



**İSTANBUL ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

YÜKSEK LİSANS TEZİ

**ROBOT MANİPÜLATÖRLERİN BULANIK MANTIKLI
GÜRBÜZ KONTROLÜ**

**Mak. Müh. Aşkın MUTLU
Makine Mühendisliği Anabilim Dalı**

**Danışman
Doç. Dr. Recep BURKAN**

Kasım, 2011

İSTANBUL



**İSTANBUL ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

YÜKSEK LİSANS TEZİ

**ROBOT MANİPÜLATÖRLERİN BULANIK MANTIKLI
GÜRBÜZ KONTROLÜ**

**Mak. Müh. Aşkın MUTLU
Makine Mühendisliği Anabilim Dalı**

**Danışman
Doç. Dr. Recep BURKAN**

Kasım, 2011

İSTANBUL

Bu çalışma 26/12/2011 tarihinde aşağıdaki jüri tarafından Makine Mühendisliği Anabilim Dalı'nda Yüksek Lisans Tezi olarak kabul edilmiştir.

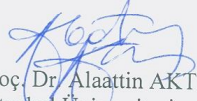
Tez Jürisi



Doç. Dr. Recep BURKAN(Danışman)
İstanbul Üniversitesi
Mühendislik Fakültesi



Prof. Dr. Ahmet SERTBAŞ
İstanbul Üniversitesi
Mühendislik Fakültesi



Doç. Dr. Alaattin AKTAŞ
İstanbul Üniversitesi
Mühendislik Fakültesi



Doç. Dr. Cemal BAYKARA
İstanbul Teknik Üniversitesi
Makina Fakültesi



Yrd. Doç. Dr. Nevra BAYHAN
İstanbul Üniversitesi
Mühendislik Fakültesi

ÖNSÖZ

Yüksek lisans öğrenimim boyunca tez çalışmalarım sırasında her türlü destek ve yardımlarından dolayı çok değerli hocam **Doç. Dr. Recep BURKAN**'a en içten dileklerle teşekkür ederim.

Bu çalışma boyunca benden yardımlarını esirgemeyen **Araş. Gör. Nuray KORKMAZ**, **Araş. Gör. Ülkü KALAYCI**, **Araş. Gör. Aziz SEZGİN**, **Araş. Gör. Bahar ALANBEL**, **Araş. Gör. Fatih TURAN** başta olmak üzere diğer tüm çalışma arkadaşlarıma ve beni her konuda destekleyen babam **Kadir MUTLU**'ya, annem **Bedriye MUTLU**'ya ve kardeşim **Kibar MUTLU**'ya teşekkürü bir borç bilirim.

Kasım, 2011

AŞKIN MUTLU

İÇİNDEKİLER

ÖNSÖZ	i
İÇİNDEKİLER	ii
ŞEKİL LİSTESİ	iv
TABLO LİSTESİ	v
SEMBOL LİSTESİ	vi
ÖZET	viii
SUMMARY	ix
1. GİRİŞ	1
2. GENEL KISIMLAR.....	3
3. MALZEME VE YÖNTEM	6
3.1. ROBOT TANIMI.....	6
3.2. DÜZ KİNEMATİK	8
3.3. TERS KİNEMATİK	13
3.4. LAGRANGE DENKLEMLERİ	15
3.5. GÜRBÜZ KONTROL KANUNU.....	16
3.6. BULANIK MANTIKLI KONTROL.....	19
4. BULGULAR	23
4.1. DÜZ KİNEMATİK	23
4.2. TERS KİNEMATİK	25
4.3. HAREKET DENKLEMLERİ	27
4.4. GÜRBÜZ KONTROL KURALININ TÜRETİLMESİ	29
4.5. SİMÜLASYON SONUÇLARI.....	32

4.6. BULANIK MANTIKLI GÜRBÜZ KONTROL	39
5. TARTIŞMA VE SONUÇ	47
KAYNAKLAR	48
ÖZGEÇMİŞ	50

ŞEKİL LİSTESİ

Şekil 3.1	: Robot kolu	6
Şekil 3.2	: Kartezyen robot kolu.....	7
Şekil 3.3	: Silindirik robot kolu.....	7
Şekil 3.4	: Küresel robot kolu	7
Şekil 3.5	: Eklemlili-İnsan Kolu(Anthrophomorphic)	8
Şekil 3.6	: Düz kinematik çalışma şeması.....	8
Şekil 3.7	: Uzuvarların birbirleri ile ilişkisi ve koordinat takımları	9
Şekil 3.8	: İki uzuvlu üç boyutlu robot	11
Şekil 3.9	: Koordinat sistemleri yerleştirilmiş iki uzuvlu üç boyutlu robot.....	12
Şekil 3.10	: Ters kinematik çalışma şeması	13
Şekil 3.11	: Birden fazla çözüm olma durumu	14
Şekil 3.12	: Çan eğrisi, trapez, üçgen ve sigmoidal üyelik fonksiyonları	20
Şekil 3.13	: Bulanık mantıklı kontrolcünün yapısı.....	20
Şekil 3.14	: Sistem Girişleri bulanıklaştırmak için kullanılan üyelik fonksiyonları	21
Şekil 3.15	: Sistem çıkışını bulanıklaştırmak için kullanılan üyelik fonksiyonları.....	21
Şekil 3.16	: Sonuç çıkarma; verilen girişler sonucu iki kural elde edilmesi.....	22
Şekil 3.17	: Durulaştırma ile kesin sonucun elde edilmesi	22
Şekil 4.1	: İki boyutlu iki uzuvlu robot.....	23
Şekil 4.2	: Robotun izlemesi istenen yörünge.....	35
Şekil 4.3	: Bilinen gürbüz kontrol için [4] yörünge izleme hatası	36
Şekil 4.4	: Önerilen gürbüz kontrol için yörünge izleme hatası $\alpha= 1.5, \beta=1.7$	36
Şekil 4.5	: Önerilen gürbüz kontrol için yörünge izleme hatası $\alpha= 0.75, \beta=3$	37
Şekil 4.6	: Önerilen gürbüz kontrol için yörünge izleme hatası $\alpha= 1, \beta=4$	37
Şekil 4.7	: Önerilen gürbüz kontrol için yörünge izleme hatası $\alpha= 0.5, \beta=5$	38
Şekil 4.8	: Önerilen gürbüz kontrol için yörünge izleme hatası $\alpha= 1.5, \beta=10$	38
Şekil 4.9	: Birinci uzvun yörünge izleme hatasının üyelik fonksiyonu.....	40
Şekil 4.10	: İkinci uzvun yörünge izleme hatasının üyelik fonksiyonu	40
Şekil 4.11	: Çıkış değeri olan alfanın üyelik fonksiyonu	40
Şekil 4.12	: Çıkış değeri olan betanın üyelik fonksiyonu.....	41
Şekil 4.13	: Tasarlanan bulanık mantıklı gürbüz kontrol şeması.....	42
Şekil 4.14	: Bulanık mantıklı gürbüz kontrol yörünge izleme hatası	42
Şekil 4.15	: α ve β değerlerinin zamanla değişimi	43
Şekil 4.16	: Gürbüz kontrol [4] ve Bulanık mantıklı gürbüz kontrol izleme hataları.....	44
Şekil 4.17	: $\alpha= 1.5, \beta=1.7$ iken $\hat{\pi}_{1i}$ değerlerinin zamanla değişimi	44
Şekil 4.18	: $\alpha= 0.75, \beta=3$ iken $\hat{\pi}_{1i}$ değerlerinin zamanla değişimi.....	45
Şekil 4.19	: $\alpha= 1.5, \beta=10$ iken $\hat{\pi}_{1i}$ değerlerinin zamanla değişimi.....	45
Şekil 4.20	: Bulanık mantıklı gürbüz kontrolcüde $\hat{\pi}_{1i}$ değerlerinin zamanla değişimi..	46

TABLO LİSTESİ

Tablo 3.1	: Denavit - Hartenberg parametreleri	12
Tablo 4.1	: İki boyutlu iki uzuvlu robot için Denavit - Hartenberg parametreleri.....	23
Tablo 4.2	: Yüksüz robot kolu parametreleri	33
Tablo 4.3	: π_i için yüksüz robot kolu	34
Tablo 4.4	: π_0 nominal parametre vektörü	34
Tablo 4.5	: Belirsizlik sınırı.....	34
Tablo 4.6	: Kural tablosu	41

SEMBOL LİSTESİ

$\{$: eksen takımları
l_n	: iki mafsal arasındaki uzaklık
a_n	: iki mafsal arasındaki dönme açısı
θ_n	: uzuvlar arasındaki dönme açısı
d_n	: uzuvlar arasındaki uzaklık
A_n^0	: dönüşüm matrisi
$Rot(z, \theta)$: z eksenini etrafındaki dönme matrisi
$Trans(d)$: uzuvlar arasındaki uzaklık matrisi
$Trans(l)$: mafsallar arasındaki uzaklık matrisi
$Rot(x, a)$: mafsallar arasındaki dönme matrisi
P_x, P_y, P_z	: robotun elinin koordinatının x, y, z bileşenleri
T	: sistemin kinetik enerjisi
V	: sistemin potansiyel enerjisi
L	: lagrange fonksiyonu
D	: sönüm terimi
Q_k	: genelleştirilmiş kuvvet
θ_j	: genelleştirilmiş koordinat
τ	: n boyutlu tork vektörü
$M(\theta)$: nxn boyutlu simetrik pozitif tanımlı atalet matrisi
$C(\theta, \dot{\theta})\dot{\theta}$: n boyutlu coriolis terimini de kapsayan merkezci kuvvet vektörü
$G(\theta)$: n boyutlu vektör olup ağırlık (yerçekimi) terimleri
π, π_n	: p-boyutlu vektör olup robot atalet, uzunluk ve kütle parametreleri
Y	: eklem konumunu, hız ve ivmenin bir fonksiyonu olan bir nxp matrisi
$\theta_d, \dot{\theta}_d, \ddot{\theta}_d$: belirli bir yörünge için, istenen pozisyon, hız ve ivme vektörleri
$\tilde{\theta}, \dot{\tilde{\theta}}$: ölçülen gerçek pozisyon ve hız hataları
Λ, K, B	: pozitif tanımlı bir matris
$\tilde{\pi}$: parametre belirsizliği
V	: Lyapunov fonksiyonu
$\lambda_{\min}()$: minimum özdeğer
$\mu()$: Üyelik fonksiyonu
I	: kütle ataleti
l_c	: uzuvların uzunluklarının yarısı
τ_0	: nominal kontrol vektörü
$u(t)$: ilave kontrol girişleri
Φ	: zamanla değişen pxp boyutlu köşegen matris

$\hat{\pi}$: parametre uyarlama algoritması
m	: uzun kütleli
ρ	: belirsizlik sınırı
θ_d	: referans yörünge
α, β	: uyarla algoritmasındaki zamanla değişen parametreler
e_1, e_2	: uzvun yörünge izleme hataları
σ	: hareket vektörü

ÖZET

ROBOT MANİPÜLATÖRLERİN BULANIK MANTIKLI GÜRBÜZ KONTROLÜ

Robotlar birçok alanda yaygın olarak kullanılmaktadır. Robotlar kendi başlarına hareket edemedikleri için programlanıp kontrol edilmeye ihtiyaç duyarlar ve bu sayede istenen hareketi gerçekleştirirler. Bu nedenle robot kontrolü, robotlar var olduğundan beri çok önemli bir hal almıştır ve çok çeşitli kontrol yöntemleri geliştirilmiştir.

Robotların parametreleri taşıdığı yüklerden dolayı değişmekte olup, parametreler tam olarak hesaplanamamaktadır. Parametrelerin belirsiz olması durumunda uyarlamalı veya gürbüz kontrol teknikleri kullanılmaktadır.

Bu çalışmada uyarlamalı ve gürbüz kontrol teknikleri bir arada kullanılmış, uyarlama kontrol kazançları tanımlanmış, Lyapunov kararlılık teorisi kullanılarak sistemin kararlılığı garantilenmiştir. Tanımlanan bu kontrol kazançları sabit olup yörünge izleme hatalarını azaltmaktadır. Fakat izleme hatasını azaltmak için uygun olan kontrol parametrelerini seçmek zordur. Bu parametreyi bulacak bulanık mantıklı kompensator tasarlanmış ve robotun izleme hatası üzerinde etkileri araştırılmıştır. Yörünge izleme hatasını azaltmak ve uygun olan kontrol kazançlarını seçmek amacıyla uyarlanmış olan gürbüz kontrolcü ile bulanık mantığın bir arada kullanıldığı bir kontrolcü tasarlanmıştır. Tasarlanan bu kontrolcü robot kontrolünde kullanılmış ve gürbüz kontrolün iyileştirilmesi amaçlanmıştır.

Bilgisayar simülasyonu için aynı yörünge ve aynı model seçilmiştir. Aynı yörüngeye, aynı modele eşit koşullarda önerilen ve bilinen kontrol teknikleri uygulanmış, yörüngeyi izleme performansları karşılaştırılmıştır. Tasarlanan bu bulanık mantıklı gürbüz kontrolcü sayesinde gürbüz kontrol iyileştirilmiş ve robotun yörünge izleme hatası çok küçük değerlere kadar düşürülmüştür.

SUMMARY

FUZZY LOGIC ROBUST CONTROL OF ROBOT MANIPULATORS

Robots are commonly used in various applications. Since robots are not able to act by themselves, they need to be programmed in order to be controlled. In this way, they act in a desired motion. Thus, robot control has been playing a vital role since robots existed, so a number of control methods have been developed.

Since the robot parameters are varied due to the loads they carry, parameters are not calculated precisely. In the case of parametric uncertainty, adaptive or robust control methods are used.

In this study, combination of adaptive robust control method were used, adaptive control gains were defined and stability of the uncertain system is guaranteed by using the Lyapunov stability theorem. The defined adaptive control gains are constant and they reduce tracking error. However, selection of the appropriate control parameters are difficult. A fuzzy logic compensator that would find this parameter, were designed and the effects of the parameters on the tracking error were investigated. Hence, a controller on which adapted robust controller and fuzzy logic are used together was designed in order to reduce tracking error to minimum level. This designed controller was used for controlling of robots. Improvement of the robust controller was aimed by using this controller.

For computer simulations, a same trajectory and a same model are chosen. Known and proposed controllers are applied to same trajectory and same model under the same conditions and tracking performances are compared. Robust control is improved and tracking error level of the robot reduced to very small values by means of this fuzzy logic robust control algorithm.

1. GİRİŞ

Robot kullanımı günümüzde çok yaygındır. Savunma sanayi, otomotiv sanayi vb. gibi sanayi alanlarında sıklıkla kullanılmaktadır. Robot için programlanan hareketleri, yazılımlarla kontrol edilebilmekteyiz. Bu sayede robot istendiğinde bir nesneyi bir yerden başka bir yere taşıyabilir, yönünü değiştirebilir. Bu işlemleri yaparken de hassas olması gerekmektedir. Bir nesneyi alıp istenen yerden farklı bir yere götürmesi istenmeyen sonuçlara sebep olabileceği göz ardı edilmemelidir. Hassasiyet robotlarda çok önemlidir. Bunun için de robot kontrolü günümüzde çok önemli bir hal almıştır.

Robotların kontrolünde çeşitli yöntemler kullanılmaktadır. Bulanık mantıklı kontrol, kayan kipli kontrol, gürbüz kontrol, PD, PID kontrol vb. gibi yöntemler günümüzde sıklıkla kullanılmaktadır. Bu yöntemler yardımı ile robotun hareketi istenen hassasiyette kontrol edilmektedir.

Geleneksel kontrol sistemi tasarlarken, matematiksel model ve parametrelerin tam olarak tanımlanması gerekmektedir. Çoğunlukla matematiksel modelin parametreleri belirsiz, değişken ve karmaşık olmakta ya da sistem nonlineer olmaktadır. Bu gibi durumlarda Bulanık Mantık kullanılabilir. Bulanık mantık kullanımındaki amaç uzman kişilerin tecrübesinden yararlanmaktır. Bu tecrübeleri bulanık mantık sayesinde bulanık mantık kuralı şeklinde ifade edebilmekte ve model oluşturulabilmektedir.

Gürbüz kontrol, sistem parametreleri değişimine bağlı olarak kontrol sisteminin performansındaki değişiklikleri göz önünde bulunduran bir yöntemdir. Sistem parametrelerinin değişimi, sistemimize etki etmediğinde, sistemimizin kararlılığı ve performansı korunabilmektedir. Bu kontrol yöntemi sayesinde sistemde değişen parametreler olsa bile istenen biçimde kontrol olanağı sağlamaktadır.

Bu çalışmada, daha önceki çalışmalarda [1, 2, 3] yer alan gürbüz kontrolün iyileştirilmesi amaçlanmaktadır. Bu amaçla önce gürbüz kontrol [4] algoritması için

parametre uyarlama algoritması tasarlanmış, Lyapunov metodu kullanılarak sistemin kararlılığı kanıtlanmıştır. Daha önceki [1, 2, 3] gürbüz kontrollerde belirsizlik üst sınırı zamanla güncellenmekte, nominal parametre sabit olup kontrol parametresi olarak kullanılmaktadır. Bu çalışmada diğer gürbüz kontrollerden farklı olarak parametre değişken hale getirilmiş, parametre belirsizlik üst sınırı sabit tutulmuştur. Kontrol parametresi kosinüs ve sinüs fonksiyonuna bağlı olarak zamanla güncellenmektedir. Kosinüs ve sinüs fonksiyonunda yer alan sabit kontrol parametrelerinin değerleri sistemin performansını etkilemekte olup, uygun kontrol parametre değerlerini bulmak oldukça zordur. Bu parametreyi bulacak bulanık mantıklı kompensator tasarlanmış ve robotun izleme hatası üzerinde etkileri araştırılmıştır.

İkinci bölümde, bulanık mantık, gürbüz kontrol, bulanık mantıklı gürbüz kontrol hakkında bilgiler verilmiş, uygulamalarından kısaca bahsedilmiştir. Ayrıca bu yöntemlerle ilgili literatür çalışmalarına da yer verilmiştir.

Üçüncü bölümde, robot tanımı yapılmış ve robot çeşitleri gösterilmiştir. Düz kinematik ve ters kinematik çözümleri hakkında bilgi verilip, bunlar ile ilgili örneklere yer verilmiştir. Hareket denklemlerinin nasıl çıkarıldığına değinilip, denklemlerin çıkarılışında kullanılan yöntem olan Lagrange yöntemi açıklanmıştır. Gürbüz kontrol ve bulanık mantıklı kontrol hakkında açıklamalar yapılmıştır.

Dördüncü bölümde, iki uzuvlu iki serbestlik derecesine sahip robotun ters kinematik ve düz kinematik çözümleri yapılmıştır. Lagrange yöntemi ile çıkarılan hareket denklemleri verilmiştir. Gürbüz kontrolcü tasarlanmış ve kararlılığı ispatlanmıştır. Gürbüz kontrol ve bulanık mantıklı kontrol beraber kullanılarak robotun yörünge kontrolü için kontrolcü tasarlanmıştır. Tasarlanan bu bulanık mantıklı gürbüz kontrolcü bir simülasyon programı yardımıyla robot yörünge kontrolü sağlanmıştır.

Son bölümde, bulanık mantıklı gürbüz kontrolcünün robot yörünge kontrolündeki elde edilen sonuçları tartışılmıştır. Gürbüz kontrol ve tasarlanan bulanık mantıklı gürbüz kontrolcünün performansları karşılaştırılmıştır.

2. GENEL KISIMLAR

Zadeh'in [5] 1965 ve Mamdani'nin [6] 1974 yılında yayımlanan bulanık mantık ile ilgili makalelerinden sonra, bu alanda birçok çalışma yapılmıştır. Bulanık mantığın avantajları belirsiz, zamanla değişen, karmaşık, iyi tanımlanmamış sistemlerin denetimine basit çözümler getirmesi, sistemlerin kontrolünde uzman kişilerin tecrübelerinden yararlanarak bulanık mantık kurallarıyla oluşulabilmektedir. Ayrıca matematiksel modeli tam olarak bilinmeyen ve nonlineer sistemlerde kullanılabilir.

Slotine ve diğ. [7] ve Sciliano ve diğ. [8] çalışmalarında zamanla değişen robot parametreleri uyarlamalı kontrol ile hesaplanmıştır. Yapılan bu çalışmayla yörünge izleme hatası azaltılmıştır.

Spong'un [4] çalışması da ise üst sınırı sabit ve bilinen fakat parametreleri belirsiz olan robot gürbüz kontrol ile kontrol edilmiştir. Gürbüz kontrollün parametre belirsizliği durumunda kullanılması esnasında, izleme hatası büyük olup sıçrama oluşturmaktadır. Bu çalışmada belirsizlik üst sınırı kontrol algoritması olarak kullanılmıştır.

Spong ve diğ. [9] diğer bir çalışmada ise sabit katsayılı çarpanlara ayırma metodu olarak bilinen çok değişkenli kontrol kullanılarak robot kolunun hareketi incelenmiştir. Yörünge izleme hatasının sınırları tespit edilmiştir.

Gürbüz kontroldeki olumsuzlukları gidermek için parametre üst sınırını uyarlamalı hale getirilmiş ve parametreler, belirsizlik üst sınırı izleme hatasını azaltmak amacı ile sürekli güncelleştirilmiştir. Bu çalışma ile gürbüz kontrolün performansı iyileştirilmiş, izleme hatası azaltılmıştır [1, 2, 3].

Bu yöntemler ile gürbüz kontrolün olumsuzlukları giderilmiş olup hesaplanan parametre belirsizlik üst sınırı alt ve üst sınır arasında değişmektedir. Hesaplanan parametre üst

sınırı çok küçük olması durumunda izleme hatası büyük olmakta, hesaplanan parametre üst sınırı büyük olması durumunda ise sıçrama (chattering) oluşmaktadır. İzleme hatasının azalması için uygun olan üst sınır belirsizlik sınırının çok iyi hesaplanması gerekir [1, 2, 3].

Burkan ve Uzmay'ın [10, 11] çalışmasında, belirsizliğe maruz kalan robot uzvu için yeni bir gürbüz kontrol kuralı tasarlanmıştır. Sistem kararlılığı Lyapunov fonksiyonu yardımı ile elde edilmiştir ve sistemin kararlılığını sağlayan kontrol kuralı, analitik bir çözümün sonucu türetilmiştir. Daha önceki yapılan çalışmalardan farklı olarak, sistemi uygun bir şekilde kontrol etmek için belirsizlik sınırı tahmini bir kuralla elde edilmiştir. Bu tahmini kural atalet parametreleri, izleme hatası ve robot kinematığının üstel fonksiyonu olarak yazılmıştır. Sistemin yörünge izleme hatası azaltılmıştır.

Yaz'ın [12] çalışmasında, n uzumlu robotlar için izleme hatalarının en son düzenli sınırlılığının garantilemek için basit bir gürbüz kontrol önerilmiştir. Bu basit kontrol kuralı sürekli olup hatanın global üstel kararlılığını garantilemektedir.

Liu [13] tarafında yapılan çalışmada parametre belirsizliği olan mekanik sistemler için modellenen ve modellenemeyen parametreleri birbirinden ayırma yöntemine dayalı kontrol metodu [decomposition-based control] önerilmiştir. Önerilen bu kontrol temel amacı parametrik belirsizlik ile fiziksel çeşitlerin değişimini arasındaki farkı anlamak ve her bir durum için ayrı bir kompensatör dizayn etmektir. Önerilen kontrol sistemi parametrik ve parametrik olmayan model belirsizliğinin olan iki serbestlik dereceli bir robotta uygulanmıştır.

Kao [14] makalesinde üst sınırının bilindi varsayılan kararsızlık parametreleri ile n uzumlu robot parametreleri için gürbüz kontrol kanunu önerilmiştir. Corless-Leitmann [15] yaklaşımına dayanarak gürbüz kontrol için üst belirsizlik sınırı bilenen belirsizlik parametreleri için tahmini üst sınır önerilmiş ve ek bir kontrol girişi tahmini değerinin bir fonksiyonu olarak kendini güncellemektedir. Lyapunov kararlılık teorisi kullanılmış olup izleme hatasının sınırlı olduğu tespit edilmiştir.

Guangjun Liu ve Andrew A. Goldenberg [16], tarafından yapılan çalışmada robot uzvu için model parametresi belirsizliğine dayanan yeni bir gürbüz kontrol modeli geliştirilmiştir. Bu metot, kalıcı durum hatasının parametre belirsizliğinden etkilenmediğini göstermiştir. Bu yeni metot bir robot kolunda deneysel olarak uygulanmış ve simülasyonu yapılarak teorik olarak da incelenmiştir.

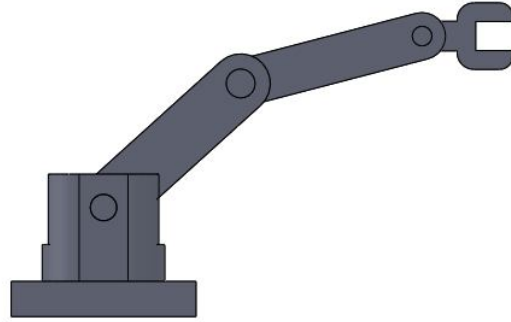
Bu çalışmada, [1, 2, 3] yer alan gürbüz kontrolün iyileştirilmesi amaçlanmaktadır. Bunu gerçekleştirmek için bulanık mantık kullanılacak, böylece bulanık mantıklı gürbüz kontrolcü oluşturulmuştur. Diğer gürbüz kontrol tekniklerinden farklı olarak, parametreler değişken hale getirmek için parametre uyarlama algoritması tasarlanmış, parametre belirsizlik üst sınırı sabit tutulacak ve sistemin kararlılığı Lyapunov metodu kullanılarak kanıtlanmıştır. Kontrol parametresi, kosinüs ve sinüs fonksiyonuna bağlı olarak zamanla değişen $(\beta^2 / \alpha) \cos(\int \alpha Y^T \sigma dt) \sin(\int \alpha Y^T \sigma dt)$ modeli seçilmiştir. Bu denklemdaki sabit kontrol parametreleri α ve β değerleri sistemin performansını etkilemektedir. Sabit olan α ve β değerleri bu çalışmada zamanla değişken hale getirilecek, bulunması için bulanık mantıklı dinamik kompensatör tasarlanmıştır.

Bilgisayarda bilinen gürbüz kontrol ve tasarlanan gürbüz kontrol algoritmasının simülasyonu yapılmıştır. Bilgisayar simülasyonu için yörünge $0.5 \cos(0.5\pi t) - 0.5$ olarak seçilmiş, bilinen gürbüz kontrol [4] algoritması ile tasarlanan bu kontrolcünün yörünge izleme hataları karşılaştırılmıştır.

3. MALZEME VE YÖNTEM

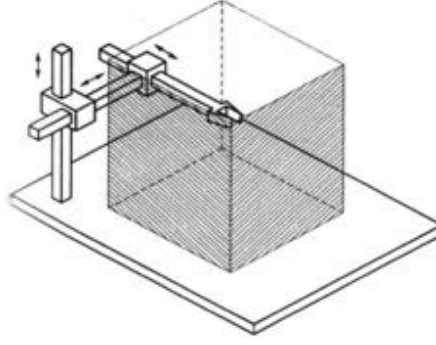
3.1 ROBOT TANIMI

Robot, yazılımlar sayesinde hareketlerini programlayıp kontrol edebildiğimiz, nesnelerin yerini ya da yönünü değiştirmeye ve nesnelere taşımaya yarayan aygıttır. Şekil 3.1 de robot kolu ve onu oluşturan (gövde, kollar ve robotun eli) parçalar gösterilmektedir.

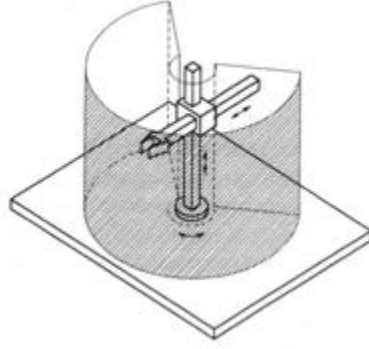


Şekil 3.1 Robot kolu

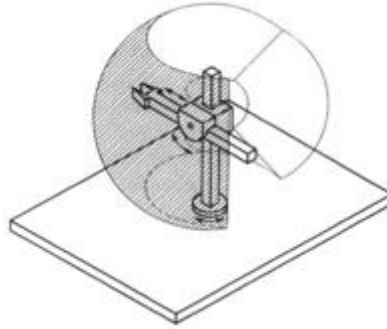
Robotların belirli çalışma hacimleri vardır. Çalışma hacmi, robot elin gidebildiği noktalardan meydana gelmektedir. Bütün taşıma, yer ve yön değiştirme işlemleri bu çalışma hacim içerisinde yapılmaktadır. Robotun şekline ve esnekliğine göre çalışma hacimleri değişmektedir. Şekil 3.2, Şekil 3.3, Şekil 3.4, Şekil 3.5 de çeşitli robot kolları ve bunların çalışma hacimleri gösterilmiştir.



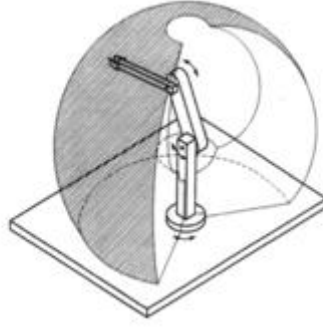
Şekil 3.2 Kartezyen robot kolu [17].



Şekil 3.3 Silindirik robot kolu [17].



Şekil 3.4 Küresel robot kolu [17].

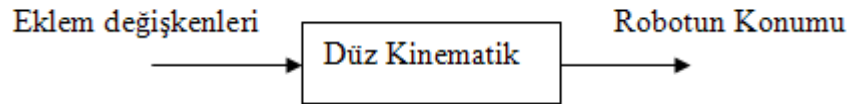


Şekil 3.5 Eklemlİ-İnsan Kolu (Anthropomorphic) [17].

Kartezyen robot kolu, ağır yüklerin taşınmasında kullanılmaktadır. Silindirik robot kolu, boyutu büyük olan nesnelerin taşınmasında kullanılmaktadır. Küresel robot kolu, makinelerin montaj işlerinde kullanılmaktadır. Eklemlİ-İnsan şeklindeki robot kolu ise kaynaktan boyama ve montaja kadar birçok faaliyette kullanılmaktadır.

3.2 DÜZ KİNEMATİK

Düz kinematik, robot elin konumunu, bulunduğu yerin durumunu eklemlerin değışken değerlerine göre ifadesidir. Düz kinematikte uzuv açılı ve uzunlukları bilinmektedir, bunlar yardımı ile elin düzlemdeki konumu bulunmaktadır.

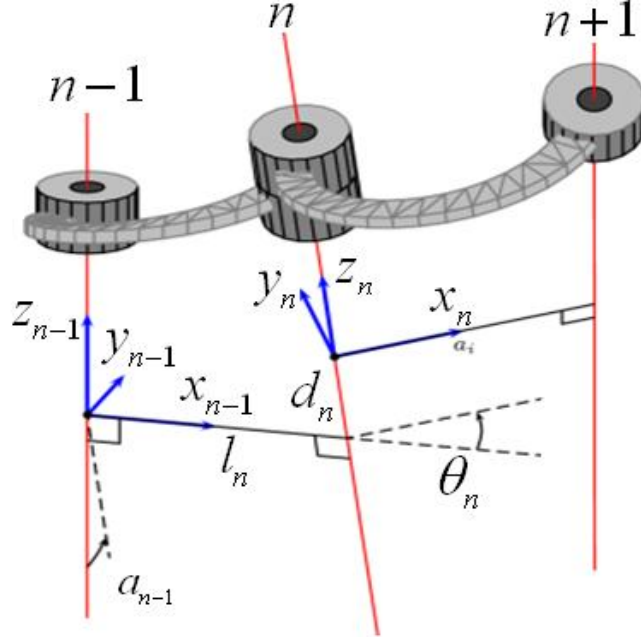


Şekil 3.6 Düz kinematik çalışma şeması.

Konumu bulmak için řu işlemler yapılabilir: Tüm uzuvlar belirlenir ve sıfırdan başlanarak numaralandırılır. Her bir uzuv için bir koordinat sistemi tanımlanır. Koordinat eksenleri birbirlerine dik olmalı ve sağ el kuralına göre belirlenmelidir. Sabit eksen takımı seçilir, bu eksen takımı sıfır numaralıdır ve gövdenin sabit olan bir yerine konur. $\{n-1\}$, $\{n\}$, $\{n+1\}$ gibi eksen takımları mafsaldan dönme açısına dik olarak alınır. z eksenini mafsaldan uzaklık olarak alınır. Prizmatik mafsallar için z eksenini mafsaldan uzaklık olarak alınır. x eksenini genel olarak mafsala paralel, z eksenine dik olarak alınır. Eksen takımları yardımıyla uzuvların birbirlerine göre durumları belirlenebilir.

Konum bulunurken genellikle Denavit – Hartenberg yöntemi kullanılmaktadır. Bu yöntemi Denavit – Hartenberg 1955 yılında önermiştir. Bir uzuv dört parametre ile

belirlenir. Uzun boyutu yani iki mafsals arasındaki uzaklık l_n iki mafsals arasındaki dönme açısı a_n , uzuvlar arasındaki dönme açısı θ_n ve uzuvlar arasındaki uzaklık d_n tır. Şekil 3.7 de uzuvlar, eksen takımları ve yerleştirilen koordinat eksenleri gösterilmiştir.



Şekil 3.7 Uzuvların birbirleri ile ilişkisi ve koordinat takımları [18].

Temel homojen dönüşüm matrisleri aşağıdaki gibidir.

$$\text{Rot}(z, \theta) = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 0 & 0 \\ \sin \theta & \cos \theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.1)$$

$$\text{Rot}(y, \psi) = \begin{bmatrix} \cos \psi & 0 & \sin \psi & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin \psi & 0 & \cos \psi & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

$$\text{Rot}(x, a) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos a & -\sin a & 0 \\ 0 & \sin a & \cos a & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

Öteleme dönüşüm matrisleri ise aşağıdaki gibi tanımlanır.

$$\text{Trans}(d_1, 0, 0) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & d_1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

$$\text{Trans}(0, d_2, 0) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & d_2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.5)$$

$$\text{Trans}(0, 0, d_3) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.6)$$

$$\text{Trans}(l_1, 0, 0) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & l_1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.7)$$

$$\text{Trans}(0, l_2, 0) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & l_2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.8)$$

$$\text{Trans}(0, 0, l_3) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & l_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.9)$$

Bir uzvun dönüşüm matrisi aşağıdaki gibi yazılır.

$$A_n = \text{Rot}(z, \theta) \cdot \text{Trans}(0, 0, d) \cdot \text{Trans}(l, 0, 0) \cdot \text{Rot}(x, a) \quad (3.10)$$

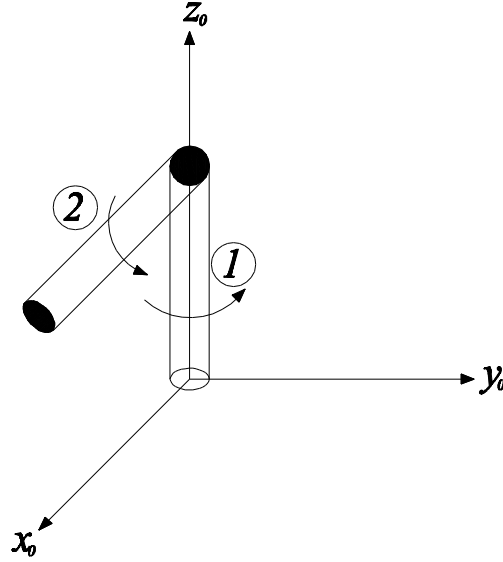
Burada $\text{Rot}(z, \theta)$ z eksenini etrafındaki dönme matrisi, $\text{Trans}(0, 0, d)$ uzuvlar arasındaki uzaklık matrisi, $\text{Trans}(l, 0, 0)$ mafsallar arasındaki uzaklık matrisi, $\text{Rot}(x, a)$ mafsallar arasındaki dönme matrisidir.

Robot elin konumu veren eşitlik ise aşağıdaki gibi bulunur.

$$A_n^0 = A_1 \cdot A_2 \dots A_{n-1} \cdot A_n \quad (3.11)$$

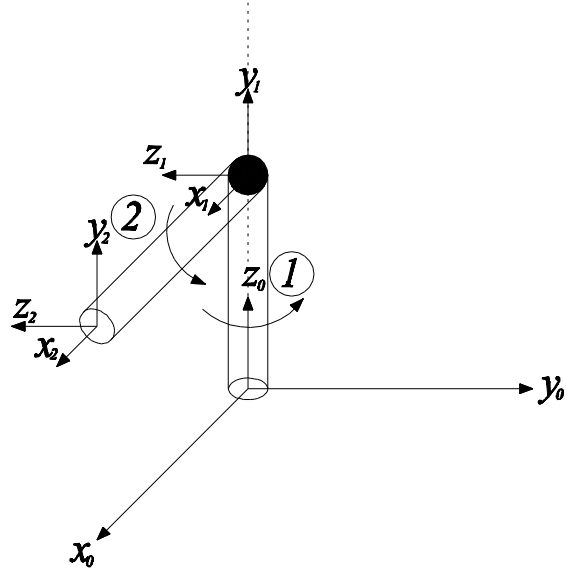
Burada, A_n^0 dönüşüm matrisidir. Dönüşüm matrisleri kullanılarak A_n matrisi bir uzuv için aşağıdaki gibi elde edilir.

$$A_n = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \cos a & \sin \theta \sin a & l \cos \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \cos a & -\cos \theta \sin a & l \sin \theta \\ 0 & \sin a & \cos a & d \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.12)$$



Şekil 3.8 İki uzuvlu üç boyutlu robot.

Şekil 3.8 de iki uzuvlu üç boyutlu bir robot gösterilmiştir. Bu robotun Denavit-Hartenberg parametreleri örnek olarak çıkarılacaktır. Bunun için Şekil 3.9 da görülebileceği gibi uzuvlar belirlenir ve koordinat sistemleri yerleştirilir.



Şekil 3.9 Koordinat sistemleri yerleştirilmiş iki uzuvlu üç boyutlu robot.

Uzuvlar belirlenip eksen takımları yerleştirildikten sonra uzuv değişkenleri belirlenir.

Tablo 3.1 Denavit - Hartenberg parametreleri.

UZUV DEĞİŞKENLERİ	θ	a	l	d
1	θ_1	90	0	d_1
2	θ_2	0	l_2	0

Birinci uzuv için (3.14) de, ikinci uzuv için (3.16) de homojen dönüşüm matrisi gösterilmiştir.

$$A_1 = \text{Rot}(z, \theta_1) \cdot \text{Trans}(0, 0, d_1) \cdot \text{Rot}(x, 90) \quad (3.13)$$

$$A_1 = \begin{bmatrix} \cos \theta_1 & -\sin \theta_1 & 0 & 0 \\ \sin \theta_1 & \cos \theta_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos 90 & -\sin 90 & 0 \\ 0 & \sin 90 & \cos 90 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.14)$$

$$A_2 = \text{Rot}(z, \theta_2) \cdot \text{Trans}(l_2, 0, 0) \quad (3.15)$$

$$A_2 = \begin{bmatrix} \cos \theta_2 & -\sin \theta_2 & 0 & 0 \\ \sin \theta_2 & \cos \theta_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & l_2 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.16)$$

Transformasyon matrisleri ve rotasyon matrisleri yerine konup işlemler yapıldığında dönüşüm matrisi elde edilebilir.

$$A_2^0 = A_1 A_2 \quad (3.17)$$

$$A_2^0 = \begin{bmatrix} \cos \theta_1 \cos \theta_2 & -\cos \theta_1 \sin \theta_2 & \sin \theta_1 & l_2 \cos \theta_1 \cos \theta_2 \\ \sin \theta_1 \cos \theta_2 & -\sin \theta_1 \sin \theta_2 & -\cos \theta_1 & l_2 \sin \theta_1 \cos \theta_2 \\ \sin \theta_2 & \cos \theta_2 & 1 & d_1 + l_2 \sin \theta_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.18)$$

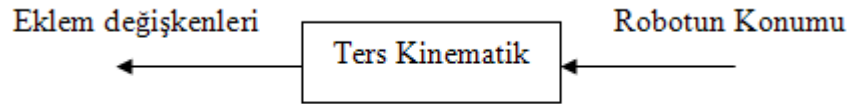
Sonuç olarak robot elinin koordinatları bulunmuş olup, (3.19)'de gösterilmektedir.

P_x, P_y, P_z robotun elinin uç kısmının koordinatlarıdır.

$$\begin{aligned} P_x &= l_2 \cos \theta_1 \cos \theta_2 \\ P_y &= l_2 \sin \theta_1 \cos \theta_2 \\ P_z &= d_1 + l_2 \sin \theta_2 \end{aligned} \quad (3.19)$$

3.3 TERS KİNEMATİK

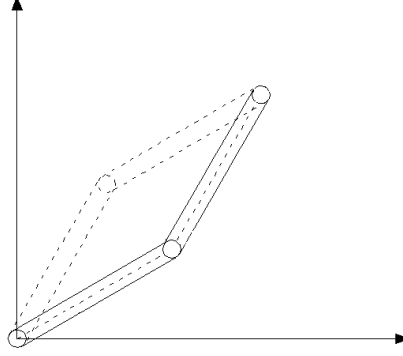
Düz kinematiğin tersidir. Robot elin konumundan yola çıkılarak robot mafsıl açılarının bulunmasıdır. Şekil 3.10 da ters kinematiğin işlem sırası gösterilmiştir.



Şekil 3.10 Ters kinematik çalışma şeması.

Açılar bulunurken yapılan matematiksel işlemler düz kinematiğe göre karmaşıktır ve her zaman tek sonuç elde edilmeyebilir. Bazen çözüm birden fazla olabileceği gibi bazen de hiç çözüm olmayabilir (Şekil 3.11). Çalışma hacmi dışındaki bir koordinat

verildiğinde çözüm elde edilemez. Bu gibi durumlara işlemler sırasında dikkat edilmeli ve buna göre uygun çözüm seçilmelidir.



Şekil 3.11 Birden fazla çözüm olma durumu.

Çözüm yapılırken iki yöntem kullanılır. Bunlar kapalı form ve sayısal yaklaşımdır. Kapalı form yaklaşımı, cebirsel ve geometrik yaklaşım olmak üzere iki alt başlıkta ele alınır. Geometrik yaklaşımda geometriden yararlanılarak istenilen sonuç elde edilir. Cebirsel yaklaşım en çok kullanılan yaklaşım olup cebirsel yöntemlerle istenen veriler bulunabilir. Sayısal çözümler uygulamada pek tercih edilmemektedir.

$$A_2^0 = \begin{bmatrix} \cos \theta_1 \cos \theta_2 & -\cos \theta_1 \sin \theta_2 & \sin \theta_1 & l_2 \cos \theta_1 \cos \theta_2 \\ \sin \theta_1 \cos \theta_2 & -\sin \theta_1 \sin \theta_2 & -\cos \theta_1 & l_2 \sin \theta_1 \cos \theta_2 \\ \sin \theta_2 & \cos \theta_2 & 1 & d_1 + l_2 \sin \theta_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.20)$$

Şekil 3.9 de görülen robotun ters kinematik hesap yapılarak eklem değişkenleri bulunacaktır. Düz kinematik yöntemi P_x , P_y , P_z koordinatları yukarıdaki bölümde elde edilmişti.

$$\begin{aligned} P_x &= l_2 \cos \theta_1 \cos \theta_2 \\ P_y &= l_2 \sin \theta_1 \cos \theta_2 \\ P_z &= d_1 + l_2 \sin \theta_2 \end{aligned} \quad (3.21)$$

P_y ve P_x birbirine bölünürse (3.21) elde edilir.

$$\frac{P_y}{P_x} = \frac{l_2 \sin \theta_1 \cos \theta_2}{l_2 \cos \theta_1 \cos \theta_2} \quad (3.22)$$

$$\frac{P_y}{P_x} = \tan \theta_1 \quad (3.23)$$

Gerekli sadeleştirmelerin ardından arctanjantı alındığında θ_1 açısı bulunmuş olur.

$$\theta_1 = \arctan \frac{P_y}{P_x} \quad (3.24)$$

P_z koordinatından ise $\sin \theta_2$ çekilip, arcsinüsü alındığında ikinci eklem değişkeni olan θ_2 elde edilir.

$$P_z = d_1 + l_2 \sin \theta_2; \sin \theta_2 = \frac{P_z - d_1}{l_2} \quad (3.25)$$

$$\theta_2 = \arcsin \frac{P_z - d_1}{l_2} \quad (3.26)$$

3.4 LAGRANGE DENKLEMLERİ

Lagrange fonksiyonu aşağıdaki gibi tanımlanır:

$$L = T - V \quad (3.27)$$

Burada T , sistemin kinetik enerjisi, V ise sistemin potansiyel enerjisidir. (3.27)'te görüleceği gibi sistemdeki kinetik ve potansiyel enerji farkı Lagrange fonksiyonudur.

Lagrange denklemi ise şu şekilde ifade edilir:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}_j} \right) - \frac{\partial L}{\partial \theta_j} = Q_k \quad (3.28)$$

Sönüm denklemi ve gerekli ifadeler yerine konduğunda Lagrange denklemi;

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\theta}_j} \right) - \frac{\partial T}{\partial \theta_j} + \frac{\partial V}{\partial \theta_j} + \frac{\partial D}{\partial \dot{\theta}_j} = Q_k \quad (3.29)$$

haline gelmektedir. Bu denklem yardımı ile robotun hareket denklemleri çıkarılabilir ve bunlar yardımı ile simülasyon vb. yapılabilir. Hareket denklemleri çıkarılırken sönüm ifadesi, kinetik enerji ve potansiyel enerji sistem için belirlenir ve (3.29)'de yerine konur, gerekli işlemler sonucunda denklemler çıkarılmış olur.

T: Kinetik enerji

V: potansiyel enerji

D: sönüm ifadesi

Q_k : genelleştirilmiş kuvvet

θ_j : genelleştirilmiş koordinat

3.5 GÜRBÜZ KONTROL KANUNU

Robot, farklı ağırlıkta ve geometrik olarak karmaşık yapıya sahip olan yükleri taşıması durumunda, robotun kütle atalet momenti ve uzuvların ağırlık merkezleri sürekli değişmektedir. Bu nedenle robotun parametrelerini hesaplamak oldukça zordur. Robotların parametreleri tam olarak bilinmediğinden, parametreleri sürekli değiştiğinden ve modelinin karmaşık oluşundan dolayı parametre belirsizliği oluşmaktadır. Parametre belirsizliği durumunda uyarlamalı veya gürbüz kontrol teknikleri kullanılmaktadır.

Sürtünme ya da diğer bozucu etkilerin yokluğunda, n-uzuvlu manipülatörün dinamik modeli aşağıdaki gibi yazılabilir [19].

$$M(\theta)\ddot{\theta} + C(\theta, \dot{\theta})\dot{\theta} + G(\theta) = \tau \quad (3.30)$$

Burada θ , genelleştirilmiş koordinat, τ , n boyutlu tork vektörü, $M(\theta)$, nxn boyutlu simetrik pozitif tanımlı atalet matrisi, $C(\theta, \dot{\theta})\dot{\theta}$, n boyutlu coriolis terimini de kapsayan merkezci kuvvet vektörü, $G(\theta)$, n boyutlu vektör olup ağırlık (yerçekimi) terimleridir. (3.30) aşağıdaki biçimde ifade edilebilir.

$$M(\theta)\ddot{\theta} + C(\theta, \dot{\theta})\dot{\theta} + G(\theta) = Y(\theta, \dot{\theta}, \ddot{\theta})\pi \quad (3.31)$$

π , p-boyutlu vektör olup robot atalet, uzunluk ve kütle parametrelerini gösterir. Y , eklem konumunu, hız ve ivmenin bir fonksiyonu olan bir $n \times p$ matrisidir. Herhangi bir belirli bir yörünge için, istenen pozisyon, hız ve ivme vektörleri θ_d , $\dot{\theta}_d$ ve $\ddot{\theta}_d$ 'dir. Ölçülen gerçek pozisyon ve hız hataları $\tilde{\theta} = \theta - \theta_d$, ve $\dot{\tilde{\theta}} = \dot{\theta} - \dot{\theta}_d$ 'dir. Bu bilgileri kullanarak $\dot{\theta}_r$ ve $\ddot{\theta}_r$ şöyle tanımlanabilir.

$$\dot{\theta}_r = \dot{\theta}_d - \Lambda \tilde{\theta}; \quad \ddot{\theta}_r = \ddot{\theta}_d - \Lambda \dot{\tilde{\theta}} \quad (3.32)$$

Λ , pozitif tanımlı bir matristir. Bu parametreler dikkate alınarak nominal kontrol vektörü aşağıdaki gibi tanımlanmıştır [4].

$$\tau_0 = M_0(\theta)\ddot{\theta}_r + C_0(\theta, \dot{\theta})\dot{\theta}_r + G_0(\theta) = Y(\theta, \dot{\theta}, \ddot{\theta}_r)\pi_0 \quad (3.33)$$

Burada $\pi_0 \in \mathbb{R}_p$ dinamik modeldeki sabit parametreleri temsil etmektedir. $K\sigma$, PD hareketinin vektörüdür. σ aşağıdaki gibi tanımlanır [4].

$$\sigma = \dot{\theta} - \dot{\theta}_r = \dot{\tilde{\theta}} + \Lambda \tilde{\theta} \quad (3.34)$$

Robot parametreleri belirsiz olup, belirsizlik üst sınırı aşağıdaki gibi tanımlanmaktadır.

$$\|\tilde{\pi}\| = (\|\pi_0 - \pi\|) \leq \delta \quad (3.35)$$

Kontrol girişi nominal kontrol girişini kapsayacak şekilde şöyle tanımlanır;

$$\tau = \tau_0 + Y(\theta, \dot{\theta}, \ddot{\theta}_r)u = Y(\theta, \dot{\theta}, \ddot{\theta}_r)(\pi_0 + u) - K\sigma \quad (3.36)$$

(3.36) ve (3.30)'den yararlanarak yapılan cebirsel işlemler sonucu denklem aşağıdaki denklem elde edilir.

$$M(\theta)\dot{\sigma} + C(\theta, \dot{\theta})\sigma + K\sigma = Y(\theta, \dot{\theta}, \ddot{\theta}_r)(\tilde{\pi} + u) \quad (3.37)$$

Teorem [4]: $\varepsilon > 0$ olmak koşulu ile u kontrol vektörü aşağıdaki gibi seçilir:

$$u = \begin{cases} -\rho \frac{Y^T \sigma}{\|Y^T \sigma\|} & \text{Eğer } \|Y^T \sigma\| > \varepsilon \\ -\frac{\rho}{\varepsilon} Y^T \sigma & \text{Eğer } \|Y^T \sigma\| \leq \varepsilon \end{cases} \quad (3.38)$$

Kontrol giriş vektörü (3.38), modeli verilen robot manipülatörü kontrol etmek amacıyla (3.36)'da yerine konursa, daha sonra kontrol kanunu (3.37) süreklidir ve kapalı çevrim sistemi sınırlıdır.

Kanıt: Lyapunov fonksiyonu aşağıdaki gibi tanımlanmıştır.

$$V = \frac{1}{2} \sigma^T M(\theta) \sigma + \tilde{\theta}^T \Lambda^T K \tilde{\theta} \quad (3.39)$$

Lyapunov fonksiyonunun türevi aşağıdaki gibi elde edilir.

$$\dot{V} = \sigma^T M(\theta) \dot{\sigma} + \sigma^T \frac{1}{2} \dot{M}(\theta) \sigma + 2\tilde{\theta}^T \Lambda^T K \dot{\tilde{\theta}} \quad (3.40)$$

(3.37), (3.40) yerine yazılırsa aşağıdaki eşitlik elde edilir.

$$\dot{V} = \sigma^T \left[\frac{1}{2} \dot{M}(\theta) - C(\theta, \dot{\theta}) \right] \sigma + 2\tilde{\theta}^T \Lambda^T K \dot{\tilde{\theta}} - \sigma^T K \sigma + \sigma^T Y(\tilde{\pi} + u) \quad (3.41)$$

$\sigma^T [\dot{M}(\theta) - 2C(\theta, \dot{\theta})] \sigma = 0$, $\forall \sigma \in R^n$ [7,8] özelliği kullanılırsa V 'nin zamana göre türevi aşağıdaki gibi yazılır.

$$\dot{V} = -\dot{\tilde{\theta}}^T K \tilde{\theta} - \tilde{\theta}^T \Lambda^T K \Lambda \tilde{\theta} + \sigma^T Y(\tilde{\pi} + u) \quad (3.42)$$

$x^T = [\tilde{\theta}^T, \dot{\tilde{\theta}}^T]$ ve $Q = \text{köş} \{ \Lambda^T K \Lambda, K \}$ olarak alınıp, (3.42)'da yerine konulunca (3.42) aşağıdaki şekilde yazılır.

$$\dot{V} = -x^T Q x + \sigma^T Y(\tilde{\pi} + u) \quad (3.43)$$

$\|x\| > \omega$ için $\dot{V} < 0$ Lieman'ın bulduğu argümana benzerliğini gösterebiliriz.

$$\omega^2 = \varepsilon\rho / 2\lambda_{\min}(Q) \quad (3.44)$$

Burada $\lambda_{\min}(Q)$, Q 'nin minimum özdeğerini göstermektedir. (3.43)'deki ikinci terimi incelersek, $\|Y^T \sigma\| > \varepsilon$ olduğunda ve $\tilde{\pi}$ üzerinde varsayılan Cauchy-Schwartz eşitsizliği görülür.

$$(Y^T \sigma)^T (\tilde{\pi} + u) = (Y^T \sigma)^T \left(\tilde{\pi} - \rho \frac{Y^T \sigma}{\|Y^T \sigma\|} \right) \leq \|Y^T \sigma\| (\|\tilde{\pi}\| - \rho) < 0 \quad (3.45)$$

$\|Y^T \sigma\| \leq \varepsilon$ olduğu zaman aşağıdaki denklem elde edilir.

$$(Y^T \sigma)^T (\tilde{\pi} + u) = (Y^T \sigma)^T \left(\rho \frac{Y^T \sigma}{\|Y^T \sigma\|} + u \right) = Y^T \sigma \left(\rho \frac{Y^T \sigma}{\|Y^T \sigma\|} - \frac{\rho}{\varepsilon} Y^T \sigma \right) \quad (3.46)$$

$\|Y^T \sigma\| = \varepsilon / 2$ olduğu zaman $\varepsilon\rho / 2$ 'nin maksimum değeri elde edilir. (3.43) aşağıdaki şekli alır.

$$\dot{V} \leq -x^T Qx + \varepsilon\rho / 2 \quad (3.47)$$

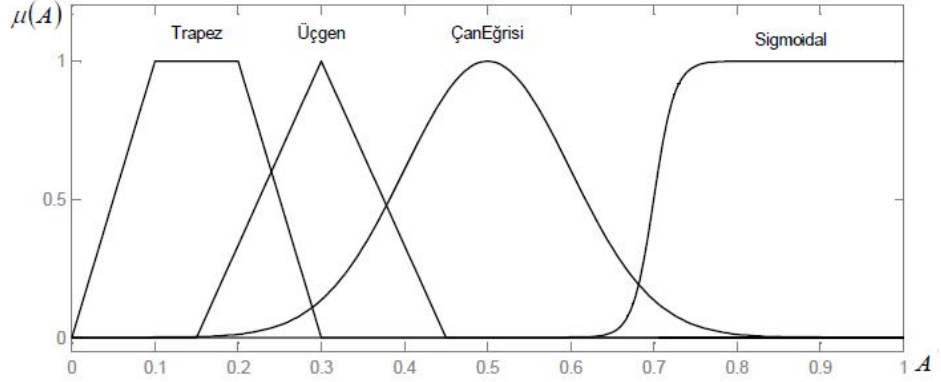
Kanıtın diğer kısımları [4]'te devam etmektedir.

3.6 BULANIK MANTIKLI KONTROL

Lotfi A.Zadeh tarafından 1965 yılında yazılan bir makalede ilk kez bulanık mantık (fuzzy logic) kavramından bahsedilmiştir. Bu yöntem 1974 yılında Mamdani tarafından yapılan çalışma [6] ile daha yaygın kullanılır hale gelmiştir.

Klasik mantık, doğru ya da yanlış kavramına göre çalışır. Klasik mantıktan elde edilecek sonuçlar soğuk – sıcak, acı – tatlı, uzun – kısa, evet – hayır, ya da 0 – 1 gibi kesin kararlardır. Fakat bulanık mantık yardımıyla günlük hayatta karşılaştığımız belirsiz ara kavramlar ifade edilebilmektedir. Örneğin, gerçek hayatta siyah ve beyaz gibi kesin sonuçlar olabileceği gibi, ara kavram olan gri de bulunmaktadır. Bulanık mantık sayesinde bu gri kavramını tanımlanabilmektedir.

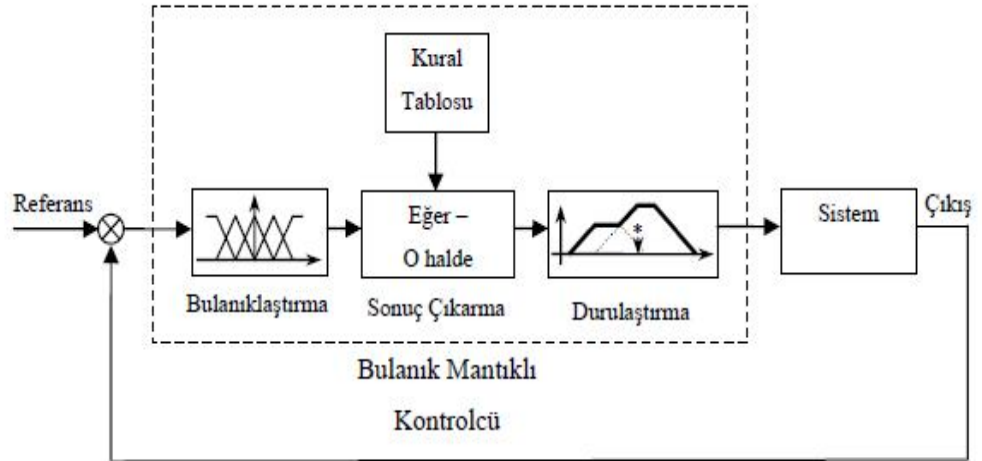
Bulanık mantıkta koşulların ve kaynakların belirsiz, kesin olmayan durumlarını ifade edebilmek için üyelik fonksiyonları kullanılmaktadır. Üyelik fonksiyonları çan eğrisi, trapez, üçgen ve sigmoidal gibi şekillerde olabilmektedir (Şekil 3.12).



Şekil 3.12 Çan eğrisi, trapez, üçgen ve sigmoidal üyelik fonksiyonları.

Şekil 3.12 de görüleceği üzere üyelik fonksiyonları $[0,1]$ aralığında değişmektedir.

Bulanık mantıklı kontrolcü üç aşamadan oluşmaktadır. Bunlar bulanıklaştırma, sonuç çıkarma ve durulaştırma.

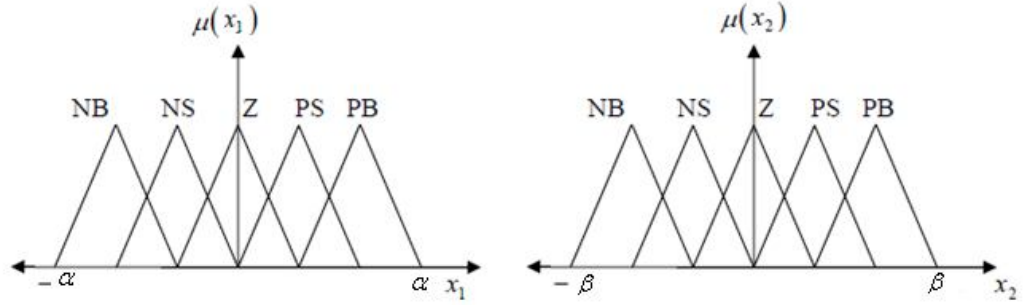


Şekil 3.13 Bulanık mantıklı kontrolcünün yapısı [22].

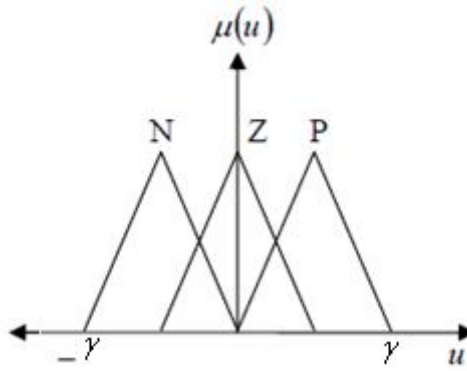
İlk aşama olan bulanıklaştırma aşamasında kullanılacak olan değişkenler için üyelik fonksiyonları tanımlanarak kesin olan bu değerler bulanık değerlere dönüştürülmüş olur. İkinci aşama olan sonuç çıkarmada ise var olan tecrübe ve bilgilerimizden yararlanarak kural tablosu oluşturulup, girişlere karşılık gelen çıkışlar belirlenir. Son aşama olan durulaştırmada ise elde edilen bulanık değerler kesin değerlere dönüştürülür.

(Şekil 3.13). Bunun için Ağırlık Merkezi ve Ağırlıklı Ortalama vb. birçok metod kullanılmaktadır.

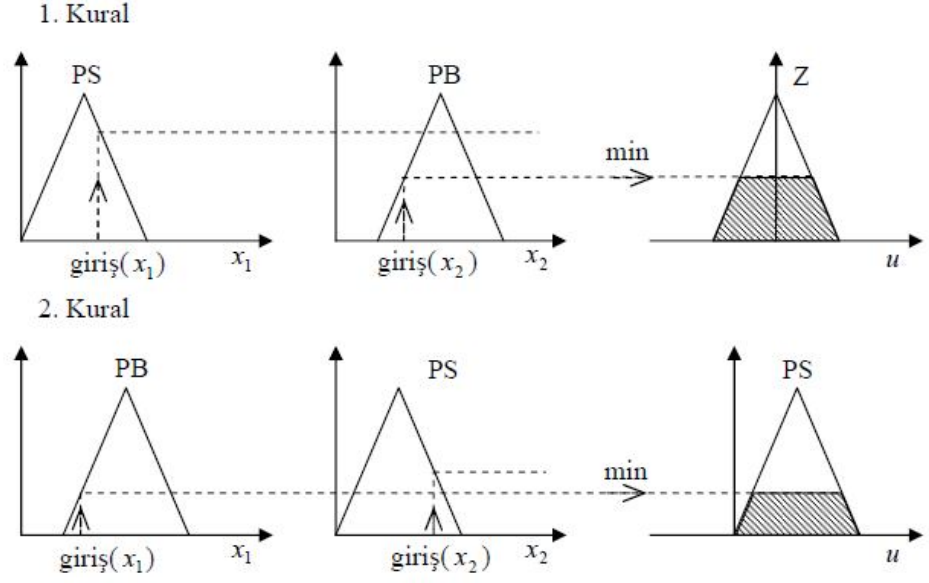
Bulanık mantıklı kontrolcünün çalışma aşamaları aşağıda detaylı olarak gösterilmiştir (Şekil 3.14, Şekil 3.15, Şekil 3.16, Şekil 3.17). İlk aşama olan bulanıklaştırma işleminde sistem iki girişli olup Şekil 3.14 da, sistemin bir adet çıkışı olup Şekil 3.15 da gösterilmiştir. İkinci aşama olan sonuç çıkarma da Mamdani yöntemi kullanılmıştır. Şekil 3.16 de gösterildiği gibi her girişe değerine karşılık gelen çıkış değerinin minimum olan alan değeri alınır. Var olan kurallardan elde edilen çıkış değerleri ağırlık merkezi yöntemi ile birleştirilip sonuç elde edilir (Şekil 3.17).



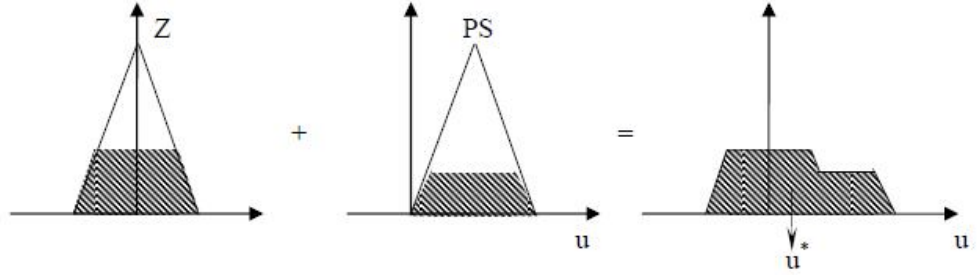
Şekil 3.14 Sistem girişleri bulanıklaştırmak için kullanılan üyelik fonksiyonları.



Şekil 3.15 Sistem çıkışını bulanıklaştırmak için kullanılan üyelik fonksiyonları.



Şekil 3.16 Sonuç çıkarma; verilen girişler sonucu iki kural elde edilmesi [22].



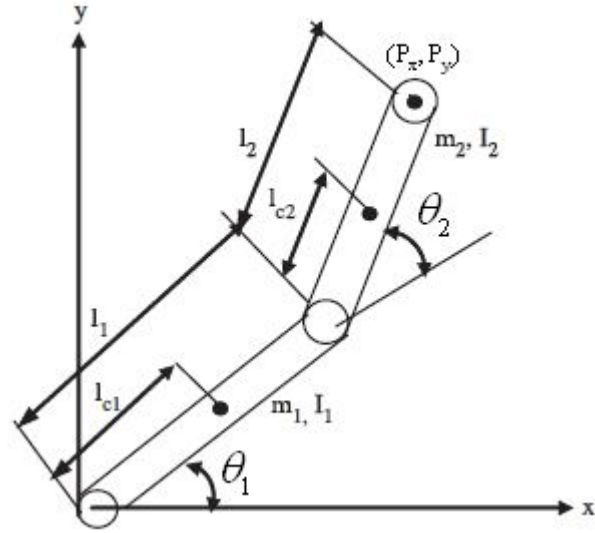
Şekil 3.17 Durulaştırma ile kesin sonucun elde edilmesi [23].

Son aşama olan durulaştırma yöntemi ile bulanık olan değerler kesin değerlere dönüştürülür.

4. BULGULAR

4.1 DÜZ KİNEMATİK

Denavit – Hartenberg parametreleri Tablo 4.1 de gösterilmiş ve bunlar yardımı ile dönüşüm matrisi bulunup, robotun koordinatları çıkarılmıştır.



Şekil 4.1 İki boyutlu iki uzuvlu robot [4].

Şekil 4.1 de görüleceği üzere m_1 ve m_2 uzuvların kütleleri, l_1 ve l_2 uzuvların uzunlukları, l_{c1} ve l_{c2} ağırlık merkezi eklemlere uzaklıkları, I_1 ve I_2 uzuvların kütle ataletleridir. Birinci ve ikinci uzvun kütle merkezinin koordinatları sırasıyla $(x_1, y_1), (x_2, y_2)$ aşağıdaki gibidir.

Tablo 4.1 İki boyutlu iki uzuvlu robot için Denavit - Hartenberg parametreleri.

UZUV DEĞİŞKENLERİ	θ	a	l	d
1	θ_1	0	l_1	0
2	θ_2	0	l_2	0

İlk uzuv için dönüşüm matrisi (4.1), ikinci uzuv için dönüşüm matrisi (4.2) aşağıdaki gibi gösterilmiştir.

$$A_1 = \text{Rot}(z, \theta_1) \cdot \text{Trans}(l_1, 0, 0) \quad (4.1)$$

$$A_2 = \text{Rot}(z, \theta_2) \cdot \text{Trans}(l_2, 0, 0) \quad (4.2)$$

$$A_0^2 = A_1 A_2 \quad (4.3)$$

A_1 ve A_2 matrisleri aşağıdaki gibi elde edilir.

$$A_1 = \begin{bmatrix} \cos \theta_1 & -\sin \theta_1 & 0 & 0 \\ \sin \theta_1 & \cos \theta_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & l_1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta_1 & -\sin \theta_1 & 0 & l_1 \cos \theta_1 \\ \sin \theta_1 & \cos \theta_1 & 0 & l_1 \sin \theta_1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.4)$$

$$A_2 = \begin{bmatrix} \cos \theta_2 & -\sin \theta_2 & 0 & 0 \\ \sin \theta_2 & \cos \theta_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & l_2 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta_2 & -\sin \theta_2 & 0 & l_2 \cos \theta_2 \\ \sin \theta_2 & \cos \theta_2 & 0 & l_2 \sin \theta_2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.5)$$

Hareketsiz eksen takımına göre olan (4.3) dönüşüm matrisi ise (4.4) ile (4.5) çarpımından elde edilir.

$$A_0^2 = \begin{bmatrix} \cos(\theta_1 + \theta_2) & -\sin(\theta_1 + \theta_2) & 0 & l_1 \cos \theta_1 + l_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) \\ \sin(\theta_1 + \theta_2) & \cos(\theta_1 + \theta_2) & 0 & l_1 \sin \theta_1 + l_2 \sin(\theta_1 + \theta_2) \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.6)$$

(4.6)'da en son elde edilen dönüşüm matrisi gösterilmiştir. Bu matris yardımı ile bulunan robot elin koordinatları da (4.7)'de verilmiştir.

$$\begin{aligned} P_x &= l_1 \cos \theta_1 + l_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) \\ P_y &= l_1 \sin \theta_1 + l_2 \sin(\theta_1 + \theta_2) \end{aligned} \quad (4.7)$$

4.2 TERS KİNEMATİK

Düz kinematik yardımı ile (4.8)'deki dönüşüm matrisi elde edilmiştir.

$$A_0^2 = \begin{bmatrix} \cos(\theta_1 + \theta_2) & -\sin(\theta_1 + \theta_2) & 0 & l_1 \cos \theta_1 + l_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) \\ \sin(\theta_1 + \theta_2) & \cos(\theta_1 + \theta_2) & 0 & l_1 \sin \theta_1 + l_2 \sin(\theta_1 + \theta_2) \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.8)$$

Bunun yardımı ile robot elin konumu veren eşitlik aşağıdaki gibi yazılır.

$$\begin{aligned} P_x &= l_1 \cos \theta_1 + l_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) \\ P_y &= l_1 \sin \theta_1 + l_2 \sin(\theta_1 + \theta_2) \end{aligned} \quad (4.9)$$

P_x : Robot elin x koordinatı göstermektedir.

P_y : Robot elin y koordinatını göstermektedir.

(4.9)'daki P_x ve P_y 'nin karelerini alıp, gerekli matematiksel işlemler yapıldıktan sonra aşağıdaki eşitlik elde edilir.

$$\begin{aligned} P_x^2 + P_y^2 &= l_1^2 \cos^2 \theta_1 + l_2^2 \cos^2(\theta_1 + \theta_2) + 2l_1 l_2 \cos \theta_1 \cos(\theta_1 + \theta_2) \\ &+ l_1^2 \sin^2 \theta_1 + l_2^2 \sin^2(\theta_1 + \theta_2) + 2l_1 l_2 \sin \theta_1 \sin(\theta_1 + \theta_2) \\ &= l_1^2 (\cos^2 \theta_1 + \sin^2 \theta_1) + l_2^2 (\cos^2(\theta_1 + \theta_2) + \sin^2(\theta_1 + \theta_2)) \\ &+ 2l_1 l_2 (\cos \theta_1 \cos(\theta_1 + \theta_2) + \sin \theta_1 \sin(\theta_1 + \theta_2)) \end{aligned} \quad (4.10)$$

(4.10)'da gerekli sadeleştirmeler yapıldığında aşağıdaki eşitlik elde edilir.

$$P_x^2 + P_y^2 = l_1^2 + l_2^2 + 2l_1 l_2 \cos \theta_2 \quad (4.11)$$

(4.11)'den $\cos \theta_2$ terimi bir tarafta yalnız bırakılırsa denklem aşağıdaki gibi elde edilir.

$$\cos \theta_2 = \frac{P_x^2 + P_y^2 - l_1^2 - l_2^2}{2l_1 l_2} \quad (4.12)$$

(4.12)'den θ_2 elde edilir.

$$\theta_2 = \arccos \frac{P_x^2 + P_y^2 - l_1^2 - l_2^2}{2l_1 l_2} \quad (4.13)$$

P noktasının x ve y konumlarını veren eşitlikler aşağıdaki gibi yazılır.

$$\begin{aligned} P_x &= l_1 \cos \theta_1 + l_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) = l_1 \cos \theta_1 + l_2 \cos \theta_1 \cos \theta_2 - l_2 \sin \theta_1 \sin \theta_2 \\ P_y &= l_1 \sin \theta_1 + l_2 \sin(\theta_1 + \theta_2) = l_1 \sin \theta_1 + l_2 \sin \theta_1 \cos \theta_2 + l_2 \sin \theta_2 \cos \theta_1 \end{aligned} \quad (4.14)$$

$$\begin{aligned} P_x &= l_1 \cos \theta + l_2 \cos \theta_1 \cos \theta_2 - l_2 \sin \theta_1 \sin \theta_2 = \cos \theta_1 (l_1 + l_2 \cos \theta_2) - l_2 \sin \theta_1 \sin \theta_2 \\ P_y &= l_1 \sin \theta_1 + l_2 \sin \theta_1 \cos \theta_2 + l_2 \sin \theta_2 \cos \theta_1 = \sin \theta_1 (l_1 + l_2 \cos \theta_2) + l_2 \sin \theta_2 \cos \theta_1 \end{aligned} \quad (4.15)$$

P_y ve P_x terimlerini birbiri ile bölünüp, eşitliğin karşı tarafı da $(l_1 + l_2 \cos \theta_2)$ bölünürse aşağıdaki eşitlik elde edilir.

$$\frac{P_x}{P_y} = \frac{\cos \theta_1 (l_1 + l_2 \cos \theta_2) - l_2 \sin \theta_1 \sin \theta_2}{\sin \theta_1 (l_1 + l_2 \cos \theta_2) + l_2 \sin \theta_2 \cos \theta_1} \quad (4.16)$$

Denklemin pay ve paydası $l_1 + l_2 \cos \theta_2$ 'ye bölünür ve gerekli matematiksel düzenlemeler yapılırsa (4.16) aşağıdaki gibi yazılır.

$$\frac{P_x}{P_y} = \frac{\tan \theta_1 + \frac{l_2 \sin \theta_2}{(l_1 + l_2 \cos \theta_2)}}{1 - \frac{l_2 \sin \theta_2 \sin \theta_1}{(l_1 + l_2 \cos \theta_2) \cos \theta_1}} \quad (4.17)$$

$$\frac{P_x}{P_y} = \frac{\tan \theta_1 + \frac{l_2 \sin \theta_2}{(l_1 + l_2 \cos \theta_2)}}{1 - \frac{l_2 \sin \theta_2}{(l_1 + l_2 \cos \theta_2)} \tan \theta_1} \quad (4.18)$$

$\tan(\theta_1 + \theta_2)$ 'nin açılımı şu şekildedir:

$$\tan(\theta_1 + \theta_2) = \frac{\tan \theta_1 + \tan \theta_2}{1 - \tan \theta_1 \tan \theta_2} \quad (4.19)$$

Bundan da faydalanarak (4.18) aşağıdaki gibi yazılır.

$$\frac{P_x}{P_y} = \frac{\tan \theta_1 + \frac{l_2 \sin \theta_2}{(l_1 + l_2 \cos \theta_2)}}{1 - \frac{l_2 \sin \theta_2}{(l_1 + l_2 \cos \theta_2)} \tan \theta_1} = \tan[\theta_1 + \arctan(\frac{l_2 \sin \theta_2}{(l_1 + l_2 \cos \theta_2)})] \quad (4.20)$$

Her iki tarafın arctanjantı alındığında aşağıdaki eşitlik elde edilir.

$$\arctan \frac{P_x}{P_y} = \theta_1 + \arctan(\frac{l_2 \sin \theta_2}{(l_1 + l_2 \cos \theta_2)}) \quad (4.21)$$

Buradan da θ_1 çekilerek istenen sonuç bulunabilir.

$$\theta_1 = \arctan \frac{P_x}{P_y} - \arctan(\frac{l_2 \sin \theta_2}{(l_1 + l_2 \cos \theta_2)}) \quad (4.22)$$

4.3 HAREKET DENKLEMLERİ

Hareket denklemlerini bulmak için Lagrange yöntemi kullanılacaktır. Bu yöntemde kullanılmak üzere sistemin potansiyel enerjisi, kinetik enerjisi ve sönüm denklemleri bulunacaktır. Şekil 4.1 yardımı ile aşağıdaki denklemler elde edilir.

$$x_1 = l_{c1} \cos \theta_1 \quad (4.23)$$

$$y_1 = l_{c1} \sin \theta_1 \quad (4.24)$$

$$x_2 = l_1 \cos \theta_1 + l_{c2} \cos(\theta_1 + \theta_2) \quad (4.25)$$

$$y_2 = l_1 \sin \theta_1 + l_{c2} \sin(\theta_1 + \theta_2) \quad (4.26)$$

Kinetik enerji terimi;

$$T = \frac{1}{2} m_1 (\dot{x}_1^2 + \dot{y}_1^2) + \frac{1}{2} I_1 \dot{\theta}_1^2 + \frac{1}{2} m_2 (\dot{x}_2^2 + \dot{y}_2^2) + \frac{1}{2} I_2 (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2)^2 \quad (4.27)$$

$$\begin{aligned} T = & \frac{1}{2} m_1 l_{c1}^2 \dot{\theta}_1^2 + \frac{1}{2} I_1 \dot{\theta}_1^2 + \frac{1}{2} m_2 l_1^2 \dot{\theta}_1^2 + \frac{1}{2} m_2 l_{c2}^2 (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2)^2 \\ & + \frac{1}{2} m_2 l_1 l_{c2} \dot{\theta}_1 (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2) \cos \dot{\theta}_2 + \frac{1}{2} I_2 (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2)^2 \end{aligned} \quad (4.28)$$

Potansiyel enerji terimi;

$$V = m_1 g l_{c1} \sin \theta_1 + m_2 g l_1 \sin \theta_1 + m_2 g l_{c2} \sin(\theta_1 + \theta_2) \quad (4.29)$$

Sönüm ifadesi terimi;

$$D = \frac{1}{2} b_{t_1} \dot{\theta}_1^2 + \frac{1}{2} b_{t_2} \dot{\theta}_2^2 \quad (4.30)$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\theta}_j} \right) - \frac{\partial T}{\partial \theta_j} + \frac{\partial V}{\partial \theta_j} + \frac{\partial D}{\partial \dot{\theta}_j} = Q_k \quad (4.31)$$

Bunlar (4.31)'de yerine konur ve gerekli matematiksel işlemler yapılır ise hareket denklemleri elde edilir. Hareket denklemlerini yazarken aşağıdaki kısaltmaları kullanarak daha basit şekilde yazılabilir [4].

$$\pi_1 = m_1 l_{c1}^2 + m_2 l_1^2 + I_1 \quad (4.32)$$

$$\pi_2 = m_2 l_{c2}^2 + I_2 \quad (4.33)$$

$$\pi_3 = m_2 l_1 l_{c2} \quad (4.34)$$

$$\pi_4 = m_1 l_{c1} \quad (4.35)$$

$$\pi_5 = m_2 l_1 \quad (4.36)$$

$$\pi_6 = m_2 l_{c2} \quad (4.37)$$

Bu parametreler kullanılırsa, mafsallara uygulanan tork denklemleri aşağıdaki gibi elde edilir.

$$\tau_1 = [\pi_1 + \pi_2 + 2\pi_3 \cos(\theta_2)] \ddot{\theta}_1 + [\pi_2 + \pi_3 \cos(\theta_2)] \ddot{\theta}_2 - [\pi_3 \sin(\theta_2) \dot{\theta}_2] \dot{\theta}_1 - [\pi_3 \sin(\theta_2) (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2)] \dot{\theta}_2 + g[\pi_4 + \pi_5] \cos(\theta_1) + g\pi_6 \cos(\theta_1 + \theta_2) \quad (4.38)$$

$$\tau_2 = [\pi_2 + \pi_3 \cos(\theta_2)] \ddot{\theta}_1 + \pi_2 \ddot{\theta}_2 + [\pi_3 \sin(\theta_2) \dot{\theta}_1] \dot{\theta}_1 + g\pi_6 \cos(\theta_1 + \theta_2) \quad (4.39)$$

4.4 GÜRBÜZ KONTROL KURALININ TÜRETİLMESİ

Bu çalışmada sistemin izleme hatasını azaltmak amacı ile gürbüz kontrol algoritması için parametre uyarlama algoritması tasarlanmıştır. τ_0 , nominal kontrol vektörünün terimlerin içinde $u(t)_1$ ve $u(t)_2$ kontrol girişleri tanımlanmıştır.

$$\tau = \tau_0 + Y(\theta, \dot{\theta}, \ddot{\theta}_r)(u(t)_1 + u(t)_2) = Y(\theta, \dot{\theta}, \ddot{\theta}_r)(\pi_0 + u(t)_1 + u(t)_2) - K\sigma \quad (4.40)$$

Burada $u(t)_1$ ve $u(t)_2$, parametrik belirsizliğin gürbüzlüğüne gerçekleştirmek için tasarlanmış ilave kontrol girişleridir. (4.40), (3.30)'da yerine konup bazı matematiksel işlemler yapılırsa aşağıdaki eşitlik elde edilir.

$$\begin{aligned} M(\theta)\dot{\sigma} + C(\theta, \dot{\theta})\sigma + K\sigma &= Y(\theta, \dot{\theta}, \ddot{\theta}_r)(\pi_0 - \pi) + u(t)_1 + u(t)_2 \\ &= Y(\theta, \dot{\theta}, \ddot{\theta}_r)(\tilde{\pi} + u(t)_1 + u(t)_2) \end{aligned} \quad (4.41)$$

Burada $\tilde{\pi}$ parametre belirsizliği olup $\tilde{\pi} = \pi_0 - \pi \leq \rho$ olarak ifade edilir.

Teorem: $\varepsilon > 0$ olmak koşulu ile $u(t)_1$ ve $u(t)_2$ kontrol vektörü aşağıdaki gibi tanımlanmıştır.

$$u(t)_1 = -\hat{\pi}_1 \quad (4.42)$$

$$\hat{\pi}_1 = (\beta^2 / \alpha) \cos(\int \alpha Y^T \sigma dt) \sin(\int \alpha Y^T \sigma dt) \quad (4.43)$$

$$u(t)_2 = \begin{cases} -\rho \frac{Y^T \sigma}{\|Y^T \sigma\|} & \text{Eğer } \|Y^T \sigma\| > \varepsilon \\ -\frac{\rho}{\varepsilon} Y^T \sigma & \text{Eğer } \|Y^T \sigma\| \leq \varepsilon \end{cases} \quad (4.44)$$

Daha önceki çalışmalarda $(\beta^2 / \alpha) \cos(\int \alpha Y^T \sigma dt) \sin(\int \alpha Y^T \sigma dt)$ fonksiyonu belirsizlik üst sınır uyarlama algoritması olarak kullanıldığı görülmüştür. Yapılan bu çalışmada ise $(\beta^2 / \alpha) \cos(\int \alpha Y^T \sigma dt) \sin(\int \alpha Y^T \sigma dt)$ parametre uyarlama algoritması olarak alınmıştır. Yukarıdaki (4.43) ve (4.44) kontrol giriş vektörleri robot manipülatörü kontrol etmek amacıyla (4.40) da yerine yazılırsa, (4.40) kontrol kuralı süreklidir ve kapalı çevrim sistemi sınırlıdır. Yörünge izleme hatası sifıra yaklaşır.

Kanıt: Yeni bir Lyapunov fonksiyonu aşağıdaki gibi tanımlanmıştır.

$$V(\sigma, \tilde{\theta}, \Phi, \hat{\pi}_1) = \frac{1}{2} \sigma^T M(\theta) \sigma + \frac{1}{2} \tilde{\theta}^T B \tilde{\theta} + \frac{1}{2} \hat{\pi}_1^T \Phi^2 \hat{\pi}_1 ; \quad (4.45)$$

$$V(\sigma, \tilde{\theta}, \Phi, \hat{\pi}_1) \geq 0$$

Burada $B \in \mathbb{R}^{n \times n}$ pozitif köşegen matristir. Φ zamanla değişen $p \times p$ boyutlu köşegen matris olarak seçilmiştir. (4.45) 'in zamana göre türevi alınırsa;

$$\dot{V} = \sigma^T M(\theta) \dot{\sigma} + \sigma^T \frac{1}{2} \dot{M}(\theta) \sigma + \tilde{\theta}^T B \dot{\tilde{\theta}} + \hat{\pi}_1^T \Phi^2 \dot{\hat{\pi}}_1 + \hat{\pi}_1^T \Phi \dot{\Phi} \hat{\pi}_1 \quad (4.46)$$

(4.41), (4.46) da yerine yazılır ve gerekli düzenleme yapılırsa aşağıdaki denklem elde edilir.

$$\begin{aligned} \dot{V} = & \sigma^T \left[\frac{1}{2} \dot{M}(\theta) - C(\theta, \dot{\theta}) \right] \sigma - \sigma^T K \sigma + \tilde{\theta}^T B \dot{\tilde{\theta}} \\ & + Y(\theta, \dot{\theta}, \ddot{\theta}, \ddot{\theta}_r) (\tilde{\pi} + u(t)_1 + u(t)_2) + \hat{\pi}_1^T \Phi^2 \dot{\hat{\pi}}_1 + \hat{\pi}_1^T \Phi \dot{\Phi} \hat{\pi}_1 \end{aligned} \quad (4.47)$$

$B = 2\Lambda K$, $\sigma^T [\dot{M}(\theta) - 2C(\theta, \dot{\theta})] \sigma = 0$, $\forall \sigma \in \mathbb{R}^n$, bu ifadeler kullanılarak [24] (4.47) aşağıdaki gibi düzenlenirse;

$$\begin{aligned} \dot{V} = & -\tilde{\theta}^T K \tilde{\theta} - \tilde{\theta}^T \Lambda K \Lambda \tilde{\theta} + \sigma^T Y(u(t)_1 + u(t)_2) + \sigma^T Y \tilde{\pi} \\ & + \hat{\pi}_1^T \Phi^2 \dot{\hat{\pi}}_1 + \hat{\pi}_1^T \Phi \dot{\Phi} \hat{\pi}_1 \end{aligned} \quad (4.48)$$

şeklini alır. Değişen zaman fonksiyonu Φ aşağıdaki şekilde tanımlanır [1].

$$\Phi = \text{köş} \left(\frac{1}{\beta_i \text{Cos}(\alpha_i \int Y^T \sigma dt)_i} \right) \quad (4.49)$$

Φ 'nin zaman göre türevi şöyledir;

$$\dot{\Phi} = \text{köş} \left(\frac{\text{Sin}(\alpha_i \int Y^T \sigma dt)_i}{\beta_i \text{Cos}^2(\alpha_i \int Y^T \sigma dt)_i} \alpha_i Y^T \sigma_i \right) \quad i=1,2,\dots,p \quad (4.50)$$

$\Phi \dot{\Phi}$ aşağıdaki gibi elde edilir.

$$\Phi\dot{\Phi} = \text{köş} \left(\frac{\text{Sin}(\alpha_i \int Y^T \sigma dt)_i}{\beta_i^2 \text{Cos}^3(\alpha_i \int Y^T \sigma dt)_i} \alpha_i Y^T \sigma_i \right) \quad i=1,2,\dots,p \quad (4.51)$$

$$\hat{\pi}_{1i} = (\beta_i^2 / \alpha_i) \text{Sin}(\alpha_i \int Y^T \sigma dt)_i \text{Cos}(\alpha_i \int Y^T \sigma dt)_i \quad (4.52)$$

$\hat{\pi}_{1i}$ nin zamana göre türevi;

$$\begin{aligned} \dot{\hat{\pi}}_{1i} = & -\text{Sin}(\alpha \int Y^T \sigma dt)_i [(\beta_i^2 / \alpha_i) \text{Sin}(\alpha \int Y^T \sigma dt)_i] (\alpha Y^T \sigma)_i \\ & + (\beta_i^2 / \alpha_i) \text{Cos}^2(\alpha \int Y^T \sigma dt)_i (\alpha Y^T \sigma)_i \end{aligned} \quad (4.53)$$

(4.53)'de ilk teriminin $\frac{\text{Cos}(\int \alpha Y^T \sigma dt)_i}{\text{Cos}(\int \alpha Y^T \sigma dt)_i}$ ile çarpılması sonucunda aşağıdaki denklem

elde edilir.

$$\begin{aligned} \dot{\hat{\pi}}_{1i} = & -\text{Sin}(\alpha \int Y^T \sigma dt)_i \frac{\text{Cos}(\int \alpha Y^T \sigma dt)_i}{\text{Cos}(\int \alpha Y^T \sigma dt)_i} [(\beta_i^2 / \alpha_i) \text{Sin}(\alpha \int Y^T \sigma dt)_i] (\alpha Y^T \sigma)_i \\ & + (\beta_i^2 / \alpha_i) \text{Cos}^2(\alpha \int Y^T \sigma dt)_i (\alpha Y^T \sigma)_i \end{aligned} \quad (4.54)$$

(4.54) ve (4.52) deki gibi $\hat{\pi}_{1i}$ göz önünde bulundurularak düzenlenirse aşağıdaki gibi elde edilebilir.

$$\dot{\hat{\pi}}_{1i} = -\frac{\text{Sin}(\alpha \int Y^T \sigma dt)_i}{\text{Cos}(\alpha_i \int Y^T \sigma dt)_i} \hat{\pi}_{1i} (\alpha Y^T \sigma)_i + (\beta_i^2 / \alpha_i) \text{Cos}^2(\alpha \int Y^T \sigma dt)_i (\alpha Y^T \sigma)_i \quad (4.55)$$

$(\hat{\pi}_1^T \Phi^2 \dot{\hat{\pi}}_1 + \hat{\pi}_1^T \Phi \dot{\Phi} \hat{\pi}_1)_i$ terimleri aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\begin{aligned} (\hat{\pi}_1^T \Phi^2 \dot{\hat{\pi}}_1 + \hat{\pi}_1^T \Phi \dot{\Phi} \hat{\pi}_1)_i = & -\hat{\pi}_{1i} \frac{\text{Sin}(\alpha \int Y^T \sigma dt)_i}{\beta_i^2 \text{Cos}^3(\alpha \int Y^T \sigma dt)_i} \hat{\pi}_{1i} (\alpha Y^T \sigma)_i \\ & + \hat{\pi}_{1i} \frac{(\beta_i^2 / \alpha_i) \text{Cos}^2(\alpha \int Y^T \sigma dt)_i}{\beta_i^2 \text{Cos}^2(\alpha \int Y^T \sigma dt)_i} (\alpha Y^T \sigma)_i + \hat{\pi}_{1i} \frac{\text{Sin}(\alpha \int Y^T \sigma dt)_i}{\beta_i^2 \text{Cos}^3(\alpha \int Y^T \sigma dt)_i} \hat{\pi}_{1i} (\alpha Y^T \sigma)_i \end{aligned} \quad (4.56)$$

(4.56)'da görüldüğü gibi, birinci ve üçüncü terimleri birbirlerini götürür ve üçüncü terim $\hat{\pi}_1^T Y^T \sigma$ 'ya eşittir. (4.56) aşağıdaki şekli alır.

$$\hat{\pi}_1^T \Phi^2 \dot{\hat{\pi}}_1 + \hat{\pi}_1^T \Phi \dot{\Phi} \hat{\pi}_1 = \hat{\pi}_1^T Y^T \sigma \quad (4.57)$$

(4.57), (4.48)'de yerine yazılırsa, (4.48) aşağıdaki şekli alır.

$$\dot{V} = -\dot{\theta}^T K \dot{\theta} - \tilde{\theta}^T \Lambda^T K \Lambda \tilde{\theta} + \sigma^T Y (u(t)_1 + u(t)_2) + \sigma^T Y \tilde{\pi} + \sigma^T Y \hat{\pi}_1 \quad (4.58)$$

Kontrol parametreleri (4.46)'da $u(t)_1 = -\hat{\pi}_1$ gibi tanımlanmıştır. (4.58)'de $u(t)_1$ yerine $-\hat{\pi}_1$ yazılırsa, aşağıdaki eşitlik elde edilir.

$$\dot{V} = -\dot{\theta}^T K \dot{\theta} - \tilde{\theta}^T \Lambda^T K \Lambda \tilde{\theta} + \sigma^T Y u(t)_2 + \sigma^T Y \tilde{\pi} \quad (4.59)$$

(4.59)'a bakıldığı zaman, (3.42) ile (4.59)'un birbirine eşit olduğu görülür. Dolayısıyla bu teoremin ispatı da [4] de olduğu gibidir.

4.5 SİMÜLASYON SONUÇLARI

Simülasyon için Şekil 4.1'de verilen iki uzuvlu manipülatör kullanılmıştır. (4.38) ve (4.39) kullanılarak $M(\theta)$, $C(\theta, \dot{\theta})$ ve $G(\theta)$ aşağıdaki gibi elde edilir [14]:

$$M(\theta) = \begin{bmatrix} \pi_1 + \pi_2 + 2\pi_3 \cos(\theta_2) & \pi_2 + \pi_3 \cos(\theta_2) \\ \pi_2 + \pi_3 \cos(\theta_2) & \pi_2 \end{bmatrix} \quad (4.60)$$

$$C(\theta, \dot{\theta}) = \begin{bmatrix} -\pi_3 \sin(\theta_2) \dot{\theta}_2 & -\pi_3 \sin(\theta_2) (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2) \\ \pi_3 \sin(\theta_2) \dot{\theta}_1 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.61)$$

$$G = \begin{bmatrix} g(\pi_4 + \pi_5) \cos(\theta_1) + g\pi_6 \cos(\theta_1 + \theta_2) \\ g\pi_6 \cos(\theta_1 + \theta_2) \end{bmatrix} \quad (4.62)$$

Bu parametrelendirme ile (3.28)'deki dinamik model şöyle yazılabilir:

$$Y(\theta, \dot{\theta}, \ddot{\theta}) \pi = \tau \quad (4.63)$$

$Y(\theta, \dot{\theta}, \ddot{\theta})$ matrisi y_{ij} bileşeni şeklinde yazılırsa:

$$\begin{aligned}
y_{11} &= \ddot{\theta}_1; y_{12} = \ddot{\theta}_1 + \ddot{\theta}_2; y_{13} = \cos(\theta_2)(2\ddot{\theta}_1 + \ddot{\theta}_2) - \sin(\theta_2)(\dot{\theta}_2^2 + 2\dot{\theta}_1\dot{\theta}_2); \\
y_{14} &= g_c \cos(\theta_1); y_{15} = g_c \cos(\theta_1); y_{16} = g_c \cos(\theta_1 + \theta_2); \\
y_{21} &= 0; y_{22} = \ddot{\theta}_1 + \ddot{\theta}_2; y_{23} = \cos(\theta_2)\ddot{\theta}_1 + \sin(\theta_2)(\dot{\theta}_1^2); \\
y_{24} &= 0; y_{25} = 0; y_{26} = g_c \cos(\theta_1 + \theta_2)
\end{aligned} \tag{4.64}$$

$Y(\theta, \dot{\theta}, \dot{\theta}_r, \ddot{\theta}_r)$ şu bileşenlere sahip olur;

$$\begin{aligned}
y_{11} &= \ddot{\theta}_{r1}; y_{12} = \ddot{\theta}_{r1} + \ddot{\theta}_{r2} \\
y_{13} &= \cos(\theta_2)(2\ddot{\theta}_{r1} + \ddot{\theta}_{r2}) - \sin(\theta_2)(\dot{\theta}_1\dot{\theta}_{r2} + \dot{\theta}_1\dot{\theta}_{r2} + \dot{\theta}_2\dot{\theta}_{r2}); \\
y_{14} &= g_c \cos(\theta_1); y_{15} = g_c \cos(\theta_1); y_{16} = g_c \cos(\theta_1 + \theta_2); \\
y_{21} &= 0; y_{22} = \ddot{\theta}_{r1} + \ddot{\theta}_{r2}; y_{23} = \cos(\theta_2)\ddot{\theta}_{r1} + \sin(\theta_2)(\dot{\theta}_1\dot{\theta}_{r1}); \\
y_{24} &= 0; y_{25} = 0; y_{26} = g_c \cos(\theta_1 + \theta_2)
\end{aligned} \tag{4.65}$$

Yüksüz manipulatörlerin parametrelerini Tablo 4.2 deki gibi varsayalım. Yapılan işlemlerde Tablo 4.2 deki değerler kullanılmıştır. π 'nin i. bileşenlerinin Tablo 4.3 de değerleri verilmiştir. m_2 , l_{c2} ve I_2 parametrelerinin aşağıdaki aralıkta değiştiğini varsayalım [4];

$$0 \leq \Delta m_2 \leq 10; \quad 0 \leq \Delta l_{c2} \leq 0.5; \quad 0 \leq I_2 \leq \frac{15}{12} \tag{4.66}$$

(4.66) deki π_i 'nin pozitif değer aralığı için seçilen ortalama değerler, nominal parametre vektörünü verir ve π_0 'ın i. bileşenlerinin değerleri hesaplanmış ve Tablo 4.4 de gösterilmiştir [4].

Tablo 4.2 Yüksüz robot kolu parametreleri [4].

m_1	m_2	l_1	l_2	l_{c1}	l_{c2}	I_1	I_2
10	5	1	1	0.5	0.5	10/12	5/12

Tablo 4.3 π_i için yüksüz robot kolu [4].

π_1	π_2	π_3	π_4	π_5	π_6
8.33	1.67	2.5	5	5	2.5

Tablo 4.4 π_0 nominal parametre vektörü [4].

π_{01}	π_{02}	π_{03}	π_{04}	π_{05}	π_{06}
13.33	8.96	8.75	5	10	8.75

Belirsizlik aralığı ve π_0 nominal parametre vektörünün seçilmesi (4.66) de verilmiştir.

Aşağıdaki gibi δ 'nın kararsızlık sınırı kolayca hesaplanabilir:

$$\|\tilde{\pi}\|^2 = \sum_{i=1}^6 (\pi_{i0} - \pi_i)^2 \leq 181.26 \quad (4.67)$$

Böylece $\delta = \sqrt{181.26} = 13.46$ olarak bulunabilir. Tablo 4.5 de her bir parametre için belirsizlik sınırları ayrı ayrı gösterilmiştir. Tablo 4.5 de ρ_i belirsizlik sınırı, Tablo 4.4 ve Tablo 4.3 de verilen değerler arasındaki basit farklılıklardır ve ρ değerleri, ρ_i bileşenleri, vektörün Öklid normudur [4].

Table 4.5 Belirsizlik sınırı [4].

ρ_1	ρ_2	ρ_3	ρ_4	ρ_5	ρ_6
5	7.29	6.25	0	5	6.25

Karşılaştırma için önceki gürbüz kontrol kanununu [4] aşağıdaki gibi verilmiştir:

$$\tau = \tau_0 + Y(\theta, \dot{\theta}, \ddot{\theta}_r)u(t) = Y(\theta, \dot{\theta}, \ddot{\theta}_r)(\pi_0 + u(t)) - K\sigma \quad (4.68)$$

Kontrol girişi $u(t)$ aşağıdaki gibidir.

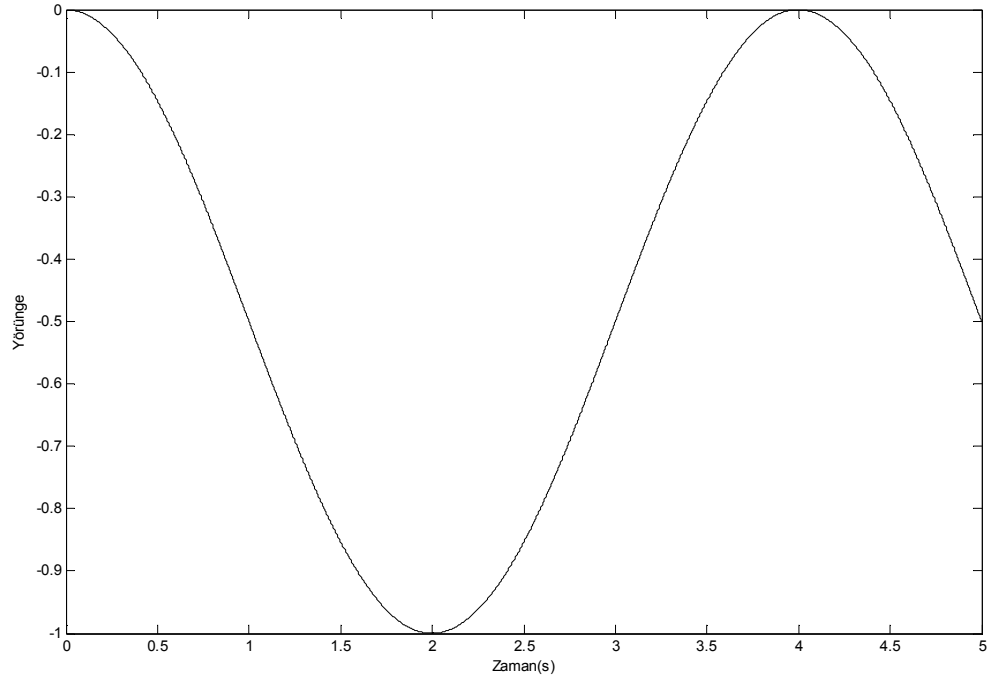
$$u(t) = \begin{cases} -\delta \frac{Y^T \sigma}{\|Y^T \sigma\|} & \text{Eğer } \|Y^T \sigma\| > \varepsilon \\ -\delta \frac{Y^T \sigma}{\varepsilon} & \text{Eğer } \|Y^T \sigma\| \leq \varepsilon \end{cases} \quad (4.69)$$

Parametrik belirsizlikleri ölçmek için tek bir δ olması; hareket, gereken kazançtan daha yüksek olarak aşırı korunumlu tasarıma sebep olabilir. Bu nedenle $u(t)_i$ 'nin bileşenleri

için farklı ağırlıklar ve ya kazançlar atanmaktadır. Aşağıdaki gibi yapılabilir. [4] deki gibi $\tilde{\pi}_i$ 'in ayrı olarak her bir parametre için belirsizliklerin ölçüldüğünü varsayalım.

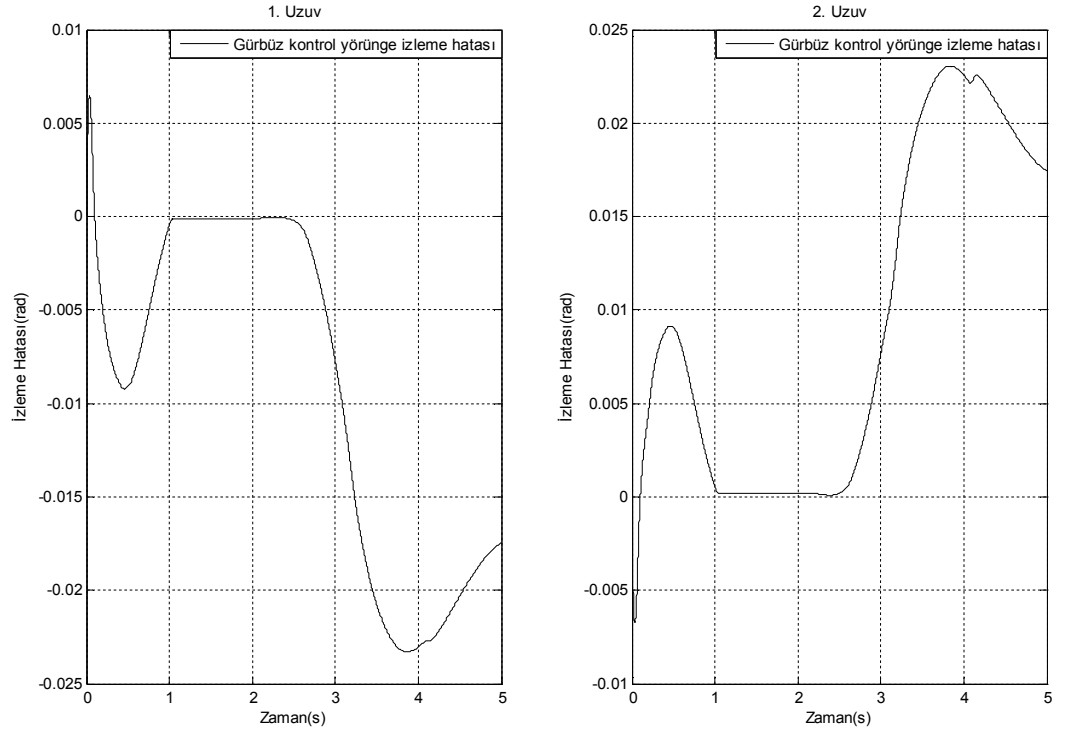
$$u(t)_i = \begin{cases} -\rho_i v_i / |v_i| & \text{Eğer } |v_i| > \varepsilon_i \\ -(\rho_i / \varepsilon_i) v_i & \text{Eğer } |v_i| \leq \varepsilon_i \end{cases} \quad (4.70)$$

Bilgisayar simülasyonu için her iki mafsal için referans yörünge olarak Şekil 4.2'de verilen $0.5\cos(0.5\pi t)-0.5$ fonksiyonu seçilmiştir.

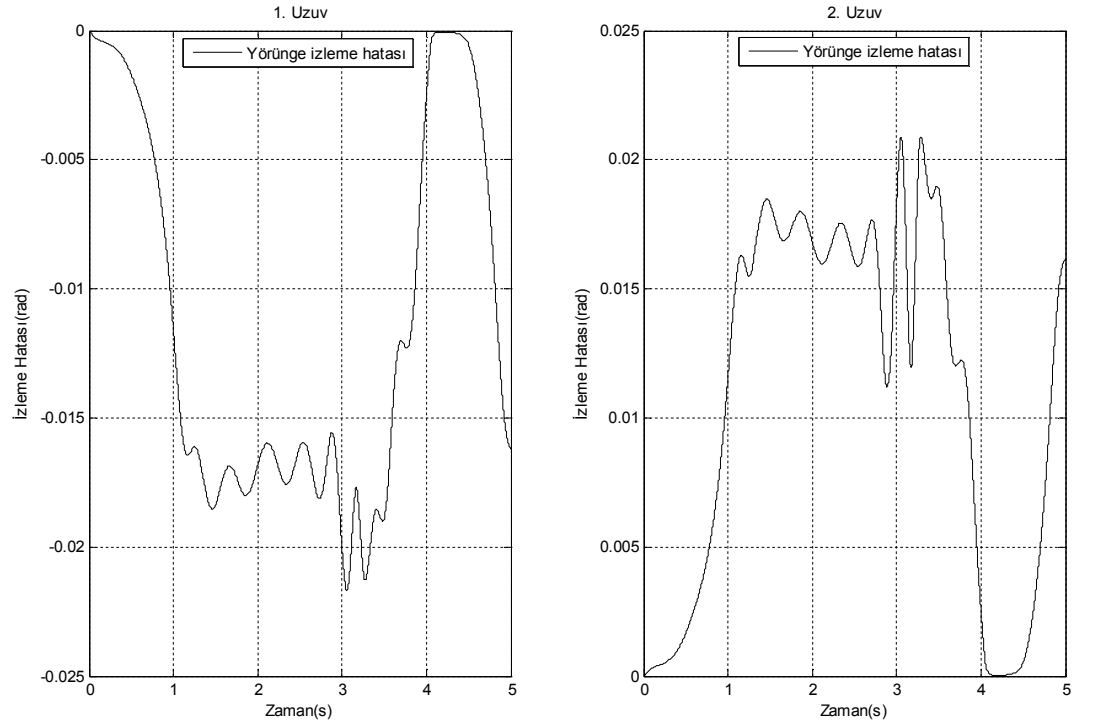


Şekil 4.2 Robotun izlemesi istenen yörünge.

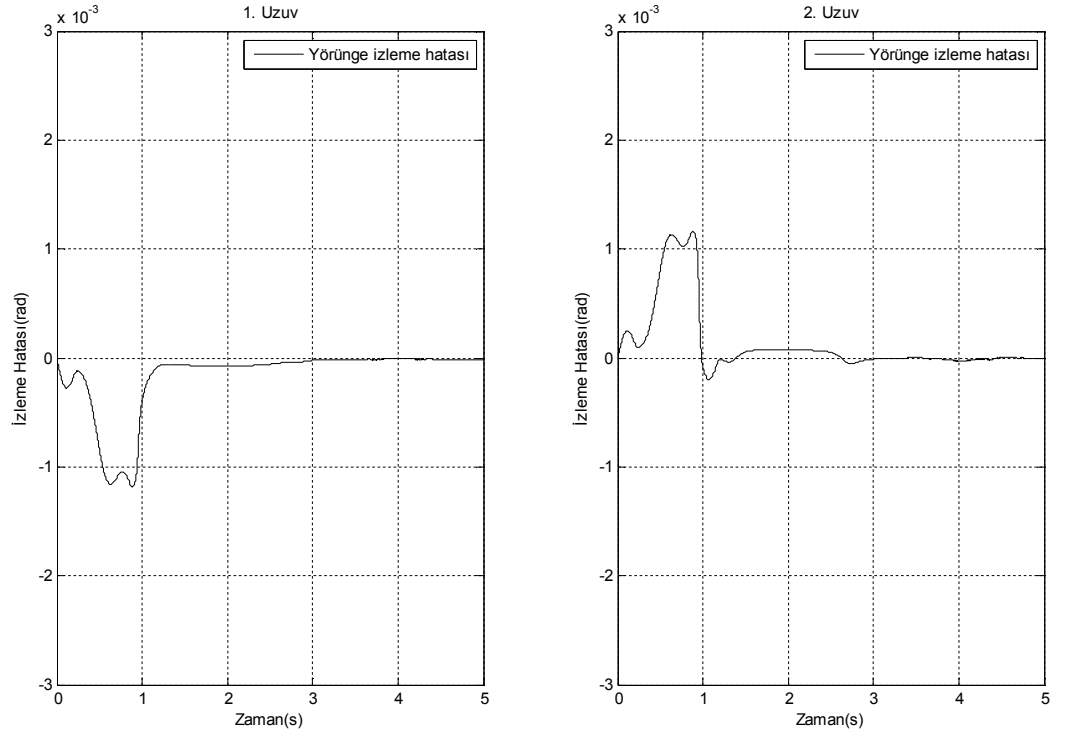
Önerilen ve bilinen [4] kontrol metotlarının uygulanması için aynı yörünge seçilmiş, aynı modele, aynı yörüngeye, eşit koşullarda önerilen ve bilinen kontrol teknikleri uygulanmış, sonuçlar aşağıda verilmiştir.



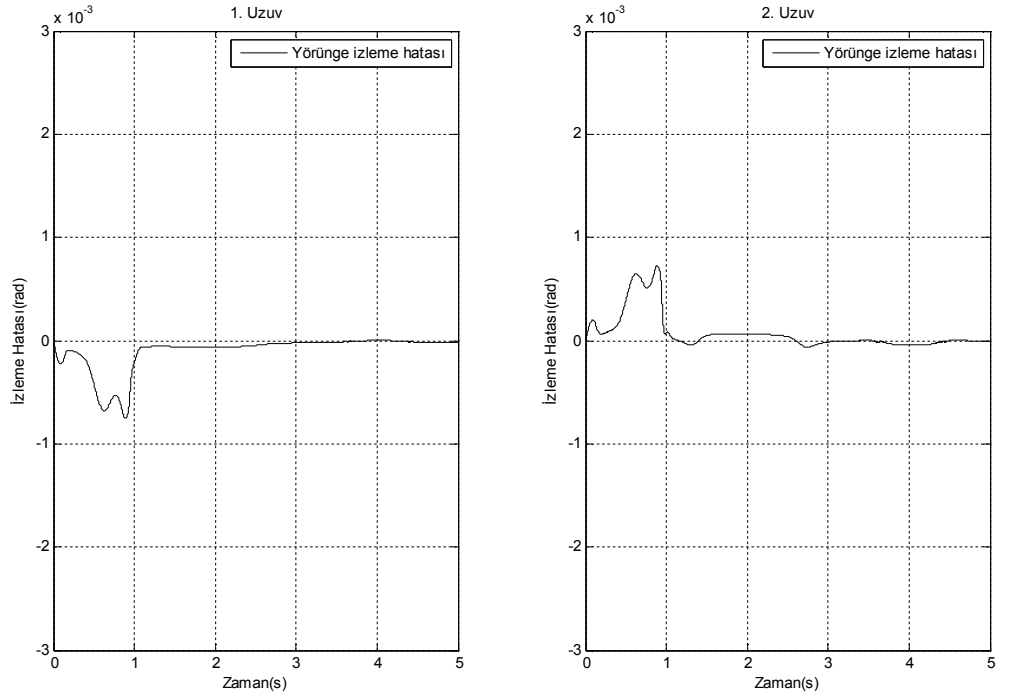
Şekil 4.3 Bilinen gürbüz kontrol için [4] yörünge izleme hatası. $\Lambda = \text{köş}(50 \ 50)$, $K = \text{köş}(15 \ 15)$



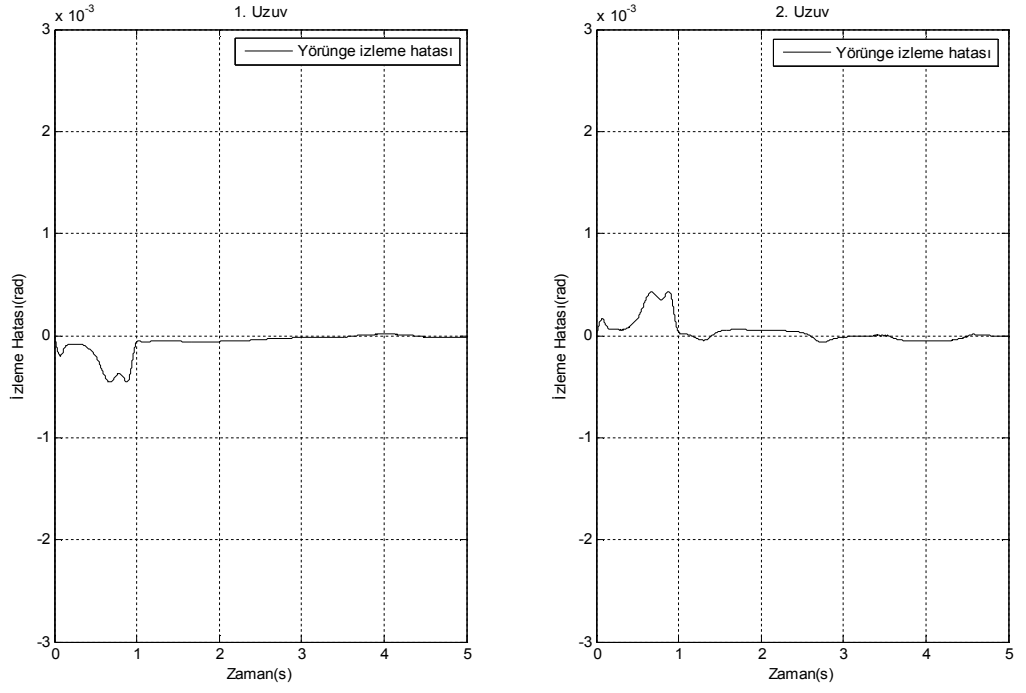
Şekil 4.4 Önerilen gürbüz kontrol algoritması için yörünge izleme hatası.
 $\Lambda = \text{köş}(50 \ 50)$, $K = \text{köş}(15 \ 15)$, $\alpha = 1.5$, $\beta = 1.7$



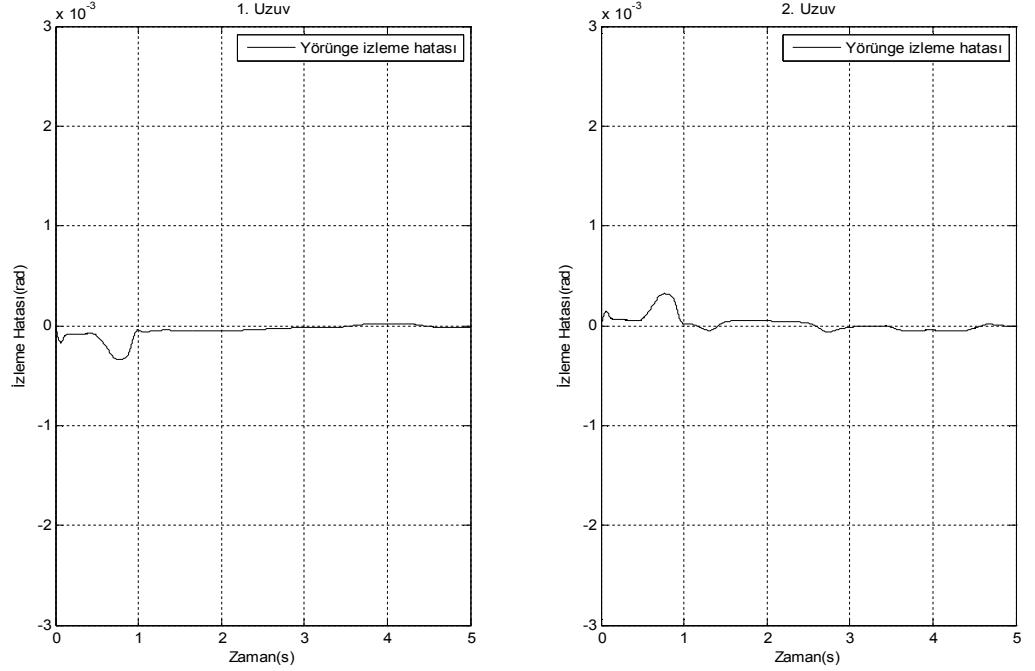
Şekil 4.5 Önerilen gürbüz kontrol algoritması için yörünge izleme hatası.
 $\Lambda = \text{köş}(50 \ 50)$, $K = \text{köş}(15 \ 15)$, $\alpha = 0.75$, $\beta = 3$



Şekil 4.6 Önerilen gürbüz kontrol algoritması için yörünge izleme hatası.
 $\Lambda = \text{köş}(50 \ 50)$, $K = \text{köş}(15 \ 15)$, $\alpha = 1$, $\beta = 4$



Şekil 4.7 Önerilen gürbüz kontrol algoritması için yörünge izleme hatası.
 $\Lambda = \begin{pmatrix} 50 & 50 \end{pmatrix}$, $K = \begin{pmatrix} 15 & 15 \end{pmatrix}$, $\alpha = 0.5$, $\beta = 5$



Şekil 4.8 Önerilen gürbüz kontrol algoritması için yörünge izleme hatası.
 $\Lambda = \begin{pmatrix} 50 & 50 \end{pmatrix}$, $K = \begin{pmatrix} 15 & 15 \end{pmatrix}$, $\alpha = 1.5$, $\beta = 10$

Bilinen gürbüz kontrol yöntemi ile verilen yörüngeyi izleyen robot kolunun izleme hatası Şekil 4.3 de gösterilmiştir. İzleme hatası görüleceği üzere 0,025 seviyelerindedir. Bilinen gürbüz kontrol algoritmasının izleme hatası büyük olmaktadır.

Gürbüz kontrol algoritması uyarlamalı kompensatör ile iyileştirilmekte ve robotun yörüngeyi izleme performansı α ve β değerlerine göre değişmektedir.

$\alpha= 1.5$, $\beta=1.7$ olarak alındığında robottaki izleme hataları Şekil 4.4 de gibi olmaktadır. İzleme hatası 0,020'ye kadar düşmüştür. $\alpha= 0.75$, $\beta=3$ olarak alındığında robottaki izleme hataları Şekil 4.5 de gibi olmaktadır. $\alpha= 1$, $\beta=4$ alındığında ise izleme hatası Şekil 4.6 daki gibi olmaktadır. Görüldüğü üzere izleme hatası daha da azalmış ve 0,0015 seviyelerine kadar düşmüştür. 0 ve 1 saniye aralığında izleme hatası en yüksek seviyesine çıkmakta daha sonra azalmakta ve sifıra yaklaşmaktadır.

$\alpha=0.5$, $\beta=5$ alındığında ise hata iyice düşmüş ve 0,0003 seviyelerine kadar gerilemiştir (Şekil 4.7). $\alpha=1.5$, $\beta=10$ alındığındaki yörünge izleme hatası Şekil 4.8 deki gibi elde edilmektedir. İzleme hatası daha da düşmüştür.

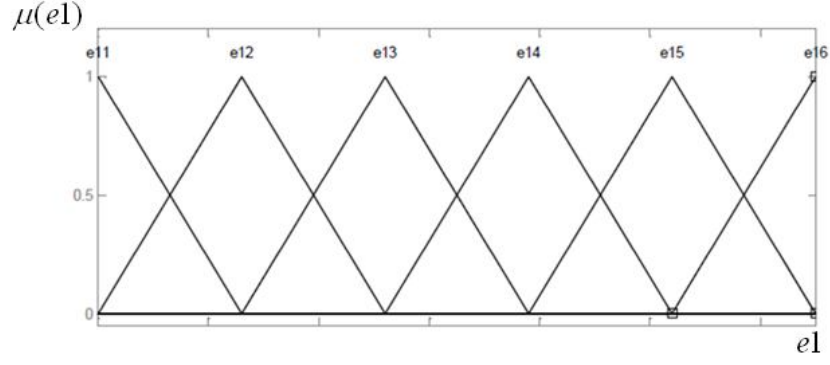
Yukarıda verilen şekillerden de anlaşılacağı üzere α ve β katsayılarının değişimiyle izleme hatasının değiştiği görülmektedir. Yörünge izleme hataları sifıra yaklaşmakta, robotun yörünge izleme hassasiyeti artmaktadır. Bu da istenen bir sonuçtur.

α , β değişimlerinden belirli zaman aralıklarındaki robotun takip etmesi istenen yörüngedeki izleme hatası iyice düşmektedir. Deneme yanılma yöntemi ile yapılan çok sayıda denemeden sonra değişimler gözlemlenmiş, bu değişimler sonucunda α , β katsayılarının değişim aralığı belirlenmiştir.

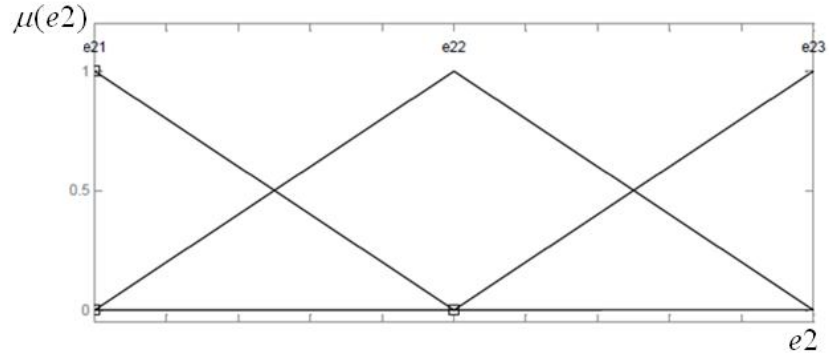
4.6 BULANIK MANTIKLI GÜRBÜZ KONTROL

Bulanık mantıklı kontrolcüde iki giriş ve iki çıkış bulunmaktadır. Giriş değerleri olarak, birinci ve ikinci uzva ait yörünge izleme hata değerleri (e_1, e_2), çıkış değeri olarak ise eklemlere uygulanacak olan moment değerlerinin hesaplanmasında kullanılan α ve β değerleri elde edilmiştir. Bulanıklaştırma aşamasında kullanılan üyelik fonksiyonları

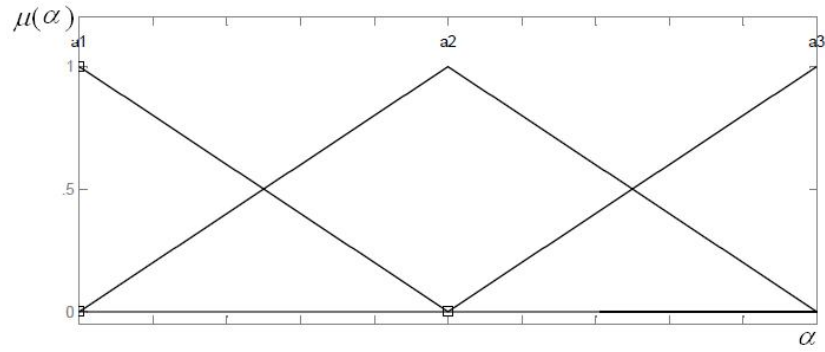
üçgen şeklindedir. Giriş değerleri Şekil 4.9, Şekil 4.10 da, çıkış değerleri de Şekil 4.11, Şekil 4.12 de gösterilmiştir.



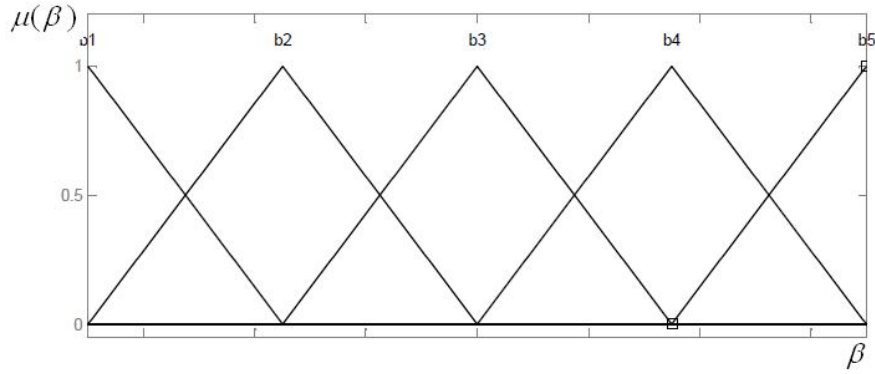
Şekil 4.9 Birinci uzvun yörünge izleme hatasının üyelik fonksiyonu.



Şekil 4.10 İkinci uzvun yörünge izleme hatasının üyelik fonksiyonu.



Şekil 4.11 Çıkış değeri olan alfanın üyelik fonksiyonu.



Şekil 4.12 Çıkış değeri olan betanın üyelik fonksiyonu.

Deneme yanılma ile bulunan sınır değerleri aşağıdaki gibidir:

$$e1 : [-0.8 ; 0.5]$$

$$e2 : [-0.3 ; 0.7]$$

$$\alpha : [0.5 ; 1.5]$$

$$\beta : [1 ; 15]$$

Giriş değerleri olan birinci uzva ait yörünge hatası e11, e12, e13, e14, e15, e16 Şekil 4.9 da, ikinci uzva ait yörünge izleme hatası e21, e22, e23 Şekil 4.10 da gösterilmiştir.

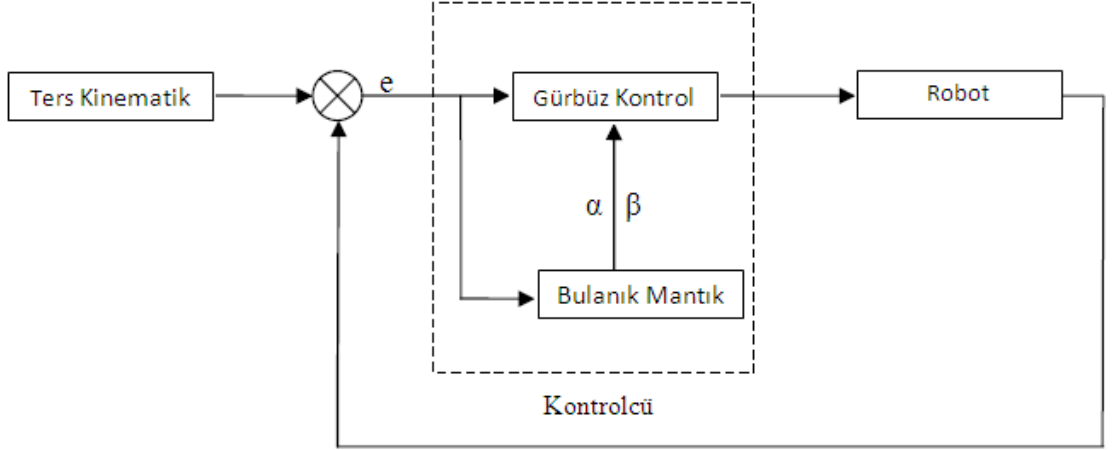
Tablo 4.6 Kural tablosu.

		e1					
		e11	e11	e13	e14	e15	e16
e2	α						
	β						
e21	α	α_1	α_3	α_2	α_2	α_2	α_2
	β	β_5	β_5	β_2	β_5	β_5	β_5
e22	α	α_2	α_2	α_3	α_3	α_1	α_3
	β	β_4	β_4	β_3	β_5	β_4	β_4
e23	α	α_3	α_1	α_1	α_1	α_3	α_3
	β	β_3	β_1	β_4	β_5	β_3	β_1

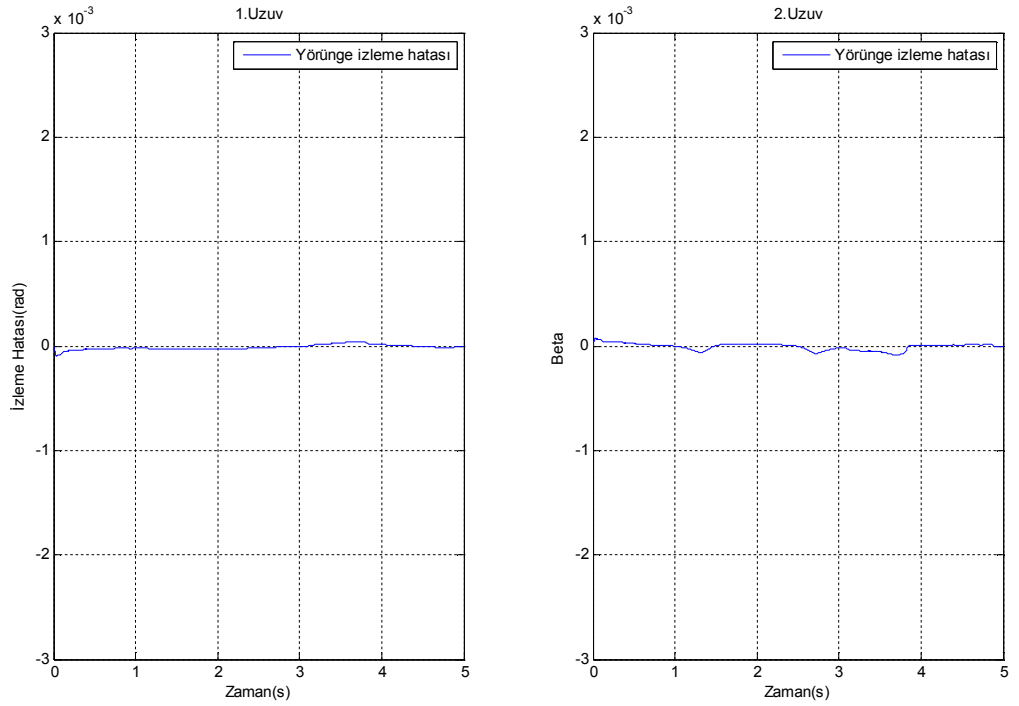
Eğer – O Halde (if ... and ... Then ...) yapısı kullanılarak kural tablosu oluşturulur ve Tablo 4.6 da gösterilmiştir.

Durulaştırma aşamasında Centroid yöntemi kullanılmıştır. Centroid yönteminde elde edilen çıkış değerleri ağırlık merkezi bulunarak sonuç elde edilir.

Şekil 4.13 de görüleceği gibi hatanın performansını iyileştirmek için α ve β katsayıları bulanık mantık ile bulunmuş ve sistem ilave edilmiştir.



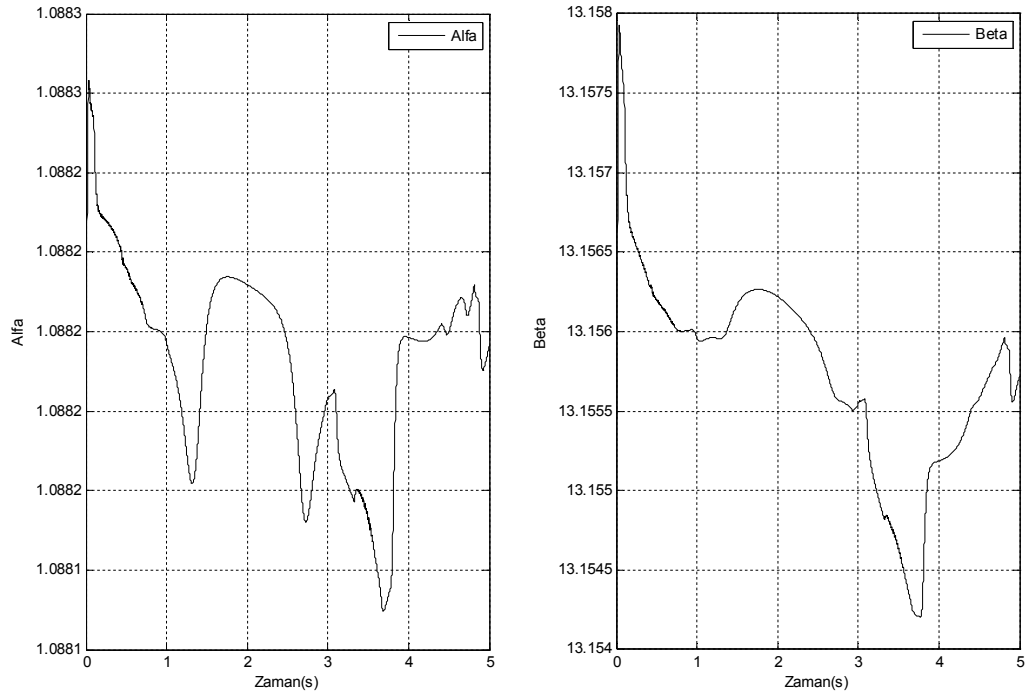
Şekil 4.13 Tasarlanan bulanık mantıklı gürbüz kontrol şeması.



Şekil 4.14 Bulanık mantıklı gürbüz kontrol için yörünge izleme hatası.

$$\Lambda = \begin{pmatrix} 50 & 50 \\ 15 & 15 \end{pmatrix}, K = \begin{pmatrix} 15 & 15 \\ 15 & 15 \end{pmatrix}$$

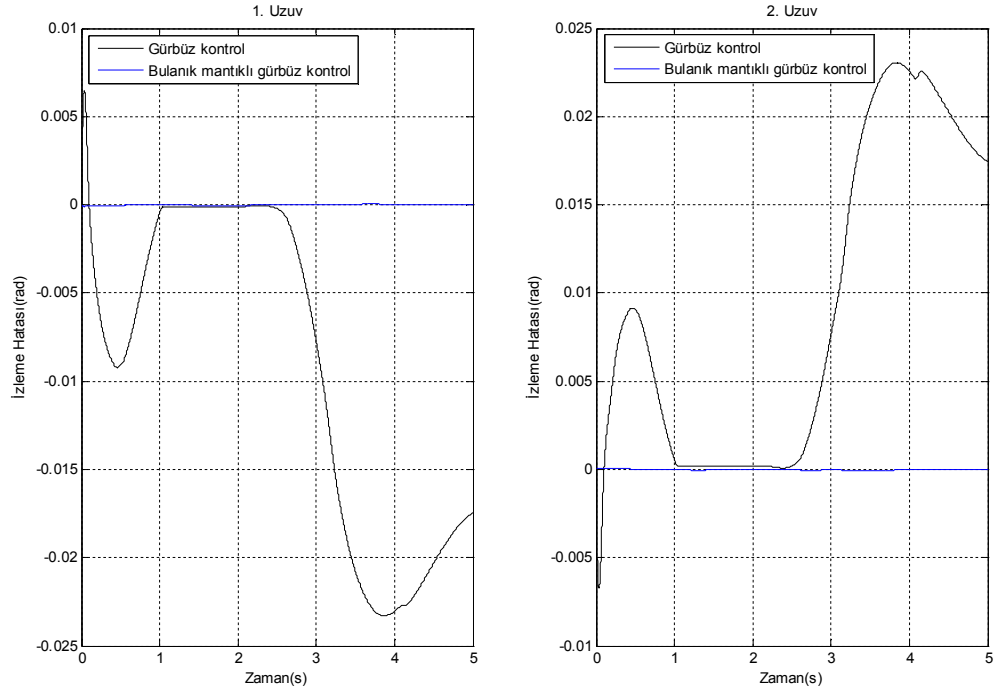
Şekil 4.14 de görüldüğü gibi bulanık mantıklı gürbüz kontrolde birinci ve ikinci uzun yörünge izleme hataları 0,00001 seviyesine kadar düşmektedir. Sisteme ilave ettiğimiz bulanık mantıklı kontrolcü sayesinde α ve β değerlerimiz zamanla değişmekte olup, hataya göre değişen zaman aralıklarında en iyi değeri alıp sisteme girmektedir. Robotun, gürbüz kontrolde olduğu gibi $0.5\cos(0.5\pi t)-0.5$ yörüngesini izlemesi istenmiştir. Sonuç olarak izleme hatası azalmaktadır. Kontrol parametreleri α ve β katsayılarının yörünge izleme hatasına göre zamanla değişimi Şekil 4.15 de görülmektedir.



Şekil 4.15 α ve β değerlerinin zamanla değişimi.

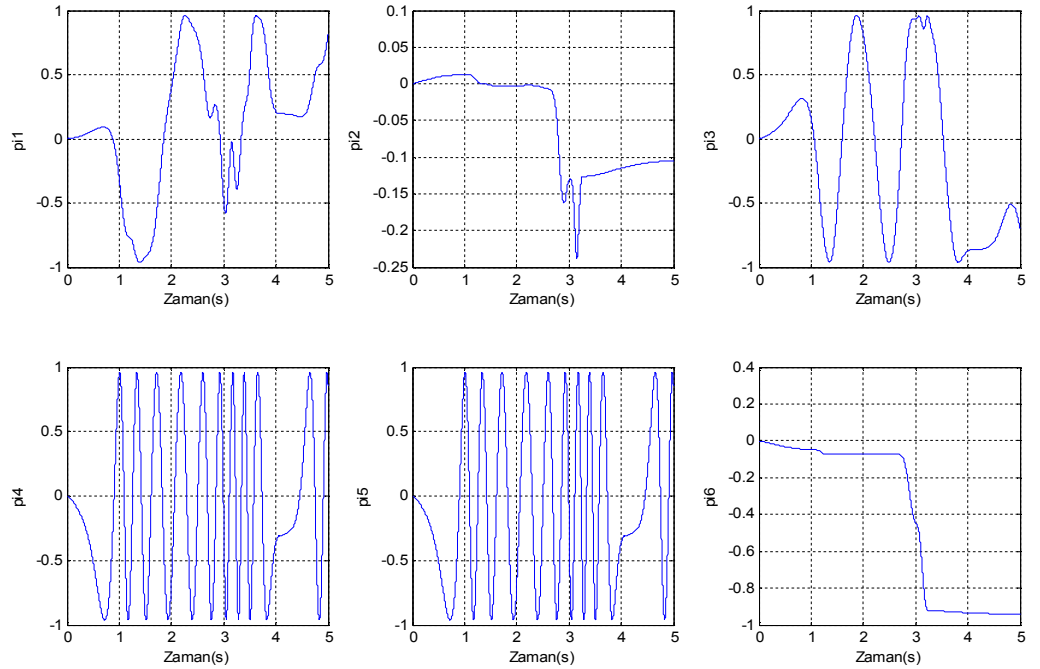
Görüldüğü üzere sabit bir değer almamakta, bulanık mantık sayesinde yörünge izleme hatasına göre en iyi sonuç elde edilip sisteme o değer girmektedir. Bunun sonucu olarak yörünge izleme hatası neredeyse sıfıra yaklaşmıştır.

Şekil 4.16 da bilinen gürbüz kontrol yöntemi ile tasarlanan bulanık mantıklı gürbüz kontrol yöntemleri bir arada karşılaştırılarak verilmiştir. Tasarlanan bulanık mantıklı gürbüz kontrolcü çok daha iyi sonuç vermektedir.

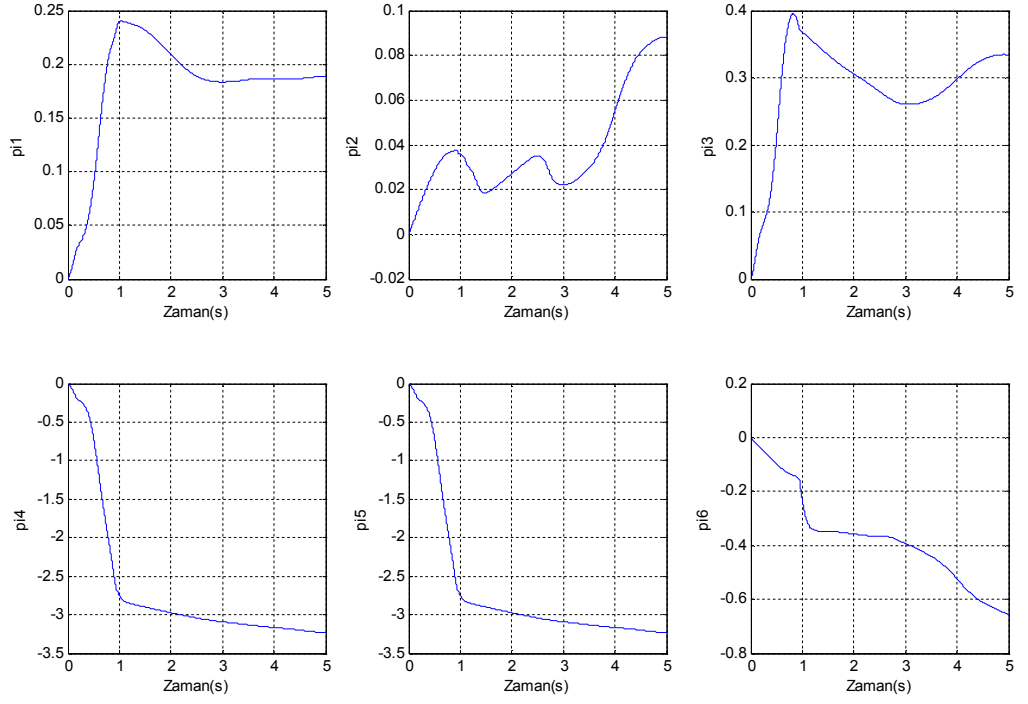


Şekil 4.16 Gürbüz kontrol [4] ve Bulanık mantıklı gürbüz kontrol için yörünge izleme hatasının bir arada verilmesi. $\Lambda=\text{köş}(50\ 50)$, $K=\text{köş}(15\ 15)$

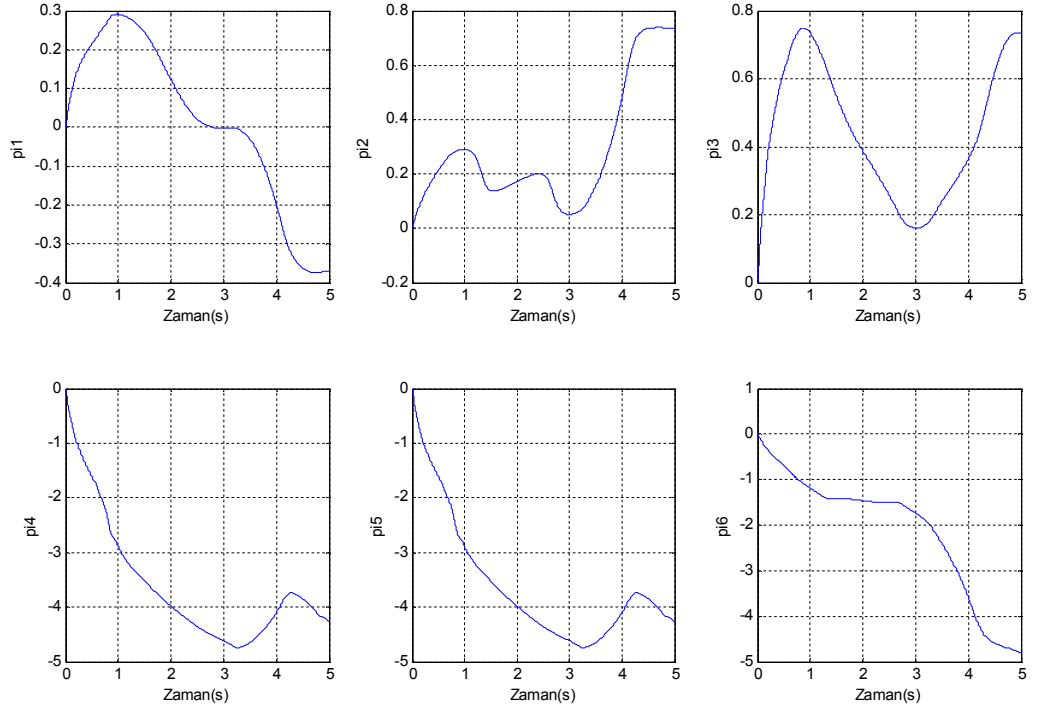
Dinamik kompensatör $\hat{\pi}_1$ 'in farklı α , β değerleri ve bulanık mantık kontrolcü kullanılması durumunda zamana göre değişimi aşağıda verilmiştir.



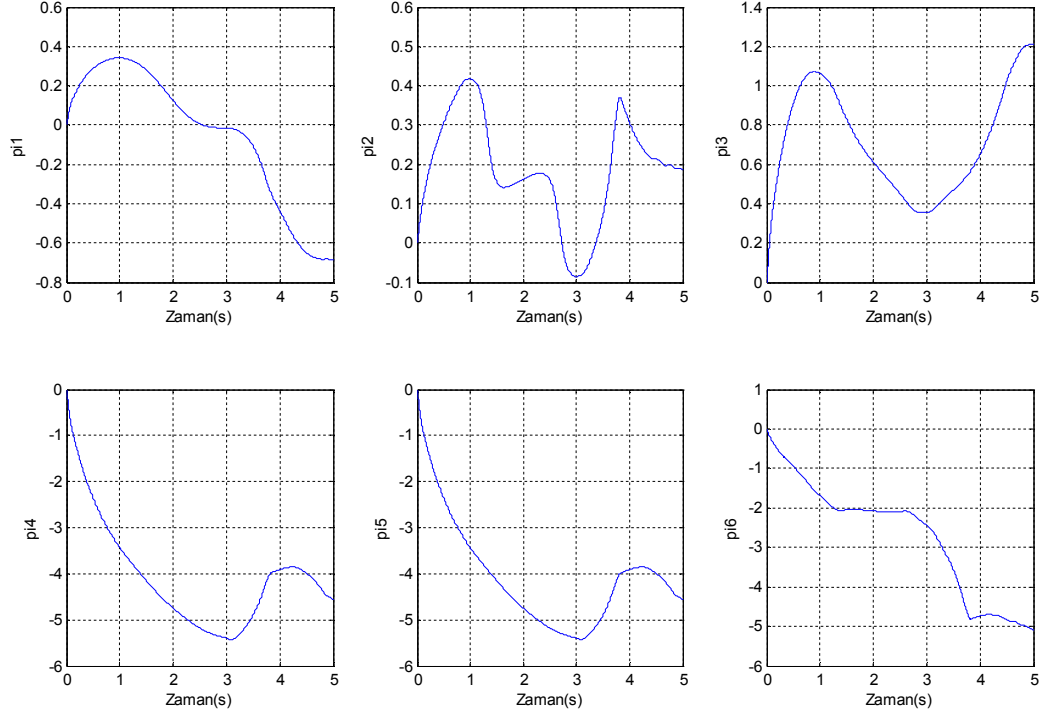
Şekil 4.17 $\alpha=1.5$, $\beta=1.7$ iken $\hat{\pi}_1$ değerlerinin zamanla değişimi.



Şekil 4.18 $\alpha=0.75$, $\beta=3$ iken $\hat{\pi}_{i_1}$ değerlerinin zamanla değişimi.



Şekil 4.19 $\alpha=1.5$, $\beta=10$ iken $\hat{\pi}_{i_1}$ değerlerinin zamanla değişimi.



Şekil 4.20 Bulanık mantıklı gürbüz kontrolcüde $\hat{\pi}_{ii}$ değerlerinin zamanla değişimi

Şekil 4.17, Şekil 4.18, Şekil 4.19 ve Şekil 4.20 de görüldüğü gibi $\hat{\pi}_1$ değerleri izleme hatasına ve kontrol parametre değerlerine göre zamanla değişmektedir. Yörünge izleme hatası da $\hat{\pi}_1$ değerlerine göre değişmektedir. $\hat{\pi}_1$ dinamik kompensatör olup sistemin gerçek parametreleri değildir.

5. TARTIŞMA VE SONUÇ

Bu çalışmada, önerilen ve bilinen [4] gürbüz kontrol metotlarının simülasyonu yapılırken, aynı model, aynı yörünge ve eşit koşullar kullanılmıştır. Kontrol parametreleri α ve β 'nın etkisini araştırmak amacıyla K ve Λ değerleri sabit tutulmuş α ve β değerleri değiştirilmiştir.

Elde edilen sonuçlara bakıldığında, gürbüz kontrolün izleme hatasının büyük olduğu görülmüştür. Önerilen adaptif kontrol algoritması ile bu izleme hatası oldukça azaltılmıştır. İzleme hatasının α ve β değerlerine göre değiştiği gözlemlenmiştir. Fakat α ve β değerleri sisteme sabit olarak girilmektedir. Bu değerlerin seçilmesi oldukça zordur. Ayrıca bu değerler sabit oldukları için izleme hatası tam olarak iyileşmemiştir. Bunun daha iyi hale getirilmesi için bulanık mantıklı gürbüz kontrol algoritması geliştirilmiştir. Bu elde edilen sonuçlar da Şekil 4.15'te verilmiştir. Bu şekillerden de anlaşıldığı gibi bulanık mantıklı kontrolcü sayesinde izleme hatası yüz binde seviyelerine kadar düştüğü görülmüştür. $\hat{\pi}_1$ değeri gerçek parametre değerlerini göstermemektedir. Bu değerler dinamik kompensatör olup zaman göre değişmektedir. İzleme hatasının çok azalması için $\hat{\pi}_1$ değerlerinin çok iyi hesaplanması gerekir. Bu hesaplama da ne kadar düzgün yapılırsa izleme hatası o kadar azalacaktır. Tasarlanan uyarlamalı gürbüz kontrol algoritması izleme hatasını oldukça azalttığı için $\hat{\pi}_1$ değerinin çok iyi hesaplandığını göstermektedir. Bulanık mantık kullanarak α ve β uyarlamalı hale getirilerek izleme hatası oldukça azaltılmıştır. Bu sonuçlar bize bulanık mantık kullanılarak $\hat{\pi}_1$ değerinin çok iyi hesaplandığı, $\hat{\pi}_1$ gerçek değerlerine, yani izleme hatasını minimum yapan değerlere yaklaştığını göstermektedir. Geliştirilen bulanık mantıklı gürbüz kontrol algoritması diğer çalışmalara [1, 2, 3] uyarlanabilme özelliğine sahiptir. Ayrıca bu çalışılan konu daha farklı robot kollarına da uygulanabilme özelliğine sahiptir. İleri çalışma olarak bunlar düşünülebilir.

KAYNAKLAR

1. BURKAN, R.,2006, Upper Bounding Estimation for Robustness to the Parameter Uncertainty with Trigonometric Function in Trajectory Control of Robot Arms, *Journal of Intelligent & Robotic Systems*, 46 (3), 263–283.
2. BURKAN, R., 2010, Modelling of Bound Estimation Laws and Robust Controllers for Robustness to Parametric Uncertainty for Control of Robot Manipulators, *Journal of Intelligent & Robotic Systems*, 60 (3-4), 365–394.
3. BURKAN. R., 2011, Modelling of bound estimation laws and robust controllers using function and integration techniques, [*Recent Advances in Robust Control - Theory and Applications in Robotics and Electromechanics*](#), InTech, Hırvatistan, 978-953-307-421-4.
4. SPONG,M.W., 1992, On the robust control of robot manipulators, *IEEE Transactions on Automatic Control*, 37 (11), 1782-1786.
5. ZADEH, L.A., 1965, Fuzzy sets, *Information and control*, 8, 338-353.
6. MAMDANI, E.H., 1974, Application of fuzzy algorithms for control of simple dynamic plant, *IEEE Proc.*, 121 (12), 1585-1588.
7. SLOTINE, J.J., LI, W., 1987, On the adaptive control of robotic manipulator, *The International Journal of Robotics Research*, 6 (3), 49-59.
8. SCIAVICCO, L., SICILIANO, B., 1996, *Modeling and Control of Robot Manipulators*, The McGraw-Hill Companies, Great Britain,1-85233-221-2.
9. SPONG , M.W., VIDYASAGAR, M., 1987, Robust linear compensator design for nonlinear robotic control, *IEEE Journal of Robotic and Automation*, 3 (4), 345-350.
10. BURKAN, R., UZMAY, İ., 2003, “Upper bounding estimation for robustness to the parameter uncertainty in trajectory control of robot arm”, *Robotics and Autonomous Systems* ,45 (2),.99-110.
11. BURKAN, R., UZMAY, İ., 2005, Logarithmic based robust approach to parametric uncertainty for control of robot manipulators, *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 15 (10), 427-436.

12. YAZ, E., 1993, Comments on the robust control of robot manipulators, *IEEE Transactions on Automatic Control*, 38(38), 511-512.
13. LIU, G., 2000, Decomposition-based control of mechanical systems, [2000 Canadian Conference on Electrical and Computer Engineering](#), 10 Mayıs 2000, Halifax Kanada, 966 – 970.
14. KOO, K.M., KIM, J.H., 1994, Robust control of robot manipulators with parametric uncertainty, *IEEE Transactions Automatic Control*, 39 (6), 1230-1233.
15. LEITMANN, G., 1981, On the efficiency of nonlinear control in uncertain linear system, *Journal of Dynamic Systems Measurement and Control*, 102, 95-102.
16. LIU, G., A.A. GOLDENBERG., 1996, Uncertainty decomposition-based robust control of robot manipulators, *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 4 (4), 384-393.
17. SCIAVICCO, L. ve SICILIANO, B., 1996, *Modeling and control of robot manipulators*, McGraw-Hill Companies, Inc., Singapore, 0-07-114726-8.
18. FAUSGE K.M., 2007, Three dimensional graphics, illustrations and animations [online], <http://www.fauskes.net/nb/threedill/> [Ziyaret Tarihi: 28 Kasım 2011].
19. SPONG, M.W., HUTCHINSON , S., VIDYASAGAR, M., *Robot Dynamics and Control*, John Willey&Sons, Inc., 2006. USA, 978-0-471-64990-8.
20. SLOTINE, J.J., LI W., 1987, On the adaptive control of robotic manipulator, *The International Journal of Robotics Research*, 6 (3)49-59.
21. MIDDLETON, R.H., GOODWIN, G.C., 1988, Adaptive computed torque control for rigid link manipulators, *System Control Letters*, 10, 9-16.
22. HACIOĞLU, Y., 2004, *Bir robotun bulanık mantıklı kayan kipli kontrolü*, Yüksek Lisans, İstanbul Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü.
23. BODUR, F.N., 2008, *Taşıt süspansiyon sistemlerinin bulanık mantıklı kayan kipli kontrolü*, Doktora, İstanbul Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü.

ÖZGEÇMİŞ

1984 yılında Bulgaristan'ın Kırcaali şehrinde doğdu. Orta öğrenimini Lüleburgaz Anadolu Lisesinde tamamladıktan sonra 2004 yılında İstanbul Üniversitesi Makine Mühendisliği Bölümüne girdi. Buradan 2008 yılında mezun oldu. Aynı yıl İstanbul Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Uçak ve Uzay Mühendisliği Anabilim Dalı, "Savunma Teknolojileri" programında yüksek lisansa başladı. 2008-2009 yılları arası özel bir firmada ar-ge mühendisi olarak çalıştı. 2009 yılında İstanbul Üniversitesi Makina Mühendisliği Anabilim dalı "Makina Mühendisliği" Yüksek Lisans Programına başladı. 2010 yılında İstanbul Üniversitesi Makina Mühendisliği Bölümü'nde araştırma görevlisi olarak çalışmaya başladı ve halen göreve devam etmektedir.