

**T.C.**  
**İSTANBUL ÜNİVERSİTESİ**  
**SOSYAL BİLİMLER ENSTİTÜSÜ**  
**FİNANS ANABİLİM DALI**

**YÜKSEK LİSANS TEZİ**

**TÜRKİYE FİNANSAL PİYASALARINDA RİSKE  
MARUZ DEĞER VE GERİYE DÖNÜK TEST  
UYGULAMALARI**

**TÖRE ÇUHALAR**

**2501160204**

**TEZ DANIŞMANI**

**PROF. DR. VEDAT SARIKOVANLIK**

**İSTANBUL, 2018**



T.C.  
İSTANBUL ÜNİVERSİTESİ  
SOSYAL BİLİMLER ENSTİTÜSÜ



YÜKSEK LİSANS  
TEZ ONAYI

ÖĞRENCİNİN;

Adı ve Soyadı : TÖRE ÇUHALAR Numarası : 2501160204  
Anabilim Dalı /  
Anasanat Dalı / Programı : FİNANS Danışmanı : PROF.DR.VEDAT SARIKOVANLIK  
Tez Savunma Tarihi : 25.12.2018 Saati : 13.00  
Tez Başlığı : TÜRKİYE FİNANSAL PIYASALARINDA RISKE MARUZ DEĞER VE GERİYE DÖNÜK TEST  
UYGULAMALARI.

TEZ SAVUNMA SINAVI, İÜ Lisansüstü Eğitim-Öğretim Yönetmeliği'nin 36. Maddesi uyarınca yapılmış,  
sorulan sorulara alınan cevaplar sonunda adayın tezinin **KABULÜNE** OYBİRLİĞİ / **ÇOKLUĞU**LA karar verilmiştir.

JÜRİ ÜYESİ	İMZA	KANAATI (KABUL / RED / DÜZELTME)
PROF.DR.VEDAT SARIKOVANLIK		Kabul
PROF.DR.MURAT KIYILAR		Kabul
DOÇ.DR.GÜÇLÜ OKAY		utbu

YEDEK JÜRİ ÜYESİ	İMZA	KANAATI (KABUL / RED / DÜZELTME)
PROF.DR.AHMET KÖSE		
DOÇ.DR.SİBEL YILMAZ TÜRKMEN		

## ÖZ

# TÜRKİYE FİNANSAL PİYASALARINDA RİSKE MARUZ DEĞER VE GERİYE DÖNÜK TEST UYGULAMALARI

## TÖRE ÇUHALAR

Bu çalışmada, üç farklı portföy için RMD; eşit ağırlıklandırılmış Varyans-Kovaryans, EWMA'ya dayalı Varyans-Kovaryans ve Tarihsel Simülasyon yöntemleri vasıtasıyla hesaplanmış, modellerin güvenilirlikleri 250 günlük ve 500 günlük geriye dönük testler vasıtasıyla sınanmıştır. Modellerin geriye dönük testler vasıtasıyla sınanmasında; z testi, Basel Trafik Işığı Testi, Kupiec's Time Until First Failure (TUFF) Testi, Kupiec's Proportion of Failures (POF) Testi, Christoffersen's Independence Testi ve Christoffersen's Joint Testi kullanılmıştır. Portföyler; ABD Doları, Euro ve BIST-100 Endeksi varlıklarından oluşturulmuş, varlıkların ağırlıklarının değiştirilmesi suretiyle üç farklı portföy elde edilmiştir. Portföylerdeki varlıkların ağırlıkları, portföy-1 için; ABD Doları %25, Euro %25, BIST-100 Endeksi %50, portföy-2 için; ABD Doları %35, Euro %35, BIST-100 Endeksi %30 ve portföy-3 için; ABD Doları %15, Euro %15, BIST-100 Endeksi %70 olarak belirlenmiştir. Her bir portföy için 1.000.000 TL yatırım yapıldığı varsayılmıştır. RMD hesaplamalarında 1.500 günlük bazdaki geçmiş veri kullanılmıştır. Geriye dönük testte, en yakın tarihli 250 ve 500 gün için, her gün için RMD 1.500 günlük bazdaki geçmiş getiri ile hesaplanırken, hesaplamada kullanılan geçmiş veriler her gün rolling window örnekleme yöntemi vasıtasıyla güncellenmiştir. RMD modellerinin, farklı parametreler altında, farklı performanslar sergiledikleri gözlemlenmiştir.

**Anahtar Kelimeler:** Riske Maruz Değer, Geriye Dönük Test, Varyans-Kovaryans Yöntemi, Tarihsel Simülasyon Yöntemi

## ABSTRACT

### VALUE AT RISK AND BACKTESTING IMPLEMENTATIONS ON FINANCIAL MARKETS OF TURKEY

TÖRE ÇUHALAR

In this study, VaR was computed by means of; equally weighted Variance-Covariance, EWMA based Variance-Covariance, Historical Simulation methods for three different portfolios and accurateness of models were tested through backtesting. At testing of models in terms of performance through backtesting; z test, Basel Traffic Light Test, Kupiec's Time Until First Failure (TUFF) Test, Kupiec's Proportion of Failures (POF) Test, Christoffersen's Independence Test and Christoffersen's Joint Test methods were used. Portfolios are consisting of; USD, Euro, ISE-100 Indeks and difference between portfolios is stemming from different weights of assets for each portfolio. Weights of assets are, for portfolio-1; USD 25%, Euro 25%, ISE-100 Index 50%, for portfolio-2; USD 35%, Euro 35%, ISE-100 Index 30% and for portfolio-3; USD 15%, Euro 15%, ISE-100 Index 70%. For each portfolio was assumed that amount of investment is 1.000.000 TL. 1.500 daily past data were used for VaR computations. At backtesting, VaR was computed for most recent 250 days and 500 days by using 1.500 daily past data that were updated daily by using rolling window sampling method. Consequently, under different parameters, VaR models showed different performances.

**Keywords:** Value at Risk, Backtesting, Variance-Covariance Method, Historical Simulation Method

## ÖNSÖZ

Bu tezin amacı, riske maruz değer yöntemlerinin ve bu yöntemlerin güvenilirliğinin sınanmasında kullanılan geriye dönük test yöntemlerinin metodolojilerini ayrıntılı bir şekilde irdelemek ve bir uygulama yapmak suretiyle bu metodolojilerin somutlaştırılmasını sağlamaktır.

Ders ve tez dönemimde akademik bilgisini esirgmeden paylaşan, tez konumu belirlerken yaptığı yol gösterici açıklamalarla kendime en uygun konuyu seçmemde yardımcı olan ve bunları yaparken de fikirlerime önem vererek bana çalışmamı bağımsız olarak şekillendirme imkanı veren tez danışmanım Prof. Dr. Vedat SARIKOVANLIK'a,

yüksek lisansım boyunca maddi ve manevi hiçbir desteğini esirgemeyen aileme,

teşekkürü borç bilirim.

# İÇİNDEKİLER

ÖZ.....	iii
ABSTRACT .....	iv
ÖNSÖZ.....	v
İÇİNDEKİLER .....	vi
TABLolar LİSTESİ.....	ix
KISALTMALAR LİSTESİ.....	xi
GİRİŞ .....	1

## BİRİNCİ BÖLÜM

<b>1. RİSK</b> .....	<b>2</b>
1.1. Riskin Tanımı .....	2
1.2. Risk Çeşitleri .....	3
1.2.1. Kredi Riski.....	3
1.2.2. Operasyonel Risk.....	3
1.2.2.1. İnsan Faktörü .....	3
1.2.2.2. Sistem Riski .....	3
1.2.2.3. İçsel Süreç Riski .....	4
1.2.2.4. Dışsal Riskler.....	4
1.3. Finansal Risk Yönetimi ve Tarihçesi .....	4

## İKİNCİ BÖLÜM

<b>2. VOLATİLİTE MODELLERİ</b> .....	<b>7</b>
2.1. MA Modeli .....	7
2.2. ARMA Modeli.....	8
2.3. EWMA Modeli.....	10
2.4. ARCH Modeli .....	11
2.5. GARCH Modeli.....	12

## ÜÇÜNCÜ BÖLÜM

<b>3. RİSKE MARUZ DEĞER</b> .....	<b>13</b>
3.1. Riske Maruz Değerin Tarihçesi .....	13
3.2. Riske Maruz Değerin Tanımı .....	14
3.3. Riske Maruz Değer Hesaplama Yöntemleri.....	15

3.3.1. Varyans-Kovaryans Yöntemi .....	16
3.3.2. Tarihsel Simülasyon Yöntemi .....	19
3.3.3. Monte Carlo Simülasyonu Yöntemi .....	21
<b>DÖRDÜNCÜ BÖLÜM</b>	
<b>4. GERİYE DÖNÜK TEST .....</b>	<b>24</b>
4.1. Tanımlar, Bernoulli Süreci ve Binom Dağılımı .....	24
4.2. Z Testi.....	27
4.3. Basel Trafik Işığı Testi .....	27
4.4. Kupiec's Time Until First Failure (TUFF) Testi.....	32
4.5. Kupiec's Proportion of Failures (POF) Testi .....	33
4.6. Christoffersen's Independence Testi .....	34
4.7. Christoffersen's Joint Testi.....	36
<b>BEŞİNCİ BÖLÜM</b>	
<b>5. LİTERATÜR ARAŞTIRMASI .....</b>	<b>37</b>
<b>ALTINCI BÖLÜM</b>	
<b>6. AMPİRİK UYGULAMA .....</b>	<b>50</b>
6.1. Tanımlayıcı İstatistikler.....	50
6.2. RMD Hesaplamaları.....	58
6.2.1. Varyans-Kovaryans Yöntemi .....	58
6.2.1.1. Eşit Ağırlıklandırılmış Varyans-Kovaryans Yöntemi .....	60
6.2.1.2. EWMA'ya Dayalı Varyans-Kovaryans Yöntemi.....	66
6.2.2. Tarihsel Simülasyon Yöntemi .....	73
6.3. Geriye Dönük Test .....	76
6.3.1. 250 Günlük Geriye Dönük Test.....	76
6.3.1.1. Aşımalar .....	76
6.3.1.2. Z Testi.....	85
6.3.1.3. Basel Trafik Işığı Testi .....	87
6.3.1.4. Kupiec's Time Until First Failure (TUFF) Testi .....	88
6.3.1.5. Kupiec's Proportion of Failures (POF) Testi.....	90
6.3.1.6. Christoffersen's Independence Testi .....	92
6.3.1.7. Christoffersen's Joint Testi.....	95
6.3.2. 500 Günlük Geriye Dönük Test.....	97
6.3.2.1. Aşımalar .....	98

6.3.2.2. Z Testi.....	106
6.3.2.3. Basel Trafik Işığı Testi .....	108
6.3.2.4. Kupiec's Time Until First Failure (TUFF) Testi .....	110
6.3.2.5. Kupiec's Proportion of Failures (POF) Testi.....	111
6.3.2.6. Christoffersen's Independence Testi .....	113
6.3.2.7. Christoffersen's Joint Testi.....	117
<b>SONUÇLAR VE ÖNERİLER .....</b>	<b>121</b>
<b>KAYNAKÇA .....</b>	<b>124</b>





## TABLolar LİSTESİ

**Şekil-1:** Finansal risk yönetimine ait dönüm noktaları (s. 5.)

**Şekil-2:** Rolling window yöntemi vasıtasıyla örnekleme (s. 25.)

**Şekil-3:** Basel Trafik Işığı Testi'nde yer alan üç bölgenin detayları (s. 28.)

**Şekil-4:** Tip-1 ve tip-2 hata (s. 30.)

**Şekil-5:** Tip-1 ve tip-2 hatanın çeşitli güven aralıklarında gerçekleşme olasılıkları (s. 31.)

**Şekil-6:** ABD Doları'nın getirilerine ait histogram (s. 51.)

**Şekil-7:** Euro'nun getirilerine ait histogram (s. 52.)

**Şekil-8:** BIST-100'ün getirilerine ait histogram (s. 54.)

**Şekil-9:** Portföy-1'in getirilerine ait histogram (s. 55.)

**Şekil-10:** Portföy-2'nin getirilerine ait histogram (s. 56.)

**Şekil-11:** Portföy-3'ün getirilerine ait histogram (s. 57.)

**Şekil-12:** Portföy-1 için E.A. V-K yönteminde 250 gün boyunca gerçekleşen aşımalar (s. 77.)

**Şekil-13:** Portföy-2 için E.A. V-K yönteminde 250 gün boyunca gerçekleşen aşımalar (s. 78.)

**Şekil-14:** Portföy-3 için E.A. V-K yönteminde 250 gün boyunca gerçekleşen aşımalar (s. 79.)

**Şekil-15:** Portföy-1 için EWMA'ya dayalı V-K yönteminde 250 gün boyunca gerçekleşen aşımalar (s. 80.)

**Şekil-16:** Portföy-2 için EWMA'ya dayalı V-K yönteminde 250 gün boyunca gerçekleşen aşımalar (s. 81.)

**Şekil-17:** Portföy-3 için EWMA'ya dayalı V-K yönteminde 250 gün boyunca gerçekleşen aşımalar (s. 82.)

**Şekil-18:** Portföy-1 için TS yönteminde 250 gün boyunca gerçekleşen aşımalar (s. 83.)

**Şekil-19:** Portföy-2 için TS yönteminde 250 gün boyunca gerçekleşen aşımalar (s. 83.)

**Şekil-20:** Portföy-3 için TS yönteminde 250 gün boyunca gerçekleşen aşımalar (s. 84.)

**Şekil-21:** Portföy-1 için E.A. V-K yönteminde 500 gün boyunca gerçekleşen aşımalar (s. 98.)

**Şekil-22:** Portföy-2 için E.A. V-K yönteminde 500 gün boyunca gerçekleşen aşımalar (s. 99.)

**Şekil-23:** Portföy-3 için E.A. V-K yönteminde 500 gün boyunca gerçekleşen aşımalar (s. 100.)

**Şekil-24:** Portföy-1 için EWMA'ya dayalı V-K yönteminde 500 gün boyunca gerçekleşen aşımalar (s. 101.)

**Şekil-25:** Portföy-2 için EWMA'ya dayalı V-K yönteminde 500 gün boyunca gerçekleşen aşımalar (s. 102.)

**Şekil-26:** Portföy-3 için EWMA'ya dayalı V-K yönteminde 500 gün boyunca gerçekleşen aşımalar (s. 103.)

**Şekil-27:** Portföy-1 için TS yönteminde 500 gün boyunca gerçekleşen aşımalar (s. 104.)

**Şekil-28:** Portföy-2 için TS yönteminde 500 gün boyunca gerçekleşen aşımalar (s. 105.)

**Şekil-29:** Portföy-3 için TS yönteminde 500 gün boyunca gerçekleşen aşımalar (s. 105.)

## KISALTMALAR LİSTESİ

**Basel Komitesi/Komite:** Basel Committee on Banking Supervision

**E.A.:** Eşit ağırlıklandırılmış

**EWMA:** Exponentially Weighted Moving Average (Üstel Ağırlıklandırılmış Hareketli Ortalama)

**POF:** Proportion of Failures

**RMD:** Riske Maruz Değer

**TS:** Tarihsel Simülasyon

**TUFF:** Time Until First Failure

**V-K:** Varyans-Kovaryans

## GİRİŞ

Risk, birden fazla sonuç ihtiva eden insan eylemlerinin tümünde yer alan bir kavram olarak finans alanında da yerini alan bir mevhum olmuştur. Risk, finansal açıdan; hem üstlenilmesi hem de kontrol altında tutulması gereken bir kavram olmuştur. Çünkü finansal açıdan üstlenilecek olan bu riskin büyüklüğü, maddi açıdan hem kaybın hem de kazancın büyüklüğüne paralel olabilmektedir. Finansal işlemler içerisinde bulunan kişi veya kurumlar, risk eşiklerine ve/veya talep ettikleri getireye göre finansal riski üstlenirler. Üstlenilen riskin gerekliliklerinin yerine getirilmesi ve istenilen seviyede stabil tutulması noktasında da riskin ölçülmesi işlemi devreye girmektedir. Bu noktada, riske maruz değer, riskin ölçülmesinde rol oynamaktadır. RMD; bir veya birden fazla varlıktan oluşan bir portföyün riskini, belirlenen güven düzeyi ve elde tutma süresi çerçevesinde, parasal tutar olarak veren bir yöntemdir. Buradaki parasal tutar, gerçekleşme ihtimali bulunan maksimum kayıptır. Bu çerçevede hesaplanan RMD tutarı, yukarıda bahsedilen ve aynı zamanda RMD modellerinin temel parametreleri olan; elde tutma süresi ve güven düzeyinden doğrudan etkilenmektedir. Bu parametreler, sermaye yeterliliği üzerine söz söyleme yetkisi bulunan düzenleyici kurumlar tarafından belirlenebildiği gibi, finansal risk yöneticilerinin kendi risk algıları doğrultusunda belirlemeleri de mümkündür.

RMD hesaplamasında kullanılan üç temel yöntem; Varyans-Kovaryans, Tarihsel Simülasyon ve Monte Carlo Simülasyonu yöntemleridir. Yöntemlerin birbirlerine göre zayıf ve güçlü yanları bulunmaktadır. Somutlaştırmak gerekirse, geçmiş verilere erişim durumu veya zaman kısıtı gibi koşullar göz önünde bulundurularak kullanılacak RMD yönteminde karar kılınabilir. RMD yöntemleri için bahsedilen zayıf ve güçlü yanlar, RMD hesaplamalarının iskeletini oluşturan volatilité modelleri için de aynı şekilde geçerlidir.

RMD modellerinin; farklı parametreler altında, farklı performanslar sergilediği bilgisi ışığında, en iyi performansı veren modelin saptanması noktasında geriye dönük test yöntemleri devreye girmektedir. Geriye dönük testler; belirli bir dönem için, hesaplanan RMD'ler ile gerçekleşen getirilerin kıyaslanması suretiyle elde edilen verilerin, birtakım yöntemler vasıtasıyla niceliksel veya niteliksel açıdan

değerlendirilerek RMD modelinin güvenilirlik durumuna karar vermek için kullanılmaktadır.

Bu çalışmada; risk, riske maruz değer ve geriye dönük test kavramları bir zincirin halkaları olarak ele alınmıştır. Yapılan uygulama ile farklı portföyler için; RMD modellerinin verdiği sonuçlar kıyaslanmış, geriye dönük testler vasıtasıyla modellerin güvenilirlikleri sınanmıştır.

## **1. RISK**

### **1.1. Risk'in Tanımı**

Risk insan hayatının bir parçasıdır. Sabah kalktığımız andan akşam yatana dek günlük hayatın farklı evrelerinde, farklı derecede riske maruz kalırız. Bu risklerin bir kısmına istemediğimiz halde maruz kalırken, bir kısmına ise isteyerek maruz kalırız ve belki de bundan keyif duyarız. İstemeyerek maruz kaldığımız riskler sadece zarar göreceğimizi düşündüğümüz risklerdir. İsteyerek maruz kaldığımız risklerden ise bazıları önemsiz, geçici ve haz odaklıyken; bazıları da önemli ve mevcut durumu(statükoyu) değiştirmeye yöneliktir. Örneğin hızlı araba kullanmak anlık ve haz odaklı bir risk iken, bir bilim insanının ömrünü laboratuvarında tehlikeli deneylerle geçirmesi mevcut durumu(statükoyu) değiştirmeye yönelik alınmış bir risktir.

Risk farklı alanlarda ve disiplinlerde kullanılan bir terim olduğundan, farklı risk tanımlamalarını da beraberinde getirmiştir. Mühendislik açısından, risk, istenmeyen bir olayın gerçekleşme olasılığı olarak tanımlanmaktadır. Finans açısından ise, risk, kazanç veya kayıp durumlarının gerçekleşme olasılığını temsil etmektedir. Yani finans açısından, risk kavramı, diğer alanlardan farklı olarak sadece negatif(kayıp) değil, pozitif(kazanç) sonuçların da gerçekleşme olasılığını temsil etmektedir<sup>1</sup>.

---

<sup>1</sup> What Is Risk?, (Çevrimiçi) <http://people.stern.nyu.edu/adamodar/pdfiles/valrisk/ch1.pdf>, 2 Aralık 2017, s. 1.

## **1.2. Risk Çeşitleri**

### **1.2.1. Kredi Riski**

Kredi riski, borçlu olan tarafın borcunu ödeyememesi veya ödemek istememesi sonucunda alacaklı tarafın borcunu tahsil edememesi riskidir. Ödemenin kısmen veya gecikmiş olarak yapılmış olması da kredi riski dahilindedir. Kredi riski, doğası gereği bankacılık sektörünün en temel risklerindedir<sup>2</sup>.

### **1.2.2. Operasyonel Risk**

Operasyonel risk, temel olarak; insanlara, sistemlere, içsel süreçlere ve dışsal faktörlere bağlı olarak kayıp yaşanması riskidir. Bu risklerin kapsamı aşağıdaki gibidir<sup>3</sup>:

#### **1.2.2.1. İnsan Faktörü**

İnsan faktörü, banka yönetiminin veya personelinin yapmış olduğu hata veya yolsuzluk sebebiyle çalıştığı kurumu zarara uğratması durumudur. Hata durumu, çalışanın, herhangi bir kasıt gözetmeden; yorgunluk, isteksizlik, personel yetersizliği veya mesleki yetersizlik gibi faktörler sebebiyle hatalı işlem gerçekleştirerek çalıştığı kurumu zarara uğratması durumudur. Yolsuzluk ise personelin kişisel çıkarları için, doğrudan kendisi veya bir müşteri vasıtasıyla çalıştığı kurumu zarara uğratmak suretiyle yaptığı kriminal işlemlerdir.

#### **1.2.2.2. Sistem Riski**

Son yıllarda gelişen teknoloji ile bankalar, sistemlerini, kökten yenileme mecburiyetinde kalmış ve teknolojinin gelişme hızına paralel olarak bu sistemleri sürekli güncellemek durumunda kalmıştır. Gerçekleştirilen sistemi kökten yenileme veya mevcut sistemi revize işlemleri esnasında veri kayıpları yaşanabilmektedir. Söz konusu sistem değişimi veya revizyonu işlemi doğru planlanmaz ise ihtiyaçları tam

---

<sup>2</sup> Eser Börekci, "Bankacılıkta Faiz Ve Döviz Riski Yönetimi", Nisan 2004, s. 17.

<sup>3</sup> Dilek Leblebici Teker, Burç Ülengin, "Bankacılıkta Operasyonel Risk Ölçüm Modellerinin Türk Bankacılık Sektöründe Faaliyet Gösteren Bir Bankaya Uygulanması", **itüdergisi/b sosyal bilimler**, Cilt:2, Sayı:1, Aralık 2005, s. 13-24., s. 14-16.

olarak karşılamayarak ek uygulamalara ve dolayısıyla ek masraflara sebebiyet verebilir. Ayrıca yetersiz sistemler banka çalışanlarının veya bilgisayar korsanlarının müdahalesine açık hale gelerek, müşterilerin hesaplarında yaşanabilecek olumsuz durumlarda bankayı tazmin yükümlülüğü altında bırakmak suretiyle zarara sebebiyet verecektir.

### **1.2.2.3. İçsel Süreç Riski**

Bankaların iç kontrol sistemlerinin yanlış şekilde kurgulanması veya doğru kurgulansa dahi işlevini etkin şekilde yerine getirememesi suretiyle maruz kalınan risklerdir. İç kontrol sisteminin yanlış kurgulanmasının veya işlevini etkin olarak yerine getirememesinin sebebi risklerin doğru şekilde saptanamamasından kaynaklanmaktadır.

### **1.2.2.4. Dışsal Riskler**

Dışsal faktörler; yasal risk, siyasi risk, doğal afet riski ve kriminal risktir. Yasal risk, bankanın herhangi bir sebepten ötürü davalı veya davacı olduğu bir davayı kaybetmesi riskidir. Siyasi risk, herhangi bir sebepten ötürü bir bankanın mal varlıklarına el konulması veya vergi politikalarında radikal değişiklikler gerçekleşmesi riskidir. Doğal afet riski, yangın, deprem, sel gibi durumların sonucunda bankanın zarara uğrama riskidir. Son olarak kriminal risk ise soygun, terör saldırıları gibi gerçekleşmesi muhtemel fiziki saldırılara maruz kalma riskidir.

## **1.3. Finansal Risk Yönetimi ve Tarihçesi**

Risk, şirketlerin neredeyse bütün finansal ve ekonomik etkinliklerine eklemlenmiş bir kavramdır. Salt olarak risk, bir eylemin sonuçlarının kesin olarak ifade edilememesi olarak tanımlanabilir. Bundan dolayı finansal açıdan risk, gerek gerçekleştirilen finansal bir işlemin, gerekse alınan finansal bir pozisyonun hoş sürprizler doğurma(kazanç) ihtimalinin yanısıra olumsuz şekilde(kayıp) de sonuçlanabilmesinin ihtimalidir<sup>4</sup>. Belirsizlik ise, belirsiz olayların dolayısıyla sonuçları da belirsiz olduğundan, risk kavramından çok daha az saptanabilir ve akıl

---

<sup>4</sup> Arun Bansal v.d., "Financial Risk And Financial Risk Management Technology(RMT): Issues and Advances", **Information and Management**, Volume 24, Issue 5, 1993, s. 267-281., s. 1.

yürütülebilir bir kavramdır. Risk yönetiminin temel amacı, şirketlerin risk veya belirsizlik durumlarıyla karşılaştıklarında başvuracakları referans bir kaynak veya senaryoya sahip olma ihtiyacıdır<sup>5</sup>. Finansal risk yönetimi temel olarak üç adımdan oluşmaktadır. İlk adım şirketi etkileyebilecek potansiyel risklerin tanımlanarak, bu risklerin sınıflandırılmasıdır. Risklerin sınıflandırılması; meydana gelme şekilleri ve finansal açıdan uğranabilecek kaybın büyüklüğü açısından benzerlikleri vasıtasıyla gerçekleştirilebilir. İkinci adım şirketi etkileyebilme potansiyeline sahip bu olayların riskinin ölçülmesidir. Üçüncü adım ise doğru zamanda doğru hamleleri yapmak suretiyle, düzenleyiciler veya karar vericiler tarafından belirlenen risk limitleri çerçevesinde, riskin proaktif şekilde kabul edilebilir sınırlar içerisinde tutulmasıdır<sup>6</sup>.

Finansal risk yönetimine ait dönüm noktalarının tarihsel özeti şu şekildedir<sup>7</sup>:

1730	Japonya'da pirinç fiyatı üzerine ilk future sözleşmeleri
1864	Chicago Ticaret Bakanlığı'nda tarım ürünleri üzerine ilk future sözleşmeleri
1900	Louis Bachelier'in 'Spekülasyon Teorisi' adlı tezi (Brownian Hareketi)
1932	Risk ve Sigorta Dergisi'nin basımı
1946	Finans Dergisi'nin basımı
1952	Markowitz'in 'Portföy Seçimi' adlı makalesinin kamuya paylaşılması
1961-1966	Treynor, Sharpe, Lintner ve Mossin'in CAPM(Finansal Varlık Değerleme Modeli)'i geliştirmesi
1963	Kenneth J. Arrow'un ideal sigorta, ahlaki tehlike ve olumsuz seçim kavramları
1972	Chicago Ticaret Borsası'nda döviz kuru üzerine future sözleşmeleri
1973	Black, Scholes ve Merton tarafından geliştirilen opsiyon değerlendirme modelleri

<sup>5</sup> Georges Dionne, "Risk Management: History, Definition and Critique", Mart 2013, s. 8.

<sup>6</sup> Arun Bansal v.d., "Financial Risk And Financial Risk Management Technology(RMT): Issues and Advances", s. 1.

<sup>7</sup> Georges Dionne, "Risk Management: History, Definition and Critique", s. 6.



1974	Merton'un temerrüt riski modeli
1977	Vasicek ve Cox ile Ingersoll ve Ross tarafından geliştirilen faiz oranı modelleri
1979-1982	Swap, döviz kuru ve faiz oranı swapı formatında ilk tezgahüstü sözleşmeler
1980-1990	Egzotik opsiyonlar, swaplar ve menkul kıymetler
1985	Swap tacirleri birliğinin kuruluşuyla birlikte belirlenen tezgahüstü piyasa işlemleri standartları
1987	Merrill Lynch tarafından ilk defa bir banka için risk yönetimi departmanı kurulması
1988	Basel I
1980'in sonları	RMD hesaplamaları ve ideal sermaye tutarı hesaplamaları
1992	Heath, Jarrow ve Morton tarafından yazılan forward kuru eğrisi üzerine makale
1992	Bütünleşik risk yönetimi
1992	Riskmetrics
1994-1995	Türev araçların hatalı kullanımı üzerine gerçekleşen ilk iflaslar serisi: Procter and Gamble, Orange County ve Barings
1997	Creditmetrics
1997-1998	Asya ve Rusya krizleri ile LTCM şirketinin iflası
2001	Enron'un iflası
2002	Sarbanes-Oxley ve New York Ticaret Borsası tarafından belirlenen yeni yönetim kuralları
2004	Basel II
2007	Küresel finansal krizin başlangıcı
2009	AB tarafından belirlenen borç ödeme gücüne dayalı sermaye yeterliliğinin 2. versiyonu (Solvency II)
2010	Basel III

Şekil-1: Finansal risk yönetimine ait dönüm noktaları

## 2. VOLATİLİTE MODELLERİ

Volatilite, bir finansal varlığın; belirlenen elde tutma süresine ve ölçüm yöntemine bağlı olmak suretiyle gerçekleşen fiyat değişkenliğidir. Günümüzde yaygın olarak kullanılan volatilite modelleri; MA(Hareketli Ortalama), EWMA(Üstel Ağırlıklı Hareketli Ortalama), ARMA, ARCH, GARCH ve stokastik modellerdir.

Volatilitiyi hesaplamak, aktif risk yönetiminin önemli bir adımı ve parçasıdır. Bu işleme volatilite hesabı yerine volatilite tahmini de denilebilir. Çünkü yapılan işlem, gelecek bir zaman için, geçmişte gerçekleşmiş veriler vasıtasıyla volatilitiyi tahmin etmektir. Volatilite hesaplamasının başarı kistası, hata payını ( $\epsilon = \sigma_t - \hat{\sigma}_t$ ) minimize edebilecek  $\hat{\sigma}_t$  değerini hesaplayabilmektir. Bu minimizasyon işleminin başarısı ancak gelecekte (*t anında*), yani gerçekleşen volatilite ( $\sigma_t$ ) gözlemlenebilir olduğunda, geçmiş veriler vasıtasıyla yapılan volatilite tahmini ( $\hat{\sigma}_t$ ) ile arasındaki fark kıyaslanabilir durumdayken anlaşılacaktır. Bu bağlamda bir volatilite modelinin başarısını belirlemek veya modeller arası başarı kıyaslaması yapabilmek için birtakım hata ( $\epsilon$ ) fonksiyonlarından yararlanılmaktadır. Bu hata fonksiyonlarından en yaygın kullanılanı Hata Karaleri Ortalamasının Karekökü(RMSE)'dür<sup>8</sup>. Aşağıdaki gibi hesaplanmaktadır:

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{N} * \sum_{t=1}^N (\hat{\sigma}_t - \sigma_t)^2}$$

### 2.1. MA Modeli

Basit hareketli ortalama modeli, volatilite hesabına konu olacak geçmiş verilerin günlük getirilerinin ortalaması alınarak, bu hesaplanan ortalamanın gelecekteki volatilitiyi yansıttığı varsayımına dayanmaktadır. Basit hareketli ortalama aşağıdaki gibi hesaplanmaktadır:

$$r_t = \mu + \epsilon_t$$

---

<sup>8</sup> Sergiy Ladokhin, "Volatility Modeling in Financial Markets", 26 Temmuz 2009, s. 11.

$$\sigma_t^2 = \frac{1}{N} * \sum_{i=1}^N r_{(t-i)}^2$$

$r$  = günlük getiriler

$\mu$  = günlük getirilerin ortalaması

$\varepsilon_t$  = hata terimi

$t = 1, 2, \dots, N$  olmak üzere volatilité tahmini yapılacak anı temsil etmektedir.

Bu modelin en büyük yetersizliği, volatilité hesabına konu olacak varlıkların fiyatlarındaki ani değişiklikleri iyi yansıtamıyor oluşudur. Somutlaştırmak gerekirse, aslında hayati önemde olabilecek ve volatilité hesabı yapan analiste önemli ipucu sağlayabilecek sert bir fiyat değişikliği, volatilité hesabı için yararlanılacak geçmiş veri seti uzun tutulduğu takdirde, bu uzun veri seti içerisinde yutulurak önemini yitirecektir<sup>9</sup>.

## 2.2. ARMA Modeli

Otoregresif Hareketli Ortalama (ARMA) modeli, volatilité tahmin başarısı açısından diğer kapsamlı modellerin çok az da olsa gerisinde kalsa da, uygulama açısından nispeten kolay oluşu ve harcanan çabaya oranla isabetli sayılabilecek sonuçlar vermesi açısından iyi bir yöntemdir<sup>10</sup>.

ARMA(p,q) modeli, ayrı formda bulunan AR(p) ve MA(q) modellerinin etkin şekilde bir araya getirilmesiyle oluşturulan bir zaman serisidir. AR(p) modelinin notasyonu aşığıdaki gibidir<sup>11</sup>:

---

<sup>9</sup> Rune Haddeland Einarsen, "A Comparative Study of Volatility Forecasting Models", 1 June 2014, s. 8.

<sup>10</sup> Bujar Bunjaku, Armin Näsholm, "Forecasting Volatility – A Comparison Study of Model Based Forecasts and Implied Volatility", 2010, s. 12.

<sup>11</sup> Ivo Jánký, Milan Rippel, "Value at Risk forecasting with the ARMA-GARCH family of models in times of increased volatility", IES Working Paper: 27/2011, s. 2.

$$y_t = \mu + \sum_{i=1}^p \beta_i * y_{t-i} + \varepsilon_t$$

$y_t = t$  anında,  $y_{t-i}$ 'nin gözlemlenmiş değerlerine bağlı olarak gerçekleşmiş tesadüfi değişken

$\mu$  = ortalama sabiti

$\varepsilon_t$  = tesadüfi hata'dır.

Burada tesadüfi hata olan  $\varepsilon_t$  beyaz gürültü süreci olarak adlandırılmaktadır. Beyaz gürültü süreci varsayımı zaman serilerinin analizinde hayati bir role sahiptir. Bu süreç sabit bir ortalamaya sahip olmanın yanısıra eşvaryanslıdır. Buna ilaveten hata terimi üzerinde otokorelasyona hiçbir suretle müsaade etmemektedir<sup>12</sup>.

MA(q) modelinin notasyonu aşağıdaki gibidir:

$$y_t = \mu + \sum_{j=1}^q \alpha_j * \varepsilon_{t-j} + \varepsilon_t$$

$y_t$  = hata terimi olan  $\varepsilon_{t-i}$ 'nin gözlemlenmiş değerlerine bağlı olarak gerçekleşmiş tesadüfi değişken

$\alpha_i$  = modelin değişkeni

$\mu$  = ortalama sabiti

$\varepsilon_t$  = tesadüfi hata'dır.

AR(p) modelinde olduğu gibi beyaz gürültü süreci varsayımı, MA(q) modeli için de mevcuttur. AR(p) ve MA(q) modellerinin harmanlanması vasıtasıyla oluşturulan ARMA(p,q) modelinin notasyonu aşağıdaki gibidir<sup>13</sup>:

---

<sup>12</sup> Bujar Bunjaku, Armin Näsholm, "Forecasting Volatility – A Comparison Study of Model Based Forecasts and Implied Volatility", s. 12.

<sup>13</sup> Ivo Jánký, Milan Rippel, "Value at Risk forecasting with the ARMA-GARCH family of models in times of increased volatility", s. 2.

$$y_t = \mu + \varepsilon_t + \sum_{i=1}^p \beta_i * y_{t-i} + \sum_{j=1}^q \alpha_j * \varepsilon_{t-j}$$

### 2.3. EWMA Modeli

RiskMetrics tarafından kullanıma sunulmuş bir modeldir. Volatilitiyi, tarihsel olarak en yakın olan veriye en fazla ağırlığı vermek suretiyle hesaplayan bir yöntemdir. Bu yüzden güncel piyasa hareketlerine karşı çok hassas bir modeldir. EWMA modeli, zaman boyunca fiyatların ve volatilitenin değiştiği varsayımında bulunmaktadır<sup>14</sup>. EWMA vasıtasıyla volatilitenin aşağıdaki gibi hesaplanmaktadır:

$$\sigma_n^2 = (1 - \lambda) * \sum_{i=1}^{\infty} \lambda^{(i-1)} * u_{(n-i)}^2$$

Formülün tekrarlanan formunu özetlemek gerekirse:

$$\sigma_n^2 = \lambda * \sigma_{(n-1)}^2 + (1 - \lambda) * u_{(n-1)}^2$$

Notasyonda  $u$  normal dağılıma sahip olduğu varsayılan günlük getirilerdir.  $n$  ise volatilitenin hesabına konu olan getirilerden herhangi birinin hesaplandığı zamanı ve gözlemi temsil etmektedir.  $n$ , 1'den sonsuza kadar bir değer alabilir<sup>15</sup>.

Modeldeki en önemli değişken üstel faktör ( $\lambda$ )'dür. Üstel faktör değeri, 0 ile 1 aralığında bir değerdir. Üstel faktör 1'e yaklaştıkça geçmiş verilere daha fazla ağırlık verilirken, 1'den uzaklaştıkça yakın zamanda gerçekleşen verilere daha fazla ağırlık verilmektedir. Volatilitenin tahmini yapılmak istenen dönem uzadıkça daha fazla geçmiş veriden yararlanılacağından, geçmiş verilerin ağırlığı artacaktır. Aynı şekilde volatilitenin tahmini yapılmak istenen dönem kısaldıkça geçmiş veriye olan ihtiyaç azalmaktadır. Buradan hareketle, volatilitenin hesaplanması yapılmak istenen dönem uzadıkça  $\lambda$  değeri

<sup>14</sup> Turhan Korkmaz, Kazım Aydın, "Using EWMA and GARCH Methods in VAR Calculations: Application on ISE-30 Index", 2002, s. 6.

<sup>15</sup> Rune Haddeland Einarsen, "A Comparative Study of Volatility Forecasting Models", s. 9.

nispeten 1'e yaklaşırken, volatilité hesaplaması yapmak istenen dönem kısıldıkça  $\lambda$  değeri nispeten 1'den uzaklaşmaktadır<sup>16</sup>.

## 2.4. ARCH Modeli

Otoregresif Koşullu Değişen Varyans(Autoregressive Conditional Heteroskedasticity) modeli 1982 yılında Engle tarafından tanıtılmıştır. Bu modelin özğün hali standart sapmadan ziyade varyans kullanmaktadır. ARCH(q) modelinin notasyonu aşağıdaki gibidir:

$$r_t = \mu + \varepsilon_t$$
$$\varepsilon_t = \sqrt{\sigma_t^2} * z_t$$
$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^q \alpha_i * \varepsilon_{(t-i)}^2$$

$\sigma_t^2$  = koşullu varyans

$r_t$  = t zamanındaki getirilerin koşullu tahmini

$\mu$  = ortalama getiri

$\varepsilon_t$  = hata terimleri

$z_t$  = normal dağılmış tesadüfi değişkenler

$\alpha_0; \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_q$  değişkenleri ise modelin parametreleridir<sup>17</sup>.

$\alpha_0$  sıfırdan büyük,  $\alpha_i$  ise sıfıra eşit veya sıfırdan büyüktür. Bu model şu anki varyansın, geçmiş varyansla ilişkili olduğu bir süreç yaratmaktadır. Bu sayede model,

<sup>16</sup> Cantürk Kayahan, Oğuzhan Aydemir, Barış Akçay, "Döviz Piyasalarında EWMA Modeli Kullanılarak Hesaplanan Volatilité Tahminlerinin Test Edilmesi", **Sosyal Ekonomik Araştırmalar Dergisi**, Cilt: 8, Sayı: 16, 2009, s. 503-522., s. 509.

<sup>17</sup> Sergiy Ladokhin, "Volatility Modeling in Financial Markets", 26 July 2009, s. 14.

finansal piyasalarda gerçekleşmiş volatilité yığılmalarını yakalama imkanı sunmaktadır.  $\alpha_i$  değişkeni, modelin piyasadaki güncel değişikliklere ne denli hızlı yanıt verdiğini göstermektedir<sup>18</sup>.

$z_t$  süreci, koşullu varyans ile birlikte hareket etmekle beraber, otoregresif regresyon sürecinin ardından gelmektedir.  $\alpha_i$  değişkeninin sıfıra eşit veya büyük oluşu ve  $i$ 'nin bire eşit veya birden büyük oluşu, koşullu varyansın pozitif olmasını güvence altına almaktadır<sup>19</sup>.

## 2.5. GARCH Modeli

Genelleştirilmiş Otoregresif Koşullu Değişen Varyans (Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity) (p,q) modeli, ARCH(q) modeline hareketli ortalama teriminin eklenmesi suretiyle elde edilmiş bir modeldir. Hareketli ortalama teriminin eklenmesi; piyasada gerçekleşen ani hareketlerden, varyansın, sert şekilde etkilenmesinin önüne geçilebilmesi açısından önemlidir. Bu sayede varyansın, geçmiş piyasa verileriyle daha tutarlı olması sağlanmaktadır<sup>20</sup>. GARCH(p,q) modelinin notasyonu aşağıdaki gibidir:

$$r_t = \mu + \varepsilon_t$$

$$\varepsilon_t = \sqrt{\sigma_t^2} * z_t$$

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{j=1}^p \beta_j * \sigma_{(t-j)}^2 + \sum_{i=1}^q \alpha_i * \varepsilon_{(t-1)}^2$$

$\sigma_t^2$  = koşullu varyans

$r_t$  = t zamanındaki getirilerin koşullu tahmini

<sup>18</sup> Andreas Johansson, Victor Sowa, "A Comparison of GARCH Models for VAR Estimation in Three Different Markets", 2013, s. 6.

<sup>19</sup> Sergiy Ladokhin, "Volatility Modeling in Financial Markets", s. 14.

<sup>20</sup> Andreas Johansson, Victor Sowa, "A Comparison of GARCH Models for VAR Estimation in Three Different Markets", s. 6.

$\mu$  = ortalama getiri

$\varepsilon_t$  = hata terimleri

$z_t$  = normal dağılmış tesadüfi değişkenler

$\alpha_0; \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_q; \beta_1, \beta_2, \dots, \beta_p$  değerleri ise modelin parametreleridir<sup>21</sup>.

$\alpha_0, \beta_j, \alpha_i$  değişkenleri sıfıra eşit veya sıfırdan büyüktür.  $\alpha_i$  değişkeni, piyasada gerçekleşen güncel değişikliklere modelin yanıt verme hızını göstermektedir.  $\beta_j$  değişkeni ise, koşullu değişen varyansın zaman boyunca ne denli süreklilik sağlayabileceğini açıklamaktadır. Somutlaştırmak gerekirse,  $\beta_j$  değişkeni büyüdükçe modelin piyasada gerçekleşen güncel değişikliklere yanıt verme hızı düşecektir<sup>22</sup>.

### 3. RİSKE MARUZ DEĞER

#### 3.1. Riske Maruz Değer'in Tarihçesi

RMD 1990'ların ortasına kadar sık kullanılan bir terim olmamakla beraber, kökeni daha eskilere dayanmaktadır. RMD'nin altında yatan matematik, ağırlıklı olarak Harry Markowitz ve diğerlerinin Portföy Teorisi bağlamında geliştirilmiş olsa da çabaları, onları, yatırımcılar için optimal portföyü oluşturabilme sonucuna, yani Portföy Teorisi'ne götürdü. Portföy Teorisi'nde odaklanılan Piyasa riskleri ve aynı yönlü hareket riski, bilhassa RMD'nin hesaplanmasında da büyük paya sahiptir.

RMD benzeri düzenleyici amaçlarla kullanılmış ilk ölçüler, 1980 yılında Securities Exchange Commission'ın finansal hizmet şirketlerinin sermaye yeterliliklerini, maruz kalınması muhtemel kayıplar ile ilişkilendirmesiyle kullanılmaya başlanmıştır. RMD terimi telaffuz edilmese de temelde aynı mantıkla Securities Exchange Commission, finansal hizmet şirketlerinden, otuz günlük zaman dilimi için %95 güven aralığında gerçekleşme olasılığı bulunan kaybı tazmin edebilecek kadar sermaye tutmalarını istiyordu.

<sup>21</sup> Sergiy Ladokhin, "Volatility Modeling in Financial Markets", s. 15.

<sup>22</sup> Andreas Johansson, Victor Sowa, "A Comparison of GARCH Models for VAR Estimation in Three Different Markets", s. 7.



Diğer taraftan, yatırım bankalarının ve ticaret bankalarının ticari portföyleri büyümeye devam ederken aynı zamanda daha volatil hale geliyordu. Bu durum daha kapsamlı ve süre açısından isabetli risk ölçüm yöntemlerine olan ihtiyacı beraberinde getirdi. Banker's Trust bankasından Ken Garbade, 1986 yılında RMD'nin detaylı ölçüm şekillerini şirket içi sunumlarında tanıttı. Ken Garbade, şirketin sabit getirili portföylerinin riskini, farklı vadelerdeki tahvillerin getirilerinin kovaryansına dayalı olarak hesapladı<sup>23</sup>.

1990'ların başlarından itibaren, birçok finansal hizmet şirketi, tam olarak oturmamış ve ölçüm şekli şirketten şirkete farklılık gösteren RMD yöntemleri kullanmaya başlamıştı. 1993 ve 1995 yılları arasında türev ürünlerin ve kaldıraçın kullanımına bağlı olarak çok sayıda devasa kayıplar yaşandı. Singapur'da genç trader Nick Leeson'ın gerçekleştirdiği izinsiz Nikkei future ve opsiyon alım satımının sebep olduğu, İngiliz yatırım bankası Barings'in iflası bu kayıpların en büyüğüdü. Barings'in iflası ile şirketler, daha kapsamlı risk ölçüm yöntemlerinin gerektiğini anladılar. 1995 yılında JP Morgan, risk yönetimi için kullandığı çeşitli menkul kıymetler ve gayrimenkuller ile ilgili yaklaşık 10 yıllık varyans ve kovaryans verilerini kamu ile paylaştı. Ayrıca yazılım geliştiricilere risk ölçümü için yazılım geliştirmelerine de izin verdi. Geliştirilen yazılıma 'RiskMetrics' adı verilirken, paylaşılan verilerden oluşturulan risk ölçüm yöntemine ise RMD adı verildi. RMD tanıtıldıktan sonra ticari bankalar, yatırım bankaları ve düzenleyiciler tarafından hemen kabul gördü. Son yıllarda ise RMD, finansal hizmet alanında faaliyet göstermeyen şirketler tarafından dahi yaygın şekilde kullanılmaya başlanmıştır<sup>24</sup>.

### 3.2. Riske Maruz Değerin Tanımı

Genel bir tanım olarak; RMD tek başına, gerçekleşmesi muhtemel portföy kayıplarının özet istatistiksel ölçüsüdür. RMD, normal piyasa hareketlerinden dolayı gerçekleşebilecek kayıpları ölçer<sup>25</sup>.

---

<sup>23</sup> Value at Risk (VaR), (Çevrimiçi) <http://people.stern.nyu.edu/adamodar/pdfiles/papers/VAR.pdf>, 14 Aralık 2017, s. 3.

<sup>24</sup> A.e., s. 4.

<sup>25</sup> Thomas J. Linsmeier, Neil D. Pearson, "Value at Risk", *Financial Analysts Journal*, Volume 56, Issue 2, March/April 2000, s. 48.

Daha detaylı olarak; RMD, belirli bir sürede ve belirli bir olasılıkla, bir varlığın veya portföyün değerinde meydana gelebilecek maksimum kaybı ölçen bir yöntem olarak tanımlanabilir<sup>26</sup>.

Hesaplanmasında kullanılan varsayımlara bağlı olmakla beraber, RMD, bir portföydeki tüm riskleri sadece bir rakama indirgemektedir.

RMD'yi hesaplamak için, portföyün değerini etkileyen temel piyasa oranları ve fiyatları, yani piyasa faktörleri doğru şekilde tespit edilmelidir. Ancak piyasa faktörleri belirlenirken bu sayının sınırlı tutulmasına dikkat edilmelidir. Çünkü piyasa faktörlerinin sayısına dikkat edilmezse; bir portföyün piyasa riskinin, sayısal bazda ölçümü altından kalkılamaz bir problem haline gelebilir. Forward sözleşmesi gibi basit bir finansal aracı bile ele alırsak, sınırsız sayıda fiyat ve teslim tarihi parametre olarak kullanılabilirdiğinden, sonsuz sayıda sözleşme varyasyonu teorik olarak da olsa mümkün olabilir. Kaldı ki swaplar, gömülü opsiyon kredileri ve opsiyonlar gibi daha karmaşık finansal araçlar göz önünde bulundurulduğunda, finansal araçların değerini belirlerken, temel piyasa faktörü sayısını sınırlamak önemli bir başlangıç olacaktır<sup>27</sup>.

### 3.3. Riske Maruz Değer Hesaplama Yöntemleri

RMD hesaplama yöntemleri temel olarak ikiye ayrılmaktadır. Bunlardan birincisi parametrik yöntemdir. Parametrik yöntem aynı zamanda Varyans-Kovaryans yöntemi, parametrik yöntem, analitik yöntem, delta-normal yöntemi veya normal lineer yöntem gibi isimler de verilmektedir. İkincisi ise simülasyon yöntemleridir. Simülasyon yöntemleri ise; Tarihsel Simülasyon Yöntemi ve Monte Carlo Simülasyon Yöntemi'dir<sup>28</sup>.

RMD hesaplanırken, iki temel parametre kullanılmaktadır. Bunlardan birincisi anlamlılık seviyesi ( $\alpha$ ) veya güven aralığı ( $1-\alpha$ )'dir. İkincisi ise elde tutma süresidir.

---

<sup>26</sup> Erhan DEMİRELİ, Berna TANER, "Risk Yönetiminde Riske Maruz Değer Yöntemleri ve Bir Uygulama", **Süleyman Demirel Üniversitesi İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi Dergisi**, 2009, C.14, S.3, s. 127-148., s. 129.

<sup>27</sup> Thomas J. Linsmeier, Neil D. Pearson, "Value at Risk", s. 49.

<sup>28</sup> Yasemin KOLDERE AKIN, Umut AKDUĞAN, "Finansal Piyasalarda Risklerin Belirlenmesinde Riske Maruz Değer Yöntemine İlişkin Bir Uygulama", **Trakya Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi**, Cilt 14, Sayı 1, Haziran 2012, s. 225-236., s. 228.

Anlamlılık seviyesi genellikle düzenleyiciler tarafından belirlenir. Basel II'ye göre piyasa riskine bağlı sermaye yeterliliğini belirlemek için RMD kullanan bankalara, anlamlılık seviyesini %1 (güven aralığı %99) olarak kabul etmeleri şart koşulmuştur. Düzenleyicilerin bulunmadığı durumlarda ise güven düzeyi, RMD kullanıcısının risk algısına ve risk toleransına bağlı olarak değişkenlik göstermektedir.

Elde tutma süresi ise, gerçekleşmesi muhtemel kaybı ölçtüğümüz zaman dilimidir. Basel bankacılık düzenlemesine göre, RMD hesaplanırken elde tutma süresinin 10 gün kabul edilmesi kararlaştırılmıştır. Ancak düzenleyici kurumların bulunmadığı durumlarda, farklı varlıkların, likiditeleri de farklı olduğundan riskleri hesaplanırken farklı elde tutma süreleri kullanılır. Likit bir varlığın pozisyonu hızlı ve kolay bir şekilde kapatılabilirken veya hedge edilebilirken, likit olmayan bir varlık için bu durum tam tersidir. Bundan dolayı RMD hesaplamasına konu olan varlığın likiditesi arttıkça elde tutma süresi daha kısa kabul edilirken, likiditesi azaldıkça elde tutma süresi daha uzun kabul edilir<sup>29</sup>. Ayrıca RMD hesaplamasında kullanılacak modelin normallik varsayımı ve RMD hesabına konu olan portföyün içerisindeki varlıkların değiştirilme sıklığı da elde tutma süresini etkileyen diğer faktörlerdir. RMD hesabına konu olan portföyün varlıklarına ait getirilerin normallik varsayımını sağlamadığı durumlarda, normallik varsayımını sağlamak maksadıyla elde tutma süresi kısa tutulmalıdır. RMD hesabına konu olacak portföydeki varlıkların sık değişeceği öngörülüyorsa, risk hesabının isabetli olması açısından aynı şekilde elde tutma süresi kısa tutulmalıdır<sup>30</sup>.

### 3.3.1. Varyans-Kovaryans Yöntemi (Parametrik RMD)

Varyans-kovaryans yöntemi, geçmiş verilerin fiyatlarına ve oranlarına ait volatilitelerin ve korelasyonların, gelecekteki risk faktörlerinin projeksiyonu için kullanılmasına dayanmaktadır<sup>31</sup>.

<sup>29</sup> Carol ALEXANDER, **Market Risk Analysis: Value-At-Risk Models**, Volume 4, Feb 2009, s. 13-14.

<sup>30</sup> Özgür Eser, "Piyasa Riski Ölçümü Olarak Riske Maruz Değer Ve Hisse Senedi Portföyleri İçin Bir Uygulama", İstanbul, 2010, s. 19.

<sup>31</sup> K. Evren Bolgün, M. Barış Akçay, **Türk Finans Piyasalarında Entegre Risk Ölçüm ve Yönetim Uygulamaları**, Scala Yayıncılık, 3. Baskı, İstanbul, 2009, s. 429.

Varyans-kovaryans yaklaşımında, portföydeki varlıkların getirilerinin normal dağıldığı ve portföyün getirisinin, risk faktörleri ile doğrusal ilişkiye sahip olduğu varsayımında bulunmaktadır. Bundan dolayı portföy riski, normal dağıldığı varsayılan risk faktörlerinin doğrusal bileşimine tekabül etmektedir. Dolayısıyla nihai olarak portföy riski, risk faktörlerine ilişkin kovaryans matrisinin hesaplanması vasıtasıyla bulunmaktadır. Tüm bu sebeplerden ötürü varyans-kovaryans yöntemi ile RMD hesaplanabilmesi için her bir risk faktörüne ait volatiliteler ve kovaryans tahminlerinin hesaplanmasına ihtiyaç duyulmaktadır<sup>32</sup>.

Varyans-kovaryans yöntemine göre RMD şu şekilde hesaplanmaktadır:

$$RMD = PV_p * \alpha * \sigma * \sqrt{t}$$

$PV_p$  = portföyün bugünkü değeri

$\alpha$  = güven düzeyi (tek kuyruk z istatistiği)

$\sigma$  = portföyün volatilitesi (standart sapması)

t = elde tutma süresi'dir.

İki varlıktan oluşan portföyün volatilitesi şu şekilde hesaplanmaktadır:

$$\sigma_p = \sqrt{w_1^2 * \sigma_1^2 + w_2^2 * \sigma_2^2 + 2 * w_1 * w_2 * \rho_{1,2} * \sigma_1 * \sigma_2}$$

veya

$$\sigma_p = \sqrt{w_1^2 * \sigma_1^2 + w_2^2 * \sigma_2^2 + 2 * w_1 * w_2 * cov_{1,2}}$$

formülüyle hesaplanmaktadır. Bu formülde;

$w_1$  = 1. varlığın portföydeki ağırlığı

---

<sup>32</sup> Sevda GÜRSAKAL, "Hisse Senedi ve Döviz Piyasası Risklerinin Riske Maruz Değer Yöntemi İle Karşılaştırılması", **Uludağ Üniversitesi İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi Dergisi**, Cilt XXVI, Sayı 2, 2007, s. 61-76., s. 64.

$w_2$  = 2. varlığın portföydeki ağırlığı

$\sigma_1$  = 1. varlığın standart sapması

$\sigma_2$  = 2. varlığın standart sapması

$\rho_{1,2}$  = 1. ve 2. varlığın korelasyonu'dur. Bu korelasyon ise şekilde hesaplanmaktadır;

$$\rho_{1,2} = \frac{cov_{1,2}}{\sqrt{\sigma_1^2 * \sigma_2^2}}$$

Üç varlıktan oluşan portföyün volatilitesi şu şekilde hesaplanmaktadır:

$$\sigma_p = \sqrt{w_1^2 * \sigma_1^2 + w_2^2 * \sigma_2^2 + w_3^2 * \sigma_3^2 + 2 * w_1 * w_2 * \rho_{1,2} * \sigma_1 * \sigma_2 + 2 * w_1 * w_3 * \rho_{1,3} * \sigma_1 * \sigma_3 + 2 * w_2 * w_3 * \rho_{2,3} * \sigma_2 * \sigma_3}$$

Daha genel ve matematiksel şekilde formülize etmek gerekirse bir portföyün volatilitesi (standart sapması) ise şu şekilde hesaplanmaktadır:

$$\sigma_p^2 = [w_1 \ w_2 \ \dots \ w_n] * \Sigma * \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ \vdots \\ w_n \end{bmatrix}$$

$\Sigma$  = Varyans-kovaryans matrisidir. Aşağıdaki gibi hesaplanmaktadır:

$$\Sigma = \begin{bmatrix} \sigma_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \sigma_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \sigma_n \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} \rho_{1,1} & \rho_{1,2} & \dots & \rho_{1,n} \\ \rho_{2,1} & \rho_{2,2} & \dots & \rho_{2,n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \rho_{n,1} & \rho_{n,2} & \dots & \rho_{n,n} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} \sigma_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \sigma_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \sigma_n \end{bmatrix}$$

Nihai olarak portföyün volatilitesi matrisler vasıtasıyla aşağıdaki gibi hesaplanmaktadır<sup>33</sup>:

$$\sigma_p^2 = [w_1 \ w_2 \ \dots \ w_n] * \begin{pmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \sigma_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \sigma_n \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} \rho_{1,1} & \rho_{1,2} & \dots & \rho_{1,n} \\ \rho_{2,1} & \rho_{2,2} & \dots & \rho_{2,n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \rho_{n,1} & \rho_{n,2} & \dots & \rho_{n,n} \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} \sigma_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \sigma_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \sigma_n \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ \vdots \\ w_n \end{bmatrix} \end{pmatrix}$$

$\sigma_p^2$  = Portföyün volatilitesi

$w_i$  = Portföyde yer alan varlıkların ağırlıkları

$\rho_{i,j}$  = Risk faktörlerine ait korelasyon katsayıları

### 3.3.2. Tarihsel Simülasyon Yöntemi

RMD hesaplama yöntemi olarak tarihsel simülasyon yöntemi Jacob Boudoukh(1998) ve Barone-Adesi(1998-1999) tarafından yazılan bir dizi çalışma kağıdı ile tanıtıldı. Son yapılan araştırmalara göre, bankaların 3/4'ü varyans-kovaryans yöntemi veya Monte Carlo Simülasyonu yöntemi yerine tarihsel simülasyon yöntemini tercih ettiği saptanmıştır. Bunun sebebi tarihsel simülasyon yönteminin sağladığı birtakım avantajlardır. Bu avantajların en önemlisi tarihsel simülasyon yöntemine dayalı olarak RMD hesaplanırken, risk faktörünün getiri dağılımının parametrik formu üzerine bir varsayımda bulunmak zorunda olunmamasıdır. Buna karşılık diğer modeller, asimetrik ve ağır kuyruklu risk faktörü getirileri içerdiği durumlarda bile, çok değişkenli risk faktörü getirilerini modelleyebilmek için parametrik bir forma uygun olmak zorundadır<sup>34</sup>.

<sup>33</sup> Yasemin KOLDERE AKIN, Umut AKDUĞAN, "Finansal Piyasalarda Risklerin Belirlenmesinde Riske Maruz Değer Yöntemine İlişkin Bir Uygulama", s. 229.

<sup>34</sup> Carol ALEXANDER, **Market Risk Analysis: Value-At-Risk Models**, Volume 4, s. 141.

Diğer parametrik yöntemlerin aksine, tarihsel simülasyon yöntemi, getiri dağılımları üzerine belli bir varsayımında bulunmamaktadır. Ancak tarihsel simülasyon yöntemi; geçmiş getirilerin, iyi sayılabilecek şekilde dağıldığını ve gelecekte gerçekleşmesi beklenen getirileri tam olarak temsil ettiğini üstü kapalı bir şekilde varsaymaktadır<sup>35</sup>.

Tarihsel simülasyon yöntemi vasıtasıyla RMD hesaplamasına başlarken, ilk olarak portföyde yer alan varlıkların tercih edilen sayıda geçmiş verilerinin temin edilmesi gerekmektedir. Ardından temin edilen bu geçmiş verilerle, portföyde yer alan varlıkların günlük getirileri hesaplanır. Varlıkların hesaplanan günlük getirileriyle, portföydeki ağırlıklarının çarpılması suretiyle elde edilen ağırlıklandırılmış getirilerin toplanması vasıtasıyla portföyün günlük getirisi hesaplanır. Bu adımın formülize edilmesi aşağıdaki gibidir:

$$R_t^p = \sum_{i=1}^n w_i * R_{i,t}$$
$$t = 0, \dots, T$$

Oransal bazda elde edilen portföyün günlük getirilerinin, portföye yapılan toplam yatırım tutarı ile çarpılması suretiyle portföyün parasal bazdaki günlük getirileri bulunur. Ardından, bulunan parasal bazdaki günlük getiriler küçükten büyüğe sıralanır. RMD hesaplaması yapılmak istenen güven düzeyi ile gözlem sayısının çarpılması suretiyle elde edilen sayıdan sonra gelen ilk tam sayıya tekabül eden gözleme ait getiri portföyün RMD'si olacaktır<sup>36</sup>.

Tarihsel simülasyon yöntemine getirilen eleştiriler ise, RMD hesaplaması yalnızca geçmiş verilere dayandığından gelecekte oluşabilecek farklı risklerin hesaba katılamamasıdır. Ayrıca RMD hesaplamasında kullanılan veri setinin ekstrem bir döneme, yani aşırı dalgalanmaların görüldüğü bir döneme rastlaması da bir diğer

<sup>35</sup> Hao Li v.d., "Approaches to VaR", 2012, (Çevrimiçi)  
[https://web.stanford.edu/class/msande444/2012/MS&E444\\_2012\\_Group2a.pdf](https://web.stanford.edu/class/msande444/2012/MS&E444_2012_Group2a.pdf), s. 6., 25 Aralık 2017

<sup>36</sup> Kevin DOWD, **Beyond Value At Risk: The New Science of Risk Management**, John Wiley & Sons, 4 May 1999, s. 99.

istenmeyen olumsuz durumdur. Bir diğer eleştiri ise, RMD hesaplaması uzun bir vade için yapılırsa, daha büyük bir veri seti gerektirecek, yani daha eski tarihli gözlem verilerine olan ihtiyacı beraberinde getirecektir. Daha eski tarihli gözlemlerden yararlanılması ise yakın dönemdeki piyasa değişimlerini daha az yansıtacak olduğundan, bu durum yöntemin bir başka eleştiri alan tarafıdır<sup>37</sup>.

### 3.3.3. Monte Carlo Simülasyonu Yöntemi

Monte Carlo Simülasyonu en güçlü RMD hesaplama yöntemi olarak kabul edilmektedir. Bunun temel sebebi ise, bu yöntem ile yapılan RMD hesaplamasında doğrusal olmayan portföy getirilerinin de hesaba katılmasıdır. Ayrıca gelecekte gerçekleşmesi muhtemel değişimlerin hesaba katılması da, bu yöntemin bir diğer güçlü yönüdür<sup>38</sup>.

Monte Carlo Simülasyonu ile Tarihsel Simülasyon yöntemleri karşılaştırıldığında aradaki en temel fark, Tarihsel Simülasyon Yönteminin olası portföy getiri senaryosu oluşturmak için, RMD hesaplaması yapılmak istenen gün sayısı kadar, risk faktörlerine ait o kadar günlük geçmişe ait verilerdeki değişimler kullanılmaktadır. Monte Carlo Simülasyonu yönteminde ise piyasa faktörlerinde gerçekleşmesi muhtemel değişimleri yeterli düzeyde yansıtacağı düşünülen bir istatistiksel dağılımdan, gerçek olmayan ve tamamen rassal olan fiyat ve oranların üretildiği gözlemlenmektedir<sup>39</sup>.

Monte Carlo Simülasyonu yöntemiyle RMD şu şekilde hesaplanmaktadır:

1) Portföye ait risk faktörlerinin ve portföye ait olan risk faktörlerinde meydana gelecek değişimlerin, portföydeki varlıkların piyasa değerinde nasıl bir etki yaratacağını ifade eden fonksiyon tanımlanır. Bir risk faktörünün mevcut olduğu durumlarda genellikle Geometrik Brownian Hareketi yöntemi kullanılmaktadır. GBH

<sup>37</sup> Elif GÖKGÖZ, Riske Maruz Değer (VaR) ve Portföy Optimizasyonu, **Sermaye Piyasası Kurulu Yayınları**, Yayın No: 190, 2006, s. 37.

<sup>38</sup> Oktay TAŞ, Zeynep İLTÜZER, "Monte Carlo Simülasyon Yöntemi ile Riske Maruz Değerin İMKB30 Endeksi ve DİBS Portföyü Üzerinde Bir Uygulaması", **Dokuz Eylül Üniversitesi İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi Dergisi**, Cilt: 23, Sayı: 1, 2008, s. 67-87., s. 72-73.

<sup>39</sup> N. Burak Alkan, "Piyasa Riski Ölçümü", **Bankacılar Dergisi**, Sayı: 61, 2007, s. 65.



yöntemi, değişimlerin, birbirinden bağımsız ve normal dağılıma sahip olduğu varsayımına dayanmaktadır.

GBH şu şekilde formülize edilmektedir:

$$\Delta S_t = S_{t-1} * (\mu * \Delta t + \sigma * \Psi * \sqrt{\Delta t})$$

$\Delta S_t$  = Fiyattaki değişim

$\mu$  = Ortalama getiri

$\Delta t$  = Zaman aralığı

$\sigma$  = Standart sapma

$\Psi$  = Standart normal dağılımdan türetilmiş rassal sayı

Ortalama getiri ve standart sapma zaman boyunca sabit olduğu düşünülerek geçmiş verilerden sağlanabileceği gibi, geçmiş verilerin bir fonksiyonu olarak varsayılarak da, GARCH (Genelleştirilmiş Otoresif Koşullu Değişen Varyans) ve ARMA (Otoresif Hareketli Ortalama) modelleri ile modellenebilir.

Ancak birden fazla risk faktörü mevcut ise, GBH'nin kullanılabilmesi için risk faktörleri arasında korelasyon bulunmaması gerekmektedir. Ancak pratikte risk faktörleri arasında korelasyon olmaması çok zordur. Bu yüzden modelleme yaparken, risk faktörleri arasındaki korelasyonu dikkate almak gerekmektedir. Risk faktörleri arasındaki korelasyonu hesaba katabilmek içinse,  $\Psi_i$  değerleri birbirleriyle ilişkisiz olarak tek başlarına,  $n_i$  değişkenleri vasıtasıyla tanımlanırlar.

Somutlaştırmak gerekirse iki risk faktörü mevcut ise:

$$\Psi_1 = n_1$$

$$\Psi_2 = a * n_1 + b * n_2$$

Modeldeki a ve b değişkenleri Cholesky faktörizasyonu vasıtasıyla hesaplanmaktadır.

$$R = T * T'$$

R = Kesin artı matris

T = Cholesky dekompoze matrisi

T' = Cholesky matrisinin transpozesi

Cholesky dekompoze matrisi bulunduktan sonra,  $\Psi_i$  değerleri şu şekilde hesaplanmaktadır:

$$\begin{bmatrix} \Psi_1 \\ \Psi_2 \\ \vdots \\ \Psi_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & 0 & 0 & \dots & 0 \\ a_{21} & a_{22} & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & a_{n3} & \dots & n_{nn} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} n_1 \\ n_2 \\ \vdots \\ n_n \end{bmatrix}$$

2) Risk faktörlerinde gerçekleşen değişimleri en iyi yansıtacak dağılım belirlenerek, bu dağılıma ait değişkenler belirlenir.

3) Portföydeki risk faktörü başına uygun görülen sayıda rassal değer üretilerek, portföy değerlendirme işlemi tekrar tekrar gerçekleştirilir. Nihai olarak ulaşılan portföye ait getiri dağılımı vasıtasıyla RMD hesaplanır<sup>40</sup>.

Monte Carlo Simülasyonu yönteminin en büyük avantajlarından biri, simülasyonlarda, simüle edilecek veri üzerine bir kısıtlamanın bulunmayışıdır. Bu da bütün risk faktörlerinin getirileri için, istenildiği kadar veri simüle edilebileceği anlamına gelmektedir. Dolaylı olarak simülasyon sayısı arttıkça da, RMD tahmini daha isabetli olmaktadır. Artan simülasyon sayısı beraberinde işlem yükünü ve zaman kısıtını getirirse de, günümüzün gelişmiş bilgisayarlarıyla bu problemler minimize edilmiştir. Bu yöntemin bir diğer önemli avantajı ise simüle edilecek verilerin herhangi bir tarihi veri olmak zorunda olmayışıdır. Bu esneklik, Monte Carlo Simülasyonu vasıtasıyla RMD hesabı yapacak analiste, risk faktörlerinin getiri

<sup>40</sup> Oktay TAŞ, Zeynep İLTÜZER, "Monte Carlo Simülasyon Yöntemi İle Riske Maruz Değerin İMKB30 Endeksi ve DİBS Portföyü Üzerinde Bir Uygulaması", s. 73-74.

modeline ait parametrelerin değerleri hakkında kişisel görüşlerini, simülasyona yansıtma olanağı tanımaktadır<sup>41</sup>.

## 4. GERİYE DÖNÜK TEST

### 4.1. Tanımlar, Bernoulli Süreci ve Binom Dağılımı

Geriyeye dönük test, portföyün hesaplanan RMD'si ile gerçekleşen getirilerinin karşılaştırılması suretiyle elde edilen bulguların, çeşitli yöntemler ve formülasyonlar vasıtasıyla sınınanarak, yapılan RMD tahminlerinin güvenilirliğinin ölçülmesi işlemidir. Geriyeye dönük testler neticesinde RMD tahminlerinin güvenilir bulunup bulunulmamasını, RMD hesaplamasına konu olan modeldeki; hatalı varsayımlar, yanlış parametreler veya modelin yanlış kurulmasından kaynaklı hatalar etkilemektedir<sup>42</sup>. Bunların yanısıra, portföydeki varlıkların türleri ve bu varlıkların ağırlıkları da modelin güvenilir bulunup bulunulmamasını etkileyen diğer bir faktördür. Somutlaştırmak gerekirse; bütün varsayımlar, parametreler ve model mekanikleri sabit kalmak suretiyle, bir X portföyü için model güvenilir bulunurken, bir Y portföyü için model güvenilmez bulunabilir<sup>43</sup>.

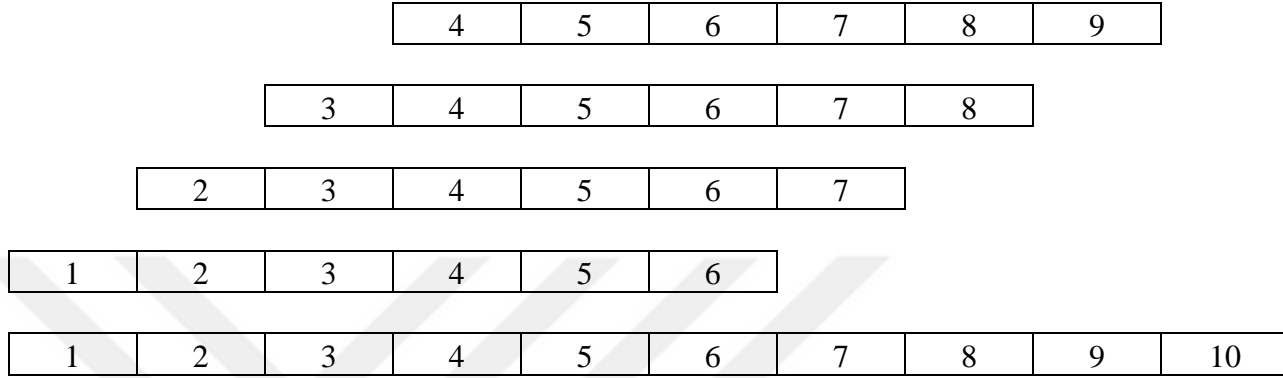
Geriyeye dönük testte ilk olarak, hesaplanan RMD ile gerçekleşen getirinin kıyaslanacağı gözlem sayısına ve bu gözlemlerin RMD'sinin kaç günlük geçmiş veri ile hesaplanacağına karar verilmelidir. Bu karar verilirken kıyaslamamanın yapılacağı gözlemlerin en yakın tarihli verilerden oluşturulması, güncel sonuçlar alınması açısından önemlidir. Bu aşamalar tamamlandıktan sonra, günlük RMD hesaplamasında kullanılan geçmiş veri sayısı sabit kalmak suretiyle, kıyaslama yapılmasında karar kılınan tüm gözlemler için günlük RMD hesaplaması gerçekleştirilir. Burada dikkat edilmesi gereken husus, RMD hesaplamasında kullanılan geçmiş veri sayısı sabit kalırken, bu geçmiş veriler her gün için güncellenmektedir. Bu güncelleme işlemi, en eski geçmiş verinin çıkartılarak yerine; hesaplanan RMD'si ile gerçekleşen getirisi kıyaslanmış, yani aşım durumu

<sup>41</sup> Carol ALEXANDER, **Market Risk Analysis: Value-At-Risk Models**, Volume 4, s. 245.

<sup>42</sup> Philippe JORION, **Value at Risk: The New Benchmark for Managing Financial Risk**, Third Edition, Mcgraw-Hill Companies Inc., 9 November 2006, s. 139.

<sup>43</sup> Carol ALEXANDER, **Market Risk Analysis: Value-At-Risk Models**, Volume 4, s. 332.

saptanarak misyonunu tamamlamış en yeni verinin eklenmesi suretiyle gerçekleştirilmektedir. Kullanılan geçmiş veri sayısının sabit kalması, sürekli olarak güncellendiği bu yöntem rolling window örnekleme adı verilmektedir<sup>44</sup>. Rolling window yöntemi görselleştirilerek anlatılırsa:



Şekil-2: Rolling window yöntemi vasıtasıyla örnekleme

10 gözlemlilik bir getiri serisinde; 1. gözlem en eski ve 10. gözlem en yeni gözlem olmak üzere, en yakın tarihli 4 gözlemin RMD'lerinin hesaplanarak, gerçekleşen getirileriyle kıyaslanması suretiyle aşım durumlarının saptanacağı varsayalım. Rolling window yöntemine göre; 7. gözlemin RMD'si 1-6, 8. gözlemin RMD'si 2-7, 9. gözlemin RMD'si 3-8 ve 10. gözlemin RMD'si 4-9 numaralı gözlem aralıklarında yer alan altışar geçmiş veri ile hesaplanacaktır.

Tüm bu işlemlerin nihai amacı, hesaplanan RMD'ler ile gerçekleşen getirilerin kıyaslanması suretiyle meydana gelen aşımın sayısını saptamaktır. Aşım; portföyün gerçekleşen getirisinin, hesaplanan RMD'den küçük olması durumuna denilmektedir. Elde edilen aşım sayıları model hakkında genel olarak bir fikir sağlasa da, çeşitli geriye dönük test yöntemlerinde ve formülasyonlarında kullanılarak daha anlamlı ve kesin sonuçlar elde edilebilmektedir. Aşım sayısı; geriye dönük testin gerçekleştirildiği güven düzeyi, geriye dönük teste tabi tutulan gözlem sayısı ve geriye dönük test kapsamında gerçekleştirilen RMD hesaplamasında kullanılan geçmiş veri sayısı gibi faktörlerden etkilenmektedir.

<sup>44</sup> A.e., s. 333.

Aşımaların sayısını saptarken yapılan işlem, aynı güne ait; hesaplanan RMD sütunu ve gerçekleşen getiri sütunlarını yan yana koyup karşılaştırmaktır. Bu karşılaştırma, üçüncü bir sütuna o günkü gözlem için; gerçekleşen getiri > hesaplanan RMD ise '0', gerçekleşen getiri < hesaplanan RMD ise '1' yazmak suretiyle tamamlanır. Deneyin her tekrarında gerçekleşmesi muhtemel sadece iki sonucun olduğu ve bu sonuçların başarı durumlarına göre 0 veya 1 sayılarını aldığı bu tür tekrarlayan işlemlere Bernoulli Süreci adı verilmektedir<sup>45</sup>. Bernoulli Süreci vasıtasıyla elde edilen aşım sütununa örnek vermek gerekirse:

Gözlem	Aşım
7	0
8	0
9	1
10	0

Daha önce Rolling Window yöntemiyle günlük RMD'lerinin hesaplandığı varsayılan 4 günlük gözlemin, bu hesaplanan RMD'leri ile gerçekleşen getirilerinin kıyaslandığını ve sonucunda 7, 8, 10 numaralı gözlemlerin gerçekleşen getirilerinin hesaplanan RMD'lerinden daha büyük çıktığı, 9. gözlemin ise gerçekleşen getirisinin hesaplanan RMD'sinden daha küçük çıktığı, yani kaybın RMD'den daha büyük olduğu varsayımı altında, Bernoulli Süreci vasıtasıyla hesaplanan aşım sütunu şekildeki gibi gerçekleşecektir.

Bernoulli Süreci ardından binom olasılık dağılımı oluşturularak, aşım sayılarının gerçekleşme olasılıkları ve aşımaların kümülatif olasılıkları görmek suretiyle gerçekleşen aşımaların kabul edilebilir düzeyde olup olmadığı hakkında bir izlenim edinilebilir. Binom olasılık dağılımı aşağıdaki gibi formülize edilmektedir<sup>46</sup>:

$$f(x) = \binom{T}{x} * p^x * (1 - p)^{T-x}$$

Formülde;

<sup>45</sup> A.e., s. 334.

<sup>46</sup> Philippe JORION, **Value at Risk: The New Benchmark for Managing Financial Risk**, s. 143.

T = Gözlem sayısı

x = Aşım sayısı

p = Modelin anlamlılık düzeyi (0.01, 0.05, 0.10 vb.)'dir.

## 4.2. Z Testi

Eğer gözlem sayısı(T) yeterince büyükse; binom dağılımı, normal dağılıma yakınlık göstereceğinden, normal dağılım vasıtasıyla güven aralığı tahmini yapma imkanı sağlayacaktır. Aşımların beklenen sayısı  $E(x) = p * T$  ve aşımın varyansı  $V(x) = p * (1-p) * T$  olduğu bilindiğinden, normal dağılım test istatistiği aşağıdaki formülasyon vasıtasıyla hesaplanmaktadır<sup>47</sup>:

$$z = \frac{x - \mu}{\sigma} = \frac{x - p * T}{\sqrt{p * (1 - p) * T}}$$

Modelin geçerliliğinin sınanacağı güven düzeyi belirlenerek, bu güven düzeyine tekabül eden z tablo değerini, hesaplanan z test istatistiği ile kıyaslamak suretiyle modelin güvenilirliği hakkında karara varılır. Hesaplanan test istatistiği  $|z| <$  tablo değeri  $|z|$  ise model güvenilir, aksi durumda ise güvenilmez bulunacaktır. Aşımların kabul edilebilir aralığı ise aşağıdaki formülasyonla hesaplanmaktadır<sup>48</sup>:

$$p * T - (z_{\alpha/2} * \sqrt{p * T * (1 - p)}) < x < p * T + (z_{\alpha/2} * \sqrt{p * T * (1 - p)})$$

Formülasyonda dikkat edilmesi gereken husus; p değeri RMD hesaplamalarının yapıldığı modelin anlamlılık seviyesi iken, z değeri modelin güvenilirliğinin test edileceği anlamlılık seviyesidir.

## 4.3. Basel Trafik Işığı Testi

En yakın tarihli 250 güne ait, %99 güven aralığında hesaplanmış günlük RMD'lerin, gerçekleşen günlük getiriler ile karşılaştırılması suretiyle saptanan aşım sayısının, Basel Komitesi tarafından belirlenen aralıkta olup olmadığının karşılaştırılması suretiyle modelin güvenilirliğine karar verilen bir yöntemdir.

<sup>47</sup> A.e., s. 144.

<sup>48</sup> Carol ALEXANDER, **Market Risk Analysis: Value-At-Risk Models**, Volume 4, s. 335.

Yöntemde; yeşil bölge, sarı bölge ve kırmızı bölge olmak üzere, aşım sayısına göre üç farklı aralık belirten bölgeler oluşturulmuştur. Yeşil bölge, bankanın modelinde bir problem bulunmadığını göstermektedir. Sarı bölge, model hakkında bazı soru işaretlerinin doğması gerektiğini işaret etmekle beraber net bir yargıya ulaşamamaktadır. Kırmızı bölge, bankanın risk ölçüm modeliyle ilgili neredeyse kesin olarak bir sorun olduğunun göstergesidir<sup>49</sup>. 250 günlük gözlem ve %99 güven aralığı için aşım sayılarının hangi bölgeye tekabül ettiği ve diğer bilgiler aşağıdaki tablodaki gibidir<sup>50</sup>:

Bölge	Aşım Sayısı	Sermaye Çarpanı(k)	Olasılık	Kümülatif Olasılık
Yeşil Bölge	0	1,50	8,11%	8,11%
	1	1,50	20,47%	28,58%
	2	1,50	25,74%	54,32%
	3	1,50	21,49%	75,81%
	4	1,50	13,41%	89,22%
Sarı Bölge	5	1,70	6,66%	95,88%
	6	1,76	2,75%	98,63%
	7	1,83	0,97%	99,60%
	8	1,88	0,30%	99,89%
	9	1,92	0,08%	99,97%
Kırmızı Bölge	10 ve üzeri	2	0,02%	99,99%

Şekil-3: Basel Trafik Işığ Testi'nde yer alan üç bölgenin detayları

Farklı gözlem sayılarında ve güven düzeylerinde aralıklar hesaplanmak istenirse; sarı bölgenin başlangıcı kümülatif olasılığın %95'e eşit veya üzerinde olduğu

<sup>49</sup> Basel Committee on Banking Supervision, "Supervisory Framework For The Use Of 'Backtesting' In Conjunction With The Internal Models Approach To Market Risk Capital Requirements", 4 January 1996, s. 5.

<sup>50</sup> Basel Committee on Banking Supervision, "Minimum Capital Requirements For Market Risk", 14 January 2016, s. 77.

noktada, kırmızı bölgenin başlangıcı kümülatif olasılığın %99,99'a eşit veya üzerinde olduğu noktada başlamaktadır<sup>51</sup>.

Trafik Işığı Yaklaşımı kullanılan RMD modelinin güvenilirliği hakkında fikir sağlayan geriye dönük test yöntemi olduğu kadar, düzenleyici bir kurum tarafından tanıtıldığından sermaye yeterliliği üzerine de belirleyici rol oynamaktadır. Tutulması gereken asgari sermaye aşağıdaki formülasyon vasıtasıyla hesaplanmaktadır<sup>52</sup>:

$$MCR_{t+1} = \max \left( m_c * \frac{\sum_{i=1}^{60} VaR (\%99)_{t-i+1}}{60} ; VaR (\%99)_t \right)$$

$m_c$  = Sermaye değişkeni

$\frac{\sum_{i=1}^{60} VaR (\%99)_{t-i+1}}{60}$  = Son 60 güne ait günlük bazda hesaplanan RMD'lerin ortalaması

$VaR (\%99)_t$  = Önceki günün hesaplanan RMD'si

Formülasyona göre tutulması gereken sermaye; geriye dönük test neticesine göre belirlenen sermaye çarpanı ile son 60 güne ait günlük bazdaki RMD'lerin ortalamasının çarpımı vasıtasıyla elde edilen değer ve önceki güne ait hesaplanan RMD arasından maksimum değer seçilmesi suretiyle belirlenmektedir<sup>53</sup>.

Bu yöntem vasıtasıyla yapılan geriye dönük test neticesinde varılan kararda, iki tip hataya düşülmesi mümkün olabilmektedir. Bunlar<sup>54</sup>:

**Tip-1 Hata:** Doğru kurulan bir modelin, geriye dönük test neticesinde hatalı olarak kurulduğu sonucuna varılmasıdır.

**Tip-2 Hata:** Hatalı olarak kurulan bir modelin, geriye dönük test neticesinde doğru kurulmuş bir model olduğu sonucuna varılmasıdır.

---

<sup>51</sup> A.e.

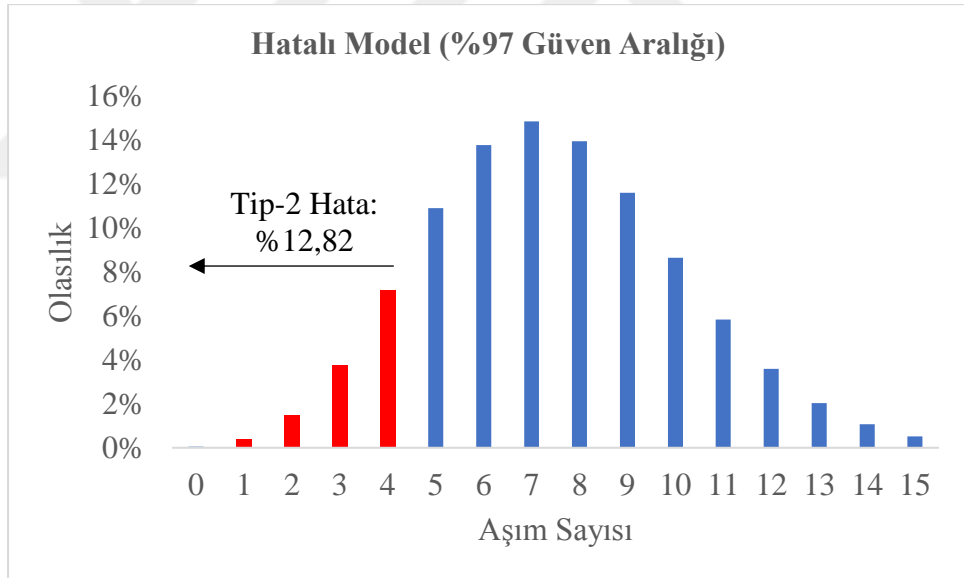
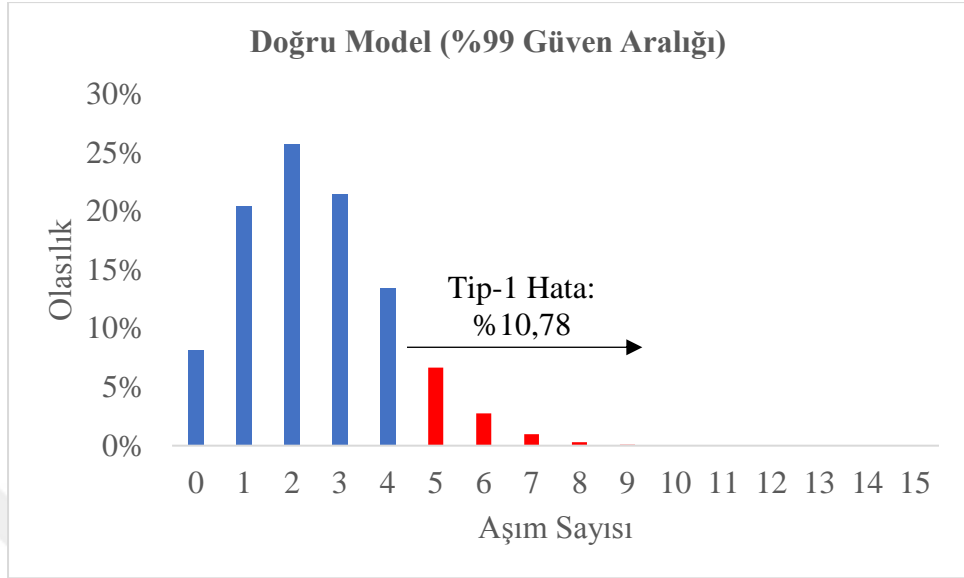
<sup>52</sup> Adrián F. Rossignolo, Meryem D. Fethi, Mohamed Shaban, "Value at Risk Models and Basel Capital Charges: Evidence From Emerging and Frontier Stock Markets", **Journal of Financial Stability**, Aralık 2012, s. 303-319., s. 8.

<sup>53</sup> A.e.

<sup>54</sup> Basel Committee on Banking Supervision, "Supervisory Framework For The Use Of 'Backtesting' In Conjunction With The Internal Models Approach To Market Risk Capital Requirements", s. 6.



250 günlük gözlem için hata tiplerini grafikler ile somutlaştırmak gerekirse<sup>55</sup>:



Şekil-4: Tip-1 ve tip-2 hata

Tip-1 hata, %99 güven aralığında model doğru kurulsadahi, %10,78 olasılıkla doğru kurulan bir modelin güvenilir bulunması suretiyle reddedilme riskinin bulunması durumudur. Tip-1 hatanın olasılığı, '1 - yeşil bölgenin kümülatif olasılığı' = '1 - 0,8922' formülasyonu vasıtasıyla hesaplanmaktadır. Komitenin önerdiği güven aralığı %99 olduğundan, doğal olarak tip-1 hatanın sadece %99 güven aralığında

<sup>55</sup> Philippe JORION, *Value at Risk: The New Benchmark for Managing Financial Risk*, s. 145.

gözlemlenmesi mümkündür. Tip-2 hata, Komite'nin belirlemiş olduğu %99 güven aralığının yerine daha düşük bir güven aralığında hatalı bir model kurulsa dahi, bu hatalı modelin belli bir olasılıkla kabul edilme riskinin bulunması durumudur. Grafikte tip-2 hata, %97 güven aralığı için örneklendirilmiş olup, %97 güven aralığı için tip-2 hatanın gerçekleşme olasılığı %12,82'dir. Tip-2 hatanın olasılığı, yeşil bölgenin kümülatif olasılığına eşittir. Tip-2 hata durumuyla, %99 güven aralığının altında kalan herhangi bir güven aralığında karşılaşmak mümkündür. 250 günlük gözlem için çeşitli güven aralıklarına ilişkin hata tipleri ve bu hataların gerçekleşme olasılıkları tablodaki gibidir<sup>56</sup>:

Aşım Sayısı	Olasılık	Doğru Model					Hatalı Model			
		Güven Aralığı = %99		Güven Aralığı = %98		Güven Aralığı = %97	Güven Aralığı = %96		Güven Aralığı = %95	
		Tip-1	Olasılık	Tip-2	Olasılık	Tip-2	Olasılık	Tip-2	Olasılık	Tip-2
0	8,11 %	100%	0,64 %	0,64 %	0,05 %	0,05 %	0,00 %	0,00 %	0,00 %	0,00 %
1	20,47 %	91,89 %	3,27 %	3,91 %	0,38 %	0,43 %	0,04 %	0,04 %	0,00 %	0,00 %
2	25,74 %	71,42 %	8,30 %	12,21 %	1,47 %	1,90 %	0,20 %	0,24 %	0,02 %	0,03 %
3	21,49 %	45,68 %	14,01 %	26,22 %	3,75 %	5,65 %	0,69 %	0,93 %	0,10 %	0,13 %
4	13,41 %	24,19 %	17,65 %	43,87 %	7,17 %	12,82 %	1,77 %	2,70 %	0,33 %	0,46 %
5	6,66 %	10,78 %	17,72 %	61,60 %	10,91 %	23,73 %	3,63 %	6,33 %	0,85 %	1,31 %
6	2,75 %	4,12 %	14,77 %	76,37 %	13,77 %	37,50 %	6,17 %	12,50 %	1,83 %	3,14 %
7	0,97 %	1,37 %	10,51 %	86,87 %	14,85 %	52,35 %	8,97 %	21,47 %	3,36 %	6,50 %
8	0,30 %	0,40 %	6,51 %	93,39 %	13,95 %	66,30 %	11,35 %	32,82 %	5,37 %	11,86 %
9	0,08 %	0,11 %	3,57 %	96,96 %	11,60 %	77,90 %	12,72 %	45,54 %	7,60 %	19,46 %
10	0,02 %	0,03 %	1,76 %	98,72 %	8,65 %	86,55 %	12,77 %	58,31 %	9,63 %	29,09 %

<sup>56</sup> Basel Committee on Banking Supervision, "Minimum Capital Requirements For Market Risk", s. 75.

11	0,00 %	0,01 %	0,78 %	99,50 %	5,84 %	92,39 %	11,61 %	69,91 %	11,06 %	40,16 %
12	0,00 %	0,00 %	0,32 %	99,82 %	3,59 %	95,98 %	9,63 %	79,55 %	11,60 %	51,75 %
13	0,00 %	0,00 %	0,12 %	99,94 %	2,04 %	98,02 %	7,35 %	86,90 %	11,17 %	62,93 %
14	0,00 %	0,00 %	0,04 %	99,98 %	1,07 %	99,08 %	5,18 %	92,08 %	9,96 %	72,88 %
15	0,00 %	0,00 %	0,01 %	99,99 %	0,52 %	99,60 %	3,40 %	95,48 %	8,24 %	81,13 %

Şekil-5: Tip-1 ve tip-2 hatanın çeşitli güven aralıklarında gerçekleşme olasılıkları

#### 4.4. Kupiec's Time Until First Failure (TUFF) Testi

1995 yılında Paul H. Kupiec tarafından tanımlanan test, ilk aşımın gerçekleştiği gözlemin numarasını esas almak suretiyle modelin güvenilirliğini sınamak için kullanılmaktadır. Bir olasılık oranı (Likelihood-Ratio) testidir. Testin hipotezleri aşağıdaki gibidir<sup>57</sup>:

$$H_0 = p = \hat{p} = \frac{1}{v}$$

$$H_1 = p \neq \hat{p} = \frac{1}{v}$$

Hipotezde;

$p$  = güven düzeyi

$v$  = gerçekleşen ilk aşımın gözlem numarasıdır.

Test, ilk aşımın  $v = \frac{1}{p}$  anında gerçekleştiği varsayımında bulunmaktadır. Somutlaştırmak gerekirse, ilk aşımın; %1 güven düzeyi için 100. gözlemde, %5 güven düzeyi için 20. gözlemde ve %10 güven düzeyi için 10. gözlemde gerçekleşmesi

<sup>57</sup> Kwong Wai Man, "Essays on Value at Risk and Asset Price Bubbles", May 2017, s. 96.

beklenmektedir<sup>58</sup>. Test istatistiği aşağıdaki formülasyon vasıtasıyla hesaplanmaktadır<sup>59</sup>:

$$LR_{TUFF} = -2 * \ln \left( \frac{p * (1 - p)^{v-1}}{\left(\frac{1}{v}\right) * \left(1 - \frac{1}{v}\right)^{v-1}} \right)$$

$LR_{TUFF}$  serbestlik derecesi 1 olmak suretiyle, asimptotik olarak ki-kare ( $\chi^2$ ) dağılımına sahiptir. Modelin sınanmasına karar kılınan güven düzeyi çerçevesinde, test istatistiği ( $LR_{TUFF}$ ) < ki-kare ( $\chi^2$ ) tablo değeri ise  $H_0$  hipotezi kabul edilmek suretiyle model güvenilir bulunacaktır.

Testin; hatalı kurulmuş RMD modellerini saptamakta yetersiz kaldığı, yani tip-2 hataya yatkın oluşu, test sonuçları değerlendirilirken göz önünde bulundurulmalıdır<sup>60</sup>.

#### 4.5. Kupiec's Proportion of Failures (POF) Testi

1995 yılında Paul H. Kupiec tarafından tanıtilan koşulsuz kapsama testi (unconditional coverage); belirli bir gözlem sayısı ve güven düzeyi çerçevesinde gerçekleşen aşım sayısının, beklenen aşım sayısı ile tutarlı olup olmadığını saptamak suretiyle modelin güvenilirliğine karar vermek amacıyla kullanılmaktadır. Bir olabilirlik oranı (Likelihood-Ratio) testidir. Testin hipotezleri aşağıdaki gibidir<sup>61</sup>:

$$H_0 = p = \hat{p} = \frac{x}{T}$$

$$H_1 = p \neq \hat{p} = \frac{x}{T}$$

$p$  = güven düzeyi ve  $\hat{p}$  = aşım sayılarının toplam gözlem sayısına olan oranıdır. Test istatistiği aşağıdaki formülasyon vasıtasıyla hesaplanmaktadır<sup>62</sup>:

---

<sup>58</sup> Abdullah Jobayed, "Evaluating the Predictive Performance of Value at Risk (VaR) Models on Nordic Market Indices", February 2017, s. 22.

<sup>59</sup> Kwong Wai Man, "Essays on Value at Risk and Asset Price Bubbles", s. 96.

<sup>60</sup> A.e., s. 97.

<sup>61</sup> Olli Niippola, "Backtesting Value at Risk Models", 2009, s. 20.

<sup>62</sup> Paul H. Kupiec, "Techniques For Verifying The Accuracy Of Risk Measurement Models", **The Journal Of Derivatives**, Vol.3 No.2, Winter 1995, s. 73-84., s. 79.

$$LR_{POF} = -2 * \ln[(1 - p)^{(T-x)} * p^x] + 2 * \ln \left[ \left(1 - \frac{x}{T}\right)^{(T-x)} * \left(\frac{x}{T}\right)^x \right]$$

Formülasyonda;

p = güven düzeyi

x = aşım sayısı

T = toplam gözlem sayısıdır.

Nihai olarak; hesaplanan test istatistiğinin ( $LR_{POF}$ ), modelin sınanması istenilen güven düzeyi çerçevesinde serbestlik derecesi 1 alınarak ki-kare ( $\chi^2$ ) tablo değeriyle kıyaslanması suretiyle karara varılır. Test istatistiği ( $LR_{POF}$ ) < tablo değeri ( $\chi^2$ ) ise  $H_0$  kabul edilmektedir. Yani gerçekleşen aşım sayısı ile beklenen aşım sayısı tutarlı çıktığından, RMD modeli güvenilir bulunmak suretiyle kabul edilecektir<sup>63</sup>.

#### 4.6. Christoffersen's Independence Testi

1998 yılında Peter F. Christoffersen tarafından tanıtılan koşullu kapsam(conditional coverage) testi; Kupiec'in POF testi ile aynı temeli kullanan bir olabilirlik oranı (Likelihood-Ratio) testi olmakla beraber sadece aşım sayılarına odaklanmamakta, aynı zamanda gerçekleşen aşımların birbirinden bağımsız olup olmadığını da sınıamaktadır<sup>64</sup>.

Teste başlarken, aşım olması durumunda 1 ve aşım olmaması durumunda 0 değerini almak suretiyle gösterge görevi üstlenecek bir değişken saptanır<sup>65</sup>.

$$I_t = \begin{cases} \text{eğer aşım varsa} = 1 \\ \text{eğer aşım yoksa} = 0 \end{cases}$$

<sup>63</sup> Olli Nieppola, "Backtesting Value at Risk Models", s. 21.

<sup>64</sup> A.e., s. 27.

<sup>65</sup> Gerald Z. Katsenga, "Value at Risk Backtesting: 'Evidence From A South African Market Portfolio'", 20 February 2013, s. 30.

Ardından ‘ $i, j$ ’ ardışık günlerde gerçekleşen koşullar ve ‘ $i$ ’, ‘ $j$ ’den önceki gün gerçekleşen koşul olmak üzere,  $n_{ij}$  kombinasyonlarının sayıları hesaplanır. Bu kombinasyonlara ait kontenjans tablosu aşağıdaki gibidir<sup>66</sup>:

	$I_{t-1} = 0$	$I_{t-1} = 1$	
$I_t = 0$	$n_{00}$	$n_{10}$	$n_{00} + n_{10}$
$I_t = 1$	$n_{01}$	$n_{11}$	$n_{01} + n_{11}$
	$n_{00} + n_{01}$	$n_{10} + n_{11}$	$N$

Tabloda gösterilen ardışık iki günde gerçekleşmesi mümkün kombinasyonların açıklamaları şu şekildedir:

$n_{00}$  = iki gün üst üste aşımın gerçekleşmediği günlerin sayısı

$n_{01}$  = aşımın gerçekleşmediği günün ertesi günü aşımın gerçekleştiği günlerin toplam sayısı

$n_{10}$  = aşımın gerçekleştiği günün ertesi günü aşımın gerçekleşmediği günlerin toplam sayısı

$n_{11}$  = iki gün üst üste aşımın gerçekleştiği günlerin toplam sayısıdır.

$n_{ij}$  kombinasyonlarının her birinin toplam sayısının saptanmasını,  $\pi_i$  olasılık değerlerinin; yani önceki gün ‘ $i$ ’ koşulunun gerçekleşmesi durumunda aşım meydana gelme olasılığının hesaplanması işlemi izlemektedir<sup>67</sup>:

$$\pi_0 = \frac{n_{01}}{n_{00} + n_{01}}$$

$$\pi_1 = \frac{n_{11}}{n_{10} + n_{11}}$$

<sup>66</sup> Olli Nieppola, "Backtesting Value at Risk Models", s. 27.

<sup>67</sup> A.e.

$$\pi = \frac{n_{01} + n_{11}}{n_{00} + n_{01} + n_{10} + n_{11}}$$

$\pi_0 = t - 1$  anında aşım olmaması durumunda,  $t$  anında aşım meydana gelme olasılığı

$\pi_1 = t - 1$  anında aşım olması durumunda,  $t$  anında aşım meydana gelme olasılığı

$\pi = t$  anında aşım meydana gelme olasılığıdır.

Nihai olarak test istatistiği aşağıdaki formülasyon vasıtasıyla hesaplanmaktadır<sup>68</sup>:

$$LR_{IND} = -2 * \ln \left( \frac{(1 - \pi)^{n_{00}+n_{10}} * \pi^{n_{01}+n_{11}}}{(1 - \pi_0)^{n_{00}} * \pi_0^{n_{01}} * (1 - \pi_1)^{n_{10}} * \pi_1^{n_{11}}} \right)$$

Hesaplanan test istatistiğinin ( $LR_{IND}$ ), modelin sınanmasına karar kılınan güven düzeyi için, serbestlik derecesi 1 alınmak suretiyle saptanan ki-kare ( $\chi^2$ ) tablo değerinin kıyaslanmasıyla modelin güvenilirliği hakkında karara varılır. Test istatistiği ( $LR_{IND}$ ) < ki-kare tablo değeri ( $\chi^2$ ) ise model güvenilir bulunmak suretiyle kabul edilecektir<sup>69</sup>.

#### 4.7. Christoffersen's Joint Testi

1998 yılında Christoffersen tarafından tanıtılan test, Kupiec'in POF ve Christoffersen'in bağımsızlık testlerinin birleştirilmesi suretiyle oluşturulmuş bir testtir. Test istatistiği aşağıdaki gibidir:

$$LR_{CC} = LR_{POF} + LR_{IND}$$

Test istatistiğinin ( $LR_{CC}$ ), modelin sınanması için seçilen güven düzeyinde, serbestlik derecesi 2 alınmak suretiyle, saptanan ki-kare tablo değeriyle ( $\chi^2$ ) kıyaslanması ile modelin güvenilirliğine karar verilir. Serbestlik derecesinin 2 alınmasının sebebi, testin, iki farklı olabilirlik oranı testini içeriyor olmasıdır. Test

<sup>68</sup> A.e., s. 28.

<sup>69</sup> Gerald Z. Katsenga, "Value at Risk Backtesting: 'Evidence From A South African Market Portfolio'", s. 31.

istatistiği ( $LR_{CC}$ ) < ki-kare tablo değeri ( $\chi^2$ ) ise model güvenilir bulunmak suretiyle kabul edilmektedir<sup>70</sup>.

## 5. LİTERATÜR ARAŞTIRMASI

(Peter J. G. Vlaar, 1999) Çalışmada Almanya'daki faiz oranlarına ait RMD; Tarihsel Simülasyon yöntemi, Varyans-Kovaryans yöntemi ve Monte Carlo Simülasyonu yöntemi vasıtasıyla hesaplanmıştır. Hesaplamalara 25 portföy konu olmuş, bu portföyler sabit faiz oranlı menkul kıymetlerden oluşturulmuştur. Faiz oranları, para piyasası için; 1 ay, 3 ay, 6 ay, 12 ay ve sermaye piyasası için; 1-3 yıl, 3-5 yıl, 5-7 yıl, 7-10 yıl olmak üzere toplam 8 vadeye ayrılmıştır. Çalışmada, Ocak 1980-Mart 1997 tarihleri arasındaki döneme ait günlük faiz oranları kullanılmıştır. Portföylerde kullanılacak olan farklı faiz oranlarına sahip varlıkların ağırlığı, normalde piyasada işlem gören ticari portföylere göre belirlense de çalışmanın yapıldığı tarihte örnek teşkil eden muadil portföy bulunmadığı vurgulanmıştır. Bundan dolayı portföylerdeki ağırlıklar olasılıksal bir deney vasıtasıyla belirlenmiştir. Olasılıksal deney, her bir portföy için -1'den 1'e kadar olan 8 boyutlu tekdüze dağılımdan çekim yapılması suretiyle gerçekleştirilmiştir. Her vade için, kısa pozisyon ve uzun pozisyon olasılığı birbirine eşit olmakla beraber farklı vadelerin portföydeki ağırlığı da birbirinden bağımsız olarak ele alınmıştır. Tarihsel Simülasyon yöntemi vasıtasıyla RMD, 10 günlük elde tutma süresi ve %99 güven aralığı çerçevesinde; 250 günlük geçmiş veri için 18,76, 550 günlük geçmiş veri için 21,49, 750 günlük geçmiş veri için 22,66, 1.250 günlük geçmiş veri için 24,66 ve 2.550 günlük geçmiş veri için 25,49 olarak hesaplanmıştır. Kullanılan geçmiş veri sayısı arttıkça hesaplanan RMD'nin de buna paralel şekilde artmasının sebebi, Avrupa'da faiz oranlarındaki ve döviz kurlarındaki volatilitenin gittikçe azalan bir ivme izlemesiyle açıklanmıştır. Monte Carlo Simülasyonu yöntemi vasıtasıyla RMD, varsayımsal dağılımdan sağlanan tesadüfi örneklemelerle gerçekleştirilen, toplamda 10.050 simülasyon işlemiyle hesaplanmıştır. Simülasyon işlemleri, 8 farklı vade ve 10 günlük elde tutma süre ile birlikte ele alındığında, model başına günlük 804.000 tesadüfi değişkene tekabül etmektedir. Nihai olarak, 10 günlük elde tutma süresi ve %99 güven aralığı için model

---

<sup>70</sup> Olli Nieppola, "Backtesting Value at Risk Models", s. 28.



güvenilmez bulunmuş, model vasıtasıyla elde edilen RMD verileriyle yapılan herhangi bir yatırım kararının çok riskli olduğu sonucuna varılmıştır. Varyans-Kovaryans yöntemi, 10 gün elde tutma süresi ve %99 güven aralığında, %1'i aşan değerler Monte Carlo Simülasyonu yöntemiyle benzer çıkmış yani model güvenilir bulunmamıştır. Ancak Varyans-Kovaryans ve Monte Carlo Simülasyonu yöntemleri %1'lik aşımalar açısından benzerlik gösterse de; Varyans-Kovaryans yöntemiyle hesaplanan RMD teorik olarak da olsa doğruyken, Monte Carlo Simülasyonu yöntemiyle hesaplanan RMD'nin yaklaşık bir tahmin olduğu, yani 10.050 tesadüfi örnekleme yeterli olmadığı gerçeği vurgulanmıştır.

(Neslihan Fidan, 2005) BIST-30 endeksinde yer alan hisse senetlerinden oluşturulan bir portföyün; Varyans-Kovaryans, Tarihsel Simülasyon ve Monte Carlo Simülasyonu yöntemleri vasıtasıyla RMD'lerinin hesaplandığı bir çalışmadır. Hesaplamalara konu olan geçmiş veriler Mayıs 2001-Mayıs 2005 dönemine aittir. BIST 30 endeksinde yer alan hisse senetleri arasından 24 tanesi seçilerek, 8'den fazla hisse senedi içermek suretiyle portföyler oluşturulmuş, bu portföyler günlük 0,001 getiri beklentisi çerçevesinde Markowitz Modeli'ne göre analiz edilmiş ve etkin sınır üzerinde yer alan portföy uygulamada kullanılmak üzere seçilmiştir. Portföye yatırım yapılan tutarın 100.000 TL olduğu varsayılmıştır. Varyans-Kovaryans yöntemi vasıtasıyla RMD hesaplaması için normallik testi yapılmış, hisse senetlerinin normal dağılmadığı gözlemlenmiş ancak normal dağıldığı varsayılmıştır. 1 günlük elde tutma süresi ve %99 güven aralığı için RMD 5.029,07 TL olarak hesaplanmıştır. Tarihsel Simülasyon yöntemi vasıtasıyla hesaplanan RMD için 1.000 günlük geçmiş veriden yararlanılmıştır. 1 günlük elde tutma süresi ve %99 güven aralığı için RMD 5.417,54 TL olarak hesaplanmıştır. Monte Carlo Simülasyonu yöntemi vasıtasıyla RMD, 1.000 adet tesadüfi sayı türetilmesiyle hesaplanmıştır. 1 günlük elde tutma süresi ve %99 güven aralığı çerçevesinde RMD 4.980,2 TL olarak hesaplanmıştır. Çalışmada ayrıca volatilité modelleri de kıyaslanmıştır. 1.000 günlük veri için, 50 günlük; hareketli ortalamaya dayanan standart sapma ve üstel ağırlıklandırılmış hareketli ortalama hesaplanmış, yani 951 günlük tahmin yapılmıştır. 50 günlük elde tutma süresi ve %95 güven aralığı çerçevesinde RMD; hareketli ortalamaya dayanan standart sapma için 3.104,87 TL, üstel ağırlıklandırılmış hareketli ortalama için 4.127,09 TL olarak

hesaplanmıştır. Nihai olarak, volatilité modelleri için geriye dönük test yapılarak güvenilirlikleri test edilmiştir. Geriye dönük test sonucunda %95 güven aralığı için her iki volatilité modeli de güvenilir bulunurken, %99 güven aralığı için; üstel ağırlıklandırılmış hareketli ortalama modeli güvenilir, hareketli ortalamaya dayalı standart sapma modeli ise güvenilirmez bulunmuştur.

(Ahmet Bostancı, 2006) Üç varlıktan oluşturulan bir portföyün RMD'sinin; Varyans-Kovaryans, Tarihsel Simülasyon, Monte Carlo Simülasyonu yöntemleri vasıtasıyla hesaplandığı ve nihai olarak geriye dönük test yöntemi vasıtasıyla yöntemlerin güvenilirliklerinin sınındığı bir çalışmadır. Portföy; USD, altın ve BIST 100 endeksinden oluşturulmuştur. Portföye toplamda 10.000.000 TL yatırım yapıldığı varsayılmıştır. Portföydeki varlıkların ağırlığı; USD için %20, altın için %40 ve BIST 100 endeksi için %40 olarak belirlenmiş ve parasal karşılığı; USD için 2.000.000 TL, altın için 4.000.000 TL ve BIST 100 endeksi için 4.000.000 TL olarak gerçekleşmiştir. RMD hesaplamasına konu olan portföye ait varlıkların geçmiş verileri, Aralık 1999-Aralık 2005 tarihleri arasındaki döneme ait olmak üzere toplam 1.492 gözlemden oluşmaktadır. Çalışmada Varyans-Kovaryans, Tarihsel Simülasyon, Monte Carlo Simülasyonu yöntemlerinin her biri için elde tutma süreleri; 1 gün, 10 gün, 30 gün, 60 gün, 90 gün, 1 yıl ve güven seviyeleri; %93,5, %95, %97,5 ve %99 alınmak suretiyle RMD hesaplamaları yapılmıştır. %99 güven aralığı ve 10 günlük elde tutma süresi çerçevesinde RMD; Varyans-Kovaryans yöntemi için %10,03, Tarihsel Simülasyon yöntemi için %12,45, Monte Carlo Simülasyonu yöntemi için %10,02 olmak üzere, parasal karşılıkları Varyans-Kovaryans yöntemi için 1.003.000 TL, Tarihsel Simülasyon yöntemi için 1.245.000 TL ve Monte Carlo Simülasyonu için 1.002.000 TL olarak gerçekleşmiştir. Üç yöntem karşılaştırıldığında; Varyans-Kovaryans yöntemi ve Monte Carlo Simülasyonu yöntemi genel olarak benzer sonuçlar vermiş, Tarihsel Simülasyon yöntemi ise sadece %99 güven aralığı için diğer yöntemlerden daha yüksek sonuç verirken, %93,5, %95 ve %97,5 güven düzeyleri için diğer iki yöntemden daha düşük sonuçlar vermiştir. Nihai olarak geriye dönük yapılan testler vasıtasıyla yöntemlerin güvenilirliği; 30 günlük, 50 günlük, 100 günlük, 150 günlük, 250 günlük, 350 günlük, 450 günlük gözlem dönemleri için güven düzeyleri; %95 ve %99 alınarak sınınmıştır. Geriye dönük testlerde, hesaplanan RMD'ler ve oluşturulan

portföyün gerçekleşen kayıpları kıyaslandığında aralarındaki toplam sapmanın; %99 güven aralığı için %1'den ve %95 güven aralığı için %5'den fazla olmaması beklenmektedir. 7 farklı gözlem dönemi için yapılan geriye dönük testler neticesinde beklenenin üzerinde sapmalar, %99 güven aralığında; Varyans-Kovaryans yöntemi için 3 aşım, Tarihsel Simülasyon yöntemi için 5 aşım, Monte Carlo Simülasyonu için 5 aşım, %95 güven aralığında; Varyans-Kovaryans yöntemi için 1 aşım, Tarihsel Simülasyon yöntemi için 4 aşım, Monte Carlo Simülasyonu yöntemi için 1 aşım olarak gerçekleşmiştir. Yöntemlerin geriye dönük test sonuçları kıyaslandığında bütün yöntemlerde belirlenen güven düzeylerinin üzerinde aşım gerçekleşse de; en az aşım Varyans-Kovaryans yönteminde gerçekleşirken, en fazla aşım Tarihsel Simülasyon yönteminde gerçekleşmiştir.

(Berkay Emekli, 2008) BIST-30 hisselerinden oluşturulan bir portföy ve BIST tüm endeksinin, Varyans-Kovaryans yöntemi ve Monte Carlo Simülasyonu yöntemi vasıtasıyla RMD'sinin hesaplandığı bir çalışmadır. Çalışma iki farklı modele ayrılarak gerçekleştirilmiştir. İlk modelde, BIST 30 endeksinde işlem gören hisse senetlerinin tümünü içeren bir portföy oluşturulmuştur. Hisse senetlerine ait geçmiş veriler, Ocak 2007-Nisan 2008 tarihleri arasındaki döneme ait olan günlük verilerden oluşmaktadır. Her bir hisse senedinden 10.000 lot alındığı varsayılmıştır. Dolayısıyla hisse senedinin portföy içerisindeki ağırlığı, hisse senedinin lot başına olan fiyatı tarafından belirlenmiş, yani; lot başına fiyatı yüksek olan hisse senedine daha çok ağırlık verilirken, lot başına fiyatı düşük olan hisse senedine daha az ağırlık verilmiştir. BIST 30 endeksinde işlem gören hisse senetlerinin her birinden 10.000 lot alındığı varsayımı çerçevesinde portföyün değeri 1.853.237 TL olarak hesaplanmıştır. RMD hesaplamasına konu olan veriler için normallik testi yapılmamış, direkt olarak normal dağıldığı varsayılmıştır. Varyans-Kovaryans yöntemi vasıtasıyla RMD; %95 ve %99 güven düzeyleri için, elde tutma süreleri; 1 gün, 10 gün ve 100 gün alınarak hesaplanmıştır. Portföyün 10 günlük elde tutma süresi ve %99 güven aralığı için RMD'si 251.030 TL olarak hesaplanmıştır. Monte Carlo Simülasyonu için, her bir hisse senedi için normal dağılıma uygun 10.000 tesadüfi veri türetilmiştir. Monte Carlo Simülasyonu vasıtasıyla RMD; %95 ve %99 güven düzeyleri için, elde tutma süreleri; 1 gün, 10 gün ve 100 gün alınarak hesaplanmıştır. 10 günlük elde tutma süresi ve %99

güven aralığı çerçevesinde portföyün RMD'si 248.108 TL olarak hesaplanmıştır. RMD hesaplamasında kullanılan iki yöntemin de son derece tutarlı olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Nihai olarak portföydeki hisse senetlerinin RMD'leri ayrı olarak hesaplanarak toplanmış ve portföyün toplam RMD'si ile karşılaştırılmıştır. 1 günlük elde tutma süresi ve %99 güven aralığı için RMD'ler; portföy için 78.459 TL, ayrı hesaplanarak 109.068 TL olarak bulunmuştur. İkinci modelde BIST tüm endeksine 1.000.000 TL'lik yatırım yapıldığı varsayılarak, sadece Varyans-Kovaryans yöntemi vasıtasıyla RMD hesaplaması yapılmıştır. Birinci modelden farklı olarak sadece RMD hesaplaması yapılmamış, volatilité; ARCH, GARCH ve PARCH yöntemleri vasıtasıyla hesaplanarak elde edilen sonuçlar kıyaslanmıştır. Hesaplamalara konu olan veriler; Ocak 2000-Kasım 2003 ve Kasım 2003-Temmuz 2008 tarihleri arasındaki iki farklı döneme ayrılmış olup, her iki dönem için de ayrı hesaplamalar yapılmıştır. Varyans-Kovaryans yöntemi vasıtasıyla hesaplanan RMD, 10 günlük elde tutma süresi ve %99 güven aralığı için; ilk dönem için 1.384.690 TL, ikinci dönem için 599.855 TL olarak bulunmuştur.

(Erhan Demireli ve Berna Taner, 2009) Çalışmada varsayımsal bir portföy oluşturulmuş ve bu portföyün RMD'si; Varyans-Kovaryans, Tarihsel Simülasyon, Monte Carlo Simülasyonu yöntemleri vasıtasıyla hesaplanmıştır. Hesaplamalara konu olan varsayımsal portföy; Euro, ABD Doları ve altın varlıklarından oluşturulmuştur. RMD hesaplamalarında kullanılan portföydeki varlıklara ait geçmiş veriler, Ocak 2008-Nisan 2009 tarihleri arasındaki 315 günlük veriden meydana gelmektedir. Portföye 32.564 TL yatırım yapıldığı ve portföydeki üç varlığın da eşit ağırlığa sahip olduğu varsayılmıştır. Portföyde yer alan varlıklara yapılan istatistiki testler neticesinde; en yüksek volatilitéye sahip yatırım aracının altın olduğu, üç varlığın da getiri dağılımının normallikten çok uzak olduğu ancak varlıkların getiri dağılımının normal olduğu varsayıldığı belirtilmiştir. Varyans-Kovaryans yöntemi vasıtasıyla RMD; 1 günlük elde tutma süresi ve %99 güven aralığı için 965,38 TL olarak hesaplanmıştır. Tarihsel Simülasyon yöntemi vasıtasıyla RMD; 1 günlük elde tutma süresi ve %99 güven aralığı için 938,233 TL olarak hesaplanmıştır. Monte Carlo Simülasyonu yöntemi vasıtasıyla RMD, 10.000 veri türetilerek 9.900'üncü gözlemin seçilmesi suretiyle, 1 günlük elde tutma süresi ve %99 güven aralığı için 547 TL olarak

hesaplanmıştır. Çalışmada nihai olarak marjinal RMD hesaplanmıştır. Marjinal RMD; portföydeki varlık türleri aynı kalmak suretiyle ağırlıklarının değiştiği veya portföydeki varlık türlerinin sayısının değiştiği durumlarda portföyün RMD'sinde meydana gelecek değişikliği yansıtmaya yarayan bir hesaplama türüdür. Marjinal RMD = Portföyün Değeri \* Portföyün Volatilitesi \* Güven Düzeyi olarak formülize edilmiştir. Marjinal RMD, %99 güven aralığı için 975 TL olarak hesaplanmıştır. Ayrıca marjinal RMD'ler portföydeki varlıklar için ayrı olarak da ifade edilmiştir. Marjinal RMD; Euro için 0,888527, ABD Doları için 0,877769 ve altın için 1,232523 olarak hesaplanmıştır. Yani portföyde yer alan üç varlıktan birinin ağırlığı %1 arttığı takdirde o varlıktan kaynaklanan riskte; Euro için 0,888527'lik, ABD Doları için 0,877769'luk ve altın için 1,232523'lük azalış meydana geleceği saptanmıştır.

(Özgür Eser, 2010) BIST 30 endeksinde işlem gören hisse senetlerinden oluşturulan bir portföyün, Varyans-Kovaryans ve Tarihsel Simülasyon yöntemleri vasıtasıyla RMD'sinin hesaplandığı bir çalışmadır. Hesaplamalara konu olan geçmiş veriler, Ocak 2004-Aralık 2009 tarihleri arasındaki döneme ait 1508 veriden oluşmaktadır. Portföy oluşturulurken; BIST 30 endeksinde işlem gören 23 hisse senedi analiz edilmiş, bu hisse senetleri içerisinde değişim katsayısı en düşük olan, yani bir birimlik getiri için riske en az maruz kalınan 7 adet hisse senedi seçilmiştir. Portföye toplamda 1.000.000 TL tutarında yatırım yapıldığı varsayılmış ve portföyde yer alan 7 hisse senedine eşit ağırlıkta yatırım yapıldığı varsayılmıştır. Portföyde yer alan hisse senetlerinin getirilerine gereken normallik testleri yapılmış, getirilerin normal dağılmadığı görülmüş ancak normal dağılıma yakınsamalar saptandığından getirilerin normal dağıldığı varsayılmıştır. Varyans-Kovaryans yöntemi vasıtasıyla hesaplanan RMD, %99 güven aralığı için; elde tutma süreleri 1 gün ve 10 gün alınarak hesaplanmıştır. Ayrıca volatilité modeli olarak; sabit standart sapma ve üstel ağırlıklı hareketli ortalama(EWMA) yöntemleri kullanılmış, her iki yöntem için de hesaplamalar ayrı olarak gerçekleştirilmiş ve sonuçlar kıyaslanmıştır. EWMA yöntemine dayalı volatilité hesaplamasında üstel faktör  $\lambda=0,94$  olarak alınmıştır. Varyans-Kovaryans yöntemi vasıtasıyla RMD, %99 güven aralığında, sabit standart sapmaya dayalı volatilité modeliyle; 1 günlük elde tutma süresi için 54.758 TL, 10 günlük elde tutma süresi için 173.162 TL ve EWMA volatilité modeliyle; 1 günlük

elde tutma süresi için 34.258 TL, 10 günlük elde tutma süresi için 108.335 TL olarak hesaplanmıştır. Sabit standart sapma ve üstel ağırlıklı hareketli ortalama volatilité modelleri vasıtasıyla hesaplanan 10 günlük RMD'ler karşılaştırıldığında farkın çok yüksek olduğu görülmektedir. Tarihsel simülasyon yöntemi vasıtasıyla RMD, %99 güven aralığında; 1 günlük elde tutma süresi için 40.049 TL ve 10 günlük elde tutma süresi için 126.646 TL olarak hesaplanmıştır. Nihai olarak, RMD hesaplama yöntemlerinin güvenilirliğinin sınanması amacıyla, Eylül 2008-Aralık 2009 tarihleri arasında yer alan toplam 333 gözleme geriye dönük testler gerçekleştirilmiştir. %99 güven aralığında gerçekleştirilen geriye dönük testler neticesinde, Varyans-Kovaryans yöntemi; sabit standart sapma volatilité modeli için güvenilir, EWMA volatilité modeli için güvenilir bulunurken, Tarihsel Simülasyon yöntemi güvenilir bulunmuştur.

(Seyhan Altıkatoğlu, 2010) BIST 30 endeksinde işlem gören hisse senetlerinden oluşturulan bir portföyün; Varyans-Kovaryans, Tarihsel Simülasyon ve Monte Carlo Simülasyonu yöntemleri vasıtasıyla RMD'sinin hesaplandığı bir çalışmadır. Çalışmaya konu olan varsayımsal portföy, BIST 30 endeksinde işlem gören; Yapı Kredi, Akbank, Şekerbank, TEB ve Garanti Bankası hisselerinden oluşturulmuştur. Portföye 500.000 TL yatırım yapıldığı ve portföyde yer alan 5 hisse senedine de eşit yatırım yapıldığı, yani her bir hisse senedine 100.000 TL tutarında yatırım yapıldığı varsayılmıştır. Portföydeki hisse senetlerine ait geçmiş veriler, Ocak 2002-Aralık 2009 tarihleri arasındaki döneme aittir. Portföyde yer alan hisse senetlerine ait getirilere normallik testleri yapılmış ve neticesinde normal dağılmadığı görülmüştür. Ayrıca portföyde yer alan hisse senetlerine durağanlık testleri yapılmış ve bu testler neticesinde hisse senetlerinin getiri serilerinin durağan olduğu saptanmıştır. Varyans-Kovaryans yöntemiyle gerçekleştirilen RMD hesaplamasında, sabit varyans ve GARCH volatilité modelleri çerçevesinde ayrı RMD hesaplamaları gerçekleştirmek suretiyle elde edilen sonuçlar kıyaslanmıştır. Varyans-Kovaryans yöntemi vasıtasıyla RMD, %99 güven aralığında, sabit varyans volatilité modeli ile; 1 gün için 25.630 TL, 10 gün için 81.049 TL, 252 gün için 406.864 TL ve GARCH volatilité modeli ile; 1 gün için 9.362 TL, 10 gün için 29.605 TL, 252 gün için 148.617 TL olarak hesaplanmıştır. Tarihsel Simülasyon yöntemi vasıtasıyla RMD, %99 güven

aralığında; 1 gün için 24.575 TL, 10 gün için 77.713 TL ve 252 gün için 390.115 TL olarak hesaplanmıştır. Monte Carlo Simülasyonu yöntemi vasıtasıyla RMD, %99 güven aralığında; 1 gün için 18.458 TL, 10 gün için 58.369 TL ve 252 gün için 293.012 TL olarak hesaplanmıştır. Üç yöntemle hesaplanan RMD değerleri kıyaslandığında, %99 güven aralığı ve 10 günlük elde tutma süresi için; en düşük RMD, GARCH volatilité modeline dayalı Varyans-Kovaryans yöntemiyle hesaplanırken, en yüksek RMD, sabit varyans volatilité modeline dayalı Varyans-Kovaryans yöntemiyle hesaplanmıştır. En düşük ve en yüksek RMD sonuçları, aynı yöntemin farklı volatilité modellerine aittir.

(Yasemin Koldere Akın ve Umut Akduğan, 2012) Çalışmada varsayımsal portföyler oluşturularak, bu portföylere ait RMD'ler Varyans-Kovaryans yöntemi vasıtasıyla hesaplanmıştır. 2008 yılı için eşit ağırlıklandırılmış 7 adet emeklilik yatırım fonu, 2009 yılı için eşit ağırlıklandırılmış 8 adet emeklilik yatırım fonu, 2010 yılı için eşit ağırlıklandırılmış 10 adet yatırım fonu kullanılmak suretiyle her yıl için portföy oluşturulmuş ve bu portföyler için RMD hesaplamaları gerçekleştirilmiştir. Bu portföylerin her birine 100.000 TL yatırım yapıldığı varsayılmıştır. Tanımlayıcı istatistikler neticesinde üç portföyün de getirilerinin normal dağılmadığı saptanmış ancak getirilerin normal dağıldığı varsayılmak suretiyle RMD hesaplamaları gerçekleştirilmiştir. %99 güven aralığında ve yıllık bazda RMD'ler; 2008 yılı için 7.040,90 TL, 2009 yılı için 454,81 TL ve 2010 yılı için 871,94 TL olarak hesaplanmıştır.

(Sinan Esen, 2012) Çalışmada BIST-100, BIST-30 ve altın için Tarihsel Simülasyon yöntemi vasıtasıyla RMD hesaplaması yapılmıştır. Hesaplamalara konu olan veriler Temmuz 2011-Temmuz 2012 tarihleri arasında yer alan 250 iş gününe ait veriden oluşturulmuştur. Altına ait geçmiş veriler, külçe altın gram fiyatlarından oluşturulmuştur. Bir portföy oluşturulmamış, üç varlık için de ayrı ayrı 100.000 TL yatırım yapıldığı varsayılmış ve üç farklı RMD hesaplaması gerçekleştirilmiştir. 1 günlük elde tutma süresi ve %95 güven aralığı için RMD; BIST-100 için 2.720 TL, BIST-30 için 2.904 TL, altın için 2.079 TL olarak hesaplanmıştır.

(Gerald Z. Katsenga, 2013) Çalışmada, gizlilik açısından adı gizli tutulan Güney Afrika'daki bir finansal kuruluşun faiz oranlarından oluşan portföyünden alınan kesit ile oluşturulan iki portföyün; Tarihsel Simülasyon yöntemi vasıtasıyla RMD'si hesaplanmış ve modelin güvenilirliği geriye dönük testler vasıtasıyla sınanmıştır. Şirketin genel portföyü; vadeli krediler, faiz oranı swapları, Johannesburg Borsası'nda işlem gören devlet ve özel sektör tahvilleri, swaptionlar, forward sözleşmeleri ve repolardan oluşmaktadır. Hedge portföyü, tüm varlıkları ve hedge pozisyonları içeren, şirketin orijinal portföyüdür. Unhedged portföy, hiçbir hedge pozisyon içermemektedir. Tarihsel Simülasyon yöntemi vasıtasıyla; %99, %95 ve %90 güven aralıklarında, Haziran 2010-Temmuz 2011 tarihleri arasında yer alan 251 gün için günlük bazda RMD hesaplaması gerçekleştirilmiştir. Her gün için RMD hesaplaması gerçekleştirilirken 251 günlük bazdaki geçmiş veri kullanılmış ve portföydeki pozisyonların değeri her gün için tekrar hesaplanmak suretiyle güncellenmiştir. Geriye dönük testler vasıtasıyla modellerin güvenilirlikleri sınanırken; Basel Trafik Işıkları Testi, Kupiec'in Aşımaların Oranı Testi (POF), Christoffersen'in Bağımsızlık Testi ve Christoffersen'in Ortak (Joint) Testi kullanılmıştır. Bağımsızlık Testi açısından iki portföy için de tüm modeller güvenilir bulunurken, aşım sayısına odaklı testler neticesinde; modellerin, hedge portföyü için daha isabetli tahminler yaptığı saptanmıştır.

(Hakan Yıldırım ve Arin Çolakyan, 2014) Çalışmada varsayımsal bir portföye ait RMD; Varyans-Kovaryans, Tarihsel Simülasyon ve Monte Carlo Simülasyonu yöntemleri vasıtasıyla hesaplanmıştır. Hesaplamalara konu olan varsayımsal portföy; BIST-100 endeksi, BIST-30 endeksi, Euro, ABD Doları ve Sterlin varlıklarından oluşturulmuştur. Portföye toplamda 5.000 TL yatırım yapıldığı ve her varlığın eşit ağırlığa sahip olduğu yani varlık başına 1.000 TL ayrıldığı varsayılmıştır. Portföyde yer alan varlıklara ilişkin geçmiş veriler, Ocak 2008-Aralık 2012 tarihleri arasındaki 1.257 günlük veridir. %99 güven aralığı ve 1 günlük elde tutma süresi için RMD; Tarihsel Simülasyon yöntemi vasıtasıyla 116 TL, Varyans-Kovaryans yöntemi vasıtasıyla 100 TL olarak hesaplanmıştır. Monte Carlo Simülasyonu yöntemi vasıtasıyla RMD hesaplaması için, 10.000 tesadüfi veri türetilmesi suretiyle portföyün günlük parasal bazdaki getirileri bulunmuş ve bu



getiriler küçükten büyüğe olacak şekilde sıralanmıştır.  $10.000 * 0,99 = 9.900$  formülasyonu ile 9.900'üncü gözleme denk gelen günlük parasal bazdaki getiri verisi olan 95 TL, %99 güven aralığı ve 1 günlük elde tutma süresi için RMD olarak belirlenmiştir. EWMA yöntemi vasıtasıyla RMD, lambda katsayısı 0,94 alınmak suretiyle, %99 güven aralığı ve 1 günlük elde tutma süresi için 374 TL olarak hesaplanmıştır. Nihai olarak z testi vasıtasıyla geriye dönük testler gerçekleştirilmiştir. Geriye dönük testler neticesinde; %95 güven aralığında Varyans-Kovaryans ve EWMA modellerinin her ikisi de güvenilir bulunurken, %99 güven aralığında EWMA modeli güvenilir bulunmuş ancak Varyans-Kovaryans modeli güvenilir bulunmuştur.

(Paula Andreea Terinte, 2015) Çalışmada Romanya'da (Bükreş Borsası) işlem gören 5 farklı hisse senediyle oluşturulan bir portföyün RMD'si; Varyans-Kovaryans, Tarihsel Simülasyon ve Monte Carlo Simülasyonu yöntemleri vasıtasıyla hesaplanmıştır. Portföyde yer alan hisse senetleri, farklı sektörlerde yer alan ve en fazla likiditeye sahip şirketlere aittir. Hisse senetlerine ait geçmiş veriler 2011-2015 yılları arasında yer alan 1022 günlük veriden oluşmaktadır. Varsayımsal portföye yapılan yatırım tutarının 100.000 RON olduğu varsayılmıştır. Portföye yapılan istatistik testler neticesinde normal dağılıma sahip olmadığı saptanmıştır. Portföyün RMD'si 1 günlük elde tutma süresi için, %95 güven aralığı çerçevesinde; Varyans-Kovaryans yöntemiyle 2.527,67 RON, Tarihsel Simülasyon yöntemiyle 1.381,60 RON, Monte Carlo Simülasyonu yöntemiyle 4.253,87 RON ve %99 güven aralığı çerçevesinde; Varyans-Kovaryans yöntemiyle 3.574,93 RON, Tarihsel Simülasyon yöntemiyle 2.666,60 RON, Monte Carlo Simülasyonu yöntemiyle 3.713,13 RON olarak hesaplanmıştır. Monte Carlo Simülasyonu yöntemi vasıtasıyla hesaplanan RMD'nin, %95 güven aralığında, %99 güven aralığına göre daha yüksek sonuç vermesinin dikkat çekici olduğu vurgulanmıştır. Çalışmada volatil piyasalarda %99 güven aralığında gerçekleştirilen hesaplamaların dikkate alınması gerektiği, Romanya sermaye piyasası da volatil piyasa olduğundan %99 güven aralığında hesaplanan RMD'nin esas alınması gerektiği belirtilmiştir.

(İhsan Kulalı, 2016) Varsayımsal iki portföyün RMD'lerinin Varyans-Kovaryans yöntemi vasıtasıyla hesaplandığı bir çalışmadır. İki varsayımsal portföy de

BIST-100 endeksinde işlem gören; AYGAZ, PETKIM ve TUPRS hisseleriyle oluşturulmuş olup, portföylerin farkı; hisselerin, portföylerdeki ağırlıklarının farklı oluşundan ileri gelmektedir. 1. portföyde tüm hisse senetlerine eşit ağırlık verilirken, 2. portföyde AYGAZ'a %50, PETKIM'e %30 ve TUPRS'ye %20 ağırlık verilmiştir. Portföy başına 107.172 ABD Doları yatırım yapıldığı varsayılmıştır. Hisse senetlerine ait geçmiş veriler, 2015 yılına ait günlük bazdaki 252 veridir. Varlıklara ait günlük bazdaki getiriler, basit getiri formülasyonu vasıtasıyla hesaplanmıştır. Varlıklara ait getirilerin normal dağılmadığı saptanmış, ancak normal dağıldığı varsayılmıştır. Portföy-1 için RMD, %99 güven aralığında; 1 günlük elde tutma süresi için 4.231 USD, 10 günlük elde tutma süresi için 13.370 USD, %95 güven aralığında; 1 günlük elde tutma süresi için 2.978 USD, 10 günlük elde tutma süresi için 9.410 USD olarak hesaplanmıştır. Portföy-2 için RMD, %99 güven aralığında; 1 günlük elde tutma süresi için 4.247 USD, 10 günlük elde tutma süresi için 13.421 USD, %95 güven aralığında; 1 günlük elde tutma süresi için 2.990 USD, 10 günlük elde tutma süresi için 9.447 USD olarak hesaplanmıştır.

(Onkar Shivraj Swami, Santosh Kumar Pandey, Puneet Pancholy, 2016)

Çalışmada varsayımsal bir portföyün; Varyans-Kovaryans ve Tarihsel Simülasyon yöntemleri vasıtasıyla RMD'si hesaplanmıştır. Varsayımsal portföy; ABD Doları, Euro ve Sterlin varlıklarından oluşturulmuştur. ABD Doları'na 100 milyon Hint Rupisi, Euro'ya 50 milyon Hint Rupisi ve Sterlin'e 50 milyon Hint Rupisi olmak üzere toplam 200 milyon Hint Rupisi'lik varsayımsal bir portföy oluşturulmuştur. Hesaplamalara konu olan varlıklara ait geçmiş veriler, Ocak 1999-Aralık 2013 tarihleri arasında yer alan günlük bazdaki 3.400 adet getiri verisidir. Günlük getiriler logaritmik bazda hesaplanmıştır. ABD Doları, Euro, Sterlin varlıklarının ve portföyün getiri serilerine yapılan normallik testleri neticesinde hiçbir getiri serisinin normal dağılım göstermediği saptanmıştır. RMD, 250 günlük geçmiş veri kullanılmak suretiyle rolling window yöntemi vasıtasıyla her gün için hesaplanmıştır. Yani kabaca  $3.400 - 250 = 3.150$  gün için RMD hesaplamaları gerçekleştirilmiştir. %99 güven aralığı ve 1 günlük elde tutma süresi için; Varyans-Kovaryans ve Tarihsel Simülasyon yöntemleri vasıtasıyla RMD hesaplamaları gerçekleştirilmiştir. Varyans-Kovaryans yöntemi vasıtasıyla RMD; normal dağılım ve studen-t dağılımı için hesaplanmıştır. RMD

modellerin güvenilirlikleri, Basel Trafik Işıkları Testi ve Kupiec'in Aşımaların Oranı Testi (POF) vasıtasıyla sınanmıştır. Geriye dönük testler; 2000-2013 yılları arası için senelik bazda, her sene kendi içinde ele alınmak suretiyle toplamda 14 sene için gerçekleştirilmiştir. Basel Trafik Işıkları Testi neticesinde, Varyans-Kovaryans modeli; normal dağılım varsayımı çerçevesinde; 3 yıl için sarı bölgeye, 2 yıl için kırmızı bölgeye, student-t dağılımı çerçevesinde; 2 yıl için sarı bölgeye, 1 yıl için kırmızı bölgeye, Tarihsel Simülasyon modeli 4 yıl için sarı bölgeye, 1 yıl için kırmızı bölgeye tekabül etmiştir. Aşımaların Oranı (POF) testi neticesinde, %5 güven düzeyi için Varyans-Kovaryans modeli; normal dağılım varsayımı çerçevesinde 3 sene için güvenilirmez, student-t dağılımı çerçevesinde 1 sene için güvenilirmez ve Tarihsel Simülasyon modeli 3 sene için güvenilirmez bulunmuştur.

(İrem Cemre İrs, 2017) İki varlıktan oluşan, iki farklı portföyün Varyans-Kovaryans ve Tarihsel Simülasyon yöntemleri vasıtasıyla RMD'sinin ölçülmesi suretiyle elde edilen sonuçların karşılaştırıldığı bir çalışmadır. Portföyler; Euro ve Dolar varlıklarından oluşturulmuştur. Her iki portföyde de Dolar ve Euro ağırlıkları eşit olup, iki portföyde de Dolar'ın ve Euro'nun ağırlıkları %50'dir. Herbir portföy için farklı zaman kesitlerinden alınan, 5 yıllık 1306 adet veri kullanılmıştır. XY isimli portföyde 2012-2016 yıllarına ait döviz kurları kullanılırken, ZT isimli portföyde ise 2007-2011 yıllarına ait döviz kurları kullanılmıştır. Portföy başına ayrılan tutarın 1.000.000 TL olduğu varsayılmıştır. Çalışmada RMD hesaplamasına konu olan her iki portföyün de Dolar ve Euro varlıklarına ait veriler normal dağılıma sahip olmamakla beraber normal dağıldığı varsayılmıştır. Varyans-Kovaryans yöntemi vasıtasıyla hesaplanan RMD değerleri, 10 günlük elde tutma süresi ve %99 güven aralığında; XY portföyü için 46.523 TL, ZT portföyü için 66.870 TL olarak bulunmuştur. Tarihsel Simülasyon yöntemi vasıtasıyla hesaplanan RMD değerleri, 10 günlük elde tutma süresi ve %99 güven aralığında; XY portföyü için 55.337 TL, ZT portföyü için 97.634 TL olarak bulunmuştur. Sonuç olarak iki yöntem ile hesaplanan RMD değerleri karşılaştırılarak; Varyans-Kovaryans ve Tarihsel Simülasyon yöntemleri vasıtasıyla hesaplanan RMD değerleri arasındaki farkın, 2007-2011 yılları arasındaki kur verileriyle oluşturulan portföyde, 2012-2016 yılları arasındaki kur verileriyle oluşturulan portföye göre daha yüksek olduğu saptamasında bulunmaktadır.

Oluşturulan her iki portföyün de verilerinin normal dağılmadığı gerçeğiyle beraber, 2007-2011 yılları arasındaki kur verileriyle oluşturulan portföyün; hem Varyans-Kovaryans hem de Tarihsel Simülasyon vasıtasıyla hesaplanan RMD değerlerinin, 2012-2016 yılları arasındaki kur verileriyle oluşturulan portföyden belirgin şekilde yüksek oluşunun, 2007-2008 küresel finansal krizindeki volatiliteden olumsuz etkilenmesinden kaynaklanmasının kuvvetle muhtemel olduğu sonucuna ulaşıldığı belirtilmiştir.

(Abdullah Jobayed, 2017) Çalışmada, OMXH25 (Helsinki Borsası-Finlandiya), OMXS30 (Stockholm Borsası-İsveç), OMXC20 (Kopenhag Borsası-Danimarka) endeksleri için RMD; eşit ağırlıklandırılmış Varyans-Kovaryans, EMWA'ya dayalı Varyans-Kovaryans ve Tarihsel Simülasyon yöntemleri vasıtasıyla hesaplanmış, geriye dönük testler vasıtasıyla modellerin güvenilirlikleri sınanmıştır. Ocak 2006-Aralık 2013 tarihleri arasındaki toplam 2.087 günün her biri için RMD hesaplaması yapılmıştır. RMD hesaplamalarında günlük bazdaki 250 veri kullanılmış, 250 günlük geçmiş veri sayısı sabit kalmak suretiyle veri seti rolling window yöntemi vasıtasıyla günlük olarak güncellenmiştir. Endekslere ait günlük bazdaki getiriler logaritmik getiri olarak hesaplanmıştır. Endekslere ait getiri serilerine yapılan normallik testleri neticesinde, hiçbir endekse ait getiri serisinin normal dağılmadığı saptanmıştır. %99 ve %95 güven aralığında hesaplanan günlük bazdaki RMD'ler için modellerin güvenilirlikleri sınanmıştır. Geriye dönük test; 2.087 günün tamamının tek seferde ve 2008, 2010 yıllarının ayrı olarak ele alınması şeklinde iki ana başlık altında gerçekleştirilmiştir. Modellerin geriye dönük test edilmesinde; z testi, Basel Trafik Işıkları Testi, Kupiec'in Aşımların Oranı (POF) Testi, Kupiec'in İlk Aşıma Kadar Geçen Süre (TUFF) Testi, Christoffersen'in Bağımsızlık Testi, Christoffersen'in Ortak (Joint-POF+IND) Testi, Haas'ın Aşımlar Arasındaki Süre Bağımsızlık (TBFI) Testi ve Haas'ın Aşımlar Arasındaki Süre Ortak (Joint-POF+TBFI) Testi kullanılmıştır. Nihai olarak tüm geriye dönük test yöntemlerinin bulguları değerlendirilmiş, isabetli tahmin yapabilme açısından RMD modelleri; EWMA'ya dayalı Varyans-Kovaryans > Tarihsel Simülasyon > Eşit Ağırlıklandırılmış Varyans-Kovaryans olarak sıralanmıştır.

## 6. AMPİRİK UYGULAMA

Uygulamada; ABD Doları, Euro ve BIST-100 endeksleri kullanılarak üç farklı portföy oluşturulmuştur. Bu portföylere ait RMD; Varyans-Kovaryans ve Tarihsel Simülasyon yöntemleri vasıtasıyla hesaplanmış, modellerin güvenilirlikleri geriye dönük test yöntemleri ile sınanmıştır. Her bir portföy için 1.000.000 TL yatırım yapıldığı varsayılmıştır. Üç portföyün birbirinden olan farklılığı, varlıkların ağırlıklarının değiştirilmesinden ileri gelmektedir. Portföyler için varlıkların ağırlıkları aşağıdaki gibidir:

	Portföy-1	Portföy-2	Portföy-3
Dolar	25%	35%	15%
Euro	25%	35%	15%
BIST-100	50%	30%	70%

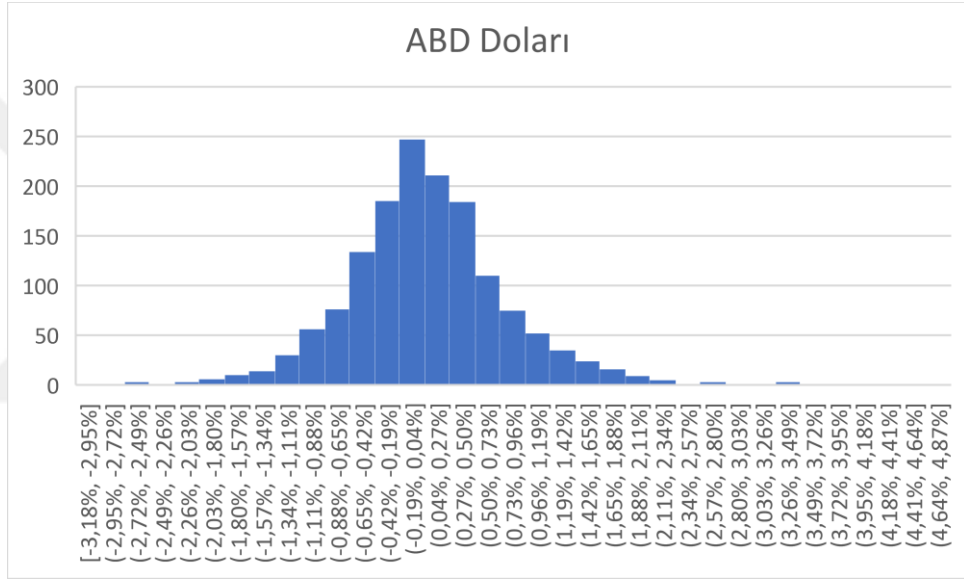
### 6.1. Tanımlayıcı İstatistikler

ABD Doları, Euro, BIST-100 ve portföyler için getiri serileri incelenmiştir. İncelemeye konu olan geçmiş veriler; ABD Doları ve Euro için 06.11.2012-25.07.2018 ve BIST-100 endeksi için 08.08.2012-25.07.2018 tarihleri arasındaki 1501 günlük kapanış fiyatları vasıtasıyla elde edilen 1500 günlük getiriden oluşmaktadır. İncelemede getiri serilerine ait temel istatistiksel bilgiler verilmekle beraber, getiri serilerinin dağılımsal özellikleri ve normallik durumları incelenmiştir. Bu çerçevede; çarpıklık(skewness), basıklık(excess kurtosis) ve Jarque Bera katsayıları yorumlanmıştır. Jarque Bera testi vasıtasıyla varlıkların ve portföylerin normal dağılım durumlarına %5 güven düzeyi çerçevesinde karar verilmiştir.

#### ABD Doları

Ortalama	0,000663496
Medyan	0,000305675
Maksimum	0,048025505

Minimum	-0,031785216
Varyans	5,78617E-05
Standart Sapma	0,007606691
Çarpıklık	0,514586977
Basıklık	3,031105837
Jarque Bera	640,4251012



Şekil-6: ABD Doları'nın getirilerine ait histogram

ABD Doları'na ait getiri dağılımının çarpıklık katsayısı 0'dan büyük olduğu için, dağılım sağa çarpıktır. Basıklık katsayısı ise 0'dan büyük olduğundan getiri dağılımı sivridir.

Getiri serisinin normalliği Jarque Bera testi vasıtasıyla sınanmıştır. Hipotezler:

$H_0$  = ABD Doları'na ait getiriler normal dağılmaktadır.

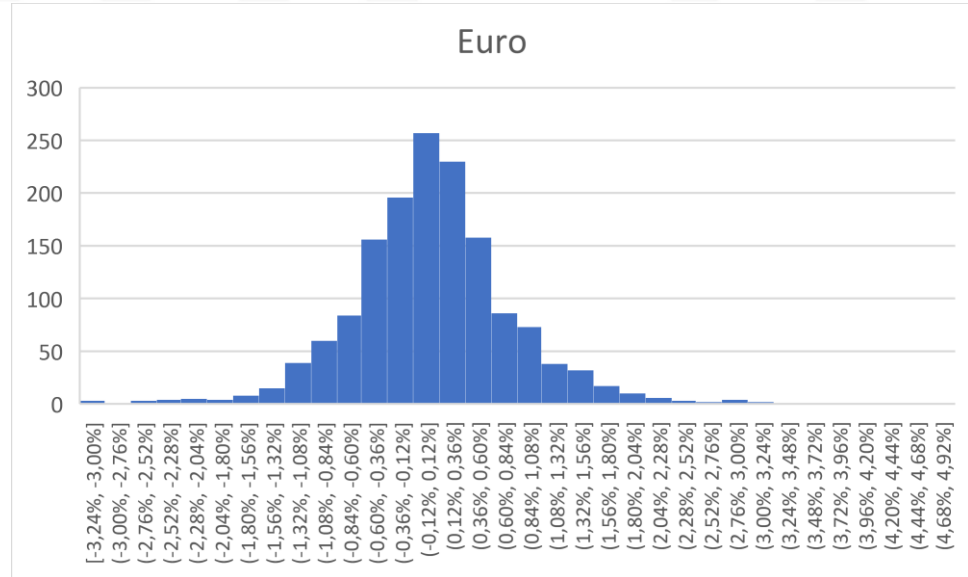
$H_1$  = ABD Doları'na ait getiriler normal dağılmamaktadır.

$$\chi_{JB}^2 = 640,4251012 > \chi_{tablo}^2 = 5,991$$

Hesaplanan test istatistiği, ki-kare tablo değerinden büyük olduğundan,  $H_0$  hipotezi reddedilmiş ve ABD Doları'na ait getirilerin normal dağılmadığı saptanmıştır.

### Euro

Ortalama	0,000605849
Medyan	0,000381764
Maksimum	0,048944676
Minimum	-0,032401449
Varyans	6,13635E-05
Standart Sapma	0,007833485
Çarpıklık	0,375558893
Basıklık	3,393040462
Jarque Bera	754,806344



Şekil-7: Euro'nun getirilerine ait histogram

Euro'ya ait getiri dağılımının çarpıklık katsayısı 0'dan büyük olduğu için, dağılım sağa çarpıktır. Basıklık katsayısı ise 0'dan büyük olduğundan getiri dağılımı sivridir.

Getiri serisinin normalliği Jarque Bera testi vasıtasıyla sınanmıştır. Hipotezler:

$H_0$  = Euro'ya ait getiriler normal dağılmaktadır.

$H_1$  = Euro'ya ait getiriler normal dağılmamaktadır.

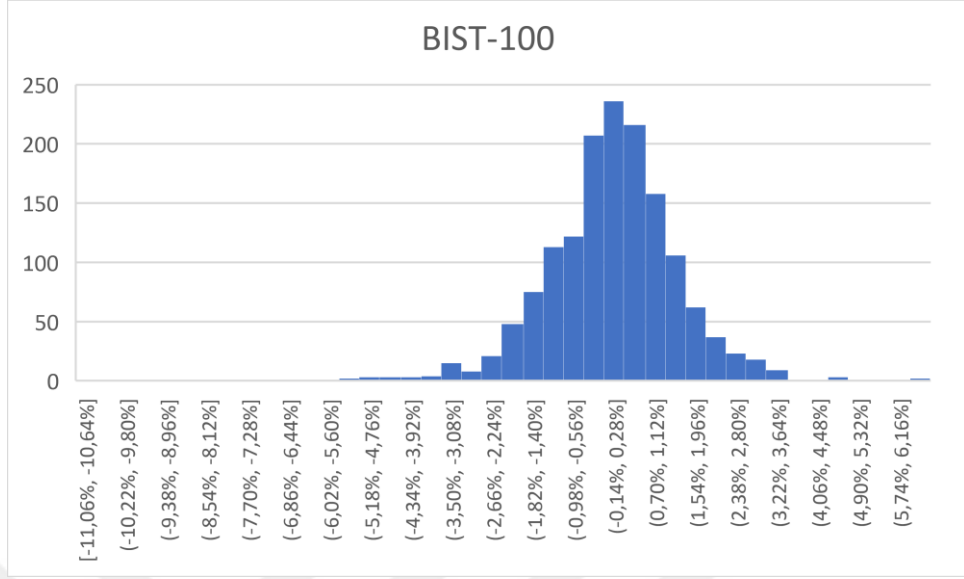
$$\chi_{JB}^2 = 754,806344 > \chi_{tablo}^2 = 5,991$$

Hesaplanan test istatistiği, ki-kare tablo değerinden büyük olduğundan,  $H_0$  hipotezi reddedilmiş ve Euro'ya ait getirilerin normal dağılmadığı saptanmıştır.

### BIST-100 Endeksi

Ortalama	0,000258673
Medyan	0,000737945
Maksimum	0,06237859
Minimum	-0,110637935
Varyans	0,000190679
Standart Sapma	0,013808673
Çarpıklık	-0,592464844
Basıklık	4,859464497
Jarque Bera	1563,653348





Şekil-8: BIST-100'ün getirilerine ait histogram

BIST-100'e ait getiri dağılımının çarpıklık katsayısı 0'dan küçük olduğu için, dağılım sola çarpıktır. Basıklık katsayısı ise 0'dan büyük olduğundan getiri dağılımı sivridir.

Getiri serisinin normalliği Jarque Bera testi vasıtasıyla sınanmıştır. Hipotezler:

$H_0$  = BIST-100'e ait getiriler normal dağılmaktadır.

$H_1$  = BIST-100'e ait getiriler normal dağılmamaktadır.

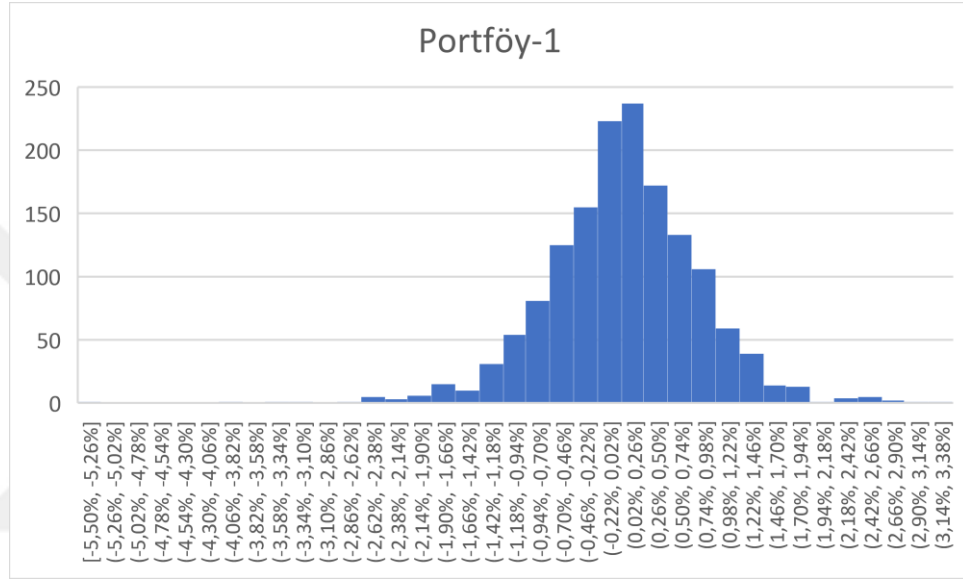
$$\chi_{JB}^2 = 1563,653348 > \chi_{tablo}^2 = 5,991$$

Hesaplanan test istatistiği, ki-kare tablo değerinden büyük olduğundan,  $H_0$  hipotezi reddedilmiş ve BIST-100'e ait getirilerin normal dağılmadığı saptanmıştır.

### Portföy-1

Ortalama	0,000446673
Medyan	0,000524175
Maksimum	0,033157964
Minimum	-0,055014533
Varyans	6,04104E-05

Standart Sapma	0,007772416
Çarpıklık	-0,387033586
Basıklık	3,33231049
Jarque Bera	731,4670743



Şekil-9: Portföy-1'in getirilerine ait histogram

Portföy-1'e ait getiri dağılımının çarpıklık katsayısı 0'dan küçük olduğu için, dağılım sola çarpıktır. Basıklık katsayısı ise 0'dan büyük olduğundan getiri dağılımı sivridir.

Getiri serisinin normalliği Jarque Bera testi vasıtasıyla sınanmıştır. Hipotezler:

$H_0$  = Portföy-1'e ait getiriler normal dağılmaktadır.

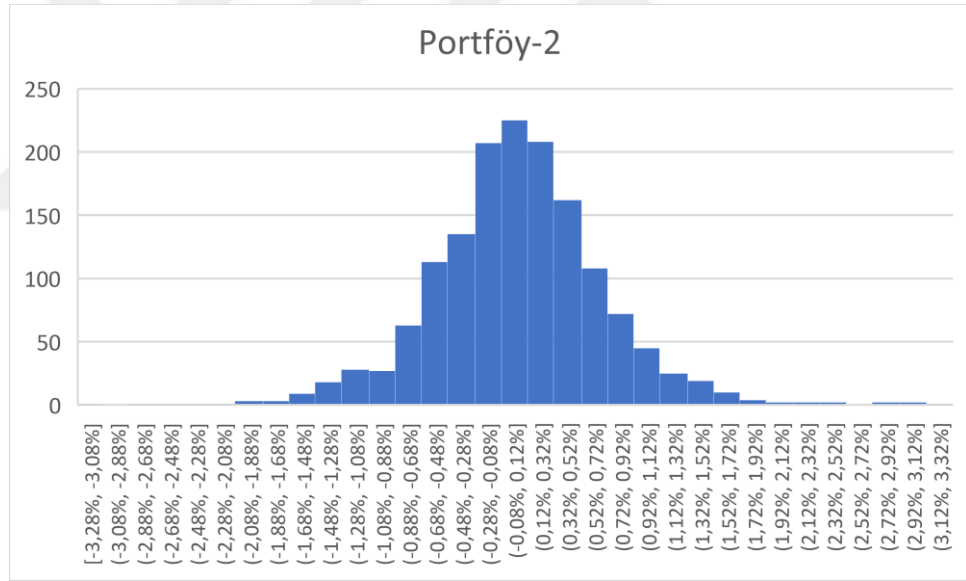
$H_1$  = Portföy-1'e ait getiriler normal dağılmamaktadır.

$$\chi_{JB}^2 = 731,4670743 > \chi_{tablo}^2 = 5,991$$

Hesaplanan test istatistiği, ki-kare tablo değerinden büyük olduğundan,  $H_0$  hipotezi reddedilmiş ve Portföy-1'e ait getirilerin normal dağılmadığı saptanmıştır.

## Portföy-2

Ortalama	0,000521873
Medyan	0,000459279
Maksimum	0,03264459
Minimum	-0,032765172
Varyans	4,26051E-05
Standart Sapma	0,006527261
Çarpıklık	0,100727866
Basıklık	2,405730857
Jarque Bera	364,2578357



Şekil-10: Portföy-2'nin getirilerine ait histogram

Portföy-2'ye ait getiri dağılımının çarpıklık katsayısı 0'dan büyük olduğu için, dağılım sağa çarpıktır. Basıklık katsayısı ise 0'dan büyük olduğundan getiri dağılımı sivridir.

Getiri serisinin normalliği Jarque Bera testi vasıtasıyla sınanmıştır. Hipotezler:

$H_0$  = Portföy-2'ye ait getiriler normal dağılmaktadır.

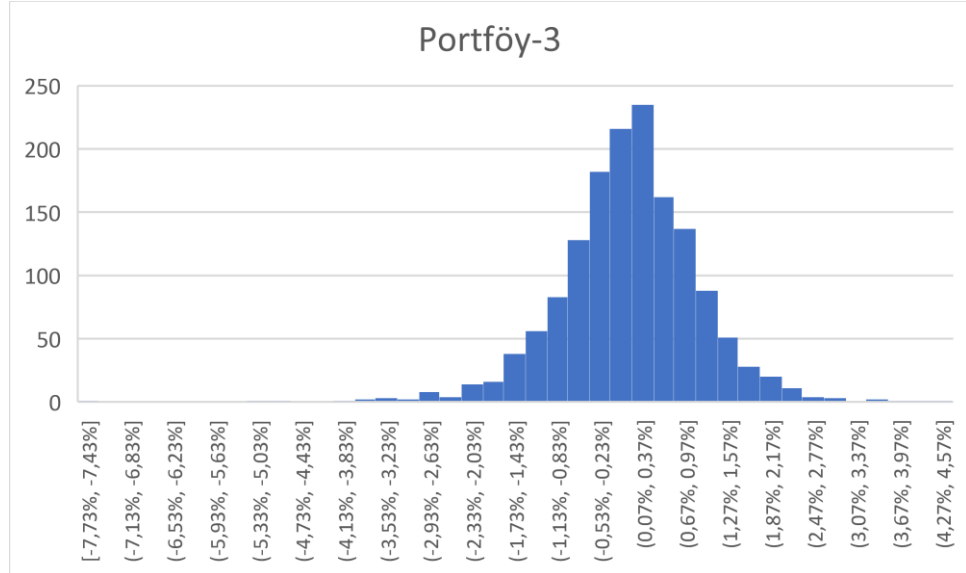
$H_1$  = Portföy-2'ye ait getiriler normal dağılmamaktadır.

$$\chi_{JB}^2 = 364,2578357 > \chi_{tablo}^2 = 5,991$$

Hesaplanan test istatistiği, ki-kare tablo değerinden büyük olduğundan,  $H_0$  hipotezi reddedilmiş ve Portföy-2'ye ait getirilerin normal dağılmadığı saptanmıştır.

### Portföy-3

Ortalama	0,000371473
Medyan	0,000664416
Maksimum	0,044846214
Minimum	-0,077263894
Varyans	9,78171E-05
Standart Sapma	0,009890251
Çarpıklık	-0,569250913
Basıklık	4,482011293
Jarque Bera	1336,538227



şekil-11: Portföy-3'ün getirilerine ait histogram

Portföy-3'e ait getiri dağılımının çarpıklık katsayısı 0'dan küçük olduğu için, dağılım sola çarpıktır. Basıklık katsayısı ise 0'dan büyük olduğundan getiri dağılımı sivridir.

Getiri serisinin normalliği Jarque Bera testi vasıtasıyla sınanmıştır. Hipotezler:

$H_0$  = Portföy-3'e ait getiriler normal dağılmaktadır.

$H_1$  = Portföy-3'e ait getiriler normal dağılmamaktadır.

$$\chi_{JB}^2 = 1336,538227 > \chi_{tablo}^2 = 5,991$$

Hesaplanan test istatistiği, ki-kare tablo değerinden büyük olduğundan,  $H_0$  hipotezi reddedilmiş ve Portföy-3'e ait getirilerin normal dağılmadığı saptanmıştır.

## 6.2. RMD Hesaplamaları

Üç portföy için de Varyans-Kovaryans ve Tarihsel Simülasyon yöntemleri vasıtasıyla, güven aralıkları; %99, %95 ve %90 ve elde tutma süreleri; 1 gün, 10 gün, 252 gün alınmak suretiyle RMD hesaplamaları gerçekleştirilmiştir. RMD hesaplamalarında kullanılan geçmiş veriler; ABD Doları ve Euro için 06.11.2012-25.07.2018, BIST-100 endeksi için 08.08.2012-25.07.2018 tarihleri arasında yer alan 1.501 günlük kapanış verilerinden oluşmaktadır. 1.501 günlük kapanış verisi vasıtasıyla elde edilen 1.500 günlük getiri RMD hesaplamalarına konu olmuştur. Günlük getiriler tüm RMD modelleri için logaritmik bazda hesaplanmıştır. Varlıklara ait geçmiş veriler <https://tr.investing.com> internet sitesinden temin edilmiştir. Tanımlayıcı istatistikler neticesinde getirilerin normal dağılmadığı saptanmış, ancak veri seti yeterli büyüklükte olduğundan, hesaplamalar normal dağılım varsayımı altında gerçekleştirilmiştir.

### 6.2.1. Varyans-Kovaryans Yöntemi

Varyans-Kovaryans yöntemi vasıtasıyla RMD hesaplamasında kullanılacak formülasyonu hatırlatmak gerekirse:

$$RMD_{VC} = PV_p * z_\alpha * \sigma_p * \sqrt{t}$$

Üç varlıktan meydana gelen bir portföyün volatilitesi aşağıdaki formülasyon vasıtasıyla;

$$\sigma_p = \sqrt{w_1^2 * \sigma_1^2 + w_2^2 * \sigma_2^2 + w_3^2 * \sigma_3^2 + 2 * w_1 * w_2 * \rho_{1,2} * \sigma_1 * \sigma_2 + 2 * w_1 * w_3 * \rho_{1,3} * \sigma_1 * \sigma_3 + 2 * w_2 * w_3 * \rho_{2,3} * \sigma_2 * \sigma_3}$$

veya matrisler vasıtasıyla;

$$\sigma_p^2 = [w_1 \ w_2 \ \dots \ w_n] * \begin{pmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \sigma_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \sigma_n \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} \rho_{1,1} & \rho_{1,2} & \dots & \rho_{1,n} \\ \rho_{2,1} & \rho_{2,2} & \dots & \rho_{2,n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \rho_{n,1} & \rho_{n,2} & \dots & \rho_{n,n} \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} \sigma_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \sigma_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \sigma_n \end{bmatrix} \end{pmatrix} * \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ \vdots \\ w_n \end{bmatrix}$$

$$\sigma_p = \sqrt{[w_1 \ w_2 \ \dots \ w_n] * \begin{pmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \sigma_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \sigma_n \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} \rho_{1,1} & \rho_{1,2} & \dots & \rho_{1,n} \\ \rho_{2,1} & \rho_{2,2} & \dots & \rho_{2,n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \rho_{n,1} & \rho_{n,2} & \dots & \rho_{n,n} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} \sigma_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \sigma_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \sigma_n \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ \vdots \\ w_n \end{bmatrix} \end{pmatrix}}$$

hesaplanabilmektedir.

Portföydeki varlık sayısı arttıkça, formülasyon vasıtasıyla volatilité hesaplamasında işlem yükü radikal şekilde artacağından, portföyün volatilitesi matrisler vasıtasıyla hesaplanmıştır.

Portföylerin volatilitesi matrisler vasıtasıyla hesaplanırken, ilk olarak formülde yer alan parantez içindeki matrislerin sırasıyla çarpılması suretiyle varyans-kovaryans matrisi elde edilmiştir. Ardından yine formülasyondaki sıraya göre varyans-kovaryans matrisi, ağırlık matrisleriyle çarpılarak portföyün volatilitesi hesaplanmıştır.

Matrislerin çarpımı işleminde  $A * B \neq B * A$  olduğundan, formülasyondaki sıraya uymak önem teşkil etmektedir.

### 6.2.1.1. Eşit Ağırlıklandırılmış Varyans-Kovaryans Yöntemi

Hesaplamalar yazıya dökülürken, virgülden sonraki tüm haneleri yazmak mümkün olmadığından ABD Doları, Euro ve BIST-100 endeksi için standart sapmaların ve korelasyonların tam hali aşağıdaki gibidir:

	Standart Sapma
Dolar	0,007606691
Euro	0,007833485
BIST-100	0,013808673

	Korelasyon
Dolar-Euro	0,766722497
Dolar-BIST100	-0,02008042
Euro-BIST-100	0,003900525

Ayrıca gerçekleştirilen RMD hesaplamalarında kullanılan tek kuyruk z istatistiği değerleri, excel vasıtasıyla hesaplanmış ancak uygulama yazıya dökülürken kısaltılarak yazılmıştır. Kullanılan tek kuyruk z istatistiği değerleri aşağıdaki gibidir:

Güven Aralığı	Z Değeri
99%	2,326347874
95%	1,644853627
90%	1,281551566

### Portföy-1

Portföy-1 için volatilité aşağıdaki gibi hesaplanmıştır:

$$1) V * C = \begin{bmatrix} 0,0076 & 0 & 0 \\ 0 & 0,0078 & 0 \\ 0 & 0 & 0,0138 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 1 & 0,7667 & -0,02 \\ 0,7667 & 1 & 0,0039 \\ -0,02 & 0,0039 & 1 \end{bmatrix}$$

$$V * C = \begin{bmatrix} 0,0076 & 0,0058 & -0,00015 \\ 0,006 & 0,0078 & 0,00003 \\ -0,00027 & 0,000053 & 0,0138 \end{bmatrix}$$

$$2) V * C * V = \begin{bmatrix} 0,0076 & 0,0058 & -0,00015 \\ 0,006 & 0,0078 & 0,00003 \\ -0,00027 & 0,000053 & 0,0138 \end{bmatrix} *$$

$$\begin{bmatrix} 0,0076 & 0 & 0 \\ 0 & 0,0078 & 0 \\ 0 & 0 & 0,0138 \end{bmatrix}$$

$$V * C * V = \begin{bmatrix} 5,78617E - 05 & 4,56866E - 05 & -2,10921E - 06 \\ 4,56866E - 05 & 6,13635E - 05 & 4,2192E - 07 \\ -2,10921E - 06 & 4,2192E - 07 & 0,000190679 \end{bmatrix}$$

$$3) W * V * C * V = [0,25 \ 0,25 \ 0,50] *$$

$$\begin{bmatrix} 5,78617E - 05 & 4,56866E - 05 & -2,10921E - 06 \\ 4,56866E - 05 & 6,13635E - 05 & 4,2192E - 07 \\ -2,10921E - 06 & 4,2192E - 07 & 0,000190679 \end{bmatrix}$$

$$W * V * C * V = [2,48325E - 05 \ 2,69735E - 05 \ 9,49179E - 05]$$

$$4) W * V * C * V * W' = [2,48325E - 05 \ 2,69735E - 05 \ 9,49179E -$$

$$05] * \begin{bmatrix} 0,25 \\ 0,25 \\ 0,50 \end{bmatrix}$$

$$W * V * C * V * W' = 6,04104E - 05$$

$$\sigma^2 = 6,04104E - 05$$

$$\sigma = \sqrt{6,04104E - 05} = 0,007772416$$



Portföy-1'in volatilitesi 0,007772416 olarak hesaplanmıştır. Bu çerçevede farklı elde tutma süreleri ve güven düzeyleri için RMD hesaplamaları aşağıdaki gibidir:

$$RMD_{0,99}^{1\text{ Gün}} = 1.000.000 * 2,33 * 0,007772416 = 18.081,34 \text{ TL}$$

$$RMD_{0,99}^{10\text{ Gün}} = 1.000.000 * 2,33 * 0,007772416 * \sqrt{10} = 57.178,22 \text{ TL}$$

$$RMD_{0,99}^{252\text{ Gün}} = 1.000.000 * 2,33 * 0,007772416 * \sqrt{252} = 287.032,41 \text{ TL}$$

$$RMD_{0,95}^{1\text{ Gün}} = 1.000.000 * 1,645 * 0,007772416 = 12.784,48 \text{ TL}$$

$$RMD_{0,95}^{10\text{ Gün}} = 1.000.000 * 1,645 * 0,007772416 * \sqrt{10} = 40.428,09 \text{ TL}$$

$$RMD_{0,95}^{252\text{ Gün}} = 1.000.000 * 1,645 * 0,007772416 * \sqrt{252} = 202.947,42 \text{ TL}$$

$$RMD_{0,90}^{1\text{ Gün}} = 1.000.000 * 1,28 * 0,007772416 = 9.960,75 \text{ TL}$$

$$RMD_{0,90}^{10\text{ Gün}} = 1.000.000 * 1,28 * 0,007772416 * \sqrt{10} = 31.498,66 \text{ TL}$$

$$RMD_{0,90}^{252\text{ Gün}} = 1.000.000 * 1,28 * 0,007772416 * \sqrt{252} = 158.122,02 \text{ TL}$$

### **Portföy-2**

Portföy-2 için volatiliteler aşağıdaki gibi hesaplanmıştır:

$$1) V * C = \begin{bmatrix} 0,0076 & 0 & 0 \\ 0 & 0,0078 & 0 \\ 0 & 0 & 0,0138 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 1 & 0,7667 & -0,02 \\ 0,7667 & 1 & 0,0039 \\ -0,02 & 0,0039 & 1 \end{bmatrix}$$

$$V * C = \begin{bmatrix} 0,0076 & 0,0058 & -0,00015 \\ 0,006 & 0,0078 & 0,00003 \\ -0,00027 & 0,000053 & 0,0138 \end{bmatrix}$$

$$2) V * C * V = \begin{bmatrix} 0,0076 & 0,0058 & -0,00015 \\ 0,006 & 0,0078 & 0,00003 \\ -0,00027 & 0,000053 & 0,0138 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 0,0076 & 0 & 0 \\ 0 & 0,0078 & 0 \\ 0 & 0 & 0,0138 \end{bmatrix}$$

$$V * C * V = \begin{bmatrix} 5,78617E - 05 & 4,56866E - 05 & -2,10921E - 06 \\ 4,56866E - 05 & 6,13635E - 05 & 4,2192E - 07 \\ -2,10921E - 06 & 4,2192E - 07 & 0,000190679 \end{bmatrix}$$

$$3) W * V * C * V = [0,35 \ 0,35 \ 0,30] *$$

$$\begin{bmatrix} 5,78617E - 05 & 4,56866E - 05 & -2,10921E - 06 \\ 4,56866E - 05 & 6,13635E - 05 & 4,2192E - 07 \\ -2,10921E - 06 & 4,2192E - 07 & 0,000190679 \end{bmatrix}$$

$$W * V * C * V = [3,56092E - 05 \ 3,75941E - 05 \ 5,66133E - 05]$$

$$4) W * V * C * V * W' = [3,56092E - 05 \ 3,75941E - 05 \ 5,66133E -$$

$$05] * \begin{bmatrix} 0,35 \\ 0,35 \\ 0,30 \end{bmatrix}$$

$$W * V * C * V * W' = 4,26051E - 05$$

$$\sigma^2 = 4,26051E - 05$$

$$\sigma = \sqrt{4,26051E - 05} = 0,006527261$$

Portföy-2'nin volatilitesi 0,006527261 olarak hesaplanmıştır. Bu çerçevede farklı elde tutma süreleri ve güven düzeyleri için RMD hesaplamaları aşağıdaki gibidir:

$$RMD_{0,99}^{1 \text{ Gün}} = 1.000.000 * 2,33 * 0,006527261 = 15.184,67 \text{ TL}$$

$$RMD_{0,99}^{10 \text{ Gün}} = 1.000.000 * 2,33 * 0,006527261 * \sqrt{10} = 48.018,17 \text{ TL}$$

$$RMD_{0,99}^{252 \text{ Gün}} = 1.000.000 * 2,33 * 0,006527261 * \sqrt{252} = 241.049,30 \text{ TL}$$

$$RMD_{0,95}^{1 \text{ Gün}} = 1.000.000 * 1,645 * 0,006527261 = 10.736,38 \text{ TL}$$

$$RMD_{0,95}^{10 \text{ Gün}} = 1.000.000 * 1,645 * 0,006527261 * \sqrt{10} = 33.951,44 \text{ TL}$$

$$RMD_{0,95}^{252 \text{ Gün}} = 1.000.000 * 1,645 * 0,006527261 * \sqrt{252} = 170.434,87 \text{ TL}$$

$$RMD_{0,90}^{1 \text{ Gün}} = 1.000.000 * 1,28 * 0,006527261 = 8.365,02 \text{ TL}$$

$$RMD_{0,90}^{10 \text{ Gün}} = 1.000.000 * 1,28 * 0,006527261 * \sqrt{10} = 26.452,51 \text{ TL}$$

$$RMD_{0,90}^{252 \text{ Gün}} = 1.000.000 * 1,28 * 0,006527261 * \sqrt{252} = 132.790,59 \text{ TL}$$

### Portföy-3

Portföy-3 için volatilité aşağıdaki gibi hesaplanmıştır:

$$1) V * C = \begin{bmatrix} 0,0076 & 0 & 0 \\ 0 & 0,0078 & 0 \\ 0 & 0 & 0,0138 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 1 & 0,7667 & -0,02 \\ 0,7667 & 1 & 0,0039 \\ -0,02 & 0,0039 & 1 \end{bmatrix}$$

$$V * C = \begin{bmatrix} 0,0076 & 0,0058 & -0,00015 \\ 0,006 & 0,0078 & 0,00003 \\ -0,00027 & 0,000053 & 0,0138 \end{bmatrix}$$

$$2) V * C * V = \begin{bmatrix} 0,0076 & 0,0058 & -0,00015 \\ 0,006 & 0,0078 & 0,00003 \\ -0,00027 & 0,000053 & 0,0138 \end{bmatrix} *$$

$$\begin{bmatrix} 0,0076 & 0 & 0 \\ 0 & 0,0078 & 0 \\ 0 & 0 & 0,0138 \end{bmatrix}$$

$$V * C * V = \begin{bmatrix} 5,78617E - 05 & 4,56866E - 05 & -2,10921E - 06 \\ 4,56866E - 05 & 6,13635E - 05 & 4,2192E - 07 \\ -2,10921E - 06 & 4,2192E - 07 & 0,000190679 \end{bmatrix}$$

$$3) W * V * C * V = [0,15 \ 0,15 \ 0,70] *$$

$$\begin{bmatrix} 5,78617E - 05 & 4,56866E - 05 & -2,10921E - 06 \\ 4,56866E - 05 & 6,13635E - 05 & 4,2192E - 07 \\ -2,10921E - 06 & 4,2192E - 07 & 0,000190679 \end{bmatrix}$$

$$W * V * C * V = [1,40558E - 05 \quad 1,63529E - 05 \quad 0,000133223]$$

$$4) W * V * C * V * W' = [1,40558E - 05 \quad 1,63529E - 05 \quad 0,000133223] * \begin{bmatrix} 0,15 \\ 0,15 \\ 0,70 \end{bmatrix}$$

$$W * V * C * V * W' = 9,78171E - 05$$

$$\sigma^2 = 9,78171E - 05$$

$$\sigma = \sqrt{9,78171E - 05} = 0,009890251$$

Portföy-3'ün volatilitesi 0,009890251 olarak hesaplanmıştır. Bu çerçevede farklı elde tutma süreleri ve güven düzeyleri için RMD hesaplamaları aşağıdaki gibidir:

$$RMD_{0,99}^{1 \text{ Gün}} = 1.000.000 * 2,33 * 0,009890251 = 23.008,16 \text{ TL}$$

$$RMD_{0,99}^{10 \text{ Gün}} = 1.000.000 * 2,33 * 0,009890251 * \sqrt{10} = 72.758,20 \text{ TL}$$

$$RMD_{0,99}^{252 \text{ Gün}} = 1.000.000 * 2,33 * 0,009890251 * \sqrt{252} = 365.243,28 \text{ TL}$$

$$RMD_{0,95}^{1 \text{ Gün}} = 1.000.000 * 1,645 * 0,009890251 = 16.268,01 \text{ TL}$$

$$RMD_{0,95}^{10 \text{ Gün}} = 1.000.000 * 1,645 * 0,009890251 * \sqrt{10} = 51.443,98 \text{ TL}$$

$$RMD_{0,95}^{252 \text{ Gün}} = 1.000.000 * 1,645 * 0,009890251 * \sqrt{252} = 258.246,73 \text{ TL}$$

$$RMD_{0,90}^{1 \text{ Gün}} = 1.000.000 * 1,28 * 0,009890251 = 12.674,86 \text{ TL}$$

$$RMD_{0,90}^{10 \text{ Gün}} = 1.000.000 * 1,28 * 0,009890251 * \sqrt{10} = 40.081,44 \text{ TL}$$

$$RMD_{0,90}^{252 \text{ Gün}} = 1.000.000 * 1,28 * 0,009890251 * \sqrt{252} = 201.207,27 \text{ TL}$$

Nihai olarak, bütün portföyler için eşit ağırlıklandırılmış Varyans-Kovaryans yöntemi vasıtasıyla hesaplanan RMD'ler aşağıdaki tabloda verilmiştir:

Elde Tutma Süresi		
1 Gün	10 Gün	252 Gün

Portföy-1	99%	18.081,34	57.178,22	287.032,41
	95%	12.784,48	40.428,09	202.947,42
	90%	9.960,75	31.498,66	158.122,02
Portföy-2	99%	15.184,67	48.018,17	241.049,30
	95%	10.736,38	33.951,44	170.434,87
	90%	8.365,02	26.452,51	132.790,59
Portföy-3	99%	23.008,16	72.758,20	365.243,28
	95%	16.268,01	51.443,98	258.246,73
	90%	12.674,86	40.081,44	201.207,27

Eşit ağırlıklandırılmış Varyans-Kovaryans yöntemine göre; en yüksek RMD BIST-100 endeksi ağırlıklı portföy-3 için hesaplanırken, en düşük RMD döviz ağırlıklı portföy-2 için hesaplanmıştır.

#### 6.2.1.2. EWMA'ya Dayalı Varyans-Kovaryans Yöntemi

Riskmetrics yöntemi olarak da bilinen yöntem, volatilité hesaplamasında kullanılacak istatistikî verilerden güncel olan verilere daha fazla ağırlık verme esasına dayanmaktadır. Güncel verilere verilecek olan ağırlık, lambda( $\lambda$ ) katsayısı vasıtasıyla belirlenmektedir. Bu çalışmada lambda( $\lambda$ ) katsayısı, RiskMetrics'in günlük bazdaki veri setleri için önerdiği değer olan  $\lambda=0,94$  kullanılmıştır<sup>71</sup>. Standart Varyans-Kovaryans yönteminde yapılan normal dağılım varsayımına ek olarak, Riskmetrics metodolojisinde varlıklara ait ortalama günlük getirinin sıfır olduğu varsayımı bulunmaktadır.

$i=1,2,3,\dots,t$  gözlem numaraları ve varlıklara ait günlük bazdaki getiri serilerinde  $r_1$  en yeni tarihli gözlem ve  $r_t$  en eski tarihli gözlem olmak üzere EWMA'ya dayalı Varyans-Kovaryans yöntemi vasıtasıyla RMD hesaplaması yapabilmek için gereken istatistikî veriler aşığıdaki formülasyonlar vasıtasıyla hesaplanmıştır:

<sup>71</sup> J.P. Morgan/Reuters, "RiskMetrics-Technical Document", Fourth Edition, New York, December 17, 1996, s. 39.

$$\sigma_{t+1}^2 = \sum_{i=1}^{i=t} (1 - \lambda) * \lambda^{(i-1)} * r_i^2$$

$$\sigma_{t+1} = \sqrt{\sum_{i=1}^{i=t} (1 - \lambda) * \lambda^{(i-1)} * r_i^2}$$

$$COV_{A,B} = \sum_{i=1}^{i=t} (1 - \lambda) * \lambda^{(i-1)} * r_{A,t-i+1} * r_{B,t-i+1}$$

$$COR_{A,B} = \frac{\sum_{i=1}^{i=t} (1 - \lambda) * \lambda^{(i-1)} * r_{A,t-i+1} * r_{B,t-i+1}}{\sqrt{\sum_{i=1}^{i=t} (1 - \lambda) * \lambda^{(i-1)} * r_{A,t-i+1}^2} * \sqrt{\sum_{i=1}^{i=t} (1 - \lambda) * \lambda^{(i-1)} * r_{B,t-i+1}^2}}$$

Matrislerde kısaltılarak kullanılacak olan; standart sapma, varyans ve korelasyon verilerinin tam hali aşağıdaki gibidir:

	Standart Sapma	Varyans
Dolar	0,013591868	0,000184739
Euro	0,013011093	0,000169289
BIST-100	0,019544578	0,000381991

	Korelasyon
Dolar-Euro	0,954847483
Dolar-BIST100	-0,29921296
Euro-BIST100	-0,283553377

Formülde kullanılacak olan tek kuyruk z istatistiği değerlerinin tam hali aşağıdaki gibidir:

Güven Aralığı	Z Değeri
99%	2,326347874
95%	1,644853627

90%	1,281551566
-----	-------------

### Portföy-1

Portföy-1 için EWMA'ya dayalı volatilité aşağıdaki gibi hesaplanmıştır:

$$1) V * C = \begin{bmatrix} 0,0135 & 0 & 0 \\ 0 & 0,013 & 0 \\ 0 & 0 & 0,0195 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 1 & 0,9548 & -0,2992 \\ 0,9548 & 1 & -0,2835 \\ -0,2992 & -0,2835 & 1 \end{bmatrix}$$

$$V * C = \begin{bmatrix} 0,0135 & 0,0129 & -0,004 \\ 0,0124 & 0,013 & -0,0036 \\ -0,0058 & -0,0055 & 0,0195 \end{bmatrix}$$

$$2) V * C * V = \begin{bmatrix} 0,0135 & 0,0129 & -0,004 \\ 0,0124 & 0,013 & -0,0036 \\ -0,0058 & -0,0055 & 0,0195 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 0,0135 & 0 & 0 \\ 0 & 0,013 & 0 \\ 0 & 0 & 0,0195 \end{bmatrix}$$

$$V * C * V = \begin{bmatrix} 0,000184739 & 0,00016886 & -7,94851E - 05 \\ 0,00016886 & 0,000169289 & -7,21066E - 05 \\ -7,94851E - 05 & -7,21066E - 05 & 0,000381991 \end{bmatrix}$$

$$3) W * V * C * V = [0,25 \ 0,25 \ 0,50] *$$

$$\begin{bmatrix} 0,000184739 & 0,00016886 & -7,94851E - 05 \\ 0,00016886 & 0,000169289 & -7,21066E - 05 \\ -7,94851E - 05 & -7,21066E - 05 & 0,000381991 \end{bmatrix}$$

$$W * V * C * V = [4,86572E - 05 \ 4,84839E - 05 \ 0,000153097]$$

$$4) W * V * C * V * W' = [4,86572E - 05 \ 4,84839E -$$

$$05 \ 0,000153097] * \begin{bmatrix} 0,25 \\ 0,25 \\ 0,50 \end{bmatrix}$$

$$W * V * C * V * W' = 0,000100834$$

$$\sigma^2 = 0,000100834$$

$$\sigma = \sqrt{0,000100834} = 0,01004161$$

Portföy-1'in EWMA'ya dayalı volatilitesi 0,01004161 olarak hesaplanmıştır. Bu çerçevede farklı elde tutma süreleri ve güven aralıkları için hesaplanan RMD'ler aşağıdaki gibidir:

$$RMD_{0,99}^{1 \text{ Gün}} = 1.000.000 * 2,33 * 0,01004161 = 23.360,27 \text{ TL}$$

$$RMD_{0,99}^{10 \text{ Gün}} = 1.000.000 * 2,33 * 0,01004161 * \sqrt{10} = 73.871,68 \text{ TL}$$

$$RMD_{0,99}^{252 \text{ Gün}} = 1.000.000 * 2,33 * 0,01004161 * \sqrt{252} = 370.832,91 \text{ TL}$$

$$RMD_{0,95}^{1 \text{ Gün}} = 1.000.000 * 1,645 * 0,01004161 = 16.516,97 \text{ TL}$$

$$RMD_{0,95}^{10 \text{ Gün}} = 1.000.000 * 1,645 * 0,01004161 * \sqrt{10} = 52.231,27 \text{ TL}$$

$$RMD_{0,95}^{252 \text{ Gün}} = 1.000.000 * 1,645 * 0,01004161 * \sqrt{252} = 262.198,90 \text{ TL}$$

$$RMD_{0,90}^{1 \text{ Gün}} = 1.000.000 * 1,28 * 0,01004161 = 12.868,84 \text{ TL}$$

$$RMD_{0,90}^{10 \text{ Gün}} = 1.000.000 * 1,28 * 0,01004161 * \sqrt{10} = 40.694,84 \text{ TL}$$

$$RMD_{0,90}^{252 \text{ Gün}} = 1.000.000 * 1,28 * 0,01004161 * \sqrt{252} = 204.286,51 \text{ TL}$$

### **Portföy-2**

Portföy-2 için EWMA'ya dayalı volatiliteler aşağıdaki gibi hesaplanmıştır:

$$1) V * C = \begin{bmatrix} 0,0135 & 0 & 0 \\ 0 & 0,013 & 0 \\ 0 & 0 & 0,0195 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 1 & 0,9548 & -0,2992 \\ 0,9548 & 1 & -0,2835 \\ -0,2992 & -0,2835 & 1 \end{bmatrix}$$

$$V * C = \begin{bmatrix} 0,0135 & 0,0129 & -0,004 \\ 0,0124 & 0,013 & -0,0036 \\ -0,0058 & -0,0055 & 0,0195 \end{bmatrix}$$



$$2) V * C * V = \begin{bmatrix} 0,0135 & 0,0129 & -0,004 \\ 0,0124 & 0,013 & -0,0036 \\ -0,0058 & -0,0055 & 0,0195 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 0,0135 & 0 & 0 \\ 0 & 0,013 & 0 \\ 0 & 0 & 0,0195 \end{bmatrix}$$

$$V * C * V = \begin{bmatrix} 0,000184739 & 0,00016886 & -7,94851E - 05 \\ 0,00016886 & 0,000169289 & -7,21066E - 05 \\ -7,94851E - 05 & -7,21066E - 05 & 0,000381991 \end{bmatrix}$$

$$3) W * V * C * V = [0,35 \ 0,35 \ 0,30] *$$

$$\begin{bmatrix} 0,000184739 & 0,00016886 & -7,94851E - 05 \\ 0,00016886 & 0,000169289 & -7,21066E - 05 \\ -7,94851E - 05 & -7,21066E - 05 & 0,000381991 \end{bmatrix}$$

$$W * V * C * V = [9,99141E - 05 \ 9,672E - 05 \ 6,15401E - 05]$$

$$4) W * V * C * V * W' = [9,99141E - 05 \ 9,672E - 05 \ 6,15401E -$$

$$05] * \begin{bmatrix} 0,35 \\ 0,35 \\ 0,30 \end{bmatrix}$$

$$W * V * C * V * W' = 8,7284E - 05$$

$$\sigma^2 = 8,7284E - 05$$

$$\sigma = \sqrt{8,7284E - 05} = 0,009342589$$

Portföy-2'nin EWMA'ya dayalı volatilitesi 0,009342589 olarak hesaplanmıştır. Bu çerçevede farklı elde tutma süreleri ve güven aralıkları için hesaplanan RMD'ler aşağıdaki gibidir:

$$RMD_{0,99}^{1 \text{ Gün}} = 1.000.000 * 2,33 * 0,009342589 = 21.734,11 \text{ TL}$$

$$RMD_{0,99}^{10 \text{ Gün}} = 1.000.000 * 2,33 * 0,009342589 * \sqrt{10} = 68.729,29 \text{ TL}$$

$$RMD_{0,99}^{252 \text{ Gün}} = 1.000.000 * 2,33 * 0,009342589 * \sqrt{252} = 345.018,32 \text{ TL}$$

$$RMD_{0,95}^{1\text{Gün}} = 1.000.000 * 1,645 * 0,009342589 = 15.367,19 \text{ TL}$$

$$RMD_{0,95}^{10\text{Gün}} = 1.000.000 * 1,645 * 0,009342589 * \sqrt{10} = 48.595,32 \text{ TL}$$

$$RMD_{0,95}^{252\text{Gün}} = 1.000.000 * 1,645 * 0,009342589 * \sqrt{252} = 243.946,59 \text{ TL}$$

$$RMD_{0,90}^{1\text{Gün}} = 1.000.000 * 1,28 * 0,009342589 = 11.973,00 \text{ TL}$$

$$RMD_{0,90}^{10\text{Gün}} = 1.000.000 * 1,28 * 0,009342589 * \sqrt{10} = 37.861,98 \text{ TL}$$

$$RMD_{0,90}^{252\text{Gün}} = 1.000.000 * 1,28 * 0,009342589 * \sqrt{252} = 190.065,63 \text{ TL}$$

### **Portföy-3**

Portföy-3 için EWMA'ya dayalı volatilité aşağıdaki gibi hesaplanmıştır:

$$1) V * C = \begin{bmatrix} 0,0135 & 0 & 0 \\ 0 & 0,013 & 0 \\ 0 & 0 & 0,0195 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 1 & 0,9548 & -0,2992 \\ 0,9548 & 1 & -0,2835 \\ -0,2992 & -0,2835 & 1 \end{bmatrix}$$

$$V * C = \begin{bmatrix} 0,0135 & 0,0129 & -0,004 \\ 0,0124 & 0,013 & -0,0036 \\ -0,0058 & -0,0055 & 0,0195 \end{bmatrix}$$

$$2) V * C * V = \begin{bmatrix} 0,0135 & 0,0129 & -0,004 \\ 0,0124 & 0,013 & -0,0036 \\ -0,0058 & -0,0055 & 0,0195 \end{bmatrix} *$$

$$\begin{bmatrix} 0,0135 & 0 & 0 \\ 0 & 0,013 & 0 \\ 0 & 0 & 0,0195 \end{bmatrix}$$

$$V * C * V = \begin{bmatrix} 0,000184739 & 0,00016886 & -7,94851E - 05 \\ 0,00016886 & 0,000169289 & -7,21066E - 05 \\ -7,94851E - 05 & -7,21066E - 05 & 0,000381991 \end{bmatrix}$$

$$3) W * V * C * V = [0,15 \ 0,15 \ 0,70] *$$

$$\begin{bmatrix} 0,000184739 & 0,00016886 & -7,94851E - 05 \\ 0,00016886 & 0,000169289 & -7,21066E - 05 \\ -7,94851E - 05 & -7,21066E - 05 & 0,000381991 \end{bmatrix}$$

$$W * V * C * V = [-2,59974E - 06 \quad 2,47685E - 07 \quad 0,000244655]$$

$$4) W * V * C * V * W' = [-2,59974E - 06 \quad 2,47685E - 07 \quad 0,000244655] * \begin{bmatrix} 0,15 \\ 0,15 \\ 0,70 \end{bmatrix}$$

$$W * V * C * V * W' = 0,000170905$$

$$\sigma^2 = 0,000170905$$

$$\sigma = \sqrt{0,000170905} = 0,01307308$$

Portföy-3'ün EWMA'ya dayalı volatilitesi 0,01307308 olarak hesaplanmıştır. Bu çerçevede farklı elde tutma süreleri ve güven aralıkları için hesaplanan RMD'ler aşağıdaki gibidir:

$$RMD_{0,99}^{1 \text{ Gün}} = 1.000.000 * 2,33 * 0,01307308 = 30.412,53 \text{ TL}$$

$$RMD_{0,99}^{10 \text{ Gün}} = 1.000.000 * 2,33 * 0,01307308 * \sqrt{10} = 96.172,87 \text{ TL}$$

$$RMD_{0,99}^{252 \text{ Gün}} = 1.000.000 * 2,33 * 0,01307308 * \sqrt{252} = 482.783,98 \text{ TL}$$

$$RMD_{0,95}^{1 \text{ Gün}} = 1.000.000 * 1,645 * 0,01307308 = 21.503,30 \text{ TL}$$

$$RMD_{0,95}^{10 \text{ Gün}} = 1.000.000 * 1,645 * 0,01307308 * \sqrt{10} = 67.999,41 \text{ TL}$$

$$RMD_{0,95}^{252 \text{ Gün}} = 1.000.000 * 1,645 * 0,01307308 * \sqrt{252} = 341.354,35 \text{ TL}$$

$$RMD_{0,90}^{1 \text{ Gün}} = 1.000.000 * 1,28 * 0,01307308 = 16.753,82 \text{ TL}$$

$$RMD_{0,90}^{10 \text{ Gün}} = 1.000.000 * 1,28 * 0,01307308 * \sqrt{10} = 52.980,25 \text{ TL}$$

$$RMD_{0,90}^{252 \text{ Gün}} = 1.000.000 * 1,28 * 0,01307308 * \sqrt{252} = 265.958,74 \text{ TL}$$

EWMA'ya dayalı Varyans-Kovaryans yöntemi vasıtasıyla hesaplanan tüm RMD'lerin özeti aşağıdaki gibidir:

		Elde Tutma Süresi		
		1 Gün	10 Gün	252 Gün
Portföy-1	99%	23.360,27	73.871,68	370.832,91
	95%	16.516,97	52.231,27	262.198,90
	90%	12.868,84	40.694,84	204.286,51
Portföy-2	99%	21.734,11	68.729,29	345.018,32
	95%	15.367,19	48.595,32	243.946,59
	90%	11.973,00	37.861,98	190.065,63
Portföy-3	99%	30.412,53	96.172,87	482.783,98
	95%	21.503,30	67.999,41	341.354,35
	90%	16.753,82	52.980,25	265.958,74

EWMA'ya dayalı Varyans-Kovaryans yöntemine göre; en yüksek RMD BIST-100 endeksi ağırlıklı portföy-3 için hesaplanırken, en düşük RMD döviz ağırlıklı portföy-2 için hesaplanmıştır.

## 6.2.2. Tarihsel Simülasyon Yöntemi

Tarihsel Simülasyon yöntemi vasıtasıyla RMD, sırasıyla aşağıdaki adımların takip edilmesiyle hesaplanmıştır:

1) Toplam yatırım tutarı olan 1.000.000 TL ile her bir portföydeki varlıkların ağırlıkları çarpılarak, varlıkların portföylerdeki parasal bazda yatırım tutarları hesaplanmıştır.

2) 1.501 günlük ABD Doları, Euro ve BIST-100 endeksi kapanış verilerinin getirileri,  $\ln\left(\frac{P_t}{P_{t-1}}\right)$  formülasyonu vasıtasıyla hesaplanması suretiyle üç varlık için de 1.500 günlük getiri serisi elde edilmiştir.

3) Her bir varlık için oransal bazda elde edilen günlük getiri, o varlığın portföylerdeki yatırım tutarı ile çarpılmış ve nihai olarak bu çarpımların toplanması suretiyle portföylerin günlük getirileri hesaplanmıştır.

4) Günlük getiriler küçükten büyüğe olacak şekilde sıralanmıştır.

5) Günlük getiri gözlem sayısı ile RMD hesaplaması yapılmak istenen güven düzeyi çarpılmış, elde edilen sayıdan sonra gelen ilk gözlem RMD olarak seçilmiştir.

Her bir güven aralığı için, RMD'nin hangi gözleme tekabül ettiğinin hesaplanması aşağıdaki tablo vasıtasıyla gösterilmiştir:

Güven Aralığı	Güven Düzeyi( $\alpha$ )	Gözlem Sayısı	Gözlem Sayısı* $\alpha$	RMD'ye Tekabül Eden Gözlem
99%	0,01	1.500	15	16
95%	0,05	1.500	75	76
90%	0,10	1.500	150	151

Portföylerin getirilerinin küçükten büyüğe sıralanmış hali için, üç güven düzeyi için de RMD'ye tekabül eden gözlem numarasına denk gelen getirinin bulunuşu aşağıdaki gibidir:

Gözlem	Küçükten Büyüğe Sıralanmış Getiriler		
	Portföy-1	Portföy-2	Portföy-3
1	-55.014,53	-32.765,17	-77.263,89
2	-39.645,95	-27.270,19	-52.021,71
3	-34.764,15	-25.967,22	-50.250,30
⋮	⋮	⋮	⋮
15	-20.816,79	-15.562,13	-27.672,36
16	-20.511,76	-15.323,29	-27.190,77
17	-20.457,15	-15.244,24	-26.983,64
⋮	⋮	⋮	⋮
75	-11.891,27	-10.116,49	-15.213,68
76	-11.719,90	-10.086,59	-15.152,64
77	-11.583,26	-10.001,31	-15.131,80
⋮	⋮	⋮	⋮

150	-8.748,88	-6.901,06	-11.010,84
151	-8.726,65	-6.864,09	-10.996,35
152	-8.618,33	-6.851,13	-10.974,91
⋮	⋮	⋮	⋮
1498	28.222,81	29.298,62	37.032
1499	30.015,13	30.652,47	41.817,43
1500	33.157,96	32.644,59	44.846,21

Tabloda, 1 günlük elde tutma süresi çerçevesinde; %99, %95 ve %90 güven aralıkları için RMD'ye tekabül eden gözlemler ve bu gözlemlerdeki getiriler görülmektedir. Hesaplanan günlük bazdaki bu RMD'lerin, 10 günlük elde tutma süresi için  $\sqrt{10}$  ve 252 günlük elde tutma süresi için  $\sqrt{252}$  ile çarpılması gerekmektedir. Bu işlemin gerçekleştirilmesinin ardından, Tarihsel Simülasyon yöntemi vasıtasıyla hesaplanan RMD'lerin nihai değerleri aşağıdaki tabloda verilmiştir:

		Elde Tutma Süresi		
		1 Gün	10 Gün	252 Gün
Portföy-1	99%	20.511,76	64.863,89	325.614,16
	95%	11.719,90	37.061,58	186.047,65
	90%	8.726,65	27.596,09	138.531,29
Portföy-2	99%	15.323,29	48.456,50	243.249,72
	95%	10.086,59	31.896,61	160.119,72
	90%	6.864,09	21.706,18	108.964,20
Portföy-3	99%	27.190,77	85.984,77	431.640,12
	95%	15.152,64	47.916,86	240.540,74
	90%	10.996,35	34.773,52	174.561,70

Tarihsel Simülasyon yöntemi vasıtasıyla; en yüksek RMD BIST-100 endeksi ağırlıklı portföy-3 için hesaplanırken, en düşük RMD döviz ağırlıklı portföy-2 için hesaplanmıştır.

### **6.3. Geriye Dönük Test**

Riske maruz değer hesaplamasında kullanılan modellerin güvenilirliği, 250 ve 500 günlük geriye dönük testler vasıtasıyla sınınanmıştır.

#### **6.3.1. 250 Günlük Geriye Dönük Test**

Varyans-Kovaryans ve Tarihsel Simülasyon modellerinin; %99, %95 ve %90 güven aralıkları için 250 günlük geriye dönük testlerinin gerçekleştirilmesi suretiyle modellerin güvenilirlikleri sınınanmıştır. 250 günlük geriye dönük test uygulamalarında, ABD Doları ve Euro için 22.11.2011-25.07.2018 ve BIST-100 için 12.08.2011-25.07.2018 tarihleri arasındaki 1.751 günlük kapanış verisi vasıtasıyla hesaplanan 1.750 günlük getiri kullanılmıştır. En yakın tarihli 250 gün gözlem olarak kullanılmış, yani gerçekleşen getiriler ile hesaplanan RMD'lerin kıyaslanması suretiyle aşım durumları saptanmıştır. 250 günlük gözlem için her gün yeni RMD hesaplaması gerçekleştirilmiştir. RMD hesaplamasında kullanılan 1.500 günlük geçmiş getiri sayısı her gün için korunmuş, ancak bu 1.500 günlük getiri serisi rolling window yöntemi vasıtasıyla, yani her gün için en eski gözlemin çıkartılarak yerine en yeni gözlemin eklenmesi suretiyle güncellenmiştir.

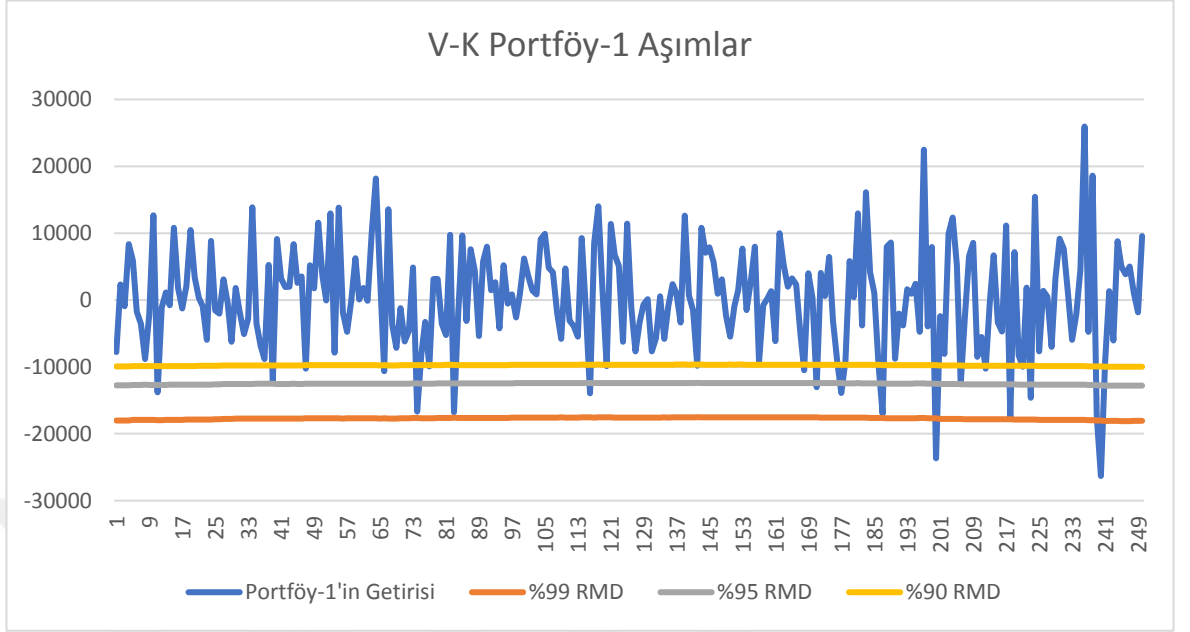
Geriye dönük test yöntemlerinin uygulamasına başlamadan önce, geriye dönük test yöntemlerinin en temel verisi olan aşım sayıları saptanmıştır.

##### **6.3.1.1. Aşımalar**

###### **Eşit Ağırlıklandırılmış Varyans-Kovaryans Modeli**

###### **Portföy-1**

Portföy-1 için, Varyans-Kovaryans modelinde; %99 güven aralığında 2 aşım, %95 güven aralığında 13 aşım ve %90 güven aralığında 22 aşım meydana gelmiştir. Aşağıdaki grafikte, 1. gözlem en eski ve 250. gözlem en yeni gözlem olmak üzere aşımaların dağılımları görselleştirilmiştir:

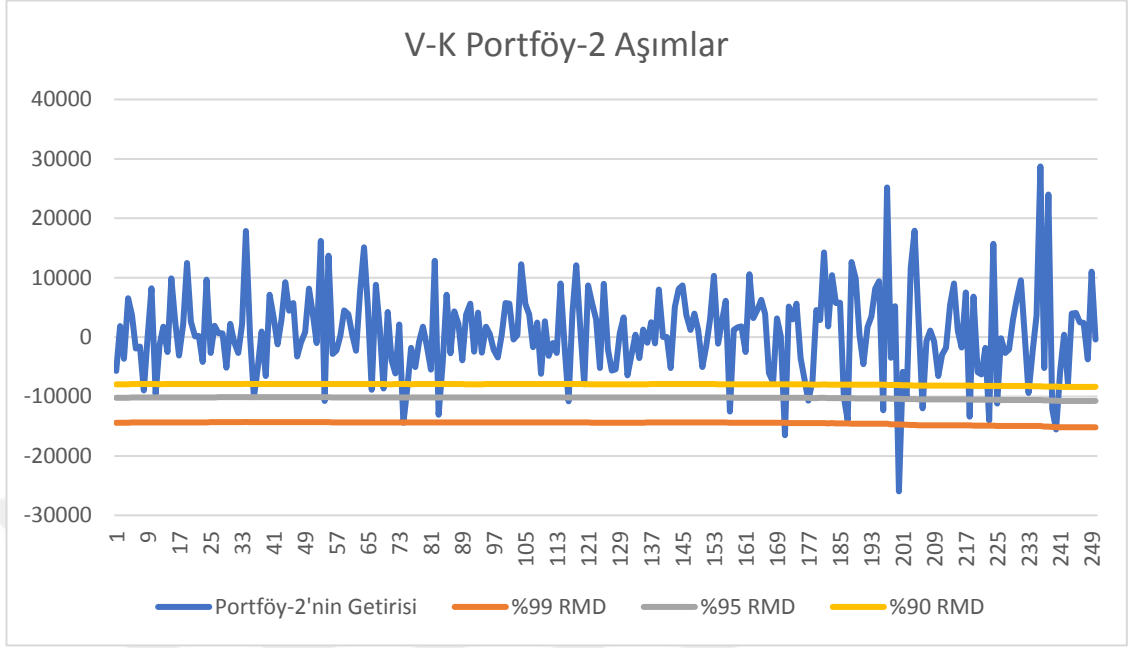


Şekil-12: Portföy-1 için E.A. V-K yönteminde 250 gün boyunca gerçekleşen aşımlar

### **Portföy-2**

Portföy-2 için, Varyans-Kovaryans modelinde; %99 güven aralığında 4 aşım, %95 güven aralığında 16 aşım ve %90 güven aralığında 26 aşım meydana gelmiştir. Aşağıdaki grafikte, 1. gözlem en eski ve 250. gözlem en yeni gözlem olmak üzere aşımaların dağılımları görselleştirilmiştir:

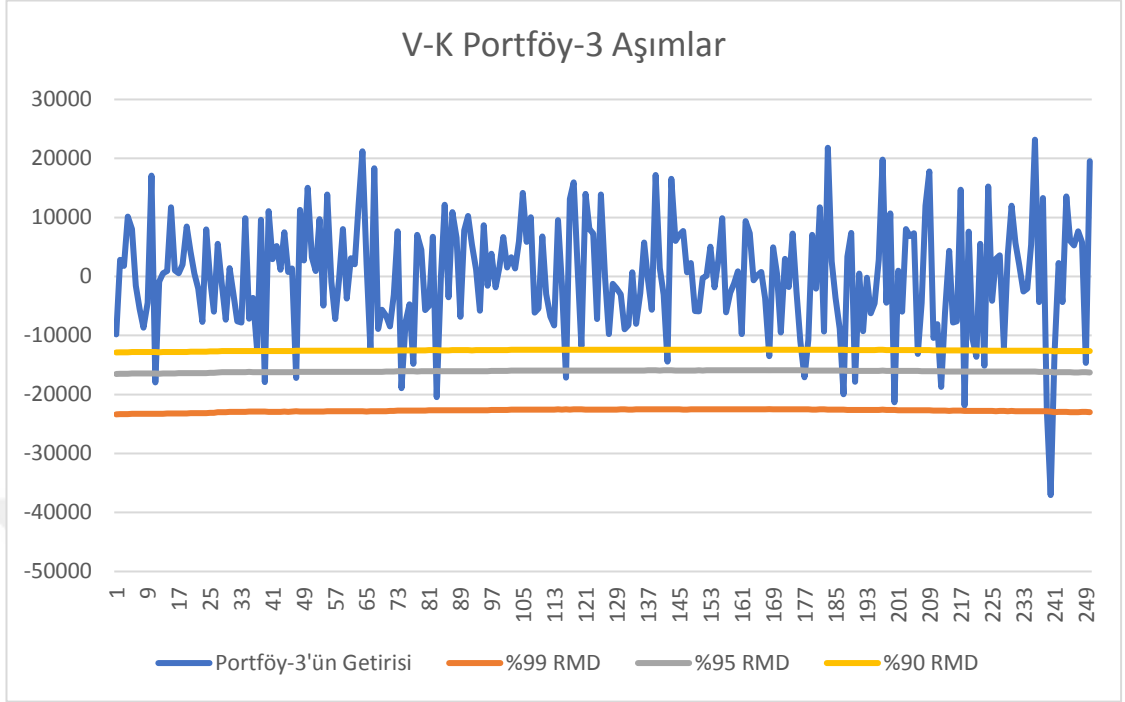




Şekil-13: Portföy-2 için E.A. V-K yönteminde 250 gün boyunca gerçekleşen aşımlar

### **Portföy-3**

Portföy-3 için, Varyans-Kovaryans modelinde; %99 güven aralığında 1 aşım, %95 güven aralığında 14 aşım ve %90 güven aralığında 22 aşım meydana gelmiştir. Aşağıdaki grafikte, 1. gözlem en eski ve 250. gözlem en yeni gözlem olmak üzere aşımaların dağılımları görselleştirilmiştir:

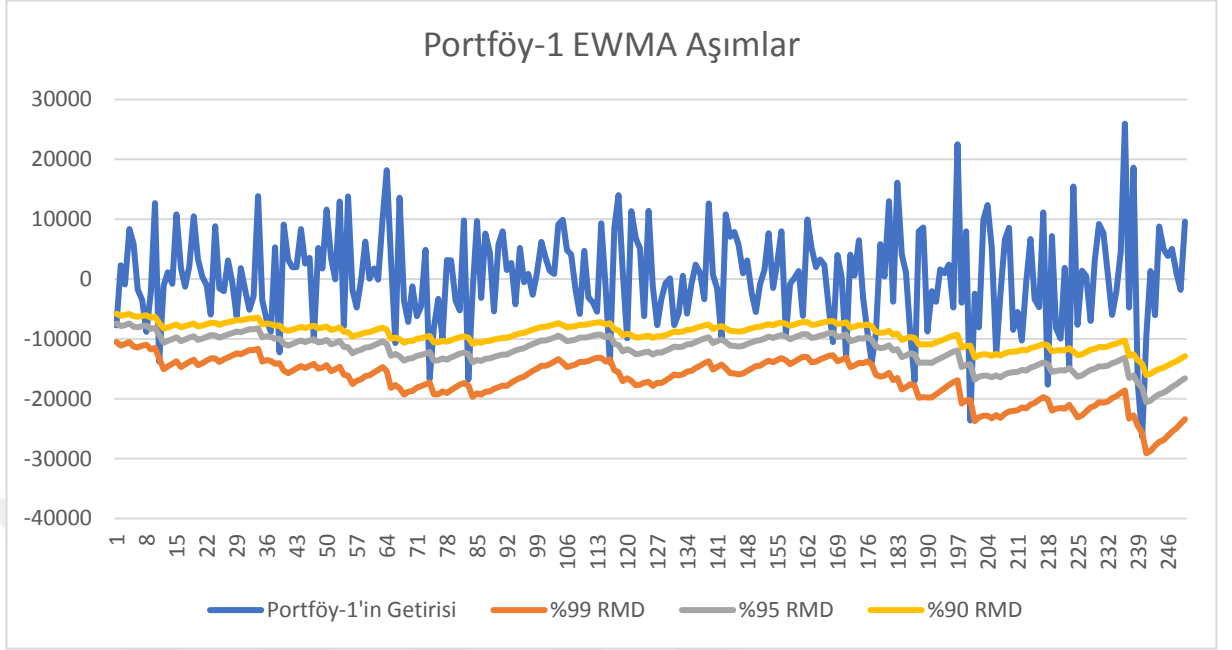


Şekil-14: Portföy-3 için E.A. V-K yönteminde 250 gün boyunca gerçekleşen aşımlar

### EWMA'ya Dayalı Varyans-Kovaryans Modeli

#### Portföy-1

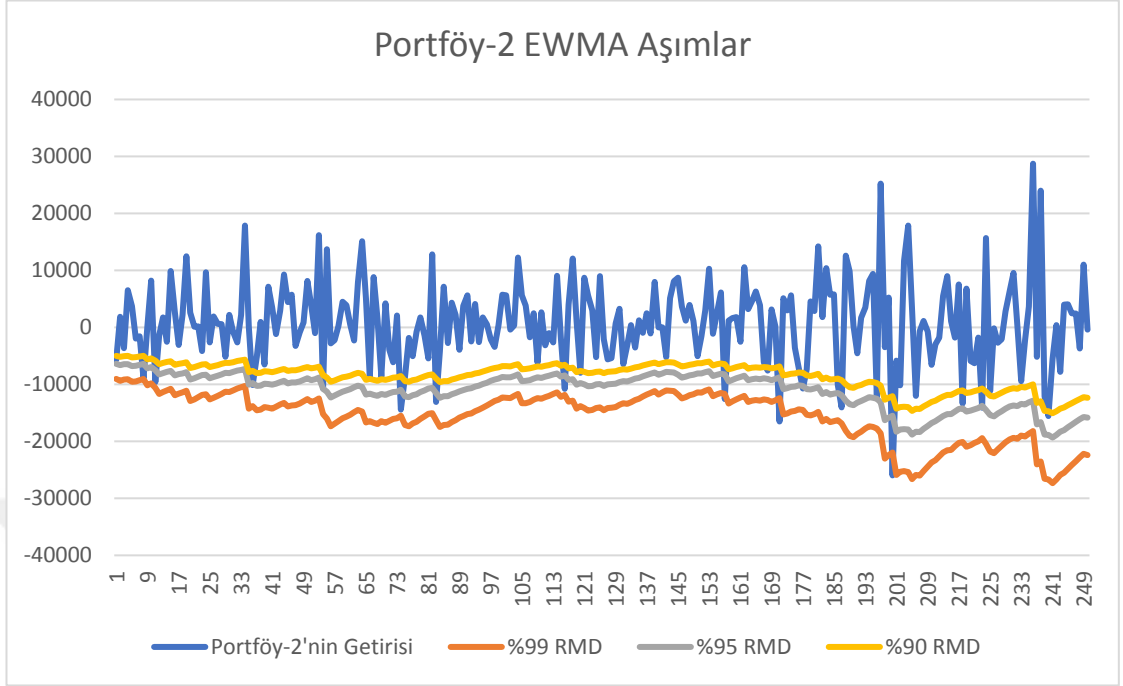
Portföy-1 için, EWMA'ya dayalı Varyans-Kovaryans modelinde; %99 güven aralığında 4 aşım, %95 güven aralığında 16 aşım ve %90 güven aralığında 25 aşım meydana gelmiştir. 1. gözlem en eski ve 250. gözlem yeni tarihli gözlem olmak üzere, aşımların gerçekleştiği gözlemleri grafik vasıtasıyla somutlaştırmak gerekirse:



Şekil-15: Portföy-1 için EWMA'ya dayalı V-K yönteminde 250 gün boyunca gerçekleşen aşımlar

### **Portföy-2**

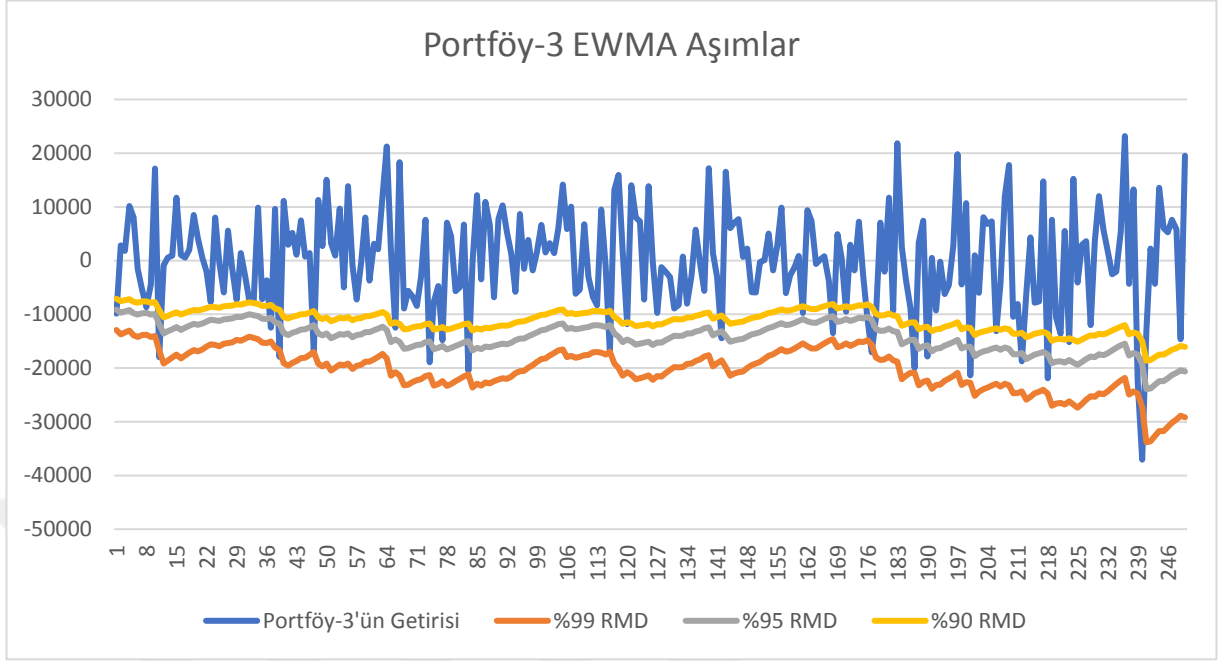
Portföy-2 için, EWMA'ya dayalı Varyans-Kovaryans modelinde; %99 güven aralığında 3 aşım, %95 güven aralığında 12 aşım ve %90 güven aralığında 20 aşım meydana gelmiştir. 1. gözlem en eski ve 250. gözlem yeni tarihli gözlem olmak üzere, aşımaların gerçekleştiği gözlemleri grafik vasıtasıyla somutlaştırmak gerekirse:



Şekil-16: Portföy-2 için EWMA'ya dayalı V-K yönteminde 250 gün boyunca gerçekleşen aşımlar

### **Portföy-3**

Portföy-3 için, EWMA'ya dayalı Varyans-Kovaryans modelinde; %99 güven aralığında 6 aşım, %95 güven aralığında 19 aşım ve %90 güven aralığında 28 aşım meydana gelmiştir. 1. gözlem en eski ve 250. gözlem yeni tarihli gözlem olmak üzere, aşımaların gerçekleştiği gözlemleri grafik vasıtasıyla somutlaştırmak gerekirse:

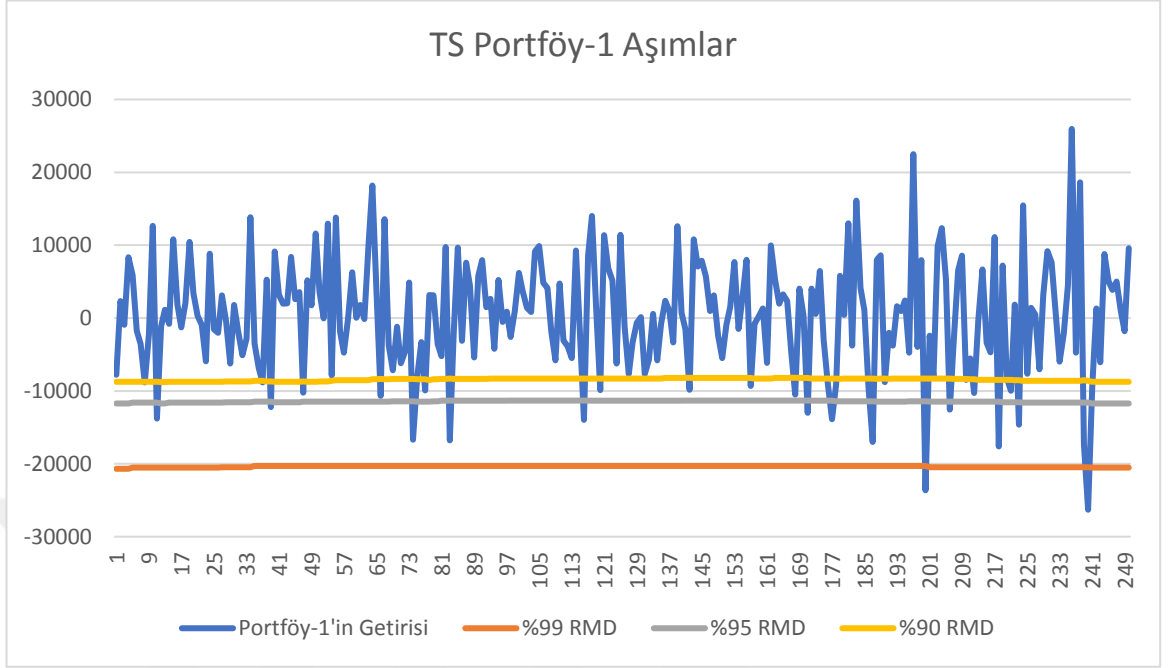


Şekil-17: Portföy-3 için EWMA'ya dayalı V-K yönteminde 250 gün boyunca gerçekleşen aşımlar

### Tarihsel Simülasyon Modelinde Gerçekleşen Aşımlar

#### Portföy-1

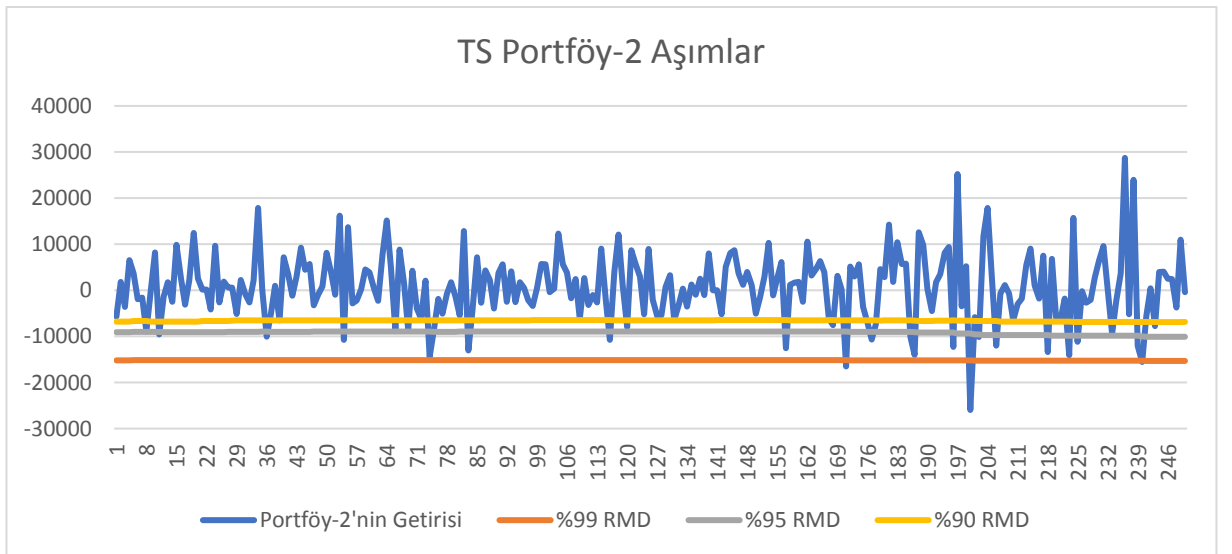
Portföy-1 için, Tarihsel Simülasyon modelinde; %99 güven aralığında 2 aşım, %95 güven aralığında 14 aşım ve %90 güven aralığında 31 aşım meydana gelmiştir. Aşağıdaki grafikte, 1. gözlem en eski ve 250. gözlem en yeni gözlem olmak üzere aşımaların dağılımları görselleştirilmiştir:



Şekil-18: Portföy-1 için TS yönteminde 250 gün boyunca gerçekleşen aşımalar

### Portföy-2

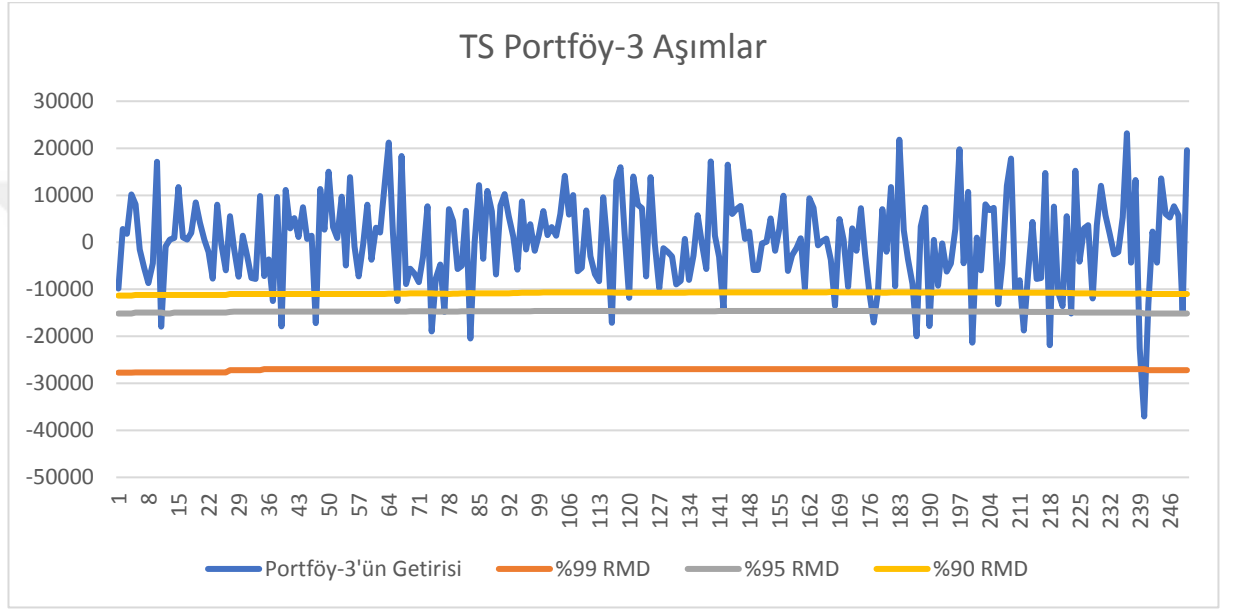
Portföy-2 için, Tarihsel Simülasyon modelinde; %99 güven aralığında 3 aşım, %95 güven aralığında 20 aşım ve %90 güven aralığında 31 aşım meydana gelmiştir. Aşağıdaki grafikte, 1. gözlem en eski ve 250. gözlem en yeni gözlem olmak üzere aşımaların dağılımları görselleştirilmiştir:



Şekil-19: Portföy-2 için TS yönteminde 250 gün boyunca gerçekleşen aşımalar

### **Portföy-3**

Portföy-3 için, Tarihsel Simülasyon modelinde; %99 güven aralığında 1 aşım, %95 güven aralığında 16 aşım ve %90 güven aralığında 28 aşım meydana gelmiştir. Aşağıdaki grafikte, 1. gözlem en eski ve 250. gözlem en yeni gözlem olmak üzere aşımaların dağılımları görselleştirilmiştir:



Şekil-20: Portföy-3 için TS yönteminde 250 gün boyunca gerçekleşen aşımalar

Nihai olarak, 250 günlük gözlem için gerçekleştirilen geriye dönük test neticesinde, tüm modeller için gerçekleşen aşım sayıları aşağıdaki tabloda özetlenmiştir:

		Güven Aralığı	Aşım Sayısı(x)
<b>V-K (Eşit Ağırlıklı)</b>	Portföy-1	99%	2
		95%	13
		90%	22
	Portföy-2	99%	4
		95%	16
		90%	26
	Portföy-3	99%	1
		95%	14
		90%	22
<b>V-K</b>	Portföy-1	99%	4

<b>(EWMA)</b>		95%	16
		90%	25
		99%	3
	Portföy-2	95%	12
		90%	20
		99%	6
	Portföy-3	95%	19
		90%	28
		99%	2
<b>TS</b>	Portföy-1	95%	14
		90%	31
		99%	3
	Portföy-2	95%	20
		90%	31
		99%	1
	Portföy-3	95%	16
		90%	28
		99%	2

### 6.3.1.2. Z Testi

Modellerin güvenilirliği çift kuyruk z testi vasıtasıyla sınanmıştır. Testin hipotezleri aşağıdaki gibidir:

$H_0$  = Gerçekleşen aşım sayısı modelin güven düzeyi için beklenen seviyededir.

$H_1$  = Gerçekleşen aşım sayısı modelin güven düzeyi için beklenen seviyede değildir.

Test istatistiğinin hesaplanmasında kullanılan formülasyonu hatırlatmak gerekirse:

$$z = \frac{x - \mu}{\sigma} = \frac{x - p * T}{\sqrt{p * (1 - p) * T}}$$

$p$  = güven düzeyi ve  $\hat{p}$  = beklenen aşım oranıdır. Yani gerçekleşen aşım sayısının, beklenen aşım sayısına göre kabul edilebilir aralıkta olup olmadığının sınanması suretiyle modelin güvenilirliğine karar kılınmıştır. Modellerin güvenilirlikleri, %95 güven aralığında test edilmiştir. %95 güven aralığı için, çift



kuyruk z testinin tablo değeri 1,96'dır. Hesaplanan test istatistiğinin mutlak değeri; tablo değeri olan 1,96'dan küçük ise  $H_0$  hipotezi kabul edilmek suretiyle model güvenilir, tablo değeri olan 1,96'dan büyük ise  $H_0$  hipotezi ret edilmek suretiyle model güvenilir bulunacaktır.

Test istatistiğinin hesaplanışını bir örnek vasıtasıyla somutlaştırmak gerekirse; eşit ağırlıklı Varyans-Kovaryans modeli için %95 güven aralığı çerçevesinde, portföy-1'in test istatistiği aşağıdaki gibi hesaplanacaktır:

$$z_{test} = \frac{13 - (0,05 * 250)}{\sqrt{0,05 * 0,95 * 250}} = 0,14509525$$

Çalışmada kullanılan tüm RMD modellerinin, z testine göre güvenilirlik durumları aşağıdaki tabloda verilmiştir:

		Güven Aralığı	$x$	$z_{test}$	$ z_{test} $	$z_{tablo}$	$H_0/Model$
<b>V-K (E.A.)</b>	Portföy-1	99%	2	-0,3178	0,3178	1,96	Kabul
		95%	13	0,145	0,145	1,96	Kabul
		90%	22	-0,6324	0,6324	1,96	Kabul
	Portföy-2	99%	4	0,9534	0,9534	1,96	Kabul
		95%	16	1,0156	1,0156	1,96	Kabul
		90%	26	0,2108	0,2108	1,96	Kabul
	Portföy-3	99%	1	-0,9534	0,9534	1,96	Kabul
		95%	14	0,4352	0,4352	1,96	Kabul
		90%	22	-0,6324	0,6324	1,96	Kabul
<b>V-K (EWMA)</b>	Portföy-1	99%	4	0,9534	0,9534	1,96	Kabul
		95%	16	1,0156	1,0156	1,96	Kabul
		90%	25	0	0	1,96	Kabul
	Portföy-2	99%	3	0,3178	0,3178	1,96	Kabul
		95%	12	-0,145	0,145	1,96	Kabul
		90%	20	-1,054	1,054	1,96	Kabul
	Portföy-3	99%	6	2,2247	2,2247	1,96	Ret
		95%	19	1,8862	1,8862	1,96	Kabul
		90%	28	0,6324	0,6324	1,96	Kabul
<b>TS</b>	Portföy-1	99%	2	-0,3178	0,3178	1,96	Kabul
		95%	14	0,4352	0,4352	1,96	Kabul
		90%	31	1,2649	1,2649	1,96	Kabul
	Portföy-2	99%	3	0,3178	0,3178	1,96	Kabul
		95%	20	2,1764	2,1764	1,96	Ret

		90%	31	1,2649	1,2649	1,96	Kabul
	Portföy-3	99%	1	-0,9534	0,9534	1,96	Kabul
		95%	16	1,0156	1,0156	1,96	Kabul
		90%	28	0,6324	0,6324	1,96	Kabul

Z testi neticesinde; EWMA'ya dayalı Varyans-Kovaryans modeli %99 güven aralığında portföy-3 için, Tarihsel Simülasyon modeli %95 aralığında portföy-2 için  $H_0$  hipotezi reddedilmek suretiyle güvenilir bulunmuştur. Diğer modellerin  $H_0$  hipotezi kabul edilmiş ve bu doğrultuda güvenilir bulunmuşlardır.

### 6.3.1.3. Basel Trafik Işığı Testi

Basel Trafik Işıkları yaklaşımı, bir geriye dönük test yöntemi olduğu kadar düzenleyici özelliğe de sahip olduğundan, Basel Komitesi'nin önerdiği %99 güven aralığından daha düşük bir güven aralığında kurgulanan bir modelin kabul edilmesini tip-2 hata olarak tanımlamaktadır. Bunun bilincinde olarak, modellerin diğer güven aralıkları için de güvenilirlikleri sınanmıştır. Aşımaların kümülatif olasılığının; %95 ve üzeri olduğu noktada sarı bölgenin, %99,99 ve üzeri olduğu noktada kırmızı bölgenin başladığı bilgisi ışığında, 250 gözlem için diğer güven aralıklarında aşım sayılarının tekabül ettiği bölgeler aşağıdaki gibidir:

	Güven Aralığı		
	99%	95%	90%
Yeşil Bölge	0-4	0-17	0-32
Sarı Bölge	5-9	18-26	33-43
Kırmızı Bölge	10 ve üzeri	27 ve üzeri	44 ve üzeri

Bu çerçevede modellerin aşım sayılarına göre tekabül ettikleri bölge aşağıdaki gibidir:

		Güven Aralığı	Gözlem Sayısı	Aşım Sayısı(x)	Bölge
V-K (E.A.)	Portföy-1	99%	250	2	Yeşil
		95%	250	13	Yeşil
		90%	250	22	Yeşil

	Portföy-2	99%	250	4	Yeşil
		95%	250	16	Yeşil
		90%	250	26	Yeşil
	Portföy-3	99%	250	1	Yeşil
		95%	250	14	Yeşil
		90%	250	22	Yeşil
<b>V-K (EWMA)</b>	Portföy-1	99%	250	4	Yeşil
		95%	250	16	Yeşil
		90%	250	25	Yeşil
	Portföy-2	99%	250	3	Yeşil
		95%	250	12	Yeşil
		90%	250	20	Yeşil
	Portföy-3	99%	250	6	Sarı
		95%	250	19	Sarı
		90%	250	28	Yeşil
<b>TS</b>	Portföy-1	99%	250	2	Yeşil
		95%	250	14	Yeşil
		90%	250	31	Yeşil
	Portföy-2	99%	250	3	Yeşil
		95%	250	20	Sarı
		90%	250	31	Yeşil
	Portföy-3	99%	250	1	Yeşil
		95%	250	16	Yeşil
		90%	250	28	Yeşil

EWMA'ya dayalı Varyans-Kovaryans modeli %99 ve %95 güven aralığında portföy-3 için, Tarihsel Simülasyon modeli %95 aralığında portföy-2 için sarı bölgeye tekabül ederken, geriye kalan tüm modeller yeşil bölgeye tekabül etmektedir.

#### 6.3.1.4. Kupiec's Time Until First Failure (TUFF) Testi

Test istatistiğinin hesaplanmasında kullanılan formülasyon aşağıdaki gibidir:

$$LR_{TUFF} = -2 * \ln \left( \frac{p * (1 - p)^{v-1}}{\left(\frac{1}{v}\right) * \left(1 - \frac{1}{v}\right)^{v-1}} \right)$$

Testin hipotezleri şu şekildedir:

$$H_0 = p = \hat{p} = \frac{1}{v}$$

$$H_1 = p \neq \hat{p} = \frac{1}{v}$$

$p$  güven düzeyi ve  $v$  ilk aşımaya tekabül eden gözlem numarasıdır.

TUFF testine göre modellerin güvenilirliği, %5 güven düzeyinde sınanmıştır. %5 güven düzeyi ve 1 serbest derecesinde ki-kare tablo değeri 3,841'dir. Hesaplanan test istatistiği, ki-kare tablo değeri olan 3,841'den küçük ise  $H_0$  hipotezi kabul edilmek suretiyle model güvenilir, büyük ise  $H_0$  hipotezi reddedilmek suretiyle model güvenilirmez bulunmuştur.

Test istatistiğinin hesaplanışını somutlaştırmak gerekirse, portföy-2'nin Tarihsel Simülasyon modeli için %99 güven aralığı çerçevesindeki test istatistiği aşağıdaki gibi hesaplanmaktadır:

$$LR_{TUFF} = -2 * \ln \left( \frac{(0,01) * (0,99)^{170}}{\left(\frac{1}{171}\right) * \left(1 - \frac{1}{171}\right)^{170}} \right) = 0,349986835$$

Tüm modeller için test istatistikleri ve modellerin güvenilirlik durumları aşağıdaki gibidir:

		Güven Aralığı	$v$	$LR_{TUFF}$	$\chi^2$	$H_0$ /Model
<b>V-K (E.A.)</b>	Portföy-1	99%	200	0,6187	3,841	Kabul
		95%	11	0,3153	3,841	Kabul
		90%	11	0,0103	3,841	Kabul
	Portföy-2	99%	74	0,0831	3,841	Kabul
		95%	54	1,4692	3,841	Kabul
		90%	8	0,0518	3,841	Kabul
	Portföy-3	99%	240	1,0572	3,841	Kabul
		95%	11	0,3153	3,841	Kabul
		90%	11	0,0103	3,841	Kabul
<b>V-K (EWMA)</b>	Portföy-1	99%	11	2,7093	3,841	Kabul
		95%	1	-	3,841	-
		90%	1	-	3,841	-
	Portföy-2	99%	157	0,2399	3,841	Kabul

TS		95%	8	0,6812	3,841	Kabul
		90%	1	-	3,841	-
		99%	11	2,7093	3,841	Kabul
	Portföy-3	95%	1	-	3,841	-
		90%	1	-	3,841	-
		99%	200	0,6187	3,841	Kabul
	Portföy-1	95%	11	0,3153	3,841	Kabul
		90%	8	0,0518	3,841	Kabul
		99%	171	0,3499	3,841	Kabul
Portföy-2	95%	11	0,3153	3,841	Kabul	
	90%	8	0,0518	3,841	Kabul	
	99%	240	1,0572	3,841	Kabul	
Portföy-3	95%	11	0,3153	3,841	Kabul	
	90%	11	0,0103	3,841	Kabul	
	99%	11	0,0103	3,841	Kabul	

EWMA'ya dayalı Varyans-Kovaryans modelinde; %95 aralığında portföy-1 ve portföy-3 için, %90 güven aralığında hiçbir portföy için test istatistiği hesaplanamamıştır. Geriye kalan tüm modellerin  $H_0$  hipotezi kabul edilmiş ve bu çerçevede güvenilir bulunmuşlardır.

### 6.3.1.5. Kupiec's Proportion Of Failures (POF) Testi

POF testinin hipotezleri aşağıdaki gibidir:

$$H_0 = p = \hat{p} = \frac{x}{T}$$

$$H_1 = p \neq \hat{p} = \frac{x}{T}$$

Test istatistiğini hesaplamak için kullanılan formülasyonu hatırlatmak gerekirse:

$$LR_{POF} = -2 * \ln[(1 - p)^{(T-x)} * p^x] + 2 * \ln \left[ \left(1 - \frac{x}{T}\right)^{(T-x)} * \left(\frac{x}{T}\right)^x \right]$$

$p$  = güven düzeyi,  $x$  = aşım sayısı ve  $T$  = toplam gözlem sayısıdır.

POF testine göre RMD modellerinin güvenilirliği %5 güven düzeyinde test edilmiştir. %5 güven düzeyi ve 1 serbestlik derecesi için ki-kare tablo değeri 3,841'dir.

Bu çerçevede hesaplanan test istatistiği ( $LR_{POF}$ ), ki-kare tablo değerinden ( $\chi^2$ ); küçük ise  $H_0$  hipotezi kabul edilmek suretiyle model güvenilir, büyük ise  $H_0$  hipotezi reddedilmek suretiyle model güvenilir bulunacaktır.

Test istatistiğinin hesaplanışını bir örnek vasıtasıyla somutlaştırmak gerekirse, portföy-1'in, %90 güven aralığı çerçevesinde eşit ağırlıklı Varyans-Kovaryans modeli için test istatistiği aşağıdaki gibi hesaplanmaktadır:

$$LR_{POF} = -2 * \ln[(1 - 0,10)^{(250-22)} * (0,10)^{22}] + 2$$

$$* \ln \left[ \left(1 - \frac{22}{250}\right)^{(250-22)} * \left(\frac{22}{250}\right)^{22} \right]$$

$$LR_{POF} = 0,415155052$$

Diğer RMD modelleri için hesaplanan test istatistikleri ve modellerin güvenilirlik durumları aşağıdaki gibidir:

		Güven Aralığı	$x$	$LR_{POF}$	$\chi^2$	$H_0$ /Model
<b>V-K (E.A.)</b>	Portföy-1	99%	2	0,1084	3,841	Kabul
		95%	13	0,0207	3,841	Kabul
		90%	22	0,4151	3,841	Kabul
	Portföy-2	99%	4	0,7691	3,841	Kabul
		95%	16	0,9513	3,841	Kabul
		90%	26	0,0439	3,841	Kabul
	Portföy-3	99%	1	1,1764	3,841	Kabul
		95%	14	0,1826	3,841	Kabul
		90%	22	0,4151	3,841	Kabul
<b>V-K (EWMA)</b>	Portföy-1	99%	4	0,7691	3,841	Kabul
		95%	16	0,9513	3,841	Kabul
		90%	25	0	3,841	Kabul
	Portföy-2	99%	3	0,0949	3,841	Kabul
		95%	12	0,0213	3,841	Kabul
		90%	20	1,1845	3,841	Kabul
	Portföy-3	99%	6	3,5553	3,841	Kabul
		95%	19	3,0905	3,841	Kabul
		90%	28	0,3865	3,841	Kabul
<b>TS</b>	Portföy-1	99%	2	0,1084	3,841	Kabul
		95%	14	0,1826	3,841	Kabul
		90%	31	1,4983	3,841	Kabul

Portföy-2	99%	3	0,0949	3,841	Kabul
	95%	20	4,0395	3,841	Ret
	90%	31	1,4983	3,841	Kabul
Portföy-3	99%	1	1,1764	3,841	Kabul
	95%	16	0,9513	3,841	Kabul
	90%	28	0,3865	3,841	Kabul

Portföy-2 için Tarihsel Simülasyon modeli %95 güven aralığında  $H_0$  hipotezinin reddedilmesi suretiyle güvenilir bulunmuştur. Diğer modeller  $H_0$  hipotezinin kabul edilmesi suretiyle güvenilir bulunmuştur.

### 6.3.1.6. Christoffersen's Independence Testi

Testin hipotezleri aşağıdaki gibidir:

$H_0 = 250$  günlük gözlem boyunca gerçekleşen aşımalar birbirinden bağımsızdır.

$H_1 = 250$  günlük gözlem boyunca gerçekleşen aşımalar birbirinden bağımsız değildir.

Test istatistiğinin hesaplandığı formülasyonu hatırlatmak gerekirse:

$$LR_{IND} = -2 * \ln \left( \frac{(1 - \pi)^{n_{00}+n_{10}} * \pi^{n_{01}+n_{11}}}{(1 - \pi_0)^{n_{00}} * \pi_0^{n_{01}} * (1 - \pi_1)^{n_{10}} * \pi_1^{n_{11}}} \right)$$

Christoffersen'in bağımsızlık testi vasıtasıyla, RMD modellerinde gerçekleşen aşımaların bağımsızlıkları %5 güven düzeyinde sınanmıştır. %5 güven düzeyinde ve 1 serbestlik derecesinde ki-kare tablo değeri 3,841'dir. Bu çerçevede hesaplanan test istatistiği ( $LR_{IND}$ ), ki-kare tablo değeri olan 3,841'den; küçük ise  $H_0$  hipotezi kabul edilmek suretiyle model güvenilir, büyük ise  $H_0$  hipotezi reddedilmek suretiyle model güvenilirmez bulunacaktır.

Test istatistiğinin hesaplanışını somutlaştırmak gerekirse, Tarihsel Simülasyon modelinde %90 güven aralığı çerçevesinde, portföy-3 için test istatistiği aşağıdaki adımlarla hesaplanmaktadır:

$$I_t = \begin{cases} \text{eğer aşım varsa} = 1 \\ \text{eğer aşım yoksa} = 0 \end{cases}$$

	$I_{t-1} = 0$	$I_{t-1} = 1$	
$I_t = 0$	$n_{00} = 198$	$n_{10} = 24$	$n_{00} + n_{10} = 222$
$I_t = 1$	$n_{01} = 24$	$n_{11} = 4$	$n_{01} + n_{11} = 28$
	$n_{00} + n_{01} = 222$	$n_{10} + n_{11} = 28$	$N = 250$

$$\pi_0 = \frac{n_{01}}{n_{00} + n_{01}} = \frac{24}{198 + 24} = 0,108108108$$

$$\pi_1 = \frac{n_{11}}{n_{10} + n_{11}} = \frac{4}{24 + 4} = 0,142857143$$

$$\pi = \frac{n_{01} + n_{11}}{n_{00} + n_{01} + n_{10} + n_{11}} = \frac{24 + 4}{198 + 24 + 24 + 4} = 0,112$$

$$LR_{IND} = -2 * \ln \left( \frac{(1 - 0,112)^{(198+24)} * (0,112)^{(24+4)}}{(1 - 0,1081)^{198} * (0,1081)^{24} * (1 - 0,1428)^{24} * (0,1428)^4} \right)$$

$$LR_{IND} = 0,283305446$$

Tüm modellerin verileri, test istatistikleri ve güvenilirlik durumları aşağıdaki gibidir:

		Güven Aralığı	$T$	$x$	$n_{00}$	$n_{01}$	$n_{10}$	$n_{11}$
<b>V-K (E.A.)</b>	Portföy-1	99%	250	2	246	2	2	0
		95%	250	13	225	12	12	1
		90%	250	22	207	21	21	1
	Portföy-2	99%	250	4	242	4	4	0
		95%	250	16	219	15	15	1
		90%	250	26	201	23	23	3
	Portföy-3	99%	250	1	248	1	1	0
		95%	250	14	223	13	13	1



		90%	250	22	208	20	20	2
<b>V-K (EWMA)</b>	Portföy-1	99%	250	4	242	4	4	0
		95%	250	16	220	14	15	1
		90%	250	25	204	21	22	3
	Portföy-2	99%	250	3	244	3	3	0
		95%	250	12	226	12	12	0
		90%	250	20	212	18	19	1
	Portföy-3	99%	250	6	238	6	6	0
		95%	250	19	215	16	17	2
		90%	250	28	198	24	25	3
<b>TS</b>	Portföy-1	99%	250	2	246	2	2	0
		95%	250	14	223	13	13	1
		90%	250	31	193	26	26	5
	Portföy-2	99%	250	3	244	3	3	0
		95%	250	20	212	18	18	2
		90%	250	31	193	26	26	5
	Portföy-3	99%	250	1	248	1	1	0
		95%	250	16	219	15	15	1
		90%	250	28	198	24	24	4

		Güven Aralığı	$\pi_0$	$\pi_1$	$\pi$	$LR_{IND}$	$\chi^2$	$H_0/Mo$ del
<b>V-K (E.A.)</b>	Portföy -1	99%	0,008	0	0,008	-	3,841	-
		95%	0,0506	0,0769	0,052	0,1527	3,841	Kabul
		90%	0,0921	0,0454	0,088	0,6409	3,841	Kabul
	Portföy -2	99%	0,0162	0	0,016	-	3,841	-
		95%	0,0641	0,0625	0,064	0,0006	3,841	Kabul
		90%	0,1026	0,1153	0,104	0,0392	3,841	Kabul
	Portföy -3	99%	0,004	0	0,004	-	3,841	-
		95%	0,055	0,0714	0,056	0,062	3,841	Kabul
		90%	0,0877	0,0909	0,088	0,0025	3,841	Kabul
<b>V-K (EWMA)</b>	Portföy -1	99%	0,0162	0	0,016	-	3,841	-
		95%	0,0598	0,0625	0,06	0,0018	3,841	Kabul
		90%	0,0933	0,12	0,096	0,1735	3,841	Kabul
	Portföy -2	99%	0,0121	0	0,012	-	3,841	-
		95%	0,0504	0	0,048	-	3,841	-
		90%	0,0782	0,05	0,076	0,2336	3,841	Kabul
	Portföy -3	99%	0,0245	0	0,024	-	3,841	-
		95%	0,0692	0,1052	0,072	0,3043	3,841	Kabul

		90%	0,1081	0,1071	0,108	0,0002	3,841	Kabul
<b>TS</b>	Portföy -1	99%	0,008	0	0,008	-	3,841	-
		95%	0,055	0,0714	0,056	0,062	3,841	Kabul
		90%	0,1187	0,1612	0,124	0,424	3,841	Kabul
	Portföy -2	99%	0,0121	0	0,012	-	3,841	-
		95%	0,0782	0,1	0,08	0,1108	3,841	Kabul
		90%	0,1187	0,1612	0,124	0,424	3,841	Kabul
	Portföy -3	99%	0,004	0	0,004	-	3,841	-
		95%	0,0641	0,0625	0,064	0,0006	3,841	Kabul
		90%	0,1081	0,1428	0,112	0,2833	3,841	Kabul

%99 güven aralığında hiçbir model için, %95 güven aralığında EWMA'ya dayalı Varyans-Kovaryans modelinde portföy-2 için ardışık günlerde aşım gerçekleşmediği için, test istatistiği hesaplanamamıştır. Geriye kalan bütün modeller,  $H_0$  hipotezi kabul edilmek suretiyle güvenilir bulunmuştur.

### 6.3.1.7. Christoffersen's Joint Testi

Testin hipotezleri aşağıdaki gibidir:

$H_0$  = RMD modeli güvenilirdir.

$H_1$  = RMD modeli güvenilir değildir.

Test istatistiğinin hesaplanmasında kullanılan formülasyon aşağıdaki gibidir:

$$LR_{CC} = LR_{POF} + LR_{IND}$$

Ortak test vasıtasıyla RMD modellerinin güvenilirliği %5 güven düzeyinde sınanmıştır. %5 güven düzeyi ve 2 serbestlik derecesi için ki-kare tablo değeri 5,991'dir. Hesaplanan test istatistiği, ki-kare tablo değeri olan 5,991'den; küçük ise  $H_0$  hipotezi kabul edilmek suretiyle model güvenilir, büyük ise  $H_0$  hipotezi reddedilmek suretiyle model güvenilirmez bulunacaktır.

Tüm modeller için test istatistikleri ve güvenilirlik durumları aşağıdaki gibidir:

		Güven Aralığı	$LR_{POF}$	$LR_{IND}$	$LR_{CC}$	$\chi^2$	$H_0$ /Model
<b>V-K (E.A.)</b>	Portföy-1	99%	0,1084	-	-	5,991	-
		95%	0,0207	0,1527	0,1734	5,991	Kabul

		90%	0,4151	0,6409	1,056	5,991	Kabul
	Portföy-2	99%	0,7691	-	-	5,991	-
		95%	0,9513	0,0006	0,9519	5,991	Kabul
		90%	0,0439	0,0392	0,0831	5,991	Kabul
	Portföy-3	99%	1,1764	-	-	5,991	-
		95%	0,1826	0,062	0,2446	5,991	Kabul
		90%	0,4151	0,0025	0,4176	5,991	Kabul
<b>V-K (EWMA)</b>	Portföy-1	99%	0,7691	-	-	5,991	-
		95%	0,9513	0,0018	0,9531	5,991	Kabul
		90%	0	0,1735	0,1735	5,991	Kabul
	Portföy-2	99%	0,0949	-	-	5,991	-
		95%	0,0213	-	-	5,991	-
		90%	1,1845	0,2336	1,4181	5,991	Kabul
	Portföy-3	99%	3,5553	-	-	5,991	-
		95%	3,0905	0,3043	3,3948	5,991	Kabul
		90%	0,3865	0,0002	0,3867	5,991	Kabul
<b>TS</b>	Portföy-1	99%	0,1084	-	-	5,991	-
		95%	0,1826	0,062	0,2446	5,991	Kabul
		90%	1,4983	0,424	1,9223	5,991	Kabul
	Portföy-2	99%	0,0949	-	-	5,991	-
		95%	4,0395	0,1108	4,1503	5,991	Kabul
		90%	1,4983	0,424	1,9223	5,991	Kabul
	Portföy-3	99%	1,1764	-	-	5,991	-
		95%	0,9513	0,0006	0,9519	5,991	Kabul
		90%	0,3865	0,2833	0,6698	5,991	Kabul

%99 güven aralığında hiçbir model için, %95 güven aralığında EWMA'ya dayalı Varyans-Kovaryans modelinde portföy-2 için bağımsızlık testinin test istatistiği hesaplanamadığından, ortak testin de test istatistiği hesaplanamamıştır. Geriye kalan modeller,  $H_0$  hipotezinin kabul edilmesi suretiyle güvenilir bulunmuştur.

250 günlük geriye dönük testler neticesinde, modellerin gerçekleştirilen tüm testlere göre nihai durumu aşağıdaki gibidir:

		Güven Aralığı	BASEL	Z	TUFF	POF	IND	JOINT
<b>V-K (E.A.)</b>	Portföy -1	99%	Yeşil	Kabul	Kabul	Kabul	-	-
		95%	Yeşil	Kabul	Kabul	Kabul	Kabul	Kabul
		90%	Yeşil	Kabul	Kabul	Kabul	Kabul	Kabul

	Portföy -2	99%	Yeşil	Kabul	Kabul	Kabul	-	-
		95%	Yeşil	Kabul	Kabul	Kabul	Kabul	Kabul
		90%	Yeşil	Kabul	Kabul	Kabul	Kabul	Kabul
	Portföy -3	99%	Yeşil	Kabul	Kabul	Kabul	-	-
		95%	Yeşil	Kabul	Kabul	Kabul	Kabul	Kabul
		90%	Yeşil	Kabul	Kabul	Kabul	Kabul	Kabul
V-K (EW MA)	Portföy -1	99%	Yeşil	Kabul	Kabul	Kabul	-	-
		95%	Yeşil	Kabul	-	Kabul	Kabul	Kabul
		90%	Yeşil	Kabul	-	Kabul	Kabul	Kabul
	Portföy -2	99%	Yeşil	Kabul	Kabul	Kabul	-	-
		95%	Yeşil	Kabul	Kabul	Kabul	-	-
		90%	Yeşil	Kabul	-	Kabul	Kabul	Kabul
	Portföy -3	99%	Sarı	Ret	Kabul	Kabul	-	-
		95%	Sarı	Kabul	-	Kabul	Kabul	Kabul
		90%	Yeşil	Kabul	-	Kabul	Kabul	Kabul
TS	Portföy -1	99%	Yeşil	Kabul	Kabul	Kabul	-	-
		95%	Yeşil	Kabul	Kabul	Kabul	Kabul	Kabul
		90%	Yeşil	Kabul	Kabul	Kabul	Kabul	Kabul
	Portföy -2	99%	Yeşil	Kabul	Kabul	Kabul	-	-
		95%	Sarı	Ret	Kabul	Ret	Kabul	Kabul
		90%	Yeşil	Kabul	Kabul	Kabul	Kabul	Kabul
	Portföy -3	99%	Yeşil	Kabul	Kabul	Kabul	-	-
		95%	Yeşil	Kabul	Kabul	Kabul	Kabul	Kabul
		90%	Yeşil	Kabul	Kabul	Kabul	Kabul	Kabul

### 6.3.2. 500 Günlük Geriye Dönük Test

Varyans-Kovaryans ve Tarihsel Simülasyon modellerinin güvenilirliği; %99, %95 ve %90 güven aralıkları için geriye dönük test yöntemleri vasıtasıyla sınanmıştır. 500 günlük geriye test kapsamında; ABD Doları ve Euro için 07.12.2010-25.07.2018 ve BIST-100 için 16.08.2010-25.07.2018 tarihleri arasında yer alan 2.001 günlük kapanış verisi vasıtasıyla hesaplanan 2.000 günlük getiri kullanılmıştır. En yakın tarihli 500 getiri vasıtasıyla portföylerin günlük getirileri hesaplanmış, hesaplanan bu portföy getirileri ile o portföye ait her gün için güncel olarak hesaplanan RMD'lerin karşılaştırılması suretiyle, portföylerin aşım durumları saptanmıştır. Portföylerin RMD hesaplamalarına en eski tarihli 1.500 geçmiş getiri verisiyle başlanmış, RMD hesaplamasında kullanılan bu getiri serisi her gün için rolling window yöntemi

vasıtasıyla, yani en eski geçmiş verinin çıkartılarak yerine aşım durumu saptamasındaki gözlem görevini tamamlamış yeni verinin eklenmesi suretiyle güncellenmiştir.

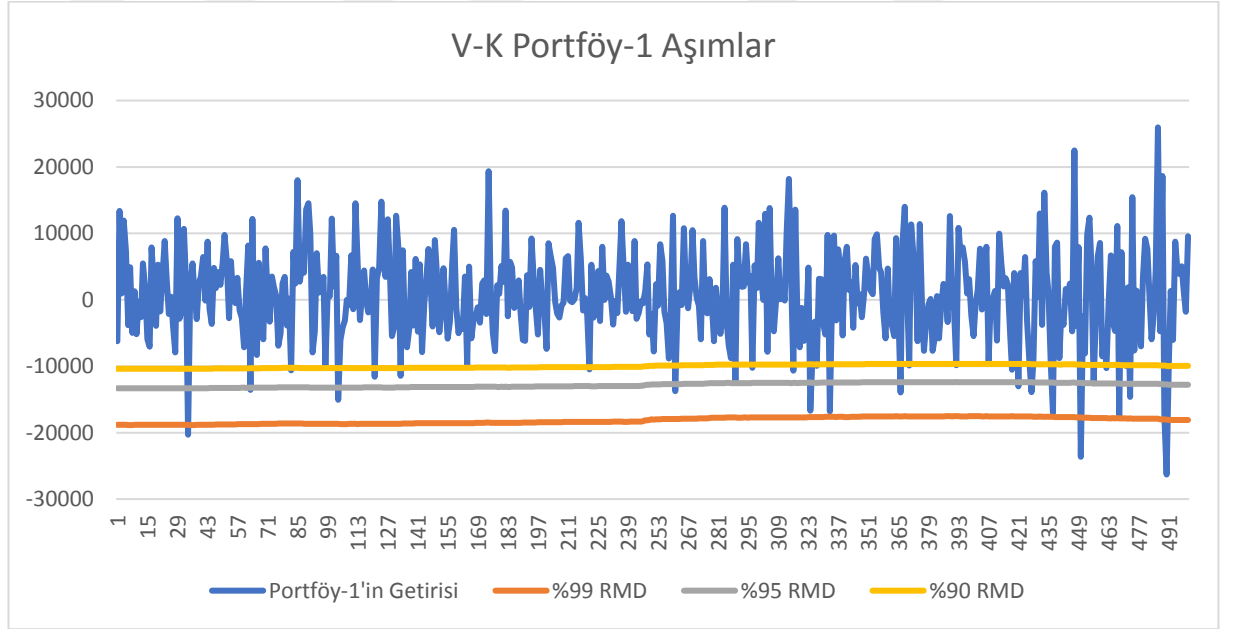
### 6.3.2.1. Aşımalar

Bu çerçevede geriye dönük test yöntemlerinin en temel verisi olan aşım sayıları, tüm modeller için şu şekildedir:

#### Eşit Ağırlıklı Varyans-Kovaryans Modeli

##### Portföy-1

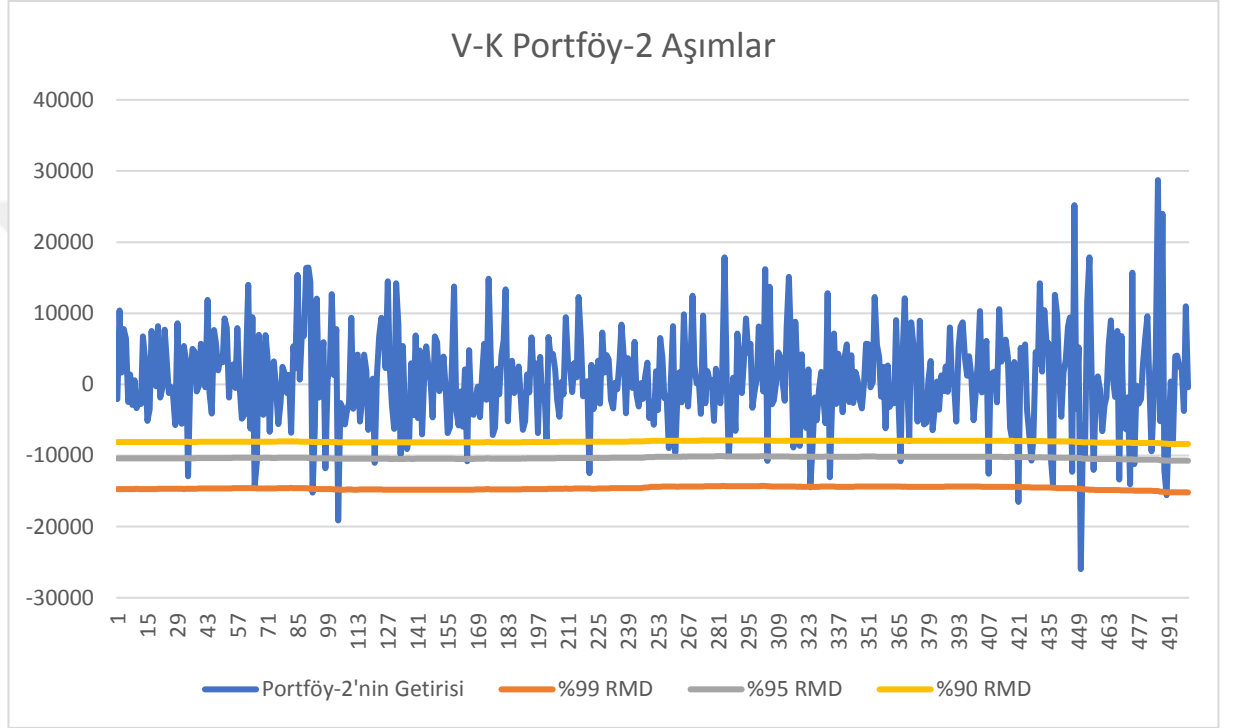
500 gün için gerçekleşen getiriler ile hesaplanan RMD'ler kıyaslandığında, eşit ağırlıklı Varyans-Kovaryans modelinde portföy-1 için; %99 güven aralığında 3 aşım, %95 güven aralığında 16 aşım ve %90 güven aralığında 29 aşım meydana gelmiştir. Bu çerçevede, 1. gözlem en eski ve 500. gözlem en yeni tarihli gözlem olmak üzere gerçekleşen aşımların grafiği aşağıdaki gibidir:



Şekil-21: Portföy-1 için E.A. V-K yönteminde 500 gün boyunca gerçekleşen aşımalar

##### Portföy-2

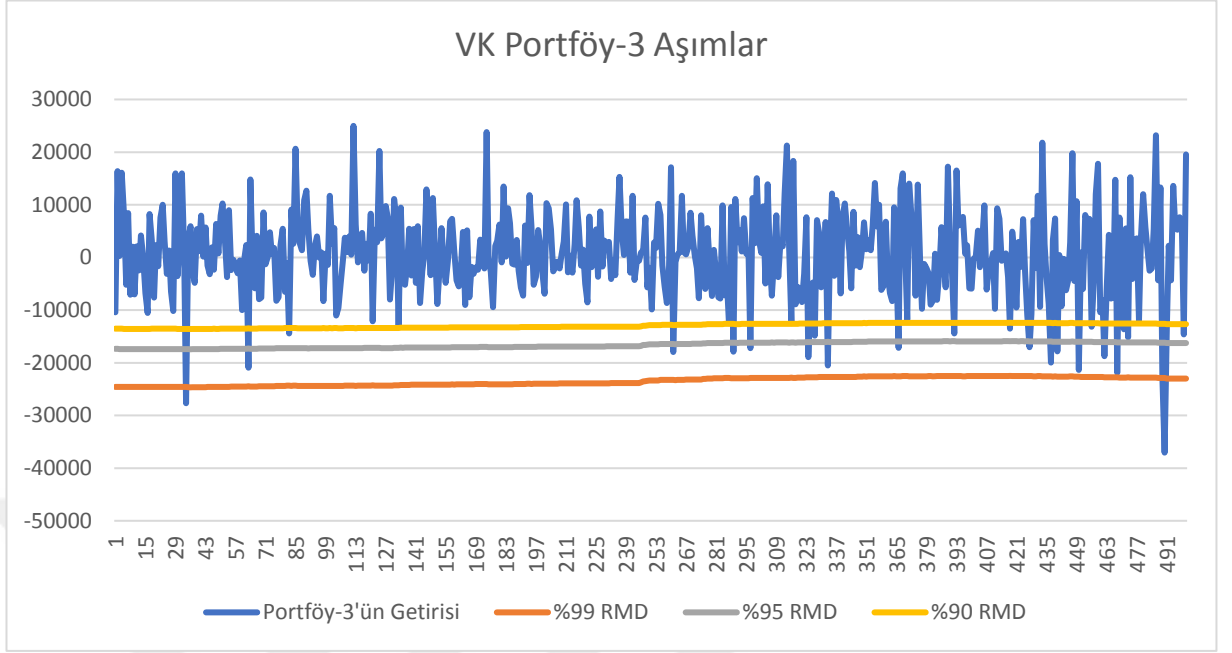
500 gün için gerçekleşen getiriler ile hesaplanan RMD'ler kıyaslandığında, eşit ağırlıklı Varyans-Kovaryans modelinde portföy-2 için; %99 güven aralığında 6 aşım, %95 güven aralığında 25 aşım ve %90 güven aralığında 37 aşım meydana gelmiştir. Bu çerçevede, 1. gözlem en eski ve 500. gözlem en yeni tarihli gözlem olmak üzere gerçekleşen aşımaların grafiği aşağıdaki gibidir:



Şekil-22: Portföy-2 için E.A. V-K yönteminde 500 gün boyunca gerçekleşen aşımalar

### **Portföy-3**

500 gün için gerçekleşen getiriler ile hesaplanan RMD'ler kıyaslandığında, eşit ağırlıklı Varyans-Kovaryans modelinde portföy-3 için; %99 güven aralığında 2 aşım, %95 güven aralığında 16 aşım ve %90 güven aralığında 25 aşım meydana gelmiştir. Bu çerçevede, 1. gözlem en eski ve 500. gözlem en yeni tarihli gözlem olmak üzere gerçekleşen aşımaların grafiği aşağıdaki gibidir:

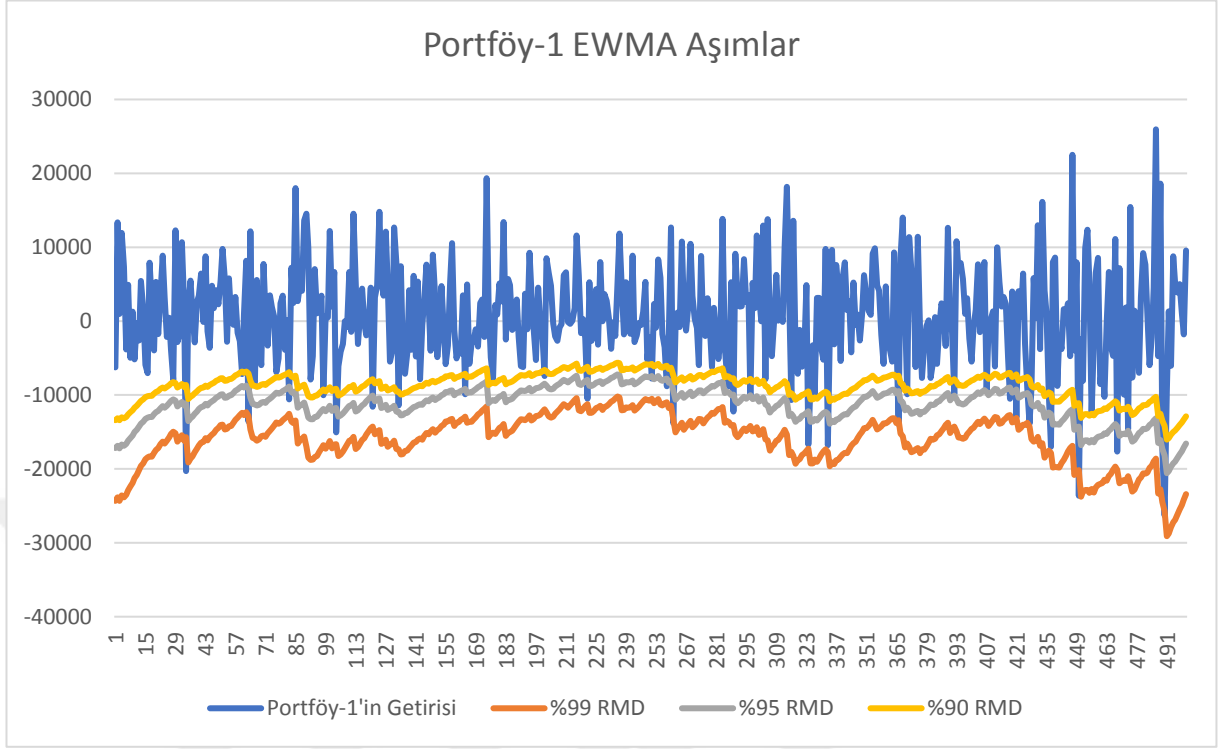


Şekil-23: Portföy-3 için E.A. V-K yönteminde 500 gün boyunca gerçekleşen aşımalar

### EWMA'ya Dayalı Varyans-Kovaryans Modeli

#### Portföy-1

500 günlük gözlem süresince, günlük bazda hesaplanan RMD'ler ile gerçekleşen getirilerin kıyaslanması neticesinde portföy-1 için; %99 güven aralığında 6 aşım, %95 güven aralığında 23 aşım, %90 güven aralığında 36 aşım meydana gelmiştir. 1. gözlem en eski tarihli ve 500. gözlem en yeni tarihli gözlem olmak üzere, aşımaların dağılımı grafik vasıtasıyla aşağıdaki gibi somutlaştırılmıştır:

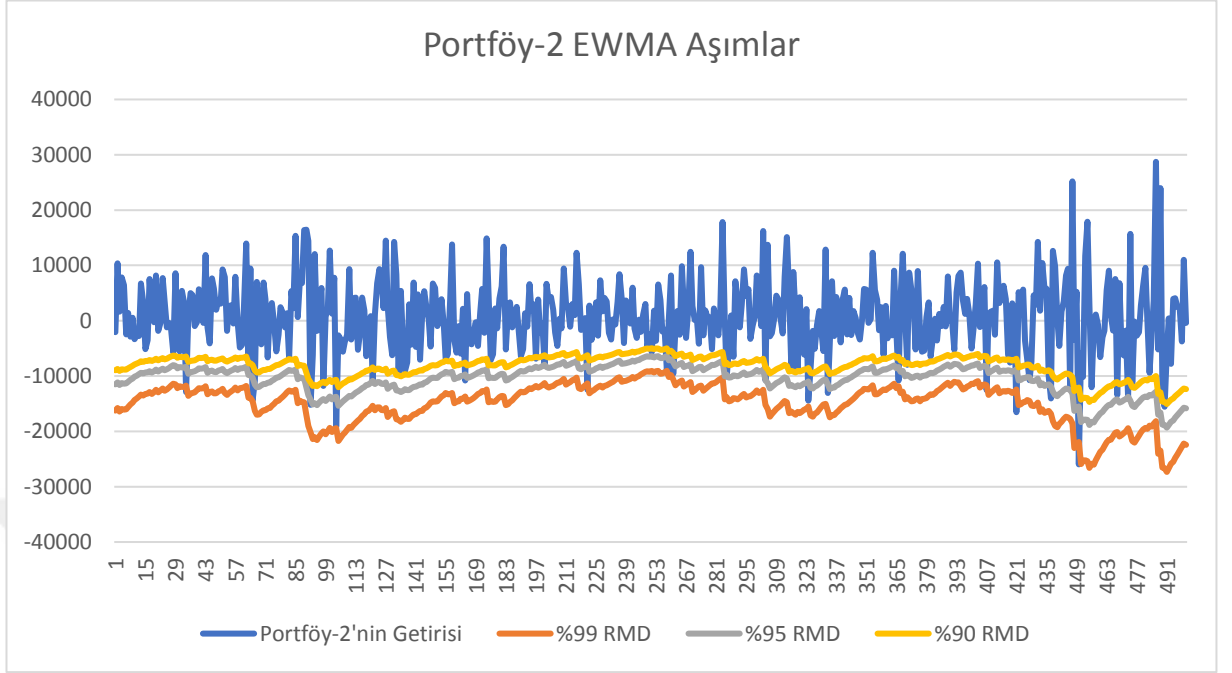


Şekil-24: Portföy-1 için EWMA'ya dayalı V-K yönteminde 500 gün boyunca gerçekleşen aşımlar

### **Portföy-2**

500 günlük gözlem süresince, günlük bazda hesaplanan RMD'ler ile gerçekleşen getirilerin kıyaslanması neticesinde portföy-2 için; %99 güven aralığında 5 aşım, %95 güven aralığında 19 aşım, %90 güven aralığında 31 aşım meydana gelmiştir. 1. gözlem en eski tarihli ve 500. gözlem en yeni tarihli gözlem olmak üzere, aşımaların dağılımı grafik vasıtasıyla aşağıdaki gibi somutlaştırılmıştır:

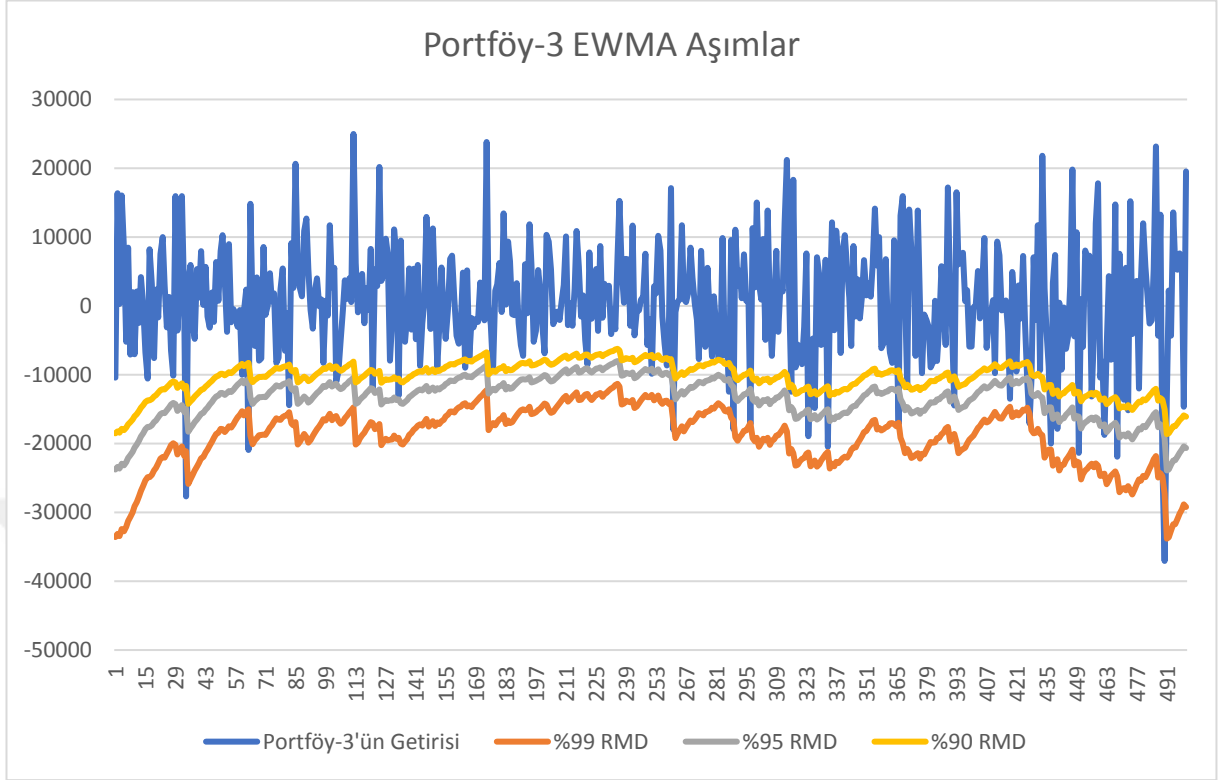




Şekil-25: Portföy-2 için EWMA'ya dayalı V-K yönteminde 500 gün boyunca gerçekleşen aşımlar

### **Portföy-3**

500 günlük gözlem süresince, günlük bazda hesaplanan RMD'ler ile gerçekleşen getirilerin kıyaslanması neticesinde portföy-3 için; %99 güven aralığında 8 aşım, %95 güven aralığında 23 aşım, %90 güven aralığında 39 aşım meydana gelmiştir. 1. gözlem en eski tarihli ve 500. gözlem en yeni tarihli gözlem olmak üzere, aşımaların dağılımı grafik vasıtasıyla aşağıdaki gibi somutlaştırılmıştır:

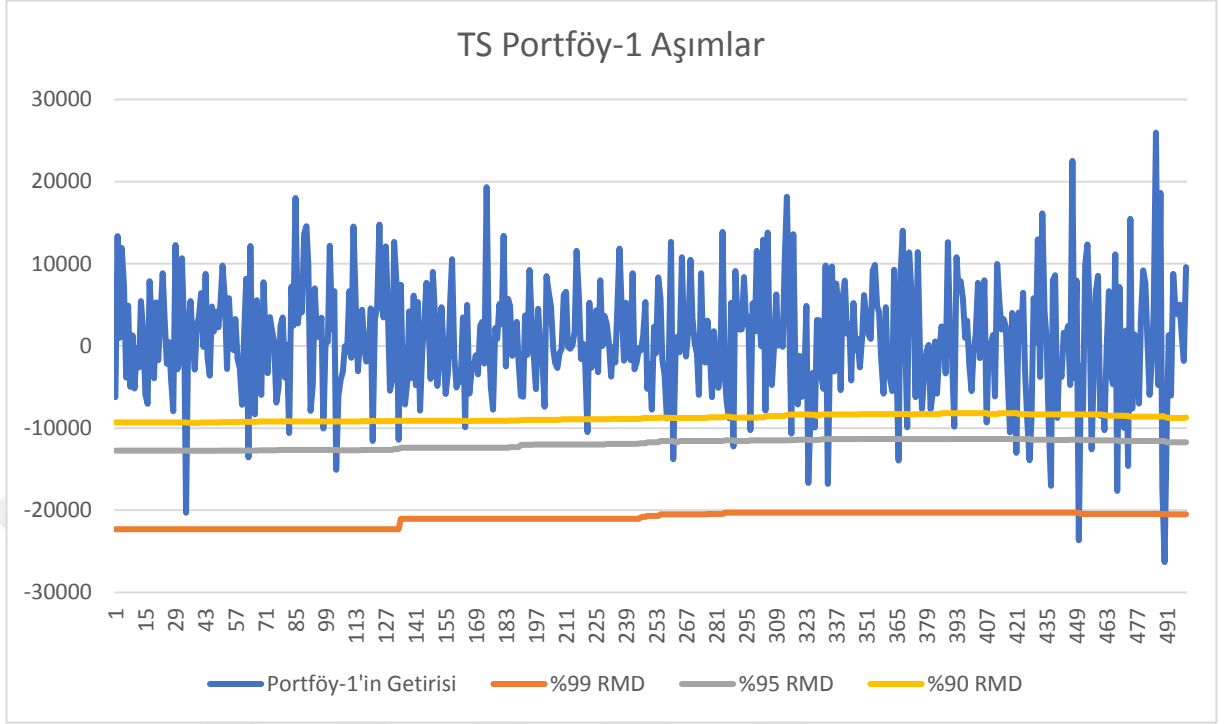


Şekil-26: Portföy-3 için EWMA'ya dayalı V-K yönteminde 500 gün boyunca gerçekleşen aşımalar

### Tarihsel Simülasyon Modelinde Gerçekleşen Aşımalar

#### Portföy-1

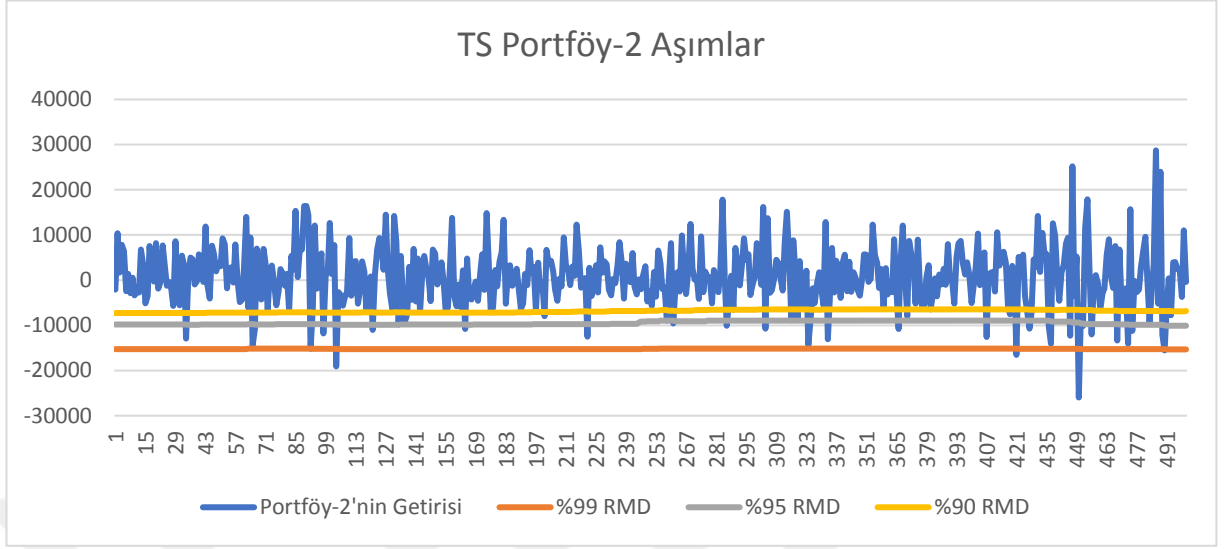
500 gün için gerçekleşen getiriler ile hesaplanan RMD'ler kıyaslandığında, Tarihsel Simülasyon modelinde portföy-1 için; %99 güven aralığında 2 aşım, %95 güven aralığında 17 aşım ve %90 güven aralığında 40 aşım meydana gelmiştir. Bu çerçevede, 1. gözlem en eski ve 500. gözlem en yeni tarihli gözlem olmak üzere gerçekleşen aşımaların grafiği aşağıdaki gibidir:



Şekil-27: Portföy-1 için TS yönteminde 500 gün boyunca gerçekleşen aşımalar

### **Portföy-2**

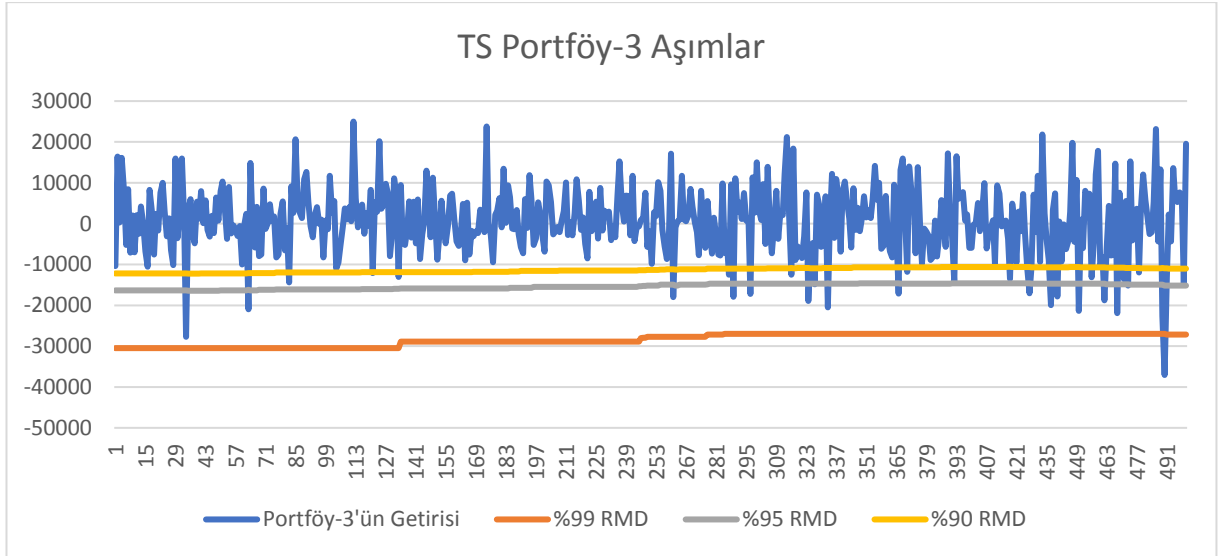
500 gün için gerçekleşen getiriler ile hesaplanan RMD'ler kıyaslandığında, Tarihsel Simülasyon modelinde portföy-2 için; %99 güven aralığında 5 aşım, %95 güven aralığında 29 aşım ve %90 güven aralığında 44 aşım meydana gelmiştir. Bu çerçevede, 1. gözlem en eski ve 500. gözlem en yeni tarihli gözlem olmak üzere gerçekleşen aşımaların grafiği aşağıdaki gibidir:



Şekil-28: Portföy-2 için TS yönteminde 500 gün boyunca gerçekleşen aşımalar

### **Portföy-3**

500 gün için gerçekleşen getiriler ile hesaplanan RMD'ler kıyaslandığında, Tarihsel Simülasyon modelinde portföy-3 için; %99 güven aralığında 1 aşım, %95 güven aralığında 18 aşım ve %90 güven aralığında 33 aşım meydana gelmiştir. Bu çerçevede, 1. gözlem en eski ve 500. gözlem en yeni tarihli gözlem olmak üzere gerçekleşen aşımaların grafiği aşağıdaki gibidir:



Şekil-29: Portföy-3 için TS yönteminde 500 gün boyunca gerçekleşen aşımalar

500 günlük geriye dönük test neticesinde, tüm modeller için gerçekleşen aşım sayıları aşağıdaki tabloda özetlenmiştir:

		Güven Aralığı	Aşım Sayısı(x)
<b>V-K (E.A.)</b>	Portföy-1	99%	3
		95%	16
		90%	29
	Portföy-2	99%	6
		95%	25
		90%	37
	Portföy-3	99%	2
		95%	16
		90%	25
<b>V-K (EWMA)</b>	Portföy-1	99%	6
		95%	23
		90%	36
	Portföy-2	99%	5
		95%	19
		90%	31
	Portföy-3	99%	8
		95%	23
		90%	39
<b>TS</b>	Portföy-1	99%	2
		95%	17
		90%	40
	Portföy-2	99%	5
		95%	29
		90%	44
	Portföy-3	99%	1
		95%	18
		90%	33

### 6.3.2.2. Z Testi

Modellerin güvenilirliği çift kuyruk z testi vasıtasıyla sınanmıştır. Testin hipotezleri aşağıdaki gibidir:

$H_0$  = Gerçekleşen aşım sayısı modelin güven düzeyi için beklenen seviyededir.

$H_1$  = Gerçekleşen aşım sayısı modelin güven düzeyi için beklenen seviyede değildir.

Test istatistiğinin hesaplandığı formül aşağıdaki gibidir:

$$z = \frac{x - \mu}{\sigma} = \frac{x - p * T}{\sqrt{p * (1 - p) * T}}$$

Modellerin güvenilirliği %5 güven düzeyinde sınanmıştır. Çift kuyruk z testinin tablo değeri %5 güven seviyesi için 1,96'dır. Bu çerçevede, hesaplanan test istatistiği, tablo değeri olan 1,96'dan; küçük ise  $H_0$  hipotezi kabul edilmek suretiyle model güvenilir, büyük ise  $H_0$  hipotezi reddedilmek suretiyle model güvenilir bulunacaktır.

Test istatistiğinin hesaplanışını bir örnek vasıtasıyla somutlaştırmak gerekirse, Tarihsel Simülasyon modelinde %99 güven aralığında portföy-1 için test istatistiği aşağıdaki gibi hesaplanmaktadır:

$$z_{test} = \frac{x - p * T}{\sqrt{p * (1 - p) * T}} = \frac{2 - (0,01 * 500)}{\sqrt{0,01 * 0,99 * 500}} = -1,348399725$$

Çift kuyruk testi olduğundan, hesaplanan test istatistiğinin mutlak değeri esas alınmaktadır:

$$|z_{test}| = 1,348399725$$

Tüm modellerin hesaplanan test istatistikleri ve güvenilirlik durumları aşağıdaki gibidir:

		Güven Aralığı	$x$	$z_{test}$	$ z_{test} $	$z_{tablo}$	$H_0/Model$
<b>V-K (Eşit Ağırlıklı)</b>	Portföy-1	99%	3	-0,8989	0,8989	1,96	Kabul
		95%	16	-1,8467	1,8467	1,96	Kabul
		90%	29	-3,1304	3,1304	1,96	Ret
	Portföy-2	99%	6	0,4494	0,4494	1,96	Kabul
		95%	25	0	0	1,96	Kabul
		90%	37	-1,9379	1,9379	1,96	Kabul
	Portföy-3	99%	2	-1,3483	1,3483	1,96	Kabul
		95%	16	-1,8467	1,8467	1,96	Kabul
		90%	25	-3,7267	3,7267	1,96	Ret

<b>V-K (EWMA)</b>	Portföy-1	99%	6	0,4494	0,4494	1,96	Kabul
		95%	23	-0,4103	0,4103	1,96	Kabul
		90%	36	-2,0869	2,0869	1,96	Ret
	Portföy-2	99%	5	0	0	1,96	Kabul
		95%	19	-1,2311	1,2311	1,96	Kabul
		90%	31	-2,8323	2,8323	1,96	Ret
	Portföy-3	99%	8	1,3483	1,3483	1,96	Kabul
		95%	23	-0,4103	0,4103	1,96	Kabul
		90%	39	-1,6397	1,6397	1,96	Kabul
<b>TS</b>	Portföy-1	99%	2	-1,3483	1,3483	1,96	Kabul
		95%	17	-1,6415	1,6415	1,96	Kabul
		90%	40	-1,4907	1,4907	1,96	Kabul
	Portföy-2	99%	5	0	0	1,96	Kabul
		95%	29	0,8207	0,8207	1,96	Kabul
		90%	44	-0,8944	0,8944	1,96	Kabul
	Portföy-3	99%	1	-1,7978	1,7978	1,96	Kabul
		95%	18	-1,4363	1,4363	1,96	Kabul
		90%	33	-2,5342	2,5342	1,96	Ret

%90 güven aralığında; eşit ağırlıklı Varyans-Kovaryans modeli portföy-1 ve portföy-3 için, EWMA'ya dayalı Varyans-Kovaryans modeli portföy-1 ve portföy-2 için, Tarihsel Simülasyon modeli portföy-3 için  $H_0$  hipotezinin reddedilmesi suretiyle güvenilir bulunmuştur. Geriye kalan modeller  $H_0$  hipotezinin kabul edilmesi suretiyle güvenilir bulunmuştur.

### 6.3.2.3. Basel Trafik Işığı Testi

250 günlük geriye dönük testte olduğu gibi, %99 güven aralığından daha düşük güven aralığına sahip bir RMD modelinin yeşil bölgeye düşmesi suretiyle güvenilir bulunmasının, Basel Komitesi tarafından tip-2 hata olarak kabul edildiği gerçeğinin bilincinde olarak, tüm modeller hakkında fikir sahibi olabilme açısından %99 güven düzeyinin altında güven düzeyine sahip olan modeller de test edilmiştir.

Basel komitesi tarafından, aşımaların kümülatif olasılığının; %95 ve üzeri olduğu noktada sarı bölgenin, %99,99 olduğu noktada kırmızı bölgenin başladığı bilgisi ışığında 500 günlük gözlem için gerçekleşen aşım sayılarına göre modellerin tekabül ettikleri bölgeler aşağıdaki gibidir:

	Güven Aralığı		
	99%	95%	90%
Yeşil Bölge	0-8	0-32	0-60
Sarı Bölge	9-14	33-44	61-76
Kırmızı Bölge	15 ve üzeri	45 ve üzeri	77 ve üzeri

Bu çerçevede, RMD modellerinin gerçekleşen aşım sayılarına göre tekabül ettikleri bölgeler aşağıdaki gibidir:

		Güven Aralığı	Gözlem Sayısı	Aşım Sayısı(x)	Bölge
<b>V-K (E.A.)</b>	Portföy-1	99%	500	3	Yeşil
		95%	500	16	Yeşil
		90%	500	29	Yeşil
	Portföy-2	99%	500	6	Yeşil
		95%	500	25	Yeşil
		90%	500	37	Yeşil
	Portföy-3	99%	500	2	Yeşil
		95%	500	16	Yeşil
		90%	500	25	Yeşil
<b>V-K (EWMA)</b>	Portföy-1	99%	500	6	Yeşil
		95%	500	23	Yeşil
		90%	500	36	Yeşil
	Portföy-2	99%	500	5	Yeşil
		95%	500	19	Yeşil
		90%	500	31	Yeşil
	Portföy-3	99%	500	8	Yeşil
		95%	500	23	Yeşil
		90%	500	39	Yeşil
<b>TS</b>	Portföy-1	99%	500	2	Yeşil
		95%	500	17	Yeşil
		90%	500	40	Yeşil
	Portföy-2	99%	500	5	Yeşil
		95%	500	29	Yeşil
		90%	500	44	Yeşil
	Portföy-3	99%	500	1	Yeşil
		95%	500	18	Yeşil
		90%	500	33	Yeşil



Bütün modeller yeşil bölgeye tekabül etmektedir.

#### 6.3.2.4. Kupiec's Time Until First Failure (TUFF) Testi

Testin hipotezleri aşağıdaki gibidir:

$$H_0 = p = \hat{p} = \frac{1}{v}$$

$$H_1 = p \neq \hat{p} = \frac{1}{v}$$

$p$  = güven düzeyi ve  $v$  = ilk aşımın gerçekleştiği gözlem numarası olmak üzere test istatistiği aşağıdaki formül vasıtasıyla hesaplanmaktadır:

$$LR_{TUFF} = -2 * \ln \left( \frac{p * (1 - p)^{v-1}}{\left(\frac{1}{v}\right) * \left(1 - \frac{1}{v}\right)^{v-1}} \right)$$

RMD modellerinin güvenilirlikleri %5 güven düzeyinde sınanmıştır. %5 güven düzeyi ve 1 serbestlik derecesi için ki-kare tablo değeri 3,841'dir. Bu çerçevede RMD modeli için hesaplanan test istatistiği, ki-kare tablo değeri olan 3,841'den; küçük ise  $H_0$  hipotezinin kabul edilmesi suretiyle model güvenilir, büyük ise  $H_0$  hipotezinin reddedilmesi suretiyle model güvenilirmez bulunacaktır.

Bir örnek vasıtasıyla somutlaştırmak gerekirse, eşit ağırlıklı Varyans-Kovaryans modelinde %95 güven aralığında, portföy-1 için test istatistiği aşağıdaki gibi hesaplanmaktadır:

$$LR_{TUFF} = -2 * \ln \left( \frac{0,05 * (1 - 0,05)^{(34-1)}}{\left(\frac{1}{34}\right) * \left(1 - \frac{1}{34}\right)^{(34-1)}} \right)$$

$$LR_{TUFF} = 0,35380536$$

Tüm RMD modelleri için hesaplanan test istatistikleri ve modellerin güvenilirlik durumu aşağıdaki gibidir:

	Güven Aralığı	$v$	$LR_{TUFF}$	$\chi^2$	$H_0$ /Model	
<b>V-K</b>	Portföy-1	99%	34	0,85065	3,841	Kabul

<b>(E.A.)</b>		95%	34	0,35381	3,841	Kabul
		90%	34	2,53595	3,841	Kabul
		99%	92	0,00683	3,841	Kabul
	Portföy-2	95%	34	0,35381	3,841	Kabul
		90%	34	2,53595	3,841	Kabul
		99%	34	0,85065	3,841	Kabul
	Portföy-3	95%	34	0,35381	3,841	Kabul
		90%	34	2,53595	3,841	Kabul
		99%	34	0,85065	3,841	Kabul
<b>V-K (EWMA)</b>	Portföy-1	99%	34	0,85065	3,841	Kabul
		95%	34	0,35381	3,841	Kabul
		90%	34	2,53595	3,841	Kabul
	Portföy-2	99%	34	0,85065	3,841	Kabul
		95%	34	0,35381	3,841	Kabul
		90%	34	2,53595	3,841	Kabul
	Portföy-3	99%	34	0,85065	3,841	Kabul
		95%	34	0,35381	3,841	Kabul
		90%	34	2,53595	3,841	Kabul
<b>TS</b>	Portföy-1	99%	450	4,01927	3,841	Ret
		95%	34	0,35381	3,841	Kabul
		90%	34	2,53595	3,841	Kabul
	Portföy-2	99%	92	0,00683	3,841	Kabul
		95%	34	0,35381	3,841	Kabul
		90%	34	2,53595	3,841	Kabul
	Portföy-3	99%	490	4,6528	3,841	Ret
		95%	34	0,35381	3,841	Kabul
		90%	34	2,53595	3,841	Kabul

Tarihsel Simülasyon modeli %99 güven aralığında; portföy-1 ve portföy-3 için,  $H_0$  hipotezinin reddedilmesi suretiyle güvenilir bulunmuştur. Geriye kalan modeller,  $H_0$  hipotezinin kabul edilmesi suretiyle güvenilir bulunmuştur.

### 6.3.2.5. Kupiec's Proportion Of Failures (POF) Testi

Testin hipotezleri aşağıdaki gibidir:

$$H_0 = p = \hat{p} = \frac{x}{T}$$

$$H_1 = p \neq \hat{p} = \frac{x}{T}$$

x aşım sayısı ve T gözlem sayısı olmak üzere, test istatistiği aşağıdaki formül vasıtasıyla hesaplanmaktadır:

$$LR_{POF} = -2 * \ln[(1 - p)^{(T-x)} * p^x] + 2 * \ln \left[ \left(1 - \frac{x}{T}\right)^{(T-x)} * \left(\frac{x}{T}\right)^x \right]$$

RMD modellerinin güvenilirlikleri %5 güven düzeyinde test edilmiştir. %5 güven düzeyi için, 1 serbestlik derecesinde ki-kare tablo değeri 3,841'dir. Bu çerçevede, hesaplanan test istatistiği, ki-kare tablo değeri olan 3,841'den; küçük ise  $H_0$  hipotezi kabul edilmek suretiyle model güvenilir, büyük ise  $H_0$  reddedilmek suretiyle model güvenilirmez bulunacaktır.

Test istatistiğinin hesaplanışını bir örnek vasıtasıyla somutlaştırmak gerekirse, Tarihsel Simülasyon modelinde %99 güven aralığında, portföy-3 için test istatistiği aşağıdaki gibi hesaplanmaktadır:

$$LR_{POF} = -2 * \ln[(1 - 0,01)^{(500-1)} * (0,01)^1] + 2 * \ln \left[ \left(1 - \frac{1}{500}\right)^{(500-1)} * \left(\frac{1}{500}\right)^1 \right]$$

$$LR_{POF} = 4,813360692$$

Tüm modeller için hesaplanan test istatistikleri ve modellerin güvenilirlik durumları aşağıdaki gibidir:

		Güven Aralığı	x	$LR_{POF}$	$\chi^2$	$H_0$ /Model
<b>V-K (E.A.)</b>	Portföy-1	99%	3	0,9431	3,841	Kabul
		95%	16	3,8882	3,841	Ret
		90%	29	11,3709	3,841	Ret
	Portföy-2	99%	6	0,1898	3,841	Kabul
		95%	25	0	3,841	Kabul
		90%	37	4,0902	3,841	Ret
	Portföy-3	99%	2	2,3529	3,841	Kabul
		95%	16	3,8882	3,841	Ret
		90%	25	16,7065	3,841	Ret
<b>V-K (EWMA)</b>	Portföy-1	99%	6	0,1898	3,841	Kabul
		95%	23	0,1728	3,841	Kabul
		90%	36	4,7788	3,841	Ret
	Portföy-2	99%	5	0	3,841	Kabul

TS	Portföy-3	95%	19	1,6468	3,841	Kabul
		90%	31	9,1529	3,841	Ret
		99%	8	1,5382	3,841	Kabul
	Portföy-1	95%	23	0,1728	3,841	Kabul
		90%	39	2,8867	3,841	Kabul
		99%	2	2,3529	3,841	Kabul
	Portföy-2	95%	17	3,0214	3,841	Kabul
		90%	40	2,3691	3,841	Kabul
		99%	5	0	3,841	Kabul
Portföy-3	95%	29	0,6421	3,841	Kabul	
	90%	44	0,8303	3,841	Kabul	
	99%	1	4,8133	3,841	Ret	
		95%	18	2,2765	3,841	Kabul
		90%	33	7,2102	3,841	Ret

Eşit ağırlıklı Varyans-Kovaryans modeli; %95 güven aralığında portföy-1 ve portföy-3 için, %90 güven aralığında tüm portföyler için  $H_0$  hipotezinin reddedilmesi suretiyle güvenilir bulunmuştur.

EWMA'ya dayalı Varyans-Kovaryans modeli %90 güven aralığında portföy-1 ve portföy-2 için  $H_0$  hipotezinin reddedilmesi suretiyle güvenilir bulunmuştur.

Tarihsel Simülasyon modeli; %99 ve %90 güven aralığında, portföy-3 için  $H_0$  hipotezinin reddedilmesi suretiyle güvenilir bulunmuştur.

Geriye kalan tüm modeller,  $H_0$  hipotezinin kabul edilmesi suretiyle güvenilir bulunmuştur.

### 6.3.2.6. Christoffersen's Independence Testi

Testin hipotezleri aşağıdaki gibidir:

$H_0$  = 500 günlük gözlem dönemi boyunca gerçekleşen aşımalar birbirinden bağımsızdır.

$H_1$  = 500 günlük gözlem dönemi boyunca gerçekleşen aşımalar birbirinden bağımsız değildir.

Test istatistiği aşağıdaki formül vasıtasıyla hesaplanmaktadır:

$$LR_{IND} = -2 * \ln \left( \frac{(1 - \pi)^{n_{00} + n_{10}} * \pi^{n_{01} + n_{11}}}{(1 - \pi_0)^{n_{00}} * \pi_0^{n_{01}} * (1 - \pi_1)^{n_{10}} * \pi_1^{n_{11}}} \right)$$

Modellerde gerçekleşen aşımaların bağımsızlık durumu, %5 güven düzeyinde test edilmiştir. %5 güven düzeyi ve 1 serbestlik derecesi için ki-kare tablo değeri 3,841'dir. Bu çerçevede, model için hesaplanan test istatistiği, ki-kare tablo değeri olan 3,841'den; küçük ise  $H_0$  hipotezi kabul edilmek suretiyle model güvenilir bulunacak, büyük ise  $H_0$  reddedilmek suretiyle model güvenilirmez bulunacaktır.

Bir örnek vasıtasıyla test istatistiğinin hesaplanışını somutlaştırmak gerekirse, Tarihsel Simülasyon modelinin %95 güven aralığında, portföy-1 için test istatistiği aşağıdaki gibi hesaplanmaktadır:

$$I_t = \begin{cases} \text{eğer aşım varsa} = 1 \\ \text{eğer aşım yoksa} = 0 \end{cases}$$

	$I_{t-1} = 0$	$I_{t-1} = 1$	
$I_t = 0$	$n_{00} = 467$	$n_{10} = 16$	$n_{00} + n_{10} = 483$
$I_t = 1$	$n_{01} = 16$	$n_{11} = 1$	$n_{01} + n_{11} = 17$
	$n_{00} + n_{01} = 483$	$n_{10} + n_{11} = 17$	$N = 500$

$$\pi_0 = \frac{n_{01}}{n_{00} + n_{01}} = \frac{16}{467 + 16} = 0,033126294$$

$$\pi_1 = \frac{n_{11}}{n_{10} + n_{11}} = \frac{1}{16 + 1} = 0,058823529$$

$$\pi = \frac{n_{01} + n_{11}}{n_{00} + n_{01} + n_{10} + n_{11}} = \frac{16 + 1}{467 + 16 + 16 + 1} = 0,034$$

$$LR_{IND} = -2 * \ln \left( \frac{(1 - 0,034)^{(467+16)} * 0,034^{(16+1)}}{(1 - 0,0331)^{467} * 0,0331^{16} * (1 - 0,0588)^{16} * 0,0588^1} \right)$$

$$LR_{IND} = 0,274621056$$

Tüm modeller için hesaplanan veriler, test istatistikleri ve modellerin güvenilirlik durumları aşağıdaki gibidir:

		Güven Aralığı	T	x	n <sub>00</sub>	n <sub>01</sub>	n <sub>10</sub>	n <sub>11</sub>
<b>V-K (E.A.)</b>	Portföy-1	99%	500	3	494	3	3	0
		95%	500	16	469	15	15	1
		90%	500	29	443	28	28	1
	Portföy-2	99%	500	6	488	6	6	0
		95%	500	25	452	23	23	2
		90%	500	37	430	33	33	4
	Portföy-3	99%	500	2	496	2	2	0
		95%	500	16	469	15	15	1
		90%	500	25	452	23	23	2
<b>V-K (EWMA)</b>	Portföy-1	99%	500	6	496	2	2	0
		95%	500	23	467	16	16	1
		90%	500	36	423	37	37	3
	Portföy-2	99%	500	5	490	5	5	0
		95%	500	19	442	29	29	0
		90%	500	31	414	42	42	2
	Portföy-3	99%	500	8	498	1	1	0
		95%	500	23	466	16	16	2
		90%	500	39	438	29	29	4
<b>TS</b>	Portföy-1	99%	500	2	496	2	2	0
		95%	500	17	467	16	16	1
		90%	500	40	425	35	35	5
	Portföy-2	99%	500	5	490	5	5	0
		95%	500	29	445	26	26	3
		90%	500	44	419	37	37	7
	Portföy-3	99%	500	1	498	1	1	0
		95%	500	18	465	17	17	1
		90%	500	33	438	29	29	4

Güven Aralığı	$\pi_0$	$\pi_1$	$\pi$	$LR_{IND}$	$\chi^2$	$H_0/Mo$ del
---------------	---------	---------	-------	------------	----------	-----------------

<b>V-K (E.A.)</b>	Portföy -1	99%	0,006	0	0,006	-	3,841	-
		95%	0,0309	0,0625	0,032	0,3944	3,841	Kabul
		90%	0,0594	0,0344	0,058	0,3588	3,841	Kabul
	Portföy -2	99%	0,0121	0	0,012	-	3,841	-
		95%	0,0484	0,08	0,05	0,4291	3,841	Kabul
		90%	0,0712	0,1081	0,074	0,6063	3,841	Kabul
	Portföy -3	99%	0,004	0	0,004	-	3,841	-
		95%	0,0309	0,0625	0,032	0,3944	3,841	Kabul
		90%	0,0484	0,08	0,05	0,4291	3,841	Kabul
<b>V-K (EW MA)</b>	Portföy -1	99%	0,004	0	0,004	-	3,841	-
		95%	0,0331	0,0588	0,034	0,2746	3,841	Kabul
		90%	0,0804	0,075	0,08	0,015	3,841	Kabul
	Portföy -2	99%	0,0101	0	0,01	-	3,841	-
		95%	0,0615	0	0,058	-	3,841	-
		90%	0,0921	0,0454	0,088	1,2819	3,841	Kabul
	Portföy -3	99%	0,002	0	0,002	-	3,841	-
		95%	0,0331	0,1111	0,036	2,0243	3,841	Kabul
		90%	0,062	0,1212	0,066	1,4464	3,841	Kabul
<b>TS</b>	Portföy -1	99%	0,004	0	0,004	-	3,841	-
		95%	0,0331	0,0588	0,034	0,2746	3,841	Kabul
		90%	0,076	0,125	0,08	1,0495	3,841	Kabul
	Portföy -2	99%	0,0101	0	0,01	-	3,841	-
		95%	0,0552	0,1034	0,058	0,9689	3,841	Kabul
		90%	0,0811	0,159	0,088	2,5582	3,841	Kabul
	Portföy -3	99%	0,002	0	0,002	-	3,841	-
		95%	0,0352	0,0555	0,036	0,1783	3,841	Kabul
		90%	0,062	0,1212	0,066	1,4464	3,841	Kabul

%99 güven aralığında hiçbir model için, %95 güven aralığında EWMA'ya dayalı Varyans-Kovaryans modelinde portföy-2 için ardışık günlerde aşım gerçekleşmediğinden, test istatistiği hesaplanamamış ve bu çerçevede yorum yapılamamıştır. Geriye kalan bütün modeller  $H_0$  hipotezinin kabul edilmesi suretiyle güvenilir bulunmuştur.

### 6.3.2.7. Christoffersen's Joint Testi

Testin hipotezleri aşağıdaki gibidir:

$H_0$  = RMD modeli güvenilirdir.

$H_1$  = RMD modeli güvenilir değildir.

Test istatistiği aşağıdaki formül vasıtasıyla hesaplanmaktadır:

$$LR_{CC} = LR_{POF} + LR_{IND}$$

Tüm modeller için test istatistikleri ve modellerin güvenilirlik durumları aşağıdaki gibidir:

		Güven Aralığı	$LR_{POF}$	$LR_{IND}$	$LR_{CC}$	$\chi^2$	$H_0/Model$
<b>V-K (E.A.)</b>	Portföy-1	99%	0,9431	-	-	5,991	-
		95%	3,8882	0,3944	4,2826	5,991	Kabul
		90%	11,3709	0,3588	11,7297	5,991	Ret
	Portföy-2	99%	0,1898	-	-	5,991	-
		95%	0	0,4291	0,4291	5,991	Kabul
		90%	4,0902	0,6063	4,6965	5,991	Kabul
	Portföy-3	99%	2,3529	-	-	5,991	-
		95%	3,8882	0,3944	4,2826	5,991	Kabul
		90%	16,7065	0,4291	17,1356	5,991	Ret
<b>V-K (EWMA)</b>	Portföy-1	99%	0,1898	-	-	5,991	-
		95%	0,1728	0,2746	0,4474	5,991	Kabul
		90%	4,7788	0,015	4,7938	5,991	Kabul
	Portföy-2	99%	0	-	-	5,991	-
		95%	1,6468	-	-	5,991	-
		90%	9,1529	1,2819	10,4348	5,991	Ret
	Portföy-3	99%	1,5382	-	-	5,991	-
		95%	0,1728	2,0243	2,1971	5,991	Kabul
		90%	2,8867	1,4464	4,3331	5,991	Kabul
<b>TS</b>	Portföy-1	99%	2,3529	-	-	5,991	-
		95%	3,0214	0,2746	3,296	5,991	Kabul
		90%	2,3691	1,0495	3,4186	5,991	Kabul
	Portföy-2	99%	0	-	-	5,991	-
		95%	0,6421	0,9689	1,611	5,991	Kabul



		90%	0,8303	2,5582	3,3885	5,991	Kabul
	Portföy-3	99%	4,8133	-	-	5,991	-
		95%	2,2765	0,1783	2,4548	5,991	Kabul
		90%	7,2102	1,4464	8,6566	5,991	Ret

%99 güven aralığında hiçbir model için bağımsızlık testinin test istatistiği hesaplanamadığından, ortak test için de test istatistiği hesaplanamamıştır.

%90 güven aralığında; eşit ağırlıklı Varyans-Kovaryans modelinde portföy-1 ve portföy-3 için, EWMA'ya dayalı Varyans-Kovaryans modelinde portföy-2 için, Tarihsel Simülasyon modelinde portföy-3 için  $H_0$  hipotezinin reddedilmesi suretiyle güvenilir bulunmuştur. Geriye kalan tüm modeller  $H_0$  hipotezinin kabul edilmesi suretiyle güvenilir bulunmuştur.

500 günlük geriye dönük test neticesinde, modellerin, yöntemlere göre güvenilirlik durumlarının özeti aşağıdaki gibidir:

		Güven Aralığı	BASEL	Z	TUFF	POF	IND	JOINT
<b>V-K (E.A.)</b>	Portföy -1	99%	Yeşil	Kabul	Kabul	Kabul	-	-
		95%	Yeşil	Kabul	Kabul	Ret	Kabul	Kabul
		90%	Yeşil	Ret	Kabul	Ret	Kabul	Ret
	Portföy -2	99%	Yeşil	Kabul	Kabul	Kabul	-	-
		95%	Yeşil	Kabul	Kabul	Kabul	Kabul	Kabul
		90%	Yeşil	Kabul	Kabul	Ret	Kabul	Kabul
	Portföy -3	99%	Yeşil	Kabul	Kabul	Kabul	-	-
		95%	Yeşil	Kabul	Kabul	Ret	Kabul	Kabul
		90%	Yeşil	Ret	Kabul	Ret	Kabul	Ret
<b>V-K (EW MA)</b>	Portföy -1	99%	Yeşil	Kabul	Kabul	Kabul	-	-
		95%	Yeşil	Kabul	Kabul	Kabul	Kabul	Kabul
		90%	Yeşil	Ret	Kabul	Ret	Kabul	Kabul
	Portföy -2	99%	Yeşil	Kabul	Kabul	Kabul	-	-
		95%	Yeşil	Kabul	Kabul	Kabul	-	-
		90%	Yeşil	Ret	Kabul	Ret	Kabul	Ret
	Portföy -3	99%	Yeşil	Kabul	Kabul	Kabul	-	-
		95%	Yeşil	Kabul	Kabul	Kabul	Kabul	Kabul
		90%	Yeşil	Kabul	Kabul	Kabul	Kabul	Kabul
<b>TS</b>		99%	Yeşil	Kabul	Ret	Kabul	-	-

	Portföy-1	95%	Yeşil	Kabul	Kabul	Kabul	Kabul	Kabul
		90%	Yeşil	Kabul	Kabul	Kabul	Kabul	Kabul
	Portföy-2	99%	Yeşil	Kabul	Kabul	Kabul	-	-
		95%	Yeşil	Kabul	Kabul	Kabul	Kabul	Kabul
		90%	Yeşil	Kabul	Kabul	Kabul	Kabul	Kabul
	Portföy-3	99%	Yeşil	Kabul	Ret	Ret	-	-
		95%	Yeşil	Kabul	Kabul	Kabul	Kabul	Kabul
		90%	Yeşil	Ret	Kabul	Ret	Kabul	Ret

Nihai olarak, modellerin güvenilirlik durumları, 250 günlük ve 500 günlük geriye dönük testlerin verdiği sonuçlara göre kıyaslanmıştır:

				BASEL TL		Z Testi		TUFF	
		Güven Aralığı	250 Gün	500 Gün	250 Gün	500 Gün	250 Gün	500 Gün	
V-K (E.A.)	Portföy-1	99%	Yeşil	Yeşil	Kabul	Kabul	Kabul	Kabul	
		95%	Yeşil	Yeşil	Kabul	Kabul	Kabul	Kabul	
		90%	Yeşil	Yeşil	Kabul	Ret	Kabul	Kabul	
	Portföy-2	99%	Yeşil	Yeşil	Kabul	Kabul	Kabul	Kabul	
		95%	Yeşil	Yeşil	Kabul	Kabul	Kabul	Kabul	
		90%	Yeşil	Yeşil	Kabul	Kabul	Kabul	Kabul	
	Portföy-3	99%	Yeşil	Yeşil	Kabul	Kabul	Kabul	Kabul	
		95%	Yeşil	Yeşil	Kabul	Kabul	Kabul	Kabul	
		90%	Yeşil	Yeşil	Kabul	Ret	Kabul	Kabul	
V-K (EW MA)	Portföy-1	99%	Yeşil	Yeşil	Kabul	Kabul	Kabul	Kabul	
		95%	Yeşil	Yeşil	Kabul	Kabul	-	Kabul	
		90%	Yeşil	Yeşil	Kabul	Ret	-	Kabul	
	Portföy-2	99%	Yeşil	Yeşil	Kabul	Kabul	Kabul	Kabul	
		95%	Yeşil	Yeşil	Kabul	Kabul	Kabul	Kabul	
		90%	Yeşil	Yeşil	Kabul	Ret	-	Kabul	
	Portföy-3	99%	Sarı	Yeşil	Ret	Kabul	Kabul	Kabul	
		95%	Sarı	Yeşil	Kabul	Kabul	-	Kabul	
		90%	Yeşil	Yeşil	Kabul	Kabul	-	Kabul	
TS	Portföy-1	99%	Yeşil	Yeşil	Kabul	Kabul	Kabul	Ret	
		95%	Yeşil	Yeşil	Kabul	Kabul	Kabul	Kabul	
		90%	Yeşil	Yeşil	Kabul	Kabul	Kabul	Kabul	
	Portföy-2	99%	Yeşil	Yeşil	Kabul	Kabul	Kabul	Kabul	
		95%	Sarı	Yeşil	Ret	Kabul	Kabul	Kabul	
		90%	Yeşil	Yeşil	Kabul	Kabul	Kabul	Kabul	

	Portföy-3	99%	Yeşil	Yeşil	Kabul	Kabul	Kabul	Ret
		95%	Yeşil	Yeşil	Kabul	Kabul	Kabul	Kabul
		90%	Yeşil	Yeşil	Kabul	Ret	Kabul	Kabul

			POF		IND		JOINT	
			250 Gün	500 Gün	250 Gün	500 Gün	250 Gün	500 Gün
<b>V-K (E.A)</b>	Portföy-1	99%	Kabul	Kabul	-	-	-	-
		95%	Kabul	Ret	Kabul	Kabul	Kabul	Kabul
		90%	Kabul	Ret	Kabul	Kabul	Kabul	Ret
	Portföy-2	99%	Kabul	Kabul	-	-	-	-
		95%	Kabul	Kabul	Kabul	Kabul	Kabul	Kabul
		90%	Kabul	Ret	Kabul	Kabul	Kabul	Kabul
	Portföy-3	99%	Kabul	Kabul	-	-	-	-
		95%	Kabul	Ret	Kabul	Kabul	Kabul	Kabul
		90%	Kabul	Ret	Kabul	Kabul	Kabul	Ret
<b>V-K (EWMA)</b>	Portföy-1	99%	Kabul	Kabul	-	-	-	-
		95%	Kabul	Kabul	Kabul	Kabul	Kabul	Kabul
		90%	Kabul	Ret	Kabul	Kabul	Kabul	Kabul
	Portföy-2	99%	Kabul	Kabul	-	-	-	-
		95%	Kabul	Kabul	-	-	-	-
		90%	Kabul	Ret	Kabul	Kabul	Kabul	Ret
	Portföy-3	99%	Kabul	Kabul	-	-	-	-
		95%	Kabul	Kabul	Kabul	Kabul	Kabul	Kabul
		90%	Kabul	Kabul	Kabul	Kabul	Kabul	Kabul
<b>TS</b>	Portföy-1	99%	Kabul	Kabul	-	-	-	-
		95%	Kabul	Kabul	Kabul	Kabul	Kabul	Kabul
		90%	Kabul	Kabul	Kabul	Kabul	Kabul	Kabul
	Portföy-2	99%	Kabul	Kabul	-	-	-	-
		95%	Ret	Kabul	Kabul	Kabul	Kabul	Kabul
		90%	Kabul	Kabul	Kabul	Kabul	Kabul	Kabul
	Portföy-3	99%	Kabul	Ret	-	-	-	-
		95%	Kabul	Kabul	Kabul	Kabul	Kabul	Kabul
		90%	Kabul	Ret	Kabul	Kabul	Kabul	Ret

## SONUÇLAR VE ÖNERİLER

Eşit ağırlıklandırılmış Varyans-Kovaryans yöntemi vasıtasıyla RMD, 1 günlük elde tutma süresi ve %99 güven aralığı çerçevesinde; portföy-1 için 18.081,34 TL, portföy-2 için 15.184,67 TL, portföy-3 için 23.008,16 TL olarak hesaplanmıştır. EWMA'ya dayalı Varyans-Kovaryans yöntemi vasıtasıyla RMD, 1 günlük elde tutma süresi ve %99 güven aralığı çerçevesinde; portföy-1 için 23.360,27 TL, portföy-2 için 21.734,11 TL, portföy-3 için 30.412,53 TL olarak hesaplanmıştır. Tarihsel Simülasyon yöntemi vasıtasıyla RMD, 1 günlük elde tutma süresi ve %99 güven aralığı çerçevesinde; portföy-1 için 20.511,76 TL, portföy-2 için 15.323,29 TL, portföy-3 için 27.190,77 TL olarak hesaplanmıştır. Portföyler açısından incelendiğinde, tüm RMD modelleri için; en yüksek RMD BIST-100 endeksi ağırlıklı portföy-3 için hesaplanırken, en düşük RMD döviz ağırlıklı portföy-2 için hesaplanmıştır. RMD yöntemleri açısından incelendiğinde, tüm portföyler için hesaplanan RMD tutarı yöntemlere göre; EWMA'ya dayalı Varyans-Kovaryans > Tarihsel Simülasyon > eşit ağırlıklandırılmış Varyans-Kovaryans olarak gerçekleşmiştir.

Geriye dönük test, 250 ve 500 günlük gözlemler için; Z Testi, Basel Trafik Işıkları Testi, Kupiec'in İlk Aşıma Kadar Geçen Süre Testi (TUFF), Kupiec'in Aşımların Oranı Testi (POF), Christoffersen'in Bağımsızlık (Independence) Testi ve Christoffersen'in Ortak (Joint) Testi vasıtasıyla gerçekleştirilmiştir. Independence testi açısından tüm RMD modelleri, tüm portföyler için, teknik olarak test istatistiğinin hesaplanamadığı durumlar haricinde güvenilir bulunmuştur. Yani 250 ve 500 günlük gözlemler boyunca gerçekleşen aşımaların, bir aralıkta kümelenme göstermediği, homojen dağılım gösterdikleri saptanmıştır.

250 günlük geriye dönük test neticesinde, eşit ağırlıklandırılmış Varyans-Kovaryans yöntemi, tüm portföyler ve güven aralıkları için, tüm geriye dönük test yöntemleri açısından güvenilir bulunmuştur. EWMA'ya dayalı Varyans-Kovaryans modeli; portföy-1 ve portföy-2 için tüm güven aralıklarında, tüm geriye dönük test yöntemleri açısından güvenilir bulunmuştur. Portföy-3 için Basel Trafik Işıkları Testi'nde %99 ve %95 güven aralıkları için sarı bölgeye düşmüş, Z testinde ise %99 güven aralığında güvenilmez bulunmuştur. Tarihsel Simülasyon modeli, portföy-1 ve

portföy-3 için tüm güven aralıklarında, tüm geriye dönük test yöntemleri tarafından güvenilir bulunmuştur. Portföy-2 için, %95 güven aralığında; Basel Trafik Işıkları Testi'ne göre sarı bölgeye tekabül etmiş, Z testi ve Aşımaların Oranı (POF) Testi'ne göre ise güvenilir bulunmuştur. 250 günlük geriye dönük testler neticesinde, en iyi performansı eşit ağırlıklandırılmış Varyans-Kovaryans modeli vermiştir. EWMA'ya dayalı Varyans-Kovaryans ve Tarihsel Simülasyon modelleri, farklı portföy ve farklı güven aralığı için güvenilir bulunmakla beraber, genel olarak benzer performans sergilediklerini söylemek mümkündür.

500 günlük geriye dönük test neticesinde, %99 güven aralığında, eşit ağırlıklandırılmış ve EWMA'ya dayalı Varyans-Kovaryans modelleri tüm portföyler için güvenilir bulunarak, Tarihsel Simülasyon modelinden daha iyi performans sergilemiştir. %95 güven aralığında, EWMA'ya dayalı Varyans-Kovaryans modeli ve Tarihsel Simülasyon modeli tüm portföyler için güvenilir bulunarak, eşit ağırlıklandırılmış Varyans-Kovaryans modelinden daha iyi performans sergilemiştir. %90 güven aralığında ise, modellerin performansları; Tarihsel Simülasyon > EWMA'ya dayalı Varyans-Kovaryans > eşit ağırlıklandırılmış Varyans-Kovaryans modeli olarak gerçekleşmiştir.

Nihai olarak, 250 ve 500 günlük geriye dönük testler neticesinde, modellerin sergiledikleri performanslar haricinde göze çarpan diğer somut bulgular şu şekildedir:

1) Bir RMD modeli; güven aralığı, portföy ve kullanılan geriye dönük test yöntemi aynı kalmak suretiyle, 250 günlük geriye dönük test neticesinde güvenilir bulunurken, 500 günlük geriye dönük test neticesinde güvenilir bulunmuştur. Aynı şekilde 500 günlük geriye dönük test neticesinde güvenilir bulunurken, 250 günlük geriye dönük test neticesinde güvenilir bulunmuştur. Buradan hareketle, tüm parametreler aynı kalmak suretiyle; geriye dönük testte kullanılan gün sayısının, bir modelin güvenilir bulunup bulunmayacağını etkilediği saptanmaktadır.

2) Kullanılan RMD modeli, güven aralığı, geriye dönük test yöntemi ve geriye dönük testte kullanılan gün sayısı aynı kalmak suretiyle; RMD modelinin bir portföy için güvenilir bulunurken, diğer portföy için güvenilir bulunmadığı gözlemlenmiştir.

Buradan hareketle, hesaplamalara konu olan portföyün kompozisyonunun, bir RMD modelinin güvenilir bulunup bulunmamasına etki ettiği sonucuna ulaşılmaktadır.

3) Kullanılan RMD modeli, hesaplamaya konu olan portföy, geriye dönük test yöntemi ve geriye dönük teste tabi gün sayısı sabit kalmak suretiyle, bir RMD modeli; bir güven aralığında güvenilir bulunurken, diğer güven aralığında güvenilir bulunmamaktadır. Buradan hareketle, seçilen güven aralığının, bir RMD modelinin güvenilir bulunup bulunmamasına etki ettiği sonucuna ulaşılmaktadır.

4) Genel olarak bakıldığında, en az aşımın gerçekleştiği RMD modellerinin her zaman için en güvenilir model bulunmadığı saptanmıştır. Bunun sebebi, bir RMD modelinin başarısını; aşım sayısının az gerçekleşmesinden ziyade, RMD uygulayıcısının belirlediği güven aralığına paralel sayıda aşımın gerçekleşmesi belirlemektedir.

Sonuç olarak RMD modelleri, farklı parametreler altında farklı performanslar sergilemekte, yani RMD modellerinin birbirine olan üstünlüğü mutlak olmayıp, kullanılan parametrelere göre değişmektedir. Bu yüzden en iyi yöntemi aramaktan ziyade, RMD uygulayıcısının kendi parametrelerine uygun RMD modelini geriye dönük testler vasıtasıyla saptaması daha doğru bir yaklaşım olacaktır.

## KAYNAKÇA

Akın, Yasemin Koldere, Akduğan, Umut:	"Finansal Piyasalarda Risklerin Belirlenmesinde Riske Maruz Değer Yöntemine İlişkin Bir Uygulama", <b>Trakya Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi</b> , Cilt 14, Sayı 1, Haziran 2012, s. 225-236.
Alexander, Carol:	<b>Market Risk Analysis: Value-At-Risk Models</b> , Volume 4, Feb 2009
Alkan, N. Burak:	"Piyasa Riski Ölçümü", <b>Bankacılar Dergisi</b> , Sayı: 61, 2007
Bansal, Arun v.d.:	"Financial Risk And Financial Risk Management Technology(RMT): Issues and Advances", <b>Information and Management</b> , Volume 24, Issue 5, 1993, s. 267-281.
Basel Committee on Banking Supervision:	"Minimum Capital Requirements For Market Risk", 14 January 2016
Basel Committee on Banking Supervision:	"Supervisory Framework For The Use Of 'Backtesting' In Conjunction With The Internal Models Approach To Market Risk Capital Requirements", 4 January 1996
Bolgün, K. Evren,	<b>Türk Finans Piyasalarında Entegre Risk Ölçüm ve Yönetim Uygulamaları</b> , Scala Yayıncılık, 3. Baskı, İstanbul, 2009

Akçay, M. Barış:	
Börekci, Eser:	"Bankacılıkta Faiz Ve Döviz Riski Yönetimi", Nisan 2004
Bunjaku, Bujar, Näsholm, Armin:	"Forecasting Volatility – A Comparison Study of Model Based Forecasts and Implied Volatility", 2010
Demireli, Erhan, Taner, Berna:	"Risk Yönetiminde Riske Maruz Değer Yöntemleri ve Bir Uygulama", <b>Süleyman Demirel Üniversitesi İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi Dergisi</b> , 2009, C.14, S.3, s. 127-148.
Dionne, Georges:	"Risk Management: History, Definition and Critique", Mart 2013
Dowd, Kevin:	<b>Beyond Value At Risk: The New Science of Risk Management</b> , John Wiley & Sons, 4 May 1999
Einarsen, Rune Haddeland:	"A Comparative Study of Volatility Forecasting Models", 1 June 2014
Eser, Özgür:	"Piyasa Riski Ölçümü Olarak Riske Maruz Değer Ve Hisse Senedi Portföyleri İçin Bir Uygulama", İstanbul, 2010
Gökgöz, Elif:	Riske Maruz Değer (VaR) ve Portföy Optimizasyonu, <b>Sermaye Piyasası Kurulu Yayınları</b> , Yayın No: 190, 2006



Gürsakal, Sevda:	"Hisse Senedi ve Döviz Piyasası Risklerinin Riske Maruz Değer Yöntemi İle Karşılaştırılması", <b>Uludağ Üniversitesi İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi Dergisi</b> , Cilt XXVI, Sayı 2, 2007, s. 61-76.
J.P. Morgan/Reuters:	"RiskMetrics-Technical Document", Fourth Edition, New York, December 17, 1996
Jánský, Ivo, Rippel, Milan:	"Value at Risk forecasting with the ARMA-GARCH family of models in times of increased volatility", IES Working Paper: 27/2011
Jobayed, Abdullah:	"Evaluating the Predictive Performance of Value at Risk (VaR) Models on Nordic Market Indices", February 2017
Johansson, Andreas, Sowa, Victor:	"A Comparison of GARCH Models for VAR Estimation in Three Different Markets", 2013
Jorion, Philippe:	<b>Value at Risk: The New Benchmark for Managing Financial Risk</b> , Third Edition, Mcgraw-Hill Companies Inc., 9 November 2006
Katsenga, Gerald Z.:	"Value at Risk Backtesting: 'Evidence From A South African Market Portfolio'", 20 February 2013
Kayahan, Cantürk, Aydemir,	"Döviz Piyasalarında EWMA Modeli Kullanılarak Hesaplanan Volatilite Tahminlerinin Test Edilmesi", <b>Sosyal Ekonomik Araştırmalar Dergisi</b> , Cilt: 8, Sayı: 16, 2009, s. 503-522.

Oğuzhan, Akçay, Barış:	
Korkmaz, Turhan, Aydın, Kazım:	"Using EWMA and GARCH Methods in VAR Calculations: Application on ISE-30 Index", 2002
Kupiec, Paul H.:	"Techniques For Verifying The Accuracy Of Risk Measurement Models", <b>The Journal Of Derivatives</b> , Vol.3 No.2, Winter 1995, s. 73-84.
Ladokhin, Sergiy:	"Volatility Modeling in Financial Markets", 26 July 2009
Li, Hao v.d.:	"Approaches to VaR", 2012, (Çevrimiçi) <a href="https://web.stanford.edu/class/msande444/2012/MS&amp;E444_2012_Group2a.pdf">https://web.stanford.edu/class/msande444/2012/MS&amp;E444_2012_Group2a.pdf</a> , 25 Aralık 2017
Linsmeier, Thomas J., Pearson, Neil D.:	"Value at Risk", <b>Financial Analysts Journal</b> , Volume 56, Issue 2, March/April 2000
Man, Kwong Wai:	"Essays on Value at Risk and Asset Price Bubbles", May 2017
Nieppola, Olli:	"Backtesting Value at Risk Models", 2009

Rossignolo, Adrián F., Fethi, Meryem D., Shaban, Mohamed:	"Value at Risk Models and Basel Capital Charges: Evidence From Emerging and Frontier Stock Markets", <b>Journal of Financial Stability</b> , Aralık 2012, s. 303-319.
Taş, Oktay, İltüzer, Zeynep:	"Monte Carlo Simülasyon Yöntemi İle Riske Maruz Değerin İMKB30 Endeksi ve DİBS Portföyü Üzerinde Bir Uygulaması", <b>Dokuz Eylül Üniversitesi İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi Dergisi</b> , Cilt: 23, Sayı: 1, 2008, s. 67-87.
Teker, Dilek Leblebici, Ülengin, Burç:	"Bankacılıkta Operasyonel Risk Ölçüm Modellerinin Türk Bankacılık Sektöründe Faaliyet Gösteren Bir Bankaya Uygulanması", <b>itüdergisi/b sosyal bilimler</b> , Cilt:2, Sayı:1, Aralık 2005, s. 13-24.
	Value at Risk(VaR), (Çevrimiçi) <a href="http://people.stern.nyu.edu/adamodar/pdfiles/papers/VAR.pdf">http://people.stern.nyu.edu/adamodar/pdfiles/papers/VAR.pdf</a> , 14 Aralık 2017
	What Is Risk?, (Çevrimiçi) <a href="http://people.stern.nyu.edu/adamodar/pdfiles/valrisk/ch1.pdf">http://people.stern.nyu.edu/adamodar/pdfiles/valrisk/ch1.pdf</a> , 2 Aralık 2017