



**İSTANBUL ÜNİVERSİTESİ  
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**YÜKSEK LİSANS TEZİ**

**SİSTEM MÜHENDİSLERİ İÇİN STOKASTİK  
MODELLEME**

**Serdal DAĞCI**

**Elektrik-Elektronik Mühendisliği Anabilim Dalı**

**Danışman**

**Prof.Dr. Sıddık YARMAN**

**Nisan, 2011**

**İSTANBUL**



**İSTANBUL ÜNİVERSİTESİ  
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**YÜKSEK LİSANS TEZİ**

**SİSTEM MÜHENDİSLERİ İÇİN STOKASTİK  
MODELLEME**

**Serdal DAĞCI**

**Elektrik-Elektronik Mühendisliği Anabilim Dalı**

**Danışman**

**Prof.Dr. Sıddık YARMAN**

**Nisan, 2011**

**İSTANBUL**

Bu çalışma 29/04/2011 tarihinde aşağıdaki jüri tarafından Elektrik-Elektronik Mühendisliğı Anabilim Dalı Elektrik-Elektronik Mühendisliğı programında Yüksek Lisans Tezi olarak kabul edilmiştir.

Tez Jürisi

Prof. Dr. Sıddık YARMAN (Danışman)  
İstanbul Üniversitesi  
Mühendislik Fakültesi

Prof. Dr. Aydın AKAN  
İstanbul Üniversitesi  
Mühendislik Fakültesi

Prof. Dr. İlhan KOCAARSLAN  
İstanbul Üniversitesi  
Mühendislik Fakültesi

Prof. Dr. Mahmut ÜN  
Beykent Üniversitesi  
Mühendislik Fakültesi

Prof. Dr. Hakan ÇIRPAN  
İstanbul Teknik Üniversitesi  
Mühendislik Fakültesi

## **ÖNSÖZ**

Farklı bir çalışma yapma fikrimi sonuna kadar destekleyen, çalışmam boyunca kötü giden dönemlerde bana cesaret vererek, her zaman yanımda olan, çok değerli hocam Prof. Dr. Sıddık YARMAN'a en içten dileklerle teşekkür ederim.

Ayrıca hayatımın her döneminde olduğu gibi tez çalışmamda da beni yalnız bırakmayan aileme sonsuz sevgi ve saygılarımı sunarım.

**Nisan, 2011**

**Serdal DAĞCI**

## İÇİNDEKİLER

ÖNSÖZ .....	I
İÇİNDEKİLER .....	II
ŞEKİL LİSTESİ .....	IV
TABLO LİSTESİ .....	V
SEMBOL LİSTESİ .....	VI
ÖZET .....	VII
SUMMARY .....	VIII
1. GİRİŞ .....	1
2. GENEL KISIMLAR .....	3
2.1. MEVSİMSELLİK .....	3
2.1.1. TRAMO/SEATS Yöntemi .....	6
2.1.2. X-12 ARIMA Yöntemi .....	9
2.2. TÜKETİM HARCAMALARI .....	13
3. MALZEME VE YÖNTEM .....	15
3.1. DİJİTAL FİLTRE TASARIM TEKNİKLERİ .....	15
3.1.1. FIR Filtreler .....	17
3.1.2. IIR Filtreler .....	18
3.1.2.1. Butterworth Alçak Geçiren Filtre .....	20
3.1.2.2. Chebyshev I Alçak Geçiren Filtre .....	23
3.1.2.3. Analog Frekans Dönüşümü .....	26
3.1.2.4. Bilineer z-Dönüşümü .....	27
3.1.2.5. IIR Filtrenin Kutup ve Sıfırları .....	29
3.1.2.6. MATLAB İle IIR Filtre Tasarım Aşamalarının Gerçeklenmesi .....	29

<b>3.2. ZAMAN SERİLERİ .....</b>	<b>32</b>
<b>3.2.1. Özbağlanımlı Model (AR) .....</b>	<b>33</b>
3.2.1.1. <i>Özbağlanımlı Modelin Varyansı .....</i>	<b>35</b>
3.2.1.2. <i>Özbağlanımlı Modelin Otokorelasyon Fonksiyonu .....</i>	<b>36</b>
3.2.1.3. <i>Özbağlanımlı Modelin Kısmi Otokorelasyon Fonksiyonu .....</i>	<b>38</b>
<b>3.2.2. Hareketli Ortalama Modeli (MA) .....</b>	<b>39</b>
3.2.2.1. <i>Hareketli Ortalama Modelinin Varyansı .....</i>	<b>40</b>
3.2.2.2. <i>Hareketli Ortalama Modelinin Otokorelasyon Fonksiyonu .....</i>	<b>41</b>
3.2.2.3. <i>Hareketli Ortalama Modelinin Kısmi Otokorelasyon Fonksiyonu .....</i>	<b>41</b>
<b>3.2.3. Özbağlanımlı Hareketli Ortalama Modeli (ARMA) .....</b>	<b>42</b>
3.2.3.1. <i>Özbağlanımlı Hareketli Ortalama Modeli Varyansı .....</i>	<b>43</b>
<b>3.2.4. Özbağlanımlı Tamamlanmış Hareketli Ortalama Modeli (ARIMA) .....</b>	<b>44</b>
<b>4. BULGULAR .....</b>	<b>45</b>
<b>5. TARTIŞMA VE SONUÇ .....</b>	<b>55</b>
<b>KAYNAKLAR .....</b>	<b>56</b>
<b>ÖZGEÇMİŞ .....</b>	<b>58</b>

## ŞEKİL LİSTESİ

Şekil 3.1	: Alçak geçiren filtre .....	16
Şekil 3.2	: Analog filtre genlik cevabı .....	17
Şekil 3.3	: Chebyshev polinomu genlik değişimi .....	25
Şekil 3.4	: Bilineer z-dönüşümü s-düzleminin z-düzlemine transferi .....	28
Şekil 4.1	: Tüketim harcamaları–zaman grafiği .....	46
Şekil 4.2	: Tüketim harcamaları–frekans grafiği .....	46
Şekil 4.3	: Tasarlanan band söndüren filtrenin frekans–kazanç grafiği.....	47
Şekil 4.4	: Tasarlanan band söndüren filtrenin kutup ve sıfırları .....	48
Şekil 4.5	: Mevsimsellikten arındırılmış ve ham tüketim harcamaları–zaman grafiği .....	48
Şekil 4.6	: Mevsimsellikten arındırılmış ve ham tüketim harcamaları–frekans grafiği .....	49
Şekil 4.7	: TRAMO/SEATS ve tasarlanan filtre ile mevsimsellikten arındırılmış tüketim harcamaları–zaman grafiği .....	50
Şekil 4.8	: X-12 ARIMA ve tasarlanan filtre ile mevsimsellikten arındırılmış tüketim harcamaları–zaman grafiği .....	50
Şekil 4.9	: TRAMO/SEATS ve tasarlanan filtre ile mevsimsellikten arındırılmış tüketim harcamaları–frekans grafiği.....	51
Şekil 4.10	: X-12 ARIMA ve tasarlanan filtre ile mevsimsellikten arındırılmış tüketim harcamaları–frekans grafiği.....	51
Şekil 4.11	: Exponential smoothing, tasarlanan filtre ile mevsimsellikten arındırılmış tüketim harcamaları ve ham tüketim harcamaları–zaman grafiği .....	52

## TABLO LİSTESİ

<b>Tablo 3.1</b>	: Butterworth polinomları .....	24
<b>Tablo 3.2</b>	: Chebyshev polinomları .....	24
<b>Tablo 4.1</b>	: Ham tüketim harcamaları verisi test sonuçları .....	53
<b>Tablo 4.2</b>	: Filtrelenmiş tüketim harcamaları verisi test sonuçları .....	54



## SEMBOL LİSTESİ

$a(k)$	: payda polinomu katsayıları
$a_t$	: rassal hata
$AR(p)$	: p. dereceden özbağlanımlı model
$ARIMA(p,d,q)$	: özbağlanımlı tamamlanmış hareketli ortalama modeli
$ARMA(p,q)$	: özbağlanımlı–hareketli ortalama modeli
$B$	: geri öteleme operatörü
$b(k)$	: pay polinomu katsayıları
$dB$	: desibel
$EVDS$	: Elektronik Veri Denetim Sistemi
$f$	: frekans
$F$	: ileri öteleme operatörü
$FIR$	: Finite Impulse Response (Sonlu Dürtü Cevabı)
$GSYİH$	: Gayri Safi Yurt İçi Hasıla
$H(s)$	: analog transfer fonksiyonu
$H(z)$	: sayısal transfer fonksiyonu
$IIR$	: Infinite Impulse Response (Sonsuz Dürtü Cevabı)
$MA(q)$	: q. dereceden hareketli ortalama modeli
$n$	: filtre derecesi
$P_k$	: kutuplar
$t$	: zaman
$TCMB$	: Türkiye Cumhuriyeti Merkez Bankası
$w_p$	: geçirme bandı kenar frekansı
$w_s$	: söndürme bandı kenar frekansı
$\delta_p$	: geçirme bandı dalgalanma toleransı
$\delta_s$	: söndürme bandı dalgalanma toleransı
$\phi$	: özbağlanımlı modelin katsayısı
$\theta$	: hareketli ortalama modelinin katsayısı
$\gamma$	: kovaryans
$\sigma$	: standart sapma
$\rho$	: korelasyon katsayısı
$\Delta$	: fark alma operatörü
$\alpha$	: takvim etkisi katsayısı
$\beta$	: regresyon katsayısı
$\lambda$	: aykırı değer katsayısı

## ÖZET

### SİSTEM MÜHENDİSLERİ İÇİN STOKASTİK MODELLEME

Mevsimsellik, bir zaman serisinde yıl içerisinde belirli periyotlar halinde tekrar eden hareketler olarak tanımlanabilir. Makroekonomik verilerdeki mevsimsellik etkisi ekonominin gerçek hareketlerinin izlenmesini engellemektedir. Bu yüzden makroekonomik veri setlerinin temel bileşenlerinden olan mevsimsellik bileşeninin veriden uzaklaştırılması verinin kullanılabilirliğini ve anlamlılığını arttırması açısından son derece önemlidir.

Bu çalışmada zaman serileri üzerindeki mevsimsellik etkisini ortadan kaldıracak bir filtre tasarlanmıştır. Mevsimsel düzeltmenin yapılacağı makroekonomik değişken olarak önemi sebebiyle tüketim harcamaları seçilmiştir. Mevsimsel düzeltmenin ne olduğu ve nasıl gerçekleştirildiğini kavramak açısından; mevsimsellik kavramı, etkileri ve mevsimsel düzeltme yöntemleri incelenmiştir. Ayrıca çalışma kapsamında AR(p), MA(q), ARMA(p,q) ve ARIMA(p,d,q) modellerinden de bahsedilmiştir. Mevsimsellik dijital bir filtre ile ortadan kaldırıldığından, dijital filtre çeşitlerinden IIR ve FIR filtreleri hakkında bilgi verilerek, tasarım aşamaları incelenmiştir. IIR filtrenin MATLAB yardımıyla nasıl gerçekleştirileceği anlatılmıştır.

Çalışma kapsamında geliştirilen yöntemin performansını ölçebilmek amacıyla tüketim harcamaları ve filtrelenmiş tüketim harcamaları frekans ve zaman domenlerinde analiz edilmiştir. Piyasalarda kullanılan metodlar ve tasarlanan filtre ile elde edilmiş mevsimsellikten arındırılmış sonuçlar karşılaştırılmıştır. Karşılaştırma, piyasalarda çok tercih edilen TRAMO/SEATS ve X-12 ARIMA yöntemleri ile gerçekleştirilmiştir. Geliştirilen bu yöntem ile mevsimsellikten arındırılmış tüketim harcamaları verisi, EVIEWS programı yardımı ile mevsimsellik testine tabii tutularak sonuçlar incelenmiştir.

## **SUMMARY**

### **STOCHASTIC MODELS FOR SYSTEM ENGINEERS**

Seasonality can be defined as the periodically repetitive behaviours that are included within a time series in a year. The effect of seasonality according to macroeconomic data prevents the precise observation of real time economical behaviours. Thus, seasonality which is one of the fundamental constituents of macroeconomics is supposed to be considered apart from data in purpose of data's significance and usability.

In this labor, a filter has been designed to abolish the impact of seasonality on time series. Consumption expenditures which are extremely important component of macroeconomics was chosen as the concerned variable. It was aimed to comprehend what is the seasonal correction and thus, seasonality was examined within the framework of its effects and correction methods. Moreover within the content of this study AR(p), MA(q), ARMA(p,q) and ARIMA(p,d,q) models were mentioned. To abolish seasonality, digital filter was used. Therefore, during examination steps, IIR and FIR filters are particularly mentioned. In addition to this consideration, IIR filter is detailly explained by aid of MATLAB.

For performance measurement of the developed method, both consumption expenditures and filtered consumption expenditures had been analyzed according to frequency and time domains. The common methods which are oftenly used in markets and obtained results which were successfully abolished from seasonality effects by designed filter were particularly compared. The comparison had been performed according to a highly preferred method called TRAMO/SEATS and X-12 ARIMA. With improved this method the data of consumption expenditures is filtered from seasonality effect and the results are analyzed by seasonality testing with EVIEWS program.

## 1. GİRİŞ

Birçok zaman serisi mevsimsel hareketlilikler gösterir. Turizm, tarım ve inşaat gibi sektörlerdeki bu hareketliliklerin bir sebebi hava durumudur. Mali yıl için önceden belirlenen mali takvim ise devlet harcamaları, gayrimenkul satışları ve faizlerde düzenli mevsimsel hareketlere yol açar. Yeni yıl, anneler günü, babalar günü ve okul takvimleri de perakende satışlar üzerinde etkili olur. Ekonomik zaman serilerinde mevsimselliğe yol açan bütün bu olayların miladi takvime göre sabit tarihleri vardır ve bu seriler üzerindeki etkileri konvansiyonel mevsimsellikten arındırma yöntemleri kullanılarak kolaylıkla bulunabilir.

Yapılan çalışmalarda, makroekonomik bir veri seti (ithalat, ihracat ya da tüketim harcamaları...vs) bileşenlerine ayrıldığında verinin değerlendirilmesini, diğer veri setlerine etkisini etkileyen, en önemli bileşenin mevsimsellik olduğu ortaya konulmuştur. Bu bileşenin veri setinden uzaklaştırılması önemli bir araştırma konusudur. Bu konu ile ilgili literatürde birçok çalışma ve piyasalarda kullanılan birçok yöntem mevcuttur.

Tüketim harcamaları serilerinde benzer ve aynı yoğunlukta devirli bir şekilde her yıl düzenli periyodik dalgalanmalar şeklinde ortaya çıkan mevsimsel hareketler, daha büyük iktisadi öneme sahip diğer bileşenlerin hareketlerini gizlediğinden ve bu serilerde meydana gelen değişimlerin makul bir şekilde değerlendirilmesini önlediğinden, tüketim harcamaları serilerinin mevsimsel olarak düzeltilmesi ve bu şekilde mevsimsellikten arındırılmış tüketim harcamalarının makroekonomik politikaların belirlenmesinde kullanımı büyük önem arz etmektedir.

Filtreler, elektronik ve haberleşme sistemlerinde oldukça geniş bir uygulama alanı bulmaktadır. Özellikle, sisteme uygulanan frekanslardan yalnızca istenenlerinin geçirilmesi amacıyla kullanılırlar. Filtrelerin matematiksel modelleri finans ve iktisat alanında birçok uygulamada kullanılmaktadır. Filtreler ile zaman serilerindeki günlük

aylık yıllık değişimler analiz edilebilir, belli dönemlerin etkileri azaltılabilir. Yukarıda açıkladığımız mevsimsel etki de filtreler yardımıyla serilerden uzaklaştırılabilir. Bu çalışmada önemli bir makroekonomik değişken olan tüketim harcamaları frekans domeninde incelenerek veri setindeki mevsimsellik tasarlanan IIR filtre ile yok edilecektir.

Çalışmanın ikinci bölümünde; makroekonomik veri bileşenlerine ayrılarak mevsimsellik etkisinin ne olduğu, nasıl ortaya çıktığı, veri setini nasıl etkilediği ve mevsimsellik etkisinin nasıl ortadan kaldırılabilceği hakkında bilgi verilecektir. Üçüncü bölümde; tüketim harcamaları veri setindeki mevsimsellik etkisini yok etmek için kullanacağımız dijital filtre hakkında genel bilgiler verilerek tasarım aşamaları ayrıntılı olarak anlatılacaktır. Ayrıca yine bu bölümde zaman serileri hakkında bilgi verilerek,  $AR(p)$ ,  $MA(p)$ ,  $ARMA(p,q)$  ve  $ARIMA(p,d,q)$  modelleri açıklanacaktır. Dördüncü bölümde tüketim harcamalarının frekans domeninde analizi yapılarak üçüncü bölümde tasarım aşamaları anlatılan filtre yardımıyla mevsimsellikten arındırılacaktır. Sonuç bölümünde çalışmada gerçekleştirilen filtre ile mevsimsellikten arındırılmış tüketim harcamaları mevcut test yöntemleri ile test edilerek tasarlanan filtrenin performansı belirlenecektir.

## 2. GENEL KISIMLAR

### 2.1. MEVSİMSELLİK

Mevsimsellik, bir zaman serisinde bir yıllık süre içerisinde aylık, yarıyıllık veya çeyrek dönemlik belirli periyotlar halinde tekrar eden dalgalanmalardır. Daha geniş bir tanım yapılacak olursa, mevsimsellik bir yıl içerisinde tamamlanan ve belirli dönemler itibariyle yakın büyüklükte tekrar eden serinin normal ortalamasından farklı ortalama içeren dönemlerdir (Polat, 2010).

Geleneksel tek değişkenli ekonomik veri analiz yöntemleri genel olarak serideki değişimleri; eğilim (trend), konjonktürel (cycle) dalgalanmalar, mevsimsel dalgalanmalar ve düzensiz dalgalanmalar gibi kısımlara ayırır. Bir zaman serisinin bileşenlere ayrılmasındaki temel amaç, serinin cari ve geçmiş değerleri hakkında daha gerçekçi ve karşılaştırılabilir bilgiler elde etmektir. Zaman serileri analizinin önemli bir parçası da ekonominin mevcut durumunun net bir resmini elde etmek için mevsimsel etkinin tahmini ve serinin bu etkiden arındırılmasıdır. Ekonomi politikası kararları genellikle mevsimsel düzeltilmiş veriler kullanarak yapılır. Çünkü ham veriler ekonominin kısa dönemli davranışını değerlendirmeye uygun değildir. Bu nedenle farklı ülkelerin ekonomilerinin kısa dönemli göstergelerinin karşılaştırılmasında mevsimsel düzeltilmiş verinin kullanılması önemlidir.

Zaman serileri, ölçümü yapılan veya gözlenen değişkenin niteliğine, gözlem aralığına ve sıklığına bağlı olarak önemleri, katkıları değişen ve serinin zaman içinde değişebilirliğini belirleyen dört temel bileşeni içerir (Işığışık, 1994).

$$Y = T + C + S + I \quad (2.1)$$

Burada:

1. Trend (uzun dönem değişimler, T): Trend yıl içerisinde uzun dönemde görülen genel değişmeleri gösterir ve zaman içinde azalan veya artan bir doğru ya da bir eğridir.
2. Konjonktürel Değişimler (cycle, C): Genellikle bu bileşende görülen dalgalanmalar ekonomik faaliyetlerle ilgilidir ve ardışık dönemlerdeki genişleme ve daralmalarda görülmektedir. Periyodik karasızlık olarak tanımlanır. Trend doğrusu veya eğrisi etrafında salınımlar olarak belirlenir. Bu tür değişimler belirli yıl aralıkları ile az veya çok yineleme yaparlar.
3. Mevsimsel Değişimler (S): Her yıl içinde aynı mevsimlere aylara bağlı olarak oluşan değişimlerdir. Gözlemlerin haftalık veya günlük olması durumunda belirli haftalarda veya günlerde ortaya çıkan dalgalanmalar da bu grupta değerlendirilir. Mevsimsel dalgalanmaların ana sebepleri; iklimsel değişiklikler ve kurumsal etkenlerdir (tatiller ve ekonomik etkenler). Bu mevsimsel davranış yıl boyunca sabit olmayabilir ve incelenen dönemde değişebilir.
4. Rastgele (Düzensiz) Değişimler (I): Bu unsur orijinal seri trend ve mevsimsellikten arındırıldıktan sonra devam eden değişmedir. Bu değişimlerin tahmini olanaksızdır ve bazı durumlarda aykırı değer olarak görülebilir. Bu değerler, grev, doğal afetler, ekonomide meydana gelen ani değişmeler ya da veri derleme işlemlerinde değişen koşullardan kaynaklanır. Yukarıdaki değişimler gibi belirli bir düzen göstermezler. Bu nedenle, çoğu kez düzensiz değişim olarak adlandırılırlar (Planas, 1997).

Düzeltilmemiş ya da orijinal verinin, mevsimsel etkilerinin karşılaştırılması daha zordur. Sonuç olarak, mevsimsel düzeltilmiş veriler ekonomik model ve konjonktürel analizler için kullanılmaktadır. Mevsimsel düzeltilmiş verilerin yayınlanması farklı serilerin karşılaştırılmasında ve farklı mevsimsel yapıya sahip olan ülkelerin uluslararası verilerinin karşılaştırılmasında kolaylık sağlayacaktır (Planas, 1997).

Mevsimsellik, zaman serisinin gözlemlenemeyen bileşenlerine ayrıştırılıp, mevsimsel bileşenin tahmin edilerek seriden arındırılmasıyla giderilir. Mevsimsel düzeltme, analitik teknikler kullanarak zaman serisini bileşenlerine ayırma ve zaman serisinden mevsimsel dalgalanmaları çıkarma işlemidir. Mevsimsel düzeltmede amaç, zaman serisinin farklı bileşenlerini belirlemek ve böylece zaman serisinin davranışlarını daha iyi anlaşılmasını sağlamaktır. Mevsimsel olarak düzeltilmiş zaman serilerinde mevsimsel bileşenin etkisi kaldırıldığından, trend ve düzensiz bileşenlerin hareketleri ve etkileri daha açık bir şekilde ortaya çıkar (Cheong, 2004). Konjonktürel dalgalanmaların daha kolay yorumlanması ve güncel ekonomik koşulların daha açık bir şekilde değerlendirilebilmesine olanak sağlayan mevsimsel düzeltme işleminden sonra zaman serileri, ekonomik modelleme ve dönemsel analizde kullanılır. Mevsimsellikten arındırılmış farklı mevsimsel yapıya sahip seriler daha tutarlı bir şekilde karşılaştırılarak yorumlanabilmektedir (Çalık, 2009).

Mevsimsel düzeltme yöntemleri olarak da adlandırılan, geliştirilmiş zaman serileri analizleri aralarında bazı farklılıklar bulunmakla birlikte, uygun bir modelin seçimi, parametrelerin tahmini için yürüttükleri süreç genellikle üç aşamayı kapsar. Programlarda yer alan temel aşamalar şunlardır:

- I. Belirleme (Identification): Bu aşamada otokorelasyon ve kısmi otokorelasyon fonksiyonu yardımı ile serilerin elemanları arasındaki normal ve mevsimsel bağımlılık araştırılır ve önem düzeylerine göre fark alma işlemleri ile dönüştürülen serilere durağanlık özelliği kazandırılır.
- II. Tahmin (Estimation): Seçilen modelin parametreleri bu aşamada tahmin edilir. Gerek modelin belirlenmesinde gerekse parametrelerin tahmininde en küçük hata kareleri ortalaması (MMSE) ölçütü ön plana çıkartılarak doğrusal olmayan en iyi süreçlerden yararlanır.
- III. Tanılama (Diagnostic): Son olarak, bazı ölçütler yardımı ile sapmaların (artıkların) rastgeleliği ve dönemselliği incelenir. En az hatalı tahminlere varabilmek için tahmin edicilerin standart hataları gözden geçirilir (Çiğdem, 2009).



Literatürde birçok mevsimsellikten arındırma yöntemi bulunmaktadır. Mevsimsellikten arındırma yöntemlerinden en çok tercih edilen ve sonuçları güvenilir olanlar TRAMO/SEATS ve X-12 ARIMA yöntemleridir. Aşağıda bu iki yöntem açıklanacaktır.

### 2.1.1. TRAMO/SEATS Yöntemi

TRAMO/SEATS programı, Gomez ve Maravall tarafından 1990 yılı başlarında İspanya Merkez Bankası için geliştirilmiştir. Program temelde ARIMA modelleri üzerine kurulu bir yaklaşımdır ve iki kısımdan oluşur. TRAMO (“Time series Regression with ARIMA noise, Missing values and Outliers”), bir ön program niteliğinde olup incelenen durağan olmayan zaman serisindeki eksik gözlemler, hatalar ve aykırı değerlerin tahmininde bulunur. Bunun dışında kullanıcı tarafından girilen ticari gün (trading day) ve paskalya tatiline ilişkin düzeltmeler yapılır. İkinci kısım SEATS (“Signal Extraction in Arima Time Series”) ile Wiener-Kolmogorov filtresi yardımıyla mevsimsel düzeltilmiş serinin parametreleri tahmin edilir (Maravall, 2006).

TRAMO modeli (2.2) denklemindeki gibi ifade edilebilir.

$$y(t) = \sum_{i=1}^{n_{out}} w_i \lambda_i(B) d_i(t) + \sum_{i=1}^{n_c} \alpha_i cal_i(t) + \sum_{i=1}^{n_{reg}} \beta_i reg_i(t) + x(t) \quad (2.2)$$

Burada:

$B$  : geri öteleme operatörü

$d$  : kukla değişkeni

$cal$  : takvim etkisi değişkeni

$reg$  : kullanıcı tarafından tanımlanan değişken

$x$  : hata değeri

$\alpha$  : takvim etkisi katsayısı

$\beta$  : regresyon katsayısı

$\omega$  : aykırı değer katsayısı'dır.

TRAMO sürecinde veri setindeki 3 tür aykırı değer düzeltilir. Bunlar; düzey kayması (level shifts, LS), ek aykırı değer (additive outliers, AO) ve geçici değişimler (transitory changes, TC) olarak adlandırılabilir. Aykırı değer çeşidine göre  $\lambda$  aşağıdaki değerlerden birini alır.

$$\begin{aligned}
\text{Ek aykırı değer (AO)} & : \lambda(B) = 1, \\
\text{Geçici değişmeler (TC)} & : \lambda(B) = \frac{1}{1 - \delta B}, \quad 0 < \delta < 1 \\
\text{Düzey kayması (LS)} & : \lambda(B) = \frac{1}{1 - B}
\end{aligned}$$

(2.2) denklemi (2.3)'deki gibi ifade edilebilir.

$$y(t) = z'(t)b + x(t) \quad (2.3)$$

(2.3) denklemindeki  $z'(t)$  (2.2) denkleminin deterministik bileşenini,  $x(t)$  ise stokastik bileşeni göstermektedir.

$x(t)$ , (2.4)'teki ARIMA modeli ile ifade edilebilir. Bu denklemde  $a(t)$  hata teriminin, beklendiği değeri sıfır, varyansı sabit ve  $\sigma_a$ 'dır.

$$\phi(B)\delta(B)x(t) = \theta(B)a(t) \quad (2.4)$$

(2.4) denklemindeki  $\phi(B)$ ,  $\delta(B)$  ve  $\theta(B)$  aşağıdaki gibi ifade edilebilir.

$$\delta(B) = \Delta^d \Delta_s^d \quad (2.5)$$

$$\phi(B) = (1 + \phi_1 B + \dots + \phi_p B^p)(1 + \phi_s B^s) \quad (2.6)$$

$$\theta(B) = (1 + \theta_1 B + \dots + \theta_q B^q)(1 + \theta_s B^s) \quad (2.7)$$

$$\Delta = 1 - B, \quad \Delta_s = 1 - B^s$$

(2.4)'te görüldüğü gibi denklem  $(p, d, q)(P, D, Q)_s$  ARIMA modeli yapısındadır. (2.3) denkleminin parametre tahmininde en yüksek olabilirlik yöntemi kullanılırken, (2.2) denkleminin parametre tahmininde en küçük kareler yöntemi kullanılır. Yukarıda anlatılan işlemler ile mevsimsellikten arındırılacak veri setinin ön düzeltmesi gerçekleştirilir. Ön düzeltmesi yapılan seri SEATS programına aktarılır.

Programın ikinci kısmı olan SEATS, (2.2) denklemi yardımıyla ön düzeltmesi yapılmış veri setinin gözlemlenemeyen bileşenlerinin tahminini gerçekleştirir. Gözlemlenemeyen bileşenlere ayrıştırma işlemi en küçük hata kareler ortalamasını sağlayacak şekilde Wiener-Kolmogorov filtresi yardımıyla gerçekleştirilir (Maravall, 2006).

SEATS programında gözlemlenemeyen bileşenler: trend  $p(t)$ , konjonktürel değişimler  $c(t)$ , mevsimsel değişimler  $s(t)$ , rastgele değişimler  $u(t)$  'dir.

$$x(t) = p(t) + c(t) + s(t) + u(t) \quad (2.8)$$

$$x(t) = n(t) + s(t) \quad (2.9)$$

(2.9) denkleminin Wiener-Kolmogorov filtresi ile parametre tahmini aşağıdaki gibidir.  $x(t)$  'yi (2.10) denklemdeki ARMA modeli ile ifade edebiliriz.

$$\phi(B)x(t) = \theta(B)a(t) \quad (2.10)$$

(2.9) ve (2.10) denklemlerinden (2.11) ve (2.12) denklemleri elde edilir.

$$\phi_s(B)s(t) = \theta_s(B)a_s(t) \quad (2.11)$$

$$\phi_n(B)s(t) = \theta_n(B)a_n(t) \quad (2.12)$$

Wiener-Kolmogorov filtresinin sinyal tahmin formülü aşağıdaki gibi verilebilir.

$$v_s(B, F) = \frac{V_s}{V_a} \frac{\theta_s(B)\phi_n(B)}{\theta(B)} \frac{\theta_s(F)\phi_n(F)}{\theta(F)} \quad (2.13)$$

(2.13) denkleminde F ileri öteleme operatörünü simgelemektedir.

$$\hat{s}(t) = v_s(B, F)x(t) \quad (2.14)$$

TRAMO sürecinde ön düzeltmesi yapılmış  $x(t)$  (2.14) denkleminde yerine konularak mevsimsel bileşen tahmini gerçekleştirilir.

### 2.1.2. X-12 ARIMA Yöntemi

X-12 ARIMA metodu, X-11 ARIMA metodunun birtakım yenilikler eklenerek geliştirilmiş versiyonudur. Bu yöntem ile takvime bağlı etkiler ve ticari günler kullanıcı tarafından girilerek program tarafından düzeltilir. Aynı zamanda program farklı tipteki aykırı değerleri belirler ve düzeltir. Bu yöntemin X-11 ARIMA yöntemine göre en büyük avantajı en çok olabilirlik yönteminin programda kullanılmasıdır (Findley ve diğ., 1998).

X-12 ARIMA metodunda zaman serisi; trend  $T_t$ , düzensiz bileşen  $I_t$ , ve mevsimsel bileşen  $S_t$  olmak üzere 3 bileşene ayrılmaktadır. Zaman serisinin bu 3 bileşen ile (2.15)'te çarpımsal (M), (2.16)'da toplamsal (A) ve (2.17)'de sahte toplamsal (PA) modeller cinsinden ifadeleri görülmektedir.

$$Y_t = T_t S_t I_t \quad (2.15)$$

$$Y_t = T_t + S_t + I_t \quad (2.16)$$

$$Y_t = T_t (S_t + I_t - 1) \quad (2.17)$$

X-12 ARIMA mevsimsel düzeltmeyi 3 aşamada gerçekleştirir. Aşağıda bu aşamalar anlatılacaktır.

**I. Aşama:** Başlangıç tahmin değerleri hesaplanır.

**1) Trend tahmini:** Merkezi 13 terimli hareketli ortalama filtresi ile başlangıç trend tahmini yapılır.

$$T_t^{(1)} = \frac{1}{24} Y_{t-6} + \frac{1}{12} Y_{t-5} + \dots + \frac{1}{12} Y_t + \dots + \frac{1}{12} Y_{t+5} + \frac{1}{24} Y_{t+6} \quad (2.18)$$

**2) SI oranı tahmini:** Orijinal seri, tahmini yapılan trend  $T_t^{(1)}$ 'e bölünerek mevsimsel ve düzensiz bileşen oranının ilk tahmini yapılır. Burada çarpımsal ve sahte toplamsal bileşen karakteristiği gösteren zaman serileri için (2.19), toplamsal bileşen karakteristiği gösteren seriler için (2.20) formülünden faydalanılır.

$$SI_t^{(1)} = \frac{Y_t}{T_t^{(1)}} \quad (2.19)$$

$$SI_t^{(1)} = Y_t - T_t^{(1)} \quad (2.20)$$

**3) Başlangıç öncül mevsimsel bileşen tahmini:** Yukarıda yapılan SI tahmini 3x3 mevsimsel hareketli ortalama filtresi ile başlangıç öncül mevsimsel bileşen tahmini yapılır.

$$\hat{S}_t^{(1)} = \frac{1}{9} SI_{t-24}^{(1)} + \frac{2}{9} SI_{t-12}^{(1)} + \frac{3}{9} SI_t^{(1)} + \frac{2}{9} SI_{t+12}^{(1)} + \frac{1}{9} SI_{t+24}^{(1)} \quad (2.21)$$

**4) Başlangıç mevsimsel bileşen:** Hesaplanan  $\hat{S}_t^{(1)}$  değeri yardımıyla (2.22) denklemi ile çarpımsal ve sahte toplamsal, (2.23) denklemi ile de toplamsal bileşen karakteristiği gösteren serilerin başlangıç mevsimsel bileşen değerleri hesaplanır.

$$S_t^{(1)} = \frac{\hat{S}_t^{(1)}}{\frac{1}{24} \hat{S}_{t-6}^{(1)} + \frac{1}{12} \hat{S}_{t-5}^{(1)} + \dots + \frac{1}{12} \hat{S}_{t+5}^{(1)} + \frac{1}{24} \hat{S}_{t+6}^{(1)}} \quad (2.22)$$

$$S_t^{(1)} = \hat{S}_t^{(1)} - \left( \frac{1}{24} \hat{S}_{t-6}^{(1)} + \frac{1}{12} \hat{S}_{t-5}^{(1)} + \dots + \frac{1}{12} \hat{S}_{t+5}^{(1)} + \frac{1}{24} \hat{S}_{t+6}^{(1)} \right) \quad (2.23)$$

**5) Başlangıç mevsimsel düzeltme:** Hesaplanan başlangıç mevsimsel bileşen  $S_t^{(1)}$  yardımıyla çarpımsal bileşen karakteristiği gösteren zaman serileri için (2.24), toplamsal bileşen karakteristiği gösteren zaman serileri için (2.25), sahte toplamsal bileşen karakteristiği gösteren zaman serileri için (2.26) denklemleri yardımıyla başlangıç mevsimsel düzeltme gerçekleştirilmiş olur.

$$A_t^{(1)} = \frac{Y_t}{S_t^{(1)}} \quad (2.24)$$

$$A_t^{(1)} = Y_t - S_t^{(1)} \quad (2.25)$$

$$A_t^{(1)} = Y_t - T_t^{(1)} (S_t^{(1)} - 1) \quad (2.26)$$

**II. Aşama:** İkincil tahmin değerleri hesaplanır.

**1) İkincil trend tahmini:** Hesaplanan  $A_t^{(1)}$  Henderson hareketli ortalama filtresi yardımıyla (2.27) denklemindeki gibi ikincil trend tahmini gerçekleştirilir.

$$T_t^{(2)} = \sum_{j=-H}^H h_j^{(2H+1)} A_{t+j}^{(1)} \quad -H \leq j \leq H \quad (2.27)$$

**2) İkincil SI oranı tahmini:** Orijinal seri, ikincil tahmin  $T_t^{(2)}$ 'ye bölünerek; ikincil SI oranı elde edilir. Bu oran çarpımsal ve sahte çarpımsal bileşen karakteristiği gösteren seriler için (2.28) toplamsal bileşen karakteristiği gösteren seriler için (2.29) denklemindeki gibi hesaplanır.

$$SI_t^{(2)} = \frac{Y_t}{T_t^{(2)}} \quad (2.28)$$

$$SI_t^{(2)} = Y_t - T_t^{(2)} \quad (2.29)$$

**3) İkincil öncül mevsimsel bileşen tahmini:** 3x5 mevsimsel hareketli ortalama filtresi yardımıyla (2.30) denkleminde görüldüğü gibi ikincil öncül mevsimsel bileşen  $\hat{S}_t^{(2)}$ 'nin tahmini yapılır.

$$\hat{S}_t^{(2)} = \frac{1}{15} SI_{t-36}^{(2)} + \frac{2}{15} SI_{t-24}^{(2)} + \dots + \frac{3}{15} SI_t^{(2)} + \frac{3}{15} SI_{t+12}^{(2)} + \dots + \frac{1}{15} SI_{t+36}^{(2)} \quad (2.30)$$

**4) İkincil mevsimsel bileşen:** İkincil mevsimsel bileşen çarpımsal ve sahte toplamsal bileşen karakteristiği gösteren seriler için (2.31), toplamsal bileşen karakteristiği gösteren seriler için (2.32)'deki denklemler yardımıyla hesaplanır.

$$S_t^{(2)} = \frac{\hat{S}_t^{(2)}}{\frac{1}{24} \hat{S}_{t-6}^{(2)} + \frac{1}{12} \hat{S}_{t-5}^{(2)} + \dots + \frac{1}{12} \hat{S}_{t+5}^{(2)} + \frac{1}{24} \hat{S}_{t+6}^{(2)}} \quad (2.31)$$

$$S_t^{(2)} = \hat{S}_t^{(2)} - \left( \frac{1}{24} \hat{S}_{t-6}^{(2)} + \frac{1}{12} \hat{S}_{t-5}^{(2)} + \dots + \frac{1}{12} \hat{S}_{t+5}^{(2)} + \frac{1}{24} \hat{S}_{t+6}^{(2)} \right) \quad (2.32)$$

**5) İkincil mevsimsel düzeltme:** Hesaplanan ikincil mevsimsel bileşen tahmini  $S_t^{(2)}$  kullanılarak çarpımsal bileşen karakteristiği gösteren seriler için (2.33), toplamsal bileşen karakteristiği gösteren seriler için (2.34), sahte toplamsal bileşen karakteristiği gösteren seriler için (2.35) denklemleri yardımıyla ikincil mevsimsel düzeltme  $A_t^{(2)}$  hesaplanır.

$$A_t^{(2)} = \frac{Y_t}{S_t^{(2)}} \quad (2.33)$$

$$A_t^{(2)} = Y_t - S_t^{(2)} \quad (2.34)$$

$$A_t^{(2)} = Y_t - T_t^{(2)}(S_t^{(2)} - 1) \quad (2.35)$$

**III. Aşama:** Nihai Henderson trend ve nihai düzensiz bileşen hesaplanır.

**1) Nihai trend:** Hesaplanan ikincil mevsimsel düzeltme  $A_t^{(2)}$  Henderson hareketli ortalama filtresi yardımıyla (2.36) denklemindeki gibi nihai trend tahmini gerçekleştirilir.

$$T_t^{(3)} = \sum_{j=-H}^H h_j^{2H+1} A_{t+j}^{(2)} \quad (2.36)$$

**2) Nihai düzensiz bileşen tahmini:** İkincil mevsimsel düzeltme ve nihai trend çarpımsal ve sahte toplamsal seriler için (2.37) denkleminde, toplamsal bileşen karakteristiği gösteren seriler için (2.38) denkleminde yerine konularak nihai düzensiz bileşen  $I_t^{(3)}$ 'e ulaşılır.

$$I_t^{(3)} = \frac{A_t^{(2)}}{T_t^{(3)}} \quad (2.37)$$

$$I_t^{(3)} = A_t^{(2)} - T_t^{(3)} \quad (2.38)$$

**3) Nihai ayrıştırma:** Hesaplanan  $T_t^{(3)}, S_t^{(2)}, I_t^{(3)}$  değerleri yardımıyla orijinal serinin bileşenlerine ayrıştırma işlemi tamamlanmış olur. Burada (2.39) çarpımsal, (2.40)

toplamsal (2.41) denklemi sahte toplamsal bileşen karakteristiği gösteren seriler için geçerlidir.

$$Y_t = T_t^{(3)} S_t^{(2)} I_t^{(3)} \quad (2.39)$$

$$Y_t = T_t^{(3)} + S_t^{(2)} + I_t^{(3)} \quad (2.40)$$

$$Y_t = T_t^{(2)} (S_t^{(2)} - 1) + T_t^{(3)} I_t^{(3)} \quad (2.41)$$

## 2.2. TÜKETİM HARCAMALARI

Fertlerin ihtiyacını doğrudan doğruya karşılayacak mal ve hizmetler için yapılan harcamalara tüketim harcamaları denir. Bir başka deyişle, her türlü ihtiyacımızı doğrudan karşılamak amacıyla tüketim mallarına yapılan harcamalara tüketim harcamaları, dolaysız fayda sağlanan mallara da tüketim malları denir.

Özel nihai tüketim harcamalarının tek başına GSYİH'daki değişimin % 86'sını açıklaması, tüketim harcamalarının neden önemli makroekonomik değişkenlerden biri olduğunu açıklamaya yetecek kanıttır. Bu denli yüksek öneme sahip tüketim harcamalarının fonksiyonel biçimine ilişkin makroekonomi literatüründe pek çok görüş mevcuttur. Keynesyen Makroiktisata göre, tüketim harcamaları cari gelirin bir fonksiyonudur. Buna göre gelir arttıkça tüketim de artacak, ancak bu artış gelirdeki artıştan daha düşük olacaktır. Yine Keynesyen İktisat, gelir arttıkça, ortalama tüketim eğiliminin de azalacağını öngörmektedir. Mutlak gelir hipotezi olarak da adlandırılan bu teori, tüketim ile gelir arasında oransal bir ilişki olmadığını, diğer bir ifadeyle tüketimin gelirin sabit bir oranı olmadığını ifade etmektedir.

İktisadi politikaların belirlenmesinde günümüzde sıkça kullanılan tüketim harcamaları, serilerin kısa ve uzun dönem hareketlerini maskeleyebilen ve analize konu olan makroekonomik serinin açık bir şekilde anlaşılmasını önleyebilen mevsimsel dalgalanmalardan etkilenebilmektedir. İktisat politikalarının belirlenmesinde çok önemli yere sahip olan tüketim harcamaları veri setindeki mevsimsellik bileşeninin yok edilmesi bu açıdan çok önemlidir.



Bu alışmada, TCMB Elektronik Veri Dağıtım Sistemi (EVDS) tarafından yayımlanan 1998 fiyatlarıyla üç aylık Yerleşik ve Yerleşik Olmayan Hane Halklarının Yurtiçi Tüketimi (Cari) serileri kullanılmıştır. Üç aylık seriler 1998 yılından itibaren yayımlandığı için, analiz 1998 yılının ilk çeyreğinden 2009 yılının dördüncü çeyreğine kadar olan zamanı kapsamaktadır.

### 3. MALZEME VE YÖNTEM

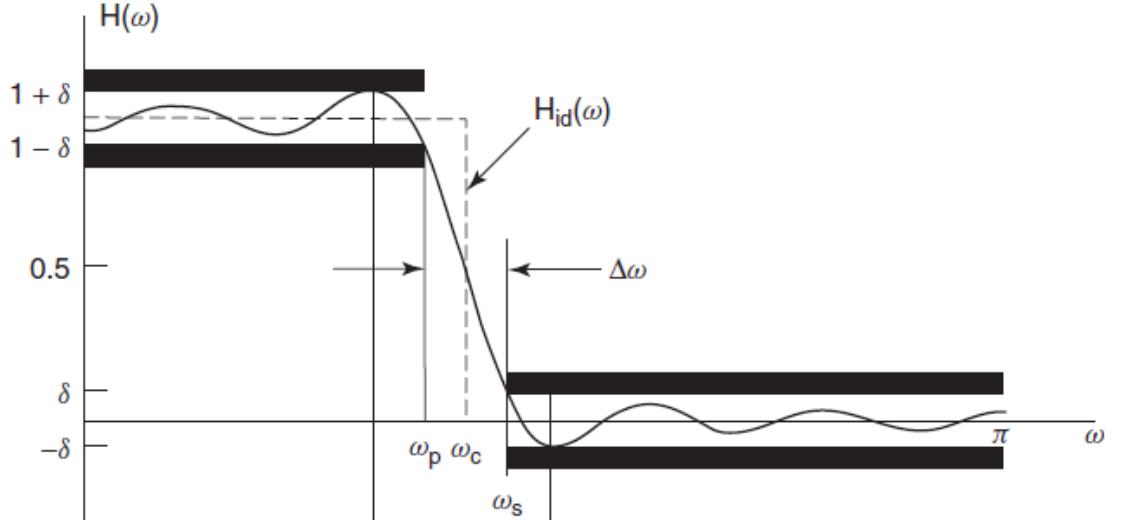
Bu çalışmada, tüketim harcamaları veri setindeki mevsimsel etki tasarlanan band söndüren IIR filtre ile yok edilmiştir. Filtre tasarımı ve tüketim harcamaları verisinin FFT analizi MATLAB ile gerçekleştirilmiştir. İkinci bölümde de bahsedildiği gibi piyasalarda kullanılan mevsimsellikten arındırma yöntemlerinden en çok tercih edilen TRAMO/SEATS yöntemidir. Tüketim harcamaları üzerindeki mevsimsel etkinin TRAMO/SEATS yöntemi ile arındırılması DEMETRA programı ile yapılmıştır. Ayrıca çalışma kapsamında geliştirilen yöntem, EViews programı kullanılarak mevsimsellik testine tabii tutulmuştur.

#### 3.1. DİJİTAL FİLTRE TASARIM TEKNİKLERİ

Bir işaretin frekans spektrumundaki belirli özelliklerini pekiştiren, işareti frekans spektrumunda yeniden biçimlendiren veya işaretin frekans spektrumunu istenen belirli özelliklere göre değiştiren sistemlere, genel olarak filtre denilmektedir. Filtreler işaretlerin belirli frekanslarını güçlendirmek, zayıflatmak, belirli frekanslarını tamamen bastırmak veya yalıtım gibi değişik amaçlarla kullanılabilir (Ertürk, 2009).

Gerçeklenen transfer fonksiyonunun frekansla değişimine bağlı olarak alçak geçiren (Şekil 3.2.a), yüksek geçiren (Şekil 3.2.b), band geçiren (Şekil 3.2.c), band söndüren (Şekil 3.2.d) türden filtreler söz konusudur.

Şekil 3.2’de ideal filtrelerin karakteristik eğrileri görülmektedir. Fakat pratikte dijital bir filtrenin genlik yanıtı geçirme ve söndürme bandında kabul edilebilir toleranslarla belirtilir. Ayrıca, geçirme ve söndürme bandları arasında bir geçiş bandı vardır. Şekil 3.1’de alçak geçiren bir filtre görülmektedir.



Şekil 3.1: Alçak geçiren filtre (Shenoi, 2006).

$\omega_p$  : geçirme bandı kenar frekansı

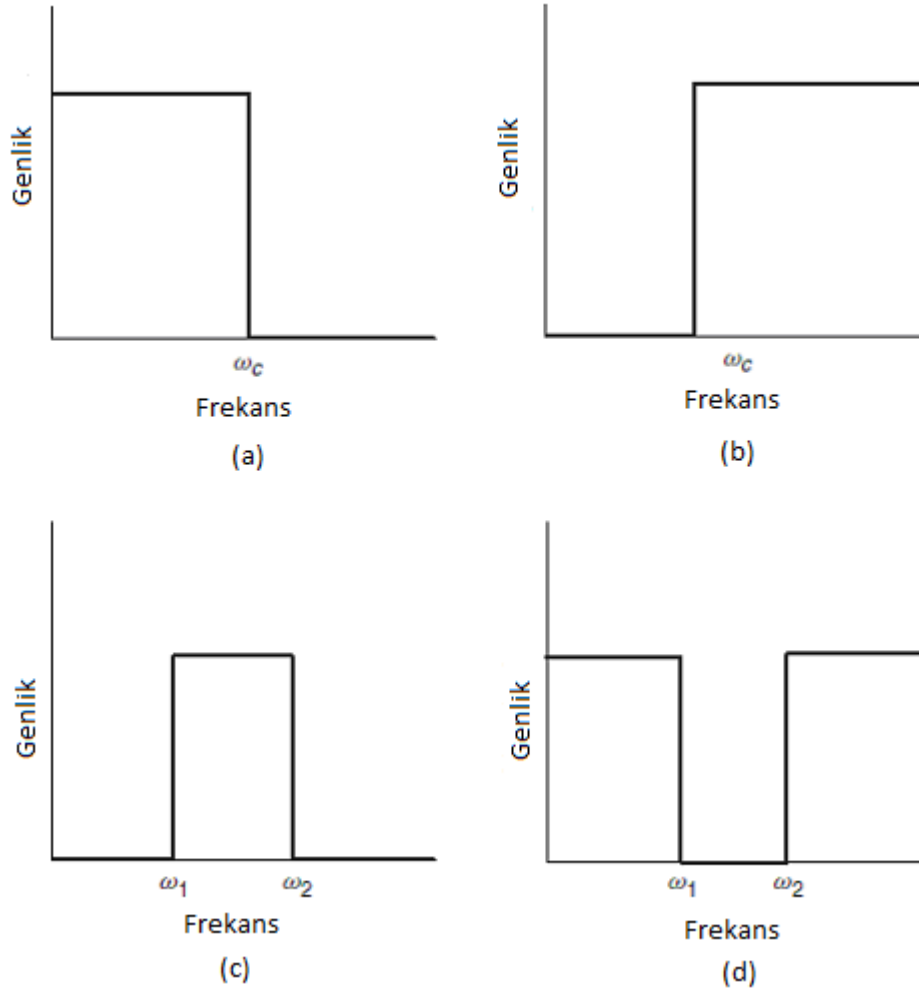
$\omega_s$  : söndürme bandı kenar frekansı

$\delta_p$  : geçirme bandındaki dalgalanma

$\delta_s$  : söndürme bandındaki dalgalanma

Sayısal işaret işlemenin amaçlarından biri istenen özellikleri sağlayacak çıkışa sahip uygun yapıların tasarlanmasıdır. Bu amaçla tasarlanan yapılara dijital filtre adı verilmektedir. Dijital filtreler impuls yanıtlarına göre IIR (Infinite Impulse Response) ve FIR (Finite Impulse Response) filtreler olmak üzere ikiye ayrılır. Her iki filtre türünde de amaç istenilen özellikleri sağlayacak fark denklemi katsayı değerlerinin hesaplanmasıdır.

IIR filtreler geri besleme içeren yapılarda, yani tekrarlı (recursive structures) yapıların gerçekleştirilmesinde kullanılırlar. FIR filtreler ise geri besleme içermeyen (nonrecursive) yapılarda kullanılır.



Şekil 3.2: Analog filtre genlik cevabı (a) alçak geçiren; (b) yüksek geçiren; (c) band geçiren; (d) band söndüren.

Aşağıda FIR ve IIR filtrelerin transfer fonksiyonları ve genlik cevapları incelenerek; filtrelerin temel özellikleri açıklanacaktır. Bu çalışmada tüketim harcamaları veri setindeki mevsimsellik etkisi dijital IIR bir filtre ile yok edilmiştir. Bu sebeple IIR filtre tasarım yöntemleri ayrıntılı olarak incelenecektir.

### 3.1.1. FIR Filtreler

İmpuls cevapları sonlu uzunluğa sahip olan filtreler FIR (Finite Impulse Response) filtre olarak adlandırılır. FIR filtrelerin sonlu impuls cevabına sahip olmalarının en önemli nedeni, filtre yapısının geri besleme içermemesidir. FIR filtre fark denklemi cinsinden aşağıdaki gibi ifade edilebilir (Çetinkaya, 2004).

$$y(n) = \sum_{k=0}^M b(k)x(n-k) \quad (3.1)$$

(3.1) denklemini daha açık bir ifadeyle yazılırsa (3.2) denklemine ulaşılır.

$$y(n) = b(0)x(n) + b(1)x(n-1) + \dots + b(M)x(n-M) \quad (3.2)$$

(3.2)'deki gibi ifade edilen fark denklemini transfer fonksiyonu cinsinden (3.3) denklemindeki gibi ifade edilebilir.

$$H(z) = \sum_{k=0}^M h(k)z^{-k} \quad (3.3)$$

FIR filtre için verilmiş olan transfer fonksiyonunu incelediğimizde, payda polinomunun değerinin 1 olduğu görülmektedir. Yani FIR filtrenin bütün kutupları kompleks düzlemde birim dairenin merkezine, orijin noktası üzerine yerleştirilmiştir. Bu nedenle FIR filtreler daima kararlıdır.

### 3.1.2. IIR Filtreler

İmpuls yanıtları sonsuz uzunluğa sahip olan filtreler, IIR filtre olarak adlandırılır. IIR filtrelerin en temel özelliği, geri besleme katı içermeleridir. Bu nedenle bu filtreler geri beslemeli (recursive) filtreler olarak ta bilinirler. IIR filtrelerin impuls cevapları sonsuz sürelidir. Çünkü girişine bir impuls uygulandığında geri besleme katından dolayı sonsuz sayıda sıfırdan farklı çıkış elde edilir. Ayrıca, geri beslemeli yapılarından dolayı IIR filtrelerin çıkışı, geçmişteki çıkış ve giriş değerlerine bağlıdır (Çetinkaya, 2004).

FIR filtreler süper bilinear faz davranışı gösterirler. Fakat iyi kalitede (dik eğimli) genlik-frekans cevabı gerekiyorsa bu durumda yüksek dereceden FIR filtre tasarımı yapılmalıdır. Dijital filtre tasarımında temel nokta belirlenmiş olan genlik frekans cevabının sağlanması ise IIR filtreler bunu FIR filtreye göre daha düşük dereceden bir yapıyla gerçekleştirirler. Buda daha az sayıda işlem yapılması anlamına gelmektedir.

IIR filtrenin fark denklemini cinsinden ifadesi (3.4) denkleminde görülmektedir.

$$y(n) = -\sum_{k=1}^N a(k)y(n-k) + \sum_{k=0}^M b(k)x(n-k) \quad (3.4)$$

$$\sum_{k=0}^N a(k)y(n-k) = \sum_{k=0}^M b(k)x(n-k) \quad a(0) = 1 \quad (3.5)$$

IIR filtrenin transfer fonksiyonu (3.5) denklemi yardımıyla (3.6) denklemindeki gibi gösterilebilir.

$$H(z) = \frac{\sum_{k=0}^M b(k)z^{-k}}{\sum_{k=0}^N a(k)z^{-k}} \quad (3.6)$$

IIR filtre için verilmiş olan transfer fonksiyonunu incelediğimizde bu sistemin, kompleks düzlemindeki konumları  $b(k)$  katsayıları tarafından tanımlanan M adet sıfır ve kompleks düzlemdeki konumları  $a(k)$  katsayıları tarafından tanımlanan N adet kutbun olduğu görülmektedir. İstenilen karakteristikleri sağlayabilecek IIR filtre tasarımı için, sistem kutupları ve sıfırları kompleks düzlemde en uygun şekilde bulunmalıdır.

IIR filtre tasarımında iki farklı yöntem kullanılabilir. Birincisi istenilen özellikteki filtre analog yapıda tasarlanarak dijital filtreye dönüştürülebilir. İkinci yöntem ise algoritmik ve iteratif tasarım prosedürleri kullanarak IIR filtre tasarlamaktır. Fakat ikinci yöntemde birçok lineer ve non-lineer denklem çözümü yapılması gerektiğinden pek tercih edilmez. Bu çalışmada ilk yöntem kullanılmıştır.

En sık kullanılan IIR filtre tasarım yöntemi aşağıdaki adımlardan oluşur:

- Dijital filtre karakteristikleri prototip analog alçak geçiren filtre karakteristiklerine dönüştürülür. Prototip analog alçak geçiren filtre transfer fonksiyonu  $H(p)$  hesaplanır.
- Alçak geçiren prototip filtrenin transfer fonksiyonuna tasarlanmak istenen filtrenin çeşidine göre (yüksek geçiren, band geçiren, band söndüren) dönüşüm yapılarak istenilen yapıda analog filtre gerçekleştirilir.

- Analog transfer fonksiyonundan sayısal dönüşüm yöntemleri yardımıyla sayısal transfer fonksiyonu elde edilir. Bu dönüşüm ile dijital filtre tasarım işlemi tamamlanmış olur.

Aşağıda elektronik ve haberleşme sistemlerinde çok kullanılan filtre çeşitlerinden olan Chebyshev I ve Butterworth filtreler hakkında bilgi verilecektir. İki filtre çeşidi için de prototip alçak geçiren analog filtre tasarımı aşamaları anlatılarak; analog alçak geçiren prototip filtreden, diğer filtre çeşitleri olan band geçiren, yüksek geçiren ve band söndüren filtrelere geçiş formülleri verilecektir. Daha sonra yukarıda belirttiğimiz IIR filtre tasarım aşamalarından; 3. madde olan sayısal dönüşüm yöntemlerinden bilinear z-dönüşümü hakkında bilgi verilerek, bölümün sonunda dijital filtre tasarım aşamalarının MATLAB ile nasıl gerçekleştirilebileceği anlatılacaktır.

### 3.1.2.1. Butterworth Alçak Geçiren Filtre

Butterworth filtre, genlik cevabının mümkün olduğu kadar düz olmasını sağlayan orta-Q filtersidir. Geçirme bandı en düz olan ve dalgalanmanın hiç olmadığı frekans cevabı Butterworth ile elde edilir.

İdeal bir alçak geçiren filtrenin genlik cevabının karesi  $|H(j\omega)|^2 = H(j\omega)H(-j\omega)$  aşağıdaki gibi pay  $N(p)$  ve payda  $D(p)$  polinomları ile ifade edilebilir. Burada  $m \leq n$  koşulu sağlanmalıdır (Shenoi, 2006).

$$|H(j\omega)|^2 = \frac{C_0 + C_2\omega^2 + C_4\omega^4 + \dots + C_{2m}\omega^{2m}}{1 + D_2\omega^2 + D_4\omega^4 + \dots + D_{2n}\omega^{2n}} \quad m \leq n \quad (3.7)$$

İdeal alçak geçiren bir filtre temel olarak 3 prensibi sağlamalıdır.

1.  $\omega = 0$  frekansında genlik 1 olmalıdır.
2. Genlik  $\omega = 0$  frekansından  $\omega = \infty$  gidildikçe azalmalı ve  $\omega = \infty$ 'da 0 olmalıdır.
3.  $\omega = 0$  frekansında hesaplanan maksimum sayıda türevin değeri 0 olmalıdır.

1 numaralı koşul  $C_0=1$  olunca sağlanmaktadır. 2 numaralı koşul  $C_2 = C_4 = \dots = C_{2m} = 0$  olması ile sağlanmaktadır. 3 numaralı koşul payda  $1 + D_{2n}\omega^{2n}$  olduğunda ve 2

numaralı koşul yerine getirildiğinde sağlanmaktadır. Bu durumda yukarıdaki denklem (3.8) denklemine dönüşmektedir.

$$|H(jw)|^2 = \frac{1}{1 + D_{2n}w^{2n}} \quad (3.8)$$

Burada normalize analog frekans tanımı yapmak hesaplamaları kolaylaştırmak açısından önemlidir.  $w$  frekans aralığı  $w_p$  kesim frekansı ise normalize analog frekansı  $\Omega = w/w_p$  olarak tanımlayabiliriz. Bu durumda alçak geçiren bir filtre için  $\Omega_p = 1$  olur. Bu filtreyi prototip Butterworth filtre olarak tanımlayabiliriz. Bu durumda filtrenin transfer fonksiyonu  $H(p) = H(s/p)$  olur. Genlik cevabının karesi de (3.9) denklemindeki gibi olur.

$$|H(j\Omega)|^2 = \frac{1}{1 + D_{2n}\Omega^{2n}} \quad (3.9)$$

(3.9) formülünde filtrenin alçak frekans bölgesindeki dalgalanma değerinin  $1/\sqrt{2}$  yani -3dB olması isteniyorsa  $D_{2n} = 1$  olmalıdır. Alçak frekans bölgesinde kazancın  $1 - \delta_p$  olması isteniyorsa  $D_{2n}$  hesaplanmalıdır. (3.10)'da bu hesaplamalar için kullanılan denklemler görülmektedir.

$$|H(j1)|^2 = \frac{1}{1 + D_{2n}} = \frac{1}{1 + \varepsilon^2} = (1 - \delta_p)^2 \quad (3.10)$$

Burada  $\delta_p$  geçirme bandındaki maksimum dalgalanmadır. (3.10) eşitliği dB cinsinden hesaplanmak istenirse (3.10) denklemi 10 ile çarpılıp logaritması alınır. (3.11) denkleminde  $\varepsilon$  değeri hesaplanmak istenirse (3.15) denkleminde arzu edilen  $\delta_p$  geçiş dalgalanma faktörü dB cinsinden yerine konularak  $\varepsilon$  hesaplanabilir. Burada  $\delta_p$  tasarlanacak filtrenin kullanılacağı yere göre istenilen aralıkta seçilebilir.

$$10 \log \frac{1}{1 + \varepsilon^2} = -A_p \quad (3.11)$$

$$10 \log(1 + \varepsilon^2) = A_p \quad (3.12)$$



$$\log(1 + \varepsilon^2) = 0.1A_p \quad (3.13)$$

$$1 + \varepsilon^2 = 10^{0.1A_p} \quad (3.14)$$

$$\varepsilon = \sqrt{10^{0.1A_p} - 1} \quad (3.15)$$

Filtrenin tasarlanması bir bakıma filtrenin, transfer fonksiyonunun pay ve payda polinomunun katsayılarının hesaplanması demektir. Bu amaçla filtrenin kutup noktaları hesaplanmalıdır.

(3.16) denkleminde gösterildiği gibi  $\Omega = p/j$  ise  $\Omega^2 = -p^2$  eşitliğini yerine yerleştirirsek;

$$\frac{1}{1 + \Omega^{2n}} \Big|_{\Omega^2 = -p^2} = \frac{1}{1 + (-1)^n p^{2n}} = H(p)H(-p) \quad (3.16)$$

(3.17)'deki eşitliğin görüldüğü gibi  $2n$  tane sıfır noktası vardır. Eşitlik çözülerek bu sıfır noktaları hesaplanabilir.

$$1 + (-1)^n p^{2n} = 0 \quad (3.17)$$

(3.17) eşitliği çözülürse (3.18) çözümü elde edilir.

$$p^{2n} = \begin{cases} 1 = e^{j2k\pi} \\ -1 = e^{j(2k+1)\pi} \end{cases} \quad (3.18)$$

$$p_k = e^{j(2k\pi/2n)\pi} \quad k = 1, 2, 3, \dots, 2n \quad n \text{ tek ise} \quad (3.19)$$

$$p_k = e^{j[(2k-1)/2n]\pi} \quad k = 1, 2, 3, \dots, 2n \quad n \text{ çift ise} \quad (3.20)$$

veya denklem genelleştirilirse;

$$p_k = e^{j[(2k+n-1)/2n]\pi} \quad k = 1, 2, 3, \dots, 2n \quad (3.21)$$

(3.9) denkleminde “n” tasarlanmak istenilen filtrenin derecesini göstermektedir. Burada “n” ne kadar büyük olursa  $\delta_p$  geçiş bandı dalgalanma değeri o kadar küçük olacaktır.

Tasarlanacak filtrenin arzu edilen  $\delta_p$  karşılayabilmesi açısından “n” değerinin hesaplanması gerekmektedir.

(3.22)’deki formül ile tasarlanmak istenilen filtrenin söndürme bandındaki minimum dalgalanmasına göre filtrenin derecesi belirlenir.

$$10\log|H(j\Omega_s)|^2 = -10\log(1 + \Omega_s^{2n}) \leq -A_s \quad (3.22)$$

(3.23) denklemi ile Butterworth filtrenin derecesi hesaplanabilir.

$$n \geq \frac{\log(10^{0.1A_s} - 1)}{2\log\Omega_s} \quad (3.23)$$

(3.23) formülü ile hesaplanan değer bir tamsayı çıkmayabilir. Bu durumda hesaplanan değer kendine en yakın bir üst rakama yuvarlanır. Burada hesaplanan “n” değeri payda polinomunun  $D(p)$  derecesini belirler.  $D(p)$  polinomu  $(p - p_k)(p - p_k^*)$  çarpımına eşittir ki burada  $p_k, p_k^*$  kompleks konjügedir. Bu çarpım sonrası polinom (3.24)’deki hali alır.

$$D(p) = 1 + d_1p + d_2p^2 + \dots + d_n p^n \quad (3.24)$$

Bu polinomda “d” katsayıları (3.25) denklemi yardımıyla hesaplanabileceği gibi tablolar yardımıyla da belirlenebilir. Tablo 3.1’de bu değerler görülmektedir.

$$d_k = \frac{\cos[(k-1)\pi/2]}{\sin[k\pi/2n]} d_{k-1} \quad k=1,2,3,\dots,n \quad (3.25)$$

### 3.1.2.2. Chebyshev I Alçak Geçiren Filtre

Chebyshev filtreleri bir çeşit yüksek-Q filtreleridir. Bu filtreler; söndürme bandında dik iniş istenildiğinde, geçirme bandının düz olmasının gerekli olmadığı durumlarda kullanılır. Bu filtre cevabında, geçirme bandı dalgalanmasına izin verilir. Butterworth cevabına oranla söndürme bandındaki başlangıç inişleri daha keskindir.

(3.26) eşitliğinde Chebyshev I filtresinin genlik cevabı karesi görülmektedir.

$$|H(j\Omega)|^2 = \frac{H_0^2}{1 + \varepsilon^2 C_n^2(\Omega)} \quad (3.26)$$

Burada  $C_n(\Omega)$  Chebyshev polinomunun derecesine göre hesaplanır. (3.27)'de Chebyshev polinomu görülmektedir.

$$C_n(\Omega) = \cos(n \cos^{-1} \Omega) \quad |\Omega| \leq 1 \quad (3.27)$$

(3.27)'deki formül yardımıyla  $n = 1,2,3,4,5$  değerleri için  $C_n(\Omega)$  polinomları hesaplanmıştır. Tablo 3.2'de bu polinomlar "n" değerlerine göre verilmiştir .

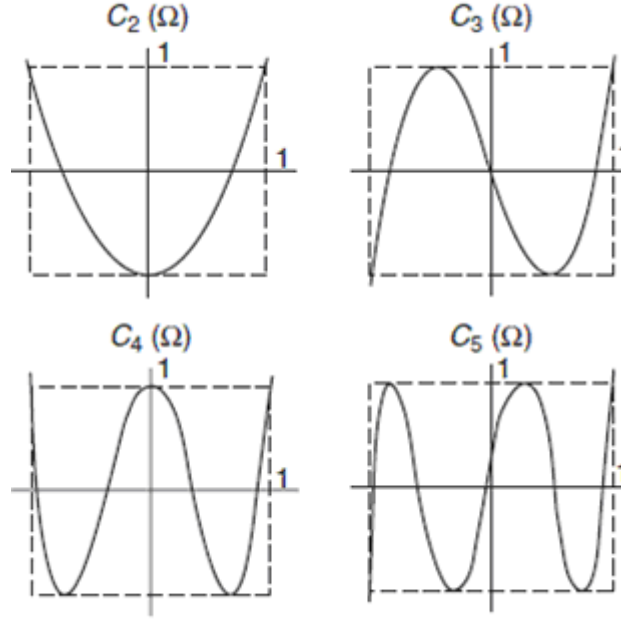
Tablo 3.1: Butterworth polinomları

n	Butterworth Polinomları D(p)
1	$p + 1$
2	$p^2 + \sqrt{2}p + 1$
3	$p^3 + 2p^2 + 2p + 1$
4	$p^4 + 2.61326p^3 + 3.41421p^2 + 2.61326p + 1$
5	$p^5 + 3.23607p^4 + 5.23607p^3 + 5.23607p^2 + 3.23607p + 1$
6	$p^6 + 3.8637p^5 + 7.4641p^4 + 9.1416p^3 + 7.4641p^2 + 3.8637p + 1$

Tablo 3.2 Chebyshev polinomları

n	Chebyshev Polinomları D(p)
1	$C_0(\Omega) = 1$
2	$C_1(\Omega) = \Omega$
3	$C_2(\Omega) = 2\Omega^2 - 1$
4	$C_3(\Omega) = 4\Omega^3 - 3\Omega$
5	$C_4(\Omega) = 8\Omega^4 - 8\Omega^2 + 1$

(3.27) denkleminde verilen polinom derecesine göre filtrenin geçirme ve söndürme bandlarındaki dalgalanmalar değişmektedir. Şekil 3.3'te polinom derecesinin değişimine göre meydana gelen dalgalanmalar görülmektedir.



Şekil 3.3: Chebyshev polinomu genlik değişimi (Shenoi, 2006).

Tasarlanmak istenilen filtrenin “ $\delta_p$ ” geçiş bandı dalgalanması veya “ $\delta_s$ ” söndürme bandındaki dalgalanmaya göre (3.28) denklemi yardımıyla Chebyshev filtresinin derecesi hesaplanabilir (Shenoi, 2006).

$$n \geq \frac{\cosh^{-1} \sqrt{[(10^{0.1A_s} - 1)/(10^{0.1A_p} - 1)]}}{\cosh^{-1} \Omega_s} \quad (3.28)$$

(3.26)'daki prototip filtrenin transfer fonksiyonundaki payda polinomunun  $D(p)$  kökleri (3.29) denklemiyle hesaplanabilir. Hesaplanan “ $\varphi$ ” açısı değeri (3.33) denkleminde yerine konularak  $H(p)$  polinomunun kutup değerleri bulunur.

$$p_k = -\sinh(\varphi) \sin \left[ \frac{(2k-1)\pi}{2n} \right] + j \cosh(\varphi) \cos \left[ \frac{(2k-1)\pi}{2n} \right] \quad (3.29)$$

Burada “ $\theta_k$ ” (3.30) denklemi, “ $\varphi$ ” açısı (3.31) denklemi yardımıyla hesaplanabilir.

$$\theta_k = \frac{(2k-1)\pi}{2n} \quad (3.30)$$

$$\varphi = \frac{1}{n} \sinh^{-1} \left( \frac{1}{\varepsilon} \right) \quad (3.31)$$

(3.31) denklemindeki “ $\varepsilon$ ” değeri (3.32) denklemi yardımıyla bulunabilir.

$$\varepsilon = \sqrt{10^{0.1A_p} - 1} \quad (3.32)$$

“ $\theta_k$ ” ve “ $\varphi$ ” yerine konulursa (3.29) denklemi (3.33) denklemine dönüşür.

$$p_k = -\sinh(\varphi) \sin(\theta_k) + j \cosh(\varphi) \cos(\theta_k) \quad k = 1, 2, 3, \dots, n \quad (3.33)$$

Chebyshev I prototip filtrenin transfer fonksiyonu da (3.34) eşitliği gibi olur.

$$H(p) = \frac{H_0}{[\sum_{k=0}^n d_k p^k]} \quad (3.34)$$

### 3.1.2.3. Analog Frekans Dönüşümü

Yukarıda analog alçak geçiren prototip filtreler için Chebyshev I ve Butterworth filtre tasarım aşamaları anlatılmıştır. Bu aşamaları tamamlamak, istenilen dijital filtrenin gerçekleştirilmesi için yeterli değildir. Bunun için tasarlanmak istenilen filtrenin çeşidine göre aşağıdaki transfer fonksiyonları ile gerekli dönüşümler yapılmak suretiyle istenilen analog filtre tasarımı tamamlanmış olur.

Analog alçak geçiren prototip filtrelerde  $p = g(s)$  dönüşümü uygulanarak yüksek geçiren, band geçiren ve band söndüren filtrelere geçiş yapılabilmektedir. Aşağıda bu dönüşümler görülmektedir (Shenoi, 2006).

$$\text{Alçak geçirenden alçak geçirene :} \quad p = \frac{s}{w_p} \quad (3.35)$$

$w_p$  : geçirme bandı kenar frekansı

$$\text{Alçak geçirenden yüksek geçirene:} \quad p = \frac{w_p}{s} \quad (3.36)$$

$w_p$  : söndürme bandı kenar frekansı

$$\text{Alçak geçirenden band geçirene :} \quad p = \frac{(s^2 + w_0^2)}{sB} \quad (3.37)$$

$$B = w_2 - w_1 \quad w_0 = \sqrt{w_1 w_2}$$

$$\text{Alçak geçirenden band söndürene :} \quad p = \frac{sB}{s^2 + w_0^2} \quad (3.38)$$

$$B = w_2 - w_1$$

#### 3.1.2.4. Bilinear $z$ - Dönüşümü

Bilinear  $z$ -dönüşümünü, sürekli ve dijital filtre fonksiyonları arasında  $s$ -düzleminin sol yarı bölgesini,  $z$ -düzleminde birim çember içerisine transfer eden basit bir dönüşüm olarak niteleyebiliriz. Bu dönüşüm ile gerçekleştirilebilir kararlı sürekli yapılar gerçekleştirilebilir kararlı dijital sistemlere dönüştürülür. Şekil 3.4'te bilinear  $z$ -dönüşümü görülmektedir.

Bilinear  $z$ -dönüşümü IIR filtre tasarımında en çok kullanılan metottur. Dönüşüm aşağıdaki formül ile gösterilebilir.

$$s = \frac{2}{T} \left( \frac{z-1}{z+1} \right) \quad (3.39)$$

(3.39) eşitliği " $z$ " için çözümlerse (3.40) denklemi elde edilir.

$$z = \frac{2/T + jw}{2/T - jw} \quad (3.40)$$

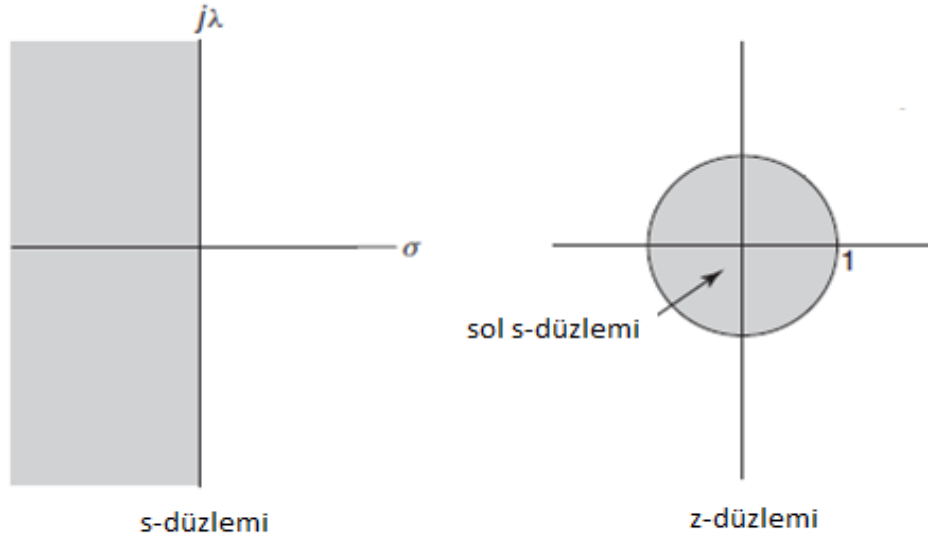
(3.40) denkleminde  $w = 0$  iken  $z = 1$ ,  $w = \infty$  iken  $z = -1$  ve  $0 < w < \infty$  aralığında ise  $z$ , 0 ile  $\pi$  arasında değişen değerler alır.

$$s = \frac{2}{T} \left( \frac{e^{j\omega T} - 1}{e^{j\omega T} + 1} \right) = \frac{2}{T} \left( \frac{e^{j(\omega T/2)} - e^{-j(\omega T/2)}}{e^{j(\omega T/2)} + e^{-j(\omega T/2)}} \right) = j \frac{2}{T} \tan\left(\frac{\omega T}{2}\right) \quad (3.41)$$

$$= j2f_s \tan\left(\frac{\omega T}{2}\right) = j\lambda \quad (3.42)$$

(3.42) denkleminden “ $\lambda$ ”, (3.43) formülüyle hesaplanabilir.

$$\lambda = 2f_s \tan\left(\frac{\omega T}{2}\right) \quad (3.43)$$



Şekil 3.4: Bilineer z-dönüşümü s-düzleminin z-düzlemine transferi (Shenoi, 2006).

Bu dönüşümle band genişliği keskin olan filtre yine band genişliği keskin diğer yapıya frekans tepkisinde herhangi bir bozulma olmadan transfer edilebilir. Bu dönüşümün tek kötü yanı, dijital ve analog frekanslar arasında nonlineer bir bağlantıya sahip olmasıdır. Bu yüzden sürekli sistemin frekans tepkisi, kompanze edilecek şekilde küçük sabit parçalara bölünmelidir. Ayrıca analog filtrenin faz tepkisi ve impuls tepkisi dijital filtreye bozuk aktarılabilmektedir (Demirtaş, 1997).

Bilineer dönüşüm özellikleri şunlardır:

- Sağ yarı s-düzlem bölgesi, z-düzleminde  $|z| = 1$  birim dairesi dışındaki noktalara karşı düşer.

- $s$ -düzleminde  $j$  eksenini üzerindeki noktalar  $z$ -düzleminde  $|z|=1$  birim dairesi üzerine karşı düşer.
- Sol yarı  $s$ -düzlem bölgesi  $z$ -düzleminde  $|z|=1$  birim dairesi içindeki noktalara karşı düşer.

### 3.1.2.5. IIR Filtrenin Kutup Ve Sıfırları

IIR filtrelerin transfer fonksiyonları (3.6)'daki gibi karakterize edilebilir. Bu eşitlik incelendiğinde, filtrenin  $M$  adet sıfırının,  $N$  adet kutbunun olduğu görülmektedir. Sistemin kutuplarının ve sıfırlarının kompleks düzlemdeki yerleşimleri frekans cevabını doğrudan etkiler.

IIR filtrenin kararlı olabilmesi için, bütün kutupların kompleks düzlemde birim daire içerisine yerleşmiş olması gerekir. Kompleks düzlemde kutupları birim dairenin üzerine ya da dışına yerleşmiş olan sistemler kararsız sistemlerdir uygulamada tercih edilmezler.

Birim daireye yakın konumlara yerleştirilmiş olan kutuplar, yerleştirildikleri frekans değerinde ve yakınındaki frekanslarda yüksek bir kuvvetlendirme sağlarlar. Bu nedenle, geçirme bandındaki kutupların birim daireye yakın yerleştirilmesi istenir. Herhangi bir frekans değerindeki frekans yanıtı genliğinin düşürülmesi isteniliyorsa, bu frekans noktasına ve yakınındaki frekanslara hiçbir kutup yerleştirilmemelidir.

Aynı noktada bulunan bir kutup ve bir sıfır birbirlerinin etkisini dengelerler. Çünkü bir noktadaki kutbun etkisi aynı noktadaki sıfırın etkisinin tam tersidir. Diğer taraftan, kompleks düzlemde birim dairenin merkezine yerleştirilmiş olan kutup ve sıfırların genlik yanıtı üzerinde hiçbir etkisi yoktur. Çünkü bu kutup ve sıfırların birim daire üzerindeki bütün noktalara mesafeleri eşittir. Merkeze yerleştirilmiş olan kutup ve sıfırlar, faz yanıtına doğrusal bir katkı sağlarlar (Çetinkaya, 2004).

### 3.1.2.6. MATLAB İle IIR Filtre Tasarım Aşamalarının Gerçeklenmesi

IIR filtre tasarımının analog prototip yöntemi; yukarıda anlatıldığı gibi önce arzu edilen karakteristiklere sahip analog filtre tasarlanmasıyla, daha sonra filtrenin bilinear-  $z$  dönüşüm metodu yardımıyla sayısallaştırılması ile gerçekleştirilebilir.



(3.44) denkleminde de görüldüğü gibi IIR filtrenin transfer fonksiyonu pay ve payda polinomlarından oluşmaktadır. IIR filtre tasarımında amaç filtrenin  $a(k)$  ve  $b(k)$  katsayılarını hesaplamaktır. Bu katsayıların hesap yolu ile bulunması çok zordur. Özellikle tasarlanmak istenilen filtrenin dalgalanma faktörleri hassaslaştıkça filtrenin derecesi yükselmektedir. Filtrenin derecesi yükseldikçe hesap yükü de doğru orantılı olarak artmaktadır.

Bilindiği gibi MATLAB yardımıyla birçok karmaşık hesaplama kolaylıkla yapılabilmektedir. Aşağıda MATLAB yardımıyla Chebyshev I ve Butterworth IIR filtrenin  $a(k)$  ve  $b(k)$  katsayılarının hesaplanması, filtrenin frekans cevabı ve kutuplarının çizdirilmesi için gerekli kodlar gösterilmiştir.

$$H(z^{-1}) = \frac{b(1) + b(2)z^{-1} + b(3)z^{-2} + \dots + b(N+1)z^{-M}}{1 + a(2)z^{-1} + a(3)z^{-2} + \dots + a(N+1)z^{-N}} \quad M \leq N \quad (3.44)$$

Burada;

1. Alçak geçiren ve yüksek geçiren filtrelerde “ $w_p$ ” tek boyutludur, band geçiren ve band söndüren filtrelerde ise bu değer iki boyutludur  $[w_{p1}, w_{p2}]$  ki burada  $w_{p2} > w_{p1}$  dir.
2.  $w_s$ ’i band söndüren frekans olarak tanımlarsak. Alçak geçiren filtrelerde bu değer  $w_s > w_p$  ve yüksek geçiren filtrelerde bu değer için  $w_s < w_p$  eşitsizliği sağlanmalıdır. Tasarlanacak filtre band söndüren ya da band geçiren ise söndüren band frekansı band geçiren filtre için  $w_{s2} > w_{p2} > w_{p1} > w_{s1}$  band söndüren filtre için  $w_{p2} > w_{s2} > w_{s1} > w_{p1}$  eşitsizliğini sağlamalıdır. Bütün bu frekans değerleri  $[0,1]$  aralığında olmalıdır.
3.  $R_p$ , geçirme bandı dalgalanma değeridir.
4.  $R_s$ , söndürme bandı dalgalanma değeridir.

Hesaplamalar analog filtreler yardımıyla yapılacağından “ $w$ ” dijital kesim frekansının analog frekans karşılığına çevrilmesi gerekmektedir. Dijital frekans “ $w$ ” aşağıdaki işlem yardımıyla analog frekans “ $\lambda$ ” karşılığına çevrilir.

$$\lambda = 2 * \tan(w/2)$$

Tasarlanmak istenilen IIR filtrenin çeşidine göre söndürme bandında ya da geçirme bandının genliğinde meydana gelebilecek dalgalanma filtrenin derecesini belirlemektedir. Bu amaçla arzu edilen bu dalgalanma değerine göre filtrenin derecesi hesaplanmalıdır. Bu amaçla Chebyshev I ve Butterworth yaklaşımları için sırasıyla; *cheblord*( ), *buttord*( ) komutları kullanılmaktadır. Komut parametrelerine tasarlanmak istenilen filtrenin frekans değerleri ve dalgalanma faktörleri girilerek filtrenin derecesi “ $n$ ” ve kesim frekansı “ $w_n$ ” hesaplanır.

$$[n, w_n] = \text{cheblord}(\lambda_p, \lambda_s, R_p, R_s)$$

$$[n, w_n] = \text{buttord}(\lambda_p, \lambda_s, R_p, R_s)$$

Chebyshev I ve Butterworth için sırasıyla *cheby1*( ), *butter*( ) komutları ile analog filtrenin pay ve payda polinomunun  $a(k)$  ve  $b(k)$  katsayıları hesaplanır. Komutlardaki “ $n$ ” ve “ $w_n$ ” değerleri yukarıda hesaplanan değerlerdir. Geçirme bandı dalgalanma faktörü “ $R_p$ ” de tasarlanmak istenilen filtrenin özelliklerine göre tasarımcı tarafından belirlenen bir değerdir.

$$[b, a] = \text{butter}(n, R_p, w_n)$$

$$[b, a] = \text{cheby1}(n, R_p, w_n)$$

Hesaplanan  $a(k)$  ve  $b(k)$  değerleri analog filtrenin  $H(s)$  transfer fonksiyonunun pay ve paydasının katsayı değerleridir. *bilinear*( ) komutu yardımıyla dijital filtrenin  $H(z)$  transfer fonksiyonunun katsayı değerleri  $b_z(k)$  ve  $a_z(k)$  hesaplanabilir.

$$[b_z, a_z] = \text{bilinear}(b, a, 1/pi)$$

$b_z(k)$  ve  $a_z(k)$  katsayıları hesaplanarak filtre tasarımı tamamlanmıştır.  $b_z(k)$  ve  $a_z(k)$  değerleri ile filtrenin kutup ve sıfır noktaları veya frekans cevabı çizdirilerek tasarlanan filtrenin ihtiyaçları karşılayıp karşılamadığı analiz edilebilir.

*zplane(b<sub>z</sub>,a<sub>z</sub>)*

*freqz(b<sub>z</sub>,a<sub>z</sub>,1024)*

Filtrenin kutup ve sıfırlarını çizdirmek için *zplane()*, frekans cevabını çizdirmek içinde *freqz()* komutları kullanılabilir.

### 3.2. ZAMAN SERİLERİ

Zaman içinde gözlenen ölçümlerin bir serisi olarak, rastgele değişkenlerin bir koleksiyonu şeklinde, kronolojik sırayla elde edilen verilere sahip değişkenlere zaman serisi adı verilmektedir (Akdi, 2003).

Zaman serileri, trend, konjonktürel dalgalanmalar, mevsimsel dalgalanmalar ve düzensiz hareketler gibi çeşitli faktörlerden etkilenmektedir. Bunlardan ilk üçü olan trend, konjonktürel dalgalanmalar ve mevsimsel dalgalanmalar belirlenebilirken düzensiz hareketleri kestirmek pek mümkün değildir.

İktisadi olaylar zaman değişkeninin yanında çok çeşitli değişkenlerin de etkisi altında olduğundan, bu tür olaylarla ilgili zaman serileri sadece zamanın deterministik bir fonksiyonu değildir; başka bir deyişle bu olaylar sadece zaman değişkeni tarafından tam olarak açıklanamazlar. Bir zaman serisinin gelecek dönemlerde göstereceği seyri tam olarak açıklayabilmek için kullanılacak matematiksel modelde, bu olayları açıklayacak bütün değişkenlere yer vermek gerekir, ancak bu her zaman mümkün değildir (Özmen, 1986).

İktisadi birçok olay rassal karakterlidir. Bu gibi olayların gelecek dönemlerdeki değerlerinin tahmini veya analizini geçmiş veri değerlerine göre yapmak için değişik bir yaklaşım gerekir. Bu yaklaşıma stokastik yaklaşım denmektedir. Bu nedenle istatistiksel

olayların zaman serileri ile analiz edilirken zaman serilerine stokastik bir süreç olarak bakılması gerekmektedir (Özmen, 1986).

Yukarıda da belirtildiği gibi zaman serileri bir stokastik süreç olarak ele alınabilir. Durağanlık ise stokastik bir süreç için önemli bir kavramdır. Ele alınan zaman serisinin; ortlaması, varyansı, kovaryansı ve daha yüksek dereceden momentleri zamana göre değişmiyorsa serinin durağanlığından bahsedilebilir.

Box ve Jenkins 1970’de basılan kitapları ile tanıtılan durağan olan ve durağan olmayan zaman serilerinin modelize edilmesi yaklaşımında, uygun ARIMA modelinin seçilmesi için bazı stratejiler ortaya koymuşlardır. Model seçimi aşamasında bazı işlemler yapılması gerektiğini belirtmişler ve bu amaçla dört basamaktan oluşan bir deneme-yanılma süreci önermişlerdir (Akgül, 2003).

Durağan zaman serisi modelleri; özbağlanımlı model AR(p), hareketli ortalama modeli MA(q) ve özbağlanımlı hareketli ortalama modeli ARMA(p,q) olarak isimlendirilir. Eğer model durağan değilse serinin durağanlaştırılması gerekir. Durağanlaştırmak için serinin farkı “d” alınır. Fark alma operatörü de modele dahil edilerek mevsimsel B-J modelleri ARIMA(p,d,q) biçiminde gösterilir.

Aşağıda öncelikle durağan zaman serisi modelleri olan AR(p), MA(q) ve ARMA(p,q) ardından da durağan olmayan zaman serisi modeli ARIMA(p,d,q) anlatılacaktır.

### **3.2.1. Özbağlanımlı Model (AR)**

Tek değişkenli zaman serisi modellerinden AR modelinde, serinin şimdiki değeri  $y_t$ , veri setinin geçmiş değerleri ile doğrusal bir fonksiyon artı bir şok ile tanımlanmaktadır. Bu model ile verinin geçmiş değerlerinden serinin şimdiki değeri hesaplanabilmektedir. Modelin derecesi “p” ile simgelenmektedir. Örneğin modelin derecesi 1 ise model AR(1), modelin derecesi p ise AR(p) olarak gösterilir. Bu bağlamda p. dereceden AR(p) modelinde zaman serisinin şimdiki değeri  $y_t$ , p dönem geçmiş verilerinin model kapsamında hesaplanan ağırlıklı katsayılarla çarpımının toplamına rassal hata teriminin eklenmesi ile hesaplanmaktadır.

AR modelinin derecesi “p”, seçimi için şu yol izlenmektedir. Serinin otokorelasyon katsayıları incelenerek en yüksek “p” değerinden başlanıp derece düşürülerek hesaplamalara devam edilmektedir. Hesaplanan değerlerle oluşturulan tez hipotezleri t-test tekniği ile test edilerek modelin derecesi belirlenmektedir.

$$y_t = \phi_1 y_{t-1} + \phi_2 y_{t-2} + \dots + \phi_p y_{t-p} + a_t \quad (3.45)$$

Burada “ $a_t$ ” rassal hata terimini simgelemektedir. Hata teriminin ortalaması sıfır ve varyansı sabittir. Ayrıca “ $a_t$ ” ile “ $y_{t-p}$ ” ler bağımsız olup aralarındaki korelasyonun sıfır olduğu kabul edilmektedir. Denklemde “ $\phi$ ” model kapsamında belirlenen katsayıları göstermektedir.

(3.45) denklemi B geri öteleme operatörü yardımıyla (3.46) denklemdeki gibi ifade edilebilir.

$$(1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \dots - \phi_p B^p) y_t = a_t \quad (3.46)$$

veya

$$\phi(B) y_t = a_t \quad (3.47)$$

Burada yukarıda bahsedildiği gibi B geri öteleme işlemini simgelemektedir. Gösterimde kolaylık sağlamak açısından serinin geçmiş değerleri, bu operatör yardımıyla gösterilecektir. B geri öteleme operatörü, derecesi kadar verinin geçmiş değerini simgeler. Aşağıda B'nin 1. ve 2. dereceden değerler için geçmiş değer verileri gösterilmiştir.

$$B y_t = y_{t-1}, \quad B^2 y_t = y_{t-2}$$

(3.47) denklemi yardımıyla (3.48) denklemi elde edilir.

$$y_t = \phi^{-1}(B) a_t \quad (3.48)$$

(3.48) denklemi daha açık bir ifade ile (3.49)'daki gibi gösterilebilir.

$$y_t = -\frac{1}{1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \dots - \phi_p B^p} a_t \quad (3.49)$$

AR modellerinde durağanlıktan bahsedilebilmesi için, aşağıdaki koşul sağlanmalıdır.

$$\sum_{i=1}^p \phi_i < 1$$

Ancak bu eşitsizlik sağlandığında serinin durağanlığından bahsedilebilmektedir.

### 3.2.1.1. Özbağlanımlı Modelin Varyansı

(3.45) denkleminin her iki tarafı “ $y_{t-k}$ ” ile çarpılıp beklenen değerleri alınır (3.50) denklemini elde edilir.

$$E(y_t y_{t-k}) - \phi_1 E(y_{t-1} y_{t-k}) - \phi_2 E(y_{t-2} y_{t-k}) - \dots = E(a_t y_{t-k}) \quad (3.50)$$

(3.50) denklemini (3.51)’deki gibi gösterilebilir.

$$\gamma_k - \phi_1 \gamma_{k-1} - \phi_2 \gamma_{k-2} - \dots = E(a_t y_{t-k}) \quad (3.51)$$

Burada “ $\gamma_k$ ” kovaryansı belirtmektedir. (3.51) eşitliğinin sağ tarafında yer alan  $E(a_t y_{t-k})$   $k = 0$  için “ $a_t$ ” ile “ $y_t$ ” ilişkili olduklarından  $\sigma^2$ ,  $k > 0$  için “ $y_{t-k}$ ” ile “ $a_t$ ” ilişkili olmadıklarından sıfır değerini alacaktır.

Yani,  $E(a_t y_t) = \sigma^2$  ve  $E(a_t y_{t-k}) = 0$  olacaktır. Bu durumda;

$k = 0$  için;

$$\gamma_0 - \phi_1 \gamma_{-1} - \phi_2 \gamma_{-2} - \dots = \sigma^2 \quad (3.52)$$

ve  $k > 0$  için:

$$\gamma_k - \phi_1 \gamma_{k-1} - \phi_2 \gamma_{k-2} - \dots - \phi_p \gamma_{k-p} = 0 \quad (3.53)$$

(3.52) denkleminin yararlanılarak (3.54) denklemini elde edilebilir.

$$\gamma_0 = \text{Var}(y_t) = \phi_1 \gamma_{-1} + \phi_2 \gamma_{-2} + \dots + \phi_p \gamma_{-p} + \sigma_a^2 \quad (3.54)$$

(3.54) denklemi düzenlenip  $\gamma_k = \gamma_{-k}$  eşitlikte yerine konulursa  $y_t$ 'nin varyansı (3.55) denklemindeki gibi olur.

$$\gamma_0 = \sigma_y^2 = \frac{\sigma_a^2}{(1 - \rho_1\phi_1 - \rho_2\phi_2 - \dots - \rho_p\phi_p)} \quad (3.55)$$

### 3.2.1.2. Özbağlanımlı Modelin Otokorelasyon Fonksiyonu

(3.51) denkleminde AR modelinin kovaryans fonksiyonu görülmektedir. (3.51) denkleminin her iki tarafı da “ $\gamma_0$ ” ile bölünürse (3.56) denklemi elde edilir.

$$\rho_k = \gamma_k / \gamma_0 = \phi_1\rho_{k-1} + \phi_2\rho_{k-2} + \dots + \phi_p\rho_{k-p} \quad (3.56)$$

(3.56) denkleminde  $k = 1, 2, 3, \dots, p$  değerleri verilerek  $\rho_1, \rho_2 \dots \rho_p$  değerleri elde edilir.

$$\rho_1 = \phi_1 + \phi_2\rho_1 + \dots + \phi_p\rho_{p-1}$$

$$\rho_2 = \phi_1\rho_1 + \phi_2 + \dots + \phi_p\rho_{p-2}$$

...

$$\rho_p = \phi_1\rho_{p-1} + \phi_2\rho_{p-2} + \dots + \phi_p \quad (3.57)$$

$\rho_k$ 'lar ile simgelenen teorik otokorelasyon değerleri, (3.57) denklemlerine örnek üzerinden hesaplanan otokorelasyon değerlerinin yerleştirilmesi ile hesaplanır.

Ayrıca otokorelasyon katsayıları için (3.58) denklemindeki eşitlikten de faydalanılabilir.

$$\rho_k = \phi^k \quad (3.58)$$

AR modelinin otokorelasyon fonksiyonları Yule-Walker denklemlerinden yararlanılarak da çözülebilmektedir.

AR(2) için varyans hesaplanırsa;

k = 0 için:

$$\text{Var}(y_t) = \gamma_0 = E[y_t(\phi_1 y_{t-1} + \phi_2 y_{t-2} + a_t)] \quad (3.59)$$

$$\gamma_0 = \phi_1 \gamma_1 + \phi_2 \gamma_2 + \sigma_a^2 \quad (3.60)$$

k = 1 için:

$$\gamma_1 = E[y_{t-1}(\phi_1 y_{t-1} + \phi_2 y_{t-2} + a_t)] \quad (3.61)$$

$$\gamma_1 = \phi_1 \gamma_0 + \phi_2 \gamma_1 \quad (3.62)$$

k = 2 için:

$$\gamma_2 = E[y_{t-2}(\phi_1 y_{t-1} + \phi_2 y_{t-2} + a_t)] \quad (3.63)$$

$$\gamma_2 = \phi_1 \gamma_1 + \phi_2 \gamma_0 \quad (3.64)$$

k > 2 için:

$$\gamma_k = E[y_{t-k}(\phi_1 y_{t-k-1} + \phi_2 y_{t-k-2} + \dots + a_t)] \quad (3.65)$$

$$\gamma_k = \phi_1 \gamma_{k-1} + \phi_2 \gamma_{k-2} \quad (3.66)$$

(3.62), (3.64), (3.66) denklemleri birlikte çözüldüğünde  $\gamma_k$ 'lar " $\phi_i$ " cinsinden ifade edilebilmektedir.

$$\gamma_1 = \frac{\phi_1 \gamma_0}{1 - \phi_2} \quad (3.67)$$

$$\gamma_0 = \frac{(1 - \phi_2) \sigma_a^2}{(1 + \phi_2)[(1 - \phi_2)^2 - \phi_1^2]} \quad (3.68)$$

(3.64) ve (3.67) denklemlerinin birlikte çözülmesi ile de otokorelasyon katsayılarını veren (3.69) ve (3.70) denklemleri elde edilir.

$$\rho_1 = \frac{\phi_1}{1 - \phi_2} \quad (3.69)$$



$$\rho_2 = \phi_2 + [\phi_1^2 / (1 - \phi_2)] \quad (3.70)$$

Yule – Walker denklemleri matris yaklaşımı ile (3.71) şeklinde gösterilebilir.

$$\boldsymbol{\rho} = \mathbf{P}\boldsymbol{\phi} \quad (3.71)$$

Burada;

$$\boldsymbol{\rho} = [\rho_1 \quad \rho_2 \quad \dots \quad \rho_p]'$$

$$\boldsymbol{\phi} = [\phi_1 \quad \phi_2 \quad \dots \quad \phi_p]'$$

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} 1 & \rho_1 & \rho_2 & \dots & \rho_{p-1} \\ \rho_1 & 1 & \rho_1 & \dots & \rho_{p-2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \rho_{p-1} & \rho_{p-2} & \rho_{p-3} & \dots & 1 \end{bmatrix}$$

(3.71) denkleminde de  $\mathbf{P}$  matrisi eşitliğin diğer tarafına geçirilerek AR modelinin “ $\phi$ ” katsayıları hesaplanır.

$$\boldsymbol{\phi} = \mathbf{P}^{-1}\boldsymbol{\rho} \quad (3.72)$$

Durağan AR modelinin otokorelasyon fonksiyonu üstel ve sinüs biçiminde azalacaktır.

### 3.2.1.3. Özbağlı Modelin Kısmi Otokorelasyon Fonksiyonu

AR modelinin kısmi otokorelasyon katsayılarının elde edilmesi için Yule–Walker denklemlerinden yararlanılmaktadır.

$$\rho_j = \phi_{k1}\rho_{j-1} + \dots + \phi_{k(k-1)}\rho_{j-k+1} + \phi_{kk}\rho_{j-k} \quad (3.73)$$

(3.73) denkleminde yararlanılarak (3.74) denkleminde görülen Yule-Walker denklemleri elde edilmektedir.

$$\begin{bmatrix} 1 & \rho_1 & \rho_2 & \dots & \rho_{k-1} \\ \rho_1 & 1 & \rho_1 & \dots & \rho_{k-2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \rho_{k-1} & \rho_{k-2} & \rho_{k-3} & \dots & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_{k1} \\ \phi_{k2} \\ \dots \\ \phi_{kk} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \rho_1 \\ \rho_2 \\ \dots \\ \rho_k \end{bmatrix} \quad (3.74)$$

Matrisler Cramer kuralı yardımıyla çözümlenerek AR modelinin kısmi otokorelasyon katsayıları elde edilmektedir.

AR modelinin derecesi “p” ise,

$k < p$  için:

$$\phi_{kk} \neq 0$$

$k > p$  için:

$$\phi_{kk} = 0$$

### 3.2.2. Hareketli Ortalama Modeli (MA)

Hareketli ortalama modelinde AR modelinden farklı olarak, incelenen zaman serisinin şimdiki değeri “ $y_t$ ”, rassal hata terimi  $a_t$ ’nin geçmiş ve şimdiki değerlerinin ağırlıklı katsayılar ile çarpımının toplamı şeklinde ifade edilmektedir. MA modellerinin tümü durağandır.

MA modellerinin derecesi “q” denklemde kullanılan geçmiş rassal hata terimlerinin sayısı kadardır. Örneğin zaman serisini açıklamak için MA modelinde 1 tane geçmiş rassal hata teriminden yararlanılmışsa modelin mertebesi 1, q tane geçmiş rassal hata terimi kullanılmışsa modelin derecesi “q”dur. Derecesi “q” olan bir MA modeli MA(q) şeklinde gösterilir.

$$y_t = a_t - \theta_1 a_{t-1} - \theta_2 a_{t-2} - \dots - \theta_p a_{t-p} \quad (3.75)$$

MA modeli (3.75) denklemdeki gibi ifade edilebilir. Burada “ $\theta_i$ ” ağırlık katsayılarını, “ $y_t$ ” durağan seriyi,  $a_i$ ’ler ise geçmiş dönem hata terimlerini göstermektedir. Geri öteleme operatörü B kullanılarak MA(q) modeli (3.76) denklemdeki gibi ya da daha kısa bir gösterimle (3.77) denklemdeki gibi ifade edilebilir.

$$y_t = (1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2 - \dots - \theta_q B^q) a_t \quad (3.76)$$

$$y_t = \theta(B) a_t \quad (3.77)$$

Burada:

$$\theta(B) = (\theta_0 - \theta_1 B^1 - \theta_2 B^2 - \dots - \theta_q B^q) \quad (3.78)$$

Denklemden rassal hata terimi  $a_t$ 'nin ortalamasının sıfır, varyansının sabit ve bağımsız bir değişken olduğu kabul edilmektedir.

$\theta(B)$  serisi sonlu olduğunda durağanlık için MA modeli parametreleri üzerinde bir kısıt koymaya gerek yoktur. Fakat modelin çevrilebilirliğinden bahsedilebilmek için MA parametrelerinin aşağıdaki eşitsizliği sağlaması gerekmektedir.

$$\sum_{i=0}^q \theta_i < 1$$

Ayrıca rassal sürecin tam bir modelinin oluşturulabilmesi için sonsuz sayıda gecikmeli hata teriminin kullanılması gerekmektedir. Bu durumda MA modelinin derecesi sonsuz olmakta ve bu nedenle  $\sum_{i=0}^{\infty} \theta_i^2$ 'nin yakınsaması gerekmektedir. Bu koşulun sağlanması için  $i$ 'ler büyüdükçe " $\theta_i$ " değerleri küçülmelidir. Bu özellik seri durağan olduğunda " $k$ " arttıkça korelasyon katsayılarının değerinin küçülmesi ve otokorelasyon katsayılarının sonsuz değerlerde sıfıra yaklaşması ile tutarlı olmaktadır.

### 3.2.2.1. Hareketli Ortalama Modelinin Varyansı

MA modelinin varyansı (3.79) denklemindeki gibi gösterilebilir.

$$\text{Var}(y_t) = \gamma_0 = E(y_t - \mu)^2 \quad (3.79)$$

(3.79) denkleminde  $y_t$ 'nin yerine konulması ile (3.80) gibi olur.

$$\gamma_0 = E(a_t^2 + \theta_1^2 a_{t-1}^2 + \dots + \theta_q^2 a_{t-q}^2) \quad (3.80)$$

" $a_t$ " rassal hata teriminin şimdiki ve geçmiş değerlerinin varyansı  $\sigma_a$ 'ye eşit olduğundan ve " $\theta$ " katsayıları sabit olduğundan (3.80) denkleminin (3.81) denklemindeki hali alır.

$$\gamma_0 = \sigma_a^2 + \theta_1^2 \sigma_a^2 + \dots + \theta_q^2 \sigma_a^2 \quad (3.81)$$

(3.81) denklemi düzenlenirse MA modelinin varyansı (3.82) denklemindeki formül yardımıyla hesaplanabilir.

$$\gamma_0 = \sigma_a^2 (1 + \theta_1^2 + \dots + \theta_q^2) \quad (3.82)$$

### 3.2.2.2. Hareketli Ortalama Modelinin Otokorelasyon Fonksiyonu

MA modelinin varyansı “ $\gamma_k$ ”, modelin otokovaryansına “ $\gamma_0$ ” bölünmesi ile otokorelasyon fonksiyonu elde edilir.

$$\rho_k = \frac{\gamma_k}{\gamma_0} \quad (3.83)$$

$k = 1, 2, \dots, q$  için

$$\rho_k = \frac{-\theta_k + \theta_1 \theta_{k+1} + \dots + \theta_{q-k} \theta_q}{1 + \theta_1^2 + \theta_2^2 + \dots + \theta_q^2} \quad (3.84)$$

$k > q$  için:

$$\rho_k = 0$$

Yukarıdaki denklemler de  $k > q$  olduğunda otokorelasyon fonksiyonunun sıfır olacağını, yani MA(q) modelin otokorelasyon fonksiyonunun “q” gecikme sonrası sıfır olacağını ortaya koymaktadır.

Modelin “ $\theta$ ” katsayıları (3.84) denklemi yardımıyla belirlenebilir.

### 3.2.2.3. Hareketli Ortalama Modelinin Kısmi Otokorelasyon Fonksiyonu

MA modeli kısmi otokorelasyon fonksiyonu MA modelinin otokorelasyon fonksiyonuna kıyasla daha karmaşıktır. MA modelinin kısmi otokorelasyon fonksiyonu AR modelinin otokorelasyon fonksiyonuna benzemektedir. Bu açıdan MA modelinin derecesi belirlenirken otokorelasyon fonksiyonu göz önüne alınmaktadır.

AR ve MA modellerinin kısmi otokorelasyon ve otokorelasyon fonksiyonları karşılaştırıldığında aşağıdaki sonuçlar elde edilmektedir.

AR modelinin;

Otokorelasyon fonksiyonu, üstel ve sinüs dalgaları şeklinde azalan sonsuz görünümündedir.

Kısmi otokorelasyon fonksiyonu, grafik gösterimde x-eksenini p gecikme sonrası kesmektedir. Yani  $k > p$  için  $\hat{\phi}_{ii} = 0$  olmaktadır.

MA modelinin;

Otokorelasyon fonksiyonu, q gecikme sonrası grafik gösterimde x-eksenini kesmektedir. Bu durumda  $k > q$  için  $\rho = 0$  olmaktadır.

Kısmi otokorelasyon fonksiyonu, üstel ve sinüs dalgaları şeklinde azalan sonsuz görünümündedir.

### 3.2.3. Özbağlanımlı Hareketli Ortalama Modeli (ARMA)

ARMA modeli, serinin şimdiki değerini belirlemek için serinin geçmiş zaman değerleri ile rassal hatanın şimdiki ve geçmiş değerlerinin ağırlıklı katsayılar ile çarpımlarının toplamı biçiminde ifade edilmesidir. ARMA modeli hem AR hem de MA bileşenlerine sahiptir. ARMA(p,q) biçimde gösterilir. Burada “p” modelde kullanılan geçmiş değerlerin sayısını “q” ise modelde kullanılan geçmiş rassal hataların sayısını belirtmektedir. Dereceleri “p” ve “q” olan ARMA(p,q) modeli (3.85) gibi ifade edilebilmektedir.

$$y_t = \phi_1 y_{t-1} + \phi_2 y_{t-2} + \dots + \phi_p y_{t-p} + a_t - \theta_1 a_{t-1} - \theta_2 a_{t-2} - \dots - \theta_q a_{t-q} \quad (3.85)$$

(3.85) denklemi geri öteleme operatörü B ile ifade edilirse denklem (3.86) ya da kısa gösterimi ile (3.87) denklemindeki gibi olur.

$$(1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \dots - \phi_p B^p) y_t = (1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2 - \dots - \theta_q B^q) a_t \quad (3.86)$$

$$\phi(B) y_t = \theta(B) a_t \quad (3.87)$$

(3.87) denkleminde serinin şimdiki değeri “ $y_t$ ”, elde edilmek istenirse (3.88) denklemi elde edilir.

$$y_t = \phi^{-1}(B)\theta(B)a_t \quad (3.88)$$

$$y_t = \frac{\theta(B)}{\phi(B)} a_t = \frac{1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2 - \dots - \theta_q B^q}{1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \dots - \phi_p B^p} a_t \quad (3.89)$$

ARMA modellerinde “p” ve “q” değerlerinin  $p < 3$  ve  $q < 3$  olması seriyi yeterince açıklayacak bir model oluşturulması için yeterli olduğu ifade edilmektedir.

ARMA modelinde, çevrilebilirlik ve durağanlık koşullarının ikisi birden sağlanmalıdır. Modelin durağanlığı AR(p)’ye bağlı iken çevrilebilirliği MA(q) ‘ye bağlı olmaktadır.

ARMA(p,q) modelinde sürecin durağanlık koşulu:

$$\sum_{i=1}^p \phi_i < 1$$

Çevrilebilirlik koşulu ise:

$$\sum_{i=0}^q \theta_i < 1 \text{ 'dir.}$$

### 3.2.3.1. Özbağlanımlı Hareketli Ortalama Modeli Varyansı

$$\text{Var}(y_t) = \gamma_0 = E[y_t(\phi_1 y_{t-1} + \phi_2 y_{t-2} + \dots + \phi_p y_{t-p} + a_t - \theta_1 a_{t-1} - \dots - \theta_q a_{t-q})] \quad (3.90)$$

$$\gamma_0 = \phi_1 E(y_t y_{t-1}) + \dots + \phi_p E(y_t y_{t-p}) + E(a_t y_t) + \theta_1 E(a_{t-1} y_t) + \dots + \theta_q E(a_{t-q} y_t) \quad (3.91)$$

Burada;

$E(y_t a_t) = \sigma_a^2$  ve  $E(y_t a_{t-p}) = 0$  değerleri (3.91) denkleminde yerine yerleştirilirse (3.92) elde edilir.

$$\gamma_0 = \phi_1 \gamma_1 + \phi_2 \gamma_2 + \dots + \phi_p \gamma_p + \sigma_a^2 \quad (3.92)$$

### 3.2.4. Özbağlanımlı Tamamlanmış Hareketli Ortalama Modeli (ARIMA)

Süreçlerin ortalamasının, varyansının ve kovaryansının zamana bağlı olarak değişmemesi durumunda, başka bir deyişle seriler durağan olduklarında AR(p), MA(q), ARMA(p,q) modellerinden biri kullanılabilir. Ancak serilerin çoğunda ortalama veya varyansta zamana bağlı bir değişim gözlenmektedir. Serilerin sabit bir ortalama etrafında dağılmaması veya stokastik sürecin karakteristiklerinin zamana bağlı olarak değişmesi nedeni ile durağan olmayan seriler ortaya çıkmaktadır. Bu gibi serilerin durağan hale dönüştürülmesi gerekli olmaktadır. Mevsim etkisi taşıyan veya trende sahip serilerin durağan olana kadar farkı alınmaktadır. Durağan olmayan seriler için uygun modeller sağlayan ARIMA modelleri, d-kere farkı alındığında durağanlığı sağlanan seriye uygulandığında durağan ARMA modeli olarak ifade edilmektedir (Akgül, 2003).

Durağan olmayan “ $y_t$ ” serisinin d. mertebeden farkı alınıp durağanlaştırılan seriye “ $w_t$ ” dersek bunu (3.93)’deki gibi ifade edebiliriz.

$$w_t = \Delta^d y_t = (1 - B)^d y_t \quad (3.93)$$

Burada “ $\Delta$ ” operatörü fark alma işlemcisini “d” ise fark alma derecesini simgelemektedir.

$$\Delta y_t = y_t - y_{t-1} \quad (3.94)$$

ARIMA(p,d,q) modeli durağanlaştırılmış seriyi simgeleyen “ $w_t$ ” ile ARMA(p,q) süreci olarak ifade edilebilir.

$$w_t = \phi_1 w_{t-1} + \phi_2 w_{t-2} + \dots + \phi_p w_{t-p} + a_t - \theta_1 a_{t-1} - \theta_2 a_{t-2} - \dots - \theta_q a_{t-q} \quad (3.95)$$

(3.95) eşitliği geri öteleme operatörü B ile (3.96)’daki gibi ifade edilebilir.

$$\phi(B)w_t = \theta(B)a_t \quad (3.96)$$

Fark alma işlemi ile durağanlaştırılan serinin parametre tahmin aşamaları ARMA modelindeki gibidir. Bu yüzden burada tekrar bu hesaplamalar anlatılmayacaktır.

#### 4. BULGULAR

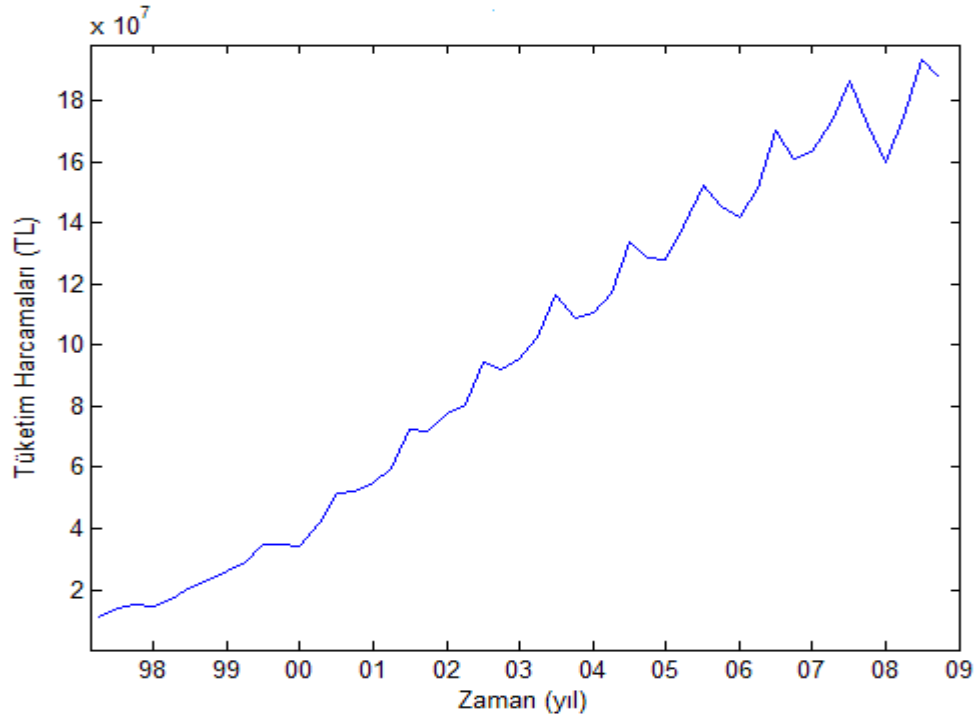
İkinci bölümde de tanımlandığı gibi mevsimsellik; zaman serisinde bir yıllık süre içerisinde aylık, yarıyıllık veya çeyrek dönemlik belirli periyotlar halinde tekrar eden dalgalanmalardır. Bu tanımdan da anlaşılacağı gibi mevsimsellikte periyodiklik söz konusudur. İşte mevsimsellikteki bu periyodikliğin, frekans domeninde belirli bir frekans aralığında değişime neden olabileceği düşünülmektedir. Mevsimselliğin periyodikliğinden kaynaklanan etkiye karşılık gelen frekans tespit edilip bu frekans bileşeni yok edilirse mevsimsellik ortadan kaldırılabilir. Aşağıda öncelikle veri setindeki mevsimsel etki 1998 – 2009 dönemi için zaman domeninde incelenmiştir.

Şekil 4.1’de 1998–2009 dönemi üç aylık Yerleşik ve Yerleşik Olmayan Hane Halklarının Yurtiçi Tüketimi (Cari) veri seti görülmektedir. Şekilden de görüldüğü gibi grafikte her senenin 3. çeyreğinde yani Ağustos, Eylül, Ekim aylarında tüketim harcamalarında ani bir artış meydana gelmektedir. 3. çeyrekte görülen bu ani artışlar yukarıda yapılan mevsimsellik tanımına uymaktadır.

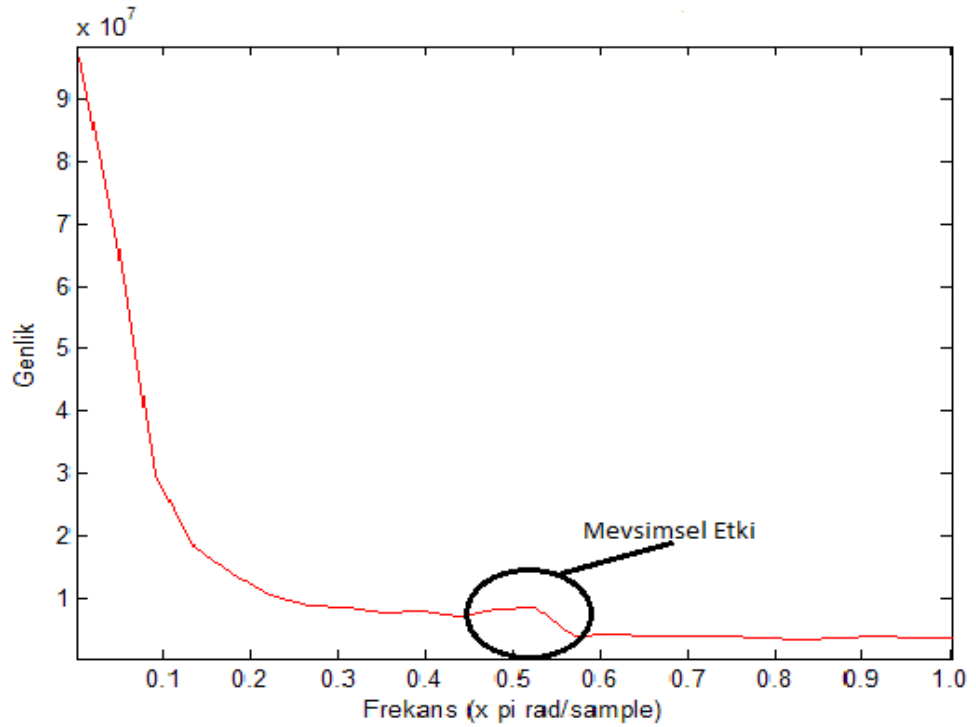
Tüketim harcamaları veri setinin frekans domeninde incelenmesi mevsimsellik etkisinin daha iyi görülebilmesi ve mevsimselliğin etki ettiği frekansın belirlenmesi açısından önemlidir. Şekil 4.1’de periyodik olarak belirli dönemlerde görülen ani artışların frekans domeninde dar bir frekans aralığında ortaya çıkacağı düşünülmektedir. Bu amaçla tüketim harcamaları veri setine MATLAB yardımıyla FFT analizi yapılmıştır.

Şekil 4.2’de tüketim harcamaları verisinin frekans domeninde analizi görülmektedir. Şekilden de görüldüğü gibi  $0.5\pi$  frekansında normal olmayan bir artış söz konusudur. İşte bu normal olmayan artış mevsimsellik etkisinden kaynaklanmaktadır.





Şekil 4.1: Tüketim harcamaları – zaman grafiği.

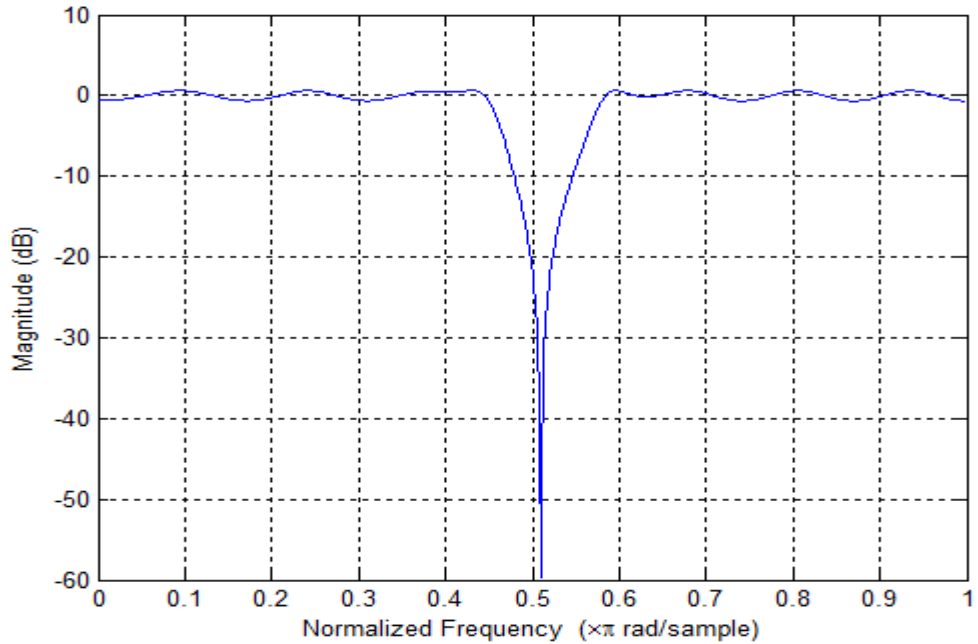


Şekil 4.2: Tüketim harcamaları - frekans grafiği.

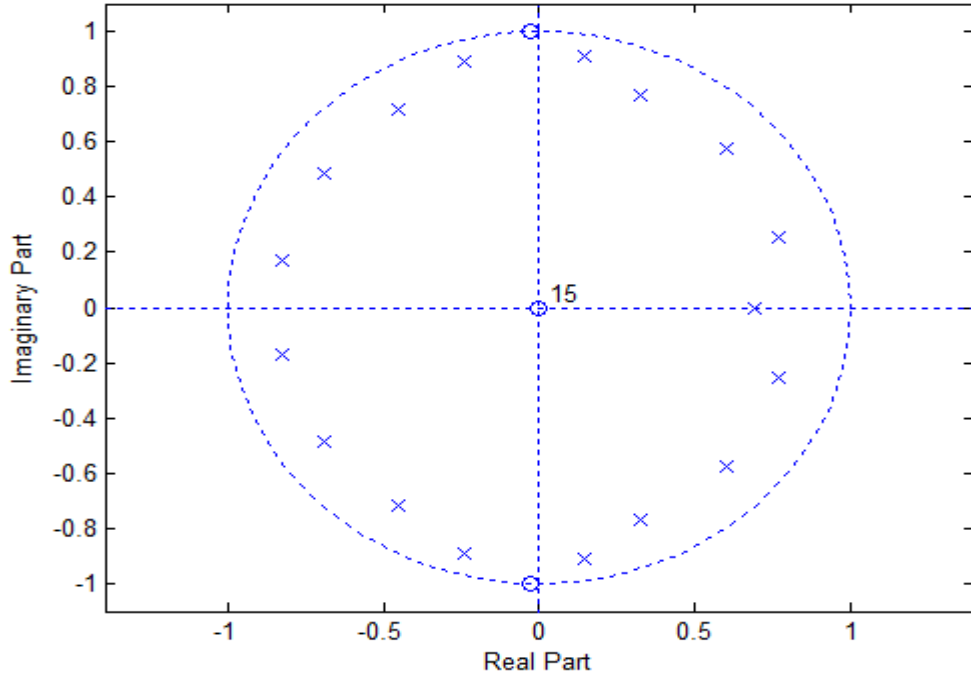
Frekans bandında sadece ani artışın olduğu frekans söndürülürse mevsimsel etki ortadan kalkacaktır. Üçüncü bölümde de bahsettiğimiz gibi band söndüren filtreler, belirli

frekansları söndürüp geri kalan frekansları geçirirler. Bu frekans cevabından dolayı çalışmada band söndüren filtre tercih edilmiştir. İdeal band söndüren filtrelerde söndürme bandında kazanç 0, geçirme bandında kazanç 1 dir. Fakat pratikte bu pek mümkün olmamaktadır. Band söndüren ve band geçiren bölgelerde dalgalanmalar tasarlanacak filtrenin özelliğine göre belirlenmektedir.

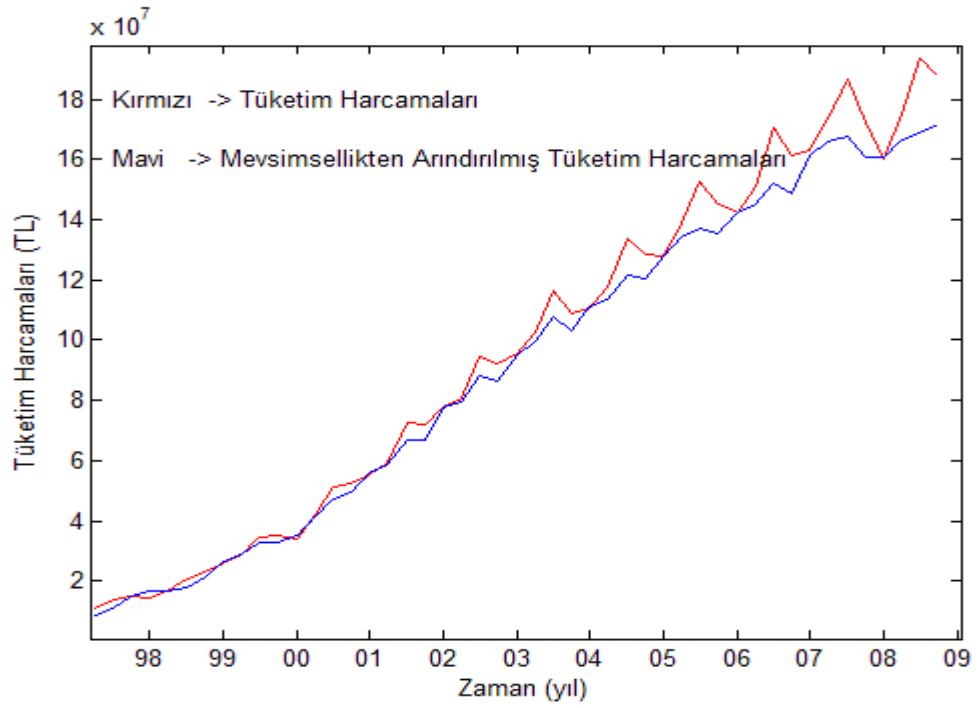
Mevsimsellik etkisini ortadan kaldırırken verinin diğer bileşenlerini etkilememek gerektiğinden söndüren veya geçiren banttaki dalgalanmalar mümkün olduğunca küçük olmalıdır. Filtrenin söndürme frekans aralığı Şekil 4.2'deki ani artış göz önüne alınınca  $w_{p1} = 0.45\pi$ ,  $w_{p2} = 0.58\pi$ ,  $w_{s1} = 0.505\pi$ ,  $w_{s2} = 0.515\pi$  olarak belirlenmiştir. Geçirme bandındaki dalgalanma için de  $\delta_p = 0.5$  dB uygun bir değerdir. Filtrenin katsayıları hesaplanırken Butterworth yaklaşımına göre daha keskin bir inişe sahip olduğundan Chebyshev I yaklaşımı seçilmiştir. Üçüncü bölümde açıklanan MATLAB komutları yardımıyla yukarıdaki karakteristik özelliklere sahip band geçiren filtre tasarlanmıştır. Tasarlanan filtrenin frekans cevabı Şekil 4.3'de kutup ve sıfırları ise Şekil 4.4'te görülmektedir.



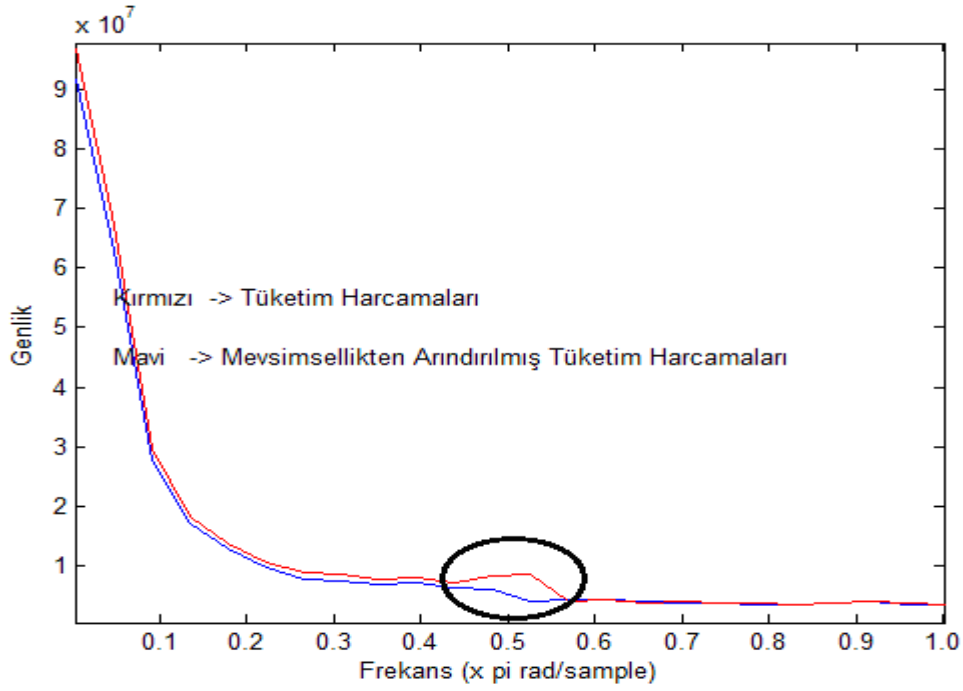
Şekil 4.3: Tasarlanan band söndüren filtre frekans – kazanç grafiği.



Şekil 4.4: Tasarlanan band söndüren filtrenin kutup ve sıfırları.



Şekil 4.5: Mevsimsellikten arındırılmış ve ham tüketim harcamaları – zaman grafiği.

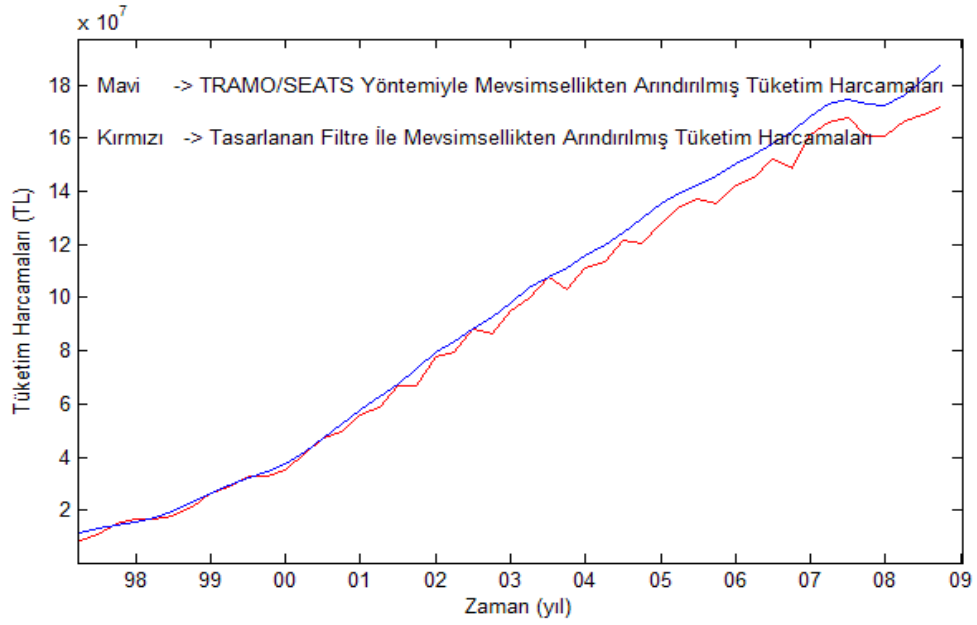


Şekil 4.6: Mevsimsellikten arındırılmış ve ham tüketim harcamaları – frekans grafiği.

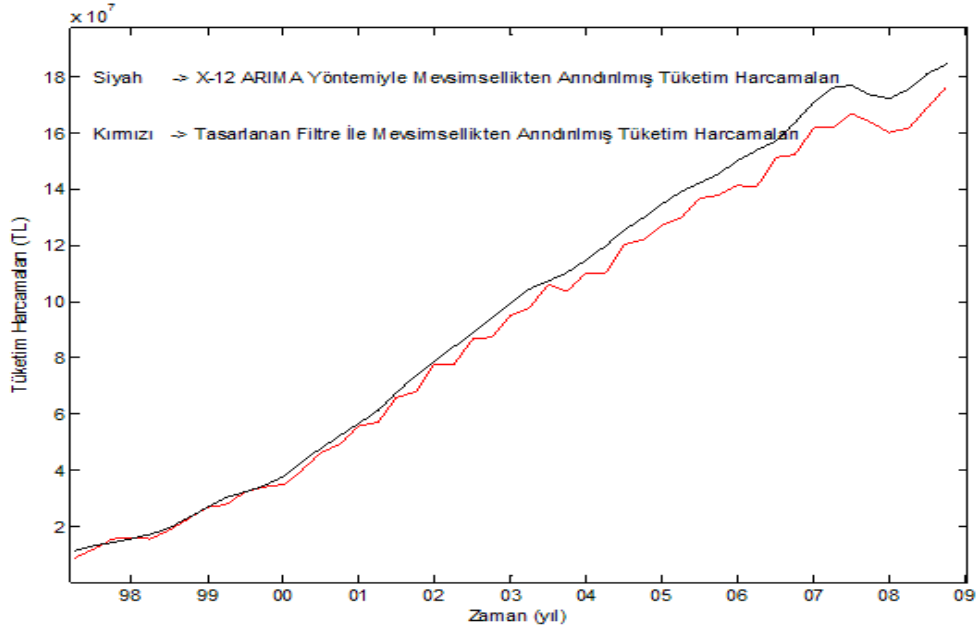
1998–2009 dönemi üç aylık Yerleşik ve Yerleşik Olmayan Hane Halklarının Yurtiçi Tüketimi (Cari) veri seti, yukarıdaki karakteristik özelliklere sahip filtre kullanılarak filtrelenmiştir. Filtreden geçirilen veri ile filtrelenmemiş veri–zaman grafiği Şekil 4.5’te görülmektedir. Şekilden de görüldüğü gibi her senenin 3. çeyreğinde yani Ağustos, Eylül, Ekim aylarında görülen ani artışlar ortadan kaybolmuştur. Filtrelenmiş veri ile mevsimsellik içeren veri frekans domeninde karşılaştırıldığında; Şekil 4.6’da  $0.5\pi$  frekansındaki ani artışın yok olduğu görülmektedir.

Tasarlanan filtrenin mevsimsellik etkisini ortadan kaldırdığı yukarıda yapılan analizlerde açıkça görülmektedir. İkinci bölümde de bahsettiğimiz gibi mevsimsellik etkisini yok etmek amacıyla finans dünyasında birçok yöntem kullanılmaktadır. Bu yöntemlerden en çok tercih edilenler X-12 ARIMA ve TRAMO/SEATS’dir. Tasarlanan filtreyi kullanılan yöntemlerle karşılaştırabilmek amacıyla tüketim harcamaları verisi bu yöntemlerle de mevsimsellikten arındırılmıştır. Sonuçlar Şekil 4.7 ve Şekil 4.8’de zaman domeninde, Şekil 4.9 ve Şekil 4.10’da frekans domeninde karşılaştırılmıştır. Görüldüğü gibi TRAMO/SEATS ve X-12 ARIMA yöntemleriyle yapılan mevsimsellikten arındırma işlemi sonuçları ile çalışma kapsamında tasarlanan

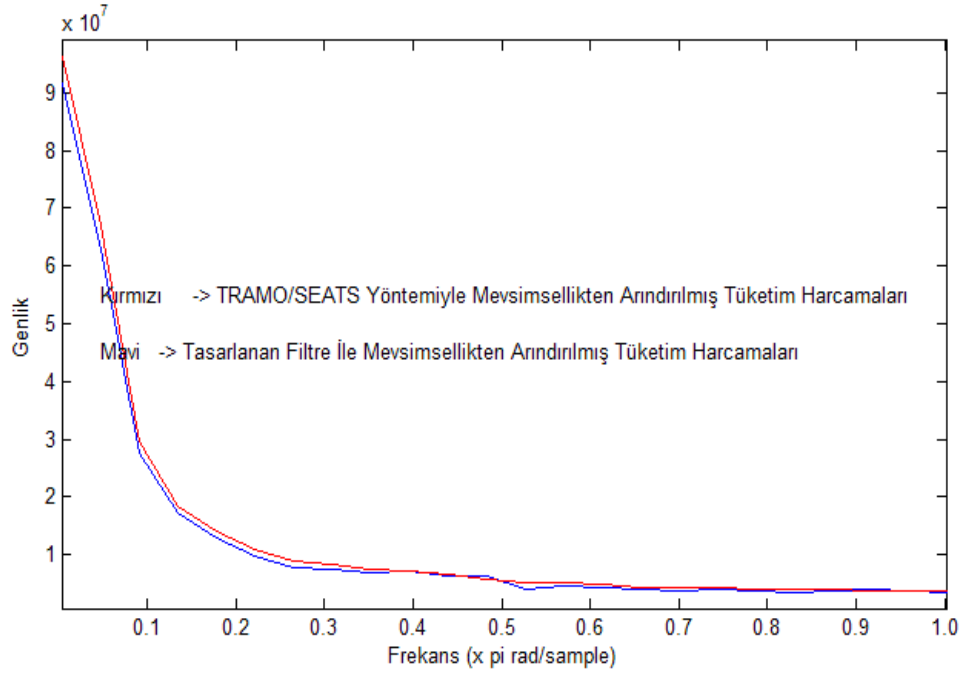
filtre ile yapılan mevsimsellikten arındırma işlemi sonuçları birbirine çok yakın çıkmıştır. Şekil 4.9 ve Şekil 4.10’da görüldüğü gibi frekans domeninde yapılan analizde üç yöntemde  $0.5\pi$  frekansındaki ani artışı kırptıkları görülmektedir.



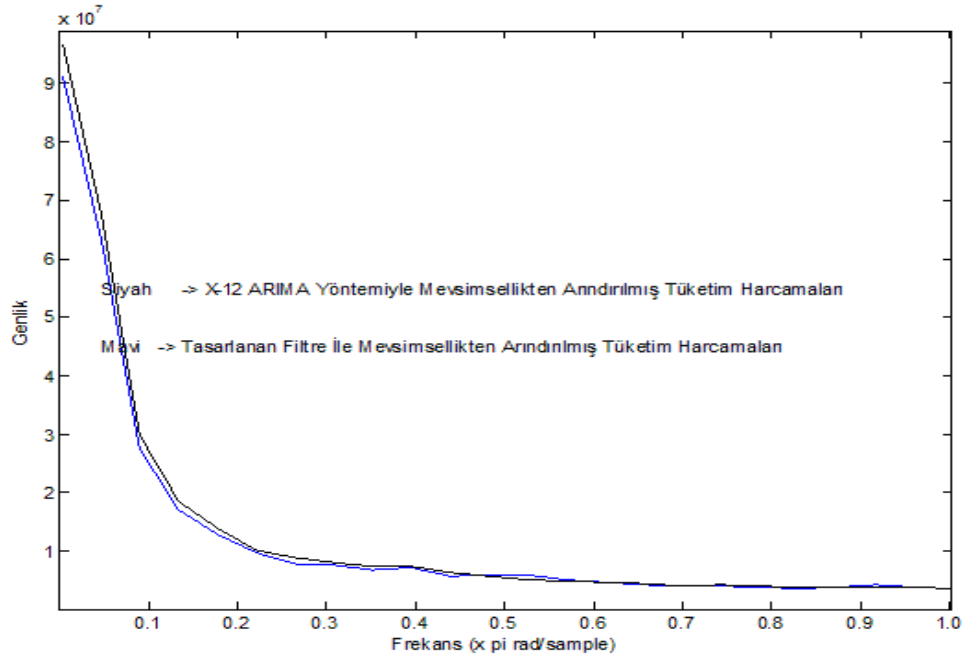
Şekil 4.7: TRAMO/SEATS ve tasarlanan filtre ile mevsimsellikten arındırılmış tüketim harcamaları – zaman grafiği.



Şekil 4.8: X-12 ARIMA ve tasarlanan filtre ile mevsimsellikten arındırılmış tüketim harcamaları – zaman grafiği.

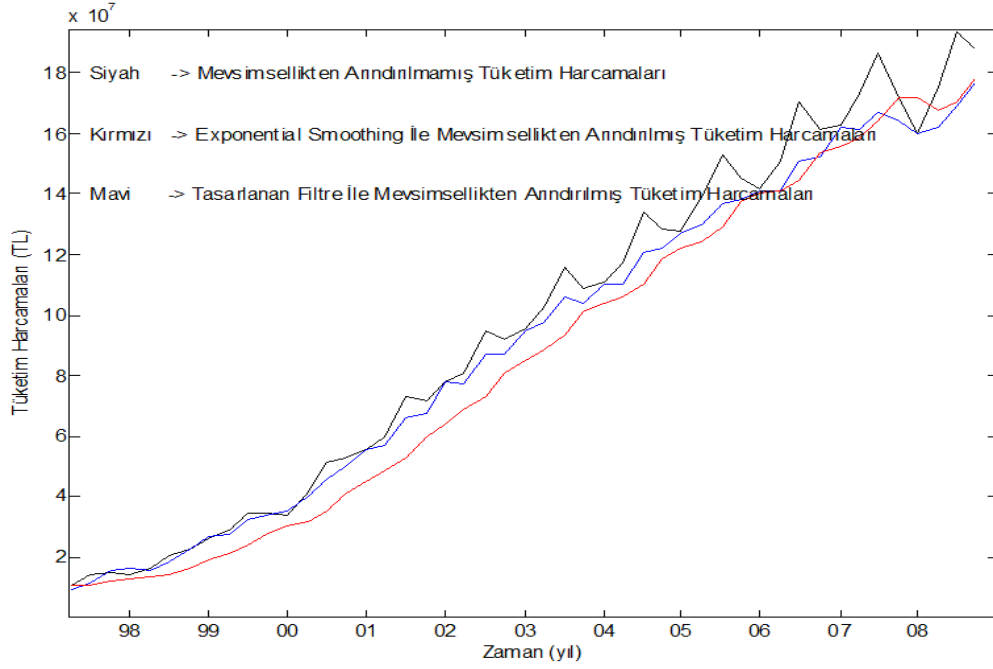


Şekil 4.9: TRAMO/SEATS ve tasarlanan filtre ile mevsimsellikten arındırılmış tüketim harcamaları – frekans grafiği.



Şekil 4.10: X-12 ARIMA ve tasarlanan filtre ile mevsimsellikten arındırılmış tüketim harcamaları – frekans grafiği.

Veri setinde mevsimsellik bileşenin etkisini ortadan kaldırmak için kullanılacak diğer bir yöntem de exponential smoothing'dir. Tüketim harcamaları bu yöntemle de mevsimsellikten arındırılmıştır. Şekil 4.11'de exponential smoothing, tasarlanan filtre ile mevsimsellikten arındırılmış tüketim harcamaları ve ham tüketim harcamaları görülmektedir.



Şekil 4.11: Exponential smoothing, tasarlanan filtre ile mevsimsellikten arındırılmış tüketim harcamaları ve ham tüketim harcamaları – zaman grafiği.

Yukarıda bahsedildiği gibi TRAMO/SEATS piyasalarda çok kullanılan ve en güvenilir mevsimsellik tahmini yapan yöntemdir. Tasarlanan filtrenin tahmin değerleri ile exponential smoothing sonuçlarını daha iyi karşılaştırabilmek amacıyla, çalışma kapsamında geliştirilen mevsimsellik filtresinin tahmin sonuçları ve exponential smoothing yöntemiyle yapılan tahmin sonuçlarının, TRAMO/SEATS yöntemi tahmin sonuçları ile olan ortalama hata karesi hesaplanmıştır. Hesaplama kullanılan ortalama hata kare fonksiyonu (4.1) denklemindeki gibidir.

$$OHK = 1/N \sum_{i=1}^N (y - \hat{y})^2 \quad (4.1)$$

$y$ : TRAMO/SEATS yöntemi ile mevsimsellikten arındırılmış tüketim harcamaları.

$\hat{y}$ : Tasarlanan filtre veya exponential smoothing yöntemi ile mevsimsellikten arındırılmış tüketim harcamaları.

Tasarlanan mevsimsellik filtresi ile yapılan tahminin TRAMO/SEATS yöntemine göre ortalama hata karesi: 0,000137, exponential smoothing yöntemi ile yapılan tahminin TRAMO/SEATS yöntemine göre ortalama hata karesi: 0,001515'tir. Bu değerler göz önüne alındığında çalışma kapsamında geliştirilen yöntemin ortalama hata karesi, exponential smoothing yönteminin ortalama hata karesine kıyasla daha küçük çıkmıştır.

Tasarlanan mevsimsellik filtresinin performansını daha iyi ölçebilmek amacıyla; EVIEWS programında, tüketim harcamaları ve filtreden geçirilmiş tüketim harcamaları verisine ayrı ayrı performans testi uygulanmıştır. Tablo 4.1 ve Tablo 4.2'de görüldüğü gibi mevsimsellikten arındırılmamış tüketim harcamaları verisinde probability değeri 0 iken mevsimsellikten arındırılmış verinin test sonucunda bu değer 0.8413 çıkmıştır. Bu değer 0.05'ten büyük olması bu testi geçmek için yeter koşuldur. Bu sonuç tasarlanan filtrenin başarılı çalıştığını göstermektedir.

Tablo 4.1: Ham tüketim harcamaları verisi test sonuçları.

Dependent Variable: Tüketim harcamaları

Date: 10/26/10 Time: 18:40

Sample (adjusted): 1998Q2 2009Q4

Included observations: 47 after adjustments

RETURN=C(1)\*MEVSIM

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C(1)	0.081525	0.016436	4.960167	0.0000
R-squared	0.324792	Mean dependent var		0.013068
Adjusted R-squared	0.324792	S.D. dependent var		0.069289
S.E. of regression	0.056935	Akaike info criterion		-2.872750
Sum squared resid	0.149116	Schwarz criterion		-2.833385
Log likelihood	68.50963	Hannan-Quinn criter.		-2.857937
Durbin-Watson stat	2.506933			



Tablo 4.2: Filtrelenmiş tüketim harcamaları verisi test sonuçları.

Dependent Variable: Mevsimsellikten

arındırılmış tüketim harcamaları

Date: 10/26/10 Time: 18:34

Sample: 1998Q1 2009Q4

Included observations: 48

FILTRE2=C(1)\*MEVSIM

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C(1)	-0.006808	0.033811	-0.201363	0.8413
R-squared	-0.000403	Mean dependent var		-0.004123
Adjusted R-squared	-0.000403	S.D. dependent var		0.117102
S.E. of regression	0.117125	Akaike info criterion		-1.430531
Sum squared resid	0.644762	Schwarz criterion		-1.391548
Log likelihood	35.33275	Hannan-Quinn criter.		-1.415799
Durbin-Watson stat	1.222903			

## 5. TARTIŞMA VE SONUÇ

Bu çalışmada, sırasıyla mevsimsellik etkisi, tüketim harcamaları makroekonomik verisinin genel özellikleri, AR(p), MA(q), ARMA(p,q), ARIMA(p,d,q) modelleri, dijital filtre çeşitleri ve dijital filtre tasarımı hakkında genel bilgiler verilmiştir. Tüketim harcamaları frekans domeninde analiz edilerek mevsimsellik etkisi yaratan frekans belirlenmiş; belirlenen frekans bileşenini yok eden band söndüren IIR dijital filtre tasarlanmıştır.

Tasarlanan filtre ile mevsimsellikten arındırılan veri tekrar frekans domeninde analiz edildiğinde filtrelene öncesinde  $0.5\pi$  frekansında var olan ani artışın yok olduğu görülmüştür. Filtrelenmiş veri, zaman domeninde de incelendiğinde 3. çeyrekte görülen ani artışların ortadan kaybolduğu görülmektedir.

Çalışma kapsamında geliştirilen yöntemin, kullanılan diğer mevsimsellikten arındırma yöntemleri ile karşılaştırılmasının uygun olacağı düşünülerek; çalışma kapsamında tasarlanan filtrenin sonuçları ile piyasalarda verilerdeki mevsimsellik etkisini yok etmek amacıyla kullanılan TRAMO-SEATS ve X-12 ARIMA yöntemlerinin sonuçları karşılaştırılmıştır. Sonuçların birbiri ile paralel olduğu görülmüştür. Özellikle frekans domeninde yapılan analiz sonucu üç yöntemin de  $0.5\pi$  frekansındaki ani artışı yok ettiği görülmüştür.

Son olarak, tasarlanan filtre ile filtrelenmiş tüketim harcaması çıktıları EVIEWS programı yardımıyla mevsimsellik testine tabii tutulmuştur. Çalışma kapsamında geliştirilen mevsimsellikten arındırma yöntemi bu testi de başarı ile geçmiştir.

## KAYNAKLAR

- AKDİ, Yılmaz, 2003, *Zaman Serileri Analizi (Birim Kökler ve Kointegrasyon)*, Ankara, Bıçaklar Yayınevi, 9758695037.
- AKGÜL, Işıl, 2003, *Bölüm 2 Durağan ARIMA Modelleri, Zaman Serilerinin Analizi ve ARIMA Modelleri*, İstanbul, Der Yayınevi, 33-102.
- CHEONG, Sau-Kuen Angela, 2004, Application of X-12-ARIMA Seasonal Adjustment Program on Some Economic Time Series of Hong Kong, *Second Research-based Regional Course*, Research Report, 120-126.
- ÇALIK, S., 2009, *Ekonomik Zaman Serilerinde Mevsimsellik Analizi*, Uzmanlık Tezi, TÜİK.
- ÇETİNKAYA, M., 2004, *Genetik Algoritma Kullanarak Optimum Genlik Cevaplı Ve Minimum Fazlı Sayısal Süzgeçlerin Tasarımı*, Yüksek Lisans Tezi, Erciyes Üniversitesi.
- ÇİĞDEM, Şerife, 2009, *Zaman Serileri Analizinde Mevsimsel Düzeltme Yöntemleri ve Aylık Sanayi Üretim İndeksine Uygulanması*, Yüksek Lisans Tezi, Gazi Üniversitesi.
- DEMİRTAŞ, Galib, 1997, *Mikroişlemcili Filtre Tasarımı*, Yüksek Lisans Tezi, Yıldız Teknik Üniversitesi.
- ERTÜRK, Sarp, 2009, *Bölüm 7 Sayısal Süzgeç Tasarımı*, Sayısal İşaret İşleme, İstanbul, Birsen Yayınevi, 271.
- FINDLEY David, MONSELL Brian, BELL William, OTTO Mark, CHEN Bor, 1995, New Capabilities and Methods of The X-12 ARIMA Seasonal Adjustment Program, *Journal of Business and Economic Statistics*, 16(2), 127-152.
- İŞİĞİÇOK Erkan, 1994, *Zaman Serilerinde Nedensellik Çözümlemesi*, Doktora Tezi, Uludağ Üniversitesi.
- MARAVALL, A., 2006, Ann Application Of The TRAMO-SEATS Automatic Procedure; Direct Versus Indirect Adjustment, *Computational Statistics & Data Analysis*, 2167-2190.
- ÖZMEN Ahmet, 1986, *Zaman Serisi Analizinde Box-Jenkins Yöntemi ve Banka Mevduat Tahmininde Uygulama Denemesi*, Doktora Tezi, Anadolu Üniversitesi.

PLANAS, C., 1997, The Analysis of Seasonality in Economic Statistics, *Eurostat Working Group Document*, 210-238 .

POLAT Özgür, 2010, Türkiye'nin Dış Ticaret Verilerinde Mevsimsellik, *Gaziantep Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi*, 9(2),407-423.

SHENOI,B.,A., 2006, *Chapter 4 Infinite Impulse Response Filter*, Introduction To Digital Signal Processing And Filter Design, John Wiley & Sons, New Jersey, 203-260.

## **ÖZGEÇMİŞ**

Serdal DAĞCI 03.07.1984 tarihinde İstanbul'da doğdu. 2007 yılında Yıldız Teknik Üniversitesi Makine Mühendisliği ve Elektronik–Haberleşme Mühendisliği bölümlerinden mezun oldu. Mezun olduktan hemen sonra Teknik Döküm firmasında Elektronik Mühendisi olarak işe başladı. 2008 yılında Teknik Döküm firmasındaki görevinden ayrılarak Nortel&Netaş şirketinde yazılım mühendisi olarak işe başladı.