıklarda bulunan dokuz farklı bina şekli için trafik gürültüsünün oluşturduğu titreşimleri ölçmüşlerdir [43]. Hunaidi, 2000 yılındaki bir başka çalışmasında ise, trafik gürültüsü ile bina titreşimlerinin ilişkisi hakkında bilgiler vermiştir [44]. Hunaidi, Guan ve Nicks, 2000 yılında yapmış oldukları çalışma ile otobüslerin süspansiyon sistemlerinin, trafik gürültüsü kaynaklı bina

titreşimlerinin üzerindeki etkilerini ortaya koymuşlardır [45]. Crispino ve D'apuzzo, 2001 yılında yayımlanan makalelerinde, tarihi binalardaki yol pürüzlülüğünden kaynaklanan trafik gürültüsünün ve bunun oluşturduğu titreşimlerin ölçümlerini ve meydana gelebilecek titreşimleri tahmin edebilmek için oluşturulan modelin ayrıntılarını vermişlerdir [46]. Hao, Ang ve Shen, 2001 tarihli çalışmalarında, trafikten dolayı oluşan titreşimleri dört ayrı yerdeki yapılar için ölçmüşlerdir ve yapıların bulunduğu toprağın cinsine ve yapıların yola olan uzaklıklarına göre sonuçları tartışmışlardır [47]. Yağız, 2001 yılındaki makalesinde, çok serbestlik dereceli bir yapının titreşimlerini kontrol etmek için yapıdaki belirsizlikleri ve parametre değişikliklerini de göz önüne alarak kayan kipli kontrolcü kullanmıştır [48]. Yağız, 2003 yılındaki bir başka çalışmasında, deprem dalgaları etkisindeki bina titreşimlerini, aktif kütle sönümleyicisi kullanarak, kontrol etmiştir [49]. Auersch, 2005 yılındaki makalelerinde, raylı trafik sistemlerinin oluşturduğu titreşimleri hem deneysel olarak hem de sonlu elemanlar yöntemi ile oluşturdukları model yardımı ile ortaya koymuşlardır [50]. Adam, von Estorff isimli araştırmacılar, 2005 yılındaki çalışmalarında, tren kaynaklı bina titreşimlerinin etkisinin azaltılması için, tren yollarının kenarlarında içi boş veya dolu hendeklerin kullanılmasının etkilerini, sonlu elemanlar yöntemi ile oluşturdukları model üzerinde göstermişlerdir [51]. Auersch, bu defa 2006 yılında yaptığı bir diğer çalışmada, trenlerden dolayı oluşan dinamik yüklerin yanında, toprağın cinsine göre üç değişik statik yükün tanımını yapmış ve bu yüklere göre çözümler önermiştir [52]. Yapılan bu çalışmalara ek olarak, With ve Bodare, 2007 yılındaki makalelerinde, binaların içindeki titreşimleri tahmin edebilmek için transfer fonksiyonlarını kullanmışlardır [53]. Hızlı trenlerin köprülerden geçerken, köprülerin yanında bulunan binalarda oluşan titreşimleri modellemek için Ju 2007 yılında sonlu elemanlar yöntemi ile model oluşturup, oluşan dinamik cevapları desibel olarak ortaya koymuşlardır [54].

3. MALZEME VE YÖNTEM

3.1. LAGRANGE ENERJİ METODU

Dinamik bir sistemin hareket denklemlerini elde etmek için sistemin toplam enerjisini kullanan bir metoddur. Bu metodun uygulanabilmesi için sistemin sahip olduğu toplam potansiyel ve kinetik enerjisinin yazılması gereklidir. Bu metod Hamilton'un prensibi kullanılarak elde edilebilir. Hamilton prensibi,

$$\int_{t_1}^{t_2} (\delta K.E. - \delta P.E. + \delta W) dt = \int_{t_1}^{t_2} \delta L dt + \int_{t_1}^{t_2} \delta W dt = 0 \quad (3.1)$$

şeklinde yazılır, (3.1) denklemindeki Lagrange operatörünü temsil eden L ifadesi, genelleştirilmiş koordinatlar ve genelleştirilmiş hızlar ile ifade edilebilir.

$$L = L(q_1, q_2, \dots, q_n, \dot{q}_1, \dot{q}_2, \dot{q}_n, t) \quad (3.2)$$

L operatörünün varyasyonu,

$$\delta L = \sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial L}{\partial q_i} \delta q_i + \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \delta \dot{q}_i \right) \quad (3.3)$$

şeklindedir. (3.1) denklemindeki W ifadesi ise yapılan toplam işi ifade eder ve genelleştirilmiş kuvvetler cinsinden,

$$\delta W = \sum_{i=1}^n Q_i \delta q_i \quad (3.4)$$

olarak yazılır. (3.3) denklemindeki ikinci terimin integrali alınır,

$$\int_{t_1}^{t_2} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \delta \dot{q}_i dt = \int_{t_1}^{t_2} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \frac{d}{dt} (\delta q_i) dt = \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \delta q_i \Big|_{\delta q_i(t_1)}^{\delta q_i(t_2)} - \int_{t_1}^{t_2} \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) \delta q_i dt \quad (3.5)$$

(3.5) denkleminde, $\delta q_i(t_1) = \delta q_i(t_2) = 0$ olduğu göz önüne alınır ve (3.3) ile (3.5) denklemleri (3.1) denklemindeki Hamilton prensibinde yerine yazılırsa

$$\int_{t_1}^{t_2} (\delta K.E. - \delta P.E. + \delta W) dt = \int_{t_1}^{t_2} \sum_{i=1}^n \left(-\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) + \frac{\partial L}{\partial q_i} + Q_i \right) \delta q_i dt = 0 \quad (3.6)$$

(3.6) denkleminin her zaman aralığı için sıfıra eşit olabilmesi için,

$$\sum_{i=1}^n \left(-\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) + \frac{\partial L}{\partial q_i} + Q_i \right) \delta q_i dt = 0 \quad (3.7)$$

(3.7) deki denklem genelleştirilmiş koordinatlar serisine dayanmaktadır. Denklemin sıfıra eşit olabilmesi için δq_i ifadesi her i indisi için sıfıra eşit olmalıdır. Böylece,

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_i} = Q_i \quad k=1,2,3,\dots,n \quad (3.8)$$

(3.8) denklemindeki Lagrange operatörünün,

$$L = K.E. - P.E. \quad (3.9)$$

olduğu hatırlanırsa, Denklem (3.9),

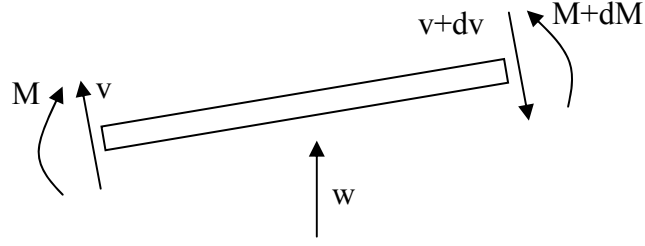
$$\frac{d}{dt} \frac{\partial K.E.}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial K.E.}{\partial q_i} + \frac{\partial P.E.}{\partial q_i} = Q_i \quad (3.10)$$

haline gelir. Yukarıdaki denklemlerde kullanılan Q_i ifadesi sisteme etki eden dış kuvvetleri, q_i ifadesi ise genelleştirilmiş koordinatları temsil etmektedir. Bazen sistemlerin konumlarını izah etmek için, birden fazla deplasman, açı, veya diğer fiziksel parametrelere ihtiyaç vardır. Bu tip koordinat takımlarından herbirine, genelleştirilmiş koordinat denilir. Ayrıca, $K.E.$ ifadesi sistemin kinetik enerjisini, $P.E.$ ise sistemin potansiyel enerjisini temsil etmektedir.

3.2. ÇUBUKLARIN ÖZ FONKSİYONLARI

Çubukların titreşim deplasmanlarını incelemek için, titreşim deplasmanlarının temel şeklini oluşturan öz fonksiyonlarının belirlenmesi önceliklidir. Öz fonksiyonların

belirlenebilmesi için de çubukların diferansiyel denkleminin genel halinin ve buna bağlı olarak da genel hareket denkleminin bulunması gereklidir. Şekil 3.1 de dış kuvvet ve momentlerin etkisi altındaki ve dx uzunluğundaki çubuk birim elemanı görülmektedir. Bu birim elemanın sağ ve sol tarafından etki eden kuvvet ve çubuğun hareketinden dolayı oluşan ivmesinin dinamik dengesi ile birlikte momentlerin kendi aralarındaki dengesi yazılarak, çubukların genel hareket denklemi bulunur.



Şekil 3.1 Dış kuvvet ve momentlerin etkisi altındaki çubuk elemanı

$$m \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} dx = - \left(v + \frac{\partial v}{\partial x} dx \right) + v \quad (3.11)$$

$$m \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = - \frac{\partial v}{\partial x} \quad (3.12)$$

$$\frac{\partial M}{\partial x} dx - v dx = 0 \quad (3.13)$$

$$\frac{\partial M}{\partial x} = v \quad (3.14)$$

$$EI \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = M \quad (3.15)$$

$$m \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = - \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(EI \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} dx \right) \quad (3.16)$$

(3.16) numaralı denklemde, $EI/m = a^2$ eşitliğini kullanıp, denklemi tek bir tarafta toplarsak

$$\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + a^2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} = 0 \quad (3.17)$$

Yukarıdaki denklemlerde, hareketi ifade eden w fonksiyonu hem zamanın hemde yerel değişken x 'in bir fonksiyonudur. Bu yüzden w fonksiyonu aşağıdaki gibi ifade edilirse;

$$w(x, t) = \phi(x) q(t) \quad (3.18)$$

ayrıca öz fonksiyonları bulmak için,

$$q(t) = e^{i\omega t} \quad (3.19)$$

yazıldıktan sonra, (3.18) ve (3.19) numaralı denklemler (3.17) numaralı denklemde yerine yazılırsa, (3.20) ve (3.21) numaralı denklemleri elde ederiz;

$$\frac{d^4 \phi(x)}{d x^4} - \beta^4 \phi(x) = 0 \quad (3.20)$$

(3.20) numaralı denklemde, $\beta^4 = \omega^2 / a^2$ dir.

$$\frac{d^2 q(t)}{d t^2} + \omega^2 q(t) = 0 \quad (3.21)$$

Elde edilen bu denklemlerden, (3.20) numaralı denklem öz fonksiyonların bulunacağı genel denklemdir. Öz fonksiyonların bulunabilmesi için ayrıca sınır şartlarında bilinmesi gereklidir. Çubukların sınır şartları genel olarak,

Tablo 3.1 Çubukların Sınır Şartları

Sınır Şartı	u	dw / dx	$EI(d^2w / dx^2)$	$EI(d^3w / dx^3)$
Ankastre	0	0	-	-
Serbest	-	-	0	0
Basit Mesnet	0	-	0	-

Tablo 3.1 deki gibi ifade edilir. Öz fonksiyonları bulabilmek için (3.20) numaralı denklemin homojen çözümü aşağıdaki gibi yazılır;

$$\phi(x) = C_1 \sin \beta x + C_2 \cos \beta x + C_3 \sinh \beta x + C_4 \cosh \beta x \quad (3.22)$$

Daha sonra Tablo 3.1 deki sınır şartları (3.22) numaralı denkleme uygulanır ve her sınır şartı için ayrı ayrı ortaya çıkan dört adet denklemin katsayılar determinanı sıfıra eşitlenirse, çubukların öz değerleri ve buna bağlı olarak da öz fonksiyonları elde edilir. Tablo 3.2 de sınır şartlarına göre katsayılar determinantının sıfıra eşitlenmesi sonucu ortaya çıkan öz değer fonksiyonları verilmiştir.

Tablo 3.2 Çubukların Öz Değer Fonksiyonları

Sınır Şartları	Öz Değer Fonksiyonları
Ankastre	$\cos \beta L \cosh \beta L = 1$
Serbest	$\cos \beta L \cosh \beta L = 1$
Basit Mesnet	$\sin \beta L = 0$

Sırası ile işlemler yapıldıktan sonra, çubukların sınır şartlarına bağlı olarak ilk üç öz değeri Tablo 3.3 deki gibi olur;

Tablo 3.3 Çubukların Öz Değerleri

Sınır Şartları	$\beta_1 L$	$\beta_2 L$	$\beta_3 L$
Ankastre	4.730041	7.853205	10.995608
Serbest	4.730041	7.853205	10.995608
Basit Mesnet	3.141593	6.283185	9.424778

Tablo 3.3 deki özdeğerlere bağlı olarakda öz fonksiyonlar, Tablo 3.4 deki gibi olur.

Tablo 3.4 Çubukların Öz Fonksiyonları

Sınır Şartları	Öz Fonksiyonlar ($\phi(x)$)
Ankastre	$\left(-\frac{\sin \beta_i L - \sinh \beta_i L}{\cos \beta_i L - \cosh \beta_i L} \right) ((\cos \beta_i x - \cosh \beta_i x) + (\sin \beta_i x - \sinh \beta_i x))$
Serbest	$\left(-\frac{\sin \beta_i L - \sinh \beta_i L}{\cos \beta_i L - \cosh \beta_i L} \right) ((\cos \beta_i x + \cosh \beta_i x) + (\sin \beta_i x + \sinh \beta_i x))$
Basit Mesnet	$\sin \beta_i x$

Tablo 3.3 de çubukların sonsuz sayıdaki öz değerlerinden ilk üç öz değeri verilmiştir. Düzlemsel çubuklar için sadece birinci öz fonksiyonunu kullanmak bile yeterli olmaktadır, çünkü diğer öz fonksiyonların etkisi gittikçe azalmaktadır. Çubukların öz fonksiyonlarının çok önemli özelliklerinden biriside, bu fonksiyonlar orthogonal fonksiyonlardır. Orthogonallık şu şekilde ifade edilir;

$$\int_0^L \phi_i(x) \phi_j(x) dx = 0 \quad (3.23)$$

yani farklı öz fonksiyonların iç çarpımları sıfıra eşittir. Ayrıca öz fonksiyonların bir diğer özelliğide, çubukların öz fonksiyonları self-adjoint dir. Self-adjointliği ise şu şekilde açıklayabiliriz;

$$\int_0^L \frac{d^n \phi_i(x)}{d x^n} \phi_j(x) dx = \int_0^L \frac{d^n \phi_j(x)}{d x^n} \phi_i(x) dx \quad (3.24)$$

Hareketin tamamını bulabilmek için zaman fonksiyonlarını da belirlemek gereklidir. Zaman fonksiyonlarını belirleyebilmek için çubuğun hareket denklemi ya baz fonksiyonları cinsinden seriye açılır ve elde edilen zaman fonksiyonunun diferansiyel

denklemleri başlangıç şartlarından çözülür veya da zaman fonksiyonunun diferansiyel denklemleri Lagrange metodu ile elde edilir ve yine zaman fonksiyonu başlangıç şartlarından çözülür.

3.3. ÇUBUKLARIN GENELLEŞTİRİLMİŞ KÜTLE VE YAY KATSAYILARI

Çubukların dinamik cevaplarını bulmak üzere, çubuğun matematiksel modelini Lagrange metodu ile elde etmek için ilk olarak çubuğun hareket denklemini bazı fonksiyonları cinsinden açıp, çubuk boyunca iç çarpım yapılır;

$$m_{\zeta} \ddot{q}_i(t) \int_0^L \phi_i(x) \phi_i(x) dx + E I q_i(t) \int_0^L \frac{d^4 \phi_i(x)}{d x^4} \phi_i(x) dx = 0 \quad (3.25)$$

Yukarıdaki (3.25) numaralı denklemde aşağıdaki düzenlemeler yapıldığında;

$$m_{ii} = m_{\zeta} \int_0^L \phi_i(x) \phi_i(x) dx \quad (3.26)$$

ve bir diğer düzenlemede,

$$k_{ii} = E I \int_0^L \frac{d^4 \phi_i(x)}{d x^4} \phi_i(x) dx \quad (3.27)$$

dır. Denklem (3.26) daki m_{ii} ifadesi genelleştirilmiş kütle, (3.27) deki k_{ii} ifadesi ise genelleştirilmiş yay katsayısı olarak kabul edilir.

3.4. ÇUBUKLARIN ENERJİ DENKLEMİ

Genelleştirilmiş kütle ve yay katsayıları bulunan çubukların enerji denklemleri basitçe yazmak için denklem (3.26) ve (3.27) deki eşitlikleri kullanarak denklem (3.25)'i

$$m_{ii} \ddot{q}_{ii}(t) + k_{ii} q_{ii}(t) = 0 \quad (3.28)$$

haline getiririz ve bu denklemden de çubuğun enerji fonksiyonları,

$$K.E. = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{1}{2} m_{ii} \dot{q}_{ii}^2 \quad (3.29)$$

ve,

$$P.E. = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{1}{2} k_{ii} q_{ii}^2 \quad (3.30)$$

şeklinde yazılır.

3.5. ÇUBUKLARDA EĞİLME MOMENTİ

Çubuklarda eğilme momentini hesaplamak için,

$$M = -EI \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial x^2} \quad (3.31)$$

formülü kullanılır.

3.6. PLAKALARIN ÖZ FONKSİYONLARI

Plakaların fiziksel modelinden, kuvvet ve momentlerin denge denklemlerini kullanarak matematiksel modelini yazdığımızda, Szilard'ın 1974 yılında basılan kitabında olduğu gibi biharmonik diferansiyel denklemi dikdörtgen, izotropik bir plaka için genel hareket denklemi olarak elde ederiz [55];

$$D \left(\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} \right) + \rho h \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = 0 \quad (3.32)$$

Elde ettiğimiz denklemin matematiksel olarak sonsuz çözümü vardır. Sonsuz çözüm ise sonsuz adet sabitin belirlenmesi gerekliliğini ortaya çıkarır. Halbuki plakaların sekiz adet sınır şartı vardır, bunun anlamı ise, çözümün sekiz sabitle sınırlı olması zorunluluğudur. Ortaya çıkan bu durumdan dolayı literatürde, plakaların öz fonksiyonları yerine aynı sınır şartlarına sahip çubukların öz fonksiyonları, plakanın öz fonksiyonları olarak kullanılır. Genel olarak plakanın hareketi,

$$w(x, y, t) = \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{j=1}^{\infty} W_{ij}(x, y) q_{ij}(t) \quad (3.33)$$

ifadesi ile verilir. $q_{ij}(t)$ terimi zaman fonsiyonunu temsil etmektedir. Denklemdaki plakanın öz fonsiyonuna ait ifade ise,

$$W_{ij}(x, y) = X_i(x)Y_j(y) \quad (3.34)$$

yukarıdaki (3.34) denklemindeki gibi yazılır. Buradaki $X(x)$ ve $Y(y)$ ifadeleri ilgili yönlerdeki sınır şartlarına sahip plakaların öz fonsiyonlarıdır.

3.7. PLAKALARIN GENELLEŞTİRİLMİŞ KÜTLE VE YAY KATSAYILARI

Plakaların genelleştirilmiş kütle ve yay katsayılarını bulmak için, çubuklarda yapıldığı gibi plaka öz fonsiyonları cinsinden seriye açılırsa,

$$\begin{aligned} q_{ij}(t) D \int_0^L \left(\frac{\partial^4 W(x, y)}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 W(x, y)}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 W(x, y)}{\partial y^4} \right) W(x, y) dx \\ + \ddot{q}_{ij}(t) \rho h \int_0^L W(x, y) W(x, y) dx = 0 \end{aligned} \quad (3.35)$$

Denklem (3.35) deki bazı ifadeleri;

$$m_{ij} = \rho h \int_0^L W(x, y) W(x, y) dx \quad (3.36)$$

Denklem (3.36) daki ρ terimi yğunluğu ve h ise plakanın kalınlığını belirtmektedir. Ve,

$$D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)} \quad (3.37)$$

olmak ve ν Poisson oranını temsil etmek üzere,

$$k_{ij} = D \int_0^L \left(\frac{\partial^4 W(x, y)}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 W(x, y)}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 W(x, y)}{\partial y^4} \right) W(x, y) dx \quad (3.38)$$

şeklinde yazdığımızda, denklem (3.36) daki m_{ij} ifadesi plakalar için genelleştirilmiş kütle ve denklem (3.38) deki ifade de plakalar için genelleştirilmiş yay katsayısı olur.

3.8. PLAKALARIN ENERJİ DENKLEMİ

Çubuklarla benzer şekilde, denklem (3.36) ve (3.38)'u, (3.35) numaralı denklemde yerine yazılırsa,

$$m_{ij} \ddot{q}_{ij}(t) + k_{ij} q_{ij}(t) = 0 \quad (3.39)$$

(3.39) numaralı denklem elde edilir. Buradanda, plakaların enerji denklemleri,

$$K.E. = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{1}{2} m_{ij} \dot{q}_{ij}^2 \quad (3.40)$$

ve

$$P.E. = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{1}{2} k_{ij} q_{ij}^2 \quad (3.41)$$

şeklinde yazılır.

3.9. PLAKALARDA EĞİLME MOMENTİ

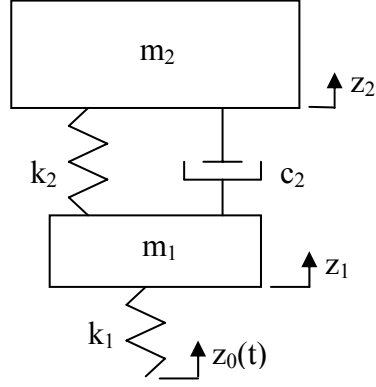
Plakalarda eğilme momentini hesaplamak için, çubuklardakine benzer bir formül kullanılmaktadır. Bu formül,

$$M(x,y,t) = -D \left(v \frac{\partial^2 w(x,y,t)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w(x,y,t)}{\partial y^2} \right) \quad (3.42)$$

olarak ifade edilir.

3.10. TAŞITLARIN ENERJİ DENKLEMLERİ

3.10.1. Çeyrek Taşıt Modeli



Şekil 3.2 Çeyrek Taşıt Modeli

Şekil 3.2 de fiziksel modeli verilen çeyrek taşıt modelinin enerji denklemleri üç ana başlık altında toplanabilir. Bunlar taşıtın kinetik enerjisi, yay enerjisi ve sönüm enerjidir. Sırası ile bunlar yazılırsa;

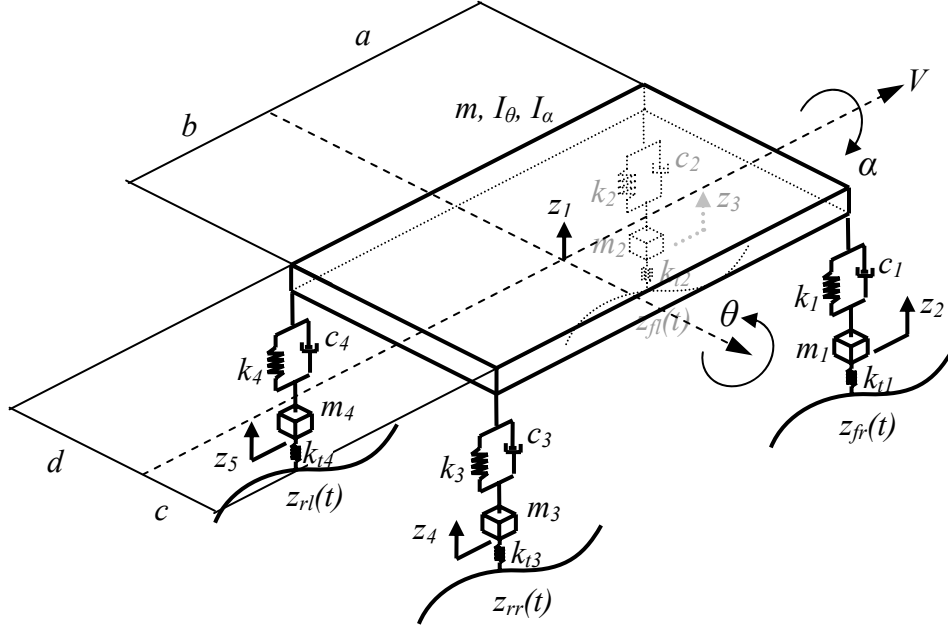
$$K.E. = \frac{1}{2}(m_2 \dot{z}_2 + m_1 \dot{z}_1) \quad (3.43)$$

$$P.E. = \frac{1}{2}(k_2 (z_2 - z_1)^2 + k_1 (z_1 - z_0)^2) \quad (3.44)$$

$$D.E. = \frac{1}{2}c_2 (\dot{z}_2 - \dot{z}_1)^2 \quad (3.45)$$

Yazılan bu denklemler vasıtası ile ileriki bölümde de kullanılan, taşıtın titreşim deplasmanlarının denklemleri Lagrange metodu vasıtası ile elde edilir.

3.10.2. Tam Taşıt Modeli



Şekil 3.3 Tam Taşıt Modeli

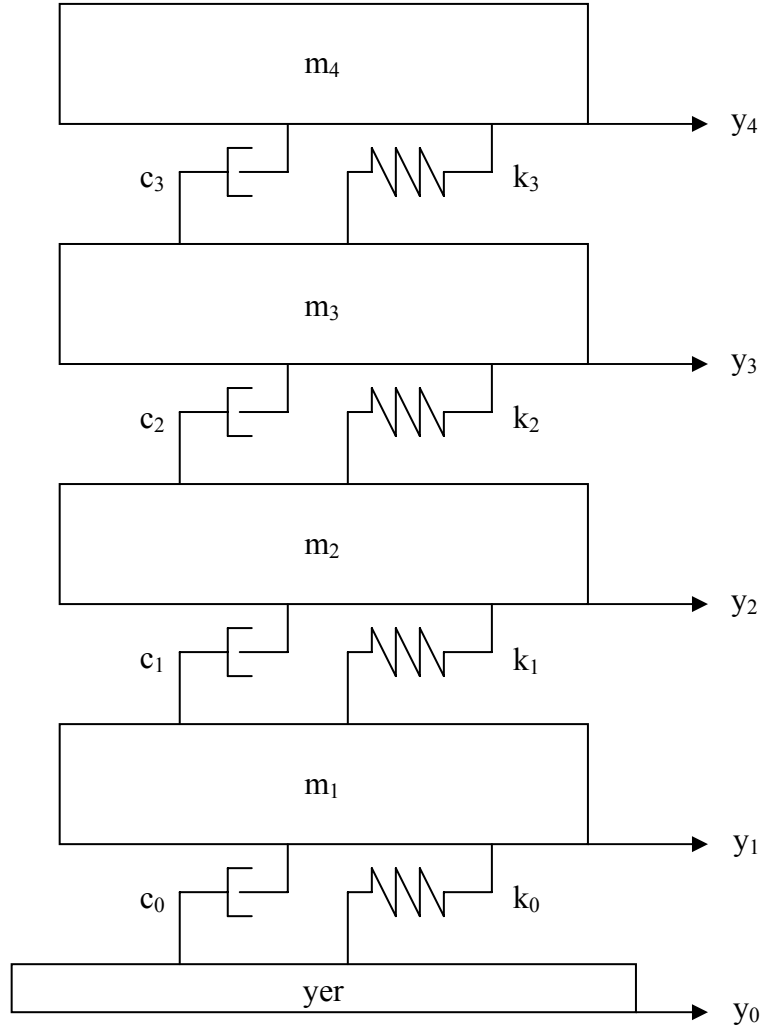
Bu seferde Şekil 3.3 de tam taşıtın fiziksel modeli verilmiş ve bir önceki bölümde olduğu gibi aynı başlıklar altında (3.46), (3.47) ve (3.48) numaralı denklemler ile de tam taşıt modelinin enerji denklemleri verilmiştir. Verilen bu denklemler vasıtası ile de taşıt modelinin titreşim deplasmanlarının denklemleri elde edilecektir.

$$K.E. = \frac{1}{2} (m \dot{z}_1^2 + I_\theta \dot{\theta}^2 + I_\alpha \dot{\alpha}^2 + m_1 \dot{z}_2^2 + m_2 \dot{z}_3^2 + m_3 \dot{z}_4^2 + m_4 \dot{z}_5^2) \quad (3.46)$$

$$P.E. = \frac{1}{2} (k_1 (z_1 + a \sin \theta - c \sin \alpha - z_2)^2 + k_2 (z_1 + a \sin \theta + d \sin \alpha - z_3)^2 + k_3 (z_1 - b \sin \theta - c \sin \alpha - z_4)^2 + k_4 (z_1 - b \sin \theta + d \sin \alpha - z_5)^2 + k_{t1} (z_2 - z_{fr})^2 + k_{t2} (z_3 - z_{fl})^2 + k_{t3} (z_4 - z_{rr})^2 + k_{t4} (z_5 - z_{rl})^2) \quad (3.47)$$

$$D.E. = \frac{1}{2} (c_1 \left(\dot{z}_1 + a \sin \dot{\theta} - c \sin \dot{\alpha} - \dot{z}_2 \right)^2 + c_2 \left(\dot{z}_1 + a \sin \dot{\theta} + d \sin \dot{\alpha} - \dot{z}_3 \right)^2 + c_3 \left(\dot{z}_1 - b \sin \dot{\theta} - c \sin \dot{\alpha} - \dot{z}_4 \right)^2 + c_4 \left(\dot{z}_1 - b \sin \dot{\theta} + d \sin \dot{\alpha} - \dot{z}_5 \right)^2) \quad (3.48)$$

3.11. BİNANIN ENERJİ DENKLEMLERİ



Şekil 3.4 Bina Modeli

Şekil 3.4 de, çalışmada kullanılan binanın fiziksel modeli verilmiştir. Zemin kabul edilen kısmın hareketi y_0 parametresi ile verilmiştir. Ölçülen titreşim deplasmanlarının ve hızının binaya etki ettiği kabul edilen yer, binanın zeminidir. Diğer dinamik sistemlerde olduğu gibi binanın enerji denklemleri;

$$K.E. = \frac{1}{2} (m_4 \dot{y}_4^2 + m_3 \dot{y}_3^2 + m_2 \dot{y}_2^2 + m_1 \dot{y}_1^2) \quad (3.49)$$

$$P.E. = \frac{1}{2} (k_3 (y_4 - y_3)^2 + k_2 (y_3 - y_2)^2 + k_1 (y_2 - y_1)^2 + k_0 (y_1 - y_0)^2) \quad (3.50)$$

$$D.E. = \frac{1}{2}(c_0 (\dot{y}_1 - \dot{y}_0)^2 + c_1 (\dot{y}_2 - \dot{y}_1)^2 + c_2 (\dot{y}_3 - \dot{y}_2)^2 + c_3 (\dot{y}_4 - \dot{y}_3)^2) \quad (3.51)$$

şeklinde verilir.

3.12. GENELLEŞTİRİLMİŞ FONKSİYONLAR

Bu tez çalışmasında, genelleştirilmiş fonksiyonlardan birisi olan Dirac Delta fonksiyonuna yer verilmiştir. Bu fonksiyon, hareketli yükü matematiksel olarak ifade etmekte kullanılmıştır. Aşağıdaki (3.52) numaralı denklemde, bu fonksiyonun çalışmada kullanılan bir özelliği ifade edilmiştir;

$$\int_0^{\infty} F(t) \delta(t - \tau) dt = F(\tau) \quad (3.52)$$

Taşıt modellerinin matematiksel denklemlerinin, taşıt modellerinin çubuk ve plakaların üzerinden geçerken çubuk ve plaka denklemleri ile birleştirilmesi Dirac Delta fonksiyonunun kullanımı sayesinde olmaktadır.

Buraya kadar, dördüncü bölümde kullanacağımız dinamik sistemlerin matematiksel denklemlerinin elde edilmesinin temel prensipleri verilmiştir. Tarif edilen bu prensipler vasıtası ile elde edilen denklemleri kullanarak, sistemlerin etkileşimli titreşim deplasmanları ve ivmeleri incelenecek ve sonuçlar tartışılacaktır.

4. BULGULAR

Bu bölümde ilk olarak iki boyutlu bir köprü üzerinden çeyrek taşıt modelinin geçtiği durum için köprünün ve taşıtın karşılıklı dinamik cevapları incelenecektir. Köprünün orta noktasının ve taşıtın titreşim deplasmanları, köprünün eğilme momenti ve taşıt gövdelerinin titreşim ivmeleri, bahis edilen dinamik cevaplardır. Devamında ise, iki boyutlu köprü üzerinden birden çok taşıt modelinin, aralarında sabit bir zaman farkı olduğu halde geçtiği durum incelenmiş ve taşıt sayısı arttıkça köprü titreşim deplasmanlarının nasıl değiştiğini ve bu değişimlerin taşıtlara nasıl etki ettiği grafiklerle açıklanmıştır.

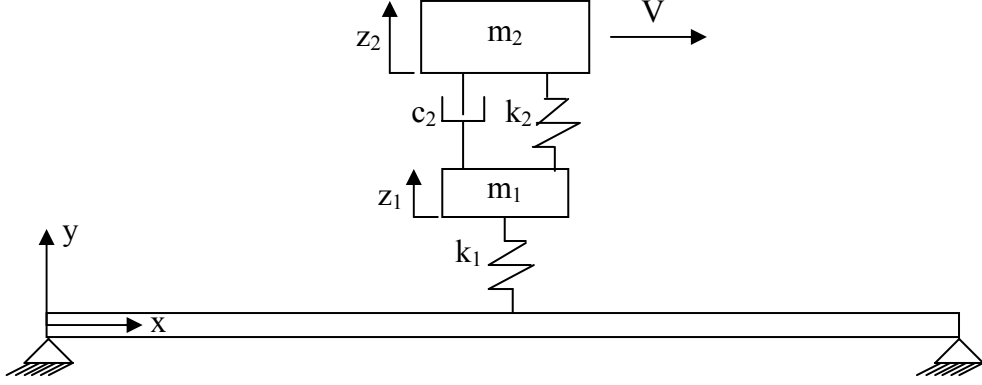
Köprü modellerken, gerçeğe yaklaşmak için köprünün üç boyutlu olarak modellenmesi gereklidir. Çalışmanın bu kısmında, üçüncü durum olarak, üç boyutlu köprü modeli üzerinden tam taşıt modelinin geçtiği hal incelenmiş ve köprünün değişik sınır şartları için taşıt ile arasındaki dinamik ilişkiler iki ve üç boyutlu grafikler yardımı ile incelenmiştir.

Binanın titreşim deplasman ve ivmeleri, matematiksel olarak tek başına modellenmiş ve herhangi bir sistem ile karşılıklı etkileşimi incelenmemiştir. Bunun yerine, ölçüm aletleri vasıtası ile kaydedilen gerçek trafik gürültüsü, dört katlı bina modeline bilgisayar ortamında etki ettirilmiş ve binanın katlarının titreşim deplasman ve ivmeleri ortaya konulmuştur.

4.1. İKİ BOYUTLU KÖPRÜ VE TEK TAŞIT MODELLİ SİSTEM

Hareketli yük olarak bir adet iki serbestlik dereceli çeyrek taşıt modelinin ve iki ucundan basit mesnetlenmiş çubuğun kullanıldığı bu sistemde, taşıt modelinin 72 km/s, 108 km/s ve 144 km/s hızlarla çubuğun üzerinden geçtiği durumlar incelenmiştir. Diğer öz fonksiyonlar düzlemsel çubuklar için çok etkin olmadığı için iki ucundan basit mesnetlenmiş çubuğun sadece birinci öz fonksiyonu kullanılmıştır.

Köprünün orta noktasının ve taşıt ana gövdesinin titreşim deplasmanları, ayrıca sistemin diğer dinamik özelliklerinin zamanla değişimleri grafiklerle gösterilmiştir. Sistemin fiziksel modeli Şekil 4.1’de verilmiştir.



Şekil 4.1 Köprü ve taşıt modeli

Fiziksel modeli verilen sistemin matematiksel modeli ise üçüncü bölümde verilen enerji denklemleri ve Lagrange metodu kullanılarak elde edilir. Başlangıç olarak çeyrek taşıt modelinin titreşim deplasman denklemleri, (3.43), (3.44) ve (3.45) numaralı denklemlerle verilmiş olan enerji denklemlerinin, (3.10) numaralı denklem ile verilmiş olan Lagrange metodunda yerlerine yazılması ile elde edilir.

$$m_2 \ddot{z}_2 + c_2 (\dot{z}_2 - \dot{z}_1) + k_2 (z_2 - z_1) = 0 \quad (4.1)$$

$$m_1 \ddot{z}_1 + c_2 (\dot{z}_1 - \dot{z}_2) + k_2 (z_1 - z_2) + k_1 (z_1 - w(x, t)) = 0 \quad (4.2)$$

Denklem (4.1) ve (4.2) sırası ile çeyrek taşıt modelinin ana ve aks gövdelerinin titreşim deplasmanlarının denklemleridir. Denklem (4.2)’de bulunan $w(x, t)$ terimi köprü titreşim deplasmanını temsil etmektedir. Ayrıca fiziksel modele dikkat edilirse, taşıttan köprüye etki eden kuvvet, aks kütlelerinin hareketi üzerinden iletilir. Köprüye iletilen kuvvet,

$$u(x(t), t) = m_1 g + m_2 g + k_1 (z_1 - w(x, t)) \quad (4.3)$$

olarak yazılır. Simdi de denklem (4.3)'ü hareketli yük olarak Dirac Delta fonksiyonu ile çarparak ifade ederiz ve köprünün öz fonksiyonu ile iç çarpımını yazarak genelleştirilmiş kuvvet denklemini yazarız;

$$Q_i(t) = \int_0^L u(t) \delta(x - Vt) \phi_i(x) dx \quad (4.4)$$

Ayrıca hareketli yüklerde hareketli yükün pozisyonunu belirlemek için,

$$x = vt \quad (4.5)$$

eşitliği kullanılır ve Dirac Delta fonksiyonunun özelliğinden ötürü,

$$Q_i(t) = \begin{cases} u(t) \phi_i(Vt) & \text{için } 0 \leq t \leq L/V \\ 0 & \text{için } t \geq L/V \end{cases} \quad (4.6)$$

Son olarak da köprünün titreşim deplasmanı için denklem (3.25)'in sağ tarafına taşıt tarafından köprüye etkiyen kuvvetin köprünün öz fonksiyonu ile iç çarpımını yazılırsa denklem,

$$\begin{aligned} m \ddot{q}_i(t) \int_0^L \phi_i(x) \phi_i(x) dx + EI q_i(t) \int_0^L \frac{d^4 \phi_i(x)}{dx^4} \phi_i(x) dx \\ = \int_0^L u(t) \delta(x - Vt) \phi_i(x) dx \end{aligned} \quad (4.7)$$

haline gelir. Denklem (4.7)'nin sağ tarafı denklem (4.4)'e eşit olur. Böylece, (3.26) ve (3.27) numaralı denklemlerdeki eşitliklerde hatırlanırsa (4.7) denklemini,

$$m_{ii} \ddot{q}_i(t) + c_{\zeta} \dot{q}_i(t) + k_{ii} q_i(t) = Q_i(x, t) \quad (4.8)$$

haline gelir. Buradaki önemli nokta ise, malzemenin iç özelliklerinden dolayı oluşan sönümleme etkisinin köprünün titreşim deplasmanının denklemine eklenmiş olmasıdır. Sınır şartları basit mesnetlenmiş olduğu için denklem (4.8)'deki genelleştirilmiş kütle fonksiyonu,

$$m_{ii} = m_{\zeta} \int_0^L \sin(\pi x/L) \sin(\pi x/L) dx \quad (4.9)$$

ve genelleştirilmiş yay katsayısı fonksiyonu da,

$$k_{ii} = EI \int_0^L \frac{d^4 \sin(\pi x/L)}{dx^4} \sin(\pi x/L) dx \quad (4.10)$$

haline gelir. Genelleştirilmiş kuvvet fonksiyonunda,

$$Q(t) = u(t) \sin(\pi vt/L) \quad (4.11)$$

olarak yazılır.

Denklem (4.3)'deki $k_1(z_1 - w(x,t))$ ifadesi diğer terimlerin yanında ihmal edilebilir küçüklüktedir. Eğer bu terimi ihmal etmezsek, Runga-Kutta'nın lineer diferansiyel denklemler için dördüncü dereceden olan metodu ile (4.1), (4.2) ve (4.8) numaralı denklemler birlikte çözülür. Fakat bu terim ve sönüm terimi ihmal edilirse, o zaman denklem (4.8)'nin çözümü için toplam integral toereminden,

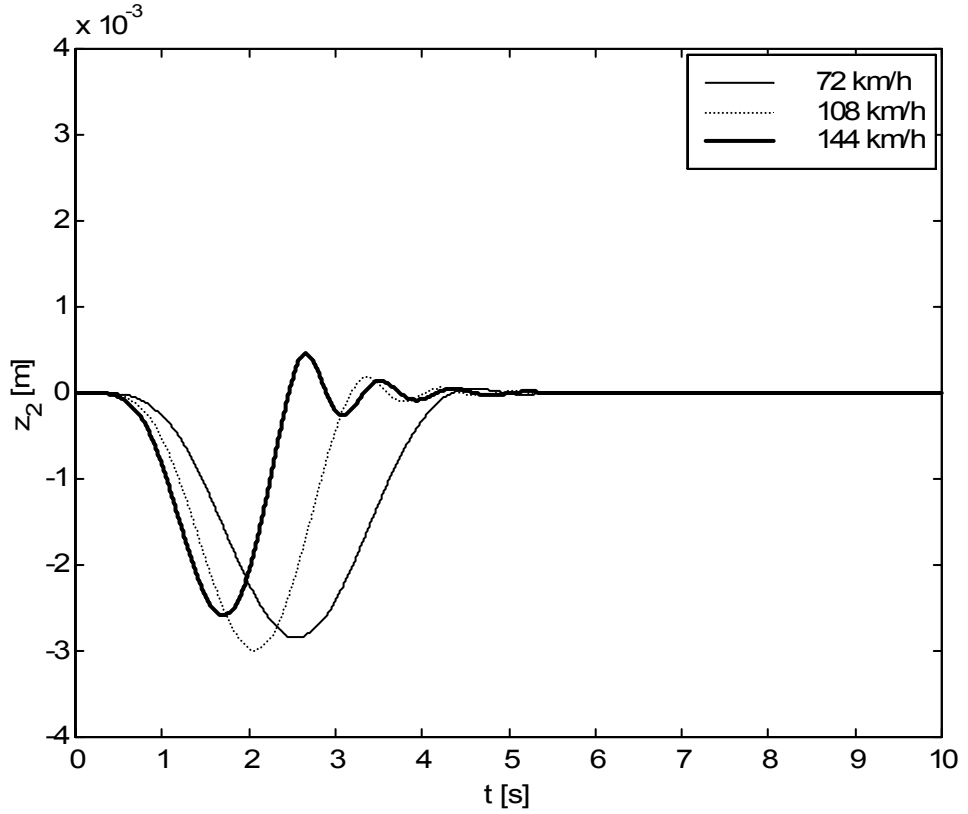
$$q_i(t) = \frac{1}{m_{ii} \omega_i} \int_0^t Q_i(t) \phi_i(V\tau) \sin \omega_i(t - \tau) d\tau \quad (4.12)$$

yazılır. Denklem (4.8)'in çözümünü, (4.12) numaralı denklemdeki gibi yazarsak, çubuğun zaman fonksiyonu analitik olarak çözülebilir. Devamında ise taşıtın denklemleri de analitik olarak çözülür ve sayısal yöntemleri kullanmadan sistemin çözümü tam analitik olarak bulunmuş olur. Bu çalışmada hiç bir terim ihmal edilmemiştir ve (4.1), (4.2) ve (4.8) numaralı denklemler sistem olarak birlikte Runga-Kutta metodu ile çözülmüştür. Bunların dışında eğilme momentlerini temsil eden ifade, kabul edilen sınır şartlarının doğrultusunda,

$$M = -EI \frac{\partial^2 \sin(\pi x/L)}{\partial x^2} q_i(t) \quad (4.13)$$

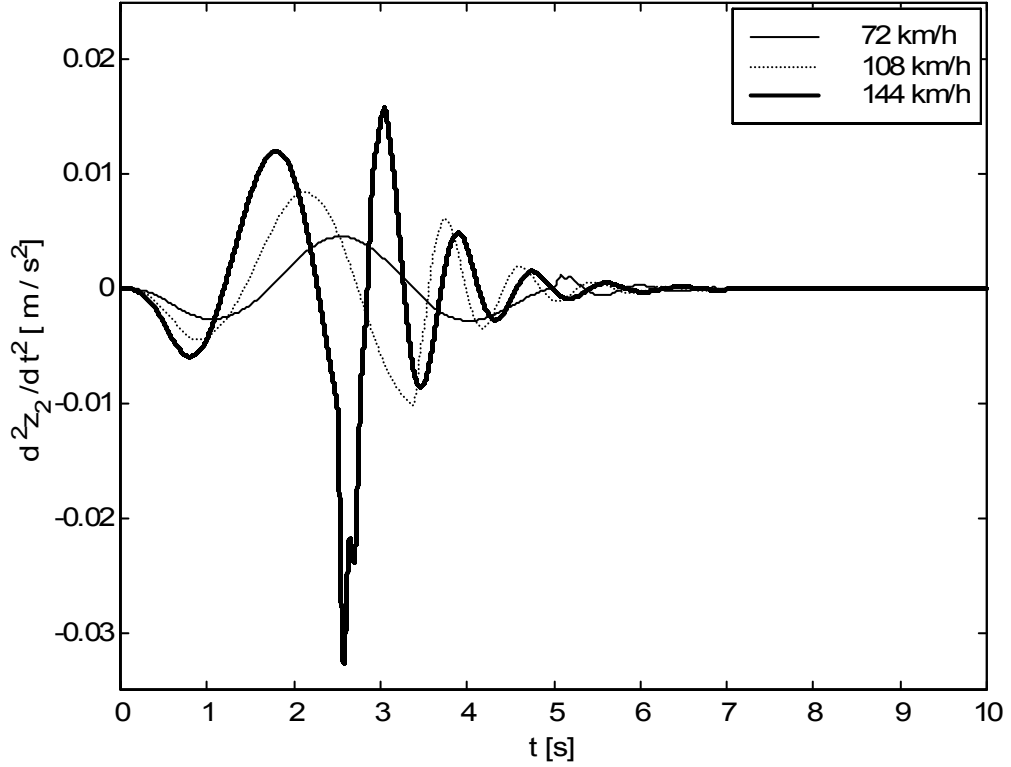
şeklini alır. Kullanılan modellerin boyutları ve fiziksel özelliklerinin parametreleri Ekler kısmında verilmiştir.

Şekil 4.2 ve 4.3’de, köprü üzerinden geçen taşıtın ana gövdesinin titreşim deplasman ve ivme değişimleri sırası ile değişik hızlar için aynı grafikte çizdirilmiştir. Şekil 4.2’de verilen taşıt ana gövdesinin titreşim deplasmanlarına ait grafik açıkça göstermektedir ki, taşıtın hızı 72 km/h den 108 km/h’ye çıktığında taşıtın titreşim deplasmanlarının genliği artmış fakat 144 km/h’ye çıktığında taşıtın titreşim deplasmanlarının genliği azalmıştır. Bunun nedeni, köprünün titreşim deplasmanlarını gösteren grafik ile birlikte açıklanacaktır. Diğer bir özellik ise, köprü çıkışında titreşim deplasmanlarının çok çabuk sönümlenmesidir. Bu olayın nedeni ise, köprü çıkışındaki titreşim deplasmanlarının genliklerinin ve frekanslarının çok küçük olmasındandır.



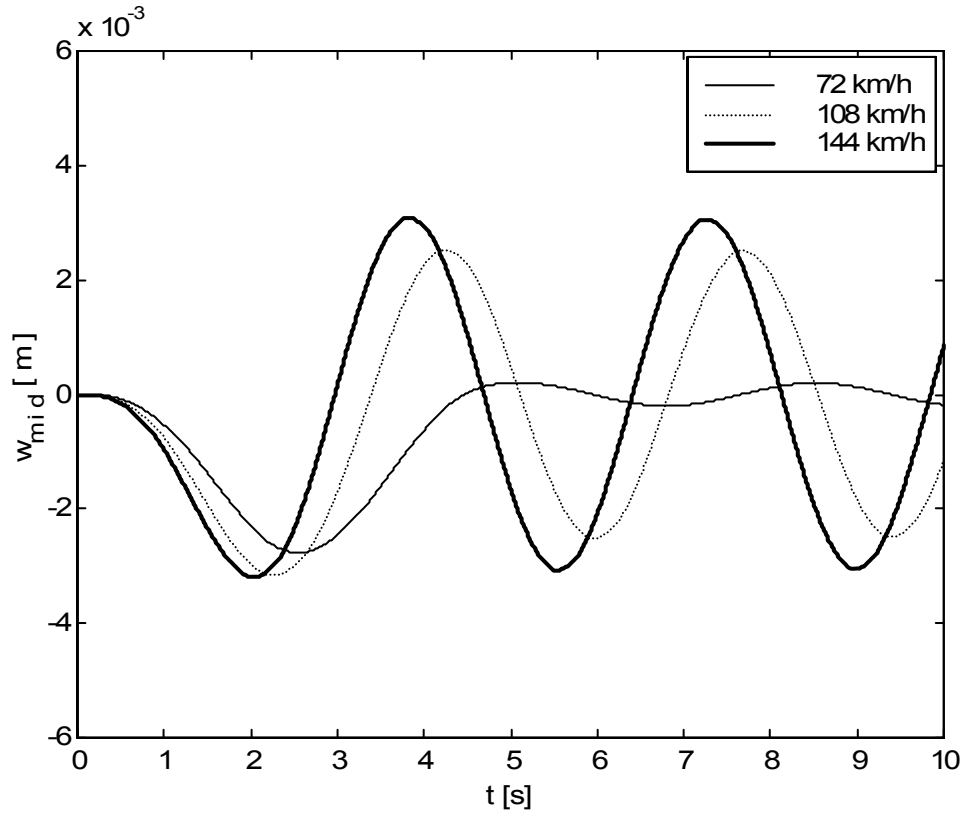
Şekil 4.2 Taşıt ana gövdesinin deplasmanı

Taşıt ana gövdesinin zamana göre ivme değişimlerini gösteren Şekil 4.3’de, taşıtların köprüyü terk etme zamanları göz önüne alındığında, tam köprüyü terk etme anında ivme değişimlerinde ani sıçramalar gözlenir. Doğal olarak da bu sıçramalar hızla doğru orantılı olarak artmaktadır. Ayrıca, taşıtın köprü üzerinde bulunduğu zaman sürecinde de ivme değişimlerinin genlikleri, hız arttıkça artmaktadır.



Şekil 4.3 Taşıt ana gövdesinin ivme değişimleri

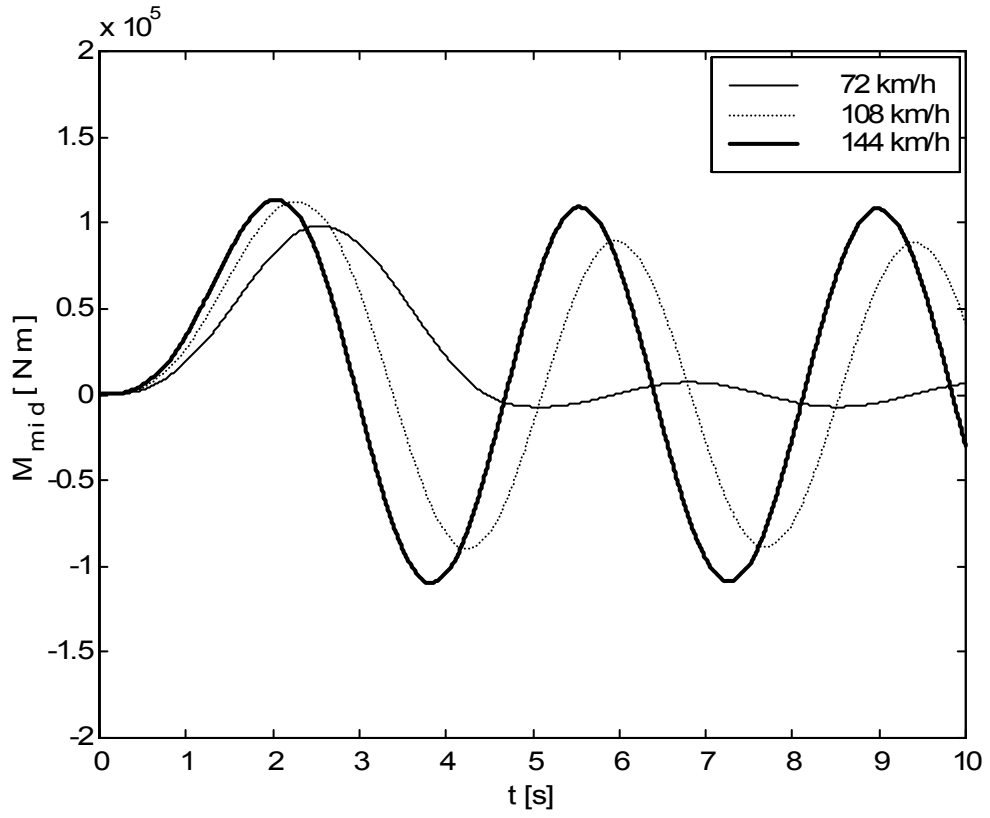
Taşıt gövdesinin hareketlerinin haricinde, sistemde bir diğer titreşim yapan cisimde köprüdür. Köprü titreşimlerini incelerken, köprünün orta noktası çok önemlidir. Çünkü, orta nokta köprünün üzerindeki diğer noktalara göre titreşim deplasmanlarının genliğinin en büyük olduğu yerdir. Şekil 4.4’de orta noktanın titreşim deplasmanlarının zamanla değişimi görülmektedir. Taşıtın hızı arttıkça, orta noktanın titreşim deplasmanlarının genliklerinin arttığı ve hatta taşıt köprüyü terk ettikten sonra dahi orta noktanın titreşim deplasmanlarının çok az sönümlendiği görülmektedir. Bunun nedeni, hız arttıkça köprünün, doğal frekansına yakın bir frekansta tahrik edildiğidir. Bu olayın taşıt gövdesinin titreşim deplasmanlarına aynı şekilde etki etmediği bir önceki grafikte görülmüştü. Taşıtın hızı belli bir değerin üzerine çıkınca, köprü titreşim deplasmanlarının tam genliklerine ulaşmadan taşıt köprünün üzerindeki seyahatini bitirir. İşte bu yüzden Şekil 4.2’de, hız 144 km/h’e çıkınca taşıt gövdesinin titreşim deplasmanlarının genlikleri diğer hızlara göre en düşük değeri almıştır.



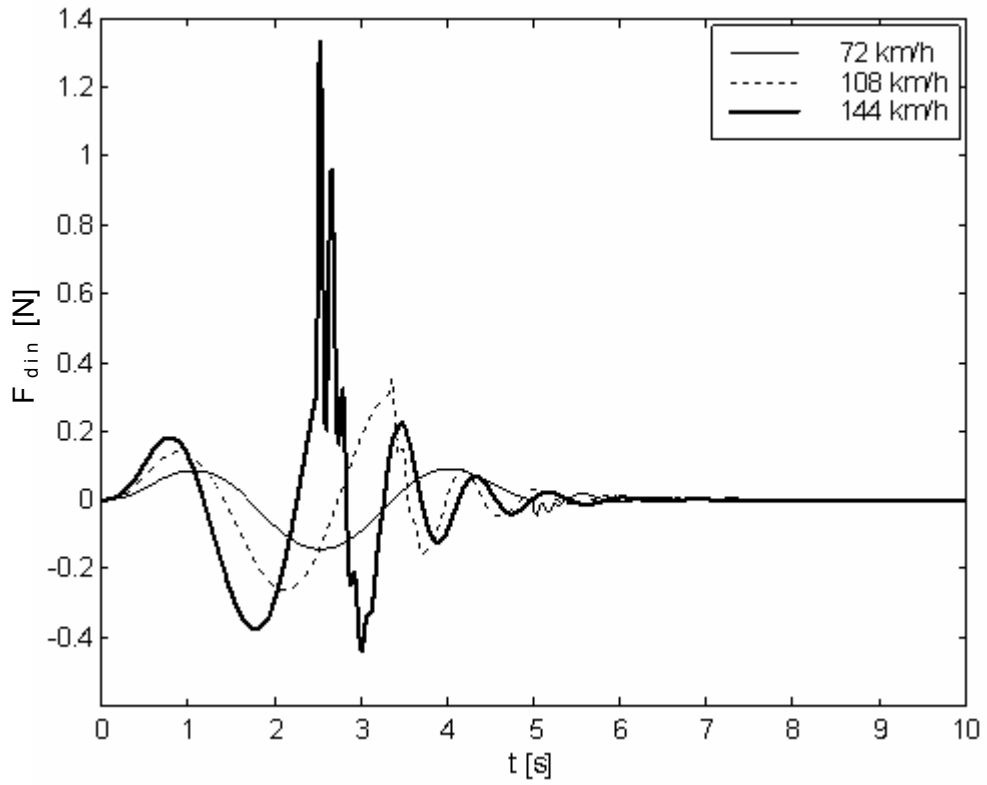
Şekil 4.4 Köprü orta noktasının titreşim deplasmanları

Şekil 4.5'deki grafiğe bakıldığında, bir an için genlikler dikkate alınmazsa, Şekil 4.4'deki grafiğin eksi ile çarpılmış haline uyar. Eğilme momentinin denklemi incelenirse zaten böyle olması gerektiği açıkça ortadadır. Bu nedenden ötürü, köprü'nün orta noktasının titreşim deplasmanları için yapılan yorumlar, aynen burada da geçerlidir. Taşıtın hızı arttıkça, orta noktaya etki eden eğilme momentlerinin şiddetide artmaktadır. Bununla birlikte yüksek hızlarda, taşıt köprüyü terk ettikten sonrada orta noktaya etki eden eğilme moment etkisi devam etmektedir. Köprü gibi yapıları inşaa ederken eğilme momentine özellikle dikkat edilmelidir çünkü yapı üzerinde yıkıcı etkisi olmaktadır. Bu grafikten çıkarılacak bir başka önemli sonuç ise, yapının durumuna göre köprülerden geçen araçlar için bir hız limitinin tespit edilmesidir.

Şekil 4.6'da ise, taşıt köprü üzerinde seyrine devam ettiği sürece, köprüye ve taşıta etki eden ve nedeni aks gövdesinin yaptığı titreşim deplasmanları olan dinamik yükün zamana karşı değişimi verilmiştir.



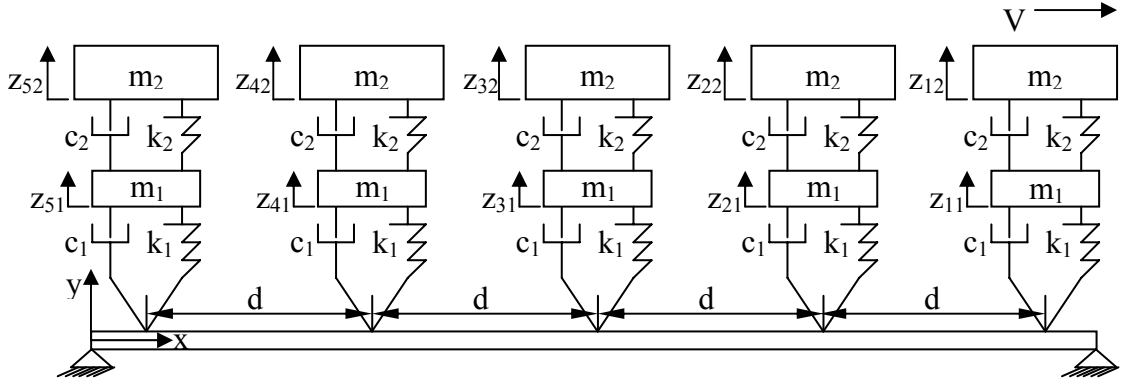
Şekil 4.5 Köprü orta noktasının eğilme momentleri



Şekil 4.6 Dinamik tekerlek yükü

4.2. İKİ BOYUTLU KÖPRÜ VE ÇOK TAŞIT MODELLİ SİSTEM

Bir önceki bölümden farklı olarak, hareketli yük olarak beş adet iki serbestlik dereceli çeyrek taşıt modeli kullanılmıştır ve taşıtların aks kütlelerinde, tekerleklerden dolayı oluşan sönüm katsayılarında modele eklenmiştir. Köprü modeli olarak da aynı bir önceki bölümde olduğu gibi iki ucundan basit mesnetlenmiş düzlemsel çubuk kullanılmıştır. Taşıt modelleri köprü üzerinden, değişik hızlarda ve aralarında belli bir zaman aralığı olacak şekilde geçmektedir. İki boyutlu köprü modeli olarak seçilen çubuğun sadece birinci öz fonksiyonu kullanılmıştır. Sistemin fiziksel modeli Şekil 4.7’de verilmiştir.



Şekil 4.7 Köprü ve çok taşıt modeli

Fiziksel modeli verilen sistemde tüm taşıt modellerinin özellikleri aynı alınmıştır. Taşıtlar arası mesafe sabittir. Tüm özellikleri aynı olduğu için taşıtların titreşim deplasmanlarının denklemleri genel olarak,

$$m_2 \ddot{z}_{j2} + c_2 (\dot{z}_{j2} - \dot{z}_{j1}) + k_2 (z_{j2} - z_{j1}) = 0 \quad (4.14)$$

$$m_1 \ddot{z}_{j1} + c_2 (\dot{z}_{j1} - \dot{z}_{j2}) + c_1 (\dot{z}_{j1} - \dot{w}_j(x, t)) + k_2 (z_{j1} - z_{j2}) + k_1 (z_{j1} - w_j(x, t)) = 0 \quad (4.15)$$

(4.14) ve (4.15) denklemlerindeki j indisi taşıtların sıra numaralarını belirtmektedir. Taşıtlardan köprüye etki eden kuvvetler,

$$u_1(x_1(t), t) = m_1 g + m_2 g + c_1 (\dot{z}_{11} - \dot{w}_1(x_1, t)) + k_1 (z_{11} - w_1(x_1, t)) \quad (4.16)$$

$$u_2(x_2(t), (t + \Delta t)) = m_1 g + m_2 g + c_1 (\dot{z}_{21} - \dot{w}_2(x_2, t)) + k_1 (z_{21} - w_2(x_2, t)) \quad (4.17)$$

$$u_3(x_3(t), (t + 2\Delta t)) = m_1 g + m_2 g + c_1 (\dot{z}_{31} - \dot{w}_3(x_3, t)) + k_1 (z_{31} - w_3(x_3, t)) \quad (4.18)$$

$$u_4(x_4(t), (t + 3\Delta t)) = m_1 g + m_2 g + c_1 (\dot{z}_{41} - \dot{w}_4(x_4, t)) + k_1 (z_{41} - w_4(x_4, t)) \quad (4.19)$$

$$u_5(x_5(t), (t + 4\Delta t)) = m_1 g + m_2 g + c_1 (\dot{z}_{51} - \dot{w}_5(x_5, t)) + k_1 (z_{51} - w_5(x_5, t)) \quad (4.20)$$

kuvvet denklemlerinde,

$$\Delta t = d / V \quad (4.21)$$

dir. Kuvvet fonksiyonları genel olarak,

$$U(t) = \sum_{j=1}^5 u_j(x_j, t_j) \quad (4.22)$$

şeklinde ifade edilir ve genelleştirilmiş kuvvet fonksiyonunda

$$Q_i(t) = \int_0^L U(t) \delta(x - Vt) \phi_i(Vt) dx \quad (4.23)$$

olur. Böylece sistemin genel denklemi,

$$m_{ii} \ddot{q}_i(t) + c_{\zeta} \dot{q}_i(t) + k_{ii} q_i(t) = Q_i(t) \quad (4.24)$$

olarak yazılır. Genelleştirilmiş kütle ve yay katsayısı fonksiyonları da, bir önceki bölümde olduğu gibi sırası ile,

$$m_{ii} = m_{\zeta} \int_0^L \sin(\pi x / L) \sin(\pi x / L) dx \quad (4.25)$$

ve

$$k_{ii} = E I \int_0^L \frac{d^4 \sin(\pi x / L)}{d x^4} \sin(\pi x / L) dx \quad (4.26)$$

haline gelir. Genelleştirilmiş kuvvet denklemi de,

$$Q(t) = U(t) \sin(\pi vt/L) \quad (4.27)$$

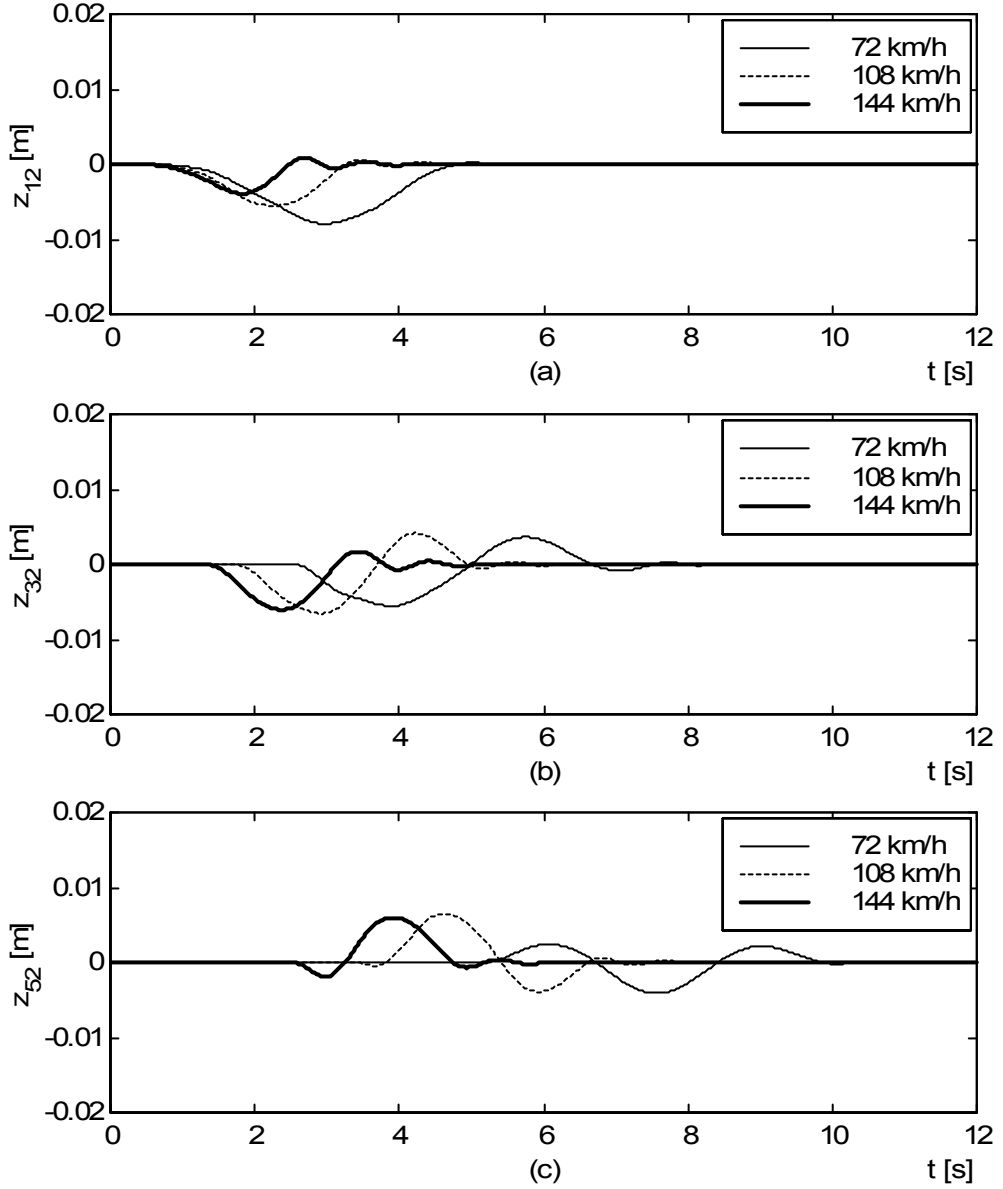
olur. Kolaylıkla görüleceği gibi köprü denklemlerinin, bir önceki bölümde incelenen tek taşıtlı modeldeki köprü denklemlerinden farkı, sadece genelleştirilmiş kuvvet denkleminde olmaktadır. Genelleştirilmiş kuvvet denkleminde önemli olan nokta ise kuvvetlerin belli bir zaman aralığı ile etki etmesinden dolayı, köprü üzerine etkiyen dinamik kuvvetler her an değişmektedir. Bunun sonucu olarak da köprü ve taşıtların dinamik cevaplarında, tek taşıtlı sisteme göre farklılıklar olmaktadır. Eğilme momenti için kullandığımız denklemde, tek taşıtlı sistemde kullandığımız ile aynıdır.

$$M = -EI \frac{\partial^2 \sin(\pi x/L)}{\partial x^2} q_i(t) \quad (4.28)$$

Taşıtlar arasında 20 metre mesafe vardır ve ilk durumda taşıtların köprü üzerinden sırası ile 72 km/h, 108 km/h ve 144 km/h hızlarla geçtikleri kabul edilmiştir.

İlk grafik, Şekil 4.8’de verilmiştir. Grafikte, beş adet taşıt değişik hızlarda köprü üzerinden geçerken birinci, üçüncü ve beşinci taşıtların ana gövdelerinin titreşim deplasmanlarının zamana göre değişimleri çizdirilmiştir. Birinci taşıtlın titreşimleri incelendiğinde, 72 km/h hızda giderken titreşimlerin en büyük genliğe sahip olduğu açıkça görülmektedir. Ayrıca titreşim deplasmanları en büyük genlik değerlerine eksi bölgede ulaşır. Ama üçüncü taşıtlın titreşim deplasmanları incelendiğinde ise, taşıtlın ana gövdesinin en büyük titreşim deplasmanı genliğine 108 km/h hızla giderken ulaştığı görülür ve 72 km/h’lik hız ise titreşim deplasmanlarının genliklerinin en düşük olduğu hızdır. Bir diğer özellik de, titreşim deplasmanlarının genliklerinin artı bölgede büyüdüğü ve eksi bölgedeki değerlere yakın değerler aldığıdır. Beşinci taşıta ait grafik ise diğerlerinden farklılıklar gösterir. Bilhassa yüksek hızlarda, titreşim deplasmanlarının genlikleri artı bölgede en büyük genlik değerlerine ulaşır. Bu ise diğer taşıtların grafiklerine göre tamamı ile zıt bir durumu temsil eder. Yine beşinci taşıtlın titreşimler deplasmanları incelendiğinde, taşıt 108 km/h hızla giderken titreşim deplasmanlarının en büyük genlik değerine sahip olduğu görülür. Bu durum ise, üçüncü taşıtlın titreşim deplasmanları ile benzer bir özellik gösterir. Üç taşıtlın grafikleride, bir önceki bölümde incelenen tek taşıtlı sistemin grafikleri ile karşılaştırıldığında, en büyük

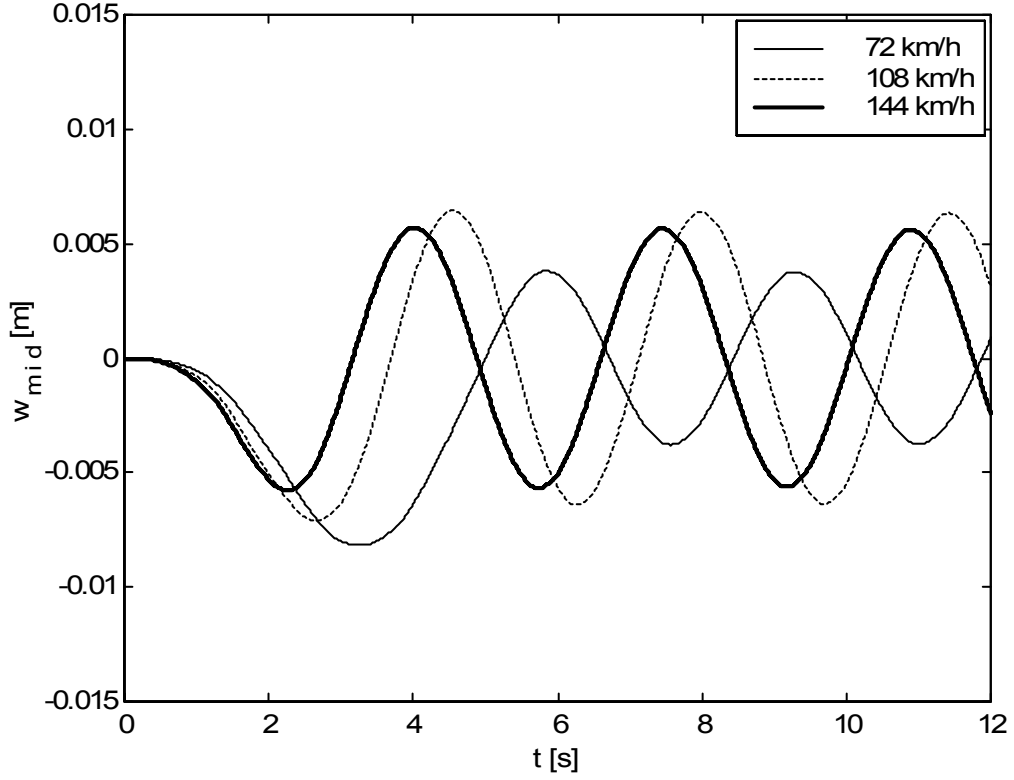
benzerliği birinci taşıtın grafikleri gösterir ki bu da beklenen bir gelişmedir. nk, birinci taşıttan sonra köprüye giren taşıtlar, diğer taşıtlar tarafından tahrik edilmiş yani titreşim yapmakta olan bir köprü üzerinde ilerlemek zorunda kalırlar. Gerçekleşen bu hal ise hem taşıtların hemde köprünün titreşim deplasmanlarına tek taşıtlı sistemde olduğundan çok daha farklı bir etki yapar.



şekil 4.8 Taşıt ana gövdelerinin titreşim deplasmanları

Taşıtlar değişik hızlarla köprünün üzerinde seyirlerini sürdürürken, köprünün orta noktasının yaptığı titreşim deplasmanları şekil 4.9'daki grafik yardımı ile ortaya

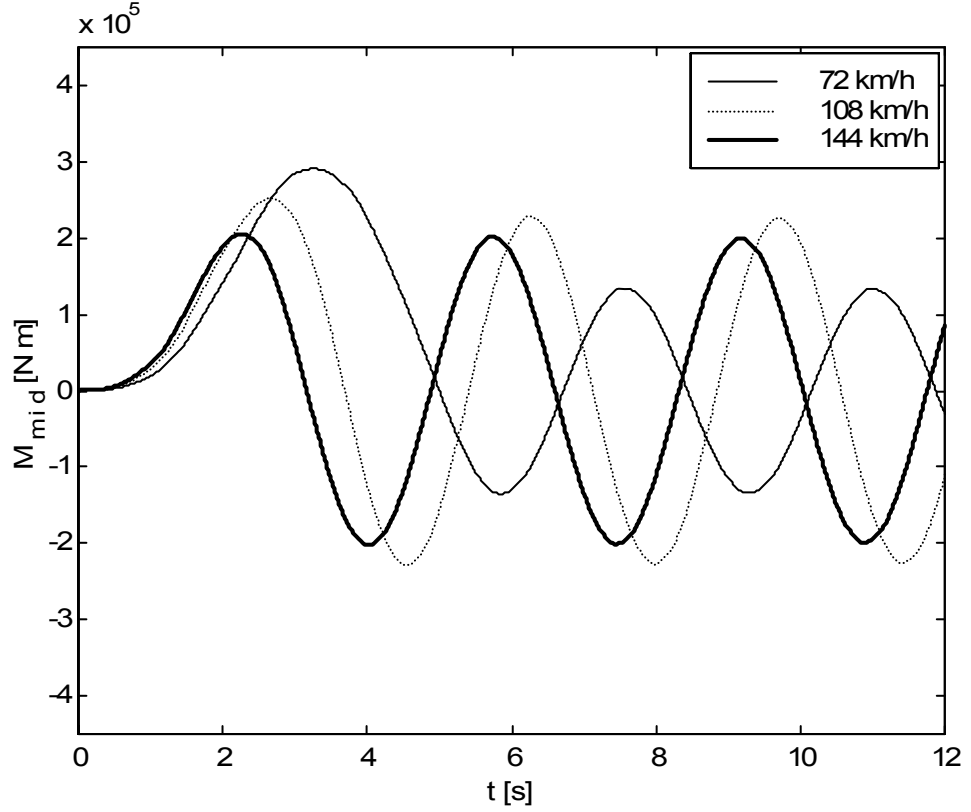
konulmuştur. Orta noktanın titreşim deplasmanlarının genlikleri, taşıtlar köprü üzerinde seyirlerini sürdürürken, en büyük değerine 72 km/h'lik hız esnasında ulaşır. Fakat taşıtlar köprüyü terk ettikten sonra da, 72 km/h'lik hızda ise bu kez titreşim deplasmanlarının genlikleri en küçük değerlerine sahip olur. Bunun nedeni, köprünün üzerinde bulunan taşıt sayısı toplamı en düşük hızda en fazla olur. Bunların dışında, taşıtlar köprüyü terk ettikten sonra da veya taşıtlar köprü üzerinde iken de 108 km/h hızdaki titreşim deplasmanlarının genlikleri 144 km/h hızdakilerden daha büyüktür. 144 km/h'lik hızın köprüyü tahrik frekanslarının, köprünün doğal frekanslarına daha yakın olduğunu bir önceki bölümde görmüştük. Ancak 108 km/h'lik hızda, daha fazla sayıda taşıt aynı anda köprü üzerinde bulunduğundan ötürü bu tip bir sonuç ortaya çıkmıştır.



Şekil 4.9 Köprü orta noktasının titreşim deplasmanları

Köprü orta noktasının titreşim deplasmanları incelendikten sonra, bir diğer önemli dinamik büyüklükde eğilme momentleridir. Taşıtlar değişik hızlarda hareket ettikleri sürelerde köprünün orta noktasına etki eden eğilme momentlerinin almış olduğu değerler Şekil 4.10 'da görülmektedir. Orta noktanın titreşim deplasmanlarının

genlikleri için yapılan yorumların tamamı burada da geçerlidir. Titreşim deplasmanlarının genliklerinin büyük olduğu tüm durumlarda, orta noktaya etki eden eğilme momentlerinin şiddeti de büyük olmaktadır.

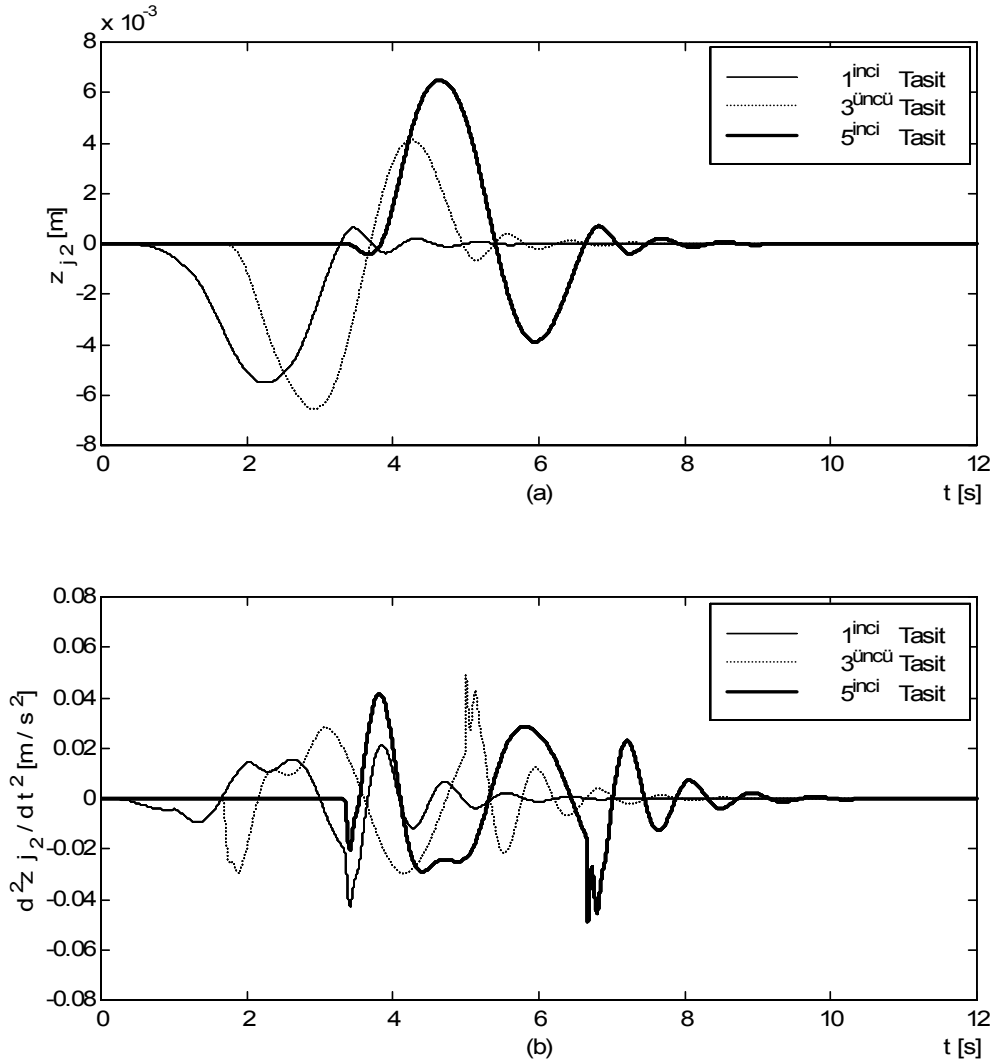


Şekil 4.10 Köprü orta noktasının eğilme momentleri

Değişik hızlarda ilerleyen taşıtlar sebebi ile oluşan dinamik cevaplar incelendiğinde, hem taşıt titreşim deplasmanlarının hemde eğilme momentlerinin aldığı en büyük değerler 108 km/h'lik hızda oluşur. Ortaya çıkan bu sonuç sebebi ile 108 km/h'lik bu hızda bir kaç değişik grafik daha çizdirilip sonuçlar daha ayrıntılı şekilde irdelenecektir.

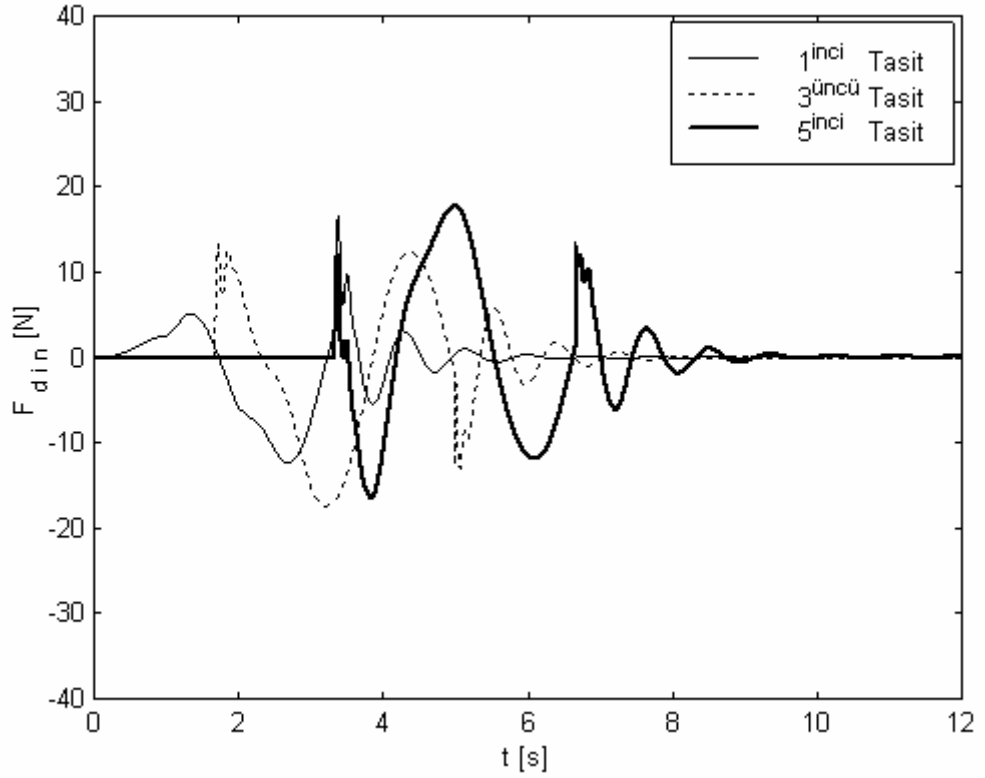
Şekil 4.11, tüm taşıtlar 108 km/h'lik hızla köprü üzerinden geçerken, taşıtların ana gövdelerinin titreşim deplasman ve ivmelerinin zamana karşı değişimini aynı grafiklerde birlikte göstermektedir. Grafiğin sütun açıklamasındaki j ifadesi, taşıtların sıra numarasını temsil etmektedir. Daha önce de yorumlandığı gibi, birinci ve üçüncü taşıtların gövde titreşim deplasmanlarında en büyük genlik eksi bölgede oluşmasına

rağmen, beşinci taşıtın gövde titreşim deplasmanlarında bu sonuç tamamen ters bir şekilde olmaktadır. Titreşim ivme değişimlerinde ise sonuçlar biraz daha farklıdır. Birinci taşıtın titreşim ivme değerlerinde, diğer taşıtlar köprüye temas etmeye başladıkça sıçramalar görülmekte ve en büyük değerine, köprüyü terk etmeden hemen önce ulaşmaktadır. Üçüncü taşıtın titreşim ivme değişimleri ise hem kendisinden önce köprü üzerinde seyirlerine başlayan taşıtlardan hemde kendisinden sonra köprüye giriş yapan taşıtlardan etkilenmektedir. En büyük değerini ise köprüyü terk ettikten hemen sonra almaktadır. Beş numaralı taşıtın titreşim ivme değerleri ise bütün bunların tersine en büyük değerine, taşıt köprü üzerinde seyrine başladıktan hemen sonra ulaşmaktadır ve beş numaralı taşıttan önce köprü üzerinde seyrine başlamış bütün taşıtlardan etkilenir.



Şekil 4.11 Taşıt gövdelerinin dinamik hareketleri

Diğer grafiklerde sunulan sonuçların dışında, kritik olarak belirlenen bu hız için, Şekil 4.12’de dinamik tekerlek kuvvetlerinin etkisinde gösterilmiştir. Birinci ve üçüncü taşıtlardan dolayı köprüye etki eden dinamik tekerlek kuvvetleri en büyük değerlerini, taşıtlar köprüden çıkarken almıştır. Ayrıca üçüncü taşıt köprüye girerken dinamik tekerlek kuvvetinde bir sıçrama oluşmuştur. En büyük kuvvet ise beşinci taşıt tarafından, taşıt köprüünün üzerinde seyrine devam ederken, üretilmektedir. Yine beşinci taşıt tarafından köprüye etki ettirilen dinamik kuvvetler, taşıt köprüye girerken ve çıkarken sıçramalar göstermektedir. Bu çalışmanın neticeleri olan metal köprüler üzerindeki hız limitlerinin tespiti ve elde edilen moment diyagramlarının yardımı ile köprülerin mukavemet tasarımında önemli bilgiler vermektedir.

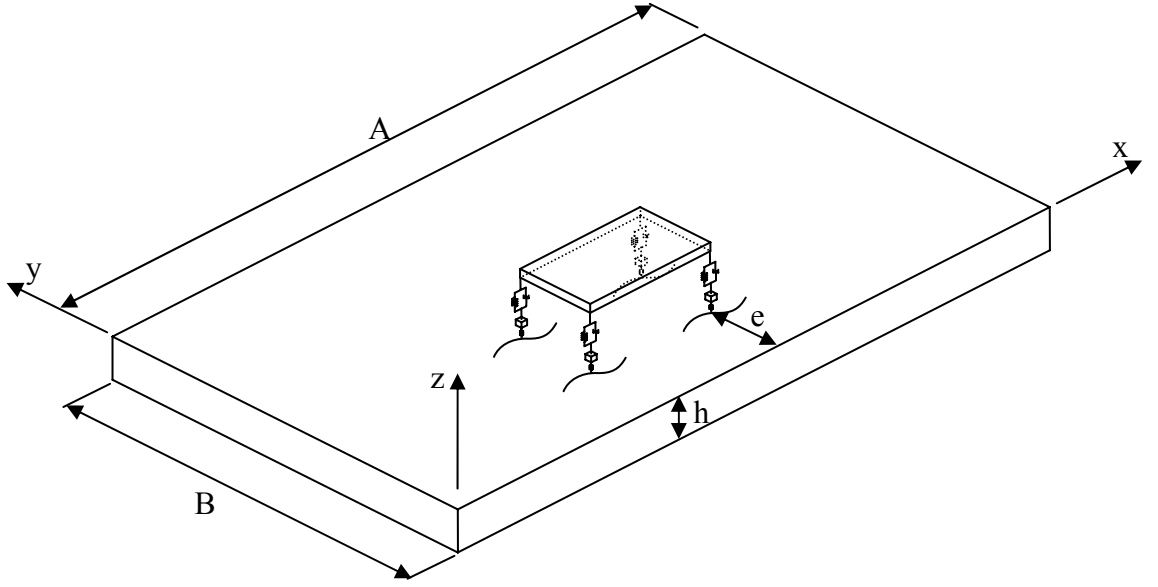


Şekil 4.12 Dinamik tekerlek yükü

4.3. ÜÇ BOYUTLU KÖPRÜ VE TAM TAŞIT MODELİ SİSTEM

Çalışmanın bu kısmında incelenecek sistem, şimdiye kadar incelenen sistemler arasında gerçeğe en yakın olanıdır. Köprüyü üç boyutlu modellemek için düzlemsel dikdörtgen bir plaka seçilmiş ve hareketli yük olarak da yedi serbestlik dereceli tam taşıt modeli

kullanılmıştır. İlk olarak, plakanın dört kenarının basit mesnetlenmiş olduğu kabul edilmiştir ve sadece birinci öz fonksiyonu kullanılmıştır. Bu durum için plakanın orta ve çeyrek noktalarında oluşan titreşim deplasmanları ile taşıt modelinin dinamik cevapları incelenmiştir. Sistemin fiziksel modeli Şekil 4.13'te verilmiştir. Tam taşıt modelinin fiziksel modeli ise daha önce Şekil 3.3'te verilmiştir.



Şekil 4.13 Üç boyutlu köprü ve tam taşıt modeli

Sistemin fiziksel modeli verildikten sonra, ilk olarak sistemde hareketli yük olarak kabul edilen tam taşıt modelinin matematiksel ifadeleri verilecektir. Daha önce (3.46), (3.47) ve (3.48) numaralı denklemler ile verilmiş olan enerji denklemleri vasıtası ile tam taşıt modelinin matematiksel ifadeleri şu şekilde verilir;

$$\begin{aligned}
 & m \ddot{z}_1 + (c_1 + c_2 + c_3 + c_4) \dot{z}_1 + (k_1 + k_2 + k_3 + k_4) z_1 + \\
 & (c_1 a + c_2 a - c_3 b - c_4 b) \cos \theta \dot{\theta} + (k_1 a + k_2 a - k_3 b - k_4 b) \sin \theta - \\
 & (c_1 c - c_2 d + c_3 c - c_4 d) \cos \alpha \dot{\alpha} - (k_1 c - k_2 d + k_3 c - k_4 d) \sin \alpha - \\
 & c_1 \dot{z}_2 - k_1 z_2 - c_2 \dot{z}_3 - k_2 z_3 - c_3 \dot{z}_4 - k_3 z_4 - c_4 \dot{z}_5 - k_4 z_5 = 0
 \end{aligned} \tag{4.29}$$

$$\begin{aligned}
& I_{\theta} \ddot{\theta} + (c_1 a^2 + c_2 a^2 + c_3 b^2 + c_4 b^2) \cos^2 \theta \dot{\theta} + \\
& (k_1 a^2 + k_2 a^2 + k_3 b^2 + k_4 b^2) \cos \theta \sin \theta + (c_1 a + c_2 a - c_3 b - c_4 b) \cos \theta \dot{z}_1 + \\
& (k_1 a + k_2 a - k_3 b - k_4 b) \cos \theta \dot{z}_1 - (c_1 a c - c_2 a d - c_3 b c + c_4 b d) \cos \theta \cos \alpha \dot{\alpha} - \\
& (k_1 a c - k_2 a d - k_3 b c + k_4 b d) \cos \theta \sin \alpha - c_1 a \cos \theta \dot{z}_2 - \\
& k_1 a \cos \theta \dot{z}_2 - c_2 a \cos \theta \dot{z}_3 - k_2 a \cos \theta \dot{z}_3 + c_3 b \cos \theta \dot{z}_4 + \\
& k_3 b \cos \theta \dot{z}_4 + c_4 b \cos \theta \dot{z}_5 + k_4 b \cos \theta \dot{z}_5 = 0
\end{aligned} \tag{4.30}$$

$$\begin{aligned}
& I_{\alpha} \ddot{\alpha} + (c_1 c^2 + c_2 d^2 + c_3 c^2 + c_4 d^2) \cos^2 \alpha \dot{\alpha} + \\
& (k_1 c^2 + k_2 d^2 + k_3 c^2 + k_4 d^2) \cos \alpha \sin \alpha - (c_1 c - c_2 d + c_3 c - c_4 d) \cos \alpha \dot{z}_1 - \\
& (k_1 c - k_2 d + k_3 c - k_4 d) \cos \alpha \dot{z}_1 - (c_1 a c - c_2 a d - c_3 b c + c_4 b d) \cos \alpha \cos \theta \dot{\theta} - \\
& (k_1 a c - k_2 a d - k_3 b c + k_4 b d) \cos \alpha \sin \theta + c_1 c \cos \alpha \dot{z}_2 + k_1 c \cos \alpha \dot{z}_2 - \\
& c_2 d \cos \alpha \dot{z}_3 - k_2 d \cos \alpha \dot{z}_3 + c_3 c \cos \alpha \dot{z}_4 + k_3 c \cos \alpha \dot{z}_4 - \\
& c_4 d \cos \alpha \dot{z}_5 - k_4 d \cos \alpha \dot{z}_5 = 0
\end{aligned} \tag{4.31}$$

$$\begin{aligned}
& m_1 \ddot{z}_2 + c_1 \dot{z}_2 + (k_1 + k_{t1}) z_2 - c_1 \dot{z}_1 - k_1 z_1 - c_1 a \cos \theta \dot{\theta} - \\
& k_1 a \sin \theta + c_1 c \cos \alpha \dot{\alpha} + k_1 c \sin \alpha - k_{t1} z_{fr} = 0
\end{aligned} \tag{4.32}$$

$$\begin{aligned}
& m_2 \ddot{z}_3 + c_2 \dot{z}_3 + (k_2 + k_{t2}) z_3 - c_2 \dot{z}_1 - k_2 z_1 - c_2 a \cos \theta \dot{\theta} - \\
& k_2 a \sin \theta - c_2 d \cos \alpha \dot{\alpha} - k_2 d \sin \alpha - k_{t2} z_{fl} = 0
\end{aligned} \tag{4.33}$$

$$\begin{aligned}
& m_3 \ddot{z}_4 + c_3 \dot{z}_4 + (k_3 + k_{t3}) z_4 - c_3 \dot{z}_1 - k_3 z_1 + c_3 b \cos \theta \dot{\theta} + \\
& k_3 b \sin \theta + c_3 c \cos \alpha \dot{\alpha} + k_3 c \sin \alpha - k_{t3} z_{rr} = 0
\end{aligned} \tag{4.34}$$

$$\begin{aligned}
& m_4 \ddot{z}_5 + c_4 \dot{z}_5 + (k_4 + k_{t4}) z_5 - c_4 \dot{z}_1 - k_4 z_1 + c_4 b \cos \theta \dot{\theta} + \\
& k_4 b \sin \theta - c_4 d \cos \alpha \dot{\alpha} - k_4 d \sin \alpha - k_{t4} z_{rl} = 0
\end{aligned} \tag{4.35}$$

Plakanın matematiksel modelini elde etmek için daha önceki bölümlerde açıklandığı gibi, çubukların öz fonksiyonlarından yararlanılır, başlangıç olarak plakanın genel hareket denklemi;

$$w(x, y, t) = \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{j=1}^{\infty} W_{ij}(x, y) q_{ij}(t) \quad (4.36)$$

şeklindedir. Bu denklemdaki fonksiyonlardan $W_{ij}(x, y)$ ifadesi plakanın öz fonksiyonlarını ifade eder.

$$W_{ij}(x, y) = X_i(x)Y_j(y) \quad (4.37)$$

Sınır şartları dikkate alınarak bu öz fonksiyonlar,

$$X(x) = \sin\left(\frac{\pi x}{A}\right) \quad (4.38)$$

ve

$$Y(y) = \sin\left(\frac{\pi y}{B}\right) \quad (4.39)$$

olarak yazılır ve böylece plakanın öz fonksiyon denklemi,

$$W_{ij}(x, y) = \sin\left(\frac{\pi x}{A}\right) \sin\left(\frac{\pi y}{B}\right) \quad (4.40)$$

haline gelir. Plakaya etki edecek hareketli yüklerin denklemlerini, taşıtın sağ önünden, taşıtın sol önünden, taşıtın sağ arkasından ve taşıtın sol arkasından olmak üzere sırası ile şu şekilde ifade ederiz;

$$u_{fr} = Mg \left(\frac{bd}{(a+b)(c+d)} \right) + m_1 g + k_{t1}(z_2 - z_{fr}) \quad (4.41)$$

$$u_{fl} = Mg \left(\frac{bc}{(a+b)(c+d)} \right) + m_2 g + k_{t2}(z_3 - z_{fl}) \quad (4.42)$$

$$u_{rr} = Mg \left(\frac{ad}{(a+b)(c+d)} \right) + m_3 g + k_{t3}(z_4 - z_{rr}) \quad (4.43)$$

$$u_{rl} = Mg \left(\frac{ac}{(a+b)(c+d)} \right) + m_4 g + k_{t4}(z_5 - z_{rl}) \quad (4.44)$$

Bu yükler köprüye taşıt tarafından etki ettirilen yükler olmakla beraber, köprüden de taşıta etki eden bozucu yol dürtüleri vardır. Bu dürtülerin denklemleri de, sırası ile taşıtın ön sağ tekerine, ön sol tekerine, arka sağ tekerine ve arka sol tekerine olmak üzere;

$$z_{fr}(t) = w(v_1 t, y_1, t) \quad (4.45)$$

$$z_{fl}(t) = w(v_1 t, y_2, t) \quad (4.46)$$

$$z_{rr}(t) = w((v_1 t + \Delta), y_1, t) \quad (4.47)$$

$$z_{rl}(t) = w((v_1 t + \Delta), y_2, t) \quad (4.48)$$

şeklinde verilir ve bu denklemlerde,

$$\Delta = (a + b) / V \quad (4.49)$$

olduğu ayrıca belirtilmelidir. Denklemlerdeki bir değer önemli ayrıntı ise, $w(t)$ ifadesi plakanın hareketini temsil eder.

Verilen sınır şartları ele alındığında plakanın genelleştirilmiş kütle fonksiyonu;

$$m_{ij} = \int_0^A \int_0^B \rho h \left(\sin\left(\frac{\pi x}{A}\right) \sin\left(\frac{\pi y}{B}\right) \right)^2 dx dy \quad (4.50)$$

ve genelleştirilmiş yay katsayısı fonksiyonu;

$$k_{ij} = \int_0^A \int_0^B (D \left(\frac{\partial^4 \sin\left(\frac{\pi x}{A}\right) \sin\left(\frac{\pi y}{B}\right)}{\partial x^4} + \frac{\partial^4 W_{ij} \sin\left(\frac{\pi x}{A}\right) \sin\left(\frac{\pi y}{B}\right)}{\partial x^2 \partial y^2} \right) + \frac{\partial^4 \sin\left(\frac{\pi x}{A}\right) \sin\left(\frac{\pi y}{B}\right)}{\partial y^4} \right) \cdot \left(\sin\left(\frac{\pi x}{A}\right) \sin\left(\frac{\pi y}{B}\right) \right) dx dy \quad (4.51)$$

olarak yazılır. Genelleştirilmiş kuvvet fonksiyonunu da,

$$\begin{aligned}
Q_{ij}(t) = & \int_0^A \int_0^B u_{fr} \delta(x - vt) \delta(y - \varepsilon_1) W_{ij}(vt, \varepsilon_1) dx dy + \\
& \int_0^A \int_0^B u_{fl} \delta(x - vt) \delta(y - \varepsilon_2) W_{ij}(vt, \varepsilon_2) dx dy + \\
& \int_0^A \int_0^B u_{rr} \delta(x - (\Delta + vt)) \delta(y - \varepsilon_1) W_{ij}(vt, \varepsilon_1) dx dy + \\
& \int_0^A \int_0^B u_{rl} \delta(x - (\Delta + vt)) \delta(y - \varepsilon_2) W_{ij}(vt, \varepsilon_2) dx dy
\end{aligned} \tag{4.52}$$

Denklem (4.52)'de kullanılan ifadelerden, ε_1 taşıtın sağ tekerleği ile köprünün sağ ucu arasındaki mesafe ve,

$$\varepsilon_2 = \varepsilon_1 + c + d \tag{4.53}$$

dir. Ve en son olarak da genel hareket denklemi,

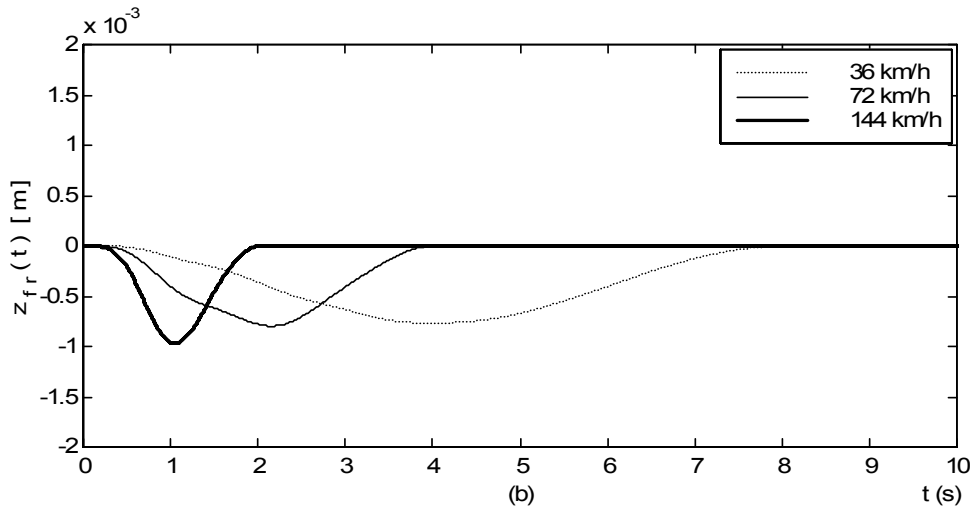
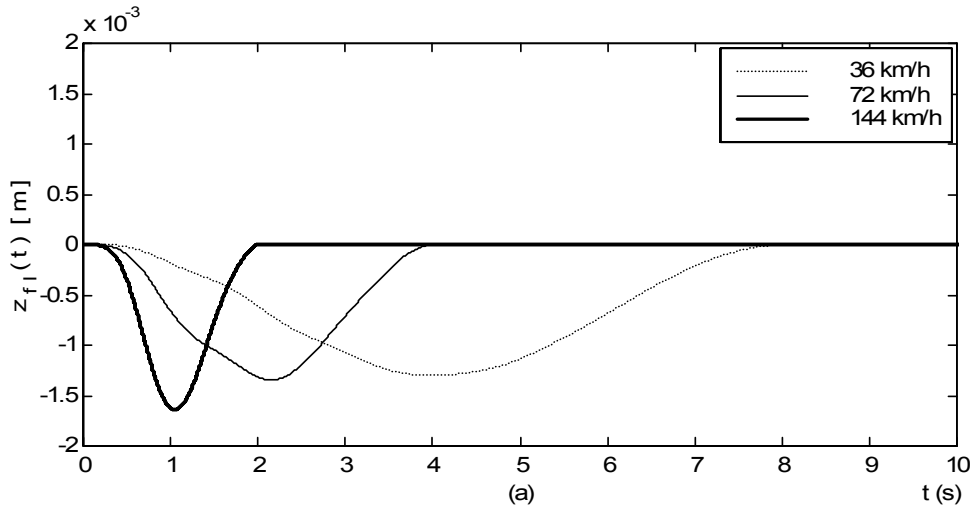
$$\omega_{ij} = \sqrt{\frac{k_{ij}}{m_{ij}}} \tag{4.54}$$

olacak şekilde,

$$\ddot{q}_{ij}(t) + \frac{c_p}{\rho h} \omega_{ij} \dot{q}_{ij}(t) + \omega_{ij} q_{ij}(t) = Q_{ij}(t) / m_{ij} \tag{4.55}$$

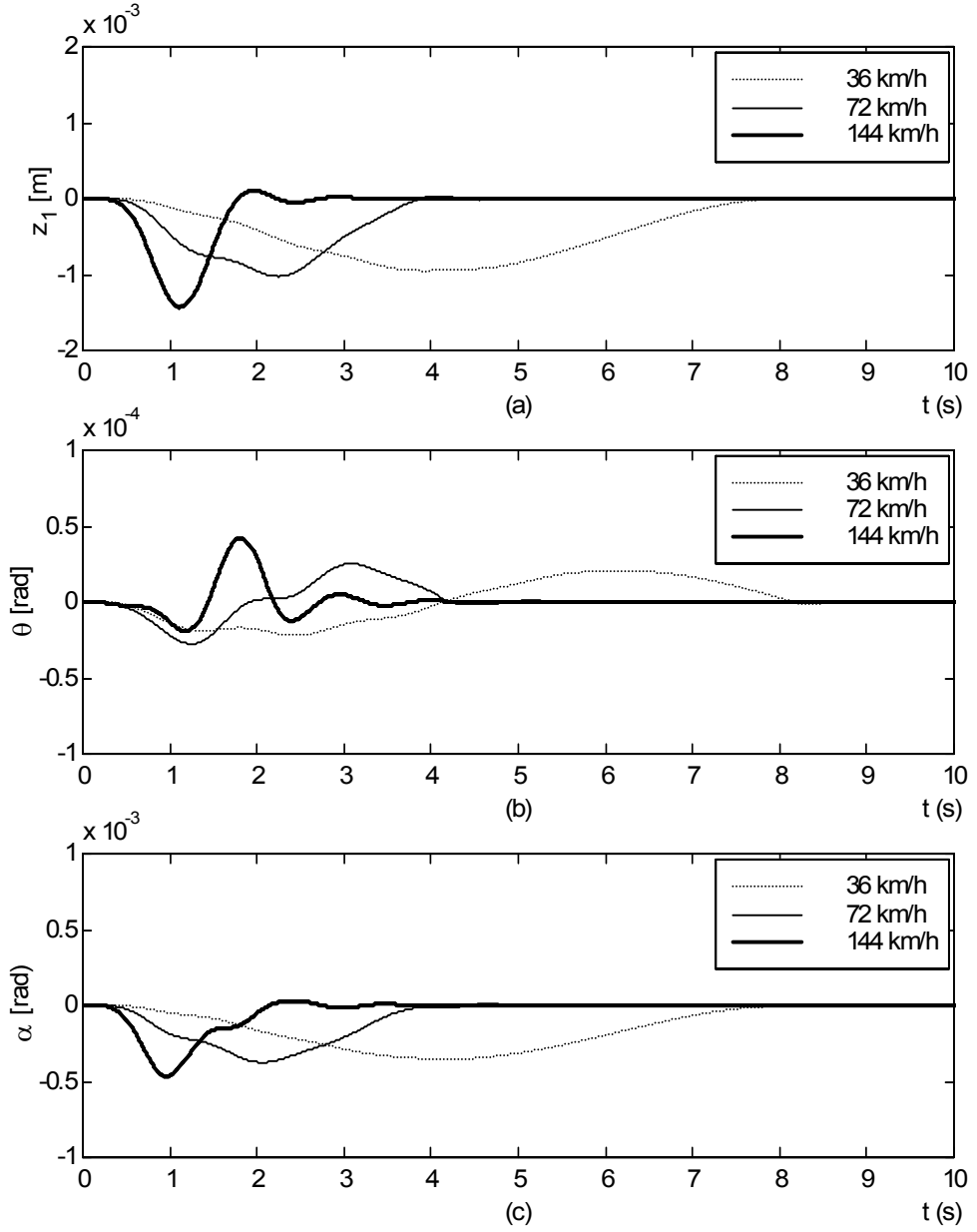
Denklemler açıklandıktan sonra sayısal örnekler ile bulunan denklemlerin ortaya çıkardığı sonuçlar, bilgisayar ortamında oluşturulan sistemin modeli üzerinden yapılan çalışmalar ile elde edilen grafikler yardımı ile sunulacak ve yorumlanacaktır.

Şekil 4.14'de, taşıt köprü üzerinde seyrini sürdürürken, köprüde oluşan taşıt kaynaklı titreşim deplasmanlarının sonucunda taşıta etkiyen yol girişleri görülmektedir. Taşıtın sol ön tekerleğine olan yol girişleri, sağ ön tekerleğine olan yol girişlerinden daha büyük genliğe sahiptir ki köprünün dört kenarının da mesnetlenmiş olduğu ve bu yüzden oluşacak çökmelerin, kenarlardan ortaya doğru artacağı düşünüldüğünde, bu beklenen bir sonuçtur. Bunun dışında taşıtın hızı arttığında, yol girişlerinin genliğinin de arttığı bir başka sonuçtur.



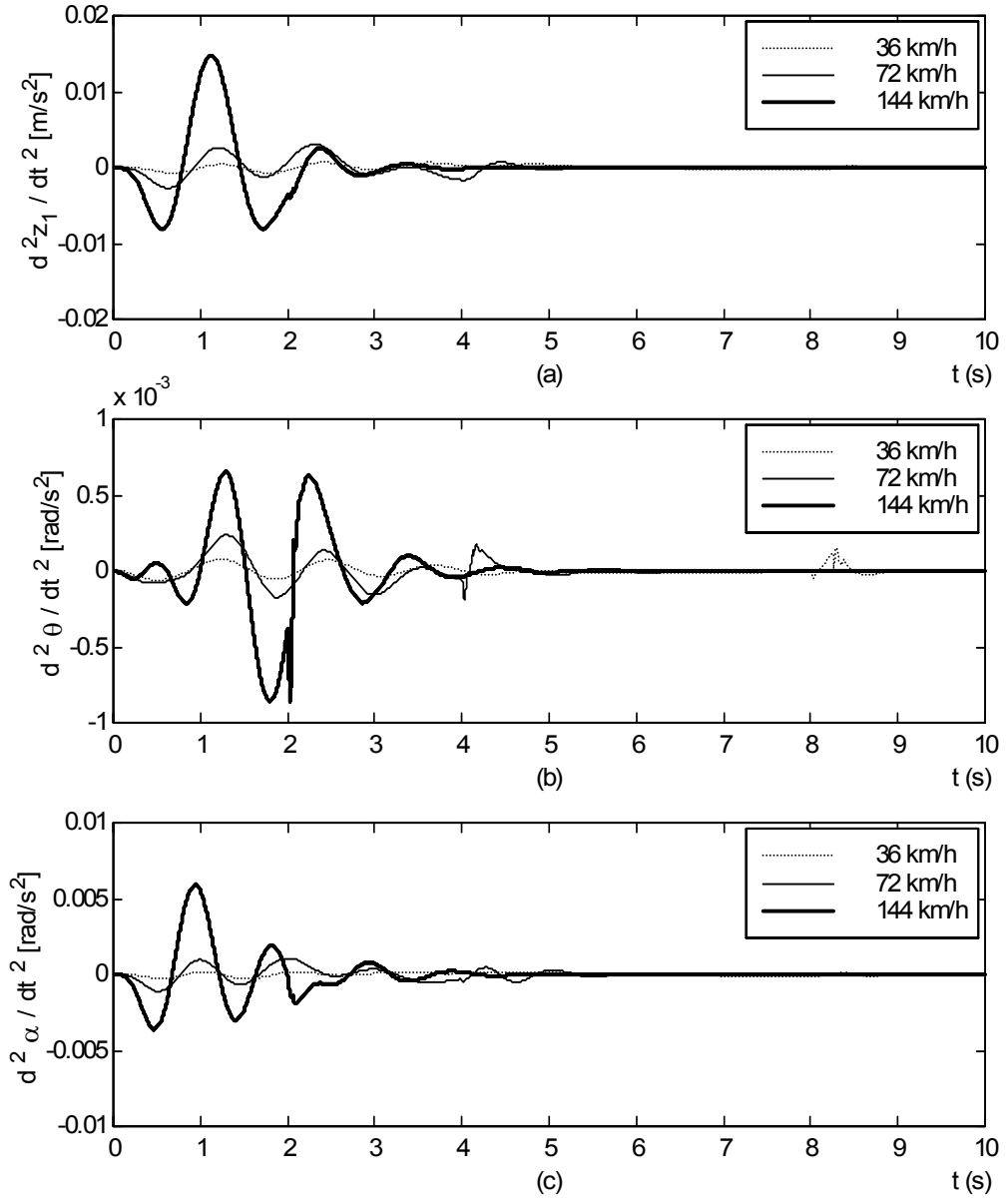
Şekil 4.14 Taşıta etkiyen yol girişleri

Taşıt ana gövdesinin, taşıt değişik hızlarda köprü üzerindeki seyrini sürdürürken, yapmış olduğu titreşim deplasmanları Şekil 4.15'te verilmiştir. Şekil 4.15(a)'da, taşıt ana gövdesinin dikey titreşim deplasmanları, Şekil 4.15(b)'de kafa vurma hareketi ve Şekil 4.15(c)'de da devrilme hareketleri görülmektedir. Taşıt ana gövdesinin bütün dinamik cevaplarının genlikleri, taşıtın hızı arttıkça artmaktadır. En yüksek hız olan 144 km/h'e ise, taşıt köprüyü terk ettikten sonra belli bir süre daha taşıt ana gövdesinin titreşim deplasmanları sürmektedir.



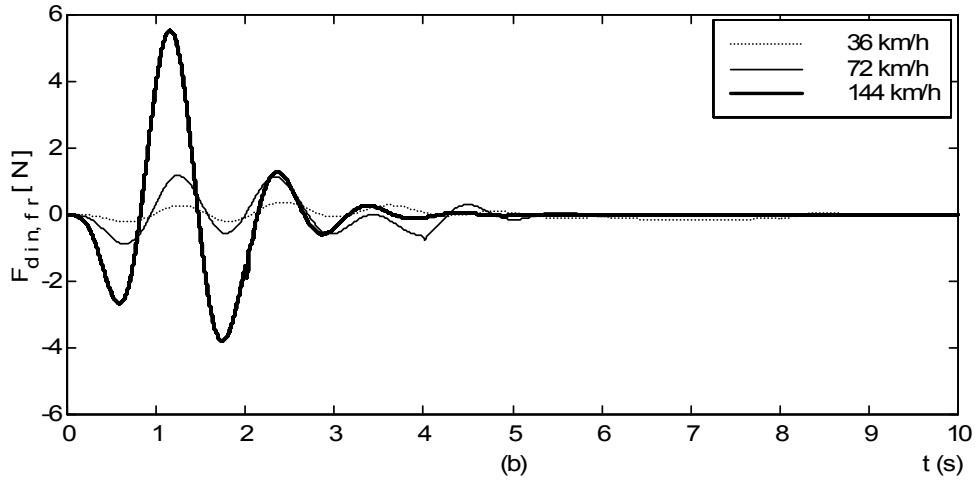
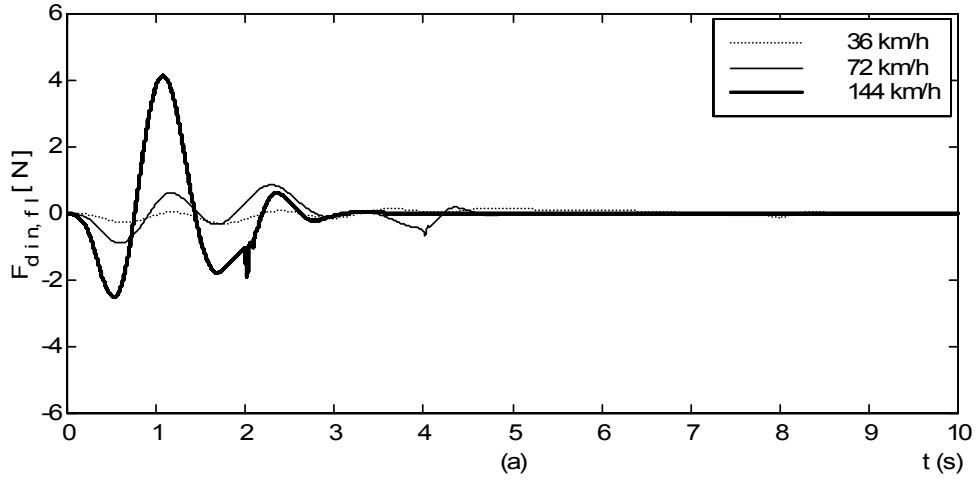
Şekil 4.15 Taşıt ana gövdesinin titreşim deplasmanları

Taşıt ana gövdesinin titreşim deplasmanlarının incelenmesinden sonra, bu titreşimlerin ivmeleride yine farklı hızlar için aynı grafik üzerinde Şekil 4.16'da verilmiştir. Bir önceki grafikte olduğu gibi, Şekil 4.16(a)'da, taşıt ana gövdesinin dikey hareketinin titreşim ivme değişimleri, Şekil 4.16(b)'de kafa vurma hareketinin ivme değişimleri ve Şekil 4.16(c)'de de devrilme hareketinin ivme değişimleri görülmektedir. Titreşim hareketlerinde olduğu gibi bu büyüklüklerin genliği hızla birlikte artmaktadır.



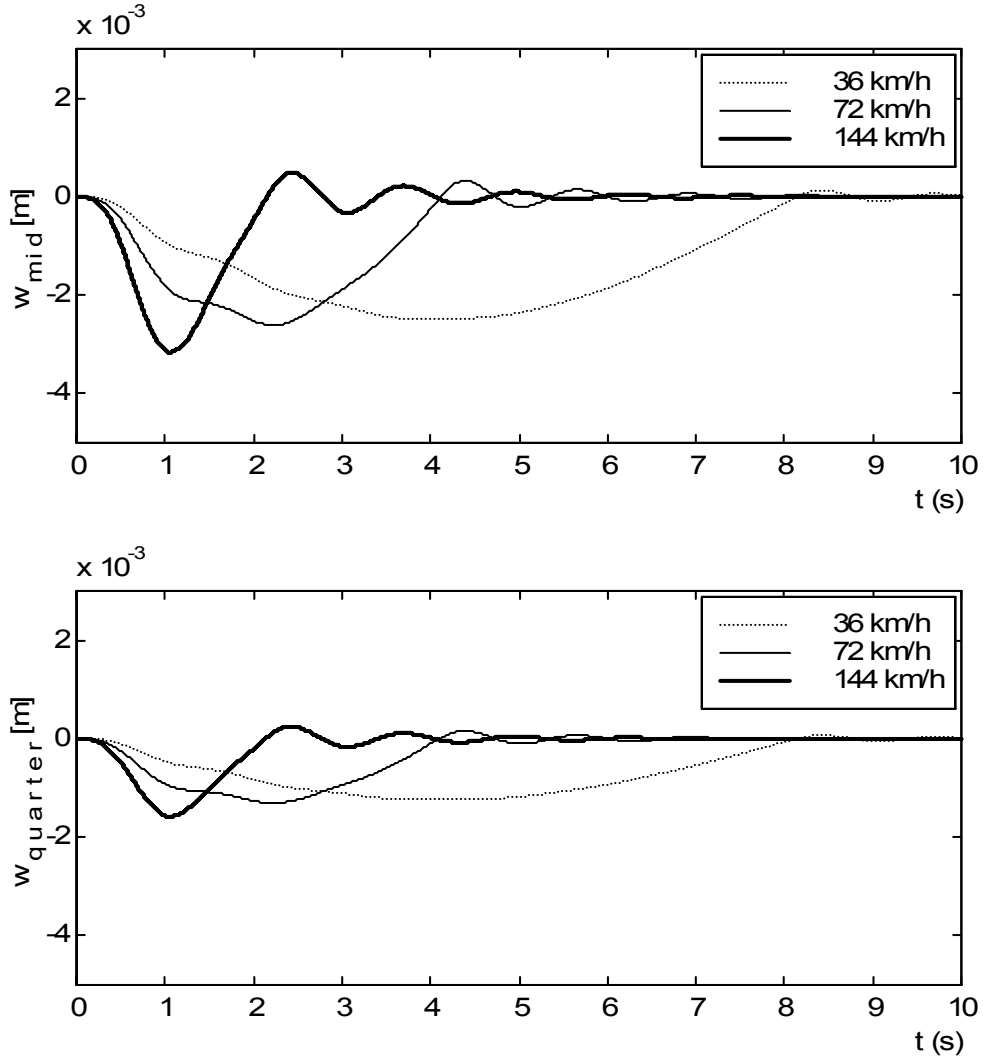
Şekil 4.16 Taşıt ana gövdesinin ivme değişimleri

Taşıta köprü tarafından etki eden bozucu yol girişleri sonucu taşıtın ana gövdesinin vermiş olduğu dinamik cevaplardan sonra bu kezde taşıtın tekerleklerinin seyir esnasında köprüye uyguladığı dinamik kuvvetler Şekil 4.17’de verilmiştir. Şekil 4.17(a)’da sol ön tekerleğin, Şekil 4.17(b)’de ise sağ ön tekerleğin uyguladığı dinamik kuvvetleri gösterir. Taşıt ana gövdesinin ağırlık merkezinin yerinden dolayı, taşıtın sağ ön tekerleğinin uyguladığı dinamik kuvvet, sol ön tekerleğin uyguladığından daha büyüktür. Diğer özelliklerde olduğu gibi, burada da hızla birlikte tekerleklerin uyguladığı dinamik kuvvetler artmaktadır. Bütün hızlarda, taşıtların köprüyü terk etme anında, dinamik kuvvetlerin değerlerinde sıçramalar olmaktadır.



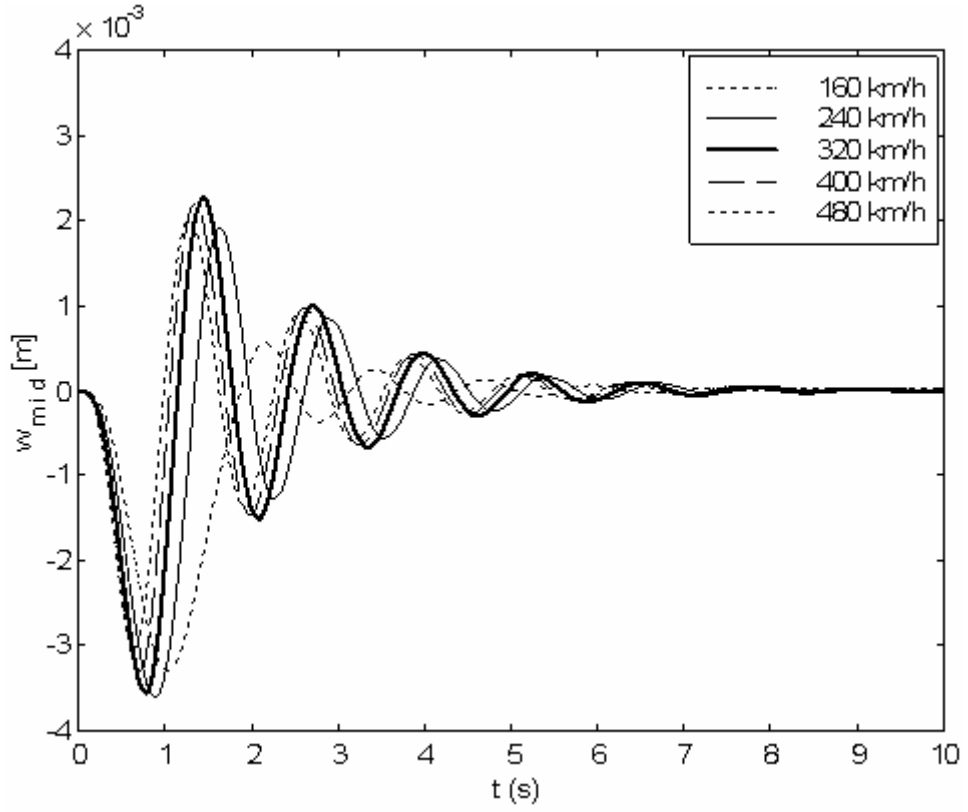
Şekil 4.17 Dinamik tekerlek yükleri

Çalışmanın bu kısmının devamında, taşıtın dinamik cevapları ortaya çıktıktan sonra, köprünün dinamik cevapları hakkında da yorum yapabilmek için köprü ile alakalı grafikler yer almaktadır. Şekil 4.18’de köprünün orta ve çeyrek noktalarının titreşim deplasmanları değişik hızlar için verilmiştir. Köprünün dört tarafının basit mesnetlenmiş olduğundan ötürü, orta noktasındaki titreşim deplasmanlarının genliği, çeyrek noktasındaki titreşim deplasmanlarının genliğinden daha büyüktür ve her iki noktadaki titreşim deplasmanlarının genliğide hız ile birlikte artmaktadır.

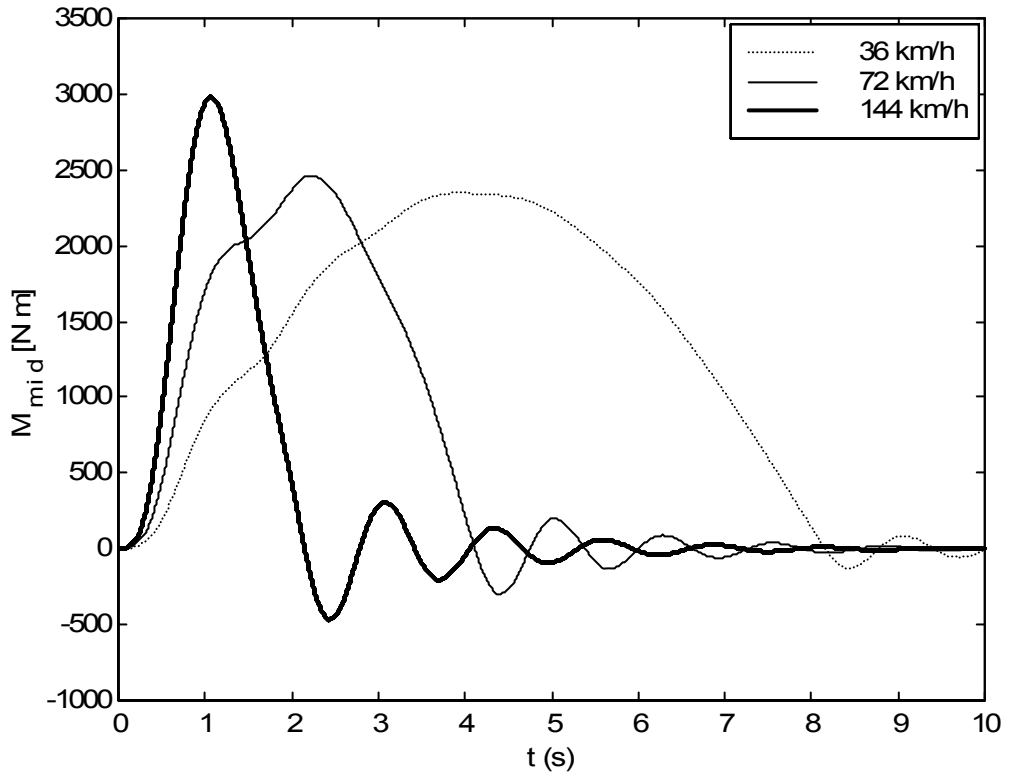


Şekil 4.18 Köprünün orta ve çeyrek noktalarının titreşim deplasmanları

Köprülerde kritik noktanın orta nokta olduğu daha önce belirtilmişti. Bu kısımda orta noktanın değişik hızlardaki titreşim deplasmanları ve üzerine etki eden eğilme momentleri incelenecektir. Şekil 4.19'daki grafik dikkatlice incelenecek olursa, orta noktanın titreşim deplasmanları çok yüksek hızlara kadar, hız ile birlikte artmaktadır. Fakat 480 km/h'lik hızdaki titreşim deplasmanlarının genliği, 400 km/h'lik hızdaki titreşim deplasmanlarının genliğinden daha düşüktür. Bunun nedeni ise, belli bir hızdan sonraki taşıtın kaynaklı oluşan titreşimlerin frekansı, köprünün doğal frekanslarından uzaklaşmaktadır. Şekil 4.20'de ise değişik hızlarda köprü orta noktasına etki eden eğilme momentlerinin grafiği verilmiştir. Eğilme momentlerinin büyüklüğü de, diğer özelliklerde olduğu gibi hız ile birlikte artmaktadır.



Şekil 4.19 Köprünün orta noktasının değişik hızlardaki titreşim deplasmanları



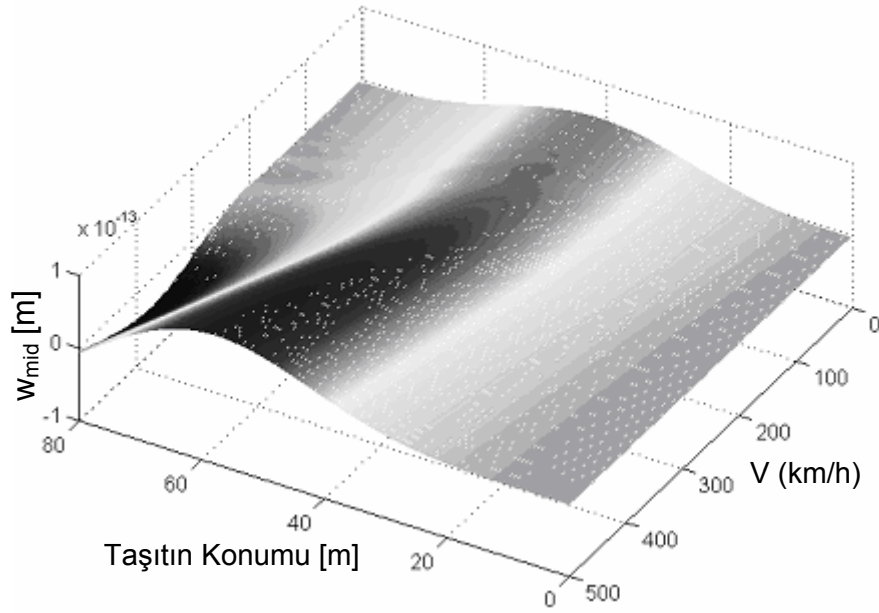
Şekil 4.20 Köprünün orta noktasının eğilme momentleri

Buraya kadar incelediğimiz köprü modeli gerçeğe yakın olmakla birlikte, sınır şartları düşünüldüğünde, böyle bir yapının inşasının gerçekte pek görülmediği bunun yerine iki ucu ankastre, diğer iki ucu serbest modelin gerçek köprüler ile karşılaştırıldığında günlük hayata daha uygun olduğu anlaşılır. Bu yüzden, bir diğer model üzerinde de çalışılmış ve bu modelin bir önceki modelden farkları sınır şartları ve kullanılan öz fonksiyon sayısı olmuştur. Birde bazı boyutlarda değişiklik yapılmıştır. Ama boyutlarda yapılan değişiklikler, sistemin teorisinde bir değişikliğe neden olmaz. Bu modelde plaka için ilk üç öz fonksiyon kullanılmıştır. Yeni modelin farklı olan sınır şartlarından ve kullanılan öz fonksiyon sayısından dolayı plakanın öz fonksiyonları yeniden belirlenmelidir. İki ucu ankastre, diğer iki ucu serbest olan plakanın ilk üç öz fonksiyonu,

$$X(x) = \sum_{i=1}^3 \left(-\frac{\sin B_i A - \sinh B_i A}{\cos B_i A - \cosh B_i A} \right) (\cos B_i x - \cosh B_i x + \sin B_i x - \sinh B_i x) \quad (4.56)$$

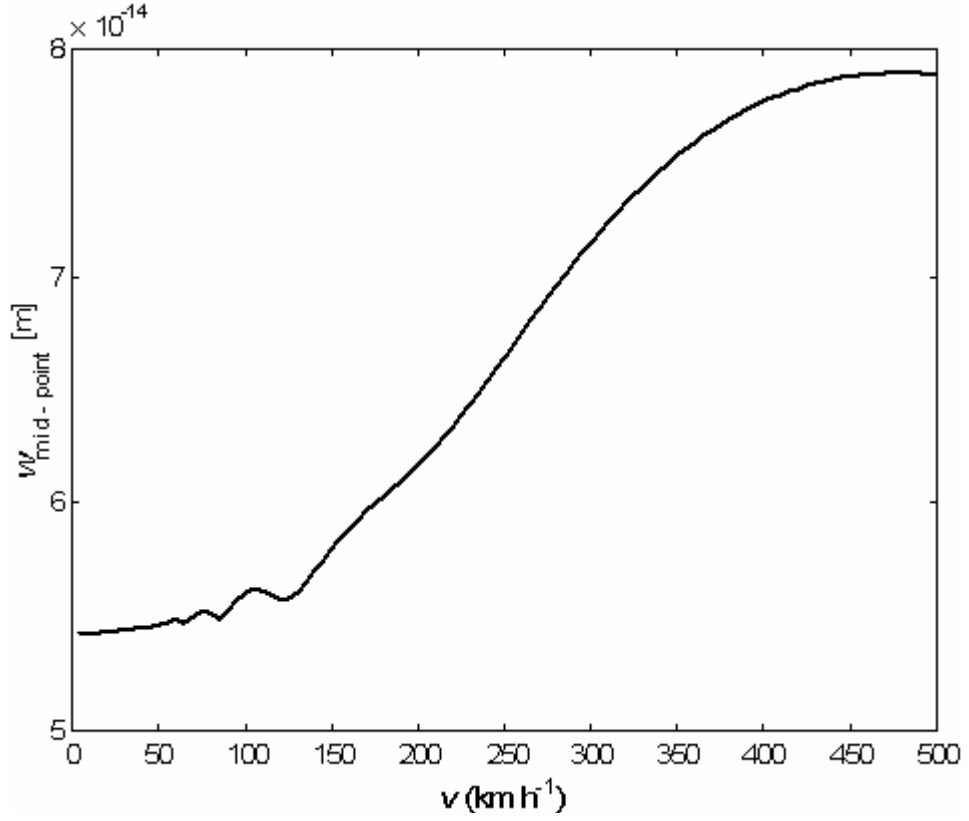
$$Y(y) = \sum_{j=1}^3 \left(-\frac{\sin B_j B - \sinh B_j B}{\cos B_j B - \cosh B_j B} \right) (\cos B_j y + \cosh B_j y + \sin B_j y + \sinh B_j y) \quad (4.57)$$

şeklinde ve B_i ve B_j değerleri ve sisteme ait diğer parametreler ekler kısmında verilmiştir. Bu sistemin denklemlerini elde etmek için tek yapılması gereken, denklem (4.56) ve (4.57)'yi bir önceki uygulama için çıkarılan denklemlerdeki (4.38) ve (4.39) numaralı denklemlerin yerine yazmaktır. Sayısal uygulamanın sonuçları için ilk olarak 5 km/h ile 500 km/h arasındaki hızlarda taşıtların üzerinden geçtiği köprü'nün orta noktasının, taşıtın köprü üzerindeki konumuna göre yaptığı titreşim deplasmanlarının üç boyutlu grafiği Şekil 4.21'de verilmiştir. Grafikten açıkça görülmektedir ki, orta noktanın titreşim deplasmanları taşıt hızı ile artmakla birlikte, taşıtın konumu köprü'nün orta noktası civarında iken titreşim deplasmanlarının genlikleri en büyük değerlerini alır. Belli bir hızdan sonra da, yaklaşık 250 km/h, orta noktanın titreşim deplasmanlarının genlikleri hız arttıkça daha da büyük bir ivme ile büyür ve taşıt köprüyü terk etmek üzereyken bile orta noktanın titreşim deplasmanlarının genlikleri yüksek değerler almayı sürdürmektedir. Ortaya çıkan bu sonuçlar, köprü'nün konstrüksiyonu esnasında, mukavemet ve dinamik hesaplar ile birlikte taşıt hızı da hesaplanmalı ve gerekli görüldüğü yerlerde hız sınırlamasına gidilmelidir.



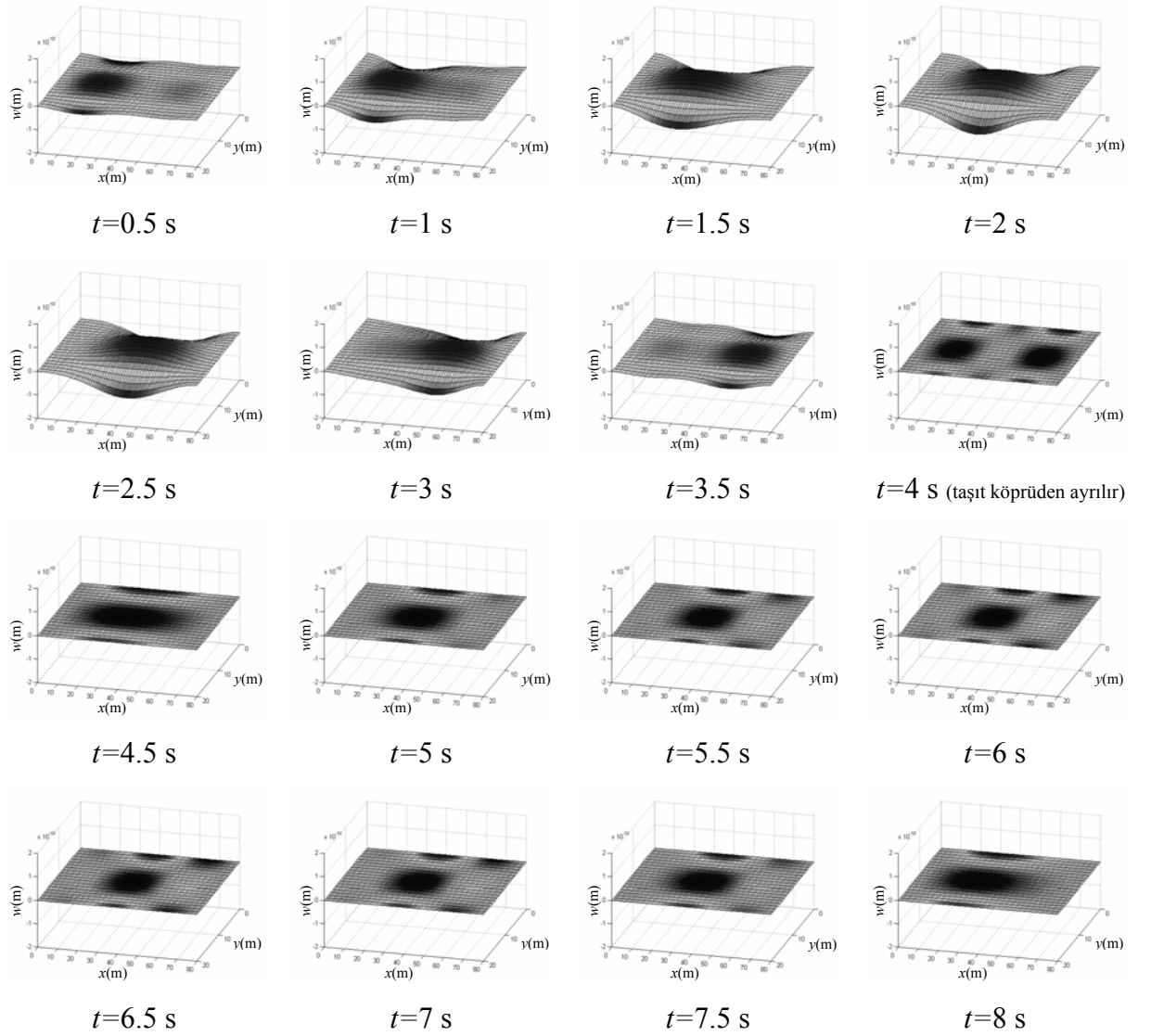
Şekil 4.21 Köprünün orta noktasının titreşim deplasmanları

Şekil 4.22’de ise, köprünün orta noktasının titreşim deplasmanlarının genliklerinin, araç hızının değişimleri ile nasıl değiştiği ortaya konulmuştur. Taşıt hızı arttıkça, köprünün orta noktasının titreşim deplasmanlarının genlikleri de artmaktadır. Fakat taşıt hızı 450 km/h’i aştığında, köprü orta noktasının titreşim deplasmanlarının genlikleri azalmaya başlamıştır. Bu durum şu şekilde açıklanabilir; taşıtın belli bir hıza kadar köprüyü tahrik ettiği frekans, köprünün birinci doğal frekansına gittikçe yaklaşmaktadır. Daha yüksek hızlarda ise, taşıtın köprüyü tahrik ettiği frekans, köprünün birinci doğal frekansından gittikçe uzaklaşmaktadır. Ayrıca bu şekle bakılarak sistem parametreleri çalışılan özelliğe, taşıtların köprü üzerinde ~ 90 km/h’yi geçmemesi gerektiği rahatlıkla söylenebilir.



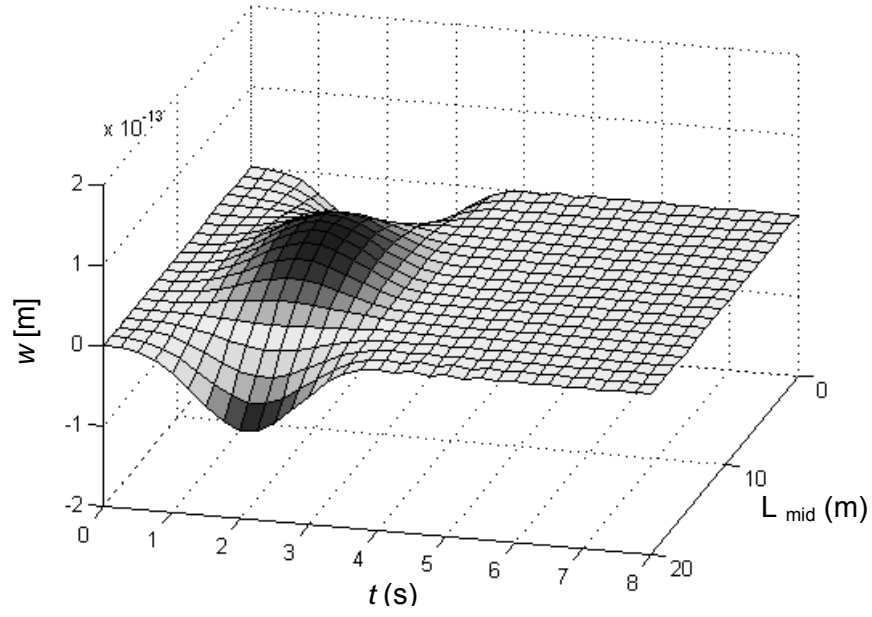
Şekil 4.22 Köprü'nün orta noktasının maksimum titreşim deplasmanları

Şimdiye kadar yapılan incelemelerde, köprü'nün belli bir noktasının herhangi bir zaman aralığı boyunca yapmış olduğu titreşim deplasmanlarının grafikleri üzerinden yorum yapılmıştır. Ancak bu grafikler, köprü'nün diğer noktaları hakkında herhangi bir bilgi vermiyordu. Halbuki taşıt köprü üzerinde herhangi bir noktada iken, köprü'nün tamamının titreşim deplasmanları önemlidir. Taşıtın seyri boyunca köprü'nün yapmış olduğu titreşim deplasmanları, 0.5'inci saniyeden 8'inci saniyeye kadar, 0.5 saniye aralıklarla Şekil 4.23'de verilmiştir. Grafikler ayrıntılı bir şekilde incelendiğinde, taşıtın köprü üzerinde bulunduğu konum rahatlıkla görülebilir. Hatta taşıtın köprüyü terk ettiği an bile çok açık ortadadır ve bu zaman grafik üzerinde ayrıca belirtilmiştir. Taşıtın köprüyü terk ettiği andan itibaren, köprü'nün her yerindeki titreşim deplasmanlarında aniden bir sönümlenme görülür. Köprü'nün uzun olan kenarlarının serbest, diğer iki kenarının ankastre olduğu düşünülürse, köprü'nün taşıt üzerinde seyrini sürdürürken almış olduğu bombeli şekil olması gereken köprü şeklindedir.

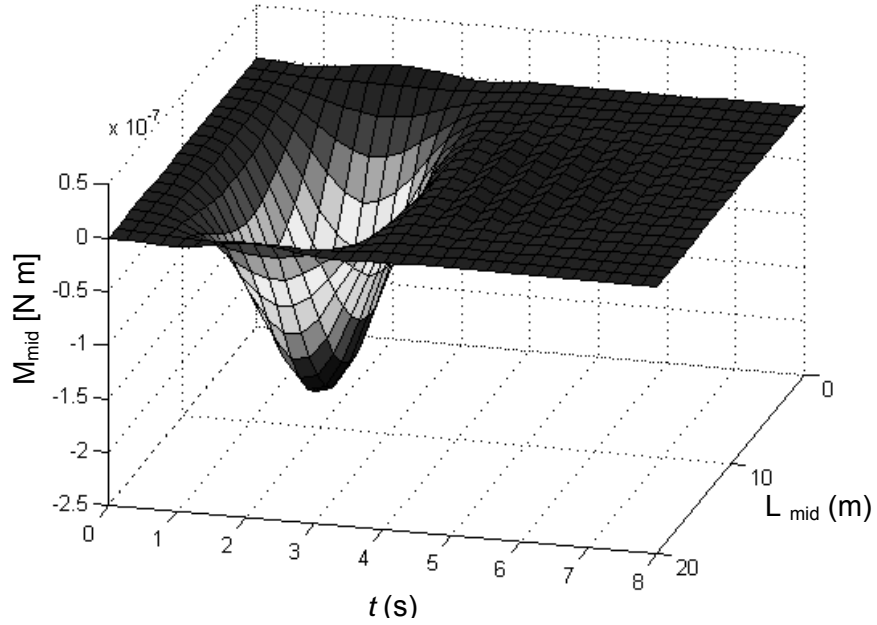


Şekil 4.23 Köprünün titreşim deplasmanları

Çubuklar için inceleme yaparken, orta noktanın dinamik cevapları ortaya konulup yorumlanmıştı. Plakalar söz konusu olduğunda ise, orta noktanın yanında, bir diğer yorumlanması gereken konuda, plakanın orta çizgisidir. Şekil 4.24'de plakanın orta çizgisinin titreşim deplasmanları, Şekil 4.25'de ise, plakanın orta noktasına etki eden eğilme momentleri görülmektedir. Her iki grafikte de açıkça belli olmaktadır ki plakanın orta çizgisinin ortalarına doğru titreşim deplasmanları ve momentlerin değerleri büyümektedir. Plakanın orta çizgisinin ortası ise orta noktayı göstermektedir. Yani daha önceden belirtilen, orta noktanın en kritik yer olması, burada da doğrulanmıştır.

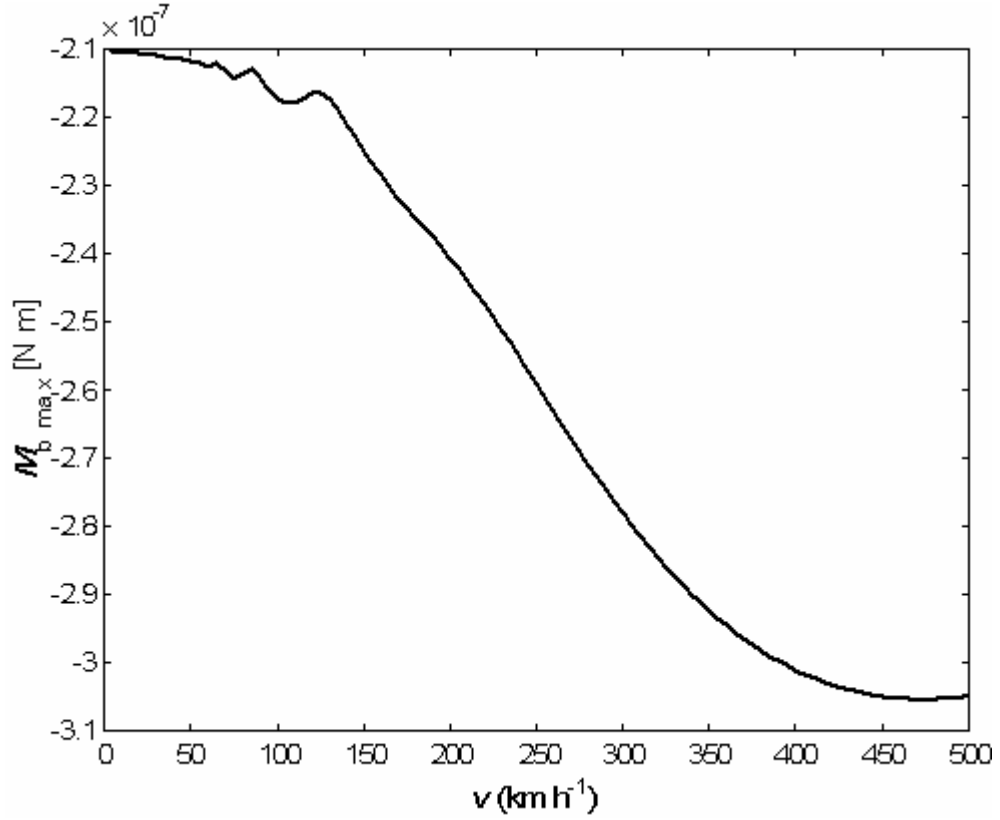


Şekil 4.24 Köprünün orta çizgisinin titreşim deplasmanları



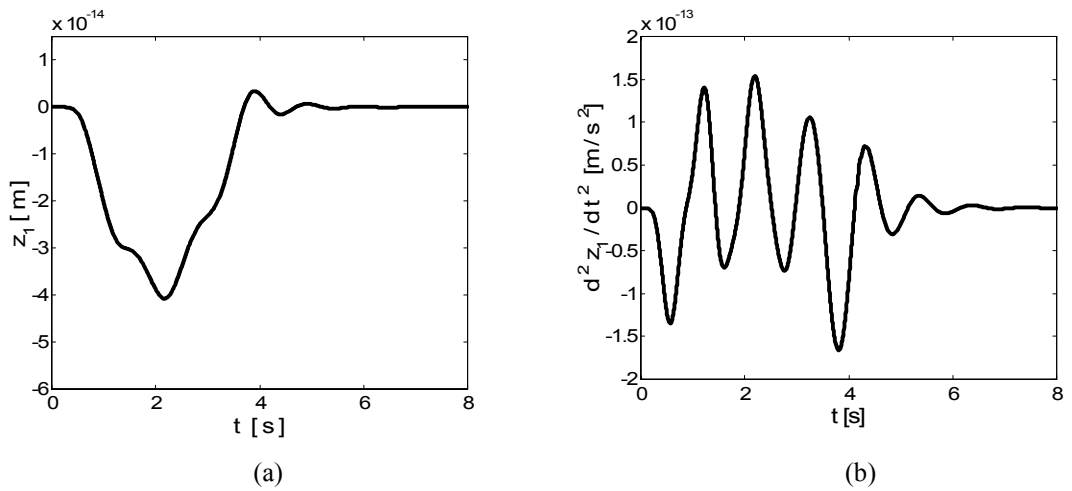
Şekil 4.25 Köprünün orta çizgisinin eğilme momentleri

Şekil 4.26'da taşıtın orta noktasının moment değişimleri ile taşıtın hızının değişimleri arasındaki ilişki gösterilmektedir. Şekil 4.22'de olduğu gibi, köprünün orta noktasının moment değişimleri, taşıtın belli bir hızına kadar artmakta, belli bir hızdan sonra ise azalmaya başlamıştır. Köprünün mukavemetinin zorlanmaması açısından bu tür taşıtlara ~ 90 km/h hız sınırı getirilmesi doğru olacaktır.



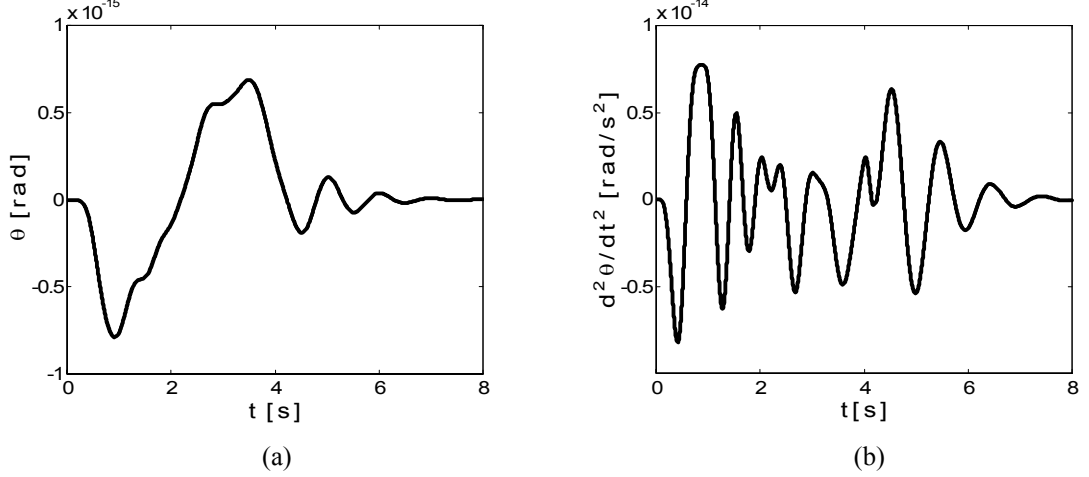
Şekil 4.26 Köprünün orta noktasının maksimum momentleri

Köprünün hareketlerinden sonra bu defa da taşıtın dinamik cevapları incelenecektir. Şekil 4.27(a)'da taşıt ana gövdesinin dikey titreşim deplasmanları, Şekil 4.27(b)'de de taşıt ana gövdesinin dikey titreşimlerinin ivmeleri verilmiştir. Köprü giriş ve çıkışlarında, genlik değerlerinde sıçramalar oluşmaktadır.



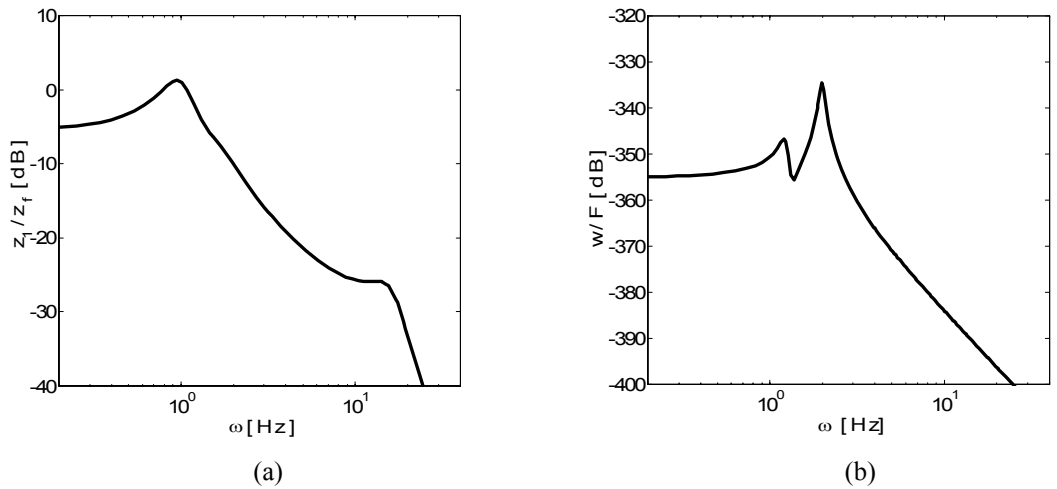
Şekil 4.27 Taşıt ana gövdesinin titreşim hareketleri

Şekil 4.28(a)'da taşıt ana gövdesinin kafa vurma titreşimleri, Şekil 4.28(b)'de de taşıt ana gövdesinin kafa vurma titreşimlerinin ivme değişimleri verilmiştir. Köprü giriş ve çıkışlarında, özellikle kafa vurma titreşim deplasmanlarının genlik değerlerinde sıçramalar oluşmaktadır.



Şekil 4.28 Taşıt ana gövdesinin kafa vurma hareketleri

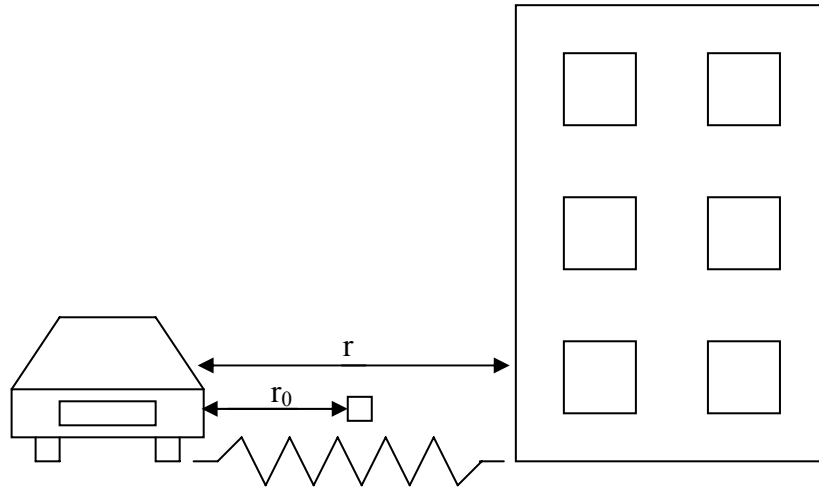
Dinamik sistemlerdeki çok önemli konulardan bir başkasıda dinamik sistemlerin frekans cevaplarıdır. Dinamik sistemler için çok yıkıcı olan rezonanstan kurtulabilmek için, sistemlerin frekans cevaplarının çizdirilip doğal frekanslarının bulunması ve dış etkenlerin tahriğinin sonucu oluşacak titreşimlerin frekans değerinin bu doğal frekans değerinden mümkün olduğu kadar uzak olması sağlanmalıdır. Şekil 4.29(a)'da taşıtın, Şekil 4.29(b)'de ise köprünün frekans cevapları verilmiştir.



Şekil 4.29 Taşıtın ve köprünün frekans cevapları

Bu çalışmanın neticesi olarak elde edilen metal köprüler üzerindeki hız limitlerinin ve moment diyagramlarının yardımı ile köprülerin mukavemet tasarımında önemli bilgiler ortaya konulmuştur.

4.4. TRAFİK GÜRÜLTÜSÜ ETKİSİNDEKİ BİNA MODELİ



Şekil 4.30 Trafik gürültüsü etkisi altındaki bina modeli

Bina modeli incelenirken, daha önce yapılan çalışmalardan biraz daha farklı bir yöntem kullanılacaktır. İki boyutlu ve üç boyutlu köprü sistemlerinde sonuçlar, köprü ve üzerinden geçen taşıt modellerinin matematiksel modellerinin sayısal yöntemler ile çözülmesi ile elde edilmişti. Fakat bu kısımda, binanın matematiksel modeli çıkarıldıktan sonra, yol girişi dataları için ölçüm aletleri ile kaydedilmiş gerçek veriler kullanılmıştır. Şekil 4.30'da trafik gürültüsü altındaki bina modeli verilmiştir. Taşıt ile bina arasında d mesafesi vardır ve taşıtın ürettiği titreşim dalgaları bu mesafeden toprak ortamında ilerleyerek binaya ulaşırlar. Taşıtın ürettiği bu titreşimlerin etkisinin mesafeye göre nasıl değiştiğini belirleyebilmek için, titreşim deplasmanlarının genliğinin, hızının veya diğer fiziksel özelliklerinin, titreşimin olduğu kaynaktan itibaren bilinen bir mesafede ölçülmesi gerekmektedir. Bilinen bir mesafedeki ölçüm değerleri belirlendikten sonra diğer mesafelerdeki yeryüzünün titreşiminin her özelliğinin genlikleri,

$$A = A_0 \sqrt{\frac{r_0}{r}} e^{-\alpha(r-r_0)} \quad (4.58)$$

denklemini yardımı ile hesaplanır. A_0 terimi bilinen genlikleri, r_0 terimi bilinen fiziksel özelliğin bulunduğu yerin titreşim kaynağına olan mesafesini, A bulunmak istenilen fiziksel özelliği, r bulunmak istenilen özelliğin bulunduğu yerin titreşim kaynağına olan mesafesini ve α ifadesi de toprağın özelliklerine bağlı bir sabiti temsil eder. Bu çalışmada Avcılar gibi yumuşak zeminler için $\alpha = 20 \cdot 10^{-3}$ olarak varsayılmıştır.

Bunun için fiziksel modeli Şekil 3.4'de verilen binanın matematiksel modeline, trafik akışının olduğu yerden aynı uzaklıktaki mesafeden elde edilen gerçek yol verileri bilgisayar ortamında etki ettirilmiş ve binanın dinamik cevapları grafiklerle sunulmuştur.

Şekil 3.4'de fiziksel modeli verilen binanın matematiksel modelini ortaya koyan denklemleri, sistemin daha önce verilen (3.49), (3.50) ve (3.51) numaralı denklemler aracılığı ile,

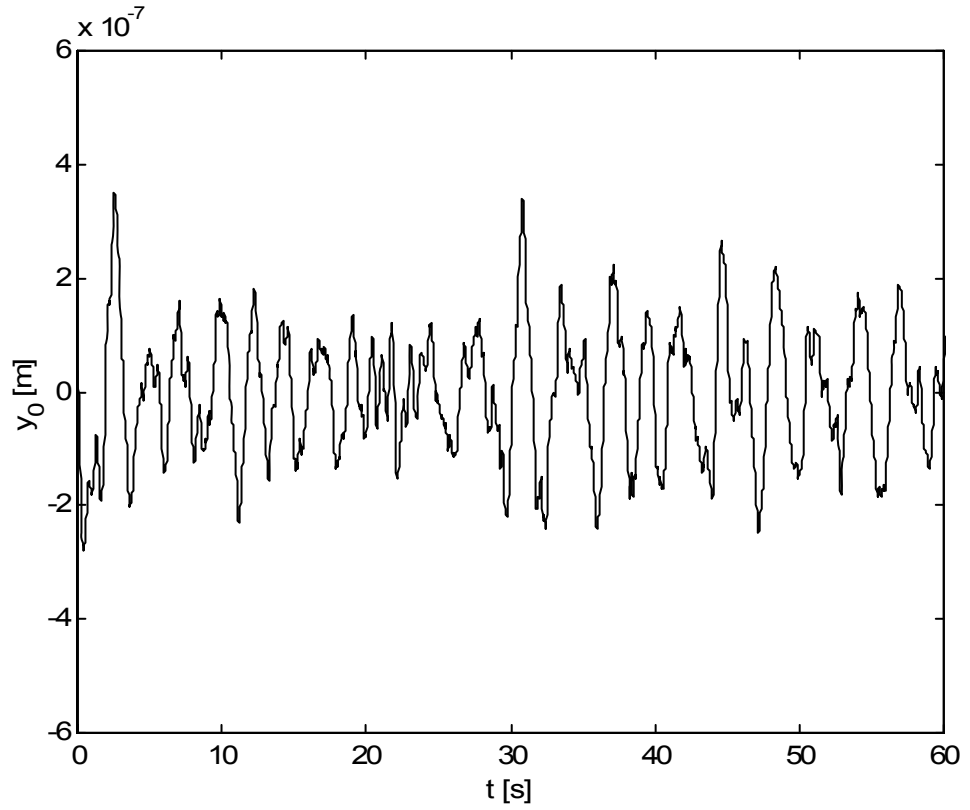
$$m_4 \ddot{y}_4 + c_3(\dot{y}_4 - \dot{y}_3) + k_3(y_4 - y_3) = 0 \quad (4.59)$$

$$m_3 \ddot{y}_3 + c_3(\dot{y}_3 - \dot{y}_4) + c_2(\dot{y}_3 - \dot{y}_2) + k_3(y_3 - y_4) + k_2(y_3 - y_2) = 0 \quad (4.60)$$

$$m_2 \ddot{y}_2 + c_2(\dot{y}_2 - \dot{y}_3) + c_1(\dot{y}_2 - \dot{y}_1) + k_2(y_2 - y_3) + k_1(y_2 - y_1) = 0 \quad (4.61)$$

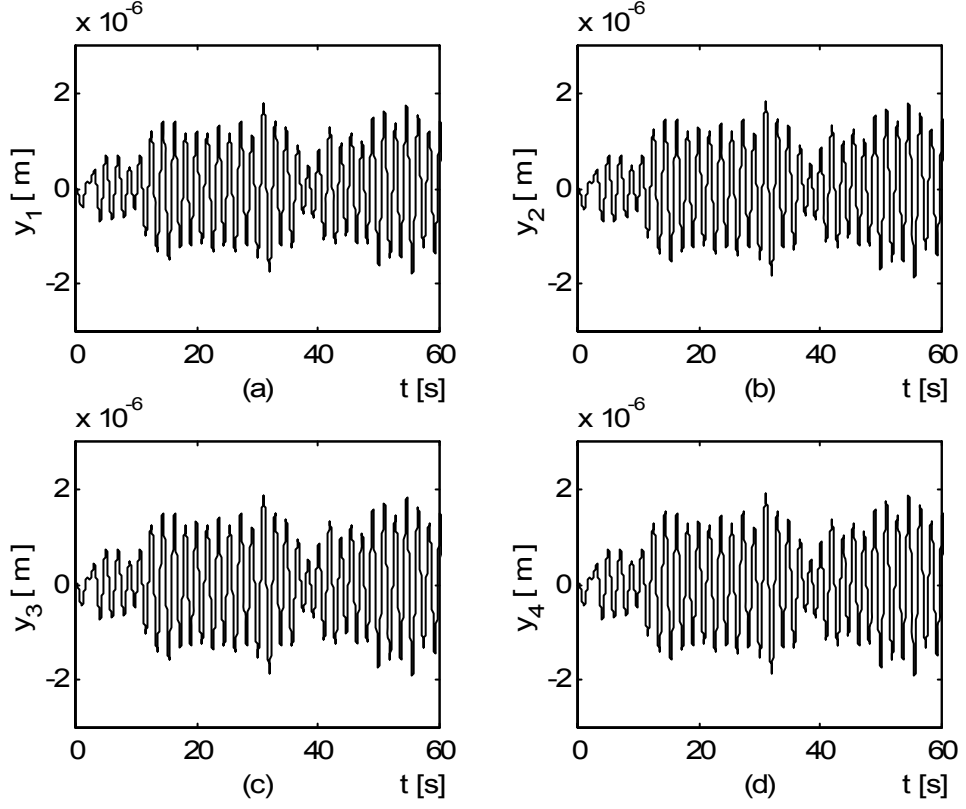
$$m_1 \ddot{y}_1 + c_1(\dot{y}_1 - \dot{y}_2) + c_0(\dot{y}_1 - \dot{y}_0) + k_1(y_1 - y_2) + k_0(y_1 - y_0) = 0 \quad (4.62)$$

biçiminde verilir. Denklemlerdeki y_0 parametresi, trafik gürültüsü altındaki yerin titreşim deplasmanlarını ifade eder. Elde edilen bu matematiksel modele, ölçüm aletleri ile elde edilen verilerin bilgisayar ortamında etki ettirilmesi sonucunda elde edilen grafiklerden ilki Şekil 4.31'de verilen, bina zeminin titreşim deplasmanlarıdır ($r = r_0 = 150$ m). Trafik yoğun olduğu akşam saatlerinde, yola yaklaşık 150 metre mesafedeki binanın zemininde ölçülen titreşim deplasmanlarının 60 saniyelik periyotdaki davranışları Şekil 4.31'de görülmektedir. Bu titreşim deplasmanları doğu-batı yönünde ve yatay doğrultuludur.



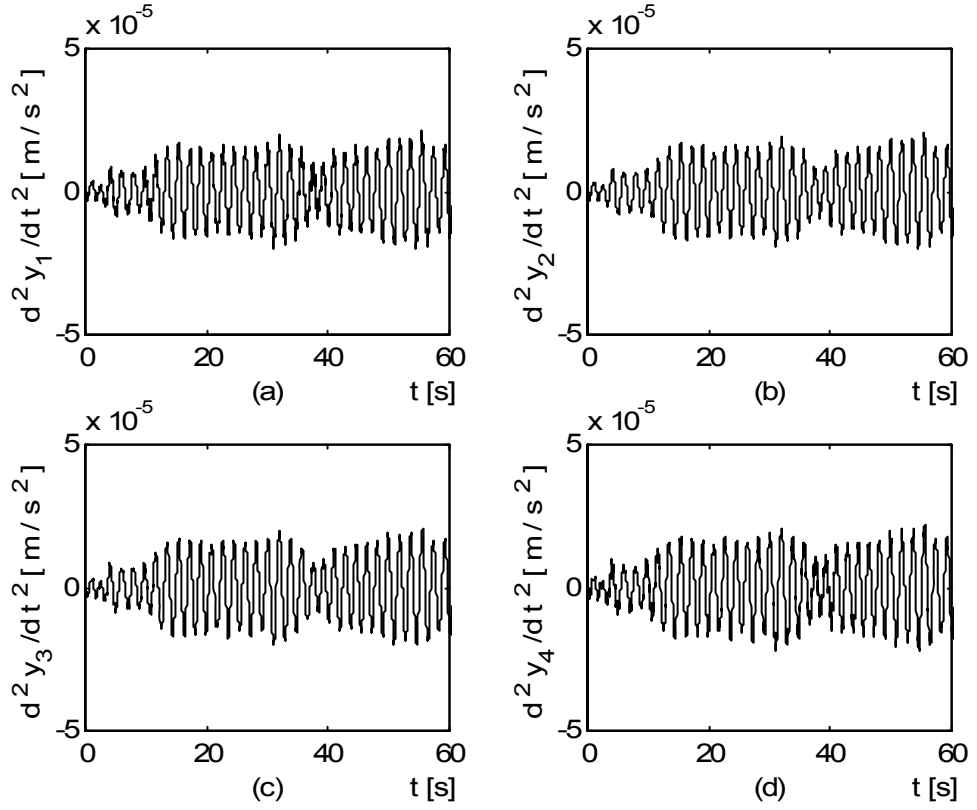
Şekil 4.31 Zemin titreşim deplasmanları

Yer titreşim deplasmanlarının ortaya konulmasından sonra, bu kez de binanın katlarının yapmış olduğu titreşim deplasmanları için elde edilen grafik, Şekil 4.32’de verilmiştir. Şekil 4.32(a)’da binanın birinci katının, Şekil 4.32(b)’de ikinci katının, Şekil 4.32(c)’de üçüncü katının ve Şekil 4.32(d)’de de dördüncü katının titreşim deplasmanları verilmiştir. Grafiklerden de görüleceği gibi, binanın katlarının titreşim deplasmanlarının genlikleri, zemin titreşim deplasmanlarının genliklerinden daha büyüktür.



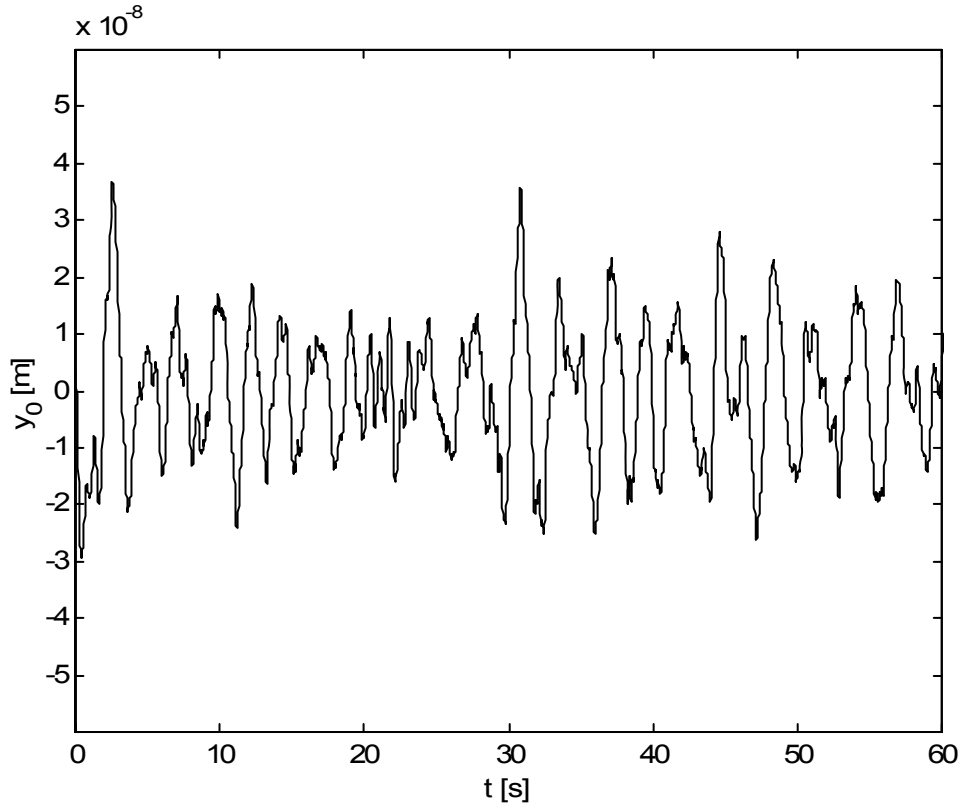
Şekil 4.32 Bina katlarının titreşim deplasmanları

Şekil 4.33'de ise bina katlarının yaptıkları titreşim ivmelerinin grafikleri verilmiştir. Şekil 4.33(a)'da binanın birinci katının, Şekil 4.33(b)'de ikinci katının, Şekil 4.33(c)'de üçüncü katının ve Şekil 4.33(d)'de de dördüncü katının titreşim ivmeleri görülmektedir. Her katın, titreşim deplasmanlarının olduğu gibi, titreşim ivmeleri de birbirlerine çok yakın genliktedirler. Zemin titreşimlerinin frekansının yüksek olmasından dolayı, ivme değerleri, zemin titreşimlerinin genliği dikkate alındığında, yüksek değerdedirler.



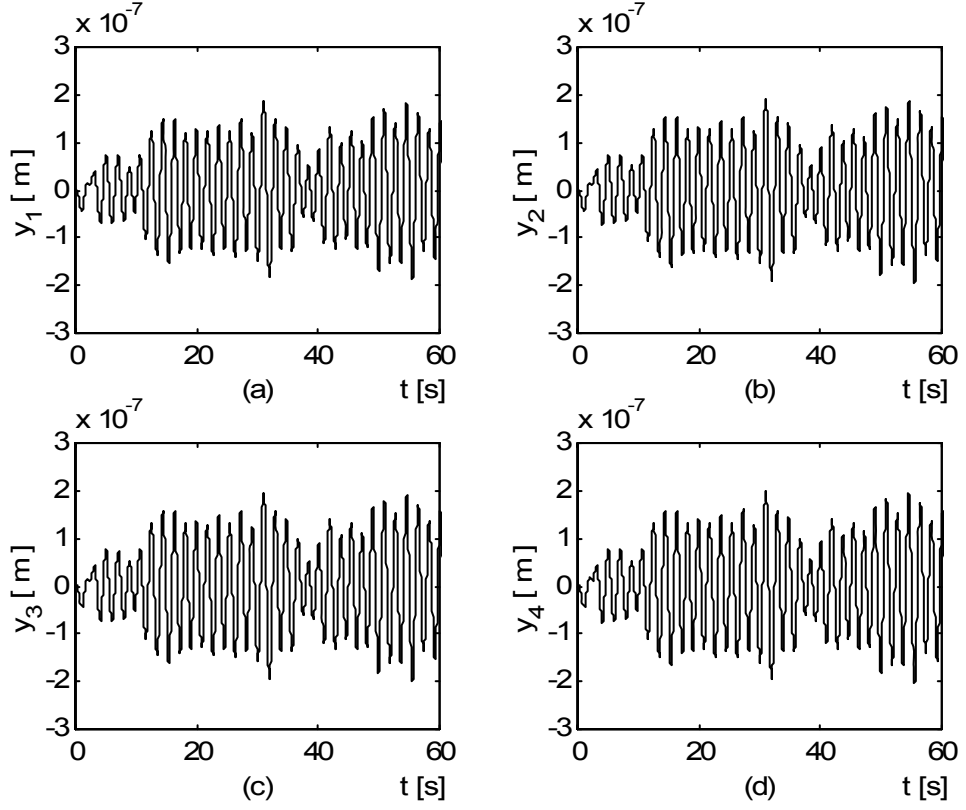
Şekil 4.33 Bina katlarının titreşim ivmeleri

Trafiğin yoğun olduğu akşam saatlerinde, bu defa da yola yaklaşık $r = 250$ metre mesafedeki ($r_0 = 150$ m) aynı tip bir binanın zemininde oluşan titreşim deplasmanlarının 60 saniyelik periyotdaki davranışları Şekil 4.34’de görülmektedir. Bu titreşim deplasmanları doğu-batı yönünde ve yatay doğrultuludur. Oluşan bu titreşimler, bir önceki binada olduğu gibi ölçüm cihazları vasıtası ile kaydedilmemiş, bir önceki bina için kaydedilmiş verilerin (4.58) denklemi ile hesaplanması sonucu elde edilmiştir. Grafikte açıkça görülmektedir ki, titreşim genlikleri 250 metre mesafede bulunan zemin için, 150 metrede bulunan zemine göre yaklaşık on kat azalmıştır. Gerçek hayatla karşılaştırıldığında, ortaya çıkan sonuç makul gözükmemektedir. Bu ise, kullanılan (4.58) denkleminin doğruluğunu göstermektedir.



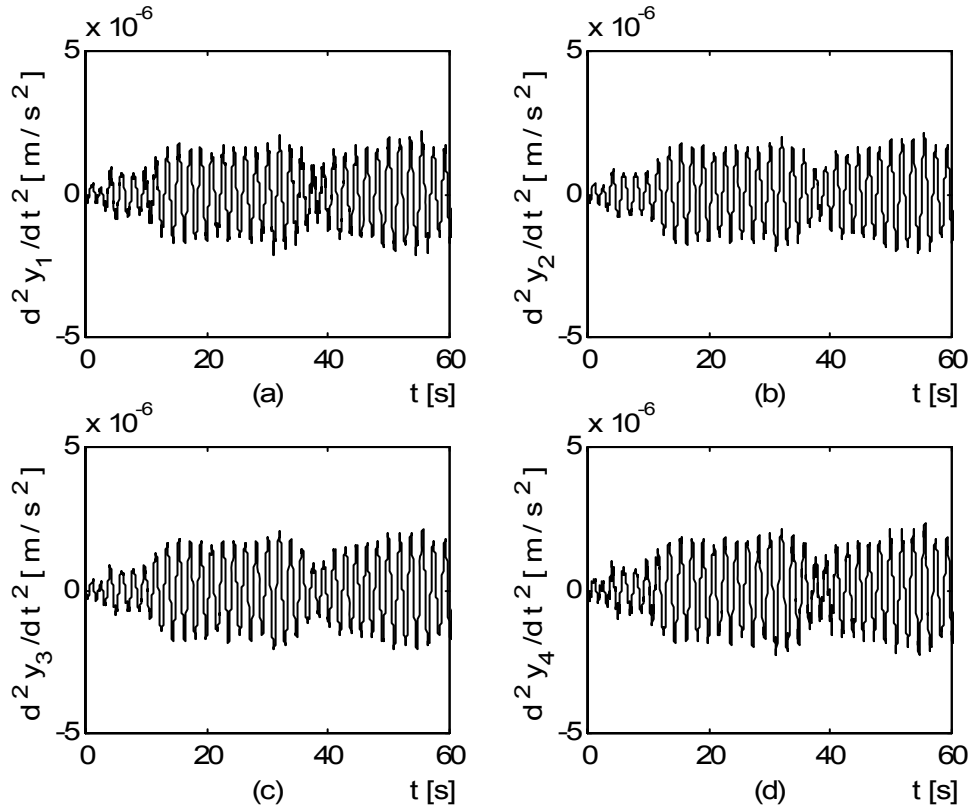
Şekil 4.34 Zemin titreşim deplasmanları

Şekil 4.35’de ise, yola 250 metre mesafedeki bina katlarının yaptıkları titreşim deplasmanlarının grafikleri verilmiştir. Şekil 4.35(a)’da binanın birinci katının, Şekil 4.35(b)’de ikinci katının, Şekil 4.35(c)’de üçüncü katının ve Şekil 4.35(d)’de de dördüncü katının titreşim deplasmanlarının genlikleri görülmektedir. Bu değerlerde, zemin titreşim genliklerinde olduğu gibi bir önceki modelin değerlerine göre yaklaşık olarak on kat kadar azalmıştır.



Şekil 4.35 Bina katlarının titreşim deplasmanları

Şekil 4.36’da ise bina katlarının yaptıkları titreşim ivmelerinin grafikleri verilmiştir. Şekil 4.36(a)’da binanın birinci katının, Şekil 4.36(b)’de ikinci katının, Şekil 4.36(c)’de üçüncü katının ve Şekil 4.36(d)’de de dördüncü katının titreşim ivmeleri görülmektedir. Her katın, titreşim deplasmanlarının olduğu gibi, titreşim ivmeleri de birbirlerine çok yakın genliktedirler. Aynı şekilde, diğer özelliklerde olduğu gibi, bir önceki modele göre titreşim ivme genlikleri önemli oranda azalmıştır fakat karakteri değişmediğinden ötürü zemin titreşimlerinin frekansına bağlı olarak, ivme değerleri, zemin titreşim deplasmanları genliği dikkate alındığında, yüksek değerdedirler.



Şekil 4.36 Bina katlarının titreşim ivmeleri

Bu kısımda ortaya çıkan sonuçlar ışığında, trafik akışının meydana geldiği yerden herhangi bir mesafedeki titreşim deplasmanları, titreşim hızları ve titreşim ivmeleri bilindiği zaman, toprak özellikleri de bilinmek şartı ile her mesafedeki titreşim deplasmanları, titreşim hızları ve titreşim ivmeleri (4.58) denklemini yardımı ile hesaplanabilir.

5. TARTIŞMA VE SONUÇ

Çalışma kapsamında iki boyutlu ve üç boyutlu köprü modellerinin ve sırası ile bu köprü modellerinin üzerinden geçtiği kabul edilen çeyrek ve tam taşıt modellerinin etkileşimli titreşimlerinin analizi yapılmıştır. Üç boyutlu köprü modelinin üzerinden tam taşıt modelinin geçirildiği sistemlerin, Lagrange Enerji Metodu ile analitik olarak incelenmesi bu çalışmaya özgüdür.

Çalışmada ilk olarak, çubukların öz fonksiyonlarının bulunması ve çubukların öz fonksiyonlarının kullanılarak, plakaların öz fonksiyonlarının bulunması, çubukların, plakaların, taşıtların ve bina modelinin enerji denklemlerinin elde edilmesi gösterilmiştir. Bunların dışında Lagrange Enerji Metodu'nun formülleri verilmiş ve Dirac Delta Fonksiyonunun özelliği ile birlikte, hareketli bir yükün matematiksel olarak, bu fonksiyon ile nasıl ifade edileceği ortaya konulmuştur. Daha sonra enerji denklemleri vasıtası ile etkileşimli titreşimleri olan sistemlerin genel hareket denklemleri çıkarılmış, eğilme moment denklemleri verilmiştir.

Sayısal örnek olarak incelenen ilk problemde, iki boyutlu bir köprü olarak modellenen, iki ucu basit mesnetlenmiş bir çubuk üzerinden, çeyrek taşıt modeli geçirilmiş ve her iki sisteminde dinamik cevapları elde edilmiştir. Devamında ise, aynı özelliklere sahip köprü üzerinden beş adet çeyrek taşıt modeli geçirilmiş ve elde edilen bazı dinamik cevaplar, bir önceki modelin dinamik cevapları ile karşılaştırılmıştır. Bu karşılaştırma esnasında görülmüştür ki, beş taşıtın hareketli yük olarak bulunduğu modelin dinamik cevapları, bilhassa ikinci, üçüncü ve dördüncü taşıtlar için farklılıklar göstermektedir. Ayrıca her iki sistem için de köprü titreşim deplasmanlarının taşıt hızları ile olan ilişkileri incelenmiş ve köprünün doğal frekanlarına yaklaşıldıkça, köprünün titreşim deplasmanlarının genliklerinin arttığı sonucu elde edilmiştir. Çubuklar ile modellenen köprü sistemlerinden sonra, bu kez de plakalar ile modellenen üç boyutlu köprü ve yedi serbestlik dereceli tam taşıt modelli sistemler ele alınmıştır. Farklı olarak iki ayrı köprü

modeli düşünölmüştür. Birinci köprü modeli olarak, dört tarafı basit mesnetlenmiş plaka seçilmişken ikinci köprü modeli olarak, iki tarafı serbest ve diğör iki tarafı ankastre olarak mesnetlenmiş plaka köprü modeli olarak seçilmiştir. Dinamik cevaplar elde edildikten sonra, iki tarafı serbest ve diğör iki tarafı ankastre olarak mesnetlenmiş plakanın köprü modeli olarak kullanıldığı sistemde, köprünün titreşim deplasmanlarının genlikleri diğör modele göre çok düşük çıkmıştır. Ve böylece köprüye etkiyen dinamik kuvvetler etkilerini önemli oranda yitirmişlerdir. Böylece bu tip mesnetleme yönteminin daha uygun olduğu görölmüştür. Ayrıca kullanılan üç boyutlu köprü modelleri için grafiklerden ortaya çıkan bir diğör sonuç ise taşıt optimum hızlarının tespitidir. Köprü inşaa edilirken, dinamik ve statik hesaplar yapılırken taşıt hızlarında hesaplanmalı ve belli hız limitleri uygulanmalıdır. Bu çalışmanın neticeleri, metal köprüler üzerindeki hız limitlerinin tespiti ve elde edilen moment diyagramlarının yardımı ile köprülerin mukavemet tasarımında önemli bilgiler vermesi açısından önemlidir. Son kısımda da dört katlı bir binanın, trafik gürültüsü altındaki titreşimleri incelenmiştir. Ölçüm aletleri ile kayıt altına alınan ölçümler, bilgisayar ortamında binaya etki ettirilmiştir ve ortaya çıkan sonuçlar şöyledir; binanın titreşimlerinin genliğı, zemin titreşimlerinin genliğinden daha büyüktür, zemin titreşimlerinin frekansı yüksek olduğundan dolayı, binanın titreşim ivmeleri göreceli olarak büyük çıkmıştır.

Bu çalışmanın devamı olarak, çubukların ve plakaların üzerinden değışken hızlarda geçen taşıtlar modellenebilir. Ayrıca değışik geometrilere sahip çubuk ve plakaların hareketli yük altındaki titreşimleri incelenebilir.

KAYNAKLAR

1. TİMOSHENKO, S.P., 1943, *Vibration problems in engineering*, D. Van Nostrand Company, United States of America, 314474.
2. FRYBA, L., 1972, *Vibration of solids and structures under moving loads*, Noordhoff International Publishing, Netherlands, 90-01-32420-2.
3. TSE, F.S., MORSE, I.E., and HINKLE, R.T., 1973, *Mechanical vibrations; Theory and applications*, Allyn and Bacon, United States of America, 0-205-06670-4.
4. FRYBA, L., 1976, Non-Stationary response of a beam to a moving random force, *Journal of Sound and Vibration*, 46, 323-338.
5. MEIROVITCH, L., 1986, *Elements of vibration analysis*, McGraw Hill, United States of America, 0-07-041342-8.
6. HENCHI, K., FAFARD, M., DHATT, G. and TALBOT, M., 1997, Dynamic behaviour of multi-span beams under moving loads, *Journal of Sound and Vibration*, 199, 33-50.
7. ESMAILZADEH, E. and GHORASHI, M., 1997, Vibration analysis of a Timoshenko Beam subjected to a travelling mass, *Journal of Sound and Vibration*, 199, 615-628.
8. LEE, H.P., 1998, Dynamic response of a Timoshenko Beam on a Winkler Foundation subjected to a moving mass, *Applied Acoustic*, 55, 203-215.
9. WANG, R.T. and LIN, T.Y., 1998, Random vibration of multi-span Timoshenko Beam due to a moving load, *Journal of Sound and Vibration*, 213, 127-138.
10. ZIBDEH, H.S. and JUMA, H.S., 1999, Dynamic response of a rotating beam subjected to a random moving load, *Journal of Sound and Vibration*, 223, 741-758.
11. ICHIKAWA, M., MIYAKAWA, Y. and MATSUDA, A., 2000, Vibration analysis of the continuous beam subjected to a moving mass, *Journal of Sound and Vibration*, 230, 493-506.

12. MICHALTSOS, G.T., 2002, Dynamic behaviour of a single-span beam subjected to loads moving with variable speeds, *Journal of Sound and Vibration*, 258, 359-372.
13. ESMAILZADEH, E. and JALILI, N., 2003, Vehicle–passenger–structure interaction of uniform bridges traversed by moving vehicles, *Journal of Sound and Vibration*, 260, 611-635.
14. KARGARNOVIN, M.H. and YOUNESIAN, D., 2004, Dynamics of Timoshenko Beams on Pasternak Foundation under moving load, *Mechanics Research Communications*, 31, 713-723.
15. KIM, S.M., 2004, Vibration and stability of axial loaded beams on elastic foundation under moving harmonic loads, *Engineering Structures*, 26, 95-105.
16. WAYOU, Y.A.N., TCHOUKUEGNO, R. and WOAFO P., 2004, Non-linear dynamics of an elastic beam under moving loads, *Journal of Sound and Vibration*, 273, 1101-1108.
17. HUFFINGTON, N.J. Jr. and HOPPMANN II, W.H., 1958, On the transverse vibrations of rectangular orthotropic plates, *Journal of Applied Mechanics*, 25, 389-395.
18. TIMOSHENKO, S.P. and KRIEGER, S.W., 1959, *Theory of Plates and Shells*, McGraw Hill, United States of America, 0-07-085820-9.
19. TIMOSHENKO, S.P. and YOUNG, D.H., 1965, *Theory of Structures*, McGraw Hill, United States of America, 0-07-085807-1.
20. TIMOSHENKO, S.P. and GOODIER, J.N., 1970, *Theory of Elasticity*, McGraw Hill, United States of America, 0-07-085805-5.
21. LEISSA, A.W., 1969, *Vibration of plates*, NASA SP-160, Washington, DC.
22. LEISSA, A.W., 1973, The free vibration of rectangular plates, *Journal of Sound and Vibration*, 31, 257-293.
23. GBADAYAN, J.A. and ONI, S.T., 1995, Dynamic behaviour of beams and rectangular plates under moving loads, *Journal of Sound and Vibration*, 182, 677-695.
24. TAKABATAKE, H., 1998, Dynamic analysis of rectangular plates with stepped thickness subjected to moving loads including additional mass, *Journal of Sound and Vibration*, 213, 829-842.
25. SHADNAM, M.R., MOFID, M. and AKIN, J.E., 2001, On the dynamic response of rectangular plate with moving mass, *Thin-Walled Structures*, 39, 797-806.

26. SHADNAM, M.R., ROFOOEI, F.R. and MEHRI, B., 2001, Dynamics of nonlinear plates under moving loads, *Mechanics Research Communications*, 28, 453-461.
27. ONISZCZUK, Z., 2003, Free transverse vibrations of an elastically connected rectangular plate-membrane complex system, *Journal of Sound and Vibration*, 264, 37-47.
28. NASSIF, H.H. and LIU, M., 2004, Analytical modelling of bridge-road-vehicle dynamic interaction system, *Journal of Vibration and Control*, 10, 215-241.
29. LEE, S.Y. and YHIM, S.S., 2004, Dynamic analysis of composite plates subjected to multi-moving loads based on a third order theory, *International Journal of Solids and Structures*, 41, 4457-4472.
30. ZARUBINSKAYA, M.A. and VAN HORSSSEN, W.T., 2004, On the free vibrations of a rectangular plate with two opposite sides simply supported and the other sides attached to linear springs, *Journal of Sound and Vibration*, 278, 1081-1093.
31. HASHEMI, S.H. and ARSANJANI, M., 2005, Exact characteristic equations for some of classical boundary conditions of vibrating moderately thick rectangular plates, *International Journal of Solids and Structures*, 42, 819-853.
32. KIM, C.W., KAWATANI, M. and KIM, K.B., 2005, Three-dimensional dynamic analysis for bridge-vehicle interaction with roadway roughness, *Computers and Structures*, 83, 1627-1645.
33. VERA, S.A., FEBBO, M., MENDEZ, C.G. and PAZ, R., 2005, Vibrations of a plate with an attached two degree of freedom system, *Journal of Sound and Vibration*, 285, 457-466.
34. AU, F.T.K. and WANG, M.F., 2005, Sound radiation from forced vibration of rectangular orthotropic plates under moving loads, *Journal of Sound and Vibration*, 281, 1057-1075.
35. LI, Y., QIANG, S., HAILI, L. and XU, Y.L., 2005, Dynamics of wind-rail vehicle-bridge systems, *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 93, 483-507.
36. KANG, J.H. and LEISSA A.W., 2005, Exact solutions for the buckling of rectangular plates having linearly varying in-plane loading on two opposite simply supported edges, *International Journal of Solids and Structures*, 42, 4220-4238.
37. DEVARAKONDA, K.K.V. and BERT, C.W., 2005, Flexural vibration of rectangular plates subjected to sinusoidally distributed compressive loading on two opposite sides, *Journal of Sound and Vibration*, 283, 749-763.

38. YUKSEK I., KEPCELER T., GUÇLU R., ve YAGIZ N., 2005, Cluster Control of Viaduct Road Vibration, *International Applied Mechanics*, 41, 139-144.
39. YAGIZ, N. ve SAKMAN, L.E., 2006, Vibrations of a rectangular bridge as an isotropic plate under a travelling full vehicle model, *Journal of Vibration and Control*, 12, 83–98.
40. YAGIZ, N. ve SAKMAN, L.E., 2006, Fuzzy logic control of a full vehicle without suspension gap degeneration, *International Journal of Vehicle Design*, 42, 198-212.
41. RICHART, F.E., WOODS, R.D. and HALL, J.R., 1970, *Vibrations of soils and foundations*, Prentice Hall, United States of America, 13-941716-8.
42. SHEPHERD, K.P. and HUBBARD, H.H., 1992, Building vibrations induced by noise from rotorcraft and propeller aircraft flyovers, *NASA Technical Memorandum*, 104170.
43. HUNAIDI, O. and TREMBLAY, M., 1997, Traffic-induced building vibrations in Montréal, *Canadian Journal of Civil Engineering*, 24, 736–753.
44. HUNAIDI, O., Traffic vibrations in buildings, *Construction Technology Update*, 39, 1-6.
45. HUNAIDI, O., GUAN, W. and NICKS, J., 2000, Building vibrations and dynamic pavement loads induced by transit buses, *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 19, 435-453.
46. CRISPINO, M. and D'APUZZO, M., 2001, Measurement and prediction of traffic-induced vibrations in a heritage building, *Journal of Sound and Vibration*, 246, 319–335.
47. HAO, H., ANG, T.C. and SHEN, J., 2001, Building vibration to traffic-induced ground motion, *Building and Environment*, 36, 321-336.
48. YAGIZ N., 2003, Vibration control of a building with ATMD under earthquake Excitation, *International Journal of Applied Mechanics and Engineering*, 8, 117-123.
49. YAGIZ N., 2001, Sliding Mode Control of a Multi-Degree-of-Freedom Structural System with Active Tuned Mass Damper, *Tr.J. of Engineering and Environmental Science*, 25, 651-657.
50. AUERSCH, L., 2005, The excitation of ground vibration by rail traffic: theory of vehicle–track–soil interaction and measurements on high-speed lines, *Journal of Sound and Vibration*, 284, 103-132.

51. ADAM, M. and VON ESTORFF, O., 2005, Reduction of train-induced building vibrations by using open and filled trenches, *Computers and Structures*, 83, 11-24.
52. AUERSCH, L., 2006, Ground vibration due to railway traffic-the calculation of the effects of moving static loads and their experimental verification, *Journal of Sound and Vibration*, 293, 599–610.
53. WITH, C. and BODARE, A., 2007, Prediction of train-induced vibrations inside buildings using transfer functions, *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 27, 93–98.
54. JU, S.H., 2007, Finite element analysis of structure-borne vibration from high-speed train, *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 27, 259–273.
55. SZILARD, R., 1974, *Theory and analysis of plates: Classical and numerical methods*, Prentice Hall, United States of America, 0139134263-9780139134265.

EKLER

1. ÇEYREK TAŞIT MODELİNİN PARAMETRELERİ

$$m_1 = 75 \text{ kg}$$

$$m_2 = 250 \text{ kg}$$

$$k_1 = 150000 \text{ N/m}$$

$$k_2 = 15000 \text{ N/m}$$

$$c_2 = 800 \text{ N s/m}$$

2. TAM TAŞIT MODELİNİN PARAMETRELERİ

$$m = 1100 \text{ kg}$$

$$I_0 = 1848 \text{ kgm}^2$$

$$I_\alpha = 550 \text{ kgm}^2$$

$$m_1 = 25 \text{ kg}$$

$$m_2 = 25 \text{ kg}$$

$$m_3 = 45 \text{ kg}$$

$$m_4 = 45 \text{ kg}$$

$$c_1 = 1250 \text{ Ns/m}$$

$$c_2 = 1250 \text{ Ns/m}$$

$$c_3 = 1250 \text{ Ns/m}$$

$$c_4 = 1250 \text{ Ns/m}$$

$$k_1 = 15000 \text{ N/m}$$

$$k_2 = 15000 \text{ N/m}$$

$$k_3 = 17000 \text{ N/m}$$

$$k_4 = 17000 \text{ N/m}$$

$$k_{t1} = 250000 \text{ N/m}$$

$$k_{t2} = 250000 \text{ N/m}$$

$$k_{t3} = 250000 \text{ N/m}$$

$$k_{t4} = 250000 \text{ N/m}$$

$$a = 1.2 \text{ m}$$

$$b = 1.4 \text{ m}$$

$$c = 0.5 \text{ m}$$

$$d = 1 \text{ m}$$

3. ÇUBUK MODELİNİN PARAMETRELERİ

$$c_{\zeta} = 2500 \text{ N s/m}$$

$$m_{\zeta} = 10500 \text{ kg/m}$$

$$L = 100 \text{ m}$$

$$E = 207 \text{ GPa}$$

$$I = 0.174$$

4. DÖRT UCU BASİT MESNETLENMİŞ PLAKA MODELİNİN PARAMETRELERİ

$$A = 80 \text{ m}$$

$$B = 20 \text{ m}$$

$$h = 0.135 \text{ m}$$

$$e = 2 \text{ m}$$

$$\nu = 0.3$$

$$\rho = 7800 \text{ kg/m}^3$$

$$E = 210 \text{ Gpa}$$

$$c_p = 1000 \text{ N s/m}$$

5. İKİ UCU ANKASTRE DİĞER İKİ UCU SERBEST MESNETLENMİŞ PLAKA MODELİNİN PARAMETRELERİ

$$A = 80 \text{ m}$$

$$B = 20 \text{ m}$$

$$h = 0.135 \text{ m}$$

$$e = 2 \text{ m}$$

$$\nu = 0.3$$

$$\rho = 7800 \text{ kg/m}^3$$

$$E = 210 \text{ Gpa}$$

$$c_p = 1000 \text{ N s /m}$$

6. BİNA MODELİNİN PARAMETRELERİ

$$m_1=450000 \text{ kg}$$

$$m_2=345000 \text{ kg}$$

$$m_3=345000 \text{ kg}$$

$$m_4=345000 \text{ kg}$$

$$k_0=18050000 \text{ N/m}$$

$$k_1=340000000 \text{ N/m}$$

$$k_2=326000000 \text{ N/m}$$

$$k_3=285000000 \text{ N/m}$$

$$b_0=26170 \text{ Ns/m}$$

$$b_1=490000 \text{ Ns/m}$$

$$b_2=467000 \text{ Ns/m}$$

$$b_3=410000 \text{ Ns/m}$$

ÖZGEÇMİŞ

Lütfi Emir SAKMAN, 1971 yılında İstanbul'da doğdu. Orta okulu Yeşilköy 50. Yıl Lisesi'nde, lise öğrenimini Özel Tercüman Koleji'nde tamamladı. 1999 yılında, Trakya Üniversitesi Mühendislik Mimarlık Fakültesi Makina Mühendisliği Bölümü'nde lisans eğitimini tamamladı. Aynı yıl İstanbul Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Makina Mühendisliği Anabilim Dalı'nda başladığı yüksek lisans öğrenimini 2002 yılında tamamladı. 2003 yılında İstanbul Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Makina Mühendisliği Anabilim Dalı'nda doktora öğrenimine başladı. 2003 yılında İstanbul Üniversitesi Mühendislik Fakültesi Makina Mühendisliği Bölümü'nde Araştırma Görevlisi olarak çalışmaya başlamış olan Lütfi Emir SAKMAN, halen bu görevini sürdürmektedir.