

İSTANBUL ÜNİVERSİTESİ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

DOKTORA TEZİ

ELASTİK-SİLİNDİRİK YAPILARIN AKIŞKAN ETKİSİ ALTINDA TİTREŞİMİ

Mak.Yük.Müh. Şule KAPKIN Makine Mühendisliği Anabilim Dalı

Danışman

Prof.Dr. Erol UZAL 2.Danışman Prof.Dr.Nurkan YAĞIZ Kasım, 2012

İSTANBUL



İSTANBUL ÜNİVERSİTESİ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

DOKTORA TEZİ

ELASTİK-SİLİNDİRİK YAPILARIN AKIŞKAN ETKİSİ ALTINDA TİTREŞİMİ

Mak.Yük.Müh. Şule KAPKIN Makine Mühendisliği Anabilim Dalı

Danışman

Prof.Dr. Erol UZAL 2.Danışman Prof.Dr.Nurkan YAĞIZ Kasım, 2012

İSTANBUL

Bu çalışma 04/12/2012 tarihinde aşağıdaki jüri tarafından Makine Mühendisliği Anabilim Dalı'nda Doktora Tezi olarak kabul edilmiştir.

Tez Jürisi

Prof.Dr. Erol UZAL(Danışman) İstanbul Üniversitesi Mühendislik Fakültesi

Prof.Dr.Metin Orhan KAYA İstanbul Teknik Üniversitesi Uçak ve Uzay Bilimleri Fakültesi

Doç. Dr. Serdar BARIŞ İstanbul Üniversitesi Mühendislik Fakültesi

Prof. Dr. Hasan Rıza GÜVEN İstanbul Üniversitesi Mühendislik Fakültesi

and

Prof.Dr.İbrahim ÖZKOL İstanbul Teknik Üniversitesi Uçak ve Uzay Bilimleri Fakültesi

ÖNSÖZ

Doktora öğrenimim sırasında ve tez çalışmalarım süresince bilgi ve deneyimlerini benim ile paylaşan, akademik kariyerim boyunca her türlü destek ve yardımlarını benden esirgemeyen, çok değerli danışmanlarım; Sayın Prof.Dr.Erol UZAL ve ikinci danışmanım Sayın Prof.Dr.Nurkan YAĞIZ'a en içten dileklerimle teşekkür ederim.

Bu çalışmam boyunca manevi desteklerini benden esirgemeyen, herzaman yanımda olan çok değerli öğrencilerime teşekkürü borç bilirim.

Eğitim ve öğretim dönemi boyunca herzaman yanımda olan değerli Aileme ve yeğenlerim Ufuk CİMİLLİ ve Işık CİMİLLİ'ye desteklerinden dolayı teşekkür ederim.

Kasım, 2012

Şule KAPKIN

İÇİNDEKİLER

ÖNSÖZ
İÇİNDEKİLERii
ŞEKİL LİSTESİ iii
SEMBOL LISTESIv
ÖZETvi
SUMMARY vii
1. GİRİŞ1
2. GENEL KISIMLAR2
3. MALZEME VE YÖNTEM6
3.1.AKIŞKAN VE PLAKA İÇİN GENEL HAREKET DENKLEMLERİ
3.2.IÇINDE ELASTIK BIR PLAKA BULUNAN SILINDIRIK KANAL 3.3. KARŞILIKLI DUVARLARI TİTREŞEN DİKDÖRTGEN KESİTLİ
KANAL17
4. BULGULAR27
4.1. BİLGİSAYAR DESTEKLİ ANALİZ27
5. TARTIŞMA VE SONUÇ42
KAYNAKLAR47
EKLER
ÖZGEÇMİŞ

ŞEKİL LİSTESİ

Şekil 3.1	: Akışkan akışı içeren silindirik kanal ve çap boyunca yerleştirilen	
	plaka (yz düzlemi)	11
Şekil 3.2	: a ve b ile gösterilen plakalar elastik, diğer ikisi rijit dir. Akışkan	
	<i>x</i> yönünde akmaktadır	17
Şekil 4.1	: Dikdörtgen model	28
Şekil 4.2	: Modelin ağ yapısı (a)	28
Şekil 4.3	: Modelin ağ yapısı (b)	29
Şekil 4.4	: Modelin ağ yapısı (c)	29
Şekil 4.5	: Modelin ağ yapısı (d)	30
Şekil 4.6	: Dikdörtgen modelin analize hazır şekli	30
Şekil 4.7	: Dikdörtgen modelin analize hazır kesit görünüşü	31
Şekil 4.8	: Dikdörtgen modelin alüminyum 2990 Hz. mod şekli	31
Şekil 4.9	: Dikdörtgen modelin alüminyum 3040 Hz. mod şekli	32
Şekil 4.10	: Dikdörtgen modelin alüminyum 3120 Hz. mod şekli	32
Şekil 4.11	: Dikdörtgen modelin alüminyum 3230 Hz. mod şekli	33
Şekil 4.12	: Dikdörtgen modelin çelik 2880 Hz. mod şekli	33
Şekil 4.13	: Dikdörtgen modelin çelik 2930 Hz. mod şekli	34
Şekil 4.14	: Dikdörtgen modelin çelik 3120 Hz. mod şekli	34
Şekil 4.15	: Dikdörtgen modelin çelik 3270 Hz. mod şekli	35
Şekil 4.16	: Dikdörtgen modelin titanyum 2970 Hz. mod şekli	35
Şekil 4.17	: Dikdörtgen modelin titanyum 3030 Hz. mod şekli	36
Şekil 4.18	: Dikdörtgen modelin titanyum 3220 Hz. mod şekli	36
Şekil 4.19	: Dikdörtgen modelin titanyum 3370 Hz. mod şekli	37
Şekil 4.20	: Dikdörtgen çelik model	38
Şekil 4.21	: Dikdörtgen çelik modelin mesh yapısı	38
Şekil 4.22	: Dikdörtgen çelik malzemenin 5580 Hz. mod şekli	39
Şekil 4.23	: Dikdörtgen çelik malzemenin 5692 Hz. mod şekli	39
Şekil 4.24	: Dikdörtgen çelik malzemenin 5844 Hz. mod şekli	40
Şekil 4.25	: Dikdörtgen çelik malzemenin 6070 Hz. mod şekli	40
Şekil 5.1	: Dikdörtgen kesitli kanalda $\frac{\rho_a h_a}{\rho_b h_b} = 1,1.5,2$ ve b=1m için çırpınma h	1Z
	değerleri	43
~	$\rho_{\rm c}h_{\rm c}$	
Şekil 5.2	: Dikdörtgen kesitli kanalda $\frac{r_a}{\rho_b h_b} = 1,1.5,2$ ve b=2m için çirpinma h	.1Z
	değerleri.	43
Şekil 5.3	: Dikdörtgen kesitli kanalda $\frac{\rho_a h_a}{\rho_b h_b} = 1,1.5,2$ ve b=3m için çırpınma hı	lZ
	değerleri	44
	5	

Şekil 5.4	: Dikdörtgen kesitli kanalda $\frac{\rho_a h_a}{\rho_b h_b} = 1,1.5,2$ ve h=1m için çırpınma hız	
	değerleri4	4
Şekil 5.5	: Dikdörtgen kesitli kanalda $\frac{\rho_a h_a}{\rho_b h_b} = 1,1.5,2$ ve h=2m için çırpınma hız	
	değerleri4	5

SEMBOL LİSTESİ

Р	: basınç [Pa]
Pa	: a plakasının üzerine gelen basınç [Pa]
P _b	: b plakasının üzerine gelen basınç [Pa]
ρ	: akışkan yoğunluğu [kg/m³]
$ ho_a$: a plakasının yoğunluğu [kg/m²]
$\rho_{\rm b}$: b plakasının yoğunluğu [kg/m²]
$ ho_p$: plaka yoğunluğu [kg/m²]
Ε	: elastisite (Young) modülü [Pa]
D	: eğilme rijitliği [Nm]
R	: silindirin yarıçapı [m]
c	: dalga hızı [m/s]
Ι, λ	: dalga boyu veya uzunluğu [m]
x,y,z	: koordinat ekseni [m]
b	: dikdörtgenin uzun kenarının uzunluğu [m]
h	: dikdörtgen kısa kenarının uzunluğu [m]
$\omega, \omega_a, \omega_b$: frekans [Hz]
k	: dalga sayısı [1/m]
W_{a}, W_{a}	: öz fonksiyonlar [m]
$\mathbf{c}_{\mathbf{v},\mathbf{c}_{\mathbf{p}}}$: özgül ısılar [j/kg K]
φ	: hız potansiyeli [m ² /s]
μ	: kütle oranı [birimsiz]
R	: gaz sabiti [j/kg K]
γ	: özgül ısıların oranı [birimsiz]
c ₀	: karakteristik hız [m/s]
ν	: poisson oranı [birimsiz]
İ,j,k	: birim vektörler [birimsiz]
a	: yerel ses hızı [m/s]

ÖZET

ELASTİK-SİLİNDİRİK YAPILARIN AKIŞKAN ETKİSİ ALTINDA TİTREŞİMİ

Bu tezde akışkan-elastik cisim etkileşimi problemlerinin özel bir durumu olan, içinden akışkan akan bir kanalın yapısal titreşimleri incelenmiştir. İki ayrı problem göz önüne alınmış ve her ikisi de analitik olarak çözülmüştür. Birinci problemde kanalın kesiti silindiriktir, kanal rijittir fakat içinde çap boyunca yerleştirilmiş olan bir plaka izotropik, elastik bir cisim olarak modellenmiştir. Akışkan tesiri ile elastik plakada titreşimler oluşmaktadır. Akışkanın sıkıştırılamaz, daimi olmayan potansiyel akış modeline uyduğu kabul edilmiş, plaka ise ince plaka titreşim denklemi ile temsil edilmiştir. Aralarındaki etkileşimi plaka titreşim denklemine dış kuvvet olarak gelen akışkan basıncı ve plaka ile akışkan arasındaki sınır şartı sağlamaktadır. Akışkanın serbest olarak aktığı (yani plakanın titreşmediği) durumdaki akış hızına bağlı olarak sistemin öz frekansları çözülmüş ve plakanın kararsız titreşimler yapmaya başladığı çırpınma hızı elde edilmiştir.

İkinci problemde karşılıklı yan yüzeyleri elastik plakalar, diğer iki yüzeyi ise rijit olarak düşünülen dikdörtgen kesitli bir kanalın içinden akan akışkan tesiri altında yapısal titreşimleri göz önüne alınmıştır. Bu problemde akış sıkıştırılabilir, daimi olmayan potansiyel denklem ile modellenmiş ve yukarıda bahsedildiği gibi çırpınma hızı bulunmuştur.

SUMMARY

VIBRATIONS OF ELASTIC-CYLINDRICAL STRUCTURES UNDER FLUID FORCING

In this dissertation, the structural vibrations of a duct under the effect of a fluid flow inside it is considered. This is a special case of fluid-structure interaction problems. Two different problems are considered and they are both solved analytically. In the first problem, the duct itself is a rigid cylinder but there is a thin plate placed along one of its diameters modeled as an isotropic, elastic material. The plate vibrates under the effect of the flowing fluid. The fluid is assumed to follow the incompressible, unsteady, potential flow, and the plate is represented by the thin plate vibration equation. The coupling is provided by the pressure term in the plate vibration equation, which is an external forcing term, and the boundary condition between the plate and the fluid. The eigenfrequencies of the coupled system is solved as a function of the free flow velocity (the velocity of the fluid in the channel when there is no plate vibration) and the flutter velocity at which the plate undergoes unstable vibrations, is obtained.

In the second problem, the structural vibrations of a duct with rectangular cross section with two opposing walls considered as elastic plates and the other two as rigid is considered. In this problem the fluid flow is modeled by the compressible, unsteady, potential equation and the flutter velocity is found as explained above.

1. GİRİŞ

Bu tezin konusu akışkan taşıyan bir kanal ile taşıdığı akışkanın karşılıklı etkileşiminin dinamiğidir. Kanal kesiti dairesel veya dikdörtgen şeklinde olabilir (genel olarak her iki durum da "silindirik" olarak adlandırılacaktır). Bu tür yapılarla havalandırma kanalları, jet motoru alıkları ve rüzgar tünelleri gibi çok çeşitli endüstriyel ortamlarda karşılaşılmaktadır. Bu tezde iki problem göz önüne alınacaktır. Birincisi kendisi rijit olan silindirik bir kanalın içine yerleştirilmiş elastik bir plakanın kanaldan akan hava ile etkileşimidir. İkinci problem ise karşılıklı iki kenarı elastik, diğer iki kenarı rijit olan dikdörtgen kesitli bir kanalın içinden akan hava ile etkileşimidir. Her iki durumda da elde etmek istediğimiz sonuç, kanaldan akan havanın elastik yapıda karasız titreşimlere sebep olduğu çırpınma (flutter) hızını bulmaktır. Çırpınma hızının altındaki hızlarda kanal güvenli olarak çalışabilir; dolayısıyla çırpınma hızının bu tip sistemlerin tasarımında çok önemli olduğu aşikardır.

Hava akışı sıkışabilir, irrotasyonel, daimi olmayan akış olarak; plaka davranışı ise lineer elastik titreşim şeklinde modellenecektir. Plakaların üzerindeki akışkan basıncı ve elastik plaka ile hava arasındaki sınır şartları dolayısıyla hava ve plaka modelleri birbirlerini etkilemektedir. Bu yüzden plaka ve akışkan denklemlerinin bir arada çözülmesi gerekmektedir. Bu tezde denklemler analitik olarak çözülecektir.

Bölüm üç de akış ve plaka denklemlerinden genel olarak bahsedilecektir. Tez kapsamında iki problem üzerinde durulmuştur. Birinci problem, silindirik kanaldaki plaka problemi ele alınacaktır; her ne kadar akışkanın sıkıştırılabilir olduğu durumda da analitik çözüm mümkünse de burada akışkan sıkıştırılamaz kabul edilecektir. İkinci problem ise karşılıklı kenarları elastik olan dikdörtgen kesitli kanal problemi akışkanın sıkıştırılabilir olduğu durumda incelenecektir. Bölüm dört de ise bilgisayar destekli analizin incelenmesi yapılmıştır.

2. GENEL KISIMLAR

Bu teze esin kaynağı olan çalışma 1996 yılında Epstein, R.J., ve diğ. [1] dir. Bahsi geçen yayında dikdörtgen kesitli bir kanala yerleştirilmiş izotropik, elastik bir plakanın hava akışı tesiri altında çırpınma davranışı incelenmiştir.

Tezde geçen konularla ilgili genel bir kaynak 1995 yılında Dowell, E.H. (Ed.), [2] dir. Plaka ve kabuk yapıların çırpınma davranışları ile ilgili iki önemli çalışma, 1996 yılında Dowell, E.H. (Ed.), [3] ve 1996 yılında Dugundji, J. [4] tür. Bu çalışmalarda yüksek akıs hızlarında gecerli bir yaklasım olan piston teorisinden de bahsedilmistir. Piston teorisi akışkanın hareket denklemini, yapı denklemine basit bir terim ekleyerek ortadan kaldırdığından önemli bir matematiksel kolaylık getirmektedir. Bu tezde piston teorisi yaklaşımı yapılmamış, akışkan hareketi potansiyel denklem ile modellenmiştir. 1956 yılında Miles, J.W., [5], plaka çırpınması ile ilgili olarak ilk yapılan çalışmalardan birisi olması açısından önemlidir. 1963 yılında Dugundji, J., Dowell, E.H. ve Perkin B., [6] elastik temeller üzerine oturtulmuş panellerin çırpımasını incelemiştir. Havacılık ile ilgili yapılarda bu durumla sık sık karşılaşılmaktadır. 1965 yılında Dowell, E.H. ve Voss, H.M., [7] teori ve deney sonuçlarını karşılaştırması yönünden önemli olup, yapılan teorik çalışmaların gerçek duruma yakınlığını ortaya koymaktadır. 1970 yılında Dowell, E.H., [8] kapsamlı bir literatür tarama çalışmasıdır. Çırpınma ile ilgili temel ön bilgilere 2007 yılında Hagadorn, P. ve Dasgupta, A., [9] ve 2002 yılında Dewey, H. H., ve Pierce, G. A., [10] kitaplarından ulaşılabilir.

Çırpınma sırasında ortaya çıkan enerji transferinden faydalanma ihtimali son yıllarda üzerinde durulan bir konudur. Bu konu ile ilgili bir çalışma 2009 yılında, Tang, L ve diğ. [12] dir. 2007 yılında Eloy, C. ve diğ. [18] dikdörtgen bir plakanın sınırsız akışkan içinde çırpınmasını sayısal olarak incelemiştir. 2005 yılında Chowdhury, A.G., Sarkar, P.P., [19] çırpınma hesapları sırasında ortaya çıkan bazı fonksiyonların deney yolu ile tespiti üzerinedir. 2004 yılında Verboven, P., ve diğ. [26] deneme uçuşları sırasında çırpınma ile ilgili parametrelerin tespit edilmesini incelemiştir. 2001 yılında Huang, L.,

[27] ve 2005 yılında Balint, T.S., Lucey, A.D. [30] viskozitenin çırpınma üzerine etkisini basit bir model olan Poiseuille akımını kullanarak incelemiştir. Çırpınma olayının karşılaşıldığı başka bir alan da kağıt imalatıdır. Kağıt ruloların sarılması sırasında kağıdın hızı ile havanın etkileşmesi sonucunda çırpınma olması mümkündür. Bu konu ile ilgili bir çalışma, 2002 yılında Watanabe, Y., ve diğ. [28] dir. Türbomakinelerde çırpınma olayının modellenmesi karmaşık geometri yüzünden son derece zordur. Burada indirgenmiş modellerin (reduced order models) kullanılması kaçınılmazdır. Deney sonuçları ve bu tür modelleri karşılaştıran bir çalışma 2004 yılında Copelanda, G.S. ve Rey, G.J., [29] dur. Yüksek hızla dönmekte olan yapılarda da çırpınma ortaya çıkabilir. Burada hemen akla gelen bir örnek bilgisayarlarda kullanılan hard disk veya optik disklerdir. Bu konuyu inceleyen bir çalışma 2005 yılında Jana, A. ve Raman, A., [31] dir. Ancak burada akışkanın sınırsız olduğu varsayılmıştır.

Akışkanın akış yönüne dik olarak dönmesinin kararlılık üzerine etkisi 2007 yılında Langthjema, M.A. ve Nakamura, T., [32] de incelenmiştir. Bir ucundan ankastre mesnetlenmiş bir plakanın akışla etkileşimi, 2009 yılında Howell, R.M. ve diğ. [33] ün konusudur. Bu teze yakın olan bir çalışma 2009 yılında Michelin, S. ve Smit, L.S.G. [34] dür. Burada elastik paralel plakalar arasındaki akış ile plakaların etkileşimi göz önüne alınmıştır; ancak bahsi geçen çalışmada plakaların sınırsız olması ve sonuçların sayısal olarak elde edilmesi yönlerinden bu tezden ayrılmaktadır. Çırpınmanın sınır tabakayı yüzeyden ayırması ihtimali 2010 yılında Poirel, D. ve Yuan, W. [35] de incelenmiştir; ayrılma laminer kabul edilmiştir. 2011 yılında Doare, O. ve diğ. [36] sınırlı akışta çırpınmaya akışın sınırlı olmasının etkileri üzerinde durmuştur.

Panellerde mevcut olabilecek amaçlı veya tesadüfen oluşmuş yoğunluk farklılıklarının çırpınma üzerine etkisi 2011 yılında Howell, R.M. ve diğ. [37] de incelenmiştir. Panellerin çırpınması üzerine yeni bir deneysel çalışma 2012 yılında Gibbs, S.C. ve diğ. [39] dur. Eksenel simetrik viskoz akış koşullarında çırpınma 2012 yılında Kang, H. S. ve diğ. [40] ve 1998 yılında Huang, L., [41] de incelenmiştir.

Çırpınma inşaat mühendisliğinin ilgi alanında bulunan yapılarda da önemli olabilmektedir. Burada köprülerde oluşan çırpınma kararsızlığından bahsetmemek

mümkün değildir. En önemli örneği çırpınma yüzünden yıkılan "Tacoma" köprüsüdür. 2008 yılında Ge, Y.J. ve Xiang, H.F. [23] köprü aerodinamiği konusunda yapılan çalışmaları özetlemektedir.

2007 yılında Zhu, L.D. ve diğ. [22] ise Nanjing köprüsünün çırpınma karakteristiklerini incelemektedir. Köprü çırpınmasının hesabı için en önemli parametreler olan "çırpınma türevleri" nin saptanması 2000 yılında Ming, G. ve diğ. [24] in konusudur.

Çırpınma kontrolu üzerine bir çalışma 2006 yılında Hana, A. ve diğ. [11] dir. Burada durum uzayı kontrol yöntemleri ile tasarım yapılarak piezoelektrik eyleyicilerle taşıyıcı bir yüzeyin çırpınma titreşimlerinin aktif sönümlenmesi üzerinde durulmuştur. 2012 yılında Mingli, Y., ve Haiyan, H. [38] de ise ultrasonic motor kullanılarak bir kanat profilinin çırpınması kontrol altına alınmaya çalışılmıştır. 1998 yılında Huang, L., [41] piezoelektrik eyleyiciler kullanılarak kompozit yapılı bir plakanın çırpınmasının kontrolunu ele almıştır.

Bahsi geçen çalışmalar bu tez açısından konu ile ilgili temel kaynakları oluşturmaktadır. Literatür ayrıntılı olarak incelendiğinde çırpınma olayının havacılık dışında pek çok sektörde önemli bir problem olduğu ortaya çıkmaktadır. Aşağıda bunlardan bahsedilecektir.

Literatürdeki "çırpınma" anahtar kelimesi ile ilgili yayınların önemli bir kısmı fizyoloji (tıp) ile ilgilidir. Bu bağlamda yürek kaslarının veya damarların çırpınma kararsızlığına girmesi "taşikardi", "artrial flutter (damar çırpınması)" veya "artrial fibrilation" gibi isimlerle anılmaktadır. Doğal olarak fizyoloji ile ilgili yayınlar olayın modellenmesine değil de çırpınma ile hastanın durumu arasında ilişki kurmaya, elektromiyografi gibi yöntemlerle çırpınmanın tanısını koymaya ve çeşitli ilaçların çırpınma üzerine etkisini incelemeye yöneliktir. 2011 yılında Naccarelli, G. V. ve diğ.[13] istatistiksel bir çalışma olup 65 yaşın üstündeki kişilerde damar çırpınması (artrial fibrilation/flutter) sıklığını ve bu yüzden hastaneye yatma oranını incelemiştir. 2003 yılında Mairesse, G.H. ve diğ. [16] elektrokardiogram verileri ile çırpınma yüzünden damar blokajını incelemiştir. 2008 yılında Ravelli, F. ve diğ. [17] çırpınmaya neden olan etkenlerin titreşimlerin periyodu üzerindeki etkilerini incelemiştir. 2004 yılında Khana, I.A. ve diğ. [20] damar çırpınması sırasında kan debisinin kontrolu üzerine bir çalışmadır. 2007 yılında Finsterer, J. ve Stöllberger, C. [21] damar çırpınması üzerine genel bir inceleme yazısıdır.

Nanometre mertebelerinde yapıların genel teknolojisi olan "nanoteknoloji" alanında da çırpınma rol oynamaktadır. Örneğin 2006 yılında Yoon J. ve diğ. [15] karbon nanotüp adı verilen moleküler yapıların çırpınmasını incelemektedir. Ancak burada nanotüpün veya akışkanın tanecikli (moleküler) yapısı göz önüne alınmamıştır. Literatür taramasında henüz bu tür çalışmaların olmadığı görülmektedir.

3. MALZEME VE YÖNTEM

Plakalar sonlu eğilme rijitliğine sahip iki boyutlu elastik yapılardır. Kalınlığı diğer boyutlarından küçük elastik düzlem yapılar plaka olarak düşünülebilir. Kabuklar ise kalınlığı diğer boyutlarından çok küçük olan eğrisel yüzeylerdir. Her iki tip yapıya da mühendislik uygulamalarında sık sık rastlanmaktadır. Örnek olarak uçakların kanat ve gövdelerinin yüzey panelleri, akışkan taşıyan boru veya benzeri yapıların yüzeyleri gösterilebilir. Bunun yanında örneğin asma köprülerin taşıdığı yollar, kan damarlarının yüzeyleri gibi yapılar da panel veya kabuk olarak düşünülebilmektedir. Genellikle havacılık yapılarının akışkan tesiri altında dinamik davranışı aeroelastisite terimi ile ifade edilmektedir.

Kaba hesaplar için örneğin bir uçak kanadı yaylarla bağlı rijit bir cisim olarak kabul edilir. Yaylar kanadın elastik yapısını modeller. Kanada tesir eden kuvvetler ise taşıma ve sürükleme katsayıları ile temsil edilir. Bu durumda sistemin matematiksel modeli adi deferansiyel denklemlerden oluşmakta olup genel titreşim problemlerindeki yöntemler takip edilir. Yani sistemin özdeğerleri-özfrekanslerı bulunur; gerekirse çeşitli dış etkilere cevabı da elde edilebilir. Farklı olarak burada özfrekanslar akış hızına da bağlıdır; dolayısıyla problem geleneksel titreşim problemlerine göre biraz daha çok yönlüdür. Ayrıca akış sırasında kanadın hareketinden dolayı taşıma ve sürükleme katsayıları da değişmektedir. Bunların çeşitli parametrelerle değişimi lineer yaklaşımda "aerodinamik türevler" vasıtası ile ifade edilir.

Bu tür hesaplarla kabul edilebilir sonuçlar elde edilmesi için aerodinamik türevler gibi parametrelerin doğru bir şekilde tespit edilmesi gerekir. Bunun için en iyi yöntem bu partametrelerin deneyler yoluyla bulunmasıdır.

Paneller veya köprü yüzeyleri gibi yapılarda ise uçak kanadında olduğu gibi bir toplu parametre yaklaşımı mümkün görünmemektedir. Bu tür yapıların plaka veya kabuk olarak modellenmesi gerektiğinden basit bir biçimde taşıma, sürükleme katsayısı gibi

büyüklükler tanımlanamaz, yani sistemin akışkan ile ilgili kısmı fazla basitleştirilemez. Sadece akışın tamamen çözümüne değil de önemli özelliklerini ortaya koyan bir takım yaklaşımlar yapılabilir. Örneğin akışkan ideal kabul edilebilir çünkü elastik sistemi zorlayan kuvvet kayma gerilmesinden çok akışkan basıncıdır. Benzer şekilde elastik sistem de ayrık olarak modellenemez çünkü plaka veya kabuğun titreşim modları onu karmaşık bir yüzey haline getirmektedir; uçak kandının esas modları ise nispeten daha derli topludur. Sonuç olarak panel veya kabukla ilgili aeroelastik problemleri toplu parametreler ile modellemek doğru bir yaklaşım olarak görülmemektedir. Burada da hava tüneli deneyleri ile hesapların karşılaştırılması yapılan yaklaşımların doğruluğunun test edilmesi son derece önemlidir.

Son yıllarda, aeroelastik sistemlerin titreşimlerinin kontrol edilerek sönümlenmesi önemli bir çalışma konusu haline gelmiştir. Burada esas amaç sistemin karasız titreşimlere başladığı çırpınma hızını mümkün olduğu kadar çalışma bölgesinin dışına çıkarmaktır. Bunun için titreşimlerin aktif olarak kontrol edilmesi yani sisteme dışarıdan başka bir kaynaktan enerji verilmesi gerekmektedir. Düşük güçlerde enerji kaynağı piezoelektrik eyleyiciler olabilir ancak genellikle havacılıkta ve inşaat yapılarında elektrik motorları, hidrolik eyleyiciler gibi yüksek güç veren sistemlerin kullanılması gerekmektedir.

3.1 AKIŞKAN VE PLAKA İÇİN GENEL HAREKET DENKLEMLERİ

Akışkan-katı cisim etkileşiminde genellikle akışkanın ideal (viskoz olmayan) kabul edilmesi iyi bir yaklaşımdır; çünkü aradaki etkileşimin ana kaynağı akışkan basıncı olup akışkan-katı cisim sınırındaki viskoz gerilmelerin katı cismin deformasyonu üzerindeki etkisi küçüktür. Bu yüzden akışkan hareketi daimi olmayan potansiyel denklem ile modellenecektir; yani akışkan hız vektörü, potansiyel fonksiyonu cinsinden

$$\mathbf{V} = \nabla \Phi \tag{3.1}$$

şeklinde ifade edilmektedir. Burada kalın harfler vektörleri ifade edecektir. Bu durumda akışkanın hareket denklemleri potansiyel denklem ve Bernoulli denklemine indirgenir, yani,

$$\nabla^{2}\Phi = \frac{1}{a^{2}} \left[\frac{\partial^{2}\Phi}{\partial t^{2}} + \frac{\partial}{\partial t} (\nabla \Phi \cdot \nabla \Phi) + \nabla \Phi \cdot (\nabla \Phi \cdot \nabla \nabla \Phi) \right]$$
(3.2)

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} + \frac{1}{2} \nabla \Phi \cdot \nabla \Phi + \int a^2 \frac{d\rho}{\rho} = sabit$$
(3.3)

Hareket irrotasyonel (potansiyelli) olduğundan "barotropik" tir yani basınçla yoğunluk arasında

$$p = p(\rho) \tag{3.4}$$

şeklinde fonksiyonel bir bağıntı vardır. Bu bilindiği gibi akışkanın akarken izentropik bir süreçten geçtiğini göstermektedir. Dolayısı ile yerel ses hızı

$$a^{2} = \left(\frac{\partial p}{\partial \rho}\right)_{S} = \frac{dp}{d\rho}$$
(3.5)

şeklinde ifade edilmektedir.

Bu tezde hava sabit özgül ısılara sahip bir ideal gaz olarak düşünülecektir. Bu yüzden barotropik bağıntı

$$\frac{p}{\rho^{\gamma}} = sabit \tag{3.6}$$

şeklindedir; burada

$$\gamma = \frac{C_p}{C_v} \tag{3.7}$$

özgül ısıların oranıdır. Bernoulli denklemi ise

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} + \frac{1}{2} \nabla \Phi \cdot \nabla \Phi + \frac{a^2}{\gamma - 1} = sabit$$
(3.8)

şekline gelir ve yerel ses hızı

$$a^2 = \gamma RT = \gamma \frac{p}{\rho} \tag{3.9}$$

olur.

Bu tezde çözülecek olan her iki problemde de plakalar akışa paralel yerleştirilmiştir. Plakaların akışkan üzerinde etkileri olmadığında akış hızı sabit U dur. Akış sırasında plakalar deforme olup akışkanın hareketini etkileyecektir. Plakaların deformasyonu küçük farzedilerek akışkan hareketi sabit U hızı etrafında lineerize edilecektir. Akış yönünü z ekseni olarak seçersek akışkan hızı

$$\mathbf{V} = U_{\mathbf{k}} + \nabla \varphi \tag{3.10}$$

şeklinde alınacaktır. Burada φ artık "bozuntu" (perturbation) potansiyelini temsil etmektedir. Potansiyel denklemde yerine koyup nonlinear terimleri ihmal edersek

$$\nabla^2 \varphi - \frac{1}{a^2} \left(\frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} + 2U \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z \partial t} + U^2 \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} \right) = 0$$
(3.11)

elde edilir. Benzer şekilde Bernoulli denklemi lineerize edilince

$$p = -\rho \left(\frac{\partial \varphi}{\partial t} + U \frac{\partial \varphi}{\partial z} \right)$$
(3.12)

bulunur. Lineerize edilmiş durumda *a* serbest (plaka titreşimleri tarafından bozulmamış) akışın sabit ses hızını göstermektedir.

Her iki problemde de plakalar xz düzleminde olup y yönündeki deformasyon, v, lineer plaka titreşim denklemi ile verilecektir, yani

$$D\left(\frac{\partial^4 v}{\partial x^4} + 2\frac{\partial^4 v}{\partial x^2 \partial z^2} + \frac{\partial^4 v}{\partial z^4}\right) + \rho_p h_p \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} + p = 0$$
(3.13)

Burada ρ_p ve h_p plakanın birim alanının kütlesi ve plaka kalınlığıdır. *D* ise plakanın eğilme rijitliğidir

$$D = \frac{Eh_p^3}{12(1-v^2)}$$
(3.14)

E plaka malzemesinin elastiklik modülü, v Poisson oranıdır. p plaka üzerindeki akışkan basıncıdır; plaka titreşim denklemine dış kuvvet olarak girmektedir. Plaka ve akışkan arasındaki sınır şartı plaka üzerinde akışkanın plakaya normal hızının plaka hızına eşit olmasıdır; yani

plakada
$$\mathbf{V} \cdot \mathbf{n} = \frac{\partial v}{\partial t} + \mathbf{V} \cdot \nabla v$$
 (3.15)

Burada **n** plakaya normal doğrultuyu göstermektedir. Sağ taraf plaka deformasyonunun maddesel türevi olarak plaka hızını ifade etmektedir. Bu ifadenin linnerleştirilmiş şekli de

plakada
$$\frac{\partial \varphi}{\partial y} = \frac{\partial v}{\partial t} + U \cdot \frac{\partial v}{\partial z}$$
 (3.16)

olur.

Sonuç olarak problemlerin genel denklemleri (3.11), (3.12) ve (3.13) olup sınır şartı (3.16) dır. Bunlara ilave olarak plakanın mesnetlenme şartları ve akışkanın kanal kenarlarındaki sınır şartları da verilmelidir. Bunlar iki problemde de ayrıca ifade edilecektir.

3.2 İÇİNDE ELASTİK BİR PLAKA BULUNAN SİLİNDİRİK KANAL

Problem geometrisi Şekil 1'de görülmektedir. Sıkıştırılamaz, ideal akışkan R yarıçaplı sonsuz uzun rijit silindirin ekseni olan z yönünde U hızı ile akmaktadır.



Şekil:3.1 Akışkan akışı içeren silindirik kanal ve çap boyunca yerleştirilen plaka (yz düzlemi).

İnce bir elastik plaka silindirin bir çapı boyunca yerleştirilmiştir. Plakanın genişliği 2*R* olup silindir gibi sonsuz uzunluktadır. Plaka akışkan basıncı altında deformasyona uğramakta, titreşmektedir. Kartezyen koordinatların orjini silindir ekseninde olup plakanın düzlemi *xz* düzlemidir. Plakanın kenarlarının silindir boyunca basit mesnetli olduğu kabul edilecektir.

Plakanın lineer titreşimleri

$$D\left(\frac{\partial^4 v}{\partial x^4} + 2\frac{\partial^4 v}{\partial x^2 \partial z^2} + \frac{\partial^4 v}{\partial z^4}\right) + \rho_p h_p \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} + 2p = 0$$
(3.17)

denklemi ile modellenir. Burada plakanın iki tarafı da akışkan basıncına maruz olduğundan basıncın önünde 2 faktörü bulunmaktadır. Plakanın uçları basit mesnetlendiği için sınır koşulları uçlarda plaka deformasyonu ve eğilme momentinin sıfır olmasıdır:

$$x = \pm R$$
 için $v = \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} = 0$ (3.18)

Bu problemde akışkan sıkıştırılamaz kabul edilmektedir. Dolayısı ile bozuntu potansiyeli Laplace denklemini sağlar

$$\nabla^2 \varphi = 0 \tag{3.19}$$

Çözüm için Laplace denklemini silindirik koordinatlarda ifade etmek uygun olacaktır,

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \varphi}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} = 0$$
(3.20)

Lineerleştirilmiş Bernoulli denkleminden de plaka üzerindeki basınç ifade edilir

$$p = -\rho \left(\frac{\partial \varphi}{\partial t} + U \frac{\partial \varphi}{\partial z} \right)_{y=0}$$
(3.21)

Akışkan akışı üzerindeki sınır koşulları, silindir duvarında, akışkan hızının normal bileşeninin sıfır olması

$$r = R$$
 için $\frac{\partial \varphi}{\partial r} = 0$ (3.22)

ve geçen bölümde ifade edildiği gibi plakada akışkan hızının plakaya teğet olmasıdır

$$y = 0$$
 için $\frac{\partial \varphi}{\partial y} = \frac{\partial v}{\partial t} + U \frac{\partial v}{\partial z}$ (3.23)

Çözüm için plaka titreşiminin

$$v = \hat{v} \cos\left(\frac{\pi x}{2R}\right) e^{i(2\pi/l)(ct-z)}$$
(3.24)

şeklinde olduğu varsayılır. Lineer problemlerde alışılageldiği gibi burada her ifadenin gerçek veya sanal kısmının asıl fiziksel büyüklük olduğu anlaşılmalıdır. Bu, x yönünde

dalga hızı *c* ve dalga uzunluğu *l* olan bir ilerleyen dalga göstermektedir. Cos terimi, plaka kenar sınır koşullarını (3.18) sağlar. Tam bir analiz için sonsuz sayıda cos terimlerin alınmalıdır, fakat daha yüksek mertebeden modların katkısı ihmal edilebilir mertebededir (Epstein *et. al*, 1995).

(3.23) ye benzer şekilde bozuntu potansiyeli için de

$$\varphi = \hat{\varphi}(r,\theta)e^{i(2\pi/l)(ct-z)}$$
(3.25)

kabulü yapılır. Bu durumda potansiyel denklem (3.20)

$$\frac{\partial^2 \hat{\varphi}}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \hat{\varphi}}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \hat{\varphi}}{\partial \theta^2} - q^2 \hat{\varphi} = 0$$
(3.26)

şekline gelir; burada

$$q = \frac{2\pi}{l} \tag{3.27}$$

şeklinde tanımlanmıştır. Silindir üzerindeki sınır koşulları yani (3.22)

$$\left. \frac{\partial \hat{\varphi}}{\partial r} \right|_{r=R} = 0 \tag{3.28}$$

olur. Plaka üzerindeki sınır şartı (3.23) için ise y = 0 ın $\theta = 0$ ve $\theta = \pi$ ye karşı geldiğine dikkat edilirse

$$\theta = 0$$
 için $\frac{\partial \hat{\varphi}}{\partial \theta} = -i \frac{2\pi}{l} (U - c) r \cos\left(\frac{\pi r}{2R}\right) \hat{v}$ (3.29a)

$$\theta = \pi \quad \text{icin} \quad \frac{\partial \hat{\varphi}}{\partial \theta} = i \frac{2\pi}{l} (U - c) r \cos\left(\frac{\pi r}{2R}\right) \hat{v}$$
 (3.29b)

(3.26) un (3.28) ve (3.29) sınır şartlarını sağlayan çözümü değişkenlerin ayrılması yöntemi ile şu şekilde yazılabilir

$$\hat{\varphi}(r,\theta) = i\frac{2\pi}{l}(U-c)\hat{v}\sum_{n=0}^{\infty}u_n(r)\cos n\theta + i\frac{2\pi}{l}(U-c)\hat{v}r\cos\left(\frac{\pi r}{2R}\right)\left(\frac{\theta^2}{\pi} - \theta\right) \quad (3.30)$$

Burada

$$u_{n}(r) = \frac{\alpha_{n}I_{n}(qr)}{qI_{n}'(qR)} + \frac{K_{n}'(qR)}{I_{n}'(qR)}I_{n}(qr)\int_{0}^{R} \varphi_{n}(x)I_{n}(qx)dx - K_{n}(qr)\int_{0}^{r} \varphi_{n}(x)I_{n}(qx)dx$$

$$-I_n(qr)\int_{-\pi}^{R}\varphi_n(x)K_n(qx)dx \qquad (3.31)$$

 I_n ve K_n , *n*. mertebeden değiştirilmiş Bessel fonksiyonlarıdır. Ayrıca kısaltma için aşağıdaki tanımlamalar kullanılmıştır:

$$\alpha_0 = -\frac{\pi^2}{12}$$

$$\alpha_n = \frac{1}{2n^2} , \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

$$\varphi_0(r) = \frac{\pi}{6} G(r) - \frac{2}{\pi} F(r)$$

$$\varphi_n(r) = -\frac{4}{\pi n^2} G(r) , \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

$$F(r) = \cos\left(\frac{\pi r}{2R}\right)$$

$$G(r) = -\frac{3\pi}{2R} r \sin\left(\frac{\pi r}{2R}\right) + \left[-\left(q^2 + \frac{\pi^2}{4R^2}\right)r^2 + 1\right] \cos\left(\frac{\pi r}{2R}\right)$$

(3.21) denkleminden plaka üzerindeki basınç hesaplanırsa

$$p = -\rho \left(\frac{2\pi}{l}\right)^2 (U-c)^2 \hat{v} \ e^{i(2\pi/l)(ct-z)} \sum_{n=0}^{\infty} u_n(r)$$
(3.32)

Bu basınç ifadesi ve (3,24) kabul edilmiş mod şekli plaka denklemi (3.17) de yerine konup $\cos(\pi x/2R)$ ile çarpılıp x = -R den x = +R ye kadar integrali alınırsa

$$\left\{ D\left[\left(\frac{2\pi}{l}\right)^{2} + \left(\frac{\pi}{2R}\right)^{2} \right]^{2} - \rho_{p} h_{p} \left(\frac{2\pi}{l}\right)^{2} c^{2} \right\} R = \rho \frac{16\pi^{2}}{l^{2}} (U-c)^{2} \sum_{n=0}^{\infty} \int_{0}^{R} u_{n}(r) \cos\left(\frac{\pi r}{2R}\right) dr$$
(3.33)

Bu denklem c özdeğerini verecek olan cebirsel bir denklemdir. Genel olarak özdeğer c kompleks bir sayıdır. Eğer c nin sanal kısmı negatif olursa zamana bağlı üstel terim sınırsız olarak artar ve titreşimler kararsız olur.

(3.33) özdeğer denklemi aşağıdaki boyutsuz parametreler ve değişkenler kullanılarak boyutsuzlaştırılabilir:

$$r^* = \frac{r}{R}$$
, $c^* = \frac{c}{c_0}$, $U^* = \frac{U}{c_0}$, $l^* = \frac{l}{R}$, $q^* = Rq = \frac{2\pi}{l^*}$

burada c_0 karakteristik bir hızdır,

$$c_0 = 2\pi \sqrt{\frac{D}{\rho_p h_p R^2}}$$

Sonuç olarak yıldızları düşersek boyutsuz özdeğer denklemi şu şekle gelir:

$$\left(\frac{1}{l^2} + \frac{1}{16}\right)^2 - \left(\frac{c}{l}\right)^2 = 4\mu \left(\frac{U-c}{l}\right)^2 \sum_{n=0}^{\infty} A_n$$
(3.34)

Burada

$$\mu = \frac{\rho R}{\rho_p h_p} \tag{3.35}$$

büyüklüğüne "kütle oranı" denir. (3.34) deki diğer terimler, boyutsuz parametreler cinsinden

$$A_n = \int_0^1 u_n(r) \cos\left(\frac{\pi r}{2}\right) dr$$
(3.36)

$$u_{n}(r) = \frac{\alpha_{n}I_{n}(qr)}{qI_{n}'(q)} + \frac{K_{n}'(q)}{I_{n}'(q)}I_{n}(qr)\int_{0}^{1}\varphi_{n}(x)I_{n}(qx)dx - K_{n}(qr)\int_{0}^{r}\varphi_{n}(x)I_{n}(qx)dx - I_{n}(qr)f_{n}(x)K_{n}(qx)dx - I_{n}(qr)f_{n}(x)K_{n}(qx)dx$$
(3.37)

şeklindedir. α_n sayıları ve φ_n fonksiyonları daha önce olduğu gibi ifade edilir fakat

$$F(r) = \cos\left(\frac{\pi r}{2}\right)$$
$$G(r) = -\frac{3\pi}{2}r\sin\left(\frac{\pi r}{2}\right) + \left[-\left(q^2 + \frac{\pi^2}{4}\right)r^2 + 1\right]\cos\left(\frac{\pi r}{2}\right)$$

şeklindedir.

(3.34) deki sonsuz toplam c yi içermediğinden bu c için ikinci mertebeden basit bir cebirsel denklemdir. Ayrıca (3.34) de herhangi bir kompleks katsayı yoktur; dolayısıyla eğer denklemin diskriminantı pozitif ise c reeldir ve titreşim kararlıdır. Kararlılık şartı yani diskriminantın pozitif olma şartı şöyle yazılabilir

$$U^{2} \leq \left(\frac{1}{l^{2}} + \frac{l}{16}\right)^{2} \left(1 + \frac{1}{4\mu A}\right)$$
(3.38)

Burada aşağıdaki sonsuz toplam A ile gösterilmştir

$$A = A(l) = \sum_{n=0}^{\infty} A_n$$

(3.38) de eşitlik durumu, verilmiş bir dalga boyu l için kararsız titreşimlerin başlayacağı kritik hızı verir. l değiştirildiğinde kritik U değişir. Minimum kritik U çırpınma hızıdır.

3.3 KARŞILIKLI DUVARLARI TİTREŞEN DİKDÖRTGEN KESİTLİ KANAL

Bu bölümde içinden sıkıştırılabilir, viskoz olmayan bir akışkan geçen dikdörtgen kesitli bir kanalın akışkanla etkileşimi incelenecektir. Kanalın farklı yüzeylerinin titreşimlerinin birbirine olan etkisini irdeleyebilmek için karşılıklı iki yüzeyin elastik, diğer iki yüzeyin rijit olduğu kabul edilecektir. Akışkan ve elastik plaka modelleri bir arada çözülerek sistemin özfrekansları bulunacaktır.



Şekil 3.2 a ve b ile gösterilen plakalar elastik, diğer ikisi rijit dir. Akışkan x yönünde akmaktadır.

Bu bölümde daha önce kullanılmış olan koordinat sistemi biraz değiştirilerek akışın x yönünde olduğu kabul edilmiştir. Daha önceki genel denklemlerde x ile z nin değiştirilmesi yeterli olacaktır.

Problem Şekil 3.2'de gösterilmiştir; alt ve üst kanal yüzeyleri elastik kabul edilip "a plakası" ve "b plakası" şeklinde gösterilmiştir. Sonsuz uzunluktaki kanalın yüksekliği h ve genişliği b dir. Koordinat sistemi kanalın ortasına yerleştirilmiş olup x ekseni kanal boyunca, yani ana akış yönündedir. Kanal tamamen rijit olsaydı akışkan sabit U hızı ile x yönünde akıyor olacaktır. Alt ve üst plakaların titreşimleri bu U hızı ile akan akışkan üzerinde bozuntular oluşturmaktadır.

Bu çalışmada plakalar homojen, izotropik, lineer malzeme olarak kabul edilmiştir. Kompozit malzemelerin dışındaki mühendislik malzemeleri büyük ölçüde bu tanıma uymaktadır. Ayrıca plaka titreşimlerinin genliğinin küçük olduğu kabul edilerek plaka titreşimlerini yöneten denklemler a ve b plakaları için

$$D_{a}\left(\frac{\partial^{4}w}{\partial x^{4}}+2\frac{\partial^{4}w}{\partial x^{2}\partial y^{2}}+\frac{\partial^{4}w}{\partial y^{4}}\right)+\rho_{a}h_{a}\frac{\partial^{2}w}{\partial t^{2}}+p=0$$
(3.39a)

$$D_{b}\left(\frac{\partial^{4}w}{\partial x^{4}}+2\frac{\partial^{4}w}{\partial x^{2}\partial y^{2}}+\frac{\partial^{4}w}{\partial y^{4}}\right)+\rho_{b}h_{b}\frac{\partial^{2}w}{\partial t^{2}}+p=0$$
(3.39b)

şeklinde ifade edilir. Burada w plakanın z yönündeki sehimi veya sapmasıdır; alt ve üst plakalar için w_a ve w_b olarak gösterilmiştir. Plakanın yoğunluğu, ρ_p ve kalınlığı h_p dir. D plakanın eğilme rijitliğidir. p_a ve p_b plakalar üzerindeki akışkan basıncıdır.

Akışkan hareketi sabit U hızı etrafında lineerize edilmiş, daimi olmayan potansiyel akış denklemi ile modellenecektir:

$$\nabla^2 \varphi - \frac{1}{a^2} \left(\frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} + 2U \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x \partial t} + U^2 \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} \right) = 0$$
(3.40)

Plakanın eğilmesini sağlayan asıl yük kayma gerilmesi değil de basınç olduğundan bu iyi bir yaklaşımdır. Burada φ bozuntu hız potansiyeli ve *a* bozulmamış (yani *x* yönünde sabit *U* hızı ile akan) akışın ses hızıdır. Plakalardaki basınçlar, lineerleştirilmiş Bernoulli denklemi ile verilir:

$$z = -h/2$$
 için $p_a = -\rho \left(\frac{\partial \varphi}{\partial t} + U \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right)$ (3.41a)

$$z = h/2$$
 için $p_b = -\rho \left(\frac{\partial \varphi}{\partial t} + U \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right)$ (3.41b)

 ρ bozulmamış akışkanın yoğunluğudur.

Plakaların her ikisinin de duvarlarda basit bir şekilde mesnetlendiği kabul edilecektir; bu durumda rijit duvarlarda sınır koşulları

$$y = \pm l/2$$
 için $w = \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} = 0$ (3.42)

şeklinde olur. Kanalın rijit duvarları boyunca akışkan için sınır koşulu, hızın duvara teğet olmasıdır, yani

$$y = \pm l/2$$
 için $\frac{\partial \varphi}{\partial y} = 0$ (3.43)

Son olarak, elastik plakalar ile akışkan arasındaki sınır koşulu da akışkan hızının elastik plakaya teğet olmasıdır; bunun lineerleştirilmiş ifadesi de

$$y = -l/2$$
 için $\frac{\partial \varphi}{\partial z} = \frac{\partial w_a}{\partial t} + U \frac{\partial w_a}{\partial x}$ (3.44a)

$$y = l/2$$
 için $\frac{\partial \varphi}{\partial z} = \frac{\partial w_b}{\partial t} + U \frac{\partial w_b}{\partial x}$ (3.44b)

şeklindedir.

Akışkan ve plaka titreşimleri arasındaki etkileşimi (3.39) daki basınç terimleri ve (3.44) sınır koşulları oluşturmaktadır. Dolayısı ile titreşim ve akış denklemlerinin bir arada çözülmesi gerekmektedir.

Sistemin cevabını (yani akışkanın ve plakaların hareketlerini) bulabilmek için başlangıç koşullarının verilmesi gerekir. Örneğin plakalardan birinde küçük bir bozuntu oluştuğu farz edilerek sistemin buna cevabı araştırılabilir. Problem lineer olduğu için sistemin genel bir harmonik zorlamaya cevabını hesaplarsak herhangi bir zorlanma karşısındaki cevabını da Fourier analizi ile bulmak mümkündür. Ayrıca bu bize sistemin doğal frekanslarını da verir ve böylece doğal frekansların diğer parametrelere, en önemlisi de serbest akış hızı U ya bağlılığını inceleyebiliriz.

Bu yüzden, bilinmeyenlerin *x* ekseni boyunca ilerleyen harmonik dalgalar şeklinde değiştiğini farz ediyoruz, yani

$$W_a(x, y, t) = W_a(y)e^{i(\omega t - kx)}$$
 (3.45a)

$$W_b(x, y, t) = W_b(y)e^{i(\omega t - kx)}$$
 (3.45b)

$$\varphi(x, y, z, t) = f(y, z)e^{i(\omega t - kx)}$$
(3.45c)

$$p = P e^{i(\omega t - kx)} \tag{3.45d}$$

Lineer problemlerde alışılageldiği gibi burada her ifadenin gerçek veya sanal kısmının asıl fiziksel büyüklük olduğu anlaşılmalıdır. Karmaşık üstel terim x ekseni boyunca ω frekansı ve $2\pi/k$, λ dalga uzunluğu ile ilerleyen dalgaları temsil etmektedir; k ise

dalga-sayısı, yani birim uzunluktaki dalga periyodu sayısıdır. Genel olarak k gerçek bir sayı ω ise karmaşıktır. Eğer, ω 'nun sanal kısmı pozitif ise, titreşimler kararlıdır; aksi halde ise üstel terim zamanla arttığından titreşimler karasızdır.

(3.45) ifadeleri kullanılarak plaka titreşim denklemleri ve potansiyel denklem

$$D_a(k^4W_a - 2k^2W_a'' + W_a''') - \rho_a h_a \omega^2 W_a + P_a = 0$$
(3.46a)

$$D_b(k^4W_b - 2k^2W_b'' + W_b''') - \rho_b h_b \omega^2 W_b + P_b = 0$$
(3.46b)

$$\frac{\partial^2 f}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial z^2} - \left[k^2 - \left(\frac{\omega - kU}{a}\right)^2\right]f = 0$$
(3.46c)

şekline gelir. Üsler y ye göre türevi göstermektedir. Benzer şekilde, sınır koşulları

$$W_a(\pm l/2) = W_a''(\pm l/2) = 0 \tag{3.47a}$$

$$W_b(\pm l/2) = W_b''(\pm l/2) = 0$$
 (3.47b)

$$y = \pm l/2$$
 için $\frac{\partial f}{\partial y} = 0$ (3.47c)

$$z = -h/2$$
 için $\frac{\partial f}{\partial z} = i(\omega - kU)W_a(y)$ (3.47d)

$$z = h/2$$
 için $\frac{\partial f}{\partial z} = i(\omega - kU)W_b(y)$ (3.47e)

olur. Lineerleştirilmiş Bernoulli denkleminden de

$$P_a(y) = -i\rho(\omega - kU) f(y, -h/2)$$
(3.48a)

$$P_{b}(y) = -i\rho(\omega - kU) f(y, h/2)$$
(3.48b)

elde edilir. (4.8), (4.9) denklemleri ω için bir özdeğer problemi teşkil etmekte olup özfonsiyonlar $W_a(y)$, $W_b(y)$, f(y) üçlüleridir.

Problem şu şekilde basitleştirilir: (4.8c) denkleminin (4.9c) sınır koşullarını sağlayan çözümü bir Fourier sinüs serisi şeklinde ifade edilebilir:

$$f(y,z) = \sum_{n=0}^{\infty} \left[a_n e^{\Lambda_n z} + b_n e^{-\Lambda_n z} \right] \cos \frac{n\pi}{b} (y+l/2)$$
(3.49)

burada,

$$\Lambda_n = \sqrt{\left(\frac{n\pi}{l}\right)^2 + k^2 - \left(\frac{\omega - kU}{a}\right)^2}$$
(3.50)

olarak tanımlanmıştır. (3.49) ifadesine (3.47) sınır şartları uygulanarak bilinmeyen an ve b_n sabitleri bulunur

$$a_{n} = \frac{2i}{l\Lambda_{n}}(\omega - kU)\frac{Q_{bn}e^{\Lambda_{n}h/2} - Q_{an}e^{-\Lambda_{n}h/2}}{e^{\Lambda_{n}h} - e^{-\Lambda_{n}h}}$$
(3.51a)

$$b_{n} = \frac{2i}{l\Lambda_{n}} (\omega - kU) \frac{Q_{bn} e^{-\Lambda_{n}h/2} - Q_{an} e^{\Lambda_{n}h/2}}{e^{\Lambda_{n}h} - e^{-\Lambda_{n}h}}$$
(3.51b)

Burada da yazım kolaylığı açısından aşağıdaki büyüklükler tarif edilmiştir:

$$Q_{an} = \int_{-b/2}^{b/2} W_a(y) \cos \frac{n\pi}{b} (y+l/2) \, dy$$
(3.52a)

$$Q_{bn} = \int_{-b/2}^{b/2} W_b(y) \cos \frac{n\pi}{b} (y+l/2) \, dy$$
(3.52b)

Bu şekilde bozuntu potansiyeli yani akış çözümü (3.52) denklemlerinin içinde geçen plaka sapmaları cinsinden verilmektedir. Plakalar üzerindeki basınçlar da (3.48) dan

$$P_{a}(y) = \frac{2\rho}{l}(\omega - kU)^{2} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2Q_{bn} - Q_{an}(e^{\Lambda_{n}h} + e^{-\Lambda_{n}h})}{\Lambda_{n}(e^{\Lambda_{n}h} - e^{-\Lambda_{n}h})} \cos\frac{n\pi}{b}(y + l/2)$$
(3.52a)

$$P_{a}(y) = \frac{2\rho}{l}(\omega - kU)^{2} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{Q_{bn}(e^{\Lambda_{n}h} + e^{-\Lambda_{n}h}) - 2Q_{an}}{\Lambda_{n}(e^{\Lambda_{n}h} - e^{-\Lambda_{n}h})} \cos\frac{n\pi}{b}(y + l/2)$$
(3.53b)

olarak hesaplanır. Bunlar (3.46a,b) denklemlerinde yerine konduğunda $W_a(y)$ ve $W_b(y)$ için iki integro-diferansiyel denklemden oluşan bir sistem elde edilir. Bu iki denklem (3.47a,b) sınır koşulları ile çözülmelidir.

Bu özdeğer problemini çözmek için de aşağıdaki tarzda ilerleriz: bilinmeyen W_a ve W_b fonksiyonlarına bağlı olmalarına rağmen, Q_{an} ve Q_{bn} sabitlerdir; bu yüzden, (3.47a,b)'nın genel çözümü

$$W_{a} = C_{1a}e^{r_{1a}y} + C_{2a}e^{r_{2a}y} + C_{3a}e^{r_{3a}y} + C_{4a}e^{r_{4a}y} + \sum_{n=0}^{\infty}\alpha_{an}\cos\frac{n\pi}{l}(y+l/2)$$
(3.54a)

$$W_b = C_{1b}e^{r_{1b}y} + C_{2b}e^{r_{2b}y} + C_{3b}e^{r_{3b}y} + C_{4b}e^{r_{4b}y} + \sum_{n=0}^{\infty}\alpha_{bn}\cos\frac{n\pi}{l}(y+l/2)$$
(3.54b)

biçiminde yazılabilir. Burada r'ler,

$$D_a r^4 - 2k^2 D_a r^2 + (D_a k^4 - \rho_a h_a \omega^2) = 0$$
(3.55a)

$$D_b r^4 - 2k^2 D_b r^2 + (D_b k^4 - \rho_b h_b \omega^2) = 0$$
(3.55b)

karakteristik denklemlerinin kökleridir, ve

$$\alpha_{an} = \frac{(2\rho/l)(\omega - kU)^2 (-s_n Q_{an} + q_n Q_{bn})}{D_a \left[\left(\frac{n\pi}{l}\right)^2 + k^2 \right]^2 - \rho_a h_a \omega^2}$$
(3.56a)

$$\alpha_{bn} = \frac{(2\rho/l)(\omega - kU)^2 (-q_n Q_{an} + s_n Q_{bn})}{D_b \left[\left(\frac{n\pi}{l}\right)^2 + k^2 \right]^2 - \rho_b h_b \omega^2}$$
(3.56b)

$$s_{n} = \frac{e^{\Lambda_{n}h} + e^{-\Lambda_{n}h}}{\Lambda_{n}(e^{\Lambda_{n}h} - e^{-\Lambda_{n}h})}$$
(3.56c)

$$q_n = \frac{2}{\Lambda_n (e^{\Lambda_n h} - e^{-\Lambda_n h})}$$
(3.56d)

şeklinde tanımlanmıştır. Sağ taraflarda W_a ve W_b olduğundan dolayı (3.54) problemin açık bir çözümü değildir; ancak (3.47a) sınır koşulları uygulandığında

$$C_{1a}e^{r_{1a}l/2} + C_{2a}e^{r_{2a}l/2} + C_{3a}e^{r_{3a}l/2} + C_{4a}e^{r_{4a}l/2} = -\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \alpha_{an}$$
(3.57a)

$$C_{1a}e^{-r_{1a}l/2} + C_{2a}e^{-r_{2a}l/2} + C_{3a}e^{-r_{3a}l/2} + C_{4a}e^{-r_{4a}l/2} = -\sum_{n=0}^{\infty}\alpha_{an}$$
(3.57b)

$$r_1^2 C_{1a} e^{r_{1a}l/2} + r_2^2 C_{2a} e^{r_{2a}l/2} + r_3^2 C_{3a} e^{r_{3a}l/2} + r_4^2 C_{4a} e^{r_{4a}l/2} = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \left(\frac{n\pi}{l}\right)^2 \alpha_{an}$$
(3.57c)

$$r_1^2 C_{1a} e^{-r_{1a}l/2} + r_2^2 C_{2a} e^{-r_{2a}l/2} + r_3^2 C_{3a} e^{-r_{3a}l/2} + r_4^2 C_{4a} e^{-r_{4a}l/2} = \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{n\pi}{l}\right)^2 \alpha_{an}$$
(3.57d)

ve (4.9b) sınır koşulları uygulandığında

$$C_{1b}e^{r_{1b}l/2} + C_{2b}e^{r_{2b}l/2} + C_{3b}e^{r_{3b}l/2} + C_{4b}e^{r_{4b}l/2} = -\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \alpha_{bn}$$
(3.58a)

$$C_{1b}e^{-r_{1b}l/2} + C_{2b}e^{-r_{2b}l/2} + C_{3b}e^{-r_{3b}l/2} + C_{4b}e^{-r_{4b}l/2} = -\sum_{n=0}^{\infty} \alpha_{bn}$$
(3.58b)

$$r_1^2 C_{1b} e^{r_{1b}l/2} + r_2^2 C_{2b} e^{r_{2b}l/2} + r_3^2 C_{3b} e^{r_{3b}l/2} + r_4^2 C_{4b} e^{r_{4b}l/2} = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \left(\frac{n\pi}{l}\right)^2 \alpha_{bn}$$
(3.58c)

$$r_1^2 C_{1b} e^{-r_{1b}l/2} + r_2^2 C_{2b} e^{-r_{2b}l/2} + r_3^2 C_{3b} e^{-r_{3b}l/2} + r_4^2 C_{4b} e^{-r_{4b}l/2} = \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{n\pi}{l}\right)^2 \alpha_{bn}$$
(3.58d)

elde edilir. Burada α ların içinde Q lar, Q ların içinde W lar, ve W ların içinde de C ler bulunduğuna dikkat edilmelidir. Yani (3.57) ve (3.58) denklemleri C ler için homojen lineer denklem takımları oluşturmaktadır. Bu denklemleri sağ tarafları cinsinden çözersek

$$C_{1a} = \sum_{n=0}^{\infty} D_{1n}^{(a)} \alpha_{an} , \quad C_{1b} = \sum_{n=0}^{\infty} D_{1n}^{(b)} \alpha_{bn} , \text{ v.b.}$$
 (3.59)

elde edilir. $D_{1n}^{(a)}$, $D_{2n}^{(a)}$, v.b. katsayıları (4.57) ve (4.58) denklemlerinin katsayılar matrislerinden Cramer kuralı ile oluşturulur.

Böylece

$$W_{a} = \sum_{n=0}^{\infty} \alpha_{an} (D_{1n}^{(a)} e^{r_{1a}y} + D_{2n}^{(a)} e^{r_{2a}y} + D_{3n}^{(a)} e^{r_{3a}y} + D_{4n}^{(a)} e^{r_{4a}y}) + \sum_{n=0}^{\infty} \alpha_{an} \cos \frac{n\pi}{l} (y+l/2) \quad (3.60a)$$

$$W_{b} = \sum_{n=0}^{\infty} \alpha_{bn} \left(D_{1n}^{(b)} e^{r_{1b}y} + D_{2n}^{(b)} e^{r_{2b}y} + D_{3n}^{(b)} e^{r_{3b}y} + D_{4n}^{(b)} e^{r_{4b}y} \right) + \sum_{n=0}^{\infty} \alpha_{bn} \cos \frac{n\pi}{l} \left(y + l/2 \right)$$
(3.60b)

Son olarak (3.60a,b)'yi Q_{an} ve Q_{bn} 'nin tanımları olan (3.52a,b) de yerine koyarak

$$Q_{am} = \sum_{n=0}^{\infty} F_{amn} (E_{11n} Q_{an} + E_{12n} Q_{bn}) + \frac{l}{2} (E_{11m} Q_{am} + E_{12m} Q_{bm})$$
(3.61a)

$$Q_{bm} = \sum_{n=0}^{\infty} F_{bmn} (E_{21n} Q_{an} + E_{22n} Q_{bn}) + \frac{l}{2} (E_{21m} Q_{am} + E_{22m} Q_{bm})$$
(3.61b)

burada da

$$F_{amn} = \int_{-l/2}^{l/2} \left(D_{1n}^{(a)} e^{r_{1a}y} + D_{2n}^{(a)} e^{r_{2a}y} + D_{3n}^{(a)} e^{r_{3a}y} + D_{4n}^{(a)} e^{r_{4a}y} \right) \cos \frac{m\pi}{l} (y+l/2) dy \qquad (3.62a)$$

$$F_{bmn} = \int_{-l/2}^{l/2} \left(D_{ln}^{(b)} e^{r_{lb}y} + D_{2n}^{(b)} e^{r_{2b}y} + D_{3n}^{(b)} e^{r_{3b}y} + D_{4n}^{(b)} e^{r_{4b}y} \right) \cos \frac{m\pi}{l} (y+l/2) dy \qquad (3.62b)$$

olarak tanımlanmıştır. E ifadeleri de Q ların katsayıları olarak (3.56a,b) denklemlerinden okunabilir:

Sonuç olarak (3.61) denklemleri (n = 0, 1, 2, olarak) Q_{an} , ve Q_{bn} ler için sonsuz sayıda lineer homojen bir denklem sistemidir. Bu sistemin sıfırdan farklı bir çözüme sahip olması, yani katsayılar matrisinin determinantının sıfır olması şartı, özdeğer ω için karakteristik denklemdir.

Karakteristik denklem, ω 'dan başka, akış hızı U ve dalga sayısı k yı da içermektedir. Verilen bir akış hızı U için hareket bazı dalga sayıları için kararlı ve diğerleri için kararsızdır. Yüksek hızlarda hareket mutlaka bazı dalga sayıları için kararsızdır. Ancak kritik hız veya çırpınma hızı (flutter velocity) U nun altına inildiğinde, tüm dalga sayıları için hareket kararlıdır. Çırpınma hızı bu şekilde bulunmaktadır.

4. BULGULAR

Bu tezin ana bulguları iki başlık altında toplanabilir. İlk olarak dairesel kesitli bir kanalda akan akışkan tesiri altında, kanalın içine yerleştirilmiş elastik bir plakanın çırpınma davranışı incelenmiş ve çırpınma hızı için analitik bir ifade bulunmuştur. Bu çalışma Epstein, R.J.,'in benzer çalışmasının [1] genelleştirilmiş hali olup özgündür.

İkinci olarak dikdörtgen kesitli bir kanalın karşılıklı duvarlarının kanaldan akan akışkanın tesiri altında çırpınma davranışı incelenmiştir. Burada da çırpınma hızı için analitik bir ifade bulunmuştur, fakat bu ifade çırpınma hızını doğrudan değil kapalı bir şekilde vermektedir. Tezin bu kısmı bahsi geçen yayının farklı bir yönde genelleştirilmesi olup gene özgündür.

Bu çalışmanın temeldeki amacı matematiksel olarak modelin kurulmasıydı. Karmaşık bir olay için tam analitik çözümler nadir olmasına rağmen, olayın fiziğini anlama açısından matematiksel hesaplamalar değerlidir. Analitik çalışmalarda katı cismin titreşimlerinin genellikle lineer denklemler ile modellenme için yeteri kadar küçük olduğu varsayılır. Akışkan dinamiği, doğal olarak doğrusal değildir; bu yüzden, akışkan dinamiğinin denklemleri çoğu kez lineerleştirilir.

Öncelikle, aeroelastik davranışı incelenecek olan kanalın genel davranışının anlaşılabilmesi için ANSYS programı ile titreşimleri incelenecektir. Genel aeroelastisite problemleri için kullanılabilecek bir paket program henüz mevcut değildir.

4.1 BİLGİSAYAR DESTEKLİ ANALİZ

Şekil 4.1 de görülen dikdörtgen yapıda üst ve alt bloklar titreşimlerin inceleneceği kısımlardır; yan bloklar ise rijittir. Amaç doğal frekansların ve mod şekillerinin bulunmasıdır. Sisteme dışarıdan verilecek herhangi bir uyarının spektrumunda doğal

frekanslardan herhangi biri bulunduğunda rezonans oluşacaktır ve plaka titreşimleri üst üste eklenerek hasara yol açabilecektir. Analizde, model ortadan ikiye bölünerek simetrik iki parçadan birinin çözümü alınmış böylece analiz süresi kısaltılmıştır. Analizde ANSYS programının modal analiz bölümü kullanılmıştır. Çözüm yöntemi olarak Block Lanczos kullanılmıştır. Bu yöntem yay-damper gibi mekanizmaların olmadığı sistemlerde gerçeğe çok yakın değerler vermektedir. Bu durum sayısız defalar test edilmiş ve literatürde yayınlanmıştır.

Plakanın genişliği 2 m, uzunluğu 12,5 metre (sonsuz plakayı temsil etmesi için) üst ve alt plakaların kalınlığı 2 mm olarak alınmıştır. Plakalar arasındaki mesafe 1 m dir. Plaka malzemesi olarak Alüminyum, Çelik ve Titanyum ayrı ayrı incelenmiştir.



Şekil 4.1 Dikdörtgen model.

Modelin elaman sayısı 280 bin civarı, ağın oluşumunda kullanılan eleman tipi solid95 dir. Bu eleman prizma şeklinde olup yapısal analizler için kullanışlı, doğru sonuçlar veren bir eleman tipidir. Ağ yapısı Şekil 4.2, Şekil 4.3 ve Şekil 4.4 de görünmektedir.



Şekil 4.2 Modelin ağ yapısı (a)



Şekil 4.3 Modelin ağ yapısı (b)



Şekil 4.4 Modelin ağ yapısı (c)



Şekil 4.5 Modelin ağ yapısı (d)



Şekil 4.6 Dikdörtgen modelin analize hazır şekli

Sınır koşulları Şekil 4.7 de gösterilmiştir.



Şekil 4.7 Dikdörtgen modelin analize hazır kesit görünüşü

Alüminyum için ilk dört modun frekansları 2990, 3040, 3120 ve 3230 Hz. olarak bulunmuştur. Şekil 4.8, Şekil 4.9, Şekil 4.10, 4.11 de karşı gelen mod şekilleri gösterilmiştir.

1.mod: 2990 Hz.



Şekil 4.8 Dikdörtgen modelin alüminyum 2990 Hz. mod şekli.





Şekil 4.9 Dikdörtgen modelin alüminyum 3040 Hz. mod şekli.

3.mod : 3120 Hz.



Şekil 4.10 Dikdörtgen modelin alüminyum 3120 Hz. mod şekli.

4.mod: 3230 Hz.



Şekil 4.11 Dikdörtgen modelin alüminyum 3230 Hz. mod şekli.

Çelik için ilk dört modun frekansları ise 2880, 2930, 3120, 3270 Hz. bulunmuş olup mod şekilleri Şekil 4.12, Şekil 4.13, Şekil 4.14, Şekil 4.15 de gösterilmiştir.

1.mod: 2880 Hz.



Şekil 4.12 Dikdörtgen modelin çelik 2880 Hz. mod şekli





Şekil 4.13 Dikdörtgen modelin çelik 2930 Hz. mod şekli





Şekil 4.14 Dikdörtgen modelin çelik 3120 Hz. mod şekli

4.mod 3270 Hz.



Şekil 4.15 Dikdörtgen modelin çelik 3270 Hz. mod şekli

Titanyum malzeme için ilk dört mod 2970, 3030, 3220, 3370 Hz. doğal frekanslarına sahip olup mod şekilleri Şekil 4.16, Şekil 4.17, Şekil 4.18, Şekil 4.19 da gösterilmiştir.

1.mod: 2970 Hz.



Şekil 4.16 Dikdörtgen modelin titanyum 2970 Hz. mod şekli.

2.mod: 3030 Hz.



Şekil 4.17 Dikdörtgen modelin titanyum 3030 Hz. mod şekli.

3.mod: 3220 Hz.



Şekil 4.18 Dikdörtgen modelin titanyum 3220 Hz. mod şekli.

4.mod: 3370 Hz.



Şekil 4.19 Dikdörtgen modelin titanyum 3370 Hz. mod şekli.

Analiz sonuçlarında parçanın doğal frekans değerlerinin malzemenin çeşidinden fazla etkilenmediği görülmektedir. Bu analiz farklı kalınlıklar için tekrar edilmiş ve kalınlığın doğal frekans değerine etkisi incelenmiştir. Parçada rezonans olmaması yani hasara uğramaması isteniyorsa frekans değeri 1.doğal frekans değerinin altında olmalıdır. Bu durumu sağlamak için malzeme değiştirmenin faydalı olmayacağı üstteki analizlerle görülmüştür. Çünkü malzemeyi değiştirdikçe doğal frekans değeri değişmemektedir.

Ancak üst ve alt plakanın kalınlığı değiştirilirse parçanın katılığı değişecek ve böylece doğal frekans değeri değişecektir. Bu sayede doğal frekans değerini çok yüksek frekans değerlerine çıkartarak parçanın rezonansa girmesi engellenebilir.

Katılığı değiştirerek doğal frekansın değerlerini değiştirmek amacıyla çelik malzeme için alt ve üst plakaların kalınlıkları 2mm den 4 mm ye çıkarılarak analizleri değerlendirildi. Plakanın üst kısmın kalınlığı 2mm den 4 mm ye çıkarılarak rijitlik değişimin analiz modeli ve sonuçları aşağıda gösterilmiştir.



Şekil 4.20 Dikdörtgen çelik model

Mavi kısımlardan parça tutulmuş ve üst plaka tutulmamıştır;



Şekil 4.21 Dikdörtgen çelik modelin mesh yapısı

Çelik malzeme için doğal frekanslar

1.mod: 5580 Hz.,
 2.mod: 5692 Hz.,
 3.mod: 5844 Hz.,
 4.mod: 6070 Hz. olarak elde edilmiştir.

1.mod: 5580 Hz., doğal frekans mod şekli:



Şekil 4.22 Dikdörtgen çelik malzemenin 5580 Hz. mod şekli.

2.mod: 5692 Hz., doğalfrekans mod şekli:



Şekil 4.23 Dikdörtgen çelik malzemenin 5692 Hz. mod şekli.



3. mod : 5844 Hz., doğal frekans mod şekli:



4.mod : 6070 Hz. doğal frekans mod şekli:



Şekil 4.25 Dikdörtgen çelik malzemenin 6070 Hz. mod şekli

Sonuç olarak görülüyor ki malzeme seçimi plakanın doğal frekans değerlerini fazla değiştirmiyor. Yani bizim zorlama frekans değerimizden uzaklaşmamız için malzemeyi değiştirmemiz çok bir anlam ifade etmiyor.

Ancak plakanın kalınlığını 2 mm den 4 mm ye çıkardığımızda doğal frekans değeri yaklaşık 2 kat artmıştır. Bu şekilde doğal frekans ve zorlama frekansı değerlerini birbirinden uzaklaştırabilir, parçanın rezonansa girmesini önleyebilir ve böylece plakanın güvenli bir şekilde çalışmasını sağlayabiliriz.

5. TARTIŞMA VE SONUÇ

Yapıların çırpınma davranışları, yani etraflarından akmakta olan bir akışkanın tesiri altında kararsız titreşimler yapma eğilimleri çeşitli endüstri kolları için önemli bir Örnek olarak uçak kanatlarının titreşimleri, yüksek hızlı araçların problemdir. gövdelerini oluşturan kabuk yapıların titreşimleri, köprülerin titreşimleri ve hatta kağıt imalatı sırasında yüksek hızla ilerleyen mamul kağıdın titreşimleri bu tür problemler sınıfına girmektedir. Bu tür olaylarda yapının titreşimleri akışkanın kinetik enerjisi tarafından beslenmekte ve yapının kırılma, bozulma tehlikesini oluşmaktadır. Tecrübeler göstermektedir ki kararsız titresimler hız artarak belli bir sınırın üstüne çıktığında oluşmaktadır. Bu hıza genel olarak çırpınma hızı deniyor. Yapı tasarımı sırasında etkisi altında kalacağı akış düşünülerek çırpınma hızı önceden kestirilmeli ve gerekirse tasarım değiştirilerek normal çalışma esnasında belli bir emniyet faktörü de hesaba katılarak çırpınma sınırının altında kalınması sağlanmalıdır. Bu problem basit bir doğal frekans bulunması problemi değildir. Çünkü akışkanın varlığı yapının doğal frekanslarını da değiştirmektedir. Matematiksel olarak doğal frekanslar artık sadece yapının hareket denklemlerinin özdeğerleri değil, yapı ve akışkanın oluşturduğu daha genel bir sistemin hareket denklemlerinin özdeğerleridir.

Matematiksel modelin hesaplamalarında diğer bir çözüm olarak, Octave programı kullanılmıştır. Octave'ı kullanma sebebimiz ise açık kaynak kodlu, güvenilir ve bilimsel çalışmalara uygun bir yapı sunmasıdır. Octave yüksek-seviye yorumlanan bir dildir. Öncelikli kullanım amacı nümerik hesaplamalardır. Octave lineer ve lineer olmaya sistemlerin çözümünü hızlılıkla yapabilir. İnternet üzerinden kullanılır. Sayıları rasyonel olarak hafizada tutmaktadır. Matlab programlamın, açık kaynak kodlu muadilidir. Aynı zamanda Fortran yazılımında çalışma modellenmiş ve sonuçlar desteklenmiştir.

Denklemler çözülmüş ve determinantı sıfır yapan plakanın frekans değerleri, ω , belirlenmiştir. Bu modelde dikdörtgen kesitli kanalın, alt ve üst plakalardaki titreşimlerin çırpınma hızları hesaplanmıştır.

Sıkıştırılamaz akış için karşılıklı duvarları titreşen kanalın çırpınma hızları hakkında elde edilen sonuçlar $\frac{\rho_a h_a}{\rho_b h_b} = 1,1.5,2$ için sonuçları aşağıda sunulmuştur. Şekil 5.1, Şekil 5.2 ve Şekil 5.3 de çırpınma hızının kanalın yüksekliği ile değişimi gösterilmiştir. Her

bir grafikte kanal genişliği b sabittir. Kanal yüksekliği arttıkça çırpınma hızı sabit bir değere asimtotik olarak yaklaşmaktadır.



Şekil 5.1 Dikdörtgen kesitli kanalda $\frac{\rho_a h_a}{\rho_b h_b} = 1,1.5,2$ ve b=1m için çırpınma hız değerleri



Şekil 5.2 Dikdörtgen kesitli kanalda $\frac{\rho_a h_a}{\rho_b h_b} = 1,1.5,2$ ve b=2m için çırpınma hız değerleri



Şekil 5.3 Dikdörtgen kesitli kanalda $\frac{\rho_a h_a}{\rho_b h_b} = 1,1.5,2$ ve b=3m için çırpınma hız değerleri

Şekil 5.4 ve Şekil 5.5 de ise çırpınma hızının kanalın genişliği ile değişimi iki farklı kanal yüksekliği için gösterilmiştir. Burada da kanal genişliği arttıkça çırpınma hızı bir değere asimtotik olarak yaklaşmaktadır.



Şekil 5.4 Dikdörtgen kesitli kanalda $\frac{\rho_a h_a}{\rho_b h_b} = 1,1.5,2$ ve h=1m için çırpınma hız değerleri



Şekil 5.5 Dikdörtgen kesitli kanalda $\frac{\rho_a h_a}{\rho_b h_b} = 1,1.5,2$ ve h=2m için çırpınma hız değerleri

Her iki durumda da kanal genişliği veya yüksekliği sıfıra yaklaştıkça çırpınma hızı sınırsız olarak artmaktadır. Bu da beklenen bir durumdur, çünkü genişlik veya yükseklikten birinin sıfır olması demek ortada akışkan bulunmaması anlamına gelmektedir.

Eğer $\frac{\rho_a h_a}{\rho_b h_b} = 1,1.5,2$ yerine bunların tersi olan oranlar alınırsa çırpınma hızı aynı

çıkacaktır. Çünkü bu sadece üst ve alt plakaların yer değiştirmesi demektir.

Çırpınma hızlarına etki eden parametreler ise ANSYS programında incelenmiş ve dördüncü bölümde sunulmuştur.

Bu tezde yapı ve akışkanın hareket denklemleri iki farklı problem için analitik olarak çözülmüştür. Bu çözümlerin çeşitli pratik uygulamaları bulunabilir. Örneğin karşılıklı kenarları titreşen kanal probleminin çözümü yüksek hızlı hava tüneli tasarımında kullanılabilir. Çırpınma yüksek hızlarda ortaya çıktığından bu tür hava tünellerinin duvarlarının titreşim problemleri tasarım açısından önemlidir. Burada hava tünelinin duvarları basit plakalar kabul edilerek doğru sonuçlara ulaşılamaz çünkü duvarların titreşimlerinin birbirini besleme ihtimali bulunmaktadır. Burada elde edilen çözüm

sayesinde tünel duvarlarının birbirlerinin titreşimlerini hangi şartlar altında besleyebileceği önceden kestirilebilir.

Dörtkenarı da elastik olan kanal durumu burada yapılan çözüme benzer şekilde geliştirilebilir. Aynı zamanda malzemenin kompozit malzeme yani anizotropik olduğu durumlar için de çözümler bulunabilir.

Moleküler yapıların çırpınması probleminin önümüzdeki yıllarda önem kazanacağı anlaşılmaktadır. Bu tezde elde edilen çözümler molekül yapılara da (örneğin nanotüp) genişletilebilir.

Bu tezin ilgi alanına giren diğer bir konu olarak damar çırpınması ve elektrokardiyogram verileri ile damar çırpınmasının ilişkilendirilmesi gözönüne alınabilir; elde edilen çözümler gerçeğe yakın damar ve kan modelleri kullanılarak bu yönde de genişletilebilir.

KAYNAKLAR

- 1. EPSTEIN, R.J., SRINIVASAN, R. ve DOWELL, E.H., 1995, Flutter of an infinitely long panel in a duct, *AIAA journal*, 33 (1), 109-115
- 2. DOWELL, E.H. (Ed.), 1995, A modern course in aeroelasticity, *Kluwer* Academic Publishers, Dordrecht.
- 3. DOWELL, E.H., 1966, Flutter of infinitely long plates and shells, *AIAA Journal*, Vol.4, No.8, pp.1370-7.
- 4. DUGUNDJI, J.1966, Theoretical considerations of panel flutter at high supersonic Mach numbers", *AIAA Journal*, Vol.4, No.7, pp.1257-1266
- 5. MILES, J.W., 1956, On the aerodynamic instability of thin panels, *Journal* of the aeronautical sciences, 23 (8), 771-780.
- 6. DUGUNDJI, J., DOWELL, E.H. ve PERKIN B., 1963, Subsonic flutter of panels on continuous elastic foundations, *AIAA journal*, 1 (5), 1146-1154.
- 7. DOWELL, E.H. ve VOSS, H.M., 1965, Experimental and theoretical panel flutter studies in the mach number range 1.0 to 5.0, *AIAA journal*, 3 (12), 2292-2304.
- 8. DOWELL, E.H., 1970, Panel flutter: A review of the aeroelastic stability of plates and shells, *AIAA journal*, 8 (3), 385-399.
- 9. HAGADORN, P. and DASGUPTA, A., 2007, *Introduction to Aircraft Aeroelasticity and Loads*, John Wiley &Sons, Ltd. NEW YORK.
- 10. DEWEY H. H. and PIERCE, G. A., 2002, Introduction to Structural Dynamics and Aeroelasticity, Cambridge University Press, NY. USA. ISBN:9780521806985.
- 11. HANA, J., TANI, J., QIUB, J., 2006, Active flutter suppression of a lifting surface using piezoelectric actuation and modern control theory, *Journal of Sound and Vibration* 291,706–722.
- 12. TANG, L., PAIDOUSSIS, M. P., JIANG, J., 2009, Cantilevered flexible plates in axial flow: Energy transfer and the concept of flutter-mill, *Journal of Sound and Vibration* 326, 263–276

- 13. NACCARELLI, G.V., JOHNSTON, S. S., DALAL, M., LIN, J. and PATEL, P., 2011, Rates and Implications for Hospitalization of Patients 65 Years of Age With Atrial Fibrillation/Flutter, *American Journal of Cardiology*.
- 14. ACHKIRE, Y., BOSSENS, F., PREUMONT, A., 1998, Active damping and Butter control of cable-stayed bridges, *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 74-76, 913-921.
- 15. YOON, J., RU, C.Q., MIODUCHOWSKI, A., 2006, Flow-induced flutter instability of cantilever carbon nanotubes, *International Journal of Solids and Structures*, 43, 3337–3349.
- MAIRESSE, G.H., LACROIX, D., KLUG, D., FRANC, P. L., KOUAKAM, C. and KACET, S., 2003, The Usefulness of Surface 12-Lead Electrocardiogram to Predict Intra-Atrial Conduction Block After Successful Atrial Flutter Ablation, *Journal of Electrocardiology*, Vol. 36 No. 3.
- 17. RAVELLI, F., MASE, M., DISERTORI, M., 2008, Mechanical modulation of atrial flutter cycle length, *Progress in Biophysics and Molecular Biology*, 97, 417–434.
- 18. ELOY, C., SOUILLIEZ, C., SCHOUVEILER, L. 2007, Flutter of a rectangular plate, *Journal of Fluids and Structures*, 23, 904–919.
- 19. CHOWDHURY A.G., SARKAR, P. P., 2005, Experimental identification of rational function coefficients for time-domain flutter analysis, *Engineering Structures*, 27,1349–1364.
- 20. KHANA, I. A., NAIR, C. K., SINGHB, N., GOWDA, R. M., NAIR, R.C., 2004, Acute ventricular rate control in atrial fibrillation and atrial flutter, *International Journal of Cardiology*, 97, 7 13.
- 21. FINSTERER, J., STÖLLBERGER, C., 2008, Atrial fibrillation/flutter in myopathies, *International Journal of Cardiology* 128,304–310.
- 22. ZHU, L.D., WANG, M., WANG, D.L., GUO, Z.S., CAO, F.C. 2007, Flutter and buffeting performances of Third Nanjing Bridge over Yangtze River under yaw wind via aeroelastic model test, *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 95,1579–1606

- Y.J. GE, H.F. XIANG, 2008, Recent development of bridge aerodynamics in China, Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics 96 (2008) 736–768
- 24. MING, G., ZHANG, R., XIANG, H., 2000, Identification of flutter derivatives of bridge decks, *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 84, 151-162
- 25. GRANADA, J., URIBE, W., CHYOU, P., MAASSEN, K., VIERKANT, R., SMITH, P., N., HAYES, J., EAKER, E., VIDAILLET, H., 2000, Incidence and Predictors of Atrial Flutter in the General Population, *Journal of the American College of Cardiology*, Vol. 36, No. 7.
- VERBOVEN, P., CAUBERGHE, B., GUILLAUME, P., VANLANDUIT, S., PARLOO, E., 2004, Modal parameter estimation and monitoring for online flight flutter analysis, *Mechanical Systems and Signal Processing*, 18, 587–610.
- 27. HUANG, L., 2001, Viscous Flutter Of A Finite Elastic Membrane In Poiseuille Flow, *Journal of Fluids and Structures*, 15, 1061-1088.
- 28. WATANABE, Y., ISOGAI, K., SUZUKI, S. and SUGIHARA, M., 2002, A Theoretical Study Of Paper Flutter, *Journal of Fluids and Structures*, 16(4) 543–560.
- 29. COPELANDA, G.S., REY, G.J., 2004, Comparison of experiments and reduced-order models for turbomachinery high-incidence flutter, *Journal of Fluids and Structures* 19,713–727.
- 30. BALINT, T.S., LUCEY, A.D., 2005, Instability of a cantilevered flexible plate in viscous channel flow, *Journal of Fluids and Structures*, 20, 893–912.
- 31. JANA, A., RAMAN, A., 2005, Nonlinear aeroelastic flutter phenomena of a flexible disk rotating in an unbounded fluid, *Journal of Fluids and Structures*, 20, 993–1006.
- 32. LANGTHJEMA, M.A., NAKAMURA, T., 2007, Influence of swirl on the stability of a rod in annular leakage flow, *Journal of Fluids and Structures*, 23, 329–337.
- 33. HOWELL, R.M., LUCEYA, A.D., CARPENTER, P.W., PITMAN, M.W., 2009, Interaction between a cantilevered-free flexible plate and ideal flow, *Journal of Fluids and Structures*, 25, 544–566.

- MICHELIN, S., SMIT, S.G.L., 2009, Linear stability analysis of coupled parallel flexible plates in an axial flow, *Journal of Fluids and Structures*, 25 (2009) 1136–1157.
- 35. POIREL, D., YUAN, W. 2010, Aerodynamics of laminar separation flutter at a transitional Reynolds number, Journal of Fluids and Structures, 26, 1174–1194.
- 36. DOARE, O., SAUZADE, M., ELOY, C., 2011, Flutter of an elastic plate in a channel flow: Confinement and finite-size effects, Journal of Fluids and Structures, 27, 76–88.
- 37. HOWELL, R.M., LUCEY, A.D., PITMAN, M.W., 2011, The effect of inertial inhomogeneity on the flutter of a cantilevered flexible plate, *Journal of Fluids and Structures*, 27, 383–393.
- MINGLI YU, HAIYAN HU, 2012, Flutter control based on ultrasonic motor for a two-dimensional airfoil section, Journal of Fluids and Structures, 28, 89–102.
- 39. GIBBS, S.C., WANG, I., DOWELL, E., 2012, Theory and experiment for flutter of a rectangular plate with a fixed leading edge in three-dimensional axial flow, *Journal of Fluids and Structures*, 34, 68–83.
- 40. KANG, H.S., MUREITHI, N.W., PETTIGREW, M.J., 2012, Analytical solution for a vibrating simply-supported cylinder subjected to 2-D concentric annular flow, considering friction, *Journal of Fluids and Structures*, 35, 1–20.
- 41. HUANG, L., 1998, Reversal of the Bernoulli effect and channel flutter, *Journal of Fluids and Structures*, 12, 131-151.
- 42. RAJA, S., PASHILKAR, A.A., SREEDEEP, R., KAMESH, J.V., 2006, Flutter control of a composite plate with piezoelectric multilayered actuators, *Aerospace Science and Technology*, 10, 435–441
- 43. OUAKKASE, N. and AZRAR, L., 2011, Integral equation formulation and flutter analysis of damped non-conservative Timoshenko beams. *Mathematical and Computer Modeling*, 53. pp 234-248.
- 44. GABRIELA STROE and IRINA-CARMEN ANDREI, 2012, Studies on Flutter Prediction, *Incas Bulletin*, Vol.4, Issue 1, pp.115-123. ISSN 2066-8201.

- 45. TIMOSHENKO, S. ve WOINOWSKY-KRIEGER S., *Theory of plates and shells*, 1959, McGraw-Hill, Inc., Singapore, 0-07-085820-9.
- 46. GÜLEN Ü., Fundamentals of Modern Unsteady Aerodynamics, 2010, Springer Heidelberg Dordrecht London New York, 978-3-642-14760-9.
- 47. HAGEDORN, P., DASGUPTA, A., Vibrations and Waves in Continuous Mechanical Systems, 2007, John Wiley & Sons Ltd., England, 978-0470-051738-3.
- 48. KUETHE, M. A. and CHOW C., *Foundations of Aerodynamics*, 1986, John Wiley & Sons Ltd., New York, 0-471-85954-0.
- 49. VERSTEEG H.K. and MALALASEKERA W., An introduction to computational fluid dynamics the finite volume method, 1995, Lougman Group Ltd., England, 0-582-21884-5.

EKLER

1. POTANSİYEL DENKLEM

Bu kısımda daimi olmayan akış için potansiyel denklemin türetilmesi anlatılacaktır. Viskoz olmayan akış için süreklilik, momentum ve enerji denklemleri

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{V}) = 0 \tag{1.1}$$

$$\rho \frac{D\mathbf{V}}{Dt} = -\nabla \rho \tag{1.2}$$

$$\frac{\mathrm{Ds}}{\mathrm{Dt}} = 0 \tag{1.3}$$

Enerji denklemi entropi cinsinden yazılmış olup bir akışkan parçacığının hareketi sırasında entropisinin değişmediğini ifade etmektedir. Bu denklemler herhangi bir viskoz olmayan akışkan için geçerlidir.

Bu tezde ise akışkan özgül ısıları sabit olan bir ideal gaz kabul edilmektedir. Bu durumda enerji denklemi, yani entropinin akışkan taneciği için sabit olması, akışkan taneciğinin hareketi sırasında

$$\frac{p}{\rho^{\gamma}} = \text{sabit} \tag{1.4}$$

şekline gelir. Momentum denkleminde aşağıdaki iyi bilinen vektör özdeşliği kullanılınca

$$\mathbf{V} \cdot \nabla \mathbf{V} = \nabla \left(\frac{\mathbf{V}^2}{2}\right) + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{V}$$
(1.5)

$$\frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} + \nabla \left(\frac{\mathbf{V}^2}{2}\right) + \frac{1}{\rho} \nabla \mathbf{p} = \mathbf{V} \mathbf{x} \boldsymbol{\omega}$$
(1.6)

elde edilir. Burada ω girdaplılık vektörünü göstermektedir. Potansiyelli veya irrotasyonel akışta momentum denklemi

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} + \frac{1}{2}V^2 + \int \frac{dp}{\rho} = \text{sabit}$$
(1.7)

şekline gelir (Bernoulli denklemi) ve zamana göre türev alarak

$$\frac{\partial \varphi^2}{\partial t^2} + \mathbf{V} \cdot \frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} + \frac{\mathbf{a}^2}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$$
(1.8)

elde edilir. Süreklilik denkleminde ise ikinci terim açılırsa

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho \nabla^2 \phi + \mathbf{V} \cdot \nabla \rho = 0 \tag{1.9}$$

olur. Yoğunluğun zamana göre türevi (9) dan çekilip (8) de yerine yazılır ve

$$\nabla \rho = \frac{d\rho}{dp} \nabla p = \frac{1}{a^2} \nabla p \tag{1.10}$$

kullanılıp momentum denklemi yardımıyla basınç gradyanı elimine edilirse

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} - a^2 \nabla^2 \varphi + 2\mathbf{V} \cdot \frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} + \mathbf{V} \cdot \left(\mathbf{V} \cdot \nabla \mathbf{V}\right) = 0$$
(1.11)

elde edilir. Bu potansiyel denklemdir; düzenlenirse

$$\nabla^{2}\phi = \frac{1}{a^{2}} \left[\frac{\partial^{2}\phi}{\partial t^{2}} + \frac{\partial}{\partial t} (\nabla\phi \cdot \nabla\phi) + (\nabla\phi \cdot \nabla\nabla\phi) \right]$$
(1.12)

elde edilir. Bu, denklem (3.2) dir.

ÖZGEÇMİŞ

Şule KAPKIN, lise öğrenimini Bakırköy Lisesi'nde tamamladı. 1994 yılında Trakya Üniversitesi Mühendislik ve Mümarlık Fakültesi Makine Mühendisliği Bölümü'nden mezun oldu. Aynı yıl İstanbul Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Makina Mühendisliği Anabilim Dalı'nda başladığı yüksek lisans öğrenimini 1996 yılında tamamladı. 1997 yılında İstanbul Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Makina Mühendisliği Anabilim Dalı'nda doktora öğrenimine başladı. 1997-1999 yılları arasında doktora derslerini tamamladı. Tez dönemine 2011 yılında başladı. Bu ara dönem içinde, ulusal ve uluslar arası, aeroelastisite, enerji, akışkanlar mekaniği, akışkanlar mekaniğinde bilgisayar destekli analiz ve toplam verimli bakım, alanlarında bilimsel çalışma ve projeler yaptı. Ulusal ve uluslararası organizasyonlar da yürütme ve bilim kurullarında görev aldı. Projelerde aktif olarak olarak çalıştı. 1995 yılında İstanbul Üniversitesi Mühendislik Fakültesi Makina Mühendisliği Bölümü, Enerji Anabilim Dalında Araştırma Görevlisi olarak çalışmaya başladı ve halen burada görevini sürdürmektedir.