

İSTANBUL ÜNİVERSİTESİ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

YÜKSEK LİSANS TEZİ

MODEL PARAMETRELERİ BİLİNMEYEN MEKANİK MANİPÜLATÖRLERİN KONTROLÜ

Mak. Müh. Ömür Can ÖZGÜNEY Makina Mühendisliği Anabilim Dalı

> Danışman Prof. Dr. Recep BURKAN

> > Mayıs, 2012

İSTANBUL



İSTANBUL ÜNİVERSİTESİ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

YÜKSEK LİSANS TEZİ

MODEL PARAMETRELERİ BİLİNMEYEN MEKANİK MANİPÜLATÖRLERİN KONTROLÜ

Mak. Müh. Ömür Can ÖZGÜNEY Makina Mühendisliği Anabilim Dalı

> Danışman Prof. Dr. Recep BURKAN

> > Mayıs, 2012

İSTANBUL

Bu çalışma 11/06/2012 tarihinde aşağıdaki jüri tarafından Makine Mühendisliği Anabilim Dalı'nda Yüksek Lisans Tezi olarak kabul edilmiştir.

Tez Jūrisi

Prof. Dr. Recep BURKAN(Danışman) İstanbul Üniversitesi Mühendislik Fakültesi

Doç. Dr. Alastun AKTA İstanbul-Üniversitesi Mühendislik Fakültesi

ra BA

Yard. Dec Of. Nevra BA Istanbul Üniversitesi Mühendislik Fakültesi

Prof. Dr. Erol UZAL Istanbul Üniversitesi Mühendislik Fakültesi

Doç. Dr. Cemal BAYKARA İstanbul Teknik Üniversitesi Makina Fakültesi

ÖNSÖZ

Yüksek lisans öğrenimim sırasında ve tez çalışmalarım boyunca gösterdiği her türlü destek ve yardımdan dolayı çok değerli hocam **Prof. Dr Recep BURKAN**'a en içten dileklerimle teşekkür ederim.

Bu çalışma boyunca yardımlarını esirgemeyen çalışma arkadaşlarıma ve çalışmamın uygulama kısmını destekleyen İstanbul Üniversitesi'ne teşekkürü borç bilirim.

Mayıs, 2012

Ömür Can ÖZGÜNEY

İÇİNDEKİLER

ÖNSÖZi
İÇİNDEKİLERii
ŞEKİL LİSTESİiv
TABLO LİSTESİv
SEMBOL LİSTESİvi
ÖZETvii
SUMMARYviii
1. GİRİŞ 1
2. GENEL KISIMLAR 3
2.1 LİTERATÜR ARAŞTIRMASI
2.2. ROBOT NEDİR?6
2.3 ROBOT TARİHİ7
3. MALZEME VE YÖNTEM8
3.1. MANİPÜLATÖR KİNEMATİĞİ8
3.2. DÜZ KİNEMATİK9
3.3. TERS KİNEMATİK 10
3.4. LAGRANGE-EULER FORMULASYONU11
3.5. ADAPTİF KONTROL13
3.5.1 Adaptif Kontrol Tarihi13
3.5.2 Doğrudan veya Dolaylı Adaptif Kontrol14
3.5.3 Adaptif Kontrolün Endüstrideki Kullanımı14

3.6. ADAPTİF KONTROL KURALI15
4. BULGULAR
4.1 DÜZ KİNEMATİK 18
4.2 TERS KİNEMATİK 19
4.3 ÜÇ EKSENLİ ROBOT KOLUNUN DİNAMİK DENKLEMLERİ 21
4.4. ADAPTİF-ROBUST KONTROL KURALININ KARARLILIK ANALİZİ 29
4.5. SİMÜLASYON SONUÇLARI 40
5. TARTIŞMA VE SONUÇ
KAYNAKLAR
ÖZGEÇMİŞ

ŞEKİL LİSTESİ

Şekil 3.1	:Mafsal Çeşitleri [13]	8
Şekil 3.2	:Düz ve Ters Kinematik Analiz	10
Şekil 4.1	:Üç eksenli robot kolu	21
Şekil 4.2	:Bilinen kontrolcü (3.32) için [10]: ((0.6*sin(0.6*t))*0.6) referans	
	yörüngesi için yörünge izleme hatasının zamana göre değişimi	40
Şekil 4.3	:Bilinen kontrolcü (3.32) için [10]: (sin(t*0.9)+0.01*t) referans	
	yörüngesi için yörünge izleme hatasının zamana göre değişimi	41
Şekil 4.4	:Bilinen kontrolcü (3.32) için [10]: (0.01*cos(10*t)) referans yörünges	si
	için yörünge izleme hatasının zamana göre değişimi	41
Şekil 4.5	:Bilinen kontrolcü (3.32) için [10]: ((0.6*sin(0.6*t))*0.6) referans	
	yörüngesi için yörünge izleme hatasının zamana göre değişimi	42
Şekil 4.6	:Bilinen kontrolcü (3.32) için: [10]: (sin(t*0.9)+0.01*t) referans	
	yörüngesi için yörünge izleme hatasının zamana göre değişimi	43
Şekil 4.7	:Bilinen kontrolcü (3.32) için [10]: (0.01*cos(10*t)) referans yörünges	si
	için yörünge izleme hatasının zamana göre değişimi	43
Şekil 4.8	:Geliştirilen kontrolcü için: ((0.6*sin(0.6*t))*0.6) referans yörüngesi iç	çin
	yörünge izleme hatasının zamana göre değişimi	44
Şekil 4.9	:Geliştirilen kontrolcü için: ((0.6*sin(0.6*t))*0.6) referans yörüngesi iç	çin
	yörünge izleme hatasının zamana göre değişimi	45
Şekil 4.10	:Geliştirilen kontrolcü için: (sin(t*0.9)+0.01*t) referans yörüngesi için	L
	yörünge izleme hatasının zamana göre değişimi	45
Şekil 4.11	:Geliştirilen kontrolcü için: (sin(t*0.9)+0.01*t) referans yörüngesi için	L
	yörünge izleme hatasının zamana göre değişimi.	46
Şekil 4.12	:Geliştirilen kontrolcü için: (0.01*cos(10*t)) referans yörüngesi için	
	yörünge izleme hatasının zamana göre değişimi.	46
Şekil 4.13	:Geliştirilen kontrolcü için: (0.01*cos(10*t)) referans yörüngesi için	
C) I) / / / /	yörünge izleme hatasının zamana göre değişimi.	47
Şekil 4.14	:Geliştirilen kontrolcü için: $((0.6*\sin(0.6*t))*0.6)$ referans yörüngesi iç	çın
G 1 11 4 4 F	yörünge izleme hatasının zamana göre değişimi.	48
Şekil 4.15	:Geliştirilen kontrolcü için: $((0.6*\sin(0.6*t))*0.6)$ referans yörüngesi iç	çın
019416	yorunge izleme hatasinin zamana gore degişimi.	48
Şekil 4.16	:Geliştirilen kontrolcü için: $(\sin(t*0.9)+0.01*t)$ referans yörüngesi için	40
611417	yorunge izleme hatasinin zamana gore degişimi	49
Şekii 4.1 /	:Geliştirilen kontrolcu için: (sin(t*0.9)+0.01*t) referans yorungesi için	40
Calul A 10	yorunge izieme natasinin zamana gore degişimi.	49
şekii 4.18	:Genşurnen kontrolcu için: (0.01*cos(10*t)) reterans yorungesi için	50
Galeil 4 10	yorunge izieme natasinin zamana gore degişimi.	50
şekii 4.19	:Genşurnen kontrolcu için: (0.01*cos(10*t)) referans yorungesi için	50
	yorunge izieme natasının zamana göre degişimi	50

TABLO LÍSTESÍ

Tablo 4.1	:Denavit-Hartenberg parametreleri	18
-----------	-----------------------------------	----

SEMBOL LİSTESİ

C(q,q)q	: Merkezcillik			
G (q)	: Yerçekimi vektörü			
I_1 , I_2 ve I_3	: Uzuvların kütle ataletleri			
K	: Sistemin kinetik enerjisi			
L	: Lagrange fonksiyonu			
M(q)	: Durağanlık matrisi			
m	: Kütle			
V	: Lyapunov fonksiyonu			
W	: Açısal konumun türevi			
Y(q, ġ, ġ)	: Konum, hız ve ivme fonksiyonlarının matrisi			
K, A, B ve K_{π}	: Pozitif tanımlı diyagonal matris			
Κσ	: PD vektörü			
Ã, Ĉ ve Ĝ	, $\tilde{\mathbf{C}}$ ve $\tilde{\mathbf{G}}$: Dinamik modeldeki tahmini parametreler			
q, q , q	q , q : Konum, hız ve ivme vektörleri			
$\mathbf{q}_{\mathbf{d}}$: Arzu edilen konum			
q̃, ģ̃	: Konum ve hız hataları			
π	: Kullanilabilir tahmini parametre			
$\widetilde{\pi}$: Hata vektörü parametresi			
π_0	: Nominal yüklü kol parametresinin vektörü			
τ	: Tork			
$ au_0$: Nominal kontrol vektörü			
3	: Pozitif tanımlı sayı			
ρ	: Belirsizlik parametresi			
α,β,λ,Ω	: Kontrol parametreleri			
Ψ ve Г	: Ölçülebilen diyagonal matris			
ⁱ⁻¹ _i T	: Uzuv dönüşüm matrisi			
köş	: Köşegen matris			

ÖZET

MODEL PARAMETRELERİ BİLİNMEYEN MEKANİK MANİPÜLATÖRLERİN KONTROLÜ

İnsanlar eski zamanlardan beri zor işlerden kurtulmak için yenilikler icat etmeye çalışmışlardır. Bu yüzden, insanın yapabileceği işleri yapan, belli alanlarda programlandırılmış robotlar icat etmişlerdir. 21. yy dünyasında ise özellikle sanayi alanında insanın yeri gün geçtikçe azalmakta, yerini ise robotlar almaktadır.

Günümüzde robotlar sanayi, tıp, otomotiv, kimya vb birçok alanda faaliyet göstermektedirler. Mesela sanayide kullanılan robotlar, montaj, boya, kaynak gibi insanın yapabildiği tüm görevleri yerine getirmektedirler.

Zamandan tasarruf sağlamak, maliyeti düşürmek ve kaliteli üretim yapmak amacıyla robotların gelecekte kullanım alanları ve nitelikleri artacaktır. Robotların her alanda sıklıkla kullanılmasıyla beraber, robot teknolojisi de gün geçtikçe kendini geliştirmektedir. Robotlardan istenilen verimin elde edilmesi için en az hata ile çalışmaları gerekmektedir. Bu yüzden bilim adamları robot kontrol teknolojisine çok önem vermektedir. Ve çalışmalarını bu alanda sürdürmektedirler.

Bu çalışmada daha önceden yapılmış olan adaptif ve robust kontrol kanunları incelenerek yeni bir kontrol sistemi tasarlanmıştır ve bu kontrol sistemi üç eksenli bir robota uygulanmıştır. Bu yüzden tezin ikinci ve üçüncü bölümlerinde literatür çalışmaları ile beraber, bu çalışmada kullanılan kontrol sistemlerine değinilmiştir. Robotların dinamik ve kinematik analizleri hakkında bilgi verilmiştir. Dördüncü bölümde ise üç eksenli bir robotun kinematik ve dinamik analizleri incelenmiş, hareket denklemleri çıkartılmıştır. Robot kolunun izleyeceği üç farklı yörünge tanımlandıktan sonra robust kontrol yöntemi uygulanmıştır. Ardından yeni geliştirilen kontrol sistemi robot modeline uygulanmıştır. Son bölümde uygulanan kontrolcülerin performansları karşılaştırılıp, yeni oluşturulan kontrol sisteminin verdiği sonuçların tatmin edici olduğu anlaşılmıştır.

SUMMARY

CONTROL OF MECHANICAL MANIPULATORS WITH UNKNOWN MODEL PARAMETERS

Since ancient times, people have tried to find innovations to get rid of difficult things. Therefore, people have invented programmable robots. 21. century, especially in the industrial area, the place of human beings is decreasing day by day. And this place is replaced by robots.

Today, robots operate in many areas such as industry, medical, automotive, chemical, etc. For example industrial robots can paint, assemble...etc that all the people can do. In the near future, to save time, to reduce cost and to make quality production, robots use of areas will increase. Although the use of robots in every field, robot technology is developing day by day itself. To obtain the desired efficiency, robots need the work with the minimum tracking error. This is why the scientists very serious about the robot control technology. And the studies are continuing in this area.

In this study, adaptive and robust control laws were examined and a new control system was designed. And this new control system applied to a three-axis robot model. Therefore, in the second and the third chapter of the thesis, the literature studies and the details about the control systems are given. And also some informations about the kinematic and dynamic analyses of the robots are given. In the forth chapter, forward and inverse kinematic analyses of the three-axis robot model are made and motion equations are obtained. After defining three different trajectory, robust control method is applied. Then newly developed control system has been defined and this control system applied to a three-axis robot arm. In the final chapter, the controller's performances are compared. Finally it is understood that the result of the newly created control system is satisfactory.

1. GİRİŞ

Günümüzde robotların kullanım alanı yaygınlaşmakla beraber, robotların kontrollü ve güvenilir bir biçimde çalışmasını sağlamak için çeşitli kontrol yöntemleri geliştirilmiştir. Geliştirilen kontrolcülerin çoğu basit yapılıdır. Parametre değişimlerinin ve dış bozucuların etkili olduğu durumlarda, bu kontrolcüler düzgün sonuçlar vermemektedir.

Adaptif kontrol ilk olarak, 1950'lerde yüksek performanslı uçakların oto-pilot dizaynlarında ortaya çıkan bir kavramdır. Adaptif kontrol, sistemde meydana gelen değişiklikler veya bozukluklar karşısında kendini yineleyen bir kontrol mekanizmasıdır. Günümüzde bu kontrol mekanizması üzerinde çalışmalar devam etmektedir.

Bu çalışmada adaptif ve robust kontrol kanunlarından yararlanılarak, yeni bir kontrol yaklaşımı geliştirilmiştir. Geliştirilen kontrol sistemi, üç eksenli bir robot modeline uygulanmıştır. Farklı yörüngelerde ve dış bozucuların etkisinde sistemin işleyişi incelenmiş, daha önceden geliştirilen adaptif kontrol kanunu ile karşılaştırılmıştır.

İkinci bölümde bu konu ile ilgili literatürde yapılan çalışmalar sunulmuştur. Ayrıca robotun tanımı ve robot tarihi hakkında kısa bilgiler verilmiştir.

Üçüncü bölümde, düz kinematik ve ters kinematik anlatılmış, hareket denklemlerinin çıkarılmasında kullanılacak olan Lagrange denklemlerine değinilmiştir. Daha sonra adaptif kontrol hakkında bilgi verilmiş, adaptif ve robust kontrol kanunları detaylı bir şekilde açıklanmıştır.

Dördüncü bölümde, üç eksenli bir robot kolunun düz ve ters kinematik analizleri yapılmıştır. Ardından Lagrange denklemleri kullanılarak, bu robot kolun dinamik analizleri çıkartılmıştır. Daha sonra adaptif ve robust kontrol kanunlarından yararlanılarak geliştirilen Adaptif-Robust kontrol sistemi tanıtılmıştır. Geliştirilen bu

kontrol kanunu ve daha önce geliştirilmiş adaptif kontrol kanunu, bilgisayar simülasyonu yardımıyla, üç eksenli bir robot koluna uygulanmıştır. Simülasyon, üç farklı yörünge değerinde ve dış bozucu etkisinde gerçekleştirilmiştir.

Son bölümde ise uygulanan kontrolcülerin performansları karşılaştırılmış, geliştirilen kontrol sisteminin verdiği sonuçlar tartışılmıştır.

2. GENEL KISIMLAR

2.1 LİTERATÜR ARAŞTIRMASI

Reed [1], robot manipülatörlerinin adaptif kontrolünü ve karasızlık analizini incelemiştir. Kararsızlıkların, sınırlanan giriş bozukluklarını, bilinmeyen ve zamanla değişen sistem parametrelerini ve modellenmeyen dinamikleri içerdiğini açıklamıştır. Basit bir örnek vererek, sınırlı bozuklukların varlığında kontrol şemasının kararsızlığını göstermiştir. Adaptif yasalar modifiye edildiğinde karasızlıkların dengelendiğini ve sağlamlığın sağlandığını kanıtlamıştır.

Middleton ve Goodwin [2], rijit bağlı manipülatör sistemlerin adaptif uygulamasını incelemişlerdir. Bilinmeyen parametreler içindeki lineer dinamik denklemlere parametreler vermişlerdir. Standart lineer tahmin denklemlerinin, adaptif hesaplanan tork kontrol yasaları ile birlikte, ivme ve torkun hesaplanmasını gerektirmeyen küresel yakınsak adaptif sistemi verdiğini ispatlamışlardır.

Kelly ve diğerleri [3], çalışmalarında, manipülatörlerin adaptif hareket kontrol tasarımı için bir girdi-çıktı yaklaşımı sunmuşlardır. Bu yaklaşımları, yeni kontrol ve uyum yasalarının tasarımı için uygunluk gösterir.

Burkan [4], robot manipülatörlerinin kontrolü için yeni adaptif stratejiler önermiştir. Bu önermeler Lyapunov logaritmik fonksiyonları esas alınarak yapılmıştır.

Duran [5], tezinde Puma tipi robot kolunun uç elemanının PID tekniği ile kontrolünü yapmıştır. Robota ait kinematik ve dinamik denklemleri çıkarmış, PID kontrol yöntemini anlatmış ve robot kontrolü için Matlab-Simulink programı yardımıyla modelleme yapmıştır.

Albayrak [6], tezinde bilgisayar destekli kontrol yöntemi ile üç boyutlu uzayda hareket edebilen, üç serbestlik dereceli robot kol tasarımı, kontrolü ve modellemesini yapmıştır.

Sönmez ve diğerleri [7], çalışmalarında robotun eklemleri için direk kinematik ve ters kinematik hesaplamalarını yapmışlardır. Ve denetim için YSA kullanmışlardır. Robotun kinematik ve ters kinematik hesaplamalarını Matlab kullanarak gerçekleştirmişlerdir.

Yücel [8], çalışmasında iki serbestlik dereceli bir manipülatör sistemin dinamik modelini oluşturup, manipülatörün konum kontrolünün yapılmasını sağlamıştır. Sistemde denetim tasarım aracı olarak PID kontrolcü kullanmıştır. Sistem kararlılığı için Rlocus fonksiyonundan yararlanmıştır.

Burkan ve Uzmay [9], çalışmalarında farklı kontrol teknikleri kullanarak üç boyutlu döner eklemli manipülatörleri incelemişlerdir. Gürbüz, adaptif ve kayan kipli kontrol metotlarını uygulamışlardır. Çalışmalarında bozucu girişleri içeren bir sistem modelini esas almışlardır.

Spong [10], n eklemli rijit robotlar için adaptif kontrol uygulamıştır. Çalışması iki güncellenen yasa üzerine kuruludur. Algoritması kısaca pasiflik esaslı bir yaklaşım ve kararlı yaklaşımın kombinasyonudur. Sağlamlık ve tasarım açısından avantajlı bir sistemdir.

Bayram [11], çalışmasında altı serbestlik dereceli paralel manipülatörün dinamik ve kinematik davranışlarını incelemiştir. Kinematik analiz için Vida Teorisi ve geometrik kısıtları kullanmıştır. Dinamik kısmını ise Lagrange-Euler yaklaşımıyla çözmüştür.

Topalbekiroğlu [12], tezinde adaptif ve öğrenme kontrol metotlarını incelemiş, uygulamasını yapmış ve klasik kontrol sistemleriyle karşılaştırılmasını yapmıştır. Bu metotları bir hidrolik robota ve bir DC servo sisteme uygulamıştır. Deney sonuçları sistemin iyi bir performans göstererek, herhangi bir sisteme kolaylıkla uygulanabileceğini göstermiştir.

Hacıoğlu [13], tezinde robot kontrolünde kullanılmak üzere geliştirilen bir kontrol mekanizmasını tasarlamıştır. Bu mekanizmanın en büyük özelliği kayan kipli kontrolün avantajları ile bulanık mantığın birleştirilmiş olmasıdır. Bu geliştirmiş olduğu Bulanık Mantıklı Kayan Kipli Kontrolcüyü iki serbestlik dereceli robot koluna uygulamış ve geliştirmiş olduğu kontrol yöntemini diğer yöntemlerle karşılaştırmıştır.

Soltanpour ve Siahi [14], çalışmalarında robot manipülatörlerin yörünge takibi için yeni bir yaklaşım ortaya koymuşlardır. Dinamik ve kinematik belirsizliklerin üstesinden gelmek için yeni bir kontrol şeması oluşturmuşlardır. Bu oluşturdukları yöntemi iki eklemli bir robot manipülatörüne uygulamışlardır. Sonuçları simülasyon yaparak incelemişlerdir.

Izadbakhsh ve Fateh [15], MFRC (serbest model dayanıklı kontrol), kontrol yaklaşımını analitik bir şekilde incelemişlerdir. Dişli sabit bir mıknatıs tarafından sürülen Puma 560 tipi robotu simüle etmişlerdir. Simülasyon sonuçlarıyla kontrol sisteminin tatmin edici sonuçlar verdiğini ispat etmişlerdir.

Uzmay ve diğerleri [16], bir nesne taşıyan, iki eklemli bir robot manipülatörü için adaptif ve robust kontrol sistemlerini uygulamışlardır. Lyapunov teoremini ve parametrik belirsizlikleri kullanarak yeni kontrol girişleri tanımlamışlardır.

Burkan [17], belirsizliklere maruz kalan bir manipülatör için yeni bir robust kontrol kanunu geliştirmiştir. Kontrol kanunun, Lyapunov teoreminin analitik bir sonucu olarak elde etmiştir. İki eklemli bir robot manipülatörüne simülasyonunu yaptırmış ve sayısal değerler elde etmiştir.

Massoud ve diğerleri [18], rijit çevre ile etkileşim içinde olan esnek eklemli bir robot manipülatörü için robust kontrolü tasarlamışlardır. Kontrol, LQE (lineer kuadratik tahmin) metotları, kayar mod teknikleri ve geri besleme doğrusallaştırılması kullanılarak geliştirilmiştir.

Fateh [19], çalışmasında, elektrikle çalışan esnek eklemli robot manipülatörlerin robust kontrolünün gelişmesi için voltaj kontrol stratejisinin kullanılmasını incelemiştir. Ayrıca belirsizlik hesabı için yeni bir kontrol kanunu geliştirmiştir. Öngörülen yaklaşımın etkinliği, sabit mıknatıslı DC motoru ile tahrik edilen ortak mafsallı üç serbestlik dereceli robotun simülasyonunun yapılmasıyla kanıtlanmıştır.

Fateh ve Farhangfard [20], çalışmalarında yörünge izleme durumundaki hatanın azaltılması için yeni bir kontrol yaklaşımı türetmişlerdir. Bu yaklaşım geribildirim doğrusallaştırılması esasına dayanır. Bu yaklaşımı, iki eksenli bir robot manipülatöründe uygulamışlar ve çok eksenli robot manipülatörleri içinde geçerli bir yaklaşım olduğunu kanıtlamışlardır.

Burkan [21], çalışmasında robot manipülatörlerindeki adaptif-gürbüz kontrol için, parametre ve tahmini belirsizlik fonksiyonlarını geliştirmiştir. Geliştirdiği fonksiyonları, Lyapunov fonksiyonlarını esas alarak tanımlamıştır. Kontrol parametrelerini, trigonometrik fonksiyonlar şeklinde göstermiştir. Simülasyon sonuçları ile geliştirmiş olduğu çalışmanın daha iyi sonuçlar verdiğini kanıtlamıştır.

2.2. ROBOT NEDİR?

Bugüne kadar robotun değişik tanımlamaları yapılmıştır. O tanımlamalardan bir tanesi Amerikan Robot Enstitüsü tarafından yapılmıştır [22].

Tanıma göre "Robot, özel hareketlerle parça, malzeme, takım ve özel araçları hareket ettirebilen çok fonksiyonlu ve yeniden programlanabilir araçlardır."

Bir diğer tanım ise robot konusunda uzun yıllar çalışmalar yapmış Maja Mataric'e aittir [23].

"Robot, ortamdan topladığı verileri dünyası hakkında sahip olduğu bilgiyle sentezleyerek, anlamlı ve amaçlarına yönelik bir şekilde hareket edebilen ve bunu güvenli bir biçimde yapabilen bir makinedir."

Robot için yukarıdaki tanımlamalardan da çıkarılacak ortak tanım; insanların, istekleri ve amaçları doğrultusunda hareket ettirdikleri, programlanabilen mekanik sistemler olduğudur.

2.3 ROBOT TARİHİ

Çek diline göre " esir " anlamı taşıyan robot kelimesi ilk olarak Çek oyun yazarı Karel Capek tarafından kullanılmıştır. [24] Capek, robot kelimesini ilk olarak 1921 yılında yazdığı Rossum'un Evrensel Robotu adlı oyununda kullanmıştır. 1950 yılında Psikolog William Gery Walter ilk otonom robotu üretmiştir. 1968 ile 1972 yılları arasında ise Stanford Araştırma Enstitüsü tarafından Shakey isimli bir robot üretilmiştir. Rodney Brook's 1990 yılında, engellerin üzerine tırmanabilen, dik inişler yapabilen Atilla isminde bir robot üretmiştir. 1998 yılında ise Antartika'da gök taşı avına çıkmak ve aydaki buzullarla ilgili araştırma yapmak için Nomad adında bir robot üretilmiştir.

3. MALZEME VE YÖNTEM

3.1. MANİPULATÖR KİNEMATİĞİ

Kinematik, uzuvların konumu, hızı ve ivmesi arasındaki bağıntıyı veren mekaniğin bir bölümüdür.

Manipülatör, eklemlerle birbirine bağlanmış uzuvlardan oluşur. Uzuvlar ise iki mafsal ile birbirine bağlanan katı mekanik cisimlerdir.

Dönel, prizmatik, silindirik, düzlemsel, vida ve küresel mafsal olmak üzere 6 çeşit mafsal bulunur. (Şekil 3.1)



Şekil 3.1 : Mafsal Çeşitleri [13]

Bir robot kola ilişkin kontrol problemleri çözüleceği zaman, o kolun kinematik modelinin oluşturulması ve kinematik ilişkilerinin belirtilmiş olması gerekir.

İleri Yön (Düz) Kinematik ve Ters Kinematik olmak üzere 2 çeşit kinematik bulunur.

3.2. DÜZ KİNEMATİK

İleri yön kinematik, robot eli konumunun, robot uzuv boyutlarına ve açılarına bağlı olarak bulunmasıdır.

Genel olarak bir robot, ana çerçevesinden araç çerçevesine doğru birbirine eklemlerle bağlanmış seri uzuvlardan oluşur. Düz kinematik problemlerinde, robot kolunun her bir mafsalına bir dönüşüm matrisi yerleştirildiği zaman, komşu iki eklem arasındaki ilişki ⁱ⁻¹T dönüşüm matrisi ile ifade edilir. İlk mafsala ait dönüşüm matrisi ilk mafsal ile ana mekanizma arasındaki ilişkiyi tanımlarken, son mafsala ait dönüşüm matrisi ise son işlevci ile son mafsal arasındaki ilişkiyi ifade eder. [25]

Arka arkaya sıralanan mafsal dönüşüm matrisleriyle, robot kolunun düz kinematiği tanımlanır.

$${}_{\rm N}^{0}{\rm T} = {}_{1}^{0}{\rm T} {}_{2}^{1}{\rm T} \dots {}_{\rm N}^{{\rm N}-1}{\rm T}$$
(3.1)

Kinematik analizde en çok kullanılan yöntem Denavit-Hartenberg yöntemidir. Bu yönteme göre bir mafsalın diğer mafsala göre dört uzuv parametresi vardır. (n-1) eksen takımından (n) eksen takımına veya (n)' den (n+1) eksen takımına;

- 1. z_{n-1} eksen takımında θ_n açısı
- 2. z_{n-1} boyunca d_n uzaklığı
- 3. x_n ekseni boyunca l_n uzuv boyutu
- 4. x_n etrafında α_n açısı

3.3. TERS KİNEMATİK

Daha önce yapılan düz kinematikte, robot eli konumu, robotun uzuv ve açılarına bağlı olarak bulunuyordu. Ters kinematik analizde ise mafsal açıları robot eli konumuna bağlı olarak bulunacaktır. [25]



Şekil 3.2 : Düz ve Ters Kinematik Analiz

Ters kinematikte denklemler lineer olmayabilir. Bu yüzden ters kinematik çözüm yöntemleri, ileri yön kinematik çözümlemeye göre daha karmaşıktır. Ayrıca ters kinematikte çözümün var olup olmadığı ve birden fazla çözümün varlığı gibi problemlerle karşılaşılabilinir.

3.4. LAGRANGE-EULER FORMULASYONU

Robot kollarının dinamik denklemlerini elde etmek için literatürde bilinen birçok yöntemden bazıları şunlardır:

- Lagrange-Euler yöntemi
- Rekürsif-lagrange yöntemi
- Newton-Euler yöntemi
- Genelleştirilmiş D'Alambert yöntemi

Bu yöntemlerden, robot kollarının modellenmesi ile ilgili en çok kullanılan yöntem Lagrange-Euler yöntemi'dir. Bu yöntemin formülasyonunda sistem dinamik davranışı, genelleştirilmiş koordinatları, kullanan iş ve enerji ifadelerinden elde edilir. Lagrange-Euler denklemlerinin üretilmesi basit ve sistematiktir. Bu yönü ile Matlab, Simulink programı ile çok kolay bir şekilde çözümlenebilme özelliğine sahiptir. Ancak bu yöntemin denklemleri kullanılarak yapılacak düz ve ters kinematik problemlerin çözümü aşırı miktarda aritmetik işlem gerektirir. [26]

Genel olarak Lagrange fonksiyonu, sistemin kinetik enerjisinden, sistemin potansiyel enerjisinin çıkarılmasıyla elde edilir. Bu fonksiyon kullanılarak sisteme ait hareket denklemleri şu şekilde elde edilir. [27]

$$\delta T = \sum_{j=1}^{m} \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_{j}} \delta q_{j} + \frac{\partial T}{\partial q_{j}} \delta q_{j}$$
(3.2)

$$\delta \mathbf{V} = \sum_{j=1}^{m} \frac{\partial \mathbf{V}}{\partial \mathbf{q}_{j}} \delta \mathbf{q}_{j}$$
(3.3)

$$\delta W = \sum_{j=1}^{m} Q_j \delta q_j \tag{3.4}$$

$$\sum_{j=1}^{m} \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial q_{j}} \delta q_{j} \right) = \sum_{j=1}^{m} \left(\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}} \right) \delta q_{j} \right) + \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_{j}} \delta \dot{q}_{j}$$
(3.5)

$$\sum_{j=1}^{m} \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_{j}} = \sum_{j=1}^{m} \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial q_{j}} \right) \delta q_{j} - \sum_{j=1}^{m} \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_{j}} \right) \delta q_{j}$$
(3.6)

$$\delta T = \sum_{j=1}^{m} \left[\frac{\partial T}{\partial q_{j}} - \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}}\right)\right] \delta q + \sum_{j=1}^{m} \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}} \delta q\right)$$
(3.7)

$$\int \left(\sum_{j=1}^{m} \left[\left(\frac{\partial T}{\partial q_{j}} - \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}}\right) - \frac{\partial V}{\partial q_{j}} + Q_{j}\right)\right] \delta q_{j} \delta T + \int \sum_{j=1}^{m} \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}} \delta q\right) = 0$$
(3.8)

$$\int (\delta T - \delta V - \delta W) dt = 0 \tag{3.9}$$

$$\mathbf{K}\mathbf{E} - \mathbf{P}\mathbf{E} + \mathbf{\dot{I}}\mathbf{\ddot{S}} = \mathbf{0} \tag{3.10}$$

$$\mathbf{L} = \mathbf{T} - \mathbf{V} \tag{3.11}$$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{dt}}\left(\frac{\partial \mathrm{L}}{\partial \dot{\mathrm{q}}_{\mathrm{i}}}\right) - \left(\frac{\partial \mathrm{L}}{\partial \mathrm{q}_{\mathrm{i}}}\right) = \mathrm{Q}_{\mathrm{i}} \tag{3.12}$$

- q_i : Genelleştirilmiş koordinat.
- KE : Sistemin Kinetik Enerjisi.
- PE : Sistemin Potansiyel Enerjisi.
- T : Kinetik Enerji.
- V : Potansiyel Enerji.
- W : İş.
- Q_i : Genelleştirilmiş kuvvet.

İlk olarak sistemin kinetik ve potansiyel enerjileri belirlenir. Daha sonra gerekli türevler alınarak denklem (3.12)'ye yerleştirilir. Bu işlemler her bir koordinat için ayrı ayrı yapılır.

3.5. ADAPTİF KONTROL

Uyarlama 'adapt' kelimesi her dilde, yeni düzenekler oluşturmak için davranışların veya hareketlerin değişmesi anlamına gelir. Aynı şekilde adaptif regülatör kelimesi de proses ve hata dinamiklerini değiştiren bir regülatör olarak adlandırılır. Adaptif kontrol ise sistemde meydana gelen değişiklikler veya bozukluklar karşısında kendini yineleyen bir kontrol mekanizmasıdır.

3.5.1 Adaptif Kontrol Tarihi

Yüksek performanslı uçakların oto-pilot dizaynlarında adaptif kontrol sistemlerine gereksinim duyulmasıyla beraber 1950'lerde adaptif kontrol üzerine çalışmalar hızlanmıştır. Tekli operasyon koşullarında geri besleme sistemi ve sürekli kazanımlar (constant-gain) çok iyi sonuçlar vermekteydi. Ama daha sofistike regülatörlerde ve daha uzun mesafelerdeki operasyon koşullarında daha başka gereksinimlere ihtiyaç duyulmaktaydı.

1960'lı yıllarda adaptif kontrolün gelişmesi için çeşitli çalışmalar yapılmıştır. Durum uzayı ve kararlılık kavramları bu yıllarda ortaya atılmıştır. Dinamik programlama Bellman tarafından adaptif prosesleri anlamak için icat edilmiştir. Asıl devrim 1970'lı yıllarda yapılmıştır. Birçok uygulama yapılmış ama teoride yetersiz kalınmıştır. 70'lerin sonu ve 80'lerin başında mikro elektronik ile çalışmalar geliştirilmiş ve adaptif regülatörler daha ucuza ve basit yollu üretilmeye başlanmıştır. Son zamanlarda ise bu konu endüstride ve üniversitelerde tartışılan ve araştırılan bir konu haline gelmiştir.

Adaptif kontrolü iyi anlayabilmek için öncelikle geri besleme kontrol sistemini ve basit data sistemlerini çok iyi bilmek gerekir. Daha sonraki adım da ise dijital bilgisayarları iyi bilmek gerekir. Çünkü bütün adaptif sistemler dijital bilgisayarların kullanılmasıyla elde edilir. Ayrıca non-lineer sistem teorisinin de iyi bilinmesi gerekir çünkü adaptif sistemler non-lineerdir.

Adaptif kontrolün diğer otomatik kontrol sistemleriyle de ilişkisi vardır. Bunlar selfoscillating adaptive control, gain scheduling, model-reference control ve self-tuning regulators. (kendinden tetiklemeli uyarlamalı kontrol, kazanç programlama, otomatik regülatörler ve model referanslı kontrollerdir.) Bu sistemler anlaşılması zor sistemlerdir. Bu sistemler genel olarak hızlı adaptasyon sağlarlar.[28]

3.5.2 Doğrudan veya Dolaylı Adaptif Kontrol

Adaptif kontrol parametre tahminlerinin birleşmesinden oluşturulur. Parametre tahmini, genellikle adaptif kanun olarak bilinir. Ve bu konuda 2 çeşit yaklaşım vardır.

Birinci yaklaşım dolaylı yaklaşım olarak bilinir ve işlem parametreleri kontrol parametrelerinin hesaplanmasında kullanılır. Bu yaklaşım explicit (açık) adaptif kontrol olarak da bilinir. Bunun sebebi de işletim modelinin açık olmasıdır.

İkinci yaklaşım ise doğrudan adaptif kontrol yaklaşımıdır. Bu yaklaşımda işlem parametreleri kontrol parametreleri hesabında kullanılmaz, bu yaklaşım kapalı (implict) yaklaşım olarak da bilinir.[28]

3.5.3 Adaptif Kontrolün Endüstrideki Kullanımı

Alarçin [29], tezinde savrulma ve yalpa otopilot kontrol sistemlerini, hidrodinamik katsayıların da dahil edildiği gerçek konteyner gemi modeline uygulamış ve kullanım alanını genişletmiştir.

Küçüker [30], tezinde asılı sarkaç sisteminde, model esaslı adaptif konum kontrolü uygulamıştır. Sonuç olarak PD kontrolör ile model esaslı adaptif kontrolün birlikte kullanılmasıyla oldukça iyi sonuçlar elde edildiğini göstermiştir.

Asıltürk [31], çalışmasında yatay şerit testere tezgahının, zeki adaptif kontrolünün tasarımını ve imalatını gerçekleştirmiştir.

Ayrıca adaptif kontrolün en yaygın kullanım alanları uçak ve füzelerdir. Uçak ve füzelerin yakıtlarının tükenmesi ve olumsuz hava koşulları karşısında rotalarında sapmalar olabilir. Adaptif kontrolün amacı buradaki sapmaları minimize ederek

belirlenen rotanın sürekliliğini sağlamaktır. Kazanç programlama tekniği ise yüksek performans uçaklardaki uçuş kontrol sistemlerinde kullanılan standart bir metottur. Ayrıca metot mühendisliğinde de adaptif kontrol kullanılır. Kendinden tetiklenen sistem ise silah endüstrisinde kullanılan bir tekniktir. Endüstriyel motorlar için de adaptif motor sürücüleri ve adaptif sistemler kullanılmaktadır.

3.6. ADAPTİF KONTROL KURALI

Spong ve Vidyasagar'a göre [32], n uzuvlu bir robot için dinamik model;

$$\mathbf{M}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}(\mathbf{q},\dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{G}(\mathbf{q}) = \tau \tag{3.13}$$

gibidir.

 $q \in R^n$, $\tau \in R^n$ her ikisi de skew-simetrik özelliklidir.

$$N(q,\dot{q}) = \dot{M}(q) - 2C(q,\dot{q})$$
 (3.14)

Yukarıdaki denklem lineer parametrelenebilen, skew-simetrik matris özelliğindedir.

$$M(q)\ddot{q} + C(q,\dot{q})\dot{q} + G(q) = Y(q,\dot{q},\ddot{q})\pi = \tau$$
(3.15)

Denklemdeki π atalet parametrelerinin, p boyutlu vektörünün gösterimidir. Y ise bilinen fonksiyonların nxp şeklinde dizayn edilmiş formudur.

Eğer π_0 ve ρ her ikisi de biliniyorsa o zaman π belirsiz durumundadır. Aşağıdaki gibi;

$$\|\tilde{\pi}\| = \|\pi - \pi_0\| \le \rho \tag{3.16}$$

Eğer ρ bilinmiyorsa π de bilinmemektedir. Bu çalışmada π 'nin bilinmediği kabul edilecektir.

Bir nominal kontrol vektörü tanımlamak gerekirse;

$$\tau_0 = M_0(q)\ddot{q}_r + C_0(q,\dot{q})\dot{q}_r + G_0(q) - K_D\sigma$$
(3.17)

$$= Y(q, \dot{q}, v, a)\pi_0 - K_D \sigma$$
(3.18)

Diğer denklemler aşağıdaki gibidir;

$$\dot{\mathbf{q}}_{\mathrm{r}} = \dot{\mathbf{q}}_{\mathrm{d}} - \Lambda \tilde{\mathbf{q}} \qquad \ddot{\mathbf{q}}_{\mathrm{r}} = \ddot{\mathbf{q}}_{\mathrm{d}} - \Lambda \dot{\tilde{\mathbf{q}}} \qquad \boldsymbol{\sigma} = \dot{\tilde{\mathbf{q}}} + \Lambda \tilde{\mathbf{q}} \qquad \tilde{\mathbf{q}} = \mathbf{q} - \mathbf{q}_{\mathrm{d}}$$
(3.19)

 τ , nominal kontrol vektörü τ_{0} cinsinden yazılırsa;

$$\tau = \tau_0 + Y(q, \dot{q}, v, a)u = Y(q, \dot{q}, v, a)(\pi_0 + u) - K_D\sigma$$
(3.20)

u, ek kontrol girdisi olarak kabul edilir. (3.20) denklemi, (3.13) yerine yazılırsa;

$$M(q)\dot{\sigma} + C(q,\dot{q})\sigma + K_{\rm D}\sigma = Y(q,\dot{q},v,a)(\tilde{\pi}+u)$$
(3.21)

Teorem 1: Spong'a göre [10], u, ek kontrol girdisi aşağıdaki gibi seçilir;

$$\mathbf{u} = \begin{cases} -\hat{\rho} \frac{\mathbf{Y}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{\sigma}}{\|\mathbf{Y}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{\sigma}\|} & \text{eger} \quad \|\hat{\rho} \mathbf{Y}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{\sigma}\| \rangle \in \\ -\frac{\hat{\rho}^{2}}{\epsilon} \mathbf{Y}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{\sigma} & \text{eger} \quad \|\hat{\rho} \mathbf{Y}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{\sigma}\| \leq \epsilon \end{cases}$$
(3.22)

ρ ve ε aşağıdaki gibi seçilirse;

$$\dot{\hat{\rho}} = \mathbf{L} \left\| \mathbf{Y}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{\sigma} \right\| \tag{3.23}$$

$$\dot{\boldsymbol{\epsilon}} = -\mathbf{l} \,\boldsymbol{\epsilon} \tag{3.24}$$

Kanıt:

Kapalı döngü sistemler için Lyapunov fonksiyonu aşağıdaki gibi tanımlanır:

$$V = \frac{1}{2}\sigma^{T}M(q)\sigma + \tilde{q}^{T}\Lambda^{T}K_{D}\tilde{q} + \frac{1}{2}(\hat{\rho} - \rho)^{T}L^{-1}(\hat{\rho} - \rho) + \frac{\epsilon}{l}$$
(3.25)

$$\mathbf{x}^{\mathrm{T}} = \left[\tilde{\mathbf{q}}^{\mathrm{T}}, \dot{\tilde{\mathbf{q}}}^{\mathrm{T}}\right], \mathbf{w} = \mathbf{Y}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\sigma} \quad \text{ve} \quad \boldsymbol{\theta} = \mathrm{diag}\{\Lambda^{\mathrm{T}}\mathbf{K}_{\mathrm{D}}\Lambda, \mathbf{K}_{\mathrm{D}}\}$$
 (3.26)

olduğu durumlarda Lyapunov fonksiyonunun zamana göre değişimi aşağıdaki gibidir:

$$\dot{\mathbf{V}} = -\mathbf{x}^{\mathrm{T}}\mathbf{Q}\mathbf{x} + \mathbf{w}^{\mathrm{T}}\{\tilde{\pi} + \mathbf{u}\} + (\hat{\rho} - \rho)\|\mathbf{w}\| - \epsilon$$
(3.27)

Durum 1: Eğer
$$\|\mathbf{w}\| \gtrsim \frac{\varepsilon}{\hat{\rho}}$$
, $\mathbf{u} = \frac{-\hat{\rho}\mathbf{w}}{\|\mathbf{w}\|}$ (3.28)

$$\mathbf{w}^{\mathrm{T}}(\tilde{\pi}+\mathbf{u}) + (\hat{\rho} - \rho) \|\mathbf{w}\| - \varepsilon = \mathbf{w}^{\mathrm{T}}\tilde{\pi} - \rho \|\mathbf{w}\| - \varepsilon$$
(3.29)

$$\leq \|\mathbf{w}\| \{\|\tilde{\pi}\| - \rho\} - \varepsilon \tag{3.30}$$

$$\leq 0$$
 (3.31)

Durum 2: Eğer
$$||w|| > \frac{\varepsilon}{\hat{\rho}}$$
, $u = \frac{\hat{\rho}^2}{\varepsilon}$ (3.32)

$$\mathbf{w}^{\mathrm{T}}(\tilde{\pi}+\mathbf{u}) + (\hat{\rho} - \rho) \|\mathbf{w}\| - \varepsilon = \mathbf{w}^{\mathrm{T}} \tilde{\pi} - \frac{\hat{\rho}^{2}}{\varepsilon} \|\mathbf{w}\|^{2} + \hat{\rho} \|\mathbf{w}\| - \rho \|\mathbf{w}\| - \varepsilon$$
(3.33)

$$\leq \left\|\mathbf{w}\right\|\left\{\left\|\tilde{\boldsymbol{\pi}}\right\| - \boldsymbol{\rho}\right\} - \frac{\hat{\boldsymbol{\rho}}^{2}}{\varepsilon} \left\|\mathbf{w}\right\|^{2} + \left\{\hat{\boldsymbol{\rho}}\right\|\mathbf{w}\| - \varepsilon\right\}$$
(3.34)

$$\leq 0$$

$$\dot{V} \leq -xQx$$
 (3.36)

4. BULGULAR

4.1 DÜZ KİNEMATİK

Bölüm 3.2'de verilen bilgilere göre 3 eksenli bir manipülatörün düz kinematiği aşağıdaki gibidir.

Düz kinematik için gerekli parametreler tabloda yer almaktadır.

$$T_n = \operatorname{Rot}(z,q)\operatorname{Trans}(0,0,d)\operatorname{Trans}(1,0,0)\operatorname{Rot}(x,\alpha)$$
(4.1)

Uzuv Değişkenleri	θ	L	α	D
1	q_1	0	90	d_0
2	q ₂	l_1	0	0
3	q ₃	l_2	0	0

Tablo 4.1 : Denavit-Hartenberg parametreleri

 ${}^{0}_{1}T = Rot(z_{0},q_{1})Trans(0,0,d_{1})Rot(x,90)$

$${}^{0}_{1}T = \begin{bmatrix} c_{1} & -s_{1} & 0 & 0 \\ s_{1} & c_{1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1_{1} \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$${}^{1}_{2}T = \begin{bmatrix} c_{2} & -s_{2} & 0 & 0 \\ s_{2} & c_{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1_{1} \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$(4.4)$$

$${}^{2}_{3}T = \begin{bmatrix} c_{3} & -s_{3} & 0 & 0 \\ s_{3} & c_{3} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1_{2} \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$(4.5)$$

(4.2)

l2 uzvunun uç noktasının, robot eksen takımına göre dönüşüm matrisi aşağıdaki gibidir.

$${}^{0}_{3}T = {}^{0}_{1}T^{1}_{2}T^{2}_{3}T$$
(4.6)

$${}^{0}_{3}T = \begin{bmatrix} c_{1}c_{23} & -c_{1}s_{23} & s_{1} & c_{1}(l_{1}c_{2}+l_{2}c_{23}) \\ s_{1}c_{2} & -s_{1}s_{23} & -c_{1} & s_{1}(l_{1}c_{2}+l_{2}c_{23}) \\ s_{23} & c_{23} & 0 & l_{1}s_{2}+l_{3}s_{23}+d \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$
(4.7)

Burada;

$$c_{23} = \cos(q_2 + q_3) = c_2 c_3 - s_2 s_3, \qquad s_{23} = \sin(q_2 + q_3) = c_2 s_3 + s_2 c_3$$
(4.8)

$$\mathbf{P}_{\mathbf{X}} = \mathbf{c}_1(\ \mathbf{l}_1 \mathbf{c}_2 + \mathbf{l}_2 \mathbf{c}_{23}\) \tag{4.9}$$

$$\mathbf{P}_{\mathbf{Y}} = \mathbf{s}_1(\mathbf{l}_1 \mathbf{c}_2 + \mathbf{l}_2 \mathbf{c}_{23}) \tag{4.10}$$

$$\mathbf{P}_{\mathbf{Z}} = \mathbf{l}_1 \mathbf{s}_2 + \mathbf{l}_2 \mathbf{s}_{23} \tag{4.11}$$

4.2 TERS KİNEMATİK

l2 uzvunun konum değerleri aşağıdaki gibi verilirse;

$${}^{0}_{3}T = \begin{bmatrix} c_{1}c_{23} & -c_{1}s_{23} & s_{1} & c_{1}(l_{1}c_{2}+l_{2}c_{23}) \\ s_{1}c_{2} & -s_{1}s_{23} & -c_{1} & s_{1}(l_{1}c_{2}+l_{2}c_{23}) \\ s_{23} & c_{23} & 0 & l_{1}s_{2}+l_{3}s_{23}+d \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$(4.12)$$

x,y ve z noktalarının konum bilgileri;

 $\mathbf{P}_{\mathbf{X}} = \mathbf{c}_1(\ \mathbf{l}_1\mathbf{c}_2 + \mathbf{l}_2\mathbf{c}_{23}\) \tag{4.13}$

 $P_{\rm Y} = s_1(l_1c_2 + l_2c_{23}) \tag{4.14}$

$$\mathbf{P}_{\rm Z} = \mathbf{l}_1 \mathbf{s}_2 + \mathbf{l}_2 \mathbf{s}_{23} \tag{4.15}$$

gibidir.

$$\mathbf{P}_{\mathbf{x}} / \mathbf{P}_{\mathbf{y}} = \mathbf{s}_1 / \mathbf{c}_1 = \tan q_1 \qquad q_1 = \arctan \mathbf{P} \mathbf{y} / \mathbf{P} \mathbf{x} \qquad (4.16)$$

q1 açısının değeri bulunur.

x,y ve z noktalarının kareleri alınırsa;

$$P_{x}^{2} + P_{y}^{2} + P_{z}^{2} = c_{1}^{2} \left[\left(l_{1}c_{2} + l_{2}c_{23} \right)^{2} \right] + s_{1}^{2} \left[\left(l_{1}c_{2} + l_{2}c_{23} \right)^{2} \right] + \left(l_{1}s_{2} + l_{2}s_{23} \right)^{2}$$
(4.17)

$$P_{x}^{2} + P_{y}^{2} + P_{z}^{2} = (c_{1}^{2} + s_{1}^{2}) \left[(l_{1}c_{2} + l_{2}c_{23})^{2} + (l_{1}s_{2} + l_{2}s_{23})^{2} \right]$$
(4.18)

$$= l_1^2 c_2^2 + 2 l_1 l_2 c_2 c_{23} + l_2^2 c_{23}^2 + l_1^2 s_2^2 + l_2^2 c_{23}^2 + 2 l_1 l_2 s_2 s_{23}$$
(4.19)

$$= l_1^2 + l_2^2 + 2l_1l_2 [c_2c_{23} + s_2s_{23}]$$
(4.20)

$$P_{x}^{2} + P_{y}^{2} + P_{z}^{2} = l_{1}^{2} + l_{2}^{2} + 2l_{1}l_{2}cosq_{3}$$
(4.21)

$$\cos q_3 = (P_x^2 + P_y^2 + P_z^2) / 2l_1 l_2$$
(4.22)

q3 açısının değeri bulunur.

 l_1 ve l_2 uzuvlarının iz düşüm noktası S olarak alınırsa;

$$s = l_1 c_2 + l_2 c_{23} \tag{4.23}$$

$$\mathbf{P}_{\mathbf{Z}} = \mathbf{l}_1 \mathbf{s}_2 + \mathbf{l}_2 \mathbf{s}_{23} \tag{4.24}$$

$$Pz / s = l_1s_2 + l_2s_{23} / l_1c_2 + l_2c_{23} = l_1s_2 + l_2s_3c_2 + l_2c_3s_2 / l_1c_2 + l_2c_3c_2 - l_2s_3s_2$$
(4.25)

$$= (l_1 + l_2c_3) s_2 + l_2c_2s_3 / (l_1 + l_2c_3) c_3 - l_2s_2s_3$$
(4.26)

Payı ve paydayı $l_1 + l_2c_2$ 'ye bölünürse;

$$= \tan q_2 + (l_2 s_3 / l_1 + l_2 c_2) / 1 - (l_2 s_3 / l_1 + l_2 c_2) \tan q_2$$
(4.27)

$$Pz / s = tan (q_2 + \arctan l_2 s_3 / l_1 + l_2 c_3)$$
(4.28)

$$q_2 = \arctan (Pz / s) - \arctan l_2 s_3 / l_1 + l_2 c_3$$
(4.29)

q2 açısının değeri bulunur.

4.3 ÜÇ EKSENLİ ROBOT KOLUNUN DİNAMİK DENKLEMLERİ

Üç eksenli robot kolunun kinematik denklemleri Lagrange metoduyla elde edilir.



Şekil 4.1 : Üç eksenli robot kolu

m1 ve m2: Sırasıyla birinci ve ikinci uzuvların kütleleri

L1 ve L2: Birinci ve ikinci uzuvların uzunlukları

I1, I2 ve I3: Uzuvların kütle ataletleri

q1, q2 ve q3: Sırasıyla uzuvların açılarıdır.

 L_1 uzunluğundaki uzvun konum (r_{1g}) ve hız (v_{1g}) vektörleri şu şekilde gösterilir. ((r_{1g}) ve (v_{1g}) uzvun ağırlık merkezinin konumu ve hızıdır.)

$$r_{1g} = \frac{l_1}{2} \left[(\cos q_1 \cos q_2) \mathbf{i} + (\sin q_1 \sin q_2) \mathbf{j} + (\sin q_2) \mathbf{k} \right]$$
(4.30)

$$v_{1g} = \frac{l_1}{2} ([(-\sin q_1 \cos q_2)\dot{q}_1 + (\cos q_1 \sin q_2)\dot{q}_2]i + [(\cos q_1 \cos q_2)\dot{q}_1 + (\sin q_1 \sin q_2)\dot{q}_2]j - (\cos q_2)\dot{q}_2k)$$
(4.31)

L1 uzunluğundaki uzvun kinetik enerjisi:

$$K_2 = m_1 \frac{v_{1g}^2}{2} + I_2 \frac{w_2^2}{2}$$
(4.32)

$$w_2 = \frac{v_{1g}}{\frac{l_1}{2}}$$
(4.33)

 $v_{1g} \ ve \ w_2$ değerleri kinetik enerji denkleminde yerine yazılırsa;

$$K_{2} = \frac{m_{1}(\frac{l_{1}}{2})^{2} + I_{2}}{2}(\dot{q}_{2}^{2}\cos^{2}q_{2} + \dot{q}_{3}^{2})$$
(4.34)

0 noktasına göre L2 uzunluğundaki uzvun konum vektörü:

$$r_{2g=} \cos q_{1}[l_{1} \cos q_{2} + \frac{l_{2}}{2} \cos q_{12}]i + \sin q_{1}[l_{1} \cos q_{2} + \frac{l_{2}}{2} \cos q_{12}]j + [l_{1} \sin q_{2} + \frac{l_{2}}{2} \sin q_{12}]k$$

$$(4.35)$$

L2 uzunluğundaki uzvun hız vektörü:

$$\begin{aligned} \mathbf{v}_{2g} &= \\ & \left(-[\mathbf{l}_1 \cos q_2 + \frac{\mathbf{l}_2}{2} \cos q_{12}] \dot{q}_1 \sin q_1 + [\mathbf{l}_1 \dot{q}_2 \sin q_2 + \frac{\mathbf{l}_2}{2} (\dot{q}_2 + \dot{q}_3) \sin(q_2 + q_3)] \cos q_1 \right) \mathbf{i} \\ & + \left([\mathbf{l}_1 \cos q_2 + \frac{\mathbf{l}_2}{2} \cos q_{12}] \dot{q}_1 \cos q_1 + [\mathbf{l}_1 \dot{q}_2 \sin q_2 + \frac{\mathbf{l}_2}{2} (\dot{q}_2 + \dot{q}_3) \sin(q_2 + q_3)] \sin q_1 \right) \mathbf{j} \\ & + [-\mathbf{l}_1 \dot{q}_2 \cos q_2 - \frac{\mathbf{l}_2}{2} (\dot{q}_2 + \dot{q}_3) \sin(q_2 + q_3)] \mathbf{k} \end{aligned}$$

ve

$$v_{2g}^{2} = v_{2g} \cdot v_{2g} = [l_{1}^{2} \cos^{2} q_{2} + 2l_{1} \frac{l_{2}}{2} \cos q_{2} \cos q_{12} + (\frac{l_{2}}{2})^{2} \cos^{2} q_{12}] + l_{1}^{2} \dot{q}_{2}^{2} + 2l_{1} \frac{l_{2}}{2} \dot{q}_{2} (\dot{q}_{2} + \dot{q}_{3}) \cos q_{2} + l_{2}^{2} (\dot{q}_{2} + \dot{q}_{3})^{2}$$

(4.37)

L₂ uzunluğundaki uzuv için:

$$\mathbf{w}_{3} = \frac{\begin{vmatrix} \mathbf{v}_{2g} - \frac{\mathbf{l}_{1}}{\mathbf{l}_{1}} \, \mathbf{v}_{1g} \\ \frac{\mathbf{v}_{2g}}{2} \end{vmatrix}}{\frac{\mathbf{l}_{2}}{2}}$$
(4.38)

 $(\frac{l_1}{\frac{l_1}{2}}v_{1g})$ ifadesi 1. ve 2. uzuvlar arasındaki noktanın hızıdır.

$$\mathbf{w}_{3} = \frac{\begin{pmatrix} \mathbf{v}_{2g} - \frac{\mathbf{l}_{1}}{\underline{\mathbf{l}}_{1}} \, \mathbf{v}_{1g} \\ \frac{\mathbf{v}_{2g} - \frac{\mathbf{l}_{1}}{\underline{\mathbf{l}}_{1}} \, \mathbf{v}_{1g} \\ \frac{\mathbf{l}_{2}}{2} \end{pmatrix}}{\mathbf{l}_{2}^{2}}$$
(4.39)

$$= \dot{\mathbf{q}}_1 \cos^2 \mathbf{q}_{23} + (\dot{\mathbf{q}}_2 + \dot{\mathbf{q}}_3)^2 \tag{4.40}$$

Buradan L₂ uzunluğundaki uzuv için kinetik enerji:

$$K_{3} = \frac{1}{2} \begin{cases} m_{2} [l_{1}^{2} \cos^{2} q_{2} + 2l_{1} \frac{l_{2}}{2} \cos q_{2} \cos q_{23} + (\frac{l_{2}}{2})^{2} \cos^{2} q_{23}] \dot{q}_{1}^{2} \\ + m_{2} l_{1}^{2} \dot{q}_{2}^{2} + m_{2} l_{1} \frac{l_{2}}{2} \dot{q}_{2} (\dot{q}_{2} + \dot{q}_{3}) \cos q_{3} + (m_{2} (\frac{l_{2}}{2})^{2} + I_{3}) (\dot{q}_{2} + \dot{q}_{3})^{2} \end{cases}$$
(4.41)

Yerçekimine karşı koyacak tork bileşenleri potansiyel enerji tarafından türetilmiştir.

$$V = g \left\{ m_1 \frac{l_1}{2} \sin q_2 + m_2 [l_1 \sin q_2 + \frac{l_2}{2} \sin q_{23}] \right\}$$
(4.42)

Sistemin torkunu elde etmek için oluşturulan denklemler kinetik ve yerçekimi kuvvetleri için ayrı ayrı yazılmıştır.

Do kolu için kinetik ve potansiyel enerjiler şu şekilde tanımlanır:

$$K_1 = I_1 \frac{\dot{q}_1^2}{2} \qquad V_1 = 0 \qquad (4.43)$$

 D_o kolunun orta kısmında oluşan τ_{11} torku Lagrange denklemi yardımıyla bulunur.

$$\tau_{11} = \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial K_1}{\partial \dot{q}_1} \right) - \frac{\partial K_1}{\partial q_1}$$
(4.44)

veya

$$\tau_{11} = \mathbf{I}_1 \ddot{\mathbf{q}}_1 \tag{4.45}$$

 L_1 kolundan oluşan τ_{12} ve τ_{22} torku şu şekilde bulunur:

$$\tau_{12} = \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial K_2}{\partial \dot{q}_1} \right) - \frac{\partial K_2}{\partial q_1} = (m_1 (\frac{l_1}{2})^2 + I_2) (\ddot{q}_1 \cos^2 q_2 + 2\dot{q}_1 \dot{q}_2 \sin q_2 \cos q_2)$$
(4.46)

$$\tau_{22} = \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial K_2}{\partial \dot{q}_2} \right) - \frac{\partial K_2}{\partial q_2} = (m_1 (\frac{l_1}{2})^2 + I_2) (\ddot{q}_2 - \dot{q}_1^2 \sin q_2 \cos q_2)$$
(4.47)

 L_2 uzunluğundaki uzvun q_1 , q_2 ve q_3 konumlara göre torkları:

$$\begin{aligned} \tau_{13} &= \\ \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial K_3}{\partial \dot{q}_1} \right) - \frac{\partial K_3}{\partial q_1} &= \left\{ m_2 [l_1^2 \cos^2 q_2 + 2l_1 \frac{l_2}{2} \cos q_2 \cos q_{23}] + (m_2 \left(\frac{l_2}{2} \right)^2 + I_3) \cos^2 q_{23} \right\} \ddot{q}_1 \\ &+ 2 \left\{ m_2 [l_1^2 \sin q_2 \cos q_2 + l_1 \frac{l_2}{2} \sin q_2 \cos q_{23}] + (m_2 (\frac{l_2}{2})^2 + I_3) \sin q_{23} \cos q_{23} \right\} \dot{q}_1 \dot{q}_2 \\ &+ 2 [m_2 l_1 \frac{l_2}{2} \cos q_2 \sin q_{23} + (m_2 (\frac{l_2}{2})^2 + I_3) \sin q_{23} \cos q_{23}] \dot{q}_1 \dot{q}_3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial K_3}{\partial \dot{q}_2} \right) - \frac{\partial K_3}{\partial q_2} = \left\{ m_2 l_1^2 + 2m_2 l_1 \frac{l_2}{2} \cos q_3 + m_2 \left(\frac{l_2}{2} \right)^2 + I_3 \right\} \ddot{q}_2 \\ &+ \left\{ m_2 l_1 \frac{l_2}{2} \cos q_3 + m_2 \left(\frac{l_2}{2} \right)^2 + I_3 \right\} \ddot{q}_3 - \left[m_2 l_1^2 \cos q_2 \sin q_2 + l_1 \frac{l_2}{2} \sin q_2 \cos q_{23} \right] \\ &+ l_1 \frac{l_2}{2} \sin q_{23} \cos q_2 + \left(\frac{l_2}{2} \right)^2 \sin q_{23} \cos q_{23} + I_3 \sin q_{23} \cos q_{23} \right] \dot{q}_1^2 + \left(m_2 l_1 \frac{l_2}{2} \sin q_3 \right) \dot{q}_3^2 \\ &+ \left(2m_2 l_1 \frac{l_2}{2} \sin q_3 \right) \dot{q}_2 \dot{q}_3 \end{aligned}$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial K_3}{\partial \dot{q}_3} \right) - \frac{\partial K_3}{\partial q_3} = \left\{ m_2 l_1 \frac{l_2}{2} \cos q_3 + m_2 \left(\frac{l_2}{2} \right)^2 + I_3 \right\} \ddot{q}_2 + \left\{ m_2 \left(\frac{l_2}{2} \right)^2 + I_3 \right\} \ddot{q}_3 - \left[m_2 \left[l_1 \frac{l_2}{2} \cos q_2 \sin q_{23} \right] + \left(\frac{l_2}{2} \right)^2 \sin q_{23} \cos q_{23} \right] + I_3 \sin q_{23} \cos q_{23} \dot{q}_1^2 - \left(m_2 l_1 \frac{l_2}{2} \sin q_3 \right) \dot{q}_3^2$$

$$(4.50)$$

Potansiyel enerji tarafından L_1 ve L_2 uzunluğundaki uzuvlara gelen tork birleşenleri şu şekildedir:

$$\tau_{2g} = -\frac{\partial V}{\partial q_2} = g \left\{ m_1 \frac{l_1}{2} \cos q_2 + m_2 [l_1 \cos q_2 + \frac{l_2}{2} \cos q_{23}] \right\}$$
(4.51)

$$\tau_{3g} = -\frac{\partial V}{\partial q_3} = g \left\{ m_2 \frac{l_2}{2} \cos q_{23} \right\}$$
(4.52)

Potansiyel enerjiden meydana gelen tork denklemleri kinetik enerjiden oluşan tork denklemlerine eklenirse;

$$\begin{aligned} \tau_1 &= \tau_{11} + \tau_{12} + \tau_{13} = (I_1 + (m_1(\frac{l_1}{2})^2 + I_2)\cos^2 q_2 + m_2 l_1 [l_1 \cos q_2 + l_2 \cos(q_2 + q_3)\cos q_2] \\ &+ (m_2(\frac{l_2}{2})^2 + I_3)\cos(q_2 + q_3))\ddot{q}_1 + 2(m_1(\frac{l_1}{2})^2 + I_2)\sin q_2 \cos q_3 + m_2 l_1 [l_1 \sin q_2 \cos q_3] \end{aligned}$$

 $\tau_{23} =$

 $\tau_{33} =$

$$+ \frac{l_2}{2} \sin q_2 \cos(q_2 + q_3)] + (m_2(\frac{l_2}{2})^2 + I_3) \sin(q_2 + q_3) \cos(q_2 + q_3)) \dot{q}_1 \dot{q}_2$$
$$+ 2[m_2 l_1 \frac{l_2}{2} \cos q_2 \sin(q_2 + q_3) + (m_2(\frac{l_2}{2})^2 + I_3) \sin(q_2 + q_3) \cos(q_2 + q_3)] \dot{q}_1 \dot{q}_3$$

(4.53)

$$\tau_{2} = \tau_{22} + \tau_{23} + \tau_{2g} = (m_{1}(\frac{l_{1}}{2})^{2} + I_{2} + m_{2}l_{1}^{2} + m_{2}l_{1}l_{2}\cosq_{3} + m_{2}(\frac{l_{2}}{2})^{2} + I_{3})\ddot{q}_{2} + m_{2}l_{1}\frac{l_{2}}{2}$$

$$\cos q_{3} + m_{2}(\frac{l_{2}}{2})^{2} + I_{3})\ddot{q}_{3} - ((m_{1}(\frac{l_{1}}{2})^{2} + I_{1})\sinq_{2}\cosq_{2} + m_{2}[l_{1}^{2} \sinq_{2}\cosq_{2} + l_{1}\frac{l_{2}}{2})$$

$$\sin q_{2}\cos(q_{2}+q_{3}) + (\frac{l_{2}}{2})^{2}\sin(q_{2}+q_{3})\cos(q_{2}+q_{3})] + I_{3}\sin(q_{2}+q_{3})\cos(q_{2}+q_{3}))\dot{q}_{1}^{2} + m_{2}l_{1}$$

$$\frac{l_{2}}{2}\sin q_{3})\dot{q}_{3}^{2} + m_{2}l_{1}l_{2}\sin q_{3})\dot{q}_{2}\dot{q}_{3} + g(m_{1}\frac{l_{1}}{2}\cos q_{2} + m_{2}[l_{1}\cos q_{2} + \frac{l_{2}}{2}\cos(q_{2}+q_{3}))$$

$$\begin{aligned} \tau_{3} &= \tau_{33} + \tau_{3g} = (m_{2}l_{1}l_{2}sinq_{3} + m_{2}(\frac{l_{2}}{2})^{2} + I_{3})\ddot{q}_{2} + (m_{2}(\frac{l_{2}}{2})^{2} + I_{3})\ddot{q}_{3} - (m_{2}[l_{1}\frac{l_{2}}{2})^{2}sin(q_{2}+q_{3})cos(q_{2}+q_{3})] + I_{3}sin(q_{2}+q_{3})cos(q_{2}+q_{3}))\dot{q}_{1}^{2} - (m_{2}l_{1}\frac{l_{2}}{2}sinq_{3})\dot{q}_{2}^{2} + g[m_{2}\frac{l_{2}}{2}cos(q_{2}+q_{3})] \end{aligned}$$

(4.55)

Yukarıda elde edilen tork denklemlerinin matris şeklinde gösterilişi aşağıdaki gibidir:

$$\tau = \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} & M_{13} \\ M_{21} & M_{22} & M_{23} \\ M_{31} & M_{32} & M_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{q}_1 \\ \ddot{q}_2 \\ \ddot{q}_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \\ \dot{q}_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} G_{11} \\ G_{21} \\ G_{31} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \end{bmatrix}$$
(4.56)
$$M_{11} = I_1 + (m_1(\frac{l_1}{2})^2 + I_2)\cos^2 q_2 + m_2 l_1 [l_2 \cos q_2 + l_3 \cos q_{23} \cos q_2] + (m_2(\frac{l_2}{2})^2 + I_3)\cos q_{12}$$
$$M_{12} = 0, M_{13} = 0, M_{21} = 0, M_{31} = 0$$

$$\begin{split} M_{22} &= (m_1(\frac{l_1}{2})^2 + l_2) + m_2 l_1^2 + m_2 l_1 l_2 \cos q_3 + (m_2(\frac{l_2}{2})^2 + l_3) \\ M_{23} &= m_2 l_1(\frac{l_2}{2})^2 \cos q_3 + m_2(\frac{l_2}{2})^2 + l_3 \\ M_{32} &= m_2 l_1(\frac{l_2}{2})^2 \cos q_3 + m_2(\frac{l_2}{2})^2 + l_3 \\ M_{33} &= m_2(\frac{l_2}{2})^2 + l_3 \\ C_{11} &= 2((m_2(\frac{l_2}{2})^2 + l_3) \sin q_{23} \cos q_{23}(\dot{q}_2 + \dot{q}_3)) \\ C_{12} &= 2\left\{(m_1(\frac{l_1}{2})^2 + l_2) \sin q_2 \cos q_2 + m_2 l_1^2 \sin q_2 \cos q_2 + m_2 l_1(\frac{l_2}{2})^2 \sin q_2 \cos q_{23}\right\} \dot{q}_1 \\ C_{13} &= (2m_2 l_1(\frac{l_2}{2})^2 \cos q_2 \sin q_{23}) \dot{q}_1 \\ C_{21} &= -\left\{(m_1(\frac{l_1}{2})^2 + l_2) \sin q_2 \cos q_2 + m_2 l_1^2 \sin q_2 \cos q_2 + m_2 l_1 \sin q_2 \cos q_2 + m_2 l_1(\frac{l_2}{2})^2 \sin q_3 \cos q_{23}\right\} \dot{q}_1 \\ C_{22} &= (2m_2 l_1(\frac{l_2}{2})^2 \sin q_2 \cos q_{23} + (m_2(\frac{l_2}{2})^2 + l_3) \sin q_{23} \cos q_{23}) \right\} \dot{q}_1 \\ C_{23} &= (m_2 l_1(\frac{l_2}{2})^2 \sin q_3) \dot{q}_3 \\ C_{31} &= -\left\{(m_2 l_1(\frac{l_2}{2})^2 \sin q_3) + (m_2(\frac{l_2}{2})^2 + l_3) \sin q_{23}\right\} \cos q_2 \dot{q}_1 \end{split}$$

 $C_{32} = -(m_2 l_1 (\frac{l_2}{2})^2 \sin q_3) \dot{q}_2$

 $C_{33} = 0$

$$G_{11} = 0$$

$$G_{21} = gm_1 \frac{l_1}{2} \cos q_2 + gm_2 l_1 \cos q_2 + gm_2 \frac{l_2}{2} \cos q_{23}$$

$$G_{31} = gm_2 \frac{l_2}{2} \cos q_{23}$$

$$I = \frac{1}{12} ml^2$$
(4.57)

$$\pi_{1} = I_{1}, \quad \pi_{2} = m_{1} \left(\frac{l_{1}}{2}\right)^{2} + I_{2}, \quad \pi_{3} = m_{2} l_{1}^{2}, \quad \pi_{4} = m_{2} l_{1} \left(\frac{l_{2}}{2}\right)^{2}, \quad \pi_{5} = m_{2} \left(\frac{l_{2}}{2}\right)^{2} + I_{3}, \quad \pi_{6} = m_{1} \frac{l_{1}}{2}, \quad \pi_{7} = m_{2} l_{1}, \quad \pi_{8} = m_{2} \frac{l_{2}}{2}$$

$$(4.58)$$

$$\mathbf{M}(\mathbf{q}) = \begin{bmatrix} \pi_1 + \pi_2 \mathbf{c}_2^2 + \pi_3 \mathbf{c}_2 + 2\pi_4 \mathbf{c}_{23} \mathbf{c}_2 + \pi_5 \mathbf{c}_{23} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \pi_2 + \pi_3 + 2\pi_4 \mathbf{c}_3 + \pi_5 & \pi_4 \mathbf{c}_3 + \pi_5 \\ \mathbf{0} & \pi_4 \mathbf{c}_3 + \pi_5 & \pi_5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\mathbf{q}}_1 \\ \ddot{\mathbf{q}}_2 \\ \ddot{\mathbf{q}}_3 \end{bmatrix}$$

$$C(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = \begin{bmatrix} 2\pi_5 s_{23} c_{23} (\dot{\mathbf{q}}_2 + \dot{\mathbf{q}}_3) & (2\pi_2 s_2 c_2 + 2\pi_3 s_2 c_2 + 2\pi_4 s_2 c_{23}) \dot{\mathbf{q}}_1 & (2\pi_4 s_{23} c_2) \dot{\mathbf{q}}_1 \\ -(\pi_2 s_2 c_2 + \pi_3 s_2 c_2 + \pi_4 s_2 c_{23} + \pi_5 s_{23} c_{23}) \dot{\mathbf{q}}_1 & 2\pi_4 s_3 \dot{\mathbf{q}}_3 & \pi_4 s_3 \dot{\mathbf{q}}_3 \\ -(\pi_4 s_2 + \pi_5 s_{23}) c_{23} \dot{\mathbf{q}}_1 & -\pi_4 s_3 \dot{\mathbf{q}}_2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{q}}_1 \\ \dot{\mathbf{q}}_2 \\ \dot{\mathbf{q}}_3 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{G}(\mathbf{q}) = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ g\pi_6 \mathbf{c}_2 + g\pi_7 \mathbf{c}_2 + g\pi_8 \mathbf{c}_{23} \\ g\pi_8 \mathbf{c}_{23} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{q}_1 \\ \mathbf{q}_2 \\ \mathbf{q}_3 \end{bmatrix}$$
(4.59)

4.4. ADAPTİF-ROBUST KONTROL KURALININ KARARLILIK ANALİZİ

Spong, sürtünme ve diğer rahatsız edici koşullar yok sayılırsa, n uzuvlu manipülatör dinamik modeli aşağıdaki gibi tanımlamıştır:[33]

$$M(q)\ddot{q} + C(q,\dot{q})\dot{q} + G(q) = \tau$$
(4.60)

Burada q, n boyutlu genelleştirilmiş koordinat vektörüdür, τ uygulanan torkun (veya kuvvetin) vektörü, M(q) simetrik, pozitif atalet matrisi, C(q,q')q' n boyutlu merkezcil ve Coriolis ifadesinin vektörü. G(q) ise yerçekimi kuvvetinin vektörüdür. Denklem 4.60 ayrıca şu şekilde ifade edilir:

$$Y(q, \dot{q}, \ddot{q})\pi = \tau \tag{4.61}$$

 π , p boyutlu atalet parametresinin vektörüdür ve Y'de eklem pozisyonlarının, hızlarının, ivmelerinin bilinen fonksiyonlarının nxp matrisidir.

Arzu edilen konum, hız ve zaman vektörleri de q_d , \dot{q}_d ve \ddot{q}_d şeklinde ifade edilir. Anlık ölçülen konum ve hız hataları $\tilde{q} = q - q_d$ ve $\dot{\tilde{q}} = \dot{q} - \dot{q}_d$ dir. Yukarıdaki bilgiler kullanılarak şu denklemler elde edilir:

$$\dot{\mathbf{q}}_{\mathrm{r}} = \dot{\mathbf{q}}_{\mathrm{d}} - \Lambda \tilde{\mathbf{q}}; \qquad \ddot{\mathbf{q}}_{\mathrm{r}} = \ddot{\mathbf{q}}_{\mathrm{d}} - \Lambda \tilde{\mathbf{q}}$$

$$\tag{4.62}$$

 Λ istenilen hız ve ivmenin pozitif tanımlı matrisidir. Kontrol kanunu:

$$\begin{aligned} \tau_0 &= M_0(q)\ddot{q}_r + C_0(q,\dot{q})\dot{q}_r + G_0(q) - K\sigma \\ &= Y(q,\dot{q},\dot{q}_r,\ddot{q}_r) \,\pi_0 - K\sigma \end{aligned}$$
(4.63)

 π_0 dinamik modeldeki nominal parametreleri gösterir, K σ ise PD'nin vektörüdür.

$$\sigma = \dot{q} - \dot{q}_{r} = \dot{\tilde{q}} + \Lambda \tilde{q} \tag{4.64}$$

$$\tilde{\pi} = (\pi_0 - \pi) \le \rho \tag{4.65}$$

$$\left\|\tilde{\pi}\right\| = \left\|\pi_0 - \pi\right\| \le \delta \tag{4.66}$$

Şimdi de u₁, u₂, u₃ girdilerini tanımlayalım:

$$\tau = \tau_0 + Y(q, \dot{q}, \dot{q}_r, \ddot{q}_r)(u_1 + u_2 + u_3) = Y(q, \dot{q}, \dot{q}_r, \ddot{q}_r)(\pi_0 + u_1 + u_2 + u_3) - K\sigma$$
(4.67)

4.65 denklemini 4.60 denkleminin içine yazarsak;

$$M(q)\dot{\sigma} + C(q,\dot{q})\sigma + K\sigma = Y(q,\dot{q},\dot{q}_{r},\ddot{q}_{r})(\pi_{0} - \pi) + u_{1} + u_{2} + u_{3})$$

= Y(q,\dot{q},\dot{q}_{r},\ddot{q}_{r})(\tilde{\pi} + u_{1} + u_{2} + u_{3}) (4.68)

Teorem 1:

 $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_p, \beta_1, \beta_2, \dots, \beta_p$ ve $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_p \in \mathbb{R}, \widehat{\pi}_1$ parametrelerin tahmininde, $\dot{\beta}_1$ ve $\widehat{\pi}_2$ değişkenlerin sınırlandırılmasının tahmininde kullanılır. $\widehat{\pi}_1, \dot{\beta}_1$ ve $\widehat{\pi}_2$ terimlerini şöyle tanımlarız;

$$\hat{\pi}_{1} = \begin{bmatrix} (\beta_{1}^{2} / \alpha_{1}) \frac{(1/\sqrt{2}) \arctan(\tan(\alpha_{1} \int \mathbf{Y}^{\mathrm{T}} \sigma dt)_{1} / \sqrt{2})}{1 + \cos^{2}(\alpha_{1} \int \mathbf{Y}^{\mathrm{T}} \sigma dt)_{1}} \\ (\beta_{2}^{2} / \alpha_{2}) \frac{(1/\sqrt{2}) \arctan(\tan(\alpha_{2} \int \mathbf{Y}^{\mathrm{T}} \sigma dt)_{2} / \sqrt{2})}{1 + \cos^{2}(\alpha_{2} \int \mathbf{Y}^{\mathrm{T}} dt)_{2}} \\ \dots \\ (\beta_{p}^{2} / \alpha_{p}) \frac{(1/\sqrt{2}) \arctan(\tan(\alpha_{p} \int \mathbf{Y}^{\mathrm{T}} \sigma dt)_{p} / \sqrt{2})}{1 + \cos^{2}(\alpha_{p} \int \mathbf{Y}^{\mathrm{T}} \sigma dt)_{p}} \end{bmatrix}$$
(4.69)

$$\dot{\hat{\rho}}_{1} = \Omega \left\| \mathbf{Y}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{\sigma} \right\| \tag{4.70}$$

$$\hat{\pi}_{2} = \begin{bmatrix} \frac{\lambda_{1}}{1 + \cos^{2}(\alpha_{1} \int \mathbf{Y}^{T} \boldsymbol{\sigma} dt)_{1}} \\ \frac{\lambda_{2}}{1 + \cos^{2}(\int \alpha_{2} \mathbf{Y}^{T} \boldsymbol{\sigma} dt)_{2}} \\ \dots \\ \frac{\lambda_{p}}{1 + \cos^{2}(\int \alpha_{p} \mathbf{Y}^{T} \boldsymbol{\sigma} dt)_{p}} \end{bmatrix}$$
(4.71)

 $\Omega \in \mathbb{R}^+$. Kontrol girdileri olan u_1 , u_2 ve u_3 ; $\widehat{\pi}_1$, $\dot{\hat{\rho}}_1$ ve $\widehat{\pi}_2$ şeklinde tanımlanır.

$$u_{1} = \begin{cases} -\hat{\rho}_{1} \frac{Y^{T} \sigma}{\|Y^{T} \sigma\|} & \text{ve } \|Y^{T} \sigma\| > \varepsilon \\ -\hat{\rho}_{1}^{2} \frac{Y^{T} \sigma}{\varepsilon} & \text{ve } \|Y^{T} \sigma\| \le \varepsilon \end{cases}$$

$$u_{2} = -\hat{\pi}_{1}$$

$$u_{3} = \hat{\pi}_{2} \qquad (4.72)$$

Eğer (4.72)'deki denklemi (4.67)'deki denklemin içine yazarsak manipülatör kontrolündeki hatalarımız sıfıra yaklaşır.

Kanıt:

Teoremi kanıtlamak için, yeni bir parametrik hata vektörü tanımlanır;

$$\tilde{\Theta} = \hat{\pi}_1 - \hat{\pi}_2 \tag{4.73}$$

Teoremi kanıtlamak için aşağıdaki Lyapunov fonksiyonu tanımlanmıştır.

$$V(\sigma,\tilde{q},\tilde{\theta},(\hat{\rho}_{1}-\delta)) = \frac{1}{2}\sigma^{T}M(q)\sigma + \frac{1}{2}\tilde{q}^{T}B\tilde{q} + \frac{1}{2}\tilde{\theta}^{T}(\Psi+\Gamma^{2})^{2}\tilde{\theta} + \frac{1}{2}(\hat{\rho}_{1}-\delta)\Omega^{-1}(\hat{\rho}_{1}-\delta) + \frac{\epsilon}{1};$$

$$V(\sigma,\tilde{q},\tilde{\theta}) \ge 0$$
(4.74)

 $\Omega \in \mathbb{R}$, Ψ , pxp ölçülebilen köşegen sabit matris, Γ , pxp ölçülebilen, zamanla değişip güncellenebilen köşegen matristir. (4.74)' deki denklemin zamana göre türevi;

$$\dot{\mathbf{V}} = \boldsymbol{\sigma}^{\mathrm{T}} \mathbf{M}(\mathbf{q}) \dot{\boldsymbol{\sigma}} + \boldsymbol{\sigma}^{\mathrm{T}} \frac{1}{2} \dot{\mathbf{M}}(\mathbf{q}) \boldsymbol{\sigma} + \tilde{\mathbf{q}}^{\mathrm{T}} \mathbf{B} \dot{\tilde{\mathbf{q}}} + 2\tilde{\boldsymbol{\theta}}^{\mathrm{T}} (\boldsymbol{\Psi} + \boldsymbol{\Gamma}^{2}) \boldsymbol{\Gamma} \dot{\boldsymbol{\Gamma}} \tilde{\boldsymbol{\theta}} + \tilde{\boldsymbol{\theta}}^{\mathrm{T}} (\boldsymbol{\Psi} + \boldsymbol{\Gamma}^{2})^{2} \dot{\tilde{\boldsymbol{\theta}}} + (\hat{\boldsymbol{\rho}}_{1} - \boldsymbol{\delta}) \boldsymbol{\Omega}^{-1} \dot{\hat{\boldsymbol{\rho}}}_{1} - \boldsymbol{\epsilon}$$
(4.75)

B = $2\Lambda K$ ve $\sigma^{T}[\dot{M}(q)-2C(q,\dot{q})]\sigma = 0 \quad \forall \sigma \in \mathbb{R}^{n}$, [10] özelliğini kullanırsak, V' nin zamana göre türevi şu şekli alır;

$$\dot{\mathbf{V}} = -\dot{\tilde{\mathbf{q}}}^{\mathrm{T}}\mathbf{K}\dot{\tilde{\mathbf{q}}}-\tilde{\mathbf{q}}^{\mathrm{T}}\Lambda\mathbf{K}\Lambda\tilde{\mathbf{q}} + \sigma^{\mathrm{T}}\mathbf{Y}(\tilde{\pi}+\mathbf{u}_{1}) + (\hat{\rho}_{1}-\delta) \left\|\mathbf{Y}^{\mathrm{T}}\sigma\right\| + \sigma^{\mathrm{T}}\mathbf{Y}\mathbf{u}_{2} + \sigma^{\mathrm{T}}\mathbf{Y}\mathbf{u}_{3} - \varepsilon + 2\tilde{\theta}^{\mathrm{T}}(\Psi+\Gamma^{2})\Gamma\dot{\Gamma}\tilde{\theta} + \tilde{\theta}^{\mathrm{T}}(\Psi+\Gamma^{2})^{2}\dot{\tilde{\theta}}$$
(4.76)

 $\dot{\hat{\rho}}_1 = \Omega \| Y^T \sigma \|$ olduğu durumlarda. (4.76)'dan görüldüğü üzere Ψ , Γ , u_2 , u_3 ve $\tilde{\theta}$ arasında bir bağıntı vardır. Ψ ve Γ bilinmediği durumlarda, Ψ ve Γ 'nın değişken sistemi karalı hale getiren kontrol girdileri u_2 ve u_3 için bazı yaklaşık fonksiyonları bulunmaktadır. Sistem durum parametreleri ve matematiksel yaklaşımlar bu fonksiyonların çıkarılmasında yardımcı olur. Bunun için, Ψ ve Γ , p ölçülebilen köşegen matris şu şekilde tanımlanır;

$$\Psi = k\ddot{o}\varsigma(\frac{1}{\beta_{i}})$$

$$\Gamma = k\ddot{o}\varsigma(\frac{\cos(\alpha_{i}\int Y^{T}\sigma dt)_{i}}{\sqrt{\beta_{i}}})$$
(4.77)

 Γ zamanla değişirken Ψ 'nin sabit olduğunu unutmayalım. (4.71) denkleminden, $\tilde{\theta}$ şu şekilde tanımlanır;

$$\tilde{\theta} = \hat{\pi}_{1} - \hat{\pi}_{2} = \begin{bmatrix} (\beta_{1}^{2} / \alpha_{1}) \frac{(1/\sqrt{2}) \arctan(\tan(\alpha_{1} \int \mathbf{Y}^{T} \sigma dt)_{1} / \sqrt{2}) - \lambda_{1}}{1 + \cos^{2}(\alpha_{1} \int \mathbf{Y}^{T} \sigma dt)_{1}} \\ (\beta_{2}^{2} / \alpha_{2}) \frac{(1/\sqrt{2}) \arctan(\tan(\alpha_{2} \int \mathbf{Y}^{T} \sigma dt)_{2} / \sqrt{2}) - \lambda_{2}}{1 + \cos^{2}(\alpha_{2} \int \mathbf{Y}^{T} dt)_{2}} \\ \dots \\ (\beta_{p}^{2} / \alpha_{p}) \frac{(1/\sqrt{2}) \arctan(\tan(\alpha_{p} \int \mathbf{Y}^{T} \sigma dt)_{p} / \sqrt{2}) - \lambda_{p}}{1 + \cos^{2}(\alpha_{p} \int \mathbf{Y}^{T} \sigma dt)_{p}} \end{bmatrix}$$

(4.78)

$$\Psi + \Gamma^{2},$$

$$\Psi + \Gamma^{2} = k \ddot{o} s(\frac{(1 + \cos^{2}(\alpha_{i} \int Y^{T} \sigma dt)_{i}}{\beta_{i}})$$
(4.79)

Γ,

$$\dot{\Gamma} = k\ddot{o}_{s}\left(\frac{-\sin(\alpha_{i}\int \mathbf{Y}^{T}\sigma dt)(\alpha_{i}\mathbf{Y}^{T}\sigma)_{i}}{\sqrt{\beta_{i}}}\right)$$
(4.80)

(4.78) denkleminden, $\dot{\widetilde{\theta}}\,$;

$$\begin{split} \dot{\tilde{\theta}}_{i} &= \frac{(\beta_{i}^{2} / \alpha_{i}) \frac{1 + \tan^{2}(\alpha_{i} \int Y^{T} \sigma dt)_{i}}{2 + \tan^{2}(\alpha_{i} \int Y^{T} \sigma dt)_{i}}}{1 + \cos^{2}(\alpha_{i} \int Y^{T} \sigma dt)_{i}} (\alpha_{i} Y^{T} \sigma)_{i}} \\ &+ (\beta_{i}^{2} / \alpha_{i}) \frac{2\cos(\alpha_{i} \int Y^{T} \sigma dt)_{i} \sin(\alpha_{i} \int Y^{T} \sigma dt)_{i} ((1 / \sqrt{2}) \arctan(\tan(\alpha_{i} \int Y^{T} \sigma dt)_{i} / \sqrt{2}) - \lambda_{i})}{(1 + \cos^{2}(\alpha_{i} \int Y^{T} \sigma dt)_{i})^{2}} (4.81) \end{split}$$

(4.81) denklemi şu şekilde tanımlanabilir;

$$\dot{\tilde{\theta}}_{i} = \frac{(\beta_{i}^{2} / \alpha_{i}) \frac{1 + \tan^{2}(\alpha_{i} \int Y^{T} \sigma dt)_{i}}{2 + \tan^{2}(\alpha_{i} \int Y^{T} \sigma dt)_{i}}}{1 + \cos^{2}(\alpha_{i} \int Y^{T} \sigma dt)_{1}} (\alpha_{i} Y^{T} \sigma)_{i}}$$

$$+ \frac{2\cos(\alpha_{i} \int Y^{T} \sigma dt)_{i} \sin(\alpha_{i} \int Y^{T} \sigma dt)_{i}}{1 + \cos^{2}(\alpha_{i} \int Y^{T} \sigma dt)_{i}} (Y^{T} \sigma)_{i} \tilde{\theta}_{i}}$$

$$(4.82)$$

(4.76) denklemi, Ψ , Γ , $\dot{\Gamma}$, $\tilde{\theta}$ ve $\dot{\tilde{\theta}}$ verileriyle şu şekilde tanımlanır;

$$\begin{split} \tilde{\theta}_{i} 2(\Psi_{i} + \Gamma_{i}^{2})\Gamma_{i}\dot{\Gamma}_{i}\tilde{\theta}_{i} + \tilde{\theta}_{i}(\Psi_{i} + \Gamma_{i}^{2})^{2}\dot{\tilde{\theta}}_{i} = \\ -\tilde{\theta}_{i} 2(1 + \cos^{2}(\alpha_{i}\int Y^{T}\sigma dt)_{i})\cos(\alpha_{i}\int Y^{T}\sigma dt)_{i}Sin(\alpha_{i}\int Y^{T}\sigma dt)_{i}(\alpha_{i}Y^{T}\sigma)\tilde{\theta}_{i}\frac{1}{\beta_{i}^{2}} \\ + \tilde{\theta}_{i}\frac{(1 + \cos^{2}(\alpha_{i}\int Y^{T}\sigma dt)_{i})^{2}}{\beta_{i}^{2}}\frac{(\beta_{i}^{2} / \alpha_{i})\frac{1 + \tan^{2}(\alpha_{i}\int Y^{T}\sigma dt)_{i}}{1 + \cos^{2}(\alpha_{i}\int Y^{T}\sigma dt)_{i}}(\alpha_{i}Y^{T}\sigma)_{i}}{1 + \cos^{2}(\alpha_{i}\int Y^{T}\sigma dt)_{i}}(\alpha_{i}Y^{T}\sigma)_{i}} \end{split}$$
(4.83)
$$+ \tilde{\theta}_{i} 2(1 + \cos^{2}(\alpha_{i}\int Y^{T}\sigma dt)_{i})\cos(\alpha_{i}\int Y^{T}\sigma dt)_{i}Sin(\alpha_{i}\int Y^{T}\sigma dt)_{i}(\alpha_{i}Y^{T}\sigma)\tilde{\theta}_{i}\frac{1}{\beta_{i}^{2}}}$$

Denklem (4.83)' deki ilk ve son terimler iptal edilir ve Lyapunov fonksiyonunun türevi yazılırsa;

$$\begin{split} \dot{\mathbf{V}} &= -\dot{\tilde{\mathbf{q}}}^{\mathrm{T}} \mathbf{K} \dot{\tilde{\mathbf{q}}} - \tilde{\mathbf{q}}^{\mathrm{T}} \Lambda \mathbf{K} \Lambda \tilde{\mathbf{q}} + \sigma^{\mathrm{T}} \mathbf{Y} (\tilde{\pi} + \mathbf{u}_{1}) + (\hat{\rho}_{1} - \delta) \left\| \mathbf{Y}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{\sigma} \right\| + \sigma^{\mathrm{T}} \mathbf{Y} (\mathbf{u}_{2} + \mathbf{u}_{3}) - \epsilon \\ & \left[\frac{(1 + \tan^{2}(\alpha_{1} \int \mathbf{Y}^{\mathrm{T}} \sigma dt)_{1})(1 + \cos^{2}(\alpha_{1} \int \mathbf{Y}^{\mathrm{T}} \sigma dt)_{1})}{1 + 1 + \tan^{2}(\alpha_{1} \int \mathbf{Y}^{\mathrm{T}} \sigma dt)_{1}} (\mathbf{Y}^{\mathrm{T}} \sigma)_{1} \\ \frac{(1 + \tan^{2}(\alpha_{2} \int \mathbf{Y}^{\mathrm{T}} \sigma dt)_{2})(1 + \cos^{2}(\alpha_{2} \int \mathbf{Y}^{\mathrm{T}} \sigma dt)_{2})}{1 + 1 + \tan^{2}(\alpha_{2} \int \mathbf{Y}^{\mathrm{T}} \sigma dt)_{2}} (\mathbf{Y}^{\mathrm{T}} \sigma)_{2} \\ & \dots \\ \frac{(1 + \tan^{2}(\alpha_{p} \int \mathbf{Y}^{\mathrm{T}} \sigma dt)_{p})(1 + \cos^{2}(\alpha_{p} \int \mathbf{Y}^{\mathrm{T}} \sigma dt)_{p})}{1 + 1 + \tan^{2}(\alpha_{p} \int \mathbf{Y}^{\mathrm{T}} \sigma dt)_{p}} (\mathbf{Y}^{\mathrm{T}} \sigma)_{p} \\ \end{split} \end{split}$$
(4.84)

Denklem (4.84) düzenlenirse;

$$\begin{split} \dot{\mathbf{V}} &= -\dot{\tilde{\mathbf{q}}}^{\mathrm{T}} \mathbf{K} \dot{\tilde{\mathbf{q}}} - \tilde{\mathbf{q}}^{\mathrm{T}} \Lambda \mathbf{K} \Lambda \tilde{\mathbf{q}} + \sigma^{\mathrm{T}} \mathbf{Y} (\tilde{\pi} + u_{1}) + (\hat{\rho}_{1} - \delta) \left\| \mathbf{Y}^{\mathrm{T}} \sigma \right\| + \sigma^{\mathrm{T}} \mathbf{Y} (u_{2} + u_{3}) - \epsilon \\ &+ \tilde{\theta}^{\mathrm{T}} [\begin{bmatrix} \frac{1}{\cos^{2}(\alpha_{1} \int \mathbf{Y}^{\mathrm{T}} \sigma dt)_{1}} (1 + \cos^{2}(\alpha_{1} \int \mathbf{Y}^{\mathrm{T}} \sigma dt)_{1}) \\ 1 + \frac{1}{\cos^{2}(\alpha_{1} \int \mathbf{Y}^{\mathrm{T}} \sigma dt)_{1}} (1 + \cos^{2}(\alpha_{2} \int \mathbf{Y}^{\mathrm{T}} \sigma dt)_{2}) \\ \frac{1}{\cos^{2}(\alpha_{2} \int \mathbf{Y}^{\mathrm{T}} \sigma dt)_{2}} (1 + \cos^{2}(\alpha_{2} \int \mathbf{Y}^{\mathrm{T}} \sigma dt)_{2}) \\ &- \cdots \\ \frac{1}{\cos^{2}(\alpha_{p} \int \mathbf{Y}^{\mathrm{T}} \sigma dt)_{p}} (1 + \cos^{2}(\alpha_{p} \int \mathbf{Y}^{\mathrm{T}} \sigma dt)_{p}) \\ \frac{1 + \frac{1}{\cos^{2}(\alpha_{p} \int \mathbf{Y}^{\mathrm{T}} \sigma dt)_{p}} (\mathbf{Y}^{\mathrm{T}} \sigma)_{p} \\ 1 + \frac{1}{\cos^{2}(\alpha_{p} \int \mathbf{Y}^{\mathrm{T}} \sigma dt)_{p}} (\mathbf{Y}^{\mathrm{T}} \sigma)_{p} \end{bmatrix} \end{split}$$

(4.85)

Not:
$$\frac{1}{\cos^2(\int Y^T \sigma dt)} = 1 + \tan^2(\int Y^T \sigma dt)$$
 Sonuç olarak, \dot{V} şu şekilde yazılır

$$\dot{\mathbf{V}} = -\dot{\tilde{\mathbf{q}}}^{\mathrm{T}}\mathbf{K}\dot{\tilde{\mathbf{q}}}-\tilde{\mathbf{q}}^{\mathrm{T}}\mathbf{\Lambda}\mathbf{K}\mathbf{\Lambda}\tilde{\mathbf{q}} + \boldsymbol{\sigma}^{\mathrm{T}}\mathbf{Y}(\tilde{\boldsymbol{\pi}}+\mathbf{u}_{1}) + (\hat{\boldsymbol{\rho}}_{1}-\boldsymbol{\delta}) \|\mathbf{Y}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\sigma}\| + \boldsymbol{\sigma}^{\mathrm{T}}\mathbf{Y}(\mathbf{u}_{2}+\mathbf{u}_{3}) - \boldsymbol{\epsilon} + \tilde{\boldsymbol{\theta}}^{\mathrm{T}} \begin{bmatrix} (\mathbf{Y}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\sigma})_{1} \\ (\mathbf{Y}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\sigma})_{2} \\ \dots \\ (\mathbf{Y}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\sigma})_{p} \end{bmatrix}$$

$$(4.86)$$

$$\dot{\mathbf{V}} = -\dot{\tilde{\mathbf{q}}}^{\mathrm{T}} \mathbf{K} \dot{\tilde{\mathbf{q}}} - \tilde{\mathbf{q}}^{\mathrm{T}} \Lambda \mathbf{K} \Lambda \tilde{\mathbf{q}} + \sigma^{\mathrm{T}} \mathbf{Y} (\tilde{\pi} + \mathbf{u}_{1}) + (\hat{\rho}_{1} - \delta) \left\| \mathbf{Y}^{\mathrm{T}} \sigma \right\| + \sigma^{\mathrm{T}} \mathbf{Y} (\mathbf{u}_{2} + \mathbf{u}_{3}) + \tilde{\theta} \mathbf{Y}^{\mathrm{T}} \sigma - \varepsilon$$

$$= -\dot{\tilde{\mathbf{q}}}^{\mathrm{T}} \mathbf{K} \dot{\tilde{\mathbf{q}}} - \tilde{\mathbf{q}}^{\mathrm{T}} \Lambda \mathbf{K} \Lambda \tilde{\mathbf{q}} + \sigma^{\mathrm{T}} \mathbf{Y} (\tilde{\pi} + \mathbf{u}_{1}) + (\hat{\rho}_{1} - \delta) \left\| \mathbf{Y}^{\mathrm{T}} \sigma \right\| + \sigma^{\mathrm{T}} \mathbf{Y} (\mathbf{u}_{2} + \mathbf{u}_{3}) + \sigma^{\mathrm{T}} \mathbf{Y} (\hat{\pi} - \hat{\rho}_{2}) - \varepsilon$$

$$(4.87)$$

Eğer u_2 ve u_3 , $u_2 = -\hat{\pi}_1$ ve $u_3 = -\hat{\pi}_2$ şeklinde seçilirse son 2 terim değişir ve \dot{V} şu şekilde yazılır,

$$\dot{\mathbf{V}} = -\mathbf{x}^{\mathrm{T}}\mathbf{Q}\mathbf{x} + (\boldsymbol{\sigma}^{\mathrm{T}}\mathbf{Y})^{\mathrm{T}}(\tilde{\boldsymbol{\pi}} + \mathbf{u}_{1}) + (\hat{\boldsymbol{\rho}}_{1} - \boldsymbol{\delta}) \|\mathbf{Y}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\sigma}\| - \boldsymbol{\epsilon}$$
(4.88)

 $x^{T} = [\tilde{q}^{T}, \dot{\tilde{q}}^{T}], Q = k \ddot{o} \hat{s} (\Lambda K \Lambda, K)$ olduğunda. Q, pozitif tanımlı (4.88)'deki ilk terimi negatif yarı tanımlı yapan değerdir. Denklem (4.88), bilinen kontrolcüdeki [10], denklem (3.27) ile aynıdır. Bu teoremin bundan sonraki aşaması referans [10]'daki gibi olacaktır.

Durum 1:

Eğer $||Y^{T}\sigma|| > \epsilon/p$, $u_{1} = -\hat{\rho}_{1} \frac{Y^{T}\sigma}{||Y^{T}\sigma||}$ şekline dönüşür. (4.88) denklemi;

$$(\mathbf{Y}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\sigma})^{\mathrm{T}}(\tilde{\boldsymbol{\pi}}+\mathbf{u}_{1}) + (\hat{\boldsymbol{\rho}}_{1}-\boldsymbol{\delta}) \| \mathbf{Y}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\sigma} \| - \boldsymbol{\varepsilon} = (\mathbf{Y}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\sigma})^{\mathrm{T}}\tilde{\boldsymbol{\pi}} - \boldsymbol{\delta} \| \mathbf{Y}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\sigma} \| - \boldsymbol{\varepsilon}$$

$$\leq \| \mathbf{Y}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\sigma} \| \{ \| \tilde{\boldsymbol{\pi}} \| - \boldsymbol{\delta} \} - \boldsymbol{\varepsilon}$$

$$\leq 0$$
(4.89)

Cauch-Schwartz'ın eşitsizliği. $\|\widetilde{\pi}\|$

Durum 2:

Eğer $||Y^T\sigma|| \le \epsilon/p$, $u_1 = -\frac{\hat{\rho}_1^2}{\epsilon}Y^T\sigma$ şekline dönüşür. (4.88) denklemi;

$$(\mathbf{Y}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\sigma})^{\mathrm{T}}(\tilde{\boldsymbol{\pi}}+\mathbf{u}_{1}) + (\hat{\boldsymbol{\rho}}_{1} - \boldsymbol{\delta}) \| \mathbf{Y}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\sigma} \| - \boldsymbol{\epsilon}$$

$$= (\mathbf{Y}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\sigma})^{\mathrm{T}}\tilde{\boldsymbol{\pi}} - \frac{\hat{\boldsymbol{\rho}}_{1}^{2}}{\boldsymbol{\epsilon}} \| \mathbf{Y}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\sigma} \|^{2} + \hat{\boldsymbol{\rho}}_{1} \| \mathbf{Y}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\sigma} \| - \boldsymbol{\delta} \| \mathbf{Y}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\sigma} \| - \boldsymbol{\epsilon}$$

$$\leq \| \mathbf{Y}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\sigma} \| \{ \| \tilde{\boldsymbol{\pi}} \| - \boldsymbol{\delta} \} - \frac{\hat{\boldsymbol{\rho}}_{1}^{2}}{\boldsymbol{\epsilon}} \| \mathbf{Y}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\sigma} \|^{2} + \{ \hat{\boldsymbol{\rho}}_{1} \| \mathbf{Y}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\sigma} \| - \boldsymbol{\epsilon} \}$$

$$\leq 0$$

$$(4.90)$$

 $\|\tilde{\pi}\| \leq 0$ ve $\|\mathbf{Y}^{\mathsf{T}}\boldsymbol{\sigma}\| \leq \epsilon / \hat{\rho}_1$

$$\dot{\mathbf{V}} \le -\mathbf{x}\mathbf{Q}\mathbf{x}$$
 (4.91)

Denklem (4.74) gösteriyor ki, V sürekli, pozitif bir fonksiyondur ve $t \to \infty$ olduğu zaman sabittir. ģ ve q sınırlıdır, bu durumda, ģ ve q 0'a yaklaşırken, σ ve Y^T σ 'nın 0'a yaklaşmasını ve sınırlandırılmasını sağlıyor. Sonuç olarak, $\int Y^T \sigma dt$ sınırlıdır ve sabite doğru yaklaşır. Trigonometrik fonksiyonlar sınırlandırılmıştır, böylece $\hat{\pi}_1, \hat{\rho}_1, \hat{\pi}_2$ ve Γ sınırlandırılmıştır. Kontrol kanunun denklemi (4.63)' te verilmişti.

$$\tau_{0} = M_{0}(q)\ddot{q}_{r} + C_{0}(q,\dot{q})\dot{q}_{r} + G_{0}(q) - K\sigma$$

= Y(q, \dot{q}, \dot{q}_{r}, \dot{q}_{r})\pi_{0} - K\sigma (4.92)

$$\tau = \tau_0 + Y(q, \dot{q}, \dot{q}_r, \ddot{q}_r)(u_1 + u_2 + u_3) = Y(q, \dot{q}, \dot{q}_r, \ddot{q}_r)(\pi_0 + u_1 + u_2 + u_3) - K\sigma$$
(4.93)

 $\Omega \in R^{+}. \text{ Kontrol girdileri olan } u_{1}, u_{2} \text{ ve } u_{3} \text{ ; } \widehat{\pi}_{1}, \ \hat{\rho}_{1} \text{ ve } \widehat{\pi}_{2} \text{ şeklinde tanımlanır.}$

$$\mathbf{u}_{1} = \begin{cases} -\hat{\rho}_{1} \frac{\mathbf{Y}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{\sigma}}{\|\mathbf{Y}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{\sigma}\|} & \text{ve } \|\mathbf{Y}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{\sigma}\| > \varepsilon \\ -\hat{\rho}_{1}^{2} \frac{\mathbf{Y}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{\sigma}}{\varepsilon} & \text{ve } \|\mathbf{Y}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{\sigma}\| \le \varepsilon \end{cases}$$
$$\mathbf{u}_{2} = -\hat{\pi}_{1};$$
$$\mathbf{u}_{3} = \hat{\pi}_{2} \qquad (4.94)$$

(4.59) denklemi, denklem (3.15)'teki gibi düzenlenirse $Y(q,\dot{q},\ddot{q})\pi$ matrisinin $Y(q,\dot{q},\ddot{q})$ birleşenleri aşağıdaki gibi yazılır:[9]

$$y(1,1) = \ddot{q}_{1} \qquad y(1,2) = \cos(q_{2})^{2} \ddot{q}_{1} + 2\sin(q_{2})\cos(q_{2})\dot{q}_{1}\dot{q}_{2}$$

$$y(1,3) = \cos(q_{2})\dot{q}_{1} + 2\sin(q_{2})\cos(q_{2})\dot{q}_{1}\dot{q}_{2}$$

$$y(1,4) = 2\cos(q_{2} + q_{3})\cos(q_{2})\ddot{q}_{1} + 2\cos(q_{2})\sin(q_{2} + q_{3})\dot{q}_{1}\dot{q}_{3}$$

$$+2\sin(q_{2})\cos(q_{2} + q_{3})\dot{q}_{1}\dot{q}_{2}$$

$$y(1,5) = \cos(q_{2} + q_{3})\dot{q}_{1} + 2\sin(q_{2} + q_{3})\cos(q_{2} + q_{3})(\dot{q}_{1}\dot{q}_{2} + \dot{q}_{1}\dot{q}_{3})$$

$$y(1,6) = 0, \quad y(1,7) = 0, \quad y(1,8) = 0, \quad y(2,1) = 0,$$

$$y(2,2) = \ddot{q}_{3} - \sin(q_{2})\cos(q_{2})\dot{q}_{1}^{2}$$

$$y(2,3) = \ddot{q}_{3} - \sin(q_{2})\cos(q_{2})\dot{q}_{1}^{2}$$

$$y(2,4) = \ddot{q}_{3}\cos(q_{3}) + 2\cos(q_{3})\ddot{q}_{2} - \sin(q_{2})\cos(q_{2} + q_{3})\dot{q}_{1}^{2} + \sin(q_{3})\dot{q}_{3}^{2} + 2\sin(q_{3})\dot{q}_{2}\dot{q}_{3}$$

$$y(2,5) = \ddot{q}_{2} + \ddot{q}_{3} - \sin(q_{2} + q_{3})\cos(q_{2} + q_{3})\dot{q}_{1}^{2};$$

$$y(2,6) = g\cos(q_{2}); \qquad y(2,7) = y(2,8)$$

$$y(2,8) = g\cos(q_{2} + q_{3});$$

$$y(3,1) = 0, y(3,2) = 0, y(3,3) = 0,$$

$$y(3,4) = \cos(q_{3})\ddot{q}_{2} - \cos(q_{2})\sin(q_{2} + q_{3})\dot{q}_{1}^{2} - \sin(q_{3})\dot{q}_{2}^{2};$$

$$y(3,5) = \ddot{q}_{3} + \ddot{q}_{2} - \sin(q_{2} + q_{3})\cos(q_{2} + q_{3})\dot{q}_{1}^{2};$$

$$y(3,6) = 0, y(3,7) = 0, y(3,8) = y(2,8),$$
(4.95)

Denklem 4.63 ve denklem 4.67'nin $Y(q, \dot{q}, v_0, a_0)$ birleşenleri aşağıdaki gibi yazılır:[9]

$$y_{0}(1,1) = a_{01}$$

$$y_{0}(1,2) = \cos(q_{2})^{2}a_{01} + 2\sin(q_{2})\cos(q_{2})\dot{q}_{1}v_{02}$$

$$y_{0}(1,3) = \cos(q_{2})a_{01} + 2\sin(q_{2})\cos(q_{2})\dot{q}_{1}v_{02}$$

$$y_{0}(1,4) = 2\cos(q_{2} + q_{3})\cos(q_{2})a_{01} + 2\cos(q_{2})\sin(q_{2} + q_{3})\dot{q}_{1}v_{03}$$

$$+2\sin(q_{2})\cos(q_{2} + q_{3})\dot{q}_{1}v_{01}$$

$$y_{0}(1,5) = \cos(q_{2} + q_{3})a_{01} + 2\sin(q_{2} + q_{3})\cos(q_{2} + q_{3})(\dot{q}_{2}v_{01} + v_{01}\dot{q}_{3})$$

$$y_{0}(1,6) = 0, y_{0}(1,7) = 0, y_{0}(1,8) = 0, y_{0}(2,1) = 0$$

$$y_{0}(2,2) = a_{02} - \sin(q_{2})\cos(q_{2})\dot{q}_{1}v_{01}$$

$$y_{0}(2,3) = a_{02} - \sin(q_{2})\cos(q_{2})\dot{q}_{1}v_{01}$$

$$y_{0}(2,4) = a_{03} \cos(q_{3}) + 2\cos(q_{3})a_{02} - \sin(q_{2})\cos(q_{2} + q_{3})\dot{q}_{1}v_{01}$$

+ sin(q₃)\dd{q}_{3}v_{03} + 2sin(q_{3})\dd{q}_{31}v_{02}

$$y_{0}(2,5) = a_{02} + a_{03} - sin(q_{2} + q_{3})\cos((q_{2} + q_{3}))d_{1}v_{01}$$

$$y_{0}(2,6) = g\cos(q_{2}); \qquad y_{0}(2,7) = y_{0}(2,8)$$

$$y_{0}(2,8) = g\cos(q_{2} + q_{3});$$

$$y_{0}(3,1) = 0, y_{0}(3,2) = 0, y_{0}(3,3) = 0,$$

$$y_{0}(3,4) = \cos(q_{3})a_{02} - \cos(q_{2})\sin(q_{2} + q_{3})d_{1}v_{01} - sin(q_{3})d_{2}v_{02}$$

$$y_{0}(3,5) = a_{03} + a_{02} - sin(q_{2} + q_{3})\cos(q_{2} + q_{3})d_{1}v_{01};$$

$$y_0(3,6) = 0, y_0(3,7) = 0, y_0(3,8) = 0,$$
 (4.96)

4.5. SİMÜLASYON SONUÇLARI

Bu bölümde robot kontrolü için kullanılan, bilinen adaptif kontrol kanunu[10] ile geliştirilen adaptif-robust kontrol kuralının performansları karşılaştırılacaktır. Üç farklı yörünge için sistemde oluşan hataların grafikleri çizdirilmiştir. Ayrıca sisteme bozucu olarak bir tork girdisi eklenmiş ve sistemde oluşan hatalar incelenmiştir.

Bilgisayar simulasyonu yapmak için, $m_1 = 8 \text{ kg}$, $m_2 = 5 \text{ kg}$, $L_1 = 1 \text{ m}$, $L_2 = 1 \text{ m}$, değerleri kabul edilir.

Bilinen adaptif kontrol kanunu[10] için değişik yörüngelerde bilgisayar simülasyonu yapılmıştır. Sonuçlar Şekil 4.2 – 4.7 de verilmiştir.



Şekil 4.2 : Bilinen kontrolcü (3.32) için [10]: ((0.6*sin(0.6*t))*0.6) referans yörüngesi için yörünge izleme hatasının zamana göre değişimi.

Kontrol parametreleri: ($\Lambda = k\ddot{o}$ ş(60 60 60), K = k \ddot{o} ş(60 60 60), L = 1)



Şekil 4.3 : Bilinen kontrolcü (3.32) için [10]: (sin(t*0.9)+0.01*t) referans yörüngesi için yörünge izleme hatasının zamana göre değişimi.

Kontrol parametreleri: ($\Lambda = k\ddot{o}$ ş(60 60 60), K = k \ddot{o} ş(60 60 60), L = 1)



Şekil 4.4 : Bilinen kontrolcü (3.32) için [10]: (0.01*cos(10*t)) referans yörüngesi için yörünge izleme hatasının zamana göre değişimi.

Kontrol parametreleri: ($\Lambda = k\ddot{o}$ ş(60 60 60), K = k \ddot{o} ş(60 60 60), L = 1)

Şekil 4.5, Şekil 4.6 ve Şekil 4.7'de ise yine bilinen kontrolcü [10] için, üç değişik yörünge referans alınarak, bozucu bir tork girdisi ilave edilerek, birinci, ikinci ve üçüncü eklemlere ait hata değerlerinin zamanla değişimi verilmiştir.



Şekil 4.5 : Bilinen kontrolcü (3.32) için [10]: ((0.6*sin(0.6*t))*0.6) referans yörüngesi için yörünge izleme hatasının zamana göre değişimi.

Kontrol parametreleri: ($\Lambda = k\ddot{o}$ \$(60 60 60), K = k \ddot{o} \$(60 60 60), L = 1, Td = 10*sin(10*t))



Şekil 4.6 : Bilinen kontrolcü (3.32) için: [10]: (sin(t*0.9)+0.01*t) referans yörüngesi için yörünge izleme hatasının zamana göre değişimi.

```
Kontrol parametreleri: (\Lambda = k\ddot{o}s(60 60 60), K = k\ddot{o}s(60 60 60), L = 1, Td = 20*sin(10*t))
```



Şekil 4.7 : Bilinen kontrolcü (3.32) için [10]: (0.01*cos(10*t)) referans yörüngesi için yörünge izleme hatasının zamana göre değişimi.

Kontrol parametreleri: ($\Lambda = k\ddot{o}$ \$(60 60 60), K = k \ddot{o} \$(60 60 60), L = 1, Td = 10*sin(10*t))

Çalışmada geliştirilen adaptif-robust kontrol kanunu için bilgisayar simülasyonu yapıldığında;



Şekil 4.8 : Geliştirilen kontrolcü için: ((0.6*sin(0.6*t))*0.6) referans yörüngesi için yörünge izleme hatasının zamana göre değişimi.

Kontrol parametreleri($\Lambda = k\ddot{o}$ \$(60 60 60), K = k \ddot{o} \$(60 60 60), $\alpha = 1$, $\beta = 1$, $\lambda = -15$, $\Omega = 1$)



Şekil 4.9 : Geliştirilen kontrolcü için: ((0.6*sin(0.6*t))*0.6) referans yörüngesi için yörünge izleme hatasının zamana göre değişimi.



Kontrol parametreleri: (Λ = köş(60 60 60), K = köş(60 60 60), α = 50, β = 10, λ = -1, Ω = 1,)

Şekil 4.10 : Geliştirilen kontrolcü için: (sin(t*0.9)+0.01*t) referans yörüngesi için yörünge izleme hatasının zamana göre değişimi.

Kontrol parametreleri: ($\Lambda = k\ddot{o}$ ş(60 60 60), K = k \ddot{o} ş(60 60 60), $\alpha = 1$, $\beta = 1$, $\lambda = -5$, $\Omega = 1$)



Şekil 4.11 : Geliştirilen kontrolcü için: (sin(t*0.9)+0.01*t) referans yörüngesi için yörünge izleme hatasının zamana göre değişimi.

Kontrol parametreleri: ($\Lambda = k\ddot{0}$ \$(60 60 60), K = k\ddot{0}\$(60 60 60), $\alpha = 80$, $\beta = 80$, $\lambda = -5$, $\Omega = 1$)



Şekil 4.12 : Geliştirilen kontrolcü için: (0.01*cos(10*t)) referans yörüngesi için yörünge izleme hatasının zamana göre değişimi.

Kontrol parametreleri: ($\Lambda = k\ddot{o}$ ş(60 60 60), K = k \ddot{o} ş(60 60 60), $\alpha = 1$, $\beta = 1$, $\lambda = -15$, $\Omega = 1$)



Şekil 4.13 : Geliştirilen kontrolcü için: (0.01*cos(10*t)) referans yörüngesi için yörünge izleme hatasının zamana göre değişimi.

Kontrol parametreleri: ($\Lambda = k\ddot{o}$ ş(60 60 60), K = k \ddot{o} ş(60 60 60), $\alpha = 3$, $\beta = 2$, $\lambda = -15$, $\Omega = 1$)

Bozucu bir tork girdisi dahilinde referans yörüngeler için yörünge izleme hatasının zamana göre değişimi;



Şekil 4.14 : Geliştirilen kontrolcü için: ((0.6*sin(0.6*t))*0.6) referans yörüngesi için yörünge izleme hatasının zamana göre değişimi.

Kontrol parametreleri: ($\Lambda = k\ddot{o}$ \$(60 60 60), $K = k\ddot{o}$ \$(60 60 60), $\alpha = 1$, $\beta = 1$, $\lambda = -15$, $\Omega = 1$, Td = 10*sin(10*t))



Şekil 4.15 : Geliştirilen kontrolcü için: ((0.6*sin(0.6*t))*0.6) referans yörüngesi için yörünge izleme hatasının zamana göre değişimi.

Kontrol parametreleri: ($\Lambda = k\ddot{o}$ \$(60 60 60), $K = k\ddot{o}$ \$(60 60 60), $\alpha = 50$, $\beta = 10$, $\lambda = -1$, $\Omega = 1$, Td = 10*sin(10*t))



Şekil 4.16 : Geliştirilen kontrolcü için: (sin(t*0.9)+0.01*t) referans yörüngesi için yörünge izleme hatasının zamana göre değişimi.

 $Kontrol \ parametreleri: (\Lambda = k\"os(80\ 80\ 80), K = k\verb"os"(80\ 80\ 80), \alpha = 1, \beta = 1, \lambda = -5, \Omega = 1, Td = 20*sin(10*t))$



Şekil 4.17 : Geliştirilen kontrolcü için: (sin(t*0.9)+0.01*t) referans yörüngesi için yörünge izleme hatasının zamana göre değişimi.

Kontrol parametreleri: ($\Lambda = k\ddot{o}$ \$(80 80 80), K = k \ddot{o} \$(80 80 80), $\alpha = 80$, $\beta = 80$, $\lambda = -5$, $\Omega = 1$, Td = 20*sin(10*t))



Şekil 4.18 : Geliştirilen kontrolcü için: (0.01*cos(10*t)) referans yörüngesi için yörünge izleme hatasının zamana göre değişimi.

Kontrol parametreleri: ($\Lambda = k\ddot{o}$ ş(60 60 60), K = k \ddot{o} ş(60 60 60), $\alpha = 1$, $\beta = 1$, $\lambda = -15$, $\Omega = 1$, Td = 10*sin(10*t))



Şekil 4.19 : Geliştirilen kontrolcü için: (0.01*cos(10*t)) referans yörüngesi için yörünge izleme hatasının zamana göre değişimi.

Kontrol parametreleri: ($\Lambda = k\ddot{o}$ \$(60 60 60), $K = k\ddot{o}$ \$(60 60 60), $\alpha = 3$, $\beta = 2$, $\lambda = -15$, $\Omega = 1$, Td = 10*sin(10*t))

Şekil 4.8 - 4.13'te yeni geliştirilen kontrol sistemi, üç farklı yörüngede, değişen α , β ve λ kontrol parametre değerleri ile uygulanmıştır.

Şekil 4.14 - 4.19'da yeni geliştirilen kontrol sistemi, üç farklı yörüngede, değişen α , β ve λ kontrol parametre değerleri ile dış bozucu etkisi altında uygulanmıştır.

Bu tezde bilgisayarda simülasyon yapmanın amacı, bilinen kontrolcü[10] ile geliştirilen kontrol sisteminin robot koluna uygulanmasıyla, robot kolunda meydana gelen yörünge izleme hatalarını karşılaştırmaktır. Yeni geliştirilen kontrol sisteminin, dış bozucu etkisinde olmasına rağmen daha önce bilinen kontrol sisteminden[10], daha iyi sonuç verdiği yukarıdaki grafiklerde gözükmektedir. Bu kontrol sistemiyle hatanın daha kısa sürede sıfıra yaklaştığı gözükmektedir. Bozucu bir tork girişi sisteme uygulandığında, sistemin birinci ekleminin hata eğrisinde dalgalanmalar meydana gelmektedir. Kontrol girdisi olarak kullanılan α , β ve λ parametrelerinin kullanılmasıyla sistemin daha iyi sonuç verdiği ispatlanmıştır. λ parametresinin, negatif değerlerinde, α ve β parametrelerinin de yüksek değerlerinde sistemin daha güzel sonuçlar verdiği gözlemlenmiştir.

5. TARTIŞMA VE SONUÇ

Bu tezde önce üç eksenli bir robota ait kinematik ve dinamik analiz yapılmıştır. Lagrange fonksiyonları ile hareket denklemleri elde edilen robot koluna, adaptif kontrol kuralı ve bu kuraldan faydalanarak geliştirilen adaptif-robust kontrol kuralı uygulanmıştır. Simülasyonlar üç farklı yörüngede ve dış bozucu etkisi altında gerçekleştirilmiştir. Simülasyon sonuçlarında yeni geliştirilen adaptif-robust kontrol kuralının, düşük yörünge izleme hatası verdiği tespit edilmiştir. Ayrıca hatayı daha kısa sürede sıfıra götürdüğü gözlemlenmiştir.

Spong [10], bilinen adaptif kontrol kuralında, sistemde iki adet kontrol girdisi mevcuttur. Geliştirilen adaptif-robust kontrol kuralında ise sistemde dört adet kontrol girdisi bulunmaktadır. α , β , Ω ve λ kontrol parametreleri kullanılarak oluşturulan kontrol girdileri ile sistemin düşük K ve Λ değerlerinde, düşük yörünge izleme hatası vermesi amaçlanmıştır.

Simülasyonların üç eksenli bir robot kolunda yapıldığı dikkate alınırsa, değişik yörünge değerlerinde ve dış bozucu etkisi altında sistemin gayet iyi sonuçlar verdiği görülmektedir. Kontrol girdisi olarak kullanılan α , β ve λ parametrelerinin değişik değerlerinde, hatanın izlediği yol ve sıfıra yaklaşma süresi bakımından daha başarılı sonuçlar verdiği açıkça görülmektedir. Bozucu bir tork girişi olmasına rağmen $\alpha = 80$, $\beta = 80$ ve $\lambda = -5$ değerleri için sistemin daha iyi sonuç verdiği gözlemlenmiştir. α ve β 'nın yüksek değerlerinde hatanın daha kısa sürede 0'a yaklaştığı, λ 'nın ise negatif değerlerinde hatanın minimum aralıklarda değiştiği grafiklerden okunmaktadır. Geliştirilen sistem, tatmin edici sonuçlar vermektedir. Ayrıca bu çalışmayı diğer çalışmadan[17] ayıran en büyük özellik, geliştirilen kontrol sisteminde model parametrelerinin bilinmiyor olmasıdır. [17]' deki çalışmada parametreler belirsizlik durumundadır.

İleride yapılacak çalışmalarda, geliştirilen adaptif-robust kontrol kuralının daha komplike sistemlere ve daha ileri robot modellerine uygulanması ve parametrelerin bulanık mantık kuralı ile belirlenmesi önerilir.

KAYNAKLAR

1. REED, J.S., 1989, Instability analysis and robust adaptive control of robotic manipulators, *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. 3, 381-386.

2. MIDDLETON, R.H. ve GOODWIN, D.C., 1988, Adaptive computed torque control for rigid link manipulator, *System Control Letters*, Vol. 10, 9-16.

3. KELLY, R., CARELLI, C. ve ORTEGA, R., 1989, Adaptive motion control design of robot manipulators: an input output approach, *International Journal of Control*, Vol. 50, No: (6), 2563-2581.

4. BURKAN, R., 2006, Modelling of a logarithmic parameter adaptation law for adaptive control of mechanical manipulators, *Robotica* (2006), Volume 24, 523-525.

5. DURAN, M. ALİ., 2007, *Puma tipi bir manipülatörün kontrolü*, Yüksek Lisans Tezi, Selçuk Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü.

6. ALBAYRAK, M., 1997, Üç boyutlu uzayda hareket edebilen robot kolun, bilgisayar destekli kontrolü, tasarımı ve uygulanması, Yüksek Lisans Tezi, Gazi Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü.

7. SÖNMEZ, M., NİL M., YÜZGEÇ U. ve KANDİLLİ, İ., 2006, Üç serbestlik dereceli endüstriyel bir robotun yapay sinir ağları ile denetimi, *Elektrik-Elektronik Bilgisayar Mühendisliği Sempozyum ve Fuarı, Eleco-2006*, Bursa.

8. YÜCEL, F., 2006, *Hareketli iki serbestlik dereceli manipülatörün konum kontrolü,* Yüksek Lisans Tezi, Gazi Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü.

9. BURKAN, R. ve UZMAY, İ., 2003, A comparison of different control laws in trajectory control for a revolute-jointed manipulator, *Turkish J Eng. Env. Sci.*, Vol.27, N.5, 315-331.

10. SPONG, M. W., 1993, Adaptive control of robot manipulators design and robustness, *American Control Conference*, 2-4 June 1993 Urbana, 2826-2830.

11. BAYRAM, Ç., 2003, Kinematic and Dynamic Analysis of Spatial Six Degree of Freedom Parallel Structure Manipulator, Yüksek Lisans Tezi, İzmir Teknoloji Üniversitesi.

12. TOPALBEKİROĞLU, M., 1996, Control of robotic systems by using a control and learning methods, Yüksek Lisans Tezi, Gaziantep Üniversitesi.

13. HACIOĞLU, Y., 2004, *Bir robotun bulanık mantıklı kayan kipli kontrolü*, Yüksek Lisans Tezi, İstanbul Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü.

14. SOLTANPOUR, M. R. ve SIAHI, M., 2009, Robust control of robot manipulator in task space, *Apll. and Comput. Math.*, V.8, N.2, 227-238.

15. IZADBAKHSH, A. ve FATEH, M. M., 2008, A model free robust control approach for robot manipulator, *International Journal of Mechanical Systems Science and Engineering*, V.1, N.1, ISSN 1307-7473, 32-37.

16. UZMAY, İ., BURKAN, R. ve SARIKAYA, H., 2004, Application of robust and adaptive control techniques to cooperative manipulation, *Control Engineering Practice*, Vol.12, 139-148.

17. BURKAN, R., 2006, Upper bounding estimation for robustness to the parameter uncertainty with trigonometric function in trajectory control of robot arms, *J Intell Robot Syst.*, Vol.46, 263–283.

18. MASSOUD, A. T., ELMARAGHY, H. A. ve LANDHIRI, T., 1999, On the robust nonlinear motion position and force control of flexible joints robot manipulators, *Journal of Intelligent and Robotic Systems*, 25, 227–254.

19. FATEH, M. M., 2012, Robust control of flexible-joint robots using voltage control Strategy, *Nonlinear Dyn.*, 67, 1525–1537.

20. FATEH, M. M. ve FARHANGFARD, H., 2006, Reducing the error of manipulator jacobian in the control system, *Proceedings of the 2nd WSEAS International Conference on Dynamical Systems and Control*, Bucharest, Romania, 13-17.

21. BURKAN, R., 2012, Design parameters and uncertainty bound estimation functions for adaptive-robust control of robot manipulators, *Turk J Elec Eng & Comp Sci.*, Volume 20, No.1, 2012,169-186.

22. AKIN, H. B., 2001, Yeni ekonomi strateji rekabet ve teknoloji yönetimi, Çizgi Kitapevi Yayınları, Konya, 163-165.

23. SALAH, A. A., ve AKIN, L., 2011, *Boğaziçi Üniversitesi'ndeki Robot Araştırmaları-Geleceğe Giden Yol*, Boğaziçi Üniversitesi, <u>http://www.teknoturk.org/docking/yazilar/tt000052-yazi.htm</u>, 10.04.2012.

24. AKINSOFT., 2010, *Robotların Tarihçesi*, <u>http://www.inovax.net/inovax/2010/03/akinsoft-genel-merkez/robotlarin-tarihcesi</u>, 10.04.2012.

25. ÇETİNKAYA, Ö., 2009, Bir kolun hareketlerini takip eden dört dönel mafsallı robot kolu tasarımı ve deneysel araştırılması, Yüksek Lisans Tezi, Trakya Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü.

26. DURMAZ, U., 2007, *Bir robot kolunun sinirsel bulanık kontrolü*, Yüksek Lisans Tezi, Sakarya Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü.

27. GINSBERG, J.H., 1988, Advanced engineering dynamics, Georgia Inst. Of Tech., 263-267.

28. HASSAN, M. Y., Notes of lecture course in adaptive control for the 4 class of control engineering in the control and systems engineering department, at the university of technology CCE-CN445, 4-13.

29. ALARÇİN, F., 2005, *Gemi hareketlerinin dinamik analizi ve adaptif yaklaşımlarla kontrolü*, Doktora Tezi, Yıldız Teknik Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü.

30. KÜÇÜKER, A., 2007, *Asılı sarkaç sisteminde konum kontrolü*, Yüksek Lisans Tezi, Sakarya Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü.

31. ASİLTÜRK, İ., 2007, Testere ile kesme işleminde yapay zeka tabanlı adaptif kontrol uygulaması, Doktora Tezi, Selçuk Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü.

32. SPONG, M. W. ve VIDYASAGAR, M., 1989, *Robot dynamics and control*, Willey New York.

33. SPONG, M. W., 1992, On the robust control of robot manipulators, *IEEE Trans. Automat. Cont.*, 37, 1782-1786.

ÖZGEÇMİŞ

Ömür Can ÖZGÜNEY, 1985 yılında Bursa'da doğdu. Ortaokul ve liseyi Bursa Anadolu Lisesi'nde okudu. Lisenin ardından 2005-2009 yılları arasında Dokuz Eylül Üniversitesi Makina Mühendisliği Bölümü'nde eğitimine devam etti. Ve 2010 yılında İstanbul Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Makina Mühendisliği Anabilim Dalı'nda yüksek lisans eğitimine başladı. 2012 yılında İstanbul Üniversitesi Makina Mühendisliği Bölümü'nde araştırma görevlisi olarak çalışmaya başladı ve halen burada görev yapmaktadır.