

**T.C.
İNÖNÜ ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**FARKLI KRİSTAL GEOMETRİLERE SAHİP SONİK KRİSTALLERİN
ODAKLAMA ÖZELLİKLERİNİN DENEYSEL OLARAK İNCELENMESİ**

SERKAN ALAGÖZ

**DOKTORA TEZİ
FİZİK ANABİLİM DALI**

**MALATYA
MAYIS 2009**

Tezin Başlığı: Farklı Kristal Geometrilere Sahip Sonik Kristallerin Odaklama Özelliklerinin Deneysel Olarak İncelenmesi

Tezi Hazırlayan: Serkan ALAGÖZ

Sınav Tarihi: 08.05.2009

Yukarıda adı geçen tez jürimizce değerlendirilerek Fizik Anabilim Dalında Doktora Tezi olarak kabul edilmiştir.

Sınav Jürisi Üyeleri

Prof. Dr. Servet EKMEKÇİ ----- Adıyaman Üniversitesi

Yrd. Doç. Dr. Olgun Adem KAYA ----- İnönü Üniversitesi

Prof. Dr. Ali ŞAHİN ----- İnönü Üniversitesi

Prof. Dr. İbrahim ADIGÜZEL ----- İnönü Üniversitesi

Prof. Dr. Ali BAYRİ ----- İnönü Üniversitesi

İnönü Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Onayı

Prof. Dr. İsmail ÖZDEMİR
Enstitü Müdürü

Onur Sözü

Yüksek Lisans/Doktora Tezi olarak sunduğum “**Farklı Kristal Geometrilere Sahip Sonik Kristallerin Odaklama Özelliklerinin Deneysel Olarak İncelenmesi**” başlıklı bu çalışmanın bilimsel ahlak ve geleneklere aykırı düşecek bir yardıma başvurmaksızın tarafımdan yazıldığını ve yararlandığım bütün kaynakların, hem metin içinde hem de kaynakçada yöntemine uygun biçimde gösterilenlerden oluştuğunu belirtir, bunu onurumla doğrularım.

Serkan ALAGÖZ

ÖZET

Doktora Tezi

FARKLI KRİSTAL GEOMETRİLERE SAHİP SONİK KRİSTALLERİN ODAKLAMA ÖZELLİKLERİNİN DENEYSEL OLARAK İNCELENMESİ

Serkan ALAGÖZ

İnönü Üniversitesi
Fen Bilimleri Enstitüsü
Fizik Anabilim Dalı

201 + xiv sayfa

2009

Tez Danışmanı : Yrd. Doç. Dr. Olgun Adem KAYA

Elektromanyetik dalgalar için yapılan negatif kırılma indisi araştırmaları, son yıllarda akustik dalgalar içinde yapılmaya başlanmış ve sonik kristal yapılar ile fotonik kristal yapılar arasında büyük benzerlikler kurulmuştur. Sonik kristal yapıların bant aralığı ve negatif kırılma gibi ilginç özellikleri son yıllarda ilgi çekici olmuştur. Yapılmış olan çalışmalarla birlikte akustik dalgalarda negatif kırılma indisinin sağladığı odaklama, görüntüleme ve dalga ışınlarının yönlendirilmesi konularında ilerlemeler sağlanmıştır. Bu ise, özellikle lineer etkileri kullanan birçok medikal aletlerin geliştirilebilmesine yardımcı olmaktadır.

Bu tezin amacı, farklı kristal geometrilerine sahip sonik kristallerin odaklama özelliklerinin uygun frekans bölgesinde incelenmesidir. Bu amaca yönelik olarak eşkenar üçgen, ikizkenar üçgen, kare, bal peteği ve basık bal peteği geometrisine sahip sonik kristal yapılar kullanılmıştır. Ayrıca her bir geometri için üç farklı yoğunluğa (alüminyum, plastik, çelik) sahip silindirik çubuklar kullanılarak, yoğunluğun odaklama özelliği üzerindeki etkisi tartışılmıştır.

Geliştirilmiş olan deneysel düzenek yardımıyla, her bir geometriye sahip sonik kristal yapıların akustik eksen ölçüm sonuçları, akustik eksen ve sonik kristal yapıya dik olan radyal eksen tarafından oluşturulan alan üzerinde yapılan ölçüm sonuçları sunulmuştur. Ayrıca Plane-Wave-Expansion metodu kullanılarak eşkenar üçgen, kare ve bal peteği kristal örgü geometrisine sahip sonik kristal yapıların bant yapısı ve eş frekans yüzeyi karakteristikleri verilmiştir. Yapılacak ek çalışmalara kısaca değinilmiştir.

ANAHTAR KELİMELELER: Sonik Kristal, Odaklama, PWE, Bant yapısı, Eşfrekans yüzeyi.

ABSTRACT

Ph. D. Thesis

EXPERIMENTAL INVESTIGATION OF FOCUSING PROPERTIES BY SONIC CRYSTALS WITH DIFFERENT CRYSTAL GEOMETRY

Serkan ALAGÖZ

İnönü University
Graduate School of Natural and Applied Sciences
Department of Physics

201 + xiv pages

2009

Supervisor : Yrd. Doç. Dr. Olgun Adem KAYA

Negative refraction studies done for electromagnetic waves have enlarged for acoustic waves for decade and considerable similarities were found between sonic and photonic crystals. Many properties were seen in band structure of sonic crystal and negative refraction properties were investigated to develop applications such as sound isolation, acoustic lens. In the acoustic lens studies, acoustic devices, which focus sound wave to a focal point, were implemented practically. It will particularly contribute development of the medical equipments, based on the linear acoustic properties.

The aim of this thesis is to investigate effects of different lattice geometries and effect of various scattering material on focusing properties of sonic crystals. For these proposes, lattice geometries of equilateral triangle, isosceles triangle, square, honeycomb, pressed down honeycomb were used for focusing of sound in convenient frequency. In addition, for every lattice geometry, three different scattering materials, which are aluminum, steel and perspex , were tested.

In experimental study, for sonic crystals composed of different lattice geometry and scattering materials, intensity measurements along acoustic axis and intensity measurements on the area, which is specified by acoustic axis and radial axis that is perpendicular to acoustic axis, were presented in the thesis. For numerical analysis, Plane-Wave-Expansion method was used for band structure and equifrequency surface analysis of equilateral triangle, square, honeycomb lattice geometries. Obtained results from experimental study and numerical analysis were discussed. Future works were also outlined briefly.

KEYWORDS: Sonic crystal, focusing, PWE, band structure, equifrequency surface.

TEŞEKKÜR

Bu tezin hazırlanmasında benden her türlü desteğini ve yardımlarını esirgemeyen tez danışman hocam Sayın Yrd. Doç. Dr. Olgun Adem KAYA'ya,

Başta bölüm başkanımız Sayın Prof. Dr. Ali ŞAHİN olmak üzere bütün hocalarım ve mesai arkadaşlarıma,

Çalışmalarım süresince yardımlarını esirgemeyen Sayın Yrd. Doç. Dr. Devkan KALECİ'ye

Doktora çalışmalarım süresince bana her türlü desteği veren Barış Baykant ALAGÖZ'e

Çalışmalarım süresince desteğini eksik etmeyen eşim Ceylan ALAGÖZ'e ve moral desteği için oğlum Onur Şahin ALAGÖZ'e

Bana bu çalışmam süresince maddi ve manevi yardımlarını esirgemeyen babam İbrahim ALAGÖZ ve annem Semiha ALAGÖZ'e

Deneysel çalışmalara katkılarından dolayı 2006/09 nolu proje kapsamında İnönü Üniversitesi Bilimsel Araştırma Projeleri Koordinasyon Birimine,

sonsuz teşekkür ederim.

İÇİNDEKİLER

ÖZET.....	i
ABSTRACT.....	ii
TEŞEKKÜR.....	iii
İÇİNDEKİLER.....	iv
ŞEKİLLER DİZİNİ.....	vi
ÇİZELGELER DİZİNİ.....	xiii
SİMGELER VE KISALTMALAR.....	xiv
1. GİRİŞ.....	1
1.1. Tezin Amacı.....	1
1.2. Tezin Kapsamı.....	1
2. KURAMSAL TEMELLER.....	4
2.1. Giriş.....	4
2.2. Tarihsel Süreçte Akustik.....	4
2.3. Genel Tanımlar.....	6
2.3.1. Akustik Dalgaların Sınıflandırılması.....	8
2.3.1.1. Yayılma Durumuna Göre Akustik Dalgalar.....	8
2.3.1.2. Frekans Durumuna Göre Akustik Dalgalar.....	11
2.3.2. Duran ve İlerleyen Dalgalar.....	12
2.3.3. Düzlemsel, Küresel ve Silindirik Dalgalar.....	13
2.3.4. Akustik Dalgaların Kırınımı ve Huygens Prensibi.....	15
2.3.5. Akustik Dalgaların Girişimi.....	17
2.3.6. Akustik Dalgalarda Yansıma.....	18
2.3.7. Akustik Empedans ve Yansıma Katsayısı.....	19
2.3.8. Akustik Şiddet ve Desibel Ölçeği.....	20
2.3.9. Akustik Ayrışma (Dispersiyon).....	23
2.3.10. Akustik Zayıflama (Attenuation).....	24
2.4. Lineer ve Lineer Olamayan Denklemler.....	24
2.4.1. Lineer Akustik Dalga Denklemleri.....	25
2.4.1.1. Durum Denklemi.....	25
2.4.1.2. Süreklilik Denklemi.....	27
2.4.1.3. Momentum (Euler) Denklemi.....	29
2.4.1.4. Lineer Dalga Denklemi.....	31
2.4.2. Lineer Olmayan Akustik.....	34
2.4.3. Lineer Olmayan Akustik Dalga Denklemleri.....	36
2.4.3.1. Burger Denklemi.....	36
2.4.3.2. KZK Denklemi.....	36
2.5. Sonik Kristaller ve Negatif Kırılma.....	37
2.5.1. Dalgalarda Kırılma.....	37
2.5.1.1. Kırılma İndisi ve Temel Bilgiler.....	39
2.5.1.2. Snell Yasası.....	40
2.5.2. Negatif Kırılma İndisi.....	41
2.5.2.1. Sol-Elli Metamalzemeler ve Uygulamaları.....	47
2.5.3. Sonik Kristal Yapılarda Kırılma.....	53
2.5.3.1. Sonik Kristal Yapılar ve Uygulamaları.....	54
2.5.3.2. Sonik Kristal Yapılarda Negatif Kırılma İndisi.....	57
3. MATERYAL VE YÖNTEM.....	65
3.1. Deneysel Düzenek.....	65

3.2.	Donanım.....	65
3.2.1.	Sonik Ölçüm Alanı Ünitesi.....	67
3.2.1.1.	Sonik Kristal Bloklar.....	69
3.2.1.2.	Hoparlör (Ses Vericisi).....	75
3.2.1.3.	Mikrofon (Ses Alıcısı).....	77
3.2.2.	Stepper (Adımlayıcı) Motor Ünitesi.....	80
3.2.3.	Bilgisayar Kontrol Ünitesi.....	81
3.2.4.	AMP (Amplifier) Ses Sinyal Yükseltici.....	83
3.3.	Yazılım.....	85
3.4.	Teorik Çalışmalar.....	92
3.4.1.	Periyodik Yapılar ve Özellikleri.....	93
3.4.2.	Ters Örgü Kavramı.....	95
3.4.3.	Bloch Fonksiyonu ve Bloch Teoremi.....	101
3.4.4.	Plane-Wave Expansion Yöntemi ile Bant Yapısı Analizi.....	102
4.	ARAŞTIRMA BULGULARI VE TARTIŞMA.....	113
4.1.	Giriş.....	113
4.2.	Eşkenar Üçgen Örgü Geometrisindeki Sonik Kristal İçin Deneysel Sonuçlar.....	119
4.2.1.	Akustik Eksen Ölçüm Sonuçları.....	119
4.2.2.	İki Boyutlu (Akustik Eksen-Radyal Eksen) Ölçüm Sonuçları..	122
4.2.3.	Bant Yapısı ve Eşfrekans Yüzeyi Sonuçları.....	126
4.3.	Kare Örgü Geometrisine Sahip Sonik Kristal İçin Deneysel Sonuçlar.	131
4.3.1.	Akustik Eksen Ölçüm Sonuçları.....	131
4.3.2.	İki Boyutlu (Akustik-Radyal Eksen) Ölçüm Sonuçları.....	133
4.3.3.	Bant Yapısı ve Eşfrekans Yüzeyi Sonuçları.....	137
4.4.	Bal Peteği Örgü Geometrisindeki Sonik Kristal İçin Deneysel Sonuçlar.....	142
4.4.1.	Akustik Eksen Ölçüm Sonuçları.....	142
4.4.2.	İki Boyutlu (Akustik-Radyal Eksen) Ölçüm Sonuçları.....	144
4.4.3.	Bant Yapısı ve Eşfrekans Yüzeyi Sonuçları.....	147
4.5.	İkizkenar Üçgen Örgü Geometrisine Sahip Sonik Kristal İçin Deneysel Sonuçlar.....	153
4.5.1.	Akustik Eksen Ölçüm Sonuçları.....	153
4.5.2.	İki Boyutlu (Akustik Eksen-Radyal Eksen) Ölçüm Sonuçları..	156
4.6.	Basık Bal Peteği Örgü Geometrisine Sahip Sonik Kristal İçin Deneysel Sonuçlar.....	159
4.6.1.	Akustik Eksen Ölçüm Sonuçları.....	159
4.6.2.	İki boyutlu (Akustik-Radyal Eksen) Ölçüm Sonuçları.....	161
5.	SONUÇ VE ÖNERİLER.....	165
6.	KAYNAKLAR.....	168
	EKLER.....	179
	ÖZGEÇMİŞ.....	201

ŞEKİLLER DİZİNİ

Şekil 2.1.	Sinüs dalgası.....	7
Şekil 2.2.	Boyuna akustik dalganın hareketi.....	8
Şekil 2.3.	Enine akustik dalganın hareketi.....	9
Şekil 2.4.	Rayleigh akustik dalgasının hareketi.....	10
Şekil 2.5.	Love akustik dalgasının hareketi.....	11
Şekil 2.6.	Aynı fazdaki iki harmonik dalganın üst üste binmesi sonucunda oluşan duran dalgalar.....	12
Şekil 2.7.	Elektromanyetik düzlem dalga bileşenleri.....	13
Şekil 2.8.	Düzlemsel, küresel ve silindirik dalgalar. Oklar dalgaların yayılım yönünü göstermektedir.....	15
Şekil 2.9.	Akustik dalganın kırınım.....	16
Şekil 2.10.	Huygens Prensibinin grafiksel olarak açıklanması.....	16
Şekil 2.11.	(a) Çift yarık kullanılarak iki dalganın girişimi, (b) Perde üzerindeki girişim deseni, (c) Şiddetindeki değişim.....	17
Şekil 2.12.	Bir dalganın bir engelden yansıması.....	18
Şekil 2.13.	(a) Düzgün yüzeyde ve (b) pürüzlü yüzeyde yansıma.....	19
Şekil 2.14.	Düşük ve yüksek ses şiddetinin bir dalganın genliğine bağlılığı..	21
Şekil 2.15.	(a) Dispersive dalga paketi, (b) Dispersive olmayan dalga paketi.....	23
Şekil 2.16.	dV birim hacme sahip bir kesitten geçen kütle akısı.....	27
Şekil 2.17.	Sesin iki farklı ortamdan geçerken maruz kalabileceği durumlar	38
Şekil 2.18.	Pozitif kırılma indisine sahip farklı iki ortamdaki kırılma.....	40
Şekil 2.19.	a) Ayrık halka rezonatör (Split Ring Resonator). (b) Ayrık halka rezonatör ve iletken şerit teller kullanılarak tasarlanan negatif kırılma indisli yapılar [56].....	41
Şekil 2.20.	Negatif kırılma ve Pozitif kırılma bölgeleri.....	42
Şekil 2.21.	Negatif kırılma indisinin gözlemlendiği durumda dalga vektörü \vec{k} ile Poynting vektörü \vec{S} 'nin yönlerinin şematik olarak gösterimi	43
Şekil 2.22.	Negatif kırılma indisinin gözlemlendiği durumda Snell yasası.....	44
Şekil 2.23.	Negatif kırılma durumunda EM dalga için eşfrekans yüzeyleri [61].....	44
Şekil 2.24.	Negatif kırılma indisi durumunda grup hızı (V_g) ile dalga vektörünün (\vec{k}) ters yönlü olarak yöneldiği k-uzayındaki eşfrekans yüzeyi grafiği.....	45
Şekil 2.25.	Hekzagonal dizilimli çelik-hava sonik kristal yapısı için elde edilen bant yapısı grafiği ve ikinci frekans bandındaki negatif kırılma durumu [62].....	46
Şekil 2.26.	Sol-Elli Metamalzemelerde Sol El kuralı.....	47
Şekil 2.27.	Metal şerit ve Ayrık Halka Rezonatör (SSR) kullanılarak elde edilen Sol-Elli Metamalzemelerin tasarımı [63].....	48
Şekil 2.28.	Bal peteği dizilimine sahip fotonik kristaller kullanılarak yapılmış olan üstün lens uygulamasının nümerik analiz sonuçları. a) Dalga yayılımı b) Güç dağılımı [65].....	49
Şekil 2.29.	Sol-elli metamalzemeler de noktasal kaynak için sağlanan odaklamanın şematik olarak gösterimi.....	50

Şekil 2.30.	Konkav şekilde tasarlanan fotonik kristallerden geçen düzlem dalga için nümerik çözüm kullanarak elde edilen dalga yayılım şekilleri [69].....	50
Şekil 2.31.	Dalga boyunun üçte biri ($\lambda/3$) ayrıklığında yerleştirilen iki kaynağın hava-fotonik kristal ara yüzünden 0.7 mm uzaklıktaki sistem için elde edilen ayırıcılık grafiği [61].....	51
Şekil 2.32.	Bileşik Sol-Elli metamalzemeler ile gerçekleştirilen frekans seçici yapının iletim karakteristiği grafiği [63].....	52
Şekil 2.33.	Gizleme perdesi.....	52
Şekil 2.34.	İki boyutlu sonik kristal yapılar. (a) Paralel dizilim ([100] veya ΓX yönünde dizilim), (b) Diyagonal dizilim ([110] veya ΓM yönünde dizilim). [71].....	54
Şekil 2.35.	Kare yapıdaki sonik kristal dağıtıcıların yerleşimi ve ilgili parametrelerin gösterimi (a kafes sabiti, r dağıtıcı sonik kristalin yarıçapı).....	55
Şekil 2.36.	(a) paralel dizilimli çelik-hava sonik kristal düzeneği, (b) diyagonal dizilimli çelik-hava sonik kristal düzeneği, (c) her iki düzenek için tam bant boşluğu grafiği [71].....	56
Şekil 2.37.	(a) Sonik dalga kılavuzu deney düzeneği, (b) Tam bant boşluğu durumunda kılavuz boyunca iletim ve kayıpları [171].....	57
Şekil 2.38.	Hekzagonal dizilimli hava-çelik sonik kristal yapı için hesaplanan eş frekans yüzeyi grafiği ve bant yapısı karakteristiği [62].....	58
Şekil 2.39.	(a) Dalganın geliş açısı 45° olduğu durumda kırılma açısının frekansa bağlı ölçüm sonucu grafiği, (b) Dalganın geliş açısı 30° olduğu durumda kırılma açısının frekansa bağlı ölçüm sonucu grafiği. Burada noktalar deneysel sonucu, eğri ise teorik sonucu göstermektedir [103]	59
Şekil 2.40.	Sonik kristal yapıya gönderilen akustik dalganın frekansına bağlı olarak pozitif kırılma durumundan negatif kırılma durumuna geçişi. (a) 65 kHz frekanslı dalga için kırılma analizi (Pozitif kırılma baskın durumdadır). (b) 65.5 kHz frekanslı dalga için kırılma analizi (Negatif kırılma baskın durumdadır), [137].....	59
Şekil 2.41.	Sonik kristal yapıda negatif kırılma durumunda elde edilen odaklamayı gösteren nümerik analiz sonucu ve bu durumun ışın izleme yöntemi ile temsili gösterimi [62].....	60
Şekil 2.42.	Negatif kırılma indisinin $n = -1$ olduğu ideal odaklama durumu.....	61
Şekil 2.43.	Negatif kırılma durumunda, sonik kristal yapının kaydırılması neticesinde ideal odak noktasındaki değişmezliğin simülasyon sonucu [62].....	62
Şekil 2.44.	Sonik kristal birim hücrenin temsili gösterimi [101].....	63
Şekil 2.45.	(a) Doluluk oranı 0.906 olan hekzagonal dizilimli çelik-hava sonik kristal yapı için hesaplanan eş frekans yüzeyi grafiği, (b) bant yapısı grafiği [62].....	64
Şekil 3.1.	Deney sistemini oluşturan temel ünitelerinin farklı açılardan resimleri.....	66
Şekil 3.2.	Deney sisteminin genel konfigürasyonu.....	67

Şekil 3.3.	Deneysel ölçümlerinin yapıldığı sonik ölçüm alanı ünitesinin fotoğrafı.....	68
Şekil 3.4.	Deney sisteminde kullanılan sonik kristal blok taşıma sehpası...	69
Şekil 3.5.	Eşkenar üçgen dizilimli sonik kristal yapı geometrisi.....	70
Şekil 3.6.	Eşkenar üçgen dizilimli sonik kristal bloğunun fotoğrafı.....	70
Şekil 3.7.	İkizkenar üçgen dizilimli sonik kristal yapı geometrisi.....	71
Şekil 3.8.	İkizkenar üçgen dizilimli sonik kristal bloğunun fotoğrafı.....	71
Şekil 3.9.	Kare dizilimli sonik kristal yapı geometrisi.....	72
Şekil 3.10.	Kare dizilimli sonik kristal bloğunun fotoğrafı.....	72
Şekil 3.11.	Bal peteği dizilimli sonik kristal yapı geometrisi.....	73
Şekil 3.12.	Bal peteği dizilimli sonik kristal bloğunun fotoğrafı.....	73
Şekil 3.13.	Basık bal peteği dizilimli sonik kristal yapı geometrisi.....	74
Şekil 3.14.	Basık bal peteği dizilimli sonik kristal bloğunun fotoğrafı.....	74
Şekil 3.15.	Sesin oluşumu [104].....	75
Şekil 3.16.	Piezoelektrik hoparlörün (tweeter) yapısı [105].....	76
Şekil 3.17.	Kristal mikrofونun içyapısı [110].....	78
Şekil 3.18.	Deney sisteminde kullanılan (a) akustik mikrofون, (b) ön amplifikatör.....	79
Şekil 3.19.	Deneysel çalışmalarda kullanılan stepper motor ünitesinin resmi.....	81
Şekil 3.20.	Deney sisteminde kullanılan yazılımın ana menüsü.....	86
Şekil 3.21.	Koordinat eksenlerinin ayarlanmasında kullanılan ara yüz.....	87
Şekil 3.22.	Ölçüm parametrelerinin belirlendiği ara yüz.....	88
Şekil 3.23.	Data toplama ara yüzü.....	89
Şekil 3.24.	Dataların analizinin yapıldığı ara yüz.....	90
Şekil 3.25.	Data kayıt ve çıkış ara yüzü.....	91
Şekil 3.26.	Yansımalarından kaynaklanan hataların yok edilmesi için yazılımda kullanılan bekleme süresinin belirlenmesinin şematik olarak gösterimi.....	92
Şekil 3.27.	Üçgen şeklinde Bravais örgü yapısı. Gösterilmiş olan \vec{a}_1 , \vec{a}_2 primitif vektörleri farklı şekillerde seçmek mümkündür [121]...	93
Şekil 3.28.	Primitif hücre seçimi [122].....	94
Şekil 3.29.	Wigner-Seitz temel birim hücresi.....	95
Şekil 3.30.	Basit-kübik Bravais örgü için kristal örgüsünün ve ters örgüsünün şematik olarak gösterilmesi [121].....	97
Şekil 3.31.	(a) Bir boyutlu kristal örgü, (b) Kristal örgünün ters örgüsü ve birinci Brillouin bölgesinin şematik olarak gösterimi.....	98
Şekil 3.32.	Ters örgüde iki-boyutlu kare Bravais örgünün ilk üç Brillouin bölgesinin şematik olarak gösterimi [121].....	98
Şekil 3.33.	Kare, üçgen ve bal peteği örgünün gerçek uzaydaki ve ters örgü uzayındaki örgü şekilleri ve temel örgü vektörleri ile Brillouin bölgelerinin şematik gösterimi [124, 125, 126].....	100
Şekil 3.34.	Kare örgü (Paralel örgü) yapısı için bant yapısı karakteristiği....	104
Şekil 3.35.	Üçgen örgü (Diyagonal örgü) yapısı için bant yapısı karakteristiği.....	104
Şekil 3.36.	Sonik kristal yapı için iki değerli periyodik ortam parametresi (X_A , X_B).....	105
Şekil 3.37.	Bant yapısı ve eşfrekans yüzeyi karakteristikleri için geliştirilmiş olan Matlab programının akış diyagramı.....	107

Şekil 3.38.	Negatif kırılma indisinin görüldüğü 2. frekans bandı için bant yapısı grafiğinin temsili olarak gösterimi.....	109
Şekil 3.39.	Negatif kırılma indisinin görüldüğü 2. frekans bandı için eşfrekans yüzeyi grafiğinin temsili olarak gösterimi.....	109
Şekil 3.40.	Yüksek karakteristik empedansa sahip dağıtıcı çubuklar ve Bragg kırınımının şematik olarak gösterimi.....	110
Şekil 4.1.	Akustik eksen ölçüm düzeneğinin şematik olarak gösterimi.....	114
Şekil 4.2.	İki boyutlu ölçüm düzeneğinin şematik olarak gösterimi.....	116
Şekil 4.3.	Plastik dağıtıcı çubuklar kullanılarak hazırlanan eşkenar üçgen örgü geometrisindeki sonik kristal yapının akustik eksen ölçüm sonuçları. (Maksimum odaklama frekansı $f = 8900$ Hz).....	119
Şekil 4.4.	Alüminyum dağıtıcı çubuklar kullanılarak hazırlanan eşkenar üçgen örgü geometrisindeki sonik kristal yapının akustik eksen ölçüm sonuçları. (Maksimum odaklama frekansı $f = 8700$ Hz)	120
Şekil 4.5.	Çelik dağıtıcı çubuklar kullanılarak hazırlanan eşkenar üçgen örgü geometrisindeki sonik kristal yapının akustik eksen ölçüm sonuçları. (Maksimum odaklama frekansı $f = 9200$ Hz).....	121
Şekil 4.6.	Üç farklı yoğunluğa sahip eşkenar üçgen kristal geometrisindeki sonik kristal yapının normalize frekans-odak uzaklığı grafiği.....	121
Şekil 4.7.	Plastik dağıtıcı çubuklar kullanılarak hazırlanmış eşkenar üçgen kristal geometrisine sahip sonik kristal yapının $f = 8900$ Hz frekans değeri için odaklamanın olduğu basınç alanının iki boyutlu ölçüm sonucunu gösteren basınç şiddeti grafiği.....	123
Şekil 4.8.	Alüminyum dağıtıcı çubuklar kullanılarak hazırlanmış eşkenar üçgen kristal geometrisine sahip sonik kristal yapının $f = 8700$ Hz frekans değeri için odaklamanın olduğu basınç alanının iki boyutlu ölçüm sonucunu gösteren basınç şiddeti grafiği.....	124
Şekil 4.9.	Çelik dağıtıcı çubuklar kullanılarak hazırlanmış eşkenar üçgen kristal geometrisine sahip sonik kristal yapının $f = 9200$ Hz frekans değeri için odaklamanın olduğu basınç alanının iki boyutlu ölçüm sonucunu gösteren basınç şiddeti grafiği.....	125
Şekil 4.10.	Plastik dağıtıcı çubuk kullanılarak hazırlanan eşkenar üçgen kristal geometrisine sahip sonik kristal için bant yapısı grafiği...	127
Şekil 4.11.	Alüminyum dağıtıcı çubuk kullanılarak hazırlanan eşkenar üçgen kristal geometrisine sahip sonik kristal için bant yapısı grafiği.....	127
Şekil 4.12.	Çelik dağıtıcı çubuk kullanılarak hazırlanan eşkenar üçgen kristal geometrisine sahip sonik kristal için bant yapısı grafiği...	128
Şekil 4.13.	Plastik dağıtıcı çubuklara sahip eşkenar üçgen kristal geometrisindeki sonik kristal yapının eşfrekans (EFS) yüzeyi kontur eğrileri.....	129
Şekil 4.14.	Alüminyum dağıtıcı çubuklara sahip eşkenar üçgen kristal geometrisindeki sonik kristal yapının eşfrekans (EFS) yüzeyi kontur eğrileri.....	130
Şekil 4.15.	Çelik dağıtıcı çubuklara sahip eşkenar üçgen kristal geometrisindeki sonik kristal yapının eşfrekans (EFS) yüzeyi kontur eğrileri.....	130

Şekil 4.16.	Plastik dağıtıcı çubuk kullanılarak hazırlanan kare örgü geometrisindeki sonik kristal yapının akustik eksen ölçüm sonuçları. (Maksimum odaklama frekansı $f = 9900$ Hz).....	131
Şekil 4.17.	Alüminyum dağıtıcı çubuk kullanılarak hazırlanan kare örgü geometrisindeki sonik kristal yapının akustik eksen ölçüm sonuçları. (Maksimum odaklama frekansı $f = 9900$ Hz).....	132
Şekil 4.18.	Çelik dağıtıcı çubuk kullanılarak hazırlanan kare örgü geometrisindeki sonik kristal yapının akustik eksen ölçüm sonuçları. (Maksimum odaklama frekansı $f = 9900$ Hz).....	133
Şekil 4.19.	Plastik dağıtıcı çubuklar kullanılarak hazırlanmış kare örgü geometrisine sahip sonik kristal yapının $f = 9900$ Hz frekans değeri için odaklamanın olduğu basınç alanının iki boyutlu ölçüm sonucu gösteren basınç şiddeti grafiği.....	134
Şekil 4.20.	Alüminyum dağıtıcı çubuklar kullanılarak hazırlanmış kare örgü geometrisine sahip sonik kristal yapının $f = 9900$ Hz frekans değeri için odaklamanın olduğu basınç alanının iki boyutlu ölçüm sonucunu gösteren basınç şiddeti grafiği.....	135
Şekil 4.21.	Çelik dağıtıcı çubuklar kullanılarak hazırlanmış kare örgü geometrisine sahip sonik kristal yapının $f = 9900$ Hz frekans değeri için odaklamanın olduğu basınç alanının iki boyutlu ölçüm sonucunu gösteren basınç şiddeti grafiği.....	136
Şekil 4.22.	Plastik dağıtıcı çubuk kullanılarak hazırlanan kare örgü kristal geometrisine sahip sonik kristal için bant yapısı grafiği.....	138
Şekil 4.23.	Alüminyum dağıtıcı çubuk kullanılarak hazırlanan kare örgü kristal geometrisine sahip sonik kristal için bant yapısı grafiği...	138
Şekil 4.24.	Çelik dağıtıcı çubuk kullanılarak hazırlanan kare örgü kristal geometrisine sahip sonik kristal için bant yapısı grafiği.....	139
Şekil 4.25.	Plastik dağıtıcı çubuklara sahip kare örgü kristal geometrisindeki sonik kristal yapının eşfrekans (EFS) yüzeyi kontur eğrileri.....	140
Şekil 4.26.	Alüminyum dağıtıcı çubuklara sahip kare örgü kristal geometrisindeki sonik kristal yapının eşfrekans (EFS) yüzeyi kontur eğrileri.....	141
Şekil 4.27.	Çelik dağıtıcı çubuklara sahip kare örgü kristal geometrisindeki sonik kristal yapının eşfrekans (EFS) yüzeyi kontur eğrileri.....	141
Şekil 4.28.	Plastik dağıtıcı çubuk kullanılarak hazırlanan bal peteği örgü geometrisindeki sonik kristal yapının akustik eksen ölçüm sonuçları. (Maksimum odaklama frekansı $f = 9100$ Hz).....	142
Şekil 4.29.	Alüminyum dağıtıcı çubuk kullanılarak hazırlanan bal peteği örgü geometrisindeki sonik kristal yapının akustik eksen ölçüm sonuçları. (Maksimum odaklama frekansı $f = 9100$ Hz).....	143
Şekil 4.30.	Çelik dağıtıcı çubuk kullanılarak hazırlanan bal peteği örgü geometrisindeki sonik kristal yapının akustik eksen ölçüm sonuçları. (Maksimum odaklama frekansı $f = 9100$ Hz).....	144

Şekil 4.31.	Plastik dağıtıcı çubuklar kullanılarak hazırlanmış bal peteği örgü geometrisine sahip sonik kristal yapının $f = 9100$ Hz frekans değeri için odaklamanın olduğu basınç alanının iki boyutlu ölçüm sonucunu gösteren basınç şiddeti grafiği.....	145
Şekil 4.32.	Alüminyum dağıtıcı çubuklar kullanılarak hazırlanmış bal peteği örgü geometrisine sahip sonik kristal yapının $f = 9100$ Hz frekans değeri için odaklamanın olduğu basınç alanının iki boyutlu ölçüm sonucunu gösteren basınç şiddeti grafiği.....	146
Şekil 4.33.	Çelik dağıtıcı çubuklar kullanılarak hazırlanmış bal peteği örgü geometrisine sahip sonik kristal yapının $f = 9100$ Hz frekans değeri için odaklamanın olduğu basınç alanının iki boyutlu ölçüm sonucunu gösteren basınç şiddeti grafiği.....	147
Şekil 4.34.	Plastik dağıtıcı çubuk kullanılarak hazırlanan bal peteği örgü kristal geometrisine sahip sonik kristal için bant yapısı grafiği...	148
Şekil 4.35.	Alüminyum dağıtıcı çubuk kullanılarak hazırlanan bal peteği örgü kristal geometrisine sahip sonik kristal için bant yapısı grafiği.....	149
Şekil 4.36.	Çelik dağıtıcı çubuk kullanılarak hazırlanan bal peteği örgü kristal geometrisine sahip sonik kristal için bant yapısı grafiği...	149
Şekil 4.37.	Plastik dağıtıcı çubuklara sahip bal peteği örgü kristal geometrisindeki sonik kristal yapının eşfrekans (EFS) yüzeyi kontur eğrileri.....	151
Şekil 4.38.	Alüminyum dağıtıcı çubuklara sahip bal peteği örgü kristal geometrisindeki sonik kristal yapının eşfrekans (EFS) yüzeyi kontur eğrileri.....	151
Şekil 4.39.	Çelik dağıtıcı çubuklara sahip bal peteği örgü kristal geometrisindeki sonik kristal yapının eşfrekans (EFS) yüzeyi kontur eğrileri.....	152
Şekil 4.40.	Plastik dağıtıcı çubuklar kullanılarak hazırlanan ikizkenar üçgen örgü geometrisindeki sonik kristal yapının akustik eksen ölçüm sonuçları. (Maksimum odaklama frekansı $f = 9300$ Hz).....	153
Şekil 4.41.	Alüminyum dağıtıcı çubuklar kullanılarak hazırlanan ikizkenar üçgen örgü geometrisindeki sonik kristal yapının akustik eksen ölçüm sonuçları. (Maksimum odaklama frekansı $f = 9300$ Hz).....	154
Şekil 4.42.	Çelik dağıtıcı çubuklar kullanılarak hazırlanan ikizkenar üçgen örgü geometrisindeki sonik kristal yapının akustik eksen ölçüm sonuçları. (Maksimum odaklama frekansı $f = 9300$ Hz).....	155
Şekil 4.43.	Üç farklı yoğunluğa sahip ikizkenar üçgen kristal geometrisindeki sonik kristal yapının normalize frekans-odak uzaklığı grafiği.....	156
Şekil 4.44.	Plastik dağıtıcı çubuklar kullanılarak hazırlanmış ikizkenar üçgen kristal geometrisine sahip sonik kristal yapının $f = 9300$ Hz frekans değeri için odaklamanın olduğu basınç alanının iki boyutlu ölçüm sonucunu gösteren basınç şiddeti grafiği.....	157

Şekil 4.45.	Alüminyum dağıtıcı çubuklar kullanılarak hazırlanmış ikizkenar üçgen kristal geometrisine sahip sonik kristal yapının $f = 9300$ Hz frekans değeri için odaklamanın olduğu basınç alanının iki boyutlu ölçüm sonucunu gösteren basınç şiddeti grafiği.....	158
Şekil 4.46.	Çelik dağıtıcı çubuklar kullanılarak hazırlanmış ikizkenar üçgen kristal geometrisine sahip sonik kristal yapının $f = 9300$ Hz frekans değeri için odaklamanın olduğu basınç alanının iki boyutlu ölçüm sonucunu gösteren basınç şiddeti grafiği.....	158
Şekil 4.47.	Plastik dağıtıcı çubuk kullanılarak hazırlanan basık bal peteği örgü geometrisindeki sonik kristal yapının akustik eksen ölçüm sonuçları. (Maksimum odaklama frekansı $f = 9000$ Hz).....	159
Şekil 4.48.	Alüminyum dağıtıcı çubuk kullanılarak hazırlanan basık bal peteği örgü geometrisindeki sonik kristal yapının akustik eksen ölçüm sonuçları. (Maksimum odaklama frekansı $f = 9000$ Hz)	160
Şekil 4.49.	Çelik dağıtıcı çubuk kullanılarak hazırlanan basık bal peteği örgü geometrisindeki sonik kristal yapının akustik eksen ölçüm sonucu grafiği. (Maksimum odaklama frekansı $f = 9000$ Hz)...	160
Şekil 4.50.	Plastik dağıtıcı çubuklar kullanılarak hazırlanmış basık bal peteği örgü geometrisine sahip sonik kristal yapının $f = 9000$ Hz frekans değeri için odaklamanın olduğu basınç alanının iki boyutlu ölçüm sonucunu gösteren basınç şiddeti grafiği.....	162
Şekil 4.51.	Alüminyum dağıtıcı çubuklar kullanılarak hazırlanmış basık bal peteği örgü geometrisine sahip sonik kristal yapının $f = 9000$ Hz frekans değeri için odaklamanın olduğu basınç alanının iki boyutlu ölçüm sonucunu gösteren basınç şiddeti grafiği.....	162
Şekil 4.52.	Çelik dağıtıcı çubuklar kullanılarak hazırlanmış basık bal peteği örgü geometrisine sahip sonik kristal yapının $f = 9000$ Hz frekans değeri için odaklamanın olduğu basınç alanının iki boyutlu ölçüm sonucunu gösteren basınç şiddeti grafiği.....	163

ÇİZELGELER DİZİNİ

Çizelge 2.1.	Sesin farklı ortamlardaki yayılma hızları.....	39
Çizelge 3.1.	Deney sisteminde kullanılan silindirik çubukların yoğunlukları....	69
Çizelge 3.2.	Deneyde kullanılan piezoelektrik hoparlörün karakteristik özellikleri.....	77
Çizelge 3.3.	Deney sisteminde kullanılan akustik mikrofonun karakteristik özellikleri [111].....	80
Çizelge 3.4.	Deney sisteminde kullanılan ön amplifikatörün (<i>preamplifiers</i>) karakteristik özellikleri [111].....	80
Çizelge 3.5.	STICK-ON serisi STA-1M model ses yükselticisinin karakteristik özellikleri.....	84
Çizelge 3.6.	Sonik kristal dağıtıcı çubukların yoğunluk ve bulk modülü değerleri.....	107
Çizelge 3.7.	Hava ortamından gelen ses dalgası için farklı yoğunluğa sahip dağıtıcı çubukların empedans ve yansıtma katsayısı değerleri....	111
Çizelge 4.1.	Deneyde çalışmada kullanılan örgü geometrileri ve dağıtıcı çubukların türü.....	113
Çizelge 4.2.	PWE metodunda kullanılan örgü geometrileri ve dağıtıcı çubukların türü.....	118
Çizelge 4.3.	Bant yapısı karakteristiklerine göre eşkenar üçgen geometrisindeki sonik kristal yapı için negatif kırılma indisinin görülmesi beklenen frekans bölgeleri.....	128
Çizelge 4.4.	Bant yapısı karakteristiklerine göre kare örgü geometrisindeki sonik kristal yapı için negatif kırılma indisinin görülmesi beklenen frekans bölgeleri.....	139
Çizelge 4.5.	Bant yapısı karakteristiklerine göre bal peteği örgü geometrisindeki sonik kristal yapı için negatif kırılma indisinin görülmesi beklenen frekans bölgeleri.....	150

SİMGELER VE KISALTMALAR

f	Frekans
λ	Dalgaboyu
w	Açısal frekans
k	Dalga sayısı
p	Basınç
Z	Akustik empedans
R	Akustik yansıma katsayısı
SPL	Akustik basınç seviyesi
I	Ses şiddeti
c	Ses hızı
ρ	Yoğunluk
K	Bulk modülü
$\underline{\rho}$	Normalize yoğunluk
\overline{K}	Normalize bulk modülü
θ_c	Kritik açı
n	Kırılma indisi
ϵ_r	Dielektrik geçirgenlik katsayısı
μ_r	Manyetik geçirgenlik katsayısı
S	Poynting vektörü
v_g	Grup hızı
v_ϕ	Faz hızı
a	Örgü sabiti
\vec{G}	Ters örgü vektörü
f_r	Doluluk oranı
$F(\vec{G})$	Yapısal faktör

1. GİRİŞ

1.1 Tezin Amacı

Günümüzde, doğal olarak henüz keşfedilemeyen negatif kırılma indisli malzemeler, son zamanlarda yapılmış olan birçok deneysel çalışmalar sonucunda yapay olarak üretilmeye başlanmıştır. İlk olarak, negatif dielektrik geçirgenlik sabitinin (ϵ_r) ve negatif manyetik geçirgenlik sabitinin (μ_r) elde edilmesine dönük çalışmalar yapılmış, ilerleyen yıllarda teknolojinin gelişmesi ile birlikte, uygun kristal örgü geometrisine sahip olacak şekilde yerleştirilen periyodik yapılar ile belirli frekanslardaki dalgalar için negatif kırılma indisinin elde edilebileceği görülmüştür. Son zamanlarda bilimsel ve teknolojik alanda, üzerinde önemli çalışmalar gerçekleştirilen yapılardan biriside *Sonik Kristal* yapılarıdır. Genel olarak sonik kristaller, akustik dalgalar için saçıcı özelliğe sahip malzemelerden oluşan sonlu sayıda yapı taşının periyodik dizilmesi ile elde edilen yapılardır. İşte bu saçıcı özelliğe sahip olmasından dolayı sonik kristal yapıların özellikle bant aralığı ve negatif kırılma gibi ilginç özellikleri son yıllarda ilgi çekici bir çalışma alanı oluşturmuştur. Özellikle negatif kırılma özelliği ile akustik dalganın odaklanması için yapılan çalışmalar da önemli bir gelişme içerisine girmiştir. Bununla birlikte, farklı kristal örgü geometrisine sahip sonik kristallerin odaklama özelliklerinin deneysel incelenmesini temel alan çalışmaların literatürde az sayıda bulunması bu konuya olan ilgiyi arttırmıştır.

Bu çalışmada, sonik kristallerin küresel dalga için odaklayıcı olarak davrandığı düşünülerek, bant aralığı bölgesi içine düşen frekans değerleri için deneysel olarak odaklama özelliği incelenmiştir. Bunun için, eşkenar üçgen, ikizkenar üçgen, kare, bal peteği ve basık bal peteği kristal örgü geometrisine sahip olacak şekilde oluşturulmuş sonik kristallerin odaklama özelliklerinin deneysel olarak incelenmiştir.

1.2 Tezin Kapsamı

Tezin ilk bölümünde, tezin amacından ve kapsamından bahsedilmiştir.

Tezin ikinci bölümünde, ilk olarak akustik biliminin tarihsel sürecinden bahsedilmiştir. Genel tanımlar başlığı altında ortamda yayılma şekline ve frekansına göre sınıflandırılan akustik dalga türlerinden, duran ve ilerleyen dalgalardan, düzlemsel küresel ve silindirik dalgalar hakkında bilgiler verilerek, kırılma, girişim, yansıma,

akustik empedans, akustik şiddet, akustik ayrışma, akustik zayıflama ve akustik şok oluşumu kavramları ayrıntıları ile açıklanmıştır. Sonra, lineer ve lineer olmayan akustik kavramları detaylı olarak açıklanmıştır. İlk olarak lineer akustik denklemleri olan, Durum Denklemi, Süreklilik Denklemi, Euler denklemi ve Lineer Akustik Dalga Denklemi türetilmiştir. Teorik çalışmalarda kullanılacak olan homojen olmayan ortamda ilerleyen ses dalgası için lineer dalga denklemi elde edilmiştir. Lineer olmayan akustik denklemlere kısaca değinilmiştir. Lineer olmayan Burger ve KZK dalga denklemleri hakkında kısa bilgiler verilerek fiziksel önemleri üzerinde durulmuştur. Daha sonra, dalgalarda meydana gelen kırınım ve kırılma indisisiyle ilgili temel bilgiler Snell yasaları ile birlikte detaylı olarak incelenmiştir. Negatif kırılma (*negatif refraction*), negatif kırılma indisinin çalışma mekanizması ve matematiksel altyapısı ayrıntılı bir şekilde açıklanmıştır. Son olarak ise, Sol-Elli Metamalzemeler olarak adlandırılan malzemeler ve uygulama alanları hakkında detaylı bilgiler verilip, sonik kristaller kullanılarak gerçekleştirilen negatif kırılma olayı ve dalgaların odaklanması hakkında yapılmış olan literatür çalışmaları detaylı olarak incelenmiştir.

Tezin üçüncü bölümünde, sonik kristal yapılar kullanılarak odaklanan akustik dalgaların basınç alanlarının ölçülebilmesi için dizayn edilen bilgisayar kontrollü deneysel düzenek hakkında bilgi verilmiştir. Deneysel düzeneğinde bulunan tüm donanım araçları ayrıntıları ile açıklanmıştır. Deneysel sistemi için geliştirilen yazılım ayrıntıları ile tanıtılmıştır. Daha sonra, iki-boyutlu periyodik yapılar ve onların temel özellikleri hakkında açıklayıcı bilgiler verilip, kristal örgü, örgü öteleme vektörü, birim hücre, bravais örgü ve özellikleri, ters örgü ve ters örgü vektörü ile Brillouin bölgesi kavramları hakkında detaylı bilgiler verilmiştir. Sonik kristal yapılarda negatif kırılma olayının açıklanmasında büyük öneme sahip olan Bant Yapısı (*Band Structure*) ve Eşfrekans yüzeyi (*Equifrequency Surface*) analizi *Plane-Wave Expansion (PWE)* yöntemi ile incelenerek, lineer akustik dalga denklemi *Bloch teoremi* kullanılarak PWE yöntemi ile çözümü yapılmıştır. Son olarak, Bant yapısı ve eşfrekans yüzeyi analizi için gerekli olan açıklayıcı bilgiler sırası ile verilmiştir.

Tezin dördüncü bölümünde, eşkenar üçgen, kare, bal peteği, ikizkenar üçgen, basık bal peteği kristal örgü geometrisine sahip üç farklı yoğunluktaki silindirik dağıtıcı çubuklar ile hazırlanmış sonik kristal yapıların odaklama özelliklerini gösteren akustik basınç alanlarının ölçülmesi ile elde edilen deneysel sonuçlarla birlikte eşkenar üçgen, kare ve bal peteği kristal örgü geometrisindeki sonik kristal yapıların her üç dağıtıcı çubuk için elde edilen bant yapısı ve eşfrekans yüzeyi grafikleri sunulmuştur. İlk olarak,

akustik eksen ve iki boyutlu ölçümlerin hangi kriterlerde yapıldığı detaylı olarak anlatılmıştır. Daha sonra, sırasıyla eşkenar üçgen, kare, bal peteği kristal örgü geometrisine sahip sonik kristal yapıda kullanılan her bir silindirik dağıtıcı çubuk için elde edilen akustik eksen ölçüm sonuçları, iki boyutlu ölçüm sonuçları ile birlikte bant yapısı ve eşfrekans yüzeyi teorik sonuçları sunulmuştur. Son olarak, ikizkenar üçgen, basık bal peteği kristal örgü geometrisine sahip sonik kristal yapıların her bir silindirik dağıtıcı çubuk için elde edilen akustik eksen ölçüm sonuçları ve iki boyutlu ölçüm sonuçları verilmiştir. Bütün kristal örgü geometrileri göz önüne alınıp odaklama kalitesi ve odaklama kalitesine etki eden faktörler nedenleriyle birlikte tartışılmıştır.

Tezin beşinci bölümünde, genel irdelemeler ve ileri çalışmalar sunulmuştur.

2. KURAMSAL TEMELLER

2.1. Giriş

Akustik, mekanik dalgaların katı, sıvı ve gaz ortamları içinde yayılımını, özelliklerini ve buldukları ortamlarla olan etkileşimlerini inceleyen bir bilim dalıdır. Akustik dalgalar ise, mekaniksel bir etkinin sonucunda meydana gelen ve periyodik değişikliği zamana ya da koordinata bağlı olan titreşim hareketleri olarak tanımlanabilir. Genel olarak akustik dalgaların ilerleyebilmesi için maddesel bir ortama ihtiyaç duyulmasından ötürü yayılma hızları bulunduğu ortamın yoğunluğuna, sıcaklığına ve elastik özelliklerine oldukça bağlıdır. Aslında bu tür dalgaların ilerlemesi, bulunduğu ortam içerisindeki molekülleri ilerleme yönü boyunca yoğunluk ve hacim olarak değişikliğe uğratmasından kaynaklanmaktadır. Örneğin ses dalgalarının katı, sıvı veya gaz olan bir ortam içerisinde yayılması esnasında moleküllerin veya parçacıkların titreşmesinden dolayı ortam içerisinde sıkışmalar ve genişmeler meydana getirmektedir. Bundan dolayı ses dalgaları boyuna dalgalar olmasının yanında aynı zamanda titreşim ile ortaya çıkan sıkıştırma dalgaları (sıkıştırma dalgasında madde, dalganın ilerleme doğrultusunda titreşim yapmaktadır) olarak da adlandırılmaktadır.

2.2. Tarihsel Süreçte Akustik

Akustik genel olarak, ses dalgası yayılımının fiziksel özelliklerini (iletim, yansıma, kırınım, etkileşim, dağılım, emilim vs.), ortamlarla olan etkileşimlerini ve canlılar üzerindeki fizyolojik ve psikolojik etkilerini inceleyen bilim dalı olarak adlandırılır. Çok eski bir geçmişe sahip olan akustik bilimi üzerine yapılan ilk çalışma, 1564- 1642 yılları arasında rezonans olayının genel prensiplerini bulan ve basit sarkacın titreşim frekansı ile uzunluğu arasındaki ilişkiyi keşfeden Galileo Galilei tarafından gerçekleştirilmiştir. Daha sonra, Daniel Bernoulli ve Leonhard Euler tarafından titreşen tellerin fiziksel açıklaması üzerine yapılan çalışmalar, günümüzde kullanılmakta olduğumuz Fourier analiz tekniğinin geliştirilmesine olanak sağlamıştır. İlerleyen yıllarda Sir Isaac Newton ve Gottfried Wilhelm Leibniz tarafından gerçekleştirilen diferansiyel ve integral teorileri, ilk olarak dalga denkleminin türetilmesi üzerine çalışmalar yapan Jeon Le Rond d'Alembert'e büyük bir kaynak olmuştur.

Akustiğin önemli bir dalı sayılan ve uygulama alanı açısından oldukça yaygın olan nonlinear akustik dalındaki ilk çalışmalar 1848 yılı içerisinde Stokes'un çok

dalgalarının analizi üzerine yaptığı çalışmalarla başlamıştır [1]. Stokes yapmış olduğu çalışmalarda, şok dalgalarının genliğinde meydana gelen ani azalma için viskozite ve sıcaklık etkileşimlerinin rol oynadığını göstermiştir [2]. İlerleyen yıllarda, Fubini tarafından yapılan ve frekans uzayında kayıpsız bir sıvı içerisindeki şok dalgasının oluşumunun mesafeye olan bağılılığı üzerine ilk araştırmalar ve çalışmalar gerçekleştirilmiştir [3]. Takip eden yıllarda türbülans olayında meydana gelen bazı problemleri çözmek için geliştirilmiş olan Burger denklemi, daha sonra akustik dalgaların dağıtıcı ortamlardaki yayılmasını tanımlayan önemli bir bağıntı haline gelmiştir. Bu sürecin ardından Amerikalı ve Rus bilim adamları, akustik dalganın lineer olmayan ortamlarda yayılmasını tanımlayan teorik denklemlerin doğruluğunu anlayabilmek için birtakım deneysel çalışmalar yapmışlardır. Bu çalışmalar sürecinde durgunluk dönemi yaşayan akustik bilimi, Beyler'in Taylor serisi açılımı kullanarak non lineerliği belirleyen B/A parametresini tanımlamasıyla birlikte, akustik bilimi üzerine yapılan çalışmalar tekrar ivme kazanmıştır [4].

Akustik biliminin alt dalı olarak bilinen ve uygulama alanları içerisinde önemi büyük olan ses ve ultrasonik çalışmaların tarihsel sürecinde oldukça etkileyici bir şekilde ortaya çıkmıştır. Bu süreç genel olarak incelenirse;

Ses dalgalarının ortam materyalleri içerisinde meydana getirilmesi ve iletilmesi üzerine yapılan çalışmalar sonucu ortaya çıkan birçok uygulama alanı gelişen ve ilerleyen bir bilim dalı haline gelmiştir. Genellikle düşük genlikli ses dalgaları su altı ses iletiminde kullanılmaktadır. Bu uygulama, denizaltıların konumlarının tespitinde, okyanusun derinliğinin ölçülmesinde ve detaylandırılmasında, materyaller içerisindeki çatlak ve kusurların tespitinde ve insan vücudu içerisindeki kanser ve diğer kusurların yerlerinin tespit edilmesi gibi tıbbi uygulama alanları içerisinde kullanılmaktadır. Ses üstü (*ultrasound*) dalgaları da birçok fizik uygulama alanı içerisinde sıklıkla kullanılmaktadır. Ses dalgasının genliği büyüdüğü zaman, sıvılar içerisinde boşluk (*cavities*) oluşumu, katılar içerisinde de dayanıklılığını kaybetme gibi bazı etkiler meydana gelmektedir. Bu etkilerin sonucunda, ultrasonik temizleme, sıvıların emülsifikasyonu (bir maddeyi sübye haline getirme), materyallerin mekanik dayanıklılık özelliklerinin test edilmesi ve materyallerin işlenmesi gibi farklı uygulama alanları doğmuştur. Biyolojik uygulama alanında ise, bakterilerin yok edilmesi tıpta ise odaklanmış ses üstü dalgaların cerrahi bıçak gibi kullanılması sağlanır [5].

Ses üstü dalga yayılması ilk olarak Paul Langevin tarafından düşünülmüş olup, yapmış olduğu birçok çalışma neticesinde 1917 yılında ses dalgalarının deniz içerisinde

iletmesini sağlamıştır [6]. Aynı zamanda hem teorik hem de deneysel altyapıyı oluşturan ilk araştırmacılardan birisidir. Daha sonra sesin hava ve su içerisindeki hızı için ilk formül Pierre Simon Laplace tarafından ortaya konulmuştur [7]. İzotropik bir katıda sesin yayılması ilk olarak Poisson tarafından ortaya konulmuştur [8]. Poisson $v_l = \sqrt{(\lambda + 2\mu)/\rho}$ hızı ile tanımlanan boyuna dalga ve $v_s = \sqrt{\mu/\rho}$ hızı ile tanımlanan enine dalga olmak üzere iki tip dalga yayılımının olduğunu göstermiştir. Burada λ ve μ Lamé sabitini, ρ ortamın yoğunluğunu göstermektedir. Yüzey dalgaları ise ilk olarak 1887 yılında Lord Rayleigh tarafından keşfedilmiş olup, depremlerden kaynaklanan yüzey dalgalarının araştırılması ve incelenmesinde kullanılmıştır [9].

İlk ses üstü (ultrasonik) dalgaların üretilmeye başlamasıyla, piezoelektrik etki olarak adlandırılan farklı bir çalışma alanı Pierre ve Jacques Curie tarafından 1880 yılında ortaya konulmuştur [10]. Pierre ve Jacques Curie'nin yapmış olduğu çalışmalarda, kuartz tipi kristallere bir gerilme uygulandığında kristal yüzeyi üzerinde bir elektrik yükü meydana geldiğini tespit etmişler ve bunu “*Doğrudan Etki*” olarak adlandırmışlardır. Tam aksine, kristale bir elektrik yükü uygulandığında ise kristal yüzeyinin boyutlarında bir değişimin olacağını ve hatta kristale alternatif bir gerilim uygulandığında da ses dalgalarının meydana geleceğini keşfetmişlerdir.

Elektromanyetik dalgalar için yapılan negatif kırılma indisi araştırmaları son yıllarda akustik dalgalar içinde yapılmaya başlanmıştır. Bu çalışmalar sonucunda sonik kristal yapılar ile fotonik kristaller arasında benzerlikler kurulmuştur. Bu benzerlikler ışığı altında, 2-boyutlu sonik kristal düzlemlerde akustik dalgalar için negatif kırılma indisinin sağladığı odaklama, görüntüleme ve dalga ışınlarının yönlendirilmesi konularında çalışmalar yapılmıştır. Aynı şekilde sonik kristallerde üstün lens uygulamalarını kapsayan çoğu nümerik çalışmalar ve analizlerde gerçekleştirilmiştir. Sonik kristal yapılar ve uygulama alanlarına yönelik literatür bilgileri 4. Bölümde detaylı olarak verilmiştir.

2.3. Genel Tanımlar

Maddesel bir ortamda ilerleyen sarsıntıya dalga denir. Esnek ortamda birbirine komşu noktalar arası esneklik kuvvetinden dolayı oluşan etki bir noktadan diğerine aktarılır. Ortam bir bütün olarak hareket etmez, bazı bölümler sınırlanmış yollar boyunca salınma hareketi yapar. Genel olarak dalgalar, mekanik ve elektromanyetik dalgalar olmak üzere iki grupta incelenebilmektedir. Mekanik dalgalara örnek verecek

olursak; ses dalgaları, su dalgaları ve tanecik dalgaları bu grupta yer alır. Bu dalgaların her biri için bozulabilen bir fiziksel ortam olmalıdır. Özellikle bu üç örnekte; hava molekülleri, su molekülleri ve tanecikler titreşmelidir. Bununla birlikte, elektromanyetik dalgalar yayılmak için bir ortama gereksinim duymazlar. Elektromanyetik dalgalara örnek olarak görünür ışık, radyo dalgaları, televizyon sinyalleri ve x- ışınları verilebilir.

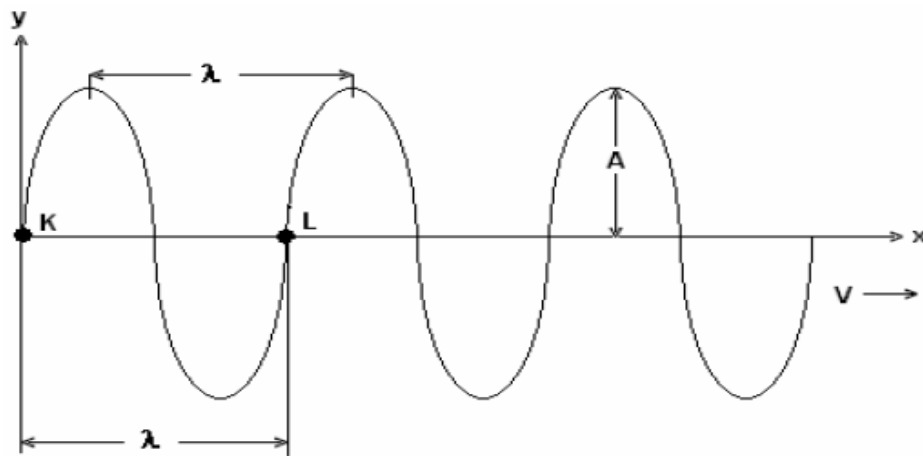
Bir dalganın niteliklerini anlayabilmek için en basit haliyle Şekil 2.1’de verilen sinüs dalgasını örnek gösterebiliriz. Sinüs dalgası periyodik ve sürekli dalganın basit bir örneğidir. Sinüsel bir dalganın içinden geçtiği ortam parçacığının $t = 0$ ’da konumunu belirleyen fonksiyon şöyledir;

$$Y = A \sin\left[\left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)X\right] \quad (2.1)$$

Buradaki A sabiti dalganın genliği olarak adlandırılır ve dalga üzerindeki bir noktanın maksimum yer değiştirmesidir. λ ise dalganın dalga boyudur ve bir dalga katarında ard arda gelen iki nokta arası (K ve L noktaları gibi) yada iki tepe arası, kısaca ardışık iki özdeş nokta arasında kalan uzaklık olarak tanımlanır. Saniyede oluşan dalga sayısı ise frekans olarak ifade edilir ve f ile gösterilir. Bir dalganın yayılma hızı v , dalganın frekans ve dalga boyuna bağlıdır. Örneğin bir yay veya su üzerinde oluşturulan bir dalga için bu ilişki,

$$v = \lambda \cdot f \quad (2.2)$$

olarak ifade edilir.



Şekil 2.1. Sinüs dalgası

2.3.1. Akustik Dalgaların Sınıflandırılması

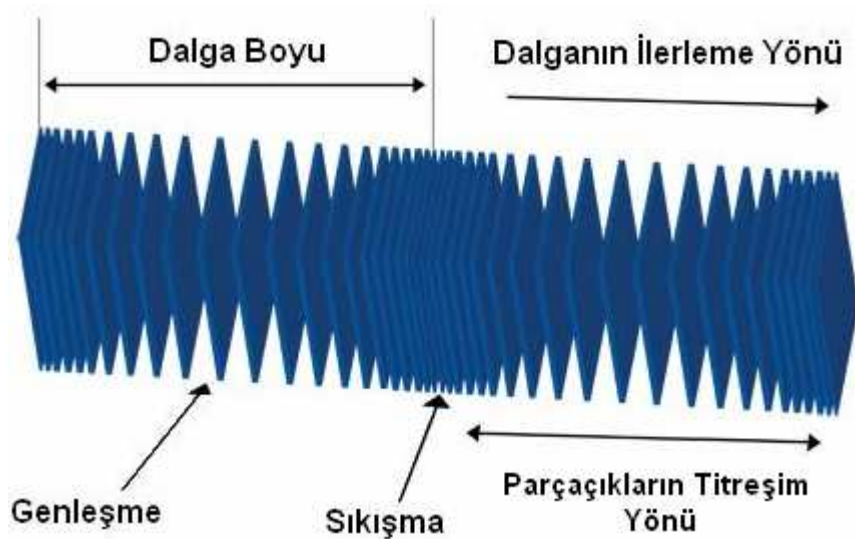
Frekans ve yayılma durumuna göre akustik dalgaları genel olarak iki farklı grupta inceleyebiliriz.

2.3.1.1. Yayılma Durumuna Göre Akustik Dalgalar

1. Boyuna Akustik Dalgalar

Akustik dalgalarının belirleyici özelliklerinden birisi de boyuna dalgalar olmasıdır. Boyuna akustik dalgalar bir ortam (katı, sıvı veya gaz) içerisinde yayılırken ortamda bulunan parçacıkları dalganın ilerleme yönüne paralel olacak şekilde titreştirmektedirler. Bu dalgaların yayılımı sırasında genişleme veya hacim değişikliği olur. Bu değişim boyuna dalgalarda sıkışma ve genişleme meydana getireceğinden dolayı bu dalgalar basınç dalgaları olarak ta adlandırılmaktadır. Boyuna akustik bir dalganın hareketi Şekil 2.2’de gösterildiği gibidir.

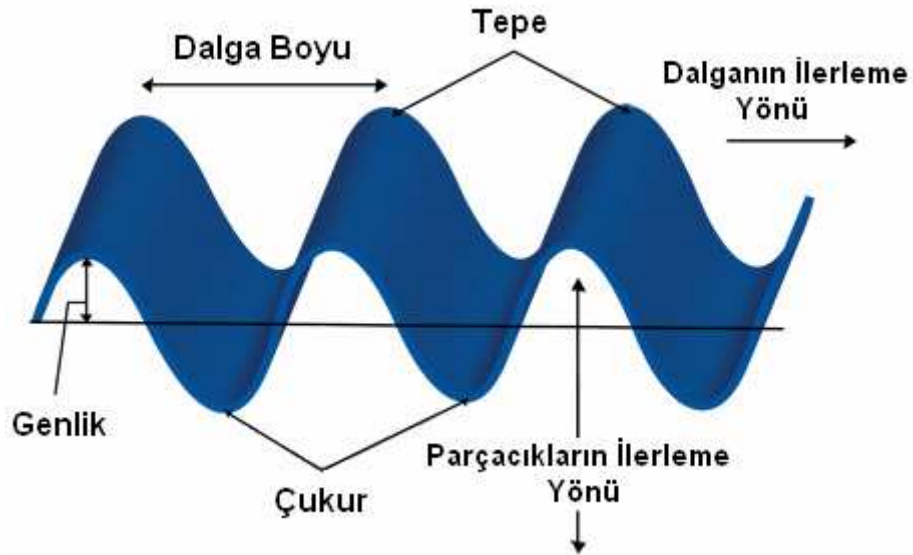
Ses dalgaları, en önemli boyuna dalga örnekleridir. Bu dalgalar, herhangi bir ortamda (yani gazlar, katılar ve sıvılar), ortamın özelliklerine bağlı olan bir hızla yayılırlar. Ses dalgası, bir ortamda yayılırken; ortamın parçacıkları, dalganın hareket doğrultusu boyunca yoğunluk ve basınç değişiklikleri üreterek titreşirler. Dolayısıyla oluşan bu yoğunluk ve basınç değişimleri akustik basınç alanlarının oluşmasına neden olur.



Şekil 2.2. Boyuna akustik dalganın hareketi

2. Enine Akustik Dalgalar

Enine akustik dalgalar bir ortam (katı içerisinde veya bir sıvının yüzeyi) içerisinde yayılırken, ortam içerisinde bulunan yerel parçacıkları dalganın ilerleme yönüne dik olacak şekilde titreştirirler. Enine akustik dalgaların ortam içerisindeki yayılma hızı boyuna akustik dalgalara göre daha yavaştır. Genel olarak, enine dalgaların yayılımı sırasında malzemede şekil bozulmaları, bir başka deyişle açısız değişimler gözlenir. Bunun nedeni, daha öncede bahsedildiği gibi dalga yayılımında parçacıkların titreşim doğrultusunun, dalga yayılım doğrultusuna dik olmasıdır. Elektromanyetik dalgaların bu sınıfta incelenmesinden dolayı iletişim teknolojisinde çok önemli bir yer tutmaktadır. Enine akustik bir dalganın hareketi Şekil 2.3’de gösterildiği gibidir.



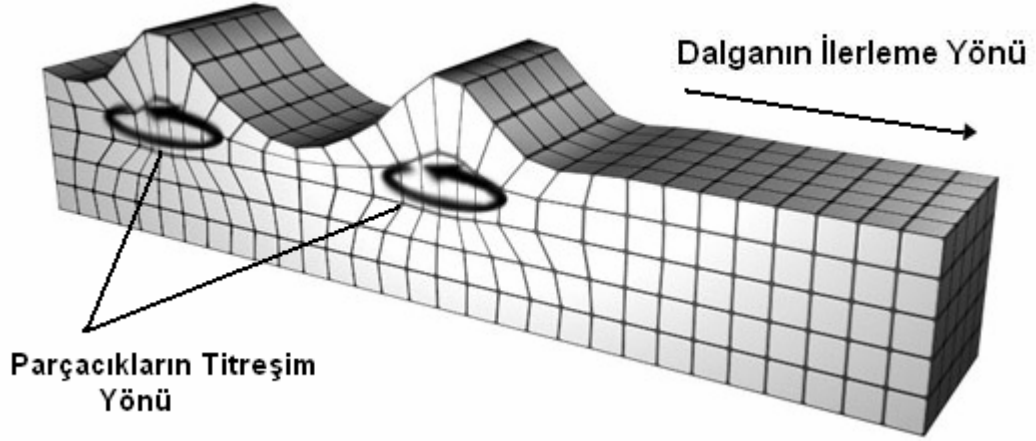
Şekil 2.3. Enine akustik dalganın hareketi

3. Rayleigh Akustik Dalgaları

Rayleigh akustik dalgaları, buldukları ortam içerisinde serbest yüzey boyunca hareket ederler. Bu dalgalar genellikle yüzey dalgaları olarak ta adlandırılır. Rayleigh dalgası adını, 1885 yılında bu tür bir dalganın varlığını matematiksel olarak öngören Lord Rayleigh'den almıştır. Rayleigh dalgaları buldukları ortam içerisinde ilerlerken, parçacıkları dalganın ilerleme yönüne göre dairesel olarak hareket etmeye zorlarlar. Başka bir deyişle, birbirleriyle faz farkı olan boyuna ve enine dalgaların bileşkesi olan Rayleigh dalgalarında parçacık hareketi, yüzeye dik düzlem içinde uzun eksenini yüzeye

dik olan bir elips çizer. Bir bakıma, bir su birikintisi içine atılan taşın oluşturduğu dalgalara benzerler. Şekil 2.4’de görüleceği üzere dalganın yayılım doğrultusu soldan sağa olduğundan parçacık hareketi saat yönünün tersinedir. Bu dalgalar frekanstan bağımsızdırlar. Derinlik ile etkileri azalmaktadır. Yalnız katının yoğunluğuna ve elastiklik modülüne bağlı yayılma hızına sahiptirler.

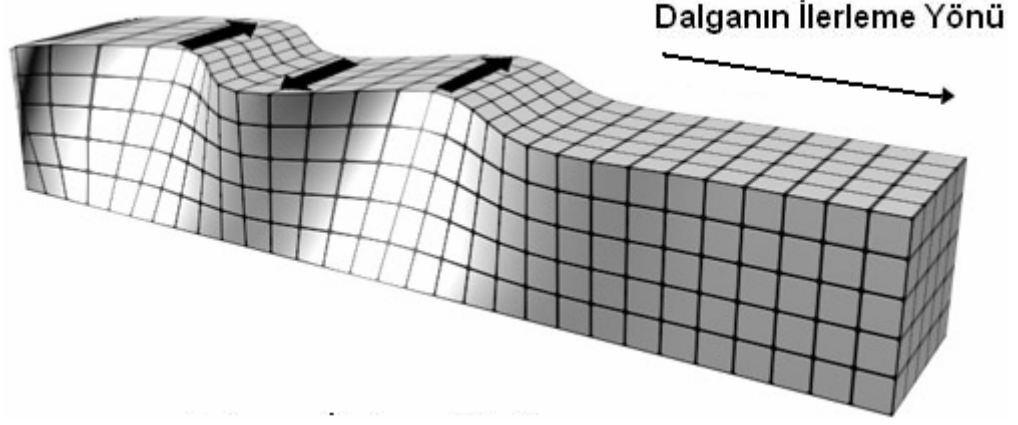
Rayleigh dalgaları özellikle deprem araştırma çalışmalarında sıklıkla kullanılmaktadır. Deprem sonrasında meydana gelen bu dalgalar yardımıyla, depremin oluşum merkezi, yüzeyden olan derinliği ve şiddeti hesaplanabilmektedir. Deprem anında hissedilen sallantıların çoğu, oldukça büyük genlik değerine sahip olan bu Rayleigh dalgalarından kaynaklanmaktadır.



Şekil 2.4. Rayleigh akustik dalgasının hareketi

4. Love Akustik Dalgalar

Bu tür dalgalar da yüzey dalgaları olarak adlandırılır ve yalnızca yatay doğrultuda yayılırlar. Love dalgası adını, 1911 yılında bu dalgaların matematiksel modelini inceleyen İngiliz matematikçi A. E. H. Love'dan almıştır. Genellikle bu dalgalar yarı sonsuz ortamdaki düşük hızlı yüzey tabakaları içerisinde oluşurlar. Düşey bileşeni olmayan Love dalgalarında parçacık hareketi Şekil 2.5’de görüleceği üzere yayılım doğrultusuna dik düzlemde ancak yüzeye paralel, enine olarak gerçekleşir. Bu dalgalar saçınım gösterirler ve yüzey dalgalarının en hızlısı olarak bilinirler.



Şekil 2.5. Love akustik dalgasının hareketi

2.3.1.2. Frekans Durumuna Göre Akustik Dalgalar

Frekans durumuna göre akustik dalgalar üç farklı grupta incelenebilir [11],

1. Duyulabilir (Audible) Akustik Dalgalar

Duyulabilir dalgalar, insan kulağının duyarlılık sınırları içinde olan ses dalgalarıdır. Bu dalgalar 20 Hz ile 20 kHz frekansları arasındadır. İnsan kulağı titreşimi 20 Hz ile 20 kHz arasında olan sesleri işitebilmesinden dolayı bu türdeki sesler “işitme sesi” olarak ta adlandırılırlar. İnsan sesleri yaklaşık olarak 250- 500- 1000- 2000 Hz’lik frekanslarda yer almaktadır. Bu sesler, müzik aletleriyle, boğazdaki ses telleriyle veya hoparlör ile kolay bir şekilde yaratılabilmektedir.

2. Ses Altı (Infrasonic) Akustik Dalgalar

Ses altı dalgalar, işitilebilir mertebenin altındaki frekansta olan boyuna dalgalarıdır. Bu tür dalgaların frekans değerleri 0.001 Hz ile 20 Hz aralığındadır. Genel olarak deprem dalgaları bu grup içerisinde incelenmesinden dolayı ses altı dalgalarına sismik dalgalar da denilmektedir. Bu tür dalgalar, deniz dalgalarında, rüzgar seslerinde, depremlerde gözlenmektedir. Ayrıca, nükleer reaksiyonlar sonucu meydana gelen patlamalarda da bu frekans aralığına denk gelen dalgalar oluşmaktadır.

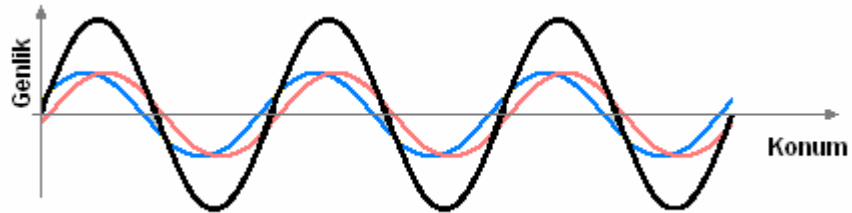
3. Ses Üstü (Ultrasonic) Akustik Dalgalar

Ses üstü dalgalar, işitilebilir mertebenin üstünde frekansları olan boyuna dalgalardır. Bu tür dalgalar 20 kHz üzerinde frekans değerine sahiptir. Günümüzde ses üstü dalgaları, başta hastalıkların tanısı ve tedavisi amacıyla medikal uygulamalarda, birçok bilimsel ve sanayi uygulama alanlarında oldukça sık olarak kullanılmaktadır. Bu tür dalgalar, kuartz kristaline veya piezoelektrik maddelere alternatif elektrik alanın uygulanması ile elde edilebilmektedir.

Genel olarak, gücü bir halden diğerine dönüştüren aygıtlar transducer (*dönüştürücü*) olarak adlandırılır. Örneğin, mikrofon, kuartz kristali ve seramik gibi bazı ses dönüştürücüleri de ses üstü dalgalar yaratabilmektedir. Böyle aygıtlar, ultrasonik temizleyicilerde ve su altı denizciliğinde kullanılmaktadır.

2.3.2. Duran ve İlerleyen Dalgalar

Zıt yönlere aynı frekans ve fazda ilerlemekte olan iki harmonik dalganın üst üste binmesi sonucunda meydana gelen dalgalara *duran dalgalar* denir. Duran dalgalar, belirli bir bölgede ilerlemeksizin durağan olması ve enerjisini belirli bir bölgede tutmasından dolayı *kararlı dalgalar* olarak ta adlandırılırlar [12]. Duran dalgalar aslında iki dalganın üst üste binmesi ile oluşurlar. Bir dalga ilerlerken sabit bir sınıra çarpıp üstüne yansır ise “*süper pozisyon*” olayını meydana getirir. Süper pozisyon durumu dalgaların durgun haldeki pozisyonudur. Şekil 2.6’da gösterildiği üzere genliğin ‘0’ olduğu yerler *düğüm (node) noktalarıdır*. Bir düğüm noktası her zaman durgundur ve ortam boyunca aynı yerde bulunur. Bir düğümün ardışık düğüm ile arasındaki mesafe dalga boyunun yarısına eşittir. Başka bir yaklaşımla duran dalgalar enerjisini bu düğüm noktaları arasında sabitleyen ve bu aralıklarda titreşen dalgalardır [13].



Şekil 2.6. Aynı fazdaki iki harmonik dalganın üst üste binmesi sonucunda oluşan duran dalgalar

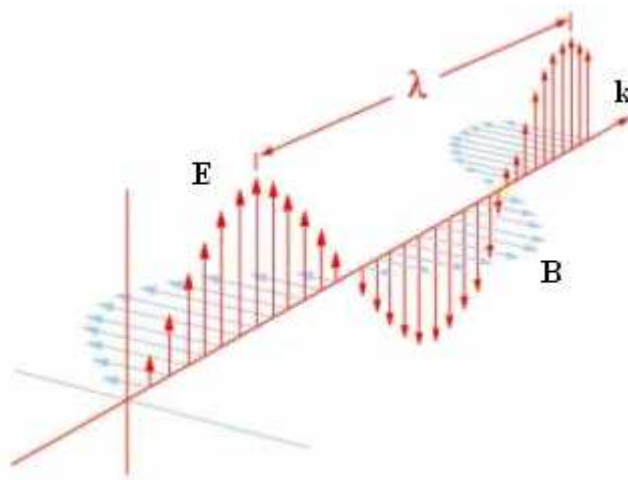
Açık bir ortamda çiftlenimli sürücü bir kuvvetin yarattığı dalgalara ilerleyen dalgalar denir [14]. İlerleyen dalgalar kaynaktan uzaklaşarak yayılıp giderler. Bu tür dalgaların enerji ve momentum taşımak gibi önemli özellikleri vardır. İlerleyen bir dalganın oluşturulabilmesi için çiftlenimli bir sürücü kuvvet yardımıyla açık ortamın harmonik olarak titreştirilmesi gerekmektedir. Bu titreşim ilerleyen harmonik dalgalar oluşturur ve kararlı durumda iken ortamın bütün hareketli parçacıkları, sürücü frekansında harmonik salınım yaparlar. Genel olarak lineer ilerleyen bir dalga için, dalga fonksiyonu

$$\Psi(z,t) = A \cos(\omega t - kz) \quad (2.3)$$

şeklinde yazılabilir. Burada, ω açısal frekansı, k dalga sayısını ve z konumu temsil etmektedir.

2.3.3. Düzlemsel, Küresel ve Silindirik Dalgalar

Elektromanyetik dalgalar ivmelendirilmiş elektrik yükleri tarafından oluşturulurlar. Bir elektromanyetik dalganın yayılımı Şekil 2.7’de gösterildiği gibidir. Şekilde elektromanyetik dalganın elektrik alanının, \vec{k} birim vektörü ile gösterilmiş olan yayılım doğrultusu ile zamana karşı nasıl değiştiği gösterilmiştir. Elektrik alan vektörü \vec{E} , manyetik alan vektörü \vec{H} ’a dik olmakla birlikte bu her iki alan vektörü de \vec{k} yayılım doğrultusu vektörüne diktir. Bu nedenle elektromanyetik dalgalar enine dalgalardır [15].



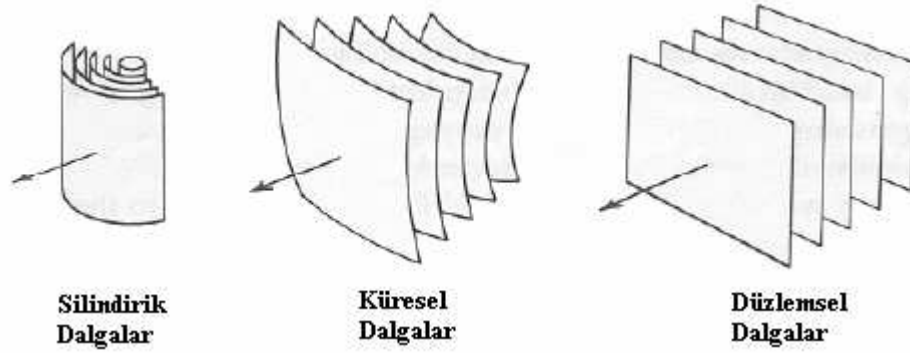
Şekil 2.7. Elektromanyetik düzlem dalga bileşenleri

Noktasal bir kaynaktan yayılan dalgaların yeteri kadar uzak bir mesafede dalga cepheleri yaklaşık olarak birbirlerine paralel ve düz çizgiler şeklinde olur. Üç boyutta bu tür dalgalar incelenirse hemen hemen düzlemsel oldukları gözlenir. Bundan dolayı uzak bir mesafedeki kaynaktan yayılan dalgalara *düzlemsel dalgalar* denir. Genel olarak düzlemsel dalgalar, tepe ve çukur noktaları olmayan sinüzoidal bir dalga olarak kabul edilebilir. Şekil 2.7’de görüleceği üzere mesafe arttıkça dalganın genliğinde herhangi bir azalma olmayacaktır. İşte bu düzlemsel dalgadır ve adından da anlaşılacağı üzere sabit fazlardaki düzlemlerden oluşur. Faz ifadesi basitçe $\phi = \vec{k} \cdot \vec{r} = \text{sabit}$ şeklindedir.

Küresel bir simetriye sahip veya sabit faz yüzeyi küresel olan dalgalar *küresel dalgalar* olarak adlandırılır. Bu tür dalgalar noktasal bir kaynaktan her yöne doğru yayılırlar. Genel olarak bir transducer tarafından meydana getirilen dalgalar küresel dalgalara örnek olarak verilebilir. Aynı zamanda bir su yüzeyine parmağımızla dokunduğumuz da küresel dalgaların oluştuğunu görebiliriz. Küresel dalgalarda akustik basınç (p), açısal koordinatlara (ϕ, θ) bağlı olmaksızın sadece radyal eksenin bir fonksiyonudur. Küresel simetrideki bir dalganın akustik basınç ifadesi için dalga denklemi Denklem 2.4’de verildiği gibidir.

$$\frac{\partial^2 p}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial p}{\partial r} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} \quad (2.4)$$

Diğer bir tür dalgada silindirik dalgalar vardır. Genel olarak silindirik dalgalarda sabit faz yüzeyleri silindirik yapıdadır. Silindirik bir dalga sonsuz uzunluktaki doğrusal bir kaynaktan yayılır. Bu tür dalgalar, doğada düzlemsel ve küresel dalgalara göre daha az görünürler. Fakat teorik uygulama alanları içerisinde oldukça sık bir şekilde kullanılmaktadırlar. Şekil 2.8’de düzlemsel, küresel ve silindirik dalgalar temsili olarak gösterilmiştir.

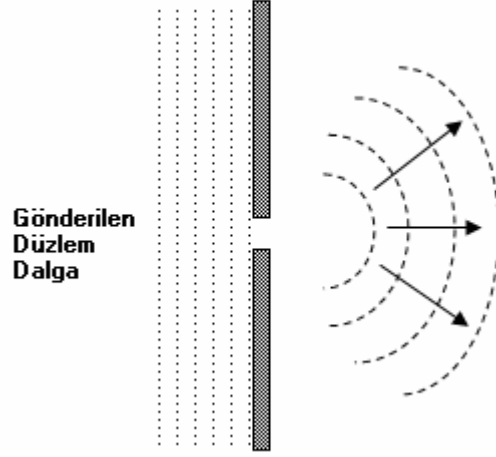


Şekil 2.8. Düzlemsel, küresel ve silindirik dalgalar. Oklar dalgaların yayılım yönünü göstermektedir

2.3.4. Akustik Dalgaların Kırınımı ve Huygens Prensibi

Şekil 2.9’da gösterildiği gibi, bir akustik düzlem dalga belirli genişliğe sahip bir yarığa gönderildiği zaman, engeli geçen dalgalar artık bir düzlem dalga gibi davranmak yerine sanki dairesel bir kaynaktan yayılıyormuş izlenimi verecek şekilde davranırlar ki bu olay kırınım olarak adlandırılır. Kırınımın olabilmesi için dalganın geçeceği aralığın boyutunun dalganın dalga boyuna yakın veya ondan daha küçük olması gereklidir. Ayrıca kırınım olması için dalgaların eş fazlı ve aynı yönlü olması gereklidir. Su, ses, ışık ve radyo dalgaları gibi her türlü dalgada kırınım olabilir. Kırınımın miktarı engele gelen dalganın dalga boyu ile engelin boyutlarına bağlı olarak değişebilmektedir. Örneğin, engelin boyutu sabit tutularak gelen dalganın dalga boyu küçültülürse, kırınım olayı artar. Kırınım olayına daha basit bir örnek, bir borunun içine konuşulduğu zaman borunun öbür ucundan çıkan sesin her yöne doğru yayılması durumu verilebilir.

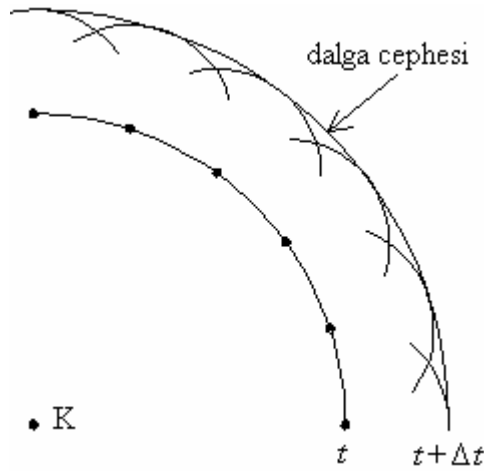
Maddenin dalga özelliğinden dolayı ışığın yanı sıra çeşitli atom altı parçacıklar da kırınma uğrayabilir. Kırınım, kristalleştirilmiş moleküllerin atom düzeyindeki ayrıntılarını çözümlenmek içinde kullanılabilir. Elektron kırınımı, nötron kırınımı veya X-ışını kırınımı teknikleriyle protein, DNA gibi karmaşık moleküllerin üç boyutlu şekilleri anlaşılabilir. Kırınımın miktarı engele gelen dalganın dalga boyu ile engelin boyutlarına bağlı olarak değişebilmektedir.



Şekil 2.9. Akustik dalganın kırınım

Huygens prensibi dalgaların yayılmaları, ortam değiştirmeleri ve yansımaları gibi olayları izah edebilmek için dalga yüzeyinin her noktasını ikincil bir nokta kaynak olarak kabul eder. Bu ikincil nokta kaynakların verdikleri küresel dalgaların belli bir andaki dalga cephesi (*zarfi*) o andaki dalga yüzeyini verir [16].

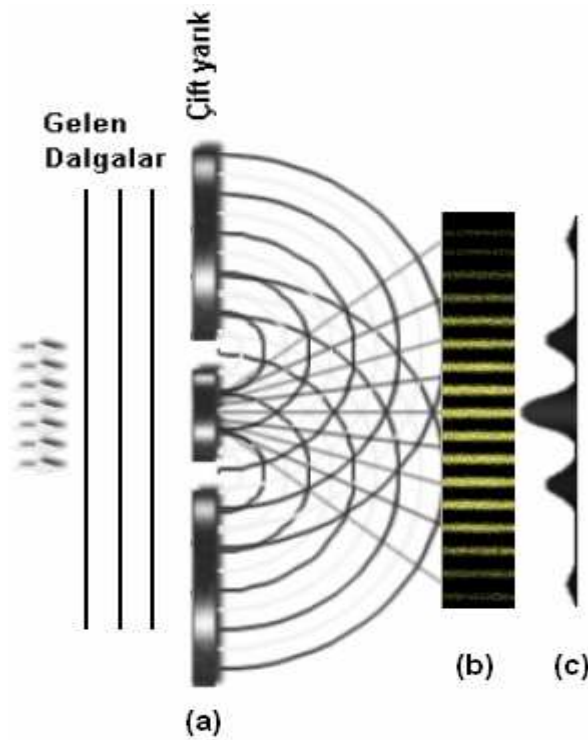
Şekil 2.10'da görüleceği üzere, herhangi bir t anında bir dalga yüzeyinin konumu bilinirse bunu izleyen $t + \Delta t$ anında dalga yüzeyinin alacağı durum, t anındaki ana dalga yüzeyini oluşturan noktaların yaydığı parçacık yüzeylerin zarfıdır. Buna *Huygens Prensibi* denir. Huygens modeli, ışığın yansıma ve kırılma olaylarını çok iyi bir şekilde açıklamaktadır [17].



Şekil 2.10. Huygens Prensibinin grafiksel olarak açıklanması

2.3.5. Akustik Dalgaların Girişimi

Aynı ortam içerisinde ilerleyen ve aralarında faz farkı bulunan iki ses dalgasının belirli bir noktada üst üste gelmeleri olayına ses dalgalarının *girişimi* denir. İki veya daha fazla ses dalgası arasındaki girişim, sesin şiddetinin artmasına veya azalmasına yol açar. Bu nedenle girişim sonucu meydana gelen bu şiddet farkının yaratmış olduğu bölgelerin görünümü girişim deseni olarak adlandırılır. Birbirlerinden bağımsız olarak hareket eden bu dalgaların herhangi bir noktadaki etkisini bulmak için dalgaların etkileri ayrı ayrı toplanır. Bu durumda dalganın yer değişiminin vektörel olarak toplanması işlemine “*süper pozisyon*” denir. Bu tanımlama ışığı altında, dalga cephelerinin süper pozisyonda olması durumu da girişim olarak adlandırılabilir. Süper pozisyon ilkesine göre bir dalganın tepe noktası ile başka bir dalganın çukur noktası üst üste gelirse toplam etki sıfır olur ki buna yıkıcı girişim denir. Yıkıcı girişim genliği azaltır ve sesin şiddetinde azalma gözlenir. Bu durumun tersi olursa yani, bir dalganın tepe noktası (veya çukur) ile başka bir dalganın tepe noktası (veya çukur) ile üst üste gelirse toplam etki genlikler toplamı olur ki buna da yapıcı girişim denir. Yapıcı girişim genliği artırır ve sesin şiddetinde artış gözlenir.



Şekil 2.11. (a) Çift yarık kullanılarak iki dalganın girişimi, (b) Perde üzerindeki girişim deseni, (c) Şiddetindeki değişim

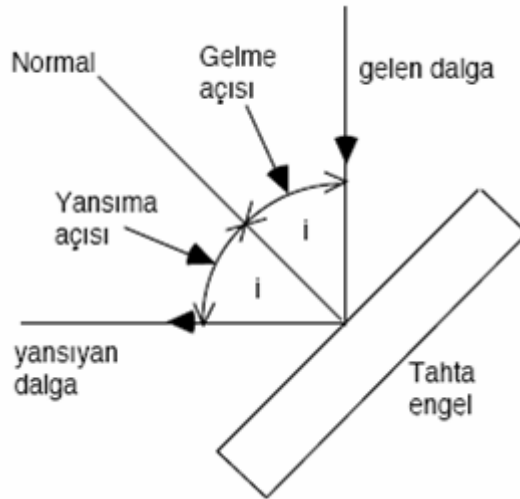
Şekil 2.11’de bir kaynaktan yayılan dalganın çift yarıktan geçerek bir perde üzerine düşürülmesi sonucunda elde edilen girişim desenleri gösterilmiştir. Girişim deseni üzerinde gösterilmiş olan açık renkli kısımlar yapıcı girişim bölgelerini, koyu renk ile gösterilmiş olan kısımlar ise yıkıcı girişim bölgelerini belirtmektedir. Açık ve koyu bölgeler girişim olayının bir sonucu olup açık bölgelerde dalgalar aynı fazda, koyu bölgeler de ise dalgalar farklı fazdadırlar.

2.3.6. Akustik Dalgalarda Yansıma

Yansıma, bir dalganın engеле veya farklı iki ortamın sınır yüzeylerine çarpıp geri sıçraması olarak tanımlanabilir. Şekil 2.12’de görüleceği üzere bir engеле gelip çarpan dalgalara gelen dalgalar, engelden sıçrayan dalgalara ise yansıyan dalgalar denir. Yansımanın iki ana yasası vardır;

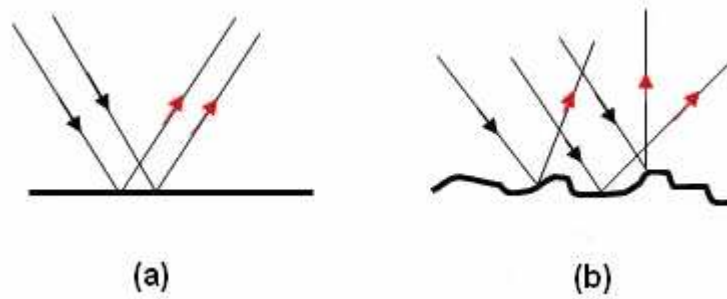
- 1- Gelen dalga, normal ve yansıyan dalga aynı düzlemedir.
- 2- Gelme açısı yansıma açısına eşittir.

Burada engеле doğru ilerleyen dalganın gelme açısı oldukça önemlidir. Çünkü gelme açısı sınır açısından küçük değerler aldığıında kırılma aşikar olacaktır. Aksine gelme açısının sınır açısından büyük değerler alması durumunda ise kırılma olayı olmayacak ve yansıma meydana gelecektir.



Şekil 2.12. Bir dalganın bir engelden yansıması

Gelen dalgaların çarptığı yüzey Şekil 2.13-a’ da gösterildiği gibi düzgün olursa, bu yüzeyin her noktasında normaller birbirlerine paralel olacaktır. Bu durumda, gelen dalganın gelme açısı ile yansıyan dalganın yansıma açısı birbirine eşit olur. Bundan dolayı yüzeye paralel gelen dalgalar yüzeyden de birbirlerine paralel olarak yansıyacaklardır. Bu yansımaya *düzgün yansıma* denir. Eğer yüzey Şekil 2.13-b’ de gösterildiği gibi düzgün değilse, yüzeyin bütün noktalarındaki normaller farklı olacaktır. Böylece yüzeye paralel gelen dalgaların gelme açıları ile yansıma açıları birbirlerine eşit olmayacaktır. İşte bu yansıma da *dağınık yansıma* denir. Burada, yüzey üzerindeki dağınıklık veya pürüzler gelen dalganın dalga boyuna kıyasla daha küçük ise, yüzey düzgün olarak kabul edilebilir ve bu tip yüzeyler üzerinde meydana gelen yansımalar düzgün yansımalar olarak tanımlanabilir.



Şekil 2.13. (a) Düzgün yüzeyde ve (b) pürüzlü yüzeyde yansıma

2.3.7. Akustik Empedans ve Yansıma Katsayısı

Akustik dalgaların yansıması oldukça önemli bir fiziksel olay olmakla birlikte, birçok akustik uygulama alanı içerisinde sıklıkla kullanılması da bu önemi artırmaktadır. Bir akustik dalga, empedansları birbirlerinden farklı olan herhangi iki ortamın sınır bölgesine geldiğinde, dalganın bir kısmı diğer ortama geçerken diğer kısmı da yansıma maruz kalır. İşte ortamın akustik dalgaya karşı gösterdiği tepki veya direnç özelliğine *akustik empedans* denir. Akustik empedans, bir ortamdaki akustik basıncın ortam içerisindeki parçacık hızına oranı olarak tanımlanır.

$$Z = \frac{P}{v} \quad (2.5)$$

Burada Z akustik empedansı (kg/m^2sn), P akustik basınç ($Newton/m^2, \mu bar, \mu Pa$) değerini ve v akustik dalgayı oluşturan parçacıkların hızını (m/sn) göstermektedir. Akustik dalga, empedansları farklı olan bir ortama geldiğinde meydana gelen yansımının büyüklüğünü ortamlar arasındaki akustik empedans farkı belirlemektedir. Örneğin, birinci ortama göre ikinci ortamın akustik empedansı çok daha büyük ise gelen dalganın neredeyse tamamı geri yansımaya maruz kalır. Aslında bu yansımının iki ortam arasındaki empedans uyumsuzluğu nedeniyle ortamın gelen akustik dalgaya karşı gösterdiği tepki veya direnç olarak ta düşünebiliriz. Akustik empedans teriminin aslında uygulanan voltajın akıma (buradaki akım, yüklerin akış hızı) oranına karşılık gelen elektriksel direnç kavramı ile sıkı bir ilişki içinde olduğunu söyleyebiliriz [18].

Birinci ve ikinci ortamın akustik empedanslarının bilinmesi halinde akustik yansıma katsayısı,

$$R = \frac{Z_1 - Z_2}{Z_1 + Z_2} \quad (2.6)$$

olarak ifade edilir.

Akustik empedans çalışmaları birçok uygulama alanı içerisinde kullanılmakla birlikte bazı fiziksel durumların açıklanmasında önemli rol oynamaktadır. Örneğin, farklı empedanslara sahip iki ortamın sınır bölgesindeki yansıma ve geçişlerin belirlenmesinde akustik empedansın bilinmesi büyük önem taşımaktadır. Bunu yanında akustik transducer tasarımında ve bir ortam içerisindeki akustik dalganın soğrulma mekanizmasını açıklanmasında da sıklıkla kullanılmaktadır.

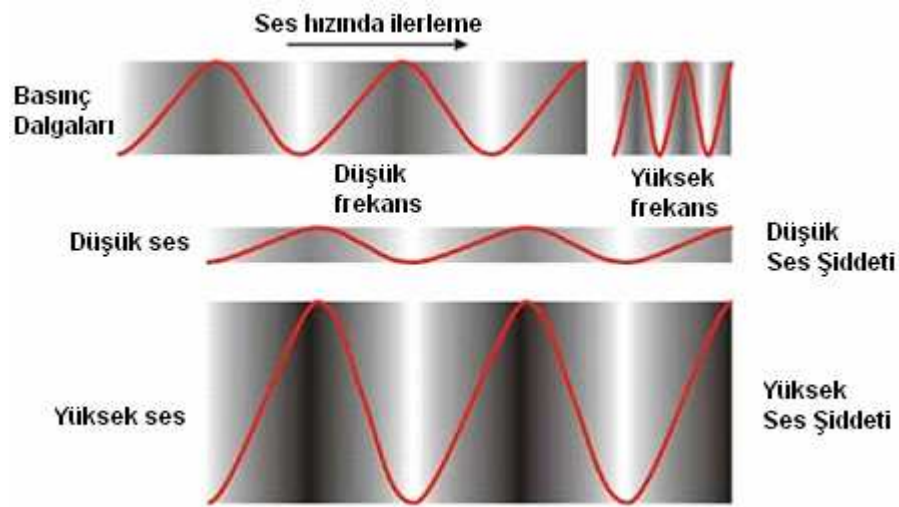
2.3.8. Akustik Şiddet ve Desibel Ölçeği

Akustik dalganın I şiddeti veya birim alan başına gücü, dalganın yayılma yönüne dik birim yüzeyden geçen ses enerjisi olarak tanımlanır. Ses şiddeti çeşitli birimlerde gösterilmektedir. En yaygın olarak kullanılan birimler şunlardır: *Akustik Güç* ($Watt/m^2$), *Akustik Basınç* (Pascal veya Pa), ve *Ses Basınç Seviyesi* (SPL veya Desibel, veya dB). Genel olarak d ortamın yoğunluğu, v yayılma hızı, S_0 ses dalgasının yer değiştirme genliği ise, belirli bir yönde f frekansıyla iletilen ses şiddeti,

$$I = 2\pi^2 \cdot f^2 \cdot d \cdot v \cdot S_0^2 \quad (2.7)$$

bağıntısıyla ifade edilir.

Genellikle sesin şiddeti, ses dalgalarının genliği ile belirlenmektedir. Ses dalgalarının genliği arttıkça, sesin yüksekliği ve dolayısıyla şiddeti de artar. Bir basınç dalgası olan sesin grafiksel olarak tanımlanması Şekil 2.14’de gösterildiği gibidir. Grafiklerde koyu renkli bölgeler sıkışmaları, açık renkli bölgeler ise genişlemeleri simgelemektedir. Eğriler ise bu sıkışma ve genişmelerin iki boyutlu grafiksel temsilleridir. Dikkat edilirse, sıkışma miktarı arttıkça (yüksek seste olduğu gibi) sesin şiddeti de artmaktadır.



Şekil 2.14. Düşük ve yüksek ses şiddetinin bir dalganın genliğine bağıllığı

Bir dalganın belirli bir bölgede oluşturduğu basınç (p) ve parçacık hızına (v) bağılı olarak, ilerleyen harmonik akustik bir dalga için akustik şiddet,

$$I = \frac{1}{2} p \cdot v \quad (2.8)$$

şeklinde verilir. Burada akustik basınç ifadesi için $p = \rho_0 \cdot c \cdot v$ bağıntısı kullanılarak, akustik şiddet ifadesi,

$$I = \frac{1}{2} \rho_0 \cdot c \cdot v^2 \quad (2.9)$$

olarak bulunur. Burada, ρ_0 ortamın yoğunluğu ve c ses hızıdır.

Ses şiddeti genel olarak *desibel* (dB) cinsinden ölçülür. İnsan kulağı çok düşük ve çok yüksek şiddette sesleri duyabilme yeteneğine sahiptir. İnsan kulağının algılayabileceği en düşük ses şiddeti '*eşik şiddet*' olarak bilinir. Kulağa zarar vermeden işitilebilen en yüksek sesin şiddeti ise, eşik şiddetinin yaklaşık 1 milyon katı kadardır. İnsan kulağının şiddet algı aralığı bu kadar geniş olduğundan ve ses seviyelerini lineer olarak algılayamamasından dolayı, şiddet ölçümü için kullanılan ölçek de 10'un katları, yani logaritmik olarak düzenlenmiştir. İşte buna '*desibel ölçeği*' adı verilmektedir. Sıfır desibel mutlak sessizliği değil; işitilemeyecek kadar düşük olan ses şiddetini (ortalama 10^{-12} W/m²) gösterir.

Desibel, bir oranı veya göreceli bir değeri gösterir ve '*bel*' biriminin 10 katıdır. Bu birim, iki farklı büyüklüğün oranının logaritması olarak tanımlanmaktadır. Yani '*I bel*' birbirlerine oranları 10 olan iki büyüklüğü göstermektedir (örneğin 200/20). Bu oranın çok büyük olmasından dolayı '*desibel*' adı verilen ve oranların logaritmasınının 10 katı olarak tanımlanan birim daha yaygın olarak kullanılmaktadır. Bu sayılardan biri bilinen bir sayı olarak alındığından, desibel; söz konusu bir büyüklüğün (P_i) referans büyüklüğe (P_{ref}) oranının logaritmasınının 10 katıdır ($db = 10 \cdot \log(P_i/P_{ref})$). Buna göre, I şiddetindeki bir ses dalgasının akustik şiddet seviyesi (I_{dB}),

$$I_{dB} = 10 \log_{10} \left(\frac{I}{I_{ref}} \right) \quad (2.10)$$

şeklinde verilir. Burada I herhangi bir andaki ölçülen çıkış akustik şiddet değerini, I_{ref} ise referans büyüklük olarak tanımlanmış olan duyma sınırındaki akustik şiddet değerini ifade etmektedir. Akustik şiddetin (güç) referans noktası, hava ortamında bir insanın kulağının duyma sınırı olan 10^{-12} W/m² dir. Aynı zamanda akustik basıncın referans noktası 0.00002 Pa ve ses basınç seviyesinin (*SPL veya desibel*) referans noktası ise 0dB olarak alınmaktadır. Akustik basınç ve akustik şiddet arasında $I = P_i / \rho_0 c$ şeklinde bir ilişki vardır. Buna göre akustik basınç seviyesi için;

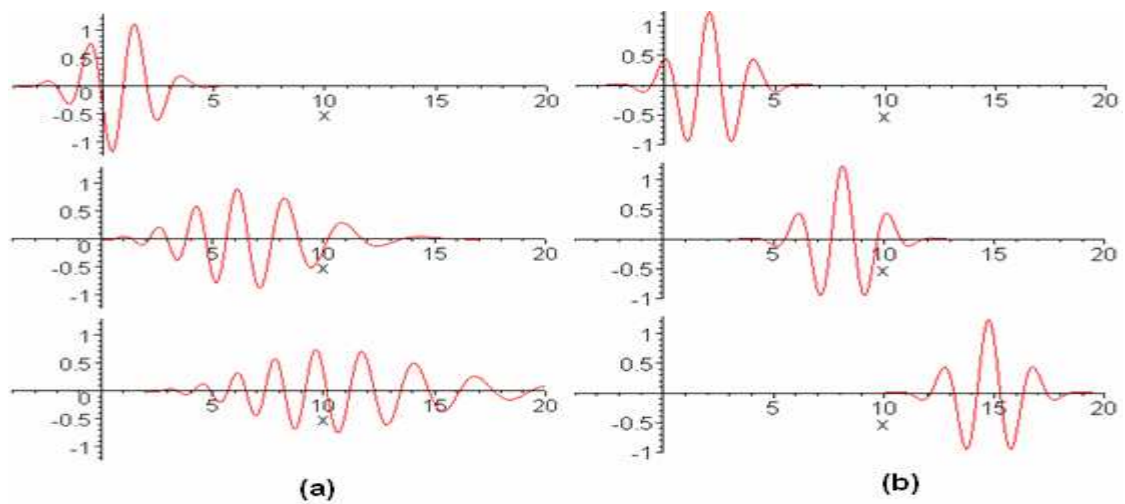
$$SPL = 20 \log_{10} \left(\frac{P_i}{P_{ref}} \right) \quad (2.11)$$

ifadesi yazılır. Burada P_i ölçülmek istenilen basıncın etkin değerini, P_{ref} ise referans basınç değerini göstermektedir.

Örnek olarak 1 Pa ses şiddetinin dB olarak karşılığını şu şekilde hesaplayabiliriz; $SPL = 20 \log_{10}(1/0.00002) = 93.97 dB$ olarak bulunur. Mikrofonların ses şiddetleri genellikle mV/Pa olarak verilmektedir. Bir mikrofon sistemi geliştirirken mikrofonun üreteceği gerilim hakkında bilginizin olması önemlidir. Örneğin, ses şiddeti $10mV/Pa$ olan bir mikrofon her Pa ses şiddeti için $10mV$ gerilim üretir. Eğer mikrofon $100dB$ ses şiddeti olan bir ortamda kullanılacak olursa mikrofonun üreteceği gerilim şu şekilde hesaplanır; $100 = 20 \log_{10}(P/0.00002)$ veya $P/0.00002 = 100000$ ve $P = 2 Pa$ olarak bulunur. Mikrofonumuz $10mV/Pa$ olduğuna göre, $10 \times 2 = 20mV$ olur. Mikrofon sistemlerinde bir diğer önemli nokta ise akustik gücün uzaklığın karesi ile ters orantılı oluşudur. Örneğin, uzaklık $10 cm$ artarsa akustik güç 100 katı azalır.

2.3.9. Akustik Ayırışma (Dispersiyon)

Dispersiyon (ayırışma) özelliğine sahip akustik dalgaların yayılım hareketi frekansa bağlı olarak değişmektedir. Kompleks bir ses dalgasının bir ortam içerisinde farklı frekans bileşenlerine sahip olacak şekilde ayırışmasını nedeni, bulunduğu ortam içerisinde dalga hızının frekans ile değişmesinden dolayıdır. İşte akustik bir dalganın hızının frekansa bağlı olarak değişmesi sonucunda dalganın formunun bozulması olayına *akustik dispersiyon* denir. Şekil 2.15’de dispersive ve dispersive olmayan dalga paketleri şematik olarak gösterilmiştir.



Şekil 2.15. (a) Dispersive dalga paketi, (b) Dispersive olmayan dalga paketi

Genel olarak, dalganın yayılma hızının frekansa (dalga boyu) bağılı olduğu ortamlar dispersiyon oluşturan ortamlar (dağılımlı ortam) olarak, yayılma hızının frekanstan bağımsız olduğu ortamlar ise dispersiyon oluşturmeyen ortamlar olarak adlandırılır. Dispersiyon oluşturan ortamlarda, dalga paketinin yayılma hızı onu oluşturan bileşenlerin faz hızlarından farklıdır. Bu nedenle dalga paketi onu oluşturan bileşenlerden hiçbirinin faz hızı ile karakterize edilemez. Bu durumda dalga paketinin yayılma hızı grup hızı denilen kavramla karakterize edilir. Genellikle, böyle ortamlarda dalga paketinin şekli zamana bağılı olarak değişmektedir. Akustik dispersiyon olayı nano-optik ve fotonik uygulamalarda sıklıkla kullanılmaktadır [19-24].

2.3.10. Akustik Zayıflama (Attenuation)

Akustik dalgalar herhangi bir ortamlardan geçerken veya dalga kaynağından uzaklaştıkça gücünde bir azalma yani zayıflama olur. Bu şekilde dalgaların yoğunluğunun azalmasına, enerjisinin bir kısmının kaybedilmesine yol açan zayıflamaya (*attenuation*) üç temel etken neden olur. Bunlardan birincisi soğurma (*absorption*) dır. Ortamdan geçen akustik dalganın enerjisinin bir kısmı ortam tarafından soğurulur ve soğurulan enerji ısı olarak ortaya çıkar. Zayıflamaya yol açan ikinci etken saçılmadır. Saçılma sonucunda birim alandan geçen enerji miktarı azalır. Zayıflamaya neden olan üçüncü faktör ise dalga demetinin belirli bir mesafeden sonra genişleyerek yayılmasıdır. Burada enerji yoğunluğu kesit alanla ters orantılıdır. Demet genişlediğinde kesit alan artacağından ortamdan geçen enerji yoğunluğu azalacaktır. Bu üç etkenin birden akustik bir dalgada yol açtığı şiddet azalmasına *akustik zayıflama* adı verilir. Ayrıca akustik dalganın zayıflaması geçilen ortamın tipine, kalınlığına ve dalganın frekansına da bağılıdır. Ortam kalınlığı ve frekans arttıkça zayıflama da artar. Düşük frekanstaki akustik dalgalar daha derinlere kadar nüfuz edebilirler [25].

2.4. Lineer ve Lineer Olmayan Akustik Denklemler

Akustik alanı üzerine yapılan çalışmalar temel olarak lineer akustik ve lineer olmayan akustik olmak üzere iki ana kategoride incelenmektedir. Lineer akustik alan çalışmalarında ortam içerisinde yayılan bir dalganın faz hızı sabit olarak kabul edilmekte olup, ortamdaki moleküllerin birbirleriyle olan etkileşimleri ve ısı transferi hesaba katılmamaktadır. Genel olarak lineer akustik uygulamaları çoğunlukla sıvı ortam

içerisinde gerçekleştirilen çalışmaları içermektedir. Çünkü, sıvıların denge durumunda içerisindeki moleküllerin konumları ve ortalama basınçları yaklaşık olarak sabittir [26]. Akustik dalganın hareketi tamamen bu denge konumundaki basınç alanlarının bozulması şeklinde gerçekleşmektedir. Günümüzde lineer akustik problemlerin büyük bir kısmının çözümüne ulaşamamıştır. Genel olarak lineer akustik denklemleri, gravitasyon kuvvetlerinin neden olduğu etkinin ihmal edildiği, akustik basınç ve yoğunluğun her noktada sabit olduğu denge konumu durumlarında çözümü elde edilebilmektedir [27]. Bu şartlar altında çözüme ulaşılmasının nedeni, sıvının homojen, ideal elastik özelliklere sahip, sıcaklık ve viskozite etkileşimlerinin olmamasıdır.

Lineer olmayan akustik alan çalışmalarında ise, ortamda yayılan dalganın faz hızı sabit olmayıp frekansın bir fonksiyonu olarak değişmektedir. Frekansa olan bu bağılılık akustik dispersiyona yol açmakta ve alt harmoniklerin oluşmasına neden olmaktadır. Bu durum akustik problemlerin çözümlerini zorlaştırmakta ve analitik veya nümerik çözümlere ulaşamamasına neden olmaktadır [28-30].

2.4.1. Lineer Akustik Dalga Denklemleri

2.4.1.1. Durum Denklemi

Akustik dalgalar bir ortam içerisinde ilerlerken ortamda bulunan molekülleri titreşim hareketine zorlarlar. Bu zorlama, ortam içerisindeki parçacıkların yer değiştirmesine ve bunun sonucunda da dalganın ilerlemesi esnasında yerel olarak basınç alanının ve yoğunluğunun değişmesine neden olur. Akustik dalganın ortam içerisinde ilerlemesi sırasında meydana gelen basınç ve yoğunluk değişimi arasındaki ilişkiyi *durum denklemi* açıklar. Burada, P akustik basıncı ve ρ ortamın yoğunluğunu göstermek üzere durum denklemi,

$$P = P(\rho) \quad (2.12)$$

şeklinde ifade edilir. Denklem 2.12 ile verilen durum denklemi sadece sıvılar ve gazlar için geçerli olup akustik dalga basıncının yoğunluğunun bir fonksiyonu olduğunu gösterir. Bununla birlikte, akustik dalganın basıncı tarif edilirken sıcaklığın da bir fonksiyonu olduğu göz önüne alınmalıdır. Fakat lineer akustik denklemler oluşturulurken sıcaklığın etkisi ihmal edilir [28]. Durum denklemi olarak tanımlanmış olan akustik basıncın yoğunluğa göre değişimi, dalganın ilerlediği ortamda herhangi bir etkinin olmadığı

durum için yoğunluk değeri (denge durumu) olan ρ_0 civarında Denklem 2.12'nin yoğunluğa göre Taylor serisine açılması ile daha da anlaşılır bir şekilde ifade edilir.

$$P = P_0 + \left(\frac{\partial P}{\partial \rho} \right)_{\rho_0} (\rho - \rho_0) + \frac{1}{2!} \left(\frac{\partial^2 P}{\partial \rho^2} \right)_{\rho_0} (\rho - \rho_0)^2 + \dots \quad (2.13)$$

Burada, P akustik basınç değişimini, P_0 denge durumundaki akustik basınç değerini, ρ herhangi bir andaki yoğunluk değerini ve ρ_0 denge durumundaki yoğunluk değerini ifade etmektedir. Denklem 2.13 ile tanımlanan ifade de, yoğunluktaki değişimlerin çok küçük olduğu yani düşük genlikteki dalgalar için geçerli olduğu göz önüne alınarak küçük değişimler için ikinci ve üçüncü mertebeden gelen terimler ihmal edilip düzenlenerek aşağıdaki şekilde yazılabilir.

$$p = P - P_0 \approx B \left(\frac{\rho - \rho_0}{\rho_0} \right) = c^2 (\rho - \rho_0) \quad (2.14)$$

Burada $B = \rho_0 \left(\frac{\partial P}{\partial \rho} \right)_{\rho_0}$ olarak tanımlanır ve *Bulk Modülünü* ifade eder. Bulk modülü, katıların ve sıvıların sıkıştırılabilirliğinin bir ölçüsü olup ortamdaki değişen basınca karşılık yoğunlukta meydana gelen değişimin bulunması ile hesaplanmaktadır. $p = P - P_0$ net akustik basınç terimi ve $s = (\rho - \rho_0)/\rho_0$ herhangi bir noktadaki sıkışmayı belirten yoğunlaşma terimi olarak alınıp, Denklem 2.14 ifadesi düzenlenirse,

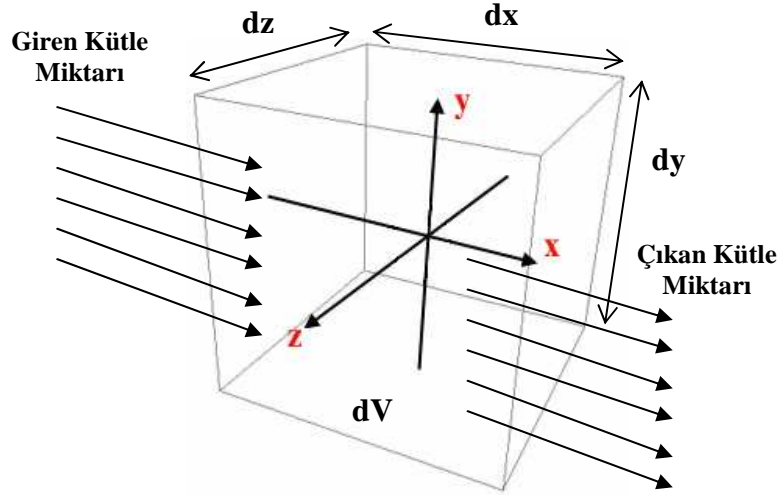
$$p = B \cdot s \quad (2.15)$$

şeklinde bulunur. Denklem 2.15 ifadesi, akustik basınçtaki değişimin sıkıştırılabilirliğin bir ölçüsü olan Bulk modülüne ve yoğunluk değişimine bağlı olduğunu gösteren *lineer durum denklemi* olarak adlandırılır. Burada $s \ll 1$ koşulunun sağlanması gerekmektedir

Sıvı bir ortam içerisinde ilerleyen akustik dalganın meydana getirdiği akustik basınç değişiminin, sıvıyı oluşturan moleküllerin hareketine olan bağlılığının kesin olarak bilinmesi gerekmektedir. Bunun için akışkanlar mekaniğinin iki temel denklemi olan *Süreklilik denklemi* ve *Euler denkleminin* bilinmesi gereklidir [31, 32].

2.4.1.2. Süreklilik Denklemi

Süreklilik denklemi, sıvı bir ortam içerisinde yayılan akustik dalganın meydana getirmiş olduğu akustik basınç değişiminin, sıvıyı oluşturan moleküllerin hareketine olan bağlılığını açıklayan denklemdir. Bu denklem genel olarak akışkanlar için kütle korunumunu verir. Şekil 2.16'da dV birim hacmine sahip bir kesitten $+x$ doğrultusunda giren kütle ve çıkan kütle miktarına bağlı olarak, kütle akısında meydana gelen değişim gösterilmiştir.



Şekil 2.16. dV birim hacme sahip bir kesitten geçen kütle akısı

Burada ρ sıvının yoğunluğu, u_x sıvı içerisindeki parçacıkların $+x$ yönündeki hızı olsun. dV birim hacmine sahip bir kesite giren kütle akısı $\rho \bar{u}_x$, çıkan kütle akısı $\rho \bar{u}_x + \frac{\partial(\rho \bar{u}_x)}{\partial x} dx$ olduğuna göre, dV hacminden geçen $+x$ yönündeki net akı değişimi,

$$\rho \bar{u}_x - \left[\rho \bar{u}_x + \frac{\partial(\rho \bar{u}_x)}{\partial x} dx \right] = -\frac{\partial(\rho \bar{u}_x)}{\partial x} dx \quad (2.16)$$

olarak bulunur. Kütle akışı, dV birim hacim elemanının her yönünde olduğu kabul edilerek, üç boyutta kütledeki net akı değişimi;

$$-\left[\frac{\partial(\rho \bar{u}_x)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho \bar{u}_y)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho \bar{u}_z)}{\partial z} \right] dV = -[\nabla \cdot (\rho \bar{u})] dV \quad (2.17)$$

şeklinde yazılır. Burada dV birim hacim elemanından geçen toplam kütle miktarı,

$$M = \int \rho dV \quad (2.18)$$

şeklinindedir. Bu tanımlamaya göre birim zamanda dV birim hacim elemanından geçen toplam kütle miktarı ise,

$$\frac{dM}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} \int \rho dV \quad (2.19)$$

olarak bulunur. dV birim hacim elemanı için Denklem 2.17 ifadesiyle tanımladığımız üç boyutta kütledeki net akı değişimi ile, Denklem 2.19 ile tanımlamış olduğumuz birim zamanda birim hacimden geçen toplam kütle miktarı aynı durumu ifade etmektedir. Buna göre bu iki denklemin eşitliğinden,

$$\frac{\partial}{\partial t} \int \rho dV = - \int [\vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{u})] dV \quad (2.20)$$

bulunur. Buradan, Denklem 2.20 ifadesi düzenlenirse,

$$\int \left[\frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{u}) \right] dV = 0 \quad (2.21)$$

integrali elde edilir. Denklem 2.21'in sıfır olabilmesi için integralin içerisindeki matematiksel ifadenin sıfıra eşit olması gerekmektedir. Buna göre,

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{u}) = 0 \quad (2.22)$$

olarak bulunur. Denklem 2.22 ifadesi süreklilik denklemi olarak bilinir ve sabit bir hacim içinden çıkan kütle miktarının, hacim içindeki kütle azalmasına eşit olduğunu ifade eder. Denge durumundaki yoğunluk ρ_0 değerini konuma ve zamana göre sabit olarak alıp, Denklem 2.14 ile tanımlanmış olan herhangi bir noktadaki sıkışmayı belirten yoğunlaşma terimi s 'nin yardımıyla $\rho = \rho_0(1 + s)$ şeklinde yazılıp, s 'nin ihmal edilebilecek kadar küçük olarak seçilmesi durumunda Denklem 2.22 ifadesi,

$$\left(\frac{\partial s}{\partial t} \right) + \vec{\nabla} \cdot \vec{u} = 0 \quad (2.23)$$

şeklini alır. Bu eşitlik lineer ortamlar için *Süreklilik Denklemi* olarak bilinir. Lineer bir ortam içerisinde yoğunluk değişimlerinin çok küçük olmasından dolayı ortamın lineer bir ortam olarak davranması, Denklem 2.23 ile verilen ifadenin lineer ortamlar için *Süreklilik Denklemi* olarak adlandırılmasının sebebidir.

2.4.1.3. Momentum (Euler) Denklemi

Momentum (Euler) denklemi, belirli bir yönde ilerleyen sıvının hızının aynı sıvının yoğunluk ve basıncına olan bağıllığını tanımlamak için kullanılır. Genel olarak sıvılar, yapısal olarak termal etkileşimlerin meydana geldiği ve belirli bir viskozite değerine sahip maddelerdir. Bundan dolayı sıvılar için Euler denklemi oluşturulurken termal etkileşimlerin olmadığı, viskozite etkilerinin ihmal edildiği sıkıştırılabilen sıvılar göz önüne alınmaktadır. Buna göre, termal etkileşimleri olmadığı bir sıvı içerisinde $dV = dx \cdot dy \cdot dz$ hacmine sahip, sıvı ile beraber hareket edebilen dm kadar bir kütleyi göz önüne alalım. Seçilen dm kütlesine etkiyen net $d\vec{f}$ kuvveti, Newton'un ikinci yasasına göre $d\vec{f} = \vec{a}dm$ şeklinde yazılır. Bu dm kütlesine $+x$ yönünde etkiyen net kuvvet ise,

$$df_x = \left[P - \left(P + \frac{\partial P}{\partial x} dx \right) \right] dydz = -\frac{\partial P}{\partial x} dV \quad (2.24)$$

şeklinde olur [33]. Bu ifade sadece $+x$ yönünde etkiyen net kuvvet olacağından tüm yönlerden etkiyen kuvvetlerin toplamı $d\vec{f} = df_x \hat{x} + df_y \hat{y} + df_z \hat{z}$ şeklinde olur. Buna göre toplam kuvvetin basınç terimine bağlı ifadesi,

$$d\vec{f} = df_x \hat{x} + df_y \hat{y} + df_z \hat{z} = -\vec{\nabla}P \cdot dV \quad (2.25)$$

şeklinde olur. Sıvı içerisindeki parçacık hızı \vec{u} , hem konumun hem de zamanın bir fonksiyonu olduğu kabul edilerek parçacık hızı $\vec{u}(x, y, z, t)$ şeklinde ifade edilebilir. Burada \vec{u} hızı ile ilerlemekte olan bir hacim elemanının dt süresi sonrasında sahip olacağı hız $\vec{u}(x + dx, y + dy, z + dz, t + dt)$ şeklinde olacaktır. Bu durumda seçilmiş olan hacim elemanının \vec{a} ivmesi,

$$\vec{a} = \lim_{dt \rightarrow 0} \frac{\vec{u}(x + dx, y + dy, z + dz, t + dt) - \vec{u}(x, y, z, t)}{dt} \quad (2.26)$$

olarak yazılır. Hızın, birim zamanda konumda meydana gelen değişim olduğu göz önüne alınarak Denklem 2.26 ifadesinde $dx = u_x dt$, $dy = u_y dt$ ve $dz = u_z dt$ şeklinde yazılabilir. Bu durumda \bar{a} ivmesi,

$$\bar{a} = \lim_{dt \rightarrow 0} \frac{\bar{u}(x + u_x dt, y + u_y dt, z + u_z dt, t + dt) - \bar{u}(x, y, z, t)}{dt} \quad (2.27)$$

şeklinde ifade edilebilir. Sıvı içerisinde küçük yer değiştirmeler göz önüne alındığında, dt süresi sonunda \bar{u} hızındaki değişimin çok küçük olduğu kabul edilerek, \bar{u} hız ifadesi Taylor serisine açılabilir. Buna göre, Taylor serisinde ilk terimlerin alınması ile hız ifadesi için,

$$\begin{aligned} &\bar{u}(x + u_x dt, y + u_y dt, z + u_z dt, t + dt) = \\ &\bar{u}(x, y, z, t) + \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} u_x dt + \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} u_y dt + \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} u_z dt + \frac{\partial \bar{u}}{\partial t} dt \end{aligned} \quad (2.28)$$

eşitliği elde edilir. Denklem 2.28 eşitliği Denklem 2.27'de yerine yazılıp gerekli sadeleştirmeler yapıldığında \bar{a} ivmesi için,

$$\bar{a} = \frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} u_x + \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} u_y + \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} u_z \quad (2.29)$$

ifadesi bulunur. Burada $(\bar{u} \cdot \nabla) = u_x \frac{\partial}{\partial x} + u_y \frac{\partial}{\partial y} + u_z \frac{\partial}{\partial z}$ şeklinde bir operatör tanımlanarak, \bar{a} ivmesi aşağıdaki şekilde yazılabilir.

$$\bar{a} = \frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + (\bar{u} \cdot \nabla) \bar{u} \quad (2.30)$$

Denklem 2.30 ile tanımlanmış olan \bar{a} ivmesi, $d\bar{f} = \bar{a} \cdot dm$ denkleminde yerine yazılıp; $dm = \rho dV$ şeklinde kullanılarak ve gerekli sadeleştirmeler yapılarak,

$$-\nabla P = \rho \left[\frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + (\bar{u} \cdot \nabla) \bar{u} \right] \quad (2.31)$$

eşitliği elde edilir. Burada Denklem 2.31 ifadesi, lineer olmayan *Euler Denklemi* olarak bilinir. Denklem 2.31 ile tanımlanmış olan Euler denklemini lineer biçimde yazabilmek için bir önceki bölümde tanımlanmış olan s terimi $|s| \ll 1$ olacak şekilde seçilip,

$|(\vec{u} \cdot \nabla)\vec{u}| \ll \frac{\partial \vec{u}}{\partial t}$ yaklaşımı yapıldığında, $\left[\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + (\vec{u} \cdot \nabla)\vec{u} \right]$ terimi $\frac{\partial \vec{u}}{\partial t}$ şeklinde sadeleşmiş olur. Ayrıca denge durumunda ρ yerine ρ_0 yazılabilir ve denge durumundaki basınç değeri olan P_0 'ın konuma göre sabit olduğu düşünülerek, ∇P yerine net basınç cinsinden ∇p ifadesi yazılabilir. Böylece Denklem 2.31 eşitliği ile ifade edilen Euler denklemi,

$$\vec{\nabla} p = -\rho_0 \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} \quad (2.32)$$

haline dönüşür. Denklem 2.32 ifadesi lineer yaklaşımlar yapılarak elde edildiğinden *Lineer Inviscid Kuvvet Denklemi* olarak adlandırılır ve sadece küçük genliğe sahip akustik dalgaların yayılma problemlerinde kullanılır [33].

2.4.1.4. Lineer Dalga Denklemi

Genel olarak lineer dalga denklemi, uzay ve zaman ekseninde akustik bir dalganın temel özelliklerinin tanımlanmasında ve bu temel özelliklerinin hangi ölçüde değiştiğinin belirlenmesinde kullanılır. Lineer dalga denkleminin türetilmesi için akustiğin üç temel denklemi olan *Durum Denklemi*, *Süreklilik Denklemi* ve *Euler Denklemi* birlikte kullanılarak tek bir denklem haline getirilmesi ile elde edilir. Öncelikle Denklem 2.32 ile verilen Euler Denklemi diverjansı alındığında,

$$\vec{\nabla}(\vec{\nabla} p) = \nabla^2 p = -\rho_0 \vec{\nabla} \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} \quad (2.33)$$

eşitliği elde edilir. Daha sonra Denklem 2.23 ifadesi ile verilen süreklilik denkleminin zamana göre türevi alınıp $\frac{\partial}{\partial t}(\vec{\nabla} \vec{u}) = \vec{\nabla} \left(\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} \right)$ dönüşümü kullanıldığında,

$$\frac{\partial^2 s}{\partial t^2} + \vec{\nabla} \left(\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} \right) = 0 \quad (2.34)$$

denklemi elde edilir. Burada Denklem 2.33 ve Denklem 2.34 ile verilen eşitliklerdeki $\vec{\nabla} \left(\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} \right)$ ifadeleri birbirlerine eşitlendiğinde,

$$\nabla^2 p = \rho_0 \frac{\partial^2 s}{\partial t^2} \quad (2.35)$$

denklemini bulunur. Son olarak Denklem 2.35 eşitliğindeki s terimini yok etmek için Denklem 2.14 ile verilen Durum denklemi, Denklem 2.35 eşitliğinde kullanılırsa,

$$\nabla^2 p = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} \quad (2.36)$$

denklemini elde edilir. Sonuç olarak türetilmiş olan Denklem 2.36 eşitliği, klasik dalga denklemi olup, sıvı içerisinde yayılan bir akustik dalga için lineer dalga denklemi olarak ifade edilir. Burada c sonlu genliğe sahip akustik bir dalganın yayılma hızı (faz hızı) olup Denklem 2.14 ile de tanımlandığı üzere $c^2 = (B/\rho_0)$ şeklindedir.

Akustik dalganın yayıldığı ortamın sıkışmayan bir özelliğe sahip olması, içerisinde türbülans ve kenar etkileşimleri sonucunda meydana gelen etkilerin olmadığı ve viskozitesi sıfır olarak kabul edilen bir sıvı ortam (*inviscid*) olduğu göz önüne alındığında $\vec{\nabla} \times \vec{u} = 0$ yaklaşımı kullanılabilir. Bu durumda parçacık hızı,

$$\vec{u} = \vec{\nabla} \Phi \quad (2.37)$$

şeklinde vektör olmayan ve hız potansiyeli olarak bilinen Φ gibi bir fonksiyonun grandiyenti cinsinden yazılabilir. Burada Denklem 2.37 ile tanımlanan skaler hız potansiyel ifadesi, Denklem 2.32'de yerine yazıldığında,

$$\vec{\nabla} \cdot \left(\rho_0 \frac{\partial \Phi}{\partial t} + p \right) = 0 \quad (2.38)$$

denklemini elde edilir. Denklem 2.38'in sıfıra eşit olabilmesi için parantez içerisindeki ifadenin sıfır olması gerekmektedir. Bu durumda,

$$p = -\rho_0 \frac{\partial \Phi}{\partial t} \quad (2.39)$$

şeklinde p ve Φ 'yi birbirine bağlayan eşitlik elde edilir. Denklem 2.39'da hız potansiyelinin bir fonksiyonu olarak bulunan akustik basınç ifadesi, Denklem 2.36 ile verilen lineer dalga denkleminde kullanılırsa,

$$\nabla^2 \Phi = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} \quad (2.40)$$

eşitliği ile verilen hız potansiyeline bağlı *Linear Dalga Denklemi* elde edilir.

Homojen olmayan ortamda ilerleyen ses dalgası aşağıdaki denklem çifti ile ifade edilir.

$$\rho \cdot \frac{\partial \bar{\xi}}{\partial t} = -\bar{\nabla} p \quad \frac{\partial p}{\partial t} = -K \cdot \bar{\nabla} \bar{\xi} \quad (2.41)$$

Denklem 2.41 ile verilen birinci eşitlik lineer ortamlar için Euler denklemini, ikinci eşitlik ise lineer ortamlar için Süreklilik denklemini ifade etmektedir. Burada, $\bar{\xi}$ ortamı oluşturan parçacıkların hızını, p ise basıncı temsil etmektedir. ρ ve K yayılma ortamını karakterize eden ortam parametreleridir. ρ ortamın yoğunluğu ve K ortamın bulk modülüdür. Bu yayılma ortamında ilerleyen dalganın hızı için,

$$c = \sqrt{\frac{K}{\rho}} \quad (2.42)$$

yazılabilir.

Şimdi Denklem 2.41 ile verilen eşitlikleri kullanarak lineer dalga denklemini elde edelim. Bunun için $\rho \cdot \frac{\partial \bar{\xi}}{\partial t} = -\bar{\nabla} p$ denkleminin her iki tarafının konuma göre

diverjansı alınır, $\frac{\partial}{\partial t} \bar{\nabla} \bar{\xi} = -\bar{\nabla} \cdot \left(\frac{1}{\rho} \cdot \bar{\nabla} p \right)$ elde edilir. Burada $\bar{\nabla} \bar{\xi}$ ifadesi yerine

$\frac{\partial p}{\partial t} = -K \cdot \bar{\nabla} \bar{\xi}$ denkleminde gerekli düzenleme yapıldıktan sonra elde edilen

$\bar{\nabla} \bar{\xi} = -\frac{1}{K} \cdot \frac{\partial p}{\partial t}$ ifadesini kullanalım. Gerekli düzenlemeler yapılırsa, Denklem 2.41

sadece p basınç değişkenine bağlı olarak,

$$\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = K \cdot \bar{\nabla} \cdot \left(\frac{1}{\rho} \cdot \bar{\nabla} p \right) \quad (2.43)$$

elde edilir. Burada homojen bir ortamda yayılan ses dalgasının K ve ρ parametresi sabit olacaktır. Bu durumda, homojen bir ortam için lineer dalga denklemi,

$$\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = \frac{K}{\rho} \cdot \nabla^2 p \quad (2.44)$$

şekline dönüşür. Burada $c = \sqrt{K/\rho}$ olarak alınırsa, Denklem 2.40 ile ifade edilen homojen ortam için lineer dalga denklemi elde edilir.

$$\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = \frac{1}{c^2} \cdot \nabla^2 p \quad (2.45)$$

Homojen olmayan ortamların nümerik analizinde ise Denklem 2.43 ifadesi ile verilen eşitlik kullanılır. Bunun için Denklem 2.43 ifadesini iki boyutlu dalga yayılım ortamında, hava ortamına göre normalize edersek,

$$\nabla \cdot (\underline{\rho}(\vec{r}) \cdot \nabla p(\vec{r}, u)) - \frac{1}{\overline{K}(\vec{r})} \cdot \frac{\partial^2 p(\vec{r}, u)}{\partial u^2} = 0 \quad (2.46)$$

ifadesi elde edilir. Ortam parametreleri olarak, $\underline{\rho}$ normalize yoğunluğu ve \overline{K} normalize bulk modülünü ifade etmektedir. Yani,

$$\underline{\rho} = \frac{\rho_o}{\rho} \quad \text{ve} \quad \overline{K} = \frac{K}{K_o} \quad (2.47)$$

Burada ρ_o ve K_o havanın yoğunluk ve bulk modülü olup normalizasyon için referans olarak seçilmiştir. ρ_o ve K_o parametreleri ile ifade edilen yayılma ortamında dalga hızı ise,

$$c_o = \sqrt{\frac{K_o}{\rho_o}} \quad (2.48)$$

olur. Normalize zaman değişkeni ise $u = c_o \cdot t$ olarak ifade edilmiştir. Homojen olmayan ortam için elde edilen Denklem 2.46 ile verilen lineer dalga denkleminin PWE yöntemiyle çözümü 3. Bölüm detaylı olarak incelenecektir.

2.4.2. Lineer Olmayan Akustik

Akustik alanındaki lineer yaklaşımlar, birçok problemin çözümünde yeterli olmakla birlikte doğada mevcut olan bazı akustik olaylar ancak lineer olmayan yaklaşımlarla açıklanabilmektedir. Bu nedenle lineer olmayan akustik problemlerin

çözümleri büyük önem taşımaktadır. Lineer akustik problemlerine göre lineer olmayan akustik problemleri birçok fiziksel parametre içermesinden dolayı çözümleri oldukça zor ve karışıktır [33-35].

Genel olarak akustik dalgalar, yayılmak için bir ortama ihtiyaç duyan ve periyodik değişiklikleri zamana ya da koordinata bağlı olan mekaniksel titreşimlerdir. Bu yüzden akustik dalgaların yayılma hızları buldukları ortama bağlı olarak değişim gösterir. Bu tür dalgalar yayılırken ortam içerisinde mevcut olan molekülleri dalganın hareket doğrultusu boyunca titreştirmesinden dolayı, ortam içerisinde bir basınç ve yoğunluk değişimi meydana gelir. İşte akustik basıncın akustik yoğunluğa bağlı olduğu ortamlar lineer olmayan ortamlar olarak adlandırılır. Bu durumda faz hızı sabit olmayıp frekansın bir fonksiyonu olur ki bu da alt harmoniklerin oluşmasına neden olur.

Akustik dalgalar lineer olmayan ortamlarda yayılırken ortamın süreksizliğinden dolayı bozulmaya uğrarlar. Bu bozulmanın iki nedeni vardır. Birincisi, ortam içerisindeki moleküllerin birbirleriyle etkileşmeleri sonucunda meydana gelen ısı transferi akustik dalgaların bozulmasına neden olur. İkinci olarak, dalganın ilerleme doğrultusu boyunca ortam içerisinde basınç ve yoğunluk değişiklikleri yaratması da akustik dalgaların bozulmasına neden olur.

Lineer olmayan akustik problemleri içerisinde nonlinear parametre (β) oldukça önemli bir rol oynamaktadır ve tüm akustik uygulamalarda sıklıkla kullanılmaktadır [36, 37, 38]. Nonlinear parametreyi ve lineer olmayan durumu tam olarak görebilmek için, akustik basıncı denge konumundaki akustik yoğunluk etrafında Taylor serisine açmak gerekmektedir [39-43]. Taylor serisinin ikinci mertebeden katsayıları, lineer olmayan akustiği temsil etmekte olup akustik parametrelerin çarpımını içermektedir. Durum denklemini Taylor serisine açtığımızda,

$$\begin{aligned}
 p = P - P_0 &= \left(\frac{\partial P}{\partial \rho} \right)_{\rho_0} (\rho - \rho_0) + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2 P}{\partial \rho^2} \right)_{\rho_0} (\rho - \rho_0)^2 + \dots \\
 &= \rho_0 \left(\frac{\partial P}{\partial \rho} \right)_{\rho_0} \left(\frac{\rho - \rho_0}{\rho_0} \right) + \frac{1}{2} \rho_0^2 \left(\frac{\partial^2 P}{\partial \rho^2} \right)_{\rho_0} \left(\frac{\rho - \rho_0}{\rho_0} \right)^2 + \dots
 \end{aligned} \tag{2.49}$$

olarak bulunur. Burada nonlinear parametre (β),

$$\beta = 1 + \frac{B}{2A} \tag{2.50}$$

şeklinde ifade edilir. $A = \rho_0 (\partial P / \partial \rho)_{\rho_0} = \rho_0 c^2$ ve $B = \rho_0^2 (\partial^2 P / \partial \rho^2)_{\rho_0}$ şeklinde olup Denklem 2.49'dan elde edilir. Nonlinear parametre boyutsuz bir sabit olup, ortam içerisinde ilerleyen sonlu genliğe sahip bir akustik dalganın lineer olmayan özelliklerini açıklamaktadır.

2.4.3. Lineer Olmayan Akustik Dalga Denklemleri

2.4.3.1. Burger Denklemi

Akustik dalganın lineer olarak yayılmamasının nedenleri, ilerlediği ortamın lineer olmaması, parçacıklar ve onlara eşlik eden dalgaların birbirleriyle olan etkileşimleri olarak açıklanabilir. Yani Burger denklemi, akustik bir dalganın lineer olarak yayılmamasının nedenlerini içeren ve ortam içerisinde ilerleyen düzlem bir dalganın kayıplarını ve lineer olmayan etkileri açıklayan tek boyutlu bir dalga denklemidir [11, 44, 45]. Genel olarak Burger Denklemi,

$$\frac{\partial p}{\partial x} - \frac{\beta}{\rho_0 c_0^3} p \frac{\partial p}{\partial \tau} - \frac{\delta}{2c_0^3} \frac{\partial^2 p}{\partial \tau^2} = 0 \quad (2.51)$$

şeklinde ifade edilir. Bu denklemde, β nonlinear parametreyi ve δ ise akustik dalganın yayılım sabitini [46] ifade etmekte olup, denklemdeki birinci terim akustik basıncın konuma göre değişimini, ikinci terim ortamın lineer olmayışını ve üçüncü terim de viskoziteden kaynaklanan kaybı göstermektedir [47]. Lineer durum için, ikinci terim içerisindeki β değerinin sıfıra eşit olması gerekir ki bu durumda Burger Denklemi artık lineer bir denklem haline gelir.

2.4.3.2. KZK Denklemi

Burger denklemi bir çok akustik probleme uygulanabilmesine rağmen, akustik bir dalganın yayılma ortamı içerisindeki akustik saçılma etkilerinin ve soğrulma mekanizmasının hesaba katıldığı durumlarda yetersiz kalmaktadır. KZK (Khokhlov-Zabolotskaya-Kuznetsov) Denklemi, soğrulma, saçılma ve lineer olmayan etkilerin Burger Denklemine hesaba katılması sonucunda elde edilen bir denklemdir. Bunun için ilk olarak Khoklov ve Zabolotskaya [48], soğrulma mekanizmasını hesaba katmadan dairesel bir geometrideki kaynaktan lineer olmayan ortam içerisinde yayılan

sonlu genlikli akustik dalgaların yayılma hızlarını veren bir denklem geliştirmişlerdir. Daha sonra Kuznetsov, bu denkleme, soğurma mekanizmasını açıklayan terimleri ekleyerek, KZK denklemi olarak bilinen ve lineer olmayan ortamda yayılan dalganın hareketini açıklayan nonlinear dalga denklemini elde etmiştir [49, 50].

KZK Denkleminin üçüncü mertebeden kısmi türevler içermesi nedeniyle analitik olarak çözümü bulunamamıştır. Analitik çözüm olarak literatürde çok az sayıda çalışma mevcuttur [51]. Bu nedenle yapılan çalışmaların büyük bir kısmı nümerik çözüm üzerine odaklanmış, bazı yaklaşımlar altında frekans ve zaman uzayında çözüm aranmıştır [28, 30, 52, 53, 54].

2.5. Sonik Kristaller ve Negatif Kırılma

Sonik kristaller, akustik dalgalar için saçıcı özelliğe sahip malzemelerden oluşan sonlu sayıda yapı taşının periyodik dizilmesi ile elde edilen yapılardır. Sonik kristal yapıların bant aralığı ve negatif kırılma (*negatif refraction*) gibi önemli özellikleri son yıllarda ilgi çekici olmuştur. Özellikle negatif kırılma özelliği ile akustik dalgaların odaklanması üzerine çalışmalar yoğunlaşmıştır.

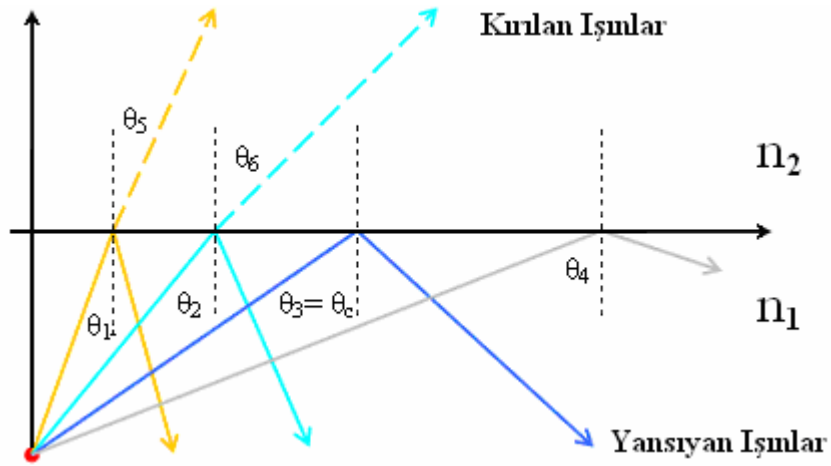
Bu bölümde, genel olarak dalgalarda meydana gelen kırınım ve kırılma indisiyle ilgili temel bilgiler Snell yasası ile birlikte incelenecektir. Bu kavramların tanımlanmasından sonra, negatif kırılma, negatif kırılma indisinin fiziksel temelleri ve matematiksel altyapısı ayrıntılı bir şekilde açıklanacaktır. Son olarak Sol-Elli Metamalzemeler (*Left-Handed Metamaterial*) ve uygulama alanları hakkında bilgiler verilip, sonik kristaller kullanılarak gerçekleştirilen negatif kırılma olayı yapılmış olan literatür çalışmaları çerçevesinde detaylı olarak sunulacaktır.

2.5.1. Dalgalarda Kırılma

Bir yayılma ortamından özellikleri farklı başka bir yayılma ortamına geçen bir dalga, iki ortamı ayıran sınırdaki iki fiziksel olaya maruz kalır.

1. Ortamları ayıran sınırdaki, belirli bir açıda saparak diğer ortamda yayılmaya devam ederler. Buna *Kırılma* adı verilir.
2. Ortamları ayıran sınırdaki yansımaya maruz kalarak diğer ortama geçemez. Bu olaya ise *Yansıma* denir.

Şekil 2.17’de, bir ortamdan başka bir ortama geçen ses dalgasının maruz kalabileceği kırılma ve yansıma olayları görülmektedir. Burada ortamların yayılma özellikleri *kırılma indisi* parametresi ile karakterize edilmektedir. Bir ortamın kırılma indisi, dalganın referans yayılma ortamına göre bulunduğu ortamda yayılma hızının ne oranda değişeceğini belirtir. Sesin yayılabilmesi için katı-sıvı-gaz gibi esnek bir ortamın bulunması gerekir. Çizelge 2.1’de sesin farklı yayılma ortamlarında hızları görülmektedir.



Şekil 2.17. Sesin iki farklı ortamdan geçerken maruz kalabileceği durumlar

Şekil 2.17 incelendiği zaman, sesin farklı iki ortamı ayıran yüzeyde maruz kaldığı kırılma ve yansıma açılarının, ışınların geliş açısına bağlı olduğu açık bir şekilde görülmektedir. Her iki ortamı ayıran bu yüzeye dik olarak gelen ışınlar hiç bir sapmaya maruz kalmadan diğer ortama geçebilmelerine rağmen, yüzeye dik çizilen yüzey normaline göre geliş açısı artacak şekilde gelen ışınların diğer ortama kırılarak geçtiklerini ve bir kısmının da geri yansıdığını görmekteyiz. Ses dalgasının geliş açısı, yüzey normaline göre belli bir açığa (θ_c) eşit veya büyük olduğu durumda, diğer ortama geçemediği ve tamamen yansıdığı görülmektedir. İşte bu tam yansımanın gerçekleştiği açığa *Kritik Açı* (θ_c) denir.

Çizelge 2.1. Sesin farklı ortamlardaki yayılma hızları

Yayılma Ortamı	Yayılama Hızı(m/sn)
Tahta	3828 m/sn
Hava	332 m/sn
Su	1454 m/sn
Demir	5103 m/sn
Taş	5971 m/sn

2.5.1.1. Kırılma İndisi ve Temel Bilgiler

Bir ortamının kırılma indisi, matematiksel olarak bir dalga hareketinin referans bir ortamdaki faz hızının (v_r), kırılma indisi hesaplanan ortamdaki faz hızı v_p 'ye oranı olarak ifade edilir.

$$n = \frac{v_r}{v_p} \quad (2.52)$$

Akustik dalgalar için referans yayılma ortamı hava olarak kabul edilir. Hava için normal şartlarda ses hızı $c_0 = 340$ m/sn dir. Herhangi bir homojen ortamda akustik dalganın yayılma hızı (faz hızı), ortam parametrelerine bağlı olarak,

$$c^2 = \frac{K}{\rho} \quad (2.53)$$

şeklinde ifade edilir. Burada K , ortamın bulk modülünü ve ρ ortamın yoğunluğunu göstermektedir. Denklem 2.52 ifadesi, akustik dalga için düzenlenecek olursa kırılma indisi,

$$n = \frac{c_0}{c} = \pm \sqrt{\frac{K}{\rho}} \quad (2.54)$$

olarak elde edilir. Burada, $c_0 = \sqrt{K_0/\rho_0}$ olup hava ortamındaki akustik dalganın faz hızıdır. K_0 hava için bulk modülü ve ρ_0 ise havanın yoğunludur. Denklem 2.54

ifadesinde, $\underline{K} = K_o/K$ olup ortamın havaya göre normalize bulk modülünü, $\underline{\rho} = \rho_o/\rho$ ise ortamın havaya göre normalize yoğunluğunu göstermektedir.

2.5.1.2. Snell Yasası

Bir ortamdan farklı kırılma indisine sahip başka bir ortama giren dalganın kırılma açısı Snell yasasına uyar. Bu yasaya göre, gelen ve kırılan dalgaların yayılma açıları oranı ortamların kırılma indisleri oranına eşittir.

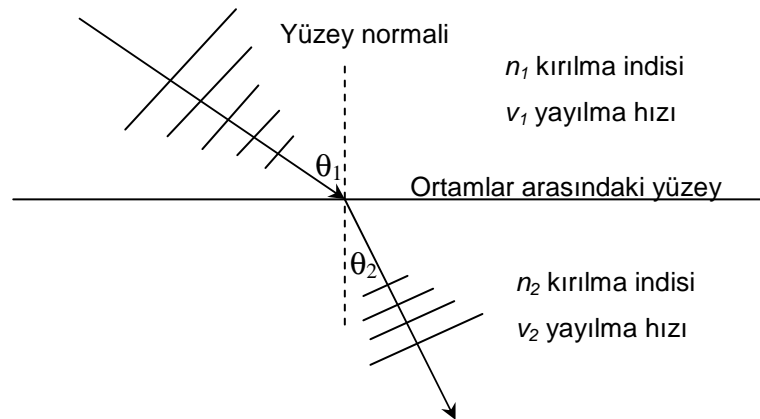
$$\frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{n_2}{n_1} \quad (2.55)$$

$$n_1 \cdot \sin \theta_1 = n_2 \cdot \sin \theta_2 \quad (2.56)$$

Burada monochromatic dalganın (tek frekanslı dalga) söz konusu olduğu durumlarda Snell yasası dalga boyuna bağlı olarak aşağıdaki gibi ifade edilebilir.

$$\frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \quad (2.57)$$

Pozitif kırılma indisine sahip bir ortamdan pozitif kırılma indisine sahip farklı bir ortama geçen dalganın maruz kalacağı kırılma sonucundaki hareketi Şekil 2.18’de gösterilmektedir. Görüleceği üzere $n_1 < n_2$ olmasından dolayı ikinci ortama geçen dalga yüzey normaline yaklaşacak şekilde hareket eder. Yani, birinci ortama göre daha küçük yayılma hızı (v_2) ve dalga boyuna (λ_2) sahip olur.



Şekil 2.18. Pozitif kırılma indisine sahip farklı iki ortamdaki kırılma

Snell yasası kullanılarak tam yansımanın gözlenebileceği kritik açı değeri için, $\theta_2 = 90^\circ$ seçilerek Denklem 2.56 eşitliği çözülürse,

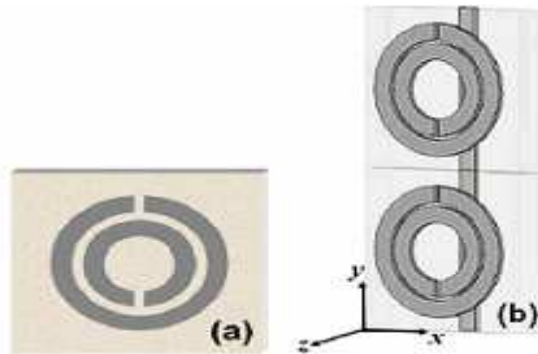
$$\theta_{crit} = \sin^{-1}\left(\frac{n_2}{n_1}\right) \quad (2.58)$$

elde edilir.

2.5.2. Negatif Kırılma İndisi

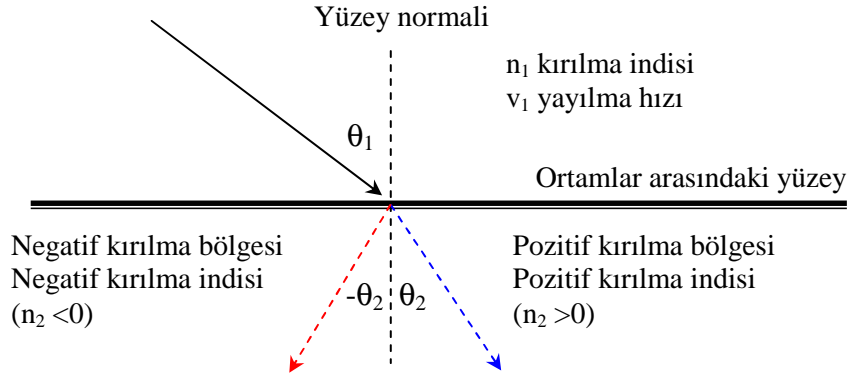
Doğal olarak henüz keşfedilemeyen negatif kırılma indisli E.M. malzemeler, deneysel çalışmalarda yapay olarak üretilmeye başlanmıştır. Öncelikle negatif ϵ_r ve μ_r katsayılarına sahip malzemelerin elde edilebilmesine dönük çalışmalar yapılmış, teknolojinin gelişmesi ile birlikte uygun özelliklerde yerleştirilen periyodik yapılar ile belirli frekanslardaki dalgalar için negatif kırılma indisinin elde edilebildiği görülmüştür.

Fizikçi Victor Veselago, ϵ_r ve μ_r katsayılarının her ikisinin de negatif olduğu durum için kırılma indisinin negatif çözümünün ($n = \pm\sqrt{\epsilon_r\mu_r}$) alınması gerektiğini öngörerek, negatif kırılma indisinin teorik olarak elde edilebileceğini söylemiştir [55]. Daha sonraları bu öngörüye uyan ilk yapay malzeme ayırık halka rezonatör (*Split Ring Resonator*, bakınız Şekil 2.19) ve iletken şerit teller kullanılarak Pendry tarafından tasarlanmıştır [56, 57]. Bu yapının Snell yasası çerçevesinde gözlemlenmesi ise ilk kez Smith tarafından pratik olarak gerçekleştirilmiştir [58, 59].



Şekil 2.19. (a) Ayırık halka rezonatör (*Split Ring Resonator*) (b) Ayırık halka rezonatör ve iletken şerit teller kullanılarak tasarlanan negatif kırılma indisli yapılar [56]

Şekil 2.19’da görülen ayırık halka rezonatör ve iletken şerit teller kullanılarak elde edilen yapının negatif ϵ_r ve μ_r özelliği gösterdiği frekans bandında, yapının negatif kırılma indisi değerine sahip olduğu gözlenmiştir. ϵ_r ve μ_r ’nin her ikisinin de negatif değerler alabildiği gözlenen bu yapıdaki materyallere Sol-Elli Metamalzeme adı verilmiştir [60].



Şekil 2.20. Negatif kırılma ve Pozitif kırılma bölgeleri.

Şekil 2.20’de negatif kırılma ve pozitif kırılma durumunda dalganın maruz kaldığı kırılma açıları şematik olarak gösterilmiştir. Negatif kırılma durumunda aşağıda belirtilen temel özellikler gözlenmektedir;

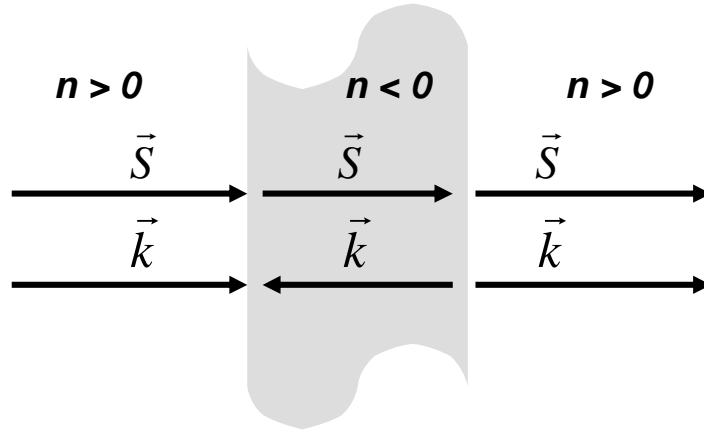
1. Negatif kırılmanın gözlemlendiği durumda, kırılan dalganın yönü ortamları ayıran yüzey normaline göre dalganın geliş yönüyle aynı kalır. Bu bölgeye negatif kırılma bölgesi denir. Pozitif kırılma durumunda, kırılan dalganın yüzey normali ile yaptığı açı pozitif ($\theta_2 > 0$) kabul edilirse, negatif kırılma durumunda dalganın yüzey normali ile yaptığı açı negatif ($\theta_2 < 0$) olacaktır.

2. Negatif kırılma indisinin gözlemlendiği durumda, dalga vektörü \vec{k} ile Poynting vektörü \vec{S} ters yönlü olacaktır (Bir E.M. dalganın, birim yüzeye birim zamanda taşıdığı enerji yoğunluğuna Poynting vektörü denir). Bu ise, negatif kırılma durumunda dalganın yayılım yönü ile enerji iletim yönünün ters yönlü olduğunu gösterir. $A.e^{i(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t)}$ ile ifade edilen bir düzlem dalga için Maxwell denklemleri,

$$\vec{k} \times \vec{E} = \omega \mu_o \mu_r \vec{H} \quad (2.59)$$

$$\vec{k} \times \vec{H} = -w \epsilon_o \epsilon_r \vec{E} \quad (2.60)$$

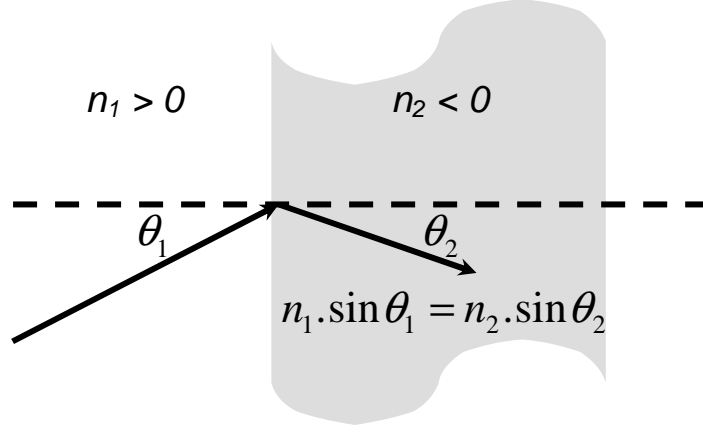
şeklinde yazılır. Burada \vec{H} manyetik alan vektörünü ve \vec{E} elektrik alan vektörünü göstermekte olup ϵ_r ve μ_r nin her ikisinin de reel ve negatif olması durumunda \vec{H} , \vec{E} ve \vec{k} dalga vektörleri *Sol-El Kuralına* uyarlar. Bu tür materyallere sol el kuralına uyması itibarı ile Sol-elli materyaller denir. Bu durumda, Şekil 2.21’de görüleceği üzere Poynting vektörü ($\vec{S} = \vec{E} \times \vec{H}$) ile \vec{k} dalga vektörünün ters yönlü oldukları anlaşılır. Yani, negatif kırılma indisinin görüldüğü durumda $\vec{S} \cdot \vec{k} < 0$ koşulu sağlanır.



Şekil 2.21. Negatif kırılma indisinin gözleendiği durumda dalga vektörü \vec{k} ile Poynting vektörü \vec{S} nin yönlerinin şematik olarak gösterimi

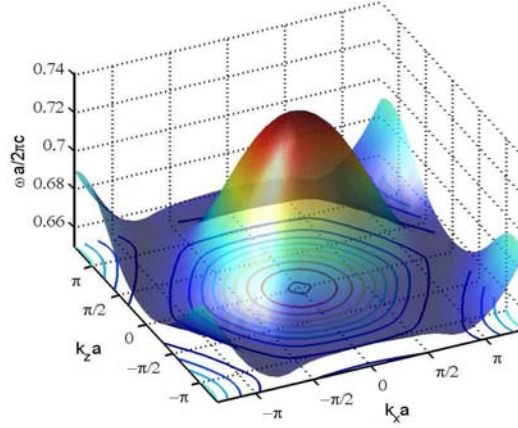
Elektromanyetik dalgalara paralel olarak, akustik dalgalarda negatif kırılma indisinin gözleendiği durumda dalga vektörü \vec{k} ile dalga grup hızı vektörü ($\vec{V}_g = \vec{\nabla}_k w(k)$) ters yönlü olacaktır. Yani, negatif kırılma indisinin görüldüğü durumda $\vec{V}_g \cdot \vec{k} < 0$ koşulu sağlanacaktır.

3. Negatif kırılma indisinin gözleendiği durumda Snell yasası geçerliliğini korumaktadır [58, 59]. Yani, Denklem 2.56 ifadesi, Şekil 2.22’de gösterilmiş olan negatif kırılma durumu ($n_2 < 0$ ve $\theta_2 < 0$) için tekrar yazıldığında geçerli olduğu görülür.



Şekil 2.22. Negatif kırılma indisinin gözleendiği durumda Snell yasası

4. Negatif kırılma durumunda, k-uzayında eşfrekans yüzeyleri (*Eqfrequency Surface, EFS*) analiz edildiğinde dalğanın grup hızı ($\vec{V}_g = \vec{\nabla}_k w(k)$) ile dalga vektörünün (\vec{k}) ters yönlü olduğu gözlenmiştir (bakınız Şekil 2.23)



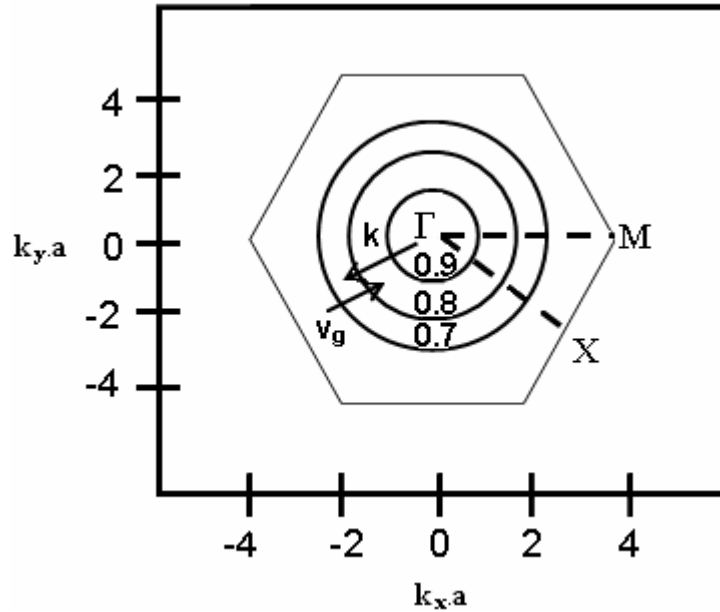
Şekil 2.23. Negatif kırılma durumunda EM dalga için eşfrekans yüzeyleri [61]

Negatif kırılma indisinin gözleendiği durumlarda, eşfrekans yüzeyleri (*EFS*) konveks bir yapıya sahiptir. Bu eşfrekans yüzeyinin merkezinden herhangi bir yöne seçilecek olan \vec{k} dalga vektörü için w frekansı azalan bir eğime sahip olacak şekilde negatif olur [61]. Burada V_g grup hızını göstermekle birlikte Şekil 2.23'deki yüzeyin merkez tepe noktası etrafında azalması nedeniyle $\vec{V}_g \cdot \vec{k} < 0$ bağıntısı geçerlidir ve bu bağıntıda negatif kırılma indisinin varlığına işaret eder. Burada faz hızı için,

$$V_{\phi} = w/k \quad (2.61)$$

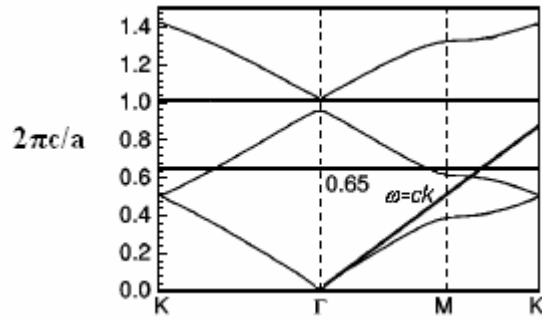
ifadesi yazılabilir. Faz hızı V_{ϕ} için negatif kırılma durumunda, dalganın faz hızı ile grup hızının zıt yönlü olacağı Şekil 2.23 ile verilmiş olan eşfrekans yüzeyi incelendiği zaman kolaylıkla görülebilir (Negatif kırılma durumunda, $\vec{V}_g \cdot \vec{V}_{\phi} < 0$ olmaktadır).

Kendileri tek başına negatif kırılma indisine sahip olmayan materyallerin periyodik olarak dizilimleri sonucu oluşan örgü yapı bazı frekanslarda negatif kırılma indisi gösterebilmektedir. Şekil 2.24’de verildiği üzere bu frekanslar için k-uzayında konveks eşfrekans yüzeyleri sergilediği görülmüştür (bakınız Şekil 2.23). Bu eşfrekans yüzeyleri arasındaki ilişki, negatif kırılma indisi analizi için sıklıkla kullanılan bir yöntem haline gelmiştir. Negatif kırılma indisi analizlerinde, k-uzayında eşfrekans yüzeyi için eşfrekans çizgileri elde edilir. Burada Γ merkez noktasından başlayan bir dalga vektörü için eşfrekans çizgilerinin sahip olduğu frekans (w) değerlerine bakılır. Eğer eşfrekans çizgilerinin sahip olduğu frekans değerleri Γ merkez noktasından başlayan bir dalga vektörü boyunca azalıyorsa, grup hızı (V_g) ile dalga vektörünün (\vec{k}) ters yönlü olduğu görülür. Yani, bu frekans bandı için yapının negatif kırılma indisi gösterdiği anlaşılır.



Şekil 2.24. Negatif kırılma indisi durumunda grup hızı (V_g) ile dalga vektörünün (\vec{k}) ters yönlü olarak yöneldiği k-uzayındaki eşfrekans yüzeyi grafiği

Negatif kırılma indisi durumunda, Şekil 2.25’de verilmiş olan hegzagonal dizimli çelik-hava sonik kristal yapısı için elde edilen bant yapısı (*Band Structure*) grafiğinde ikinci frekans bandı Γ merkezinde bir tepe karakteristiği göstermiştir [62]. İkinci frekans bandında Γ merkezi etrafında dalgaının grup hızı ($\vec{V}_g = \vec{\nabla}_k w(k)$) ile faz hızının ($V_\phi = w/k$) zıt yönde olduğu kolaylıkla görülebilir. Bu durum ikinci frekans bandı için kristal yapının açık bir şekilde negatif kırılma indisi gösterdiğine işaret etmektedir.



Şekil 2.25. Hegzagonal dizimli çelik-hava sonik kristal yapısı için elde edilen bant yapısı grafiği ve ikinci frekans bandındaki negatif kırılma durumu [62]

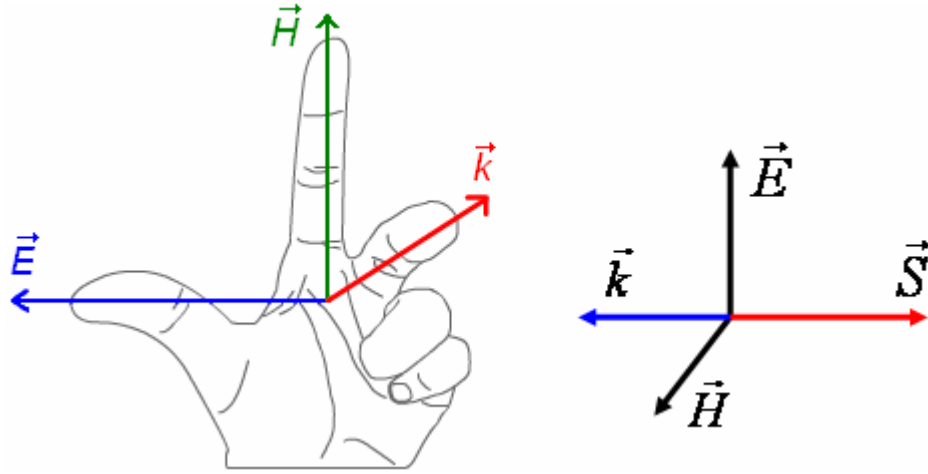
Şekil 2.25’de gösterilen hegzagonal dizimli çelik-hava sonik kristalin bant yapısı karakteristiği üzerindeki Γ merkezli doğrusal grafik sadece ortamda hava olması durumundaki (homojen bir yayılma ortamı) dağılım karakteristiği olup $w = c.k$ ile tanımlanır. Düşey eksen $2\pi.c/a$ çarpanı ile normalize edilmiş olup yatay olarak çizilmiş olan doğru (*0.65 etiketli doğru*) 0.65 sn^{-1} frekans değerini göstermektedir. Sonik kristal yapıya bu frekansta gönderilen dalga için efektif kırılma indisi (*Effective Refractive Index-ERI*) değeri -0.7 olarak elde edilir. Buna göre belirli bir frekans değeri için efektif kırılma indisi değeri,

$$n = -|k|c/w \quad (2.62)$$

bağıntısı ile hesaplanır. Burada eşfrekans çizgilerinin dairesel olması hesaplamaların doğrulunu artıran bir faktördür.

2.5.2.1. Sol-Elli Metamalzemeler ve Uygulamaları

Bu bölümde, sonik kristal (SC) yapılar ile fotonik kristal (PC) yapılar arasındaki benzerlik nedeni ile EM dalgalar için Sol-Elli Metamalzemelere değinilmesi uygun görülmüştür. Negatif kırılma indisi özelliği gösterebilen materyallere sol-elli metamalzemeler adı verildiği ve bu tür materyallerin Şekil 2.26'da gösterildiği gibi sol el kuralına uyduğu bilinmektedir.



Şekil 2.26. Sol-Elli Metamalzemelerde Sol El kuralı

Bir önceki bölümde de bahsettiğimiz üzere, negatif kırılma indisinin görüldüğü durumda $\vec{S} \cdot \vec{k} < 0$ koşulu sağlanmaktaydı. Sol-Elli Metamalzemeler de negatif kırılma özelliğine sahip olduklarından bu tür materyaller içinde aynı durum geçerlidir. Yani dalga vektörü \vec{k} ile Poynting vektörü \vec{S} ters yönlü olup,

$$\vec{S} \cdot \vec{k} < 0 \quad (2.63)$$

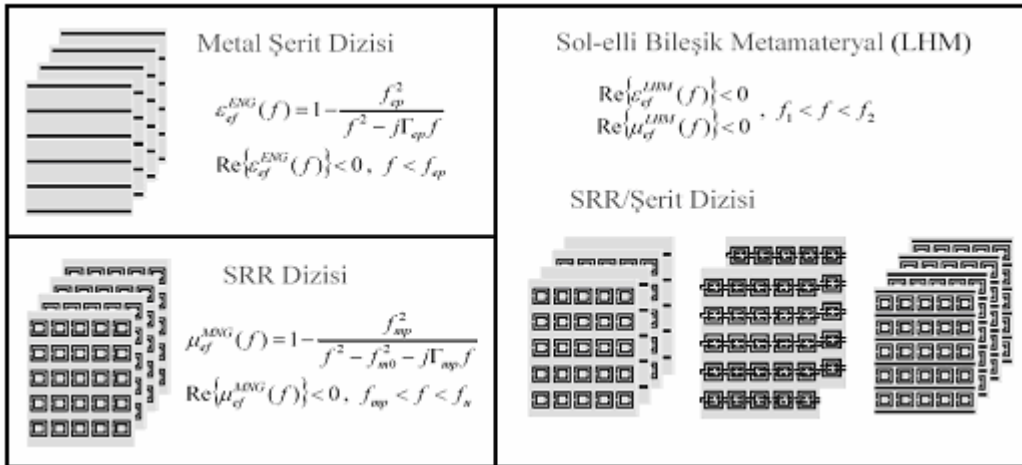
şeklinde yazılır. Sol elli metamalzemeler henüz doğada keşfedilememiş olmasına rağmen ancak laboratuvar ortamında yapay olarak hazırlanabilmektedir [58]. EM dalgalar için sol elli metamalzemeler, belirli bir frekans bandında negatif ϵ_r dielektrik geçirgenlik katsayısına ($\epsilon_r(\omega) < 0$) sahip malzeme ile negatif μ_r magnetik geçirgenlik katsayısına ($\mu_r(\omega) < 0$) sahip iki malzemenin birleştirilmesi ile elde edilebilmektedir. Bu durum aşağıdaki eşitliklerle tanımlanmaktadır.

$$\varepsilon_r < 0 \Rightarrow \varepsilon_r = |\varepsilon_r| e^{-ix}$$

$$\mu_r < 0 \Rightarrow \mu_r = |\mu_r| e^{-ix}$$

$$n^2 = \varepsilon_r \mu_r = |\varepsilon_r| |\mu_r| e^{-2ix} \Rightarrow n = \sqrt{|\varepsilon_r| |\mu_r|} e^{-ix} < 0 \quad (2.64)$$

Negatif dielektrik geçirgenlik katsayısı ($\varepsilon_r < 0$) metal şerit dizisi ile gerçekleştirilebilmiştir. Bununla birlikte negatif magnetik geçirgenlik katsayısı ise ($\mu_r < 0$), Ayrık Halka Rezonator (*Split Ring Resonator*) ile gerçekleştirilebilmektedir (bakınız Şekil 2.19). Bu iki malzemenin birleştirilmesiyle Sol-Elli Metamalzemeler üretilmektedir. Şekil 2.27’de bu malzemelerin tasarımı ve üretimiyle ilgili parametreler gösterilmiştir.



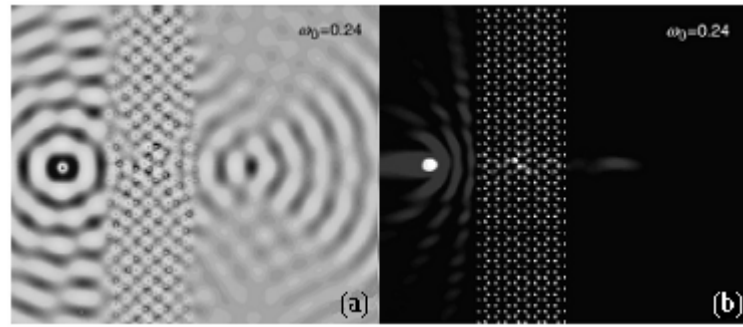
Şekil 2.27. Metal şerit ve Ayrık Halka Rezonatör (SSR) kullanılarak elde edilen Sol-Elli Metamalzemelerin tasarımı [63]

Sol-elli metamalzemelerin uygulama alanları çok kapsamlı olmayıp, genel olarak üç grupta toplanabilir. Bunlar, Üstün lens (*Superlens*) uygulaması, Frekans ayırıcı ve Dalga kılavuzu uygulaması ile Gizleme perdesi (*Cloaking device*) uygulaması olarak sınıflandırılabilir.

Üstün Lens (*Superlens*) Uygulaması

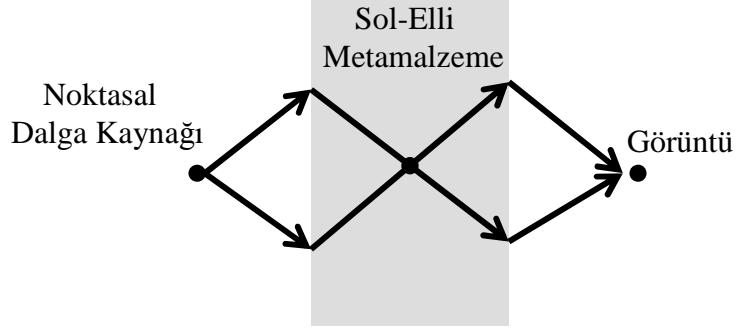
Negatif kırılım gösterebilme özelliğinden dolayı sol-elli metamalzemeler iyi bir odaklama sağlar. Bu sebeple üstün lens (*superlens*) uygulamalarında kullanılmaya

başlanmıştır. J. B. Pendry'nin bir dalga boyundan daha küçük boyutlara sahip objelerin üstün lenslerle gözlenebileceğine dair çalışması, bu konuyu bilim çevrelerinin ilgisinin odağına çekmiştir [64]. Şekil 2.28'de bal peteği dizilimine sahip fotonik kristaller kullanılarak yapılmış olan üstün lens uygulamasının dalga yayılımı ve güç dağılımı için nümerik analiz sonuçları gösterilmektedir. Burada a örgü sabitini göstermek üzere (merkezden merkeze iki kristal arası uzaklık), noktasal bir kaynak kullanılarak bal peteği dizilimine sahip kristalin kalınlığı $14a$, genişliği $50a$ ve noktasal kaynağın kristale olan uzaklığı $6.5a$ olarak alınmıştır [65].



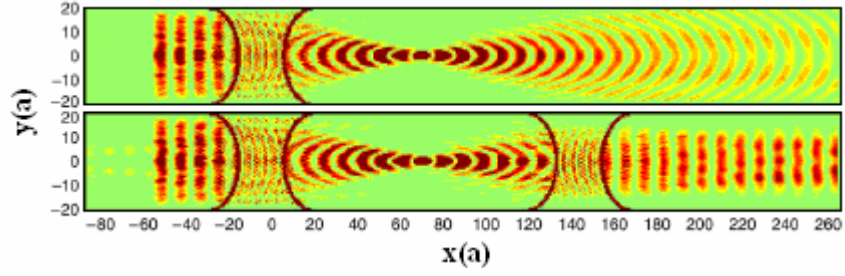
Şekil 2.28. Bal peteği dizilimine sahip fotonik kristaller kullanılarak yapılmış olan üstün lens uygulamasının nümerik analiz sonuçları a) Dalga yayılımı b) Güç dağılımı [65]

Daha sonraki yıllarda yapılmış olan çalışmalarla, fotonik kristaller kullanılarak saçılma olmaksızın görüntüleme deneysel olarak gözlenmiştir [66]. Toronto üniversitesinden A. Grbic ve G.V. Eleftheriades tarafından gerçekleştirilen negatif kırılma indisine sahip ilk süper lens, mikrodalga frekansında normal lenslere göre 3 kat daha fazla çözünürlük sağladığı görülmüştür. Bu çalışmanın hemen ardından ilk optik süper lens Xiang Zhang tarafından 2005 yılında gerçekleştirilmiştir [67]. Son yıllarda yapılmış olan süper lens çalışmaları sonucunda, Şekil 2.29'da gösterildiği üzere gerek teorik gerekse pratik olarak düz geometriye sahip Sol-elli metamalzemeler ile negatif kırılma indisinin -1 olarak elde edildiği en uygun frekansta, yüksek çözünürlük ve odaklanma sağlanabilmiştir [68].



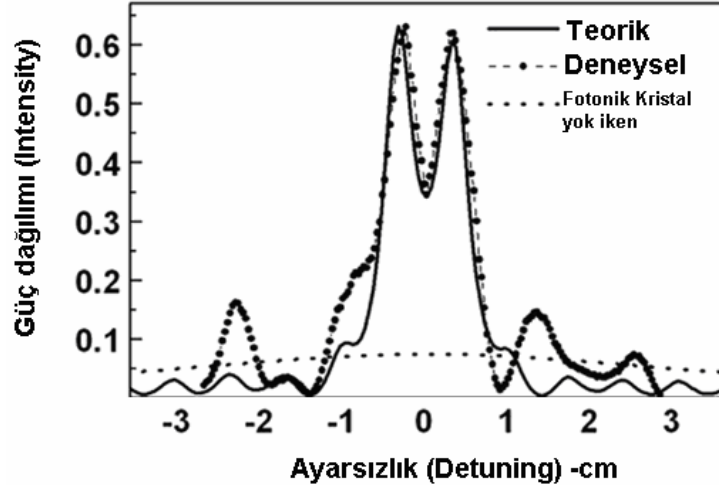
Şekil 2.29. Sol-elli metamalzemeler de noktasal kaynak için sağlanan odaklamanın şematik olarak gösterimi

Şekil 2.30’da gösterilmiş olan Renlong Zhou, Xiaoshuang Chen tarafından 2007 yılında yapılan bir diğer çalışmada, fotonik kristaller kullanılarak konkav şeklinde tasarlanan kristal yapıdan geçen düzlem dalga için negatif kırılma etkisi ve nümerik çözümleme sonucu elde edilen dalga yayılımları başarılı bir şekilde gözlenmiştir [69].



Şekil 2.30. Konkav şeklinde tasarlanan fotonik kristallerden geçen düzlem dalga için nümerik çözüm kullanarak elde edilen dalga yayılım şekilleri [69]

E. Özbay ve K. Aydın’nın yaptığı çalışmalarda, Şekil 2.31’de gösterildiği üzere dalgaboyunun üçte biri ($\lambda/3$) kadar uzaklıkta ayrık olarak yerleştiren iki kaynağın fotonik kristal yapı ile hazırlanan üstün lensler yardımıyla ayrıştırılabildiğini hem deneysel hem de nümerik çözümle gösterebilmişlerdir [61].

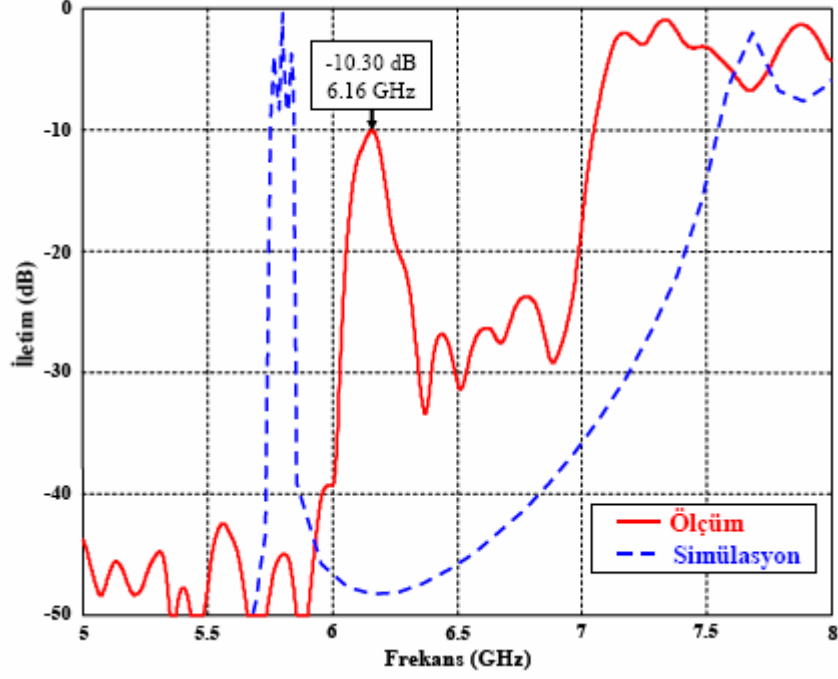


Şekil 2.31. Dalga boyunun üçte biri ($\lambda/3$) ayrıklığında yerleştirilen iki kaynağın hava-fotonik kristal ara yüzünden 0.7 mm uzaklıktaki sistem için elde edilen ayırıcılık grafiği [61]

Frekans Ayırıcı ve Dalga Klavuzu Uygulamaları

Günümüzde bu alana dönük çok fazla sayıda çalışma olmamasına karşın Sol-Elli İletim Hatları (*Left-Handed Transmission Line*) ve teknolojik uygulamalarına dönük başarılı çalışmalar yapılmıştır [70]. Bununla birlikte, sonik kristal yapılarda dalga klavuzu uygulaması konusunda da teorik ve deneysel olarak çalışmalar yapılmış [71] ve dik açılı köşeleri bulunan bir yol (hat) boyunca dalga iletiminin başarılı bir şekilde sağlanacağı gözlenmiştir. Yapılmış olan bu çalışmalar ışığı altında, sol-elli metamalzemelerin negatif kırılma indisi gösterdiği frekans bölgesinde düşük empedans değerine sahip olması nedeniyle frekans seçiciliğine sahip filtrelerin tasarlanabilmesine olanak sağlamıştır.

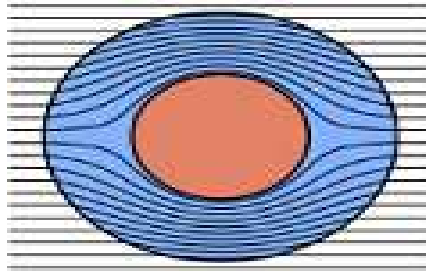
Şekil 2.32'de görüleceği üzere, Metal Şerit-Ayrık Halka Rezonatör ikilisi ile elde edilen sol elli metamalzeme ile 6.16 Ghz merkezli dar bir frekans bandına ait dalganın filtrelenmesi başarılı bir şekilde gerçekleştirilmiştir [63].



Şekil 2.32. Bileşik Sol-Elli metamalzemeler ile gerçekleştirilen frekans seçici yapının iletim karakteristiği grafiği [63]

Gizleme Perdesi (Cloaking Device) Uygulamaları

Bu alanda yapılan bir diğer uygulama ise gizleme perdesi (*cloaking device*) çalışmalarıdır. Bu çalışmalarda, Şekil 2.33’de temsili olarak gösterildiği üzere ışık dalgalarının gizlenmek istenen cisim civarında yönlendirilerek, cismin etrafına sanki bir perde çekilmiş gibi gizlenmesi hedeflenmektedir. Bunun için, gizlenmek istenen cismin etrafı negatif kırılma indisi özelliğine sahip olan sol-elli metamalzemeler ile kaplanarak elektromanyetik dalganın gizlenmek istenilen cismin etrafından dolaştırılması düşünülmektedir. Günümüzde son zamanlarda yapılan çalışmalarla bu durum deneysel olarak da gerçekleştirilmeye çalışılmaktadır [72, 73].



Şekil 2.33. Gizleme perdesi

Negatif kırılma özelliği kullanılarak yapılan uygulamalar, negatif kırılmanın uygulanabileceği yapıların ölçeklerine göre çok geniş bir çalışma frekansı bölgesi içinde gerçekleştirilebilmektedir. Günümüze kadar çok geniş bir spektrumda farklı frekans bölgeleri için çalışmalar yapılmıştır. Bunlardan en yaygın olanları, radyo frekans bölgesinde [74], mikrodalga bölgesinde [75-82], milimetre dalga boyu bölgesinde [83], uzak infrared (*IR*) [84], orta infrared (*IR*) [85, 86], yakın infrared (*IR*) [87, 88], görünür ışık bölgesinde [89, 90] ve son zamanlarda akustik dalgalar ile elektromagnetik dalgalar arasında benzerlik kurularak ultrasonik metamalzemelerle ilgili çalışmalar yapılmıştır [87].

2.5.3. Sonik Kristal Yapılarda Kırılma

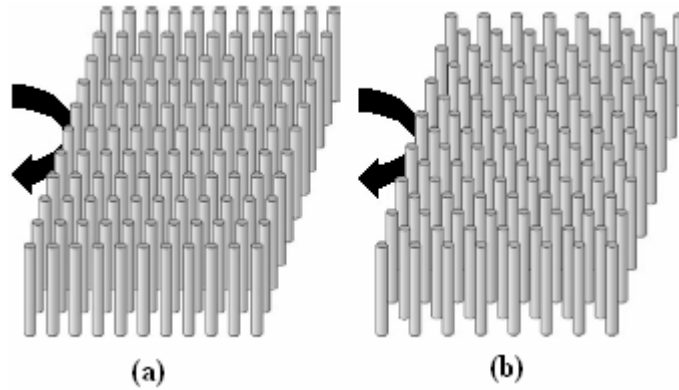
Önceki bölümlerde negatif kırılma indisi konusuna genel bir bakış yapılarak temel konulara ve yapılmış çalışmalara değinildi. Bu bölümde ise, ağırlıklı olarak sonik kristal yapılardaki negatif kırılma mekanizması ve özellikleri üzerinde durulacaktır. Bu bağlamda öncelikle yapılmış olan literatür çalışmaları verildikten sonra sonik kristal yapılardaki negatif kırılma mekanizmasının fiziği ve matematiksel altyapısı üzerinde detaylı inceleme yapılacaktır.

Elektromanyetik dalgalar için yapılan negatif kırılma indisi araştırmaları son yıllarda akustik dalgalar içinde yapılmaya başlanmış ve sonik kristal yapılar ile fotonik kristaller arasında benzerlikler kurulmuştur. Bu benzerliklerden faydalanarak, 2-boyutlu sonik kristal düzlemlerde akustik dalgalar için negatif kırılma indisi çalışmaları ve aynı şekilde sonik kristallerde üstün lens (*SuperLense*) uygulamalarını kapsayan nümerik çalışmalar ve analizler yapılmıştır [91]. Daha sonra, düz geometrik yapılarda negatif kırılma indisine bağlı olarak fonon odaklanması olayına benzer mekanizmalar sonik kristal yapılar için de deneysel ve teorik olarak incelenmiştir [92]. İlerleyen çalışmalarda sonik kristal yapılarda görüntüleme ve ışın iletim yönelimleri deneysel olarak gözlenmiş ve nümerik analiz sonuçları ile karşılaştırılmıştır [93]. İki boyutlu düz yapılar ile gerçekleştirilen üstün lens (*SuperLense*) uygulamalarının sağladığı uzak alan akustik görüntüleme olanakları nümerik simülasyonlarla analiz edilmiş ve negatif kırılmanın yol açtığı ışın yönelimi ile karşılaştırmaları yapılmıştır [62]. 2006 yılı içerisinde iki boyutlu sonik kristal yapıların bant yapısı grafiğinde, ikinci bant da hem negatif hem de pozitif kırılma deneysel olarak gözlemlenmiş ve ilk Brillouin bölgesinde nümerik analiz yapılmıştır [94]. Aynı sene içerisinde, benzer iki boyutlu sonik kristal

yapıların kullanıldığı çalışmalarda kırılmanın pozitiften negatife doğru çevrilebildiği gözlenmiştir [95]. Bu çalışmalar ile birlikte akustik dalgalarda negatif kırılma indisinin sağladığı odaklama, görüntüleme ve dalga ışınlarının (beam) yönlendirilmesi konularında ilerlemeler sağlanmıştır. 2007 yılı içerisinde sonik kristal yapıda negatif kırılma indisinin akustik dalganın frekansına olan bağılığı nümerik çalışmalar ile belirlenmiş ve daha sonra hangi frekans bandı için negatif ya da pozitif kırılmanın baskın hale geldiği incelenmiştir [96].

2.5.3.1. Sonik Kristal Yapılar ve Uygulamaları

Sonik kristaller, akustik dalgalar için homojen bir yayılım ortamı içine konulan periyodik sonik dağıtıcı dizilerden oluşan bir yapıdır. Sonik dağıtıcıların (dikey çubuklar) iki farklı dizilimi ile oluşturulmuş olan iki boyutlu sonik kristal yapılar Şekil 2.34’de gösterilmektedir.

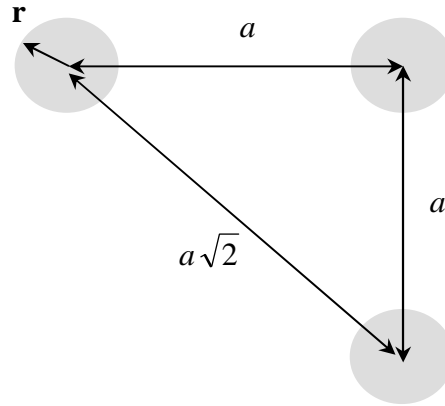


Şekil 2.34. İki boyutlu sonik kristal yapılar. (a) Paralel dizilim ([100] veya ΓX yönünde dizilim), (b) Diyagonal dizilim ([110] veya ΓM yönünde dizilim) [71]

Sonik kristal yapılar özellikle ses dalgalarının geçemediği ve dağıtıcı çubuklardan tam olarak yansıtıldığı Tam Bant Boşluğuna sahip olmalıdır. Yayılma ortamı hava, sıvı veya katı olabilir. Genel olarak katı yayılma ortamları ile oluşturulan kristal yapılar için fononik kristal tanımlaması kullanılır. Fononik kristallerde enine (*transverse wave*) ve boyuna (*longitudinal wave*) dalgaların her ikisi de göz önünde tutulur ve bunlar birbirleriyle ilişkilidir. Buna karşın sonik kristal yapılarda enine dalga etkileşimleri ihmal edilir ve sadece boyuna dalgalar dikkate alınır.

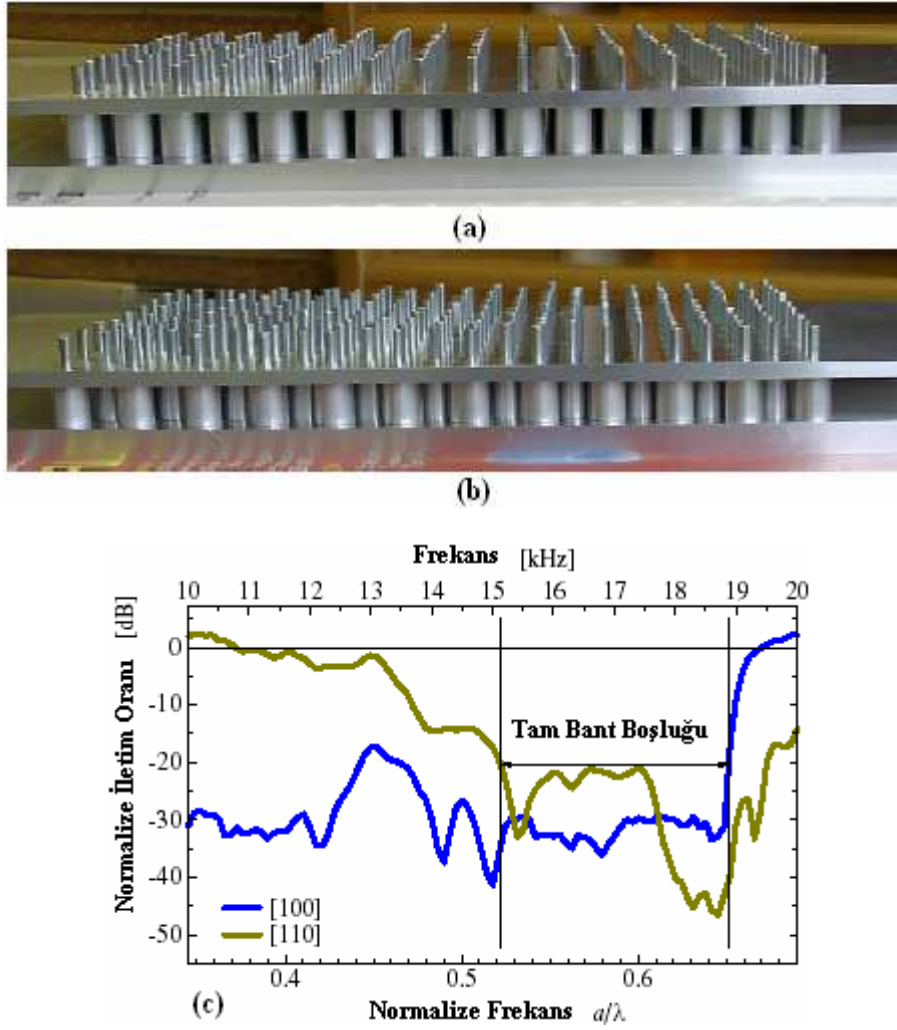
Kare geometriye sahip sonik kristal yapılar iki yönelimde periyodiklik gösterir. Bu yönelimler, paralel dizilim ve diyagonal dizilime karşılık düşer. Şimdi bu her iki dizilimin kare geometriye sahip sonik kristale etkileri incelenirse;

- i. Paralel dizilimde ([100] veya ΓX yönünde dizilim) yapının periyodu a kafes sabiti ile belirlenir (bakınız Şekil 2.35). Bragg yansıması olarak bilinen bant boşlukları (*Band Gap*) bu karesel kafes yapı için $1/a$ ile orantılı frekanslarda gözlenir [71].
- ii. Diyagonal dizilimde ([110] veya ΓM yönünde dizilim) ise yapıların periyodu $\sqrt{2}a$ ile belirlenir (bakınız Şekil 2.35). Bu nedenle Bragg yansıması olarak bilinen bant boşlukları (*Band Gap*) bu karesel kafes yapı için $0.707/a$ ile orantılı frekanslarda gözlenir [71].



Şekil 2.35. Kare yapıdaki sonik kristal dağıtıcıların yerleşimi ve ilgili parametrelerin gösterimi (a kafes sabiti, r dağıtıcı sonik kristalin yarıçapı)

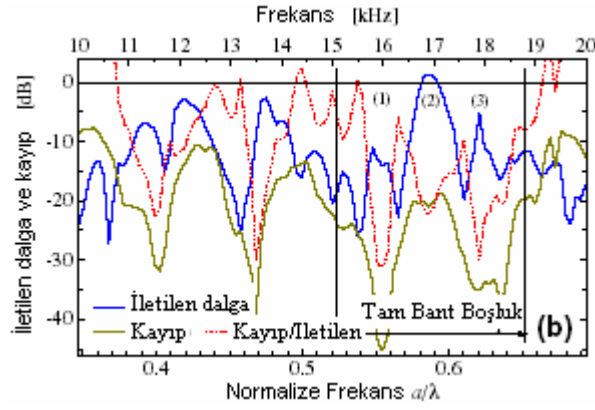
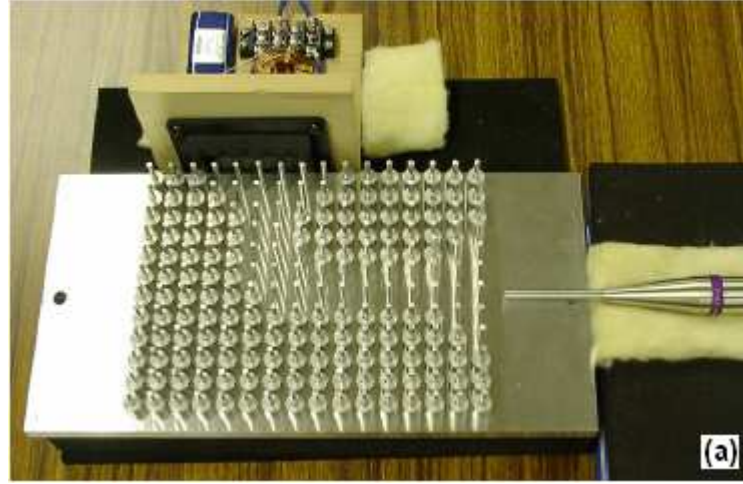
Bragg yansıması sonucu oluşan bant boşlukları yeteri kadar geniş olmadığı durumda, mevcut bant boşlukları üstü üste gelemmez ve bunun sonucunda Tam Bant Boşluğu oluşamaz. Ancak bu bant boşlukları, dalgaların kalın dağıtıcı yüzeylerden yansıması veya dağıtıcı çubukların içinden geçebilmeleri sonucunda üst üste gelerek tam bant boşluklarını oluşturabildikleri yapılmış olan çalışmalarla görülmüştür. İşte bu fiziksel mekanizma sonik, fotonik ve fononik kristallerde tam bant boşluklarını temel mekanizma olarak kabul edilmiştir. Şekil 2.36’da paralel dizimli ([100]) ve diyagonal dizimli ([110]) çelik-hava sonik kristal düzeneği ve her iki düzenek için elde edilmiş olan tam bant boşluğu grafiği gösterilmiştir [71].



Şekil 2.36. (a) paralel dizimli çelik-hava sonik kristal düzeneği, (b) diyagonal dizimli çelik-hava sonik kristal düzeneği, (c) her iki düzenek için tam bant boşluğu grafiği [71]

Şekil 2.36.(a), (b)'de $r = 5.0$ mm yarıçaplı alüminyum dağıtıcı çubuklardan meydana gelen ve $a = 12.0$ mm kafes sabitine sahip olan 16×12 adet dağıtıcıdan oluşmuş sonik kristal yapı görülmektedir. Bu yapılar için 15.1 Khz ve 18.8 Khz frekans aralığında tam bant boşluğu elde edilmiştir (bakınız Şekil 2.36.(c)). Sonik kristallerde tam bant boşluklarının bulunması, gürültü bastırması veya ses yalıtımı uygulamalarında kullanılabilmelerine olanak sağlamaktadır. Bununla birlikte, sonik dağıtıcı çubuklardan bazılarının yapıdan çıkartılması ile elde edilen kanal içerisinde ses dalgalarının neredeyse kayıpsız olarak iletilebildiği bir uygulama alanı olan dalga kılavuzu yapılarının da gerçekleştirilebildiği görülmüştür. Fotonik kristallerde ilk kez Mekis [97] tarafından açıklanan bu dalga kılavuz uygulaması, Şekil 2.37'de verilmiş olan sonik

kristal yapılarda da keskin dönüşlerde bile yüksek iletimin sağlanabileceği yapılmış olan deneysel çalışmalarla gösterilmiştir [71].



Şekil 2.37. (a) Sonik dalga kılavuzu deney düzeneği, (b) Tam bant boşluğu durumunda kılavuz boyunca iletim ve kayıpları [71]

Sonuçta, sonik kristal yapılarda belirli bir frekans bandı içinde negatif kırılma indisi hem teorik hem de deneysel çalışmalar ile gözlenebilmektedir. Akustik dalgalar için gerçekleştirilen negatif kırılma indisine sahip yapılar aynı zamanda süper lens'lerin gerçekleşmesine imkân sağlamıştır. Özellikle medikal uygulamalarda kullanılacak sonik lensler, bu alanda önemli gelişmeler sağlayabilme potansiyeli taşımaktadır.

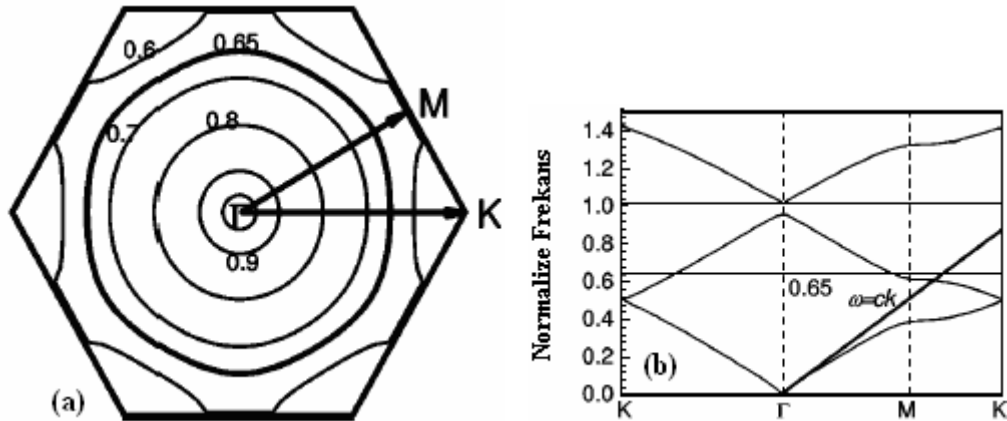
2.5.3.2. Sonik Kristal Yapılarda Negatif Kırılma İndisi

k-uzayında konveks eş frekans yüzeyinin görüldüğü durumda, ilgili frekans bandı içerisinde negatif kırılmanın ve dolayısıyla negatif kırılma indisinin

görülebileceği Kısım 2.5.2’de verilen Şekil 2.23 ve Şekil 2.25 grafikleriyle de belirtilmişti. Yapılmış olan çalışmalar sonucunda sonik kristal yapılar içinde bu durumun geçerli olduğu Çoklu Dağıtıcı Teorisi (*Multi-Scattering Teorisi-MST*) yardımıyla elde edilen eş frekans yüzeylerinde de gösterilmiştir [98].

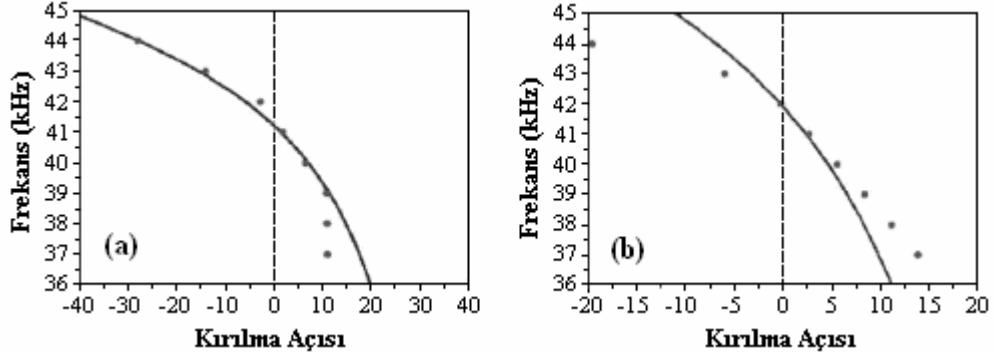
Şekil 2.38 ile verilen eş frekans yüzeyi karakteristiği ve bant yapısı karakteristiği incelendiğinde normalize frekans değeri 0.65 ve civarında negatif kırılma indisi durumu kolaylıkla görülmektedir [62]. Eş frekans yüzeyi karakteristiğini gösteren grafikte merkez nokta Γ ’dan dışarı doğru çizilen bir \vec{k} vektörü için frekansın azaldığı kolaylıkla görülmektedir. Bu durum, bu bölge içerisinde grup hızı (\vec{v}_g) ile dalga vektörünün (\vec{k}) ters yönlü olduğunu belirtmektedir. Benzer şekilde, bant yapısı karakteristiğinde ikinci bant Γ merkez nokta civarında tepe karakteristiği oluşturmuştur. Bu ise, yine dalga vektörü ile grup hızının zıt yönlü olacağı duruma yani negatif kırılma indisinin bu bölge içerisindeki varlığına işaret etmektedir.

Aynı zamanda, Şekil 2.38 ile verilen eş frekans yüzeyi karakteristiğinde eş frekans eğrilerinin dairesel olması, Denklem 2.62 ($n = -|k|c/w$) ile çok iyi bir şekilde karakterize edilebilen efektif negatif kırılma indisinin varlığına işaret etmektedir [62]. Çünkü eş frekans eğrisi boyunca tespit edilecek bütün \vec{k} vektörleri için $|k|$ eşit ve tek değerde olacaktır.

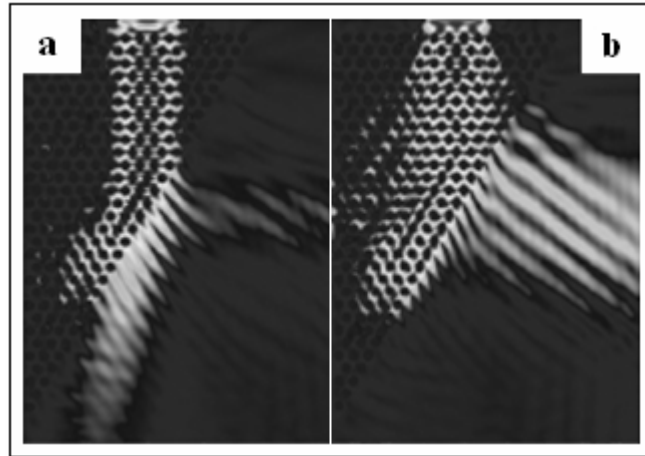


Şekil 2.38. Hekzagonal dizilimli hava-çelik sonik kristal yapı için hesaplanan eş frekans yüzeyi grafiği ve bant yapısı karakteristiği [62]

Sonik kristal yapılar üzerinde gerçekleştirilen birçok çalışmada negatif kırılma indisinin dalga frekansına olan bağımlılığı açık bir şekilde gözlenmiştir [60, 61, 65, 68, 69, 71, 96- 103]. Bu aşamada, belirli bir frekanstan sonra yapının pozitif kırılma indisi durumundan negatif kırılma indisi durumuna geçtiği hem deneysel hem de teorik çalışmalarda ortaya konulmuştur. Şekil 2.39 ve Şekil 2.40'da bu çalışmalarda elde edilen sonuçlar açık bir şekilde görülmektedir.



Şekil 2.39. (a) Dalganın geliş açısı 45° olduğu durumda kırılma açısının frekansa bağlı ölçüm sonucu grafiği, (b) Dalganın geliş açısı 30° olduğu durumda kırılma açısının frekansa bağlı ölçüm sonucu grafiği. Burada noktalar deneysel sonucu, eğri ise teorik sonucu göstermektedir [103]



Şekil 2.40. Sonik kristal yapıya gönderilen akustik dalganın frekansına bağlı olarak pozitif kırılma durumundan negatif kırılma durumuna geçişi. (a) 65 kHz frekanslı dalga için kırılma analizi (*Pozitif kırılma baskın durumdadır*). (b) 65.5 kHz frekanslı dalga için kırılma analizi (*Negatif kırılma baskın durumdadır*) [103]

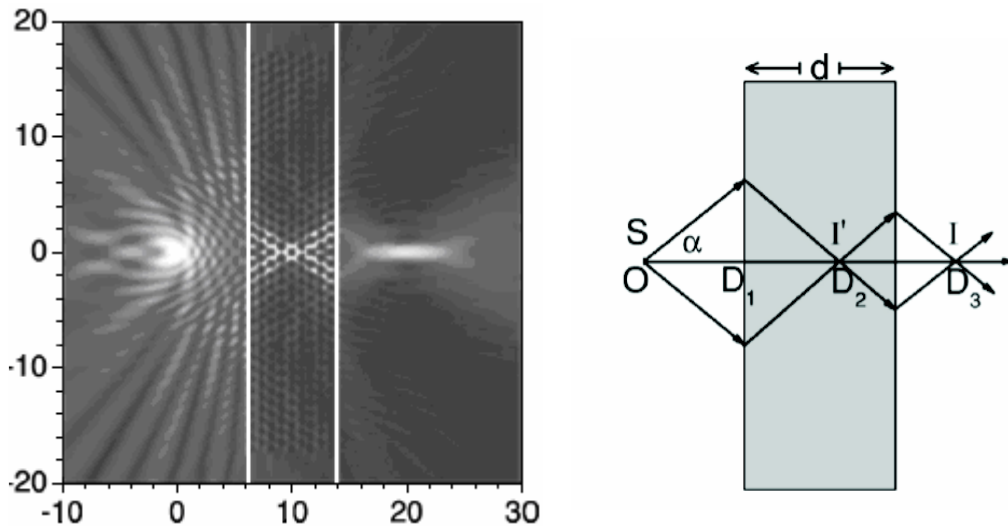
Yapılan diğerk bir çalışmada ise, düzlemsel geometriye sahip sonik kristal yapıların negatif kırılma indisi gösterdiği frekans bandı değerinde akustik dalgalara maruz bırakıldığında, sonik kristal yapının diğer tarafında gönderilmiş olan dalgaların odaklandığı gözlenmiştir [62]. Bunun sonucunda, negatif kırılma indisinin gözlendiği frekanslarda düz geometriye sahip sonik kristal yapı arkasında elde edilen bu odaklanma ile akustik dalgalar için süper lenslerin gerçekleştirilebileceği anlaşılmıştır. Bu ise, oldukça önemli bir uygulama sahasının ortaya çıkmasını sağlamıştır.

şekil 2.41'de görüleceği üzere, negatif kırılma durumunda iki odaklanma noktası gözlenmektedir. Birincisi, sonik kristal yapının içinde (D_2 noktası) ve diğerisi ise sonik kristal yapının arkasında (D_3 noktası) bir noktadadır. şekil 2.41'de ışın çizgileri ile temsili olarak gösterilen resimde S noktasında bulunan bir kaynaktan α açısı ile yayılan ışının D_2 ve D_3 noktalarında keşişerek kaynağın I' ve I görüntüsünü oluşturduğu grlmektedir. Bu geometrik şekil kullanılarak gerekli matematiksel işlemler yapıldığında D_2 ve D_3 noktalarının S kaynak noktasına olan uzaklıkları için,

$$D_2 = \left(1 + \sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha} / \cos \alpha\right) D_1 \quad (2.65)$$

$$D_3 = \left(1 + \cos \alpha / \sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha}\right) d \quad (2.66)$$

eşitlikleri elde edilir [62].



şekil 2.41. Sonik kristal yapıda negatif kırılma durumunda elde edilen odaklamayı gösteren nümerik analiz sonucu ve bu durumun ışın izleme yöntemi ile temsili gösterimi [62]

Yukarıda tanımlamış olduğumuz Denklem 2.65 ve Denklem 2.66 eşitlikleri incelendiği zaman aşağıda belirtilen iki durum ortaya çıkar;

1. *Kırılma indisi $n = -1$ olduğu durum:* $n = -1$ olduğu durumda Denklem 2.65 ve Denklem 2.66'da $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$ eşitliği kullanılır ve sadeleştirme yapılırsa,

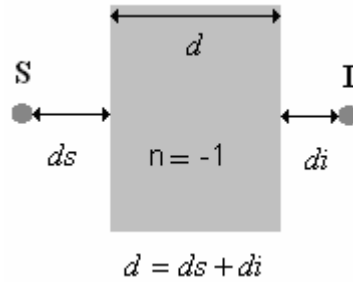
$$D_2 = 2.D_1 \quad (2.67)$$

$$D_3 = 2.d \quad (2.68)$$

eşitlikleri elde edilir. Bu durum, $n = -1$ için D_2 ve D_3 uzaklığının α açısından bağımsız olduğunu gösterir ve kritik yansıma açısına (Snell yasası, Denklem 2.58) kadar bütün α açı değerleri için çizilen ışınlar D_2 ve D_3 noktalarında kesişerek ideal odaklama sağlarlar. Negatif kırılma indisinin $n = -1$ olduğu bu ideal odaklama durumu 'ideal görüntüleme' olarak adlandırılır [62]. Burada, Denklem 2.67 eşitliği ve Denklem 2.68 eşitliği düzenlenirse,

$$d = ds + di \quad (2.69)$$

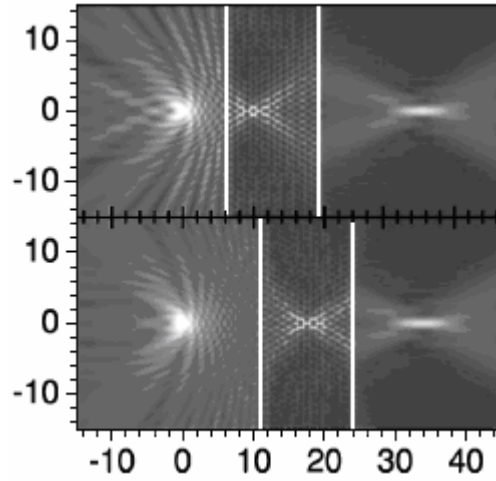
olduğu görülür. Burada ds kaynağın sonik kristale yapıya uzaklığını ve di görüntünün sonik kristal yapıya olan uzaklığını göstermektedir. Bu durum Şekil 2.42'de temsili olarak gösterilmektedir.



Şekil 2.42. Negatif kırılma indisinin $n = -1$ olduğu ideal odaklama durumu

Denklem 2.69 ile tanımlanmış olan $d = ds + di$ eşitliğinin doğal bir sonucu olarak sonik kristal yapı dalga kaynağına yaklaştırıldığı veya dalga kaynağından uzaklaştırıldığı durumlarda, sonik kristal yapının arkasında oluşan görüntünün konumu

değişmeyecektir. Bu durum, Şekil 2.43’de verilen nümerik analiz sonuçlarında da net bir şekilde görülebilmektedir.



Şekil 2.43. Negatif kırılma durumunda, sonik kristal yapının kaydırılması neticesinde ideal odak noktasındaki değişmezliğin simülasyon sonucu [62]

2. *Kırılma indisi $n \neq -1$ olduğu durum:* $n \neq -1$ olduğu durumda, Denklem 2.65 ve Denklem 2.66 eşitlikleri uyarınca D_2 ve D_3 uzaklığının hem kırılma indisine hem de α açısına bağlı olduğu görülür. Bu durumda, farklı açılar için seçilen ışınlar farklı noktalarda kesişebileceği için ideal odaklanma sağlanamayacaktır. Ancak kritik yansıma açısına (Snell yasası, Denklem 2.58) kadar olan açılardaki ışınlar sonik kristal yapıya girebildiği için odaklanmaya neden olabilecek ışınların α açıları 0 ile $\theta_{crit.}$ aralığında değişebilecektir. (Tipik $\theta_{crit.}$ açısı 44° civarlarındadır). Belirtilen bu 0 ile $\theta_{crit.}$ açısı aralığında Denklem 2.65 ve Denklem 2.66 eşitliklerinde,

$$D_2 \cong (1 + |n|).D_1 \quad (2.70)$$

$$D_3 \cong (1 + 1/|n|).d \quad (2.71)$$

şeklinde bir sadeleştirilme yapılabilir. Yukarıda tanımlanan bu denklemler ışığı altında ‘ideal görüntüleme’ yani ideal odaklanmanın gerçekleşebileceği yapılmış çalışmalar sonucunda gözlenmiştir [62].

Düzlemsel geometriye sahip sonik kristal yapıların odaklanması konusunda yapılan çalışmalar ve incelemeler sonucunda süper lens olarak kullanım için en uygun

negatif kırılma indisinin $n = -1$ olduğu görülmüştür. Hekzagonal dizimli *çelik silindir-hava* ile gerçekleştirilen sonik kristal yapıda, efektif kırılma indisinin (*ERI*) $n = -1$ değerini alabilmesi için *çelik silindir-hava* alanları oranını temsil eden doluluk oranının (*filling ratio*) büyük seçilmesi gerektiği görülmüştür. Şekil 2.44’de sonik kristal yapının birim hücrenin temsili olarak gösterimi verilmiştir. Burada yayılma ortamı hava, dağıtıcı ortam çelik silindirler olup birim hücrenin alanı A_c ve dağıtıcı ortamın alanı ise A_d ile gösterilmiştir.



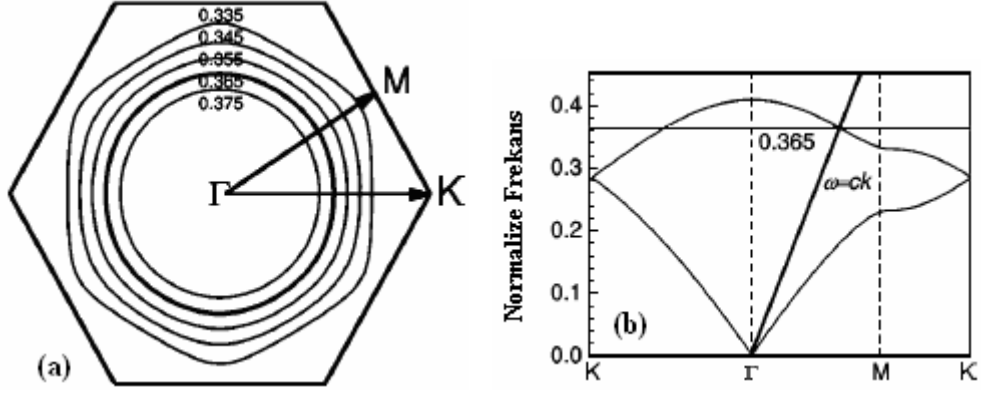
Şekil 2.44. Sonik kristal birim hücrenin temsili gösterimi [101]

Şekil 4.28’de temsili olarak gösterilen birim hücre (*Sonik kristal yapı içinde kendini tekrar eden en küçük birim*) için doluluk oranı,

$$f_r = A_d / A_c \quad (2.72)$$

olarak tanımlanır. Şekil 2.38’de verilen hekzagonal *çelik silindir-hava* sonik kristal yapısının eş frekans yüzeyi grafiği ve bant yapısı karakteristiği, doluluk oranı 0.47 olduğu durum için elde edilmiş olan nümerik analiz sonucudur. Bu karakteristiklerde görülen 0.65 normalize frekansında geliş açısı 30° olan bir dalga için efektif kırılma indisi (*ERI*) $n = -0.7$ olarak elde edilebilmiştir. Aynı analiz doluluk oranı 0.906 değeri için yapıldığı zaman, Şekil 2.45’de görülen eş frekans yüzeyleri ve bant yapısı karakteristiği elde edilmiş ve 0.365 normalize frekansı için efektif kırılma indisi (*ERI*) yaklaşık $n = -1$ olarak elde edilmiştir. Yapılan bu analizler sonucunda doluluk oranını yükseltmenin bant yapısı karakteristiğinde ikinci bandı biraz daha ovalleştirerek (*dışbükey*), daha dairesel eş frekans yüzeylerinin elde edilmesine ve kırılma indisinin de $n = -1$ değerine yakınsamasına neden olduğu görülmüştür [62]. (Burada $n = -|k|c/w$

ile ifade edilen efektif kırılma indisi, eş frekans yüzelerinin ovalleşmesi nedeni ile genişlemesi sonucunda \vec{k} dalga vektörünün normunun $|\vec{k}|$ büyümesine neden olacak ve negatif kırılma indisini küçültecektir.)



Şekil 2.45. (a) Doluluk oranı 0.906 olan hegzagonal dizimli çelik-hava sonik kristal yapı için hesaplanan eş frekans yüzeyi grafiği, (b) bant yapısı grafiği [62]

3. MATERYAL VE YÖNTEM

3.1. Deneysel Düzenek

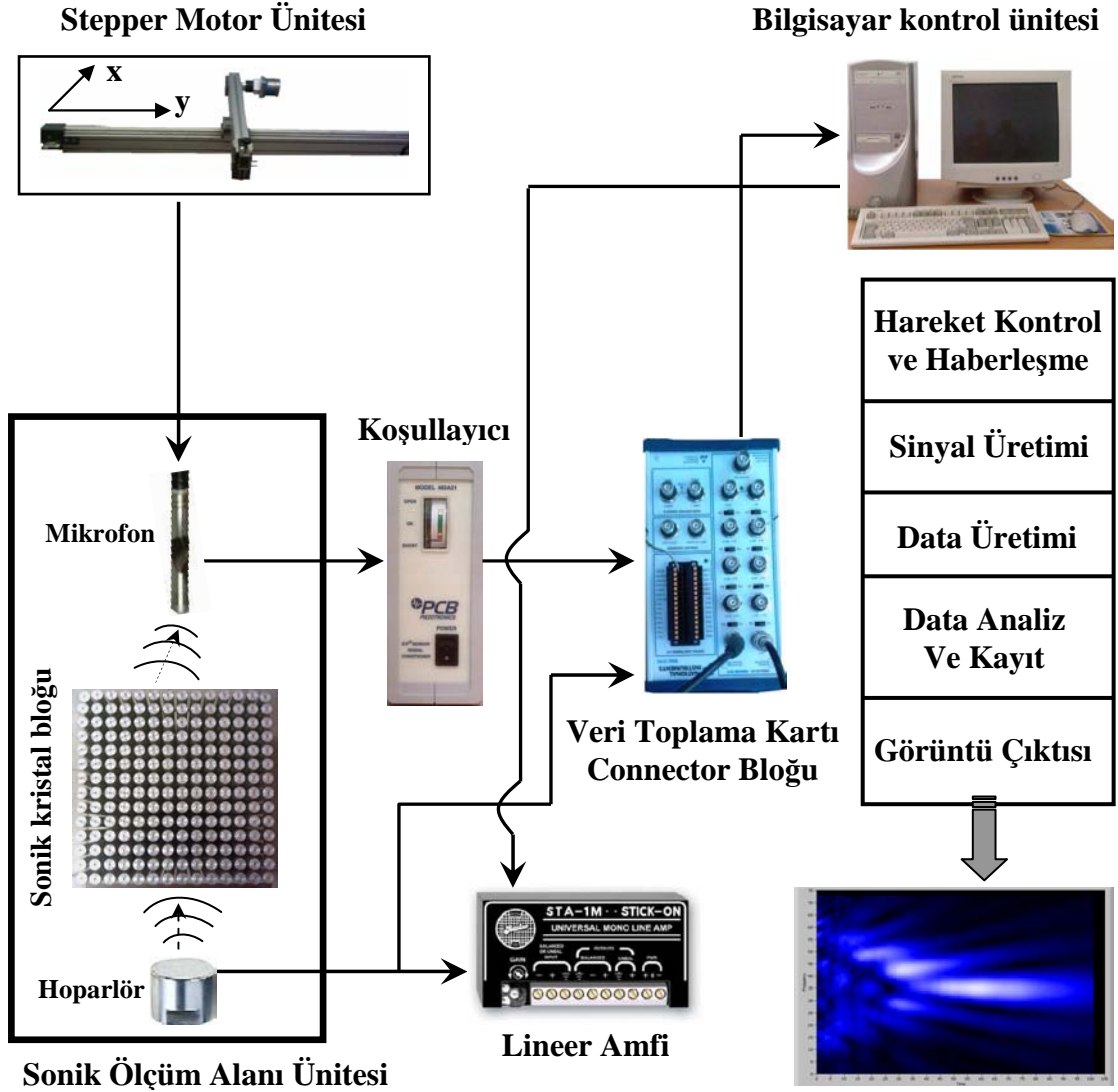
Bu bölümde, deney sisteminde bulunan mekanik ve elektronik donanımlar ile deneysel ölçüm için geliştirilen bilgisayar yazılımı hakkında açıklayıcı bilgiler verilecektir. Deney sistemini meydana getiren temel donanım ünitelerine değinilecek, daha sonra deney sisteminde bulunan tüm cihazlar ile bilgisayar ve kartları ayrıntılı bir şekilde açıklanacaktır. Deney sistemi için geliştirilmiş olan bilgisayar yazılımının temel yapısı ve özellikleri açıklayıcı bir şekilde sunulacaktır.

3.2. Donanım

Deney sistemini oluşturan temel donanım ünitelerinin farklı açılardan çekilmiş resimleri Şekil 3.1’de görülmektedir. Burada deney sistemi Şekil 3.2’de gösterildiği üzere altı ana üniteden oluşmaktadır. Birinci ünite; ölçüm alanı olarak adlandırılan ve içerisinde sonik kristal bloğu, elektriksel enerjiyi ses enerjisine dönüştüren hoparlör (*ses vericisi*) ve ses enerjisini elektriksel enerjiye dönüştüren mikrofonun (*ses alıcısı*) bulunduğu kısımdır. İkinci ünite; mikrofonun iki boyutta hareketini sağlayan stepper motor ünitesi, üçüncü ünite; stepper motor ünitesinin yönetildiği, elektriksel sinyallerin üretildiği, sinyallerin işlendiği ve bu sinyallerin kaydedildiği bilgisayar kontrol ünitesidir. Dördüncü ünite; hoparlöre gönderilen giriş sinyalini yükselten lineer amfi (*UNIVERSAL MONO LINE AMP, STA-1M*), beşinci ünite; mikrofon vasıtasıyla algılanan elektriksel sinyallerin yükseltildiği koşullayıcı (*Signal Conditioner-Model 482A21*) ve son olarak hoparlör ve mikrofon datalarının toplandığı veri toplama kartı (*Connector Bloğu, BNC 2110*) olarak adlandırılan kısımdır. Belirtilen bu altı ünite birbirleriyle bütünleşik olup, bilgisayar kontrol ünitesi ile doğrudan bağlantılı olarak sinyal üretilmesi, sinyal toplanması ve toplanan sinyallerin işlenmesini sağlamaktadırlar.



Şekil 3.1. Deney sistemini oluşturan temel ünitelerinin farklı açılardan resimleri

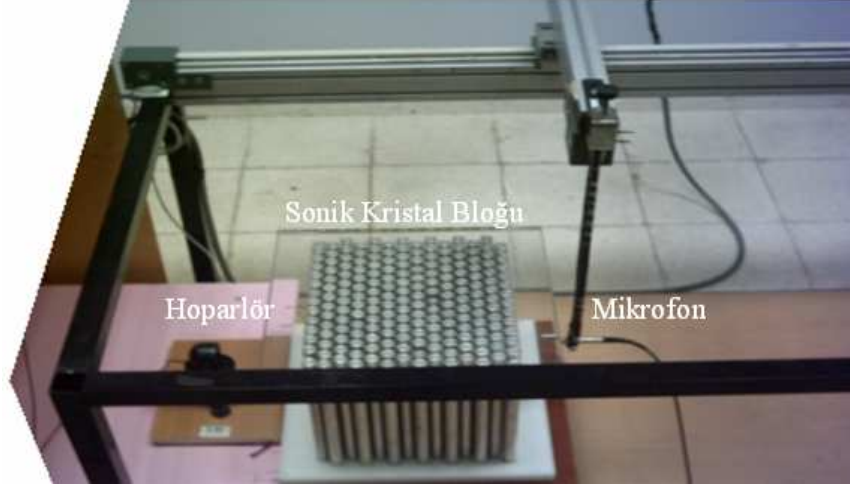


Şekil 3.2. Deney sisteminin genel konfigürasyonu

3.2.1. Sonic Ölçüm Alanı Ünitesi

Şekil 3.3’de akustik basınç alanı ölçümlerinin yapıldığı sonic ölçüm alanı ünitesi gösterilmektedir. Bu ünite, içerisinde hoparlör, mikrofon ve sonic kristal bloğunun bulunduğu $74 \times 90 \times 176$ cm ebatlarına sahip demir borulardan yapılmış kafes bir yapıdır. Bu kafes yapının etrafı tamamen açık olarak tasarlanmış olup, ölçüm sırasında hoparlörün üretmiş olduğu belirli frekanstaki ses dalgalarının yansımından kaynaklanan ölçüm hatalarının mümkün olduğunca en az seviyeye indirilmesi amaçlanmıştır.

Ölçümler sırasında hoparlör sonik kristal bloğa 13 cm mesafe uzaklıkta bir noktaya, tam kristal bloğun merkezine bakacak şekilde sabitlenmiştir. Tüm ölçümler boyunca hoparlörün belirlenen noktada hareketsiz olarak kalması sağlanmıştır.



Şekil 3.3. Deneysel ölçümlerinin yapıldığı sonik ölçüm alanı ünitesinin fotoğrafı

Stepper motor yardımıyla mikrofonun iki boyutta (x-y) hareket etmesi sağlanmıştır ve ölçüm alanı içerisindeki bu hareketlerin tamamı bilgisayar ile kontrol edilmiştir. Bu sayede mikrofonun tüm ölçüm alanını taraması sağlanmış, tarama esnasında alınan veriler bilgisayara kaydedilmiş ve belirlenen ölçüm aralığındaki ölçümlerin tamamının bitmesinden sonra deneysel çalışmanın otomatik olarak sonlandırılması sağlanmıştır. Tüm bu ölçümler süresince mümkün olduğu kadar sessiz bir ortam sağlanmış olup yapılan deneysel çalışmanın sonlanıp sonlanmadığı akustik araştırma laboratuvarına yerleştirilmiş olan IP Network kamera ile kontrol edilmiştir. Bununla birlikte tüm ölçümler oda sıcaklığında gerçekleştirilmiştir.

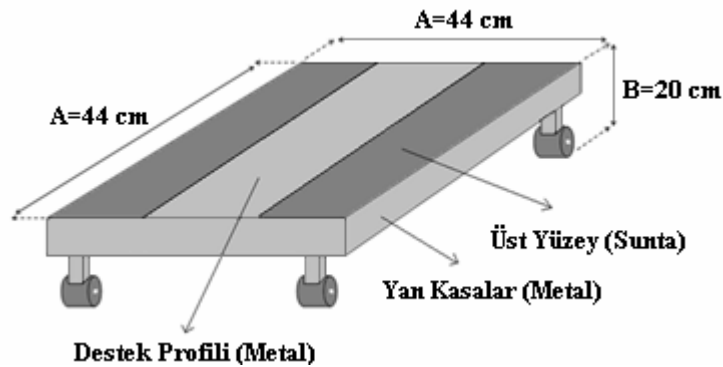
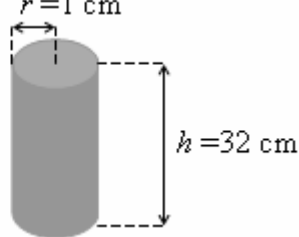
Deneysel çalışmalarda akustik eksen boyunca yapılan ölçümlerde mikrofon, sadece belirlenen ölçüm aralığında akustik eksen boyunca bilgisayar kontrolü ile hareket ettirilmiştir. Benzer şekilde, akustik eksen ve radyal eksen boyunca yapılan iki boyutlu ölçümlerde de belirlenen ölçüm aralığı içerisinde herhangi bir müdahale olmadan tamamen bilgisayar kontrolü ile gerçekleştirilmiştir.

3.2.1.1 Sonik Kristal Bloklar

Sonik kristaller, akustik dalgalar için saçıcı özelliğe sahip malzemelerden oluşan sonlu sayıdaki yapı taşının periyodik olarak dizilmesi ile elde edilen yapılardır. Deney sisteminde eşkenar üçgen, ikizkenar üçgen, kare, bal peteği ve basık bal peteği şeklinde oluşturulmuş beş farklı geometriye sahip sonik kristal bloklar kullanılmıştır. Ayrıca her bir geometri için, Çizelge 3.1’de yoğunlukları verilen yarıçapı $r = 1$ cm, uzunluğu $h = 32$ cm olan alüminyum, plastik ve çelik malzemelerinden yapılmış silindirik çubukların, özel olarak üretilmiş olan beş farklı geometrideki kalıpların üzerine periyodik olarak dizilmesiyle elde edilen sonik kristal bloklar ile deneysel ölçümler gerçekleştirilmiştir. Sonik kristal blokların çok ağır olması ve zarar görmeden taşınabilmesi için, Şekil 3.4’de görüleceği üzere $44 \times 44 \times 20$ cm ebatlarında tekerlekli taşıma sehpaları kullanılmıştır.

Çizelge 3.1. Deney sisteminde kullanılan silindir çubukların yoğunlukları

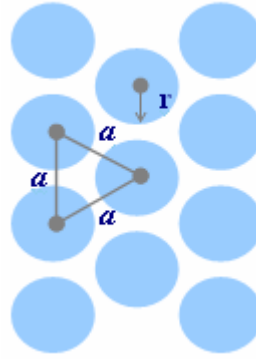
Malzeme	Yoğunluk (g/cm^3)
Plastik (PVC)	1.4
Alüminyum	2.7
Çelik	7.9



Şekil 3.4. Deney sisteminde kullanılan sonik kristal blok taşıma sehpası

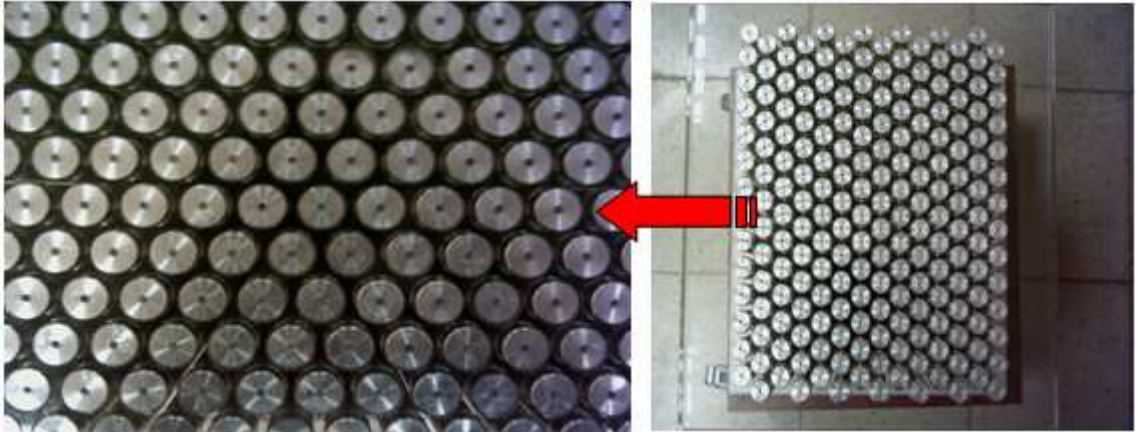
Eşkenar Üçgen Dizimli Sonik Kristal Yapı

Özel olarak üretilmiş olan eşkenar üçgen geometrisine sahip kalıba, 196 adet silindirik çubuğun (plastik, alüminyum, çelik) 14 tabakalı (*layer*) kafes yapı oluşturacak şekilde dizilmesi sonucu elde edilen yapıdır. Şekil 3.5’de gösterildiği üzere her bir silindirik çubuğun yarıçapı $r = 1\text{ cm}$ ve örgü sabiti $a = 2.5\text{ cm}$ dir.



Şekil 3.5. Eşkenar üçgen dizimli sonik kristal yapı geometrisi

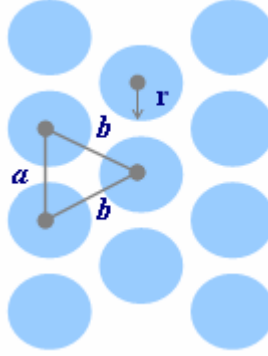
Deney sisteminde kullanılan eşkenar üçgen dizimli sonik kristal bloğunun farklı açılardan çekilmiş resimleri Şekil 3.6’da görülmektedir.



Şekil 3.6. Eşkenar üçgen dizimli sonik kristal bloğunun fotoğrafı

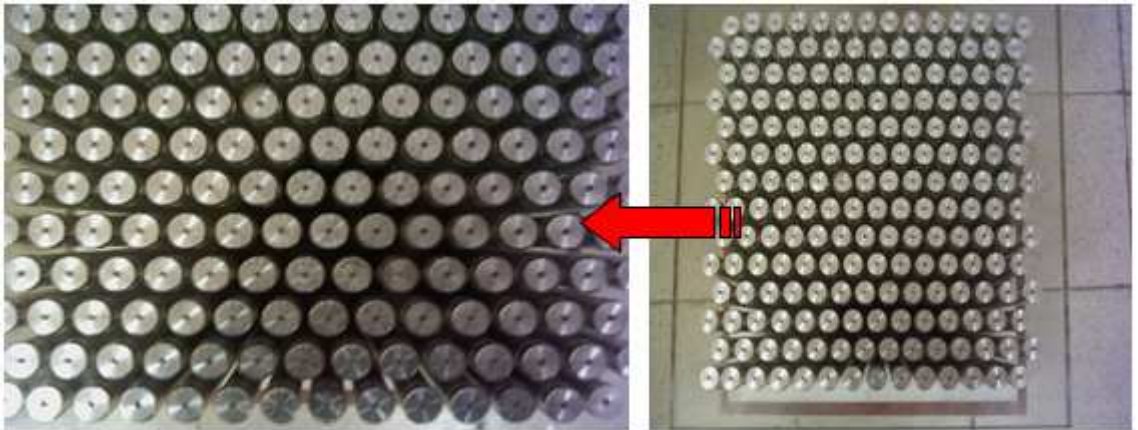
İkizkenar Üçgen Dizimli Sonik Kristal Yapı

Özel olarak üretilmiş olan ikizkenar üçgen geometrisine sahip kalıba, 196 adet silindirik çubuğun (plastik, alüminyum, çelik) 14 tabakalı (*layer*) kafes yapı oluşturacak şekilde dizilmesi sonucu elde edilen yapıdır. Şekil 3.7’de gösterildiği üzere her bir silindirik çubuğun yarıçapı $r = 1\text{ cm}$, örgü sabiti $a = 2.5\text{ cm}$ ve $b = 2.8\text{ cm}$ dir.



Şekil 3.7. İkizkenar üçgen dizimli sonik kristal yapısı geometrisi

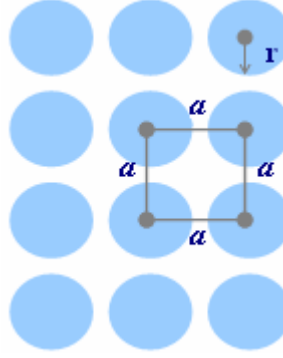
Deney sisteminde kullanılan ikizkenar üçgen dizimli sonik kristal bloğunun farklı açılardan çekilmiş resimleri Şekil 3.8’de görülmektedir.



Şekil 3.8. İkizkenar üçgen dizimli sonik kristal bloğunun fotoğrafı

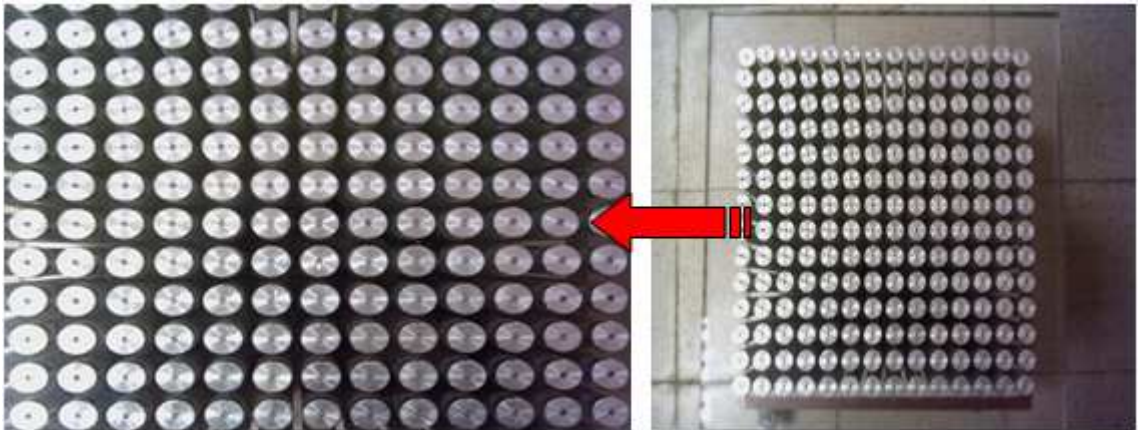
Kare Dizimli Sonik Kristal Yapı

Özel olarak üretilmiş olan kare geometrisine sahip kalıba, 196 adet silindirik çubuğun (plastik, alüminyum, çelik) 14 tabakalı (*layer*) kafes yapı oluşturacak şekilde dizilmesi sonucu elde edilen yapıdır. Şekil 3.9'da gösterildiği üzere her bir silindirik çubuğun yarıçapı $r = 1 \text{ cm}$ ve örgü sabiti $a = 2.5 \text{ cm}$ dir.



Şekil 3.9. Kare dizimli sonik kristal yapı geometrisi

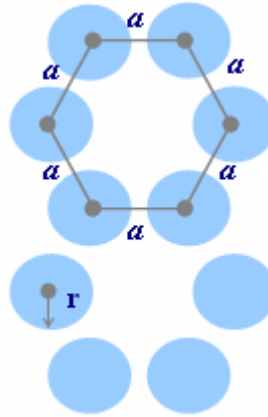
Deney sisteminde kullanılan kare dizimli sonik kristal bloğunun farklı açılardan çekilmiş resimleri Şekil 3.10'da görülmektedir.



Şekil 3.10. Kare dizimli sonik kristal bloğunun fotoğrafı

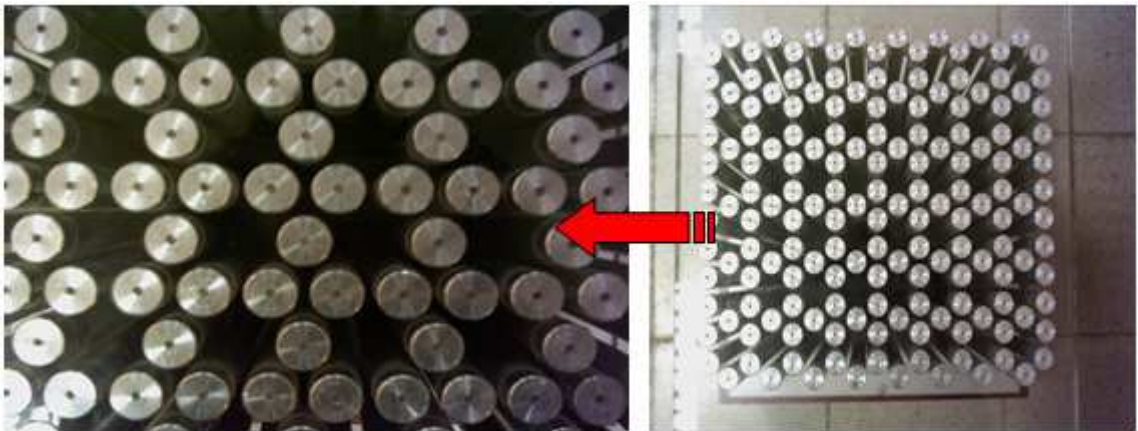
Bal Peteği Dizilimli Sonik Kristal Yapı

Özel olarak üretilmiş olan bal peteği geometrisine sahip kalıba, 164 adet silindirik çubuğun (plastik, alüminyum, çelik) 17 tabakalı (*layer*) kafes yapı oluşturacak şekilde dizilmesi sonucu elde edilen yapıdır. Şekil 3.11’de gösterildiği üzere her bir silindirik çubuğun yarıçapı $r = 1\text{ cm}$ ve örgü sabiti $a = 2.5\text{ cm}$ dir.



Şekil 3.11. Bal peteği dizilimli sonik kristal yapı geometrisi

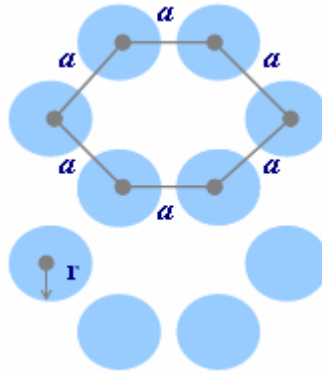
Deney sisteminde kullanılan bal peteği dizilimli sonik kristal bloğunun farklı açılardan çekilmiş resimleri Şekil 3.12’de görölmektedir.



Şekil 3.12. Bal peteği dizilimli sonik kristal bloğunun fotoğrafı

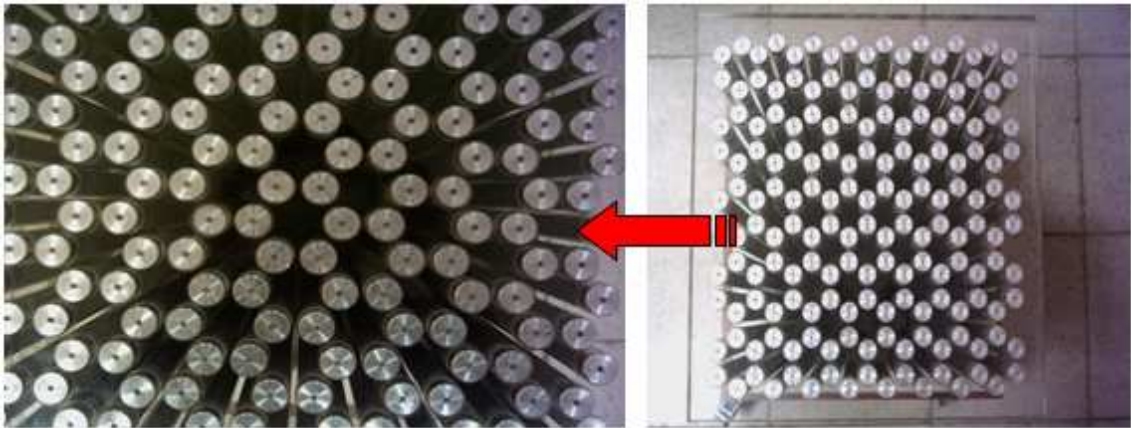
Basık Bal Peteği Dizilimli Sonik Kristal Yapı

Özel olarak üretilmiş olan bal peteği geometrisine sahip kalıba, 170 adet silindirik çubuğun (plastik, alüminyum, çelik) 17 tabakalı (*layer*) kafes yapı oluşturacak şekilde dizilmesi sonucu elde edilen yapıdır. Şekil 3.13’de gösterildiği üzere her bir silindirik çubuğun yarıçapı $r = 1\text{ cm}$ ve örgü sabiti $a = 2.5\text{ cm}$ dir.



Şekil 3.13. Basık bal peteği dizilimli sonik kristal yapı geometrisi

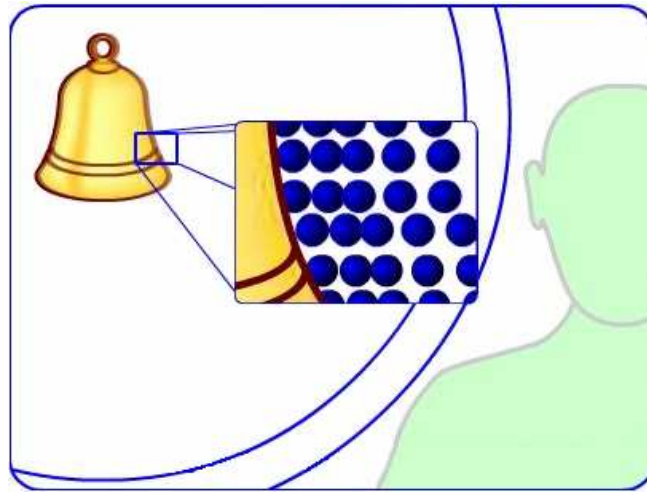
Deney sisteminde kullanılan basık bal peteği dizilimli sonik kristal bloğunun farklı açılardan çekilmiş resimleri Şekil 3.14’de görölmektedir.



Şekil 3.14. Basık bal peteği dizilimli sonik kristal bloğunun fotoğrafı

3.2.1.2. Hoparlör (Ses Vericisi)

Ses, nesnelerin titreşiminden meydana gelen ve uygun bir ortam içerisinde (hava, su vb.) bir yerden başka bir yere, sıkışma ve genleşmeler şeklinde ilerleyen bir dalgadır. Dolayısıyla ses, bir basınç dalgasıdır. Aynı zamanda ses, Şekil 3.15’de gösterildiği üzere titreşim hareketi yapan bir nesnenin etrafına yaydığı titreşim dalgaları olarak da tanımlanabilir. Bu bağlamda, titreşim hareketi yapan farklı nesnelere farklı sesler duymamızın nedeni, seslerin frekanslarının ve şiddetlerinin farklı olmasından kaynaklanır [104].



Şekil 3.15. Sesin oluşumu [104]

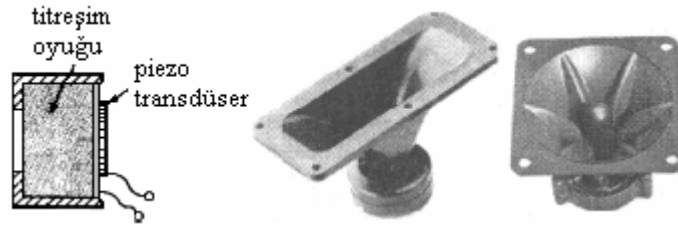
Sesin yayılması için maddesel ortama ihtiyaç vardır. Yani boşlukta ses yayılmaz. Ses kaynağından çıkan ses maddenin atom gruplarını titreştirir ve bu sayede ses dalgaları halinde yayılır. Sesin yayılma hızı en fazla katılarda sonra sıvılarda ve sonra da gazlardadır. Fakat ses dalgaları gaz ortamlarında diğer (sıvı ve katı) ortamlara göre en uzağa gider. Ses dalgaları havada 340 m/s hızla yol alırken, su ortamında 1453 m/s hızla yol alır. Katılarda ise yaklaşık olarak 5000 m/s hızla yayılır.

Sesin elektriksel enerji yardımıyla oluşturulması için ilk önce bir elektriksel enerjinin bir levhayı, bir diyaframı, bir zarı titreştiren mekaniksel enerji haline dönüştürülmesi ve sonra bu mekaniksel enerjinin akustik enerjiye dönüştürülmesi gerekir. Enerji dönüşümünü gerçekleştiren bu tür aygıtlara transducer veya enerji dönüştürücü denilmektedir. İşte elektriksel sinyalleri insan kulağının duyabileceği ses

sinyallerine çeviren elemanlara hoparlör denir. Birçok özelliğe sahip hoparlör çeşitleri mevcuttur. Bunlar, *Dinamik hoparlör*, *Devingen demirli hoparlör*, *Armatürü dengeli hoparlör* ve *Piezoelektrik hoparlördür* [105-109]. Burada, deney sisteminde kullanılmış olan Piezoelektrik (kristal) hoparlördür.

Piezoelektrik (Kristal) Hoparlörler


Şekil 3.16’da yapıları görülen piezoelektrik hoparlörler genel olarak çizgi biçiminde, birbirine karşı polarize edilmiş, bükülgen piezooksit (kurşun, elmas, titan karışımı) maddeden yapılır. Şeritlere akım uygulandığında, boyut uzayıp kısalır ve karşıldakini itip çeker. Bu titreşim ise esnek membranı hareket ettirerek ses oluşturur. Piezoelektrik hoparlörler genellikle 4000- 16.000 Hz aralığındaki yüksek frekanslı seslerin elde edilmesinde ve daha çok kulaklıklarda kullanılmaktadır. Aynı zamanda dijital saatlerde kullanılan hoparlörlerde buzzer olarak piezoelektrik esasına göre çalışır.



Şekil 3.16. Piezoelektrik hoparlörün (tweeter) yapısı [105]

Deney sisteminde, 5 cm çapında dairesel geometriye sahip 5 kHz- 20 kHz frekans aralığında küresel ses dalgası üretebilen piezoelektrik hoparlör (tweeter) kullanılmıştır. Çünkü deney sistemindeki sonik kristal yapılar küresel ses dalgaları için odaklayıcı özelliğe sahiptir. Bu hoparlörün aktif bölgesi küçük olduğundan küresel ses dalgası oluşturmaya uygundur. Ayrıca çalışmada, istenilen bölgesinde frekans karakteristiği düzgün değişmektedir. Deneysel çalışmalarda kalibrasyon yapılmamıştır. Çünkü, ölçümler sonik kristalin olmadığı durum için normalize edilmiştir. Kullanılan piezoelektrik hoparlörün yüzeyi dinamik tip olup, geniş açılı, güçlü, sıkışmayan ve 20 KHz değerine kadar uzanan bir yüksek frekans performansına sahiptir. Deneysel çalışmalarda kullanılan piezoelektrik hoparlörün ses konisi çapı 2 cm olup karakteristik özellikleri Çizelge 3.2’ de verilmiştir.

Çizelge 3.2. Deneyde kullanılan piezoelektrik hoparlörün karakteristik özellikleri

	Frekans Aralığı	5-20 kHz
	Duyarlılık	105 dB/1 Watt/1metre
	Maksimum Güç	300 Watt
	Empedans	4 Ohm

3.2.1.3. Mikrofon (Ses Alıcısı)

Herhangi bir şekilde yayılan ses havada basınç değişimi yaratmakta ve bu basınç değişimi, suya atılan taşın yarattığı dalgaya benzer şekilde havada bir dalga iletimi şeklinde ilerlemektedir. Günlük hayatımızdaki konuşmalarımızda havayı titreştirerek hava da bir basınç değişikliği oluşturuyoruz. Duyma işleminde ise bu basınç değişikliğini kulaklarımızdaki zar ile algılıyoruz. Mikrofonlar da tıpkı kulaklarımız gibi havadaki basınç değişikliğinin yarattığı etkiden yararlanarak sesi algılayıp elektrik sinyaline çevirmektedir.

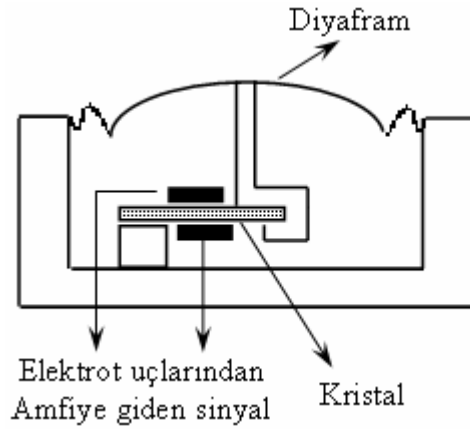
Bir ortamdaki ses sinyallerini (akustik enerji) elektrik sinyallerine çeviren elemanlara mikrofon denir. Bu elemanlar, ses sinyallerini elektrik sinyallerine çeviren transducerlar olarak da tanımlanabilir. Mikrofonların yapısı, özelliği ve çalışma ilkesi nasıl olursa olsun en önemli elemanları diyafram adı verilen esnek zar kısmıdır. Çünkü hava ortamında ilerleyen ses dalgalarının oluşturduğu basınç ilk önce mikrofonun diyaframını titreştirmektedir. Her sesin belirli bir şiddeti vardır. Bu ses şiddetinin havada yarattığı basınç ses şiddeti ile doğru orantılıdır. Gelen hava basıncının büyüklük ve küçüklüğüne göre ileri geri titreşen diyaframın bu titreşimini elektrik enerjisine çevirmek için değişik yöntemler kullanılmaktadır. Bu yüzden kullanılan yöntemlere göre de mikrofonlara verilen isimler farklı olmaktadır. Başlıca mikrofon çeşitleri, *Dinamik mikrofonlar*, *Şeritli mikrofonlar*, *Kondansatör mikrofonlar*, *Karbon mikrofonlar* ve *Piezoelektrik Kristalli mikrofonlardır* [110]. Burada, deney sisteminde kullanılmış olan Piezoelektrik kristalli mikrofondur.

Piezoelektrik Kristalli Mikrofonlar

Bazı maddeler basınç altında eğrilir, bükülür, uzar ve maddenin her iki yüzeyinde zıt elektrik yükleri meydana gelir. Örneğin Kuartz, Baryum Titanat ve Roşel

tuzları gibi kristalize cisimlere herhangi bir basınç uygulandığında, kristalin yüzeyleri arasında bir AC gerilim meydana gelir. Böylece, akustik enerjinin düzgün kesilmiş bir kristal üzerine yapmış olduğu basınç, elektrik enerjisini açığa çıkarmış olur. Bu yöntem “*piezo-electric*” olarak tanımlanır.

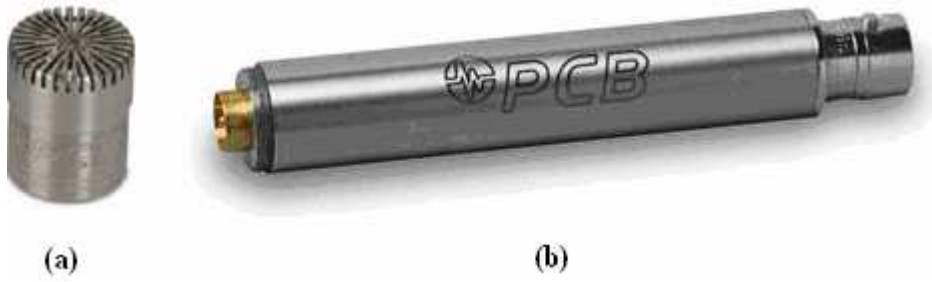
Şekil 3.17’de bir kristal mikrofonun kesiti gösterilmektedir. Burada, iki madeni levha arasına Roşel tuzundan elde edilen bir kristal dilimi yerleştirilir. Ön levhannın ortasında ince bir pin ile diyafram kristale bağlanır. Ses dalgaları diyaframa çarptığında meydana gelen basınç değişimi, bağlantı pini yardımıyla kristale ulaşır ve kristal titreşmeye başlar. Böylece kristalin iki metal elektrotu arasında düşük frekanslı çıkış gerilimi elde edilir. Bu gerilim basıncın kuvvetine ve frekansına göre değişmektedir.



Şekil 3.17. Kristal mikrofonun iç yapısı [110]

Kristal mikrofonlar, karbon mikrofonların olumsuz etkilerine karşılık üretilmiş mikrofonlar olup özellikle radyo stüdyolarında konuşma amaçlı mikrofon olarak ve son yıllarda akustik bilim alanı çalışmalarında sıklıkla kullanılmaya başlanmıştır. Ayrıca, elektrik açığa çıkaran kuvvet anlamına gelen EMF (ElectroMotive Force), piezoelektrik etkisinin de temelini oluşturmuştur. Kristal mikrofonların kaliteleri yüksek olup hassas bir yapıya sahiptirler. Yani mikrofon içerisindeki kristal, sarsıntı, düşürme ve çarpmalardan dolayı bozulabileceğinden bu tip mikrofonların özenle kullanılması gerekmektedir. Son yıllarda kristal yerine yeni geliştirilen seramik elemanların kullanılması ile bu sorunda büyük ölçüde giderilmiştir. Kristalin ürettiği gerilimin değeri çok küçük olduğundan mikrofonun içerisine mini bir ön yükselteç (*preanfi*) monte edilmektedir. Frekans karakteristiği ise 50- 15000 Hz arasındadır.

Deney sisteminde kullanılan mikrofon, kristal mikrofon özelliklerine sahip olup *PCB Piezotronics* firması tarafından üretilmiştir. Genel olarak, ses basıncı haritalarının çıkartılmasında, akustik mod analizinde, ses gücünün bulunmasında kullanılır. Deney sisteminde kullanılan mikrofon Şekil 3.18.a'da gösterildiği üzere, modern ön polarizasyonlu veya geleneksel dıştan polarize tipinde 377B02 model akustik mikrofon uç kısım ve Şekil 3.18.b'de gösterildiği üzere ICP veya 200 V dıştan polarize mikrofonlar ile uyumlu 426E01 model ön amplifikatör (*preamplifiers*) olmak üzere iki parçadan oluşmaktadır.



Şekil 3.18. Deney sisteminde kullanılan (a) akustik mikrofon, (b) ön amplifikatör

Şekil 3.18.a'da gösterilen akustik mikrofon, yüksek nemli ortamlarda bile yüksek performans özelliğine sahip olup IEC ve ANSI standartlarıyla uyumludur. Deney sisteminde kullanılan akustik mikrofonun karakteristik özellikleri Çizelge 3.3'de verilmiştir. Ön polarizasyon özelliğine sahip olan akustik mikrofon, ICP sinyal koşullayıcısıyla birlikte çalışmaktadır. Sinyal koşullayıcı sistemler; titreşim, ses basıncı ve kuvvet hisseden enstrümanları koordine eden, ayarlayan, koşullayan kompakt sistemlerdir. Sinyal koşullayıcıları piezoelektronik sensörler için güç sağlamaktadır. Bu üniteler batarya veya hat gücü ile tek ya da çoklu kanal konfigürasyonu ile kazanç ayarlı ve ayarsız olarak sunulmaktadır. Deney sistemindeki ön amplifikatörlü akustik mikrofon 482A21 model sinyal koşullayıcısına iki ucu BNC kablo ile bağlanmıştır.

Şekil 3.18.b'de gösterilen ön amplifikatör (*preamplifiers*), paslanmaz çelik kaplamaya sahip olup düşük gürültülü ve genel kullanım amaçlıdır. Ön polarizeli mikrofon ön yükselticileri, herhangi bir (2-20 mA) sabit akım kaynağı sağlayan ICP sensor güç kaynaklarıyla kullanılırlar. Deney sisteminde kullanılan ön amplifikatörün karakteristik özellikleri Çizelge 3.4'de verilmiştir [111].

Çizelge 3.3. Deney sisteminde kullanılan akustik mikrofonun karakteristik özellikleri [111]

Çapı	1.25 cm
Tepki tipi	Free-field
Açık devre hassasiyeti (250 Hz)	50 mV/Pa
Frekans cevabı (± 2 dB)	3.15 Hz - 20 kHz
Polarizasyon voltajı	0 V
Dinamik aralık - 3% Bozunma Limiti	146 dB
Dinamik aralık - Cartridge Termal Noise	15 dB
Çalışma sıcaklığı	-40 - 120 °C

Çizelge 3.4. Deney sisteminde kullanılan ön amplifikatörün karakteristik özellikleri [111]

Çapı	1.25 cm
Kazanç (zayıflatma)	-0.04 dB
Frekans Cevabı (± 0.2 dB)	6 Hz - 125 kHz
Elektriksel gürültü(A-weight)	<2.8 μ V
Elektriksel gürültü (Flat)	<5 μ V
Çıkış Voltajı (max)	8 V pk
Sabit akım beslemesi	2 - 20 mA
Çalışma sıcaklığı	-40 - 80 °C
Çıkış Konnektörü	BNC Plug
TEDS IEEE P1451.4	Var

3.2.2. Stepper (Adımlayıcı) Motor Ünitesi

Temel bir hareket sistemi beş ana parçadan oluşur. Bunlar; hareket eden mekanik araçlar, geri beslemeli (step) motor, motor sürücüsü, kontrol donanımı, programlama ve arabirim yazılımıdır. Stepper motorlar uygulanan darbelerle bağlı olarak çalışan ayrık hareket motorlarıdır. Hareket pozisyonu darbelerin sayısına, hareketin hızı ise darbelerin hızına doğrudan bağlıdır. Motoru sürmek için gerekli olan akım ve gerilim güç besleme cihazdan sağlanmaktadır. Step motorlarda hareket kontrol

donanımından gönderilen step işaretleri motorda harekete çevrilir. Motor her işaretle bir ayrı durumdaki diğerine hareket eder. Bu tip çalışmada dönüş başına tam adım sayısı (dönel hareket) veya birim uzunluk başına tam adım sayısı (doğrusal hareket) en önemli step motor parametreleridir. Bu değerler motorun çözünürlüğünü tanımlamaktadır.

Deney sistemindeki stepper motor ünitesi, ölçüm alanı içerisinde bulunan akustik mikrofonun iki boyutta hareketini sağlamak için kullanılmaktadır. Deneysel çalışmalarda, birbirinden bağımsız olarak hem akustik eksen (x-ekseni) hem de radyal eksen (y-ekseni) boyunca hareket edebilen iki stepper motor ünitesi kullanılmış ve hareketi bilgisayar ile kontrol edilmiştir.

Akustik eksen ve radyal eksen boyunca hareket edebilen stepper motor ünitesinin resmi Şekil 3.19’da gösterilmiştir. Her iki stepper motor ünitesi de 0.1 mm adım aralığı ile hareket edebilme hassasiyetine sahiptir. Her iki stepper motorunda birbirlerinden bağımsız olarak hareket edebilmesi sayesinde, stepper motor1 ünitesine bir askı ile tutturulan akustik mikrofonun belirlenen tüm ölçüm alanını taraması sağlanmıştır.



Şekil 3.19. Deneysel çalışmalarda kullanılan stepper motor ünitesinin resmi

3.2.3. Bilgisayar Kontrol Ünitesi

Bilgisayar kontrol ünitesinde, deneysel çalışmalar için yeterli donanıma sahip bir adet personel bilgisayar ve gerekli PCI kartları bulunmaktadır. Bu ünite, dört ana işlevi yürütmektedir.

1. ***Stepper motorların hareket kontrolünü sağlamak:*** Stepper motor kontrolü için bilgisayar üzerinde hareket kontrol kartı bulunmaktadır. İlgili kart her iki stepper motorun hareketini birbirinden bağımsız bir şekilde kontrol ederek, stepper motor1 ünitesine monte edilmiş olan akustik mikrofonun istenilen noktaya ya da noktalara hareket ettirilmesini sağlar.
2. ***Hoparlör tarafından üretilen sinyalin kontrolünü sağlamak:*** Bunun için bilgisayar üzerinde bulunan sinyal üretici bir kart kullanılır. Bu kart sayesinde istenilen genlikte, frekansta sonik (ses) sinyal üretilebilmektedir.
3. ***Mikrofon tarafından tespit edilen akustik basınç alanlarının algılanmasını sağlamak:*** Bu işlev için, bilgisayar üzerinde bulunan DAQ kartı kullanılır. Bu kart ile mikrofondan elektriksel sinyaller alınır.
4. ***DAQ kartı yardımıyla alınan dataların işlenmesi, görüntülenmesi ve depo edilmesini sağlamak:*** Bu amaç için Labview ortamında geliştirilmiş olan özel bir yazılım kullanılmaktadır. Bu yazılım bir sonraki kesimde detaylı bir şekilde anlatılacaktır.

Hareket kontrol Kartı

Deney sisteminde bulunan bilgisayar kontrol ünitesinde kullanılan kart, *National Instrument* firması tarafından üretilmiş olup *NI PCI-7344* model bir hareket kontrol kartıdır [112]. Bu kart ile, birbirlerinden bağımsız olarak hareket edebilen her iki stepper motor ileri düzeyde ve kolay bir şekilde lineer, dairesel, noktadan noktaya, artan aralık adımları şeklinde hareket etmesi sağlanmaktadır. Yapılan deneysel çalışmalarda tüm stepper motor hareketleri, noktadan noktaya sabit adım aralıkları şeklinde gerçekleştirilmiştir. Stepper motor her sabit adım aralığı hareketinden sonra belli bir süre (*300 ms*) bekleyip bir sonraki harekete geçmiştir. Bu şekilde hem stepper motorun hareketi kontrol altına alınmış hem de deneysel çalışmalarda meydana gelebilecek hatalı ölçümlerden kaçınılmıştır.

Sinyal Üretici

Deney sisteminde bulunan bilgisayar kontrol ünitesinde kullanılan sinyal üretici, *National Instrument* firması tarafından üretilen *NI PCI-5411* model bir sinyal üreteç

kartı olup 40 Ms/s çözünürlüğe sahiptir [113]. Kartın bu özelliği her bir kanal için standart dalga biçiminin 8 milyon örnekleme (sample) karşılık gelmektedir. Aynı zamanda bu kart, istenilen türde dalga formu üretici, sweep jeneratörü ve fonksiyon jeneratörü özelliklerine sahiptir. Kart tarafından dijital bir sinyal üretildiğinde, sinyalin türü kullanıcı tarafından belirlenir ve Onboard hafıza kartı yardımıyla sinyalin görüntüsü kaydedilir. Bununla birlikte, 16 MB hafıza kartı ile 8 milyon örnekleme yapılabilmektedir. Ayrıca bu sinyal üreteç kartı ile, standart matematiksel fonksiyonlar kullanılarak istenilen türde sinyal üretilebilmektedir. Sinyal üreteç kartın çalışma sıcaklığı 0- 50°C olup frekans çözünürlüğü (DDS mode) 9.31 mHz dir.

DAQ Kartı

Deney sisteminde bulunan bilgisayar kontrol ünitesinde kullanılan DAQ kartı, *National Instrument* firması tarafından üretilmiş olup *NI PCI-5102* model bir dijital osiloskop kartıdır [114]. Bu kart, çift kanal 20 Ms/s örnekleme (sample) oranına sahip olmakla birlikte gerçek zamanlı olarak 20 Ms/s'den 15 kS/s'ye kadar örnekleme yapabilme özelliğine sahiptir. Her bir kanal 15 MHz analog giriş bant genişliğine sahip olup ± 50 mV ile ± 5 V aralığındaki giriş voltaj değerlerini ve kullanılacak olan bir yazılım ile AC veya DC sinyalleri algılayabilme özelliğine sahiptir.

3.2.4. AMP (Amplifier) Ses Sinyal Yükseltici

Amfi (Amplifikatör), yetersiz veya düşük seviyedeki ses sinyallerini elektriksel olarak yükselten elektronik devre elemanlarıdır. Genel olarak, kaynak cihazdan çıkan (mikrofon, CD çalar) ve hoparlöre gönderilen ses sinyalini, sinyalde herhangi bir değişiklik veya bozulma olmaksızın güçlendirmek amacıyla kullanılır.

Amplifikatörlerin giriş sinyaline göre bir anda yükseltme yapması beklenemez. Yani, bir merdivenin basamakları gibi gelen giriş sinyali kademeli olarak yükseltilir. Amplifikatörlerin yapısında genel olarak ön yükselteç, giriş kazanç ünitesi, filtre, sürücü devresi ve güç yükseltici katları bulunur. Girişteki ses sinyali yükseltilerek, level (kazanç ayarı) katında ses seviyesi girişe uygun şekilde alçaltılıp yükseltilir. Filtre katında, filtreleme işlemi yapılacaksa alçak ya da yüksek frekanslı sinyaller ayrıştırılıp

sürücü devresine gönderilir. Sürücü devresinde yükseltileen ses sinyalleri güç amfisine aktarılıp çıkıştan yükseltilmiş ses sinyali alınır [115].

Günümüzde sıklıkla kullanılan iki tür amplifikatör bulunmaktadır. Bunlar Hi-Fi (tek kanallı) ve Stereo (çok kanallı) amplifikatörlerdir. Hi-Fi (*High-Fidelity*) amplifikatörler, insan kulağının duyabileceği 20 Hz ile 20 KHz arasındaki seslerin hepsini birden yaklaşık olarak aynı seviyede ve distorsiyonsuz veren tek kanallı (mono) amplifikatöre denir. Bu tip amplifikatörler sesin aslını bozmaz. Stereo amplifikatörler ise, bütün karakteristikleri bakımından birbirinin aynı olan iki Hi-Fi amplifikatörün aynı anda çift kanallı (stereo) bir pikap başlığı ile kullanılma sistemine denir. Bir müzik parçasını Hi-Fi amplifikatör ile dinlersek parçadaki bas ve tiz sesleri kolayca ayırabiliriz. Ancak, aynı hoparlör sisteminde gelen ses derinlikten yoksun olur. Stereofonik bir sistemde bas ve tiz sesler uygun şekilde ayrılabilir ve bu da sese derinlik hissi verir. Ayrıca çok düşük veya çok yüksek frekanslı sesler bir orkestra içinde Hi-Fi ile dahi çok zor fark edilebilirken aynı Hi-Fi mekanizma ile oluşturulan stereo sistemde çok daha kolay fark edilebilir [116].

Deney sisteminde kullanılan *AMP (Amplifier) Ses Yükselteçi*, STICK-ON serisi STA-1M modelidir [117]. Çizelge 3.5’de, AMP (Amplifier) ses yükselticinin bazı karakteristik özellikleri verilmiştir.

Çizelge 3.5. STICK-ON serisi STA-1M model ses yükselticisinin karakteristik özellikleri

	Frekans Aralığı	10 Hz – 20 kHz
	Kanal Sayısı	Tek
	Kazanç	20 dB
	+4dBu üstünde Gürültü	< -75 dB
	Boyutlar	76x17x39 mm

3.3. Yazılım

Deney sisteminde kullanılan yazılım, *LabVIEW* program geliştirme ortamında hazırlanmış özel bir yazılımdır. 1980'lerin başında ilk olarak geliştirilmeye başlanan *LabVIEW*, veri toplama ve kontrolünde, veri analizi ve veri sunumunda kullanılan, *C* programlama dili tabanlı bir grafiksel program geliştirme ortamıdır. *LabVIEW*, kullanıcılara karmaşıklıklardan ve zorluktan uzak güçlü bir programlama dilinin esnekliğini ve imkânını sağlar [118].

Ölçme ve enstrümantasyon odaklı olarak geliştirilen *LabVIEW (Laboratory Virtual Instruments For Engineering Workbench)* bugün bir yazılım üretme platformu olarak diğer yapısal ve nesne tabanlı programlama dillerinin hemen hemen her yeteneğine sahiptir. Hazır olarak sunulmuş modüler yapıdaki birçok fonksiyonu ve *Express VI*'ları ile programlama sürecini şaşırtıcı derecede basitleştirir ve hızlandırır. *National Instrument Firması* tarafından üretilmiş ve *LabVIEW* ile bütünleşik olarak çalışabilen çeşitli donanımlar bir çok mühendislik uygulamalarında veri toplama, analizi ve sunumu aşamalarında çok hassas ölçümler yapmayı sağlar. *LabVIEW* grafiksel programlama dili teknolojisi (*GPL*) ile programlamada yeni bir dönemi başlatmıştır. *GPL*, metin tabanlı kodlama yerine tamamen sembolleştirilmiş komut setine sahiptir. Dolayısı ile komut ezberleme zorluğunu ortadan kaldırmıştır. Programcı, paletlerden ihtiyacı olan fonksiyonları alarak bir akış şeması oluşturur gibi yazılım üretebilmektedir. Bununla birlikte, *Express VI*'lar ile sadece girişleri ve çıkışları bağlamak suretiyle, onlarca programı dakikalar içerisinde hazırlamak mümkündür. Böyle bir işlem diğer programlama dilleri ile günlerce sürebilmektedir [119].

Deney sistemi için geliştirilmiş olan yazılımla, stepper motorların ölçüm alanı içerisindeki hareketi, hoparlöre gönderilen ses (ses) sinyalin özelliklerinin kontrol edilebilmesi ile mikrofondan veri alınması ve bu verilerin işlenmesi yapılmaktadır.

Kullanılan yazılım ile stepper motorların birbirinden bağımsız olarak iki boyutlu bir düzlem içerisinde hem radyal eksen (*y*-ekseni) hem de akustik eksen (*x*-ekseni) boyunca hareket etmesi sağlanmaktadır. Bu sayede, stepper motora bir tutucu yardımıyla monte edilmiş olan mikrofonun ölçüm alanını belirlenen bir şekilde taraması, istenilen bir noktada belirli bir süre beklemesi ve bunun sonucunda alınan tüm dataların analizinin yapılması sağlanır.

Deney sistemi için geliştirilmiş olan yazılımın ana menüsü Şekil 3.20'de gösterildiği üzere, beş temel fonksiyona sahiptir. Bunlar; *Eksen Kalibrasyonu*, *Ölçüm*

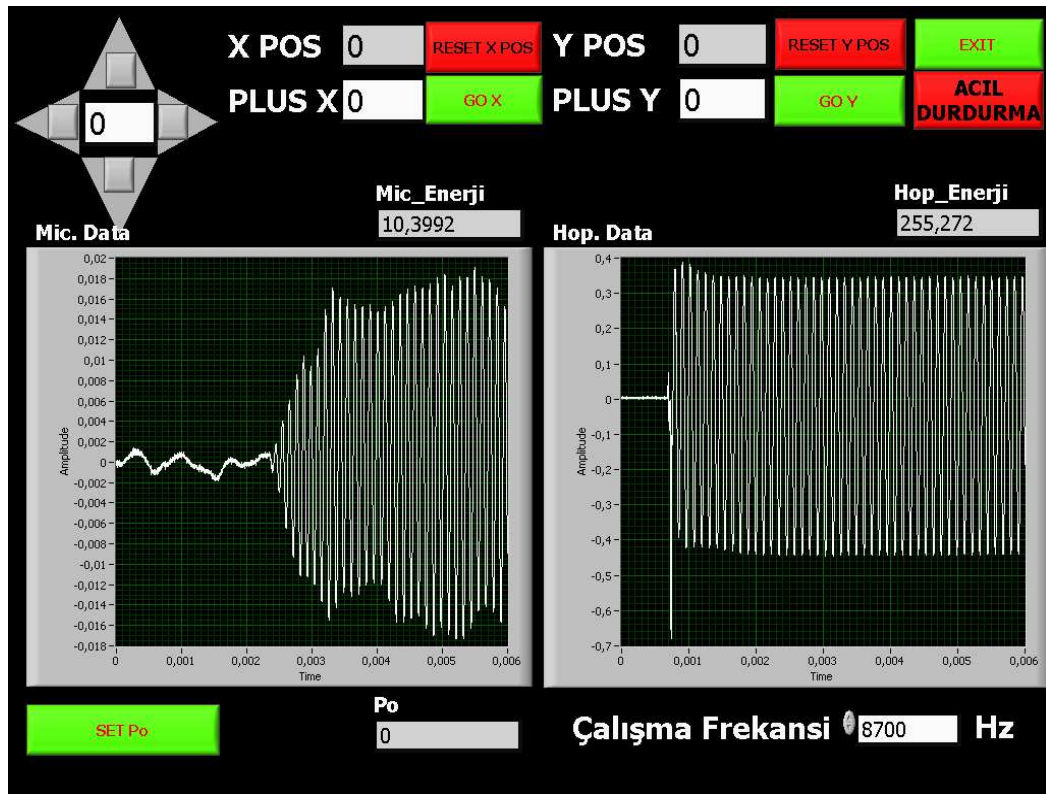
Parametreleri, Ölçüm Yap, Analiz ve Data Kaydet kısımlarıdır. Kullanılan yazılımda her bir fonksiyon için ayrı ara yüz hazırlanmıştır. Ayrıca hoparlöre gönderilen giriş sinyalinin frekansı da ana menüden kontrol edilebilmektedir.



Şekil 3.20. Deney sisteminde kullanılan yazılımın ana menüsü

1- Eksen Kalibrasyonu Ara Yüzü

Bu ara yüz, stepper motora bir askı yardımıyla monte edilmiş olan mikrofonun, ölçümün başlatılacağı referans (başlangıç) noktaya getirilmesi için kullanılmaktadır. Deney sisteminde kullanılan her bir stepper motorun minimum 0.1 mm aralıklarla birbirinden bağımsız olarak hareketinin kontrolü de bu ara yüzde sağlanmaktadır. Burada mikrofon, Şekil 3.21’de gösterilen **PLUS X** ve **PLUS Y** fonksiyonları kullanılarak başlangıç noktasına getirilip, **RESET X POS** ve **RESET Y POS** butonlarına tıklanarak başlangıç konumu ayarlanır ve **EXIT** butonu ile ana menüye geçilir. Bu ayarlamalar sırasında stepper motorların hareketinde olabilecek herhangi bir hata durumunda **ACIL DURDURMA** butonuna tıklanarak anında müdahale edilebilir. Burada, koordinat ayarları altında bulunan soldaki grafik mikrofonun bulunduğu konumda algılanan dalğanın şeklini ve genliği göstermektedir. Sağ taraftaki grafik ise, belirlenen çalışma frekansına bağlı olarak hoparlörün ürettiği dalğanın şeklini ve genliğini göstermektedir. Mikrofonun referans noktasındaki başlangıç basınç değeri (P_0) da, **SET P_0** butonuna tıklanarak elde edilebilmektedir.



Şekil 3.21. Koordinat eksenlerinin ayarlanmasında kullanılan ara yüz

2- Ölçüm Parametreleri Ara Yüzü

Bu ara yüzde, x eksenini akustik eksenini, y eksenini radyal eksenini göstermek üzere deneysel çalışmalarda kullanılacak olan başlangıç ve bitiş ölçüm parametreleri ile her iki eksenindeki ölçüm adım aralığı belirlenir. Şekil 3.22’de görüleceği üzere, **START X POS** ve **START Y POS** butonlarına mikrofonun her iki eksenindeki başlangıç uzaklıkları yazılır. **STOP X POS** ve **STOP Y POS** butonlarına ise mikrofonun hareketinin bitiş uzaklıkları yazılır. Daha alt kısımda bulunan **STEP ÖLÇÜM X** ve **STEP ÖLÇÜM Y** butonlarına her iki ekseninde ne kadar aralıklarla ölçüm yapılacağı girilir. En alt kısımda bulunan **ÖLÇÜM DELAY** butonuna ise, her bir ölçümden sonra *ms* olarak ne kadar bir süre beklenilmesi gerektiği yazılır. Ayrıca sağ alt köşede, girilen ölçüm parametrelerine bağlı olarak kaç ölçüm yapılacağı ve bu ölçümlerin *sn* olarak ne kadar süreceğini gösteren bir bölüm mevcuttur. Deneysel çalışmalarda kullanılacak ölçüm parametreleri girildikten sonra **SAVE & EXIT** butonu ile ana menüye dönülür.

ÖLÇÜM PARAMETRELERİ

START X POS 0

STOP X POS 0

START Y POS 0

STOP Y POS 0

STEP ÖLÇÜM X 1

STEP ÖLÇÜM Y 1

ÖLÇÜM DELAY 1000

Ölçüm Parametreleri

START X POS
0

STOP X POS
0

START Y POS
0

STOP Y POS
0

STEP ÖLÇÜM X
1

STEP ÖLÇÜM Y
1

ÖLÇÜM DELAY
1000

ÖLÇÜM SAYISI 0

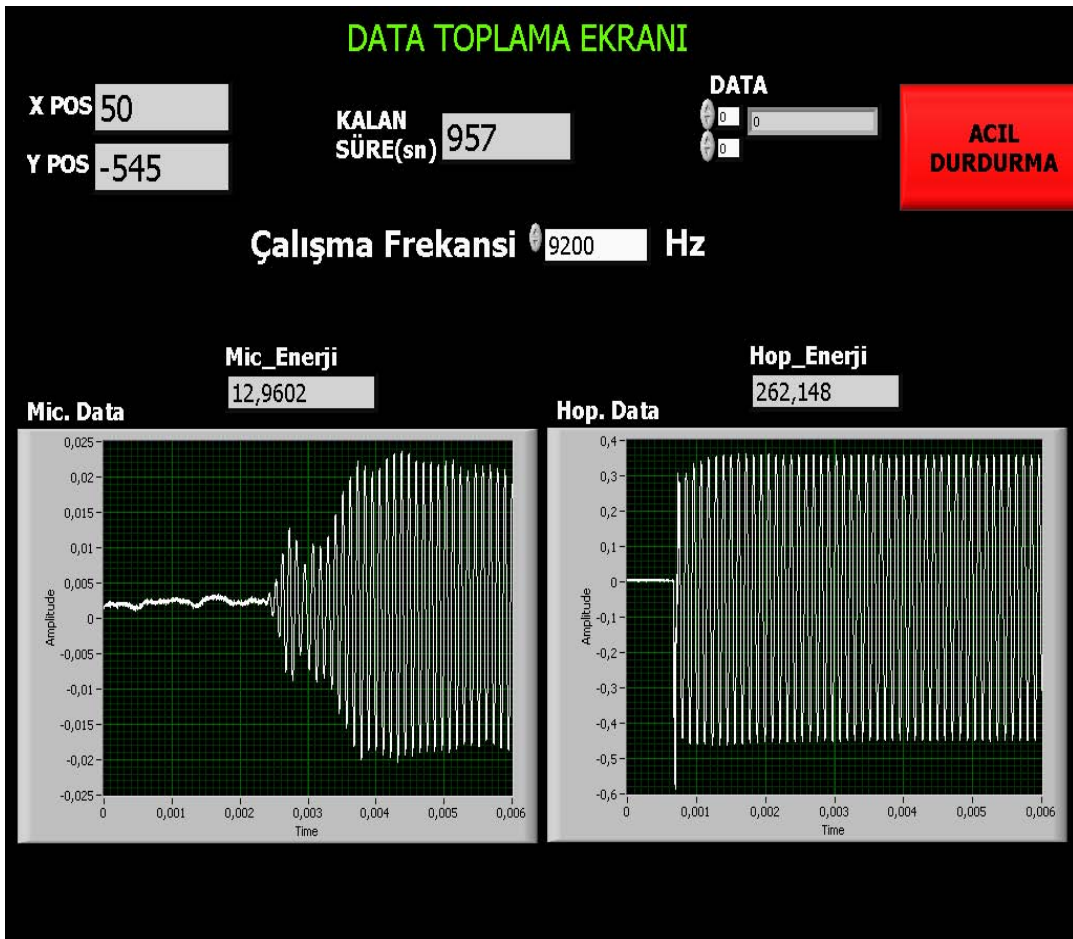
ÖLÇÜM SÜRESİ(sn) 0

SAVE & EXIT

Şekil 3.22. Ölçüm parametrelerinin belirlendiği ara yüz

3- Data Toplama Ara Yüzü

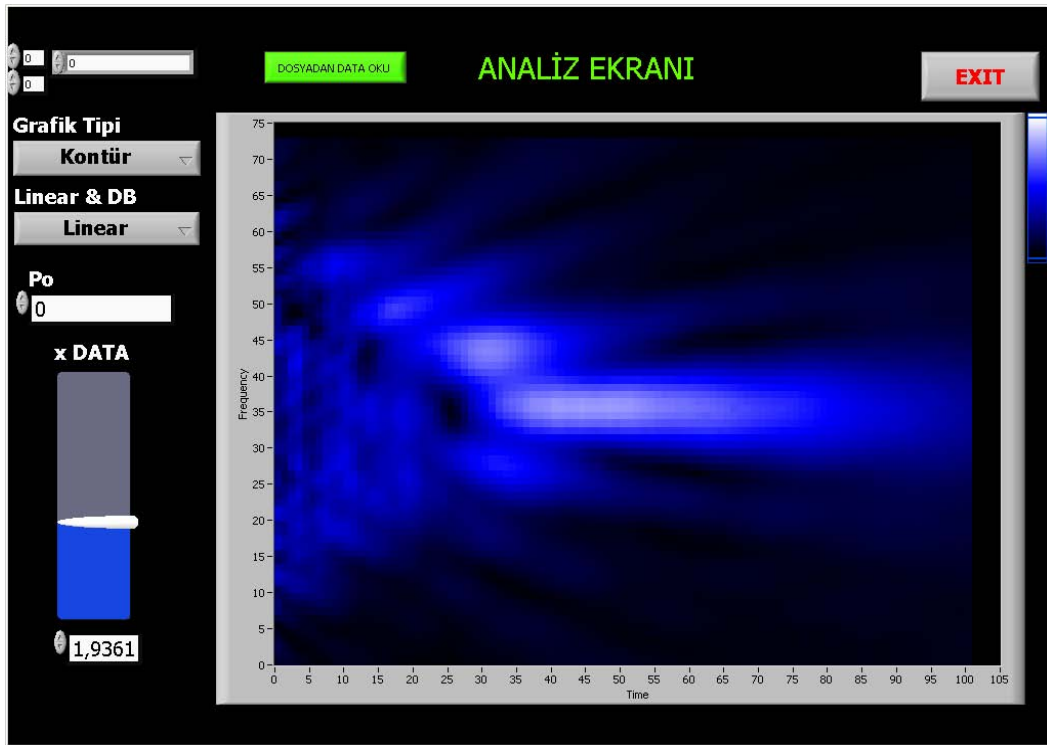
Birinci ve ikinci basamaktaki adımlar tamamlandıktan sonra artık ölçüm yapmaya geçilir. Bunun için, ana menü üzerindeki **ÖLÇÜM YAP** butonuna tıklanır ve karşımıza Şekil 3.23’de gösterildiği üzere data toplama ara yüzü ekrana gelir. Data toplama ara yüzünde x eksenini (*akustik eksen*) ve y ekseninde (*radyal eksen*) mikrofonun konumu, mikrofon enerjisi, dalganın şekli ve genliği görülebilmektedir. Aynı zamanda hoparlör enerjisi, dalganın şekli, genliği ve hoparlör çalışma frekansı da kalan süreyle birlikte eş zamanlı olarak görmek mümkündür.



Şekil 3.23. Data toplama ara yüzü

4- Data Analiz Ara Yüzü

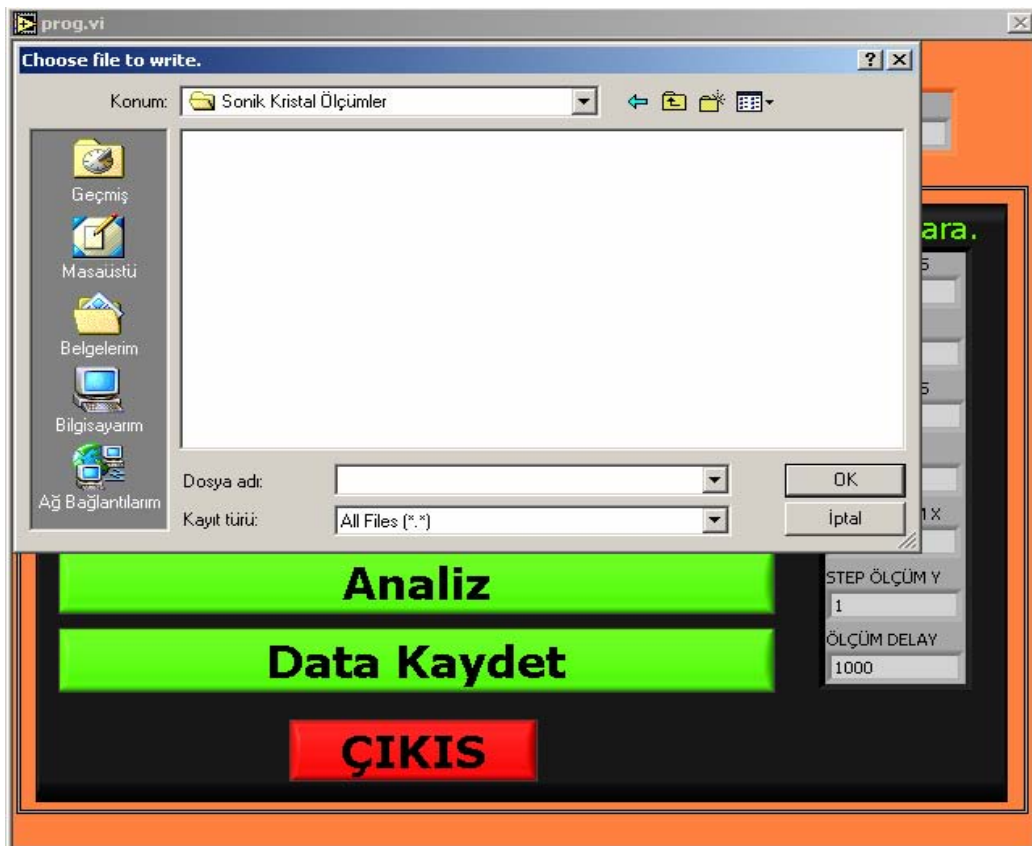
Ölçüm işleminin tamamlanmasından sonra program otomatik olarak ana menüye döner. Bu aşamada, ana menüdeki **Analiz** butonuna tıklandığında Şekil 3.24’de görülen data analiz ara yüzü ekrana gelir. Burada mikrofon tarafından alınan dataların işlenmesiyle konuma bağlı genliği gösteren basınç haritası, kontur ve üç boyutlu olarak lineer ve dB skalasında çizilir. Burada görüntülenen basınç haritasının netliği x **DATA** butonu kullanılarak istenilen seviyede ayarlanır. Ayrıca, **DOSYADAN DATA OKU** butonuyla daha önceden kayıt edilmiş olan ölçümlerde görüntülenebilmektedir.



Şekil 3.24. Dataların analizinin yapıldığı ara yüz

5- Data Kayıt ve Çıkış Ara Yüzü

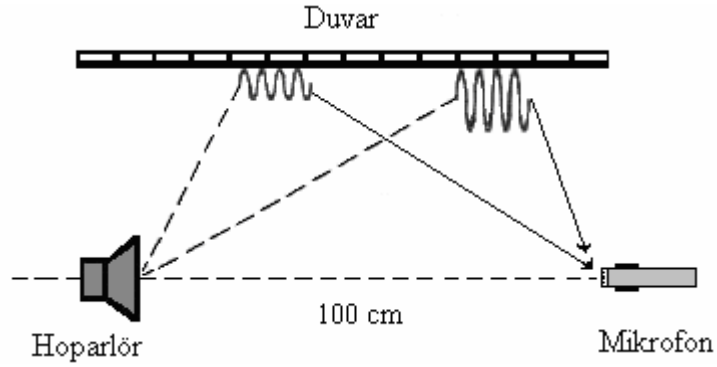
Data analiz ara yüzü kapatıldıktan sonra otomatik olarak ana menü ekrana gelir. Bu aşamada, ölçüm süresince mikrofon tarafından alınan dataların kaydedilmesi için ana menü üzerindeki **Data Kaydet** butonu tıklanır. Şekil 3.25’de görüleceği üzere dataların kaydedileceği klasör seçilerek yapılan ölçüme bir isim verilip *.dat* formatında kayıt işlemi gerçekleştirilir. Kayıt işlemi tamamlandıktan sonra ölçüm işlemi bitmiş olur ve ana menü üzerinde bulunan **ÇIKIŞ** butonu tıklanarak program tamamen kapatılır.



Şekil 5.25. Data kayıt ve çıkış ara yüzü

Deney sisteminde kullanılan yazılımda, hoparlör tarafından üretilen ses dalgalarının alıcı olarak kullanılan mikrofona ulaşması sırasında çevredeki engel veya duvardan yansması sonucunda meydana gelecek olan hatalı ölçümler büyük ölçüde engellenmiştir. Bunun için, yazılım içerisinde her bir ölçüm için 3 ms’lik bir süre tanımlanmıştır. Bu süre içerisinde ölçüm alınıp tamamlanmaktadır. Belirlenmiş olan

3 ms'lik sürenin üzerindeki veya altındaki bir sürede mikrofona ulaşan ses dalgaları ölçüme katılmamaktadır. Böylelikle yansımalarından dolayı kaynaklanan hatalı ölçümler minimuma indirilmektedir. Şekil 3.26'da gösterildiği üzere, bu sürenin belirlenmesinde hoparlörün mikrofona olan uzaklığı ($x = 100$ cm) ve sesin hava ortamındaki yayılma hızı ($c = 340$ m/sn) kullanılmıştır.



Şekil 3.26. Yansımalarından kaynaklanan hataların yok edilmesi için yazılımda kullanılan bekleme süresinin belirlenmesinin şematik olarak gösterimi

3.4. Teorik Çalışmalar

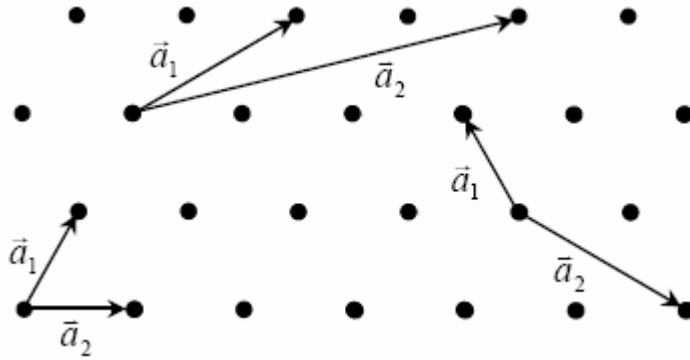
Bu bölümde, sonik kristalleri oluşturan iki-boyutlu periyodik yapıların temel özellikleri ve matematiksel ifadeleri hakkında açıklayıcı bilgiler verilecektir. Bu bağlamda kristal örgü ve örgü öteleme vektörlerine, birim hücre kavramına, bravais örgü ve özelliklerine, ters örgü ve ters örgü vektörü ile Brillouin bölgesi kavramlarına değinilecektir. Daha sonra, sonik kristal yapılarda negatif kırılma olayının açıklanmasında büyük öneme sahip olan Bant Yapısı (Band Structure) ve Eşfrekans yüzeyi (Equipfrequency Surface) analizi *Plane-Wave Expansion* (PWE) yöntemi ile incelenecektir. Bunun için, ses dalgasının homojen olmayan ortamda yayılmasını modelleyen akustik dalga denklemi *Bloch teoremi* yardımıyla PWE yöntemi kullanılarak çözümlenerek, deneysel çalışmalarda ölçümleri yapılmış olan farklı kristal geometrilerine sahip sonik kristal yapıların bant yapısı karakteristiklerinin belirlenmesine çalışılacaktır.

3.4.1. Periyodik Yapılar ve Özellikleri

Atom veya atom gruplarının birbirlerine göre oldukça düzenli bir konumda yerleştiği katı cisimlere *kristal* denir. Bir başka deyişle; kristal, atomların üç-boyutlu ve periyodik bir dizilişidir. Herhangi bir periyodik dizilimin simetrisini tanımlamakta ve açıklamakta kullanılan temel kavramlardan biriside Bravais örgüdür. Periyodik bir yapısı olup bu yapıya kristalin tekrarlanmış birim yapıları yerleştirilmiştir. Bir Bravais örgüde bütün örgü noktaları eşdeğerdir ve bunun sonucu olarak da kristaldeki bütün atomların aynı cins olması gerekmektedir. Bravais örgüsünde herhangi bir örgü noktası başlangıç seçilmek üzere başka bir örgü noktasının yeri,

$$\vec{r} = n\vec{a}_1 + m\vec{a}_2 + k\vec{a}_3 \quad (3.1)$$

şeklinde ifade edilir. Denklem 3.1’de verilen \vec{a}_1 , \vec{a}_2 , \vec{a}_3 aynı düzlemde olmayan üç vektörü ve n , m , k ise herhangi bir tamsayıyı göstermektedir. Burada \vec{a}_1 , \vec{a}_2 , \vec{a}_3 vektörleri verilen bir Bravais örgünün *primitif* (ilkel) vektörleri olarak adlandırılır. Primitif vektörlerinden herhangi birinin sıfır olduğu durumda, Şekil 3.27’de gösterildiği üzere Denklem 3.1 ifadesi iki-boyutlu bir Bravais örgüyü tanımlar. Bu tip bir Bravais örgüde \vec{a}_1 ve \vec{a}_2 ile verilen primitif vektörlerin seçimi tek olmayıp birçok farklı şekilde seçilebilmektedir [120].

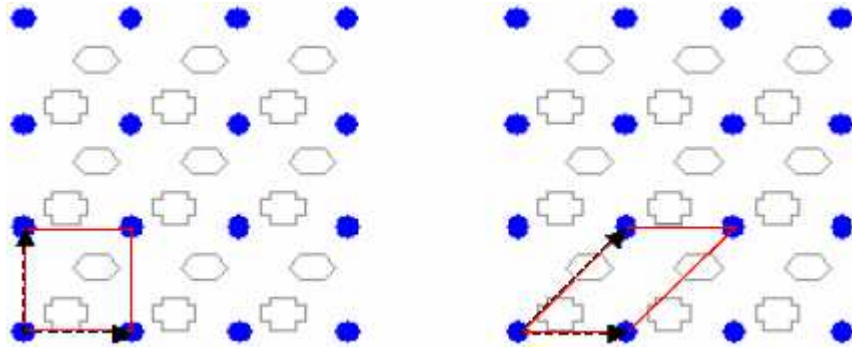


Şekil 3.27. Üçgen şeklinde Bravais örgü yapısı. Gösterilmiş olan \vec{a}_1 , \vec{a}_2 primitif vektörleri farklı şekillerde seçmek mümkündür [121]

Üç-boyutlu uzayda, sadece 14 değişik Bravais örgü vardır. Burada 14 Bravais örgü, birim hücrenin şekil ve simetrisine sahip 7 kristal sistemi olarak gruplandırılır.

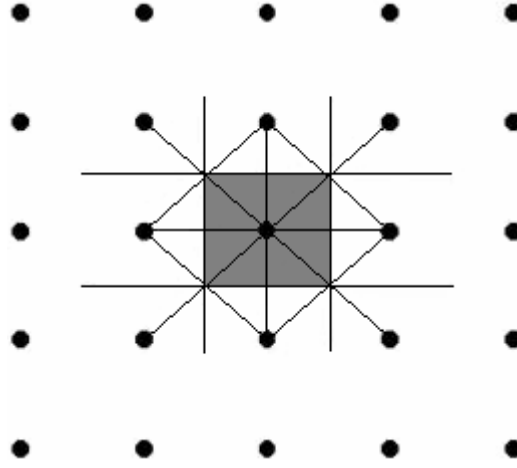
Bunlar, *triklinik*, *monoklinik*, *ortorombik*, *tetragonal*, *kübik*, *trigonal* ve *hekzagonal* kristal sistemidir. Bu gruplamalar, geleneksel birim hücreler için özel eksen bağımlılıklarına göre yapılır.

Kristal çalışmalarında kullanılan diğer önemli kavram primitif (*ilkel*) hücredir. Primitif hücre ele alınan kristal yapının küçük bir birimi olup, tekrar edildiği zaman tüm kristali oluşturur. Primitif hücre seçilirken öyle seçilmeli ki bu hücrenin hacmi eldeki kristalin hacmini boşluk bırakmadan doldurmalıdır. Primitif hücrede bir veya birden fazla atom ya da molekül bulunabilmesinin yanında hücrenin seçimi tamamen keyfi olup kristal simetrisine uygun biçimde seçilir. Primitif vektörlerin seçiminde olduğu gibi Primitif hücrenin seçimi de, Şekil 3.28’de gösterildiği gibi birkaç farklı şekilde yapılabilmektedir.



Şekil 3.28. Primitif hücre seçimi [122]

Primitif hücre seçiminde en yaygın olarak kullanılan yol Wigner-Seitz temel birim hücrelerini çizmektir. Düzlemde böyle bir hücreyi kurmak için, merkez olarak bir örgü noktası seçilir ve bu noktadan öteki en yakın diğer örgü noktalarına bir çizgi çizilir. Bunu takiben her çizginin orta dikmeleri çizilir. Bu doğruların kapattığı bölge, Şekil 3.29’da gösterildiği üzere Wigner-Seitz hücreleri olarak bilinir. Wigner-Seitz temel birim hücreleri temel örgü vektörleriyle öteleme yaptırırsa tüm uzayı doldururlar ve bu hücre Bravais örgünün simetrisini içerir. Bu hücre orijine göre simetriktir ve mümkün olan en küçük alanlı hücredir [121].



Şekil 3.29. Wigner-Seitz temel birim hücresi

3.4.2. Ters Örgü Kavramı

Gerçek uzayda tanımlanan Bravais örgü, bazı durumlarda direkt örgü olarak adlandırılmaktadır. Aynı zamanda, bir kristal yapı içerisindeki dalga yayılımı, kırınımı ve diğer dalga olaylarını içeren çalışmalarda da oldukça önemli bir rol oynayan ters uzay ve ters örgü kavramına ihtiyaç duyulabilmektedir.

Ters örgü kavramı periyodik yapıların analitik olarak incelenmesinde önemli bir rol oynar. Ters örgü denilme nedeni bu örgüye ait temel örgü vektörlerinin biriminin, gerçek uzaydaki vektörlerin biriminin tersi ($1/uzunluk$) olmasıdır. Genel olarak bir düzlem dalga $\varphi = \varphi_0 \cdot e^{i\vec{k} \cdot \vec{r}}$ şeklinde açıklanır. Burada φ_0 sabit bir sayı olup dalganın genliğini, \vec{k} dalga vektörünü $|\vec{k}| = 2\pi/\lambda$ ve \vec{r} ise dalganın temsil ettiği noktanın yer vektörünü ifade eder.

Gerçek uzayda bir Bravais örgüsü düşünelim. Bu örgü içine bir düzlem dalga yollarırsa genel olarak düzlem dalganın periyodu ile örgünün periyodu aynı değildir. Özel olarak $\vec{k} = \vec{G}$ değerleri için dalganın periyodu ile örgünün periyodu aynı olur. İşte Bravais örgüsünün periyoduna uygun düzlem dalga oluşturan \vec{G} vektörlerinin oluşturduğu örgüye ters örgü denir. Burada $e^{i\vec{G} \cdot \vec{r}} = 1$ koşulu sağlanmalıdır. Yani,

$$e^{i\vec{G} \cdot \vec{r}} = 1 \Rightarrow \text{Cos}(\vec{G} \cdot \vec{r}) + i\text{Sin}(\vec{G} \cdot \vec{r}) = 1 + i \cdot 0$$

$$\text{Cos}(\vec{G} \cdot \vec{r}) = 1 \Rightarrow \vec{G} \cdot \vec{r} = 2n\pi \quad (3.2)$$

olur. Ters örgüde temel örgü vektörünün (\vec{G}) birimi 1/uzunluk mertebesinde olmalıdır. Bunun için gerçek uzayda aynı düzlemde bulunmayan $\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3$ gibi üç temel örgü vektörleri yardımıyla yeni bir temel örgü vektörü sistemi tanımlanmalıdır. Ters örgü de bir Bravais örgü olmasından dolayı, ters örgünün b_1, b_2, b_3 primitif (ilkel) vektörleri,

$$\begin{aligned}\vec{b}_1 &= 2\pi \frac{(\vec{a}_2 \times \vec{a}_3)}{\vec{a}_1 \cdot (\vec{a}_2 \times \vec{a}_3)} \\ \vec{b}_2 &= 2\pi \frac{(\vec{a}_3 \times \vec{a}_1)}{\vec{a}_1 \cdot (\vec{a}_2 \times \vec{a}_3)} \\ \vec{b}_3 &= 2\pi \frac{(\vec{a}_1 \times \vec{a}_2)}{\vec{a}_1 \cdot (\vec{a}_2 \times \vec{a}_3)}\end{aligned}\quad (3.3)$$

şeklinde yazılır [121]. Buna göre $\vec{b}_1, \vec{b}_2, \vec{b}_3$ vektörleri ters örgüde aynı düzlemde olmayan üç vektör ise, \vec{G} ters örgü vektörü,

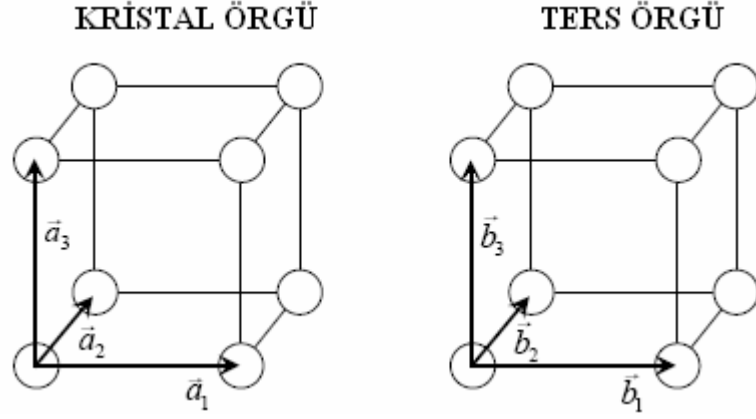
$$\vec{G} = h\vec{b}_1 + k\vec{b}_2 + l\vec{b}_3 \quad (3.4)$$

şeklinde ifade edilir. Burada h, k, l tamsayı olup miller indisleri olarak adlandırılır. Şekil 3.30'da, gerçek uzayda a örgü sabitine sahip bir basit-kübik Bravais örgü ile fourier uzayında $2\pi/a$ örgü sabitine sahip benzer bir basit-kübik yapı gösterilmiştir.

Ters örgü vektörleri $\vec{b}_1, \vec{b}_2, \vec{b}_3$ iki boyutlu örgüler için düzenlenirse,

$$\begin{aligned}\vec{b}_1 &= 2\pi \frac{(a_{22}, -a_{21})}{(a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21})} \\ \vec{b}_2 &= 2\pi \frac{(-a_{12}, a_{11})}{(a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21})}\end{aligned}\quad (3.5)$$

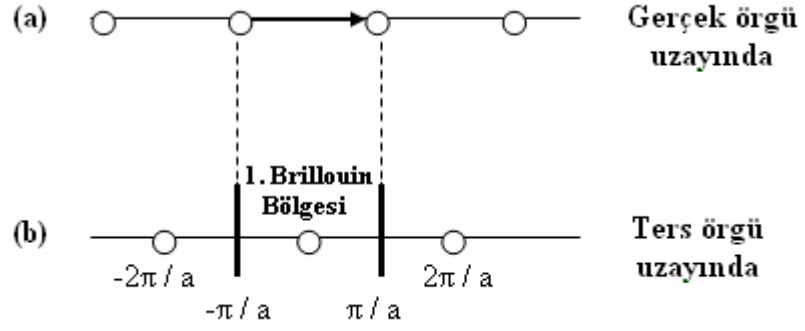
Burada $\vec{a}_1 = (a_{11}, a_{12})$ ve $\vec{a}_2 = (a_{21}, a_{22})$ olarak alınmıştır. Buna göre, iki boyutta ters örgü vektörü $\vec{G} = h\vec{b}_1 + k\vec{b}_2$ olarak elde edilir. Denklem 3.5 ile tanımlanmış olan iki boyutta \vec{b}_1 ve \vec{b}_2 ters örgü vektörlerinin elde edilmesi Ek 1' de verilmiştir.



Şekil 3.30. Basit-kübik Bravais örgü için kristal örgüsünün ve ters örgüsünün şematik olarak gösterilmesi [121]

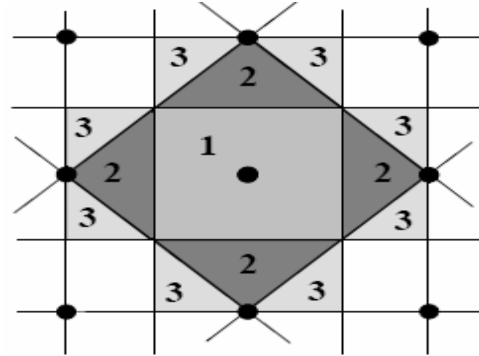
Bir kristalin mikroskop altındaki görüntüsü, onun kristal örgüsünü verir. Bir kristalin verdiği kırınım deseni ise kristalin ters örgüsünün bir görünümüdür. Kristal örgü, reel (gerçek) uzayda, ters örgü ise, Fourier uzayındaki bir örgüdür. Bu bağlamda dalga vektörleri, her zaman Fourier uzayında alınır [123].

Ters örgünün bir Bravais örgü olmasından dolayı, onun da Wigner-Seitz temel birim hücrelerini bulabiliriz. Genel olarak, ters örgünün Wigner-Seitz temel birim hücreleri *birinci Brillouin* bölgesi olarak adlandırılır. Daha yüksek derecede Brillouin bölgeleri mevcuttur ve bu bölgeler başka tip temel hücrelerdir. O halde Wigner-Seitz temel hücreleri ve birinci Brillouin bölgesi aynı geometriksel yapıya sahip olmasına rağmen birinci Brillouin bölgesinin ters örgü uzayında (*k-uzayı*) olduğu unutulmamalıdır. Şekil 3.31’de gösterildiği üzere, çizgisel bir örgü \vec{a} öteleme vektörü ile ters örgü vektörü \vec{b} ile temsil edilmiş olup büyüklüğü $|\vec{b}| = 2\pi/a$ dır. En küçük ters örgü vektörleri \vec{b} ve $-\vec{b}$ olup, bu vektörlerin orta noktalarından çıkılan dikmeler *birinci Brillouin* bölgesi sınırını oluşturmaktadır.



Şekil 3.31. (a) Bir boyutlu kristal örgü, (b) Kristal örgünün ters örgüsü ve birinci Brillouin bölgesinin şematik olarak gösterimi

Periyodik dizilime sahip katıların teorisi için birinci Brillouin bölgesi oldukça büyük öneme sahip olup, katıların periyodik olarak tekrarlanmasından ötürü özelliklerinin belirlenmesinde Brillouin bölgesi büyük katkı sağlamaktadır. Şekil 3.32’de iki boyutlu kare Bravais örgü için ilk üç Brillouin bölgesi gösterilmiştir.



Şekil 3.32. Ters örgüde iki-boyutlu kare Bravais örgünün ilk üç Brillouin bölgesinin şematik olarak gösterimi [121]

Şekil 3.33’de kare, üçgen ve bal peteği örgüleri iki boyutta; hem gerçek örgü uzayında hem de ters örgü uzayında temel örgü vektörleri kullanılarak oluşturulmuştur. Burada iki boyutlu gerçek uzayda örgü vektörlerinin belirlenmesinde, aşağıda belirtilmiş olan ilkel hücre temel özelliklerine uyulmuştur;

- En küçük alanlı birim hücre olması,
- Seçilen örgü vektörlerinin ötelenmesi durumunda birim hücrenin değişmemesi.

Bu koşullar altında belirlenen iki boyutlu gerçek uzay örgü vektörleri Şekil 3.33.(a), (d), (g)’de görülmektedir. İncelenecek olan örgü tiplerinin birinci Brillouin bölgesi de

Şekil 3.33.(b), (c), (e), (f), (h), (i) kısımlarında detaylı olarak belirtilmiştir. Burada, Brillouin bölgeleri, Wigner-Seitz temel birim hücre seçim yöntemi olan en yakın komşu örgü noktalarına çizilen doğruların orta dikmelerinin kesişimi ile belirlenen bölge olarak alınmıştır. Şekil 3.33.(c), (f), (i)'de beyaz üçgenle gösterilmiş olan indirgenemez Brillouin bölgeleri, kübik yapı için iki boyutta Γ , M, X hegzagonal yapı için iki boyutta Γ , K, M ile etiketlenmiştir. Ters örgü uzayında birim vektörler $\vec{b}_1 = \frac{2\pi}{d}(b_{11}, b_{12})$ ve $\vec{b}_2 = \frac{2\pi}{d}(b_{21}, b_{22})$ ile gösterilsin.

Kare örgü için;

Γ : Brillouin bölgesi merkez noktasıdır ve $\Gamma = \frac{2\pi}{d}(0,0)$ ile hesaplanır.

X: Bir kenarın orta noktasıdır ve $X = \frac{2\pi}{d}(\frac{b_{11}}{2}, 0)$ ile hesaplanır.

M: Kenarların kesişim noktasıdır ve $M = \frac{2\pi}{d}(\frac{b_{11}}{2}, \frac{b_{22}}{2})$ ile hesaplanır.

Üçgen örgü için;

Γ : Brillouin bölgesi merkez noktasıdır ve $\Gamma = \frac{2\pi}{d}(0,0)$ ile hesaplanır.

M: Bir kenarın orta noktasıdır ve $M = \frac{2\pi}{d}(0, \frac{b_{22}}{2})$ ile hesaplanır.

K: Kenarların kesişim noktasıdır ve $K = \frac{2\pi}{d}(\frac{b_{22}\sqrt{3}}{6}, \frac{b_{22}}{2})$ ile hesaplanır.

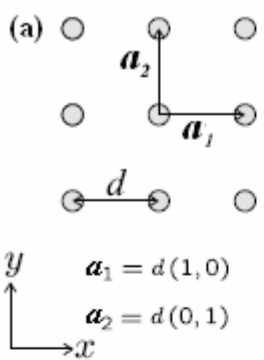
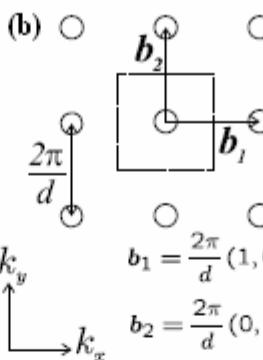

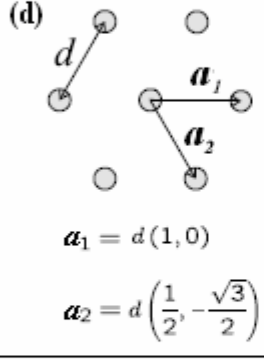
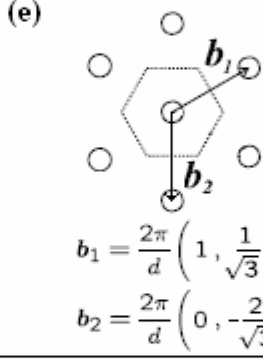
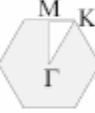
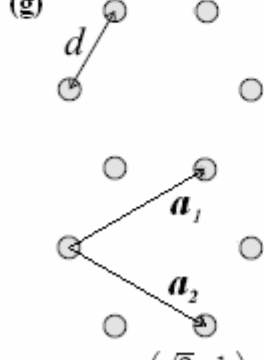
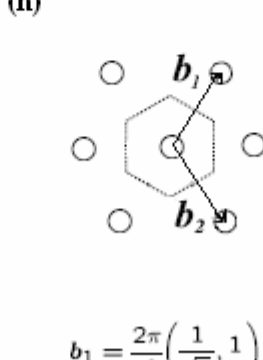

Bal peteği örgü için,

Γ : Brillouin bölgesi merkez noktasıdır ve $\Gamma = \frac{2\pi}{d}(0,0)$ ile hesaplanır.

M: Bir kenarın orta noktasıdır ve $M = \frac{2\pi}{d}(\frac{\sqrt{b_{11}^2 + b_{12}^2}}{2}, 0)$ ile hesaplanır.

K: Kenarların kesişim noktasıdır ve $K = \frac{2\pi}{d}(\frac{\sqrt{b_{11}^2 + b_{12}^2}}{2}, \frac{\sqrt{3} \cdot \sqrt{b_{11}^2 + b_{12}^2}}{6})$ ile hesaplanır.

Brillouin bölgeleri, kare örgü için iki boyutta Γ , M, X üçgen örgü ve bal peteği örgü için iki boyutta Γ , K, M ile etiketlenmiş olan noktaların koordinatlarının çözümü Ek 2 de detaylı olarak verilmiştir.

	Gerçek Örgü	Ters Örgü	Brillouin Bölgesi
KARE	<p>(a) </p> <p>$a_1 = d(1, 0)$ $a_2 = d(0, 1)$</p>	<p>(b) </p> <p>$b_1 = \frac{2\pi}{d}(1, 0)$ $b_2 = \frac{2\pi}{d}(0, 1)$</p>	<p>(c) </p>
ÜÇGEN	<p>(d) </p> <p>$a_1 = d(1, 0)$ $a_2 = d\left(\frac{1}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$</p>	<p>(e) </p> <p>$b_1 = \frac{2\pi}{d}\left(1, \frac{1}{\sqrt{3}}\right)$ $b_2 = \frac{2\pi}{d}\left(0, -\frac{2}{\sqrt{3}}\right)$</p>	<p>(f) </p>
BAL PETEĞİ	<p>(g) </p> <p>$a_1 = d\left(\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2}\right)$ $a_2 = d\left(\frac{\sqrt{3}}{2}, -\frac{1}{2}\right)$</p>	<p>(h) </p> <p>$b_1 = \frac{2\pi}{d}\left(\frac{1}{\sqrt{3}}, 1\right)$ $b_2 = \frac{2\pi}{d}\left(\frac{1}{\sqrt{3}}, -1\right)$</p>	<p>(i) </p>

Şekil 3.33. Kare, üçgen ve bal peteği örgünün gerçek uzaydaki ve ters örgü uzayındaki örgü şekilleri ve temel örgü vektörleri ile Brillouin bölgelerinin şematik gösterimi [124, 125, 126]

3.4.3. Bloch Fonksiyonu ve Bloch Teoremi

Dış yörüngeden ayrılmış bir elektronun kristal içerisindeki potansiyelinin uzaya bağımlılığı F. Bloch tarafından verilmiştir. Periyodik bir potansiyeldeki elektronların dalga fonksiyonunu karakterize eden Bloch teorisi, pek çok analiz için önemli bir başlangıç noktasıdır. Bloch teoremi, kristal içindeki elektron dalga fonksiyonlarının yapısını veren bir teorem olup genellikle periyodik potansiyellere uygulanabildiğinden sadece yaklaşık sonuçlar verir. Plane-Wave Expansion (PWE) yöntemi kullanılarak farklı geometrilere sahip sonik kristallerin bant yapısı (*Band Structure*) analizine geçmeden önce, Bloch teoreminin ve Bloch fonksiyonunun işlevinden bahsetmekte fayda vardır. Kısım 3.4.4'de, PWE yöntemi ile bant yapısı analizlerinde Bloch fonksiyonu kullanılacaktır.

Kristal içindeki bir elektronun davranışı,

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2\phi(\vec{r}) + V(\vec{r})\phi(\vec{r}) = E\phi(\vec{r}) \quad (3.6)$$

Schrödinger dalga denkleminin çözümleri incelenerek tayin edilir. Burada $V(\vec{r})$, elektron tarafından görülen kristal potansiyelini temsil etmektedir.

F. Bloch, periyodik bir $V(\vec{r})$ kristal potansiyeli için Denklem 3.6 eşitliği ile verilen Schrödinger dalga denkleminin çözümünün,

$$\phi_k(\vec{r}) = u_k(\vec{r}) \cdot e^{i\vec{k}\cdot\vec{r}} \quad (3.7)$$

özel yapısında olması gerektiğini ifade eden, önemli bir teorem ispatladı. Bu teorem, periyodik potansiyel içinde bulunan bir elektronun $\phi_k(\vec{r})$ dalga fonksiyonunun bir $\exp(i\vec{k}\cdot\vec{r})$ düzlem dalgası ile kristal örgünün periyoduna sahip olduğunu, yani,

$$u_k(\vec{r} + \vec{R}) = u_k(\vec{r}) \quad (3.8)$$

şartını sağlayan özel bir $u_k(\vec{r})$ fonksiyonunun çarpımına eşit olduğunu ifade eder. Denklem 3.8 eşitliğindeki k alt indisi, $u_k(\vec{r})$ fonksiyonunun \vec{k} dalga vektörüne bağlı olduğunu gösterir. Denklem 3.7 eşitliği ile verilen dalga fonksiyonu *Bloch Fonksiyonu* olarak adlandırılır [127].

3.4.4. Plane-Wave Expansion Yöntemi ile Bant Yapısı Analizi

Ses dalgası için ikinci dereceden homojen olmayan diferansiyel denklem,

$$\bar{\nabla} \cdot (\underline{\rho}(\vec{r}) \cdot \bar{\nabla} p(\vec{r}, u)) - \frac{1}{\bar{K}(\vec{r})} \cdot \frac{\partial^2 p(\vec{r}, u)}{\partial u^2} = 0 \quad (3.9)$$

şeklinde yazılabilir [71]. Burada \vec{r} konum vektörünü, p basıncı, $\underline{\rho}$ yoğunluğu, \bar{K} bulk modülünü gösterir. $u = c_0 t$ olarak tanımlanır ve normalize zamanı temsil eder. Ortam parametreleri olarak $\underline{\rho}$ normalize yoğunluk ve \bar{K} normalize bulk modülü olmak üzere,

$$\underline{\rho} = \frac{\rho_o}{\rho} \quad \text{ve} \quad \bar{K} = \frac{K}{K_o} \quad (3.10)$$

şeklinde ifade edilir. Burada ρ_o ve K_o homojen dalga yayılma ortamının yoğunluk ve bulk modülleridir ve normalizasyon için referans olarak seçilmiştir. Aynı zamanda ρ_o ve K_o parametreleri ile ifade edilen yayılma ortamında dalganın hızı,

$$c_o = \sqrt{\frac{K_o}{\rho_o}} \quad (3.11)$$

olarak ifade edilir. Ayrıca ortamın karakteristik empedansı ise,

$$Z_o = \sqrt{\rho_o \cdot K_o} \quad (3.12)$$

ile ifade edilir. Homojen bir ortamda yayılan ses dalgası $p(\vec{r}, u) = e^{ik_o u} p(\vec{r})$ olarak seçilip, dalga sayısı $k_o = \omega/c_o$ olarak ifade edilirse, Denklem 3.9 eşitliği sonlu dağıtıcı dizisine sahip bir sonik kristal yapı için aşağıdaki formda ifade edilir [71]. (Detaylı çözüm için Ek 3'ye bakınız.)

$$\bar{\nabla} \cdot (\underline{\rho}(\vec{r}) \cdot \bar{\nabla} p(\vec{r})) + \frac{(\frac{\omega}{c_o})^2}{\bar{K}(\vec{r})} \cdot p(\vec{r}) = 0 \quad (3.13)$$

Periyodik sonik kristal sistemi için *Bloch teoremi* uygulanırsa, basınç periyodik sistemde $p(\vec{r}) = u_k(\vec{r}) e^{i\vec{k} \cdot \vec{r}}$ şeklinde ifade edilebilir. Burada, $u_k(\vec{r})$ sonik kristal yapının periyodikliğine tamamen uyan bir fonksiyondur.

Sonik kristal sistemler gibi periyodik karakterdeki dalga yayılma ortamlarında, akustik dalga hareketini modelleyen Denklem 3.13 diferansiyel denklem sistemi, Plane-Wave Expansion yöntemi ile çözümlenebilmiştir [71, 128, 129]. Bu yöntem kullanılarak bant yapısı analizi şu basamaklardan oluşmaktadır;

1. İlk olarak $p(\vec{r})$ ve ortam parametreleri $\underline{\rho}(\vec{r})$, $\underline{K}(\vec{r}) = 1/\overline{K}(\vec{r})$ Fourier serilerine açılır ve aşağıdaki eşitliklere ulaşılır [71, 128, 129].

$$\begin{aligned}\underline{\rho}(\vec{r}) &= \sum_{\vec{G}} \underline{\rho}_{\vec{G}} \cdot e^{i \cdot (\vec{G} \cdot \vec{r})} \\ \underline{K}(\vec{r}) &= \sum_{\vec{G}} \underline{K}_{\vec{G}} \cdot e^{i \cdot (\vec{G} \cdot \vec{r})} \\ p(\vec{r}) &= e^{i(\vec{k} \cdot \vec{r})} \sum_{\vec{G}} u_{\vec{k} + \vec{G}} \cdot e^{i \cdot (\vec{G} \cdot \vec{r})}\end{aligned}\quad (3.14)$$

Denklem 3.14 eşitliklerinde bulunan ve $\vec{G} = h\vec{b}_1 + k\vec{b}_2$ olarak tanımlanan ters örgü vektörüdür. Burada h, k tamsayı ve \vec{b}_1, \vec{b}_2 ters örgü vektörleridir (\vec{b}_1, \vec{b}_2 ters örgü vektörlerinin örgü geometrisine bağlı olarak belirlenmesi için Kısım 3.4.2'ye bakınız).

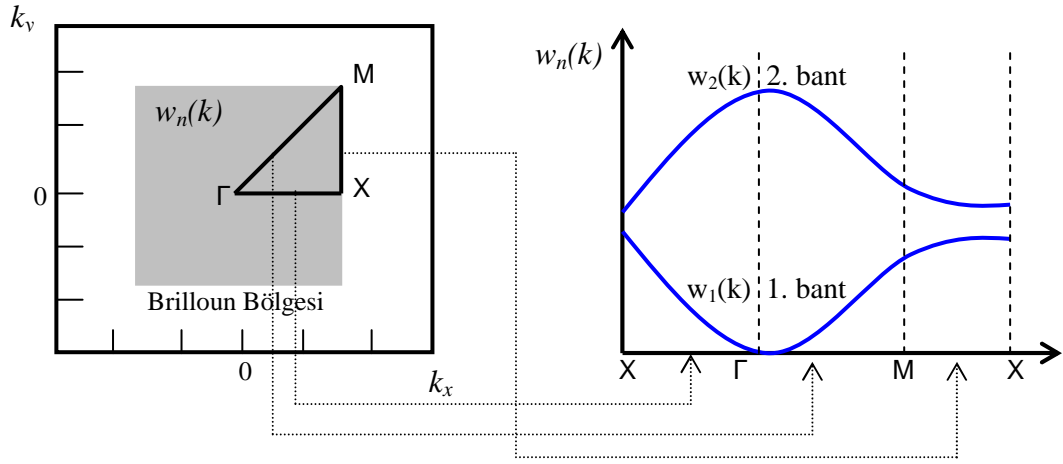
2. Denklem 3.13 ile verilen akustik dalga denkleminde, Denklem 3.14'deki Fourier serileri kullanıldığında aşağıdaki özdeğer eşitliği elde edilir [71].

$$\sum_{\vec{G}'} \left[\frac{w^2}{c_0^2} \underline{K}_{\vec{G}-\vec{G}'} - (\vec{k} + \vec{G}) \cdot (\vec{k} + \vec{G}') \cdot \underline{\rho}_{\vec{G}-\vec{G}'} \right] \cdot u_{\vec{G}'} = 0 \quad (3.15)$$

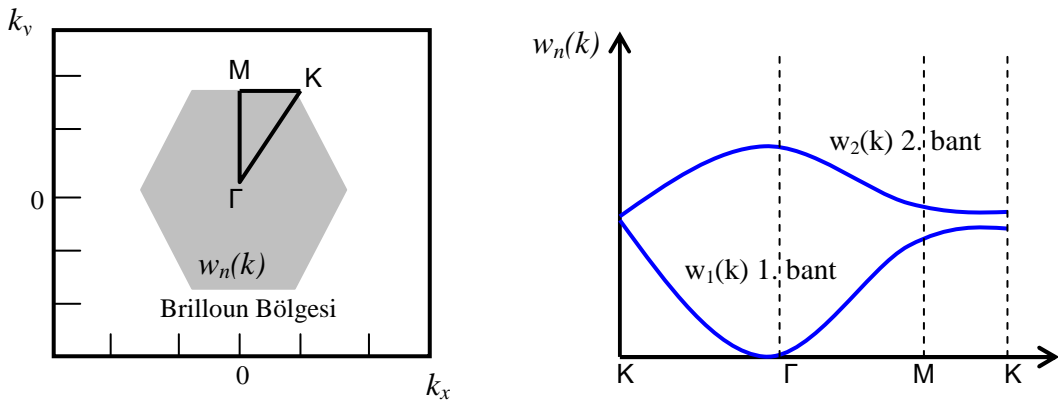
3. Denklem 3.15 ile ifade edilen özdeğer denkleminin çözümünde, M adet $\underline{K}_{\vec{G}}$ ve $\underline{\rho}_{\vec{G}}$ Fourier katsayısı için $M \times M$ boyutlu matris oluşturulur. Bu denklemde $u_{\vec{G}}$ özvektörleri teşkil etmektedir. Bu matrisin, M adet özdeğerleri w_n^2 dir. Bu öz değerler kullanılarak n 'inci frekans bandı için dağılım bağıntısı $w_n(\vec{k}) = \sqrt{w_n^2}$, ($n = 1, 2, \dots, M$) hesaplanır. Burada $w_1(\vec{k})$ birinci frekans bandını, $w_2(\vec{k})$ ise ikinci frekans bandını verir. (Detaylı çözüm için Ek 4'e bakınız.)

4. Dalga vektörleri $\vec{k} = (k_x, k_y)$, Brillouin bölgesinin tamamını tarayacak şekilde seçilerek elde edilen $w_n(\vec{k})$ değerleri iki boyutlu $\vec{k} = (k_x, k_y)$ dalga vektörü uzayına bağlı olarak çizilip, n 'inci bant için eşfrekans yüzeyleri (EFS) oluşturulur.

5. Son olarak, dalga vektörleri $\vec{k} = (k_x, k_y)$, Brillouin bölgesini kristal geometrisine bağlı olarak Şekil 3.34'de görüldüğü gibi X- Γ -M-X yönelimleri boyunca ve Şekil 3.35'de görüldüğü gibi K- Γ -M-K yönelimleri boyunca tarayacak şekilde seçilerek, her farklı kristal geometrisi için $w_n(\vec{k})$ bant yapısı (Band Structure) karakteristikleri çizilir.

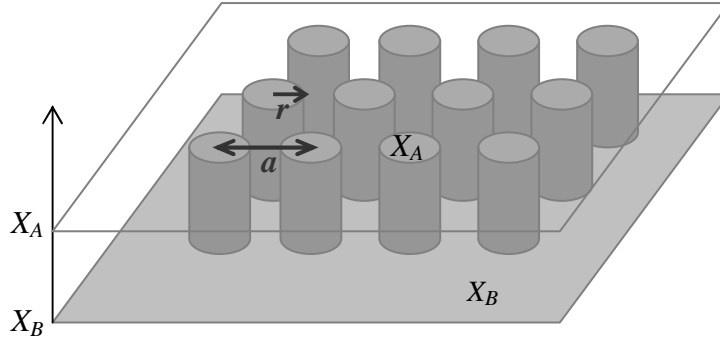


Şekil 3.34. Kare örgü (Paralel örgü) yapısı için bant yapısı karakteristiği



Şekil 3.35. Üçgen örgü (Diyagonal örgü) yapısı için bant yapısı karakteristiği

Yukarıda maddeler halinde verilerek anlatılan PWE yöntemi için gerekli olan hesaplamaları detaylı olarak inceleyelim. Denklem 3.15 eşitliğiyle verilen öz değer denkleminin çözümünde kullanılan $\underline{K}_{\vec{G}}$ ve $\underline{\rho}_{\vec{G}}$ Fourier katsayılarının hesaplanması için kullanılan bağıntı aşağıda verilmiştir [130, 131].



Şekil 3.36. Sonik kristal yapısı için iki değerli periyodik ortam parametresi (X_A, X_B)

2-Boyutlu periyodik dizi (X_A, X_B) ile karakterize edilen iki değer alsın. Burada, X_A dağıtıcı bölgenin parametrelerini, X_B ise arka kalan bölgenin ortam parametrelerini temsil etmektedir (bakınız Şekil 3.36). Bu iki değerli periyodik dizi için Fourier katsayıları,

$$\sigma(\vec{G}) = \begin{cases} X_A \cdot f_r + X_B \cdot (1 - f_r) & \vec{G} = 0 \\ (X_A - X_B) \cdot F(\vec{G}) & \vec{G} \neq 0 \end{cases} \quad (3.16)$$

şeklinde yazılır [132]. f_r doluluk oranı, r silindirik dağıtıcının yarıçapı olmak üzere,

$$f_r = \frac{\pi \cdot r^2}{A_c} \quad (3.17)$$

bağıntısı ile hesaplanır [130]. Burada A_c birim hücre alanıdır. Bu alan $A_c = |\vec{a}_1 \times \vec{a}_2|$ olarak hesaplanabilir (\vec{a}_1, \vec{a}_2 kristal örgünün birim vektörleridir). $F(\vec{G})$ fonksiyonu yapısal faktördür (*Structure Factor*) ve aşağıdaki bağıntı ile hesaplanır.

$$F(\vec{G}) = 2 \cdot f_r \cdot \frac{J_1(|\vec{G}| \cdot r)}{|\vec{G}| \cdot r} \quad (3.18)$$

Burada $J_1(x)$ birinci tip Bessel fonksiyonudur.

Yukarıda Denklem 3.16, Denklem 3.17 ve Denklem 3.18 ile ifade edilen Fourier katsayısı hesaplama yöntemi, $\underline{\rho}_{\vec{G}}$ ve $\underline{K}_{\vec{G}}$ Fourier katsayısının hesaplanması için kullanılır. Burada $\underline{\rho}_{\vec{G}}$ Fourier katsayısının hesaplanması için ortam parametreleri $(X_A, X_B) = (\underline{\rho}_{\vec{G}}, 1)$ olarak alındığında Denklem 3.16 eşitliği,

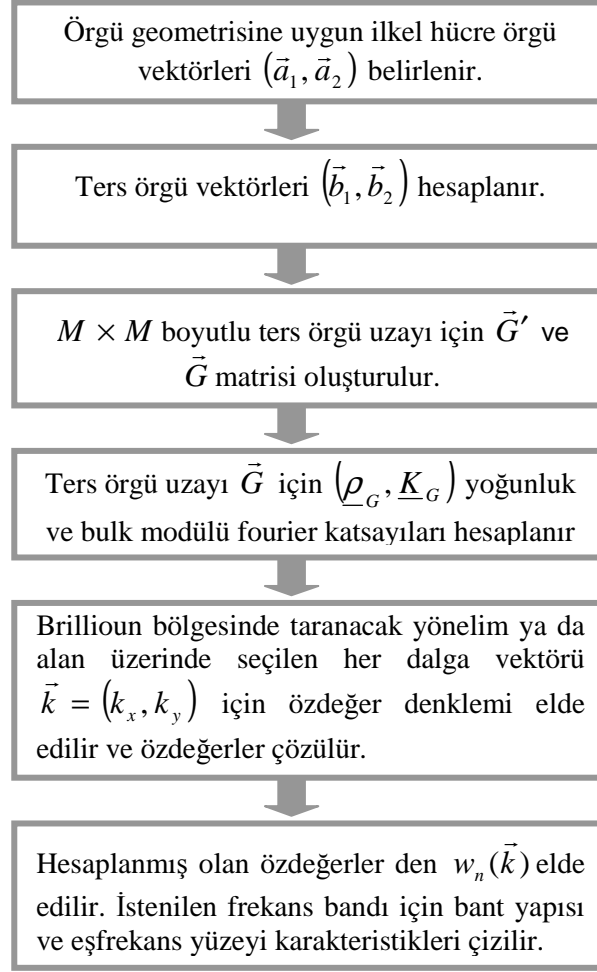
$$\underline{\rho}_{\vec{G}} = \begin{cases} \underline{\rho} \cdot f_r + (1 - f_r) & \vec{G} = 0 \\ (\underline{\rho} - 1) \cdot F(\vec{G}) & \vec{G} \neq 0 \end{cases} \quad (3.19)$$

olarak elde edilir [130, 131]. Aynı şekilde $\underline{K}_{\vec{G}}$ Fourier katsayısının hesaplanması için $(X_A, X_B) = (\underline{K}_{\vec{G}}, 1)$ eşitliğinden faydalanılırsa,

$$\underline{K}_{\vec{G}} = \begin{cases} \underline{K} \cdot f_r + (1 - f_r) & \vec{G} = 0 \\ (\underline{K} - 1) \cdot F(\vec{G}) & \vec{G} \neq 0 \end{cases} \quad (3.20)$$

elde edilir [130, 131].

Bant yapısı ve eşfrekans yüzeyi karakteristikleri, Plane-Wave Expansion yöntemi ile *MATLAB* programlama dilinde kodları yazılıp kare örgü, üçgen örgü ve bal peteği örgü geometrilerine sahip sonik kristal yapıların ortam parametreleri kullanılarak çizdirilmiştir. Geliştirilmiş olan Matlab programının akış diyagramı Şekil 3.37'de verilmiştir. Üç temel örgü geometrisi için bant yapısı ve eşfrekans yüzeyi (EFS) grafikleri; frekans eksenini birimsiz olacak şekilde normalize edilerek çizilmiştir. Teorik hesaplamalarda, deneysel çalışmada kullanılan sonik kristal yapıların yapısal parametreleri dikkate alınarak, örgü sabiti $a = 2.5$ cm ve sonik dağıtıcı yarıçapı $r = 1$ cm olarak seçilmiştir. Böylece, deneyde kullanılan sonik kristal yapıların doluluk oranları (f_r) teorik çalışmalarda da kullanılmıştır. Kristal yapılarda kullanılan malzemelerin yoğunluk ve bulk modülü değerleri Çizelge 3.6'da verilmiştir. PWE hesaplamalarında bu değerler kullanılmıştır. Burada üç farklı tip dağıtıcı çubuğun Bulk modülü (K) değeri, malzemenin içindeki ses hızının (c) ve malzemenin yoğunluğunun (ρ) bilinmesi durumunda, $K = \rho \cdot c^2$ bağıntısı kullanılarak kolaylıkla hesaplanabilir.



Şekil 3.37. Bant yapısı ve eşfrekans yüzeyi karakteristikleri için geliştirilmiş olan Matlab programının akış diyagramı

Çizelge 3.6. Sonik kristal dağıtıcı çubukların yoğunluk ve bulk modülü değerleri

Malzemenin Tipi	Malzeme Türü	Ses Yayılma Hızı (m/sn)	Yoğunluk (kg/m ³)	Bulk Modülü (Kg/m.sn ²)
Dağıtıcı çubuk	Plastik	2380	1200	6.7x10 ⁹
Dağıtıcı çubuk	Alüminyum	5100	2700	7.0x10 ¹⁰
Dağıtıcı çubuk	Çelik	6100	7800	2.9x10 ¹¹
Yayıma Ortamı	Hava	340	1.3	1.5x10 ⁵

Farklı örgü geometrileri (kare, üçgen ve bal peteği) için farklı yoğunluktaki silindirik dağıtıcı çubuklara sahip sonik kristal sistemlerin gösterdiği negatif kırılma

($n < 0$) durumu (bakınız Şekil 3.38), 2. frekans bandında ($w_2(\vec{k})$) açık bir şekilde gözlenmiştir. Frekans eksenini birimsiz olacak şekilde normalize ($w.a/2.\pi.c$) edilen bu karakteristikler, herhangi bir a örgü sabitine sahip sonik kristal sistemin bant yapısını analizinde kullanılmıştır. Bunun için, bant yapısı karakteristiklerinde elde edilen ve birimsiz olan normalize frekans değeri A gibi sabit bir sayı ile gösterilirse, *Hertz* biriminde olan f_h frekans değerleri aşağıdaki yolla hesaplanır.

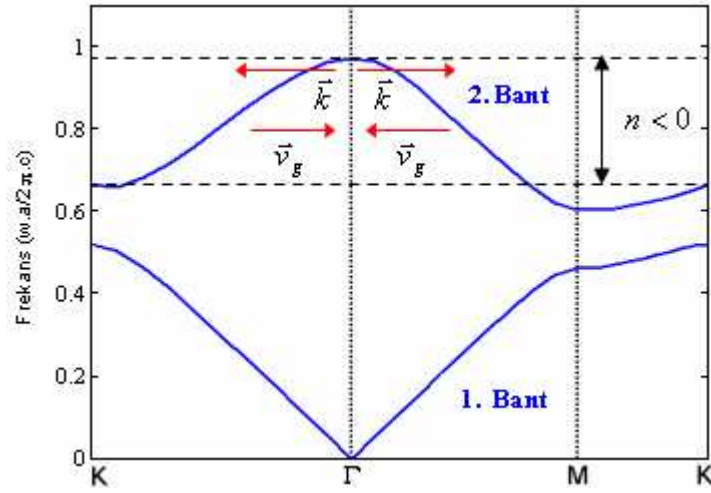
$$\frac{w.a}{2.\pi.c} = A \Rightarrow f_h = A \cdot \frac{c}{a} \quad (3.21)$$

Deneyde kullanılan sonik kristal yapıların örgü sabiti $a = 2.5$ cm ve ses hızı $c = 34000$ cm/sn olarak alınırsa *Hertz* biriminde f_h frekansı değerleri,

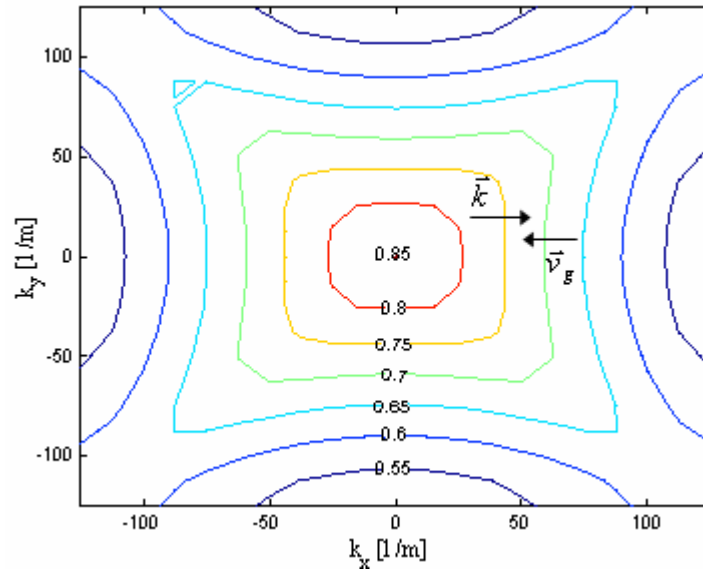
$$f_h = \frac{A.c}{a} = 13600.A \quad (3.22)$$

bağıntısı kullanılarak elde edilir.

Bant yapısı karakteristiklerinde Γ noktasında ikinci bant üzerinde görülen simetrik tepeler, yapının bu frekansta ki ses dalgaları için negatif kırılma indisine sahip olduğunu göstermektedir. Şekil 3.38’de gösterildiği üzere, Γ merkez noktasından her iki yöne doğru seçilen \vec{k} dalga vektörleri için grup hızı vektörü $\vec{V}_g = \vec{\nabla}_k w(\vec{k})$ şeklinde zıt yönlü olmaktadır. Yani Şekil 3.38’de, ikinci bant için Γ merkezinden ΓK ve ΓM yönelimleri doğrultusunda seçilen \vec{k} dalga vektörleri için $\vec{V}_g \cdot \vec{k} < 0$ koşulunun sağlanacağı açıkça görülmektedir. Şekil 3.39’da gösterilen eşfrekans yüzeyinin Γ merkezi etrafında tepe oluşturması da negatif kırılma indisinin bu frekans bandı için görüleceğine işaret etmektedir. Çünkü bu tepe merkezinden seçilecek bütün \vec{k} dalga vektörleri için $\vec{V}_g \cdot \vec{k} < 0$ koşulu sağlanır [62]. Bu koşulun sağlandığı frekans bölgesinde, sonik kristal yapılar negatif kırılma indisi gösterecektir. Farklı geometrilere sahip sonik kristal yapılar için elde edilen bant yapısı karakteristikleri kullanılarak, negatif kırılma indisinin görülmesi beklenen frekans bölgeleri ve eşfrekans yüzeyi grafikleri bir sonraki bölümde detaylı olarak verilecektir.



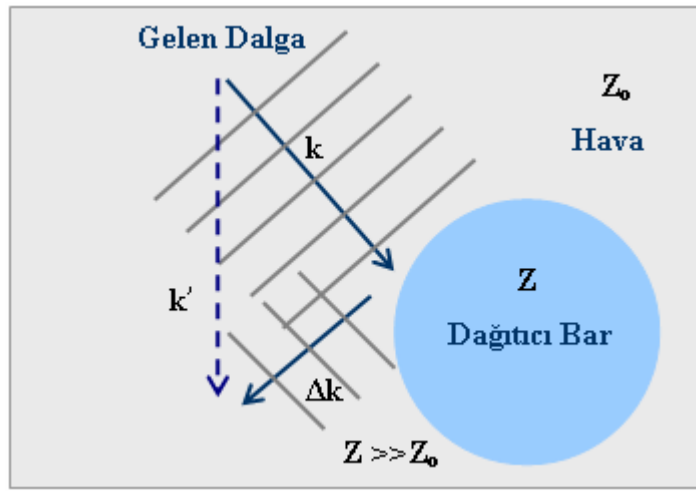
Şekil 3.38. Negatif kırılma indisinin görüldüğü 2. frekans bandı için bant yapısı grafiğinin temsili olarak gösterimi



Şekil 3.39. Negatif kırılma indisinin görüldüğü 2. frekans bandı için eşfrekans yüzeyi grafiğinin temsili olarak gösterimi

Plastik dağıtıcı, alüminyum dağıtıcı ve çelik dağıtıcı çubuk kullanılarak hazırlanmış farklı kristal örgü geometrisine sahip sonik kristal yapıların eşfrekans yüzeyi ve bant yapısı karakteristiklerini incelerken dikkat edilmesi gereken nokta, kullanılan farklı yoğunluğa sahip dağıtıcı çubukların bu karakteristikler üzerinde herhangi bir etkisinin olup olmadığının net olarak belirlenmesidir. Bunun için, kristal yapının kırınım ile ilgili olan özelliklerinin incelenmesi gerekmektedir. Kristal

örgülerde, Şekil 3.40'da temsili olarak gösterilmiş olan Bragg Kırınımı (*Bragg Diffractions* $\vec{G} = \Delta\vec{k} = \vec{k}' - \vec{k}$) kristal yapının kırınım ile ilgili olan özelliklerinde önemli rol bir oynamaktadır. Bu yansıma ve saçılma olaylarının gerçekleşebilmesi için, havanın karakteristik akustik empedansı (Z_0) ile kullanılan dağıtıcı silindirik çubukların karakteristik akustik empedansı (Z) arasında yeterince farkın olması gerekmektedir. Bu fark ne kadar yüksek olursa, dalga enerjisinin yansıma oranı o nispette güçlü olacaktır ve sonik kristal yapının incelediğimiz özellikleri (negatif kırılma indisi, bant boşlukları, dalga kılavuzu, v.b.) daha belirgin olarak görülmeye başlanacaktır.



Şekil 3.40. Yüksek karakteristik akustik empedansa sahip dağıtıcı çubuklar ve Bragg kırınımının şematik olarak gösterimi

Burada, farklı yoğunluklara sahip dağıtıcı çubukların sonik kristal yapı içerisindeki rolünü anlayabilmek için her birinin yansıma katsayılarının hesaplanması gerekmektedir. Bu yansıma katsayıları [133],

$$R(f) = \frac{Z(f) - Z_0(f)}{Z(f) + Z_0(f)} \quad (3.23)$$

bağıntısı yardımıyla hesaplanabilmektedir. Burada $R(f)$, f frekans değeri için yansıma oranını, $Z(f)$ f frekans değeri için dağıtıcı silindirik çubukların karakteristik akustik empedansını ve $Z_0(f)$ ise f frekans değeri için havanın karakteristik akustik empedansını göstermektedir. Çizelge 3.7'de deneyde kullanılan farklı yoğunluklara

sahip dağıtıcı çubukların karakteristik empedans değerleri ($Z = \sqrt{\rho.K}$) karşılaştırılmış ve hava ortamından gelen bir dalga için yansıtma katsayıları hesaplanmıştır.

Çizelge 3.7. Hava ortamından gelen bir ses dalgası için farklı yoğunluğa sahip dağıtıcı çubukların empedans ve yansıtma katsayısı değerleri

Dağıtıcı Çubuk Türü	Z Empedans (kg/m²sn)	R Yansıtma Katsayısı
Plastik	2.83×10^6	≈ 0.99999
Alüminyum	1.37×10^7	≈ 0.99999
Çelik	4.75×10^7	≈ 0.99999
Hava	440	0

Çizelge 3.7'den görüleceği üzere plastik, alüminyum ve çelik dağıtıcıların yansıtma katsayıları oldukça yüksek ve neredeyse aynı olduğu görülmektedir. Havanın akustik empedansına göre çok yüksek akustik empedans değerine sahip farklı yoğunluktaki bu dağıtıcı çubuklar iyi bir yansıma yüzeyi teşkil etmektedirler. Bu ise, sonik kristal yapılarda bu tip malzemelerin dağıtıcı çubuk olarak kullanılabilceğini ve negatif kırılma indisi gibi özelliklerin rahat bir şekilde gözlenebileceği sonucunu ortaya koymaktadır.

Farklı geometrilere sahip sonik kristal yapılarda frekans bantlarının yerlerinin ve özelliklerinin belirlenmesinde doluluk oranı (f_r , *filling ratio*) parametresi etkin bir rol oynamaktadır. Bu durum Denklem 3.18, Denklem 3.19 ve Denklem 3.20 incelendiği zaman kolaylıkla görülebilir. Burada, f_r doluluk oranı parametresi $\underline{\rho}_{\vec{G}}$ ve $\underline{K}_{\vec{G}}$ Fourier katsayılarının hesaplanmasında etkin bir rol oynamaktadır. Özellikle plastik, alüminyum ve çelik dağıtıcı çubukların normalize yoğunluk $\underline{\rho}(\vec{r})$ ve normalize bulk modülü $\underline{K}(\vec{r})$ değerlerinin çok küçük (10^{-6} - 10^{-10}) mertebelerde olduğu göz önünde tutulursa, $\underline{\rho}_{\vec{G}}$ ve $\underline{K}_{\vec{G}}$ Fourier katsayılarının büyük bir ağırlıkla f_r doluluk oranına bağlı olduğu görülür. Bunun için, Denklem 3.19 ve Denklem 3.20 eşitliklerinde gerekli sadeleştirmeler yapıldığında,

$$\underline{\rho}_{\vec{G}} \cong \begin{cases} (1 - f_r) \vec{G} = 0 \\ -F(\vec{G}) \vec{G} \neq 0 \end{cases} \quad (3.24)$$

$$\underline{K}_{\vec{G}} \cong \begin{cases} (1 - f_r) & \vec{G} = 0 \\ -F(\vec{G}) & \vec{G} \neq 0 \end{cases} \quad (3.25)$$

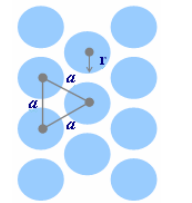
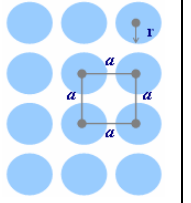
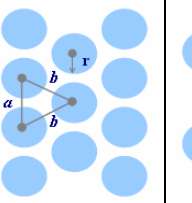
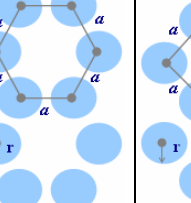
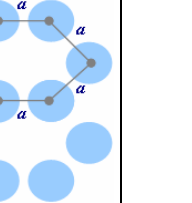
ifadeleri elde edilir. Denklem 3.24 ve Denklem 3.25 ifadelerinde bant yapısı çözümleri için f_r doluluk oranına olan bağıllık açık bir şekilde görülebilmektedir.

4. ARAŞTIRMA BULGULARI VE TARTIŞMA

4.1 Giriş

Bu bölümde, yarıçapı $r = 1$ cm, örgü sabiti $a = 2.5$ cm ve boyu 32 cm olan eşkenar üçgen örgü, kare örgü, bal peteği örgü, ikizkenar üçgen örgü ve basık bal peteği örgü geometrilerine sahip sonik kristal yapıların negatif kırılım durumunda odaklama özelliklerinin ölçülmesi ile elde edilen deneysel sonuçlar sunulmuştur. Ayrıca her bir geometri için üç farklı yoğunluğa (alüminyum, plastik, çelik) sahip silindirik dağıtıcı çubuklar kullanılarak yoğunluğun odaklama özelliği üzerindeki etkisi de incelenmiştir. Deneysel çalışmalarda kullanılan örgü geometrileri ve dağıtıcı çubukların türü Çizelge 4.1’de verilmiştir.

Çizelge 4.1. Deneysel çalışmada kullanılan örgü geometrileri ve dağıtıcı çubuklar

Kristal Örgü Tipi	Eşkenar Üçgen	Kare	İkizkenar Üçgen	Bal Peteği	Basık Bal Peteği
Kristal Örgü Geometrisi					
Örgü Parametreleri	$r = 1$ cm $a = 2.5$ cm	$r = 1$ cm $a = 2.5$ cm	$r = 1$ cm $a = 2.5$ cm $b = 2.8$ cm	$r = 1$ cm $a = 2.5$ cm	$r = 1$ cm $a = 2.5$ cm
Kullanılan Malzeme Türü	Plastik Alüminyum Çelik	Plastik Alüminyum Çelik	Plastik Alüminyum Çelik	Plastik Alüminyum Çelik	Plastik Alüminyum Çelik

İlk olarak, her bir geometriye ve yoğunluğa sahip sonik kristal yapının maksimum odaklama frekansının tespitine yönelik akustik eksen boyunca yapılmış olan ölçüm sonuçları verilmiştir. Daha sonra, elde edilen maksimum odaklama frekansı sonuçlarına bağlı olarak, her bir geometri için farklı yoğunluğa sahip sonik kristal yapıların iki boyutta (x - y düzlemi) akustik basınç alanlarını gösteren grafikler çizdirilmiştir. Ayrıca bu bölüm içerisinde, Denklem 3.9’da verilen ve ses dalgasının

homojen olmayan ortamda yayılmasını modelleyen dalga denklemi, yapılan deneylerde kullanılan parametreler için çözülmüştür. Bu çözüm sonucunda Bant Yapısı ve Eşfrekans Yüzeyi teorik sonuçları eşkenar üçgen, kare ve bal peteği örgü geometrileri için verilmiştir. Elde edilmiş olan bu teorik sonuçlar ile deneysel sonuçlar karşılaştırılarak, negatif kırılma mekanizması ve odaklama durumu tartışılmıştır.

Deneysel ölçümler, akustik eksen boyunca ve iki boyutta ölçümler (alan taramalı) olmak üzere iki kategoride yapılmıştır.

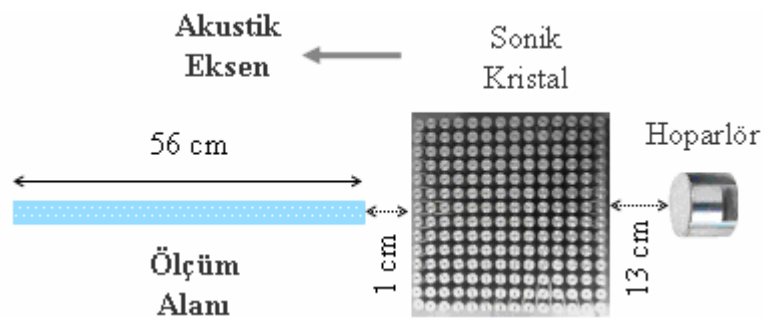
1. Akustik eksen ölçümleri: Hoparlörün ve sonik kristal yapının tam orta noktasından geçen eksen boyunca yapılan ölçümleri kapsamaktadır.

2. İki boyutta ölçümler: Akustik eksen ve sonik kristal yapıya dik olan radyal eksen tarafından oluşturulan alan üzerinde yapılan ölçümleri kapsamaktadır.

Akustik Eksen Ölçümleri

Akustik eksen ölçümleri, akustik basınç alanlarının karakteristik özelliklerini en iyi biçimde ortaya koyan ve akustik kırılma sonucunda ortaya çıkan basınç alanlarının belirlenmesinde kullanılan bir ölçüm tekniğidir.

Çizelge 4.1’de verilen, sonik kristal örgü geometrileri ve dağıtıcı türleri için akustik eksen ölçümleri, maksimum odaklama frekansının tespit edilmesi amacıyla yapılmıştır. Bu ölçümler iki aşamada gerçekleştirilmiştir. İlk olarak, ölçüm alanı içerisinde sonik kristal yapının olduğu durumdaki basınç (P) değeri ölçümleri alınmıştır. Daha sonra sonik kristal yapının ölçüm alanı içerisinde bulunmadığı, yani hava ortamı için basınç (P_0) değeri ölçümleri gerçekleştirilmiştir. Akustik eksen ölçüm düzeneği Şekil 4.1’de şematik olarak gösterilmiştir.



Şekil 4.1. Akustik eksen ölçüm düzeneğinin şematik olarak gösterimi

Sonik kristal yapının olduğu durum için akustik eksen ölçümleri, sonik kristal bloklardan 1 cm uzaklıkta (referans nokta) başlayıp 56 cm uzaklıkta tamamlanmıştır. Akustik eksen ölçümlerinde, akustik kaynak olarak kullanılan ve sonik kristal yapıya uzaklığı 13 cm olan piezo-tweeter hoparlörün başlangıç frekansı 8500 Hz olarak alınıp, 100 Hz frekans artışı ile 10200 Hz değerine kadar gerçekleştirilmiştir. Her frekans değeri için stepper motora monte edilmiş olan akustik mikrofon, 1 cm ile 56 cm arasını 1 cm'lik adımlarla taramıştır. Akustik mikrofonun stepper motorla bağlantısını sağlayan çubuktaki titreşimlerin etkisini en az düzeye indirmek amacıyla her bir ölçüm arasında 300 milisaniyelik bir bekleme süresi bırakılmıştır. Her frekans değerinde ve her ölçüm adımında bilgisayar beş ölçüm (P) yapıp, sonuç değer olarak bunların ortalamasını almıştır.

İkinci olarak, sonik kristal yapının olmadığı, yani hava ortamında frekansa bağlı ölçümler yapılmıştır. Yukarıda sonik kristal yapının olduğu durum için bahsedilen ölçüm adımlarının tamamı burada da aynı şekilde tekrarlanmıştır. Hava ortamı için yapılan ölçümlerde, her frekans değerinde ve her ölçüm adımında bilgisayar beş ölçüm (P_0) yapıp, sonuç değer olarak bunların ortalamasını almıştır.

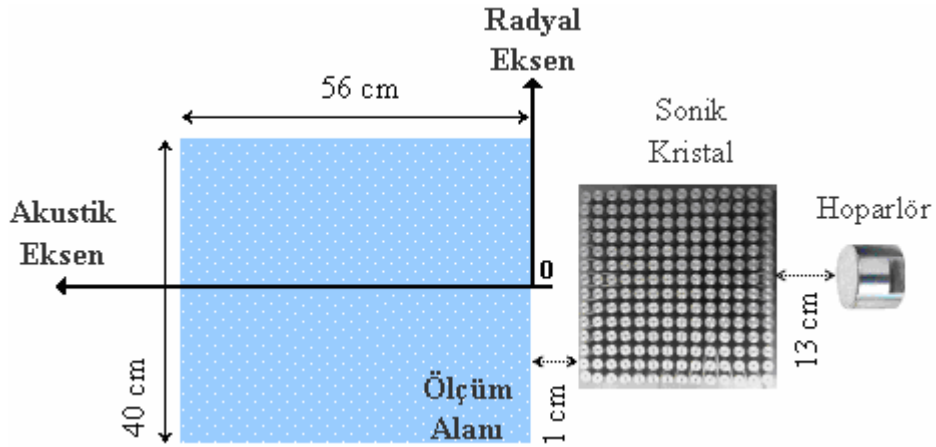
Farklı kristal geometriye sahip sonik kristal yapının bulunduğu (P) ve bulunmadığı (P_0) hava ortamı için alınan üç farklı yoğunluk değerini içeren ölçüm sonuçları, her bir frekans değeri için $20 \log(P/P_0)$ ile tanımlanan normalize basınç bağıntısına göre değerlendirilmiştir. Daha sonra, normalize basıncın akustik eksene göre grafiğı çizdirilerek, farklı kristal geometrideki sonik kristal yapıların, her bir yoğunluk değeri için maksimum odaklamanın gerçekleşeceği frekans değeri tespit edilmiştir. Bu ölçüm sonuçları sonraki ölçümler için referans olarak kullanılmıştır.

İki Boyutlu Ölçümler

İki boyutta ölçümler, belirlenen ölçüm alanı içerisinde akustik dalga kaynağının ürettiğı sonik dalgaların farklı kristal geometriye ve yoğunluğa sahip sonik kristal yapılardan kırılıma uğraması sonucunda ölçüm alanı içerisinde meydana getirdiğı basınç alanlarının belirlenmesinde kullanılan ölçüm tekniğidir.

Çizelge 4.1'de verilen, sonik kristal örgü geometrileri ve dağıtıcı türleri için iki boyutlu ölçümler, maksimum odaklamanın olduğu basınç bölgelerinin tespit edilmesi amacıyla yapılmıştır. Bu ölçümlerde, akustik eksen ölçümlerinde olduğu gibi iki

aşamada gerçekleştirilmiştir. İlk olarak, akustik eksen ölçümlerinde belirlenen odaklama frekans değerinde sonik kristal yapının iki boyutlu basınç (P) haritası ölçümleri alınmıştır. Daha sonra aynı frekans değerinde sonik kristal yapının ölçüm alanı içerisinde bulunmadığı hava ortam için basınç (P_0) haritası ölçümleri gerçekleştirilmiştir. Bütün ölçümlerde, piezo-tweeter hoparlörün sonik kristal yapıya olan uzaklığı 13 cm olacak şekilde sabitlenmiştir. İki boyutlu deneysel ölçüm düzeneği Şekil 4.2’de şematik olarak gösterilmiştir.



Şekil 4.2. İki boyutlu ölçüm düzeneğinin şematik olarak gösterimi

Ölçümlerde, sonik kristal yapı içerisinde çıkan ses dalgaları iki eksenli ve $40 \times 56 \text{ cm}^2$ 'lik bir alanı tarayabilen stepper motora monte edilmiş olan mikrofon ile algılanmıştır. Yapılan ölçümlerde akustik eksene dik olan eksen radyal eksen olarak adlandırılmıştır. Burada 40 cm uzaklığa karşılık gelen radyal eksen ve 56 cm uzaklığa karşılık gelen akustik eksen üzerinde 0.5 cm adım aralığıyla toplam 8980 ölçüm gerçekleştirilmiştir. Her bir ölçümde, akustik mikrofonun stepper motorla bağlantısını sağlayan çubuktaki titreşimlerin etkisini en az düzeye indirmek amacıyla ölçümler arasında 300 milisaniyelik bir bekleme süresi bırakılmıştır. Her frekans değerinde ve her ölçüm adımında bilgisayar beş ölçüm (P) yapıp, sonuç değer olarak bunların ortalamasını almıştır.

İkinci olarak, sonik kristal yapının bulunmadığı hava ortamı için iki boyutlu ölçümler yapılmıştır. Yukarıda sonik kristal yapının olduğu durum için bahsedilen ölçüm adımlarının tamamı burada da aynı şekilde tekrarlanmıştır. Hava ortamı için

yapılan iki boyutlu ölçümlerde, her frekans değerinde ve her ölçüm adımında bilgisayar beş ölçüm (P_0) yapıp, sonuç değer olarak bunların ortalamasını almıştır.

Farklı kristal geometriye sahip sonik kristal yapının bulunduğu (P) ve bulunmadığı (P_0) hava ortamında alınan üç farklı yoğunluk değerini içeren iki boyutlu ölçüm sonuçları, P/P_0 ile tanımlanan normalize basınç bağıntısına göre *MATLAB* programlama dili kullanılarak değerlendirilip iki boyutlu basınç haritası grafikleri çizdirilmiştir. Elde edilmiş olan iki boyutlu basınç haritası grafiklerinden, sonik kristal yapının kristal geometrisine ve kullanılan sonik çubukların yoğunluğuna bağlı olarak odaklama özelliğinin ne ölçüde değiştiği ve hangi kristal geometrisinde net bir odaklamanın olduğu anlaşılabilmiştir.

2. Bölümde verilen Denklem 2.71 eşitliğinin $n < 0$ koşulu altında düzenlenmesi sonucunda elde edilen bağıntı yardımıyla, iki boyutlu ölçüm sonucuna göre negatif kırılma indisi değeri aşağıdaki gibi hesaplanabilmektedir ($|n|$ değeri $n < 0$ için $-n$ olur).

$$n = -\frac{d}{D_3 - d} \quad (4.1)$$

Burada $D_3 = D_1 + d + l$ olarak tanımlanmış olup, d kullanılan sonik kristal bloğun kalınlığını, D_1 hoparlörün sonik kristal yapıya olan uzaklığını ve l ise odaklamanın meydana geldiği noktanın akustik eksen üzerindeki uzaklığını göstermektedir [62].

Bant Yapısı ve Eşfrekans Yüzeyi Grafikleri

Bölüm 3'de matematiksel altyapısı detaylı bir şekilde anlatılan *PWE* metoduyla, Çizelge 4.2'de verilen dağıtıcı çubukların türü ve örgü geometrileri için Bant yapısı ve Eşfrekans yüzeyi karakteristikleri frekans eksenini birimsiz olacak şekilde normalize edilerek çizdirilmiştir. Yapılmış olan teorik hesaplamalarda, deneysel çalışmada kullanılan sonik kristal yapıların yapısal parametreleri kullanılmıştır. Üç farklı geometriye sahip sonik kristal yapılarda kullanılan malzemelerin yoğunluk ve bulk modülü değerleri Çizelge 3.6'da verilmiştir. *PWE* metoduyla, bant yapısı ve eşfrekans yüzeyi analizi hesaplamalarında Çizelge 3.6'da verilmiş olan bu değerler kullanılmıştır. Burada üç farklı tip dağıtıcı çubuk için Bulk modülü (K) değeri, malzemenin içindeki

ses hızının (c) ve malzemenin yoğunluğunun (ρ) bilinmesi durumunda, $K = \rho \cdot c^2$ bağıntısı kullanılarak kolaylıkla hesaplanabilir.

Çizelge 4.2. PWE metodunda kullanılan örgü geometrileri ve dağıtıcı çubukların türü

Sonik Kristal Örgü Geometrileri	Dağıtıcı Çubuk Türü
Eşkenar Üçgen	Plastik
Kare	Alüminyum
Bal Peteği	Çelik

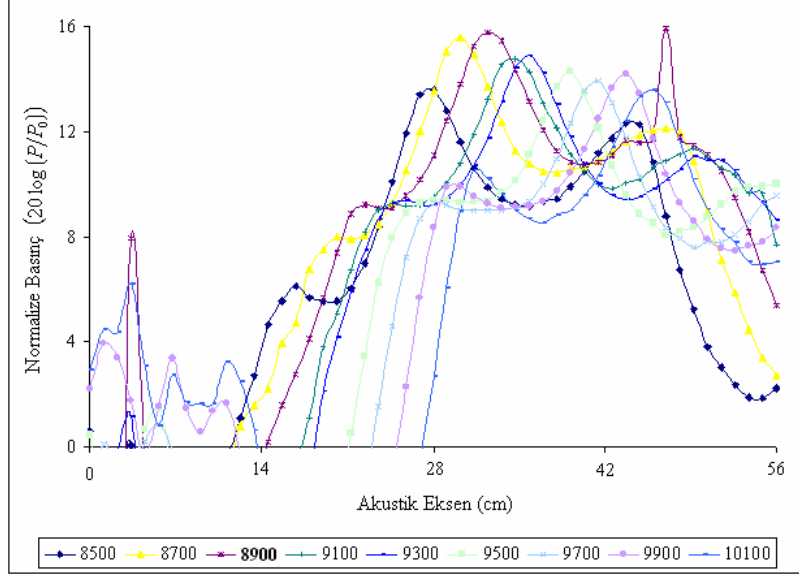
Çizelge 4.2’de verilen örgü geometrisine sahip sonik kristal yapılar için çizdirilmiş olan bant yapısı karakteristiklerinde ikinci frekans bandı üzerinde Γ noktasında görülen simetrik yapıdaki tepeler, yapının bu frekansta ses dalgaları için negatif kırılma indisine sahip olduğunu göstermektedir.

4.2. Eşkenar Üçgen Örgü Geometrisindeki Sonik Kristal İçin Deneysel Sonuçlar

4.2.1. Akustik Eksen Ölçüm Sonuçları

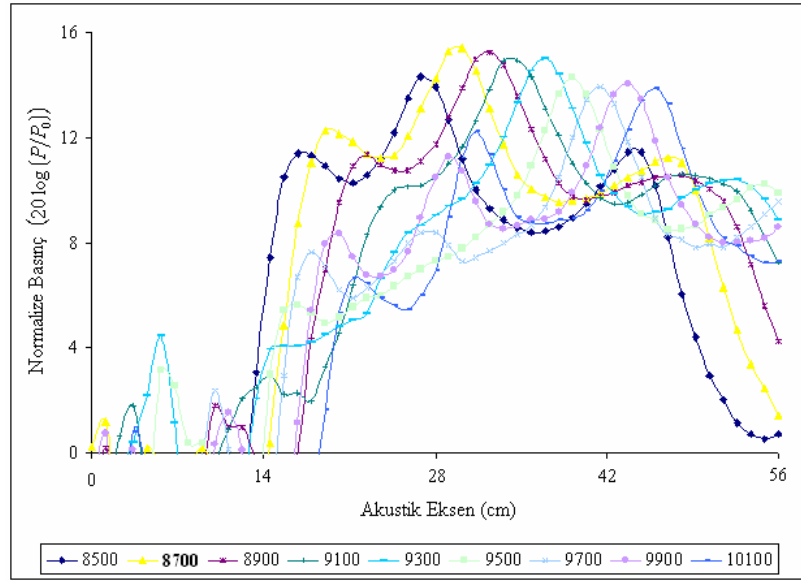
Eşkenar üçgen örgü geometrisindeki sonik kristal yapının, maksimum odaklama frekans değerinin tespit edilmesi amacıyla gerçekleştirilen akustik eksen ölçümleri plastik dağıtıcı çubuklar için Şekil 4.3’de, alüminyum dağıtıcı çubuklar için Şekil 4.4’de ve çelik dağıtıcı çubuklar için Şekil 4.5 de gösterilmektedir.

Plastik dağıtıcı çubuklar kullanılarak hazırlanan sonik kristal yapının maksimum odaklama frekans değeri, akustik eksen üzerinde $l = 33.6$ cm mesafede $f = 8900$ Hz olarak bulunmuştur (bakınız Şekil 4.3). Akustik eksen ölçümleri, 8500 Hz - 10200 Hz frekans değerleri arasında 100 Hz artış ile alınmıştır. Grafiğin daha anlaşılır olması için 200 Hz’lik frekans adımları ile alınan ölçümler grafiğe geçirilmiştir. Şekil 4.3’den görüldüğü üzere 8700 Hz, 9100 Hz ve 9300 Hz frekans değerlerinde de birbirine yakın şiddette bir odaklamanın olduğu anlaşılmaktadır.



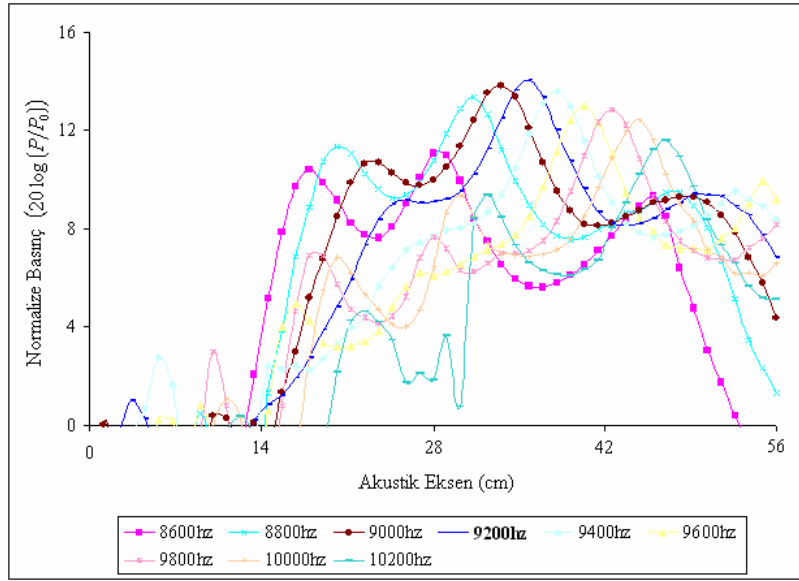
Şekil 4.3. Plastik dağıtıcı çubuklar kullanılarak hazırlanan eşkenar üçgen örgü geometrisindeki sonik kristal yapının akustik eksen ölçüm sonuçları (Maksimum odaklama frekansı $f = 8900$ Hz)

Alüminyum dağıtıcı çubuklar kullanılarak hazırlanmış olan sonik kristal yapının maksimum odaklama frekans değeri, akustik eksen üzerinde $l = 29.1$ cm mesafede $f = 8700$ Hz olarak bulunmuştur (bakınız Şekil 4.4). Akustik eksen ölçümleri, yukarıda bahsedilen frekans aralığında gerçekleştirilmiş olup grafiğin daha anlaşılır olması için 200 Hz'lik frekans adımları ile alınan ölçümler grafiğe geçirilmiştir. Burada, Şekil 4.4'den görüldüğü üzere 8900 Hz, 9100 Hz ve 9300 Hz frekans değerleri içinde birbirine yakın şiddette bir odaklamanın olduğu anlaşılmaktadır.



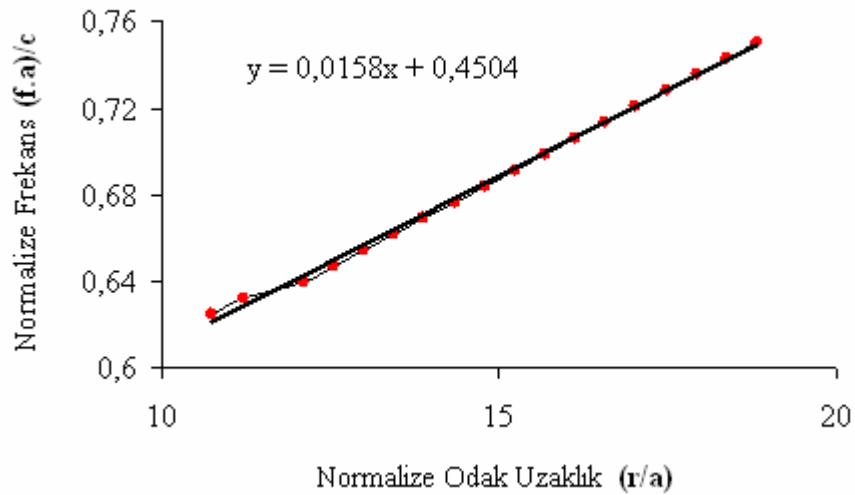
Şekil 4.4. Alüminyum dağıtıcı çubuklar kullanılarak hazırlanan eşkenar üçgen örgü geometrisindeki sonik kristal yapının akustik eksen ölçüm sonuçları (Maksimum odaklama frekansı $f = 8700$ Hz)

Çelik dağıtıcı çubuklar kullanılarak hazırlanmış olan sonik kristal yapının maksimum odaklama frekans değeri ise, akustik eksen üzerinde $l = 34.7$ cm mesafede $f = 9200$ Hz olarak bulunmuştur (bakınız Şekil 4.5). Benzer şekilde, grafiğin daha anlaşılır olması için 8600 Hz değerinden başlayan ve 200 Hz'lik frekans adımları ile alınan ölçümler grafiğe geçirilmiştir. Şekil 4.5'den görüldüğü üzere 8800 Hz, 9000 Hz ve 9400 Hz değerleri içinde yaklaşık olarak birbirine yakın şiddette bir odaklamanın olduğu anlaşılmaktadır.



Şekil 4.5. Çelik dağıtıcı çubuklar kullanılarak hazırlanan eşkenar üçgen örgü geometrisindeki sonik kristal yapının akustik eksen ölçüm sonuçları (Maksimum odaklama frekansı $f = 9200$ Hz)

Her yoğunluk için akustik eksen ölçümleri incelendiğinde, akustik dalganın frekansı arttıkça, odak noktasının kristalden uzaklaştığı tespit edilmiştir. Bu durum Şekil 4.6'da net olarak görülebilmektedir.



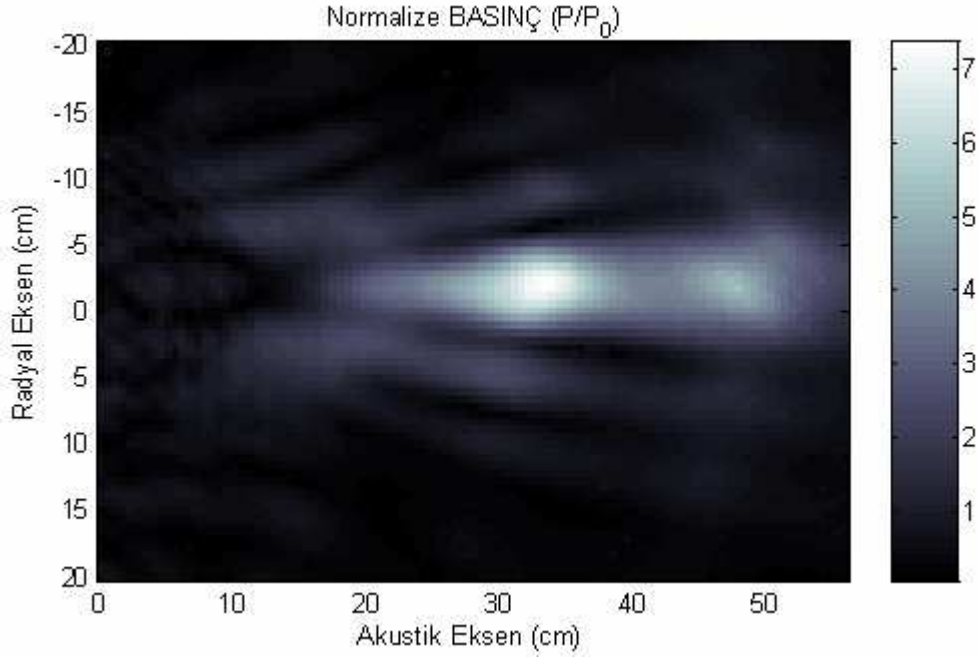
Şekil 4.6. Üç farklı yoğunluğa sahip eşkenar üçgen kristal geometrisindeki sonik kristal yapının normalize frekans-odak uzaklığı grafiği

Şekil 4.6, odak noktası yerinin akustik dalganın frekansına bağımlı olduğunu göstermektedir. Bu bağımlılık, etkin kırılma indisinin frekansa bağımlı olmasının bir sonucudur ($n = -|k|c/w$). Artan frekans değeri için negatif kırılma indisinin mutlak değeri azalmaktadır. Bu durum Denklem 2.71'nin bir sonucu olarak odak noktasının kristalden uzaklaşmasını gerektirmektedir. Akustik eksen ölçümlerinde bu durum açık bir şekilde gözlenmiştir.

4.2.2. İki Boyutlu (Akustik Eksen-Radyal Eksen) Ölçüm Sonuçları

Eşkenar üçgen geometrisindeki sonik kristal yapının, akustik eksen ölçüm sonuçlarına göre tespit edilmiş olan maksimum odaklama frekans değerlerinde yapılan iki boyutlu ölçüm sonuçları, plastik dağıtıcı çubuklar için Şekil 4.7'de, alüminyum dağıtıcı çubuklar için Şekil 4.8'de ve çelik dağıtıcı çubuklar için Şekil 4.9'da gösterilmektedir.

Şekil 4.7'de verilmiş olan, maksimum odak frekansı $f = 8900$ Hz için yapılan iki boyutlu ölçümlerde, hoparlör tarafından üretilen ses dalgaları plastik dağıtıcı çubuklar kullanılarak hazırlanmış eşkenar üçgen geometrisine sahip sonik kristal yapı içerisinde bir dizi kırılma ve girişim olayına maruz kalmaktadır. Negatif kırılma olayının gerçekleştiği bu durumda, akustik eksen üzerindeki $l = 33.6$ cm mesafede sonik kristal yapı içerisinden çıkan bu dalga gruplarının üst üste binmesi sonucunda net bir odaklamanın meydana geldiği gözlenmiştir. Maksimum odaklamanın gözlendiği $f = 8900$ Hz frekans değeri için, plastik dağıtıcılı eşkenar üçgen geometrisine sahip sonik kristal yapının negatif kırılma indisi değeri Denklem 4.1 ile verilmiş olan $n = -d/(D_3 - d)$ bağıntısına göre hesaplandığında $n = -0.64$ olarak bulunur. Burada, $D_3 = D_1 + d + l$ olarak tanımlanmış olup, d eşkenar üçgen geometrisine sahip sonik kristal bloğun kalınlığını ($d = 30$ cm), D_1 akustik kaynak olarak kullanılan hoparlörün sonik kristal yapıya olan uzaklığını ($D_1 = 13$ cm) ve l ise odaklamanın meydana geldiği noktanın akustik eksen üzerindeki uzaklığını göstermektedir ($l = 33.6$ cm). Kırılma indisi değerinin $n = -0.64$ olarak hesaplanmış olması plastik dağıtıcılar kullanılarak hazırlanmış olan eşkenar üçgen geometrisindeki sonik kristal yapının negatif kırılma olayı gösterebilme özelliğine sahip olduğunu açık bir şekilde ortaya koymaktadır.

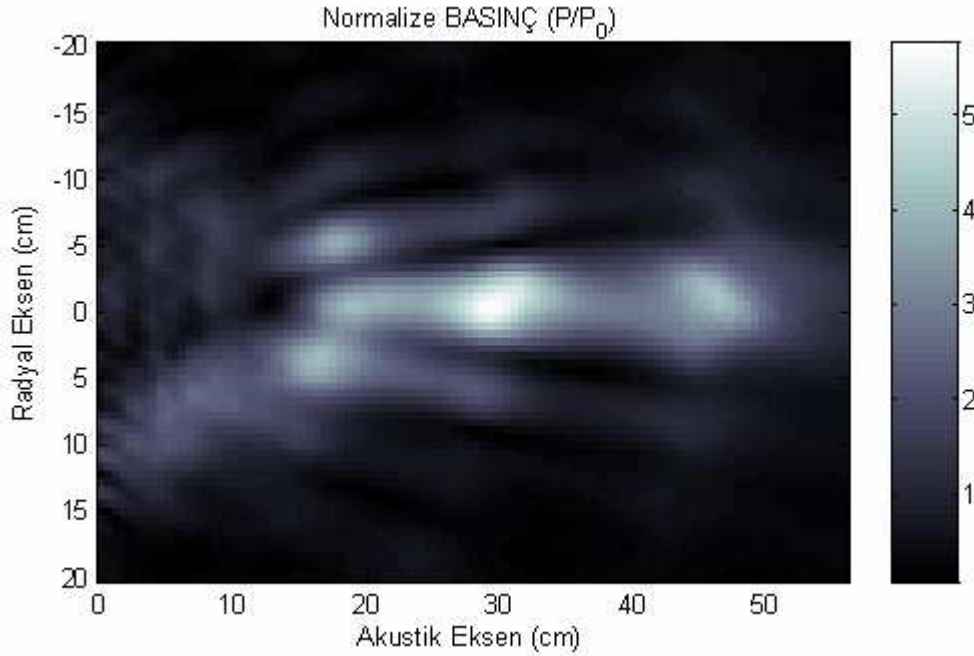


Şekil 4.7. Plastik dağıtıcı çubuklar kullanılarak hazırlanmış eşkenar üçgen kristal geometrisine sahip sonik kristal yapının $f = 8900$ Hz frekans değeri için odaklanmanın olduğu basınç alanının iki boyutlu ölçüm sonucunu gösteren basınç şiddeti grafiği

Şekil 4.8’de, alüminyum dağıtıcı çubuklar kullanılarak hazırlanmış eşkenar üçgen geometrisindeki sonik kristal yapının $f = 8700$ Hz frekans değeri için yapılan iki boyutlu ölçüm sonucu gösterilmiştir. Negatif kırılma olayının baskın olduğu bu durum için, akustik eksen üzerinde $l = 29.1$ cm mesafede net bir odaklanmanın meydana geldiği gözlenmiştir. Bu ise, eşkenar üçgen geometrisine sahip sonik kristal yapıda akustik eksen boyunca odak noktasının kristale olan uzaklığının, akustik dalganın frekansına bağlı olduğunu ortaya koymuştur. Bu durum akustik eksen ölçüm sonucu grafiklerinde de açık bir şekilde görülmektedir. Yani, odaklama frekansı 8900 Hz değerinden 8700 Hz değerine değiştirildiğinde, odak noktası sonik kristal yapıya doğru yaklaşmaktadır.

Alüminyum dağıtıcı çubuklar kullanılarak hazırlanan eşkenar üçgen geometrisine sahip sonik kristal bloğun kalınlığını $d = 30$ cm, akustik kaynak olarak kullanılan hoparlörün sonik kristal yapıya olan uzaklığını $D_1 = 13$ cm ve odaklanmanın meydana geldiği noktanın akustik eksen üzerindeki uzaklığını $l = 29.1$ cm olarak odaklanmanın gözlemlendiği $f = 8700$ Hz frekans değeri için negatif kırılma indisi değeri Denklem 4.1 eşitliğine göre hesaplandığında, $n = -0.71$ olarak bulunur. Bu ise,

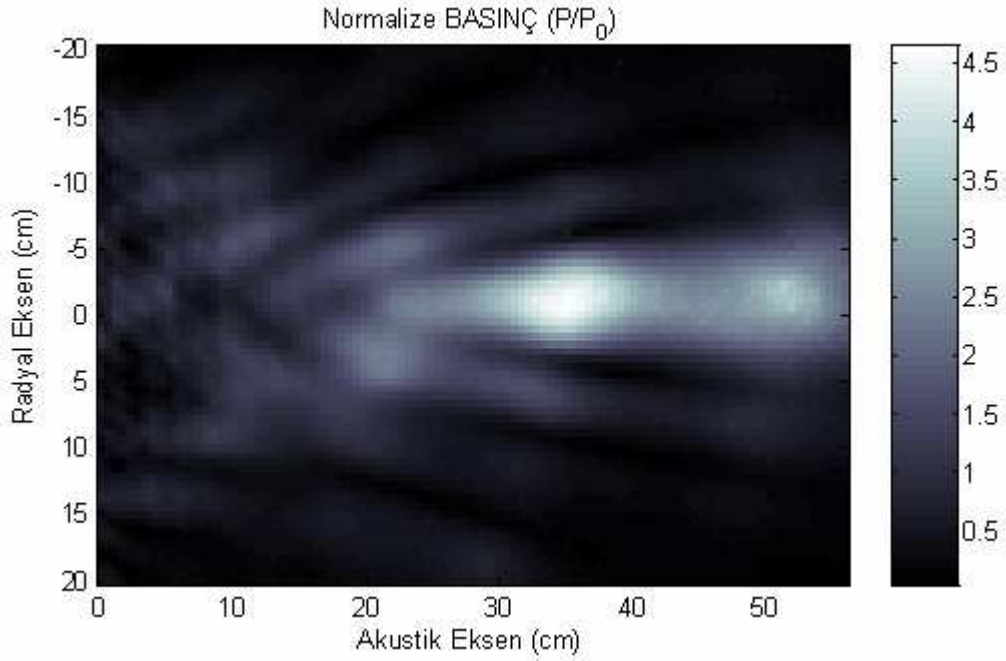
alüminyum dağıtıcı eşkenar üçgen sonik kristal yapının negatif kırılma olayı gösterebilme özelliğine sahip olduğunu açık bir şekilde ortaya koymaktadır.



Şekil 4.8. Alüminyum dağıtıcı çubuklar kullanılarak hazırlanmış eşkenar üçgen kristal geometrisine sahip sonik kristal yapının $f = 8700$ Hz frekans değeri için odaklanmanın olduğu basınç alanının iki boyutlu ölçüm sonucunu gösteren basınç şiddeti grafiği

Çelik dağıtıcı çubuklar kullanılarak hazırlanmış eşkenar üçgen geometrisindeki sonik kristal yapının $f = 9200$ Hz frekans değeri için yapılan iki boyutlu ölçüm sonucu Şekil 4.9’da gösterilmektedir. Negatif kırılma olayının baskın olduğu bu durum içinde, akustik eksen üzerinde $l = 34.7$ cm mesafede net bir odaklanmanın meydana geldiği gözlenmiştir. Bununla birlikte, odaklama frekansının 8900 Hz değerinden 9200 Hz değerine yükselmesi sonucunda odaklama noktasının eşkenar üçgen sonik kristal yapıya olan uzaklığında da belirgin bir artış olmuştur. Sonuç olarak, eşkenar üçgen geometrisinde hazırlanmış sonik kristal yapının kullanılan dağıtıcı çubukların niteliğine bağlı olmaksızın odak noktasının odak frekansına bağlı olarak değiştiği görülmüştür. Burada, plastik, alüminyum ve çelik dağıtıcı çubuklar kullanılarak hazırlanmış sonik kristal yapıların $f = 8700$ Hz frekans değeri için yapılan iki boyutlu ölçüm sonuçlarından da odak noktasının $l = 29.1$ cm olarak bulunmuş olması, odaklama

mesafesinin dağıtıcı çubukların niteliğine bağlı olmadığını açık bir şekilde ortaya koymuştur.



Şekil 4.9. Çelik dağıtıcı çubuklar kullanılarak hazırlanmış eşkenar üçgen kristal geometrisine sahip sonik kristal yapının $f = 9200$ Hz frekans değeri için odaklamanın olduğu basınç alanının iki boyutlu ölçüm sonucunu gösteren basınç şiddeti grafiği

Odaklamanın gözlendiği $f = 9200$ Hz frekans değeri için negatif kırılma indisi değeri Denklem 4.1 eşitliğine göre, eşkenar üçgen geometrisine sahip sonik kristal bloğun kalınlığını $d = 30$ cm, akustik kaynak olarak kullanılan hoparlörün sonik kristal yapıya olan uzaklığını $D_1 = 13$ cm ve odaklamanın meydana geldiği noktanın akustik eksen üzerindeki uzaklığını $l = 34.7$ cm olarak hesaplandığında $n = -0.62$ olarak bulunur.

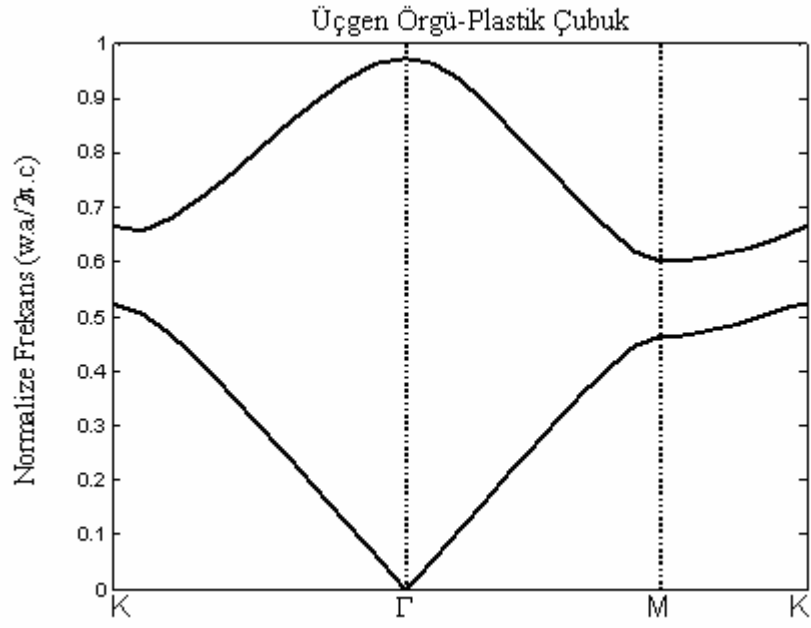
Şekil 4.7, Şekil 4.8 ve Şekil 4.9 ile verilen plastik dağıtıcı, alüminyum dağıtıcı ve çelik dağıtıcı sonik kristal yapılarda eksensel olarak simetrik ve net bir odaklamanın elde edilmiş olması eşkenar üçgen geometrisi şeklindeki kristalografik dizilimin odaklama için uygun bir seçim olduğunu göstermektedir. Bu aşamada en iyi odaklama Şekil 4.7 ile verilen, plastik dağıtıcı çubuklar kullanılarak hazırlanan eşkenar

üçgen geometrisindeki sonik kristal yapının $f = 8900$ Hz frekans değeri için yapılan iki boyutlu ölçüm sonucunda görülmüştür.

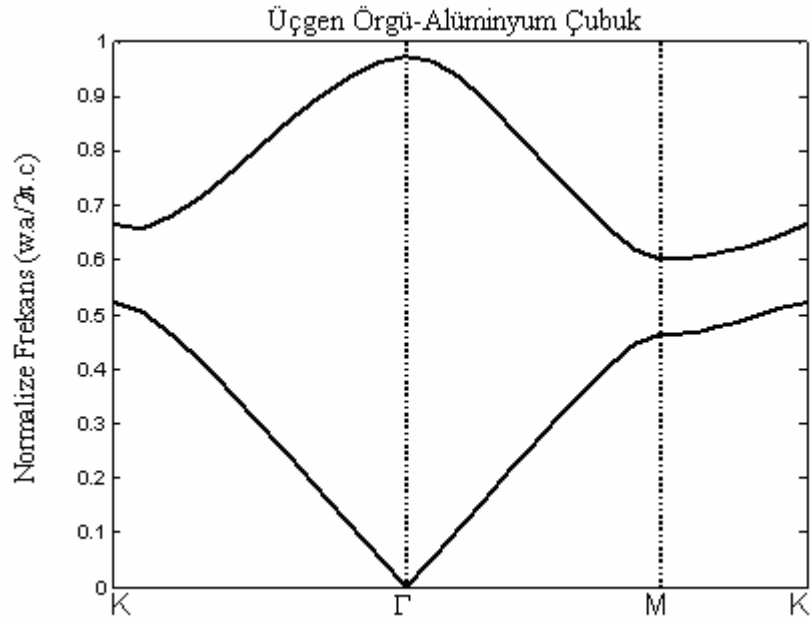
4.2.3. Bant Yapısı ve Eşfrekans Yüzeyi Sonuçları

Eşkenar üçgen geometrisindeki sonik kristal yapının, Denklem 3.9 ile verilmiş olan ses dalgasının homojen olmayan ortamda yayılmasını sağlayan dalga denkleminin PWE metodu kullanılarak çözümü sonucunda elde edilmiş olan bant yapısı grafikleri, plastik dağıtıcı çubuklar için Şekil 4.10'da, alüminyum dağıtıcı çubuklar için Şekil 4.11'de ve çelik dağıtıcı çubuklar için Şekil 4.12'de gösterilmektedir.

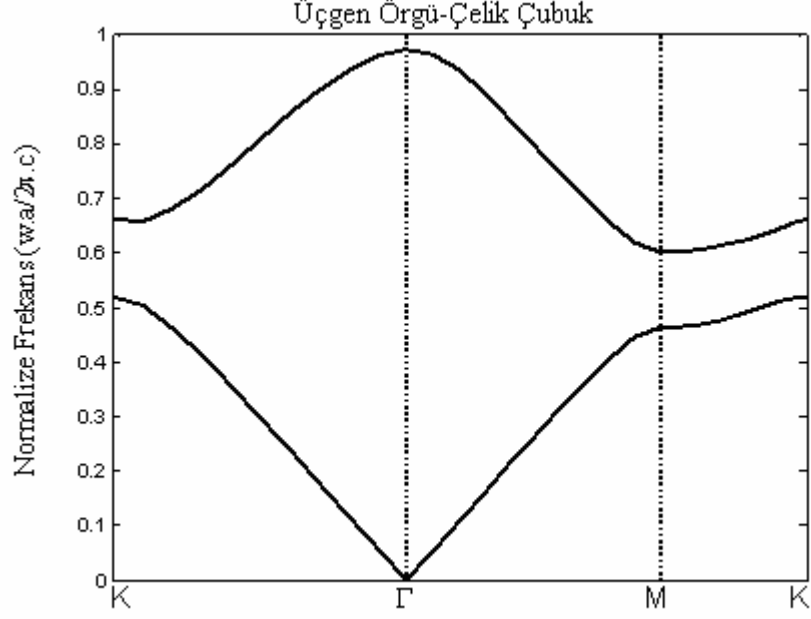
Üç farklı yoğunluğa sahip dağıtıcı çubuklar için PWE metoduyla çizdirilen bant yapısı grafiklerinde, ikinci frekans bandı üzerindeki Γ noktasında simetrik tepelerin görülmesi, yapının bu frekansta ki ses dalgaları için negatif kırılma indisine sahip olduğunu açık bir şekilde ortaya koymaktadır. Bölüm 3'de verildiği üzere, Γ merkez noktasından her iki yöne doğru seçilen \vec{k} dalga vektörleri için grup hızı vektörü $\vec{V}_g = \vec{\nabla}_k w(k)$ zıt yönlü olmaktadır (bakınız Şekil 3.38). Bu durumda, bant yapısı grafiğindeki ikinci bant için Γ merkezinden ΓK ve ΓM yönelimleri doğrultusunda seçilen \vec{k} dalga vektörleri için $\vec{V}_g \cdot \vec{k} < 0$ koşulunun sağlanacağı açık bir şekilde görülmektedir [62]. Aynı zamanda, eşfrekans yüzeylerini gösteren grafiklerde de, Γ merkez noktası etrafında tepe yapısının ortaya çıkması da negatif kırılma indisinin bu frekans bandı içinde etkin olarak görüleceğine işaret etmektedir. Çünkü bu tepe merkezinden seçilecek bütün \vec{k} dalga vektörleri için $\vec{V}_g \cdot \vec{k} < 0$ koşulu sağlanır. Elde edilen sonuçlara göre, kullanılan dağıtıcı çubukların yoğunluğunun değiştirilmesi ile eşkenar üçgen örgüye sahip sonik kristalin bant yapısı ve eşfrekans yüzeyi karakteristiğinin değişmediği görülmüştür.



Şekil 4.10. Plastik dağıtıcı çubuk kullanılarak hazırlanan eşkenar üçgen kristal geometrisine sahip sonik kristal için bant yapısı grafiği



Şekil 4.11. Alüminyum dağıtıcı çubuk kullanılarak hazırlanan eşkenar üçgen kristal geometrisine sahip sonik kristal için bant yapısı grafiği



Şekil 4.12. Çelik dağıtıcı çubuk kullanılarak hazırlanan eşkenar üçgen kristal geometrisine sahip sonik kristal için bant yapısı grafiği

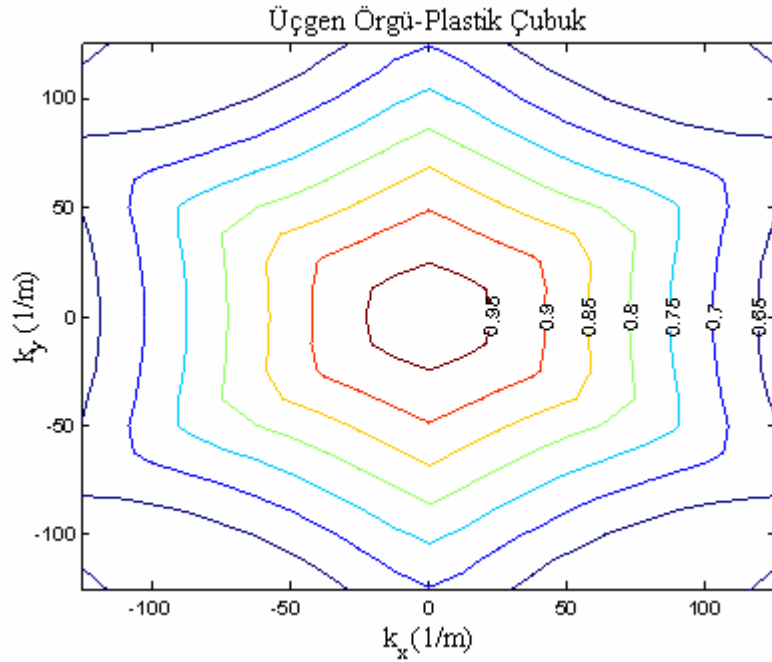
Eşkenar üçgen kristal geometrisine sahip sonik kristal yapının, Şekil 4.10, Şekil 4.11 ve Şekil 4.12’de verilen bant yapısı karakteristiğini gösteren grafiklerde ikinci bant kullanılarak, negatif kırılma indisi ve odaklama özelliği gösterebileceği olası frekans bölgeleri Denklem 3.22 eşitliği yardımı ile hesaplanıp Çizelge 4.3’de verilmiştir. Maksimum odaklama frekansının tespiti için yapılmış olan akustik eksen ölçümlerinde elde edilen odak frekansı değerleri de Çizelge 4.3’de verilmiş olan negatif kırılma indisinin görülebileceği frekans bölgesi aralığı içerisindedir.

Çizelge 4.3. Bant yapısı karakteristiklerine göre eşkenar üçgen geometrisindeki sonik kristal yapı için negatif kırılma indisinin görülmesi beklenen frekans bölgeleri

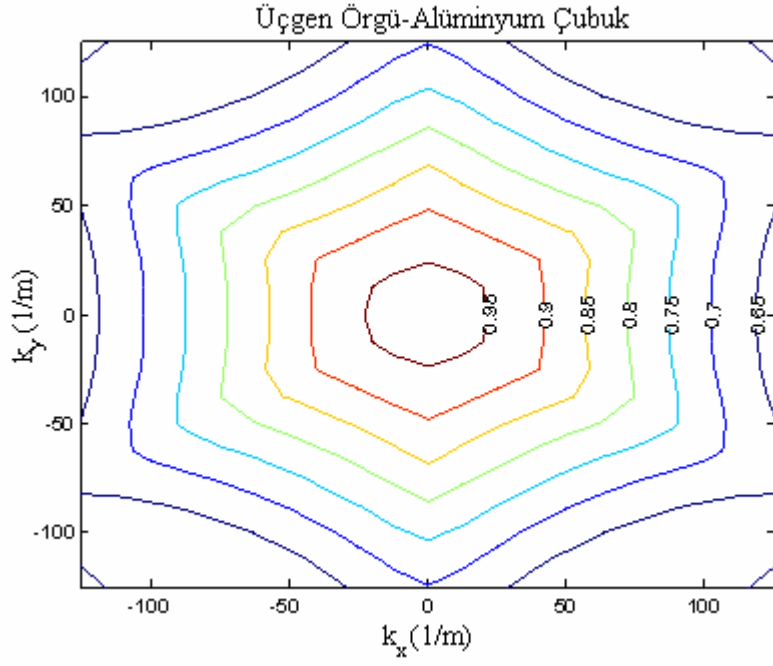
Örgü Geometrisi	Dağıtıcı Çubuk	Negatif Kırılma İndisinin Görülebileceği Frekans Bölgeleri	Maksimum Odaklama Frekans Değeri
Eşkenar Üçgen	Plastik	8450 -13000 Hz	8900 Hz
	Alüminyum	8450 -13000 Hz	8700 Hz
	Çelik	8450 -13000 Hz	9200 Hz

Eşkenar üçgen kristal geometrisine sahip sonik kristal yapının ikinci frekans bandına ait eşfrekans yüzeyi grafikleri, plastik dağıtıcı çubuk için Şekil 4.13’de, alüminyum dağıtıcı çubuk için Şekil 4.14’de ve çelik dağıtıcı çubuk için Şekil 4.15’de verilmiştir. Bant yapısı grafiğinde olduğu gibi, her bir eşfrekans yüzeyi grafiğinin üzerinde gösterilen ilgili frekans değerleri $w.a/2\pi.c = f.(c/a)$ şeklinde normalize edilerek çizilmiştir.

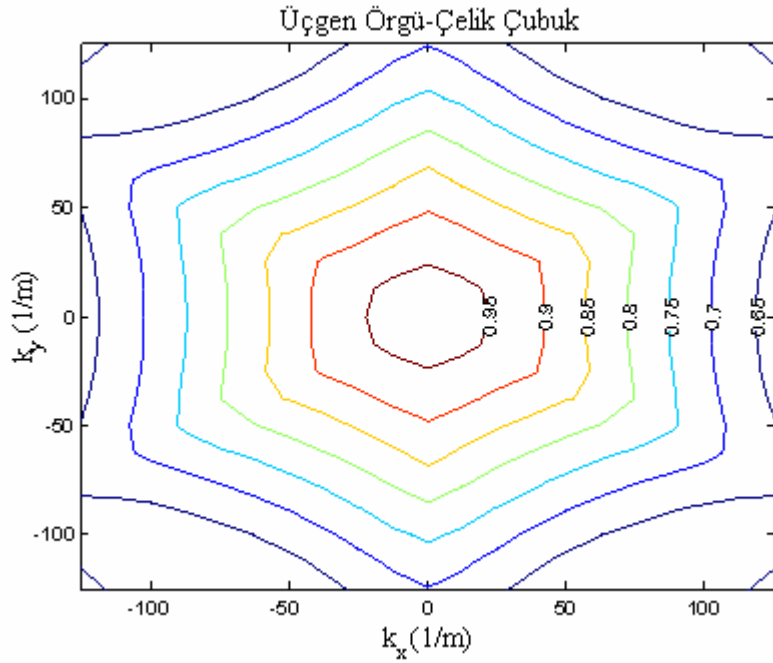
Eşkenar üçgen kristal geometrisindeki sonik kristal yapının üç farklı yoğunluk değerine sahip dağıtıcı çubuklar için çizdirilmiş olan eşfrekans yüzeyi grafiklerinden, Γ merkez noktası etrafında tepe karakteristiği oluşturması negatif kırılma indisinin ve dolayısıyla odaklamanın bu frekans bandı aralığı içerisinde görülebileceğini açık bir şekilde işaret etmektedir. Çünkü, tepe merkezinden seçilecek bütün \vec{k} dalga vektörleri için $\vec{V}_g \cdot \vec{k} < 0$ koşulu sağlanır.



Şekil 4.13. Plastik dağıtıcı çubuklara sahip eşkenar üçgen kristal geometrisindeki sonik kristal yapının eşfrekans (EFS) yüzeyi kontur eğrileri



Şekil 4.14. Alüminyum dağıtıcı çubuklara sahip eşkenar üçgen kristal geometrisindeki sonik kristal yapının eşfrekans (EFS) yüzeyi kontur eğrileri



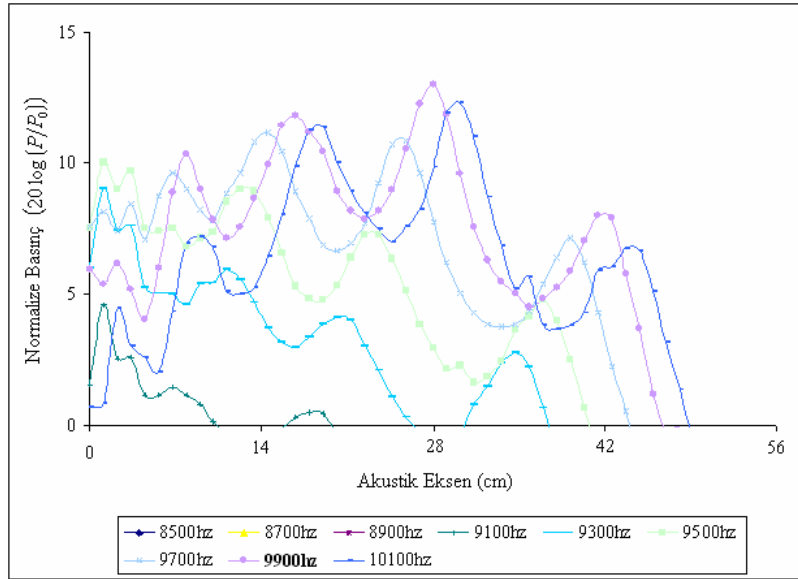
Şekil 4.15. Çelik dağıtıcı çubuklara sahip eşkenar üçgen kristal geometrisindeki sonik kristal yapının eşfrekans (EFS) yüzeyi kontur eğrileri

4.3. Kare Örgü Geometrisine Sahip Sonik Kristal İçin Deneysel Sonuçlar

4.3.1. Akustik Eksen Ölçüm Sonuçları

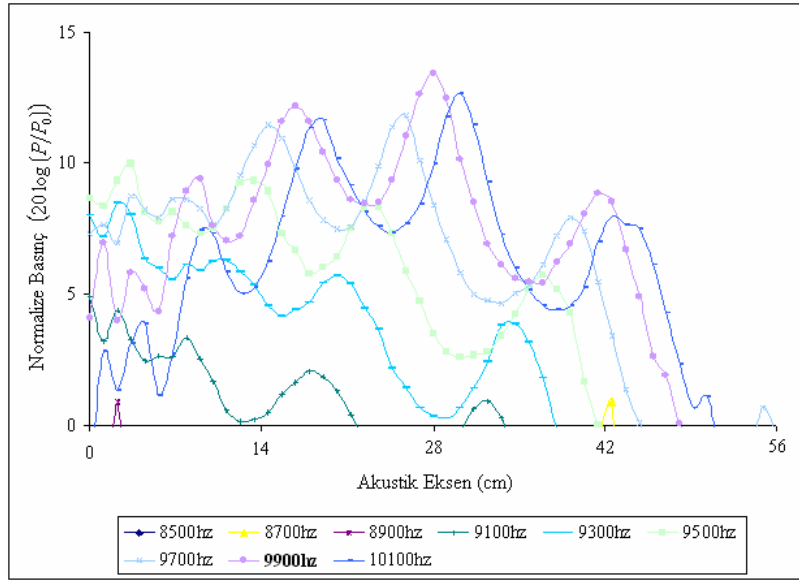
Kare örgü geometrisindeki sonik kristal yapının, maksimum odaklama frekans değerinin tespit edilmesi için gerçekleştirilen akustik eksen ölçümleri plastik dağıtıcı çubuklar için Şekil 4.16’da, alüminyum dağıtıcı çubuklar için Şekil 4.17’de ve çelik dağıtıcı çubuklar için Şekil 4.18’de gösterilmektedir.

Plastik dağıtıcı çubuklar kullanılarak hazırlanan sonik kristal yapının maksimum odaklama frekans değeri, Şekil 4.16’da gösterildiği üzere, akustik eksen üzerinde $l = 28$ cm mesafede $f = 9900$ Hz olarak bulunmuştur. Akustik eksen ölçümleri, 8500 Hz - 10200 Hz frekans değerleri arasında 100 Hz artış ile alınmıştır. Grafiğin daha anlaşılır olması için 200 Hz’lik frekans adımları ile alınan ölçümler grafiğe geçirilmiştir. Şekil 4.16’dan da anlaşılacağı gibi, $f = 9900$ Hz maksimum odaklama frekans değeriyle birlikte 10100 Hz frekans değeri içinde birbirine yakın şiddette bir odaklamanın olduğu tespit edilmiştir.



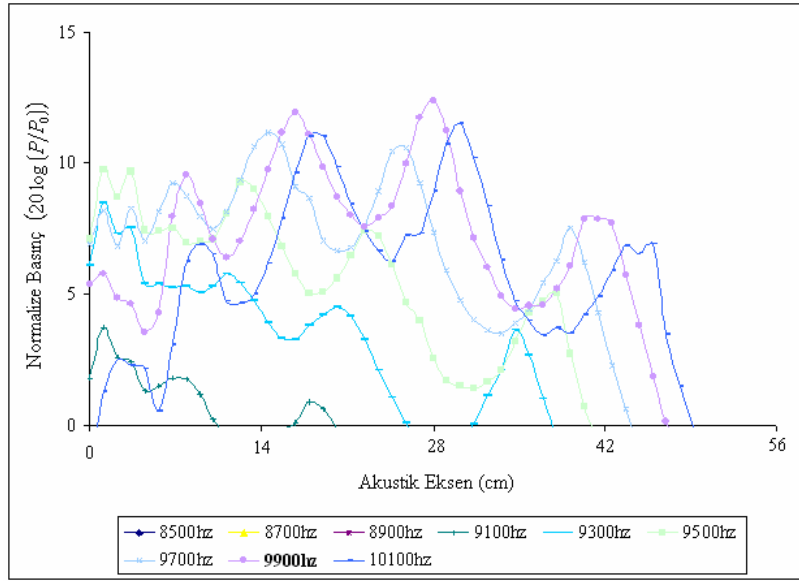
Şekil 4.16. Plastik dağıtıcı çubuk kullanılarak hazırlanan kare örgü geometrisindeki sonik kristal yapının akustik eksen ölçüm sonuçları (Maksimum odaklama frekansı $f = 9900$ Hz)

Alüminyum dağıtıcı çubuklar kullanılarak hazırlanmış olan sonik kristal yapının maksimum odaklama frekans değeri, akustik eksen üzerinde $l = 28$ cm mesafede $f = 9900$ Hz olarak bulunmuştur (bakınız Şekil 4.17). Akustik eksen ölçümleri, yukarıda bahsedilen frekans aralığında gerçekleştirilmiş olup grafiğin daha anlaşılır olması için 200 Hz'lik frekans adımları ile alınan ölçümler grafiğe geçirilmiştir. Burada, Şekil 4.17'de görüldüğü üzere 10100 Hz frekans değeri içinde benzer şiddete sahip bir odaklamanın olduğu anlaşılmaktadır.



Şekil 4.17. Alüminyum dağıtıcı çubuk kullanılarak hazırlanan kare örgü geometrisindeki sonik kristal yapının akustik eksen ölçüm sonuçları (Maksimum odaklama frekansı $f = 9900$ Hz)

Çelik dağıtıcı çubuklar kullanılarak hazırlanmış olan sonik kristal yapının maksimum odaklama frekans değeri ise, akustik eksen üzerinde $l = 28$ cm mesafede $f = 9900$ Hz olarak bulunmuştur (bakınız Şekil 4.18). Benzer şekilde, grafiğin daha anlaşılır olması için 200 Hz'lik frekans adımları ile alınan ölçümler grafik geçirilmiştir. Şekil 4.18'den görüldüğü üzere 10100 Hz frekans değeri içinde benzer şiddete sahip bir odaklamanın olduğu anlaşılmaktadır.



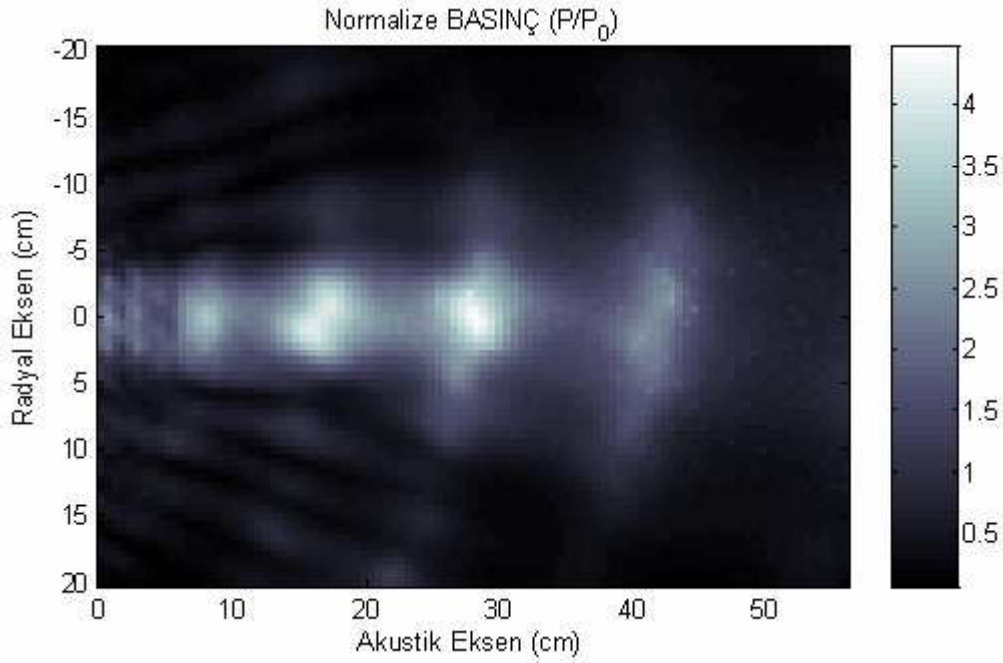
Şekil 4.18. Çelik dağıtıcı çubuk kullanılarak hazırlanan kare örgü geometrisindeki sonik kristal yapının akustik eksen ölçüm sonuçları (Maksimum odaklama frekansı $f = 9900$ Hz)

4.3.2. İki Boyutlu (Akustik-Radyal Eksen) Ölçüm Sonuçları

Kare örgü geometrisindeki sonik kristal yapının, akustik eksen ölçüm sonuçlarına göre tespit edilmiş olan maksimum odaklama frekans değerinde yapılan iki boyutlu ölçüm sonuçları, plastik dağıtıcı çubuk için Şekil 4.19’da, alüminyum dağıtıcı çubuk için Şekil 4.20’de ve çelik dağıtıcı çubuk için Şekil 4.21’de gösterilmektedir.

Şekil 4.19’da verilmiş olan, $f = 9900$ Hz maksimum odak frekansı için yapılan iki boyutlu ölçümlerde, hoparlör tarafından üretilen ses dalgaları plastik dağıtıcı çubuklar kullanılarak hazırlanmış kare örgü kristal geometrisine sahip sonik kristal yapı içerisinde bir dizi kırılma ve girişim olayına maruz kalmaktadır. Negatif kırılma olayının gerçekleştiği bu durumda, akustik eksen üzerinde $l = 28$ cm mesafede sonik kristal yapı içerisinden çıkan bu dalga gruplarının üst üste binmesi sonucunda bir odaklamanın meydana geldiği gözlenmiştir. Odaklamanın gözlemlendiği $f = 9900$ Hz frekans değeri için, plastik dağıtıcılı kare örgü geometrisine sahip sonik kristal yapının negatif kırılma indisi değeri Denklem 4.1 ile verilmiş olan $n = -d/(D_3 - d)$ bağıntısına göre hesaplandığında $n = -0.84$ olarak bulunur. Burada, $d = 34.5$ cm olup kare örgü geometrisine sahip sonik kristal bloğun kalınlığını, $D_1 = 13$ cm olup akustik kaynak olarak kullanılan hoparlörün sonik kristal yapıya olan uzaklığını ve $l = 28$ cm

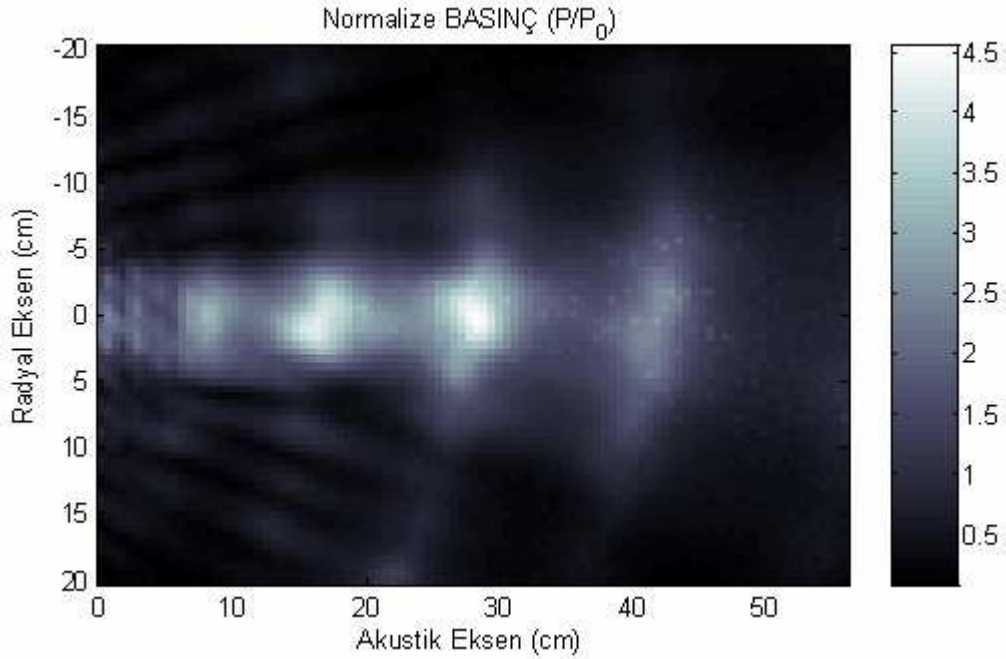
olup odaklamanın meydana geldiği noktanın akustik eksen üzerindeki uzaklığını göstermektedir. Kırılma indisi değerinin $n = -0.84$ olarak hesaplanmış olması, plastik dağıtıcılar kullanılarak hazırlanmış olan kare örgü geometrisine sahip sonik kristal yapının da negatif kırılma olayı gösterebilme özelliğine sahip olduğunu ve dolayısıyla bir odaklamanın olabileceğini ortaya koymaktadır.



Şekil 4.19. Plastik dağıtıcı çubuklar kullanılarak hazırlanmış kare örgü geometrisine sahip sonik kristal yapının $f = 9900$ Hz frekans değeri için odaklamanın olduğu basınç alanının iki boyutlu ölçüm sonucu gösteren basınç şiddeti grafiği

Şekil 4.20’de, alüminyum dağıtıcı çubuklar kullanılarak hazırlanmış kare örgü geometrisindeki sonik kristal yapının $f = 9900$ Hz frekans değeri için yapılan iki boyutlu ölçüm sonucu gösterilmiştir. Yapılmış olan ölçüm sonucundan, Şekil 4.19’da verilmiş olan plastik dağıtıcı çubuklar kullanılarak yapılan iki boyutlu ölçüm sonucu ile hemen hemen aynı basınç haritası grafiğine sahip olduğu görülmüştür. Bu ise, alüminyum dağıtıcı çubuğun bu geometri için kullanılmasının odaklamaya fazla bir katkısının olmadığını ortaya koymaktadır. Negatif kırılma olayının baskın olduğu bu durum içinde, akustik eksen üzerinde $l = 28$ cm mesafede belirli bir düzeyde odaklamanın meydana geldiği gözlenmiştir.

Alüminyum dağıtıcı çubuklar kullanılarak hazırlanan kare örgü geometrisindeki sonik kristal yapı içinde negatif kırılma indisi değeri Denklem 4.1 eşitliğine göre, $d = 34.5$ cm, $D_1 = 13$ cm ve $l = 28$ cm olarak alınıp hesaplandığında $n = -0.84$ olarak bulunur. Bu ise, plastik dağıtıcı çubuklar kullanılarak hazırlanan kare örgü geometrisine sahip sonik kristal yapının negatif kırılma indisi değeri ile aynıdır.

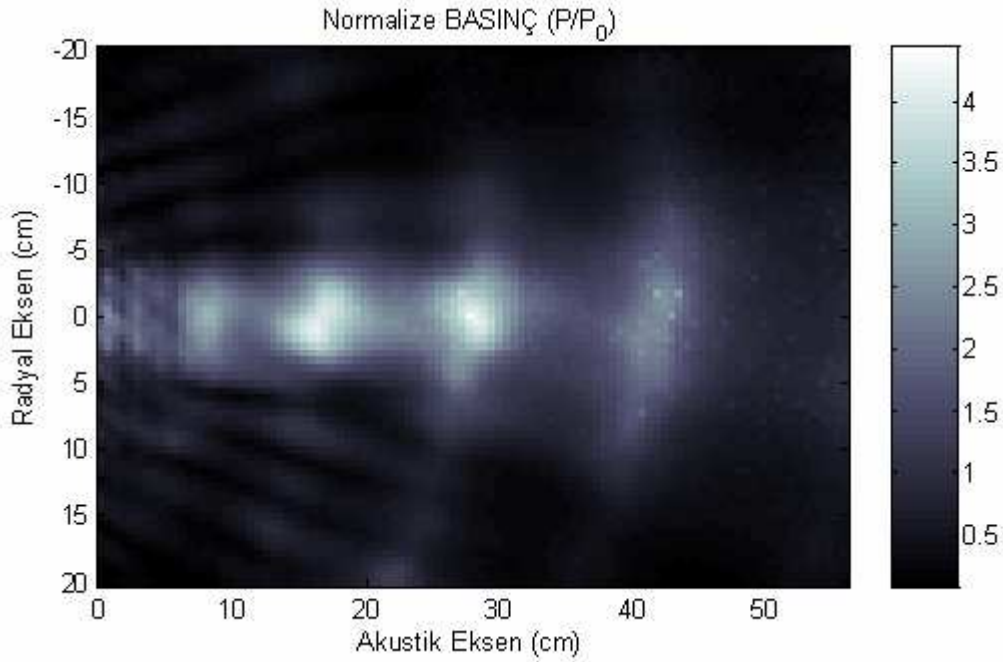


Şekil 4.20. Alüminyum dağıtıcı çubuklar kullanılarak hazırlanmış kare örgü geometrisine sahip sonik kristal yapının $f = 9900$ Hz frekans değeri için odaklamanın olduğu basınç alanının iki boyutlu ölçüm sonucunu gösteren basınç şiddeti grafiği

Çelik dağıtıcı çubuklar ile hazırlanan kare örgü geometrisindeki sonik kristal yapının $f = 9900$ Hz frekans değeri için yapılan iki boyutlu ölçüm sonucu Şekil 4.21’de gösterilmektedir. Burada, akustik eksen üzerinde $l = 28$ cm mesafede belirli bir düzeyde odaklamanın meydana geldiği gözlenmiştir. Bu ölçüm sonucunun, plastik dağıtıcı çubuk için verilen Şekil 4.19 ve alüminyum dağıtıcı çubuk için verilen Şekil 4.20’deki iki boyutlu ölçüm sonuçlarını ile karşılaştırıldığında büyük oranda benzer olduğu görülmüştür. Sonuç olarak, ses dalgaları için kare örgünün iyi sayılabilecek bir odaklayıcı geometri olduğu, bununla birlikte odaklama mesafesinin kullanılan farklı yoğunluklu dağıtıcı çubukların niteliğine bağlı olmadığı ortaya

çıkıştır. Çelik dağıtıcı çubuklar ile hazırlanan kare örgü geometrisindeki sonik kristal içinde negatif kırılma indisi değeri Denklem 4.1 eşitliğine göre hesaplandığında, plastik ve alüminyum dağıtıcı çubuklarda olduğu gibi $n = -0.84$ olarak bulunur.

Şekil 4.19, Şekil 4.20 ve Şekil 4.21’de verilen iki boyutlu ölçüm sonuçlarında, iki farklı odak noktasının ortaya çıktığı görülmüştür. Bu şekilde iki odak noktasının meydana gelmesi, şiddet dağılımındaki bazı bozuklukları ve değişimleri göstermektedir. İki farklı odak noktasının meydana gelmesinin nedeni; hava ve sonik kristal arasındaki empedans uyumsuzluğu sonucunda kaynaktan gelen dalgaların ve sonik kristalden yansıyan dalgaların arasında meydana gelen kırılma veya engelleme durumlarına dayandırılabilir [134, 135].

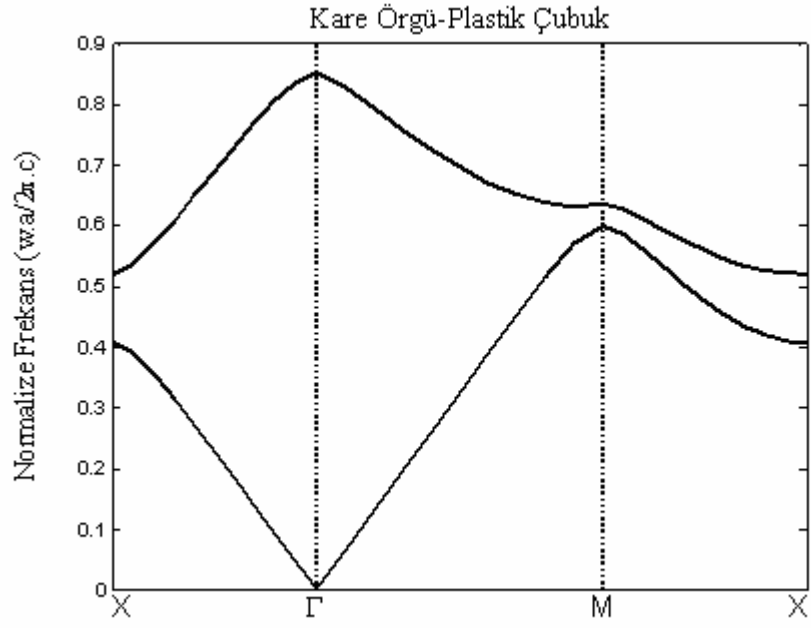


Şekil 4.21. Çelik dağıtıcı çubuklar kullanılarak hazırlanmış kare örgü geometrisine sahip sonik kristal yapının $f = 9900$ Hz frekans değeri için odaklamanın olduğu basınç alanının iki boyutlu ölçüm sonucunu gösteren basınç şiddeti grafiği

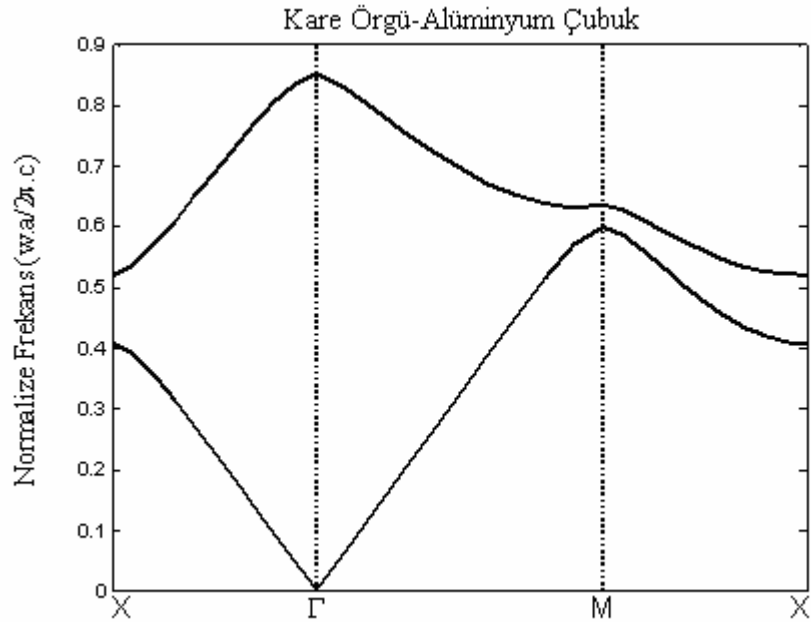
4.3.3. Bant Yapısı ve Eşfrekans Yüzeyi Sonuçları

Kare örgü geometrisindeki sonik kristal yapının, Denklem 3.9 ile verilmiş olan ses dalgasının homojen olmayan ortamda yayılmasını sağlayan dalga denkleminin PWE metodu kullanılarak çözümü sonucunda elde edilmiş olan bant yapısı grafikleri, plastik dağıtıcı çubuklar için Şekil 4.22’de, alüminyum dağıtıcı çubuklar için Şekil 4.23’de ve çelik dağıtıcı çubuklar için Şekil 4.24’de gösterilmektedir.

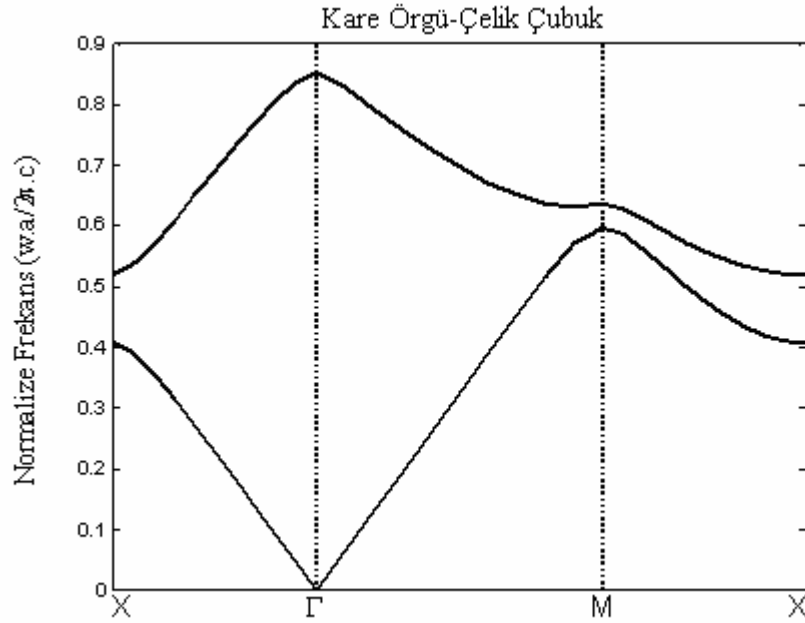
Kare örgü geometrisindeki sonik kristal yapının üç farklı yoğunluğa sahip dağıtıcı çubuklar için PWE metodu kullanılarak çizdirilen bant yapısı grafikleri, ikinci frekans bandı üzerindeki Γ noktasında tepe şeklinde bir karakteristik göstermiştir. Bunun sebebi, yapının bu frekansta ses dalgaları için negatif kırılma indisine sahip olduğunu ortaya koymaktadır. Kare örgünün bant yapısı grafikleri Kısım 4.2.3’de verilen eşkenar üçgen geometrisine sahip sonik kristal yapının bant grafikleriyle karşılaştırılması ile şu sonuca varabiliriz. Üçgen örgüde birinci bandın minimum noktası ile ikinci bandın maksimum noktası arasındaki mesafe kare örgüde daha da azalmıştır. Bu sonuç; yapının negatif kırılma durumunda odaklama özelliğini olumsuz yönde etkileyen bir etken olduğundan, eşkenar üçgen kristal geometrisi kadar net ve iyi bir odaklamanın elde edilememesine neden olmuştur. Bununla birlikte, Γ merkez noktasından her iki yöne doğru seçilen \vec{k} dalga vektörleri için grup hızı vektörü $\vec{V}_g = \vec{\nabla}_k w(k)$ zıt yönlü olacaktır. Yani, ikinci bant için Γ merkezinin sağ tarafındaki ΓM ve sol tarafındaki ΓX yönelimleri doğrultusunda seçilen \vec{k} dalga vektörleri için $\vec{V}_g \cdot \vec{k} < 0$ koşulunun sağlanacağı açıkça görülmektedir. Ayrıca, farklı yoğunluklu dağıtıcı çubukların kullanılması kare örgüye sahip sonik kristalin bant yapısı karakteristiğini değiştirecek önemli bir etkide bulunmadığı görülmüştür.



Şekil 4.22. Plastik dağıtıcı çubuk kullanılarak hazırlanan kare örgü kristal geometrisine sahip sonik kristal için bant yapısı grafiği



Şekil 4.23. Alüminyum dağıtıcı çubuk kullanılarak hazırlanan kare örgü kristal geometrisine sahip sonik kristal için bant yapısı grafiği



Şekil 4.24. Çelik dağıtıcı çubuk kullanılarak hazırlanan kare örgü kristal geometrisine sahip sonik kristal için bant yapısı grafiği

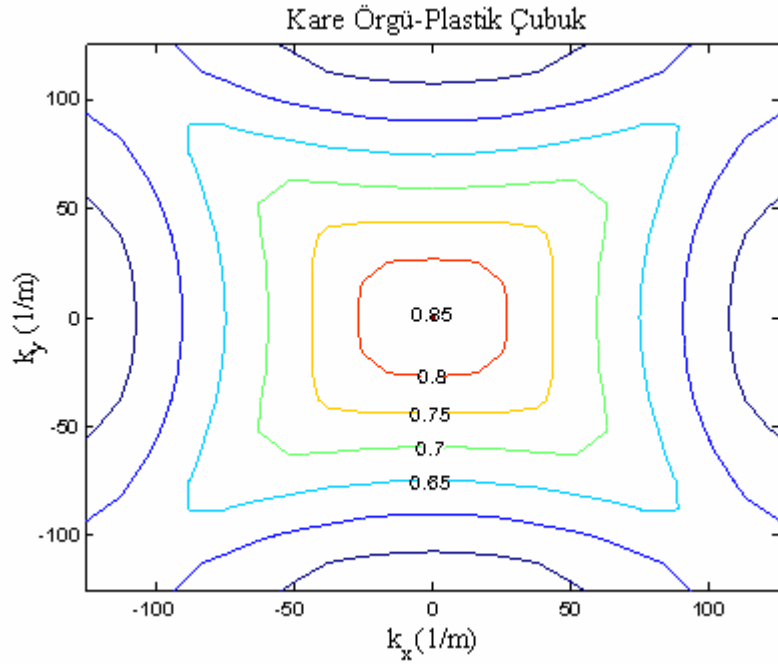
Kare örgü geometrisindeki sonik kristal yapının, Şekil 4.22, Şekil 4.23 ve Şekil 4.24’de verilen bant yapısı karakteristiklerini gösteren grafiklerde ikinci frekans bandı kullanılarak, negatif kırılma indisi ve odaklama özelliği gösterebileceği olası frekans bölgeleri Denklem 3.22 eşitliğine göre hesaplanmıştır. Bu değerler Çizelge 4.4’de verilmiştir. Akustik eksen ölçümlerinde elde edilen odak frekansı değeri Çizelge 4.4’de verilmiş olan negatif kırılma indisinin görülebileceği frekans bölgesi aralığı içerisinde.

Çizelge 4.4. Bant yapısı karakteristiklerine göre kare örgü geometrisindeki sonik kristal yapı için negatif kırılma indisinin görülmesi beklenen frekans bölgeleri

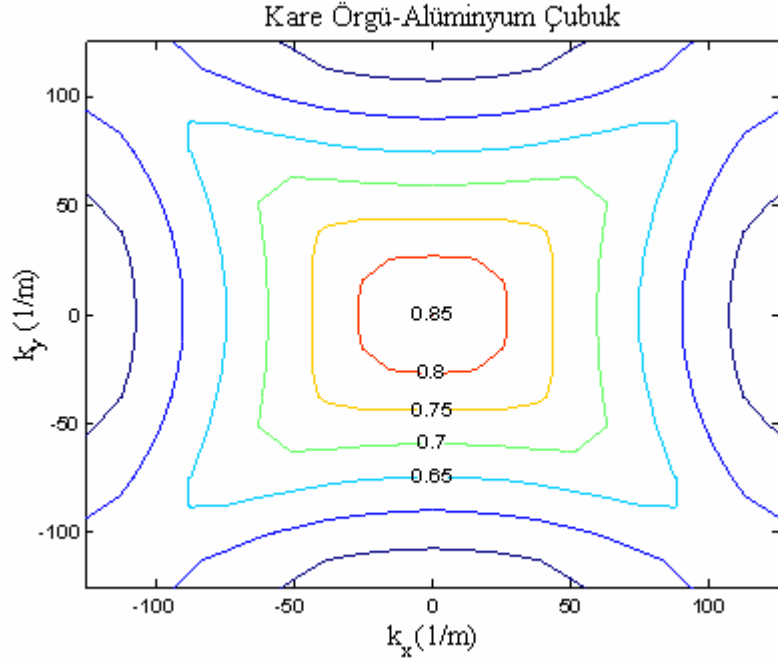
Örgü Geometrisi	Dağıtıcı Çubuk	Negatif Kırılma İndisinin Görülebileceği Frekans Bölgeleri	Maksimum Odaklama Frekans Değeri
Kare	Plastik	7050 -11500 Hz	9900 Hz
	Alüminyum	7050 -11500 Hz	9900 Hz
	Çelik	7050 -11500 Hz	9900 Hz

Kare örgü geometrisine sahip sonik kristal yapının ikinci frekans bandına ait eşfrekans yüzeyi grafikleri, plastik dağıtıcı çubuk için Şekil 4.25’de, alüminyum dağıtıcı çubuk için Şekil 4.26’da ve çelik dağıtıcı çubuk için Şekil 4.27’de gösterilmiştir. Burada, bant yapısı grafiğinde olduğu gibi, her bir eşfrekans yüzeyi grafiğinin üzerinde gösterilen ilgili frekans değerleri $w.a/2\pi.c = f.(c/a)$ şeklinde normalize edilerek çizilmiştir.

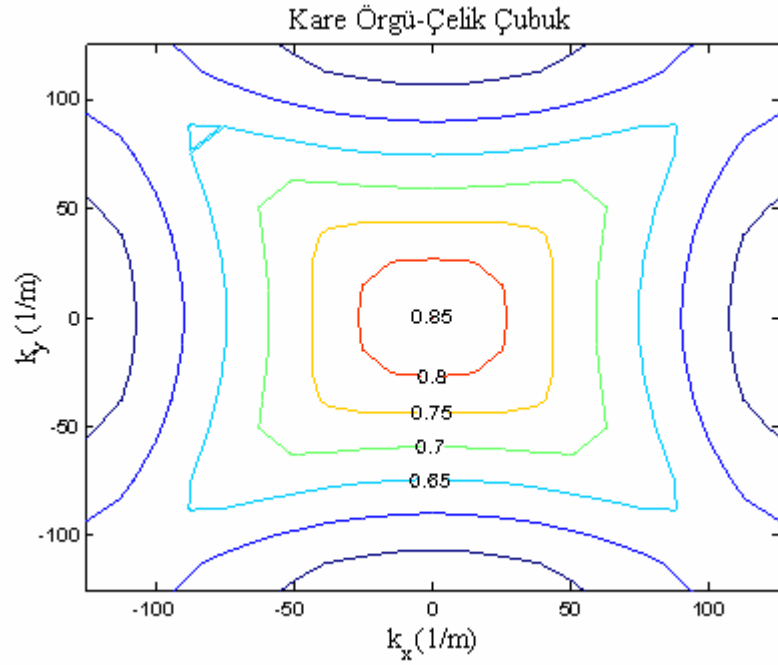
Kare örgü kristal geometrisindeki sonik kristal yapının üç farklı yoğunluk değerine sahip dağıtıcı çubuklar için çizdirilmiş olan eşfrekans yüzeyi grafiklerinden, Γ merkez noktası etrafında tepe karakteristiği oluşturması negatif kırılma indisinin ve dolayısıyla odaklamamanın bu frekans bandı aralığı içerisinde görülebileceğini işaret etmektedir. Çünkü, tepe merkezinden seçilecek bütün \vec{k} dalga vektörleri için $\vec{V}_g \cdot \vec{k} < 0$ koşulu bu durum içinde sağlanmaktadır.



Şekil 4.25. Plastik dağıtıcı çubuklara sahip kare örgü kristal geometrisindeki sonik kristal yapının eşfrekans (EFS) yüzeyi kontur eğrileri



Şekil 4.26. Alüminyum dağıtıcı çubuklara sahip kare örgü kristal geometrisindeki sonik kristal yapının eşfrekans (EFS) yüzeyi kontur eğrileri



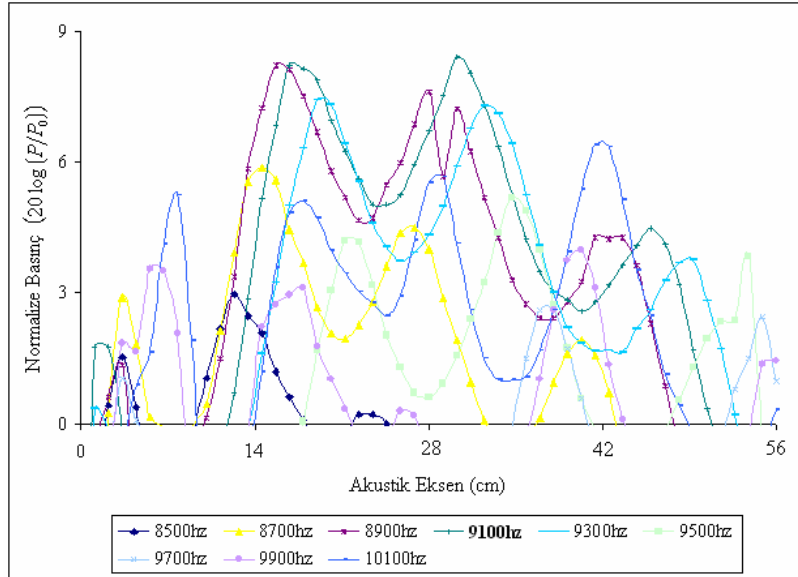
Şekil 4.27. Çelik dağıtıcı çubuklara sahip kare örgü kristal geometrisindeki sonik kristal yapının eşfrekans (EFS) yüzeyi kontur eğrileri

4.4. Bal Peteği Örgü Geometrisindeki Sonik Kristal İçin Deneysel Sonuçlar

4.4.1. Akustik Eksen Ölçüm Sonuçları

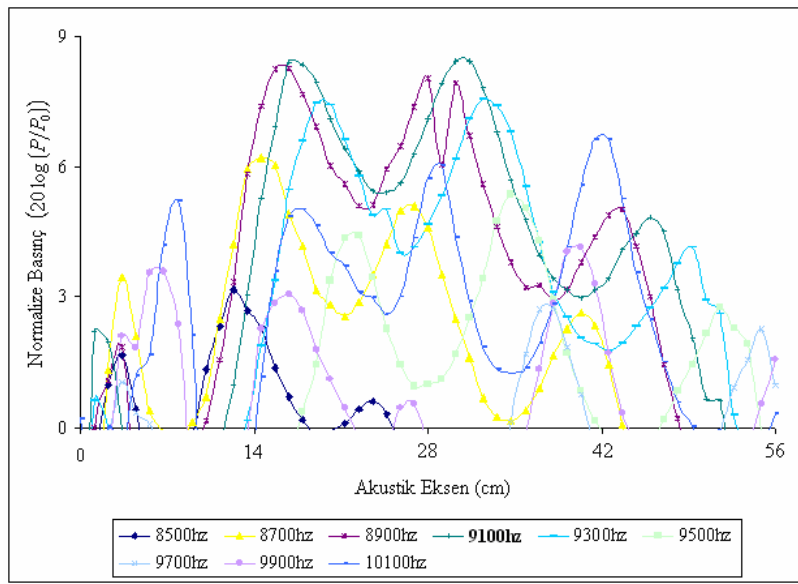
Bal peteği örgü geometrisindeki sonik kristal yapının, maksimum odaklama frekans değerinin tespit edilmesi için gerçekleştirilen akustik eksen ölçümleri plastik dağıtıcı çubuklar için Şekil 4.28’de, alüminyum dağıtıcı çubuklar için Şekil 4.29’da ve çelik dağıtıcı çubuklar için Şekil 4.30’da gösterilmektedir.

Plastik dağıtıcı çubuklar kullanılarak hazırlanan sonik kristal yapının maksimum odaklama frekans değeri, akustik eksen üzerinde $l = 30.8$ cm mesafede $f = 9100$ Hz olarak bulunmuştur (bakınız Şekil 4.28). Akustik eksen ölçümleri, 8500 Hz - 10200 Hz frekans değerleri arasında 100 Hz artış ile alınmıştır. Grafiğin daha anlaşılır olması için 200 Hz’lik frekans adımları ile alınan ölçümler grafiğe geçirilmiştir. Şekil 4.28’den görüldüğü üzere, $f = 9100$ Hz maksimum odak frekans değerleriyle birlikte 8900 Hz frekans değeri içinde birbirine yakın şiddette bir odaklamanın olduğu anlaşılmıştır.



Şekil 4.28. Plastik dağıtıcı çubuk kullanılarak hazırlanan bal peteği örgü geometrisindeki sonik kristal yapının akustik eksen ölçüm sonuçları (Maksimum odaklama frekansı $f = 9100$ Hz)

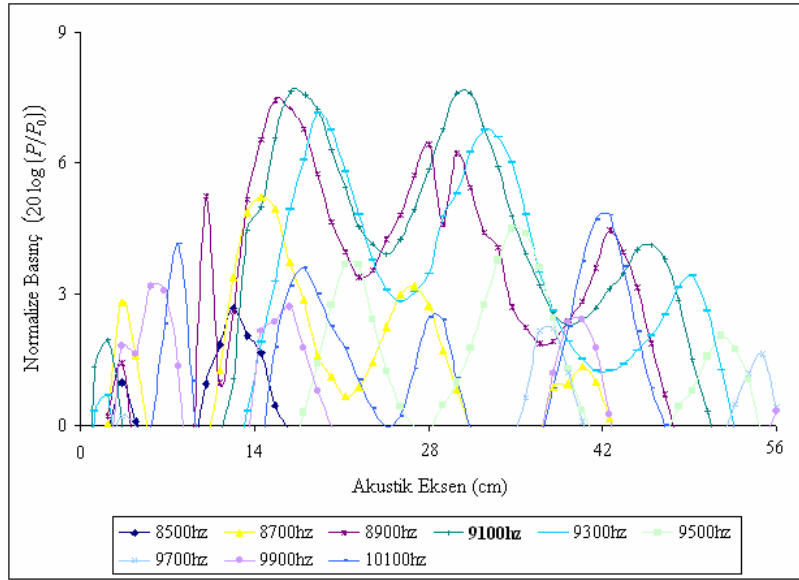
Alüminyum dağıtıcı çubuklar kullanılarak hazırlanmış olan bal peteği örgü geometrisindeki sonik kristal yapının maksimum odaklama frekans değeri Şekil 4.29'da gösterilmiştir. Şekil 4.28'de gösterilen plastik dağıtıcı çubuk kullanılarak yapılan akustik ölçüm sonuçlarına benzer olarak akustik eksen üzerinde $l = 30.8$ cm mesafede $f = 9100$ Hz odaklama frekans değeri bulunmuştur. Burada, grafiğin daha anlaşılır olması için 200 Hz'lik frekans adımları ile alınan ölçümler grafiğe geçirilmiştir. Şekil 4.29'da görüldüğü üzere 8900 Hz frekans değeri içinde benzer şiddette bir odaklamanın olduğu anlaşılmıştır.



Şekil 4.29. Alüminyum dağıtıcı çubuk kullanılarak hazırlanan bal peteği örgü geometrisindeki sonik kristal yapının akustik eksen ölçüm sonuçları (Maksimum odaklama frekansı $f = 9100$ Hz)

Çelik dağıtıcı çubuklar kullanılarak hazırlanmış olan bal peteği örgü geometrisindeki sonik kristal yapının maksimum odaklama frekans değeri Şekil 4.30'da gösterilmiştir. Plastik ve alüminyum dağıtıcı çubuk kullanılarak yapılan akustik ölçüm sonuçlarıyla büyük oranda benzeşen bu ölçümlerde, akustik eksen üzerinde $l = 30.8$ cm mesafede odaklama frekans değeri $f = 9100$ Hz olarak bulunmuştur. Benzer şekilde, grafiğin daha anlaşılır olması için 200 Hz'lik frekans adımları ile alınan ölçümler grafiğe geçirilmiştir. Bu örgü yapısı için, farklı yoğunluklu dağıtıcı çubukların kullanılması ile elde edilen akustik eksen ölçüm sonuçlarının birbirlerine benzer

çıkması, dağıtıcı çubukların türünün odaklama özelliği üzerinde bir katkısının olmadığını açık bir şekilde ortaya koymuştur. Zaten yapılmış olan iki boyutlu ölçümlerde, bant yapısı analizi ve eşfrekans yüzeyi eğrilerinde de bu durum belirgin bir şekilde görülebilmektedir.



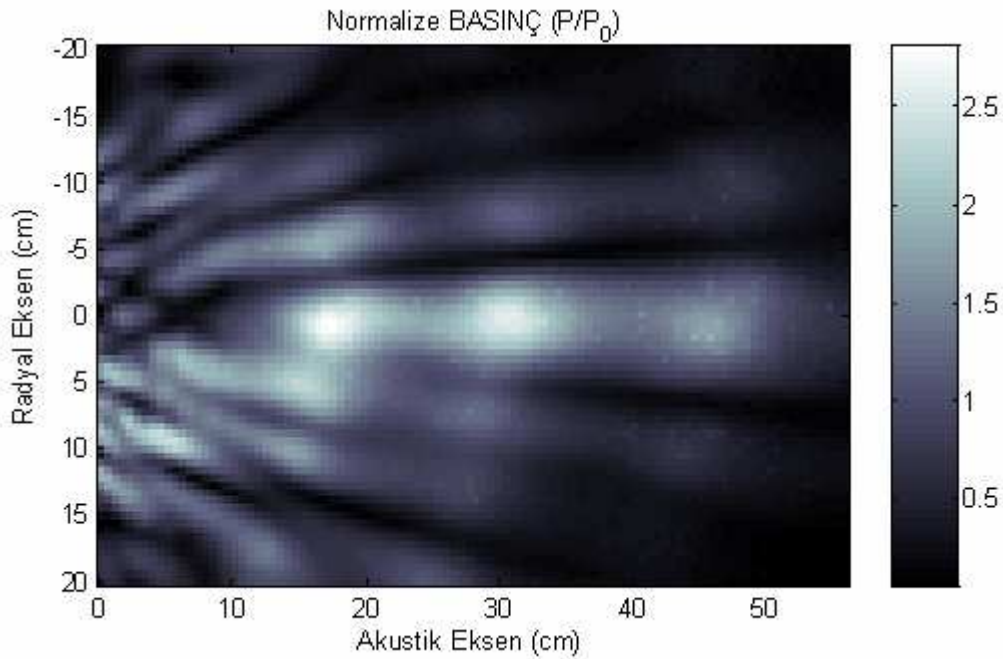
Şekil 4.30. Çelik dağıtıcı çubuk kullanılarak hazırlanan bal peteği örgü geometrisindeki sonik kristal yapının akustik eksen ölçüm sonuçları (Maksimum odaklama frekansı $f = 9100$ Hz)

4.4.2. İki Boyutlu (Akustik-Radyal Eksen) Ölçüm Sonuçları

Bal peteği örgü geometrisindeki sonik kristal yapının, maksimum odaklama frekans değerinde yapılan iki boyutlu ölçüm sonuçları, plastik dağıtıcı çubuk için Şekil 4.31’de, alüminyum dağıtıcı çubuk için Şekil 4.32’de ve çelik dağıtıcı çubuk için Şekil 4.33’de gösterilmektedir.

Şekil 4.31’de verilen, $f = 9100$ Hz maksimum odak frekansın da yapılan iki boyutlu ölçümde, eşkenar üçgen örgü ve kare örgü kristal geometrisinde elde edilmiş olan nokta merkezli net bir odaklama gözlenmemiştir. Bununla birlikte, akustik eksen üzerinde $l = 30.8$ cm uzaklıkta düşük basınç alanlı kısmı bir odak noktasının meydana geldiği görülmüştür. Bu odak noktasını temsil eden basınç alanı, farklı birkaç noktada da aynı düzeyde ortaya çıkmıştır. Bu durum bal peteği örgü geometrisine sahip sonik

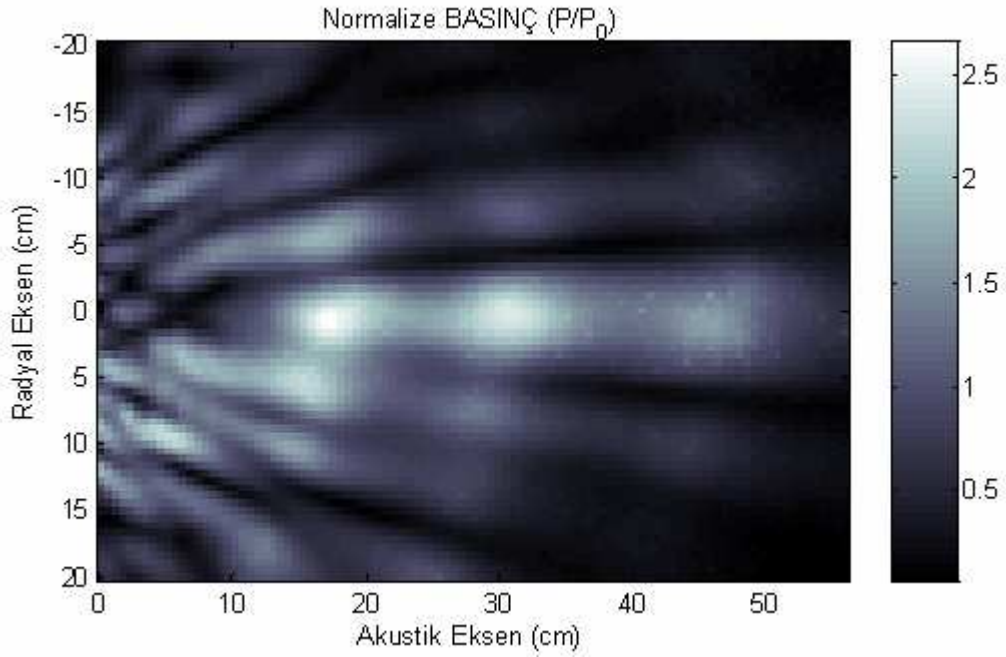
kristal yapının güçlü bir odaklayıcı özellik göstermediği sonucunu ortaya koymuştur. Plastik dağıtıcı bal peteği geometrisindeki sonik kristal yapıda gözlenen birkaç farklı noktadaki odaklamanın, hava ve sonik kristal yapı arasındaki empedans uyumsuzluğunun bir sonucu olduğu anlaşılmıştır. Kısmi bir odaklamanın gözlemlendiği $f = 9100$ Hz frekans değeri için, plastik dağıtıcı bal peteği örgü geometrisine sahip sonik kristal yapının negatif kırılma indisi değeri Denklem 4.1 ile verilmiş olan $n = -d/(D_3 - d)$ bağıntısına göre hesaplandığında $n = -0.82$ olarak bulunur. Burada, $d = 36.5$ cm olup bal peteği örgü geometrisindeki sonik kristal bloğun kalınlığını, $D_1 = 13$ cm olup akustik kaynak olarak kullanılan hoparlörün sonik kristal yapıya olan uzaklığını ve $l = 30.8$ cm olup odaklamanın meydana geldiği noktanın akustik eksen üzerindeki uzaklığını göstermektedir.



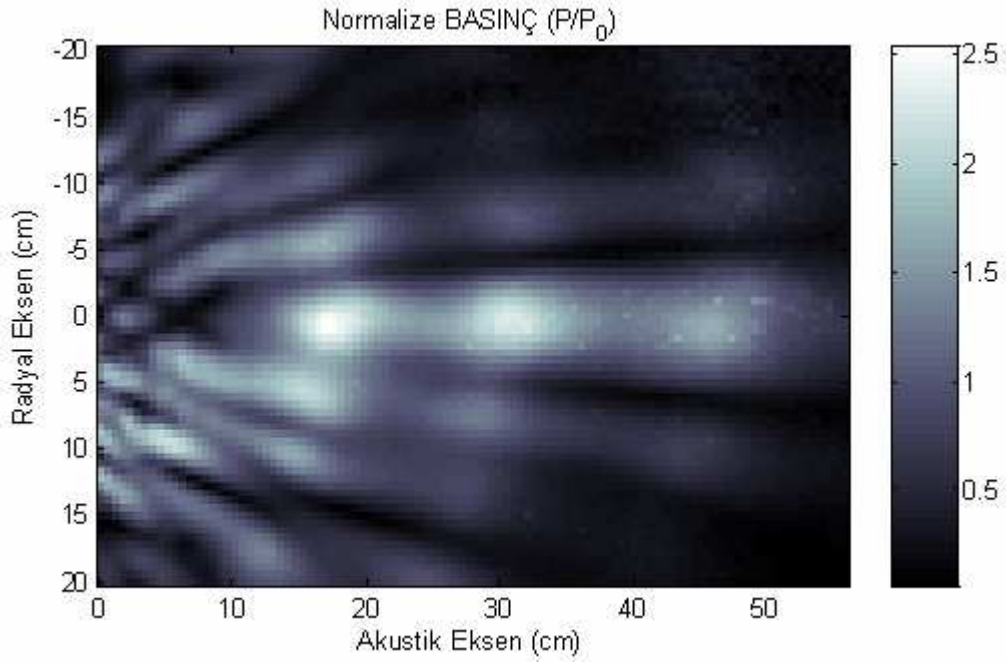
Şekil 4.31. Plastik dağıtıcı çubuklar kullanılarak hazırlanmış bal peteği örgü geometrisine sahip sonik kristal yapının $f = 9100$ Hz frekans değeri için odaklamanın olduğu basınç alanının iki boyutlu ölçüm sonucunu gösteren basınç şiddeti grafiği

Bal peteği örgü geometrisindeki sonik kristal yapı için, alüminyum ve çelik dağıtıcı çubuklar kullanılarak yapılan iki boyutlu ölçüm sonuçları da benzer özellikler göstermiştir. Kısmi bir odaklama sağlayan bal peteği örgü geometrisinde farklı

yoğunluğa sahip dağıtıcı çubukların kullanılması herhangi bir katkı sağlamamıştır. Alüminyum dağıtıcı ve çelik dağıtıcı çubuğa sahip bal peteği örgü geometrisi içinde negatif kırılma indisi değeri Denklem 4.1 eşitliğine göre $d = 36.5$ cm, $D_1 = 13$ cm ve $l = 30.8$ cm alınıp hesaplandığında $n = -0.82$ olarak bulunur.



Şekil 4.32. Alüminyum dağıtıcı çubuklar kullanılarak hazırlanmış bal peteği örgü geometrisine sahip sonik kristal yapının $f = 9100$ Hz frekans değeri için odaklanmanın olduğu basınç alanının iki boyutlu ölçüm sonucunu gösteren basınç şiddeti grafiği



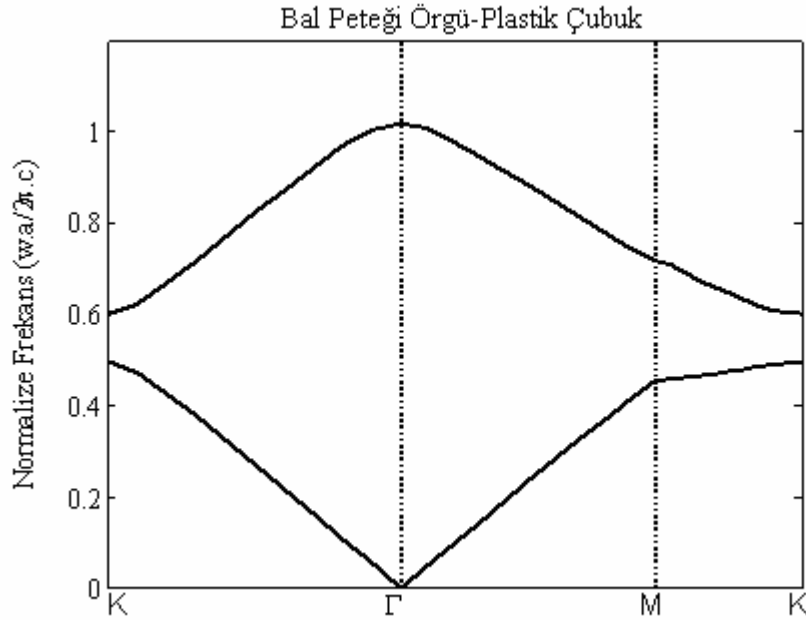
Şekil 4.33. Çelik dağıtıcı çubuklar kullanılarak hazırlanmış bal peteği örgü geometrisine sahip sonik kristal yapının $f = 9100$ Hz frekans değeri için odaklamasının olduğu basınç alanının iki boyutlu ölçüm sonucunu gösteren basınç şiddeti grafiği

4.4.3. Bant Yapısı ve Eşfrekans Yüzeyi Sonuçları

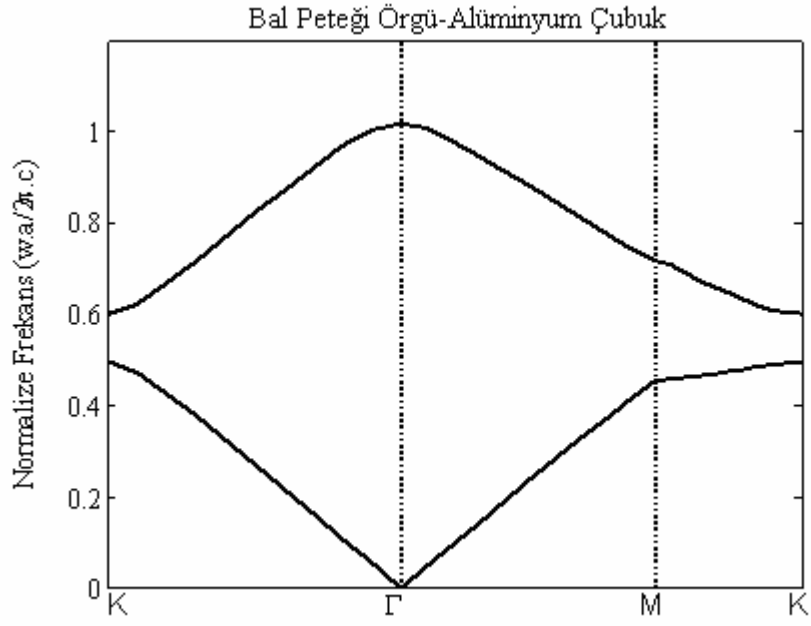
Bal peteği örgü geometrisindeki sonik kristal yapının, Denklem 3.9 ile verilmiş olan ses dalgasının homojen olmayan ortamda yayılmasını sağlayan dalga denkleminin PWE metodu kullanılarak çözümü sonucunda elde edilen bant yapısı grafikleri, plastik dağıtıcı çubuklar için Şekil 4.34’de, alüminyum dağıtıcı çubuklar için Şekil 4.35’de ve çelik dağıtıcı çubuklar için Şekil 4.36’da gösterilmektedir.

Üç farklı yoğunluğa sahip dağıtıcı çubuklar için PWE metodu kullanılarak çizdirilen bant yapısı grafiklerinde, Γ merkez noktasındaki ikinci frekans bandının, eşkenar üçgen ve kare örgüde olduğu gibi tipik bir tepe karakteristiği göstermiş olması yapının bu frekansta ki ses dalgaları için negatif kırılma indisine sahip olduğunu ortaya koymaktadır. Eşkenar üçgen geometrisine sahip sonik kristal yapının M noktasındaki birinci ve ikinci frekans bandıyla karşılaştırıldığında, bal peteği örgüsünün bu frekans bantları arasındaki boşluğunun nispeten daraldığı görülmüştür. Bu ise, yapının negatif kırılma gösterdiği durumda odaklama özelliğini olumsuz yönde etkilemiş ve kristal örgü geometrisine bağlı olarak merkezi net bir odaklama elde edilememesine ve birkaç

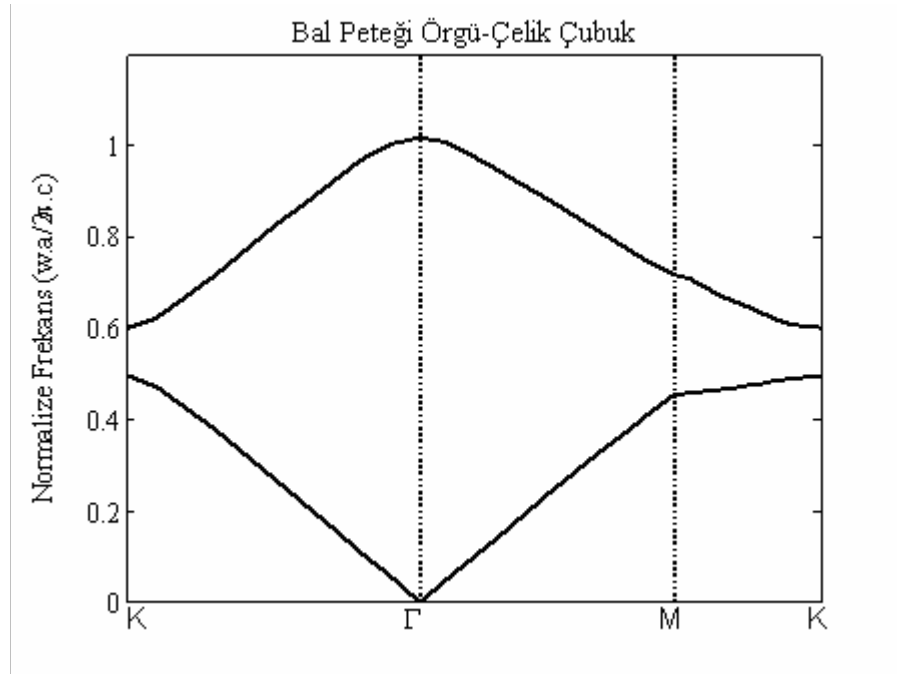
bölgede düşük basınç alanlı odak noktalarının oluşmasına neden olmuştur. Bununla birlikte, Γ merkez noktasının sağ tarafındaki ΓM ve sol tarafındaki ΓK yönelimleri doğrultusunda seçilen \vec{k} dalga vektörleri için $\vec{V}_g \cdot \vec{k} < 0$ koşulunun sağlanacağı açıkça görülmektedir. Hesaplanmış olan bant yapısı ve eşfrekans yüzeyi eğrilerinden farklı yoğunluğa sahip dağıtıcı çubukların kullanılmasının odaklama özelliği açısından yapıya herhangi bir katkıda bulunmadığı da anlaşılmıştır. Özellikle her üç dağıtıcı çubuk için çizdirilmiş olan bant yapısı grafiğinde ikinci frekans bandının $\omega a/2\pi c$ ile tanımlanmış olan frekans bant aralığı genişliğinin artması odaklama kalitesini azaltan bir etki olarak karşımıza çıkmıştır. Yani, negatif kırılma indisinin gözlemlendiği bant aralığının geniş olduğu durumda odaklamaya katılan daha fazla frekans bileşeni odaklamanın kalitesini düşürmektedir. Bu durum, deney düzeneğinde kullanılan hoparlörün tek bir tonda frekans üretemeyip, ana frekans civarında küçük genlikli farklı frekans bileşenlerini de barındırmış olmasından dolayı daha belirgin bir hale gelmiştir. Bu sonuç, dar bant genişliğine sahip, daha net ve kaliteli bir odaklamanın olduğu eşkenar üçgen örgü ve kare örgü ölçüm sonuçlarında açık bir şekilde görülmüştür.



Şekil 4.34. Plastik dağıtıcı çubuk kullanılarak hazırlanan bal peteği örgü kristal geometrisine sahip sonik kristal için bant yapısı grafiği



Şekil 4.35. Alüminyum dağıtıcı çubuk kullanılarak hazırlanan bal peteği örgü kristal geometrisine sahip sonik kristal için bant yapısı grafiği



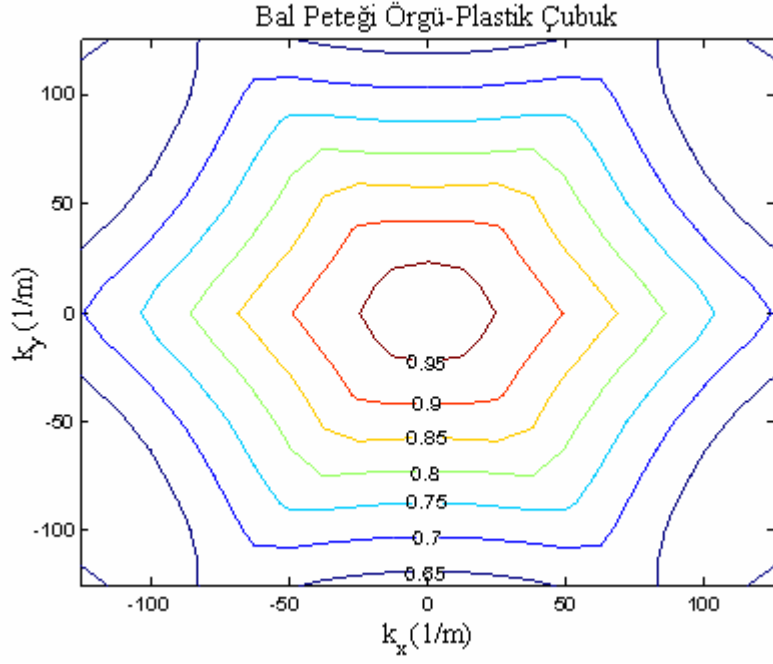
Şekil 4.36. Çelik dağıtıcı çubuk kullanılarak hazırlanan bal peteği örgü kristal geometrisine sahip sonik kristal için bant yapısı grafiği

Bal peteği örgü geometrisindeki sonik kristal yapının, Şekil 4.34, Şekil 4.35 ve Şekil 4.36'de verilen bant yapısı karakteristiklerini gösteren grafiklerde ikinci frekans bandı kullanılarak, negatif kırılma indisi ve odaklama özelliği gösterebileceği frekans bölgeleri Denklem 3.22 eşitliğiyle hesaplanıp Çizelge 4.5'de verilmiştir. Burada, akustik eksen ölçümlerinde elde edilen odak frekansı değeri Çizelge 4.5'de verilmiş olan negatif kırılma indisinin görülebileceği frekans bölgesi aralığı içerisinde dir.

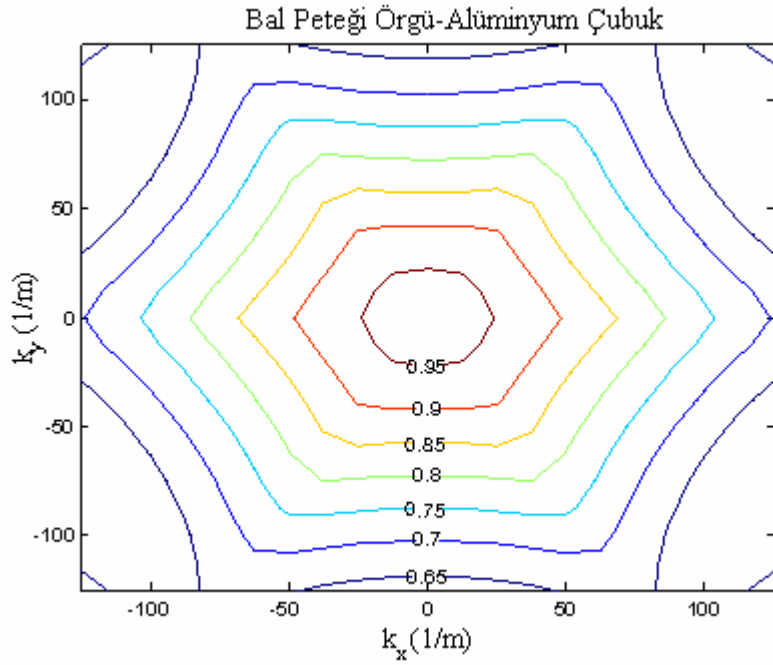
Çizelge 4.5. Bant yapısı karakteristiklerine göre bal peteği örgü geometrisindeki sonik kristal yapı için negatif kırılma indisinin görölmesi beklenen frekans bölgeleri

Örgü Geometrisi	Dağıtıcı Çubuk	Negatif Kırılma İndisinin Görülebileceği Frekans Bölgeleri	Maksimum Odaklama Frekans Değeri
Bal Peteği	Plastik	8400 -13150 Hz	9100 Hz
	Alüminyum	8400 -13150 Hz	9100 Hz
	Çelik	8400 -13150 Hz	9100 Hz

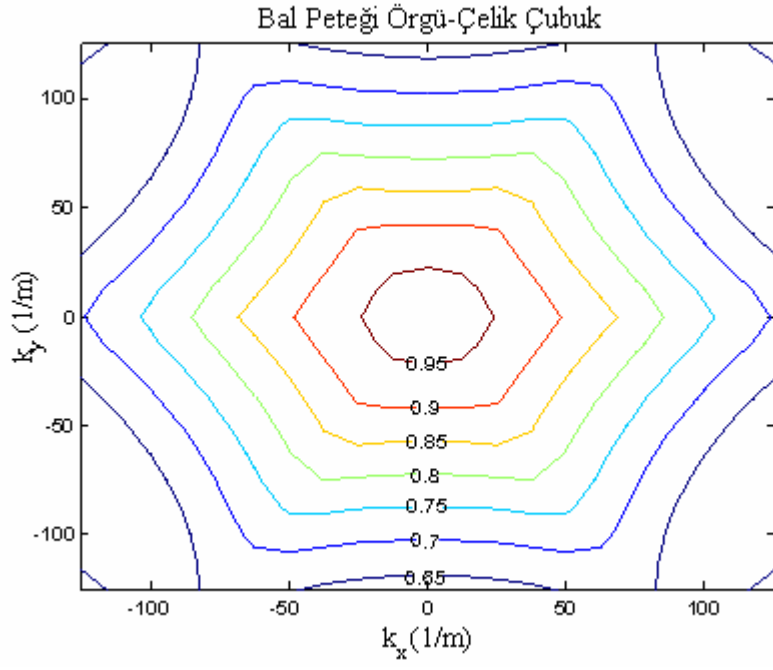
Bal peteği örgü geometrisine sahip sonik kristal yapının ikinci frekans bandına ait eşfrekans yüzeyi grafikleri, plastik dağıtıcı çubuk için Şekil 4.37'de, alüminyum dağıtıcı çubuk için Şekil 4.38'de ve çelik dağıtıcı çubuk için Şekil 4.39'da gösterilmiştir. Burada, bant yapısı grafiklerinde olduğu gibi, her bir eşfrekans yüzeyi grafiği üzerinde gösterilen ilgili frekans değeri $w.a/2\pi.c = f.(c/a)$ şeklinde normalize edilerek çizilmiştir. İkinci frekans bandına ait olan eşfrekans yüzeyi eğrilerinden de görüleceği üzere, kullanılan farklı yoğunluğa sahip dağıtıcı çubukların sonik kristal yapının odaklama özelliğinde ve bant yapısında herhangi bir değişiklik meydana getirmemiştir. Zaten örgü geometrisine bağlı olarak bant yapısı grafiklerinin (Şekil 4.34, Şekil 4.35, Şekil 4.36) analizinde de bahsedildiği üzere, ikinci frekans bandının normalize frekans eksenini üzerindeki uzunluğunun diğer örgü geometrilerine göre fazla olması odaklama kalitesini düşüren bir etken olarak belirtilmiştir. Bu durum, her bir yoğunluğa sahip dağıtıcı çubuk için çizdirilmiş olan eşfrekans yüzeyi eğrilerinde de açık bir şekilde görölmektedir.



Şekil 4.37. Plastik dağıtıcı çubuklara sahip bal peteği örgü kristal geometrisindeki sonik kristal yapının eşfrekans (EFS) yüzeyi kontur eğrileri



Şekil 4.38. Alüminyum dağıtıcı çubuklara sahip bal peteği örgü kristal geometrisindeki sonik kristal yapının eşfrekans (EFS) yüzeyi kontur eğrileri



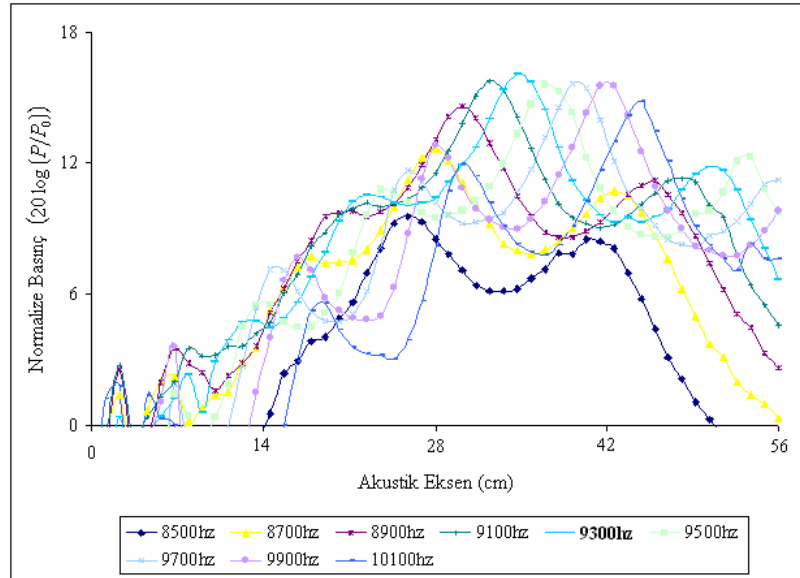
Şekil 4.39. Çelik dağıtıcı çubuklara sahip bal peteği örgü kristal geometrisindeki sonik kristal yapının eşfrekans (EFS) yüzeyi kontur eğrileri

4.5. İkizkenar Üçgen Örgü Geometrisine Sahip Sonik Kristal İçin Deneysel Sonuçlar

4.5.1. Akustik Eksen Ölçüm Sonuçları

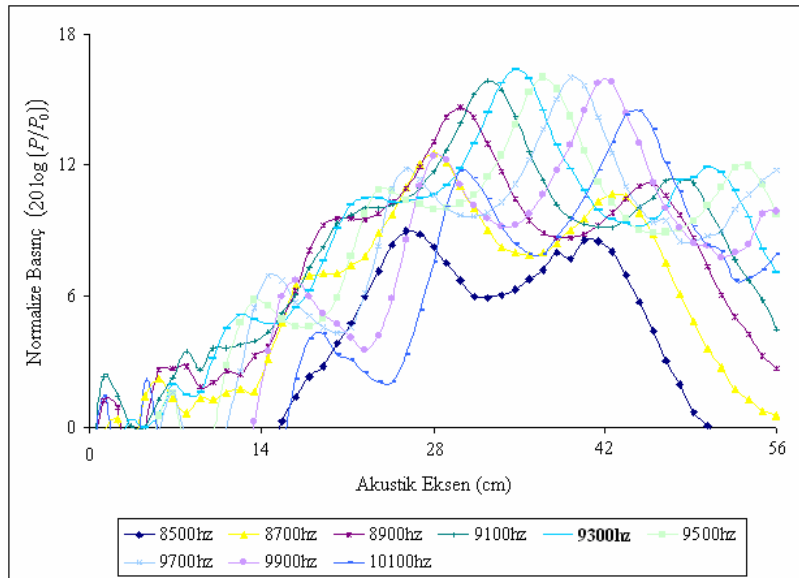
Çizelge 4.1’de özellikleri verilmiş olan ikizkenar üçgen örgü geometrisindeki sonik kristal yapının akustik eksen ölçüm sonuçları plastik dağıtıcı çubuklar için Şekil 4.40’da, alüminyum dağıtıcı çubuklar için Şekil 4.41’de ve çelik dağıtıcı çubuklar için Şekil 4.42’de gösterilmektedir.

Plastik dağıtıcı çubuklar kullanılarak hazırlanan sonik kristal yapının maksimum odaklama frekans değeri, akustik eksen üzerinde $l = 34.7$ cm mesafede $f = 9300$ Hz olarak bulunmuştur. Akustik eksen ölçümleri, 8500 Hz - 10200 Hz frekans değerleri arasında 100 Hz artış ile alınmıştır. Grafiğin daha anlaşılır olması için 200 Hz’lik frekans adımları ile alınan ölçümler grafiğe geçirilmiştir. Şekil 4.40’dan görüldüğü üzere 9100 Hz, 9500 Hz ve 9700 Hz frekans değerleri içinde birbirine yakın şiddette bir odaklamanın olduğu anlaşılmaktadır.



Şekil 4.40. Plastik dağıtıcı çubuklar kullanılarak hazırlanan ikizkenar üçgen örgü geometrisindeki sonik kristal yapının akustik eksen ölçüm sonuçları (Maksimum odaklama frekansı $f = 9300$ Hz)

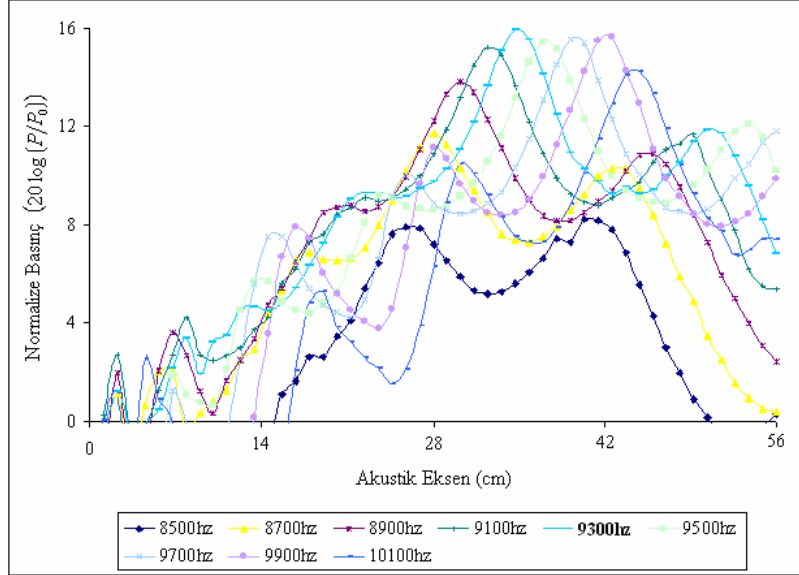
Alüminyum dağıtıcı çubuklar kullanılarak hazırlanmış olan sonik kristal yapının maksimum odaklama frekans değeri, akustik eksen üzerinde $l = 34.7$ cm mesafede $f = 9300$ Hz olarak bulunmuştur. Benzer şekilde, akustik eksen ölçümleri yukarıda bahsedilen frekans aralığında gerçekleştirilmiş olup grafiğin daha anlaşılır olması için 200 Hz'lik frekans adımları ile alınan ölçümler grafiğe geçirilmiştir. Plastik dağıtıcı çubuk kullanılarak hazırlanan sonik kristal yapının akustik ölçüm sonucuna oldukça benzeyen bir ölçüm sonucu elde edilmiştir. Bu durum, kullanılan dağıtıcı çubukların yoğunluğunun odaklama frekans değeri üzerinde herhangi bir etkide bulunmadığı sonucunu ortaya çıkartmıştır.



Şekil 4.41. Alüminyum dağıtıcı çubuklar kullanılarak hazırlanan ikizkenar üçgen örgü geometrisindeki sonik kristal yapının akustik eksen ölçüm sonuçları (Maksimum odaklama frekansı $f = 9300$ Hz)

Çelik dağıtıcı çubuklar kullanılarak hazırlanan ikizkenar üçgen örgü geometrisine sahip sonik kristal yapının maksimum odaklama frekans değeri de, plastik ve alüminyum dağıtıcı çubuklar için yapılan akustik eksen ölçüm sonucuna benzer olarak $l = 34.7$ cm mesafede $f = 9300$ Hz olarak bulunmuştur. Benzer şekilde, grafiğin daha anlaşılır olması için 200 Hz'lik frekans adımları ile alınan ölçümler grafiğe geçirilmiştir. İkizkenar üçgen örgü geometrisindeki sonik kristal yapı için farklı yoğunluğa sahip dağıtıcı çubuklar kullanılarak yapılan akustik eksen ölçüm sonuçlarının

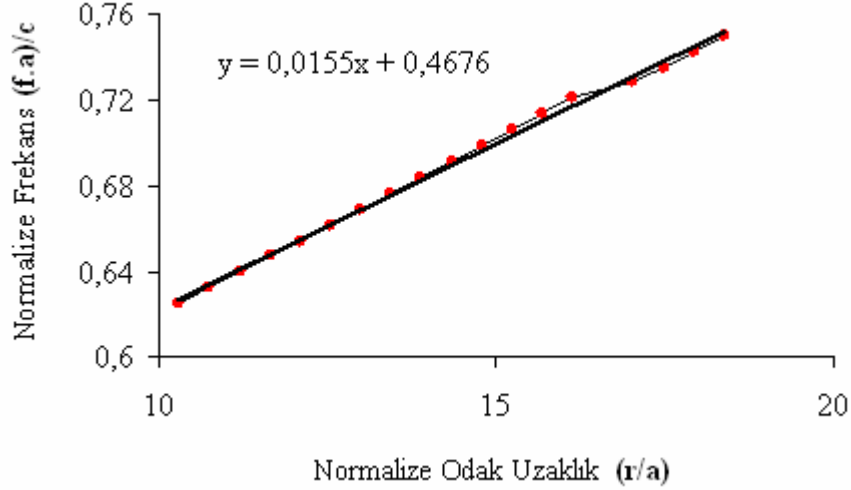
benzer karakteristik özellikler göstermesi, dağıtıcı çubukların odaklama üzerinde önemli bir etkisinin olmadığını açık bir şekilde ortaya koymuştur.



Şekil 4.42. Çelik dağıtıcı çubuklar kullanılarak hazırlanan ikizkenar üçgen örgü geometrisindeki sonik kristal yapının akustik eksen ölçüm sonuçları (Maksimum odaklama frekansı $f = 9300$ Hz)

Eşkenar üçgen örgü yapısında olduğu gibi farklı yoğunluğa sahip ikizkenar üçgen örgü yapısı içinde akustik eksen ölçümleri incelendiğinde, akustik dalganın frekansı arttıkça odak noktasının kristalden uzaklaştığı görülmüştür.

Şekil 4.43, odak noktası konumunun akustik dalganın frekansına bağlı olduğunu göstermektedir. Bu bağımlılık, etkin kırılma indisinin frekansa bağlı olmasının bir sonucudur ($n = -|k|c/w$). Artan frekans değeri için negatif kırılma indisinin mutlak değeri azalmaktadır. Bu durum Denklem 2.71'in bir sonucu olarak odak noktasının kristalden uzaklaşmasını gerektirmektedir. Akustik eksen ölçümlerinde bu durum açık bir şekilde gözlenmiştir.



Şekil 4.43. Üç farklı yoğunluğa sahip ikizkenar üçgen kristal geometrisindeki sonik kristal yapının normalize frekans-odak uzaklığı grafiği

4.5.2. İki Boyutlu (Akustik Eksen-Radyal Eksen) Ölçüm Sonuçları

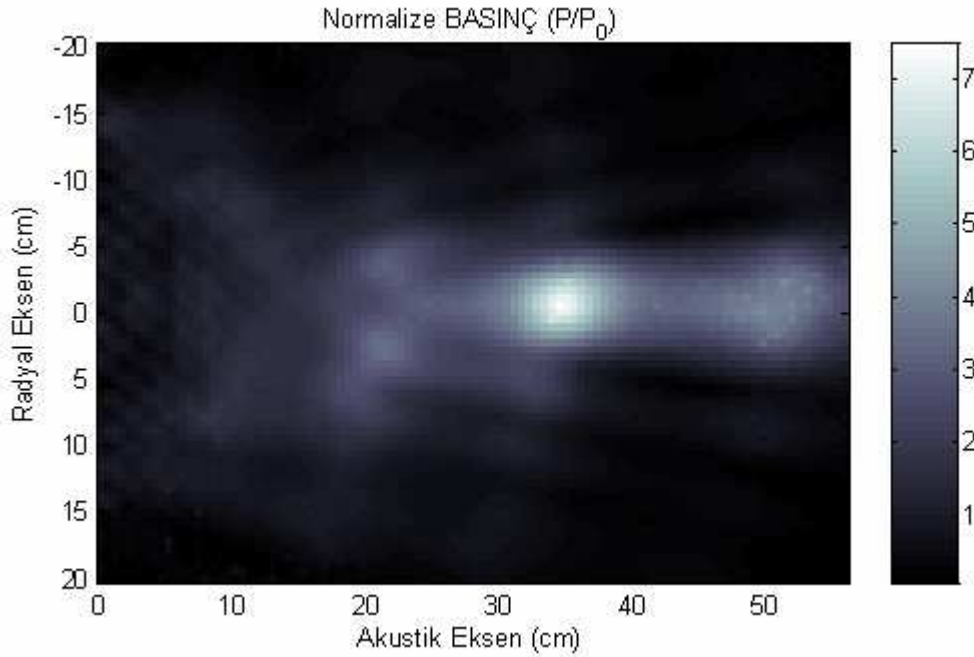
İkizkenar üçgen örgü geometrisindeki sonik kristal yapının iki boyutlu ölçüm sonuçları, plastik dağıtıcı çubuklar için Şekil 4.44’de, alüminyum dağıtıcı çubuklar için Şekil 4.45’de ve çelik dağıtıcı çubuklar için Şekil 4.46’da gösterilmiştir.

Kısım 4.2.2’de verilen eşkenar üçgen örgü geometrisiyle birlikte bu örgü geometrisinde nokta merkezli bir odaklama elde edilmiştir. İkizkenar üçgen örgü geometrisine sahip sonik kristal yapının $f = 9300$ Hz odaklama frekans değeri için iyi sayılabilecek bir odaklama özelliği göstermiş olması, kristal örgünün geometrik yapısının bir sonucu olduğu anlaşılmıştır. Benzer özellikler eşkenar üçgen geometrisi için yapılmış olan iki boyutlu ölçüm sonuçlarında da net bir şekilde görülebilmektedir.

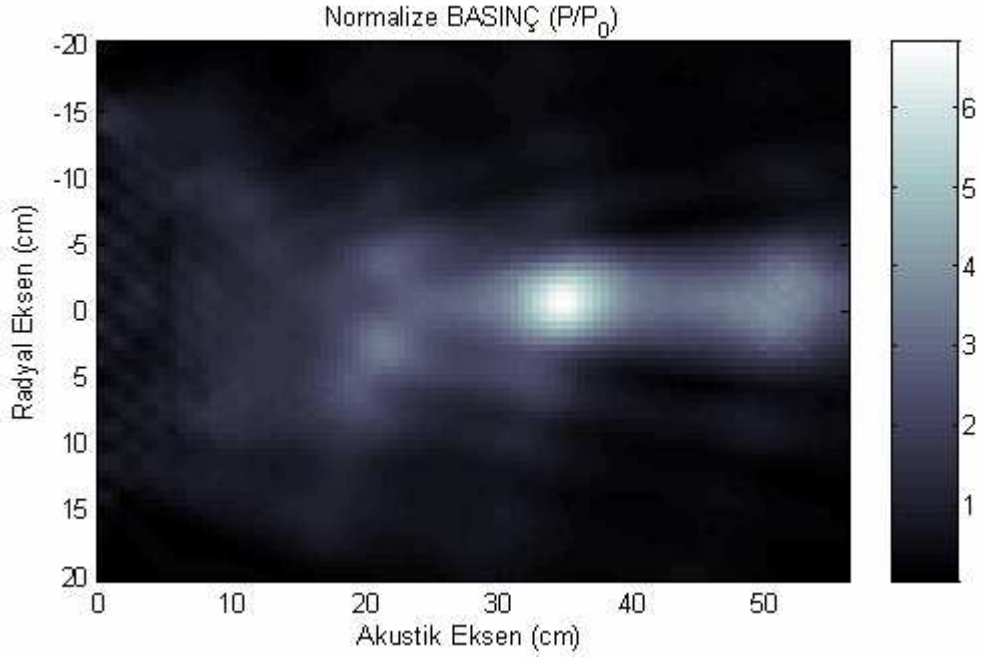
Şekil 4.44, Şekil 4.45 ve Şekil 4.46’da verilmiş olan, maksimum odak frekansı $f = 9300$ Hz için yapılan iki boyutlu ölçümlerde, hoparlör tarafından üretilen ses dalgaları farklı yoğunluktaki ikizkenar üçgen geometrisine sahip sonik kristal yapıda kırılma ve girişim olayına maruz kalmaktadır. Negatif kırılma olayının gerçekleştiği bu durumda, akustik eksen üzerindeki $l = 34.7$ cm mesafede sonik kristal yapı içerisinde çıkan bu dalga gruplarının merkez bir nokta üzerinde üst üste binmesi sonucunda net bir odaklamanın meydana geldiği gözlenmiştir. Maksimum Odaklamanın gözleendiği $f = 9300$ Hz frekans değeri için plastik, alüminyum ve çelik dağıtıcılı ikizkenar üçgen örgü geometrisine sahip sonik kristal yapının negatif kırılma indisi değeri Denklem 4.1

ile verilmiş olan $n = -d/(D_3 - d)$ bağıntısına göre hesaplandığında $n = -0.72$ olarak bulunur. Burada $d = 34.5$ cm olup ikizkenar üçgen geometrisindeki sonik kristal bloğun kalınlığını, $D_1 = 13$ cm olup akustik kaynak olarak kullanılan hoparlörün sonik kristal yapıya olan uzaklığını ve $l = 34.7$ cm olarak odaklamanın meydana geldiği noktanın akustik eksen üzerindeki uzaklığını göstermektedir. Kırılma indisi değerinin $n = -0.72$ olarak hesaplanmış olması farklı yoğunluklu dağıtıcı çubuklar kullanılarak hazırlanan ikizkenar üçgen geometrisindeki sonik kristal yapının negatif kırılma olayı gösterebilme özelliğine sahip olduğunu açık bir şekilde ortaya koymaktadır.

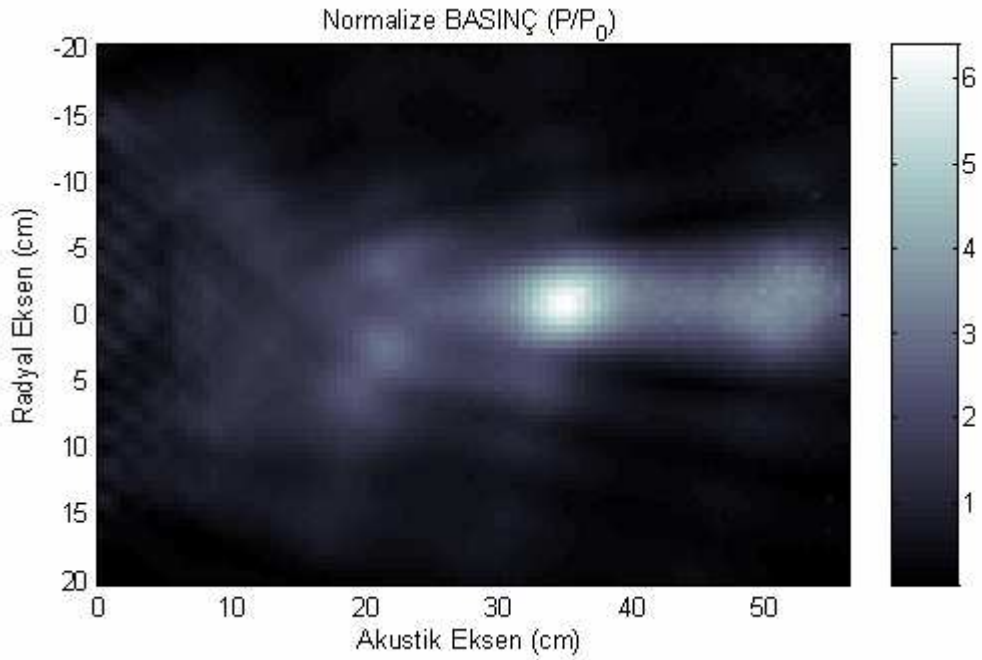
Sonuç olarak, üç farklı yoğunluğa sahip dağıtıcı çubuklar ile hazırlanan ikizkenar üçgen örgü geometrisinde, tek bir merkez noktada yüksek basınç alanlı odaklamanın elde edilebileceği iki boyutlu ölçüm sonucu grafiklerinde açık bir şekilde görülmüştür. Bu odaklama özelliğine, kullanılan farklı yoğunluktaki dağıtıcı çubukların herhangi bir katkısının olmadığı anlaşılmıştır.



Şekil 4.44. Plastik dağıtıcı çubuklar kullanılarak hazırlanmış ikizkenar üçgen örgü geometrisine sahip sonik kristal yapının $f = 9300$ Hz frekans değeri için odaklamanın olduğu basınç alanının iki boyutlu ölçüm sonucunu gösteren basınç şiddeti grafiği



Şekil 4.45. Alüminyum dağıtıcı çubuklar kullanılarak hazırlanmış ikizkenar üçgen örgü geometrisine sahip sonik kristal yapının $f = 9300$ Hz frekans değeri için odaklanmanın olduğu basınç alanının iki boyutlu ölçüm sonucunu gösteren basınç şiddeti grafiği



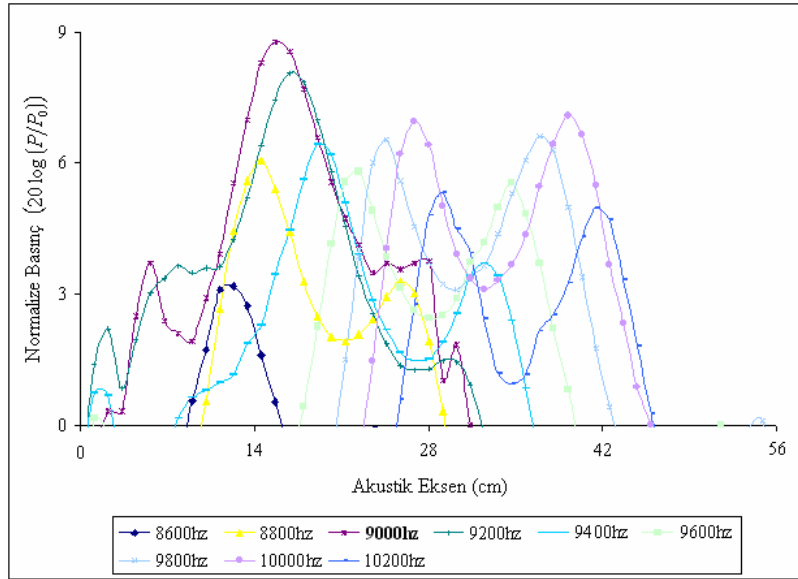
Şekil 4.46. Çelik dağıtıcı çubuklar kullanılarak hazırlanmış ikizkenar üçgen örgü geometrisine sahip sonik kristal yapının $f = 9300$ Hz frekans değeri için odaklanmanın olduğu basınç alanının iki boyutlu ölçüm sonucunu gösteren basınç şiddeti grafiği

4.6. Basık Bal Peteği Örgü Geometrisine Sahip Sonik Kristal İçin Deneysel Sonuçlar

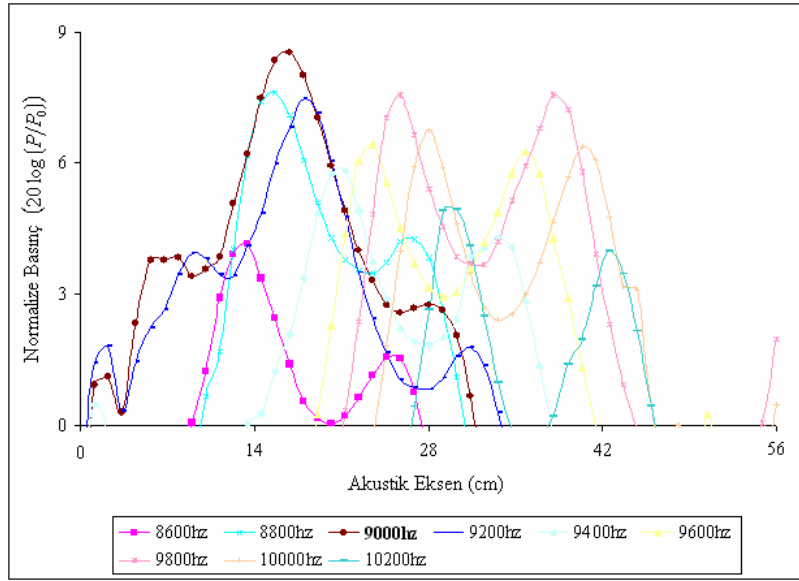
4.6.1. Akustik Eksen Ölçüm Sonuçları

Basık bal peteği örgü geometrisindeki sonik kristal yapının, maksimum odaklama frekans değeri için gerçekleştirilen akustik eksen ölçümleri plastik dağıtıcı çubuklar için Şekil 4.47’de, alüminyum dağıtıcı çubuklar için Şekil 4.48’de ve çelik dağıtıcı çubuklar için Şekil 4.49’da gösterilmektedir.

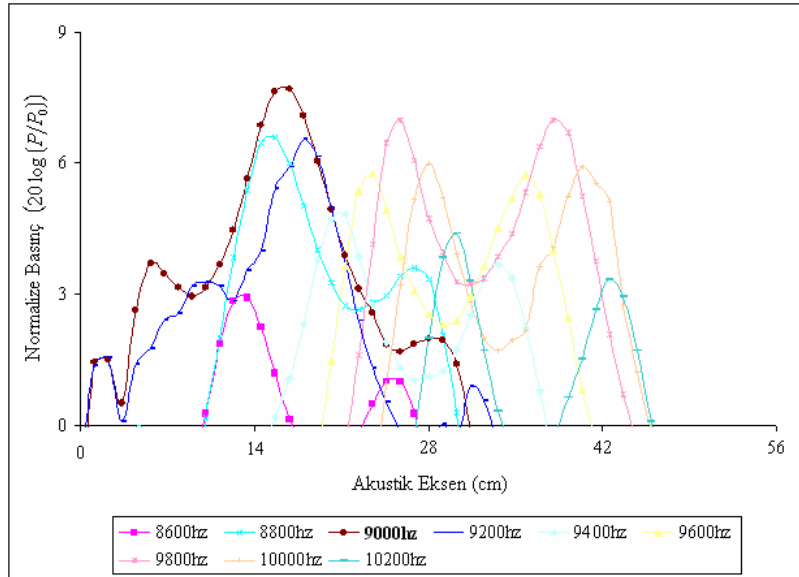
Plastik, alüminyum ve çelik dağıtıcı çubuklar kullanılarak hazırlanan sonik kristal yapıların akustik eksen ölçüm grafiklerinden, $l = 16.8$ cm mesafede $f = 9000$ Hz frekans değeri için maksimum şiddete sahip bir odaklamanın elde edilebileceği tespit edilmiştir. Akustik eksen ölçümlerinde, grafiğin daha anlaşılır olması için 8600 Hz frekans değeriyle başlayan ve 200 Hz’lik frekans adımları ile alınan ölçümler grafiğe geçirilmiştir.



Şekil 4.47. Plastik dağıtıcı çubuk kullanılarak hazırlanan basık bal peteği örgü geometrisindeki sonik kristal yapının akustik eksen ölçüm sonuçları (Maksimum odaklama frekansı $f = 9000$ Hz)



Şekil 4.48. Alüminyum dağıtıcı çubuk kullanılarak hazırlanan basık bal peteği örgü geometrisindeki sonik kristal yapının akustik eksen ölçüm sonuçları (Maksimum odaklama frekansı $f = 9000$ Hz)



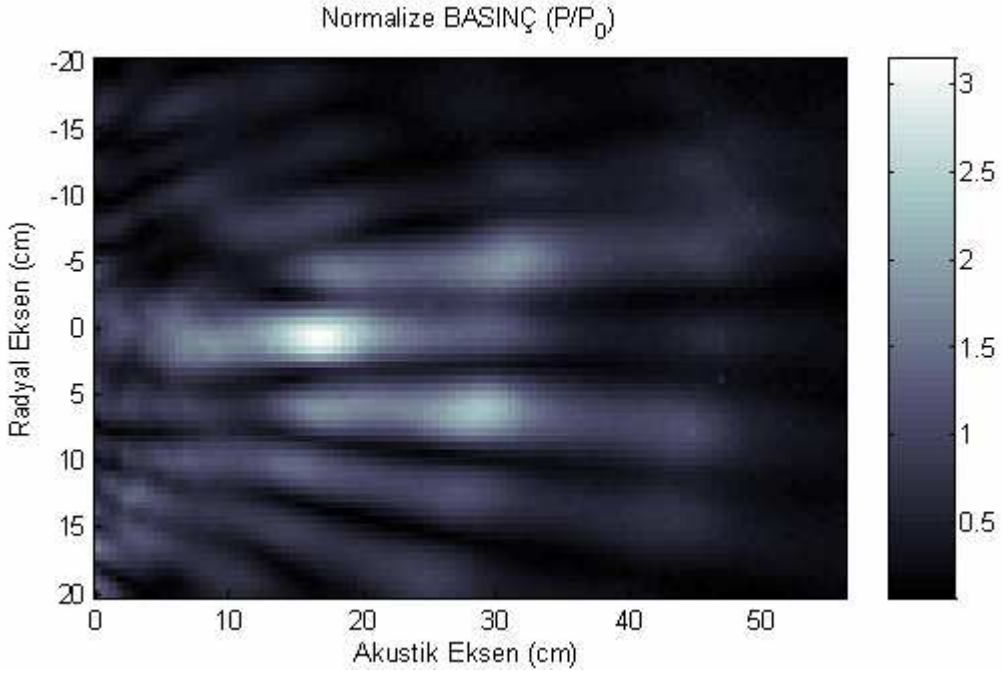
Şekil 4.49. Çelik dağıtıcı çubuk kullanılarak hazırlanan basık bal peteği örgü geometrisindeki sonik kristal yapının akustik eksen ölçüm sonucu grafiği (Maksimum odaklama frekansı $f = 9000$ Hz)

Farklı yoğunluğa sahip dağıtıcı çubuklar ile yapılan akustik eksen ölçüm sonuçlarının birbirine benzer yapıda çıkması, dağıtıcı çubukların türünün odaklama üzerinde herhangi bir katkısının olmadığını göstermiştir. Bal peteği örgü geometrisiyle karşılaştırıldığında daha belirgin bir odak noktasının gözlenmesi yapıdaki doluluk oranının daha yüksek olmasının bir sonucu olduğu anlaşılmıştır. Fakat yapının kristal geometrisinin ses dalgaları için kaliteli odaklayıcı bir özelliğe sahip olmaması, bal peteği örgü geometrisinde olduğu gibi merkez noktalı net bir odaklamanın elde edilememesine neden olmuştur. Bu durum, iki boyutlu ölçüm sonuçlarında net bir şekilde görülmektedir.

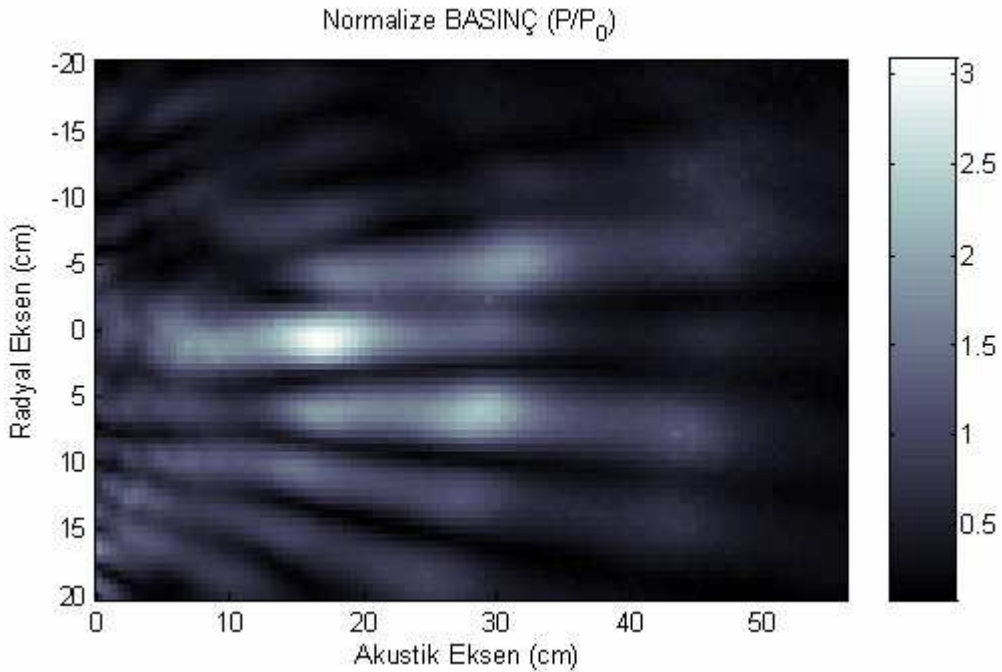
4.6.2. İki boyutlu (Akustik-Radyal Eksen) Ölçüm Sonuçları

Basık bal peteği örgü geometrisindeki sonik kristal yapının, akustik eksen ölçümlerine göre yapılan iki boyutlu ölçüm sonuçları, plastik dağıtıcı çubuk için Şekil 4.50’de, alüminyum dağıtıcı çubuk için Şekil 4.51’de ve çelik dağıtıcı çubuk için Şekil 4.52’de gösterilmektedir.

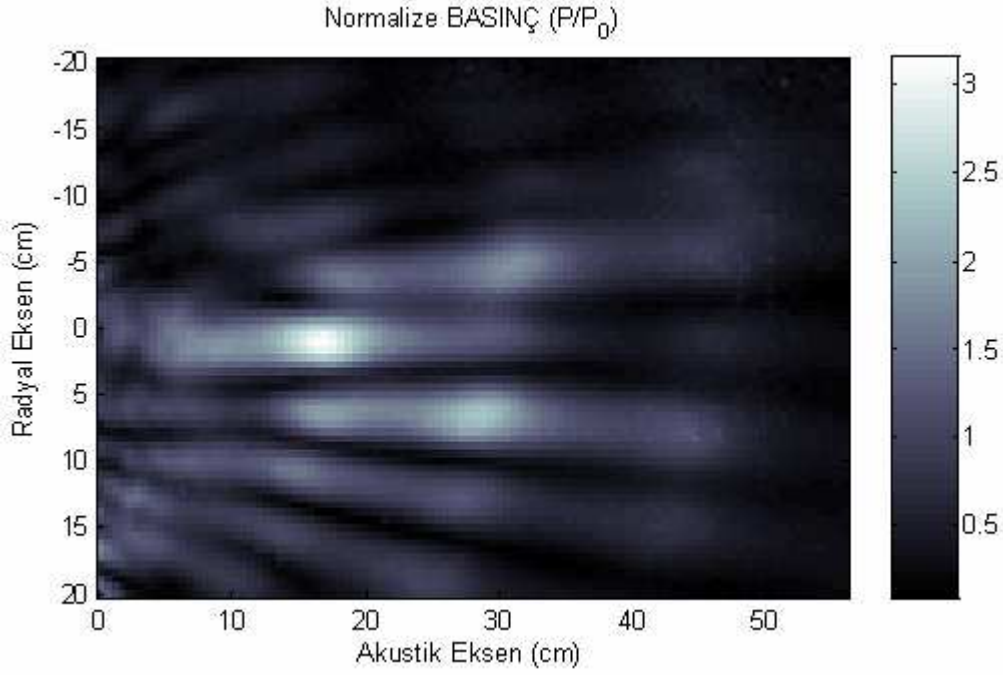
Şekil 4.50, Şekil 4.51 ve Şekil 4.52’de verilen iki boyutlu ölçüm sonuçlarından, nokta merkezli bir odaklamanın meydana gelmediği görülmüştür. Bununla birlikte, bal peteği örgü geometrisinde olduğu gibi birkaç noktada aynı düzeyde basınç alanı bu örgü tipinde de belirgin bir şekilde ortaya çıkmıştır. Bu durum bal peteği örgü geometrisinde olduğu gibi, basık bal peteği örgü geometrisinin de güçlü bir odaklayıcı özellik göstermediği sonucunu ortaya koymuştur. Bununla birlikte birkaç noktada odak merkezinin meydana gelmesinin, hava ve sonik kristal yapı arasındaki empedans uyumsuzluğunun bir sonucu olduğu anlaşılmıştır. Farklı yoğunluğa sahip dağıtıcı çubukların kullanılmasının odaklama özelliği üzerinde herhangi bir etki oluşturmadığı görülmüştür.



Şekil 4.50. Plastik dağıtıcı çubuklar kullanılarak hazırlanmış basık bal peteği örgü geometrisine sahip sonik kristal yapının $f = 9000$ Hz frekans değeri için odaklamanın olduğu basınç alanının iki boyutlu ölçüm sonucunu gösteren basınç şiddeti grafiği



Şekil 4.51. Alüminyum dağıtıcı çubuklar kullanılarak hazırlanmış basık bal peteği örgü geometrisine sahip sonik kristal yapının $f = 9000$ Hz frekans değeri için odaklamanın olduğu basınç alanının iki boyutlu ölçüm sonucunu gösteren basınç şiddeti grafiği



Şekil 4.52. Çelik dağıtıcı çubuklar kullanılarak hazırlanmış basık bal peteği örgü geometrisine sahip sonik kristal yapının $f = 9000$ Hz frekans değeri için odaklanmanın olduğu basınç alanının iki boyutlu ölçüm sonucunu gösteren basınç şiddeti grafiği

Genel olarak, beş farklı tip kristal örgü geometrisindeki sonik kristal yapıların odaklama kalitesinin en iyi şekilde eşkenar üçgen örgü, ikizkenar üçgen örgü ve kare örgüde elde edildiği iki boyutlu ölçüm sonuçlarından açık bir şekilde görülmüştür. Bu aşamada, eşkenar üçgen, kare ve bal peteği geometrisine sahip sonik kristal yapıların örgü geometrisinin, Brillouin bölgesi eşfrekans yüzeylerinin biçimini belirlediği anlaşılmıştır. Her üç kristal örgü tipi için elde edilen bant yapısı karakteristikleri ve eşfrekans yüzeyleri arasında belirgin farklar görülmüştür.

Üçgen örgü, kare örgü ve bal peteği örgü geometrilerine sahip sonik kristal yapılarda, negatif kırılma indisi özelliği etkin olarak ikinci frekans bandı içinde gözlenmiştir. Negatif kırılma indisi koşulu olan $\vec{V}_g \cdot \vec{k} < 0$ durumunun, eşkenar üçgen örgü, kare örgü ve bal peteği örgü geometrileri için ilk olarak ikinci frekans bandında sağlanabildiği anlaşılmıştır. Burada, negatif kırılma indisinin etkin olarak gözlemlendiği en düşük frekans bölgesi ikinci frekans bandı içinde kalmaktadır. Birinci frekans bandı, Γ merkez noktasında bir çukur oluşturmaktadır ve bu noktadan seçilecek bir \vec{k} dalga

vektörü için $\vec{V}_g \cdot \vec{k} > 0$ koşulu sağlanacaktır. Bu durum, birinci frekans bandında pozitif kırılmanın etkin olmasına yol açmaktadır.

5. SONUÇ VE ÖNERİLER

Sonik kristallerin, bant aralığı frekanslarında küresel ses dalgaları için odaklayıcı olarak davrandığı düşünülmektedir. Yapılmış olan teorik bant aralığı çalışmaları incelendiğinde, bant aralığı bölgesi içine düşen frekans değerleri için deneysel olarak odaklama özelliği göstermektedir.

Bu tez, deneysel çalışmalar ve teorik çalışmalar olmak üzere iki kategoride gerçekleştirilmiştir. Deneysel ölçümlerin tamamı hava ve sonik kristal yapının bulunduğu bir ortamda yapılmış olup, akustik eksen ölçümleri ve iki boyutlu ölçümler olmak üzere iki aşamada gerçekleştirilmiştir. Yarıçapı $r = 1$ cm ve örgü sabiti $a = 2.5$ cm olan farklı geometrilere sahip sonik kristallerin odaklama özellikleri uygun frekans bölgesinde incelenip, basınç alanlarının deneysel sonuçları sunulmuştur. Bu sonuçlar, eşkenar üçgen, ikizkenar üçgen, kare, bal peteği ve basık bal peteği örgü geometrisi şeklinde oluşturulmuş sonik kristallerin odaklama özelliklerini göstermektedir. Ayrıca her bir geometri için üç farklı yoğunluğa (*alüminyum, plastik, çelik*) sahip silindirik çubuklar kullanılarak yoğunluğun odaklama özelliği üzerindeki etkisi incelenmiştir. Farklı yoğunluğa sahip silindirik dağıtıcı çubuklar ile hazırlanan her bir kristal örgü geometrisindeki sonik kristal yapının akustik eksen ölçüm sonucuna göre iki boyutlu ölçümleri gerçekleştirilmiştir. Teorik çalışmalarda, eşkenar üçgen, kare ve bal peteği kristal örgü geometrileri için üç farklı yoğunluğa (*alüminyum, plastik, çelik*) sahip silindirik çubuklar kullanılarak hazırlanan sonik kristal bloğunun bant yapısı ve eşfrekans yüzeyi eğrileri elde edilmiştir.

Bu çalışmada, ses dalgası için ikinci dereceden homojen olmayan diferansiyel denklemin, üç farklı yoğunluğa sahip silindirik çubuklar kullanılarak hazırlanan eşkenar üçgen örgü, kare örgü ve bal peteği örgü geometrilili sonik kristal yapı için, Plane-Wave Expansion (*PWE*) metodu kullanılarak çözümü yapılmıştır. Bunun sonucunda, üç farklı yoğunluğa sahip üç farklı kristal geometrisi için dokuz adet bant yapısı grafiği ve eşfrekans yüzeyi eğrilerini gösteren grafik çizdirilmiştir. Elde edilmiş olan sonuçlardan, Γ merkez noktasındaki ikinci bant üzerinde bir tepe karakteristiği görülmüş ve yapıların bu frekansta ki ses dalgaları için negatif kırılma indisine sahip olduğu açık bir şekilde görülmüştür.

Yapılmış olan deneysel ölçümler ve teorik çalışmalar sonucunda, eşkenar üçgen, ikizkenar üçgen ve kare geometrisine sahip sonik kristal yapının küresel ses dalgaları için oldukça iyi bir odaklayıcı özellik gösterdiği anlaşılmıştır.

Bu tez, özellikle negatif kırılma indisi özelliği ile akustik dalganın odaklanması için birçok uygulama alanına ışık tutacağı düşünülmektedir. Farklı kristal geometrisine sahip sonik kristal yapıların odaklama kaliteleri ve özellikleri açık bir şekilde ortaya konulmuştur. Özellikle, iki boyutlu düzlemsel yapılar ile gerçekleştirilen üstün lens (*SuperLense*) uygulamalarının sağladığı uzak alan akustik görüntüleme çalışmalarına, akustik dalgalarda negatif kırılma indisinin sağladığı odaklama, görüntüleme ve dalga ışınlarının yönlendirilmesi konularındaki çalışmalara yardımcı olacağı düşünülmektedir.

İleri Çalışmalar

- Günümüzde silindirik dağıtıcı çubuklar ile hazırlanan sonik kristal yapıların odaklama ve buna bağlı olarak görüntüleme çalışmalarında kullanımı büyük önem kazanmıştır. Buna bağlı olarak farklı kristal örgü geometrili sonik kristal yapıların odaklama özelliği üzerindeki etkisinin bu alandaki çalışmalara önemli katkısı olacağı düşünülmektedir.
- Snell yasaları gereği düzlemsel yapılarda pozitif kırılma sonucu elde edilemeyen odaklama ve görüntülemenin negatif kırılma olayı ile gözlenebilmesi büyük ölçüde kolaylık sağlamaktadır. Böylelikle, odaklama için kullanılan kristal örgü yapılarının uygun bir düzende hazırlanması ile görüntülemenin kalitesini ve kullanılabilirliğinin artırılması düşünülmektedir.
- Yapılan çalışmalarda sonik kristal yapının boyutlarının daha da küçültülerek, ultrasonik frekans düzeyinde görüntüleme sistemlerinde kullanımı, sesin istenilen şekilde belirlenen bir noktaya yönlendirilerek odaklama yapılması ve gürültü kesici bariyer olarak kullanımı planlanan ileri çalışmalar arasındadır.
- Odaklama özelliği üzerinde kullanılan kristal örgü geometrisinin büyük önemi olduğu görülerek, daha farklı örgü geometrilerinin odaklama özelliklerinin incelenmesi planlanmaktadır.
- Son zamanlarda silindirik dağıtıcı çubuklar yerine eliptik çubuklar kullanılarak odaklamanın sadece akustik eksen üzerinde değil, aynı zamanda radyal eksen üzerindeki bir noktaya kontrollü olarak taşınabileceği durumunun deneysel

olarak incelenmesi düşünülmektedir. Bunun için farklı kristal geometriye sahip eliptik çubuklar ile deneysel çalışmalar yapılması planlanmaktadır.

- Deneysel olarak dalga kılavuzu ve rezonatör uygulamalarının yapılması ileri bir çalışma olarak düşünülmektedir.
- Farklı kristal geometriye sahip sonik kristal yapılarının, odaklamanın olduğu frekans değerlerinde teorik olarak basınç haritalarının çıkartılarak deneysel sonuçlarla karşılaştırılması gerekmektedir.
- Eşkenar üçgen ve ikizkenar üçgen örgü geometrisindeki sonik kristal yapılar için çizdirilen Normalize frekans-Odak uzaklığı grafikleri üzerinde ileride çalışmalar yapılması planlanmaktadır.

6. KAYNAKLAR

- [1] L. Bjorno, “*Non-linear Ultrasound-A Review*”, Ultrasonic International Conference Proceedings, 110-115, (1975).
- [2] G. G. Stokes, “*On a difficulty in the theory of sound*” Philos. Mag., Ser. 3-33, 1848, 349-356.
- [3] E. Fubini, “*Alta Frequenza 4*”, 530-581, (1935).
- [4] R. T. Beyer, J. Acoust. Soc. Am., 3, 222-241, (1960).
- [5] Warren P. Mason, “*Sonic and Ultrasonics: Early History and Applications*”, IEEE Trans., Vol. Su-23, No.4, July (1976).
- [6] J. Phys. Colloque c6, suppl. No 11-12 (1972).
- [7] Pierre Simon Laplace, Annales de Chimie et de Physique III, (1816).
- [8] Simeon Denis Poisson, Jour. De l’Ecole Polytechnique 7, 319 (1808).
- [9] London Math. Soc. Proc. 17 (1887); or Scientific Papers 2, 441.
- [10] P. J. and Pierre Curie, Comptes Rendus Hebdomadaires des Seances de l’Academie des Sciences, Paris 91, 294 (1880).
- [11] D. Kaleci, “*Ultrasonik Bozulma ile Yayılma Mesafesi Arasındaki İlişki*”, Yüksek Lisans Tezi, Fen Bilimleri Enstitüsü, İnönü Üniversitesi, Malatya, 2002.
- [12] E. Hetch, *Optik*, 3. Baskı, Addison Wesley Longman, 358-359, (1998).
- [13] Halliday, Resnick, Walker, “*Fundamental of The Physics*”, Fifth Edition, 0-471-10559-07.
- [14] F. S. Crawford, *Dalgalar*, Berkeley Fizik Dersleri, 3. Baskı, (1990).

- [15] B. Çiper, “*FTDT ve MOM Sayısal Yöntemleriyle Radar Saçılma Yüzeyi Modelleme ve Azaltma Teknikleri*”, Yüksek Lisans Tezi, Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul Teknik Üniversitesi, İstanbul, (2001).
- [16] Ertaş İ., *Denel Fizik Dersleri Cilt I*, Ege Üniversitesi Yayınları (2000).
- [17] Karaali S., *Geometrik Optik*, Ege Üniversitesi Yayınları (1971).
- [18] Uçar N., *Titreşim ve Dalgalar*, 3. Baskı, 975-6755-16-4, (2004).
- [19] B. Diaconescu, K. Pohl, L. Vattuone, L. Savio, P. Hofmann, V. M. Silkin, J. M. Pitarke, E. V. Chulkov, P. M. Echenique, “*Low-energy acoustic plasmons at metal surfaces*”, J. Acoust. Soc. Am., Vol.448, (2007).
- [20] Ye, Z., Ding, L., “*Dispersion and attenuation relations in bubbly mixture*”, J. Acoust. Soc. Am., Vol.98, 1629–1636, (1995).
- [21] Silkin, V. M., Pitarke, J. M., Chulkov, E. V. & Echenique, P. M. “*Acoustic surface plasmons in the noble metals Cu, Ag, and Au*”, Phys. Rev. B 72, 115435–115441 (2005).
- [22] Pendry, J. “*Playing Tricks with Light*”, Science 285, 1687–1688, (1999).
- [23] Lezec, H. et al. Beaming Light from a Subwavelength Aperture. Science 297, 820–822, (2002).
- [24] Nagao, T., Hildebrandt, T., Henzler, M. & Hasegawa, S. “*Dispersion and Damping of a Two-Dimensional Plasmon in a Metallic Surface-State Band*”, Phys. Rev. Lett. 86, 5747–5750, (2001).
- [25] http://www.hasanbalik.com/DOC/anten_odevler/03-04/SONAR/anaproje.doc
- [26] D. Kaleci, “*İki ve Üç Boyutlu Lineer Olmayan Akustik Alan Yapılarının Deneysel İncelenmesi*” Doktora Tezi, Fen Bilimleri Enstitüsü, İnönü Üniversitesi, Malatya, (2007).
- [27] L. E. Kinsler, A. R. Frey, B. Coppins, J. V. Sanders, *Fundamentals of Acoustics*, John Wiley&Sons Inc., New York, 92-115, (1982).

- [28] A. Şahin, “*Nonlinear Pressure Fields Due to Focused Rectangular Aperature in Water*”, Thesis for the Degree of Ph. D. of The University of Bath, School of Physics, Bath, (1992).
- [29] W. S. Gan, “*Analytical solutions of the KdV-KZK equation*”, Non-Linear Acoustics and Vibration, 104-107, (2005).
- [30] O. A. Kaya, “*İki ve Üç Boyutta Nonlinear Akustik Basınç Alanlarının Teorik İncelenmesi*”, Doktora Tezi, Fen Bilimleri Enstitüsü, İnönü Üniversitesi, Malatya, (2004).
- [31] J. R. Frederick, “*Ultrasonic Engineering*”, John Wiley&Sons, Inc., P 24, USA, (1965).
- [32] H. Fjellestad, “*Simulation of nonlinear ultrasound fields Mathematical modeling*”, Cand ScientThesis, University of Oslo, (2000).
- [33] L. E. Kinsler, A. R. Frey, B. Coppens, J. V. Sanders, *Fundamentals of Acoustics*, John Wiley&Sons Inc., New York, (1982).
- [34] A. Şahin, “*Numerical Solution to the Nonlinear Acoustic Wave Equation*”, International Journal of Applied Mathematics. Vol. 2, No. 3, 2000, 339-352.
- [35] A. Shermenev, “*Nonlinear wave equation in special coordinates*”, J. of Nonlinear Math. Phys. Volume 11, Supplement., 110-115, (2004).
- [36] Z. Lu, J. L. Daridon, B. Lagourette, S. Ye, “*A phase-comparison method for measurement of the acoustic nonlinearity parameter B/A*”, Meas. Sci. Technol. 9, 1699-1705, (1989).
- [37] Z. Dong, G. Xiu-Fen, L. Xiao-Zhou, K. Jun-ichi, N. Hideo, “*Analysis and correction of diffraction effect on the B/A measurement at high frequencies*”, Chin. Phys. Lett., Vol. 21, No. 1, 107-109, (2004).

- [38] X. F. Gong, Y. S. Yan, D. Zhang, H. L. Wang, “*The Study of acoustic nonlinearity parameter tomography in reflection mode*”, State Key Lab of Modern Acoustics, Institute of Acoustics, Nanjing University, China.
- [39] S. D. Poisson, “*Memoir on theory of sound*”, J. L’Ecole Polytech. 7, (1808).
- [40] J. Lagrange, “*New research on the nature and propagation of sound*”, Misc. Taur. 2, 1760-61, 11-172.
- [41] L. Euler, 1759 Mem. Acad. Sci., Berlin 15, 185-209, (1766).
- [42] M. F. Hamilton, “*Fundamentals and applications of nonlinear acoustics*”, The American Society of Mechanical Engineers, New York, (1986).
- [43] D. T. Blackstock, “*History of nonlinear acoustics and a survey of Burgers and relate aquations*”, Prosedings of the Symposium Held at Applied Research Laboraties, The University of Texas at Austin, Edited by T. G. Muir, 1-27, (1969).
- [44] M. F. Hamilton, D. T. Blackstock (editors), *Nonlinear Acoustics, Theory and Applications*, Academic Press, New York, (1998).
- [45] Z. A. Gol’ddeger, “*On the Propagation of Plane Waves of Finite Amplitude*”, Sov. Phys. Acoust., 2, 246-350, (1956).
- [46] M. J. Lighthill, *Waves in Fluids*, Cambrige University Press, Cambridge, England, (1980).
- [47] Richard W Johnson, *The Handbook of Fluid Dynamics*, CRC Press, May 28, 4-61, (1998).
- [48] R. V. Khokhlov, E. A. Zabolotskaya, “*Quasi-plane waves in the nonlinear acoustics of confined beams*”, Sov. Phys. Acoust., 15, 35-40, (1969).
- [49] V. P. Kuznetsov, “*Equation of nonlinear acoustics*”, Sov. Phys. Acoust., 16, 476-470, (1971).

- [50] N. S. Bakhvalov, Ya. M. Zhileikin and E. A. Zabolotskaya, *Nonlinear Theory of Sound*, Moscow State University, Moscow, (1987).
- [51] Y. R. Lapidus, O. V. Rudenko, “*New approximations and results of the theory of nonlinear acoustic beams*”, *Sov. Phys. Acoust.*, 30(6), 473-476, (1984).
- [52] A. C. Baker, “*Finite Amplitude Propagation of Focused Ultrasound Waves In Water*”, Thesis for the degree of Ph. D. of the University of Bath, School of Physics, Bath, (1989).
- [53] Y.-S. Lee and M. F. Hamilton, “*Time-domain modeling of pulsed finite amplitude sound beams*”, *J. Acoust. Soc. Am.*, Vol. 97, 906-917, (1995).
- [54] Y.-S. Lee, “*Numerical solution of the KZK equation for pulsed finite amplitude sound beams in the thermoviscous fluids*”, Thesis for the degree of Ph. D. of the University of Texas at Austin, (1993).
- [55] Veselago V G, *Sov. Phy. –Ups.* 10 509, (1968).
- [56] J.B. Pendry, A.J. Holedn, W.J. Stewart, I. Youngs, *Phys. Rev. Lett.* 76, 4773, (1996).
- [57] J.B. Pendry, A.J. Holedn, D.J. Robbins, W.J. Stewart, *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.* 47, 2075, (1999).
- [58] D.R. Smith, W.J. Padilla, D.C. Vier, S.C. Nemat-Nasser, S. Schultz, “*Composite medium with simultaneously negative permeability and permittivity*”, *Phys. Rev. Lett.* 84, 4184, (2000).
- [59] R.A. Shelby, D.R. Smith, S. Schultz, *Science* 292, 77, (2001).
- [60] Ramakrishna S.A., “*Physics of Negative Refractive Index Materials*”, *Reports On Progress In Physics*, 68, 449-521, (2005).
- [61] E. Ozbay, K. Aydin, I. Bulu, K. Guven, “*Negative Refraction, subwavelength focusing and beam formation by photonic crystals*”, *J.Phys. D: Appl. Phys.* 40, 2652-2658, (2007).

- [62] C. Qiu, X. Zhang, Z. Liu, Far-field imaging of acoustic waves by a two-dimensional sonic crystal, *Phys. Rev. B* 71, 054302, (2005).
- [63] Adnan Sondaş, “*Sol Elli Bileşik Metamateryal Yapıların Sayısal Analizi ve Tasarımı*”, Yüksek Lisans Tezi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Kocaeli Üniversitesi .
- [64] Pendry J. B., *Phys. Rev. Lett.*, 85 3966 (2000).
- [65] Zhixiang Tang, Hao Zhang, Yunxia Ye, Chujun Zhao, Runwu Peng, Shuangchun Wen, Dianyuan Fanb, “*Negative refraction in a honeycomb-lattice photonic crystal*”, *Solid State Communications*, 141, 183–187, (2007).
- [66] Cubukcu E, Aydin K, Ozbay E, Foteinopolou S and Soukoulis C. M., *Phys. Rev. Lett.* 91 207401 (2003).
- [67] Fang N, Lee H, Sun C and Zhang X, *Science*, 308 534 (2005).
- [68] Juan Luis Garcia-Pomar, Manuel Nieto-Vesperinas, “*Imaging of extended objects by a negative refractive index slab*”, *New Journal of Physics* 7 160 (2005).
- [69] Renlong Zhou, Xiaoshuang Chen, Yanrui Wu, Yong Zeng, Jianbiao Zhang, Hongbo Chen, Wei Lu, Hongjian Li, Lingling Wang, “*Strong optical transport of a square-lattice photonic crystal due to the self-collimation effect and negative refraction effect*”, *Solid State Communications*, 144, 282–287, (2007).
- [70] Grbic A. and Eleftheriades G. V., *Phys. Rev. Lett.* 92 117403 (2004).
- [71] Toyokatsu Miyashita, “*Sonic crystals and sonic wave-guides*”, *Meas. Sci. Technol.*, 16 R47–R63, (2005).
- [72] Pendry J B, Schurig D and Smith D R, *Science* 312 1780 (2006).
- [73] Schurig D, Mock J J, Justice B J, Cummer S A, Pendry J B, Starr A F and Smith D R, *Science* 314 977 (2006).
- [74] Wiltshire M C K, Pendry J B, Young I R, Larkman D J, Gilderdale D J and Hajnal J V, *Science* 291 84, (2001).

- [75] Bayindir M, Aydin K, Markos P, Soukoulis C M and Ozbay E, *Appl. Phys. Lett.* 81 120, (2002).
- [76] Ziolkowski R W, *IEEE Trans. Antennas Propag.* 51 1516, (2003).
- [77] Aydin K, Guven K, Kafesaki M, Zhang L, Soukoulis C M and Ozbay E, *Opt. Lett.* 29 2623, (2004).
- [78] Katsarakis N, Koschny T, Kafesaki M, Economou E N and Soukoulis C M, *Appl. Phys. Lett.*, 84 2943, (2004).
- [79] Bulu I, Caglayan H, Aydin K and Ozbay E, *New J. Phys.*, 7 223, (2005).
- [80] Bulu I, Caglayan H and Ozbay E, *Opt. Express*, 13 10238, (2005).
- [81] Gundogdu T F, Tsiapa I, Kostopoulos A, Konstantinidis G, Katsarakis N, Penciu R S, Kafesaki M, Economou E N, Koschny T and Soukoulis C M, *Appl. Phys. Lett.* 89 084103, (2006).
- [82] Guven K, Caliskan M D and Ozbay E, *Opt. Express*, 14 8685, (2006).
- [83] Gokkavas M, Guven K, Bulu I, Aydin K, Penciu R S, Kafesaki M, Soukoulis C M and Ozbay E, *Phys. Rev. B* 73 193103, (2006).
- [84] Yen T J, Padilla W J, Fang N, Vier D C, Smith D R, Pendry J B, Basov D N and Zhang X, *Science* 303 1494, (2004).
- [85] Linden S, Enkrich C, Wegener M, Zhou J, Koschny T and Soukoulis C M, *Science* 306 1351, (2004).
- [86] Moser H O, Casse B D F, Wilhelmi O and Saw B T, *Phys. Rev. Lett.* 94 063901, (2005).
- [87] Shalaev V M, Cai W, Chettiar U K, Yuan H, Sarychev A K, Drachev V P and Kildishev V, *Opt. Lett.* 30 3356, (2005).
- [88] Zhang S, Fan W, Panoiu N C, Malloy K J, Osgood R M and Brueck S R J, *Phys. Rev. Lett.* 93 137404, (2005).

- [89] Grigorenko A N, Geim A K, Gleeson H F, Zhang Y, Firsov A A, Khrushchev I Y and Petrovic J, *Nature* 438 335, (2005).
- [90] Dolling G, Wegener M, Soukoulis C M and Linden S, *Opt. Lett.* 32 53, (2007).
- [91] X. Zhang, Z. Liu, *Appl. Phys. Lett.* 85 341, (2004).
- [92] S. Yang, J.H. Page, Z. Liu, M.L. Cowan, C.T. Chan, P. Sheng, *Phys. Rev. Lett.* 93 024301, (2004).
- [93] M. Ke, Z. Liu, C. Qiu, W. Wang, J. Shi, W. Wen, P. Sheng, *Phys. Rev. B* 72 064306, (2005).
- [94] L. Feng, X.P. Liu, M.H. Lu, Y.B. Chen, Y.F. Chen, Y.W. Mao, J. Zi, Y.Y. Zhu, S.N. Zhu, N.B. Ming, *Phys. Rev. Lett.* 96 014301, (2006).
- [95] L. Feng, X.P. Liu, M.H. Lu, Y.B. Chen, Y.F. Chen, Y.W. Mao, J. Zi, Y.Y. Zhu, S.N. Zhu, N.B. Ming, *Phys. Rev. B* 73 193101, (2006).
- [96] W. Jia, S. Zhang, *Physics Letters A*, 17183, (2007).
- [97] Mekis A, Chen J C, Kurland I, Fan S, Villeneuve P R, Joannopoulos J D, “*High transmission through sharp bends in photonic crystal waveguides*”, *Phys. Rev. Lett.* 77 3787–90, (1996).
- [98] J. Mei, Z. Liu, J. Shi, and D. Tian, *Phys. Rev. B* 67, 245107 (2003).
- [99] Cervera F et al, *Phys. Rev. Lett.*, 88 023902, (2002).
- [100] Chao-Hsien Kuo, Zhen Ye, “*Sonic crystal lenses that obey the lensmaker’s Formula*”, *J. Phys. D: Appl. Phys.*, 37 2155–2159, (2004).
- [101] Lance Simms, “*Negatif Reflaction In 2D Sonic Crystal*” Seminer Notları (2006).
- [102] K Guven, K Aydin, KB Alici, CM Soukoulis, E Ozbay, “*Spectral negative refraction and focusing analysis of a two-dimensional left-handed photonic crystal lens*”, *Phys. Rev. B* 70, 205125 (2004).

- [103] L. Feng, X.P. Liu, Y.B. Chen, Z.P. Huang, Y.W. Mao, Y.F. Chen, J. Zi, Yong-Yuan Zhu, “*Negative refraction of acoustic waves in two-dimensional sonic crystals*”, Phys. Rev. B 72, 033108 (2005).
- [104] <http://www.howstuffworks.com>.
- [105] Mesleki Eğitim ve Öğretim Sisteminin Güçlendirilmesi Projesi, “*Elektrik Elektronik Teknolojisi Sensörler ve Transdüserler*”, Ankara (2007).
- [106] http://www.silisyum.net/htm/hoparlörler/hoparlörlerin_frekans_karakteristigi.
- [107] http://www.silisyum.net/htm/hoparlörler/hoparlörlerin_empedans_karakteristigi.
- [108] http://www.silisyum.net/htm/hoparlörler/hoparlörlerin_akustik_radyasyonu.
- [109] http://www.silisyum.net/htm/hoparlörler/hoparlörlerin_guc_karakteristigi.
- [110] <http://kisi.deu.edu.tr/cihan.isikhan/downloads/Mikrofonlar.doc>.
- [111] <http://www.yargem.com/mikrofonlar24.htm>.
- [112] <http://sine.ni.com/nips/cds/print/p/lang/en/nid/13244>.
- [113] <http://www.ni.com/pdf/manuals/371322a.pdf>.
- [114] <http://sine.ni.com/nips/cds/view/p/lang/en/nid/12618>.
- [115] Mesleki Eğitim ve Öğretim Sisteminin Güçlendirilmesi Projesi, “*Elektrik Elektronik Teknolojisi Oto Seslendirme Sistemi Montajı*”, Ankara (2007).
- [116] Mesleki Eğitim ve Öğretim Sisteminin Güçlendirilmesi Projesi, “*Elektrik Elektronik Teknolojisi Seslendirme sistemi Kurulumu*”, Ankara (2007).
- [117] <http://www.rdlnet.com/product.php?page=55>.
- [118] <http://www.e3tam.com/temsilcilikler/ni/labview.htm>.
- [119] <http://www.labviewkitabi.com>.

- [120] Mustafa Dikici, *Katthal Fiziğine Giriş*, Samsun, 2-6, (1993).
- [121] Alexey Sukhovich, “*Wave Phenomena in Phononic Crystals*” Thesis for the Degree of Ph. D. of The University of Manitoba, Canada, (2007).
- [122] BandSOLVE 2.0 User Guide, RSoft Design Group, Inc. 400 Executive Blvd, Suite 100 Ossining, NY 10562.
- [123] Mustafa Dikici, *Katthal Fiziğine Giriş*, Samsun, 55, (1993).
- [124] M. Plihal and A. A. Maradudin, “*Photonic band structure of two-dimensional systems: the triangular lattice,*” *Phys. Rev. B.* 44, 8565–8571 (1991).
- [125] P. R. Villeneuve and M. Piché, “*Photonic band gaps in two-dimensional square and hexagonal lattices,*” *Phys. Rev. B.* 46, 4969–4972 (1992).
- [126] Kunal Ghosh, “*Electronic Band Structure of Carbon Nanotubes*”, Stanford University, (2005).
- [127] Mustafa Dikici, *Katthal Fiziğine Giriş*, Samsun, 168-170, (1993).
- [128] Economou E N and Sigalas M M, “*Classical wave propagation in periodic structures: Cermet versus network topology*”, *Phys. Rev.*, B 48 13434–8, (1993).
- [129] Sigalas M M, “*Defect states of acoustic waves in a two-dimensional lattice of solid cylinders*”, *J. Appl. Phys.*, 84 3026–30, (1998).
- [130] Liang-Yu, Physi Wu and Lien-Wen Chen, “*The dispersion characteristics of sonic crystals consisting of elliptic cylinders*”, *J. Appl. Phys.*, 40 7579-7583, (2007).
- [131] Isabel Perez-Arjona et al, “*Theoretical prediction of the nondiffractive propagation of sonic waves through periodic acoustic media*”, *Phys. Rev. B* 75, 014304 (2007).
- [132] Huang Wu, “*Total Band Gaps of Bulk Acoustic Waves in Two-Dimensional Acrylic/Air Sonic Crystal*”, *Bulletin of the College of Engineering, N.T.U.*, No.91, June (2004).

- [133] Martin Hirsekorn, “*Elastic Wave Propagation in Locally Resonant Sonic Materials*”, Thesis for the Degree of Ph. D. of The University of Politecnico Di Torino, Italy, (2006).
- [134] Hu, X. H., Shen, Y. E., Liu, X. H., Fu, R. T. & Zi, J. “*Superlensing Effect in Liquid Surface Waves*”, Phys. Rev. E69, 030201 (R) (2004).
- [135] Ming-Hui Lu, Chao Zhang, Liang Feng, “*Negative Birefracton of Acoustic Waves in a Sonic Crystal*”, Nature Mater.1 744-748 (2007).

EK 1.

Bölüm 3.4.2’de verilmiş olan Denklem 3.3 ile tanımlanan \vec{b}_1 ve \vec{b}_2 ters örgü vektörlerini 2-boyutlu örgü için yazalım.

$$\vec{b}_1 = 2\pi \frac{(\vec{a}_2 \times \vec{a}_3)}{\vec{a}_1 \cdot (\vec{a}_2 \times \vec{a}_3)} \quad (1)$$

$$\vec{b}_2 = 2\pi \frac{(\vec{a}_3 \times \vec{a}_1)}{\vec{a}_1 \cdot (\vec{a}_2 \times \vec{a}_3)} \quad (2)$$

Bunun için 3-boyutta \vec{a}_1 , \vec{a}_2 ve \vec{a}_3 örgü vektörlerini tanımlayalım.

$$\begin{aligned} \vec{a}_1 &= a_{11}\hat{i} + a_{12}\hat{j} + a_{13}\hat{k} \\ \vec{a}_2 &= a_{21}\hat{i} + a_{22}\hat{j} + a_{23}\hat{k} \\ \vec{a}_3 &= a_{31}\hat{i} + a_{32}\hat{j} + a_{33}\hat{k} \end{aligned} \quad (3)$$

Denklem 1 ile verilen \vec{b}_1 ters örgü vektörünün $(\vec{a}_2 \times \vec{a}_3)$ vektör çarpımı,

$$(\vec{a}_2 \times \vec{a}_3) = (a_{22}a_{33} - a_{23}a_{32})\hat{i} - (a_{21}a_{33} - a_{23}a_{31})\hat{j} + (a_{21}a_{32} - a_{22}a_{31})\hat{k} \quad (4)$$

olarak bulunur. 2-boyutta \vec{b}_1 ters örgü vektörünü tanımlamak için \vec{a}_3 örgü vektörü birim vektör olarak kabul edilip $a_{31} = a_{32} = a_{33} = 1$ olarak alınırsa,

$$(\vec{a}_2 \times \vec{a}_3) = (a_{22} - a_{23})\hat{i} - (a_{21} - a_{23})\hat{j} + (a_{21} - a_{22})\hat{k} \quad (5)$$

bulunur. Denklem 5 eşitliğini 2-boyutta yazabilmek için \vec{a}_2 örgü vektörünün ve $(\vec{a}_2 \times \vec{a}_3)$ vektör çarpımının z -ekseni yönündeki bileşeni $a_{23} = 0$ ve $(a_{21} - a_{22}) = 0$ olarak alınırsa,

$$(\vec{a}_2 \times \vec{a}_3) = (a_{22})\hat{i} - (a_{21})\hat{j} \quad (6)$$

elde edilir. Benzer şekilde \vec{b}_1 ters örgü vektörü için $\vec{a}_1 \cdot (\vec{a}_2 \times \vec{a}_3)$ ifadesini hesaplırsak,

$$\begin{aligned} \vec{a}_1 \cdot (\vec{a}_2 \times \vec{a}_3) &= a_{11}a_{22}a_{33} - a_{11}a_{23}a_{32} - a_{12}a_{21}a_{33} \\ &+ a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}a_{32} - a_{13}a_{22}a_{31} \end{aligned} \quad (7)$$

olarak bulunur.

2-boyutta \vec{b}_1 ters örgü vektörünü tanımlamak için \vec{a}_3 örgü vektörü birim vektör olarak kabul edilip $a_{31} = a_{32} = a_{33} = 1$ olarak alınırsa,

$$\vec{a}_1 \cdot (\vec{a}_2 \times \vec{a}_3) = a_{11}a_{22} - a_{11}a_{23} - a_{12}a_{21} + a_{12}a_{23} + a_{13}a_{21} - a_{13}a_{22} \quad (8)$$

eşitliğine ulaşılır. Denklem 8 eşitliğini 2-boyutta yazabilmek için \vec{a}_1 ve \vec{a}_2 vektörlerinin z -ekseni yönündeki bileşenleri $a_{13} = a_{23} = 0$ olarak alınırsa,

$$\vec{a}_1 \cdot (\vec{a}_2 \times \vec{a}_3) = a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21} \quad (9)$$

eşitliği elde edilir. 2-boyutta \vec{b}_1 ters örgü vektörünü oluşturmak için Denklem 6 ve Denklem 9 eşitliklerini Denklem 1 ifadesinde yerine yazarsak,

$$\vec{b}_1 = 2\pi \frac{(a_{22})i - (a_{21})j}{a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}} = 2\pi \frac{(a_{22}, -a_{21})}{a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}} \quad (10)$$

olarak bulunur.

Benzer şekilde Denklem 2 eşitliği ile verilen \vec{b}_2 ters örgü vektörünün $(\vec{a}_3 \times \vec{a}_1)$ vektör çarpımı,

$$(\vec{a}_3 \times \vec{a}_1) = (a_{32}a_{13} - a_{33}a_{12})\hat{i} - (a_{31}a_{13} - a_{33}a_{11})\hat{j} + (a_{31}a_{12} - a_{32}a_{11})\hat{k} \quad (11)$$

olarak elde edilir. 2-boyutta \vec{b}_2 ters örgü vektörünü tanımlamak için \vec{a}_3 örgü vektörü birim vektör olarak kabul edilip $a_{31} = a_{32} = a_{33} = 1$ olarak alınırsa,

$$(\vec{a}_3 \times \vec{a}_1) = (a_{13} - a_{12})\hat{i} - (a_{13} - a_{11})\hat{j} + (a_{12} - a_{11})\hat{k} \quad (12)$$

bulunur. Denklem 12 eşitliğini 2-boyutta yazabilmek için \vec{a}_1 örgü vektörünün ve $(\vec{a}_3 \times \vec{a}_1)$ vektör çarpımının z -ekseni yönündeki bileşeni $a_{13} = 0$ ve $(a_{12} - a_{11}) = 0$ olarak alınırsa,

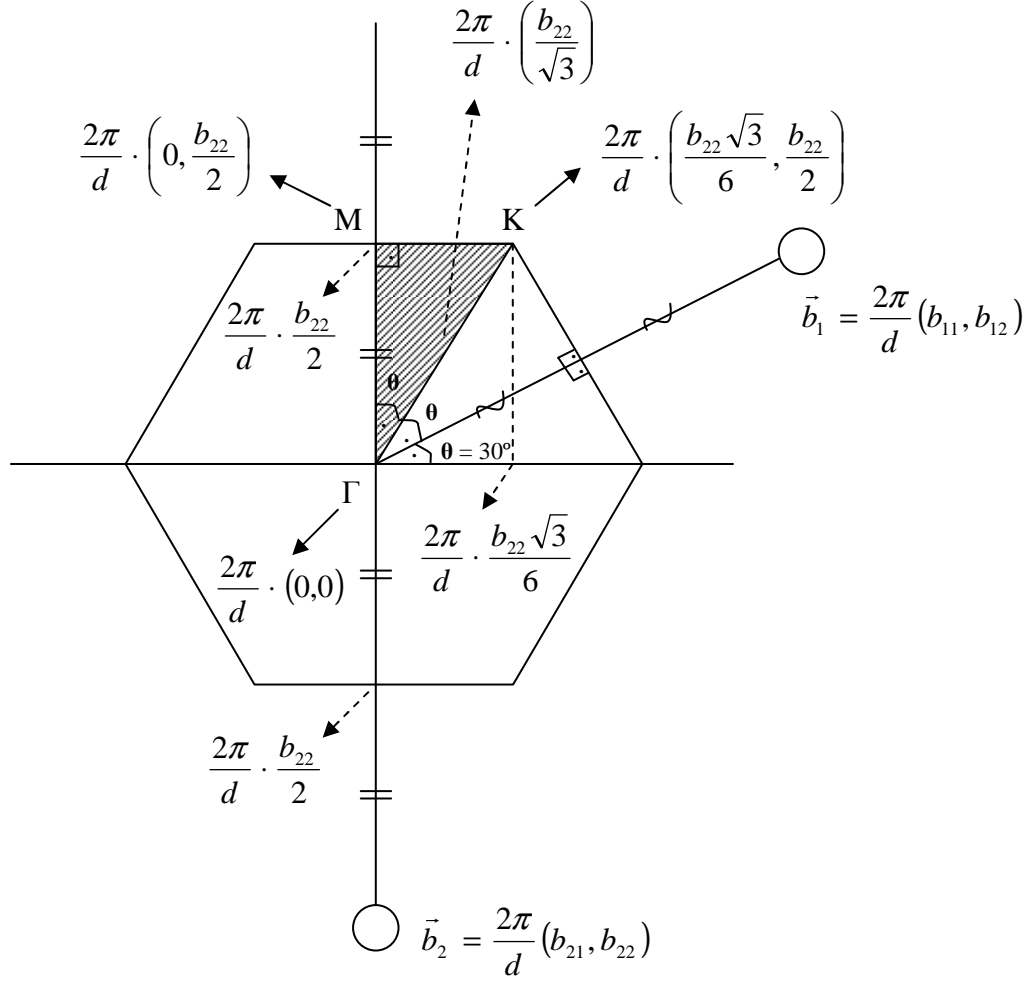
$$(\vec{a}_3 \times \vec{a}_1) = (-a_{12})\hat{i} - (-a_{11})\hat{j} \quad (13)$$

elde edilir. 2-boyutta \vec{b}_2 ters örgü vektörünü oluşturmak için Denklem 13 ve Denklem 9 eşitliklerini Denklem 2 ifadesinde yerine yazarsak,

$$\vec{b}_2 = 2\pi \frac{(-a_{12})i + (a_{11})j}{a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}} = 2\pi \frac{(-a_{12}, a_{11})}{a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}} \quad (14)$$

elde edilir.

Üçgen Örgü İçin İki Boyutta Γ , K, M Noktaları:

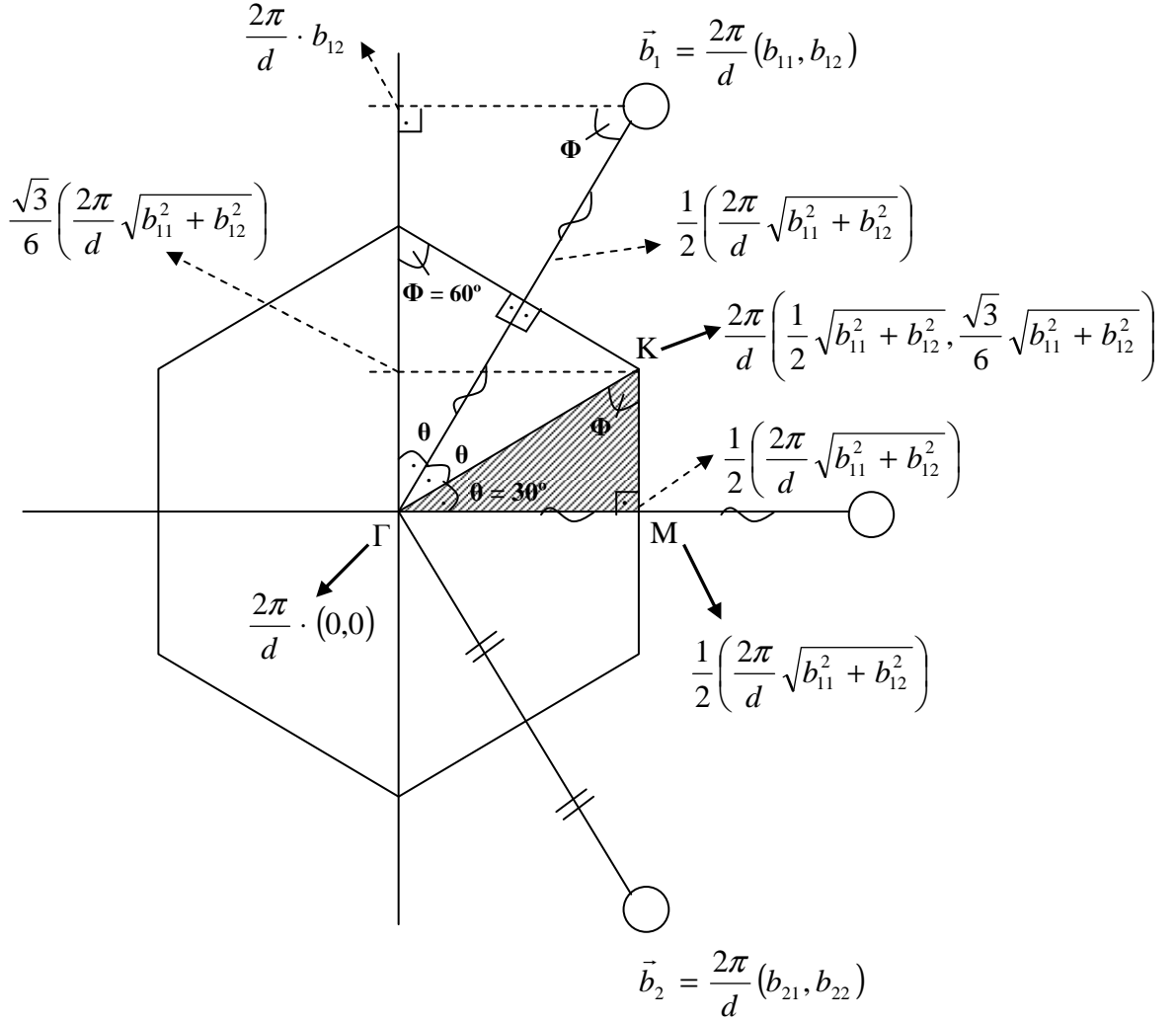


$$\Gamma = \frac{2\pi}{d}(0,0)$$

$$K = \frac{2\pi}{d} \cdot \left(\frac{b_{22}\sqrt{3}}{6}, \frac{b_{22}}{2}\right)$$

$$M = \frac{2\pi}{d} \cdot \left(0, \frac{b_{22}}{2}\right)$$

Bal Peteği Örgü İçin İki Boyutta Γ , K, M Noktaları:



$$\Gamma = \frac{2\pi}{d}(0,0)$$

$$K = \frac{2\pi}{d}\left(\frac{1}{2}\sqrt{b_{11}^2 + b_{12}^2}, \frac{\sqrt{3}}{6}\sqrt{b_{11}^2 + b_{12}^2}\right)$$

$$M = \frac{1}{2}\left(\frac{2\pi}{d}\sqrt{b_{11}^2 + b_{12}^2}, 0\right)$$

EK 3.

Ses dalgası için ikinci dereceden homojen olmayan diferansiyel denklem,

$$\nabla \cdot (\underline{\rho}(\vec{r}) \cdot \nabla p(\vec{r}, u)) - \frac{1}{\overline{K}(\vec{r})} \cdot \frac{\partial^2 p(\vec{r}, u)}{\partial u^2} = 0 \quad (1)$$

Burada $\nabla \cdot (\underline{\rho}(\vec{r}) \cdot \nabla p(\vec{r}, u))$ ifadesini açık bir şekilde yazalım;

$$\begin{aligned} \nabla \cdot (\underline{\rho}(\vec{r}) \cdot \nabla p(\vec{r}, u)) &= \nabla \cdot \left[\underline{\rho}(\vec{r}) \cdot \left(\frac{\partial p(\vec{r}, u)}{\partial x} i + \frac{\partial p(\vec{r}, u)}{\partial y} j \right) \right] \\ &= \nabla \cdot \left[\underline{\rho}(\vec{r}) \cdot \frac{\partial p(\vec{r}, u)}{\partial x} i + \underline{\rho}(\vec{r}) \cdot \frac{\partial p(\vec{r}, u)}{\partial y} j \right] \\ &= \frac{\partial}{\partial x} \left[\underline{\rho}(\vec{r}) \cdot \frac{\partial p(\vec{r}, u)}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[\underline{\rho}(\vec{r}) \cdot \frac{\partial p(\vec{r}, u)}{\partial y} \right] \end{aligned} \quad (2)$$

Denklem 2 ifadesini Denklem 1’de yerine yazarsak

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[\underline{\rho}(\vec{r}) \cdot \frac{\partial p(\vec{r}, u)}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[\underline{\rho}(\vec{r}) \cdot \frac{\partial p(\vec{r}, u)}{\partial y} \right] = \frac{1}{\overline{K}(\vec{r})} \cdot \frac{\partial^2 p(\vec{r}, u)}{\partial u^2} \quad (3)$$

elde edilir. Denklem 3 eşitliğinde $p(\vec{r}, u) = e^{ik_0 u} \cdot p(\vec{r})$ olarak yerine yazılırsa,

$$\frac{1}{\overline{K}(\vec{r})} \cdot p(\vec{r}) \cdot (ik_0) \cdot (ik_0) \cdot e^{ik_0 u} = \frac{\partial}{\partial x} \left[\underline{\rho}(\vec{r}) \cdot \frac{\partial p(\vec{r})}{\partial x} \right] \cdot e^{ik_0 u} + \frac{\partial}{\partial y} \left[\underline{\rho}(\vec{r}) \cdot \frac{\partial p(\vec{r})}{\partial y} \right] \cdot e^{ik_0 u}$$

eşitliğin her iki tarafındaki $e^{ik_0 u}$ terimlerini sadeleştirdiğimizde,

$$\frac{1}{\overline{K}(\vec{r})} \cdot p(\vec{r}) \cdot (-1) \cdot k_0^2 = \frac{\partial}{\partial x} \left[\underline{\rho}(\vec{r}) \cdot \frac{\partial p(\vec{r})}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[\underline{\rho}(\vec{r}) \cdot \frac{\partial p(\vec{r})}{\partial y} \right] \quad (4)$$

eşitliği elde edilir. Denklem 4’ün sağ tarafındaki ifade Denklem 2’ye eşittir. Buradan,

$$\frac{1}{\overline{K}(\vec{r})} \cdot p(\vec{r}) \cdot (-1) \cdot k_0^2 = \nabla \cdot (\underline{\rho}(\vec{r}) \cdot \nabla p(\vec{r})) \quad (5)$$

olarak bulunur. Burada $k_0 = w/c_0$ olarak alınır ve Denklem 5 eşitliği düzenlenirse,

$$\nabla \cdot (\underline{\rho}(\vec{r}) \cdot \nabla p(\vec{r})) + \frac{\left(\frac{w}{c_0} \right)^2}{\overline{K}(\vec{r})} \cdot p(\vec{r}) = 0 \quad (6)$$

Denklem 3.13 eşitliği ile verilen ifade elde edilir.

EK 4.

$$\nabla \cdot (\underline{\rho}(\vec{r}) \cdot \nabla p(\vec{r})) + \frac{\left(\frac{w}{c_0}\right)^2}{\underline{K}(\vec{r})} \cdot p(\vec{r}) = 0 \quad (1)$$

Denklem 1 eşitliğini *Plane-Wave-Expansion Yöntemi* ile çözebilmek için aşağıda verilmiş olan Fourier serileri kullanılır [71, 128, 129].

$$\begin{aligned} \underline{\rho}(\vec{r}) &= \sum_{\vec{G}_1} \underline{\rho}_{\vec{G}_1} \cdot e^{i(\vec{G}_1 \cdot \vec{r})} \\ \underline{K}(\vec{r}) &= \sum_{\vec{G}_1} \underline{K}_{\vec{G}_1} \cdot e^{i(\vec{G}_1 \cdot \vec{r})} \\ p(\vec{r}) &= e^{i(\vec{k} \cdot \vec{r})} \sum_{\vec{G}_2} u_{\vec{G}_2} \cdot e^{i(\vec{G}_2 \cdot \vec{r})} \end{aligned} \quad (2)$$

Denklem 2 ile verilmiş olan ifadeler Denklem 1’de yerine yazılırsa,

$$\begin{aligned} &\nabla \cdot \left[\left(\sum_{\vec{G}_1} \underline{\rho}_{\vec{G}_1} \cdot e^{i(\vec{G}_1 \cdot \vec{r})} \right) \cdot \nabla \left(e^{i(\vec{k} \cdot \vec{r})} \sum_{\vec{G}_2} u_{\vec{G}_2} \cdot e^{i(\vec{G}_2 \cdot \vec{r})} \right) \right] + \\ &+ \left(\frac{w}{c_0} \right)^2 \left(\sum_{\vec{G}_1} \underline{K}_{\vec{G}_1} \cdot e^{i(\vec{G}_1 \cdot \vec{r})} \right) \cdot \left(e^{i(\vec{k} \cdot \vec{r})} \sum_{\vec{G}_2} u_{\vec{G}_2} \cdot e^{i(\vec{G}_2 \cdot \vec{r})} \right) = 0 \end{aligned} \quad (3)$$

elde edilir. Denklem 3’de verilmiş olan bazı terimler için aşağıdaki basitleştirmeler yapılabilir.

$$\begin{aligned} e^{i(\vec{k} \cdot \vec{r})} \sum_{\vec{G}_2} u_{\vec{G}_2} \cdot e^{i(\vec{G}_2 \cdot \vec{r})} &= \sum_{\vec{G}_2} u_{\vec{G}_2} \cdot e^{i(\vec{k} + \vec{G}_2) \cdot \vec{r}} \\ \nabla \left(e^{i(\vec{k} \cdot \vec{r})} \sum_{\vec{G}_2} u_{\vec{G}_2} \cdot e^{i(\vec{G}_2 \cdot \vec{r})} \right) &= \nabla \left(\sum_{\vec{G}_2} u_{\vec{G}_2} \cdot e^{i(\vec{k} + \vec{G}_2) \cdot \vec{r}} \right) \\ &= \sum_{\vec{G}_2} u_{\vec{G}_2} \cdot i(\vec{k} + \vec{G}_2) \cdot e^{i(\vec{k} + \vec{G}_2) \cdot \vec{r}} \end{aligned} \quad (4)$$

Denklem 4 ile verilmiş olan basitleştirmeler Denklem 3’de ilgili yerlere yazılırsa,

$$\begin{aligned} & \nabla \cdot \left[\left(\sum_{\vec{G}_1} \underline{\rho}_{\vec{G}_1} \cdot e^{i(\vec{G}_1 \cdot \vec{r})} \right) \cdot \left(\sum_{\vec{G}_2} u_{\vec{G}_2} \cdot i(\vec{k} + \vec{G}_2) \cdot e^{i(\vec{k} + \vec{G}_2) \cdot \vec{r}} \right) \right] + \\ & + \left(\frac{w}{c_0} \right)^2 \left(\sum_{\vec{G}_1} \underline{K}_{\vec{G}_1} \cdot e^{i(\vec{G}_1 \cdot \vec{r})} \right) \cdot \left(\sum_{\vec{G}_2} u_{\vec{G}_2} \cdot e^{i(\vec{k} + \vec{G}_2) \cdot \vec{r}} \right) = 0 \end{aligned} \quad (5)$$

elde edilir. Denklem 5 ile verilen eşitlikte \vec{G}_1 ve \vec{G}_2 ters örgü vektörleri birbirinden bağımsız olduğu için diverjans işlemi içindeki ifade ve sonrasındaki ikinci ifade aşağıdaki şekilde basitleştirilerek yazılabilir.

$$\begin{aligned} & \nabla \cdot \left[\left(\sum_{\vec{G}_1} \underline{\rho}_{\vec{G}_1} \cdot e^{i(\vec{G}_1 \cdot \vec{r})} \right) \cdot \left(\sum_{\vec{G}_2} u_{\vec{G}_2} \cdot i(\vec{k} + \vec{G}_2) \cdot e^{i(\vec{k} + \vec{G}_2) \cdot \vec{r}} \right) \right] = \\ & = \nabla \cdot \left[\sum_{\vec{G}_1} \sum_{\vec{G}_2} \left(\underline{\rho}_{\vec{G}_1} \cdot u_{\vec{G}_2} \cdot i(\vec{k} + \vec{G}_2) \cdot e^{i(\vec{k} + \vec{G}_1 + \vec{G}_2) \cdot \vec{r}} \right) \right] \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} & \left(\frac{w}{c_0} \right)^2 \left(\sum_{\vec{G}_1} \underline{K}_{\vec{G}_1} \cdot e^{i(\vec{G}_1 \cdot \vec{r})} \right) \cdot \left(\sum_{\vec{G}_2} u_{\vec{G}_2} \cdot e^{i(\vec{k} + \vec{G}_2) \cdot \vec{r}} \right) = \\ & = \left(\frac{w}{c_0} \right)^2 \left(\sum_{\vec{G}_1} \sum_{\vec{G}_2} \underline{K}_{\vec{G}_1} \cdot u_{\vec{G}_2} \cdot e^{i(\vec{k} + \vec{G}_1 + \vec{G}_2) \cdot \vec{r}} \right) \end{aligned} \quad (7)$$

Burada Denklem 6 ifadesi için $\nabla \cdot (\vec{b} \cdot e^{\vec{a} \cdot \vec{r}}) = (\vec{b} \cdot \vec{a}) \cdot e^{\vec{a} \cdot \vec{r}}$ özelliği kullanılarak tekrar düzenlenirse,

$$\begin{aligned} & \nabla \cdot \left[\sum_{\vec{G}_1} \sum_{\vec{G}_2} \left(\underline{\rho}_{\vec{G}_1} \cdot u_{\vec{G}_2} \cdot i(\vec{k} + \vec{G}_2) \cdot e^{i(\vec{k} + \vec{G}_1 + \vec{G}_2) \cdot \vec{r}} \right) \right] = \\ & = \sum_{\vec{G}_1} \sum_{\vec{G}_2} \underline{\rho}_{\vec{G}_1} \cdot u_{\vec{G}_2} \cdot i^2 (\vec{k} + \vec{G}_2) \cdot (\vec{k} + \vec{G}_1 + \vec{G}_2) \cdot e^{i(\vec{k} + \vec{G}_1 + \vec{G}_2) \cdot \vec{r}} \end{aligned} \quad (8)$$

olarak elde edilir. Denklem 7 ve Denklem 8 ifadeleri Denklem 5’de yerine yazılırsa,

$$\begin{aligned} & \sum_{\vec{G}_1} \sum_{\vec{G}_2} \underline{\rho}_{\vec{G}_1} \cdot u_{\vec{G}_2} \cdot i^2 (\vec{k} + \vec{G}_2) \cdot (\vec{k} + \vec{G}_1 + \vec{G}_2) \cdot e^{i(\vec{k} + \vec{G}_1 + \vec{G}_2) \cdot \vec{r}} + \\ & + \sum_{\vec{G}_1} \sum_{\vec{G}_2} \left(\frac{w}{c_0} \right)^2 \underline{K}_{\vec{G}_1} \cdot u_{\vec{G}_2} \cdot e^{i(\vec{k} + \vec{G}_1 + \vec{G}_2) \cdot \vec{r}} = 0 \end{aligned} \quad (9)$$

elde edilir. Gerekli düzenlemeler yapılırsa,

$$\sum_{\vec{G}_1} \sum_{\vec{G}_2} \left[(\underline{\rho}_{\vec{G}_1} \cdot u_{\vec{G}_2} \cdot i^2 (\vec{k} + \vec{G}_2) \cdot (\vec{k} + \vec{G}_1 + \vec{G}_2) + \left(\frac{w}{c_0} \right)^2 \underline{K}_{\vec{G}_1} \cdot u_{\vec{G}_2}) \cdot e^{i(\vec{k} + \vec{G}_1 + \vec{G}_2) \cdot \vec{r}} \right] = 0 \quad (10)$$

elde edilir. Bu denklemin sağlanabildiği bir çözüm, $e^{i(\vec{k} + \vec{G}_1 + \vec{G}_2) \cdot \vec{r}}$ teriminin çarpanlarının her \vec{G}_1 , \vec{G}_2 ve \vec{k} vektörleri için ayrı ayrı sıfıra eşit olması ile mümkündür. Bu çözüm için,

$$\underline{\rho}_{\vec{G}_1} \cdot u_{\vec{G}_2} \cdot i^2 (\vec{k} + \vec{G}_2) \cdot (\vec{k} + \vec{G}_1 + \vec{G}_2) + \left(\frac{w}{c_0} \right)^2 \underline{K}_{\vec{G}_1} \cdot u_{\vec{G}_2} = 0 \quad (11)$$

elde edilir. Denklem 11 ile elde edilen koşul, bütün \vec{G}_2 vektörleri için yazılır ve toplanırsa, her bir \vec{G}_1 ve \vec{k} vektörüne bağımlı olarak,

$$\sum_{\vec{G}_2} (\underline{\rho}_{\vec{G}_1} \cdot u_{\vec{G}_2} \cdot i^2 (\vec{k} + \vec{G}_2) \cdot (\vec{k} + \vec{G}_1 + \vec{G}_2) + \left(\frac{w}{c_0} \right)^2 \underline{K}_{\vec{G}_1} \cdot u_{\vec{G}_2}) = 0 \quad (12)$$

denklemini ifade edilebilir. Denklem 12 eşitliğinde $u_{\vec{G}_2}$ terimi ortak çarpan parantezine alınır,

$$\sum_{\vec{G}_2} (\underline{\rho}_{\vec{G}_1} \cdot i^2 (\vec{k} + \vec{G}_2) \cdot (\vec{k} + \vec{G}_1 + \vec{G}_2) + \left(\frac{w}{c_0} \right)^2 \underline{K}_{\vec{G}_1}) \cdot u_{\vec{G}_2} = 0 \quad (13)$$

olur. Denklem 13'de, $\vec{G}_2 = \vec{G}'$ ve $\vec{G}_1 + \vec{G}_2 = \vec{G}$ dönüşümleri yapılır ve $i^2 = -1$ kullanılırsa, ($\vec{G}_1 = \vec{G} - \vec{G}_2 = \vec{G} - \vec{G}'$)

$$\sum_{\vec{G}'} (\underline{\rho}_{\vec{G}-\vec{G}'} \cdot (-1) (\vec{k} + \vec{G}') \cdot (\vec{k} + \vec{G}) + \left(\frac{w}{c_0} \right)^2 \underline{K}_{\vec{G}-\vec{G}'}) \cdot u_{\vec{G}'} = 0 \quad (14)$$

elde edilir. Gerekli düzenlemeler yapılırsa, her bir $\vec{G} - \vec{G}'$ ve \vec{k} vektörü için,

$$\sum_{\vec{G}'} \left[\frac{w^2}{c_0^2} \underline{K}_{\vec{G}-\vec{G}'} - (\vec{k} + \vec{G}) \cdot (\vec{k} + \vec{G}') \cdot \underline{\rho}_{\vec{G}-\vec{G}'} \right] \cdot u_{\vec{G}'} = 0 \quad (15)$$

sonik kristal sistemlerin analizinde bir standart haline gelmiş düzlem dalga denklemi (Denklem 3.15) elde edilir. Bu denklem bütün $\vec{G} - \vec{G}'$ vektörleri için yazılırsa, M adet denklem elde edilir. Burada M toplam ters örgü vektör sayısı yani düzlem dalga adedini temsil eder. Her bir \vec{k} dalga vektörü için elde edilen M adet denklem birlikte bir özdeğer eşitliği teşkil eder. Bu özdeğer eşitliğinin özvektörlerini $u_{\vec{G}'}$ ve özdeğerlerini $\left(\frac{w}{c_0} \right)^2$ terimleri oluşturur. Burada her bir $\lambda_n = (w_n/c_0)^2$ özdeğeri ($n = 1, 2, \dots, M$), ilgili \vec{k} dalga vektörü için n . frekans bandı çözümünü verir. Frekans bandları, λ_n özdeğerleri kullanılarak Denklem 16 yardımı ile hesaplanır.

$$\lambda_n = \left(\frac{w_n}{c_0} \right)^2 \Rightarrow w_n(\vec{k}) = \sqrt{\lambda_n \cdot c_0^2} \quad n = 1, 2, \dots, M \quad (16)$$

EK 5.

```
%-----  
% Bu program silindirik dağıtıcı dizisinden oluşan 2-Boyutlu sonik kristal yapıların  
% PWE yöntemi ile band yapısı karakteristiğini çizer.  
%-----  
% yogunlukDagitici: Silindirik dağıtıcı ortam normalize yoğunluğu  
% bulkDagitici: Silindirik dağıtıcı ortam normalize bulk modulu  
% R: Dağıtıcı silindir yarıçapı [m]  
% a: Örgü Sabiti [m]  
% OrguTipi =1: Kare Orgu  
%           =2: Ucgen Orgu  
%           =3: Balpetegi Orgu  
% DalgaVekSayisi: Her vektor aralığında(T-X-M) dalga vektor sayısı.  
% MaxFreqAxis: Band yapısı çiziminde boyutsuz frekans için üst sınır  
% kVektorDizilim =1:'GamaMerkez' (Kare Orgude:XTMX Ucgen-Balpetegi:KTMK)  
%                =2:'GamaKenar' (Kare Orgude:TXMT Ucgen-Balpetegi:TKMT)  
% BandCizim= Çizilecek band adedi. İlk bantdan itibaren BandCizim kadar band çizilir  
%-----  
% Farklı yoğunluktaki dağıtıcı materyaller için normalize yoğunluk ve normalize bulk  
modulleri:  
% Hesaplama Yöntemi:  
% yogunlukDagitici=OrtamYogunluğu/DağıtıcıYoğunluk  
% bulkDagitici=OrtamBulkModulu/DağıtıcıBulkModulu  
%  
% ÇELİK çubuklar:  
% yogunlukDagitici=1.66e-4  
% bulkDagitici=5.17e-7  
%-----  
% ALİMİNYUM çubuklar:  
% yogunlukDagitici=4.81e-4  
% bulkDagitici=2.14e-6  
%-----
```

```

% PLASTİK çubuklar:
% yogunlukDagitici=1.08e-3
% bulkDagitici=2.23e-5

yogunlukDagitici=1.66e-4;
bulkDagitici=5.17e-7;
R=0.01;
a=0.025;
OrguTipi=1;
DalgaVekSayisi=10;
MaxFreqAxis=1; % Boyutsuz frekans ekseni maximum değeri
kVektorDizilim=1;
BandCizim=2; % Cizilecek band sayisi

SonikKristalBand(yogunlukDagitici,bulkDagitici,R,a,OrguTipi,DalgaVekSayisi,MaxFr
eqAxis,kVektorDizilim,BandCizim)

function
SonikKristalBand(yogunlukDagitici,bulkDagitici,R,a,OrguTipi,DalgaVekSayisi,MaxFr
eqAxis,kVektorDizilim,BandCizim)

% yogunlukDagitici: Silindirik dağıtıcı ortam normalize yoğunluğu
% bulkDagitici: Silindirik dağıtıcı ortam normalize bulk modulu
% R: Dağıtıcı silindir yarıçapı [m]
% a: Örgü Sabiti [m]
% OrguTipi =1: Kare Orgu
%           =2: Ucgen Orgu
%           =3: Balpetegi Orgu
% DalgaVekSayisi: Her vektor aralığında(T-X-M) dalga vektor sayısı.
% MaxFreqAxis: Boyutsuz frekans ekseni maximum değeri
% kVektorDizilim =1:'GamaMerkez' (Kare Orgude:XTMX Ucgen-Balpetegi:KTMK)
%                 =2:'GamaKenar' (Kare Orgude:TXMT Ucgen-Balpetegi:TKMT)
% BandCizim= Çizilecek band adedi. İlk bantdan itibaren BandCizim kadar band çizilir
%-----

```



```

yogunlukOrtam=1
bulkOrtam=1
tic;

disp('-----')
if (OrguTipi==1)
    disp('Kare Orgu');
end
if (OrguTipi==2)
    disp('Ucgeb Orgu');
end
if (OrguTipi==3)
    disp('Balpetegi Orgu');
end

%Kontrol parametreleri
Ktype=3; % Vektör aralığı sayısı, X->M, T->X, T->M
NumberK=Ktype*DalgaVekSayisi; % Toplam K dalga vektör sayısı;

NEIG=20; %NEIG: Özdeğer Sayısı

%a1,a2 örgü birim hücre baz vektörleri.
%a1=a*[1,0];
if OrguTipi==1
    a1=a*[1,0];
    a2=a*[0,1];
end
if OrguTipi==2
    a1=a*[1,0];
    a2=a*[0.5,-sqrt(3)/2];
end
if OrguTipi==3
    %a1=a*[1.5,-sqrt(3)/2];
    %a2=a*[1.5,sqrt(3)/2];

```

```

a1=a*[sqrt(3)/2,0.5];
a2=a*[sqrt(3)/2,-0.5];
end
%-----
%ac: örgü hücresi (birim hücre) alanı.
ac=abs(a1(1)*a2(2)-a1(2)*a2(1));
payda=(a1(1)*a2(2)-a1(2)*a2(1)); % b1 ve b2 birim vektör hesabında kullanılır.
%b1, b2 reciprocal uzay (ters örgü uzayı) vektörleri.
b1=2*pi/payda*[a2(2),-a2(1)];
b2=2*pi/payda*[-a1(2),a1(1)];

%f: Doluluk oranı: Toplam birim hücre alanının silindir dağıtıcı alanına oranı.
f=pi*R*R/ac;

MaxDimForG=10; % Maksimum pozitif ters örgü vektör sayısı, G
DimForG=2*MaxDimForG+1;
NPW=DimForG*DimForG; %NPW: Düzlem dalga sayısı

% Ters örgü uzayında G vektörlerinin oluşturulması.
%      ^
%      | Y
%  O O O O O -->(MaxDimForG,MaxDimForG) bu noktalar için!
%  O O O O O
% --O--O--O--O--O-- > X
%  O O O O O
%  O O O O O
%      |
%      |
%G matrisinin oluşturulması
disp('Forier Katsayıları hesaplanıyor...');
gtemp=-MaxDimForG:MaxDimForG;
gtemp1=repmat(gtemp,DimForG,1);
Gx=b1(1)*gtemp1+b2(1)*gtemp1';% Burada indeksler baz vektörler çarpıldı.
n*b1x+m*b2x

```

```

Gy=b1(2)*gtemp1+b2(2)*gtemp1';% Burada indeksler baz vektörler çarpıldı.
n*b1y+m*b2y
Gx=Gx(:)';
Gy=Gy(:)';

disp(strcat('Düzlem dalga sayısı--',num2str(NPW)));
% Burada G=[Gx_m Gy_m] vektörleri ve G'=[Gx_n Gy_n] vektörleri oluşturulur.
Gx_m=repmat(Gx,NPW,1); % G üssünün x bileşeni oluşturulur
Gx_n=Gx_m';
Gy_m=repmat(Gy,NPW,1); % G üssünün y bileşeni oluşturulur
Gy_n=Gy_m';

% Ortam parametreleri yoğunluk ve bulk modülü kristal yapıda periyodik değişmektedir.
% Değişimin binary(İki değerli) yapıdır. (yogunlukOrtam,yogunlukDagitici) gibi
% Böyle iki değerli değişim için fourier katsayıları hesaplanır.
ek0y=f*yogunlukDagitici+(1-f)*yogunlukOrtam;
ekcy=(yogunlukDagitici-yogunlukOrtam);

ek0b=f*bulkDagitici+(1-f)*bulkOrtam;
ekcb=(bulkDagitici-bulkOrtam);

ek0=ek0y/ek0b;
ekc=ekcy/ekcb;

% Fourier katsayıları G vektörüne bağımlı olarak ek_mat matrisinde
% saklanır. G=0 için ek0 kullanılır. G!=0 için
% ekc*F(G), F(G)=f*2*besselj(1,GR_mat)./GR_mat ile hesaplanır
% burada F(G) yapı faktörüdür.

GR_mat=sqrt((Gx_m-Gx_n).*(Gx_m-Gx_n)+(Gy_m-Gy_n).*(Gy_m-Gy_n))*R;

if OrguTipi==1 || OrguTipi==2 || OrguTipi==3
    %ek_mat hesaplamasında sıfıra bölünmeleri ele
    na=find(GR_mat==0);% GR_mat yani G normunun sıfır olduğu yerleri bulur

```

```

GR_mat(na)=1; % G vektör normu sıfır ise 1 yapılıyor. Çünkü /GR_mat sıfıra bölüm
hatası verir
ek_mat=ekc*f*2*besselj(1,GR_mat)./GR_mat; % G!=0 için fourier katsayıları
ek_mat(na)=ek0;% G==0 için fourier katsayıları
end
%if OrguTipi==3
    %ek_mat hesaplamasında sıfıra bölünmeleri ele
    %na=find(GR_mat==0);
    %GR_mat(na)=1;
    %ek_mat=cos((Gx_m-Gx_n).*a/2+(Gy_m-
Gy_n).*a*sqrt(3)/6).*f*2*ekc.*besselj(1,GR_mat)./GR_mat;
    %ek_mat(na)=ek0;
%end

%Örgü tipine göre K vektör uzayında etiket koordinatları Point dizisinde tutuluyor

Point=zeros(Ktype+1,2);
if OrguTipi==1 %Kare Örgü için
    if kVektorDizilim==1
        Point(1,:)=[b1(1)/2,0]; %X Noktası için K uzayında koordinat
        Point(2,:)=[0,0]; %Gama Noktası için K uzayında koordinat
        Point(3,:)=[b1(1)/2,b2(2)/2]; %M Noktası için K uzayında koordinat
        Point(4,:)=[b1(1)/2,0]; %X Noktası için K uzayında koordinat
    else
        Point(1,:)=[0,0]; %Gama Noktası için K uzayında koordinat
        Point(2,:)=[b1(1)/2,0]; %X Noktası için K uzayında koordinat
        Point(3,:)=[b1(1)/2,b2(2)/2]; %M Noktası için K uzayında koordinat
        Point(4,:)=[0,0]; %Gama Noktası için K uzayında koordinat
    end
end

if OrguTipi==2 %Üçgen Örgü ve Bal Peteği örgü için.
    if kVektorDizilim==1
        Point(1,:)=[b2(2)*sqrt(3)/6,b2(2)/2]; %K Noktası için K uzayında koordinat

```

```

Point(2,:)= [0,0]; %Gama Noktası için K uzayında koordinat
Point(3,:)= [0,b2(2)/2]; % M Noktası için K uzayında koordinat
Point(4,:)= [b2(2)*sqrt(3)/6,b2(2)/2]; %K Noktası için K uzayında koordinat
else
Point(1,:)= [0,0]; %Gama Noktası için K uzayında koordinat
Point(2,:)= [b2(2)*sqrt(3)/6,b2(2)/2]; %K Noktası için K uzayında koordinat
Point(3,:)= [0,b2(2)/2]; % M Noktası için K uzayında koordinat
Point(4,:)= [0,0]; %Gama Noktası için K uzayında koordinat
end
end

```

if OrguTipi==3 % Üçgen Örgü ve Bal Peteği örgü için.

```

if kVektorDizilim==1
Point(1,:)= [(1/2)*sqrt(b1(1)^2+b1(2)^2),(sqrt(3)/6)*sqrt(b1(1)^2+b1(2)^2)];
%K Noktası için K uzayında koordinat
Point(2,:)= [0,0]; %Gama Noktası için K uzayında koordinat
Point(3,:)= [(1/2)*sqrt(b1(1)^2+b1(2)^2),0]; % M Noktası için K uzayında koordinat
Point(4,:)= [(1/2)*sqrt(b1(1)^2+b1(2)^2),(sqrt(3)/6)*sqrt(b1(1)^2+b1(2)^2)];
%K Noktası için K uzayında koordinat
else
Point(1,:)= [0,0]; %Gama Noktası için K uzayında koordinat
Point(2,:)= [(1/2)*sqrt(b1(1)^2+b1(2)^2),(sqrt(3)/6)*sqrt(b1(1)^2+b1(2)^2)];
%K Noktası için K uzayında koordinat
Point(3,:)= [(1/2)*sqrt(b1(1)^2+b1(2)^2),0]; % M Noktası için K uzayında koordinat
Point(4,:)= [0,0]; %Gama Noktası için K uzayında koordinat
end
end

```

% Etiket koordinatlarına göre K uzayını yönelimler boyunca tarayan vektörler

% oluşturulur. K->Gama->M->Gama = KTM dizilim.

% K1 kx uzayı için Point (ktnum,1) değerlerini kullanır

% K2 ky uzayı için Point (ktnum,2) değerlerini kullanır

K1=[];

K2=[];

```

for ktnum=1:Ktype
    K1temp=linspace(Point(ktnum,1),Point(ktnum+1,1),DalgaVekSayisi+1);
    K2temp=linspace(Point(ktnum,2),Point(ktnum+1,2),DalgaVekSayisi+1);
    K1=[K1,K1temp(1:DalgaVekSayisi)];
    K2=[K2,K2temp(1:DalgaVekSayisi)];
end
disp('-----')

disp('Özdeğerler hesaplanıyor...')
% H matrisini oluşturulması ve özdeğerlerinin hesaplanması.
eigval=[]; %Özdeğerler matrisi

for knum=1:NumberK
    disp(strcat('---K vektor No.',num2str(knum),'---',num2str(NumberK)))
    % Sırası ile Yönelimleri tarayan her k dalga vektörü için
    % özdeğer eşitliği oluşturulup çözümlenir.
    kx=K1(knum);
    ky=K2(knum);

    %H matrisini oluşturmaya başla
    % Burada XTM yönelim tarayan her kx,ky vektörü için (k-G')*(k-G)
    % hesaplanıyor.Bu işlemde x bileşenler kendi arasında, y bileşenleri
    % kendi arasında çarpılıyor ve toplam şeklinde ifade ediliyor.
    %  $G = a \cdot e_x + b \cdot e_y$  olsun.  $e_x, e_y$  baz vektörleridir.
    %  $e_x \cdot e_x = |e_x|^2 = 1$   $e_x \cdot e_y = |e_x| \cdot |e_y| \cdot \cos 90 = 0$ 
    %  $G_1 \cdot G_2 = a_1 \cdot a_2 + b_1 \cdot b_2$  olur.
    % Benzer şekilde  $(k-G') \cdot (k-G) = (k_x - G_{x\_m}) \cdot (k_x - G_{x\_n}) + (k_y - G_{y\_m}) \cdot (k_y - G_{y\_n})$  dir.
    KGmn_mat=(kx-Gx_m).*(kx-Gx_n)+(ky-Gy_m).*(ky-Gy_n);
    %Burada H özdeğer matrisi hesaplanır.
    H=KGmn_mat.*ek_mat;

    %Özdeğerleri hesaplanır ve gruplanır.
    % Yönelimde taranan her k vektörü için ilk NEIG adet özdeğer eigval matrisi
    % sütunları boyunca biriktirilir.

```

```

    eigvalue=sort(eig(H));
    eigval=[eigval,eigvalue(1:NEIG)];
end

eigval=[eigval,eigval(:,1)];
% Özdeğerler  $W^2$  açılmal momentumun karesidir. Boyutsuz  $W(k)$  çizimi için
%  $a/(2\pi)$  ile normalize edilir ve karekökü alınır.
eigval=sqrt(eigval)*a*0.5/pi;
eigval=real(eigval); % Boyutsuzlaştırılmış normalize  $W(k)$  lerin real kısmı alınır.
eigvaldebug4=eigval;
disp('-----')

%Band yapısı karakteristiğinin çizimi
for m=1:Ktype
    D(m)=sqrt((Point(m+1,1)-Point(m,1))^2+(Point(m+1,2)-Point(m,2))^2);
    xtemp(m,:)=linspace(0,D(m),DalgaVekSayisi+1);
end
x=xtemp(1,1:DalgaVekSayisi);
Dtotal=0;
for m=2:Ktype
    Dtotal=Dtotal+D(m-1);
    x=[x,xtemp(m,1:DalgaVekSayisi)+Dtotal];
end
x=[x,xtemp(Ktype,DalgaVekSayisi+1)+Dtotal];
x=x/max(x);

MaxB=MaxFreqAxis;
x1=x(DalgaVekSayisi+1);
x2=x(DalgaVekSayisi*2+1);

figure;
clf;
[a,b]=size(eigval);
for i=1:BandCizim

```

```

for j=1:b
    ozdeger3(i,j)=eigval(i,j);
end
end

h=plot(x,ozdeger3,'b-',[x1 x1],[0 MaxB],'k:',[x2 x2],[0 MaxB],'k:');
set(h,'LineWidth',2.0);

%legend('Modlar',4);

axis([0 1 0 MaxB]);
h=ylabel('Frekans (w.a/2.\pi.c)');
set(h,'FontSize',12);
if (OrguTipi==1)
    titletext=strcat('Kare Orgu ( Doluluk Orani f=',num2str(f),')');
    if kVektorDizilim==1
        text(x(1)-0.02,-0.03, 'X','FontSize',14)
        text(x1-0.02,-0.03, '\Gamma','FontSize',14)
        text(x2-0.02,-0.03, 'M','FontSize',14)
        text(x(DalgaVekSayisi*Ktype+1)-0.02,-0.03, 'X','FontSize',14)
    else
        text(x(1)-0.02,-0.03, '\Gamma','FontSize',14)
        text(x1-0.02,-0.03, 'X','FontSize',14)
        text(x2-0.02,-0.03, 'M','FontSize',14)
        text(x(DalgaVekSayisi*Ktype+1)-0.02,-0.03, '\Gamma','FontSize',14)
    end
end
if (OrguTipi==2)
    titletext=strcat('Ucgen Orgu ( Doluluk Orani f=',num2str(f),')');
    if kVektorDizilim==1
        text(x(1)-0.02,-0.03, 'K','FontSize',14)
        text(x1-0.02,-0.03, '\Gamma','FontSize',14)
        text(x2-0.02,-0.03, 'M','FontSize',14)
        text(x(DalgaVekSayisi*Ktype+1)-0.02,-0.03, 'K','FontSize',14)
    end
end

```



```

else
text(x(1)-0.02,-0.03, '\Gamma','FontSize',14)
text(x1-0.02,-0.03, 'K','FontSize',14)
text(x2-0.02,-0.03, 'M','FontSize',14)
text(x(DalgaVekSayisi*Ktype+1)-0.02,-0.03, '\Gamma','FontSize',14)
end
end
if (OrguTipi==3)
titletext=strcat('Balpetegi Orgu ( Doluluk Orani f=',num2str(f),')');
if kVektorDizilim==1
text(x(1)-0.02,-0.03, 'K','FontSize',14)
text(x1-0.02,-0.03, '\Gamma','FontSize',14)
text(x2-0.02,-0.03, 'M','FontSize',14)
text(x(DalgaVekSayisi*Ktype+1)-0.02,-0.03, 'K','FontSize',14)
else
text(x(1)-0.02,-0.03, '\Gamma','FontSize',14)
text(x1-0.02,-0.03, 'K','FontSize',14)
text(x2-0.02,-0.03, 'M','FontSize',14)
text(x(DalgaVekSayisi*Ktype+1)-0.02,-0.03, '\Gamma','FontSize',14)
end
end
h=title(titletext);
set(h,'FontSize',12);
set(gca,'xtick',[]);

% Veriyi PWEdata.mat dosyasına kayıt eder.
save PWEdata.mat x yogunlukDagitici bulkDagitici R OrguTipi MaxB
DalgaVekSayisi eigval;

toc;

```

ÖZGEÇMİŞ

1978 yılında Malatya’da doğdu. İlk öğrenimini Adana’da orta ve lise öğrenimini Malatya’da tamamladı. 1995 yılında yapılan Öğrenci Yerleştirme Sınavı sonucu, İstanbul Teknik Üniversitesi Fizik Mühendisliği Bölümüne girmeye hak kazandı. 2000 yılında aynı bölümünden mezun oldu. 2001 yılında İnönü Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Fizik Anabilim Dalında yüksek lisansa başladı. 2002 yılı Şubat ayında İnönü Üniversitesi Fen-Edebiyat Fakültesi Fizik Bölümünde araştırma görevlisi olarak göreve başladı. 2003 yılında “YBCO Süperiletken Örneklerin Tüp Metodu (PITM) ile Hazırlanması, Cd ve Ga Katkılanmasının Sistem Üzerine Etkileri” isimli yüksek lisans tezini tamamladı. Aynı yıl, İnönü Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü’nün Fizik Anabilim Dalı’nda doktora başlandı. 2005 yılında doktora ders aşamasını bitirdi ve yeterlilik sınavını tamamladı. Halen aynı kuruluştaki araştırma görevlisi olarak çalışmalarına devam etmektedir.

Sürekli Adres: İnönü Üniversitesi, Fen-Edebiyat Fakültesi, Fizik Bölümü