

### T.C. İSTANBUL ÜNİVERSİTESİ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ



## DOKTORA TEZİ

## PULSAR SIÇRAMALARINDA NÖTRON YILDIZLARININ İÇ BÖLGESİNİN ROLÜ

Erbil GÜGERCİNOĞLU

Astronomi ve Uzay Bilimleri Anabilim Dalı

Astronomi ve Uzay Bilimleri Programı

Danışman

Prof. Dr. Mustafa Türker ÖZKAN

II. Danışman

Prof. Dr. Mehmet Ali ALPAR

Haziran, 2016

**İSTANBUL** 

Bu çalışma 17/06/2016 tarihinde aşağıdaki jüri tarafından Astronomi ve Uzay Bilimleri Anabilim Dalı Astronomi ve Uzay Bilimleri programında Doktora Tezi olarak kabul edilmiştir.

**Tez Jürisi:** 

TER

İmza Prof. Dr. Mustafa Türker ÖZKAN (Danışman) İstanbul Üniversitesi Fen Fakültesi

İmza Prof. Dr. Ahmet Tâlat SAYGAÇ İstanbul Üniversitesi Fen Fakültesi

İmza Prof. Dr. Ersin GÖĞÜŞ Sabancı Üniversitesi Mühendislik ve Doğa Bilimleri Fakültesi

Prof. Dr. Kâzım Yavuz EKŞİ İstanbul Teknik Üniversitesi Fen-Edebiyat Fakültesi

İmza Doç. Dr. Tolga GÜVER İstanbul Üniversitesi Fen Fakültesi



Bu Lisansüstü tezi 25.12.2014 tarihli Yüksek Öğretim Kurulu (YÖK) Genel Kurul toplantısında görüşülüp karara bağlanmış olan "Lisansüstü Eğitim-Öğretim Programı Açılması ve Yürütülmesine Dair İlkeler"in "D. Tezler" bölümünün "1. Maddesi" gereğince; İstanbul Üniversitesi'nin abonesi olduğu intihal yazılım programında tarattırılarak Fen Bilimleri Enstitisü'nün belirlemiş olduğu ölçütlere uygun Benzerlik Raporu almıştır.

## ÖNSÖZ

Tezimin hazırlanması sürecinde yardımlarını gördüğüm kişilere buradan teşekkürlerimi sunmak isterim.

İlk önce tez sürecinin tamamında yanımda olan, teşvik edici tavrı ile her zaman hatırlayacağım danışman hocam Prof. Dr. Mustafa Türker Özkan'a en içten teşekkürlerimi sunarım. Tez ikinci danışmanım Prof. Dr. Mehmet Ali Alpar'a nötron yıldızları hakkında engin bilgisini paylaştığı, kendisiyle çalışma imkânını tanıdığı ve daha da önemlisi bir hoca (rehber) olarak hem bilim konusunda hem de hayatın çeşitli alanlarında bana yol gösterdiği için en içten teşekkürlerimi ifade etmeyi borç bilirim.

Ayrıca tez izleme komitemin diğer üyeleri Prof. Dr. Ahmet Tâlat Saygaç'a ve Prof. Dr. Kâzım Yavuz Ekşi'ye yapıcı eleştirileri, tez çalışmamın daha iyiye gitmesi yönündeki tavsiyeleri ve yardımları için teşekkürlerimi sunarım.

Tüm üniversite hayatımı eğlenceli hâle getiren, adlarını teker teker sayamayacağım kadar fazla, İstanbul Üniversitesi Astronomi ve Uzay Bilimleri ile Fizik Bölümleri, İstanbul Teknik Üniversitesi Fizik Mühendisliği Bölümü ve Sabancı Üniversitesi Astrofizik Topluluğu'ndaki tüm arkadaşlarıma teşekkür ederim.

Son olarak ama en fazla, her zaman yanımda olup beni destekleyen, türlü fedakârlıklarda bulunan anneme, babama ve ablama en kalbi teşekkürlerimi sunarım. Onların yanlarında olmadığım zamanlarda bile hissettiğim destekleri ve sağladıkları huzur dolu ortam olmasaydı, eğitim hayatımda bulunduğum yerlere asla gelemezdim. Bu tezi sevgi dolu aileme ithaf ediyorum.

Bu tez çalışması 113F354 kodlu TÜBİTAK projesi tarafından desteklenmiştir.

Haziran, 2016

Erbil GÜGERCİNOĞLU

# İÇİNDEKİLER

| ÖNSÖZ  | i           |
|--|-------------|
| İÇİNDEKİLER  | ii          |
| ŞEKİL LİSTESİ  | iv          |
| TABLO LÍSTESÍ  | vi          |
| SİMGE VE KISALTMA LİSTESİ  | vii         |
| ÖZET   | viii        |
| SUMMARY  | ix          |
| 1. GİRİŞ   | 1           |
| 2. GENEL KISIMLAR  | 5           |
| 2.1 NÖTRON YILDIZLARININ SÜPERAKIŞKAN VE SÜPERİLE<br>DOĞASI            | TKEN<br>5   |
| 2.1.1 Süperakışkanlık ve Vorteks Çizgileri                             | 6           |
| 2.1.2. Süperiletkenlik ve Akı Tüpleri                                  | 16          |
| 2.1.3. Nötron Yıldızlarında Normal Madde ile Süperakışkan Kuplajı      |             |
| 2.1.4. Nötron Yıldızlarının İç Kabuğunda Vorteks Takılması             |             |
| 2.1.5. Nötron Yıldızlarının İç Kabuğunda Vorteks Sızması               |             |
| 3. MALZEME VE YÖNTEM   | 53          |
| 3.1. PULSAR SIÇRAMALARI, SÖNÜM DAVRANIŞLARI VE İSTATİST<br>ÖZELLİKLERİ | İKSEL<br>53 |
| 3.1.1. Sıçramaların Genel ve İstatistiki Özellikleri                   |             |
| 3.1.1.1. Standart Sıçramalar   | 59          |
| 3.1.1.2. Yavaş Sıçramalar  | 60          |
| 3.1.1.3. Aykırı Sıçramalar   |             |
| 3.1.1.4. Vela ve Yengeç Pulsarlarının Sıçrama Davranışları             | 64          |
| 3.1.1.5. Sıçramalara Ait İstatistiksel Özellikler                      |             |
| 3.1.2. Kabuk Depremi Modeli  |             |
| 3.1.3. Vorteks Sızma Modeli  |             |
| 3.1.3.1. Sızma Modelinin Yeniden Değerlendirilme Sebepleri             | 95          |

| 4. BULGULAR       109         4.1. VORTEKS ÇİZGİLERİNİN TOROİDAL AKI TÜPLERİNE KARŞI<br>SIZMASI: MODEL       109         4.2. VORTEKS ÇİZGİLERİNİN TOROİDAL AKI TÜPLERİNE KARŞI<br>SIZMASI: SIÇRAMA SONRASI ÜSSEL SÖNÜM VERİSİNE UYGULAMA. 119         4.3. İÇ BÖLGEDE VORTEKS ÇİZGİSİ-AKI TÜPÜ TAKILMA ENERJİSİ<br>HESABI       132         4.4. İÇ BÖLGEDE MİKROSKOBİK VORTEKS HIZI HESABI       137         4.4.1. Pulsar Sıçramalarına ve Manyetik Alan Evrimine Uygulama       141         4.5. İÇ BÖLGEDE SÜPERAKIŞKAN TÜRBÜLANSI VE VORTEKS<br>TUZAKLARININ OLUŞUMUNA ETKİSİ       145         4.6. BİR DIŞ ETKİ TESİRİ ALTINDA İÇERİ HAREKET EDEN VORTEKS<br>ÇİZGİLERİNİN SIÇRAMA SONRASI SÖNÜME KATKISI       165         5. TARTIŞMA VE SONUÇ       169         KAYNAKLAR       177 | 3.2. NÖTRON YILDIZLARININ İÇ BÖLGESİNDE MANYETİ<br>EVRİMİ   | K ALAN<br>100        |
|---|---|----------------------|
| 4.1. VORTEKS ÇİZGİLERİNİN TOROİDAL AKI TÜPLERİNE KARŞI         SIZMASI: MODEL       109         4.2. VORTEKS ÇİZGİLERİNİN TOROİDAL AKI TÜPLERİNE KARŞI         SIZMASI: SIÇRAMA SONRASI ÜSSEL SÖNÜM VERİSİNE UYGULAMA.119         4.3. İÇ BÖLGEDE VORTEKS ÇİZGİSİ-AKI TÜPÜ TAKILMA ENERJİSİ         HESABI       132         4.4. İÇ BÖLGEDE MİKROSKOBİK VORTEKS HIZI HESABI       137         4.4.1. Pulsar Sıçramalarına ve Manyetik Alan Evrimine Uygulama       141         4.5. İÇ BÖLGEDE SÜPERAKIŞKAN TÜRBÜLANSI VE VORTEKS       145         4.6. BİR DIŞ ETKİ TESİRİ ALTINDA İÇERİ HAREKET EDEN VORTEKS       165         5. TARTIŞMA VE SONUÇ       169         KAYNAKLAR       177   | 4. BULGULAR   |                      |
| 4.2. VORTEKS ÇİZGİLERİNİN TOROİDAL AKI TÜPLERİNE KARŞI         SIZMASI: SIÇRAMA SONRASI ÜSSEL SÖNÜM VERİSİNE UYGULAMA. 119         4.3. İÇ BÖLGEDE VORTEKS ÇİZGİSİ-AKI TÜPÜ TAKILMA ENERJİSİ         HESABI       132         4.4. İÇ BÖLGEDE MİKROSKOBİK VORTEKS HIZI HESABI       137         4.4.1. Pulsar Sıçramalarına ve Manyetik Alan Evrimine Uygulama       141         4.5. İÇ BÖLGEDE SÜPERAKIŞKAN TÜRBÜLANSI VE VORTEKS       145         4.6. BİR DIŞ ETKİ TESİRİ ALTINDA İÇERİ HAREKET EDEN VORTEKS       145         5. TARTIŞMA VE SONUÇ       165         5. TARTIŞMA VE SONUÇ       169         KAYNAKLAR       177   | 4.1. VORTEKS ÇİZGİLERİNİN TOROİDAL AKI TÜPLERİNI<br>SIZMASI: MODEL                                    | E KARŞI<br>109       |
| 4.3. İÇ BÖLGEDE VORTEKS ÇİZGİSİ-AKI TÜPÜ TAKILMA ENERJİSİ         HESABI       132         4.4. İÇ BÖLGEDE MİKROSKOBİK VORTEKS HIZI HESABI       137         4.4.1. Pulsar Sıçramalarına ve Manyetik Alan Evrimine Uygulama       141         4.5. İÇ BÖLGEDE SÜPERAKIŞKAN TÜRBÜLANSI VE VORTEKS       145         4.6. BİR DIŞ ETKİ TESİRİ ALTINDA İÇERİ HAREKET EDEN VORTEKS       145         5. TARTIŞMA VE SONUÇ       169         KAYNAKLAR       177   | 4.2. VORTEKS ÇİZGİLERİNİN TOROİDAL AKI TÜPLERİNI<br>SIZMASI: SIÇRAMA SONRASI ÜSSEL SÖNÜM VERİSİNE UYG | e karşı<br>Ulama 119 |
| <ul> <li>4.4. İÇ BÖLGEDE MİKROSKOBİK VORTEKS HIZI HESABI</li></ul>  | 4.3. İÇ BÖLGEDE VORTEKS ÇİZGİSİ-AKI TÜPÜ TAKILMA<br>HESABI  | ENERJİSİ<br>132      |
| <ul> <li>4.4.1. Pulsar Sıçramalarına ve Manyetik Alan Evrimine Uygulama</li></ul>   | 4.4. İÇ BÖLGEDE MİKROSKOBİK VORTEKS HIZI HESABI   |                      |
| 4.5. İÇ BÖLGEDE SÜPERAKIŞKAN TÜRBÜLANSI VE VORTEKS<br>TUZAKLARININ OLUŞUMUNA ETKİSİ       145         4.6. BİR DIŞ ETKİ TESİRİ ALTINDA İÇERİ HAREKET EDEN VORTEKS<br>ÇİZGİLERİNİN SIÇRAMA SONRASI SÖNÜME KATKISI       165         5. TARTIŞMA VE SONUÇ       169         KAYNAKLAR       177   | 4.4.1. Pulsar Sıçramalarına ve Manyetik Alan Evrimine Uygulama  |                      |
| 4.6. BİR DIŞ ETKİ TESİRİ ALTINDA İÇERİ HAREKET EDEN VORTEKS<br>ÇİZGİLERİNİN SIÇRAMA SONRASI SÖNÜME KATKISI  | 4.5. İÇ BÖLGEDE SÜPERAKIŞKAN TÜRBÜLANSI VE V<br>TUZAKLARININ OLUŞUMUNA ETKİSİ                         | VORTEKS<br>145       |
| 5. TARTIŞMA VE SONUÇ169<br>KAYNAKLAR  | 4.6. BİR DIŞ ETKİ TESİRİ ALTINDA İÇERİ HAREKET EDEN V<br>ÇİZGİLERİNİN SIÇRAMA SONRASI SÖNÜME KATKISI  | VORTEKS<br>165       |
| KAYNAKLAR177  | 5. TARTIŞMA VE SONUÇ  |                      |
|   | KAYNAKLAR   |                      |
| ÖZGEÇMİŞ208   | ÖZGEÇMİŞ  |                      |

## ŞEKİL LİSTESİ

| Şekil 1.1: Bir nötron yıldızının yüzeyi ve iç yapısı. Resim orijinal olarak Dany Page'a attir.İnternetadresi:http://www.astroscu.unam.mx/neutrones/NS-Picture/NStar/NStar_l.gif   |
|---|
| Şekil 2.1: Nötron yıldızlarında nötronlar ile protonların çeşitli kanallarda çift oluşturmaları<br>için enerji aralıklarının yoğunluk ile değişimi. Lombardo ve Schulze (2000)<br>çalışmasından alınmıştır.   |
| Şekil 2.2: Nötron yıldızlarının iç kabuğunda zayıf (solda) ve süper zayıf takılma (sağda).<br>Alpar ve diğ. (1984a) dan alınmıştır  |
| Şekil 2.3: Vorteks çizgisinin sonlu sertliği hesaba katıldığında vorteks-atom çekirdeği<br>yapışması. Link (2014) çalışmasından alınmıştır  |
| Şekil 2.4: Enerji meyilinin yokluğunda (a) ve dış torkun varlığında (b) E enerji bariyerinin<br>nötron yıldızının dönme ekseninden r uzaklığına göre değişimi. Alpar ve diğ. (1984a)<br>çalışmasından alınmıştır  |
| Şekil 3.1: Açısal dönme hızındaki sıçrama ve sönümünün ölçekli olmayan şematik bir<br>gösterimi. Dönme oranındaki neredeyse anlık $\Delta\Omega$ artışın $Q$ kadarlık kısmı bozunur<br>ve pulsar sıçrama öncesindeki yavaşlama değeri ile belirlenen dönme hızına yakın bir<br>değerde evrimini sürdürür                                      |
| Şekil 3.2: Sıçrama yapmış pulsarların tüm pulsar popülasyonu ile birlikte $P - \dot{P}$ diyagramında konumları. Espinoza ve diğ. (2011)'den alınmıştır  |
| Şekil 3.3: Yengeç (Crab), PSR B0355+54 ve Vela pulsarlarının sıçrama sonrası uzun dönem<br>sönüm davranışları. Manchester (1992)'den alınmıştır   |
| <b>Şekil 3.4:</b> Vorteks sızma modelinin geometrisi. Bir <i>A</i> lineer olmayan sızma bölgesinden boşalan vorteks çizgileri B vorteks barındırmayan bölgelerinden geçerek başka lineer olmayan sızma bölgelerinde yeniden takılırlar. Lineer sızma yapan bölgelerde ise vorteks kurtulması gerçekleşmez (Alpar ve diğ. 1993'dan alınmıştır) |
| Şekil 3.5: (Solda) Sıçrama öncesi, esnası ve sonrasında açısal hız farkının evrimi. (Sağda)<br>Vorteks boşalması sonucunda sızmanın durduğu bölgenin yeniden durağan durum<br>sızması yapabilecek duruma gelene kadar pulsarın yavaşlama davranışında görülen<br>değişim. Alpar (1998) çalışmasından alınmıştır                               |
| Şekil 3.6: Vorteks sızma modeli-elektrik devresi analojisi.    92   |
| Şekil 3.7: (Solda) Sızma modelinde linner olmayan rejimin Fermi fonksiyonu davranışı.<br>(Sağda) 1988 yılı Vela sıçramasının verisi ve (3.50) denklemi kullanılarak yapılmış  |

| fit. Sırasıyla Alpar ve diğ. (1984a) ile Buchner ve Flanagan (2008) çalışmalarından alınmıştır  |
|---|
| Şekil 4.1: Poloidal akı çizgileri (solda) ve toroidal akı çizgilerinin (sağda) vorteks çizgilerine<br>göre konumları. Basitlik için dönme ve manyetik dipol eksenlerinin çakıştığı<br>varsayılmıştır.   |
| Şekil 4.2: Toroidal akı çizgilerinin içerisinde yer aldığı ekvatoral kuşak (gri bölge) ve<br>vorteks çizgilerinin akı tüplerine karşı sızmasından etkilenen süperakışkan<br>bölgelerinin (siyah ile gösterilmiştir) eylemsizlik momenti I <sub>tor</sub> arasındaki ilişki115 |
| Şekil 4.3: Vorteks çizgisine yaklaşan akı tüpünün boyundaki uzama miktarının (solda) ve üst<br>üste geldiği hacimde kıvrılmasının (sağda) geometrisi.   |
| Şekil 4.4: Akı tüpü (yeşil) civarında vorteks çizgisi (mavi) etrafındaki süperakışkan hız<br>alanının (turuncu) değişimi sonucu hesaplanan mikroskobik hızı için kullanılan<br>geometri   |
| Şekil4.5:Türbülans yoluyla süperakışkan tuzaklarının oluşumunun ve sıçramanın<br>başlatılmasının şematik gösterimi  |
| Şekil 4.6: Kararlılık analizinin gerçekleştirildiği referans çerçevesinin geometrisi  |

v

## TABLO LÍSTESÍ

### Sayfa No

| <b>Tablo 4.1:</b> Çalışmada kullanılan durum denklemleri ve karşılık gelen kabu sınırındaki yoğunluk, proton kesri, proton etkin kütle değerleri ile uygulan davranışı.  | k-iç bölge<br>an sıcaklık<br>122   |
|--|--|
| <b>Tablo 4.2:</b> Üssel sönüm gösteren pulsarların gözlenen üssel sönüm zaman ölçel gözlem) (4.11) denklemi ( $\tau$ -formül) ile karşılaştırılması. Mikrofiziksel par bağlılığı göstermek amacıyla Akmal ve diğ. (1998) (APR), Lattimer ve Swe (L&S) ve Douchin ve Haensel (2001) (D&H) durum denklemlerinden elde ayrı sonuç gösterilmiştir. Tüm hesaplamalarda $B_{\phi}$ için Spruit (1999)'un (4. kullanılmıştır. | clerinin (r-<br>rametrelere<br>esty (1991)<br>e edilen üç<br>19) ifadesi<br> |
| <b>Tablo 4.3:</b> Manyetarlar için $B_{\phi} \sim 0.01 B_{p}$ alınmasıyla elde edilen model için değerlerinin karşılaştırılması  | $\tau_{\rm d}$ ve $\tau_{\rm tor}$   |

## SİMGE VE KISALTMA LİSTESİ

| Simgeler                  | Açıklama   |
|---------------------------|--|
| b                         | : Örgü sabiti  |
| В                         | : Manyetik alan  |
| EF                        | : Fermi enerjisi   |
| Ep                        | : Takılma enerjisi   |
| $\mathbf{F}_{\mathbf{M}}$ | : Magnus kuvveti   |
| H <sub>c1</sub>           | : Akı tüplerinin ortaya çıkacağı düşük kritik alan               |
| $H_{c2}$                  | : Akı tüplerinin ortadan kaybolacağı yüksek kritik alan          |
| Ic                        | : Kabuğun eylemsizlik momenti                                    |
| Is                        | : Kabuk süperakışkanının eylemsizlik momenti                     |
| Itor                      | : Toroidal akı bölgesinin eylemsizlik momenti                    |
| Δ                         | : Enerji aralığı   |
| $\Phi_0$                  | : Manyetik akı kuvantumu   |
| $\Omega_{ m s}$           | : Süperakışkan açısal dönme hızı                                 |
| $\Omega_{\rm c}$          | : Kabuğun açısal dönme hızı                                      |
| $\Delta\Omega_{\rm c}$    | : Kabuğun dönme hızında sıçrama ile meydana gelen değişim        |
| $\delta\Omega_{c}$        | : Süperakışkanın dönme hızında sıçrama ile meydana gelen değişim |
| $\Delta \dot{\Omega}_{c}$ | : Kabuğun yavaşlama oranında sıçrama ile meydana gelen değişim   |
| κ                         | : Vortizite kuvantumu  |
| $\lambda_*$               | : London penetre derinliği                                       |
| ρs                        | : Süperakışkanın yoğunluğu                                       |
| ω                         | : Süperakışkan ile kabuk arasındaki açısal hız farkı             |
| ω∞                        | : Süperakışkan ile kabuk arasındaki denge açısal hız farkı       |
| ω <sub>kr</sub>           | : Süperakışkan ile kabuk arasındaki kritik açısal hız farkı      |
| ٤n                        | : Süperakıskan koherans uzunluğu                                 |
|                           | 1 ,  |

### ÖZET

#### DOKTORA TEZİ

#### PULSAR SIÇRAMALARINDA NÖTRON YILDIZLARININ İÇ BÖLGESİNİN ROLÜ

#### Erbil GÜGERCİNOĞLU

İstanbul Üniversitesi

Fen Bilimleri Enstitüsü

Astronomi ve Uzay Bilimleri Anabilim Dalı

#### Danışman : Prof. Dr. Mustafa Türker ÖZKAN

#### II. Danışman : Prof. Dr. Mehmet Ali ALPAR

Pulsarlar gözleyebildiğimiz evrendeki en kararlı ve dakik döneçlerdir. Öyle ki atom saatlerine bile rakip olabilirler. Ancak, pulsarlar bazen sıçrama olarak adlandırılan ani hızlanmalar geçirirler ve bunu orijinal duruma doğru yavaş bir toparlanma takip eder. Bu uzun sönüm süreci nötron yıldızlarının içerisinin süperakışkan fazda olduğuna dair kuvvetli bir delil oluşturur. Sıçramaların nötron yıldızlarının iç kabuğundan oluştuğu düşünülmektedir. Burada vorteks çizgilerinin kristal çekirdeklerinden kurtulmaları süperakışkandan kabuğa açısal momentum aktarımının esas sebebidir. Ancak, son çalışmalar etkin kütle etkisinden dolayı kabukta tek başına yeterli açısal momentumun depolanamayacağına işaret etmektedir.

Bu tez çalışmasında, vorteks çizgileri ile akı tüpleri arasındaki etkileşmeyi göz önüne alarak vorteks sızma modelini nötron yıldızlarının iç bölgesine genişleteceğiz. Burasının kabuğunkine benzer özellikler taşıdığını ve bu yüzden de sıçramaların faili olabileceğini göstereceğiz. Gerçekten de iç bölgede vorteks çizgilerinin akı tüplerinin toroidal dizilimine karşı sızma yaptığı iç bölgedeki toroidal alan bölgesi etkin kütle etkisinin getirdiği zorluğu fazladan eylemsizlik momenti temin ederek aşmaktadır ve verdiği üssel sönüm ile de pulsarların sıçrama sonrası davranışları ile uyum içerisindedir.

Haziran 2016, 221 sayfa.

Anahtar kelimeler: pulsarlar, nötron yıldızları, yoğun madde, manyetik alan

#### **SUMMARY**

#### Ph. D. THESIS

## THE ROLE OF NEUTRON STAR INTERIOR IN PULSAR GLITCHES Erbil GÜGERCİNOĞLU

İstanbul University

Institute of Graduate Studies in Science and Engineering

**Department of Astronomy and Space Sciences** 

#### Supervisor : Prof. Dr. Mustafa Türker ÖZKAN

**Co-Supervisor : Prof. Dr. Mehmet Ali ALPAR** 

Pulsars are the most stable and precise rotators in the observable universe, rivaling best atomic clocks. However, pulsars occasionally undergo sudden spin-up in the rotation rate, a glitch, which is followed by a slow recovery towards the original state. This long relaxation provides strong evidence for the existence of superfluid state inside neutron stars. Glitches are thought to be arising from the neutron star inner crust where sudden unpinning of vortex lines from crystal nuclei is the main reason for angular momentum transfer from the superfluid to the crust. However, recent studies indicate that due to the crustal entrainment neutron star crust cannot store enough angular momentum alone.

In this thesis, we extend the vortex creep model to the neutron star outer core by investigating the interaction between the vortex lines and flux tubes. We show that the corresponding region provides similar conditions to that of the crust and thus can be a very promising agent for pulsar glitches. Indeed, the toroidal field region in the outer core where vortex lines creep against toroidal arrangement of flux tubes provides an extra moment of inertia that can overcome the challenge brought by crustal entrainment and fits post-glitch behaviour of pulsars by giving exponential relaxation.

June 2016, 221 pages.

Keywords: pulsars, neutron stars, dense matter, magnetic fields

## 1. GİRİŞ

Yıldızlar merkezlerinde meydana gelen nükleer reaksiyonlar sonucunda açığa çıkan enerji ile parlarlar. Yıldız ne kadar yüksek kütleli ise nükleer yakıtını o kadar çabuk tüketecek, hızlıca evrimleşecektir. 4–8  $M_{\odot}$  kütlesine sahip ana kol yıldızları süpernova patlaması neticesinde ölürlerken, nötron yıldızlarının doğumunu müjdeleyeceklerdir. Nötron yıldızları gözleyebildiğimiz evrende en uç yoğunluğa ve en yüksek manyetik alana sahip gök cisimleridir. Kütleleri yaklaşık olarak 1.4–2  $M_{\odot}$  ve yarıçapları da 10–15 km civarındadır (Özel ve diğ. 2010). Ayrıca  $10^8-10^{15}$  G aralığında çok yüksek yüzey manyetik alan şiddetine sahiptirler. Yüzey sıcaklıkları ise  $10^5-10^6$  K aralığındadır. Kütle ve yarıçap değerlerinden de anlaşılabileceği üzere son derece sıkışık nesnelerdir ve bu yüzden de genel görelilik etkileri yapılarının belirlenmesinde önemlidir.

Nötron yıldızının yüzey ve iç yapısının nasıl olduğuna bakalım (Şekil 1.1). Nötron yıldızlarını dışarıdan kuşatan bir atmosfer tabakası ile birlikte dış kabuk, iç kabuk, dış kor ve iç kor olmak üzere dört kısıma ayırabiliriz. Yüksek kütleleri ve küçük yarıçaplarının işaret ettiği gibi oldukça yüksek yüzey gravitesine sahiptirler. Bu yüzden oldukça ince, yalnızca birkaç santim derinliğinde, bir atmosfer tabakasına sahiptirler. Nötron yıldızının termal radyasyonu burada oluştuğundan dolayı ince olmasına rağmen çok önemlidir. Yıldızın sıcaklığına, yüzey tabakasının kimyasal bileşimine ve manyetik alanına bağlı olarak atmosfer sıvı plazma ya da gaz yapısına sahip olabilir (Fushiki ve diğ. 1989).

Atmosferin hemen aşağısında kalınlığı birkaç yüz metre olan katı bir dış kabuk vardır. Yoğun nükleer maddenin taban durumu hesaplamaları maddenin en kararlı hâli <sup>56</sup>Fe atom çekirdeği olduğundan, nötron yıldızlarının katı kabuğunun esasen demir iyonlarından bir kristal örgüsünden oluştuğuna işaret etmektedir (Shapiro ve Teukolsky 1983, Chamel ve Haensel 2008). Dış kabuğun yapısı artan madde yoğunluğuyla hızlıca değişir. ~10<sup>5</sup> gr/cm<sup>3</sup>'ün yukarısında elektronlar dejenere hâle gelirler. Daha içerilere gidildiğinde, artan basınç ve yoğunlukla 10<sup>7</sup> gr/cm<sup>3</sup>'ün yukarısında elektronlar dejenere olmalarının yanı sıra rölativistik hâle gelirler.



Şekil 1.1: Bir nötron yıldızının yüzeyi ve iç yapısı. Resim orijinal olarak Dany Page'a attir. İnternet adresi: http://www.astroscu.unam.mx/neutrones/NS-Picture/NStar/NStar\_l.gif.

Yoğunluğun artmasıyla elektronların yükselen enerjisi ters beta bozunumu reaksiyonlarının gerçekleşmesine sebebiyet verir. Bunun sonucunda protonlar ile elektronlar birleşip nötronlara dönüşürler. Böylece dış kabuğun içerisinde <sup>78</sup>Ni, <sup>76</sup>Fe ve <sup>118</sup>Kr gibi nötronca zengin daha ağır atom çekirdekleri oluşur (Baym ve Pethick 1975, 1979).

Yoğunluk  $4.3 \times 10^{11}$  gr/cm<sup>3</sup>'e ulaştığında atom çekirdekleri o kadar nötronca zengin hâle gelirler ki çekirdekler nötronların hepsini tutamazlar ve bir kısmı kristal örgüsünün arasına dökülürler. Bu nokta iç kabuğun başlangıcına delalet eder. İç kabuk 1 km civarında bir derinliğe sahiptir. İç kabukta hem çekirdeğin içerisindeki hem de örgü noktaları arasına sızan nötronlar süperakışkan fazdadırlar (Negele ve Vautherin 1973).

Nötron süperakışkanı nötron yıldızının dönme hareketine vorteks çizgileri oluşturarak katılır. Vorteks çizgileri süperakışkan içerisinde açısal momentumun taşıyıcılarıdır ve iç kabukta atom çekirdekleri ile etkileşim hâlindedirler. Daha sonra göreceğimiz gibi nötron yıldızlarının dönme oranlarındaki ani artışlar olan pulsar sıçramaları kristal örgüsündeki atom çekirdeklerine yapışık vorteks çizgilerinin boşalması sonucu açısal momentumlarını kabuğa aktarmaları yoluyla meydana gelir (Anderson ve Itoh 1975) ve nötron yıldızlarının süperakışkan iç yapısı için gözlemsel olarak kuvvetli bir delil oluşturur. Yoğunluk daha da arttığında kabuk iç bölge sınırına doğru atom çekirdekleri birbirlerine değecek kadar yakındırlar. Aralarındaki güçlü Coulomb etkileşmelerinden ötürü şekilleri bozulur ve küresellikten hayli saparlar. Bunun sonucunda nötron yıldızlarının iç kabuğunda atom çekirdekleri için küresel şeklin haricinde topluca pasta fazı olarak adlandırılan çubuk benzeri ve tabak benzeri değişik nükleer şekiller meydana gelir (Ravenhall ve diğ. 1983, Oyamatsu 1993).

Nükleer doygunluk yoğunluğu  $\rho_0 \approx 2.8 \times 10^{14}$  gr/cm'ün biraz aşağısında birbirine dokunan atom çekirdekleri kaynaşır ve artlarında nötron, proton ve elektronlardan bir sıvı bırakırlar. Bu noktadan itibaren nötron yıldızlarının iç bölgesine girilmiş olur. İç kabuk ile iç bölge arasında bir geçiş tabakasının olup olmadığı tartışma konusudur (Epstein 1988). İç bölgede nötronlar süperakışkan, protonlar yüklü süperakışkan yani süperiletken, elektronlar ise dejenere, rölativistik normal madde fazında parçacıklar olarak hüküm sürerler. İç bölge nötron yıldızının eylemsizlik momentinin yaklaşık %90'ını içerir. Bu bölge için Dünya'da yoğun madde üzerine yapılan deneylerden sağlıklı biçimde ekstrapolasyon yapılamadığından, yapısı baryonlar arasındaki nükleer etkileşme potansiyeline bağlı olarak değişkenlik gösteren durum denklemine bağlıdır. İç bölgenin derinliği kullanılan durum denklemine bağlı olarak ~8–10 km civarındadır. Burada yoğun maddenin tüm bileşenleri dejeneredir. İç bölgenin dış kor olarak adlandırılan kabuğa yakın kısımlarında tip II süperiletkenliği mevcuttur. Bunun anlamı, manyetik alanın serbest biçimde bulunamaması ve manyetik akı tüpleri içerisine hapsolmasıdır. Nötron süperakışkanında yine vorteks çizgileri mevcuttur ve vorteks çizgileri ile akı tüplerinin etkileşmesi tezimizin temel araçlarını oluşturmaktadır.

Durum denklemine bağlı olarak değişebilse de yoğunluk  $\sim 2\rho_0$ 'a vardığında iç kor bölgesi başlar. Burada madde bileşimi için  $\Sigma^-$  ve  $\Lambda$  hiperonları, pion yoğunlaşması, kaon yoğunlaşması ve kuvark maddesi gibi egzotik hâller mevcuttur (Heiselberg ve Hjorth-Jensen 2000, Babaev 2009). İç kor nötron yıldızının hakkında en az bilgiye sahip olunan kısmıdır.

Tezin amacı pulsar sıçramalarını açıklamakta en başarılı model olan vorteks sızma modelini vorteks çizgileri ile akı tüpleri arasındaki etkileşmeyi hesaba katacak biçimde nötron yıldızlarının iç bölgesine genişletmek olacaktır. Tezin takip eden ilk bölümünde daha sonra gelecek tartışmaların daha iyi anlaşılabilmesini sağlamak amacıyla süperakışkanlık ile süperiletkenlik hakkında temel kavramlara yer verilmiş, nötron yıldızlarında ne gibi özellikler ortaya çıkardığından bahsedilmiştir. Daha sonraki bölümde tezin ana dayanağını oluşturan pulsar sıçramaları ayrıntısıyla ele alınmış, geliştireceğimiz vorteks sızma modelinin takdimi yapılmıştır. Sızma modelinin açıklamakta yetersiz kaldığı sıçrama gözlemleri ve karşılaştığı teorik zorluklar ortaya konulduktan sonra tezin dördüncü bölümünde söz konusu modelin vorteks çizgileri ile akı tüpleri arasındaki etkileşmeleri de göz önünde bulunduracak şekilde iç bölgeye genişletilmesi gerçekleştirilmiştir. Bu bağlamda vorteks çizgileri ile akı tüplerinin etkileştiği bölgenin eylemsizlik momenti hesaplanmış, bir sıçramaya verdiği tepki araştırılmıştır. Vorteks çizgilerinin akı tüplerine yaklaşırken sahip olacakları mikroskobik hız hesaplanmış ve pulsar sıçramaları ile manyetik alan evrimi için ne gibi sonuçlara yol açacağı irdelenmiştir. Yine vorteks çizgilerinin akı tüplerine takılmasının süperakışkan türbülansı neticesinde sıçramaları başlatan vorteks tuzakları barındırıp barındıramayacağı incelenmiştir. Tez, bulgularımızın sonuçlarının tartışılması ve nötron yıldızlarının iç yapısının daha iyi anlasılması için çözülmesi gereken birtakım problemlerin değerlendirilmesiyle son bulmaktadır.

#### 2. GENEL KISIMLAR

### 2.1 NÖTRON YILDIZLARININ SÜPERAKIŞKAN VE SÜPERİLETKEN DOĞASI

Nötron yıldızı maddesinin büyük oranda süperakışkan fazdaki bileşenlerden (nötronlardan ve protonlardan) oluşması beklenmektedir. Bu sonuca yüksek yoğunluklarda ve düşük sıcaklıklarda tüm fermiyon sistemlerinin süperakışkan faza geçmesi özelliğinden varılmıştır (Migdal 1959). Radyo pulsarları olarak keşfedilmeden önce böyle yüksek yoğunluklarda yıldız evriminin sonuna gelmiş nötron yıldızlarının süperakışkan ve süperiletken faza sahip olacağı önerilmiştir (Ginzburg ve Kirzhniz 1965, 1968). Bunu takiben yapılan ilk gerçekçi teorik hesaplamalardan, bir nötron yıldızının iç kabuğunda ters beta bozunması sonucunda nötronca zenginleşmiş atom çekirdeklerinin süperakışkan fazda (Negele ve Vautherin 1973), iç bölgesinde ise kuvvetlice etkileşen Fermi sıvısı biçiminde bulunan nötronların süperakışkan ve protonların da süperiletken fazda olacağı öngörülmüştür (Baym ve diğ. 1969a,b). Bu teorik beklentilerin yanı sıra nötron yıldızlarının süperakışkan içyapıya sahip olduğuna dair birtakım gözlemsel deliller de mevcuttur. Bu tezin esas çalışma konusunu oluşturan ve 3.1 bölümünde ayrıntısıyla ele alınacak pulsar sıçramaları, normal madde fazında meydana gelen etkileşmeler (ki etkileşme zaman ölçeği 10<sup>-7</sup> s mertebesindedir) ile açıklanamayan oldukça uzun sönüm zamanlarına (ki bir yıla kadar varmaktadır) sahiptirler. Bu özellik nötron yıldızlarının iç kısımlarında normal madde ile zayıfça etkileşen bir süperakışkan bileşenin iş başında olduğuna işaret etmektedir (Baym ve diğ. 1969c). Ayrıca Cassiopeia A süpernova kalıntısındaki nötron yıldızının birkaç sene içerisinde yaklaşık on kat soğuması iç bölgenin süperakışkan/süperiletken faza geçmesi sonucunda ısı sığasının azalması ve daha fazla soğutmaya yol açan bazı etkili nötrino emisyonu süreçlerinin işlevsellik kazanmasıyla açıklanabilmektedir (Page ve diğ. 2011, Shternin ve diğ. 2011). Böylelikle nötron yıldızlarının hem kabuğunda hem de iç bölgesinde teorik calısmaların ve gözlemlerin isaret ettiği süperakıskan ve süperiletken fazda madde bileşenleri mevcuttur. Tezin geriye kalan kısımlarında sıkça bahsedileceğinden dolayı, süperakışkan ve süperiletkene ait olan birtakım özellikler ve nötron yıldızlarında meydana getirdikleri dinamik etkileşmeler ile ilgili temel kavramlar bu bölümde fazla ayrıntısına girilmeden anlatılmaya çalışılacaktır. Konu ile ilgili daha kapsamlı ve derinlemesine bilgi için Landau ve Lifshitz (1957), Feynman (1972), Donnelly (1991), De Gennes (1999) kitaplarına ve yüksek lisans tezime (Gügercinoğlu 2011) başvurulabilir.

#### 2.1.1 Süperakışkanlık ve Vorteks Çizgileri

Bir ideal gazı göz önüne aldığımızda, yeterince yüksek sıcaklıklarda içerisindeki atomların istatistiği Maxwell-Boltzmann dağılımına uyar ve her bir atom klasik bir parçacık gibi davranır. Ancak, sıcaklık düşürülmeye başlandığında atomların kuvantum doğası ile ilişkili de Broglie dalga boyu atomlar arası mesafe ile karşılaştırılabilir ölçüde büyür. Böylelikle her bir atom dalga gibi davranır ve atomların fermiyon ya da bozon olmasına bağlı olarak kuvantum özelliklerinin hâkim olduğu Fermi-Dirac ya da Bose-Einstein dağılımına uyarlar. Eğer atomlar bozon ise, sıcaklık şu kritik sıcaklığın aşağısına düşürüldüğünde tüm atomların aynı taban durumunu işgal ettiği Bose-Einstein yoğuşması meydana gelir (Donnelly 1991):

$$T_{\rm BEC} = 3.3 \frac{\hbar^2 n^{2/3}}{Mk}$$
(2.1)

Burada *n* ve *M* sırasıyla Bose-Einstein yoğuşuğunu meydana getiren parçacık çiftlerinin sayı yoğunluğu ve kütlesi, *k* ise Boltzmann sabitidir.

Bir süperakışkan, hem kendisini oluşturan parçacıklar arasında hem de içerisinde bulunduğu kabın çeperleriyle temasında önemli ölçüde sürtünme meydana getirmeden akar. Hem sıfır viskoziteye hem de sıfır entropiye sahip olması gibi özellikleriyle klasik akışkanlardan ayrılır. Süperakışkanlık bir tür Bose-Einstein yoğuşması olayıdır. Yani oldukça çok sayıda parçacık tek bir kuvantum (taban) durumunu işgal eder. Bu tür bozon sistemlerinde çok sayıda parçacığın aynı taban durumunu işgal etmesi sebebiyle düzen parametresi, dolayısıyla da dalga fonksiyonu makroskopik bir yapıya sahiptir. Bu ise böyle yapıları kuvantum etkilerinin büyük ölçekte kendisini gösterdiği nadir sistemler kılar. Doğada gözlenen ilk süperakışkan Helyum II (süperakışkan <sup>4</sup>He) idi. <sup>4</sup>He sıvısı 2.17 K sıcaklığının aşağısına soğutulduğunda helyum atomlarının Bose-

Einstein yoğuşuğu meydana getirmesi sonucunda süperakışkan faza geçer. Isı sığasının sıcaklığa karşı değişimini gösteren eğrinin bu faz geçişi civarında sahip olduğu şekilden hareketle bu kritik noktaya  $\lambda$  (Lambda) noktası adı verilmiştir. Helyumun süperakışkan özelliklerine dair deneyler 1930'larda Kapitza ve çalışma arkadaşları tarafından gerçekleştirilmiştir. Süperakışkan helyumun hidrodinamik özellikleri Tisza tarafından geliştirilmiş iki bileşenli model ile oldukça iyi biçimde tasvir edilebilmektedir. Bu modele göre, süperakışkan helyumdan müteşekkil bir sistem birbirinden bağımsız  $\vec{v}_s$  ve  $\vec{v}_n$  hız alanlarına sahip sırasıyla  $\rho_s$  ve  $\rho_n$  yoğunluklarında tamamen sürtünmesiz süperakışkan ve viskoz normal akışkan bileşenlerinden meydana gelir. Süperakışkan sisteminde bu bileşenlerin birbirlerine oranı sıcaklık tarafından belirlenir. Sıcaklık  $\lambda$  noktasının aşağısına düşürüldüğünde süperakışkan bileşenin normal bileşene göre miktarı artar ve yaklaşık 1 K civarında tüm helyum akışkanı süperakışkan hâline gelir. Tersine, sıcaklık yükseldiğinde normal maddeden meydana gelen termal uyarılmalar süperakışkanı meydana getiren çiftler arasındaki bağları koparır ve nihayetinde  $\lambda$  noktasının yukarısında tüm akışkan normal madde fazına geçer.

Fermiyonlar ise Cooper çiftleri oluştururlar. Nötron yıldızlarında süperakışkanlık ise baryonların aralarındaki çekici etkileşmeler sonucunda çiftler oluşturmasıyla baryonun türüne ve ortamın yoğunluğuna bağlı bir kritik  $T_{kr}(\rho)$  sıcaklığının aşağısına düştüğünde ortaya çıkar. Süperakışkanlık sonucunda sistemin taban durumu ile ilk uyarılmış seviyesi arasında bir  $\Delta$  yasaklı enerji aralığı ortaya çıkar. Bu enerji miktarı Fermi enerjisi  $E_F$ , Fermi yüzeyindeki durumların yoğunluğu  $N(E_F)$  ve etkin etkileşme potansiyeli V cinsinden şu denklemle verilir:

$$\Delta = kT_{\rm kr} = E_{\rm F} \exp\left[\frac{-1}{N(E_{\rm F})V}\right]$$
(2.2)

Bu özellik atom çekirdeklerinin düşük enerjili spektrumlarında da görülmüştür (Bohr ve diğ. 1958). Nötron yıldızlarında iç kabukta nötronların ve aynı zamanda düşük yoğunluğa sahip olmaları sebebiyle iç bölgedeki protonların sıfır yörünge açısal momentumlu spin teklisi durumu, yani <sup>1</sup>S<sub>0</sub> kanalında çift oluşturduğu tahmin

edilmektedir (Ho ve diğ. 2015a). <sup>1</sup>S<sub>0</sub> çift oluşturma kanalında meydana gelen bu süperakışkanın özellikleri laboratuvardaki <sup>4</sup>He süperakışkanınkine benzerdir (Sauls 1989). Ancak, artan yoğunlukla birlikte nötronlar arasındaki mesafe nötron-nötron etkilesmesinin itici kısmının menziline doğru azalır ve <sup>1</sup>S<sub>0</sub> kanalında çift oluşturmanın ortadan kalkması beklenir (Ho ve diğ. 2015a). Buna karşılık iç bölgedeki nötronlar için birim yörünge acısal momentumlu spin üclüsü durumunda, yani <sup>3</sup>P<sub>2</sub> kanalında zayıf bir cekici etkilesme anizotropik bir enerji aralığı ile çift oluşturmaya sebebiyet verir (Hoffberg ve diğ. 1970). Bu açısal momentum kanalında çift oluşturma laboratuvardaki <sup>3</sup>He'nin süperakışkan fazına benzer özellikler taşır (Sauls 1989). Saf <sup>3</sup>P<sub>2</sub> kanalı yerine <sup>3</sup>P<sub>2</sub>-<sup>3</sup>F<sub>2</sub> karışım fazında da çift oluşturma mümkündür (Baldo ve diğ. 1998, Zuo ve diğ. 2008). Tüm bu çift oluşturma kanallarında enerji aralığının yoğunlukla değişimi Şekil 2.1'de verilmistir. Nötron ve proton karısık çiftleri Fermi enerjileri arasındaki büyük farktan, elektronlar ise (2.2) denklemiyle belirlenen kritik sıcaklık birkaç K mertebesinde hayli düşük olduğundan dolayı çift oluşturmazlar (Baym ve Pethick 1975, 1979). Çünkü elektronlar için Fermi momentumu  $p_{\rm Fe}$  olmak üzere Fermi yüzeyi üzerindeki durumların yoğunluğu  $N(0) \sim p_{F_e}^2 / c\hbar^3$  ve etkileşme potansiyeli  $V \sim e^2 (\hbar / p_{\rm F_e})^2$  için  $N(0)V \sim e^2 / \hbar c \sim 1/137$ 'dir.



Şekil 2.1: Nötron yıldızlarında nötronlar ile protonların çeşitli kanallarda çift oluşturmaları için enerji aralıklarının yoğunluk ile değişimi. Lombardo ve Schulze (2000) çalışmasından alınmıştır.

Çift oluşturmada ve dolayısıyla süperakışkanlık/süperiletkenlik fazına geçişte hayati öneme sahip  $\Delta$  enerji aralığının doğru şekilde hesaplanmasını zorlaştıran en önemli etmenler, V etkileşme potansiyelinde ciddi değişimlere yol açan çiftin spin ve yörünge kuvantum sayılarının birbirlerine göre konumları ve ortamın özelliklerine bağlı yakınlık ve polarizasyon etkileridir (Zuo ve diğ. 2004, Zhou ve diğ. 2004). Ayrıca kuvvetli bir manyetik alan nötronların <sup>3</sup>P<sub>2</sub> kanalında çift oluşturmasını etkileyebilmektedir (Muzikar ve diğ. 1980). Tüm bu etkiler göz önüne alındığında iç kabukta çift oluşturma enerji aralığı  $\Delta \sim 0.1 - 1$  MeV mertebelerine denk gelmektedir (Ainsworth ve diğ. 1989, Vigezzi ve diğ. 2005). İç bölgede nötronlar ve protonlar için de enerji aralıkları benzer büyüklüktedir (Baldo ve Schulze 2007). Buradan süperakışkanlık/süperiletkenlik fazına geçiş için kritik sıcaklık  $T_{\rm kr} \le 10^{9-10}$  K olarak elde edilir ki bir nötron yıldızı kuvvetli nötrino emisyonu ile doğumunu takip eden birkaç yıl içerisinde bu sıcaklıkların çok aşağısına soğur (Kaminker ve diğ. 2002, Gusakov 2002). Dolayısıyla teorik hesaplamalar nötron yıldızlarının iç kabuğunda nötronların süperakışkanlığını, iç bölgesinde ise farklı fazda olsa bile yine nötronların süperakışkanlığını ve buna ilaveten protonların süperiletkenliğini öngörmektedir. Nötron yıldızları gözleyebildiğimiz evrende en fazla miktarda süperakışkanı en uç fiziksel şartlarda (çok kuvvetli manyetik alan  $B \sim 10^8 - 10^{15}$  G'da, Fermi sıcaklığı  $T_{\rm F} \sim 10^{12}$  K'nın oldukça aşağısında, neredeyse sıfır Kelvinde atom çekirdeğinden bile daha yoğun  $\rho \sim 10^{11} - 10^{15} \text{ gr/cm}^3$  olan bir ortamda) içeren gök cisimleridir.

Radyo dalga boyundaki pulsların atımlarından pulsarların dönen nötron yıldızları oldukları anlaşılmıştır (Pacini 1967, Gold 1968). Peki, yıldızın normal fazdaki maddeden yapılma kabuğu dönerken nötron yıldızının içerisindeki süperakışkan buna nasıl tepki gösterir? Süperakışkan bir tür Bose-Einstein yoğuşması olduğundan çok sayıda parçacık aynı taban durumunu işgal ederler ve sistemin davranışı kuvantum kısıtlamalarının öngördüğü biçimde makroskopik ölçekli bir dalga fonksiyonu ile tasvir edilir. Eş fazlı yapıya sahip bu dalga fonksiyonu düzen parametresinin belirlediği genliği cinsinden şöyle ifade edilir:

$$\psi(\vec{r},t) = |\psi(\vec{r},t)|e^{i\phi(\vec{r},t)}$$
(2.3)

Burada taban durumunu işgal eden parçacıkların sayı yoğunluğu şöyle elde edilir:

$$\left|\psi(\vec{r},t)\right|^2 = \frac{\rho_s}{2m_{\rm n}} \tag{2.4}$$

Süperakışkanın hız alanı ise şöyle verilir:

$$\vec{v}_{\rm s} = \frac{\hbar}{2m_{\rm n}} \vec{\nabla}\phi \tag{2.5}$$

Bu, (2.1) denklemiyle ele alınan yoğuşuğun (nötron yıldızı durumunda iki nötron çift oluşturduğundan dolayı bozon çiftinin kütlesi nötron taneciğinin kütlesinin iki katıdır,  $M = 2m_n$ ) bir potansiyel akışı tasvir ettiğini gösterir. Süperakışkanın dönme özelliklerini incelemek üzere (2.5) ifadesinin rotasyonelini alırsak,

$$\vec{\nabla} \times \vec{v}_{\rm s} = \frac{\hbar}{2m_{\rm n}} \vec{\nabla} \times \vec{\nabla} \phi \equiv 0 \tag{2.6}$$

özdeş olarak sıfıra eşit çıktığını görürüz. Süperakışkanın kendisini kuşatan kapalı bir *L* eğrisi boyunca dolanımı ise şöyle tanımlanır:

$$\kappa \equiv \oint_{\mathcal{L}} \vec{v}_{s} \cdot d\vec{\ell} = \iiint_{S} (\vec{\nabla} \times \vec{v}_{s}) \cdot d\vec{S} = 0$$
(2.7)

Burada eşitliğin sağ tarafına Stokes teoremi uygulanmış ve (2.6) ifadesi göz önünde bulundurulmuştur. Bunun anlamı, süperakışkanın içerisinde bulunduğu hazne dönerken süperakışkanın bu dönmeye katılmamasıdır. Ancak, süperakışkanın içerisinde bulunduğu kap ile birlikte dönmeye katıldığına dair deneysel gözlemler vardır (Donnelly 1991). (2.7) denkleminin teşkil ettiği zorluğun üstesinden birbirinden bağımsız olarak Onsager (1949) ve Feynman (1955) gelmiştir. Buna göre; süperakışkan, normal madde fazında bir merkeze sahip ve etrafında süperakışkanın döndüğü vorteks çizgileri sayesinde içerisinde bulunduğu kabın dönme hareketine katılır. Uzay koordinatı için (2.3) dalga fonksiyonunun tek değerli olması gerektiğinden, süperakışkan boyunca keyfi kapalı bir ilmek içerisindeki dolanım vorteks çizgileri biçiminde kuvantize olmalıdır. Bu durumda dolanım ya da vortizite şöyle verilir:

$$\kappa = n \frac{h}{2m_{\rm np}} \tag{2.8}$$

Burada *n* bir tam sayıdır. Vortizite kuvantumunun sayısal değeri  $\kappa \approx 2 \times 10^{-3}$  cm<sup>2</sup>/s'dir. Böylece dolanım kuvantize olmuştur. Bunun etkisini (2.7) denkleminden rahatlıkla görebiliriz:

$$\kappa = \oint_L \vec{v}_s \cdot d\vec{l} = 2\pi r v_s(r) \tag{2.9}$$

Böylece vorteks çizgisi ekseninden r uzaklığında süperakışkanın hızı şu hâle gelir:

$$v_s = \frac{\kappa}{2\pi r} = \frac{n\hbar}{2m_{\rm n}r} \tag{2.10}$$

Dolayısıyla bir vorteks çizgisi ekseni üzerinde  $\vec{v}_s$  hız alanının tekil olduğu, geriye kalan yerlerde ise  $\vec{\nabla} \times \vec{v}_s = 0$  koşlunun sağlandığı bir yapı olarak görülebilir. (2.10) denklemi vasıtasıyla süperakışkanın açısal momentumunun da kuvantize olduğu gerçeği ortaya çıkar:

$$L = Mv_{\rm s}r = 2m_{\rm n}v_{\rm s}r = n\hbar \tag{2.11}$$

Buradan vorteks çizgilerinin süperakışkanın içerisinde açısal momentumun taşıyıcıları olduğu sonucu çıkar. Böylelikle vorteks çizgilerinin yönelimi ortalamada nötron yıldızının dönme ekseni doğrultusundadır. Vorteks çizgisinin yarıçapı ya da süperakışkanın koherans uzunluğu, çizgi ekseninden itibaren vortizite kaynaklı süperakışkan nötronların dönme kinetik enerjisindeki artışın nötronların Cooper çifti oluşturması dolayısıyla yoğuşma enerjisindeki azalmaya eşit hâle geldiği nokta olarak belirlenir. Kinetik enerji katkısı parçacık başına  $E_{\rm kin} = (1/2)m_{\rm n}v_{\rm s}^2$  iken, süperakışkandan normal madde fazında vorteks koru oluşturmak  $E_{\rm yog} \cong -\Delta^2 / \pi E_{\rm F_n}$  yoğuşma enerjisi bedelinin harcanmasını gerektirir.  $E_{\rm F_n} = \hbar^2 k_{\rm F_n}^2 / 2m_{\rm n}$  nötronların Fermi enerjisi ve  $k_{\rm F_n} = (3\pi^2 \rho_{\rm s} / m_{\rm n})^{1/3}$  dalga sayısı olmak üzere,  $E_{\rm kin} = E_{\rm yoğ}$  eşitliği ile (2.10) denkleminin kullanılması vorteks çizgisinin yarıçapı için şunu verir:

$$\xi_{\rm n} \approx \frac{2}{\pi} \frac{E_{\rm F_n}}{k_{\rm F_n} \Delta} \tag{2.12}$$

Bu yarıçapın içerisinde madde normal fazdadır ve yıldızın normal bileşeni olan kristal örgüsü ile eş dönme hâlindedir.  $\xi_n$  'nin dışarısında madde süperakışkan fazdadır ve rotasyoneli sıfırdır. Tipik  $\Delta \sim 1 \text{MeV}$  ve  $k_{\text{F}_n} \sim 1 \text{ fm}^{-1}$  değerleri için vorteks korunun büyüklüğü  $\xi_n \approx 10$  fm olarak elde edilir.

Böyle kuvantize vorteks çizgilerinin varlığı süperakışkanları klasik akışkanlardan ayırır. Örneğin, hidrodinamik denklemlerde klasik viskoz akışkanlar için viskozitenin yerini süperakışkanlarda vortizite alır. Yine süperakışkan içerisindeki kuvantize vorteks çizgileri hava olaylarında hortum ve denizlerde girdap olarak ortaya çıkan klasik akışkanlardaki benzerlerinden üç bakımdan farklılaşır. Öncelikle adından da anlaşılabileceği üzere süperakışkandaki kuvantize vorteks çizgileri vortizitenin belli bir birimine sahip iken klasik akışkanlarda girdaplar keyfi dolanım değerlerini içerebilirler. İkinci olarak bir kuvantize vorteks çizgisi sürtünmesiz süperakışkan içerisinde kararlı bir yapıya sahipken klasik akışkanlarda girdaplar etrafi ile girdiği etkileşme neticesinde difüzyonla bozunurlar. Son olarak süperakışkan içerisindeki vorteks çizgileri düzen parametresinin müsaade ettiği ölçüde oldukça ince bir yapıya sahipken klasik akışkanlardaki girdapların kalınlığı ile alakalı bir kısıtlama yoktur.

Dönen bir süperakışkan içerisinde *r* vorteks ekseninden dik uzaklık ve  $v_s = \Omega_s r$  olmasından hareketle vorteks çizgilerinin sayı yoğunluğu  $n_v$  (2.9) ifadesinden itibaren şöyle elde edilir:

$$\kappa n_{\rm v} = 2\Omega_{\rm s} + \frac{\partial \Omega_{\rm s}}{\partial r} \tag{2.13}$$

Süperakışkan katı cisim dönmesi yapıyorsa  $\partial \Omega_s / \partial r = 0$  'dir ve  $\vec{v}_s = \vec{\Omega}_s \times \vec{r}$  olmak üzere  $\vec{\nabla} \times \vec{v}_s = 2\vec{\Omega}_s$  şeklinde yazılabilir. İki komşu vorteks çizgisi arasındaki mesafe ise (2.13) denklemi yardımıyla şöyle ifade edilebilir:

$$\ell_{\rm v} \cong n_{\rm v}^{-1/2} \approx 3 \times 10^{-3} \,\mathrm{cm} \left(\frac{\Omega_{\rm s}}{100 \,\mathrm{rad/s}}\right)^{-1/2}$$
 (2.14)

Burada sayısal sonuç verilirken pulsarlara ait tipik dönme oranına ölçekleme yapılmıştır. Bir vorteks çizgisinin parçacık başına enerjisi, normal madde fazında ve katı cisim dönmesi yapan kor kısmının enerjisi ile etrafında dönen süperakışkanın kinetik enerjisinin toplamıdır.  $\xi_n$  'nin küçüklüğünden dolayı ilk terimin katkısı yok denebilecek kadar azdır ve böylece vorteksin enerjisi şu hâle gelir (Shaham 1980):

$$E_{\rm v} \cong \frac{1}{N_{\rm n}} \int \frac{1}{2} \rho_{\rm s} v_{\rm s}^2 d^3 r = \frac{m_{\rm n} \kappa^2}{4\pi^2 R^2} \int_{\xi_{\rm n}}^{\rm R} \frac{dr}{r}$$
(2.15)

Burada integral *R* yarıçapında ve *l* yüksekliğinde bir silindir hacmi üzerinden alınmıştır.  $N_{\rm n} = \rho_{\rm s} \pi R^2 l / m_{\rm n}$  vorteks çizgisi üzerindeki toplam nötron parçacık sayısıdır. İlk vorteks çizgisinin ortaya çıkacağı kritik açısal dönme oranı  $\Omega_{\rm c1}$  dönen çerçevede  $F = E_{\rm v} - L\Omega_{\rm s}$ serbest enerjisinin minimum yapılmasıyla bulunur. (2.11) ve (2.15) denklemleri yardımıyla şu elde edilir:

$$\Omega_{c1} = \frac{\kappa}{2\pi R^2} \ln\left(\frac{R}{\xi_n}\right)$$
(2.16)

Süperakışkanlık iki komşu vorteks çizgisinin korları birbirine değdiğinde ortadan kalkacağından, maksimum dönme oranı (2.14) denkleminden şöyle bulunur:

$$\Omega_{c2} = \frac{\kappa}{2\pi\xi_n^2} \tag{2.17}$$

Nötron yıldızları için tipik parametre değerleri kullanıldığında bu kritik açısal dönme hızları sırasıyla  $\Omega_{c1} \approx 10^{-14}$  rad/s ve  $\Omega_{c2} \approx 3 \times 10^{20}$  rad/s bulunur. En yavaş dönen manyetarlar için  $\Omega \approx 0.5$  rad/s ve Kepler limitinin belirlediği maksimum dönme hızı  $\Omega_{K} = \sqrt{GM_{*}/R_{*}^{3}} \sim 10^{4}$  rad/s olduğundan dolayı nötron yıldızlarının içerisinde vorteks çizgilerinin varlığı tartışmaya mahal bırakmayan bir gerçektir. Kuvantize vorteks çizgilerinin süperakışkan ölçeği ile karşılaştırıldığında oldukça ince olması ve bozunmaması gibi özellikleri vorteks çizgilerinin dinamiğini belirleyen hareket denklemlerinin nispeten kolay yazılmasına olanak tanır. Basitlik için vorteks çizgisini sonsuz sertlikte, yani eğrilip bükülmesi olmayan dümdüz bir şekle sahip olacak biçimde ele alalım. Nötron süperakışkanının koherans uzunluğundan daha büyük uzunluk ölçeklerinde çalışalım. Vorteks çizgisinin hareketi doğrultusunda ve hareket doğrultusuna dik, yüklü bileşene göre hız farkına lineer olarak bağlı kuvvetler için hareket denklemi şu hâli alır (Sedrakian ve diğ. 1999):

$$\rho_{\rm s}[\vec{\kappa} \times (\vec{v}_{\rm s} - \vec{v}_{\rm v})] - \eta(\vec{v}_{\rm n} - \vec{v}_{\rm v}) - \eta'[\vec{\kappa} \times (\vec{v}_{\rm n} - \vec{v}_{\rm v})] = 0$$
(2.18)

Bu aslında Newton'un hareket yasasından başka bir şey değildir. Sağ tarafın sıfır alınmasının sebebi vorteks çizgilerinin eylemsiz nesneler olmasıdır. Bunu görmek için vorteks çizgisini  $\xi_n$  yarıçapında ve *R* nötron yıldızı yarıçapı uzunluğunda bir silindir olarak ele alalım. Böylelikle vorteks çizgisinin kütlesi  $m_v$  madde yoğunluğu  $\rho_s$  ile  $\pi \xi_n^2 R$  hacminin çarpımına eşittir. Tipik  $\rho_s \sim 10^{14} \text{ gr/cm}^3$ ,  $\xi_n \sim 10^{-12} \text{ cm}$  ve  $R \sim 10^6 \text{ cm}$ değerleri için  $m_v \approx 3 \times 10^{-4} \text{ gr}$  çıkar ki rahatlıkla ihmal edilebilirdir. Rölativistik etkilerin (Casini ve Montemayor 1999) ve kullanılan durum denkleminin (Seveso ve diğ. 2012) nötron yıldızı içerisinde vorteks çizgilerinin dağılımı ve uydukları hareket denklemi üzerine önemli bir etkisinin olmadığını not düşelim. (2.18) ifadesinde  $\vec{v}_s$  yerel süperakışkan hızı,  $\vec{v}_n$  normal madde fazındaki bileşenin hızı,  $\vec{\kappa}$ ,  $h/2m_n$  büyüklüğünde ve dönme ekseni ile aynı yönlenmiş vortizite vektörüdür.  $\eta$  ile  $\eta'$  ise sırasıyla genel akış yönünde ve akışa dik sürtünme katsayılarıdır. Bu denklemin çözümünden sırasıyla radyal ve azimut doğrultusundaki vorteks çizgi hızı bileşenleri  $v_{v,r}$  ve  $v_{v,\phi}$  şöyle bulunur:

$$v_{\rm v,r} = kr [\Omega_{\rm s}(r,t) - \Omega_{\rm c}(t)]$$
(2.19)

$$v_{\mathbf{v},\phi} - \left| \vec{\Omega}_{\mathbf{s}} \times \vec{r} \right| = \frac{\rho_{\mathbf{s}} \kappa - \eta'}{\eta} v_{\mathbf{v},\mathbf{r}}$$
(2.20)

Burada şu tanımlama yapılmıştır:

$$k = \frac{\rho_{\rm s} \kappa / \eta}{1 + \left(\frac{\rho_{\rm s} \kappa - \eta'}{\eta}\right)^2} \tag{2.21}$$

Nötron yıldızlarına uygulamalarda Taylor-Proudman teoreminin sonucunda  $\eta' = 0$  alınır (Alpar 1977b). Böylelikle nötron yıldızları için vorteks hızı şu şekilde ifade edilir (Bildsten ve Epstein 1989):

$$\vec{v}_{v} = \left| \vec{\Omega}_{s} \times \vec{r} \right| \left( \frac{1}{2} \sin 2\theta_{d} \hat{e}_{r} + \cos^{2} \theta_{d} \hat{e}_{\phi} \right)$$
(2.22)

Burada sarfiyat açısı  $\theta_d$  şöyle tanımlanmıştır:

$$\tan \theta_{\rm d} = \frac{\eta}{\rho_{\rm s}\kappa} \tag{2.23}$$

Vorteks çizgisi üzerine bir kuvvet etki ettiği takdirde süperakışkana göre  $\theta_d$  açısıyla hareket eder. Tersine süperakışkan üzerine hiçbir kuvvet uygulanmamışsa (2.18) denkleminin birinci bileşeni ile verilen Magnus kuvveti dolayısıyla vorteks çizgisi süperakışkan ile birlikte hareket eder. Bu sonuç klasik akışkanlardan bilinen Kelvin-Helmholtz teoreminin süperakışkanlara genelleştirilmesini verir (Ruderman ve Sutherland 1974). Yine (2.22) denkleminden, vorteks çizgileri arasındaki mesafe (2.14) ile karşılaştırıldığında daha büyük uzunluk ölçeklerinde etki eden lineer sürtünme kuvvetleri için vorteks çizgi hızının katı cisim hızıyla ölçeklendiğini görürüz.  $\eta$  'yı dolayısıyla da  $\theta_d$  'yı belirleyen çok sayıda ve farklı etkinlikte fiziksel süreç vardır. Uygulanan dış kuvvetler neticesinde vorteks çizgisinin süperakışkan içerisinde hareketi sürtünme ile birlikte oluşan  $\dot{E}_{isi} \propto \eta \vec{v}_v \cdot (\vec{v}_v - \vec{v}_e)$  bir ısı enerjisi ortaya çıkmasına neden olur.

Vorteks çizgilerinden saçılma yoluyla sürtünmeye yol açan bileşenler; elektronlar (Feibelman 1971, Bildsten ve Epstein 1989, Alpar ve diğ. 1984b), fononlar (Jones 1990a,b), safsızlıklar (Jones 1998b) ve atom çekirdekleri ile etkileşmeler sonucunda vorteks salınım (Kelvon) dalgalarının uyarılmalarıdır (Epstein ve Baym 1992, Jones 1992). Tüm bu fiziksel süreçler için sürüklenme katsayısı yedi mertebe

değişebilmektedir (Haskell ve diğ. 2012, Link 2014). Vorteks çizgilerinin bükülmesinden kaynaklanan kuvvetler ve enerji sarfiyatına yol açmayan yerel kuvvetler ihmal edildiğinde bir vorteks çizgisinin hareketi Magnus ve sürüklenme kuvvetlerinin toplamının sıfıra eşitlenmesiyle bulunur. Düşük sürtünme ( $\eta \ll 1$ ) limitinde vorteks çizgisi hemen hemen süperakışkan ile eş döner ( $\vec{v}_v \cong \vec{v}_s$ ) iken, yüksek sürtünme durumunda normal fazdaki maddeye göre hareketsiz kalır,  $\vec{v}_{v} \cong \vec{v}_{n}$ . Ancak sürüklenme kuvvetinin içerildiği böyle bir hareket denklemi büyük ölçeklerde ortalamalar içerdiğinden, atom çekirdekleri ve akı tüpleri gibi homojen olmayan ortamlar ile etkilesmelerin varlığında vorteks çizgilerinin hareketini tasvir etmede yetersiz kalmaktadır. Vorteks çizgisinin birim uzunluğun başına enerjisi (öz enerjisi) olan gerilim  $T_{y}$ , çizginin söz konusu homojensizliklere yaklaşan kısımlarının bükülmesini gidermeye çalışan bir geri çağırıcı kuvvet olarak etki eder. Vorteks çizgisi üzerine herhangi bir kuvvet etki etmediği müddetçe düz bir şekle sahiptir ve süperakışkana göre hareketsizdir. Dolayısıyla uygulanan dış kuvvetler süperakışkana göre bir vorteks çizgisinin hareketini ve şeklini belirler. Vorteks çizgisinin sonlu sertliği hesaba katılırsa, çizgi üzerindeki bir parçanın  $\vec{u}$  yer değiştirmesinin uyacağı hareket denklemi şu hâle gelir:

$$T_{v} \frac{\partial^{2} \vec{u}(z,t)}{\partial z^{2}} + \eta \left( \vec{v}_{n} - \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} \right) - \rho_{s} \vec{\kappa} \times \left( \vec{v}_{s} - \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} \right) = 0$$
(2.24)

Dış kuvvetlerin yokluğunda (2.24) denkleminin çözümü  $\omega_{\rm k} = \pm T_{\rm v}k^2 / \rho_{\rm s}\kappa$  frekansına sahip dairesel polarize Kelvin dalgalarıdır (Sonin 1987). Vorteks çizgisinin (2.18) ve (2.24) ile verilen hareket denklemleri yazılırken kuvantum ve termal uyarılmaların etkileri ihmal edilmiştir.

#### 2.1.2. Süperiletkenlik ve Akı Tüpleri

Süperiletkenlik kendisini metallerde kritik bir sıcaklığın aşağısında elektrik akımının devrede herhangi bir dirençle karşılaşmadan ve dış voltaja gerek duymadan dolanımıyla gösterir. Dünya'daki metallerde süperiletkenliğin sebebi, elektronların kristal örgüsündeki kuvantize titreşimler olan fononların aracılık ettiği çekici etkileşmeler neticesinde Cooper çiftleri oluşturmasıdır (Bardeen ve diğ. 1957). Dışarıdan uygulanan

bir manyetik alana gösterdiği tepkiye bağlı olarak süperiletkenler iki sınıfa ayrılırlar (De Gennes 1999): Tip I süperiletkenleri süperiletken yüzeyinde Meissner akımları meydana getirerek manyetik alanın nüfuz etmesini engellerler. Bu süperiletkenlik özelliğini taşıyan malzemeler içerisinde manyetik alan ancak ve ancak süperiletkenliğin kaybolduğu bölgeseller içerisinde yer alabilir. Yani bir tip I süperiletkeni birbirine komşu B = 0 olan süperiletken bölgeler ile  $B \neq 0$  özelliğine sahip normal fazda madde bölgesellerinden meydana gelir. Buna karşıt olarak bir tip II süperiletkeni manyetik alanı  $\lambda_*$  uzunluk ölçeğinde üssel olarak bozunacak biçimde  $\xi_p$  yarıçapındaki akı tüpleri içerisinde muhafaza eder. Süperiletkenliğin hangi türde gerçekleşeceği Ginzburg-Landau parametresi tarafından belirlenir:

$$\kappa_{\rm GL} = \frac{\lambda_*}{\xi_{\rm p}} \tag{2.25}$$

 $\kappa_{GL} < 1/\sqrt{2}$  ise tip I süperiletkenliği,  $\kappa_{GL} > 1/\sqrt{2}$  ise tip II süperiletkenliğinin hüküm sürmesi beklenir. Nötron yıldızları söz konusu olduğunda bu oran şöyle verilir (Link 2012b):

$$\frac{\lambda_*}{\xi_p} \approx 7.5 \left(\frac{m_p^*/m_p}{0.5}\right)^{3/2} \left(\frac{x_p}{0.05}\right)^{-5/6} \left(\frac{\rho}{10^{14} \,\mathrm{gr/cm^3}}\right)^{-5/6} \left(\frac{\Delta_p}{1 \,\mathrm{MeV}}\right)$$
(2.26)

Burada  $\rho$  kütle yoğunluğu,  $x_p$  proton kesri,  $\Delta_p$  protonların çift oluşturma enerji aralığı,  $m_p^*$  ve  $m_p$  sırasıyla protonların etkin ve çıplak kütlesidir. Etkin kütlenin neden ortaya çıktığı konusuna biraz sonra değineceğiz. (2.26) ifadesinden nötron yıldızlarının iç bölgesinin kabuk ile arasındaki sınıra yakın kısımlarında tip II süperiletkenliğinin hâkim olması,  $\Delta_p$  'nin düştüğü merkezi kısımlarda ise tip I süperiletkenliğinin hüküm sürmesi beklenir (Jones 2006a,b). Merkezi kısımlarda kuvarkların kuvantum renk çeşnisinden ileri gelen tip II süperiletkenliğine benzer bir yapı da ortaya çıkabilir (Alford ve Sedrakian 2010). Nötron yıldızının doğumunu takiben erken safhalarda kuvvetli nötrino emisyonu sayesinde etkili biçimde soğumayla protonların normal maddeden tip II süperiletkenliğe faz geçişi yapması beklenir (Baym ve diğ. 1969a). Yüksek elektrik iletkenliğinden ötürü evvelden mevcut manyetik akı nötron yıldızının içinden dışarı atılamaz ve buna ata yıldızın manyetik alanının her biri  $\Phi_0 = hc/2e \cong 2 \times 10^{-7} \text{ G cm}^2$ akısı taşıyan akı tüplerinin içerisine hapsolduğu bir durum eşlik eder (Baym ve diğ. 1969b).

Nötron yıldızlarının iç bölgesinde proton süperiletkeni nötron süperakışkanı ile birlikte yer alır. Dolayısıyla bu iki farklı tür süperakışkanın birbiriyle kuvvetli etkileşimleri nötron yıldızı dinamiğinde öneme sahip birçok fiziksel sürecin ortaya çıkmasına yol açar. Nötron yıldızlarının iç bölgesinde süperakışkan-süperiletken etkileşmelerini ve tip II süperiletkenliğinin sahip olduğu özellikleri termodinamik fonksiyonlar yardımıyla inceleyelim. İki farklı tür süperakışkan yoğuşuğunun karışımının özelliklerini tarif eden hidrodinamik denklemler takımı ilk kez Andreev ve Bashkin (1975) tarafından <sup>3</sup>He-<sup>4</sup>He karışımı için türetilmiş, nötron yıldızlarının süperakışkan-süperiletken iç bölgesine uygulaması ise Vardanyan ve Sedrakyan (1981) ile Alpar ve diğ. (1984b) tarafından yapılmıştır. Buna göre, süperiletken protonların ve süperakışkan nötronların kütle akımı yoğunlukları  $\vec{g}_p$  ve  $\vec{g}_n$  şöyle verilir:

$$\vec{g}_{\rm p} = \rho_{\rm pp} \vec{v}_{\rm p} + \rho_{\rm pn} \vec{v}_{\rm n}, \quad \vec{g}_{\rm n} = \rho_{\rm nn} \vec{v}_{\rm n} + \rho_{\rm np} \vec{v}_{\rm p}$$
 (2.27)

Burada  $\vec{v}_p$  ve  $\vec{v}_n$  sırasıyla proton ve nötronların hızıdır. Nötronlar ve protonlar arasındaki kuvvetli etkileşme sebebiyle vorteks çizgisi etrafındaki nötronlar beraberinde proton süper kütle akımı sürüklerler ve tersine protonlar da beraberinde nötron süper kütle akımı taşırlar. Bunun sonucunda nötron ve protonların momentumları hız vektörleri ile aynı doğrultuda olmazlar. Etkileşmenin şiddetini protonların ve nötronların kazanmış oldukları etkin kütleler,  $m_p^*$  ve  $m_n^*$  belirler. Yoğunluk bileşenleri cinsinden bu etkin kütleler şöyle tanımlanır (Alpar ve diğ. 1984b):

$$\rho_{\rm pp} = \rho_{\rm p} \left( \frac{m_{\rm p}}{m_{\rm p}^*} \right), \quad \rho_{\rm nn} = \rho_{\rm n} \left( \frac{m_{\rm n}}{m_{\rm n}^*} \right), \quad \rho_{\rm pn} = \rho_{\rm np} = \rho_{\rm p} \left( \frac{m_{\rm p}^* - m_{\rm p}}{m_{\rm p}^*} \right) = \rho_{\rm n} \left( \frac{m_{\rm n}^* - m_{\rm n}}{m_{\rm n}^*} \right) \quad (2.28)$$

Nötronların  $\rho_n$  ve protonların  $\rho_p$  kütle yoğunlukları, etkileşme olmasaydı sahip olacakları  $\rho_{nn}$  ve  $\rho_{pp}$  yoğunlukları ile etkileşmenin getirdiği  $\rho_{np} = \rho_{pn}$  yoğunluğu cinsinden şöyle yazılabilir:

$$\rho_{\rm n} = \rho_{\rm nn} + \rho_{\rm np}, \quad \rho_{\rm p} = \rho_{\rm pp} + \rho_{\rm pn} \tag{2.29}$$

(2.25) ifadesindeki süperiletken içerisindeki manyetik alanları muhafaza eden süperakımların bozunma uzunluk ölçeği olan  $\lambda_*$  London penetre derinliği ve  $\xi_p$  proton koherans uzunluğu şöyle verilir (Alpar ve diğ. 1984b):

$$\lambda_* = 29.5 \left[ \left( \frac{m_p^*}{m_p} \right) x_p^{-1} \rho_{14}^{-1} \right]^{1/2} \text{ fm}$$
(2.30)

$$\xi_{\rm p} = 15.9 \left[ \left( \frac{m_{\rm p}}{m_{\rm p}^*} \right) x_{\rm p}^{1/3} \rho_{14}^{1/3} \Delta_{\rm p} ({\rm MeV})^{-1} \right] {\rm fm}$$
(2.31)

Burada  $\rho_{14}$  10<sup>14</sup> gr/cm<sup>3</sup> biriminde yoğunluktur. (2.27) denklemindeki söz konusu hızlar vorteks çizgilerinin ve akı tüplerinin etrafında süperakışkan dolanımının vortiziteye eşit olması koşulundan belirlenir (Sedrakian ve Sedrakian 1995):

$$\vec{\nabla} \times \vec{v}_{n} = \vec{\kappa}_{n} \sum_{i} \delta^{(2)} \left( \vec{r} - \vec{r}_{i} \right), \quad \vec{\nabla} \times \vec{v}_{p} = -\frac{e}{m_{p}c} \vec{B} + \vec{\kappa}_{p} \sum_{j} \delta^{(2)} \left( \vec{r} - \vec{r}_{j} \right)$$
(2.32)

Burada  $\kappa_{n,p} = h/2m_{n,p}$  vortizite kuvantumu,  $\delta^{(2)}$  iki boyutta Dirac delta fonksiyonu,  $\vec{r_i}$  ile  $\vec{r_j}$  sırasıyla vorteks ile akı tüpü merkezlerinin konum vektörleri ve  $\vec{B}$  manyetik indüksiyondur. Delta fonksiyonları vortizitenin kaynağının vorteks çizgisi ve akı tüpü olduğunu açıkça belli etmek amacıyla konulmuştur. Elektronların ise  $\vec{v_e} = \vec{\Omega_e} \times \vec{r}$  hızıyla kabuk bileşeni ile katı cisim dönmesi yaptıkları varsayılır. Protonların yük akımı yoğunluğu ise kütle akımına benzer biçimde şu şekilde ifade edilebilir:

$$\vec{j}_{p} = \frac{e}{m_{p}} \left( \rho_{pp} \vec{v}_{p} + \rho_{pn} \vec{v}_{n} \right) \equiv \vec{j}_{pp} + \vec{j}_{pn}$$
(2.33)

Burada ikinci terim proton ve nötron süperakışkan yoğuşukları arasındaki etkileşme sebebiyle protonların nötronlar tarafından sürüklenmesi sonucu meydana gelen akımdır.

Bu  $\vec{j}_{pn}$  akımı süperakışkanlıktan kaynaklandığından dolayı normal madde fazında yok olur. Bunun aksine,  $\vec{j}_{pp}$  bileşeni protonların Meissner akımıdır ve hem tip I/II süperiletkeninde hem de normal madde fazında mevcuttur. Elektronların dolanımının ve sürüklenme akımlarının meydana getirdiği manyetik alan şiddeti Ampere-Maxwell denkleminden şöyle belirlenir:

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = \frac{4\pi}{c} \left( \vec{j}_{\rm pn} - \frac{e}{m_{\rm p}} \rho_{\rm p} \vec{v}_{\rm e} \right)$$
(2.34)

Bir süperiletkende normal madde fazındaki metallerin aksine manyetik alan şiddeti  $\vec{H}$  ile manyetik indüksiyon  $\vec{B}$  birbirlerinden farklıdır. Nötron yıldızlarının iç bölgesi için manyetik indüksiyon şöyle verilir (Sedrakyan ve Shakhabasyan 1991) :

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \frac{4\pi}{c} \left( \vec{j}_{pp} + \vec{j}_{pn} - \frac{e}{m_p} \rho_p \vec{v}_e \right)$$
(2.35)

(2.32), (2.33) ve (2.35) ifadelerinden manyetik indüksiyonun süperiletken içerisindeki uzaysal değişimini tarif eden London denklemi elde edilir (Sedrakian ve Shakhabasyan 1991):

$$\vec{B} + \lambda_*^2 \vec{\nabla} \times \vec{\nabla} \times \vec{B} = \Phi_0 \hat{\kappa}_p \sum_j \delta^{(2)} \left( \vec{r} - \vec{r}_j \right) + \Phi_1 \hat{\kappa}_n \sum_i \delta^{(2)} \left( \vec{r} - \vec{r}_i \right) - \frac{2m_p c\rho_p}{e\rho_{pp}} \vec{\Omega}$$
(2.36)

Burada akı tüplerinin ve vorteks çizgilerinin taşıdıkları manyetik akı kuvantumları sırasıyla şöyle verilir (Vardanyan ve Sedrakian 1981, Alpar ve diğ. 1984b):

$$\Phi_{0} = \frac{hc}{2e}, \quad \Phi_{1} = \frac{m_{p}\rho_{pn}}{m_{n}\rho_{pp}} \Phi_{0} = \frac{m_{p}^{*}}{m_{p}} \Phi_{0}$$
(2.37)

(2.36) ifadesindeki son terimin tasvir ettiği katı cisim dönmesine karşılık gelen birbiçim manyetik indüksiyon London alanı olarak bilinir ve çok küçük bir bedel harcayarak süperiletkenin nötron yıldızının dönmesine katılmasını sağlar:

$$B_{\rm L} = \frac{2m_{\rm p}c\Omega}{\rm e} \approx 2 \times 10^{-2} \left(\frac{\Omega}{100 \,\rm rad/s}\right) \,\rm G \tag{2.38}$$

Göz önüne aldığımız iki bileşenli süperakışkan-süperiletken sisteminin serbest enerjisi durgun bir referans çerçevesinde şöyle olur (Alpar ve diğ. 1984b):

$$F_{0} = \frac{1}{2} \int \left( \rho_{\rm pp} v_{\rm p}^{2} + 2\rho_{\rm pn} \vec{v}_{\rm p} \cdot \vec{v}_{\rm n} + \rho_{\rm nn} v_{\rm n}^{2} \right) dV + \frac{1}{8\pi} \int B^{2} dV$$
(2.39)

Proton hızı için (2.32) denklemi (2.39) serbest enerji ifadesinde kullanılırsa şu çıkar (Sedrakyan ve Shakhabasyan 1991):

$$F_{0} = \frac{1}{8\pi} \int \left[ B^{2} + \lambda_{*}^{2} \left( \vec{\nabla} \times B \right)^{2} + \frac{2m_{p}c\rho_{p}}{e\rho_{pp}} \left( \vec{\Omega} \times \vec{r} \right) \cdot \left( \vec{\nabla} \times \vec{B} \right) \right] dV + \frac{1}{2} \int \left[ \left( \rho_{nn} - \frac{\rho_{pn}^{2}}{\rho_{pp}} \right) v_{n}^{2} + \frac{\rho_{p}^{2}}{\rho_{pp}} \left( \vec{\Omega} \times \vec{r} \right)^{2} \right] dV \quad (2.40)$$

Süperakışkan nötron-süperiletken protonlardan müteşekkil iki bileşenli sistemimizin açısal momentumu ise şöyledir:

$$\vec{L} = \int \left[ \left( \rho_{nn} - \frac{\rho_{pn}^2}{\rho_{pp}} \right) (\vec{r} \times \vec{v}_n) + \frac{m_p c \rho_p}{e \rho_{pp}} (\vec{r} \times \vec{\nabla} \times \vec{B}) + \frac{\rho_p^2}{\rho_{pp}} (\vec{r} \times \vec{\Omega} \times \vec{r}) \right] dV$$
(2.41)

Nötron yıldızı ile birlikte dönen bir koordinat sisteminde manyetik serbest enerji ifadesi  $F_{\rm M} = F_0 - \vec{L} \cdot \vec{\Omega}$  'dir ve şu şekilde ifade edilebilir (Sedrakian ve Shakhabasyan 1991):

$$F_{\rm M} = \frac{1}{8\pi} \int \left[ B^2 + \lambda_*^2 (\vec{\nabla} \times \vec{B})^2 \right] dV + \int \left[ \left( \rho_{\rm nn} - \frac{\rho_{\rm pn}^2}{\rho_{\rm pp}} \right) \left( \frac{1}{2} v_{\rm n}^2 - v_{\rm n} \cdot \left( \vec{\Omega} \times \vec{r} \right) \right) - \frac{1}{2} \frac{\rho_{\rm p}^2}{\rho_{\rm pp}} \Omega^2 r^2 \right] dV \quad (2.42)$$

Tek bir vorteks çizgisinin serbest enerjisi  $F_v$  ise şöyledir (Sedrakian ve Shakhabasyan 1991):

$$F_{\rm v} = \left(\frac{\Phi_1}{4\pi\lambda_*}\right)^2 \ln\frac{\lambda_*}{\xi_{\rm p}} + \left(\rho_{\rm nn} - \frac{\rho_{\rm pn}^2}{\rho_{\rm pp}}\right) \frac{\kappa_{\rm n}^2}{4\pi} \ln\frac{\ell_{\rm v}}{\xi_{\rm n}} - \frac{1}{2} \left(\rho_{\rm nn} - \frac{\rho_{\rm pn}^2}{\rho_{\rm pp}}\right) \kappa_{\rm n} \Omega\left(\ell_{\rm v}^2 - \xi_{\rm n}^2\right)$$
(2.43)

Burada ilk terim vorteks çizgisinin manyetik yapısı sebebiyle sahip olduğu birim uzunluk başına enerji (gerilim) iken ikinci terim çizgi etrafında süperakışkan dolanımının getirdiği gerilimdir. Son terim ise merkezkaç kuvvetlerinin doğurduğu birim uzunluk başına enerjidir. İç bölgede ilk vorteks çizgisinin ortaya çıktığı birinci kritik açısal hız  $\Omega_{c1}$ 'yi bulmak için (2.43) ifadesinde son terim ihmal edilerek sıfıra eşitlenir.  $\ell_v = R$ , nötron yıldızının yarıçapı alınırsa şu çıkar:

$$\Omega_{c1} = \frac{h}{2m_{n}R^{2}} \ln \frac{R}{\xi_{n}} + \frac{h}{2m_{n}R^{2}} \frac{\rho_{pn}^{2}}{\rho_{pp}\rho_{nn}} \ln \frac{\lambda_{*}}{\xi_{p}}$$
(2.44)

İç kabuktaki (2.16) ifadesi ile karşılaştırıldığında kütle sürüklenme etkisinin vorteks çizgilerinin ortaya çıktığı açısal hız ifadesine fazladan bir terim getirdiğini görürüz. Ancak, (2.44) denklemindeki bu ikinci terim ilk terim ile karşılaştırıldığında çok küçüktür ve dolayısıyla da daha önce elde edilen sonuçları pek etkilememektedir. Ayrıca kütle sürüklenme etkisi olmadığında, yani  $\rho_{pn} \rightarrow 0$  için (2.44) ifadesinin (2.16) denklemine indiği kolaylıkla görülür. Dolayısıyla da nötronlar ile protonların kütle sürüklenme etkisi yoluyla etkileşmeleri dönen saf nötron süperakışkanından oluşan sistem ile karşılaştırıldığında ne ortalama süperakışkan hızını ne de vorteks çizgilerinin dağılımını değiştirmemektedir.

Vorteks çizgisi etrafında proton süperakımlarının dolanımı vortekse (2.37) ile verilen bir manyetik akı kazandırır. Bir vorteks çizgisi etrafındaki manyetik alanın davranışını bulmak üzere (2.34) Ampere-Maxwell yasasını nötron yıldızının kabuğu ile eş dönen bir referans çerçevesinde yazalım:

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = \frac{4\pi}{c} \vec{j}_{\rm pn} \tag{2.45}$$

(2.10) ile verilen bir vorteks çizgisi etrafındaki hız alanı ifadesini yukarıdaki denkleme yerleştirirsek ve ortaya çıkan ifadenin tüm iç bölge boyunca integralini alırsak, bir vorteks çizgisinin merkezinden itibaren manyetik alan şiddetinin değişimi şöyle bulunur (Alpar ve diğ. 1984b):

$$H(r) = \frac{\Phi_1}{2\pi\lambda_*^2} \ln\frac{\lambda_*}{r}$$
(2.46)

Şimdi akı tüplerinin ortaya çıkacağı kritik manyetik alan şiddeti  $H_{c1}$ 'yi bulalım. Bunun için öncelikle bir akı tüpü ile bir vorteks çizgisinden oluşan sistemin Gibbs potansiyelini yazmak gerekir. Termodinamikten Gibbs potansiyeli şöyle verilir (De Gennes 1999):

$$G = F_{\rm M} - \frac{1}{4\pi} \vec{H}(\vec{r}) \cdot \vec{B}(\vec{r}) dV$$
(2.47)

Burada  $\vec{B}(\vec{r})$  (2.36) London denklemindeki her iki yapının indüksiyona verdiği katkının toplamıdır (Sedrakian ve Sedrakian 1995):

$$\vec{B} = \frac{\Phi_0}{2\pi\lambda_*^2} \hat{\kappa}_p K_0 \left( \frac{\left| \vec{r} - \vec{r}_p \right|}{\lambda_*} \right) + \frac{\Phi_1}{2\pi\lambda_*^2} \hat{\kappa}_n K_0 \left( \frac{\left| \vec{r} - \vec{r}_n \right|}{\lambda_*} \right)$$
(2.48)

Böylece karşılık gelen sistemin Gibbs potansiyeli şöyle bulunur (Sedrakian ve Sedrakian 1995):

$$G = F_{v} - \frac{\Phi_{1}H}{4\pi} + \left(\frac{\Phi_{0}}{4\pi\lambda_{*}}\right)^{2} \ln\frac{\lambda_{*}}{\xi_{n}} + \frac{\Phi_{0}\Phi_{1}}{8\pi^{2}\lambda_{*}^{2}}K_{0}\left(\frac{\left|\vec{r}_{p} - \vec{r}_{n}\right|}{\lambda_{*}}\right) - \frac{\Phi_{0}H}{4\pi}$$
(2.49)

Buradan akı tüpünün ortaya çıkması ile sistemin enerjisindeki değişimin  $G - F_v + \Phi_1 H / 4\pi$  olacağı görülür. Dolayısıyla da akı tüpünün ortaya çıkışı için koşul  $G - F_v + \Phi_1 H / 4\pi = 0$  'dır:

$$H_{c1} = \frac{\Phi_0}{4\pi\lambda_*^2} \ln\frac{\lambda_*}{\xi_p} + \frac{\Phi_1}{2\pi\lambda_*^2} K_0 \left(\frac{\left|\vec{r}_p - \vec{r}_n\right|}{\lambda_*}\right)$$
(2.50)

Akı tüpü merkezi ile vorteks çizgi merkezi arasındaki mesafe London penetre derinliğini aştığından,  $|\vec{r_p} - \vec{r_n}| >> \lambda_*$  ve sıfırıncı mertebeden ikinci tür Bessel fonksiyonunun  $x \ge 1$  limiti için yaklaşık çözümü  $K_0(x) \approx e^{-x} / \sqrt{2\pi x}$  olduğundan (Gradshteyn ve Ryzhik 2007), (2.50) ifadesinde ikinci terim ilk terim yanında rahatlıkla ihmal edilebilir:

$$H_{\rm cl} = \frac{\Phi_0}{4\pi\lambda_*^2} \ln\frac{\lambda_*}{\xi_{\rm p}}$$
(2.51)

Akı tüpleri arasındaki ortalama mesafe alan yoğunlukları  $n_{\phi}$  cinsinden şöyle bulunur:

$$\ell_{\Phi} \simeq n_{\Phi}^{-1/2} = \left(\frac{B}{\Phi_0}\right)^{-1/2} \approx 4.5 \times 10^{-10} \left(\frac{B}{10^{12} \,\mathrm{G}}\right)^{-1/2} \,\mathrm{cm}$$
 (2.52)

Böylelikle akı tüplerinin sayıca vorteks çizgilerinden oldukça fazla olduğu görülür. Gerçekten de (2.14) ve (2.52) denklemlerinin karşılaştırılmasından tipik nötron yıldızı parametreleri için bir vorteks çizgisi başına yaklaşık  $10^{14}$  tane akı tüpü vardır. Tip II süperiletkenliği iki akı tüpü birbirine temas ettiğinde kaybolur. Akı tüplerinin sıklığını, dolayısıyla da aralarındaki mesafeyi belirleyen temel etmen manyetik alan olduğundan, bir kritik alanın yukarısında akı tüplerinin yok olması beklenir. Bu  $H_{c2}$  alanı (2.52) denkleminden şöyle bulunur:

$$H_{c2} = \frac{\Phi_0}{2\pi\xi_p^2}$$
(2.53)

Nötron yıldızları için bu kritik alan şiddetleri tipik  $\lambda_* \sim 10^{-11}$  cm ve  $\xi_p \sim 10^{-12}$  cm değerleri için sırasıyla  $H_{c1} \approx 3.8 \times 10^{14}$  G ve  $H_{c2} \sim 3.3 \times 10^{16}$  G'tur.

İç bölgede süperakışkan nötronlar ve süperiletken protonlar arasındaki bu etkileşmelere ek olarak akı tüpleri üzerine etki eden çeşitli kuvvetler mevcuttur:

1) Nötron yıldızının tüm dönme evrimsel geçmişi göz önüne alındığında, erken safhalardan geç yaşlara doğru vorteks çizgileri akı tüplerinden hızlı hareket edebilir, birlikte aynı hızla yol alabilirler, ve nihayetinde akı tüpleri nötron vorteks çizgilerinden daha hızlı hareket edebilir (Ding ve diğ. 1993, Ruderman ve diğ. 1998, Jahan-Miri 2000). Vorteks çizgileri ile akı tüpleri ayrıca kesişebilir (Muslimov ve Tsygan 1985, Sauls 1989, Jones 1991b). Vorteks çizgileri nötron yıldızının yavaşlamasıyla birlikte radyal olarak dışarı doğru açılıp akı tüplerinin yakınına geldiğinde göreli hareketi akı tüpünün birim uzunluğu başına şöyle bir kuvvet gerektirir (Ding ve diğ. 1993):

$$\vec{F}_{n} = \frac{2\Phi_{0}\rho_{s}\Omega_{s}(t)\omega(t)}{B_{kor}(t)}\hat{e}_{r}$$
(2.54)

Burada  $\Phi_0$  manyetik akı kuvantumu,  $\omega(t) \equiv \Omega_s(t) - \Omega_c(t)$  vorteks çizgisi ile akı tüpü arasındaki açısal hız farkı,  $B_{kor}(t)$ iç bölgedeki manyetik alan şiddetidir. Bu kuvvet
neticesinde akı tüpleri dışarı doğru eğilmiş konkav bir şekil kazanırlar. Etkileşmenin yönünün ve dolayısıyla da akı tüplerini iç bölgeden uzaklaştırmaya katkısının  $\omega$ 'nın işaretine bağlı olarak değiştiğini hatırlatalım.

2) Akı tüpünün sahip olduğu manyetik gerilim ve hız alanı içerisindeki madde basıncının etrafındaki plazmaya göre bir miktar azalmasına yol açar. Bunun neticesinde klasik akışkanlarda Archimedes ilkesinden aşina olduğumuz biçimde akı tüpünün birim uzunluğu başına bir kaldırma kuvveti etki eder (Muslimov ve Tsygan 1985, Jones 1987):

$$\vec{F}_{\rm b} = \frac{g_{\rm G}}{c_{\rm s}^2} \frac{\Phi_0 H_{\rm c1}}{4\pi} = \left(\frac{\Phi_0}{4\pi\lambda_*^2}\right)^2 \frac{1}{R} \ln\left(\frac{\lambda_*}{\xi_{\rm p}}\right) \hat{e}_{\rm r}$$
(2.55)

Burada  $c_s^2 = dP/d\rho$  ses hızının karesi,  $g_G$  yerel kütleçekim ivmesi,  $H_{c1}$  (2.51) ile verilen kritik düşük alan şiddetidir. İyi bir yaklaşıklıkla *R* yıldızın yarıçapı olmak üzere  $g_G R \sim c_s^2$  'dir. Bu kuvvetin her daim akı tüplerini iç bölgeden uzaklaştırmak yönünde etki ettiğini not düşelim.

3) Akı tüpü iç bölge plazması içerisinde sürüklenirken rölativistik dejenere elektronların manyetik alanından saçılmasının yol açtığı momentum transferi kaynaklı bir sürtünme kuvvetine maruz kalacaktır. Eğer izole bir akı tüpü radyal olarak dışarı doğru bir  $v_p$  hızıyla sürüklenirse, sürüklenme kuvveti şu ifade ile verilir (Harvey ve diğ. 1986, Ruderman ve diğ. 1998):

$$\vec{F}_{v} = -\frac{3\pi}{64} \frac{n_{e} e^{2} \Phi_{0}^{2}}{E_{F_{e}} \lambda} \frac{\vec{v}_{p}}{c}$$
(2.56)

Burada  $n_{\rm e}$  ve  $E_{\rm F_e} = \hbar c (3\pi^2 n_{\rm e})^{1/3}$  sırasıyla elektronların sayı yoğunluğu ve Fermi enerjisidir.

4) Akı tüplerinin uçları elektrik iletkenliğinin iç bölgeye göre nispeten düşük fakat hâlâ yeterince yüksek olduğu nötron yıldızlarının kabuğuna çakılıdır. Dolayısıyla (2.54) ve (2.55) kuvvetleri neticesinde dışarı doğru itilmeye zorlanan akı tüpleri, kabuktaki manyetik alanları sağlayan akımların bozunma zaman ölçeği mertebesinde bir süre için

uçlarının kabuğa çakılı olması sonucunda bir direnç ile karşılaşacaktır (Konenkov ve Geppert 2001a). Bu etki neticesinde akı tüpünün bir  $s_c$  eğrilik yarıçapıyla büküldüğü varsayılırsa, manyetik enerjisinden kaynaklanan gerilim kuvveti şöyle olur (Harvey ve diğ. 1986)

$$\vec{F}_{t} = -\left(\frac{\Phi_{0}}{4\pi\lambda_{*}}\right)^{2} \ln\left(\frac{\lambda_{*}}{\xi_{p}}\right) \frac{\hat{e}_{r}}{s_{c}} = -\vec{F}_{b} \frac{R}{s_{c}}$$
(2.57)

5) İki akı tüpü birbirine temas ettiğinde süperiletkenliğin ortadan kalktığını görmüştük. Akı tüplerinin bu kadar birbirine yaklaşmasını engelleyici şekilde aralarında şöyle bir itme kuvveti vardır (Kocharovsky ve diğ. 1996):

$$\vec{F}_{\Phi} = -g(n_{\Phi})\vec{\nabla}n_{\Phi} \tag{2.58}$$

Burada  $g(n_{\Phi})$  fonksiyonu şöyle tanımlanmıştır:

$$g(n_{\Phi}) \approx \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{\Phi_0^2}{16\pi^{3/2}} \left( \frac{\sqrt{2}}{3^{1/4} \sqrt{n_{\Phi}} \lambda_*} \right)^{-7/2} \exp\left(-\frac{\sqrt{2}}{3^{1/4} \sqrt{n_{\Phi}} \lambda_*}\right)$$
(2.59)

#### 2.1.3. Nötron Yıldızlarında Normal Madde ile Süperakışkan Kuplajı

Nötron yıldızlarının iç kabuğunda nötron süperakışkanı ile normal madde ve yine iç bölgedeki nötron süperakışkanı-proton süperiletkeni sistemi ile kabuk arasındaki etkileşmeleri tarif eden 2.1.1 ve 2.1.2 kesimlerinde değindiğimiz kuvvetler süperakışkan ile normal madde arasındaki kuplajı temin ederler. Nötron yıldızlarında çeşitli etkileşmelerin yıldızın farklı bileşenleri arasında iletilmesi bakımından üç önemli dinamik zaman ölçeği vardır (Howitt ve diğ. 2016): Bunlardan ilki, manyetosfer ve katı kabuğun dönmesinde meydana gelen değişikliklerin yıldızın iç kısımlarındaki normal madde bileşenlerine elektronlar ile çarpışmalar neticesinde iletildiği viskoz sürtünme zaman ölçeği  $\tau_{vis}$ 'dir ve şöyle verilir:

$$\tau_{\rm vis} = \frac{\rm Re}{\Omega_{\rm c}} \tag{2.60}$$

Burada Reynolds sayısı şu şekilde tanımlanır:

$$\operatorname{Re} \equiv \frac{\Omega_{\rm c} R^2}{9}$$
(2.61)

Süperakışkan içyapıya sahip nötron yıldızlarında diğer tüm çarpışmalar kuvvetlice bastırıldığından, kinematik viskozite  $\mathcal{G}$ 'ye en önemli katkı elektron-elektron çarpışmalarından gelir (Andersson ve diğ. 2005):

$$\mathscr{G} \approx 3.1 \times 10^{6} \left(\frac{x_{\rm p}}{0.05}\right)^{1/2} \left(\frac{\rho_{\rm s}}{10^{14} \,{\rm gr/cm^{3}}}\right)^{1/2} \left(\frac{T}{10^{8} \,{\rm K}}\right)^{-2} \,{\rm cm^{2} s^{-1}}$$
(2.62)

Tipik nötron yıldızı parametreleri  $\Omega_c \sim 100 \text{ rad/s}$ ,  $R \sim 10^6 \text{ cm}$  için (2.60) denkleminden  $\tau_{vis} \approx 3.7$  gün bulunur. İkinci önemli zaman ölçeği süperakışkanın ince bir sınır tabakası boyunca pompalama yoluyla kabuğun dönme oranındaki artışı hissetmesi ile ilgilidir. Söz konusu Ekman zaman ölçeği  $\tau_E$  şöyle verilir:

$$\tau_{\rm E} = \frac{\sqrt{\rm Re}}{\Omega_{\rm c}} \tag{2.63}$$

Hızlanmanın transfer edildiği sınır tabakasının kalınlığı ise şöyle verilir:

$$\delta_{\rm E} = \frac{R}{\sqrt{\rm Re}} \tag{2.64}$$

Easson (1979a) nötron yıldızlarının iç bölgesinin süperakışkan nötron ve normal protonlardan oluştuğunu varsaymış, kabuğun hızlanmasının yıldızın içerisine aktarılmasını elektron-proton viskozitesi ve manyetik Ekman pompalama süreçleri için incelemiştir. Bu süreçlerin etkinliğini sırasıyla  $E \equiv \text{Re}^{-1} = \mathcal{G}/\Omega_c R^2$  ve  $v_A \equiv B/(4\pi\rho_p)^{1/2}$  Alfven hızı olmak üzere  $\zeta \equiv v_A/\Omega_c R$  boyutsuz büyüklükleri belirler. Soğuk nötron yıldızları için viskozite daha etkilidir ve söz konusu viskoz Ekman hızlanma zaman ölçeği şöyle verilir (Easson 1979a):

$$\tau_{\rm E}^{\rm vis} = \frac{1}{\Omega_{\rm c} E^{1/2}} \approx 200 \left(\frac{T}{10^7 \,\rm K}\right) \left(\frac{\Omega_{\rm c}}{100 \,\rm rad/s}\right)^{1/2} \left(\frac{x_{\rm p}}{0.05}\right)^{-7/12} \left(\frac{\rho_{\rm s}}{10^{14} \,\rm gr/cm^3}\right)^{-7/12} \left(\frac{R}{10^6 \,\rm cm}\right) \rm s \ (2.65)$$

Bu durumda merkezkaç kuvvet nötronlara göre farklı hızlarda dönen elektron-proton plazmasını dönme ekseninden uzaklaştırır ve bu akış sınır tabakasında hızlanıp yukarı enlemlerden tekrar içeri doğru hareket eder. Sıcak nötron yıldızlarında ise manyetik difüzyon baskındır ve karşılık gelen zaman ölçeği şöyle verilir (Easson 1979a):

$$\tau_{\rm E}^{\rm man} = \frac{2}{\zeta^{2/3}\Omega_{\rm c}} \approx 1.6 \left(\frac{B}{10^{12}\,\rm G}\right)^{-2/3} \left(\frac{\Omega_{\rm c}}{100\,\rm rad/s}\right)^{-1/3} \left(\frac{x_{\rm p}}{0.05}\right)^{1/3} \left(\frac{\rho_{\rm s}}{10^{14}\,\rm gr/cm^3}\right)^{1/3} \left(\frac{R}{10^6\,\rm cm}\right)^{2/3} \rm s \ (2.66)$$

Bu durumda hidromanyetik salınımlar yıldız içerisinde yayılır. Abney ve diğ. (1996) iç bölgede  $B \ge 10^{11}$  G kadarlık bir manyetik alanın Alfven dalgaları yayılması vasıtasıyla ~10 s civarında bir zaman ölçeğinde iç bölge-kabuk kuplajını sağlamaya yeteceğini önermişlerdir. Ancak, Mendell (1998) süperiletken-süperakışkan içyapı söz konusu olduğunda manyetik enerji yoğunluğundan türeyen gerilimin vorteks çizgilerinin enerji yoğunluğu ile değiştirilmesi gerektiğine, böylelikle de iç bölge kabuk kuplajını sağlayacak uygun mekanizmanın Alfven dalgaları yerine vorteks siklotron dalgaları (Sonin 1987) olabileceğine dikkat çekmiştir. Süperakışkan nötronlar söz konusu olduğunda kinematik viskozite önemini kaybeder. Viskozite ile aynı boyutta olan süperakışkan büyüklüğü vortizitedir (Alpar 1977b) ve (2.61) denkleminde  $\vartheta$  yerine şu yazılarak hesaplamalar gerçekleştirilmelidir (Reisenegger 1993):

$$\mathcal{G}_{\rm s} = \frac{\kappa}{4\pi} \ln \left( \frac{\ell_{\rm v}}{\xi_{\rm n}} \right) {\rm cm}^2 {\rm s}^{-1} \tag{2.67}$$

(2.61), (2.63) ve (2.67) denklemlerinden Ekman pompalama mekanizması yoluyla süperakışkanın hızlanma zaman ölçeği şöyle çıkar:

$$\tau_{\rm E}^{\rm s} \approx 20 \left( \frac{\Omega_{\rm c}}{100 \,\mathrm{rad/s}} \right)^{-1/2} \left( \frac{R}{10^6 \,\mathrm{cm}} \right) \mathrm{g} \ddot{\mathrm{u}} \mathrm{n}$$
(2.68)

İnceleyeceğimiz son dinamik etkileşme zaman ölçeği, (2.18) vorteks hareket denklemindeki hız farkına lineer olarak bağlı kuvvetlerin yol açacağı karşılıklı sürtünme neticesinde süperakışkan ile normal madde arasındaki dönme değişikliğinin denge

değerine üssel biçimde geri dönmesinden sorumludur. Söz konusu zaman ölçeği şöyle verilir:

$$\tau_{\rm mf} = \frac{1}{2k\Omega_{\rm s}} \tag{2.69}$$

Burada *k* katsayısı (2.21) eşitliği tarafından belirlenmektedir. Şimdi nötron yıldızlarının iç kabuğunda ve iç bölgesinde çeşitli sürüklenme kuvvetlerinin yol açacağı üssel sönüm zaman ölçeklerini verelim.

Öncelikle kabuk süperakışkanı ile atom çekirdekleri, elektronlar ve fononlar başta olmak üzere normal madde arasındaki kuplaja bakalım. Feibelman (1971) iç kabukta vorteks çizgilerinin merkezindeki normal madde fazındaki nötronların termal uyarılmalarından elektronların saçılması sürecini incelemiş ve şu sönüm zamanını elde etmiştir:

$$\tau = \frac{1.6 \times 10^3}{\Omega_{\rm s}} \frac{\Delta}{kT} \left(\frac{E_{\rm F_c}}{E_{\rm F_n}}\right)^2 \left(\frac{E_{\rm F_n}}{2m_{\rm n}c^2}\right)^{1/2} \exp\left(\frac{0.78\Delta^2}{kTE_{\rm F_n}}\right)$$
(2.70)

Görüldüğü gibi bu süreç enerji aralığına kuvvetli üssel hassasiyet göstermektedir ve sönüm zamanı da buna bağlı olarak gün mertebesinden yıllara varacak kadar geniş bir aralıkta değişmektedir.

Bildsten ve Epstein (1989) iç kabukta vorteks çizgisi atom çekirdeği etkileşmesi neticesinde çizgi etrafında indüklenen yük dağılımından elektronların saçılması sürecini ele almış ve karşılık gelen elektron hızının sönüm zamanını Z çekirdek yüküne bağımlılığı tan $\theta_d \propto 4.3 \times 10^{-3} Z^{-4/3}$  olmak üzere şöyle belirlemişlerdir:

$$\tau = \frac{1}{2\Omega_{\rm s}\sin\theta_{\rm d}\cos\theta_{\rm d}}\frac{I_{\rm cr}}{I_{\rm s}}$$
(2.71)

Burada  $I_{cr}$  ve  $I_s$  sırasıyla kabuğun ve iç kabuk süperakışkanının eylemsizlik momentleridir. Vorteks çizgisinden elektronlara açısal momentum transferi bu süreç için aylardan yıllara varan bir zaman ölçeği belirler.

Jones (1990a,b) vorteks çizgisinin kristal örgüsündeki atom çekirdekleri arasında sürüklenme hareketi esnasında elektronların ve fononların saçılması yoluyla süperakışkanın normal madde ile kuplajını çalışmıştır. (2.69) denklemindeki *k* katsayısı için  $\gamma \propto \Delta^5$  şeklinde sıcaklığa ve enerji aralığına oldukça hassas bir parametre olmak üzere  $k = \gamma / (\kappa \Omega_s)$  elde etmiştir.

Epstein ve Baym (1992) nötron yıldızlarının iç kabuğunda süperakışkanın normal madde ile olan kuplajını araştırmışlardır. Bunun için izledikleri yol, vorteks çizgilerinin atom çekirdeklerine yaklaşan kısımlarının eğilip bükülmesi neticesinde çizgi ekseni boyunca salınan Kelvin dalga modlarını hesap etmek olmuştur. Kelvin dalga modları çekirdekleri kristal örgüsündeki denge konumlarından hafifçe uzaklaştırarak katının titreşim modu olan fononları uyarır (Baym ve diğ. 1992). Bu fononlar ile Kelvin dalga modları arasındaki etkileşmeler süperakışkandaki vorteks uyarılmalarını kabuktaki normal madde fazı ile termal dengeye getirmeye çalışır. Söz konusu etkileşme  $\tau \le 60P$  ile normal madde ve süperakışkan arasındaki en kuvvetli kuplajı sağlar.

Şimdi iç bölgede vorteks çizgileri ve akı tüplerinin varlığı dolayısıyla iç bölgedeki süperakışkan-süperiletken karışımının nötron yıldızının katı kabuğunun dönme durumundaki değişimlere vereceği tepkinin nasıl olacağına bakalım. Alpar ve diğ. (1984b)'nin işaret ettiği gibi elektronların izole akı tüplerinden saçılma zamanı  $\sim 10^{-14}$  s mertebesinde olduğundan, elektronlar ile akı tüpünün merkezindeki normal protonlar gözlenemeyecek kadar kısa zaman ölçeklerinde eş dönmeye katılırlar. Bundan dolayı ancak vorteks çizgileri ile elektronlar arasındaki etkileşmeler gözlenebilir dinamik süreçlerden sorumlu olabilirler. Nötron yıldızlarının iç bölgesindeki nötron vorteks çizgileri süperakışkan düzen parametresinin tansörel yapısının getirdiği farklılıktan dolayı iç kabuktaki vorteks çizgilerinden ayrılırlar (Muzikar ve diğ. 1980). Bunun sonucunda, iç kabuktakilerin aksine iç bölgedeki vorteks çizgileri homojen olmayan bir manyetik alana sahip olurlar (Sauls ve diğ. 1982). İç bölgedeki rölativistik, dejenere elektronların bu vorteksin homojen olmayan manyetik alanından saçılması söz konusudur. İç bölgedeki elektronlar nötron yıldızının geriye kalan normal, yüklü maddesine yıldızın manyetik alanı ve çeşitli viskozite süreçleriyle kısa zamanda takılı olduğundan, bu şekilde iç bölgedeki süperakışkan yıldız yüzeyindeki dönme değişimlerinden haberdar olur. Sauls ve diğ. (1982)  ${}^{3}P_{2}$  fazındaki süperakışkanın

manyetik alanını  $\sim 10^{11}$  G olarak hesap etmiş, bunun yol açacağı kuplaj zamanını şöyle bulmuşlardır:

$$\tau_{\rm g} \simeq 1.26 \times 10^8 \, \frac{k_{\rm F_n} x^{2/3} P}{\Delta} \, {\rm s}$$
 (2.72)

(2.72) ile verilen saçılmanın (2.70) ifadesi ile verilenle karşılaştırıldığında oldukça düşük sıcaklık bağımlılığı olduğunu not düşelim. Yine de (2.72) ile saatler mertebesinden yıllar mertebesine kadar geniş bir aralıkta değişen elektron hız sönüm zamanı elde etmek mümkündür. Ancak, son çalışmalar (Masuda ve Nitta 2016) söz konusu  ${}^{3}P_{2}$  süperakışkanındaki vorteks çizgilerinin öz manyetik alanlarının  $10^{7} - 10^{8}$  G mertebelerinde düşük değerlerde olduğuna işaret etmektedir. Böylece bu mekanizmanın etkinliği sorgulanabilecek derecede düşmektedir. Ancak, daha önce de gördüğümüz gibi süperiletken-süperakışkan etkileşmeleri neticesinde iç bölgede vorteks çizgileri (2.46) denklemiyle verilen ~ $10^{15}$  G mertebesinde çok daha kuvvetli bir manyetik alana sahiptir. Elektronlar bu manyetik alandan oldukça etkili biçimde saçılırlar. Alpar ve Sauls (1988) elektron-proton akışkanı ile manyetize vorteksler arasındaki kuplajın iç bölgedeki nötron süperakışkanının kabuğun dönme oranında meydana gelebilecek herhangi bir değişikliğe şu kadar zaman içerisinde katılacağını göstermişlerdir:

$$\tau_{ic \text{ bolge-kabuk}} \approx 100 \left(\frac{m_{p}}{\delta m_{p}^{*}}\right)^{2} P$$
(2.73)

Tipik  $\delta m_p^* \approx 0.5m_p$  ve  $P \sim 0.1$ s değerleri için (2.73) denklemi 40 s verir. Bu da gösterir ki gözlem zamanları içerisinde iç bölge ve kabuk tek bir bileşen gibi davranır. Böylelikle yıldız içerisinde günler mertebesinden yıllar mertebesine kadar değişebilen sıçrama sonrası sönüm gibi uzun zaman ölçekli dönme durumundaki değişimlerin kaynağı ancak ve ancak iç kabuk süperakışkanı olabilir. İç bölgede akı tüpleri ile vorteks çizgilerinin etkileşmesi de dahil edildiğinde söz konusu kuplaj zamanı daha da kısalır (Sidery ve Alpar 2009).

Sedrakian ve Sedrakian (1995) nötron yıldızlarının iç bölgesinde doğuştan gelen manyetik akının varlığını ihmal ederek, (2.46) denklemi ile verilen sürüklenme akımlarının nötron vorteks çizgisi etrafında meydana getirdiği *H* yerel manyetik alanın

(2.51) ile verilen düşük kritik alan şiddetini aştığı taktirde vorteks etrafında akı tüplerinin ortaya çıkacağını önermişlerdir. Aksi durumda, yani  $H < H_{c1}$  için protonların Meissner perdeleme akımları iç bölgedeki manyetik indüksiyonu giderecek ve yıldızın dışında net bir manyetik moment meydana getirecektir. Böylelikle  $H = H_{c1}$  eşitliğinden nötron vorteks çizgisi etrafında akı tüpünün ortaya çıkacağı minimum yarıçap (2.46) ve (2.51) denklemlerinden şöyle bulunur:

$$r_{\rm l} = \ell_{\rm v} \left(\frac{\lambda_{\rm *}}{\xi_{\rm p}}\right)^{-1/2|k|} \tag{2.74}$$

Burada  $k = \rho_{pn} / \rho_{pp}$  sürüklenme katsayısıdır. Nötron yıldızlarının iç bölgesinde  $r_1 \sim 10^{-5}$  cm >>  $\lambda_*$  olduğundan, bir vorteks çizgisi etrafında akı tüplerinden bir yumak, üçgensel örgü oluşacağı sonucuna ulaşılmıştır (Sedrakian ve Sedrakian 1995, Sedrakian ve diğ. 1995, Sedrakian ve Cordes 1999). Bu durum için kuplaj zamanı şöyledir:

$$\tau_{\rm d} = \frac{\sqrt{3}\pi}{2048} \frac{\hbar}{m_{\rm e}} \frac{n_{\rm e}}{n_{\rm n}} \frac{1}{k_{\rm F_e} \lambda_*^3} \mu |k| \left(\frac{\xi_{\rm p}}{\lambda_*}\right)^{1/|k|} P^2$$
(2.75)

Burada  $\mu$  vorteks etrafındaki akı tüpü yumağının manyetik geçirgenlik katsayısıdır. (2.75) denklemi  $P^2$  bağımlılığı dolayısıyla belli şartlarda (2.73) denklemine göre daha sıkı bir kuplaj sağlasa da vorteks çizgisi etrafının akı tüplerinden bir yumakla sarılı olmasının sistemin taban durumunu teşkil etmesi şüphelidir.

### 2.1.4. Nötron Yıldızlarının İç Kabuğunda Vorteks Takılması

Nötron yıldızlarının iç kabuğunda vorteks çizgileri homojen olmayan bir ortam içerisinde yer almaktadır. Katı kabuk kristal örgüsündeki atom çekirdekleri vorteks çizgilerinin hareketini kısıtlayıcı etkileşmeler sağlar. Bunların 2.1.1 kesiminde incelediğimiz kuvvetlerden farkı, enerji sarfiyatına yol açmayan takılma kuvvetlerine yol açmasıdır. Takılma kuvvetlerinin kökeninde, iç kabuktaki vorteks çizgilerinin merkezlerindeki normal madde fazındaki nötronların kristal örgüsünde yer alan nötronca zengin atom çekirdeklerine kuvvetli nükleer etkileşmeler neticesinde yapışmasının enerji açısından mümkün olabilmesi fikri yatmaktadır. Dünya'da

süperiletkenlerdeki akı çizgilerinin kristal örgüsündeki türlü safsızlık ile kirlilik yerlerine (Anderson 1962, Anderson ve Kim 1963) ve yine süperakışkan helyumda vorteks çizgilerinin içerisinde bulundukları kabın pürüzlü yüzeylerine (Packard 1972) takıldıkları çok öncelerden beri bilinmekte olan deneysel bir gerçektir. Ancak, nötron yıldızları söz konusu olduğunda vorteks çizgisinin yarıçapı  $\xi_n$ , kabuk boyunca atom çekirdeği genişliği *a* ve hatta bazı yoğunluklarda atom çekirdekleri arasındaki ortalama mesafe olan *b* kristal örgü sabiti ile benzer mertebede olduğundan, daha da kuvvetli bir takılma etkileşmesinin gerçekleşmesi beklenir (Anderson ve diğ. 1982). Takılma ile vorteks çizgilerinin enerji minimumu şartını sağlayacak biçimde atom çekirdeklerinin içinden geçmeyi tercih etmeleri ve daha güçlü bir kuvvet onları bu yerlerden kurtarana dek yapışık kalmaları kastedilmektedir. Bu ise vorteksin atom çekirdeklerine yapışık hâle geldiğinde kazanılmış enerji ile yakından ilişkilidir. Vorteks çizgilerinin iç kabukta bu şekilde atom çekirdeklerine takılması bu tezin esas konusu olan pulsar sıçramalarının açıklanmasında anahtar rol oynamaktadır.

Vorteks-atom cekirdeği etkileşme potansiyeli yoğuşma enerjisindeki değişimden kaynaklanan çekici bir kısıma ve vorteks etrafında dolanım yapan süperakışkanın kinetik enerjisindeki değişimden kaynaklanan itici bir bileşene sahiptir. Süperakışkanın yoğuşma ve kinetik enerjileri göz önüne alındığında vorteks çizgilerinin 0.1-10 MeV'luk enerjiler ile atom çekirdeklerine takılabildikleri hesaplanmıştır (Alpar 1977a, Epstein ve Baym 1988, Seveso ve diğ. 2016). Vorteks çizgisinin atom çekirdeğinin yüzeyine yapışması ya da iki atom çekirdeğinden eşit uzaklıkta örgü noktaları arasında hareketsiz kalmasına bağlı olarak iki tür vorteks-atom çekirdeği takılması vardır (Alpar 1977a, Epstein ve Baym 1988, Link ve Epstein 1991). ~1013 gr/cm3'ün yukarısında vorteks çizgisi-atom çekirdeği yapışmasının gerçekleşmesi beklenmektedir. Buna rağmen etkileşmenin şiddetini belirleyen takılma enerjisinin büyüklüğü hakkında yukarıda bahsedildiği gibi oldukça farklı değerler veren çeşitli çalışmalar mevcuttur. İlk çalışmalarda (Alpar 1977a), çeşitli yoğunluktaki katmanlarda vorteks çizgisinin atom çekirdeğinin içerisinde ve dışında olması durumunda süperakışkan yoğuşma enerjileri arasındaki fark analitik olarak hesap edilerek takılma enerjisi için kaba bir kestirimde bulunulmuştur. Buna göre, süperakışkandan normal madde oluşturmak için parçacık başına  $\Delta^2 / E_{F_n}$  kadar enerji gerekir. Eğer süperakışkan  $\Delta^2 / E_{F_n}$  yerel farklılıklar gösterecek biçimde homojen olmayan bir ortamda bulunuyorsa, vorteks çizgileri bu  $\Delta^2 / E_{F_n}$  enerji bedelinin düşük olduğu yerlerde bulunmayı tercih edeceklerdir. Takılma, bir vorteks çizgisi bir atom çekirdeği içerisinden geçerken kazandığı enerji atom çekirdekleri arasındaki örgü yerlerinden geçerken kazanacağınkinden daha fazla olursa gerçekleşir. Takılma enerjisi basitçe bu iki vorteks-atom çekirdeği durumunun enerjileri arasındaki farktır (Alpar 1977a):

$$E_{\rm p} = \frac{3}{8} \left[ \left( \frac{n_{\rm n} \Delta^2}{E_{\rm F_n}} \right)_{\rm dis} - \left( \frac{n_{\rm n} \Delta^2}{E_{\rm F_n}} \right)_{\rm ic} \right] V$$
(2.76)

Burada V çekirdeğin hacmidir ve alt indisler dış ve iç parantez içerisindeki ifadelerin sırasıyla atom çekirdeği dışındaki ve içerisindeki süperakışkan nötronlar için hesaplandığını gösterir.  $E_p > 0$  olan iç kabuk katmanlarında vorteks takılması meydana gelecektir. Alpar (1977b) atom çekirdekleri içerisindeki ve dışındaki süperakışkanlığa ait değerleri Negele ve Vautherin (1973) çalışmasından alarak iç kabukta vorteks çizgilerinin 3 MeV'a varan değerlerle atom çekirdeklerine yapıştığını göstermiştir.

Epstein ve Baym (1988) yoğuşma enerjisindeki farka ek olarak atom çekirdeği civarında süperakışkanın kinetik enerjisindeki değişimin de hesaba katılması gerektiğini göstermişlerdir. Ancak, Epstein ve Baym (1988)'in takılma enerjisini hesap etmek için kullandıkları Ginzburg-Landau teorisi esasen süperakışkan-süperiletken sistemlerinin çift oluşturma ve dinamik özelliklerini araştırmak için geliştirilmiş olup, normal madde fazındaki atom çekirdeklerine uygulama açısından güvenilir bir yöntem değildir. Gerçekten de yaptıkları ölçeklemeler sonucunda Epstein-Baym (1988) vorteks çizgisi atom çekirdeği yapışması için makul olamayacak kadar yüksek  $E_p \sim 10$  MeV değerini elde etmişlerdir.

Pizzochero ve diğ. (1997) vorteks-atom çekirdeği takılması problemine yerel yoğunluk yaklaşımına dayanan bir Thomas-Fermi modelini kullanarak yaklaşmıştır. Yüksek yoğunluklarda vorteks atom çekirdeği yapışması elde etmelerine rağmen ulaştıkları takılma enerjisi değerleri önceki çalışmalara göre bir mertebe daha düşüktür. Ancak, Thomas-Fermi yaklaşımı  $r = \xi_n$ 'de dengede olması gereken süperakışkan ve normal madde fazları için birbiriyle uyuşmayan basınç değerleri vermektedir. Donati ve Pizzochero (2003) vorteks atom çekirdeği etkileşmesini sabit bir enerji aralığı ve kare kuyu nükleer potansiyeli göz önüne alarak yerel yoğunluk yaklaşımı çerçevesinde hem analitik hem de nümerik olarak ele almışlardır. Bunun sonucunda tüm kabuk boyunca yalnızca örgü noktaları arasında takılmanın mümkün olabileceği sonucuna ulaşmışlardır. Donati ve Pizzochero (2004, 2006) ise yarı klasik bir modelle vorteks-atom çekirdeği takılma enerjisi problemine daha gerçekçi Argonne ve Gogny etkileşme potansiyeli kullanarak yaklaşmışlardır. Benzer şekilde Avogadro ve diğ. (2007, 2008) iç kabuktaki vorteks çizgisi-atom çekirdeği etkileşmesini Hartree-Fock-Bogoliubov kuvantum ortalama alan teorisine dayanarak hesaplamışlardır. Bunun önemli bir sonucu önceki modellerin tahminine karşıt olarak vorteks çizgilerinin atom çekirdeklerine takılmasının iç kabuğun düşük yoğunluklarında elverişli olduğudur.

(2.76) denklemindeki gibi bir takılma enerjisi atom çekirdeği ile vorteks çizgisi arasında şöyle bir çekici takılma kuvvetine yol açacaktır (Alpar ve diğ. 1984a):

$$F_{\rm p} \approx \frac{E_{\rm p}}{\xi_{\rm n}} \tag{2.77}$$

Vorteks çizgisi boyunca her kristal örgü aralığında bir çekirdek yer alırsa, çizginin birim uzunluğu başına düşen kuvvet kaba bir yaklaşımla şöyle olur:

$$f_{\rm p} = \frac{F_{\rm p}}{b} \sim \frac{E_{\rm p}}{b\xi_{\rm n}} \tag{2.78}$$

Vorteks çizgisi üzerine (2.78) ile verilenden başka bir kuvvet etki etmediği takdirde atom çekirdeklerine yapışık kalır ve bu takılma yerlerinden kurtulamaz. Bu hâlde vorteks çizgilerinin dönme hızı takılmış oldukları kabuk kristalinki ile aynıdır. (2.13) denklemiyle verilen vorteks çizgilerinin alan yoğunluğu değişmediğinden dolayı, süperakışkanın dönme hızı  $\Omega_s$  kabuğun dönme hızı  $\Omega_c$  'den yüksekte kalacaktır. Kristale yapışık vorteks çizgisi ile süperakışkan arasında yıldız elektromanyetik dış tork altında yavaşlamakta iken azimut doğrultusunda gelişen  $\delta \vec{v} = r(\Omega_s - \Omega_c)\hat{\phi}$  hız farkı çizginin birim uzunluğu başına etki eden şöyle bir Magnus kuvvetine yol açacaktır:

$$\vec{f}_{\rm M} = -\rho_{\rm s}\vec{\kappa}\times\delta\vec{v} = -\rho_{\rm s}\kappa\hat{z}\times\left[\left(\vec{\Omega}_{\rm s}-\vec{\Omega}_{\rm c}\right)\times\vec{r}\right]$$
(2.79)

Burada  $\rho_{\rm s}$  süperakışkanın yoğunluğu, r dönme ekseninden uzaklık,  $\kappa = h/2m_{\rm n}$  vortizite kuvantumu olmak üzere  $\vec{\kappa}$   $\hat{z}$  dönme eksenine paralel ve  $\kappa$  büyüklüğünde vortizite vektörüdür. Magnus kuvveti süperakışkan ile vorteks çizgisi arasındaki hız farkını kapatıcı yönde etkir ve vorteksleri radyal olarak dışarı doğru uzaklaştırma eğilimindedir. Bu kuvvet dolayısıyla süperakışkanın açısal momentumu kabuğa aktarılır. Ancak, vorteks çizgileri takılı iken süperakışkan açısal momentumu kabuğa aktarılmaz. Radyal olarak içeri doğru etki eden  $\vec{f}_{\rm p}$  takılma kuvvetinin buna ters yönde işleyen  $\vec{f}_{\rm M}$  Magnus kuvvetine eşitlenmesinden vorteks çizgilerinin atom çekirdeklerine yapışık kalmasına karşı koyan maksimum açısal hız farkına ulaşılır. (2.78) ve (2.79) denklemlerinden bu koşul şöyle bulunur:

$$\frac{E_{\rm p}}{b\xi_{\rm n}} = \rho_{\rm s} \kappa r (\Omega_{\rm s} - \Omega_{\rm c})$$
(2.80)

Böylece söz konusu kritik hız farkı şöyle ifade edilebilir:

$$\omega_{\rm kr} \equiv (\Omega_{\rm s} - \Omega_{\rm c})_{\rm kr} = \frac{E_{\rm p}}{\rho_{\rm s} \kappa b \xi_{\rm n} r}$$
(2.81)

İç kabuk boyunca örgü sabiti *b* ile süperakışkan koherans uzunluğu  $\xi_n$  arasındaki ilişki yaklaşık olarak şu bağıntı ile verilir (Ghosh 2007):

$$\frac{\xi_{\rm n}}{b} \sim 7 \left(\frac{\Delta}{1\,{\rm MeV}}\right)^{-1} \left(\frac{A^{1/3}}{5}\right)^{-1} \left(\frac{\rho_{\rm s}}{\rho_0}\right)^{2/3} \left(\frac{\rho_{\rm nd}}{\rho_{\rm s}-\rho_{\rm nd}}\right)^{1/3}$$
(2.82)

Burada Ze ve A sırasıyla atom çekirdeğinin yükü ve kütle numarası,  $\Delta$  enerji aralığı,  $\rho_{nd} \approx 4.3 \times 10^{11} \text{ g/cm}^3$  nötron dökülmesi yoğunluğu,  $\rho_0 \approx 2.8 \times 10^{14} \text{ g/cm}^3$  nükleer madde doygunluk yoğunluğudur. Alpar ve diğ. (1984a) vorteks çizgilerinin atom çekirdekleri ile etkileşmesinin şiddetine bağlı olarak takılmanın üç rejime gerçekleşebileceğini önermişlerdir. Buna göre (2.81) ile verilen kritik açısal hız farkı  $\omega_{kr}$ ,  $0.1 \le$ , 0.1-1, 1-10 rad/s aralıklarında bulunmasına göre sırasıyla süper zayıf, zayıf ve kuvvetli takılma rejimleri vardır (Alpar ve diğ. 1984a, Shibazaki ve Lamb 1989). Kuvvetli takılma limitinde vorteks çizgileri atom çekirdeklerini örgüdeki konumlarından sökebilecek kadar etkili bir kuvvet uygulayabilir. Atom çekirdeklerini örgüdeki denge konumlarından hareket ettirmek için gerekli örgü bağlanma enerjisi  $E_L$  şu mertebededir (Anderson ve diğ. 1982):

$$E_{L} = \frac{Z^{2} e^{2}}{b^{3}} \gamma \xi_{n}^{3}$$
(2.83)

Burada  $\gamma \sim 1$  hesaptaki belirsizliği ortaya koyan bir çarpandır. Dolayısıyla kuvvetli takılma iç kabuk içerisinde  $E_p > E_L$  koşulunun sağlandığı bölgelerin fiziksel özelliklerini tarif eder. Bu rejimde ardışık takılma yerleri arasındaki mesafe tipik örgü aralığı mertebesindedir,  $b \approx \xi_n$ . Gözlemsel üst sınırlar (Alpar ve diğ. 1987) iç kabuğun hatırı sayılır bir kısmında kuvvetli takılmanın mevcut olmadığına işaret etmektedir. (2.82) ifadesinden de kolaylıkla görülebileceği üzere yoğunluk arttıkça  $\xi_n / b$  oranı da artar. Öyle ki  $\xi_n \leq b/2$  olduğunda zayıf takılmanın hüküm sürdüğü aralığa girilir. Yoğunluk daha da arttığında vorteks çizgisinin koru çok sayıda atom çekirdeğini kapsayacak biçimde oldukça büyük hâle gelir ve takılmanın doğası tümden değişir. Zayıf ve süperzayıf takılma Şekil 2.2'de gösterilmiştir.



**Şekil 2.2:** Nötron yıldızlarının iç kabuğunda zayıf (solda) ve süper zayıf takılma (sağda). Alpar ve diğ. (1984a) dan alınmıştır.

Link ve Epstein (1991) Alpar ve diğ. (1984a)'nin takılma modelini iki bakımdan geliştirmişlerdir. İlk olarak vorteks çizgisi ile atom çekirdeği arasındaki takılma kuvvetini bir nokta potansiyelinden türetmek yerine bir maksimum  $F_{\text{maks}}$  değeri ve bunun gerçekleştiği vorteks çizgisi–atom çekirdeği arasındaki uzaklık  $r_0$  ile tarif edilen bir parabolik potansiyel cinsinden ele almışlardır:

$$F_{\rm p}(r) = \begin{cases} -F_{\rm maks} \left[ 1 - \left( \frac{r}{r_0} - 1 \right)^2 \right] & 0 \le r \le 2r_0 \\ 0 & 2r_0 < r \end{cases}$$
(2.84)

Bu ise vorteks çizgisinden *r* uzaklığındaki atom çekirdeği için şöyle bir takılma enerjisine yol açar:

$$E_{p}(r) = -\int_{0}^{r} F_{p}(r') dr' = U_{0} \times \begin{cases} \frac{3}{4} \left(\frac{r}{r_{0}}\right)^{2} - \frac{1}{4} \left(\frac{r}{r_{0}}\right)^{3} & 0 \le r \le 2r_{0} \\ 1 & 2r_{0} < r \end{cases}$$
(2.85)

Burada  $U_0 \equiv 4F_{\text{maks}}r_0/3$  takılma potansiyelinin derinliğidir. Yine Alpar ve diğ. (1984a) çalışmasında açıkça söylenmeden vorteks çizgilerinin sonsuz sertlikte oldukları varsayılmıştır. Bundan dolayı vorteks çizgisi-atom çekirdeği yapışması esnasında çizgiler dümdüz kalmaktadır (bakınız Şekil 2.2). Oysa vorteks çizgileri şöyle verilen sonlu bir gerilime sahiptir (Sonin 1987):

$$T_{\rm v} = \frac{\rho_{\rm s} \kappa^2}{4\pi} (a - \ln(k\xi))$$
(2.86)

Burada *k* vorteks çizgisinin geriliminden kaynaklanan salınımların dalga sayısı, a  $\approx$  0.116 bir sabittir. Gerçekte Magnus kuvveti vorteks çizgilerinin bükülmesine sebep olur (Hirasawa ve Shibazaki 2001). Vorteks çizgilerinin sonlu sertliği göz önüne alındığında takılmanın doğası da değişir (Şekil 2.3). Atom çekirdeğine yaklaşırken vorteks çizgisinin bükülmesinden dolayı takılma yerleri arasındaki mesafe artık örgü sabitine göre bir miktar daha büyük *l*<sub>p</sub> uzunluğu ile verilir (Link ve Cutler 2002, Link 2014):

$$\frac{l_{\rm p}}{b} = \left(\frac{3bT_{\rm v}}{2E_{\rm p}}\right)^{1/2} \tag{2.87}$$

Bu ise (2.85) ve (2.87) denklemlerinden birim uzunluk başına şöyle bir takılma kuvvetine yol açar:

$$f_{\rm p} = \frac{F_{\rm p}}{l_{\rm p}} \approx \frac{E_{\rm p}}{b\xi_{\rm n}} \left(\frac{2E_{\rm p}}{3bT_{\rm v}}\right)^{1/2} \tag{2.88}$$

Buna orantılı olarak vorteks çizgilerinin atom çekirdeklerine yapışık kalabileceği maksimum açısal hız farkı da değişir:

$$\omega_{\rm kr} = \frac{E_{\rm p}}{\rho_{\rm s} \kappa r b \xi_{\rm n}} \left(\frac{2E_{\rm p}}{3bT_{\rm v}}\right)^{1/2} \tag{2.89}$$



Şekil 2.3: Vorteks çizgisinin sonlu sertliği hesaba katıldığında vorteks-atom çekirdeği yapışması. Link (2014) çalışmasından alınmıştır.

Buraya kadarki hesaplamalarda nötron yıldızı kabuğunun tek bir devasa kristalden oluştuğu ve kristal ekseninin hemen hemen dönme ekseni ile aynı hizada bulunduğu varsayımı yapılmıştır. Halbuki vorteks çizgisi dönme ekseninin işaret ettiği silindirik simetriye sahip iken kabuk kristalinin yapısı kütleçekimi ve dejenere madde basıncı gibi küresel simetriye sahip kuvvetler tarafından belirlenir. Bunun neticesinde vorteks çizgilerinin tüm uzunluğu boyunca kristal ekseni ile aynı hizada olmasını beklemek hiç de gerçekçi olmaz. Jones (1991a) zayıf takılma yapan sonsuz uzunlukta vorteks çizgilerinin kristal eksenine göre farklı yönelimlerini incelemiştir. Kabuk kristalinin her biri farklı simetri eksenine sahip çeşitli mikrokristallerin bileşiminden meydana geldiği öngörüsünde bulunmuştur. Jones (1997) mikrokristale göre rastgele yönelimler için takılma şekillerinin vorteks hareket ettikçe enerjide çok az bir değişime yol açtığını ve ortalaması alındığında bunların birbirini götürerek vorteks-atom çekirdeği yapışmasının ortadan kaybolacağı görüşünü ortaya koymuştur. Hatta buradan yola çıkarak pulsar sıçramalarının takılı vorteks çizgilerinin aniden boşalmasıyla alakalı olamayacağını savunmuştur (Jones 1998a, 2002). Grill ve Pizzochero (2012) vorteks çizgilerinin boyu sonlu kabul edildiğinde vorteksin kristale farklı yönelimleri için vorteks-atom çekirdeği takılmasının hâlâ yeterince kuvvetli olacağını göstermişlerdir. Yine Jones (1997,1998b) atom çekirdeğine yaklaşan vorteks çizgisi kısımlarında oluşan bükülmelerin vorteks ekseni boyunca yayılan birtakım salınımlar meydana getireceğini, bunun da vorteksatom çekirdeği takılmasını engelleyeceğini savunmuştur. Oysa Hirasawa ve Shibazaki (2001)'in de gösterdiği gibi bükülen kısım kararlıdır ve vorteks çizgisi bunun haricinde büyük ölçekte düzdür.

Yukarıda bahsettiğimiz analitik çalışmalara ek olarak iç kabukta vorteks çizgileri ile atom çekirdekleri arasındaki fiziksel etkileşmeleri nümerik olarak araştıran çalışmalar da mevcuttur. Link (2009) rastgele bir takılma potansiyeli altında vorteks çizgilerinin hareketini nümerik olarak incelemiştir. Jones (1999, 2001)'un nötron yıldızı katısının farklı Miller indisleri ile tarif edilen polikristal bir yapıya sahip olduğu yönündeki fikrinden yola çıkmıştır. Genelde süperakışkan vorteks çizgilerinin uzanış doğrultusunu belirleyen dönme ekseni kabuk kristalinin simetri ekseni ile çakışmadığından, vorteks çizgilerinin rastgele bir takılma potansiyeli ile etkileştiklerini göz önünde bulundurmuştur. İç kabukta atom çekirdeklerine göre kritik bir hızın aşağısında kalındığında sıfır sürtünme durumunda bile vorteks çizgilerinin hareketsiz kalacağını göstermiştir. Bu kritik hız  $v_{\rm kr}$  takılma kuvveti  $F_{\rm p}$ , vorteks çizgisinin gerilimi  $T_{\rm v}$ , kristal örgü sabiti *b* ve vortizite  $\kappa$  cinsinden  $v_{\rm kr} \sim [(F_{\rm p}/T_{\rm v})^{3/2}\kappa/4\pi b]$  şeklinde ifade edilebilir.

Son yıllarda vorteks çizgilerinin atom çekirdekleri ile etkileşmesi için daha gerçekçi yöntemler hem teorik hem de bilgisayar ortamında nümerik çözümler yoluyla gerçekleştirilmiştir (Bulgac ve diğ. 2013). Seveso ve diğ. (2016) vorteks çizgilerinin sonlu gerilimini, kabuk kristaline yapışırken atom çekirdeklerini örgüdeki konumlarını değiştirmesi gibi daha önce ele alınmamış birtakım özellikler ile birlikte kristalin simetri ekseninin vorteks çizgilerinin vortizite vektörüne göre tüm farklı yönelimlerini göz önüne alarak hesaplarını gerçekleştirmişlerdir. Takılma kuvvetini vortekslerin kristal ile aynı yönlendiği durumda daha önce yapılan çalışmalara göre düşük,  $f_{\rm p} \approx 10^{15}$  dyne/cm olarak hesaplamışlar ve aynı zamanda vorteks çizgisinin boyunun uzunluğuna bağlı olarak takılma kuvvetinin değiştiğini göstermişlerdir. Daha önceki çalışmalarda (Alpar 1977a, Epstein ve Baym 1988, Link ve Epstein 1991) vorteks çizgilerinin tek bir atom çekirdeği ile etkileşmesi göz önüne alınmış olup, vorteks çizgisinin birim uzunluğu başına takılma kuvvetinin hesabı için tipik örgü uzaklığına oranına başvurulmuştur (Alpar ve diğ. 1984a). Halbuki bir vorteks çizgisinin birim uzunluğu başına takılma kuvveti cok savida takılma yeri ile vorteksin etkileşme potansiyeline, cizginin sertliğine, vorteks çizgisinin atom çekirdeğine uzaklığına, örgü sabitine ve kristalin yerel vortiziteye göre yönelimi gibi çok sayıda ek parametreye bağlıdır.

Ancak, tüm bu ilerlemelere rağmen yine de iç kabuğun bileşimi ve yapısı hakkında büyük belirsizlikler vardır. Kobyakov ve Pethick (2013, 2014) elektronların varlığına ek olarak süperakışkan fazdaki serbest nötronların katkısının atom çekirdekleri arasındaki Coulomb etkileşmesini perdelediğini ve nihayetinde bunun cisim merkezi kübik yaklaşımını geçersiz kılacak daha homojen olmayan yapılara yol açacağını göstermişlerdir. Bu etki de göz önünde bulundurularak iç kabukta vorteks çizgisi-atom çekirdeği etkileşmesindeki takılma kuvvetinin gerçek değeri hesaplanmalıdır. Bu kesimi vorteks takılması üzerine birkaç not ile sonlandıralım. Vorteks-atom çekirdeği yapışması enerji sarfiyatına neden olmadığından dolayı doğrudan ısı artışına yol açmaz. Bundan başka eğer vorteks çizgileri atom çekirdeklerine mutlak takılma yapıyorlar, yani etkileşme neticesinde tümden hareketsiz kalıyorlar ise yıldızın açısal momentum ekseni sabit kaldığından presesyon gibi herhangi bir dönme değişikliği çok kısa sürede sönecektir (Shaham 1977). Ancak, vorteks çizgileri atom çekirdeklerinin teşkil ettiği potansiyel enerji bariyerini ısısal hareketler ve kuvantum tünellemesi sonucunda aşabilirler ki bu bir sonraki kesimin konusudur.

## 2.1.5. Nötron Yıldızlarının İç Kabuğunda Vorteks Sızması

Vorteks çizgileri iç kabuk durumunda olduğu gibi homojen olmayan bir ortamda bulunduğunda ve (2.14) denkleminde verildiği gibi vorteks çizgilerinin birbirlerinden ortalama uzaklığı homojensizliklerin arasındaki mesafeden (ki atom çekirdekleri söz konusu olduğunda  $b \approx 50$  fm) büyük kaldığında, vorteks hızı (2.22) ile verildiği gibi katı cisim hızı ile ölçeklenmez. Böyle bir ortamda vorteks hızını ifade edebilmek için vortekslerin atom çekirdekleri ile etkileşmesini tarif eden istatistiksel bir modele ihtiyaç vardır. Vorteks sızması, termal uyarılmalar sonucunda takılmış vorteks çizgilerinin takılma yerlerinden kurtulması, radyal olarak dışarı doğru hareket etmesi ve uygun başka atom çekirdeklerine tekrardan takılması sürecidir (Alpar ve diğ. 1984a, 1989). Vorteks sızması bu yolla 2.1.3. kesiminde incelediklerimize ek olarak kabuk süperakışkanı ile atom çekirdekleri ve esasen yıldızın geri kalanı arasındaki dinamik etkileşmeyi (kuplaj) verir. 3.1.3 kesiminde göreceğimiz gibi vorteks sızması sıçramaların nedenini ve sıçrama sonrası sönüm olayını en başarılı biçimde tarif eden süreçtir. Yine uzun periyotlu presesyonun süperakışkan içyapı ile açıklanabilmesine dair öngörüleri vardır (Alpar ve Ögelman 1987, Alpar 2005). Ayrıca gözlemlerden itibaren nötron yıldızının iç kabuğunun sıcaklığı, süperakışkan enerji aralığı ve takılma parametreleri gibi çeşitli parametreleri elde etmeye olanak sağlaması bakımından nötron yıldızlarının yapısına kısıtlamalar getirmeye yardımcı, oldukça kullanışlı teorik bir araçtır. İçerdiği denklemler takımının basitliği ve fiziksel süreçlerin az sayıda temel kavramla kolayca anlaşılabilmesine imkân vermesi bu modelin gücünü ortaya koymaktadır. Bu kesimde vorteks sızmasının ana hatları detaylı bir şekilde verilmeye çalışılacaktır.

Nötron süperakışkanının dönme oranı içerisindeki vorteks çizgilerinin uzaysal dağılımı tarafından belirlenir. Vorteks çizgilerinin sayısının korunduğunu ifade eden şu süreklilik denklemi vardır:

$$\frac{\partial n_{\rm v}}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot \left( n_{\rm v} \vec{v}_{\rm v} \right) = 0 \tag{2.90}$$

(2.13) ve (2.90) denklemlerinden süperakışkanın hareket denklemi elde edilir:

$$\frac{\partial \Omega_s}{\partial t} = -\frac{n_v \kappa v_r}{r} = -\left(2\Omega_s + r\frac{\partial \Omega_s}{\partial r}\right) \frac{v_r(\omega)}{r}$$
(2.91)

Böylelikle vorteks çizgileri dönme ekseninden radyal olarak dışarı doğru hareket eden bir vorteks akımı sürdürürse süperakışkan yavaşlar. Dışarı doğru açılan vorteks çizgileri süperakışkanlığın kaybolduğu yıldız yarıçapına eriştiklerinde vortizitelerini aktararak yok olurlar. Burada vorteks çizgisinin radyal dışarı doğru hızı v<sub>r</sub>'nin süperakışkan ile kabuk arasındaki hız farkı  $\omega$ 'ya bağlı olduğunu, dolayısıyla da süperakışkanın yavaşlamasını içeren her bir modelin vorteks çizgilerinin radyal hareketini doğru biçimde betimlemesi gerektiğini hatırlatalım. Bir önceki kesimde incelediğimiz vorteksatom çekirdeği takılması durumunda olduğu gibi eğer nötron yıldızının kabuğu ve süperakışkan aynı açısal hız ile dönüyorsa,  $(\Omega_s = \Omega_c)$ , fakat yıldızı yavaşlatan hiçbir tork yoksa, vorteks çizgilerinin radyal olarak dışarı doğru net akışını sağlayacak hiçbir meyil yoktur. Vela gibi orta yaşlı bir nötron yıldızında iç kabuğun sıcaklığı Fermi sıcaklığı ile karşılaştırıldığında çok düşük,  $T \approx 10^8 \text{ K} \ll T_{\text{Fermi}} \approx 10^{12} \text{ K}$  olmasına rağmen, vorteks çizgileri yine de  $\exp(E_p/kT)$  Boltzmann çarpanı ile orantılı biçimde yapışık olduğu atom çekirdeklerinden termal uyarılmalar yoluyla zıplayacaklardır. Hiçbir meyilin olmadığı, dış torkun etki etmediği bir durumda vorteks zıplama oranı ortalamada tüm yönlerde aynıdır. Öyle ki radyal olarak dışarı doğru vorteks hızının beklenen değeri sıfırdır,  $\langle v_r \rangle \ge 0$  (Şekil 2.4). Tersine gerçekçi bir nötron yıldızında olduğu gibi kabuğu yavaşlatan bir tork varsa, (2.79) ile verilen Magnus kuvveti radyal olarak dışarı doğrultudaki takılma enerji bariyerini  $\Delta E_{p}$ kadar azaltır:

$$\Delta E_{\rm p} = f_{\rm p} b \xi_{\rm n} = \rho_{\rm s} \kappa r b \xi_{\rm n} (\Omega_{\rm s} - \Omega_{\rm c})$$
(2.92)

Radyal olarak içeri doğru hareketinde ise daha yüksek bir  $E_p + \Delta E_p$  potansiyel enerji bariyeri ile karşı karşıya kalacaktır. Böylece bir *T* sonlu sıcaklığında ve dış frenleme torkunun varlığında takılma potansiyel enerji bariyeri üzerinden zıplamanın olasılığı radyal olarak dışarı doğru hareket için  $\exp[-(E_p - \Delta E_p)/kT]$  ile ve radyal olarak içeri doğru hareket için ise  $\exp[-(E_p + \Delta E_p)/kT]$  ile orantılı olacaktır. Vorteks çizgisinin atom çekirdekleri arasındaki deneme hızı *v*0'nın bu oran ile çarpımı radyal doğrultudaki termal vorteks hızının beklenen değerini verir (Alpar ve diğ. 1984a):

$$< v_{\rm r} >= v_0 \exp\left[-\left(\frac{E_{\rm p} - \Delta E_{\rm p}}{kT}\right)\right] - v_0 \exp\left[-\left(\frac{E_{\rm p} + \Delta E_{\rm p}}{kT}\right)\right]$$
$$= 2v_0 \exp\left(-\frac{E_{\rm p}}{kT}\right) \sinh\left(\frac{\Delta E_{\rm p}}{kT}\right)$$
(2.93)

 $\Delta E_{p} \ge E_{p}$  olacak biçimde açısal hız farkı büyüdüğünde vorteks çizgileri takılı kalamaz. Takılma kuvvetinin aşıldığı bu maksimum açısal hız farkı için (2.81) eşitliği kullanılırsa (2.93) ifadesini şu şekilde yeniden yazabiliriz:



Şekil 2.4: Enerji meyilinin yokluğunda (a) ve dış torkun varlığında (b) E enerji bariyerinin nötron yıldızının dönme ekseninden r uzaklığına göre değişimi. Alpar ve diğ. (1984a) çalışmasından alınmıştır.

$$\langle v_{\rm r} \rangle = 2v_0 \exp\left[-\left(\frac{E_{\rm p}}{kT}\right)\right] \sinh\left[\frac{E_{\rm p}}{kT}\frac{\omega}{\omega_{\rm kr}}\right]$$
 (2.94)

Böylelikle vorteks sızması cinsinden vorteks çizgilerinin hareket denklemi kapalı biçimde (2.91) ve (2.94) denklemleri ile verilir. (2.94) denkleminden de görülebileceği üzere vorteks çizgilerinin radyal hızı vorteks-atom çekirdeği etkileşme potansiyel enerjisine, kabuk kristalinin karakteristiğine ve nötron yıldızının iç sıcaklığı ve dönmesi gibi yapısal özelliklerine kuvvetli bağımlılığı vardır. Şimdi yukarıdaki ifadeleri kullanarak farklı süperakışkan katmanları ve bunların kuple olduğu kabuk için hareket denklemlerini elde edelim. Vorteks çizgilerinin atom çekirdeklerine takıldığı,  $\Omega_i$  dönme oranına sahip bir süperakışkan katmanı göz önüne alalım. (2.91) ve (2.94) denklemlerinin kombinasyonundan söz konusu bölgenin yavaşlaması için şunu yazabiliriz:

$$\dot{\Omega}_{i} = -\frac{2\Omega_{i}}{r} 2v_{0} \exp\left[-\left(\frac{E_{p}}{kT}\right)\right] \sinh\left[\frac{E_{p}}{kT}\frac{(\Omega_{i} - \Omega_{c})}{\omega_{kr}}\right]$$
(2.95)

Dikkat edilirse (2.95) denklemiyle verilen süperakışkanın yavaşlaması sürekli biçimde açısal momentum aktarımı ile kabuğu hızlandırmaya çalışır. Dolayısıyla kabuğun hareket denklemi, yavaşlatıcı yönde etki eden dış tork ile hızlandırmaya çalışan süperakışkan iç torkların toplamından elde edilir:

$$I_c \dot{\Omega}_c = N_{\rm dus} + \sum_{\rm i} N_{\rm ic,i} = I \dot{\Omega}_{\infty} - \int dI_{\rm i} \Omega_{\rm i}$$
(2.96)

Burada  $I_c$ ,  $I_i$  ve I sırasıyla kabuğun, i süperakışkan bölgesinin ve yıldızın tamamının eylemsizlik momenti,  $\dot{\Omega}_{\infty} = \dot{\Omega}_c = \dot{\Omega}_s = N_{dis} / I$  kabuk ile iç kabuk süperakışkanının aynı oranda yavaşladığı durağan durum yavaşlama oranıdır. (2.73) denkleminden de görülebileceği üzere nötron yıldızının eylemsizlik momentinin büyük bir kısmını taşıyan süperakışkan-süperiletken iç bölgesi gözlenen zaman ölçeklerinden daha kısa bir sürede kabuğun hareketine takılıdır. Dolayısıyla da  $I_c \cong I$ 'dir. Basitlik için (2.96) ifadesindeki her bir süperakışkan katmanının katkısını birbirinden bağımsız olarak kabul edelim. Bu taktirde (2.95) ve (2.96) denklemlerinden açısal hız farkının evrimi için şu denklem elde edilir:

$$\dot{\omega} = -\frac{N_{\rm dis}}{I_{\rm c}} - \frac{4\Omega_{\rm s}I}{I_{\rm c}r} v_0 \exp\left(-\frac{E_{\rm p}}{kT}\right) \sinh\left(\frac{\omega}{\varpi}\right)$$
(2.97)

Burada yazım kalabalığından kaçınmak için şu kısaltma yapılmıştır:

$$\varpi = \frac{kT}{E_{\rm p}} \omega_{\rm kr} \tag{2.98}$$

Lineerlik parametresi,

$$\eta = \left[\frac{|\dot{\Omega}|_{\infty} r}{4\Omega_0 v_0}\right] \exp\left(\frac{E_p}{kT}\right)$$
(2.99)

tanımlamasıyla (2.97) denklemi şu biçimde yeniden yazılabilir:

$$\dot{\omega} = \frac{I}{I_{\rm c}} |\dot{\Omega}|_{\infty} \left[ 1 - \frac{\sinh(\omega/\varpi)}{\eta} \right]$$
(2.100)

 $\Omega_{s}$  'deki değişimler çok küçük olduğundan dolayı (2.99) ifadesinde sabit bir değer olarak  $\Omega_{0}$  alınmıştır. (2.100) denkleminin integrasyonu şu çözümü verir (Alpar ve diğ. 1989):

$$\frac{\eta \varpi}{\left(1+\eta^{2}\right)^{1/2}} \left\{ \ln \left[ \frac{\exp(\omega/\varpi) - \eta + \left(1+\eta^{2}\right)^{1/2}}{\exp(\omega/\varpi) - \eta - \left(1+\eta^{2}\right)^{1/2}} \right] - \ln \left[ \frac{\exp(\omega(0)/\varpi) - \eta + \left(1+\eta^{2}\right)^{1/2}}{\exp(\omega(0)/\varpi) - \eta - \left(1+\eta^{2}\right)^{1/2}} \right] \right\} = \frac{I}{I_{c}} |\dot{\Omega}|_{\infty} t$$
(2.101)

Burada  $\omega(0)$  bir başlangıç anındaki açısal hız farkını temsil etmektedir. (2.101) karmaşık ifadesi ile uğraşmak yerine (2.100) denkleminin uygun limitlerinde çalışmak büyük kolaylık sağlar.  $\eta$  'nın değerine bağlı olarak (2.100) denklemi lineer ve lineer olmayan rejim olarak adlandırılan iki rejimden birisine evrimleşecektir.  $\eta < 1$  ise  $\sinh(\omega/\varpi) \cong (\omega/\varpi)$  yazılabilir ve (2.100) denklemi şu hâle gelir:

$$\dot{\omega} = \frac{I}{I_{\rm c}} \left| \dot{\Omega} \right|_{\infty} \left\{ 1 - \left( \frac{\omega}{\varpi \eta} \right) \right\}$$
(2.102)

 $\dot{\omega}$ 'nın açısal hız farkına lineer şekilde bağlı olduğu bu lineer rejimde (2.102) denklemini bir karakteristik zaman ölçeği cinsinden şöyle yazabiliriz:

$$\dot{\omega} = \frac{I}{I_{\rm c}} \left[ |\dot{\Omega}|_{\infty} - \frac{\omega}{\tau_{\rm l}} \right]$$
(2.103)

Burada  $\tau_1$  lineer rejim sönüm zamanı (2.98) ve (2.99) denklemlerinden itibaren şöyle yazılır:

$$\tau_1 = \frac{\eta \varpi}{|\dot{\Omega}|_{\infty}} = \frac{kT}{E_p} \frac{\omega_{kr} r}{4\Omega_0 v_0} \exp\left[\frac{kT}{E_p}\right]$$
(2.104)

Kabuk ve süperakışkanın aynı oranda yavaşladığı ( $\dot{\omega} = 0$ ) durağan durum açısal hız farkı  $\omega_{\infty}$  (2.103) denkleminden şöyle elde edilir:

$$\omega_{\infty,1} = \left| \dot{\Omega} \right|_{\infty} \tau_1 \tag{2.105}$$

(2.103) denkleminin (2.105) durağan durum açısal hız farkına t = 0 anında bir  $\delta \omega(0)$  pertürbasyonu gelmesi neticesindeki çözümü şöyle olur:

$$\omega(t) = \omega_{\infty} - \delta\omega(0) \exp\left(-\frac{t}{\tau_1} \frac{I}{I_c}\right)$$
(2.106)

Buradan lineer rejimin isminin nereden geldiği anlaşılır: durağan durum açısal hız farkına pertürbasyon sonucunda gelen değişimlere sistem lineer olarak bağlıdır ve üssel sönüm göstererek başlangıç koşullarına geri döner. Yine (2.106) denkleminden ve (2.99) tanımlamasından eğer  $E_p/kT$  yeterince küçükse, sızmanın yalnızca küçük bir  $\omega$ açısal hız farkı meyili ile denge yavaşlama oranı  $|\dot{\Omega}|_{\infty}$ 'yı tahsis etmede başarılı olacağını görürüz. Lineer rejimde vorteks sızmasına gelen pertürbasyonun kabuğun yavaşlama oranındaki yansıması ise (2.96), (2.103) ve (2.106) denklemleri yardımıyla şöyle bulunur:

$$\dot{\Omega}_{c} = \dot{\Omega}_{\infty} - \frac{I_{1}}{I_{c}} \frac{\delta \omega(0)}{\tau_{1}} \exp\left[-\frac{t}{\tau_{1}} \frac{I}{I_{c}}\right]$$
(2.107)

Vorteks takılmasının aksine sızma süperakışkan ile normal madde arasında sürtünmeye yol açtığından dolayı ısı üretimi meydana getirir. Sürtünme ile dönme enerjisinin bir kısmı ısıya gider. Bu miktar, olayın cereyan ettiği süperakışkan bölgesinin eylemsizlik momenti  $I_i$ , süperakışkan ile normal maddenin hızları arasındaki fark  $\omega_{\infty}$  ve yıldızın yavaşlama oranı  $|\dot{\Omega}|_{\infty}$ 'ya bağlıdır:

$$\dot{E}_{\rm dis} = I_{\rm i}\omega_{\infty,\rm i} \,|\,\dot{\Omega}\,|_{\infty} \tag{2.108}$$

Lineer rejimde söz konusu ısınma miktarı (2.105) denkleminin (2.108) ifadesinde kullanılmasıyla şöyle bulunur:

$$\dot{E}_{\rm dis} = I_1 \, | \, \dot{\Omega} \, |_{\infty}^2 \, \tau_1 \tag{2.109}$$

Şimdi (2.100) denklemini karşıt rejim olan  $\eta > 1$ için inceleyelim. Bu durumda  $\sinh(\omega/\varpi) \cong (1/2) \exp(\omega/\varpi)$  yazılabilir ve (2.100) denklemi şu hâle indirgenir:

$$\dot{\omega} = \frac{I}{I_{\rm c}} |\dot{\Omega}|_{\infty} \left[ 1 - \frac{\exp(\omega/\varpi)}{2\eta} \right]$$
(2.110)

Durağan durumda,  $\dot{\omega}=0$ , lineer olmayan sızma rejimi için açısal hız farkı (2.98) ve (2.99) denklemlerinin kullanılması ile birlikte şu şekli alır:

$$\omega_{\infty} = \sigma \ln(2\eta) = \omega_{\rm kr} \left[ 1 - \frac{kT}{E_{\rm p}} \ln \left( \frac{2\nu_0 \Omega_0}{r |\dot{\Omega}|_{\infty}} \right) \right]$$
(2.111)

Tipik nötron yıldızı parametreleri için lineer olmayan rejimde  $\omega_{\infty} \cong \omega_{kr}$  'dir. Yani, lineer olmayan rejimde süperakışkanın  $\dot{\Omega}_{\infty}$  ile yavaşlayabilmesi için sızma hareketi üzerine  $\approx \omega_{kr}$  mertebesinde büyük bir meyil gereklidir. (2.110) denkleminin (2.111) ile verilen durağan durum başlangıç açısal hız farkına bir  $\delta\omega(0)$  pertürbasyonu uygulandığında tepkisi şu şekilde olur:

$$\exp\left[\frac{\omega_{\infty,nl} - \omega(t)}{\varpi}\right] = 1 + \left(\exp\left[\frac{\omega_{\infty,nl} - \omega(0)}{\varpi}\right] - 1\right) \exp\left[-\frac{t}{\tau_{nl}}\frac{I}{I_c}\right]$$
(2.112)

Burada lineer olmayan rejimdeki karakteristik sönüm zamanı şöyle tanımlanmıştır:

$$\tau_{\rm nl} = \frac{\overline{\omega}}{|\dot{\Omega}|_{\infty}} = \frac{kT}{E_{\rm p}} \frac{\omega_{\rm kr}}{|\dot{\Omega}|_{\infty}}$$
(2.113)

Lineer olmayan rejimin (2.113) karakteristik sönüm zamanının ilginç bir özelliği, bir termal süreçte beklenenin aksine sönüm sürecinin soğuk bir sistemde daha az zaman almasıdır. Bu da lineer olmayan rejimde sızmanın dış torkun belirlediği  $|\dot{\Omega}|_{\infty}$  tarafından yönlendirildiğine işaret etmektedir. Lineer olmayan rejimin isminin nereden geldiği (2.112) denkleminden anlaşılabilir: Bu rejimde sistemin denge durumuna uygulanan pertürbasyona karşılığı başlangıç pertürbasyonuna göre lineer olmayan, oldukça karmaşık üssel bir bağlılığa sahiptir. (2.96), (2.110) ve (2.112) denklemlerinden lineer olmayan sızma rejiminde kabuğun denge durumu açısal hız farkına uygulanan pertürbasyona tepkisi şu şekilde olur:

$$\dot{\Omega}_{c}(t) = \frac{I}{I_{c}}\dot{\Omega}_{\infty} - \frac{I_{nl}}{I_{c}} - \dot{\Omega}_{\infty} \frac{1}{\left\{1 + \left[\exp\left(\frac{t_{0}}{\tau_{nl}}\right) - 1\right]\exp\left(-\frac{t}{\tau_{nl}}\frac{I}{I_{c}}\right)\right\}}$$
(2.114)

Burada başlangıç denge durumundaki sızmaya gelen pertürbasyonun dış tork tarafından silinmesi için gerekli zaman ölçeği şöyle tanımlanmıştır:

$$t_0 \equiv \frac{\delta \omega(0)}{|\dot{\Omega}|_{\infty}} \tag{2.115}$$

Bu zaman zarfı boyunca söz konusu bölgede sızma durur. Bunu daha iyi görmek için (2.95) ifadesiyle verilen süperakışkanın yavaşlama oranının lineer olmayan rejim limitinde iç tork katkısını yazalım. (2.96) eşitliğindeki son terimin integrali alınır ve (2.113) ile (2.115) zaman ölçekleri kullanılırsa şu bulunur (Alpar ve diğ. 1984a):

$$N_{\rm ic} = |N_{\rm dis}| \frac{I_{\rm nl}}{I_{\rm c}} \frac{1 - (\tau_{\rm nl} / t_{\rm 0}) \ln \left\{ 1 + \left[ \exp\left(\frac{t_{\rm 0}}{\tau_{\rm nl}}\right) - 1 \right] \exp\left(-\frac{t}{\tau_{\rm nl}} \frac{I}{I_{\rm c}}\right) \right\}}{1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau_{\rm nl}} \frac{I}{I_{\rm c}}\right)}$$
(2.116)

 $t \leq \tau_{nl} < t_0$  için başlangıç pertürbasyonu vorteks sızmasının neredeyse tamamen durmasına yol açar ve söz konusu lineer olmayan sızma bölgesi dış torktan ayrışır. Bu yüzden pertürbasyondan bir  $t_0$  zaman sonra dış tork tek başına kabuğun üzerine etkir. Bundan dolayı kabuğun yavaşlama oranının büyüklüğü durağan duruma göre  $(I_{nl}/I_c) |\dot{\Omega}|_{\infty}$  kadar artar.  $\tau_{nl} < t < t_0$  limitinde  $\dot{\Omega}_c$ 'deki bu artış zamanla lineer olarak sönme eğilimindedir.  $t \sim t_0$ 'da açısal hız farkı tekrardan  $\omega_{\infty,nl}$ 'a yakın hâle gelir ve vorteks sızması yeniden başlar. Bundan sonra  $\tau_{nl}$  zamanı içerisinde sistem eski şartlarına geri döner.

Lineer olmayan rejimde durağan durum enerji kaybı miktarı (2.108) ve (2.111) denklemlerinden itibaren şöyle bulunur:

$$\dot{E}_{\rm dis} = I_{\rm nl}\omega_{\infty,\rm nl} \,|\,\dot{\Omega}\,|_{\infty} \cong I_{\rm nl}\omega_{\rm kr} \,|\,\dot{\Omega}\,|_{\infty} \tag{2.117}$$

(2.109) ve (2.117) denklemlerinin karşılaştırılmasından lineer olmayan rejimdeki enerji kaybının lineer rejimdekine göre bir  $\omega_{kr}/(|\dot{\Omega}|_{\infty}\tau_1)$ çarpanı kadar büyük olduğu görülür. Vorteks sızmasının genç pulsarlarda olmasa da ısı içeriğinin büyük kısmını erken safhalarda nötrino emisyonu geç safhalarda da yüzeyinden foton emisyonu yoluyla ışımış yaşlı pulsarlarda önemli bir ısı kaynağı olması beklenmektedir (Alpar ve diğ. 1984a, 1989). Böyle bir artık ışınım gerçekten de PSR J0437-4715 milisaniye pulsarının morötesi gözlemlerinden elde edilmiştir (Kargaltsev ve diğ. 2004). Yaşlı pulsarlarda bir başka önemli ısınma mekanizması yıldızın kimyasal dengesindeki değişiminin ortaya çıkardığı enerjidir (Gonzalez ve Reisenegger 2010). Bunun sebebi; yıldız yavaşladıkça merkezkaç kuvvetlerdeki azalmanın ekvator bölgesinden kutuplara doğru bir başkı oluşturmaya yol açarken (Iida ve Sato 1997), yıldızın bileşenleri arasında meydana gelen kimyasal reaksiyonların oranlarının değişmesinin ortama ısı salınmasına neden olmasıdır (Reisenegger 1995). Bu iki mekanizma da birbirleriyle kıyaslanabilir ısınma oranlarına yol açmaktadır. Süperakışkan ile normal madde arasında vortekslerin

aracılık ettiği sürtünmenin yıldızın dönme ve termal evrimini birlikte etkileyerek kimi kararsızlıklara yol açabileceği de önerilmiştir (Shibazaki ve Mochizuki 1995).

Vorteks sızmasının lineer mi lineer olmayan rejimde mi gerçekleşeceği sorusunun cevabı (2.99) lineerlik parametresinde yatar. (2.99), (2.104) ve (2.113) denklemlerinden  $\eta$  lineerlik parametresi şu şekilde de yazılabilir:

$$\eta = \frac{\tau_1}{\tau_{\rm nl}} \tag{2.118}$$

Vorteks sızması söz konusu zaman ölçeklerinden hangisi daha kısaysa karşılık gelen rejimde işleyecektir. Ancak, pulsar evrimleştikçe sızmanın baskın olduğu rejim de değişkenlik gösterebilir. Bir pulsar yaşlandıkça  $|\dot{\Omega}_{e}|$  daha küçük hâle gelir ve ayrıca sıcaklık da düşer. Dolayısıyla vorteks sızmasının hangi rejimde gerçekleşeceği pulsarın yaşına bağlıdır. İki vorteks sızma rejimi arasındaki geçiş  $\eta = 1$  'de olur. (2.118) denkleminden bu geçiş değeri pulsarın yaşına ve vorteks-atom çekirdeği etkileşme parametrelerine bağlı olarak şöyle elde edilir (Alpar ve diğ. 1989):

$$\left(\frac{E_{p}}{kT}\right)_{gecisy} = \ln\left(\frac{8t_{yas}v_{0}}{r}\right) \cong 35.5 + \ln(t_{yas,6}) + \ln\left(\frac{v_{0,7}}{r_{6}}\right)$$
(2.119)

Burada  $t_{yay,6}$  yıldızın  $t_{yay} = \Omega/2 |\dot{\Omega}|$  karakteristik (spin yavaşlama) yaşının 10<sup>6</sup> yıl birimindeki değeridir. Benzer şekilde mikroskobik vorteks hızı  $v_0$  tipik 10<sup>7</sup> cm/s ve vorteks ekseninden olan uzaklık r yıldız yarıçapı değeri 10<sup>6</sup> cm'ye ölçeklenmiştir. Geçişin pulsarın yaşına bağlılığı logaritmiktir. Pulsar soğudukça (2.119) denkleminden lineer olmayan rejimin baskın olacağı çıkar.

Alpar ve diğ. (1984a, 1989) tarafından geliştirilen vorteks çizgisi atom çekirdeği sızması modeli vorteks gerilimi altında termal hareket (Chau ve Cheng 1991,1993) ve sıfır etkin sıcaklıkta kuvantum tünellemesi (Link ve diğ. 1993) özellikleri yüklenerek geliştirilmiştir. Chau ve Cheng (1991, 1993) sızma yapan vorteks çizgilerinin denge durumundaki şekillerinin, çizgi gerilmesinin daha fazla olduğu daha güçlü takılma bölgelerinin kabuğun iç kısımlarında bulunması sebebiyle hiperbolik eğriler takımı oluşturması gerektiğini göstermişlerdir. Bundan başka böyle gerilimin yüksek ve

takılmanın kuvvetli olduğu yerlerde vorteks çizgilerinin daha yavaş hareket etmeleri sebebiyle vorteks sayı yoğunluğunda artış yaşanacağına dikkat çekmişlerdir.

Link ve diğ. (1993) ise vorteks sızmasının yüksek sıcaklıklarda Alpar ve diğ. (1984a, 1989) çalışmasında olduğu gibi termal aktivasyonla, düşük sıcaklıklarda ise kuvantum tünellemesi vasıtasıyla gerçekleşeceğini göstermişlerdir. Vorteks çizgilerinin gerilimi ısısal olarak aşılması gereken potansiyel enerji bariyerini arttırdığından komşu çekirdekler arasında termal sızmayı zorlaştırırken, kuvantum tünellemesi bundan etkilenmez. Link ve diğ. (1993) çalışmasının da gösterdiği gibi kuvantum tünellemesinden dolayı sıfır sıcaklıkta bile vorteks çizgisi-atom çekirdeği mutlak takılması yaşanmaz ve her zaman dış tork altında sızma gerçekleşir.

# **3. MALZEME VE YÖNTEM**

Tezin bu bölümünde nötron yıldızlarının iç yapısının süperakışkan madde içerdiğine dair dolaylı gözlemsel kanıt olan pulsar sıçramaları ve süperakışkan-süperiletken etkileşmelerinin nötron yıldızlarının iç bölgesinden manyetik akının uzaklaştırılmasına dair düşünceler ele alınacaktır.

# 3.1. PULSAR SIÇRAMALARI, SÖNÜM DAVRANIŞLARI VE İSTATİSTİKSEL ÖZELLİKLERİ

Radyo pulsarları miknatıs (manyetik dipol) eksenleri dönme eksenleri ile bir açı yaptığından dolayı, sahip oldukları dönme enerjisini miknatıslık enerjisine ve aynı zamanda manyetosferinde meydana gelen çeşitli süreçler sonucunda uzaya fırlatılan parçacıklara dönüştürmeleri vasıtasıyla yavaşlamaktadırlar. Sahip oldukları yüksek eylemsizlik momentleri sayesinde pulsarların yavaşlamaları oldukça düzenli ve kararlıdır. Öyle ki periyotlarındaki değişim miktarı  $\dot{P} \ge 10^{-20}$  mertebesinde yaşlı sistemler olan milisaniye pulsarları en iyi atomik saatlere rakip olabilmektedir. Bunun anlamı; bir pulsarın *P* kendi ekseni etrafındaki dönme periyodunu (ya da eşdeğer olarak açısal dönme hızını  $\Omega = 2\pi / P$ ),  $\dot{P}$  periyodundaki değişim miktarını (ya da eşdeğer olarak açısal dönme hızını  $\dot{\Omega} = -2\pi \dot{P} / P^2$ ) biliyorsak pulsarın yavaşlama davranışının tahmin edilebilecek olmasıdır. Hatta  $\ddot{P}$  ölçülebilirse pulsarın herhangi bir zamandaki gözlenen söz konusu zamansal parametrelerinin çok iyi bir hassasiyetle şöyle bir kuvvet kanunua uyduğu görülmüştür:

$$\dot{\Omega} = K\Omega^{n} \tag{3.1}$$

Burada K değişkenleri zamana bağlı olabilecek bir katsayıdır. Frenleme indisi n ise gözlem parametreleri cinsinden şöyle verilir (sabit K için):

$$n = \frac{\ddot{\Omega}\Omega}{\dot{\Omega}^2} = 2 - \frac{\ddot{P}P}{\dot{P}^2}$$
(3.2)

Ancak, çok genç sistemler için  $\ddot{P}$  ölçülebilecek kadar yüksek olduğundan yalnızca 14 tane pulsar için *n* uzun gözlemler neticesinde belirlenebilmiştir (Espinoza 2013, Ekşi ve diğ. 2016). Buna karşın pulsarların (3.1) denklemiyle verilen basit yavaşlama kanunundan sapmasına yol açan iki tür etmen, zamanlama düzensizliği vardır. Bunlardan birincisi, pulsarın dönme fazı, frekansı ve yavaşlama oranında yavaş, uzun dönemli dalgalanmalar olan zamanlama gürültüsüdür (Helfand ve diğ. 1980, Cordes ve Helfand 1980, Cordes ve Downs 1985). Dönme fazındaki ve frekanstaki değişimler sırasıyla pulsun meydana geldiği manyetosferdeki emisyon bölgesindeki ve pulsarın dönmesi ile bağlantılı değişikliklerden kaynaklanır. Yavaşlama oranındaki düzensizlikler ise pulsar üzerine etki eden torktaki değişimler neticesindedir. Puls verisinde öngörülemeyen artıklar meydana getiren zamanlama gürültüsü baskın olarak genç pulsarlarda görülmek üzere tüm pulsar popülasyonunda değişik şiddetlerde gözlenir (Hobbs ve diğ. 2004). Hatta yaşlı pulsarlarda periyodik benzeri salınımlar meydana getirir (Hobbs ve diğ. 2010). Yine de zamanlama gürültüsü ile pulsar gözlem parametreleri arasında birtakım ilişkiler de mevcuttur. Örneğin gürültü şiddeti  $\Delta$  ile pulsarın frekansı v, frekans ikinci türevi  $\ddot{v}$  ve veri takımının zaman uzunluğu t arasında Arzoumanian ve diğ. (1994) tarafından söyle bir korelasyon bulunmuştur:

$$\Delta(t) = \log\left(\frac{1}{6\nu} | \vec{\nu} | t^3\right)$$
(3.3)

Zamanlama gürültüsünün nedeni için manyetosferik süreçlerin en muhtemel etmen olması beklenirken (Lyne ve diğ. 2010), nötron yıldızı kabuğunda küçük ölçekli vorteks takılması-boşalması (Cheng 1987) ve bununla bağlantılı kabuk süperakışkanından kabuğa aktarılan açısal momentum gibi nötron yıldızının iç dinamiği ile alâkalı süreçler de önerilmiştir (Alpar ve diğ. 1986, Jones 1990d). Vorteks çizgilerinin toplu salınımıyla alâkalı Tkachenko modları da zamanlama gürültüsünden sorumlu olabilir (Haskell 2011). Yine tork değişimiyle bağlantılı zamanlama gürültüsüne sebep olarak süperakışkan türbülansı içsel bir mekanizma olarak önerilmiştir (Melatos ve Link 2014). Pons ve diğ. (2012)'ye göre nötron yıldızının kabuğunda manyetik alanda ani değişimler zamanlama gürültüsü meydana getirebilir. Pulsarların dönme parametrelerini daha ciddi biçimde etkileyen diğer zamanlama düzensizliği ise sıçramalardır. Tezin esas konusunu oluşturduğundan, sıçramalar daha detaylı ele alınacaktır.

### 3.1.1. Sıçramaların Genel ve İstatistiki Özellikleri

Sıçramalar, nötron yıldızlarının dönme ve yavaşlama oranlarında gözlenen ani artışlardır (Şekil 3.1). Yıldızın dönme (yavaşlama) oranında meydana gelen değişimler  $\tau_d$  zaman ölçeğinde üssel olarak bozunan süreksiz bileşen(ler)  $\Delta\Omega_d (\Delta \dot{\Omega}_d = -\Delta \Omega_d / \tau_d)$ ve zamana düz bağımlılığı olan sürekli uzun dönemde sönen bileşenler  $\Delta\Omega_p (\Delta \dot{\Omega}_p)$  'nin toplamı şeklinde modellenir (Espinoza ve diğ. 2011, Yu ve diğ. 2013). Üssel bozunan bileşenlerin sayısı pulsardan pulsara değişkenlik gösterir ve en fazla dört farklı zaman ölçeği ile tasvir edilen sıçrama mevcuttur (Dodson ve diğ. 2007). İlk sıçrama gözlemi Vela pulsarına (PSR B0833-45) aittir ve 24 Şubat 1969 tarihinde kaydedilmiştir (Radhakrishnan ve Manchester 1969). Çoğunlukla radyo bölgesinde yakalanmasına rağmen sıçramalar optik (Boynton ve diğ. 1972), X-ışın (Middleditch ve diğ. 2006) ve gama ışını (Saz Parkinson ve diğ. 2010) dalga boylarında da gözlenmiştir.



Şekil 3.1: Açısal dönme hızındaki sıçrama ve sönümünün ölçekli olmayan şematik bir gösterimi. Dönme oranındaki neredeyse anlık  $\Delta\Omega$  artışın Q kadarlık kısmı bozunur ve pulsar sıçrama öncesindeki yavaşlama değeri ile belirlenen dönme hızına yakın bir değerde evrimini sürdürür.

Sıçrama ile frekansta meydana gelen artışlar  $10^{-3} \le \Delta \nu (\mu \text{Hz}) \le 10^2$  aralığındadır (Espinoza ve diğ. 2011, Yu ve diğ. 2013). Pulsarın dönme oranı cinsinden kesirsel biçimde ifade edildiğinde  $\Delta \Omega / \Omega \sim 10^{-10} - 10^{-5}$ 'lik değişimlere karşılık gelmektedir. Bu

değer aralığı küçük görünse de nötron yıldızı üzerine etkisi oldukça büyük olabilmektedir. Örneğin, aynı miktarda bir değişimin Dünya'nın dönme oranında gerçekleşmesi Richter ölçeğinde 17 şiddetinde bir depreme eşdeğerdir (Pines 1999). Sıçrama ile birlikte açığa çıkan dönme enerjisindeki değişim de oldukça büyüktür:  $\Delta E \approx I \Omega \Delta \Omega \sim 10^{36} \text{ J}$  Dönme oranındaki artışa ilaveten pulsarın yavaşlama oranında genellikle  $\Delta \dot{\Omega} / \dot{\Omega} \sim 10^{-3} - 10^{-2}$  lik kesirsel değişim meydana gelir. Her iki artış da dış (elektromanyetik) torktan kaynaklanan yıldızın uzun vadeli yavaşlamasının üstüne binerek ortaya çıkar ve aylardan yıllara varan bir zaman ölçeğinde sıçrama öncesindeki değerlerine geri dönme eğilimindedir. Buna karşılık sıçramanın meydana geldiği zaman ölçeği ise şaşırtıcı ölçüde çok kısadır. Sıçrama ile dönme hızındaki artışın gözlemlerle en iyi kısıtlanmış olanı 2000 yılına ait Vela sıçramasıdır ve spin hızlanma zaman ölçeği 40 saniyeden kısadır (Dodson ve diğ. 2002). Pulsarın hızlanmasının bu kadar ani oluşu ve sıçrama ile kazandığı fazladan açısal momentumu oldukça uzun zaman ölçeklerinde yitirmesi nötron yıldızının içerisinin süperakışkan yapıya sahip olduğuna dair dolaylı bir delil teşkil etmektedir (Baym ve diğ. 1969c). Sıçramalar, nötron yıldızlarının iç kısmında normal madde ve dolayısıyla da dış torkla zayıf etkileşen, bu yüzden de nötron yıldızının yüzeyine göre daha hızlı dönen süperakışkan bileşenden açısal momentum aktarımı olarak kolaylıkla anlaşılabilmektedir. Yine normal madde ile süperakışkan zayıf etkileştiğinden ötürü yıldızın kazandığı açısal momentumun iç bilesenler arasında paylaştırılması uzun sürmektedir. Pulsar sıçramalarının manyetosferden ziyade nötron yıldızının içerisinde meydana gelen süreçlerin sonucunda ortaya çıkması, sıçrama olayı süresince puls sinyalinin yapısının değişmez kalmasından da rahatlıkla anlaşılabilir. Bu konuya ve sıçramalar ile nötron yıldızının iç yapısının nasıl kısıtlanabileceği sorusuna 3.1.2. kesiminde geri döneceğiz. Aşağıda göreceğimiz birkaç istisnai durum haricinde sıçramalar ile birlikte yıldızın yapısal karakteristiği olan puls şekli, emisyon özelikleri vb. için bir değişiklik olmaması ve yine sıçramalara patlamalar gibi ayırt edilmelerini sağlayabilecek olayların eşlik etmemesi gözlemlerini ve analiz edilmelerini bir hayli zorlaştırmaktadır. Bu sebeple kısıtlı sürelerde belli pulsarların döngüsel olarak taraması gerçekleştirilmektedir. Bundan dolayıdır ki gözlemler arasındaki uzun boşluklar neticesinde pulsar sıçramalarının erken dönemlerindeki gözlemlerinde yavaşlama oranındaki değişimler çok az ölçülebilmiş, dönme oranındaki artışlar da ancak başlangıçtaki üssel sönüm gösteren bileşenler

kaybolduktan sonra yakalanabilmiştir (Shemar ve Lyne 1996, Lyne ve diğ. 2000). Günümüzde gelişen teknoloji ile uzay tabanlı gözlem teknikleri ve Dünya'nın dört bir tarafından gözlemevlerinde araştırmacıların gösterdiği çabalar neticesinde zengin bir sıçrama verisi elde edilebilmiştir. Özellikle de İngiltere'deki Jodrell Bank (Espinoza ve diğ. 2011), Avustralya'daki ATNF (Yu ve diğ. 2013), Rusya'daki Pushchino (Shabanova ve diğ. 2013), Çin'deki Urumçi (Yuan ve diğ. 2010a) ve Güney Afrika'daki HartRAO (Buchner ve Flanagan 2008) gözlemevlerinde yürütülen gözlemler neticesinde 172 tane pulsarda toplamda 517 sıçrama gözlenmiştir. Bu da göstermektedir ki değişik şiddette zamanlama gürültüsü pulsarların çoğunda tayin edilmiş iken sıçramalar tüm pulsar popülasyonunun yalnızca küçük bir kesrinde saptanabilmiştir (Şekil 3.2). Ancak, iki dönme düzensizliğinin ortak tarafı, baskın olarak daha çok genç pulsarlarda görülmeleridir.



Şekil 3.2: Sıçrama yapmış pulsarların tüm pulsar popülasyonu ile birlikte  $P - \dot{P}$  diyagramında konumları. Espinoza ve diğ. (2011)'den alınmıştır.

. . . . . . . .

Pulsar sıçramaları ilk kez gözlendikleri 1969 yılından bu yana büyük ilgi çekmiştir. Bunun sebebi gözlenemeyen ve hakkında çok az şey bilinen nötron yıldızlarının iç yapıları hakkında bilgi sağlayabilme konusunda yüksek potansiyele sahip olmasıdır. Hem sıçrama olayının kendisini, hem de sıçrama sonrası davranışı açıklamak için çok sayıda model önerilmiştir. Burada daha çok sıçramaları en iyi açıklayan model olması bakımından ve tezin esas dayanağını oluşturduğundan dolayı vorteks sızma modeli üzerinde durulacaktır. 3.1.2 kesiminde ilk önerilen deprem (Ruderman 1969) ve sonrasında da iki bileşenli model (Baym ve diğ. 1969c) sıçrama mekanizmalarına kısaca değinilecek ve böylece sızma modelinin doğuşuna nasıl bir ortam hazırlandığı hakkında görüşler sunulacaktır. 3.1.3. kesimi sızma modelinin tanıtımına, gözlemleri açıklamaktaki başarısına ve açıklamakta yetersiz kaldığı birtakım teorik görüşler ve gözlemsel verilerin neler olduğu konularına ayrılmıştır. Böylelikle Bölüm 4'te sızma modelini hangi yönlerde ve nasıl geliştirmek gerektiği hususunda yapacağımız çalışmalara sağlam bir temel kazandırılmış olacaktır. Diğer sıçrama modelleri yüksek lisans tezimde (Gügercinoğlu 2011) ve Haskell ve Melatos (2015a) çalışmasında ayrıntılı olarak ele alınmıştır. İlk gözlenmesinin üzerinden neredeyse yarım asır geçmesine rağmen sıçramaları meydana getiren mekanizmanın ne olduğu sorusu henüz açıklığa kavuşturulamamıştır. Öneriler arasında; kabuk depremleri sonucu vorteks boşalması (Alpar ve diğ. 1996), deprem sonucu meydana gelen ısı artışının süperakışkandan kabuğa açısal momentum transferi miktarını arttırması (Greenstein 1979, Link ve Epstein 1996), kabuk-iç bölge sınırında süperiletken ve kabuk akımlarının etkileşmesinin vorteks akışına potansiyel bariyeri getirmesi (Sedrakian ve Cordes 1999), iç kabukta takılma kuvvetinin maksimum olduğu noktada mutlak takılma (Mochizuki ve İzuyama 1995, Pizzochero 2011), r modu ve Kelvin-Helmholtz türü akışkan kararsızlıkları (Andersson ve diğ. 2003, 2013; Glampedakis ve Andersson 2009, Mastrano ve Melatos 2005) gibi hem iç bölgede hem de kabukta çok çeşitli fiziksel özelliklere başvuran mekanizmalar mevcuttur.

Sıçramaları yapısal özellikleri ve sönüm davranışları bakımından üç sınıfa ayırabiliriz: Standart sıçramalar, yavaş sıçramalar ve aykırı sıçramalar. Bu sınıflar sahip oldukları karakteristik özellikler ile birlikte ayrı ayrı incelenecektir.

### 3.1.1.1. Standart Sıçramalar

Standart sıçramalar dönme oranında pozitif işaretli değişim  $\Delta \Omega > 0$ , yavaşlama oranının büyüklüğünde artış  $\Delta \dot{\Omega} < 0$  ( $\dot{\Omega} < 0$  olduğundan sıçrama ile  $|\dot{\Omega}|$  artar) ve dış torkta değişiklik olmaması  $\Delta N_{dis} = 0$  özellikleri ile karakterize edilirler. Gözlenen bütün sıçramaların büyük bir kısmı bu sınıfa aittir. Radyoda, optikte, X-ışınlarında ve gama ışınlarında tayin edilmişlerdir. Gözlendiği sistemler büyük çeşitlilik içermektedir. Çoğunlukla izole sistemlerde gözlenmesine rağmen, bir yığılma güçlü pulsar-ana kol yıldızı sisteminde (Galloway ve diğ. 2004), yine böyle bir sistemden evrimleşmiş bir milisaniye pulsarında (Cognard ve Backer 2004) ve hatta iki rölativistik çift pulsar sisteminde (Weisberg ve diğ. 2010, Lyne ve diğ. 2015b) de görülmüştür. Standart sıçramaların dağılımı  $\Delta v \sim 2.5 \times 10^{-2} \,\mu\text{Hz}$  ve  $\Delta v \sim 32 \,\mu\text{Hz}$  değerleri civarında maksimum göstermektedir (Espinoza ve diğ. 2011). Yavaşlama oranlarındaki değişim ve sönüm davranışları ise büyük değişkenlik göstermektedir. Sıçrama sonrası pulsarın yavaşlama oranı sıçrama öncesindeki değerine yakın ve hatta bazı durumlarda aynı kalabildiği gibi, özellikle Yengeç pulsarında görüldüğü üzere sıçrama sonrasında sıçrama öncesine göre daha yüksek bir değerde bozunmadan kalan durumlara da rastlanmıştır. Şekil 3.3'de üç tane pulsardan gözlenen sıçramanın özelikle uzun dönemde belirgin hâle gelen, dikkate değer ölçüde farklılaşan sönüm davranışları gösterilmiştir.



Şekil 3.3: Yengeç (Crab), PSR B0355+54 ve Vela pulsarlarının sıçrama sonrası uzun dönem sönüm davranışları. Manchester (1992)'den alınmıştır.

Vela pulsarında yavaşlama oranında başlangıçtaki artışın yaklaşık yarısı bir aydan daha kısa bir sürede üssel olarak sönerken, geriye kalan artış zamanla lineer olarak 3 yıla varan uzun bir zaman ölçeğinde sıçrama öncesindeki değerine dönme eğilimindedir (Cordes ve diğ. 1988, Buchner ve Flanagan 2008). PSR B0355+54 pulsarında meydana gelen büyük sıçrama ise 44 günlük bir zaman ölçeğinde yavaşlama oranındaki değişimin neredeyse tamamının sönüp, dönme frekansında ise kalıcı bir artış bırakacak şekilde gözlenmiştir (Lyne 1987). Yengeç pulsarındaki sıçramalar ise yavaşlama oranında ardında kalıcı ve sönüm göstermemesi sonucunda da biriken artış bırakır (Lyne ve diğ. 2015a). Böylelikle Yengeç pulsarı hiç sıçrama yapımaması durumunda sahip olacağına göre çok daha yavaş bir açısal hızla dönerek evrimini sürdürmektedir. Diğer pulsarların sıçramalarının bazısı bir sönüm davranışına dair herhangi bir işaret göstermemektedir. Bunun sebebi daha önce de bahsettiğimiz gibi gözlemsel seçim etkisi olabilir. Eğer sönüm zamanı gözlemler arası boşluktan kısa ise böyle bir durum yaşanabilir. Bir başka olasılık da sönüm zamanının sıçrama sonrası gözlem süresiyle kıyaslandığında oldukça uzun olmasıdır.

### 3.1.1.2. Yavaş Sıçramalar

Yavaş sıçramalar standart sıçramalardan spin hızlanma zaman ölçeklerinin yüzlerce güne varan mertebelerde oldukça uzun olması ve sezilebilir ölçüde sönüm göstermemelerinden dolayı frekansta minik basamak benzeri artışlar olarak gözlenmeleri yoluyla ayrılırlar. Yine sıçramadan sonra  $\ddot{\Omega}$ 'nın negatif olmasıyla standart sıçramalardan farklı özellik taşırlar. Uzun zaman ölçekli hızlanmadan sonra kararlı noktaya ulaşılınca bu yeni frekans değeriyle yavaşlama sürecine devam ettiğinden dolayı sıçramaların etkisi pulsarın sanki azalmış bir yavaşlama oranı ile evrimini sürdürmesi şeklindedir.

Bu sınıfın özelliklerini bariz biçimde taşıyan pulsar PSR B1822-09'dur (Shabanova 2007). 1995-2004 yılları arasında  $\Delta\Omega/\Omega = (2.5 - 3.2) \times 10^{-9}$  büyüklüğünde 5 yavaş sıçrama gözlenmiştir. Espinoza ve diğ. (2011) bu pulsar için bir tane daha yavaş sıçrama bulmuşlardır. Yavaş sıçramalara ek olarak PSR B1822-09 pulsarında iki adet standart sıçrama da gözlenmiştir. Bu bakımdan biri bir gün içerisinde meydana gelen, diğeri ise
200-300 gün neticesinde oluşumunu tamamlayan iki farklı tür sıçrama davranışı sergilemesi PSR B1822-09 pulsarını diğer sıçrama yapan kaynaklar arasında özel kılmaktadır. Bu sıçramalar sebebiyle PSR B1822-09 uzun dönem yavaşlama oranı ile daha düşük bir yavaşlama oranı arasında geçiş göstermektedir (Zou ve diğ. 2004). PSR B1642-03 yavaş sıçrama özelliği göstermiş ikinci pulsardır ve 40 yıllık gözlem verisinde hepsi de yavaş sıçrama özelliği taşıyan 8 tane sıçrama kaydedilmiştir (Shabanova 2009a). PSR B1642-03'nin ilginç bir özelliği sıçrama büyüklüğü ile bir sonraki sıçramaya kadar geçen zaman arasında son derece kuvvetli lineer bir ilişkinin bulunmasıdır. PSR B0919+06 pulsarında da 1991-2009 yılı tarihleri arasında hepsi de benzer büyüklükte ve ~ 200 günlük hızlanma zaman ölçeğine sahip birbirini takip eden 12 sıçrama gözlenmiştir (Shabanova 2010). Ancak, bu kez ~ 400 gün zaman ölçeğinde sönüm görülmüştür. Yuan ve diğ. (2010a) PSR J0631+1036 ve PSR B1907+10 pulsarlarında da birer yavaş sıçrama gerçekleştiğini bildirmişlerdir. Yu ve diğ. (2013) PSR J1539-5626 pulsarının gözlem verisinde bir yavaş sıçrama belirlemişlerdir.

Tüm yavaş sıçrama yapan pulsarların ortak özelliği nispeten yaşlı sistemler olmalarıdır. Yavaş sıçramaların birbirine yakın zamanlarda meydana gelmesi bunların birbirleriyle bağlantılı olaylar olduğunu düşündürmektedir. Hobbs ve diğ. (2010) yavaş sıçramaların ve daha genel olarak yaşlı pulsarlarda gözlenen sinüs eğrisi benzeri döngüsel değişimlerin zamanlama gürültüsü ile aynı kökene sahip olduğunu önermiştir. Ancak, yavaş sıçramalar; dönme oranında hep pozitif işaretli değişimlere yol açmaları, aynı pulsarda meydana gelen  $\Delta\Omega$ 'larının benzer profile sahip olması ve sıçramalarının kesirsel büyüklüğünün Yengeç pulsarınınki ile neredeyse aynı olması bakımından zamanlama gürültüsünden ayrılmaktadır (Shabanova 2009b). Dolayısıyla da yavaş sıçramalar zamanlama gürültüsü ya da dönme oranında meydana gelen rastgele süreçler olarak görülmemeli, ayrı bir sıçrama sınıfı olarak ele alınmalıdır. Yavaş sıçramaları ayrık sıçrama olayları ile periyodik benzeri davranışlar arasında bir zamanlama düzensizliği olarak görmek gerekir (Shabanova ve diğ. 2013).

Yavaş sıçramaların standart sıçramalardan farklı davranışlarını doğru biçimde betimlemek üzere literatürde çok az açıklama vardır. Haskell ve Antonopoulou (2014) yavaş sıçramaların nötron yıldızı içerisinde oldukça kuvvetli vorteks çizgisi-atom çekirdeği yapışmasının yaşandığı bir bölgenin içerisinden farklı katmanlardan boşalan vorteks çizgilerinin geçişine verdiği tepki olarak yorumlamışlardır. Bölge içerisinde vorteks cizgisi bosalmadığından dolayı vorteks cizgileri dış torktan ayrışmaz ve dolayısıyla da yavaşlama oranında bir değişiklik yaşanmaz. İçerisinden vorteks çizgileri geçmesi sebebiyle de açısal momentum korunumuna katkıda bulunur ve basamak benzeri dönme oranında artış verir. Peng ve Xu (2008) yavaş sıçramaların; (i) yüz gün mertebesinde uzun süreli spin hızlanması, (ii) sıçrama sonucunda herhangi bir sönüm davranışının görülmemesi, (iii) birbiriyle ilintili olaylar silsilesi olması gerçeğini bir kuvark yıldızında meydana gelen yüzey depremleriyle açıklamışlardır. Buna göre kuvark yıldızının yüzeyi deformasyon sonucu kırılırsa açığa çıkan ısı sayesinde bu tabakanın altında viskozite artar. Bunun sonucunda yıldız denge şeklini tekrardan kazanana kadar salınımlar yapar ki bu yavaş sıçramaları meydana getirir. Kuvark maddesi düşük ısı sığası ve kuvvetli nötrino emisyonu nedeniyle anında soğuduğundan dolayı da herhangi bir sönüm davranışı görülmez. Xie ve Zhang (2013) standart sıçramalar ile yavaş sıçramaların farklı sönüm davranışlarının sırasıyla  $\kappa > 0$  ve  $\kappa < 0$ olmak üzere tek bir  $G(t) = 1 + \kappa \exp(-\Delta t / \tau)$  şeklindeki fonksiyonla açıklanabileceğini göstermiştir. Ancak, sönüm davranışlarındaki farklılığa neyin yol açtığı sorusunun cevabını bulmak o kadar da basit değildir.

# 3.1.1.3. Aykırı Sıçramalar

Aykırı sıçramalar standart sıçramaları karakterize eden parametrelerden en az birisinin ihlal edildiği sıçramalardır. Yani, sıçramayı takiben yıldızın aniden yavaşlaması  $\Delta \Omega < 0$ ,  $\dot{\Omega}$  'nın büyüklüğünde net bir azalma gerçekleşmesi  $\Delta \dot{\Omega} > 0$ , dış torkta değişime işaret eden puls yapısı, emisyon şekli ve sıçramaya eşlik eden patlama vs. olayların izlerini taşıyan akı artışı özelliklerinden en az bir tanesini taşıyorsa böyle sıçramalar aykırı sıçramalar olarak sınıflandırılır. Şimdi tek tek bu sınıfa ait pulsarların sıçramalarının aykırılıklarını ele alalım.

1E 2259+586 manyetarında 14-28 Nisan 2012 tarihleri arasında yıldızın dönme frekansında  $\Delta v \approx -2 \times 10^{-7}$  Hz'lik net bir azalma gözlenmiş, anti sıçrama olarak adlandırılan bu olay neticesinde aynı zamanda yıldızın yavaşlama oranının ~2 kat kadar arttığı görülmüştür (Archibald ve diğ. 2013). Bu manyetar daha önce de standart sıçramalar gibi  $\Delta \Omega > 0$  ve  $\Delta \Omega / \Omega \approx -1.4 \times 10^{-8}$  mertebesinde çok küçük bir anti sıçrama sergilemiştir (İçdem ve diğ. 2012). Bu anti sıçrama olayın sebebi olarak, nötron yıldızı üzerine kuyruklu yıldız ya da meteor gibi bir cismin düşmesi (Huang ve Geng 2013), yıldızın içerisindeki toroidal/poloidal manyetik alan şeklinin değişmesi (Garcia ve Ranea-Sandoval 2015, Mastrano ve diğ. 2015), manyetosferden rüzgâr biçiminde parçacık atımı (Tong 2014) gibi çeşitli mekanizmalar önerilmiştir. PSR J1841-045 anormal X-ışın pulsarında da  $\Delta\Omega/\Omega \sim -6 \times 10^{-7}$  büyüklüğünde bir anti sıçrama meydana geldiği bildirilmiştir (Şaşmaz Muş ve diğ. 2014). SGR 1900+14 spin yavaşlama oranındaki değişim sebebiyle net bir yavaşlama geçirmiştir. Ancak, bu ilk anti sıçrama gözlemi muhtemelen bir sıçramadan ziyade o zaman ile çakışan parçacık atımı ile alakalıdır (Thompson ve diğ. 2000, Thompson ve diğ. 2001). Ducci ve diğ. (2015) çift sistemde üzerine madde yığılan pulsarların kazandıkları açısal momentum sayesinde içeri giden vorteks çizgilerinin yol açacağı anti sıçramaların ileride gözlenebileceğini öne sürmüşlerdir.

PSR J1119-6127'nin 2007 yılında yapmış olduğu ikinci sıçramasına kadar bir radyo pulsarının puls şekli, emisyon biçimi ya da spektrumu ile polarizasyonunda doğrudan sıçrama ile bağlantılı değişimler gözlenmemişti. Söz konusu sıçrama ile PSR J1119-6127'nin tek pikli puls profili ek bileşenler kazanmış ve bu süreç sıçramayı takiben üç ay için devam etmiştir (Weltevrede ve diğ. 2011). İlk gözlemlerde başlangıçtaki üssel sönümler bittikten sonra dönme oranında net bir azalma  $\Delta\Omega_p < 0$ , daha da dikkat çekici biçimde Yengeç pulsarının aksine yavaşlama oranında sıçrama öncesindeki değerine göre ciddi bir düşüş,  $\Delta \dot{\Omega}_{p} > 0$  göze çarpmaktaydı (Weltevrede ve diğ. 2011). 3 yıl kadar daha fazla sürdürülen gözlemler ile Antonopoulou ve diğ. (2015) dönme oranındaki artışın standart sıçramalarda olduğu gibi  $\Delta\Omega_p > 0$  hâline geldiğini fakat yavaşlama oranındaki sıçramanın aynı  $\Delta \dot{\Omega}_{p} > 0$  davranışını sürdürdüğünü buldular. 7 yılı aşkın süren böyle bir sönüm davranışı daha önce hiçbir pulsardan gözlenmemişti. PSR J0742-2822 pulsarı da sıçramayı takiben radyo emisyon özelliklerinde ve puls profilinde değişiklikler göstermiştir (Keith ve diğ. 2013). Ancak son sıçrama öncesi gözlem ile sıçrama sonrasındaki ilk veri arasındaki büyük gözlem boşluğu ve sıçrama verisinin seyrek olması sebebiyle sıçrama ile dış tork değişimi arasında kuvvetli bir korelasyonun varlığı süphelidir. 4U 0142+61 anormal X-ışın pulsarının sıçramasından sonra tayfsal özelliklerinde değişiklikler yaşanmıştır (Gavriil ve diğ. 2011). Dönen radyo süreksizleri (RRAT) radyo emisyonlarını patlamalar şeklinde yapan, esas olarak X-ışınlarında gözlenen kaynaklardır. Böyle RRAT özelliği taşıyan PSR J1819-1458 kaynağının aktivitesinin sıçrama ile arttığı gözlemi bildirilmiştir (Lyne ve diğ. 2009).

4U-0142+61, 1RXS J1708-4009, SGR J1822-1606, 1E 1841-045 ve 1E2259+586 kaynaklarının oluşturduğu manyetar sınıfının sıçramalarına eşlik eden patlamalar gözlenmiştir (Dib ve Kaspi 2014). Manyetarların yüksek manyetik alanları sebebiyle kabuklarının kırılmasının ve manyetosferlerinde alan çizgilerinin sarılıp yeniden birleşmesinin bu süreçlerden sorumlu olduğuna inanılmaktadır (Thompson ve Duncan 1996, Beloborodov 2009). Yüksek manyetik alanlı bir radyo pulsarı olan PSR J1846-0258 de manyetar benzeri sıçrama ile birlikte patlama göstermiştir (Livingstone ve diğ. 2010).

## 3.1.1.4. Vela ve Yengeç Pulsarlarının Sıçrama Davranışları

Vela ve Yengeç pulsarları güney ve kuzey yarıküredeki çeşitli gözlemevleri tarafından günlük olarak gözlenmektedir. Bunun neticesinde oldukça iyi bir zamanlama verisi elde edilebilmiştir. Her iki pulsarda da ilk sıçramalar 1969 yılında gözlenmiştir. Bu tarihten itibaren de sıçramaları ilk hızlanma anında yakalamak ve sıçrama sonrası sönüm davranışını ayrıntılı olarak incelemek amacıyla nitelikli gözlemler yapılagelmiştir. En iyi çalışılan sıçramalar bu pulsarlara ait olmasından hareketle bu kaynakların sıçrama davranışlarını ayrıntılı olarak ele almak yerinde olacaktır. Vela pulsarına ait sıçramaların özellikleri şöyle sıralanabilir (Cordes ve diğ. 1988, Buchner ve Flanagan 2008, Shannon ve diğ. 2016):

- Günümüze kadar  $\Delta\Omega/\Omega \approx (1.1-3.1) \times 10^{-6}$  büyüklüğünde 15 tane büyük sıçrama yapmıştır.
- 2 orta büyüklükte  $\Delta\Omega / \Omega \ge 10^{-7}$  sıçraması vardır.
- Büyük sıçramalarının öncesinde ve sonrasında Yengeç benzeri  $\Delta\Omega/\Omega \ge 10^{-9}$  mertebesinde küçük sıçramalar görülmüştür.
- Sıçramanın oluşum zamanı 40 saniyeden kısadır (Dodson ve diğ. 2002).
- Sıçrama aralıkları hep aynı mertebededir ve iki sıçraması arasındaki ortalama zaman 1040 ± 326 gündür.
- Sıçramaları ≤1 dakika mertebesinde bir zaman ölçeğinde %70 kadarı anlık sönüm gösterecek biçimde yüksek bir dönme açısal hız atışından başlar (Dodson ve diğ. 2007).

- Sıçramaları sırasıyla yaklaşık 0.5, 5 ve 50 günlük üç üssel bozunan bileşen ve bir de zamanla lineer olarak yavaşça bozunan bileşenle oldukça iyi biçimde tasvir edilir.
- Sıçramalarının ardında  $\dot{\Omega}$  'da kalıcı bir kayma bıraktığı tespit edilememiştir.

Bunun sebebi, iki sıçrama arasındaki sönümün zamanlama gürültüsünün seviyesinin altına inecek biçimde neredeyse tamamlanması olabilir. Bir başka olasılık da bir sıçramadan önceki sıçramadan kaynaklanan sönüm tamamlanmadan önce yıldızın başka katmanlarında yeni bir sıçrama başlaması olabilir.

- Sıçramaların etkisi gözlem verisinden sağlıklı biçimde ayıklanamadığından ötürü ölçümlere pek güvenilemeyen çok düşük bir frenleme indisine, n =1.4 sahiptir (Lyne ve diğ. 1996).
- 1988 yılında gözlenen sıçramasından öncesinde ve sonrasında sırasıyla 10 gün zaman ölçekli dönme açısal hızında sönen sinüs dalgası biçiminde salınımlar tespit edilmiştir (McCulloch ve diğ. 1990).
- Yine 1988 sıçramasını takiben dispersiyon ölçümünde değişimler yaşanmıştır (McCulloch ve diğ. 1990).
- 1 Mayıs 2015 tarihinde meydana gelen ΔΩ/Ω ≈ 7.6×10<sup>-8</sup> büyüklüğündeki sıçramasını takiben yarı yükseklikteki puls genişliğinde azalma gözlenmiştir (Palfreyman ve diğ. 2016).

Yengeç pulsarına ait sıçrama ve zamanlama davranışları ise şöyle özetlenebilir (Wang ve diğ. 2012, Lyne ve diğ. 2015a):

- 1968 yılında ilk gözlenmesinden bu yana Yengeç pulsarının dönme frekansı 0.5 Hz azalmıştır.
- Şubat 1979-Şubat 1982 yılları arası gözlem verisi bulunmamaktadır.
- 1984 yılından bu yana Jodrell Bank gözlemevinde düzenli biçimde günlük olarak gözlenmektedir.

Buradaki gözlemler neticesinde 20 sıçrama ile 545 günde 1 sıçrama yakalanması oranı tutturulmuştur.

- 45 yıl boyunca 24 tane sıçraması gözlenmiştir.
- Sıçramanın yükselişi gün mertebesindedir.

- 1989 sıçramasında görülen, sıçramanın meydana gelmesinden sonra gün mertebesinde zaman ölçeğinde ortaya çıkan hızlanma davranışına başka bir pulsarda rastlanmamıştır (Lyne ve diğ. 1992).
- Yengeç sıçramaları genelde  $\Delta v = 10^{-9} \cdot 10^{-7} v$  mertebesinde olup 20 gün civarında bir zaman ölçeğinde sönüm gösterir.
- Buna karşılık yavaşlama oranındaki sıçrama kısmen sönmeyen (kalıcı) bir artış verir.

Link ve diğ. (1992) söz konusu gözlemi Yengeç pulsarının üzerine etki eden dış torkun sıçrama ile değişimi olarak yorumlamışlardır. Bundan hareketle Link ve Epstein (1997) Yengeç pulsarının dönme ve manyetik dipol eksenleri arasındaki açının sıçrama ile birlikte kapandığı sonucuna ulaşmışlardır. Bu kalıcı artışın sebebi için Rezania ve Jahan-Miri (2000) sıçramaların tetiklediği r modu kararsızlığı sonucunda ortaya çıkan kütleçekim radyasyonunun meydana getirdiği aşırı yavaşlamayı önermişlerdir. Alpar ve diğ. (1996) depremler sonucu vorteks çizgilerini barındırmayan yeni bölgelerin oluşumu mekanizmasını öne sürmüşlerdir. Bu konuya daha sonra döneceğiz.

 Özellikle 1975, 1989 ve 2011 büyük sıçramaları için kalıcı artış belirgin olup (sıçrama öncesinde 800 gün, sıçrama sonrasında ise 1200 gün içerisinde başka sıçrama olmamış) şöyle modellenebilir:

$$\Delta \dot{\Omega} = \begin{cases} 0, & 0 < t \\ \Delta \dot{\Omega}_{\rm p} \times \left( 0.46 \times e^{-t/320} - 1.0 \right), & t > 0 \end{cases}$$
(3.4)

- Toplam kalıcı kayma  $\Delta \dot{\Omega}_{p}$  'nın yaklaşık olarak yarısı  $320 \pm 20$  günlük zaman ölçeğinde bozunur ve geri kalanı herhangi bir sönüm göstermez.
- 1995-2006 yılları arasındaki dönemde sıçrama aktivitesi yükselmiş ve 15 sıçrama görülmüştür. Yine bu aralıkta frenleme indisinde ciddi bir düşüş yaşanmıştır.
- Kasım 2011 yılından bu yana Yengeç pulsarında sıçrama görülmemiştir.
- Yengeç sıçramalarında gürültüden ayrılan bir minimum sıçrama büyüklüğü vardır. (Espinoza ve diğ. 2014).

Bu sonuç oldukça dikkat çekicidir. Eskiden sıçramaların gözlem aletlerinin hassasiyetinin artması ve gürültünün içerisinden ayıklanması ile birlikte bir alt sınır olmadan herhangi bir büyüklükte ölçülebileceği kanısı hâkimdi (Shemar ve Lyne 1996, Wang ve diğ. 2000, Wong ve diğ. 2001). Ancak, ilk kez Yengeç pulsarında gösterildiği gibi böyle bir alt sınırın varlığı yalnızca küçük sıçramaların zamanlama gürültüsü ile benzer bir kökene sahip olabileceği fikrini (Hobbs ve diğ. 2010) yıkmakla kalmamış, aynı zamanda sıçrama modellerine oluşabilecek en küçük sıçramanın yıldızın iç dinamikleri açısından nasıl açıklanabileceği sorusunu gündeme getirmiştir.

- Eğer yavaşlama oranındaki kalıcı kayma sızma modeline göre kabuk süperakışkanının etkin eylemsizlik momentindeki azalma olarak görülürse, 45 yıl içerisinde *I*s/*I*c'daki azalma %0.3 kadardır.
- Tüm sıçramaların toplam biriken katkısı ile birlikte yavaşlama oranı %6 artmıştır.
- Sıçramalar arası frenleme indisi 2.342(3), sıçramaların etkisinden uzakta 2.51(1) ölçülmüştür.
- Frenleme indisinin pek değişmemesinden faydalanılarak Yengeç pulsarının 1054 yılındaki doğum anında orijinal periyodu P = 17 ms olarak öngörülmüştür.
- Sıçrama sonrasında yavaşlama oranında bozunmadan kalan artış ile dönme oranındaki sıçrama büyüklüğü arasında şöyle bir bağıntı mevcuttur:

$$\left|\Delta\dot{\Omega}_{p}\right| = 7 \times 10^{-8} \times \Delta\Omega \tag{3.5}$$

- Yavaşlama oranındaki sıçramalar neticesinde sönüm göstermeyen tüm kalıcı kaymaların toplamı  $\left|\sum \Delta \dot{\Omega}_{p}\right| = 594(16) \times 10^{-14} \text{ rad/s}^2 \text{ olmaktadır.}$
- Yengeç sıçramalarının dağılımı, Melatos ve diğ. (2008)'in işaret ettiği kendi kendisini düzenleyen kritik bir sürecin yol açacağı istatistiksel (rastgele) bir dağılım sonucunda tesadüfen ortaya çıkmaktan uzaktır.
- Lyne ve diğ. (2013) radyo polarimetri gözlemlerinden Yengeç pulsarının puls profilindeki ana bileşen ile yardımcı ara bileşenler arasındaki mesafenin 22 yıllık gözlemler neticesinde açıldığını keşfettiler.

Bu, dönme ve manyetik eksenler arasındaki eğim açısının arttığına işaret etmekteydi ve ölçülen oran yüz yılda 0.62°±0.03° idi. Plazma dolu manyetosferde dipol radyasyonu ile evrim, eğim açısının uzun dönemde kapanacağı şeklindedir (Philippov ve diğ. 2014, Arzamasskiy ve diğ. 2015). Gerçekten de pulsarlar yaşlandıkça eğim açılarının küçük olmasına dair istatistiksel çalışmalar mevcuttur (Young ve diğ. 2010, Kontorovich 2015). Beskin ve Nokhrina (2007) manyetosferden nötron yıldızı yüzeyine kapalı bir elektrik devresini tamamlayacak biçimde geri dönen parçacıklar tarafından meydana gelen akımın oluşturacağı torkun eğim açısının açılmasına sebebiyet vereceğini savunmuşlardır. Ancak, plazma dolu manyetosfere sahip, eğim açısının 90° olduğu bir pulsarın üzerine kuvvet etki etmeyen manyetosfer yapısını muhafaza edebilmesi için Beskin ve Nokhrina (2007)'nin Goldreich ve Julian (1969) çalışmasından alarak kullandığı yük yoğunluğundan çok daha fazlasına ihtiyacı vardır (Philippov ve diğ. 2014). Yengeç pulsarının eğim açısının büyümesi için yıldızın küresel olmayan şeklinden doğan (Arzamasskiy ve diğ. 2015) veya çok kutup manyetik alanların uyguladığı torklar sonucunda meydana gelen (Zanazzi ve Lai 2015) presesyon ve rüzgâr biçiminde parçacık atımı (Kou ve Tong 2015) mekanizmaları da önerilmiştir.

# 3.1.1.5. Sıçramalara Ait İstatistiksel Özellikler

50 yıla yaklaşan gözlemler neticesinde tüm popülasyonunun içerisinde azınlık olsa da oldukça farklı karakteristik yaş, manyetik alan, dönme ve yavaşlama oranına sahip pulsarlardan sıçramaları ve sıçrama sonrasındaki sönüm davranışlarına dair istatistiki çalışmalar yapmaya elverişli zengin bir veri elde edilmiştir. Tüm veriye ya da belli kıstaslar konularak bir alt gruba bakıldığında kimi bariz kimisi genel eğilim şeklinde birçok ortak özellik ortaya çıkmaktadır. Sıçramalara ait istatistiksel özellikleri şöyle sıralayabiliriz:

- Bütün pulsarlar sıçrama yapabilir. Sıçramanın yakalanması seçim etkilerine, yani gözlem taramaları esnasında yakalanmasına bağlıdır.
- Farklı pulsarlar farklı sıçrama davranışı gösterebildiği gibi aynı pulsarın sıçramaları da büyüklük ve sönüm davranışları açısından değişkenlik gösterebilir.

- Yüksek yavaşlama oranına sahip pulsarların sıklıkla sıçrama yapma olasılığı daha yüksektir (Urama ve Okeke 1999, Lyne ve diğ. 2000, Yuan ve diğ. 2010a, Espinoza ve diğ. 2011).
- ΔΩ verisi çift dağılımlıdır. Çoğu pulsar ya hep büyük ya da hep küçük sıçrama yapmaktadır (Espinoza ve diğ. 2011, Yu ve diğ. 2013).
- Yavaşlama oranı yüksek olan pulsarlarda tüm sıçramaların meydana getirdiği artışların yıldızın dönme açısal hızı üzerine etkisi daha büyük olmaktadır (Lyne ve diğ. 2000, Wang ve diğ. 2000, Espinoza ve diğ. 2011, Yu ve diğ. 2013).
- 172 pulsarda toplam 517 sıçrama gözlenmiştir (Espinoza ve diğ. 2011, Yu ve diğ. 2013). Bunlar arasında 8 tane manyetar vardır ve toplamda 25 kez sıçrama yapmışlardır (Dib ve Kaspi 2014).
- Pulsar sıçramaları en çok karakteristik yaşları  $\tau_c \sim 1-10$  kyıl olan pulsarlarda görülür. Sıçrama aktivitesi yaş ile azalır ve  $\tau_c > 20$  Myıl olan pulsarlarda kaybolur (Espinoza ve diğ. 2011, Yu ve diğ. 2013).
- Pulsar sıçramaları ~10–100 μHz dönme frekansı aralığında gözlenir (Espinoza ve diğ. 2011).
- $|\dot{v}_{-15}| < 0.5$  Hz s<sup>-1</sup> olan pulsarlarda sıçrama gözlenmemiştir (Espinoza ve diğ. 2011, Yu ve diğ. 2013, Dib ve Kaspi 2014).
- Büyük frekans sıçramalarına  $(\Delta v/v)$  büyük frekans türevi sıçramaları  $(\Delta \dot{v}/\dot{v})$  eşlik eder.
- Milisaniye pulsarlarında sıçrama aktivitesi yok denecek kadar azdır. PSR B1821–24 (Cognard ve Backer 2004) sıçrama yapmış tek milisaniye pulsarıdır ve nispeten yüksek yavaşlama oranı ve genç yaşı ile diğer milisaniye pulsarlarından ayrılır.
- En fazla sıçrama yapan pulsar PSR B1737–30 olup, bu pulsarın toplamda 33 sıçraması kaydedilmiştir.
- Kaydedilen en büyük sıçrama PSR J1718-3718 pulsarında ve ΔΩ/Ω =(33.25±0.01)×10<sup>-6</sup> büyüklüğündedir (Hobbs ve Manchester 2011). Kaydedilen en küçük sıçrama ise bir milisaniye pulsarı olan PSR B1821–24 e ait olup kesirsel büyüklüğü ΔΩ/Ω=0.0095×10<sup>-9</sup> kadardır. (Cognard ve Backer 2004).

- Sıçramadan ötürü spin hızlanma oranı,  $|\Delta \dot{\nu}| \sim 10^{-14} \cdot 10^{-11}$  Hz s<sup>-1</sup> aralığında değişen pulsarlar için  $|\dot{\nu}|$  ile orantılıdır (Lyne ve diğ. 2000, Wang ve diğ. 2000).
- Karakteristik yaşı τ<sub>c</sub> olan bir pulsar yıl başına en fazla (6±2)×τ<sub>c</sub><sup>-0.48(4)</sup> kez sıçrama yapar (Espinoza ve diğ. 2011).
- Pulsarlar yaşlandıkça sıçramalarının bozunma göstermesi azalır (Yu ve diğ. 2013).
- Pulsarların yüzey dipol manyetik alanları ile sıçrama aktiviteleri arasında herhangi bir karşılıklı ilişki mevcut değildir (Yu ve diğ. 2013).

## 3.1.2. Kabuk Depremi Modeli

Pulsarlardan gelen sinyallerin düzenli ve kararlı olmasından dolayı nötron yıldızlarının katı bir yüzeye sahip oldukları hemen anlaşılmış, Dünya'ya benzer biçimde katı bir kabuk ve akışkan bir iç yapı şeklinde modellenmesi yapılmıştır (Pines ve Shaham 1972). Önerilen ilk sıçrama mekanizması, nötron yıldızlarının bu katı kabuğunun yavaşlamasından ileri gelen gerginlikler sonucu deprem yoluyla kırılmasına dayanır (Ruderman 1969). Nötron yıldızları başlangıçta yüksek bir açısal hız ile başladıkları dönme evriminde küresellikten sapan bir şekle sahiptirler ve yıldız yavaşladıkça merkezkaç kuvvetlerin azalmasından dolayı olabildiğince küresel bir yapı kazanmaya çalışırlar. Yıldızın akışkan kısımları böyle bir evrime, farklı katmanları arasında sürtünmenin yol açacağı viskoz etkilerle açığa çıkan ısı enerjisi haricinde neredeyse hiçbir zorluk çıkarmadan ayak uydurur. Katı kabuk ise sertliğinden dolayı mevcut yavaşlama oranının işaret ettiği güncel dönme oranında yıldızın sahip olması gereken küreselliğe yakın şekle ulaşamayıp, daha yayvan bir biçimde kalacaktır. Katısının sertliği dolayısıyla küresel şekle gelmeye karşı gösterdiği direnç nötron yıldızlarının kabuğunda gerginliklerin birikmesine yol açar. Bu gerginlikler kritik bir değere ulaştığında katı kabuk deprem yoluyla kırılır ve düsey yönde madde hareketi sonucunda eylemsizlik momentinde azalma ile bu olay bir sıçramaya sebebiyet verir. Ana hatları bu sekilde özetlenebilecek kabuk depremi modeli son yıllarda yaşanan gelişmeler ışığında eski kanının aksine sıçrama gözlemlerinden en azından kısmi destek kazanmıştır. Burada Baym ve Pines (1971) çalışması izlenerek deprem modelinin tanıtımı yapılacak, güncel teorik ve nümerik çalışmaların model hakkında ne gibi yeni görüşler ortaya koyduğu üzerinde durulacaktır.

Doğumunu takiben bir nötron yıldızı hızlıca döndüğünden dolayı ekvator civarında şişkinliğe sahiptir. İlk birkaç gün sonunda nötron yıldızları kuvvetli nötrino emisyonu yoluyla hızlıca soğur ve dış katmanları katılaşarak kabuk yapısını meydana gelir (Flowers ve Ruderman 1977). Nötron yıldızı yavaşladıkça yıldızın akışkan kısımları dönme hızının düşmesiyle kendisini yeni ve daha az yayvan şekile adapte edebilirken, katı kabuk böyle bir değişime karşı koyar. Sonuç olarak kabuk gerilir. Baym ve Pines (1971) nötron yıldızının yavaşlamasından ileri gelen gerginlikler sonucunda kabuğunun kırılmasının meydana getirdiği sıçramaları ayrıntılı olarak modellemişlerdir. Nötron yıldızının sahip olduğu manyetik alanın gerginlik oluşumundaki ve yıldızın şeklini değiştirmedeki etkilerini göz ardı etmişlerdir. Modelleri, şöyle tanımlanan basıklık cinsinden yıldızın şekil bozukluğunun nedenleri ve sonuçları üzerinde durmaktadır:

$$\varepsilon \equiv \frac{I_{\rm c} - I_{\rm c0}}{I_{\rm c0}} \tag{3.6}$$

Burada *I*<sub>c0</sub> nötron yıldızı dönmeseydi kabuğunun sahip olacağı eylemsizlik momenti, *I*<sub>c</sub> ise yıldızın dönmesinden ileri gelen merkezkaç kuvvetleri sonucunda küresellikten sapmış şeklini muhafaza edecek biçimde katılaştığı hafifçe çarpık kabuğunun eylemsizlik momentidir. Basıklığın denge değeri bundan dolayı yıldızı küresel simetrik hâle getirmeye çalışan kütleçekim potansiyel enerjisi ile yıldızı çarpık tutma eğilimindeki katı örgüsünün gerilme enerjisi ve dönme kinetik enerjisi arasındaki denge göz önünde bulundurularak belirlenir. Yıldızın kütleçekim potansiyel enerjisi küresel durumdaki kütleçekim enerjisi ile çarpıklığın meydana getirdiği katkının toplamı olarak şöyle yazılabilir:

$$E_{\rm g} = E_{\rm g0} + A\varepsilon^2 \tag{3.7}$$

Burada A, kütleçekim bağlanma enerjisi biriminde bir katsayıdır ve sıkıştırılamaz bir yıldız modeli için kütle M ve yarıçap R cinsinden G kütleçekim sabiti olmak üzere şöyle verilir:

$$A = \frac{3}{25} \frac{GM^2}{R}$$
(3.8)

Zdunik ve diğ. (2008) çok yüksek kütleli olmayan nötron yıldızları için *A* katsayısının iyi bir yaklaşıklıkla şu analitik bağıntı ile verilebileceğini bulmuşlardır:

$$A = 3.87 \ (M/M_{\odot})^{7/3} \times 10^{53} \ \text{erg}$$
(3.9)

Kabuk ilk katılaştığında basıklık bir başlangıç  $\varepsilon_0$  değerine sahiptir. Yıldız yavaşladıkça içerisindeki akışkan küresel biçime doğru evrimini bir direçle karşılaşmadan kendisini ayarlayabilirken kabuk katılığının getirdiği sertlik sebebiyle buna karşı koyar. Kabuğun sertliği neticesinde basıklık bir  $\varepsilon < \varepsilon_0$  değerinde kalır ve  $(\varepsilon - \varepsilon_0)$  farkı ile orantılı gerilme enerjisi ortaya çıkar:

$$E_{\text{gerilme}} = B(\varepsilon - \varepsilon_0)^2 \tag{3.10}$$

Burada *B* katının elastiklik özellikleri ile bağlantılı, iyon örgüsünün elektrostatik bağlanma enerjisi mertebesinde bir sabittir ve kendi kütleçekimi tesiri altında bir küre için şöyle verilir:

$$B = \frac{57}{50} \left(\frac{4\pi}{3} R^3\right) \mu$$
 (3.11)

Burada  $\mu$  kayma modülüdür. Ancak, akışkan bir iç bölgeyi dıştan kuşatan sabit yoğunluklu ve kayma modüllü hafif bir katı kabuk yıldız modeline karşılık gelen bu *B* katsayısı tahmini gerçekçi bir nötron yıldızındakine göre 40 kat yüksek sonuç vermektedir (Cutler ve diğ. 2003). Daha gerçekçi bir nötron yıldızı kabuğu için Zdunik ve diğ. (2008) *B* katsayısının şöyle hesaplanabileceğini göstermişlerdir:

$$B = 0.027 \int_{\text{kabuk}} d^3 r \mu(r)$$
 (3.12)

*B* katsayısının nötron yıldızının kütlesine ve yarıçapına olan bağımlılığı  $B \propto M^{-1}R^4$ şeklindedir (Ushomirsky ve diğ. 2000). Nötron yıldızı yapısı için kayma modülü  $\mu$  ise şöyle tahmin edilmiştir (Strohmayer ve diğ. 1991):

$$\mu = \frac{n_{\rm i}(Ze)^2}{a} \frac{0.1194}{1 + 1.781 \times (100/\Gamma)^2} \,{\rm erg/cm^3}$$
(3.13)

Burada  $n_i$  kabuk örgüsündeki iyonların sayı yoğunluğu, Ze iyonların yükü ve  $a = [3/(4\pi n_i)]^{1/3}$  iyonlar arasındaki ortalama mesafedir.  $\Gamma$  ise örgünün Coulomb potansiyel enerjisi ile termal enerjisinin oranı olarak tanımlanır:

$$\Gamma \equiv \frac{(Ze)^2}{akT} \tag{3.14}$$

Kabuğun erimeye başladığı nokta için  $\Gamma \approx 200$  'dir (Chugunov ve diğ. 2010). Kabuktaki gerginlik şöyle verilir:

$$\sigma = \mu(\varepsilon - \varepsilon_0) \tag{3.15}$$

Basıklık yıldızın toplam enerjisi ile küresel yıldızın karşılık gelen enerjisi arasındaki şu farktan belirlenir:

$$\Delta E = \frac{1}{2}I\Omega^2 + A\varepsilon^2 + B(\varepsilon - \varepsilon_0)^2$$
(3.16)

Sabit açısal momentum  $L = I\Omega$  koşulu altında yukarıdaki ifadenin  $\varepsilon$  'a göre varyasyonu basıklığı verir:

$$\varepsilon = \frac{\Omega^2}{4(A+B)} \frac{\partial I}{\partial \varepsilon} + \frac{B}{A+B} \varepsilon_0$$
(3.17)

Bu ifadede sağ taraftaki ilk terim denge şekline merkezkaç kuvvetinden kaynaklanan katkıyı gösterirken, ikinci terim kabuğun katılığı sebebiyle oluşan gerginlikten sorumludur.  $B \ll A$  olmasından hareketle başlangıçtaki referans basıklığı  $\varepsilon_0$  kabuğun katılaştığı andaki açısal dönme hızı  $\Omega_0$  cinsinden şu biçimdedir:

$$\varepsilon_0 \approx \frac{\partial I}{\partial \varepsilon} \frac{\Omega_0^2}{4A} \tag{3.18}$$

Böylelikle (3.15), (3.17) ve (3.18) denklemlerinden kabuk boyunca mekanik gerginlik şöyle bulunur:

$$\sigma = \mu \frac{\partial I}{\partial \varepsilon} \frac{\Omega_0^2 - \Omega^2}{4(A+B)}$$
(3.19)

Kabuktaki gerginliklerin yıldızın dönme açısal hızının karesi ile büyüdüğü görülmektedir. Kabuktaki gerginlikler büyüyüp kritik  $\sigma_{kr}$  değerine ulaştığında kabuk kırılır. Bu eşik değer bir kritik gerilme açısı  $\theta_{kr}$  cinsinden şöyle ifade edilir (Cheng ve diğ. 1992):

$$\sigma_{\rm kr} = \mu \theta_{\rm kr} \tag{3.20}$$

Smoluchowski ve Welch (1970) Dünya'daki metallerin gerginlik-gerilme eğrilerinden ölçekleme yaparak kritik gerilme açısının  $\theta_{kr} \sim 10^{-5} - 10^{-3}$  aralığında değişeceği tahmininde bulunmuştur. Ancak, nötron yıldızlarının kabuk yapısı Dünya'daki malzemelerden oldukça farklıdır ve Smoluchowski ve Welch (1970)'de yapıldığı gibi basit ölçeklemeler anlamlı değildir. Alpar ve Pines (1985) problemdeki tek boyutsuz sayının ince yapı sabiti olmasından hareketle  $\theta_{\rm kr} \approx (e^2 / \hbar c) \sim 10^{-2}$  öngörüsünde bulunmuşlardır. Nötron yıldızlarının kabuk örgüsü elektronların aşırı rölativistik olması sebebiyle perdelemenin oldukça az olduğu, iyonların birbirine oldukça kuvvetli bağlarla bağlandığı bir Coulomb kristali yapısına sahiptir (Alpar 1989, Chamel ve Haensel 2008). Bu özelliği dikkate alan nümerik simülasyonlar sonucu elde edilen  $\theta_{kr} \approx 0.1$ değeri ile nötron yıldızının kabuğunu kırmanın çok zor olacağı sonucuna varılmıştır (Horowitz ve Kadau 2009). Levin ve Lyutikov (2012) bu sonuçtan hareketle kabuğun yerel plakalar hâlinde kırılma ihtimalinin çok az olacağını, kırılsa bile çatlak etrafındaki kuvvetli manyetik alanın söz konusu plakanın hareketini engelleyeceğini ve böylelikle de salınan mekanik enerji miktarını ciddi ölçüde indirgeyeceğini öne sürmüşlerdir. Hoffman ve Heyl (2012), Horowitz ve Kadau (2009)'un ulaştığı sonuçları da doğrulayacak biçimde yaptıkları nümerik çalışmalar ile kabuk bir kez kırıldıktan sonra tekrar kırmanın daha kolay olacağını göstermişlerdir. Öyle ki (3.20) ifadesi ile verilen kritik gerginlik değeri ilk kırılmadan sonra 1/3'üne iner. Kırılma ile yıldız kabuğunun eylemsizlik momentindeki  $\Delta I_c$  azalma açısal momentumun korunumu ile şu büyüklükte bir sıçramaya yol açar,

$$\frac{\Delta\Omega}{\Omega} = -\frac{\Delta I_{\rm c}}{I_{\rm c}} = \Delta\varepsilon \tag{3.21}$$

ve yıldızın basıklığı şu miktar azalır:

$$\Delta \varepsilon = \frac{B}{A+B} \Delta \varepsilon_0 \tag{3.22}$$

Yine tork denkleminde açısal momentumun korunduğu varsayılırsa yavaşlama oranındaki sıçrama büyüklüğü şöyle olmalıdır:

$$\frac{\Delta \dot{\Omega}}{\dot{\Omega}} = -\frac{\Delta I}{I} \approx \frac{\Delta \Omega}{\Omega}$$
(3.23)

Deprem ile şu miktarda bir enerji açığa çıkar:

$$\Delta E_{q} = 2 \frac{\sigma_{kr}}{\mu} A |\Delta \varepsilon|$$
(3.24)

Böyle bir sıçrama ile yıldızın kabuğundaki tüm gerginlik tek seferde salınmaz, yalnızca şu miktarda bir azalma yaşanır:

$$\Delta \sigma = \mu (\Delta \varepsilon_0 - \Delta \varepsilon) = \mu \frac{A}{B} \Delta \varepsilon$$
(3.25)

Bir depremi takiben kabukta gerginlikler devam eden yıldız yavaşlaması sayesinde şu oranda birikir:

$$\dot{\sigma} = -\mu \dot{\varepsilon} = \frac{\mu}{2A} \frac{\partial I}{\partial \varepsilon} \Omega |\dot{\Omega}|$$
(3.26)

Böylelikle (3.25) ve (3.26) denklemlerinden bir sonraki depreme kadar geçen zaman şöyle bulunur:

$$t_{\rm deprem} = \frac{\left|\Delta\sigma\right|}{\dot{\sigma}} = \left(\frac{2A}{\Omega\left|\dot{\Omega}\right|}\right) \left(\frac{\partial I}{\partial\varepsilon}\right)^{-1} \left(\frac{\left|\Delta\sigma\right|}{\mu}\right) \approx \frac{A}{B} \frac{\left|\Delta\varepsilon\right|}{\varepsilon} t_{\rm yas}$$
(3.27)

Buradan da görülür ki deprem ile meydana gelen sıçramaların sıklığı istatistiksel davranışla uyumlu olarak  $|\dot{\Omega}|$  ile artar ve pulsar yaşlandıkça sıklığı azalır (Alpar ve Baykal 1994). Aynı zamanda sıçramalar kendilerinden bir önce meydana gelen sıçrama büyüklüğü ile kuvvetli iliski içinde olmalıdır. Böyle bir korelasyon çarpıçı biçimde PSR J 0537-6910 (Middleditch ve diğ. 2006) ile PSR B1642-03 (Shabanova 2009a) pulsarlarında gözlenmiştir. Yine sıçramalar kullanılarak deprem modeli ile A ve B katsayıları vasıtasıyla nötron yıldızının iç yapısı hakkında, özellikle de buradan çıkan kütle M ve yarıçap R yardımıyla durum denkleminin kısıtlanması başarılabilir (Pandharipande ve diğ. 1976). Crawford ve Demianski (2003) Yengeç pulsarının sıçrama parametrelerinden itibaren deprem kaynaklı sıçrama modeli kullanıldığında, bu olayların  $\approx 1.5 M_{\odot}$  kütlesine sahip bir nötron yıldızının kabuğunda meydana geldiği fikri ile uyumlu olduğunu göstermişlerdir. Ayrıca Yengeç pulsarında sıçramalardan sonra görülen kalıcı kayma da deprem yorumuna destek sağlamaktadır (Wong ve diğ. 2001). Bundan başka PSR J0537-6910 (Middleditch ve diğ. 2006) ve PSR B1642-03 (Shabanova 2009a) pulsarlarının sıçrama davranışları deprem modelinin öngörüleriyle çok iyi uyum içindedir. Yumuşak gama ışın patlayıcılarının aktivitesi istatistik bakımdan Dünya'daki depremler ile benzerlik göstermektedir (Cheng ve diğ. 1996). Sıçramayı takiben yapılabilecek nötron yıldızlarının X-ışın gözlemi (3.24) denklemi yardımıyla nötron yıldızlarının durum denklemini kısıtlamada kullanılabilir (Cheng ve diğ. 1992). Yine depremler sonucu meydana gelmesi muhtemel salınımların doğasından nötron yıldızlarının iç yapısı hakkında bilgiler elde edilebilir (Ruderman 1970, Keer ve Jones 2015). Bu olumlu görüşlere rağmen kabuk depremi modelinin açıklamakta yetersiz kaldığı durumlar da vardır. Baym ve Pines (1971) gözlenen  $\Delta\Omega/\Omega \approx 10^{-6}$ büyüklüğündeki büyük sıçramaların deprem yoluyla meydana gelebilmesi için kabukta gerekli gerginliklerin birikmesinin çok uzun zaman alacağını ve bu mekanizmanın ancak yüzyıl içinde en fazla 5 sıçrama oluşturabileceğini hesaplamışlardır. Vela'nın yaklaşık 50 yılda yapmış olduğu yirmi kadar sıçrama bu modelin tek başına Vela tipi büyük sıçrama yapan pulsarların gözlemlerini açıklamakta yetersiz kaldığını açıkça ortaya koymaktadır. Gerginliğin kabukta birikmesinin uzun zaman alması güçlüğünden

kurtulmak üzere nötron yıldızlarının iç bölgesinde maddenin egzotik fazlarından pion yoğuşuğunda (Takatsuka ve Tamagaki 1989) ve gerçekleşirse bir katı fazda (Pines ve diğ. 1972) depremler önerilmiştir. Ancak bu durumda da (3.24) denklemi ile verilen sıçrama esnasında ortaya çıkacak ısı enerjisi nötron yıldızına gözlemsel sınırlamaları bir hayli aşan bir sıcaklık kazandıracaktır (Alpar ve Baykal 1994). Bundan başka, gözlenen  $\Delta\Omega/\Omega \ll \Delta\dot{\Omega}/\dot{\Omega}$  durumu (3.23) eşitliğindeki beklenen davranışa taban tabana zıttır.

Yavaşlamanın yol açtığı mekanik gerginliklerin yanı sıra yıldızın manyetik alanından (Franco ve diğ. 2000, Lander ve diğ. 2015, Wood ve Hollerbach 2015) ve vorteks çizgilerinin iç kabukta atom çekirdeklerine (Ruderman 1976), iç bölgede de akı tüplerine (Ruderman ve diğ. 1998, Konenkov ve Geppert 2001a) takılmasından ileri gelen gerginlikler de mevcuttur. Manyetik alanlar nötron yıldızlarının bir bütün olarak dengesini muhafaza etmesinde pek az öneme sahiptir (Reisenegger 2009). Kuvvetli bir toroidal manyetik alan nötron yıldızını ekvator bölgesinden basık hâle getirirken, güçlü bir poloidal manyetik alan aksine ekvator civarının kutuplara göre şişkin olmasına yol açar (Wasserman 2003). 4U 0142+61 manyetarının puls fazındaki modülasyonun büyük ihtimalle söz konusu nötron yıldızının sahip olduğu kuvvetli toroidal manyetik alan sebebiyle oluşan çarpıklığının yol açtığı presesyondan kaynaklandığı öne sürülmüştür (Makishima ve diğ. 2014). Franco ve diğ. (2000) nötron yıldızı üzerinde manyetik alandan kaynaklı gerginliklerin ekvator-kutup doğrultusunda bir fay hattı boyunca madde birikimi sebebiyle bir dağ yapısı meydana getireceğini savunmuşlardır. Ancak ele aldıkları sonsuz bir manyetik alan içerisinde kabuk geometrisi gerçekçi bir nötron yıldızı modelini yansıtmamaktadır. Lander ve diğ. (2015) nötron yıldızlarının sahip oldukları kuvvetli manyetik alanların kabuk depremlerindeki rolünü araştırmış ve  $B_s$ ~10<sup>14</sup> G şiddetindeki manyetik alanların ekvatora yakın, basıklığı daha yüksek bir yıldız bölgesinden manyetik kutuba doğru kabuğu kıracağını göstermişlerdir. Wood ve Hollerbach (2015) nötron yıldızı kabuğunda Hall evrimi sonucunda meydana gelen alan şiddetinin görece yüksek olduğu manyetik lekelerin üstündeki kabuk plakalarının çok yüksek olmayan yüzey dipol alanları için bile kabuğu kırmaya yetebileceğine dikkat çekmişlerdir.

Ruderman (1976), nötron yıldızının iç kabuğundaki kimi bölgelerde takılma kuvvetinin vorteks çizgilerinin kurtulamayacağı kadar kuvvetli olabileceğini önermiştir. Böylelikle

vorteks çizgilerinin takılması kabuğa ek bir gerginlik sağlayacaktır. Kuvvetli takılmanın yol açacağı maksimum kuvvet yoğunluğu şöyle verilir (Ruderman 1991):

$$\vec{F}_{v} = 2(\vec{\Omega}_{s} - \vec{\Omega}_{c}) \times (\vec{\Omega}_{s} \times \vec{r}) \rho_{s} f$$
(3.28)

Burada boyutsuz *f* çarpanı takılma kuvvetinin kabuk içerisinde sınırlı bir bölgeden geldiğini göstermek üzerine konulmuştur. Bu kuvvetin yol açtığı gerginliklerin yönü radyal olarak dışarı doğru olacaktır. Vorteks çizgilerinin takılma yoluyla kabuk üzerinde uzun süreli gerginlik oluşturabilmesi için söz konusu takılma yerlerinden kurtulamamaları lazımdır. Ruderman (1991) bu koşulu bir kritik periyot cinsinden ifade etmiştir:

$$P < P_{\rm B} \sim 10^2 \left(\frac{10^{-3}}{\theta_{\rm kr}}\right) \rm ms$$
(3.29)

Güncel çalışmaların işaret ettiği  $\theta_{kr} \approx 0.1$  (Horowitz ve Kadau 2009) için milisaniye pulsarlarında bile vorteks-kristal yapışması sebebiyle kabuk kırılması beklenmemektedir ve bu Ruderman (1991)'in sonuçları ile çelişmektedir.

Yıldızın dönme hızı yavaş ya da manyetik alanı kuvvetli olduğu durumda kabuğun tabanında akı tüplerinin uyguladığı gerginlik önem kazanacaktır. Vorteks çizgisi-akı tüpü takılması ise, vorteks çizgilerinin yavaşlama ile dışarı açılmasıyla beraberinde sürüklediği akı tüpleri vasıtasıyla kabuk üzerine bir kayma gerginliği uygular. Söz konusu etkileşmenin kabuk boyunca yol açacağı gerginlik,  $H_{c1}$  süperiletkenliğin ortaya çıkacağı kritik manyetik alan şiddeti olmak üzere şöyle olur (Ruderman 1991, Ruderman ve diğ. 1998):

$$S(B) \sim \frac{BH_{c1}}{8\pi} \sim 10^{26} \left(\frac{B}{10^{12} \,\mathrm{G}}\right) \mathrm{dyn/cm^2}$$
 (3.30)

Kabuğun kırılacağı maksimum gerginlik ise  $\ell$  kırılan plakanın kalınlığı olmak üzere bir büyüklük mertebesi hesabından şöyle çıkar (Ruderman 1991, Ruderman ve diğ. 1998):

$$S_{\rm maks} \sim \frac{\ell}{R} \mu \theta_{\rm kr}$$
 (3.31)

Böylelikle ancak  $S(B) \ge S_{\text{maks}}$ için kabuğun akı tüplerinin alttan sıkıştırmasıyla kırılabileceği görülür. (3.30) ve (3.31) denklemlerinden kabuk tabanında ortalama manyetik alan şiddeti 10<sup>14</sup> G ise kabuğun kırılabileceği çıkar ki nümerik simülasyonlar bu beklentiyi doğrulamaktadır (Gourgouliatos ve Cumming 2015).

Nötron yıldızlarında kabukta gerginliğin depremlerle kesikli kesikli biçimde atılmasının yanında sürekli şekilde salınmasına yol açan süreçler de mevcuttur. Nötron yıldızlarının kabuğu da dâhil olmak üzere tüm katılar uygulanan gerginliğe farklı tepkiler verirler. Bir katıya uygulanan gerilim etkisi ortadan kalktığında eski şekline dönmeyip mevcut şekil bozukluğunu koruyorsa böyle katılara plastik deformasyona uğramış katılar denilir. Esnek katılar kırılmadan büyük ölçekli gerilimlere dayanabilirler ve plastik akışla yavaşça sünerler. Kırılgan katılar ise şekil bozukluğunun getirdiği gerilmeyi catlaklar meydana getirmek suretiyle üzerlerinden atarlar. Böylelikle sıcak, genç pulsarların üzerlerindeki gerginliği hafifçe sünerek attıklarından dolayı deprem yoluyla sıçrama yapmaması ve ancak yeterli miktarda soğuduktan sonra kabuklarının kırılgan hâle gelmesiyle sıçrama aktivitesi göstermeye başlaması beklenmektedir (Ruderman ve diğ. 1998). Esnek bir katı gibi göz önüne alınabilecek manyetarlar gibi sıcak bir nötron yıldızı kabuğunda gerilimler kabuk kalınlığı boyunca bir hat üzerinde kayarak ilerleyen yerleşme kusurları tarafından iletilir ve plastik akış biçimindedir (Lyutikov 2015). Referans basıklığının değeri  $\varepsilon_0$ 'yi de etkileyecek nötron yıldızı kabuk maddesindeki yerleşme kusurlarının miktarı ve dağılımı hakkında çok az bilgi vardır (Chamel ve Haensel 2008). Plastik akışla sürekli biçimde gerilim salınımı  $\rho_{\rm d}$  yerleşme kusurlarının yoğunluğuna,  $v_d$  hızına,  $d_d$  bir kayma hareketi esnasında alınan mesafeye ve  $U_d$  bu kayma hareketi için aktivasyon enerjisine şu şekilde bağlıdır (Baym ve Pines 1971):

$$\dot{\varepsilon}_{\rm pf} = -d_{\rm d}\rho_{\rm d}v_{\rm d} = \upsilon_0 e^{-U_{\rm d}/kT}$$
(3.32)

Burada  $v_0$  kristal maddesinin özelliklerine bağlı bir sabittir. Bu gerilim salınımı (3.26) denklemi ile verilen mekanik gerilim birikmesini geciktirir ve yıldızın eylemsizlik momentinin sünme neticesinde şu miktarda değişimine yol açar (Smoluchowski ve Welch 1970):

$$\frac{\dot{I}}{I} = \frac{4}{7} \frac{GM}{\Omega^2 R^3} \dot{\varepsilon}_{\rm pf}$$
(3.33)

Jones (2001, 2003) nötron yıldızı maddesinin basıncının kayma modülünden çok büyük olması sebebiyle kabukta boşluk benzeri yerleşme kusurlarının yeterince uzun bir zaman için var olamayacağını göstermiştir. Böyle kusurlar ancak yıldız soğudukça gelişebilir ve bu durumda esnek şekil bozukluğu ile gerilim salınımı  $\dot{\varepsilon}_{pf} \propto \mu \theta_{cr} T/t$ şeklinde gerçekleşir (Smoluchowski ve Welch 1970). Buna karşın Bambakidis ve Chan (1975) söz konusu rejimde plastik akış ile gerginlik kaybının yavaşlama yoluyla mekanik gerginlik oluşumu yanında ihmal edilebilecek kadar küçük kaldığını göstermiştir.

#### 3.1.3. Vorteks Sızma Modeli

Vorteks sızma modeli bir sıçrama modelinin cevaplaması gereken şu sorulara ya cevap verebilmektedir ya da muhtemel nedenleri hakkında kuvvetli öngörülere sahiptir (Gügercinoğlu 2011):

- Farklı büyüklükte sıçramaların altında yatan nedenin ne olduğu,

- Yavaşlama oranında sıçrama sonrasında bozunmadan kalan kalıcı kayma bileşeninin sebebinin ne olduğu,

- Nötron yıldızı içerisinde sıçramaya sebebiyet verecek açısal momentumun depolandığı yerin neresi olduğu,
- Sıçramaları başlatan olayın ne olduğu,
- Sıçramanın büyüklüğü ve sönüm davranışının pulsarın yaş, sıcaklık,  $\Omega$ ,  $\dot{\Omega}$  vb. özelliklerine nasıl bağlı olduğu,

- Sıçramaların pulsarın frenleme indisi 
$$n = \frac{\Omega\Omega}{\dot{\Omega}^2}$$
'yi nasıl etkileyeceği,

 Sıçramaların nötron yıldızlarının termal evrimini etkileyebilecek ölçüde bir ısı kaynağı olup olamayacağı.

Sızma modelinin tanıtımına geçmeden, gelişimine katkıda bulunan iki bileşenli model (Baym ve diğ. 1969c) ve vorteks takılması-boşalması modelini (Anderson ve Itoh 1975, Pines ve diğ. 1980) kısaca ele alalım. 1969 yılında Vela pulsarında ilk sıçramanın gözlenmesinden kısa bir zaman sonra Baym ve diğ. (1969c) nötron yıldızının süperakışkan iç yapı dinamiğine dayanan iki bileşenli modeli geliştirmişlerdir. Buna göre, nötron yıldızları normal madde fazında bir katı kabuk tarafından kuşatılmış tamamen süperakışkan nötronlardan oluşan bir iç bölgeden meydana gelir. İki bileşenin eylemsizlik momentleri ve açısal hızları sırasıyla  $I_c$  ile  $I_n$  ve  $\Omega_c$  ile  $\Omega_n$ 'dir. Süperakışkan bileşeni yıldızın geri kalanı ile oldukça zayıf etkileşir. Bu kuplaj sabitine  $\tau_c$  denilirse iki bileşenin uydukları hareket denklemleri şöyle olur:

$$I_{\rm c}\dot{\Omega}_{\rm c} = -N_{\rm dis} - \frac{I_{\rm c}}{\tau_{\rm c}}(\Omega_{\rm c} - \Omega_{\rm n})$$
(3.34)

$$I_{\rm n}\dot{\Omega}_{\rm n} = \frac{I_{\rm c}}{\tau_{\rm c}}(\Omega_{\rm c} - \Omega_{\rm n})$$
(3.35)

Burada  $N_{dis}$  pulsarın elektromanyetik frenleme torkudur ve göz önüne alınan zaman ölçeklerinde sabittir. İki bileşenli modele göre sıçrama bir deprem yoluyla gerçekleşir. Deprem sonucu iki bileşenin açısal hızı ile eylemsizlik momentlerindeki değişim sırasıyla  $\Delta\Omega_c/\Omega_c = -\Delta I_c/I_c$  ve  $\Delta\Omega_n/\Omega_n = -\Delta I_n/I_n$  olur. Sıçrama ile kabuk tarafından kazanılan fazladan açısal momentum aralarındaki zayıf etkileşme sebebiyle süperakışkan nötronlar ile çabuk paylaşılamaz ve yavaşça sönen bir sönüm davranışı görülür (Baym ve diğ. 1969c):

$$\Delta\Omega_{\rm c}(t) = Q\Delta\Omega_{\rm c}e^{-t/\tau} + (1-Q)\Delta\Omega_{\rm c}$$
(3.36)

Burada  $\tau \equiv \tau_c [I_n / (I_n + I_c)]$  'dir ve sıçrama ile kazanılan artışın sönümünün ölçüsünü veren düzelme parametresi Q nötron yıldızına ait yapısal parametreler cinsinden şöyle verilir:

$$Q = \frac{1 - (\Delta I_{\rm n} / I_{\rm n}) / (\Delta I_{\rm c} / I_{\rm c})}{1 + I_{\rm c} / I_{\rm n}}$$
(3.37)

Bu ifade gözlemlerden itibaren kabuk ve nötron süperakışkanının eylemsizlik momentlerinin kesrinin ve sıçramalardan ne kadar etkilendiğinin hesaplanmasına olanak tanır:

$$\frac{\Delta I_{\rm n}}{I_{\rm n}} \le (1-Q)\frac{\Delta I_{\rm c}}{I_{\rm c}}, \quad \frac{I_{\rm c}}{I_{\rm n}} \le Q^{-1} - 1 \tag{3.38}$$

Yavaşlama oranındaki sıçramanın sönüm davranışı ise sıçrama büyüklüğü ve pulsarın yaşı cinsinden şöyle ifade edilebilir:

$$\frac{\Delta \dot{\Omega}_{c}}{\dot{\Omega}_{c}} = \frac{\Delta \Omega_{c}}{\Omega_{c}} \frac{t_{yas}}{\tau_{c}} \left[ 1 - \frac{\Delta I_{n} / I_{n}}{\Delta I_{c} / I_{c}} \right]$$
(3.39)

Baym ve diğ. (1969c)'nin bu iki bileşenli modeli laboratuvarda süperakışkan içeren bir kabın ilk hızlanma sonucunda sönümünü inceleyen Tsakadze ve Tsakadze (1980)'in deneylerinden destek kazanmıştır. Bu modeldeki en önemli parametreler iki bileşen arasındaki etkileşmeyi tarif eden  $\tau_c$  kuplaj sabiti ve kabuk ile nötron süperakışkanının eylemsizlik momentlerinin oranını belirleyen Q düzelme parametresidir. Her iki parametre de yıldızın yapısal özelliklerini belirlediğinden, bir pulsarda meydana gelen tüm sıçramalarda özdeş olmalıdırlar. Tek bir sıçramada birden fazla üssel sönüm gösteren bileşenlerin gözlenmesi ve  $\tau_c$  ile Q'nın aynı pulsarda sıçramadan sıçramaya değişmesi sonucunda iki bileşenli modelin sıçramaları ve sönüm davranışlarını tutarlı bir biçimde tasvir edemeyeceği anlaşılmıştır.

Kabuk depremi ve iki bileşenli sıçrama modelleri başta Vela pulsarı olmak üzere birçok pulsarda meydana gelen sıçramaların büyüklüğünü, sıklığını ve sönüm davranışlarını tatminkâr biçimde tarif edememektedir. Bunu takiben Packard (1972), laboratuvarlarda döndürülmeye ve ardından yavaşlamaya bırakılmış, içerisinde süperakışkan helyum bulunan kaplardaki vorteks çizgileri ile kabın çeperleri arasındaki etkileşmenin yol açtığı vortizite zıplamalarının pulsar sıçramalarının nedeni olabileceğini önermiştir. Anderson ve Itoh (1975) iç kabukta vorteks çizgileri ile atom çekirdekleri arasındaki çekici nükleer etkileşmelerin dinamiğine dayanan bir sıçrama modeli öne sürmüşlerdir.

Buna göre, vorteks çizgilerinin merkezlerindeki normal madde fazındaki nötronların kristal örgüsündeki atom çekirdeklerine yapışması sıçramaların nedenidir. Yıldızın katı kabuğu ve yüklü bileşenleri elektromanyetik dış tork tesiri altında yavaşlamaya devam ederken, vorteks-kristal yapışması sebebiyle iç kabuk süperakışkanındaki vorteks çizgileri yıldızın geri kalanının yavaşlamasına katılamaz ve yıldızın söz konusu bölgesinin açısal momentumunda bir değişiklik meydana gelmez. Vorteks-atom çekirdeği yapışması sonucu bu bölgede açısal momentum depolanması daha yüksek değerdeki iç kabuk süperakışkanı ile bunun gerisinde kalan kabuğun açısal dönme hızları arasındaki fark  $\omega = \Omega_s - \Omega_c$  kritik bir değere ulaşana kadar devam eder. Bu kritik noktaya erişilince vorteks çizgileri takılma yerlerinden kurtulurlar ve fazla açısal momentumlarını kabuğa aktararak bir sıçrama meydana getirirler. Bu kritik açısal hız farkı birim uzunluk başına vorteks-atom çekirdeği takılma kuvveti  $f_p \approx E_p / (\xi_n b)$  'nin, Magnus kuvveti  $f_M = \rho_s \kappa r (\Omega_s - \Omega_c)$  'ne eşitlenmesinden bulunur:

$$\omega_{\rm kr} = \frac{E_{\rm p}}{\rho_{\rm s} \kappa r \xi_{\rm n} b} \tag{3.40}$$

Anderson ve Itoh (1975)'e göre bu kritik değer aşıldığında büyük ölçekli vorteks boşalması yaşanır ve sıçrama vorteks çizgilerinin radyal olarak dışarı doğru hareket edip açısal momentumlarını kabuğa aktarmaları sonucunda gerçekleşir.

Pines ve diğ. (1980) nötron yıldızlarının iç kabuk süperakışkanını birinci bileşen, yıldızın geri kalanını da ikinci bileşen alarak iki bileşenli modeli yeniden formalize etmişlerdir. Vorteks çizgileri üzerine etki eden süperakışkan ile kabuk arasındaki açısal hız farkına lineer olarak bağlı bir  $\alpha$  sürtünme kuvveti için hareket denklemlerini şöyle elde etmişlerdir:

$$I_{\rm s}\dot{\Omega}_{\rm s} + I_{\rm c}\dot{\Omega}_{\rm c} = N_{\rm dis} \tag{3.41}$$

$$\dot{\Omega}_{s} + 2\alpha \Omega_{s} (\Omega_{s} - \Omega_{c}) = 0 \tag{3.42}$$

Söz konusu sürtünme kuvvetine yol açabilecek, vortekslerden elektronların, fononların ve safsızlıkların saçılması gibi birçok süreç vardır (Jones 1990a, 1990b, 1990c, 1993). (3.41) ve (3.42) denklemlerinden sıçrama sonrası sönüm zamanı şöyle bulunur:

$$\tau = \frac{(I_{\rm c}/I)}{2\alpha\Omega_{\rm s}} \tag{3.43}$$

Pines ve diğ. (1980) modelindeki (3.43) ile verilen üssel sönüm zamanının Baym ve diğ. (1969c)'deki üssel sönümü belirleyen kuplaj zamanından farkı, pulsarın yapısına bağlı bir sabit olmayıp yıldız içerisinde farklı katmanlarda cereyan eden vorteks çizgileri ile normal madde arasındaki farklı saçılma süreçlerine ve etkinliğine bağlı olmasıdır. Alpar ve diğ. (1984a) sıçramaların sebebi olarak Anderson ve Itoh (1975)'ın önermiş olduğu iç kabukta vorteks çizgilerinin atom çekirdeklerinden kurtulmalarını benimsemiş, Pines ve diğ. (1980) iki bileşenli modelini (3.42) ile verilen süperakışkanın açısal hızındaki değişim oranı için lineer sürüklenme kuvveti yerine vorteks çizgilerinin radyal olarak dışarı sızma hızına şöyle ilişkilendiren bir durağan durum yavaşlama oranı alarak genişletmişlerdir:

$$\dot{\Omega}_{\rm s} = -\frac{2\Omega_{\rm s}}{r} v_{\rm r}(\omega) \tag{3.44}$$

Burada  $v_r$  daha önce de gördüğümüz gibi süperakışkan ile kabuk arasındaki açısal hız farkının genelde lineer olmayan bir fonksiyonudur. Böylece Alpar ve diğ. (1984a) modeli ile Baym ve diğ. (1969c)'nin iki bileşenli modeli arasındaki temel farklar şunlardır:

- Alpar ve diğ. (1984a)'nin vorteks sızma modeli süperakışkan bileşen olarak nötron yıldızı içerisindeki nötron süperakışkanının oldukça küçük bir kesrini meydana getiren iç kabuk süperakışkanını içerir. Halbuki Baym ve diğ. (1969c)'nin iki bileşenli modeli nötron yıldızındaki tüm süperakışkanı içerir.
- Vorteks sızma modeli vortekslerin radyal olarak dışarı doğru hareket hızına göre lineer olmayan bir teoridir ve bunun sonucunda da sönüm zamanı geniş bir aralıkta değişebilir. İki bileşenli modelde ise sönüm zamanı bir sabittir.

Vorteks sızma modeli hem sıçramalara sebep olan süreci, hem de sıçrama sonrası sönüm davranışını nötron yıldızının iç kabuğunda takılma enerjileri ile birbirlerinden

ayrılan ve dolayısıyla da tepkisi değişen çok sayıda süperakışkan bölgesinin varlığına dayanarak açıklamaktadır. Bu model Vela (Alpar ve diğ. 1993, Chau ve diğ. 1993), Yengeç (Alpar ve diğ. 1996), PSR B0521+21 (Alpar ve diğ. 1985), PSR B0355+54 (Alpar ve diğ. 1988) ve son olarak da PSR J1119-6127 (Akbal ve diğ. 2015) pulsarlarının sıçrama sonrası davranışına nicel açıklama getirmesi bakımından başarılı olmuştur.

Şekil (3.4)'te bir kesiti gösterilen bu modele göre sıçramalar haricinde kabuk ve iç kabuk süperakışkanı aynı yavaşlama oranına,  $\dot{\Omega}_{c} = \dot{\Omega}_{s} = |\dot{\Omega}|_{\infty}$ , sahiptirler ve vorteks çizgileri durağan durumda  $\omega_{\infty}$  açısal hız farkı ile sızma yaparak kabuğa sürekli biçimde açısal momentum aktarırlar. Açısal hız farkının  $\omega_{\infty}$ 'dan büyük olduğu bölgelerin sızma davranışında ciddi değişimler meydana gelir ve hatta bazı durumlarda durur. Eğer yerel dalgalanmalar  $\omega_{\infty}$ 'yı (3.40) denklemiyle verilen  $\omega_{kr}$ 'nin üzerine yükseltirse çok sayıda vorteks çizgisinin aniden boşalması ve radyal olarak dışarı doğru hareketi gerçekleşir. Açısal momentumun korunumu ile kabuğun açısal hızında şöyle verilen bir değişim

$$I_{c}\Delta\Omega_{c} = \sum_{i} I_{i}\partial\Omega_{i}$$
(3.45)

Burada  $I_i$  ve  $\partial \Omega_i$  sırasıyla sıçrama zamanında serbest kalan vorteks çizgilerinin içerisinden hareket ettiği çeşitli süperakışkan bölgelerinin eylemsizlik momentini ve süperakışkanın açısal hızındaki azalmayı göstermektedir. Süperakışkanın açısal hızındaki değişim olaydan etkilenen vorteks çizgilerinin sayısı  $\partial N$  ile doğru orantılıdır:

$$\partial \Omega_{\rm i} = \kappa \partial N / 2\pi r_{\rm i}^2 \tag{3.46}$$

Bir büyük pulsar sıçraması nötron yıldızı içerisindeki yaklaşık 10<sup>17</sup> tane vorteks çizgisinin 10<sup>14</sup> tanesinin olaya katılmasını gerektirir. Şekil 3.5'te gösterildiği gibi sıçramadan evvel hem süperakışkan hem de kabuk ve kabuğa sıçrama sonrası sönüm zamanlarının işaret ettiğinden daha kısa sürelerde sıkıca bağlı olan bileşenler aynı oranda yavaşlamaktadır. Süperakışkan kabuktan biraz daha hızlı dönmektedir. Sıçrama anında vorteks çizgilerinin kristal örgüsündeki takılma yerlerinden kurtulup radyal

olarak dışarı hareket etmesi sonucunda süperakışkanın açısal hızı  $\partial \Omega_s$  kadar azalır. Açısal momentumun korunumuyla süperakışkan ve etkin kabuğun eylemsizlik momentleriyle orantılı olarak bunun sonucunda kabuğun açısal hızında daha küçük bir  $\Delta \Omega_c$  artışı olur.



Şekil 3.4: Vorteks sızma modelinin geometrisi. Bir A lineer olmayan sızma bölgesinden boşalan vorteks çizgileri B vorteks barındırmayan bölgelerinden geçerek başka lineer olmayan sızma bölgelerinde yeniden takılırlar. Lineer sızma yapan bölgelerde ise vorteks kurtulması gerçekleşmez (Alpar ve diğ. 1993'dan alınmıştır).

Dolayısıyla sıçrama nedeniyle durağan durum açısal hız farkı şu miktarda kapanacaktır:

$$\delta\omega = \delta\Omega_{\rm s} + \Delta\Omega_{\rm c} \tag{3.47}$$

Nötron yıldızının farklı takılma enerjileri ile tasvir edilen farklı katmanları (3.47) ile verilen durağan durum açısal hız farkına sıçrama nedeniyle gelen ufak bir değişime tepkisi farklı olur. Bir lineer sızma bölgesinin sıçramaya tepkisi basit üssel sönümdür ve şu şekildedir (Alpar ve diğ. 1989):



Şekil 3.5: (Solda) Sıçrama öncesi, esnası ve sonrasında açısal hız farkının evrimi. (Sağda) Vorteks boşalması sonucunda sızmanın durduğu bölgenin yeniden durağan durum sızması yapabilecek duruma gelene kadar pulsarın yavaşlama davranışında görülen değişim. Alpar (1998) çalışmasından alınmıştır.

Burada lineer sızma bölgesinin karakteristik sönüm zamanı ise şöyle verilir:

$$\tau_{1} = \frac{kT}{E_{p}} \frac{\omega_{kr} r}{4\Omega_{0} v_{0}} \exp\left[\frac{kT}{E_{p}}\right]$$
(3.49)

Görüldüğü gibi lineer sızma bölgesinin bir sıçramaya tepkisi yıldızın sıcaklığına ve takılma kuvvetinin şiddetine üssel biçimde oldukça hassastır. Dolayısıyla çok geniş bir parametre aralığında üssel sönüm zamanı elde etmek mümkün olur. Lineer rejimde durağan durum açısal hız farkı  $\omega_{\infty} = |\dot{\Omega}|_{\infty} \tau_1$  olduğundan, 1000 gün mertebesinde oldukça uzun bir sönüm zamanı için bile  $\omega_{\infty} \ll \omega_{\rm kr}$  'dir. Yani sıçrama anında lineer sızma bölgelerinde vorteks boşalması yaşanmaz.

Diğer taraftan lineer olmayan sızma bölgesinde sıcaklık takılma enerjisi ile karşılaştırıldığında düşük olduğundan  $\omega_{kr}$  'ye yakın büyük bir durağan durum açısal hız farkı vardır. Dolayısıyla sıçramalar vorteks çizgilerinin kolaylıkla takılma yerlerinden sökülebileceği bu lineer olmayan sızma bölgelerinden başlamalıdır. Lineer olmayan sızma bölgelerinin böyle kritik bir eşik vorteks boşalma durumuna yakın oluşu sıçramaların genel davranışları ve dağılımları başta olmak üzere istatistiksel

beklentilerle çok iyi uyum içindedir (Melatos ve Warszawski 2009). Yine böyle bir eşik değerinin aşılmasıyla çok sayıda vorteks çizgisinin toplu boşalması sonucunda meydana gelen sıçramalar simülasyonlar yardımıyla bilgisayar ortamında yeniden oluşturulabilmektedir (Warszawski ve Melatos 2008, 2011). Bir k lineer olmayan sızma tabakasının sıçramaya tepkisi şöyle olur (Alpar ve diğ. 1984a):

$$\frac{\Delta \dot{\Omega}_{c,k}}{\dot{\Omega}_{c}} = -\frac{I_{k}}{I_{c}} \left\{ 1 - \frac{1}{\left[ 1 + (e^{t_{0,k}/\tau_{n,k}} - 1)e^{-t/\tau_{n,k}} \right]} \right\}$$
(3.50)

Burada, durağan durum sızması açısal hız farkına sıçramanın getirdiği değişimi dış torkun gidermeye çalıştığı zaman ölçeği olan tam katılım zamanı şöyle tanımlanmıştır:

$$t_{0,k} = \frac{\delta \omega_{k}}{\left|\dot{\Omega}\right|_{\infty}} = \frac{\delta \Omega_{s,k} + \Delta \Omega_{c}}{\left|\dot{\Omega}\right|_{\infty}} \cong \frac{\delta \Omega_{s,k}}{\left|\dot{\Omega}\right|_{\infty}}$$
(3.51)

Yani *t*<sub>0</sub> sıçramadan etkilenen bölgenin yeniden durağan durum sızması yapmasına kadar geçen zamanı verir. Sıçramaların yıldızın aynı bölgesinden kaynaklandığı varsayımı yapılırsa bu bir bakıma iki sıçrama arasında geçen zamanın ölçüsünü verir. Dikkat edilirse deprem modelinde (3.27) ile verilen iki deprem ya da iki sıçrama arasındaki zaman ifadesinde olduğu gibi (3.51) denklemi de bir önceki sıçramanın büyüklüğü ile doğru orantılı, yavaşlama oranı ile ters orantılı,  $\propto |\dot{\Omega}|^{-1}$ , bir sonraki sıçramaya kadar geçen zaman tahmini öngörmektedir. Bu konuya daha sonra döneceğiz. Yine lineer olmayan rejimdeki karakteristik sönüm zamanı şöyle verilir:

$$\tau_{\rm n} = \frac{kT}{E_{\rm p}} \frac{\omega_{\rm kr}}{|\dot{\Omega}|_{\infty}} \tag{3.52}$$

(3.50) deklemi vorteks çizgilerinin eylemsizlik momenti *I*<sub>A</sub> olan bir A lineer olmayan sızma bölgesinden birbiçim boşalıp radyal olarak daha dışarıdaki bir başka lineer olmayan sızma bölgesinde tekrar takıldığı varsayımı altında integre edilirse, bu A bölgesinin sıçrama sonrasında yavaşlama oranındaki davranışı şu hâle gelir (Alpar ve diğ. 1984a):

$$\frac{\Delta \dot{\Omega}_{c}(t)}{\dot{\Omega}_{c}} = \frac{I_{A}}{I_{c}} \left\{ 1 - \frac{1 - (\tau_{n} / t_{0}) \ln \left[ 1 + \left( e^{t_{0} / \tau_{n}} - 1 \right) e^{-t / \tilde{\tau}_{n}} \right]}{1 - e^{-t / \tilde{\tau}_{n}}} \right\}$$
(3.53)

Burada  $\tilde{\tau}_n \equiv (I/I_c)\tau_n$  tanımlaması yapılmıştır. A bölgelerinde vorteks boşalması sonucunda sızma süreci geçici olarak durdurur ve böylece bu bölgeler dış torktan ayrışır. Bundan dolayı dış tork daha az eylemsizlik momenti üzerine etkir ve spin yavaşlama oranı aniden artar.  $t_0 > t > \tau_n$  limitinde (3.53) denklemin tasvir ettiği sönüm davranışı oldukça basitleşir (Şekil 3.5):

$$\frac{\Delta \dot{\Omega}_{c}(t)}{\dot{\Omega}_{c}} = \frac{I_{A}}{I_{c}} \left( 1 - \frac{t}{t_{0}} \right)$$
(3.54)

Sıçrama sebebiyle yavaşlama oranındaki değişimin sıçrama öncesindeki eski hâline  $t_0$ zamanı sonra tamamen geri döneceğine işaret eden bu sönüm Vela pulsarının sıçramaları arasındaki baskın davranıştır (Alpar ve diğ. 1993, Buchner ve Flanagan 2008). (3.54) ifadesinin öngörüsü, başlangıçtaki üssel sönümler tamamlandıktan sonra  $\ddot{\Omega}$  'nın model parametreleri cinsinden şöyle belirlenen sabit bir değere varmasıdır (Alpar ve diğ. 1984a, Alpar ve Baykal 2006):

$$\ddot{\Omega} = \frac{I_{\rm A}}{I_{\rm c}} \frac{|\dot{\Omega}|_{\infty}}{t_0}$$
(3.55)

Buna göre her bir sıçrama sonrasında pulsarlar o sıçramanın büyüklüğü ile bağlantılı sabit bir  $\ddot{\Omega}$  ile evrimini sürdürürler. Bu şekilde sabit  $\ddot{\Omega}$  ile evrim Vela'nın tüm sıçramalarından sonra açık biçimde görülmektedir (Cordes ve diğ. 1988, Buchner ve Flanagan 2008). Yengeç pulsarının sıçramalarının optik dalga boyu gözlemleri de böyle bir ilişkinin olduğuna dair işaretler taşımaktadır (Čadež ve diğ. 2016).

Alpar ve Baykal (2006) başlangıçtaki üssel sönümler tamamlandıktan sonra sıçrama ile alâkalı gözlemsel büyüklüklerin model parametrelerine şu şekilde bağlı olacağını göstermişlerdir:

$$\frac{\Delta\Omega_{\rm c}}{\Omega_{\rm c}} = \left(\frac{1}{2}\frac{I_{\rm A}}{I_{\rm c}} + \frac{I_{\rm B}}{I_{\rm c}}\right)\frac{\partial\Omega_{\rm s}}{\Omega_{\rm c}}$$
(3.56)

$$\frac{\Delta \dot{\Omega}_{c}}{\dot{\Omega}_{c}} = \frac{I_{A}}{I_{c}}$$
(3.57)

$$\ddot{\Omega} = \frac{I_{\rm A}}{I_{\rm c}} \frac{\left|\dot{\Omega}\right|_{\infty}^2}{\partial\Omega_{\rm s}}$$
(3.58)

Sıçrama anında açısal momentumun korunumunu ifade eden (3.56) denkleminde  $\frac{1}{2}$ çarpanı A bölgeleri boyunca süperakışkanın açısal hızında lineer bir azalma olduğu varsayımından hareketle ortalama bir değer almak amacıyla konulmuştur. B bölgesi sahip olduğu takılma şartları sebebiyle içerisinde vorteks sızması gerçekleşmediğinden (Cheng ve diğ. 1988, Alpar ve diğ. 1993), süperakışkan torku hem sıçrama öncesinde, hem de sıçrama sonrasında sıfırdır ve böylece (3.57) denkleminde gözükmez. Ancak, bu bölge içerisinden vorteks çizgilerinin geçişi kabuk süperakışkanının açısal momentumunda  $I_{\rm B} \partial \Omega_{\rm s}$  kadarlık bir değişime sebep olur ve (3.56) denkleminde sıçramalara eşlik eden tüm sönümler tamamlandıktan sonra bozunmadan kalan açısal hız artığını meydana getirir (Alpar ve diğ. 1993, 1996).

Vorteks sızma modelinin Vela (Alpar ve diğ. 1993, Chau ve diğ. 1993), Yengeç (Alpar ve diğ. 1996) ve PSR J1119-6127 (Akbal ve diğ. 2015) pulsarlarının sıçramalarına uygulaması sıçramaya katılan vorteks çizgilerinin sayısının hemen hemen aynı olduğuna, yalnızca birkaç çarpanlık farkla değiştiğine işaret etmektedir. Yengeç ve Vela'nın en büyük sıçramalarının büyüklüklerinin neredeyse ~10<sup>2</sup> kat fark etmesinin sebebi (3.56) denkleminden de anlaşılacağı üzere boşalan vorteks çizgilerinin kat ettikleri mesafe ile ilgilidir. Boşalan vorteks çizgilerinin sayısının hemen hemen aynı olması ile birlikte (3.51) ifadesi  $|\dot{\Omega}|_{Yengeç} \cong 25 |\dot{\Omega}|_{Vela}$  olması sebebiyle Yengeç pulsarının Vela'dan daha aktif sıçrama yapan bir pulsar olmasını gerektirir. Oysa Vela yaklaşık olarak her üç yılda bir büyük bir sıçrama yaparken, Yengeç küçük sıçramaları

yapmaktadır ve sıçramaları ~5 yıllık bir zaman aralığı ile nispeten seyrektir. Bu gözlemler ile teorik öngörüler arasındaki uyuşmazlığa çözüm getirmek amacıyla vorteks tuzakları-kapasitör teorisi önerilmiştir (Cheng ve diğ. 1988, Alpar ve diğ. 1996). Buna göre; sıçramayı tetikleyen olay bir kabuk depremidir. Süperakışkanlık ise vorteks çizgilerinin boşalması ve yıldızın çeşitli katmanları boyunca yol alarak açısal momentumlarını kabuğa aktarmaları sonucunda sıçrama olayının büyüklüğünü ve etkinliğini arttırır. Bunun sebebi lineer olmayan sızma bölgelerinde vorteks çizgilerinin birbirlerinden eşit mesafelerle ayrılmayıp, tuzaklar biçiminde vorteks çizgilerinin yerel yoğunluğunun fazla olduğu yapıların mevcut olmasıdır. Bu vorteks tuzakları birbirlerinden fiziksel koşulların vorteks takılmasına müsaade etmediği vorteks barındırmayan bölgelerle ayrılırlar (Cheng ve diğ. 1988). Vorteks tuzaklarından termal uyarılmalar veya depremin yol açtığı sarsma neticesinde kurtulan bir vorteks çizgisi vorteks barındırmayan bölgelerden süratle geçer ve başka vorteks tuzaklarını da boşaltacak şekilde ilerler. Dolayısıyla nötron yıldızlarının kabuk süperakışkanı birbirleriyle bu sekilde bağlantı hâlinde olan vorteks tuzaklarından bir ağ yapı olarak görülebilir. Vorteks boşalmalarının böyle tuzaklar aracılığıyla gerçekleşebileceği fikri nümerik simülasyonlar ile doğrulanmıştır (Warszawski ve Melatos 2011, Warszawski ve diğ. 2012). Boşalan vorteks çizgileri kristal örgüsüne yeniden takılırlar ve bir sonraki sıçramaya kadar sızma yapmayı sürdürürler. Sızma modeli için elzem bir parametre olan vorteks çizgilerinin boşaldıktan sonra atom çekirdeklerine yeniden takılabilmesinin teorik (Sedrakian 1995) ve nümerik (Haskell ve Melatos 2015b) çalışmalar ile takılma enerjisi E<sub>p</sub>, takılma yerleri arasındaki mesafe b, vorteks çizgisinin serbest akışı esnasında üzerine etki eden sürüklenme kuvveti katsayısı  $\eta$  ailesinin değerlerine bağlı olarak tüm kabuk boyunca mümkün olabileceği gösterilmiştir. Vorteks tuzaklarıkapasitör teorisine göre Vela ve Yengeç pulsarlarının sıçrama davranışları arasındaki fark yaşa bağlı olarak evrimsel temellerde anlaşılabilmektedir. Yengeç'in küçük ve seyrek sıçrama yapması bu pulsarın gençliği ile alâkalıdır. Vorteks tuzakları, depremler vasıtasıyla başlangıcta neredeyse birbiçim dağılmış vorteks çizgilerinin yerel olarak yoğunluğu fazla bölgesellere dönüşmesiyle meydana gelir. Yengeç pulsarı genç ve kabuğu nispeten sıcak olduğundan, vorteks tuzakları depremler yoluyla oluşmaya devam etmektedir ve tuzakları arasındaki bağlantı zayıftır. Her bir yeni vorteks tuzağı

sıçramayı meydana getiren deprem neticesinde oluştuktan sonra söz konusu bölgeselde

vorteks akımı kesildiğinden, bu yeni oluşum kendisini yavaşlama oranında kalıcı bir artış olararak gösterir. Yengeç'in her bir büyük sıçramasında gözlenen  $\Delta \dot{\Omega}_p / \dot{\Omega} \sim 10^{-4}$ yeni oluşan vorteks tuzağının kesirsel eylemsizlik momentini göstermektedir. Pulsar evrimleşip Vela yaşına geldiğinde vorteks tuzaklarının oluşumu doygunluğa erişir ve tuzaklar arasındaki bağlantının da kuvvetli olması sebebiyle büyük bir sıçrama meydana gelme olasılığı artar.

(3.56), (3.57) ve (3.58) denklemlerinden itibaren bir sıçramanın sonrasında frenleme indisi şöyle tahmin edilebilir (Alpar 1998, Alpar ve Baykal 2006):

$$n = \left(\beta + 1/2\right) \left(\frac{\Delta \dot{\Omega}_{\rm c}}{10^{-3}}\right)^2 \left(\frac{\Delta \Omega_{\rm c}}{10^{-6}}\right)^{-1}$$
(3.59)

Burada  $\beta \equiv I_{\rm B}/I_{\rm A}$  tanımlaması yapılmıştır. Yine aynı denklem takımından bir sonraki sıçramaya kadar geçen zamanın öngörüsü şöyle ifade edilebilir (Alpar 1998, Alpar ve Baykal 2006):

$$t_{\rm g} = 2 \times 10^{-3} \left( \frac{\Delta \Omega_{\rm c} / \Omega_{\rm c}}{10^{-6}} \right) (\beta + 1/2)^{-1} \left( \frac{\Delta \dot{\Omega}_{\rm c} / \dot{\Omega}_{\rm c}}{10^{-3}} \right)^{-1} \tau_{\rm yas}$$
(3.60)



Şekil 3.6: Vorteks sızma modeli-elektrik devresi analojisi.

Vorteks sızma modeli ile elektrik devreleri arasında bir benzerlik kurulabilir (Şekil 3.6). Açısal hız farkı  $\omega$  vorteks akımını koşturan voltaj görevini görür. Sıçramalar esnasında içerisinden vorteks çizgilerinin geçmesi haricinde herhangi bir vorteks akımı barındırmayan *I*<sub>B</sub> eylemsizlik momentli bölgeler yük boşalmaları dışında akım geçişine müsaade etmeyen kapasitörler gibi davranırlar. *I*<sub>A</sub> eylemsizlik momentli bölgeler ise normal madde ile süperakışkan arasındaki sürtünme etkileşmesi sonucu sürekli biçimde enerji sarfiyatına yol açan vorteks akımı bulundurması bakımından elektrik devresinin direnç elemanına benzer şekilde davranırlar.

Vorteks sızma modelinde olduğu gibi çok sayıda vorteks çizgisinin aniden boşalıp süperakışkandan kabuğa açısal momentum transferinin sıçramaya eşlik eden nötron yıldızlarının kabuğunda gözlenemeyecek kadar kısa periyotlu (Van Eysden 2014, 2015) ve bazı şartlar altında da 10 gün mertebesine varan (Sedrakyan ve diğ. 1995, Shahabasyan ve Shahabasyan 2011) salınımlar meydana getirebileceği gösterilmiştir. Yine bu anlık açısal momentum transferinin yol açtığı ivmelenmenin pulsarın küresellikten sapan simetri ekseni ile bir arada ele alındığında kütleçekim radyasyonu kaynağı olabileceği önerilmiştir (Melatos ve diğ. 2015). Ancak, 2006 yılı sıçramasını takiben Vela pulsarının kütleçekim radyasyonu gözlemi başarısızlıkla sonuçlanmıştır (Abadie ve diğ. 2011).

Sızma modelinin lehinde gözlemler şöyle sıralanabilir:

- Normal madde ile süperakışkan arasındaki sürtünme gözlemsel sınırlamaları aşmayan sıcaklık verir.
- Büyük sıçramaların oluşumu için gerekli gerginliklerin kabukta büyümesi uzun zaman alacağından, büyük ve sık sıçramalar deprem modeli ile açıklanamamaktadır. Sızma modelinde ise böyle bir zorluk yoktur.
- $\Delta \dot{\Omega}_c / \dot{\Omega}_c \sim I_s / I \sim 10^{-3} 10^{-2}$  durum denklemlerinin işaret ettiği gibi nötron yıldızlarının kabuğu ile uyumludur.
- (3.51) denklemiyle öngörülen iki sıçrama arasındaki zaman farkı ifadesi Vela'da gözlenen sıçramalar arası zaman ölçeğine çok yakındır.

 (3.55) denklemiyle verilen sıçrama sonrası yavaşlama değerinin sabit Ω ile sıçrama öncesi değerine geri gelmesi öngörüsü Vela ve daha yaşlı pulsarların büyük sıçramaları sonrasında gözlenmiştir ve pulsarın yavaşlama oranı ile ortalama sıçramalar arası zaman arasında şöyle bir ilişkinin varolduğu görülmüştür (Yu ve diğ. 2013):

$$\ddot{\nu} = 10^{-2.8(1.4)} \left(\frac{\dot{\nu}}{\langle \tau_{g} \rangle}\right)^{1.00(7)}$$
(3.61)

 Lineer olmayan süperakışkan dinamiğinin bir göstergesi olarak (3.50) denklemi tarafından öngörülen Fermi fonksiyonu davranışı Vela sıçramalarında gözlenmiştir (Şekil 3.7).



- Şekil 3.7: (Solda) Sızma modelinde lineer olmayan rejimin Fermi fonksiyonu davranışı. (Sağda) 1988 yılı Vela sıçramasının verisi ve (3.50) denklemi kullanılarak yapılmış fit. Sırasıyla Alpar ve diğ. (1984a) ile Buchner ve Flanagan (2008) çalışmalarından alınmıştır.
  - (3.59) denklemiyle verilen frenleme indisi sıçramalar sonrası anormal Ω değerlerinden dolayı 3 mertebe değişen frenleme indislerini açıklayabilmektedir (Alpar ve Baykal 2006). Özellikle PSR J1846-0258 pulsarının sıçraması sonrasındaki frenleme indisindeki %20'lik değişim (Archibald ve diğ. 2015) iç torktaki değişimler ile kolaylıkla açıklanabilirken, manyetosfer vb. süreçler tarafından anlaşılması türlü güçlükler çıkarmaktadır.

#### 3.1.3.1. Sızma Modelinin Yeniden Değerlendirilme Sebepleri

Sızma modeli son zamanlarda birtakım teorik ve gözlemsel güçlüklerle karşılaşmıştır. Teorik zorluklardan ilki, sıçrama sonrası sönüm zaman ölçeklerinden nötron yıldızlarının içerisinde var olması gerektiği sonucuna ulaşılan süper zayıf takılmanın gerçekleşip gerçekleşemeyeceği hakkındadır. Nötron yıldızlarının iç kabuğunda vorteks çizgileri ortamın sıcaklığına üzerlerinde Kelvin dalgaları (ya da kısaca Kelvonlar) salınması yoluyla kuple olurlar (Epstein ve Baym 1992, Jones 1993). Kelvonlar etkin kütleleri  $\mu = \rho_s \kappa \hbar / 2T_v \approx m_n / 3\pi$  olan sağ ve sol polarizasyona sahip dalgalardır ve k dalga sayısı için enerjileri şöyle verilir (Epstein ve Baym 1992):

$$\varepsilon_{\rm k} = \frac{(\hbar k)^2}{2\mu} \tag{3.62}$$

Kelvonlar sıfır kimyasal potansiyele sahip bir bozon gazı gibi ele alınabileceğinden, vorteks çizgilerinin birim uzunluğu başına termal enerjilerini şöyle hesaplayabiliriz (Link 2014):

$$\frac{E_{\rm T}}{L} = 2 \int_{0}^{\infty} \frac{dk}{2\pi} \frac{\varepsilon_{\rm k}}{{\rm e}^{\varepsilon_{\rm k}/kT-1}} = 0.52 \frac{\sqrt{\mu}}{\hbar} (kT)^{3/2}$$
(3.63)

Buradan da görülür ki  $E_T / L \ge E_p / b$  için vorteks çizgileri atom çekirdeklerine takılı kalamaz. Bu koşul şunu verir:

$$E_{\rm p} \le 0.26 \left(\frac{kT}{10\,\rm keV}\right)^{5/2} \left(\frac{\xi_{\rm n}}{10\,\rm fm}\right)^{-1} \left(\frac{\rho_{\rm s}}{10^{14}\,\rm gr/cm^3}\right)^{-1} \left(\frac{r}{10^6\,\rm cm}\right)^{-1} \left(\frac{\tau_{\rm n}}{10\,\rm gün}\right)^{-1} \left(\frac{|\dot{\Omega}|}{10^{-10}\,\rm rad/s^2}\right)^{-1} \rm MeV \quad (3.64)$$

Burada süperzayıf takılma bölgesinde b'yi tahmin etmek için (3.40) ve (3.52) denklemleri yardımıyla şu ifadeden faydalanılmıştır:

$$b = \frac{kT}{\rho \kappa \xi_{\rm n} \tau_{\rm n} |\dot{\Omega}|} \sim 10^4 \left(\frac{kT}{10 \,\rm keV}\right) \left(\frac{\xi_{\rm n}}{10 \,\rm fm}\right)^{-1} \left(\frac{\rho}{10^{14} \,\rm gr/cm^3}\right)^{-1} \left(\frac{r}{10^6 \,\rm cm}\right)^{-1} \left(\frac{\tau_{\rm n}}{10 \,\rm gün}\right)^{-1} \left(\frac{|\dot{\Omega}|}{10^{-10} \,\rm rad/s^2}\right)^{-1} \rm fm \quad (3.65)$$

Vela pulsarının 32 günlük bozunma zaman ölçeğine sahip üssel sönüm gösteren bileşeni takılma enerjisi  $E_p \approx 0.3 \text{ MeV}$  olan lineer sızmadan lineer olmayan sızmaya geçişin gerçekleştiği bir bölgenin tepkisi olarak yorumlanmıştır (Alpar ve diğ. 1993). Bu değerin (3.64) ile verilen sonuca yakınlığından ötürü nötron yıldızlarının iç kabuğunda süperzayıf takılmanın varlığı konusunda ciddi kuşkuların ortaya çıktığı görülür.

Sızma modelinin teorik anlamda karşılaştığı en büyük güçlük ise iç kabuktaki atom cekirdekleri arasına dökülmüs süperakışkan fazdaki nötronların atom cekirdeklerinden saçılması (Chamel 2006, 2012) ile ilgilidir. Bu etkin kütle etkisi sonucunda atom cekirdekleri arasında Bloch seviyelerini dolduran süperakışkan nötronlar tam anlamıyla serbest değillerdir. İletkenlik bandındaki bu süperakışkan nötronlar aslında Bragg saçılması sonucunda kabuk örgüsünün atom çekirdeklerine bir bakıma bağlıdırlar. Sürtünmeli sürüklenme süreçlerinin aksine bu etki herhangi bir enerji sarfiyatına yol açmaz fakat süperakışkan nötronların hareket kabiliyetini kısıtlar. Böylelikle iç kabukta süperakışkan tarafından depolanabilecek açısal momentum miktarında ciddi bir azalma meydana gelir. Etkin kütle etkisinin etkinliği atom çekirdeklerinden yansıma yapan süperakışkan nötronların hızları tarafından belirlenir. Süperakışkan nötronların momentumu göz önüne alındığında bu etki, nötronlar çıplak  $m_n$  kütlelerinden farklı bir  $m_n^*$  etkin kütlesi kazanmış gibi ele alındığında kolayca anlaşılabilmektedir. Dolayısıyla da  $m_n^* / m_n$  etkin kütle çarpanı etkin kütle etkisinin şiddetini temsil eder. Hesaplamalar (Chamel 2006, 2012) göstermektedir ki iletkenlik nötronlarının yoğunluğu tüm iç kabuk boyunca bir 10 çarpanı kadar değişmektedir. Etkin kütle çarpanının tüm kabuk boyunca ortalaması  $\langle m_n^* / m_n \rangle \approx 4.4$  'dır (Andersson ve diğ. 2012, Chamel 2013). Bunun sıçramalara etkisi gözlem parametreleri cinsinden belirlenen sızmanın gerçekleştiği bölgelerin eylemsizlik momenti  $I_{\text{sizma}} = I_{\text{A}} + I_{\text{B}} + \sum_{i} I_{\ell_{i}}$  'nin  $m_{n}^{*} / m_{n}$  ile çarpılmasıdır.

Pulsarların sıçrama yapma sıklığını ve sıçramalar dolayısıyla dönme hızlarındaki değişimi ifade etmek üzere McKenna ve Lyne (1990) tarafından bir sıçrama aktivite parametresi geliştirilmiştir:
$$A_{\rm g} = \frac{N}{t_{\rm göz}} \left\langle \frac{\Delta \Omega}{\Omega} \right\rangle \tag{3.66}$$

Burada *N*,  $t_{goz}$  gözlem zamanı boyunca yakalanan sıçramaların sayısı ve  $\langle \Delta \Omega / \Omega \rangle$  da tüm sıçramaların büyüklüklerinin ortalamasıdır. Dolayısıyla  $A_g$  yıl başına pulsarın dönme periyodundaki sıçrama sebebiyle meydana gelen değişimlerin ölçüsünü verir. Sıçramaları meydana getiren kabuk süperakışkanının açısal momentum aktarma kapasitesi  $I_s |\dot{\Omega}|$  'nin kabuğa zaman içerisinde aktarılan toplam açısal momentum miktarıyla karşılaştırılması sıçramadan sorumlu bölgenin eylemsizlik momentine şöyle bir kısıtlama getirir (Link ve diğ. 1999):

$$\frac{I_{\rm s}}{I_{\rm c}} \ge A_{\rm g} \frac{\Omega}{\left|\dot{\Omega}\right|} \approx 2A_{\rm g} \,\tau_{\rm yas} \tag{3.67}$$

Andersson ve diğ. (2012) sıçrama aktivitesi en yüksek 11 pulsarın gözlem verisini ve (3.67) denklemini kullanarak  $I_s / I_c \cong (0.9 - 2.7) \times 10^{-2}$  aralığında değişen değerler elde etmiştir. Gözlenen pulsar sıçrama aktiviteleri ile birlikte gözlemlerden çıkarılan eylemsizlik momentlerinin  $\langle m_n^* / m_n \rangle \approx 4.4$  ile çarpımı durum denklemlerinin müsaade ettiği kabuk eylemsizlik momentini bir hayli aşmaktadır (Andersson ve diğ. 2012, Chamel 2013). Böylelikle nötron yıldızı çok büyük bir kabuğa izin verecek kadar düşük kütleli olmadığı taktirde ya da iç bölgelerin sıçramalara katıldığı varsayılmadığında büyük sıçramaların sızma modeli çerçevesinde açıklanamayacağı bir durumun içerisine girilmiş oldu. Düşük kütleli nötron yıldızlarının süpernova patlamalarında oluşamayacak olması ve nötron yıldızlarının iç bölgesinin yıldızın eylemsizlik momentinin %90'ından fazlasını oluşturmasına rağmen sıçramalarda bunun her daim küçük bir kesrinin kullanılmasını ayarlayacak bir mekanizmanın bulunmasının zorluğu işleri daha da karmaşık hâle getirmektedir. Etkin kütle etkisi bu tez çalışmasında yürütülen sızma modelinin nötron yıldızlarının iç bölgesine genişletilmesi hususunda ana motivasyon kaynağımız olmuştur. İç bölgede akı tüpleri manyetik akı tüplerine karşı sızma hareketinde bulunacaktır. 4.1. bölümünde vorteks çizgilerinin iç bölgenin dış kısımlarında toroidal akı tüplerine karşı sızmasının çok etkin olduğu gösterilecek ve söz konusu bölgenin eylemsizlik momentinin etkin kütle etkisinin gerektirdiği iç kabuktan fazla süperakışkan katmanının sıçramaya katılması gerekliliğine bir çözüm olarak sunulacaktır. 4.2. bölümünde söz konusu vorteks sızma hareketinin yol açacağı üssel sönüm literatürdeki sıçrama verisi ile karşılaştırılacaktır. Yine 4.4. ve 4.5. bölümlerinde süperakışkan türbülansı bu toroidal akı bölgesinden sıçramaları başlatılabilecek vorteks tuzaklarını meydana getirebilir mi sorusuna yanıt aranacaktır.

Etkin kütle katsayısı düzeltmesinden dolayı iç kabukta takılma kuvvetleri tarafından muhafaza edilebilecek süperakışkan ile kabuk arasındaki maksimum açısal hız farkı şöyle değişir:

$$\omega_{\rm kr} = \frac{E_{\rm p} \left( m_{\rm n}^* / m_{\rm n} \right)}{\rho_{\rm s} \kappa r \xi_{\rm n} b} \approx 16 \left( \frac{E_{\rm p}}{1 \,{\rm MeV}} \right) \left( \frac{m_{\rm n}^* / m_{\rm n}}{10} \right) \left( \frac{\rho_{\rm s}}{10^{14} \,{\rm gr/cm^3}} \right)^{-1} \left( \frac{\xi_{\rm n}}{10 \,{\rm fm}} \right)^{-1} \left( \frac{b}{50 \,{\rm fm}} \right)^{-1} \left( \frac{r}{10^6 \,{\rm cm}} \right)^{-1} {\rm rad/s} \ (3.68)$$

Dolayısıyla etkin kütle etkisinin vorteks çizgilerinin takılma yerlerinden kurtulması üzerine etkisi vorteks boşalmasını etkin kütle çarpanı kadar zorlaştırmak şeklinde olmaktadır. Böylece etkin kütle etkisi yalnızca süperakışkanın depolayabileceği açısal momentum miktarını azaltmakla kalmaz aynı zamanda da durağan durum sızmasından vorteks çizgilerini boşaltmak için daha büyük bir yerel dalgalanma ya da dış tetikleyici mekanizma olması gerekliliğini ortaya koyar. Vorteks çizgilerinin birim uzunluk başına sahip olduları sonlu enerjileri dikkate alındığında bir atom çekirdeğine yaklaştığında kıvrılır ve takılma enerjisi küçülür. Bu etki dikkate alındığında bile  $\omega_{kr}$  hâlâ oldukça yüksektir (Link 2014):

$$\omega_{\rm kr} \sim 4 \left(\frac{E_{\rm p}}{1 \,{\rm MeV}}\right)^{3/2} \left(\frac{\rho_{\rm s}}{10^{14} \,{\rm gr/cm^3}}\right)^{-3/2} \left(\frac{m_{\rm n}^*/m_{\rm n}}{10}\right)^{3/2} \left(\frac{\xi_{\rm n}}{10 \,{\rm fm}}\right)^{-1} \left(\frac{r}{10 \,{\rm km}}\right)^{-1} {\rm rad/s} (3.69)$$

Bu teorik görüşlerin yanı sıra sızma modeli son birkaç yılda meydana gelen birtakım sıçrama gözlemlerinin yorumlanmasında zorluklarla karşılaşmaktadır. Sızma modelinin açıklamakta zorlandığı sıçrama gözlemleri şunlardır:

 PSR B2334+61 (Yuan ve diğ. 2010b) ve PSR J1718-3718 (Manchester ve Hobbs 2011) pulsarlarında gözlenen devasa ΔΩ/Ω≥2×10<sup>-5</sup> büyüklüğündeki sıçramalar.

Söz konusu sıçramalar ya süperakışkan açısal momentumunda oldukça fazla vorteks çizgisinin boşalması neticesinde büyük bir değişim ya da makul durum denklemleri için kabuktan daha büyük eylemsizlik momentine sahip bölgelerin sıçramaya katılmasını gerektirmektedir.

 1994 yılında Vela pulsarında yaklaşık bir ay aralığıyla meydana gelen ΔΩ/Ω≥10<sup>-7</sup> büyüklüğünde iki sıçrama ve farklı sönüm davranışları (Buchner ve Flanagan 2011).

26 Temmuz 1994'te  $\Delta\Omega/\Omega \simeq 0.86 \times 10^{-6}$  büyüklüğünde meydana gelen sıçrama hiç bileşeni göstermezken üssel sönüm uzun dönemde vavaslama oranında  $\Delta \dot{\Omega} / \dot{\Omega} \approx 4.4 \times 10^{-3}$  kadarlık bir değişim yaşanmıştır. Bundan 32 gün sonra meydana gelen  $\Delta\Omega/\Omega \simeq 0.2 \times 10^{-6}$  büyüklüğündeki ikinci sıçrama ise yalnızca 0.5 gün zaman ölçekli üssel sönüm bileşeni göstermiş, uzun dönemde yavaşlama oranında bir değişiklik olmamıştır. Yine orta ve uzun zaman ölçeğine sahip üssel bileşenler bu sıçrama için de mevcut değildir. Genelde iki büyük sıçraması arasında 1000 günlük zaman farkı bulunan Vela pulsarında bundan evvel iki büyük sıçraması arasındaki en kısa zaman aralığı 1981 ve 1982 sıçramaları arasındaki 304 gün idi (Cordes ve diğ. 1988). PSR B1641-45 pulsarının ilk büyük sıçramasından kısa bir zaman sonra meydana gelen daha küçük başka bir sıçraması (Flanagan 1993) da (3.60) denklemiyle uyuşmamaktadır.

 1E 1841-045 manyetarında meydana gelen sıçramada her iki gözlem parametresi için de oldukça yüksek ΔΩ/Ω≈1.5×10<sup>-5</sup> ve ΔΩ/Ω≈0.096 değerleri kaydedilmiştir (Dib ve diğ. 2008).

Sızma modelinde  $\Delta \dot{\Omega} / \dot{\Omega}$  gözlemsel parametresi sıçrama ile birlikte vorteks boşalması sebebiyle sızma yapması duran bölgelerin eylemsizlik momenti ile doğrudan ilişkili olduğundan, nötron yıldızının %10'luk kısmının bu olaydan etkilenmesi gerekir. Etkin kütle etkisi dahil edilmediğinde bile tek başına bu değer kabuk eylemsizlik momentinin kesirsel büyüklüğünü bir hayli aşmaktadır.

 3.1.1.2. kesiminde incelediğimiz yavaş sıçramalarda ve PSR J1835-1106 pulsarında meydana gelen ΔΩ/Ω≈10<sup>-8</sup> büyüklüğündeki sıçramadan sonra yavaşlama oranında bir artış veya sönüm meydana gelmemiştir (Zou ve diğ. 2004).

Sızma modeline göre sıçramayı meydana getiren olay lineer olmayan rejimde durağan durum sızması yapılan bölgelerde büyük ölçekli vorteks boşalmaları olduğundan ve bunun sonucunda da söz konusu bölgenin dış tork ile ilişkisi geçici süreyle kesildiğinden dolayı sıçramalara yavaşlama oranında artış eşlik etmelidir. Dolayısıyla da sıçrama yapan pulsarların yavaşlama oranında bir değişiklik meydana gelmemesi sızma modeli açısından pek anlaşılabilir değildir. Ayrıca söz konusu yavaş sıçrama sınıfındaki pulsarlarda sıçramanın 100-300 gün zaman ölçeğinde meydana gelmesi de vorteks boşalması ile ani açısal momentum transferi şeklinde açıklanabilir değildir. Yine sızma modeline göre pulsar gözlem parametrelerinde sıçrama kaynaklı değişimlerin önünde sonunda sıçrama öncesindeki değerlerine dönme eğiliminde olması öngörüsü yavaş sıçrama yapan pulsarlarda sıçrama ile frekans değişiminin sönüm göstermeyen basamak şeklinde artışlar biçiminde olmasıyla çelişmektedir.

• 3.1.1.3. kesiminde incelediğimiz aykırı sıçrama gözlemleri.

Sızma modelinin denklemlerinin sıçramalara eşlik eden patlamalarla akı artışı, puls emisyon ile profilinin değişiminin işaret ettiği dış tork değişimini ve  $\Delta \dot{\Omega} / \dot{\Omega} < 0$  ile  $\Delta \Omega / \Omega < 0$  'nin gerektirdiği vorteks çizgilerinin büyük ölçekli radyal olarak içeri hareketini içerecek biçimde yeniden yazılma ihtiyacını doğurmaktadır. 4.6. bölümünde ihtiyaç duyulan denklemler takımı türetilecektir.

## 3.2. NÖTRON YILDIZLARININ İÇ BÖLGESİNDE MANYETİK ALAN Evrimi

Nötron yıldızlarının iç bölgesi süperiletken faza geçtiğinde iletkenliğin oldukça yüksek olmasından dolayı manyetik akının evrenin yaşı mertebesinde çok uzun bir zaman ölçeğinde bozunacağı fikri hakimdir (Baym ve diğ. 1969b). Bunu görmek üzere basit bir model olarak nötron yıldızının iç bölgesini R yarıçapında, nötron, proton ve elektronlardan oluşan ideal, iletken bir sıvı küre olarak ele alalım. R yarıçapına ve  $\sigma$ 

iletkenliğine sahip küresel bir iletken içerisinden manyetik alanın bozunması için karakteristik zaman ölçeği şöyle verilir (Cowling 1945):

$$t_{\rm D} = \frac{4\sigma R^2}{\pi c^2} \tag{3.70}$$

Düşük eylemsizlikleri ve rölativistik, dejenere yapılarından ötürü nötron yıldızlarının iç bölgesinde elektrik iletkenliği elektronlar tarafından sağlanır ve şöyle verilir:

$$\sigma = \frac{n_{\rm e} e^2 c^2 \tau}{E_{\rm F_e}} \tag{3.71}$$

Burada  $n_e$  ve  $E_{F_e} = \hbar c (3\pi^2 n_e)^{1/3}$  sırasıyla rölativistik, dejenere elektronların sayı yoğunluğu ve Fermi enerjisi, *e* temel elektrik yük birimi ve *c* ışık hızıdır. Burada elektron taşınım sönüm zamanı elektronların normal fazdaki proton kuvazi parçacık uyarılmalarından saçılması süreci için Baym ve diğ. (1969b) tarafından hesaplanmıştır ve şöyle verilir:

$$\tau_{\rm e-p} = 2 \times 10^2 \, T^{-2} \, \rm s \tag{3.72}$$

(3.70), (3.71) ve (3.72) denklemlerinden nötron yıldızlarının iç bölgesinde manyetik alanın bozunma zaman ölçeği tipik nötron yıldızı iç bölge değerleri  $n_e \sim 10^{37}$  cm<sup>-3</sup> ile  $T \approx 10^8$  K için  $\sim 10^{13}$  yıl çıkar ki Hubble zamanı mertebesindedir. Nötron yıldızının soğuduğu göz önünde tutulduğunda bunun bir alt sınır olduğu gerçeği ortaya çıkar. Yani, ilk bakışta nötron yıldızlarının iç bölgesinde neredeyse donmuş ve evrimsel zaman ölçeklerinde bozunmayan bir manyetik alan deposu mevcuttur. Buna karşın nötron yıldızlarının kabuğunda daha düşük olan iletkenlik sebebiyle manyetik alanı sağlayan akımların Ohm difüzyonu yoluyla  $\sim 10^7$  yıl zaman ölçeğinde bozunması beklenir (Ewart ve diğ. 1975). Kabuktan yüklü parçacıkları söküp, alan çizgileri boyunca ivmelendirerek manyetosferde çeşitli yük boşalma süreçlerine yol açan elektrostatik potansiyel enerjisinin  $\Delta V \propto B/P^2$  bağımlılığı vardır (Ruderman ve Sutherland 1975). Bu yüzden de pulsarların radyo ışınım aktivitesini sınırlayan, ömürleri boyunca manyetik alanlarında bir azalma olması gerektiği düşünülmüştür (Ostriker ve Gunn 1969). Popülasyon sentezi çalışmaları manyetik alan bozunması yaşanmadan da yalnızca periyodun uzaması ile gözlemlerin açıklanabileceğini göstermiştir (Faucher-Giguere ve Kaspi 2006). Radyo pulsarlarının gözlenen ışımasının belli bir karakteristik yaşta kesilmesini açıklamak için bir başka mekanizma da manyetik ve dönme eksenleri arasındaki açının zamanla kapanmasıdır (Flowers ve Ruderman 1977). Böylece radyo pulsarlarının gözlemleri nötron yıldızlarının yüzey manyetik alanlarının birkaç milyon yıl içinde bozunması gerektiğine işaret ederken, iç bölgedeki maddenin süperiletken-süperakışkan doğası sebebiyle sahip olduğu oldukça yüksek elektrik iletkenliği manyetik alanın önemli ölçüde değişimine büyük engel teşkil edecektir.

Gözlemler ile teorik beklentiler arasındaki bu uyuşmazlığı çözmek amacıyla akı tüplerinin üzerlerine etki eden çeşitli kuvvetler aracılığıyla manyetik akının iç bölgeden uzaklaştırılması olasılığı ciddiyetle araştırılmaktadır (Ding ve diğ. 1993, Jahan-Miri 2000, Elfritz ve diğ. 2016). Nötron yıldızlarının iç bölgesinden manyetik akı tüplerinin uzaklaştırılması zaman ölçeğini hesaplamak için genellikle başvurulan yöntem, akı tüpü içerisindeki madde basıncının dışarısına göre Bernoulli ve manyetik basıncın kısmi perdeleyici etkilerinden dolayı bir miktar azalmasının sebebiyet verdiği kaldırma kuvvetinin akı tüpünün iç bölge plazması içerisinde sürüklenirken elektronların elastik saçılması sonucunda oluşan viskoz sürtünme kuvvetine eşitlemekten ibarettir (Muslimov ve Tsygan 1985). Böylelikle elektron ortalama serbest yolundan çok daha büyük uzunluk ölçeğine sahip manyetik homojensizliklerin türbülanslı konveksiyon yardımıyla Günes yüzeyine doğru yükselip lekeler meydana getireceğini öne süren Parker (1955) mekanizmasına benzer şekilde akı tüpleri nötron yıldızlarının iç bölgesinden kabuk-iç bölge sınırına doğru taşınır. Harvey ve diğ. (1986) hareket eden akı tüpleri tarafından elektronlara saçılma yoluyla aktarılan momentum oranının sıcaklıktan bağımsız olduğunu göstermiş ve izole bir akı tüpünün radyal olarak dışarı doğru kaçış hızını şöyle bulmuşlardır<sup>1</sup>:

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Burada Harvey ve diğ. (1986) çalışmasındaki karşılık gelen ifadedeki hata düzeltilmiştir.

$$\frac{v_{\Phi}}{c} \sim \left(\frac{E_{\rm F_e}}{4\pi n_{\rm e} e^2}\right) \left(\frac{1}{2\pi\lambda_* R}\right) \sim 10^{-19} \tag{3.73}$$

Sayısal tahmini elde etmek için  $n_{\rm e} \sim 10^{37}$  cm<sup>-3</sup>,  $E_{\rm F_e} \sim 100$  MeV,  $\lambda_* \sim 100$  fm, R  $\sim 10^6$  cm değerleri kullanılmıştır. Bu yöntem manyetik akının iç bölgeden uzaklaştırılması için görece kısa bir zaman ölçeği,  $R/v_{\Phi} \sim 10^7$  yıl, vermektedir. Ancak, elektron ortalama serbest yolu akı tüpleri arasındaki ortalama mesafeyi oldukça aştığından ve manyetik alan elektron-proton gazında donmuş olduğundan dolayı akı tüplerinin hareketlerini birbirlerinden bağımsız almak yaklaşımı nötron yıldızı dinamiği açısından doğru değildir (Harrison 1991, Jones 1991b). Bunu görmek için tipik bir saçılma olayından sonra elektronların yörünge yarıçapını belirleyen Larmor yarıçapı,

$$r_{\rm L} = \frac{E_{\rm F_e}}{eB} = 3.7 \times 10^{-7} \left(\frac{\rho}{2 \times 10^{14} \,{\rm gr/cm^3}}\right)^{1/3} \left(\frac{x_{\rm p}}{0.05}\right)^{1/3} \left(\frac{B}{10^{12} \,{\rm G}}\right)^{-1} \,{\rm cm}$$
(3.74)

ile akı tüpleri arasındaki ortalama mesafe  $\ell_{\Phi} \approx 5 \times 10^{-10} (B/10^{12} \text{ G})^{-1/2} \text{ cm} 'yi$  karşılaştıralım. Böylelikle her bir saçılma neticesinde elektronların yörüngesi  $\Delta \theta \approx \lambda_* / r_L \cong 2 \times 10^{-5}$  açısı kadar sapar. Dolayısıyla elektronların yörüngesi tek tek akı tüplerinden saçılmaktan etkilenmeyip hemen hemen dairesel kalır. Ayrıca akı tüpü örgüsü iç bölge sıvısı içerisinde sürüklenme hareketi yaparken elektronların dağılım fonksiyonunun değişmesi neticesinde bir indüklenmiş elektrik alan ve kimyasal potansiyel gradyenti kaynaklı kuvvet meydana gelir (Jones 1991b, 2006). Ancak, söz konusu değişimler Lorentz kuvveti ile dengelenir (Harrison 1991). Tüm bu tartışmalardan, literatürde birçok araştırmacı (Muslimov ve Tsygan 1985, Harvey ve diğ. 1986, Glampedakis ve Andersson 2011, Graber ve diğ. 2015, Elfritz ve diğ. 2016) tarafından ele alınan elektron-akı tüpü saçılması kaynaklı sürüklenme kuvvetinin akı tüplerinin radyal olarak dışarı açılmasında önemli bir rol oynayamayacağı görülmüş olur.

Harrison (1991) elektromanyetik etkileşme sonucunda birbirine bağlı elektron-proton plazmasının yıldızın kütleçekim alanı vasıtasıyla da nötron akışkanı ile kimyasal denge

hâlinde olmasından hareketle iç bölgeden manyetik alan evriminin yıldızın hidrostatik dengesinin muhafaza edilmesini sağlamak haricinde ayrı bir problem teşkil etmediğini savunmuştur. Oysa en baştan kabul ettiği akı tüplerinin dışarı kaçış hızının yavaş olduğu varsayımı süperakışkan-süperiletken nötron yıldızının iç bölgesinin iletkenliği, akı tüpü üzerine etki eden diğer kuvvetlerin bileşkesi ve kabuğun muhtemel etkisi göz önünde bulundurularak değerlendirilmelidir. Ding ve diğ. (1993) ile Jahan-Miri (2000) 2.1.2. kesiminde ele aldığımız akı tüpü üzerine etki eden kuvvetlerin, yani kaldırma, sürüklenme, gerilme, vorteks çizgisi itme ve takılma kuvvetlerinin, bileşkesini göz önüne almışlardır :

$$\vec{F}_{\rm b} + \vec{F}_{\rm v} + \vec{F}_{\rm t} + \vec{F}_{\rm p} + \vec{F}_{\rm p} = 0 \tag{3.75}$$

Bu denklemi bağlı olduğu değişkenler cinsinden yeniden ifade etmeye çalışalım. Öncelikle söz konusu kuvvetler arasında akı tüpünün hızına bağlı olan bileşenler viskoz sürüklenme kuvveti  $F_v$  ve açısal hız farkı aracılığıyla da  $F_n$  vorteks itme kuvvetidir. Magnus kuvvetinin bir diğer ismi olarak kullanılan "vorteks itme kuvveti" süperakışkanın dönme açısal hızı  $\Omega_s(t)$ , vorteks çizgisi ile akı tüpü arasındaki açısal hız farkı  $\omega(t)$  ve iç bölgedeki yerel manyetik alan şiddeti  $B_{kor}(t)$  'nin bir fonksiyonudur. Kaldırma kuvveti her zaman radyal olarak dışarı yöndedir ve gerilme kuvveti de buna karşı koyma eğiliminde ve büyüklüğü  $s_c$  eğrilik yarıçapı olmak üzere kaldırma kuvvetininkinin  $R/s_c$  katıdır. Dolayısıyla radyal olarak dışarı yönü pozitif kabul edersek  $\gamma \equiv (1 - R/s_c)F_b$  olmak üzere (3.75) denklemi bağlı oldukları değişkenler cinsinden daha basit biçimde şöyle ifade edilebilir (Jahan-Miri 2000):

$$\alpha \, \frac{\omega \Omega_{\rm s}}{B_{\rm kor}} + \beta v_{\Phi} + \gamma = 0 \tag{3.76}$$

Burada takılma kuvvetinin etkisi küçük olması sebebiyle ihmal edilmiştir. Böylelikle başlangıç iç bölge manyetik alanı, yıldızın dönme hızı ve vorteks çizgileri ile akı tüplerinin hız değerleri bir ilk koşul olarak kabul edildiğinde yalnızca üç parametreye bağlı olarak manyetik alanın iç bölgedeki evrimi tayin edilebilir. Kabuğun ve iç bölgenin birbirine bağlı manyetik alan evrimi ise şu denklem ile tasvir edilir (Ding ve diğ. 1993, Jahan-Miri 2000):

$$\frac{dB_{\text{kabuk}}}{dt} = -\frac{B_{\text{kabuk}}}{\tau_{\text{Ohm}}} - \frac{dB_{\text{kor}}}{dt}$$
(3.77)

Yukarıdaki ifadede kabuktaki akımların şu Ohm difüzyonu zaman ölçeği ile üssel olarak bozunduğu varsayımı yapılmıştır (Haensel ve diğ. 1990):

$$\tau_{\rm Ohm} = \frac{4\pi\sigma_{\rm c}L^2}{c^2} \tag{3.78}$$

Burada  $\sigma_c$  kabuğun iletkenliği, *L* ise kabuk akımlarının bozunduğu uzunluk ölçeğidir. Böylelikle iç bölgedeki manyetik akının zamanla değişiminin yüzey alan şiddetinde kendisini nasıl belli edeceği ve tersine yüzeydeki manyetik alan değişiminin iç bölgedeki manyetik akıyı uzaklaştırmadaki rolü belirlenmiş olur. Pulsarların yüzey manyetik alanlarının üssel harici lineer olmayan şekilde bozunma olasılıkları da araştırılmıştır (Geppert ve Rheinhardt 2002)

Akı tüplerinin üzerine etki eden kuvvetleri tek tek ele alıp (3.76) denkleminden iç bölgeden kaçış hızını hesaplamak yerine Maxwell gerilim tansörünün süperiletkensüperakışkan madde içerisindeki eşdeğerininin elde edilmesiyle birlikte yıldızın hidromanyetik dengesinin göz önüne alınması aranan hareket denklemini açıkça ortaya koymaktadır (Jones 1991b, 2006a).  $f_{\rm B}$  süperakışkan-süperiletken iç bölgede akı tüplerinin birim hacmi başına etki eden bütünsel kuvvet olmak üzere Jones (2006a) Boltzmann çarpışma integralinde elektronların dağılım fonksiyonunun akı tüpü referans çerçevesinde sönüm yapması koşulundan akı tüplerinin kaçış hızının şöyle verileceğini bulmuştur:

$$v_{\Phi} = \frac{\sigma_{\rm e}}{n_{\rm e}^2 e^2} \vec{f}_{\rm B} \tag{3.79}$$

Burada  $\sigma_{e}$  etkin iletkenliktir. Elektronların saçılacağı normal madde fazındaki protonların akı tüplerinin merkez kısımlarında yer alması sebebiyle söz konusu durum

için saçılma sönüm zamanı (3.72) ifadesiyle verilenden bir  $H_{c2} / B \sim 3 \times 10^4 B_{12}^{-1}$  çarpanı kadar daha uzun olacaktır ( $B_{12}$ ,  $10^{12}$  G biriminde manyetik alan şiddetidir). Dolayısıyla etkin iletkenlik (3.71) denklemiyle verilenden yine aynı çarpanla daha büyük olur. Jones (2006a) hacim başına bütünsel kuvvetin süperiletken madde için  $T_{ij}^{S}$  gerilim tansörünün diverjansı ile verileceğini göstermiştir:

$$\vec{f}_{\rm B} = \frac{\partial T_{\rm ij}^{\rm S}}{\partial x_{\rm j}} \approx \frac{1}{4\pi} \left( \vec{\nabla} \cdot \vec{H}_{\rm cl} \right) \vec{B}$$
(3.80)

Dikkat edilirse  $f_{\rm B}$  hacim başına bütünsel kuvvet (2.55) ile verilen  $F_{\rm b}$  kaldırma kuvvetinin akı tüplerinin alan yoğunluğu  $n_{\Phi} = B/\Phi_0$  ile çarpımı mertebesindedir. Jones (2006a)  $T = 3 \times 10^9$  K sıcaklığına karşılık gelen  $\sigma_{\rm e} \approx 10^{29} B_{12}^{-1} \,{\rm s}^{-1}$  ve  $f_{\rm B} \approx 10^{20} B_{12}$  dyne/cm<sup>3</sup> için akı tüplerinin radyal olarak dışarı kaçışı için oldukça yüksek  $v_{\Phi} \approx 4 \times 10^{-7}$  cm/s hızını bulmuştur. Bu yüksek manyetik akı kaçış hızının bir eleştirisi 4.4.1. kesiminde yapılacaktır.

Şimdiye kadar izole nötron yıldızlarının iç bölgesinden manyetik akının dışarı atılması ile ilgilendik. Manyetarları ve birkaç yüksek manyetik alanlı pulsarı göz önüne almazsak radyo pulsarlarının büyük çoğunluğu  $B_s \sim 10^{11} - 10^{12}$  G mertebesinde yüzey manyetik alan şiddetine sahiptir. Çift sistemlerde evrimleştiklerine inanılan milisaniye pulsarları ise buna göre oldukça düşük,  $B_s \sim 10^8 - 10^9$  G yüzey alan şiddetine sahiptirler. Yine bazı çift sistemlerdeki nötron yıldızları (örneğin Her X-1) spektrumlarındaki siklotron özelliklerinden çıkarsanan  $B_s \leq 10^{12}$  G'luk kuvvetli manyetik alana sahiptirler. Peki çift sistemlerde evrimleştikleri iyi bilinen milisaniye pulsarlarında manyetik alan  $10^8$  G mertebesine inerken niye izole sistemler önemli ölçüde manyetik alan bozunması göstermemektedir? Ve yine neden manyetik alanın bozunması  $10^8$  G civarında durmakta ve daha fazla bozunma yaşanmamaktadır? Bu sorulara cevap vermek üzere vorteks çizgileri ile akı tüplerinin dinamik etkileşmesine dayanan basit ve şık bir model önerilmiştir. Srinivasan ve diğ. (1990) iç bölgede vorteks çizgilerinin akı tüplerine mükemmel takılması sonucunda akı tüplerinin vorteks çizgileri ile birlikte yıldızın spin yavaşlamasının belirlediği şu hız ile dışarı açılma eğiliminde olacağını öne sürmüşlerdir:

$$v_{\Phi} \approx v_{v,r} = \frac{\left|\dot{\Omega}\right| r}{2\Omega} \approx 8 \times 10^{-7} \left(\frac{R}{10^6 \text{ cm}}\right) \left(\frac{t_{yas}}{10^4 \text{ yl}}\right)^{-1} \text{ cm/s}$$
(3.81)

Böylelikle yüzey dipol alanı yıldızın dönme oranı ile orantılı olarak azalır:

$$B_{\rm s}(t) = B_0 \frac{\Omega(t)}{\Omega_0} \tag{3.82}$$

Burada  $B_0$  ve  $\Omega_0$  yıldızın doğumundaki ya da herhangi bir zaman dilimindeki sırasıyla manyetik alan şiddeti ve açısal dönme hızıdır. Bu ise manyetik akının şu şekilde bir kuvvet kanunu ile yıldızın yavaşlama zaman ölçeğinde dışarı atılması anlamına gelmektedir:

$$B_{\rm s}(t) = B_{\rm s}(0) \left(1 + \frac{2t}{t_{\rm yas}}\right)^{-1/4}$$
(3.83)

Buradan da görülebileceği gibi manyetik dipol radyasyonu ile yavaşlayan nötron yıldızlarında yıldızın yavaşlama zaman ölçeğinde mühim bir manyetik alan bozunması beklenmemektedir.

Çift sistemde bulunan nötron yıldızlarında yüksek kütleli bir ana kol yıldızından kuvvetli rüzgâr ya da düşük kütleli bir yıldızdan Roche lobu taşımı sonucunda daha zayıf bir rüzgâr yoluyla pulsara ek bir yavaşlama katkısı gelir. Çift sistemlerde pervane safhasında söz konusu yavaşlama oranı şöyle verilir (Urpin ve diğ. 1997):

$$\dot{\Omega} = -(GM)^{3/7} R^{6/7} B^{2/7} \dot{M}^{6/7} / I$$
(3.84)

Burada  $\dot{M}$  bileşeninden nötron yıldızı etrafındaki kütle aktarım diskine madde yığılma oranı ve *G* kütleçekim sabitidir. (3.84) gibi daha yüksek bir yavaşlama oranı ile vorteks çizgileri daha seri biçimde açılırlar ve beraberlerinde taşıdıkları iç bölgedeki manyetik alanın içerlerinde hapsolduğu akı tüplerinin sayısı da bununla orantılı olarak artar. Radyo pulsarları Vela gibi orta yaşlı bir pulsar için tipik  $P \sim 0.1$  s periyoduna sahip iken, rüzgâr neticesinde çift sistemlerdeki nötron yıldızlarının  $P \sim 100$  s mertebesinde periyotlara yavaşladıkları bilinmektedir (Bhattacharya ve van den Heuvel 1991). Dönme oranları arasındaki  $10^3$  katlık fark gerçekten de madde yığılması ile hızlanma safhasına girmeden evvel böyle bir yavaşlama safhası geçirmesi beklenen milisaniye pulsarlarının niye normal radyo pulsarlarından tam da bu çarpan kadar daha düşük bir yüzey alanına sahip olduklarını açıklamaktadır. Milisaniye pulsarı ikinci süpernova patlaması veya başka etkiler sonucunda bileşen yıldızından ayrıldığında oldukça düşük kalan yavaşlama oranı sebebiyle fazla yavaşlayamamakta ve bu yüzden de manyetik alanın bozunması  $10^8$  G civarında işlevselliğini yitirmektedir.

Srinivasan ve diğ. (1990) modelinin öngörüleri ve dayandığı temel varsayımların gerçekçiliği konusunda birkaç cümle söyleyerek bölümü kapatalım. Söz konusu model  $t>t_{yaş}$  için pulsarın yaşının dipol formülünde manyetik alanın epey bozunması dolayısıyla  $\Omega/2|\dot{\Omega}|$  yerine  $\Omega/4|\dot{\Omega}|$  formülünden hesaplanmasını gerektirir. Yine model pulsarların frenleme indisinin  $n \rightarrow 5$ 'e gideceğini öngörmektedir. Modelin dayandığı temel varsayım, akı tüplerinin vorteks çizgilerine sanki bir tutkal aracılığıyla mutlak takılma yapması şeklindedir. Bu ise vorteks çizgilerinin akı tüpleri içerisinden geçemediği, yani sızma yapamadığı anlamına gelir. Bu varsayımı, dolayısıyla da modelin doğru olmadığını fakat gözlemlerin modelin öngörüleriyle niçin tutarlı sonuçlar verdiğini yine 4.4.1. kesiminde göreceğiz. Yine modelin dayandığı hiç de gerçekçi olmayan bir varsayım, akı tüpü kabuk-iç bölge sınırına taşındığında hemen bozunacak biçimde kabuğun oldukça düşük bir iletkenliğe sahip olmasıdır.

#### **4. BULGULAR**

### 4.1. VORTEKS ÇİZGİLERİNİN TOROİDAL AKI TÜPLERİNE KARŞI SIZMASI: MODEL

Tezin bu bölümünde daha önce 3.1.3. kesiminde ele aldığımız vorteks sızma modelini iç bölgede vorteks çizgilerinin toroidal akı tüplerine karşı olan termal sızma hareketini göz önüne alarak geliştireceğiz ve nötron yıldızlarının iç yapısı ile sıçrama sonrası sönüm davranışı hakkında öngördüğü sonuçları ele alacağız. Bu vesile ile bütünlüğü korumak amacıyla eski sızma modelini bir kez daha kısaca özetlemek yerinde olacaktır. Bu bölümde ulaşılan sonuçlar Gügercinoğlu ve Alpar (2014) çalışmasında yayımlanmıştır.

Vorteks sızma modeline göre sıçrama ve sıçrama sonrası sönüm olaylarından nötron yıldızının iç kabuğundaki fiziksel süreçler sorumludur (Alpar ve diğ. 1984a). Burada, vorteks çizgileri çekici nükleer etkileşmeler sonucunda kabuk kristalindeki atom çekirdeklerine yapışabilirler. Vortekslerin takılması nedeniyle süperakışkan ve kabuk açısal hızları arasında bir hız farkı oluşur:  $\omega = \Omega_s - \Omega_c$ . Bu hız farkı dönme ekseninden radyal olarak dışarı doğru bir vorteks akımı oluşturur. Vorteksler termal uyarılmalar sonucunda takıldıkları yerlerden kurtulup tekrardan takılarak sızma hareketi meydana getirirler. Sızma ile süperakışkan sürekli biçimde yavaşlar. Ancak,  $\omega$  kritik bir değere ulaştığında takılma kuvvetleri vorteksleri daha fazla yapışık tutamaz ve süreç çok sayıda vorteks çizgisinin aniden boşalmasıyla sonuçlanır. Böylelikle açısal hız farkı  $\delta \omega = \partial \Omega_s + \Delta \Omega_c$  miktarında azalır ve vorteksler açısal momentumlarını kabuğa aktararak bir sıçramaya neden olurlar. Sayıları 1014 adete varan vorteks çizgilerinin boşalması gözlenen sıçrama büyüklüklerini  $(\Delta \Omega_c / \Omega_c \sim 10^{-10} - 10^{-5})$  rahatlıkla açıklayabilmektedir. Boşalan vorteksler dış tork altında (manyetosferde meydana gelen fiziksel süreçler sonucunda radyasyon ve yüklü parçacık atımı sebebiyle) yavaşlamakta olan nötron yıldızı kabuğunu sızma ile takip eden süperakışkan bölgesini ayrıştırır ve dış tork şimdi daha az bir eylemsizlik momenti üzerine etki ettiğinden, spin yavaşlama oranında da bir sıçrama meydana gelir:  $\Delta \dot{\Omega}_{c} / \dot{\Omega}_{c} \sim I_{cr-sf} / I$ . Burada  $I_{cr-sf}$  vorteks boşalması sonucunda sızma yapması duran kabuk süperakışkanının eylemsizlik momenti ve *I* yıldızın toplam eylemsizlik momentidir. Gözlenen  $\Delta \dot{\Omega}_c / \dot{\Omega}_c \sim 10^{-3} - 10^{-2}$  nötron yıldızlarının kabuk süperakışkanın eylemsizlik momenti ile tutarlıdır ve sızma modeli için büyük bir dayanak oluşturmaktadır.

Vorteks sızma modeli nötron yıldızını iki bileşenli bir sistem olarak modellemektedir. Nötron yıldızının kabuğu ve kabuğun hareketine gözlenen zaman ölçeklerinden daha kısa zaman ölçeklerinde takılı yıldız bileşenleri "c" bileşenini ve iç kabuk süperakışkanı "s" bileşenini meydana getirir. Nötron yıldızlarının iç bölgesi, vorteks çizgilerinin etrafında dolanan proton kütle süper akımlarının kazandırdığı oldukça kuvvetli manyetizasyonundan saçılan elektronların verdiği kuplaj sonucunda ~400- $10^4P$  (*P* pulsar periyodu) zamanda kabuğun hareketine takılırlar (Alpar ve diğ. 1984b) ve "c" bileşenine katılırlar. Bu iki bileşenli model çerçevesinde kabuğun hareket denklemi şöyle olur:

$$I_{c}\dot{\Omega}_{c} = N_{dis} + N_{ic} = I\dot{\Omega}_{\infty} - I_{s}\dot{\Omega}_{s}$$

$$\tag{4.1}$$

Burada  $I = I_c + I_s$  yıldızın toplam eylemsizlik momenti,  $\dot{\Omega}_{\infty}$  süperakışkan ile kabuğun aynı oranda yavaşladığı durağan durum yavaşlama oranıdır. İç torku veren süperakışkanın katkısı şöyle verilir (Alpar ve diğ. 1984a):

$$\dot{\Omega}_{s} = -\frac{4\Omega_{s}v_{0}}{r} \exp\left(-\frac{E_{p}}{kT}\right) \sinh\left(\frac{E_{p}}{kT}\frac{\omega}{\omega_{kr}}\right)$$
(4.2)

Burada  $E_p$  takılma enerjisi, T iç kabuğun sıcaklığı ve  $v_0 \approx 10^7$  cm/s mikroskobik vorteks hızıdır. Sinh fonksiyonunun büyüklüğüne bağlı olarak sızma iki farklı rejimde olabilir.  $[(E_p/kT)(\omega/\omega_{kr})] < 1$  ise sinh fonksiyonu lineerleştirilebilir ve böyle bir lineer sızma bölgesinin sıçramaya tepkisi zamana göre üssel sönümdür (Alpar ve diğ. 1989, Alpar ve diğ. 1993):

$$\Delta \dot{\Omega}_{c}(t) = -\frac{I_{1}}{I} \frac{\delta \omega}{\tau_{1}} e^{-t/\tau_{1}}$$
(4.3)

Lineer sızma bölgelerinde sıçrama anında vorteks hareketi yoksa, ki Vela pulsarındaki uygulamalarda ve muhtemelen genelde böyledir,  $\delta \omega \approx \Delta \Omega_c$ 'dir. Sıçramalarda sayısı dörde varan üssel sönümler böylelikle iç kabuk süperakışkanındaki lineer sızma bölgelerinin tepkisine atfedilir. Karşıt rejim olan  $E_p > kT$ 'de  $\omega_{\infty}$ ,  $\omega_{kr}$ 'e yakındır ve bu lineer olmayan sızma bölgelerinin sıçramaya tepkisi şöyle olur (Alpar ve diğ. 1984a, Alpar ve diğ. 1993):

$$\Delta \dot{\Omega}_{c}(t) = -\frac{I_{\rm nl}}{I} \left| \dot{\Omega} \right|_{\infty} \left[ 1 - \frac{1}{1 + \left( e^{t_{0}/\tau_{\rm nl}} - 1 \right) e^{-t/\tau_{\rm nl}}} \right]$$
(4.4)

Lineer olmayan sızma bölgelerinin tam katılım ve sönüm zamanları ise sırasıyla şöyle verilir (Alpar ve diğ. 1984a):

$$t_0 = \frac{\delta\omega}{|\dot{\Omega}|_{\infty}} \cong \frac{\delta\Omega_s}{|\dot{\Omega}|_{\infty}}$$
(4.5)

ve

$$\tau_{\rm nl} = \frac{kT}{E_{\rm p}} \frac{\omega_{\rm kr}}{|\dot{\Omega}|_{\infty}} \tag{4.6}$$

Sıçrama anında içerisinde vortekslerin boşaldığı ve hareket ettikleri lineer olmayan sızma bölgelerinde sızma geçici olarak durur, süperakışkanın dönme oranında ani bir azalma olur. Bu bölgelerin eylemsizlik momentleri  $I_A$  ile gösterilir. Dış torktan ayrışan bu A bölgeleri sebebiyle dış tork artık daha az eylemsizlik momentine etki eder ve bu spin yavaşlama oranında net bir artış verir. A bölgeleri zamana göre neredeyse lineer sönüm verir ve bu bölgeler  $t_0$  tam katılım zamanı geçtikten sonra tekrar dış torkun tesirini hissederler. Bu tepki yaklaşık üç yılda bir büyük sıçrama yapan Vela pulsarının sıçramalar arası davranışında hâkimdir. Bunun dışında  $\Omega_c$ 'deki sıçramanın  $I_B$  eylemsizlik momenti ile bağlantılı bir kısmı sıçrama öncesindeki değerine geri dönmez. Sürekli vorteks akımları içermeyen bu B bölgeleri sıçrama anında içerilerinden vortekslerin geçmesine müsaade ederek yalnızca açısal momentuma katkı verirler. A ve B bölgeleri birlikte vorteks tuzaklarını meydana getirirler. Sızma modeline göre sıçrama büyüklüğü şöyle verilir:

$$I_{\rm c}\Delta\Omega_{\rm c} = (I_{\rm A}/2 + I_{\rm B})\partial\Omega_{\rm s}$$

$$\tag{4.7}$$

Süperakışkan nötronların nötron yıldızlarının kabuk kristalinden Bragg saçılmasını araştıran son çalışmalar iç kabuk süperakışkanının büyük sıçramaları meydana getirebilecek kadar yeterli açısal momentum depolayıp kabuğa transfer edemeyeceğini göstermiştir (Chamel 2012, Andersson ve diğ. 2012, Chamel 2013). Bu ise nötronların çıplak kütleleri  $m_n$ 'den daha büyük bir  $m_n^*$  etkin kütlesine sahip olmalarıyla hesaba katılabilir. Bu etkin kütle etkisi sonucunda vorteks sızma modeli çerçevesinde değerlendirildiğinde spin yavaşlama oranında gözlenen kesirsel değişimden çıkarılan ve sızma yapması sıçrama tarafından etkilenen bölgenin kesirsel eylemsizlik momenti bir düzeltme çarpanı ile çarpılmalıdır:  $I_{szma} / I = (m_n^* / m_n) \Delta \dot{\Omega}_c / \dot{\Omega}_c$ . Ancak, yıldızda takılma/sızma yapması gereken bölgelerin eylemsizlik momenti bu durumda makul durum denklemlerinin işaret ettiği kabuk süperakışkanının eylemsizlik momentini aşmaktadır:  $I_{\text{sizma}} > I_{\text{cr-sf.}}$  Bundan dolayı yıldızın başka kısımlarında sizma ve takılma sağlayan bölgelere ihtiyaç duyulur. Tüm bu düşünceler nötron yıldızlarının iç bölgesinin sıçramalara ve sıçrama sonrası sönüm olaylarına katılması gerektiğini önerir. İç bölgede protonların manyetik alanın akı tüpleri içerisine hapsolduğu bir tip II süperiletkeni safhasında olması beklenir (Baym ve diğ. 1969b). İç bölgede (süperakışkan nötron) vorteks çizgileri ve (süperiletken proton) manyetik akı tüpleri yoğuşma ve manyetik enerjilerini minimum yapacak sekilde birbirlerine takılabilirler (Sauls 1989, Ruderman ve diğ. 1998). İç bölgedeki süperakışkan nötron-süperiletken proton bölgesinin büyük bir kısmı muhtemelen birbiçim ya da poloidal dizilime sahip akı tüpleri içermektedir. Bununla bağlantılı bölgenin eylemsizlik momenti etkin kütle etkisi tarafından ihtiyaç duyulandan çok fazla olsa da vorteks çizgileri akı tüpleri ile kesişmeden kolay yönlerde yalnızca sürüklenme kuvvetlerinin tesiri altında hareket edebilirler (Sidery ve Alpar 2009). Tersine, akı tüplerinin toroidal dizilimi vorteks çizgilerinin takılması ve sızması için topolojik olarak kaçınılmaz bir bölge oluşturur ve iç kabuk süperakışkanının kabuk atom çekirdeklerine takılma/sızmasına benzer koşullar oluşturur. Poloidal ve toroidal akı tüplerinin vorteks çizgilerine karşı göreli konumları şematik olarak Şekil 4.1'de gösterilmiştir. Toroidal akı çizgilerinin oluşturduğu bölge iç bölgenin dış kışımlarında yer alır ve vorteks çizgileri ile takılma/sızma gerçekleştiren ilgili bölgenin eylemsizlik momenti etkin kütle etkisinin gerektirdiği aralıkta bulunabilir.



Şekil 4.1: Poloidal akı çizgileri (solda) ve toroidal akı çizgilerinin (sağda) vorteks çizgilerine göre konumları. Basitlik için dönme ve manyetik dipol eksenlerinin çakıştığı varsayılmıştır.

Nötron yıldızlarının ataları olan ana kol yıldızlarında saf toroidal (Tayler 1973, Acheson ve Gibbons 1978) ve saf poloidal (Wright 1973) manyetik alanların kararsız olduğu bilinmektedir. Bu sonuç, yıldızın toplam enerjisini yazıp, herhangi bir akışkan elemanına sonsuz küçük bir  $\zeta$  ötelemesi verildikten sonra enerjinin varyasyonunu en az bir dalga boyu için negatif bırakan modların bulunması yöntemiyle (Bernstein ve diğ. 1958) kolaylıkla gösterilebilir. Spruit (1999) saf toroidal alanların kararsız oluşunun şu şekilde tahayyül edilen bir düzenekle anlaşılabileceğini önermiştir. Saf bir toroidal alan birbiri üzerinde sıralı biçimde düzenli duran kapalı dairesel ilmekler yığını olarak düşünülebilir. Bu ilmekler üst üste gelmelerinin doğurduğu manyetik basınçtan ileri gelen gerginlikleri kuvvetli kütleçekimi sebebiyle radyal yönde üzerlerinden atamazlar ve nihayetinde yanlara doğru kayarak başlangıçtaki düzenlerinden çıkıp, kararsız olurlar. Saf poloidal alanların kararsızlığını anlamak buna göre biraz daha zordur. Flowers ve Ruderman (1977) saf poloidal manyetik alana sahip bir akışkan yıldızın her biri N-S kutbuna sahip mıknatısların yan yana gelmesi biçiminde düşünülebileceğini ve minimum enerjili şekilin yıldızın manyetik simetri eksenine göre iki küresinin zıt yönlerde dönmesiyle elde edileceğini göstermişlerdir. Spruit (1999) tabakalaşmış, yani farklı yarıçaplarda farklı proton kesrinin, dolayısıyla da farklı kimyasal bileşimin hüküm sürdüğü yıldız maddesinde manyetik alanın kararlı olabilmesi için toroidal  $(B_{\phi})$ 

ve poloidal  $(B_p)$  alan bileşenlerinin oranın şöyle bir koşulu gerçeklemeleri gerektiğini göstermiştir:

$$\frac{B_{\phi}^{2}}{B_{p}} \le \frac{Nr^{2}\rho^{1/2}}{l_{h}}$$
(4.8)

Burada  $\rho$  yoğunluk, r silindirik koordinatlardaki radyal uzunluk bileşeni,  $l_{\rm h}$  ufuksal doğrultudaki pertürbasyonların uzunluk ölçeği ve N tabakalaşmış yıldız maddesinin kaldırma frekansıdır. Kabaca bir tahmin için  $N \sim 500$  s<sup>-1</sup> (Reisenegger ve Goldreich 1992),  $\rho \sim 10^{14}$  gr/cm<sup>3</sup>,  $l_{\rm h}$  için nötron yıldızının yarıçapı  $R \sim 10^6$  cm değeri ve  $B_{\rm p} \sim 10^{12}$  G alınırsa  $B_{\phi} \leq 10^{14}$  G elde edilir. Bir başka teorik çalışmada saf poloidal manyetik alana sahip bir nötron yıldızının hidromanyetik dengesi (kararlı olmasa da) incelenmiş ve radyo pulsarları için tipik bir değer olan  $B_p \sim 3 \times 10^{12}$  G yüzey manyetik alanı için kabuk-iç bölge sınırının manyetik alan siddeti 10<sup>14</sup> G bulunmuştur (Henriksson ve Wasserman 2013). Yıldızlarda manyetik alanların dengesini ve kararlılığını araştıran çalışmasında Braithwaite (2009) üst ana kol yıldızlarının poloidal alanı kuşatan kuvvetli bir toroidal alan bilesenine sahip olduğunu bulmuştur. Tamamen benzer bir alan şeklinin nötron yıldızının iç bölgesi soğuduğunda ve içerisindeki protonlar tip II süperiletkenliği safhasına geçtiğinde de korunması beklenir. Üst ana kol yıldızlarında (Braithwaite 2009) ve süperiletken iç bölgeye sahip nötron yıldızlarında (Lander ve diğ. 2012, Lander 2014) manyetik alanın dengesi ile ilgili simülasyonlar bazı ortak özelliklere sahiptir: Toroidal alan bileşeni poloidal alanın sıfırlandığı kapalı alan çizgisi içerisinde yer alır. Poloidal alan şiddeti yıldız merkezinde maksimum iken, toroidal alan en büyük değerine yıldızın dış bölgelerinde, r > 0.5R, ulaşır. Kararlı bir manyetik alan şekli için toroidal bileşenin enerjisinin toplam manyetik alan enerjisine oranı %10'dan aşağı olamaz.  $B_p \le 5 \times 10^{13}$  G için simülasyonlarda toroidal alanın nötron yıldızının kabuğuna hapsolduğu görülmüştür (Lander 2014). Fakat bu çalışmada nötron yıldızının kabuğunda toroidal akımların olmadığı varsayılmıştır. Oysaki kabukta Hall etkisi elektronların diferansiyel dönmesine yol açar ki bu da azimut yönünde akımlar meydana getirir (Gourgouliatos ve Cumming 2014). Manyetik alan yüklü parçacıklara bağlı olduğundan, elektronların diferansiyel dönmesi poloidal alanın sarılımına yol açarak toroidal alan meydana getirir. Böylelikle de bu kuvvetli toroidal akı kabuğa

hapsolmuş kalamaz ve iç bölgenin dış kısımlarına uzanır. Kabukta azimut yönünde akımların ve dolayısıyla da toroidal alan bileseninin yarlığından dolayı toroidal manyetik alan bileşeninin enerjisi toplam manyetik enerjinin %90'ı kadar büyük olabilir (Ciolfi ve Rezzolla 2013). Sonuç olarak hem teorik çalışmalar hem de bilgisayar simülasyonları kabuk-iç bölge sınırında 10<sup>14</sup> G'lik bir manyetik alan ve kuvvetli bir toroidal alan bileşeni olduğunu göstermektedir. Söz konusu toroidal akı tüplerinden mütesekkil bölgenin eylemsizlik momentini hesaplamak için yine bilgisayar simülasyonları sonuçlarını kullanalım. Lander ve diğ. (2012) ve Lander (2014) çalışmalarına göre toroidal alan merkezden  $r \sim 0.8R$  uzaklığında maksimumdur ve  $\sim 0.1R$  yarıçapında ekvatoral bir kuşak içerisine hapsolmuştur. Bu parametreler için toroidin içerisinden geçen vorteks çizgilerinin hareket bölgesinin eylemsizlik momenti kesri sıkıştırılamayan (yani sabit yoğunluklu), Newtonyan bir yıldız modeli için hesaplanmış ve  $I_{tor} / I \approx 5 \times 10^{-2}$  olarak bulunmuştur (Şekil 4.2). Toroidal alanın radyal uzanımına bağlı olarak ilgili bölgenin eylemsizlik momenti böylelikle iç kabuk süperakışkanının eylemsizlik momenti ile karşılaştırılabilir ölçüde ve daha fazla bile olabilir. Şimdi söz konusu bölgenin sıçramaya tepkisinin ne biçimde olacağına bakalım.



Şekil 4.2: Toroidal akı çizgilerinin içerisinde yer aldığı ekvatoral kuşak (gri bölge) ve vorteks çizgilerinin akı tüplerine karşı sızmasından etkilenen süperakışkan bölgelerinin (siyah ile gösterilmiştir) eylemsizlik momenti I<sub>tor</sub> arasındaki ilişki.

Toroidal akı tüpleri ile kesişim yapması vorteks çizgilerinin hareketini kaçınılmaz olarak etkiler. Nötron yıldızlarının iç bölgesine ait fiziksel parametrelerdeki büyük belirsizliklerden dolayı vorteks çizgisi-akı tüpü takılması sonucunda kazanılan takılma enerjisi değeri için geniş bir aralık mevcuttur:  $E_p \sim 0.1$ -10 MeV (Sauls 1989, Chau ve diğ. 1992). Etkileşmenin menzili, akı tüpü içerisindeki manyetik alanın üssel olarak bozunduğu uzunluk ölçeği olan London uzunluğudur:  $\lambda_* = 29.5 \left[ (m_p^*/m_p) x_p^{-1} \rho_{14}^{-1} \right]^{1/2}$  fm (Alpar ve diğ. 1984b). Burada  $m_p^*$  ile  $m_p$  sırasıyla proton etkin ve çıplak kütlesi,  $x_p$  iç bölgedeki proton kesri ve  $\rho_{14} 10^{14}$  gr/cm<sup>3</sup> biriminde yoğunluktur. Vorteks çizgisi-akı tüpleri kesim yerleri arasındaki ortalama uzunluğu akı tüpleri arasındaki uzaklık  $\ell_{\Phi} = (B_{\phi}/\Phi_0)^{-1/2} (\Phi_0 = hc/2e$  akı kuvantumu olmak üzere) alırsak, takılma kuvvetleri tarafından sağlanabilecek maksimum (kritik) açısal hız farkı  $\omega_{kr}$  Magnus denkleminden  $\rho \kappa R \omega_{kr} = E_p / \ell_{\Phi} \lambda_*$  olarak bulunur. İç bölge-kabuk sınırındaki sıcaklık eğer nötron yıldızının yüzey sıcaklığı ölçümü yapılmışsa, Gudmundsson ve diğ (1983)'nin yüzey-iç sıcaklık dönüşüm formülü

$$T_{\rm ic} = 1.288 \times 10^8 \left( T_{s6}^4 / g_{s14} \right)^{0.455} \,\rm K \tag{4.9}$$

ya da bir nötrino emisyonu mekanizması olan modifiye Urca süreci ile soğuyan bir nötron yıldızı için Yakovlev ve diğ. (2011) tarafından türetilmiş iç bölge sıcaklığını veren

$$T_{\rm ic} = 1.96 \times 10^8 \text{ K } e^{-\phi(r)} \left(1 - \frac{2GM}{c^2 R}\right) \left(1 + 0.12R_6^2\right) \left(\frac{10^4 \text{ yrl}}{t}\right)^{1/6}$$
(4.10)

analitik ifadesinden tahmin edilebilir. Yukarıdaki ifadelerde  $T_s$  yüzey sıcaklığı,  $g_s$  yüzey çekim ivmesi ve  $\phi(\mathbf{r})$  kırmızıya kaymayı ölçen metrik fonksiyonudur. Böylelikle  $T_s \sim$  $10^5-10^6$  K yüzey sıcaklıkları için kabuk-iç bölge sınırındaki sıcaklık  $T_{ic} \sim 10^8-10^9$  K'dir ve  $E_p > kT$  olduğundan sızmanın lineer olmayan rejimde olması beklenir. İç kabukta olduğu gibi vorteks çizgilerinin toroidal akı tüplerine karşı sızması için (4.4) denklemi kullanılır. Ancak, mevcut durumda sönüm zamanı

$$\tau_{\rm tor} \simeq 60 \left( \frac{\left| \dot{\Omega} \right|}{10^{-10} \, \rm{rad/s}^2} \right)^{-1} \left( \frac{T}{10^8 \, \rm{K}} \right) \left( \frac{R}{10^6 \, \rm{cm}} \right)^{-1} x_p^{1/2} \left( \frac{m_p^*}{m_p} \right)^{-1/2} \left( \frac{\rho}{10^{14} \, \rm{g/cm}^3} \right)^{-1/2} \left( \frac{B_{\phi}}{10^{14} \, \rm{G}} \right)^{1/2} \, \rm{gun}(4.11)$$

ve (4.5) ile verilen tam katılım zamanı

$$t_0 = \frac{\Delta\Omega_c}{\left|\dot{\Omega}\right|} = 7 \left(\frac{t_{\rm sd}}{10^4 \,{\rm yrl}}\right) \left(\frac{\Delta\Omega_c / \Omega_c}{10^{-6}}\right) {\rm g}\ddot{\rm u}{\rm n}$$
(4.12)

olur. Burada  $t_{sd} = \Omega/2 |\dot{\Omega}|$  pulsarın spin yavaşlama (karakteristik) yaşıdır.

Toroidal akı tüplerinin yer aldığı bölge lineer olmayan rejimde vorteks sızmasının gerçekleştiği en içteki tabakadır. Kabuk süperakışkanında kristal örgüsünde çatlaklar ve boşluklar sebebiyle yerel olarak vortekslerin sayıca fazla bulunduğu vorteks tuzaklarının oluşması ve depremler yoluyla tetiklenip boşalması mümkün iken, toroidal akı çizgisi bölgesinde A ve B bölgelerini sağlayacak yapıların yer alıp almadığı açık değildir (bu konuya daha sonra 4.4. ve 4.5. bölümlerinde geri döneceğiz). Bir sıçramada iç kabukta boşalan vorteksler daha içeride kalan toroidal akı bölgesinden geçmeyeceklerdir. Dolayısıyla da tam katılım zamanı ifadesinde  $\delta \omega = \Delta \Omega_c$  alınmıştır. Nötron yıldızlarına ait tipik  $\rho = 2 \times 10^{14}$  gr/cm<sup>3</sup>,  $m_p^* / m_p \approx 0.5$  ve  $x_p = 0.05$  tipik değerleri için (4.11) denkleminden  $\tau_{tor} = 30$  gün elde edilir ve  $t_0 / \tau < 1$  olduğundan Taylor açılımı yapılmasıyla (4.4) denklemi şu hâle gelir:

$$\Delta \dot{\Omega}_{\rm c}(t) = -\left| \dot{\Omega} \right| \frac{I_{\rm tor}}{I} \frac{t_0}{\tau_{\rm tor}} e^{-t/\tau_{\rm tor}}$$
(4.13)

Vorteks çizgilerinin toroidal akı tüplerine karşı lineer olmayan rejimde sızmasının sıçrama sonrası sönümde gözlenecek bu tepkisi iç kabuk süperakışkanının lineer rejimdeki sızmasının (4.3) denklemiyle verilen sıçrama sonrasındaki tepkisine tamamen özdeştir.

Bulduğumuz bu sonuçları büyük sıçramalar yapan ve sıçramaları detaylı biçimde analiz edilmiş Vela pulsarına uygulayalım. Vela pulsarının sızma modeli çerçevesinde değerlendirilmiş ilk 9 sıçraması (Alpar ve diğ. 1993, Chau ve diğ. 1993) için  $\tau = 32.7$ gün sönüm zamanlı ve  $\Delta \dot{\Omega}_l \approx (0.58 - 1.21) \times 10^{-2} \dot{\Omega}$  veren bir üssel sönüm bileşeni mevcuttur. (4.11) denklemi  $\rho \sim 2 \times 10^{14}$  gr/cm<sup>3</sup>,  $m_p^*/m_p \approx 0.5$  ve  $x_p \approx 0.05$  için  $\tau_{tor} = 30$  gün verir. Dolayısıyla üssel sönüm yapan bölgeyi toroidal akı bölgesine atfedebiliriz. Etkin kütle etkisi hesaba katıldığında açısal momentum dengesi şu hâli alır:

$$\frac{\Delta\Omega_{\rm c}}{\partial\Omega_{\rm s}} = \frac{m_{\rm n}}{m_{\rm n}^*} \frac{I_{\rm A}/2 + I_{\rm B}}{I_{\rm c}} \le \frac{m_{\rm n}}{m_{\rm n}^*} \frac{I_{\rm cr-sf}}{I - I_{\rm cf-sf} - I_{\rm tor}}$$
(4.14)

Vela pulsarının vorteks sızma modeli çerçevesinde analiz edilmiş sıçramalarını ve  $I_{cr-sf} / I \approx 4 \times 10^{-2}$  (Lattimer ve Prakash 2007) kestirimini kullanırsak etkin kütle çarpanı için  $m_n^* / m_n \leq 2.2 - 4$  aralığını elde ederiz. Bu aralık iç kabuk süperakışkanında  $\rho \geq 6.4 \times 10^{13} \text{ gr/cm}^3$  için düzeltme çarpanını (Chamel 2012) açıklayabilmektedir. Burada düzeltme çarpanı hesaplamalarının büyük belirsizlikler içerdiğini ve "pasta" yapıları, safsızlıklar gibi kristal yapısındaki her tür bozuklukların daha küçük düzeltme çarpanlarına yol açacağı not düşülmelidir (Chamel 2013). Ayrıca yine hesaplamalarda kullanılan nötron dökülme yoğunluğu yukarısında cisim merkezi kübik (bcc) kristal yapısının muhafaza edildiği varsayımı geçerliliğini kaybedebilir (Kobyakov ve Pethick 2013, 2014). Tüm bu etmenler düzeltme çarpanının sanılandan daha küçük olmasına yol açar ki (4.14) açısal momentum koşulunun sağlanması daha kolay olur.

Pulsarlar yaşlandıkça sızma giderek lineer olmayan rejimde gerçekleşir ve (4.11) denklemine göre sönüm zamanı daha uzun hâle gelir. Bu durumda gözlem zamanları içerisinde önemli ölçüde sönüm olmaz ve sıçramalar basamak benzeri pozitif artışlar meydana getirmiş görünür. Böyle bir davranış gerçekten de gözlenmiştir (Espinoza ve diğ. 2011, Yu ve diğ. 2013). Bundan başka eğer (4.11) denklemiyle verilen ve toroidal akı çizgisi bölgesine karşılık gelen üssel sönüm zamanı farklı yaşlardaki pulsarlardan gözlenirse, kabuk-iç bölge sınırının konumu ve bu sınıra ait fiziksel parametreler hakkında bilgi edinilerek nötron yıldızlarının durum denklemleri kısıtlanabilir.

Kantor ve Gusakov (2014) ilk kez bu tez çalışmasının bir parçası olarak hesapladığımız toroidal akı bölgesinin eylemsizlik momenti ile vorteks-akı tüpü takılma özelliklerini ve enerji aralığının hız bağımlılığını (Gusakov ve Kantor 2013) göz önünde bulundurarak

1E 2259+586 manyetarının anti sıçramasını vorteks takılması-boşalması (Anderson ve Itoh 1975) modeli çerçevesinde açıklamışlardır.

#### 4.2. VORTEKS ÇİZGİLERİNİN TOROİDAL AKI TÜPLERİNE KARŞI SIZMASI: SIÇRAMA SONRASI ÜSSEL SÖNÜM VERİSİNE UYGULAMA

Tezin bu bölümünde bir önceki bölümde elde edilen sonuçların sıçramaların gözlem verisine uygulanması gerçekleştirilecektir.

Bir sıçrama sonrasında pulsarın frekansının zaman bağımlılığı genel olarak şöyle bir fonksiyon ile tarif edilmiştir (örneğin, Wang ve diğ. (2000)):

$$\nu(t) = \nu_0(t) + \Delta \nu_{\rm d} e^{-t/\tau_{\rm d}} + \Delta \nu_{\rm p} + \Delta \dot{\nu}_{\rm p} t = \nu_0(t) + \Delta \nu_{\rm g} [1 - Q(1 - e^{-t/\tau_{\rm d}})] + \Delta \dot{\nu}_{\rm p} t \quad (4.15)$$

Burada w sıçrama olmasaydı pulsarın sahip olacağı frekans değeri,  $\Delta v_{g} = \Delta v_{d} + \Delta v_{p}$ sıçrama anında frekanstaki toplam değişim,  $\Delta v_{d}$  sıçramanın  $\tau_{d}$  zaman ölçeğinde üssel olarak bozunan bileşeni,  $\Delta v_{p}$  frekanstaki kalıcı değişim,  $\Delta \dot{v}_{p}$  ise  $\dot{v}$  'daki kalıcı değişimdir. Düzelme parametresi  $Q = \Delta v_{d} / \Delta v_{g}$  ise sıçramanın ne kadarlık kısmının bozunduğunun ölçüsünü verir. Sıçrama yapmış tüm pulsar popülasyonu göz önüne alındığında genç pulsarlar için yüksek, yaşlı pulsarlar için ise düşük Q'ya işaret eden istatistiksel bir eğilim vardır (Espinoza ve diğ. 2011, Yu ve diğ. 2013). Eğer birden fazla üssel olarak bozunan bileşen varsa, bunların katkıları ayrı ayrı hesaplanıp toplanır. Sıçrama sebebiyle frekans türevindeki, yani yavaşlama oranındaki artış (4.15) denkleminin türevi ile verilir:

$$\Delta \dot{\nu}(t) = \Delta \dot{\nu}_{\rm d} e^{-t/\tau_{\rm d}} + \Delta \dot{\nu}_{\rm p} = \frac{Q \Delta \nu_{\rm g}}{\tau_{\rm d}} e^{-t/\tau_{\rm d}} + \Delta \dot{\nu}_{\rm p}$$
(4.16)

Burada  $\Delta \dot{v_d} = -\Delta v_d / \tau_d$  'dir. Gügercinoğlu ve Alpar (2014) vorteks sızma modeli çerçevesinde nötron yıldızlarının iç bölgesinde vorteks çizgilerinin akı çizgilerinin toroidal dizilimine karşı sızmasını incelemiş ve söz konusu bölgenin bir sıçramaya tepkisini şöyle bulmuşlardır:

$$\Delta \dot{\nu}(t) = -\frac{I_{\text{tor}}}{I} \frac{\Delta v_{\text{g}}}{\tau_{\text{tor}}} e^{-t/\tau_{\text{tor}}}$$
(4.17)

Burada Itor/I toroidal akı çizgilerinin varlığından dolayı vorteks çizgilerinin hareketinin etkilendiği iç bölgedeki süperakışkanın eylemsizlik momentinin yıldızın toplam evlemsizlik momentine oranıdır. Sönüm zamanı ise  $\dot{\Omega} = 2\pi \dot{v}$  olmak üzere (4.11) denklemiyle verilir. Toroidal akı bölgesinin bir sıçramaya tepkisi, kabuk süperakışkanının lineer sızma yaklaşımındaki (Alpar ve diğ. 1989) tepkisine eşdeğerdir ve sıçrama verisinden ayırt edilemez (Gügercinoğlu ve Alpar 2014). Dikkat edilirse (4.17) denklemiyle verilen tepki (4.16) denklemindeki bozunan bileşene karşılık gelmektedir. Yine  $\tau_{tor} \approx \tau_d$  için  $I_{tor} / I \sim Q$  olduğu görülür. Eğer  $\tau_{tor} \gg \tau_d$  ise,  $I_{\rm tor} \, / \, I \! \leq \! 1 \! - \! Q$  söylenebilir. Çünkü sıçrama sonrası yapılan gözlemler genellikle birkaç ay boyunca sürdürülmektedir ve bu süre zarfından daha uzun bozunma zaman ölçeğine sahip olabilecek toroidal akı bölgesinin tepkisi zamanlama verisinde sönmeyen, kalıcı bir bileşen varmış gibi gözükür. Dolayısıyla da toroidal akı bölgesinin kesirsel büyüklüğü hakkında bu hâlde yalnızca bir üst sınır getirilebilir. Tüm bunlardan yola çıkılarak üssel sönüm gösteren sıçramalara (4.11) denklemiyle verilen zaman ölçeğinde sönüm gösterip göstermediklerine bakılmıştır ve söz konusu pulsarlarda toroidal akı bölgesinin büyüklüğü ile durum denkleminin kısıtlanmasına dair sonuçlar elde edilmeye calısılmıştır.

İç bölgenin sıcaklığı için iki farklı sıcaklık tahmini kullanacağız. Bunlardan birincisi, Yakovlev ve diğ. (2011) tarafından türetilmiş (4.10) denklemiyle verilen analitik ifadedir. Hesaplamalarımızda  $M = 1.6 M_{\odot}$  ve R = 12 km'lik bir nötron yıldızına karşılık gelen  $T = 1.78 \times 10^8 \text{ K} \times t_{yaş}^{-1/6}$  analitik formülü kullanılmıştır. (4.10) ifadesi elde edilirken süperakışkanlığın soğuma üzerine etkileri ihmal edilmiştir. Süperakışkanlık yeni nötrino emisyonu mekanizmaları meydana getirebildiği gibi var olan nötrino süreçlerinin etkinliğini de değiştirir (Yakovlev ve diğ. 2001, Yakovlev ve Pethick 2004).  $t^{-1/6}$ davranışı modifiye Urca sürecinin imzasıdır ve değişmez. Buna karşılık (4.10) ifadesinin önündeki çarpan süperakışkanlık sebebiyle değişebilir. İkinci sıcaklık tahmini için Aguilera ve diğ. (2008) çalışmasına başvurulmuştur. Aguilera ve diğ. (2008) kabuğunda Joule ısıtması olan bir nötron yıldızı göz önüne almış ve gözlenen nötron yıldızları arasında yüzey sıcaklığı ölçümüne sahip olanlar için yüzey sıcaklığı ile kutuptaki dipol alanı arasında şöyle bir bağıntının mevcut olduğunu tespit etmişlerdir:

$$T_{\rm S,6}^4 \cong 10B_{\rm p,14}^2 \tag{4.18}$$

Burada  $T_{s,6}$  yüzey sıcaklığının 10<sup>6</sup> K cinsinden değeri ve B<sub>p,14</sub> de kutuptaki dipol alanının 10<sup>14</sup> G cinsinden şiddetidir. Glampedakis ve Andersson (2009) bu ifadeden yola çıkarak (4.9) denklemi vasıtasıyla Vela'nın gözlenen yüzey sıcaklığı ile uyuşacak biçimde  $T = 0.72 \times 10^8 \text{ K} \times t_{vas}^{-1/6}$  tahminini bulmuşlardır.

Manyetik alanın toroidal bileşeninin bulunması için Spruit (1999)'un normal yıldızlarda hidromanyetik kararlılık analizinden elde etmiş olduğu (4.8) formülü kullanılmıştır.

Tipik parametreler cinsinden bu toroidal alan bileşeni için şunu verir (Gügercinoğlu ve Alpar 2014):

$$B_{\phi} \sim 10^{14} \left(\frac{B_{\rm p}}{10^{12} \,\rm G}\right)^{1/2} \,\rm G$$
 (4.19)

İç bölgede belli bir yarıçapta yoğunluk  $\rho$  ve bu yoğunluğa karşılık gelen proton kesri  $x_p$  durum denklemine bağlı olarak değişkenlik göstermektedir. Durum denklemlerinin sertliği belli bir yarıçapta dejenere madde basıncının fazla olup olmamasına göre belirlenir. Sert durum denklemleri kütleçekimine daha fazla karşı koyabilen madde yapısına yol açtığından, bunun ortaya çıkaracağı nötron yıldızları daha yüksek kütleli, daha büyük yarıçapa ve kalın bir kabuk yapısına sahiptir. Tersine, yumuşak durum denklemine sahip nötron yıldızları genelde daha düşük kütleli ve sıkışıklardır. Bu bakımdan (4.11) ifadesiyle verilen sönüm zamanının farklı sertlikte durum denklemlerinin vereceği yoğunluk ve proton kesrinin etkilerinin dikkatlice ele alınması önem arz etmektedir. Çalışmamızda kullanacağımız üç durum denklemi, Akmal ve diğ. (1998), Douchin ve Haensel (2001) ve Lattimer ve Swesty (1991) için kabuk-iç bölge sınırına yakın hemen hemen aynı yıldız yarıçapına ait bir bölge için yoğunluk ve proton kesri değerleri kullanılan sıcaklık ve etkin kütle değerleri ile birlikte Tablo 4.1'de verilmiştir. Söz konusu durum denklemleri arasında en serti olan Akmal ve diğ. (1998) ile orta sertlikteki Douchin ve Haensel (2001) çalışmaları  $2M_{o}$ 'lik bir nötron yıldızı

verebiliyorken, Lattimer ve Swesty (1991) çalışmasındaki yumuşak durum denklemi daha çok süpernova patlamasından sonraki ilkel nötron yıldızı yapısı için uygundur.

| Durum Denklemi            | $\rho$ (g/cm <sup>3</sup> ) | x <sub>p</sub> | $m_{\rm p}^*/m_{\rm p}$ | Т  |
|---------------------------|-----------------------------|----------------|-------------------------|--|
|                           |                             |                |                         |  |
| Akmal ve diğ. (1998)      | $1.52 \times 10^{14}$       | 0.032          | 0.9                     | $0.72 \times 10^8 \mathrm{K} \times t_{\mathrm{yas}}^{-1/6}$ |
|                           |                             |                |                         |  |
| Douchin ve Haensel (2001) | 1.31×10 <sup>14</sup>       | 0.035          | 0.85                    | $1.78 \times 10^8 \text{ K} \times t_{\text{yas}}^{-1/6}$    |
|                           |                             |                |                         |  |
| Lattimer ve Swesty (1991) | $1.48 \times 10^{14}$       | 0.038          | 0.52                    | $1.78 \times 10^8 \text{ K} \times t_{\text{yas}}^{-1/6}$    |
|                           |                             |                |                         |  |

 Tablo 4.1: Çalışmada kullanılan durum denklemleri ve karşılık gelen kabuk-iç bölge sınırındaki yoğunluk, proton kesri, proton etkin kütle değerleri ile hesaplarda uygulanan sıcaklık davranışı.

Alpar ve diğ. (1984b)'nin gösterdiği gibi nötron yıldızlarının iç bölgesinde iki farklı süperakışkanın (nötron süperakışkanı ve proton süperiletkeni) kütle akımları birbirlerini etkilemektedir. Bu etkileşme neticesinde protonlar çıplak kütlesi  $m_p$  'den farklı bir etkin kütle  $m_p^*$  'ye sahip olacaklardır:

$$\left(\frac{m_{\rm p}^*}{m_{\rm p}}\right) = \frac{\rho_{\rm p}}{\rho_{\rm s}^{\rm pp}} \tag{4.20}$$

Burada  $\rho_p = \rho_s^{pp} + \rho_s^{pn}$  süperakışkan protonların yoğunluğu,  $\rho_s^{pp}$  protonların çıplak (etkileşmesiz) yoğunluğu ve  $\rho_s^{pn}$  nötronlar etrafında dolanımdan (sürüklenme etkisi) kaynaklanan dinamik kuplaj yoğunluk katsayısıdır. Borumand ve diğ. (1996) 2 çarpanlık bir belirsizlikle  $\rho_s^{pn} \approx -0.04m_nn_n$  ve  $\rho_s^{pp} \approx 2m_pn_p$  elde etmişlerdir. Burada  $m_n(m_p)$  ve  $n_n(n_p)$  sırasıyla nötron (proton) çıplak kütlesi ve sayı yoğunluğudur.  $m_p^*/m_p < 1$  olması, proton kütle akımının nötron hız alanına zıt yönde olmasını yansıtır. Bulunan bu değerler proton-nötron etkileşme potansiyeline oldukça hassastır. Gusakov ve Haensel (2005) sıfır sıcaklık limitinde Bethe-Johnson nükleon-nükleon potansiyeli için  $\rho_p / \rho_s^{pp} = 1.19$ , Reid potansiyeli için ise  $\rho_p / \rho_s^{pp} = 0.75$  bulmuşlardır ve Borumand

ve diğ. (1996)'nın  $\rho_p / \rho_s^{pp} \approx 2$  sonucunun yaklaşık olarak yarısıdır. Chamel ve Haensel (2006) ile Chamel (2008) ise Douchin ve Haensel (2001) durum denkleminde kullanılan SLy nükleon-nükleon etkileşmesi için yoğunluğa bağlı olarak  $m_p^* / m_p = 0.9 - 0.5$  aralığında sonuçlar elde etmişlerdir. Hesaplamalarımızda mikrofiziksel parametrelerin durum denklemine bağlılıklarını karşılaştırabilmek amacıyla Akmal-Pandharipande-Ravenhall ile Douchin-Haensel durum denklemleri için Chamel (2008) çalışmasından, Lattimer-Swesty durum denklemi için ise Borumand ve diğ. (1996) çalışmasından alınan  $m_p^* / m_p$  değerleri kullanılmıştır.

Şimdi (4.11) denklemi ile verilen toroidal bölgenin sıçrama sonrası sönüm zamanını sıçrama verisine uygulayalım. Toroidal akı bölgesinin radyal uzanımı toroidal ve poloidal alan bileşenlerinin göreli şiddetine bağlı olarak değişebilmesine rağmen (Braithwaite 2009, Lander 2014), bir ilk adım olarak tüm pulsarlar için tepkinin kabukiç bölge sınırından geldiği varsayılmıştır. Literatürde üssel sönüm gösteren 40 pulsar ve toplamda 73 sıçrama vardır. Bu sıçramalar arasında 57 tanesinde tek bir sönüm zamanlı bileşen, 14 tanesinde iki ayrı sönüm zamanlı bileşen ve Vela pulsarına ait 2 sıçramada üç ayrı sönüm zamanlı bileşen gözlenmiştir. Sonuçlar Tablo 4.2'de verilmiştir.

**Tablo 4.2**: Üssel sönüm gösteren pulsarların gözlenen üssel sönüm zaman ölçeklerinin ( $\tau$ -gözlem) (4.11) denklemi ( $\tau$ -formül) ile karşılaştırılması. Mikrofiziksel parametrelere bağlılığı göstermek amacıyla Akmal ve diğ. (1998) (APR), Lattimer ve Swesty (1991) (L&S) ve Douchin ve Haensel (2001) (D&H) durum denklemlerinden elde edilen üç ayrı sonuç gösterilmiştir. Tüm hesaplamalarda  $B_{\phi}$ için Spruit (1999)'un (4.19) ifadesi kullanılmıştır.

| Pulsar Adı | $\frac{B_{\rm p}}{(10^{12}{\rm G})}$ | Sıçrama<br>Zamanı<br>(MJD) | Δν/ν<br>(10 <sup>-9</sup> ) | $\frac{\Delta \dot{\nu} / \dot{\nu}}{(10^{-3})}$ | τ <sub>d</sub><br>(gün)<br>Gözlem | $\tau_{tor}$ (gün)<br>Formül | $\tau_{tor}$ (gün)<br>Formül | $\tau_{tor}$ (gün)<br>Formül | Q         |
|------------|--------------------------------------|----------------------------|-----------------------------|--|-----------------------------------|------------------------------|------------------------------|------------------------------|-----------|
|            |                                      |                            | 1630                        | 5100   |                                   | (APR)                        | (L&S)                        | (D&H)                        |           |
| 4U 0142+61 | 134                                  | 53809                      | (350)                       | (1100)   | 17.0 (1.7)                        | 9554                         | 37744                        | 30146                        | 1.1 (3)   |
|            |                                      |                            |                             |  |                                   |                              |                              |                              |           |
|            |                                      |                            | 5400                        |  |                                   |                              |                              |                              |           |
| J0205+6449 | 3,61                                 | 52920 (144)                | (1800)                      | 52 (1)   | 288 (8)                           | 3.5                          | 14                           | 11                           | 0.77 (11) |
|            |                                      |                            |                             |  |                                   |                              |                              |                              |           |
|            |                                      |                            |                             |  |                                   |                              |                              |                              | 0.00117   |
| B0355+54   | 0,84                                 | 46497 (8)                  | 4368 (2)                    | 96 (17)  | 160 (8)                           | 282                          | 1116                         | 891                          | (4)       |
|            |                                      |                            |                             |  |                                   |                              |                              |                              |           |
| B0525+21   | 12,4                                 | 42057 (14)                 | 1.2 (2)                     | 2 (2)  | 140 (80)                          | 29611                        | 116982                       | 93431                        | 0.6 (2)   |
| B0525+21   | 12,4                                 | 52280 (4)                  | 1.6 (2)                     | 1.1 (1)  | 650 (50)                          | 29611                        | 116982                       | 93431                        | 0.44 (5)  |
|            |                                      |                            |                             |  |                                   |                              |                              |                              |           |
| B0531+21   | 3,78                                 | 40494                      | 4.0 (3)                     | 0.116  | 18.7 (1.6)                        | 0.53                         | 2,1                          | 1,7                          | 0.6 (1)   |

|                                    |                       | (19)                       |                    |                  |                  |                  |                           |
|------------------------------------|-----------------------|----------------------------|--------------------|------------------|------------------|------------------|---------------------------|
| Pulsar Adı $B_p$ Sıçram            | a $\Delta v/v$        | $\Delta \dot{v} / \dot{v}$ | $\tau_{\rm d}$     | $\tau_{\rm tor}$ | $\tau_{\rm tor}$ | $\tau_{\rm tor}$ | Q                         |
| (10 <sup></sup> G) Zamani<br>(MJD) | 1 (10 <sup>-5</sup> ) | (10 <sup>-3</sup> )        | (gun)<br>Gözlem    | (gun)<br>Formül  | (gun)<br>Formül  | (gun)<br>Formül  |                           |
|                                    |                       | (10)                       |                    | (APR)            | (L&S)            | (D&H)            | 0.8 (1)                   |
|                                    |                       | 2.15                       | 18 (2)             |                  |                  |                  | 0.8 (1),                  |
| B0531+21 3.78 42447                | 5 (13.8 (7)           | (19)                       | 18 (2),<br>97 (4)  | 0.53             | 2.1              | 17               | (12)                      |
| 5,76 42447.                        | 43.0(7)               | (19)                       | 97 (4)             | 0.55             | 2,1              | 1,7              | (12)                      |
| B0531+21 3.78 46664                | 42 (5) 4 1 (1)        | 25(2)                      | 9.5(2),<br>123(40) | 0.53             | 2.1              | 17               | 1.00(4),<br>0.89(9)       |
| 5,76 40004.                        | 42 (3) 4.1 (1)        | 2.3 (2)                    | 125 (40)           | 0.55             | 2,1              | 1,7              | 0.894 (6)                 |
| B0531+21 3 78 47767                | 4 851(4)              | 45(5)                      | 265(5)             | 0.53             | 21               | 17               | 0.894(0),<br>0.827(5)     |
| 5,70 17707.                        |                       | 0.32                       | 205 (5)            | 0.55             | 2,1              | 1,7              | 0.027(0)                  |
| B0531+21 3.78 48947.1              | 0(2) $4.2(2)$         | (3)                        | 2.0 (4)            | 0.53             | 2.1              | 1.7              | 0.87 (18)                 |
|                                    |                       | 0.20                       | (.)                |                  | _,-              | -,,              |                           |
| B0531+21 3,78 50020.4              | 6 (3) 2.1 (1)         | (1)                        | 3.2 (2.2)          | 0.53             | 2,1              | 1,7              | 0.8 (0.2)                 |
| 50259.                             | 93                    | 1.73                       |                    |                  |                  | -                | 0.680                     |
| B0531+21 3,78 (0.25)               | 31.9 (1)              | (3)                        | 10.3 (1.5)         | 0.53             | 2,1              | 1,7              | (10)                      |
| B0531+21 3,78 50459.               | 15 (5) 6.1 (4)        | 1.1 (1)                    | 3 (0.5)            | 0.53             | 2,1              | 1,7              | 0.87 (6)                  |
|                                    |                       | 0.62                       |                    |                  |                  |                  |                           |
| B0531+21 3,78 50812.               | 9 (1.5) 6.2 (2)       | (4)                        | 2.9 (1.8)          | 0.53             | 2,1              | 1,7              | 0.9 (3)                   |
| B0531+21 3,78 51452.               | 3 6.8 (2)             | 0.7 (1)                    | 3.4 (5)            | 0.53             | 2,1              | 1,7              | 0.8 (2)                   |
|                                    |                       |                            |                    |                  |                  |                  |                           |
| J0631+1036 5,55 52852.             | 0 (2) 19.1 (6)        | 3.1 (6)                    | 120 (20)           | 98               | 389              | 310              | 0.62 (5)                  |
| J0631+1036 5,55 54632.             | 41 (14) 44 (1)        | 4 (2)                      | 40 (15)            | 98               | 389              | 310              | 0.13 (2)                  |
|                                    |                       | Y                          |                    |                  |                  |                  |                           |
|                                    |                       |                            |                    |                  |                  |                  | 0.001980                  |
|                                    |                       |                            |                    |                  |                  |                  | (18),                     |
|                                    |                       | 10.1                       | 10 (1),            |                  |                  |                  | 0.01782                   |
| B0833-45 3,38 40280                | (4) 2338 (9)          | (3)                        | 120 (6)            | 9                | 35               | 28               | (5)                       |
|                                    |                       |                            |                    |                  |                  |                  | 0.00158                   |
|                                    |                       |                            |                    |                  |                  |                  | (2),                      |
|                                    |                       | 14.8                       | 4 (1),             |                  |                  | • •              | 0.01311                   |
| B0833-45 3,38 41192                | (8) 2047 (30)         | (2)                        | 94 (5)             | 9                | 35               | 28               | (9)                       |
| D0022 45 2 20 41212                | (4) 12 (2)            | 1.0.(2)                    | 10.0 (5)           | 0                | 25               | 20               | 0.1612                    |
| B0835-45 5,38 41312                | (4) 12 (2)            | 1.9 (2)                    | 10.0 (5)           | 9                | 33               | 28               | (15)                      |
|                                    |                       |                            |                    |                  |                  |                  | 0.000433                  |
|                                    |                       |                            | 4.0 (4)            |                  |                  |                  | ( <i>3)</i> ,<br>0.003534 |
| B0833-45 3 38 42683                | (3) 1987 (8)          | 11(1)                      | 4.0(4),            | 9                | 35               | 28               | (16)                      |
| 12005                              |                       | (!)                        | 55 (2)             | ,                | 55               | 20               | 0.00242                   |
|                                    |                       |                            |                    |                  |                  |                  | (2).                      |
|                                    |                       | 18.3                       | 6.0 (6).           |                  |                  |                  | 0.01134                   |
| B0833-45 3,38 43693                | (12) 3063 (65)        | (2)                        | 75 (3)             | 9                | 35               | 28               | (2)                       |
|                                    |                       |                            |                    |                  |                  |                  | 0.000813                  |
|                                    |                       |                            |                    |                  |                  |                  | (8),                      |
|                                    |                       | 8.43                       | 6.0 (6),           |                  |                  |                  | 0.00190                   |
| B0833-45 3,38 44888.4              | 4 (4) 1138 (9)        | (6)                        | 14 (2)             | 9                | 35               | 28               | (4)                       |
| B0833-45 3,38 45192.               | 1 (5) 2051 (3)        | 23.1                       | 3.0 (6),           | 9                | 35               | 28               | 0.002483                  |

|            |             | 1               |              | (2)                            | 21.5(2.0)       |                  |                  |                  | (7)                  |
|------------|-------------|-----------------|--------------|--------------------------------|-----------------|------------------|------------------|------------------|----------------------|
|            |             |                 |              | (3)                            | 21.5 (2.0)      |                  |                  |                  | (7),                 |
|            |             |                 |              |                                |                 |                  |                  |                  | 0.00550              |
|            |             |                 |              |                                |                 |                  |                  |                  | (8)                  |
| Pulsar Adı | $B_{\rm p}$ | Sıçrama         | $\Delta v/v$ | $\Delta \dot{\nu} / \dot{\nu}$ | $\tau_{\rm d}$  | $\tau_{\rm tor}$ | $\tau_{\rm tor}$ | $\tau_{\rm tor}$ | Q                    |
|            | (10.2G)     | Zamani<br>(MJD) | (10")        | $(10^{-3})$                    | (gün)<br>Gözlem | (gün)<br>Formül  | (gün)<br>Formül  | (gün)<br>Formül  |                      |
|            |             |                 |              |                                |                 | (APR)            | (L&S)            | (D&H)            | 0.0027               |
|            |             |                 |              |                                |                 |                  |                  |                  | 0.0037               |
|            |             |                 |              |                                |                 |                  |                  |                  | (5),                 |
|            |             |                 |              | 6.16                           | 6.5 (5),        |                  |                  |                  | 0.1541               |
| B0833-45   | 3,38        | 46259(2)        | 1346 (5)     | (3)                            | 332 (10)        | 9                | 35               | 28               | (6)                  |
|            |             |                 |              |                                |                 |                  |                  |                  | 0.005385             |
|            |             |                 |              |                                |                 |                  |                  |                  | (10),                |
|            |             | 47519.80360     | 1805.2       |                                | 4.62 (2),       | 9                |                  |                  | 0.1684               |
| B0833-45   | 3,38        | (8)             | (8)          | 77 (6)                         | 351 (1)         |                  | 35               | 28               | (4)                  |
|            |             |                 |              |                                |                 |                  |                  |                  | 0.0088               |
|            |             |                 |              |                                |                 |                  |                  |                  | (6),                 |
|            |             |                 |              |                                |                 |                  |                  |                  | 0.00547              |
|            |             |                 |              |                                | 0.53 (3),       |                  |                  |                  | (6),                 |
|            |             | 51559.3190      |              | 495                            | 3.29 (3).       |                  |                  |                  | 0.006691             |
| B0833-45   | 3 38        | (5)             | 3152 (2)     | (37)                           | 19.07(2)        | 9                | 35               | 28               | (7)                  |
| 20055 15   | 5,50        | (3)             | 5152 (2)     | (37)                           | 0.23            |                  | 55               | 20               | 0.00808              |
|            |             |                 |              |                                | 0.23,           |                  |                  |                  | 0.00556              |
| D0922 45   | 2.20        | 52102.00        | 2050 (C)     | 11 (2)                         | 2.1,            | 0                | 25               | 29               | 0.00550,             |
| B0833-45   | 3,38        | 53193.09        | 2059 (6)     | 11 (2)                         | 26.14           | 9                | 35               | 28               | 0.00685              |
|            |             |                 |              |                                |                 |                  |                  |                  |                      |
| B1046-58   | 34,9        | 49034 (9)       | 2995 (7)     | 3.7 (1)                        | 160 (43)        | 36               | 140              | 112              | 0.026 (6)            |
|            |             |                 |              | 4.62                           |                 |                  |                  |                  |                      |
| B1046-58   | 34,9        | 50788 (3)       | 771 (2)      | (6)                            | 60 (20)         | 36               | 140              | 112              | 0.008 (3)            |
|            |             |                 |              |                                |                 |                  |                  |                  |                      |
| J1052-5954 | 1,92        | 54495 (10)      | 495 (3)      | 86 (14)                        | 46 (8)          | 128              | 505              | 403              | 0.067 (4)            |
|            |             |                 |              |                                |                 |                  |                  |                  |                      |
| J1112-6103 | 1,45        | 53337 (30)      | 1202 (20)    | 7 (2)                          | 302 (146)       | 13               | 49               | 39               | 0.022 (2)            |
|            |             |                 |              |                                |                 |                  |                  |                  |                      |
| J1119-6127 | 41          | 53290           | 330 (40)     | 6.1 (4)                        | 41 (2)          | 15               | 58               | 46               | 0.84 (3)             |
|            |             |                 |              | 180                            | 15.7 (3)        |                  |                  |                  | 0.81 (4)             |
| 11119-6127 | 41          | 54240           | 1670 (30)    | (40)                           | 186 (3)         | 15               | 58               | 46               | 0.01(1),<br>0.214(7) |
| 51119-0127 | 71          | 54240           | 1070 (30)    | (40)                           | 100 (5)         | 15               | 58               | 40               | 0.214(7)             |
|            |             |                 | 740.12       |                                |                 |                  |                  |                  | 0.002(               |
|            |             |                 | /49.12       |                                |                 |                  |                  |                  | 0.0026               |
| J1123-6259 | 1,21        | 49705.87 (1)    | (12)         | 1.0 (4)                        | 840 (100)       | 731              | 2891             | 2309             | (1)                  |
|            |             |                 |              |                                |                 |                  |                  |                  |                      |
|            |             |                 |              |                                |                 |                  |                  |                  | 0.0040               |
| J1141-6545 | 1,32        | 54277 (20)      | 589.0 (6)    | 5.0 (9)                        | 495 (140)       | 1745             | 6896             | 5507             | (7)                  |
|            |             |                 |              |                                |                 |                  |                  |                  |                      |
|            |             |                 |              |                                |                 |                  |                  |                  | 0.328                |
| B1259-63   | 0,34        | 50690.7 (7)     | 3.20 (5)     | 2.5 (1)                        | 100             | 44               | 174              | 139              | (16)                 |
|            |             |                 |              |                                |                 |                  |                  |                  |                      |
|            |             |                 |              |                                |                 |                  |                  |                  | 0.0049               |
| J1301-6305 | 7.1         | 51923 (23)      | 4630 (2)     | 8,6 (4)                        | 58 (6)          | 21               | 84               | 67               | (3)                  |
|            | · , ·       |                 |              | 0.0 (1)                        | 20(0)           |                  | 2.               | <i></i>          | (3)                  |
|            |             |                 |              |                                |                 |                  |                  |                  |                      |

| Pulsar Adı   | $\frac{B_{\rm p}}{(10^{12}{\rm G})}$ | Sıçrama<br>Zamanı  | Δν/ν<br>(10 <sup>-9</sup> ) | $\Delta \dot{v} / \dot{v}$       | τ <sub>d</sub><br>(gün) | τ <sub>tor</sub><br>(gün) | $\tau_{tor}$<br>(gün) | $\tau_{tor}$<br>(gün) | Q               |
|--------------|--------------------------------------|--------------------|-----------------------------|----------------------------------|-------------------------|---------------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------|
|              |                                      | (MJD)              |                             | (10-3)                           | Gözlem                  | Formůl<br>(APR)           | Formůl<br>(L&S)       | Formůl<br>(D&H)       |                 |
| B1338-62     | 7,08                                 | 48645 (10)         | 993 (2)                     | 0.7 (5)                          | 69 (8)                  | 24                        | 96                    | 76                    | 0.016 (2)       |
| B1338-62     | 7,08                                 | 50683 (13)         | 703 (4)                     | 1.2 (3)                          | 24 (9)                  | 24                        | 96                    | 76                    | 0.0112<br>(19)  |
|              |                                      |                    |                             |                                  |                         |                           |                       |                       |                 |
| X1.410.61.45 |                                      | <b>510 (0 (10)</b> | 7253.0                      | 17.5                             | <b>52</b> (1)           | 100                       | 105                   | 207                   | 0.00263         |
| J1412-6145   | 5,64                                 | 51868 (10)         | (/)                         | (8)                              | 59 (4)                  | 123                       | 485                   | 387                   | (8)             |
| J1420-6048   | 2,41                                 | 52754 (16)         | 2019 (10)                   | 6.6 (8)                          | 99 (29)                 | 7                         | 27                    | 22                    | 0.008 (4)       |
|              |                                      |                    |                             |                                  |                         |                           |                       |                       |                 |
|              |                                      |                    |                             | -1.2                             |                         |                           |                       |                       |                 |
| J1522-5735   | 1,81                                 | 55250              | -11.4 (6)                   | (13)                             | 27 (5)                  | 31                        | 121                   | 96                    | 1.4 (2)         |
| 11521 5610   | 1.00                                 | 51721 (51)         | 2627 (2)                    | 25 (4)                           | 76 (16)                 | 27                        | 149                   | 110                   | 0.007 (2)       |
| J1551-5010   | 1,09                                 | 51751 (51)         | 2037 (2)                    | 23 (4)                           | 76 (16)                 | 37                        | 148                   | 110                   | 0.007 (3)       |
| J1702-4310   | 7,43                                 | 53943 (169)        | 4810 (27)                   | 17 (4)                           | 96 (16)                 | 40                        | 160                   | 128                   | 0.023 (6)       |
|              |                                      |                    |                             |                                  |                         |                           |                       |                       |                 |
|              |                                      |                    |                             |                                  |                         |                           |                       |                       | 0.01748         |
| B1706-44     | 3,12                                 | 48775 (15)         | 2057 (2)                    | 4.0 (1)                          | 122 (3)                 | 14                        | 56                    | 45                    | (8)             |
| B1706-44     | 3 12                                 | 52716 (57)         | 2872 (7)                    | 80(7)                            | 155 (29)                | 14                        | 56                    | 45                    | (12)            |
| D1700 44     | 5,12                                 | 52710 (57)         | 2743.9                      | 8.41                             | 155 (2))                | 14                        | 50                    |                       | 0.00849         |
| B1706-44     | 3,12                                 | 54711 (22)         | (4)                         | (8)                              | 85 (2)                  | 14                        | 56                    | 45                    | (7)             |
|              |                                      |                    |                             |                                  |                         |                           |                       |                       |                 |
| 1RXS         |                                      |                    | 4210                        | 546                              |                         |                           |                       |                       |                 |
| J1708-4009   | 467                                  | 52014.77           | (330)                       | (62)                             | 50 (4)                  | 3063                      | 12101                 | 9665                  | 0.97 (11)       |
|              |                                      |                    |                             |                                  |                         |                           |                       |                       | 0.0077          |
| B1727-33     | 3 48                                 | 47990 (20)         | 3070 (10)                   | 97(7)                            | 110 (8)                 | 28                        | 109                   | 87                    | 0.0077          |
| D1727 35     | 5,40                                 | 47790 (20)         | 5070 (10)                   | <i>y</i> . <i>r</i> ( <i>r</i> ) | 110(0)                  | 20                        | 105                   | 07                    | 0.0102          |
| B1727-33     | 3,48                                 | 52107 (19)         | 3202 (1)                    | 5.9 (1)                          | 99 (23)                 | 28                        | 109                   | 87                    | (9)             |
|              |                                      |                    |                             |                                  |                         |                           |                       |                       |                 |
| B1727-47     | 11,79                                | 52472.70 (2)       | 126.4 (3)                   | 3.4 (2)                          | 210 (37)                | 571                       | 2255                  | 1801                  | 0.073 (7)       |
|              |                                      |                    |                             |                                  |                         |                           |                       |                       |                 |
| D1727 20     | 17                                   | 5002( 802 (4)      | 1445.5                      | 2 ( (8)                          | 0 (5)                   | 147                       | 592                   | 165                   | 0.0016          |
| B1737-30     | 17                                   | 52347.66 (6)       | (3)                         | 2.0(8)                           | 9 (5)<br>50             | 147                       | 582                   | 405                   | (5)             |
| B1757 50     | 17                                   | 32347.00(0)        | 132 (2)                     | 0.1 (7)                          | 50                      | 147                       | 582                   | 405                   | 0.0302          |
| B1737-30     | 17                                   | 53036 (13)         | (14)                        | 3.0 (2)                          | 100                     | 147                       | 582                   | 465                   | (6)             |
|              |                                      |                    |                             |                                  |                         |                           |                       |                       |                 |
|              |                                      |                    | 1990.1                      |                                  |                         |                           |                       |                       | 0.0050          |
| B1757-24     | 4,04                                 | 49476 (6)          | (9)                         | 5.6 (3)                          | 42 (14)                 | 17                        | 66                    | 53                    | (19)            |
| D1252 01     |                                      | 50055 (7)          | 3755.8                      | ( ) ( )                          |                         | 17                        |                       | 52                    | 0.004 (7)       |
| в1/5/-24     | 4,04                                 | 52055 (7)          | (4)                         | 6.8(1)                           | 208 (25)                | 1/                        | 00                    | 55                    | 0.024 (5)       |
| B1757-24     | 4 04                                 | 54661 (2)          | 3101 (1)                    | 93(1)                            | 25 (4)                  | 17                        | 66                    | 53                    | 0.0004<br>(9)   |
| D1/J/ 24     | т,0т                                 | 57001 (2)          | 5101(1)                     | <i>J.J</i> (1)                   | 23 (ד)                  | 17                        | 50                    | 55                    | $(\mathcal{I})$ |

| Pulsar Adı         | $\frac{B_{\rm p}}{(10^{12}{\rm G})}$ | Sıçrama<br>Zamanı<br>(MJD) | Δν/ν<br>(10 <sup>-9</sup> ) | $\frac{\Delta \dot{\nu} / \dot{\nu}}{(10^{-3})}$ | τ <sub>d</sub><br>(gün)<br>Gözlem | τ <sub>tor</sub><br>(gün)<br>Formül<br>(APR) | τ <sub>tor</sub><br>(gün)<br>Formül<br>(L&S) | τ <sub>tor</sub><br>(gün)<br>Formül<br>(D&H) | Q               |
|--------------------|--------------------------------------|----------------------------|-----------------------------|--|-----------------------------------|--|--|--|-----------------|
|                    |                                      |                            |                             | 0.19   | 1000                              |  |  |  |                 |
| B1758-23           | 6,93                                 | 53309 (18)                 | 494 (1)                     | (3)  | (100)                             | 194  | 765  | 611  | 0.009 (2)       |
| B1800-21           | 4,28                                 | 48245 (20)                 | 4073 (16)                   | 9.1 (2)  | 154 (3)                           | 18   | 73   | 58   | 0.0137<br>(3)   |
|                    |                                      |                            |                             |  |                                   |  |  |  | 0.0094<br>(11), |
| D1900-21           | 1 28                                 | 50777 (4)                  | 2194 (1)                    | 80(2)  | 12 (2),<br>60 (13)                | 19   | 73   | 59   | 0.0030          |
| B1800-21           | 4,20                                 | 30777 (4)                  | 3929.3                      | 10.6   | 09 (13)                           | 10   | 75   | 58   | 0.00630         |
| B1800-21           | 4,28                                 | 53429 (1)                  | (4)                         | (1)  | 133 (11)                          | 18   | 73   | 58   | (16)            |
|                    |                                      |                            | 1625.1                      |  |                                   |  |  |  | 0.00602         |
| J1809-1917         | 1,47                                 | 53251 (2)                  | (3)                         | 7.8 (3)  | 126 (7)                           | 23   | 92   | 73   | (9)             |
| B1809-173          | 4,85                                 | 53105 (2)                  | 14.8 (6)                    | 3.6 (5)  | 800 (100)                         | 5274   | 20836  | 16641  | 0.27 (2)        |
|                    |                                      |                            |                             |  |                                   |  |  |  |                 |
| SGR J1822-<br>1606 | 13,5                                 | 56756.0                    | 230 (10)                    |  | 40 (6)                            | 226323                                       | 894122                                       | 714116                                       | 1.0             |
|                    |                                      |                            |                             |  |                                   |  |  |  |                 |
| B1823-13           | 2,79                                 | 53737 (1)                  | 3581 (1)                    | 9.6 (4)  | 80 (9)                            | 16   | 64   | 51   | 0.0066<br>(3)   |
|                    |                                      |                            |                             |  |                                   |  |  |  |                 |
| B1830-08           | 0,9                                  | 48041 (20)                 | 1865.9<br>(4)               | 1.8 (5)  | 200 (40)                          | 51   | 202  | 161  | 0.0009<br>(2)   |
|                    |                                      |                            |                             |  |                                   |  |  |  |                 |
| B1838-04           | 1,1                                  | 53408 (21)                 | 578.8 (1)                   | 1.4 (6)  | 80 (20)                           | 304  | 1200   | 958  | 0.00014<br>(20) |
| 1E                 |                                      |                            | 15170                       | 848  |                                   |  |  |  |                 |
| 1841-045           | 734                                  | 5246,400448                | (711)                       | (76)   | 43 (3)                            | 2083   | 8231   | 6574   | 0.63 (5)        |
|                    |                                      |                            | 4000                        |  |                                   |  |  |  |                 |
| J1846-0258         | 48,6                                 | 53883.0 (3.0)              | 4000 (1300)                 | 4.1 (2)  | 127 (5)                           | 6  | 25   | 20   | 8.7 (2.5)       |
| J1853+0545         | 0,28                                 | 53450 (2)                  | 1.46 (8)                    | 3.5 (7)  | 250 (30)                          | 751  | 2967   | 2370   | 0.22 (5)        |
|                    |                                      |                            |                             |  |                                   |  |  |  |                 |
| 1E<br>2259+586     | 58,88                                | 52443.13 (9)               | 4240<br>(110)               | -22 (3)  | 15.9 (6)                          | 17197  | 67940  | 54262  | 0.185<br>(10)   |
|                    |                                      |                            |                             |  |                                   |  |  |  |                 |
|                    |                                      |                            |                             |  |                                   |  |  |  | 0.0046          |
|                    |                                      |                            | 20579.4                     |  | 21 4 (5)                          |  |  |  | (7),<br>0.0029  |
| B2334+61           | 9,86                                 | 53615 (6)                  | (12)                        | 156 (4)  | 147 (2)                           | 186  | 734  | 587  | (1)             |

Tablo 4.2'de birinci sütunda pulsar adı, ikinci sütunda manyetik dipol radyasyonu formülü  $B_p = 6.64 \times 10^{19} \sqrt{P\dot{P}}$  G'den hesaplanan kutup alan şiddeti, üçüncü sütunda Modifiye Jülyen Günü (MJD) cinsinden sıçrama zamanı, dördüncü sütunda sıçramanın kesirsel büyüklüğü, beşinci sütunda yavaşlama oranındaki sıçrama büyüklüğü, altıncı sütunda sıçramaların gözlenen üssel sönüm zaman ölçekleri, yedinci, sekizinci ve dokuzuncu sütunlarda ise sırasıyla Akmal ve diğ. (1998), Lattimer ve Swesty (1991) ve Douchin ve Haensel (2001) durum denklemlerinden elde edilen mikrofizik parametrelerinden (4.11) denklemi ile hesaplanan toroidal bölge sönüm zamanı sonuçları ve onuncu sütunda da sıçramalara karşılık gelen düzelme parametresi Q değerleri verilmiştir. Sıçramalar ile ilgili veriler ATNF sıçrama tablosundan alınmıştır (www.atnf.csiro.au/people/pulsar/psrcat/glitchTbl.html). Pulsar sıçramaları için Jodrell Bank sıçrama tablosu (www.jb.man.ac.uk/pulsar/glitches/gTable.html) bir başka önemli kaynaktır.

Tablo 4.2'den görüldüğü gibi üç durum denkleminin parametrelerine bağlı olarak toroidal bölge için elde edilen sönüm zamanları gözlenen üssel bozunma zaman ölçeklerinin büyük bir kısmı ile uyum içindedir. İki genç pulsar istisnası için  $\tau_{tor}$ ,  $\tau_d$ 'den hayli kısadır. PSR J0205+6449 ve PSR J1856-0248 pulsarları için sırasıyla 288(8) ve 127(5) gün olarak gözlenen üssel bozunma zamanlarına karşılık (4.11) denklemi sırasıyla 3.5 ve 6 gün gibi kısa sönüm zamanları vermektedir. PSR J1112-6103 ve PSR J1420-6048 kaynakları için de benzer bir durum söz konusudur. Sıçrama zamanlarındaki belirsizlik dikkate alındığında bu kısa zaman ölçekleri ile sönüm ilk sıçrama sonrası gözlemlerde rahatlıkla gözden kaçmış olabilir. Bundan başka (4.11) ifadesi iki önemli durum için gözlenen üssel bozunma zamanları vermektedir.

PSR B0525+21, PSR J1052-5954, PSR J1141–6545, PSR J1412-6145, PSR B1727-47, PSR B1737–30, PSR B1809–173, PSR B1838–04, PSR J1853+0545 grubu için  $Q \sim 0.01-0.1$  mertebesindedir. Yani, sıçramalarının en fazla yüzde onluk kısmı bozunmuştur. Özel olarak incelenmedikçe pulsarların sıçrama sonrası sönüm davranışlarının en fazla birkaç ay-yıl mertebesinde gözlemi yapıldığı düşünüldüğünde, çok uzun sönüm zamanına sahip üssel bozunan bileşenler sıçrama verisinde kalıcı bir artış olarak görülür ve düşük Q'ya neden olur. Böylelikle toroidal bölgenin tepkisi bu pulsar grubu için sıçrama büyüklüğündeki kalıcı artışa karşılık geliyor olabilir.

Manyetarların iç tork (süperakışkan) katkısının yanı sıra aktif dış torkları sebebiyle ayrı değerlendirilmesi gerekmektedir. Bu gruba ait olan 4U 0142+61, 1RXS J1708-4009, SGR J1822-1606, 1E 1841–045, 1E 2259+586 kaynakları genç yaşlarına rağmen düşük  $\dot{v}$  değerlerinden dolayı (4.11) formülüne göre çok uzun zaman ölçekleri vermektedirler. Aynı zamanda dipol formülünden çıkan yüksek  $B_p$  değerleri de toroidal bölgenin sönüm zamanının uzamasına yol açmaktadır. Söz konusu manyetarlar dönme enerjilerinin verdiğinden çok daha yüksek X-ışın akısına sahiptirler. Manyetarların yüksek X-ışın akısına ve zaman zaman gösterdikleri patlama aktivitesine bu kaynakların sahip olduğu yüksek manyetik alanların bozunmasının yol açtığı düşünülmektedir (Thompson ve Duncan 1996). Tipik radyo pulsarlarına göre ~1000 kat daha yüksek manyetik alana sahip olmalarının sebebinin bu yıldızların  $P \le 30$  ms'lik periyotlarla doğmaları ve ilk birkaç saniyede aktif olan konvektif dinamo etkisi ile ata yıldızın sıkışmasıyla akı korunumundan ileri gelen alan şiddetlerinin yükselmesi olduğu düşünülmektedir (Thompson ve Duncan 1993). Bu bakımdan Spruit (1999)'un (4.19) denklemiyle verilen toroidal alan siddetini belirlemek için kullandığımız formülü artık gerçeği yansıtmıyor olabilir. Bundan başka manyetarların manyetik alan evrimi birçok bakımdan normal radyo pulsarlarınkinden farklıdır. Radyo pulsarlarında manyetik alanın bozunmasına yol açan fiziksel süreç çok uzun zaman ölçeğine sahip Ohmik difüzyondur. Manyetik alanın çakılı olduğu elektronların kabuktaki hareketinden ileri gelen Hall sürüklenmesinin etkinliği ise çok düşüktür. Manyetarlar için ise durum oldukça farklıdır. Kabukta elektronların diferansiyel dönmesi kuvvetli toroidal akı meydana getirir (Gourgouliatos ve Cumming 2014). Elektron diferansiyel dönmesi bir süre sonra etkinliğini kaybeder ve oluşan toroidal akı doygunluğa ulaşır.  $\sim 10^{15}$  G'luk manyetik alanlar için Hall sürüklenmesinin zaman ölçeği Ohmik difüzyonun zaman ölçeğinden kısa hâle gelir. Bu, nötron yıldızlarının iç bölgesi için Ohmik difüzyon ve Hall sürüklenmesi zaman ölçeklerinden kolaylıkla görülebilir (Goldreich ve Reisenegger 1992):

$$t_{\rm Ohm} \sim 2 \times 10^{11} \frac{\ell_{\rm B,5}^2}{T_8^2} \left(\frac{\rho}{\rho_0}\right)^3 \text{ yll}$$
 (4.21)

$$t_{\text{Hall}} \sim 5 \times 10^8 \frac{\ell_{\text{B},5}^2}{B_{12}} \left( \frac{\rho}{\rho_0} \right) \quad \text{yl}$$
 (4.22)

Yukarıdaki denklemlerde  $\rho_0 = 2.8 \times 10^{14} \text{ g/cm}^3$  nükleer maddenin doygunluk yoğunluğu,  $\ell_B$  manyetik alan değişimlerinin tipik uzunluk ölçeği,  $\ell_{B,5} \equiv \ell_B / 10^5$  cm,  $B_{12} \equiv B_p / 10^{12}$ G ve  $T_8 \equiv T / 10^8$  K'dir. Kısa zaman ölçekli fiziksel süreç daha etkin olduğundan, mevcut durumda Hall sürüklenmesi manyetik alanın evriminde belirleyici rolü üstlenir. Hall sürüklenmesi kabuk tabanındaki toroidal alanı parçalayarak poloidal alan oluşturur ve Ohmik difüzyonla manyetik alanın bozunması sürecini hızlandırır. Fujisawa ve Kisaka (2014) bu süreç sonucunda geriye kalan toroidal alan şiddetinin oluşan poloidal alan şiddetine oranı için  $B_{\phi} / B_p \sim 0.01$  gibi küçük değerler bulmuştur. Buradan da görülür ki manyetarlar durumunda toroidal alan şiddeti poloidal alan şiddeti ile kıyaslandığında daha küçüktür. Manyetik alanın toroidal bileşeninin  $B_{\phi} = 0.01B_p$ biçiminde seçimi için manyetarlarını sönüm zamanlarının hesapları sonucu Tablo 3'te verilmiştir.

Manyetarların radyo pulsarlarından farklı olabilecek bir başka özelliği de soğuma davranışlarıdır. Manyetarların büyük kütleli ana kol yıldızlarından doğmuş olabileceklerine dair gözlemlerden (Woods 2008) ve popülasyon sentezi çalışmalarından (Ferrario ve Wickramasinghe 2006) deliller mevcuttur. Ayrıca bazı manyetar modelleri bu kaynakların manyetik alanlarının radyo pulsarları ile karşılaştırıldığında yüksek oluşunu görece yüksek kütleleri sonucunda merkezi kısımlarında meydana gelen proton-nötron manyetik momentlerinin spin polarizasyonuna bağlamaktadır (Kutschera 1999, Bhattacharya ve Soni 2007). Nötron yıldızlarının kütlesi bir eşik değerini aştığında merkezi kısımlarında modifiye Urca sürecine göre çok daha etkin bir soğumaya yol açan doğrudan Urca süreci baskın soğuma mekanizması hâline gelir (Lattimer ve diğ. 1991). APR durum denklemi için merkezi bölgelerde baryon yoğunluğunun  $n_{\rm B} = 0.78$  fm<sup>-3</sup>'ü aşması gerekir (Akmal ve diğ. 1998) ki nötron yıldızının kütlesinin  $M \ge 1.7M_{\odot}$  olması gerekir (Gusakov ve diğ. 2005). Doğrudan Urca ile soğuma için sıcaklık formülü Page ve diğ. (2006)'da verilen basit analitik bağıntılar kullanılarak elde edilebilir:

$$T_{ic} = \left(\frac{C}{4N}\right)^{1/4} t_{yas}^{-1/4}$$
(4.23)

Burada  $C \sim 10^{30} \text{ erg/K}^2$  1s1 sığası katsayısı ve  $N \sim 10^{-9} \text{ erg s}^{-1} \text{ K}^{-6}$  nötrino emisyonu katsayısıdır. Böylelikle doğrudan Urca süreci ile soğuma çok daha serin bir iç bölgeye yol açar:

$$T_{\rm ic} \approx 5 \times 10^6 \left(\frac{10^4 \,{\rm yr}l}{t_{\rm yas}}\right)^{1/4}$$
 (4.24)

Manyetarlar için APR durum denklemi parametreleri,  $B_{\phi}/B_{p} \sim 0.01$  ve (4.10) ile (4.24) denklemleriyle verilen iki soğuma davranışı kullanılmasıyla elde edilen sonuçlar Tablo 4.3'te gösterilmiştir. Bu seçim ile Tablo 4.3'ten görülebileceği gibi söz konusu kaynakların sönüm zamanları gözlenen bozunma zaman ölçekleriyle benzer mertebeye inmektedir. Hatta bazı kaynaklar için birebir örtüşme de sağlanmıştır. Dolayısıyla radyo pulsarlarının ve manyetarların farklı toroidal/poloidal alan bağımlılığı ve soğuma davranışları kabul edildiğinde, sıçrama gözlemleri bu tez çalışmasında elde ettiğimiz basit model çerçevesinde açıklanabilmektedir. Ancak, unutulmamalıdır ki muhtemelen manyetarlarda süperakışkan dinamiğinin yanı sıra manyetosferde etkili olan bir takım fiziksel mekanizmalar radyo pulsarları ile karşılaştırıldığında çok daha önemli hâle gelmektedir, hatta nötron yıldızlarının iç bölgesinin katkısının da ötesine geçmektedir. Manyetar sıçramalarında Q > 1 olması ve sıçramalara patlama aktivitesi, akı artışı ve yavaşlama oranında değişkenliklerin eşlik etmesi farklı bir fiziksel mekanizmanın iş başında olduğuna işaret etmektedir.

| Manyetar        | $	au_{\rm d}$ (gün) | τ <sub>tor</sub> (gün)<br>(formül APR)<br>Modifiye Urca | τ <sub>tor</sub> (gün)<br>(formül D&H)<br>Doğrudan Urca |
|-----------------|---------------------|---|---|
| 4U 0142+61      | 17.0(1.7)           | 273   | 18  |
| 1RXS J1708-4009 | 50(4)               | 120   | 9   |
| SGR J1822-1606  | 40(6)               | 3648  | 162   |

**Tablo 4.3**: Manyetarlar için  $B_{\phi} \sim 0.01 B_{p}$  alınmasıyla elde edilen model için  $\tau_{d}$  ve  $\tau_{tor}$  değerlerinin karşılaştırılması.

| 1E 1841-045 | 43(3)   | 91  | 7  |
|-------------|---------|-----|----|
| 1E 2259+586 | 15.9(6) | 400 | 24 |

Sonuç olarak, (4.11) formülünden makûl fiziksel parametreler altında hesaplanan sönüm zamanları sıçrama gözlemleri ile genel anlamda uyumlu sonuçlar vermektedir. Manyetarlar da dahil olmak üzere 40 pulsardan 28 tanesinin sıçramalarının göstermiş olduğu sönümlere karşılık gelen üssel bozunma zaman ölçekleri söz konusu pulsarların toroidal akı bölgesininin sıçramaya tepkisi ile açıklanabilmektedir. Geriye kalan 12 pulsarın farklı davranışları ise kendi içerisinde tutarlı makul sebepler ile yorumlanabilmektedir. Böylelikle nötron yıldızlarının iç bölgesinin farklı türden pulsarların gözlemlerden yola çıkılarak nötron yıldızlarının durum denklemlerinin ve manyetik alan geometrilerinin kısıtlanması için bir yöntem olarak kullanılabileceğini göstermektedir.

# 4.3. İÇ BÖLGEDE VORTEKS ÇİZGİSİ-AKI TÜPÜ TAKILMA ENERJİSİ HESABI

Bir akı tüpü ile vorteks çizgisi aynı hacim içerisinde ayrı ayrı bulunduğunda sistemin enerjisi, bu iki yapının kesiştiği hâlden daha fazladır. Dolayısıyla enerji minimumu vorteks çizgisi ile akı tüpünün belli bir hacimde üst üste gelmesi durumunda gerçekleşir. Bu üst üste gelme nedeniyle vorteks-akı tüpünden meydana gelen sistemin enerji kazancı takılma enerjisi  $E_p$  kadardır. İç bölgede vorteks çizgileri ve akı tüpleri yoğuşma ve manyetik enerjilerini minimum yapacak şekilde birbirlerine takılabilirler (Muslimov ve Tsygan 1985, Sauls 1989, Jones, 1991b, Chau ve diğ. 1992, Ruderman ve diğ. 1998). Bu iki durum birbirlerinden oldukça farklı takılma enerjisi tahminlerine yol açmaktadır. Birinci hâlde, vorteks ve akı tüpü merkezindeki kuvazi parçacık (nötron ve proton) dalgalanmaları yoğunluk pertürbasyonuna yol açar. Bunun sonucunda meydana gelen yoğuşma enerjisindeki fark vorteks çizgilerinin akı tüplerine doğru çekilmesine ve şu enerji ile (kesim başına) takılmaya yol açar (Muslimov ve Tsygan 1985, Sauls 1989):
$$E_{\rm p} \sim \frac{3}{8} n_{\rm n} \frac{\Delta_{\rm p}^2}{E_{\rm F_p}^2} \frac{\Delta_{\rm n}^2}{E_{\rm F_n}} \left(\xi_{\rm n}^2 \xi_{\rm p}\right) = \frac{1}{\pi^5} \frac{\Delta_{\rm p}}{x_{\rm p}} \left(\frac{m_{\rm n}^*}{m_{\rm n}}\right)^{-2} \left(\frac{m_{\rm p}^*}{m_{\rm p}}\right)^{-1}$$

$$\approx 0.14 \,\mathrm{MeV} \left(\frac{\Delta_{\rm p}}{1 \,\mathrm{MeV}}\right) \left(\frac{x_{\rm p}}{0.05}\right)^{-1} \left(\frac{m_{\rm n}^*/m_{\rm n}}{1}\right)^{-2} \left(\frac{m_{\rm p}^*/m_{\rm p}}{0.5}\right)^{-1}$$
(4.25)

Burada  $\Delta_n (\Delta_p)$ ,  $E_{F_n} (E_{F_p})$ ,  $\xi_n (\xi_p)$ ,  $m_n^* (m_p^*)$  ve  $m_n (m_p)$  sırasıyla nötron (proton) süperakışkan (süperiletken) enerji aralığı, Fermi enerjisi, koherans uzunluğu, nötron (proton) etkin ve çıplak kütlesi,  $x_p$  proton kesri ve  $n_n$  süperakışkan nötronların sayı yoğunluğudur. Bu etkileşme  $F_p \sim E_p / \xi_n$  kadarlık takılma kuvvetine yol açar. Ancak, bu etkileşmenin menzili olan  $\sim \xi_n$  mesafesine ulaşılmadan önce, akı tüpü içerisine hapsolmuş manyetik alanın bozunma uzunluk ölçeği olan  $\lambda_* >> \xi_n$  mertebesinde bu iki yapı birbirlerine yaklaştıklarında, aralarındaki manyetik çekim sebebiyle birbirlerine yukarıdaki duruma göre çok daha etkili biçimde yapışırlar. London penetre uzunluğu  $\lambda_*$ şöyle verilir (Alpar ve diğ. 1984b):

$$\lambda_* \approx 66 \left[ \left( \frac{m_p^* / m_p}{0.5} \right) \left( \frac{x_p}{0.05} \right)^{-1} \left( \frac{\rho}{2 \times 10^{14} \,\text{g/cm}^3} \right)^{-1} \right]^{1/2} \text{fm}$$
 (4.26)

Karşılaştırma yapmak amacıyla protonların koherans uzunluğu ya da akı tüpünün yarıçapı şöyle verilir (Mendell 1991):

$$\xi_{\rm p} = 14 \left(\frac{x_{\rm p}}{0.05}\right)^{1/3} \left(\frac{\rho}{2 \times 10^{14} \,{\rm g/cm^3}}\right)^{1/3} \left(\frac{m_{\rm p}^* / m_{\rm p}}{0.5}\right)^{-1} \Delta_{\rm p} ({\rm MeV})^{-1} \,{\rm fm}$$
(4.27)

Bir akı tüpünün manyetik alanının yapısı şu şekildedir (Harvey ve diğ. 1986):

$$B_{\Phi} = \begin{cases} \frac{\Phi_0}{2\pi\lambda_*^2} \left(\frac{\pi\lambda_*}{2r}\right)^{1/2} \exp\left(-\frac{r}{\lambda_*}\right), & r \gg \lambda_* \\ \frac{\Phi_0}{2\pi\lambda_*^2} \ln\left(\frac{\lambda_*}{r}\right), & \xi_{\rm p} < r < \lambda_* \end{cases}$$
(4.28)

Burada  $\Phi_0 = hc/2e$  manyetik akı kuvantumudur. Vorteks çizgisi etrafındaki süperiletken proton kütle akımı dolanımı vortekse dönme ekseni ile zıt yönde şöyle bir  $\vec{B}_v$  manyetik alanı kazandırır (Alpar ve diğ. 1984b):

$$\vec{B}_{\rm v} = \frac{\Phi_0}{2\pi\lambda_*^2} \left( \frac{\delta m_{\rm p}^*}{m_{\rm p}} \right) (-\hat{\kappa}) \tag{4.29}$$

Burada  $\delta m_p^* = m_p - m_p^*$  'dır. Bir akı tüpü ile vorteks çizgisinden oluşan bir sistem göz önüne alındığında, bu iki yapının ayrı ayrı hacimlerde bulunması ve aynı hacim içerisinde bulunmaları arasındaki enerji farkı  $[(\vec{B}_v^2 + \vec{B}_{\Phi}^2) - (\vec{B}_v + \vec{B}_{\Phi})^2](V/8\pi)$  için minimum enerjili şekilin manyetik etkileşme sonucunda üst üste gelmeleri olduğu görülür ve bu şu enerji ile birbirlerine takılmalarına yol açar (Jones 1991b, Chau ve diğ. 1992, Link 2012b)<sup>2</sup>:

$$E_{\rm p} = \frac{2\vec{B}_{\rm v}\cdot\vec{B}_{\rm \Phi}}{8\pi} \left(\pi\lambda_{*}^{2}\ell_{\lambda}\right) = \frac{\Phi_{0}^{2}}{16\pi^{2}} \frac{\ell_{\lambda}}{\lambda_{*}^{2}} \frac{\delta m_{\rm p}^{*}}{m_{\rm p}} \ln\left(\frac{\lambda_{*}}{\xi_{\rm p}}\right) \cos\theta$$
(4.30)

Burada  $\ell_{\lambda}$ akı tüpü ile vorteks çizgisinin üst üste gelen kısmının uzunluğudur. Üst üste gelme uzunluğu basit bir geometri ile vorteks çizgisi ile akı tüpü arasındaki  $\theta$  açısı ve  $\lambda_*$  penetre uzunluğu cinsinden şöyle ifade edilebilir (bakınız Şekil 4.3):

$$\ell_{\lambda} \cong \frac{2\lambda_{*}}{\sin\theta} \tag{4.31}$$

Ancak, ne vorteks çizgisi ne de akı tüpü sonsuz sertlikte değildir ve dolayısıyla da her ikisi de dümdüz değildirler. Vorteks çizgisi birim uzunluk başına sonlu bir enerjiye, yani gerilime sahiptir:

$$T_{\rm v} = \frac{\rho_{\rm n}\kappa^2}{4\pi} \ln \frac{\ell_{\rm v}}{\xi_{\rm n}}$$
(4.32)

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup> Burada Link (2012b) çalışmasındaki takılma enerjisini Ruderman ve diğ. (1998)'deki hatalı hâliyle yüksek alınmasından kaynaklanan hata düzeltilmiştir.

Bu ifadenin fiziksel yorumu basittir: Bir vorteks çizgisi etrafında  $\propto r^{-1}$ 'lik bir hız alanı meydana gelir. Bu hız alanı vorteks kor yarıçapı olan koherans uzunluğu  $\xi_n$ 'den komşu vorteks çizgisine kadar olan tipik mesafe  $\ell_v$ 'ye kadar çizginin sahip olduğu vortiziteden dolayı yerel süperakışkan akışında bir farklılık meydana getirir. Bu birim uzunluk başına enerji tipik nötron yıldızı parametreleri cinsinden şöyle verilir:

$$T_{\rm v} \approx 10^9 \left(\frac{\rho_{\rm n}}{2 \times 10^{14} \,{\rm g/cm^3}}\right) {\rm erg/cm}$$
(4.33)

Burada logaritmik terim için şu yaklaşık ifade kullanılmıştır:

$$\ln\frac{\ell_{\rm v}}{\xi_{\rm n}} \approx 20 - \frac{1}{2}\ln\left(\frac{\Omega}{100 \text{ rad/s}}\right) \tag{4.34}$$

Akı tüpünün birim uzunluğu başına enerjisi ise şöyledir (Harvey ve diğ. 1986):

$$T_{\Phi} = \left(\frac{\Phi_0}{4\pi\lambda_*}\right)^2 \ln\left(\frac{\lambda_*}{\xi_p}\right) \sim 10^7 \left(\frac{m_p^*/m_p}{0.5}\right)^{-1} \left(\frac{x_p}{0.05}\right) \left(\frac{\rho}{2\times 10^{14} \text{ g/cm}^3}\right) \text{ erg/cm}$$
(4.35)

(4.33) ve (4.35) denklemlerinden görülebileceği gibi bir vorteks çizgisi akı tüpü ile karşılaştırıldığında ~100 kat daha serttir. Buradan hareketle bir vorteks çizgisi ile akı tüpü birbirlerine yaklaştığında ve kesiştiğinde vorteks çizgisinin düz kaldığı, akı tüpünün ise kıvrılıp büküldüğünü rahatlıkla varsayabiliriz. Akı tüpü ile vorteks çizgisinin üst üste gelmesiyle kazanılan takılma enerjisinin bir kısmı akı tüpünün bu eğri büğrü yapısına ve kıvrılırken boyunun uzamasına gidecektir. Bu etki de dâhil edildiğinde net enerji kazancı şöyle olur:

$$E_{+} = E_{p} - \Delta \ell_{\Phi} T_{\Phi} \tag{4.36}$$

Burada akı tüpünün boyundaki uzama miktarı şöyle olur (bakınız Şekil 4.3):

$$\Delta \ell_{\Phi} \approx 2\lambda_* \left(\frac{1}{\sin\theta} - 1\right) \tag{4.37}$$

Enerjiyi minimum yapan  $\theta$  açısını bulmak için (4.30), (4.31), (4.35) ve (4.37) denklemlerini  $E_+$  için (4.36) ifadesinde yerine yerleştirelim ve yine aynı ifadenin  $\theta$  'ya göre varyasyonunu alalım. Sonuç şöyle bulunur:

$$\theta = \arccos\left(\frac{1}{2}\frac{\delta m_{\rm p}^*}{m_{\rm p}}\right) \tag{4.38}$$

Böylelikle vorteks-akı tüpü yapılarının üst üste gelmesinden elde edilen net kazanç şöyle olur:



Şekil 4.3: Vorteks çizgisine yaklaşan akı tüpünün boyundaki uzama miktarının (solda) ve üst üste geldiği hacimde kıvrılmasının (sağda) geometrisi.

$$E_{+} = \frac{\Phi_{0}^{2}}{8\pi^{2}\lambda_{*}} \ln\left(\frac{\lambda_{*}}{\xi_{p}}\right) \left[ \left(\frac{\delta m_{p}^{*}}{m_{p}}\right) \cot\left(\arccos\left\{\frac{1}{2}\frac{\delta m_{p}^{*}}{m_{p}}\right\}\right) - \frac{2}{\sin\left(\arccos\left\{\frac{1}{2}\frac{\delta m_{p}^{*}}{m_{p}}\right\}\right)} + 2 \right]$$

$$\approx 4.8 \text{ MeV}\left(\frac{m_{p}^{*}/m_{p}}{0.5}\right)^{-1/2} \left(\frac{x_{p}}{0.05}\right)^{1/2} \left(\frac{\rho}{2\times10^{14} \text{ g/cm}^{3}}\right)^{1/2} \left[ \left(\frac{\delta m_{p}^{*}/m_{p}}{0.5}\right) \cot\theta - \frac{2}{\sin\theta} + 2 \right]$$

$$(4.39)$$

Bunu literatürde daha önce yapılmış takılma enerjisinin tahmini ile karşılaştıralım.  $\ell_{\lambda} = 2\lambda$  ve  $\theta = 0$  için (4.30) denklemi şunu verir:

$$E_{\rm p} = \frac{\Phi_0^2}{8\pi^2 \lambda_*} \frac{\delta m_{\rm p}^*}{m_{\rm p}} \ln\left(\frac{\lambda_*}{\xi_{\rm p}}\right) \approx 40 \,\mathrm{MeV}\left(\frac{\delta m_{\rm p}^* / m_{\rm p}}{0.5}\right) \left(\frac{m_{\rm p}^* / m_{\rm p}}{0.5}\right)^{-1/2} \left(\frac{x_{\rm p}}{0.05}\right)^{1/2} \left(\frac{\rho}{2 \times 10^{14} \,\mathrm{g/cm^3}}\right)^{1/2} (4.40)$$

Dolayısıyla da akı tüpünün gerilimi neticesinde boyunun etkileşme esnasında uzaması hesaba katıldığında takılma enerjisi ~ 8 kat azalmaktadır.

Nötron yıldızının hâl denklemine bağlı parametreleri Akmal ve diğ. (1998) A18+ $\delta$ v+UIX\* durum denkleminden ve süperiletkenin özelliklerine bağlı büyüklükleri de Baldo ve Schulze (2007) çalışmasından alarak (4.39) denklemiyle verilen takılma sebebiyle net enerji kazancını kabuk iç bölge sınırına yakın bir yer için belirleyelim.  $\rho \approx 2 \times 10^{14}$  g/cm<sup>3</sup>,  $x_p$ =0.041,  $\Delta_p \approx 1.2$  MeV,  $m_p^*/m_p \approx 0.9$  için (4.39) denklemi  $E_+ \approx 0.5$  MeV verir.

Tezin bu bölümüne dair bulgularımızı özetleyecek olursak, öncelikle iç bölgede akı tüpleri ile vorteks çizgilerinin manyetik etkileşmeleri sonucunda birbirlerine yapışmaları sonucundaki takılma enerjisi için akı tüplerinin sonlu geriliminden dolayı eğrilip bükülerek boyunun bir miktar uzaması sebebiyle olan kayıp çıkarıldıktan sonra geriye kalan net kazanç belirlenmiştir. Bunun için ilk önce (4.37) denklemiyle verilen uzama miktarı bulunmuş, sonrasında enerji kazancını maksimum yapacak (4.38) ifadesiyle verilen vorteks çizgisi ile akı tüpü arasındaki açı belirlenmiştir. Buradan (4.39) denklemiyle hesaplanan net enerji kazancının düz akı tüpü – vorteks çizgisi için (4.40) ifadesiyle hesaplanan takılma enerjisi kestirimine göre ~8 kat daha düşük olacağı görülmüştür.

## 4.4. İÇ BÖLGEDE MİKROSKOBİK VORTEKS HIZI HESABI

Vorteks çizgilerinin akı tüplerine karşı sızma hareketini hesaplamak için gerekli iç bölgedeki mikroskobik hızları literatürde daha önce hesaplanmamış, ya Sidery ve Alpar (2009) çalışmasında olduğu gibi iç kabuktaki  $v_0 = 10^7$  cm/s değeri ya da sürüklenme kuvveti tesiri altında yerel süperakışkan hızından çıkan ifade (Link 2014) kullanılmıştır. Burada Alpar (1977b) çalışmasındaki hesaplama yöntemi takip edilerek iç bölgedeki mikroskobik vorteks hızı hakkında kaba bir tahminde bulunulmuştur. Yöntem, vorteks çizgisi etrafında dolanım yapan süperakışkan nötronların akı tüplerinin dışında ve içindeki yoğunluklarının farklı olmasına karşın, vorteks akımının sürekliliğini koruyacak şekilde ve vorteks dolanımının kapalı bir halka boyunca yine vortizite  $\kappa$ 'ya eşit olması esasına dayanır. Bu iki koşul sırasıyla şöyle ifade edilir:

$$\rho_{i\varsigma} v_{i\varsigma}(r) = \rho_{di\varsigma} v_{di\varsigma}(r),$$

$$r [ \varphi_0 v_{i\varsigma}(r) + (2\pi - \varphi_0) v_{di\varsigma}(r) ] = \kappa$$
(4.41)

Yukarıdaki bağıntılardan akı tüpü içinde ve dışında vorteks çizgisi etrafındaki süperakışkanın hız alanları şöyle bulunur:

$$v_{ic}(r) = \frac{\rho_{dis}}{\varphi_0 \rho_{dis} + (2\pi - \varphi_0)\rho_{ic}} \frac{\kappa}{r}, \quad v_{dis} = \frac{\rho_{ic}}{\varphi_0 \rho_{dis} + (2\pi - \varphi_0)\rho_{ic}} \frac{\kappa}{r}$$
(4.42)

Bu, Bernoulli kuvvetine yol açar ki  $\rho_{ic} > \rho_{dis}$  için vorteks çizgisini akı tüplerinden uzaklaştırır,  $\rho_{ic} < \rho_{dis}$  için ise akı tüplerine doğru çeker. Bunun sebebi, akı tüpünün varlığından dolayı vorteks çizgisinin kinetik enerjisindeki değişimdir.



Şekil 4.4: Akı tüpü (yeşil) civarında vorteks çizgisi (mavi) etrafındaki süperakışkan hız alanının (turuncu) değişimi sonucu hesaplanan mikroskobik hızı için kullanılan geometri. Vorteks çizgisinin hız alanı ile toroidal akı çizgisi arasındaki üst üste gelen hacim doğal olarak kullanılan geometriye bağlıdır ve silindirik koordinatlarda (r,  $\varphi$ , z) vorteks çizgi merkezinden geçen eksenden itibaren ölçüldüğünde iyi bir yaklaşıklıkla  $\ell_{\Phi} - \lambda_* < r < \ell + \lambda_*$  uzaklığında,  $0 \le \varphi \le 2\lambda_* / \ell_{\Phi} \equiv \varphi_0$  açısında ve  $0 \le z \le 2\lambda_*$ yüksekliğindedir (bakınız Şekil 4.4). Burada akı tüpünün manyetik alanının bozunma uzunluk ölçeği olan London penetre uzunluğu  $\lambda_*$  ve akı tüpleri arasındaki mesafe  $\ell_{\Phi}$ şöyle tanımlanır (Alpar ve diğ. 1984, Gügercinoğlu ve Alpar 2014):

$$\lambda_* \approx 95 \left[ \left( \frac{m_p^* / m_p}{0.5} \right) \left( \frac{x_p}{0.05} \right)^{-1} \left( \frac{\rho}{10^{14} \,\text{g/cm}^3} \right)^{-1} \right]^{1/2} \text{ fm},$$

$$\ell_{\Phi} = \left( \frac{B}{\Phi_0} \right)^{-1/2} \approx 450 \left( \frac{B}{10^{14} \,\text{G}} \right)^{-1/2} \text{ fm}$$
(4.43)

Akı tüpünün dışındaki ve içindeki süperakışkan yoğunluk farkından kaynaklanan fazladan kinetik enerji basitçe vorteks çizgisinin akı tüpü dışındaki ve içindeki farklı hızlarından kaynaklanan kinetik enerjilerinin toplamından homojen süperakışkanın dönme kinetik enerjisinin çıkarılmasından elde edilir:

$$\Delta E = 2\lambda_* \int_{r-\lambda_*}^{r+\lambda_*} r dr \left( \int_0^{\varphi_0} \frac{1}{2} \rho_{i\varsigma} v_{i\varsigma}^2(r) d\varphi + \int_{\varphi_0}^{2\pi} \frac{1}{2} \rho_{di\varsigma} v_{di\varsigma}^2(r) d\varphi - \int_0^{2\pi} \frac{1}{2} \rho_{di\varsigma} \left[ \frac{\kappa}{2\pi r} \right]^2 d\varphi \right)$$

$$= \lambda_* \rho_{di\varsigma} \kappa^2 \left( \ln \frac{r+\lambda_*}{r-\lambda_*} \right) \cdot \left( \frac{\rho_{i\varsigma} r}{2\lambda_* (\rho_{di\varsigma} - \rho_{i\varsigma}) + 2\pi \rho_{i\varsigma} r} - \frac{1}{2\pi} \right)$$

$$(4.44)$$

Bu ifadenin gradyenti Bernoulli kuvvetini verir:

$$F_{\rm B} = -\frac{d\Delta E}{dr} = -\lambda_* \rho_{\rm dis} \kappa^2 \left[ \left( \ln \frac{r + \lambda_*}{r - \lambda_*} \right) \cdot \left( \frac{2\rho_{\rm ic} \Delta \rho \lambda_*}{\left( 2\lambda_* \Delta \rho + 2\pi\rho_{\rm ic} r \right)^2} \right) - \frac{2\lambda_*}{r^2 - \lambda_*^2} \left( \frac{\rho_{\rm ic} r}{2\lambda_* \Delta \rho + 2\pi\rho_{\rm ic} r} - \frac{1}{2\pi} \right) \right]$$
(4.45)

Burada  $\Delta \rho = \rho_{dis} - \rho_{ic}$  tanımlaması yapılmıştır. Akı tüpü içerisindeki ve dışındaki yoğunluğu hesaplamak için nötron yıldızlarının manyetik alanlarının evrimi ile ilgili çalışmalardan faydalanılmıştır. Buna göre, akı tüpü merkezinden itibaren  $r \leq \lambda_*$  için

nötron yıldızının iç bölgesindeki madde basıncı kısmen akı tüplerinin manyetik ve Bernoulli basınçları tarafından perdelenir. Bu ise akı tüpü içerisindeki basıncın etrafına göre şu miktarda daha az olmasına ve dolayısıyla da akı tüplerinin üzerine bir kaldırma kuvvetine yol açar (Muslimov ve Tsygan 1985, Wendell 1988):

$$\Delta P(r) = \frac{H^2(r)}{8\pi} + \frac{1}{2} \rho_p v_p^2(r) \approx \frac{1}{8\pi} \left[ \frac{\phi_0}{2\pi \lambda_*^2} \ln\left(\frac{\lambda_*}{r}\right) \right]^2 + \frac{1}{2} \rho_p \left(\frac{\kappa}{2\pi r}\right)^2$$
(4.46)

Burada manyetik enerjinin hesabında K<sub>0</sub> sıfırıncı mertebeden Bessel (MacDonald) fonksiyonunun  $\xi_p \le r \le \lambda_*$  limiti ifadesi kullanılmıştır. Bu basınç farkı şöyle bir yoğunluk farkına yol açar:

$$\Delta \rho(r) \cong \frac{d\rho}{dP} \Delta P(r) = \frac{\rho}{\Gamma P} \Delta P(r)$$
(4.47)

Burada  $\Gamma \equiv d \ln P/d \ln \rho$  adyabatik indekstir.  $r = \xi_p$  için yoğunluk farkını hesaplayalım.  $\Delta \rho / \rho$  oranını bulmak için gerekli nötron yıldızının hâl denklemine bağlı parametreler Akmal ve diğ. (1998) A18+ $\delta$ v+UIX\* durum denkleminden ve süperiletkenin özelliklerine bağlı büyüklükler de Baldo ve Schulze (2007) çalışmasından alınmıştır:  $\rho \approx 2 \times 10^{14}$  g/cm<sup>3</sup>,  $P \approx 2.035 \times 10^{33}$  dyn/cm<sup>2</sup>,  $x_p$ =0.041,  $\Gamma \approx 2.7$ ,  $\Delta_p \approx 1.2$  MeV,  $m_p^*/m_p \approx 0.9$ . Bunları (4.27) ve (4.46) denklemlerinde kullanır ve sonuçları (4.47) ifadesine yerleştirirsek  $\Delta \rho / \rho \approx 1.5 \times 10^{-5}$  çıkar. Mikroskobik vorteks hızı  $v_0$  birim uzunluk başına Bernoulli kuvvetinin Magnus kuvvetine eşitlenmesinden bulunur:

$$\frac{F_{\rm B}}{\ell_{\Phi}} = \rho \kappa v_0 \tag{4.48}$$

(4.43), (4.45) ve (4.48) eşitliklerinden  $v_0 = 0.7$  cm/s çıkar. İç bölgedeki mikroskobik vorteks çizgi hızının iç kabuktaki ile karşılaştırıldığında bu kadar küçük çıkmasının sebebi, kabuktaki koşulların aksine problemdeki uzunluk ölçekleri ile takılma merkezlerinin içerisindeki ve dışarısındaki yoğunluklar arasındaki farkların görece küçük olmasıdır. Bu mikroskobik vorteks hızı ifadesinden hareketle nötron yıldızlarının iç bölgesinde vorteks çizgilerinin sızma hareketinin lineer rejimde mi yoksa lineer olmayan rejimde mi olduğu belirlenebilir. Bu ayrım lineerlik parametresi tarafından belirlenir ve geçiş değeri şöyle verilir (Alpar ve diğ. 1989):

$$\left(\frac{E_{\rm p}}{kT}\right)_{\rm tr} = \ln\left(\frac{4\Omega v_0}{|\dot{\Omega}|r}\right) \tag{4.49}$$

Burada  $r \approx R = 10^6$  cm yıldızın yarıçapıdır. Vela pulsarına ait tipik parametreler; sıcaklık  $T \approx 10^8$  K, yavaşlama oranı  $|\dot{\Omega}| \approx 10^{-10}$  rad/s<sup>2</sup>, açısal hız  $\Omega \approx 70$  rad/s cinsinden geçişin meydana geleceği takılma enerjisi  $E_p |_{tr} \approx 0.12$  MeV çıkar. (4.39) ifadesinden nötron yıldızlarının iç bölgesinin kabuk sınırına yakın kısımları için  $E_p \approx 0.5$  MeV bulmuştuk.  $E_p \ge E_p |_{tr}$  olduğundan iç bölgede vorteks sızmasının her zaman lineer olmayan rejimde gerçekleşeceği sonucuna ulaşırız. Bu da Gügercinoğlu ve Alpar (2014) çalışmasındaki beklentileri desteklemektedir. Burada not düşelim ki Sidery ve Alpar (2009) çalışmasında iç bölge koşullarındaki mikroskobik vorteks hızı ifadesi için hatalı biçimde iç kabuktaki gibi  $v_0 \approx 10^7$  cm/s alındığından, takılma enerjisinin geçiş değeri  $E_p |_{tr} \approx 0.3$  MeV elde edilmiş ve  $E_p \sim 0.1$  MeV'lik takılma enerjileri için vorteks sızmasının lineer rejimde bulunacağı düşünülmüstü.

## 4.4.1. Pulsar Sıçramalarına ve Manyetik Alan Evrimine Uygulama

Şimdi iç bölgede akı tüpleri etrafında vorteks çizgilerinin mikroskobik hızının pulsar sıçramaları ve manyetik alan evrimi için ne gibi öngörülere yol açacağına bakalım. Vorteks sızma modeline uygulama yapacak olursak, iç bölgede vorteks çizgilerinin akı tüplerine yapışması durumunda muhafaza edilebilecek süperakışkan ile normal madde arasındaki maksimum kritik açısal hız farkı  $E_+$  (4.39) ile verilmek üzere takılma kuvvetinin Magnus kuvvetine eşitlenmesinden,  $E_+/(\lambda_* \ell_{\Phi}) = \rho_s \kappa R_* \omega_{kr}$ , şöyle bulunur:

$$\omega_{\rm kr} \cong 6.3 \times 10^{-2} \left( \frac{\delta m_{\rm p}^* / m_{\rm p}}{0.5} \right) \left( \frac{m_{\rm p}^* / m_{\rm p}}{0.5} \right)^{-1} \left( \frac{x_{\rm p}}{0.05} \right) \left( \frac{B_{\phi}}{10^{14} \,\rm G} \right)^{1/2} \,\rm rad/s \tag{4.50}$$

Lineer olmayan sızma rejiminde vorteks çizgileri akı tüplerine karşı kritik açısal hız farkı  $\omega_{kr}$  'e şöyle bağlı bir durağan durum açısal hız farkı  $\omega_{\infty}$  ile yavaşça radyal olarak dışarı hareket ederler:

$$\omega_{\rm kr} - \omega_{\infty} = \frac{kT}{\rho_{\rm s}\kappa R_* \lambda_* \ell_{\Phi}} \ln\left(\frac{2\Omega_{\rm s}v_0}{\left|\dot{\Omega}\right|_{\infty} R_*}\right)$$
(4.51)

Sızma modelinde (Alpar ve diğ. 1984a, 1996) sıçramalar için standart manzara şu şekildedir: Bir kabuk depremi sıçramayı başlatır. Süperakışkan ise iç kabukta çok sayıda vorteks çizgisinin aniden boşalmasıyla sıçrama olayını gözlenen büyüklüğe yükseltme rolünü görür. Söz konusu vorteks çizgileri radyal olarak dışarı doğru hareket ettiğinden dolayı iç bölgede toroidal akı bölgesi içerisinde yer alan vorteksler sıçramaya katılmaz fakat kabuğun dönme durumundaki  $\Delta \Omega_c$  değişimi yoluyla sızma oranı etkilenir. Bu tez çalışmasında da gösterildiği gibi içerisinde vorteks çizgilerinin sızma hareketinde bulunduğu toroidal akı bölgesi yalnızca sıçramalar için etkin kütle etkisinin yol açtığı iç kabuktan fazla eylemsizlik momentinin açısal momentum korunumu denkleminde yer alması gereksinimi problemini çözmekle kalmaz, aynı zamanda verdiği üssel sönüm ile farklı yaşlardan pulsarların sıçrama sonrası sönüm davranışını oldukça iyi biçimde tasvir edebilmektedir. Ancak, istisnai olarak  $\Delta\Omega_c / \Omega_c \ge 2 \times 10^{-5}$ büyüklüğünde sıçramalar göstermiş PSR B2334+61 (Yuan ve diğ. 2010b) ve PSR J1718-3718 (Manchester ve Hobbs 2011) pulsarları toroidal alan bölgesinin kendisinin de sıçrama olayında içerilmesini gerektirmektedir. (4.51) denkleminden de görülebileceği üzere toroidal akı bölgesi içerisinde sızma yapan vorteks çizgileri vorteks kurtulması eşiğine çok yakındır. İç kabuktaki ve iç bölgedeki vorteks boşalma olaylarının ihtimalini karşılaştırmak için (4.51) denkleminin genelleştirmesinden şu bulunur:

$$\frac{\left(\omega_{\rm kr}-\omega_{\infty}\right)_{\rm kabuk}}{\left(\omega_{\rm kr}-\omega_{\infty}\right)_{\rm ic\,bölge}} \approx \frac{\lambda_{*}\ell_{\Phi}}{b\xi_{\rm n}} \frac{\ln\left(\frac{2\Omega_{\rm s}v_{\rm 0}^{\rm kabuk}}{\left|\dot{\Omega}\right|_{\infty}R_{*}}\right)}{\ln\left(\frac{2\Omega_{\rm s}v_{\rm 0}^{\rm ic\,bölge}}{\left|\dot{\Omega}\right|_{\infty}R_{*}}\right)} \sim 200\left(\frac{\lambda_{*}}{100\,{\rm fm}}\right)\left(\frac{\ell_{\Phi}}{500\,{\rm fm}}\right)^{-1}\left(\frac{\xi_{\rm n}}{10\,{\rm fm}}\right)^{-1}(4.52)$$

Burada nötron yıldızlarının içerisinin izotermal olduğu varsayılmıştır. Sayısal tahminde  $\Omega_{\rm s} = 100 \, {\rm rad/s}, \ |\dot{\Omega}|_{\infty} = 10^{-10} \, {\rm rad/s}^2, \ R_* = 10^6 \, {\rm cm} \ {\rm ve} \ v_0^{\rm kabuk} \approx 10^7 \, {\rm cm/s} >> v_0^{\rm ic\, bolge} \approx 1 \, {\rm cm/s}$ değerleri kullanılmıştır. (4.52) ifadesinden iç bölgede vorteks çizgilerinin iç kabuktakilere göre çok daha kolay serbest hâle geçebileceği görülür. Doğal olarak pulsar sıçramalarının nötron yıldızlarının içerisinde en derindeki takılma bölgesi olan toroidal akı bölgesinden başlaması beklenir. Vorteks boşalması için kritik eşiğe yakın olmasına rağmen büyük ölçekli kurtulma olayının yaşanması için birtakım kararsızlıkların tetiklemesine ihtiyaç vardır. Olasılıklar arasında r modları (Glampedakis ve Andersson 2009) ve süperakışkan türbülansı (Peralta ve diğ. 2006) en muhtemel nedenlerdir. Bir sonraki bölümde de gösterileceği gibi türbülans hem iç bölgede vorteks çizgilerinin akı tüplerine karşı sızması sonucunda uzun vadede kendiliğinden gelişebilmesi hem de sıçramaların istatistiki ve genel davranışlarını açıklayabilmesi bakımından sıçramaları başlatabilecek olay olma konusunda umut vaat etmektedir. Dolayısıyla da eylemsizlik momenti iç kabuk süperakışkanınkinden daha büyük olabilen iç bölge süperakışkanındaki toroidal alan bölgesinde akı tüplerine vorteks çizgilerinin takılması ve sızması sıçramayı tetikleyen vorteks tuzaklarını barındırabilir. Eğer süperakışkan türbülanslı ise, vorteks boşalması alternatif olarak türbülans tarafından tetiklenebilir. Bundan dolayı en büyük sıçramalar bu en derindeki takılmış süperakışkan içeren bölgelerden başlamalıdır. PSR B2334+61 (Yuan ve diğ. 2010b) ve PSR J1718-3718 (Manchester ve Hobbs 2011) pulsarlarının meydana getirdiği gibi çok büyük sıçramaların nadir gözlenmesinin altında yatan nedenler, söz konusu pulsarlarda toroidal alan bölgesinin radyal uzanımı ve dönme eksenine göre yönelimi ile alâkalı olabilir.

Bu bölümde elde ettiğimiz düşük mikroskobik vorteks hızının iç bölgeden manyetik akının uzaklaştırılması ile ilgili birtakım öngörüleri vardır. Literatürde vorteks çizgilerinin nötron yıldızının yavaşlamasının gerektirdiği oranda radyal olarak dışarı doğru açılırlarken beraberinde akı tüplerini şu birim uzunluk başına kuvvet ile iterek iç bölgeden manyetik akının uzaklaştırılması sürecini hızlandırdığı göz önüne alınmıştır (Ding ve diğ. 1993, Jahan-Miri 2000):

$$\vec{F}_{n} = \frac{n_{v}}{n_{\Phi}} \vec{F}_{M} = \frac{2\Phi_{0}\rho_{s}R_{kor}\Omega_{s}(t)\omega(t)}{B_{kor}(t)} \hat{e}_{r}$$
(4.53)

Burada vorteks çizgisinin birim uzunluğu başına etki eden Magnus kuvvetinin sayı yoğunlukları ile orantılı olarak akı tüpü dizisine anında nakledildiği varsayımı yapılmıştır. (4.53) ifadesi ile verilen vorteks çizgisinin akı tüpünü itme kuvveti gerçeği yansıtmamaktadır. Çünkü vorteks çizgisi akı tüpüne doğru yaklaştığında akı tüpü üzerinde etkisi olabilecek sahici fiziksel kuvvet Magnus kuvveti değil, (4.48) eşitliği ile verilen Bernoulli kuvvetidir. Dolayısıyla da vorteks çizgisi akı tüpüne yaklaştığında katı cisim dönme oranı  $\omega_{\infty}R_*$  'na göre yavaşlamış  $v_0^{iç bõlge}$  hızıyla hareket ederler. Bu etki göz önüne alındığında (4.53) kuvvetinde  $R_{kor}\omega_{\infty}/v_0^{iç bõlge} \sim 5 \times 10^3$  çarpanı kadar azalma olur:

$$F_{v-\Phi} \approx \frac{2\Phi_0 \rho_s \Omega_s(t) v_0^{ickolge}}{B_{kor}(t)} \cong 8 \times 10^{-3} \left(\frac{\Omega_s}{100 \text{ rad/s}}\right) \left(\frac{\rho_s}{2 \times 10^{14} \text{ gr/cm}^3}\right) \left(\frac{B_{kor}}{10^{12} \text{ G}}\right)^{-1} \left(\frac{v_0^{ickolge}}{1 \text{ cm/s}}\right) \text{ dyne/cm} \quad (4.54)$$

Buradan da görülebileceği üzere vorteks çizgilerinin akı tüplerini itme kuvveti ihmal edilebilirdir. Yani vorteks çizgisi-akı tüpü etkileşmesinin manyetik alanın iç bölgeden uzaklaştırılmasını ivmelendirme yönünde bir etkisi bulunmamaktadır. Dolayısıyla vorteks çizgilerinin kabuk ve yüklü maddeye göre duran akı tüplerine karşı sızma yaptığı yönündeki varsayımımız da doğrulanmış oldu. Ayrıca Ruderman ve diğ. (1998)'in vorteks çizgilerinin ve akı tüplerinin evrimsel zaman ölçeklerinin ayrı ayrı hesaplanabilmesi yönündeki öngörüsünün geçerli olduğu da ispatlanmış olur. Vorteks çizgilerinin toroidal akı bölgesinde akı tüplerini hareketsiz bırakacak biçimde sızma yapması ve arkadan yanaşacak diğer akı tüplerini yavaşlatması milisaniye pulsarlarındaki artık manyetik alanın (Konenkov ve Geppert 2001b) kaynağı olabilir.

Jones (2006a)  $v_{\Phi} \approx 4 \times 10^{-7}$  cm/s'lik yüksek akı tüpü kaçış hızını hesaplarken toroidal alan bileşeninin kararlaştırıcı etkisini göz önüne almamış, aynı zamanda vorteks çizgisi ile etkileşmesinden kaynaklanan terimleri akı tüpü için serbest enerji ifadesinde ihmal etmiştir. Gerilim tansörünün diverjansından türetilen  $f_{\rm B}$  bütünsel kuvvetinin süperakışkan-süperiletken iç bölge sisteminin  $F_{\rm S}$  serbest enerji yoğunluğuna bağlılığı şu şekildedir (Akgün ve Wasserman 2008, Easson ve Pethick 1977):

$$\vec{f}_{\rm B} = \nabla_{\rm j} T_{\rm ij}^{\rm S} = \frac{\left[\left(\vec{\nabla} \times \vec{H}\right) \times \vec{B}\right]}{4\pi} - \rho \vec{\nabla} \frac{\partial F_{\rm S}}{\partial \rho}$$
(4.55)

Nötron yıldızlarının iç bölgesi için serbest enerji yoğunluğunun vorteks etrafında proton kütle akımlarının sürüklenme etkisinden doğan bir yoğunluk bağımlılığı vardır (Sedrakyan ve Shakhabasyan 1991). Bu terimin katılması (4.55) ifadesinden de görülebileceği gibi bütünsel kuvvetin büyüklüğünü azaltacak ve nihayetinde (3.79) eşitliğinden daha düşük bir akı tüpü kaçış hızı elde edilecektir.

Burada son olarak Srinivasan ve diğ. (1990) modeli ile alâkalı eleştirilerimize değinelim. Vorteks çizgilerinin akı tüplerine karşı sızması göz önüne alındığında bir vorteksin her bir karşılaşmasında akı tüplerine takılı kalabileceği zaman ölçeği  $\approx 2\lambda_* / v_0 \sim 10^{-11}$  s mertebesindedir. Bu kadar kısa bir süre zarfında vorteks çizgisi akı tüplerini beraberinde taşıyamaz. Srinivasan ve diğ. (1990) çalışmasının gözlemleri açıklayabilmesinin sebebi, yüzeyde manyetik alanın önemli ölçüde bozunmaya başladığı kabuktaki akımların Ohm bozunma zaman ölçeğinde vorteks çizgileri ile akı tüplerinin hızlarının hemen hemen eşit çıkmasıdır (Jahan-Miri 2000). Yani tatlı bir tesadüften ibarettir.

## 4.5. İÇ BÖLGEDE SÜPERAKIŞKAN TÜRBÜLANSI VE VORTEKS TUZAKLARININ OLUŞUMUNA ETKİSİ

Nötron yıldızlarının içinin türbülanslı olabileceği fikri çok eskilere dayanmaktadır (Greenstein 1970). Buna karşılık daha derinlemesine teorik çalışmalar (Andersson ve diğ. 2007, Link 2012a, Link 2012b) ve buna ek olarak bilgisayar simülasyonu çalışmaları (Peralta ve diğ. 2006) ancak yakın zamanlarda yapılmıştır. Süperakışkan türbülansının iç kabukta sabit örgü atom çekirdeklerine karşı vorteks çizgilerinin sızması sebebiyle sıvı helyumda gözlenen ızgara şebekesi türbülansına benzer biçimde oluşması (Link 2012a) ve iç bölgede yine akı tüplerine karşı vorteks sızması (Link 2012b) ile bölgesel olarak meydana gelmesi beklenmektedir. Peralta ve diğ. (2006) vorteks çizgileri ile akı tüplerinin etkileşmesini ihmal ederek iç bölgenin dış kısımlarında küresel bir tabaka içerisinde nötron yıldızının kabuğuna göre diferansiyel dönme yapan nötron süperakışkanının evrimini bilgisayar simülasyonu ile takip etmiş ve dönme ekseni boyunca indüklenen Ekman akışının bu bölgeyi türbülanslı tutacak şekilde kararsızlığa yol açacağı sonucuna ulaşmışlardır. Buradan yola çıkarak türbülanslı ve düz süperakışkan akışı arasındaki geçişin sıçramaları meydana

getirebileceğini önermişlerdir. Diferansiyel dönmenin kaynağı nötron yıldızının yaşamının başlarında, iç bölgenin sıcaklığının nötronların süperakışkan yoğuşma sıcaklığı mertebesinde olduğunda ortaya çıkan fosil artık hızdır (Melatos 2012). Bundan başka Melatos ve Link (2014) yıldız içerisinde kayma (diferansiyel dönme) kaynaklı türbülansın kabuk üzerine değişken bir tork uygulayabileceğini ve bunun özellikle genç pulsarlarda sıklıkla gözlenen zamanlama gürültüsünü oluşturabileceğini göstermişlerdir.

Türbülans ile ilgili bulgularımıza geçmeden önce, düz akış ile türbülanslı akış durumunda vorteks çizgilerinin dağılımının ve üzerlerine etki eden kuvvetlerinin yapısının nasıl değişeceğine değinmek faydalı olacaktır. Birbiçim dönme yapan laboratuvar süperakışkan sistemlerinde vorteks çizgilerinin düz oluşu gerçeğinden hareketle nötron yıldızlarının içerisindeki vorteks çizgilerinin büyük ölçekte düz olması beklenir. Laboratuvarda süperakışkan helyum üzerine yapılan deneylerden vorteks çizgilerinin korlarındaki normal fazdaki nötronlar ile içerisinde bulundukları kabın çeperleri arasındaki etkileşmenin ilk kez Hall ve Vinen (1956) tarafından geliştirilen fenemolojik sürüklenme katsayıları cinsinden bir karşılıklı sürtünme kuvveti ile oldukça iyi bir şekilde tasvir edilebileceği görülmüştür. Düz vorteksler hâlinde vorteksler ile normal madde arasındaki hız farkına lineer bağlı bir sürüklenme kuvveti için karşılıklı sürtünme kuvvetinin ifadesi şöyle verilir:

$$\vec{f}^{\rm HV} = \beta' \rho_{\rm s} \vec{\kappa} \times \left( \vec{v}_{\rm s} - \vec{v}_{\rm n} \right) + \beta \rho_{\rm s} \hat{\kappa} \times \left[ \vec{\kappa} \times \left( \vec{v}_{\rm s} - \vec{v}_{\rm n} \right) \right]$$
(4.56)

Burada  $\beta$  ve  $\beta'$  sıcaklığa bağlı boyutsuz sürüklenme katsayıları,  $\hat{\kappa}$  yıldızın dönme ekseni boyunca birim vektördür. Nötron yıldızlarının iç bölgesinde vorteks çizgileri etrafında proton kütle akımının dolanımı sonucunda oluşan manyetik alandan elektronların saçılması vorteks hareketine karşı bir direnç kuvveti meydana getirir (Alpar ve diğ. 1984) ve bu durum için  $\beta$  ve  $\beta'$  şöyle tahmin edilmiştir (Andersson ve diğ. 2006):

$$\beta \approx 4 \times 10^{-4} \left(\frac{\delta m_{\rm p}^*}{m_{\rm p}}\right)^2 \left(\frac{m_{\rm p}^*}{m_{\rm p}}\right)^{-1/2} \left(\frac{x_{\rm p}}{0.05}\right)^{7/6} \left(\frac{\rho}{10^{14} \,{\rm g/cm^3}}\right)^{1/6}, \quad \beta' \approx \beta^2$$
(4.57)

Burada  $\delta m_p^* = m_p^* - m_p$ 'dir. Vortekslerin akı tüplerine mutlak takılması için ise Haskell ve diğ. (2014)  $\beta \le 2.5 \times 10^{-3} B_{12}^{1/4}$  tahminini vermektedir. Vorteks çizgilerinin akı tüplerine karşı sızması dikkate alındığında,  $\omega_{\infty}$  (4.51) denklemi ile verilen durağan durum açısal hız farkı ve  $t_{yay} = \Omega/2 |\dot{\Omega}|$  nötron yıldızının spin yavaşlama (karakteristik) yaşı olmak üzere  $\beta$  parametresi şöyle verilir (Link 2012b):<sup>3</sup>

$$\beta = \frac{1}{4\omega_{\infty}t_{yay}} \cong 8 \times 10^{-11} \left(\frac{\omega_{\infty}}{10^{-2} \text{ rad/s}}\right)^{-1} \left(\frac{t_{yay}}{10^4 \text{ yl}}\right)^{-1}$$
(4.58)

Finne ve diğ. (2003) <sup>3</sup>He-B üzerine yapılan deneylerden süperakışkan türbülansının ortaya çıkması için içsel koşulun karşılıklı sürtünme katsayıları cinsinden şöyle verilebileceğini keşfetmişlerdir:

$$q = \frac{\beta}{1 - \beta'} < 1.3 \tag{4.59}$$

*q* nitel biçimde süperakışkanın üzerine etki eden enerji sarfiyatına yol açan kuvvetlerin eylemsiz kuvvetlere oranı olduğundan, Finne ve diğ. (2003) *q* <1 için eylemsiz kuvvetlerin enerji sarfiyatına yani sönüme yol açan kuvvetlere baskın geldiğini ve türbülansa yol açtığını öne sürmüşlerdir. Bundan dolayı da 1/q büyüklüğü bir süperakışkan için klasik bir akışkanda Reynolds sayısının, *R* yarıçap,  $\Omega$  diferansiyel dönme oranı ve  $\mathcal{G}$  kinematik viskozite olmak üzere Re =  $R^2\Omega/\mathcal{G}$ , (aslında Navier-Stokes denkleminde eylemsiz kuvvetlerin enerji sarfiyatına yol açan kuvvetlere oranı olarak da tanımlayabiliriz) oynadığı rolü oynar. (4.59) ifadesinden de görülebileceği gibi nötron yıldızları için her zaman *q* <1'dir ve nötron yıldızlarının içerisinde türbülansın oluşması beklenir (Andersson ve diğ. 2007). Bundan başka klasik akışkanlarda Re  $\geq 10^7$  için türbülansın meydana geldiği görülmüştür. Bu koşul nötron yıldızlarının iç kısımlarında rahatlıkla sağlandığından, bir kararısızlığın oluşması ve sonucunda da süperakışkan türbülansını ortaya çıkması beklenir (Melatos ve Peralta 2007).

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup> Burada takılma enerjisinin Ruderman ve diğ. (1998)'deki hatalı hâliyle yüksek alınmasından kaynaklanan vorteks-akı çizgisi arka plan hızındaki yanlış ölçekleme düzeltilmiştir.

(4.56) denklemi aslında çok sayıda akışkan elemanı üzerinden ortalama içermektedir. Vorteks çizgileri düz iken aralarındaki mesafe küçük ve eşit olduğundan böyle bir prosedür nötron yıldızlarının dinamiği için uygulanabilir. Türbülans durumunda ise böyle bir ortalama alma fikri geçerliliğini yitirecek ve karşılıklı sürtünme kuvvetinin ifadesi de oldukça değişecektir. Süperakışkan helyum üzerine yapılan deneyler göstermiştir ki dönme ekseni boyunca bir ters akış veya diferansiyel dönme kaynaklı bir Ekman akışı kritik bir hızı aşarsa bir kararsızlık meydana gelir (Smith ve diğ. 1973, Glaberson ve diğ. 1974). Bu Donnelly-Glaberson kararsızlığı için eşik hız tipik nötron yıldızı parametreleri için şöyledir (Peralta ve diğ. 2006):

$$v_{\rm DG} = 2(2\Omega v_{\rm s})^{1/2} = 1.6 \left(\frac{\Omega}{10^2 \,\rm rad/s}\right)^{1/2} \rm cm/s$$
 (4.60)

Burada  $v_s = (\kappa/4\pi) \ln(b_v/\xi_n)$  kinematik viskozite yerine geçen birim kütle başına vorteks gerilim kuvvetidir ve vorteksler arasındaki mesafenin vorteks kor yarıçapına oranı için tipik  $\ln(b_v/\xi_n) \approx 20$  değeri kullanılmıştır. Nötron yıldızı içerisindeki süperakışkan türbülanslı faza geçtiğinde vorteks çizgileri eğrilir, yeniden birleşme yapabilir ve nihayetinde bir ağ yapı meydana getirir. Homojen türbülanslı durum için süperakışkan helyumda vorteks çizgilerinin dağılımı ifadesi Vinen (1957) tarafından türetilmiştir. Buna göre düzgün vorteksler durumunda olduğu gibi bir kesit alıp vorteks çizgilerinin sayısına bakmak veya birim alan başına vorteks çizgilerinin yoğunluğu  $n_v$ 'yi tanımlamak yerine eğrilmiş vortekslerin etkisini de içerecek biçimde birim hacim başına vorteks çizgi uzunluğu *L* ile ilgilenmek daha anlamlıdır. Dolayısıyla ağ yapı içerisinde vortekslerin arasındaki tipik mesafe  $\ell_v \approx L^{-1/2}$  olur ve tipik hızları da  $v_v \approx \kappa/(2\pi\ell_v)$  'dir. Vorteks ağ yapısının ortalamada süperakışkan ile birlikte hareket ettiğini varsayarsak izotropik türbülans varlığında birim hacim başına karşılıklı sürtünme kuvveti şöyle olur (Vinen 1957):

$$\vec{f} = \frac{2L}{3} \eta (\vec{v}_{\rm n} - \vec{v}_{\rm s})$$
(4.61)

Burada  $v_n$  ile  $v_s$  sırasıyla normal ve süperakışkan fazdaki madde hızı,  $\eta$  sürtünme katsayısıdır. *L*'yi tahmin elde etmek için Vinen (1957) vorteks halkalarının oluşum ve

büyüme oranı  $L_+$  ile zıt yönlü vortekslerin birbirlerini yok etme oranı  $L_-$  arasındaki dengeyi göz önüne almıştır:

$$\frac{dL}{dt} = \frac{dL_{+}}{dt} - \frac{dL_{-}}{dt} = \frac{\chi_{1}\beta\rho_{n}}{2\rho} |\vec{v}_{n} - \vec{v}_{s}| L^{3/2} - \frac{\chi_{2}\kappa}{2\pi} L^{2}$$
(4.62)

Burada  $\chi_1$  ve  $\chi_2$  süperakışkanın özelliklerine bağlı, birim mertebesinde iki parametredir. Bu denklemin durağan durum çözümü *L* için şunu verir:

$$L = \left(\frac{\pi\rho_{\rm n}}{\kappa\rho}\right)^2 \left(\frac{\chi_1}{\chi_2}\right)^2 \beta^2 \left|\vec{v}_{\rm s} - \vec{v}_{\rm n}\right|^2 \tag{4.63}$$

(4.62) Vinen denkleminin süperakışkanı içeren kabın dönmesinin hesaba katılmış hâliyle genelleştirilmesi Jou ve Mongiovi (2004) tarafından yapılmıştır ve şöyle verilir:

$$\frac{dL}{dt} = -\alpha_3 \kappa L^2 + \left[\alpha_1 (v_n - v_s) + \beta_2 \sqrt{\kappa \Omega}\right] L^{3/2} - \left[\beta_1 \Omega + \beta_4 \frac{(v_n - v_s)\sqrt{\Omega}}{\sqrt{\kappa}}\right] L$$
(4.64)

Burada  $\alpha_i$  ve  $\beta_i$  katsayılarının birbirleri cinsinden ifade edilmiş biçimleri Andersson ve diğ. (2007)'de verilmiştir ve özel olarak  $\alpha_1 = \chi_1 \beta$  'dir. (4.63) ifadesini (4.61) denkleminde yerine koyarsak ilk kez Gorter ve Mellink (1949) tarafından elde edilmiş türbülanslı durumdaki karşılıklı sürtünme kuvveti bulunur:

$$\vec{f}^{GM} = \frac{8\pi^2 \rho_n}{3\kappa} \left(\frac{\chi_1}{\chi_2}\right)^2 \beta^3 |\vec{v}_s - \vec{v}_n|^2 (\vec{v}_s - \vec{v}_n)$$
(4.65)

Dolayısıyla türbülanslı durumdaki karşılıklı sürtünme kuvvetinin düz vorteksler durumundaki vorteksler üzerine etki eden karşılıklı sürtünme kuvvetine oranı için şu çıkar:

$$\frac{f^{\rm GM}}{f^{\rm HV}} \approx \frac{4\pi^2}{3} \left(\frac{\chi_1}{\chi_2}\right)^2 \frac{\beta^2 V_{\delta}^2}{\Omega \kappa}$$
(4.66)

Burada  $V_{\delta} = |\vec{v}_{s} - \vec{v}_{n}|$  tanımlaması yapılmıştır. Literatürde nötron yıldızlarında (4.66) ifadesi için farklı tahminler vardır. Andersson ve diğ. (2007) iç bölgede vorteks çizgileri

ve akı tüpleri arasındaki takılma/sızma etkileşmesini ihmal edip, (4.57) denklemiyle verilen  $\beta$  sürüklenme katsayısı değerini ve sıçrama sonucunda meydana gelen hız farkı kullanarak  $f^{\rm GM}/f^{\rm HV} \sim 2.5 \times 10^4$  $V_{\delta} = R(\delta \Omega_{\rm s} - \Delta \Omega_{\rm c}) \approx 5 \times 10^{-4} R \Omega_{\rm c}$ ifadelerini bulmuşlardır. (4.57) denklemiyle verilen  $\beta$  normal bileşen ile süperakışkan arasındaki hız farkını P yıldızın periyodu olmak üzere  $\tau_{ns} \approx 10P$  s'de söndürdüğünden (Andersson ve diğ. 2006), türbülansın bölgesel olarak sıçrama sonrasında indüklenebileceği sonucuna ulaşmışlardır. Peralta ve diğ. (2006) akı tüplerinin varlığını ihmal etmiş,  $\beta \approx 10^{-4}$ ,  $V_{\delta} = 3.16 \left| \dot{\Omega} \right| / 10^{-13} \text{ rad/s} \left| t / 1 \text{ yrl} \right| \text{ cm/s alarak } f^{\text{GM}} / f^{\text{HV}} \sim 10^{-5} \text{ bulmuşlardır.}$ Bu sonuçtan hareketle nötron yıldızlarının içerisinin genelde türbülanslı fazda bulunduğunu, sıçramalarla birlikte düz akış fazına geçtiğini önermişlerdir. Ancak, hız farkı ifadesinde yavaşlama oranını ölçeklemede kullandıkları değer sıçrama yapan genç pulsarların  $|\dot{\Omega}| \sim 10^{-10}$  rad/s değeriyle karşılaştırıldığında  $\sim 10^3$  kat düşük olduğundan tipik bir pulsarın (4.60) denklemiyle verilen Donnelly-Glaberson kararsızlığının eşik değerine ulaşması  $t \sim 5 \times 10^{-4}$  yıl  $\approx 4$  saat gerektirir. Açıktır ki bu sıçramalar arası zaman için oldukça düşük bir değerdir ve kullandıkları hız farkı ifadesi ile yaptıkları sıçrama modeli arasındaki tutarsızlığı ortaya koymaktadır.

Nötron yıldızlarının iç bölgesine ait daha gerçekçi bir hız farkı  $V_{\delta}$ 'yı tahmin etmek üzere vorteks çizgilerinin denge durumunda akı çizgilerine karşı sızma hareketlerini göz önüne alalım. Bunun sebebi, vorteks çizgilerinin akı tüplerine takılma enerjilerinin sonlu olması ve iç bölgedeki sıcaklığın yıldızın yavaşlamasını takip edecek biçimde radyal olarak dışarı doğru bir vorteks akımı sürdürebilecek biçimde yavaş ve küçük vortizite zıplamalarına müsaade etmesidir. Vorteks sızma modelinde lineer olmayan rejimde açısal hız farkının evrimi şu ifade ile verilir (Alpar ve diğ. 1989)<sup>4</sup>:

$$\dot{\omega}_{\rm nl} \equiv \dot{\Omega}_{\rm s} - \dot{\Omega}_{\rm c} = \frac{I}{I_{\rm c}} \left| \dot{\Omega} \right|_{\infty} \left[ 1 - \frac{2\Omega v_0}{\left| \dot{\Omega} \right| r} \exp \left( -\frac{E_{\rm p}}{kT} \right) \exp \left( \frac{E_{\rm p}}{kT} \frac{\omega}{\omega_{\rm kr}} \right) \right]$$
(4.67)

\_

Yıldızın başka bir bölgesinden kaynaklanan bir sıçramanın hemen sonrasında toroidal akı bölgesindeki açısal hız farkı denge durumundaki değerinden sıçrama büyüklüğü

\_

<sup>&</sup>lt;sup>4</sup> Burada Alpar ve diğ. (1989) çalışmasındaki ilgili formüle ait bir baskı hatası düzeltilmiştir.

kadar azalır:  $\omega = \omega_x - \Delta \Omega_c$ . Bu değeri (4.67) denkleminde kullanırsak bir sıçrama sonrasında açısal hız farkının nasıl değiştiğini görürüz. Akı tüplerinin toroidal dizilime sahip olmasına rağmen eğri büğrü bir yapı göstermesi beklendiğinden (Ruderman ve diğ. 1998) ve elektron-akı tüpü saçılmasının yol açabileceği muhtemel Rayleigh-Taylor tipi kararsızlıklardan (Ruderman 2003) dolayı dönme ekseni boyunca düz olarak yönlenmiş vorteks çizgisinin yıldızın ekvatoral kuşağı boyunca sınırlı bir hacim boyunca uzanan akı çizgileri ile tek tek kesişen kısımları farklı etkileşme şiddeti hissedecektir. Bu homojen olmayan etkileşmenin vorteks çizgisi üzerinde Kelvin dalgaları uyaracağını öngörmekteyiz. Vorteks uyarılmasının büyüme oranı ve dolayısıyla da Donnelly-Glaberson kararsızlığı ortaya çıkarabilme olasılığı böylelikle iç bölgedeki vorteks çizgilerinin akı çizgilerine karşı sızma hareketiyle orantılıdır. Donnelly-Glaberson kararsızlığının ortaya çıkma zaman ölçeği buna göre (4.60) ve (4.67) denklemlerinden şöyle tahmin edilir:

$$t_{\rm DG} = \frac{v_{\rm DG}}{R\dot{\omega}_{\rm nl}} \sim 0.6 - 4\,\rm{yl}$$
(4.68)

(4.68) ifadesi takılma enerjisine üssel bağımlılık göstermektedir ve bu yüzden de toroidal akı bölgesinin radyal uzanımına bağlı olarak değişen farklı takılma enerjileri için birkaç ay mertebesinden yıllar mertebesine kadar farklı kararsızlık oluşum zaman ölçeği vermektedir. Kararsızlığın oluşum zamanı örneğin Vela pulsarının sıçramaları arasındaki ~ 3 yıl olan zaman ölçeğini açıklayabilmektedir. Yine kararsızlığın oluşum zaman ölçeği büyük bir aralık meydana getiren farklı pulsarların sıçramaları arasındaki zaman ile uyum içindedir (Espinoza ve diğ. 2011, Yu ve diğ. 2013). Donnelly-Glaberson hız farkını aştığında türbülanslı ağ yapının gelişimi için karakteristik zaman ölçeği vorteks üzerinde oluşan sarmal vorteks pertürbasyonları olan Kelvin dalgalarının büyüme oranına bağlıdır. En hızlı büyüyen mod için bu zaman ölçeği şöyledir (Tsubota ve diğ. 2005):

$$\tau_{\rm g} = \frac{\kappa \ln(b_{\rm v}/\xi_n)}{\pi \alpha_1 V_{\delta}^2} = 1.2 \left(\frac{\beta}{10^{-10}}\right)^{-1} \left(\frac{R}{10^6 \,\rm cm}\right)^{-2} \left(\frac{\omega_{\infty}}{10^{-2} \,\rm rad/s}\right)^{-2} \rm s$$
(4.69)

Böylece tipik parametreler için (4.68) ile verilen kararsızlık oluşum zamanının aşılmasından neredeyse hemen sonra, saniyeler içerisinde süperakışkan akışı türbülanslı

hâle gelir. Şimdi (4.66) denklemini, (4.51) ve (4.58) ifadelerini kullanarak tipik nötron yıldızı parametreleri cinsinden ifade edebiliriz:

$$\frac{f^{\rm GM}}{f^{\rm HV}} \approx 4 \times 10^{-11} \left(\frac{R}{10^6 \,{\rm cm}}\right)^2 \left(\frac{t_{\rm yas}}{10^4 \,{\rm yi}l}\right)^{-2} \left(\frac{\Omega}{100 \,{\rm rad/s}}\right)^{-1}$$
(4.70)

(4.70) denkleminden görülebileceği gibi türbülanslı durumda vorteks çizgisi üzerine etki eden kuvvet düz akış durumuna göre $\sim 10^{10}$  kat azalacaktır. Böylece vorteks çizgilerinin karşılaştığı direnç kuvveti azalacak, süperakışkan-normal madde kuplajı zayıflayacaktır. Bu ise bir bakıma mutlak takılma yapan vorteks çizgilerinin Magnus kuvvetini aşana dek yaşayacaklarına eşdeğerdir: Dış torktan ayrışma ve ani vorteks boşalması. Bu şartların hüküm sürdüğü zaman aralığı şöyle tahmin edilir:

$$\tau_{\rm p} = \frac{\omega_{\rm kr} - \omega_{\infty}}{\left|\dot{\Omega}\right|} = \frac{\omega_{\rm kr}}{\left|\dot{\Omega}\right|} \frac{kT}{E_{\rm p}} \ln\left(\frac{2\Omega v_0}{\left|\dot{\Omega}\right|r}\right)$$
(4.71)

(4.39) ve (4.50) denklemleri Vela pulsarının dönme parametreleri ile birlikte (4.71) ifadesinde kullanılırsa 13 gün verir. Vorteks çizgileri bu süre zarfında durağan durum sızma hareketlerini yapamayacaklarından söz konusu süperakışkan bölgesi dış torktan ayrışır ve pulsarın dönmesinde salınım türü tuhaflıkların ortaya çıkması beklenir. İlginç bir şekilde bu 13 günlük zaman ölçeği McCulloch ve diğ. (1990) tarafından 1988 Vela sıçramasından önce gözlenen birkaç 10 gün mertebesinde salınımlara çok yakındır. Gerçekten de düz-türbülanslı geçiş için yaptıkları simülasyonlarda Peralta ve diğ. (2006) hem yavaşlama oranında hem de dönme oranında salınımlar gözlemişlerdir. Maalesef bu türbülanslı hâl için vorteks ağ yapısına ait takılma enerjisi hesabı mevcut değildir (Seveso ve diğ. 2016). Türbülanslı ağ yapının bozunma zaman ölçeği ise laboratuvar süperakışkanları üzerine yapılan çalışmalardan şöyle bulunmuştur (Jou ve Mongiovi 2004):

$$\tau_{\rm d} = \frac{2.5 \times 10^3 \kappa}{\alpha_1 V_{\delta}^2 \ln(b_{\rm V}/\xi_n)} = 25 \left(\frac{\beta}{10^{-10}}\right)^{-1} \left(\frac{R}{10^6 \,\rm cm}\right)^{-2} \left(\frac{\omega_{\infty}}{10^{-2} \,\rm rad/s}\right)^{-2} \rm s$$
(4.72)

Burada denklemin sağ tarafı tipik nötron yıldızı parametreleri cinsinden ifade edilmiştir. (4.72) ile verilen zaman ölçeği sonrasında vorteks çizgilerinin boşalmasının

gerçekleşmesini ve sıçrama meydana gelmesini beklemekteyiz. Bunu Dodson ve diğ. (2002) tarafından gözlenmiş Vela pulsarının en iyi çözümlenmiş 2000 yılı sıçramasının spin hızlanma zaman ölçeği olan  $\sim 40$  s ile karşılaştırabiliriz.

Gügercinoğlu ve Alpar (2014) vorteks boşalması akı tüplerinin dışarısında gerçekleştiğinde, etkin kütle etkisinin dâhil edilmesi hâlinde sıçrama anında açısal momentumun korunumundan sıçrama büyüklüğünün (4.14) ifadesiyle verildiğini bulmuşlardı. Burada gösterildiği gibi eğer türbülans toroidal akı bölgesinin  $\alpha$  ( $0 < \alpha \le 1$ ) kadarlık kesrinde vorteks çizgilerini boşaltır ve dolayısıyla da sıçramayı başlatırsa (4.14) eşitliği şu biçimi alır:

$$\frac{\Delta\Omega_{\rm c}}{\delta\Omega_{\rm s}} = \frac{m_{\rm n}}{m_{\rm n}^*} \frac{I_{\rm A}/2 + I_{\rm B}}{I_{\rm c}} + \alpha \frac{I_{\rm tor}}{I_{\rm c}} \le \frac{(m_{\rm n}/m_{\rm n}^*)I_{\rm cr-sf} + \alpha I_{\rm tor}}{I - I_{\rm cr-sf} - I_{\rm tor}}$$
(4.73)

Burada basitlik için hem toroidal bölgede hem de iç kabukta vorteks çizgilerinin boşalımı sebebiyle süperakışkanın dönme oranında benzer değişimin olduğu varsayımı yapılmıştır. Vorteks sızma modeli çerçevesinde değerlendirilmiş Vela pulsarı sıçramalarını göz önüne alırsak, tipik  $\Delta\Omega_c/\delta\Omega_s \sim 10^{-2}$ ,  $I_{\rm lin}/I \approx I_{\rm tor}/I \sim 10^{-2}$  değerleri (Chau ve diğ. 1993) ve  $\alpha \sim 0.55$  için  $m_n^*/m_n \le 10$  elde edilir ki bu etkin kütle etkisi düzeltme çarpanının iç kabuktaki hesaplanan en büyük değerine karşılık gelir (Chamel 2012). Ancak, etkin kütle hesaplamalarında kullanılan cisim merkezi kübik (bcc) yaklaşımının örgünün arasını dolduran dökülmüş süperakışkan iletkenlik nötronları tarafından kararsız hâle gelmesinden dolayı geçerli olmayabileceğini (Kobyakov ve Pethick 2014) hatırlatalım. Böylelikle  $m_n^* / m_n \approx 10$  abartılı bir üst sınır teşkil eder. Etkin kütle etkisinin tüm kabuk üzerinden ortalaması alınmış hâliyle düzeltme çarpanının değeri  $\langle m_n^* / m_n \rangle \cong 4.4$  (Andersson ve diğ. 2012, Chamel 2013)'dir. (4.73) ifadesinden buna karşılık gelen toroidal akı bölgesi kesri  $\alpha = 0.04$  'dir. Yani, Vela pulsarının sıçramalardan tahmin edilen toroidal akı bölgesinin maksimum %55'i türbülans sonucu vorteks tuzakları meydana getirir ve sıçramaları başlatırsa, etkin kütle etkisinin iç kabuk süperakışkanın büyük sıçramaları meydana getirebilecek kadar yeterli açısal momentum depolanamamasına yol açan kısıtlamasının üstesinden gelinmiş olur.

Nötron yıldızlarının iç bölgesinin süperakışkanın yapısına bağlı kararsızlıklar sonucu sıçramaları başlatabileceği literatürde bundan önce farklı bir bağlamda tartışılmıştır. Mastrano ve Melatos (2005) <sup>3</sup>He'ün anizotropik bileşeninden izotropik bileşenine açısal momentum aktarımına neden olan bir deneyin sonuçlarından yola çıkarak, iç kabuktaki <sup>1</sup>S<sub>0</sub> süperakışkanı ile iç bölgedeki <sup>3</sup>P<sub>2</sub> süperakışkanı arasındaki sınırda farklı hızlarla dönmekten kaynaklanan Kelvin-Helmholtz türünden bir kararsızlığın sıçramaları başlatabileceğini ve bunun  $\Delta\Omega/\Omega \le 1.4 \times 10^{-4}$  büyüklüğünde sıçramalara yol açacağını önermişlerdir. Ancak, söz konusu çalışma akı tüplerinin varlığını ve vorteks çizgileri ile etkileşmelerini hesaba katmamaktadır. Aynı zamanda deneyde yapılanın aksine iki farklı fazda süperakışkan arasında açısal momentum transferinin büyük ölçekte ve düzenli biçimde olmasını sağlayabilecek bir sınır tabakasının nasıl muhafaza edileceği konusu da açık değildir. Glampedakis ve Andersson (2009) ise nötron yıldızlarının iç kabuğunda vorteks çizgilerinin örgü atom çekirdeklerine mutlak takılmasını göz önüne alarak, yıldızın torsional salınım modlarından biri olan r modlarının proton ve nötron akışkanlarının arasındaki hız farkına bağlı olarak kararsız hâle gelebileceğini, bunun da sıçramaları başlatacağını önermişlerdir. Çalışmalarının; (i) genç ve sıcak pulsarların küçük hız farklarına müsaade etmesi, dolayısıyla da küçük sıçramalar yapması, (ii) orta yaşlı pulsarların kararsızlığın meydana geleceği kritik hız farkının, böylece de sıçramalarının büyük olması, (iii) yaşlı pulsarların nadiren büyük sıçrama yapması gibi genel pulsar sıçrama davranışı eğilimini (Espinoza ve diğ. 2011, Yu ve diğ. 2013) açıklamaktaki başarısına rağmen gerçekçi bir nötron yıldızı dinamiğini incelerken göz önünde bulundurulması gereken birtakım fiziksel parametreleri ihmal etmektedir. Bunlar arasında; vorteks çizgilerinin atom çekirdekleri boyunca sızma hareketinin, manyetik alanın ve katı kabuğun r modlarının yapısına ve kararsızlığın meydana gelme koşulları üzerine etkisinin ne olacağı sorularının cevapsız kalmasını sayabiliriz.

Bulgularımızın buraya kadarki kısmını özetleyecek olursak süperakışkan türbülansının iç bölgedeki vorteks çizgisi-toroidal akı tüpü dağılımına karşı sızma hareketine etkisi araştırılmıştır. Elektron saçılmasından dolayı eğri büğrü bir görünüm kazanacak olan akı tüplerinin toroidal dizilimine karşı sızma hareketi yapan vorteks çizgileri üzerinde oluşabilecek salınımlı Kelvin dalgaları (4.68) denklemi ile verilen zaman ölçeği, ki sıçramalar arasındaki zaman ölçeği ile uyumludur, sonrasında laboratuvarda gözlenen Donnelly-Glaberson kararsızlığı meydana getirir ve türbülanslı bir ağ yapı oluşturur.

Türbülanslı ağ yapı durumunda vorteksler üzerine etki eden kuvvet (4.70) denklemiyle verildiği gibi düz vorteks dizisi durumuna göre oldukça azalacaktır. Bunun etkisi (4.71) denklemiyle verilen zaman ölçeğinde yıldızın dönme özelliklerinde anormallikler olmasıdır ki Vela pulsarının 1988 sıçramasından önce gözlenen salınımlarla tutarlıdır. Daha sonra türbülanslı ağ yapı (4.72) denklemi ile verilen zaman ölçeği ile bozunarak sıçramaları meydana getirir ki bu Vela'nın şu ana kadar gözlenmiş spin hızlanma zamanı üst sınırına yakın bir değer vermektedir. Böylelikle toroidal akı bölgesinde meydana gelebilecek süperakışkan türbülansının sıçramaları başlatabilecek vorteks tuzaklarını nasıl barındırabileceği gösterilmiş oldu (Şekil 4.5). Vorteks tuzaklarının iç bölgede de bulunabilmesiyle sıçrama anında açısal momentum korunumu eşitliği değişir ve (4.73) ifadesi ile verildiği gibi etkin kütle etkisinin kabukta büyük sıçramaların meydana gelimsi üzerine getirdiği ciddi kısıtlamanın tamamen üstesinden gelinmiş oldu. Çalışmamız, Sidery ve Alpar (2009)'ın büyük sıçramaların nötron yıldızlarının iç bölgesindeki toroidal akı bölgesinden başlayabileceği yönündeki öngörüsünün doğruluğunu makûl fiziksel temellere oturtarak göstermiş oldu.



**Şekil 4.5:** Türbülans yoluyla süperakışkan tuzaklarının oluşumunun ve sıçramanın başlatılmasının şematik gösterimi.

Şimdi iç bölgede akı tüplerinin toroidal dizilimine karşı vorteks çizgilerinin sızma hareketinin kararlılığını inceleyelim. Bunun için öncelikle kararlılık analizinde

kullanacağımız denklemleri tesis edelim. Laboratuvar çerçevesinde  $\vec{v}_n$  hızıyla hareket eden nötronlar ve  $\vec{v}_p$  hızıyla hareket eden proton-elektron sistemi için hareket denklemleri şöyle verilir (Sidery ve diğ. 2008, Glampedakis ve diğ. 2011a):

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \vec{v}_{n} \cdot \vec{\nabla}\right) \left(\vec{v}_{n} - \varepsilon_{n} \vec{v}_{np}\right) - \varepsilon_{n} v_{np}^{i} \vec{\nabla} v_{i}^{n} = -\vec{\nabla} \left(\mu_{n} + \Phi_{G}\right) + \frac{\vec{f}}{\rho_{n}}$$
(4.74)

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \vec{v}_{\rm p} \cdot \vec{\nabla}\right) \left(\vec{v}_{\rm p} + \varepsilon_{\rm p} \vec{v}_{\rm np}\right) + \varepsilon_{\rm p} v_{\rm np}^{\rm i} \vec{\nabla} v_{\rm i}^{\rm p} = -\vec{\nabla} \left(\mu_{\rm p} + \Phi_{\rm G}\right) - \frac{\vec{f}}{\rho_{\rm p}} + \upsilon_{\rm e} \nabla^2 \vec{v}_{\rm p} \frac{1}{4\pi\rho_{\rm p}} \vec{B}_{\rm etkin} \cdot \vec{\nabla} \vec{B}_{\rm etkin}$$
(4.75)

Burada  $\vec{v}_{np} = \vec{v}_n - \vec{v}_p$ ,  $\mu_n$  ile  $\mu_p$  sırasıyla nötron ve proton kimyasal potansiyeli,  $\Phi_G$ kütleçekim potansiyeli,  $\rho_n$  ile  $\rho_p$  sırasıyla nötron ve proton yoğunluğu (elektronların kütlesi protonların yanında ihmal edilir),  $\vec{f} / \rho_n$  birim hacim başına nötron akışkanı üzerine proton-elektron plazmasının uyguladığı kuvvettir. Nötron yıldızlarının iç bölgesinde protonlar süperiletken ve nötronlar süperakışkan olduğundan, elektronelektron saçılması haricindeki tüm saçılma süreçleri kuvvetlice baştırılmıştır ve böylece kinematik kayma viskozitesine en büyük katkı elektronlardan gelir,  $\upsilon_e$ . Bir tip II süperiletkeni için etkin manyetik alan  $H_{e1} \cong 10^{15}$  G süperiletkenlik birinci kritik manyetik alan şiddeti olmak üzere  $B_{etkin} = \sqrt{BH_{e1}}$  ile verilir (Van Hoven ve Levin 2008).  $\varepsilon_n$  ve  $\varepsilon_p$  katsayıları ise etkin ve çıplak kütleler cinsinden  $m_n^*/m_n = 1 - \varepsilon_n$  ve  $m_p^*/m_p = 1 - \varepsilon_p$  şeklinde tanımlanırlar ve aralarında  $\rho_n \varepsilon_n = \rho_p \varepsilon_p$  bağıntısı vardır. (4.74) ve (4.75) hareket denklemleri bir enerji fonksiyoneli ile birlikte şu kütle korunum denklemleri de dâhil edildiğinde kapalı bir denklem sistemi oluştururlar:

$$\frac{\partial \rho_{n,p}}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot \left(\rho_{n,p} \vec{v}_{n,p}\right) = 0 \tag{4.76}$$

Yüksek derecede iletken nötron yıldızlarının iç bölgesi için manyetik alan protonelektron plazması içerisinde donmuştur. Bundan dolayı manyetik alan şu indüksiyon denklemini sağlar:

$$\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = \vec{\nabla} \times \left( \vec{v}_{\rm p} \times \vec{B} \right) \tag{4.77}$$

Nötron akışkanının üzerine etki eden birim hacim başına kuvveti bulmak için vorteks çizgileri dizisinin birim hacmi başına Magnus kuvvetinden istifade edeceğiz. Bunun için öncelikle tek bir vorteks çizgisi üzerine etki eden kuvvetleri göz önüne alalım. Bir vorteks çizgisi süperakışkan içerisinde genel akışa göre yerel olarak farklı bir  $\vec{v}_v$  hızı ile hareket edecektir ve bu durumda üzerine etki eden birim uzunluk başına toplam fiziksel kuvvet ile hız farkı arasındaki ilişki Magnus denklemidir:

$$\vec{F} = \rho_{\rm n} \vec{\kappa} \times \left( \vec{v}_{\rm n} - \vec{v}_{\rm v} \right) \tag{4.78}$$

Burada  $\vec{\kappa} = \vec{\nabla} \times \vec{v}_n$  nötron süperakışkanının yerel vortizitesidir ve  $n_v$  vorteks sayı yoğunluğu olmak üzere etkin kütle katsayıları da dikkate alındığında şöyle ifade edilir:

$$n_{\rm v}\vec{\kappa} = 2\vec{\Omega}_{\rm s} - 2\varepsilon_{\rm n}\left(\vec{\Omega}_{\rm s} - \vec{\Omega}_{\rm c}\right) = \vec{\nabla} \times \left[\vec{v}_{\rm n} - \varepsilon_{\rm n}\left(\vec{v}_{\rm n} - \vec{v}_{\rm p}\right)\right]$$
(4.79)

Vorteks çizgi korları normal fazda madde içerdiğinden, çizgi uçları nötron yıldızı yavaşlarken kabuk maddesiyle etkileşmesinden dolayı veya elektronların vorteks çizgisinin manyetik alanından saçılması yoluyla üzerine bir sürtünme kuvveti etki eder. *C* sürtünme katsayısı olmak üzere bu sürüklenme kuvveti birim uzunluk başına şöyle verilir:

$$\vec{F}_{\rm s} = C(\vec{v}_{\rm c} - \vec{v}_{\rm v}) \tag{4.80}$$

(4.78) ve (4.80) denklemlerinden vorteks hızı şöyle bulunur:

$$\vec{v}_{v} = \vec{v}_{p} + (1 - \beta')\vec{v}_{np} + \beta\hat{\kappa} \times \vec{v}_{np}$$

$$(4.81)$$

Dönen çerçevede ( $\vec{v}_p = 0$ ) ve silindirik koordinatlarda vorteks hızı biri radyal doğrultuda diğeri ise azimut yönünde iki bileşene sahiptir:

$$\vec{v}_{v} = (1 - \beta') v_{np} \hat{\phi} + \beta v_{np} \hat{r}$$

$$(4.82)$$

(4.78) denklemi  $n_v$  ile çarpıldığında nötron süperakışkanının birim hacmi başına etki eden ortalama kuvvet elde edilir ve (4.82) ifadesiyle verilen vorteks hızı kullanıldığında şöyle bulunur:

$$\vec{f} = \beta' \rho_{\rm n} n_{\rm v} \vec{\kappa} \times \vec{v}_{\rm np} + \beta \rho_{\rm n} n_{\rm v} \hat{\kappa} \times \left( n_{\rm v} \vec{\kappa} \times \vec{v}_{\rm np} \right)$$
(4.83)

İlk kez laboratuvar süperakışkanlarında düz vortekslerin hareketlerini tarif etmek için Hall ve Vinen (1956) tarafından geliştirilmiş bu denklemde boyutsuz  $\beta'$  ve  $\beta$ parametreleri şöyle tanımlanır:

$$\beta = \frac{C / \rho_{\rm n} \kappa}{1 + (C / \rho_{\rm n} \kappa)^2}, \quad \beta' = \frac{(C / \rho_{\rm n} \kappa)^2}{1 + (C / \rho_{\rm n} \kappa)^2}$$
(4.84)

 $\Re \equiv C/\rho_n \kappa >> 1 \rightarrow \beta << 1, \beta' \cong 1$  olan süperakışkanlar kuvvetli kuplaj limitinde iken zayıf kuplaj limitinde olan süperakışkanlar için  $\Re \equiv C/\rho_n \kappa << 1 \rightarrow \beta \cong {\beta'}^2 << 1$ koşulları sağlanır (Sidery ve Alpar 2009). Mükemmel takılma  $\beta' = 1$  ve  $\beta = 0$  'a karşılık gelirken hiç takılma olmaması durumunda  $\beta' = \beta = 0$  olur. Vorteks sızması ise  $\beta' >> 0$  ile  $\beta << 1$  'e karşılık gelir. Birim hacim başına enerji sarfiyatını belirlendiğinden  $\beta$  parametresi yerel entropi üretimini sağlaması için her daim pozitif olmalıdır (Andersson ve Comer 2006).

Kararlılık analizini gerçekleştirmek için  $\vec{v}_p = 0$  olacak biçimde  $\vec{\Omega}_c = \vec{\Omega}_0$  açısal hızında dönen, dönme ekseni ile  $\hat{z}$  'nin çakıştığı, yüklü parçacıklara göre nötron akışkanının akışının  $\vec{v}_{np} = \vec{v}_0 = v_0 \hat{x}$  şeklinde yaklaşık birbiçim olduğu bir referans çerçevesinde çalışalım. Link (2012b) çalışmasını takip ederek dönme ekseni  $\hat{z}$ , dalga vektörü  $\vec{k}$  ve arka plan akışı  $\vec{v}_0$  aynı düzlemde bulunsunlar.  $\hat{z}$  ile  $\vec{k}$  arasındaki açı  $\theta$  ve  $\hat{z}$  ile  $\vec{B}$ arasındaki açı (pulsarın eğim açısı) ise  $\varphi$  olsun (Şekil 4.6). Böylelikle  $\hat{z} \cdot \vec{k} = k \cos \theta$  ve  $\vec{v}_0 \cdot \vec{k} = k v_0 \sin \theta$  olur.



Şekil 4.6: Kararlılık analizinin gerçekleştirildiği referans çerçevesinin geometrisi.

Bu dönen referans çerçevesinde (4.74)-(4.75) hareket denklemlerinin lineerleştirilmiş biçimleri şöyle olur:

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \vec{v}_{0} \cdot \vec{\nabla}\right) \left(\delta \vec{v}_{n} - \varepsilon_{n} \delta \vec{v}_{np}\right) - \varepsilon_{n} \omega_{0} \vec{\nabla} (\hat{x} \cdot \delta \vec{v}_{n}) + 2\vec{\Omega}_{0} \times \delta \vec{v}_{n} + \delta \left[\vec{\Omega}_{0} \times \left(\vec{\Omega}_{0} \times \vec{r}\right)\right] = -\vec{\nabla} \delta \left(\mu_{n} + \Phi_{G}\right) + \frac{\delta \vec{f}}{\rho_{n}}$$
(4.85)

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \delta \vec{v}_{p} + \varepsilon_{p} \delta \vec{v}_{np} \right) + \varepsilon_{p} v_{0} \vec{\nabla} \left( \hat{x} \cdot \delta \vec{v}_{p} \right) + 2 \vec{\Omega}_{0} \times \delta \vec{v}_{p} + \delta \left[ \vec{\Omega}_{0} \times \left( \vec{\Omega}_{0} \times \vec{r} \right) \right] = - \vec{\nabla} \delta \left( \mu_{p} + \Phi_{G} \right) - \frac{\delta \vec{f}}{\rho_{p}} + v_{e} \nabla^{2} \delta \vec{v}_{p} + \frac{\vec{B}_{\text{etkin},0}}{4\pi\rho_{p}} \cdot \vec{\nabla} \delta \vec{B}_{\text{etkin}}$$

$$(4.86)$$

Burada birim hacim başına kuvvet ifadesinin pertürbasyonu şu şekilde hesaplanır:

$$\delta \vec{f} = \beta' \rho_{\rm n} \Big[ \delta(n_{\rm v} \vec{\kappa}) \times \vec{v}_{\rm np} + n_{\rm v} \vec{\kappa} \times \delta \vec{v}_{\rm np} \Big] + \beta \rho_{\rm n} \Big[ \delta(n_{\rm v} \vec{\kappa}) \times \hat{\kappa} \times \vec{v}_{\rm np} + n_{\rm v} \vec{\kappa} \times \hat{\kappa} \times \delta \vec{v}_{\rm np} \Big]$$
(4.87)

Vortizitenin pertürbasyonu ise şöyle elde edilir:

$$\delta(n_{\rm v}\vec{\kappa}) = \vec{\nabla} \times \left[\delta\vec{v}_{\rm n} - \varepsilon_{\rm n}\left(\delta\vec{v}_{\rm n} - \delta\vec{v}_{\rm p}\right)\right] \tag{4.88}$$

İç bölgede  $x_p = 0.05$  için  $\varepsilon_n \approx 3 \times 10^{-3}$  olduğundan (Chamel ve Haensel 2006), pertürbe olmamış durumda çok iyi bir yaklaşıklıkla  $\vec{\kappa} = 2\vec{\Omega}_0$  alabiliriz. (4.77) indüksiyon denkleminin pertürbasyonu ise şunu verir:

$$\frac{\partial \delta \vec{B}}{\partial t} = \vec{\nabla} \times \left( \delta \vec{v}_{p} \times \vec{B}_{0} \right) \tag{4.89}$$

Kararlılık analizi için pertürbasyonların düzlem dalga şeklinde yayıldığı durumu göz önüne alalım. Bu durumda dalgaların yayılması için geri çağırıcı kuvvetler hidromanyetik gerginlik, Coriolis ve Magnus kuvvetlerinin bir kombinasyonudur (Van Hoven ve Levin 2008). Bunun anlamı dalgaların neredeyse sıkıştırılamaz olmasıdır. Ortamın sıkıştırılamaz olması ve arka plan akışının birbiçimliği kimyasal potansiyelde değişim olmaması anlamına gelir. Tüm bu koşulları sağlayan dalga şu özelliklere sahiptir:

$$\vec{k} \cdot \delta \vec{v}_{n,p} = 0 \tag{4.90}$$

$$\vec{\nabla} \cdot \delta \vec{v}_{n,p} = 0 \tag{4.91}$$

Şimdi (4.85)-(4.86) denklemlerindeki her bir pertürbasyon teriminin düzlem dalga çözümü verecek şekilde Fourier dönüşümünü alalım, yani herhangi bir  $\alpha$  parametresi için  $\delta \alpha \rightarrow \delta \alpha \exp(i\vec{k} \cdot \vec{r} - i\sigma t)$  yazalım. (4.90)-(4.91) koşullarını sağlayan hız pertürbasyonları şu özelliğe sahiptir:

$$\delta \vec{v}_{n,p} = \delta v_{n,p} \left( -\cos\theta \hat{x} + \hat{y} + \sin\theta \hat{z} \right) \exp(ikx\sin\theta + ikz\cos\theta - i\sigma t)$$
(4.92)

Burada  $\delta v_{n,p}$  sabit genliklerdir. (4.85) ve (4.86) hareket denklemlerinin  $\vec{k}$  dalga vektörüne dik  $\hat{y}$  ekseni ve  $\hat{e} = -\cos\theta \hat{x} + \sin\theta \hat{z}$  düzlemine izdüşümünü alalım. Bunun sonucunda çıkan dağılım bağıntısı oldukça karmaşıktır ve zengin bir çözüm ailesine sahiptir. Örneğin, Van Hoven ve Levin (2008) mükemmel takılma ( $\beta' = 1, \beta = 0$ ), nötronlar ile protonların eş dönmesi ( $\vec{v}_{np} = 0$ ) ve kütle sürüklenme etkisinin olmaması ( $\varepsilon_n = \varepsilon_p = 0$ ) durumu için  $v_B = \sqrt{BH_{c1}/4\pi\rho x_p}$  hızıyla yayılan sönümlü hidromanyetik

dalgalar çözümünü bulmuştur. Sidery ve diğ. (2008) zayıf karşılıklı sürtünme ( $\beta' \ll \beta$ ) ve  $\varepsilon_n = \varepsilon_p = 0$  için ses dalgalarının yanı sıra sönümlü eylemsiz dalgalar çözümleri elde etmiştir. Sabit etkin kütle katsayıları, manyetik alanın elektronlarla birlikte yüklü akışkan içerisinde donması (ki vorteks hareketi proton-elektron plazması içerisinde bir kaymaya yol açmaz ve dolayısıyla da elektron viskozitesi etkin olarak sıfırdır) yaklaşımlarında şu çözüm bulunur (Link 2012b):

$$\sigma_{\pm} = \frac{1}{1 - \varepsilon_{n}} \begin{bmatrix} (1 - \beta' - \varepsilon_{n}) k v_{0} \sin \theta - i \Omega_{0} (1 + \cos^{2} \theta) \beta \\ \pm (4 \Omega_{0}^{2} (1 - \beta')^{2} \cos^{2} \theta - \Omega_{0}^{2} \beta^{2} \sin^{4} \theta - 2i(1 - \beta') \beta \Omega_{0} k v_{0} \cos^{2} \theta \sin \theta \end{bmatrix}^{1/2}$$

$$(4.93)$$

Bu ifadeyi basitleştirmek için şu tanımlamaları yapalım<sup>5</sup>:

$$A = \frac{(1 - \beta' - \varepsilon_n)}{1 - \varepsilon_n} k v_0 \sin \theta, \quad B = -\frac{\Omega_0 (1 + \cos^2 \theta)}{1 - \varepsilon_n} \beta,$$

$$C = \frac{\Omega_0^2}{(1 - \varepsilon_n)^2} (4(1 - \beta')^2 \cos^2 \theta - \beta^2 \sin^4 \theta), \quad D = -\frac{2(1 - \beta')\beta\Omega_0}{(1 - \varepsilon_n)^2} k v_0 \cos^2 \theta \sin \theta$$
(4.94)

Böylelikle (4.93) denkleminin kararsız hâle gelen  $\sigma_{-}$ çözümünü daha basitçe şöyle yazabiliriz:

$$\sigma_{-} = A + iB - \sqrt{C + iD} \tag{4.95}$$

Bu çözümün sanal kısmı negatif olduğunda dalgalar kararsız hâle gelir. Dolayısıyla kararsızlığa geçiş veya eşik dalga sayısı şu eşitlikten belirlenir:

$$\operatorname{Im}(\sigma_{-}) = B - \operatorname{Im}\left(\sqrt{C + iD}\right) = 0 \tag{4.96}$$

Köklü ifade içerisindeki karmaşık sayı kutupsal gösterimde yazılırsa, De Moivre bağıntısı yardımıyla şu çıkar:

$$\operatorname{Im}\left(\sqrt{C+iD}\right) = \left(C+D\right)^{1/4} \sin\left[\frac{1}{2}\operatorname{arccos}\left(\frac{C}{\sqrt{C^2+D^2}}\right)\right]$$
(4.97)

Bu ifadeyi (4.96) eşitliğine yerleştirirsek şu bulunur:

 $<sup>^5</sup>$ Burada $\it C$ için Link (2012b) tarafından yapılan yanlış tanım düzeltilmiştir.

$$4B^2(B^2 + C) = D^2 \tag{4.98}$$

(4.94) ve (4.98) denklemlerinden kararsızlık eşik dalga sayısı şöyle elde edilir:

$$k_{\rm kr} \equiv 2 \frac{\Omega_0}{R\omega_{\infty}} \frac{\left(\beta^2 + (1-\beta')^2\right)^{1/2}}{\left(1-\beta'\right)} \frac{1+\cos^2\theta}{\sin\theta\cos\theta}$$
(4.99)

Burada  $v_0$  durağan durum sızma açısal hız farkı  $\omega_{\infty}$  cinsinden ifade edilmiştir.  $k > k_{\rm kr}$ için sızma hareketi vorteks ekseni boyunca dalgalar salınması neticesinde kararsız hâle gelir. (4.99) ifadesinin  $\theta$  'ya göre varyasyonunun alınmasıyla  $k_{\rm kr}$  'nin minimum değerine  $\theta = \arctan \sqrt{2}$  için ulaşılır ve şöyle verilir:

$$k_{\rm kr} \simeq 5.66 \frac{\Omega}{R\omega_{\infty}} = 1.1 \times 10^{-2} \left(\frac{\Omega}{100 \,\mathrm{rad/s}}\right) \left(\frac{\omega_{\infty}}{0.05 \,\mathrm{rad/s}}\right)^{-1} \left(\frac{R}{10^6 \,\mathrm{cm}}\right)^{-1} \mathrm{cm}^{-1}$$
(4.100)

Bu dalga sayısı  $\lambda = 2\pi / k_{kr} \approx 5.6 \text{ m}$  dalgaboyuna karşılık gelir<sup>6</sup>.  $k \gg k_{kr}$  için (4.93) çözümü çok iyi bir yaklaşıklıkla şöyle yazılabilir:

$$\sigma_{\pm} \simeq \frac{1}{1 - \varepsilon_{\rm n}} \left[ (1 - \beta' - \varepsilon_{\rm n}) k v_0 \sin \theta \mp i ((1 - \beta') \beta \Omega_0 k v_0 \cos^2 \theta \sin \theta)^{1/2} \right]$$
(4.101)

Buradan kararsızlığın büyüme oranı şöyle hesaplanır:

$$\frac{1}{2\pi} \operatorname{Im}(\sigma_{-}) \approx \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\beta^2}{\Re} \Omega k R \omega_{\infty} \cos^2 \theta \sin \theta}$$
(4.102)

Vorteks manyetik alanından elektron saçılması süreci için  $\Re \cong 2 \times 10^{-5} - 4 \times 10^{-4}$ aralığındadır (Sidery ve Alpar 2009).  $\theta = \arctan \sqrt{2}$  olmak üzere tipik parametreler cinsinden yukarıdaki denklemi şöyle yazabiliriz:

$$\frac{\mathrm{Im}(\sigma_{-})}{2\pi} \approx 2 \times 10^{-8} \,\mathrm{s}^{-1} \left(\frac{\beta}{10^{-11}}\right) \left(\frac{\Re}{10^{-4}}\right)^{-1/2} \left(\frac{k}{10^{-2} \,\mathrm{cm}^{-1}}\right)^{1/2} \left(\frac{\Omega}{100 \,\mathrm{rad/s}}\right)^{1/2} \left(\frac{\omega_{\infty}}{0.05 \,\mathrm{rad/s}}\right)^{1/2} \left(\frac{R}{10^{6} \,\mathrm{cm}}\right)^{1/2} (4.103)$$

<sup>&</sup>lt;sup>6</sup> Link (2012b) çalışmasında arka plan hızı için yanlış bir ifade kullanıldığından kritik dalgaboyu  $\lambda = 10$  m bulunmuştur.

(4.103) denkleminde (4.58) ve (4.100) ifadeleri ile birlikte  $\Re = 4 \times 10^{-4}$  kullanılırsa  $k = k_{\rm kr}$  için kararsızlığın büyümesi için maksimum oran ~0.5 yıl<sup>-1</sup> elde edilir. Kararsızlığın büyüme oranı için gerekli minimum zaman ise burada uyguladığımız hidrodinamik analizin geçerliliğini kaybedeceği vorteks örgüsünün toplu salınımına karşılık gelen Tkachenko modunun şu dalga sayısı için elde edilir:

$$k = \frac{\Omega}{c_{\rm T}}, \quad c_{\rm T} \equiv \left(\frac{\hbar\Omega}{8m_{\rm n}}\right)^{1/2} \tag{4.104}$$

Burada  $c_{\rm T}$  Tkachenko dalgalarının yayılma hızıdır. Bu ise kararsızlığın büyüme oranı için şunu verir:

$$\frac{1}{2\pi} \operatorname{Im}[\sigma_{-}(k_{\mathrm{maks}})] \approx 0.2 \left(\frac{\beta}{10^{-11}}\right) \left(\frac{\Re}{10^{-4}}\right)^{-1/2} \left(\frac{\Omega}{100 \,\mathrm{rad/s}}\right)^{3/4} \left(\frac{\omega_{\infty}}{0.05 \,\mathrm{rad/s}}\right)^{1/2} \left(\frac{R}{10^{6} \,\mathrm{cm}}\right)^{1/2} \,\mathrm{gun}^{-1}(4.105)$$

Link (2012b) yanlışlıkla (4.103) ve (4.105) denklemleri ile verilen büyüme oranının tersini ( $[Im(\sigma_{-1})/2\pi]^{-1}$ ) kararsızlığın oluşum zamanı olarak değerlendirmiş ve süperakışkan türbülansının oluşum zamanı için ~5 gün – 2 yıl aralığını bulmuştur. Dikkat edilirse daha basit bir analiz sonucunda bulduğumuz (4.68) denklemiyle verilen kararsızlık zamanı zaten bu aralığı içermektedir. Halbuki süperakışkan türbülansı vorteks üzerindeki dalga salınımının genliği zamanla büyüyerek tipik vorteks çizgileri arasındaki mesafeye ulaştığında ortaya çıkar. Bu koşulu şöyle ifade edebiliriz:

$$\varepsilon_{\rm k} e^{\sigma t} = \ell_{\rm v} \tag{4.106}$$

Burada  $\ell_v = (2\Omega/\kappa)^{-1/2}$  iki komşu vorteks çizgisi arasındaki tipik mesafedir. Epstein ve Baym (1992) *k* dalga sayısına sahip bir Kelvon dalgasının ortalama genliğinin karesini *L* vorteks çizgi uzunluğu olmak üzere şöyle bulmuşlardır:

$$\left\langle \varepsilon_{\rm k}^2 \right\rangle = \frac{2\hbar}{\rho_{\rm s}\kappa L} \approx 5 \times 10^{-45} \left( \frac{\rho}{2 \times 10^{14} \,{\rm g/cm^3}} \right)^{-1} \left( \frac{L}{10^6 \,{\rm cm}} \right)^{-1} {\rm cm^2}$$
(4.107)

(4.107) kestirimi ile birlikte (4.103) kararsızlığın büyüme oranı denkleminden minimum dalga sayısı  $k_{\min} = k_{kr}$  ve maksimum dalga sayısı  $k_{\max} = \Omega/c_T$  için elde edilen sonuçlar (4.106) eşitliğinde kullanıldığında süperakışkan türbülansın oluşum zaman ölçeği için ~ 0.6–90 yıl elde edilir. Böylelikle, çok geniş ~ 0.6–90 yıl aralığında akı tüplerinin toroidal dizilimine karşı durağan durum vorteks sızması, vorteks çizgileri üzerinde laboratuvarda gözlenen Donnelly-Glaberson kararsızlığına benzer şekilde eksenleri boyunca genliği zamanla büyüyen Kelvin dalgalarının oluşumuna yol açacaktır. Nihayetinde vorteksler üzerindeki bu dalgaların genliği vorteks çizgileri arasındaki tipik mesafe olan  $\ell_v \sim 3 \times 10^{-3} (\Omega/100 \text{ rad/s})^{1/2}$  cm değerine ulaşacak ve yeniden birleşme sonucunda bu eğri vorteks ağının türbülanslı bir yapıya kavuşmasına sebebiyet verecektir. Bu bölümün ortalarında özetlediğimiz ulaşılan sonuçlardan bir tanesi, nötron yıldızlarının iç bölgesinde meydana gelebilecek süperakışkan türbülansının sıçramaları başlatabilecek vorteks tuzakları oluşturabileceği şeklindeydi. Gerçekten de kararsızlığın meydana gelme zaman ölçeğinin ~ 0.6–90 yıl aralığı şu ana kadar pulsar sıçrama gözlemleri neticesinde elde edilen;

- tek tek pulsarlarda sıçramalarının arasındaki zamanın Vela ve PSR J0537-6910 kaynakları haricinde büyük değişkenlik göstermesi,
- ii. bazı pulsarların yalnızca tek sefer sıçrama yapması,
- iii. pulsar popülasyonunun büyük kısmının toplamda ~50 senelik gözlemler neticesinde hiç sıçrama yapmamış olması (2524 pulsardan yalnızca 172 tanesi sıçrama yapmış http://www.atnf.csiro.au/research/pulsar/psrcat/)

gibi istatistiki veriler (Espinoza ve diğ. 2011, Yu ve diğ. 2013) ile uyum içerisindedir. Bu ise nötron yıldızlarının iç bölgesindeki toroidal akı bölgesinde meydana gelebilecek süperakışkan türbülansının sıçramaları başlatan tetikleyici mekanizma olması fikrini desteklemektedir.

Tezin bu bölümünde son olarak ulaştığımız sonuçları özetleyecek olursak, toroidal akı tüplerine karşı vorteks çizgilerinin durağan durumdaki sızma hareketinin hidrodinamik denklemlerden yola çıkılarak kararlılık analizi gerçekleştirilmiştir. Buradan (4.100) denklemiyle verilen kararsızlığın ortaya çıktığı eşik dalga sayısı ve (4.103) denklemiyle verilen kararsızlığın büyüme oranları elde edilmiş, Link (2012b) çalışmasındaki bazı kavramsal ve ölçeklemeden kaynaklanan hatalar düzeltilmiştir.  $\sim 0.6-90$  yıl olarak bulunan kararsızlığın ortaya çıkma zaman ölçeği aralığı sıçramalarla ilgili çeşitli istatistiki veriler ışığında değerlendirildiğinde, bu yolla nötron yıldızlarının iç bölgesinde oluşacak süperakışkan türbülansının sıçramaları başlatabilecek tetikleyici mekanizma olması konusunda umut vaat etmektedir.

## 4.6. BİR DIŞ ETKİ TESİRİ ALTINDA İÇERİ HAREKET EDEN VORTEKS ÇİZGİLERİNİN SIÇRAMA SONRASI SÖNÜME KATKISI

Vorteks çizgilerinin dönmelerini yavaşlatıcı elektromanyetik dış tork tesiri altında sızma hareketi yüzdece küçük bir kesri içeri yönelmek üzere baskın biçimde radyal olarak dışarı doğrultudadır. Bunun sebebi, radyal olarak içeri doğru yönelen vorteks çizgilerinin fazladan bir takılma potansiyel bariyeri görmeleridir. Sıçrama, lineer olmayan sızma bölgelerinde durağan durum açısal hız farkı  $\omega_{\infty}$  'nın  $\omega_{kr}$  kritik açısal hız farkını aşması neticesinde gerçekleşir. Bununla birlikte söz konusu bölgelerde süperakışkan açısal hızındaki  $\partial \Omega_s$  kadar azalma ve kabuk açısal hızındaki  $\Delta \Omega_c$  artışı sebebiyle durağan durum açısal hız farkı  $\delta \omega = \partial \Omega_s + \Delta \Omega_c$  kadar azalır. Bunun sıçrama sonrası sönümde gözüken izi, yavaşlama oranının büyüklüğünde söz konusu sıçramadan vorteks çizgilerinin boşalmasıyla artık sızma yapamamak şeklinde etkilenen bölgenin eylemsizlik momentiyle orantılı bir artış yaşanmasıdır:

$$\Delta \dot{\Omega}_{c,k} = -\frac{I_{A_k}}{I} \left| \dot{\Omega} \right|_{\infty} \left[ 1 - \frac{1}{1 + \left( e^{t_{0,k}/\tau_{n,k}} - 1 \right) e^{-t/\tau_{n,k}}} \right]$$
(4.108)

Burada (4.108) denkleminde basitlik için  $I_c \cong I$  alınmıştır. Vorteks çizgilerinin sızma hareketi üzerine bir dış etmen etki etmediği sürece beklenen genel davranış bu şekildedir. Fakat 3.1.1.3. kesiminde ele aldığımız aykırı sıçramalardan PSR J1119-6127'ye ait olanı ise bunun tam aksine uzun dönemde pulsarın yavaşlama oranında net bir azalış sergilemektedir (Weltevrede ve diğ. 2011, Antonopoulou ve diğ. 2015). Bu ise bir sebepten ötürü önemli sayıda vorteks çizgilerinin radyal olarak içeri taşınması gerekliliğini doğurur. Radyal olarak içeri yönde vorteks hareketini söz konusu vorteks akımının büyük ölçekte dışarı yönde hareketinden sapmasına yol açan düşük olasılıklı rastgele istatistiksel salınımlar olmaktan kurtarıp genel bir davranış biçimine sokan böyle bir dış etki pekâlâ vorteks çizgilerinin uçlarının takılı olduğu kabuk plakasının bir deprem sonucu meydana gelen kırılma ile içeri göçmesi olabilir. Vorteks çizgileri radyal olarak içeri yönde hareket ettiğinde süperakışkan  $\partial \Omega'_s$  miktarında daha hızlı döner ve dolayısıyla sızmanın etkinliği artar. Burada ve ileriki tartışmalarda içeri taşınan vorteks çizgileri ile ilgili model parametrelerini dışarı gidenlerle bağlantılı olanlardan ayırmak için üs (') işareti gösterimi kullanılacaktır. İçeri taşınan vorteks çizgilerinin yavaşlama oranına katkısı (4.108) denkleminde durağan durum açısal hız farkı  $\omega_{\infty}$  'ya bir  $\partial \omega \cong \partial \Omega'_s$  artışı getirilerek incelenebilir:

$$\Delta \dot{\Omega}_{c,k} = -\frac{I_{A'_{k}}}{I} \left| \dot{\Omega} \right|_{\infty} \left[ 1 - \frac{1}{1 + \left( e^{-t'_{0,k}/\tau'_{n,k}} - 1 \right)} e^{-t/\tau'_{n,k}} \right]$$
(4.109)

Burada  $t'_{0,k} \cong \partial \Omega'_{s,k} / |\dot{\Omega}|_{\infty}$  tanımlaması yapılmıştır. Dolayısıyla içeri giden vorteks çizgilerinin sıçrama sonrasında yavaşlama oranına etkisi yapısal olarak  $t_{0,k}$  yerine  $-t'_{0,k}$ almakla elde edilir. Ancak, (4.109) denkleminin yol açtığı sönüm davranışı ve fiziksel yorumu (4.108) denkleminden çarpıcı şekilde farklıdır. Bunu görmek için (4.109) denklemini vorteks çizgilerinin radyal olarak içeri hareket ettiği bir k lineer olmayan sızma bölgesinde birbiçim kurtulan ve sonrasında tekrardan takılan vorteks çizgileri için integre edersek şu sonuca ulaşırız:

$$\frac{\Delta \dot{\Omega}_{c}(t)}{\dot{\Omega}_{c}} = \frac{I_{A'}}{I} \left\{ 1 - \frac{1 + (\tau'_{n} / t'_{0}) \ln \left[ 1 + (e^{-t'_{0} / \tau'_{n}} - 1) e^{-t / \tau'_{n}} \right]}{1 - e^{-t / \tau'_{n}}} \right\}$$
(4.110)

Bu denklem üssel benzeri bir sönüm vermektedir. Ancak, (3.53) denklemine benzer biçimde bir sonraki sıçramaya kadar geçen zamanın ölçüsünü veren sabit bir  $\ddot{\Omega}_{c}$ herhangi bir limitte elde edilememektedir. Sıçrama ile açısal momentum dengesi ise şu şekilde belirlenmektedir:

$$I_{c}\Delta\Omega_{c} = \left(\frac{1}{2}I_{A} + I_{B}\right)\partial\Omega_{s} - \left(\frac{1}{2}I_{A'} + I_{B'}\right)\partial\Omega'_{s}$$

$$(4.111)$$

Burada sağ taraftaki ilk terim dışarı giden vorteks çizgilerinin sıçramaya katkısını gösterirken, ikinci terim içeri giden vortekslerin etkisini gösterir. Lineer olmayan sızma

bölgeleri ile alakalı sönümler tamamlandıktan sonra yıldızın dönme oranında şöyle bir artış geriye kalır:

$$I_{c}\Delta\Omega_{p} = I_{B}\partial\Omega_{s} - I_{B'}\partial\Omega'_{s}$$

$$(4.112)$$

Burada türetilen denklemler takımı PSR J1119-6127 pulsarının aykırı sıçramasının zamanlama verisine başarıyla uygulanmış ve Yengeç ile Vela pulsarları arasında bir yaşa sahip olan bu kaynak için evrimsel olarak da anlamlı sonuçlar elde edilmiştir (Akbal ve diğ. 2015). Buna göre PSR J1119-6127 pulsarının aykırı sıçramasında; manyetik kutba yakın bir bölgede söz konusu pulsarın yüksek manyetik alanlı bir nötron yıldızı olmasının da yarattığı etki ile bir deprem sonucu kırılan kabuk plakası içeri doğru göçüyor ve takılı olduğu vorteks çizgilerini de beraberinde içeri yönde taşıyor. Bu vorteks çizgileri sızmanın daha fazla etkinlik kazanmasına yol açıyor ve takılma yerlerinden kurtulan vorteksler daha da yüksek hızlar ile radyal olarak dışarı doğrultuda hareket ederek sıçramanın büyüklüğünü arttırıyorlar. Yine içeri göçen kabuk plakasına uçları çakılı olan manyetik alan çizgileri manyetosferde sahip oldukları elastiki yapı neticesinde türlü bükülmeler, kendi üzerine sarılmalar (Beloborodov 2009) ve hatta muhtemel yeniden birleşme yaparak sıçrama sonrasında ilk üç ay gözlenen pulsarın emisyon özelliklerinde ve puls şekillerinde farklılaşmaya yol açıyor. İçeri giden vorteks çizgilerinin yavaşlama oranındaki sıçrama indüklü yaşanan değişime katkısı herhangi bir bekleme zamanı içermeyen üssel benzeri yavaş bir sönüm olduğundan, diğer sıçrama yapan pulsarların sıçrama sonrasındaki davranışlarının aksine oldukça uzun zaman alan bir durağan durum sızma özelliğine geri dönme beklentisini taşımaktayız. Antonopoulou ve diğ. (2015) ise alternatif bir mekanizma olarak yıldızın kabuğunda meydana gelen bir deprem sonucu ortaya çıkan ısı artışına dayanan bir model önermişlerdir. Bu modele göre nötron yıldızının kabuğunda deprem sonucu açığa çıkan ısının bir kısmı kabukta depolanırken geri kalan kısmı manyetosfere salınır. Kabukta depolanan ısı sızma hareketi ısıya üssel biçimde oldukça hassas olduğundan vorteks akış oranını ve dolayısıyla da süperakışkandan kabuğa aktarılan açısal momentum miktarını arttırarak uzun dönemde yavaşlama oranında net bir azalmaya yol açar. Manyetosfere salınan ısı enerjisi de geçici süreyle çift oluşumu yoluyla

elektron/pozitron parçacıkları meydana getirir. Bunlar da pulsarın emisyonunda ek bileşenler olarak gözlenmektedir.
## **5. TARTIŞMA VE SONUÇ**

Pulsar sıçramaları ilk gözlendikleri 1969 yılından bu yana büyük bir ilgi odağı olmuştur. Astronomlar için iç yapısı hakkında çok az şey bilinen nötron yıldızlarının daha iyi anlaşılabilmesi açısından büyük önem arz etmektedir. Nötron yıldızlarında süperakışkan içyapının varlığı için gözlemsel delil olması neticesinde de laboratuvar şartlarında erişilemeyecek uç koşullarda fiziksel ortamı sunmaktadır. Böylelikle de yoğun madde kuramlarının oluşturulması ve sınanması için kullanılabileceğinden dolayı fizikçilerin de dikkatini çekmiştir. Hem kısa zaman ölçekli spin hızlanmaları hem de yıllara değin varan uzun sönümleri pulsar sıçramalarının çok çeşitli astrofiziksel araştırmalar için kullanılabilmesine olanak tanır. Örnek olarak, sıçramalarla nötron yıldızı kütlesinin ilkesel biçimde ölçülebilmesini (Datta ve Alpar 1993, Ho ve diğ. 2015b), iç bölge-kabuk kuplajının incelenmesini (Haskell ve diğ. 2013, Newton ve diğ. 2015) ve yüksek yoğunluk, manyetik alan ile düşük sıcaklıklarda maddenin yapısının belirlenebilmesini (Van Eysden ve Melatos 2010, Howitt ve diğ. 2016) verebiliriz. Tüm bu etmenler pulsar sıçramalarını göncel bir araştırma konusu yapmaktadır.

Pulsarlar genelde izole sistemler olduklarından, etraflarında ani açısal momentum transferi yapabilecekleri benzer büyüklükte cisimler yoktur. Bu da pulsarların ani hızlanmaları olan sıçramaların nötron yıldızının içerisinde daha hızlı dönen bir iç bileşenden kabuğa anlık açısal momentum tarnsferi neticesinde meydana geleceğini önermektedir. Normal fazdaki madde ile vorteks çizgileri vasıtasıyla zayıfça etkileşen süperakışkan bu gerekli iç bileşeni oluşturmaktadır. Nötron yıldızlarının iç kabuğunda atom çekirdekleri ile birlikte yer alan vorteks çizgilerinin takılması ve boşalması sıçramanın sebebi olarak önerilmiştir (Anderson ve Itoh 1975). Bu boşalan vorteks çizgilerinin kabuktaki başka atom çekirdeklerine takılması ve ısısal sızma hareketlerini yapmaya devam etmeleri sıçrama sonrası sönümü gayet iyi açıklayabilmektedir (Alpar ve diğ. 1984a). Nötron yıldızının süperakışkan-süperiletken iç bölgesi kabuğa gözlenen zaman ölçeklerinden çok daha kısa bir süre zarfında bağlı olduğundan (Alpar ve diğ. 1984b, Sidery ve Alpar 2009), iç kabuk süperakışkanı yıldızın geri kalanından bağımsız

açısal momentum deposu kılar. Ancak, süperakışkan nötronlar kabukta atom çekirdeklerinden Bragg saçılmasına uğrarlar ve çıplak kütlelerinden daha büyük bir etkin kütle kazanırlar (Chamel 2006, Chamel ve Carter 2006, Chamel 2012). Bu etkin kütle etkisi neticesinde kabuk süperakışkanının açısal momentum depolayabilme ve aktarabilme kabiliyetinde önemli miktarda azalma olması beklenir. Bundan dolayı nötron yıldızlarının kabuğunun tek başına sıçramalardan sorumlu olamayacağı savunulmuştur (Andersson ve diğ. 2012, Chamel 2013, Hooker ve diğ. 2015). Kabuk-iç bölge sınırının içerdiği belirsizliklerden dolayı genel kabulün aksine daha büyük bir kabuk hâlâ mümkün olabilmekle birlikte (Piekarewicz ve diğ. 2014), sıçramaların açıklanabilmesi için nötron yıldızlarının iç bölgesine başvurma ihtiyacı doğmuştur. Ancak, yıldızın eylemsizlik momentinin %90'ından fazlasını içeren nötron yıldızlarının iç bölgesinin her bir sıçrama için ancak küçük bir kesrinin olaya iştirak etmesinin sağlanması ve tekrarlamalar hâlinde söz konusu bölgenin hep aynı büyüklükte kalmasının ince ayar gerektirmesi büyük zorluk oluşturmaktadır.

Bu tez çalışmasında vorteks sızma modelinin (Alpar ve diğ. 1984a) nötron yıldızlarının iç bölgesine genişletilmesi gerçekleştirilmiştir. Nötron yıldızlarının iç bölgesinde akı tüpleri vorteks çizgilerine karşı takılma/sızma yerleri teşkil etmektedirler (Sidery ve Alpar 2009). Teorik çalışmalar (Akgün ve diğ. 2013, Gourgouliatos ve diğ. 2013) ve hem normal (Braithwaite 2009, Ciolfi ve Rezzolla 2013) hem de süperiletken (Lander ve diğ. 2012, Lander 2014, Palapanidis ve diğ. 2015) madde fazına sahip nötron yıldızlarında manyetik alanın kararlılığı ile ilgili bilgisayar simülasyonları nötron yıldızlarının iç bölgesinin kabuğa yakın dış kısımlarında poloidal alanı kuşatan toroidal alan bileşeninin varlığını ispatlamaktadır. Ayrıca nötron yıldızlarının soğuma gözlemleri yüzeydeki sıcaklık dağılımının kuvvetli bir iç toroidal manyetik alan bileşeniyle açıklanabileceğine işaret etmektedir (Geppert ve diğ. 2006). Easson (1979b)'nin yıldız içerisinde manyetik alan çizgilerinin kapalı şekile sahip olduğu yerlerin yıldızın geriye kalanı ile eş dönme yapamayacağı fikrinden hareketle Glampedakis ve Lasky (2015) toroidal akı bölgesinin Kelvin-Helmholtz kararsızlığı ile kabuğa doğru itileceğini önermişlerdir. Ancak, Easson (1979b) çalışmasında nötron yıldızlarının iç bölgesindeki protonlar normal fazda kabul edilmiştir ve bir süperiletken (2.38) denklemi ile verilen minik bir manyetik alan (London alanı) bedeli ile yıldız ile eş dönmeyi başarır. Dolayısıyla Glampedakis ve Lasky (2015) çalışmasındaki önerinin

gerçekleşebilmesi için yıldız süperiletken faza geçmeden evvel tüm toroidal akı bölgesinin kararsızlık sonucunda kabuğa doğru itilmesi lâzımdır. Ancak, nötron yıldızı maddesinin tabakalaşmış yapısı dolayısıyla Kelvin-Helmholtz zaman ölçeğinin uzun olması beklenmektedir (Melatos 2012). Bundan dolayı nötron yıldızlarının iç bölgesinde manyetik alanın yüzeyde gözlediğimiz dipol alanının uzantısı olan bir poloidal bileşen ile bunu dışarıdan kuşatan toroidal bileşeneden meydana gelmesini beklemekteyiz.

Tez kapsamında nötron yıldızlarının kabuk-iç bölge sınırında vorteks çizgilerinin toroidal dizilime sahip manyetik akı tüplerine karşı sızma hareketleri incelenmiştir. Bu inceleme sonucunda söz konusu etkileşmenin meydana geldiği bölgenin eylemsizlik momenti hesaplanmış ve nötron yıldızlarının kabuğu ile karşılaştırılabilir büyüklükte, hatta daha büyük olabileceği görülmüştür. Yine söz konusu bölgenin sıçramaya tepkisinin nasıl olabileceği araştırılmış ve vorteks sızma modeli çerçevesinde iç kabuğun sıçrama anında vorteks hareketi barındırmayan lineer sızma bölgelerinin tepkisine eşdeğer olarak üssel sönüm verdiği bulunmuştur. Elde edilen sonuçlar Vela pulsarının vorteks sızma modeli çerçevesinde değerlendirilmiş ilk dokuz sıçramasına uygulanmış ve tutarlı sonuçlar elde edilmiştir. Yine etkin kütle etkisi katsayısına gözlemsel üst sınır getirilmiştir.

Bir sonraki adım olarak nötron yıldızlarının iç bölgesinde toroidal akı çizgilerine karşı sızma hareketinde bulunan vorteks çizgilerinin sıçramaya verdiği tepkinin literatürdeki sıçrama gözlemi çalışmalarının sonuçları ile karşılaştırılması yapılmıştır. Söz konusu bölgenin bir sıçramaya tepkisi üssel sönümdür ve yıldızın yavaşlama oranı, manyetik alanın toroidal bileşeni, sıcaklık gibi makroskopik büyüklükler ile uygulanan durum denklemine göre değişebilen yoğunluk, proton kesri ve protonların etkin kütlesi gibi fiziksel parametrelere bağlıdır (Gügercinoğlu ve Alpar 2014). Literatürde üssel sönüm gösteren 40 tane pulsarın 73 adet sıçraması vardır. Sıcaklık ve manyetik alan için iki ayrı model ve üç farklı durum denkleminin uygun parametreleri kullanılarak üç ayrı sönüm zamanı elde edilmiş ve gözlemlerle uyuşup uyuşmadığına bakılmıştır (Tablo 4.2). Yapılan inceleme sonucunda modelin verdiği görülmüştür. Buradan hareketle sıçrama gözlemlerinin nötron yıldızı içerisindeki toroidal alan çizgilerinin bulunduğu bölgenin

belirlenmesinde, böylelikle de yıldızın manyetik iç yapısının kısıtlanmasında kullanılabileceği ilk kez önerilmiştir. Burada geliştirdiğimiz modelin manyetar sınıfının manyetik alan yapısı ve soğuma davranışı üzerine birtakım öngörüleri vardır. Manyetarların kuvvetli yüzey dipol alanlarının varlığından dolayı iç kısımlarında (2.53) ile verilen kritik alan şiddetinin aşılacağı ve süperiletkenliğin kaybolacağı önerilmiştir (Sinha ve Sedrakian 2015, Sedrakian 2016). Oysa, poloidal alanı sıkıca saran kuvvetli bir toroidal alan bileseni manyetik enerjisinin bir kısmını poloidal bilesene aktaracaktır (Spruit 2009). Bundan dolayı manyetarların kutup alanları ile benzer mertebede ve hatta daha zayıf şiddete sahip toroidal alana sahip olmasını beklemekteyiz ki bilgisayar simülasyonları (Fujisawa ve Kisaka 2013, 2014) ve yine teorik çalışmalar (Suwa ve Enoto 2014) bu savımızı desteklemektedir. (4.11) model formülümüzün manyetar sıçramalarınının çoğunluğunu açıklayabilmesi için manyetarların uyduğu soğuma yasasının etkili doğrudan Urca nötrino emisyonu mekanizmasını olması gerekmektedir. Bu soğuma süreci merkezi yoğunluğu ancak bir eşik değerini aşan nispeten ağır nötron yıldızlarında etkili olabilir. Eğer yorumumuz doğruysa manyetarların oluştukları ata yıldızlar erken tip ana kol yıldızları olmalıdır ve bunu destekler yönde çalışmalar mevcuttur (Woods 2008, İgoshev ve Kholtygin 2011).

Tezin bir parçası olarak akı tüpleri ve vorteks çizgileri arasındaki etkileşmelere daha yakından bakılmıştır. Bu bağlamda nötron yıldızlarının iç bölgesinde vorteks çizgilerinin toroidal akı tüpleri ile manyetik etkileşmeleri sonucunda üst üste gelmesiyle kazandığı takılma enerjisinin hesabı yapılmıştır. Literatürde daha önce göz önünde bulundurulmamış vorteks çizgisi ile akı tüplerinin sonlu sertlikleri ele alınmıştır. Akı tüplerinin vorteks çizgilerine göre çok daha düşük gerilime sahip olması sebebiyle vorteks çizgilerine yaklaşan kısımlarının kıvrılıp bükülerek boyunun uzamasının takılma enerjisi kestiriminde meydana getirdiği indirgeme dikkate alınmıştır. Söz konusu durum için elde edilen takılma enerjisi değeri literatürde sonsuz sertlikte gibi ele alınan vorteks ve akı tüpü yapıları için bulunan kestirim ile karşılaştırıldığında (4.39) ifadesiyle verilen yaklaşık on kat daha düşük bir değer elde edilmiştir. Bundan başka nötron yıldızlarının iç bölgesinde toroidal akı çizgilerine karşı sızma hareketinde bulunan vorteks hızı için (4.48) denklemiyle verilen ve iç kabuktaki vorteks çizgilerinin hızıyla karşılaştırıldığında yaklaşık on milyon kat daha düşük bir değer elde edilmiştir. Bu

sonucun iç bölgede akı tüplerine karşı vorteks sızmanın her zaman lineer olmayan rejimde olmasına yol açtığı görülmüştür. Bu ise Gügercinoğlu ve Alpar (2014) çalışmasındaki beklentiler ile uyuşmaktadır. Modelimize göre pulsarlar yaşlandıkça yıldız baskın olarak lineer olmayan rejimde davranır ve (4.11) denklemiyle verilen üssel sönüm zamanları uzar. Bunun sıçrama sonrası sönüm davranışına etkisi yaşlı pulsarların gözlem süreleri içerisinde önemli ölçüde sönüm göstermemeleridir ki kaydedilen düşük *Q* değerleri (Espinoza ve diğ. 2011, Yu ve diğ. 2013) bu savımızı desteklemektedir.

Ayrıca nötron yıldızların iç bölgesinin dinamiği açısından bir başka önemli konu olan süperakışkan türbülansının vorteks çizgisi-akı tüpü sızma hareketine etkisi ve vorteks tuzakları meydana getirebilme olasılığı araştırılmıştır. Akı tüplerinin eğri büğrü yapısından dolayı bu toroidal dizilime karşı sızma hareketi yapan vorteks çizgilerinin ekseni boyunca laboratuvarda gözlenen Donnely-Glaberson türü bir kararsızlığa yol açan Kelvin dalgalarının sıçramalar arası zaman ölçeğinde indüklenebileceği görülmüştür. Bunun neticesinde oluşan türbülanslı akış parametreleri için vorteksler üzerine etki eden kuvvetin hayli azalacağı ve sıçramaları başlatan vorteks tuzaklarını barındırabileceği bulunmuştur. Bundan başka Link (2012b) çalışması takip edilerek sızma hareketinin kararlılık analizi gerçekleştirilmiştir. Akı tüplerinin toroidal dizilimine karşı vorteks çizgilerinin durağan durum sızma hareketi sonucunda vorteks çizgilerinin ekseni boyunca laboratuvarda gözlenen Donnely-Glaberson türü bir kararsızlığa yol açan Kelvin dalgalarının oluşumu için kritik dalga sayısı belirlenmiş ve kararsızlığın büyüme oranı elde edilmiştir. Bu bağlamda Link (2012b) çalışmasındaki bazı tutarsızlıklar ve yanlışlar düzeltilmiş, kararsızlığın meydana gelme zaman ölçeğinin iç bölgedeki sürüklenme mekanizmasının etkinliğine, yıldızın dönme oranına ve vorteks üzerinde indüklenen dalgaların dalgaboyuna bağlı olarak yaklasık 100 yıldan birkaç aya kadar geniş bir aralıkta değişebileceği bulunmuştur. Böylelikle iç bölgenin dış kısımlarında vorteks boşalmasına yol açacak türbülansın sıçramalar arası zaman ölçeğinde indüklenebileceği fikrinin tutarlı ve geçerli olabileceği söz konusu kararlılık analizi sonucunda da görülmüştür.

Son olarak deprem gibi bir dış etki sonucunda radyal olarak içeri doğru taşınan vorteks çizgileri için vorteks sızma modeli çerçevesinde denklemler türetilmiştir. Söz konusu hareket sonucunda radyal olarak dışarı giden vorteks akımının kuvvetlendiği görülmüş, nihayetinde sıçramayı takiben yıldızın yavaşlama ve dönme oranının büyüklüklerinde net azalmaların yaşanacağı bulunmuştur. Elde edilen sonuçlar PSR J1119-6127 pulsarının aykırı sıçramasına başarıyla uygulanmıştır (Akbal ve diğ. 2015).

Bu tez çalışmasıyla ışık tutmaya çalıştığımız, üzerinde yoğun olarak çalışılan nötron yıldızlarının süperakışkan-süperiletken doğası ve pulsar sıçramaları ile manyetik alan evrimine uygulamaları konularında çok sayıda teori ve model bulunmasına rağmen açıklığa kavuşturulamamış ve cevap bulmayı bekleyen birçok soru vardır. Bu problemlerden bazılarını şöyle sıralayabiliriz:

1) Deprem kaynaklı sıçrama modellerinde kabuğun şeklinin değişiminin dönme ve manyetik eksenler arasındaki eğim açısını etkilemesi beklenmektedir (İstomin ve Shabanova 2007). Bunun eğim açısının uzun dönem evrimine (Barsukov ve diğ. 2013) etkisi ve dipol yavaşlama formülünden sapan bileşenlere (Biryukov ve diğ. 2013) katkısı detaylı bir biçimde incelenmelidir.

2) Nötron yıldızlarının içyapısını araştırmak üzere laboratuvarda deneyler tertip edilmesi çok önceden beri önerilmiştir (Anderson ve diğ. 1978). Süperakışkan helyum II dolu kaplarda pulsar sıçramalarına benzer ani hızlanmaların gözlenmesi (Tsakadze ve Tsakadze 1980) ümit vaat edici sonuçlar vermiştir. Ne yazık ki bu başlangıç çabalarının gerisi gelmemiştir. Gelişen teknoloji ile birlikte süperakışkan türbülansı gibi oldukça karmaşık bir olay bile deneysel olarak kontrollü biçimde ele alınabilmektedir (Nemirovskii 2013, Tsubota ve diğ. 2013). Bu bakımdan sıçramaların laboratuvar ortamında oluşturulması ile ilgili çalışmaların başlatılmasının büyük yarar sağlayacağı kanaatindeyim.

3) Vorteks çizgisi-kristal yapışmasında atom çekirdekleri küresel olarak göz önüne alınmıştır. Ancak, kabuğun yüksek yoğunluklarında pasta fazında (Pethick ve Ravenhall 1995, Chamel ve Haensel 2008) atom çekirdekleri küresellikten bir hayli saparlar, hatta sıvı kristal yapısı meydana getirirler. Bu faz için vorteks-atom çekirdeği yapışması hesaplamaları (Chevalier 1995) çok yüzeysel kalmaktadır. Yine önemli etkileri olabilecek bir başka etmen, kabuktaki safsızlıklar ve kirlilik oranıdır. Bunlar nötron yıldızının ısı sığasında (De Blasio 1998) ve elektrik iletkenliğinde (Konenkov ve Geppert 2001b) önemli değişikliklere yol açabilmektedir. Bu konudaki hesaplamaları (Jones 1998b, 2001) birtakım termodinamik ilişkilere dayanmaktadır ve henüz mükemmellikten çok uzaktır.

4) Sıçramaları bilgisayar simülasyonları ile elde edip incelemek yeni başlamış sayılabilecek bir çalışma alandır (Larson ve Link 2002, Sidery ve diğ. 2010, Haskell ve Antonopoulou 2014, Haskell 2016). Bu konuda farklı modelleri ve gerçekçi nötron yıldızı parametre değerleri kullanılarak çalışmalar yürütülmeye devam edilmelidir.

5) Laboratuvar süperakışkanlarında türbülansa uğramış vorteks çizgilerinin şekillerini ve hareketlerini içeren denklemler çok evvelden türetilmiş (Schwarz 1982, 1985, 1988), deneylerle bu denklemler takımının öngörülerinin örtüştüğü belirlenmiştir (Jou ve diğ. 2011, Nemirovskii 2013, Tsubota 2013). Nötron yıldızları tarafında ise bu konuda yeni yeni gelişmeler olmaktadır (Peralta ve diğ. 2006, Andersson ve diğ. 2007, Link 2012a,b). Aynı denklemler takımının nötron yıldızı süperakışkanındaki vorteks çizgileri için türetimi bu tezde önerdiğimiz süperakışkan türbülansı kaynaklı vorteks tuzakları boşalması öngörümüzün sınanmasında yardımcı olacaktır.

6) Laboratuvar süperakışkanında türbülanslı vorteks çizgileri tarafından salınan dalgaların matematiksel modellemesinin deney sonuçlarını açıklayabilme konusunda oldukça başarılı olduğu görülmüştür (Henderson ve Barenghi 2004). Böyle dalgaların iç kabukta (Link 2012a) ve iç bölgede (Link 2012b) vorteks çizgisi takılma yeri etkileşmelerinde vorteks boşalmasını indükleyecek kadar kuvvetli salınımlar meydana getirip getiremeyeceği araştırılmalıdır.

7) Nötron yıldızı manyetik alan evriminde önemli bir konu, süperiletken ve normal madde fazları arasında geçişin sağlandığı kabuk-iç bölge sınırında manyetik alanı meydana getiren akımların nasıl davrandığıdır (Jones 2004, 2009). Şu ana kadar ki çalışmalarda hesaba katılmayan bu problem kuşkusuz hayati öneme sahiptir.

8) Çift sistemlerin üyesi olan nötron yıldızları için iç bölgeden manyetik alanın evrimi üzerine ilk çalışmalar (Srinivasan ve diğ. 1990) gözlemleri açıklayabilse de birtakım gerçekçi olmayan varsayımlara dayanmaktadır. Dolayısıyla problemin doğru biçimde ele alınması gerekmektedir. Ayrıca son çalışmaların (İstomin ve Semerikov 2016) işaret ettiği yüzeye yığılan maddenin beraberinde taşıdığı elektromanyetik akımın iç bölgeden manyetik akının uzaklaştırılması üzerine etkisi göz önüne alınmalıdır. 9) Vorteks çizgisi-akı tüpü etkileşmesinde açığa çıkan ısı (Sedrakian ve Sedrakian 1993), akı tüplerinin maruz kalabileceği kararsızlıklar (Muzikar ve Pethick 1981), açısal hız farkının bazı şartlar altında süreksiz biçimde değişmesi (Jahan-Miri 2002a,b) ve ambipolar difüzyonun (Shalybkov ve Urpin 1995, Glampedakis ve diğ. 2011b) etkileri göz önüne alınarak daha gerçekçi bir nötron yıldızı iç bölge kavrayışı oluşturulmaya çalışılmalıdır.



## KAYNAKLAR

- Abadie, J. ve diğ., 2011, A search for gravitational waves associated with the August 2006 timing glitch of the Vela pulsar, *Physical Review D*, 83, 042001, 1-13.
- Abney, M., Epstein, R.I. ve Olinto, A.V., 1996, Observational constraints on the internal structure and dynamics of the Vela pulsar, *Astrophysical Journal*, 466, L91-L94.
- Acheson, D.J. ve Gibbons, M.P., 1978, On the instability of toroidal magnetic fields and differential rotation in stars, *Philosophical Transactions of the Royal Society A*, 289, 459-500.
- Aguilera, D.N., Pons, J.A. ve Miralles, A., 2008, The impact of magnetic field on the thermal evolution of neutron stars, *Astrophysical Journal*, 673, L167-L170.
- Ainsworth, T.L., Wambach, J. ve Pines, D., 1989, Effective intractions and superfluid energy gaps for low density neutron matter, *Physics Letters B* 222, 173-178.
- Akbal, O., Gügercinoğlu, E. Şaşmaz Muş, S. ve Alpar, M.A., 2015, Peculiar glitch of PSR J1119-6127 and extention of the vortex creep model, *Monthly Notices of Royal Astronomical Society*, 449, 933-941.
- Akgün, T., Reisenegger, A., Mastrano, A. ve Marchant, P., 2013, Stability of magnetic fields in non-barotropic stars: an analytic treatment, *Monthly Notices of Royal Astronomical Society*, 433, 2445-2466.
- Akgün, T. ve Wasserman, I., 2008, Toroidal magnetic fields in type II superconducting neutron stars, *Monthly Notices of Royal Astronomical Society*, 383, 1551-1580.
- Akmal, A., Pandharipande, V.R. ve Ravenhall, D.G., 1998, Equation of state of nucleon matter and neutron star structure, *Physical Review C*, 58, 1804-1828.
- Alford, M.G. ve Sedrakian, A.D., 2010, Color-magnetic flux tubes in quark matter cores of neutron stars, *Journal of Physics G: Nuclear and Particle Physics*, 37, 075202, 1-25.
- Alpar, M. A., 1977a, Pinning and threading of quantized vortices in the pulsar crust superfluid, *Astrophysical Journal*, 213, 527-530.
- Alpar, M.A., 1977b, *Neutron star superfluidity and pulsar glitches*, Thesis (PhD), Cambridge University.
- Alpar, M.A., 1989, Inside neutron stars, Proceedings of the NATO Advanced Study Institute on Timing Neutron Stars, 4-15 Nisan 1988, Çeşme, İzmir, Kluwer Academic Press, 431-440, ISBN: 978-94-010-7519-0.

- Alpar, M.A., 1998, Dynamics of the Neutron Star Interior, in The Many Faces of Neutron Stars, Proceedings of the NATO Advanced Study Institute, 1-10 Ekim 1996, Lipari, Italy, Eds. R. Buccheri, J. van Paradijs ve M. A. Alpar, Dordrecht, Boston, Kluwer Academic Publishers, s. 59-75, ISBN: 9780792351948.
- Alpar, M.A., 2005, Neutron star superfluidity, dynamics and precession, *arXiv:astro-ph*/0505073.
- Alpar, M.A, Anderson, P.W., Pines, D. ve Shaham, J., 1984a, Vortex creep and internal temperature of neutron stars. I. General theory, *Astrophysical Journal*, 276, 325-334.
- Alpar, M.A. ve Baykal, B., 1994, Expectancy of large pulsar glitches: A comparison of models with the observed glitch sample, *Monthly Notices of Royal Astronomical Society*, 269, 849-856.
- Alpar, M.A. ve Baykal, B., 2006, Pulsar braking indices, glitches and energy dissipation in neutron stars, *Monthly Notices of Royal Astronomical Society*, 372, 489-496.
- Alpar, M.A., Brinkmann, W., Ögelman, H., Kızıloğlu, Ü. ve Pines, D., 1987, A search for X-ray emission from a nearby pulsar-PSR 1929+10, Astronomy and Astrophysics, 177, 101-104.
- Alpar, M.A., Chau, H.F., Cheng, K.S. ve Pines, D., 1993, Postglitch relaxation of the Vela pulsar after its first eight large glitches: A reevalution with the vortex creep model, *Astrophysical Journal*, 409, 345-359.
- Alpar, M.A., Chau, H.F., Cheng, K.S. ve Pines, D., 1996, Postglitch relaxation of the Crab pulsar after its first four major glitches: The combined effects of crust cracking, formation of vortex depletion region and vortex creep, *Astrophysical Journal*, 459, 706-716.
- Alpar, M.A., Cheng, K.S. ve Pines, D., 1989, Vortex creep and the internal temperature of neutron stars: linear and nonlinear response to a glitch, *Astrophysical Journal*, 346, 823-832.
- Alpar, M.A., Cheng, K.S., Pines, D. ve Shaham, J., 1988, The large glitch from PSR 0355+54 and its postglitch relaxation, *Monthly Notices of Royal Astronomical Society*, 233, 25-31.
- Alpar, M.A., Langer S.A ve Sauls, J.A., 1984b, Rapid postglitch spin-up of the superfluid core in pulsars, *Astrophysical Journal*, 282, 533-541.
- Alpar, M.A., Nandkumar, R. ve Pines, D., 1985, Vortex creep and the internal temperature of neutron stars: the Crab pulsar and PSR 0525+21, Astrophysical Journal, 288, 191-195.
- Alpar, M.A., Nandkumar, R. ve Pines, D., 1986, Vortex creep and the internal temperature of neutron stars: Timing noise in pulsars, *Astrophysical Journal*, 311, 197-213.

- Alpar, M.A. ve Ögelman, H., 1987, Neutron star precession and the dynamics of the superfluid interior, *Astronomy and Astrophysics*, 185, 196-202.
- Alpar, M.A. ve Pines, D., 1985, Gravitational radiation from a solid-crust neutron star, *Nature*, 314, 334-336.
- Alpar, M.A. ve Sauls, J.A., 1988, On the dynamical coupling between the superfluid interior and the crust of a neutron star, *Astrophysical Journal*, 327, 723-725.
- Anderson, P.W., 1962, Theory of flux creep in hard superconductors, *Physical Review Letters*, 9(7), 309-311.
- Anderson, P.W. ve Itoh, N., 1975, Pulsar glitches and restlessness as a hard superfluidity phenomenon, *Nature*, 256, 25-26.
- Anderson P.W., Pines, D., Ruderman, M.A. ve Shaham, J., 1978, Questions about rotating superfluid dynamics: Problems of pulsar astrophysics accessible in the laboratory, *Journal of Low Temperature Physics*, 30, 839-847.
- Anderson, P.W. ve Kim, Y.B., 1964, Hard supercoductivity: Theory of the motion of Abrikosov flux lines, *Reviews of Modern Physics*, 36, 39-43.
- Anderson, P.W., Alpar, M.A., Pines, D. ve Shaham, J., 1982, The rheology of neutron stars: Vortex line pinning in the crust superfluid, *Phil. Mag. A*, 45, 227-238.
- Andersson, N. ve Comer, G.L., 2006, A flux-conservative formalism for convective and dissipative multi-fluid systems, with application to Newtonian superfluid neutron stars, *Classical and Quantum Gravity*, 23, 5505-5529.
- Andersson, N., Comer, G.L. ve Glampedakis, K., 2006, How viscous is a superfluid neutron star core?, *Nuclear Physics A*, 763, 212-229.
- Andersson, N., Comer, G.L. ve Prix, R., 2003, Are pulsar glitches triggered by a superfluid two-stream instability?, *Physical Review Letters*, 90, 091101, 1-4.
- Andersson, N., Glampedakis, K., Ho, W.C.G. ve Espinoza, C.M., 2012, Pulsar glitches: The crust is not enough, *Physical Review Letters*, 109, 241103, 1-5.
- Andersson, N., Glampedakis, K. ve Hogg, M., 2013, Superfluid instability of r-modes in "differentially rotating" neutron stars, *Physical Review D*, 87, 063007, 1-14.
- Andersson, N., Sidery, T.L. ve Comer, G.L., 2006, Mutual friction in superfluid neutron stars, *Monthly Notices of Royal Astronomical Society*, 368, 162-170.
- Andersson, N., Sidery, T.L. ve Comer, G.L., 2007, Superfluid neutron star turbulence, Monthly Notices of Royal Astronomical Society, 381, 747-756.
- Andreev, A.F. ve Bashkin, E.P., 1975, Three-velocity hydrodynamics of superfluid solutions, *Soviet Journal of Experimental and Theoretical Physics*, 42, 164-167.

- Antonopoulou, D., Weltevrede, P., Espinoza, C.M., Watts, A.L., Johnston, S., Shannon, R.M. ve Kerr, M., 2015, The unusual glitch recoveries of the high-magnetic field pulsar J1119-6127, *Monthly Notices of Royal Astronomical Society*, 447, 3924-3935.
- Archibald, R.F., Kaspi, V.M., Beardmore, A.P., Gehrels, N. ve Kennea, J.A., 2015, On the braking index of the unusual high-B rotation-powered pulsar PSR J1846-0258, *Astrophysical Journal*, 810, 67, 1-7.
- Archibald, R.F., Kaspi, V.M., Ng, C.-Y., Gourgouliatos, K.N., Tsang, D., Scholz, P., Beardmore, A.P., Gehrels, N. ve Kennea, J.A., 2013, An anti-glitch in a magnetar, *Nature*, 497, 591-593.
- Arzamasskiy, L., Philippov, A. ve Tchekhovskoy, A., 2015, Evolution of non-spherical pulsars with plasma-filled magnetospheres, *Monthly Notices of Royal Astronomical Society*, 453, 3540-3553.
- Arzoumanian, Z., Nice, D.J. ve Taylor, J.H., 1994, Timing Behavior of 96 Radio Pulsars, *Astrophysical Journal*, 422, 671-680.
- Australia National Telescope Facility (ATNF) Sıçrama Tablosu, <u>www.atnf.csiro.au/people/pulsar/psrcat/glitchTbl.html</u> [Ziyaret tarihi:11 Nisan 2016]
- Avogadro, P., Barranco, F., Broglia, R.A. ve Vigezzi, E., 2007, Quantum calculation of vortices in the inner crust of neutron stars, *Physical Review C*, 75, 012805.
- Avogadro, P., Barranco, F., Broglia, R.A. ve Vigezzi, E., 2008, Vortex-nucleus interaction in the inner crust of neutron stars, *Nuclear Physics A*, 811,378-412.
- Babaev, E., 2009, Unconventional rotational responses of hadronic superfluids in a neutron star caused by strong entrainment and a  $\Sigma^-$  hyperon gap, *Physical Review Letters*, 103, 231101, 1-4.
- Baldo, M., Elgarøy, Ø., Engvik, L., Hjorth-Jensen, M., ve Schulze H.-J., 1998, <sup>3</sup>P<sub>2</sub>-<sup>3</sup>F<sub>2</sub> pairing in neutron matter with modern nucleon-nucleon potentials, *Physical Review C*, 58, 1921-1928.
- Baldo, M. ve Schulze, H.J., 2007, Proton pairing in neutron stars, *Physical Review C*, 75, 025802, 1-6.
- Bambakidis, G. ve Chan, T.T., 1975, Estimate of plasticity in the crust of neutron stars, *Astronomy and Astrophysics*, 45, 209-211.
- Bardeen, J., Cooper, L.N. ve Schrieffer, J.R., 1957, Theory of superconductivity, *Physical Review*, 108(5), 1175-1204.
- Barsukov, D.P., Goglichidze, O.A. ve Tsygan, A.İ., 2013, Influence of the small-scale magnetic field on the evolution of the angle between the magnetic moment and rotation axis of radio pulsars with superfluid cores, *Astronomy Reports*, 57, 21-23.

- Baym, G., Epstein, R.İ. ve Link, B.K., 1992, Dynamics of vortices in neutron stars, *Physica B*, 178, 1-12.
- Baym, G. ve Pethick, C.J., 1975, Neutron stars, *Annual Review of Nuclear Science*, 25, 27-77.
- Baym, G. ve Pethick, C.J., 1979, Physics of neutron stars, *Annual Review of Astronomy and Astrophysics*, 17, 415-443.
- Baym, G., Pethick, C.J. ve Pines, D., 1969a, Superfluidity in neutron stars, *Nature*, 224, 673-674.
- Baym, G., Pethick, C.J. ve Pines, D., 1969b, Electrical conductivity of neutron star matter, *Nature*, 224, 674-675.
- Baym, G., Pethick, C.J., Pines, D. ve Ruderman, M.A, 1969c, Spin up in neutron stars: the future of the Vela pulsar, *Nature*, 224, 872-874.
- Baym, G., Pethick, C.J. ve Sutherland, P., 1971, The ground state of matter at high densities: equation of state and stellar models, *Astrophysical Journal*, 170, 299-318.
- Baym, G. ve Pines, D., 1971, Neutron starquakes and pulsar speedup, Annals of *Physics*, 66, 816-835.
- Beloborodov, A.M., 2009, Untwisting magnetospheres of neutron statrs, *Astrophysical Journal*, 703, 1044-1060.
- Bernstein, İ.B., Friemen, E.A., Kruskal, M.D. ve Kulsrud, R.M., 1958, An energy principle for hydromagnetic stability problems, *Proceedings of the Royal Society A*, 244, 17-40.
- Beskin, V.S. ve Nokhrina, E.E., 2007, On the role of the current loss in radio pulsar evolution, *Astrophysics and Space Science*, 308, 569-573.
- Bhattacharya, D. ve Soni, V., 2007, A natural explanation for magnetars, *arXiv:0705.0592*.
- Bhattacharya, D. ve Van den Heuvel, E.P.J., 1991, Formation and evolution of binary and millisecond radio pulsars, *Physics Reports*, 203, 1-124.
- Bildsten, L. ve Epstein, R.I., 1989, Superfluid dissipation timescales in neutron star crusts, *Astrophysical Journal*, 342, 951-957.
- Biryukov, A., Beskin, G. ve Karpov, S., 2012, Monotonic and cyclic components of radio pulsar spin-down, *Monthly Notices of Royal Astronomical Society*, 420, 103-117.
- Blaes, O., Blandford, R.D., Goldreich, P. ve Madau, P., 1989, Neutron starquake models for gamma-ray bursts, *Astrophysical Journal*, 343, 839-848.

- Bohr, A., Mottelson, B.R. ve Pines, D., 1958, Possible analogy between the excitation spectra of nuclei and those of the superconducting metallic state, *Physical Review*, 110(4), 936-938.
- Bondi, H. ve Gold, T., 1955, On the damping of the free nutation of the earth, *Monthly Notices of Royal Astronomical Society*, 115, 41-46.
- Borumand, M., Joynt, R. ve Kluzniak, W., 1996, Superfluid densities in neutron star matter, *Physical Review C*, 54, 2745-2750.
- Boynton, P.E., Groth, J., Hutchinson, D.B., Nanos, G.P., Partridge, R.B. ve Wilkinson, D.T., 1972, Optical timing of the Crab pulsar, NP 0532, Astrophysical Journal, 175, 217-241.
- Braithwaite, J., 2009, Axisymmetric magnetic fields in stars: relative strengths of poloidal and toroidal components, *Monthly Notices of Royal Astronomical Society*, 397, 763-774.
- Buchner, S. ve Flanagan, C., 2008, Glitches in the Vela pulsar, AIP Conference Proceedings, 983, 145-147.
- Buchner, S. ve Flanagan, C., 2011, The Vela double glitch, *AIP Conference Proceedings*, 1357, 113-116.
- Bulgac, A., Forbes, M.M. ve Sharma, R., 2013, Strength of the vortex-pinning interaction from real-time dynamics, *Physical Review Letters*, 110, 241102, 1-5.
- Cadež, A., Zampieri, L., Barbieri, C., Calvani, M., Naletto, G., Barbieri, M. ve Ponikvar, D., 2016, What brakes the Crab pulsar?, *Astronomy and Astrophysics*, 587, A99, 1-11.
- Carter, B., Chamel, N. ve Haensel, P., 2006, Entrainment coefficient and effective mass for conduction neutrons in neutron star crust: Macroscopic treatment, *International Journal of Modern Physics D*, 15, 777-803.
- Casini, H. ve Montemayor, R., 1998, Gravitational effects on the vortex distribution in relativistic superfluid stars, *General Relativity and Gravitation*, 30, 849-859.
- Chamel, N., 2006, Effective mass of free neutrons in neutron star crust, *Nuclear Physics A*, 773, 263-278.
- Chamel, N., 2008, Two-fluid models of superfluid neutron star cores, *Monthly Notices* of Royal Astronomical Society, 388, 737-752.
- Chamel, N., 2012, Neutron conduction in the inner crust of a neutron star in the framework of the band theory of solids, *Physical Review Letters*, 85, 035801.
- Chamel, N., 2013, Crustal entrainment and pulsar glitches, *Physical Review Letters*, 110, 011101, 1-5.

- Chamel, N. ve Carter, B., 2006, Effect of entrainment on stress and pulsar glitches in stratified neutron star crust, *Monthly Notices of Royal Astronomical Society*, 368, 796-808.
- Chamel, N. ve Haensel, P., 2006, Entrainment parameters in cold superfluid neutron star core, *Physical Review C*, 73, 045802, 1-9.
- Chamel, N. ve Haensel, P., 2008, Physics of neutron star crusts, *Living Reviews in Relativity*, 11, 10, 1-182.
- Chau, H.F. ve Cheng, K.S., 1991, Path-integral method of solving the problem of thermal vortex creep, *Physical Review A*, 44, 3478-3483.
- Chau, H.F. ve Cheng, K.S., 1993, Correlated creep rate of a vortex line under the effect of vortex tension and its relation to the glitches of pulsars, *Physical Review B*, 47(5), 2707-2714.
- Chau, H.F., Cheng, K.S. ve Ding, K.Y., 1992, Implications of <sup>3</sup>P<sub>2</sub> superfluidity in the interior of neutron stars, *Astrophysical Journal*, 399, 213-217.
- Chau, H.F., McCulloch, P.M., Nandkumar, R. ve Pines, D., 1993, Postglitch relaxation following the ninth glitch of Vela Pulsar, *Astrophysical Journal*, 413L, 113-116.
- Cheng, B., Epstein, R.I., Guyer, R.A. ve Young, A.C., 1996, Earthquake-like behaviour of soft *y*-ray repeaters, *Nature*, 382, 518-520.
- Cheng, K.S., Alpar, M.A., Pines, D. ve Shaham, J., 1988, Spontaneous superfluid unpinning and the inhomogeneous distribution of vortex lines in neutron stars, *Astrophysical Journal*, 330, 835-846.
- Cheng, K.S., Chau, W.Y., Zhang, J.L. ve Chau, H.F., 1992, Effects of evolving rotating equilibrium configurations on the cooling and spin-down of pulsars, *Astrophysical Journal*, 396, 135-146.
- Chevalier, E., 1995, Vortex entaglement in neutron stars, *Europhysics Letters*, 29, 181-185.
- Chugunov, A.I. ve Horowitz, C.J., 2010, Breaking stress of neutron star crust, *Monthly Notices of Royal Astronomical Society*, 407, L54-L58.
- Ciolfi, R.ve Rezzolla, L., 2013, Twisted-torus configurations with large toroidal magnetic fields in relativistic stars, *Monthly Notices of Royal Astronomical Society*, 435L, 43-48.
- Cognard, I. ve Backer, D.C., 2004, A microglitch in the millisecond pulsar PSR B1821-24 in M28, *Astrophysical Journal*, 612, L25-L27.
- Cordes, J.M., Downs, G.S., 1985, JPL, Pulsar Timing Observations. III-Pulsar Rotation Fluctuations, *Astrophysical Journal Supplement Series*, 59, 343-382.

- Cordes, J.M., Downs, G.S. ve Krause-Polstorff, J., 1988, JPL pulsar timing observations. V. Macro and microjumps in the Vela pulsar 0833-45, Astrophysical Journal, 330, 847-869.
- Cordes, J.M. ve Helfand, D.J., 1980, Pulsar timing III. Timing noise of 50 pulsars, *Astrophysica Journal*, 239, 640-650.
- Cowling, T.G., 1945, The electrical conductivity of an ionized gas in a magnetic field, with applications to the solar atmosphere and the ionosphere, *Proceedings of the Royal Society of London*, 183, 453-479.
- Crawford, F. ve Demianski, M., 2003, A comparison of measured Crab and Vela glitch healing parameters with predictions of neutron star models, *Astrophysical Journal*, 595, 1052-1057.
- Cutler, C., Ushomirsky, G. ve Link, B.K., 2003, The crustal rigidity of a neutron star and implications for PSR B1828-11 and other precession candidates, *Astrophysical Journal*, 588, 975-991.
- Datta, B. ve Alpar, M.A., 1993, Implications of the crustal moment of inertia for neutron-star equations of state, *Astronomy and Astrophysics*, 275, 210-212.
- De Blasio, F.V., 1998, Crustal impruties and the internal temperature of a neutron star crust, *Monthly Notices of Royal Astronomical Society*, 299, 118-122.
- De Gennes, P.G., 1999, *Superconductivity of metals and alloys*, Advanced Book Classics, Westview Press, United States of America, ISBN 0-7382-0101-4.
- Dib, R. ve Kaspi, V.M., 2014, 16 yr of RXTE monitoring of five anomalous X-ray pulsars, *Astrophysical Journal*, 784, 37, 1-21.
- Dib, R., Kaspi, V.M. ve Gavriil, F.P., 2008, Glitches in anomalous X-ray pulsars, *Astrophysical Journal*, 673, 1044-1061.
- Ding, K.Y., Cheng, K.S. ve Chau, H.F., 1993, Magnetic field decay from the core of neutron stars: Effects of interpinning of <sup>3</sup>P<sub>2</sub> neutron superfluid and <sup>1</sup>S<sub>0</sub> proton superconducting fluid, *Astrophysical Journal*, 408, 167-178.
- Dodson, R.G., Lewis, D.R. ve McCulloch, P.M., 2007, Two decades of pulsar timing of Vela, *Astrophysics and Space Science*, 308, 585-589.
- Dodson, R.G., McCulloch, P.M. ve Lewis, D.R., 2002, High time resolution observations of the January 2000 glitch in the Vela pulsar, *Astrophysical Journal*, 564, L85-L88.
- Donati, P. ve Pizzochero, P.M., 2003, Is there nuclear pinning of vortices in superfluid pulsars?, *Physical Review Letters*, 90, 211101, 1-4.

- Donati, P. ve Pizzochero, P.M., 2004, Fully consistent semi-classical treatment of vortex-nucleus interaction in rotating neutron stars, *Nuclear Physics A*, 742, 363-379.
- Donati, P. ve Pizzochero, P.M., 2006, Realistic energies for vortex pinning in intermediate density neutron star matter, *Physics Letters B*, 640, 74-81.
- Donnelly, R.J., 1991, *Quantized vortices in helium II*, Cambridge University Press, ISBN:0521324009.
- Douchin, F. ve Haensel, P., 2001, A unifed equation of state of dense matter and neutron star structure, *Astronomy and Astrophysics*, 380, 151-167.
- Ducci, L., Pizzochero, P.M., Doroshenko, V., Santangelo, A., Mereghetti, S. ve Ferrigno, C., 2015, Properties and observability of glitches and anti-glitches in accreting pulsars, *Astronomy and Astrophysics*, 578, 52, 1-6.
- Easson, İ., 1979a, Postglitch behavior of the plasma inside neutron stars, *Astrophysical Journal*, 228, 257-267.
- Easson, İ., 1979b, Long-term changes in pulsar periods and the plasma in neutron star interiors, *Astrophysical Journal*, 233, 711-716.
- Easson, İ. ve Pethick, C.J., 1977, Stress tensor of cosmic and laboratory type II superconductors, *Physical Review D*, 16, 275-280.
- Eichler, D. ve Shaisultanov, R., 2010, Dynamical oscillations and glitches in anomalous X-ray pulsars, *Astrophysical Journal Letters*, 715, L142-L145.
- Ekşi, K.Y., Andaç, İ.C., Çıkıntoğlu, S., Gügercinoğlu, E., Vahdat-Motlagh, A., Kızıltan, B., 2016, Inclination angle and braking index evolution of pulsars with plasmafilled magnetosphere: Application to high braking index of PSR J1640-4631, *Astrophysical Journal*, 823, 34, 1-4.
- Elfritz, J.G., Pons, J.A., Rea, N., Glampedakis, K. ve Vigano, D., 2016, Simulated magnetic field expulsion in neutron star cores, *Monthly Notices of Royal Astronomical Society*, 456, 4461-4474.
- Epstein, R.I., 1988, Acoustic properties of neutron stars, Astrophysical Journal, 333, 880-894.
- Epstein, R.İ. ve Baym, G., 1988, Vortex pinning in neutron stars, *Astrophysical Journal*, 328, 680-690.
- Epstein, R.I. ve Baym, G., 1992, Vortex drag and the spin-up time scale for pulsar glitches, *Astrophysical Journal*, 387, 276-287.
- Espinoza, C.M., 2013, The spin evolution of young pulsars, *Proceedings of the International Astronomical Union*, 291, 195-198.

- Espinoza, C.M., Antonopoulou, D., Stappers, B.W., Watts, A.L. ve Lyne, A.G., 2014, Neutron star glitches have a substantial minimum size, *Monthly Notices of Royal Astronomical Society*, 440, 2755-2762.
- Espinoza, C.M., Lyne, A.G., Stappers, B.W. ve Kramer, M., 2011, A study of 315 glitches in the rotation of 102 pulsars, *Monthly Notices of Royal Astronomical Society*, 414, 1679-1704.
- Ewart, G.M., Guyer, R.A. ve Greenstein, G., 1975, Electrical conductivity and magnetic field decay in neutron stars, *Astrophysical Journal*, 202, 238-247.
- Faucher-Giguere, C.A. ve Kaspi, V.M., 2006, Birth and evolution of isolated radio pulsars, *Astrophysical Journal*, 643, 332-355.
- Feibelman, P.J., 1971, Relaxation of electron velocity in a rotating neutron superfluid: Application to the relaxation of a pulars's slowdown rate, *Physical Review D*, 4(6), 1589-1597.
- Ferrario, L. ve Wickramasinghe, D., 2006, Modelling of isolated radio pulsars and magnetars on the fossil field hypothesis, *Monthly Notices of Royal Astronomical Society*, 367, 1323-1328.
- Feynman, R.P., 1955, Application of quantum mechanics to liquid helium, Progress in Low Temperature Physics Volume I, eds. C.J., Gorter, North-Holland Publishing Company, Amsterdam, 17-53.
- Feynman, R.P., 1972, Statistical Mechanics: A Set of Lectures, The Benjamin/Cummings Publishing Company, inc., Advenced Book Program, Massachusetts, ISBN 0-8053-2508-5.
- Finne, A.P., Araki, T., Blaauwgeers, R., Eltsov, V.B., Kopnin, N.B., Krusius, M., Skrbek, L., Tsubota, M. ve Volovik, G.E., 2002, An intrinsic velocity-independent criterion for superfluid turbulence, *Nature*, 424, 1022-1025.
- Flanagan, C.S., 1993, A second glitch in PSR 1641-45, *Monthly Notices of Royal Astronomical Society*, 260, 643-646.
- Flowers, E. ve Ruderman, M.A., 1977, Evolution of pulsar magnetic fields, *Astrophysical Journal*, 215, 302-310.
- Franco, L.M., Link, B.K. ve Epstein, R.I., 2000, Quaking Neutron stars, *Astrophysical Journal*, 543, 987-994.
- Fushiki, I., Gudmundsson, E.H. ve Pethick, C.J., 1989, Surface structure of neutron stars with high magnetic fields, *Astrophysical Journal*, 342, 958-975.
- Fujisawa, K. ve Eriguchi, Y., 2013, Coexistence of oppositely flowing multi- $\varphi$  currents: key to large toroidal magnetic fields within stars, *Monthly Notices of Royal Astronomical Society*, 432, 1245-1263.

- Fujisawa, K. ve Kisaka, K., 2014, Magnetic field configurations of a magnetar throughout its interior and exterior – Core, crust and magnetosphere, *Monthly Notices of Royal Astronomical Society*, 445, 2777-2793.
- Galloway, D.K., Morgan, E.H. ve Levine, A.M., 2004, A frequency glitch in an accreting pulsar, *Astrophysical Journal*, 613, 1164-1172.
- Garcia, F. ve Ranea-Sandoval, I.F., 2015, A simple mechanism for the anti-glitch observed in AXP 1E 2259+586, *Monthly Notices of Royal Astronomical Society*, 449, L73-L76.
- Gavriil, F.P., Dib, R. ve Kaspi, V.M., 2011, Active phase of anomalous X-ray pulsar 4U 0142+61: radiative and timing changes, bursts, and burst spectral features, *Astrophysical Journal*, 736, 138.
- Geppert, U., Küker, M. ve Page, P., 2006, Temperature distribution in magnetized neutron star crusts II. The effect of a strong toroidal component, *Astronomy and Astrophysics*, 457, 937-947.
- Geppert, U. ve Rheinhardt, M., 2002, Non-linear magnetic field decay in neutron stars, *Astronomy and Astrophysics*, 392, 1015-1024.
- Ghosh, P., 2007, *Rotation and accretion powered pulsars*, World Scientific Series in Astronomy and Astrophysics-Vol.10, Singapore, ISBN:978-981-02-4744-7.
- Ginzburg, V.L. ve Kirzhniz, D.A., 1965, On the superfluidity of neutron stars, Soviet Journal of Experimental and Theoretical Physics, 20, 1346-1348.
- Ginzburg, V.L. ve Kirzhniz, D.A., 1968, Superconductivity in white dwars and pulsars, *Nature* 220, 148-149.
- Glaberson, W.I., Johnson, W.W. ve Ostermeier, R.M., 1974, Instability of a vortex array in He II, *Physical Review Letters*, 33, 1197-1200.
- Glampedakis, K. ve Andersson, N., 2009, Hydrodynamical trigger mechanism for pulsar glitches, *Physical Review Letters*, 102(14), 141101.
- Glampedakis, K. ve Andersson, N., 2011, Magneto-rotational neutron star evolution: The role of core vortex pinning, *Astrophysical Journal Letters*, 740, L35, 1-4.
- Glampedakis, K., Andersson, N. ve Samuelsson, L., 2011a, Magnetohydrodynamics of superfluid and superconducting neutron star cores, *Monthly Notices of Royal Astronomical Society*, 410, 805-829.
- Glampedakis, K., Jones, D.I. ve Samuelsson, L., 2011b, Ambipolar diffusion in superfluid neutron stars, *Monthly Notices of Royal Astronomical Society*, 413, 2021-2030.

- Glampedakis, K. ve Lasky, P.D., 2015, Persistent crust-core spin lag in neutron stars, Monthly Notices of Royal Astronomical Society, 450, 1638-1650.
- Gold, T., 1968, Rotating neutron stars as the origin of the pulsating radio sources, *Nature*, 218, 731-732.
- Goldreich, P. ve Julian, W.H., 1969, Pulsar electrodynamics, *Astrophysical Journal*, 157, 869-880.
- Goldreich, P. ve Reisenegger, A., 1992, Magnetic field decay in isolated neutron stars, *Astrophysical Journal*, 395, 250-258.
- Gonzalez, D.; Reisenegger, A., 2010, Internal heating of old neutron stars: contrasting different mechanisms, Astronomy and Astrophysics, 522, A16, 1-7.
- Gorter, C.J. ve Mellink, J.H., 1949, On the irreversible processes in liquid helium II, *Physica*, 15, 285-304.
- Gourgouliatos, K.N. ve Cumming, A., 2014, Hall effect in neutron star crusts: evolution, endpoint and dependence on initial conditions, *Monthly Notices of Royal Astronomical Society*, 438, 1618-1629.
- Gourgouliatos, K.N. ve Cumming, A., 2015, Hall drift and the braking indices of young pulsars, *Monthly Notices of Royal Astronomical Society*, 446, 1121-1128.
- Gourgouliatos, K.N., Cumming, A., Reisenegger, A., Armaza, C., Lyutikov, M. ve Valdivia, J.A., 2013, Hall equilibria with toroidal and poloidal fields: Application to neutron stars, *Monthly Notices of Royal Astronomical Society*, 434, 2480-2490.
- Graber, V., Andersson, N., Glampedakis, K. ve Lander, S.K., 2015, Magnetic field evolution in superconducting neutron stars, *Monthly Notices of Royal Astronomical Society*, 453, 671-681.
- Gradshteyn, I.S. ve Ryzhik, I.M., 2007, *Table of integrals, series, and products*, Elsevier Academic Press, USA, ISBN-13: 978-0-12-373637-6.
- Greenstein, G., 1970, Superfluid turbulence in neutron stars, *Nature*, 227, 791-794.
- Greenstein, G., 1979, Pulsar timing observations, X-ray transients, and the thermal/timing instability in neutron stars, *Astrophysical Journal*, 231, 880-895.
- Grill, F. ve Pizzochero, P.M., 2012, Vortex-lattice interaction in pulsar glitches, *Journal* of *Physics: Conference Series*, 342, 012004, 1-7.
- Gudmundsson, E.H., Pethick, C.J. ve Epstein, R.I., 1983, Structure of neutron star envelopes, *Astrophysical Journal*, 272, 286-300.
- Gusakov, M.E., 2002, Neutrino emission, from superfluid neutron star cores: various types of neutron pairing, *Astronomy and Astrophysics*, 389, 702-715.

- Gusakov, M.E. ve Haensel, P., 2005, The entrainment matrix of a superfluid neutronproton mixture at a finite temperature, *Nuclear Physics A*, 761, 333–348.
- Gusakov, M.E., Kaminker, A.D., Yakovlev, D.G. ve Gnedin, O.Y., 2005, The cooling of Akmal-Pandharipande-Ravenhall neutron star models, *Monthly Notices of Royal Astronomical Society Letters*, 363, 555-562.
- Gusakov, M.E. ve Kantor, E.M., 2013, Velocity-dependent energy gaps and dynamics of superfluid neutron stars, *Monthly Notices of Royal Astronomical Society Letters*, 428, L26-L30.
- Gügercinoğlu, E., 2011, *Nötron yldızlarında süperakışkanların özellikleri*, Tez (Yüksek Lisans), İstanbul Üniversitesi.
- Gügercinoğlu, E. ve Alpar, M.A., 2014, Vortex creep against toroidal flux lines, crustal entrainment, and pulsar glitches, *Astrophysical Journal Letters*, 788, L11, 1-5.
- Haensel, P., Urpin, V.A. ve Yakovlev, D.G., 1990, Ohmic decay of internal magnetic fields in neutron stars, *Astronomy and Astrophysics*, 229, 133-137.
- Hall, H.E. ve Vinen, W.F., 1956, The rotation of liquid helium II. II. The theory of mutual friction in uniformly rotating helium II, *Proceedings of The Royal Society London A*, 238, 215-234.
- Harrison, E., 1991, The hypothesis that magnetic fields buoyantly convect in neutron stars, *Monthly Notices of Royal Astronomical Society*, 248, 419-423.
- Harvey, J.A., Ruderman, M.A. ve Shaham, J., 1986, Effects of neutron-star superconductivity on magnetic monopoles and core field decay, *Physical Review* D, 33, 2084-2091.
- Haskell, B., 2011, Tkachenko modes in rotating neutron stars: The effect of compressibility and implications for pulsar timing noise, *Physical Review D*, 83, 043006, 1-16.
- Haskell, B., 2016, The effect of superfluid hydrodynamics on pulsar glitch sizes and waiting times, *arXiv:1603.04304v1*.
- Haskell, B. ve Antonopoulou, D., 2014, Glitch recoveries in radio-pulsars and magnetars, *Monthly Notices of Royal Astronomical Society Letters*, 438, L16-L20.
- Haskell, B., Glampedakis, K. ve Andersson, N., 2014, A new mechanism for saturating unstable r modes in neutron stars, *Monthly Notices of Royal Astronomical Society*, 441, 1662-1668.
- Haskell, B. ve Melatos, A., 2015a, Models of pulsar glitches, *International Journal of Modern Physics D*, 24, 1530008, 1-51.
- Haskell, B. ve Melatos, A., 2015b, Pinned vortex hopping in a neutron star crust, *arXiv:1510.03136*.

- Haskell, B., Pizzochero, P.M. ve Seveso, S., 2013, Investigating superconductivity in neutron star interiors with glitch models, *Astrophysical Journal Letters*, 764, L25, 1-5.
- Haskell, B., Pizzochero, P.M. ve Sidery, T.L., 2012, Modelling pulsar glitches with realistic pinning forces: a hydrodynamical approach, *Monthly Notices of Royal Astronomical Society*, 420, 658-671.
- Heiselberg, H. ve Hjorth-Jensen, M., 2000, Phases of dense matter in neutron stars, *Physics Reports*, 328, 237-327.
- Helfand, D.J., Taylor, J.H., Backus, P.R. ve Cordes, J.M., 1980, Pulsar Timing. I-Observations from 1970 to 1978, *Astrophysical Journal*, 237, 206-215.
- Henderson, K.L. ve Barenghi, C.F., 2004, Vortex waves in a rotating superfluid, *Europhysics Letters*, 67, 56-62.
- Henriksson, K. ve Wasserman, İ., 2013, Poloidal magnetic fields in superconducting neutron stars, *Monthly Notices of Royal Astronomical Society*, 431, 2986-3002.
- Hirasawa, M. ve Shibazaki, N., 2001, Vortex configurations, oscillations and pinning in neutron star crusts, *Astrophysical Journal*, 563, 267-275.
- Ho, W.C.G. ve Andersson, N., 2012, Rotational evolution of young pulsars due to superfluid decoupling, *Nature Physics*, 8, 787-789.
- Ho, W.C.G., Elshamouty, K.G., Heinke, C.O. ve Potekhin, A.Y., 2015a, Tests of the nuclear equation of state and superfluid and superconducting gaps using the Cassiopeia A neutron star, *Physical Review C*, 91, 015806, 1-11.
- Ho, W.C.G., Espinoza, C.M., Antonopoulou, D. ve Andersson, N., 2015b, Pinning down the superfluid and measuring masses using pulsar glitches, *Science Advances*, 1, 1500578, 1-6.
- Hobbs, G. ve Manchester, R.N., 2011, A giant glitch in PSR J1718-3718, *Astrophysical Journal Letters*, 736, L31, 1-5.
- Hobbs, G., Lyne, A.G., Joshi, B.C., Kramer, M., Stairs, I.H., Camilo, F., Manchester, R.N., D'Amico, N., Possenti, A. ve Kaspi, V.M., 2002, A very large glitch in PSR J1806-2125, *Monthly Notices of Royal Astronomical Society Letters*, 333, L7-L10.
- Hobbs, G., Lyne, A.G. ve Kramer, M., 2010, An analysis of the timing irregularities for 366 pulsars, *Monthly Notices of Royal Astronomical Society*, 402, 1027-1048.
- Hobbs, G., Lyne, A.G. ve Kramer, M., Martin, C.E. ve Jordan, C., 2004, Long-term timing observations of 374 pulsars, *Monthly Notices of Royal Astronomical Society*, 353, 1311-1344.

- Hoffberg, M., Glassgold, A.E., Richardson, R.W. ve Ruderman, M.A., 1970, Anisotropic superfluidity in neutron star matter, *Physical Review Letters*, 24, 775-777.
- Hoffman, K. ve Heyl, J., 2012, Mechanical properties of non-accreting neutron star crusts, *Monthly Notices of Royal Astronomical Society*, 426, 2404-2412.
- Hooker, J., Newton, W.G. ve Li, B.A., 2015, Efficacy of crustal superfluid neutrons in pulsar glitch models, *Monthly Notices of Royal Astronomical Society*, 449, 3559-3567.
- Horowitz, C.J. ve Kadau, K., 2009, The breaking strain of neutron star crust and gravitational waves, *Physical Review Letters*, 102, 191102, 1-4.
- Howitt, G., Haskell, B. ve Melatos, A., 2016, Hydrodynamic simulations of pulsar glitch recovery, *Monthly Notices of Royal Astronomical Society*, 460, 1201-1213.
- Huang, Y.F. ve Geng, J.J., 2014, Anti-glitch induced by collision of a solid body with the magnetar 1E 2259+586, *Astrophysical Journal Letters*, 782, L20, 1-4.
- İçdem, B., Baykal, A. ve İnam, S.Ç., 2012, RXTE timing analysis of the anomalous Xray pulsar 1E 2259+586, *Monthly Notices of Royal Astronomical Society*, 419, 3109-3114.
- Igoshev, A.P. ve Kholtygin, A.F., 2011, Statistics of magnetic fields and fluxes of massive OB stars and the origin of neutron star magnetic fields, *Astronomische Nachrichten*, 332, 1012-1021.
- Iida, K. ve Sato, K., 1997, Spin-down of neutron stars and compositional transitions in the cold crustal matter, *Astrophysical Journal*, 477, 294-312.
- İstomin, Y.N. ve Semerikov, İ.A., 2016, Magnetic field evolution of accreting neutron stars, *Monthly Notices of Royal Astronomical Society*, 455, 1938-1945.
- İstomin, Y.N. ve Shabanova, T.V., 2007, The observed effect of the evolution of the inclination angle of a radio pulsar, *Astronomy Reports*, 51, 119-125.
- Jahan-Miri, M., 2000, Flux expulsion and field evolution in neutron stars, *Astrophysical Journal*, 532, 514-529.
- Jahan-Miri, M., 2002a, Fluxoid motion in neutron stars, *Physical Review B* 65, 184522, 1-7.
- Jahan-Miri, M., 2002b, Glitches induced by the core superfluid in a neutron star, Monthly Notices of Royal Astronomical Society, 330, 279-287.
- Jahan-Miri, M., 2006, The spin-down rate of a pinned superfluid, Astrophysical Journal, 650, 326-331.
- Jodrell Bank Sıçrama Tablosu, <u>www.jb.man.ac.uk/pulsar/glitches/gTable.html</u> [Ziyaret tarihi:11 Nisan 2016]

- Jones, P.B., 1975, The alignment of the Crab pulsar magnetic axis, *Astrophysics and Space Science*, 33, 215-230.
- Jones, P.B., 1987, Neutron star magnetic field decay-flux expulsion from the superconducting interior, *Monthly Notices of Royal Astronomical Society*, 228, 513-520.
- Jones, P.B., 1990a, Rotation of the neutron drip superfluid in pulsars: the resistive force, *Monthly Notices of Royal Astronomical Society*, 243, 257-262.
- Jones, P.B., 1990b, Rotation of the neutron drip superfluid in pulsars: temperature dependence of the resistive force, *Monthly Notices of Royal Astronomical Society*, 244, 675-679.
- Jones, P.B., 1990c, Rotation of the neutron drip superfluid in pulsars: Period discontinuities and internal temperatures, *Monthly Notices of Royal Astronomical Socecity*, 246, 315-323.
- Jones, P.B., 1990d, The generation of timing noise by superfluid rotation in pulsars, Monthly Notices of Royal Astronomical Society, 246, 364-367.
- Jones, P.B., 1991a, Rotation of the neutron drip superfluid in pulsars: the interaction and pinning of vortices, *Astrophysical Journal*, 372, 208-212.
- Jones, P.B., 1991b, Neutron superfluid spin-down and magnetic field decay in pulsars, Monthly Notices of Royal Astronomical Society, 253, 279–286.
- Jones, P.B., 1992, Rotation of the neutron drip superfluid in pulsars: the Kelvin phonon contribution to dissipation, *Monthly Notices of Royal Astronomical Society*, 257, 501-506.
- Jones, P.B., 1993, Rotation of the neutron drip superfluid in pulsars: evidence for corotating vortices, *Monthly Notices of Royal Astronomical Society*, 263, 619-627.
- Jones, P.B., 1997, Motion of vortices in the inner crust of a neutron star, *Physical Review Letters*, 79(5), 792-795.
- Jones, P.B., 1998a, The origin of pulsar glitches, *Monthly Notices of Royal* Astronomical Society, 296, 217-224.
- Jones, P.B., 1998b, Strong interaction of vortices with attractive point defects and application to neutron star rotation, *Physicai Review Letters*, 81(21), 4560-4563.
- Jones, P.B., 1999, Amorphous and heterogeneous phase of neutron star matter, *Physicai Review Letters*, 83, 3589-3592.
- Jones, P.B., 2001, First-principles point defect calculations for solid neutron star matter, Monthly Notices of Royal Astronomical Society, 321, 167-175.
- Jones, P.B., 2002, Post-glitch relaxation in pulsars, *Monthly Notices of Royal Astronomical Society*, 335, 733-740.

- Jones, P.B., 2003, Nature of fault planes in solid neutron star matter, *Astrophysical Journal*, 595, 342-345.
- Jones, P.B., 2004, Disorder resistivity of solid neutron star-matter, *Physicsl Review Letters*, 93, 221101, 1-4.
- Jones, P.B., 2006a, Type II superconductivity and magnetic flux transport in neutron stars, *Monthly Notices of Royal Astronomical Society*, 365, 339-344.
- Jones, P.B., 2006b, Type I and two-gap superconductivity in neutron star magnetism, Monthly Notices of Royal Astronomical Society, 365, 339-344.
- Jones, P.B., 2009, Fermion zero-mode influence on neutron-star magnetic field evolution, *Monthly Notices of Royal Astronomical Society*, 397, 1027-1031.
- Jou, D. ve Mongiovi, M.S., 2004, Phenomenological description of counterflow superfluid turbulence in rotating containers, *Physical Review B*, 69, 094513, 1-7.
- Jou, D., Mongiovi, M.S. ve Sciacca, M., 2011, Hydrodynamic equations of an isotropic, polarized and inhomogeneous superfluid vortex tangles, *Physica D*, 240, 249-258.
- Kaminker, A.D., Yakovlev, D.G. ve Gnedin, O.Y., 2002, Three types of cooling superfluid neutron stars: Theory and observations, *Astronomy and Astrophysics*, 383, 1076-1087.
- Kantor, E.M. ve Gusakov, M.E., 2014, Anti-glitches within the standard scenario of pulsar glitches, *Astrophysical Journal Letters*, 797, L4, 1-5.
- Kargaltsev, O., Pavlov, G.G. ve Romani, R.W., 2004, Ultraviolet emission from the millisecond pulsar J0437-4715, *Astrophysical Journal*, 602, 327-335.
- Keer, L. ve Jones, D.I., 2015, Devoloping a model for neutron star oscillations following starquakes, *Monthly Notices of Royal Astronomical Society*, 446, 865-891.
- Keith, M.J., Shannon, R.M. ve Johnston, S., 2013, A connection between radio state changing and glitch activity in PSR J0742-2822, *Monthly Notices of Royal Astronomical Society*, 432, 3080-3084.
- Kobyakov, D. ve Pethick, C.J., 2013, Dynamics of the inner crust of neutron stars: Hydrodynamics, elasticity, and collective modes, Physical Reviw C, 87, 055803, 1-10.
- Kobyakov, D. ve Pethick, C.J., 2014, Towards a metallurgy of neutron star crusts, *Physical Review Letters*, 112, 112504, 1-5.
- Kocharovsky, V.V., Kocharovsky, V.V. ve Kukushkin, V.A., 1996, Meissner effect in superconducting cores of neutron stars, *Radiophysics and Quantum Electronics*, 39, 18-22.

- Konenkov, D.Y. ve Geppert, U., 2001a, The evolution of the core and surface magnetic fields in isolated neutron stars, *Monthly Notices of Royal Astronomical Society*, 325, 426-434.
- Konenkov, D.Y. ve Geppert, U., 2001b, On the nature of the residual magnetic fields in millisecond pulsars, Astronomy and Astrophysics, 372, 583-587.
- Kontorovich, V.M., 2015, The magnetic fields of radio pulsars, *Astronomy Reports*, 59, 277-287.
- Kou, F.F. ve Tong, H., 2015, Rotational evolution of the Crab pulsar in the wind braking model, *Monthly Notices of Royal Astronomical Society*, 450, 1990-1998.
- Kutschera, M., 1999, Emergence of magnetic field due to spin-polarized baryon matter in neutron stars, *Monthly Notices of Royal Astronomical Society*, 307, 784-788.
- Landau, L.D. and Lifshitz, E.M., 1987, Fluid Mechanics, Volume 6 of Course of Theoretical Physics, Second Edition, Pergemon Press, Oxford, ISBN 0-08-033933.
- Lander, S. K., 2014, The contrasting magnetic fields of superconducting pulsars and magnetars, *Monthly Notices of Royal Astronomical Society*, 437, 424-436.
- Lander, S.K., Andersson, N., Antonopoulou, D. ve Watts, A.L., 2015, Magneticallydriven crustquakes in neutron stars, *Monthly Notices of Royal Astronomical Society*, 449, 2047-2058.
- Lander S.K., Andersson, N. ve Glampedakis, K., 2012, Magnetic neutron star equilibria with stratification and type-II superconductivity, *Monthly Notices of Royal Astronomical Society*, 419, 732-747.
- Larson, M.B. ve Link B.K., 2002, Simulations of glitches in isolated pulsars, *Monthly Notices of Royal Astronomical Society*, 333, 613-622.
- Lattimer, J.M., Pethick, C.J., Prakash, M. ve Haensel, P., 1991, Direct URCA process in neutron stars, *Physical Review Letters*, 66(21), 2701-2704.
- Lattimer, J.M. ve Prakash, M., 2007, Neutron star observations: Prognosis for equation of state constraints, *Physics Reports*, 442, 109-165.
- Lattimer, J.M. ve Swesty, F.D., 1991, A generalized equation of state for hot, dense matter, *Nuclear Physics A*, 535, 331-376.
- Levin, Y. ve Lyutikov, M., 2012, On the dynamics of mechanical failures in magnetized neutron star crusts, *Monthly Notices of Royal Astronomical Society*, 427, 1574– 1579.
- Lin, J.R. ve Zhang, S.N., 2004, Radio pulsars as progenitors of anomalous X-ray pulsars and soft gamma-ray repeaters: Magnetic field evolution through pulsar glitches, *Astrophysical Journal*, 615, L133-L136.

- Link, B.K., 2009, Dynamics of quantum vorticity in a random potential, *Physical Review Letters*, 102, 131101, 1-4.
- Link, B.K., 2012a, Instability of superfluid flow in the neutron star crust, *Monthly Notices of Royal Astronomical Society*, 422, 1640–1647.
- Link, B.K., 2012b, Instability of superfluid flow in the neutron star core, *Monthly Notices of Royal Astronomical Society*, 421, 2682–2691.
- Link, B.K., 2014, Thermally activated post-glitch response of the neutron star inner crust and core. I. Theory, *Astrophysical Journal*, 789, 141, 1-18.
- Link, B.K. ve Cutler, C., 2002, Vortex unpinning in precessing neutron stars, *Monthly Notices of Royal Astronomical Society*, 336, 211-216.
- Link, B.K. ve Epstein, R.I., 1991, Mechanics and energetics of vortex unpinning in neutron stars, *Astrophysical Journal*, 373, 592-603.
- Link, B.K. ve Epstein, R.I., 1996, Thermally driven neutron star glitches, *Astrophysical Journal*, 457, 844-854.
- Link, B.K. ve Epstein, R.I., 1997, Are we seeing magnetic axis reorientation in the Crab and Vela pulsars?, *Astrophysical Journal*, 478, L91-L94.
- Link, B.K., Epstein, R.I. ve Baym, G., 1992, Postglitch behavior of the Crab pulsar: Evidence for external torque variations, *Astrophysical Journal*, 390, L21-L22.
- Link, B.K., Epstein, R.I. ve Baym, G., 1993, Superfluid vortex creep and rotational dynamics of neutron stars, *Astrophysical Journal*, 403, 285-302.
- Link, B.K., Epstein, R.I. ve Lattimer, 1999, Pulsar constraints on neutron star structure and equation of state, *Physical Review Letters*, 83, 3362-3365.
- Livingstone, M.A., Kaspi, V.M. ve Gavriil, F.P., 2010, Timing behavior of the magnetically active rotation powered pulsar in the supernova remnant Kesteven 75, Astrophysical Journal, 710, 1710-1717.
- Lombardo, U. ve Schulze, H.-J., 2000, Superfluidity in neutron star matter, arXiv:astroph/0012209v1.
- Lyne, A.G., 1987, A massive glitch in an old pulsar, Nature, 326, 569-571.
- Lyne, A.G., 2004, From Crab pulsar to magnetar?, Young Neutron Stars and Their Environments, F. Camilo ve B.M. Gaensler eds., *IAU Symposium*, Vol. 218, 257-260.
- Lyne, A.G., Hobbs, G., Kramer, M., Stairs, I.H. ve Stappers, B.W., 2010, Switched magnetospheric regulation of pulsar spin-down, *Science*, 329, 408-412.

- Lyne, A.G., Jordan, C.A., Graham-Smith, F., Espinoza, C.M., Stappers, B.W., ve Weltevrede, P., 2015a, 45 years of rotation of the Crab pulsar, *Monthly Notices of Royal Astronomical Society*, 446, 857-864.
- Lyne, A.G., McLaughlin, M.A., Keane, E.F., Kramer, M., Espinoza, C.M., Stappers, B.W., Palliyaguru, N.T. ve Miller, J., 2009, Unusual glitch activity in the RRAT J1819-1458: an exhausted magnetar?, *Monthly Notices of Royal Astronomical Society*, 400, 1439-1444.
- Lyne, A.G., Pritchard, R.S. ve Smith, F.G., 1993, 23 years of Crab pulsar rotational history, *Monthly Notices of Royal Astronomical Society*, 265, 1003-1012.
- Lyne, A.G., Pritchard, R.S., Smith, F.G. ve Camilo, F., 1996, Very low braking index for the Vela pulsar, *Nature*, 381, 497-498.
- Lyne, A.G., Shemar, S.L. ve Smith, F.G., 2000, Statistical studies of pulsar glitches, Monthly Notices of Royal Astronomical Society, 315, 534-542.
- Lyne, A.G., Smith, F.G. ve Pritchard, R.S., 1992, Spin-up and recovery in the 1989 glitch of the Crab pulsar, *Nature*, 359, 706-707.
- Lyne, A.G., Smith, F.G., Weltevrede, P., Jordan, C.A., Stappers, B.W., Bassa, C. ve Kramer, 2013, Evolution of the magnetic field structure of the Crab pulsar, *Science*, 342, 598-601.
- Lyne, A.G., Stappers, B.W., Keith, M.J., Ray, P.S., Kerr, M., Camilo, F. ve Johnson, T.J., 2015b The binary nature of PSR J2032+4127, *Monthly Notices of Royal Astronomical Society*, 451, 581-587.
- Lyutikov, M., 2015, Magnetar activity mediated by plastic deformations of neutron star crust, *Monthly Notices of Royal Astronomical Society*, 447, 1407-1417.
- Makishima, K., Enoto, T., Hiraga, J.S., Nakano, T., Nakazawa, K., Sakurai, S., Sasano, M. ve Murakami, 2014, Possible evidence for free precession of a strongly magnetized neutron star in the magnetar 4U 0142+61, *Physical Review Letters*, 112, 171102, 1-5.
- Manchester, R.N., 1992, Radio pulsar timing, Proceedings of the Structure and Evolution of Neutron Stars Conference, 20-24 Kasım1990 Kyoto, Japan, Addison-Wesley, 32-49. ISBN 0-201-56293-6.
- Mastrano, A. ve Melatos, A., 2005, Kelvin-Helmholtz instability and circulation transfer at an isotropic-anisotropic superfluid interface in a neutron star, *Monthly Notices of Royal Astronomical Society*, 361, 927-941.
- Mastrano, A., Suvorov, A.G. ve Melatos, A., 2015, Interpreting the AXP 1E 2259+586 antiglitch as a change in internal magnetization, *Monthly Notices of Royal Astronomical Society*, 453, 522-530.

- Masuda, K. ve Nitta, M., 2016, Magnetic properties of quantized vortices in neutron  ${}^{3}P_{2}$  superfluids in neutron stars, *Physical Review C*, 93, 035804, 1-15.
- McCulloch, P.M., Hamilton, P.A., McConnell, D. ve King, E.A., 1990, The Vela glitch Christmas 1988, *Nature*, 346, 822-824.
- McKenna, J. ve Lyne, A.G., 1990, PSR1737-30 and period discontinuities in young pulsars, *Nature*, 343, 349-350.
- Melatos, A., 2012, Fast fossil rotation of neutron star cores, *Astrophysical Journal*, 761, 32, 1-7.
- Melatos, A., Douglass, J.A. ve Simula, T.P., 2015, Persistent gravitational radiation from glitching pulsars, *Astrophysical Journal*, 807, 132, 1-12.
- Melatos, A. ve Link, B.K., 2014, Pulsar timing noise from superfluid turbulence, Monthly Notices of Royal Astronomical Society, 437, 21-31.
- Melatos, A. ve Peralta, C., 2007, Superfluid turbulance and pulsar glitch statistics, *Astrophysical Journal*, 662, L99-L102.
- Melatos, A., Peralta, C. ve Wyithe, J.S.B., 2008, Avalanche dynamics of radio pulsar glitches, *Astrophysical Journal*, 672, 1103-1118.
- Melatos, A. ve Warszawski, L., 2009, Superfluid vortex unpinning as a coherent noise prosess and the scale invariance of pulsar glitches, *Astrophysical Journal*, 700, 1524-1540. *Astrophysical Journal*, 700, 1524-1540.
- Mendell, G., 1991, Superfluid hydrodynamics in rotating neutron stars. I. Nondissipative equations, *Astrophysical Journal*, 380, 515-529.
- Mendell, G., 1998, Magnetohydrodynamics in superconducting-superfluid neutron stars, *Monthly Notices of Royal Astronomical Society*, 296, 903-912.
- Middleditch, J., Marshall, F.E., Wang, Q.D., Gotthelf, E.V. ve Zhang, W., 2006, Predicting the starquakes in PSR J0537-6910, *Astrophysical Journal*, 652, 1531-1546.
- Migdal, A.B., 1959, Superfluidity of the moments of inertia of nuclei, *Nuclear Physics*, 13, 655-674.
- Mochizuki, Y.S. ve İzuyama, T., 1995, Self-trapping of vortices and the origin of pulsar glitches, *Astrophysical Journal*, 440, 263-269.
- Morii, M., Kawai, N. ve Shibazaki, N., 2005, A pulse profile change possibly associated with a glitch, in the anomalous X-ray pulsar 4U 0142+61, *Astrophysical Journal*, 622, 544-548.
- Muslimov, A.G. ve Tsygan, A.I., 1985, Vortex lines in neutron star superfluids and decay of pulsar magnetic fields, *Astrophysics and Space Science*, 115, 43-49.

- Muzikar, P. ve Pethick, C.J., 1981, Flux bunching in type II superconductors, *Physical Review B*, 24, 2533-2539.
- Muzikar, P., Sauls, J.A. ve Serene, J.W., 1980,<sup>3</sup>P<sub>2</sub> pairing in neutron-star matter: magnetic field effects and vortices, *Physical Review D*, 21, 1494-1502.
- Negele, J.W. ve Vautherin, D., 1973, Neutron star matter at subnuclear densities, *Nuclear Physics A*, 207, 298-320.
- Nemirovskii, S.K., 2013, Quantum turbulence: Theoretical and numeric problems, *Physics Reports*, 524, 85-202.
- Newton, W.G., Berger, S. ve Haskell, B., 2015, Observational constraints on neutron star crust-core coupling during glitches, *Monthly Notices of Royal Astronomical Society*, 454, 4400-4410.
- Onsager, L., 1949, Statistical hydrodynamics, Nuovo Cimento, 6, 279-287.
- Ostriker, J.P. ve Gunn, J.E., Do pulsars turn off?, 1969, Nature, 223, 813-814.
- Oyamatsu, K., 1993, Nuclear shapes in the inner crust of a neutron star, *Nuclear Physics A*, 561, 431-452.
- Özel, F., Baym, G. ve Güver, T., 2010, Astrophysical measurement of the equation of state of neutron star matter, *Physical Review D*, 82, 101301, 1-5.
- Pacini, F., 1967, Energy emission from a neutron star, Nature, 216, 567-568.
- Packard, R.E., 1972, Pulsar speedups related to metastability of the superfluid neutron star core, *Physical Review Letters*, 28 (16), 1080-1082.
- Page, D., The Neutron Star Picture Gallery, Neutron Star: Surface and Interior, <u>http://www.astroscu.unam.mx/neutrones/NS-Picture/NStar/NStar\_l.gif</u> [Ziyaret tarihi:11 Nisan 2016]
- Page, D., Geppert, U. ve Weber, F., 2006, The cooling of compact stars, *Nuclear Physics A*, 777, 497-530.
- Page, D., Prakash, M., Lattimer, J. ve Steiner, A.W., 2011, Rapid cooling of neutron star in Cassiopeia A triggered by neutron superfluidity in dense matter, *Physical Review Letters*, 106, 081101, 1-4.
- Palapanidis, K., Stergioulas, N. ve Lander, S.K., 2015, Magnetized neutron stars with superconducting cores: Effect of entrainment, *Monthly Notices of Royal Astronomical Society*, 452, 3246-3255.
- Palfreyman, J.L., Dickey, J.M., Ellingsen, S.P., Jones, I.R. ve Hotan, A.W., 2016, Temporal Evolution of the Vela Pulsar's Pulse Profile, *Astrophysical Journal*, 820, 64, 1-5.

- Pandharipande, V.R., Pines, D. ve Smith, R.A., 1976, Neutron star structure: Theory, observation, and speculation, *Astrophysical Journal*, 208, 550-566.
- Parker, E.N., 1955, The formation of sunspots from the solar toroidal field, *Astrophysical Journal*, 121, 491-507.
- Peng, C. ve Xu, R.X., 2008, Pulsar slow glitches in a solid quark star model, *Monthly Notices of Royal Astronomical Society*, 384, 1034-1038.
- Peralta, C., Melatos, A., Giacobello, M. ve Oor, A., 2006, Transitions between turbulent and laminar superfluid vorticity states in the outer core of a neutron star, *Astrophysical Journal*, 651, 1079-1091.
- Pethick, C.J. ve Ravenhall, D.G., 1995, Matter at large neutron excess and the physics of neutron-star crusts, *Annual Review of Nuclear and Particle Sciences*, 45, 429-484.
- Philippov, A., Tchekhovskov, A. ve Li, J.G., 2014, Time evolution of pulsar obliquity angle from 3D simulations of magnetospheres, *Monthly Notices of Royal Astronomical Society*, 441, 1879-1887.
- Piekarewicz, J., Fattoyev, F.J. ve Horowitz, C.J., 2014, Pulsar glitches: The crust may be enough, *Physical Review C*, 90,, 015803 1-11.
- Pines, D., 1999, Pulsar glitches: To what extent do these probe crustal superfluidity, core-crust coupling, and the equation of state of dense neutron matter?, Pulsar Timing, General Relativity and the Internal Structure of Neutron Stars, eds. Z. Arzoumanian, F. Van der Hooft, ve E. P. J. van den Heuvel, Koninklijke Nederlandse Akademie van Wetenschappen, Amsterdam, Hollanda, ISBN 90-6984-247-5, 199-205.
- Pines, D. ve Shaham, J., 1972, Microquakes and macroquakes in neutron stars, *Nature Physical Science*, 235, 43-49.
- Pines, D., Shaham, J., Alpar, M.A. ve Anderson, P.W., 1980, Pinned vorticity in rotating superfluids with application to neutron stars, *Progress of Theoretical Physics*, 69, 376-396.
- Pines, D., Shaham, J. ve Ruderman, M.A. 1972, Corequakes and the Vela pulsar, *Nature Physical Science*, 237, 83-85.
- Pizzochero, P.M., 2011, Angular momentum transfer in Vela-like pulsar glitches, *Astrophysical Journal Letters*, 743, L20, 1-6.
- Pizzochero, P.M., Viverit, L. ve Broglia, R.A., 1997, Vortex-nucleus interaction and pinning forces in neutron stars, *Physical Review Letters*, 79, 3347-3350.
- Pons, J.A., Vigano, D. ve Geppert, U., 2012, Pulsar timing irregularities and the imprint of magnetic field evolution, *Astronomy and Astrophysics*, 547, A9, 1-7.

- Popov, S.B., 2008, Tkachenko waves, glitches and precession in neutron stars, *Astrophysics and Space Science*, 317, 175-179.
- Radhakrishnan, V. ve Manchester, R.N., 1969, Detection of a change of state in the pulsar PSR 0833-45, *Nature*, 222, 228-229.
- Ravenhall, D.G., Pethick, C.J. ve Wilson, J.R., 1983, Structure of matter below nuclear saturation density, *Physical Review Letters*, 50(26), 2066-2069.
- Reisenegger, A., 1993, The spin-up problem in helium II, *Journal of Low Temperature Physics*, 92, 77-106.
- Reisenegger, A., 1995, Deviation from chemical equilibrium due to spin-down as an internal heat source in neutron stars, *Astrophysical Journal*, 442, 749-757.
- Reisenegger, A., 2009, Stable magnetic equilibria and their evolution in the upper main sequence, white dwarfs, and neutron stars, *Astronomy and Astrophysics*, 499, 557-566.
- Reisenegger, A. ve Goldreich, P., 1992, A new class of g-modes in neutron stars, *Astrophysical Journal*, 395, 240-249.
- Rezania, V. ve Jahan-Miri, M., 2000, The possible role of r-modes in post-glitch relaxation of the Crab pulsar, *Monthly Notices of Royal Astronomical Society*, 315, 263-268.
- Ruderman, M.A, 1969, Neutron starquakes and pulsar periods, Nature, 223, 597-598.
- Ruderman, M.A., 1970, Pulsar wobble and neutron starquakes, Nature, 225, 838-839.
- Ruderman, M.A., 1976, Crust breaking by neutron superfluids and the Vela pulsar glitches, *Astrophysical Journal*, 203, 213-222.
- Ruderman, M.A., 1991, Neutron star crustal plate tectonics. I. Magnetic dipole evolution in milisecond pulsars and low mass X-ray binaries, *Astrophysical Journal*, 366, 261-269.
- Ruderman, M.A., 2003, Pulsar spin-down induced phenomena: Heating; magnetic field evolution; glitches; pulse-period moulations, From X-ray Binaries to Gamma-ray Bursts, eds. E.P.J. van den Heuvel, L. Kaper, E. Rol, R.A.M.J. Wijers, ASP Conference Series, Vol. 308, 251-260.
- Ruderman, M.A. ve Sutherland, P.G., 1974, Rotating superfluid in neutron stars, *Astrophysical Journal*, 190, 137-139.
- Ruderman, M.A. ve Sutherland, P.G., 1975, Theory of pulsars: Polar caps, sparks, and coherent microwave radiation, *Astrophysical Journal*, 196, 51-72.
- Ruderman, M.A., Zhu, T. ve Chen, K., 1998, Neutron star magnetic field evolution, crust movement and glitches, *Astrophysical Journal*, 492, 267-280.

- Sauls, J.A., 1989, Superfluidity in the interiors of neutron stars, Proceedings of the NATO Advanced Study Institute on Timing Neutron Stars, 4-15 Nisan 1988, Çeşme, İzmir, Kluwer Academic Press, 441-490.
- Sauls, J.A, Stein, D.L ve Serene, J.W., 1982, Magnetic vortices in a <sup>3</sup>P<sub>2</sub> neutron superfluid, *Physical Review D*, 25, 967-975.
- Saz Parkinson, P.M. ve diğ., 2010, Eight γ-ray pulsars discovered in blind frequency searches of Fermi LAT data, *Astrophysical Journal*, 725, 571.
- Schwarz, K.W., 1982, Generation of superfluid turbulence deduced from simple dynamical rules, *Physical Review Letters*, 49, 283-285.
- Schwarz, K.W., 1985, Three-dimensional vortex dynamics in superfluid <sup>4</sup>He: Line-line and line-boundary interactions, *Physical Review B*, 31, 5782-5804.
- Schwarz, K.W., 1988, Three-dimensional vortex dynamics in superfluid <sup>4</sup>He: Homogeneous superfluid turbulence, *Physical Review B*, 38, 2398-2417.
- Sedrakian, A.D., 1995, Vortex repinning in neutron star crusts, *Monthly Notices of Royal Astronomical Society*, 277, 225-234.
- Sedrakian, A.D., 2016, Rapid rotational crust-core relaxation in magnetars, Astronomy and Astrophysics, 587, L2, 1-4.
- Sedrakian, A.D. ve Cordes J.M, 1998, Spin evolution of pulsars with weakly coupled superfluid interiors, *Astrophysical Journal*, 502, 378-381.
- Sedrakian, A.D. ve Cordes J.M, 1999, Vortex-interface interactions and generation of glitches, *Monthly Notices of Royal Astronomy Society*, 307, 365-375.
- Sedrakian, A.D. ve Sedrakian, D.M., 1993, Thermal evolution of neutron stars with internal heating in the superfluid core, *Astrophysical Journal*, 413, 658-669.
- Sedrakian, A.D. ve Sedrakian, D.M., 1995, Superfluid core rotation in pulsars. I. Vortex cluster dynamics, *Astrophysical Journal*, 447, 305-323.
- Sedrakian, A.D., Sedrakian, D.M., Cordes, J.M. ve Terzian, Y., 1995, Superfluid core rotation in pulsars. II. Postjump relaxations, *Astrophysical Journal*, 447, 324-341.
- Sedrakian, A.D., Wasserman, İ. ve Cordes, J.M., 1999, Precession of isolated neutron stars. 1. Effects of imperfect pinning, *Astrophysical Journal*, 524, 341-360.
- Sedrakyan, D.M., Shakhabasyan, K.M., 1991, Superfluidity and the magnetic field of pulsars, *Soviet Physics Uspekhi*, 34, 555-571.
- Sedrakyan, D.M., Shakhabasyan, K.M. ve Hayrapetyan, M.V., 1995, Quasi-sinusoidal oscillations of the angular velocity of pulsars, *Astrophysics*, 38, 145-151.

- Seveso, S., Pizzochero, P.M., Grill, F. ve Haskell, B., 2016, Mesoscopic pinning forces in neutron star crusts, *Monthly Notices of Royal Astronomical Society*, 455, 3952-3967.
- Seveso, S., Pizzochero, P.M. ve Haskell, B., 2012, The effect of realistic equations of state and general relativity on the 'snowplough' model for pulsar glitches, *Monthly Notices of Royal Astronomical Society*, 427, 1089-1101.
- Shabanova, T.V., 2007, Slow glitches in the pulsar B1822-09, Astrophysics and Space Science, 308, 591-593.
- Shabanova, T.V., 2009a, Nature of cyclical changes in the timing residuals from the pulsar B1642-03, *Astrophysical Journal*, 700, 1009-1016.
- Shabanova, T.V., 2009b, Two classes of glitches in the pulsar B1822-09, *Astronomy Reports*, 53, 465-471.
- Shabanova, T.V., 2010, Cyclical changes in the timing residuals from the pulsar B0919+06, *Astrophysical Journal*, 721, 251-258.
- Shabanova, T.V., LYNE, A.G. ve URAMA, J.O., 2001, Evidence for free precession in the pulsar B1642-03, *Astrophysical Journal*, 552, 321-325.
- Shabanova, T.V., Pugachev, V.D. ve Lapaev, K.A., 2013, Timing observations of 27 pulsars at the Pushchino Observatory from 1978 to 2012, *Astrophysical Journal*, 775, 2, 1-24.
- Shahabasyan, K.M. ve Shahabasyan, M.K., 2011, Oscillations in the angular velocity of pulsars, *Astrophysics*, 54, 111-116.
- Shaham, J., 1977, Free precession of neutron stars: the role of possible vortex pinning, *Astrophysical Journal*, 214, 251-260.
- Shaham, J., 1980, Superfluidity in neutron stars, *Journal de Physique*, 41, 9-23.
- Shalybkov, D.A., ve Urpin, V.A., 1995, Ambipolar diffusion and anisotropy of resistivity in neutron star cores, *Monthly Notices of Royal Astronomical Society*, 273, 643-648.
- Shapiro, S.L. ve Teukolsky, S.A., 1983, Black holes, white dwarfs and neutron stars: the physics of compact objects, John Wiley & Sons Inc, Germany, ISBN:978-0471-87316-7.
- Shemar, S.L. ve Lyne, A.G., 1996, Observations of pulsar glitches, *Monthly Notices of Royal Astronomical Society*, 282, 677-690.
- Shannon, R.M., Lentati, L.T., Kerr, M., Johnston, S., Hobbs, G. ve Manchester, R.N., 2016, Characterising the rotational irregularities of the Vela pulsar from 21 yr of phase-coherent timing, *Monthly Notices of Royal Astronomical Society*, 459, 3104-3111.

- Shibazaki, N. ve Lamb, F.K., 1989, Neutron star evolution with internal heating, *Astrophysical Journal*, 346, 808-822.
- Shibazaki, N. ve Mochizuki, Y., 1995, Frictional instabilities in neutron star interiors, *Astrophysical Journal*, 438, 288-299.
- Shternin, P.S., Yakovlev, D.G., Heinke, C.O., Ho, W.C.G. ve Patnaude, D.J., 2011, Cooling neutron star in the Cassiopeia A supernova remnant: evidence for superfluidity in the core, *Monthly Notices of Royal Astronomical Society*, 412, L108-L112.
- Sidery, T.L., Alpar, M.A., 2009, The effect of quantized magnetic flux lines on the dynamics of superfluid neutron star cores, *Monthly Notices of Royal Astronomical Society*, 405, 1859-1867.
- Sidery, T.L., Andersson, N. ve Comer, G.L., 2008, Waves and instabilities in dissipative rotating superfluid neutron stars, *Monthly Notices of Royal Astronomical Society*, 385, 335-348.
- Sidery, T.L., Passamonti, A., ve Andersson, N., 2010, The dynamics of pulsar glitches: Contrasting phenomenology with numerical evolutions, *Monthly Notices of Royal Astronomical Society*, 405, 1061-1074.
- Sinha, M. ve Sedrakian, A.D., 2015, Magnetar superconductivity versus magnetism: Neutrino cooling processes, *Physical Review C*, 91, 035805, 1-9.
- Smith, M.R., Donnelly, R.J., Goldenfeld, N. ve Vinen, W.F., 1973, Decay of vorticity in homogeneous turbulunce, *Physical Review Letters*, 71, 2583-2586.
- Smoluchowski, R. ve Welch, D.O., 1970, Progressive deformation of the crust of pulsars, *Physical Review Letters*, 24(21), 1191-1192.
- Sonin, E.B., 1987, Vortex oscillations and hydrodynamics of rotating superfluids, *Reviews of Modern Physics*, 59(1), 87-155.
- Sonin, E.B., 1997, Magnus force in superfluids and superconductors, *Physical Review B*, 55, 485-501.
- Spruit, H.C., 1999, Differential rotation and magnetic fields in stellar interiors, *Astronomy and Astrophysics*, 349, 189-202.
- Spruit, H.C., 2009, The source of magnetic fields in (neutron-) stars, Cosmic Magnetic Fields: From Planets, to Stars and Galaxies, eds. K.G. Strassmeier, A.G. Kosovichev, J.E. Beckman, *IAU Symposium Proceedings*, No. 259, 61-73.
- Srinivasan, G., Bhattacharya, D., Muslimov, A.G. ve Tsygan, A.I., 1990, A novel mechanism for the decay of neutron star magnetic fields, *Current Science*, 59(1), 34-41.

- Strohmayer, T., Ogata, S., İyetomi, H., İchimaru, S. ve Van Horn, H.M., 1991, The shear modulus of the neutron star crust and nonradial oscillations of neutron stars, *Astrophysical Journal*, 375, 679-686.
- Suwa, Y. ve Enoto, T., 2014, Anisotropic neutrino effect on magnetar spin: Constraint on inner toroidal field, *Monthly Notices of Royal Astronomical Society*, 443, 3586-3593.
- Swanson, C.E., Barenghi, C.F. ve Donnelly, R.J., 1983, Rotation of a tangle of quantized vortex lines in He II, *Physical Review Letters*, 50, 190-193.
- Şaşmaz Muş, S., Aydin, B. Ve Göğüş, E., 2014, A glitch and anti-glitch in the anomalous X-ray pulsar 1E 1841-045, *Monthly Notices of Royal Astronomical Society*, 440, 2916-2921.
- Takatsuka, T. ve Tamagaki, R., 1989, Postglitch timing behavior of Vela and Crab pulsars in extended starquake model for neutron stars with pion-condensed core, *Progress of Theoretical Physics*, 82, 945-964.
- Tang, A. ve Cheng, K.S., 2001, Thermal X-ray pulses resulting from pulsar glitches, *Astrophysical Journal*, 549, 1039-1049.
- Tayler, R.J., 1973, The adiabatic stability of stars containing magnetic fields-I: Toroidal fields, *Monthly Notices of Royal Astronomical Society*, 161, 365-380.
- Thompson, C. ve Duncan, R.C., 1993, Neutron star dynamos and the origins of pulsar magnetism, *Astrophysical Journal*, 408, 194-217.
- Thompson, C. ve Duncan, R.C., 1996, The soft gamma repeaters as very strongly magnetized neutron stars. II. Quiescent neutrino, X-ray and Alfven wave emission, *Astrophysical Journal*, 473, 322-342.
- Thompson, C. ve Duncan, R.C., 2001, The giant flare of 1998 August 27 from SGR 1900+14. II. Radiative mechanism and physical constraints on the source, *Astrophysical Journal*, 561, 980-1005.
- Thompson, C., Duncan, R.C., Woods, P.M., Kouveliotou, C., Finger, M.H. ve Van Paradijs, J., 2000, Physical mechanisms for the variable spin-down and light curve of SGR 1900+14, *Astrophysical Journal*, 543, 340-350.
- Tkachenko, V.K., 1966, Stability of vortex lattices, *Soviet Journal of Experimental and Theoretical Physics*, 23, 1049-1056.
- Tong, H., The anti-glitch of magnetar 1E 2259+586 in the wind braking scenario, *Astrophysical Journal*, 784, 86, 1-6.
- Tsakadze, J.S. ve Tsakadze, S.J., 1980, Properties of slowly rotating Helium II and the superfluidity of pulsars, *Journal of Low Temperature Physics*, 39, 649-688.
- Tsubota, M., Barenghi, C.F., Araki, T. ve Mitani, A., Instability of vortex array and transitions to turbulence in rotating helium II, *Physical Review B*, 69, 134515, 1-12.
- Tsubota, M., Kobayashi, M. ve Takeuchi, H., 2013, Quantum hydrodynamics, *Physics Reports*, 522, 191-238.
- Urama, J.O ve Okeke, P.N., 1999, Vela size glitch rates in youthful pulsars, *Monthly Notices of Royal Astronomical Society*, 310, 313-316.
- Urpin, V., Geppert, U. ve Konenkov, D., 1997, Magnetic and spin evolution of neutron stars in close binaries, *Monthly Notices of Royal Astronomical Society*, 295, 907-920.
- Ushomirsky, G., Cutler, C. ve Bildsten, L., 2000, Deformations of accreting neutron star crusts and gravitational wave emission, *Monthly Notices of Royal Astronomical Society*, 319, 902-932.
- Van Eysden, C.A., 2014, Short-period pulsar oscillations following a glitch, *Astrophysical Journal*, 789, 142, 1-13.
- Van Eysden, C.A., 2015, Oscillatory superfluid Ekman pumping in helium II and neutron stars, *Journal of Fluid Mechanics*, 783, 251-282.
- Van Eysden, C.A. ve Melatos, A., 2010, Pulsar glitch recovery and the superfluidity coefficients of bulk nuclear matter, *Monthly Notices of Royal Astronomical Society*, 409, 1253-1268.
- Van Hoven, M. ve Levin, Y., 2008, Hydromagnetic waves in a superfluid neutron star with strong vortex pinning, *Monthly Notices of Royal Astronomical Society*, 391, 283-289.
- Vardanyan, G.A. ve Sedrakyan, D.M., 1981, Magnetohydrodynamics of superfluid solutions, *Soviet Journal of Experimental and Theoretical Physics*, 54, 919-922.
- Vigezzi, E., Barranco, F., Broglia, R.A., Colo, G., Gori, G. ve Ramponi, F., 2005, Pairing correlations in the inner crust of neutron stars, *Nuclear Physics A*, 752, 600-603.
- Vinen, H.E., 1957, Mutual friction in a heat current in liquid helium II. III. Theory of the Mutual Friction, *Proceedings of The Royal Society London A*, 242, 493-515.
- Wang, N., Manchester, R.N., Pace, R.T., Bailes, M., Kaspi; V.M., Stappers, B.W. ve Lyne, A.G., 2000, Glitches in southern pulsars, *Monthly Notices of Royal Astronomical Society*, 317, 843-860.
- Wang, J., Wang, N., Tong, H. ve Yuan, J., 2012, Recent glitches detected in the Crab pulsar, Astrophysics and Space Science, 340, 307-315.

- Warszawski, L. ve Melatos, A., 2008, A cellular automaton model of pulsar glitches, Monthly Notices of Royal Astronomical Society, 390, 175-191.
- Warszawski, L. ve Melatos, A., 2011, Gross-Pitaevskii model of pulsar glitches, Monthly Notices of Royal Astronomical Society, 415, 1611-1630.
- Warszawski, L. ve Melatos, A., 2011, Knock-on processes in superfluid vortex avalanches and pulsar glitch statistics, *Monthly Notices of Royal Astronomical Society*, 428, 1191-1926.
- Warszawski, L., Melatos, A. ve Berloff, N.G., 2012, Unpinning triggers for superfluid vortex avalanches, *Physical Review B*, 85, 104503, 1-16.
- Wasserman, I., 2003, Precession of isolated neutron stars. II. Magnetic fields and type II superconductivity, *Monthly Notices of Royal Astronomical Society*, 341, 1020-1040.
- Weisberg, J.M., Nice, D.J. ve Taylor, J.H., 2010, Timing measurements of the relativistic binary pulsar PSR B1913+16, Astrophysical Journal, 722, 1030-1034.
- Weltevrede, P., Johnston, S. ve Espinoza, C.M., 2011, The glitch-induced changes of PSR J1119-6127, Monthly Notices of Royal Astronomical Society, 411, 1917-1934.
- Wendell, C.E., 1988, A model for the bimodal decay of neutron star magnetic fields, *Astrophysical Journal*, 333, L95-L98.
- Wong, T., Backer, D.C. ve Lyne, A.G., 2001, Observations of a series of six recent glitches in the Crab pulsar, *Astrophysical Journal*, 548, 447-459.
- Wood, T.S. ve Hollerbach, R., 2015, Three dimensional simulation of the magnetic stress in a neutron star crust, *Physical Review Letters*, 114, 191101, 1-5.
- Woods, P.M., 2008, Observations of magnetars, 40 Years of Pulsars-Millisecond Pulsars, Magnetars, and More, eds. C.G. Bassa, Z. Wang, A. Cumming ve V.M. Kaspi, AIP Conference Proceedings, 983, 227-233.
- Wright, G.E.A., 1973, Pinch instabilities in magnetic stars, *Monthly Notices of Royal Astronomical Society*, 162, 339-358.
- Xie, Y. ve Zhang, S.N., 2013, On the relaxation behaviors of slow and classical glitches: Observational biases and their opposite recovery trends, *Astrophysical Journal*, 778, 31, 1-13.
- Yakovlev, D.G., Ho, W.C.G., Shternin, P.S., Heinke, C.O. ve Potekhin, A.Y., 2011, Cooling rates of neutron stars and the young neutron star in the Cassiopeia A supernova remnant, *Monthly Notices of Royal Astronomical Soc*iety, 411, 1977-1988.

- Yakovlev, D.G., Kaminker, A.D., Gnedin, O.Y. ve Haensel, P., 2001, Neutrino emission from neutron stars, *Physics Report*, 354, 1-155.
- Yakovlev, D.G. ve Pethick, C.J., 2004, Neutron star cooling, Annual Review of Astronomy and Astrophysics, 42, 169-210.
- Young, M.D.T., Chan, L.S., Burman, R.R. ve Blair, D.G., 2010, Pulsar magnetic alignment and the pulsewidth-age relation, *Monthly Notices of Royal Astronomical Society*, 402, 1317-1329.
- Yu, M., Manchester, R.N., Hobbs, G., Johnston, S., Kaspi, V.M., Keith, M., Lyne, A.G., Qiao, G.J., Ravi, V., Sarkissian, J.M., Shannon, R., Xu, R.X., 2013, Detection of 107 glitches in 36 southern pulsars, *Monthly Notices of Royal Astronomical Society*, 429, 688-724.
- Yuan, J.P., Wang, N., Manchester, R.N. ve Liu, Z.Y., 2010a, 29 glitches detected at Urumqi observatory, *Monthly Notices of Royal Astronomical Society*, 404, 289-304.
- Yuan, J.P., Manchester, R.N., Wang, N., Zhou, X., Liu, Z.Y. ve Gao, Z.F., 2010b, A very large glitch in PSR B2334+61, *Astrophysical Journal*, 719, L111-L115.
- Zanazzi, J.J. ve Lai, D., 2015, Electromagnetic torques, precession and evolution of magnetic inclination of pulsars, 2015, *Monthly Notices of Royal Astronomical Society*, 451, 695-704.
- Zdunik, L.J., Bejger, M. ve Haensel, P., 2008, Deformation and crustal rigidity of rotating neutron stars, *Astronomy and Astrophysics*, 491, 489-498.
- Zhou, X.-R., Schulze, H.-J., Zhao, E.-G., Pan, F. ve Draayer, J.P., 2004, Pairing gaps in neutron stars, *Physical Review*, C, 70, 048802, 1-4.
- Zou, W.Z., Wang, N., Wang, H.X., Manchester, R.N., Wu, X.J. ve Zhang, J., 2004, Unusual glitch behaviours of two young pulsars, *Monthly Notices of Royal Astronomical Society*, 354, 811-814.
- Zuo, W., Cui, C.X., Lombardo, U. ve Schulze, H.-J., 2008, Three-body force effect on <sup>3</sup>PF<sub>2</sub> neutron superfluidity in neutron matter, neutron star matter, and neutron stars, *Physical Review*, C, 8, no. 1, 015805.
- Zuo, W., Li, Z.H., Lu, G.C., Li, J.Q., Scheid, W., Lombardo, U., Schulze, H.-J. ve Shen, C.W., 2004, <sup>1</sup>S<sub>0</sub> proton and neutron superfluidity in  $\beta$ -stable neutron star matter, *Physics Letters B*, 595, 44-49.



## ÖZGEÇMİŞ

## Kişisel Bilgiler

| Adı Soyadı         | Erbil Gügercinoğlu         |
|--------------------|----------------------------|
| Uyruğu             | T.C                        |
| Doğum tarihi, Yeri | 27.12.1986, Şişli/İstanbul |
| Telefon            | 0212-229-28-44             |
| E-mail             | egugercinoglu@gmail.com    |
| Web adres          |                            |

## Eğitim

| Derece        | Kurum/Anabilim Dalı/Programı   | Yılı          |
|---------------|--|---------------|
| Doktora       | İ.Ü. Fen Bilimleri Enstitüsü/ Astronomi ve Uzay Bilimleri<br>Anabilim Dalı | 2012-         |
| Yüksek Lisans | İ.Ü. Fen Bilimleri Enstitüsü/ Astronomi ve Uzay Bilimleri<br>Anabilim Dalı | 2009-<br>2011 |
| Lisans        | İstanbul Üniversitesi/ Fen Fakültesi/Astronomi ve Uzay Bilimleri<br>Bölümü | 2005-<br>2009 |
| Lise          | Arnavutköy Korkmaz Yiğit Lisesi, Beşiktaş/İstanbul                         | 2001-<br>2005 |

## Makaleler / Bildiriler

Hakemli Dergilerde Yayımlanmış Makaleler:

Akbal, O., Gügercinoğlu E., Şaşmaz Muş, S. ve Alpar, M.A., 2015, Peculiar glitch of PSR J1119-6127 and extension of the vortex creep model, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 449, 933-940.

- Ekşi, K.Y., Andaç, I.C., Çıkıntoğlu, S., Gügercinoğlu, E., Vahdat Motlagh, A. ve Kızıltan, B., 2016, Inclination angle and braking index evolution of pulsars with plasma-filled magnetosphere: application to high braking index of PSR J1640-4631, Astrophysical Journal, 823, 34, 1-4.
- Gügercinoğlu, E. ve Alpar, M.A., 2014, Vortex creep against toroidal flux lines, crustal entrainment, and pulsar glitches, *The Astrophysical Journal Letters*, 788, L11, 1-5.
- Gügercinoğlu E. ve Alpar M.A., 2016, Microscopic vortex velocity in the inner crust and outer core of neutron stars, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, Hakem değerlendirmesinde.

Konferans Bildirileri:

 Gügercinoğlu, E. ve Özkan, M.T., 2012, Vela benzeri pulsarlar için bir sıçrama istatistiği çalışması, 18. Ulusal Astronomi Kongresi, 27 Ağustos-1 Eylül 2012, İnönü Üniversitesi, Malatya, 147-156.