



**İSTANBUL ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

YÜKSEK LİSANS TEZİ

ÜNİTER FERMİ GAZIN TERMODİNAMIĞI

Ayşegül ERTOPRAK

Fizik Anabilim Dalı

Nükleer Fizik Programı

Danışman

Yard.Doç.Dr. Lidya SUSAM

II. Danışman

Prof. Piotr MAGIERSKI

Aralık, 2012

İSTANBUL



**İSTANBUL ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

YÜKSEK LİSANS TEZİ

ÜNİTER FERMİ GAZIN TERMODİNAMIĞI

Ayşegül ERTOPRAK

Fizik Anabilim Dalı

Nükleer Fizik Programı

Danışman

Yard.Doç.Dr. Lidya SUSAM

II. Danışman

Prof. Piotr MAGIERSKI

Aralık, 2012

İSTANBUL

Bu çalışma 27/12/2012 tarihinde aşağıdaki jüri tarafından Fizik Anabilim Dalı Nükleer Fizik programında Yüksek Lisans Tezi olarak kabul edilmiştir.

Tez Jürisi



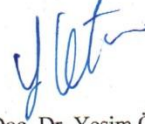
Yard. Doç. Dr. Lidya SUSAM (Danışman)
İstanbul Üniversitesi



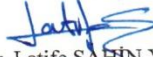
Prof. Dr. Metin ARIK
Boğaziçi Üniversitesi



Prof. Dr. Baki AKKUŞ
İstanbul Üniversitesi



Doç. Dr. Yeşim ÖKTEM
İstanbul Üniversitesi



Doç. Dr. Latife ŞAHİN YALÇIN
İstanbul Üniversitesi

Bu alışma İstanbul Üniversitesi Bilimsel Araştırma Projeleri Yürütücü Sekreterliğinin 11561 numaralı projesi ile desteklenmiştir.

ÖNSÖZ

Kendisi ile tanıştığım ilk günden itibaren desteğini her zaman hissettiğim, bizlere bir baba şefkati ile bu sıcak çalışma ortamını sunan ve çok çalışmamız gerektiği konusunda bizi her zaman motive eden, dünyanın çeşitli ülkelerinden gelen birçok bilim adamı ile tanışma ve çalışma fırsatını sağlayan, öğrencisi olmaktan onur ve sevinç duyduğum çok değerli hocam Prof. Dr. Baki AKKUŞ'a teşekkür ederim.

Yüksek Lisans çalışmalarım boyunca her konuda kendisine çok rahatça danışabildiğim, yardımını ve desteğini bizlerden hiç esirgemeyen ve bize her zaman doğru yolu gösteren sevgili hocam Doç. Dr. Yeşim ÖKTEM'e teşekkürü bir borç bilirim.

Sakinliği ve soğukkanlılığı ile tüm kriz anlarımda yanımda olan, beni sakinleştiren ve desteğini her zaman hissettiğim, birlikte çalışmaktan ve kendisinin ilk yüksek lisans öğrencisi olmaktan büyük mutluluk duyduğum sevgili hocam Yrd. Doç. Dr. Lidya SUSAM'a çok teşekkür ederim.

Yüksek lisans çalışmam sırasında beni Varşova Teknoloji Üniversitesi'ne davet ederek bana bu Yüksek Lisans çalışmasında ikinci danışmanlığı yapan Prof. Piotr MAGIERSKI'ye çok teşekkür ederim.

Yüksek Lisansım boyunca ikinci danışmanım olan Prof. Piotr MAGIERSKI ile çalışmama olanak sağlayan ve benden bu konuda yardımını esirgemeyen sevgili hocam Doç. Dr. Ela GANIÖĞLU'na sonsuz teşekkür ederim.

Kendisi söz konusu olduğunda söylenecek çok söz var, Burcu Hocam söz konusu olduğunda benim için kelimeler kifayetsiz kalır. Beraber çalışma fırsatını bana sağladığı için, fizik ile ilgili bana yaptığı büyük katkılar için ve aslında bana yaptığı herşey için sevgili hocam Yrd. Doç. Dr. R. Burcu ÇAKIRLI'ya çok teşekkür ederim.

Kendisiyle fizik konuşabilmek müthiş bir zevk. Değerli araştırmacı kişiliğiyle çalışmalarında bana yol gösteren sayın Osman Azmi BARUT'a teşekkürü bir borç bilirim. Ayrıca değerli hocalarım Prof. Dr. Ergun GÜLTEKİN'e, Doç. Dr. Bayram DEMİR'e ve çalışma arkadaşlarım Araş. Gör. Levent KÜÇÜK'e, Araş. Gör. Bengü BİLGİER'e, Yard. Doç. Dr. İffet Çavdar'a ve Araş. Gör. F. Çağla ÖZTÜRK'e katkılarından dolayı teşekkür ederim.

Ayrıca tüm hayatım boyunca benden maddi manevi hiçbir desteği esirgemeyen, beni olduğum gibi kabullenen her zaman ve her koşulda yanımda olan sevgili aileme teşekkürü bir borç bilirim.

Aralık, 2012

Ayşegül ERTOPRAK

İÇİNDEKİLER

ÖNSÖZ	i
İÇİNDEKİLER	ii
ŞEKİL LİSTESİ	iv
SEMBOL LİSTESİ	v
ÖZET	vi
SUMMARY	vii
1. GİRİŞ	1
2. GENEL KISIMLAR	5
2.1. TERMODİNAMİĞE GİRİŞ	5
2.1.1. Termodinamik Değişkenler.....	8
2.1.2. Termodinamik Limit..	9
2.1.3. Termodinamik Dönüşümler.....	10
2.1.4. Klasik İdeal Gaz.....	12
2.1.5. Termodinamik Sistemler	14
2.1.5.1. Termodinamik Sistem Tipleri.....	15
2.1.5.2. Makroskobik ve Mikroskopik Açıdan Termodinamik	15
2.1.5.3 Durum, Süreç ve Denge	16
2.1.5.4. Faz ve Saf Madde	16
2.1.5.5. Denge	17
2.1.6. Sistemin Enerjisi	17
2.1.6.1. İç Enerji	17
2.2. ISI VE ENTROPİ	18
2.2.1. Isı denklemleri	18
2.2.2. Entropi	20

2.2.3. İdeal Gazın Entropisi.....	21
2.2.4. Termodinamik Sınırlar	23
2.3. TERMODİNAMİĞİN KULLANIMI	23
2.3.1. Enerji Denklemi	23
2.3.2. Helmholtz Serbest Enerjisi.....	25
2.3.3. Gibbs Potansiyeli.....	26
2.3.4. Maxwell Bağlılıkları	27
2.3.5. Kimyasal Potansiyel.....	27
2.4. FERMİYONLAR VE BOZONLAR	29
2.5. DEJENERE KUANTUM GAZLARI..	29
2.6. DEJENERE FERMİ GAZI..	32
2.7. BOSE EINSTEIN İSTATİSTİĞİ VE BEC..	33
2.8. BCS KURAMI	37
2.9. COOPER ÇİFTLERİ	38
2.10. ATOMLARIN BİR FERMİ GAZINDA ÇİFTLENMESİ	39
2.11. BEC – BCS BÖLGESİ	41
3. MALZEME VE YÖNTEM	44
3.1. DENEYSEL TEKNİKLER	44
3.2. TUZAKLAR.....	50
3.2.1. Manyetik Tuzaklar	50
3.2.2. Optik Tuzaklar	52
3.2.3. Magneto-Optik Tuzaklar	53
3.3. SOĞUTMA YÖNTEMLERİ.....	54
3.3.1. Lazerle Soğutma.....	54
3.3.1.1. Lazer Soğutmada Alkalilerin Üstünlüğü	55
3.3.2. Buharlaştırarak Soğutma.....	56
4. BULGULAR	57
4.1. ÜNİTER FERMİ GAZ.....	57
5. TARTIŞMA VE SONUÇ	64
KAYNAKLAR	66
ÖZGEÇMİŞ	70

ŞEKİL LİSTESİ

Şekil 2.1	: Hal denkleminin geometrik gösterimi	6
Şekil 2.2	: İdeal gaz sıcaklık skalası	7
Şekil 2.3	: Termodinamikte durum uzayı	10
Şekil 2.4	: Kapalı bir döngü boyunca yapılan iş	11
Şekil 2.5	: Bir ideal gazın izoterm eğrileri.....	13
Şekil 2.6	: A noktasındaki entropinin hesaplanması.....	22
Şekil 2.7	: Aynı tür parçacıkların klasik bir gazdan kuantum mekaniksel dejenere gaza geçiş örneği	32
Şekil 2.8	: Bose-Einstein yoğunlaşması için şematik bir gösterim.....	37
Şekil 2.9	: BEC – BCS geçişlerinde çiftlenimin sürekli olarak gösterilmesi	39
Şekil 3.1	: Rubidyum atomlarının hız dağılımlarının görüntüsü	46
Şekil 3.2	: Alkali atomların tuzaklanmasında ve soğutulmasında kullanılan deney düzeneği	49
Şekil 3.3	: Zamanla dönen potansiyel kullanılarak oluşturulan tuzak	50
Şekil 3.4	: Ioffe-Pritchard tuzağı	51
Şekil 3.5	: a) Magneto-optik tuzak, b) uygun geçişler, c) uzaysal olarak değişen manyetik alandan etkilenen atomik geçişler	53
Şekil 3.6	: Buharlaştırarak soğutmaya bir örnek	55
Şekil 4.1	: Harmonik potansiyelin varlığında Üniter Fermi gazın yoğunluk dağılımı	63
Şekil 4.2	: Gauss potansiyelinin varlığında Üniter Fermi gazın yoğunluk dağılımı	63

SEMBOL LİSTESİ

λ_{dB}	: De-Broglie dalga boyu
h	: Plank sabiti
μ	: Kimyasal potansiyel
k_B	: Boltzmann sabiti
T	: Mutlak sıcaklık
N	: Parçacık sayısı
μK	: Mikro kelvin
B	: Magnetik alan
V	: Potansiyel
$B_{dış}$: Dış manyetik alan
C_V	: Isı kapasitesi
atm	: Atmosfer basıncı
H	: Hamiltonyen
S	: Entropi
m	: Kütle
Q	: Reaksiyon ısısı
ω	: Açılma hızı
a	: Saçılma uzunluğu
r_0	: Etkin menzile
E_{FG}	: Fermi gazı enerjisi
ϵ_F	: Fermi enerjisi
d	: Ortalama mesafe
$n(\vec{r})$: Yoğunluk dağılımı
$\sigma(x)$: Parçacık başına entropi
P	: Basınç
Ω	: Gibbs potansiyeli
$\epsilon(\vec{r})$: Enerji yoğunluğu
$F(\vec{r})$: Serbest enerji yoğunluğu
$V(0)$: Merkezdeki potansiyel

ÖZET

ÜNİTER FERMİ GAZIN TERMODİNAMIĞI

Günümüzün bilinen en güçlü etkileşimli sistemlerinden biri olan Üniter Fermi Gaz (ÜFG), geniş saçılma uzunluğu ve kısa etkileşim menzili sınırında iki bileşenli bir Fermi gazına karşılık gelmektedir ve Feshbach rezonansı yoluyla aşırı soğuk atom deneylerinde farkedilir. Üniter Fermi Gazı, kısa erimli çekici etkileşimler ve geniş saçılma uzunluğu durumunda bulunan seyreltilmiş Fermi gazları fiziği ile ilgilidir. Üniter sınır dünyanın ileri gelen laboratuvarlarında aşırı soğuk atomik bulutlar içinde farkedilmiştir [1,2,3,4,5,6,7] ve şimdiye dek atomik, moleküler ve nükleer fizik çevresince yoğun olarak dikkate alınmıştır. Üniter Fermi Gazına olan bu alanlardaki ilgi oldukça artmıştır ancak kayda değer miktarda çalışma nükleer fizik çevresince ilk olarak atomik, moleküler ve optik fizik deneyleri öncesinde ve sonrasında yapılmıştır. Bu çalışma, üniter rejim (sonsuz saçılma uzunluğu) çevresindeki bu gazlarının yoğunluk dağılımını sunmayı amaçlamaktadır. Bu gazların tutumları evrenseldir: Bunlar, seyreltik (az yoğun) nötron maddesinde olduğu kadar soğuk atomların sistemlerini tanımlamaktadır. Burada hesaplanan özellikler, enerji, entropi, kimyasal potansiyel ve yoğunluğu içermektedir. Tuzaklanan atomik gazlar için bu özelliklerin bazılarının hesaplanması deneysel verilerle karşılaştırılmaktadır. Özetle, üniter gaz bir rezonans kuantum mekaniği çok cisim sistemidir.

SUMMARY

THERMODYNAMICS OF THE UNITARY FERMI GAS

The Unitary Fermi Gas (UFG) is one of the most strongly interacting systems known to date. The UFG corresponds to a two-component Fermi gas in the limit of short interaction range and large scattering length, and is currently realized in ultracold-atom experiments via Feshbach resonances. UFG is concerned with the physics of dilute Fermi gases in a regime of short-range attractive interactions and large scattering lengths. The unitary limit was realized in ultracold atomic clouds in various laboratories around the world [1,2,3,4,5,6,7] and it has been under intense scrutiny by the atomic, molecular and nuclear physics community ever since. Interest in the UFG transcends those areas, however, with a considerable amount of research being carried out within the nuclear physics community well before and after the first atomic, molecular and optical physics experiments. This work represents the density distribution of these gases around the unitary regime (infinite scattering length). The behavior of these gases is universal: they describe systems of cold atoms as well as dilute neutron matter. The properties computed here include energy, entropy, chemical potential and the density. The calculation of some of these properties for atomic gases in traps is compared with experimental data. In short, the unitary gas is a resonant quantum mechanical many-body system.

1. GİRİŞ

20. yüzyılda atom fiziği ve kuantum optikte elde edilen hızlı gelişmelerden dolayı atomları aşırı düşük sıcaklıklara soğutabilmek mümkün hale gelmiştir. Mutlak sıfır noktasına doğru yeni gelişmeler vasıtasıyla bilim adamlarının çoğu aşırı soğukun cazibesine kapılmışlardır. Kelvin bölgesindeki çalışmalar, 1911’de süperiletkenliğin ve 1938’de ^4He ’ün süperakışkanlığının keşfi ile sonuçlandı. Mili Kelvin bölgesinde soğutma 1972’de ^3He ’ün süperakışkanlığını ortaya çıkardı. 1980’lerde lazer soğutmanın keşfi aşırı düşük sıcaklık fiziğine yeni bir yaklaşım getirdi. Az yoğun atom bulutlarının aşırı soğuk çarpışmalarının incelendiği ve kesin ölçümlerinin yapıldığı mikrok Kelvin mertebedeki sıcaklıkta çalışmalar yapıldı. Nano Kelvin sıcaklıklarda çalışma ihtiyacı duyuldu. Bose-Einstein yoğunlaşması (BEC) 1995’te gerçekleştirildi. Soğutmadaki bu başarıların her biri önemli bir gelişme sayıldı ve bu başarılar Nobel ödülü ile sonuçlandı. [8].

Kuantum dejenere gazları elde edebilmek için esas teknik soğutma tekniğidir. Çünkü yüksek sıcaklıktaki az yoğun atomlar klasik olarak davranmaktadır. Atomların de Broglie dalga boyları $\lambda_{dB} = \hbar/(2\mu k_B T)^{1/2}$, atomlar arası mesafeyle karşılaştırıldığında küçüktür. Az yoğun gazdaki atomların soğutulması ile de Broglie dalga boyu λ_{dB} , atomlar arası mesafeye eşitlenmeye başladığı zaman kuantum dejenere durumu başlar. Atomik dalga paketleri üst üste biner ve gaz ayırt edilemeyen parçacıklar haline dönüşür. Eğer atom bozon ise aynı kuantum seviyesini oluşturan atom bulutu olarak tanımlanan yoğunlaşma belirli bir sıcaklıkta ortaya çıkar. Eğer atomlar fermiyon ise, gaz soğutulmaya devam ettikçe her bir atom Pauli dışarlama ilkesine uygun olarak en düşük enerji seviyesinde bulunduğu “Fermi denizi” halini almaya başlar [8].

Bir BEC veya Fermi denizi oluşturulurken temel prensip gazın aşırı soğuk olması gibi basit bir mantığa dayalıdır. Çoğu durumda, sıvı ve katıya benzer faz geçişleri ile

kuantum dejenerasyonu boşa çıkar. Bu geleneksel durumlardan son derece düşük yoğunluklar ile kaçınılır. Bu yoğunluklar yaklaşık olarak havanın yoğunluğunun yüzbinde biri kadardır. Birkaç saniye ya da dakikada üç boyutlu çarpışmalar, (bu çarpışmalar yoğunluğun tersinin karesi ile orantılıdır) istenmeyen durumu ortaya koyar. İkili (binary) çarpışmaların oranı artırılarak yoğunluk orantılı olarak düşürülür ve bu istenmeyen durumdan kaçınılır. İkili çarpışmalar çok sıklıktadır ve gazın 10 ms içinde dengeye ulaşmasını sağlar [8,9].

Mikro Kelvin sıcaklık bölgesine ulaşma durumu ancak iki işlemin birleştirilmesi ile mümkün olmaktadır. Laser soğutma önce gazı soğutur. Daha sonra soğutulan az yoğun gaz manyetik tuzaklarla hapsedilir. İkinci durumda zorlamalı buharla soğutma, tuzak derinliği azaltılır ve enerjisi fazla olan atomların çarpışma sonucunda kaçması sağlanır. Geriye kalan atomlar yeniden termalize olarak daha düşük sıcaklıklara gider. BEC deneylerinde kuantum dejenerasyonu sıcaklıkları 500 nK ve 2 μ K arasında ve yoğunlukları 10¹⁴ ve 10¹⁵ cm⁻³ arasında olur. En geniş yoğunlaşma Na'da 30 milyon atom ve H'de 1 milyar atomdur; Yoğunlaşmaların en küçüğü birkaç yüz atomu içerir. Manyetik tuzaga bağlı olarak yoğunlaşmanın şekli yaklaşık olarak hem 10-50 μ m çaplı yuvarlak veya yaklaşık 15 μ m çaplı ve 300 μ m uzunluğunda sigara şekline sahiptir. Bütün soğuma işlemi yoğunlaşmayı birkaç saniyeden birkaç dakikaya kadar sürdürür [10].

Aşırı soğuk alkali atomik gazların Bose-Einstein yoğunlaşması deneysel olarak 1995 yılında gerçekleştirilmiştir. Yapılan deneyler sayesinde, kuantum gazlarının hem manyetik tuzaklar hem de optik örgüler (örneğin; lazerlerin girişimleri ile oluşturulan sıralı potansiyel kuyuları) içerisindeki davranışları araştırılmıştır. 2000 yılına kadar geçen zaman içerisinde yapılan çalışmalarda Bose-Einstein yoğunlaşması tamamen karakterize edilmistir. Özellikle yoğunlaşma içindeki girdaplar (vortex) üzerine yapılan çalışmalar, bu konuya olan ilgiyi her gün daha da artırmıştır. Fermiyonik yapıdaki atom gazlarının tuzaklanması üzerine yapılan deneysel ve teorik çalışmalarda amaç Fermi akışkanlarını anlamak, Barden-Cooper-Schrieffer çifti arasındaki rejimi ve güçlü bağlı fermiyon çiftlerinden oluşan molekülün yoğunlaşmasını araştırmaktır. Bir moleküler Bose-Einstein yoğunluğundan (BEC) Cooper çiftini oluşturan fermiyonların Bardeen-

Cooper-Schrieffer (BCS) süperakışkanlığına geçişini, fermiyonik ${}^6\text{Li}$ atomlarının ultrasoğuk gazları ile açıklamak mümkündür. Bose-Einstein yoğunluğundan BCS süperakışkanlığına geçişte önemli bir parametre, çiftlenen atomlar arasındaki kuplaj gücüdür. Zayıf kuplaj sınırında delokalize çiftlerin BCS durumu oluşturulurken, çok sıkı bağlı moleküllerin Bose-Einstein yoğunluğu ise yeterince düşük sıcaklıklarda ve güçlü kuplaj sınırında oluşturulmaktadır.

Manyetik alan sayesinde ayarlanabilen saçılma rezonansı, çeşitli kuplaj sistemlerini açıklamada deneysel anahtar görevi görmektedir. Feshbach rezonansı aracılığıyla gaz içinde etkileşimler kontrol edilmekte ve geniş bir aralık boyunca kuplaj gücü değişmektedir. Yapılan deneyler için başlangıç noktası, optik olarak tuzaklanan bir ${}^6\text{Li}$ atomunun buharlı soğutma ile birbirine sıkıca bağlı çiftlerinin moleküler Bose Einstein yoğunlaşmasını elde etmektir. Feshbach rezonansının değeri değiştirilerek, gazın basit makroskobik ve mikroskopik özelliklerini çalışmayla BEC-BCS geçişi açıklanmaktadır. BEC-BSC geçişinde tuzaklanan gaz bulutunun yoğunluk profili analizi, geçişin tersinir olduğunu göstermektedir. Ayrıca rezonans durumunda ölçülen gaz bulutunun boyutundan, üniter sınırlı kuantum gazının etkileşme enerjisini tanımlayan evrensel parametrenin değerini belirlenmektedir.

BCS-BEC geçiş bölgesi ile ilgili yapılan çalışmalar, çok cisimli sistemlerin güçlü bağıntılarının ilginç özellikleriyle, daha sonraki deneyler için kuantum akışkanları, nötron yıldızları ve yüksek T_c süperiletkenliği gibi fiziğin çeşitli alanlarında merak uyandırıcı bir beklenti oluşturmaktadır.

Bu çalışmada, Bose-Einstein yoğunlaşmasına uğramış sistemlerin çeşitli termodinamik özelliklerinin hesaplanması amacıyla, özdeş çok parçacık sistemlerinin incelenmesinde oldukça etkili bir yöntem olan yoğunluk fonksiyonelleri kuramı (DFT) kullanılmıştır.

Bu amaçla Bose-Einstein yoğunlaşması tanıtılarak kısaca Bose-Einstein yoğunlaşmasının tarihçesi verilecek ve Bose-Einstein istatistiği anlatılacaktır. Bunun arkasından, deneysel olarak Bose-Einstein yoğunlaşmasının elde edilmesi

alışmalarında kullanılan yöntemlerin temel prensipleri ve uygulanma Őekilleri sunulacak ve kullanılan araçlar kısaca tanıtılacaktır.

2. GENEL KISIMLAR

2.1 TERMODİNAMİĞE GİRİŞ

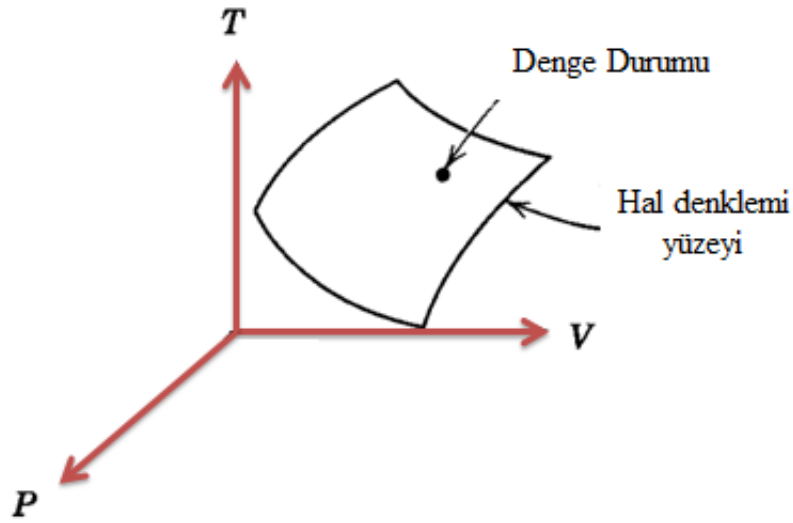
Termodinamik kelimesi, Yunanca olan ısı ve güç kelimelerinden oluşmaktadır. Termodinamik, Fiziğin ve Mühendislik biliminin bir koludur. Bilim adamları fiziksel ve kimyasal bir anlayış ile temel bir anlayış kazanmayı ister. Sabit madde miktarı ve maddenin özelliklerini ilişkilendirmek için termodinamiğin ilkeleri kullanılmaktadır. Mühendisler genel olarak sistemlerin çalışması ve sistemlerin çevreyle nasıl etkileştikleriyle ilgilenirler. Bunu kolaylaştırmak için akışkan madde sistemlerini çalışmak amacıyla termodinamik konusunu kullanırlar. Bu bölümde termodinamik çalışmaların kullanılan temel tanım ve kavramlarının bazılarına yer verilecektir [11].

Termodinamik bir sistem herhangi bir makroskobik sistemdir. Basınç (P), Hacim (V), Sıcaklık (T) ve Manyetik alan (B) gibi termodinamik parametreler sistemle ilgili ölçülebilir niceliklerdir. Bunlar deneysel olarak tanımlanmaktadır. Bir termodinamik durum sistemin tanımlanması için gerekli olan bir dizi termodinamik parametreler yardımıyla tanımlanmıştır. Sistemin termodinamik durumu zamanla değişmediğinde, termodinamik denge hakimdir. Hal denklemi, dengedeki bir sistem için termodinamik parametreler arasında fonksiyonel bir bağıntıdır. Sistemin termodinamik parametreleri basınç, hacim ve sıcaklık olduğunda, hal denklemi şu şekli alır:

$$f(P, V, T) = 0 \quad (2.1)$$

f fonksiyonu, sistemi ayrıntılarıyla tanıtan bir kısım olarak kabul edilir. Üç boyutlu $P - V - T$ uzayında, böyle bir sistem bir nokta ile temsil edilir. Şekil 2.1’de gösterildiği gibi, hal denklemi uzayda bir yüzey tanımlar. Bu yüzeydeki herhangi bir nokta dengede olan bir durumu temsil eder. Aksi belirtilmediği sürece, termodinamikte bir durumdan söz edildiğinde bu durumun dengede olduğu varsayılır. Termodinamik bir dönüşüm,

durumun değişmesine verilen addır. Başlangıç durumu bir denge durumuysa, sadece sistemin dış şartının değişmesiyle dđnüşüm gerçekleşebilir. Herhangi bir anda, sistemin yaklaşık olarak dengede olmasıyla dış koşullar çok yavaş değişiyorsa dđnüşüm yarı-statiktir. Dış şartlar zamanla değiştiğinde, başlangıçtaki durum elde ediliyorsa dđnüşüm tersinirdir. Tersinir bir dđnüşüm yarı-statiktir fakat tersi doğru değildir.



şekil 2.1: Hal denkleminin geometrik gösterilimi [12].

Bir sistemin $P - V$ diyagramı, $P - V$ düzlemi üzerindeki hal denkleml yüzeyinin iz dđřümüdür. $P - V$ diyagramı üzerindeki her nokta böylece bir denge durumunu temsil eder. Tersinir bir dđnüşüm, $P - V$ diyagramı üzerinde sürekli bir yoldur.

Parametreleri P, V ve T olan bir sistem için sonsuz küçük bir dđnüşümde hacmi dV kadar arttırmakla bir sistem tarafından yapılan dW işi

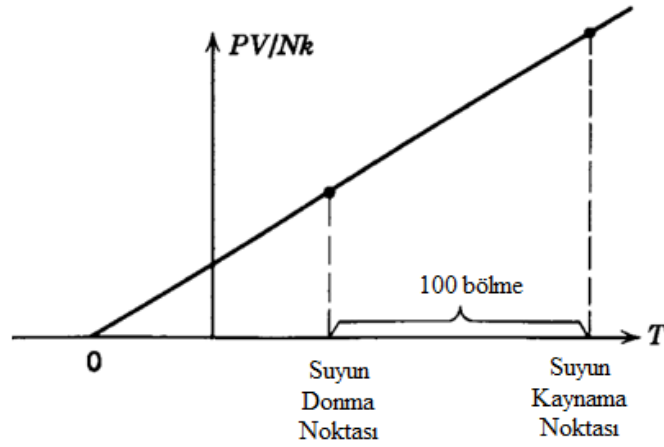
$$dW = PdV \quad (2.2)$$

formülüyle verilir.

İş yapılmazken sıcaklık arttırıldığında homojen bir sistem tarafından ısı absorbe edilir. Absorbe edilen ısının küçük bir miktarına karşılık gelen ΔQ ve sıcaklıktaki küçük bir değişiklik olan ΔT ısı absorpsiyonunu meydana getirir. Isı kapasitesi sistemin doğasına

bağlıdır ve sistemin özelliğinin bir parçası olarak verilir. Aynı ΔT değeri için sistem farklı yöntemlerle ısıtıldığında ΔQ değerinin farklılık göstermesi deneysel bir gerçektir. Buna benzer olarak ısı kapasitesi, ısıtma şekillerine bağlıdır. Hacim ve sıcaklığın sabit olduğu durumda ısı kapasiteleri sırasıyla C_V ve C_T değerlerine karşılık gelir. Bir maddenin birim kütledeki yada birim moldeki ısı kapasitesi öz ısı olarak adlandırılır. Isısındaki artış ya da azalışın sıcaklığını değiştirmedeği çok büyük sisteme bir ısı rezervuarı yada sadece rezervuar denir.

Termodinamik bir nicelik, söz konusu sistemde madde miktarıyla orantılıysa bu termodinamik niceliğin ekstensif olduğu ve madde miktarından bağımsızsa intensif olduğu söylenir. Termodinamik niceliklerin ekstensif veya intensif olması gerektiği yaklaşımı önemli bir deneysel gerçektir.



Şekil 2.2: İdeal gaz sıcaklık skalası [13].

İdeal gaz önemli bir termodinamik bir sistemdir. Deneysel olarak tüm gazlar yeterince az yoğun olduğunda evrensel bir şekilde davranır. İdeal gaz bu sınırlı davranışın bir idealleştirmesidir. Bir ideal gazın parametreleri; P basınç, V hacim, T sıcaklık ve N molekül sayısı olmak üzere hal denklemi Boyle Kanunu ile verilir:

$$\frac{PV}{N} = \text{sabit} \quad (\text{sabit sıcaklıkta}) \quad (2.3)$$

Bu sabitin değeri kullanılan sıcaklığın deneysel skalasına bağlıdır. T ideal gaz sıcaklığı olmak üzere;

$$PV = NkT \quad (2.4)$$

$$k = 1.38 \times 10^{-16} \text{ erg/}^\circ\text{C} \quad (2.5)$$

k Boltzman sabiti olarak adlandırılır. Değeri sıcaklık aralığının seçimi ile $^\circ\text{C}$ olarak belirlenir. İdeal gaz evrensel bir özelliğe sahip olduğundan bu skala da önemli bir özelliğe sahiptir. $T = 0$ merkezi keyfi olarak seçilmiştir. İdeal gaz sıcaklık skalasını oluşturmak için şu şekilde devam edebiliriz. Suyun kaynadığı ve donduğu sıcaklıkta bir ideal gazın PV/Nk değeri ölçülür. Bu iki nokta belirlenir ve Şekil 2.2'de gösterildiği gibi noktalar arası düz bir çizgi çizilir. Bu çizginin apsisle kesiştiği yer skalanın merkezi olarak kabul edilir. Sıcaklık skalasının aralıkları suyun kaynama ve donma noktaları arasında 100 eşit bölme olarak seçilmiştir. Skalaya Kelvin skalası (0K) adı verilir. Bu skalayı kullanmak için bir ideal gaz ile termal temasta ölçülecek bir gaz kullanılarak (örneğin yeterince düşük yoğunluktaki Helyum gazı) ideal gazın PV/Nk değeri ölçülür ve Şekil 2.2'den sıcaklık değeri okunur [12]. Bir ideal gazın hal denkleminin eşdeğer formu, n gazın mol sayısı R ideal gaz sabiti olmak üzere;

$$PV = nRT \quad (2.6)$$

$$R = 8.135 \text{ joule/}^\circ\text{C} \quad (2.7)$$

ile verilir.

2.1.1. Termodinamik Değişkenler

Bir makroskobik sistemin özellikleri ekstensif ya da intensif olarak sınıflandırılabilir. Ekstensif nicelikler mevcut madde miktarıyla orantılıdır. İntensif nicelikler ise mevcut madde miktarından bağımsızdır. Genellikle yüzey etkilerini ihmal ettiğimizden dolayı iki grup vardır. Ekstensif özellik atomik kuvvetlerin soğurma özelliğini ifade eder. Örneğin, bir atom sadece kuvvetin menzili kadar uzaklığı hissedebilir. İntensif özellik içerdeki atomların yüzeyin varlığını hissetmemesi anlamına gelir.

Aşağıdaki şartlardan herhangi biri geçerli olduğunda daha önce bahsedilen kabuller geçerli olur.

- a) Sistem küçüktür,
- b) Uniform olmayan dış potansiyel vardır,
- c) Yükler arasındaki Coulomb itmesi ve kütle elemanları arası gravitasyonel çekim gücü gibi uzun menzilli parçacıklar arası güçler vardır.

Bu özel durumlar önemli fiziksel sistemlerde ortaya çıkmaktadır. Örneğin bir yıldızın hacmi, uzun menzilli gravitasyonel etkileşimden dolayı kütesinin lineer olmayan bir fonksiyonudur. Bu özel durumlara karşılık gelen değişik durumlar Şekil 2.1'de gösterilmiştir.

2.1.2. Termodinamik Limit

V hacminde N tane atomdan oluşan ve uniform olmayan dış potansiyel varlığında ideal limit:

$$N \rightarrow \infty \quad V \rightarrow \infty \quad N/V = \text{sabit sayı}$$

Bu bağıntı, invaryant sistemlerde termodinamik limit olarak adlandırılır. Termodinamik durum, ekstensif (N ile orantılı) ya da intensif (N'den bağımsız) birtakım termodinamik değişkenlerle belirlenir. Üç termodinamik değişken olan basınç, hacim ve sıcaklık ile tanımlanan genel bir sistem düşünüldüğünde; intensif bir nicelik olan basınç, kabın duvarlarındaki birim alan başına uygulanan kuvvete verilen addır. Denge şartları altında dış potansiyellerin yokluğunda basınç, hacim boyunca uniform olmalıdır. Deniz seviyesindeki atmosferik basınç cinsinden basıncı ölçmek uygundur. Bu basınç

$$1 \text{ atm} = 1,013.106 \text{ dyn cm}^{-2} = 1,103.105 \text{ Nm}^{-2} \quad (2.8)$$

ile verilir.

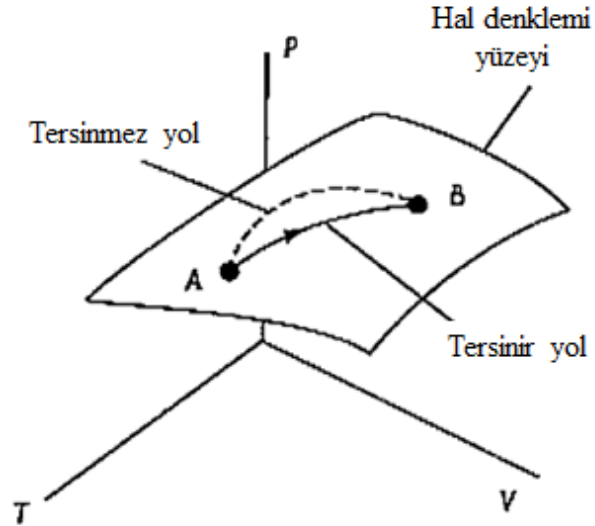
Hacim, kabın uzayla ilgili boyutunu ölçer ve ekstensif bir niceliktir. Katı bir cismin karakteristik yoğunluğu N/V şeklinde gösterilir fakat bir gaz kabın tüm hacmini doldurur. İntensif bir nicelik olan sıcaklık (T) bazı termometreler ile ölçülmektedir. Bu termal dengenin göstergesidir. Birbiriyle temas halinde olan dengedeki iki cisim aynı

sıcaklıkta olmalıdır. Söz konusu iki cisim aynı hacmin farklı kısımları olabileceğinden dengedeki bir cismin sıcaklığı uniform olmalıdır.

Termodinamik limitte matematiksel ifade edilmesi gereken durumlarda sadece intensif nicelikler kullanılmalıdır. V yerine $v=V/N$ ya da yoğunluk yerine $n=N/V$ ifadelerini kullanabiliriz.

2.1.3. Termodinamik Dönüşümler

Termodinamik değişkenler bir cisim termal dengedeysen birbirlerine bağlıdır fakat 2.1 denkleminde gösterilen hal denkleminde sınırlandırılmışlardır.



Şekil 2.3: Termodinamikte durum uzayı [12].

Şekil 2.3'te gösterdiği gibi, geometrik olarak hal denklemini P, V, T tabanları tarafından gerilen bir yüzey ile temsil edebiliriz. Bütün denge durumları bu yüzey üzerinde olmalıdır. İstisnai durumlar dışında f fonksiyonu diferansiyellenebilir sürekli bir fonksiyondur.

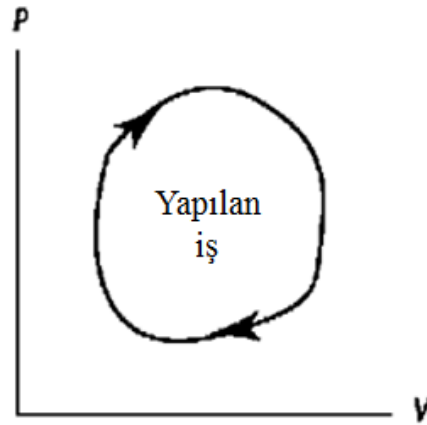
Dış şartlardaki bir değişiklik, bir sistemin denge durumunu değiştirecektir. Örneğin dış basınç uygulamaları bir cismin hacminde azalmaya neden olacaktır. Böyle bir değişiklik termodinamik dönüşüm olarak adlandırılır. İlk ve son durumlar denge durumlarıdır.

Dönüşüm süreci yeterince yavaşsa, sistem dengede kalabilir. Böyle bir durumda dönüşüme yarı-statik denir. Dış şartlardaki değişiklikler tersinir olduğunda sistem dönüşümü ters yönde tekrarlayacaktır. Şekil 4.1’de gösterildiği gibi tersinir bir dönüşüm hal denklemleri yüzey üzerinde sürekli bir yol şeklinde temsil edilir.

Buna karşılık Şekil 2.3’te kesikli çizgilerle gösterildiği gibi tersinir olmayan bir dönüşüm, hal denklemleri uzayı üzerinde bir yol şeklinde temsil edilemez. Aslında tersinir bir dönüşüm tamamen durum uzayında bir yol ile temsil edilemez. Örneğin gazın kabındaki duvarın aniden kaldırılmasıyla, gaz boşluklara yayılır. İlk ve son durumlar dengede olmasına rağmen, orta durumlarda P, V, T uniform kalmaz. Böylece durum uzayında noktalarla temsil edilemez.

Tersinir bir dönüşümde, matematiksel olarak sonsuz küçük yollar söz konusudur. Sistem tarafından sonsuz küçük yol boyunca yapılan mekanik iş bir diferansiyelle temsil edilir.

$$dW = P.dV \quad (2.9)$$



Şekil 2.4: Kapalı bir döngü boyunca yapılan iş, kapalı döngünün $P - V$ diagramındaki alanı ile temsil edilmektedir [12].

Şekil 2.3’te gösterilen A dan B ye sonlu tersinir bir yolda ise, iş 2.10 denklemi yardımıyla A ve B yi birbirine bağlayan yola bağlı olarak verilir.

$$\Delta W = \int_A^B P dV \quad (2.10)$$

Bu bağıntı, P-V diyagramındaki yolun altında kalan alanı verir. Yol kapalı bir döngü olduğunda, bir döngü içinde yapılan iş Şekil 2.4'te gösterildiği gibi kapalı döngünün alanıdır. Tersinir olmayan bir yol boyunca yapılan iş genellikle $\int P dV$ değildir. Örneğin, serbest bir vakum içinde gazın serbestçe genişlemesinde sistem herhangi bir dış alanda iş yapamaz dolayısıyla $\Delta W = 0$ olur.

Termodinamik süreç, ısı transferidir. Atomik açıdan bakıldığında bu termal olarak enerjinin transferini temsil eder. Termodinamikte ısı, bir flama veya ısıtma rezistansı gibi bir ısıtma elemanı tarafından uygulanan bir olay olarak tanımlanır. Bir cisim tarafından absorbe edilen ısı miktarı olan ΔQ cismin sıcaklığının ΔT kadar artmasına sebep olur.

$$\Delta Q = C \Delta T \quad (2.11)$$

C burada maddenin ısı kapasitesidir. ΔQ ve ΔT limiti sonsuz düşünüldüğünde ısı kapasitesi ekstensif bir niceliktir. İntensif ısı kapasitesi parçacık başına C/N , mol başına C/n veya hacim başına C/V olmak üzere özel ısılar olarak adlandırılır.

2.1.4 Klasik İdeal Gaz

En basit termodinamik sistem olan klasik ideal gaz, düşük yoğunluk ve yüksek sıcaklık limitindeki gaza verilen addır. Hal denklemini ideal gaz yasasından 2.4 denklemini ile verilir.

Tek atomlu ideal bir gazın C_V sabit hacimdeki ısı kapasitesi

$$C_V = \frac{3}{2} Nk \quad (2.12)$$

ile verilir.

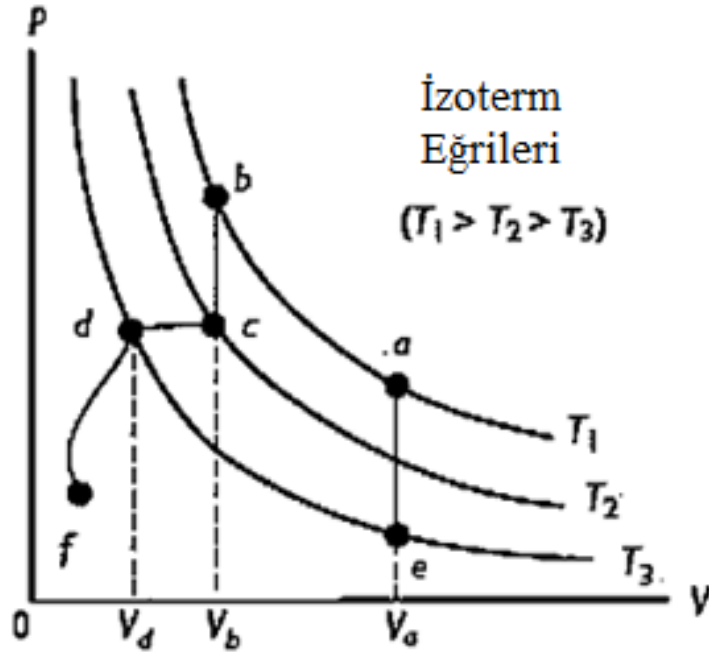
İdeal gazın bu özellikleri deneysel olarak saptanmıştır ve istatistiksel mekanikten teorik olarak elde edilebilir. Termodinamik atomların varlığını varsaymaz, N atom sayısı yerine maddenin kimyasal özelliği olan n mol sayısını kullanabiliriz.

$$Nk = nR$$

$$R = 8,314 \times 10^7 \text{ ergK}^{-1} \text{ (Gaz sabiti)} \quad (2.13)$$

R/k oranı mol başına atom sayısını veren Avagadro sayısıdır:

$$A_0 = \frac{R}{k} = 6.022 \times 10^{23} \quad (2.16)$$



Şekil 2.5: Bir ideal gazın izoterm eğrileri [12].

Hal denklemi grafiksel olarak Şekil 2.5'te gösterildiği gibi, sabit T sıcaklığında izoterm olarak adlandırılan bir eğri ailesini gösteren $P - V$ diyagramıyla temsil edilmektedir. Bu grafikte dönüşümlerin değişik çeşitlerine karşılık gelen tersinir yollar gösterilmiştir:

- ab izotermaldir,
- bc süreci sabit hacimdedir,
- cd sabit basınçtır,
- de izotermaldir,
- abcdea kapalı bir döngüdür,
- df izotermal olmayan bir süreçtir.

Bir izotermal dönüşüm boyunca sıcaklığı sabit tutmak için; sistemimizle ısı alışverişinden etkilenmeyecek şekilde, sistemi bir cisim ile uzun süre termal temasta tutarız. Böyle bir cisme ısı rezervuarı veya ısı banyosu adı verilir [13].

2.1.5 Termodinamik Sistemler

Termodinamikte sistem kavramı analiz edilen konuyu tanımlamak için kullanılır. Bir sistem belirlendiğinde ve diğer ilgili sistemlerle etkileşimleri tanımlandığında bir ya da daha fazla fiziksel yasa ya da bağıntı uygulanır.

Çalışmak istenilen sistem serbest bir cisim kadar basit veya kimyasal rafineri kadar karmaşık olabilir. Kapalı bulunan sert duvarlı maddenin bir niceliği çalışılmak istenebilir veya içinde madde akan doğal gaz boru hattı çalışılmak düşünülebilir. Maddeden yoksun boşluk dahi ilgi odağı olabilir. Sistem içindeki maddenin bileşimi sabitlenebilir veya kimyasal ya da nükleer reaksiyon boyunca değişebilir.

Sistem harici her şey sistemin çevresinde bir parça olarak kabul edilir. Sistem durgun veya hareketli olması farketmeksizin belirli bir sınır aracılığıyla çevresinden ayırt edilir. Sınır boyunca yer alan sistem ve çevresi arasındaki etkileşimler termodinamiğin önemli bir kısmını oluşturur [11].

2.1.5.1 Termodinamik Sistem Tipleri

Termodinamikte 2 tip sistem vardır. Birincisi kapalı bir sistem, ikincisi ise kontrol hacimleridir. Kapalı sistem, maddenin belirli miktarıyla çalışılması olarak tanımlanır. Kapalı bir sistem her zaman aynı maddeyi içerir. Sınırlardan dolayı kütlede değişiklik olmaz. Kapalı sistemlerin özel türü olan izole sistemde, çevresiyle herhangi bir etkileşim olmaz.

Şekil 2.2 piston-silindir içinde bir gazı gösterir. Gazın kapalı bir sistemde olduğu düşünölsün. Sınır çizgileri, şekilde kesikli çizgilerle gösterildiği gibi piston ve silindir duvarlarının hemen içindedirler. Silindir ısıtılsaydı gaz yayılırdı ve piston yükselirdi. Gaz ve piston arasındaki sınır kısmı, piston ile hareket eder. Kütle herhangi bir sınır çizgisiyle kesişmez.

Çoğu durumda, madde akışının olduğu uzayın bölgelerinin verilmesi açısından düşünmek daha basittir. Bu yaklaşımla, bölge içinde zaman aşımına uğramış sınır çalışılır. Bu bölgeye kontrol hacmi denir. Kütle kontrol hacminin sınır çizgisiyle kesişebilir.

Kontrol kütle ifadesi bazen kapalı sistem yerine kullanılır. Açık sistem ifadesi ise kontrol hacim ifadesi yerine kullanılır. Kontrol kütle ve kontrol hacim ifadeleri kullanıldığında, sistem sınırları genellikle bir kontrol yüzeyi olarak adlandırılır.

2.1.5.2 Makroskobik ve Mikroskopik Açıdan Termodinamik

Sistemler makroskobik veya mikroskobik açıdan çalışılabilir. Termodinamiğe makroskobik yaklaşım, termodinamiğin genel davranışları ile ilgilidir. Bazen buna klasik termodinamik de denir. Atomaltı, atomik, moleküler seviyelerde maddenin yapısına ait modellerin hiçbirinde klasik termodinamik doğrudan kullanılmamıştır.

İstatistiksel termodinamik olarak bilinen termodinamiğe mikroskopik yaklaşım, doğrudan maddenin yapısı ile alakalıdır. İstatistiksel termodinamiğin hedefi; gözlemlenen sistemlerin makroskobik davranışıyla ilişkili bilgilerle parçacıkların davranışlarını, istatistik ortalamalarıyla karakterize etmektir.

Lazer, plazma, yüksek hızlı gaz akışı, kimyasal kinetikler, çok düşük sıcaklıklar (kriyojenik) gibi uygulamalar için istatistiksel termodinamiğin yöntemleri çok önemlidir. Üstelik mikroskopik yaklaşım, özel ideal gaz ısılarının kesin verilerini elde etmede kullanılan geliştirici bir yaklaşımdır.

2.1.5.3 Durum, Süreç ve Denge

Bir sistemi tanımlamak ve davranışlarını tahmin etmek, sistemin özelliklerini ve bu özelliklerin nelerle ilişkili olduğunu bilmekle alakalıdır. Sistemin geçmişi hakkında bilgi sahibi olmadan kütle, hacim, enerji, basınç ve sıcaklık gibi makroskobik özelliklere sayısal değerler atanabilmektedir. Kütle akış oranı, iş ve ısı tarafından gerçekleşen enerji transferi gibi nicelikler termodinamiğin incelediği konulardandır.

Durum kelimesi sistemin özellikleri ile tanımlanan bir şart anlamına gelmektedir. Sistemin herhangi bir özelliği değiştiğinde, durum değişir ve sistem bir sürece girer. Süreç, bir durumun diğer duruma dönüşümüne verilen addır. Fakat sistem, iki farklı durumda aynı özellikleri sunarsa aynı zamanlarda aynı durum oluşur. Özellikler zamanla değişmiyorsa sistemin sabit durumda kaldığı söylenmektedir.

Termodinamik bir döngü, aynı durumda başlayıp biten süreçler dizisidir. Döngü sonucunda tüm özellikler başlangıçtaki aynı değerlerine sahip olmaktadır. Sonuç olarak döngü bittiğinde durumda değişiklik olmamaktadır.

2.1.5.4 Faz ve Saf Madde

Faz ifadesi, kimyasal bileşimin ve fiziksel yapının tamamen homojen olmasına göre maddenin bir niceliği olarak belirtilir. Fiziksel yapıda homojenlik, tamamen katı, sıvı veya buhar olması anlamına gelir. Sistem bir veya daha fazla faz içerebilir. Örneğin sıvı su ve buharlaştırılmış suyun iki fazı vardır. Birden fazla faz olduğunda fazlar, faz sınırlarıyla ayrılırlar.

Saf madde, kimyasal bileşimde standart ve değişmezdir. Saf bir madde birden fazla faz içerebilir fakat kimyasal bileşimi her fazla aynı olmalıdır. Örneğin akışkan su ve buharlaştırılmış su iki fazlı bir sistemse, sistemin fazları aynı bileşimde kaldığından dolayı madde saf olarak tanımlanır. Kimyasal tepkime yapmayan ve gaz olarak kalan

standart karışık gazlar da saf madde olarak tanımlanabilir. Hava dolu bir sistem, gaz karışımı olduğu sürece saf bir madde olarak tanımlanabilir fakat bir akışkan (sıvı) soğutulursa; sıvı, gaz fazından farklı bir bileşime sahip olur ve sistem artık saf madde olarak düşünülemez.

2.1.5.5 Denge

Bir denge durumundan diğerine değişen Klasik Termodinamik denge durumunda birincil öneme sahiptir. Bu nedenle denge kavramı temeldir. Mekanikte denge; zıt kuvvetlerin birbirine eşitlenmesiyle balans şartının sağlanmasıdır. Termodinamikte ise denge kavramı daha farklıdır. Termodinamikte denge, sadece kuvvetlerin balansını içermez ayrıca diğer etkilerin balansını da içerir.

Tamamen dengede olan etkinin her çeşidi, termodinamiğin özel bir görünümüdür. Bu nedenle dengenin çeşitleri ayrı ayrı bulunarak denge bileşenleri hesaplanmalıdır. Bunlar mekanik, termal, faz ve kimyasal dengelerdir.

Şimdilik takip edilen prosedürlerle sistemin dengede olup olmadığının test edildiği düşünülebilir. İzole sistem, gözlenen özelliklerde çevresindeki değişikliklerin izlenmesidir. Değişiklik yoksa, sistem izole edildiğinde dengededir sonucu çıkabilir. Dengede, sıcaklık tüm sistem boyunca uniformdur. Ayrıca basınç hesaplanırken yer çekimi ihmal edilirse, uniformdur denebilir. Eğer basınç uniform olmazsa dikey bir sütundaki sıvının basıncı gibi değişim oluşabilir.

2.1.6 Sistemin Enerjisi

Termodinamiğin temel kavramlarından biri de enerjidir. Enerji çeşitli makroskobik biçimlerde sistem içinde saklanabilir. Ayrıca enerji, sistemler arasında bir formdan diğer forma transfer edilebilir. Enerji, kapalı sistemlerde ısı ve iş transferi aracılığıyla aktarılabilir. Toplam enerji miktarı tüm dönüşüm ve transferlerde korunumlu kalmaktadır.

2.1.6.1 İç Enerji

Sistemin toplam enerjisi E sembolü ile gösterilmektedir. Toplam enerji; kinetik enerji, gravitasyonel potansiyel enerji ve enerjinin diğer formlarını içerir. Bir yayın

sıkıştırılmasıyla iş yapıldığında, enerji yayın içinde depolanır. Bir batarya şarj edildiğinde, enerji onun içinde artarak depolanır ve kapalı denge durumunda bir gaz yalıtılmış sistemdedir sonuç olarak da tekrar dengeye gelmesine izin verilir. Gazın enerjisi süreç içerisinde yükselir. Tüm bu örneklerde sistemin enerjisindeki değişiklik, sistemin kinetik enerjisinde veya yer çekimi potansiyel enerjisindeki değişikliğe bağlanamaz. Fakat enerjideki değişiklik, iç enerji açısından açıklanabilir.

Sistemin toplam enerjisindeki değişiklik, üç makroskobik terimle açıklanır. Birincisi, dış çerçevedeki tüm sistemin hareketiyle ilgili birleşimi göz önüne alınarak kinetik enerjideki değişimdir. Diğer tüm dünyanın gravitasyonel alanında sistemin pozisyonu ile birleşimi göz önüne alınıp gravitasyonel potansiyel enerjideki değişikliktir. Diğer tüm enerji değişiklikleri sistemin iç enerjisinde toplanır. Kinetik enerji ve gravitasyonel potansiyel enerji gibi, iç enerji de sistemin extensif özelliğidir. Bu da toplam enerjiye eşittir.

2.2 ISI VE ENTROPİ

2.2.1 Isı Denklemleri

İç enerji gibi durum fonksiyonlarını P , V ve T değişkenlerinin sürekli ve diferansiyellenebilir fonksiyonları olarak ele aldığımızda termodinamik matematiksel bir bilim haline gelmektedir. Hal denkleminin getirdiği kısıtlama ile bağımsız değişken sayısı ikiye inmektedir. İç enerjiyi herhangi iki değişkenin bir fonksiyonu olarak düşünebiliriz. Değişkenlerin sonsuz küçük artması sonucu 2.17 denklemleri geçerli olmaktadır.

$$dU(P, V) = \left(\frac{\partial U}{\partial P}\right)_V dP + \left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_P dV$$

$$dU(P, T) = \left(\frac{\partial U}{\partial P}\right)_T dP + \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_P dT \quad (2.17)$$

$$dU(V, T) = \left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T dV + \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V dT$$

Burada kısmi türevdeki alt indis değişkenin sabit olarak ele alındığını göstermektedir. Örneğin, $(\partial U/\partial P)_V$ ifadesi sabit hacimde P 'ye göre türevi belirtmektedir. Bu kısmi türevler, deneylerden alınan termodinamik katsayılarıdır. Isı kapasitelerini durum fonksiyonlarının türevi olarak düşünmek uygundur.

Sistem tarafından absorbe edilen ısı $dQ = dU + PdV$ şeklinde yazılabilir.

$$dQ = \left(\frac{\partial U}{\partial P}\right)_V dP + \left[\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_P + P\right] dV$$

$$dQ = \left(\frac{\partial U}{\partial P}\right)_T dP + \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_P dT + PdV \quad (2.18)$$

$$dQ = \left[\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T + P\right] dV + \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V dT$$

Bu bağıntılardan ikincisinde, V 'yi P ve T 'nin fonksiyonu olarak tekrar yazarsak;

$$dV = \left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_T dP + \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P dT \quad (2.19)$$

İkinci bağıntı Denklem 2.19'a göre yeniden düzenlendiğinde, aşağıdaki denklem elde edilir:

$$dQ = \left[\left(\frac{\partial U}{\partial P}\right)_T + P\left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_T\right] dP + \left(\frac{\partial(U+PV)}{\partial T}\right)_P dT \quad (2.20)$$

Entalpi (maddenin yapısında depoladığı her tür enerjinin toplamı) adı verilen durum fonksiyonu

$$H = U + PV \quad (2.21)$$

şeklinde tanımlanır. O zaman dQ cinsinden ısı denklemleri:

$$dQ = \left(\frac{\partial U}{\partial P}\right)_V dP + \left[\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_P + P\right] dV$$

$$dQ = \left[\left(\frac{\partial U}{\partial P}\right)_T dP + P\left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_T dP + \left(\frac{\partial H}{\partial T}\right)_P dT\right] \quad (2.22)$$

$$dQ = \left[\left(\frac{\partial U}{\partial V} \right)_T + P \right] dV + \left(\frac{\partial U}{\partial T} \right)_V dT$$

şeklinde verilir.

2.2.2 Entropi

Entropi sistemin termal enerjisi olarak adlandırılan S durum fonksiyonu $dS = dQ/T$ tam diferansiyel ifadesi yardımıyla tanımlanabilir. Herhangi A ve B iki durum arasındaki (tersinir bir yol boyunca) entropi farkı

$$S(B) - S(A) = \int_A^B dQ/T \quad (2.23)$$

ile verilir.

A noktasını B noktasına bağlayan herhangi bir tersinir yol boyunca integral alınmaktadır. Böyle tersinir bir yol söz konusu olduğu müddetçe elde edilecek sonuç yoldan bağımsızdır.

Tersinir olmayan yol boyunca entropi farkını bulmak için ise şöyle bir yol izlenmektedir: A ve B noktalarını bağlayan yol üzerinde P keyfi bir nokta olsun (yolun tersinir olup olmadığı farketmez). Aynı başlangıç ve bitiş noktaları için R tersinir bir yol olsun. $P - R$ süreci kapalı bir döngüdür ve Clausius teoreminden, $\int_{P-R} dQ/T \leq 0$ ya da

$$\int_P dQ/T \leq \int_R dQ/T \quad (2.24)$$

şeklinde yazılır.

Eşitliğin sağ tarafı A başlangıç ve B bitiş noktaları arasındaki entropi farkının tanımı olduğundan;

$$S(B) - S(A) \geq \int_A^B dQ/T \quad (2.25)$$

Tersinir bir süreç söz konusu olduğunda A ve B noktaları arasındaki entropi farkı Denklem 2.25 ile verilmektedir. Dış dünya ile ısı alışverişinde bulunmayan izole bir sistem için $dQ = 0$ 'dır ve böylece,

$$\Delta S \geq 0 \quad (2.26)$$

eşitliğinin geçerli olduğunu söylemek mümkündür. Bu bağıntı izole bir sistemin entropisinin asla azalmayacağı ve tersinir bir dönüşüm boyunca entropinin sabit kalacağı anlamına gelmektedir. Bir sistem ve çevresindeki entropinin asla azalmayacağı kuralı evren için de geçerlidir. Entropinin arttığı ya da azaldığı izole olmayan sistemlerde bu ilke geçerli değildir.

Entropi bir durum fonksiyonu olduğundan, A durumundan B durumuna ilerleyen sistemin entropi değişimi yolun tersinir olup olmadığına bakılmaksızın, $S_B - S_A$ ile verilir. Tersinir olmayan bir yol için, çevrenin entropisi değişirken tersinir bir yol için entropi değişmez.

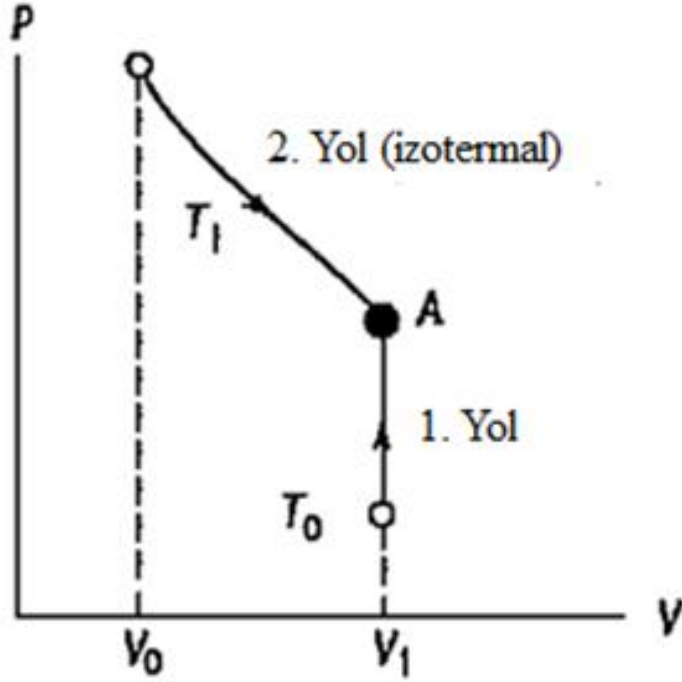
$S_B - S_A$ entropi farkının $\int_A^B dQ/T$ 'ye eşit olması gerekmez. Bu sadece A'dan B'ye tersinir bir yol söz konusu olduğunda geçerlidir. Diğer durumlarda bu değer integralden daha büyüktür.

2.2.3 İdeal Gazın Entropisi

$dS = dQ/T$ değerini integre ederek bir ideal gazın entropisini V ve T'nin fonksiyonu olarak hesaplamak mümkündür. Şekil 2.6'da A noktasına iki alternatif yoldan ulaşmak mümkündür. 1. yol boyunca V değeri sabit tutulduğunda ve 2. yol boyunca T değeri sabit tutulduğunda $\int dQ/T = C_V \int dT/T$ elde edilir ve böylece,

$$S(V, T) = S(V, T_0) + C_V \int_{T_0}^T \frac{dT}{T} = S(V, T_0) + C_V \ln \frac{T}{T_0} \quad (2.27)$$

elde edilir.



Şekil 2.6: A noktasındaki entropinin hesaplanması

$S(V, T_0)$ değerini belirlemek için, 2. izotermal yol boyunca $S = \int dQ/T$ integre edilir. integralini çözeriz. $dU = 0$ olduğundan,

$$dQ = dW = PdV = NkT \frac{dV}{V} \quad (2.28)$$

Böylece,

$$S(V, T) = S(V, T_0) + Nk \int_{V_0}^V \frac{dV}{V} = S(V, T_0) + Nk \ln \frac{V}{V_0} \quad (2.29)$$

$S(V, T)$ için iki denklem karşılaştırıldığında C_0 keyfi bir sabit olmak üzere,

$$S(V, T_0) = C_0 + Nk \ln V \quad (2.30)$$

denklemini elde edilir. Dolayısıyla,

$$S(V, T) = C_0 + Nk \ln V + C_V \ln T \quad (2.31)$$

Tek atomlu bir gaz için, $C_V = \frac{3}{2} Nk$ yazılır ve böylece,

$$S(V, T) = C_0 + Nk \ln(VT^{3/2}) \quad (2.32)$$

elde edilir.

C_0 sabiti N 'ye bağlı değişir, fakat N değiştiğinde $C_0, -Nk \ln N$ ifadesini içerece kadar $S, Nk \ln V$ şeklinde davranır bir problem ortaya çıkar.

Sacker- Tetrade denklemi yardımıyla entropi;

$$S(V, T) = Nk \left[\frac{5}{2} - \ln(n\lambda^3) \right] \quad (2.33)$$

Burada n yoğunluğu temsil etmektedir ve $n = N/V$ bağıntısıyla verilir. λ ise termal dalga boyu olarak adlandırılan kT enerjili parçacığın De Broglie dalga boyudur ve $\lambda = \sqrt{2\pi\hbar^2/mkT}$ bağıntısı ile verilir.

2.2.4 Termodinamik Sınırlar

Termodinamik oldukça kullanışlı bir teoridir. Aksiyomatik formülasyon boyunca matematiksel yapının kendi tutarlılığı kanıtlanmıştır. Fakat, termodinamiğin deneyleri ile yüzleşmesinde geçerli olan maddenin atom yapısının gözardı edilebilir olduğunu göstermesidir. Atomik açıdan, termodinamik nicelikler küçük dalgalanmalara tabidir.

2.3 TERMODİNAMİĞİN KULLANIMI

2.3.1 Enerji Denklemi

Kısım 2.2'de dQ cinsinden verilen termodinamik denklemler, bağımsız değişkenler değiştiğinde sistem tarafından absorblanan ısıyı vermektedir. Fakat formüller, doğrudan ölçülmeyen iç enerjinin türevini içermektedir. $dS = dQ/T$ tam diferansiyelini kullanarak denklemler yeniden yazıldığında, daha uygun sonuçlar elde edilmektedir. T ve V bağımsız değişkenler olmak üzere denklem 2.17 kullanıldığında;

$$dQ = Tds = C_V dT + \left[\left(\frac{\partial U}{\partial V} \right)_T + P \right] dV \quad (2.34)$$

elde edilir.

Eşitliğin her iki tarafı T 'ye bölüldüğünde, bir tam diferansiyel olarak;

$$dS = \frac{c_V}{T} dT + \frac{1}{T} \left[\left(\frac{\partial U}{\partial V} \right)_T + P \right] dV \quad (2.35)$$

şeklinde yazılabilir.

Tam diferansiyel;

$$dS = \frac{\partial S}{\partial T} dT + \frac{\partial S}{\partial V} dV \quad (2.36)$$

şeklinde olmalıdır.

Bu iki denklemde dT ve dV terimlerinin önündeki katsayılar birbirine eşitlenirse;

$$\frac{\partial S}{\partial T} = \frac{c_V}{T}$$

$$\frac{\partial S}{\partial V} = \frac{1}{T} \left[\left(\frac{\partial U}{\partial V} \right)_T + P \right] \quad (2.37)$$

Türev alma işlemi komütatif (yerdeğiştirebilir) olduğundan;

$$\frac{\partial}{\partial V} \frac{\partial S}{\partial T} = \frac{\partial}{\partial T} \frac{\partial S}{\partial V} \quad (2.38)$$

şeklinde yazılabilir. Böylece,

$$\frac{\partial}{\partial V} \frac{c_V}{T} = \frac{\partial}{\partial T} \left[\frac{1}{T} \left(\left(\frac{\partial U}{\partial V} \right)_T + P \right) \right] \quad (2.39)$$

elde edilir.

Eşitliğin sol tarafındaki türev alma işleminde T sabit tutulduğundan, sol taraf $T^{-1} \partial C_V / \partial V$ şeklinde yazılabilir. $C_V = \partial U / \partial T$ bağıntısı kullanılarak;

$$\frac{1}{T} \frac{\partial}{\partial V} \frac{\partial U}{\partial T} = -\frac{1}{T^2} \left[\left(\frac{\partial U}{\partial V} \right)_T + P \right] + \frac{1}{T} \left[\frac{\partial}{\partial V} \frac{\partial U}{\partial T} + \frac{\partial P}{\partial T} \right] \quad (2.40)$$

elde edilir.

Eşitliğin her iki tarafındaki aynı terimlerin sadeleştirilmesiyle enerji denklemi elde edilir.

$$\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T = T\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V - P \quad (2.41)$$

Bu denklem yardımıyla, U ile temsil edilen iç enerjinin türevi kolaylıkla ölçülebilen nicelikler cinsinden ifade edilmiştir. Bir ideal gaz için iç enerji, sadece sıcaklığa bağlıdır ve hacme bağlı değildir. Bundan dolayı T sabit tutulurken iç enerjinin hacme göre türevi sıfır olmalıdır, yani $(\partial U/\partial V)_T = 0$ 'dır. Ideal gazın hal denklemi kullanılarak

$$\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V = \frac{P}{T} \quad (\text{ideal gaz}) \quad (2.42)$$

elde edilir.

Denklem 2.41'deki $(\partial P/\partial T)_V$ ifadesi yerine denklem 2.42 yerleştirildiğinde, T sabit tutulduğunda iç enerjinin hacme göre değişiminin sıfır olduğu bulunur. Buradan,

$$\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T = 0 \quad (\text{ideal gaz}) \quad (2.43)$$

elde edilir.

2.3.2 Helmholtz Serbest Enerjisi

Laboratuvarda S ve V 'yi değiştirmek zordur, bunun yerine T ve V 'yi değiştirmek daha kolaydır. “ T ve V sabit tutulduğunda denge şartı nedir?” sorusunun cevabını bulmak için $\Delta U \leq T\Delta S - \Delta W$ eşitliğine geri dönülürse T sabit tutulduğunda,

$$\Delta W \leq -\Delta(U - TS) \quad (2.44)$$

elde edilir.

$\Delta W = 0$ durumunda, $(U - TS) \leq 0$ olur. Bu bizi Helmholtz serbest enerjisi (ya da kısaca serbest enerji) olarak adlandırılan yeni bir termodinamik fonksiyon tanımlamak için harekete geçirir.

$$A = U - TS \quad (2.45)$$

Böylece denklem 2.44 yeni termodinamik fonksiyon cinsinden;

$$\Delta A \leq -\Delta W \quad (2.46)$$

şeklinde yazılabilir.

$\Delta W = 0$ ise $\Delta A \leq 0$ olur. İzole edilmiş bir hacim için denge şartı, sabit sıcaklıkta serbest enerjinin minimum olmasıdır.

2.3.3 Gibbs Potansiyeli

Bağımsız değişkenlerin seçimine bağlı olarak bir sistemin termodinamik özelliklerinin $U(S, V)$ ya da $A(V, T)$ fonksiyonlarından elde edilebileceği aşikardır. Sistem tarafından absorbe edilen ısının $dQ = dU + PdV$ eşitliği ile verildiği bilindiğine göre denklem 2.34 yardımıyla $dQ = Tds$ eşitliği yukarıdaki ısı denkleminde yerine yazıldığında;

$$dU = Tds - PdV \quad (2.47)$$

elde edilir.

Denklem 2.47'deki TdS terimi yerine SdT terimini yazmaya çalışacağız. Bu Legendre dönüşümüne bir örnektir.

P ve T bağımsız değişkenler olsun. A üzerinde bir Legendre dönüşümü yaparak G ile gösterilen Gibbs potansiyelini tanımlanır. Bu işlem Legendre dönüşümü olarak adlandırılır.

$$G = A + PV \quad (2.48)$$

Denklem 2.48'in diferansiyeli alındığında;

$$dG = dA + PdV + VdP = -SdT - PdV + PdV + VdP$$

veya

$$dG = -SdT + VdP \quad (2.49)$$

elde edilir.

T ve P sabit tutulduğunda denge şartı G 'nin minimum olmasıdır. Böylece Maxwell bağıntılarına yenileri eklenmiş olur.

$$V = \left(\frac{\partial G}{\partial P}\right)_T, S = -\left(\frac{\partial G}{\partial T}\right)_P \quad (2.50)$$

elde edilir.

Gibbs potansiyeli sabit atmosferik basınçta meydana gelen kimyasal süreçleri tanımlamada kullanılmaktadır.

2.3.4 Maxwell Bağıntıları

Aşağıdaki temel fonksiyonlar birbirlerine Legendre dönüşümü ile bağlıdır.

$$U(S, V): dU = TdS - PdV$$

$$A(V, T): dA = -SdT - PdV$$

$$G(P, T): dG = -SdT + VdP$$

$$H(S, P): dH = TdS + VdP \quad (2.51)$$

Her fonksiyon, termodinamik değişkenler cinsinden ifade edilmiştir. Bu değişkenler sabit tutulduğunda, ilgili fonksiyon termal dengede minimum değeri alır. Termodinamik fonksiyonlar Şekil 3.6'daki grafikte özetlenen Maxwell bağıntıları yardımıyla elde edilebilir.

2.3.5 Kimyasal Potansiyel

Termodinamik dönüşümlerin neredeyse hepsinde N (parçacık sayısı) sabit tutulur. N değiştiğinde, birinci yasa

$$dU = dQ - dW + \mu dN \quad (2.52)$$

şeklinde yazılır.

Burada μ ile gösterilen kimyasal potansiyeldir. Kimyasal potansiyel, termal ve mekanik olarak izole edilmiş bir sisteme bir parçacık eklemek için gerekli olan enerji miktarı olarak adlandırılır. Gaz – sıvı karışımdan oluşan bir sistem için;

$$dU = TdS - PdV + \mu dN \quad (2.53)$$

şeklinde yazılır.

Serbest enerjideki değişim,

$$dA = -SdT - PdV + \mu dN \quad (2.54)$$

şeklinde yazılır.

Denklem 2.54 yardımıyla

$$\mu = \left(\frac{\partial A}{\partial N}\right)_{V,T} \quad (2.55)$$

şeklindeki Maxwell bağıntısı elde edilir.

Benzer şekilde, P ve T'nin sabit tutulduğu süreçlerde Gibbs potansiyelindeki değişim

$$dG = -SdT - VdP + \mu dN \quad (2.56)$$

şeklindedir.

Böylece Gibbs potansiyeli cinsinden kimyasal potansiyel,

$$\mu = \left(\frac{\partial G}{\partial N}\right)_{P,T} \quad (2.57)$$

elde edilir.

2.4 FERMİYONLAR VE BOZONLAR

Temel parçacıklar, fermiyonlar ve bozonlar olarak iki sınıfa ayrılırlar. Kuantum mekaniğinde bir sistemin durumu sistemin dalga fonksiyonu ile tanımlanmaktadır. Dalga fonksiyonunun genliğinin karesi sistemin belirli bir durumda bulunma olasılığı ile orantılıdır. Tüm yapısal özellikleri (kütle, elektrik yükü vs.) aynı olan parçacıklar birbirinden ayırt edilemeyeceklerinden, iki parçacığın yer değiştirmesi sistemin fiziksel gözlenebilirliğini değiştirmemelidir. Bu temel prensipten dolayı, parçacıkların birbirleri ile yer değiştirmesi karşısında kuantum mekaniğinde ayırt edilemez parçacıklardan oluşan bir sistemi tanımlayan dalga fonksiyonlarının ya simetrik ya da anti-simetrik davranış göstermeleri gerekir. Bu nedenle parçacıklar iki grupta incelenebilir: Spinleri buçuklu sayı olan parçacıklar fermiyon olarak adlandırılırlar. Örneğin elektron, proton ve nötronun spini $1/2$ 'dir. Bu tür parçacıkların dalga fonksiyonları anti-simetriktir ve Fermi-Dirac istatistiğine uyarlar. Spinleri tam sayı olan parçacıklar bozon olarak adlandırılırlar. Örneğin fotonun spini 1, π -mezonun spini 0'dır. Bu tür parçacıkların dalga fonksiyonları simetriktir ve Bose-Einstein istatistiğine uyarlar.

Fermiyonların ve bozonların yüksek sıcaklıklardaki davranışları arasında belirgin bir fark yoktur. Fakat yeterince düşük sıcaklıklara inildiğinde oldukça farklı istatistiksel davranışlar gösterirler. Anti-simetrik dalga fonksiyonunun bir sonucu olarak fermiyonlar, Pauli dışarlama ilkesine uyararak, aynı kuantum durumunda en fazla bir parçacık olacak şekilde yerleşirler. Buna karşın, simetrik dalga fonksiyonuna sahip olan bozonlar, aynı kuantum durumunda herhangi bir sınırlama olmaksızın bulunabilirler.

2.5 DEJENERE KUANTUM GAZLARI

Yüksek sıcaklıkta az yoğun atomların klasik davrandığını tezin giriş kısmında bahsetmiştik. Nano-Kelvin mertebesine kadar düşük sıcaklıklara soğutulan atomların kuantum mekaniksel dalga boyu uzunluğunun büyümesi atomik davranışları büyük ölçüde değiştirmektedir. Bu rejim içerisinde atomlar klasik parçacıklar olarak ele alınamaz, dolayısıyla onların kuantum doğası hesaba katılmalıdır. Bu gelişmelerdeki en çarpıcı olay, 1995 yılında Bose-Einstein Yoğunlaşması'nın deneysel olarak elde

edilmesidir. Bu deney ilk olarak Rubidyum, Sodyum, Lityum gibi alkali atomları ile gerçekleştirilmiş, bu da kuantum fenomenini makroskobik boyutlarda araştırma olanağı sunmuştur. Aşırı soğuk gaz atomları üzerine çalışırken özellikle parçacıklar arası etkileşmelerin oldukça zayıf ve atomik gazın az yoğun olması, bu sistemleri çekici kılmaktadır. Yüksek Lisans dönemim boyunca yaptığım çalışmalarda aşırı soğuk atomların BCS-BEC geçiş bölgesindeki yoğunluğu incelenmiş ve bu bölgede termodinamik niceliklerin birbirine göre durumları ele alınmıştır.

Homojen olmayan tuzak potansiyelleri sayesinde az yoğun sistemleri bir arada tutmak mümkündür. Tuzaklanmış dejenere gaz atomları, kuantum mekaniksel etkilerin ele alınması ve çalışılmasına olanak verir. Atomların üzerine lazer ışınları göndererek onları belirli bir sıcaklığın altına kadar soğutmak mümkündür. Düşük sıcaklıklara kadar soğutulan atomlarda kuantum mekaniksel etkilerin ortaya çıktığından bahsetmiştik. Tuzaklanmış yoğunlaşma üzerine lazerler göndererek oluşturulan optik örgüler, özellikle kuantum gazlarının özel durumlarını çalışmak açısından oldukça kullanışlıdır. belirli bir bölgede hapsolmesini sağlamak mümkündür. Bu sayede tuzaklanmış gaz atomlarının bu bölge içerisindeki davranışları incelenebilmektedir.

Yeteri derecede yüksek sıcaklıkta ve düşük yoğunluktaki bir gaz için termodinamik tanım, parçacıkların kuantum istatistiksel özelliklerinin bağımsızlığıdır. Klasik sınırdaki gaz, Maxwell-Boltzmann dağılım fonksiyonuyla verilen tek parçacık durumlarının işgaliyle nokta-parçacıklar gibi davranabilir. Çünkü kuantum durumu başına ortalama işgal (occupation) genellikle tek parçacık durumundan çok daha küçüktür, gazın bileşenlerinin ayırt edilemez parçacıklar olarak davranıp davranmayacağı ortalamayı pek de etkilemez.

Gazın kuantum mekaniksel özellikleri, gaz düşük T sıcaklığında soğuduğu anda durum başına ortalama işgalin gözardı edilebilecek küçüklükte olmasıyla önem kazanır. Parçacıkların ayırt-edilemezliğiyle, kombinasyondaki kuantum istatistiksel tanım Bose ve Fermi istatistiklerini meydana getirir. Farklı istatistikler, bozon ve fermiyonlarla tanımlanan sırasıyla simetrik ve antisimetrik dalga fonksiyonlarının doğrudan sonucudur. Ultrasoğuk Fermi ve Bose gazlarının çok farklı termodinamik davranışları,

bağımsız bose ve fermi istatistikleri sonuçlarıdır. Basitleştirilmiş çerçevede, parçacıklar, termal de Broglie dalga boyuyla verilen kuantum mekaniksel dalga paketleri olarak kabul edilebilir.

Parçacıklar kuantum mekaniksel dalga paketleri olarak düşünüldüğünde parçacıkların dalga boyu de Broglie termal dalga boyu olarak tanımlanmaktadır.

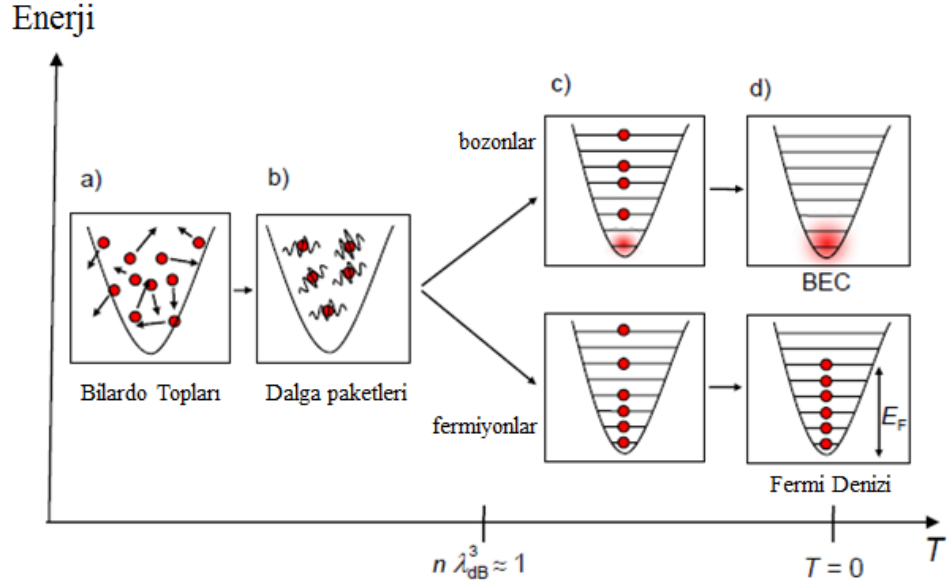
$$\lambda_{dB} = (2\pi\hbar^2/mk_B T)^{1/2} \quad (2.59)$$

Burada k_B Boltzmann sabiti, m atomik kütle ve T gaz sıcaklığıdır. Yeterince düşük sıcaklıklarda dalga paketleri üstüste binmeye başlar. Bu durumda gaz dejenere olur. n yoğunluğuna sahip gazda, parçacıklar arası boşluk $n^{-1/3}$ ile verilir ve dejenerasyon şartı

$$D = n\lambda_{dB}^3 \approx 1 \quad (2.60)$$

bağıntısı ile verilmektedir. Burada D , klasik gazdaki tek parçacık durumu işgal sayısının ölçümü olan faz-uzayı yoğunluğunu tanımlamaktadır.

Bozon ve fermiyonlar için faz uzayı yoğunluğu yaklaşımı Şekil 2.7'de gösterildiği gibi çarpıcı bir şekilde farklı termodinamik davranış gösterir. Bozonlar için faz-uzayı yoğunluğu, Bose-Einstein yoğunluğudur. Bu faz geçişi, taban durumun makroskobik olarak işgaliyle tam olarak bir istatistiksel nitelendirilmez. Pauli dışarlama ilkesi gereğince iki fermiyon aynı kuantum durumunda bulunamayacağından bahsetmiştik. Bu nedenle bir faz uzayı yoğunluğu demek, bir atomla doldurulmuş her durum için kesin ε_F enerjisidir. İşgal edilmiş en yüksek durumun ε_F enerjisine, Fermi enerjisi denir. Fermi gazı, dejenere Fermi gazı olarak bilinir. Dejenere Fermi gazı, faz geçişiyle beraber değildir. Zayıf etkileşimli Fermi gazı için, faz geçişi, T_F Fermi sıcaklığından çok daha düşük sıcaklıklarda kuantum dejenereliğinin de işaretlendiği BCS durumu olarak tanımlanır ($k_B T_F = \varepsilon_F$). BCS durumundaki fermiyonlar, bozonik Cooper çiftlenimlerine dönüşürler.



Şekil (2.7): Aynı tür parçacıkların klasik bir gazdan kuantum mekaniksel dejenere gaza geçişi örneği. Yüksek sıcaklıkta, parçacıklar arası ortalama yol parçacıkların boyutundan çok daha büyüktür ve parçacıklar nokta gibi davranabilirler (a). Sıcaklık düşürülürse, parçacıkların kuantum istatistiksel özellikleri önemli olur (b). Parçacıklar arası boşluğun yaklaşık 1 olduğu de Broglie dalga boyunda sıcaklık için bozonlar bir BEC şekline dönüşür ve engelin taban durumunu işgal ederler (c, üstteki sıra); Fermiyonlar sıralı durumların en düşüğünden başlayarak, her durum için yalnızca 1 parçacık olmak üzere, işgal ederler (c alttaki sıra). $T=0$ sınırında sırasıyla BEC ve Fermi denizi düzenlenmiştir (d).

Atom gibi birleşik parçacıklar için, basit parçacıkların sayısının bozonlara mı yoksa fermiyonlara mı bağlı olduğu kararı verilir. Dejenere kuantum gazlarda, bozonların veya fermiyonların birleşik yapısı dikkate alınmaz ve parçacıklar Bose veya Fermi istatistiğine uyarak nokta parçacıklar gibi davranırlar. Dejenere gazlarda bu durumun sebebi aslında iç serbestlik derecesinin çözülmesidir. Çünkü ilk uyarılmada mümkün enerji değerleri gerekli olan enerji değerinden çok daha küçüktür.

2.6. DEJENERE FERMİ GAZI

Fermiyonik sistemler ile ilgili yapılan çalışmalar birçok yönden bozonik durumlar ile birbirini tamamlar niteliktedir. Kuantum istatistiği düşük sıcaklıklarda önemli rol oynamaktadır. Kuantum dejenereliğinin başlangıcını sağlayan ilgili sıcaklık skalası $k_B T_{dej} \sim \hbar^2 n^{2/3} / m$ değerine eşittir. Burada n gaz yoğunluğu, T_{dej} kuantum dejenere sıcaklığı ve m ise atomların kütesidir. Bu sıcaklık skalası her iki durumda da aynı

olmasına rağmen, dejenereliğin fiziksel sonuçları birbirinden farklıdır. Bose durumunda, kuantum istatistiksel etkiler Bose-Einstein yoğun fazına bir faz geçişinin olması durumunda ortaya çıkmaktadır. Diğer taraftan birbiriyle etkileşmeyen fermiyonlardan oluşan Fermi gazında, kuantum dejenerasyon sıcaklığı bir klasik ve kuantum davranışı arasındaki geçişe karşılık gelmektedir. Bose durumunun aksine, bir Fermi gazında sadece etkileşmelerin varlığından dolayı süperakışkan faz meydana gelmektedir. Bose ve Fermi gazları arasındaki diğer önemli bir fark, çarpışma süreçleri ile ilgilidir. Özellikle, tek bir bileşenli bir Fermi gazında, s dalgası saçılması Pauli dışarlama ilkesine bağlı olarak yasaklanmıştır. Üniter rejim olarak da adlandırılan rezonans durumunda gaz az yoğundur (atomlar arası potansiyelin menzili parçacıklar arasındaki mesafeden çok daha küçüktür) ve aynı zamanda parçacıklar birbirleriyle güçlü bir şekilde etkileşirler (saçılma uzunluğu parçacıklar arasındaki mesafeden çok daha büyüktür). Etkileşimler ile ilgili tüm uzunluk skalalarında problem ortadan kalkar ve sistemin genel bir davranış göstermesi beklenir. [14].

2.7 BOSE EINSTEIN İSTATİSTİĞİ VE BEC

Bose-Einstein yoğunlaşması (Bose-Einstein Condensation, BEC), çok sayıda bozonun bulunduğu sistemlerde çok düşük sıcaklıklarda oluşan bir faz değişikliğidir ve bu faz değişikliği parçacıklar arasındaki özel etkileşmelere bağlı değildir.

Max Plank'ın belirli bir sıcaklığa kadar ısıtılmış bir cisimden yayılan ışıkla ilgili problemi 1900 yılında çözmesiyle yirminci yüzyıl fiziği başlamıştır. Söz konusu ışınımın elektromanyetik bir kaynaktan yayıldığı biliniyordu, ayrıca geçerli olan termodinamik yasaları da biliniyordu. Ancak, söz konusu ışınımın şiddeti termodinamik yasalar aracılığı ile hesaplandığında bir anlam çıkmıyordu. Plank, ışınımın büyüklükleri belli olan paketler halinde yayıldığını ileri sürmüştü. Böyle bir paketteki enerji miktarı, dalga boyuyla ters ve yayınlanan ışınımın frekansı ile doğru orantılı olup

$$E = h\nu \quad (2.58)$$

biçimindedir. Burada ν frekansı, h 'da Planck sabitini göstermektedir. Planck bu yeni formülü uygulayarak ışımaya şiddetini hesapladığında sonucun gözlemlerle uyduğunu görmüştür. Daha sonra 1905 yılında da Einstein bu ışımının Planck enerji paketinin tam katları olduğunu göstermiştir.

1924 yılında Hintli fizikçi Satyendra Nath Bose, Einstein'a yolladığı bir makalede fotonları özdeş parçacıklardan oluşan bir gaz gibi düşünerek kara cisim ışımaları için Planck yasasını türettiğini göstermiştir. Einstein makalenin önemini anlayarak bu konu üzerinde çalışmış ve 1924 ile 1925 yıllarında bu konu ile ilgili iki makale yazmıştır. Yazdığı makalelerde bozonik parçacıkların kuantum teorisini geliştirmiştir. Kısaca Bose-Einstein istatistiği, Bose'un [15] fotonlar için yaptığı bir çalışmada kara cisim ışımalarının istatistik mekaniğini hesaplaması ve Bose'un fotonlar için kullandığı metotları ayırt edilemez parçacıklar için genelleştirmesi üzerine, Einstein'ın [16] çalışmasında birbiriyle etkileşmeyen parçacıklardan oluşan bozon gazının tek bir kuantum durumuna yoğunlaşabileceğini göstermesiyle ortaya çıkmıştır.

Einstein, Bose'un teorisini parçacık sayılarının da korunduğunu düşünerek özdeş atomlardan ya da moleküllerden oluşan ideal bir gaza genelleştirir ve yeterince düşük sıcaklıklarda parçacıklar sistemin en düşük kuantum durumunda toplanmaktadır. Bu toplanma Bose-Einstein yoğunlaşması olarak adlandırılır. Bose kütleli fotonlarla ilgilendiği için bu özelliği bulamamıştır. Fotonlar sistemin enerjisi azaldığında yok olacağı için yoğunlaşamazlar. Bu tuhaf olguya, sıvı helyumun düşük sıcaklıklardaki anormal davranışı gözleninceye kadar fazla bir ilgi gösterilmemiştir.

Einstein'ın bu hesaplamasından yaklaşık 10 yıl sonra, London'ın [17] düşük sıcaklıktaki ^4He sıvısının süperakışkan davranışının bir BEC davranışı olabileceğini önermesi, bu konudaki çalışmalar için önemli bir rol oynamıştır. Helyum 2.17 K civarındaki bir kritik sıcaklığa kadar soğutulduğunda ısı kapasitesinde ciddi bir süreksizlik oluşur, sıvı haldeki helyumda damlacıklar gözlenmeye başlanır ve sıvının bir miktarı sıfır viskoziteye sahip olur yani süperakışkana dönüşür. Süperakışkanlık, olası en düşük enerjiye yoğunlaşmış helyum atomlarından kaynaklanmaktadır.

Bose tarafından geliştirilen istatistik ifade, parçacıklar arasında etkileşimin bulunmadığı durumda (kritik sıcaklığın altına inildiğinde) bir faz geçişi olacağını ve sıcaklığa bağlı olarak parçacıkların büyük bir kısmının taban duruma yerleşeceğini göstermiştir. $T=0^{\circ}\text{K}$ sıcaklığında bütün parçacıklar taban durumda bulunur. Düşük sıcaklıklarda meydana gelen bu faz değişimi buharın yoğunlaşmasını andırıldığından Bose-Einstein yoğunlaşması olarak isimlendirilmiştir. Faz geçişinde parçacıkların bireysel özelliklerini kaybettiği ve tüm parçacıkların aynı tek-parçacık kuantum durumunda bulunabildiği düşünülmektedir. Bu durumda seyreltilmiş (dilute) alkali gazlarda gözlenen BEC olayında atomlar bireysel hareketlerini kaybederler ve herhangi bir atomun hareketi diğerlerinden ayıramaz. Bu nedenle yoğunlaşmada tüm atomların hareketi ayrı ayrı değil, sanki tüm atomları içeren tek bir büyük atomun hareketi gibi göz önüne alınabilir [18].

İdeal bir Bose-Einstein gazı için hesaplanan değerler ile ^4He sıvısı için deneysel değerlerden elde edilen değerler arasındaki benzerlik nedeniyle, London [17] düşük sıcaklıktaki ^4He sıvısının süper akışkan davranışının bir BEC olabileceğini kabul etmiştir. Süperakışkan ^4He sıvısının düşük sıcaklıklardaki davranışı Bose-Einstein yoğunlaşmasına uygun bir örnektir.

İlk olarak London tarafından önerilen süperakışkanlık ve BEC arasındaki bu benzerlik BEC için gözlenebilir ilk olgu olması nedeniyle oldukça önemlidir. ^4He atomları arasındaki etkileşimin ihmal edilemeyecek kadar büyük olmasından dolayı Penrose ve Onsager [19], ^4He atomları arasındaki etkileşimleri de göz önüne alarak, ^4He sıvısından oluşan bir sistem için Bose-Einstein yoğunlaşmasının matematiksel ifadesini elde etmişlerdir. Sıfır sıcaklıkta yapmış oldukları bu çalışmada süperakışkan sıvı helyumun oldukça küçük bir kısmının (yaklaşık %8) taban durumda bulunabileceğini göstermişlerdir. Yani süperakışkan sıvı helyumda oldukça az sayıda parçacık taban durumu işgal etmektedir ve bu nedenle ^4He sıvısındaki yoğunlaşma açık bir şekilde gözlenememektedir. Modern ölçümlerde bile $T=0$ için yoğunlaşma miktarı %7.25 olarak elde edilmektedir [20]. Bununla birlikte ^4He sıvısında gözlenen süperakışkanlık BEC olayının gelişmesinde önemli bir rol oynamıştır.

Yoğunlaşma etkisi süperiletkenlikle de sağlanabilir. Bardeen-Cooper-Schrieffer (BCS) teorisinde elektron çiftleri örgü etkileşimleriyle çiftlenirler, çiftler (Cooper çiftleri olarak adlandırılırlar) bozon gibi davranırlar ve sıfır direnç gösteren durumlara yoğunlaşırlar [21].

En basit haliyle, bir gaz bulutundaki parçacıklar kuantum mekaniksel dalga paketleri olarak göz önüne alınabilir. Bu dalga paketlerinin dalga boyunun $\lambda_{dB} = (2\pi\hbar^2/mk_B T)^{1/2}$ bağıntısı ile verilen termal de Broglie dalga boyu olduğundan bahsetmiştik. Yüksek sıcaklıkta (oda sıcaklığında) λ_{dB} 'nin değeri oldukça küçüktür ve bu mesafede iki parçacığın bulunması pek olası değildir. Bu nedenle parçacıkların ayırt edilmezliği önemli değildir ve Bose-Einstein istatistiğinin klasik tanımı geçerlidir. λ_{dB} dalga boyunun parçacıklar arasındaki mesafe ile karşılaştırılabildiği noktaya kadar gaz bulutu soğutulduğunda her bir dalga paketi üst üste binmeye başlar ve parçacıkların ayırt edilemezliği önemli hale gelir.

Yüksek sıcaklıklarda, λ_{dB} oldukça küçük olduğundan, atomların birbiri ile etkileşmeleri ihmal edilebilecek kadar küçüktür ve gaz klasik bir davranış sergiler. Şekil (2.8)'de şematik olarak gösterildiği gibi, atomlar arasındaki etkileşmelerin zayıf olduğu seyreltilmiş gaz limitinde sistemdeki atomlar bilardo topları gibi düşünülebilir. Düşük sıcaklıklarda de Broglie dalga boyu λ_{dB} artmaya başlar ve gazdaki atomlar λ_{dB} mertebesinde genişliği olan dalga paketleri olarak göz önüne alınabilir. T_c kritik sıcaklığında atomlar arası uzaklık λ_{dB} dalga boyu ile karşılaştırılabilir büyüklüktedir ve bu sıcaklıkta atomik dalga paketleri üst üste binmeye başlar. T_c sıcaklığında bozonlarda bir faz geçişi gözlenir ve BEC oluşmaya başlar. Sıcaklık sıfıra yaklaştığında uyarılmış atomlardan oluşan termal bulut ortadan kaybolur ve tüm atomlar aynı kuantum durumuna yerleşir. Bu durumda sistem büyük tek bir madde dalgası ile temsil edilmektedir.



Şekil 2.8: Bose-Einstein yoğunlaşması için şematik bir gösterim. Yüksek sıcaklıklarda zayıf etkileşimli bir gaz, bilardo toplarından oluşan bir sistem gibi davranmaktadır. Düşük sıcaklıklarda atomlar basitçe λ_{dB} genişliğinde dalga paketleri olarak gözönüne alınır. BEC geçiş sıcaklığında, λ_{dB} atomlar arasındaki uzaklıkla karşılaştırılabilir büyüklüktedir. Sıcaklık sıfıra yaklaştığında, termal bulut ortadan kaybolur ve tam (pure) bozon yoğunlaşması kalır.

Makroskobik sayıda parçacığın en düşük enerji durumunda toplanması bir faz değişikliği olarak gözlenir ve Bose-Einstein yoğunlaşması oluşur. Bose-Einstein yoğunlaşmasını şu şekilde tanımlamak mümkündür: Bozonlardan oluşan parçacıkların, kuantum mekaniksel dalga fonksiyonları uzaysal olarak üst üste bindikten sonra madde dalgaları birlikte titreşmeye başlar ve koherent bir madde dalgası oluşur ve bu madde dalgası sistemin taban durumundaki bütün parçacıklarını kapsar.

Bose-Einstein yoğunlaşması termal dengede oluşmaktadır. Yoğunlaşmanın kendisi entropiye katkıda bulunmazken, yoğunlaşmanın varlığı daha yüksek enerji durumları arasına dağılmış olan diğer parçacıkların entropisini artırır [22].

2.8 BCS KURAMI

Bu kuram 1957 yılında Bardeen, Cooper ve Schrieffer tarafından ortaya atılmış ve bu üç kişinin baş harfleri alınarak BCS kuramı olarak anılır. Bu konuda ortaya alınan ilk kuantum mekaniksel kuramdır. Bir süperiletkendeki elektronlarının nasıl toplanıp çiftler

meydana getirdiğini açıklar BCS kuramına göre elektronlar kristal bir örgünün içinden geçerken, örgü içeri doğru bükülme gösterir ve fonon denen ses paketleri oluşturur. Fononlar deforme olmuş alanda pozitif bir yük yatağı oluşturarak arkadan gelen elektronların aynı bölgeden geçmesine olanak sağlarlar. Elektronların çiftler halinde geçmesine sebep olan bu olaya 'phonon-mediated coupling' (fonon yardımıyla eşleşme) denir ve süperiletkenliğe olanak sağlar.

2.9 COOPER ÇİFTLERİ

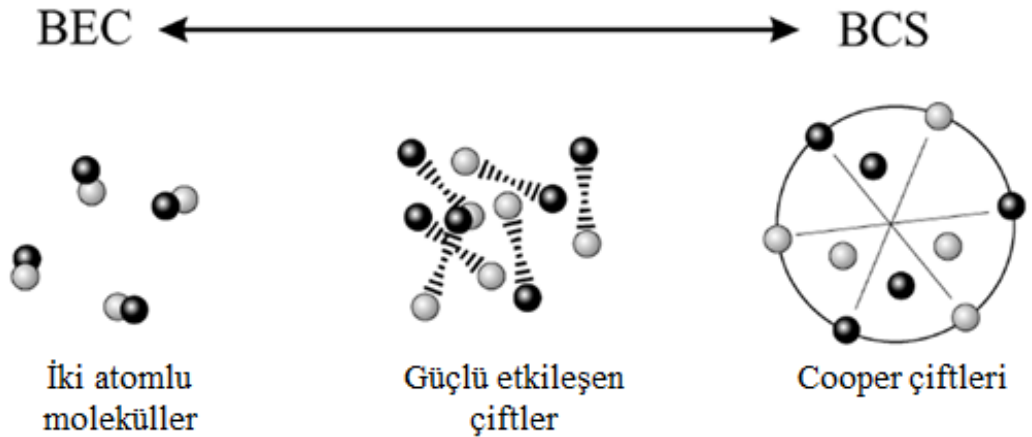
Cooper çiftleri; aralarında bir tür çekici etkileşme bulunan iki elektrondan oluşur. Elektronların benzer yüklü olduklarından birbirlerini itmeleri gerekir ancak bir örgü noktası civarından geçen elektronun anlık olarak neden olduğu örgü bozuklukları, iki elektron arasında net bir çekici etkileşme elde edilmesine neden olabilir.

Örgü içinde hareket eden bir elektron atom merkezlerini çekerek pozitif yükün yoğun olduğu bir bölge oluşturur. İkinci bir elektron bu pozitif bölge tarafından çekilir ve uygun koşullardaki bu çekme kuvveti birinci elektronun itme kuvvetini yenecek kadar büyük olabilir. Buradaki net etki, pozitif iyon aracılığı ile iki elektron arasında çekici bir kuvvetin ortaya çıkmasıdır. Bir araştırmacı bu durumu “önde giden elektronun yarattığı örgü dalgasında, arkadan gelen elektron sörf yapmaktadır” şeklinde yorumlamaktadır. Daha genel olarak Cooper çiftini oluşturan neden, iki elektron arasındaki çekici bir elektron-örgü-elektron etkileşmesidir. Cooper çifti eşit fakat zıt momentlere sahip iki elektrondan oluşmaktadır.

Bir süperiletkende aşırı bir akım olmaması halinde, Cooper çifti toplam momentumu ve spinini sıfır olan bir sistem oluşturur. Cooper çifti toplam spinini sıfır olduğundan bozonlar gibi davranır ve hepsi aynı kuantum durumunda bulunabilir. Bu 1/2 spinli fermiyonlar olan elektronların durumunun tersidir.

2.10. ATOMLARIN BİR FERMİ GAZINDA ÇİFTLENMESİ

Bu kısımda aşırı soğuk atomik Fermi gazından bir süper akışkanın meydana gelebileceği konusu ele alınacaktır. Süperakışkanlık temel olarak bozonların kuantumsal davranışı ile ilgilidir. Tüm görünür madde fermiyonlardan oluştuğundan, bir süperakışkanın meydana gelmesi için fermiyonların çiftlenmesi gereklidir. Çiftlenmiş fermiyonları hayal etmenin en basit yolu iki fermiyon ile iki cisim bağlı durumu yaratmaktır. İki yarım spinli fermiyon çiftlendiğinde, spini tam sayı olan bir kompozit bozon meydana getireceklerdir. Bu tez boyunca ele alınacak olan fermiyonik parçacıklar atomlardır, fermiyonlar çiftlendiğindeki iki cisim bağlı durumu iki atomlu molekülleri oluşturacaklardır. Kritik bir sıcaklığın altında, bu iki atomlu moleküllerin bir topluluğu Bose-Einstein Yoğunlaşmasını (BEC) oluşturacaklardır. Şekil 2.9'un sol tarafında yer alan Bose-Einstein yoğunlaşmasında bu şekilde bir çiftlenme gösterilmektedir ve bir süperakışkan temsil edilmektedir. Fermiyonların iki farklı spin durumuna sahip olması iki farklı renk ile belirtilmiştir. Çiftlenen fermiyonların spinleri farklıdır ve her bir fermiyon iki farklı spin durumunda bulunmaktadır. Zıt spine sahip iki fermiyonun çiftlenebilmesi için ancak farklı spin durumlarında bulunmaları gerekmektedir. Fermiyonların s dalgası ($l = 0$) etkileşimleri aracılığıyla çift oluşturabilmeleri için iki durum gereklidir. Ayrıca atomların Cooper çiftlerini oluşturma olayının bir benzerini süper iletkenlik için de düşünmek mümkündür [23].



Şekil 2.9: BCS-BEC geçişlerinde çiftlenimin sürekli olarak gösterilmesi

1956 yılında, Cooper bir fermi denizinin varlığında (Şekil 2.9'un sol tarafı) bir fermiyon çiftinin keyfi küçük bir çekici etkileşim ile bağlı bir çift oluşturacağını bulmuştur. Cooper çifti adı verilen fermiyon çiftinin bağlı durumundaki fermiyonlar eşit ve zıt momentuma sahiplerdir. Zayıf çekici etkileşimler için iki fermiyonun enerjisi beklenen $2E_F$ değerinden daha küçük çıkmaktadır. Pauli blocking'den kaynaklanan iki durum arasındaki temel farklılık, Cooper çifti halinde söz konusu iki fermiyonun $k < k_F$ momentumuna sahip durumları işgal etmesinin engellenmiş olmasıdır, burada k_F Fermi dalga vektörüdür. Böylece, Cooper-çiftlenme mekanizmasında sistemin fermiyonik doğası önemli bir rol oynar. Durgun Fermi denizi üzerinde serbest halde sadece bir elektron çiftini gözönüne almak Fermi denizindeki çiftlenme problemine yeterli bir çözüm değildir.

1957 yılında Bardeen-Cooper-Schrieffer (BCS) süperiletkenlik teorisinde çok-cisim problemi ele alınarak inanılmaz sonuçlar elde edilmiştir. Sonuç olarak, iletkende T_c kritik sıcaklığının altında minimum uyarılma enerjisi ya da enerji boşluğuna ait bilgiler öngörülmüştür.

Süperiletkenlerin pek çok önemli özelliği bu enerji boşluğu sonuçları yardımıyla anlaşılabilir. BCS durumu momentum uzayındaki fermi yüzeyinde bulunan fermiyonlar arasındaki zayıf ilişkilerden oluşmaktadır (Şekil 2.9 sağ tarafı). Çiftler son derece örtüşür ama sadece kompozit bozonlarmış gibi düşünülemez.

Cooper çiftlenme durumunun etkileşim enerjisi ϵ_F 'ye yakın olana kadar yükselip yükselmeyeceğini düşünmek ilginçtir. Birbirine çok zayıf bağlı olan moleküllerin bağlayıcı enerji noktasına (E_b), ϵ_F fermi enerjisinden daha az olan iki atomlu moleküller de düşünülebilir. BEC-BCS arası köprünün temeli aynı fiziksel durumu tanımlamasıdır. Fermiyonlar arası etkileşim arttığından dolayı BCS durumu ve iki atomlu moleküllerin BEC'si arasında devam eden bir değişiklik veya köprü olacaktır. Boşlukta iki fermiyonunun sıfır bağlanma enerjisine sahip olması köprü (Crossover) probleminin en önemli noktasıdır ve çiftlenme gibi bir durum Şekil 2.9'un ortasında gösterilmiştir. Bu çiftlenimler iki atomlu moleküllerin ve Cooper çiftlenimlerinin bazı özelliklerine

sahiptir. Çok cisim etkisi, BCS durumu gibi çiftlenimler için gereklidir fakat iki atomlu moleküller de olduğu gibi uzaysal ilişki miktarı vardır. Çift boyutu fermiyonlar arası boşluk sırasına göredir ve sistem güçlü etkileşimdedir.

2.11 BEC-BCS GEÇİŞ BÖLGESİ

Tüm parçacıkların bozonlar ve fermiyonlar olarak iki gruba ayrıldığını daha önce belirtmiştik. Atomik gazlarda maddenin iki sınıfının kuantum istatistiksel tanımı, parçacıkların kuantum mekaniksel dalga paketleri çakışmaya başlayıp gazın düşük sıcaklıklarda soğuması sırasında belli olmaktadır. Bozonlar için bu durum, Bose-Einstein yoğunlaşmasının başlangıcını işaret etmektedir. Süperakışkan yoğunlaşması biçimindeki bu faz geçişi, taban durumun makroskobik işiyle tanımlanmaktadır. Aynı fermiyonlar çok daha az sosyaldirler ve farklı kuantum durumlarını doldurmak zorundadırlar. Bu kural düşük sıcaklıkta, en düşük kuantum durumunda düzenli sıralanan fermiyonlar için Pauli dışarlama ilkesiyle ifade edilmektedir. Bose-Einstein yoğunluğuna karşın “Fermi denizi” düzenlemesi faz geçişi dışında gözlenmektedir. Daha düşük sıcaklıklar da bile Fermi gazı çekici etkileşimle, Cooper çiftleniminde çiftlenmiş iki fermiyonun BCS süperakışkan durumuna doğru faz geçişine maruz kaldığı öngörülmektedir.

Fizikte seyreltilmiş atomik gazlarda, Bose-Einstein yoğunluğunun deneysel kavramı bir dönüm noktasıdır. Bu olay, atomik yoğunluk alanlarından beri hızla gelişim göstermektedir ve yeni deneysel tekniklerin kombinasyonu ve teorik ilerlemelerle yoluna devam etmektedir.

Süperakışkan Fermi gazı için araştırmalar sonucunda, çiftlenim ve süperakışkanlığa doğru faz geçişinin düşük sıcaklıklarda bile meydana geldiği bulunmuştur. Fermiyonların soğuması, düşük sıcaklıklarda fermiyonlar arası çarpışmaların bastırılmasına dayanan Pauli dışarlama ilkesiyle engellenmiştir. Bu sınırı bir çok deneyde kısmen aşmak için, aynı fermiyon izotopunun farklı aşırı ince yapılarının spin karışımları kullanılır. Soğuk atomların alanında kullanılan en bilinen iki fermiyonik atomdan biri ^{40}K , ikincisi ise ^6Li 'dir.

1999 yılında ^{40}K atomunun ve 2001 yılında ^6Li atomunun Fermi gazı dejenerasyonu ile alakalı ilk deneysel ilişkisinden beri, ultrasoğuk Fermi gazlar alanında çok büyük ilerleme kaydedilmiştir. Özellikle ayarlanabilen manyetik saçılma rezonansı ile iki cisimli çiftlenim şiddetini kontrol etme yeteneği, güçlü bir araç meydana getirmiştir. 2002 yılında Feshbach rezonansının değeri değiştirilerek birbiri ile daha güçlü etkileşen Fermi gazı elde edilmiştir. Bir sonraki yıl çeşitli gruplar, rezonans civarında fermiyonların çiftlenimiyle ultrasoğuk birleşik bozonların oluşumunu başarmışlardır. Fermiyonların çiftleniminden bozonların birleşimine olan süreçte gazın özellikleri ciddi bir şekilde değişmektedir. Bu buluş moleküllerin epey uzun ömürlü yaşadığını göstermektedir.

Çok sıkı bağlı fermiyonların moleküler yoğunluğu, güçlü kuplaj sınırında BEC tipi bir süper akışkanlığa karşılık gelmektedir. Feshbach rezonansının ayarlanması ile, son deneylerde zayıf kuplaj BCS sınırında Cooper çiftlenimi süperakışkanlığına geçiş açıklanmıştır.

Bu deneylerle, değişken etkileşim şartları altında sistemin temel özellikleri çalışılmıştır. İç etkileşim enerjisi, engellenen gazın bulut boyutu saptanarak ve daha sonra gazın yayılımının gözlenmesiyle ölçülmüştür. Fermiyonik atom çiftlerinin yoğun doğası, Fermi yoğunluğunun moleküler BEC ye hızlı dönüşümünü belirlemiştir. Kollektif uyarılma modlarını çalışmak, ilk durum denklemleri değişmelerini ve geçişte sistem hidrodinamiğini sağlamıştır. Çiftlenim enerjisinin spektroskopik ölçümleri, iki cisimli moleküler çiftlenim sisteminden çok cisimli baskın BCS sistemine geçişi göstermiştir. Bu deneylerin sonuçları, güçlü etkileşmiş Fermi gazında, süperakışkanlığın güçlü bir ispatıdır.

BEC-BCS geçişi 30 yıldan fazladır önemli bir teorik konudur. Teorik olarak ikna edici geçiş, birbiriyle etkileşen fermi gazının evrensel davranışıyla yakından bağlantılıdır. Geçiş; kuantum akışkanları, nötron yıldızları ve yüksek T_c süperiletkenliği gibi fiziğin çeşitli alanlarında müthiş bir uygunluğa, alakaya sahiptir. Ultrasoğuk Fermi gazları şimdi, parçacıklar arasındaki değişken kuplaj şiddetiyle tanımlı şartlar altında geçiş için

deneysel olarak tek bir olasılık önermektedir. Dolayısıyla bu sistemler, çeşitli teorik yaklaşımları denemeye izin vermektedir.

3. MALZEME VE YÖNTEM

3.1 DENEYSEL TEKNİKLER

Bose-Einstein yoğunlaşması, 1995 yılında alkali atomların buharları üzerinde yapılan bir dizi deney sonucunda gözlenmiştir. Bose-Einstein yoğunlaşması ilk önce JILA'da (Joint Institute for Laboratory Astrophysics, Boulder, Colorado, ABD) rubidyum atomlarıyla, daha sonra da MIT'de (Massachusetts Institute of Technology) sodyum atomlarıyla elde edilmiştir [25, 26]. JILA'dan Wieman ve Cornell, MIT'den de Ketterle bu çalışmalar nedeniyle 2001 yılında Nobel Fizik ödülünü paylaşmışlardır. Bu deneylerde atomlar manyetik tuzaklarla hapsedilmiş ve son derece düşük sıcaklıklara (mikrokelvin civarında) kadar soğutulmuştur. Alkali atomlar sınırlayıcı tuzağın kapatılmasından sonra terk edilirler ve ön soğutma olarak lazerli soğutma kullanılır, daha sonra atomlar bir manyetik tuzakta tutulur ve buharlaşma ile soğutma kullanılarak daha da soğutulur. Belirli bir sıcaklığın altında hız dağılımında sıfır hız civarında keskin bir pik gözlenir, bu Bose-Einstein yoğunlaşması elde edildiğini göstermektedir.

Bose-Einstein yoğunlaşması olayı deneysel olarak; lazer soğutma, buharlaştırarak soğutma gibi çok düşük sıcaklıklara ulaşılmasını sağlayacak yeni soğutma teknikleri ile yapılan deneyler sonucunda gözlenebilmiştir. Daha evvel belirttiğimiz gibi, bu deneylerde atomlar önce manyetik tuzaklarla hapsedilmiş ve son derece düşük sıcaklıklara soğutulmuştur, bu sıcaklıklar mikrokelvin mertebesindedir. Atomlar sınırlayıcı tuzağın kapatılmasından sonra yayılmaya terkedilmiş ve optiksel işlemler uygulanmıştır. Belirli bir sıcaklığın altında hız dağılımında sıfır hız civarında keskin bir pikin gözlenmesi, Bose-Einstein yoğunlaşmasının açık bir kanıtı olmuştur.

1995 yılında alkali atomlar üzerine yapılan deneyler Bose-Einstein yoğunlaşması tarihinde bir kilometre taşı olarak düşünülür. 1924 yılında bu fikrin ortaya atılmasından sonra London [17] tarafından helyumdaki süperakışkanlığı açıklamak için Bose-Einstein yoğunlaşması bir kez daha gündeme gelmiştir. Yoğunlaşmanın uzun bir bekleyişten sonra 1995 yılında deneysel olarak açık bir şekilde gözlenmesi Bose-

Einstein yoğunlaşmasına ve Bose sistemlerindeki çok cisim özelliklerine olan ilginin artmasına neden olmuştur.

1995 yılında manyetik tuzaklarla sınırlanmış ^{87}Rb , ^{23}Na , ve ^7Li alkali atomlarının seyreltilmiş (dilute) zayıf etkileşimli buharlarıyla yapılan deneyler, termal olarak dağılmış bir buluttan tek bir makroskobik duruma geçişin ispatını vermiştir. Uzun bir bekleyişten sonra Bose-Einstein yoğunlaşmasının ispatlanması, bu konuya olan ilginin artmasına yol açmıştır. Deneylerde ulaşılan düşük yoğunluklar nedeniyle, teorik çalışmaların çoğu, zayıf etkileşimli gazlardaki yoğunlaşmaya ve Gross-Pitaevskii denkleminde odaklanmıştır. Gross-Pitaevskii (GP) denklemi, Gross [27] ve Pitaevskii [28] tarafından ayrı ayrı geliştirilmiştir. Bu denklem gerçekte süperakışkan sıvı helyumdaki girdapların özelliklerini tanımlamak için geliştirilmiştir ve Bogoliubov açılımındaki sıfıncı mertebeden terime dayanır. Gross-Pitaevskii denklemi, yoğunlaşmanın başarılı şekilde açıklanmasını sağlar. Ancak bu denklem az yoğun durumdaki Bose gazları için geçerlidir, etkileşimin fazla olduğu sistemleri açıklamak için uygun değildir.

Bir $V_{ext}(r_i)$ dış potansiyeli ile sınırlanmış m kütleli N tane bozonu düşünelim, herhangi iki parçacık arasındaki $V_{int}(r_i, r_j)$ etkileşme potansiyelini de katarak bu sistemin Hamiltoniyeni

$$H = \sum_i^N \left(-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla_i^2 + V_{ext}(r_i) \right) + \sum_{i<j}^N V_{int}(r_i, r_j) \quad (2.59)$$

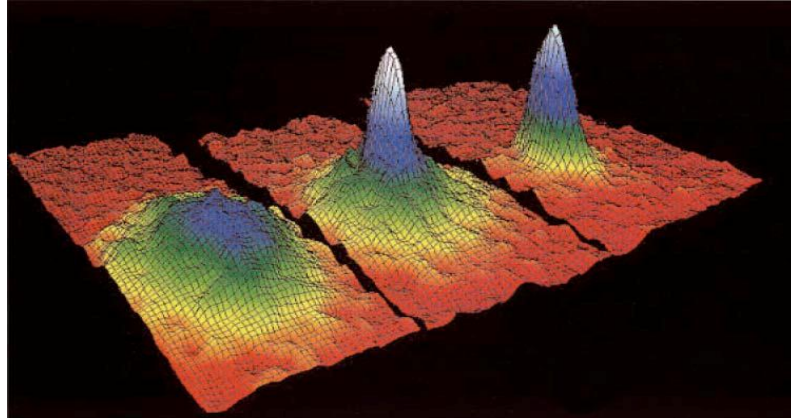
şeklindedir. Sistemin taban durum dalga fonksiyonu ortalama alan teorisi kullanılarak Gross-Pitaevskii denkleminde hesaplanabilir. Bu ortalama alan yaklaşımı az yoğun gaz durumunda iyi sonuçlar verirken, yoğunluk arttıkça ortalama alan teorisi geçerliliğini kaybetmeye başlar.

BEC olgusu ilk olarak manyetik tuzaklarda hapsedilen ve mikrok Kelvin mertebesine kadar soğutulan ^{87}Rb 'de gözlenmiştir [25]. Şekil (3.1) Anderson ve diğ. tarafından gözlemlenen yoğunlaşmada bozonların sahip olduğu hız dağılımının şeklini

göstermektedir. Hız dağılımına bakıldığında, atomların büyük bir kısmının taban durumda olduğu görülmektedir. Daha sonra benzer tekniklerle ^{85}Rb [29], ^{23}Na [26] ve ^7Li [30] alkali atomlarının zayıf etkileşimli seyreltilmiş gazları ile yapılan deneylerde, termal olarak dağılmış olan bulutun makroskobik olarak tek bir kuantum durumuna geçtiği açık bir şekilde gözlenmiştir. Sonraki yıllarda ^1H [31], ^{14}K [32] yarı kararlı $^4\text{He}^*$, ^{133}Cs [33] ve Li_2 molekülünde [34] Bose-Einstein yoğunlaşması elde edilmiştir.

1995 yılındaki deneyler Bose-Einstein yoğunlaşması için dönüm noktası olmuştur. Bose-Einstein yoğunlaşması makroskobik ölçekte kuantum mekaniksel özellikleri gösteren tek olgudur. Alkali atomlarla yapılan deneyler sonucunda, Bose-Einstein yoğunlaşması kuantum istatistik mekaniğin teorik öngörülerinin karşılığı olması sebebiyle oldukça önemlidir.

Bu deneyler parçacıkların kuantum davranışlarının makroskobik boyutta araştırılmasını sağlayan eşsiz bir fırsattır. Bu nedenle bozon sistemlerine ve BEC olayına olan ilgi son yıllarda oldukça artmıştır [22, 36]



Şekil 3.1: Anderson ve diğ. [25] tarafından yapılan deneyde Rubidyum atomlarının hız dağılımının görüntüsü. Soldaki şekil yoğunlaşma sıcaklığının hemen üstündeki gazın görüntüsü, ortadaki şekil yoğunlaşmanın başladığı andaki görüntü ve sağdaki şekil buharlaştırarak soğutma yapıldıktan sonra yaklaşık olarak tüm parçacıkların (pure condensate) yoğunlaşmaya katıldığı durumda elde edilen görüntüdür. Şekilde kırmızı renk en az, beyaz renk en fazla olmak üzere, renkler herbir hız dağılımındaki atomların sayısını gösterir [35, 37].

Birbiri ile etkileşen bozon gazının davranışı ile ilgili öncü teorik çalışmalar 1947 yılında Bogoliubov [38] tarafından başlatılmıştır. Bogoliubov düşük yoğunluklu, zayıf

etkileşimli ve uyarılmış durumdaki atomların sayısının ihmal edilebilir olduğu durum için bir pertürbasyon açılımı geliştirmiştir. Löwdin [39], Penrose ve Onsager [19] Bose-Einstein yoğunlaşmasını tek-parçacık yoğunluk matrisinin öz değer ve öz vektörleri (doğal orbitaller) cinsinden formüle etmişlerdir. Bu formülasyonla yoğuşan sistemin özellikleri keyfi bir yoğunluk ve herhangi bir yoğunlaşma oranı için doğrudan elde edilebilir [36].

Homojen olmayan ve birbiri ile etkileşen bozon gazının incelenmesinde genellikle Gross-Pitaevskii (GP) denklemi olarak bilinen denklem kullanılmaktadır. Bu denklem, Gross (1961) ve Pitaevskii (1961) tarafından birbirinden bağımsız olarak ve farklı teknikler kullanılarak zayıf etkileşimli ve seyreltilmiş (dilute) bozon gazlarını tanımlamak için türetilmiştir.

GP denklemi düşük yoğunluklarda, yoğunlaşmanın ortalama-alan tanımlamasını oldukça iyi vermektedir. GP denklemi, zayıf etkileşimli ve uyarılmış durumdaki parçacıkların sayısının ihmal edilebilecek kadar az olduğu sistemlerde bozon gazı için deneysel verilere uygun sonuçlar vermektedir. Bununla birlikte bu teori, parçacıklar arasındaki etkileşimin güçlü olduğu durumlarda bir o kadar güçsüz kalır. Tuzaklanmış gazların daha yüksek yoğunluklardaki özelliklerini belirlemek için Monte-Carlo (MC) simülasyonu gibi doğrudan yaklaşımlar kullanılabilir [40, 36].

Etkileşimli gazlar için oldukça yeni ve alternatif bir yaklaşım da yoğunluk fonksiyonelleri teorisidir (DFT). Bu yöntem elektronik sistemlerin taban durum özelliklerinin hesaplanmasında yaygın olarak kullanılan yöntemlerden birisidir. Bu yöndeki ilk çalışmalar Thomas ve Fermi tarafından yapılan yaklaşımlardır. Ancak, modern yoğunluk fonksiyonelleri teorisinin temelleri, Hohenberg ve Kohn (1964) tarafından verilen bir kuram ile atılmış ve bu kuramın pratik uygulanabilirliği Kohn-Sham denklemleri [41] ile sağlanmıştır. Hohenberg, Kohn ve Sham DFT'nin, etkileşimli parçacıkları içeren sistemlerin parçacık yoğunluğunun tek parçacık teorisinden elde edilebileceğini ve sistemin bütün taban durum özelliklerinin bu parçacık yoğunluğuna bağlı olarak belirlenebileceğini göstermişlerdir. Sadece parçacık

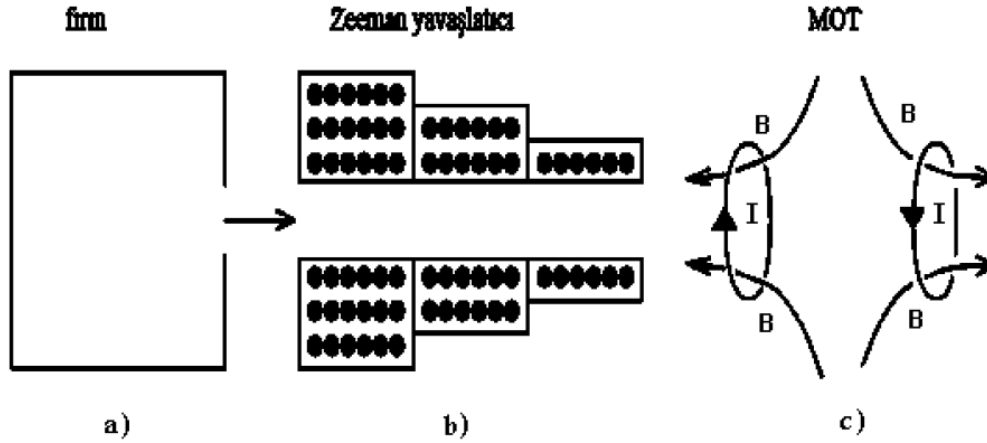
yoğunluğunun uzaysal dağılımı ile ilgilendiği için DFT yaklaşımı son derece güçlü bir yöntemdir.

DFT başlangıçta fermiyonlar için geliştirilmiş bir kuram olmasına rağmen, yapılan çalışmalar sonucunda etkileşimli bozon gazları için de güçlü bir yaklaşım olduğu bulunmuştur [40, 42, 43]. Ancak, şu ana kadar çok parçacık bozon sistemleri için kullanılan DFT yaklaşımlarında taban durum özellikleri incelenirken sistemdeki bütün bozonların hepsinin en düşük enerjili tek parçacık durumunda yer aldığı, yani sistemin tamamen yoğunlaşmaya uğradığı kabul edilmiştir. Fakat, hem deneysel sonuçlar [44, 45, 46, 47] hem de teorik hesaplamalar [36, 48, 49, 50] etkileşen bozon sistemlerinde parçacıkların önemli bir kısmının daha yüksek enerjili tek parçacık seviyelerine uyarıldığını ve en düşük enerjili durumdaki parçacık sayısının azaldığını göstermektedir. En düşük enerjili seviyede bulunan parçacık sayısındaki bu azalma, yoğunlaşmanın zayıflaması (condensate depletion) olarak adlandırılır. Bazı etkileşen sistemler için Varyasyonel Monte Carlo (VMC) ve Difüzyon Monte Carlo (DMC) hesaplamaları kullanılarak seviyelerde bulunan parçacık sayıları elde edilmiştir. Ancak, bildiğimiz kadarıyla çok parçacıklı bozon sistemleri için her bir enerji seviyesinde bulunan parçacık sayılarını belirlemeye yönelik analitik kapalı bir yaklaşım şimdiye kadar geliştirilmemiştir. VMC ve DMC hesaplamalarının kullanılması ise çok uzun hesaplama süreleri gerektirdiği için çok pratik değildir.

Atomlar arasındaki uzaklık termal de Broglie dalga boyu mertebesinde olacak şekilde kritik sıcaklığın altına kadar soğutulabilen bozon gazında Bose-Einstein yoğunlaşması oluşur. Kritik sıcaklığın altına kadar soğutulan gazda bir faz geçişi olacağı Einstein tarafından (1925) matematiksel olarak hesaplanmıştır. BEC'nin deneysel gözlenmesi, yoğunlaşmanın oluşması için gerekli olan yeterince düşük sıcaklıklara inilemediğinden, Einstein'nın hesaplamalarından 70 yıl sonra, 1995 yılında gerçekleştirilebilmiştir. 80'li yıllarda gerçekleştirilen lazerle soğutma tekniklerinin kullanılarak nötral atomların soğutulabileceğinin keşfedilmesi ile atomlar $100\mu\text{K}$ mertebesine kadar soğutulabilmiştir. Fakat bu sıcaklık da yoğunlaşmanın gözlenebilmesi için yeterince düşük değildi. Lazerle soğutmaya ek olarak buharlaştırılarak soğutma yönteminin

sisteme eklenmesi ile yoğunlaşmanın gözlenebileceği yeterince düşük sıcaklıklara inmek mümkün olmuştur ve yoğunlaşmanın deneysel gözlenmesi gerçekleşmiştir.

Alkali atomlarla yapılan BEC deneylerinde kullanılan standart bir deney düzeneği Şekil 3.2’de verilmiştir. BEC olayının gözlemlendiği deneysel süreçler birbirine oldukça benzerdir. Önce, atomlar bir fırında buharlaştırılır, fırından çıkan atom demeti zıt yönlü bir lazer demeti ve konuma bağlı uygun bir manyetik alan kullanılarak oluşturulan Zeeman yavaşlatıcısı ile yavaşlatılır. Yavaşlatılan atomlar vakum içerisinde manyetik tuzaklarla tuzaklanır, tuzaklanan gaz tekrar lazerle soğutulur ve son aşamada tüm lazerler kapatılarak buharlaştırma yöntemi ile soğutulur. Son olarak CCD (Charge-Coupled Device) kameralarla görüntülenir.



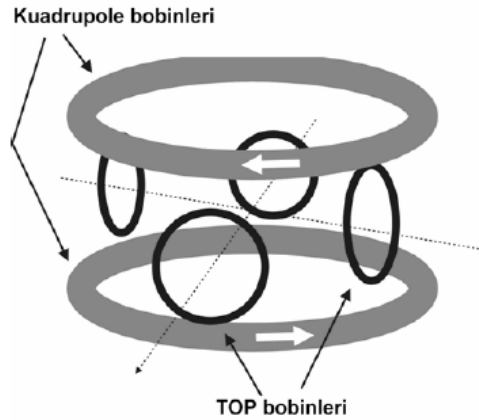
Şekil 3.2: Alkali atomların tuzaklanmasında ve soğutulmasında kullanılan deney düzeneği [Petrick ve Smith, 2002]

Lazerle nötral atomların hızlarının ve konularının kontrol edilebilmesi sonucunda atomlar oldukça düşük sıcaklıklara kadar soğutulabilmektedir. 383 K sıcaklığındaki bir fırından 334 ms^{-1} hıza sahip olarak alınan bir ^{87}Rb atom demetinin hızı Zeeman yavaşlatıcısında 43 ms^{-1} e kadar düşürülebilmektedir.

3.2 TUZAKLAR

3.2.1. Manyetik Tuzaklar

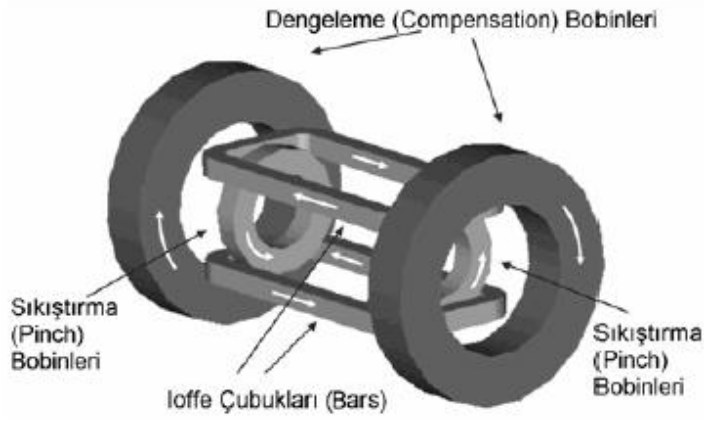
Manyetik bir tuzak oluşturulurken ya yerel bir minimum ya da yerel bir maksimum oluşacak şekilde manyetik alan tasarlanır. Elektrik akımının bulunmadığı bir bölgede manyetik alan maksimum olamaz. Bu nedenle atomlar sadece manyetik alanın minimum olduğu bölgelerde tuzaklanabilir yani sadece spinleri alan yönünde olan atomlar tuzakta tutulabilir. Şekil (3.2c)'de alkali atomların tuzaklanmasında kullanılan bir manyetik tuzak için manyetik alan çizgileri gösterilmektedir. Şekilde açıkça görüleceği gibi tuzakın içindeki manyetik alan uzaysal olarak değişebilmektedir. Manyetik alan, kendisiyle aynı yönde yönelmiş spini olan bir atomun enerjisinde $-\vec{\mu} \cdot \vec{B}$ büyüklüğünde bir potansiyel enerji artışına neden olur. $\vec{\mu}$ manyetik momentinin \vec{B} doğrultusundaki bileşeni pozitif ise atomlar yüksek manyetik alan bölgesine, negatif ise düşük manyetik alan bölgesine itilir. Laboratuarlarda oluşturulan manyetik alanın genellikle 1 Tesladan daha az olması nedeniyle, bir tuzakın derinliği 1 Kelvinden daha azdır. Bu nedenle atomların manyetik alanda tuzaklanabilmesi için, tuzaklanmadan önce tuzak derinliği mertebesinde soğutulması gerekir.



Şekil 3.3: Zamanla dönen potansiyel (Time Orbiting Potential TOP) kullanılarak oluşturulan tuzak.

Manyetik alanın minimumu olan en basit manyetik tuzak, Şekil (3.3)'teki gibi akım yönleri birbirine zıt olan ve karşılıklı yerleştirilmiş bir çift Helmholtz bobininden oluşan kuadrupol tuzaktır. Bu iki bobin arasında simetrik bir manyetik alan oluşur. Simetrik

alan nedeniyle göreceli olarak yavaş hareket eden atomların spinleri hep aynı yönde bulunur. Bu basit yapılandırmanın en önemli avantajı merkezde manyetik alanın sıfır olmasıdır. Atomlar manyetik alanın sıfır olduğu bu bölgeden geçerken spin yönelimlerini kaybederler ve spinleri manyetik alana zıt da yönelebilir. Bu durumda atomlar manyetik alanın büyüklüğünün yüksek olduğu bölgeye yöneleceklerinden tuzaktan atılırlar yani sistemde bir tür delik oluşur. Merkezdeki delikten kurtulmak için genellikle zamanla dönen potansiyel (TOP) kullanılarak oluşturulan tuzaklar veya Ioffe-Pritchard tipi tuzaklar kullanılır [51, 52].



Şekil 3.4: Ioffe-Pritchard tuzağı

Zamanla dönen potansiyel (TOP), kuadrupol tuzak üzerine dönen bir manyetik alan oluşturmak için Şekil (3.3)'de görüldüğü gibi dört adet daha bobin eklenmesiyle oluşturulur. Bobinler büyüklüğü değişmeyen fakat dönen bir manyetik alan oluşturur. Bu geometrinin oluşturulabilmesi için manyetik alan x yönünde $B_0 \cos(\omega t)$ ve y yönünde $B_0 \sin(\omega t)$ olarak seçilir. Bu şekilde seçilen TOP bobinlerinden elde edilen manyetik alan merkezde oluşan deliğin sürekli hareket etmesini sağlar. Oluşturulan bu alanın frekansı manyetik alt durumlar arasındaki geçiş frekansları ile karşılaştırılabilecek kadar küçük seçilir. Böylece atomlar diğer üst durumlara geçemez ve tuzakta kalırlar. Eğer bu frekans atomun hareketinden çok büyük seçilirse atom tuzaktan kaçabilecek enerjiyi elde edebilir. Bu frekans atomun hareketinden çok küçük seçilirse atom spin yönelimini değiştirebilir ve tuzaktan kaçabilir.

Şekil (3.4), merkezdeki delikten kurtulmak için kullanılan manyetik tuzak yapılarından biri olan Ioffe-Pritchard tuzağını gösterir. Bir karenin köşelerine yerleştirilmiş 4 paralel Ioffe çubuğundan ve bir çift Helmholtz bobininden oluşur. Ioffe çubukları radyal yöndeki sınırları oluştururken Helmholtz bobinleri aksenal yöndeki sınırları oluşturur. Helmholtz bobinlerinden geçen akım, kuadrupol tuzaktakinin aksine aynı yöndedir. Sıkıştırma bobinleri ve Ioffe çubukları sayesinde atomlar sıkı bir şekilde tuzaklanır ve Ioffe-Pritchard tuzağı yaklaşık olarak harmonik bir potansiyelle temsil edilebilen oldukça güçlü harmonik bir tuzaktır. Tuzakta oluşan harmonik potansiyel,

$$V = A\omega^2(x^2 + y^2) + B\omega^2z^2$$

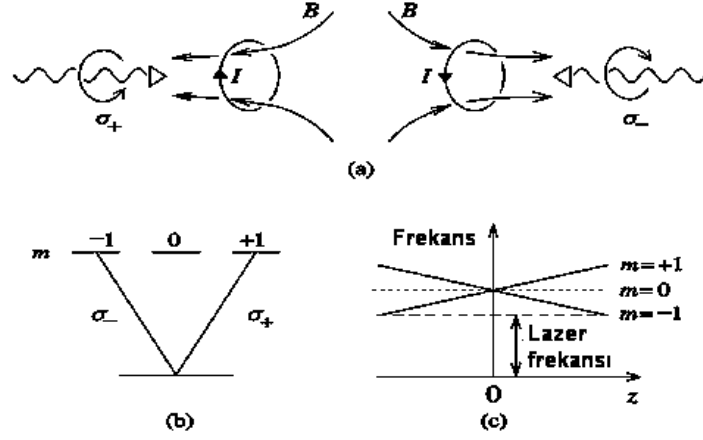
şeklindedir.

3.2.2. Optik Tuzaklar

Lazer demeti kullanılarak uzayda maksimum yoğunluğa sahip radyasyon alanı oluşturulabilir. Lazer kullanıldığında taban durumdaki alkali atomlar manyetik altdurumlardan bağımsızdır. Manyetik alanda tuzaklanan atomlar manyetik alanla etkileştiğinden manyetik altdurumlara güçlü bir şekilde bağlıdır ve sadece minimum alan arayan yönelimler tuzaklanabilir. Optik tuzaklarda ise herhangi bir spin yönelimine sahip atomlar tuzaklanabilir.

Parçacıklararası etkileşimlerin sonucunda oluşan rezonans bölgesinde atom, manyetik alanla güçlü bir şekilde etkileşir. Rezonans bölgesinde atomun manyetik alanla etkileşmesinden kurtulmak için manyetik alanın homojen olması tercih edilir. Optik tuzakların önemli bir avantajı, manyetik tuzaklarda oluşturulamayan homojen manyetik alanının optik yöntemlerle elde edilebilmesidir.

Manyetik tuzak kullanıldığında atom bulutunun etkileşim enerjisinin spin serbestlik derecesine etkisini incelemek oldukça zordur. Optik tuzaklarda homojenlik sağlanabildiğinden tüm spin yönelimleri tuzaklanabilir ve bu etkiyi incelemek için oldukça uygundur. Spinor yoğunlaşma olarak bilinen birden fazla spin yönelimini içeren bu durumlar optik tuzaklar kullanılarak incelenebilir [18].



Şekil 3.5: a) Magneto-optik tuzak. b) uygun geçişler. c) uzaysal olarak değişen manyetik alandan etkilenen atomik geçişler.

Optik tuzaklar BEC olayını gözlemlemek için son zamanlarda yaygın olarak kullanılan bir yöntemdir. Optik tuzaklarda çok büyük etkileşim parametrelerine çıkılabilmektedir. Jochim ve arkadaşları (2003) optik tuzakta tuzaklanmış Li_2 molekülü ile yapmış oldukları bir çalışmada $a \approx -3500a_0$ saçılma uzunluklarına kadar çıkmışlardır. Optik tuzaklar 1 ve 2-boyutlu tuzakların oluşturulmasında ve düşük-boyutlu BEC sistemlerinin incelenmesinde de yaygın olarak kullanılmaktadır [53].

3.2.3. Magneto-Optik Tuzaklar

Alkali atomlarla yapılan deneylerde Magneto-Optik Tuzakların (MOT) kullanımı oldukça yaygındır. Sadece atomları tuzaklamakta değil aynı zamanda soğutma işleminde de kullanılır. Homojen olmayan manyetik alan nedeniyle atomun frekansı konuma bağlı olduğundan geniş bir aralıkta hız dağılımına sahip atomların soğutulması da mümkün olmaktadır.

Magneto-optik tuzaklar lazer ve uzaysal olarak değişen manyetik alanın birlikte kullanılması ile oluşturulur. Atomik enerji seviyeleri manyetik alana, radyasyon basıncı ise yöne bağlıdır. Manyetik alanı z eksenini yönünde olan kuadrupol bir tuzak göz önüne alındığında, z yönündeki manyetik alan lineer olur. Uyarılmış durumların manyetik altdurumları m kuantum sayısı ile belirlenir. Yoğunluğu ve frekansı birbirine eşit ve ilerleme yönüne göre saat yönünde dairesel kutuplanmış lazer ışınları pozitif ve negatif z yönünde gönderilir. Şekil (3.5b)'de görüldüğü gibi sağ taraftan gelen lazer

ışınımı atomları (σ^+) taban durumdan $m=+1$ durumuna uyarırken, sol taraftan gelen lazer ışınımı (σ^-) taban durumdan $m=-1$ durumuna uyarır. Kırmızıya kayan bir lazer ışınımı kullanılırsa Şekil (3.5c) de görüldüğü gibi $z=0$ noktasında her iki lazer ışınımı da atom tarafından eşit miktarda soğurulduğu için atom üzerinde net bir radyasyon gücü oluşmaz. Atom pozitif z konumundayken geçiş frekansı $m=-1$ durumuna inerken negatif z konumunda $m=+1$ alt durumuna iner ve lazer frekansına yaklaşır. Bunun sonucunda atomlar negatif z bölgesinde hareket ederken (σ^-) fotonlarının soğurma oranında bir artma oluşur. Pozitif z bölgesinde hareket ederken (σ^+) fotonlarının soğurma oranında bir artma oluşur. Her iki geçiş de aynı frekanstadır ve orijine doğru bir zorlama olur. Altı yönde lazer kullanılarak 3-boyutlu tuzaklar da yapılabilir.

MOT tuzaklar ile uygulanan diğer bir yöntemde, ikinci bir MOT daha kullanılır. İkinci MOT'un basıncı birinci MOT'ununkinden daha düşüktür. Birinci MOT doğrudan fırından buharı alır, lazerle 100 μ K mertebesine kadar soğutur ve diğerine aktarır. Yeterli sayıda atom (genellikle 1010) birinci MOT'ta toplanınca ikinci MOT açılır ve lazer kapatılır. Atomlar sadece manyetik tuzakla tutulur. İkinci MOT'un tuzak derinliği, enerjisi fazla olan atomların tuzaktan ayrılabilceği şekilde ayarlanır. Bu nedenle görelî olarak enerjisi fazla olan atomlar tuzaktan ayrılır. Tuzakta enerjisi daha düşük atomlar kalır. Bu yöntemle 1 μ K civarlarına kadar soğutma sağlanır. Bu yöntem buharlaştırılarak soğutma olarak bilinir. Kritik sıcaklığın altında Bose-Einstein yoğunlaşması başlar. Sıcaklık düştükçe taban durumundaki atomların sayısı hızla artar.

3.3 SOĞUTMA YÖNTEMLERİ

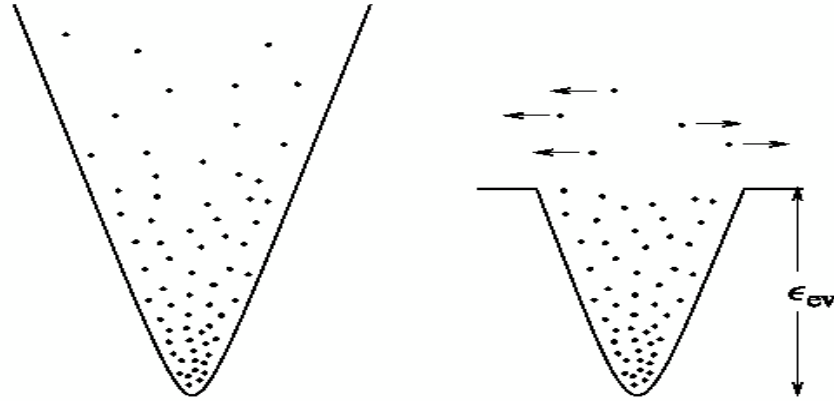
3.3.1 Lazerle Soğutma

Bose-Einstein yoğunlaşması deneylerinin yapılabilmesi için gerekli olan çok düşük sıcaklıklara ulaşmak, 1980 lerde nötral atomların lazerle soğutma tekniklerinin gelişmesinden sonra mümkün olmuştur. Lazerle soğutma BEC deneylerinin hepsinde kullanılan bir yöntemdir. Bu yöntemde, aynı açısız frekansa ve aynı şiddete sahip iki lazer demeti birbirine zıt olacak şekilde yerleştirilir. Lazer demetinin frekansı,

kullanılan gazın uyarılma durumu ile taban durum arasındaki atomik geçiş frekansı aralığında seçilir.

Hareketsiz bir atom, sağdan soğurduğu foton kadar soldan da foton soğuracağından toplam momentum değişiminin ortalaması sıfırdır. Bununla birlikte sağ tarafa v_z hızıyla ilerleyen bir atom sol taraftan gelen fotonlardan uzaklaşır. Doppler kayması nedeniyle atom lazerin frekansını olduğundan daha düşük görür.

Seçilen lazer frekansı bu aralıkta olduğundan, sol taraftan gelen lazer demeti sağ tarafa hareket eden atomlardan enerji soğurur. Böylece atomun hızı yani enerjisi azalır. Sol tarafa hareket eden atomlar, sağdan gelen lazer demetinin frekansını daha yüksek göreceklerinden, etkilenmezler. Aynı şekilde soldan gelen lazer sola hareket eden atomları soğuturken sağa hareket eden atomları etkilemez.



Şekil 3.6: Buharlaştırarak soğutma. ϵ_{ev} enerjisi buharlaştırma için başlangıç değeridir.

BEC deneylerinde lazerle soğutma yöntemine uygun olmaları nedeniyle alkali atomlar tercih edilir. Bu atomların optik geçişleri lazer ışınlarına oldukça uygundur ve oldukça düşük sıcaklıklara kadar soğutulabilir. Bu yöntemle alkali atomlar için 100 μ K mertebesindeki sıcaklıklara kadar inilebilir.

3.3.1.1 Lazer Soğutmada Alkalilerin Üstünlüğü

Hidrojen çalışmalarıyla eş zamanlı(ama oldukça bağımsız) tamamen farklı bir soğuk-atom fiziği gelişti. Lazer soğutmanın olağanüstü hikayesi, başka bir yerde gözden geçirilmiştir fakat biz sıkıştırılmış bir biçimde aşağıda özet geçtik. Soğuk atomlara lazer

ışığı olabileceği fikri Wineland ve Dehmeltten, Hansch ve Schawlowdan, ve Letokhovun grubundan öne sürölmüştür. İlk zamanlarda optik kuvvet deneyleri Ashkin tarafından yapıldı. Engellenen iyonlar, Washington üniversitesinde Ulusal standartlar bürosunda Boulderde lazer-soğutuldu. 80li yıllarda atomik hüzmeler büköldü ve yavaşladı. Işığın eş uyarılan güçleri incelendi. Işık dipol kuvveti de atomlar sınırlandırmak için kullanılır oldu.

3.3.2 Buharlaştırarak Soğutma

Lazerli soğutma ile oldukça düşük sıcaklıklara kadar inilebilmesine rağmen Bose-Einstein yoğunlaşmasının deneysel olarak gözlenebilmesi için yeterli değildir. şu ana kadar alkali gazlarla yoğunlaşmanın gözlendiği deneylerde, yoğunlaşma sıcaklığına ulaşabilmek için lazerli soğutma yapıldıktan sonra buharlaştırarak soğutma tekniği kullanılmıştır. şekil (3.6)'da şematik olarak verildiği gibi tuzağın derinliği, enerjisi göreceli olarak diğerlerinden fazla olan atomların tuzaktan kaşabileceği şekilde ayarlanır. Böylece sistemden enerji alarak ortalama enerjinin üstünde bir enerjiye sahip olan atomlar sistemden uzaklaştırılır. Enerjisi fazla olan atomların uzaklaştırılması ile yoğunlaşmanın gözlenebileceği kadar düşük sıcaklıklara ulaşmak mümkündür.

4. BULGULAR

Tezin bu kısmında BCS-BEC limit bölgesindeki termodinamik denklemler elde edilmiştir. Alkali atomları kullanılarak yapılan deneylerde gaz atomlarının soğutulduklarından ve optik tuzak içerisine hapsedildiklerinden söz etmiştik. Tezin Malzeme ve Yöntem kısmında söz edilen teknikler kullanılarak bir optik tuzak içerisinde yüzbinlerce atom aynı anda bulunabilmektedir. Sistemin az yoğun olması durumunda atomlar arasındaki etkileşim sadece a (saçılma uzunluğu) ve r_0 (etkin menzil) parametrelerine bağlıdır. Yani sistem az yoğun olduğunda sistemin özelliklerini sadece a ve r_0 parametreleri belirler. Sisteme dışarıdan uygulanan manyetik alan yardımıyla saçılma uzunluğu değişmektedir. Dış manyetik alan atomlar arasındaki etkileşimin büyüklüğünü ayarlar. Atomlar $B_{dış}$ manyetik alanından etkilenip sistemin özelliklerini değiştirirler. Yani sadece manyetik alanın büyüklüğünün değiştirerek etkileşmeyi ve sistemin özelliklerinin değişmesi söz konusudur. Bu durum fizik biliminin merak uyandırıcı bir alanının daha ortaya çıkmasına neden olmuştur.

$T = 0$ sıcaklığında birbiri ile etkileşmeyen Fermi gazı göz önüne alındığında Fermi gazının enerjisi

$$E_{FG} = \frac{3}{5} N \varepsilon_F \quad (4.1)$$

denklemleri ile verilmektedir. Burada E_{FG} Fermi gazının enerjisi, N parçacık sayısı, ε_F ise Fermi enerjisidir.

4.1 ÜNİTER FERMİ GAZ

Fermiyonlardan oluşan bir gaz göz önüne alındığında atomlar arası potansiyelin etkin mesafesi olan r_0 , parçacıklar arası ortalama mesafeden ($d = n^{-1/3}$) çok küçükse sistem az yoğundur.

$$r_0 \ll d \quad (4.2)$$

Atomlar arası potansiyelin saçılma uzunluğu a , parçacıklar arası ortalama mesafeden çok çok büyükse sistemin atomları birbiriyle güçlü bir şekilde etkileşir.

$$d \ll |a| \quad (4.3)$$

Üniter durum bu iki bağıntı yardımıyla tanımlanır:

$$r_0 \ll d \ll |a| \quad (4.4)$$

Bu şartlar altında tanımlanan az yoğun fakat birbiriyle güçlü bir şekilde etkileşen Fermi gazı “Üniter Fermi Gaz” olarak adlandırılır.

Üniter durumda birbiri ile etkileşen Fermi gazının parçacıkları arasındaki mesafe bu parçacıkların boyutları ile kıyaslandığında çok büyüktür. Fakat saçılma uzunluğu ile kıyaslandığında parçacıklar arasındaki mesafe çok küçüktür. İdeal olarak üniter limit $r_0 \rightarrow 0$ ve $a \rightarrow \pm\infty$ limitlerine karşılık gelmektedir.

Üniterlik limitinde Fermi gazını tanımlayan tek değişken $d = n^{-1/3}$ şeklinde tanımlanan parçacıklar arası ortalama mesafedir. Bu durumda parçacık başına temel seviye enerjisi,

$$\frac{E_0}{N} = f \frac{3}{5} \frac{\hbar^2}{2m} (3\pi^2)^{2/3} n^{2/3} = f \frac{3}{5} \varepsilon_F \quad (4.5)$$

ile verilir.

Burada ε_F ideal gazın Fermi enerjisi, f ise bilinmeyen evrensel bir parametredir. Monte-Carlo hesaplamaları ve deneysel veriler üniter Fermi gazında $f \cong 0.4$ olduğunu destekler [54]. Üniter durumda sistem az yoğundur yani gaz oldukça düşük yoğunluktadır fakat parçacıklar birbirleriyle çok güçlü bir şekilde etkileşmektedir. Üniter durumda, 4.1 Denklemi ile verilen ve birbiri ile etkileşmeyen bir sistemin Fermi gazı enerjisinden f ile gösterilen bir katsayının varlığı ortaya çıkacaktır.

Üniter durumda sistemin enerjisi,

$$E(T) = f_0 E_{FG} \quad (4.6)$$

Sonlu sıcaklıkta ise sistemin enerjisi,

$$E(T) = f\left(\frac{T}{\varepsilon_F}\right) E_{FG} \quad , \quad f(0) = f_0 \quad (4.7)$$

şeklinde tanımlanmaktadır.

Üniter Fermi gazın enerjisi,

$$E(x) = \frac{3}{5} f(x) \varepsilon_F N \quad ; \quad x = \frac{T}{\varepsilon_F} \quad (4.8)$$

ile verilir.

Üniter Fermi gazın ısı kapasitesi,

$$C_V = T \frac{\partial S}{\partial T} = \frac{\partial E}{\partial T} = \frac{3}{5} N f'(x) \quad (4.9)$$

ile verilir.

Buradan entropiye geçilmek istenirse;

$$S(x) = \frac{3}{5} N \int_0^x \frac{f'(y)}{y} dy \quad (4.10)$$

şeklinde elde edilir.

Parçacık başına entropi ise,

$$\sigma(x) = \frac{S(x)}{N} = \frac{3}{5} \int_0^x \frac{f'(y)}{y} dy \quad (4.11)$$

ile verilir.

Üniter Fermi Gazın serbest enerjisi Denklem 2.45 yardımıyla şu şekilde elde edilir:

$$F = E - TS = \frac{3}{5} \varphi(x) \varepsilon_F N \quad (4.12)$$

$$\varphi(x) = f(x) - x\sigma(x) \quad (4.13)$$

Üniter Fermi Gazın basıncı,

$$P = -\frac{\partial E}{\partial V} = \frac{2}{5} f(x) \varepsilon_F \frac{N}{V} \quad (4.14)$$

şeklinde tanımlanmaktadır.

Deneyselciler bu atomları tuzakladıktan sonra sistemin iki boyutlu fotoğrafını çekerler. Bu şekilde yoğunluk dağılımına ulaşmak mümkün olacaktır. Teorik açıdan bakıldığında yoğunluk dağılımına ulaşmak için f fonksiyonunu hesaplamak mümkündür. Yüksek Lisans çalışmalarım boyunca f fonksiyonu aracılığı ile yoğunluk profilinin incelenmesi amaçlanmıştır.

Gibbs potansiyeli,

$$PV = \Omega = E - TS - \mu N \quad (4.15)$$

ile verilir.

Sistemin yoğunluk dağılımını bulurken Yerel Yoğunluk Yaklaşımı (Local Density Approximation) kullanılmıştır. Yerel Yoğunluk Yaklaşımı sadece belirli bir noktadaki yoğunluğa bağlıdır. Etkileşme menzili çok küçüktür. Yerel Yoğunluk Yaklaşımında belirli bir noktadaki enerji

$$d\varepsilon = f\left(\frac{T}{\varepsilon_F(\vec{r})}\right) \frac{3}{5} n(\vec{r}) \varepsilon_F(\vec{r}) \quad (4.16)$$

olarak tanımlanmaktadır.

Enerjiye katkı sadece yoğunluğa bağlıdır. Fermi enerjisi yoğunluğun bir fonksiyonudur. Belirli bir noktadaki yoğunluğu göz önüne alarak onu tüm uzay üzerinden integre edilmesiyle toplam enerji elde edilir.

$$E = \int \varepsilon(\vec{r}) d^3r \quad (4.17)$$

Burada $\varepsilon(\vec{r})$ enerji yoğunluğudur.

Yerel yoğunluk yaklaşımını kullanarak entropiyi bulmak için benzer yola başvurulur.

$$S = \int S(\vec{r}) d^3r \quad (4.18)$$

$$S = \sigma\left(\frac{T}{\varepsilon_F}\right) \frac{3}{5} N \varepsilon_F \quad (4.19)$$

Aşağıdaki denklemde yoğunluğun dışındakileri bütün parametreleri bilmekteyiz.

$$\Omega = \int n(\vec{r}) \left[f\left(\frac{T}{\varepsilon_F(\vec{r})}\right) \frac{3}{5} \varepsilon_F(\vec{r}) - \frac{3}{5} \varepsilon_F(\vec{r}) T \sigma\left(\frac{T}{\varepsilon_F}\right) - \mu + v(\vec{r}) \right] d^3r \quad (4.20)$$

Gibbs potansiyelini minimize etmemiz gerekmektedir.

$$\frac{\delta \Omega}{\delta n(\vec{r})} = 0$$

$$\Omega = \int \left[\varphi\left(\frac{T}{\varepsilon_F(\vec{r})}\right) \frac{3}{5} n(\vec{r}) \varepsilon_F(\vec{r}) - \mu n(\vec{r}) + v(\vec{r}) n(\vec{r}) \right] d^3r \quad (4.21)$$

$F(\vec{r})$: Serbest enerji yoğunluğu

$$\varphi\left(\frac{T}{\varepsilon_F(\vec{r})}\right) = f\left(\frac{T}{\varepsilon_F(\vec{r})}\right) - T \sigma\left(\frac{T}{\varepsilon_F(\vec{r})}\right) \quad (4.22)$$

Bu denklemi çözmek için yoğunluğa göre varyasyon almamız gerekir.

$$\frac{\delta \Omega}{\delta n(\vec{r})} = \frac{\delta F(\vec{r})}{\delta n(\vec{r})} - \mu + v(\vec{r}) = 0 \quad (4.23)$$

$$\frac{\delta F(\vec{r})}{\delta n(\vec{r})} = \frac{\delta \varphi}{\delta n(\vec{r})} \frac{3}{5} n(\vec{r}) \varepsilon_F(\vec{r}) + \varphi \frac{3}{5} \varepsilon_F(\vec{r}) + \frac{3}{5} \varphi n(\vec{r}) \frac{\delta \varepsilon_F(\vec{r})}{\delta n(\vec{r})} \quad (4.24)$$

Denklem (4.24)'te bulunan ifade Denklem (4.23)'te yerine konulduğunda;

$$\begin{aligned}\frac{\delta\varphi}{\delta n(\vec{r})} &= \frac{\delta\varphi}{\delta\left(\frac{T}{\varepsilon_F(\vec{r})}\right)} \frac{\delta\left(\frac{T}{\varepsilon_F(\vec{r})}\right)}{\delta\varepsilon_F(\vec{r})} \frac{\delta\varepsilon_F(\vec{r})}{\delta n(\vec{r})} = \varphi' \left(\frac{-T}{\varepsilon_F^2(\vec{r})}\right) \frac{\delta\varepsilon_F(\vec{r})}{\delta n(\vec{r})} \\ \frac{\delta\varphi}{\delta n(\vec{r})} &= -\varphi' \left(\frac{T}{\varepsilon_F^2(\vec{r})}\right) \frac{\hbar^2}{2m} \frac{2}{3} (3\pi^2 n(\vec{r}))^{-1/3} 3\pi^2 \\ \frac{\delta\varphi}{\delta n(\vec{r})} &= -\varphi' \left(\frac{T}{\varepsilon_F^2(\vec{r})}\right) \frac{\hbar^2}{2m} \frac{2}{3} (3\pi^2 n(\vec{r}))^{2/3} \frac{1}{n(\vec{r})} \\ \frac{\delta\varphi}{\delta n(\vec{r})} &= -\varphi' \frac{T}{\varepsilon_F^2(\vec{r})} \frac{2}{3} \frac{1}{n(\vec{r})} \varepsilon_F(\vec{r}) = -\varphi' \frac{T}{\varepsilon_F(\vec{r})} \frac{2}{3} \frac{1}{n(\vec{r})} \\ \frac{\delta F(\vec{r})}{\delta n(\vec{r})} &= -\varphi' \frac{T}{\varepsilon_F(\vec{r})} \frac{2}{3} \frac{1}{n(\vec{r})} \frac{3}{5} n(\vec{r}) \varepsilon_F(\vec{r}) + \frac{3}{5} \varphi \varepsilon_F(\vec{r}) + \frac{3}{5} \varphi n(\vec{r}) \frac{2}{3} \frac{\varepsilon_F(\vec{r})}{n(\vec{r})} \\ \frac{\delta F(\vec{r})}{\delta n(\vec{r})} &= -\varphi' T \frac{2}{5} + \varphi \varepsilon_F(\vec{r})\end{aligned}\quad (4.25)$$

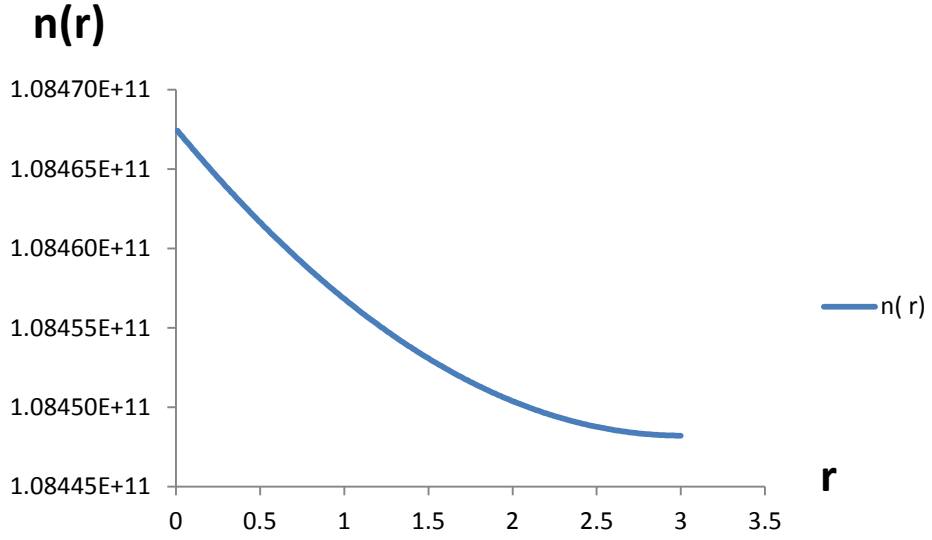
elde edilir.

Böylece yoğunluk dağılımını elde etmek için gerekli olan denklem bulunmuş olur.

$$-\varphi' T \frac{2}{5} + \varphi \varepsilon_F(\vec{r}) - \mu + V(\vec{r}) = 0 \quad (4.26)$$

Denklem 4.26 aracılığı ile Üniter Fermi gazın yoğunluk dağılımı denklemi elde edilmiş ve bunun için Fortran programlama dili ile bir program yazılmıştır. Fortran programlama dili ile yazılan bu programda öncelikle potansiyelin sıfır olduğu durum denenmiş ve program bu durumda başarılı olmuştur. Programın derlenmesi sonucu beklenen yoğunluk dağılımı elde edilmiştir. Üniter Fermi gazın farklı potansiyeller karşısında nasıl davranacağı merak konusu olmuştur.

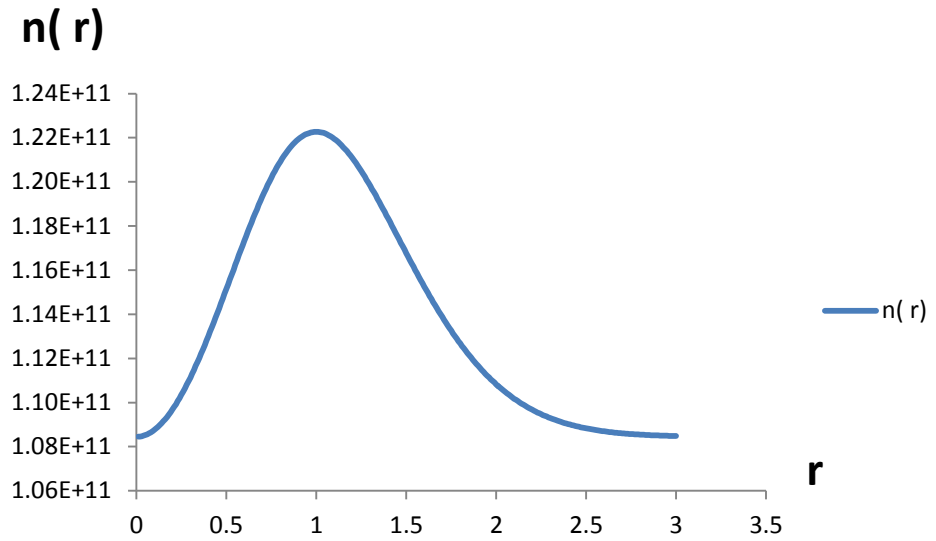
İlk olarak $V(r) = ar^2$ şeklindeki bir harmonik potansiyelin varlığında Üniter Fermi gaz ele alınmış ve daha önce Fortran programlama dilinde yazılan programın derlenmesi sonucu yeni yoğunluk dağılımı elde edilmiştir. Elde edilen yoğunluk dağılımı Şekil 3.7 yardımıyla gösterilebilir.



Şekil 4.1: Harmonik potansiyelin varlığında Üniter Fermi gazın yoğunluk dağılımı

Harmonik potansiyelin varlığındaki yoğunluk dağılımı elde edildikten sonra bir başka potansiyelin varlığında yoğunluk dağılımını elde etme çalışmaları devam etmiştir.

$V(r) = -V(0)e^{-\frac{r^2}{\sigma^2}}$ ($V(0) > 0$) şeklindeki Gauss potansiyeli varlığında Fortran programlama dili ile yazılan programın derlenmesi sonucu Şekil 4.2 ile gösterilen yoğunluk dağılımı elde edilmiştir.



Şekil 4.2: Gauss potansiyelinin varlığında Üniter Fermi gazın yoğunluk dağılımı

5. TARTIŞMA VE SONUÇ

Bu tez çalışması BEC-BCS geçiş bölgesinde bulunan Üniter Fermi Gazın yoğunluk profili incelenmesi üzerine yoğunlaşmıştır.

20. yüzyılda atom fiziği ve kuantum optikte elde edilen hızlı gelişmelerden dolayı atomları aşırı düşük sıcaklıklara soğutabilmek mümkün hale gelmiştir. Düşük sıcaklıklara kadar soğutulan atomlarda kuantum mekaniksel etkilerin ortaya çıktığından bahsetmiştik. Bilim adamları atomları çok düşük sıcaklıklara kadar soğutarak atomların belirli bir bölgede hapsolmesini sağlamışlardır. Tuzaklanmış yoğunlaşma üzerine gönderilen lazerler vasıtasıyla optik örgüler oluşmuş ve bu yöntem tuzaklanmış atomik gazların termodinamik özelliklerinin belirlenmesi için kullanılmıştır.

Aşırı soğuk Fermi atomları sistemi, atom ve nükleer çok parçacık teorisi için sınama ortamı sağlamaktadır. Bu sistemler, nötron yıldızlarının kabuklarında bulunan düşük yoğunluklu nötron maddesi gibi çok güçlü bir şekilde çiftlenmiştir. Çok güçlü bir şekilde çiftlenen fermiyonlar birçok açıdan önemlidir. Bunlara örnek olarak soğuk Fermi gazı deneyleri, düşük yoğunluktaki nötron maddesi, büyük nötron yıldızlarının merkezinde bulunan çok yüksek baryon yoğunluklarındaki Kuantum Renk Dinamiği örnek olarak verilebilir. Güçlü şekilde eşleşmiş Fermi sistemleri için bir anlayış geliştirmek, nötron yıldızlarının soğuması ve yapısını içeren farklı fiziksel ortamlarla alakalı olarak çok kütleli fizik kuantumu için eşsiz bir durum önerdiği için önemlidir. Nötron maddesinin özelliklerini sınırlamak, aynı zamanda nükleer yoğunluk fonksiyonlarının parametrelerini sınırlayarak nötron yüklü çekirdeklerin dış yüzeyini anlamada önemlidir. Soğuk atom deneyleri güçlü şekilde eşleşen durumda, durum dengesi ve eşleşme boşluğu için direkt testler sağlayabilir ve böylece bu sistemlerdeki çok kütleli teoriler için çok önemli bir ölçüt sağlamış olur.

Bu tez çalışmasında atomik gaz olarak Li kullanılmıştır. Yüksek Lisans çalışması sırasında yapılan teorik çalışmalar sonucu Üniter Fermi gaz denklemleri termodinamik

parametreler cinsinden elde edilmiştir. Elde edilen bu denklemlerden tezin dördüncü bölümünde ayrıntılı bir şekilde bahsedilmiştir.

Fortran programlama dilinde yazılan programda başlangıç noktası $x = 0$ olarak kabul edilmiştir, fiziksel olarak düşünüldüğünde ise bu başlangıç noktası tuzağın orta noktasına karşılık gelmektedir. Üniter Fermi gazın tuzak boyunca yoğunluk dağılımının bulunması amaçlandığından ilk olarak başlangıç noktası için keyfi bir yoğunluk programa manuel olarak girilmelidir. Önemli olan nokta başlangıç noktası için girilen yoğunluk değerinden çok bu yoğunluk değerinin $x = 0$ noktası olarak alınan tuzağın merkezinde maksimum olmasıdır. Çünkü fiziksel açıdan bakıldığında yoğunluk merkezde maksimum olmalı ve daha sonra tuzağın kenarlarına doğru gittikçe azalmalıdır. Elde edilen yoğunluk dağılımlarına bakıldığında harmonik potansiyel varlığında elde edilen yoğunluk dağılımı tuzağın merkezinde en yüksek değerdedir ve tuzağın kenarlarına doğru gidildikçe yoğunluk azalmakta ve sıfıra doğru yaklaşmaktadır. Bu nedenle harmonik potansiyel varlığında elde edilen dağılım, Üniter Fermi gazın yoğunluk dağılımına en uygun dağılım olarak elde edilmiştir. Fortran programlama dilinde yazılan iki programın derlenmesi sonucunda elde edilen Şekil 4.1 ve Şekil 4.2'deki yoğunluk dağılımlarından en uygun dağılım olan harmonik potansiyel varlığındaki yoğunluk dağılımı (Şekil 4.1) olduğu kabul edilebilir.

KAYNAKLAR

1. O'HARA, K. M., HEMMER, S. L., GEHM, M. E., GRANADE, S. R., THOMAS, J. E., 2002, Observation of Strongly Interacting Degenerate Fermi Gas of Atoms, *Science*, 298, 2179.
2. BOURDEL, T., CUBIZOLLES, J., KHAYKOVICH, L., MAGALHÃES, F., KOKKELMANS, F., SHLYAPNIKOV, G., SALOMON, C., 2003, Measurement of the Interaction Energy near a Feshbach Resonance in a ${}^6\text{Li}$ Fermi Gas, *Phys. Rev. Lett.*, 91, 020402.
3. REGAL, C. A., TICKNOR, C., BOHN, J., JIN, D., 2003, Creation of Ultracold Molecules from a Fermi Gas of Atoms, *Nature*, 424, 47.
4. STRECKER, K. E., PARTRIDGE, G. B., HULET, R. G., 2003, Conversion of an atomic Fermi gas to a long-lived molecular Bose gas, *Phys. Rev. Lett.*, 91, 080406.
5. DIECKMANN, K., STAN, C. A., GUPTA, S., HADZIBABIC, Z., SCHUNCK, C. H., KETTERLE, W., 2002, Decay of an Ultracold Fermionic Lithium Gas near a Feshbach Resonance, *Phys. Rev. Lett.*, 89, 203201.
6. JOCHIM, S., 2003, The Bcs-BEC Crossover and the Unitary Fermi Gas, *Phys. Rev. Lett.*, 91, 240402.
7. HADZIBABIC, Z., STAN, C. A., DIECKMANN, K., GUPTA, S., ZWIERLEIN, M. W., GÖRLITZ, A., 2002, Two-Species Mixture of Quantum Degenerate Bose and Fermi Gases, *Phys. Rev. Lett.*, 88, 6, 160401.
8. ANGLIN, J., KETTERLE, W., 2002, Bose–Einstein condensation of atomic gases, *Nature*, 416, 211-218.
9. MASUHARA, N., 1988, Evaporative cooling of spin-polarized atomic hydrogen, *Phys. Rev. Lett.*, 61, 935–938.
10. PHILLIPS W. D., PRODAN J. V., METCALF H. J., 1985, Laser cooling and electromagnetic trapping of neutral atoms, *J. Opt. Soc. Am. B*, 2, 1751–1767.
11. MORAN, M. J., 1999, *Engineering Thermodynamics*, CRC Press LLC, Boca Raton, 978-0-863-05122-7.
12. HUANG, K., 2001, *Introduction To Statistical Mechanics*, Taylor&Francis, Londra, 978-0-748-40942-4.

13. HUANG, K., 1987, *Statistical Mechanics*, John Wiley & Sons, Kanada, 978-0-471-81518-7.
14. STRINGARI, S., 2003, *Bose Einstein Condensation*, Oxford University Press, New York, 978-0-521-46473-0.
15. BOSE, S.N., 1924, Planck's Law and Light Quantum Hypothesis, *Zeitschrift für Physik*, 26, 178, 1–4.
16. EINSTEIN, Von A., 1925, Quantentheorie des Einatomigen Idealen Gases: Zweite Abhandlung. Sitzungsber, *Phys.-Math. Kl. I*, 3–7.
17. LONDON, F., 1938, On the Bose Einstein Condensation, *Phys. Rev. Lett.*, 54, 947–954.
18. PENCKWITT, A., 2003, *Rotating Bose–Einstein Condensates Vortex Lattices and Excitations*, Doktora, Otago Üniversitesi Fizik Bölümü, Dunedin, Yeni Zelanda.
19. PENROSE, O., ONSAGER L., 1956, Bose-Einstein Condensation and Liquid Helium, *Phys. Rev. Lett.*, 104, 576–584.
20. GLYDE, H.R., AZUAH, R.T., STIRLING, W. G., 2000, *Condensate, Momentum Distribution, and Final-State Effects in Liquid ^4He* , *Physical Review B* 62, 14337–14349.
21. BARDEEN, J., 1957, Theory of Superconductivity, *Phys. Rev. Lett.*, 108, 1175–1204.
22. DALFOVO, F., GIORGINI, S., PITAEVSKII, L.P., STRINGARI, S., 1999, Theory of Bose-Einstein Condensation in Trapped Gases, *Reviews of Modern Physics*, 71, 463–512.
23. RANDEIRA, M., ZWERGER, W., ZWIERLEIN, M., 2012, *The BCS-BEC Crossover and the Unitary Fermi Gas*, Springer, Heidelberg, 978-3-642-21978-8.
24. BARTENSTEIN, M., 2005, *From Molecules to Cooper Pairs : Experiments in the BEC-BCS Crossover*, Fraunhofer IRB, Stuttgart , 978-3-816-76882-1.
25. ANDERSON, M.H., ENSHER, J.R., MATTHEWS, M.R., WIEMAN, C.E., CORNELL, E.A., 1995, Observation of Bose-Einstein Condensation in a Dilute Atomic Vapor, *Science*, 269, 198–201.
26. DAVIS M.J., GARDINER C.W., 2001, Growth of a Bose-Einstein Condensate a Detailed Comparison of Theory and Experiment, *Cond-Mat*, 0111444 1, 1–12.
27. GROSS, E.P., 1961, Structure of a Quantized Vortex in Boson Systems, *Nuova Cimento*, 20, 454.

28. PITAEVSKII, L.P., 1961, Vortex Lines in an Imperfect Bose Gas, *Soviet Physics JETP*, 13, 451–454.
29. GARDNER, J.R., 1995, Collisions of Doubly Spin Polarized Ultracold ^{85}Rb Atoms, *The American Physical Society*, 74, 3764–3767.
30. BRADLEY, C.C., SACKETT, C.A., TOLLETT, J.J., HULET, R.G., 1995, Evidence of Bose Einstein Condensation in an Atomic Gas with Attractive Interaction, *Physical Review Letters*, 75, 1687–1690.
31. FRIED, D., 1998, Bose-Einstein Condensation of Atomic Hydrogen, *Physical Review Letters*, 81, 3811–3814.
32. MODUGNO, G., 2001, Bose-Einstein Condensation of Potassium Atoms by Sympathetic Cooling, *Science*, 294, 1320–1322.
33. WEBER, T., 2003, Bose-Einstein Condensation of Cesium, *Science*, 299, 232.
34. JOCHIM, S., BARTENSTEIN, M., ALTMAYER, A., HENDL, G., RIEDL, S., CHIN, C., DENSCHLAG, J. H., GRIMM, R., 2003, Bose-Einstein Condensation of Molecules, *Science*, 302, 5653, 2101–2103.
35. PETHICK, C. J., SMITH, H., 2002, *Bose-Einstein Condensation in Dilute Gases*, Cambridge University Press, Cambridge, 978-0-521-66194-3.
36. DUBOIS, J.L., GLYDE, H.R., 2001, Bose-Einstein Condensates in Trapped Bosons: A Variational Monte Carlo Analysis, *Physical Review A*, 63, 023602, 1–10.
37. CORNELL, E., 1996, Very Cold Indeed: The Nanokelvin Physics of Bose-Einstein Condensation, *J. Res. Natl. Inst. Stand. Technol.*, 101, 419.
38. BOGOLIUBOV, N., 1947, On the Theory of Superfluidity, *J. Phys. USSR*, 11,1, 23.
39. LÖWDIN, P.O., 1955, Quantum Theory of Many Particle Systems. I. Physical Interpretations by Means of Density Matrices, Natural Spin Orbitals, and Convergence Problems in the Method of Configurational Interaction, *Phys. Rev. Lett.*, 97, 1474–1489.
40. NUNES, G.S., 1999, Density Functional Theory of the Inhomogeneous Bose-Einstein Condensate, *J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys.*, 32, 4293–4299.
41. KOHN, W., SHAM, L.J., 1965, Self-Consistent Equations Including Exchange and Correlation Effects, *Physical Review A*, 140, 1133–1138.
42. KIM, Y.E., ZUBAREV, A.L., 2003, Density-Functional Theory of Bosons in a Trap, *Physical Review A*, 67, 015602, 1–5.
43. DAVOUDI, B., ASGARI, R., POLINI, M., TOSI, M.P., 2003, Self-Consistent Scattering Theory of the Pair Distribution Function in Charged Bose Fluids,

- Physical Review B*, 67, 172503, 1–4.
44. BURT, E.A., 1997, Coherence, Correlations, and Collisions: What One Learns About Bose-Einstein Condensates from Their Decay, *Phys. Rev. Lett.*, 79, 337–340.
 45. SÖDING, J., 1999, Three-body Decay of a Rubidium Bose–Einstein Condensate, *Applied Physics B*, 69, 257–261.
 46. SCHUSTER, J., MARTE, A., AMTAGE, S., SANG, B., REMPE, G. BEIJERINCK, H.C.W., 2001, Avalanches in a Bose-Einstein Condensate, *Phys. Rev. Lett.*, 87, 170404 1–4.
 47. XU, K., LIU, Y., MILLER, D.E., CHIN, J.K., SETIAWAN, W., KETTERLE, W., 2006, Observation of Strong Quantum Depletion in a Gaseous Bose-Einstein Condensate, *Phys. Rev. Lett.*, 96, 180405 1–4.
 48. SAKHEL, A.R., DUBOIS, J.L., GLYDE, H.R., 2002, Bose-Einstein Condensates in ^{85}Rb Gases at Higher Densities, *Physical Review A*, 66, 063610 1–4.
 49. DZIARMAGA, J., SACHA K., 2003, Bose-Einstein-Condensate Heating by Atomic Losses, *Physical Review A*, 68, 043607, 1–5.
 50. WÜSTER, S., 2007, Quantum Depletion of Collapsing Bose-Einstein Condensates, *Physical Review A*, 75, 043611 1–8.
 51. GOTT, Y., IOFFE, M., TEL'KOVSKI, V., 1962, *Nucl. Fusion. Suppl.*, 3, 1045.
 52. D. PRITCHARD, 1983, Cooling Neutral Atoms in a Magnetic Trap for Precision Spectroscopy, *Phys. Rev. Lett.*, 51, 1336.
 53. MEYRATH, T. P., SCHRECK, F., HANSSSEN, J. L., CHUU, C. S., RAIZEN, M. G., 2005, *Phys. Rev. A* 71, 041604.
 54. GIORGINI, S., PITAEVSKII, L. P., STRINGARI, 2008, Theory of ultracold atomic Fermi gases, *S., Rev. Mod. Phys.*, 80, 1215.

ÖZGEÇMİŞ

Ayşegül ERTOPRAK 1987 yılında İstanbul'da doğdu. 2005 yılında İstanbul Üniversitesi Fen Fakültesi Fizik Bölümünü kazandı. 2006 yılında İstanbul Üniversitesi Fen Fakültesi Matematik Bölümü'nde Çift Anadal Programına kabul edildi. 2009 yılında Fizik ve Matematik Bölümlerindeki lisans öğrenimini tamamladı. Lisans öğreniminin ardından İstanbul Üniversitesi Fen Fakültesi Nükleer Fizik Anabilim Dalı'nda Yüksek Lisans öğrenimine başladı. Yüksek Lisans çalışmaları için Varşova Teknoloji Üniversitesi'nden Prof. Piotr Magierski ile bilimsel çalışmalar yaptı. Yüksek Lisans döneminde Türk Eğitim Vakfı Master bursunu almaya hak kazandı. 2011 yılında İstanbul Üniversitesi Fen Fakültesi Nükleer Fizik Anabilim Dalı'nda Araştırma Görevlisi oldu ve bu görevini halen sürdürmektedir.