T.C.
İSTANBUL ÜNİVERSİTESİ
EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

DOKTORA TEZİ

# MATEMATİKSEL YETENEĞİ TANILAMA MODELİ

ŞULE GÜÇYETER

ÖZEL EĞİTİM ANABİLİM DALI

ÜSTÜN ZEKALILAR EĞİTİMİ

DOÇ. DR. SERAP EMİR

TEZ DANIŞMANI

İSTANBUL-2015

T.C.
İSTANBUL ÜNİVERSİTESİ
EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

**DOKTORA TEZİ**

# MATEMATİKSEL YETENEĞİ TANILAMA MODELİ

**ŞULE GÜÇYETER**

**ÖZEL EĞİTİM ANABİLİM DALI**

**ÜSTÜN ZEKALILAR EĞİTİMİ**

**DOÇ. DR. SERAP EMİR**

**TEZ DANIŞMANI**

**İSTANBUL-2015**

2502090104 Öğrenci numaralı Şule GÜÇYETER tarafından hazırlanan bu çalışma 13/03/2015 tarihinde aşağıdaki jüri tarafından Özel Eğitim Anabilim Dalı Üstün Zekalılar Eğitimi programında Doktora / ~~Yüksek Lisans~~ Tezi olarak kabul edilmiştir.

Tez Jürisi

Doç. Dr. Serap EMİR
İstanbul Üniversitesi
Hasan Ali Yücel Eğitim Fakültesi

Prof. Dr. Ali BAYKAL
Bahçeşehir Üniversitesi
Eğitim Bilimleri Fakültesi

Prof. Dr. Uğur SAK
Anadolu Üniversitesi
Eğitim Fakültesi

Doç. Dr. Dilek TANIŞLI
Anadolu Üniversitesi
Eğitim Fakültesi

Yrd. Doç. Dr. Marilena Z. LEANA TAŞCILAR
İstanbul Üniversitesi
Hasan Ali Yücel Eğitim Fakültesi

# ÖNSÖZ

"Ne aradığını bilmez bir derviş gibi; yüründükçe bitmez yollarda gezdim..." (Aylin Atalay)

Doktora eğitimim sürecindeki durağım ve hayallerimin büyülü şehri olan İstanbul'a heyecan ve umutla gelmiştim. Bu şehirde de birçok güzel insanı tanıma fırsatı, kendimi birçok yönden geliştirme olanağı buldum ve inanamayacağım kadar çok güzelliklerle karşılaştım. Sonrasında bu şehirdeki birçok dostu, birçok güzeli insanı bırakmak zor olacak olsa da eğitimimi tamamlamakla bir diğer hayalimi gerçekleştirmiş olacağım. Bir çalışma onu yapanın gayretinin yanında birçok kişinin dokunuşuyla daha da güzelleşip olgunluğa erişmektedir. O nedenle çalışmama dokunarak katkı sağlayan herkese en başta toplu bir teşekkür etmek istiyorum.

Doktora kabulünü aldıktan sonra bana İstanbul'a gel diyerek İstanbul Üniversitesi'ne davet eden, çalışmama başından sonuna kadar gösterdiği sabır ve katkılar için değerli hocam Doç. Dr. Serap EMİR'e; kendisini ismiyle merak ettiğim, ders alma ve tanıma şansı bulduğum değerli hocam Prof. Dr. Ümit DAVASLIGİL'e; Arizona'ya davet edip yeni dünyalar keşfetmemi sağlayan, oradaki süreçte desteğini sunan sayın Prof. Dr. C. June MAKER'a teşekkürlerimi sunarım.

Tüm yoğunluğuna rağmen tez jürimde yer almayı kabul ederek yüksek lisanstan sonra da beni bu uzun yolculukta değerli katkılarıyla yalnız bırakmayan sayın Prof. Dr. Uğur SAK'a; tez jürimde yer alarak değerli katkılarını eksik etmeyen sayın Yrd. Doç. Dr. Marilena Z. LEANA TAŞÇILAR'a; tez savunmama gelerek değerli katkılarını sunan sayın Prof. Dr. Ali BAYKAL'a; tez savunmamda yoğunluğunun arasında bana yer açan, beni yalnız bırakmayan, değerli katkılarını sunan sayın Doç. Dr. Dilek TANIŞLI hocama teşekkürlerimi sunarım.

Manevi destekleriyle bana güç veren yanımda olan bölüm arkadaşlarım Sezen CAMCI ERDOĞAN, Esra KANLI, Melodi ÖZYAPRAK ile hocalarım Nihat Gürel KAHVECİ, Özlem ATALAY, Ayça KÖKSAL KONİK'e teşekkürlerimi sunarım. Bu zorlu süreçte sıkıldığımda, bunaldığımda fikirlerimi paylaşabildiğim, tartışabildiğim sevgili dostum Yrd. Doç. Dr. Ü. Betül CEBESOY'a; beni hep

cesaretlendiren tezimin çoğu aşamasında özellikle matematiksel yönünün güçlenmesinde destek aldığım, sevgili arkadaşım Yrd. Doç. Dr. Savaş AKGÜL'e; yine tezin matematik yönünde destek aldığım kıymetli hocam Öğr. Gör. Kenan AKARBULUT'a; tezin uygulamaları ve analiz sürecinde ölçme değerlendirme kısmıyla ilgili dönüt ve önerileri için sayın Yrd. Doç. Dr. Sema SULAK'a da teşekkür ederim. Zaman aşımı söz konusu olmayan sevgili arkadaşlarım, dostlarım Sevinç ULUSOY, Meltem KURTOĞLU, Gözde EKEN, Leyla AKSU KILIÇ, Şeyma ve İbrahim AKAR, Aysel DEREGÖZÜ, Yasemin DERİNGÖL, Gülşah BATTAL KARADUMAN, S. Burcu ÇALIKOĞLU, Şule DEMİREL, Bahadır AYAS, Yeliz TÜRKAN, Saadet AÇIKGÖZ, Melek ELCAN'a teşekkür ederim. Veri toplama sürecinde destek aldığım Emine HIZLI, Leman ÇELİK, İrem BİHAN AVCI, Sultan ve ismini sayamayacağım kadar çok olan değerli öğretmen arkadaşlarım ve okul yöneticilerine de destekleri için teşekkür ederim. Veri girişinde ve uygulamalarda beni yalnız bırakmayan değerli öğrencilerim Halide NUR UĞURLUOĞLU, Abdulnasır TUĞA, Elif TUNÇPINAR'a ve çalışmanın gerçekleşmesinde en büyük katkıyı sağlayan, uygulamalara katılan sevgili öğrencilerimize teşekkürlerimi sunarım.

İstanbul yolculuğunda bana cesaret veren, inanan ve destekleyen sayın Prof. Dr. Cemil YÜCEL'e; beni 35. madde kapsamında İstanbul Üniversitesi'ne görevlendirerek eğitim sürecimi destekleyen Uşak Üniversitesi'ne teşekkür ederim.

Tezimi bitirmemi sabırsızlıkla bekleyen, bu zorlu süreçte sürekli yanımda olan, dualarıyla da yalnız bırakmayan Şanize, Ahmet ve Veli GÜÇYETER başta olmak üzere kocaman aileme de sonsuz teşekkürler…

Hem yüksek lisans hem de doktora eğitimim sürecinde burs vererek maddi desteğini sunan ayrıca varlığıyla araştırmacılara sürekli manevi destek veren TÜBİTAK'a teşekkürlerimi sunarım.

Bu tez çalışması, *kocaman aileme, bugünlere gelmemde emeği olan tüm öğretmenlerime, burada olmamızın sebebi değerli öğrencilerimize, inadına umutlu olanlara, hayallerinin peşinden gidenlere, hayatıma ve dünyaya güzellik katmış, katan ve katacak olan tüm güzel insanlara ve güzeller güzeli İstanbul'a* ithaf olunmuştur.

# ÖZET

## MATEMATİKSEL YETENEĞİ TANILAMA MODELİ

Bu araştırmanın ilk amacı matematikte üstün zekalı ve yetenekli öğrencileri belirlemek için geliştirilen Matematikte Benzerlik ve İlişki Temelli Düşünme Modeli'nin (MBİTD-M) geçerliğini incelemektir. Araştırmanın ikinci amacı ise model temel alınarak geliştirilen Matematikte Benzerlik ve İlişki Temelli Düşünme Testi'nin (MBİTD-T) psikometrik özelliklerini araştırmaktır.

Tarama modeli olarak gerçekleştirilen araştırmaya 5., 6. ve 7. sınıflara devam eden 764 ortaokul öğrencisi katılmıştır. Veri toplamada araştırmacı tarafından geliştirilen MBİTD-T kullanılmıştır. MBİTD-T benzerliğe dayalı problem çözme, ilişkiye dayalı problem çözme, benzerliğe dayalı problem kurma, ilişkiye dayalı problem kurma, benzer problemleri bulma, ilişkili problemleri bulma olarak adlandırılan altı alt test içermektedir. MBİTD-M'nin yapı geçerliği açıklayıcı ve doğrulayıcı faktör analizleri ile incelenmiştir. Açıklayıcı faktör analizi sonucunda elde edilen altı bileşenli yapının toplam varyansın %43.191'ini açıkladığı bulunmuştur. Doğrulayıcı faktör analizi sonuçları da bu altı bileşenli yapıyı doğrulamıştır.

MBİTD-T'nin hesaplanan KR-20 ve Cronbach alfa güvenirlik katsayı değerleri .90 olarak bulunmuştur. Farklı sınıf düzeyindeki öğrencilerin MBİTD-T toplam test puan ortalamaları arasında üst sınıflar lehine; üstün zekalı tanısı olan ve olmayan öğrencilerin puan ortalamaları arasında, üstünler lehine anlamlı farklılıklar tespit edilmiştir. Öğrencilerin matematiği sevme düzeyi ve kendi yetenek algıları ile matematik, fen, genel başarı notlarıyla MBİTD-T puanları arasında pozitif yönlü anlamlı ilişkiler bulunmuştur. Elde edilen bulgular MBİTD-T'nin güvenilir, ayırt edicilik ve ölçüt geçerliğine sahip bir test olduğuna yönelik kanıtlar sunmuştur.

**Anahtar kelimeler:** matematiksel yetenek, matematikte üstün zekalı ve yetenekli, tanılama

# ABSTRACT

## IDENTIFICATION MODEL OF MATHEMATICAL ABILITY

The first purpose of this study was to investigate the validity of Similarity and Relation Based Model of Thinking in Math (SRBMT-M) which was developed to identify mathematically gifted and talented students. The second purpose of this study was to examine psychometric properties of Similarity and Relation Based Test of Thinking in Math (SRBTT-M) which was developed based on the SRBMT-M.

A total of 764 middle school students from $5^{th}$, $6^{th}$ and $7^{th}$ grades were participated in this study. The study was designed as survey design and SRBTT-M which was developed by the researcher was used for data collection. SRBTT-M consisted of six subtests as similarity based problem solving, relation based problem solving, similarity based problem posing, relation based problem posing, finding similar problems and lastly, finding relational problems. Construct validity of SRBMT-M was examined by using exploratory and confirmatory factor analyses. Exploratory factor analysis yielded six components explaining %43.194 of the total variance. Confirmatory factor analyses results confirmed six factor structure that extracted from the exploratory factor analysis.

KR-20 and Cronbach alpha consistency coefficient was found .90 for the total score of SRBTT-M. The total mean scores of SRBTT-M were found to be statistically higher in higher grade levels than lower grade levels. Also, gifted students' total mean scores were found to be statistically higher than non-gifted students. Statistically significant, positive correlation coefficients were found among the students' self–perception of their math ability, their self-perceptions about liking math and total SRBTT-M scores. Also there were statistically significant correlations among SRBTT-M total test scores and students' general achievement score as well as math and science achievement scores. Based on the related findings, SRBTT-M is found to have good discriminant and criterion validity and as well as to be a reliable test.



**Key words:** mathematical ability, mathematically gifted and talented, identification

# İÇİNDEKİLER

# TABLOLAR LİSTESİ

# ŞEKİLLER LİSTESİ

# BÖLÜM I: GİRİŞ

## 1.1. PROBLEM DURUMU

Ülkemizde üstün zekalı ve yetenekliler eğitimiyle ilgili olarak 2000-2012 yılları arasında 163 çalışma yapılmış olup bunlardan 33 tanesi tanılama değerlendirme kapsamındadır (Akar, Şengil Akar & Güçyeter, 2012). Ülkemizde yapılan yüksek lisans ve doktora tezlerini konu alan başka bir araştırmada 43 tezden 6 tanesinin tanılama ve değerlendirme kapsamında olduğu tespit edilmiştir (Güçyeter & Kurtoğlu 2009). Doğrudan tanılama olmasa da tanılamada kullanılabilecek ölçme araçlarının güvenirlik, geçerlik ve ön norm çalışmaları da mevcuttur. Özellikle İstanbul Üniversitesi Özel Eğitim Bölümü lisansüstü öğrencileri tarafından alan yazında önemli görülen çeşitli zeka testlerinin ön norm geliştirilme çalışmaları yapılmıştır. Örneğin Raven İlerleyen Matrisler (Raven Progressive Matrices) Zeka Ölçeği'nin 5.5-6.5 yaş (Kurt, 2008), 6.5- 8 yaş (Çetinkaya, 2007), 8-9 yaş (Tunalı, 2007), 10-11 yaş (Acar, 2007), 12-13 yaş (Kaplan, 2008), 14-15 yaş (Tuna, 2010) için güvenirlik, geçerlik ve ön norm çalışmaları; Kaufman Kısa Zeka Testi'nin (Kaufman Brief Intelligence Test) 7-8 yaş (Hürsever, 2007), 9-10 yaş (Savaşan, 2006), 11-12 yaş (Demirkol, 2007), 13-14 yaş (Atalay, 2007; Atalay & Emir, 2009), 15-16 yaş (Yonus, 2007) ile Bilişsel Değerlendirme Sistemi (Cognitive Assessment System-CAS) Testi'nin 5 yaş (Ergin, 2003), 8 yaş (Gürpınar, 2006), 9 yaş (Şenel, 2006), 10 yaş (Dondurucu, 2006), 11 yaş (Akın, 2006), 12 yaş (Oğurlu, 2007), 13 yaş (Yılmaz, 2008), 14 yaş (Uzunhasanoğlu, 2008) çocukları için güvenirlik, geçerlik ve ön norm çalışmaları bulunmaktadır. Bununla birlikte Zihinsel Güçleri ve Yeterlikleri Gözlem Yoluyla Keşfetme Testi'nin (Discovering Intellectual Strengths and Capabilities through Observation while allowing for Varied Ethnic Response-DISCOVER) uzamsal–analitik boyutunun geçerlik, güvenirlik çalışmaları (Özyaprak, 2006; Davaslıgil & Özyaprak, 2012), Yakmacı-Güze'in (2002) Dabrowski'nin aşırı duyarlılıklar yaklaşımı üzerinden üstün yeteneklilerin belirlenmesine yönelik çalışması ile Suveren'nin (2006) anasınıfına devam eden çocuklar arasından üstün yetenekleri belirlemeye yönelik çalışması da mevcut tanılama değerlendirme çalışmaları kapsamında kabul edilebilir. Söz konusu bu çalışmaların birçoğunun genel üstün zekalılığın tespitinde kullanılan yabancı alan yazında önemli görülen testlerin ülkemize kazandırılması üzerine katkı sağladığı düşünülmektedir.

Bu çalışmaların yanında ülkemizde son yıllarda üstün yetenekli öğrenciler ve eğitimleriyle ilgili önemli gelişmeler olmaktadır. Milli Eğitim Bakanlığı (MEB) (2013a), üstün yetenekli bireyler için 2013-2017 yılları arası strateji ve uygulama planında üstün yetenekli bireylerin tanılanması, eğitimleri, personelin yetiştirilmesi, eğitim ortamlarının düzenlenmesi gibi konularda yapılacak çalışmaları açıklamıştır. Bu planda ülkemizde eğitsel değerlendirme ve tanılamada kullanılan yeterli ve güncel araçların eksikliğinin ve ülkemizdeki öğrencilerin birçoğunun tanılanmamış olduğunun altı çizilmiştir.

MEB (2013a) stratejik planlamada, yukarıdaki eksiklikler doğrultusunda belirlenen hedef ve amaçlar arasında "üstün yeteneklilerin belirlenmesine yönelik ulusal standart testlerin geliştirilmesi ile bu araçların doğru, etkili ve verimli kullanımını sağlama; üstün yetenekli öğrencilerin özelliklerini belirlemeye yönelik standart ölçme araçlarının çeşitliğinin arttırılması" hedefleri belirlenmiştir. Bu doğrultuda MEB 2011 yılında başlattığı Özel Eğitimin Güçlendirilmesi Projesi ile Wechsler Sözel Olmayan Yetenek Testi'nin (Wechsler Nonverbal Scale of Ability) 4-21 yaş aralığını ve Kaufman Zeka Testi (Kaufman Intelligence Test) 4-45 yaş aralığının Türkçe'ye çevrilmesi, kültüre uyarlanması ve standardizasyonu çalışmaları yapılmıştır (MEB, 2014). Bu testlerin Rehberlik ve Araştırma Merkezleri'ndeki (RAM) hizmetleri hızlandırması, kısa sürede geçerli ve güvenilir bir eğitsel değerlendirme ve tanılama yapmaya katkı sağlaması beklenmektedir (MEB, 2014). Söz konusu testlerin Bilim ve Sanat Merkezleri'ne (BİLSEM) yönlendirilen üstün yetenekli öğrenci adaylarının tanılanması, özel eğitim ihtiyacı olan öğrencilerle bu öğrencilerin ihtiyaçlarının hangi düzeyde olduğunun tespitinde aktif kullanılacağı belirtilmiştir.

MEB'in ülkemizdeki üstün zekalı ve yetenekli çocukların tanılanmasında daha önceden kullandığı testler Temel Kabiliyetler Testi (TKT 7-11) ile Wechsler Zeka ölçeğidir. Bu testler yerine MEB yukarıda değinilen alan yazında önemli görülen, güvenirlik ve geçerliği üzerine araştırmalar yapılmış güncel testleri satın alarak kültüre de uygun bir biçimde uyarlama çalışmalarını başlatmıştır (MEB, 2014). Bu çalışmaların ülkede üstün zekalı ve yetenekli çocukların doğru, etkili tanılanması, ardından tanılanan çocuklara uygun eğitim olanaklarının sunulması adına ümit verici gelişmelerden olduğu söylenebilir. Ancak burada dikkate edilmesi gereken bazı noktalar bulunmaktadır. Her ne kadar alan yazında bu testler önemli olsa da kültürden bağımsız değildir, testlerin kültüre uyarlanması da zahmetli bir süreç gerektirmektedir. Tanılama çalışmalarında ulusal hatta her bölgenin kendi ihtiyaçlarına ve orada önemli görülen özelliklerden yola çıkılarak örneklem temelli zeka ve yetenek testlerinin geliştirilmesi çalışmalarının da önemli olduğu (Sak, 2010) ve desteklenmesinin gözden kaçmaması gerektiği düşünülmektedir. Örneğin ülkemizde Anadolu Üniversitesi bünyesinde 2007-2008'de başlayan matematik ve fen alanında üstün zekalı ve yetenekli öğrencilerin ihtiyaç duyduğu eğitime cevap veren Üstün Yetenekliler Eğitim Programları'nda (ÜYEP) öğrencilerin tanılanmasında alana özgü tanılamanın önemine dikkat çekilmektedir. ÜYEP tanılama kriterleri ve yöntemlerinde örneklem temelli tanılamanın benimsendiği görülmektedir (Sak, 2011). Bu programın tanılama modelinde alana özgü iki yetenek testi kullanmaktadır. Bunlar, Matematiksel Yetenek Testi (Sak, Karabacak, Türkan, Şengil, Akar, Demirel & Güçyeter, 2009) ve Bilimsel Üretkenlik Testi'dir (Ayas, 2010). Her iki test de Sak ve ekibi tarafından geliştirilmiş ülkemize özgü testlerdir.

Ülkemizde son yıllarda üstün zekalı ve yetenekli öğrencilere yönelik ilginin eskiye oranla daha fazla arttığı ve artarak devam ettiği söylenebilir. MEB dışında mecliste de üstün zekalı ve yetenekli çocukların eğitimleriyle ilgili bir takım öncül çalışmalar başlamıştır. Örneğin üstün zekalı ve yeteneklilerin eğitimleriyle ilgili neler yapılabileceğine yönelik Türkiye Büyük Millet Meclisi (TBMM) 2012 yılında bir araştırma komisyonu kurmuştur. Bu komisyonun üyeleri gerek ülkemizdeki çalışmaları inceleyerek gerek de yurt dışında konuyla ilgilenen ülkeleri ziyaret ederek orada yapılan çalışmaları yerinde izlemiş ve bir sonuç raporu hazırlamıştır. Bu raporda tanılamayla ilgili Türkiye'de ve dünyada izlenen modeller, kullanılan yöntemler, testlerle ilgili açıklamalara yer verilmiştir (TBMM, 2012). Raporun sonuç ve öneriler kısmında, farklı yetenek alanlarının gerektirdiği *erkenlik ilkesinin* yani çocuğun potansiyelinin erken dönemde belirlenerek desteklenmesi gerektiğinin altı çizilmiştir. Raporun sonuç kısmında "farklı yetenek alanlarına ilişkin ulusal normlara göre geliştirilen farklı ölçme araçları gözlem formları, zeka testleri, yetenek testleri, yaratıcılık, motivasyon, liderlik vb." kullanılması gerektiği vurgulanmıştır (TBMM, 2012, s. 332).

Ülkemizde üstün zekalı ve yetenekli çocuklarla ilgili araştırmalara, araştırma projelerine TÜBİTAK ve Kalkınma Ajansı'nın da destekleri mevcuttur. Ancak bu kurumlardan da destek alan projelerde de çoğunlukla genel alandaki zeka düzeyine (Intelligence Quotient, IQ) göre üstün zekalı ve yetenekli öğrenciler tespit edilmekte olup bu tanılanmış öğrenciler çeşitli etkinliklere, zenginleştirme programlarına dahil edilmektedir. Alana özgü yeteneğin tanılanması ve bu kapsamda belirlenecek öğrencilerin, ihtiyaç duyduğu uygun eğitim-öğretim hizmetlerini destekleyecek araştırma projelerinin de özendirilmesi ve bu projelere destek verilmesinin de önemli olduğu düşülmektedir. Çünkü tanılama çalışmalarında hangi alan(lar)da üstün zekalı sorusuna verilecek cevap önemli görülmektedir (Sak, 2010). Genel yetenek testlerinin belirlediği genel alanda üstün zekalı ve yetenekli öğrencileri tanılamanın yanında spesifik yetenek alanlarında üstün zekalı ve yetenekli olan öğrencileri tanılamanın da oldukça önem arz ettiği söylenebilir. Dolayısıyla alana özgü yetenek belirleme araçlarının gelişimine dikkat çekilmesi, yerli araştırmacıların alana özgü yeteneğin tanılanması yönündeki çalışmalara özendirilmesi ve desteklenmesi ihtiyacının da doğduğu düşünebilir.

Üstün zekalı ve yetenekli çocuklar ve eğitimlerine yönelik sosyal çalışmalarda da son yıllarda hızlı gelişmeler olmaktadır. Üstün zekalı ve yetenekli çocuklar için dernekler kurulduğu, sosyal ağlarda hareketlenmeler olduğu örneğin facebook sayfalarının veya web blokların açıldığı görülmektedir. Dernekler dışında birçok üniversitenin de başta çocuk üniversiteleri açarak, buralarda yaz, kış okulları düzenleyerek üstün zekalı ve yetenekli çocuklara kısa süreli eğitimler verdiği görülmektedir. Bununla birlikte bazı devlet ve vakıf üniversitelerinin bünyelerinde üstün zekalılar eğitimi enstitüsü açtığı da son gelişmelere örnek olarak verilebilir. Özel okulların bu eğilime ayak uydurduğu üstün zekalı ve yetenekli öğrenciler ve eğitimleri için özel planlamalar yaptığı da önemli gelişmeler arasında değerlendirilebilir. Yine birçok özel okulun bu öğrencilere "üstün yetenekliler, üstünler sınıfı" şeklinde ayrı sınıf açtığı, bu çocuklara özellikle eleştirel düşünme ve yaratıcı düşünme becerileri üzerine eğitimler verdiği, bazılarının da tamamen program farklılaştırma çalışmaları yaptığı görülmüştür. Yine bahsedilen birçok kurum ve kuruluşta özellikle düşünme becerilerine, akıl oyunlarına yönelik faaliyetler ön plan çıkmakta ve bu kurumlar düzenledikleri programlara öğrenci kabul ederken çoğunlukla genel zeka testi sonuçlarına göre üstün yetenekli tanısı olan öğrencileri dikkate almışlardır.

Ülkemizde üstün zekalı ve yetenekli öğrencilere yönelik yapılan birçok çalışmada genel alanlarda, genel zekaya göre üstün zekalı ve yetenekli olarak tanılanan öğrencilerin dikkate alındığı görülmüştür. Üstün zeka ve yeteneğin genel alanlarda olabileceğine yönelik bakış açısının yanında bazı kuramcılar alana özgü, spesifik bilişssel alanlarda üstün zeka ve yeteneğe de önem vermiştir. Sternberg (2000) Başarılı Zeka Kuramı'nda bilgiyi işleme yönüyle analitik, yaratıcı ve pratik zeka gibi günlük yaşamda kullanılan zeka türlerini vurgulamıştır. Gardner (1993) öncelikle yedi zeka türü belirttiği, ardından iki yeni zeka türü daha eklediği çoklu zeka kuramında da farklı zeka türlerine dikkat çekmiştir. Genel zeka yerine farklı zeka türlerinin varlığına işaret eden bu kuramlar alana özgü zeka ve yetenek kavramlarına da öncülük etmişlerdir. Üstün yeteneğin, "insanlık yaşamı için temel değeri olan ve iyi tanımlanmış yetenek alanlarında sahip olunan olağanüstü potansiyel ve kapasite" (Sak, 2010, s. 215) tanımı dikkate alınırsa toplumun değer atfettiği spesifik yetenek alanlarındaki üstün zekalı ve yetenekli öğrencilerin tanılanması için ölçme araçlarının geliştirilmesi çalışmalarının da desteklenmesinin ihtiyacı ortaya çıkacaktır. Sak bu tanımın üstün yeteneğin alana özgülüğünün yanında üstün zeka ve yeteneğe toplumsal değer atfettiği için çağdaş bir tanım olduğunu belirtmiştir. Dolayısıyla bu çağdaş tanım dikkate alındığında insanlık yaşamına katkı sağlayacak disiplinler için alana özgü olarak zeka ve yeteneğin tanılanması gerektiği düşünülebilir.

MEB 2013-2017 Strateji ve Uygulama Planı'nda üstün zeka ve yetenek kavramı yerine *özel yetenek* kavramı kullanılmış olup bu kavramın "genel zihinsel yetenek, özel akademik yetenek, dil, matematik, fen bilimleri, sosyal bilimleri, liderlik, yaratıcılık, görsel ve işitsel sanatlar ve psiko-motor becerileri" kapsadığı belirtilmiştir (MEB, 2013a). Bu stratejik planda MEB, özel yetenekli bireylerin ülke genelinde yaygınlaştırılabilecek olan çeşitli eğitim modelleri ve tanılama modelleri yardımıyla tanılanmasının ve eğitimlerinin sağlanmasının sürdürülebilir devlet politikaları içine alınmasını hedeflediklerini belirtmiştir. Özel yetenekli bireyler için sorumlu kurumlar aracılığıyla kurumsal ve toplumsal farkındalık sağlanması da MEB'in hedefleri arasındadır. Raporda üstün yetenekli öğrenciler için okul öncesinde daha çok gelişim testlerinin dikkate alınacağı ve bu dönemdeki öğrencilerin yetenek alanlarının belirlenmesi için RAM'larda değerlendirileceği ifade edilmiştir. İlkokul döneminde belli bir tanılama yönteminden bahsedilmemiştir. Eğitsel tanılama ve öğrencilerin öğretim etkinliklerinde ortaya koydukları performans ve ürünlere dayalı olarak yetenek alanlarına yönlendirmeden bahsedilmiştir. Yine raporda üstün yetenekli çocukların akranlarından ayrıştırılmamaları gerektiği, yetenekli olduğu alan(lar)ı belirlenen öğrencilerin bulundukları okulda akranları ile birlikte okulun ve bölgenin koşullarına bağlı olarak hafta içi ve/veya hafta sonu yetenekleri doğrultusunda destek almalarının sağlanacağı ifade edilmiştir. Özel yetenekli öğrencilere yönelik okulun ve bölgenin fırsatları göz önünde bulundurularak zorunlu derslerin yanında seçmeli derslerin de öğrenci ilgi ve yetenek alanlarına uygunluğuna azami özen gösterilerek altı saat yetenekleri doğrultusunda ders seçimi yapılarak BİLSEM uygulamaları şeklinde destek eğitimler verileceği belirtilmiştir. Seçimlik dersler Dil ve Anlatım, Yabancı Dil, Fen Bilimleri ve Matematik, Sanat ve Spor, Sosyal Bilimler, Din ve Ahlak değerler başlığı altında toplanmıştır. Ancak, yapılacak bu eğitsel uygulamalara dahil edilecek öğrencilerin yetenek alanlarının belirlenmesinde kullanılacak standart testlerin neler olduğu, eğitsel değerlendirme ile test sonuçlarının birlikte nasıl değerlendirileceği dolayısıyla uygun tanılamanın nasıl yapılacağı noktasında net, ayrıntılı açıklamalara yer verilmediği söylenebilir.

MEB (2013a) stratejik planda ilkokul döneminde destek odalarında verilecek eğitime ortaokullarda da devam edileceği belirtilmiştir. BİLSEM kontenjanı dışında kalan tanılanmış öğrencilerin veya BİLSEM bulunmayan illerdeki özel yetenekli tanısı almış öğrencilerin eğitim bölgelerinde belirlenen okul(lar)daki yetenek atölyelerine devam edeceği ifade edilmiştir. Farklı yetenek gruplarına hitap edecek şekilde tasarlanan bu yetenek atölyelerindeki eğitimlerin hem hafta içi hem hafta sonu olacağı belirtilmiştir. Ancak burada da yukarıdaki paragrafta tartışılan destek eğitimlerinde olduğu gibi önemli bir noktaya değinilmediği düşünülmektedir. Öğrencilerin yetenek atölyelerine kabulünde yetenek türlerinin nasıl belirleneceği, dolayısıyla hangi alanda yetenekli olduğunu tanılamamada kullanılacak tanılama yöntem ve araçlarına yönelik açık bir ifade bulunmamaktadır. Sadece stratejik amaçlar ve hedeflerde tanılamada çeşitli ulusal standart testlerin geliştirmesi ve eğitsel tanılama ile birlikte kullanılması gerektiği belirtilmiştir.

Yukarıdaki paragraflarda özellikle 2000'li yıllardan sonra Türkiye'de üstün zekalı ve yetenekli çocukların eğitimleri ve bu çocukların sunulacak olan uygun eğitim-öğretim ortamlarıyla nasıl buluşturulacağına karar vermede kullanılacak tanılama yöntemleri ve yaklaşımlarının neler olduğu, bu yönde ne tür çalışmalar yapıldığı üzerine tartışmalara yer verilmiştir. Ülkemizde üstün zekalı ve yetenekli çocuklara eğitim veren birçok kurumda programa kabulde çocuğun genel alanlarda üstünlük kriteriyle tanılandığı görülmüştür. MEB'in çalışmalarında öğrencilerin çeşitli yetenek alanlarında destek odalarında ve/veya yetenek atölyelerinde eğitim almaları gerektiği yönünde kararlar alındığı ancak alana özgü yeteneği tanılamada kullanılacak ölçme araçlarına değinilmediği söylenebilir. MEB'in son dönemdeki çalışmalarında alan yazındaki önemli zeka ve yetenek testlerinin Türkçe'ye çevrilerek geçerlik ve güvenirlik çalışmalarına yer verildiği ancak bu çalışmalarda genellikle genel alanda üstünlüğü tanımlayıcı testlere odaklanıldığı söylenebilir. Ayrıca MEB'in yukarıda değinilen çalışmalarında üstün zekalı ve yetenekliler eğitiminde *özel yetenek* kavramı üzerinden alana özgü yeteneğe, farklı yetenek alanlarınki üstün zekalı çocukların eğitimine değindiği görülmüştür. Bu durumun çeşitli yetenek alanlarında özel yetenekli, üstün zekalı ve yetenekli olan çocukların tanılanmasında kullanılacak ölçme araçları, yöntem ve modellerinin geliştirilmesi ihtiyacını ortaya çıkardığı düşünülebilir.

MEB'in özel yetenekli tanımında da yer alan, üstün zeka ve yeteneğin çalışılabileceği toplumsal açıdan da önem arz eden önemli spesifik yetenek alanlardan birisi de matematiktir. Matematik iyi tanımlanmış ve toplum yaşamı için vazgeçilmez olan bir yetenek alanıdır, çünkü çok kapsamlı bir bilgi alanı olmakla birlikte problem çözme ve üretmeye de son derece elverişli bir alandır (Sak, Karabacak, Kılıç & Öksüz, 2010). Ayrıca matematiğin bilim ve teknolojik gelişmelerde oynadığı rol, onun önemini arttırmaktadır. Matematik bu gelişmelere, yeni matematiksel bilgi üreterek ya da var olan matematiksel bilgilerin çeşitli uygulama alanlarına aktarılmasıyla hem öncülük etmekte hem de katkı sağlamaktadır.

Matematiğin bilimsel araştırmalar ve teknolojik gelişmelere olan katkısı onu devletler için vazgeçilmez kılmaktadır. Bunun yanında günlük yaşamda karşılaşılan birçok problemin çözümünde işe koşulmasından dolayı matematik bireyler için de oldukça önemlidir. Hem bireyler hem de devletler bilim ve teknolojideki baş döndürücü gelişmeleri yakından takip edebilmek, ilerleyebilmek, kalkınmak ve ayakta durabilmek noktalarında matematiğe ihtiyaç duymaktadırlar. Matematiğe duyulan ihtiyacın matematik eğitimine ve özellikle matematik alanında yetenekli çocukların eğitimine önem verilmesini gerektirdiği söylenebilir. Bu durum ayrıca matematik alanında yetenekli çocukların tanılanarak yeteneklerini geliştirecek uygun eğitim ve öğretim ortamlarıyla buluşturulması ihtiyacını da doğurmaktadır. Ne var ki yukarıdaki kısımlardan görüldüğü üzere ülkemizde üstün zekalı ve yetenekli çocukların tanılanmaları ve eğitimleriyle ilgili daha çok *genel alanda* üstün zekalı ve yetenekli öğrencilerin hedef alındığına yönelik örnekler bulunmuştur.

Ülkemizde spesifik olarak matematiksel yeteneğin tanılanmasına yönelik çalışma sayısı oldukça azdır (Akar, Şengil Akar & Güçyeter, 2012). Matematikte üstün zekalı ve yeteneklilerin tanılanmasına yönelik alan yazında yer alan çalışmalara: Dağlıoğlu (2002) beş-altı yaş grubunda yer alan matematikte üstün yetenekli çocukları tanılama; Güven (2001), 4-6 yaş grubu çocukların sezgisel matematik yeteneğini belirleme; Budak (2007) ve Sak vd. (2009)'un da ilköğretim ikinci kademedeki matematikte üstün zekalı öğrencileri tanılama çalışmaları örnek gösterilebilir. Bu çalışmaların yanında yabancı alan yazında yer alan çeşitli matematik yetenek testlerinin Türkçe'ye uyarlanması çalışmaları da bulunmaktadır. Örneğin, Erken Matematik Yeteneği Testi-2 (TEMA-2)'nin güvenirlik ve geçerlik çalışması 3-8 yaş aralığındaki çocuklarla yapılmıştır (Güven,1997; Güven & Oktay, 1999). TEMA-3'ün geçerlik ve güvenirlik çalışması da Erdoğan ve Baran (2006) tarafından 60-72 aylık çocuklar için yapılmıştır. Bu çalışmalarla birlikte tanılamalarda kullanılabilecek alana özgü yaratıcılık testi geliştirme çalışmaları da bulunmaktadır. Örneğin Sak ve çalışma arkadaşları tarafından Matematikte Üretkenlik Testi (Türkan, 2010), Akgül (2014) matematikte yaratıcılık ölçeği gibi tanılamada kullanılabilecek ölçme araçlarının geliştirilmesi çalışmaları da mevcuttur. Ancak söz konusu bu çalışmaların ardıl çalışmalarının yapılarak geliştirilen ölçme araçlarının geçerliği ve güvenirlikleriyle ilgili yeni kanıtların toplanmasıyla ölçme yöntem ve araçlarının güçlendirilmesi ihtiyacı olduğu düşünülmektedir. Ayrıca matematiksel yeteneği tanılamada ülkeye özgü yeni, alternatif tanılama araçlarının geliştirilerek literatürün zenginleştirilmesi de önemli görülmektedir.

MEB (2012)'de açıklanan yönetmelik değişikliğiyle eğitim sisteminde 8 yıllık zorunlu eğitimin yerine getirilen 4+4+4 şeklinde ifade edilen 12 yıllık zorunlu eğitim sisteminde ilkokul ve ortaokulun sınıf düzeyleri değişmiştir. Yeni sistemde ilköğretim ilkokul ve ortaokul olarak iki kısma ayrılmıştır. 1. sınıf ile 4. sınıf arası ilkokul olarak; 5. sınıf ile 8. sınıflar da ortaokul düzeyi olarak kabul edilmiştir. Ayrıca MEB (2013a) üstün zekalı ve yeteneklilerin eğitim hedeflerinde üstün zekalı ve yeteneklilerin ilkokul düzeyinde daha çok sınıf içi gözlemlerle takip edilmesi, eğitsel değerlendirme ve standart ölçme araçlarının birlikte kullanılması hedefler arasındadır. Ülkeye özgü tanılamada kullanılacak standart ölçme araçların neler olduğundan bahsedilmemektedir, sadece geliştirilmesi gerektiğine vurgu yapılmıştır. Matematik yeteneğinin mevcut koşullarda test ile tespit edilmesinde ortaokul düzeyinde çalışılmasının daha işlevsel olacağı düşünülmüştür. Yeni 4+4+4 sistemiyle de ortaokulların 5. sınıftan itibaren başlaması kabul edildiği için ülkemizde bu düzeyde matematiksel yeteneği tanılamada kullanılabilecek bir yetenek testinin bulunmadığı saptanmıştır. Matematiksel yeteneğin ortaokuldan itibaren erken yaşlarda tanılanması için kuramsal temellere dayalı bir model geliştirilmesi ve modele uygun ölçme araçlarının geliştirilmesi araştırmanın problem durumu olarak belirlenmiştir.

Matematik ve matematiksel yetenek entelektüel ilginin olduğu bir ortamda gelişmektedir. Matematik ilgisi ve dolaylı olarak da matematikte yetenekli olabilecek gençlerin tespit edilmesi için kültürel ortam önemli görülmektedir (Usiskin, 2000). Matematiksel yeteneğin gelişimi üzerine 1960'lı yıllarda uzun süreli bir çalışma yapmış olan ve çalışması alandaki en önemli çalışmalardan biri kabul edilen Krutetskii (1976), ünlü matematikçi Hardy (1999), King (2006) matematiksel yeteneğin ve matematikte yaratıcılığın erken yaşlarda görüldüğünün altını çizmişlerdir. Bu nedenle matematiksel yeteneğin mükemmel düzeyde gelişim göstererek performansa dönüşmesine katkı sağlamak amacıyla matematikte yetenek potansiyeli gösteren öğrencilerin erken tanılanması gerektiği düşünülebilir (Sak, vd., 2010). Tanılanan öğrencilerin de yetenek gelişimlerini destekleyecek uygun eğitim olanaklarıyla buluşturulması tanılamanın sonucunun faydalı olmasına yol açacaktır, aksi halde sadece tanılamanın etiketleme olarak kalacağı söylenebilir.

Ülkemizde yetenek kayıplarının önlenmesi, yetenekli bireylerin ihtiyaç duyduğu uygun eğitimi alma fırsatlarının sağlanması durumları matematik alanında yetenekli bireylerin tanılanması gereksinimini ortaya çıkarmaktadır. Ayrıca devletlerin bilim ve teknolojik gelişmelerin içinde olmaları, bu gelişmeleri yakından takip edebilmeleri noktasında da matematiğin yadsınamaz önemini fark etmeleri, bu alandaki üstün zekalı ve yetenekli öğrencilerin erken tanılanarak uygun eğitim ve öğretim programlarına yerleştirilmesi ihtiyacını doğurmaktadır. Söz konusu ihtiyacın giderilmesine katkı sağlama amacıyla bu araştırmada ortaokul düzeyinde matematik alanında üstün zekalı öğrencilerin tanılanmasında kullanılacak bir ölçme aracı alan yazın incelemesi sonunda sentezlenen tanılama modeli temel alınarak geliştirilmiştir.

## 1.2. AMAÇ

Bu araştırmanın ilk amacı matematikte üstün zekalı ve yetenekli öğrencileri belirlemek için matematiksel yeteneği değerlendirmede kullanılmak üzere geliştirilen Matematikte Benzerlik ve İlişki Temelli Düşünme Modeli'nin (MBİTD-M) geçerliğini araştırmaktır. Araştırmanın ikinci amacı model temel alınarak geliştirilen Matematikte Benzerlik ve İlişki Temelli Düşünme Testi'nin (MBİTD-T) güvenirlik ve geçerliğini araştırmaktır.

Araştırma amaçlarına yönelik olarak izleyen sorulara cevap aranmıştır:

1) Matematikte Benzerlik ve İlişki Temelli Düşünme Modeli'nin (MBİTD- M) geçerliği nasıldır?

2) Matematikte Benzerlik ve İlişki Temelli Düşünme Testi'nin (MBİTD-T) güvenirliği nasıldır?

3) Matematikte Benzerlik ve İlişki Temelli Düşünme Testi'nin (MBİTD-T) geçerliği nasıldır?

## 1.3. ÖNEM

Araştırmanın;

1. Matematiksel yeteneğin tanılanmasında ülkemize özgü model ve araçların geliştirilmesi;

2. Alana özgü yetenek tanılama çalışmalarına katkı sağlayabilmesi;

3. Matematiksel yeteneğin ortaokul düzeyinde erken tanılanmasına katkı sağlayabilmesi;

4. Matematik alanında üstün zekalı ve yetenekli öğrencilerin yeteneklerini geliştirmesine yönelik düzenlenecek eğitim programlarında tanılama aşamasında kullanılabilecek bir ölçme aracı geliştirilmesi noktalarında faydalı olması düşünülmektedir.

### 1.4. SAYILTILAR

1. Araştırma katılımcılarının ölçme aracına içten ve doğru yanıt verdikleri kabul edilmiştir.

2. Uzmanların veri toplama esnasında görüşlerini içten ve doğru olarak belirttikleri varsayılmıştır.

3. Uzman görüşünün testin kapsam geçerliği için yeterli olduğu kabul edilmiştir.

4. Çalışma grubunda yer alan üstün zekalı ve yetenekli tanısı almamış öğrencilerin normal zihin düzeyinde performans gösterdiği kabul edilmiştir.

### 1.5. SINIRLILIKLAR

1. Araştırma 2013-2014 öğretim yılı;
2. İstanbul ili;
3. Çeşitli ortaokullara devam eden 5., 6., ve 7. sınıf öğrencileri ile;
4. MBİTD-T'nin ölçtüğü özellikler ile sınırlıdır.

### 1.6. TANIMLAR

**Matematiksel yetenek:** Matematiksel problem çözmeyle eyleme geçen matematiksel yapıları yeniden üretme veya yeni/kullanışlı yapılar üretme veya matematiksel gerçekler (facts), kurallar, teoremler veya kanunları-yasaları öğrenmek için biopsikolojik potansiyel olarak tanımlanmıştır (Sak, 2005, s. 83).

**Matematikte üstün zekalılık:** Matematikte benzerlik ve ilişki temelli (analojik) düşünme ve muhakeme etmede akranlarından oldukça yüksek düzeyde performans gösterme durumu olarak tanımlanmıştır.

**Matematikte üstün zekalı birey:** Matematikte analojik (benzerlik/ilişki temelli) düşünme ve muhakeme etmede akranlarından daha yüksek düzeyde performans gösteren birey olarak tanımlanmıştır.

**Analoji:** İki veya daha fazla kavram, yapı, problem, sistem üzerinde benzerlik, ilişki, ilişkilerin benzerliği ile düşünmeye dayalı olarak çıkarımda bulunmayı sağlayan düşünme biçimi olarak tanımlanmıştır.

**Benzerlik:** İki veya daha fazla nesne, kavram, problem vb.'nin her ikisinin de aynı anda sahip olduğu bazı ortak özellikler bulunabilmesi durumu olarak tanımlanmıştır.

**İlişki:** İki veya daha fazla nesne, kavram, problem vb.'nin ikisi arasında bir kural, bağ, bağlantı kurulması durumu olarak tanımlanmıştır.

## 1.7. KISALTMALAR

**MBİTD-M:** Matematikte Benzerlik ve İlişki Temelli Düşünme Modeli

**MBİTD-T:** Matematikte Benzerlik ve İlişki Temelli Düşünme Testi

# BOLUM II: KAVRAMSAL ÇERÇEVE

Tanılama modeli ve ölçme aracı geliştirilmeden önce matematik alanının nasıl tanımlandığını, bu alanda bilginin nasıl üretildiğini ve bilgi üretmek için hangi araçların kullanıldığı sorgulanmıştır. Bu nedenle ilk olarak matematiğin doğası (tanımı, tarihsel gelişimi, diğer bilimlerle ilişkisi, matematiksel nesneler, matematikçilerin nasıl çalıştığı), matematiksel düşünme, matematiksel yetenek ve matematikte üstünlük konuları incelenmiştir. Ardından matematiksel yetenek ve matematikte üstünlük kavramları, tanılama çalışmalarında dikkate alınan matematikte üstün zekalılık tanımları, matematiksel yetenek düzeyleri, matematikte üstün zekalı çocukların özellikleri, tanılamada kullanılan testler tartışılmıştır. En son olarak dünyada ve Türkiye'de yapılan tanılama çalışmaları incelenmiştir.

## 2.1. MATEMATİĞİN DOĞASI

Matematiğin doğasını anlamak amacıyla bu kısımda "matematik nedir?" ile ilgili tanımlara, matematiğin tarihsel gelişimine, diğer bilimlerle ilişkisine, matematiksel nesnelere, matematikçilerin ne ile uğraştığı ve nasıl çalıştıklarına yönelik tartışmalara yer verilmiştir.

### 2.1.1. Matematik Nedir?

Alan yazında "matematik nedir?" sorusuna verilmiş birçok cevapla karşılaşılır. Bunun temel nedeni olarak matematiğin ne olduğunun açıklığa kavuşturulamaması görülebilir ki bu durumda "matematik nedir?" sorusunun sadece kuramsal düzeyde kalan bir soru olmaması da etkili olabilir (Yıldırım 2008a). Araştırmacılar matematiği tanımlanması zor kavramlardan biri olarak kabul etmekte olup (Umay, 2002) onun doğasının tek bir geçerli tanımını bulmanın oldukça zor (Napoles Valdes, 2012) olduğunu belirtmişlerdir.

Ünlü matematikçi filozof Bernard Russell'a göre (2010) matematik, "P doğru ise Q doğrudur" biçimini alan önermeler kümesidir (s. 3). Russel'ın tanımında matematiği simgesel mantıkla özdeşleştirirken "matematiğin doğruluğu geçerli çıkarımlarda arayan biçimsel bir disiplin" olma özelliğini vurguladığı söylenebilir (Yıldırım, 2008b). Başka bir tanımda matematik, ardışık ve yığılmalı ilerleyen; varlıkların kendileriyle değil aralarındaki ilişkilerle ilgilenen; kendine has bir dili olan; insan beyninin yarattığı bir soyutlama olarak tanımlanmıştır (Altun, 1998). Bu tanımda matematiğin nasıl ilerlediği, ne ile ilgilendiği ve ne olduğu üzerine ipuçları verildiği görülmektedir. Mili Eğitim Bakanlığı (MEB), matematik program kitabında matematiğin tanımıyla ilgili izleyen ifadelere yer verilmiştir:

> Matematik, örüntülerin ve düzenlerin bilimidir. Bir başka deyişle matematik sayı, şekil, uzay, büyüklük ve bunlar arasındaki ilişkilerin bilimidir. Matematik, aynı zamanda sembol ve şekiller üzerine kurulmuş evrensel bir dildir. Matematik; bilgiyi işlemeyi (düzenleme, analiz etme, yorumlama ve paylaşma), üretmeyi, tahminlerde bulunmayı ve bu dili kullanarak problem çözmeyi içerir (MEB, 2009, s. 7).

Devlin (2000), "matematik nedir?" sorusuna bugünün matematikçilerinin vereceği en genel yanıtın "matematik örüntülerin bilimidir" olduğunu ifade ederek matematikçilerin çalıştığı örüntüleri açıklamıştır. Araştırmacıya göre matematikçiler, gerçek veya imgesel (imagined); görsel veya zihinsel; statik veya dinamik; niteliksel veya niceliksel; yararcı (utilitarian) veya eğlenceli (recreational) örüntülerle çalışmaktadırlar. Matematikçilerin çalıştığı bu örüntüler etrafımızdaki dünyadan, uzay ve zamanın derinliklerinden, insan zihninin çalışmasından doğmaktadır. Araştırmacı, farklı türdeki örüntülerin matematiğin farklı branşlarını oluşturduğunu ifade etmiştir (Devlin, 2000). Örneğin sayı teorisi, sayı ve sayma örüntülerini çalışır (ve aritmetik kullanır); geometri, şekillerin örüntüsünü çalışır; kalkülüs, hareket (motion) örüntüsünü ele almayı sağlar; mantık, muhakemenin örüntülerini çalışır; olasılık teorisi, şans örüntüleriyle ilgilenir, topoloji, yakınlık ve pozisyon/konum (position) örüntülerini çalışır. Matematikçilerin örüntülerle uğraşırken, matematik yaparken, var olan ilişkileri tespit etmeyle ya da benzer ilişkiler kurarak *problem çözdükleri*; var olan ilişkileri farklı yollarla ifade etmeyle *yeniden üretim* yaptıkları; yeni ilişkiler keşfetmeyle de *üretimde* bulundukları söylenebilir.

Yukarıda değinilen tanımlar incelendiğinde matematiğin ardışık ve yığılmalı ilerleyen, soyutlamalar içeren, kendine ait bir dili olan, ilişkilerle ilgilenen, bilgiyi işleyen ve üreten bir bilim dalı olduğunun vurgulandığı söylenebilir. Ayrıca matematik kendine ait bir dili olması yönüyle de dikkat çekmektedir. Umay (2002), matematiği tanımlamaya çalışanların "mantıklı düşünmenin, akıl yürütmenin, problemleri saptamanın ve çözüm üretmenin dili" gibi matematiğin bazı özelliklerini sıralamakla yetindiklerini belirtmiştir. Ayrıca Umay (2002) matematiği “gerçek olmayan bir dünyada yalnızca insanların zihinlerinde var olduğu halde aklını kullananlar için önemli bir gereksinim” (s. 276), “insanların kendileri için ürettikleri, üretirken haz duydukları, aslında var olmayan şeyler hakkındaki doğruları ortaya koymayı amaçlayan bir oyun” (s. 280) olarak da tanımlamıştır.

Alan yazın incelendiğinde matematiğin tanımlanmasında ikili karşılaştırmaların yapıldığı da görülmüştür. Matematiğe isim veya eylem olarak; araç veya amaç olarak; yine bilimlerin hizmetçisi veya kraliçesi olarak değişen çeşitli bakış açılarıyla bakılmaktadır. Bu bakış açılarına göre de matematiğe yüklenen anlamlar farklılaşmaktadır. Örneğin; Schoenfeld (2007)’ye göre matematik kelimesi isim ve eylem olmak üzere iki bakış açısıyla ele alınabilmektedir. İsim olarak bakıldığında matematik, muhteşem ve fevkalade yapılanmış bir bilgi topluluğudur. Matematiğe eylem gözüyle bakıldığında ise, matematikçilerin yaptığı şey olarak tanımlanmaktadır. Schoenfeld’e göre burada çoklu düzeyde tanımlamalar mevcuttur. Eylem düzeyindeki matematikte problem çözme ve teoremleri ispatlama söz konusudur. Derin bir işlem-süreç (process) düzeyindeki matematikte soyutlama, genelleme, organize etme, yansıtma (diğerleri arasında) aktiviteleri bulunur ve bunlar problem çözme ve teoremleri ispatlamada kullanmaktadır (Schoenfeld, 2007; s. 30). Matematiği isim ve eylem olarak değerlendiren bu bakış açılarının birbirini tamamladığı söylenebilir. İsim olarak matematiğe yüklenen anlamda matematik yapmada kullanılan zihinsel ögeler vurgulanmakta eylem olan matematik bakışında söz konusu zihinsel ögeler kullanılarak gerçekleştirilen matematiksel eylemlerin ne olduğuna değinilmiştir.

Yukarıdaki bakış açılarının yanında matematiği bazıları araç bazıları da amaç olarak görmektedir (Yıldırım, 2008a). Bilimi de kapsayan tüm uygulama alanlarında matematik bir anlatım ve çıkarsama aracı iken matematikçilerin gözünde ise bir araç değil amaç olup değerini kendi içinde taşıyan, katıksız bilme ilgimizin ürünü, bir düşünme ve doğruyu arama uğraşı olarak kabul edilmektedir. Birinciler için matematiğin değeri açık, kesin ve etkili bir dil; bir çıkarım, bir problem çözme yöntemi olarak sağladığı yararda aranmalıdır. İkinciler için matematik amacı kendi içinde bir çalışmadır; salt bilme tutkusuyla işlenen bir konu kimliğinde önemlidir. Matematiğe araç/amaç olarak bakmanın matematikçiler ve matematikçi olmayanların gözünde matematiğin ne ifade ettiğini yorumlamayı sağladığı söylenebilir. Yıldırım, bu bakış açısının "matematik bilimlerin kraliçesidir veya hizmetçisidir" bakışına yol açtığının düşünüldüğünü ifade etmiştir. Matematiği kendine özgü konu ve yöntemiyle bilim sayanlar, bir anlamda matematikçiler onu "bilimlerin kraliçesi" olarak görürken, uğraştığı işlerde/görevlerde matematiği kullananların ise matematiği bilimlerin hizmetçisi olarak gördüğü düşünülebilir.

Alan yazında matematiği "bir bilim değil bir dil, belli kural ve simgelerden oluşan yalın bir anlatım ya da düpedüz bir yöntem, biçimsel ilişkiler üzerinde yürüyen mantıksal bir çıkarım, bir dönüştürme aracı" olarak görenler de bulunmaktadır (Yıldırım, 2008b, s. 52). Benzer olarak Milgram (2007) de bazı insanların matematiği örüntülerin çalışması veya bilimin dili olarak tanımlamaya çalıştığı fakat profesyonel matematikçilerin matematiği tanımlamayı denemekten kaçındıkları ifadelerine yer verilmiştir. Araştırmacı gerçekte matematiğin ne olduğunu tanımlarken, yapılabilecek en iyi şeyin matematiğin en önemli özelliklerini tartışmak olduğunu düşünmektedir. Matematiğin en önemli özellikleri olarak *kesinlik (precision)* ve *iyi tanımlanmış problemler belirleme/kurma (well-posed problems) ve onları çözmeyi* vurgulamıştır. *Kesinlik* tüm terimler, işlemler ve bu işlemlerin özelliklerinin kesin/belirli/tam tanımlarının olması anlamında kullanılmıştır. Diğer önemli özelliklerden biri olan iyi *tanımlanmış problemler belirleme* ile*;* tüm terimleri tam tanımlanmış, matematik yapılabilecek tek bir evrende başvurulan/işe koşulan problemler kastedilmiştir. Milgram (2007)'ye göre "gerçekte tüm matematik kesin/tam tanımlanmış çevrelerde problem çözme" olarak görülebileceği belirtilmiştir (s. 33). Araştırmacı, profesyonel matematikçilerin K-12 matematik eğitiminde matematiksel muhakeme ve problem çözmenin matematik eğitiminde farklı konular olarak ayrı tutulmasını/izole edilmesini tuhaf bulma eğiliminde olduğunu da ifade etmiştir. Matematiğin bir dil olmasından hareketle sahip olduğu araçlarla "kesinlik kavramı" göz önünde bulundurulup muhakeme, problem önerme ve problem çözmeyle yapılan şeyin matematik olduğu söylenebilir.

Matematiğin tanımı üzerinde süregelen tartışmalardan sonra Yıldırım (2008b) matematiğin ne olduğu sorusuna birçok tanım sıralanarak açıklık getirilemeyeceği görüşünü benimsemiştir. Çünkü araştırmacının fark ettiği üzere zaten tanımların çoğu birbiriyle bağdaşmamaktadır. Her tanım bir görüşün ürünü olduğundan dolayı değişik bir bakış açısını yansıtmaktadır. Bu nedenle o bakış ya da görüş açısı bilinmeden eldeki tanım yorumlanamamaktadır. Bu nedenle Yıldırım soruna yaklaşımın tanımların ötesinde bir araştırmayı, mantıksal bir irdelemeyi gerektirdiğini ifade etmiştir.

Yıldırım (2008a) matematiğin ne olduğuna yönelik tanım oluşturmada öncelikle şu üç sorunun faydalı olabileceğini düşünmektedir: "(1) Matematiğin konusu nedir? (2) Matematiksel düşünme yöntemini nasıl niteleyebiliriz? (3) Matematikte ulaşılan sonuçların özelliği nedir?" (s. 12). Araştırmacı bu sorular ışığında matematiğin "sayı, nokta, küme, fonksiyon türünden soyut nesnelere özgü özellikleri ortaya çıkarma, belirleme ve mantıksal olarak kanıtlama (ispatlama) bilimi" olarak tanımlanabileceğini belirtmiştir (s. 13). Bu tanımın matematiğin uğraştığı/ele aldığı nesneleri belirtmesi, bu nesnelerle matematiğin ne yaptığını ifade etmesi yönüyle spesifik, kapsamlı, kullanışlı ve ekonomik olduğu düşünülmekte olup çalışmada da bu tanım dikkate alınmıştır.

### 2.1.2. Matematiğin Tarihsel Gelişimi

Matematiğin zaman içindeki gelişimini görmek için eski kültürlerde doğuşundan günümüze gelene kadar geçirdiği evreleri incelemek faydalı olabilir. Baki (2006)'ya göre "matematiğin doğuşunun en önemli kaynağı insanın evreni, çevresini nicel özellikleriyle anlama yeteneği"dir (s. 96). İnsan çevresini anlama çabasında ve bunu açıklama çalışmasında şüphesiz bir araca ihtiyaç duyacaktır. Bu aracın insanın ve onun oluşturduğu kültürün sadece anlaşılması ve açıklanmasında değil bilgi yaratımı ve kültürel gelişiminde de rol alacağı söylenebilir.

Baki (2006) matematikçi Cengiz Uluçay'ın bir sözünün şu şekilde belirtmiştir: "matematik, düşüncenin gelişimine hizmet eden bir bilimdir ve bütün bilimler matematikten doğmuştur" (s. 94). Schaaf 'a (1961) göre çağdaş kültürün yaratıcı dilini bilim oluşturmaktadır; matematik ise bu dilin alfabesini oluşturmaktadır (Akt. Yıldırım, 2008a). Schaaf, kültür ve matematik arasında karşılıklı bir etkileşim olduğunu da vurgulamıştır. Benzer olarak Usiskin (2000), matematiğin kültür içinde geliştiğini ve gelişiminin o kültürün matematiğe verdiği önemle bağlantılı olduğunu ifade etmiştir. Kültürün yaratım için bilime, bilimin matematiğe ihtiyaç duyduğu, matematiğin de gelişmek için elverişli kültürel ortama ihtiyaç duyduğu ve bu üçünün sürekli etkileşiminin söz konusu olduğu söylenebilir.

Kültür ve matematik arasındaki ilişki tarihsel açıdan incelendiğinde, günlük ihtiyaçlardan doğan matematiğin ilk örnekleri Mezopotamya'da görülebilir (Baki, 2006). Nil nehrinin taşmaları sonucunda ekin alanlarının belirlenmesi ihtiyacının karşılanması sürecinde geometri-yer ölçümü bilimini ortaya çıkmıştır (Yıldırım 2008b). Babiller nehir taşmalarını önleme, sulama, bataklık kurutma, görkemli yapı ve tapınakların inşasında geometriye; ticaret etkinliklerini yürütmede aritmetiğe başvurmuşlardır. Tarımsal etkinlikler kullanışlı bir takvim geliştirilmesine, mal takası belli ölçülerin birim olarak kullanılmasına yol açmıştır. Ayrıca hem Babil hem de Mısır'da matematiğin ihtiyaçları aşan bir düzeye ulaştığı da belirtilmiştir. Ancak, Babil ve Mısır'da matematik pratik ihtiyaçlardan doğduğu için daha çok deneme-yanılma yöntemine bağlı deney ve gözlem düzeyinde çalışılmıştır (Baki, 2006). Dolayısıyla Antik Grek öncesi, matematikte ampirizm dönemi olarak nitelendirilmiştir (Yıldırım, 2008b). Bu dönemde ulaşılan sonuçlar çoğunlukla deneme yanılma yönteminin ürünü olup genellemelere tümevarımla ulaşılmıştır. Matematiğe bilimsel nitelik veren ispat kavramının dolayısıyla tümdengelimsel çıkarım düşüncesinin ortaya çıkmasında Grek uygarlığının çabaları önemli görülmektedir. Matematik Greklerin elinde bir dönüşüme uğrayarak rasyonel düşünme ve ispata dayalı bir disiplin kimliği kazanmıştır. Ampirik bir bilgi olarak başlayan matematik belli bir aşamada ispat kavramını oluşturarak teorik bir kimlik kazanmıştır (Yıldırım, 2008b). Matematiğin ilk ortaya çıkışında her ne kadar kültürel ihtiyaçlar söz sahibi olsa da bir süre sonra ihtiyaçların ötesine ilerleyerek bilimsel bir disiplin kimliği kazanmayı başardığı söylenebilir.

Bir disiplin kimliği kazanan matematik Yunanlıların elinde logistike (hesaplama sanatı) ve aritmetike (soyut sayı teorisi olarak) olarak iki türde incelenmiştir. Yunanlılar matematikle uğraşırken tümdengelimi de kullanmışlardır. Yine Yunanlıların fiziksel dünyayı matematiksel betimlemeye elverişli buldukları da söylenebilir (Schaaf, 1961'den akt. Yıldırm, 2008a). Ayrıca Schaaf günümüzde, şimdiki çağdaş matematiğin daha önceki dönemlerden; inceleme konusu nesnelerin içeriğinin değil, aralarındaki soyut ilişkilerin ön plana geçmesi ve matematiğin bir sistem olarak dayandığı temel kavramların ısrarla irdelenmesi yönüyle ayrıldığını da ifade etmiştir.

Schaaf (1961)'e göre ileri ya da ilkel tüm kültürlerde matematiğin temelini oluşturan iki etkinlik, sayma ve ölçmedir (akt. Yıldırm, 2008a). Başka bir deyişle, matematik her düzeyde kültürel yaşamın üyesi olmasının ötesinde, insanoğlunun yaşamsal işlevlerinin bir türüdür. Araştırmacıya göre matematiğin özellikle kuramsal bir çalışma olarak gelişmesi belli kültürel koşulların oluşumuna bağlı kalmıştır. Günlük yaşam ve iş güç ilişkilerinden bir hesaplama yöntemi olarak belirmesi bir bakıma kaçınılmaz olan matematiğin kuramsal bir düşünce niteliği kazanması, Antik Yunan döneminde örneği görülen öğrenme, araştırma ve tartışma etkinliklerinin ağırlık kazandığı kültürlerde olası olduğu belirtilmiştir. Diğer entelektüel ve sanatsal çalışmalar gibi, matematik de anlıksal canlılığın olanak bulduğu, entelektüel ilgiyi besleyen bir ortamda geliştiği vurgulanmıştır. Ayrıca böyle bir ortam oluşmadıkça, matematiğin ne bir uğraş olarak saygınlık kazanacağı, ne de kuramsal bir çalışma düzeyine ulaşabileceğinin ön görülmediği de ifade edilmiştir.

Satranç ya da müzik tutkusu gibi matematik ilgisinin herkeste değil, çok az kimsede görüldüğü ve matematik ilgisini uyandırmada kültürel çevrenin önemli olduğu belirtilmiştir (Schaaf, 1961, akt. Yıldırım, 2008a). Uzmanlar matematik ilgisinin oluşmasının ve matematiğin gelişiminin matematiğe önem veren kültürlerde olabileceğinin altını çizmişlerdir. Kültürler matematiğe önem vermiyorsa o toplumda matematiğin kuramsal düzeyde gelişmesi mümkün görünmemektedir.

Yukarıdaki açıklamalardan hareketle söz konusu kültürün matematiğe verdiği öneme göre matematiğin gelişiminin önünün açık ya da kapalı olacağı söylenebilir. Bir ihtiyaçla başlayan ve ampirik düzeyde yürütülen matematiksel çalışmaların daha sonrasında ispat kavramının matematiğe dahil olmasıyla, matematik disiplininin geliştiği ve sağlam temellere oturtulduğu söylenebilir. Bununla birlikte matematiğin gelişmesi için toplumun da gelişime açık olmasının öneminin de gözden kaçmaması gerektiği söylenebilir.

### 2.1.3. Matematiğin Diğer Bilimlerle İlişkisi

Matematik kullandığı nesneler, çalışma yönteminde kullandığı metotlar ve ulaştığı sonuçlar bakımından hangi bilimlere daha yakın, hangilerine daha uzaktır? Bu sorunun cevabı matematiğin çalışma biçimini ve nasıl çalıştığını daha iyi anlamamıza katkı sağlayabilir. Bu nedenle bu kısımda matematik ve diğer bilimlerin ilişkileri ile bu bilimlerin çalışma biçimleri yer yer örnekler verilerek tartışılmıştır.

Yıldırım (2008a), matematiğin uğraş konusu nesnelerin olgusal değil kavramsal olduğunu vurgulamıştır. Bu nedenle matematiğin konu açısından ampirik bilimlerle değil, tanımsal ya da biçimsel (formel) bir disiplin olan mantıkla birlikte sınıflandığını ifade edilmiştir (Poincare, 1905; Yıldırım, 2008a). Ayrıca matematik yöntem ve sonuçları bakımından da olgusal bilimlere değil mantığa yakın görülmektedir. Ampirik bilimler inceleme konusu olgular ve olgusal ilişkileri açıklamayı tercih etmektedir. Gözlem ve ölçme gibi işlemler bu bilimlerin olguları saptama ve betimleme araçlarını oluşturmakta, teori ya da hipotezler (açıklayıcı genellemeler) kurup test etme ise olguları açıklama yöntemini sağlamaktadır. Bunun yanında mantıkta eldeki hipotezin doğruluğunu ispatlama söz konusudur.

Matematiği de içine alan tüm araştırma alanlarında elde edilen bulgular, ulaşılan sonuçlar önermelerle dile getirilir (Yıldırım, 2008a; Ernest, 1991). Betimleyici veya açıklayıcı nitelikteki önermeler genellikle olup bitenler hakkında bilgi verme amacında ve olgusal dünyaya ilişkindir (Yıldırım, 2008b). Matematiksel önermelerin verdiği bilgiler ise olgusal dünyaya değil sayı, küme, fonksiyon türünden birtakım soyut nesnelere ilişkindir görüşüyle birlikte olgusal dünyaya ait olduğu görüşünü de savunanlar bulunmaktadır Araştırmacıya göre tartışmalar hala sürmekte olup karışıklığın nedeni matematiğin çok değişik tanımlamalara konu olması olarak görülmektedir.

Biçimsel disiplinler olgusal içerikten yoksun analitik önermelerden (doğrulukları *a priori* bilinen) oluşurken, olgusal bilimler ise sentetik (doğrulukları *a posteriori* bilinen) önermelerden oluşmaktadır (Yıldırım, 2008b, s. 60). Matematiksel önermeleri de bazıları sentetik, bazıları analitik önerme olarak kabul etmektedir. Ernest (1991) matematiksel bilginin, tümdengelimsel mantık ve tanımlar içermesi yönüyle mantık temelli olduğunu belirterek *a priori* bilgi sınıfında ele almıştır. Birincilere göre “7+13=20” şeklinde verilen bir önerme, “dünya yuvarlaktır” önermesinde olduğu gibi sentetik bir doğruluğu; ikincilere göre “yuvarlak nesneler yuvarlaktır” türünden mantığın temel ilkesi olan özdeşliğe dayanan ve bu niteliğiyle hiçbir olguya ters düşmesi söz konusu olmayan analitik bir doğruluğu açıklamaktadır. Yuvarlak bir nesnenin yuvarlak olup olmadığını saptamada gözlem veya deneyime gerek duyulmamaktadır. Bu önermeyi anlayan kişi, onun doğru olduğunu da hemen bilebilir. Buna karşın “dünya yuvarlaktır” önermesinde durum değişmektedir. Bir zamanlar insanlar dünyanın düz olduğunu varsayıyordu.

Dolayısıyla dünya başka bir şekle de sahip olabilir. Günümüzde dünyanın yuvarlak olduğunun varsayılmasının nedeni, değişik yollardan elde edilen tüm gözlem verilerine uygun düşmesidir. Görüldüğü gibi burada önermenin anlamına bağlı bir doğruluk söz konusu değildir (Yıldırım, 2008b).

Matematik ve ampirik bilimlerin ilerlemesinde de benzer ve farklı yönler bulunmaktadır. İki alanda da her atılımı bir bunalım izler (Yıldırım, 2008b). Bilim kuramsal düzeyde kümülatif değildir, yeni teori çözüm getirdiği bunalıma yol açan eski yerleşik teoriyle temelde bağdaşmaz niteliktedir. Buna karşın matematikte ilerleme kümülatif nitelikte olduğundan her atılım daha önce ulaşılmış olan birikime dayalı bir açılma ya da genişlemeyle sonuçlanmıştır (Yıldırım, 2008b).

Matematik ampirik bilimlere benzer şekilde araştırma konusu nesneleri gözlemler ve gözlemler neticesinde genellemelere ulaşır (Poincare, 1905). Ampirik bilimler genellemelerine yeni gözlem durumları ekleyerek onları doğrulamaya ve onların gerekçelerini açıklamaya çalışırlar. İlgili genellemeye ters düşen bir gözleme ulaşılırsa genelleme reddedilir ve sonuç başka bir yönde yeniden gözlenmeye başlanır. Matematik de ampirik bilimler gibi gözlemlerden yararlanır ve genellemeler üretir; ancak matematik, genellemenin doğrulanması için yeni örnekler bularak doğrulamak yerine o genellemenin doğruluğunu ispatlama çabasına girer ve ispat neticesinde genelleme reddedilir veya kesin doğruluğu kabul edilir. Bu yönüyle matematiğin ampirik bilimlerden ayrılarak mantığa yakın biçimsel bir disiplin kimliği kazandığı söylenebilir.

### 2.1.4. Matematiksel Nesneler Nelerdir?

Matematiği daha yakından tanımak için onun uğraştığı, kullandığı nesnelerin nasıl nesneler olduğunun bilinmesi önemli görülmektedir. Bu kısımda Yıldırım (2008a)'in konuyla ilgili görüşlerinden yararlanılarak matematiksel nesnelerle ilgili açıklamalara yer verilmiştir. Matematiğin kullandığı sayı veya sayı kümeleri gibi nesneler ne türden nesnelerdir, bu nesneleri taş, ağaç, su gibi fiziksel nesnelerle bir tutabilir miyiz, tutamazsak nasıl bir ayrıma gidebiliriz (Yıldırım 2008a)? Bu soruların cevaplarının matematiksel nesneleri yakından tanımamıza katkı sağlayacağı düşünülmektedir.

Yıldırım yukarıdaki soruların cevaplarına yönelik atılacak ilk adımda fiziksel nesneleri somut, matematiksel nesneleri soyut olarak ayırmayı önermiştir. Ardından matematiğin uğraş konusu olan bu soyut nesnelerin kaynağının ne olduğuyla ilgili görüşleri ele almıştır. Matematiğin uğraş konusu nesneleriyle ilgili realizm, nominalizm ve yapımcılık şeklinde üç değişik görüş bulunmaktadır (Yıldırım, 2008a). Realizm, soyut nesneleri somut nesneler gibi nesnel gerçekliğin bir parçası saymaktadır. Platoncu realizmde sayı türünden soyut nesneler olgusal dünya ile nedensel ilişkisi olmayan varlığı düşüncemizden bağımsız, yetkin, “form” ya da “idealardır”. Bunlara ilişkin bilgimiz algıdan değil aklın daha önce idealar dünyasında kazanmış olduğu deneyimden kaynaklanmaktadır. Örneğin “pi” sayısı evrensel bir nesne olarak sürgit var olmuştur. Matematikçi onu gözlem/araştırma sonucu değil, bir çağrışım, hatırlama ya da iç kavrayış sonucu bilmektedir (Yıldırım, 2008a). Platonculuktan ayrılan modern realizmde sayı; bir tür gözlemle doğada bulduğumuz, varlığı bizden bağımsız bir nesne olup matematikçinin onu buluşu, bir biyoloğun bir böceği keşfetmesi gibi bir iş olarak görülmektedir (Yıldırım, 2008a).

Nominalizm, soyut nesneleri gerçeklikten yoksun birer isim ya da düpedüz sözcük sayan bir görüştür (Yıldırım, 2008a). Platoncu ontolojiye tepki olarak çıkmıştır. Bu görüştekilere göre evren yalnızca tikel somut nesnelerden oluşmuştur; soyut ya da evrensel denen nesneler yoktur. Örneğin 5 diye bir nesne yoktur; 5 parmak, 5 ev, 5 koyun vardır (Yıldırım, 2008a). Platonculuk ve nominalizm gibi birbirine zıt iki görüş arasında olan üçüncü bir görüş ortaya çıkmıştır ki bu da yapımcılıktır.

Yapımcılıkta soyut nesneler, insan zekasının çevreyle olan sürekli etkileşimi içinde oluşan betimleyici ya da açıklayıcı kavramlar olarak kabul edilmektedir (Yıldırım, 2008a).Yine bu görüşe göre tüm kavramlar gibi matematiksel kavramların kökleri ampirik yaşantımızda aranmalıdır. Örneğin sayı, yaşantımıza giren çokluk ve nesneleri belirleme aracı olarak oluşturulmuştur (Yıldırım, 2008a). Doğada sayılar değil sayılabilen çokluklar vardır; dolayısıyla sayılar, sayılabilen nesneler üzerinde yürütülen sayma işleminin bir ürünüdür (Yıldırım, 2008a). Araştırmacı bu açıdan bakıldığında matematiğin bir dil, bir belirleme aracı görünümünde olan insanın etkileşim içinde olduğu çevresini nesnel yanlarıyla belirlemek ve anlamak için oluşturulmuş olan bir dil olduğunu ifade etmiştir. Yukarıda açıklanan üç bakış açısından yapımcılığın, realizm ve nominalizmi dengede tutan görüşüyle matematiksel nesneleri tanımanın daha işlevsel olduğu düşünülmektedir.

### 2.1.5. Matematikçi Kimdir ve Ne ile Uğraşır?

"Matematikçi ne ile uğraşır?" sorusunu cevaplamadan önce matematikçi ve uygulamalı matematikçi kavramlarını tanımlamakta yarar vardır. *Matematikçi,* araştırma üniversitelerinin matematik bölümlerinde kadrolu konumunda olan akademisyenler iken *uygulamalı matematikçi*, üniversitede matematik dışındaki bir bölümde olan ve uygulamalı matematik sürecine katılan öğretim üyesi, gerçek dünya problemlerini çözmek için oldukça ileri düzeyde matematik kullanan kişi olarak betimlenebilir (King 2006).

King (2006), her matematikçi için kesinlikle belirlenmiş matematik ve gerçekler dünyası şeklinde iki ayrı dünya dünyadan bahsetmektedir. Araştırmacı, gerçek dünyayı "gördüğünüz, dokunduğunuz, hissettiğiniz dünya, yaşadığınız dünya" (s. 13) olarak açıklarken bu dünyada var olan şeylerin ise insanlar ve yerler, gün batımı ve pınarlar, atomlar ve okyanuslar olduğunu belirtir. Gerçek dünyaya karşın matematiksel dünyayı bir ideler dünyası olarak betimlemiştir (King, 2006). Bu dünyada yaşayan varlıklar; "sayılar, analitik fonksiyonlar, matrisler, diferansiyel manifoltlar (katmanlı uzaylar), diziler, topolojik uzaylar" gibi matematiksel nesnelerdir (King, 2006, s. 13). Matematikçi bu nesnelerin özelliklerini ve aralarındaki ilişkileri ortaya çıkarma, genelleme ve ulaştığı sonuçları ispatlama çabası içindedir (Yıldırım, 2008a). Matematiksel dünya kafanın içinde yaşarken gerçek dünya onun dışında yaşamaktadır (King 2006, s. 13). King'e göre kafanın içinde ve dışında yaşayan iki dünya bulunmaktadır, matematikçilerin çalıştıkları yer de kendine ait nesneleri varlıkları olan bir evrene benzetilmektedir.

Matematikçiler, herkes gibi gerçek dünyada yaşarken, üzerinde çalıştıkları nesneler matematiksel dünyada yaşamaktadır (King, 2006). Matematiksel dünyada yaşayan bir şey daha vardır o da hakikattir. Matematikçiler güzellik gördüklerinde hemen onu fark edebilmektedirler, onları matematik yapmaya yönelten güdü, gördükleri güzellik olup onlar hakikati nerede bulacaklarını bilen insanlardır (King, 2006; Poincare, 1986). Matematikçileri matematik yapmaya iten şeyin matematik dünyasında görülen güzellik ve hakikate ulaşma arzusu olduğu söylenebilir. Ayrıca

Hardy (1999) bu konuyla ilgili olarak insanları araştırma yapmaya iten pek çok nedenden üçünün diğerlerinden önde geldiğini belirtmiştir. Bunlardan ilki entelektüel merak, gerçeği öğrenme arzusudur. İkincisi profesyonel saygınlık, yaptıklarının kendini tatmin etmeme endişesidir; ortaya koyduğu eser, yeteneği ile orantılı olmadığı zaman her onurlu zanaatçının duyduğu onurlu utanma hissi olarak tanımlamaktadır. Sonuncusu da başarma hırsı, mevkii ve üne kavuşma arzusu, hatta sağlanacak para ve onun getireceği güç olarak ifade edilmiştir.

Milgram (2007)'ye göre matematik genel anlamda sınırlı sayıda bir sahnede rol oynar ve bu sahneler arasında gözlenebilir bir karmaşa vardır. Tamsayılar bir sahne inşa eder, benzer şekilde rasyonel sayılar, reel sayılar da birer sahne oluştururlar. Milgram, matematik için bu sahnelerin çok önemli olduğunu fakat matematiğin bu sahnelerle sınırlı olmadığını ifade etmiştir. Pratik olarak okul matematiğinde yukarıdaki sahnelerin bazılarının sistemli, fakat herustik olarak yılların bir periyodu üzerinden öğrencilerde geliştiğini de ifade etmiştir. Ona göre matematik çeşitli derecelerde, çeşitli sahnelerinde oyununu sergilemektedir. Ayrıca her sahne kendi araçlarına sahiptir, varsaydığı kurallar orada geçerlidir. Bununla birlikte matematiğin bazı araçları ise birçok sahne üzerinde kullanılabilir niteliktedir. Bu araçlardan en önemlilerinden biri *soyutlamadır ki (bir düşünceye dalma)* bir durum ya da problemin en önemli yüzüne odaklanma ve ikincilleri/konu dışı olanları dışlamadır (s 38).

Schoenfeld (2007)'ye göre bir matematikçinin işi en azından bilinen sonuçları genişletme, yeni sonuçlar bulma, bilinen matematiksel sonuçları yeni içerikle uygulama olarak görülmektedir. Araştırmacıya göre, matematikçilerin üzerinde çalıştığı problemler akademide ya da endüstride birkaç dakikada veya saatte çözülebilecek türdeki alıştırmalardan değildir; onlar çözümü günler haftalar, aylar veya yıllar alan problemlerdir. Bu yüzden azımsanmayacak miktarda özelleşmiş bilgiye sahip olmaya ilaveten matematikçiler diğer şeylere de sahip olmalıdır. İyi problem çözücüler esnek ve becerikli/zengin kaynaklıdırlar. Problemler hakkında düşünmek için birçok yollara sahiptirler. Tıkandıklarında alternatif yaklaşımlar ararlar, bariyere çarptığında onu gelişim yolu yapabilirler, bildikleri şeylerde etkilidir. Onlar matematiksel bir eğilime sahiptir, matematiksel zorlayıcıları çözmeye isteklidirler, diğerleri bıraktığında onlar hala ilgili görevle meşguldürler.

King (2006), matematikçilerin işinin matematik yapmak olup bunu yaparken de kendi yarattıkları şeylerle uğraştıklarını ifade etmiştir. Araştırmacıya göre yaratılan şeyler, soyutlanmış şeyler olup matematikçinin düş gücü dışında bir varlıkları bulunmamaktadır. Yaratıcıları olan matematikçiler, öncelikle onlara bazı özellikler atfetmişlerdir. Ardından matematikçiler bu özellikleri temel alarak matematik ve mantık kurallarını kullanıp, başka özellikler de çıkarsamayla uğraşırlar. King'e göre *araştırma* (pür matematik alanında araştırma yapma); teknik anlamda yeni matematik üretmek demektir. İzleyen örnekte yeni bir problem çözülmektedir:

> Geçen pazar günü yayımlanan New York Times gazetesinde bulunan sözcük sayısına n diyelim. n'yi 17'nin karekökü ile çarpalım. Bu yeni sayıya da m diyelim. m sayısının ondalık ifadesindeki milyonuncu rakam nedir? Bu kuşkusuz yeni bir problemdir. Ve bunu çözerseniz henüz bilinmeyen bir matematiksel sonuç elde etmiş olursunuz. Bu yayımlanabilir bir matematik değildir (King, 2006, s. 20).

King'e göre profesyonel bir matematikçi olmak için yenilik yetmemektedir. Çünkü yeniliğin yanında başka kriterlerin de sağlanması gerekmektedir.

King matematiksel araştırmanın niteliğine yönelik görüşlerini izleyen ifadeleriyle detaylandırmıştır:

> Pür matematikte bir problem çözdüğünüzde – çözümü önceden bilmediğinizi varsayarsak- çok ufak ölçüde bir araştırma yapmış oluyorsunuz. Eğer problemi kendiniz önce kurup sonra çözmüşseniz yaptığınız şey matematikçilerin gerçekte yaptıkları şeye çok yakındır. Eğer icat edip çözdüğünüz problem, yeni bir problemse, siz pür matematikte gerçekten bir araştırma yapmış olursunuz. Eğer bu yeni problem aynı zamanda önemli ise, yaptığınız yayımlanabilir bir araştırmadır (King, 2006, s. 20).

Yukarıdaki ifadelerde görüldüğü üzere King, çözümünü bilmediğimiz bir problemi çözmeyi en az önem derecesine sahip bir matematiksel araştırma olarak görmektedir. Bundan bir derece daha önemli olan, araştırmacının kendisinin bir problem kurup bunu çözmesi olarak görülmektedir. Araştırmacının kurduğu problemin yeni bir problem olması da onun önem derecesini arttıran bir unsur olarak karşımıza çıkmaktadır. Yeni bir problem kurmanın bir üst derecesi de bunun matematik açısından *önem* arz ediyor olmasıdır. Yani bir araştırmacı matematik açısından *önemli ve yeni bir problem kurup bunu çözebiliyorsa* üst düzeyde araştırma yapmış olmaktadır. Dahası King, bunun kolay olduğu, zor olan şeyin ise hem orijinal olma hem de önemli olma özelliklerini taşıyan, aynı zamanda da çözümü araştırmacının çözüm bulma kapasitesi içinde olan bir problem bulma olduğunu iddia etmiştir.

King (2006), matematik dergilerinde yayın yapanların çoğunun bu işi rutin olarak ve iyi bir şekilde yapmayı öğrenmiş kişilerden oluştuğunu, iyi matematikçilerin ise öncelikle probleme büyük önem veren matematikçiler olduğunu belirtmiştir. Ayrıca araştırmacı iyi matematikçilerin, önemi ve zarafeti olan bir problem dikkatlerini çektikten sonra onu çözmek için gerekli matematiksel yöntemleri öğrenen, yoksa da yaratanlar olduğunu da vurgulamıştır. Buna karşılık, sıradan matematikçilerin yalnız bildikleri matematiği kullanmak ve bu yöntemlerle çözülebilecek problemler bulmak eğilimde olduklarını da ifade etmiştir.

Hardy'i (1999) matematiği gerçek ve önemsiz matematik olmak üzere iki türde açıklayarak bu iki türde matematikçilerin nasıl çalıştığı, neler yaptığı üzerine açıklamalarda bulunmuştur. Hardy'e göre gerçek matematik, yaşamı kolaylaştırma değil, doğruya ulaşma amacındadır. Gerçek matematikçinin bilme, anlama, öğrenme merakı da onu araştırma yapmaya itmektedir. Matematiğin çeşitli uygulamalarına bakıp yararını vurgulayan kimselerin sözünü ettiği matematik Hardy'e göre ikinci tür (önemsiz sayılan) matematiktir. Bunun yanında birinci türde yer alan gerçek matematiğin bu anlamda bir yararı bulunmamaktadır. Gerçek matematikçi araştırmasının faydalı olup olmayacağıyla ilgilenmemektedir (Yıldırım, 2008).

Hardy (1999)'da, King (2006)'ya benzer olarak matematikçilerin uğraştıkları problemlerin önemli/ciddi olması gerektiğinin altını çizmiştir. Hardy satranç problemlerinin de gerçek matematik olduğunu ancak önemsiz olduğunu dile getirmiştir. Ona göre bir satranç problemi günlük konuşmadaki anlamı ile yararsız ise, en iyi matematiğin büyük bölümü de yararsızdır. Matematiğin çok küçük bölümü pratik yarar sağlar; o küçük bölüm de oldukça sıkıcıdır (Hardy, 1999). Bununla birlikte “bir matematiksel teoremin ‘ciddi’ olup olmaması, uygulamadaki sonuçlarına değil (ki bunlar genellikle çok azdır), aralarında bağlantı kurduğu matematiksel fikirlerin taşıdığı ‘öneme’ bağlıdır” iddiasındadır (s. 67). Buna ek olarak bir matematiksel düşüncenin diğer matematiksel düşüncelerin büyük bir bölümü ile doğal ve aydınlatıcı bir bağlantı kurabilme düzeyinin onun önem derecesini belirttiğini düşünmektedir. Hardy’e göre ancak ciddi bir matematiksel teorem, yani önemli fikirler arasında bağlantı kuran bir teorem matematikte hatta diğer bilim dallarında önemli gelişmelere yol açabilecektir, buna karşın hiç bir satranç problemi bilimsel düşüncenin genel gelişmesini etkilememiştir.

Yukarıda görüşüne başvurulan iki matematikçinin de matematiksel araştırmada problem çözme ve problem kurup çözmeye (teorem ortaya atma da problem kurmanın içinde düşünülmüştür) dikkat çekmiştir. Matematiksel araştırmanın kalitesi ve niteliğini yenilik, matematik açısından önem arz etme, orijinallik, matematiksel fikirler arasında bağlantı kurma ile arttığını ifade etmişlerdir. Bu durumun da profesyonel düzeyde matematikçi olabilme ve matematiği bir adım ileriye taşıma için matematik öğrencilerinin bu becerilerinin geliştirilmesine işaret ettiği düşünülebilir.

## 2.2. MATEMATİKSEL DÜŞÜNME

Matematikçi matematik yaparken nasıl düşünür? Hangi bilişsel yapılardan yararlanır? Matematiksel düşünmenin ürünleri nelerdir? Bu sorulara verilen cevaplar matematik yeteneğinin temellerinde yatan bilişsel süreçler, bilişsel araçlar, matematiksel yetenek bileşenleri, matematiksel yetenekte rolü olan büyük ve küçük becerilerle ilgili fikir verebilir. Dolayısıyla bu kısımda yukarıdaki soruların cevapları özellikle ünlü matematikçiler G. Polya ve H. Poincare’in görüşleri üzerinden tartışılmıştır.

Yıldırım (2008a) hangi konuda ya da düzeyde olursa olsun, düşünmenin en belirgin biçimiyle bir sorun ya da problem çözme etkinliği olarak görüldüğünü ifade etmiştir. Araştırmacı düşünme sürecinde iki temel aşamayı vurgulamıştır: (1) Sorunu açıklayıcı ya da giderici çözümü bulma veya oluşturma (2) Bulunan ya da oluşturulan çözümün doğruluğunu yoklama. Birinci aşama genellikle “buluş”, icat” ya da “yaratma” olarak nitelenmekte iken ikinci aşama ise “doğrulama”, kanıtlama” ya da "ispatlama" olarak bilinmektedir. Birinci aşama yüzeysel bakış açısıyla "tümevarımsal", ikinci aşama da "tümdengelimsel" düşünme olarak nitelendirilmektedir. Öte yandan birinci aşamayı niteleyen buluş, icat ve yaratma türünden süreçleri psikolojinin, ikinci aşamayı niteleyen doğrulama, kanıtlama ya da ispatlama süreçlerini mantığın konusu olarak sayma oldukça yaygındır (Yıldırım, 2008a). Gerçek anlamda düşünme bir problemi çözme ya da beklentimize ters düşen bir gözlemi açıklama çabasında kendini göstermektedir (Yıldırım, 2008a). Bu durumda "bilimsel düşünme gibi matematiksel düşünme de sağduyuya dayalı günlük düşünmeden temelde farklı değildir, günlük düşünmenin belli bir yönde gelişen bir biçimidir" (Yıldırım, 2008a, s 43).

### 2.2.1. Polya'nın Matematiksel Düşünmeye İlişkin Görüşleri

Polya (1954) matematik ve diğer bilimlerde düşünmede, muhakemeyi *tümdengelimsel (ispatlayıcı) muhakeme (deductive reasoning)* ve *akla yakın muhakeme (plausible reasoning)* olmak üzere iki türde incelemiştir. Bir matematik ispatın tümdengelimsel muhakeme olduğu; fakat fizikçinin indüksiyon yoluyla, avukatın ifadelerden, tarihçinin belgelerden ve iktisatçının istatistiklerden sonuç çıkarmasının da akla yakın muhakeme sahasına girdiğini belirtmiştir (Polya, 1954).

Polya'ya göre (1954) bu iki muhakeme cinsi arasındaki fark büyük ve çok çeşitlidir. Tümdengelimsel muhakeme emin, su götürmez ve kesin sonuçlar sağlarken; akla yakın muhakeme riskli, tartışmaya açık ve geçici sonuçlar sağlamaktadır. Tümdengelimsel muhakeme kesinlik sağlamasına karşın yeni bir bilgi vermemektedir. Buna karşın akla yakın muhakeme kesinlik vermemekte ancak dış dünya hakkında öğrenilen her yeni şeyde rol almaktadır (Polya, 1954). Polya bu iki muhakemenin birbiriyle çelişki halinde değil birbirlerini tamamlama halinde olduğunu belirtmiştir. Polya hayatını matematiğe adamak isteyen ciddi bir matematik öğrencisinin bilgisinin işaretinin tümdengelimsel muhakemeyi iyi öğrenmiş olmasında görüldüğünü ancak bu öğrencinin matematikte gerçekten başarılı olması için akla yakın muhakemeyi de öğrenmesinin gerekli olduğunu vurgulamıştır. Akla yakın muhakeme onun yaratıcı faaliyetinin dayanacağı muhakeme tarzını oluşturmaktadır. Polya (1954) sadece hayatını matematiğe adayan öğrencilerin değil, ilerideki ilgisi ne olursa olsun hırslı bir matematik öğrencisinin de her iki muhakeme türünü öğrenmesi gerektiğinin de altını çizmiştir. Polya matematiksel düşünmede tümdengelimsel ve akla yakın muhakeme türünün önemine ve her ikisinin de birbirini tamamlama özelliklerinin önemine işaret etmiştir.

Polya'nın (1954) matematiksel düşünmede önemli gördüğü ve matematiksel keşfin de temelinde olan akla yakın muhakemenin *genelleştirme, özelleştirme ve analoji (benzetme)* adlarını taşıyan büyük keşif kaynakları mevcuttur. İzleyen kısımlarda bu kavramlar açıklanmıştır.

**Genelleştirme (generalization).** Verilen bir kümenin elemanlarını dikkate alıp o kümeyi içeren daha büyük bir kümenin elamanlarını ele almaya geçmedir (Polya, 1954, s. 12). Örneğin, üçgenleri dikkate alıştan, kenar sayısı keyfi olan çokgenleri dikkate alma bir genellemeye ulaşmadır. Aynı yolla, bir dar açının trigonometrik fonksiyonlarını incelemeden keyfi bir açının trigonometrik fonksiyonlarını incelemeye geçme de bir genelleştirme örneğidir (Polya, 1954)

Her iki örnek biraz daha açık olarak izleyen şekilde ifade edilebilir. İlk örnekte kenar sayısı 3 ile sınırlı olan üçgenlerden kenar sayısı keyfi olarak belirlenen bir "n" sayısı olan dolayısıyla "n kenarlı çokgenlere" geçilmiştir. Burada bir *sabit* yerine bir *değişken* getirilerek matematiksel bir genellemeye ulaşma söz konusudur. Diğer örnekte ise "$0 < ß < 90$" arasında sınırlı olan bir dar açıdan keyfi bir açıya geçilerek mevcut sınırlandırmanın kaldırılması yoluyla bir genellemeye ulaşıldığı görülmektedir. Örneklerde görüldüğü üzere genelleme/genelleştirme çoğunlukla tek bir şeyden onu içeren bütün bir sınıfa geçme yoluyla yapılmaktadır (Polya, 1954).

**Özelleştirme.** Verilen bir kümenin elemanlarını ele almadan, o kümenin içinde bulunan daha küçük bir kümenin elemanlarını dikkate almaya geçiştir (Polya, 1954, s. 13). Polya özelleştirme kavramına izleyen örnekleri vermektedir. Çokgenleri dikkate alıştan, düzgün çokgenleri ele alma; keyfi "n" kenarlı bir düzgün çokgenden eşkenar üçgene geçme bir özelleştirmedir. Kenar uzunluğu ve açıları keyfi olan çokgenlerden, bütün kenar uzunlukları ve açıları n gibi bir sayıya eşit olan düzgün çokgene geçilmiştir. İkinci örnekte ise kenar sayısı keyfi /değişebilen bir n değerini alan düzgün çokgenden kenar sayısı sabit "3" olan bir üçgene geçilmiştir. Özelleştirmede genelleştirmenin tersine çoğunlukla bütün bir sınıftan, o sınıfın tek bir elamanına geçiş söz konusudur. Örneğin, asal sayılar hakkında bir iddiayı kontrol etmek için 17 gibi herhangi bir asal sayı ele alınarak, genel iddianın bu 17 asal sayısı için doğru olup olmadığı incelenirse bir özelleştirme yapılmış olmaktadır.

**Analoji (benzetme).** Polya matematikte kullanılan benzetme metodunun sıradan benzetmeden pek farklı olmadığını iddia etmiştir. Polya (1973)'e göre analoji benzerliğin bir türüdür, benzer nesneler birbirleriyle bazı konularda uyuşur, analog nesneler karşılıklı parçalarının belirli ilişkilerinde uyuşmaktadırlar. Ancak matematikteki benzetmenin daha belirli olup kavramlar düzeyinde olduğunu ifade etmiştir. Polya'ya göre matematikteki benzerlikler ile diğer benzerlikler arasındaki esas fark düşünen kişinin niyetlerindedir. Benzer şeyler birbirleriyle bir yönde uyuşmaktadır. Eğer bunlarda ortak olan yönü belirli kavramlara çevirmek isterseniz bunlara benzer şeyler gözüyle bakmış olursunuz (Polya, 1954). Bu hususta berrak kavramlara varıldığında benzerliğin açıklanabileceğini ifade etmiştir.

Polya'ya göre eğer iki sistemden birinin parçaları arasında açıkça tanılanmış ilişkiler, diğerinin onlara karşılık gelen parçaları arasındakilere uyuyorsa, bu iki sistem benzerdir. Polya matematikte benzerliğin ölçülebilir veya kavram olarak tanımlanabilir olması gerektiğini düşünmektedir.

Polya (1954) analojilere bir örnek olarak düzlemdeki üçgen ile uzaydaki dörtyüzlünün benzerliğini verir. Düzlemde iki doğru sonlu bir şekil sınırlayamaz, fakat üç doğru bir üçgen sınırlayabilir. Uzayda üç düzlem sonlu bir şekil sınırlayamazken dört tanesi bir dörtyüzlü çevreleyebilir. Üçgen ve dörtyüzlünün en az sayıda kenar elmanı tarafından sınırlanmaları bakımından, üçgenin düzleme oranı dörtyüzlünün uzaya oranının aynısıdır. Oranların eşitliği bu iki şekil arasındaki benzerliği oluşturmaktadır.

Polya (1954) benzerlik (similarity) kelimesinin eski Yunanca'daki karşılığı olan *analogia* kelimesinin anlamlarından birisinin de *orantı* olduğunu ifade etmiştir. 2 ve 3 sayılarının oluşturduğu sistem, karşılıklı sayıların oranlarının uyuşması bakımından 4 ve 6 sayılarının oluşturduğu sisteme benzemektedir (2:3=4:6). Polya orantı yahut karşılıklı kısımların oranlarının uyuşmasını, geometrideki benzer şekillerde de somut olarak görülebileceğini belirtmiştir.

Polya bazı benzerliklerin özellikle yeter derecede açıklanmamış olanların tek anlamlı olmayabileceğini söylemiştir. Bu fikrini bir örnek üzerinden açıklamıştır.

Örneğin, düzlem ve uzay geometriyi karşılaştırırken, düzlemdeki bir üçgen uzaydaki dörtyüzlüye aynı zamanda bir piramide de benzer olabilir. Yukarıda üçgen ve dörtyüzlünün benzerliği açıklanmıştı. Bir üçgenle bir piramide benzer nesneler gözüyle şu açıdan bakılabilir. Bir tarafta bir doğru parçası, diğer tarafta bir çokgen ele alalım. Doğru parçasının bütün noktaları kendisinin dışında bir nokta ile birleştirilirse bir üçgen elde edilir. Çokgenin bütün noktaları kendi düzleminin dışında bir nokta ile birleştirilirse bir piramit elde edilir. Üçgen-dörtyüzlü ve üçgen-piramit benzerliklerinin her ikisi de mantıklı olup, her ikisinin de kendi değeri vardır (Polya, 1954). Düzlem ve uzay geometriler arasında tek bir tane ayrıcalıklı benzerlik mevcut olmayıp, birçok benzerlikler söz konusudur. Bu nedenle belirsiz benzerlikler de önemsenmeli, onları değerli hale getirmek için açıklamaya çalışılmalıdır (Polya, 1954).

Polya en mütevazi bir keşifte bulanabilmek için bile bir şeye dikkat etmek, bir ilişkinin farkına varmak gerektiğini vurgulamıştır. Polya (1954) elementer ya da yüksek matematikte hatta başka bir branşta bile araştırmacıların genelleştirme, özelleştirme ve özellikle analojiden yararlanmadan keşif yapamayacaklarını iddia etmiştir. Polya analojilerin bütün keşiflerde bir hisseye sahip olduğunu ifade etmiştir. Hatta bazı keşiflerde benzerliğin hissesinin aslan payı olduğunu da belirtmiştir. Polya yukarıda açıklanan genelleştirme ve özelleştirme kavramlarında belirsiz veya şüpheli hiç bir şey olmadığını analojide ise kişilerin daha az sağlam bir zemine adıma atmış olduğunu ifade etmiştir.

Polya (1954) genelleme, özelleştirme ve analojilerin problem çözmede işe koşulduğu, özellikle analojiler üzerinden benzerliklerin matematik için önemine vurgu yapmıştır. Benzerlik ve ilişkisel benzerlik (analoji) özellikle matematiksel bilgi üretiminde oldukça önemlidir. Bu nedenle analojileri önemseme ve nesneler arasındaki benzerlikleri açıklamaya çalışmak gerektiğini belirtmiştir.

### 2.2.2. Poincare'in Matematiksel Düşünmeye İlişkin Görüşleri

Geçtiğimiz yüzyılın en önemli bilim insanlarından biri olan H. Poincare matematikçilerin iki tür zekaya sahip olduklarını iddia etmiştir. Bunu da şu sözlerle dile getirmiştir: "Birbirine zıt iki eğilim daha doğrusu birbirinden tamamıyla farklı iki çeşit zihin (mind) ayırt etmeksizin, büyük matematikçilerin hatta küçüklerinin eserlerini incelemek mümkün değildir" (Poincare, 1907, s. 15). Bazı matematikçilerin mantıkla meşgul olduklarını ve adım adım ilerlemiş olduklarını; bazılarının da sezginin peşinden giden ilk hamlede bir takım kazançlar elde eden, cesur süvari öncülerinin başarıları gibi kararsız olduklarını da ifade etmiştir.

Poincare dahası insanın matematikçi doğduğu doğarken de ya geometrici ya da analizci olarak doğduğunu iddia etmiştir (Poincare, 1907). Matematikçilerin sezgici veya mantıkçı olmaları onların tabiatlarından ileri geldiği için onların yeni bir konuyu ele aldıklarında bu tabiattan sıyrılamadıklarını belirtmiştir. Çok defa birincilere analizci, ötekilere geometrici denilse de bu hal bir kısmının geometri yaparken analizci; diğerlerinin de saf analizle meşgul olurken geometrici kalmalarına engel olmadığını da belirtmiştir. Poincare (1907) matematikçilerde görülen bu iki tür zekanın öğrencilerde de görüldüğü, bazı öğrencilerin problemleri *analizle* bazılarının da *geometri* ile çözmeyi tercih ettiklerini ifade etmiştir. Poincare birincilerin uzayda görmeyi beceremediği, ikincilerin de uzun hesaplardan çok çabuk usandıkları ve hesaplar içinde kendilerini kaybettiklerini belirtmiştir.

Polya (1954) matematikçilerin kullanması gereken birbirini tamamlama işlevi olan tümdengelim ve akla yakın muhakemeyi vurgulamıştır. Poincare (1907) ise mantıkçılar ve sezgicilerin her birinin ötekinin yapamayacağı büyük işler başardığını belirtmiştir. Bu nedenle Poincare de bilimin ilerlemesi için hem analizci hem de sezgici matematikçilerin olması gerektiğinin altını çizmiştir.

Poincare akla yakın muhakeme gibi sezginin de bize kesinlik vermediğini bu yüzden matematikte bir evrinme olması gerektiğini ifade etmiştir. Poincare ek olarak tanımlara kesinlik verilmeden muhakemelere kesinliğin giremeyeceğinin herkes tarafından anlaşıldığını düşünmektedir. Hatta bugün analizde, eşitlik yahut eşitsizlik ağlarıyla birbirine bağlı tam sayılardan yahut sonlu veya sonsuz tam sayılar sisteminden başka bir şey kalmadığı, çoğu kişinin söylediği gibi, matematik bilimlerinin adeta aritmetikleştiğini de ifade etmiştir. Buna karşın, Poincare (1907) çıkarsamalarda sezgiye başvurmadığımızı sansak da filozofların bunu yanlışladığını söylemiştir. Ünlü matematikçi, salt mantığın araştırmacıyı hiçbir zaman genellemelerden başka şeye götüremeyeceği; onun yeni şeyler yaratamayacağını; hiç bir bilimin sadece mantıktan doğamayacağının altını çizmiştir.

Poincare (1907) aritmetiği, geometriyi yahut herhangi bir bilimi vücuda getirmek için salt mantıktan daha başka bir şey gerekli olduğu, bu başka şeyin de sezgi olduğunu vurgulamıştır. Bu durumu daha iyi gösterebilmek için birkaç aksiyom vererek bunların karşılaştırılması üzerinden fikirlerini daha detaylı açıklamıştır. Poincare (1907) aşağıdaki aksiyomları verir:

(1) Bir üçüncüye eşit olan iki nicelik birbirine eşittir.

(2) Bir teorem *1* sayısı için doğruysa ve o teoremin $n$ için doğru olmak koşuluyla $n+1$ için de doğruluğu ispatlanırsa, o teorem tüm tam sayılar için doğru olacaktır.

(3) Eğer bir doğru üzerinde C noktası A ile B arasında; D noktası A ile C arasında ise D noktası A ile B arasında olacaktır.

(4) Verilen bir noktadan, verilen bir doğruya birden çok paralel çizilemez (s. 19).

Poincare (1907) yukarıda verilen aksiyomların sezgiye atfedildiğini bununla beraber birinci aksiyomun formel mantık kurallarından biri; ikincisinin hakiki bir apriori sentetik hüküm olup aynı zamanda matematiksel tümdengelimin esası olduğunu; üçüncünün hayal gücüne hitap ettiği; dördüncüsünün de kılık değiştirmiş bir tanım olduğunu söylemiştir.

Poincare (1907), birkaç çeşit sezginin varlığına dikkat çekmiştir. Sezginin bir türünün duyulara ve hayal gücüne dayalı olduğu; bir diğerinin denel bilimlerin metotlarına dayanan tümevarım yoluyla genelleştirme olduğunu; bir diğerinin de salt sayı sezgisi olduğunu belirtmiştir. Salt sayı sezgisi matematiksel tümevarım (induction) olarak da bilinen ispat yöntemidir (Polya, 1954; Poincare, 1907). Bu üç sezgi türünün ilk ikisinin kesinlik sağlamadığı ancak üçüncünün kesinliğinden kimsenin şüphe edemeyeceği belirtilmiştir. Poincare'e göre bizi aldatmayan tek sezgi salt sayı sezgisidir. Ünlü matematikçi, yukarıda verilen aksiyomlardan ikinci aksiyomun salt sayı sezgisinden (matematiksel indüksiyon/tümevarımdan) çıkan bir duruma örnek olduğunu belirtmiştir.

Poincare analiz ile sezginin buluşmasıyla ilgili açıklamalarda bulunmuştur. Ona göre salt/mutlak analiz, araştırmacıya birçok metotlar sunup bunların yanılmazlığını da garanti ederek birbirinden farklı binlerce yol göstermektedir.

(Poincare, 1986). Araştırmacı bu yolların her birinde güvenle yürüyebilir, herhangi bir engelle karşılaşmaz. Poincare bu yollardan hangisinin hedefe daha çabuk götüreceğini salt analizin söylemediğinin altını çizer. Bu noktada araştırmacının hangi yolu seçmesi gerektiğini ona söyleyecek olanın sezgi olduğunu ifade etmiştir. Sezginin mantığı tamamlama rolünü "denge ağırlığı/panzehir rolü" olarak adlandırmıştır. Poincare'e göre (1907) sezgi keşif yolcusunun yolunu seçmesi için gerekli olduğu kadar, bu kaşifin izinde yürüyen ve niçin bu yolu seçmesi gerektiğini öğrenmek isteyen kişi için de gereklidir. Poincare, mantıkla sezgiden her birinin zorunlu rolünü kabul ederek her ikisinin de gerekliliğine işaret etmiştir. Bununla birlikte mantığın, kesin bilgi verebilen bir ispat aracı iken; sezginin, bir icat (invention) aleti olduğunu da vurgulamıştır (Poincare, 1907).

Poincare (1907) analizcileri/mantıkçıları aydınlatan ve onlara yol gösterenin salt sayı sezgisi, salt mantık şekilleri sezgisi olduğunu da vurgulamıştır. Bu nedenle analizcilerin yalnız ispat değil, icat da yapabildiklerini belirtmiştir. Ayrıca analizcilerin salt sayı sezgisi sayesinde duyuların müdahalesi olmadan bir mantık yapısının genel planını bir bakışta görebildiklerinin de altını çizmiştir.

Poincare (1907), matematiksel çıkarsama/muhakemenin matematiksel tümevarım yoluyla özelden genele doğru geçtiğini dolayısıyla analizcilerin bu yolla bilimi ilerlettiklerini ifade etmiştir. Analizcilerin ispatlarının ayrıntılarının incelenmesiyle Aristo'nun klasik kıyasıyla birlikte matematiksel tümevarımın da görüleceği belirtilmiştir (Poincare, 1907). Ünlü matematikçi, analizcilerin ulaşmak istedikleri hedefi görmeden adım adım mı ilerledikleri yoksa hedefe giden yolu sezmeleri için bir klavuzu mu kullandıkları üzerine düşünmüştür. Bu noktada Poincare analizcilerin her şeyden önce ihtiyaç duydukları kılavuzun *analojiler* olduğunu ifade etmiştir. Bu durumu yine bir örnek üzerinden açıklamaya devam etmiştir. Örneğin, analizcilerin çok sevdiği muhakemelerden biri majoran fonksiyonların (dominant functions) kullanılması esasına dayanır. Bu muhakemenin birçok problemin çözülmesinde işe yaradığı bilinmektedir. Bu muhakemeyi yeni bir problem çözümüne uygulamak isteyen mucidin (inventor) rolü nasıl açıklanabilir? Poincare mucidin öncelikle bu sorunun aynı metotla çözülmüş başka sorularla benzerliğini bilmesi gerektiğini ifade etmiştir. Sonra mucidin bu yeni sorunun hangi bakımdan diğerlerinden farklı olduğunu görmesi ve metot için gereken değiştirmeleri/modifikasyonları bundan çıkarabilmesi gerektiğini de eklemiştir.

Araştırmacıya göre bu benzerliklerle farklar çok açık olabileceği gibi gizli de olabilir. Bu benzerliklerle farkların görülebilmesinde analojilerin rolüne değinmiştir. Poincare analizcilerin özellikle gizli analojileri elden kaçırmamak, yani mucit olabilmek için duyuların ve hayal gücünün yardımı olmaksızın bir çıkarımın birliğini yapan şeyi doğrudan doğruya duyabilmeleri gerektiğini ifade etmiştir.

## 2.3. MATEMATİKSEL YETENEK VE MATEMATİKTE ÜSTÜNLÜK

Krutetski, 1960'lı yıllarda öğrencilerde matematiksel yeteneğin nasıl yansıdığı; öğretmenler ve alan uzmanlarınca matematiksel yeteneğin nasıl algılandığı üzerine geniş çaplı bir çalışma gerçekleştirmiştir. Çalışmaya öğrenciler, öğretmenler ve alan uzmanları katılmıştır. Bunun öncesinde kapsamlı bir alan yazın incelemesiyle araştırma hipotezleri geliştirerek ardından bu hipotezleri test etmiştir. Bu kısımda Krutetskii'nin araştırma bulgularından yola çıkarak matematiksel yeteneğin doğası, yapısı, matematiksel üstün yetenekle ilgili açıklamalara yer verilmiştir.

Krutetskii (1976)'da matematiksel yeteneklerin (mathematical abilities) doğuştan olmadığını, yaşamda kazanılan özellikler/nitelikler (properties) olup bu yeteneklerin belirli (certain) doğal eğilimlerin temeli üzerinde şekillendiğini ifade etmiştir. Matematiksel yeteneğin oluşumunda eğilimlerin rolünün hangi yetenekleri içerdiğine bağlı olarak değiştiğini belirtmiştir. Eğilimlerin matematikte sıradan yeteneklerin gelişimi durumundaki rolünün minimal düzeyde iken; seçkin/göze çarpan araştırma matematikçilerinin yetenek gelişimlerindeki rolünün ise oldukça büyük olduğunu vurgulamıştır.

Krutetskii alan yazın araştırması ve yaptığı ampirik araştırmaların matematiksel üstün zekanın doğasıyla ilgili bazı gerçekleri belirlemeye izin verdiğini ifade etmiştir. Çalışmasında matematikte üstün yeteneğin çok erken yaşlarda oluştuğu ve sıklıkla çocuğun yetenek gelişiminin elverişsiz ortamlarda, herhangi bir kasıtlı eğitim almaksızın görüldüğüne ilişkin bulgular elde etmiştir. Araştırmalarında matematikte üstün zekalı çocukların matematiksel uğraşlar için keskin bir ilgi ve eğilimi olduğu, yüksek düzeyde kapasiteye sahip olduğu, yoğun matematik dersleri boyunca nispeten düşük yorgunluk gösterdikleri ve matematiksel bir düşünüş şekline sahip olduğu bulgularına da ulaşmıştır.

Krutetskii (1976), alan yazın incelemesi ve araştırma bulgularından yola çıkarak okul çağı süresince matematiksel yeteneklerin yapısının genel bir çerçevesini aşağıdaki özellikler üzerinden ifade etmiştir:

(1) Matematiksel bilginin elde edilmesi (sağlanması),

(a) Bir problemin biçimsel yapısını yakalama/kavrama için yetenek, matematiksel materyalin algısını şekillendirmek için yetenek,

(2) Matematiksel bilgiyi işleme,

(a) Nicelikler (quantitative), uzaysal ilişkiler, sayı ve harf sembollerinin dünyasında mantıksal düşünme için yetenek; matematiksel sembollerle düşünme için yetenek,

(b) Matematiksel nesneler, ilişkiler ve işlemlerle hızlı ve geniş çaplı genelleme için yetenek,

(c) Matematiksel muhakeme işlemini ve ilgili işlemlerin sistemini kısaltma yeteneği ve kısaltılmış yapılarda düşünme,

(d) Matematiksel aktivitedeki zihinsel işlemlerin esnekliği.

(e) Çözümlerin açıklığı, basitliği, ekonomikliği ve rasyonelliği için çabalama.

(f) Bir zihinsel sürecin yönünü özgür ve hızlı bir şekilde yeniden yapılandırma yeteneği, düşünce zincirini bir yönden karşı yöne çevirme/değiştirme (matematiksel muhakemede zihinsel işlemin tersine çevrilebilirliği)

(3) Matematiksel bilgiyi saklama.

(a) Matematiksel hafıza (matematiksel ilişkiler, karakteristiklerin türü, argüman ve kanıtların şeması, problem çözme metotları ve yaklaşımın ilkeleri için genellenmiş hafıza)

(4) Genel sentetik bileşen.

(a) Matematiksel düşünüş şekli (ss. 350, 351).

Krutetskii (1976)'ya göre yukarıda ifade edilen matematiksel yetenek bileşenleri birbiriyle yakından ilişkilidir. Bileşenlerden biri diğerini etkilemekte ve matematiksel üstün zekalılığın ayırıcı bir sendromu olan matematiksel düşünüş şekli onların bütünlenmesi/toplanmasıyla biçimlenmektedir. Usiskin (1999) bu bileşenlerin aslında esneklik, kısaltma, mantıksal düşünme ve biçimlendirme (formalization) şeklinde dört temel üzerinden açıklanabileceğini belirtmiştir.

Yukarıdaki bileşenler dışında matematiksel üstün zekalılığın yapısında bulunmayan, varlığı zorunlu olmayan (ama kullanışlı) bileşenler de mevcuttur. (Krutetskii, 1976). Varlığı zorunlu olmayan bu bileşenler matematiksel üstün zekalılıkla ilişkili olarak nötrdür. Onların yapıdaki varlığı veya yokluğu (gelişimlerinin derecesi) matematiksel düşünüş şeklinin türünü belirlemektedir.

Krutetskii'nin belirttiği matematiksel üstün zekalılığın yapısında olan ve varlığı zorunlu olmayan bileşenler aşağıda açıklanmıştır:

(1) Zihinsel işlemlerdeki çabukluk/hız,
(2) Hesaplama yetenekleri (sıklıkla zihinden hızlı ve kesin hesaplamalar için yetenek),
(3) Semboller, sayılar ve formüller için bir hafızaya sahip olma,
(4) Uzaysal kavramlar için bir yetenek,
(5) Soyut matematiksel ilişkileri ve bağları (dependencies) görselleştirmek için bir yetenek (s. 351).

Krutetskii'nin belirttiği matematiksel yeteneklerin çerçevesi okul çağı çocukları için olup matematiksel yeteneklerin spesifik içeriğinin eğitim sürecinde kullanılan öğretim metotlarına bağlı olduğu belirtilmiştir. Araştırmacı özel bir çalışma yapmadan bu özelliklerin matematiksel yeteneklerin genel bir çerçevesi ile ne ölçüde ilişkili olabileceği hakkında ve ne ölçüde tamamen gelişmiş, üstün zekalı matematikçilere katkı sağlayabileceğine dair önceden bir şey söyleyemeyeceğimizi ifade etmiştir (Krutetskii, 1976, s. 351).

Krutetskii'nin okul çağındaki çocukların matematiksel yetenekleri üzerine yaptığı bu çalışması alan yazında kilometre taşı olarak görülen bir çalışmadır. Krutetskii'nin matematiksel yetenek çerçevesinde öğrencilerin matematik yapabilmesinde önemli olan matematiksel bilginin nasıl elde edileceği (veya onu anlama); bu elde edilen bilginin işlenmesinin ardından da matematiksel bilginin hafızada tutulmasının öneminin vurgulandığı ve bu üçünün birleşimiyle matematiksel düşünüş şeklinin ortaya çıktığı görülmektedir. Dolayısıyla bu çalışmada Krutetskii'nin ortaya koyduğu bileşenler faktör analitik çalışmalardaki gibi faktöriyel değil mantıksaldır (Aiken, 1973).

## 2.4. MATEMATİKSEL YETENEK VE MATEMATİKTE ÜSTÜNLÜKLE İLGİLİ KAVRAMLAR

Alan yazında matematiksel yetenek (mathematical ability, mathematical talent), kavramıyla ilgili izleyen ifadelerle de karşılaşılmaktadır: matematiksel yetkinlik (mathematical proficiency), matematikte erken gelişmiş (mathematical precocious), matematikte gelecek/umut vaat etme (mathematical promise), matematikte üstün zekalılık (mathematical giftedness), matematikte üstün zekalı ve yetenekli (mathematically gifted and talented), matematikte yaratıcılık (mathematical creativity), matematiksel zeka (mathematical intelligence), matematiksel okuryazarlık (mathematical literacy), matematiksel güç (mathematical power). Bu kısımda matematiksel yetenek kavramını daha iyi anlayabilmede faydalı olacağı düşünülen söz konusu kavramlarla ilgili açıklamalara yer verilmiştir.

*Matematiksel yetkinlik:* Schoenfeld (2007) bu kavramı dört bileşen üzerinden açıklamıştır. Bu bileşenler: bilgi temeli (knowledge base); stratejiler (strategies); üst biliş (metacognition); inançlar ve eğilimlerdir (beliefs and dispositions). Bilgi temeli matematikle ilgili kavramlar, gerçekler bilgisi vb. matematiksel içerikle ilgili bilinen ve bilinmesi gereken durumlar; stratejiler ile problem çözerken kullanılan metotlar, yaklaşımlar (örneğin Polya'nın problem çözme stratejisindeki adımlar) kastedilmektedir. Bileşenlerden üst biliş ile kişinin bilgiyle ne yaptığının farkında olması, bildiğini etkili kullanması, işe yaramayan bir durum olduğunda bunu değiştirmesi; inançlar ve eğilimler ile de matematikle, uğraştığı problemle ilgili inançları, eğilimleri kastedilmektedir (Schoenfeld, 2007). Schoenfeld'e göre kişinin matematiksel bilgisi matematiksel yetkinlikle ilgili tüm hikayeyi açıklamaktan uzaktır, eğer bir kişinin matematiksel yetkinliğiyle ilgileniyorsanız, onun ne bildiği, ne yapabildiği ve matematik yapmak için eğilimli olmasını da göz önünde bulundurmanız kaçınılmazdır. Bilgi olması gerektiği gibi merkezi bir rol oynamakla birlikte bireyin problem çözme stratejilerini işe koşma yeteneği, bildiği şeyi iyi/etkili kullanma yeteneği ile inanç ve eğilimlerinin önemi, birbirleriyle olan bağları ve etkileşimlerine de dikkat çekildiği söylenebilir. Bu durum profesyonel matematikçiler için de geçerlidir (Schoenfeld, 2007).

*Matematiksel erken gelişmişlik,* Sriraman'a (2009a) göre göreceli olarak genel popülasyon içinde nadir bulunan bir özelliktir ve tipik olarak kendini genç bir yaşta göstermektedir. Alan yazında olağanüstü yetenekli/dahi çocuk (prodigy) olarak bilinen yetişkin düzeyinde performans sergileyen çocuklar bu gruba girebilir. Yine Julian Stanley'nin Matematikte Erken Gelişmiş Gençler Çalışması (Study of Mathematically Precocious Youth-SMPY) da bu kavramı temel alarak matematikte üstün öğrencileri belirlemektedir. Program kendi yaş düzeyinin üzerinde matematiksel yeteneğe sahip öğrencilere eğitim sunmaktadır. SMPY'nin John Hopkins Üniversitesi'nde başlangıç amacı, ortaokul düzeyinde (junior high school- Amerikan eğitim sisteminde 7., 8., ve 9. sınıfları kapsayan okul) matematikte en yetenekli, en iyi muhakeme eden öğrencileri seçme idi (Keating & Stanley, 1973). Çalışmada kullanılan erken gelişmiş terimi beklenenden daha erken olarak bazı gelişim aşamalarına ulaşma anlamında kullanılmıştır. Öğrencilerin şimdiki gelişim aşamalarının yaşıtlarından ziyade daha çok kendinden büyüklere benzediği düşünülmektedir. Bu kapsamda "sayısal erken gelişmiş kişi ile kendisinden birkaç yıl daha büyük olanların bilişsel gelişiminin bir aşamasına ulaşmış kişi" anlamı kastedilmektedir (Keating & Stanley, 1973, s. 7). Ayrıca Stanley (1996), matematiksel erken gelişmiş kavramıyla "matematikte sistematik, objektif, iyi odaklanmış işlemlerle- olağanüstü muhakeme eden gençleri" belirtmiştir (s. 230).

*Matematikte gelecek/umut vaat eden öğrenciler* kavramı Amerikan Ulusal Matematik Öğretmenleri Konseyi (National Council of Teachers of Mathematics, NCTM) tarafından kabul gören bir kavramdır. NCTM, İş Birliği Raporunda (Report of the NCTM Task force on Mathematically Promising Students) bu öğrenciler gelecekte lider ve problem çözücü olma potansiyeline sahip kişiler olarak tanımlanmıştır (Bennett, Berriozabal, DeArmond, Sheffield & Wertheimer, 1995). Yine raporda *matematikte gelecek/umut vaat etme*; yetenek, motivasyon, inanç ve deneyim/olanak gibi kavramların bir fonksiyonu olarak ifade edilmiştir. Değişkenlerin birbiriyle bağlantılı olduğu, öğrencilerin potansiyelini gerçekleştirmesini maksimum düzeye çıkarmak için bu değişkenlerin geliştirilmesi gerektiği ileri sürülmüştür.

Scheffield (2003)'da araştırmacıların matematiksel gelecek vaat etme tanımının, matematiksel yeteneğin geliştirilebilir olmasına işaret ettiği ve matematiksel yeteneğin doğuştan getirilip getirilmediğiyle ilgilenmediği noktasında hem fikir olduklarını düşünmektedir. Leikin (2009), matematikte umut vaat etme teriminin NCTM'nin eşitlik prensibini dikkate alarak *üstün zekalı* ve *üstün yetenekli* kavramlarına karşılık olarak geliştirildiğini ifade etmiştir. Matematikte umut vaat eden öğrencilerin potansiyellerini en geniş kapsamda gerçekleştirdiğinde yüksek düzeyde bir matematiksel performans kazanabilecekleri görüşündedir. Araştırmacıya göre matematiksel umut vaat etme tanımı insan potansiyelinin dinamik doğasını onaylamaktadır. Bu nedenle yetenekler, motivasyon ve inançların öğrencileri potansiyelleriyle eşleştiren olanaklar sağlandığında gelişebilir. Ayrıca Leikin'e göre bu tanım kullanıldığında yetenek kayıpları da önlenebilir.

Leikin (2009), matematiksel umut vaat etme kavramını yeniden gözden geçirerek tanımdaki bazı ögelerin yerine onları daha kapsamlı ifade edebileceğini düşündüğü ögelere değinmiştir. Matematiksel umut vaat etmenin gerçekleşmesinde duyuşsal ve kişilik özelliklerinin de tanımda yer alan kavramlara eklenmesinin önemli olabileceğini belirtmiştir. Araştırmacı NCTM'nin matematikte umut vaat etme tanımında yer alan *yetenek, motivasyon, inanç* ve *olanaklar* ögelerinden *motivasyon* ve *inanç* kavramlarının yerine duyuş *(affect)* kavramını koymayı önermiştir. Duyuş kavramının inanç ve motivasyon kavramlarını içerdiği ve diğer başka özellikler aralığını da kapsadığını düşünmektedir. Duyuş, içsel bir temsili sistem, yeteneklerin (potansiyelin) entegre/bütünleyici bir parçası olarak görülmektedir (Goldin, 2009). Duyuş kavramı global duyuş (global affect) ve yerel duyuş (local affect) olarak iki kategoride incelenmiştir. İnançlar (beliefs), motivasyon ve matematiğe karşı tutumlar daha zor değişen özellikler olduğundan stabil, sabit özellikler olarak görülmektedir. Bu yapılar global duyuş olarak adlandırılmıştır (Goldin, 2009). Buna karşın yerel duyuş, özel bir problem çözme durumuyla ilişkili keyif (joy) veya memnuniyetsizlik (dissatisfaction) gibi durumları içermektedir. Yerel duyuş sadece belli bir görev karşısında sergilenen keyif/memnuniyetsizlik gibi o duruma has olarak düşünülmektedir.

Leikin (2009) duyuş kavramının yanında sorumluluk ve ısrar (commitment and persistence) gibi iki kavramdan daha söz ederek bu kavramları "bir bozuk paranın iki yüzü" gibi görmektedir. Matematiksel ısrar, matematiksel göreve bağlılığın (sorumluluğun) bir ifadesi olup matematikte umut vaat edenlerin kişisel özellikleri olarak göz önünde bulundurulabilir (s. 390). Leikin matematiksel potansiyel kavramına dikkat çekerek matematiksel umut vaat etmenin bileşenlerine yukarıdaki kavramları da eklemiştir. Bu durumda bir öğrencinin matematiksel potansiyeli; yetenekler (analitik ve yaratıcı), duyuşsal faktörler (global ve yerel), sorumluluk (commitment) ve diğer kişisel özellikler ile çoklu olanakları (opportunities) içermektedir (Leikin, 2009).

*Matematikte üstün zekalılık* çoğu zaman ampirik olarak yetenek, tutum ve başarı testlerinden alınan skorların bir sonucu olarak tanımlanmaktadır (Gavin & Adelson, 2008). Bu tanıma benzer bir diğer tanımda Sheffield (1994*) matematikte üstün zekalı ya da yetenekli* olmanın genellikle bir matematik başarı testinde 95. persentilin üzerinde olmayı sağlayacak kadar yüksek puan alma olarak tanımlandığını belirtmiştir (s. x ). Sheffield (2003) bu tanımın üstün zekalılığı çok dar bir çerçevede tanımladığı görüşündedir (Bu kısımda tanımlanan matematiksel üstün zekalılık kavramı dar bir çerçevede tanımlanmıştır. İzleyen kısımlarda farklı araştırmacılara göre matematiksel üstün zekalılık ve matematikte üstün zekalı tanımları açıklanmıştır).

*Matematiksel yaratıcılık* birey açısından bilineni genişletme veya problem çözme metotlarını geliştirerek detaylandırma yeteneği olarak görülmektedir (Sriraman, 2009b). Sriraman çeşitli yaratıcılık tanımlarının bir sentezi ile *profesyonel* ve *okul çağı (K-12)* düzeyinde işleyen bir tanımın yapılabileceğini iddia ederek yaratıcılığı profesyonel düzeyde ve okul çağı düzeyinde ayrı ayrı tanımlamıştır. *Profesyonel düzeyde matematiksel yaratıcılık*; (a) bilgi tabanını anlamlı olarak genişleten orijinal bir iş üretme yeteneği; (b) diğer matematikçiler için yeni sorulara yol açma yeteneği olarak tanımlanabilir (Sriraman, 2005). Okul çağında (*K-12 düzeyinde) matematiksel yaratıcılık*; verilen bir problem veya analojik problemlere sıradan olmayan (yeni) ve/veya içgörüsel çözüm(ler) üretmeyle sonuçlanan süreç (b) yeni sorular ve/veya olasılıklar geliştirebilme (formulation) olarak tanımlanmıştır (Sriraman, 2005, s. 23).

*Matematiksel zeka,* Sriraman'ın (2009b) çeşitli araştırmalarda saptanan matematikte üstün zekalı özelliklerini birleştirmesi sonucunda izleyen bileşenler üzerinden tanımlanmıştır:

> (a) matematiksel yapıları soyutlama, genelleme, yeteneği, (b) veri yönetim tekniklerine başvurabilme/kullanma yeteneği, (c) mantıksal düşünmenin ilkelerine ve çıkarıma hakim olma yeteneği, (d) analojik, herustik düşünme ve ilişkili problemler bulma, (e) matematiksel işlemlerde esneklik ve tersine

çevirebilirlik, (f) matematiksel ispat için sezgisel farkındalık, (g) matematiksel ilkeleri bağımsız olarak keşfetme yeteneği, (h) problem çözme durumlarında karar verme yeteneklerini kullanma yeteneği, (i) problemleri ve/veya ilişkileri görselleştirme yeteneği, (j) ampirik ve teorik ilkeleri ayırabilme yeteneği (s. 545).

*Matematiksel okuryazarlık:* Uluslararası Öğrenci Değerlendirme Programı (PISA) 2012 çerçeve kitapçığında matematik okuryazarlığı, "çeşitli bağlamlarda bireyin formüle etme, matematiği kullanma ve yorumlama kapasitesi olarak tanımlanmaktadır" (PISA, 2011, s.13). Bu kapasite matematiksel olarak akıl yürütmeyi; bir olguyu açıklamak ve tahmin edebilmek için matematiksel kavramları, işlemleri ve araçları kullanmayı içermektedir. Matematik okuryazarlığı bireyin; dünyada matematiğin oynadığı rolü fark etmesine ve anlamasına, sağlam temellere dayanan yargılara ulaşmasına, yapıcı, ilgili, duyarlı bir vatandaş olarak kendi ihtiyaçlarını karşılayabilecek şekilde matematiği kullanmasına yardımcı olmaktadır.

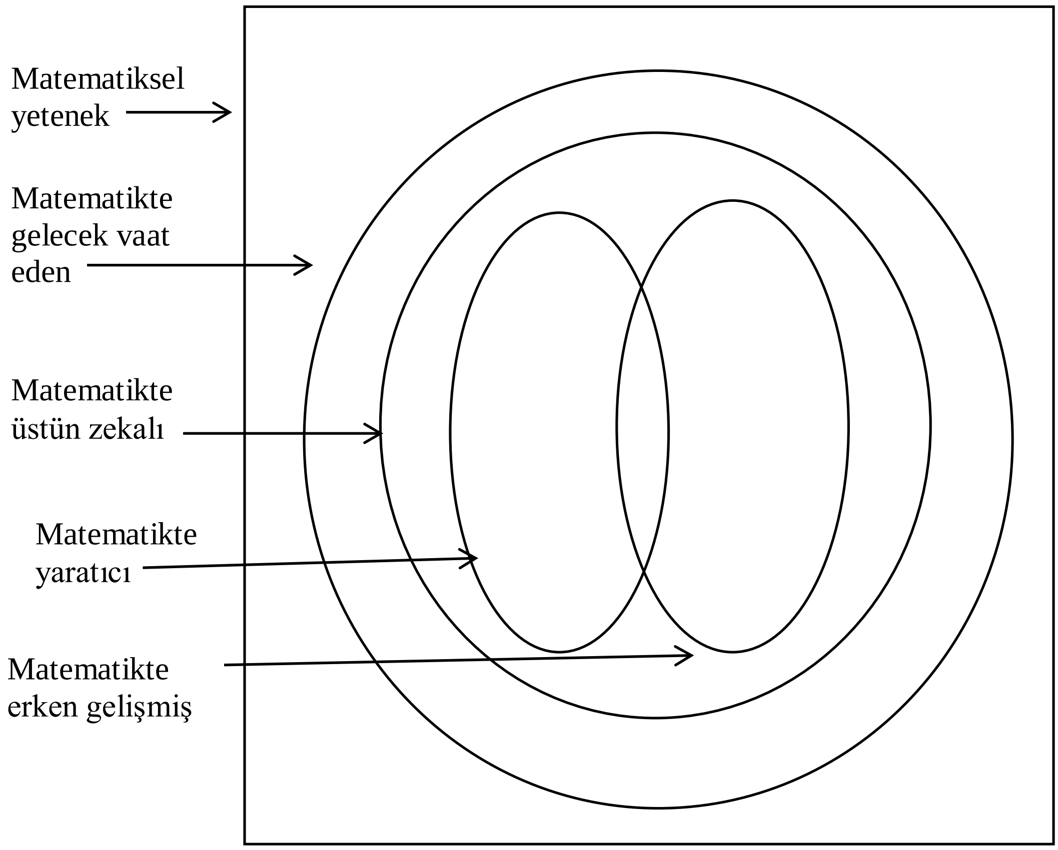
*Matematiksel güç (mathematical power)* kavramı NCTM (1989)'da bireyin keşfetme, tahmin etme ve mantıksal düşünme yeteneği, rutin olmayan problemleri çözmek için çeşitli matematiksel metotları etkili olarak kullanma yeteneği üzerinden tanımlanmaktadır. Bu kavramın, matematiğin geliştirilecek kavram ve becerilerin bir birikiminden daha fazlası olduğunu göz önünde bulundurmayı temel aldığı ifade edilmiştir. Mandacı Şahin (2007) NCTM'nin matematiksel güç tanımını biraz daha detaylandırarak araştırmasında; "bireyin; belirlenen içerik çerçevesindeki kavramsal ve işlemsel bilgisini; muhakeme, ilişkilendirme ve iletişim becerileriyle bir arada ileterek, karşılaştığı problem durumun çözümünde kullanabilme yeterliği" olarak tanımlanmıştır (s. 5). Mandacı Şahin çalışmasında matematiksel güç kavramının bilgi ve becerilerden oluşan bir davranış biçimi olarak iki boyutta ele aldığını belirtmiştir. Tanımda geçen kavramsal ve işlemsel bilginin matematiksel gücün bilgi boyutunu; muhakeme, iletişim, ilişkilendirme ve problem çözmenin de söz konusu kavramın beceri boyutunu oluşturduğunu ifade etmiştir.

Matematiksel yetenekle ilişkilendirilen yukarıdaki tanımların benzer ve farklı yönleri bulunmaktadır. Matematiksel güç ve matematiksel gelecek/umut vaat etme kavramları NCTM üyeleri tarafından geliştirilmiş kavramlar olduğundan birbirine yakın ve paralel kavramlar olarak ele alınabilir. Bu iki kavramın oluşturulmasında

K-12 müfredat hedefleri, içeriği ve K-12 standartlarının göz önünde bulundurulduğu söylenebilir. Matematiksel güç ile matematiksel umut vaat etme kavramlarının gelişim ve geliştirmeye açık durumları belirtmek için kullanıldığı da düşünülebilir. Matematiksel yetkinlik kavramı matematik alan bilgisi, stratejileri, üst biliş, inançlar bileşenleriyle matematiksel umut vaat etme ve matematiksel gücün dışa yansıyan bir fenotipi olarak algılanabilir. Matematiksel okuryazarlık kavramının da daha çok matematiğin uygulamalı yüzüne hitap ettiği, K-12 sürecinde matematik bilgisinin nasıl dış dünya ile bağlantılı olması noktasına ışık tuttuğu düşünülebilir. Ayrıca matematiksel okuryazarlığın matematiksel yetkinliğin pratik kazanılmış bir versiyonu olarak algılanabileceği düşünülmektedir.

Matematiksel üstün zeka kavramında yer alan özelliklerin aslında matematiksel yetkinlik, matematiksel güç veya matematiksel okuryazarlığın sergilenmesinde işe koşulan özelliklerden oluştuğu söylenebilir. Matematiksel üstün zekalılıkta da genel zeka tanımındaki gibi belli bir yüzdelik dilimin üzerinde olma eğiliminden kaynaklı olarak bir sınır belirleme durumu söz konusudur. Erken gelişmişlik kavramında ise bu yüzdelik dilime girmede sadece akranlarından değil kendi yaşıtlarının üzerindekilerle de kıyaslandığında üst dilimlerde yer almayı gerektiren bir sınırlamanın söz konusu olduğu düşünülebilir. Matematiksel üstün zeka ve matematiksel yaratıcılık kavramları arasındaki ilişki de Sriraman (2005)'te ifade edildiği gibi matematiksel yaratıcı olanların aynı zamanda matematiksel üstün zekalı olduğu, matematiksel üstün zekalıların matematiksel yaratıcı olmak zorunda olmadığı şeklinde ifade edilebilir.

Bu kısımda yer alan *matematikte erken gelişmişlik, matematiksel zeka, matematikte yaratıcılık* ve *matematikte umut vaat etme kavramları* arasında çeşitli bağlantı noktaları kurulabilir. Örneğin kavramlar arasındaki olası ilişkiler kümelerden yararlanılarak venn şeması üzerinden ifade edilebilir. Şemalarla ifade etmede matematiksel yetenek en dış kümede yer alabilir, bu kümenin içine başka bir küme çizilerek matematikte umut vaat etme kavramı buraya yerleştirilebilir. Matematiksel umut vaat etme kümesinin içine de bir küme çizilerek bu küme, matematiksel üstün zekalılık olarak adlandırılabilir. Matematikte üstün zekalılık kümesi içine de matematikte yaratıcı bireyler ve matematikte erken gelişmiş bireylerin yer alacağı iki küme çizilebilir. Matematikte yaratıcı bireyler ve erken gelişmişlerin kümesi kesişen kümeler olarak çizilebilir. Böylece bu kişilerin hem erken gelişmiş hem yaratıcı olabilecekleri ima edilebilir. Şekil 2-1'de bu ifadeler görselleştirilmiştir.




Şekil 2-1: Matematiksel Yetenek Kavramları Arasındaki İlişki

Bu kısımda açıklanan matematiksel yetenek, matematiksel yaratıcılık, matematikte üstün zeka, matematiksel üstün zekalılık, matematiksel okuryazarlık, matematiksel güç ve matematiksel yetkinliğin *niteliklerin sergilendiği durumlara işaret eden isimler olarak*; matematikte yetenekli, matematikte üstün zekalı, matematikte yaratıcı ve matematikte erken gelişmiş kavramlarının da kişilere atfedilen *nitelikler/sıfatlar* olarak ele alındığı söylenebilir.

## 2.5. MATEMATİKSEL YETENEK DÜZEYLERİ

Alan yazında matematiksel yeteneğin/üstün zekalılığın az, orta, yüksek vb. şekilde dereceli olarak değil de matematiksel yetenek kümesi içinde yer alan çeşitli yetenek bileşenlerindeki yetkinliği ve matematiksel bilginin aktif kullanımını dikkate alan iki önemli sınıflandırma bulunmaktadır. Bu kısımda alan yazında ön plana çıkan Linda Jensen Scheffield ve Zalman Usiskin'in sınıflandırmalarına yer verilmiştir.

Sheffield (1994) matematiksel yetkinliğin düzeylerini *bilgisizler/cahiller (illiterates), yapanlar (doers), hesaplayanlar (computers), tüketiciler (consumers), problem çözücüler (problem solvers), problem tanımlayanlar/ortaya çıkaranlar/belirleyenler (problem posers) ve yaratıcılar (creators)* olarak bir sayı doğrusu üzerinde tanımlamaktadır (ss. 4-5). Sheffield'ın sıralamasında yer alan kavramlar aşağıda açıklanmıştır.

*Bilgisizler/cahiller* matematikten hiç anlamadığını, matematik yapamadığını söyleyen kişilerden oluşmaktadır. Bu grup en alt düzeydir. Bu grubun bir üstünde yer alan *yapanlar* olarak adlandırılan öğrenciler tam sayılar ve rasyonel sayıları kullanarak bazı hesaplamaları yapma yeteneği olanlardır. Bu öğrenciler toplama, çıkarma, çarpma ve bölme işlemleri için kuralları ezberler. Ayrıca işlemleri defalarca tekrarladıkları, üzerinde birçok kez pratik yaptıkları için ders kitabındaki hesaplama içeren alıştırmaları genelde iyi yaparlar. Bunun yanında *yapanlar* kategorisindeki öğrenciler genellikle bir işlemi belli bir yolla niçin gerçekleştirdiklerini anlamazlar.

Matematik yapma düzeyinin üstünde, tüm rasyonel sayı türleri ile iyi hesaplama yapabilen, sayı sistemlerinin yapısını ve işlemlerin kavramlarını anlayanlar bulunur. Bu gruptaki öğrenciler *hesaplayanlar* olarak adlandırılır. Bunlar standart matematik başarı testlerinin hesaplama kısımlarından yüksek puanlar alabilirler.

Hesaplama yeteneğinin ötesinde matematiksel kavramları işe koşarak günlük/sıradan problemleri çözme yeteneği sergileyenler yer alır. Bu bireyler *tüketiciler* olarak adlandırılır. Bir toplumun işleyebilmesi için kişiler matematiği her gün hem işte hem evde kullanabilmelidirler. Öğrenciler matematiği mağazalarda, restoranlarda, bir evi boyamada, çek defterini dengelemede, diğer çoklu durumlarda nasıl kullanacağını öğrenmelidir. Bugünün toplumunda zeki bir *tüketici* olmak için matematiği kullanmalıdırlar. Bu öğrenciler, bazen matematiksel problem çözmeyi içerdiğini iddia eden standart başarı testlerinden en yüksek puan alanlardır. Fakat bu testler matematikte üstün zekalı ve yetenekli olmak için gereken beceri ve işlemleri/süreçleri belirlemez. Bu düzeyin üstünde gerçek problemleri çözme düzeyi gelir. *Problem çözücüler* olarak adlandırılan bu kişiler, matematik bilgilerini çözümün açık olmadığı yeni durumlara uygulayabilirler. *Problem çözücüler* başvuracakları önceden belirlenmiş kurallara sahip değillerdir. Onlar sıklıkla önceden denemedikleri bir metodu kullanırlar veya tamamen farklı bir tipteki problemin çözümünde kullandıkları bir metoda başvururlar. Sheffield, şimdiki standart testlerin genelde bu düzeyi içermediğini düşünmektedir.

Problem çözme yeteneğinden daha büyük bir yetenek *problem yaratma (create), tanımlama (define) veya ortaya çıkarma/belirlemedir (pose).* Bu yetenek (talent) bir durumun önemli yüzlerini görmeyi ve onun hakkında sorular sorma yeteneğine dayanmaktadır. Sheffield yüksek düzey matematik yeteneklerini belirlemek için değerlendirme, eğitimlerde/derslerde öğrencilerin bu düzeyde çalışmaları için ortam sağlamanın önemini vurgulamaktadır.

Sıralamanın en üstünde yeni matematik *yaratıcıları* vardır. Matematik yaratma ilk olarak üzerinde çalışmak için yeni sorular yaratmayı, sonra bu soruları cevaplamak için matematiksel bilgi keşfi veya icat edilmesini gerektirir (Sheffield, 1994). Hatta küçük çocuklar kendileri için yeni olan matematik keşfedebilir veya yaratabilir. Bu nedenle cesaretlendirilmeleri önerilmiştir. Sheffield çocukların kendi yarattıklarının bizim öğrettiklerimizden daha iyi olduğunu düşünmektedir. Öğrenciler hangi yaşta olursa olsun en zirvedeki öğrencilerin bu düzeye ulaşmayı arzulaması gerektiğinden bahsetmiştir. Ancak tüm öğrenciler bu düzeye ulaşamasalar da tüm öğrencilerin bu düzeye yaklaşmaları için zorlayıcı durumlar (challenge) sunularak ilerleyebildikleri kadar ilerleme olanakları sunulmalıdır. Bunun toplumu şu andaki düzeyinden daha ötesine götürmek için tek yol olduğunu ileri sürmüştür.

Usiskin (2000), yetenek (talent) kavramını kişiye yüksek nitelikli performans vermesini sağlayan bir birey özelliği olarak ele aldığını ifade etmiştir. Araştırmacı yeteneğe az ya da çok miktarda sahip olunabileceğini bu nedenle yeteneğin düzeyler üzerinden tartışılabileceğini ifade etmiştir. Usiskin (1999) belirlediği matematiksel yetenek düzeyleriyle ilgili açıklamaları izleyen paragraflarda özetlenmiştir.

Seviye 0-Yeteneksiz (no talent): En düşük düzeydir. Bu seviyede yer alan yetişkinler çok az matematik bilmektedirler. Ayrıca aritmetikten de haberdar değillerdir. Bu grupta yer alan yetişkinlerin bildiği şeyler çok küçük yaştaki çocukların bildiği şeylere benzerdir. Ancak yetişkinleri çocuklardan ayıran şey ise onlar gibi daha fazlasını öğrenmek için potansiyellerinin olmamasıdır. Usiskin'e göre herkes yaşamında bir kez matematiksel yeteneğin yokluk düzeyi olan seviye 0'da bulunmuştur.

Seviye 1-Temel yetenek-kültür düzeyi (cultural level): Sayı kavramlarıyla kolayca uğraşılan düzeydir. Dört işlemden herhangi birini içeren aritmetik problemlerini tahmin etmeyi sağlayan aritmetiksel muhakemeyi kullanma yeteneğinin olduğu düzeydir. Bu düzeydekiler sayı içeren problemlerle ve aritmetikle rahat bir şekilde uğraşabilirler. Usiskin çok sayıda yetişkinin bu düzeyde olduğunu düşünmektedir. Birçok kişinin bu düzeye ilkokulun sonlarına kadar ya da lise veya bir yetişkin olana kadar ulaşamadığını ifade etmiştir. Bunun yanında çoğunluğun bu düzeye 6. ve 9. sınıflar arasında ulaştığını belirtmiştir. Usiskin'e göre aritmetik okul müfredatının bir parçası olduğu için normalde bu düzeyde yapılanlar yetenek olarak görülmemektedir. Bu düzeye ulaşmada, okulda verilenlerin dışında özel bir eğitim gerekmemektedir. Dolayısıyla ülkedeki her okulun çoğu öğrencisi bu düzeye ulaşabilmektedir.

Usiskin'e göre Afrika, Asya ve Güney Amerika'daki bazı kabile kültürlerinde hiç kimse bu yetenek düzeyine ulaşamaz. Hatta kabilenin en parlak/zeki kişisi bile bu düzeye ulaşmak için yeteri kadar matematik bilmemektedir. Çünkü onların kültürlerinde matematik kavramları zorunlu, bilinmesi gereken kavramlar arasında yer almamaktadır. Bu nedenle öğrenciler kültürlerinde sayılar, okullaşma ve deneyim varsa seviye 1 düzeyinde yetenek kazanabilirler.

Seviye 2- Onur öğrencileri (honors student): Usiskin'e göre eğer ilköğretim matematik öğretmenlerinin (elementary level) işi öğrencileri seviye 1'e ulaştırmak ise ortaöğretim matematik öğretmenlerinin (secondary level, 7., 8., 9. sınıflar ve lise düzeyleri) işi de öğrencileri seviye 2'ye ulaştırmaktır.

Bu seviye okulda öğretilen matematik bilgilerine ulaşmayı içerir. Bu düzeye erişmek için gereken bilgi sokakta öğrenilmez. Usiskin (1999) bu düzeye Amerika'daki okullardaki öğrencilerin %15'inin hatta daha azının ulaştığını ifade etmiştir. Seviye 2 normal okullardaki onur öğrencilerinin ulaşabildiği düzey olarak nitelendirilmiştir. Okulun erken yıllarından itibaren günlük ödevlerini yapan çalışkan bir öğrenci bu seviyeye erişebilir. Okulda başarılı olup da bu düzeye ulaşamayan öğrenci sayısının az olduğu bilinmektedir. Usiskin, Bu düzeye eriştirecek materyalin kültürde olmadığı için beklenti ve iyi öğretim gerektirdiğinin ifade etmiştir. İkinci seviyedeki iyi bir öğrenci bir matematik branşında yoğunlaşabilir, birçok matematik öğretmeni bu düzeyden gelmiştir.

Seviye 3- Müthiş öğrenci (terrific student ): Bu düzey Akademik Tutum Testi (Scholastic Aptitude Test, SAT) sınavından 750-800 puan (üst puan 800) almaya, İleri Kalkülüs Yerleştirmesi (Advanced Placement Calculus, AP Calculus) sınavından 4 veya 5 puan (üst puan 5) almaya denk gelir. Bu öğrenciler %1-2'lik dilimlerde yer alan öğrencilerdir. Bu öğrenciler fonksiyonları nesneler olarak görür ve temel ispatları kolaylıkla yapabilirler. İç görüye sahiptirler ve problemlere beklenmedik çözümler bulurlar. Yüzde olarak ve muhtemelen nitelik olarak bunlar Ulusal Erdem/Yetenek (Natıonal Merit) bursu kazananların matematiksel eşdeğerleridir. Sadece çalışkanlıkla bu düzeye gelinemez, sınıfta başarılı olmak için gerekenden daha öte ekstra çalışma gerekir (örneğin öğrencilerin fazladan matematik problemleri ve matematik bulmacalarıyla uğraşmaları). Bu öğrenciler birçok problem çözerler, daha önce görmedikleri problemlerle nasıl uğraşacaklarını öğrenirler, problemler için kendi çözümlerini nasıl bulacaklarını öğrenirler. Bizim olmayan farklı yollarla problemlere çözüm üretebilirler. Okullardaki matematik kulüpleri ve matematik takımları öğrencilerin seviye 2'den 3'e geçmeleri için olanak sağlar. Seviye 3 öğrencileri matematiğin çeşitli branşlarında uzmanlaşabilirler, matematiğe devam ederlerse, matematik lisansüstü öğrencisi olabilirler.

Seviye 4- Olağanüstü öğrenci (exceptional student): Lise düzeyinde ulaşılabilir bir üst seviyedir. Popülasyonun %1-2'lik kısmının seviye 3'e ulaştığı düşünüldüğünde seviye 4 öğrencilerinin ise daha küçük bir yüzde de olduğu anlaşılır (Usiskin, 1999). Bu seviyedeki öğrenciler sınırlı davetlisi olan Amerikan Matematik Sınavı'ndaki problemlere benzer problemleri çözebilirler.

Bu öğrencilerin matematik için bir armağanla/yetenekle doğmuş olduğu düşünülse de onların yetenekleri gelişime gerek duymaktadır. Okuldaki matematik dersleri, katıldıkları matematik kulüpleri veya yarışmaları için çalıştıklarından daha çok şey yapmalıdırlar. Hafta sonları özel kurslara gidebilirler. Yazları matematik kamplarına katılabilirler, matematikle ilgili dergileri vb. okurlar. Matematiğe normalden en az bir saat daha fazla zaman ayırırlar. Her gün dolayısıyla yılda da toplamda diğerlerinden daha fazla miktarda matematik üzerine çalışırlar. Bu öğrenciler henüz lisedeyken matematiğin bir branşında öğrenim görüyor gibi, yüksek lisansa başlamış öğrenci gibi davranabilirler. Kısa makaleler yazabilir, ispatları ve diğer stratejileri denerler. Matematikçilerle matematik hakkında konuşurlar. Bu öğrenci bir matematikçidir.

Seviye 5- Üretken matematikçi (the productive mathematician): Seviye 4'teki öğrenciler bir matematikçi gibi davranırlar. Sıklıkla, onlar liseden mezun olduğu zaman matematikte uzmanlaşmak için alması gereken derslerin en azından yarısını bitirmişlerdir. Bu öğrenciler lisansüstü matematik eğitimine hazırdır. Yüksek lisans kültürü lisans kültüründen farklıdır. Dört veya beş yıllık lisansüstü okulda, öğrenciler sadece zor problemleri çözmeyi amaçlamazlar, çözülmemiş problemleri de çözmeye de hazırlanırlar. Kişi ne kadar zeki olursa olsun bu eğitime yerel kolej eğitimiyle erişemez. Eğer sayı teorisiyle ilgileniyorsa sayı teorisyeni ile çalışmalıdır, fonksiyonel analizle ilgileniyorsa fonksiyonel analistle çalışmalıdır. Dolayısıyla bu seviyede öğrenci çıraktır, profesör de zanaatkar. Üretici bir matematikçi olmak için, kişinin konuyu çok sevmesi ve daha çok çalışkanlığı ve daha önceki düzeyin istediğinden daha kararlı olması gerekir.

Seviye 6- Olağanüstü matematikçi (the exceptional mathematician): Usiskin matematik alanı için bazı üniversitelerin birinci sırada (Princeton, Berkeley, Harward, Chicago gibi) bazılarının da ikinci sırada (Michigan, İllinois, Yale gibi) olarak görüldüğünü ifade etmiştir. Araştırmacı bu zirve üniversitelere giren öğrencilerin olağanüstü matematikçi olacağının beklendiğini belirtmiştir. Olağanüstü/ender matematikçiler ise matematikçilerin arasında en tepedeki birkaç yüzdelik dilimdedirler. Alanlarını gözle görülür derecede ileri taşırlar. Çalıştıkları alanlarda bulundukları zamanın tarihinde önemli matematikçiler arasında yer bulurlar. Bu kişiler Alfred P. Sloan burslularının düzeyindedirler, ülkelerindeki yaşıtları arasındaki en iyilerdir.

Seviye 7- Tüm zamanların en iyi matematikçileri (the all-time mathematical greats): Gauss, Euler gibi oldukça nadir olan zamanlarının en iyi matematikçileri bu grupta yer alır. Usiskin yakın zamandan S. Ramanujuan'ın da bu gruba dahil edilebileceğini iddia etmektedir.

Sheffield ve Usiskin'in yapmış olduğu sınıflandırmalar karşılaştırıldığında Sheffield'ın sınıflamasının K-12 düzeyine hitap edebilecek bir sınıflama ve K-12 düzeyinde matematikle ilgili kazandırılması hedeflenen becerilere ve yapılanlara hitap ettiği söylenebilir. Bunun yanında Usiskin'in sınıflandırmasındaki hiyerarşi sıradan bir insan ve sıra dışı bir matematikçi arasındaki düzeylerin matematiksel bilgiye hakimiyet, anlama, uygulama kullanabilme ve üretimle sonuçlanması üzerine inşa edildiği düşünülebilir. İki sınıflandırma arasında izleyen şekilde bağ kurulabilir. Bilgisizler, yetenek 0 düzeyine karşılık gelebilir. Yapanlar ve tüketiciler, yetenek 1; problem çözücüler, yetenek 2; problem öneren belirleyenler ve yaratıcılar da düzey 3'e karşılık olduğu söylenebilir.

## 2.6. ALAN YAZINDA MATEMATİKSEL YETENEK VE MATEMATİKSEL ÜSTÜNLÜK TANIMLARI

Usiskin (1999), "matematikte üstün yetenekli nedir?" sorusunun cevabının dikkate alınan üstün yetenekli grubuna göre değiştiğini ifade etmiştir. Örneğin araştırmacıya göre matematikte üstün yetenekli olarak sadece Amerika'daki Amerikan matematik topluluğu, endüstriyel ve uygulamalı matematikçiler topluluğu, düşünülürse matematikte üstün zekalı bireyler toplumun %1'inden az bir sayıya denk gelecektir. Yetenekliler grubunun içine istatistikçiler, mühendisler, bilgisayar bilimciler ve matematik öğretmenleri de katılırsa bu da toplumun %3'nün üstünde bir sayıya karşılık gelecektir. Usiskin bu şekilde matematikte yetenekliler grubunun içine dahil edilenlerle yetenekli yüzdesinin arttırılabileceğini ifade etmiştir. Varsayılan tanıma göre matematikte üstün yetenekli grubun içine giren kişi sayısının artıp azalabileceği görülmektedir. Ayrıca Reichel (1997), matematikte üstün zekalılığın birçok farklı yolla göründüğünü aynı zamanda farklı yaş ve sahip olunan bilgi aşamalarında görülebileceğinden dolayı formal bir tanımını oluşturmanın güç olduğunun altını çizmiştir.

Usiskin (1999)'a göre, okullarda matematikte üstün yetenekliler için düzenlenen programlara öğrenci seçmede genellikle, kullanılan tanılama araçlarından alınan puanlara göre en üst kesimin %3'ü, %5'i, %10'u vb. bir kriteri veya Akademik Yetenek Testi (Scholastic Aptitude Test-SAT) gibi standartlaştırılmış bir testten belli bir puan alma gibi yapay belirlenen kriterler doğrultusunda hareket edilmektedir. Bu tür kriterler programa giren öğrenci sayısını sınırlı sayıda tutmaktadır. Bu kriterlerin dikkate alınması matematikte üstün zekalılık, üstün yeteneklilik kavramlarına yönelik benimsenen tanımlardan etkilenmektedir. Hem programa uygun hem de daha doğru bir şekilde matematikte üstün zekalı ve yeteneklileri tanılamak için alan yazında yer alan matematiksel yetenek ve üstünlük kavramlarının incelenmesi fayda sağlayabilir. Bu kısımda alan yazında matematiksel üstün zekalılığı tanımlamaya yönelik kuramsal ya da ampirik çalışmalarda kullanılan çeşitli tanımlara yer verilmiştir.

Sak (2005), detaylı bir alan yazın incelemesi sonucunda G. Polya, H. Poincare gibi matematikçilerin görüşlerini, ünlü psikolog R. Sternberg'in Başarılı Zeka Kuramı'nı ve uzmanlık üzerine yapılan çalışmaları temel alarak bir tanılama modeli geliştirmiştir. Araştırmacı Üçlü Matematiksel Zihin Modeli (Three Mathematical Minds Model) olarak adlandırdığı tanılama modelini açıklarken matematiksel yetenek, matematikte üstün zekalılık ve matematikte üstün zekalı kavramlarına yönelik tanımlar geliştirmiştir. Modelde *matematiksel yetenek:*

> matematiksel problem çözmeyle eyleme geçen matematiksel yapıları yeniden üretme (reproduction) veya yeni/kullanışlı yapılar üretme (production) veya matematiksel gerçekler (facts), kurallar, teoremler veya kanunları/yasaları öğrenmek için biopsikolojik potansiyel (Sak, 2005, s. 83)

olarak tanımlanmıştır. Araştırmacı *matematiksel üstün zekalılığı* matematiğin herhangi bir branşında verilen bir zamanda üretim, yeniden üretim veya problem çözme formlarında sergilenen matematiksel yeterlilik olarak görmektedir. Bu yeterlik düzeyinin matematikte üstünlük/olağanüstülük olarak kabulüne matematik topluluğunun (öğretmenler veya matematikçiler vb.) karar verebileceği ifade edilmiştir. Araştırmacı matematikte *üstün zekalı* bir kişiyi kendi yaş grubundan, sınıf düzeyinden veya benzer deneyimi olan akranlarıyla karşılaştırıldığında matematiksel yapıların mantıksal analizini gerçekleştirme, yeni yapılar üretme veya kişinin kendi konteksti içinde olağanüstü görülen matematiksel problemleri çözmede fevkalade yeterlik gösteren kişi olarak betimlemiştir (Sak, 2005, s. 83).

Sak ve arkadaşlarının daha sonra yapmış olduğu bir çalışmada matematiksel yetenek tanımı izleyen şekilde yeniden ifade edilmiştir. Çalışmada matematiksel yetenek izleyen şekilde tanımlanmıştır (Sak vd., 2009):

> ...tamamen ya da kısmen gelişmiş zihinsel becerilerin ve matematik alan bilgisinin ortaklaşa oluşturduğu bir yetenek koleksiyonu ve bu koleksiyonu oluşturan yeterlikleri matematiksel bilgiyi kullanmada ve matematiksel problemleri çözmede, etkili bir biçimde kullanabilme yetisi (s. 25).

Sak (2005) ve daha sonrasında Sak vd. (2009) da ifade edilen yetenek koleksiyonunu ve üstün zekalılığın türlerini oluşturan yetenekler modelde üçlü zihin olarak kastedilen yapılar ve bu yapıların etkileşiminden oluşmaktadır. Modelde ifade edilen üç matematiksel zihinden analitik, yaratıcı ve uzman zihinler kastedilmektedir. Bu üç zihin birbiriyle kesişim halinde olan üç kümeyle temsil edilmiştir. Analitik zihin ve yaratıcı zihin kümelerinin kesişmesiyle yaratıcı-analizci zihin (creative analyst), uzman zihin ve yaratıcının etkileşiminden yaratıcı-uzman zihin (creative expert) zihin, uzman ve analitik zihnin etkileşiminden uzman analizci zihin (expert-analyst) ve üç zihnin kesişmesiyle de duayen (master) yetenek türleri oluşmaktadır.

Livne (2001) ile Livne ve Milgram (2006), matematiksel üstün zekalılığı iki boyutlu bir yapı olarak tanımlamışlardır. Bu yapının birinci boyutu yetenek türü olup iki akademik, iki tane de yaratıcı yetenek içermektedir. Yapının ikinci boyutunu yetenek düzeyleri oluşturmaktadır. Birinci boyutu oluşturan dört yeteneğin her biri için dört ayrı düzey bulunmaktadır. Bu düzeyler üstün zekalı olmayan yetenek (nongifted ability) düzeyi, az (mild), orta (moderate) ve yüksek (profound) düzeyde üstün zekalı olma şeklinde ifade edilmiştir. Bu düzeyler bir hiyerarşi belirtmektedir. Hiyerarşinin en tepesine ulaşan kişi sayısının oldukça az olduğu belirtilmiştir (Livne & Milgram, 2006). Araştırmacılar matematiksel yeteneğin akademik ve yaratıcı olarak ifade edilen yetenek türlerinden *akademik yeteneği/genel zihinsel yeteneği*, soyut düşünme ve problemleri mantıksal ve sistematik çözme yeteneği olarak tanımlamıştır. Bunun yanında *genel orijinal/yaratıcı düşünme* de problem çözme sürecinde yüksek nitelikte birkaç yaratıcı çözümle sonuçlanan çok sayıda fikir veya çözümler üretme yeteneği olarak tanımlanmıştır (s. 200). Livne ve Milgram (2006) matematikte üstün zekalılık modellerinde iki türde alana özgü matematiksel yetenek olduğunu iddia etmişlerdir. Alana özgü akademik yetenek genel zekanın matematiğe uygulanmasına karşılık olarak görülmektedir. Bu yeteneğin matematikte standart-mantıksal düşünmeyi yansıttığı, hesaplama yeteneği, matematiksel kavramlar, ilkeler bilgisi ve muhakemeyle sergilendiği ifade edilmiştir. Bir diğer alana özgü yetenek tipi olan matematikte alana özgü yaratıcı yetenek, yaratıcı düşünme yeteneğinin matematiğe uygulanması olarak betimlenmiştir.

Pitta-Pantazi, Christou, Kontoyianni ve Kattou (2011) doğal/bilişsel (natural/cognitive), yaratıcı ve matematiksel yetenekleri entegre eden yeni bir tanılama modeli önermişlerdir. Araştırmacıların bakış açısına göre matematiksel üstün zekalılık (mathematical giftedness) matematiksel yetenek ve yaratıcılıktan oluşurken, doğal/bilişsel yetenekler matematiksel üstün zekalılığı tahmin etmektedir. Önerilen modelde matematiksel üstün zekalılık kavramının Gagne'nin (2004) Ayrımsal Üstün Zekalılık Modeli'ndeki matematiksel yetenek olarak ifade edilen kavramla eş anlamlı olduğu belirtilmiştir. Bu matematiksel yetenek ortalama üstü matematiksel yetenekler ve matematiksel yaratıcılıkla belirtilmektedir. Araştırmacıların önerdikleri modelde matematiksel yetenekler Demetriou vd.'nin deneyimsel yapısalcılık teorisinin Özelleşmiş Kapasite Sistemleri (Specialized Capacity Systems) düzeyinde açıklanan beş ayrı yetenek üzerinden analiz edilmiştir (Demetriou, Christou, Spanoudis & Platsidou, 2002'den akt. Pitta-Pantazi vd., 2011). Bu yetenek türleri kişilerin bilgiyi temsil etme, zihinsel olarak manipüle etme ve anlaması için kullanılmaktadır. Bu yetenekler niteliksel-analitik (qualitative-analytic), nicel-ilişkisel (quantitative-relational), nedensel-deneyimsel (casual-experimental); uzaysal-imgelemsel (spatial-imaginative) ve sözel-öneriseldir (verbal-quantitative). Modele göre bu beş ayrı yetenek, matematikte üstün zekalı öğrencilerin sahip olduğu farklı yetenek tiplerini özelleştirmekte ve yansıtmaktadır.

Modelde dikkate alınan yaratıcılık kavramı, matematik alanında akıcı, esnek ve orijinallik kriterleri üzerinden açıklanmıştır. Ayrıca tanılama modelinde araştırmacılar, matematiksel yaratıcılığın rolünü matematiksel üstün zekalılığın bir karakteristiği olarak vurgulamaktadır. Modelde yaratıcılık gerekli olmakla beraber matematiksel üstün zekalılık için yegane koşul olarak görülmemektedir. Araştırmacıların yaptığı istatistiksel analizler sonucunda modelin yapısının doğrulandığı; matematiksel üstün zekalılığa matematiksel yeteneklerin, yaratıcılıktan daha fazla katkı sağladığı bulunmuştur. Ayrıca doğal/bilişsel yeteneklerin (akıcı zeka ve çalışan bellek) matematiksel üstün zekalılığı tahmin ettiği bulgusuna da ulaşılmıştır.

Leikin, Koichu ve Berman (2009) matematiksel üstün zekalılığı, okul çağı çocuklarının problem çözme davranışları/eylemlerine genel üstün zekalılığın bileşenlerinin adapte edilmesi, olarak tanımlayan bir model ile açıklamışlardır. Araştırmacılar modelin genel üstün zekalılık, matematiksel düşünme ve problem çözme üzerine olan araştırmalar arasındaki boşluğa köprü kurduğunu düşünmektedirler. Modelde matematiksel üstün zekalılık, problem çözme eylemlerini genel üstün zekalılığın bileşenleri olarak niteleme ile karakterize edilmiştir (s. 117). Problem çözme eylemleri bir problem çözme, bir problemi birçok yolla çözme ve ilişkili problemler belirleme ile betimlenmiştir.

Modelde genel üstün zekalılık bileşenleri olarak Renzulli'nin üçlü zeka kuramındaki bileşenler temel alınmıştır. Bu bileşenler yaratıcılık, etkililik ve göreve odaklanma şeklinde ele alınmıştır. Modeldeki üstün zekalılığın problem çözmenin etkililiği/etkileyiciliği (problem solving effectiveness) bileşeni Renzulli'nin ortalama üstü yetenekler bileşeni ile ilişkilendirilmiştir. Etkililik/etkileyicilik belirtilen amaçları başarma ile bağlantılandırılmıştır. Ayrıca etkililik, verilen bir matematiksel probleme "bir (doğru) çözüm bulma, probleme ek (doğru) çözümler üretme ve verilen problemle ilişkili yeni çözülebilir problemler ortaya çıkarma/belirleme (pose)" ile ifade edilmektedir (Leikin vd., 2009, s. 117). Göreve odaklanma: problem çözmede göreve odaklanma, programda olmayan/zamanlanmamış zamanlarda ve dışsal görüntüleme/izleme olmasa bile yüksek performans düzeyini sürdürme; başarısızlığı deneyimlediğinde bile görevinde ısrarcı olma; bölünmüş görevleri tamamlama/bitirme eğilimi olarak ifade edilmiştir (s. 117).

Modelde matematiksel yaratıcılık için E. P. Torrance'ın akıcılık, esneklik ve orijinallik bileşenleri temel alınmıştır. Bu bileşenler Silver (1997)'deki matematiksel ifade biçimiyle dikkate alınmıştır. Akıcılık ile bir matematiksel görev (bir problem çöz, problemi çözebildiğin kadar farklı yolla çöz, yazabildiğin kadar ilişkili problemler formüle et/yaz) görevleri için birden fazla fikir, çözüm üretme kastedilmiştir. Esneklik; bir görev için üretilen cevaplarda ele alınan yaklaşımlardaki açık değişimlere karşılık geldiği kabul edilmiştir. Orijinallik; aynı görev için birçok kişi tarafından üretilen cevapların bir havuza yerleştirilmesinden sonra bu havuzdaki cevaplardan bir cevap/fikrin göreceli olarak küçük sıklığa karşılık gelmesi durumu olarak ele alınmıştır.

Kim, Choi ve Ahn (2003) matematikte üstün zekalıyı (mathematically gifted) "matematik problemlerini yaratıcı bir yolla çözmede yüksek yetenek gösteren kişi, gelecekte yaratıcı bir matematikçi olma potansiyeli olan, geliştirilen matematiksel yaratıcı problem çözme testinde üstün performans gösteren kişi" olarak tanımlamışlardır (s. 165). Geliştirdikleri testin yaratıcılık, problem çözme ve üstün zekalılık üzerine çalışan araştırmacıların fikirlerini yansıttığını belirtmişlerdir. Ayrıca yaratıcı matematiksel problem çözme sürecini/işlemini problemi anlama, çözüm için plan yapma, planı uygulama ve tüm problem çözme sürecini yansıtma şeklinde G. Polya'nın dört aşamasıyla ilişkilendirmişlerdir. Bu dört aşama boyunca da matematiksel düşünme yeteneği, matematiksel yaratıcılık ve matematiksel görev sorumluluğu/göreve odaklanma (task commitment) ve bilgi temelinden matematiksel yaratıcı problem çözmede yararlanıldığı ifade edilmiştir. Matematiksel yaratıcı problem çözme testinin birinci kısmında matematiksel yaratıcılığı bir matematik problemine çeşitli çözümler üretme anlamında ele aldıklarını belirtmişlerdir. Ayrıca ikinci kısmında matematiksel düşünme yeteneği kısmının içeriğindeki problemler için sezgisel iç görü, bilgi organizasyonu, uzay algısı ve görselleştirmek, soyutlama, muhakeme, tümevarımsal ve tümdengelimsel düşünme, genelleme, yansıtıcı düşünme yetenek kategorileri oluşturmuşlardır. Araştırmacılar matematikte üstün zekalı olmada analitik ve yaratıcı problem çözmedeki performansı vurgulamışlardır.

Niederer, Irwin, Irwin ve Reilly (2003) matematikte üstün zekalılığı matematikte zor problemleri çözebilme yeteneği olarak tanımlamaktadırlar. Geliştirdikleri problem çözme testinden %50 başarı elde edenleri de matematikte üstün zekalı olarak nitelendirmişlerdir. Matematiksel üstün zekalılığın karakteristiği olarak zor matematiksel problemleri açık ve zarif bir yolla çözme yeteneğini belirtmişlerdir. Niederer vd., üstün zekalı tanımlarının belirli bir yüzdelik dilim bazında özel bir yüzdedeki öğrencileri belirlemeyi niyet etmediğini ifade etmişlerdir. Niederer vd.'nin tanımının genel bir tanım olduğu, araştırmacıların üstün zekalılık tanımını problem çözme ile sınırlandırdıkları söylenebilir.

Osborn (1983), matematiksel yetenekleri dört bileşen üzerinden açıklamıştır: hesapsal işlemler, örüntü tanıma, mantıksal muhakeme ve soyut niceliklerin sembolik manipülasyonu. Hesapsal işlemler: sayısal niceliklerde sayısal işlemler toplama, çıkarma, çarpma ve bölmeyi hızlı ve doğru gerçekleştirme ve sayısal nicelikleri manipüle etmek için yetenek olarak tanımlanmıştır. Örüntü tanıma:

örüntüleri ayırma ile geometrik şekiller, sayısal ve cebirsel konfigürasyonları düzenleme için yetenek olarak ifade edilmiştir. Mantıksal muhakeme: belli koşulları ayırt etmek ve evrensel kabul edilebilecek sonuçlara liderlik eden belli koşulları tanımak için yetenek olarak betimlenmiştir. Buna örnek olarak Aristo çıkarsaması A=B, B=C, ise A=C verilmiştir. Sembolik manipülasyon: sembolik formda ifade edilen nicelikleri ele alma yeteneği ve içeriğine bakmaksızın sembolik varlıkları idare etmek/işlemek olarak tanımlanmıştır.

Osborn (1983) bu bileşenlerin bir matematik aktivitesinin gerektirdiği düşünme türünün bileşenleri olduğunu, matematiksel yetenek veya tutumun/eğilimin (aptitude) bu bileşenlerin katkılarıyla oluşan bir profil üzerinden ifade edilebileceğini belirtmiştir. Dört yetenek üzerinden öğrenciler için çıkartılan profiller öğrencilerin hangi bileşende daha iyi, hangisinde daha zayıf olduğu hakkında bilgi verebilir. Araştırmacı bu durumun öğrencinin ileride kariyer belirlemesinde destek sağlayabileceği görüşündedir. Ayrıca Osborn önerdiği bu dört bileşenin daha somut işlemsel durumdan daha soyut ve kavramsal bir duruma doğru sıralandığını ifade etmiştir. Yukarıda açıklanan Osborn'un matematiksel yetenek bileşenleri sadece alana özgü bileşenlere odaklanarak, bunların hangi bileşenleri kapsayabileceği üzerinden spesifik beceriler belirlediği söylenebilir.

Osborn'un matematiksel yetenekler bileşenlerine benzer olarak Wilmott (1983), literatür incelemesi sonucunda yüksek matematiksel yeteneğe (high mathematical ability) katkı sağlayacak düşünme türleri belirlemiştir. Yüksek matematiksel yeteneğin sergilenmesinde rol oynayan düşünme türleri niceliklerle düşünme (quantitative thinking); örüntü, yapılar ve ilişkileri algılama; tümevarımsal muhakeme ve genelleme; tümdengelimsel ve analitik muhakemedir. Yüksek matematiksel yeteneğe sahip çocukların bu dört tür düşünmeyi kullanmayı gerektiren durumlarla karşılaştığında bu dört tip düşünmeyi sergilemesi gerektiği iddia edilmektedir (Wilmott, 1983). Osborn ve Wilmott'un matematiksel becerilerine benzer olarak çeşitli faktör analitik çalışmalarından sağlanan temsili matematiksel yetenek faktörleri (Aiken, 1973): tümdengelimsel (genel) muhakeme; tümevarımsal muhakeme; sayısal yetenek-nümerik; uzaysal-algısal yetenek; sözel kavrama olarak ifade edilmiştir.

Kiesswetter (1985)’e göre matematiksel düşünme becerisi altı bileşen içermektedir: materyallerin organize edilmesi, örüntü ve kuralları fark etme, problemleri fark etme/ilişkili problemler bulma, problemlerin temsilini/sunumunu değiştirme, hayli kompleks yapıları fark etme ve onlarla çalışma, süreci/işlemleri tersine çevirme ve dönüştürme (akt. Wieczerkowski, Cropley & Prado, 2000).

Krutetskii (1976) matematiksel üstün zekalılığı (mathematical giftedness) matematiksel ilişkiler, sayı ve harf sembolleri gerçeğinde genellenmiş, kısaltılmış, esnek düşünme ve matematiksel düşünüş şekliyle karakterize edilebileceğini belirtmiştir ( s. 352).

Reichel (1997), otuz yıllık öğretmenlik ve öğretmen eğitimciliği tecrübesinden hareketle matematikte üstün zekalılık kavramının tanılanması ve tanımıyla ilgili kişisel fikirlerini belirtmiştir. Reichel, matematiksel üstün zekalılığın herhangi bir aşamada; herhangi bir yaş ve yetenek düzeyinde açıkça görülebilen iki tipik yüzü olduğunu düşünmektedir. Ayrıca üstün zekalılık her iki yolla da kendini gösterebilmektedir. Reichel deneyimlerine dayanarak matematiksel üstün zekalılığın yüzlerinden birinin genellikle daha dominant olduğunu düşünmektedir. Bir problem veya fenomenle karşılaşan kişi problem çözme veya sorudaki fenomeni açıklamada farklı bir bakış açısı, belirli bir bağlantı veya sürpriz bir gerçeği kolayca görebilir ki bu da onun problemi kolay çözmesini veya sorudaki fenomeni açıklamasını sağlayabilir (s. 224). Reichel bunları problem çözücüler (problem solvers) olarak adlandırmıştır. Matematiksel üstün zekalılığın diğer yüzünün teoriler inşa etme, benzerlikleri fark etme, fenomenleri tanımlama, yararlı kavramları tanımlama ve onları mantıksal hiyerarşilerle ve rasyonel düşünmeyle kombine etmeyi içerdiğini belirtmiştir. Reichel matematiğin bu yüzüne sahip olan bireyleri de kavram icat edenler-türetenler veya teori inşacıları (concept inventors/theory builder) olarak adlandırmaktadır. Araştırmacı matematiğin belirtilen iki yüzünün de eşit derecede önemli olduğunun altını çizmiştir. Ayrıca deneyimlerinden hareketle “matematiksel üstün zekalılık kendini çok erken yaşlarda gösterebilmekte ve her iki yetenek türü de erken yaşlarda fark edilebilmektedir” görüşünü ifade etmiştir (Reichel, 1997, s. 224).

Sak (2005, s. 39) araştırmasında alan yazında matematiksel yetenekle ilgili bazı tanımlar tespit etmiştir, bu tanımlar:

(1) Werdelin matematiksel yeteneği (1958): matematiksel problemler, semboller, metotlar ve ispatların doğasını anlama; onları öğrenme; onları hafızada tutma ve onları yeniden üretme; onları başka problemler, sembol, metot ve kanıtlarla kombine etme ve onları matematiksel görevleri çözmede kullanma yeteneği olarak tanımlamıştır.

(2) Thomas (Werdelin, 1958'de adı geçmektedir) matematiksel yetenek için soyutlama, mantıksal muhakeme, uzamsal algı ve sezgisel güç, formülleri kullanabilme yeteneği, matematiksel imgelem/imajinasyon ve matematik geştaltları yapılandırma-inşa etme yeteneklerini vurgulamıştır.

(3) Cameron (1925), matematiksel yeteneğin en gerekli yüzleri olarak kombinasyonları-birleşimleri analiz edebilme gücü ve onun elementlerini yeni bir yolla yeniden inşa-yapılandırma (reconstructions) olarak; sayısal uzamsal veriyi karşılaştırma ve sınıflandırma gücü olarak; somut imgelem gücü ve mekanik işlemlerde beceri olarak; genel ilkeleri uygulama ve soyut nicelikleri manipüle etme/idare etme işlemi olarak tanımlanmıştır.

Alan yazında bu bölümde açıklanan tanımlar haricinde de çeşitli tanımlar yer almaktadır. Yukarıdaki tanımlardan hareketle alan uzmanlarının henüz matematiksel üstün zekalılığı açıklamada ortak bir tanım kullanmadıkları söylenebilir (Gavin & Adelson, 2008).

## 2.7. MATEMATİKTE ÜSTÜN ZEKALI VE YETENEKLİ ÖĞRENCİ ÖZELLİKLERİ

Bu kısımda alan yazında çeşitli araştırmalarda değinilmiş, matematikte üstün zekalı ve yetenekli bireylerde olduğu belirlenen ya da varsayılan çeşitli özelliklere yer verilmiştir. Burada farklı kaynaklarda yer verilen özelliklerden yola çıkılarak matematiksel yetenek için olmazsa olmaz olabilecek ya da matematiğe özgü kabul edilebilecek ya da matematiksel yeteneğin sergilenmesi için mutlaka gerekli olan temel özellikler tespit edilmeye çalışılmıştır.

Sheffield'ın (1994) diğer araştırmacıların çalışmalarından derlediği matematikte üstün zekalı öğrenci özellikleri: nicel bilgiye yönelik erken ve hevesli farkındalık; merak ve anlama; örüntü ve ilişkileri algılama, görselleştirme ve genelleme yeteneği; analitik, tümevarımsal ve tümdengelimsel muhakeme yeteneği; muhakeme sürecini tersine çevirebilme; matematiksel kavramlarla akıcı, esnek, yaratıcı yollarla çalışabilme yeteneği; zor problemleri çözmede ısrar ve enerjik olma; öğrendiklerini yeni durumlara transfer edebilme yeteneği; veriyi organize etme ve onunla çalışma; ilişkisiz verileri göz ardı etmeye eğilimli olma (House, 1987 ve Greenes, 1981'den akt. Sheffield, 1994, s. xi). Miller (1990) bu özelliklere ek olarak matematiksel fikirleri öğrenme, anlama ve uygulamada hızlı olma; soyut düşünme ve çalışmada yüksek yeteneğe sahip olmayı eklemiştir.

Choi (2009)'a göre, olimpiyat gibi yarışmalarda kazanılan başarı ve ödüller bir kişinin ilgi ve yeteneklerini belirlemede birer gösterge olması yönüyle kullanışlıdır. Araştırmacıya göre bu tür yarışmalara katılma öğrencilerin o konuyla ilgili ciddi ilgisini yansıtır. Bu tür yarışmalarda elde edilen iyi bir başarı da ilgili alandaki yeteneği açıkça belirtir. Choi, olimpiyatlarda ödül kazanan beş öğrenci ile yaptığı nitel çalışmada: ısrar (persistence), öz disiplin (self discipline), kendine güven (self assertiveness), yarışmacı (competitiveness), inanç (confidence), çalışkanlık (diligence) gibi özellikler tespit etmiştir. Araştırmacı, bu özellikleri öğretmen ve ailelerinin herhangi bir uzmanlığı olmaksızın dikkatli bir gözlemle tespit edebileceğini de belirtmiştir. Çalışmada bu yetenekli çocukların genel not ortalamalarının yüksek, matematiksel bilgilerinin iyi düzeyde, matematiğe karşı tutumlarının olumlu olduğuna

yönelik de bulgular elde edilmiştir. Ayrıca bu öğrencilerin matematiksel bilgiyi hızlı kavrama, kolay ilerleme ve matematiksel bilgiyi hafıza tutmayı da gerçekleştirdiklerini bu nedenle araştırmanın sonuçlarının Krutetskii'nin matematikte üstün zekalılık bakışını doğruladığını ifade etmiştir.

Chang (1985)'e göre matematiksel üstün zekalıyı üstün zekalı olmayandan ayıran ana karakteristik düşünmenin niteliğidir. Bu da çocuğun matematikte nasıl muhakeme ettiğiyle ilgilidir. Eğer çocuğun bir matematik testindeki performansı sadece hesaplama becerileri üzerinden ölçülüyorsa bu durum çocuğun matematikte problem çözmede kullandığı düşünme süreçleri hakkında küçük bir iç görü sağlar. Matematikte üstün zekalılar, genelde üstün zekalı olmak zorunda değildir benzer şekilde onlar yüksek düzeyde başarılı olabilir de olmayabilir de.

Yukarıda yer verilen özelliklerden yola çıkıldığında matematikte üstün yeteneğin sergilenmesinde önemli görülen bilişsel özellikler: muhakeme; soyut düşünme; genelleme; örüntü ve ilişkileri kolay ve çabuk görme; matematiksel bilgiyi hatırlama, transfer etme; işlemleri, süreci tersine çevirme ve transfer; ilişkili ve ilişkisiz olanı/gerekli ve gereksiz bilgiyi ayırt etme/seçme; veriyi organize etme; karar verme; sezgi; uzaysal/uzamsal algı; akıcı, esnek ve orijinal olma olarak sıralanabilir. Matematiksel yetenekle ilişkili görülen duyuşsal özellikler: matematiğe yönelik ilgi, heves, merak, matematikle uğraşırken daha geç yorulma; ısrar, sebat olarak belirlenmiştir. Bu özelliklerin birbirleriyle bağlantıları ve ilişkilerinden yola çıkılarak matematiksel yeteneğin altındaki spesifik yeteneklerin tespitine çalışılmıştır.

Krutetskii (1976), matematiksel yetenekle ilgili araştırmasının bir boyutunda ortaokul öğretmenleri ve matematikçilerin matematiksel yeteneğin ve matematikte yetenekli çocukların özelikleriyle ilgili görüşlerini incelemiştir. Matematik öğretmenlerinin yeteneğin belirtileri ve kriterleri olarak gördüğü özellikler: matematiksel bilgi, beceriler ve alışkanlıklarda göreceli olarak hızlı gelişmişlik; öğretmenin anlattıklarını hızlı anlama; mantık ve bağımsız düşünme; matematik çalışmasında keskin zihin ve zengin kaynaklılık (resourcefulness); matematiksel materyali hızlı ve aynen/stabil hatırlama; matematiksel materyali genelleme, analiz etme ve sentezleme yeteneğinin yüksek düzeyde gelişimi; matematik derslerinde daha az yorgunluk; düşünmeyi bir yönden karşıt yöne hızlı çevirme yeteneği; soyutlama yeteneği; esnek düşünme; genelleme yeteneği; matematiksel hafıza; görsel ifadelerle destekleme; düşünmeyi bir yönden karşı yöne transfer etme yeteneği; zihinsel güçlerin kullanımında ekonomikliği yakalama çabası; matematik derslerinde daha az yorulmadır. Öğretmen görüşleri ile alan yazında araştırmacıların belirttiği matematikte üstünlük özelliklerinin paralellik gösterdiği söylenebilir.

Krutetski (1976) çalışmasının diğer boyutunda matematikçilerin de görüşlerini almıştır. Matematikçiler matematiksel yeteneklerin görülmesinde rol oynayan kişisel özellikler olarak: bir amacı yansıtmada ayırt edici refleksin açıklığı; konsantrasyon; gayret; ısrar ve sebatın iradesel niteliği; matematiğe yoğunlaştırılmış ilgi, onun için isteklilik, matematiksel bilgi için çabalama, kendini matematikle meşgul etme, sayıları sevme eğilimidir. Matematikçilerin belirttiği kişisel özelliklerin daha çok duyuşsal kategoriye girebilecek özellikleri olduğu söylenebilir. Yine matematikçilerin matematikle uğraşma ve matematiksel bilgi için çaba sarf etmeye de önem atfettikleri görülmüştür.

Ayebo (2010), üstün çocukların özellikleri olabilecek izleyen özellikleri içeren bir liste hazırlayarak öğretmenlerden bu özelliklerin matematikte üstün zekalıların özelikleri olup olmadığına katılma derecelerini araştırmışlardır. Araştırmada dikkate alınan özellikler: zorlayıcı matematik problem ve bulmacalarını çözmek için isteklidirler, matematik örüntüleri keşfetmek için veri ve bilgiyi organize etme, matematik problemleri için yaratıcı çözümler üretebilme, yeni matematiksel kavramları ve süreçleri kolay anlama, ön testler de dahil yüksek test skorları kazanma, bir çözüme ulaşana kadar görev üzerinde ısrarcı olma, aynı karakteristikleri/özellikleri kültürler arası sergilemedir. Öğretmenlerin bu özeliklere hiç katılmıyorum ile kesinlikle katılıyorum arasında değişen 5'li likert tipi puanlamada maddelere verdiği puan ortalamaları 3.24 ile 4.46 arasında değişmektedir. Öğretmenlerin en az değer verdikleri özellik "aynı karakteristikleri/özellikleri kültürler arası sergilerler" iken en fazla değer verdikleri özellik "yeni matematiksel kavramları ve süreçleri daha kolay anlama" olmuştur. Bu özelliklerin matematikte üstün zekalı özelliği olarak değerlendirilmesine katılıp katılmamanın daha yaşlı (45 yaş üstü) ve daha genç (45 ve altı yaşlar) öğretmenler; üstün zekalılarla ilgili 10 kredi üstü ve altında ders alma; 5 yıl ve üstü ile 5 yıl altı deneyime sahip olma durumları; okulun kırsal kesim veya

şehirde olması arasında ilişki olup olmadığı araştırılmıştır. Ki-kare analizlerinde tüm değişkenler ile özelliklere katılıp katılmama durumlarının birbirinden bağımsız olduğu bulunmuştur. Katılımcıların her seferinde değişken fark etmeksizin verilen maddelerin üstün zekalı öğrenci özelliği olduğunu kabul ettikleri görülmüştür.

Ayebo (2010) anket dışında öğretmenlere "sizce matematikte üstün zekalıların özellikleri nelerdir, sizce matematiksel üstün zekalılık (mathematical giftedness) ve matematiksel yetenek (mathematical talent) aynı veya farklı mıdır?" sorularını da yöneltmiştir. Öğretmenlerden gelen cevaplar doğrultusunda matematikte üstün zekalı öğrenci özellikleri problem çözücüler, bağımsız öğrenenler, üst düzey düşünenler olarak üç kümede toplanmıştır. Problem çözücüler, problem çözmeye eğilimli ve öğrendiklerini gerçek dünya ile ilişkilendirmeye çabalayanlardan oluşmaktadır. Bağımsız öğrenenler: kendi başlarına, bağımsız araştırma yapmayı tercih edenlerden oluşmaktadır. Üst düzey düşünenler, kutunun dışında düşünen, üst düzey soru soran, görünenin ötesini araştıranlar olarak belirtilmiştir.

Fıçıcı (2003)'te matematikte üstün zekalı öğrenci özeliklerinden oluşan bir ölçme aracı geliştirerek Amerika, Kore ve Türkiye'deki lise öğretmenlerinin (n= 947) bu özelliklerle ilgili yargılarını incelemiştir. Geliştirilen ölçme aracına faktör analizi uygulandıktan sonra özelliklerin üç genel kategoriye ayrıldığı bulunmuştur. Bu kategoriler okulda başarılı matematik öğrencileri (school smart mathematics students), gerçek dünyaya matematik perspektifinden bakma (mathematics perspective for the real world) ve yaratıcı problem çözenler (creative problem solver) olarak adlandırılmıştır. Araştırmada, üst sınıfları okutan öğretmenlerin üç faktörde toplanan özelliklere daha az değer verdiği, deneyimi daha fazla olan öğretmenlerin ise bu üç faktöre daha çok değer verdikleri bulunmuştur. Öğretmenlerden daha yüksek eğitim derecesi olanların okulda başarılı matematik öğrencileri adlı faktörde yer alan özelliklere diğerlerine kıyasla daha az değer verdikleri görülmüştür. Amerika ve Kore'ye kıyaslandığında Türkiye'deki lise matematik öğretmenlerinin her üç kategoride yer alan özelliklere yüksek puan verdikleri bulunmuştur.

Fıçıcı (2003)'te geliştirilen ölçme aracını kullanarak Güçyeter (2013)'te ortaokul matematik ve sınıf öğretmen adaylarının, Güçyeter (2014)'te de sınıf ve ortaokul matematik öğretmenlerinin matematikte üstün zekalı öğrenci özelliklerine yönelik yargıları incelenmiştir. Bu çalışmalarda da Fıçıcı (2003)'e benzer bulgular elde edilmiştir. Öğretmen adayları ve öğretmenlerin büyük çoğunluğunun ölçme aracında belirtilen özelliklerin matematikte üstün zekalılara ait olup olmadığına ilişkin maddelere yüksek puanlar verdikleri tespit edilmiştir. Dolayısıyla öğretmen ve öğretmen adaylarının ölçme aracında verilen özelliklerinin çoğunu güçlü bir şekilde matematikte üstün zeka ve yetenek işareti olarak değerlendirmekte oldukları söylenebilir.

## 2.8. MATEMATİKSEL YETENEĞİN TANILANMASINDA KULLANILABİLECEK ÇEŞİTLİ TESTLER

Bu kısımda alan yazında tanılama çalışmalarında aktif kullanılan ve/veya kullanılma potansiyeli olan çeşitli yetenek, başarı, tutum testlerine yönelik açıklamalara yer verilmiştir.

**Üstün Zekalı Öğrenciler İçin Matematiksel Yetenek Testi (The Test of Mathematical Abilities for Gifted Students, TOMAGS).** Matematik alanında üstün zeka ya da üstün yeteneğe sahip öğrencileri tanılama amacıyla üretilen bir testtir (TOMAGS, 2011). Test, 6-9 yaş grubu ile 9-12 yaş gruplarına bireysel ya da 25 kişilik gruplar halinde 30-60 dakika sürede uygulanabilmektedir. TOMAGS, öğrencilerin matematiksel bilgiyi yeni durumlarda kullanabilmelerini ve kimi zaman da problemi çözebilmek için yeni stratejiler geliştirmelerini gerektirmektedir. Testin üstün zekalı öğrencileri tanılarken matematiksel bilginin uygulanması ve uygulamada yeni strateji geliştirmeye önem verdiği söylenebilir. Bu testin erken yaştan itibaren alana özgü yetenek tanılamasına olanak sağlaması açısından faydalı olduğu düşünülmektedir.

**Erken Matematik Yeteneği Testi–Üçüncü Basım (The Test of Early Mathematics Ability-Third Edition, TEMA–3).** Akranlarından matematiksel düşünme düzeyi olarak ileri ya da geri olan çocukları tanılama, belirgin üstünlük ya da zayıflıkları tespit etme, çocuklara bireysel olarak eğitici uygulama imkanı sunma, matematiksel gelişimi belgeleme ve araştırma aracı olarak hizmet etme amaçlı geliştirilen bir testtir (Ginsburg & Baroody, 2006). Test ilk olarak 1983 yılında norm temelli olarak geliştirilmiş olup daha sonra revize edilmiştir. Önceki versiyonlarına ek olarak TEMA-3 akranlarından matematiksel düşünme açısından belirgin derecede ileri ya da geri olan çocukları belirleme, matematikteki spesifik üstünlük ve zayıflıkları belirleme, aritmetik öğrenimindeki gelişimi kaydetme amaçlı da kullanılabilmektedir. Asıl hedef kitlesi 3 yaş – 8 yaş 11 ay aralığındaki çocuklar olan test daha büyük yaş grupları içerisinde matematik alanında zorluk yaşayan öğrenciler için de diagnostik amaçla kullanılabilmektedir. Bu testin de erken tanılama olanağı sağladığı görülmektedir.

Testin TEMA-2 versiyonu Güven (1997) tarafından Erken Matematik Yeteneği Testi olarak Türkçeye uyarlanarak geçerlik ve güvenirlik çalışmaları 3-8 yaş aralığındaki çocuklarla yapılmıştır (Güven,1997; Güven & Oktay, 1999). TEMA-3'ün 60-72 aylık çocuklar için olan kısmının geçerlik güvenirlik çalışmaları Erdoğan ve Baran (2006) tarafından yapılmıştır.

**Akademik Yetenek Testi (Scholastic Aptitude Test, SAT), EXPLORE Yetenek Araştırmaları Uygulamaları.** Matematiksel yeteneği tanılamaya yönelik öncü çalışmalardan birisine Julian Stanley'in 1972'de başlattığı Matematikte Erken Gelişmiş Gençler (Study of Mathematically Precocious Youth, SMPY) projesi gösterilebilir (Assouline & Lupkowski-Shoplik, 2005). Stanley, kolejlere giriş sınavı olarak kullanılan Akademik Tutum Testi'ni (Scholastic Aptitude Test, SAT) iki tane 8. sınıf öğrencisine uygulaması ve öğrencilerin bu testte gösterdiği yüksek performanstan esinlenerek bu testi düzey üstü (above level) test olarak tarama çalışmalarında kullanılabileceği fikrini ortaya atmıştır. Standardize edilmiş sınıf düzeyindeki testlerde yetenekli öğrencilerin neredeyse tüm soruları cevaplaması onların gerçek yetenek düzeylerinin belirlenmesini önlediği düşüncesinden hareketle, Stanley akademik yeteneği ölçmek için kendi akademik yeteneği ölçme aracını geliştirmek yerine yaşça büyük öğrenciler için hazırlanan SAT testini kullanmayı tercih etmiştir. Brody ve Stanley (2005) SAT'nin olağanüstü muhakeme yeteneğini belirlemede etkili olduğunu ve bazı avantajlara sahip olduğunu ifade etmişlerdir. Araştırmacılar SAT testinin yeterli üst sınır belirleyebildiği için sınıf düzeyindeki testlerde iyi puan alan öğrencileri de ayırabildiğini, ayrıca öğrenci puanlarını ulusal düzey üstü normlarla karşılaştırma olanağı sunabildiğini belirtmişlerdir. 1972'de SAT'inin, 7. ve 8. sınıf öğrencilerine uygulamasıyla yetenek araştırmaları doğduğu söylenebilir (Stanley, 1996). Bu tarihten günümüze birçok araştırmada matematikte üstün zekalı ve yetenekli öğrencilerin ortaokul ve lise düzeyinde tanılanmasında SAT'nin farklı düzeyleri aktif kullanılmıştır ve kullanılmaya devam edilmektedir.

Araştırmacılar ve program düzenleyiciler aynı kavramın 7. sınıflarda iyi işlemesinden yola çıkarak daha genç öğrencilerde de benzer bir yaklaşımın uygulanabileceğini düşünmüşlerdir (Assouline & Lupkowski-Shoplik, 2005). 1990'larda Julian Stanley'in ekibinden bir grup araştırmacı ailelerden gelen talepler doğrultusunda yetenek tanılamada 7. sınıf öncesi için de çalışmalar yapılması gerektiğine karar vermişlerdir. Söz konusu ekip EXPLORE testini üç yıllık bir çalışmanın ürünü olarak Amerikan Kolej Test birimiyle ortaklaşa hazırlamışlardır. EXPLORE iyi geliştirilmiş, standardize ve ulusal olarak norm çalışmaları yapılmış, matematiksel ve sözel muhakeme testidir. 3. sınıf–6. sınıf arası öğrencilere uygulanabilmektedir. EXPLORE matematik testinde yer alan 30 maddeyle, formülleri ezberleme ve hesaplamayı içeren yetenekten çok matematiksel muhakeme ölçülmektedir. Matematik testinde pratik nicel problemler (practical quantitative problems) ve temel becerilerle, uygulama ve analiz içeren üç alan bulunmaktadır.

**Uluslararası Öğrenci Değerlendirme Programı (Programme for International Student Assessment, PISA)**. Uluslararası Öğrenci Değerlendirme Programı 15 yaş düzeyindeki öğrencilerin matematik, dil ve fen bilimlerindeki okuryazarlığını tespit etme amacıyla yapılmaktadır (PISA, 2012). İlk olarak PISA 2003'te öğrencilerin matematik okuryazarlığı yeterlik düzeylerini inceleme amacıyla yapılmış ve çalışmada matematik okuryazarlığı 6 düzeyde incelenmiştir. PISA 2006'da da matematik okuryazarlığı bu 6 düzey çerçevesinde incelenmiştir . Her bir yeterlik düzeyindeki öğrencilerin gerçekleştirebilecekleri matematiksel faaliyetler tanımlanmıştır. Testin içeriğinde dikkate alınan durumlar matematiksel yeteneğin içeriğini belirlemede yararlı olabileceğinden aşağıda kısaca ifade edilmiştir.

İçerik kategorileri: değişim ve ilişkiler (change and relationship), uzay ve şekiller (space and shape), nicelik (quantity) ve olasılıktan oluşmaktadır. Testte dikkate alınan matematiksel süreçler: matematiksel kavram, gerçekler, işlemler ve muhakemeyi işe koşma (employing mathematical concepts, facts, procedure and reasoning); verilen durumları matematiksel ifade etme/formülleştirme (formulating situations mathematically); matematiksel kavramları yorumlama, uygulama ve değerlendirme (interpreting, applying and evaluating mathematical concepts). Testte göz önünde bulundurulan matematiksel yetenekler (mathematical capabilities): iletişim (communication); matematikleştirme (mathematizing); temsil etme (representation); muhakeme ve savunma (reasoning and argument); problemleri çözmek için stratejiler tasarlama (devising strategies for solving problems); sembolik, formal/resmi ve teknik dil ile işlemleri kullanma (using symbolic, formal and technical language and operations); matematiksel araçları kullanma (using mathematical tools) olarak ifade edilmiştir. Testin öğrencilerin matematik okuryazarlığı düzeyini tespiti ile üst düzeyde başarılı olanların matematikte umut vaat eden, matematik yetenek potansiyeli olan öğrencileri tanılayabildiği düşünebilir.

Ancak test lise düzeyindeki yetenek tanılama çalışmaları için fikir verebilecek bir ölçme aracı olarak kullanılabilir. Ayrıca testin doğrudan amacı yetenek tanılamadan ziyade farklı ülkelerdeki öğrencileri matematik programlarından (ortak müfredatlardan) hareketle ülkeler arası karşılaştırmalar içindir. Bunun yanında PISA içeriği temel alınarak farklı sınıf düzeylerindeki matematikte üstün öğrencileri tanılama testlerinin geliştirilebileceği düşünülmektedir.

**Uluslararası Matematik ve Fen Eğilimleri Araştırması (Trends in International Mathematics and Science Study, TIMSS).** Uluslararası Matematik ve Fen Eğilimleri araştırmaları matematik ve fen bilimleri alanlarındaki eğitim ve öğretimi geliştirmek için ülkelerin eğitim sistemleri arasında karşılaştırmalar yaparak veri toplamayı amaçlamaktadır (TIMSS, 2011). Bu amaç doğrultusunda söz konusu araştırma ile öğrencilerin fen ve matematik performansları, eğitim sistemleri, öğretim programları, öğrenci özellikleri, öğretmen ve okulun karakteristikleri hakkında bilgi toplanmaktadır. TIMSS 4. ve 8. sınıflar düzeyinde fen ve matematik alanına yönelik başarı testlerinden oluşmakta olup bu sınıf düzeylerindeki öğrencilerin matematiksel bilgi ve becerileri ölçülmektedir. Testin içerik alanları: sayılar, cebir, geometri, veri ve olasılıktır. Testte yer alan bilişsel alanlar: bilme (knowing), uygulama (applying), muhakemedir (reasoning). Bilişsel alanlardaki kavramlar da alt kategoriler içermektedir. Bilmenin alt kategorileri: hatırlama (recall), tanıma (recognize), geri getirme (retrieve), ölçme (measure), sınıflama/düzenlemedir (classify/order). Uygulamanın alt kategorileri: seçme (select), temsil etme/yansıtma (represent); model oluşturma (model), yerine getirme/uygulama (implement), rutin problemleri çözmedir (solve routine problems). Muhakemenin alt becerileri: analiz etme (analyze), genelleme/özelleştirme (generalize/specialize), entegre etme/sentezleme (integrate/synthesize), gerekçelendirme (justify), rutin olmayan problemleri çözmedir (solve non-routine problems). Bilişsel alanda dikkate alınan kavramlar Bloom taksonomisinin bilişsel alandaki basamaklarını hatırlatmaktadır. TIMSS'in sadece hesaplama becerilerini ölçmeye yönelik olmaması, muhakeme becerilerine yönelik içeriğe de sahip olması yönleriyle tanılama çalışmalarında ek bir test olarak kullanılabileceği düşünülmektedir.

## 2.9. İLGİLİ ARAŞTIRMALAR

Bu kısımda alan yazında matematikte üstün zekalı ve yetenekli öğrencilerin tanılanmasıyla doğrudan ve dolaylı ilişkili olabilecek çalışmalara yer verilmiştir. Matematiksel yeteneği tanılamaya ilişkin çalışmalar dünyada ve Türkiye'de yapılan çalışmalar olarak iki ayrı başlık altında incelenmiştir.

### 2.9.1. Dünyada Matematiksel Yeteneği Tanılamaya Yönelik Yapılan Çalışmalar

Dünya literatüründe geçmişten günümüze matematikte üstün zekalı ve yetenekli öğrencileri tanılamaya ilişkin çeşitli model ve ölçme araçları geliştirme çalışmaları mevcuttur. Sowell, Ziegler, Bergwal ve Cartwright (1990) matematikte üstün zekalı öğrencilerin tanımlanması ve tanılanmalarını konu alan 1970-1980 yıllarını kapsayan araştırmaları inceleyen bir alan yazın taraması yapmışlardır. Çalışma sonunda araştırmacılar birçok araştırmanın testlerde iyi puan alan erken gelişmiş öğrencileri merkeze aldıkları, matematik potansiyeli olan öğrencileri göz ardı ettiğini ifade etmişlerdir. Bu alan yazın çalışması dışında özellikle 1980'lerden sonra matematikte üstün zekalı ve yetenekli öğrencilerin tanılanmasına yönelik dünyada yapılan çeşitli araştırma bulgu ve sonuçları izleyen paragraflarda tartışılmıştır.

Al-Hroub (2011)' de yaptığı çalışmada matematikte üstün zekalı ve yetenekli olmanın yanında öğrenme güçlüğü olan çocukları belirlemeyi odak alan bir çalışma yapmıştır. Çalışmanın bir diğer amacının öğretmen ve eğitimcilere üstün zekalı ve öğrenme güçlüğü olan iki kere ayrıcalıklı çocuklar olarak adlandırılan bu grupla ilgili iç görülerini genişletme olarak belirlenmiştir. Çoklu bir vaka çalışması yaklaşımı da kullanılarak 5 vaka üzerinden matematikte üstün zekalı ve öğrenme güçlüğü profilleri çıkarılmıştır.

Al-Hroub (2011) araştırmasında çoklu değerlendirme araçları kullanmıştır. Bu araçların formal ve informal olarak uygulanması yaklaşık 10-15 saatlik 6-8 oturumda gerçekleşmiştir. Formal ve informal değerlendirme araçları: belgeye dayalı kanıtlar (documentary evidence) (çocuk hakkında bilgi veren ailedeki, medikal, okuldaki vb. tüm kayıtlardan elde edilen kanıtlar), öğretmen ve aile görüşmeleri, Wechsler Çocuklar İçin Zeka Ölçeği (WISC-III UK), Disleksi Tarama Testi (Dyslexia Screening Test-DST, Neale'nin okuma yeteneği analizi, matematik testlerini içeren dinamik değerlendirme. Araştırma bulguları izleyen şekilde özetlenmiştir: Her bir vaka için geliştirilen vaka hikayeleri ve değerlendirme profilleri eğitsel, ailesel, medikal, psikolojik arka planın tüm resmini sunmuştur; çok boyutlu değerlendirme iki kere ayrıcalıklı çocuklar için daha doğru ve duyarlı bir değerlendirme sağlamaktadır; belirgin bir bilişsel örüntü (a distinctive cognitive pattern) ve sözel-performans farklılıkları (sözel ve performans IQ puanlarındaki) katılımcıları belirlemede iyi işaretler sunmuştur. Al-Hroub'un sonuçlarında da görüldüğü gibi özellikle iki kere ayrıcalıklı çocukların tanılanma ve değerlendirme sürecinin çoklu kriter ve araç kullanımıyla yapılmasının daha güvenilir ve geçerli sonuçlar sağlayacağı düşünülmektedir. Ancak bu tür tanılama ve değerlendirme çalışmalarında birden fazla kişinin görev alması, birden fazla sayıda farklı ölçme araçlarının kullanılması durumlarının sürecin uzun sürmesine yol açtığı dolaysıyla ekonomik olmadığı düşünülebilir. Al-Hroub'un çalışmasında genel zeka ve alana özgü yetenek arasındaki ilişki net açıklanmamıştır. Genel zeka ve alana özgü yetenekler bir arada değerlendirmiştir. Alana özgü yetenekler için spesifik alt beceriler belirtilmemiştir.

Alan yazındaki bir diğer çalışmada Lupkowki-Shoplik ve Assouline (1993), SAT'nin ortaokul versiyonunun ilköğretim düzeyindeki öğrencilerin matematik yeteneğini tahmin etmede düzey üstü bir test olarak kullanılıp kullanılmayacağını araştırmışlardır. Çalışmaya 212 öğrenci Iowa, 308 öğrenci Teksas eyaletinden olmak üzere toplamda 520 öğrenci katılmıştır. Öğrenciler Iowa'dakiler, Iowa Temel Beceriler Testi'nin (Iowa test of Basic Skills) matematik alt kümesinden 95. persentil ve üzerinde olma kriterini karşılamaları, Teksas'dakilerin de Iowa Temel Beceriler Testi, California Başarı Testi (California Achievement Test), Metropolitan Başarı Testleri (Metropolitan Achievement Tests) gibi bir testten 90. persentil ve üzerinde puan alması koşulu uygulanmıştır. Persentil, puanlara karşılık noktaların yer aldığı bir sayı doğrusu üzerinde olan ve referans grubun elde ettiği puanları bu noktadan (persentilden) altta ve üstte olan puanlar şeklinde ikiye bölen bir noktadır (Tu, 2007). Araştırmadaki 308 öğrenci 3. sınıf, 112 öğrenci 4. sınıf ve 101 öğrenci 5. sınıftır. Araştırma örneklemine seçilen öğrencilerden 5 ile 7. sınıf aralığı için eğitsel test servisi tarafından geliştirilen düşük düzeydeki Ortaokul Kabul Testi'nin (Lower Level of Secondary School Admission Test, SSAT-L) nicel (quantitative), okuduğunu anlama (reading comprehension) ve sözel kısımları uygulanmıştır.

Ortaokul Kabul Testi'nin (SSAT) bir de 8. sınıf ve üstündekiler için olan üst düzey (upper level) formu bulunmaktadır. Araştırma sonuçlarında bu testin ilkokuldaki yetenekli öğrencileri etkili bir biçimde ayırdığı sonucuna ulaşılmıştır. Bu çalışmada matematik alanında üstün zekalı ve yetenekli öğrenciler, hem sınıf seviyesinde bir başarı testinde en üst dilimlerde olma koşulunu hem de düzey üstü testten belli bir puan alma koşuluna uygun olarak belirlenmiştir. Dolayısıyla bu öğrencilerin matematikte erken gelişmişlik ilkesi ile belirlendiği söylenebilir.

Benzer bir çalışmada Mills ve Barnett (1992), ilkokul 5. (n=76) ve 6. sınıf (n=131) düzeyinde çocukların olağanüstü sözel ve nicel yeteneklerini tanılamada Ortaokul Kabul Testi'nin (alt ve üst düzey formlarının) uygunluğunu iki pilot çalışma ile incelemiştir. İlk çalışmada düzey üstü Okul ve Kolej Yetenek Testi'nde (School and College Ability, SCAT-Series III) 70. persentil üstü skor alan 5. sınıflar (10. sınıflarla karşılaştırılmışlardır) ve 6. sınıflar dahil edilmiş (11. sınıflarla karşılaştırılmıştır). Çalışmadaki 5. sınıflar için alt düzey, 6. sınıflar için üst düzey Ortaokul Kabul Testi uygulanmıştır. Çalışmada 5. sınıfların test ortalamaları 7. sınıfların ortalamalarından yüksek çıkmıştır. Bu durum oldukça yetenekli, seçilmiş öğrenciler için düşük düzey SSAT'nin biraz kolay olduğu izlenimini doğurmuştur. Bu örneklemdeki öğrenciler düzey üstü bir muhakeme testinde üst dilimlerde yer alan öğrenciler olmasından dolayı da böyle bir durumla karşılaşılmış olabileceği ifade edilmiştir. Çalışmadaki 6. sınıf öğrencileri de 8., 9., 10. sınıflarla karşılaştırılmışlardır. 6. sınıfların ortalama puanları 8. ve 9. sınıflardan anlamlı olarak daha yüksek çıkmış, 10. sınıflarla ise eşit çıkmıştır. SSAT üzerinden bir programa kabulde yeterli yüksek tavan bulma ve uygun kesme düzeyini belirleme için ikinci bir pilot çalışma yapılmıştır.

Mills ve Barnett (1992), ikinci pilot çalışmaya bir standart başarı testinde 97. persentil ve üzerinde olan öğrencilerin katıldığını belirtmiştir (48 tane 5. sınıf, 50 tane 6. sınıf). Bu çalışmada tüm öğrencilere üst düzey SSAT uygulanmıştır. Çalışma bulgularından 5. ve 6. sınıfların puanları 8., 9. ve 10. sınıfların ortalama puanlarıyla karşılaştırılmıştır. Karşılaştırma sonucunda 5. sınıfların ortalama puanları 8., 9., ve 10. sınıfların ortalamasından anlamlı olarak düşük bulunmuştur. 6. sınıfların puanları da 9. ve 10. sınıf puanlarından anlamlı olarak düşük bulunmuştur. Bu çalışma sonunda da 5. sınıflar için kesme düzeyi olarak, tavan etkisi de göstermediği için 8. sınıfların puanlarının; 6. sınıflar için 9. sınıfların ortalama puanlarının alınabileceği ifade edilmiştir. Testin kesme puanı (cut off ) 8. ve 9. sınıflar kabul edilmiş ve testin tavan etkisi görülmemiştir. Dolasıya bu çalışma bulgu ve sonuçlarına göre ve 6. sınıf düzeyindeki öğrenciler arasından matematikte erken gelişmişleri belirlemede üst düzey SSAT'inin işlevsel kullanabileceğine yönelik kanıtlar sunduğu ifade edilebilir.

Amerika dışında başka bir ülkede matematikte erken gelişmiş öğrencileri tanılamada SAT'nin o ülke için uyarlanmış formunun kullanılıp kullanılmayacağına ilişkin Kissane (1986)'nın bir çalışması bulunmaktadır. Araştırmada Üniversiteye Giriş Akademik Yetenek Testi'nin (College Board's Scholastic Aptitude Test, SAT) Avustralya versiyonunun 11. sınıflara uygulanan formunu ortaokul son sınıftaki (8. sınıf) matematiksel yetenekli öğrencileri seçmede kullanılıp kullanılamayacağı incelemiştir. Öğretmenleri tarafından yetenekli olarak aday gösterilen 98 tane 8. sınıf öğrencisinin puanlarını, ülkedeki 11. sınıfa devam eden matematikte yetenekli öğrencilerin puanlarıyla karşılaştırmıştır. Ayrıca 8. sınıf öğrencilerinin puanlarını testi Amerika'da almış olan lise son sınıf ve sondan bir önceki sınıf öğrencilerinin 1980 yılında aldıkları puanlarla karşılaştırmıştır. Bazı genç öğrencilerin yaşça daha büyük olan matematikte yetenekli çocuklarla karşılaştırılabilir puanlar elde ettikleri tespit edilmiştir. Ancak test 8. sınıflar için düzey üstü olduğu için diğer karşılaştırma gruplarının ortalama puanları 8. sınıfların puanlarından daha yüksek olduğu görülmüştür. Testin tavan etkisi olmadığı bulgusuna ulaşılmıştır. Çalışmada SAT'nin Avustralya da yetenekli öğrenci seçmek için kullanışlı olabileceği ancak bunu odak noktasına koyan başka araştırmaların da yapılması gerektiği belirtilmiştir.

Lupkowki-Shoplik ve Assouline (1993)'ten 3., 4. ve 5. sınıflar için; Mills ve Barnett (1992)'den 5. ve 6. sınıflar için; Kissane (1986)'dan 8. sınıflar için düzey üstü test olarak tanılama amaçlı kullanılan SAT testinin matematik versiyonun tavan etkisi olmadan kullanılabileceğine yönelik bulgular elde edilmiştir. Söz konusu üç araştırmada da belirlenen öğrenciler J. Stanley tarafından iddia edilen muhakeme yeteneği yüksek olan ve yaşıtlarından daha üst düzeyde olan erken gelişmiş öğrenciler tanımına uygun olduğu söylenebilir.

Alan yazındaki bazı çalışmalarda araştırmacılar bir tanılama modeli geliştirerek modelin geçerliğini test etmişlerdir. Örneğin, Livne (2001), Livne ve Milgram (2006) matematikte üstün zekalı ve yeteneklileri tanılamada kullanılabilecek bir model geliştirerek bu modelin geçerliğini yapısal eşitlik modellemesi kullanarak lise öğrencilerinden topladıkları verilerle test etmişlerdir. Modelin yapısında akademik ve yaratıcı olmak üzere iki yetenek türü (genel ve özel) ve yetenek düzeyleri bulunmaktadır. Modelde öne sürülen iki genel yetenek türünden genel zihinsel yetenek (general intellectual ability) soyut düşünme yeteneği ile problemleri mantıksal ve sistematik çözme yeteneklerine karşılık gelmektedir. Genel orijinal veya yaratıcı düşünme (original or creative thinking); problem çözme sürecinde yüksek kaliteli, birkaç yaratıcı çözümle sonuçlanan geniş sayıda fikir ve çözüm üretme yeteneğine karşılık gelmektedir. İşlevsel olarak bu yetenek fikirsel akıcılık (ideational fluency) terimiyle tanımlanmaktadır. Matematikte alana özgü akademik yetenekle (domain specific academic ability in mathematics) genel zekanın matematiğe uygulanması durumuna işaret edilmektedir. Matematikte standart-mantıksal düşünmeyi yansıtmaktadır ve hesaba dayalı yetenekle, matematiksel kavramlar, ilkeler bilgisi ve muhakemeyle gösterilmektedir. Bu yetenek okul başarısıyla ve geliştirilen akademik indeks ölçme aracıyla ölçülmüştür. Matematikte alana özgü yaratıcı yetenek (domain specific creative ability) genel, standart olmayan yaratıcı düşünme yeteneğinin matematiğe uygulanması olarak kabul edilmektedir.

Livne (2001)'de alana özgü akademik yetenek ve yaratıcı yeteneğin ölçümü için iki araç geliştirmiştir. Bunlardan birincisi Akademik ve Yaratıcı Yetenek Çoklu Ölçeği (Multiscale academic and creative abilities in mathematics) olup bu ölçek matematik alanındaki akademik ve yaratıcı yetenekleri dört düzeyde ölçmektedir. Ölçek 16 maddeden oluşmaktadır. Ölçekteki sorulardan 8 tanesi akademik alan için, kalan 8 tanesi de yaratıcı yeteneği ölçmeye yönelik açık uçlu sorulardır. Akademik yetenekle ilgili her bir madde standart mantıksal düşünmeyi gerektirmekte ve her madde bir doğru cevaba ulaşmak için bir çözüm yoluna sahip şeklinde operasyonel olarak tanımlandığı belirtilmiştir. Yaratıcı yetenek için geliştirilen her madde birden çok çözüm yolu ve/veya çözüme sahiptir. Ölçek 0-7 aralığında puanlanmaktadır. Livne (2001)'de geliştirilen diğer ölçme aracı Tel Aviv Aktiviteleri ve Başarı Envanteri (Tel Aviv Activities and Accomplishments Inventory, TAAI:M) ile de matematikte alana özgü yaratıcılığı ölçme hedeflenmiştir. Araç akademik olmayan yetenek aktiviteleri ve öğrencinin matematik başarısıyla ilgili biyografik bir öz rapor anketidir. Araştırmacılar öne sürdükleri bu modelin geçerliğini 10. ve 11. sınıfta öğrenim gören, tabakalı örnekleme yoluyla seçilen 1090 öğrencinin katıldığı bir çalışmayla incelemişlerdir. Araştırmada altı tane ölçme aracı kullanılmıştır: Okul matematik başarı notu, Matematikte Çoklu Akademik ve Yaratıcı Yetenekler Ölçeği (Multiscale Academic and Creative Abilities in Mathematics, MACAM), Tel Aviv Aktiviteleri ve Başarı Envanteri: Matematik (Tel Aviv Activities and Accomplishments Inventory: Mathematic, TAAI: M), Tel Aviv Yaratıcılık Testi (Tel Aviv Creativity Test), Soyut Sözel Düşünme Testi (Abstract Verbal Thinking Test), Raven İlerleyen Matrisler Testi (Raven Advanced Progressive Matrices).

Yapısal eşitlik modellemesi üzerinden yetenekler ve düzeyler boyutlarının geçerliği eş zamanlı olarak araştırılmıştır (Livne, 2001; Livne & Milgram, 2006). Matematiksel yeteneğin akademik ve yaratıcı olarak her birinin dört hiyerarşik düzeyi olduğunu öne süren modelin geçerliğiyle ilgili destekleyici kanıtlar elde edilmiştir. IQ skorlarının (genel akademik yeteneği temsil eden) matematiğe özgü akademik yeteneği tahmin ettiği ancak matematiğe özgü yaratıcı yeteneği tahmin etmediği bulgusuna ulaşılmıştır. Bunun yanında genel yaratıcı düşünmenin de matematikte yaratıcı düşünmeyi tahmin ettiği ancak akademik yeteneği tahmin etmediği bulgusuna da ulaşılmıştır. Öne sürülen modele göre yapılacak tanılama çalışmalarının çok fazla ölçme aracı kullanımından kaynaklı olarak maliyetli ve tüm ölçme araçlarının uygulanmasının uzun zaman almasından dolayı zahmetli olacağı düşünülebilir. Bunun yanında modele uygun yapılacak tanılama çalışmalarının özellikle küçük yaş grubundaki çocuklarda daha zor yürütüleceği düşünülmektedir. Ancak modelin genel zeka ve alana özgü zekayı birlikte ele alması yönüyle genel zeka, alana özgü zeka ile yetenek gelişiminin incelenmesi çalışmalarına izin vermesi yönüyle önemli olduğu söylenebilir.

Alan yazındaki bir diğer model geliştirme çalışması olan Pitta-Pantazi, Christou, Kontoyianni ve Kattou’nun (2011) çalışmalarında matematiksel üstün zekalılığın yapısı ve bileşenleri arasındaki ilişkileri inceleme ile bu bileşenlere göre ayrılan öğrenci gruplarını belirleme/tanılama amaçlanmıştır. Araştırmacılar önerilen modelin doğal/bilişsel, yaratıcı ve matematiksel yetenekleri entegre etmesi yönüyle yeni bir model olduğunu ayrıca matematiksel üstün zekalılığın yeni bir kavramsallaştırılmasına da liderlik ettiğini ifade etmişlerdir. Önerilen modele göre doğal/bilişsel yetenekler matematiksel üstün zekalılığı tahmin ederken, matematiksel yaratıcılık ve matematiksel yetenek de matematiksel üstün zekalılığı oluşturmaktadır.

Pitta-Pantazi vd. (2011) modellerini test etmek için 239 ilkokul öğrencisine dört farklı ölçme aracı uygulamışlardır. Ölçme araçlarından ikisi araştırmada geliştirilmiştir. Matematiksel yeteneği ölçmek için geliştirilen ölçme aracında üç düzeyden oluşan deneyimsel yapısalcılık teorisinin (experiential structuralism theory) Özelleşmiş Kapasite Sistemleri'nde yer alan beş yetenek türü dikkate alınmıştır (Demetriou, Christou, Spanoudis, & Platsidou, 2002'den akt. Pitta-Pantazi vd., 2011). Bu yetenek türleri kişilerin bilgiyi temsil etme, zihinsel olarak manipüle etme ve anlamasını temsil etmesi için kullanılmıştır. Önerilen modelde ve geliştirilen ölçme aracında matematiksel yetenekler Özelleşmiş Kapasite Sistemleri düzeyinde açıklanan beş ayrı yetenek olarak analiz edilmiştir. Araştırmacılar bunu matematikte üstün zekalı öğrencilerin sahip olduğu farklı tiplerdeki yetenekleri yansıtmak ve özelleştirmek için kullandıklarını belirtmişlerdir. Ölçme aracında yer alan bu yetenekler ve içerikleriyle ilgili izleyen açıklamalara yer verilmiştir: uzaysal görevler alana bağlı problemler, kağıt katlama, perspektif ve uzaysal rotasyon problemlerini içermektedir; sözel görevler tümevarımsal ve tümdengelimsel muhakeme problemlerinden oluşmaktadır ve beş cevaptan birini seçmeyi gerektirmektedir; nicel görevler benzerlik ve farklılık ilişkilerinin temsili ve uygulamasına odaklanmıştır; niteliksel görevler de neden-sonuç ilişkilerini içermektedir. Sözel yetenekler dokuz madde ile diğer yetenekler de beşer madde ile ölçülmüştür. Testte toplam 29 madde yer almıştır.

Pitta-Pantazi vd. (2011)'de geliştirilen bir diğer araç olan yaratıcılık ölçme aracı çoklu çözüm gerektiren beş matematiksel görev içermiştir. Bu matematiksel görevlerden elde edilen çözümlerin akıcılık, esneklik ve orijinallik kriterlerine göre değerlendirildiği ifade edilmiştir. Verilerin analizi sonucunda modelin yapısı doğrulanmıştır ve sonuçlar, matematiksel üstün zekalılığa matematiksel yeteneklerin, matematiksel yaratıcılıktan daha çok katkı yaptığına işaret etmiştir (Pitta-Pantazi, vd., 2011). Ayrıca doğal/bilişsel yetenekler (akıcı zeka ve çalışan bellek) matematiksel üstün zekalılığı tahmin etmiştir. Pitta-Pantazi vd.'nin önerdiği tanılama modeli alana özgü üstün zekalılık için matematiksel yetenekler ve matematiksel yaratıcılık bileşenleri içermesi yönüyle Livne ve Milgram(2006)'da önerilmiş olan modelin alana özgü yaratıcı yetenekler kısmıyla benzerlik göstermektedir. Pitta-Pantazi vd. doğal bilişsel matematiksel yeteneklerin yapısını Özelleşmiş Kapasite Sistemleri temel alınarak belirlenen 5 alt yetenek ile daha da spesifikleştirmişlerdir.

Ancak araştırmada test içeriğinde bu yapıların kullanımıyla ilgili verilen bilgilerde bu beş yapının birbirinden ayrılan noktaları veya örtüşen noktaları yeterince açık belirtilmemiştir. Çalışmadaki örnek sorular incelendiğinde 5 ayrı yetenek şeklinde bir ayrım olmadığı düşünülmüştür. Ayrıca modelde kullanılan matematiksel yetenekler ve yaratıcılık ölçme araçlarının geçerlik ve güvenirlik bilgilerine yer verilmemiştir. Bu durum ölçme araçlarının etkililiği konusunda yorum yapmayı engellediği söylenebilir.

Alan yazında matematiksel yeteneği tanılamada bilişsel bir model geliştirme ve model temel alınarak geliştirilen ölçme aracı üzerinden modelin geçerliğini inceleme çalışmalarına da rastlanmıştır. Sak (2005, 2009) matematikte üstün zekalı ve yetenekli öğrencileri tanılamada geliştirdiği Üçlü Matematiksel Zihin Modeli'ni ($M^3$: The Three Mathematical Minds Model) temel almıştır. Üçlü Matematiksel Zihin Modeli'nde yer alan matematiksel zihinler: bilgi uzmanı (knowledge expert), yaratıcı (creative) ve analitik (analytic) olarak belirlenmiştir (Sak, 2005; 2009). Bu boyutlardan bilgi uzmanı, hafıza ve hatırlamayı kullanıp rutin çalışmalarda bulunarak rutin problem çözme (routine problem solving) ürününe ulaşırlar. Yaratıcı zihin, sezgi ve tümevarımı kullanarak yenilik gerektiren çalışmalarla üretimde (production) bulunurlar. Analitikler de mantık ve tümdengelimi kullanıp ispatlama gerektiren görevlerle/çalışmalarla yeniden üretimde (reproduction) bulunurlar. Matematiksel zihinler, birçok yönden farklı olmalarına rağmen üçünün de altında temel bilgi ve becerilerin bulunduğu ifade edilmiştir.

Sak (2005), modelin geçerliğini test etmek ve tanılamada kullanılmak üzere modele dayalı bir test geliştirmiştir. Araştırmanın çalışma grubunu 6., 7. ve 8. sınıf öğrencileri oluşturmuştur Araştırma sonunda modelin geçerliğine yönelik kısmen kanıtlar bulunmuştur. $M^3$ modeline göre geliştirilen $M^3$ testinin güvenilirliği .73 olarak hesaplanmıştır. Açıklayıcı faktör analizi sonuçlarında bulunan üç ayrı faktörün toplam varyansın %55'ini açıkladığı ancak tek faktör çözümünün verilere daha uygun olduğu bulunmuştur. Benzerlik geçerliği analizlerinde öğretmenlerin öğrenci yeteneğini puanlamasıyla, öğrencilerin kendi yetenek düzeylerini puanlamaları ve matematiği sevme düzeyleri arasında ortadan (medium) yüksek-orta (high medium) düzeyinde korelasyonlar elde edilmiştir. Bulguların $M^3$ test puanlarının geçerliğine ilişkin kısmen kanıtlar sağladığı ifade edilmiştir. Bu model yukarıdaki paragraflarda sözü edilen modellere benzer olarak akademik ve yaratıcı matematik yetenek bileşenleri içermekle birlikte üçüncü ayrı bir yetenek olarak bilgi uzmanını eklemiştir. Ancak modelin test edilmesinde her ne kadar üç faktör bulunmuş olsa da bu üç matematik zihni ölçmek için tasarlanan bazı alt testlerin faktör analizinde teorik yapıda öne sürülen yapılar altında toplanmadıkları tespit edilmiştir. Faktör analizi sonucunda bilgi-muhakeme olarak adlandırılan bir boyut oluşmuştur (Sak, 2009). Araştırmacı yaratıcı ve analitik yeteneklerin ölçümü için yeni alt testlerin geliştirilmesi ihtiyacı olduğunu belirtmiştir. Ayrıca çalışmanın bir diğer sınırlılığı olarak faktör analizinin alt test düzeyinde yapılmış olması gösterilmiştir. Araştırmada geliştirilen bilişsel modelin bir test üzerinden araştırma imkanı sağlaması yönüyle ekonomik ve işlevsel olduğu söylenebilir.

Pavlekoviç, Bensic ve Zekic-Susac (2010) öğrencilerin matematiksel armağanlarının (mathematical gift) önemli özelliklerini çıkarmak için bir araştırma yapmışlardır. Araştırmada nöral ağ (neural network) ve lojistik regresyon modelleri kullanılarak ilkokul düzeyinde, öğretmenlerin matematikte üstün zekalı çocukları erken yaşlarda belirlemelerinde yardımcı olacak bir model geliştirme hedeflenmiştir. Başlangıç modelinde matematikte üstün zekalılık üzerine herüstik bilgi ve teorik arka plan yaratılmıştır. Bu model beş bileşen içermektedir: (1) matematiksel yeterlilikler (mathematical competencies), (2) armağanın bilişsel bileşenleri, (3) armağanın gelişimine katkı sağlayan kişisel bileşenler, (4) çevresel faktörler, (5) aktif öğrenme ve alıştırma metotlarının etkililiği, not ortalaması (grades), ilkokulun dördüncü yılındaki okul dışı aktiviteler. Matematikte üstün zekalıları belirlemek için önemli olan değişkenleri ortaya çıkarmak için üç nöral ağ sınıflandırması test edilmiştir. Ardından bu model lojistik regresyon analiziyle incelenmiştir. Her iki metodun da ortaya çıkardığı, belirlediği bileşenler tahminleyiciler karşılaştırılıp analiz edilmiştir. Sonuçlar her iki metodun da benzer değişkenler kümesini çıkardıkları bunlar arasında en önemlilerinin matematik karne notu, sayılar, hesaplamayla ilgili matematiksel yeterlilikler, bunun yanında edebiyat notu ve çevresel faktörlerin de en önemli değişkenler olarak ortaya çıktığı bulunmuştur. Bu çalışmada matematiksel yetenekle ilişkili olabilecek birden çok değişken bir araya getirilerek bunlarına matematiksel yetenek üzerindeki önem derecelerinin araştırıldığı söylenebilir. Çalışmada araştırmacıların doğrudan temel aldığı bir matematikte üstünlük tanımına rastlanmamıştır. Araştırmacılar mevcut değişkenler üzerinden matematiksel yeteneği açıklamada en önemlileri belirlenmeye çalışmıştır, yeni bir ölçme aracı geliştirme çabaları olmamıştır.

Niederer, Irwin, Irwin ve Reilly (2003), çalışmasında Yeni Zellanda da matematikte üstün zekalı ve yeteneklileri belirlemede popüler olarak kullanılan çoktan seçmeli İlerleyen Başarı Testi (Progressive Achievement Test, PAT) ile problem çözme testinin 67 öğrenci üzerinden performanslarını karşılaştıran bir çalışma yapmıştır. PAT testinin matematikte üstün zekalı çocukları tanılamadaki doğruluğu %78 olarak bulunmuştur. Roc analizleri sonuçlarına dayanarak araştırmacılar bu değerin birçok öğrenciyi göz ardı ettiği dolayısıyla bu testin tanılamada kullanılmasını önermediklerini belirtmişlerdir. Niederer vd. (2003), matematiksel üstün zekalılığın karakteristiği olarak zor matematiksel problemleri açık ve zarif bir yolla çözme yeteneğini kabul ettiklerini belirtmişlerdir. Araştırmacılar üstün zekalı ve yetenekli çocukların tanılanmasında bu test yerine geliştirdikleri problem çözme testinin kullanılmasını önermişlerdir. Araştırmacılar alan uzmanlarının matematik ve üstün zekalılık üzerine olan fikirleri üzerinden şekillenen bir test geliştirdiklerini belirtmişlerdir. Geliştirilen zor problem çözme testinde toplam puanın %50'sine eşit ve daha yüksek oranda puan alanlar, matematikte üstün zekalı olarak sınıflandırılmıştır. Araştırmacılar tanımlarının belirli bir yüzdelik dilim bazında özel bir yüzdedeki öğrencileri belirlemeyi niyet etmediğini vurgulamışlardır. Niederer vd.'nin (2003) tanımı matematiksel üstün zekalı (mathematically gifted) olarak sınıflandırılan 10 yaş çocuğu için yeterli uzmanlık başarısının ne olduğuna dayalı rasyonel bir yargıyı temel almıştır. Farklı problem kümeleri veya farklı yaş grupları için matematiksel üstün zekalı olarak sınıflandırmada dikkate alınan yeterli uzmanlık başarı sınırının değişebileceğini ifade etmişlerdir.

Niederer vd. (2003)'ün geliştirdikleri testte toplam altı problem bulunmaktadır. Kişiler her bir maddeden 0-7 aralığında bir puan alabilmektedir. Testten toplamda alınan puanlar 0-42 aralığında değişmektedir. Testten 21 puan ve üstü puan alan öğrenciler matematikte üstün zekalı olarak kabul edilmiştir. Testin toplam puanının %50'si ve üstünde puan alma kriteri zor problemleri ele almadaki uzmanlığın bir derecesini yansıttığı kabul edilmiştir. Niederer ve ekibi testlerinde alan bilgisindeki uzmanlığa dikkat çekmektedirler. Ayrıca test belli bir yüzdeyi değil belli bir başarı puanına ulaşmayı ölçüt almaktadır. Bu yönüyle öğrencilerin alan bilgisi uzmanlığı göstermesini beklemektedir. Niederer vd. (2003), bir üstün zekalı tanımı temel alarak tanımı yansıtan bir test üzerinden tanılama yapmayı hedeflemişlerdir. Geliştirilen test açık uçlu sorulardan oluşmakta olup öğrencilerin problem çözme adımlarının niteliği hakkında bilgi vermeyi de sağlamaktadır. Bu durum öğrencinin güçlü ve zayıf yönlerini tespit etmede avantaj sağlayabilir.

Paek, Holland ve Suppes (1999), matematikte üstün yeteneklilerin okuldaki sınıf düzeyinde gördüğü matematik müfredat içeriğinden bağımsız tanılanabileceğini savunarak yaşa uygun ancak zorlayıcı bir test geliştirmişlerdir. İlkokul öğrencilerinde yüksek matematiksel yetenekli öğrencileri hedefleyen Üstün Zekalı Öğrenciler İçin Stanford Eğitim Programı Matematiksel Tutum Testi'nin (Stanford Education Program for Gifted Youth Mathematical Aptitude Test) gelişimi ve başlangıç analizlerini içeren bir çalışma yapmışlardır. Test 9-11 yaş aralığındaki 248 öğrenciye uygulanmıştır. Araştırmacılar çoğu standart testlerin genel popülasyon için matematiksel yetkinliği (mathematical proficiency) ölçtüğünü ve mevcut testlerde en az üç problem olduğunu belirtmişlerdir: (1) Standart başarı testleri üstün zekalı öğrenciler için yüksek puanların bir kümesine bel bağlamaktadır, (2) zeka testleri sadece sözlü olarak temel aritmetik becerilerini değerlendirmektedir, (3) büyük çocuklar için dizayn edilen/tasarlanan testler onların yeteneklerini değil matematiğe maruz kalmasını ölçmektedir (Paek, Holland & Suppes, 1999). SEMAT'ta 32 madde bulunmaktadır. Aritmetik (12 madde), geometri (11 madde), mantık (9 madde) olmak üzere üç genel kategoride sorular içermektedir. Her madde tek bir kategoriye aittir. Aritmetik maddeleri seriler, olasılık ve sözel problemlerden oluşmuştur. Geometri maddeleri geometrik şekiller ve uzamsal dönme/rotasyon problemleri içermektedir. Mantık problemleri sözel olarak yazılmış tümdengelimsel mantık problemlerinden oluşmaktadır. SEMAT bireysel uygulanan bir test değildir, öğrencilerin matematik/ ilişkili problemleri çözme becerilerini değerlendirme için tasarlanmıştır.

Paek vd. (1999)'da belirttiği üzere programın matematik eğitimcileri SEMAT'ın kapsam geçerliği için test maddelerinin güçlük düzeyi, yaşa uygunluklarını değerlendirmişlerdir. Testteki maddelerin algoritmik olmayan, müfredat dışı özel doğasını da değerlendirip onaylamışlardır. Testin güvenilirliği KR-20 değeri .79 olarak bulunmuştur. Testin diğer standart test skorları ve SEMAT skorlarından elde edilen persentilleri arasındaki ilişki güçlü bulunmamıştır.

Araştırma örneklemine dayalı olarak testin matematik müfredatındaki öğrenci gelişimini tahmin etmede iyi olduğu bulunmuştur. Ayrıca testin üstün zekalı öğrencileri ayırdığı ve tavan etkisinin olmadığı görülmüştür. SEMAT testinin tanılamada belli bir yaş aralığını dikkate alarak o yaş aralığının düzeyinde ancak zorlayıcı sorularla tanılama çalışmasında bulunduğu saptanmıştır.

Kim, Choi ve Ahn (2003) matematikte üstün zekalı ve yeteneklileri tanılamak için Matematiksel Yaratıcı Problem Çözme Yetenek Testi (Mathematical Creative Problem Solving Ability Test, MCPSAT) geliştirmişlerdir. Önce yaratıcı problem çözme yeteneği kavramsallaştırılarak bunu ölçecek maddelerin geliştirilmesi süreci ardından yetenek testi yapılandırılarak standardize edilmiştir. İstatistiksel analizler sonucunda MCPSAT'ın matematikte üstün zekalı ve yeteneklileri tanılamada güvenilir ve geçerli bir test olduğuna karar verilmiştir. Testin katılımcıları her sınıf düzeyinde %15-%20'lik dilimlerde olan 2. sınıftan 11. sınıf aralığındaki öğrencilerden oluşmaktadır.

Geliştirilen test Bölüm I ve Bölüm II olmak üzere iki kısımdan oluşmaktadır. Testin ilk kısmı yaratıcılığı, ikinci kısmı da matematiksel düşünmeyi ölçmektedir. Birinci kısımdaki sorular açık uçlu ve çeşitli sayıda cevaplar içermektedir. İkinci kısımdaki sorular kapalı uçlu olup tek doğru cevabı olan sorulardır. Her bir kısım dört farklı güçlük düzeyindedir (sınıf 2-3 için, sınıf 4-6 için, sınıf 7-9 için, sınıf 10-11 için). Her bir düzey A ve B şeklinde iki paralel test içermektedir. Bölüm I: Matematiksel Yaratıcılık Testi. Bu kısım verilen bir matematik problemine çeşitli sonuçlar/çözümler üretmeyi temel almaktadır. Akılcılık, esneklik ve orijinallik değerlendirilmektedir. Bölüm II: Matematiksel düşünme testi olarak adlandırılmıştır. Araştırmacıların geliştirdikleri testin matematiksel yetenek boyutunda: sezgisel iç görü, bilgi organizasyonu, uzay algısı ve görselleştirme; soyutlama, muhakeme, tümevarımsal ve tümdengelimsel düşünme, genelleme ve yansıtıcı düşünme kategorilerinde alt yetenek türleri bulunmaktadır. Bu alt yeteneklerin temsil edildiği içerik alanları belirlenmiştir, ancak testte tüm alt yeteneklerin kategori ve içerikleri teste yansıtılmamıştır. Kim vd. (2003), geliştirilen testin incelenen psikometrik özelliklerinde ikinci kısmın zorluk düzeyinin daha fazla olduğunu bulmuştur. 2-3. sınıflar; 4-6. sınıflar; 7-9. sınıflar; 10-11. sınıflar şeklinde farklı sınıf düzeyleri için hesaplanan Bölüm I ve Bölüm II arası korelasyon katsayıları en düşük .44 iken en yüksek .60 olarak bulunmuştur. Elde edilen bu bulgular doğrultusunda "testin iki bölümünün de bir parça ayrı yapılar olduğu" yorumu yapılmıştır. Olimpiyata katılan öğrencilerin puanlarının en yükseklerde olacağı varsayımı ile lise düzeyinde hem olimpiyata hem de bu sınava katılan öğrencilerden bronz madalya alan iki tanesinin diğer popülasyona göre puanları incelenmiş ve bu öğrencilerin puanlarının popülasyonun %99'undan yüksek olduğu bulunmuştur. Güvenirlik için hesaplanan iç tutarlılık katsayıları (Cronbach alfa değerleri) farklı sınıf düzeyleri ve bölüm I ve bölüm II için .55 ile .74 arasında değiştiği bulunmuştur. Testin farklı sınıf düzeylerindeki iç tutarlılığın düşük değerler almasına ilişkin bilgi verilmesi gerektiği düşülmektedir. Testin standardizasyon çalışması yapılmıştır. Ancak testi oluşturan alt yetenek yapılarının varlığını açıklamaya ilişkin faktör analizi uygulanmadığı görülmüştür. Testin tüm sınıf düzeylerine yönelik geliştirilmesi tanılamanın farklı dönemlerde tekrarlanarak gelişimin izlenmesinde katkı sağlayabilmesi açısından avantaj sağlayabilir.

Wilmott (1983), tanım ve tanılamada birçok problemler bulunduğuna işaret ederek matematikte üstün zekalıları tanılamada kullanılabilecek, okul personeline destek olacak bir ölçme aracı tasarlama, uygulama, analiz etme amaçları doğrultusunda bir çalışma yapmıştır. Alan yazın incelemesi sonucunda yüksek matematiksel yeteneğin sergilenmesinde rol oynayan düşünme türlerinin niceliklerle düşünme (quantitative thinking); örüntü, yapılar ve ilişkileri algılama; tümevarımsal muhakeme ve genelleme; tümdengelimsel ve analitiksel muhakeme olduğu sonucuna varmıştır. Bu nedenle geliştirdiği ölçme aracında matematiksel yetenekleri dört boyutla temsil eden sorular geliştirmiştir.

Wilmott (1983) öncelikle geliştirilen ölçme aracının pilot uygulaması revizyonu ve tekrar uygulamasını içeren bir çalışma süreci gerçekleştirmiştir. Çalışmanın katılımcıları 4, 5 ve 6. sınıflar oluşturmaktadır. Elde edilen veriler analiz edildiğinde testin sınıf düzeyine göre değişen iç tutarlık katsayıları 4. sınıflar .74; 5. sınıflar için .77; 6. sınıflar için .67 olarak hesaplanmıştır. Ayrıca test alt testler bazında da iç tutarlık katsayıları hesaplanmış bu katsayılar .14 ile .67 arasında değerler almakla beraber testin tümü için hesaplanan Cronbach alfa değeri .75 olarak bulunmuştur Alt testlerin birbirleriyle olan ilişkileri tüm sınıflar birlikte ele alındığında .13 ile .42 arasında değişen değerlerde bulunmuştur. Testlerin sırayla tüm testle arasındaki ilişkiler de .38 ile .81 arasında değişen değerler almıştır. Test puanları arasında sınıf düzeyi ve bölge değişkenlerine göre anlamlı farklar tespit edilmiştir. Yapılan ikili karşılaştırmalarda üst sınıflar karşılaştırma yapılan diğer alt sınıftakilerden anlamlı olarak daha yüksek puan aldıkları görülmüştür. Öğrencilerin mevcut test puanları ile Iowa Temel Beceriler Testi'nden (Iowa Test of Basic Skills, ITBT) aldıkları puanlar da karşılaştırılmıştır. Mevcut testin örüntüler kısmı ile ITBT'nin alt boyutları ve testin tümü arasında yüksek ilişkiler bulunmuştur. Matematiği sevme ve test başarı puanları arasında anlamlı ama düşük düzeyde ilişkiler bulunmuştur. Araştırma sonuçlarında geliştirilen ölçme aracının tanılamada kullanılabilecek uygun bir araç olduğu sonucuna varıldığı belirtilmiştir. Ölçme aracının alt testleri kuramsal olarak belirtilmiş olup faktör analiziyle doğrulanamamış olduğu görülmüştür. Kuramsal olarak ileri sürülen bazı alt testlerin iç tutarlık katsayı değerlerinin de oldukça düşük olduğu bunun nedenine yönelik açıklamalara yer verilmediği tespit edilmiştir. Araştırmacı matematiksel düşünme için önemli olan matematiksel içerikle doğrudan ilişkili dört bileşen üzerinden matematikte üstün zekayı belirlemeye çalışmıştır.

Osborn (1983), Londra ve çevresindeki ortaokullara devam eden ortaokul (secondary school) öğrencileriyle bir çalışma yapmıştır. Çalışma için matematiksel yeteneği ölçecek hesapsal işlemler, örüntü tanıma, mantıksal muhakeme ve soyut niceliklerin sembolik manipülasyonunu içerecek şekilde bir test geliştirmiştir. Matematiksel profil kavramını dile getiren Osborn (1983) birbirinden ayrı 4 bileşenin kombinasyonlarından matematiksel yetenek düzeyini temsil eden profillerin oluştuğunu belirtmektedir. Test için öğrencilere her soru için iki dakika verilmiş, test ikiye ayrılarak öğrencilere iki seferde uygulanmıştır. İngiltere'deki okul sisteminde GCE O-Level ve CSE olmak üzere iki ayrı sistem bulunmaktadır. O-Level sisteminde A'dan E'ye kadar 5 harfle adlandırılan bir sınıflandırma düzeyi bulunmaktadır. CSE sisteminde ise bu derece/sınıf 1'den derece/sınıf 5'e kadar adlandırılan bir sınıflama sistemi olarak bilinmektedir. GCE, O–Level'dan 185, CSE'den 137 olmak üzere araştırmaya toplam 332 fifth form olarak adlandırılan öğrenciler katılmıştır. Araştırma bulgularında testin psikometrik özelliklerine ilişkin detaylı bilgilere yer verilmemiştir. Ancak Testin GCE sistemindeki en iyi sınıf düzeyi olan sınıf A ve en düşük düzey olan sınıf E öğrencilerinin test puanları ortalamaları arasındaki farklar incelenmiştir. Yine sınıf A ile CSE nin en düşük düzeyi olan sınıf 5 arasındaki ortalamalar arası fark da incelenmiştir. Ortalamalar arası farklar her iki karşılaştırmada sınıf A lehine çıkmıştır Bu da testin iyi grup ile düşük grubu birbirinden ayırdığına yönelik ip uçları sunduğu şeklinde yorumlanmıştır. Testin Sembolik manipülasyon kısmı için puan farklarının daha belirgin olduğu da saptanmıştır. Testin güvenirliğine ilişkin bir bilgi verilmemiştir.

Mann (2008), çalışmasında matematiksel yeteneğe ilişkin aile algılarını değerlendirmek için tasarlanan bir ölçme aracının gelişimini değerlendirmiştir. Aile algıları, M3 Projesi: Matematiksel Zihinlere Mentörlük (Project M3: Mentoring Mathematical Minds) adlı araştırma programına katılan veya programa girme kriterlerini karşılayan ikinci ve üçüncü sınıf öğrencilerinin velileri üzerinden araştırılmıştır. Matematiksel yeteneğin ailelerce algılanmasının ailelerin çocuklarının matematik yetenekleri, matematik ilgileri ve ailenin matematiğe verdiği değer olmak üzere üç alanda incelenmesi düşünülmüştür. Ailelerin 7 ve 8 yaşlarındaki çocuklarının matematiksel yeteneklerini değerlendirmeleri istenmiştir. Proje M3'te kullanılan tanılama araçları öğretmen aday göstermesi ve Naglieri Sözel Olmayan Yetenek Testi'dir. Programa devam eden öğrencilere Iowa Temel Beceriler Testi kullanılmıştır.

Mann (2008) geliştirilen formun dört lisansüstü öğrencisi, matematik eğitiminde derin bilgi sahibi beş kişi, bir tane üstün zekalı çocukların aileleri konusunda uzman bir kişi ile bir tane eğitimsel araştırmada uzman kişiye gönderildiği ve bunlardan sekizinin döndüğü belirtilmiş, ancak bu uzmanların kimler olduğu, bu uzmanlardan nasıl dönütler geldiği belirtilmemiştir. Ayrıca uzmanlar arasında yer alan lisansüstü öğrencilerinin uzmanlık alanları ve matematik eğitimindeki uzmanların akademisyen, öğretmen vb. özellikleri açık olarak belirtilmemiştir. Araştırmaya 37 tane üçüncü sınıf velisi, 57 tane ikinci sınıf velisi katılmış, ancak 57 ikinci sınıf velisinden 18 tanesinin çocuğu proje M3'e katılmaya hak kazandığı için ölçme aracı 55 cevap üzerinden değerlendirilmiştir. Ölçekte 27 madde yer almış olup 7'li Likert tipi dereceleme yapılmıştır (kesinlikle katılmıyorum =1, kararsızım=4 ile kesinlikle katılıyorum=7). 27 maddenin ortalama puanları 3.77 ile 6.86 arasında değiştiği bulunmuştur.

Mann (2008) de ailenin matematiğe verdiği değer kısmında yer alan sekiz maddeye verilen puanların ortalaması çok yüksek olduğu için bu kısmı faktör analizi öncesi çıkarttıklarını; ailenin çocuğunun matematik ilgisine yönelik algıları kısmındaki bir maddenin de ortalamasının çok yüksek olmasından dolayı çıkarılması sonucu araçta kalan 18 madde üzerinden faktör analizi yapılmıştır. Ölçeğe yapılan faktör analizi sonucunda beş maddenin çıkarılmasıyla iki boyutlu bir yapı elde edilmiştir. Ölçeğin boyutları: *matematiğin değerine yönelik aile algıları, ailelerin çocuklarının matematik ilgilerine yönelik algıları* olarak adlandırılmıştır. 13 maddeden oluşan ölçeğin toplam varyansın %59'unu açıkladığı bulunmuştur. İki faktörün birbiriyle olukça yüksek düzeyde ilişkili olduğu tespit edilmiştir (r= .69). Birinci boyuttaki yüksek puanlar yüksek düzeydeki matematik ilgisinin bir işareti olurken; ikinci boyuttaki yüksek puanların da yüksek düzeyde bir matematiksel yetenekliliğin algılanmasına işaret ettiği belirtilmiştir. Her iki faktörün Cronbach alfa iç tutarlılık katsayıları .80'in üstünde bulunmuştur.

Ölçekten elde edilen puanlar ile programda kullanılan ölçme araçlarından biri olan Iowa Temel Beceri Testi'nden elde edilen puanlar arasında korelasyonlar bulunmuştur. Ancak öğretmen aday göstermesinde kullanılan araç ve Naglieri Sözel Olmayan Yetenek Testi puanları arasında anlamlı ilişki bulunmamıştır. Sadece üçüncü sınıf öğrencilerinin standart matematik başarı testi puanları olduğu için bu puanlar ve aile algısı puanları arasında anlamlı korelasyon bulunmuştur. Ailelerin matematik yetenek algısı boyutu puanları ile Iowa Temel Beceri Testi'nin hesaplama alt test puanları arasında r = .37 (n= 39 ve p=.02) düzeyinde bir ilişki saptanmıştır. Aile algısı ölçeğinde özellikle ailenin çocuğun matematik yeteneği algısı boyutunun geliştirilmesi ve ölçme aracının daha geniş bir örneklem grubunda incelenmesi gerektiği düşünülmektedir. Ölçeğin ön değerlendirme ve aday gösterme formu olarak kullanılması özellikle bir programa aday göstermede faydalı olabilir. Ancak ölçeğe matematiksel yeteneklerin o dönemde sergilenen özelliklerine yönelik bir boyut eklenmesi ve bunun üzerinden geçerlik güvenirlik çalışmalarının yapılması da önerilebilir.

Vilkomir ve O'Donohue (2009), Krutetski'nin matematiksel yeteneğin bileşenleriyle ilgili yaklaşımının yapılandırılarak matematiksel yeteneğin tanılanma sürecinde kullanılabileceğini ileri sürmüşlerdir. Matematiksel yeteneğin başlangıç gelişim aşamasında bulunan matematikte umut vaat eden öğrencilerin tanılanmasında bu tür bir yol izlenebileceğini varsaymışlardır. Araştırmacılar matematiksel yeteneğin yapısını tanıtıp bunu nasıl yapılandırdıklarını ve öğretmenlerin bunu nasıl kullanabileceğiyle ilgili açıklamalar yapmışlardır. Doğrudan yapıya uygun bir test geliştirme ve teste dayalı bir tanılama yapmamışlardır. Sadece matematiksel yeteneği tanılamada kullanılacak problemler ve bunların süreçteki işlevi üzerine fikir yürütmüşlerdir.

Vilkomir ve O-Donohue (2009) çalışmalarının ana amacı Krutetskii'nin matematiksel yetenek anlayışında yer alan bileşenlere dayalı olarak matematikte üstün zekalı öğrencileri tanılamaya izin veren açık, yapılandırılmış bir yaklaşım geliştirme olduğunu ifade etmişlerdir. Sheffield ve ekibinin benimsediği matematiksel umut vaat etme kavramını düşüncelerine adapte ettiklerini belirtmişlerdir. Araştırmacılara göre umut vaat etme terimi bu öğrencilerin hayli matematiksel üstün zekalı olmayı başarma potansiyeline sahip olduğu noktasındaki gerçeği Krutetski'nin kullandığı matematiksel yetenek veya kabiliyet/maharet (mathematically able or capable) terimlerinden daha iyi yansıtmaktadır. Ayrıca umut vaat etme tanımının hem ortalama üstü matematiksel yetenekli öğrencileri hem de hayli üstün öğrencilerin ikisinin de tanılama sürecinde yer almasına olanak verdiğini savunmuşlardır.

Araştırmacılar Krutetskii (1976) gibi matematiksel düşünüş şeklinin matematikte üstün zekalı olmada gereken bir bileşen olduğu görüşünü benimsemişlerdir. Gereken çevre ve eğitim sağlanmasıyla gelişen matematiksel düşünüş şeklinin öğrencinin diğer matematiksel yeteneklerinin bileşenlerini uyararak kendinin en üst düzeyine çıkabileceği iddia edilmiştir. Öğrencinin problem çözme sürecinde gözlemlenmesiyle öğrencinin ilgili matematiksel yetenek bileşeninin hangi düzeyde olduğu tespit edilebilir. Öğrencilerin matematiksel yeteneklerinin düzeyinin izin verdiği ölçüde her bir bileşendeki gelişim düzeyleri artacaktır. Krutetski'nin çalışmasında kullandığı dört yetenek grubu; yeteneksiz, ortalama yetenekli, ortalama üstü (umut vaat eden) ve çok yetenekli (üstün zekalı) şeklindedir. Her bir bileşenin yetenek düzeyleri sinyallerini takip edebilecekleri yönergelerin yer aldığı bir tablo geliştirmişlerdir. Bu tablolardan öğrencilerin yetenek gelişimlerinin kolayca takip edilebileceği ve problem çözme sürecinde öğrencilerden gözlemlenebileceği belirtilmiştir. Bu tablonun bir uygulama alanı olarak her öğrenci için özel tasarlanan problemlerle kendine uygun yetenek düzeyi yaklaşık olarak değerlendirebilir. Bu yöntemin sınıf içi tanılamada aktif kullanımı için öğretmenlerin bu tablonun kullanımına yönelik bir eğitim alması gerektiği bu şekilde tabloyu ileride daha aktif ve etkili kullanılabileceği söylenebilir. Ayrıca bu yöntemin tanılamadan ziyade öğrencilerin sınıf içindeki durumlarını tespit etme ve güçlü zayıf yönlerini belirleme hakkında da fikir verici bir yöntem olarak kullanılabileceği düşünülebilir.

Freiman (2003), çalışmasının amacını ilkokul düzeyindeki matematiksel üstün zekalı çocukların tanılanması ve gelişmesi için operasynel bir model geliştirme olarak ifade etmiştir. Modelin anaokulundan 6. sınıfa kadar çeşitli yetenek düzeylerindeki çocuklarla olan 7 yıllık zorlayıcı matematik müfredatı öğretimindeki deneyimlerini yansıttığını belirtmiştir. Araştırmacı, üstün zekalı öğrenciler için etkili öğretim stratejisi geliştirmek için zorlayıcı durumlar (challenging situations) yaklaşımına dayalı teorik bir çerçeve geliştirmiştir. Sınıf gözlemleri ve öğrencilerin zorlayıcı görevlerdeki çözümleri, çalışma örneklerinin incelenmesiyle bazı matematiksel üstün zekalılık özellikleri keşfettiğini belirtmiştir. Örneğin; matematiksel erken gelişme (precocity), kavramlar ve ilişkilerle düşünme, yüksek motivasyon, ısrar (perseverance), sistematik ve reflektif/yansıtıcı zihne sahip olma keşfedilen matematikte üstün zekalı özellikleridir.

Freiman (2003)'e göre bugünün tanılama ve geliştirme sistemi birçok matematiksel üstün zekalı çocuğu tanılanma dışında bırakmaktadır. Üstün zekalı öğrenci ya testle tanılanmamakta ya da özel programa kabul edilme olasılığına sahip olmamaktadır. Dolayısıyla gözden kaçan öğrenciler uygun eğitim alamadıkları için gelişimleri desteklenmemektedir. Bu nedenle de normal sınıf ortamındaki basitlikten ve mekanik görevlerden sıkılmaktadırlar. Freiman her öğretmenin uygun öğretim yaklaşımı uygulama becerisi ile donanımlıysa sınıfında matematiksel yeteneği keşfedebileceğini iddia etmiştir. Bu iddiadan hareketle sınıf ortamında öğrencilerin özel ilgilerini sürdüren bir ortam yaratılması görüşü ortaya çıkmıştır. Bu noktada zorlayıcı ortam/durumlar (challenging situations) kavramı devreye girmiştir. Sınıf ortamında "matematiksel soru sormayı, araştırmalar yapmayı, farklı stratejileri kullanmayı, problemler hakkında muhakeme ve muhakeme hakkında muhakeme etmeyi içeren ve kışkırtan durumlardan" oluşan çevre zorlayıcı (challenging) çevre olarak adlandırılmıştır (s. 63). Sınıfta yaratılan bu durumlar sayesinde sadece üstün zekalı çocuklar değil tüm çocukların güçlü ve zayıf yönlerinin keşfedilebileceği iddia edilmiştir. Ayrıca zorlayıcı durum modeli ile matematikte üstün zekalı çocukların tanılanması yanında yetenek gelişimlerinin sürdürülmesinin de mümkün olduğu düşünülmektedir.

Sınıfta ders esnasında yapılacak gözlemler doğrultusunda aday gösterme ve öğretmenin Freiman (2003)'te önerilen zorlayıcı çevre ortamı oluşturarak bizzat kendisinin tanılama yapabilmesi gibi durumlar testlerle yapılan tanılamalara alternatif birer yöntem olarak önerilebilir. Bu tür yöntemlerin özellikle ülkemizde işe koşulabilmesi için öğretmenlerin bu çocukların özelliklerinden, eğitimsel ihtiyaçlarından haberdar olmaları gerektiği söylenebilir. Dahası öğretmenlerin bu çocuklara uygun eğitim olanakları sunabilecek düzeyde strateji, yöntem ve alan uzmanlığı bilgisi ve deneyiminin yüksek düzeyde olması gerektiği de vurgulanabilir. Ülkemizde uzun süredir genel zekaya göre yapılan tanılamalar ve yöntemler ön planda olduğu için grup olarak uygulanabilecek alana özgü kağıt kalem testlerinin kullanımının şu an için daha etkili olacağı düşünülmektedir. Bunun yanında üstün zekalı ve yeteneklilerin eğitimine verilen önemin artmasıyla öğretmenlerin destekleyici hizmet içi eğitimler, lisans veya lisansüstü eğitimlerle desteklenmelerinin ardından bu tür tanılama yöntemlerinin daha sağlıklı ve işlevsel kullanılabileceği de söylenebilir.

Dünyada yapılan tanılama çalışmalarında geliştirilen testlerin bazılarının güvenirlik geçerlik değerleri düşüktür ya da tanılama araçları hakkında detaylı bilgi verilmediği gözlenmiştir. Birden fazla araç kullanımıyla oluşturulan sistematik tanılama yöntemlerinde de en başta eleştirilen nokta ekonomikliktir. Ayrıca bu tür sistemlerin bazılarında birden çok uzmana ihtiyaç duyulduğu da görülmüştür.

Öğretmen ve aile aday gösterme gibi yardımcı durumları işin içine katan tanılama yöntemlerinde de öncelikle aile ve öğretmelerin alana özgü yeteneklilik göstergeleri hakkında bilgilendirilmesi, bilinçlendirilmesi önerilebilir. Bu bilgilendirme ve bilinçlendirme sonrasında öğretmen ve aile görüşlerine daha sağlıklı ve güvenilir olarak başvurulabileceği düşünülmektedir. Ayrıca aday gösterme formlarında yer verilen maddelerin tanılama amacına hizmet edecek şekilde genel üstün zekalılık özellikleri yerine alana özgü yetenek karakteristiklerini içeriyor olmasına da özen gösterilmesi gerektiği söylenebilir.

### 2.9.2. Türkiye'de Matematiksel Yeteneği Tanılamaya Yönelik Yapılan Çalışmalar

Ülkemizde spesifik olarak matematiksel yeteneği tanılamaya yönelik yapılan ilk çalışmalardan birisi olarak dünya literatüründe matematikte üstün zekalı ve yetenekli öğrencileri tanılamada kullanılana Erken Matematik Yeteneği Testi'nin (TEMA-2) Tükçe'ye uyarlanması çalışması gösterilebilir. Güven (1997) tarafından TEMA-2'nin 3-8 yaş aralığındaki çocuklar için geçerlik ve güvenirlik çalışmaları yapılmıştır (Güven,1997; Güven & Oktay, 1999). Daha sonraki yıllarda bu testin bir sonraki sürümü olan TEMA-3'ün 60-72 aylık çocuklar için geçerlik güvenirlik çalışmaları da gerçekleştirilmiştir (Erdoğan & Baran, 2006). Uyarlama çalışmaları dışında 1997'den günümüze farklı yaş grupları ve sınıf düzeylerindeki matematikte üstün zekalı ve yetenekli öğrencilerin tanılanmasına yönelik çeşitli araştırmalar yapılmıştır. İzleyen kısımlarda ülkemizde matematiksel yeteneğin tanılanmasına yönelik yapılan çalışmaların bulgu ve sonuçları tartışılmıştır.

Ölçek uyarlama çalışmalarından sonra Güven (2001) okul öncesi dönemde matematiksel yeteneğinin belirlenmesinde kullanılabilecek bir test geliştirmiştir. Güven (2001), sezgisel düşünmenin bireyin yaşantısındaki önemi ve sezgisel yetenekleri tanımanın gerekliliğinden hareketle 4-6 yaş çocuklarının matematiksel alanlarda (miktar, büyüklük, uzunluk, ağırlık ve sayısal büyüklük) sezgisel yeteneklerini ölçme amacıyla Sezgisel Matematik Yeteneği Testi'ni geliştirmiştir. Test bireysel bir test olup uygulamasının 15 dakika sürdüğü belirtilmiştir. Test soruları, resim veya semboller şeklinde düzenlenmiştir. Testin güvenirlik uygulaması için test-tekrar test uygulaması yapılmıştır. İki uygulama arasındaki korelasyon katsayısı .76 olarak bulunmuştur. Bunun yanında hesaplanan iç tutarlılık katsayısı .73 olarak bulunmuştur. Benzer ölçek geçerliği için Erken Matematik Yeteneği Testi-2 arasındaki uyum incelenmiştir. Öğrencilerin her iki testten aldıkları puanlardan hesaplanan korelasyon katsayısı .84 ($p$<.01) olarak bulunmuştur. 4, 5, 6 yaş çocukların testten aldıkları puanlar yaş arttıkça artmakta ve yapılan ikili karşılaştırmalarda büyük yaş lehine anlamlı farklılık çıkmaktadır. Test puanları erkeklerin kızlardan daha yüksek çıkmıştır, ancak aralarındaki fark istatistiksel olarak anlamlı bulunmamıştır. Testin kriter geçerliği için öğretmenleri tarafından üstün, orta ve düşük olarak sınıflandırılan çocukların ortalama puanları arasındaki farklar incelenmiştir. Üstün çocuklar olarak aday gösterilenlerin puanları orta olarak aday gösterilenlerden anlamlı olarak yüksek çıkmıştır. Buna karşın, diğer grupların puanları arasında anlamlı fark bulunmamıştır. Testin adında matematiksel yetenek geçmekle birlikte sezgi ve matematiksel yetenek ilişkisinin çalışmada detaylı tartışılması, testin geliştirilmesinde özellikle matematik alan uzmanlarından nasıl destek alındığının daha açık ifade edilmesi gerektiği düşünülmektedir.

Okul öncesi dönemde matematikte üstün öğrencileri tanılamayla ilgili bir diğer çalışmada Dağlıoğlu (2002), test geliştirmeden ziyade aşamalı bir sistemle gerçekleşen bir belirleme sistemi üzerinden tanılama sürecini açıklamıştır. Dağlıoğlu, okul öncesi dönemde 5-6 yaş grubu çocuklar arasından matematikte üstün yetenekli öğrencileri tanılama ve tanılamada kullanılan işlemlerin bu çocukları seçmede ne derece başarılı olduğunu tespit etme amacıyla bu çalışmayı gerçekleştirmiştir. Araştırmada dört aşamalı bir sistem oluşturulmuştur. İlk aşamada; öğretmen ve ailelerin zihinsel yönden üstün yetenekli olduğunu düşündüğü çocukları aday göstermeler için Öğretmen ve Aile İçin Çocuk Değerlendirme Formları kullanılmıştır. İkinci aşamada; hem öğretmen hem aile tarafından aday gösterilen çocukların zihinsel performanslarını belirlemek için Temel Kabiliyetler Testi (TKT 5-7) testi uygulanmıştır. Üçüncü aşamada; matematik, zihinsel ve yaratıcılık bölümlerinden oluşan Yetenek Belirleme Etkinlikleri; dördüncü aşamada ise 5-8 yaş düzeyi matematik aktiviteleri uygulanmıştır. Araştırma sonunda sırasıyla bu aşamaların uygulanması sonucunda 5-8 yaş düzeyi matematik aktivitelerinde takvim yaşının iki yaş üzerinde matematik aktivitelerinde başarılı olan 29 çocuk matematik alanında üstün yetenekli olarak belirlenmiştir.

Dağlıoğlu (2002) oluşturduğu aşamalı sistemde genel alanda üstün yetenekli ve aynı zamanda sunulan matematiksel etkinliklerde yaşıtlarının iki yaş üstünün düzeyinde performans sergileme ile matematikte üstün yeteneklileri belirlemeye çalışıldığı görülmektedir. Çalışmada genel alanda üstün yetenekliliğin matematikte üstünlüğün bir ön koşulu olarak değerlendirildiği söylenebilir. Ancak araştırmada bu durumun gerekçesi açıklanmamıştır. Ön tanılamada kullanılan öğretmen ve aile değerlendirme formları incelendiğinde bu formlardaki maddelerin matematikte üstün zekalı ve yetenekli öğrenci özelliklerinden çok genel alanda üstün zekalı öğrenci özelliklerini değerlendirmeye yönelik olduğu görülmüştür. Bu nedenle öğretmenlerin ve ailelerin de matematik alanında üstün zekalı ve yetenekli çocuktan ziyade genel alanda üstün zekalı ve yetenekli çocukları aday gösterdiği düşünülmektedir. Bu durum yine genel üstün zekalılığın matematiksel üstün zekalı olmanın ön koşulu olduğu varsayımından kaynaklı olabilir, eğer öyle ise bu aşamalı sistemin temel varsayımlarının çalışmada yer verilmiş olması gerektiği düşünülmektedir. Ayrıca, öğretmen ve Aile İçin Çocuk Değerlendirme Formları, yetenek belirleme etkinlikleri ile 5-8 yaş düzeyi matematik aktivitelerinin geçerlik ve güvenirlik bulgularıyla ilgili net açıklamalara yer verilmiş olması gerektiği düşünülmektedir.

Ülkemiz alan yazınında okul öncesi dönem dışında ilköğretim ikinci kademedeki matematikte üstün yetenekli öğrencileri tanılamaya ilişkin birkaç çalışmanın yer aldığı tespit edilmiştir. Bu çalışmalardan ilkinde Budak (2007), matematikte üstün yeteneklileri belirlemede kullanılmak üzere Matematikte Üstün Yetenekli Öğrencileri Belirleme (MÜYÖB) modeli geliştirerek modelin yönergeleri ve kullanım kılavuzunu hazırlamıştır. Araştırmacı matematikte üstün yetenekli çocukları belirlemede kullanılacak ölçme araçlarını belirleyerek ardından bu ölçme araçlarının güvenirlik ve geçerlik çalışmalarını yapmıştır. Budak, ölçme araçlarının kullanım sırasını dikkate alarak üç aşamalı bir tanılama süreci sonucunda matematikte üstün yetenekli öğrencileri belirlemeyi önermiştir. Araştırmanın pilot çalışma evresinde öğretmen, veli, akran aday gösterme formlarının geliştirilmesi, Seviye Düzey Üstü Testi (Bilişsel yetenekler testi- Cognitive Assessment System, CogAT) ve problem çözme tutum envanterinin Türkçe'ye adaptasyonu, problem çözme etkinliklerinin ve değerlendirme ölçütlerinin oluşturulması gerçekleştirilmiştir.

Üstün yetenekli çocukları belirleme modelinde aday gösterme, ekrana koyma, değerlendirme olmak üzere üç safha bulunmaktadır. Modelin ilk iki safhasında öğrencilerin tanılanmaları, değerlendirme safhasında öğrencilerin bireysel gelişim dosyalarına bakılarak ihtiyaç ve performansları doğrultusunda eğitimlerine yönelik yönlendirmeler, eğitim programı önerileri yapılmaktadır. Aday gösterme safhası öğretmen, akran, kendini aday gösterme (problem çözme envanteri ile ) ve ailenin aday gösterme formlarının doldurulmasını içermektedir. Bu araçlardan pilot çalışmada belirlenen eşik değerlerin üstünde puan alan öğrenciler seçilmektedir. Seçilen öğrencilerden oluşan havuz birinci havuz olarak adlandırılmıştır. Bu havuzda yer alan öğrencilere Torrance Yaratıcılık Testi-Şekilsel Formu, Sınıf Düzey Üstü Testi, Problem çözme etkinlikleri uygulanmaktadır. Ayrıca öğrencilerin SBS sınav sonuçları da dikkate alınmıştır. Problem çözme etkinliklerinde alan yazında üstün zekalı ve yeteneklilerin tanılanmasında kullanılan problemlerden 5 tanesinin Türkçeye uyarlaması yapılmıştır. Ayrıca bu problemleri çözmede öğrenciler araştırmacı tarafından klinik mülakata alınarak incelenmişlerdir. Araştırmada sınıf düzeyi üstü testi olarak Amerika'da kullanılan Bilişsel Yetenek Testi (Cognitive Abilities Test, CogAT) dikkate alınmıştır. Test sözel, sayısal ve sözel olmayan olmak üzere üç kısımdan oluşmaktadır. Araştırmada testin sözel olmayan kısmı kullanılmıştır. Bu kısmın içeriğinde şekil sınıflama, şekil benzerlikleri ve şekil analizi alt başlıkları yer almaktadır. Testin sayısal kısmının çevrilmemesinin gerekçesi olarak zorluk dereceleri, ülkeler arası müfredat farkından dolayı araştırma uygulamasının yapıldığı sınıf seviyesinin altında bulunduğu ifade edilmiştir. Yine kültürel etki ve soruların basitliğinden kaçmak için sözel olmayan kısmın kullanıldığı ifade edilmiştir. Bu kısımda Şekil Sınıflandırma (25 soru), Şekil Benzerlikleri (25 soru) ve Şekil Analizi (15 soru) olmak üzere üç alt test, 65 sorudan oluşmuştur. Test 6. sınıf –düzey üstü testi olabilecek şekilde olup testin F-formu Türkçeye adapte edilmiştir.

Yukarıda bahsedilen ölçme araçlarının uygulanması sonucunda birinci havuza alınacak öğrencilerin uygulanan dört ölçme araçlarından en az üçünde belli bir eşik değeri geçmesi gerekmektedir. Öğrencilerin Yaratıcılık Testinde %50 ve üzerinde ortalama yüzdeye ulaşması, Problem çözme etkinliklerinde 4 üzerinden en az 3 ortalamaya sahip olması ve seviye-düzey üstü testte 6. sınıf öğrencisi için %50 ve üzeri dilimde, 8. sınıf öğrencisi için %90 ve üzeri dilimde yer alması ölçüt olarak kabul edilmiştir. Bu ölçütlere göre belirlenen öğrenciler de ikinci havuza yerleştirilmektedir. Bu aşamadan sonraki safhada öğrencinin elde edilen verilerinden yola çıkılarak öğretim programlarına yönlendirilmeleri söz konusudur.

Araştırmada nitel ve nicel veriler toplanmıştır. Araştırma sonunda modelin içermesi gereken veri toplama araçlarına, değerlendirme ölçütlerine kesinlik kazandırıldığı ifade edilmiştir. Araştırmada MÜYÖB modelinin geliştirme aşamasında 6. sınıf öğrencileriyle değerlendirme aşamasında 8. sınıf öğrencileriyle çalışılmıştır. Geliştirilen MÜYÖB modelinin seçtiği öğrencilerin karakter ve yeteneklerinin, literatürdeki üstün yetenekli öğrenci profiliyle uyum derecesinin belirlenmesi ile modelin değerlendirme amacına ulaşılacağı varsayılmıştır. Araştırmacıya göre MÜYÖB modeliyle seçilen öğrencilerin profilleriyle literatür arasındaki paralellikler belirleyicilik amacına da hizmet etmektedir. Buna ilaveten, MÜYÖB modelinin belirleyicilik özelliğini değerlendirirken, bir ölçüt olarak, Ortaöğretim Kurumlar Sınavı (OKS) sonuçları da kullanılmıştır. Budak (2007), araştırma sonuçlarının modelin geçerli bir belirleyici olduğu, belirlediği öğrencilerin üstün yetenekli niteliği taşıdığı sonucuna varıldığını ifade etmiştir.

Budak (2007)'de geliştirilen tanılama yönteminin kapsamlı ve detaylı olduğu ancak uygulamasının uzun zaman aldığından işlevsellik ve ekonomiklik açısından verimli olmadığı söylenebilir. Bunun dışında modelde kullanılan çeşitli ölçme araçlarının kullanılması özel uzmanlık gerektirmektedir. Örneğin araştırmada kullanılan Torrance'ın yaratıcılık testinin değerlendirilmesi için özel bir eğitim gereklidir. Ayrıca modelde kullanılan genel yaratıcılık testi yerine alana özgü yaratıcılığın dikkate alınmasının daha iyi olabileceği düşünülmektedir. Bunun yanında araştırmada kullanılan düzey üstü testin içeriği şekilsel sınıflandırma, şekilsel benzerlikler ve şekilsel analizle sınırlıdır. Bu nedenle genel matematik yeteneğini değerlendirmede söz konusu testin kapsam yönüyle dar kaldığı düşünülmektedir. Problem çözme etkinliklerinin de klinik mülakatla uygulanması hem zaman alıcı hem de uzmanlık gerektirmektedir. Bunun yanında tanılama modelinin kendi bünyesindeki üstün yetenekliler için esnek programlar düzenleyebilecek, hafta sonu okulları ya da özel sınıflar açacak olan kurumların kendi yetenekli öğrencilerini tanılama sürecinde ilgili uzman desteği ile etkili bir tanılama uygulaması sağlayabileceği de düşünülmektedir.

İlköğretim ikinci kademede matematiksel yeteneği tanılamaya yönelik gerçekleştirilen bir diğer çalışmada Sak vd. (2009), Üçlü Matematiksel Yetenek Modeli (Sak, 2005) temel alınarak matematik alanında üstün yeteneklileri tanılamak için bir ölçme aracı geliştirilmiştir. Matematiksel Yetenek Testi (MYT) olarak adlandırılan bu test ilköğretim 6. ve 7. sınıf düzeyindeki matematikte yetenekli öğrencileri tanılama amacıyla geliştirilmiştir. Test 12 alt test (sayı dizileri, sayısal analoji, figüratif rotasyon, figüratif diziler, figüratif analoji, kategoriksel mantık, koşullu mantık, lineer mantık, ölçme, cebir, geometri, istatistik ve olasılık) içermekte olup toplamda 48 sorudan oluşmaktadır (Şengil Akar, 2009; Sak vd., 2010). MYT matematik yeteneğine dayalı bir performansı değerlendirerek öğrencileri tanılamayı hedeflediği için diğer genel zeka testlerinden ayrılmaktadır (Şengil Akar, 2009). MYT'nin ilk sürümü 6., 7. ve 8. sınıflardan oluşan toplam 185 öğrenciye uygulanmış ve bu pilot çalışmadan elde edilen bulgular doğrultusunda revize edilerek son düzenlenen form ile asıl uygulama yapılmıştır (Şengil Akar, 2009). Daha sonra testin psikometrik özellikleri 368 tane 6. ve 7. sınıf öğrencisi üzerinden incelenmiştir. Testin madde bazında iyi derecede ayırt edici özelliğe sahip olduğu, toplam test için Kuder Richardson (KR-20) güvenirlik katsayısının .80 olduğu, madde zorluğunun kolaydan çok zora doğru değişkenlik gösterdiği, alt testler arası korelasyonların manidar olduğu, test puanları ile matematik karne notları ve Seviye Belirleme Sınavı (SBS) puanları arasında manidar ilişkiler bulunduğu saptanmıştır.

Üçlü Matematik Yetenek Modeli'nde matematik yeteneği analitik, yaratıcı ve alan uzmanlığı alanlarının birleşiminden oluşmaktadır (Sak, 2005). MYT'deki alt testler bu üç alana yönelik olarak geliştirilmiştir. Testin alt testleriyle ilgili verilen açıklamalarda birçok alt testin ölçtüğü yetenek alanı yanında kısmen diğer yetenek alanlarını ölçtüğüne yönelik ifadelere yer verilmiştir. Ayrıca Şengil Akar (2009)'ın yaptığı araştırmada MYT'nin kapsam geçerliğinin incelenmesi çalışmasında alan uzmanlarının kuramsal yapıda lineer mantık, koşullu mantık ve kategoriksel mantık alt testlerinin analitik yetenek kapsamında olması, söz konusu testlerde alan bilgisine ihtiyaç duyulduğu yönünde görüş belirtmişlerdir. Ayrıca MYT de bilgi alanının altında yer alan testlerin, alan uzmanlarınca hem alan bilgisini hem de analitik yeteneği ölçtüğü yorumları tespit edilmiştir.

Doğrudan yetenek tanılama olmasa da matematiksel yeteneğin tanılanmasında kullanılabilecek ek bir araç olarak ülkemizde matematikte yaratıcılığı ölçmeye yönelik geliştirilen ölçme araçları da bulunmaktadır. Örneğin, Türkan (2010) 6., 7., ve 8. sınıf öğrencilerinin matematiksel yaratıcılıklarını ölçme amacıyla geliştirilen Matematiksel Üretkenlik Testi (MÜT)'nin çeşitli psikometrik özelliklerini incelemiştir. MÜT'ün iç tutarlılığı için hesaplanan Cronbach alfa katsayısı .78 olarak elde edilmiştir. Puanlayıcılar arası güvenirlik akıcılık, esneklik ve yaratıcılık puanlarında .70 üzerinde bulunmuştur. Yapılan ayırt edicilik geçerlik çalışmaları sonucunda MÜT'ün matematikte üstün yetenekli ve normal öğrencileri ayıt etmede başarılı bir test olduğu görülmüştür. Araştırmada testin, örnekleme dayalı tanılamalarda ek tanılama aracı olarak kullanılabileceği ifade edilmiştir. Özel olarak geliştirilen matematik programlarına öğrenci seçiminde de kullanılabileceği belirtilmiştir.

Matematiksel yeteneği tanılamada kullanılabilecek bir diğer ek tanılama aracı olarak Akgül'ün (2014) "Üstün yetenekli öğrencilerin matematik yaratıcılıklarını açıklamaya yönelik bir model geliştirilmesi" başlıklı çalışmasında geliştirdiği yaratıcılık ölçeği gösterilebilir. Bu ölçeğin güvenirlik ve geçerliği 297 tane 5., 6., 7. ve 8. sınıf öğrencileri üzerinde incelenmiştir (Akgül, 2014; Akgül & Kahveci, 2014). Geliştirilen ölçekte yaratıcılığı ölçmek için beş maddeden oluşan bir ölçek tasarlanmıştır. Ölçeğin güvenirlik ve geçerliğine ilişkin olumlu sonuçlar elde edilmiştir. Ölçeğin hesaplanan iç tutarlılığı .80'dir. Örneklemdeki alt ve üst %27'lik dilimde yer alan öğrencilerin aldığı puanlar arasında anlamlı fark bulunmuştur. Ölçeğin puanlayıcılar arası güvenilirliği .81 ile .91 arasında değişmektedir. Test tekrar test güvenirliği test maddeleri arasında (her bir madde için) .58 ile .74 arasında değişmektedir. Ölçeğe uygulanan faktör analizi sonucunda ölçeğin tek boyutlu yapı gösterdiği ve bu yapının tüm varyansın %42'sini açıkladığı bulunmuştur. Bu ölçeğinde ilköğretim ikinci kademedeki öğrencilerin yetenek tanılamasında ek ölçek olarak kullanılabileceği düşünülmektedir.

## 2.10. MATEMATİKTE BENZERLİK VE İLİŞKİ TEMELLİ DÜŞÜNME MODELİ

Daha önceki kısımlarda yer verilen kavramsal çerçeve doğrultusunda bu kısımda, Matematikte Benzerlik ve İlişki Temelli Düşünme Modeli'nin geliştirilmesi sürecinde yararlanılan araştırma bulguları, alan uzmanlarının görüşleri ve teoriler tartışılarak modelin kuramsal yapısı açıklanmıştır.

Matematiksel yeteneğin tanılanmasına yönelik yapılacak çalışmalarda kilometre taşı niteliğindeki büyük becerilerin belirlenmesi önemlidir (Sak, 2005). Bunun yanında, kilometre taşı niteliğindeki becerilerin de altında olabilecek "ortak çekirdek becerilerin" tespit edilerek bu beceriler üzerinden yetenek kestirimin yapılmasının da önemli olduğu düşünülmektedir. Bu çekirdek becerilerin tespit edilmesi için Sak (2005)'teki "matematiksel yetenek üzerine çalışmak isteyen bir araştırmacın matematiğin nasıl tanımlandığı, bu alanda bilginin nasıl üretildiği, matematikçilerin bilgi üretirken kullandıkları araçların neler olduğunu sorgulaması beklenir" (s. 31) düşüncesinden hareketle öncelikle matematiğin doğası üzerine incelemeler yapılmıştır. Matematiğin doğası; matematik tanımları, matematiğin tarihsel gelişimi, matematiğin diğer bilimlerle ilişkisi, matematiksel nesneler, matematikçi kimdir ve ne ile uğraşır konu başlıkları altında incelenmiştir. Ardından matematiksel düşünme, matematiksel yetenek ve üstünlük tanımları, ilişkili diğer kavram ve tanımlar, matematiksel üstünlüğün araştırmalarda kullanılan işlevsel tanımları ile matematikte üstün zekalı öğrenci özellikleri incelenmiştir. Bu inceleme ile matematiksel üstünlükle ilişkilendirilen matematiksel, bilişsel, duyuşsal beceriler ve karakteristikler tespit edilmeye çalışılmıştır. Son olarak dünyada ve Türkiye'de matematikte üstün zekalıların tanılanmasıyla ilişkili araştırma bulgu ve sonuçları incelenmiştir. Var olan tanılama çalışmalarındaki boşlukların tespit edilmesi, mevcut ölçme model ve yöntemlerinin avantaj ve dezavantajlarının belirlenmesinin işlevsel bir model geliştirmede önemli ipuçları sağlayacağı düşünülmüştür.

Alan yazında matematiksel yetenek ve matematiksel üstünlükle ilgili kavramların incelenmesi sonucunda da bazı çıkarımlarda bulunulmuştur. Krutetskii'nin (1976), matematiksel yetenek bileşenleri matematiği anlama, onunla uğraşmayı sürdürme, matematiksel bilgiyi koruma ve bu bilgi ile dünyaya matematiksel bakış açısını vurgulamaktadır. Araştırmacı matematikte üstünlüğü de bu dört bileşen üzerinde yorumlamıştır. Alan yazındaki diğer kavramlarda üstünlüğün; yetkinlik, güç, erken gelişmişlik, umut vaat etme, üstün zekalılık, okur yazarlık, yaratıcılık vb. kavramlarla ilişkilendirildiği de görülmektedir. Bu kavramlarda ve alan yazındaki matematiksel üstün zekalılık tanımlarında değinilen noktalara izleyen örnekler verilebilir. Yetenek (yapabiliyor olma durumu), üstün başarı sağlama, matematiksel bilginin varlığı, olağanüstü muhakeme gibi genel gereklilikler veya göstergeler tanımlarda ön plana çıkmaktadır. Bunların yanında inançlar, eğilim, duyuş, sorumluluk, ısrar gibi duyuşsal beceriler veya göstergelerin de tanımlarda dikkate alındığı tespit edilmiştir. Tanımlarda göze çarpan ve yetenek kavramının içinde olabilecek bazı bilişsel beceriler ise; soyutlama, genelleme; mantıksal düşünme; çıkarımda bulunma; formüle etme, tahmin etme, muhakeme, ilişkilendirme, analojik herüstik düşünme, ampirik/teorik ilkeleri ayırabilme, problemleri /ilişkileri görselleştirme vb. gibi genelde analitik becerilere atfedilen yapılardır. Ayrıca tanımlarda matematiksel işlemlerde esneklik, tersine çevrilebilirlik, matematiksel ispat için sezgisel farkındalık, bilineni genişletme, araştırmacılar için yeni sorular bulma, problemlere içgörüsel çözümler üretme, ilkeleri keşfetme vb. gibi yaratıcılıkla ilişkili becerilerde göze çarpmaktadır.

Matematikte üstün yetenekli öğrencilerin tanılanmasında kullanılmak üzere matematiksel yeteneğin tüm boyutlarıyla değil de matematiksel yeteneğin ortaya çıkması ve performansa yansımasında büyük rolü olduğu varsayılan temel becerilerden "benzerlik ve ilişki kavramlarından (analoji)" hareketle matematiksel yeteneği tahmin etmede kullanılabilecek bir model geliştirilmiştir. Alan yazında benzer olarak zihinsel üstün zekalılığı açıklamada Davidson ve Sternberg'in (1984) üstün zekanın içgörüsel kuramında araştırmacılar üstün zekayı tüm boyutlarıyla değil onu açıklamada, tahmin etmede önemli olan alt beceriler üzerinden bir alt teori (subtheory) önermişlerdir. Bu çalışmada geliştirilen modelde benzerlik ve ilişki kavramları problem çözme, problem kur(gula)ma ve problemleri karşılaştırmada kullanılmaktadır. Modele göre matematiksel yeteneklilik çağdaş üstün zeka tanımlarında olduğu gibi mükemmellik ve enderlik kriterleri ile değerlendirilebilecek olup akranlarından olağanüstü düzeyde yüksek potansiyele sahip olma ile tanımlanabilmektedir (Sak, vd., 2010; Sternberg & Zhang, 1995).

Üstün zeka "insanlık yaşamı için temel değeri olan iyi tanımlanmış yetenek alanlarında sahip olunan olağanüstü potansiyeldir" (Sak vd., 2010, s. 20). Bu tanımın pratik ve uygulamadaki işlevselliği için "bir kişinin üstün yetenekli veya üstün zekalı kabul edilebilmesi için yeteneğinin veya zekasının ne kadar yüksek olması gerekir" ve "olağanüstü performansın gösterildiği hangi yetenek alanları iyi tanımlanmış ve toplum yaşamı için vazgeçilmez derecede değerlidir?" sorularını cevaplaması gerektiği ifade edilmiştir (Sak vd., 2010, s. 20). Ayrıca bu üstün zeka tanımı Sternberg ve Zhang'ın (1995) üstün zekanın beşgen kuramında yer alan enderlik ve mükemmellik ölçütlerine cevap olduğu da ifade edilmiştir. Bir kişinin üstün yetenekli olarak nitelendirilebilmesi için bir alanda son derece yüksek yeteneğe sahip olması önkoşuldur. Yeteneğin yükseklik derecesi bağlamdan bağlama farklılık gösterebilir. Bir yetenek alanının iyi tanımlanmış ve toplumsal değerinin çok fazla olduğunu iddia edebilmek için söz konusu alan çok kapsamlı bilgi ve beceri alanı olmalı ve problem çözmeye, üretmeye açık ve elverişli olmalıdır (Sak vd., 2010). Matematiğin iyi tanımlanmış bir alan olduğu iddia edilebilir. Matematiksel yetenek çoklu zeka kuramında da matematiksel mantıksal zeka olarak ifade edilen zeka alanlarından biridir (Gardner, 1993). Önceki bölümlerde matematiğin doğası kısmında da matematiğin aslında diğer bilimlerin gelişmesinde rol oynayan, bir araç da olduğu tartışılmıştı. Bu durumun da matematiğin toplum için önemini arttırdığı söylenebilir.

Genel bilişsel özelliklerin matematiksel sembol, harf, şekil vb. nesnelerin kullanımında spesifik yetenek olarak davrandığı varsayılmaktadır (Krutestkii, 1976). Matematiği anlama/kavrama, matematiksel bilgiyi işleme ve hafızada tutma ile etkileşen matematiksel düşünüş şeklinin *problem çözme, problem bulma, problemleri karşılaştırma* üzerinden aktive olacağı düşünülmektedir.

Böylece matematikçilerin matematik yaparken işe koştuğu matematiksel muhakeme, akla yakın muhakeme, tümdengelimsel muhakeme, analiz, sezginin işe koşulması ile genelleme, soyutlama, teoremlere ulaşma ve ispatlama ile yeniden üretim veya yeni bilgi üretimiyle matematiği ilerletme ve matematiksel uzmanlığı arttırma olanağı elde edilebilir.

Modelin oluşturulmasında Krutetskii'nin (1976) genel yetenekle ilişkilendirilen bir beceri/aracın matematiksel içerikle uğraşırken spesifik bir beceriymiş gibi davrandığı görüşü benzerlik ve ilişki kavramlarına uygulanmıştır. Benzerlik ve ilişki (analoji) bilişsel psikologlarca çekirdek becerilerden görüldüğü için genel yeteneğe ait bir beceriymiş gibi düşünülmesine rağmen matematik disiplininde matematiğe özgü spesifik bir çekirdek beceri gibi davrandığı varsayılmıştır.

Krutetskii'nin (1976) matematiksel yetenek tanımı matematik öğretimiyle kazanılabilecek becerilere vurgu yaparak ilk adımı oluşturmaktadır. Polya ve Poincare ise gerçek matematikçilerin matematik bilgisini edinmesiyle onun nasıl işlediğine yönelik ipuçları vermişlerdir. Matematikte analitik ve yaratıcı sürecin birlikte işlediği düşünülmektedir. Bir taraftan matematiksel nesneler üzerindeki benzerlik ve ilişkilerin gözlemlenmesiyle ve/veya sezgiyle tahminler, genellemeler elde edilmekte ardından bunun doğrulanması çabasına girişilmesi söz konusudur. Polya'nın (1954) belirttiği gibi akla yakın muhakeme ve tümdengelimsel muhakeme karşılıklı etkileşim içerisindedir ve her ikisinin de öğrenilmesi gerekmektedir. Matematiğin hem öğretiminde hem de aktif matematikçilerin matematik yapma metotları dikkate alındığında matematikte üstün yeteneğin *problem çözme, problem kurma* ve *problemleri karşılaştırma* üzerinden incelenebileceği görüşü doğmuştur.

Ayrıca bu zamana kadar yapılan birçok tanılama çalışmasında genellikle büyük beceriler dikkate alınmıştır ya da yeteneğin içindeki çekirdek bileşenden ziyade kavramsal olarak alan için önemli görülen becerilerin tespit edilerek işe koşulması sonucu tanılama çalışmaları yapılmıştır (Örn. Kim, vd., 2003; Osborn, 1983; Sak, 2005; Wilmott, 1983)

Modelde biliş için çekirdek beceri kabul edilen, matematiğin doğasında bulunan ve matematikçilerin değer atfettiği *benzerlik* ve *ilişki* kavramları temel alınmıştır. Bundan sonraki kısımda oluşturulan tanılama modelinin geçerliği benzerlik ve ilişkiye dayalı olarak *problem çözme, problem kurma*, ve *problemleri karşılaştırma* becerilerini değerlendiren test üzerinden ampirik olarak araştırılmıştır.

Modelde temel alınan noktalar:

(1) Matematiksel yeteneğin sergilenmesinde *problem çözme, problem kurma* ve *problemleri karşılaştırmada* alan yazında sıklıkla değinilen büyük beceriler üzerinden değil çekirdek beceriler üzerinde hareket edilmiştir.

(2) Krutetskii'nin genel bilişsel yeteneklerin matematiğin sayısal, sembolik nesneleriyle çalışırken özel bir yetenek gibi davrandığını görüşü benimsenmiştir.

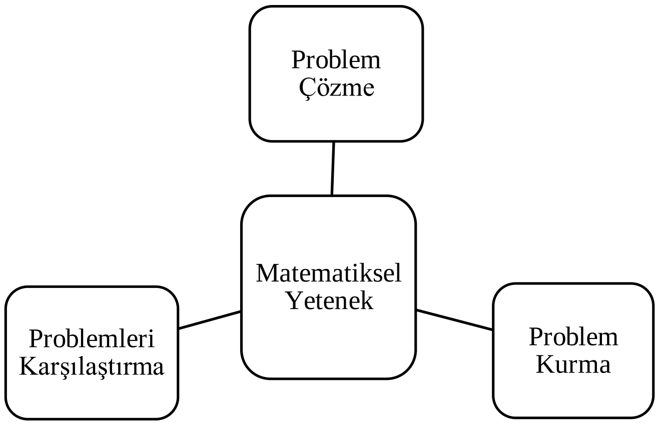
(3) Polya, Poincare gibi matematikçilerin de benzerlik, ilişkisel benzerlik/analojinin matematik için önemini vurgulaması bu çalışmanın esin kaynağı olmuştur.

(4) Benzerlik alan yazında birçok araştırmacı tarafından incelenmiş olup farklı kavramsal tanımları ve teorileri bulunmaktadır (Örn. Gentner & Markman, 1997). Bu çalışmada Tversky (1977)'nin benzerlik tanımı dikkate alınmıştır. Araştırmacı nesnelerin bir özellikler koleksiyonunu temsil ettiğini, benzerliğin (similarity) ise bir özellik eşleştirme işlemi (feature-matching) olarak tanımlandığını belirtmiştir. Tversky'nin teorik yaklaşımında nesnelerin benzerliği, nesnelerin ortak ve ayırt edici (common and distinctive) özelliklerinin lineer bir kombinasyonu veya bir zıtlığı (contrast) olarak ifade edilir. Diğer yargılar gibi benzerlik bir referans çerçevesine ve kontekste bağlı değerlendirilmektedir. Yargılanan farklılık yargılanan benzerliğin lineer bir fonksiyonu olduğu ifade edilmiştir.

(5) İlişki kavramı iki veya daha fazla nesne, kavram, problem vb.'nin ikisi arasında bir kural, bağ, bağlantı kurulması durumu olarak tanımlanmıştır. İlişki

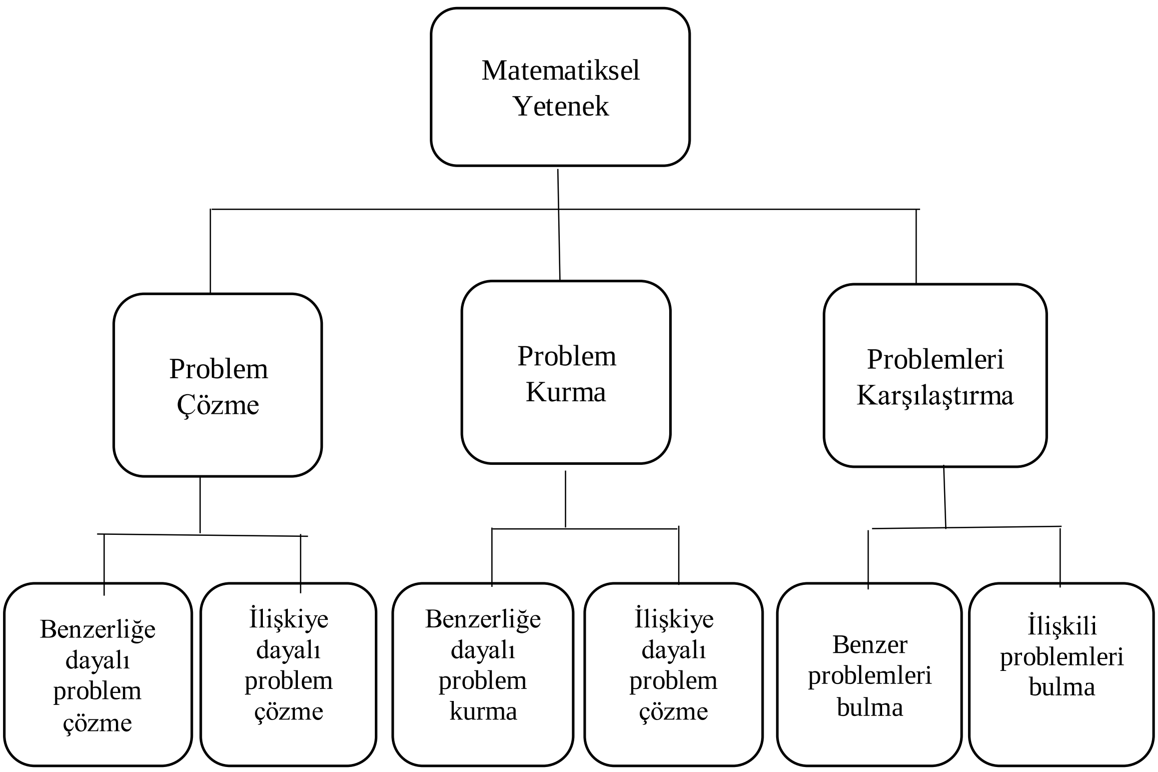
kavramıyla yine benzerliğin bir türü olan analojilere ulaşma hedeflenmiştir. Benzerlikte sadece matematiksel nesnelerin ortak paylaştıkları özelliklere odaklanılırken; ilişki ile daha çok nesneler arasında kurulan bağların benzerliği, oranların eşitliği, aynılığı ile daha üst düzey bir benzerlik olan analojilere ulaşılır.

Matematikte Benzerlik ve İlişki Temelli Düşünme Modeli'nin genel çerçevesi şekil 2-2'de sunulmuştur.




Şekil 2-2:Matematikte Benzerlik ve İlişki Temelli Düşünme Modeli'nin Çerçevesi

Matematikte Benzerlik ve İlişki Temelli Düşünme Modeli'nin tüm yapısı şekil 2-3'te sunulmuştur.




Şekil 2-3:Matematikte Benzerlik ve İlişki Temelli Düşünme Modeli

# BÖLÜM III: YÖNTEM

Bu bölümde araştırma yöntemi, çalışma grubu, ölçme aracının geliştirilmesi, veri toplama işlemleri, veri analizlerinde kullanılan yöntemler açıklanmıştır.

Araştırmada tarama modeli kullanılmıştır. Fraenkel ve Wallen (2006)'ya göre tarama metodu bir konu ya da konuya ilişkin katılımcıların görüşlerinin ya da ilgi, beceri, yetenek, tutum vb. özelliklerinin belirlendiği bir araştırma türüdür (akt. Büyüköztürk, Kılıç Çakmak, Akgün, Karadeniz & Demirel, 2008). Tarama modellerinde geçmişte veya halen var olan bir durumu var olduğu şekliyle betimleme amaçlanıp (Karasar, 2005), genellikle büyük örneklemlerle çalışılmaktadır (Büyüköztürk vd., 2008). Veriler özelliği betimlenecek topluluğun her bireyinden değil, bu topluluğu temsil eden parçalarından örneklemden toplanmaktadır.

## 3.1. ÇALIŞMA GRUBU

Araştırmada çalışma grubunun belirlenmesinde random olmayan örnekleme türlerinden uygun örnekleme (convenience sampling) metodu kullanılmıştır. Bu örnekleme yönteminde öğeler evrenin içerisinden elverişli oldukları için araştırmaya dahil edilirler (Böke, 2010). Uygun örnekleme araştırmacının bazen örneklem tasarlaması ve ulaşması çok zor olduğu durumlarda, bazen de evren elamanlarının hepsini belirlemek imkansız olduğunda kullanılmaktadır. Bu örnekleme türü, uygulamada pratiklik ve ekonomiklik sağladığı için tercih edilmektedir (Monette, Sullivan & De Jong, 1990; Böke, 2010).

Araştırmada testi ciddiye alacak, mevcut potansiyelini en iyi şekilde kullanacak ve farklı başarı, zeka düzeylerindeki öğrencilerin tümünü kapsayacak çeşitlilikte bir örnekleme ulaşılmaya çalışılmıştır. Araştırma İstanbul ilinde, 2013-2014 eğitim-öğretim yılı, bahar yarıyılında dönem ortası ve dönem sonuna doğru gerçekleştirilmiştir. Araştırmaya ortaokulların 5., 6. ve 7. sınıflarında öğrenim gören toplam 764 öğrenci katılmıştır. Çalışma grubundaki öğrenciler MEB'e bağlı devlet ve özel okul öğrencilerinden oluşmaktadır. Devlet ve özel okul öğrencilerinin içinde Bilim ve Sanat Merkezleri (BİLSEM), üstün zekalı ve yetenekliler için açılan merkezlere devam eden öğrenciler de bulunmaktadır.

Araştırmaya katılan öğrencilerin sınıf düzeyi ve cinsiyet dağılımları Tablo 3-1'de gösterilmiştir.

Tablo 3-1: Çalışma Grubunun Sınıf Düzeylerine Göre Dağılımı

| Sınıf düzeyi | Cinsiyet | f | % | Geçerli (%) | Yığılmalı % |
|---|---|---|---|---|---|
| 5.sınıf | Kız | 150 | 52.3 | 52.3 | 52.3 |
| | Erkek | 137 | 47.7 | 47.7 | 100 |
| | Toplam | 287 | 100 | 100 | 100 |
| 6.sınıf | Kız | 164 | 53.6 | 53.6 | 53.6 |
| | Erkek | 142 | 46.4 | 46.4 | 100 |
| | Toplam | 306 | 100 | 100 | 100 |
| 7.sınıf | Kız | 81 | 47.4 | 47.4 | 47.4 |
| | Erkek | 90 | 52.6 | 52.6 | 100 |
| | Toplam | 171 | 100 | 100 | 100 |

Tablo 3-1'de görüldüğü üzere araştırmaya 5. sınıf düzeyinden 287, 6. sınıf düzeyinden 306, 7. sınıf düzeyinden 171 öğrenci katılmıştır. Tablo 3-1'e göre tüm sınıf düzeylerinde kız ve erkek öğrenci oranları birbirine yakındır. Öğrencilerin yetenek düzeylerine göre dağılımları Tablo 3-2'de gösterilmiştir.

Tablo 3-2: Çalışma Grubunun Yetenek Düzeylerine Göre Dağılımı

| Sınıf | Toplam | | Üstün yetenekli tanısı olan | | Üstün yetenekli tanısı olmayan | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | n | % | n | % | n | % |
| 5 | 287 | 37.56 | 84 | 29.26 | 203 | 70.73 |
| 6 | 306 | 40.05 | 54 | 17.64 | 252 | 82.35 |
| 7 | 171 | 22.38 | 55 | 32.16 | 116 | 67.83 |
| Toplam | 764 | 100 | 193 | 100 | 571 | 100 |

Tablo 3-2'ye göre 5. sınıf öğrencilerinin % 29.26'sı; 6. sınıf öğrencilerinin %17'si; 7. sınıf öğrencilerinin %32.16'sı üstün yetenekli olarak tanı almış olup kalanları üstün yetenekli tanısı olmadığı için normal yetenekli olarak kabul edilen öğrencilerdir.

## 3.2. VERİ TOPLAMA ARAÇLARI

Matematikte Benzerlik ve İlişki Temelli Düşünme Testi (MBİTD-T) çeşitli adımlarda geliştirilmiştir. Bu kısımda MBİTD-T ile birlikte öğrencilere verilen bilgi formu ile MBİTD-T'nin teorik alt yapısı, puanlanması, gelişim süreci, kullanım alanları ve testin uygulanmasına ilişkin konularda açıklamalara yer verilmiştir.

MBİTD-T, Matematikte Benzerlik ve İlişki Temelli Düşünme Modeline göre geliştirilmiştir. MBİTD-T, 6 alt test olmak üzere toplam 57 problem içermektedir.

Birinci alt testte 13, ikinci alt testte 20, diğer alt testlerde de 6'şar soru bulunmaktadır. Alt testlerde yer alan sorularla ilgili örnekler Ek 2'de sunulmuştur.

MBİTD-T ile beraber demografik bilgi formu verilmiştir. Form; öğrencilerin sınıf düzeyi, matematik, fen bilgisi ve genel başarı notu hakkında bilgi toplamak amacıyla hazırlanmıştır. Ayrıca demografik bilgi formunda öğrencilerin matematiği sevme düzeyleri ve matematik yetenekleriyle ilgili düşüncelerini ifade etmelerini sağlayan birer soru yer almaktadır. Bu sorular, dört seçenekli olup aşağıda sunulmuştur:

(1) Matematik yeteneğin hakkında ne düşünüyorsun?
Çok yetenekliyimdir (4); Yetenekliyimdir (3); Yetenekli değilimdir (2); Hiç yetenekli değilimdir (1)

(2) Matematiği ne kadar seviyorsun?
Çok seviyorum (4); Seviyorum (3); Sevmiyorum (2); Hiç sevmiyorum (1)

Yaşları küçük öğrencilerin testten sıkılmalarını engellemek için test öncesi uzun tutum ölçekleri sunmak yerine öğrencinin daha hızlı ve net cevap verebileceği yukarıdaki soruların kullanılması tercih edilmiştir (Benzer örnekler için bkz. Sak, 2005).

### 3.2.1. MBİTD-T'nin Geliştirilmesi İşlemleri

Matematikte Benzerlik ve İlişki Temelli Düşünme Testi alan yazın incelemesi sonucunda matematikçilerin ve alan uzmanların matematiğe, matematiksel yeteneğe yönelik bakış açıları temel alınarak geliştirilmiştir. Testin asıl uygulamada kullanılan son halinde 6 alt test yer almaktadır. Her bir alt testteki sorular Milli Eğitim Bakanlığı (MEB) matematik programında var olan öğrenme alanlarıyla ilişkilendirilmiştir.

***MBİTD-T nin içeriği.*** Matematikte Benzerlik ve İlişki Temelli Düşünme Modeli'ne (MBİTD-M) dayalı Matematikte Benzerlik ve İlişki Testi (MBİTD-T) geliştirilmesinde öncelikle model için belirlenen alt testler ve bilişsel boyutlara uygun soru havuzu oluşturma çalışmaları yapılmıştır. Süreç içerisinde geliştirilen soruların alt testlere uygunluğu matematik alanında çalışan iki uzman tarafından incelenmiştir (uzmanlardan biri doktora derecesine sahiptir, bir diğeri doktora eğitimini sürdüren öğretmenlik deneyimi olan bir kişidir). Uzmanlardan gelen dönütler doğrultusunda düzeltmeler yapılarak yeni soru geliştirme çalışmaları sürdürülmüştür. Tüm alt testlere uygun yeteri kadar soru oluşturulduktan sonra soru havuzundan her alt test için bir miktar soru seçilerek uzman görüşüne sunulmak üzere taslak test formu oluşturulmuştur.

MBİTD-T taslak formunda *problemleri karşılaştırma*, *problem çözme* ve *problem kurma* olarak üç ana bölüm yer almıştır. Bu üç ana bölüm de *benzer problemleri bulma, ilişkili problemleri bulma; benzerliğe dayalı problem çözme, ilişkiye dayalı problem çözme, benzerliğe dayalı problemler kurma, ilişkiye dayalı problem kurma* olarak alt kavramsal bölümler içermiştir.

MBİTD-T taslak formda *I. Bölüm: Problemleri Karşılaştırma,* kısmı için aralarında benzerlik/ilişki kurma olanağı sağlayan 23 problem ve bu problemlerin soru ifadesi; *II. Bölüm: Problem Çözme* için 46 klasik analoji problemi şeklinde hazırlanan sorular; *III. Bölüm: Problem Kurma* kısmında klasik analoji şeklinde birden çok problem kurgulamayı sağlayan dört soru yer almıştır. Testte yer alan sorular MEB müfredatında yer alan *sayılar ve işlemler, geometri ve ölçme* ile *veri işleme* öğrenme alanlarının kapsamına girecek şekilde hazırlanmıştır.

***MBİTD-T'nin uzman görüşüne sunulması.*** Taslak test, alan uzmanı akademisyenlere ve öğretmenlere verilmek üzere hazırlanan uzman değerlendirme formları eşliğinde e-mail aracılığıyla ya da elden kağıt doküman olarak gönderilmiştir. Akademisyenlere gönderilen *Uzman Değerlendirme ve Bilgilendirme Formunda* araştırma amacı, kavramsal çerçevenin içeriği, alt testler ve bu testlerde yer alan soru maddeleri hakkında açıklamalara yer verilmiştir. Öğretmenlere gönderilen uzman değerlendirme formu da yine araştırma amacı, testin içeriği ve soruları değerlendirme kriterleriyle ilgili açıklamaları kapsamaktadır. Uzmanlardan test maddelerinin kuramsal beceriyle ilgililiğini, anlaşılırlığını, maddelerin zorluk-kolaylık derecesini değerlendirmeleri istenmiştir.

Görüşüne başvurulan uzmanlar üstün zekalı ve yetenekliler eğitimi alanında çalışan akademisyenler; matematik eğitimi üzerine çalışan akademisyenler, her iki alanda da çalışan uzmanlar, ölçme değerlendirme alanında çalışan bir akademisyen, üstün zekalı ve yetenekli çocuklara öğretmenlik yapan sınıf öğretmenleri ve matematik öğretmenlerinden oluşmaktadır. Taslak test toplam 21 uzman tarafından incelenmiştir. Bu uzmanlardan iki matematik öğretmeninden soruların müfredata uygunluğu, matematiksel hata içerip içermediğiyle ilgili sözlü dönütler alınarak gerekli düzetme ve düzenlemeler yapılmıştır. Ayrıca süreçte uzmanların dönütleri araştırmacı tarafından not edilmiştir. Tüm dönütler geldikten sonra hepsi bilgisayar ortamına aktarılarak birleştirilmiştir. Dönütler incelenerek içerik ve biçimsel olarak iki kategoriye ayrılmıştır. Dönütler maddeleştirilerek bir kontrol listesi oluşturulmuş ve her bir madde gerçekleştirildikten sonra o maddenin karşısına artı işareti konulmuştur. En son tüm dönüt ve düzeltmeler gerçekleştirildikten sonra da yapılan düzeltmeler kırmızıya boyanarak bir matematikçiden yapılan değişikliklerin gerçekleşip gerçekleşmediği hakkında görüş alınmıştır.

Taslak testte ön ve asıl uygulamada kullanılması düşünülenden daha fazla sayıda soru yer almıştır. Uzmanlardan gelen görüş ve öneriler doğrultusunda testin alt boyutlarına uygun olmadığı düşünülen sorular yeniden incelenerek bazı maddeler formdan çıkarılarak yerine ya havuzdan yeni sorular eklenmiş ya da yeniden soru geliştirilmiştir. Bazı soruların da üzerinde düzeltmeler yapılarak formda kalmasına karar verilmiştir. Ayrıca uzman görüşleri doğrultusunda soru maddelerinin anlaşılırlığı, maddelerin zorluk ve karmaşıklık düzeyleri ve testin biçimsel içeriği noktasında da düzenlemeler yapılmıştır

***MBİTD-T'nin ön uygulama formu için soru seçme kriterleri.*** Uzmanlardan gelen dönütlerin incelenmesi sonucunda öncelikle MBİTD-T taslak formunda yer alan soruların şekilsel ve içerik düzeltmeleri yapılmıştır. Soru ifadeleriyle ilgili alınan öneriler tekrar incelenmiş, uzman görüşleri tekrar okunmuştur. Ardından uzman görüş ve önerileri dikkate alınarak ve araştırmacının deneyimi göz önünde bulundurularak soru seçme işlemi yapılmıştır. Soru seçme işlemi sırasında aşağıdaki adımlar izlenmiştir:

(1) 4. ve 5. sınıf içerik öğrenme alanları müfredattan kontrol edildi. MEB'in internet sitesinden ilköğretim matematik programları indirilerek (MEB, 2009; MEB, 2013b) soruların öğrenme alanlarıyla uyumlu olup olmadıkları kontrol edildi. İlkokul ortaokul sistemine geçildiği için MEB programı 5-8 sınıflarına yönelik olarak 2013 yılı için hazırlanan program incelenmiştir. 4. sınıf müfredatı için MEB internet

sitesinde yeni program olmadığından 1-4 için var olan MEB müfredatı (MEB, 2009) incelenmiştir.

(2) MEB'in internet sitesinde e-kitap olarak yayınlanan 4. ve 5. sınıf matematik ders kitaplarından içerikler kontrol edilmiştir. Ayrıca 5. sınıflara giren deneyimli bir matematik öğretmenine ilk dönem işlenen konular sorulmuştur. Öğrencilerin hangi soruları yapabilecekleri tartışılmıştır. Öğretmenin müfredat dışı olarak bildirdiği sorular elenmiştir. Ancak müfredat dışı sorularda öğrencilerin benzerlik/ilişkileri kullanarak transfer ile yeni problem durumunu çözüp çözemeyeceği tartışıldığında öğrencinin söz konusu soruyu çözebileceği kanaati mevcutsa soru ön uygulama formuna seçilmiştir

(3) Öğrencilerle informal ve formal olarak yapılan çalışmalardan öğrencilerin hangi soruları yapabildikleri, hangi sorularda zorlandıklarıyla ilgili alınan notlar dikkate alınmıştır.

(4) Alan uzmanlarından gelen dönütler bilgisayara aktarılmıştır.

(5) Test maddelerin zorluk kolaylığı noktasında özellikle iki tane üstünlerle çalışan sınıf öğretmeni, bir tane üstünlerle ve normallerle çalışan matematik öğretmeni, bir tane matematikte yüksek lisans yapmış matematik öğretmeninden (2013-2014 öğretim yılında 5. sınıflara girmiştir) gelen dönütler dikkate alınmıştır.

(6) Soru seçiminde uzmanların %70'ince kabul gören sorulara öncelik verilmiştir. %70 oranında kabul görmeyen sorularda yer alan dönütler incelenmiştir, düzeltmelerin yapılarak eklenip eklenemeyeceği üzerine düşünülmüştür, tekrar alan uzmanlarına sorularak görüş alınmıştır. Araştırmacının son kararına göre soru listeye alınmış/çıkarılmıştır.

Yukarıda belirtilen kriterler doğrultusunda seçilen sorular öğrenme alanlarına dağıtıldı. Müfredattaki ağırlıkları, araştırma amacı, soruların niteliği vb. noktalar göz önüne alınarak ön uygulama formu oluşturuldu. Hazırlanan ön uygulama formu tekrar iki matematik öğretmeni, üç alan uzmanı tarafından yeniden anlaşılırlık, ilgililik, soruların öğrenme alanlarına uygunluğu kriterleri açısından incelenmiştir.

*MBİTD-T'nin anlaşılırlığını inceleme I:* Uzman görüşlerine ek olarak, süreçte ilk taslak formun öğrenciler tarafından da anlaşılır olup olmadığı, hangi sınıf düzeylerinde yapılabildiğine yönelik veri toplamak için de formal ve informal olarak öğrencilerle çalışılmıştır. Testin 4. sınıf üstün zekalı tanısı olan öğrenciler tarafından ilk kısmındaki bazı sorularının yapılabildiği gözlenmiştir. Bunun yanında testin ilk kısmı bir tane 8. sınıf öğrencisiyle çözülmüştür. Sekizinci sınıf öğrencisinin testin tüm sorularını doğru yapamadığı gözlemlenmiştir.

Test beş tane 5. sınıf, üç tane 6. sınıf, üç tane de 7. sınıf öğrencisiyle birebir çalışılmıştır. Öğrencilere testin her bir maddesini dikkatli okumaları ve anlamadıkları bir soru ifadesiyle karşılaştıklarında bunu belirtmeleri istenmiştir. Öğrenciler soruları çözerken araştırmacı da onları gözlemlemiştir. Öğrenciler teste başlamadan sorularda anlamadıkları yer olduğunda durmaları ve nereyi anlamadıkları hakkında bilgi vermeleri istenmiştir. Öğrenciler anlamadığı yer olduğunu söylediklerinde, soru araştırmacıyla birlikte tekrar okunmuş, araştırmacı öğrenciye soruda hangi noktayı anlamadığını sormuştur. Öğrencinin yanıtına göre araştırmacı soruyu farklı bir şekilde ifade ederek bu şekilde öğrencinin soruyu anlayıp anlamadığını belirtmesini istemiştir. Öğrencinin cevabı olumlu ise öğrenciye soruyu bu şekilde değiştirdiğinde daha iyi anlayıp anlamayacağını tekrar belirtmesini istemiş, bazen de öğrenciye soruyu nasıl sorsaydım sence daha anlaşılır olurdu, fikrini belirtir misin? diyerek sürece onu da katmış, öğrencinin cevabına göre düzeltmelerde bulunmuştur.

*MBİTD-T'nin anlaşılırlığını inceleme II-ön uygulama.* MBİTD-T'nin anlaşılırlığı ve işlerliğini uygulamada görmek için asıl uygulama öncesinde bir ön uygulama yapılmıştır. Ön uygulama bir devlet okulunda ve bir BİLSEM'de gerçekleştirilmiştir. Uygulama öncesinde öğrencilere araştırma amacı açıklanmıştır. Öğrencilere bugüne kadar sahip oldukları matematik bilgilerini kullanarak verilen testteki soruları benzerlik ve ilişki kurarak çözebilecekleri, böylece kendi performanslarını görebilecekleri söylenmiştir. Testteki bazı soruların kolay, bazılarının zor olabileceği; bu sorularla güçlü ve zayıf oldukları yönler hakkında bilgi sahibi olabilecekleri de söylenmiştir. Bunun dışında test kitapçıklarında yer verilen yönergeler ve örnekler de öğrencilere açıklanmıştır.

Ön uygulamaya devlet okuluna ve BİLSEM'e devam eden toplam 162 öğrenci katılmıştır. Uygulamaya 5. sınıflardan 78; 6. sınıflardan 48 ve 7. sınıflardan 36 öğrenci katılmıştır. Katılımcılardan 61 tanesi BİLSEM'e devam eden üstün yetenekli tanısı almış öğrencilerden oluşmaktadır. Bunun yanında öğrencilerden 80 tanesi kız, 81 tanesi erkektir. Ön uygulamada testin tavan etkisinin olup olmadığına karar verebilmek adına üstün yetenekli öğrencilere de yer verilmiştir.

Test çoktan seçmeli olmayıp açık uçlu sorulardan oluşmaktadır. Dolayısıyla öğrencilerin problemi çözdükten sonra cevabı kendilerinin ifade etmeleri için bırakılan boşluklara yazabileceği şekilde hazırlanmıştır. Öğrenciler 40 dakikalık süre sonunda 10 dakika ara vermişlerdir. Öğrenciler dinlendikten sonra II. Kitapçıklar dağıtılarak bu kısımdaki örnek sorular ve yönergeler öğrencilere açıklanmıştır. Bu kısım için de öğrencilere 40 dakika süre verilmiştir.

Problem çözme kısmındaki soruların her birinin madde güçlük ve ayırt edicilik düzeyleri ITEMAN madde analizi programı kullanılarak incelenmiştir. Madde ayırt ediciliği o maddenin testin tamamından yüksek puan alanlar ile almayanları birbirinden ayırt edip edemediği hakkında bilgi vermektedir (Baykul, 2010). Madde güçlük düzeyi ise maddeyi doğru cevaplayanların tüm kişi sayısına bölünmesiyle elde edilir ve maddenin ne kadar doğru yapıldığı hakkında bilgi sağlar. Madde güçlük düzeyi 0 ile 1 arasında bir değer alır. 0'a yakın değer alması maddenin zor olduğunu; 1'e yakın değerler alması da maddenin kolay olduğunu gösterir (Baykul, 2010). Madde ayırt ediciliği ise -1 ile 1 arasında değerler alır. 0.20'nin altındaki değerler maddenin ayırt edicilik gücünün çok düşük olduğuna işaret ederken, .40'ın üzerindeki değerler maddenin ayırt ediciliğinin iyi olduğuna işaret etmektedir (Ebel & Frisbie, 1986). Alt testteki maddelerinin ayırt edicilik indekslerinin 0.221 ile 0.796 aralığında seyrettiği bulunmuştur. ITEMAN analizi sonucunda testteki maddelerin güçlük düzeyleri 0.222 ile 0.895 değerleri arasında bulunmuştur. Güçlük düzeyi .50'nin üzerindeki maddelerin ayırt edicilikleri kontrol edilmiştir. Ayırt edicilikleri kabul edilebilir düzeyde ise madde yeniden incelenmiştir. Maddeyi zorlaştırma yoluna gidilmiştir. Güçlük düzeyi düşük olan maddeler üzerinde çalışılarak zorluk düzeyleri arttırılmıştır.

Testteki *problem çözme* kısmındaki maddelerin %77'sinin ayırt edicilik düzeyinin .40'dan yüksek olduğu dolayısıyla ayırt ediciliklerinin yüksek olduğu bulunmuştur. Testteki 5 maddenin ayırt edicilik düzeyinin ise yeterli düzeyde olduğu bulunmuştur. Testteki 1 maddenin ayırt ediciliği oldukça düşük bulunmuştur. Bu madde incelendiğinde bu maddenin öğrencilerce yeterince anlaşılamadığı için yapılamadığı bu nedenle zorluk düzeyinin de yüksek bulunduğu sonucuna varılmıştır. Ayrıca bu maddenin testte iyi yapan ve yapmayan öğrencileri ayırmada yetersiz olduğu saptanmıştır. Ayırt edicilik indeksleri yönüyle de bu 6 maddenin iyileştirilmesi için çalışmalar yapılmıştır.

Ön uygulamada testin diğer bölümleri olan *problem kurma* ve *problemleri karşılaştırma* kısmındaki sorular birden fazla cevap bulmayı gerektiriyordu. Öğrencilerin benzerlik veya ilişki cümlesi kurgulaması; benzer veya ilişkili problemleri bulması istenmişti. Ön uygulamada öğrenci cevapları incelendiğinde öğrencilerin bazılarının daha çok benzerlik cümlesi kurarken, hiç ilişki cümlesi kurmadığı ya da tam tersi ilişki cümlesi kurmaya odaklanarak benzerlik cümlesi hiç ya da bir kaç tane kurduğu gözlemiştir. Buna benzer olarak da öğrencilerin *problemleri karşılaştırma* kısmında da daha çok ya benzer problem bulmaya odaklandıkları ya da ilişkili problem bulmaya odaklandıkları gözlenmiştir. Bu kısımlarda öğrencilerden bulabildikleri kadar çözüm üretmeleri beklendiği için yukarıdaki durumdan ötürü benzerlik ve ilişki cümlesi kurma, benzer veya ilişkili problem bulmadan aldıkları puanlar arasında aşırı farklar oluşabildiği gözlenmiştir. Ön uygulama ile testin işlerliğinin gözlenmesi sonucunda ve bir alan uzmanın görüşleri doğrultusunda testin bütününde bir birlik sağlanması için *problem kurma* ve *problemleri karşılaştırma* kısımlarındaki cevap sayısı sınırlanacak şekilde ve sorular aynı kalarak soru ve cevap formatlarında düzenleme yapılmıştır. Böylece testin bütününde bir birlik sağlamak ve psikometrik özelliklerini daha iyi inceleyebilmek için ön uygulama sonrasında ölçme aracının *problem kurma* ve *problemleri karşılaştırma* kısmındaki soruların birden fazla cevap isteyen formatında düzenlemeler yapılmıştır. Bu kısımdaki sorular *problem çözme* kısmındaki sorularda olduğu gibi doğru veya yanlış olarak değerlendirilebilecek şekilde uzman görüşleri doğrultusunda değiştirilmiştir. Testin son formatı iki matematikçi ve üstün zekalılar eğitimi alanında çalışan bir uzman tarafından incelendikten sonra asıl uygulamaya geçilmiştir.

***Ön uygulama sonrasında MBİTD-T üzerinde yapılan düzenlemeler.*** Ön uygulama sonrasında Problem çözme kısmında madde ayırt edicilikleri ve madde gücüklerinde sorunlu olarak tespit edilen maddeler yeniden incelenerek çok kolay olan bazı maddelerin zorluk düzeyleri arttırılmış, ayırt ediciliği düşük olan maddelerin ise ifadeleri yeniden gözden geçirilerek düzeltmeler yapılmıştır. Ayrıca uzmanlarla yapılan görüşmeler sonunda da problem çözme alt testindeki benzerlik soru sayısının attırılmasına karar verilmiştir. Problem Çözme boyutu için benzerlik soru sayısı 5'ten 13'e yükseltilmiştir. Yeni sorular için matematik, üstün zeka ve yetenek alanında uzman olan üç kişiden görüş alınmıştır. *Problem kurma, problem* *karşılaştırma* bölümlerinin testin diğer kısımlarına benzer hale getirmek için madde formatında bazı düzenlemeler yapılmıştır. Ön uygulamada bu alt testlerde öğrencilerin benzerlik ve ilişki cümleleri kurabildikleri ve birden fazla üretebildikleri görülmüştür. *Problem kurma* ve *problemleri karşılaştırma* alt testleri için öğrencilerin sadece birine odaklandıkları ve bir alt testteki soru için yazabildiği kadar cevap yazdığı diğerini boş bıraktığı gözlenmiştir. Yine tanılama modelinin geçerliğinin incelenmesinde açıklayıcı faktör analizini aynı anda tüm test maddelerini işe koşarak yapabilmek için tüm soruların puanlanma formatının benzer hale getirilmesi üzerine bir alan uzmanından dönüt alınmıştır. Bu gruptaki sorular için öğrencilere tablo veya geometrik şekilden kendilerine verilen bir ögeye uygun benzerlik ya da ilişki cümlesi kurup yazabileceği kalan 3 ögeyi seçmeleri gerektiği açıklanmıştır. *Problem kurma* kısmından maksimum ulaşılabilecek benzerlik 3, maksimum ilişki 3 olmak üzere 6 tane cümle kurup yazacaklardır. 6 tane de geometrik şeklin altına madde eklenmiştir. *Problemleri karşılaştırma* kısmında da benzer bir uygulama yapılmıştır. 6 tane benzerlik 6 tane ilişkili problem bulmalarını sağlayacak şekilde düzenlemeler yapılmıştır.

***MBİTD-T'nin asıl uygulama formu.*** Ön uygulama sonrasında tüm testin 1 ve 0 şeklinde puanlanmasına olanak sağlayacak şekilde testin *problem kurma* ve *problemleri karşılaştırma* boyutlarında bazı düzenlemeler yapılmıştır.

Testin *problem çözme* bölümünde pilot uygulamada 26 soruya yer verilmişti. Uzmanlarla yapılan görüşmeler ve ön uygulama sonucu elde edilen deneyimlerden sonra bu kısımdaki benzerliği temel alan soru sayısı arttırılmıştır. 7 tane yeni soru eklenmiştir. Eklenen yeni sorular için de uzman görüşü alınmıştır. *Problem kurma* bölümünde verilen tablo üzerinde yer alan sayıların kullanılarak benzerlik ve ilişkiye dayalı problem kurmaya olanak sağlayacak şekilde altışar soru maddesi eklenmiştir. Soruların üç tanesi tablodaki sayıları kullanarak benzerlik cümlesi kurmayı içeren, üç tanesi de tablodaki sayıları kullanarak ilişki kurmayı gerektirecek şekilde düzenlenmiştir. Pilot uygulamada bu kısımdaki ilk soru ifadesinde öğrencilerin tablodaki sayılardan dört öge seçmesini gerektiriyordu. Öğrenciler tablodan aralarında benzerlik ya da ilişki kurabilecekleri dört öğeyi kendileri bularak yapabildikleri kadar çok problem kurmaları istenmekteydi. Yapılan düzenleme ile üretilen cevap sayısı üç benzerlik, üç ilişki cümlesi kurma ile sınırlandırmış olup her bir maddeden 1 veya 0 puan alacak, maksimum 6 puan olacak şekilde bir üst sınır belirlenmiştir. Düzenlenmiş yeni formda ise öğrencilere tablodan bir sayı verilerek kalan boşlukları herhangi bir benzerlik veya ilişkiyi kurgulamaya izin veren üç diğer sayıyı tablodan seçmelerine olanak sağlayacak soru maddeleri oluşturulmuştur. Ön uygulama formundaki *problem kurma* kısmının diğer sorusu için çocukların geometri bilgisini işe koşmak için verilen geometrik şekil üzerinde yer alan geometriyle ilgili nesneleri kullanarak yapabildiği kadar çok benzerlik ve ilişki kurgulayarak benzerlik veya ilişki cümleleri kurmalarını gerektirmekteydi. Asıl form için bu kısımda tablo sorusundaki düzenlemeye benzer şekilde yine öğrencilere ilk ögeler verilmiş olup kalan ögeleri şekil üzerinden kendilerinin bulması istenmiştir. Bu kısımda da üç benzerlik ve üç ilişki cümlesi kurmayı gerektirecek şekilde 6 madde olarak düzenlenmiştir. *Problem kurma* kısmında tablo ve geometrik şekillerden faydalanarak toplamda 3 tane sayılar, 3 tane geometri olmak üzere 6 tane benzerliğe dayalı problem kurmayı gerektiren altı madde yer almıştır. Ayrıca yine üç tane sayılar, üç tane de geometri olmak üzere toplam altı tane de ilişkiye dayalı problem kurmayı gerektiren soru maddesi yer almıştır.

Benzer olarak *problemleri karşılaştırma* bölümünde öncelikle öğrencilere 13 tane sözel problem verilmiştir. Bu problemlerden ilişkili veya benzer olanları ikili olarak bulmaları istenmiştir. Ön uygulama formunda bu kısım içinde verilen 13 problem karşılaştırarak bunlar arasından bulabildikleri kadar benzer veya ilişkili problem çiftlerini bulmalarını istenmiştir. Asıl uygulama formunda ise yine gelen cevap sayısı öğrencilerin 6 tane benzer, 6 tane ilişkili problem çifti bulmalarını sağlayacak şekilde sınırlandırılmıştır. Benzer veya ilişkili problemler nedir ile ilgili açıklama ve ardından örnek soru ve çözümü verilmiştir. Öğrencilere aynı zamanda her soru maddesi için bir tane problem numarası verilmiş ve o probleme benzer veya ilişkili olabilecek başka bir problem bularak gerekçesini yazmaları istenmiştir.

MBİTD-T *problem çözme, problem kur(gula)ma* ve *problemleri karşılaştırmada* benzerlik ve ilişki kavramlarını kullanarak öğrencilerin matematiksel yeteneklerini ölçmektedir. MBİTD-T üç ana bölüm ve her bölümün altında iki alt test olmak üzere toplam altı alt testten oluşmuştur.

***Problem çözme bölümü.*** Bu bölümde benzerliğe *dayalı problem çözme* ve *ilişkiye dayalı problem çözme* olmak üzere iki alt test bulunmaktadır.

Bu alt testlerde yer alan sorularla benzerlik ve ilişkiye dayalı muhakemenin işe koşulduğu problem çözme durumları hedeflenmiştir. Alt testlerde yer alan sorular öğrencilerin analitik düşünme becerilerine odaklanmaktadır.

Bu bölümdeki alt testlerde yer alan problemler klasik analojilerin sözel olarak betimlenmesiyle oluşturulmuştur. Öğrencilerden kendilerine verilen benzerlik ya da analoji cümlelerinde eksik kalan kısmı doldurmaları istemiştir. Bir benzerlik veya ilişki (*analoji) ifadesi* "*a ile b* arasında bir ilişki vardır. Buna benzer bir ilişki *c ile ?* arasında da vardır" şeklinde ifade edilmiştir. Öğrenciler verilen problemdeki bilinmeyeni bulmak için öncelikle *a ve b* arasındaki benzerliği/ilişkiyi keşfetmeli ardından bu benzerlik/ilişkiyi *c'ye* haritalayarak *"?"* yere gelecek olan bilinmeyeni bulmalıdır. Dolayısıyla öğrenciler önce olası benzerlik ve ilişkileri tespit etmeli, ardından eleştirel düşünerek bulduğu benzerlik/ilişkilerin *c ile "?"* durumuna uygunluğunu denetlemeli ve doğru olabilecek cevabı yazmalıdır. Öğrencilerin benzerlik ve ilişki cümlelerini/ifadelerini daha iyi anlamasını sağlamak için test kitapçığının yönergesinde bu kavramların ne olduğu tanımlanmıştır. Benzerlik sorularını çözmeden önce benzerlik kavramı ve bir örnek çözümüyle (açıklamasıyla) birlikte verilmiştir. Ayrıca uygulama esnasında araştırmacı da örnekleri öğrencilerle birlikte çözmüştür.

Bu kısımdaki sorular matematik alanında MEB müfredatında tanımlanan öğrenme alanlarına göre dağılmıştır. Bu bölümde yer alan b*enzerliğe dayalı problem çözme* alt testini ölçen 13 soru, *ilişkiye dayalı problem çözme* alt testini ölçen 20 soru olmak üzere toplam 33 soru yer almaktadır. Bu kısımda *ilişkiye dayalı problem çözme*, *benzerliğe dayalı problem çözmeden* daha üst düzey bir beceri olduğu varsayıldığından *ilişkiye dayalı problem çözme* alt testindeki soru sayısı daha fazla tutulmuştur.

*Benzerliğe dayalı problem çözme* alt testinde yer alan 13 soru için öğrencilerin birden fazla benzerlik bularak çeşitli doğru cevaplara ulaşmaları söz konusudur. Bu nedenle öğrencilerin kendi cevaplarını bulurken nasıl bir benzerlikten yararlanarak soruyu çözdüklerini tespit etmek için sorunun cevabının yanında cevabın gerekçesini kısaca ifade etmeleri istenmiştir. İlişki sorularında öğrencilerin bulabilecekleri ilişki benzerlik problemlerine göre sınırlı sayıda olduğu için bu sorularda öğrencilerden gerekçe yazmaları istenmemiştir.

***Problem kurma/kurgulama bölümü.*** Bu bölümde kuramsal olarak *benzerlik ve ilişkiye dayalı problem kurma* şeklinde iki alt test bulunmaktadır. Öğrencilerden kendilerine verilen matematiksel nesneleri kullanarak bir benzerlik/ilişki ifadesi oluşturmaları istenmiştir. Problemler öğrencilerin yaratıcı düşünme becerilerini sergilemelerine olanak sağlamaktadır.

*Problem kurma* kısmında öğrencilerin benzerlik veya ilişki cümlelerini tamamlamaları için yine klasik analojilerin soru formatı kullanılmıştır. Bir önceki alt testte kullanılan a: b :: c: ? formatından farklı olarak bu kısımda öğrencilere sadece bir öge verilerek kalan ögeleri kendilerine verilen sayı, kavram, şekil, sembol vb. matematiksel nesneleri kullanarak tamamlamaları istenmiştir. Dolayısıyla bu kısımdaki soru formatı "a: ? :: ? : ?" ifadesinin " *a ile* ..... arasında benzerlik/ilişki vardır. Buna benzer olarak ........ *ile* ..... arasında da bir benzerlik/ilişki vardır" şeklinde sözel olarak yazılarak oluşturulmuştur. Bu kısımdaki soruların yaratıcı düşünme becerilerine hitap ettiği iddiasının gerekçesi olarak öncelikle öğrencinin ilk verilen öge ile benzerlik ya da ilişki kurulacak bir başka öge bulması ardından bu benzerlik/ilişkiye benzer olarak iki öge daha bulmasını gerektirmesidir. Burada öğrencinin birden fazla sayıda benzerlik bulması ya da ilişki kurması mümkündür. Bu kısımdaki sorularda öğrencinin yaptığı işi bilerek yapıp yapmadığını belirlemek için öğrencilerden oluşturduğu benzerlik ya da ilişki cümlesinin gerekçesini kısaca ifade etmesi de istenmiştir.

*Problem kurma* bölümünün alt testleri sayılar ve geometri öğrenme alanında matematiksel nesneleri kullanmayı gerektirmektedir. Bu iki alandaki matematiksel ögeler (sayılar, şekiller) matematiğin diğer alanlarına yönelik de benzerlik ve ilişkilerin kurulmasına imkan vermektedir. Ayrıca öğrencilerin yaş düzeyine uygun olarak matematiğin kavram ve nesneleriyle ilgili özelliklerine aşinalıklarının ilk önemli konularıdır, matematik öğretim programları bu konular için daha çok kazanıma yer vermektedir. Öğrencilere verilen bir tabloda 5. sınıf müfredatına uygun olarak farklı türde doğal sayı, ondalık, yüzdeli vb. sayılar verilmiştir. Öğrencilerden bu sayıları kullanarak en az 1 en fazla üç benzerlik cümlesi ve en fazla üç ilişki cümlesi yazması istenmiştir. Her problem için ilk öge tablodan verilmiş, kalan üç öge öğrenciler tarafından yine tablodaki sayıların incelenip karşılaştırılması sonucunda öğrencinin kurduğu benzerlik/ilişkiye göre seçilmektedir.

Benzer şekilde öğrencilere geometrik bir şekil verilerek bu şekil üzerindeki geometrik ögeleri incelemeleri ardından bu geometrik ögelerden yararlanarak üç benzerlik, üç ilişki cümlesi kurgulamaları istenmiştir. Sayılar ve geometrik ögeler içeren maddelerin ana sorusunun altında birebir benzerlik ve ilişki cümlesi kurma örneği ve çözümü sunulmuştur. *Problem kurma* bölümündeki alt testlerde 6 benzerlik cümlesi, 6 tane de ilişki cümlesi kurmayı gerektiren toplam 12 soru bulunmaktadır.

***Problemleri karşılaştırma bölümü.*** Bu kısımda öncelikle öğrencilere ders kitaplarında gördükleri, derslerde öğrendikleri çeşitli sözel problemler sunulmuştur. Öğrencilerden verilen bu problemleri doğrudan çözmeleri değil onları karşılaştırmaları istenmiştir. Öğrencilere 5. sınıf müfredatına uygun olarak geliştiren 13 sözel problem ifadesi verilmiştir. Öncelikle bu problemleri okuyup incelemeleri istenmiştir. Ardından kendilerine verilen problemlerin çeşitli yönlerden birbirlerine benzer veya ilişkili oldukları söylenmiştir. Öğrencilere kendilerine verilen problemlerden birbirlerine benzer veya ilişkili olan problem çiftlerini bularak bu çiftlerin neden benzer veya ilişkili olduklarını ifade etmeleri istenmiştir.

Bu bölümde *benzer problemleri bulma* ve *ilişkili problemleri bulma* olarak iki alt test bulunmaktadır. Öğrencilere her iki alt testin başında birer örnek ve çözümü sunulmuştur. Öğrencilere benzer olabilecek bir problem numarası verilerek bu numaralı probleme benzer bir problem bulmalarını gerektiren 6 soru sunulmuştur. Aynı yolla ilişkili problem çiftlerinden birisi verilerek diğerini onların bulmasını gerektiren 6 ilişkili problem bulma maddesi oluşturulmuştur. Öğrencilerden benzer ya da ilişkili problem çiftlerinin neden benzer veya ilişkili olduğunun gerekçelerini ifade etmeleri de istenmiştir. *Problemleri karşılaştırma* bölümündeki alt testlerde yer alan sorular ise “3. problem ile ....... problem benzerdir/ilişkilidir. Çünkü.......” şeklinde ifade edilmiştir. Bu kısımdaki soruların doğruluğuna da öğrencilerin yanıtlarının gerekçeleri incelenerek karar verilmektedir. Problemleri karşılaştırma kısmında da 12 madde bulunmaktadır.

Tablo 3-3: MBİTD-T’nin Yapısal Özellikleri

| | Hipotetik Alt testler | | |
|---|---|---|---|
| MBİTD-T’deki bölümler | Problem çözme | Problem Kurma | Problemleri karşılaştırma |
| Alt testler | Benzerliğe dayalı problem çözme<br>İlişkiye dayalı problem çözme | Benzerliğe dayalı problem kurma<br>İlişkiye dayalı problem kurma | Benzer problemleri bulma<br>İlişkili problemleri bulma |
| Alt testteki soru sayısı | Benzerliğe dayalı problem çözme (Bdpç)=13<br>İlişkiye dayalı problem çözme (İdpç)=20 | Benzerliğe dayalı problem kurma (Bdpk)= 6<br>İlişkiye dayalı problem kurma (İdpk)= 6 | Benzer problemleri bulma (Bpb)= 6<br>İlişkili problemleri bulma( İpb)= 6 |
| Soru maddeleri | Bdpç: s1, s2, s3, s4, s5, s6, s7, s8, s9, s10, s11, s12, s13<br>İdpç: s14, s15, s16, s17, s18, s19, s20, s21, s22 s23, s24 s25, s26, s27, s28, s29, s30, s31, s32, s33 | Bdpk: t1, t2, t3, g1, g2, g3<br>İdpk: t4, t5, t6,g4, g5, g6 | Bpb:p1, p2, p3, p4, p5, p6<br>İpb: pp1, pp2, pp3, pp4, pp5, pp6 |
| Soruları puanlama | Doğru cevaplar için 1<br>Yanlış ve boşlar için 0 | Doğru cevaplar için 1<br>Yanlış/boşlar için 0 | Doğru cevaplar için 1<br>Yanlış/boşlar için 0 |

## 3.3. TESTİN PUANLANMASI

Öğrencilerin doğru cevapları için 1 puan yanlış ve boş bırakılan sorular için 0 puan verilmiştir. Yanlış cevaplanan sorular için düzeltme formülü uygulanmamıştır.

## 3.4. TESTİN UYGULANMASI

MBİTD-T’nin ön ve asıl uygulamaları 2013-2014 eğitim öğretim yılı bahar yarıyılında dönem ortası ile dönem sonuna doğru yapılmıştır. Test iki ders saatinde uygulanmıştır. Öğrencilere toplamda 80 dakika verilmiştir. Test soruları *problem çözme* bölümü I. kitapçık olarak; *problem kurma* ve *problemleri karşılaştırma* bölümleri II. kitapçık olarak iki kitapçık halinde verilmiştir. İlk kitapçıktaki 33 soru için verilen 40 dakikadan sonra öğrencilerin teneffüse çıkmalarına izin verilmiştir. Öğrenciler teneffüsten sonraki ikinci oturumda II. kitapçığı almışlardır. Test başlamadan önce öğrencilere kitapçıktaki yönergeler ve örnek problemler hakkında açıklama yapılmıştır.

Test-tekrar test uygulaması, asıl uygulamadan üç hafta sonra gerçekleştirilmiştir. Bir önceki uygulamaya benzer olarak öğrencilere 80 dakika süre verilmiştir. Kitapçıkların verilme sırası ilk uygulamadaki gibi önce I. kitapçık sonrasında da II. kitapçık şeklinde gerçekleşmiştir.

## 3.5. VERİLERİN ÇÖZÜMLENMESİ VE YORUMLANMASI

Testin puanlanması araştırmacı tarafından yapılmıştır. Testin puanlanmasında uygulama öncesinde hazırlanan cevap anahtarı kullanılmıştır. Araştırmacı cevap anahtarını önce kendisi oluşturmuş, ardından başka bir uzman tarafından cevap anahtarı kontrol edilmiştir. Araştırma sorularının cevaplanmasında istatistiksel analizler IBM SPSS istatistik programı, ITEMAN madde analiz programı, LISREL programları kullanılmıştır.

Birinci araştırma sorusunu cevaplamada geliştirilen modelin geçerliği açıklayıcı ve doğrulayıcı faktör analizleri üzerinde incelenmiştir. İkinci araştırma sorusunu cevaplamada testin madde analizleri IBM SPSS istatistik programı kullanılmıştır. Madde güçlük düzeyleri, madde ayırt edicilikleri, madde toplam ve madde kalan değerleri analizleri yapılmıştır.

Madde ayırt ediciliği ayrıca üst ve alt grupların t-testi analizleriyle karşılaştırılması şeklinde de yapılmıştır. MBİTD-T'nin alt testleri arasındaki ilişkiler Pearson Çarpım Moment korelasyon katsayısı üzerinden incelenmiştir. Toplam testin güvenirliği öncelikle Kuder Richardson 20 (KR-20) formülü üzerinden hesaplanmıştır. Ardından testin tümü ve alt testleri için Cronbach alfa katsayılarının hesaplanması ile iç tutarlılık güvenirlik analizleri gerçekleştirilmiştir. Son olarak testin puanlayıcı ve test-tekrar test güvenirlikleri Pearson Çarpım Moment korelasyon analizleri ile araştırılmıştır.

Üçüncü araştırma sorusunu cevaplamada MBİTD-T'nin ayırt edicilik geçerliğinin incelenmesinde farklı sınıf düzeylerini ile farklı zeka düzeyindeki öğrencileri ayırt etmedeki duyarlığı için gruplar arası ortalama puan farklarının istatistiksel anlamlılığı parametrik ve parametrik olmayan karşılaştırma testleri ile araştırılmıştır. MBİTD-T'nin ölçüt/kriter geçerliği için öğrencilerin matematiği sevme düzeyi, matematik yetenek algıları ile matematik dersi karne notu, fen dersi karne notu, genel ortalama karne notu değişkenleri ile test puanları arasındaki ilişkilerin Pearson Çarpım Moment korelasyon analizleri ile incelenmesi üzerinden araştırılmıştır.

Bu çalışmada geliştirilen model ve model temel alınarak geliştirilen testin güvenirlik ve geçerliğini incelenmesinde geleneksel yöntemler dikkate alınarak analizler gerçekleştirilmiştir. Ancak geleneksel güvenirlik geçerlik yöntemlerinin güvenilmezliği hakkında: geleneksel güvenirlik bağıntılarının hepsi test puanlarının değişkenliğine bağlı olduğundan, geleneksel kuramın yetersiz kaldığı noktalar olduğu bu nedenlerden ötürü öğrenme başarı ve erişiye bakarak yapılacak değerlendirmeler denek sayısından ve denekler arası değişkenlikten bağımsız yürütülebileceği görüşleri de bulunmaktadır (Baykal, 1992-1993).

.

# BÖLÜM IV: BULGULAR

Bu bölümde araştırma soruları doğrultusunda elde edilen bulgulara yer verilmiştir. Bulgular giriş bölümünde verilen araştırma sorularının sırasıyla sunulmuştur.

## 4.1. MATEMATİKTE BENZERLİK VE İLİŞKİ TEMELLİ DÜŞÜNME MODELİ'NİN TEORİK GEÇERLİĞİNE YÖNELİK BULGULAR

Araştırmanın birinci alt probleminde yer alan "Matematikte Benzerlik ve İlişki Temelli Düşünme Modeli'nin (MBİTD-M) geçerliği nasıldır?" sorusunu cevaplamak için öncelikle Açıklayıcı Faktör Analizi (AFA) ardından Doğrulayıcı Faktör Analizi (DFA) yapılmıştır. MBİTD-M *Problem Çözme, Problem Kurma, Problemleri Karşılaştırma* olarak adlandırılan üç ana yapının her birinin altında yer alan iki bileşen olmak üzere toplam altı bileşen içermektedir. Modelin geçerliğini incelemek için geliştirilen Matematikte Benzerlik ve İlişki Temelli Düşünme Testi (MBİTD-T) *benzerliğe dayalı problem çözme (B1), ilişkiye dayalı problem çözme (B2), benzerliğe dayalı problem kurma (B3), ilişkiye dayalı problem kurma (B4), benzer problemleri bulma (B5)* ve *ilişkili problemleri bulma (B6)* olmak üzere altı alt test içerecek şekilde kuramsal olarak tasarlanmıştır. Kuramsal olarak oluşturulan bu yapının AFA ve DFA sonucunda keşfedilmesi ve doğrulanması beklenmiştir. Yapılan analizler sonucunda elde edilen bulgular aşağıda açıklanmıştır.

### 4.1.1. MBİTD-M'nin Teorik Geçerliğini İncelemek İçin Yapılan Açıklayıcı Faktör Analizi Sonuçları

AFA yapılmadan önce verilerin faktör analizine uygunluğu incelenmiştir. Örneklem büyüklüğünün faktörleştirmeye uygunluğunu test etmek amacıyla Kaiser Meyer-Olkin (KMO) testi uygulanmıştır. Analiz sonucunda KMO değerinin .916 olduğu belirlenmiştir (Bkz. Tablo 4-1). Bu bulgu AFA için önerilen alt sınır değeri .60'ın üzerinde olduğundan örneklem büyüklüğünün faktör analizi için yeterli olduğu sonucuna varılmıştır (Pallant, 2007). Ayrıca bu değer .90 üzerinde olduğu için mükemmel düzeyde olarak yorumlanmıştır (Hutcheson & Sonfroni, 1999'dan akt. Field, 2013). KMO testi bütün soru grubunun genel olarak faktör analizine uygunluğunu ölçerken *karşıt görüntüyle örneklem yeterliğinin ölçülmesi* (anti-image Measures of Sampling Adequacy, MSA) değerleri ile testteki her bir maddenin faktör analizine uygunluğu değerlendirilebilmektedir (Sipahi, Yurtkoru & Çinko, 2010). MSA değerlerinin yorumlanması da KMO testinin yorumlanması ile aynıdır. Maddelerin MSA değeri .50'den büyük ise maddenin faktör analizi için uygun olduğu, bu değerden küçük olduğunda ise o maddenin testten çıkarılması gerektiği kabul edilmektedir. MSA değerlerinin incelenmesi sonunda testteki maddelerin MSA değerlerinin .798 ile .961 arasında değiştiği görülmüştür. Ölçme aracında yer alan bütün maddelerin elde edilen MSA değerleri .50'den büyük olduğundan her bir maddenin faktör analizi için uygun olduğu sonucuna varılmıştır. KMO ve MSA değerlerinin incelenmesinin ardından çok değişkenli normallik Bartlett Küresellik Testi (Bartlett's Test of Sphericity) ile incelenmiştir. Bartlett Küresellik Testi uygulaması ile elde edilen ki-kare değerinin istatistiksel olarak anlamlı olduğu görülmüştür (Bkz. Tablo 4-1). Bu doğrultuda çalışmada kullanılan verilerin çok değişkenli normal dağılımdan geldiği kabul edilmiştir.

Tablo 4-1:KMO ve Bartlett Testi Sonuçları

| | | |
|---|---|---|
| KMO Değeri | | .916 |
| Ki-Kare | | 12234.009 |
| Bartlett Testi | df | 1596 |
| | p | .000 |

Verilerin faktör analizine uygunluğu tespit edildikten sonra yapılan Temel Bileşenler Analizi (Principal Component Analysis) sonucunda öncelikle ortak varyans (communalities) tablosu incelenmiş ve burada maddelerin çıkartma (extraction) değerlerinin .408 ile .711 arasında değiştiği görülmüştür. Ortak varyans tablosunda .10 altında madde değeri yoktur. Ardından açıklanan varyans (total explained variance) tablosu incelenmiştir. Kaiser kriterine göre öz değeri (eigenvalue) 1'in üzerinde 14 bileşen tespit edilmiş olup bu bileşenlerin açıkladığı başlangıç varyansı %53.982 olarak belirlenmiştir. Bir faktörün değişkenliği öz değer (eigenvalue) olarak adlandırılır (Green & Salkind, 2005). Söz konusu bu 14 bileşen gerek açıklanan toplam varyans tablosu gerekse yamaç-birikinti (scree plot) grafiği üzerinden incelenerek bileşenlerin toplam varyansa yaptıkları katkının önemi araştırılmıştır. İnceleme neticesinde yapılan değerlendirmede ilk 6 bileşenin varyansa önemli katkı yaptığı 7. bileşenden sonra katkının hem küçük hem de yaklaşık olarak aynı düzeyde olduğu tespit edilmiştir. AFA sonucunda ortaya çıkan 14 bileşenden kaç tanesi ile yapının en iyi şekilde açıklanabileceğini netleştirmek için Monte Carlo Paralel Analiz yöntemi uygulanmıştır.

Paralel analiz yöntemi, faktör analizi sonucunda faktör sayısına karar vermede kullanılan bir yöntem olup birçok bilimsel dergi bu analizle desteklenmeyen faktör sayısını kabul etmemektedir (Green & Salkind, 2005; Pallant, 2007). Bu nedenle faktör sayısı kararını netleştirmek için paralel analizden yararlanılmıştır. Paralel analiz yönteminde Monte Carlo Paralel Analiz programı tarafından random üretilmiş, çalışma örnekleminizle aynı büyüklükte bir veri setinden elde edilen öz değerlerle kendi çalışmanızda üretilmiş olan öz değerler karşılaştırılır. Paralel analizde üretilen öz değerin çalışmada üretilen öz değerden büyük olduğu ilk bileşen sayısının altındaki bileşen sayısı çalışmanın faktör sayısını vermektedir (Pallant, 2007). Tablo 4-2'de Paralel analiz sonuçları sunulmuştur. Temel Bileşenler Analizi'nden (Principal Component Analysis, PCA) elde edilen öz değerin paralel analizden elde edilen öz değerden ilk defa küçük olduğu yedinci bileşenin altındaki bileşen sayısı altı olduğu için çalışmanın veri setinin altı faktörle açıklanabileceği sonucuna varılmıştır.

Tablo 4-2: Monte Carlo Paralel Analiz Sonuçları

| Bileşen no | PCA'dan elde edilen öz değer | Paralel analizden elde edilen öz değer | Karar |
|---|---|---|---|
| 1 | 10.912 | 1.5708 | Kabul |
| 2 | 2.910 | 1.5225 | Kabul |
| 3 | 2.759 | 1.4872 | Kabul |
| 4 | 1.836 | 1.4542 | Kabul |
| 5 | 1.736 | 1.4230 | Kabul |
| 6 | 1.465 | 1.3974 | Kabul |
| *7* | *1.348* | *1.3739* | *Red* |

MBİTD-M temel alınarak geliştirilen MBİTD-T'nin teorik yapısında altı boyut olduğu varsayılmıştır. Paralel analiz sonucu da altı faktöre işaret ettiği için bir diğer aşamaya geçilmiştir. Bu aşamada dik döndürme yöntemlerinden maksimum değişkenlik (varimax) seçilerek ve faktör sayısı altı olarak belirlenerek analiz yinelenmiştir. Altı faktör için tekrarlanan analizde faktörlerin varyansa yaptıkları katkılar: birinci faktör %10.92, ikinci faktör %6.02, üçüncü faktör %5.93, dördüncü faktör %5.67, beşinci faktör %5.43, altıncı faktör %3.92'dir. Belirlenen altı faktörün varyansa yaptıkları ortak katkı ise %37.92 olarak bulunmuştur.

Ölçme aracının faktör desenini ortaya koymak amacıyla yapılan açıklayıcı faktör analizinde, faktör yük değerleri için kabul düzeyi .35 olarak belirlenmiştir (Pallant, 2007). Altı faktör için yapılan analizde maddeler binişiklik ve faktör yük değerlerinin kabul düzeyini karşılayıp karşılamama, kuramsal yapıdaki ilgili boyuta uygun olup olmama açısından değerlendirilmiştir. Yapılan varimax döndürmesi sonucunda elde edilen döndürme matrisinde (rotation matrix) binişik madde ve .35 altında yük değerine sahip olan maddeler incelenmiştir. Önce binişik maddeler ardından yük değeri .35 altındaki maddeler tek tek analizden çıkarılarak her seferinde analiz yinelenmiştir. Analizden sırasıyla s19, s15, s5, s2, s16, g1, s7, g3, g2, g6, g4 ve g5 maddeleri olmak üzere toplam 12 madde çıkarılmıştır. Bu maddelerden üç tanesi binişiklikten, dokuz tanesi de .35 yük değerinin altında olduğu için analizden çıkarılmışlardır. Analiz dışı bırakılan 12 maddenin ardından elde edilen faktör deseni, maddelerin faktör yük değerleri ile ortak varyansları Tablo 4-3'te sunulmuştur.

Faktör analizinde açıklanan varyans değerinin incelenmesi ile elde edilen yapının varyanstaki değişmenin ne kadarını açıkladığı hakkında bilgi edinilmiştir. Sosyal bilimlerde birden fazla faktörlü ölçeklerde açıklanan varyansın %30'dan daha fazla olmasının beklendiği belirtilmiştir (Büyüköztürk, 2013). Tablo 4-3'te testin altı faktörlü yapısının toplam varyansın %43.194'ünü açıkladığı görülmektedir. Döndürme öncesi birinci faktörün varyansa yaptığı katkı %20.701 iken döndürme sonrası bu oran %13. 551'e düşmüştür. Birinci faktör dışındaki diğer faktörlerin döndürme öncesi varyansa katkıları döndürme sonrası katkılarından daha azdır. Döndürme sonrası açıklanan varyansa faktörlerin katkısı sırasıyla birinci faktör (*ilişkiye dayalı problem çözme- B2*) %13.551; ikinci faktör (*benzer problemleri bulma-B5*) %7.278; üçüncü faktör (*benzerliğe dayalı problem çözme-B1*) 7.189; dördüncü faktör (*ilişkili problemleri bulma-B6*) %6.912; beşinci faktör (*benzerliğe dayalı problem kurma-B3*) %4.381; altıncı faktör (*ilişkiye dayalı problem kurma-B4)* %3.882 olarak bulunmuştur.

Tablo 4-3: MBİTD-T İçin Açıklanan Toplam Varyans Değerleri

| | | | | Yüklerin Karelerinin Çıkarım Toplamları | | | Yüklerin Karelerinin Rotasyon Toplamı | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Bileşen | Toplam | Varyans % | Kümülatif % | Toplam | Varyans % | Kümülatif % | Toplam | Varyans % | Kümülatif % |
| 1 | 9.318 | 20.706 | 20.706 | 9.318 | 20.706 | 20.706 | 6.098 | 13.551 | 13.551 |
| 2 | 2.805 | 6.232 | 26.938 | 2.805 | 6.232 | 26.938 | 3.275 | 7.278 | 20.829 |
| 3 | 2.602 | 5.782 | 32.720 | 2.602 | 5.782 | 32.720 | 3.235 | 7.189 | 28.019 |
| 4 | 1.754 | 3.898 | 36.618 | 1.754 | 3.898 | 36.618 | 3.111 | 6.912 | 34.931 |
| 5 | 1.691 | 3.757 | 40.374 | 1.691 | 3.757 | 40.374 | 1.971 | 4.381 | 39.312 |
| 6 | 1.269 | 2.820 | 43.194 | 1.269 | 2.820 | 43.194 | 1.747 | 3.882 | 43.194 |
| 7 | 1.222 | 2.715 | 45.909 | | | | | | |
| 8 | 1.110 | 2.466 | 48.374 | | | | | | |
| 9 | 1.016 | 2.257 | 50.631 | | | | | | |
| 10 | 1.015 | 2.255 | 52.886 | | | | | | |
| 11 | .987 | 2.194 | 55.079 | | | | | | |
| 12 | .926 | 2.059 | 57.138 | | | | | | |
| 13 | .911 | 2.024 | 59.162 | | | | | | |
| 14 | .880 | 1.956 | 61.118 | | | | | | |
| 15 | .847 | 1.882 | 63.000 | | | | | | |
| 16 | .824 | 1.831 | 64.831 | | | | | | |
| 17 | .803 | 1.785 | 66.616 | | | | | | |
| 18 | .775 | 1.723 | 68.339 | | | | | | |
| 19 | .747 | 1.659 | 69.999 | | | | | | |
| 20 | .733 | 1.629 | 71.628 | | | | | | |
| 21 | .725 | 1.611 | 73.239 | | | | | | |
| 22 | .707 | 1.571 | 74.810 | | | | | | |
| 23 | .684 | 1.520 | 76.330 | | | | | | |
| 24 | .669 | 1.487 | 77.817 | | | | | | |
| 25 | .650 | 1.444 | 79.261 | | | | | | |
| 26 | .628 | 1.394 | 80.656 | | | | | | |
| 27 | .594 | 1.319 | 81.975 | | | | | | |
| 28 | .583 | 1.297 | 83.271 | | | | | | |
| 29 | .577 | 1.282 | 84.554 | | | | | | |
| 30 | .546 | 1.213 | 85.767 | | | | | | |
| 31 | .540 | 1.201 | 86.968 | | | | | | |
| 32 | .515 | 1.145 | 88.113 | | | | | | |
| 33 | .501 | 1.112 | 89.225 | | | | | | |
| 34 | .493 | 1.095 | 90.320 | | | | | | |
| 35 | .468 | 1.040 | 91.360 | | | | | | |
| 36 | .460 | 1.021 | 92.381 | | | | | | |
| 37 | .445 | .990 | 93.371 | | | | | | |
| 38 | .436 | .968 | 94.339 | | | | | | |
| 39 | .426 | .946 | 95.285 | | | | | | |
| 40 | .404 | .898 | 96.183 | | | | | | |
| 41 | .391 | .870 | 97.052 | | | | | | |
| 42 | .376 | .836 | 97.888 | | | | | | |
| 43 | .356 | .791 | 98.679 | | | | | | |
| 44 | .320 | .710 | 99.389 | | | | | | |
| 45 | .275 | .611 | 100.000 | | | | | | |

Döndürme sonrası oluşan yapıdaki faktörlere giren test maddeleri ve madde yükleri Tablo 4-4'te sunulmuştur.

Tablo 4-4: MBİTD-T'nde Yer Alan Maddelerin Faktörlere Dağılımı ve Madde Yük Değerleri

| Maddeler | İlişkiye Dayalı Problem Çözme (B2) | Benzer Problemleri Bulma (B5) | Benzerliğe Dayalı Problem Çözme (B1) | İlişkili Problemleri Bulma (B6) | Benzerliğe Dayalı Problem Kurma (B3) | İlişkiye Dayalı Problem Kurma (B4) |
|---|---|---|---|---|---|---|
| s26 | .676 | | | | | |
| s25 | .646 | | | | | |
| s24 | .639 | | | | | |
| s28 | .639 | | | | | |
| s22 | .636 | | | | | |
| s29 | .593 | | | | | |
| s31 | .591 | | | | | |
| s33 | .589 | | | | | |
| s23 | .582 | | | | | |
| s20 | .579 | | | | | |
| s32 | .574 | | | | | |
| s27 | .517 | | | | | |
| s21 | .504 | | | | | |
| s18 | .479 | | | | | |
| s30 | .460 | | | | | |
| s17 | .408 | | | | | |
| s14 | .399 | | | | | |
| p4 | | .752 | | | | |
| p5 | | .718 | | | | |
| p2 | | .707 | | | | |
| p1 | | .665 | | | | |
| p3 | | .650 | | | | |
| p6 | | .601 | | | | |
| s9 | | | .691 | | | |
| s8 | | | .579 | | | |
| s4 | | | .566 | | | |
| s1 | | | .533 | | | |
| s10 | | | .525 | | | |
| s12 | | | .514 | | | |
| s6 | | | .504 | | | |
| s3 | | | .484 | | | |
| s11 | | | .464 | | | |
| s13 | | | .390 | | | |
| pp4 | | | | .764 | | |
| pp2 | | | | .716 | | |
| pp6 | | | | .679 | | |
| pp3 | | | | .633 | | |
| pp1 | | | | .598 | | |
| pp5 | | | | .573 | | |
| t2 | | | | | .779 | |
| t1 | | | | | .706 | |
| t3 | | | | | .699 | |
| t4 | | | | | | .666 |
| t5 | | | | | | .593 |
| t6 | | | | | | .558 |

B1: s1, s3, s4, s6, s8, s9, s10, s11, s12; s13; B2: s14, s17,s18, s20, s21, s22, s23, s24, s25, s26, s27, s28, s29, s30, s31, s32; s33; B3: t1, t2, t3; B4: t4, t5, t6; B5: p1, p2, p3, p4, p5, p6; B6: pp1, pp2, pp3, pp4, pp5, pp6

Tablo 4-4'te görüldüğü üzere alt test düzeyinde faktör yük değerleri: *benzerliğe dayalı problem çözme (B1)* alt testinde .390 ile .691 arasında; *ilişkiye dayalı problem çözme (B2)* alt testinde .399 ile .676 arasında; *benzerliğe dayalı problem kurma (B3)* alt testinde .699 ile .779 arasında; *ilişkiye dayalı problem kurmada (B4)* .558 ile .666 aralığında; *benzer problemleri bulma (B5)* alt testinde .601 ile .752 arasında; *ilişkili problemleri bulma (B6)* alt testinde .573 ile .764 arasında değişmektedir.

Yapılan AFA sonucunda testten toplam 12 madde çıkarılması ile kuramsal modelde iddia edilen altı boyutlu yapının daha çok varyans oranı ile açıklandığı görülmüştür. Testten çıkarılan 3 madde (s2, s5, s7) *benzerliğe dayalı problem çözme (B1)* alt testinden; s15, s16 ve s19 olmak üzere üç madde *ilişkiye dayalı problem çözme (B2)* alt testinden; g1, g2 ve g3 olmak üzere yine üç madde *benzerliğe dayalı problem kurma (B3)*'ten; g4, g5 ve g6 olmak üzere üç madde *ilişkiye dayalı problem kurma (B4)* alt testindendir. Çalışmada elde edilen veriler üzerinden MBİTD-T'nden 12 madde çıkarıldıktan sonra oluşan yapının toplam varyansın yaklaşık %43'ünü açıkladığı bulunmuştur. MBİTD-T için geliştirilen sorular analiz sonucunda ilgili alt testlerin içerisinde yer almıştır. AFA ile modelin kuramsal olarak öne sürülen yapısı ampirik olarak keşfedilmiştir. Bir sonraki aşamada elde edilen bu yapının DFA ile doğrulanıp doğrulanmadığı incelenmiştir.

### 4.1.2. MBİTD-M'nin Teorik Geçerliğini İncelemek İçin Yapılan Doğrulayıcı Faktör Analizi Sonuçları

Açıklayıcı faktör analizi sonucunda teorik olarak varsayılan altı faktörlü yapının elde edilmesiyle kuramsal geçerliği desteklenen MBİTD-M'nin geçerliği DFA ile de incelenmiştir. DFA, LISREL programı kullanılarak yapılmıştır. AFA sonucunda testten çıkarılması öngörülen 12 madde testten çıkarılarak 45 madde üzerinden modelin yapısı test edilmiştir.

MBİTD-T'nde yer alan sorular 1 ve 0 şeklinde puanlanan maddelerden oluştuğu için testten elde edilen veriler bir sıralama belirtmektedir. Bu nedenle DFA analizi için sıralama ölçeğinden elde edilen veriye uygun bir tahmin metodu (estimation method) seçilmiştir. DFA uygulamalarında; En Çok Olabilirlik (Maximum Likelihood, ML), Ağırlıklandırılmamış En Az Kareler (Unweighted

Least Squares, ULS), Ağırlıklandırılmış En Az Kareler (Weighted Least Squares, WLS), Diyagonal Ağırlıklandırılmış En Az Kareler (Diagonally Weighted Least Squares, DWLS) gibi çeşitli tahmin metotları bulunmaktadır (Tabachnick & Fidell, 2012). Bu metotlardan çok değişkenli normallik varsayımı ihlal edildiğinde ve/veya veri ordinal/sıralı olduğunda kullanılabilecek bir tahmin metodu DWSL'dir. Bu metot polikorik (polychoric) korelasyon matrisi değişkenlerini kullanmaktadır ve daha doğru parametre tahmin edebilmektedir (Mindrilla, 2010; Schumacker & Beyerlein, 2000). Bu çalışmada toplanan veriler 1-0 şeklinde sıralı olduğu için doğrulayıcı faktör analizinde DWSL metodu kullanılmıştır. 45 soru ve bu soruların altı faktörlü bir yapıda olup olmadığının DFA ile incelenmesinde ortaya çıkan yapı Şekil 4-1'de gösterilmiştir.

DFA'dan elde edilen bulguların sunulmasında Çokluk, Şekercioğlu ve Büyüköztürk (2012)'de belirtilen aşamalar izlenmiştir. Araştırmacılar, analiz sonucunda ilk kontrol edilmesi gerekenin "gözlenen değişkenlerin t değerlerinin manidarlık düzeyleri" olduğunu belirtmişlerdir. Maddelerin t değerlerinin kontrol edilmesi sonucunda tüm soruların t değerlerinin .01 düzeyinde anlamlı oldukları görülmüştür. Bundan sonraki adımda *p* değeri incelenmiştir. Bu değer beklenen kovaryans matrisi ile gözlenen kovaryans matrisleri arasındaki farkın (ki kare değerinin, $\chi^2$ =1680.34, $p$ <.01 ) manidarlığı hakkında bilgi vermektedir. *p* değerinin manidar olmaması arzu edilmektedir, ancak birçok faktör analizinde örneklemin büyük olmasından kaynaklı *p* değerinin manidar olması normal karşılanmakta olup bu durumda $\chi^2$/sd'ne (ki kare/serbestlik derecesi) oranlanarak değerlendirmeye alınmaktadır (Sümer, 2000). Analiz sonucu elde edilen $\chi^2$/sd değeri 1680.34/930=1.80 olarak bulunmuştur. Bu değerin 3'ün altında olduğunda *mükemmel uyuma,* 3 ile 5 arasında olduğunda ise *orta düzeyde uyuma* karşılık geldiği belirtilmiştir (Kline, 2005). Dolayısıyla modelde elde edilen değerin mükemmel düzeyde uyuma işaret ettiği ifade edilebilir. DFA sonuçlarını yorumlamada çeşitli uyum ölçütleri kullanılmaktadır. Bu ölçütlerden alan yazında en sık kullanılanlar ve en temel görülenler dikkate alınmıştır (Çokluk vd., 2012; Sümer, 2000; Tabachnik & Fidel, 2012). Modeli değerlendirmede dikkate alınan uyum ölçütleri Tablo 4-5'te sunulmuştur.

Tablo 4-5: MBİTD-T İçin Hesaplanan DFA Uyum Ölçütleri Değerleri

| Uyum ölçütleri | Elde edilen Değerler |
|---|---|
| $\chi^2$ | 1680.34 |
| Sd | 930 |
| $\chi^2$ /sd | 1.80 |
| RMSEA | .033 |
| NFI | .98 |
| SRMR | .073 |
| GFI | .97 |
| AGFI | .96 |
| CFI | .99 |

$\chi^2$/sd'nin incelenmesinden sonra incelenen uyum ölçütü yaklaşık hataların karekökü (Root Mean Square Error of Approximation, RMSEA) olup bu değer Steiger ve Lind tarafından geliştirilmiş merkezi olmayan ki-kare dağılımında popülasyon kovaryanslarını kestirmek amacıyla kullanılan bir indekstir (Çokluk vd., 2012). Tablodan RMSEA değeri'nin .033 olarak bulunduğu görülmüştür. RMSEA'nın .05'ten küçük bir değer alması *mükemmel*; .05 ile .08 arasında bir değer alması *iyi uyuma* işaret etmektedir (Jöreskog & Sörbom, 1993'den akt. Çokluk vd., 2012). DFA ile elde edilen RMSEA değerinin mükemmel düzeyde uyum değerine karşılık geldiği söylenebilir. Uyum indekslerini incelemeye iyilik uyum indeksi (Goodness of Fit, GFI) ve düzenlenmiş uyum iyilik indeksi (Adjusted Goodness of Fit, AGFI) ile devam edilmiştir. Bu indeksler ki-kare değerine alternatif olarak örneklem büyüklüğünden bağımsız bir şekilde model uyumunun değerlendirilebilmesi için Jöreskog ve Sörbom tarafından geliştirilmiştir (Çokluk, vd., 2012). Tablo 4-5'ten GFI değerinin .97 olduğu ve AGFI değerinin de .96 olduğu bulunmuştur. GFI ve AGFI indekslerinin değerlerinin .95 üzerinde olması mükemmel uyuma, .90 ile .95 değerleri arasında olmasının ise iyi uyum değerine karşılık geldiği belirtilmektedir (Hooper, Caughlan & Mullen, 2008). Çalışmada elde edilen .97 ve .96 değerlerinin mükemmel uyum düzeyine karşılık geldiği söylenebilir.

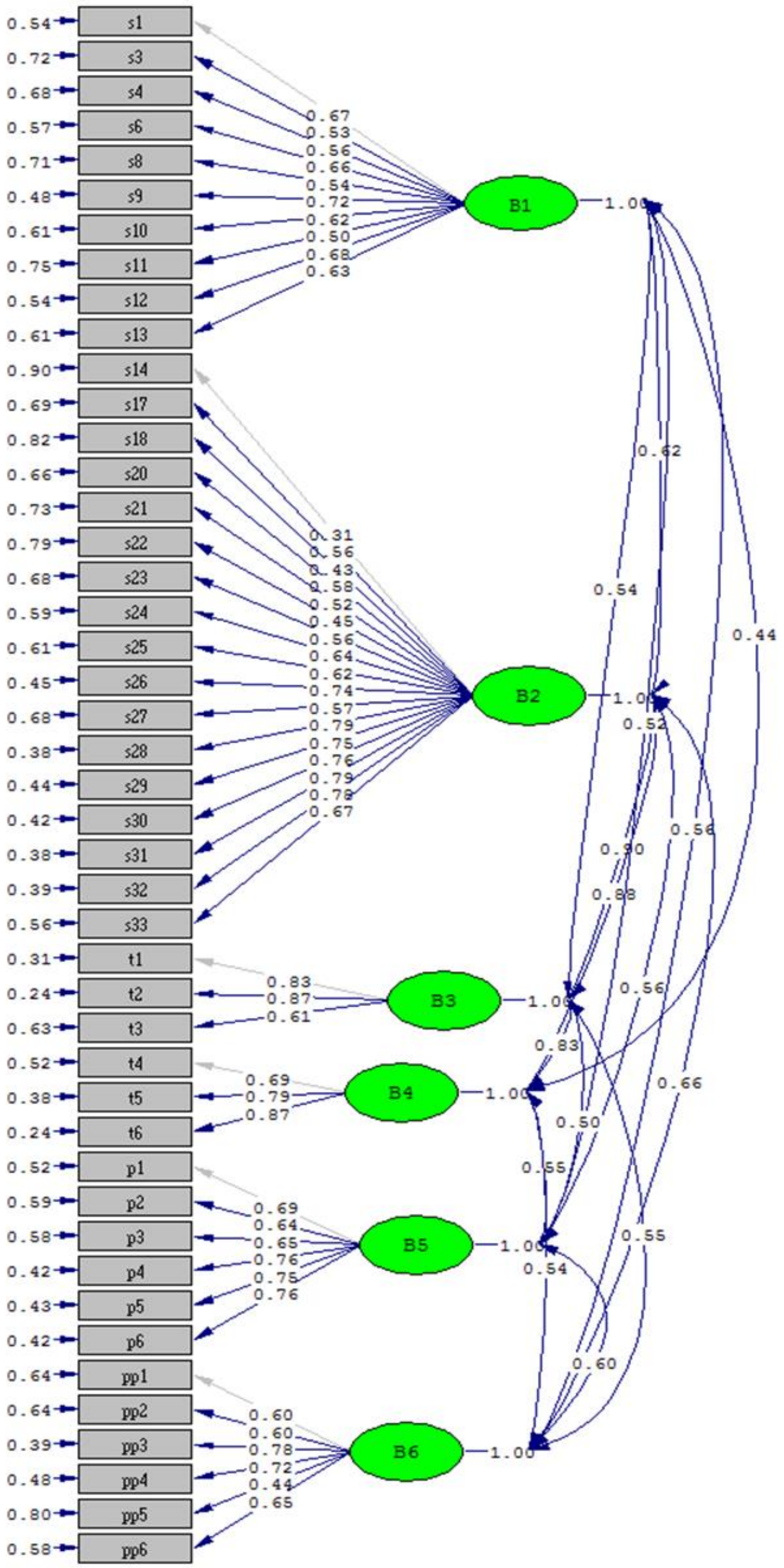
Bundan sonra standardize edilmiş artık ortalamaların karekökü (Standardized Root Mean Square Residual, SRMR) değeri incelenmiştir. SRMR evrene ait kestirimsel kovaryans matrisi ile örnekleme ait kovaryans matrisleri arasındaki artık kovaryans ortalamaları hakkında bilgi vermektedir (Çokluk vd., 2012). Bu değerin tablodan .073 olduğu görülmüştür. SRMR'nin .05'in altında olması mükemmel uyuma; .05 ile .08 arasında olması iyi uyuma karşılık gelmektedir (Brown, 2006'den akt. Çokluk vd., 2012). Analiz sonucu elde edilen SRMR değerinin iyi uyuma karşılık geldiği ifade edilebilir.

Son olarak karşılaştırmalı uyum indeksi (Comparative Fit Index, CFI) ile normlaştırılmış uyum indeksi (Normed Fit Index, NFI) değerleri incelenmiştir. CFI, "modelin uyumu ya da yeterliğini genellikle bağımsızlık modeli ya da yokluk modeli (null) olarak adlandırılan ve değişkenler arasında hiçbir ilişkinin olmadığını varsayan temel bir modelle karşılaştırarak" vermektedir (Çokluk vd., 2012, s. 269). NFI ise ki-kare dağılımının gerektirdiği sayıltılara uyma zorunluluğu olmaksızın karşılaştırma yapmaktadır (Çokluk vd., 2012). Tablo 4-5'ten CFI'nın .99 ve NFI'nın .98 değerlerini aldıkları görülmektedir. CFI ve NFI değerlerinin 1'e yaklaşması mükemmel uyuma, 0'a yaklaşması ise model uyumsuzluğuna işaret etmektedir (Sümer, 2000). Bu noktada analiz sonuçlarından NFI ve CFI değerlerinin mükemmel düzeyde uyuma karşılık geldiği söylenebilir. DFA ile elde edilen değerlerin çeşitli ölçütler açısından incelenmesi sonucunda 6 faktörlü MBİTD-M'nin yapı geçerliğine sahip olduğu söylenebilir. Tablo 4-6'da DFA ile doğrulanan modelin boyutları ve boyutlarda yer alan maddelerle yük değerleri gösterilmiştir.

Tablo 4-6: MBİTD-T'nin Standardize Edilmiş Lambda –x (λ) Değerleri

| Alt testler | Maddeler | λ |
|---|---|---|
| Benzerliğe Dayalı Problem Çözme | s1 | .67 |
| | s3 | .53 |
| | s4 | .56 |
| | s6 | .66 |
| | s8 | .54 |
| | s9 | .72 |
| | s10 | .62 |
| | s11 | .50 |
| | s12 | .68 |
| | s13 | .63 |
| İlişkiye Dayalı Problem Çözme | s14 | .31 |
| | s17 | .56 |
| | s18 | .43 |
| | s20 | .58 |
| | s21 | .52 |
| | s22 | .45 |
| | s23 | .56 |
| | s24 | .64 |
| | s25 | .62 |
| | s26 | .74 |
| | s27 | .57 |
| | s28 | .79 |
| | s29 | .75 |
| | s30 | .76 |
| | s31 | .79 |
| | s32 | .78 |
| | s33 | .67 |
| Benzerliğe Dayalı Problem Kurma | t1 | .83 |
| | t2 | .87 |
| | t3 | .61 |
| İlişkiye Dayalı Problem Kurma | t4 | .69 |
| | t5 | .79 |
| | t6 | .87 |
| Benzer Problemleri Bulma | p1 | .69 |
| | p2 | .64 |
| | p3 | .65 |
| | p4 | .76 |
| | p5 | .75 |
| | p6 | .76 |
| İlişkili Problemleri Bulma | pp1 | .60 |
| | pp2 | .60 |
| | pp3 | .78 |
| | pp4 | .72 |
| | pp5 | .44 |
| | pp6 | .65 |

Tablo 4-6'da görüldüğü üzere maddelerin yük değerleri .31 ile .87 aralığında değişmektedir. Tablo 4-6 dışında Şekil 4-1'de de DFA ile doğrulanan model sunulmuştur



Şekil 4-1:MBİTD-M'nin DFA Sonuçları

## 4.2. MATEMATİKTE BENZERLİK VE İLİŞKİ TEMELLİ DÜŞÜNME TESTİ'NİN GÜVENİRLİĞİNE YÖNELİK BULGULAR

Araştırmanın ikinci alt problemi olan "Matematikte Benzerlik ve İlişki Temelli Düşünme Testi'nin (MBİTD-T) güvenirliği nasıldır?" sorusu için sırasıyla MBİTD-T'nin madde analizi işlemleri, KR-20 ve Cronbach alfa katsayılarının hesaplanması, puanlayıcı güvenirliği, test-tekrar test güvenirliği incelenmiştir.

### 4.2.1. MBİTD-T'nin Madde Analizi İşlemleri

MBİTD-T'nin madde bazında güvenirlik değerlerinin belirlenebilmesi için madde analiz işlemleri yapılmıştır. İlk olarak MBİTD-T'nin madde toplam analizleri yapılmıştır. MBİTD-T'nin AFA ve DFA ile yapılan analizler sonucunda kalan 45 sorusu üzerinde madde analizleri gerçekleştirilmiştir. Test maddelerinin bulundukları alt test ve testin toplam puanı arasında olan korelasyon değerleri Pearson Çarpım Moment Korelasyon analizi ile hesaplanmıştır. Maddelerin kendi bulundukları alt test ve toplam test puanlarıyla daha yüksek ilişkiler göstermesi, ilgisiz olduğu alt testlerle de düşük korelasyonlar göstermesi beklenmiştir. Tablo 4-7'de test maddelerinin alt testler ve toplam test puanıyla arasındaki ilişkiler gösterilmiştir (Bkz. s. 129).

Tablo 4-7'de görüldüğü üzere yapılan analiz sonucunda tüm soruların hepsinin bulundukları alt test ve testin toplam puanı ile istatistiksel olarak .01 düzeyinde anlamlı korelasyon değerlerine sahip oldukları bulunmuştur. Pearson Çarpım Moment korelasyon katsayılarının yorumlanmasında Cohen (1988)'de yer alan .10 ile .29 değerleri arasını düşük; .30 ile .49 değerleri arasını orta; .50 üstü değerlerini yüksek/kuvvetli düzeyde ilişki olarak sınıflayan kriterler temel alınmıştır (Akt. Pallant, 2007). B1 alt testinde yer alan sorulardan her birinin alt testle arasındaki ikili ilişkileri .483 ile .673 arasında değişmektedir. B1 alt testinde yer alan tüm sorular çoğu alt testlerle de anlamlı ilişkilere sahiptir. B1 alt testinde yer alan soruların diğer alt testlerle arasındaki anlamlı ilişkiler .107 ile .300 arasında değişmektedir. B1'deki soruların testin tümü ile arasındaki korelasyonlar da .273 ile .435 arasında değişmektedir. B1 alt testinde yer alan soruların kendi alt testinin toplam puanıyla orta ve yüksek düzeyde ilişkilere sahiptir. B1 alt testinde yer alan maddelerin diğer alt testlerle ilişkisi genellikle düşük düzeydedir. B1 alt testinde yer alan soruların toplam test puanıyla arasındaki ilişkiler ise düşük ve orta düzeyde seyretmektedir. B1 alt testindeki maddeler en çok kendi alt test toplam puanı ile daha sonra toplam test puanı ile en az da başka alt test toplam puanlarıyla ilişkilidir.

Tablo 4-7: Test Maddelerinin Alt Testler ve Toplam Test Puanlarıyla Arasındaki İlişkiler

| Alt test | Madde | B1 | B2 | B3 | B4 | B5 | B6 | Btoplam |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| B1 | s1 | .562** | .274** | .177** | .207** | .192** | .130** | .408** |
| | s3 | .475** | .133** | .144** | .096** | .167** | .080* | .282** |
| | s4 | .596** | .252** | .177** | .217** | .169** | .108** | .399** |
| | s6 | .553** | .300** | .192** | .204** | .198** | .127** | .421** |
| | s8 | .564** | .117** | .209** | .107** | .126** | .029 | .289** |
| | s9 | .673** | .242** | .157** | .167** | .182** | .089* | .407** |
| | s10 | .535** | .214** | .166** | .178** | .109** | .141** | .349** |
| | s11 | .486** | .154** | .086* | .106** | .113** | .057 | .273** |
| | s12 | .580** | .290** | .173** | .195** | .237** | .159** | .435** |
| | s13 | .483** | .218** | .163** | .146** | .215** | .124** | .354** |
| B2 | s14 | .224** | .486** | .183** | .233** | .238** | .233** | .452** |
| | s17 | .174** | .452** | .145** | .129** | .214** | .178** | .390** |
| | s18 | .280** | .540** | .139** | .259** | .223** | .214** | .486** |
| | s20 | .269** | .627** | .201** | .293** | .267** | .310** | .566** |
| | s21 | .182** | .526** | .100** | .197** | .170** | .193** | .424** |
| | s22 | .243** | .676** | .164** | .302** | .342** | .296** | .594** |
| | s23 | .233** | .599** | .131** | .284** | .211** | .251** | .508** |
| | s24 | .249** | .660** | .176** | .311** | .253** | .244** | .560** |
| | s25 | .283** | .671** | .161** | .289** | .221** | .264** | .567** |
| | s26 | .214** | .686** | .138** | .268** | .254** | .327** | .569** |
| | s27 | .288** | .550** | .191** | .170** | .216** | .251** | .496** |
| | s28 | .272** | .633** | .184** | .239** | .214** | .252** | .539** |
| | s29 | .257** | .596** | .230** | .266** | .151** | .233** | .506** |
| | s30 | .203** | .468** | .128** | .098** | .150** | .175** | .386** |
| | s31 | .150** | .569** | .146** | .231** | .182** | .169** | .444** |
| | s32 | .205** | .614** | .185** | .281** | .269** | .287** | .534** |
| | s33 | .283** | .638** | .225** | .315** | .242** | .301** | .573** |
| B3 | t1 | .244** | .261** | .800** | .265** | .252** | .204** | .423** |
| | t2 | .243** | .188** | .815** | .247** | .220** | .105** | .360** |
| | t3 | .221** | .221** | .770** | .279** | .195** | .142** | .369** |
| B4 | t4 | .193** | .319** | .294** | .744** | .197** | .218** | .414** |
| | t5 | .247** | .285** | .215** | .745** | .196** | .181** | .395** |
| | t6 | .231** | .340** | .243** | .777** | .236** | .220** | .442** |
| B5 | p1 | .256** | .312** | .224** | .201** | .737** | .325** | .510** |
| | p2 | .235** | .319** | .234** | .243** | .766** | .364** | .527** |
| | p3 | .211** | .173** | .130** | .164** | .650** | .164** | .362** |
| | p4 | .212** | .310** | .203** | .196** | .806** | .412** | .526** |
| | p5 | .204** | .320** | .234** | .229** | .791** | .410** | .532** |
| | p6 | .251** | .259** | .207** | .197** | .652** | .213** | .439** |
| B6 | pp1 | .175** | .341** | .134** | .213** | .365** | .721** | .479** |
| | pp2 | .121** | .284** | .120** | .193** | .352** | .780** | .439** |
| | pp3 | .182** | .344** | .183** | .228** | .302** | .683** | .468** |
| | pp4 | .107** | .284** | .133** | .188** | .282** | .755** | .415** |
| | pp5 | .065 | .178** | .073* | .135** | .132** | .522** | .259** |
| | pp6 | .136** | .321** | .156** | .198** | .337** | .746** | .457** |

**p<.01. *p<.05; B1: Benzerliğe Dayalı Problem Çözme. B2: İlişkiye Dayalı Problem Çözme. B3: Benzerliğe Dayalı Problem Kurma B4. İlişkiye Dayalı Problem Kurma. B5: Benzer Problemleri Bulma. B6: İlişkili Problemleri Bulma. Btoplam: Toplam test puanı

Tablo 4-7'den B2 alt testindeki soruların alt testle ikili korelasyonlarının .452 ile .676 arasında değişen, orta ve yüksek düzey ilişki değerlerine sahip olduğu görülmektedir. Bu alt testteki sorularla diğer alt testler arasında anlamlı ilişkiler bulunmuştur. B2'de yer alan soruların diğer alt testlerle arasındaki ikili korelasyonlar .098 ile .327 arasında değişen düşük ve orta düzey ilişkilerdir. Yine B2 alt testindeki sorular toplam test puanı ile pozitif yönlü ve istatistiksel olarak anlamlı korelasyonlara sahiptir. Bu ikili ilişkilerin büyüklüğü .386 ile .594 arasında değişmektedir. Söz konusu ilişkiler orta ve yüksek düzey ilişkiler aralığındadır. B2 alt testindeki maddeler en çok kendi alt test toplam puanı ile daha sonra toplam test puanı ile en az da diğer alt test toplam puanlarıyla ilişkilidir.

B3 alt testinde yer alan sorular ve alt test toplam puanı arasında .770 ile .815 arasında değişen yüksek düzey ilişkiler mevcuttur (Bknz. Tablo 4-7). B3 alt testinde yer alan soruların diğer alt testlerle de arasında pozitif yönlü istatistiksel olarak anlamlı ilişkiler vardır. Bu ilişkiler .105 ile .279 arasında değişen düşük düzey ilişki değerlerine sahiptir. Alt testte yer alan soruların toplam test puanı ile arasındaki korelasyon katsayısı değerleri de .360 ile .423 aralığında olup orta büyüklüktedir. B3 alt testindeki maddeler en çok kendi alt test toplam puanı ile daha sonra toplam test puanı ile en az da diğer alt test toplam puanlarıyla ilişkilidir.

Tablo 4-7'ye göre B4 alt testinde yer alan soruların B4 ile arasındaki ikili korelasyonların değeri .744 ile .776 arasında değişmektedir. Söz konusu ilişki büyüklükleri yüksek düzeydedir. B4 alt testinde yer alan tüm sorular diğer alt testlerle pozitif yönlü, istatistiksel olarak anlamlı ilişkilere sahip olup bu ikili ilişkilerin değerleri .181 ile .340 arasında değişmektedir. B4 alt test maddelerinin diğer alt testlerle arasındaki ilişkilerin büyüklüğü düşük ve orta düzeyde seyretmektedir. Bunun yanında B4 alt test maddelerinin toplam testle arasındaki ikili korelasyonların büyüklüğü .395 ile .442 arasında değişmektedir. Alt test maddelerinin toplam testle arasındaki ilişkiler orta düzeydedir. B4 alt testindeki maddeler en çok kendi alt test toplam puanı ile daha sonra toplam test puanı ile en az da diğer alt test toplam puanlarıyla ilişkilidir.

B5 alt testi ve alt testi oluşturan maddeler arasındaki korelasyon değerleri .650 ile .806 arasında değişen yüksek düzey ilişkilerdir (Bknz. Tablo 4-7). B5 alt testinde yer alan maddelerin diğer alt testlerle arasında .130 ile .412 aralığında değişen pozitif yönlü anlamlı ilişkiler bulunmaktadır. Bu ilişkilerin büyüklüğü düşük ve orta düzeylerdedir. Alt testi oluşturan sorular ve toplam test puanları arasındaki ilişkiler ise .362 ile .532 değerleri arasında değişmektedir. Söz konusu ilişkilerin büyüklüğü orta ve yüksek düzeylerdedir. Genellikle B5 alt testindeki maddelerin en çok kendi alt test toplam puanı ile daha sonra toplam test puanı ile en az da diğer alt test toplam puanlarıyla ilişkili oldukları söylenebilir.

B6 alt testi ile bu alt testte yer alan sorular arasındaki ikili ilişkiler .522 ile .780 arasında değişmektedir (Bkz. Tablo 4-7). B6'da yer alan sorularla diğer alt testlerin istatistiksel olarak anlamlı ikili korelasyonları .073 ile .365 değerleri arasında seyretmektedir. B6 alt testinde yer alan soruların toplam test puanlarıyla da aralarında pozitif yönlü anlamlı ilişkiler bulunmaktadır. Bu ilişkilerin büyüklükleri de .259 ile .479 değerleri arasında değişmektedir. B6 alt testindeki maddelerin kendi alt testiyle arasındaki ilişkiler yüksek düzey iken; diğer alt testlerle arasındaki ilişkiler düşük ve orta düzey aralığında; toplam testle arasındaki ilişkiler ise düşük ve orta düzey aralığında seyretmektedir. Genellikle B6 alt testindeki maddeler en çok kendi alt test toplam puanı ile daha sonra toplam test puanı ile en az da diğer alt test toplam puanlarıyla ilişkilidir.

Madde toplam analizinden sonra madde kalan analizleri yapılmıştır. Madde kalan analizleriyle test maddelerinin ortalaması, standart sapması, madde varyansı üzerindeki etkisi, maddelerin toplam test puanıyla ilişkisi ve maddelerin ölçeğin iç tutarlılığı üzerindeki etkisi hakkında bilgi sağlanmıştır. Özellikle düzeltilmiş madde toplam puan korelasyonu, test maddelerinden elde edilen puanlar ile testin bütününden alınan puan arasındaki ilişki hakkında bilgi sağlamaktadır (Büyüköztürk, 2013). Bu nedenle madde toplam korelasyonunun pozitif ve yüksek olması, test maddelerinin benzer davranışları örneklediğinin bir işareti olarak değerIendirilmektedir. Madde kalan analizleriyle elde edilen düzetilmiş madde toplam korelasyon değerleri madde ayırt edicilik indeksi olarak maddelerin bireyleri ölçülen özellik açısından ne derece ayırt ettiğini yorumlamada kullanılmaktadır (Büyüköztürk, 2013). Bu kısımda madde ayırt ediciliği öncelikle IBM SPSS programı kullanılarak elde edilen düzeltilmiş madde toplam değerleriyle, ardından alt ve üst grup puanlarının karşılaştırılması üzerinden araştırılmıştır. Tablo 4-8'de IBM SPSS programı kullanılarak gerçekleştirilen madde kalan analiz sonuçları ve ITEMAN'da hesaplanan madde güçlük indeksleri gösterilmiştir.

Tablo 4-8: MBİTD-T'nin Madde Kalan Analizleri ve Madde Güçlük Düzeyleri

| Maddeler | Ortalama | Standart Sapma | Madde Çıkarılırsa Ölçek Ortalaması | Madde Çıkartılırsa Ölçek Varyansı | Düzeltilmiş Madde Toplam Korelasyonu | Madde Güçlük İndeksi | Madde Çıkarılırsa Cronbach Alfa Değeri |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| s1 | .60 | .490 | 16.62 | 80.086 | .362 | .599 | .907 |
| s3 | .83 | .379 | 16.40 | 81.692 | .243 | .826 | .908 |
| s4 | .53 | .499 | 16.69 | 80.117 | .351 | .531 | .907 |
| s6 | .28 | .447 | 16.95 | 80.263 | .379 | .276 | .907 |
| s8 | .66 | .475 | 16.57 | 81.216 | .241 | .656 | .908 |
| s9 | .55 | .498 | 16.67 | 80.048 | .360 | .552 | .907 |
| s10 | .22 | .414 | 17.00 | 81.033 | .308 | .220 | .907 |
| s11 | .43 | .496 | 16.79 | 81.277 | .222 | .432 | .909 |
| s12 | .65 | .479 | 16.58 | 79.925 | .391 | .645 | .906 |
| s13 | .63 | .483 | 16.59 | 80.612 | .307 | .631 | .907 |
| s14 | .39 | .489 | 16.83 | 79.702 | .408 | .394 | .906 |
| s17 | .69 | .462 | 16.53 | 80.422 | .346 | .691 | .907 |
| s18 | .40 | .490 | 16.82 | 79.392 | .443 | .401 | .906 |
| s20 | .38 | .487 | 16.84 | 78.708 | .528 | .385 | .905 |
| s21 | .50 | .500 | 16.72 | 79.882 | .377 | .503 | .907 |
| s22 | .48 | .500 | 16.74 | 78.325 | .557 | .484 | .904 |
| s23 | .21 | .411 | 17.01 | 79.861 | .473 | .215 | .906 |
| s24 | .38 | .486 | 16.84 | 78.775 | .521 | .380 | .905 |
| s25 | .32 | .467 | 16.90 | 78.890 | .531 | .319 | .905 |
| s26 | .35 | .477 | 16.87 | 78.771 | .533 | .348 | .905 |
| s27 | .26 | .436 | 16.97 | 79.743 | .458 | .255 | .906 |
| s28 | .25 | .434 | 16.97 | 79.420 | .504 | .251 | .905 |
| s29 | .17 | .373 | 17.06 | 80.200 | .475 | .166 | .906 |
| s30 | .21 | .404 | 17.02 | 80.819 | .347 | .205 | .907 |
| s31 | .32 | .466 | 16.91 | 79.947 | .401 | .317 | .906 |
| s32 | .32 | .468 | 16.90 | 79.159 | .496 | .322 | .905 |
| s33 | .26 | .441 | 16.96 | 79.081 | .539 | .264 | .905 |
| t1 | .41 | .491 | 16.82 | 79.948 | .377 | .406 | .907 |
| t2 | .33 | .470 | 16.89 | 80.628 | .314 | .330 | .907 |
| t3 | .31 | .463 | 16.91 | 80.594 | .324 | .310 | .907 |
| t4 | .19 | .394 | 17.03 | 80.674 | .378 | .192 | .907 |
| t5 | .18 | .381 | 17.05 | 80.899 | .359 | .175 | .907 |
| t6 | .32 | .466 | 16.90 | 79.961 | .399 | .318 | .906 |
| p1 | .56 | .496 | 16.66 | 79.127 | .468 | .564 | .905 |
| p2 | .54 | .498 | 16.68 | 78.953 | .486 | .545 | .905 |
| p3 | .34 | .472 | 16.89 | 80.606 | .315 | .335 | .907 |
| p4 | .60 | .491 | 16.63 | 79.026 | .485 | .596 | .905 |
| p5 | .60 | .491 | 16.62 | 78.977 | .492 | .598 | .905 |
| p6 | .30 | .460 | 16.92 | 80.027 | .397 | .304 | .906 |
| pp1 | .31 | .461 | 16.92 | 79.684 | .438 | .306 | .906 |
| pp2 | .27 | .446 | 16.95 | 80.127 | .398 | .274 | .906 |
| pp3 | .16 | .363 | 17.07 | 80.532 | .436 | .156 | .906 |
| pp4 | .20 | .399 | 17.02 | 80.634 | .378 | .199 | .907 |
| pp5 | .08 | .271 | 17.14 | 82.295 | .231 | .080 | .908 |
| pp6 | .27 | .442 | 16.96 | 80.010 | .417 | .266 | .906 |

Madde ayırt ediciliği, madde puanlarıyla test puanları arasındaki korelasyon olup -1 ile 1 arasında değerler almaktadır (Baykul, 2010). Madde ayırt ediciliğinde Ebel ve Frisbie'de (1986) önerilen kriterler dikkate alınmıştır. Bu kriterlere göre .19 değeri altında değer alan maddeler testten çıkarılmalıdır. Ayırt edicilik indeksi .20 ile .29 arasındaki maddeler marjinal maddeler olup genellikle revize edilmeye, geliştirilmeye ihtiyacı olan, ancak zorunlu ise testte kalabilecek olan maddeler olarak görülmektedir. Bunun yanında .30 ile .39 arasında değer alan maddeler uygun, fakat geliştirilebilir maddeler olarak kabul edilmektedir. Ayırt edicilik indeksi .40 ve üstünde değer alan maddeler ise oldukça iyi maddeler olarak kabul edilmektedir. Tablo 4-8'deki madde kalan analiz sonuçları incelendiğinde MBİTD-T'nde bulunan maddelerin düzeltilmiş madde toplam korelasyon değerlerinin .222 ile .557 arasında değiştiği görülmektedir. Testte .20 değerinin atında bir madde bulunmamaktadır. Tablo 4-8'den görüldüğü üzere .20 ile .29 aralığında sadece üç madde bulunmaktadır. Bunun yanında .30 ile .39 aralığında 20 madde yer alırken, kalan 22 madde .40 ve üzerinde ayırt edicilik katsayısına sahiptir. Madde kalan analizlerine göre maddelerin ortalama ayırt edicilik gücü ise .40 olarak hesaplanmıştır. Bu değer de yukarıda belirtilen kriterlere göre değerlendirildiğinde yüksek, iyi düzeyde bir ayırt edicilik olarak yorumlanabilir.

Madde kalan analizlerinin sunulduğu Tablo 4-8'in son sütunu testten madde çıkarıldığında Cronbach alfa değerinin ne kadar yükselip azaldığı hakkında bilgi vermektedir. Bu sütundaki değerler incelendiğinde testten herhangi bir maddenin çıkarılmasının gerekmediği görülmektedir. Çünkü testten herhangi bir madde çıkarıldığında Cronbach alfa değerinin neredeyse hiç değişmediği görülmektedir.

Düzeltilmiş madde toplam korelasyonunun incelemesinden sonra ITEMAN madde analiz programı kullanılarak madde güçlük indeksleri hesaplanmıştır. ITEMAN analizi her bir madde için madde istatistikleri sağlamakla birlikte testin tümü için de bazı istatistikleri (ortalama, standart sapma, güvenirlik vb.) de vermektedir (ITEMAN Manuel, t.y.). Madde güçlük indeksi maddeyi doğru cevaplayanların bir yüzdesi olup madde kolaylığının bir ölçüsü olarak değerlendirilmektedir (Baykul, 2010). Madde güçlük düzeyi 0 ile 1 arasında değer almaktadır. Baykul (2010)'a göre madde güçlük düzeyi 0.5 veya bu değere yakın olduğunda bu maddelerin ölçtüğü nitelik bakımından cevaplayıcılar arasındaki farkları en iyi şekilde ortaya koyan maddeler olduğu ifade edilmiştir. Tablo 4-8'de elde edilen madde güçlük düzeyleri de sunulmuştur.

Tablo 4-8'den test maddeleri için hesaplanan madde güçlük düzeylerinin .080 ile .826 arasında değiştiği görülmektedir. Testte çok zor maddelerin yanında kolay maddelerin de yer aldığı söylenebilir. Test maddelerinin ortalama güçlük değeri ise .383 olarak bulunmuştur. Bu değer 0 ile 1 değerlerinin ortası olan .50

değerine yakın olduğu için testin genelinin ortalama güçlük düzeyinin orta düzeye yakın, ne çok zor ne çok kolay olduğu söylenebilir.

Son olarak madde ayırt ediciliği testi iyi yapan ve iyi yapmayan grupların puanlarının karşılaştırılmasıyla da incelenmiştir. Madde ayırt ediciliğinde amaç, maddelerin bilen ve bilmeyenleri birbirinden ayırt edip etmediğini tespit ederek test hakkında bir iç ölçüt sunmaktır (Baykul, 2010). Bu nedenle madde ayırt ediciliği bir kez de tüm grubun toplam puanlarının sıralanmasıyla alt ve üst %27'yi oluşturan grupların belirlenerek bu grupların puanlarının karşılaştırılması üzerinden incelenmiştir. Örneklemin (N=764) %27'si (N=206) belirlenerek alt ve üst grupta yer alan öğrencilerin puanları Bağımsız örneklem t-testi analizleri ile karşılaştırılmıştır. Analiz sonuçları Tablo 4-10'da sunulmuştur.

Tablo 4-9: MBİTD-T'nin Madde Ayırt Ediciliğine İlişkin Bağımsız Gruplar t -Testi Analiz Sonuçları

| | | | | T testi | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Puan | Gruplar | Ort | Ss | t | Sd | *p* |
| s1 | Üst %27 | .87 | .333 | | | |
| | Alt %27 | .38 | .486 | 12.060 | 410 | .000 |
| s2 | Üst %27 | .93 | .260 | | | |
| | Alt %27 | .67 | .471 | 6.857 | 410 | .000 |
| s3 | Üst %27 | .80 | .404 | | | |
| | Alt %27 | .30 | .460 | 11.613 | 410 | .000 |
| s4 | Üst %27 | .54 | .499 | | | |
| | Alt %27 | .09 | .290 | 11.221 | 410 | .000 |
| s5 | Üst %27 | .81 | .397 | | | |
| | Alt %27 | .46 | .500 | 7.755 | 410 | .000 |
| s6 | Üst %27 | .82 | .389 | | | |
| | Alt %27 | .30 | .460 | 12.265 | 410 | .000 |
| s8 | Üst %27 | .44 | .498 | | | |
| | Alt %27 | .10 | .297 | 8.535 | 410 | .000 |
| s9 | Üst %27 | .61 | .489 | | | |
| | Alt %27 | .29 | .453 | 7.005 | 410 | .000 |
| s10 | Üst %27 | .87 | .338 | | | |
| | Alt %27 | .31 | .464 | 13.955 | 410 | .000 |
| s11 | Üst %27 | .80 | .400 | | | |
| | Alt %27 | .34 | .476 | 10.526 | 410 | .000 |
| s12 | Üst %27 | .68 | .466 | | | |
| | Alt %27 | .16 | .363 | 12.858 | 410 | .000 |
| s13 | Üst %27 | .89 | .310 | | | |
| | Alt %27 | .42 | .495 | 11.573 | 410 | .000 |
| s14 | Üst %27 | .71 | .453 | | | |
| | Alt %27 | .11 | .310 | 15.868 | 410 | .000 |
| s17 | Üst %27 | .78 | .417 | | | |
| | Alt %27 | .07 | .260 | 20.531 | 410 | .000 |
| s18 | Üst %27 | .77 | .421 | | | |
| | Alt %27 | .23 | .424 | 12.952 | 410 | .000 |
| s20 | Üst %27 | .87 | .333 | | | |
| | Alt %27 | .10 | .303 | 24.599 | 410 | .000 |
| s21 | Üst %27 | .50 | .501 | | | |
| | Alt %27 | .01 | .120 | 13.654 | 410 | .000 |
| s22 | Üst %27 | .74 | .438 | | | |
| | Alt %27 | .08 | .276 | 18.300 | 410 | .000 |
| s23 | Üst %27 | .70 | .458 | | | |
| | Alt %27 | .04 | .205 | 18.897 | 410 | .000 |
| s24 | Üst %27 | .74 | .441 | | | |
| | Alt %27 | .06 | .235 | 19.528 | 410 | .000 |
| s25 | Üst %27 | .56 | .497 | | | |
| | Alt %27 | .05 | .225 | 13.401 | 410 | .000 |

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| s26 | Üst %27 | .61 | .489 | | | |
| | Alt %27 | .03 | .169 | 16.177 | 410 | .000 |
| s27 | Üst %27 | .45 | .498 | | | |
| | Alt %27 | .01 | .098 | 12.345 | 410 | .000 |
| s28 | Üst %27 | .40 | .492 | | | |
| | Alt %27 | .03 | .182 | 10.102 | 410 | .000 |
| s29 | Üst %27 | .59 | .494 | | | |
| | Alt %27 | .11 | .310 | 11.840 | 410 | .000 |
| s30 | Üst %27 | .69 | .464 | | | |
| | Alt %27 | .07 | .260 | 16.632 | 410 | .000 |
| s31 | Üst %27 | .64 | .482 | | | |
| | Alt %27 | .03 | .182 | 16.763 | 410 | .000 |
| s32 | Üst %27 | .67 | .470 | | | |
| | Alt %27 | .16 | .363 | 12.559 | 410 | .000 |
| s33 | Üst %27 | .56 | .498 | | | |
| | Alt %27 | .15 | .354 | 9.699 | 410 | .000 |
| t1 | Üst %27 | .53 | .500 | | | |
| | Alt %27 | .13 | .333 | 9.742 | 410 | .000 |
| t2 | Üst %27 | .44 | .497 | | | |
| | Alt %27 | .05 | .225 | 10.083 | 410 | .000 |
| t3 | Üst %27 | .37 | .484 | | | |
| | Alt %27 | .02 | .154 | 9.744 | 410 | .000 |
| t4 | Üst %27 | .58 | .494 | | | |
| | Alt %27 | .12 | .327 | 11.164 | 410 | .000 |
| t5 | Üst %27 | .86 | .349 | | | |
| | Alt %27 | .19 | .393 | 18.309 | 410 | .000 |
| t6 | Üst %27 | .84 | .368 | | | |
| | Alt %27 | .16 | .363 | 19.011 | 410 | .000 |
| p1 | Üst %27 | .53 | .500 | | | |
| | Alt %27 | .10 | .297 | 10.783 | 410 | .000 |
| p2 | Üst %27 | .89 | .310 | | | |
| | Alt %27 | .19 | .393 | 20.202 | 410 | .000 |
| p3 | Üst %27 | .90 | .303 | | | |
| | Alt %27 | .21 | .407 | 19.479 | 410 | .000 |
| p4 | Üst %27 | .56 | .497 | | | |
| | Alt %27 | .03 | .182 | 14.347 | 410 | .000 |
| p5 | Üst %27 | .59 | .494 | | | |
| | Alt %27 | .05 | .225 | 14.126 | 410 | .000 |
| p6 | Üst %27 | .50 | .501 | | | |
| | Alt %27 | .03 | .182 | 12.678 | 410 | .000 |
| pp1 | Üst %27 | .38 | .487 | | | |
| | Alt %27 | .00 | .070 | 11.037 | 410 | .000 |
| pp2 | Üst %27 | .43 | .496 | | | |
| | Alt %27 | .03 | .169 | 10.908 | 410 | .000 |
| pp3 | Üst %27 | .18 | .385 | | | |
| | Alt %27 | .02 | .154 | 5.378 | 410 | .000 |
| pp4 | Üst %27 | .53 | .500 | | | |
| | Alt %27 | .04 | .194 | 13.252 | 410 | .000 |
| pp5 | Üst %27 | .87 | .333 | | | |
| | Alt %27 | .38 | .486 | 12.060 | 410 | .000 |
| pp6 | Üst %27 | .93 | .260 | | | |
| | Alt %27 | .67 | .471 | 6.857 | 410 | .000 |

$p<.05$. (2 yönlü)

Tablo 4-9 incelendiğinde testin tüm maddeleri için alt ve üst grup puan ortalamaları arasında istatistiksel olarak anlamlı farklar olduğu görülmektedir. Testin her bir maddesinde üst grupta yer alan öğrenciler, alt grupta yer alan öğrencilerden anlamlı olarak daha yüksek ortalama puana sahiptir.

### 4.2.2. İç Tutarlılık Güvenirlik Katsayılarının Hesaplanmasına Yönelik Bulgular

MBİTD-T'nin maddelerine verilen yanıtlar 0 ve 1 değerlerinden oluştuğu için testin güvenirliğinin hesaplanmasında öncelikle Cronbach alfanın özel bir durumu olan KR-20 güvenirlik katsayısı hesaplanmıştır (Anastasi & Urbina, 1997;

Hopkins, Stanley & Hopkins, 1990). Hesaplanan KR-20 değeri .90 olarak bulunmuştur. Bunun yanında yanıtların iki kategorili (0 ve 1) olduğu ölçeklerde Cronbach alfanın kullanılabileceğine ilişkin görüşlere dayanarak testin Cronbach alfa iç tutarlılık katsayısı da hesaplanmıştır (Bademci, 2006; Bademci, 2011, s. 187; Sönmez & Alacapınar, 2013, s. 92). Testin tüm maddeleri için hesaplanan Cronbach alfa katsayısı .908 olarak hesaplanmıştır. Bu değer literatürde önerilen .70'in üzerinde olma kriterini karşılamaktadır (Pallant, 2007). MBİTD-T'nin alt testleri için hesaplanan güvenirlilik katsayıları sırasıyla *benzerliğe dayalı problem çözme (B1)*alt testi için .745; *ilişkiye dayalı problem çözme (B2)*alt testi için .881; *benzerliğe dayalı problem kurma (B3)* alt testi için .709; *ilişkiye dayalı problem kurma (B4)* alt testi için .619; *benzer problemleri bulma (B5)* alt testi için .830 ve *ilişkili problemleri bulma (B6)* için .797 olarak hesaplanmıştır. Alt testlerin hesaplanan güvenirlik katsayılarının B4 dışında .70 olan kabul değerinin üzerinde olduğu söylenebilir.

Anastasi ve Urbina (1997)'ye göre ölçümün güvenirliğini testin uygulandığı grubun doğası etkilemektedir. Ayrıca araştırmacılar korelasyon katsayısının grubun ranjından etkilendiğini de ifade etmişlerdir. Araştırmacılar geniş bir yaş ve yetenek ranjını kaplayan bir aralık için geliştirilen testlerde, standardizasyon yapılan örneklem içinde göreceli olarak homojen alt gruplar için ayrı güvenirlik katsayısının verilmesi gerektiğini belirtmişlerdir (s. 107). Bu çalışmada MBİTD-T'nin iç tutarlık güvenirliği birbiri arasında daha homojen olabilecek şekilde aynı sınıf düzeyleri için ve üstün zekalı tanısı olan ve olmayan gruplar için de hesaplanmıştır. Tablo 4-10'da sınıf düzeyi değişkenine göre hesaplanan Cronbach alfa katsayıları sunulmuştur.

Tablo 4-10: Sınıf Düzeyine İlişkin Cronbach Alfa Güvenirlik Katsayıları

| Sınıf | B1 | B2 | B3 | B4 | B5 | B6 | B-Toplam |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 5. sınıf | .669 | .872 | .687 | .596 | .849 | .777 | .882 |
| 6. sınıf | .768 | .867 | .737 | .604 | .807 | .769 | .912 |
| 7.sınıf | .797 | .869 | .684 | .625 | .833 | .823 | .911 |

B1: Benzerliğe Dayalı Problem Çözme, B2: İlişkiye Dayalı Problem Çözme, B3: Benzerliğe Dayalı Problem Kurma, B4: İlişkiye Dayalı Problem Kurma, B5: Benzer Problemleri Bulma, B6: İlişkili Problemleri Bulma, B-Toplam: Toplam test puanı

Tablo 4-10 incelendiğinde sınıf düzeyleri arasında toplam test için hesaplanan Cronbach alfa güvenirlik katsayısı değerlerinin .882 ile .912 arasında değiştiği görülmektedir. Sınıf düzeyleri arasında alt testler için hesaplanan Cronbach alfa güvenirlik katsayı değerleri .596 ile .872 arasında değişmektedir.

Üstün ve normal zeka düzeyine sahip öğrencilerin farklı sınıf düzeylerine ilişkin hesaplanan Cronbach alfa değeri Tablo 4-11'de gösterilmiştir.

Tablo 4-11: Üstün ve Normal Zekalı Öğrencilerin Sınıf Düzeyine İlişkin Cronbach Alfa Güvenirlik Katsayıları

| Değişkenler | | B1 | B2 | B3 | B4 | B5 | B6 | B-Toplam |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Sınıf Düzeyi | Zeka Düzeyi | | | | | | | |
| 5. sınıf | Üstün | .449 | .867 | .705 | .555 | .760 | .800 | .839 |
| | Normal | .663 | .839 | .645 | .571 | . 847 | .747 | .842 |
| 6. sınıf | Üstün | .700 | .742 | .774 | .516 | .719 | .776 | .861 |
| | Normal | .763 | .854 | .716 | .513 | .796 | .677 | .896 |
| 7.sınıf | Üstün | .873 | .860 | .704 | .726 | .765 | .840 | .910 |
| | Normal | .729 | .829 | .658 | .503 | .841 | .742 | .877 |

B1: Benzerliğe Dayalı Problem Çözme, B2: İlişkiye Dayalı Problem Çözme, B3: Benzerliğe Dayalı Problem Kurma, B4: İlişkiye Dayalı Problem Kurma, B5: Benzer Problemleri Bulma, B6: İlişkili Problemleri Bulma, B-Toplam: Toplam test puanı; Üstün: Üstün zekalı tanısı olan öğrenciler; Normal: Üstün zekalı tanısı almamış öğrenciler

Tablo 4-11'den görüldüğü üzere MBİTDT'nin normal ve üstün zekalı tanısı olan gruplarda farklı sınıf düzeylerinde testin bütünü için elde edilen Cronbach alfa değerleri .839 ve .910 arasındadır. Yine bu gruplar için alt testlere göre hesaplanan Cronbach alfa katsayıları ise .449 ile .873 arasında değişmektedir. Farklı sınıf düzeylerindeki üstün zekalı ve normal zekalı öğrenciler için ayrı ayrı hesaplanan ve farklı sınıf düzeylerinde üstün-normal ayrımı yapmadan hesaplanan Cronbach alfa katsayıları arasında çok büyük bir farklılığa rastlanmamıştır.

### 4.2.3. Puanlayıcı Güvenirliğinin Hesaplanmasına Yönelik Bulgular

B1, B2, B3, B4, B5 ve B6 alt testlerinde yer alan soruların birden fazla cevabı olabilmektedir. Öğrencilerden özellikle B1, B3, B4, B5 ve B6 boyutlarında yer alan sorular için bir cevap üretmeleri ve cevaplarının gerekçelerini ifade etmeleri istenmektedir. Bu nedenle öğrenci cevaplarının değerlendirilmesinde puanlayıcı güvenirliği de incelenmiştir. Bir matematik öğretmeni test ve testin nasıl puanlanacağı hakkında bilgilendirilmiştir. Ardından matematik öğretmenine olası cevap anahtarı gösterilerek kendisiyle olası cevaplar ve testin puanlanmasında dikkat edilmesi gereken noktalar üzerine tartışılmıştır. Araştırmacı ve matematik öğretmeni birlikte birkaç kağıt okuduktan sonra, matematik öğretmeninden seçilen 32 tane cevap kağıdını değerlendirmesi istenmiştir. Öğretmen ve araştırmacının cevap anahtarını puanlamalarının arasında hesaplanan Pearson çarpım moment korelasyon katsayı değerleri Tablo 4-12'de sunulmuştur.

Tablo 4-12: Puanlayıcı Güvenirliğine İlişkin Sonuçlar

| **Testler** | **B1** | **B2** | **B3** | **B4** | **B5** | **B6** | **B-Toplam** |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| A-B1 | .901** | | | | | | |
| A-B2 | | .987** | | | | | |
| A-B3 | | | .955** | | | | |
| A-B4 | | | | .836** | | | |
| A-B5 | | | | | .886** | | |
| A-B6 | | | | | | .953** | |
| A-BToplam | | | | | | | .968** |

**p<.01, B1: Benzerliğe Dayalı Problem Çözme, B2: İlişkiye Dayalı Problem Çözme, B3: Benzerliğe Dayalı Problem Kurma, B4: İlişkiye Dayalı Problem Kurma, B5: Benzer Problemleri Bulma, B6: İlişkili Problemleri Bulma, B-Toplam: Toplam test puanı, A-B1: Diğer puanlayıcı için B1 alt testi, A-B2: Diğer puanlayıcı için B2 alt testi, A-B3: Diğer puanlayıcı için B3 alt testi, A-B4: Diğer puanlayıcı için B4 alt testi, A-B5: Diğer puanlayıcı için B5 alt testi, A-B5: Diğer puanlayıcı için B5 alt testi, A-B6: Diğer puanlayıcı için B6 alt testi, A-BToplam: Diğer puanlayıcı için toplam test

Tablo 4-12'den görüldüğü üzere puanlayıcı güvenirliği için hesaplanan korelasyon katsayı değeri toplam test için .968 olarak hesaplanmıştır. Alt testler arasında puanlayıcı güvenirliği için hesaplanan korelasyon katsayısı .836 ile .987 arasında değişmektedir.

### 4.2.4. Test-Tekrar Test Güvenirliğinin Hesaplanmasına Yönelik Bulgular

Farklı sınıf düzeylerinden seçilen 39 öğrenci ile yapılan test-tekrar test sonucunda test puanları arasındaki kararlılık düzeyi Pearson Çarpım Moment korelasyon katsayısı hesaplanarak incelenmiştir. Elde edilen değerler Tablo 4-13'te sunulmuştur. Testin toplam test puanları bazında elde edilen korelasyon katsayısı .915 olarak bulunmuştur. Alt testler arasında istatistiksel olarak anlamlı olan korelasyon katsayı değerleri ise .560 ile. 889 arasında değişmektedir.

Tablo 4-13: Test-tekrar Test Güvenirliğine İlişkin Sonuçlar

| Testler | B1 | B2 | B3 | B4 | B5 | B6 | B-Toplam |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| T-B1 | .560** | | | | | | |
| T-B2 | | .889** | | | | | |
| T-B3 | | | .663** | | | | |
| T-B4 | | | | .233 | | | |
| T-B5 | | | | | 722** | | |
| T-B6 | | | | | | .624** | |
| T-BToplam | | | | | | | .915** |

**p<.01; B1: Benzerliğe Dayalı Problem Çözme, B2: İlişkiye Dayalı Problem Çözme, B3: Benzerliğe Dayalı Problem Kurma, B4: İlişkiye Dayalı Problem Kurma, B5: Benzer Problemleri Bulma, B6: İlişkili Problemleri Bulma, B-Toplam: Toplam test puanı, T-B1: B1'in tekrar testi, T-B2: B2'nin tekrar testi, T-B3: B3'ün tekrar testi, T-B4: B4'ün tekrar testi, T-B5: B5'in tekrar testi, T-B6: B6'nın tekrar testi, T-BToplam: Toplam testin tekrar testi toplam puanı

## 4.3. MATEMATİKTE BENZERLİK VE İLİŞKİ TEMELLİ DÜŞÜNME TESTİ'NİN GEÇERLİĞİNE YÖNELİK BULGULAR

Araştırmanın son alt problemi olan "Matematikte Benzerlik ve İlişki Temelli Düşünme Testi'nin (MBİTD-T) geçerliği nasıldır?" sorusunun cevaplanmasında: yapı geçerliği için MBİTD-T toplam test puanı ve alt test puanları arasındaki ilişkilerin incelenmesi, ayırt edicilik geçerliğinin incelenmesi, ölçüt/kriter geçerliğinin incelenmesi adımları izlenmiştir. Yapılan analizler sonucunda elde edilen bulgular sırasıyla aşağıda sunulmuştur.

### 4.3.1. MBİTD-T Toplam Test Puanı ve Alt Test Puanları Arasındaki İlişkilerin İncelenmesine Yönelik Bulgular

Testin toplam puanı ve alt test puanları arasındaki ilişkiler Pearson çarpım moment korelasyon katsayısının hesaplanması üzerinden incelenmiştir. Tablo 4.14'te analiz sonucu elde edilen değerler sunulmuştur.

Tablo 4-14: MBİTD-T'nin Toplam Puan ve Alt Test Puanları Arasındaki İlişkiler

| Alt testler | B2 | B3 | B4 | B5 | B6 | B-Toplam |
|---|---|---|---|---|---|---|
| B1 | .400** | .297** | .296** | .310** | .189** | .658** |
| B2 | | .281** | .418** | .385** | .419** | .860** |
| B3 | | | .331** | .280** | .191** | .484** |
| B4 | | | | .279** | .274** | .554** |
| B5 | | | | | .431** | .658** |
| B6 | | | | | | .602** |

**p<.01; B1: Benzerliğe Dayalı Problem Çözme, B2: İlişkiye Dayalı Problem Çözme, B3: Benzerliğe Dayalı Problem Kurma, B4: İlişkiye Dayalı Problem Kurma, B5: Benzer Problemleri Bulma, B6: İlişkili Problemleri Bulma, B-Toplam: Toplam test puanı

Tablo 4-14'te de görüldüğü üzere, MBİTD-T'nin toplam test puanı ve alt test toplam puanları arasında istatistiksel olarak pozitif yönlü ve anlamlı korelasyonlar bulunmuştur (*p*<.01). Ayrıca alt testlerin birbirleri arasında da istatistiksel olarak anlamlı ilişkiler tespit edilmiştir. Alt testler arasındaki korelasyon en düşük B3 ile B6 alt testleri arasında olup .191 düzeyindedir. Alt testler arasındaki en yüksek korelasyon katsayısı .431 olup B5 ile B6 alt testleri arasındadır.

Alt testlerin testin tümüyle arasında gözlenen ilişki düzeyleri .484 ile .860 (*p*<.01) arasında değişmektedir. Testin toplam puanı ile en yüksek ilişkiye B2 alt testi sahip (*r*=.860, *p*<.01) iken, testin toplam puanı ile en düşük ilişki B1 alt testi arasında (*r*=.484, *p*<.01) bulunmuştur. Tablo 4-14 incelendiğinde alt testlerin toplam test puanıyla aralarındaki ilişkileri gösteren Pearson korelasyon katsayı değerlerinin orta ve yüksek düzey aralığında değiştiği söylenebilir.

### 4.3.2. MBİTD-T'nin Ayırt Edicilik Geçerliğinin İncelenmesine Yönelik Bulgular

Testin ayırt edicilik geçerliği sınıf düzeyi ve zeka düzeyi değişkenleri üzerinden incelenmiştir. Analizler sonucu elde edilen bulgular aşağıdaki kısımlarda açıklanmıştır.

#### 4.3.2.1. Testin Farklı Sınıf Düzeyindeki Öğrencileri Ayırma Gücüne Yönelik Bulgular

Farklı sınıf düzeylerinde öğrenim gören öğrencilerin test puanlarının karşılaştırılmasıyla MBİTD-T'nin gelişimsel farklılık gösterip göstermediğini incelemek amaçlanmıştır. Tablo 4-15'te sınıf düzeyine göre MBİTD-T'nden alınan puanlara ilişkin betimsel istatistikler sunulmuştur.

Tablo 4-15: MBİTD-T Toplam ve Alt Test Puanlarına İlişkin Betimsel İstatistikler

| Puan türü | Sınıf | N | X | Ss | Minimum | Maksimum |
|---|---|---|---|---|---|---|
| B-Toplam | 5.sınıf | 287 | 14.666 | 7.786 | 0 | 40 |
| | 6.sınıf | 306 | 17.679 | 9.335 | 0 | 43 |
| | 7.sınıf | 171 | 20.696 | 9.638 | 1 | 45 |
| | Toplam | 764 | 17.223 | 9.138 | 0 | 45 |
| B1 | 5.sınıf | 287 | 5.146 | 2.318 | 0 | 40 |
| | 6.sınıf | 306 | 5.519 | 2.663 | 0 | 43 |
| | 7.sınıf | 171 | 5.474 | 2.810 | 0 | 45 |
| | Toplam | 764 | 5.369 | 2.577 | 0 | 10 |
| B2 | 5.sınıf | 287 | 4.219 | 3.990 | 0 | 17 |
| | 6.sınıf | 306 | 6.349 | 4.514 | 0 | 17 |
| | 7.sınıf | 171 | 7.918 | 4.662 | 0 | 17 |
| | Toplam | 764 | 5.900 | 4.584 | 0 | 17 |
| B3 | 5.sınıf | 287 | .9547 | 1.091 | 0 | 3 |
| | 6.sınıf | 306 | 1.023 | 1.149 | 0 | 3 |
| | 7.sınıf | 171 | 1.239 | 1.156 | 0 | 3 |
| | Toplam | 764 | 1.045 | 1.133 | 0 | 3 |
| B4 | 5.sınıf | 287 | .5122 | .831 | 0 | 3 |
| | 6.sınıf | 306 | .7059 | .940 | 0 | 3 |
| | 7.sınıf | 171 | .9415 | 1.044 | 0 | 3 |
| | Toplam | 764 | .6859 | .939 | 0 | 3 |
| B5 | 5.sınıf | 287 | 2.787 | 2.209 | 0 | 6 |
| | 6.sınıf | 306 | 2.951 | 2.079 | 0 | 6 |
| | 7.sınıf | 171 | 3.181 | 2.110 | 0 | 6 |
| | Toplam | 764 | 1.280 | 1.701 | 0 | 6 |
| B6 | 5.sınıf | 287 | 1.045 | 1.545 | 0 | 6 |
| | 6.sınıf | 306 | 1.131 | 1.567 | 0 | 6 |
| | 7.sınıf | 171 | 1.941 | 1.999 | 0 | 6 |
| | Toplam | 764 | 1.280 | 1.701 | 0 | 6 |

B-Toplam: Toplam test puanı B1: Benzerliğe Dayalı Problem Çözme, B2: İlişkiye Dayalı Problem Çözme, B3: Benzerliğe Dayalı Problem Kurma, B4: İlişkiye Dayalı Problem Kurma, B5: Benzer Problemleri Bulma, B6: İlişkili Problemleri Bulma

Tablo 4-15'te görüldüğü üzere testin ulaşılan toplam puanı 5. sınıflarda en yüksek 40 iken, 6. sınıflarda 43 ve 7. sınıflarda en yüksek 45 puandır. Toplam test puanı ortalaması en fazla 7. sınıflarda (X= 20.69) iken, en düşük ortalama puan 5.

sınıflarda (X= 14.66) görülmüştür. Testin B1 alt test puan ortalamaları 5.146 ile 5.474 arasında değişmektedir. B2 alt test puanlarının ortalaması en düşük 4.219 ile 5. sınıflarda görülürken, en yüksek B2 alt test puan ortalaması 7. sınıflarda (X= 7.918) görülmüştür. B3 alt testinden alınan puanların ortalamaları da .095 ile 1.23 arasında değişmektedir. B4 alt test puanları .512 ile .942 arasında değişmektedir. B5 alt testinde en düşük puan 2.787 ile 5. sınıflarda görülürken en yüksek puan ortalaması 3.181 ile 7. sınıflarda görülmektedir. B6 alt testindeki puan ortalamaları 1.045 ile 1.941 arasında değişmektedir.

Betimsel istatistiklerden görüldüğü üzere toplam test ve alt testler bazında puan ortalamaları arasında bir eşitlik söz konusu değildir. Ortalamalar arasında farklar bulunmaktadır. Ortalamalar arasındaki farkların istatistiksel olarak anlamlılık düzeyini inceleyerek testin toplam ve alt test bazında gelişimsel varyans gösterip göstermediği incelenmiştir. Bu amaçla tek yönlü varyans analizini (ANOVA) kullanabilmek için testin varsayımları araştırılmıştır. ANOVA testinin uygulanabilmesi için grupların varyanslarının eşit olması gerekmektedir (Pallant, 2007). Bu nedenle gruplar arasındaki varyansların eşit olup olmadığı Levene testi yapılarak incelenmiştir. Levene testinde *p* değerinin anlamlı çıkması gruplar arası farka işaret ederken, anlamsız olması gruplar arası varyansın eşitliğine işaret etmektedir. Çalışmada Levene testi sonunda gruplar arasındaki varyansın B3 *(benzerliğe dayalı problem kurma)* alt testi hariç diğer tüm alt testler ve toplam test puanı için anlamlı olduğu bu nedenle gruplar arası varyansın eşit olmadığı anlaşılmıştır. Varyans eşitliğinin birçok alt test için sağlanamamasından dolayı ANOVA'nın alternatifi olarak Welch ve Brown-Forsythe testleri uygulanarak gruplar arası anlamlı farklar olup olmadığı araştırılmıştır (Field, 2013; Pallant, 2007; Sipahi, Yurtkoru & Çinko, 2010). Tablo 4-16'da Welch ve Brown-Forsythe Testleri sonuçları sunulmuştur. Analiz sonucunda Welch ve Brown-Forsythe testlerinden herhangi birinin *p* değeri dikkate alınabilmektedir.

Tablo 4-16: Welch ve Brown-Forsythe Testleri Sonuçları

| | | İstatistik[a] | Sd1 | Sd2 | p |
|---|---|---|---|---|---|
| B-Toplam | Welch | 26,071 | 2 | 422,682 | ,000 |
| | Brown-Forsythe | 24,683 | 2 | 590,659 | ,000 |
| B1 | Welch | 1,887 | 2 | 423,464 | ,153 |
| | Brown-Forsythe | 1,677 | 2 | 590,328 | ,188 |
| B2 | Welch | 42,203 | 2 | 427,021 | ,000 |
| | Brown-Forsythe | 40,199 | 2 | 607,087 | ,000 |
| B3 | Welch | 3,458 | 2 | 434,744 | ,032 |
| | Brown-Forsythe | 3,490 | 2 | 641,401 | ,031 |
| B4 | Welch | 11,094 | 2 | 418,850 | ,000 |
| | Brown-Forsythe | 11,038 | 2 | 564,799 | ,000 |
| B5 | Welch | 1,800 | 2 | 438,902 | ,167 |
| | Brown-Forsythe | 1,833 | 2 | 662,911 | ,161 |
| B6 | Welch | 13,445 | 2 | 410,244 | ,000 |
| | Brown-Forsythe | 16,073 | 2 | 514,457 | ,000 |

a. Asimptotik F dağılımı, p<.05, B-Toplam: Toplam test puanı, B1: Benzerliğe Dayalı Problem Çözme, B2: İlişkiye Dayalı Problem Çözme, B3: Benzerliğe Dayalı Problem Kurma, B4: İlişkiye Dayalı Problem Kurma, B5: Benzer Problemleri Bulma, B6: İlişkili Problemleri Bulma.

Tablo 4-16'da görüldüğü üzere her iki analiz tekniği sonucunda B1 ve B5 alt testleri dışında diğer alt testler için *p* değerleri anlamlıdır (*p*<.05). Levene testinde varyansların eşitliği reddedildiği için gruplar arası farkların kaynağını bulmak için Games-Howell post-hoc testi uygulanmıştır (Field, 2013; Pallant, 2007). Test sonuçları Tablo 4-17'de gösterilmiştir

Tablo 4-17: MBİTD-T'nin Sınıf Düzeyi Değişkenine Göre İncelenen Games-Howell Post-hoc Test Sonuçları

| Puan | Sınıf | | X(i-j) | Sh | p | Etki Büyüklüğü (Cohen d) |
|---|---|---|---|---|---|---|
| B-Toplam | 5 | 6 | -3,01423* | ,70429 | .000 | 0.35 |
| | | 7 | -6,03040* | ,86860 | .000 | 0.71 |
| | 6 | 7 | -3,01617* | ,90997 | .003 | 0.39 |
| B2 | 5 | 6 | -2,13016* | ,34939 | .000 | 0.66 |
| | | 7 | -3,69862* | ,42731 | ,000 | 0.76 |
| | 6 | 7 | -1,56846* | ,44009 | ,001 | 0.81 |
| B3 | 5 | 6 | -,06817 | ,09200 | ,739 | - |
| | | 7 | -,28506* | ,10937 | ,026 | 0.26 |
| | 6 | 7 | -,21689 | ,11014 | ,121 | - |
| B4 | 5 | 6 | -,19369* | ,07278 | ,022 | 0.22 |
| | | 7 | -,42933* | ,09374 | ,000 | 0.47 |
| | 6 | 7 | -,23564* | ,09626 | ,039 | 0.24 |
| B6 | 5 | 6 | -,08542 | ,12781 | ,782 | - |
| | | 7 | -,89622* | ,17800 | ,000 | 0.52 |
| | 6 | 7 | -,81080* | ,17719 | ,000 | 0.47 |

B-Toplam: Toplam test puanı, B1: Benzerliğe Dayalı Problem Çözme, B2: İlişkiye Dayalı Problem Çözme, B3: Benzerliğe Dayalı Problem Kurma, B4: İlişkiye Dayalı Problem Kurma, B5: Benzer Problemleri Bulma, B6: İlişkili Problemleri Bulma.

Tablo 4-17 incelendiğinde toplam test puanları (B-Toplam) açısından 7. sınıfların test puanlarının 5. ve 6. sınıf öğrencilerinden anlamlı olarak daha yüksek olduğu görülmektir ($p<.05$). Buna benzer olarak 6. sınıf öğrencilerinin puanları da 5. sınıf öğrencilerinin toplam test puanlarından anlamlı olarak daha yüksektir. Toplam test puanlarındakine benzer olarak B2 ve B4 alt testlerinde de 7. sınıfların puanları 5. ve 6. sınıflardan; 6. sınıfların puanları da 5. sınıflardan istatistiksel olarak anlamlı bir şekilde daha yüksektir.

Tablo 4-17 incelemeye devam edildiğinde B3 boyutunda 6. sınıfların puanları 5. sınıflardan yüksek olduğu, ancak aradaki farkın anlamlı olmadığı görülmektedir. Benzer olarak 7. sınıfların B3 alt testinden aldıkları puanlar 6. sınıfların puanlarından daha yüksek olmasına rağmen aradaki fark istatistiksel olarak anlamlı bulunmamıştır. Buna karşın 7. sınıfların B3 alt testinden aldıkları puanlar 5. sınıflardan anlamlı olarak daha yüksektir.

Tablo 4-17'den görüldüğü üzere B6 alt testinde 6. sınıfların puanları 5. sınıf öğrencilerinin puanlarından yüksek olmasına rağmen aradaki fark anlamlı değildir. Buna karşın 7. sınıfların puanları 6. ve 5. sınıfların puanlarından istatistiksel açıdan anlamlı bir şekilde daha yüksek olarak bulunmuştur.

Tablo 4-17'de gösterilen ortalamalar arasındaki farkların etki büyüklüklerine karar vermek için Cohen d formülü uygulanmıştır. Etki büyüklüğü yokluk hipotezleri ile alternatif hipotezler arasındaki farkın büyüklüğü olarak tanımlanmaktadır (Özsoy & Özsoy, 2013). Etki büyüklüğü değeri, örneklem sayısından kaynaklanan sonuçları ortadan kaldırdığı için elde edilen sonuçlar hakkında daha doğru karar vermeye yardımcı olmaktadır. Grup ortalamaları arasındaki farka göre hesaplanan etki büyüklükleri ölçümleri Cohen d, Glass g, Hedge d ile temsil edilmektedir. Etki büyüklüklerini yorumlamada dikkate alınan kriterler: 0 ile .20 zayıf; .21 ile 50 küçük; .51 ile 1.00 orta; 1.00'den büyük ise güçlüdür (Cohen, Manion & Morrison, 2007). Tablodaki etki büyüklüğü değerleri incelendiğinde MBİTD-T toplam puan farkları arasında küçük ve orta düzeyde etki büyüklükleri bulunmuştur. B2 alt testinin sınıflar arasındaki ortalama puan farkları arasındaki etki büyüklükleri diğer alt testlerdeki ikili karşılaştırmaların etki büyüklüklerinden daha yüksektir. En yüksek etki büyüklüğü .81 ile B2 alt testi 6. ve 7. sınıf öğrenci puanları arasındaki farklarda kendini göstermiştir.

#### 4.3.2.2. Testin Üstün ve Normal Zekalı Öğrencileri Ayırma Gücüne Yönelik Bulgular

Üstün zekalı tanısı olan ve tanı almamış olduğu için normal zekalı olarak kabul edilen öğrencilerin MBİTD-T'indeki toplam test puanları arasındaki farklar incelenerek testin üstün zekalı ve normal zekalı öğrencileri ayırt edip etmediğine ilişkin kanıt toplamaya çalışılmıştır. 193 üstün zekalı öğrenci ile 571 normal zeka düzeyine sahip (üstün zekalı ve yetenekli tanısı almamış) öğrencilerin farklı sınıf düzeylerindeki test puanları arasındaki farklar Bağımsız örneklem t testi ile araştırılmıştır. Tablo 4-18'de analiz sonunda elde edilen bulgular sunulmuştur.

Tablo 4-18: Üstün ve Normal Zekalı Öğrencilerin MBİTD-T Toplam Puanları Arasındaki Farklara İlişkin Bağımsız Örneklem t-Testi Sonuçları

| | | | | *T Testi* | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Sınıf | Gruplar | X | Ss | t | Sd | p | Etki büyüklüğü (Cohen d) |
| 5.sınıf | Üstün | 20,905 | 7,111 | 10,180 | 285 | .000 | 1.295 |
| | Normal | 12,084 | 6,495 | | | | |
| 6.sınıf | Üstün | 26,815 | 7,692 | 8,877 | 304 | .000 | 1.372 |
| | Normal | 15,722 | 8,462 | | | | |
| 7.sınıf | Üstün | 26,946 | 9,527 | 6,511 | 169 | .000 | 1.037 |
| | Normal | 17,733 | 8,196 | | | | |

Tablo 4-18 incelendiğinde üstün zekalı öğrencilerin toplam test puanları tüm sınıf düzeylerinde normal zeka düzeyinde olan öğrencilerden daha yüksek olduğu görülmektedir. Zeka düzeyi değişkenine göre testin toplam puanları arasında her sınıf düzeyinde üstün zekalı ve yetenekli öğrenciler lehine anlamlı farklılıklar tespit edilmiştir. Ortalamalar arasındaki puan farklarının büyüklüğüne ilişkin hesaplanan etki büyüklük değerlerinin tüm sınıf düzeylerinde güçlü düzeyde (>1.00) olduğu bulunmuştur.

### 4.3.3. MBİTD-T'nin Ölçüt Geçerliğinin İncelenmesine Yönelik Bulgular

Testin ölçüt geçerliği öğrencilerin matematiği sevme düzeyi, öğrencilerin kendi matematik yeteneklerini algı düzeyleri, öğrencilerin başarı notu değişkenleriyle aralarındaki benzerliklerin incelenmesi ile araştırılmıştır.

#### 4.3.3.1. Testin Ölçüt Geçerliğinin Öğrencilerin Matematiği Sevme Düzeyi ve Yetenek Algıları Üzerinden İncelenmesine Yönelik Bulgular

Öğrencilerden MBİTD-T'ni alırken matematiği ne kadar sevdiklerini ve kendilerini matematikte ne kadar yetenekli gördüklerini 1 ile 4 arasında değişen aralıkta puanlamaları istenmiştir. Teorik olarak öğrencilerin kendi yeteneklerini algılama düzeyleri ile matematiği sevme derecelerinin birbiriyle ilişkili olacağı varsayılarak bu değişkenler ve test puanları arasındaki ilişkiler araştırılmıştır.

Öğrencilerin matematiği sevme düzeyleri ile matematik yetenekleri hakkındaki yargılarının MBİTD-T'nin tüm test ve alt testlerle arasındaki ilişkiler kısmi korelasyon katsayı tekniği ile hesaplanmıştır. Analiz sonucunda elde edilen bulgular Tablo 4-19'da gösterilmiştir. Analizde sınıf düzeyi değişkeni kontrol değişkeni olarak ele alınmıştır.

Tablo 4-19: MBİTD-T Puanları ile Matematiği Sevme ve Yetenek Algısı Değişkenleri Arasındaki İlişkiler

| Kontrol değişkeni | | Matematik yetenek algısı | Matematiği sevme |
|---|---|---|---|
| Sınıf | Matematiği sevme | .567** | - |
| | B1 | .298** | .202** |
| | B2 | .340** | .267** |
| | B3 | .134** | .103* |
| | B4 | .214** | .176** |
| | B5 | .176** | .083* |
| | B6 | .125** | .092* |
| | B-Toplam | .359** | .259** |

**p<.0005, *p <.05, (2 yönlü) B-Toplam: Toplam test puanı, B1: Benzerliğe Dayalı Problem Çözme, B2: İlişkiye Dayalı Problem Çözme, B3: Benzerliğe Dayalı Problem Kurma, B4: İlişkiye Dayalı Problem Kurma, B5: Benzer Problemleri Bulma, B6: İlişkili Problemleri Bulma.

Öğrencilerin MBİTD-T'nin toplam puanı ve alt test puanlarının matematiği sevme düzeyleri ve matematik yetenek algıları arasında .05 ve .0005 düzeyinde anlamlı korelasyonlar bulunmuştur. Analiz sonucunda sınıf düzeyi kontrol altına alındığında ve alınmadığındaki ilişkiler arasında çok yüksek farklar bulunmamıştır. Tabloda sınıf düzeyi kontrol değişkeni olarak alınması durumundaki bulgular sunulmuştur. Alt testler ve matematiği sevme düzeyi arasındaki ilişki en yüksek .267 değeriyle B2 *(ilişkiye dayalı problem çözme)* ile matematiği sevme arasındadır. B2 ile matematik yeteneğini algılama düzeyi arasında .340 değerinde anlamlı ilişkiler bulunmuştur. Testin toplam puanı ile matematik yetenek düzeyi algısı arasında .359 düzeyinde, yine testin toplam puanlarıyla öğrencilerin matematiği sevme düzeyleri arasında .259 düzeyinde ilişki saptanmıştır. Analiz sonucu matematiği sevme ve matematik yeteneği algısı değişkenlerinin testin toplam puanı ve alt testleri arasında elde edilen korelasyon değerleri .083 ile .359 arasında değişen düşük ve orta düzey ilişkiler olduğu görülmektedir.

#### 4.3.3.2. Testin Ölçüt Geçerliğinin Öğrencilerin Başarı Notları Üzerinden İncelenmesine Yönelik Bulgular

MBİTD-T puanları ile teorik olarak korelasyona sahip olması beklenen matematik, fen teknoloji dersi karne notları ile genel karne notu arasındaki ilişkiler de kısmi korelasyon analizi ile araştırılmıştır. Yine sınıf düzeyi değişkeni kontrol değişkeni olarak ele alınmıştır. Değişkeler arasındaki ilişkilerin kısmi korelasyon analizi sonuçları Tablo 4-20'de gösterilmiştir.

Tablo 4-20: MBİTD-T Puanları ile Başarı Değişkeleri Arasındaki İlişkiler

| Kontrol değişkeni | | Matematik notu | Fen notu | Genel not ort. |
|---|---|---|---|---|
| Sınıf | Fen notu | .627** | | |
| | Genel not ort. | .727** | .784** | |
| | B1 | .308** | .235** | .240** |
| | B2 | .430** | .352** | .351** |
| | B3 | .197** | .178** | .208** |
| | B4 | .293** | .306** | .285** |
| | B5 | .295** | .322** | .297** |
| | B6 | .292** | .265** | .260** |
| | Toplam | .483** | .423** | .422** |

**p<.0005 , (2 yönlü), (2 yönlü) B-Toplam: Toplam test puanı, B1: Benzerliğe Dayalı Problem Çözme, B2: İlişkiye Dayalı Problem Çözme, B3: Benzerliğe Dayalı Problem Kurma, B4: İlişkiye Dayalı Problem Kurma, B5: Benzer Problemleri Bulma, B6: İlişkili Problemleri Bulma.

Öğrencilerin test puanları ve başarı notları arasında .0005 düzeyinde anlamlı ilişkiler bulunmuştur. Öğrencilerin B1 alt testi ile başarı notları arasındaki ilişkiler diğer alt testlerin başarı puanlarıyla olan ilişkilerinden daha yüksek olduğu görülmektedir. Öğrencilerin B1 alt testi ile matematik başarı notu arasında .308 düzeyinde orta düzeyde, fen notu ile B1 arasında .235 düzeyinde düşük, yine öğrencilerin B1 puanları ve genel not ortalamaları arasında .240 değerinde düşük düzeyde pozitif yönlü ilişkiler bulunmaktadır. Öğrencilerin B3 alt testi ile matematik karne notu arasında .197; B3 ile fen notu arasında .178; B3 ile genel not ortalaması arasında .208 olarak düşük düzeyde anlamlı ilişkiler bulunmuştur. MBİTD-T'nin toplam puanları ile matematik başarı notu arasında .483 olarak orta düzeyde, toplam test puanı ile fen notu arasında .423 değerinde orta düzeyde ve toplam puanlarla genel not ortalamaları arasında .422 olarak orta düzeyde pozitif yönlü ilişkiler bulunmuştur.

# BÖLÜM V: TARTIŞMA, SONUÇ VE ÖNERİLER

Bu çalışmada matematiksel yeteneği tanılamada kullanılmak üzere geliştirilen Matematikte Benzerlik ve İlişki Temelli Düşünme Modeli'nin (MBİTD-M) geçerliği araştırılmıştır. Ayrıca model temel alınarak tasarlanan Matematikte Benzerlik ve İlişki Temelli Düşünme Testi'nin (MBİTD-T) de bazı psikometrik özellikleri incelenmiştir. Matematikte Benzerlik ve İlişki Temelli Düşünme Modeli matematiksel yeteneği *Problem Çözme, Problem Kurma (kurgulama)* ve *Problemleri Karşılaştırma* kavramları üzerinden incelemektedir. Modeldeki bu üç kavram benzerlik ve ilişki kavramları üzerinden yorumlanarak 6 yapı/bileşen oluşturulmuştur. Bu yapılar MBİTD-T için alt testler olarak belirlenmiştir ki bunlar: *Benzerliğe dayalı problem çözme (B1), İlişkiye dayalı problem çözme (B2), Benzerliğe dayalı problem kurma (B3), İlişkiye dayalı problem kurma (B4), Benzer problemleri bulma (B5), İlişkili problemleri bulma (B6)* olarak adlandırılmıştır.

MBİTD-T İstanbul ilinde 2013-2014 eğitim öğretim yılında 5., 6. ve 7. sınıfa devam eden toplam 764 ortaokul öğrencisine uygulanmıştır. Elde edilen verilerin analizinde karşılaştırma ve korelasyon analizleri kullanılarak araştırma bulgularına ulaşılmıştır. Bu kısımda öncelikle analizler sonuncuda elde edilen araştırma bulgularına dayalı sonuçlar çıkarılarak bulguların yorumlanması ve tartışılmasına yer verilmiştir. Bulguların tartışılmasının ardından araştırma sınırlılıkları doğrultusunda geliştirilen öneriler sunulmuştur.

## 5.1. MATEMATİKTE BENZERLİK VE İLİŞKİ TEMELLİ DÜŞÜNME MODELİ'NİN TEORİK GEÇERLİĞİNE YÖNELİK TARTIŞMA

Matematikte Benzerlik ve İlişki Temelli Düşünme Modeli'nin altı faktörlü bir yapıda olduğu varsayılmıştı. Açıklayıcı faktör analizinin başlangıç aşamasında öz değeri 1'den büyük 14 bileşen olduğu ve bu 14 bileşenin açıkladığı toplam varyans oranının %53.982 olduğu görülmüştür. Bu noktada açıklanan varyans tablosu, yamaç birikinti grafiği incelenerek bileşenlerin toplam varyansa yaptıkları katkının hangi bileşenden sonra azaldığı hakkında bilgi toplanmıştır. İncelemelerde modelde teorik olarak ileri sürülen altı faktörlü yapının ampirik olarak da olabileceği sonucuna varılmıştır. Paralel analiz yöntemiyle 14 bileşenden oluşan ilk yapının toplamda daha az kaç faktörle açıklanabileceği test edilmiştir. Paralel analiz sonuçları da yapının altı faktör üzerinden açıklanabileceğine yönelik kanıt sunmuştur. Bu noktadan sonra Temel Bileşenler Analizi'nde faktör sayısı altı olarak belirlenerek ve döndürme yöntemlerinden varimax seçilerek analiz yinelenmiştir. Analiz sonucunda oluşan altı faktörlü yapının toplam varyansın %37.92'sini açıkladığı bulunmuştur. Döndürme matrisinin incelenmesi sonucunda bazı maddelerin yük değerlerinin kabul edilebilir sınır olan .350'ten küçük, bazılarının ise binişik madde olduğu tespit edilmiştir. Bu noktada öncelikle tek tek binişik maddeler ardından yük değeri .350'nin altında olan maddeler çıkarılarak her seferinde analiz yinelenmiştir. Analizden sırasıyla çıkarılan maddeler s19, s15, s5, s2, s16, g1, s7, g3, g2, g6, g4 ve g5'tir. Analizden çıkarılan bu 12 maddenin üç tanesi binişiklikten kalanları da çok düşük yük değerine sahip olmasından ötürü çıkarılmıştır. Bu işlemlerin ardından herhangi bir binişiklik ve düşük yük değeri problemi kalmadığına karar verildikten sonra oluşan 6 faktörlü yapının toplam varyansın %43.192'sini açıkladığı görülmüştür.

Faktörler altındaki maddeler incelenerek faktörlerin isimlendirilmesi noktasında kuramsal olarak iddia edilen 6 boyutun oluştuğu ve kuramsal olarak oluşturulan bu yapıların altındaki soruların da örtüştüğü tespit edilmiştir. Testten çıkarılan soruların alt testlere dağılımı incelendiğinde kuramsal yapıda B1 boyutunda olduğu düşünülen s2, s5 ve s7 soruları; B2 boyutunda yer alan s15, s16 ve s19 soruları; B3'te olduğu varsayılan g1, g2 ve g3 soruları; B4'te olduğu varsayılan g4, g5 ve g6 soruları yukarıda belirtilen nedenlerden ötürü testten çıkarılmışlardır.

B1 boyutunda yer alan s2 ve s7 soruları ölçme öğrenme alanından geometri konularıyla ilgili, s5 de ölçme öğrenme alanında ölçülerle ilgili bir sorudur. Bu soruların öğrencilere zor geldiği bu nedenle düşük yük değeri gösterdikleri düşünülebilir. Daha önce yapılan TIMSS 1999, TIMSS 2007, TIMSS 2011 sınav sonuçlarında Türk öğrencilerin matematikteki öğrenme alanları içinde en düşük başarı puanı ortalamasının genellikle geometri öğrenme alanında olduğu bulunmuştur (Şişman, Acat, Aypay & Karadağ, 2011; TIMSS, 2003; Yıldırım, Yıldırım, Ceylan & Yetişir, 2013; Yücel, Karadağ & Turan, 2013). Güncel araştırmalardan elde edilen bu ortak bulgunun s2, s5, ve s7 sorularının geometri ve ölçme öğrenme alanlarında olması nedeniyle öğrencilere zor gelmiş olabileceği iddiasını desteklediği söylenebilir.

B2 alt testinde yer alan s15 ölçme öğrenme alanı, s16 sayılar öğrenme alanı, s19 veri öğrenme alanı ile ilgili sorulardır. s15'te öğrencilerin buldukları ilişkiden yararlanarak diğer ikili öge arasında bu ilişkiyi yansıtacak şekilde bir cevap bulmaları gerekmektedir. Ancak cevap bulurken matematik bilgilerini de aktif kullanmak durumundadırlar. Öğrencilerin ilişkiyi kolay buldukları ancak matematiksel bilgiyi kullanarak diğer iki öge arasında bilgi transferinde zorluk yaşadıkları bu nedenle söz konusu sorunun zor gelmiş olabileceğinden bu soruda düşük başarı göstermiş oldukları düşünülebilir. Bu durum sonucunda sorunun korelasyonu düşük gelmiş olabilir. s15 sorusunun da geometri-ölçme öğrenme alanı kapsamında olması yönüyle yine öğrencilerin genel olarak geometri öğrenme alanında yaşadığı güçlükten kaynaklı olarak soruda zorlanmış olabilecekleri düşünülebilir (Şişman, vd., 2011; TIMSS, 1999; Yıldırım, vd., 2013; Yücel, vd., 2013).

s16 sorusu sayılar öğrenme alanında olup kesir sayılar arasındaki ilişkilerin keşfedilmesi ve bulunan ilişkinin yeni bir duruma transfer edilmesini gerektirmektedir. Öğrencilerin özellikle günlük yaşamdaki deneyimleri göz önüne alındığında kesirlerle ilgili deneyimlerinin az olduğu ifade edilmiştir (Hasemann, 1981). Öğrencilerin kesirlerle ilgili deneyimlerinin az olmasından kaynaklı olarak bu sayıların kullanımıyla ilişkiye dayalı problem çözmede zorlandıkları düşünülebilir. Çünkü, öğrencilerin kesir sayıları anlama ve sonrasındaki uygulama çalışmalarında zorluk yaşadığına ilişkin alan yazında çeşitli araştırma bulguları mevcuttur (Biber, Tuna & Aktaş, 2013; Doğan & Yeniterzi, 2011; Işık, 2011). Örneğin Biber, Tuna ve Aktaş (2013) çalışmasında 5. sınıf öğrencilerinin çoğunluğunun kesirlerde sıralama, toplama, çıkarma ve çarpma konularında kavram yanılgılarına sahip olduklarını tespit etmiştir. Öğrenciler özellikle işlem yapmada pay ve paydayı ayrı düşünme, önceden bir işleme ait öğrendikleri bir kuralı başka bir işleme uyarlama gibi davranışlar sergiledikleri görülmüştür. Doğan ve Yeniterzi (2011), 7. sınıf öğrencilerinin kesirlerle ilgili hazır bulunuşluklarını incelediği çalışmasında öğrencilerin kesirler konusuyla ilgili 6. sınıf kazanımlarını tam edinemedikleri sonucuna ulaşmışlardır. Kesirlerle ilgili sadece ilköğretim öğrencilerinin değil öğretmen adaylarının da "kesir ve kesir işlemlerinin kavramsal boyutunda" sıkıntıları olduğuna yönelik bulgular da mevcuttur (Işık, 2011). 6. sınıf öğrencilerinin katıldığı bir başka çalışmada: kesirlerle ilgili kavram, işlemler ve problem çözmeyi içeren üç kısımdan oluşan bir testte elde edilen puanlarla öğrencilerin matematik başarıları arasında orta ve yüksek düzeyde ilişkiler tespit edilmiştir (Aksu, 1997). Alan yazından aktarılan çalışma bulgularından yola çıkılarak öğrencilerin kesirlerle ilgili soruda tüm sınıf düzeylerinde zorlanmış olabilecekleri söylenebilir.

s19 numaralı soru veri öğrenme alanından olup bu alandaki bilgiyi kullanmayı ve muhakeme etmeyi gerektirmektedir. Uygulama esnasındaki ve test kitapçıklarının okunması sırasındaki gözlemler sonucunda öğrencilerin çoğunun bu soruyu doğru yaptığı görülmüştür. Bu durum s16 sorusunun bir faktör altındaki korelasyonun diğer sorulara göre düşük çıkmış olmasına etki etmiş olabilir. Öğrencilerin TIMSS 2011 sınavında 4. ve 8. sınıf düzeylerinin her ikisinde de, TIMSS 2007 ve TIMSS 1999'da da 8. sınıfların diğer öğrenme alanlarına göre en fazla ortalama puanı veri görselleştirme/veri ve olasılık öğrenme alanlarından almış oldukları tespit edilmiştir (Şişman vd., 2011; TIMSS, 2003; Yücel vd., 2013). Bu bulguların da MBİTD-T'nde s19 numaralı sorunun öğrencilere kolay gelmiş olabileceğini desteklediği söylenebilir.

Benzerliğe ve ilişkiye dayalı problem kurma alt testlerinde yer alan g1, g2, g3, g4, g5 ve g6 numaralı sorular verilen geometrik bir şekli incelemeyi, bu şekil üzerinde yer alan geometrik nesneleri tanımayı ve bu nesneleri kullanarak benzerlik ve ilişki içeren analoji problemi kurmayı içermektedir. Öğrenciler geometrik şekil üzerinde yer alan nesneleri seçerek benzerlik ve ilişki içeren analoji ifadeleri kurmada zorluk yaşamış olabilirler. Özellikle geometrik ögelere ilişkin bilgilerini işe vuruk kullanmadan kaynaklı bir zorluk yaşadıkları için bu soruların faktör yük değerleri düşük çıkmış olabilir. TIMSS 1999 ve TIMSS 2007 sonuçlarında öğrencilerin matematikte en çok geometri öğrenme alanına yönelik soruların ortalamasının düşük olduğu bulunmuştur (Şişman vd., 2011; TIMSS, 2003). Hatta 2007'de geometri öğrenme alanına ilişkin ortalama 1999 yılındakine kıyasla daha düşük bulunmuştur. Bu durum TIMSS'in bilişsel süreç becerilerinde bilme düzeyine de yansımıştır. Bilme, uygulama ve muhakeme olarak belirlenen üç bilişsel süreçte en düşük ortalama bilme bilişsel sürecinde ortaya çıkmış olup raporda bu durum öğrencilerin matematik öğretiminde temel kavramların öğretiminde yeterince ağırlık verilmemesinden kaynaklanabilir, şeklinde yorumlanmıştır. Benzer olarak PISA 2003 sonuçlarında da katılan öğrencilerin %78'inden fazlasının geometri öğrenme alanına ilişkin sorulardaki performansı 0 ile 6 arasında değişen düzeyler arasından düzey 2 ve altında olduğu tespit edilmiştir (PISA, 2003). Alan yazındaki benzer bulguların MBİTD-T'nde özellikle *problem kurma* boyutunda öğrencilerin şekil üzerindeki temel geometrik kavramları tanıma ve bunları kullanarak benzerlik/ilişki içeren problem kurmalarında zorluk yaşamış olabileceğini desteklediği söylenebilir. Bu nedenle hem *benzerliğe dayalı problem kurma* hem de *ilişkiye dayalı problem kurma* alt testlerinin geometri öğrenme alanı yönüyle zenginleştirilmesi için bir sonraki araştırmada testin bu kısmının revize edilerek farklı bir şekil üzerinden soruların tasarlanması gerektiği söylenebilir. Ayrıca testteki geometrik şeklin karmaşıklık düzeyi yüksek/kompleks geldiği için öğrenciler şekli zor algılamış ve bundan dolayı öğrenciler bu sorulara karşı ön yargı geliştirmiş olabilirler. Dolayısıyla bir sonraki uygulamada geometrik şeklin basitleştirilmesi öğrencilerin önyargılarının önüne geçebilir. Ayrıca bu kısımda öğrencilerin geometrik şekil üzerindeki geometrik nesneleri tanımalarını gerektirdiği için matematik bilgisine olan ihtiyaçları arttığı da söylenebilir. Yine bu kısım yapısı itibariyle de *benzer veya ilişkili problem çözme* alt testlerinden daha zor olduğu varsayılmıştır. Çünkü öğrencilerin burada soruda kendilerine verilen bir öge dışında öncelikle bu ögeye benzer/ilişkili bir öge seçmeleri ardından bu iki öge arasındaki benzerlik/ilişkiyi içeren başka iki öge seçmesi gerekmektedir. Ayrıca bu durum geometri bilgisini de aktif kullanmayı da gerektirdiği için bu kısımdaki sorular öğrencilere biraz daha zor gelmiş olabilir. Dolayısıyla öğrenciler de zorlandıkları için bu soruları daha az önemsemiş ya da yapamamış olabilirler.

Bunun dışında modelin altı boyutlu yapısının faktör analizinde ortaya çıkmasının modelin geçerliğine ilişkin kanıt oluşturduğu söylenebilir. Çünkü kuramsal olarak ilgili alt boyutta olduğu varsayılan soruların hepsi arzulanan alt boyutlarda toplanmıştır. Faktör yük değerleri düşük ve binişik olan soruların testten çıkarılmasıyla açıklanan varyans oranı biraz daha yükselmiştir. Testte *benzerliğe dayalı problem çözme (B2)* kısmında 13, *ilişkiye dayalı problem çözme (B1)* kısmında 20, *benzerliğe dayalı problem kurmada (B3)* 6, *ilişkiye dayalı problem kurmada (B4)* 6, *benzer ve ilişkili problemleri bulma (B5 ve B6)* kısımlarında da 6'şar soru bulunmaktadır. Açıklayıcı faktör analizi sonrasında *benzerliğe dayalı problem çözme* kısmından üç soru çıkarılmasıyla bu alt teste 10 soru; *ilişkiye dayalı problem çözme* kısmından çıkarılan üç soru sonrasında 17 soru; *benzerliğe dayalı problem kurma* kısmından üç soru çıkarılması ardından bu kısımda üç soru, *ilişkiye* *dayalı problem çözme* kısmından da çıkarılan üç soru ile bu alt testte de üç soru kalmıştır. *Problemleri karşılaştırma* bölümündeki alt testlerden soru çıkarılmamıştır. *Benzer ve ilişkili problem kurma* kısımlarından soru çıkarılmasının ardından bu iki alt testte diğerlerinden daha az sayıda soru kalmıştır. Söz konusu iki alt testin açıkladığı varyans oranlarının düşük olması bu durumdan kaynaklanmış olabilir. Çünkü faktör analizi sonuçları madde sayısı ve örneklem sayısından etkilenmektedir (Green & Salkind, 2005). Green ve Salkind bir faktör altında olması gereken minimum madde sayısı için dört veya daha fazla önerisinde bulunmaktadır. Bu öneri dikkate alınarak Problem kurma bölümündeki her iki alt testin soru sayılarının arttırılarak yeni çalışmaların yapılması ile de modelin geçerliğine ilişkin yeni kanıtlar elde edilebilir. Hatta soru sayısının artmasından sonraki incelemede açıklanan toplam varyans oranı da artabilir ki bu durum modelin geçerlik düzeyini güçlendirebilir.

Bunun yanında B3 ve B4 boyutunda özellikle ölçme-geometri öğrenme alanına ilişkin seçilen soruların testten çıkarılmasıyla söz konusu öğrenme alanına giren soru sayısının kalmamasından kaynaklı olarak öğrenme alanı çeşitliliğinin azalması durumu ortaya çıkmıştır. Dolayısıyla *problem kurma* bölümü soruları sayılar öğrenme alanı odaklı olmuştur. Ayrıca *problem kurmanın* her iki alt testinin soru sayısı diğer boyutlara oranla azaldığı için de bu kısmın soru sayısının arttırılması gerektiği ifade edilebilir.

Açıklayıcı faktör analizinde ortaya çıkan yapı doğrulayıcı faktör analizi üzerinden de incelenerek söz konusu teorik yapının geçerliğine ilişkin yeni kanıtlar bulunması hedeflenmiştir. Bu doğrultuda yapılan doğrulayıcı faktör analizinin kuramsal olarak altı boyuttan oluşan yapıyı doğruladığı bulgusuna ulaşılmıştır. DFA sonuçların yorumlanmasında kullanılan ölçütler çerçevesinde çalışmada kuramsal olarak önerilen ve faktör analiziyle ampirik olarak yapısı araştırılan modelin yüksek düzeyde uyum ölçüt değerlerine sahip olduğu bulunmuştur. Modelin uyum ölçütleri dışında RMSEA ve SRMR değerlerinin de alan yazında iyi ve kabul edilebilir düzeyde olmaları da önerilen modelin yapısını güçlendirmiştir. AFA ve DFA'dan elde edilen bulgular ışığında kuramsal olarak ileri sürülen 6 faktörlü MBİTD-M'nin teorik yapısının geçerliğine ilişkin kanıtlar elde edildiği ifade edilebilir. Ayrıca daha sonraki araştırmada özellikle *benzerlik ve ilişkiye dayalı problem kurma* alt testleri için geometri öğrenme alanından sorular eklendikten sonra modelin yapısının incelenmesinin faydalı olacağı söylenebilir.

## 5.2. MATEMATİKTE BENZERLİK VE İLİŞKİ TEMELLİ DÜŞÜNME TESTİ'NİN GÜVENİRLİĞİNE YÖNELİK TARTIŞMA

Bir testin güvenirliği ölçme hatalarından arınık olmasına bağlıdır. Güvenirlik hesaplamalarında test-tekrar test, iç tutarlılık katsayısının hesaplanması, test yarılama vb. çeşitli yöntemler bulunmaktadır (Anastasi & Urbina, 1997). Güvenirlik hesaplamalarında elde edilen güvenirlik katsayısı mevcut çalışmada elde edilen puanlardaki varyansın yüzde kaçının doğru varyansla açıklandığı, ne kadarının hata varyansından kaynaklandığına ilişkin bilgi sağlamaktadır. Dolayısıyla bir testte elde edilen .70 düzeyindeki bir katsayının test puanlarındaki varyansın %70'inin doğru açıklandığı, %30'nun hata varyansına işaret ettiği söylenebilir. Çalışmada MBİTD-T'nin güvenirliği iç tutarlılık katsayıları üzerinden, test-tekrar test ve puanlayıcı güvenirliği açısından incelenmiştir.

MBİTD-T'nde yer alan soru maddeleri 1 ve 0 şeklinde puanlandığı için iç tutarlılığa ilişkin seçilen güvenirlik hesaplama yöntemi öncelikle KR-20 formülü olmuştur. MBİTD-T'nin tüm maddeleri birlikte değerlendirildiğinde hesaplanan KR-20 güvenilirlik katsayısı .90 olarak hesaplanmıştır. Bu değerin .80 üzerinde olması oldukça yüksek bir iç tutarlığa işaret olarak yorumlanmaktadır (Field, 2013). KR-20 dışında Cronbach alfası kullanılarak da testin tümü ve alt testlerinin iç tutarlılıkları araştırılmıştır. Bademci (2006; 2011), Sönmez ve Alacapınar (2013)'e dayanarak iki kategori içeren yanıtlarda da Cronbach alfa ile güvenirlik katsayısı hesaplanmıştır. Bu çalışmada Cronbach alfa hesaplaması ile elde edilen güvenirlik katsayısının da .908 olarak KR-20 ile elde edilen güvenilirlik değeriyle aynı büyüklükte olduğu bulunmuştur. Cronbach alfa ile ede edilen güvenirlik katsayısının da oldukça yüksek düzeyde olduğu söylenebilir.

Cronbach alfa kullanılarak MBİTD-T'nin alt test bağlamında da güvenirlik katsayıları hesaplanmıştır. Alt test güvenirlik katsayıları .619 ile .881 arasında değişmektedir. Alt test güvenirlik düzeyleri de düşük ve yüksek güvenirlik düzeyi aralıklarındadır. Alt testler arasında en düşük güvenirlik katsayıları .619 ile B4 *(ilişkiye dayalı problem kurma)* alt testi ve .709 değeri ile B3 (b*enzerliğe dayalı problem kurma)* alt testi için bulunmuştur. Bütün alt testlerin güvenirlik katsayılarının genellikle yüksek olduğu söylenebilir.

Matematikte Benzerlik ve İlişki Temelli Düşünme Testi'nin birbiri içinde homojen olabilecek gruplar arasındaki toplam ve alt test güvenirlik düzeyleri de Cronbach alfa ile hesaplanmıştır. Bunun için öncelikle 5., 6. ve 7. sınıfların her biri için toplam ve alt test bazında Cronbach alfa güvenirlik katsayısı hesaplanmıştır. 5., 6. ve 7. sınıflarda toplam test puanlarının güvenirlik katsayısı .886 ile .912 arasında değişmektedir. Dolayısıyla grupları ayırmadan elde edilen güvenirlik düzeyine yakın ve yüksek toplam test güvenirliği elde edilmiştir. Sınıf düzeyleri arasında alt testler için hesaplanan Cronbach alfa güvenirlik katsayı değerleri .596 ile .872 arasında değişmektedir (Bkz. Tablo 4-10). Farklı sınıf düzeyleri için hesaplanan alt test güvenirlik katsayıları grupları bölmeden alt testler için hesaplanan güvenirlik katsayı değerlerine benzerlik göstermektedir. Alan yazında Wilmott (1983) geliştirdiği matematik yetenek testinin güvenirliğini hem kurgusal olarak tasarlanan her bir boyut için hem de farklı sınıf düzeyindeki iç tutarlılıklarını ayrı ayrı hesaplamıştır. Wilmott'un çalışmasında 4., 5., ve 6. sınıflara göre tüm testin güvenirliği sırasıyla .74, .77 ve .67 iken sınıflar ayrılmadan testin toplamı için hesaplanan iç tutarlılık katsayısı .75 olarak bulunmuştur. Alt testler bazında güvenirlik değerleri ise .14 ile .62 aralığında değişen değerlerde bulmuştur. Wilmott'un çalışmasında alt testler bazında MBİTD-T'nin alt testlerinde elde edilenden daha düşük güvenirlik düzeylerinin elde edilmiş olduğu söylenebilir. Kim vd. (2003) 2-3, 4-6, 7-9, 10-11 gibi 4 ayrı düzey için geliştirilen MCPSAT testinin güvenirlik düzeyleri bu sınıf aralıklarında testin iki ayrı bölümü için .55 ile .76 arasında değişmektedir. Bu test için Kim vd. (2003), bu test için tek boyutlu veya çok boyutlu olduğu hakkında bir yorumda bulunmamıştır. Her bir bölüm ayrı boyut olarak düşünüldüğünde testin düşük ve orta düzey güvenirliğe sahip olduğu söylenebilir. Yukarıda değinilen araştırma bulguları göz önünde bulundurulduğunda testin tümündeki tutarlılık ve ayrı ayrı alt testlerindeki tutarlılık açısından alan yazındaki matematiksel yetenek testleriyle kıyaslandığında MBİTD-T'nin yüksek iç tutarlığa sahip olduğu söylenebilir.

MBİTD-T'nin toplam test ve alt test iç tutarlık katsayılarının zeka düzeyi açısından üstün zekalı ve yetenekli tanısı almış öğrenciler ile tanı almamış (normal zeka düzeyine sahip) öğrencilerin farklı sınıf düzeylerinde nasıl değiştiği de Anastasi ve Urbina'nın (1997) önerileri doğrultusunda araştırılmıştır. MBİTD-T'nin normal ve üstün zekalı öğrencilerin farklı sınıf düzeyleri için hesaplanan toplam test güvenirlik katsayılarının .839 ile .910 arasında değiştiği bulunmuştur. Bu değerlerin de gruplara ayırmadan önce hesaplanan güvenirlik katsayısına (.90) yakın olduğu söylenebilir. Bu gruplar için alt testlere göre hesaplanan Cronbach alfa katsayıları ise .449 ile .873 arasında değişmektedir. Üstün ve normal zekalı öğrencilerin farklı sınıf düzeyleri için ayrı ayrı hesaplanan alt test güvenirlik katsayılarının da genelde .70 gibi yüksek değerlere sahip olduğu söylenebilir (Bkz. Tablo 4-11). Bunun yanında bazı alt testlerde düşük güvenirlik katsayısının çıkmasıyla ilgili olarak alan yazında testlerin ilk geliştirilme aşamalarında düşük güvenirlik değerlerine rastlanabileceğine ilişkin görüşlerin yer aldığı söylenebilir (Örn. Field, 2013). MBİTD-T de yeni geliştirilen bir modele uygun tasarlanan yeni bir test olduğu için de bazı alt testlerde düşük güvenirlik katsayılarının bulunmuş olmasının normal kabul edilebileceği düşünülmektedir.

Kline (1999), zeka testleri gibi bilişsel testler için güvenirlik katsayısı olarak genel kabul değeri .80 uygun olabilirken, yetenek testleri için kesme noktası olarak .70'in daha uygun olabileceğini belirtmiştir (Akt. Field, 2013). Dahası aynı eserde Kline'nın psikolojik yapılarla ilgilenildiğinde ölçülen yapının çeşitliğinden dolayı .70'in altında değer bulunabileceğini de belirttiği ifade edilmiştir. Hatta Filed (2013)'te bazı araştırmacıların araştırmanın erken aşamalarında .50 kadar küçük değerlerin de yeterli olabileceğini ifade ettiğini belirtmiştir (Nunnally, 1978'den akt. Field, 2013). Tüm bu görüşlerden yola çıkılarak MBİTD-T'nin toplam ve alt test bazında kabul edilebilir ve yüksek güvenirlik düzeylerine sahip olduğu söylenebilir.

MBİTD-T'nin soruları için gerekçeleri doğru ifade edildikten sonra birden fazla cevap yazılabileceğinden dolayı testin güvenirliği, puanlayıcılar arasındaki tutarlılığın hesaplanması yönüyle de incelenmiştir. Puanlayıcı güvenirliği testlerin başka birisi tarafından ne kadar objektif değerlendirebildiği hakkında bilgi sağlamaktadır. MBİTD-T'nin puanlayıcı güvenirliği için hesaplanan korelasyon katsayı değeri toplam test için .968 olarak hesaplanmıştır. Alt testler arasında puanlayıcı güvenirliği için hesaplanan korelasyon katsayısı .836 ile .987 arasında değişmektedir. Testin bütününün toplamından elde edilen puanlayıcılar arası korelasyon değerleri oldukça yüksektir. Alt testler bazında da elde edilen değerlerin yüksek olduğu bu nedenle testin puanlama yöntemi hakkında eğitim verildiği takdirde başka bir eğitimci tarafından da güvenilir bir şekilde puanlanabileceği söylenebilir.

Son olarak MBİTD-T'nin kararlılık etkisinin gözlenmesi için test-tekrar test yöntemiyle testin ilk uygulamasından üç hafta sonra 39 öğrenci ile tekrar test uygulaması gerçekleştirilmiştir. Testin kararlılığının değerlendirildiği test-tekrar test korelasyonları toplam test bazında oldukça yüksek bulunmuştur. Bunun yanında alt testler bazında da test-tekrar test korelasyonları mevcut olup düşük ile yüksek arasında değişmektedir. Testin toplam test bazında kararlılığının yüksek olduğu söylenebilir. Alt testlerden bazılarındaki kararlılığın düşük olması, öğrencilerin ikinci seferde uygulama esnasına bazı alt testlere daha az önem vermesinden kaynaklanabilir. MBİTD-T'nin tekrar test uygulaması dönem sonuna yakın yapıldığı için de öğrencilerin motivasyonlarında bir düşme olmuş ve bu motivasyon düşüklüğü özellikle bazı alt testlerde kendini daha fazla hissettirmiş olabilir. Bu durum da öğrencilerin asıl uygulama ve tekrar test uygulama puanları arasındaki tutarlığa etki etmiş olabilir. Bunun dışında bazı alt testler bazında kararlılığın düşük olmasında örneklem sayısının az olmasının etkisinin de olduğu düşünülmektedir. Çünkü, korelasyon katsayısı örneklem büyüklüğünden etkilenmektedir. Bu nedenle bir sonraki araştırmada test-tekrar test uygulamalarının daha çok sayıda öğrenci ile öğretim dönemi ortalarında yapılması ile test tekrar test güvenirliğinin incelenmesinin faydalı olacağı düşünülmektedir.

## 5.3. MATEMATİKTE BENZERLİK VE İLİŞKİ TEMELLİ DÜŞÜNME TESTİ'NİN GEÇERLİĞİNE YÖNELİK TARTIŞMA

MBİTD-T'nin geçerliğine ilişkin tartışmalar da üç başlık altında incelenmiştir. Öncelikle testin *madde-alt test, madde-toplam test* ve *alt test-toplam test* puanları arasındaki ilişkilerle, *alt testlerin birbirleriyle* arasındaki ilişkilere yönelik bulgular üzerinden tartışmalara yer verilmiştir. Ardından ayırt edicilik geçerliğine ilişkin bulgular ve son olarak da ölçüt geçerliğine ilişkin elde edilen bulgular tartışılmıştır.

### 5.3.1. MBİTD-T Madde-Alt Test, Madde-Toplam Test, Alt Test-Toplam Test Puanı ve Alt Test Puanları Arasındaki İlişkilere Yönelik Tartışma

MBİTD-T'nin gelişim aşamasında kuramsal bir modelin geliştirilmesi, modele ilişkin alt testlerin belirlenmesi, bu alt testlere uygun soru maddelerinin oluşturulması adımları izlenmiştir. Test ve test maddelerine ilişkin kuramsal olarak “test maddelerinin ilişkili olduğu alt testle korelasyonlarının yüksek, ilişkili olmadığı alt testle korelasyonların düşük olması” beklenmektedir. Bunun yanında kuramsal olarak “oluşturulan boyutların bütünü bir yapıyı ölçtüğü için aynı zamanda test maddelerinin testin toplam puanıyla da ilişkili olması” beklenmektedir. Madde-alt test arasındaki korelasyonlarda maddenin kendi alt testiyle arasındaki korelasyonlar alt testler bazında benzerlik geçerliği (convergent validity) hakkında ip uçları sunarken; maddelerin diğer alt testlerle beklenen düşük korelasyon değerleri de testin yine alt test bazında da ayırt edicilik geçerliği (discriminant validity) hakkında ip uçları sunabilir. Benzer şekilde *alt test-toplam test* arasında ve *alt testlerin birbirleri* arasında korelasyonlar bulunması testin yapı geçerliğine dair kanıtlar sunabilir. Alt test-toplam test korelasyonu alt testin bütünüyle örtüştüğüne, alt testler arasındaki ilişkiler de bu alt testlerin bir toplam test altında olabileceklerine ilişkin ip uçları sağlayarak yapı geçerliği hakkında kanıtlar sunabilir.

Madde-alt test korelasyonları incelendiğinde (Bkz. Tablo 4-7) B1 alt testindeki maddelerin her birinin kendi alt test toplam puanıyla orta ve yüksek düzeyde ilişkili iken, bu maddelerin hepsinin diğer alt testlerle düşük düzeyde ilişkiye sahip olduğu bulunmuştur. B1 alt testinde yer alan soru maddelerinin toplam test korelasyonlarının da anlamlı ve düşük ile orta düzey arasında olduğu bulunmuştur. B1 alt testindeki s3 ve s11 maddelerinin toplam test korelasyonları diğer maddelerden daha düşük ve .30 değerinin biraz altındadır. Madde güçlük ve ayırt edicilikleri incelendiğinde (Bkz. Tablo 4-8) s3’ün kolay bir soru olduğu, bununla birlikte s11’in orta zorlukta bir soru olmasına rağmen ayırt edicilik değerinin diğer maddelere göre düşük olduğu görülmüştür. Bu durumdan dolayı her iki sorunun *madde-toplam test* korelasyonları düşük çıkmış olabilir. Bir sonraki araştırmada bu iki sorunun gözden geçirilerek revize edilmesinin faydalı olabileceği düşünülmektedir.

B2 alt testinde yer alan maddelerin B2 alt test puanıyla arasındaki korelasyon değerleri orta ve yüksek düzey aralığında olup çoğunluğu kuvvetli ilişkiye işaret etmektedir (Bkz. Tablo 4-7). B2 alt test maddelerinin toplam test puanıyla korelasyonları da orta ve yüksek düzeyde olup en düşük korelasyon değeri s30 ile toplam test puanı arasında olandır (.386). Bu sorunun madde güçlük düzeyi incelendiğinde (Bkz. Tablo 4-8) madde güçlük indeksinin düşük olduğu dolayısıyla zor bir soru olduğu görülmüştür. Sorunun tüm öğrencilere biraz zor gelmesinden kaynaklı olarak daha az cevaplanmış olabileceği bu nedenle de madde-toplam test korelasyon değerinin düşük çıkmış olabileceği söylenebilir.

B3 alt testinin maddelerinin *madde-alt test* puanı arasındaki ilişkiler yüksek düzeydedir (Bkz. Tablo 4-7). Alt test maddelerinin toplam test ile arasındaki ilişkiler de orta düzeydedir. En düşük korelasyon değeri .360’tır. Bu alt test maddelerinin ortaya yakın ve zor düzeyde madde güçlüğüne sahip, ayırt edicilik açısından kabul edilebilir maddeler olduğu görülmüştür. Test maddelerinin alt test ve testin bütünüyle uyumlu olduğu ifade edilebilir.

B4 alt testinin maddelerinin B4 alt test puanıyla aralarındaki ikili ilişkiler de yüksek düzeyde ilişkilerdir (Bkz. Tablo 4-7). B4 test maddelerinin toplam test puanıyla arasındaki ilişkiler ise orta düzey ilişkilerdir. En düşük ilişki t5 ile toplam test puanı arasındaki ilişki olup .395 düzeyindedir. Bu ilişkinin düşük olması da t5’in zor bir madde olmasından (Bkz. Tablo 4-8) dolayı daha az cevaplanmasının neticesinde düşük korelasyon değeri göstermiş olabileceği ile açıklanabilir.

B5 alt test maddelerinin B5 alt test puanıyla arasındaki ilişkiler yüksek düzey ilişkilerdir (Bkz. Tablo 4-7). Bu alt test maddelerinin toplam test ile arasındaki ikili ilişkiler de orta ve yüksek düzeydedir. En düşük ilişki .362 değerinde olup p3 ile toplam test puanı arasındadır. Yine bu sorunun madde analizlerinden alt testteki diğer sorulara göre zor bir soru ve ayırt ediciliğinin de diğerlerine oranla düşük olmasıyla ilişkili olabileceği düşünülmektedir (Bkz. Tablo 4-8). Bununla birlikte test maddelerinin alt test ve testin bütünüyle uyumlu olduğu ifade edilebilir.

B6 alt test maddeleri ile B6 alt test puanı arasındaki ilişkiler de yüksek düzeydedir (Tablo 4-7). Bu alt test maddelerinin toplam test ile ilişkileri düşük ve orta düzeyde seyretmektedir. Alt testle en düşük ilişki .259 olup pp5 ile toplam test puanı arasındadır. Ancak bu maddenin diğer alt testlerle ilişkisi toplam testle ilişkisinden daha düşük düzeydedir. pp5 maddesinin madde güçlük düzeyi incelendiğinde testteki en zor madde olduğu görülmüştür (Tablo 4-8). Bu madde tüm öğrencilere zor geldiği için ayırt ediciliği de diğerlerine oranla daha düşüktür. Bu nedenle maddenin toplam testle korelasyonu düşük çıkmış olabilir. Bununla birlikte test maddelerinin alt test ve testin bütünüyle uyumlu olduğu ifade edilebilir.

Alt testlerin toplam testle korelasyon değerleri incelendiğinde orta ve yüksek düzey ilişkiler olduğu bulunmuştur (Bkz. Tablo 4-7). B3 ve B4 alt testlerinin ayrı ayrı toplam testle ilişkileri diğer alt testlere göre daha azdır. Toplam testle en düşük korelasyona B3 alt testi sahiptir (.484). Diğer alt testlerin toplam testle ikili korelasyon katsayı değerleri .50'den büyüktür. Alt testlerin toplam testle olan korelasyon değerlerinin yüksek olmasının alt testlerin testin bütünüyle yüksek düzeyde ilişkili olduğu dolayısıyla testin yapı geçerliğine ilişkin kanıt olarak değerlendirilebileceği söylenebilir.

### 5.3.2. MBİTD-T'nin Ayırt Edicilik Geçerliğine Yönelik Tartışma

Testin ayrıt edicilik geçerliği sınıf ve zeka düzeyi değişkenleri üzerinden incelenmiştir. Aşağıda sırayla bu değişkenler üzerinden yapılan analiz sonucu elde edilen bulguların özeti ve tartışması yer almaktadır.

#### 5.3.2.1. Testin Farklı Sınıf Düzeyindeki Öğrencileri Ayırma Gücüne Yönelik Tartışma

Anastasi ve Urbina (1997) zeka testlerinin geçerliğini incelemede kullanılan bir kriter olarak gelişimsel farklılğı incelemede yaş değişkeninden bahsetmektedir. Alan yazında matematik yeteneğini tanılamayla ilgili yapılan çalışmaların bazıları zeka testlerinde olduğu gibi yaş faktörünü dikkate alarak ayırt edicilik geçerliğini incelemişlerdir (TOMAGS, 2011; Ginsburg ve Barody, 2006). Alan yazın incelemesinde bahsedilen üstün zekalı ve yetenekli öğrencilerin tanılanmasında kullanılan testlerden olan TEMA-2/3, TOMAGS testleri genellikle belli yaş aralıkları için geliştirilmiştir. Örneğin TOMAGS testi 6-9 yaş, 9-12 yaş için iki farklı aralığa hitap etmekte ve bu testlerin her bir yaş düzeyine göre ayırt edicilikleri hesaplanmıştır. Yine TEMA-2 olarak bilinen Güven (1997), Güven ve Oktay (1999), Erdoğan ve Baran (2006) da Türkçe'ye de uyarlanan Erken Matematik Yeteneği Testi 3 yaş -8 yaş 11 ay dilimi için geliştirilmiş olup güvenirlik geçerliğinde özellikle ayırt edicilik kıyaslamasında alt ve üst yaşlara göre yapılmıştır. Bunun yanında alan yazında matematik yeteneğini tanılamada sınıf düzeyini esas alarak geliştirilen testler de yer almaktadır (Kim vd., 2003; Sak, 2005; Wilmott, 1983). Özellikle okulda öğrenilenlerden etkilenen bilgilerin kullanılmasını gerektiren testlerde, testin ayırt ediciliğini yaşı dikkate almak yerine sınıf düzeyini dikkate almak daha işlevsel olabilmektedir (Sak, 2005). Wilmott (1983), Sak (2005) ayırt edicilik için sınıf düzeyleri arasındaki farkları temel almışladır.

Ayırt edicilik geçerliğinin incelenmesinde yaş veya sınıf düzeyinin ikisinden birinin kullanılabilmesi söz konusu mudur? Bu iki değişken arasında pozitif ve yüksek bir ilişki varsa alana özgü yetenek testlerinde yaş yerine sınıf düzeyinin incelenebileceği düşünülebilir. Örneğin Sak ve Maker (2006)'da matematiksel yaratıcılığı açıklayan çeşitli değişkenleri incelediği çalışmasında yaş ve sınıf düzeyini de değişken olarak ele almıştır. Yaş ve sınıfın birbiriyle korelasyonu .92 gibi oldukça yüksek düzeyde bulunmuştur. Her iki değişkenden herhangi birindeki değişikliğin %81'i bir diğerindeki değişiklik ile açıklanabilmektedir. Bu bulgudan yola çıkarak da MBİTD-T'nin ayırt edicilik geçerliğinin incelenmesinde yaş yerine sınıf düzeyinin esas alınabileceği düşünülmüştür.

Bu çalışmada MBİTD-T'nin ayırt edicilik geçerliğini incelemede yaş yerine sınıf düzeyi temel alınmıştır. Sınıf düzeyi arttıkça okul öğrenmeleri dolayısıyla ilgili alana yönelik alan bilgisinin artması beklendiğinden öğrencilerin testten aldıkları puanların da artması umulmaktadır. MBİTD-T'nin sınıf düzeyine göre üst sınıflarla alt sınıf puanları arasında farkların olması beklenmiştir. Bulgular kısmında belirtildiği üzere MBİTD-T'nin toplam test puanı açısından 7. sınıfların puanları 6. ve 5. sınıflardan, 6. sınıfların puanları 5. sınıflardan anlamlı olarak daha yüksektir. Bu bulgunun testin farklı sınıf düzeylerini ayırt edebildiğine yönelik kanıt sunduğu söylenebilir. Wilmott (1983) çalışmasında da 4, 5, ve 6. sınıf toplam test puanlarını ikili karşılaştırması sonucunda üst sınıfların lehine gelişimsel farklılıklar bulmuştur. Sak (2005)'te 6., 7. ve 8. sınıfların matematik yetenek testi toplam test puanlarında 8. sınıf puanlarını beklendiği şekilde 6 ve 7'lerden anlamlı olarak daha yüksek bulmuştur. Ancak araştırmada beklenen anlamlı farklılık 6 ve 7'lerin test puanlarında gözlenmemiştir. 6. sınıfların puanları 7'lerden daha yüksek bulunmuştur.

Toplam test puanları dışında alt testler bazında sınıflar arası puan farkları da incelenmiştir. B2 *(ilişkiye dayalı problem çözme)* ve B4 *(ilişkiye dayalı problem kurma)* alt testlerinde de toplam test puanlarındakine bezer olarak sınıflar arası ayırt edicilik söz konusudur. B6 *(ilişkili problemleri bulma)* alt testinde de 7. sınıflarla, 5 ve 6. sınıflar arası fark büyük sınıflar lehine anlamlı olarak daha yüksektir. Bununla beraber B6 alt testinde 6. ve 5. sınıflar arasındaki puan farkı 6. sınıflar lehine yüksek olmasına rağmen aradaki fark istatistiksel olarak anlamlı bulunmamıştır. 5. ve 6. sınıflar arasındaki farkın anlamlı olmamasında bu alt testin her iki sınıf düzeyine de zor gelmesinden kaynaklı olarak puan ortalamalarının her iki grupta da birbirine yakın çıkmış olmasından kaynaklanabilir. Bu alt testte gruplar arası puan farkının anlamlı olmaması bu alt testin MBİTD-T'nin son alt testi olmasından dolayı öğrencilerin bu son testi diğer alt testlerden daha az motivasyonla yapmış olmasından da kaynaklanabilir.

B3 ve B5 alt testlerinde 7. sınıfların 6. ve 5. sınıflardan, 6. sınıfların da 5. sınıflardan daha yüksek puan aldıkları ancak aradaki farkın anlamlı olmadığı bulunmuştur. B3 *(benzerliğe dayalı problem kurma)* ve B5 *(benzer problemleri bulma)* alt testlerinin her ikisi de benzerlik temelli alt testlerdir. MBİTD-T'nde kuramsal olarak benzerlik temelli düşünmenin ilişki temeli düşünmeden daha kolay olduğu varsayılmaktadır. MBİTD-T beşinci sınıf müfredatı temel alınarak hazırlanmıştır. Testin 5. sınıfların sahip olduğu bilgiyi kullanmasına imkan sağladığı için grupların puanları birbirine yakın çıkmış olabilir. Ayrıca bu alt testlerin üst sınıflara kolay gelmesinden dolayı bu alt testlerdeki soruları dikkatsiz yapmaları ya da yeteri kadar zorlayıcı hissetmedikleri için bu alt testi önemsememelerine yol açmış olabilir. Bu durum da üst sınıfların alabileceklerinden daha az puan almasına yol açmış olabilir. Yine beşinci sınıfların bu alt testleri daha çok ciddiye almasıyla bu sınıftakilerin puanları ile üst sınıfların puan ortalamaları birbirine yaklaşmış olabilir. B5 alt testinde de öğrencilerin 5. sınıf düzeyinde olsa bile diğer üst sınıflar gibi yüksek puanlar almış olabileceği düşünülmektedir.

B1 *(benzerliğe dayalı problem çözme)* alt testinde ise 6. ve 7. sınıfların 5. sınıflardan daha yüksek ortalama puana sahip olduğu, ancak bu alt testte diğerlerinden farklı olarak 6. sınıfların 7. sınıflardan daha yüksek puan aldığı bulunmuştur. Burada ortalamalar arası fark anlamlı değildir. B1 alt testi de yine benzerlik temelli bir alt test olup öğrencilerin testi aldıklarında ilk karşılaştıkları alt testtir. Yine bu alt testi yapabilmek için gereken asgari bilgi düzeyi 5. sınıf bilgilerine dayalı olduğu için tüm sınıfların bu alt testteki soruların bir çoğunu doğru yapma olasılığı vardır. 6. sınıfların testi 7. sınıflara göre daha fazla önemsemesi ve 7. sınıfların bu alt testteki soruları daha az önemsemesinden kaynaklı olarak her iki grup birbirine yakın puanlar almış olabilir. Uygulama sırasındaki gözlemlerde özellikle 7. sınıf öğrencilerinin çoğunluğunun testi 5 ve 6'lara göre daha az önemsedikleri fark edilmiştir. Yine özellikle uygulamanın yapıldığı okullardaki bir matematik öğretmeni okulun 6. sınıflarının oldukça başarılı olduklarını ifade etmiştir. Yine üst sınıftaki öğrencilerin daha çok ilişki temelli alt testlere yönelip benzerlik temelli bu alt testi gelişi güzel yapmış olma ihtimallerinden kaynaklı olarak 7. sınıfların puanı daha düşük çıkmış olabilir.

Sınıf düzeyleri arasındaki puan farklarının etki büyüklükleri Cohen d üzerinden hesaplanmıştır. Toplam test puan farkları arasında 7 ve 5. sınıflar arasındaki puan farkı orta büyüklükte bir etki büyüklüğüne sahipken 5 ve 6 ile 6 ve 7. sınıflar arasındaki farklar küçük etki büyüklüğüne sahip çıkmıştır. Alt testler bazında etki büyüklükleri düşük, orta ve yüksek aralıklardadır. B2 alt testinin gruplar arası ayırt ediciliği diğer alt testlerden daha büyüktür. Bu alt teste göre yapılan ikili karşılaştırmalarda hesaplanan etki büyüklükleri diğerlerinden daha yüksektir. B3 ve B4 alt testlerinin sınıflara göre yapılan ikili karşılaştırmalarında hesaplanan etki büyüklükleri de düşük ve orta düzeydedir. En düşük etki büyüklükleri bu alt testler için hesaplanmıştır.

#### 5.3.2.2. Testin Üstün ve Normal Zekalı Öğrencileri Ayırma Gücüne Yönelik Tartışma

Alan yazın incelemesi kısmında üstün zeka ve matematiksel yeteneğin ilişkili olduğuna yönelik görüşler olduğu ifade edilmişti. Örneğin Livne ve Milgram (2006) matematiksel yeteneği tanılama modelinde genel ve alana özgü akademik yetenek boyutunda genel akademik yeteneği, zeka bölümü puanı (intelligence quotient, IQ) ile temsil ederken; alana özgü yeteneği de matematikteki yeterlilikle ilişkilendirmişlerdir. Bunun yanında Pitta-Pantazi vd. (2011) araştırmasında akıcı zekanın matematikte üstün zekalılığın bir tahminleyicisi olduğuna yönelik bulgular elde etmişlerdir. Yine Kim vd. (2003) de geliştirdikleri matematik yetenek testi ile IQ puanlarının birbirleriyle pozitif yönlü ilişkili olduğunu bulmuşlardır. Bu durumda üstün yetenekli öğrencilerin matematik başarısı ve matematik yeteneği üstün zekalı/yetenekli tanısı almış normal bireylerden daha fazla oranda olabileceği düşünülmektedir. Başka bir şekilde üstün zekalı öğrencilerle normal zekalı öğrencilerin MBİTD-T puanları arasında üstün zekalı grup lehine anlamlı farklılıklar beklendiği söylenebilir.

Yukarıda sözü edilen araştırmalar dikkate alınarak testin performans puanlarında üstün ve normal zekalı öğrenciler arasında üstün zekalı grup lehine anlamlı farklılıklar oluşturacağı varsayılmıştır. Testin ayırt edicilik geçerliği için zeka ve matematiksel yetenek arasındaki ilişki göz önünde bulundurularak üstün zekalı öğrencilerin test puanlarının tanı almamış öğrencilerin puanlarından daha yüksek olacağı iddia edilmiştir. 5., 6., ve 7. sınıf düzeylerinde üstün zekalı ve normal zekalı öğrencilerin toplam test puanlarının üstünler lehine daha yüksek olduğu bulunmuştur. Bu bulguya benzer olarak Türkan (2010)'da matematikte üstün olanlarla olmayanların Matematikte Üretkenlik Testi (MÜT) puanları arasında da matematikte üstün olanlar lehine anlamlı farklar bulunmuştur.

### 5.3.3. MBİTD-T'nin Ölçüt Geçerliğine Yönelik Tartışma

Bu kısımda MBİTD-T'nin geçerliğine yönelik elde edilen araştırma bulgularından öncelikle öğrencilerin matematiği sevme düzeyleri ve yetenek algıları gibi duyuşsal değişkelerle ilgili olanların tartışmasına yer verilmiştir. Ardından MBİTD-T'nin çeşitli başarı değişkeleriyle olan ilişkilerine yönelik testin geçerliğiyle ilgili elde edilen bulgular tartışılmıştır.

#### 5.3.3.1. Testin Ölçüt Geçerliğinin Öğrencilerin Matematiği Sevme Düzeyi ve Yetenek Algıları Üzerinden İncelenmesine Yönelik Tartışma

Bu çalışmada ölçüt geçerliğinin incelenmesinde öğrencilerin matematiği sevme ve matematik yetenek algılarının matematik yeteneğiyle ilişkili görüldüğü için ampirik olarak bu durumlarla test puanlarının ilişkileri sınanmıştır. Alan yazında öğrencilerin matematiği sevme düzeyleri, matematik yetenek düzeyi algıları, matematikte kendine öz güvenleri, öz yeterlikleri vb. değişkenlerin matematik performanslarıyla ilişkilerini inceleyen çeşitli araştırmalar mevcuttur (Bayturan, 2004; Peker & Mirasyedioğlulları, 2003; PISA, 2003; Sak, 2005; Şişman vd., 2011; TIMSS, 1999; TOMAGS, 2011; Wilmott, 1983; Yıldırım vd., 2013; Yücel vd., 2013).

Öğrencilerin matematik yetenek düzeyi algıları ile toplam test ve alt testler arasında pozitif ilişkiler bulunmuştur (Bkz. Tablo 4-18). Yetenek düzeyi arttıkça MBİTD-T'nden aldıkları puanlar da artmaktadır. Matematik yetenek düzeyi en fazla B2 alt testiyle ilişki göstermiştir. Diğer alt testlerle düşük ilişkili iken B2 ile orta düzeyde bir ilişkiye sahiptir. Sak (2005; 2009), 6., 7. ve 8. sınıf öğrencilerinin matematik yetenek düzeyi algılarıyla matematik yetenek performansı arasında orta düzey pozitif ilişkiler bulmuştur. Bunun yanında öğrencilerden özellikle kabiliyetlerine ve kendinin yeterli olduğuna inananların ve matematikte sıkıntı duymayanların matematikte başarılı olma olasılıklarının daha fazla olduğu ifade edilmiştir (PISA, 2003). Benzer olarak matematikte başarısız olduğuna inanıp bu alanla ilgili kendilerini çaresiz hissettikçe öğrencilerin başarı düzeylerinin düştüğü de belirtilmiştir (TIMSS, 1999).

TIMSS 2007'de 8. sınıf öğrencilerinin %39'unun matematiğe ilişkin öz güven indeksinde üst düzeyde, %36'sının orta düzeyde, %42'sinin alt düzeyde olduğu bulunmuş ve üst düzeyde öz güvene sahiplerin orta ve alt düzeyde öz güvene sahip olanlardan daha başarılı oldukları bulunmuştur (Şişman vd., 2011). Yine orta düzeyde öz güven duyanların da az düzeyde öz güven duyanlardan daha başarılı oldukları bulunmuştur. Bayturan (2004), 9. sınıf öğrencilerinin matematikte kendini başarılı, orta başarılı, başarısız algılamasına göre matematik başarı puanları arasındaki ilişkileri incelemiştir. Kendini başarılı algılayan öğrencilerin, orta başarılı ve başarısız algılayanlardan anlamlı olarak daha başarılı olduğu, orta başarılı algılayanların da başarısız algılayanlardan daha başarılı olduğu bulunmuştur.

TIMSS 2011'de matematik yetenek algısına benzer olarak öğrencilerin matematikte kendini yeterli görme düzeyleri ile test performansı arasındaki ilişkiler incelenmiştir (Yıldırım vd., 2013). 4. sınıfta kendini matematikte yerli gören öğrenci oranı %39; biraz yeterli görenlerin oranı %44, hiç yeterli görmeyenlerin oranı da %16 olarak bulunmuştur. Bu üç gruptan kendini yeterli görenlerin matematik başarı puanlarının az yeterli ve yetersiz görenlerden daha yüksek olduğu, biraz yeterli görenlerin de hiç yeterli görmeyenlerden daha yüksek olduğu tespit edilmiştir. Sekizinci sınıfta da yeterlilik karşılaştırması benzer şekilde seyretmiştir. Ancak 8. sınıflarda kendini matematikte yerli görme düzeylerinde 4. sınıflara göre daha düşük oranlar tespit edilmiştir.

Öğrencilerin matematiği sevme düzeyi arttıkça testten aldıkları puanlar yükselmektedir. Öğrencilerin matematiği sevme düzeyleri ile toplam test ve diğer alt testler arasındaki ilişkiler anlamlı ama düşük düzey ilişkilerdir. Bu durum öğrencilerin bir çoğunun matematiği sevme derecesini yüksek göstermek istemesinden kaynaklı olarak seviyorum ve çok seviyorum olarak belirtmesinden kaynaklanabilir. Buna benzer bir bulgu Peker ve Mirasyedioğlulları (2003)'nın çalışmasında elde edilmiştir. Söz konusu çalışmada lise ikinci sınıf öğrencilerinin (n=500) yarıdan fazlasının matematiğe yönelik olumlu tutum içinde bulundukları saptanmıştır. Ancak matematik başarı testi sonuçlarına göre bu öğrencilerin %68.4'ünün başarısız olduğu bulunmuştur. Güncel bir çalışma olan TIMSS 2011 sonuçlarında dördüncü sınıf öğrencilerinin %70'i matematiği çok sevdiğini, %26'sı az sevdiğini ve %4'ü hiç sevmediğini belirtmesine rağmen Türkiye'den katılan bu öğrencilerin matematik başarı ortalamasının OECD ülkelerinin ortalamasından daha düşük olduğu bulunmuştur (Yıldırım vd., 2013).

Bu bulguların yanında alan yazındaki matematiği sevme, matematikten hoşlanma, matematiğe ilgi duyma, matematiğe yönelik tutum ve matematik başarı veya matematik yetenek performansı arasındaki ilişkilerle ilgili yapılan çeşitli araştırmalarda da benzer bulgular elde edildiği görülmektedir. Örneğin, TIMSS 2011'de öğrencilerden matematik öğrenmeyi isteme, matematik çalışmayı sevme, matematiği ilginç bulmaları gibi konularda bilgiler toplanmıştır (Yıldırım vd., 2013). Bu bilgilere göre öğrenciler matematiği seven, biraz seven ve hiç sevmeyen şeklinde üç gruba ayrılmıştır. Hem 4. sınıf düzeyinde hem de 8. sınıf düzeyinde matematiği seven öğrencilerin matematik testi ortalama puanlarının az sevenlerden ve hiç sevmeyenlerden daha yüksek olduğu bulunmuştur. Benzer olarak matematiği az sevenlerin puanlarının da hiç sevmeyenlerden daha fazla olduğu bulunmuştur. TIMSS 2007'de öğrencilerin matematiğe yönelik tutumları da üst, orta ve az düzeyde olmak üzere üç kategoride ele alınmış ve öğrencilerin %71'inin matematikte üst; %17'sinin orta; %11'nin alt düzey tutuma sahip olduğu tespit edilmiştir. Yine öğrencilerden üst düzey tutumu olanların matematik performanslarının orta ve alt olanlardan; orta düzeydekilerin de alt düzeydekilerden daha yüksek olduğu bulunmuştur. Buna benzer olarak PISA (2003) sonuçlarında tüm OECD ülkelerinde matematiğe karşı ilgi, matematikten hoşlanma ile matematik performansının yakından ilişkili olduğu ifade edilmiştir. Peker ve Mirasyedioğlulları'nın (2003) lise 2 öğrencileriyle yaptığı çalışmada öğrencilerin matematiğe yönelik tutumlarıyla matematik başarı testi performansları arasında orta düzey pozitif ilişkiler bulunmuştur. Sak (2005) 6., 7. ve 8. sınıf öğrencilerinin matematik yetenek testi performansıyla matematiği sevme düzeyleri arasında da pozitif yönlü, orta düzey ilişkiler bulunmuştur. Wilmott (1983)'te 4., 5. ve 6. sınıfların matematik yetenek tesit ile matematiği sevme düzeyleri arasında ise anlamlı ancak çok düşük ilişkiler tespit edilmiştir.

#### 5.3.3.2. Testin Ölçüt Geçerliğinin Öğrencilerin Başarı Notları Üzerinden İncelenmesine Yönelik Tartışma

Öğrencilerin derslerdeki başarısı da matematik yeteneği hakkında ip ucu verebilecek değişkenler olduğu için bu değişkenler ve MBİTD-T arasındaki ilişkiler korelasyon analizi ile incelenmiştir. Alan yazındaki birçok çalışmada yetenek ve başarı arasındaki ilişkiler dikkate alınmıştır (Ayas, 2010; Kim vd., 2003; Livne & Milgram, 2006; Pavlekoviç vd. 2010; Sak, 2005; Türkan, 2010; Wilmott, 1983). Örneğin Livne ve Milgram, tanılama modellerinde alana özgü yeteneği geliştirdikleri ölçek ve öğrencilerin matematik karne notu üzerinden tahmin etmiştir. Pavlekoviç vd. (2010), öğretmenlerin sınıf içinde üstün yeteneklileri tanılamada kullanabilecekleri değişkenlerin yordayıcılığını inceledikleri araştırmalarında matematik ders notuyla birlikte anadil ders notunun matematik yeteneğini tespit etmede önemli değişkenler olduğunu bulmuşlardır.

ÜYEP'te fen ve matematik yetenek alanları birbirine yakın alanlar olarak görülmekte olup tanılamada her iki alanla ilgili testler kullanılmaktadır (Sak, 2010). Ayas (2010) Bilimsel Üretkenlik Testi'nin (BÜT) 6. sınıflar için araştırdığı psikometrik özelliklerinde ölçüt geçerliğini değerlendirirken fen ve matematik karne notlarını da kullanmıştır. BÜT ile matematik dersi karne notu arasında .47, BÜT ile fen karne notu arasında .45 düzeyinde ilişki değerleri saptanmıştır. Yine ÜYEP'te uygulanan Matematiksel Yetenek Testi ile BÜT arasındaki korelasyon da .48 olarak tespit edilmiştir. Ayrıca güncel başka bir çalışma olan PISA 2009 sonuçlarında 15 yaş grubu öğrencilerin fen ve matematik başarıları arasında .741 gibi yüksek bir ilişki değeri tespit edilmiştir (Gürsakal, 2012). Bu çalışmalardan elde edilen bulgulardan hareketle de matematik ve fen karne notu ölçüt geçerliği için temel alınmıştır. Ayrıca genel not ortalaması da genel yetenekle dolaylı olarak da matematiksel yetenekle ilişkili olacağı için dikkate alınmıştır.

Öğrencilerin 2013-2014 eğitim-öğretim yılı I. Dönem matematik dersi, fen teknoloji dersi ve genel karne notu ile temsil edilen başarı notları ile matematik yeteneği performans düzeyleri arasındaki ilişkiler orta düzey ilişkiler olarak bulunmuştur. Öğrencilerin matematik karne notuyla MBİTD-T arasındaki ilişkiler, fen notu ve genel karne notu ile arasındaki ilişkilerden biraz daha yüksektir. Her üç değişkenle ilgili not yükseldikçe sergilenen matematiksel yetenek performansı artmaktadır. En yüksek ilişki MBİTD-T toplam puanıyla matematik başarı notu arasındadır. Toplam test puanındaki değişikliklerin %23'ü matematik başarı puanıyla açıklanırken %18'i fen ve teknoloji karne notu ile genel not ortalaması tarafından açıklanmıştır. Her ne kadar matematik notu ile toplam test puanı diğerlerinden daha yüksek ilişki gösterse de aradaki fark yüksek değildir. Matematik dersinde başarılı olan öğrencilerin fen ve genel not ortalamasının birbirine benzer olmasından dolayı böyle bir durum ortaya çıkmış olabilir. İleriki araştırmalarda sadece başarı notu değil Livne ve Milgram (2006)'da olduğu gibi hem matematik hem de fen başarısında etkili olabilecek başka değişkenlerle MBİTD-T performansı arasındaki ilişkiler incelenebilir.

Alan yazındaki çeşitli çalışmalarda öğrenci başarısı ile yetenek arasında bu çalışmadakine benzer şekilde pozitif yönlü ilişkiler olduğuna dair bulgular elde edilmiştir. Örneğin, Ayas (2010)'da elde edilen korelasyon değerleri şimdiki araştırmada elde edilen de MBİTD-T ile matematik, fen ve genel karne notu ilişki düzeyleriyle benzerlik göstermektedir. Benzer olarak Sak ve ekibi tarafından geliştirilen Matematiksel Yetenek Testi performansıyla matematik karne notu arasındaki ilişkiler 6. ve 7. sınıflarda yüksek düzeyde ve pozitif yönlü olarak bulunmuştur (Sak, vd. 2009). Yine Türkan (2010, geliştirilen Matematikte Üretkenlik Testi performans puanlarıyla ile 6., 7. ve 8. sınıf öğrencilerin matematik karne notu arasında orta ve yüksek düzeyde pozitif ilişkiler tespit etmiştir.

## 5.4. ÖNERİLER

Araştırma bulgu, sonuç ve tartışmalarından yola çıkılarak hem eğitim araştırma ve uygulamalarında faydalı olması umulan hem de araştırmacının ve diğer araştırmacıların ileriki çalışmalarında incelemesinin faydalı olabileceği düşünülen noktalarla ilgili öneriler geliştirilmiştir. Söz konusu öneriler eğitim uygulamalarına yönelik öneriler ve ileri araştırmalara yönelik öneriler başlıkları altında sunulmuştur.

### 5.4.1. Eğitim Uygulamalarına Yönelik Öneriler

MBİTD-M ve MBİTD-T'nin eğitim öğretim uygulamalarında kullanımıyla ilgili aşağıdaki öneriler geliştirilmiştir:

(1) Araştırmada matematik alanında üstün zekalı ve yetenekli öğrencileri tanılama amacıyla geliştirilen Matematikte Benzerlik ve İlişki Temelli Düşünme Modeli'nden sadece tanılama çalışmalarında değil, hem matematik alanında üstün zekalı ve yetenekli öğrencilerin hem de normal zeka düzeyine sahip öğrencilerin matematik derslerinde matematiksel bilginin öğretiminde de yararlanılabilir.

(2) Bundan sonraki aşamada modelin öğretmenler tarafından özellikle matematik eğitim öğretim müfredatında nasıl etkili kullanılabileceği üzerine çalışmalar yapılabilir. Örneğin modelin öğretmenlere tanıtımı yapılarak örnek uygulamalar gerçekleştirilebilir.

(3) Ayrıca matematikle ilgili alıştırma ve problemlerle uğraşırken öğrencilere benzerlik ve ilişki üzerinden düşünme becerileri kazandırmada modelden aktif yararlanılabilir. Böylece öğrencilerin matematik kavramlarını matematiksel düşünmenin temel bileşenlerinden hareketle daha sağlam öğrenmesine katkı sağlanabileceği düşünülmektedir.

(4) MBİTD-M'nin bileşenleri ilköğretim, ortaöğretim ve yükseköğretim gibi tüm kademelerde tek tek işe koşularak öğrencilerin problem çözme, problem kurma, problem karşılaştırma becerileri geliştirilebilir.

(5) MBİTD-M *problem çözme* yapısıyla daha çok analitik düşünme becerilerinin gelişimine katkı sağlayabilir, bunun yanında *problem kurma* yapısıyla yaratıcı düşünme becerilerinin gelişimine katkı sağlayabilir.

(6) Modeldeki *problemleri karşılaştırma* yapısından hareketle düzenlenecek etkinliklerle öğrencilerde "matematikteki birçok problemin çeşitli yönlerden benzer/ilişkili olduğu, bu benzerlik ve kurulan ilişkiler yardımıyla birbiri üzerinden çözülebileceği düşüncesinin" oluşturulması sağlanabilir. Bu durum da öğrencilerin matematik kaygılarının azalması ve matematiğe ilgi duyulmasını arttırmada fayda sağlayabilir.

(7) Model temel alınarak matematikte üstün zekalı ve yetenekli öğrencilerin eğitiminde kullanılacak eğitim strateji ve modelleri geliştirilebilir.

(8) Sadece matematikte üstün zekalı ve yetenekli öğrencilerin değil diğer alanlardaki ya da genel zekaya göre üstün zekalı ve yetenekli olarak tanılanmış öğrencilerin eğitim-öğretim etkinliklerinde farklılaştırılmış ders planları hazırlanmasında da model aktif kullanılabilir.

(9) Tüm okullardaki öğrencilerin matematik becerilerinin gelişimine katkı sağlamak amacıyla MBİTD-M temel alınarak MEB matematik öğretim programı zenginleştirilebilir.

(10) MBİTD-T matematikte üstün zekalı ve yeteneklileri tanılama amacıyla 5., 6. ve 7. sınıf düzeylerinde kullanılabilir.

(11) MBİTD-T öğrencilerin bir programa girişinde ve her eğitim-öğretim dönemi sonunda öğrencilerdeki gelişimi izlemek amacıyla ön test- son test olarak kullanılabilir.

(12) MBİTD-T sadece tanılama amacıyla değil öğrencilerin matematikte güçlü ve zayıf olduğu öğrenme alanları ve bilişsel becerileri hakkında bilgi toplamak amacıyla da kullanılabilir.

(13) MBİTD-M temel alınarak ünite bazlı gelişimi izleme testleri geliştirilebilir.

### 5.4.2. İleri Araştırmalara Yönelik Öneriler

Araştırma bulgu ve sonuçları dikkate alındığında bu araştırmadan sonra ilerleyen zamanlarda birçok araştırmanın yapılması gerektiği söylenebilir. Hem araştırmacının hem de diğer araştırmacıların ileride yapabileceği olası araştırmalarla ilgili geliştirilen öneriler aşağıda açıklanmıştır.

(1) Ayırt ediciliği diğer maddelere göre düşük olduğu gözlenen soruların revize edilmesinin ardından ölçme aracının geçerlik ve güvenirliğinin incelenmesi önerilebilir.

(2) *Benzerliğe dayalı problem kurma (B3)* ve *ilişkiye dayalı problem kurma (B4)* alt testlerinin özellikle geometri öğrenme alanına yönelik soru sayısının arttırılması önerilebilir.

(3) Bir sonraki çalışmanın yukarıdaki öneriler göz önünde bulundurularak ve araştırma örnekleminin random atama ile seçilerek yapılması önerilebilir.
(4) Bir sonraki çalışmada testten çıkarılan soruların nitel analizi yapılarak testin revize edilmesi Baykal (1980-1981), Baykal (1992-1993) çalışmaları temel alınarak güvenirlik ve geçerliğin incelenmesi önerilebilir.
(5) Yukarıda 3. maddede önerilen çalışmaya bağlı olarak yapılacak test–tekrar test uygulaması için daha fazla sayıda öğrenciyle çalışılması önerilebilir.
(6) MBİTD-T'nin eğitim öğretim sürecindeki ölçme değerlendirme uygulamalarında kullanımına ilişkin eğitimler verilebilir.
(7) *Benzerliğe dayalı problem çözme* ve *benzerliğe dayalı problem kurma* alt testlerinin formatının yaratıcılık testleri formatına uygun hale getirilerek psikometrik özelliklerinin incelenmesi önerilebilir. Bu yeni biçimdeki alt testlerdeki özellikle sınıflar arasında ayrıt edicilikler, üstün ve normal zeka düzeyindeki öğrencileri ayırt ediciliklerinin incelenmesi önerilebilir.
(8) Gelecek çalışmalarda MBİTD-T'nin ölçüt geçerliğinin MYT, MÜT gibi çeşitli matematik yetenek ve yaratıcılık testleri kullanılarak araştırılması önerilebilir.
(9) MBİTD-M temel alınarak farklı sınıf düzeylerindeki üstün zekalı ve yetenekli öğrencileri tanılama testleri geliştirilebilir.

# KAYNAKLAR


Acar, S. (2007). *Raven SPM Plus Testi ve Roets Liderlik Değerlendirme Ölçeğinin 10-11 yaş geçerlik, güvenirlik, ön-norm çalışmalarına göre üstün zekalı olan ve olmayan öğrencilerin liderlik özelliklerinin karşılaştırılması*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, İstanbul Üniversitesi, İstanbul.

Aiken, L. R. (1973). Ability and creativity in mathematics. *Review of Educational Research, 43*(4), 405-43.

Akar, İ., Şengil Akar, Ş. Güçyeter, Ş. (2012). *Ulusal alan yazında üstün zeka ve üstün yetenek araştırmaları: ileriye dönük öngörüler*. 3. Türkiye Üstün Yetenekli Çocuklar Kongresi'nde sunulan bildiri. Hacettepe Üniversitesi, Ankara.

Akın, G. (2006). *Bilişsel değerlendirme sistemi (Cognitive Assessment System-CAS) testinin onbir yaş çocukları üzerinde geçerlik, güvenirlik ve norm ön çalışmasının uygulanması.* Yayınlanmamış yüksek lisans tezi, Hacettepe Üniversitesi, Ankara.

Akgül, S. (2014). *Üstün yetenekli öğrencilerin matematik yaratıcılıklarını açıklamaya yönelik bir model geliştirilmesi*. Yayımlanmamış doktora tezi, İstanbul Üniversitesi, İstanbul.

Akgül, S., & Kahveci, N. (2014). *The development of the mathematical creativity scale*. Paper presented at the. 1st Eurasian Educational Research Congress. Istanbul, Turkey.

Aksu, M. (1997). Student performance in dealing with fractions. *The Journal of Educational Research, 90*(6), 375-380. doi:10.1080/00220671.1997.10544595.

Al-Hroub, A. (2011). Developing assessment profiles for mathematically gifted children with learning difficulties at three schools in Cambridgeshire, England. *Journal for the Education of the Gifted, 34,*7-44. doi:10.1177/016235321003400102.

Altun, M. (1998). Matematik öğretiminin amaç ve ilkeleri. A. Özdaş (Ed.), *Matematik öğretimi* (ss. 1-17). Eskişehir: AÖF Yayınları.

Anastasi, A., & Urbina, S. (1997). *Psychological testing* (7th ed.). Upper Saddle River, NJ: Prentice Hall.

Assouline, S., & Lupkowski-Shoplik, A. (2005). *Developing Math Talent: A guide for educating gifted and advanced learners in math*. Waco, Tx: Prufrock.

Atalay, Ö., Z. (2007). *Kaufman Kısa Zeka Testi (Kaufman Brief Intelligence Test – K BIT) 13-14 yaş çocukları üzerinde geçerlik, güvenirlik ve ön norm çalışmaları.* Yayınlanmamış yüksek lisans tezi, İstanbul Üniversitesi, İstanbul.

Atalay, Ö., Z., & Emir, S. (2009). *Kaufman Kısa Zekâ Testi (K.BIT)\ 13-14 yaş geçerlik, güvenirlik ve ön norm çalışmaları.* Türkiye Üstün Yetenekli Çocuklar II. Ulusal Kongresi'nde sunulan bildiri. Anadolu Üniversitesi, Eskişehir.

Ayas, B. (2010). *Bilimsel Üretkenlik Testi'nin ilköğretim 6. sınıf düzeyinde psikometrik özelliklerinin incelenmesi*. Yayınlanmamış yüksek lisans tezi, Anadolu Üniversitesi, Eskişehir.

Ayebo, A. (2010). Teachers' perspectives on teaching mathematics to Gifted/Talented students. (Order No. 3434064, University of Nevada, Reno). *ProQuest Dissertations and Theses, 193.* Retrieved from http://search.proquest.com/docview/847489452?accountid=11637.

Bademci, V. (2006). Tartışmayı sonlandırmak: Cronbach'ın alfa katsayısı, iki değerli (0,1) ölçümlenmiş maddeler ile kullanılabilir. *Kazım Karabekir Eğitim Fakültesi Dergisi,* 13, 438-446.

Bademci, V. (2011). Kuder Richardson 20, Cronbach'ı alfası, Hoyt'un varyans analizi, genellenebilirlik kuramı ve ölçüm güvenirliği üzerine bir çalışma. *Dicle Üniversitesi Ziya Gökalp Eğitim Fakültesi Dergisi,*17, 1173-193.

Baki, A. (2006). *Kuramdan uygulamaya matematik eğitimi.* Ankara: Harf Eğitim Yayınları.

Baykal, A. (1991-1992). Test güvenirliğini saptama yöntemlerinin güvenilmezliği. *Boğaziçi Üniversitesi Dergisi.* 15, 65-75.

Baykal, A. (1980-1981). Entropy as a measure of error in achievement testing. *Boğaziçi Üniversitesi Dergisi,* 8-9,53-68.

Baykul, Y. (2010). *Eğitimde ve psikolojide ölçme: Klasik test teorisi ve uygulaması* (2. baskı), Ankara: Pegem Akademi.

Bayturan, S. (2004). *İlköğretim ikinci kademe öğrencilerinin matematik başarılarının matematiğe yönelik tutum, psikososyal ve sosyodemografik özellikleri ile ilişkisi.* Yayımlanmamış yüksek lisans tezi, Dokuz Eylül Üniversitesi, İzmir.

Bennett, J., Berriozabal, M., DeArmond, M., Sheffield, L., & Wertheimer R. (1995). *NCTM task force on promising students.* National Council of Teachers of Mathematics. Retrieved March 17, 2010 from the Northern Kentucky University Website http://www.nku.edu/~sheffield/taskforce.html

Biber, A. Ç., Tuna, A., & Aktaş, O. (2013). Öğrencilerin kesirler konusundaki kavram yanılgıları ve bu yanılgıların kesir problemleri çözümlerine etkisi. *Trakya Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 3* (2), 152-162.

Böke, K. (2010). Örnekleme. H. Böke (Ed.), *Sosyal bilimlerde araştırma yöntemleri* içinde (2. basım, ss. 105-149). İstanbul: Alfa Basım Yayım.

Brody, L. ,& Stanley, J. C. (2005). Youths who reason exceptionally well mathematically and/or verbally: Using MVT: D4 mode to develop their talents. In R. J. Sternberg, & J. E. Davidson (Eds.), *Conceptions of giftedness* ($2^{nd}$ ed., pp. 20-37). NY: Cambridge University Press.

Budak, İ. (2007). *Matematikte üstün yeteneklileri belirlemede bir model*. Yayımlanmamış doktora tezi, Karadeniz Teknik Üniversitesi, Trabzon.

Büyüköztürk, Ş. (2013). *Sosyal bilimler için veri analizi el kitabı* (18. baskı). Ankara: Pegem Akademi.

Büyüköztürk, Ş., Kılıç-Çakmak, E., Akgün, Ö. E., Karadeniz, Ş., & Demirel, F. (2008).*Bilimsel araştırma yöntemleri.* Ankara: Pegem Yayınları

Chang, L. L. (1985). Who are the mathematically gifted elementary school children? *Roeper Review, 8* (2), 76-79.

Choi, K. M. (2009). Characteristics of Korean international mathematical Olympiad (IMO) winners' and various developmental influences (Order No. 3386133). Available from ProQuest Dissertations & Theses Global. (304862437). Retrieved from http://search.proquest.com/docview/304862437?accountid=11637

Cohen, L., Manion, L., & Morrison, K. (2007). *Research methods in education* (6th ed.). NY: Taylor and Francis Group.

Çetinkaya, Ç. (2007). *Raven Standart İlerleyen Matrisler PLUS Testi'nin 10-11 yaş çocukları üzerinde geçerlik güvenirlik ön norm çalışmalarına göre üstün zekalı olan ve olmayan öğrencilerin motivasyon stillerinin karşılaştırılması.* Yayınlanmamış yüksek lisans tezi, İstanbul Üniversitesi, İstanbul.

Çokluk, Ö., Şekercioğlu, G., & Büyüköztürk, Ş. (2012). *Çok değişkenli istatistik SPSS ve LISREL uygulamaları* (2. baskı). Ankara: Pegem Akademi Yayınları.

Dağlıoğlu, H. E. (2002). *Anaokuluna devam eden 5-6 yaş grubu çocuklar arasından matematik alnında üstün yetenekli olanların belirlenmesi.* Yayınlanmamış doktora tezi, Hacettepe Üniversitesi, Ankara.

Dağlıoğlu, H. E. (1995). *İlkokul 2. -5. sınıflara devam eden çocuklar arasından üstün yetenekli olanların belirlenmesi.* Yayınlanmamış yüksek lisans tezi, Hacettepe Üniversitesi, Ankara.

Davaslıgil, Ü., & Özyaprak, M. (2012). Üstün zekalı olan ve olmayan öğrencilerin görsel-uzamsal yeteneklerinin düzeylerinin karşılaştırılması. *Türk Üstün Zeka ve Eğitim Dergisi, 2*(2), 137-153.

Davidson, J. E., & Sternberg, R. J. (1984). The role of insight in intellectual giftedness. *Gifted Child Quarterly*. *28*(2), 58-64.

Demirkol, D., G. (2007). *Kaufman Kısa Zeka Testi (Kaufman Brief Intelligence Test) 11-12 yaş geçerlik, güvenirlik ve ön norm çalışmaları.* Yayınlanmamış yüksek lisans tezi, İstanbul Üniversitesi, İstanbul.

Devlin, K. (2000). *The math gene: How mathematical thinking evolved and why numbers are like gossip.* NY: Basic Books.

Doğan, M., & Yeniterzi, B. (2011). İlköğretim 7. sınıf öğrencilerinin rasyonel sayılar konusundaki hazır bulunuşlukları. *Ahmet Keleşoğlu Eğitim Fakültesi Dergisi,* 31, 217-237.

Dondurucu, I. (2006). *Bilişsel Değerlendirme Sistemi (Cognitive assessment System CAS) on yaş çocukları üzerinde geçerlilik, güvenirlilik ve norm çalışmasının uygulanması.* Yayınlanmamış yüksek lisans tezi, Marmara Üniversitesi, İstanbul.

Ebel, R. L., & Frisbie, D. A. (1986). *Essentials of educational measurement.* Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall.

Erdoğan, S., & Baran, G. (2006). Erken Matematik Yeteneği Testi-3 (Tema-3)'ün 60-72 aylar arasında olan çocuklar için uyarlama çalışması. *Çağdaş Eğitim Dergisi, 31*(332), 32-38.

Ergin, T. (2003). *Bilişsel Değerlendirme Testi (Cognitive Assessment System - CAS) beş yaş çocukları üzerinde geçerlik, güvenirlik ve norm çalışması.* Yayınlanmamış doktora tezi, İstanbul Üniversitesi, İstanbul.

Ernest, P. (1991). *The philosophy of mathematics education: Studies in mathematics education.* Bristol, PA: The Falmer Press.

Ficici, A. (2003). *International teachers' judgment of gifted mathematics student characteristics.* Unpublished doctoral dissertation, University of Connecticut, Mansfield: CT, USA.

Field, A. (2013). *Discovering statistics using IBM SPSS statistics* (4th ed.). London: Sage.

Freiman, V. (2003). Identification and fostering of mathematically gifted children at the elementary school (Order No. MQ77942). Available from ProQuest Dissertations & Theses Global. (305296269). Retrieved from http://search.proquest.com/docview/305296269?accountid=11637

Gagne, F. (2004). Transforming gifts into talents: The DMGT as a developmental model. *High Abilities Studies*, 15, 119-147.

Gardner, H. (1993). *Framens of mind: The theory of multiple intelligence* (2nd ed.). NY: Basic Books.

Gavin, M. K., & Adelson, J. L. (2008). Mathematics, elementary. In J., Plucker, & C. Callahan (Eds). *Critical issues and practices in gifted education: What the research says* (pp.367-394). Waco, Tx: Prufrock Press.

Gentner, D., & Markman, A. B. (1997). Structure mapping in analogy and similarity. *American Psychologist, 52*(1), 45-56.

Ginsburg, H., & Baroody, A. (2006). Test of early mathematics ability– Third edition. *Journal of Psychoeducational Assessment, 24*(1), 85–88.

Goldin, G. A. (2009). The affective domain and students' mathematical inventiveness. In. R. Leikin, A. Berman, & B. Koichu (Eds.). *Creativity in mathematics and education of gifted students* (pp. 181-194), Rotterdam: Sense Publishers.

Green, S. B., & Salkind, N. J. (2005). *Using SPSS for windows and macintosh: Analyzing and understanding data* (4th ed.). NJ: Pearson Prentice Hall.

Güçyeter Ş., & Kurtoğlu M. (2009). *Üstün yetenekliler ile ilgili Türkiye'de yapılan araştırmalar.* Üstün Yetenekli Çocuklar II. Ulusal Kongresi'nde sunulan bildiri. Anadolu Üniversitesi, Eskişehir.

Güçyeter, Ş. (2013). *Pre-service primary school and math teachers' perceptions of mathematically gifted and talented students characteristics.* Paper presented in 3rd International Conference on Talent Development & Excellence, Antalya, Turkey

Güçyeter, Ş. (2014). *Ortaokul matematik öğretmenleri ve sınıf öğretmenlerinin matematikte üstün zekalı ve yetenekli öğrenci özelliklerine yönelik algılarının incelenmesi*. 1. Avrasya Eğitim Araştırmaları Kongresi'nde sunulan bildiri. İstanbul, Türkiye.

Gürpınar, N. (2006). *Bilişsel Değerlendirme Sistemi'nin (CAS) 8 yaş grubu için ön norm çalışması ve üstün zekalı ve yetenekli öğrencilerin bilişsel değerlendirilmesi.* Yayınlanmamış yüksek lisans tezi, İstanbul Üniversitesi, İstanbul.

Gürsakal, S. (2012). PISA 2009 öğrenci başarı düzeylerini etkileyen faktörlerin değerlendirilmesi. *Süleyman Demirel Üniversitesi İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi Dergisi, 17*(1), 441-452.

Güven, Y. (1997). *Erken Matematik Yeteneği Testi-2'nin geçerlik, güvenirlik, norm çalışması ve sosyo-kültürel faktörlerin matematik yeteneğine etkisinin incelenmesi.* Yayınlanmamış doktora tezi, Marmara Üniversitesi, İstanbul.

Güven, Y. (2001). Sezgisel yetenek testinin geliştirilmesi. *Türk Psikolojik Danışma ve Rehberlik Dergisi 2*(15). 23-28

Güven, Y., & Oktay, A. (1999). Erken Matematik Yeteneği Testi-2'nin Türkiye uyarlaması: Geçerlik, güvenirlik ve norm çalışması. *Marmara Üniversitesi Atatürk Eğitim Fakültesi Eğitim Bilimleri Dergisi,* 11, 163-182.

Hardy, G. H. (1999). *Bir matematikçinin savunması* (Çev. N. Arık). Ankara: TÜBİTAK Popüler Bilim Kitapları.

Hasemann, K. (1981). On difficulties with fractions. *Educational Studies in Mathematics, 12*(1), 71-87.

Hooper, D., Coughlan, J., & Mullen, M. R. (2008). Structural equation modeling: Guidelines for determining model fit. *Electronic Journal of Business Research Methods, 6* (1), 53-60.

Hopkins, K. D., Stanley, J. C., & Hopkins B. R. (1990). *Educational and psychological measurement and evaluation* (7th ed.). Needham Heights, MA: Ally and Bacon.

Hürsever, A. M. (2007). *Kaufman Kısa Zeka Testi 7-8 yaş çocukları üzerinde geçerlik, güvenirlik ve ön norm çalışmaları*. Yayınlanmamış yüksek lisans tezi, İstanbul Üniversitesi, İstanbul.

Işık, C. (2011). İlköğretim matematik öğretmeni adaylarının kesirlerde çarpma ve bölmeye yönelik kurdukları problemlerin kavramsal analizi. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi,* 41, 231-243.

ITEMAN User Manual. (t.y.). Retrieved September 30, 2014 from http://elisa1.ugm.ac.id/files/wahyu_psy/wRfrXVJe/ITEMAN%20Manual.pdf

Kaplan, A. (2008) *Raven Standart İlerleyen Matrisler PLUS Testi'nin 10-11 yaş çocukları üzerinde geçerlik güvenirlik ön norm çalışmalarına göre üstün zekalı olan ve olmayan öğrencilerin mantıksal düşünme yeteneklerinin karşılaştırılması.* Yayınlanmamış yüksek lisans tezi, İstanbul Üniversitesi, İstanbul.

Karasar, N. (2005). *Bilimsel araştırma yöntemi* (15. baskı). Ankara: Nobel Yayınları.

Keating, D. P., & Stanley, J. C. (1973). *Discovering quantitative precocity*. Presented at AREA, New Orleans.

Kim, H. Cho, S., & Ahn, D. (2003). Development of mathematical creative problem solvingability test for identification of the gifted in math. *Gifted Education International,* 18, 164-174. doi:10.1177/026142940301800206

King, J. (2006). *Matematik sanatı* (Çev. N. Arık), Ankara: Tübitak Yayınları.

Kissane, B. V. (1986). Selection of mathematically talented students. *Educational Studies in Mathematics, 17*(3), 221-241.

Kline, R. B. (2005). *Principles and practice of structural equation modeling* (2nd ed.). NY: Guilford Press.

Krutetskii, V. A. (1976). *The Psychology of Mathematical Abilities in Schoolchildren* (J. Kilpatrick & I. Wirszup, Eds.). (J. Teller, Trans.). Chigo: University of Chicago Press.

Kurt, E. (2008). *Raven SPM Plus testi 5.5-6.5 yaş geçerlik, güvenirlik, ön norm çalışmalarına göre üstün zekalı olan ve olmayan öğrencilerin erken matematik yeteneklerinin karşılaştırılması.* Yayınlanmamış Yüksek lisans tezi, İstanbul Üniversitesi, İstanbul.

Leikin, R. (2009). Bridging research and theory in mathematics education with research and theory in creativity and giftedness. In. R. Leikin, A. Berman, & B. Koichu (Eds.), *Creativity in mathematics and education of gifted students* (pp. 385-411). Rotterdam: Sense Publishers.

Leikin, R., Koichu, B., & Berman, A. (2009). Mathematical giftedness as a quality of problem solving acts. In. R. Leikin, A. Berman, & B. Koichu (Eds.), *Creativity in mathematics and education of gifted students* (pp. 115-127). Rotterdam: Sense Publishers.

Livne, N. (2001). G*iftedness in mathematics as a bidimensional phenomenon: Theoretical definition and psychometric assessment of levels of academic ability and levels of creative ability in mathematics.* Unpublished doctoral dissertation. Tel Aviv University, Israel.

Livne, N. L., & Milgram, R. M. (2006). Academic versus creative abilities in mathematics: Two components the same construct? *Creative Research Journal, 18* (2), 192-212.

Lupkowski-Shoplik, A. E., & Assouline S. G. (1993). Identifying mathematically talented elementary students: Using the lower level of the SSAT. *Gifted Child Quarterly*, *37*(3). 118-123. doi:10.1177/001698629303700304.

Mandacı Şahin, S. (2007). *8. Sınıf öğrencilerinin matematik gücünün belirlenmesi.* Yayınlanmamış doktora tezi, Karadeniz Teknik Üniversitesi, Trabzon.

Mann, E. (2008). Parental perception of mathematical talent. *Soc. Psychol. Edu.,*11, 43-57.

MEB. (2009). *İlköğretim matematik dersi 1-5 sınıflar öğretim programı.* Ankara: MEB Yay.

MEB. (2012). *Genelge 2012/20.*. http://www.meb.gov.tr/haberler/2012/12YillikZorunluEgitimeYonelikGenele.pdf adresinden 10.10.2014 tarihinde edinilmiştir.

MEB. (2013a). *Ek-1: Üstün yetenekli bireyler strateji ve uygulama planı 2013-2017.* http://www.tubitak.gov.tr/sites/default/files/10_ek-1_ustunyetenekliler.pdf adresinden 10.10.2014 tarihinde edinilmiştir.

MEB. (2013b). *Ortaokul matematik dersi (5, 6, 7 ve 8. Sınıflar) öğretim programı.* http://ttkb.meb.gov.tr/program2.aspx/?width=900&height=530&TB_iframe rue sayfasından 01.01.2014 tarihinde alınmıştır.

MEB. (2014). *Özel eğitimin güçlendirilmesi kapsamında standardizasyonu yapılan psikolojik ölçme araçları* [Power point slaytları]. http://www.google.com.tr/url?sa=t&rct=j&q=&esrc=s&source=webcd=1ve=0CBwQFjAA&url=http%3A%2F%2Forgm.meb.gov.tr%2meb_iys_dsyal%2F2014_12%2F15020526_yenigelitirilenlmearalapptx&ei=cbxVPGJsSvYPqg9gI&usg=AFQjCNF6uSx_QCN_aE6Ol4QCm809nwRA&sig2=fWc4TMgG52PIQpRuGr_w&bvm=bv.726900,d.d24&cad=rja adresinden 15.12.2014 tarihinde alınmıştır.

Miller, R. C. (1990). *Discovering math talent.* Retrieved from ERIC database. (ED321487).

Mills, C. J., & Barnett, L. B. (1992).The use of the Secondary School Admission Test (SSAT) to identify academically talented elementary school students. *Gifted Child Quarterly, 36* (3), 155-159.

Milgram, R. J. (2007). What is mathematical proficiency? In A. H. Schoenfeld (Ed.), *Assessing mathematical proficiency* (pp. 31-58). Cambridge, UK: Cambridge University Press.

Mindrila, D. (2010). Maximum likelihood (ML) and diagonally weighted least squares (DWLS) estimation procedures: a comparison of estimation bias with ordinal and multivariate non-normal data. *International Journal of Digital Society, 1*(1), 60-66.

Monette, D., Sullivan, T., & DeJong, C. (1990). *Applied social research: Tool for the human services.* U. S. A.: Harcourt Brace Jovanovich College Publishers.

Napoles Valdes, J. E. (2012). Some reflections on mathematics and mathematicians. Simple questions, complex answers. *The Mathematic Enthusiast (TME), 19* (1&2), 221-232.

NCTM (1989). *Evaluation: Standart 4- Mathematical power.* http://www.fayar.net/east/Teacher.web/Math/Standards/Previous/CurrEvStd evals4.htm adresinden 10.10.2014 tarihine alınmıştır.

Niederer, K. Irwin, R. J. Irwin, K. C., & Reilly, I. L. (2003). Identification of mathematically gifted children in New Zealand. *High Ability Studies, 14* (1), 71-84.

Oğurlu, Ü. (2007). *Bilişsel Değerlendirme Sistemi'nin (CAS) 12 yaş grubu için geçerlik, güvenirlik ve ön norm çalışması ile üstün zekalı ve yetenekli çocukların normal yaşıtlarıyla karşılaştırılması*. Yayınlanmamış yüksek lisans tezi, İstanbul Üniversitesi, İstanbul.

Osborn, H. (1983). The assessment of mathematical abilities. *Educational Research, 25*(1), 28-40. doi:10.1080/0013188830250104

Özyaprak, M. (2006). *Zihinsel güçleri ve yeterlilikleri gözlem yoluyla keşfetme testinin uzamsal-analitik boyutunun A-2 ve A-3 formlarının geçerlik ve güvenilirlik çalışmaları.* Yayınlanmamış yüksek lisans tezi, İstanbul Üniversitesi, İstanbul.

Özsoy, S., & Özsoy, G. (2013). Eğitim araştırmalarında etki büyüklüğü raporlanması. *İlköğretim Online, 12* (2), 334-346.

Paek, P., Holland, P. W., & Suppes, P. (1999). Development and analysis of a mathematics aptitude test for gifted elementary school students. *School Science and Mathematics, 99* (6), 338-347. doi:10.1111/j.1949-8594.1999.tb17493.x

Pavlekovic, M., Bensic, M., & Zekic-Susac, M. (2010). Modeling children's mathematical gift by neural networks and logistic regression. *Expert Systems with Applications*, 37, 7167-7173.

Pallant, J. (2007). *SPSS survival manual: A step by step guide to data analysis using SPSS* (3rd ed.). Berkshire: McGraw-Hill International.

Peker, M., & Mirasyedioğlu, Ş. (2003). Lise 2. sınıf öğrencilerinin matematik dersine yönelik tutumları ve başarıları arasındaki ilişki. *Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, *14*, 157-166.

PISA. (2003) *PISA 2003 projesi ulusal nihai rapor*. http://pisa.meb.gov.tr/wp content/uploads/2013/07/PISA-2003-Ulusal-Nihai-Rapor.pdf adresinden 10.10.2014 tarihinde alınmıştır.

PISA. (2011) *PISA Türkiye 2011* .http://pisa.meb.gov.tr/wp content/uploads/2013/07/PISA kitab%C4%B1.pdf adresinden 10.10.2014 tarihinde alınmıştır.

Polya, G. (1954). *Induction and analogy in mathematics: Volume I of mathematics and plausible reasoning.* Princeton, NJ: Princeton University Press.

Polya, G. (1973). *How to solve it* (2nd ed.), NJ: Princeton University Press.

Poincare, H. (1905). *Science and hypothesis* (W. J. G. Trans.). NY: Walter Scott Publishing Company.

Poincare, H. (1907). *The value of science* (G. B. Halsted Trans.). NY: The Science Press.

Poincare, H. (1986). *Bilim ve metot* (Çev. H. R. Atademir & S. Ölçen). İstanbul: Milli Eğitim Basımevi.

Pitta-Pantazi, D., Christou, C., Kontoyianni, K., & Kattou, M. (2011). A model of mathematical giftedness: Integrating natural, creative, and mathematical ability. *Canadian Journal of Science, Mathematics and Technology Education, 11*(1), 39-54. doi:10.1080/14926156.2011.548900

Reichel, H. C. (1997). Identifying and promoting mathematically gifted pupils and students (12-20 years). *High Ability Studies*, *8*(2), 223-232.

Russell, B. (2010). *Principles of mathematics.* Abingdon, Oxon: Routledge.

Sak, U. (2005).M3: The three-mathematical minds model for the identification of mathematically gifted students (Order No. 3162062). Available from ProQuest Dissertations & Theses Global. (305022984). Retrieved from http://search.proquest.com/docview/305022984?accountid=11637

Sak, U. (2009). Test of the three-mathematical minds (M3) for the identification of mathematically gifted students. *Roeper Review,* 31, 53-67.

Sak, U. (2010). *Üstün zekalılar özellikleri, tanılanmaları, eğitimleri*. Ankara: Maya Akademi.

Sak, U., Karabacak, F., Kılıç, A., & Öksüz, C. (2010). *MBE3: Üstün zekalı öğrencilerin tanılanmasında ve eğitimlerinde üçlü matematiksel ve bilimsel tanılama ve öğretim yetenek modeli.* Proje no:107K059. http://www.tuzyeksav.org.tr/Uploads/pdf/proje-mbe3-ustun-zekali ogrencilerin-tanilanmasinda-veegitimlerinde-uclu-matematiksel-ve-bilimsel tanilama-ve-ogretimyetenek-modeli-tubitak.-1-255-tubitak-sobag proje;107k059.pdf adresinden alınmıştır.

Sak, U., Karabacak, F., Türkan, Y., Şengil, Ş., Akar, İ., Demirel, Ş., & Güçyeter, Ş. (2009). *Matematik Yetenek Testi: Gelişimi ve psikometrik özellikleri.* Türkiye Üstün Yetenekli Çocuklar II. Ulusal Kongresi'nde sunulan bildiri. Anadolu Üniversitesi, Özel Eğitim Bölümü, Eskişehir.

Sak, U., & Maker, C. J. (2006). Developmental variation in children's creative mathematical thinking as a function of schooling, age, and knowledge. *Creativity Research Journal, 18*(3), 279-291.

Savaşan, G. (2006). *Kaufman Kısa Zeka Testi (Kaufman Brief Intelligence Test-K BIT) 9-10 yaş çocukları üzerinde geçerlik, güvenirlik ve ön norm çalışmaları.* Yayınlanmamış yüksek lisans tezi, İstanbul Üniversitesi, İstanbul.

Schumacker, R. E., & Beyerlein, S. T. (2000). Confirmatory factor analysis with different correlation types and estimation methods. *Structural Equation Modeling, 7*(4), 629-636.

Schoenfeld, A. H. (2007). What is mathematical proficiency and how can it be assessed? In A. H. Schoenfeld (Ed.), *Assessing mathematical proficiency* (pp. 59-73). Cambridge, UK: Cambridge University Press.

Sheffield, L. J. (1994). *The development of gifted and talented mathematics studentds and the National Council of Teachers of Mathematics Standards.* (Report No.RBDM 9404). Storrs: National Research Center on the Gifted and Talented, University of Connecticut. (ERIC Document Reproduction Service No. ED388011).

Sheffield, L. J. (2003). Development of mathematical promise. In S. Pfeiffer & L. Limburg-Weber (Eds.), *Early gifts: Recognizing and nurturing children's talents* (pp. 59-81). Waco, TX: Prufrock Press.

Silver, E. A. (1997). Fostering creativity through instruction rich in mathematical problem solving and problem posing. *International Reviews on Mathematical Education, 29* (3), 75-80.

Sipahi, B., Yurtkoru, E. S. & Çinko, M. (2010). *Sosyal bilimlerde SPSS'le veri analizi.* İstanbul; Beta.

Sönmez, V., & Alacapınar, F. G. (2013). *Örneklendirilmiş bilimsel araştırma yöntemleri* (2. baskı). Ankara: Anı Yayıncılık.

Sriraman, B. (2005). Are Mathematical Giftedness and Mathematical Creativity Synonyms? A theoretical analysis of constructs. *Journal of Secondary Gifted Education, 17*(1), 20-36.

Sriraman, B. (2009a). Mathematically precocious. B. A. Kerr (Ed.), *Encyclopedia of giftedness, creativity and talent* (pp. 547-550).Thousand Oaks, CA: Sage Publications.

Sriraman, B. (2009b). Mathematical intelligence. In B. A. Kerr (Ed.), *Encyclopedia of giftedness, creativity and talent* (pp. 544-547). Thousand Oaks, CA: Sage Publications.

Stanley, J. C. (1996). In the beginning the study of mathematically precocious youth. In C. P. Benbow, & D. Lubinski (Eds.), *Intellectual talent: Psychometric and social issues* (pp. 225-235). Baltimore: The John Hopkins University Press.

Sowell, E. J., Zeigler, A. J., Bergwall, L., & Cartwright, R. M. (1990). Identification and description of mathematically gifted students: A review of empirical research. *Gifted Child Quarterly, 34,* 147-154.

Sternberg, R. J. (2000). Patterns of giftedness: A triarchic analysis. *Roeper Review,* 22, 231-235.

Sternberg, R. J., & Zhang, L. (1995). What do we mean by giftedness? A pentagonal implicit theory. *Gifted Child Quarterly, 39* (2), 88-94.

Suveren, S. (2006). *Anasınıfına devam eden çocuklar arasından üstün yetenekli olanların belirlenmesi*. Yayınlanmamış yüksek lisans tezi, Abant İzzet Baysal Üniversitesi, Bolu.

Sümer, N. (2000). Yapısal eşitlik modelleri: Temel kavramlar ve örnek uygulamalar. *Türk Psikoloji Yazıları, 3* (6), 49-74.

Şenel, F. (2006). *Bilişsel Değerlendirme Sistemi'nin (CAS) 9 yaş grubu için ön norm çalışması ve üstün zekalı ve yeteneklilerin bilişsel değerlendirilmesi*. Yayınlanmamış yüksek lisans tezi, İstanbul Üniversitesi, İstanbul.

Şengil Akar, Ş. (2009). *İlköğretim 6. ve 7. sınıf öğrencilerine yönelik Matematik Yetenek Testi'nin kapsam geçerliği.* Yayınlanmamış yüksek lisans tezi, Anadolu Üniversitesi, Eskişehir.

Şişman, M., Acat, M. B., Aypay, A., & Karadağ, E. (2011). *TIMSS 2007 Ulusal matematik ve fen raporu 8. sınıflar.* Ankara: Hermes offset.

Tabachnick, B. G., Fidell, L. S. (2013). *Using multivariate statistics* (6th ed.). Boston: Pearson.

TIMSS. (2003). *TIMSS 1999 Üçüncü Uluslar Arası Matematik ve Fen Bilgisi Çalışması Ulusal Rapor.* http://timss.meb.gov.tr/wp content/uploads/timss_1999_ulusal_raporu.pdf adresinden 20.09.2014'te alınmıştır.

TBMM. (2012). Ü*stün yetenekli çocukların keşfi, eğitimleriyle ilgili sorunların tespiti ve ülkemizin gelişimine katkı sağlayacak etkin istihdamlarının sağlanması amacıyla kurulan meclis araştırma komisyonu raporu. Dönem: 24, Yasama yılı :3 (s. sayısı: 427).* http://www.tbmm.gov.tr/sirasayi/donem24/yil01/ss427.pdf adresinden 10.10.2014 tarihinde edinilmiştir.

TIMSS. (2011). *TIMSS 2011 Mathematics framework.* Retrieved 20 May 2011 from http://timss.bc.edu/timss2011/downloads/TIMSS2011_Frameworks Chapter1.pdf

TOMAGS. (2011). *Overview of the TOMAGS.* Retrieved 10 May 2011, from http://www.prufrock.com/client/client_scans/CH01-TOMAGS.pdf

Tu, P-L. (2007). Percentile and percentile rank. In N. J. Salkind (Ed.), *Encyclopedia of measurement statistics* (Vol. 2, pp. 755-756). Sage Publications.

Tuna, C. (2010). *Raven'in ilerleyen Matrisler Plus Testinin 14-15 yaş çocukları üzerinde geçerlik, güvenirlik ve ön norm çalışmalarına göre üstün olan ve üstün olmayan öğrencilerin duygusal zeka düzeylerinin karşılaştırılması*. Yayınlanmamış yüksek lisans tezi, İstanbul Üniversitesi, İstanbul.

Tunalı, S. (2007). *Somut işlemsel dönemdeki üstün ve normal zekalı çocukların somut düşünme yeteneklerinin incelenmesi ve Raven Standart İlerleyen Matrisler Testi'nin 8-9 yaş çocukları üzerinde geçerlilik, güvenilirlik, ön norm çalışması.* Yayınlanmamış yüksek lisans tezi, İstanbul Üniversitesi, İstanbul.

Türkan, Y. (2010). *Matematiksel Üretkenlik Testi (MÜT)'nin ilköğretim 6. 7. ve 8. sınıflar düzeyinde psikometrik özelliklerinin incelenmesi.* Yayınlanmamış yüksek lisans tezi, Anadolu Üniversitesi, Eskişehir.

Tversky, A. (1977). Features of similarity. *Psychological Review, 84* (4). 327-352.

Umay, A. (2002). Öteki matematik. *Hacettepe Eğitim Fakültesi Dergisi.* 23, 275 281.

Usiskin, Z. (1999). The mathematically promising and the mathematically gifted. In L. J. Sheffield (Ed.). *Developing mathematically promising students* (pp. 57 70). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Usiskin, Z., (2000). The development into the mathematically talented. *Journal of Secondary Gifted Education, 11* (3), 152-162.

Uzunhasanoğlu, A . (2008). *Bilişsel Değerlendirme Sistemi (CAS)'nin 14 yaş grubu için ön norm çalışması ve akademik başarının bilişsel işlemlerle ilişkisi.* Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, İstanbul Üniversitesi, İstanbul.

Vilkomir, T., & O'Donoghue, J. (2009). Using components of mathematical ability for initial development and identification of mathematically promising students. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology, 40* (2), 183-199.

Yakmacı Güzel, B. (2002). *Üstün yeteneklilerin belirlenmesinde yardımcı yeni bir yaklaşım: Dabrowski`nin aşırı duyarlılık alanları*. Yayınlanmamış doktora tezi, İstanbul Üniversitesi, İstanbul.

Yıldırım, C. (2008a). *Matematiksel düşünme* (2. basım). İstanbul: Remzi Kitabevi.

Yıldırım, C. (2008b). *Bilimsel düşünme yöntemi* (2. basım). İstanbul: İmge Kitabevi Yayınları.

Yıldırım, H. H., Yıldırım, S., Ceylan, E., & Yetişir, M. İ. (2013, Mayıs). Türkiye perspektifinden TIMSS 2011 sonuçları. Türk Eğitim Derneği Tedmem Analiz Dizisi I, Ankara.

Yılmaz, N. (2008). *Bilişsel Değerlendirme Sistemi'nin (CAS) 13 yaş grubu için ön norm çalışması ve akademik başarılarının değerlendirilmesi.* Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, İstanbul Üniversitesi, İstanbul.

Yonus, A. (2007). *Kaufman Kısa Zeka Testi (Kaufman Brief Intelligence Test- K BIT) 15-16 yaş çocukları üzerinde geçerlik, güvenirlik ve ön norm çalışmaları.* Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, İstanbul Üniversitesi, İstanbul.

Yücel, C., Karadağ, E., & Turan, S. (2013, Şubat). TIMSS 2011 ulusal ön değerlendirme raporu. Eskişehir Osmangazi Üniversitesi Eğitim Fakültesi Eğitimde Politika Analizi Raporlar Serisi I, Eskişehir.

Wilmott, B. A. (1983). The design, administration and analysis of an instrument which identifies mathematically gifted students in grade four, five and six. (Order No. 8324673, University of Illinois at Urbana-Champaign). ProQuest Dissertations and Theses, Retrieved from http://search.proquest.com/docview/303163539?accountid=11637

Wieczerkowski, W., Cropley, A. J., & Prado, T. M. (2000). Nurturing talents/gifts in mathematics. In K. A. Heller, F. J. Mönks, R. J. Sternber, & R. F. Subotnik (Eds.). *International handbook of giftedness and talent* (pp. 413-425). NY: Elsevier.