



**İSTANBUL ÜNİVERSİTESİ  
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**YÜKSEK LİSANS TEZİ**

**KAOTİK BİR FİZİKSEL SİSTEMDE  
LYAPUNOV ÜSTELLERİ VE q-İSTATİSTİK**

**Mahmut AKILLI**

**Fizik Anabilim Dalı**

**Yüksek Enerji ve Plazma Fiziği Programı**

**Danışman**

**Prof.Dr. K. Gediz AKDENİZ**

**Mayıs, 2009**

**İSTANBUL**

Bu çalışma 27/05/2009 tarihinde aşağıdaki jüri tarafından Fizik Anabilim Dalı Yüksek Enerji ve Plazma Fiziği programında Yüksek Lisans Tezi olarak kabul edilmiştir.

Tez Jürisi

Danışman Adı: Prof.Dr.Gediz AKDENİZ  
İstanbul Üniversitesi Fen Fakültesi

Juri: Prof.Dr.Emine RIZAOĐLU  
İstanbul Üniversitesi Fen Fakültesi

Juri: Prof.Dr.Hařim MUTUŐ  
İstanbul Üniversitesi Fen Fakültesi

Juri: Prof.Dr.Hasan TATLIPINAR  
Yıldız Teknik Üniversitesi Fen Fakültesi

Jüri: Yrd.Doc.Dr. Ayberk YILMAZ  
İstanbul Üniversitesi Fen Fakültesi

## **ÖNSÖZ**

Yüksek lisans öğrenimim sırasında ve tez çalışmalarım boyunca gösterdiği her türlü destek ve yardımdan dolayı çok değerli hocam Prof.Dr.K.Gediz AKDENİZ'e en içten duygularıyla teşekkür ederim.

Bu çalışma boyunca özellikle yardımlarını esirgemeyen Araştırma Görevlisi Çiğdem Yalçın arkadaşına teşekkür etmeyi bir borç bilirim.

**Mayıs, 2009**

**Mahmut AKILLI**

## İÇİNDEKİLER

ÖNSÖZ .....	i
İÇİNDEKİLER .....	ii
ŞEKİL LİSTESİ .....	iv
TABLO LİSTESİ .....	vi
SEMBOL LİSTESİ .....	vii
ÖZET .....	viii
SUMMARY .....	ix
1. GİRİŞ .....	1
2. GENEL KISIMLAR .....	4
2.1. DİNAMİK SİSTEMLER .....	4
2.2. LYAPUNOV ÜSTELLERİ .....	8
2.2.1. İlk Koşullara Kuvvetli Bağlılık .....	10
3. MALZEME VE YÖNTEM .....	12
3.1. KAOTİK ZAMAN SERİSİNİN ANALİZİ.....	12
3.2. FAZ UZAYININ YENİDEN KURULMASI .....	13
3.3. ZAMAN GECİKMESİNİN BELİRLENMESİ .....	14
3.4. YERLEŞTİRME BOYUTUNUN BELİRLENMESİ .....	15
3.5. ÇEKER BOYUTU HESAPLAMALARI.....	16
3.6. EN BÜYÜK LYAPUNOV ÜSTELİNİN HESAPLANMASI.....	17

<b>4. BULGULAR .....</b>	<b>19</b>
<b>5. TARTIŞMA VE SONUÇ .....</b>	<b>34</b>
<b>KAYNAKLAR .....</b>	<b>36</b>
<b>ÖZGEÇMİŞ .....</b>	<b>38</b>

## ŞEKİL LİSTESİ

<b>Şekil 2.1</b>	: Tek boyutta hareket eden sarkacın faz uzayı.....	4
<b>Şekil 2.2</b>	: Lorenz'in iki sayısal hava tahmin grafiği (1961).....	6
<b>Şekil 2.3</b>	: Lorenz çekeri .....	7
<b>Şekil 2.4</b>	: Seçilen birbirine yakın iki ilk koşul ve evrimleri .....	9
<b>Şekil 2.5</b>	: İlk koşullardaki 0.0001'lik değişimin etkisi.....	10
<b>Şekil 2.6</b>	: $A_c$ kritik değerinin hemen altında ve üstünde duyarlılık.....	11
<b>Şekil 3.1</b>	: Kaotik zaman serisinin analizine ait işlemler .....	13
<b>Şekil 3.2</b>	: $X(t)$ zaman serisini kullanarak faz uzayının yeniden kurulması .....	14
<b>Şekil 3.3</b>	: Lyapunov üstelinin hesaplanması .....	18
<b>Şekil 4.1</b>	: Pnömokardiografi yöntemi ile 1.sıçandan kaydedilen solunum verisinin zamansal evrimi.....	19
<b>Şekil 4.2</b>	: Pnömokardiografi yöntemi ile 2.sıçandan kaydedilen solunum verisinin zamansal evrimi.....	20
<b>Şekil 4.3</b>	: Pnömokardiografi yöntemi ile 3.sıçandan kaydedilen solunum verisinin zamansal evrimi.....	20
<b>Şekil 4.4</b>	: $\tau = 31$ ; Otokorelasyon yöntemi ile 1.spontan solunum verisi için bulunan gecikme zamanı .....	21
<b>Şekil 4.5</b>	: $\tau \approx 31$ ; Karşılıklı bilgi fonksiyonu yöntemi ile 1.spontan solunum verisi için bulunan gecikme zamanı .....	22
<b>Şekil 4.6</b>	: $\tau = 40$ ; Otokorelasyon yöntemi ile 2.spontan solunum verisi için bulunan gecikme zamanı .....	22
<b>Şekil 4.7</b>	: $\tau \approx 38$ ; Karşılıklı bilgi fonksiyonu yöntemi ile 2.spontan solunum verisi için bulunan gecikme zamanı .....	23
<b>Şekil 4.8</b>	: $\tau = 33$ ; Otokorelasyon yöntemi ile 3.spontan solunum verisi için bulunan gecikme zamanı .....	23
<b>Şekil 4.9</b>	: $\tau \approx 33$ ; Karşılıklı bilgi fonksiyonu yöntemi ile 3.spontan solunum verisi için bulunan gecikme zamanı .....	24
<b>Şekil 4.10</b>	: $m= 4$ ; En Yakın Yanlış Komşuluk yöntemi ile 1. spontan solunum verisi için hesaplanan yerleştirme boyutu.....	24
<b>Şekil 4.11</b>	: $m= 5$ ; En Yakın Yanlış Komşuluk yöntemi ile 2. spontan solunum verisi için hesaplanan yerleştirme boyutu.....	25

<b>Şekil 4.12</b>	: $m=4$ ; En Yakın Yanlış Komşuluk yöntemi ile 3. spontan solunum verisi için hesaplanan yerleştirme boyutu.....	25
<b>Şekil 4.13</b>	: 1.spontan solunum verisinden elde edilen çeker .....	26
<b>Şekil 4.14</b>	: 2.spontan solunum verisinden elde edilen çeker .....	27
<b>Şekil 4.15</b>	: 3.spontan solunum verisinden elde edilen çeker .....	27
<b>Şekil 4.16</b>	: 1.spontan solunum verisinden elde edilen çekerin boyutu:0,883.....	28
<b>Şekil 4.17</b>	: 2.spontan solunum verisinden elde edilen çekerin boyutu:0,807.....	29
<b>Şekil 4.18</b>	: 3.spontan solunum verisinden elde edilen çekerin boyutu:0,865.....	29
<b>Şekil 4.19</b>	: 1.spontan solunum verisinde elde edilen Lyapunov üstelleri:.....	30
	$\lambda_1 = 0.103975 \quad \lambda_2 = 0.000221 \quad \lambda_3 = -0.135505 \quad \lambda_4 = -0.4992140$	
<b>Şekil 4.20</b>	: 2.spontan solunum verisinde elde edilen Lyapunov üstelleri:.....	30
	$\lambda_1 = 0.182774 \quad \lambda_2 = 0.0166 \quad \lambda_3 = -0.0833 \quad \lambda_4 = -0.3333 \quad \lambda_5 = -0.925$	
<b>Şekil 4.21</b>	: 3.spontan solunum verisinde elde edilen Lyapunov üstelleri:.....	31
	$\lambda_1 = 0.100842 \quad \lambda_2 = -0.010083 \quad \lambda_3 = -0.12731 \quad \lambda_4 = -0.446907$	
<b>Şekil 4.22</b>	: Lyapunov üstelinin 0 olduğu noktalarda zayıf bağlılık .....	33

## TABLO LİSTESİ

- Tablo 3.1** : Çeşitli kaotik zaman serilerinin analizlerinde elde edilmiş sonuçlar.**18**
- Tablo 4.1** : Üç sıçanın spontan solunumunda elde edilen zaman serilerin analizinde ulaşılan toplu sonuçlar.....**31**



## SEMBOL LİSTESİ

$\mathbf{a}(\tau)$	: Otokorelasyon fonksiyonu
$C(\varepsilon)$	: Korelasyon integrali
$D_c$	: Korelasyon boyutu
$I(\tau)$	: Karşılıklı bilgi fonksiyonu
$R_i$	: Yanlış en yakın komşu seçiminde kullanılan eşik değeri
$\Delta X_0$	: Uzaklık farkı
$\lambda$	: Lyapunov üsteli
$m$	: Yerleştirme boyutu
$\tau$	: Gecikme Zamanı
$\varepsilon(t)$	: Duyarlılık fonksiyonu
$N$	: Eleman sayısı
$X(n)$	: Zaman serisi

## ÖZET

### KAOTİK BİR FİZİKSEL SİSTEMDE LYAPUNOV ÜSTELLERİ VE q-İSTATİSTİK

Kaos düzensiz bir hareketi ifade eder ve özellikle fizik literatüründe “başlangıç koşullarına hassas duyarlılık” olarak tanımlanır. Düzensiz bir dinamik sistemin doğrusal olmayan diferansiyel denklemleri yazılabilmiş ise başlangıç koşullarının sistemin kaotik davranışlarındaki rolü kaos kuramıyla (lojistik harita) kolaylıkla tespit edilebilmektedir. Zaman serisi analizi yöntemleri ise periyodik alt yapı ve deneysel olarak tekrarlanabilen ölçümlerin kaotik özelliklerini değerlendirmek için kullanılmaktadır.

Bu tezde üç sıçanın spontan (kendiliğinden) solunum sisteminden elde edilmiş zaman serilerinin analizi yeniden yapıldı. Sinyallerin yerleştirme parametrelerinin hesaplanması ve faz uzayındaki çekerlerin çizilmesi tekrarlandı. Ayrıca Lyapunov üstellerine bağlı olarak solunum sistemine benzer mümkün fiziksel bir sistemin q-istatistiğe uyabilme kriterleri gözden geçirildi.

## **SUMMARY**

### **LYAPUNOV EXPONENTS IN A CHAOTIC PHYSICAL SYSTEM AND q-STATISTICS**

Disorder motion is defined as chaos and specially in physical literature chaos is characterized by “sensitive dependence on initial conditions”. If the non-linear differential equations of a disorder dynamic system are known, the role of the initial conditions for the chaotic behaviors of the dynamical system can be easily found by chaos theory (logistic map). On the other hand, the chaotic time series analysis methods are used to get information about the chaotic dynamics systems which have experimentally evaluated periodical feedback signals.

In this thesis; it was reanalyzed the time series evolutions of the spontaneous pneumocardiografic records obtained from 3 rats. We recalculated embedding parameters of the signals and reconsidered the strange attractors in their phase space. Lyapunov exponents of the system were examined to possibility of similar physical system in harmony with q-statistics.

## 1.GİRİŞ

Doğa dinamik sistemler topluluğudur. Bu dinamik sistemlerden elde edilebilen datalarla sistemin zaman içinde geçirdiği evrim gözlenebilir. Ancak doğadaki dinamik sistemler arasında karmaşık salınım yapanları çoğunluktadır. Bazı basit determinist dinamik sistemlerin bile önceden kestirilemezlik anlamında rasgele davranışlar ortaya koyduğu bilinmektedir.

Her ne kadar fizik literatürüne çok geç girmişse de kaos, dinamik sistemlerin karmaşık davranışlarını betimlemek ve aynı zamanda sistemin kendi içindeki düzensizliklerini ortaya koymak için geliştirilmiş bir kavramdır. Aslında gerekli zaman sürecinde dinamik sistemlerin hepsi kaotik davranışlar sergiler. Oysa modern bilim basit sarkaç özelinde görüldüğü gibi periyodik hareket gibi düzenli hareketler üzerinde kurulmuş ve ilerlemesini benzer ideal sistemler topluluğuyla sürdürmüştür. Modern bilim ve sosyal alanlardaki metaforları sistemin içindeki düzensizlikleri göz ardı ederek oluşturduğu paradigmlar ve yöntemlerle kendini geliştirmiştir.

Kaos teorisinin amacı bu indirgemeci düşüncenin dışında dinamik sistemleri düzensizlikleriyle birlikte çözümlene yollarını aramaktır ve en önemlisi görünüşte birbiriyle çelişen rasgelelik ve determinizm gibi iki nosyonu bağdaştırmaya çalışmaktır. Kaos kuramıyla ilgilenenler bu çabaları “deterministik kaos” olarak adlandırıyorlar. Bir sistemin kaotik olabilmesinin temel koşulu lineer (doğrusal) yapı özelliği göstermemesidir. Tanımları hatırlamak istersek; eğer bir sisteme uygulanan herhangi bir etkinin artırılması ya da azaltılması durumu sistem üzerinde düzenli değişimlere yol açıyorsa sistem lineerdir (doğrusaldır); eğer bu ilişki düzensizlik gösteriyorsa sistemiz non-lineerdir (doğrusal değildir). Lineer bir sistemi tanımlayan parametrelerle oynanılırsa, salınım frekansları ve genliği değişikliğe uğrar, ancak davranışın doğası kendini muhafaza eder, sadece niceliksel değişimler gözlemlenir. Oysa non-lineer sistemlerdeki parametrelerdeki küçük bir değişiklik sistemde hem niteliksel hem de niceliksel davranışları meydana getirir, sistem kendini muhafaza edemez [1]. Başka bir deyişle non-lineer sistemlerde her parametrenin her parametre kadar önemi vardır, parametreler arasında öncelik yoktur.

Bir dinamik sistemin zamansal evriminin yeniden yapılanmış faz uzayında çizilmiş yörüngelerle temsil edildiğini klasik mekanikten biliyoruz. Farklı başlangıç koşulu farklı bir yörüngeyle temsil edilir. Sistemin evrimini veren bu yörüngelere çeker denir.

Bir sistemin çekerine bakarak sistemin davranışı hakkında bilgi edinebilir. Nokta, limit çevrim ve tor şeklindeki gibi düşük boyutlu çekerler deterministik gelişim gösteren sistemleri temsil ederler. Bu tip çekerlere sahip sistemler hakkında uzun süre öngörüle bulunabilir. Ancak dinamik sistemlerin çoğu bunların dışında “garip çeker” olarak ifade edilen çekerlere sahiptirler. Bu garip çekerlerin en önemli özelliği başlangıç koşulları bir birlerine çok yakın bile olsa yörüngelerin zamanla ıraksamasıdır. Çekerleri bu özeliğe sahip olan sistemler üzerinde öngörüle bulunmamız sınırlıdır. Bu garip çekerlerin diğeri bir farkı da fraktal (kesirli) boyuta sahip olmalarıdır [2].

Deneysel veya bilgisayarlarda tekrarlanabilen periyodik alt yapıya mevcut dinamik sistemler için kaotik zaman serisi analiz yöntemi geliştirilmiştir. Bu yöntemin uygulanabilmesi için ilk koşul incelenecek dinamik sistemler için zaman serilerini oluşturabilmektir. Bugün gelinen aşamada dinamik sistemlerin orijinal datalarından zaman serilerini oluşturmada elimizde büyük olanaklar vardır. Geliştirilen yeni bilgisayar programlarıyla zaman serilerin analizleri rahatlıkla yapılmaktadır. Özellikle fizyolojik sistemlerde orijinal datalar elde etmek ve bu dataların zaman serilerini oluşturmak için birçok araç gereç vardır. Zaten kaotik zaman serisi analiz yöntemiyle birçok fizyolojik sistemler üzerinde çalışmalar yapılmış bulunmaktadır. Bunlar genellikle solunum, beyinsel aktiviteler, kan basıncı, kalp hızı gibi fizyolojik sistemler üzerinde yapılan çalışmalardır. Bu tür çalışmalarda genellikle ele alınan fizyolojik sistemlerin en büyük Lyapunov üstellerine bakılarak değerlendirilmeler ve tıbbi saptamalar yapılmaktadır [3].

Bu tez çalışmasında, anestezi altında kendiliğinden solunum yapan üç sıçandan pnömokardiografi yöntemi ile elde edilen zaman serilerinin [4] analizleri tekrarlanacaktır. Burada uygulanacak kaotik zaman serisi analiz yöntemiyle sıçanlardaki solunum sistemi hakkında yeniden bilgi edinilmeye çalışılacaktır. Konuyla ilgili zaman serisi analizi teknikleri bir tezde [5] gözden geçirilmiş ve başka bir çalışmada sistem dinamiği incelenmiştir [6]. Diğeri bir tez çalışmasında bu sonuçlar farklı bir program kullanılarak test edilmiş ve bir uyumsuzlukla karşılaşmamıştır [7].

Bu tez de zaman serisi şeklinde kayıt edilmiş sinyallerden, sistemin faz uzayları yeniden yapılandırılacak, kaotik davranış kriteri olarak Lyapunov üstelleri ve korelasyon boyutu değişiminin dinamik sistemlere nasıl uygulandığını ve özellikle bunların bir fiziksel sistem için q-istatistik paradigmasında nasıl roller aldığı gözden geçirilecektir.

Bu tez çalışması aşağıdaki plan çerçevesinde düzenlenmiştir:

Genel kısımlar bölümünde; dinamik sistemlerin karakterize edilmesi ve zaman serilerinden determinizmin belirlenmesi konusu teorik olarak aktarılacak ve sistemin kaotikliğini belirlemede matematiksel bir ölçü olan Lyapunov Üstelleri hakkında bilgiler verilecektir.

Malzeme ve Yöntemler bölümünde; kaotik zaman serisi analiz yöntemi anlatılacak. Bir dinamik sistemin tek değişkeni üzerinde elde edilen zaman serilerinin faz uzaylarını yeniden yapılandırma tekniği aktarılacaktır. Burada faz uzayın yapılandırmasında kullanılacak olan yerleştirme boyutu ( $m$ ) ile gecikme zamanı ( $\tau$ ) hakkında bilgi verilecektir. Yerleştirme boyutu değerini bulmak için kullanılan ‘en yakın yanlı komşuluklar yöntemi’ ile ‘ $\tau$ ’ gecikme zamanı değerini bulmak için kullanılan ‘otokorelasyon fonksiyonu’ ve ‘karşılıklı bilgi fonksiyonu’ hakkında bilgi verilecektir. Bu parametrelere dayanarak çekerini çizilecek sistemlerin kaotik olup olmadığını belirlemede kullanılan fraktal boyut (korelasyon boyutu) ile kaotik sistemlerin en önemli özelliği olan ‘başlangıç koşullarına hassas duyarlılık’ ölçüsünü veren Lyapunov üstellerinin hesaplama yöntemleri anlatılacaktır.

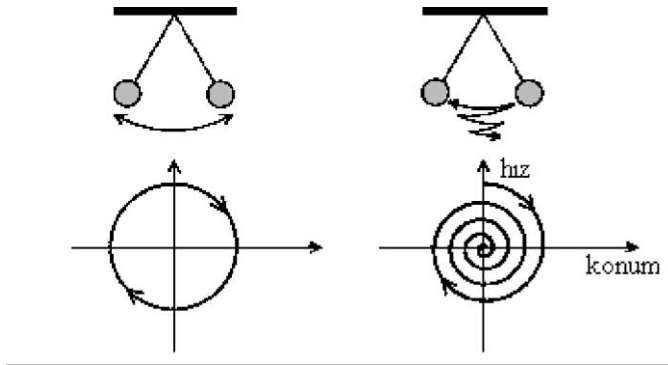
Tez çalışmasının Bulgular bölümünde ise; anestezi altında kendiliğinden solunum yapan üç sıçandan pnömokardiografi yöntemi ile elde edilmiş olan zaman serilerinin grafikleri çizilecektir. Daha sonra bu zaman serileri için yerleştirme boyutları ( $m$ ) ile gecikme zamanları ( $\tau$ ) bulunacaktır. Bu parametreleri kullanarak sistemin çekerini çizilecektir. Arkasında çekerin fraktal boyutu ile Lyapunov üstelleri hesaplanacaktır. Bütün bu grafik çizimleri ile hesaplamalar NDT “Nonlinear Dynamics Toolbox” bilgisayar programı aracılığıyla yapılacaktır.

Tartışma ve Sonuç kısmında ise; tez çalışmasında ulaşılan sonuçların bir genel değerlendirmesi yapılacaktır. Özellikle Lyapunov üstellerin sayısal değerlerine bakarak sistem hakkında yorumlar yapılmaya çalışılacaktır. Ve bu ele aldığımız somut kaotik örneğimizin q-istatistikinde nasıl bir role sahip olduğunun bir değerlendirmesi yapılacak ve benzer çalışmaların sonuçlarıyla karşılaştırılacaktır.

## 2.GENEL KISIMLAR

### 2.1 DİNAMİK SİSTEMLER

Bilindiği gibi dinamik sistemlerdeki karmaşık davranışların temelinde düzensizlikler yatmaktadır. Bildiğimiz basit determinist dinamik sistemlerde bile küçükte olsa da düzensizlikleri gözlemlemek mümkündür. Bu modern bilimin kuruluşunda rol oynayan basit sarkaç üzerinde irdelenmiştir. Bir basit sarkaçta havanın sürtünmesini ihmal edilirse sarkaç düzenli periyodik hareket durumunu sürdürür. Bu periyodik hareketin çekeri şekil 2.1’de görüldüğü gibi bir dairedir. Bu daire, sistemi konum-zaman bağlamında öngörebileceğimizi söyler. Ancak sarkaç için küçükte olsa sistem için düzensizliği ifade eden havanın sürtünmesini işin içine katarsak, sarkaç hareketi zamanla yavaşlayarak denge durumuna gelir. Hareketdeki değişimle beraber sarkacın şekil 2.1’de görüldüğü gibi çekeri de değiştiğini görüyoruz. Bu bize sistem hakkında daha önceki gibi kesin bir öngörüde bulunmamızı sınırladığını ifade ediyor.



Şekil 2.1: Tek boyutta hareket eden sarkacın faz uzayı.

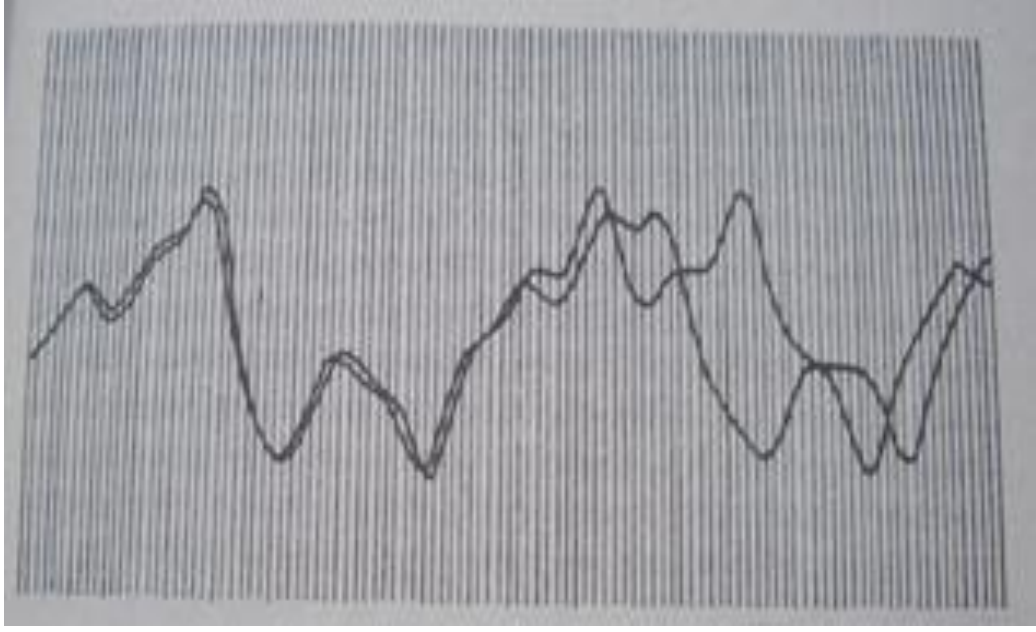
Modern bilimin kuruluşunda basit sarkacın nasıl önemli bir rol oynadığını biliyoruz; kaos teorisinin kurulmasında da Lorenz çekerinin [8] aynı önemde bir role sahip olduğu söylenmektedir. Basit sarkaç nasıl ki doğadaki düzensizlikler içindeki düzenleri bulup çıkarmada referans olmuşsa; benzer şekilde Lorenz çekeri de doğadaki düzensizlikler içinde “kaosu barındıran düzensiz dinamikleri” bulmada referans olmuştur [9]. Bu yakın dönem bilimi etkileyen Lorenz çekerini daha yakında inceleyelim;

E.N. Lorenz bir meteoroloji uzmanı; aynı zamanda iyi bir matematikçidir. Lorenz hava tahmini çalışmalarıyla uğraşırken farklı bir yöntem dener: Hava durumunu sayılara dökerek kendi kurduğu bilgisayar programıyla gözlemeye başlar. O zamana kadar böyle

bir yöntemin kullanılmasına başta kendi meslektaşları fazla sıcak bakmıyorlar. Çünkü o günlerde hala bilgisayara karşı bir güvensizlik duygusu hakim idi. Onun için E.N. Lorenz'in hava durumunu sayısal bir modele dökme girişimini meseleyi yozlaştırmaktan başka bir sonuç doğurmayacağını düşünüyorlardı [8]. Oysa günümüzde gelinen aşama kaos teorisi data (sayı) ve bilgisayar gibi iki temel ayak üzerinde yürütülmektedir.

Olayın bilimsel hikayesi kaos üzerine yazılmış kitaplarda çok kez şöyle anlatılır [8]: “Lorenz hava durumu çalışmalarını yürütürken sadece bir değişken seçiyordu. Örneğin bunlarda hava akımını yönünü alıyordu. Lorenz bilgisayarda elde ettiği dizilerden birisini tekrar incelemeye alıyor. Bilgisayar programını tekrar başa alıp çalıştırmaktan ziyade orta yerlerden bir yerden başlatıyor. Lorenz aynı dökümü almaya hazırlanırken, farklı bir dökümle karşılaşılıyor. Bu dizi üstelik öncekiyle giderek farklılaşarak ortak benzerlik yönleri de kayboluyordu. Sonra Lorenz bu meselenin neyde kaynakladığının farkına varıyor. Bilgisayar hafızası ondalık kesir sayıları altı haneliye (.506127) göre ayarlanmıştı; oysa Lorenz son üç rakamını yuvarlatarak (.506) girmişti. Çünkü binde birlik bir farkın sonucu etkilemeyeceğini düşünüyordu. Böyle düşünmesi de son derece doğal idi. Çünkü bu düşünce modern bilimin temel paradigması idi. Şimdiye kadar geliştirilmiş bütün bilimsel çalışmalar bu paradigma üzerinden geliştirilmişti. Oysa şimdi karşılaştığı durum çok farklıydı. Modern bilimin temel paradigmasıyla çelişen bir durum söz konusudur. Modern bilim felsefesi bize; herhangi bir sistemin başlangıç koşulları hakkında yaklaşık olarak bir bilgi durumuna sahipsek, sistemin daha sonraki davranışını yaklaşık olarak mevcut yasalar çerçevesinde hesaplamak mümkün olduğunu söylemektedir. Lorenz'in bu çalışmasıyla artık bunun her yerde geçerli olmadığını öğreniyoruz. Hava durumunun “başlangıç koşullarına hassas bir bağlılığı” söz konusudur. Bu durum aynı zamanda bütün kaotik sistemlerden görünen temel bir özellik haline gelir. Lorenz kendi ifadesiyle şu sonuca varır: ...ben periyodik olmayan davranış özellikleri gösteren hiçbir fiziksel sistemde öngörü yapmanın mümkün olmadığını artık anlamış bulunuyorum.”





Şekil 2.2: Lorenz'in iki sayısal hava tahmin grafiği (1961) [8]

E.N. Lorenz (1963) üzerinde çalıştığı dinamik sistemi oluşturduğu diferansiyel denklemler sistemiyle formüle eder:

$$\begin{aligned}
 dx/dt &= -\sigma x + \sigma y \\
 dy/dt &= -xz + rx - y \\
 dz/dt &= xy - bz
 \end{aligned}
 \tag{2.1}$$

Lorenz bu denklemleri, dikdörtgen bir bölgede oluşan termal konveksiyonu, Navier-Stokes, ısı ve süreklilik denklemlerine dayanarak üretiyor: [2,5]

Değişkenler;

x: Konvektif hareketin şiddetiyle orantılıdır.

y: Yükselen ve çöken akımlar arasındaki sıcaklık farkı ile orantılıdır.

z: Düşey sıcaklık profilinin lineer konumdan sapması ile orantılıdır.

Parametreler;

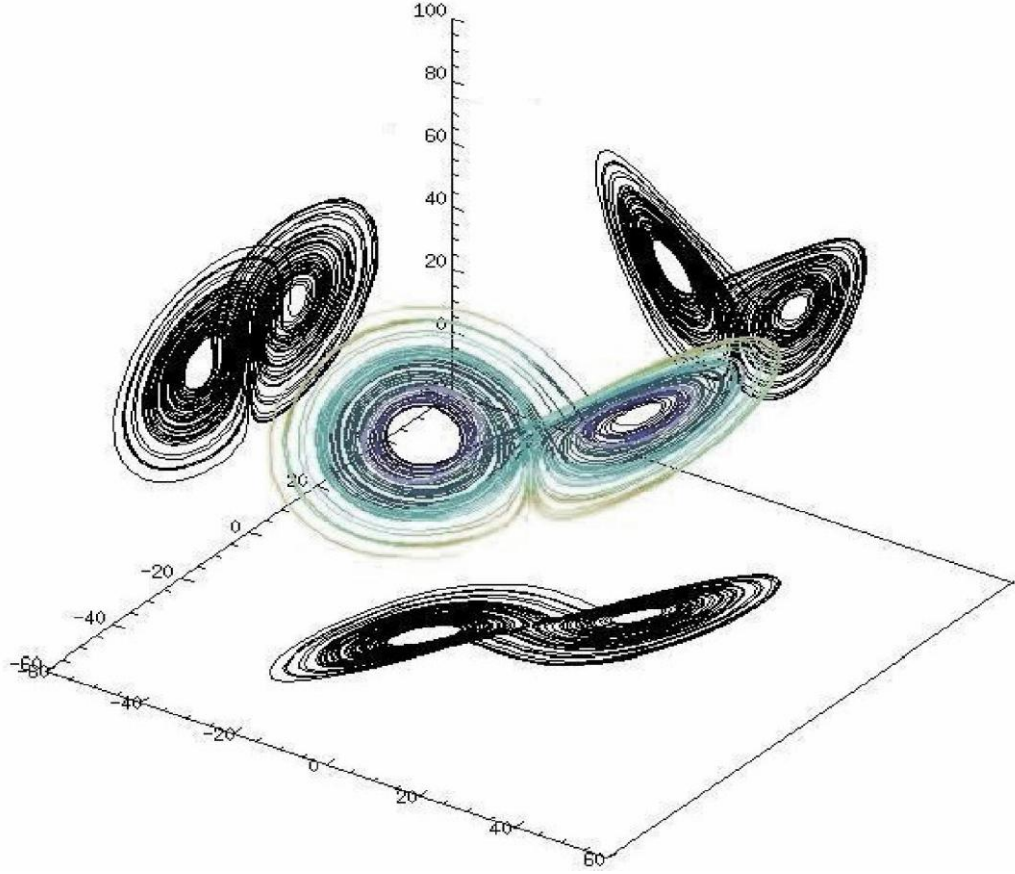
$\sigma$ : Prandtl sayısı

r: Rayleigh sayısı

b:  $4/(1+\alpha^2)$  ( $\alpha$ : dikdörtgen geometrisi ile ilgilidir.)

Şekil 2.3'deki Lorenz çakeri;  $\sigma = 10$ ,  $R = 28$  ve  $b = 8/3$  parametreler için çizilmiştir.

Parametrelerle oynanılırsa çakerin şeklinde de değişmeler olur.



Şekil 2.3 Lorenz çekerı.

Şekil 2.3'deki Lorenz çekerin fraktal boyutu 2.06 olarak ölçülmüş. Çekerin boyutu tam sayı olmaması yani kesirli çıkması bunu garip veya acayip çeker sınıfına sokar.

Lorenz çekerı bize neyi öğretmiştir?

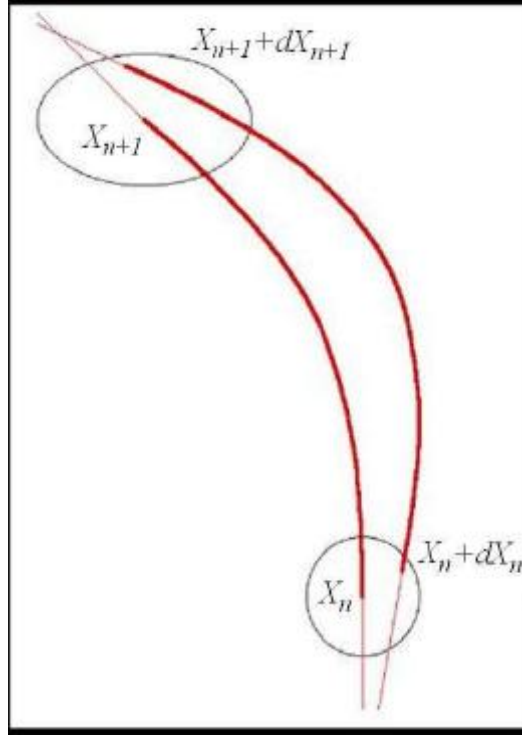
Bunun en önemli sonucu modern bilimin temel paradigmasını sorgular hale getirmiştir. Burada yeni paradigmanın “karmaşıklık paradigmasının” [9] oluşmasına ön ayak oluyor. Bunun yanında bilimsel çalışmalara yeni bir yöntem olarak bilgisayarı devreye koyarak simülasyon uygulamasını başlatır. Bir sistemin sadece bir değişkenini ele alarak ve bu değişkende gözlemlenen sonuçları belli zaman aralıklarıyla kayıt ederek elde edilen zaman serilerinin analizi yöntemi bilimde yeni bir çığır açar. Burada yapmamız gereken şey, bilim ve teknolojinin son imkânlarından faydalanarak ele aldığımız dinamik sistemin bir değişkeni üzerinde orijinal datalar elde ederek zaman serilerini oluşturmaktır. Kaotik zaman serisi analiz yöntemiyle incelediğimiz dinamik sistemler hakkında bilgi edinebiliriz.

Bu kaotik zaman serisi analiz yöntemiyle önce sistemin kaotik olup olmadığına bakılır. Burada temel ölçü olarak fraktal boyut hesaplamaları ile Lyapunov üstellerin sonuçlarına bakılarak karar verilir. Günümüzde yapılan bir çok çalışmada ölçü olarak en büyük Lyapunov üstellerine bakılması giderek ağırlık kazanmaktadır. Diğer ölçüler bunu destekler nitelikte kullanılmaktadır. Çünkü Lyapunov üstelleri kaotik sistemin temel özelliği olan “başlangıç koşullarına hassas bağlılığın” niceliksel ifadesi olması; diğer yandan da q-istatistiğe geçişte kullanılması Lyapunov üstellerini bu çalışmada önemini daha da artırmıştır.

## 2.2 LYAPUNOV ÜSTELLERİ

A periyodik harekete sahip olan kaotik sistemlerin çizilmiş faz uzayındaki yörüngeleri farklı artış oranlarıyla birbirlerinden uzaklaşırlar. Faz uzayında çizilmiş iki komşu yörüngenin zamanla birbirinden ıraksaması kaotik sistemin başlangıç koşullarına hassas bağlılığın bir göstergesidir. Bunun niceliksel ifadesi Lyapunov üstellerinde ifadesini buluyor. Bir dinamik sistem için hesaplanan Lyapunov üstellerinde  $\lambda$  negatif çıkarsa sistemiz kaotik değildir. Faz uzayındaki yörüngeleri kararlı noktalardan oluşur, tüm noktalar tek yörüğe üzerine düşer. Şayet Lyapunov üstellerinde birisi  $\lambda$  pozitif çıkarsa sistemiz kaotiktir; faz uzayındaki iki komşu eğri  $\lambda$  değerine bağlı oranında birbirinden ıraksar. [2,3 ,10]

Bu konuyu daha önce yapılmış lojistik harita üzerinde açarsak [1];



Şekil 2.4: Seçilen birbirine yakın iki ilk koşul ve evrimleri.

Başlangıçta birbirine  $\Delta X_0$  kadar yakın olan iki komşu nokta olsun. Bu noktaları sırasıyla  $X_0$  ve  $X_0 + \Delta X_0$  biçiminde temsil edilsin, bir tekrarlama sonra bu iki komşu nokta şekil 2.4'deki gibi ayrışır [1].

$$\Delta X_1 = f(X_0 + \Delta X_0) - f(X_0) \cong \Delta X_0 f'(X_0) \quad (2.2)$$

burada  $f' = df/dX$  türevidir.  $X_0$  noktasında uzaklaşmayı ifade eden Lyapunov üsteli  $\lambda$  tanımlanır.  $e^\lambda = |\Delta X_1/\Delta X_0|$  veya

$$\lambda = \ln |\Delta X_1/\Delta X_0| \cong \ln |f'(X_0)| \quad (2.3)$$

biçiminde ifadelendirir. Yerel Lyapunov üsteli olarak isimlendirilen  $|\Delta X_1/\Delta X_0|$  büyüklüğü  $X-X_0$ 'daki gerilmeyi gösterir. Bu ifadenin mutlak değer içinde olması Lyapunov üstelinin pozitif olmasını temin eder [1].

Bir bütün olarak sistemin Lyapunov üsteli (2.3)'deki denklemin birçok tekrarlama sonraki ortalaması alınarak hesaplanır [1].

$$\lambda = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} \ln |f'(X_n)| \quad (2.4)$$

## 2.2.1 İlk Koşullara Kuvvetli Bağlılık

İlk koşullara kuvvetli bağlılık konusu lojistik harita üzerinde anlatılacaktır.  $A = 2$  değeri için  $X_0$  gibi başlangıç koşulunu seçelim;  $X_0 = 0.4$  olsun. Bu  $X_0$  noktasından 0.0001 kadar uzakta başka ikinci bir komşu nokta seçilsin. Bu ikinci noktanın konumu  $X_0 + \Delta X_0 = 0.4001$  olur. Bu iki komşu nokta başlangıçta çakışık olarak görünürler. Şekil 2.5’de görüldüğü gibi ilk beş “n” değeri için fonksiyon gözle fark edilmeyecek kadar yakın değerler basmıştır, ancak altıncı veriden sonra sapmalar görülür ve bu giderek artar. Buda bize başlangıç koşullarında oluşturulacak çok küçük bir değişimin bile lojistik harita fonksiyonun ilerleyen iterasyonunda ne kadar etkili olduğunu bize göstermektedir [1].

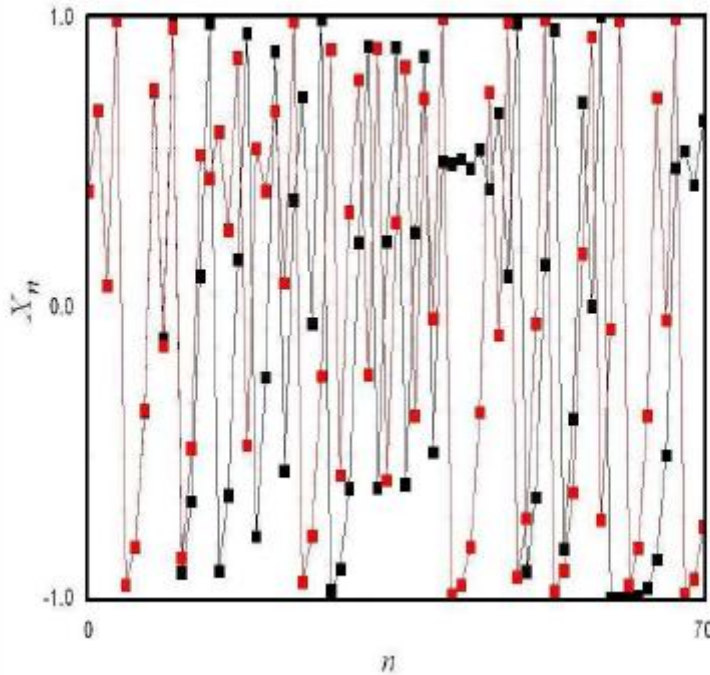
İlk koşullara bağlılığı niceliksel olarak ifadelendirilmesi için duyarlılık fonksiyonu geliştirilir [1]:

$$\xi(t) = \lim_{\Delta X(0) \rightarrow 0} \frac{\Delta X(t)}{\Delta X(0)} \quad (2.5)$$

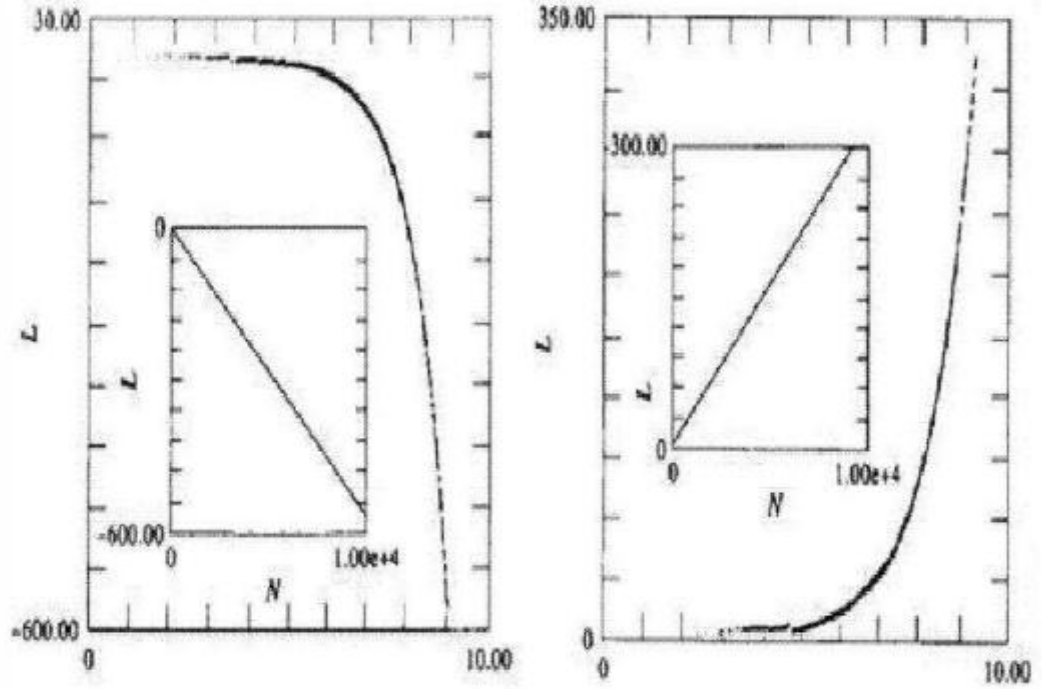
bu limit durumunda;

$$\xi(t) = \exp \lambda t \quad (2.6)$$

Şeklini alır. Bu ifade Lyapunov üsteliyle doğrudan bağlantılıdır.



Şekil 2.5: İlk koşullardaki 0.0001'lik değişimin etkisi [1].



Şekil 2.6:  $A_c$  kritik değerinin hemen altında ve üstünde duyarlılık [1].

Lojistik haritada  $A_c$  kritik değerin bir üstü kaotik bölgeyi ifade edilirken,  $A_c$  kritik değerin bir altı periyodik bölgeyi gösteriyor. Duyarlılık fonksiyonunun bu  $A_c$  değerinin bir altı ( $A=A_c-10^{-3}$ ) ve bir üst ( $A=A_c+10^{-3}$ ) değerlerinde nasıl davrandığını şekil 2.6'da görülmektedir.  $\lambda < 0$  ise periyodik bölgede kuvvetli duyarsızlık,  $\lambda > 0$  durumunda ise kaotik bölgede kuvvetli duyarlılık gösterilir. Kaotik bölgede başlangıç koşullarında 0.0001 kadar nicel bir değişimin ne kadar etkili olduğunu görmekteyiz [1].

### 3. MALZEME VE YÖNTEM

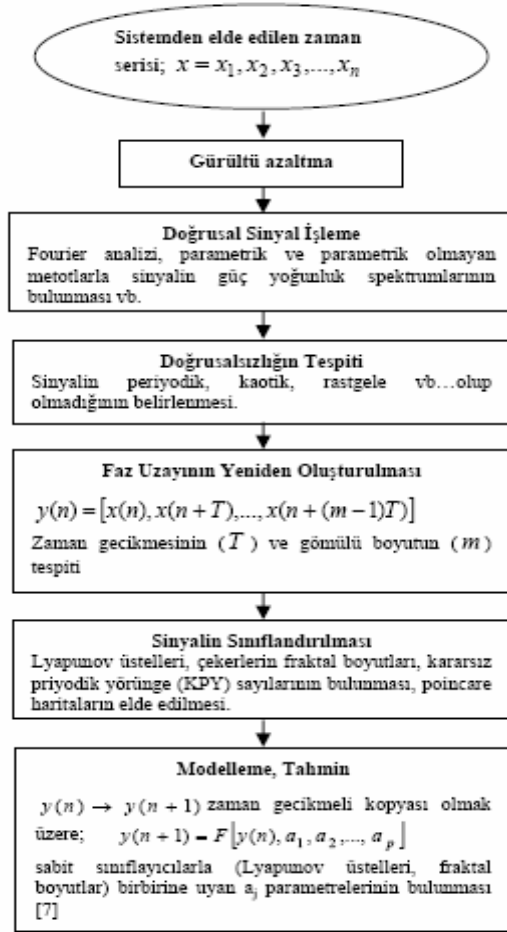
#### 3.1 KAOTİK ZAMAN SERİSİNİN ANALİZİ

İncelemeye alınan bir dinamik sistemin zamanla değişime uğrayan herhangi bir büyüklüğünde ölçümler alınarak zaman serisi oluşturulur. Elde edilen zaman serisine gürültünün karışmaması gerekir. Gürültü çevresel şartlardan veya ölçüm cihazların kusurlu olmasından kaynaklanabilir. Datalara gürültü karışırsa doğru sonuçlar elde etmemizi engeller. Dinamik sistemlerden dataların çekme aşamasında buna büyük özen gösterilmesi gerekir [2,3,11].

Dinamik sistemlerde ölçüm cihazlarıyla çekilecek datalar düzenli olarak skaler veri olarak kayıt altına alınır. Sakaler ölçüm  $x(t_0 + nr_s) = x(n)$  tarzında bir zaman serisi oluşturulur. Burada  $t_0$  başlangıç zamanında ilk ölçüm alınır. İkinci ölçüm cihazda ayarlanan sabit bir zaman aralığından ( $r_s$ ) sonra alınır. Bu tarzda bu seri devam ettirilerek ölçümler alınır. Mümkün oldukça çok data toplamamız gerekiyor. Bu tekniğin temel bir özelliği de çok data üzerinde çalışılmasıdır [2,3,12].

Oluşturulan zaman serisinin analizi yaptıktan sonra, bu dataların alındığı dinamik sistem için modelleme oluşturulmaya çalışılır. Ancak modelleme çalışması oldukça zor bir iştir. Bunun için ilk önce “başlangıç koşullarına hassas duyarlılığın” niceliksel ifadesi olan Lyapunov üstellerine bakılır. Eğer Lyapunov üstellerinde birisi sıfır çıkmışsa incelenen sistemin dinamikleri belirlemek için türevsel denklemler oluşturulabilir. Burada oluşturulacak türevsel denklemler sistemi daha iyi tanımamıza yardımcı olacaktır [2,3,12].

Kaotik zaman serisinin analiz yöntemi için takip edilecek yolları şekil 3.1’de şema biçiminde gösterilmiştir.



Şekil 3.1: Kaotik zaman serisinin analizine ait işlemler [3]

### 3.2 FAZ UZAYININ YENİDEN KURULMASI

Dinamik bir sistemi incelerken değişkenlerden sadece birisi esas alınarak analiz yapıldığı için; bu dataların nasıl bir davranış gösterdiğini görebilmek yada resmini çekebilmek için faz uzayını yenide yapılandırmamız gerekir. Yoksa tek başına oluşturulmuş bir zaman serisi bir şey ifade etmez. Bunun işlenmesi gerekir.

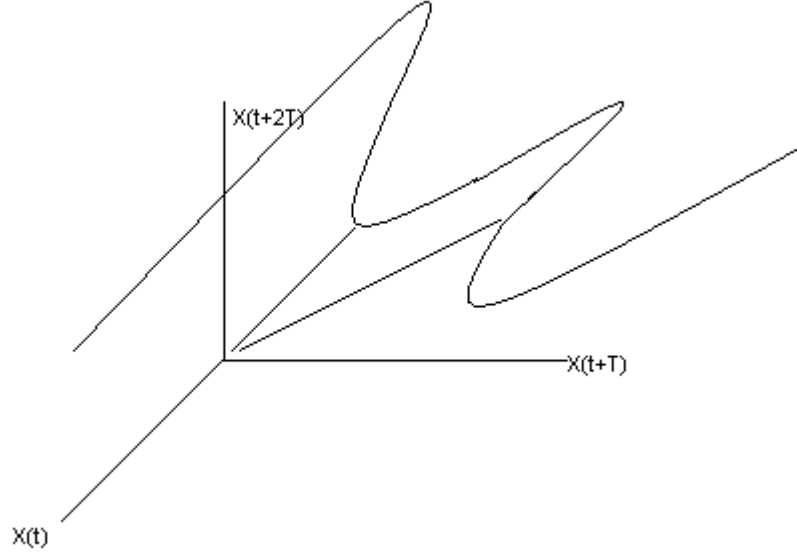
Faz uzayını yeniden şekillendirmek için kullanılacak formül [2];

$$X(t) = \{ x(t), x(t+\tau), \dots, x[t+(m-1)\tau] \} \quad (3.1)$$



Burada faz uzayını yeniden oluşturmak için zaman gecikmesini ( $\tau$ ) ve yerleştirme boyutunun ( $m$ ) tespit edilmesi gerekiyor.

Şekil 3.2'deki yerleştirme boyutu ( $m=3$ ) üç olan bir sistemin tek değişkeni için faz uzayının yeniden yapılandırılması temsili olarak görünüyor [2].



Şekil 3.2:  $X(t)$  zaman serisini kullanarak faz uzayının yeniden kurulması.

### 3.3 ZAMAN GECİKMESİNİN BELİRLENMESİ

Kaotik zaman serisinin analizine başlarken ilk yaptığımız işlem  $\tau$  gecikme zamanını belirlemektir. Çünkü incelenen zaman serisini faz uzayında yeniden yapılandırmak için yerleştirme boyutuyla ( $m$ ) birlikte bize gerekli olan ikinci kriterdir. Onun için  $\tau$  gecikme zamanı doğru seçilmesi gerekiyor. Gecikme zamanını ( $\tau$ ) olduğundan büyük ya da küçük seçersek faz uzayını doğru yapılandıramayız. Gecikme zamanı bulmak için otokorelasyon fonksiyonunda ya da karşılıklı bilgi fonksiyonunda faydalanır.

Otokorelasyon fonksiyonu iki seri arasındaki lineer bağımlılığı ölçer.  $X(t)$  gibi seçilen bir zaman serisine  $\tau$  gecikme zamanı eklemesiyle bulunacak olan  $X(t+\tau)$  serisi arasında lineer bağımlılığı bozmayacak tarzda bir değer alınması gerekiyor. Gecikme zamanı

bulmada kullanılan teknik ise; otokorelasyon fonksiyon grafiğinde sıfırın ilk kestiği nokta gecikme zamanı ( $\tau$ ) olarak alınır [2,3,7,13]:

$$a(\tau) = \frac{1}{T+1} \sum_{t=0}^T x_t x_{t+\tau} \quad (3.2)$$

Otokorelasyon fonksiyonu sadece lineer bağımlılığı ölçer. Bunun için hem lineer hem de non-lineer bağımlılığı ölçen karşılıklı bilgi fonksiyonu geliştiriliyor. Karşılıklı bilgi fonksiyonunda ilk minimize olan nokta  $\tau$  gecikme zamanı olarak kullanılır. Bu iki fonksiyon birbirini denetlemek içinde kullanılır [5,14].

Karşılıklı bilgi fonksiyonunda  $\tau$  gecikme zamanı aşağıdaki ifadeyle bulunur [7]:

$$I(\tau) = \sum_{h=1}^j \sum_{k=1}^j P_{h,k}(\tau) \ln P_{h,k}(\tau) - 2 \sum_{h=1}^j P_h \ln P_h \quad (3.3)$$

$P_h$  = h numaralı kapta bulunma olasılığı

$P_k$  = k numaralı kapta bulunma olasılığı

$P_{hk}$  =  $X_t$  nin h numaralı kapta ve  $X_{t+\tau}$  nin k numaralı kapta bulunma ortak olasılığıdır.

### 3.4 YERLEŞTİRME BOYUTUNUN BELİRLENMESİ

Yerleştirme boyutu, zaman serisi için çizilecek çekeri doğru görebilmek için faz uzayının kaç boyutta oluşturması gerektiğini söyler. Analizini yaptığımız zaman serileri tek değişkenliğin verileridir. Burada bulacağımız yerleştirme boyutu (m) aynı zamanda analizini yaptığımız değişkeni etkileyen temel ana faktörlerin sayısının ne kadar olduğunu bize söylüyor. Örneğin yerleştirme boyutunu (m= 4) dört bulduk, bu incelediğimiz sistemin dört temel dinamik değişkenden oluştuğunu söyler. Diğer yandan sistem için hesaplanacak Lyapunov üstellerin sayısını da yerleştirme boyut sayısı (m) belirler. Yani m boyutlu bir sistemin m tane Lyapunov üsteli olur.

Yerleştirme boyutunun bulunmasında “yanlış en yakın komşu yöntemi” kullanılır. Bunun için  $R_i$  hesaplanması yapılır [7,15].

$$R_i = \frac{|x_{i+m\tau} - x_{t+m\tau}|}{\|\bar{p}(i) - \bar{p}(t)\|} \quad (3.4)$$

Burada  $\bar{p}(t)$  seçilen bir noktayı temsil ederken,  $\bar{p}(i)$ 'de onun yakın komşusudur. Buradaki  $R_i$  bir eşik değerindedir.  $R_i$  den büyük olan her nokta yanlış komşuluk olarak alınır. Hesaplanan yanlış komşuluk noktalarının oranı sıfır ya da çok küçük bir değere ulaştığında yerleştirme boyutunu bulmuş oluruz [2,3,7,15].

### 3.5 ÇEKER BOYUTU HESAPLAMALARI

Fraktal boyut kavramı Mandelbrot [16] tarafından geliştirilmiştir. Kaotik sistem çekerleri fraktal (kesirli) boyuta sahiptirler. Onun için fraktal boyut hesaplamaları sistemin kaotik olabileceğine ilişkin bir kriter olarak alınmaktadır.

Fraktal boyut hesaplamasında korelasyon boyutuna bakılır. Burada genellikle Grassberger – Procaccia algoritması kullanılır [17]. Korelasyon integrali [3];

$$C(\varepsilon) = \lim_{K \rightarrow \infty} \left[ \frac{1}{K^2} \sum_{i,j=1}^K H(\varepsilon - |z_i - z_j|) \right] \quad (3.5)$$

H = birim adım fonksiyonu (Heaviside fonksiyonu)

Z =  $\varepsilon$  yarıçapı içinde kalan noktaları sayar.

$C(\varepsilon) = \varepsilon$  içindeki noktaların ortalama kesiri

Korelasyon boyutu aşağıdaki ifadeyle hesaplanır:

$$D_c = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{\ln C(\varepsilon)}{\ln \varepsilon} \quad (3.6)$$

Burada  $\ln C(\varepsilon) - \ln \varepsilon$  grafiğinde seçilecek doğru ölçekleme bölgesinin eğimi bize fraktal boyutunu verir. Bu ölçekleme bölgesi grafikte seçilirken lineer olmasına dikkat edilir.

### 3.6 EN BÜYÜK LYAPUNOV ÜSTELİNİN HESAPLANMASI

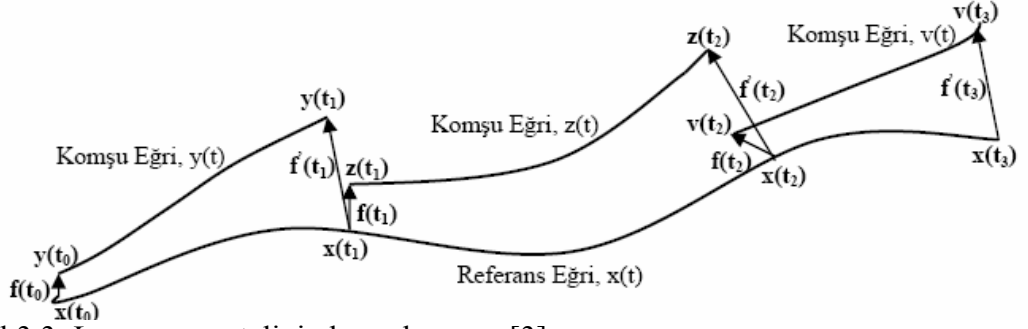
Lyapunov üstelleri hesaplanırken genellikle en büyük Lyapunov üsteline bakılır. En büyük Lyapunov üsteli sıfırdan büyük çıkıyorsa sistemiz kaotiktir. Sıfırın altında bir değer alıyorsa sistemiz kaotik değildir. En büyük Lyapunov üsteline bakarak sistemin kaotik derecesini görmüş oluruz. Bu derecelendirme sistemin başlangıç koşullarına olan duyarlılığın da bir ölçütü oluyor. Diğer yandan incelenen sistem için q-istatistiği yapıp yapılmayacağını yine en büyük Lyapunov üsteline bakılarak karar verilir.

En büyük Lyapunov üstellinin hesaplanmasında genellikle Wolf algoritması kullanılır [18]. Önce  $X(t_0)$  gibi bir referans noktası seçilir. Sonra bu referans noktasına en yakın  $Y(t_0)$  komşusu alınır. Bu iki nokta arasındaki öklit farkı bulunur [3]:

$$f(t_0) = \|x(t_0) - y(t_0)\|. \quad (3.7)$$

$f'(t_1)$  farkı da aynı tarzda bulunur. Bu işlem şekil 3.3'deki gibi devam ettirilir. Bulunan bu öklit farklarının birbirlerine oranı  $\{f'(t_1)/f(t_0), f'(t_2)/f'(t_1), \dots\}$  gibi her bir nokta çifti arasındaki genişleme durumunu da ifade eder. Sonra bulunan bu genişlemenin logaritması alınır. Bu işlem N defa tekrarlandığından en büyük Lyapunov üsteli aşağıdaki formülle hesaplanır [3,18];

$$\lambda = \frac{1}{t_N - t_0} \sum_{i=1}^N \log \frac{f'(t_i)}{f'(t_{i-1})}. \quad (3.8)$$



Şekil 3.3: Lyapunov üstelinin hesaplanması [3].

Kaotik zaman serisi analiz yöntemiyle çeşitli dinamik sistemler için elde edilmiş sonuçlar tablo 3.1’de verilmiştir [3]:

	Zaman gecikmesi (T)	Boyut (m)	Lyapunov Üstelleri ( $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ )	Lyapunov Boyutu ( $D_1$ )	İlinti Boyutu ( $D_2$ )
Van Der Pol Osilatör $G=5, b=3, w=1.788$ [1 0 0]	1	3	0.30382, $-8,9262e^{-17}$ , -2.3666	2.1284	1.5146
Rössler Denklemleri $a=0.2, b=0.2, c=5.7$ [-9 0 0]	10	3	0.0732, 0, -5.4824	2.0133	1.7827
Lorenz Denklemleri $\sigma=16; b=4; r=45.92$ [1 1 1]	10	3	1.512, 0, -21.334	2.070	2.0054
Normal Sinüs Ritmi*	2	7	0.0424, -0.0032, -0.0260, -0.0630	3.0818	1.783
Ventriküler Fibrilasyon*	14	8	0.0250, 0.0109, 0.0035, -0.0020	6.5245	6.4031

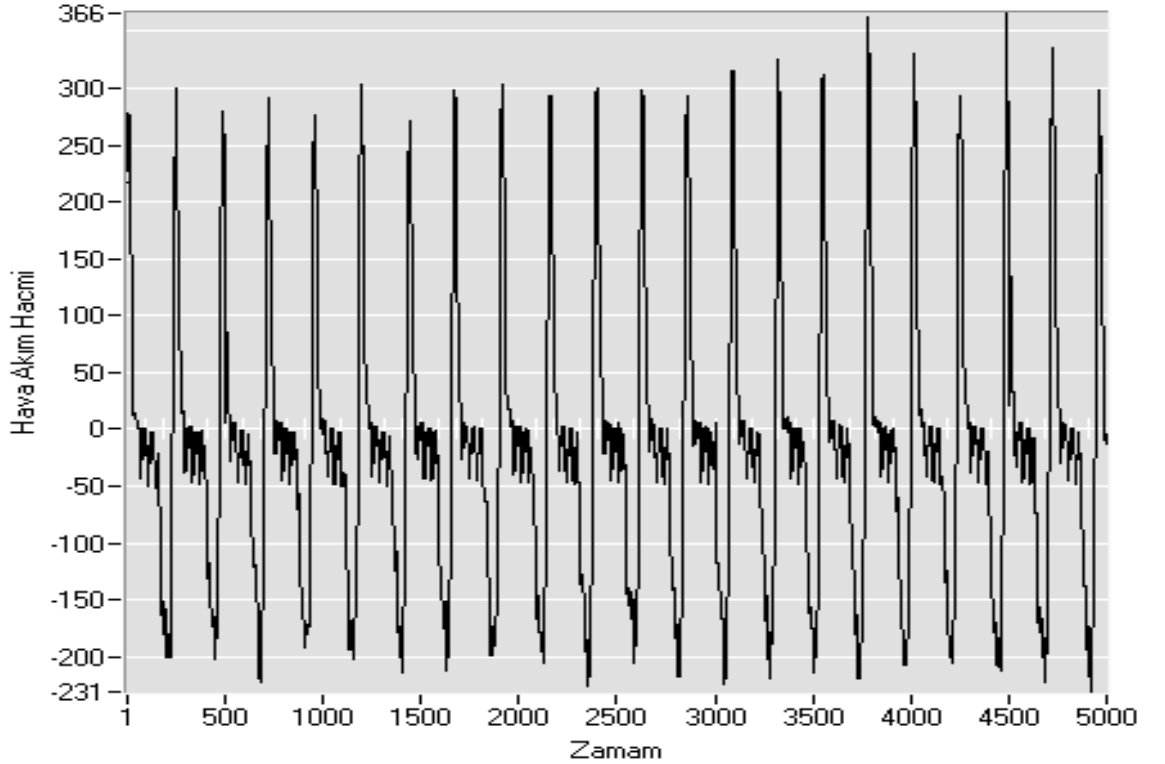
\*:Normal sinüs ritmi ve ventriküler fibrilasyon verileri için hesaplanan Lyapunov üstellerinden ilk dört tanesi verilmiştir

Tablo 3.1: Çeşitli kaotik zaman serilerinin analizlerinde elde edilmiş sonuçlar [3]

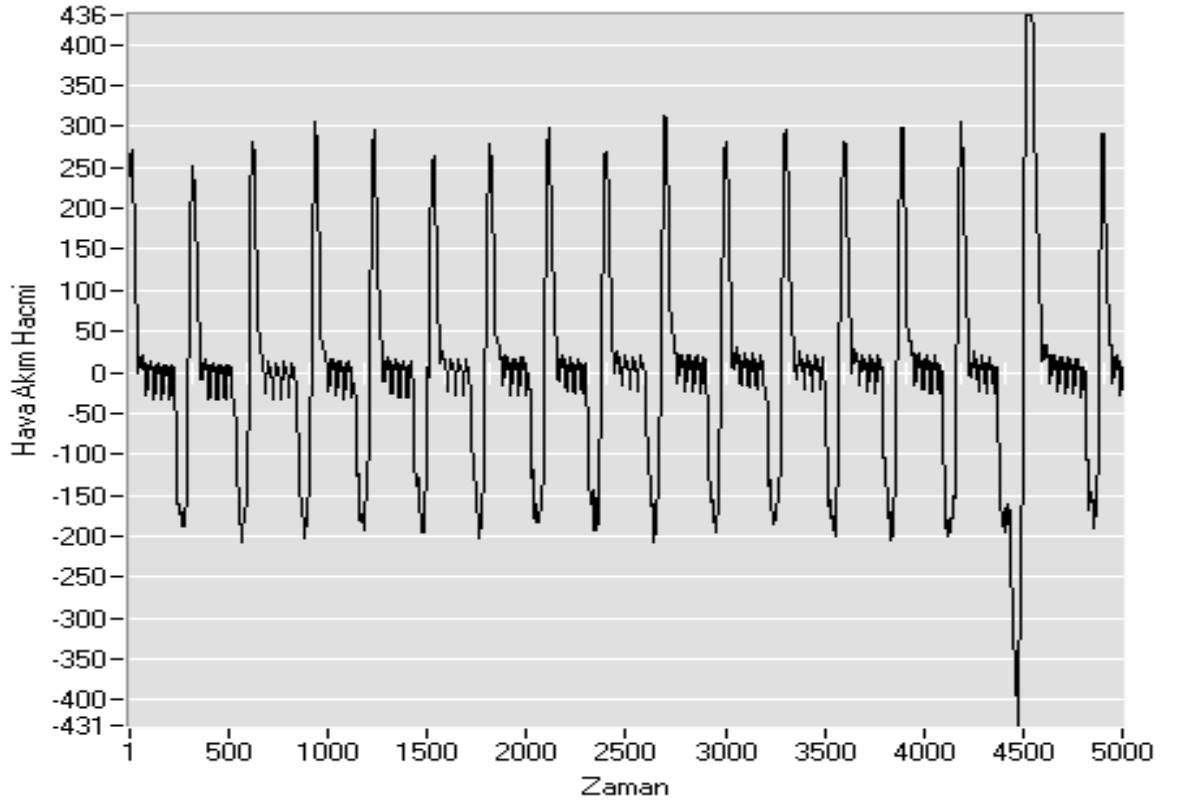
## 4. BULGULAR

Bu bölümde, şimdiye kadar anlattığımız bilgiler ışığında; daha önce 3 adet sıçandan anestezi altında kendiliğinden solunum sırasında kaydedilmiş hava akış sinyallerinin [4] oluşturduğu zaman serilerinin analizini daha önce yapılmış olan tezlerdekine [5,7] benzer şekilde “Nonlinear Dynamics Toolbox (NDT)” adlı bilgisayar programıyla tekrarlayacağız ve bulunmuş olan Lyapunov üstellerini [6,7] yeniden hesaplayacağız. Bulunan en büyük Lyapunov üstellerinin kuvvetli ve zayıf kaotik durumlarını saptayarak hava akış sinyallerinin q-istatistiğe olan uyumluluğunu inceleyeceğiz.

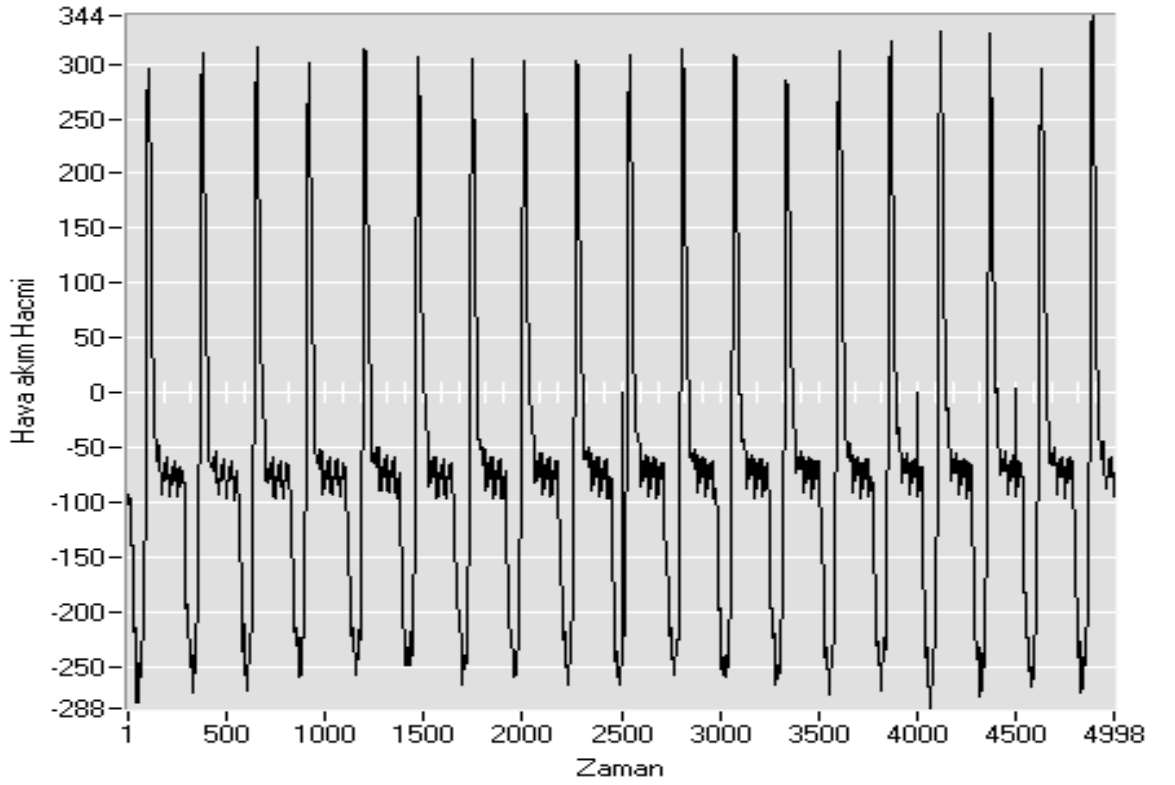
Eşit zaman aralıklarıyla kaydedilen bu ölçümlerin zamana göre nasıl evirildiğini NDT bilgisayar programıyla üç sıçan için şekil 4.1, şekil 4.2 ve şekil 4.3’de görülmektedir [4].



Şekil 4.1: Pnömokardiografi yöntemi ile 1.sıçandan kaydedilen solunum verisinin zamansal evrimi



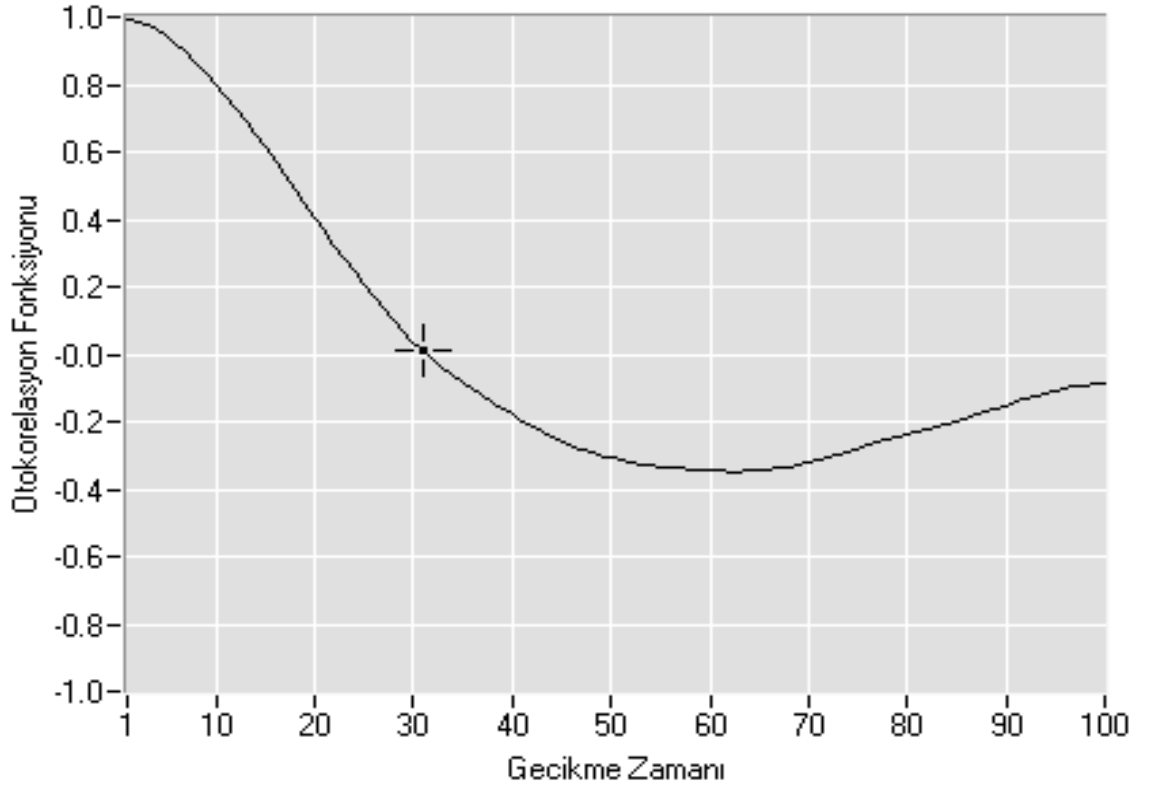
Şekil 4.2: Pnömkardiografi yöntemi ile 2.sıçandan kaydedilen solunum verisinin zamansal evrimi



Şekil 4.3: Pnömkardiografi yöntemi ile 3.sıçandan kaydedilen solunum verisinin zamansal evrimi

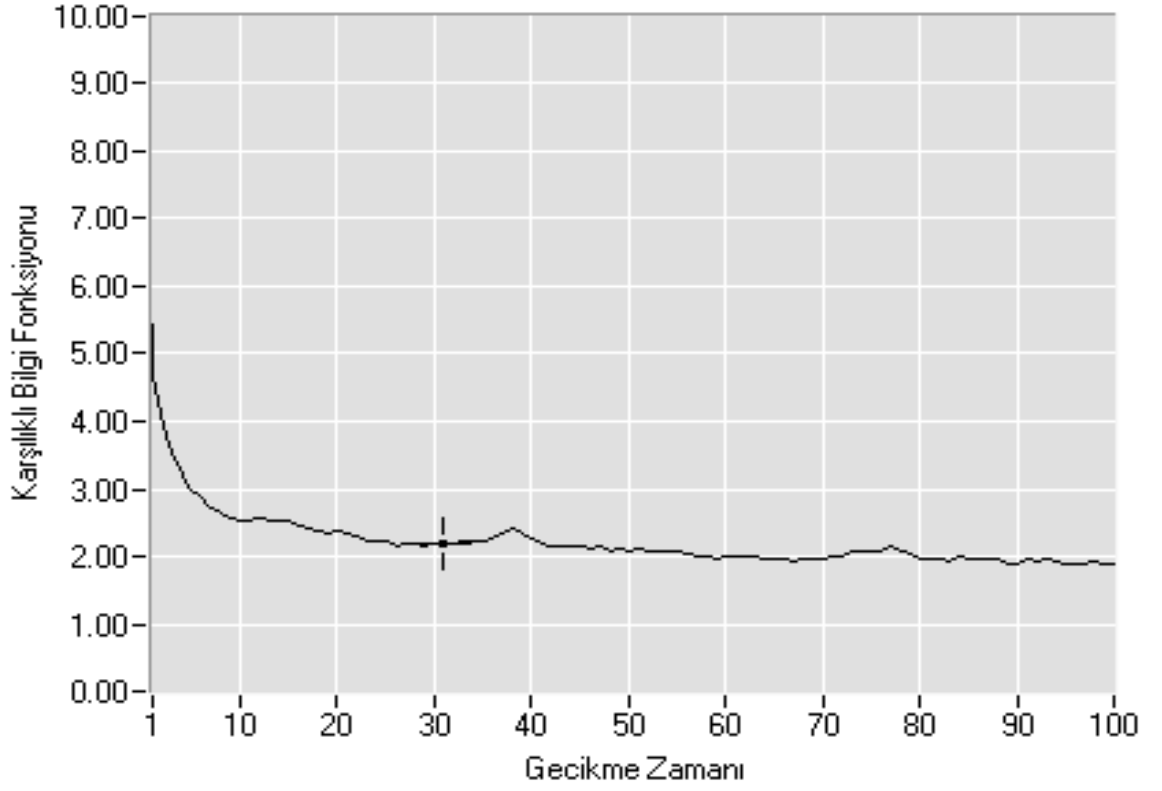
Bu zaman serilerini dikkatle incelediğimizde periyodik bir salınım yapmadıkları ve salınım içerisinde kırınımların olduğu görülmektedir. Bu bize sistemin kaotik olabileceğinin ilk ipuçlarını vermektedir. Şimdide sistemin faz uzayını yeniden yapılandırmak “ $\tau$ ” gecikme zamanı ve “ $m$ ” yerleştirme boyutunu bulacağız.

Daha önceki konularda anlatıldığı gibi  $\tau$  gecikme zamanını belirlemek için otokorelasyon fonksiyonu kullanacağız. Ayrıca bulacağımız  $\tau$  gecikme zamanının doğruluğunu test etmek için karşılıklı bilgi fonksiyonunda da faydalanacağız.

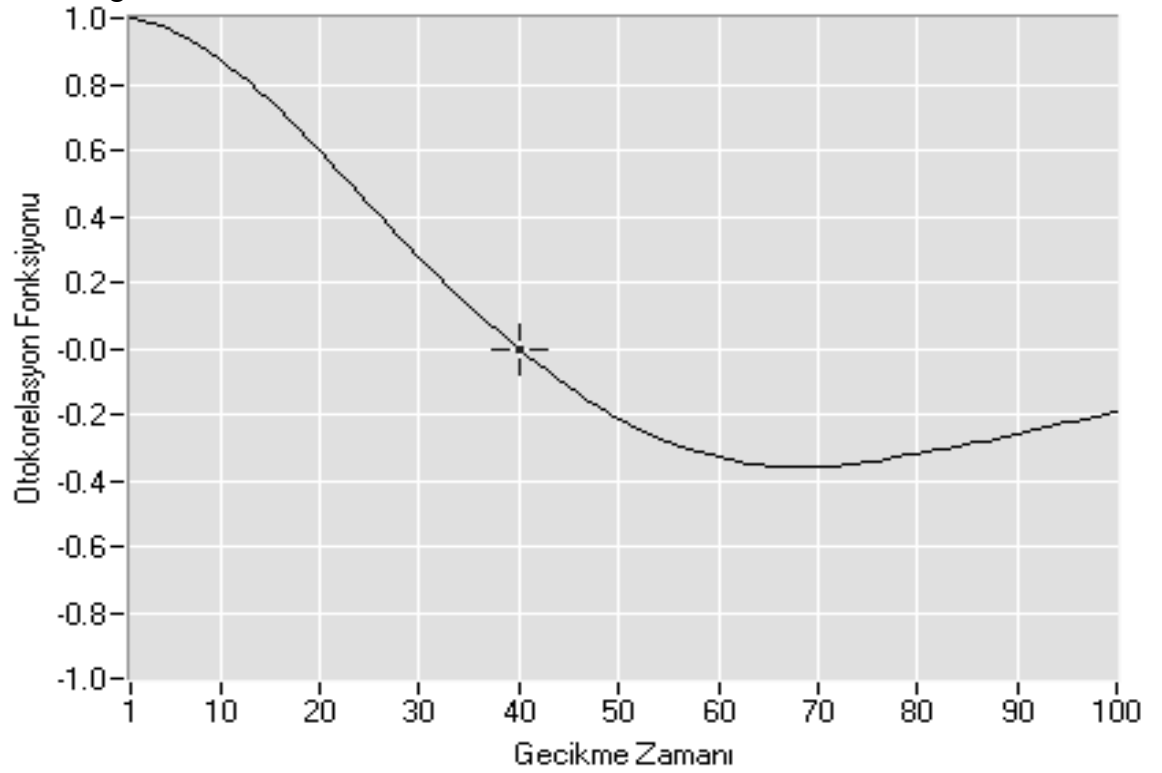


Şekil 4.4:  $\tau = 31$ ; Otokorelasyon yöntemi ile 1.spontan solunum verisi için bulunan gecikme zamanı

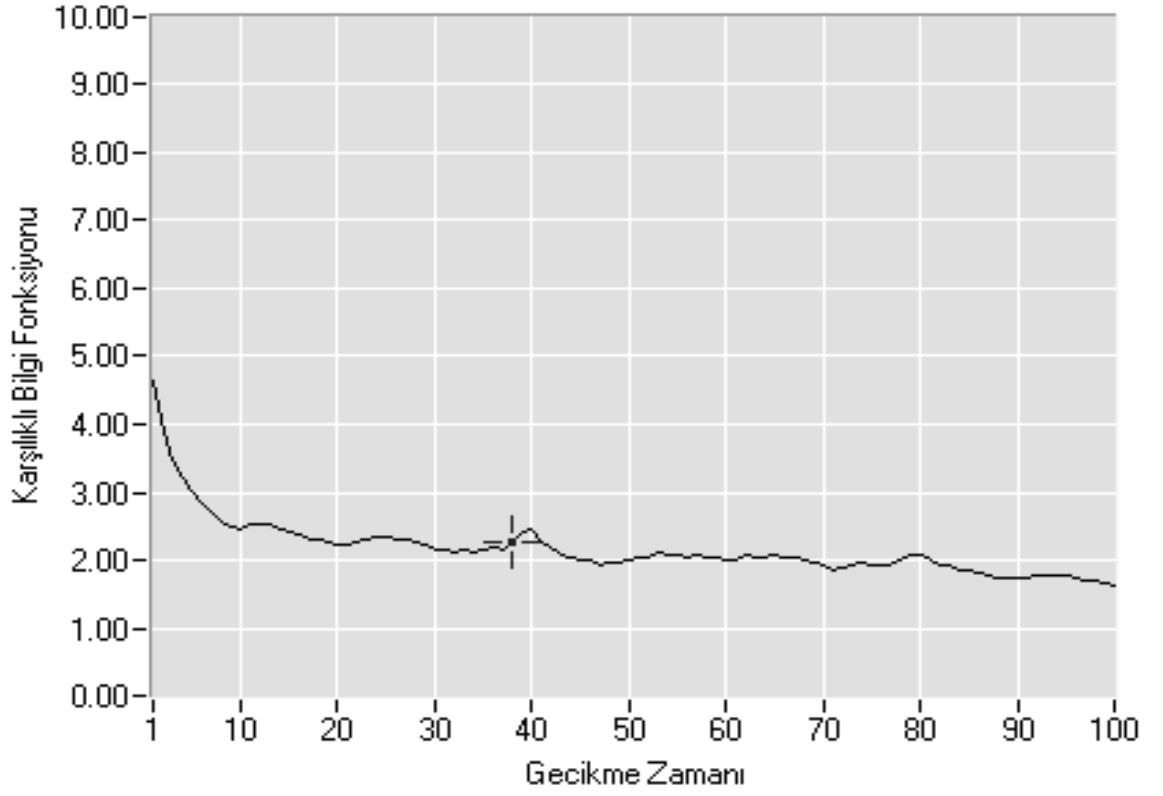




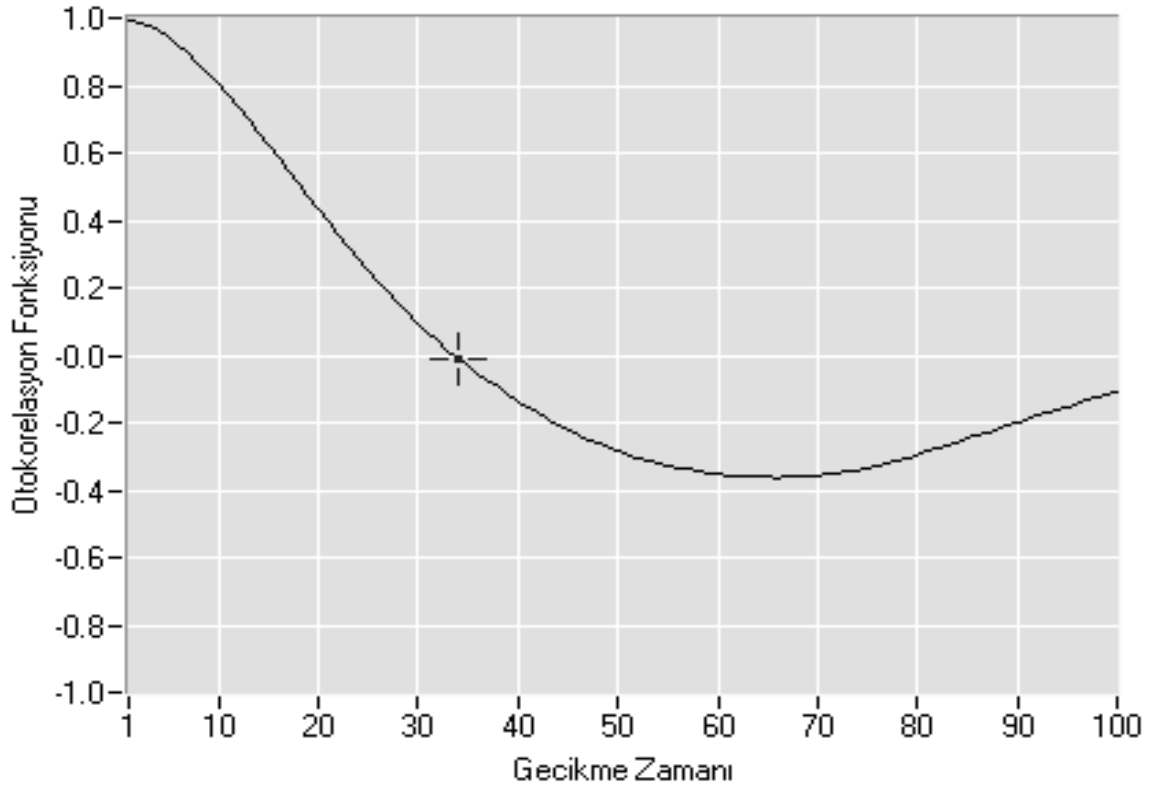
Şekil 4.5:  $\tau \approx 31$ ; Karşılıklı bilgi fonksiyonu yöntemi ile 1.spontan solunum verisi için bulunan gecikme zamanı



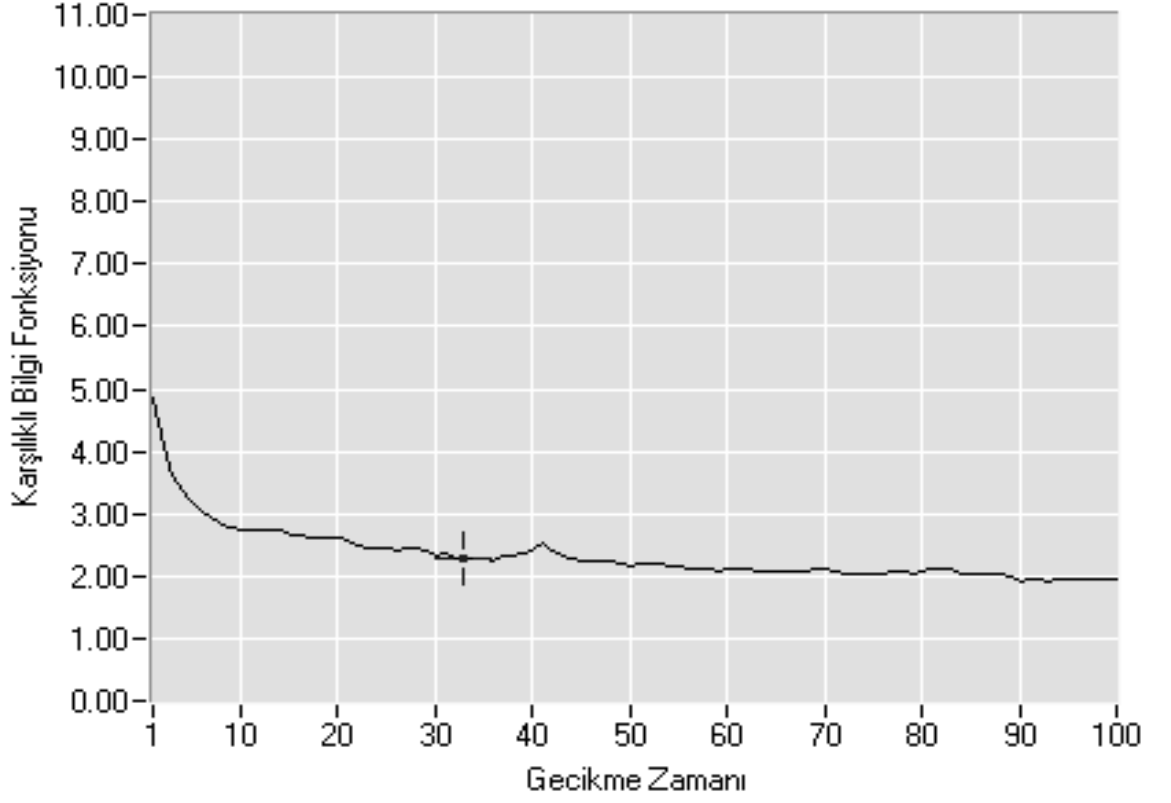
Şekil 4.6:  $\tau = 40$ ; Otokorelasyon yöntemi ile 2.spontan solunum verisi için bulunan gecikme zamanı



Şekil 4.7:  $\tau \approx 38$ ; Karşılıklı bilgi fonksiyonu yöntemi ile 2.spontan solunum verisi için bulunan gecikme zamanı

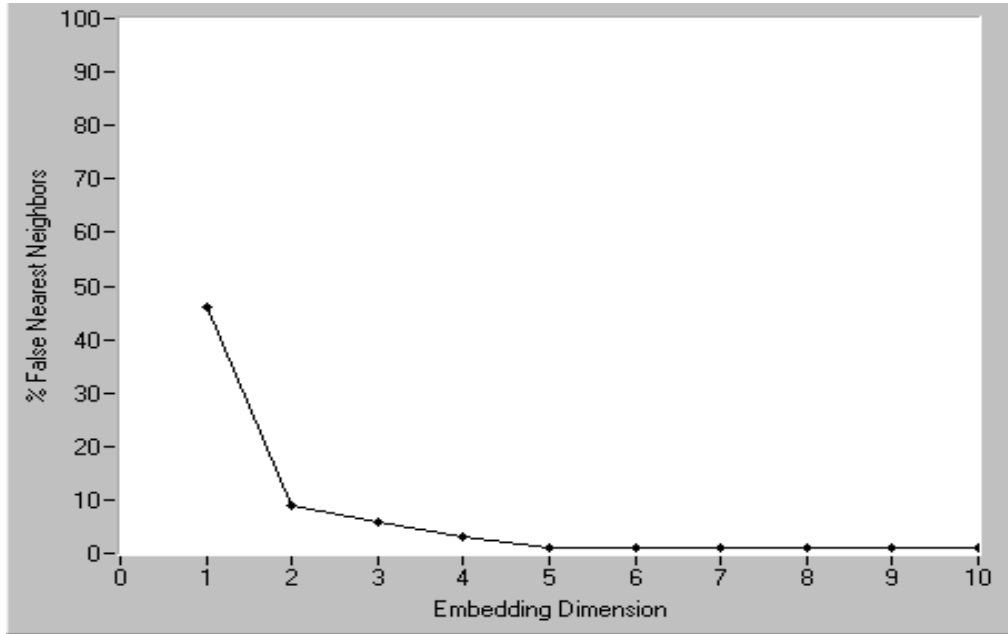


Şekil 4.8:  $\tau = 33$ ; Otokorelasyon yöntemi ile 3.spontan solunum verisi için bulunan gecikme zamanı

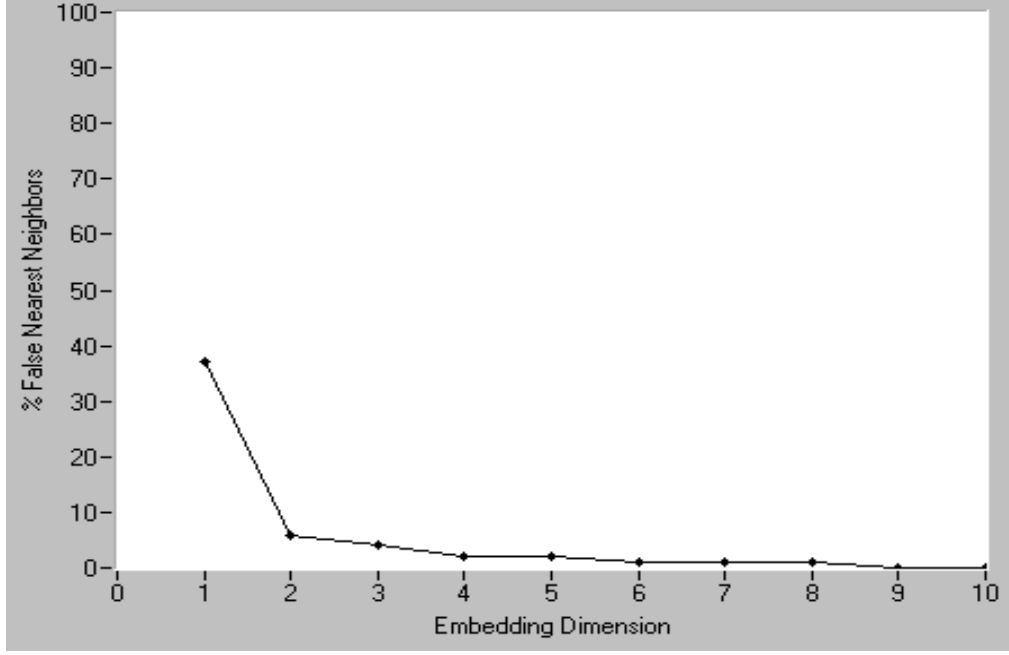


Şekil 4.9:  $\tau \approx 33$ ; Karşılıklı bilgi fonksiyonu yöntemi ile 3.spontan solunum verisi için bulunan gecikme zamanı

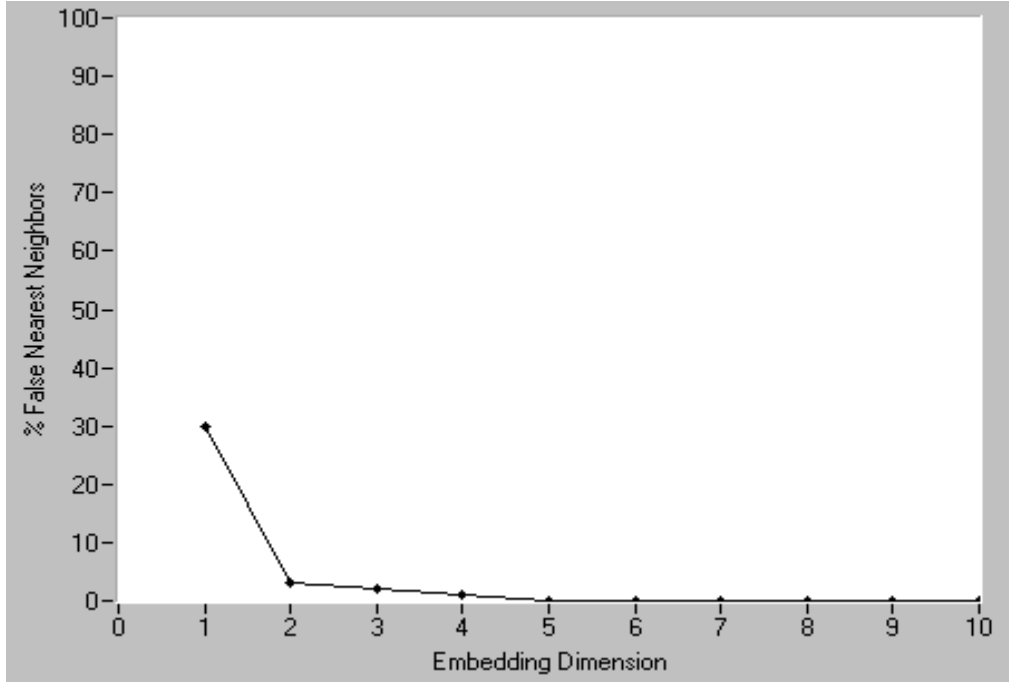
Yerleştirme boyutu, en yakın yanlış komşuluk yöntemi kullanarak hesaplanmıştır:



Şekil 4.10:  $m=4$ ; En Yakın Yanlış Komşuluk yöntemi ile 1. spontan solunum verisi için hesaplanan yerleştirme boyutu



Şekil 4.11:  $m=5$ ; En Yakın Yanlış Komşuluk yöntemi ile 2. spontan solunum verisi için hesaplanan yerleştirme boyutu

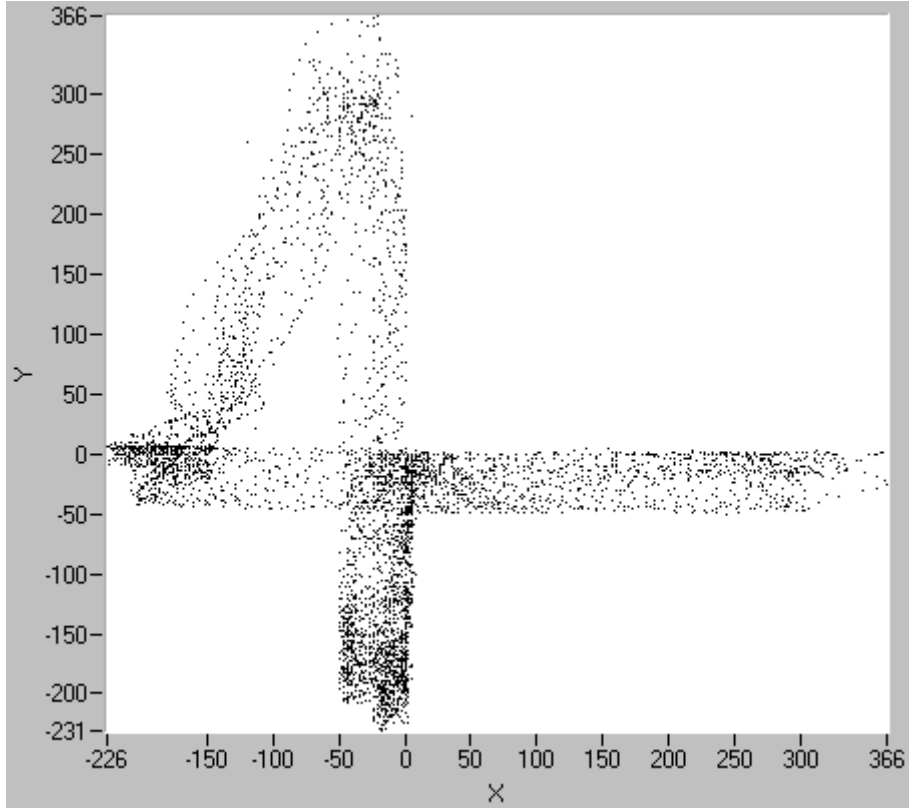


Şekil 4.12:  $m=4$ ; En Yakın Yanlış Komşuluk yöntemi ile 3. spontan solunum verisi için hesaplanan yerleştirme boyutu

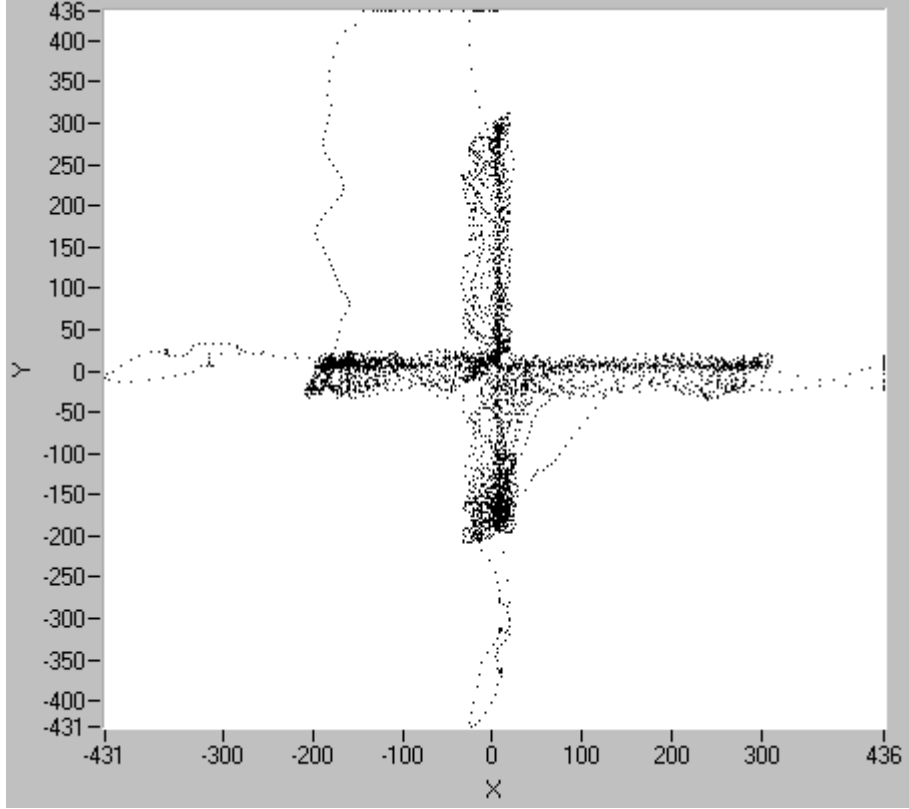
1. sıçanın spontan solunumunda elde edilen zaman serisinin analizinde gecikme zamanı  $\tau = 31$ , yerleştirme boyutu  $m = 4$  olarak bulundu. Bu değerler girilerek çizilen çeker şekil 4.13'de görülmektedir.

2. sıçanın spontan solunumunda elde edilen zaman serisinin analizinde gecikme zamanı  $\tau = 40$ , yerleştirme boyutu  $m = 5$  olarak bulundu. Bu değerler girilerek çizilen çeker şekil 4.14'de görülmektedir.

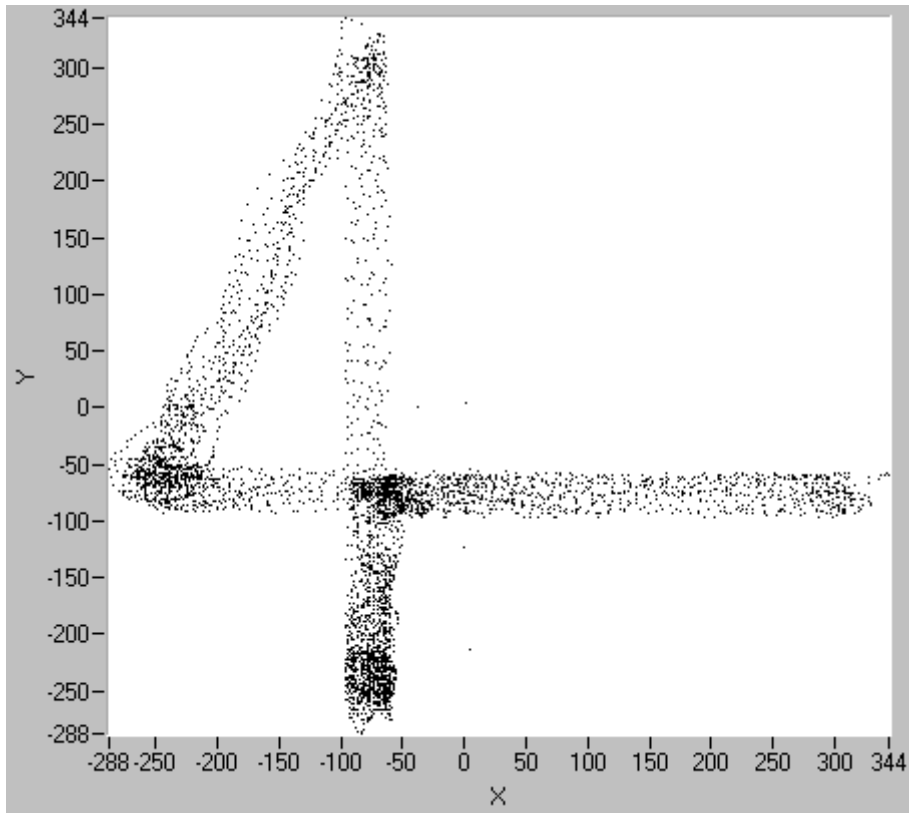
3. sıçanın spontan solunumunda elde edilen zaman serisinin analizinde gecikme zamanı  $\tau = 33$ , yerleştirme boyutu  $m = 4$  olarak bulundu. Bu değerler girilerek çizilen çeker şekil 4.15’de görülmektedir.



Şekil 4.13: 1.spontan solunum verisinden elde edilen çeker.



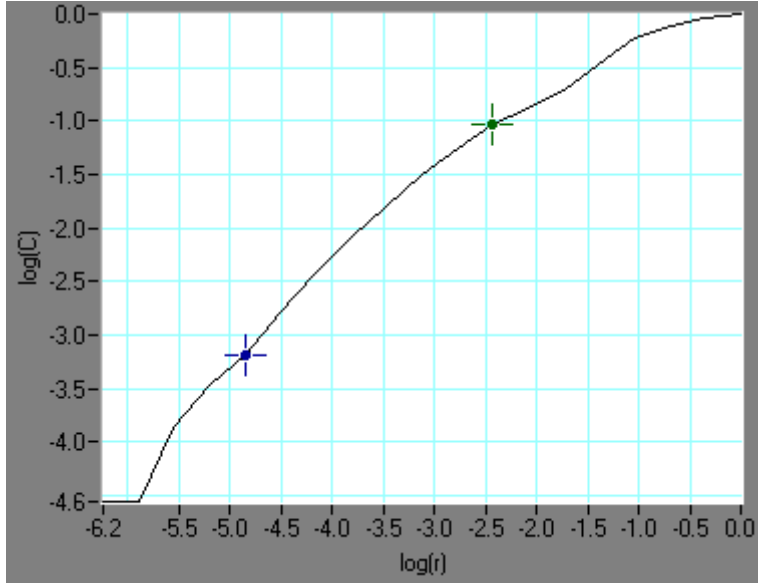
Şekil 4.14: 2.spontan solunum verisinden elde edilen çeker.



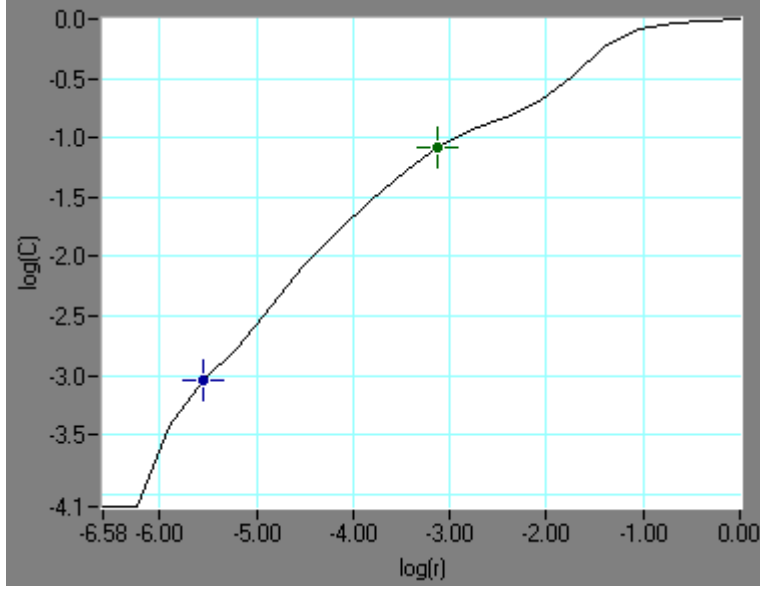
Şekil 4.15: 3.spontan solunum verisinden elde edilen çeker.

Yukarıdaki şekillerde de görüldüğü gibi çekerler sıçanlardan alınan spontan solunum sistemin kaotik olduğu kadar otonom olduğunu da gösteriyor. Sistemin kaotik olma durumunda emin olmamız için çekerlerin fraktal bir boyuta ve Lyapunov üstellerinde en az bir tanesinin pozitif bir değerde olması gerekir.

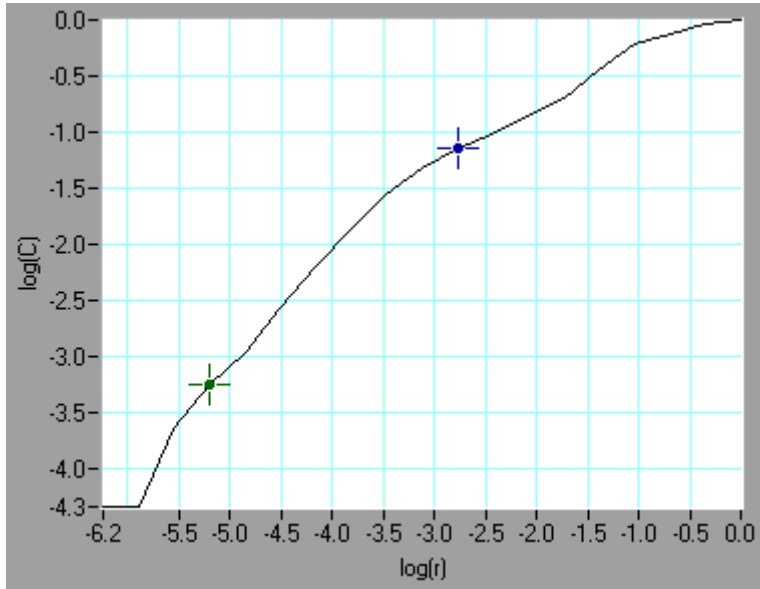
Çekerlerin boyutları için  $\log(C)$ - $\log(r)$  grafiğinde seçilen ölçekleme bölgesinin eğimi alınarak korelasyon boyutları hesaplandı. Seçilen ölçekleme bölgesinin lineer olmasına dikkat edildi. Çekerlerin boyutlarının tam sayı olmaması, çekerlerin fraktal geometriye sahip olduğunu gösteriyor. Çekerlerin boyut hesaplamaları şekil 4.16, şekil 4.17 ve şekil 4.18'de verilmektedir.



Şekil 4.16: 1.spontan solunum verisinden elde edilen çekerin boyutu:0,883



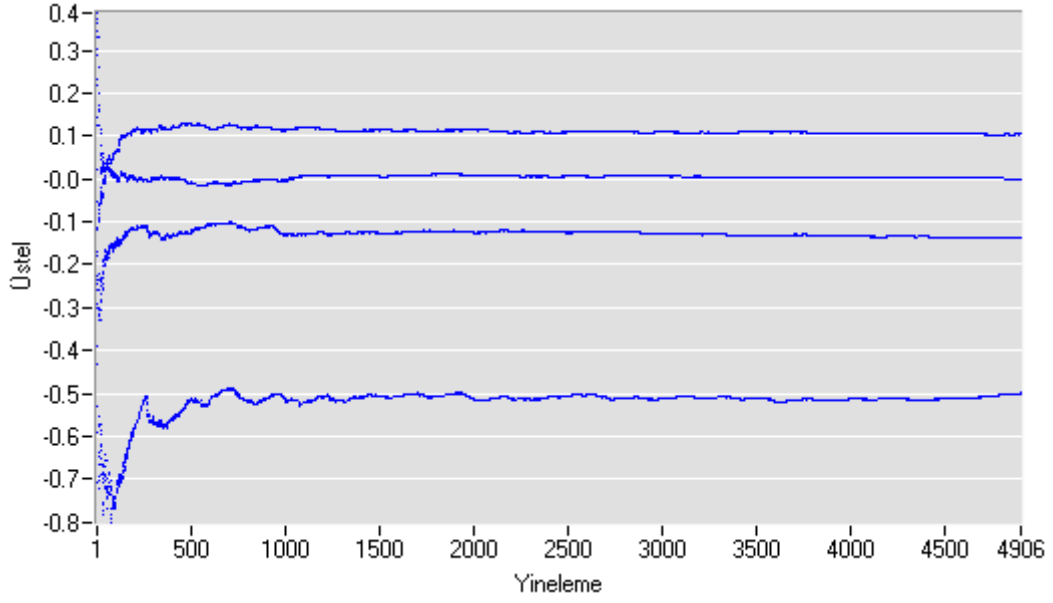
Şekil 4.17: 2.spontan solunum verisinden elde edilen çekerin boyutu:0,807



Şekil 4.18: 3.spontan solunum verisinden elde edilen çekerin boyutu:0,865

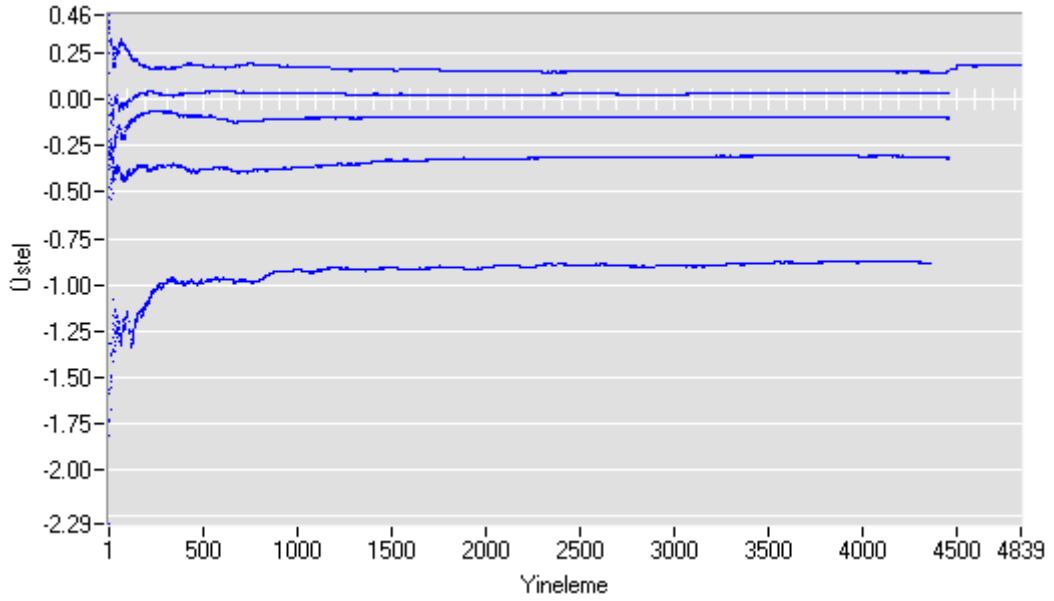
Sistem sahip olduğu yerleştirme boyutu (m) kadar Lyapunov üstellerine sahiptir. Şekil 4.19, Şekil 4.20 ve şekil 4.21’de hesaplanan Lyapunov üstellerini vermektedir.





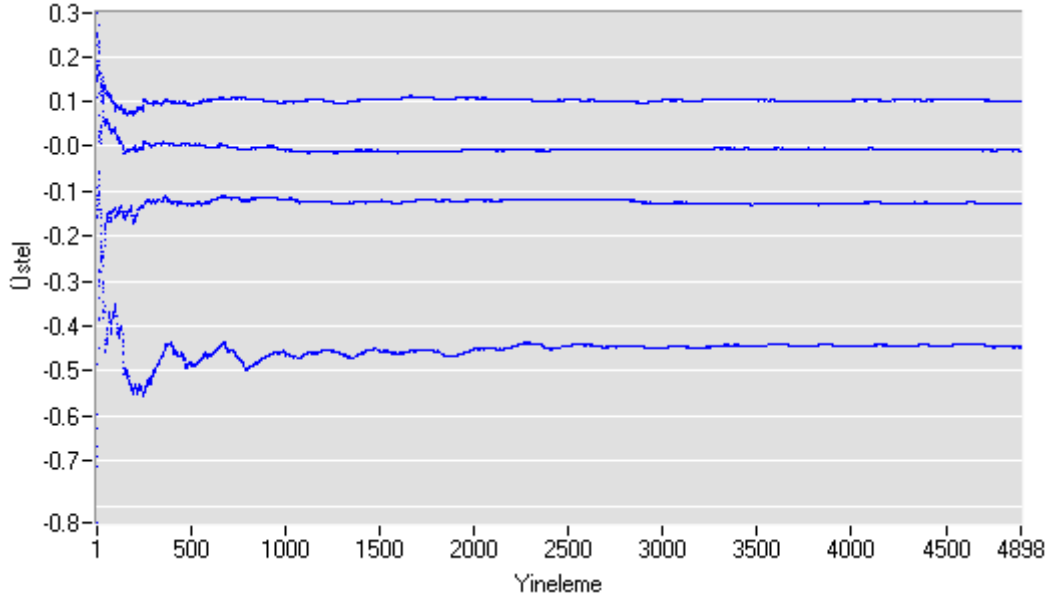
Şekil 4.19: 1.spontan solunum verisinde elde edilen Lyapunov üstelleri:

$$\lambda_1 = 0.103975 \quad \lambda_2 = 0.000221 \quad \lambda_3 = -0.135505 \quad \lambda_4 = -0.4992140$$



Şekil 4.20: 2.spontan solunum verisinde elde edilen Lyapunov üstelleri:

$$\lambda_1 = 0.182774 \quad \lambda_2 = 0.0166 \quad \lambda_3 = -0.0833 \quad \lambda_4 = -0.3333 \quad \lambda_5 = -0.925$$



Şekil 4.21:3.spontan solunum verisinde elde edilen Lyapunov üstelleri:

$$\lambda_1 = 0.100842 \quad \lambda_2 = -0.010083 \quad \lambda_3 = -0.12731 \quad \lambda_4 = -0.446907$$

Bulunan bu sonuçlardan Lyapunov üstellerinde en azında birisinin pozitif çıkması spontan solunum sistemin kaotik olduğunu gösteriyor. En büyük Lyapunov üsteli aynı zamanda kaotik sistemin en temel özelliği olan “başlangıç koşullarına hassas bağlılığın” niceliksel bir değerini ifade etmektedir.

Pnömokardiografi yöntemi ile üç sıçandan alınan spontan solunum verilerin zaman serileri analizinde ulaşılan Lyapunov üstellerini daha iyi değerlendirebilmek için bir tablo halinde verebiliriz. Tablo 4.1.

Denek	Zaman Gecikmesi ( $\tau$ )	Boyut (m)	Lyapunov Üstelleri ( $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4, \lambda_5$ )	Fraktal Boyut ( $D_c$ )
I.spontan solunum	31	4	0.103975, 0.000221, -0.135505, -0.499214	0.883
II.spontan solunum	40	5	0.182774, 0.0166, -0.0833, -0.3333, -0.925	0.807
III.spontan solunum	33	4	0.100842, -0.010083, -0.12731, -0.446907	0.865

Tablo 4.1: Üç sıçanın spontan solunumunda elde edilen zaman serilerinin analizi ile ulaşılan toplu sonuçlar

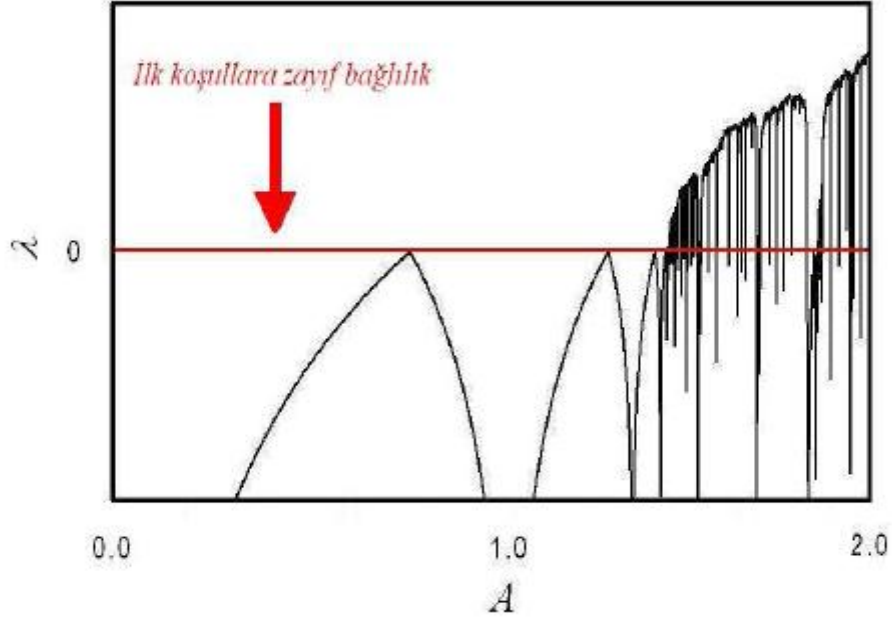
Tablo 4.1’de verilen Lyapunov üstelleri değerlerinden spontan solunum sisteminin kaotik özellik taşıdığını ve bu kaotik yapının daha önce yapılan çalışmalarla uyumluluk gösterdiğini görüyoruz. Bu değerlerin analiziyle kaotik spontan solunum sisteminin karakteri hakkında daha somut değerlendirmeler de yapılabilir:

1. Tablo 4.1’de görüldüğü gibi Lyapunov üstellerinden ( $\lambda_2$ ) değerleri (0.000221, 0.0166 ve -0.010083) sifıra çok yakın bir değerler taşımaktadır. Malzeme ve Yöntem Bölümünde sistemin başlangıç koşullarına hassas duyarlılığın bir ölçüsünü veren Lyapunov üstellerinden birisi sıfır veya sifıra çok yakın bir değer taşıyor ise dinamikleri belirlemek için türevsel denklemler düzenlenebileceğini anlatmıştık. Bu sonuçlar da bize sıçanlardaki spontan solunum sisteminin dinamiklerini belirlemek için türevsel denklemler oluşturabileceğini göstermektedir. Diğer yandan, oluşturulmuş türevsel bir denklem, sistemin sonlu bir zaman uzayındaki gösteriminden daha kesin olduğu bilinmektedir.
2. Üç spontan solunum sisteminin en büyük Lyapunov üstelinin ( $\lambda_1$ ) değerlerinin (0.103975, 0.182774 ve 0.100842 ) sifıra yakın bir değerde olması burada bizim Tsalis ve arkadaşları tarafından önerilen q-istatistiği yapmamıza imkân sunuyor. Çünkü burada ilk koşullara zayıf bağıllık söz konusudur. Bunu daha önce yapılmış olan lojistik harita üzerinde örnek olarak gösterebiliriz.

Genel kısımlar bölümünde (2.2.1) anlatılan duyarlık fonksiyonu q üstel formda yazarsak [1];

$$\xi(t) = \exp_q \lambda_q t \quad (4.1)$$

Burada  $\lambda = 0$  ve  $\lambda_q > 0$  ise ilk koşullara zayıf duyarlık olur.  $\lambda = 0$  ve  $\lambda_q < 0$  olursa sistem ilk koşullara zayıf duyarsız olur. Sistemin ilk koşullara zayıf bağıllığı şekil 4.22’de gösterdiği Lyapunov üstelinin sifıra yakın temasta bulunduğu q indisli Lyapunov üsteli ile belirlenmektedir [1].



Şekil 4.22: Lyapunov üstelinin 0 olduğu noktalarda zayıf bağlılık [1]

Duyarlılık fonksiyonunun genişletilmiş şekli [1];

$$\xi(t) = \exp_q \lambda_q t = [1 + (1 - q)\lambda_q t]^{1/(1-q)} \quad (4.2)$$

Burada  $A_c = 1.401155$  değeri için  $q_{sen} = 0.2445$  bulunuyor. Kaos geçiş eşiğindeki duyarlılık ölçütü [1];

$$\xi = \exp_{q_{sen}} (\lambda_{q_{sen}} t); \quad (q_{sen} \leq 1) \quad (4.3)$$

Bizim de burada yaptığımız üç spontan solunum sisteminin en büyük Lyapunov üstelinin ( $\lambda_1 = 0.103975, 0.182774$  ve  $0.100842$ ) sıfıra yakın bir değerde olması çalışmamızın q-istatistiğine uyabilme kriterini gösteriyor. Bu sonuç ilerde yapılabilecek solunum sistemine benzer bir fiziksel modele q istatistiğinin uygulanabilmesi hakkında bizlere yol göstermektedir.

## 5. TARTIŞMA VE SONUÇ

Genel kısımlar bölümünde; dinamik sistemlerin karakterize edilmesi ve zaman serilerinden determinizmin belirlenmesi konusu teorik olarak anlatıldı.

Malzeme ve Yöntemler bölümünde; kaotik zaman serisi analiz yöntemi aktarıldı. Faz uzayını yeniden yapılandırmak için gerekli parametrelerden yerleştirme boyutu ile ‘ $\tau$ ’ gecikme zamanı hakkında bilgi verildi. Yerleştirme boyutu değerini bulmak için kullanılan ‘en yakın yanlış komşuluklar yöntemi’ ile ‘ $\tau$ ’ gecikme zamanı değerini bulmak için kullanılan ‘otokorelasyon fonksiyonu’ ve ‘karşılıklı bilgi fonksiyonu’ hakkında bilgi verildi. Bu parametrelere dayanarak çekerı çizilecek sistemlerin kaotik olup olmadığını belirlemede kullanılan fraktal boyut (krolasyon boyutu) ile kaotik sistemlerin en önemli özelliği olan ‘başlangıç koşullarına hassas duyarlılık’ ölçüsünü veren Lyapunov üstellerinin hesaplama yöntemleri anlatıldı.

Tez Çalışmasının Bulgular bölümünde ise; anestezi altında kendiliğinden solunum yapan üç sıçandan pnömokardiografi yöntemi ile elde edilen zaman serilerinin [4] grafikleri çizildi. Daha sonra bu zaman serileri için yerleştirme boyutları (m) ile gecikme zamanları ( $\tau$ ) bulundu. Bu parametreleri kullanarak sistemin çekerı çizildi. Arkasında çekerin fraktal boyutu ile Lyapunov üstelleri hesaplandı. Bütün bu grafik çizimleri ile hesaplamalar NDT “Nonlinear Dynamics Toolbox” bilgisayar programı aracılıyla yapıldı. Bulduğumuz değerlerin bu sinyallerle daha önce yapılmış olan tez çalışmalarındaki [5,7] yerleştirme parametreleri ve fraktal boyut sonuçlarıyla uyumluluk gösterdiğini gördük.

Sinyaller için yeniden hesapladığımız Lyapunov üstellerine [6,7] bakarak sistemin kaotik karakteri hakkında şunlar söylenebilir.

Şekil 4.22’de gördüğümüz gibi üç spontan solunum sisteminin Tablo 4.1’de verilen en büyük Lyapunov üstelinin ( $\lambda_1$ ) değerlerinin (0.103975, 0.182774 ve 0.100842 ) sıfıra yakın bir değerde olması, yani sistemin ilk koşullara zayıf duyarsız (zayıf kaotik) bir karakterde olması [1], solunum sistemine benzer şekilde geliştirilebilecek bir mekanik-elektrik modelin veya bir simülasyon modelinin C.Tsalis ve arkadaşları tarafından önerilen q-istatistiğine uygun olabileceğini gördük. Tabii ki bu uygunluk solunum sinyallerinin için gelecekte q-istatistiği çalışması yapılabilmesine de yol göstermektedir.

Ayrıca Tablo 4.1’de verdiğimiz Lyapunov üstellerinden ( $\lambda_2$ ) değerleri (0.000221, 0.0166 ve -0.010083) de sifıra çok yakın değerler taşımaktadır. Hatırlanacağı gibi Malzeme ve Yöntem Bölümünde sistemin başlangıç koşullarına hassas duyarlılığının bir ölçüsünü veren Lyapunov üstellerinden birisi sıfır veya sifıra çok yakın ise dinamikleri belirlemek için türevsel denklemler düzenlenebileceğini görmüştük [3]. Bu sonuçlar da bize sıçanlardaki spontan solunum sistemine benzer elektrik-mekanik ve simülasyon modelleri için türevsel denklem sistemleri oluşturabileceğini göstermektedir. Bu denklemler, sistemin sonlu bir zaman uzayındaki gösteriminden daha kesin olduğu bilinmektedir. Şayet bu gibi fizyolojik sistemlerin türevsel denklemleri oluşturulsa sistemim dinamiklerini de belirlemiş oluruz. Bu da yapılacak elektrik-mekanik modellerle veya bilgisayarlarda yapılacak simülasyon modellerle pratikte tıpta kullanılabilecek yeni yöntemlerinin geliştirmesine ön ayak olabilir. Ayrıca bu modellerle ritmi bozulan canlıların ritmini yeniden düzene sokmak için insanın hata yapmasını sifıra indirebilecek tedavi yöntemi geliştirebilir.

Modellenmeye gidilmeksizin bile cinsiyet, yaş ve hastalık gibi durumlarına göre Lyapunov üstellerindeki değişimlerine bakarak karşılaştırmalı olarak değerlendirmeler yapılabilir. Örneğin ilaç kullanılması sırasında fizyolojik sistemdeki Lyapunov üstellerindeki değişimine bakılabilir. Burada ilaç tedavisinin hasta üzerindeki olumlu-olumsuz etkileri belirlenebilir. Belki de böyle bir tedaviyi denetleme yöntemi birçok yapılan tıbbi tahlil yöntemlerinden daha sağlıklı sonuçlar doğurabilir. İnsanlarda kan ve doku örneği alınarak yapılan tahliller yerine, fizyolojik sistemlerde belli zaman aralıklarla alınan datalarda oluşturulmuş zaman serilerinin Lyapunov üstellerindeki değişimlerini gözlemleyerek daha sağlıklı tedavi yöntemlerin geliştirilmesine önayak olabilir.

Ama bu tezin amacına uygun olarak bulduğumuz temel sonucu burada tekrarlamak istesek: Dışarıdan beslenen, kendiliğinden dolup boşalabilen, içinde düzensiz yapıları ve dirençleri barındıran fiziksel sistem davranışları ve simülasyon modeller q-istatistiğine uygundur.

## **KAYNAKLAR**

- [1] Tırnaklı, U., (2007), Kaos Geçiş Eşiğindeki Dinamik Sistemler, ITAP-IARS Ders Notları
- [2] Koçak, K., (1996), Kaotik davranış kriteri olarak fraktal boyut değişimi ve dinamik sistemlere uygulanması, Tez (Doktora), İstanbul Teknik Üniversitesi.
- [3] Yılmaz, D. ve Güler, N.F., (2006), Kaotik Zaman Serisinin Analizi Üzerine Bir Araştırma, Gazi Üniversitesi Müh. Fak. Dergisi
- [4] Zeren, T., Özbek, M., Ekerbiçer, N. ve Akdeniz, K.G., (2003), An Observation on the Rat Pneumocardiogram with Nonlinear Structure , Turkish Journal of Biochemistry, 28 (3),194.
- [5] Yalçın, G.Ç., (2005), Kaotik Fiziksel Sistemler ve Acayip Çekiciler, Yüksek Lisans Tezi, İstanbul Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü.
- [6] Yalçın, G.Ç. ve Akdeniz K.G., (2007), Lyapunov Exponents and Chaotic CLDW Physiological System , International Congress Nonlinear Dynamical Analysis, June 2007, Saint Petersburg.
- [7] Uzel, S., (2008), Zaman Serisi Analizi Yöntemi üzerine Bir Uygulama, Yüksek Lisans Tezi, Yıldız Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü
- [8] Bu konuda Türkçe bir kaynak için bakınız: Gleick, J., (1995), Kaos, TÜBİTAK Yayınları, 15, Ankara.
- [9] Akdeniz, G., (2007), 7 Hariç, Everest Yayınları, İstanbul
- [10] Eckmann, J.P. ve Ruelle, D., “Ergodic Theory of Chaos and Strange Attractors”, Reviews of Modern Physics, Cilt 57, No 3, 617-656, 1985.
- [11] Yamamoto, Y., “Detection of Chaos and Fractals from Experimental Time Series”, Modern Techniques in Neuroscience Research, Editör: Windhorst, U. ve H. Johansson, Springer-Verlag, Berlin Heidelberg New York Tokyo, 669-687, 1999.
- [12] Abarbanel, H.D.I., Brown R., Sidorowich J.J. ve Tsimring L.S., “The Analysis of Observed Chaotic Data in Physical Systems”, Reviews of Modern Physics, Cilt 65, No 4, 1331-1392, 1993.
- [13] Buzug, T., Pfister G., (1992), Optimal delay time and embedding dimension for delay-time coordinates by analysis of the global static and local dynamical behavior of strange attractors, Physical Review A, 45(10), 7073-7084.

- [14] Fraser, A.M., Swinney, H.L.,(1986), Independent coordinates for strange attractors from mutual information, *Physical Review A*, 33(2), 1134-1140
- [15] Kennel, M.B., Brown, R. ve Abarbanel H.D.I., (1992), "Determining Embedding Dimension for Phase-Space Reconstruction Using a Geometric Construction", *Physical Review A*, 45: 3403—3411.
- [16] Mandelbrot, B.B., (1982), *The Fractal Geometry of Nature*, W.H. Freeman, New York.
- [17] Grassberger, P. ve Procaccia, I., (1983), "Characterization of Strange Attractors", *Phys. Rev. Lett.*, 50: 346.
- [18] Wolf, A., Swift, J.B., Swinney, H.L. ve Vastano, J.A., (1985), "Determining Lyapunov Exponents from a Time Series", *Physica D*, 16: 285-317.



## ÖZGEÇMİŞ

**Adı Soyadı** : Mahmut Akıllı  
**Doğum Yeri ve Tarihi** : Sivas – 10.01.1978  
**Eğitim** : İstanbul Üniversitesi , Fen Bilimleri Enstitüsü  
Fizik Bölümü, Yüksek Enerji Fiziği Anabilim  
Dalı (2007-....)  
İstanbul Üniversitesi, Fen Fakültesi  
Fizik Bölümü (2005)  
**Yabancı Dil** : İngilizce