

# T.C. İSTANBUL ÜNİVERSİTESİ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ



# DOKTORA TEZİ

# OPTİK ÖRGÜLERDE DÜZENSİZLİK: AŞIRI SOĞUK ATOMİK GAZLARDA LOKALİZASYON ETKİLERİ

Serpil CIKIT

Fizik Anabilim Dalı

Atom ve Molekül Fiziği Programı

Danışman

Prof. Dr. K. Gediz AKDENİZ

II. Danışman

Prof. Dr. Zehra AKDENİZ

Ocak, 2014

İSTANBUL

Bu çalışma 15/01/2014 tarihinde aşağıdaki jüri tarafından Fizik Anabilim Dalı Atom ve Molekül Fiziği programında Doktora tezi olarak kabul edilmiştir.

Tez Jürisi:

Prof. Dr. K. Gediz AKDENİZ (Danışman) İstanbul Üniversitesi Fen Fakültesi

Millen

Prof. Dr. Nurten ÖNCAN İstanbul Üniversitesi Fen Fakültesi

Prof. Dr. Oya OĞUZ Haliç Üniversitesi Fen-Edebiyat Fakültesi

Prof. Dr. Handan GÜRBÜZ Yıldız Teknik Üniversitesi Fen-Edebiyat Fakültesi

Prof. Dr. Gönül BAŞAR İstanbul Üniversitesi Fen Fakültesi

# ÖNSÖZ

Tez çalışmam boyunca danışmanlığımı üstlenen ve yol gösterici bilgilerini esirgemeyen sayın hocalarım Prof. Dr. K. Gediz AKDENİZ ve Prof. Dr. Zehra AKDENİZ'e

Çalışmalarımda aydınlatıcı bilgilerinden yararlandığım sayın Prof. Dr. Patrizia VİGNOLO'ya

Bu süreçte her zaman yanımda olan ve desteğini esirgemeyen sayın hocam Prof. Dr. Oya OĞUZ'a

Bu çalışma boyunca her zaman yanımda olan sayın hocam Yard. Doç Dr. Ayberk YILMAZ'a

Ve her zaman yanımda olan aileme sonsuz teşekkürlerimi sunarım.

Rahmetli babama şükranlarımla...

Ocak, 2014

Serpil CIKIT

# İÇİNDEKİLER

# Sayfa No

ÖNSÖZ	i
İÇİNDEKİLER	ii
ŞEKİL LİSTESİ	iv
SİMGE VE KISALTMA LİSTESİ	vii
ÖZET	X
SUMMARY	xi
1.GİRİŞ	1
2.GENEL KISIMLAR	5
2.1. TUZAKLANMIŞ KUANTUM GAZLARI	5
2.1.1 Bose-Einstein Yoğunlaşması	6
2.1.2 Yerelleşme (Lokalizasyon) Kavramı	10
2.2. LABORATUAR ORTAMINDAKİ YOĞUNLAŞMA	13
2.2.1 Manyetik Optik Tuzak İçinde Lazer ile Soğutma	13
2.2.2 Manyetik Tuzak İçinde Buharlaştırarak Soğutma	15
2.2.3 Periyodik ve Kuazi Periyodik Optik Örgüde Yoğunlaşma	16
2.3 BOSE-EİNSTEİN YOĞUNLAŞMASI TEORİSİNİN ÖZEL DURUMLARI	18
2.3.1 Harmonik Tuzak İçindeki Yoğunlaşma	18
2.3.2 Optik Örgü İçindeki Yoğunlaşma	20
2.3.2.1 Tek Boyutlu Örgüde Temel Seviye ve Uyarılmış Durumlar	20
2.3.2.2 Bose-Hubbard Modeli	21

3.MALZEME VE YÖNTEM	25
3.1 KISA MENZİL BAĞLANTILI DÜZENSİZLİĞE SAHİP OPTİK ÖRGÜLERDE DURUM YOĞUNLUĞU VE YERELLEŞME	25
3.2 <sup>41</sup> K ve <sup>87</sup> Rb KARIŞIM SİSTEMİNİN MODELLENMESİ	26
3.3 BİR BOYUTLU SIKI BAĞLANMA MODELİNDE GREEN FONKSİYONU YAKLAŞIKLIĞI	33
3.4 GEÇİRGENLİK	35
3.5 UZUN MENZİL BAĞLANTILI DÜZENSİZLİĞE SAHİP OPTİK ÖRGÜDE DURUM YOĞUNLUĞU VE YERELLEŞME	38
3.5.1 Benek Potansiyelin Analitik Olarak Modellenmesi	41
3.5.2 Düzensiz Potansiyelin Sayısal Olarak Elde Edilmesi	42
4.BULGULAR	44
4.1 KISA-MESAFE İLİŞKİLENDİRİLMİŞ DÜZENSİZLİK İÇİN DURUM YOĞUNLUĞU (DOS) VE LYAPUNOV KATSAYISI İÇİN ELDE EDİLEN SAYISAL SONUCLAR	44
4.2 GEÇİŞ KATSAYISI ÜZERİNE ALINAN SONUÇLAR	55
<ul> <li>4.2 GEÇİŞ KATSAYISI ÜZERİNE ALINAN SONUÇLAR</li> <li>4.3 UZUN-MESAFE İLİŞKİLENDİRİLMİŞ DÜZENSİZLİK İÇİN DURUM YOĞUNLUĞU VE YERELLEŞME UZUNLUĞU İÇİN SAYISAL SONUÇLAR</li> </ul>	55 57
<ul> <li>4.2 GEÇİŞ KATSAYISI ÜZERİNE ALINAN SONUÇLAR</li> <li>4.3 UZUN-MESAFE İLİŞKİLENDİRİLMİŞ DÜZENSİZLİK İÇİN DURUM YOĞUNLUĞU VE YERELLEŞME UZUNLUĞU İÇİN SAYISAL SONUÇLAR</li></ul>	55 57 <b>71</b>
<ul> <li>4.2 GEÇİŞ KATSAYISI ÜZERİNE ALINAN SONUÇLAR.</li> <li>4.3 UZUN-MESAFE İLİŞKİLENDİRİLMİŞ DÜZENSİZLİK İÇİN DURUM YOĞUNLUĞU VE YERELLEŞME UZUNLUĞU İÇİN SAYISAL SONUÇLAR.</li> <li>5.TARTIŞMA VE SONUÇ.</li> <li>KAYNAKLAR.</li> </ul>	55 57 71 75
<ul> <li>4.2 GEÇİŞ KATSAYISI ÜZERİNE ALINAN SONUÇLAR.</li> <li>4.3 UZUN-MESAFE İLİŞKİLENDİRİLMİŞ DÜZENSİZLİK İÇİN DURUM YOĞUNLUĞU VE YERELLEŞME UZUNLUĞU İÇİN SAYISAL SONUÇLAR.</li> <li>5.TARTIŞMA VE SONUÇ.</li> <li>KAYNAKLAR.</li> <li>ÖZGEÇMİŞ.</li> </ul>	55 57 71 75 79

# ŞEKİL LİSTESİ

## Sayfa No

Şekil 2. 1	: Yoğunlaşma kriteri	8
Şekil 2. 2	: Bozonik yapıdaki atom bulutunun yoğunlaşma profilleri	10
Şekil 2. 3	: Lazer ile soğutma konfigürasyonu	13
Şekil 2. 4	: Üç çift lazer yardımıyla parçacıkların yavaşlatılması	14
Şekil 2. 5	: Manyetik optik tuzak düzeneği	15
Şekil 2. 6	: Buharlaştırarak soğutma konfigürasyonu	16
Şekil 2. 7	: Tek periyotlu optik örgü ve içindeki yoğunlaşma	17
Şekil 2. 8	: İki periyotlu optik örgü ve içindeki yoğunlaşma	18
Şekil 2. 9	: İki boyutlu optik örgüde atomların a) süperakışkan fazı b) Mott yalıtkan fazı	23
Şekil 3. 1	:Yabancı atomun örgü sitelerine tamamen rasgele dağıtıldığı durumu (Random Model) için yabancı atom ( $B_d$ bozonu) içermeyen ve içeren siteler ile verilen tek boyuttaki yoğunlaşmanın sıkı bağlılık Hamilton fonksiyonu şematik sunumu.	26
Şekil 3. 2	: DRDM için faz diyagramı grafiği	32
Şekil 3. 3	: Renormalizasyon indirgeme yönteminin şematik sunumu	34
Şekil 3. 4	: Levhaların Hamilton fonksiyonu ifadesi	36
Şekil 3. 5	: Benek potansiyelin optiksel konfigürasyonu	40
Şekil 3. 6	: Benek potansiyelin iki boyutlu gösterimi	41
Şekil 4. 1	: İki boyutlu zincir için şematik bant yapısı	45
Şekil 4. 2	: RM için durum yoğunluğu (DOS) ve Lyapunov katsayısının grafik sunumu.	47

Şekil 4. 3	: RDM için durum yoğunluğu (DOS) ve Lyapunov katsayısının grafik sunumu	48
Şekil 4. 4	: DRDM için durum yoğunluğu (DOS) ve Lyapunov katsayısının grafik sunumu	49
Şekil 4. 5	: RM, RDM ve DRDM için durum yoğunluğu (DOS) ve Lyapunov katsayısının grafik sunumu.	50
Şekil 4. 6	: RM, RDM ve DRDM için durum yoğunluğu (DOS) ve Lyapunov katsayısının grafik sunumu.	51
Şekil 4. 7	: RM, RDM ve DRDM için durum yoğunluğu (DOS) ve Lyapunov katsayısının grafik sunumu.	52
Şekil 4. 8	: RM, RDM ve DRDM için durum yoğunluğu (DOS) ve Lyapunov katsayısının grafik sunumu	53
Şekil 4. 9	: RM, RDM ve DRDM için durum yoğunluğu (DOS) ve Lyapunov katsayısının grafik sunumu	54
Şekil 4. 10	: RM için farklı site enerjileri farkına karşılık gelen geçirgenlik	56
Şekil 4. 11	: RDM için farklı site enerjileri farkına karşılık gelen geçirgenlik	56
Şekil 4. 12	: DRDM için farklı site enerjileri farkına karşılık gelen geçirgenlik	57
Şekil 4. 13	: $s//t/=1$ , parçacık enerjisinin bir fonksiyonu olarak ve $t=0.2$ enerjisine karşılık gelen durum yoğunluğu (DOS) ve Lyapunov katsayısı grafik sunumu.	61
Şekil 4. 14	: $s//t/=1$ , parçacık enerjisinin bir fonksiyonu olarak ve $t=0.4$ enerjisine karşılık gelen durum yoğunluğu (DOS) ve Lyapunov katsayısı grafik sunumu.	62
Şekil 4. 15	: $s//t/=1$ , parçacık enerjisinin bir fonksiyonu olarak ve $t=0.6$ enerjisine karşılık gelen durum yoğunluğu (DOS) ve Lyapunov katsayısı grafik sunumu.	63
Şekil 4. 16	: $s/t/=1$ , parçacık enerjisinin bir fonksiyonu olarak ve $t=0.8$ enerjisine karşılık gelen durum yoğunluğu (DOS) ve Lyapunov katsayısı grafik sunumu.	64
Şekil 4. 17	: $s/t/t=1$ , parçacık enerjisinin bir fonksiyonu olarak ve $t=1$ enerjisine karşılık gelen durum yoğunluğu (DOS) ve Lyapunov katsayısı grafik sunumu.	65
Şekil 4. 18	: $s//t/=5$ , parçacık enerjisinin bir fonksiyonu olarak ve $t=0.2$ enerjisine karşılık gelen durum yoğunluğu (DOS) ve Lyapunov katsayısı grafik sunumu.	66

Şekil 4. 19	: $s//t/=5$ , parçacık enerjisinin bir fonksiyonu olarak ve $t=0.4$ enerjisine karşılık gelen durum yoğunluğu (DOS) ve Lyapunov katsayısı grafik sunumu	67
Şekil 4. 20	: $s//t/=5$ , parçacık enerjisinin bir fonksiyonu olarak ve $t=0.6$ enerjisine karşılık gelen durum yoğunluğu (DOS) ve Lyapunov katsayısı grafik sunumu	68
Şekil 4. 21	: $s//t/=5$ , parçacık enerjisinin bir fonksiyonu olarak ve $t=0.8$ enerjisine karşılık gelen durum yoğunluğu (DOS) ve Lyapunov katsayısı grafik sunumu	69
Şekil 4. 22	: $s//t/=5$ , parçacık enerjisinin bir fonksiyonu olarak ve $t=0.8$ enerjisine karşılık gelen durum yoğunluğu (DOS) ve Lyapunov katsayısı grafik sunumu.	70

# SİMGE VE KISALTMA LİSTESİ

Simgeler	Açıklama
n(k)	: $\varepsilon_k$ enerji seviyesindeki parçacık sayısı
$\mu$ $\varepsilon_{_k}$	: Kimyasal potansiyel : Kinetik enerji
k k	: Dalga sayısı
m k "	: Gaz atomunun kütlesi : Boltzman sabiti
λ	: de Broglie dalga boyu
ρ Γ Τ	: Parçacık sayısı yoğunluğu : Sıcaklık : Kritik sıcaklık
1 <sub>K</sub>	· Voğunlaşan atomlar için narçaçık şayışı
$n_0$	: Tüm atomlar için parçacık sayısı
$V(\mathbf{r})$	: Periyodik (diş) potansiyel
k	: Dalga vektoru
$\boldsymbol{\psi}_k(\boldsymbol{r})$	: Bloch dalga lonksiyonu
T	: Oteleme vektoru
$\psi(\mathbf{r})$	: Sistemin dalga fonksiyonu
$E_0$	: Lazerin elektrik alani
	: Lazerin açısal frekansı
U(z)	: Lazer potansiyeli
V <sub>tuzak</sub>	· Puzak potansiyen
$r_{\perp}$	: Radyal Koordillat
$\omega_{\perp}$	: Radyal frekans
β	: Gorell genlik
$\omega_z$	Eksenel frekans
λ	: Anizotropi parametresi
M	: Kutle · Voğunlasma dalga fonksiyonu
φ(r) N	: Toplam parcacık sayısı
1 <b>v</b> p	
$z_{jk}$	: Bloch orbitalieri
u <sub>ij</sub>	: Bogoliubov genlikleri
V <sub>ij</sub>	: Bogoliubov genlikleri
$W_{aa}^{+}$	: Wannier fonksiyonları
N	: Site sayısı

$d \sigma$ $H a_i^t$	<ul> <li>İki örgü sitesi arası uzaklık</li> <li>Yoğunlaşma dalga fonksiyonun uzaysal dağılım genişliği</li> <li>Bose-Hubbard Hamilton fonksiyonu bağıntısı</li> <li>i. sitedeki yaratma operatörü</li> </ul>
$a_{j}$	: j. sitedeki yoketme operatörü
U t $\varepsilon_i$	: İtici potansiyel terimi : İlk komşuluk hoplama matris elemanı : Site enerjisi (Bose-Hubbard Hamilton fonksiyonu içindeki)
$\hat{n}_i$	: Sitenin işgal operatörü
$U_{Bd}$	: <sup>87</sup> Rb atomu için örgü potansiyeli
$U_{Bf}$	: <sup>41</sup> K atomu için örgü potansiyeli
$\Omega_{Bd,Bf}$	: Rabi frekansı
$d_{Bd,Bf}$	: Atom dipolü
$\delta_{_{Bd,Bf}}$	: Lazerin ayar bozma ifadesi
λ	: Dalga boyu
$\Gamma_{Bd}$	: <sup>87</sup> Rb atomu için doğal genişlik
$\Gamma_{Bf}$	: <sup>41</sup> K atomu için doğal genişlik
$H_{Bf}$	: Sıkı-bağlılık Bose-Hubbard Hamilton fonksiyonu
$E_i$	: Site enerjisi
$t_i$	: Hoplama enerjisi
$\phi_i(z)$	: <i>i</i> . Potansiyel kuyusundaki bir boyutlu yoğunlaşma dalga fonksiyonu
$n_{Bd}(z)$	: Yabancı atom yoğunluğu
$m_{Bf}$	: <sup>+</sup> K atomunun kütlesi
m <sub>r</sub>	: İndirgenmiş $B_f B_d$ kütlesi
$C_{Bf}$	: Harmonik tuzak potansiyeli
g	: $B_f B_f$ etkileşme şiddeti
g'	: $B_f B_d$ etkileşme şiddeti
a	: $B_f B_f$ saçılma uzunluğu
<i>a</i> '	: $B_f B_d$ saçılma uzunluğu
E <sub>res</sub>	: Rezonans enerjisi
G(E)	: Green fonksiyonu
D(E)	: Durum yogunlugu . Etkin dimorin hamiltan ifadasi
$H_{Bf}$	
$\hat{H}_{L,I}$	: Geliş levhasının hamilton ifadesi
${\widetilde {oldsymbol{H}}}_{L,r}$	: Çıkış levhasının hamilton ifadesi
$\gamma(E)$	: Lyapunov katsayısı
T(E)	: Saçılma matrisi
$\tau(E)$	: Geçirgenlik katsayısı

$C_{l}$	: Bağlantı fonksiyonu
$H_{s}$	: Sıkı bağlılık Bose-Hubbard Hamilton fonksiyonu
$S_k(k)$	: Triangular fonksiyon
$\theta(x)$	: Heaviside birim adım fonksiyonu
$L_{loc}(E)$	: Lokalizasyon uzunluğu

Kısaltmalar Açıklama

- **BEY** : Bose-Einstein Yoğuşması
- MOT : Manyetik Optik Tuzak
- **GPD** : Gross-Pitaevski Denklemi
- **DOS** : Durum yoğunluğu
- **RM** : Random Model
- **RDM** : Random Dimer Model
- **DRDM** : Dual Random Dimer Model

# ÖZET

#### DOKTORA TEZİ

## OPTİK ÖRGÜLERDE DÜZENSİZLİK: AŞIRI SOĞUK ATOMİK GAZLARDA LOKALİZASYON ETKİLERİ

### **SERPİL CIKIT**

İstanbul Üniversitesi

Fen Bilimleri Enstitüsü

Fizik Anabilim Dalı

#### Danışman : Prof. Dr. K. Gediz AKDENİZ

### II. Danışman : Prof. Dr. Zehra AKDENİZ

Bir boyutlu optik örgü potansiyeli içinde bozon(<sup>41</sup>K)-bozon(<sup>87</sup>Rb) karışımının Bose-Einstein yoğunlaşması farklı düzensizlikler altında incelenmiştir. Sistemin durumu sıkı bağlılık Bose-Hubbard Hamilton fonksiyonu ile belirlenmiş, durum yoğunluğu ve yerelleşme özelliklerini elde edebilmek için Green fonksiyonu yaklaşıklığı kullanılmıştır. Kısa-mesafe ilişkilendirilmiş düzensizlikli bir optik örgüde site enerjilerinin değişimi ile sistemin faz durumunun analizi yapılmış ve siteler arasındaki enerji farkı artışı ile sistemin lokalize olduğu görülmüştür.

Kısa-mesafe ve uzun-mesafe ilişkilendirilmiş düzensizlik altında her iki sistem için hoplama enerjisinin değişimin sistemin faz durumuna etkisi incelenmiş ve her iki sistemin karşılaştırması yapılmıştır. Her iki sistem için hoplama enerjisi artarken durum yoğunluklarının benzer davranış gösterdiği görülmüştür.

Ocak 2014, 80 sayfa.

Anahtar kelimeler: Bose-Einstein Yoğunlaşması, Optik Örgü, Sıkı-Bağlılık Bose-Hubbard Hamilton Fonksiyonu, Durum Yoğunluğu, Yerelleşme.

## **SUMMARY**

#### **PhD THESIS**

### DISORDER IN OPTICAL LATTICES : LOCALIZATION EFFECTS IN ULTRACOLD ATOMIC GASES

### **SERPİL CIKIT**

İstanbul University

#### **Graduate School of Science and Engineering**

**Department of Physics** 

#### Supervisor : Prof. Dr. K. Gediz AKDENİZ

#### Co-Supervisor : Prof. Dr. Zehra AKDENİZ

The mixture of boson(<sup>41</sup>K)-boson(<sup>87</sup>Rb) in one dimensional optical lattice Bose-Einstein Condensation are studied for different disorders. State of the system are determined with tight-binding Bose-Hubbard Hamiltonian. To examine density of state and lozalization properties are used Green function approach. State of the system within an optical lattice with short-range correlated disorder are analyised with changing of the site's energy and it is determined that system is localized with increasing energy difference between sites.

With changing the hopping energy, state of the system is investigated for both of the system which is under short-range and long-range correlated disorder and is compared both of the systems. It is showed that density of the systems are similar as hopping energy increase for both of the systems.

January 2014, 80 pages.

**Keywords:** Bose-Einstein Condensation, Optical lattice, tight-binding Bose-Hubbard Hamiltonian, Density of State, Localization.

# 1. GİRİŞ

Aşırı soğuk alkali atom buharlarının Bose-Einstein yoğunlaşması, deneysel olarak 1995 yılında gerçekleştirilmiştir [1]. Bu deneyle, kuantum gazlarının hem manyetik tuzaklar hem de optik örgüler içindeki (örn: lazerlerin girişimleri ile oluşturulan sıralı potansiyel kuyuları) davranışları araştırılabilmiştir. Uyumlu kuantum parçacıklar topluluğunun incelenmesi, atom optiği çalışmalarına ve kuantum fenomenlerinin temel hesaplamalarına tümüyle yeni görüşler getirmiştir.

Bose-Einstein yoğunlaşması uygulamaları için gerekli bilgi ve deneysel olanaklar, 1995 yılından bu yana hızlı bir şekilde artmıştır. 2000 yılına kadar geçen zaman içerisinde yapılan çalışmalarda Bose-Einstein yoğunlaşması tamamen karakterize edilmiştir. Özellikle, optik örgü içindeki yoğunlaşma ve tuzaklanmış yoğunlaşma içindeki girdaplar (vortex) üzerine yapılan çalışmalar, bu konuya olan ilgiyi her gün daha da artırmıştır [2]. Aynı zamanda fermiyonik yapıdaki atom gazlarının tuzaklanması üzerine de birçok deneysel ve teorik çalışmalar yapılmıştır [3]. Bu araştırmalardaki amaç Fermi akışkanlarını anlamak, Barden-Cooper-Schrieffer çifti arasındaki rejimi ve güçlü bağlı fermiyon çiftlerinden oluşan molekülün yoğunlaşmasını araştırmaktır.

Bir boyutlu düzensiz bir sistemde düzensizliğin ilişkilendirilmemiş olduğu herhangi bir enerjide Anderson lokalizasyonunun ortaya çıktığı bilinir [4,5]. Fakat belirli bir kısa mesafe korelasyonu verildiğinde özdurumlar için delokalizasyon ortaya çıkabilir. Bu Random Dimer Model ( RDM) 'de meydana gelir. RDM bir latisin sitelerinin  $\varepsilon_a$  ve  $\varepsilon_b$  olarak işaretlendiği ve  $\varepsilon_b$  enerji sitesinin çiftler ya da dimer olarak ortaya çıktığı bir modeldir. Aynı olay RDM' in ikiz eşi  $\varepsilon_b$  enerjili örgü sitelerinin komşu olarak asla ortaya çıkmadığı Dual Random Dimer Model ( DRDM) ' de de ortaya çıkar [6].

Bu model, DNA gibi belli biopolimerlerde ve ağır damlacıklı polyacetylene ve polyaniline gibi iletken polimerlerin bir kısmında metal-yalıtkan geçişine yol açan

mümkün mekanizma olması için önerilmiştir. Günümüzde delokalize elektronik durumların kanıtı bir random-dimer GaAs-GaAlAs süperlatisinde deneysel olarak tartışılmaktadır. Son zamanlarda bir RDM akustik dalgaların delokalizasyonunu tartışmak için önerilmiştir.

Bu çalışmadaki hedefimiz, Bose-Einstein yoğunlaşmasına uğramış bir boyutlu optik örgünün site enerjileri üzerinde kısa mesafe ve uzun mesafe bağlantıları oluşturarak öncelikle kısa-mesafe ilişkilendirilmiş düzensizlik için site enerjilerini değiştirerek tünelleyen bozonun durumunu analiz etmek, daha sonra ise hem kısa-mesafe hem de uzun-mesafe ilişkilendirilmiş düzensizlik için sistemde tünelleyen bozonun farklı iki site arasındaki hoplama enerjisini değiştirerek her iki sistem için Anderson yerelleşmesini (lokalizasyonunu) gözlemlemek ve elde edilecek sonuçların hangi modelde başarılı sonuçlar verdiğini belirlemektir. Bu amaçla, öncelikle daha önce J. F. Schaff, Z. Akdeniz, P. Vignolo'nun [7] çalışmalarında kullandıkları parametreler yardımıyla optik latislerdeki aşırı soğuk atomik gazlarda sistemin faz durumlarını veren durum yoğunlukları, madde dalga transportunu veren geçirgenlik (transmittivity) ve lokalizasyon uzunluğu ile hesaplanan Lyapunov katsayısı grafikleri çeşitli düzensizlikli sistemler için hesaplanacaktır.

Tezimizin anlaşılmasını kolaylaştırmak amacı ile 2. Genel Kısımlar bölümünde, yoğunlaşmış atomik kuantum gazlarının konu ile ilgili fiziksel özellikleri, Bose-Einstein yoğunlaşması fenomeni, maddenin bu yeni halini elde edebilmek için gerekli laboratuvar teknikleri, optik örgülerin deneysel olarak nasıl elde edildiği ve yoğunlaşmanın optik örgüdeki davranışı (temel seviye için) Gross-Pitaevskii Denklemi (GPD) ifadesi [8,9], yerelleşme kavramı hakkında bilgi verilecek ve çalışmalarımızın teorik hesaplarının ele alındığı Bose-Hubbard Hamilton fonksiyonu'nun kısa bir tanımı ile sonlanacaktır [10].

Tezin üçüncü bölümünde, periyodik optik örgü içerisindeki Bose-Einstein yoğunlaşmasının durum yoğunluğu ve geçiş özellikleri kısa-mesafe ve uzun-mesafe ilişkilendirilmiş düzensizlik çerçevesinde sergilenecektir. Bozon (<sup>87</sup>Rb)-bozon (<sup>41</sup>K) karışımından oluşan optik örgü sisteminde <sup>41</sup>K atomu "tünellenen bozon", daha ağır

olan <sup>87</sup>Rb atomu ise "yabancı atom" rolünü oynar. Yabancı atomun örgü sitelerine tamamen düzensiz (Random Model) olarak dağıtıldığı ve kısa menzil bağlantılı (Random Dimer Model ve Dual Random Dimer Model) bir düzensizlik çerçevesinde dağıtıldığı durumlar için parçacıklar arası etkileşmelerin değiştirilmesiyle sistemde hem yerelleşmenin olduğu hem de atomların geçişinin olduğu durumlar (lokalizasyon-delokalizasyon geçişi) incelenecektir [7]. Uzun-mesafe ilişkilendirilmiş düzensizlikli bir optik örgüde sistemin durum yoğunluğu ve yerelleşme özellikleri anlatılarak benek potansiyelin analitik olarak nasıl modellendiği ve sayısal olarak nasıl elde edileceği anlatılacaktır.

Bozon (<sup>87</sup>Rb)- bozon (<sup>41</sup>K) karışımından oluşan optik örgü sistemini teorik açıdan çözümlemek amacı ile, bir boyutta sıkı bağılılık düzenindeki Bose-Hubbard Hamilton fonkiyonu kullanılacak, daha önce katı hal sistemlerinde elektronun geçiş özelliklerini incelemek için kurulmuş olan renormalizayon indirgeme yöntemine (renormalization/decimation procedure) bağlı olarak, tüm örgü sistemi tek bir dimere indirgenecektir [11]. Sistemin durum yoğunluğu, yerelleşme ve geçiş özellikleri Green fonksiyonu yaklaşıklığı ile belirlenecektir.

Tezin Bulgular bölümünü oluşturan 4. Bölümde; kısa mesafe bağlantılı düzensizlik (RM, RDM ve DRDM) ve uzun mesafe bağlantılı (bir boyutlu optik örgüye süperpozisyon olarak eklenen benek potansiyeli) içinde belirli parametreler yardımıyla Anderson yerelleşmesinin gözlenebilirliği araştırılarak her iki sistem için elde edilen sonuçların karşılaştırılması yapılacaktır. Uzun mesafe bağlantılı düzensizliğini elde edebilmek için Fourier Filtreleme metodu (FFM) kullanılacaktır [12]. Yerelleşme uzunluğu, sıkı-bağlılık Bose-Hubbard Hamilton fonksiyonu çerçevesinde sistemdeki enerji parametrelerinin değiştirilmesiyle elde edilecektir. Ayrıca bu parametrelerin durum yoğunluğu (DOS) ve kısa-mesafe ilişkilendirilmiş düzensizlik için geçirgenlik (transmittivity) üzerine etkileri de araştırılacaktır.

Tezimizin 5. Bölümü olan Tartışma ve Sonuç bölümünde ilk olarak ele almış olduğumuz kısa-mesafe düzensizlikli sistem için çalışmış olduğumuz parametreler ile elde edilen durum yoğunlukları, Lyapunov katsayısının davranışı ve geçirgenlik için elde edilen sonuçlar yorumlanacak ve siteler arasındaki enerji farkı artışı ile sistemin faz

durumu arasındaki ilişki açıklanacaktır. İkinci olarak sistemdeki tünelleyen bozonların hoplama enerjisinin değişminin sistemi nasıl etkilediğini incelemek ve kısa-mesafe ile uzun-mesafe düzensizlikli sistem arasında bir karşılaştırma yapabilmek amacıyla elde etmiş olduğumuz durum yoğunlukları ve Lyapunov katsayısı davranışı grafikleri yorumlanarak değerlendirmesi yapılacaktır.

## 2. GENEL KISIMLAR

#### 2.1. TUZAKLANMIŞ KUANTUM GAZLARI

Son yıllarda atom fiziği ve kuantum optiğinde elde edilen hızlı gelişmelerden sonra atomları aşırı düşük sıcaklıklara soğutabilmek mümkün hale gelmiştir. Düşük sıcaklıklara soğutulabilen sistemlerin davranışları klasik davranışından farklı olmaktadır. Buna örnek vermek istersek, nano-Kelvin derecesi kadar düşük sıcaklıklarda atomun kuantum mekaniksel dalgaboyu uzunluğu bir mikrona kadar çıkabilmekte ve bu da atomik davranışları büyük ölçüde değiştirmektedir. Bu rejim içerisinde atomlar klasik parçacıklar olarak ele alınamaz ve onların kuantum doğası hesaba katılmalıdır. Bu gelişmelerdeki en çarpıcı olay, 1995 yılında Bose-Einstein Yoğunlaşması (BEY)'in deneysel olarak elde edilmesidir. Bu deney ilk rubidyum, sodyum, lityum atomları ile gerçekleştirilmiş, bu da kuantum fenomenini makroskopik boyutlarda araştırma olanağı sunmuştur. Aşırı soğuk gaz atomları üzerine çalışırken özellikle parçacıklar arası etkileşmelerin oldukça zayıf ve atomik gazın seyreltik olması, bu sistemleri çekici kılmaktadır.

Seyreltik sıkıştırılabilir yoğunlaşmış sistemler, homojen olmayan tuzak potansiyelleri tarafından bir arada tutulabilir. Tuzaklanmış dejenere gaz atomları, kuantum mekaniksel etkilerin ele alınması ve çalışılmasına olanak verir. Tuzaklanmış yoğunlaşma üzerine lazerler göndererek oluşturulan optik örgüler, özellikle kuantum gazlarının özel durumlarını çalışmak açısından oldukça kullanışlıdır. Bu noktada katı hal fiziği ve güçlü etkileşen akışkanlar ile sıkı bir iletişim vardır.

Bu bölümde sırasıyla, Bose-Einstein yoğunlaşma fenomeni, atomların soğutulması ve tuzaklanması, harmonik tuzak içindeki yoğunlaşma, optik örgü içinde uygulanan kuvvet etkisindeki yoğunlaşma davranışı ele alınacaktır.

#### 2.1.1. Bose-Einstein Yoğunlaşması :

1920'li yılların başında Hindistan'da çalışmakta olan Satyendra Nath Bose, ışığın kuanta ya da fotonlar olarak isimlendirilen kesikli (discrete) enerji paketleri olarak davranabileceği düşüncesini ortaya attı. Fotonlar ile ilgilenirken iki fotonun özdeş tutulup , tutulamayacağı konusunda belli kurallar tayin etti ancak bu çalışmasını yayınlatmakta problemler yaşadığı için yapmış olduğu çalışmalarını ünlü fizikçi Albert Einstein'a gönderdi.

Bose'un boşluk içinde termal dengedeki foton gazının istatiksel dağılım fonksiyonu için Planck'ın formülüne yaptığı yorumun hemen ardından [13], Einstein Bose'un çalışmasını gaz tanecikleri üzerine genişleterek Bose-Einstein Yoğunlaşması (BEY) olayının ilk haberini vermiş oldu [14].

Özdeş Bose parçacıklarının aynı kuantum durumunda bulunmaları durumunda konusunda bir kısıtlama yoktur, makroskopik kutu içindeki ideal bozon gazları sıfır sıcaklıkta yoğunlaşarak hepsi aynı sıfır momentumlu kuantum durumunu yeni termal seviyeyi işgal edebilir. Parçacıkların aynı kuantum durumunu makroskopik işgali, sonlu sıcaklıklarda başlar ve makroskopik dalga fonksiyonu oluşur [15].

T sıcaklığındaki m kütleli etkileşmeyen bozonların  $\varepsilon_k$  enerji seviyesini işgal sayıları

$$n(k) = \exp\left[\beta\left(\varepsilon_{k} - \mu\right) - 1\right]^{-1}$$
(2.1)

bağıntısı ile verilir. Burada  $\varepsilon_k = \frac{(\hbar k)^2}{2m}$  kinetik enerjiyi,  $\mu$  kimyasal potansiyeli,  $\beta = \frac{1}{k_B T}$  ve  $k_B$  Boltzman sabitini belirtir.

Parçacık sayısı yoğunluğunun  $\rho$ , termal De Broglie dalga boyunun  $\lambda_{dB} = \sqrt{\frac{2\pi\hbar^2}{mk_BT}}$  ile

verildiği ( kinetik enerji ile termal enerjisi birbirine eşit olan bir parçacığın momentum ifadesi olmak üzere) bu durum

$$\rho \lambda_{dB}^{3} I_{kritik} = 2.612 \tag{2.2}$$

dir. Dalga boyunun sıcaklık ile ters orantılı olduğu  $\lambda_{dB} = \sqrt{\frac{2\pi\hbar^2}{mk_BT}}$  bağıntısından kolayca görülebilmektedir [16]. Sistem sıcaklığı düşürülmeye başlandığında, parçacıklara eşlik eden De Broglie dalga boyu büyüklüğü artmaktadır. Bir  $T_K$  kritik sıcaklığında dalga paketlerinin süperpozisyonu başlar ve sıcaklık, T, azaldıkça devam eder.

Yoğunlaşmış kesim  $n_0$  ile sistemdeki tüm parçacık sayısı (yoğunlaşan ve henüz termal olan kısım) ise n ile ifade edilir. Bunların oranının ifadesi olan  $\frac{n_0}{n}$ ,  $T \le T_K$  sıcaklığında  $\lambda_{dB} \propto T^{-\frac{1}{2}}$ 

$$\frac{n_0}{n} = 1 - \left(\frac{T}{T_K}\right)^{\frac{3}{2}}$$
(2.3)

dir. Burada sıcaklık sıfıra yaklaşırken ( $T \rightarrow 0, \frac{n_0}{n} = 1$ ),  $n_0 = n$  eşitliğini verir. Bu durum, BEY'in gerçekleştiği nano Kelvin düşüklüğündeki sıcaklıklarda tüm parçacıkların aynı temel seviyeyi işgal ettiğini gösterir. Farklı sıcaklıklardaki yoğunlaşma kriteri Şekil 2.1'de açıklanmıştır.



a) Yüksek  $T >> T_K$ sıcaklığında ideal gaz atomları.



b) Düşük T sıcaklığında 
$$\lambda_{dB} = \frac{\hbar}{mv} \propto T^{\frac{-1}{2}}$$
.



c)  $T=T_K$ , BEY  $\lambda_{dB}=d$ .



d) T=0, saf bozon yoğunlaşması.

Şekil 2.1: Yoğunlaşma Kriteri.

Yukarıda verilen yoğunlaşma kriteri, bize gaz atomlarının BEY' i nasıl oluşturduğunu açıklamaktadır. İlk şekil'e bakıldığında, yüksek sıcaklıklarda atomlar bilardo topları görüntüsündedir ve ideal gaz atomları serbestçe hareket eder. İkinci şekilde daha önceden de açıklandığı gibi atomun De Broglie dalga boyu ile sıcaklık ters orantılı olduğundan [16] sıcaklık azaldıkça atomların dalga karakteri öne çıkar ve De Broglie dalga boyu ile temsil edilmeye başlarlar. En sondaki şekil ise atomlar arası uzaklık d ile atomların De Broglie dalga boyu  $\lambda_{dB}$  'nin karşılaştırılabilir hale geldiği ve bir  $T_K$  kritik sıcaklığında BEY'in ortaya çıktığını, sıcaklık sıfıra yaklaştıkça termal bulutun yerini saf bozon yoğunlaşmasına bıraktığını göstermektedir.

Einstein'in gazlar için öne sürdüğü BEY kavramının anlaşılması 70 yıl kadar sürmüştür. İlk olarak bu olay deneysel olarak, 1995 yılında JILA'dan [1] (Joint Institute for Laboratory Astrophysics) Cornell ve Wiemann ile eşzamanlı olarak MIT'den (Massachusetts Institute of Technology) Ketterle, Rice Üniversitesinden R. Hulet ve grubu tarafından gözlemlendi. Bu çalışmalarından ötürü Ketterle, Cornell ve Wiemann 2001 yılında Nobel ödülünü kazandılar (Şekil 2.2) [17].

Boulder ve MIT grubu ile Houston Rice Üniversitesindeki grubun, bu kuantum olayını oluşturmak ve gözlemlemek amacıyla teknikler geliştirmeleri sonucu bu yoğunlaşmış gazın termodinamik ve dinamik özelliklerini anlamak için hızlı gelişmeler sağlandı. Atomların aşırı düşük sıcaklıklara soğutulması, lazerler ve manyetik alan yardımı ile atomların soğutularak tuzaklanması ve bunu takiben buharlaştırarak soğutma yöntemleri ile sağlanmaktadır.



**Şekil 2.2:** Bozonik yapıdaki atom bulutunun sırasıyla 400, 200 ve 50 nano Kelvin sıcaklığındaki yoğunluk profilleri. (Cornell, Wiemann, Ketterle 2001 Nobel Ödülü).

#### 2.1.2 Yerelleşme (Lokalizasyon) Kavramı

Kristal periyodik bir yapıya sahiptir ve kristalin tüm fiziksel özellikleri, simetri ekseni boyunca benzer özellik gösterir. Örneğin kristali oluşturan her birim hücre için bir elektronun bulunma olasılığı aynıdır. Periyodik potansiyeli  $\vec{T}$  öteleme vektörü olmak üzere  $V(\vec{r}) = V(\vec{r} + \vec{T})$  ile tanımlanan bir örgüde dalga vektörü  $\vec{k}$  olan bir elektronun Bloch dalga fonksiyonu

$$\psi_k(r) = u_k(\vec{r})\exp(ik\vec{r}) \tag{2.4}$$

ile ifade edilir. Böyle bir elektronun  $\vec{r}$  ile  $\vec{r} + \vec{T}$  'de bulunma olasılıkları eşittir. T=0 K 'de kristal elektronları en düşük enerji seviyesinden başlayarak öz durumları işgal ederler. T=0 K'de uyarılmış durumla bulunmaz ve kristalin dalga fonksiyonu yerelleşmemiş (delokalize) durumdadır. Dalga fonksiyonunun yerelleşmemiş olması, onun tüm kristale yayılması anlamına gelmektedir. Periyodik sistemlerin fiziği çok iyi formüle edilmiştir. Ancak genellikle, yapıların tümünde safsızlıklar nedeniyle periyodik yapıdan sapmalara rastlanır. Bu sapmalar "yabancı atom" veya "kusur" olarak adlandırılır. Bozunmuş periyodikliğe sahip bu yapılara "düzensiz sistemler" denir. Sistemdeki düzensizliğin şiddetini, yabancı atomun doğası ve sistem içine ne şekilde dağıtıldığı belirler.

Yapının düzensizliği önemsiz kabul edildiğinde düzensiz sistemlerin fiziksel özellikleri (geçiş özellikleri ve iletkenlik) pertürbasyon teorisi ile hesaplanabilir. Zayıf düzensizliğe sahip iletkenlerde elekton geçişinin Bloch-Boltzman kuazi klasik teorisi, iletkenliğin yabancı atoma ve sıcaklığa bağlı tanımlanmasında oldukça kullanışlıdır. Bununla birlikte düzensizliğin şiddetinin artırıldığı noktada pertürbasyon teorisi fiziksel özellikleri açıklamakta yetersiz kalmaktadır. Bu durumda güçlü düzensizliklerin anlaşılması için yerelleşme kavramı gündeme gelmektedir.

Yerelleşme bir dalga özelliğidir. Elektromanyetik dalgalar, su dalgaları veya parçacık dalgalarının her biri yerelleşme özelliği sergileyebilir. Kavram, dalgaların düzensiz ortamlar ile etkileşmesinden ortaya çıkmaktadır. Düzensizlikten dolayı ortamda birçok saçılma merkezi meydana gelir ve dalgalar ortam içinde ilerlerken bu saçılma merkezlerinden birçok saçılmaya uğrarlar. Çoklu saçılmalara maruz kalan bir elektronu ele alalım. Elektronun ilk durumunu  $\vec{k_i}$  dalga vektörü ile  $|\vec{k_i}\rangle$  olarak ve son durumunu  $\vec{k_j}$  dalga vektörü ile  $|\vec{k_j}\rangle$  olarak gösterelim. N tane saçılmayı içeren saçılma süreci

$$P_{A} \equiv (k_{i} \rightarrow k_{A,1} \rightarrow k_{A,2} \rightarrow \dots + k_{A,n-2} \rightarrow k_{A,n-1} \rightarrow k_{f})$$

$$(2.5)$$

olsun.  $P_A$  'nın olası genliğini  $T_A$ ile gösterelim. Benzer şekilde  $T_B$  olası genliğine sahip başka saçılma süreci de

$$P_B \equiv (k_i \to k_{B,1} \to k_{B,2} \to \dots k_{B,n-2} \to k_{B,n-1} \to k_f)$$
(2.6)

olsun.  $\left|\vec{k}_{i}\right\rangle \rightarrow \left|k_{f}\right\rangle$ ' ye geçiş olasılığı

$$|T_{A} + T_{B}|^{2} = |T_{A}|^{2} + |T_{B}|^{2} + 2|T_{A}||T_{B}|\cos(\theta_{A} - \theta_{B})$$
(2.7)

ile verilir. Burada  $\theta_A$  ve  $\theta_B$  düzensiz fazlardır ve ortalama beklenen değerleri  $\langle \cos(\theta_A - \theta_B) \rangle = 0$  dır. Böylece geçiş olasılığı  $|T_A|^2 + |T_B|^2$  olur.

Şimdi ise geri saçılma süreci olarak adlandırılan  $|k_f\rangle = |-k_i\rangle$  durumunu ele alalım. Geri saçılmalara maruz kalan bir sistem için  $P_A$  saçılma sürecinin olası genliği  $T_A$  ve  $P_B$  saçılma sürecinin olası genliği de  $T_B$  olsun. Geri saçılma durumunda  $P_A$  süreci  $P_B$  sürecine eşittir yani  $T_A = T_B$  ve  $\theta_A = \theta_B$  dir. Dolayısıyla  $|k_f\rangle = |-k_i\rangle$ ' ye geçiş olasılığı  $|T_A + T_B|^2 = 4|T_A|^2$  olur. Böylelikle geri saçılmalar ( ters yönde saçılma) durumunda geçiş olasılığı artmış olur. Bu fenomen uygun geri saçılma (coherent backscattering) olarak adlandırılmaktadır. Dalga girişimi ise A yolu ile ters yönde ilerleyen A yolu arasında gerçekleşir ve girişim sonucunda dalgaların ilerlemesi tamamen durabilir.

Düzensiz ortamlarda dalga difüzyonunun olmamasına Anderson yerelleşmesi [4] denir. Bir elektronun yerelleşmesi; yerelleşmenin merkezinden uzaklaştıkça dalga fonksiyonunun exponansiyel olarak azalmasıdır. Yerelleşme uzunluğu, yerelleşme durumunun uzaysal genişliğinin bir ölçüsüdür. Elektronun dalga fonksiyonu nitelik bakımından

$$\psi(x) \approx \exp\left(-\frac{|x|}{L_{loc}(E)}\right)$$
(2.8)

şeklindedir. Burada  $L_{loc}(E)$ , yerelleşme uzunluğudur. Yerelleşme uzunluğu sistemdeki diğer tüm uzunluklardan (sistemin boyu gibi) daha büyük ise elektron geçişi sağlanabilir. Eğer yerelleşme uzunluğu sistemdeki diğer uzunluklardan daha küçük ise elektron geçişine izin verilmez.

#### 2.2. LABORATUAR ORTAMINDAKI YOĞUNLAŞMA

Bu kısımda, BEY'in deneysel olarak elde edilebilmesi için gaz atomlarının nasıl soğutulduklarından ve bunun için sırasıyla hangi işlemlerin gerçekleştirildiğinden bahsedilecektir. Atomların manyetik tuzak içerisinde lazerler yardımı ile soğutulması ve tuzaklanması daha sonra da manyetik tuzak içerisinde buharlaştırarak soğutma teknikleri açıklanacaktır. Buna ek olarak, laboratuar ortamında optik örgülerin nasıl oluşturuldukları anlatılacaktır.

#### 2.2.1 Manyetik-Optik Tuzak İçinde Lazer ile Soğutma

Lazer ile soğutma kavramı 1968 yılında Letokhov [18], 1970'de Ashkin [19] ile onlardan bağımsız olarak 1975'de Hansch, Schlawlow [20], Wineland ve Dehmelt [21] tarafından ortaya atıldı.

Lazer ile soğutmadaki amaç, foton atom saçılmasında "Doppler etkisini" kullanarak atomların ortalama hızlarını düşürmek ve bu yolla onların sıcaklığını azaltmaktır (Şekil 2.3).



Şekil 2.3: Lazer ile soğutma konfigürasyonu (a) Lazere karşı V hızı ile ilerleyen atom, Doppler genişlemesinden ötürü lazeri kendisi ile aynı frekansta algılar (kızıl-ayar) ve fotonları soğurur. Kendiliğinden salınım sayesinde soğurduğu fotonları rasgele yönlerde salar, atomun lazer yönündeki ortalam hızı azalır. b) Lazer yönünde atomun V hızı ve buna bağlı olarak F sürtünme kuvveti de küçülür. c) İki tane karşılıklı yerleştirilmiş (counterpropagating) arasında hareket eden atom zıt yönde ilerlese de F sürtünme kuvvetini algılar ve bir boyutta atomun hareketi bastırılır.

1987 yılında Raab [22], tarafından lazer ortamına eklenen homojen olmayan manyetik alan ile Manyetik Optik Tuzak (MOT) oluşturuldu. MOT, soğuk atomlar üzerine yapılan deneylerde kullanılan en yaygın düzeneklendir (Şekil 2.4). Lazer ile soğutma düzeneğinde atomlar hapsedilemez sadece ortalama hızları düşürülür. MOT'un önemi burada yatmaktadır, atomların soğutulması yanında ortamda tutulması da gereklidir. MOT, atomlar üzerine konuma bağlı bir kuvvet uygulayarak uzayın belli bir kısmında bu soğuk atom bulutunu bir arada tutabilir. Manyetik alan ile etkileşen atomlar, Zeeman yarılmasına maruz kalır.

Atomlar, manyetik alanın sıfır olduğu tuzak merkezine doğru geri çırıcı bir kuvvet algılarlar. Homojen olmayan manetik alan ve altı tane lazer ile oluşturulan MOT düzeneği Şekil 2.5'te görülebilir. Üç çift lazer kullanılarak atomun hareketi her yönde yavaşlatılabilir (Şekil2.4).



Şekil 2.4: Üç çift lazer yardımıyla parçacıkların yavaşlatılması.



Şekil 2.5 : Manyetik optik tuzak (MOT) düzeneği. Bu şekilde verilen  $\sigma^+$  ve  $\sigma^-$  dairesel polarize lazer ışınlarıdır. B manyetik alanı, I ise akımı göstermektedir.

## 2.2.2 Manyetik Tuzak İçinde Buharlaştırarak Soğutma

Lazerle soğutma ile ulaşılan sıcaklıklar, oldukça düşük olmasına rağmen Bose-Einstein yoğunlaşmasını elde etmeye yeterli değildir. Buharlaştırarak soğutmadaki amaç, yüksek enerjili atomların tuzaktan kaçmaya zorlanması ile Şekil 2.6 da gösyerildiği gibi geride kalan atomların ortalama enerjilerinin azaltılması tekniğine dayanır. Buharlaştırarak soğutma yöntemi, içerdiği fizik açısından fincan içindeki kahvenin soğuması ile aynıdır.

Enerjisi fazla olan molekülller fincandan kaçar ve buhar haline gelirken paylaştıklarından daha fazla kinetik enerjiyi de beraberinde götürürler. Bu şekilde fincan içinde kalan atomlar termalizasyon ile soğurlar. Buharlaştırarak soğutma için gerekli koşul, atomik örneğin etkileşmeler ile ısınması süresinde geçen zamana oranla, uzun bir yaşam ömrüne sahip olmasıdır.

Buharlaştırarak Soğutma deneylerinde, ilk olarak Manyetik-Optik Tuzak (MOT) ve lazerler söndürülür. Aynı anda başka bir manyetik tuzağın yonca yaprağı (clover leaf) biçimindeki halkaları (coils) açılır. Manyetik alan, atomun aşırı ince yapı yarılmasına neden olur.

Tuzağın köşesindeki atomların enerjisi, tuzağın merkezindekilere oranla daha fazladır. Enerjisi fazla olan atomların tuzaktan serbest bırakılması için radyo frekans alanı kullanılır. Radyo frekans alanı kullanılmasındaki amaç, atomların spinlerinin döndürülmesidir (spin-flip). Manyetik alan, manyetik momentleri manyetik alan ile paralel olmayan atomları tutabildiğinden çekici tuzak kuvveti manyetik momentleri manyetik alan ile paralel atomlar için itici bir kuvvete dönüşür. İtici manyetik kuvvet atom bulutunu tuzaklanmış ve tuzaklanmamış olmak üzere iki ayırır. Tuzaklanmamış olan atomlar tuzaktan atılır, tuzağın içinde geride kalmış atomlar ise etkileşmeler ile ısılarını artırır. Radyo frekans alanı ile atomik etkileşmeler ve ısısal artış hızına bağlı olarak ayarlanabilir.



Şekil 2.6: Buharlaştırarak soğutma konfigürasyonu. Buharlaşan atomlar, ortalama ısısal enerjiden fazlasını alırlar böylece kalan atomların sıcaklığı azalır.

#### 2.2.3 Periyodik ve Kuazi Periyodik Optik Örgüde Yoğunlaşma

İki tane karşılıklı yerleştirilmiş lazer, atomlar için bir boyutlu doğrusal optik örgü oluşturur (Şekil2.7). İki periyotlu optik örgü oluşturmak için, z-ekseninde iki tane karşılıklı yerleştirilmiş lazer ve bu lazerlerle 60° ve 120° 'lik açılar yapacak iki lazer

daha ortama eklenir (Şekil2.8). Optik tuzağın derinliği uygulanan lazer ışınının yoğunluğu ile orantılıdır.

İki durumda atomların algıladığı potansiyel, periyodiktir ve tek periyotlu optik örgü için (Şekil 2.7) elektrik alan

$$E = E_0 e^{i(kz - wt)} + E_0 e^{-i(wt + kz)} = 2E_0 e^{-iwt} \cos(kz)$$
(2.9)

dir. Denklem (2.9)'a göre atomların algıladığı potansiyel enerji ise

$$U(z) \propto I \propto \left| E \right|^2 \propto E_0^2 \cos^2(kz) \tag{2.10}$$

olur. İki periyotlu durumun ifadesi

$$U(z) \propto \left| E \right|^2 = E_0^2 (\cos^2(kz) + \beta^2 \cos^2(kz/2))$$
(2.11)

dir. (Şekil2.8).

Optik örgüde aşırı soğuk atomların [23] çalışılmasının bir önemi de, Bloch salınımları (oscillations) Landau-Zener tünellenmesi [24,25] ve Wannier-Stark merdivenleri gibi iletim (transport) fenomenlerinin kanıtlanmasına olanak sağlanmasıdır. İki, üç ya da daha yüksek boyutlardaki örgüler, iki veya üç çift lazerin ortogonal doğrultularda yerleştirilmesi ile edilebilir.

Lazerlerin girişimi ile elde edilen optik potansiyel, lazerlerin geometrik dizilimi ile oluşan bir simetriye sahiptir. Kuazi periyodik sistemlerde, lazerlerin geometrik dizilimi ile oluşan bir simetriye sahiptir. Kuazi periyodik sistemlerde, Bragg saçılması [26,27] ve Wannier-Stark merdivenleri kuantum fenomenleri araştırılabilir.



Şekil 2.7: Tek periyotlu optik örgü ve içindeki yoğunlaşma.



Şekil 2.8 : İki periyotlu optik örgü ve içindeki yoğunlaşma.

## 2.3 BOSE-EINSTEIN YOĞUNLAŞMASI TEORISININ ÖZEL DURUMLARI

Daha önceki kısımlarda BEY fenomeni ve bu yoğunlaşmanın deneysel olarak hangi yöntemlerle elde edilebileceğinden bahsedildi. Bu kısımda ise yoğunlaşma teorisinin bazı özel durumlarından söz edilecektir.

Oluşturulan dış manyetik alan etkisinde hapsedilen yoğunlaşmanın Hamilton fonksiyonu ifadesi bu tuzak potansiyelinden etkilenir. Tuzak elde edildikten sonra yoğunlaşma, iki tane karşılıklı yerleştirilmiş lazerle oluşturulan bir boyutlu optik örgü içine yüklenir. Bu durumun kristal içindeki elektronlarla olan benzerliğinden ötürü optik örgüdeki yoğunlaşma atomları ile birtakım katı hal fenomenleri de gözlenebilir.

Yoğunlaşma üzerine uygulanacak kuvvet etkisi ile yoğunlaşmanın uyumlu iletim davranışı; Bloch salınımları, Bragg saçılması ve yoğunlaşma atomlarının birbirleriyle olan girişimlerinin gözlenmesine olanak sağlar. Yoğunlaşma üzerine uygulanacak kuvvet sabit, harmonik veya her ikisi birden olabilir.

### 2.3.1 Harmonik Tuzak İçindeki Yoğunlaşma

Yarı kararlı düzeydeki aşırı soğuk atom gazları, önceden gördüğümüz üzere laboratuar ortamında manyetik alanlar ile oluşturulan tuzaklar içinde elde edildi. Bu şekilde homojen olmayan ortamda tutulan atomlara uygulanan dış etkiye en iyi yaklaşıklık harmonik ya da sinüsodial bir dış potansiyel ifadesi ile olmaktadır.

Atomların tuzak içinde tutulması, sistemin fiziğini bir çok açıdan değiştirir. Bu sebeple sonsuz boyutta kurulan teoriler yeniden formüle edilmelidir. Atomları tutan alanın şekli, problemin simetrisini saptar.

Atomları bir arada tutabilmek için küresel veya eksenel simetriye sahip tuzaklar kullanılabilir. Genellikle tuzak potansiyeli  $V_{tuzak}$ , eksenel simetrik harmonik salınıcı potansiyeli

$$V_{tuzak} = V_{tuzak}(r_{\perp}, z) = 1/2M(\omega_{\perp}^2 r_{\perp}^2 + \omega_z^2 z^2)$$
(2.12)

ile verilir. Burada  $r_{\perp} = (x^2 + y^2)^{1/2}$  radyal koordinat ,  $\omega_{\perp}$  radyal frekanstır. Eksenel  $\omega_z$  ve radyal frekanslar  $\omega_{\perp}$  arasındaki oran, tuzağın asimetrisini tayin eden  $\lambda$ ' anizotropi parametresinin verir. Anizotropi parametresi

$$\lambda' \equiv \frac{\omega_z}{\omega_\perp} \tag{2.13}$$

ile verilir. Bu Anizotropi parametresi denklem (2.12)' ye yerleştirildiğinde

$$V_{tuzak} = 1/2M\omega_{\perp}^{2}(r_{\perp}^{2} + \lambda^{2}z^{2})$$
(2.14)

bulunur.

Anizotropi parametresi  $\lambda$  nün büyük olduğu  $\lambda' >> 1$  durumunda tuzak potansiyeli gözleme (pancake) adı verilen bir şekilde [28],  $\lambda'$  nün küçük olduğu  $\lambda' << 1$  durumunda ise puro (cigar) adı verilen şekilde [29] ele alınır.

Yoğunlaşma ortalama alan (mean-field), Hartree-Fock teorisi yaklaşıklığı altında T=0 K sıcaklığında Gross-Pitaevskii Denklemi (GPD) ile tanımlanır. Bu denklem

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2\psi(r) + V_{uzak}(r)\psi(r) + g|\psi(r)|^2\psi(r) = \mu\psi(r)$$
(2.15)

olarak verilir. Buarada  $V_{tuzak}(r)$ , atomların tutulduğu tuzak potansiyelini g, atomlar arası etkileşmeleri ifade eden terim ( $g = \frac{4\pi\hbar^2 a}{m}$  "a" saçılma uzunluğu)  $\mu$ , normalizasyon koşulu  $\int dr |\psi(r)^2| = N_p$  ile tayin edilen kimyasal potansiyeli,  $N_p$  ise toplam parçacık sayısını gösterir [30].

## 2.3.2 Optik Örgü İçindeki Yoğunlaşma

Bir önceki kısımlarda aşırı düşük sıcaklıklarda Bose-Einstein yoğunlaşması elde etmek için atomların nasıl soğutulacağı ve harmonik tuzak etkisinde nasıl tuzaklanacağı açıklandı. Yoğunlaşma, bir boyutlu puro görünümlü harmonik tuzak içinde hapsedildikten sonra iki tane karşılıklı yerleştirilmiş lazeri sisteme ekleyerek tek periyotlu optik örgü oluşturulur. Bu optik örgü, yoğunlaşma atomları için ideal bir boyutlu periyodik potansiyel sağlar.

Bu kısımda, adyabatik olarak tek boyutlu optik örgü içine yüklenen yoğunlaşma atomlarının davranışları açıklanacaktır.

### 2.3.2.1 Tek Boyutlu Örgüde Temel Seviye ve Uyarılmış Durumlar

Bir potansiyel kuyuları topluluğu olan optik örgü içine adyabatik olarak yüklenen yoğunlaşma için örgü bariyerinin yüksek olmaması ve komşu kuyular arasında tünellenmeye izin verilmesi sağlanarak farklı örgü sitelerindeki parçacıklar arasında faz uyumu korunur. Bir boyutlu örgüde enerji-momentum ilişkisi, Brillouin bölgesinde  $(k_L < q \le k_L)$  arasında  $E_i(q)$  enerji bantları ile verilir.

Burada  $k_L$  lazerin dalga sayısını ifade eder. Brillouin bölgesi arasındaki dalga fonksiyonu ifadesi Bloch teoremine uyar ve iki farklı takım Bloch orbitalleri ile

$$Z_{jq}^{\pm}(z) = 2^{-1/2} \left[ u_{iq} \pm v_{jq} \right]$$
(2.16)

ile verilir [31,32]. Burada  $u_{iq}$  ve  $v_{jq}$  ifadeleri Bogoliubov genliklerini tanımlar. Temel seviye, q=0'da en düşük seviyeli enerji bandının tabanında yer alır. Örgü probleminde,

sıfır enerji çözümü  $Z_{0q}^+(z)$  ile verildiği için birinci ( en düşük seviyeli) bant yapısını değerlendirirken  $Z_{0q}^+(z)$  fonksiyonu göz önünde bulundurulur. Bu noktada, Bloch orbitallerini örgü sitelerinde merkezlenmiş  $w_0^+(z)$  Wannier fonksiyonlarının

$$Z_{0q}^{+} = N^{-l/2} \sum_{i} \exp(iqld) w_{0q}^{+}(z - ld)$$
(2.17)

Süperpozisyonları olarak ifade etmek uygun olur [33]. Burada l, N tane site üzerinden alınır ve  $d = \pi/k_L$  örgü arasındaki mesafeyi gösterir.

Denklem (2.17), Bloch dönüşüm simetrisini de işe katarak Bloch orbitalleri ve Wannier fonksiyonları arasındaki Fourier dönüşüm bağıntısını ifade eder. Wannier fonksiyonları cinsinden verilen gösterim, örgünün periyodik özdeş kuyular topluluğu olduğunu vurgular.

Bu formül, örgü potansiyeli bariyerinin yüksekliğinin artışına bağlı olarak sıkı bağlılık gösterimine indirgenir. Sıkı bağlılık limiti, her bir potansiyel kuyusu içindeki yoğunlaşmanın kuyular içindeki uzaysal dağılım genişliğini veren  $\sigma$ 'nın iki site bölgesi arasındaki uzaklığı veren d ile karşılaştırılabilir olduğu durumdur. Bu durumda, Wannier fonksiyonları

$$w_{0q}^{+}(z-ld) = \frac{1}{(\sqrt{\pi}\sigma)^{1/2}} \exp(-(z-ld)^{2}/2\sigma^{2})$$
(2.18)

şeklindedir [33]. Tek boyutta bir enerji bandına karşılık gelen tek bir Wannier fonksiyonu vardır.

#### 2.3.2.2 Bose-Hubbard Modeli

Hubbard modeli, esas olarak geçiş metallerindeki elektronların manyetik özelliklerinin anlaşılması amacı ile kurulmuştur. Bose-Hubbard modeli ise örgüde etkileşen bozonların temel seviye faz diyagramlarının anlaşılması durumu için geliştirilmiştir.

Buradaki temel serbestlik derecesi spinsiz bozonlardır ve orjinal modeldeki fermiyonik yapıda olan elektronların yerini alır. Potansiyel kuyusu bariyerinin yüksek olduğu ve bariyerler arası tünellenmenin düşük olduğu limitte, Bose-Einstein yoğunlaşması optik örgü içine hapsolur. Bu sistem için ilginç bir bozon-örgü sistemi örneğidir.

Bose-Hubbard Modelinin Hamilton fonksiyonu bağıntısı buna göre [10].

$$H = -t \sum_{\langle i,j \rangle} \hat{a}_i^t \hat{a}_j + \frac{U}{2} \sum_i \hat{n}_i^2 - \sum_i \varepsilon_i \hat{n}_i$$
(2.19)

ile verilir.  $\hat{a}_i^t$  ve  $\hat{a}_j$  sırasıyla *i*. sitedeki yaratma ve yoketme operatörleridir. Bu Bose operatörleri ve onların Hermitsel konjuge yaratma operatörleri komütasyon bağıntısına  $(\lfloor \hat{a}_i, \hat{a}_j^t \rfloor = \delta_{ij})$  uymaktadır. İki yaratma ya da yok etme operatörü her zaman komitatiftir,  $\hat{n}_i = \hat{a}_i^t a_i$  sitenin işgal operatörüdür.

Denklem (2.19)' da yer alan "t" ile ifade edilen ilk komşuluk (first neighbour) hoplama (hopping) matris elemanıdır. Site üzerindeki iteleme potansiyeli "U" ve dış tuzak varlığında siteye bağlı olan site üzerindeki enerji  $\varepsilon_i$  ile verilir.

 i) t komşu siteler arasındaki hoplama matris elemanıdır ve komşu siteler arasında bozonların tünellenebildiğini belirtir. Bu terime göre optik örgü üzerindeki her bir atom, bir örgü sitesinden diğer bir örgü sitesine yer değiştirme eğilimindedir.

ii)Bose-Hubbard modelinin ikinci terimi olan U aynı sitede bulunan parçacıklar için etkileşme matris elemanıdır. Aynı sitede bulunan her bir n tane atomun diğer (n-1) tane atomla etkileşmesini tanımlar. Bu terime göre örgü sitesi içindeki atomlar bulundukları konumda yerleşik (lokalize) kalma eğilimindedir.

iii) Bose-Hubbard modelinin son terimi olan  $\varepsilon_i$  ise dış tuzak varlığında siteye bağlı olan site üzerindeki enerji değerinin ifade eder. Homojen sistemlerde  $\varepsilon_i$  sıfırdır.

Bose-Hubbard modeli en basit kuantum faz geçişlerinden birinin kavranmasını sağladığı için önem taşımaktadır.

Denklem (2.19)' da verilen Hamilton fonksiyonu ifadesinde, kinetik enerji tünel terimi ve itici potansiyel terimi arasında bir rekabet vardır. Potansiyel kuyusu bariyerinin yüksekliğinin fazla olduğu durumlarda tünellenme hızı azalır.

Sistem tünellenme hızının yüksek olduğu durumlarda süper akışkan olarak davranırken tünellenme hızının azalması ile parçacık iletminin azalması sonucu Mott yalıtkan fazına geçiş söz konusu olur. Örgü üzerindeki Bose-gazının süper akışkanlıktan Mott yalıtkanına geçişi, Bose-Hubbard modeli tarafından kontrol edilebilen önemli bir "kuantum faz geçişi" örneğidir (şekil 2.9).



Şekil 2.9 : İki boyutlu optik örgüde atomların a) süperakışkan fazı, b) Mott yalıtkan fazı.

Şekil 2.9.a' da Bose-Einstein yoğunlaşmasının süperakışkan durumu gösterilmektedir. Bu durumda atomlar dev makroskopik madde dalgaları ile tanımlanabilir. Süperakışkan fazında, farklı örgü siteleri üzerinde atomik dalga fonksiyonları arasındaki faz uyumu korunmaktadır. Bununla birlikte her bir örgü sitesi üzerindeki atom sayısı değişkendir. Şekil 2.9.b' de ise atomlar her bir örgü sitesine homojen olarak dağılmıştır. Atomlar arasındaki etkileşmeler baskın olduğundan her bir örgü sitesindeki atom sayısı sabit
kalmaktadır. Bu durumda sistem içerisinde faz uyumu kaybolur fakat bitişik örgü siteleri arasında bulunan atomlarda mükemmel korelasyonlar mevcuttur. Bu durumda sistem Mott yalıtkan faz durumundadır.

## **3. MALZEME VE YÖNTEM**

## 3.1 KISA MENZIL BAĞLANTILI DÜZENSIZLIĞE SAHIP OPTIK ÖRGÜLERDE DURUM YOĞUNLUĞU VE YERELLEŞME

Teorik anlamda, örgü siteleri arasında yoğunlaşma ile ortalama-alan (mean-field) teorisi çerçevesinde etkileşen bir yabancı atomu işleme sokarak bir boyutlu örgüde; tek periyotlu, iki periyotlu [34], kuazi periyotlu [35] ve kısa menzil bağlantılı [7] düzensizliğe sahip dizilimler elde edilir. Deneysel olarak ise ilave lazerler kullanarak bu durumları elde etmek mümkündür.

Bu bölümde, sıfır derece sıcaklıkta Bose-Einstein yoğunlaşmasının durum yoğunluğu, yerelleşme ve geçiş özellikleri kısa menzil bağlantılı düzensiliğe sahip optik örgüler için araştırıldı.

Kısa menzil bağlantılı düzensizliğin en başarılı örneklerinden biri, sıkı bağlanma lineer zinciri içerisine dimerleri rasgele dağıtmakla elde edilir. Dimer, iki küçük alt birime sahip molekül olarak tanımlanır. Random Dimer Modelde (RDM),  $\varepsilon_a$  ve  $\varepsilon_b$  site enerjileri örgüye rasgele olarak dağıtılır. Bu modelde  $\varepsilon_b$  site enerjileri daima çiftler veya dimerler halinde bulunmak zorundadır. Aynı oluşum benzer şekilde Dual Random Dimer Modelde (DRDM) de gerçekleşir fakat bu modelde  $\varepsilon_b$  enerjili örgü siteleri iki komşu sitede asla yan yana bulunmazlar. Böylece  $\varepsilon_a - \varepsilon_b$  enerjili sitelerin çiftlenmesiyle örgüde dimer grupları oluşturulur [7]. Bu bölümde <sup>41</sup>K ve <sup>87</sup>Rb karışımından oluşan kısa menzil bağlantılı düzensizlik çerçevesinde optik örgüde parçacıklar arası etkileşmelerin değiştirilmesiyle atomların yerelleşmesinin kontrol edilebileceği gösterilecektir.

Ele aldığımız sistemi teorik açıdan çözümlemek amacı ile, bir boyutta sıkı bağlılık düzenindeki Bose-Hubbard Hamilton fonksiyonunu kullanıldı. Daha önce katı hal

sistemlerinde elektronun geçiş özelliklerini incelemek için kurulmuş olan renormalizasyon indirgeme yöntemi ile (renormalization/decimation procedure), tüm örgü sistemi tek bir dimere indirgendi [11,12] ve Green fonksiyonu yaklaşıklığı kullanılarak sistemin durum yoğunluğu, yerelleşme ve geçiş özelliklerini incelendi.

# 3.2 <sup>41</sup>K VE <sup>87</sup>RB KARIŞIM SİSTEMİNİN MODELLENMESİ

Bozon (<sup>87</sup>Rb ) ve bozon (<sup>41</sup>K) karışımından oluşan sistemimizde, <sup>87</sup>Rb atomunun klasik olarak tuzaklandığı <sup>41</sup>K atomunun da tünellenmesine izin verildiği durumu ele alalım. Bu durumda optik örgü içerisinde yoğunlaşan <sup>41</sup>K atomu "*tünellenen bozon*= $B_f$ " rolünü oynarken, daha ağır olan <sup>87</sup>Rb atomu ise "*yabancı atom*= $B_d$ " rolünü oynamaktadır.

 $B_d$  bozonlarının (yabancı atomun) potansiyel örgü kuyularına farklı dağılımları sonucunda  $B_f$  bozonlarının durum yoğunluğunun ve geçirgenliğinin ölçüleceği sistemimizi Şekil 3.1'de gösteriyoruz. Şekilde gördüğümüz  $\varepsilon_a$  ve  $\varepsilon_b$  site enerjileri,  $B_d$ bozonunun potansiyel kuyusu içinde yer alıp almamasına bağlı olarak değişmektedir.



Şekil 3.1: Yabancı atomun örgü sitelerine tamamen rasgele dağıtıldığı durum (Random Model) için yabancı atom ( $B_d$  bozonu) içermeyen ve içeren siteler ile verilen tek boyuttaki yoğunlaşmanın sıkı bağlılık Hamilton fonksiyonu şematik sunumu.

Yabancı atomun ortamda bulunup bulunmamasına göre belirlenen  $\varepsilon_a$  ve  $\varepsilon_b$  site enerjileri için,  $\varepsilon_a$  örgü potansiyel kuyusunda sadece  $B_f$  bozonlarının bulunduğu durumdaki site enerjisine,  $\varepsilon_b$  örgü potansiyel kuyusunda  $B_f$  bozonları ve  $B_d$  bozonlarının birlikte bulunduğu durumdaki site enerjisine karşılık gelir. Şekil 4.1'deki diğer enerji ifadesi olan  $B_f$  bozonlarının hoplama enerjileri,  $t_{aa}$ ,  $t_{ab}$ ,  $t_{bb}$  olmak üzere üç farklı değer alır. Bu değerleri açıklayacak olursak sırasıyla;  $t_{aa}$  sadece  $B_f$  bozonlarını bulunduran iki komşu potansiyel kuyusu arasındaki hoplama enerjisini,  $t_{ab}$  sadece  $B_f$  bozonlarının bulunduğu potansiyel kuyusu ile  $B_f$  bozonları ve  $B_d$  bozonlarını birlikte bulunduran komşu potansiyel kuyusu arasındaki hoplama enerjisini,  $t_{bb}$   $B_f$  bozonları ve  $B_d$ bozonlarını birlikte bulunduran iki komşu potansiyel kuyusu arasındaki hoplama enerjisini verir. Potansiyel kuyuları içine yabancı atomun farklı dağılımı ile yoğunlaşma için farklı örgü tipleri oluşur. Bunlar sırasıyla;

- i) Yabancı atomun örgü sitelerine düzensiz dağıtıldığı Random Model (RM)
- ii) Örgü sitelerine düzensiz dağıtılan yabancı atomun bulunduğu sitelerin daima dimerler halinde olduğu Random Dimer Model (RDM)
- iii) Örgü sitelerine düzensiz dağıtılan yabancı atomun bulunduğu sitelerin asla iki komşu sitede yan yana bulunmadığı Dual Random Dimer Model (DRDM) dir.

Sıkı bağlılık düzeninde,  $\varepsilon_a$  site enerjili potansiyel kuyusu dizilimi için sistemimiz tek bant sistemi gibi davranır.  $\varepsilon_a$  site enerjili duruma karşılık gelen hoplama enerjisi  $t_{aa}$ dır.  $\varepsilon_b$  site enerjili potansiyel kuyusu dizilimi için de sistemimiz, tak bant sistemi olarak davranır.  $\varepsilon_b$  site enerjili duruma karşılık gelen hoplama enerjisi  $t_{bb}$  dir. Şekil 3.1 den görüleceği gibi  $\varepsilon_a$ 'dan  $\varepsilon_a$  'ya ve  $\varepsilon_b$ 'den  $\varepsilon_b$ 'ye olan geçişler iki bant sistemi olarak verilmektedir. Burada sistem farklı iki site enerjisine sahiptir.  $\varepsilon_a$  ve  $\varepsilon_b$  site enerjileri arasındaki hoplama enerjisi  $t_{ab}$  dir. Kuazi momentum uzayında enerji bantları arasında  $\Delta E = |\varepsilon_b - \varepsilon_a|$  kadar bir enerji bant aralığı oluşur.

Sistemimizde yabancı atom görevini gören bozonların sayısının ( $N_{Bd}$ ), tünellenen bozonların sayısına oranla ( $N_{Bf}$ ) oranla çok daha az olduğunu kabul ettik. n<sub>s</sub> .örgü site sayısını ifade etmektedir. Deneysel olarak ilave lazerler ile oluşturulan optik örgü potansiyel kuyuları içinde yabancı atomun yerleşmiş olması sağlanarak onların örgü potansiyel kuyularından iletimleri ihmal edildi. Bu durum lazerin dalga boyunun uygun seçimi ile sağlandı.

İki ayrı atom türü için örgü potansiyeli;

$$U_{Bd,Bf}(z) = U_{Bd,Bf}^{0} \sin^2(kz) \cong -\frac{\hbar \Omega_{Bd,Bf}^2}{4\delta_{Bd,Bf}} \sin^2(kz)$$
(3.1)

dir. Buradaki  $\delta_{Bd,Bf} = w_L - w_{Bd,Bf}$  lazerin ayar bozma ifadesine,  $k = 2\pi/\lambda$  lazerin dalga sayısına ve  $\Omega_{Bd,Bf} = d_{Bd,Bf} E_0/\hbar$  Rabi frekansına karşılık gelir. Rabi frekansı, lazerin elektrik alanı  $E_0$  ve atomun dipolü  $d_{Bd,Bf}$  ile verilir. Sistemde ele aldığımız optik örügünün periyodu  $\lambda/2 = d$  dir.

Atomun dipol geçişi, doğal genişlik  $\Gamma_{Bd,Bf}$ 'a bağlıdır [36] bu nedenle  $U_{Bf}^0 / U_{Bd}^0$  oranı;

$$\frac{U_{Bf}^{0}}{U_{Bd}^{0}} = \frac{\Gamma_{Bf}\delta_{Bd}}{\Gamma_{Bd}\delta_{Bf}}$$
(3.2)

şeklindedir. Deneylerde kullanılan [37, 38] <sup>41</sup>K'in doğal genişliği  $\Gamma_{Bf} = 6,09 MHz$  ve <sup>87</sup>Rb'in doğal genişliği  $\Gamma_{Bd} = 5,98MHz$  dir.

Lazerin dalga boyu büyüklüğü  $\lambda = 2d = 785nm$  seçilerek iki örgü potansiyel kuyusunun derinliği arasındaki oran  $U_{B_d}^0 / U_{B_f}^0 = 2.5$  olarak alınır. Bu ifadeden de anlaşılacağı gibi <sup>87</sup>Rb ve <sup>41</sup>K atomlarını bir arada bulunduran potansiyel kuyusu içinde <sup>87</sup>Rb atomunun algıladığı potansiyel büyüklüğü <sup>41</sup>K atomlarının algıladığının yaklaşık iki buçuk katı kadardır. Bu şekilde hazırlanan sistemimizde <sup>41</sup>K atomlarının tünellenmesine izin verilirken, <sup>87</sup>Rb atomlarının potansiyel kuyusu üzerinden iletimi ihmal edilir ve sistemde yerleşik olarak alınırlar.

Tünellenen bozonların potansiyel kuyularından iletimine yabancı atomun etkisini araştırmak için 1D etkin sıkı bağlılık Bose-Hubbard Hamilton fonksiyonu kullanılır [34].

$$H_{Bf} = \sum_{i=1}^{n_s} E_i |i\rangle \langle i| + \sum_{i=1}^{n_s-1} t_i \left( |i\rangle \langle i+1| + |i+1\rangle \langle i| \right)$$
(3.3)

Burada  $E_i \in \{\varepsilon_a, \varepsilon_b\}$  site enerjilerini ifade eder. Dual Random Dimer Model için  $\varepsilon_b$ enerjisi asla iki komşu sitede yan yana bulunmaz.  $t_i$  hoplama terimi  $\varepsilon_a$  enerjili iki komşu site arasında  $t_{aa}$ , farklı enerjili iki site arasında ise  $t_{ab}$  değerini alır.  $\varepsilon_b$  enerjisi üzerine getirilen bu kısıtlama hoplama enerjilerini  $t_{ab}$  şeklinde "dual dimerler" olarak,  $\varepsilon_a \leftarrow \frac{t_{ab}}{c_b} \leftarrow \varepsilon_b \leftarrow \frac{t_{ab}}{c_a} = \varepsilon_b$  şeklinde dağıtır. Random Model ve Random Dimer Modellemeleri için  $\varepsilon_b$  enerjisi üzerine böyle bir kısıtlama getirilmez.

Sıkı bağlılık düzeninde denklem (3.1)' de verilen  $U_{Bf}(z)$  potansiyeli içindeki  $B_f$  bozonlarının *i*. kuyudaki bir boyutlu yoğunlaşma dalga fonksiyonu, Wannier fonksiyonudur ve

$$\phi_i(z) = \frac{\phi_i(0)}{\pi^{1/4} \sigma_{zBf}^{1/2}} \exp\left[-(z - z_i)^2 / 2\sigma_{zBf}^2\right]$$
(3.4)

ile verilir.  $|\phi_i(0)|^2$ , *i*. Örgü kuyusu içindeki  $B_f$  bozonlarının sayısını ifade eder. Benzer şekilde yabancı atomun yoğunluğu, *i'* ile belirlenmiş örgü kuyuları takımı içinde yerleşmiş Gaussiyen fonksiyonlarının süperpozisyonu

$$n_{Bd}(z) \propto \sum_{i} \exp\left[-(z-z_{i})^{2} / \sigma_{z,Bd}^{2}\right]$$
(3.5)

şeklindedir.  $\sigma_{\perp Bf,Bd}$  ve  $\sigma_{\perp Bf,Bd}$  genişlikleri varyasyonel yöntem ile belirlenir. Etkin Hamilton fonksiyonu içinde yer alan site ve hoplama enerjilerinin açık ifadeleri sırasıyla site enerjisi için

$$E_{i} = \int dz \tilde{\phi}_{i}(z) \left[ -\frac{\hbar^{2} \nabla^{2}}{2m_{Bf}} + U_{Bf}(z) + \frac{1}{2} g \left| \phi_{i}(z) \right|^{2} + g n_{Bd}(z) + C_{Bf} \right] \tilde{\phi}_{i}(z)$$
(3.6)

dir. Burada  $m_{Bf}$  terimi  $B_f$  bozonunun kütlesini,  $C_{Bf} = \hbar^2 / (2m_{Bf} \sigma_{\perp Bf}^2) + \frac{1}{2} m_{Bf} \omega_{\perp Bf}^2 \sigma_{\perp Bf}^2$  terimi harmonik tuzak potansiyelini,  $\omega_{\perp Bf}$  açısal frekansı ifade eder.  $\widetilde{\phi}_i(z)$ , modifiye Gaussiyen fonksiyonudur ve  $\int \widetilde{\phi}_i(z) \widetilde{\phi}_j(z) = \delta_{ij}$  formuna uymak zorundadır. g ve g' terimlerinin açık ifadeleri;

$$g = \frac{4\pi\hbar^2}{m_{Bf}} \frac{a}{2\pi\sigma_{\perp Bf}^2}$$
(3.7)

$$g' = \frac{2\pi\hbar^2}{m_r} \frac{a'}{\pi(\sigma_{\perp Bf}^2 + \sigma_{\perp Bd}^2)}$$
(3.8)

şeklindedir. Buradaki a ve a' terimleri sırasıyla,  $B_f B_f$  ve  $B_f B_d$  saçılma uzunluklarını,  $m_r$ indirgenmiş  $B_f B_d$  kütlesini verir. Sistemde ele aldığımız Bose-Hubbard Hamilton fonksiyonundaki hoplama enerjisi ifadesi;

$$t_{i} = \int dz \widetilde{\phi}_{i}(z) \left[ -\frac{\hbar^{2} \nabla^{2}}{2m_{Bf}} + U_{Bf}(z) \right] \widetilde{\phi}_{i+1}(z)$$
(3.9)

Şeklindedir. Bilindiği gibi etkin Hamilton fonksiyonu ile  $B_d$  bozonlarının potansiyel kuyularına farklı dağılımları sonucunda  $B_f$  bozonlarının durum yoğunluğu ve yerelleşme özellikleri ölçülür. Sıkı bağlılık yaklaşıklığı atomlar arası etkileşmelerin zayıf olduğu durumlarda ele alınabilir.

Yerelliğin bozulması (delokalizasyon),  $\varepsilon_a$  site enerjili ve  $t_{aa}$  hoplama enerjili mükemmel bir örgü içerisine yerleştirilen tek bir dual dimerin rezonans enerjisine yakın enerji değerinde meydana gelir. Rezonans enerjisi Green fonksiyonu metodu kullanılarak elde edilir : *H* hamiltonyeni için *E* enerjili dalga fonksiyonu  $|\varphi\rangle = |k\rangle + G^0T|k\rangle$  ile verilir. Burada  $|k\rangle$ , tedirgenmemiş periyodik  $H_{0} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \varepsilon_{a} |n\rangle \langle n| + t_{aa} \langle |n\rangle \langle n+1| + c.c. \rangle$  Hamiltonyeninin dalga fonksiyonudur,  $G^{0}$ tedirgenmemiş Green fonksiyonudur  $G^{0}(E) = (E - H_{0})^{-1}$  ve T matrisi  $T(E) = H_{1}(1 - G^{0}H_{1})^{-1}$  şeklindedir. T matrisinde bulunan  $H_{1}$  hamiltonyeni  $H_{1} = H - H_{0} = (\varepsilon_{b} - \varepsilon_{a})|0\rangle \langle 0| + (t_{ab} - t_{aa})(|-1\rangle \langle 0| + |0\rangle \langle 1| + c.c.)$  olarak tanımlanır. E kompleks enerjisi, pozitif imajiner kısmın sonsuz küçük olduğu limitlerde ele alınır. Renormalizasyon yöntemi kullanılarak T saçılma matrisi  $\{|-1\rangle, |1\rangle\}$ durumunda  $T = \tilde{H}_{1}(1 - G^{0}\tilde{H}_{1})^{-1}$  olarak yazılabilir.  $\tilde{H}_{1}$  renormalize Hamiltonyendir ve  $\tilde{H}_{1} = \alpha \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$  olarak bulunur. Buarada  $\alpha = t_{ab}^{2}/(E - \varepsilon_{b}) - t_{aa}^{2}/(E - \varepsilon_{a})$  dır. Böylece saçılma matrisi  $\{|-1\rangle, |1\rangle\}$  durumunda  $\alpha = 0$  olursa sıfır olacaktır. Bu durum rezonans enerjisinde meydana gelir ve rezonans enerjisi

$$E_{res} = \frac{\varepsilon_a t_{ab}^2 - \varepsilon_b t_{aa}^2}{t_{ab}^2 - t_{aa}^2}$$
(3.10)

olarak bulunur.  $E_{res}$  en düşük enerji bandının  $E(k) = \varepsilon_a + 2t_{aa}cos(kd)$  içinde olduğunda yani  $|\Delta\varepsilon| < 2|t^2 - 1|$  özdurumlar yerelleşmemiştir. Burada  $\Delta\varepsilon = (\varepsilon_b - \varepsilon_a)/t_{aa}$  ve  $t = t_{ab}/t_{aa}$  'dır. Bu sonuçlar Dunlap ve arkadaşları tarafından bulunan sonuçlarla benzerdir [6]. Şekil 3.2 de DRDM için faz diyagramı gösterilmiştir. Merkezdeki yuvarlak kısım, yabancı atomun varlığının  $B_f$  bozonunun hoplaması için bir dezavantaj olduğunu göstermektedir. Bu bölgede sadece bant merkezine yakın  $\varepsilon_b$ enerjileri için hoplamalar meydana gelmektedir. Faz diyagramının sol tarafında yabancı atomun varlığından dolayı hoplama olasılığında bir artış göze çarpmaktadır. Bu bölgede  $\varepsilon_b$  enerjisi gap içinde bulunabilir, böylelikle düzensizlik şiddeti çok büyük olabilir, fakat unutmamamız gerekir ki yerelliğin bozulması sadece  $E_{res}$  rezonans enerjisi tarafından belirlenir. Eğer  $E_{res}$  spektrumun bir enerji değeri değilse, oldukça uzun optik örgüler için tüm durumlar yerelleşmiştir.



Şekil 3.2 : DRDM için faz diyagramı grafiği. Kırmızı çizgi DRDM için faz diyagramını, mavi noktalı çizgi ise iki farklı atom arasındaki saçılma uzunluğu olan a' 'nün farklı değerleri için  $(t, \Delta \varepsilon)$  değerlerini göstermektedir.

Şekil 3.2' ye göre  $B_f B_d$  karışımı için yerelleşmenin olduğu ve olmadığı iki bölge arasındaki geçiş C noktasında yani  $a' = -270a_0$  da meydana gelmektedir. Grafikteki diğer noktalar, sırasıyla  $a' = -250a_0$  (A),  $a' = -260a_0$  (B),  $a' = -280a_0$  (D),  $a' = -290a_0$ (E) dir. Burada  $a_0$  Bohr yarıçapıdır. Grafikteki (1,0) noktası a' = 0değerine karşılık gelmektedir. a' değerinde  $B_f$  bozonu yabancı atom ile etkileşmez, böylece ne hoplama ne de site enerjileri yabancı atomun varlığından etkilenmez ve örgü tamamen düzenli olur.

## 3.3 BIR BOYUTLU SIKI BAĞLANMA MODELINDE GREEN FONKSIYONU YAKLAŞIKLIĞI

Bu bölümde, bir boyutlu sonlu uzunluktaki bir örgünün bir etkin örgüye nasıl dönüştürüldüğü açıklanacaktır. Etkin örgünün Green Fonksiyonunun hesaplanması için renormalizayon-indirgeme yöntemi kullanılacaktır. Durum yoğunluğu DOS'u elde etmek için Green fonksiyonunun matris elemanını kullanan Kirkman-Pendry [39] ilişkisi kullanılacaktır.

Bir boyutta, n<sub>s</sub> tane bir dizilim alalım. Bu potansiyel kuyuları atomlar veya elektronlar tarafından işgal edilmiş olsun. Sıkı bağlanma modeli çerçevesinde Bose-Hubbard Hamilton fonksiyonu ;

$$H_{Bf} = \sum_{i=1}^{n_s} \left[ e_i |i\rangle \langle i| + (t_{i,i+1} |i\rangle \langle i+1| + t_{i+1,i} |i+1\rangle \langle i|) \right]$$
(3.11)

olarak verimektedir. Burada  $e_i$  site enerjisi *i*.kuyu içindeki en düşük enerji seviyesini,  $t_{i,i+1} = t_{i+1,i}$  ise *i*. ve (*i*+1). Siteler arasındaki hoplama enerjisini ifade etmektedir. *E* enerjisine bağlı olarak Green Fonksiyonu ;

$$G(E) = \frac{1}{E - H_{Bf}}$$
(3.12)

olarak tanımlanmaktadır. Burada enerji, çok küçük pozitif imajiner kısma sahip olan kompleks bir değişkendir. Kirkman-Pendry ilişkisi kullanılarak durum yoğunluğu DOS,

$$D(E) = \frac{1}{\pi} \operatorname{Im} \frac{\partial}{\partial E} \ln G_{1,n_s}(E)$$
(3.13)

olarak hesaplanır. Burada  $G_{1,n_s}(E)$  matris elemanı, örgünün birinci sitesi ile sonuncu sitesi arasındaki uyumu ifade etmektedir.  $G_{1,n_s}(E)$  matris elemanı  $H_{Bf}$  integralinin renormalizasyon indirgeme yöntemiyle tek bir etkin dimere indirgenmesiyle elde edilir. Bu etkin dimer, örgünün sadece ilk ve son kuyularının renormalize site enerjilerini ve hoplama enerjilerini içerir. Şekil 3.3' te  $G_{1,n_s}(E)$  matris elemanının elde edilmesi için kullanılan remormalizasyon-indirgeme yöntemi şematik olarak gösterilmiştir.



Şekil 3.3: Renormalizasyon indirgeme yönteminin şematik sunumu. En üstteki zincir  $H_{Bf}$  hamiltonyeninin şematik sunumunu, en alttaki zinzir ise tek bir dimerden oluşan etkin  $\widetilde{H}_{Bf}$  hamiltonyeninin şematik sunumunu göstermektedir.

Etkin dimerin Hamilton ifadesi E enerjisine bağlı olarak 2\*2 lik matris biçiminde;

$$\widetilde{H}_{Bf}(E) = \begin{pmatrix} \widetilde{\varepsilon}_{1}^{n_{s}-2}(E) & \widetilde{t}_{1,n_{s}}(E) \\ \widetilde{t}_{n_{s},1}(E) & \widetilde{\varepsilon}_{n_{s}}^{n_{s}-2}(E) \end{pmatrix}$$
(3.14)

şeklinde ifade edilir. Burada etkin site ve hoplama enerjileri renormalizasyon metodunun tekrarlama bağıntılarıyla elde edilir. [40] ;

$$\widetilde{\varepsilon}_{1}^{(j)}(E) = \varepsilon_{1}^{(j-1)}(E) + \widetilde{t}_{1,j+1}(E) \frac{1}{E - \widetilde{\varepsilon}_{j+1}^{(j-1)}(E)} t_{j+1,j+2}$$
(3.15)

$$\tilde{\varepsilon}_{j+2}^{(j)}(E) = \varepsilon_{j+2} + \tilde{t}_{j+2,j+1} \frac{1}{E - \tilde{\varepsilon}_{j+1}^{(j-1)}(E)} \tilde{t}_{j+1,1}(E)$$
(3.16)

$$\tilde{t}_{1,j+2}(E) = \tilde{t}_{1,j+1}(E) \frac{1}{E - \tilde{\varepsilon}_{j+1}^{(j-1)}(E)} t_{j+1,j+2}$$
(3.17)

 $j \geq 1$  için  $\tilde{t}_{j+1,1} = \tilde{t}_{1,j+1}$  dir. Başlangıç değerleri orijinal Hamiltonyen tarafından  $\tilde{\varepsilon}_i^{\ 0}(E) = e_i$  ve  $\tilde{t}_{1,2}(E) = \tilde{t}_{1,2}$  olarak verilmektedir. Denklem (3.17)' de ki dönüşüm farklı siteler arasındaki etkileşmeyi ifade eder ayrıca sistemin geçirgenliği ve özdurumların yerelleşmesi üzerine gerekli bilgiye ulaşmamızı sağlar. Sonuç olarak  $G_{1,n_s}(E)$  ifadesi  $\left(E - \tilde{H}_{Bf}(E)\right)^{-1}$  formülünden direkt elde edilir.

$$G_{1,n_s}(E) = \frac{\tilde{t}_{n_s,1}(E)}{\left[E - \tilde{\varepsilon}_1^{(n_s-2)}(E)\right] \left[E - \tilde{\varepsilon}_{n_s}^{(n_s-2)}(E)\right] - \left[\tilde{t}_{1,n_s}(E)\right]^2}$$
(3.18)

Bu ifade Denklem (3.13)' de yerine yazılarak durum yoğunluğu elde edilir.

Lyapunov katsayısı  $\gamma(E)$  hesaplanarak  $B_f$  bozonlarının geçişlerinin spektrum özellikleri incelenebilir. Lyapunov katsayısı yerelleşme uzunluğu  $L_{loc}(E)$  ' nin tersi olarak tanımlanır. Etkin hoplama amplitüdüne bağlı olarak;

$$\gamma(E) = \left[ L_{loc}(E) \right]^{-1} = \lim_{n \to \infty} \frac{1}{n_s d} \ln \left| \frac{G_{n_s, n_s}(E)}{G_{1, n_s}(E)} \right| = -\lim_{n \to \infty} \frac{1}{n_s d} \ln \left| \tilde{t}_{1, n_s}(E) \right|$$
(3.19)

ifade edilir. Burada  $G(E) = (E - H_{Bf})^{-1}$ ,  $H_{Bf}$  hamiltonyeninin Green fonksiyonudur ve  $G_{i,j}(E) = \langle i | G(E) | j \rangle$  dir. Yerelleşme uzunluğu, sistemdeki diğer tüm uzunluklardan (sistemin boyu gibi) daha büyük ise bozonların geçişi sağlanabilir. Eğer yerelleşme uzunluğu sistemdeki diğer uzunluklardan daha küçük ise bozonların geçişine izin verilmez.

#### 3.4 GEÇIRGENLIK

Bu kısımda  $B_f$  bozonlarının geçirgenliği hesaplanacaktır. Geçiş özelliklerinin belirlenmesi için ilk olarak sistem geliş (I) ve çıkış (r) levhalarına bağlanır. Bu iki levha birbirine bağlanarak parçacık akımının giriş ve çıkışları sürekli hale getirilir (Şekil 3.4). Geliş levhasının içeriğinde vakum ortamından sisteme gelen parçacıklar, çıkış levhasında ise sistemden ayrılacak olan parçacıklar incelenerek hesaplama yapılır. Bu şekilde elimizdeki sistem hakkında bilgi ediniriz. Gerçek bir deneyde, geliş levhası örgüdeki yoğunlaşmanın sürekli olarak  $B_f$  bozonları ile doldurulmasına ve çıkış levhası da örgüyü terk eden  $B_f$  bozonlarının sayımını alan parçacık saptama sistemine karşılık gelir.



Şekil 3.4: Levhaların hamilton fonksiyonu ifadesi ( $H_0$ ). Örgünün Hamilton fonksiyonu ifadesi ( $H_{Bf}$ ) ve etkin Hamilton fonksiyonu ifadesi ( $\tilde{H}_{Bf}$ ) ile oluşturulan sistemin ( $H = H_0 + H_{Bf}$ ) Hamilton fonksiyonunun şematik sunumu.

Sistemin toplam Hamiltonyeni

$$H = H_{Bf} + H_{L,I} + H_{L,r}$$
(3.20)

şeklinde yazılır. Burada  $\tilde{H}_{Bf}$  etkin Hamilton fonksiyonu,  $\tilde{H}_{L,I}$  ve  $\tilde{H}_{L,r}$  ise sırası ile geliş ve çıkış levhalarının Hamilton fonksiyonu ifadesidir. Geliş ve çıkış levhalarının toplam Hamilton fonksiyonu ifadesi,

$$H_{0} = H_{L,I} + H_{L,r} + \widetilde{E}_{0} \left[ \left( \left| 1 \right\rangle \left\langle 1 \right| + \left| n_{s} \right\rangle \left\langle n_{s} \right| \right) \right] + \widetilde{t}_{0} \left( \left| 1 \right\rangle \left\langle n_{s} \right| + \left| n_{s} \right\rangle \left\langle 1 \right| \right)$$
(3.21)

Şeklindedir.  $H_0$  hamiltonyeni, site enerjisi  $\tilde{E}_0$  ve hoplama enerjisi  $\tilde{t}_0$  olan, d uzunluğunda sonsuz mükemmel bir zincir tanımlar. H hamiltonteni, etkin hamilton fonksiyonu ile örgünün Hamilton fonksiyonunun toplamı olarak ( $H=H_0+H_I$ ) yazılır ise  $H_I$  Hamiltonyeni

$$H_{I} = \widetilde{H}_{Bf} - \left\{ \widetilde{E}_{0} \left( |1\rangle \langle 1| + |n_{s}\rangle \langle n_{s}| \right) + \widetilde{t}_{0} \left( |1\rangle \langle n_{s}| + |n_{s}\rangle \langle 1| \right) \right\}$$
(3.22)

elde edilir. Bu hamiltonyendeki  $\tilde{E}_0$  ve  $\tilde{t}_0$ , ifadeleri Denklem (3.15) ve (3.17)' den,  $E_0 = \varepsilon_a$  ve  $t_{i,i+1} = t_{aa}$  alınarak hesaplanabilir.

H hamiltonyeninin dalga fonksiyonu;

$$\left|\varphi\right\rangle = \left|k\right\rangle + G^{0}T\left|k\right\rangle \tag{3.23}$$

şeklindedir. Burada  $|k\rangle$ , pertürbe olmamış periyodik  $H_0$  Hamiltonyeninin dalga fonksiyonudur. Bağıntıdaki Green Fonksiyonunun ve saçılma matrisinin açık ifadeleri sırasıyla,  $G^0(E) = (E - H_0)^{-1}$  ve  $T(E) = H_I(1 - G^0H_I)^{-1}$  olarak verilmektedir. n siteyi gösteren indis olmak üzere; iletilen dalga fonksiyonu hesabı

$$\left\langle n \middle| \varphi \right\rangle = \left\langle n \middle| k \right\rangle + \sum_{i,j=1,N} G^{0}_{n,l} T_{l,j} \left\langle j \middle| k \right\rangle$$
(3.24)

ile verilir. Burada  $G_{n,l}^0 = \langle n | G^0 | l \rangle$ ,  $T_{l,j} = \langle l | T | j \rangle$  olduğu göz önünde bulundurulursa,

$$\left\langle n \left| \varphi \right\rangle = e^{iknd} + \left( G^{0}_{n_{s},1} T_{1,n_{s}} + G^{0}_{1,n_{s}} T_{n_{s},1} e^{-2ik(n_{s}-1)d} + G^{0}_{n_{s},n_{s}} T_{n_{s},n_{s}} + G^{0}_{1,1} T_{1,1} \right) e^{iknd}$$
(3.25)

Bu denklem  $\tau$  geçirgenlik ve  $\rho$  yansıma değerleri olmak üzere ;

$$\langle n | \varphi \rangle = \begin{cases} \tau e^{iknd} & (n \rangle n_s) \\ e^{iknd} + \rho e^{-iknd} & (n \langle 1) \end{cases}$$
 (3.26)

olarak yazılır. Sonuç olarak *τ* geçirgenliği ;

$$\tau = 1 + G_{n_s,1}^0 T_{1,n_s} + G_{1,n_s}^0 T_{n_s,1} e^{-2ik(n_s-1)d} + G_{n_s,n_s}^0 T_{n_s,n_s} + G_{1,1}^0 T_{1,1}$$
(3.27)

Olarak elde edilir. Geçiş katsayısı ise  $\mathcal{T}(E) = |\tau|^2$  den elde edilir.

## 3.5 UZUN MENZIL BAĞLANTILI DÜZENSIZLIĞE SAHIP OPTIK ÖRGÜDE DURUM YOĞUNLUĞU VE YERELLEŞME

Düzensizliği veren potansiyelin uygun şekilde ayarlanmasıyla parçacıklar (ya da dalgalar) bir çok saçılma yaparlar. Bu saçılan parçacıklar (dalgalar) yıkıcı girişim yaparlar ve yerelleşme meydana gelir. Anderson modeli, düzensiz örgüler içinde elektron difüzyonunun olmadığını süren ilk modeldir [4]. Bu modele göre; elektronun enerji değeri, örgü potansiyelinin maksimum değerinden daha küçüktür ve parçacıklar tünellenme yoluyla yayılırlar. Daha sonra amorf katılar içinde ışığın difüzyonunun olmadığı açıklanmıştır [41]. Burada ise parçacığın (fotonun) enerjisi potansiyelin enerjisinden daha büyüktür ve parçacık serbest durumdadır. Ve her iki durumda da düzensizliğin yokluğunda özdurumlar yerelleşmemiştir. Bir  $\delta$  (Dirac delta) bağlantısına sahip düzensizliğe potansiyelin varlığında ise  $L_{loc}$  yerelleşme uzunluğuna bağlı olarak dalga yayılması durur.  $L_{loc}$  yerelleşme uzunluğu daima (1D, 2D ve 3D) dalganın enerjisine ve düzensizliğin şiddetine bağıdır.

Son yıllarda Anderson yerelleşmesinin, ultra soğuk atom topluluklarında deneysel olarak gerçekleştirilmesi için yoğun çalışmalar yapılmaktadır. Bu çalışmalar sonucunda Anderson yerelleşmesi, sıkı bağlanma çerçevesinde bir boyutta [42] ve momentum uzayında üç boyutta [43] ayrıca kuazi-periyodik potansiyeller kullanılarak gerçek uzayda gözlemlendi. Serbest parçacık rejiminde ultra soğuk atomların Anderson yerelleşmesinin deneysel çalışmaları için kullanılar en temel madde benek potansiyeldir. Benek potansiyel kullanılarak elde edilen Anderson yerelleşmesi, bir boyutta J. Billy ve arkadaşları tarafından 2008 yılında [44], iki boyutta M. Robert-de Vincent ve arkadaşları tarafından 2010 yılında [45] ve üç boyutta S.S. Kondov ve arkadaşları tarafından 2011 yılında [46] gözlemlendi. Ayrıca son zamanlarda Semmler ve çalışma arkadaşları tarafından iki boyutlu ve üç boyutlu optik örgü içinde ve benek potansiyelin varlığında korale olmuş fermiyonların faz diyagramları çalışıldı [47].

Elde edilen durum yoğunluğunun (DOS) analizinden, benek potansiyel şiddetinin ve etkileşme şiddetinin fonksiyonu olarak bir Anderson-Mott ve Mott lokalize faz tanımladılar.

Bu tez çalışmasının ikinci bölümünde kısa-mesafe ilişkilendirilmiş düzensizlik altındaki sistemimiz için yapılan hesapların yanı sıra daha önce bir boyutlu örgü potansiyeline bir benek potansiyel süperpozisyon olarak eklenerek elde edilen [48] ve etkileşmenin olmadığı bir Bose-Einstein yoğunlaşması elde edilmiştir. Bu yoğunlaşma içinde etkileşmeyen bir dalganın Anderson yerelleşmesinin gözlenme olasılığı analiz edilmiştir. Benek potansiyel içinde etkileşmeyen dalga yayılmalarının durum yoğunluğu ve yerelleşme özellikleri incelenmiştir. Bağlantı uzunluğu w'nin azaltılarak ve düzensizlik şiddeti *s*//*t*/ nin artırılarak benek potansiyelin, yerelleşme üzerindeki etkileri araştırılmıştır.

Daha önce anlatıldığı gibi sistemi teorik açıdan çözümlemek amacıyla, bir boyutta sıkıbağlılık düzenindeki Bose-Hubbard Hamilton fonksiyonu kullanılmıştır. Yerelleşme uzunluğunu hesaplamak için Hamilton fonksiyonunda bulunan site enerjileri sin<sup>2</sup>(x) fonksiyonu ile bağlantılı olarak değer alan rasgele değişkenler olarak ele alınmıştır. Daha önce katıhal sistemlerinde elektronun geçiş özelliklerini incelemek için kurulmuş olan renormalizasyon indirgeme yöntemine ( renormalization/decimation procedure ) bağlı olarak, tüm örgü sistemi tek bir dimere indirgenmiştir. Sistemin durum yoğunluğu ve yerelleşme özelliklerini incelemek için Green fonksiyonu yaklaşıklığı kullanılmıştır.

Benek potansiyelin oto-bağlantı (oto-korelasyon) fonksiyonu bir  $\sin^2(x)$  fonksiyonu cinsinden verilmesiyle bağlantı fonksiyonu uzun menzil bağlantılı (long-range correlated) düzensizliklerdeki gibi matematiksel olarak azalmaktadır. Oto bağlantı fonksiyonu sonlu uzunluktaki bir bağlantı fonksiyonu ile karakterize edilir. Çalışmamızda bağlantı uzunluğu w ( $\sin^2(x)$  fonksiyonunun merkezi genliğinin genişliği) ile gösterilecektir.

Belli bir bağlantıya sahip düzensizlikler, biyolojik, fiziksel, ekonomik, jeolojik ve düzensiz sistemler gibi bir çok alanda karşımıza çıkmaktadır. Böyle sistemler karakterize etmek için genellikle nümerik metotlarla elde edilen bir bağlantı fonksiyonuna gerek duyulur. En çok kullanılan metotlardan bir tanesi Fourier Filtreleme Metodudur (FFM). Filtreleme modeli çalışılırken uzaysal düzensizlik genellikle bağlantısız (uncorrelated) olarak düşünülür, örneğin optik örgüler için herhangi bir sitenin işgal edilme olasılığı diğer sitelerin işgal edilmesinden bağımsızdır. Fakat gerçek sistemlerdeki düzensizliklerde bağlantısız durumlara nadiren rastlanır. Bu durumu çözmek için, uygun bir spektral fonksiyon  $(S_k)$  kullanılarak değişkenler arasındaki bağlantılar elde edilebilir.

Soğuk atomik sistemlerdeki düzensizlikleri benek potansiyel ile oluşturmak her açıdan çok daha avantajlıdır: Benek potansiyel ile oluşturulan düzensizlik tamamen rasgele bir düzensizliğe sahiptir. Düzensizliği elde edebilmek için iki tür sistem kullanmaya gerek yoktur. Ayrıca benek potansiyelin parametreleri ( yoğunluk, korelasyon fonksiyonu, amplitüd ve istatiksel özellikler ) istenilen boyutta (bir boyutta, iki boyutta ve üç boyutta) kolaylıkla kontrol altında tutulabilir. Benek potansiyelin deneysel gerçekleştirimi Şekil 3.5 de ve iki boyutlu benek potansiyel örneği Şekil 3.6 da gösterilmiştir.



Şekil 3.5: Benek potansiyelin optiksel konfigürasyonu: Benek potansiyel, gelen lazer ışınının saçılma düzleminde kırınıma uğramasıyla elde edilir. Saçılma düzlemindendeğişik yoğunluklara sahip olarak geçen lazer ışını ince kenarlı merceğe gelir ve burada odaklanır ve odak düzleminde benek örneği elde edilir.



Şekil 3.6: Benek potansiyelin iki boyutlu gösterimi. *V*(*r*), düzensizlik potansiyeli.

#### 3.5.1 Benek Potansiyelin Analitik Olarak Modellenmesi

Daha önce, kısa-menzil bağlantılı düzensizliğe sahip optik örgülerde düzensizliğin elde edilmesi için, sisteme yabancı atom görevini gören <sup>87</sup>Rb atomunun örgü sitelerine belli kurallar çerçevesinde dağıtılması gerektiğinden bahsetmiştik. Yabancı atomun örgü sitesi içinde bulunup bulunmaması, site enerjilerini ve hoplama enerjilerini değiştirmekteydi. Düzensiz potansiyeli, benek potansiyelin davranışını veren bir bağlantı fonksiyonu kullanarak elde ettiğimiz bu bölümde iki farklı atom türü kullanmaya gerek yoktur. Sıkı bağlılık düzenindeki Bose-Hubbard Hamilton fonksiyonunda bulunan site enerjileri bir sin<sup>2</sup>(x) fonksiyonu ile bağlantılı olarak değer alan düzensiz değişkenler olarak ele alınır. Böylece benek potansiyelinin bağlantı fonksiyonu sin<sup>2</sup>(x)'in bir fonksiyonu olarak ifade edilmiş olur.

Teorik olarak ele aldığımız sistemimizde BEY içindeki optik örgüde, benek potansiyelin durum yoğunluğu ve yerelleşme üzerindeki etkilerini araştırmak için bir boyutta etkin sıkı bağlılık Bose-Hubbard Hamilton fonksiyonu kullanılır.

$$H_{s} = \sum_{i=1}^{n_{s}} E_{i} |i\rangle \langle i| + \sum_{i=1}^{n_{s}-1} t \left( |i\rangle \langle i+1| + |i+1\rangle \langle i| \right)$$
(3.28)

Burada  $n_s$  site sayısını ve  $E_i$ , i. sitedeki site enerjisini ifade eder. t; site enerjisinden bağımsız hoplama enerjisidir. Benek potansiyelin, site enerjilerinin dağılımı üzerine etkisi  $C_l$  korelasyon fonksiyonu ile

$$C_{l} = \left\langle \delta E_{i} \delta E_{i+l} \right\rangle = s^{2} \left( \frac{\sin(2\pi l / w)}{2\pi l / w} \right)^{2}$$
(3.29)

şeklinde olmaktadır. Burada  $s = \sqrt{\langle (\partial E_i)^2 \rangle}$  düzensizliği şiddetini, w bağlantı fonksiyonunun uzunluğunu ve  $\partial E_i = E_i - \langle E_i \rangle$  olup,  $\langle E_i \rangle$  beklenen değerine göre  $E_i$ site enerjisinin değişmini ifade etmektedir. Sistmede ele aldığımız optik örgünün periyodu  $\lambda/2 = d$  dir.

Düzensizlik spektrumu Anderson modelinde tek düze (uniform) bir fonksiyon olarak tanımlanır [4]. Ancak burada düzensizlik spektrumu bir triangular fonksiyon tarafından tanımlanacaktır [44].

$$S_{k}(k) \propto \frac{s^{2}}{k^{2}} \left( \kappa - |k| \right) \theta \left( \kappa - |k| \right)$$
(3.30)

Burada  $\kappa = 4\pi / w$  ve  $\theta(x)$  Heaviside birim adım fonksiyonudur.

#### 3.5.2 Düzensiz Potansiyelin Sayısal Olarak Elde Edilmesi

Bir boyutlu optik örgüde Denklem (3.29) ile tanımlanan benek potansiyelin davranışını veren bağlantı fonksiyonlu bir düzensizlik elde edebilmek için Fourier Filtreleme Metodu (FFM) kullanılacaktır. [12]. Metot aşağıdaki sıra ile uygulanarak , optik örgünün site enerjileri üzerinde benek potansiyelin düzensizliği elde edilir.

(i) İlk olarak  $\delta = \langle u_j u_{j+l} \rangle$  korelasyonlu bir düzensizliğe sahip olan N tane  $\{u_j\}$  sayı dizilimi (j=1,2,...,N) üretilir.  $\{u_j\}$  sayılarının dağılım merkezi sıfırdır ve genişliği 1'dir. (Gaussian dağılımı)

(ii) üretilen  $\{u_{j}\}$  sayılarının Fourier dönüşüm katsayıları olan  $\{u_{q}\}$  lar hesaplanır.

(iii)  $\{u_q\}$  sayıları, q uzayında bir  $S_k(k)$  spektral fonksiyonu ile çarpılarak  $\{E_q\}$  lar elde edilir. $(E_q = S_k(k)u_q)$ . Bizim sistemimizde spektral fonksiyon olarak Denklem (3.30)' da verilen  $S_k(k)$  triangular fonksiyonu kullanılmıştır.

(iv) son olarak gerçek uzayda benek potansiyelin düzensizliğini veren bağlantı fonksiyonuna sahip  $\{E_j\}$  dizilimini elde etmek için  $\{E_q\}$ 'ların ters Fourier dönüşümü hesaplanır ve  $E_j$  değerleri

$$E_{j} = \frac{1}{N_{k}} \sum_{j_{k}=0}^{N_{k}} \sum_{q=1}^{N} \sqrt{S_{k}} e^{ik(m-j)} u_{q}$$
(3.31)

şeklinde elde edilir. Burada  $N_k = 8N/w$  ve  $k = -\kappa + (\pi/N)j_k \,\mathrm{dir.} \langle E_j \rangle = 0$  olarak alındığında, yani  $\delta E_j = E_j$  olduğunda,  $\langle E_j E_{j+l} \rangle$  ifadesi  $N \to \infty$  limitinde Denklem (3.29)' u sağlar.

## 4. BULGULAR

## 4.1 KISA-MESAFE ILIŞKILENDIRILMIŞ DÜZENSIZLIK IÇIN DURUM YOĞUNLUĞU (DOS) VE LYAPUNOV KATSAYISI IÇIN ELDE EDILEN SONUÇLAR

 $B_d$  (yabancı atom) bozonlarının sistemde bulunup bulunmamalarına bağlı olarak  $\varepsilon_a$  ve  $\varepsilon_b$  iki site enerjisi vardır.  $\varepsilon_a$  site enerjisi örgü potansiyel kuyusu içinde sadece  $B_f$  (tünellenen bozon) bozonlarının bulunduğu durumdaki enerjiye ,  $\varepsilon_b$  site enerjisi ise örgü potansiyel kuyusu içinde hem  $B_f$  hem  $B_d$  bozonlarının bulunduğu durumdaki enerjiye karşılık gelir. Hoplama enerjisi  $t_i$ ;  $t_{aa}$ ,  $t_{ab}$  ve  $t_{bb}$  değerlerini alabilir.  $t_{aa}$  sadece  $B_f$  bozonlarının bulunduğu potansiyel kuyusu arasındaki hoplama enerjisini,  $t_{ab}$  sadece  $B_f$  bozonlarının bulunduğu potansiyel kuyusu ile  $B_f$  bozonları ve  $B_d$  bozonlarını bulunduğu potansiyel kuyusu arasındaki hoplama enerjisini,  $t_{ab}$  bozonlarını bulunduğu potansiyel kuyusu ile  $B_f$  bozonları ve  $B_d$  bozonlarını birlikte bulunduran iki komşu potansiyel kuyusu arasındaki hoplama enerjisini verir. Potansiyel kuyusu içinde  $B_d$  bozonlarının bulunması bozon ( $B_f$ ) - bozon ( $B_d$ ) etkileşmeleri nedeniyle  $B_f$  bozonlarının en yakın iki komşu potansiyel kuyusu arasındaki hoplama olasılıklarını azaltır. Buna bağlı olarak da  $B_f$  bozonlarının bir potansiyel kuyusu arasındaki hoplama olasılıklarını bir

İki farklı enerji değerinden dolayı enerji spektrumunda iki alt banda yarılma görülür. kuzayındaki sistemde iki alt enerji bandı arasında  $\Delta E = |\varepsilon_b - \varepsilon_a|$  kadar bir fark bulunur. Yoğunlaşmanın k- uzayında , bu iki alt band arasındaki boşluktan geçebilmesi veya tünellenmesi, yoğunlaşmanın temel seviyedeki birinci alt bandın köşesine vardığı zaman sahip olduğu enerjiye ve  $\Delta E$  enerji bant aralığının genişliğine bağlıdır.  $\varepsilon_a$  ve  $\varepsilon_b$  enerji bandı arasındaki  $\Delta E$  kadar olan enerji bant genişliği fazla olduğu zaman  $B_f$ bozonlarının uyarılmış seviye olan ikinci alt banda geçişleri zorlaşır veya geçemezler.



Şekil 4.1: İki periyotlu zincir için şematik bant yapısı. Burada  $E_0 = (\varepsilon_a + \varepsilon_b)/2$  dir.

Sayısal hesaplamalar yapılırken, lazerin dalga boyu büyüklüğü,  $\lambda = 2d = 785 nm$  seçilerek iki örgü potansiyel kuyusunun derinliği arasındaki oran U<sup>0</sup><sub>Bd</sub> / U<sup>0</sup><sub>Bf</sub> =2.5 olarak alınmıştır. <sup>87</sup>Rb atomunun n<sub>s</sub>= 200 tane sitenin %10 'unu işgal ettiği düşünülerek <sup>87</sup>Rb atomunun sayısı N<sub>Bd</sub>  $\leq$  20 olarak alınmıştır. Ayrıca N<sub>Bf</sub> = 1.3x 10<sup>4</sup> tane <sup>41</sup>K atomunun 200 tane siteye homojen dağıtıldığı düşünülmüştür.

Lyapunov katsayısı  $\gamma$ ,  $B_f$  bozonunun enerjisinin bir fonksiyonu olarak 1/L birimindedir. Burada L=n<sub>s</sub>.d , örgünün toplam uzunluğudur. Durum yoğunluğu hesaplanırken site sayısı n<sub>s</sub>=200, Lyapunov katsayısı hesaplanırken n<sub>s</sub>=1000 olarak alınmıştır.

Şekil 4.2.a, 4.3.a ve 4.4.a farklı  $|\varepsilon_b - \varepsilon_a|$  site enerjileri farkına karşılık gelen durum yoğunluğu (DOS)'nu göstermektedir. Site enerjilerinin farkının artışı bant kenarlarında etkisini göstermektedir. DOS, bant kenarı dışına taşarak güçlü pik yapmaktadır. Şekil 4.2.b , 4.3.b ve 4.4.b farklı  $|\varepsilon_b - \varepsilon_a|$  site enerjileri farkına karşılık gelen Lyapunov katsayısının davranışı gösterilmiştir. Durum yoğunluğu ve Lyapunov katsayısı

grafiklerinde Random Dimer Model (RDM) ve Dual Random Dimer Model (DRDM)'de pseudo-gaplarin oluştuğu ve spektrumunda parçalanmalar meydana geldiği görülmektedir. Spektrumda meydana gelen bu küçük pikler periyodik olmayan (düzensiz) sitemlerin tipik bir sonucudur. Site enerjileri farkının artışı genel olarak RM, RDM ve DRDM' de benzer davranış sergilemektedir.

Lyapunov katsayısı davranışını gösteren grafiklerde site enerjileri farkının değişimi durum yoğunluğu grafikleriyle uyumlu olarak bant kenarlarında etkisini göstermiştir. Bunun yanında sistemde farklı  $|\varepsilon_b - \varepsilon_a|$  site enerjileri farkının artışı sistemin lokalize olma eğilimini artırmaktadır.

Şekil 4.5.a , 4.6.a , 4.7.a , 4.8.a ve 4.9.a sistemde tünellenen bozon  $B_f$ ' nin 0.2 ile 1 arasında farklı hoplama  $t_{ab}$  enerjisine karşılık gelen ve RM, RDM ve DRDM 'in birarada verildiği durum yoğunluğu (DOS)'u göstermektedir.  $t_{ab}$ 'nin artışı durum yoğunluğu üzerinde önemli rol oynamaktadır. Küçük  $t_{ab}$  değerleri durum yoğunluğunda güçlü parçalanmalar ve gaplar görülmektedir.  $t_{ab}$  değerinin artışı durum yoğunluğundaki pikleri azaltmaktadır.  $t_{ab}=1$  için her üç model (RM, RDM ve DRDM) için durum yoğunluğu benzer davranış sergilemekte fakat DRDM' de güçlü pikler ve pseudo-gaplar görülmektedir.

Şekil 4.5.b, 4.6.b, 4.7.b, 4.8.b ve 4.9.b sistemde tünellenen bozon  $B_f$ ' nin 0.2 ile 1 arasında farklı  $t_{ab}$  enerjisine karşılık gelen ve RM, RDM ve DRDM 'in birarada verildiği Lyapunov katsayısının davranışını göstermektedir.  $t_{ab}$  enerjisinin değişimi Lyapunov katsayısının davranışında önemli rol oynamıştır.  $t_{ab}$ 'nin artışının sistemde delokalizasyon eğilimini artırdığı görülmüştür. Lyapunov katsayısı  $t_{ab}=1$  için sistem tüm bant boyunca delokalizedir. Durum yoğunluğunda olduğu gibi RM, RDM ve DRDM için lyapunov katsayısı benzer davranış sergilemekte ancak DRDM'de yapıdaki iç düzensizlikten dolayı pikler görülmektedir.



Şekil 4.2: RM için durum yoğunluğu (DOS) ve Lyapunov katsayısının grafik sunumu.





Şekil 4.3: RDM için durum yoğunluğu (DOS) ve Lyapunov katsayısının grafik sunumu.



Şekil 4.4: DRDM için durum yoğunluğu (DOS) ve Lyapunov katsayısının grafik sunumu





Şekil 4.5: RM, RDM ve DRDM için durum yoğunluğu (DOS) ve Lyapunov katsayısının grafik sunumu.



Şekil 4.6: RM, RDM ve DRDM için durum yoğunluğu (DOS) ve Lyapunov katsayısının grafik sunumu.





Şekil 4.7: RM, RDM ve DRDM için durum yoğunluğu (DOS) ve Lyapunov katsayısının grafik sunumu.



Şekil 4.8: RM, RDM ve DRDM için durum yoğunluğu (DOS) ve Lyapunov katsayısının grafik sunumu.



Şekil 4.9: RM, RDM ve DRDM için durum yoğunluğu (DOS) ve Lyapunov katsayısının grafik sunumu.

## 4.2 GEÇIŞ KATSAYISI ÜZERINE ALINAN SAYISAL SONUÇLAR

Şekil 4.10' da 1D optik örgüde  $\varepsilon_a$  ve  $\varepsilon_b$  site enerjilerinin örgüye rasgele olarak dağıtılmasıyla oluşturulan Random Modelde (RM) farklı farklı  $|\varepsilon_b - \varepsilon_a|$  site enerjileri farkı için enerjinin bir fonksiyonu olarak grafik sunumu gösterilmiştir. Site enerjileri farkı  $|\varepsilon_b - \varepsilon_a|$  0.5 ile 2 arasında değerler almaktadır. Site enerjileri farkı arttıkça şekil 4.2.b ile uyumlu olarak geçirgenlik azalmaktadır. Bu durum site enerjisi arttıkça  $B_f$ bozonunun tünellemesinin zorlaştığının bir göstergesidir.

Benzer şekilde Şekil 4.11 de Random Dimer Modelde (RDM) ve Şekil 4.12 de Dual Random Dimer Modelde (DRDM) farklı  $|\varepsilon_b - \varepsilon_a|$  site enerjileri farkı için enerjinin bir fonksiyonu olarak geçiş katsayısının grafik sunumu gösterilmiştir. RDM ve DRDM için elde edilen grafiklerde bu modellerin sahip oldukları bir iç düzenden (dimer gruplarından) dolayı spektrumda parçalanmalar ve pseudo-gap'ler görülmektedir. Yine RM'de olduğu gibi RDM ve DRDM'de site enerjisi arttıkça geçirgenlikte belirgin bir şekilde azalma görülmektedir. Bu durum site enerjisi artışının her üç modelde de geçirgenliği azalttığını ifade etmektedir.

Geçiş katsayısı grafikleri için site sayısı n<sub>s</sub>=200 olarak alınmıştır.



Şekil 4.10: RM için farklı site enerjileri farkına karşılık gelen geçirgenlik.



Şekil 4.11: RDM için farklı site enerjileri farkına karşılık gelen geçirgenlik.



Şekil 4.12: DRDM için farklı site enerjileri farkına karşılık gelen geçirgenlik.

## 4.3 UZUN-MESAFE İLIŞKILENDIRILMIŞ DÜZENSIZLIK IÇIN DURUM YOĞUNLUĞU VE YERELLEŞME UZUNLUĞU IÇIN SAYISAL SONUÇLAR

Süreklilik limitinde optiksel benek potansiyeli için tek parçacık durum yoğunluğu G.M. Falco ve arkadaşları tarafından 2010 yılında çalışıldı [49]. Biz yaptımız bu çalışmada daha önce bir boyutlu örgü potansiyeline benek potansiyelini süperpozisyon olarak eklenmesiyle elde edilen [50] ve etkileşmelerin olmadığı bir Bose-Einstein Yoğunlaşması için sistemde  $B_f$  bozonlarının siteler arası geçişini ifade eden hoplama terimi *t* enerjisini değiştirerek sistemin durum yoğunluğunu ve Lyapunov katsayısının davranışını inceledik. Benek potansiyel uygulanmamış bir örgüde, düşük enerjili tek parçacık durum yoğunluğu tipik olarak birinci Brilouin bölgesinde iki pik yapan ve merkeze doğru gidildikçe değeri düşen bir şekle sahiptir. Örgünün durum yoğunluğunu hesaplamak üzere Denklem (3.28) deki sıkı bağlanma Hamilton fonksiyonunu tekrar ele alalım. *E* enerjisine bağlı olarak  $H_s$  Hamiltonyeninin Green fonksiyonu

$$G(E) = \frac{1}{E - H_s} \tag{4.1}$$

olarak tanımlanmaktadır. Burada enerji, çok küçük pozitif imajiner kısma sahip olan kompleks bir değişkendir. Kirkman-Pendry ilişkisi kullanılarak durum yoğunluğu DOS,

$$D(E) = \lim_{\varepsilon \to 0} \frac{1}{\pi} \operatorname{Im} \frac{\partial}{\partial E} \ln G_{1,n_s}(E + i\varepsilon)$$
(4.2)

olarak verilmektedir. Burada  $G_{i,j}(E) = \langle i | G(E) | j \rangle$  dir ve  $G_{1,n_s}(E)$  matris elemanı, örgünün birinci sitesi ile sonuncu sitesi arasındaki uyumu ifade etmektedir.  $G_{1,n_s}(E)$ matris elemanı  $H_s$  integralinin renormalizasyon-indirgeme yöntemiyle tek bir etkin dimere indirgenmesiyle elde edilir. Enerjinin bir fonksiyonu olarak etkin dimerin Hamilton fonksiyonu

$$\widetilde{H}_{s} = \widetilde{E}_{l} |1\rangle\langle 1| + \widetilde{E}_{n_{s}} |n_{s}\rangle\langle n_{s}| + \widetilde{t} (|1\rangle\langle n_{s} + n_{s}| + |i+1\rangle\langle 1|)$$

$$(4.3)$$

Şeklindedir. Denklem (4.3)'de verilen etkin Hamiltonyenin Green fonksiyonu

$$\widetilde{G}_{1,n_s}(E) = \frac{1}{E - \widetilde{H}_s}$$
(4.4)

şeklindedir. Bu ifade Denklem (4.2)'da yerine yazılarak durum yoğunlukları elde edilir.

Sıkı bağlanma rejimi içerisinde  $L_{loc}(E)$  yerelleşme uzunluğunun davranışını çalışmak için  $\gamma(E)$  Lyapunov katsayısı

$$\gamma(E) = \left[ L_{loc}(E) \right]^{-1} = \lim_{n_s \to \infty} \frac{1}{n_s d} \ln \left| \frac{G_{n_s, n_s}(E)}{G_{1, n_s}(E)} \right|$$
(4.5)

ifadesinden hesaplanır. Lokalizasyon uzunluğu  $L_{loc}$  sistemdeki tüm uzunluklardan (sistemin boyu gibi) daha büyük ise sistemde geçişler mevcuttur.  $L_{loc}$  diğer uzunluklardan daha küçük ise sistemde yerelleşme durumu hakimdir.

Durum yoğunluğu hesaplarımızda site sayısı n<sub>s</sub>=200 olarak alınmıştır.

Şekil 4.13a, 4.14a, 4.15a, 4.16a ve 4.17a sistemde tünelleyen bozonların siteler arasındaki hoplama enerjisi t 'ye karşılık gelen durum yoğunluklarını göstermektedir. Şekillerde t değerleri giderek artırılmıştır. Durum yoğunlukları s/|t|=1 için 1. Brilioun bölgesinde iki pik yapan davranışını göstermiş ancak t nin küçük değerleri için durum yoğunlukları bant bölgesinin merkezine doğru hareket etmiştir. w'nin büyük değerleri (daha uzun örgü) için durum yoğunlukları w'nin daha küçük değerlerine nispeten farklı davranış sergilemiş daha uzun mesafede durum yoğunluklarındaki piklerde azalmalar görülmüştür.

Düzensizliğin varlığı sadece durum yoğunluğu üzerinde etkisini göstermez. Düzensizliğin aynı zamanda yerelleşme üzerinde de etkisi vardır. Süreklilik limitinde, Denklem (3.29) ile tanımlanan bir bağlantı fonksiyonunun varlığında yerelleşme etkileri yok olmamaktadır. Fakat bağlantıların varlığı, enerjinin bir fonksiyonu olarak verilen yerelleşme uzunluğunun davranışını büyük ölçüde değiştirmektedir.

Şekil 4.13b, 4.14b, 4.15b, 4.16b ve 4.17b'de düzensizliğin şiddeti s/|t|=1 için sistemin Lyapunov katsayısının davranışı gösterilmiştir. t'nin küçük değerleri için sistem bant merkezi bölgesinde lokalize olmuş ancak t'nin artan değerlerine karşılık tüm bant boyunca lokalize olduğu görülmektedir. t' nin artan değerlerine karşılık yerelleşme güçlü bir davranış sergilemektedir. Yine daha uzun mesafeli düzensizlikler için yerelleşmenin daha baskın hale geldiği görülmektedir.

Şekil 4.18, 4.19, 4.20, 4.21 ve 4.22; düzensizlik şiddeti s/|t|=5 için elde edilen sonuçları göstermektedir. Durum yoğunluğu ve Lyapunov katsayısı düzensizlik şiddetinin artmasına karşılık farklı davranışlar sergilemiştir. Düzensizlik şiddetinin artması durum yoğunluklarındaki pikleri artırmıştır. Yine t'nin küçük değerleri için durum yoğunlukları bant merkezinde yoğunlaşırken t'nin artan değerlerine karşılık bütün bant boyunca yayılmıştır. Lyapunov katsayısının ise t'nin küçük değerlerine karşılık bant merkezinde yerelleşme gösterdiği ancak t'nin değerleri artırıldığında tüm boyunca yerelleşme gösterdiği görülmektedir. Ayrıca düzensizlik şiddeti artırıldığında daha uzun örgüler için (yani w'nin artan değerleri) sistemde lokalizasyon uzunluğunun azaldığı görülmektedir.
Lyapunov katsayısının hesaplamalarında site sayısı  $n_s$ =200 olarak alınmıştır.

Sonuçların daha iyi anlaşılması için süreklilik durumunu ele alalım: Born yaklaşımı içinde  $L_{loc}(k)^{-1} \approx S_k$  olmaktadır.  $k \rightarrow 0$  limitinde  $S_k \approx s^2 w$  olacağından yerelleşme uzunluğunun w'nin daha büyük değerleri için daha kısa olması beklenir. Bununla birlikte  $k > \kappa$  için yerelleşme uzunluğunda bir artış gözlenmesi beklenir. Kısaca burada Born yaklaşımı çok da geçerli değildir. Sonuç olarak öne sürdüğümüz teoriler doğrultusunda düşük enerji bandı üzerinde Anderson yerelleşmesi deneysel olarak gözlemlenmek istenirse,  $\kappa$  mutlaka  $\pi$ 'den daha büyük bir değerde olmalıdır. Buna göre w da dört örgü adımından daha küçük bir değerde olmalıdır. Bu ifadelerden anlaşılacağı gibi süreklilik uzayı sıkı bağlanma durumu için nümerik sonuçlar ile tam bir uyum içindedir. Durum yoğunluğunda, örgünün temel oluşumundan kaynaklanan bir  $k \rightarrow \pi/d$ -k simetrisi mevcuttur. Ayrıca bağlantılar (korelasyonlar) spektrumun merkezine uygun bir şekilde simetrik bir davranış sergilemektedir.



**Şekil 4.13:** *s*//*t*/=1, parçacık enerjisinin bir fonksiyonu olarak ve *t*=0.2 enerjisine karşılık gelen durum yoğunluğu (DOS) ve Lyapunov katsayısının grafik sunumu.



**Şekil 4.14:** *s*//*t*/=1, parçacık enerjisinin bir fonksiyonu olarak ve *t*=0.4 enerjisine karşılık gelen durum yoğunluğu (DOS) ve Lyapunov katsayısının grafik sunumu.



Şekil 4.15: s//t/=1, parçacık enerjisinin bir fonksiyonu olarak ve t = 0.6 enerjisine karşılık gelen durum yoğunluğu (DOS) ve Lyapunov katsayısının grafik sunumu.



Şekil 4.16: s//t/=1, parçacık enerjisinin bir fonksiyonu olarak ve t = 0.8 enerjisine karşılık gelen durum yoğunluğu (DOS) ve Lyapunov katsayısının grafik sunumu.



**Şekil 4.17:** *s*//*t*/=1, parçacık enerjisinin bir fonksiyonu olarak ve *t*=1 enerjisine karşılık gelen durum yoğunluğu (DOS) ve Lyapunov katsayısının grafik sunumu.



**Şekil 4.18:** s/t/=5, parçacık enerjisinin bir fonksiyonu olarak ve t = 0.2 enerjisine karşılık gelen durum yoğunluğu (DOS) ve Lyapunov katsayısının grafik sunumu.



**Şekil 4.19:** s/t/=5, parçacık enerjisinin bir fonksiyonu olarak ve t = 0.4 enerjisine karşılık gelen durum yoğunluğu (DOS) ve Lyapunov katsayısının grafik sunumu.



**Şekil 4.20:** *s*//*t*/=5, parçacık enerjisinin bir fonksiyonu olarak ve *t*=0.6 enerjisine karşılık gelen durum yoğunluğu (DOS) ve Lyapunov katsayısının grafik sunumu.



**Şekil 4.21:** *s*//*t*/=5, parçacık enerjisinin bir fonksiyonu olarak ve *t*=0.8 enerjisine karşılık gelen durum yoğunluğu (DOS) ve Lyapunov katsayısının grafik sunumu.



Şekil 4.22: s/t/=5, parçacık enerjisinin bir fonksiyonu olarak ve t=1 enerjisine karşılık gelen durum yoğunluğu (DOS) ve Lyapunov katsayısının grafik sunumu.

### 5. TARTIŞMA VE SONUÇ

Bu tez çalışmasında ilk olarak kısa-menzil bağlantılı düzensizliğe sahip optik örgülerdeki Bose-Einstein yoğunlaşmasının durum yoğunluğu ve yerelleşme özellikleri araştırıldı. Kısa-menzil bağlantılı düzensizlik elde edebilmek için bozon (<sup>87</sup>Rb)bozon(<sup>41</sup>K) karışımından oluşan bir optik örgü sistemi oluşturuldu. Sistem içerisinde <sup>87</sup>Rb atomu klasik olarak tuzaklanırken <sup>41</sup>K atomunun tünellemesine izin verildi. Böylelikle optik örgü içerisnde yoğunlaşmış olan atomlardan ağır olan <sup>87</sup>Rb atomu "*yabancı atom*", daha hafif olan <sup>41</sup>K atomu ise "*tünellenen bozon*"olarak ele alındı. Örgü potansiyel kuyularına yabancı atomların rasgele dağıtılması ile tamamen düzensiz olan Random Model (RM); dimerlerin kısa-mesafe bağlantılı olarak dağıtılması ile Random Dimer Model (RDM) ve Dual Random Dimer Model (DRDM) düzensizlikleri elde edildi.

Sistemi çözümlemek için bir boyutta sıkı-bağlılık düzenindeki Bose-Hubbard Hamilton fonksiyonu kullanıldı. Daha önce katı-hal sistemlerinde elektronun geçiş özelliklerini incelemek için kullanılan renormalizasyon-indirgeme yöntemi kullanılarak tüm örgü sistemi tek bir dimere indirgendi ve sistemin durum yoğunluğu ve geçiş özelliklerini incelemek için Green fonksiyonu yaklaşımı kullanıldı.

Kısa-mesafe ilişkilendirilmiş düzensizlik için ilk olarak site enerjileri farkının değişiminin sistemin durum yoğunluğu ve yerelleşme üzerine etkisi araştırıldı. RM için  $|\varepsilon_b - \varepsilon_a|$  site enerjileri farkı 0.5, 1, 1.5 ve 2 değerleri için elde edilen durum yoğunlukları site enerjileri farkının artışının özellikle bant kenarlarında farklılık gösterdiğini göstermiştir. RDM ve DRDM' de yapıdaki iç düzensizlikten dolayı durum yoğunlukları üzerinde pseudo-gaplar oluşmuştur. Genel olarak durum yoğunlukları her üç model için benzer davranışlar sergilemiştir. Lyapunov katsayısının davranışı incelendiğinde RM için site enerjisinin  $|\varepsilon_b - \varepsilon_a| = 0.5$  değeri için tüm bant boyunca delokalizasyon rejiminde olduğu görülmüş ancak site enerjisinin değeri artırıldığında

 $|\varepsilon_b - \varepsilon_a| = 1$ , 1.5 ve 2 değeri için lokalizasyon rejimine geçtiği gözlenmiştir. Benzer durum RDM ve DRDM' de de gözlenmiş ancak birbirlerinden farklı olarak yapıdaki iç düzensizlikten dolayı spektrumda parçalanmalar ve pseudo-gaplar gözlenmiştir. Genel olarak site enerjilerinin farkının artışı her üç model için sistemin lokalize olmasına sebep olmuştur.

Geçiş katsayısı grafiklerinde sistem her üç model için birbiriyle uyumlu bir davranış sergilemiştir. Sistemdeki  $|\varepsilon_b - \varepsilon_a|$  site enerjileri farkı artırıldığında sistemdeki geçirgenliğin güçlü bir şekilde azaldığı grafiklerle elde edilmiştir. Bu sonuç Lyapunov katsayısı ile elde edilen sonuçlarla da uyumludur. DRDM 'de geçiş katsayısı spektrumunda güçlü parçalanmalar yapıdaki iç düzensizliğin bir sonucudur.

Kısa-mesafe ilişkilendirilmiş düzensizlik için ikinci olarak ise iki site arasındaki hoplama energisini ifade  $t_{ab}$ 'nin değiştirilmesi ile sistemin davranışını incelemek amacaıyla  $t_{ab} = 0.2, 0.4, 0.6, 0.8$  ve 1 değerleri verilerek sistemin durum yoğunlukları ve Lyapunov katsayısı elde edilmiştir. t<sub>ab</sub>'nin küçük değerleri için her üç model (RM, RDM ve DRDM) için durum yoğunluklarında birinci Briliouin bölgesinde güçlü pikler parçalanmalar meydana gelmiştir.  $t_{ab}$ 'nin değeri artırıldığında ve durum yoğunluklarında birinci Brilliouin bölgesindeki piklerin şiddeti azalmıştır. RM, RDM ve DRDM birbirleriyle uyumlu olmasına karşın özellikle DRDM' de bant bölgesinde daha güçlü piklerin gözlenmiştir. Lyapunov katsayısının davranışı incelendiğinde tab'nin en küçük değeri 0.2 için RM de sistemin lokalizasyon rejiminde olduğu ancak RDM ve DRDM'de delokalizasyon rejiminde olduğu görülmüştür. Hoplama enerjisinin değeri artırıldığında RM'de sistemin delokalizasyon rejimine geçtiği görülmüş yine RDM ve DRDM' de sistemin delokalizasyon rejiminde olduğu grafiklerle elde edilmiştir. Lyapunov katsayısının davranışı incelendiğinde  $t_{ab}$ 'nin artan değerlerinde sistemin tüm bant boyunca delokalizasyon rejiminde olduğu görülmektedir. DRDM için yapıdaki iç düzensizliğin bir sonucu ve durum yoğunluklarıyla uyumlu olarak Lyapunov katsayısının davranışında parçalanmalar ve pseudo-gaplar görülmektedir.

Bu tez çalışmasının ikinci kısmını oluşturan hoplama enerjisinin değişiminin kısamesafe ilişkilendirilmiş düzensizlik üzerine etkisinin yanı sıra karşılaştırma yapabilmek amacıyla hoplama enerjisinin değişminin uzun-mesafe ilişkilendirilmiş düzensiz bir sistem üzerine etkisini araştırılmıştır. Bunun için benek potansiyel optik örgüye süperpozisyon olarak eklenmiştir. Bir boyutlu optik örgüye benek potansiyelin karakteristik davranışını veren bir bağlantı fonksiyonu kullanılarak yeni bir düzensizlik elde edilmiştir. Sayısal hesaplamalar için Fourier Filtreleme Metodu [FFM] kullanılmıştır [12]. Düzensizlik spektrumu bir triangular fonksiyon olarak tanımlanmıştır. Lyapunov katsayısının davranışı sıkı-bağlılık Bose-Hubbard Hamilton fonksiyonu kullanılarak, bağlantı fonksiyonunun genişliğine ve hoplama enerjisinin değişimine bağlı olarak ve düzensizlik şiddetinin bir fonksiyonu olarak incelenmiştir.

Bose-Hubbard Hamilton fonksiyonunda bulunan site enerjileri  $\left(\frac{\sin(2\pi l/w)}{2\pi l/w}\right)^2$ 

fonksiyonu ile bağlantılı değer olarak değer alan düzensiz değişkenler olarak ele alınmıştır. Tüm örgü sistemi Renormalizasyon indirgeme yöntemi ile tek bir dimere indirgenerek sistemin durum yoğunluğu ve özelliklerini hesaplayabilmek için Green fonksiyonu yaklaşıklığı yapılmıştır.

*t*' nin farklı değerlerine karşılık elde edilen grafiklerde durum yoğunluklarının *t*' nin küçük değerleri için bant merkezi civarında iki pik yaptığı, *t*' nin artan değerleri için tüm banta yayıldığı görülmektedir. *t*' nin değişimi durum yoğunluklarını büyük ölçüde etkilemiştir. *w*'nin küçük değerleri ( $w=2\pi/3$  ve  $\pi$ ) için durum yoğunluklarında daha güçlü pikler görülmüştür. Düşük düzensizlik şiddeti s/|t|=1 ve *w*'nin büyük değerleri için ( $w=2\pi$  ve  $4\pi$ ) için mükemmel bir zincirin(tamamen düzenli) durum yoğunluğu ile benzer görülmektedir. Ancak s/|t|=5 için durum yoğunluğu düzensizlikten büyük ölçüde etkilenmiştir. Yine durum yoğunlukları bize bağlantı uzunluğunun küçük değerlerinin her iki düzensizlik şiddetinde benek potansiyelin oluşturduğu düzensizlikten etkilendiğini göstermektedir.

Uzun-mesafe ilişkilendirilmiş düzensiz sistemin yerelleşme özellikleri incelendiğinde bütün *t* değerleri için sistemin yerleşik (lokalize) olduğu görülmüştür. *t*' nin küçük değerlerinde durum yoğunluklarıyla uyumlu olarak yerelleşmenin bant merkezinde etkisini gösterdiği ancak *t*' nin artan değerlerine karşılık yerelleşmenin tüm bant boyunca yayıldığı görülmektedir. Bağlantı fonksiyonu *w*'nin küçük değerleri için hem s/|t|=1 ve hem de s/|t|=5 için yerelleşmenin etkilendiği görülmektedir. Düzensizlik şiddetinin artması yerelleşmeyi büyük ölçüde etkilediği görülmüştür.

Sonuç olarak; bu tez çalışmasında elde ettiğimiz sonuçlar site enerjileri farkının değişimin kısa-mesafe ilişkilendirilmiş düzensizlik altındaki sistemde lokalizasyondelokalizasyon geçişini büyük ölçüde değiştirdiğini göstermiştir. Kısa-mesafe ve uzun mesafe ilişkilendirilmiş düzensizlik altındaki bu sistemlerdeki bozonların siteler arasında geçişini ifade eden hoplama enerjisi değişimi sistemin durumunu etkilemiştir. Bu iki farklı düzensizlik altındaki sistemler için elde edilen sonuçların bir karşılaştırması yapıldığında *t*'nin küçük değerleri için her iki farklı düzensizlik altındaki sistemlerde durum yoğunlukları farklı sonuçlar verirken, *t*'nin büyük değerleri için benzer davranış gösterdiği görülmüştür. Bunun yanında kısa-mesafe ilişkilendirilmiş düzensizlik altında sistemin delokalizasyon geçişini sağlarken uzun mesafe düzensizlik altında sistemin lokalize olduğu görülmüştür.

Bu tez çalışması bize beklediğimiz gibi bozon(<sup>41</sup>K)-bozon(<sup>87</sup>Rb) dan oluşan ve kısamesafe ile uzun-mesafe ilişkilendirilmiş düzensizlik altındaki sistemin faz durumunun site enerjileri ve hoplama enerjilerinin değişimi ile ayarlanabileceğini göstermiştir. Bu sebeple de tezimizin bu iki farklı düzensizlikli sistemlerin faz durumunu analiz etmek için deneysel yöntemlerdeki parametrelere yol gösterici olabileceğini beklemekteyiz.

## KAYNAKLAR

- Anderson M. H., Ensher J. R., Matheus M. R., Wieman C. E., and Cornell E. A., 1995, Observation of Bose- Einstein Condensation in a Dilute Atomic Vapour, *Science*, 269,198.
- [2] Matthews M. R., Anderson B. P., Haljan P. C., Hall D. S., Wiemann C. E., and Cornell E. A., 1999, Vortices in a Bose-Einstein Condensate, *Phys. Rev. Lett.*, 83; 2498-2501
- [3] Osheroff D. D., Richardson R. C., and Lee D. M., 1972, Evidence for a new phase of solid He<sup>3</sup>, *Phys. Rev. Lett.*, 28; 885
- [4] Anderson P. W., 1958, Absence of difussion in certain Random lattices, *Phys. Rev.* 109 (5), 1492-1505
- [5] Abrahams E., Anderson P. W., Licciardello D. C., and Ramakrishnan T. V., 1979, Scaling theory of localization: Absence of quantum diffussion in two dimensions, *Phys. Rev. Lett.* 42, 673
- [6] Dunlap D. H., Wu H. –L., Philips P. W., 1990, Absence of localization in a random dimer model, *Phys. Rev. Lett.* 65, 88.
- [7] Schaff J. F., Akdeniz Z., Vignolo P., 2010, Localization and delocalization transition in the random dimer model, *Phys. Rev. A* 81, 041604(R)
- [8] Gross E. P., 1961, Structure of a quantized vortex in boson systems, *Nuovo Cimento*, 20, pp., 454-457
- [9] Pitaevskii L. P., 1961, Vortex lines in an imperfect Bose gas, Soviet Phys., JETP, 13 pp., 451-454
- [10] Fisher M. P. A., Weichman P. B., Grinstein G., Fisher D. S., 1989, Boson localization and superfluid-insulator transition, *Phys. Rev. B*, 40, 546-570.
- [11] Grosso G. ve Pastori Parravicini G., 1986, Adv. Chem. Phys. 62, 81; ibid. 62, 131;
  Giannozzi P., Moroni S. Ve Pastori Parravicini G., 1988, Appl. Numer. Math 4, 273

- [12] Makse H.A., Havlin S., Schwartz M., Stanley H. E., 1996, Method for generating long-range correlations for large systems, *Phys. Rev. E*, 53, 5, 5445-5449
- [13] Bose S. N., 1924, 2. *Physic* 26.
- [14] Einstein A., 1924, *Sitzber*, Kgl. Preuss. Akad. Wiss., page 261, (1925), page 3.
- [15] Penckwitt A. ,2003, *Rotating Bose-Einstein Condensates Vortex Lattices and Excitations*, Thesis (PhD) Department of Physics University of Otago, Dunedin, New Zealand.
- [16] Tosi M. P., 2003, Introduction to the theory of Bose-Einstein Condensation, Scuola Normale Superiore di Pisa.
- [17] Cornell E. A., and Wiemann C. E., 2002, Nobel Lecture: "Bose-Einstein Condensation in a dilute gas, the first 70 years and some recent experiments", *Rev. Mod. Phys.* 74, 875-993. Ketterle W., (2002), Nobel Lecture: "When atoms behave as waves: Bose-Einstein Condensation and the atom laser", *Rev. Mod, Phys.*, 1131-1151
- [18] Letokhov V., 1968, Narrowing of the Doppler width in a standing light wave, *Pis'ma Zh. Eksp. Teor. Fiz.* 7, 348 [*JETP Lett.* 7, 272 (1968)].
- [19] Ashkin A., 1970, Atomic-beam deflection by resonance-radiation pressure, *Phys. Rev. Lett.* 25, 1321
- [20] Hancsh T. W., Schawlaw A. L., 1975, Cooling of gases by laser radiation, *Opt. Commun. 13*, 68.
- [21] Wineland D., and Dehmelt H., 1975, Proposed  $10^{14} \Delta v \langle v |$  laser fluorescence spectroscopy on TI<sup>+</sup> mono-ion oscillator III, *Bull. Am. Phys., Soc.* 20, 637
- [22] Raab, Prentiss E. M., Cable A., Chu S., and Pritchard D., 1987, Trapping of neutral sodium atoms with radiation pressure, *Phys. Rev. Lett.* 59, 2631.
- [23] Grynberg G. and Robilliard C., 2001, *Phys. Rep.* 355,335
- [24] Dahan M. B., Peik E., Reichel J., Castin Y., Salomon C., 1996, Bloch oscilations of atoms in an optical potential, *Phys. Rev. Lett.* 76, 4508.
- [25] Peik E., Dahan M. B., Bouchoule I., Castin Y., Salomon C., 1997, Bloch oscilations of atoms, adiabatic rapid passage, and monokinetic atomic beams, *Phys. Rev. A* 55, 2989
- [26] Birkl G. et al., 1995, *Phys Rev. Lett.* 75, 2823.
- [27] Weidemuller M. et al., 1995, *Phys. Rev. Lett.* 75, 4583.

- [28] Akdeniz Z., Vignolo P., Tosi M.P., 2004, Boson-fermion demixing in a cloud of lithium atoms in a pancake trap, *Phys. Lett A*, 331, 258-264
- [29] Akdeniz Z., Vignolo P., Tosi M.P., 2003, Collective dynamics of fermion clouds in cigar-shaped traps, *Phys. Lett A*, 311, 246-253
- [30] Eksioğlu Y., 2006, Bose-Einstein yoğunlaşması ile lineer sıralanmış çeşitli potansiyel kuyularından madde iletimi, Yüksek lisans tezi, İstanbul Üniversitesi
- [31] Berg-Sophirensen K., Mophilmer K., 1998, Bose-Einstein in condensates sptaially periodic potentials, *Phys. Rev. A*. 58, 1480.
- [32] Chiofalo M. L., Pollini M., Tosi M. P., 2000, Collective excitations of a periodic Bose condensate in the Wannier representation, *Eur. Phys. J. D.*, 11, 371
- [33] Khon W., 1959, Analytic properties of Bloch waves and Wannier functions, *Phys., Rev.* 115, 809.
- [34] Vignolo P., Akdeniz Z., Tosi M. P., 2003, Transmittivity of a Bose-Einstein Condensate on a lattice: interference from period doubling and the effect of disorder, *J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys* 36, 4535-4546.
- [35] Eksioglu Y., Vignolo P., Tosi M. P., 2004, Condensate localization in a quasiperiodic structure, *cond-mat*/ 0405440
- [36] Cohen-Tannoudji C. N., 1998, Manipulating atoms with photons, *Rev. Mod. Phys.* 70, 707-720
- [37] Roati G., Riboli F., Modugno G., and Inguscio M., 2002, Fermi-Bose Quantum Degenerate <sup>40</sup>K-<sup>87</sup>Rb Mixture with Attractive Interaction, *Phys. Rev. Lett.* 89, 150403
- [38] Goldwin J., Papp S. B., De Marco B., Jin D. S., 2002, Two-species magnetooptical trap with <sup>40</sup>K and <sup>87</sup>Rb, *Phys. Rev. A* 65, 021402.
- [39] Kirkman P. D., Pendry J. B., 1984, J. Phys. C, 17, 4327
- [40] Bakhtiari M. R., Vignolo P., Tosi M. P., 2006, Theory of coherent transport by an ultracold atomic Fermi gas through linear arrays of potential wells, *Physica E* 33, 223-229
- [41] Anderson P. W., 1985, The question of classical localization a theory of white paint?, *Philosophical Magazine Part B*, 52, 3, 505-509
- [42] Moore F. L., Robinson J. C., Bharucha C. F., Sundaram B., Raizen M. G, 1995, Atom optics realization of the quantum δ-kicked rotor, *Phys. Rev. Lett.* 75, 4598-4601

- [43] Chabe J., Lemarie G., Gremaund B., Delande D., Szriftgiser P., Garreau J. C., 2008, Experimental observation of the anderson metal-insulator transition with atomic matter waves, *Phys. Rev. Lett.*, 101, 255702
- [44] Billy J., et al., 2008, Direct Observation of anderson localization of matter waves in a controlled disorder, *Nature*, 453, 891-894
- [45] Robert-de Vincent M. et al., 2010, Anisotropic 2d diffusive expansion of ultracold atoms in a disordered potential, *Phys. Rev. Lett.*, 104, 220602
- [46] Kondov S. S., McGehee W. R., Zirbel J. J., DeMarco B., 2011, Three-Dimensional anderson localization of ultracold matter, *Science* 334, 66
- [47] Semmler D., Wernsdorfer U., Bissbort K., Byczuk K., and Hofstetter W., 2010, Localization of correlated fermions in optical lattices with speckle disorder, *Phys. Rev. B* 82, 235115
- [48] Sucu S., 2011, Düşük boyutlarda tuzaklanmış soğuk atomik gazlar, Doktora Tezi, Trakya Üniversitesi
- [49] Falco G. M., Fedorenko A. A., Giacomelli J., and Modugno M., 2010, Density of states in an optical speckle potential, *Phys. Rev. A* 82, 053405
- [50] Sucu S., Aktas S., Okan S. E., Akdeniz Z., and Vignolo P., 2011, Anderson localization in optical lattices with speckle disorder, *Phys. Rev. A* 84, 065602



# ÖZGEÇMİŞ

#### **Kişisel Bilgiler**

Adı Soyadı	Serpil Cıkıt
Uyruğu	T.C.
Doğum tarihi, Yeri	İstanbul, 1982
Telefon	536 2495719
E-mail	serpilcikit@gmail.com
Web adres	

## Eğitim

Derece	Kurum/Anabilim Dalı/Programı	Yılı
Doktora	İ.Ü. Fen Bilimleri Enstitüsü/Fizik Anabilim Dalı/Atom ve Molekül Fiziği Programı	2014
Yüksek Lisans	İ.Ü. Fen Bilimleri Enstitüsü/Fizik Anabilim Dalı /Atom ve Molekül Fiziği Programı	2008
Lisans	İ.Ü. Fen Fakültesi	2005
Lise	Görele Süper Lisesi	2000

#### Makaleler / Bildiriler

1. S. Ucar, S. Cıkıt, Z.Akdeniz, "A Simulation Study and Theoretical Raman Spectra of Cryolitic Melts", Journal of Optoelectronics and Advanced Materials,vol.11,no.10, October 2009,p1384-1387

2. S. Cıkıt, Z. Akdeniz, P. Madden, "Structure and Raman Spectra of Cryolitic Melts:Simulations with *ab initio* interaction potential", Journal of Physical Chemistry B, vol. 118 (4), January 2014,p1064-1070

#### Bildiriler

- 1. Serpil Cıkıt, Zehra Akdeniz; 'Sıvı AlF3/NaF Karışımlarının Teorik Raman Spektrası'; Sözlü Bildiri, XII. Ulusal Sıvıhal Fiziği Sempozyumu, 31Ekim-2 Kasım 2008, İstanbul Üniversitesi, Baltalimanı Tesisleri, İstanbul
- Eren Tosyalı, Serpil Cıkıt, Zehra Akdeniz; 'Sıvı Fazdaki Tuzlar için Transport Özellikleri';Sözlü Bildiri, XIV. Ulusal Sıvıhal Fiziği Sempozyumu, 23-26 Aralık 2010, Trakya Üniversitesi, Balkan Kongre Merkezi, Edirne
- 3. Serpil Cıkıt, Serpil Sucu, Zehra Akdeniz; 'Aşırı soğuk atomik gazlarda lokalizasyon etkileri', Sözlü Bildiri, XVII. Ulusal Sıvıhal Fiziği Sempozyumu, 13-14 Aralık 2013, Baltalimanı Sosyal Tesisleri, İstanbul
- 4. Serpil Cıkıt, Zehra Akdeniz, Paul Madden; 'Simulated Raman Spectra of Cryolitic Melts by Ab-initio fitted İnteraction Potential', Sözlü Bildiri, 7.Traditional "Mirror Conference", 23 Aralık 2013, Sabancı Üniversitesi, Minerva Palas, Karaköy, İstanbul