T.C.
GAZİANTEP ÜNİVERSİTESİ
EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
İLKÖĞRETİM ANABİLİM DALI

ÖĞRENCİLERİN PROBLEM ÇÖZME VE KURMA SÜREÇLERİNDEKİ MATEMATİKSEL DÜŞÜNMELERİNİN İNCELENMESİ

YÜKSEK LİSANS TEZİ

GÜLNUR KARSLIGİL ERGİN

Tez Danışmanı: Doç. Dr. Ali BOZKURT

GAZİANTEP
TEMMUZ 2015

T.C.
GAZİANTEP ÜNİVERSİTESİ
EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
İLKÖĞRETİM ANABİLİM DALI

ÖĞRENCİLERİN PROBLEM ÇÖZME VE KURMA SÜREÇLERİNDEKİ MATEMATİKSEL DÜŞÜNMELERİNİN İNCELENMESİ

GÜLNUR KARSLIGİL ERGİN

Tez savunma Tarihi: 03 / 06 / 2015

Eğitim Bilimleri Enstitüsü Onayı

Doç. Dr. Mehmet Fatih ÖZMANTAR
Enstitü Müdürü

Bu tezin Yüksek Lisans tezi olarak gerekli şartları sağladığını onaylarım.

Doç. Dr. Mehmet Fatih ÖZMANTAR
Enstitü ABD Başkanı

Bu tez tarafımca okunmuş, kapsamı ve niteliği açısından bir Yüksek Lisans tezi olarak kabul edilmiştir.

Doç. Dr. Ali BOZKURT
Tez Danışmanı

Bu tez tarafımızca okunmuş, kapsam ve niteliği açısından bir Yüksek Lisans tezi olarak kabul edilmiştir.

Jüri Üyeleri: İmzası

Doç. Dr. Ali BOZKURT ....

Doç. Dr. Yusuf KOÇ ....

Yrd. Doç. Dr. İrfan DELİ ....

ÖZET

ÖĞRENCİLERİN PROBLEM ÇÖZME VE KURMA SÜREÇLERİNDEKİ MATEMATİKSEL DÜŞÜNMELERİNİN İNCELENMESİ

KARSLIGİL ERGİN, Gülnur
Yüksek lisans tezi, İlköğretim ABD
Tez Danışmanı: Doç. Dr. Ali BOZKURT
Temmuz 2015,65 sayfa

Bu tezde öğrencilerin problem çözme ve kurma süreçlerindeki matematiksel düşünmeleri incelenmiştir. Bu kapsamda katılımcılara üç problem çözme, bir tane de problem kurma sorusundan oluşan bir veri toplama formu uygulanmış ve çözümler incelenmiştir. Araştırmanın örneklemini 150'si ilkokul 4. sınıf, 150'si ortaokul 5. sınıf ve 150'si ise ortaokul 6. sınıf olmak üzere toplam 450 öğrenci oluşturmaktadır. Veriler nitel olarak analiz edilmiştir. Araştırmanın bulgularına göre katılımcıların büyük çoğunluğunun çözüm stratejilerini doğru belirleme ve problemi çözme konusunda yeterli olmadıkları görülmüştür. Bu çalışmanın bulgularında göze çarpan diğer bir durum ise sınıf seviyesinin artmasıyla problem kurma ve problem çözme konusunda yeterliğin artmasıdır.

Anahtar kelimeler: Problem çözme, problem kurma, matematiksel düşünme, çözüm stratejileri, çözüm temsilleri

ABSTRACT

STUDENTS' MATHEMATICAL THINKING IN PROBLEM SOLVING AND PROBLEM POSING

KARSLIGİL ERGİN, Gülnur

M. A. Thesis, Department Of Primary Education

Supervisor: Assoc. Prof. Dr. Ali BOZKURT

June 2015,65 pages

In this thesis, student's mathematical thinking in problem solving and problem posing have been studied. In this context, a data collection form has been applied to participants including three problem solving and one problem posing question and solutions have been investigated. The sample of the study has been formed by totaling 450 students including 150 4^{th}, 150 5^{th} and 150 6^{th} graders. Data were analyzed qualitative method. According to the findings of the study; the majority of participants observed were not enough to determine the correct solution strategy and problem solving. The findings of this study in conspicuous gratifying situation are increased problem solving and problem posing qualifications with increasing grade level.

Key Words: Problem Solving, problem posing, Mathematical Thinking, Solution strategies, Solution representations

ÖNSÖZ

Bu tez çalışmasında 4, 5 ve 6. sınıf öğrencilerin problem çözmede ve problem kurma süreçlerindeki matematiksel düşünmelerini incelenmiştir. Yüksek lisans süresince ve bu çalışmanın ortaya konabilmesi için bilgi ve deneyimleri ile yol göstererek sabırla rehberlik eden danışmanım Doç. Dr. Ali BOZKURT'a saygı ve teşekkürlerimi sunarım.

Ayrıca tez çalışmamı süresince her zaman yanımda olduğunu hissettiren eşime, çoğu zaman vaktinden çaldığım canım oğluma ve her türlü desteği sağlayan anne ve babama teşekkür ederim.

İÇİNDEKİLER

ÖZET..İ
ABSTRACT .... İİİ
ÖNSÖZ...İV
İÇİNDEKİLER ....İV
TABLOLAR LİSTESİ 1
ŞEKİLLER LİSTESİ 3
SEMBOLLER VE KISALTMALAR 4
BİRİNCİ BÖLÜM.. 5
GİRİŞ 5
1.1. ARAŞTIRMANIN AMACI 5
1.2.PROBLEM CÜMLESİ 6
1.3.ARAŞTIRMANIN ÖNEMİ 6
1.4.ARAŞTIRMANIN VARSAYIMLARI 6
1.5. ARAŞTIRMANIN SINIRLILIKLARI 7
İKİNCİ BÖLÜM 8
KAYNAK ÖZETİ 8
2.1. PROBLEM ÇÖZME 8
2.1. PROBLEM KURMA 12
2.2. ÇÖZÜM TEMSİLLERİ 13
2.3. İLGİLİ ARAŞTIRMALAR 16
ÜÇÜNCÜ BÖLÜM 20
YÖNTEM.. 20
3.1. ARAŞTIRMA MODELİ 20
3.2. ARAŞTIRMANIN ÖRNEKLEMİ 20
3.3. VERİ TOPLAMA ARACI 21
3.4. VERİ TOPLAMA SÜRECİ 23

3.5. VERİ ANALİZ YÖNTEMİ **23**
3.5.1. Ortalama şapka problemi 24
3.5.2 Pizza oran problemi 27
3.5.3 Tek sayı dizi problemi 30
3.5.4 Problem kurma sorusu 32
DÖRDÜNCÜ BÖLÜM **36**
BULGULAR VE TARTIŞMA **36**
4.1.BULGULAR **36**
4.1.1. Ortalama şapka problemine ilişkin bulgular 36
4.1.2 Pizza oran problemine ilişkin bulgular 38
4.1.3 Tek Sayı Dizisi Problemine İlişkin Bulgular 40
4.1.4 Problem kurma Sorusuna İlişkin Bulgular 42
4.2. TARTIŞMA **47**
SONUÇ VE ÖNERİLER **53**
KAYNAKLAR **55**
EKLER **60**

TABLOLAR LİSTESİ

Tablo 1. Problem çözme aşamalarına göre beklenen kritik davranışlar 9
Tablo 3.2. 1Katılımcıların okul türüne ve cinsiyete göre dağılımı 20
Tablo 3.5.1. 1.Ortalama Şapka Probleminin çözümlerindeki hata tipleri ve örnek cevaplar 25
Tablo 3.5.1. 2.Ortalama Şapka Problemi çözüm stratejileri ve gösterimleri ve örnek cevaplar 26
Tablo 3.5.1. 3.Ortalama şapka problemi gösterim türleri ve örnekler cevaplar......... 27
....
Tablo 3.5.2. 1. pizza oran problemi cevapların sınıflandırılması ve örnek cevaplar . 27
Tablo 3.5.2. 2.Pizza oran problemi doğru cevap türleri ve örnek cevaplar 28
Tablo 3.5.2. 3.Pizza oran problemi çözüm temsilleri ve örnek cevaplar 29
Tablo 3.5.3. 1.Tek sayı dizisi problemi A seçeneği çözüm stratejileri ve örnek yanıtlar.. 30
Tablo 3.5.3. 2.Tek sayı dizisi problemi B seçeneği çözüm stratejileri ve örnek yanıtlar.. 31
Tablo 3.5.3. 3Tek sayı dizisi problemi C seçeneği çözüm stratejileri ve örnek yanıtlar 31
Tablo 3.5.4. 1.Problem oluşturma sorusu analizleri ve örnek cevaplar 33
Tablo 3.5.4. 2.Problem oluşturma sorusu zorluk derecesi analizleri ve örnek cevaplar 34
Tablo 4.1.1. 1.Ortalama şapka probleminin çözümlerindeki hata tiplerinin frekanslarının yüzdeleri.. 36
Tablo 4.1.1. 2.Ortalama şapka problemi doğru cevapların çözüm stratejileri frekans yüzdeleri tablosu 37
Tablo 4.1.1. 3.Ortalama şapka problemi doğru cevapların gösterim türleri frekans yüzdeleri tablosu 37
Tablo 4.1.2. 1.Pizza oran problemi cevapların sınıflandırılması frekans tablosu 38
Tablo 4.1.2. 2.Pizza oran problemi doğru cevap tipleri frekans yüzdeleri tablosu 39
Tablo 4.1.3. 1Pizza oran problemi temsilleri frekans yüzdeleri tablosu 39
Tablo 4.1.3. 2tek sayı dizisi problemi A seçeneği çözümlerinin değerlendirilmesi frekans tablosu 40

Tablo 4.1.3. 3tek sayı dizisi problemi B seçeneği çözümlerinin değerlendirilmesi frekans yüzdeleri tablosu... 41
Tablo 4.1.3. 4Tek sayı dizisi problemi C seçeneği çözümlerinin değerlendirilmesi frekans yüzdeleri tablosu... 41
Tablo 4.1.4. 1.Problem yazma sorusu kolay problem analizi frekans yüzdeleri tablosu 42
Tablo 4.1.4. 2Problem yazma sorusu orta problem analiz frekans yüzdeleri tablosu 43
Tablo 4.1.4. 3. Problem yazma sorusu zor problem analiz frekans yüzdeleri tablosu44
Tablo 4.1.4. 4. Problem kurma sorusu zorluk seviyesindeki ilerleme analizi frekans yüzdeleri 46

ŞEKİLLER LİSTESİ

Şekil 1.Grafiksel temsil örneği 14
Şekil 2. Sözel temsil örneği 14
Şekil 3. Cebirsel temsil örneği 15

SEMBOLLER VE KISALTMALAR

MEB : Milli Eğitim Bakanlığı

NCTM: National Council of Teachers of Mathematics

BİRİNCİ BÖLÜM
GİRİŞ

Matematik öğretim programlarının temel becerilerden birisi problem çözmedir (MEB, 2013). İnsanları, problemlerin çözümüne götüren bu davranış, hem gündelik hayatta hem de tüm bilim dallarında kullanılmaktadır (Özsoy, 2005). Bu nedenle problem çözmede başarının arttırılmasına dair birçok çalışma yapılmaktadır (Bozkurt, Özmantar, Bingolbali ve Oğraş, 2011; Fai, 2005; Folmer, 2000; Kai ve Joseph, 2010; Kılıç ve Samancı 2005).

Problem, hazır ve anlık çözümünü bilmediğimiz herhangi bir durum iken, çözüm farklı fikirler veya olası çözümler arasında seçim yapmak eylemidir (Ramsey,1989). Etkili problem çözme problemin doğru tanımlanması, ilgili bilgilerin toplanması, çözüm seçeneklerinin belirlenmesi ve en uygun olan seçeneğin seçilerek uygulanması ile gerçekleşmektedir (Kuzgun 1992). Yani; karşılaşılan herhangi bir problemde olası çözümler arasından bir tanesi seçilerek uygulamaya gidilir. Lester (1994), problem çözmenin basit işlemleri hatırlama veya iyi öğrenilmiş süreçlerin uygulamasından daha fazlasını içerdiğini, matematik problemlerini çözme becerisinin çok uzun bir süre içerisinde yavaş bir biçimde geliştiğini belirtmektedir.

Problem çözmenin yanında problem kurma da, matematiğin önemli bir bileşeni olarak kabul edilmekte ve matematik eğitiminin merkezinde yer almaktadır (Crespo, 2003; English, 1998; MEB, 2013; NCTM, 2000). Problem kurma, problem çözme becerisine katkı yapmanın yanında öğrencilerin kavramsal öğrenmelerini, tutumlarını ve düşünme biçimlerini de görmeye imkan tanıması yönünden önemli bir ölçme aracı olarak da kullanılabilir (Lowrie, 2002).

1.1. ARAŞTIRMANIN AMACI

Bu çalışmanın amacı, 4, 5 ve 6. sınıf öğrencilerin problem çözmede ve problem oluşturmada matematiksel düşünmelerini incelemektir.

1.2.PROBLEM CÜMLESİ

Bu çalışmanın problem cümlesi şu şekilde ifade edilmiştir:

4, 5 ve 6. sınıf öğrencilerinin problem çözmede ve problem oluşturmada matematiksel düşünmeleri nasıldır?

Çalışmanın problemine cevap bulabilmek için aşağıdaki alt sorular oluşturulmuş ve incelenmiştir.

1. Öğrencilerin problem çözme başarıları nedir?
2. Öğrenciler problem çözerken ne tür stratejiler kullanmaktadırlar?
3. Öğrencilerin problem çözerken kullandıkları çözüm temsilleri nelerdir?
4. Problem çözme performansları, çözüm stratejileri ve çözüm temsilleri arasında sınıf seviyelerine göre farklılık var mıdır?

1.3.ARAŞTIRMANIN ÖNEMİ

Matematik dersinde problem çözme başarısını arttırabilmek için ilk önce düşünme ve çözüm yollarını incelemek gerekmektedir. Öğrencilerinin düşünme tarzlarının öğretmenleri tarafından bilinmesi sınıfta yapılan uygulamalarını ve sonucunda da öğrenmelerini büyük oranda etkiler (Bozkurt, 2012; Fennema ve Franke, 1992; Gardner,1999; Wittrock, 1986). 4, 5 ve 6. sınıf öğrencilerinin aynı soru tiplerine verdikleri cevaplardaki farklılıklar, çözüm temsilleri ve gösterim türlerindeki değişiklikler öğrencilerin bilişsel düzeyleri arasındaki farklılıkları gösterecektir.

Bu çalışma Türkiye'deki öğrencilerin problem çözme ve problem oluşturma seviyeleri ile ilgili ayrıntılı bilgi vermenin yanında aynı veri toplama aracını kullanarak Singapurlu öğrencilerin performanslarının ölçüldüğü çalışmayla (Cai,2003) karşılaştırılarak öğrencilerimizin uluslararası performansı hakkında bilgi verecektir.

1.4.ARAŞTIRMANIN VARSAYIMLARI

1. Araştırmada kullanılan ölçme aracı ölçülmek istenen bilgileri doğru olarak ölçmektedir.
2. Katılımcılar gerçek bilgilerini samimi olarak yansıtmışlardır.

1.5. ARAŞTIRMANIN SINIRLILIKLARI

Bu araştırmada kullanılan veri biri problem kurma, 3'ü problem çözmeyi gerektiren 4 sorudan oluşan testin 2014-2015 eğitim-öğretim yılı 4, 5 ve 6. sınıflarda öğrenim gören 450 öğrenciyle sınırlıdır.

İKİNCİ BÖLÜM
KAYNAK ÖZETİ

Matematik eğitimiyle genel olarak, kişiye günlük yaşamın gerektirdiği matematiksel bilgi ve becerileri kazandırılması, ona problem çözmeyi öğretme ve sorunları belli bir problem çözme yaklaşımı içinde ele alan bir düşünce biçimi kazandırılması hedeflenmektedir (Altun, 2014). Yani matematik öğretimi, sadece bir konuya dair birçok örnek çözmek ya da öğretmenin açıkladığı yöntemleri tekrar etmek değil, aynı zamanda gerçek anlamda problem çözmeye dair yöntem geliştirmek, geliştirilen yöntemleri uygulamak ve bu uygulamaların sonuca götürüp götürmediğini kontrol etmektir (Bozkurt, 2010; Van De Walle, Karp ve Bay-Williams, 2012).

2.1. PROBLEM ÇÖZME

Hayatta karşımıza çıkan her türlü aşılması gereken zorluk bir problemdir. Olkun ve Toluk (2004: 44) problemi bireyde çözme isteği uyandıran ve çözüm yolu hazırda olmayan, kişinin ancak tecrübeleri ve bilgilerini kullanarak çözebileceği durum olarak tanımlamaktadırlar. Problemlerin çoğunluğu sözel formdadır buda matematik derslerinde problem dendiğinde akla ilk olarak sözel problemleri getirmektedir. Sözel problemlerin öğrencilerde dil oluşumunda, akıl yürütmede ve matematiksel gelişimde önemli bir yeri vardır (Aydoğdu ve Olkun 2004: 27–38).

Karşımıza çıkan problemleri sonuca kavuşturmak için izlenen adımların her birinin toplamı bizi problemi çözmeye götürür. Hayatta karşısına çıkan problemleri çözebilecek kişilerin yetiştirilmesi eğitim hedeflerinin önde gelen noktalarından bir tanesidir. Herhangi bir problemi çözebilmek için öğrenciler, problemin ile ilgili kavramları ve çözüme götürecek işlemleri bir araya getirebilmeli ve doğru bir şekilde kullanabilmelidirler. Matematik derslerinin temel amaçlarından birisi öğrencilerde problem çözme becerisini geliştirmektir (Reusser ve Stebler 1997: 39–27). Problem çözme, kavram olarak ilk defa Amerikalı eğitimci John Dewey tarafından sistemleştirilmiştir (Prawat, 2000). Problem çözme kavramını Dewey, yansıtıcı düşünme kavramı, araştırma kavramı ve bilimsel yaklaşım kavramları ile yan yana kullanmıştır

Problemleri çözmek için uygulanabilecek belli bir çözüm yolu bulunmamaktadır (Santos-Trigo, 1996). Her problem için farklı bir çözüm yolu gerekir. Ancak yapılan araştırmalara göre matematiksel problemlerde sonuca ulaşmak için bazı adımlar vardır. Bu adımlar;

1- Problemin net anlaşılması
2- Problemlerdeki veriler ve istenilenlerin ilişkilerinin matematiksel olarak kurulması,
3- Çözüm için gerekli matematiksel cümlenin yazılması
4- Yapılacak işlemlerin belirlenmesi
5- İşlemlerin yapılması
6- Sonucu kontrol etme (Özsoy,2005)

Problem çözme aşamalarına dair bir başka yaklaşımı ortaya koyan Polya'ya göre matematik; bir yığın hazır bilgi değil, çocuğun arayışına açık bir problem çözme etkinliğidir. Polya'nın "*heuristics*" adını verdiği stratejiyi oluşturan dört basamak aşağıdaki şekilde gösterilmiştir (Polya, 1973):

- Problemi anlama
- Plan yapma
- Planı uygulama
- Kontrol

Polya'nınöne sürdüğü dört aşama göz önüne alınarak problem çözmedeki kritik davranışlar belirlenmiştir. Bunlar aşağıdaki şekilde özetlenebilir:

Tablo 1. Problem çözme aşamalarına göre beklenen kritik davranışlar

Aşamalar	Davranışlar
Problemin anlaşılması	-Problemde verilen ve istenenleri söyleme/ yazma. -Problemi kendi ifadesiyle söyleme/ yazma. -Probleme uygun şekil/ şema çizme.
Problemin çözümünde kullanılacak matematik cümlesi (ilişkileri kurma, çözüm için strateji	-Problemin çözümünde kullanılacak matematik cümlesini yazma. -Problemin sonucunu tahmin etme.

geliştirme)	
İşlemlerin yapılması	Problemin çözümünde kullanılacak işlemleri yapma.
Sonucun doğruluğunun kontrol edilmesi	-Problemin çözümünde başvurulan işlemlerin sağlamasını yapma. -Sonucu tahmin edilenle karşılaştırarak sonucun doğru olup olmadığını nedenleri ile söyleme/ yazma.

Bu çalışmada araştırma problemlerinden birisi de problem çözmede kullanılan stratejilerin incelenmesidir. Bir problem çözmek için uygun stratejinin seçimi, problemi anlamaya ve stratejileri tanımaya bağlıdır. Herhangi bir rutin olmayan problemin çözümü için bazen bir, bazen birkaç strateji birlikte kullanılır. Bazen de aynı problemin çözümüne farklı stratejiler uygun düşebilir (Gür, Hangül, 2015). Literatürde karşımıza çeşitli problem çözme stratejileri çıkmaktadır. Bunlardan bazıları şunlardır (Altun, 2014; Erden 2000; Baykul, 1996; Tertemiz, 1994):

Şema çizimi: Soyut olarak verilen bir problemi somutlaştırmak adına şekil veya şema çizimi stratejisinin matematiksel problemlerin çözümünde önemli bir yeri vardır. Özellikle geometri konularında çok kullanılan bir strateji olan şema çizimi veriler arasındaki ilişkileri görmek adına da kullanılabilir. Örneğin; bir kare masanın etrafında eşit aralıklarla olmak koşulu ile 8 kişi oturabiliyor. 5 tane kare masa yan yana ve aralarında boşluk kalmayacak şekilde dizildiğinde aynı aralıklarla toplam kaç kişi oturabilir? Tarzında bir sorunun çözümünü kolaylaştırmak adına şema çizimi önemlidir.

Liste hazırlamak: Rutin olmayan bazı problemlerin çözümü için bütün durumların bilinmesi gerekebilir. Örneğin; ben doğduğumda babam 28 yaşındaydı, kaç yıl sonra babamın yaşı benim yaşımın 5 katı olur? Tarzında soruların çözümü için dikkatli seçilmiş bir sıra ile liste yapmak çözümü kolaylaştırır.

Tahmin ve kontrol etmek: Bu stratejide verilen problem için istenilen cevap önce tahmin edilir daha sonra cevabın doğru olup olmadığı araştırılır. Tahmin edilen cevap doğru sonucu veriyorsa problem çözülmüştür. Sonuç veriler ile eşleşmiyor ve yanlış cevap çıkıyor ise başka bir tahmin yapılır ve aynı şekilde kontrolü yapılır. Yapılan diğer tahmine, bir önceki tahminle ilgili etkinlikler bir katkı sağlamalı ve ikinci tahmin cevaba daha yakın olmalıdır. Yani bu stratejinin gerektirdiği yapılan her tahmin tesadüfi değildir ve cevaba biraz daha yakındır. Bu stratejiye bir örnek vermek gerekirse; Ayşe 1. Gün 4 saat, 2. Gün 3 saat ders çalışmıştır. 3. Gün kaç saat ders çalışmalıdır ki 3 günde ortalama 4 saat ders çalışmış olsun? Bu tarz bir soruyu tahmin ve kontrol etme stratejisi ile çözmek için 3. Güne bir sayı tahmin edip, ortalaması hesaplanır, şayet tahmin edilen sayı ortalamayı büyütüyorsa, 3. Gün için daha az saat ile tekrar denenmesi gerekir.

Bölmek ve yönetmek: Tek bir strateji kullanarak çözülemeyen problemlerde problemi parçalara bölünüp, farklı stratejiler kullanılarak sistematik bir şekilde çözüme ulaşılabilir. Bu yönteme örnek olarak sihirli kare problemini verebiliriz; 3 satir ve 3 sütunun oluşturduğu karelerin içine 1-9 arasında sayıları öyle bir yerleştirin ki, her satirin, sütunun ve köşegenin toplamı 15 olsun. Bu sorunun çözümü için ilk olarak Şema çizilerek görsel oluşturulur. Daha sonra tahmin ve kontrol stratejisi ile sayılar gelişigüzel yerleştirilebilir. Liste hazırlayarak toplamları 15 eden bütün üç rakamlı kombinasyonları belirlemek faydalı olacaktır. Ve en son olarak tekrar tahmin ve kontrol et stratejisi yardımı ile sonuca ulaşırız.

Sondan başlamak: Öğrencilerin ters işlem diye adlandırdıkları bu stratejide başlangıç bilgileri bilinmemekte, sonuç bilinmektedir ve istenilen girişteki bilgilerdir. Bu tür problemleri çözmek için sonuçtan yola çıkarak işlemleri ters çevirmek ve başlangıç bilgilerine ulaşmak gerekir. Bu stratejiye en yaygın örnek oluşturabilecek; Hangi sayının 2 katının 5 fazlası 15 eder? Tarzında sorulardır. Çözüm için işlemleri tersine çevirerek 15'den 5 çıkarmak ve daha sonra 2'ye bölmek yeterlidir.

Örüntü aramak: Bazı problem türlerinde sonuca gitmek için çözümler sıralandığında, aritmetik, geometrik veya türeyiş kuralı olan diziler ortaya çıktığı görülür. Çözüme ulaşmak için bu tip dizilerin kuralını fark etmek ve gerekir. Bunun için sıralanmış daha küçük değerlerin incelenmesi gerekir. Örneğin; 1,4,9,16….. dizisinde 32. Terimi bulunuz. Bu tarz soruların çözümü için bu dizinin kuralının belirlenmesi sorunun çözümünü kolaylaştıracaktır. Liste yapma stratejisi ile de çözülebilecek olan bu soru tarzında, örüntünün kuralını belirlemek daha kısa ve kolay bir yoldur. n^2 bağıntısında n= 32 ile soru çözülebilir.

Öğrenciler daha önce görmedikleri türde bir problemle karşı karşıya kaldıklarında, çözüme gitmek için problemi parçalara ayırma, bir şekil çizme, benzer basit problemlerden yararlanma ve çözümü kontrol etme bakımından eksik görünmektedirler (Altun ve Arslan, 2006). Öğrenciler problemle karşılaştıklarında probleme bir göz atıp, sayılara uygulanması gereken işlemleri çabucak uygulayıp sonucu bulma eğilimi göstermektedirler. Bu durum dünyada birçok ülkede olduğu gibi ülkemizde de aynı şekilde karşımıza çıkmaktadır. Ülkemizde, okullarda matematik derslerinde kazandırılmaya çalışılan problem çözme yeteneğinin önündeki engellere bakarsak, yukarıda sıralanan yetersizlikler açıkça gözlenmektedir (Altun, 1995). Şüphesiz ki bu yetersizliklerin oluşumunda öğretim yöntem ve tekniklerinin önemli bir payı vardır.

2.1. PROBLEM KURMA

Problem kurma yeni problem yazma ya da verilen bir problemi farklı bir şekilde tekrar oluşturmadır (Kılıç, 2011; Silver, 1994; Ticha ve Hospesova, 2009). Problem kurma süreci bazı zihinsel etkinlikleri yerine getirmeyi gerekli kılar. Problem kurma çalışmaları matematik yapabilmekten fazlasını gerektirir (Pirie, 2002). Problem kurmayı esas alan eğitimden geçen öğrencilerinin özellikle kendi oluşturdukları problemlerde geçen çözüme yönelik eksik, fazla veya gizli bilgileri saptamaları ve yazdıkları problemin mantıksallığını irdelemeleri, öğrencilerin niteliksel akıl yürütme becerilerini geliştirdiği ve buna bağlı olarak da problemi anlama başarılarını üst düzeye çıkardığı belirtilmektedir (Cankoy ve Darbaz, 2010).

Yapılan birçok araştırma incelendiğinde problem kurma ve problem çözmenin birbirine bağlı olduğu ve birbirini desteklediği görülmektedir. (Kılıç, 2011; Kilpatrick, 1987; Lowrie, 2002; Silver, 1995; Stoyanova, 2005; Stoyanova & Ellerton, 1996). Problem kurma davranışının, öğrencilerin problem çözme becerilerinin geliştirilmesi için önemli bir nokta olduğu sıklıkla karşımıza çıkmaktadır. (Akay, 2006; English, 1998; NCTM, 1989, 1991, 2000; Perrin, 2007; Silver,1994; Silver ve Cai, 1996). Problem çözmenin ötesinde, problem kurma esnasında öğrencilerin karmaşık bir durumla karşı karşıya kalması, daha fazla sorumluluk hissetmesi söz konusudur. Bu sebeple problem çözme davranışı kazanamayan öğrenciler, problem kurmada da başarılı olamazlar. (Gür ve Korkmaz 2003).Altun'a (2014) göre problem kurma davranışı kazanan öğrencilerin matematiğe karşı olan ilgisi ve sempatisi artarken, korkuları azalır.

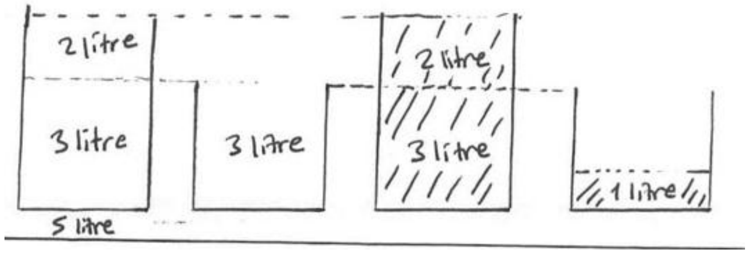
2.2. ÇÖZÜM TEMSİLLERİ

Van De Walle ve arkadaşlarına (2004) göre matematik derslerinde temsillerin kullanımı, matematiksel yeterliliğin önemli bir parçası görülmekte ve matematiksel bilginin farklı temsil çeşitleriyle ifade edilebilmesi öğrenmede bir zenginlik olarak değerlendirilmektedir. Farklı temsillerin kullanılması ve bu temsiller arasındaki (grafikler, tablolar, cebirsel ve sözel temsiller vb.) geçişlerin sağlanabilmesi, kavramsal anlamanın önemli bir göstergesi olarak kabul edilmektedir (Harries ve Barmby, 2008; Işık, Işık ve Kar, 2011; Heinze, Star, ve Verschaffel, 2009). Ayrıca bu durum İlköğretim Matematik Programı'nda (MEB, 2005) da alana özgü beceriler içerisinde "matematiksel kavramların, işlemlerin ve durumların farklı temsil biçimlerini ilişkilendirir, farklı temsil biçimleri arasında dönüşüm yapar" şeklinde ifade edilmektedir. Yine öğretim programında, öğrencilerin matematikle uğraşma süreci ve sonrasında sözlü anlatımdan, yazılı ifadeden, resimden, grafikten ve somut modellerden yararlanmasının büyük önem taşıdığı belirtilmekte ve öğretmenlerinde bu süreçte öğrencilerinin düşüncelerini açıklayabilmesi, tartışabilmesi ve yazıyla anlatabilmesi için sınıf ortamlarını oluşturmanın gerekliliğinin altı çizilmiştir. Bu çerçeveden bakıldığında, derslerde sadece problemlerin çözümünde görsel temsillerin kullanımına değil, aynı zamanda görsel temsillere yönelik problem kurma etkinliklerine de yer verilmesi bu becerilerin edinilmesinde yardımcı olması beklenmektedir.

Matematik eğitiminde temsillere verilen önem ve yapılan vurgulamalar temsil kullanımının karmaşık olduğunu göstermiştir. Ayrıca her bir temsil türü ilgili kavramın yalnızca çoğu zaman yalnızca bir yönüne vurgu yaptığından temsillerin sınırlılıkları vardır (İpek ve Okumuş, 2012). Bu yüzden yapılan araştırmalarda (Cuoco, 2001; Kaput, 1992) değişik temsillerin beraber veya çoklu temsil kullanımının herhangi bir matematiksel kavramın farklı anlamlarını ortaya çıkarmada daha etkili olduğu dile getirilmektedir.

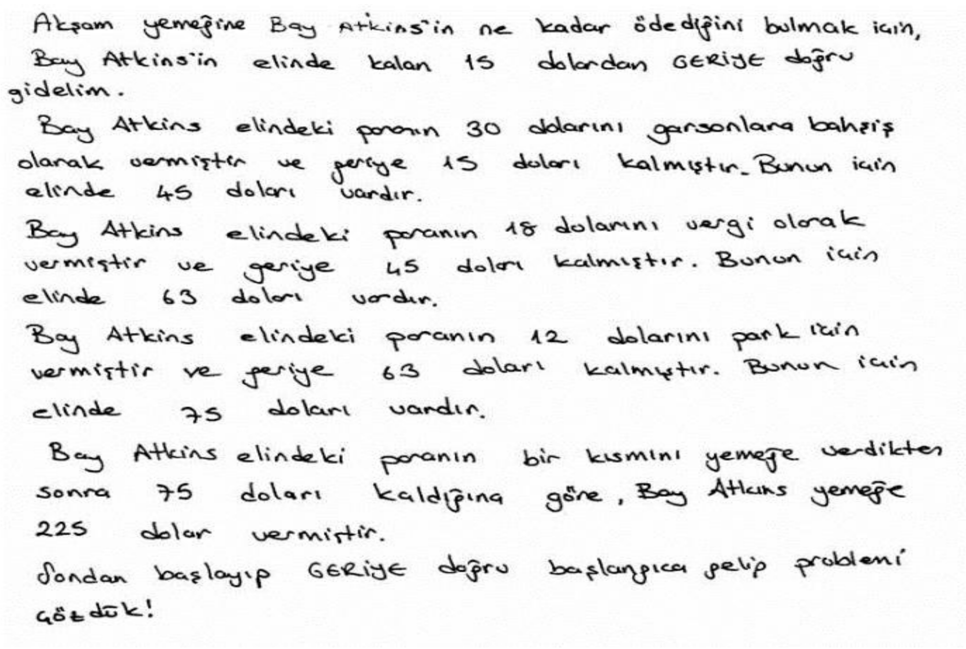
Grafiksel temsiler: Problem çözme sürecinde resim, şema, diyagram, sayı doğrusu gibi görsellerden yararlanarak sonuca ulaşmak soyut herhangi bir durumu somutlaştıracağından verileri izlememizi ve doğru sonuca ulaşmamızı kolaylaştırır. Örneğin; Elinde 5 lt'lik ve 3 Lt'lik iki kabı olan bir kişi bu iki kabı kullanarak 1

Lt'lik suyu nasıl elde eder? Tarzında rutin olmayan bir problemin çözümü için Şekil çizmek çözümü kolaylaştıracaktır (Şekil 1).



Şekil 1.Grafiksel temsil örneği

Sözel temsiller: Problemin ve problemin çözümünün ifade edilmesi ve problemle ilgili sözel olarak akıl yürütülmesidir. Örnek problem (Şekil 2); Bay ve Bayan Atkins'in Kanada'dan arkadaşları geldi. Onlar da akşam yemeği için arkadaşlarını en sevdikleri restorana götürmeye karar verdiler. Akşam yemeği dışında Bay Atkins bazı ek ödemeler de yapmak zorunda kaldı. Park için 12 dolar, vergi için18 dolar verdi, ve garsonlara 30 dolar bahşiş bıraktı. Eve geldiklerinde Bayan Atkins Bay Atkins'e akşam yemeği için ne kadar ödediğini sordu. "Bir bakalım" dedi ve cüzdanına bakarak "300 dolarım vardı, şimdi 15 dolarım var" dedi. Bayan Atkins'e ne diyecek? Akşam yemeği ne kadar tuttu?
(http://pred.boun.edu.tr/ps/turkish/ps6.html, alıntı tarihi 29.05.2015)


Akşam yemeğine Bay Atkins'in ne kadar ödediğini bulmak için, Bay Atkins'in elinde kalan 15 dolardan GERİYE doğru gidelim.
Bay Atkins elindeki paranın 30 dolarını garsonlara bahşiş olarak vermiştir ve geriye 15 doları kalmıştır. Bunun için elinde 45 doları vardır.
Bay Atkins elindeki paranın 18 dolarını vergi olarak vermiştir ve geriye 45 doları kalmıştır. Bunun için elinde 63 doları vardır.
Bay Atkins elindeki paranın 12 dolarını park için vermiştir ve geriye 63 doları kalmıştır. Bunun için elinde 75 doları vardır.
Bay Atkins elindeki paranın bir kısmını yemeğe verdikten sonra 75 doları kaldığına göre, Bay Atkins yemeğe 225 dolar vermiştir.
Sondan başlayıp GERİYE doğru başlangıca gelip problemi çözdük!

Şekil 2. Sözel temsil örneği

Çoklu temsiller: Matematik eğitiminde kullanılan farklı dillerin ve gösterimlerin hepsi çoklu temsiller olarak adlandırılmaktadır.(Delice&Sevimli,2010). En genel anlamıyla temsiller, soyut kavram veya sembolleri, gerçek dünya içinde somutlaştırma yoluyla modelleme işlemi olarak tanımlanabilir (Kaput, 1998).Problem çözümü esnasında farklı türdeki temsilleri kullanmanın kavramsal anlamayı geliştirdiği ve problem çözme performansı etkilediği düşünülmektedir.

Cebirsel temsiller: Problem çözme sürecinde matematiksel sembol ya da denklemleri oluşturan değişkenlerin kullanılmasıdır. Örnek problem;

Bir işi Oğuzhan yalnız başına 9 günde, Fatih aynı işi yalnız başına 18 günde tamamlıyor. İkisi birlikte işe başlayıp, 3 gün birlikte çalıştıktan sonra Oğuzhan işten ayrılıyor. Buna göre kalan işi Fatih kaç günde bitirir?

Oğuzhan ve Fatih'in 3 günde yaptığı iş

$$=\frac{3}{9}+\frac{3}{18}=\frac{1}{3}+\frac{1}{6}=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$$

Kalan iş$= 1-\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$ sini Fatih x ügnde yapsın.

$$\frac{x}{18}=\frac{1}{2}$$

ise $2x = 18$

$x = 9$ bulunur.

Şekil 3. Cebirsel temsil örneği

2.3. İLGİLİ ARAŞTIRMALAR

Araştırmanın bu bölümünde araştırma konusu ile ilgili literatürün özeti verilmiştir. Bu bağlamda araştırma konusuyla ilgili olduğunu düşündüğümüz problem çözme, problem kurma ve matematiksel düşünmeyle ilgili öğretmen adayları ve öğrencilerle çalışmalardan bazı örnekler verilmiştir.

Cai (2000) Çin ve Amerika'da 6. sınıf öğrencilerinin matematiksel düşünme ve mantık yürütmelerini incelemek adına bir çalışma yapmıştır. Toplam 12 tane problem içeren bir veri toplama aracı kullanılmıştır. Çinli öğrenciler, Amerikalı öğrencilere oranla bariz bir şekilde daha yüksek skorlar elde etmişlerdir.(on the process-constrained tasks) , fakat Amerikalı öğrenciler (process-open tasks)'de Çinli öğrencilerden daha yüksek sonuçlar elde etmişlerdir. Öğrencilerin matematiksel düşünmelerini ve problem çözme yöntemlerini anlamak amacı ile cevaplar nitel analize tabii tutulmuştur. Sonuçlar göstermektedir ki Çinli öğrenciler cevaplarında rutin algoritmalar ve sembolik gösterimleri tercih ederlerken, Amerikalı öğrenciler somut görsel gösterimleri tercih etmişlerdir. Çin'deki ve Amerika'daki Öğrencilerin cevaplarının analizindeki matematiksel düşünmeleri ile ilgili bulgular arasındaki farklılıklar ulusal ve uluslararası karşılaştırma yapmaya olanak sağlamıştır.

Cai'nin (2000) çalışmasının Türkiye'deki öğrencilere uygulamasını yapan Topal (2015) araştırmasında öğrencilerin problem çözmedeki mantık yürütme ve matematiksel düşünceleri incelemiştir. Bu çerçevede ortaokul 6. sınıf öğrencilerinin standart bir algoritmayla çözülebilen ve çözülemeyen toplam 12 probleme verdikleri cevapları analiz etmiştir. Araştırmada 2013 - 2014 eğitim öğretim yılında Türkiye'nin güneyinde yer alan bir ilindeki 260 ortaokul 6. sınıf öğrencisinde veri toplanmıştır. Öğrencilerin standart bir algoritmaya dayalı problemlerde daha başarılı olmalarına rağmen genel olarak problem çözmede istenilen performansı sergileyemedikleri bulgusuna ulaşmıştır.

Özsoy (2005) çalışmasında ortaokul 5. Sınıf öğrencilerinin problem çözme becerisi ile matematik başarısı arasındaki ilişkiyi incelemiştir. Araştırmanın 107 öğrenciyle yapılan araştırmada ele alınan problem ve alt problemlere ilişkin verileri elde etmek amacıyla çoktan seçmeli sorulardan oluşan bir "Matematik Başarı Testi" ve "Problem Çözme Beceri Testi" kullanmıştır. Araştırmanın bulgularında ilköğretim

5. Sınıf matematik başarısı ile problem çözme becerisi arasında anlamlı ve pozitif yönde bir ilişki bulunduğunu ortaya koymuştur.

Yazgan ve Bintaş (2005) 4 ve 5. Sınıf öğrencilerinin problem çözme stratejilerini öğrenimi ve kullanımı incelenmek adına deneysel bir çalışma ve araştırma gerçekleştirmişlerdir. Deney ve kontrol grupları üzerinde çalışılacak stratejiler (tahmin ve kontrol, ilişki arama, sekil çizme, geriye doğru çalışma, problemi basitleştirme ve sistematik liste yapma) belirlendikten sonra her biri öğrencilere öğretilmiş ve bu stratejilerle ilgili verilen problemleri çözmeleri istenmiştir. Deney grubuna ön test, son test ve kalıcılık testi uygulanmıştır. Kontrol grubuna hiç karışılmamıştır ve normal derslerine devam etmişlerdir. Araştırma sonucunda 4. Ve 5. Sınıf öğrencileri herhangi bir eğitim almamış olsalar da problem çözme stratejilerinin bazılarını kullanabildikleri ve öğrenebildikleri bulgusuna ulaşılmıştır. 4. Ve 5. Sınıf öğrenciler problem çözme stratejilerini öğrenebilmektedirler ve başarılarını olumlu yönde arttırmaktadır.

Işık ve Kar (2011) sayı algılama ve rutin olmayan problem çözme becerilerini belirlemek ve bu beceriler arasında olası bir ilişkinin varlığını araştırmak amacıyla 6, 7 ve 8. Sınıf öğrencilerine yönelik bir çalışma uygulanmışlardır. Örnekleme yoluyla belirlenen 240 öğrenci üzerinde yapılan çalışmada veri toplama aracı olarak sayı algılama testi ve tümdengelim, tümevarım ve uzamsal muhakemeyi gerektiren problemleri içeren rutin olmayan problem çözme testi kullanılmıştır. Çalışma bulgularına göre öğrencilerin sayı algılama ve rutin olmayan problem çözme becerilerinin düzeyinin düşük olduğu ve aralarında pozitif bir ilişki olduğu belirlenmiştir.

Altun ve Arslan (2006) 7 ve 8. sınıf öğrencilerine matematiksel problemlerin çözüm yöntemlerini öğretmek için deneysel bir çalışma yapmışlardır. Çalışmanın amacı rutin olmayan matematiksel problemlerin çözümü için gereken bilişsel stratejileri kazandırmadır. Bu çalışmanın stratejileri öğrencilerin yaşları göz önünde bulundurularak ;"Problemi Basitleştirme", "Tahmin ve Kontrol", "Bağıntı Arama", "Şekil Çizme", "Sistematik Liste Yapma" ve "Geriye Doğru Çalışma" olarak belirlenmiştir. Polya'nın problem çözme aşamaları dikkate alınarak stratejiler öğretilmiştir. Deneysel çalışmada 50'ye yakın rutin olmayan problem üzerinde çalışma yapılmıştır. Sınıf aktiviteleri sırasınca öğretmenlerin tek görevi öğrencileri problemlerle ilgilenmeleri konusunda cesaretlendirmek ve yönlendirmektir.

Çalışmanın neticesinde; stratejileri öğretme amacı ile yapılan çalışmaların Bazı stratejilerin öğretiminde etkin olduğu, bazıların da ise olmadığını görmüşlerdir.

Cankoy ve Darbaz (2010)'ın yaptıkları çalışmanın amacı, geleneksel problem çözme yöntemleri ile eğitim gören öğrencilerin matematik problemini anlama başarısını, problem kurma temelli problem çözme yöntemleri ile eğitim gören öğrenciler ile karşılaştırmaktır. Çalışma grubunu 53 adet 3. Sınıf öğrencisi oluşturmaktadır. Deneysel araştırma da deney ve kontrol gruplarına ön test uygulandıktan sonra, deney grubunun aldığı 10 haftalık problem kurma temelli problem çözme öğretimi sonucunda her iki gruba da son test uygulanmıştır. 3 ay sonrasında deney ve kontrol gruplarına uygulanan gecikmeli son testler sonucun da verilerin tamamı elde edilmiştir. Deney grubu, kontrol grubunun çok üzerinde başarı sergilemesi yanında özellikle niteliksel akıl yürütmenin gerekli olduğu sorularda çok daha üst düzeyde beceri sergilemiştir.

Verschaffel ve Corte (1997) öğrencilerin modellemeyi kullanarak problem çözme yeteneklerinin geliştirilip geliştirilemeyeceği üzerinde bir çalışma yapmışlardır. 10 ve 11 yaş öğrencileri üzerinde yapılan çalışmada 2 kontrol ve 1 deney sınıfı belirlemişlerdir. Deney sınıfında her biri 2,5 saat süren 5 üniteden oluşan program uygulanmıştır. Veriler hem deney hem de kontrol gruplarına uygulanan ön test, son test ve kalıcılık testi ile toplanmıştır. Ayrıca deney grubunun bütün derslerinde video kaydı yapılmış ve öğrencilerin yazıları toplanarak analizi yapılmıştır. Araştırma sonucunda 11 yaş öğrencilerinin sözel problemleri modelleme yöntemi ile çözmede yeteneklerini geliştirebildikleri fakat diğer yaş grubunda başarı arasında farklılıklar olduğu görülmüştür.

Yeşildere ve Türnüklü (2007) yaptığı araştırmada öğrencilerin matematiksel düşünmelerinin ve muhakeme süreçlerini araştırmıştır. Araştırmada anket yöntemi kullanılmıştır. Veriler 20 farklı okulda öğrenim göre 262 adet 8. Sınıf öğrencisi üzerinden toplanmıştır. Veriler hem nitel hem de nicel olarak analiz edilmiştir. Veri toplama aracında açık uçlu problemler kullanılmıştır. Araştırmanın sonuçları göstermektedir ki; 8. Sınıf öğrencilerinin problem çözerken muhakeme süreçlerinde bilgileri bağlamakla ilgili problemleri vardır. Ayrıca bu öğrencilerin bilgi yapılarıyla problem çözme arasında ilişki kurmakta zorlandıkları görülmüştür.

Işık ve Kar (2011) çalışmalarında, matematik öğretmeni adaylarının sözel ve görsel temsillere yönelik kurdukları problemleri analiz etmişlerdir. İlköğretim Matematik Öğretmen adaylarından 70'i yürütülen çalışmada veri toplama aracı olarak sözel ve görsel temsillere yönelik hazırlanan Problem Kurma Testi kullanılmıştır. Öğretmen adaylarının yazmış oldukları problem cümleleri “problem”, “problem değil” ve “boş” şeklinde sınıflandırılmıştır. Çalışmanın bulgularına göre, adayların farklı temsillere yönelik problem kurma performanslarının genel olarak düşük olduğu belirlenmiştir. Ayrıca öğretmen adaylarının sözel ve görsel temsillere yönelik her bir problem kurma maddesinde “ödev” şeklindeki problem cümlelerine daha fazla yer verildikleri tespit edilmiştir.

ÜÇÜNCÜ BÖLÜM

YÖNTEM

3.1. ARAŞTIRMA MODELİ

İlkokul 4 ile ortaokul 5 ve 6. sınıf öğrencilerinin problem çözme ve problem oluşturma süreçlerindeki matematiksel düşünmelerinin incelendiği bu çalışmada genel "tarama modeli" esas alınmıştır. Bu tür araştırmalarda geçmiş veya halen mevcut olan bir olgu/olay var olduğu haliyle betimlenir. Bu modelde araştırma konusu birey veya nesneler kendi koşullarında ve olduğu gibi tanımlanır, herhangi bir şekilde değiştirme ve/veya etkileme çabası gösterilmez (İslamoğlu, 2009: 85). Genel tarama modelinde evren hakkında bir hüküm verebilmek için bütün evren veya ondan alınacak bir grup üzerinde çalışma yapılır (Kaptan, 1993).

3.2. ARAŞTIRMANIN ÖRNEKLEMİ

Araştırmanın örneklemini Türkiye'nin Güneyindeki bir büyükşehirde seçilen 4 ortaokul ve 4 ilkokulun öğrencileri oluşturmaktadır. Bu dört okul başarı düzeyi olarak orta durumda olan, şehrin gelir düzeyi farklı bölgelerinden seçilen devlet okullarıdır. Gönüllülük esasına dayalı olarak seçilen 4, 5 ve 6. sınıf öğretmenlerinin bulunduğu bu okullar seçilirken kayda değer bir ilke benimsenmemiştir. Katılımcıların okul türüne ve cinsiyete göre dağılımı Tablo 3.2.1.'de verilmiştir.

Tablo 3.2. 1. Katılımcıların okul türüne ve cinsiyete göre dağılımı

Okullar	Cinsiyet			Toplam
	4. sınıf	5. sınıf	6. sınıf	
A	60	47	52	159
B	-	48	47	95
C	42	21	26	89
D	26	34	25	85
E	22	-	-	22
Toplam	150	150	150	450

Tablo 3.2.1. incelendiğinde her sınıf seviyesinden 150'er öğrenci olmak üzere araştırmaya katılan toplam 450 katılımcının 237'si kız öğrenci, 213'ü erkek

öğrencidir. Öğrenci sayıları karşılaştırma yapmada kolaylık olması amacıyla özellikle eşit tutulmuştur. Okulların seçiminde A ve B iyi düzeyi, C ve D orta düzeyi E ise ortanın altı düzeyi temsil edecek şekilde seçilmiştir. Böylece çalışmanın yapıldığı il merkezinin ortalama bir resminin çekilmesi sağlanmaya çalışılmıştır.

3.3. VERİ TOPLAMA ARACI

Çalışmada veri toplama aracı olarak Cai (2003)'te verilen dört açık uçlu soru kullanılmıştır (Ek-1). Öğrencilerin ders kitaplarının incelenmesi ve öğretmenlerle yapılan görüşmeler, öğrencilerin bütün öğrendiklerinin bu sorularda var olduğu bilgisine ulaşılmıştır. Bu sorular matematiksel olarak zengin ve içine değişik konular yerleştirilmiştir ki bu da öğrencilerin değişik alanlarda düşünmelerini incelemeye izin vermektedir. Her bir problemin içeriği ve hangi amaçla sorulduğuna dair bilgiler şöyledir:

Ortalama şapka probleminde, öğrencilere 3 hafta boyunca satılan şapka miktarları verilmiş ve 4 hafta sonunda satılan şapka sayılarının ortalamasının 7 olması için 4. Hafta kaç adet şapka satılması gerektiği sorulmaktadır. Bu problemi çözmek için, öğrenciler direk olarak geleneksel "topla sonra böl" yöntemini kullanamaz. Ortalama hesabı yapmak 4. Ve 5. sınıf öğrencilerince bilinmeyen bir durum olduğundan, doğru bir çözüm algoritmanın esnek ve geri alınabilir bir uygulamasını gerektirir ve öğrenciler problem çözmek için değişik çözüm strateji temsilleri kullanabilir.

Pizza Oranı Probleminde 7 kıza 2 pizza ve 3 erkeğe 1 pizza verilip eşit olarak paylaştıklarında her birine eşit miktarda pizza düşer mi sorusuna cevap aranmaktadır. Doğru sonuca ulaşmak için öğrenciler kişi sayısı ve pizzaların sayısına bir oran kurmaya ihtiyaç duyarlar. Bu oran için kesir temsilleri kullanıp daha sonra karşılaştırabilirler. Vardıkları sonuca gidiş yolları ile ilgili açıklama yapmaları istenmektedir. Bu problemi çözmek ve açıklama yapmak için öğrenciler sayısal veya resimsel/ görsel temsiller kullanabilir

Tek Sayı Dizisi Problemi, her zil için misafirlerin tek bir sayıyla girdiği bir parti kalıbı içerisine yerleştirilmiştir. Zille eve giren misafirlerin sayısı $y= 2n -1$ şeklinde de temsil edilebilir ama öğrenciler problemi çözmek için algoritmik bir temsil kullanmayabilirler. Dahası problem, öğrencilerin nasıl cevapladıklarını açıklayarak bu değişkenleri etkili bir şekilde nakletmesini ve genişlemiş temsili çözmek için cebirsel temsil kullanmasını gerektirir. Bu soru, öğrencilerin genelleme yeteneklerinin incelenmesine izin verir.

Problem oluşturma sorusu, matematiksel düşünmenin üretken ve üretkenlik açılarının incelenmesine olanak sağlamaktadır. Öğrencilerden verilen 3 farklı Şekil ile ilgili kolay, orta ve zor olmak üzere 3 farklı problem yazmaları isteniyor. Öğrenciler hiçbir yönlendirme yapılmadan tamamen Özgür bırakılıyor.

Çalışma için kullanılan bu 4 problem ilk önce Türkçeye çevrilmiştir. Bu çeviri daha sonra bir İngilizce öğretmenine ve matematik eğitimi alanında bir öğretim üyesine kontrol ettirilmiştir. Türkçeye çeviride İngilizcedeki kişi isimleri, nesne adları, bağlamlar ve terminoloji gibi kültürel farklılıklar uygun kelimelerle kasıtlı olarak değiştirilmesi hariç tutarlı olduğu anlaşılmıştır. Ayrıca öğrencilere dağıtılmadan önce net olarak anlaşılıp anlaşılmadığını test etmek için iki matematik öğretmeninden bu problemleri çözmesi istenmiştir. Yapılan değerlendirmede, problemler İngilizcedeki anlamı gibi doğru anlaşılıp çözüldüğüne karar verildikten sonra öğrencilere uygulandı. Daha sonra 21 Kişilik 4. Sınıf, 21 Kişilik 5. sınıf ve 22 kişilik bir 6. sınıfa pilot uygulama yapılmıştır. Pilot uygulama çalışması sırasında 4. ve 5. sınıf öğrencilerin ortalama şapka probleminde “ortalama” kavramını bilmemelerinden Kaynaklı problemi anlamakta sıkıntı Yaşadıkları görülmüş ve öğretmen açıklamasının gerekliliğine karar verilmiştir. Uygulama esnasında öğrencilere “ortalama” kavramının ne olduğu ile ilgili Öğretmenleri Tarafından açıklama yapılmıştır. Çalışma için bir ders saatinin yeterli olduğu görüldü.

Bu problemler de öğrencilerden sadece doğru cevapları bulmaları değil aynı zamanda çözümlerini açıklamalarını istenmektedir. Bu problemler çoklu çözüm stratejilerine ve gösterimlerine sahip olduğundan dolayı öğrencilerin düşünme ve muhakeme değerlendirmeleri açısından çoktan seçmeli problemlerden daha çok avantajlıdır.

3.4. VERİ TOPLAMA SÜRECİ

Veri toplama aracı her bir okulda sınıfın kendi matematik öğretmeni tarafından matematik dersinde uygulanmıştır. Testler uygulanmadan önce matematik öğretmenlerinin her birine ayrıntılı bir takım açıklamalarda bulunulmuştur. Açıklamaların bir kısmı öğrencilerin kendi düşünüş şekillerini açıklamalarının gerekliliği üzerine idi: "Görevleri cevabı bulmak ve nasıl bulduğunu göstermek veya açıklamaktır. Açıklamaları veya çalışmaları başka bir kişinin okuyabileceği ve düşüncelerini anlayabileceği kadar açık olmalıdır". Ortalama şapka probleminde öğretmenlerin ortalama kavramı ile ilgili açıklama yapmaları istenmiştir. Her bir öğretmenden öğrencilere bu açıklamaları problemlerle uğraşmadan önce söylemeleri istenmiştir. Öğretmenler açıklama yaptıktan sonra öğrencilere problemleri çözmek için 40 dakika verilmiştir. Öğrencilerin hesap makinesini kullanmalarına izin verilmemiştir. Her bir okulda aynı aşamalar takip edilerek veriler toplanmıştır.

3.5. VERİ ANALİZ YÖNTEMİ

Veri toplama aracındaki her bir açık uçlu sorunun çözümleri farklı açılardan incelenmiştir. Cai (2003) çalışmasında kullanılan çerçeve kullanılmıştır. Bunlar şu başlıklar altında toplanabilir.

Ortalama şapka problemi;

- Cevabın doğruluğu
- Hata analizi
- Çözüm stratejisi / kanıtlamanın tipi
- Çözüm temsilinin formu/ biçimi.

Pizza oran problemi

- Cevabın doğruluğu
- Çözüm stratejisi / kanıtlamanın tipi
- Çözüm temsilinin formu/ biçimi.

Tek Sayı problemi

- Çözüm stratejisi / kanıtlamanın tipi

Problem oluşturma sorusu

- Kapsam ve içerik
- Zorluk derecesindeki ilerleme

Açılarından analiz edilmiştir. Bu konuda yapılan çalışmalar bu tip analizlerin, problem çözme içeren matematiksel düşünme ve kanıtlamayı/ mantıklandırmayı yakalamak için uygun bir yol olduğunu belirtmektedir (Cai, 2003; Cai, 2009; Topal, 2015). Diğer bir tabirle öğrencilerin uyguladığı ve bunları uygulamada onların başarılarının stratejilerinin incelenmesi, öğrencilerin matematiksel düşünme ve akıl yürütme sağlamlığı ile ilgili bilgi sağlayabilir. Bu bilgi, öğrencilerin seçtikleri temsillerin tiplerini inceleyerek, matematiksel fikirlerini ve düşünme sürecinde iletişime geçerek tamamlanır. Problem oluşturma sorusunun cevapları, öğrencilerin oluşturduğu problem tipleri ele alınarak kodlanmıştır. Oluşturulan problemlerin detaylandırılan kategorileri bulgular bölümünde ele alınmıştır.

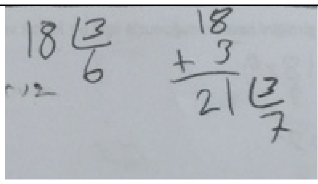
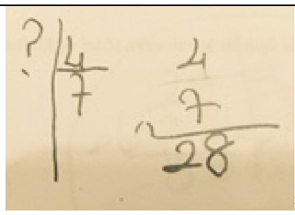
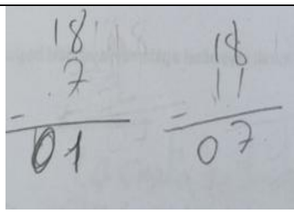
Verilerin analizi için öncelikle İki araştırmacı ve alanda uzman bir öğretim üyesi her sınıf seviyesine ait aynı 20 cevap kağıdını bağımsızca kodlamıştır. Kodlayıcılar arası uyum problem çözme sorularındaki cevabın doğruluğu, çözüm stratejileri ve çözüm temsilleri açısından % 88- 94. Problem oluşturma sorusunun cevapları için kodlayıcılar arası uyum % 82- 90. Araştırmacı ve öğretim üyesi örtüşmeyen kodlar üzerinde tartışmış ortak bir kanaate varmışlardır. Verilerin analizinin güvenirliği için yapılan bu çalışmadan sonra geriye kalan katılımcı cevapları araştırmacı tarafından analiz edilerek tamamlanmıştır.

Bu bölümde her bir problemin Cevabın doğruluğu, çözüm stratejisi veya kanıtlamanın tipi ve çözüm temsilinin biçimi yönlerinden analiz tanım ve örnek durumları verilmiştir.

3.5.1. Ortalama şapka problemi

Ortalama şapka problemine ilişkin veri hata tipleri ve örnek cevaplar Tablo 3.5.1.1 de verilmiştir.

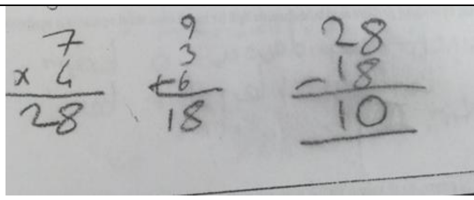
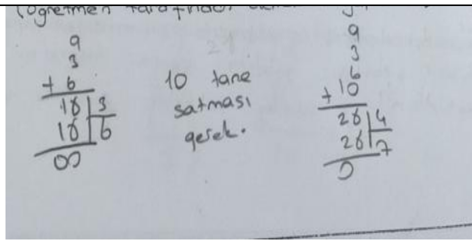
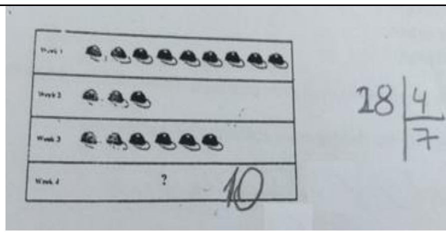
Tablo 3.5.1. 1. Ortalama Şapka Probleminin çözümlerindeki hata tipleri ve örnek cevaplar

Hata tipleri	Tanım	Örnek
H1	Ortalama algoritmasını yanlış kullananlar	 #90
H2	Cevabı 28 bulanlar	 #52
H3	Şapka sayılarını toplayanlar	 #124
H4	Sayılarla anlamsız işlemler yapanlar	 #115
H5	Boş bırakanlar	

Tablo 3.5.1.1'de görüldüğü gibi ortalama şapka problemindeki hata tipleri 5 kategoriye ayrılmıştır. Bunlar Ortalama algoritmasını yanlış kullananlar (H1), örneğin; 4 haftanın ortalaması verildiği halde ortalamayı 3 ile çarpanlar, Cevabı 28 bulanlar (H2); ortalama ile doğrudan 4'ü çarpanlar, Şapka sayılarını toplayıp sonuca yazanlar (H3), Sayılarla anlamsız işlemler yapanlar (H4), örneğin; şapka sayısından ortalamayı çıkaranlar ve boş bırakanlar (H5).

Ortalama şapka problemine ilişkin çözüm stratejileri ve gösterimleri ve örnek cevaplar Tablo 3.5.1.2 de verilmiştir.

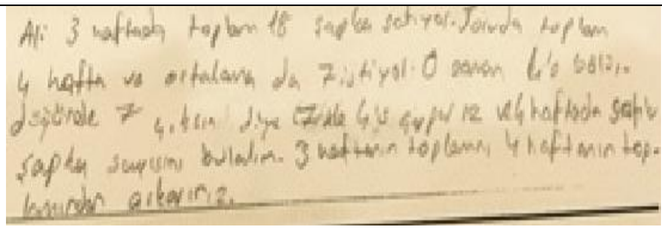
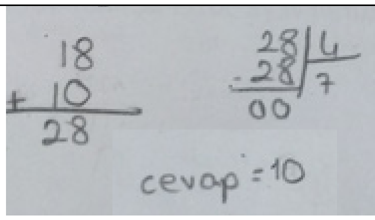
Tablo 3.5.1. 2. Ortalama Şapka Problemi çözüm stratejileri ve gösterimleri ve örnek cevaplar

Çözüm stratejisi	Tanım	Örnek
S1	Ortalama formülü stratejisi: Ortalama formülünü doğru kullananlar	 #389
S2	Sıralama stratejisi: Tek tek her haftanın ortalamadan eksik ve fazlalarını yazarak 4. Haftayı hesaplamak	Ör: 1. Hafta ortalamadan +2 2. hafta ortalamadan -4 3. hafta ortalamadan -1 Toplamda -4+-1+2=-3 3 eksiği eklersek son hafta ; 7+3=10
S3	Tahmin et ve kontrol et stratejisi: 3 haftayı toplayıp 4. Haftaya bir sayı tahmin ederek toplamı 4'e bölenler	 #122
S4	Stratejisi net olmayanlar	 #104

Tablo 3.5.1.2 de görüldüğü gibi ortalama şapka problemindeki doğru yanıtlar çözüm stratejilerine göre 4 ayrı kategoriye ayrılmıştır. Ortalama formül stratejisi: ortalama formülünü Hatasız kullananlar (S1), Sıralama stratejisi: tek tek haftaların fazla ve eksiklerini yazarak 4. Haftayı hesaplayanlar (S2), tahmin et ve kontrol et stratejisi: 4. Hafta için bir sayı tahmin ederek daha sonra kontrol edenler (S3) ve stratejisi net olmayanlar (S4).

Ortalama şapka problemine ilişkin gösterim türleri ve örnek cevaplar Tablo 3.5.1.3 de verilmiştir.

Tablo 3.5.1. 3. Ortalama şapka problemi gösterim türleri ve örnekler cevaplar

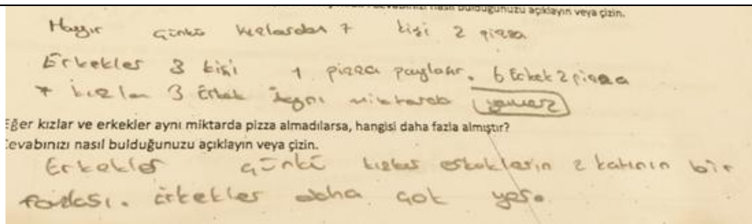
Gösterim	Tanım	Örnek
G1	Sözlü gösterimler: Sözlü açıklamalar yapanlar	 #96
G2	Görsel gösterimler: Şekil veya model çizenler	
G3	Matematiksel gösterimler: Matematiksel işlem yapanlar	 #110

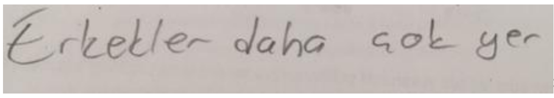
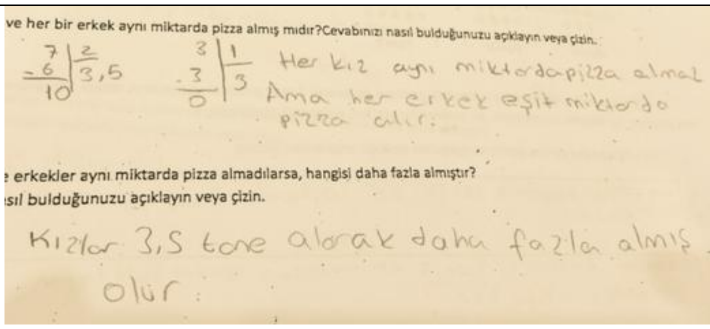
Tablo 3.5.1.3 de Ortalama şapka problemindeki doğru yanıtların Gösterim Türleri verilmiştir. Doğru yanıtlar Gösterim Türlerine göre 3 ayrı kategoriye ayrılmıştır. Sözlü Gösterimler; Sözel olarak çözümünü ifade edenler (G1), Görsel Gösterimler; Şekil veya model çizerek çözümünü ifade edenler (G2) , Matematiksel Gösterimler; Matematiksel işlem yaparak çözümünü ifade edenler (G3).

3.5.2 Pizza oran problemi

Pizza oran problemine ilişkin cevapların sınıflandırılması ve örnek cevaplar Tablo 3.5.2.1 de verilmiştir.

Tablo 3.5.2. 1. Pizza oran problemi cevapların sınıflandırılması ve örnek cevaplar

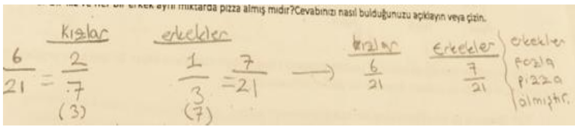
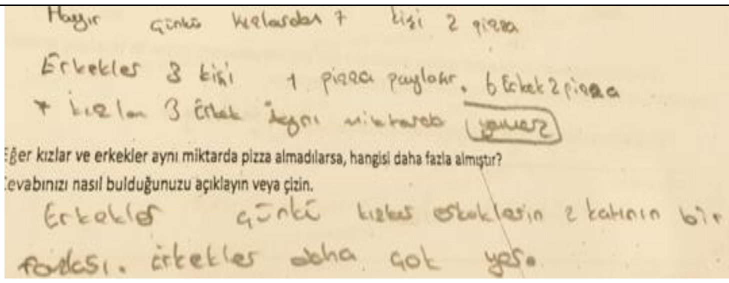
	Tanım	Örnek
C1	Tamamlanmış ve ikna edici cevap	 #2

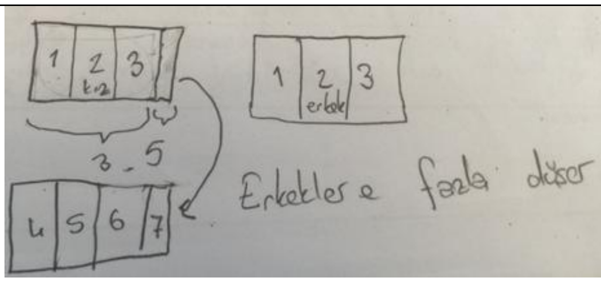
C2	Belirsiz ve tamamlanmamış cevap	 #40
C3	Yanlış ve anlaşılmaz cevap	 #60
C4	Cevapsızlar	

Tablo 3.5.2.1 de görüldüğü gibi öğrencilerin pizza oran problemine verdiği yanıtlar 4 ayrı kategoriye ayrılmıştır. Tamamlanmış ve ikna edici cevaplar (C1), belirsiz ve tamamlanmamış cevaplar (C2), yanlış ve anlaşılmaz cevaplar (C3), cevapsızlar (C4)

Pizza oran problemine ilişkin doğru cevapların sınıflandırılması ve örnek cevaplar Tablo 3.5.2.2 de verilmiştir.

Tablo 3.5.2. 2. Pizza oran problemi doğru cevap türleri ve örnek cevaplar

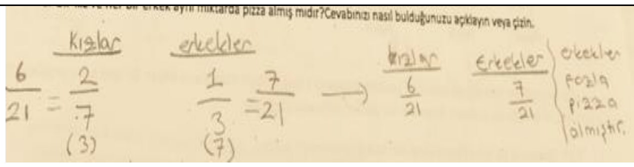
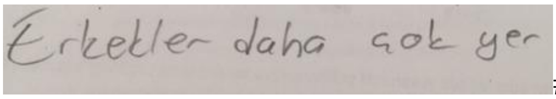
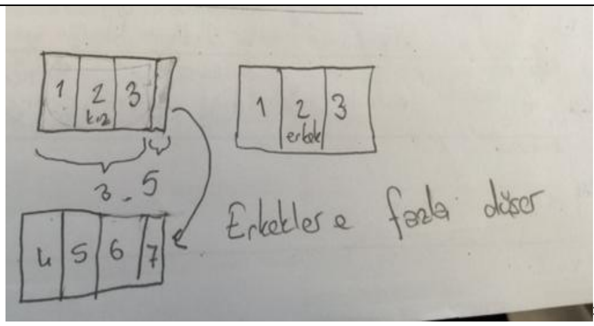
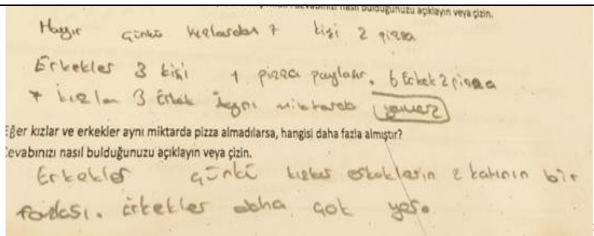
	Tanım	Örnek
Tip1	Kesir şeklinde yazıp payda eşitleyenler veya ondalığa çevirerek karşılaştıranlar	 #65
Tip2	Sözel olarak açıklama yapanlar	 #2

Tip3	Görsel olarak şekil çizip açıklama yapanlar	 #19

Tablo 3.5.2.2 de görüldüğü gibi pizza oran problemindeki doğru cevaplar çözüm tiplerine göre 3 ayrı kategoriye ayılmıştır. Kesir şeklinde yazıp payda eşitleyip veya ondalığa çevirerek karşılaştıranlar (Tip1), Sözel olarak açıklama yapanlar (Tip2), Görsel olarak şekil çizip açıklama yapanlar (Tip3)

Pizza oran problemine ilişkin çözüm temsilleri ve örnek cevaplar Tablo 3.5.2.3 de verilmiştir.

Tablo 3.5.2. 3. Pizza oran problemi çözüm temsilleri ve örnek cevaplar

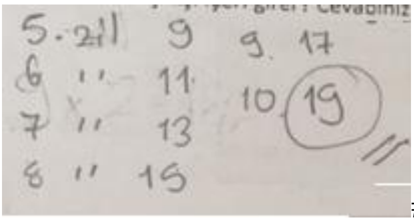
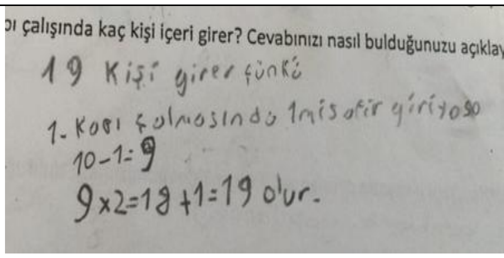
	Tanım	Örnek
Sayı temsilleri –T1	Sayılarla işlemler yapanlar	 #65
Temsili olmayanlar –T2	Sadece erkekler fazla almıştır diyenler	 #40
Görsel temsiller-T3	Şema veya model çizenler	 #19
Sözel temsiller –T4	Sözel açıklama yapanlar	 #2

Tablo 3.5.2.3 de görüldüğü gibi pizza oran problemi çözüm temsilleri açısında 4 ayrı kategoriye ayrılmıştır. Sayı temsilleri; sayılarla işlem yapanlar (T1), sadece doğru cevabı yazanlar yani temsili olmayanlar (T2), Görsel temsiller; şema veya model çizenler (T3), Sözel temsiller; sözel açıklama yapanlar (T4).

3.5.3 Tek sayı dizi problemi

Tek sayı dizisi problemine ilişkin A seçeneği çözüm stratejileri ve örnek cevaplar Tablo 3.5.3.1 de verilmiştir.

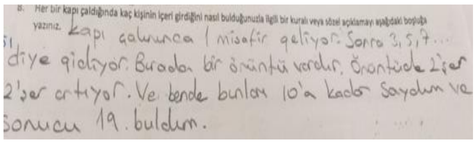
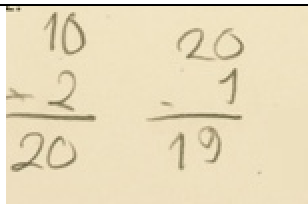
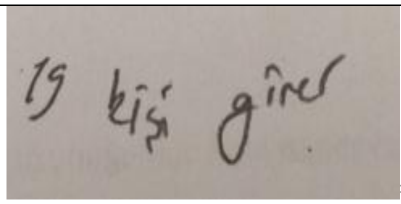
Tablo 3.5.3. 1. Tek sayı dizisi problemi A seçeneği çözüm stratejileri ve örnek yanıtlar

Çözüm stratejileri	Açıklama	Örnek
Somut – AS1	Tablo veya liste yapanlar veya her seferinde iki kişi fazla geldiğini belirterek tek tek yazanlar	 #19
Soyut – AS2	Formül yazanlar	 #95
Stratejisi olmayanlar- AS3		

Tablo 3.5.3.1 de görüldüğü gibi Tek sayı dizisi probleminde A seçeneğindeki doğru yanıtlar çözüm stratejilerine göre 3 ayrı kategoriye ayrılmıştır. Somut strateji; Tablo veya liste yapanlar veya her seferinde iki kişi fazla geldiğini belirterek tek tek yazanlar(AS1), Soyut strateji; Formül kullananlar (AS2), ve stratejisi olmayanlar (AS3).

Tek sayı dizisi problemine ilişkin B seçeneği çözüm stratejileri ve örnek cevaplar Tablo 3.5.3.2 de verilmiştir.

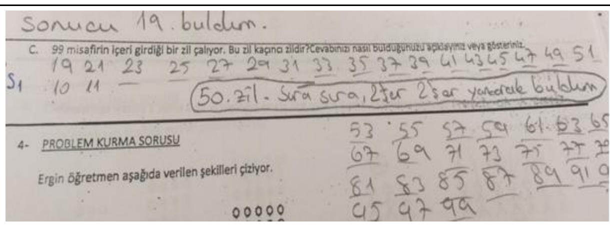
Tablo 3.5.3. 2. Tek sayı dizisi problemi B seçeneği çözüm stratejileri ve örnek yanıtlar

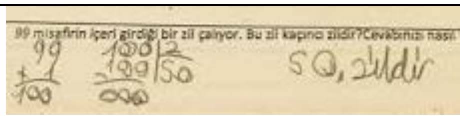
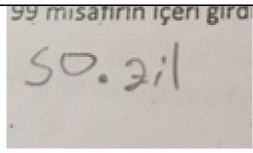
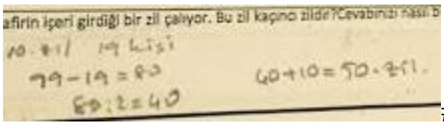
Çözüm stratejileri	Açıklama	Örnek
Somut –BS1	Tablo veya liste yapanlar veya her seferinde iki kişi fazla geldiğini belirterek tek tek yazanlar	 b. Her bir kapı çaldığında kaç kişinin içeri girdiğini nasıl bulduğunuzla ilgili bir kuralı veya sözel açıklamayı aşağıdaki boşluğa yazınız. Kapı çalınınca 1 misafir geliyor. Sonra 3, 5, 7... diye gidiyor. Burada bir örüntü vardır. Örüntüde 2'şer 2'şer artıyor. Ve bende bunları 10'a kadar saydım ve sonucu 19. buldum. #82
Soyut –BS2	Formül yazanlar	 10 x 2 = 20, 20 - 1 = 19 #135
Stratejisi olmayanlar –BS3		 19 kişi girer #179

Tablo 3.5.3.2 de görüldüğü gibi Tek sayı dizisi probleminde B seçeneğindeki doğru yanıtlar A seçeneğinde olduğu gibi çözüm stratejilerine göre 3 ayrı kategoriye ayrılmıştır. Somut strateji; Tablo veya liste yapanlar veya her seferinde iki kişi fazla geldiğini belirterek tek tek yazanlar(BS1), Soyut strateji; Formül kullananlar (BS2), ve stratejisi olmayanlar (BS3).

Tek sayı dizisi problemine ilişkin C seçeneği çözüm stratejileri ve örnek cevaplar Tablo 3.5.3.3 de verilmiştir.

Tablo 3.5.3. 3.Tek sayı dizisi problemi C seçeneği çözüm stratejileri ve örnek yanıtlar

Çözüm stratejileri	Açıklama	Örnek
Somut-CS1	Tablo veya liste yapanlar veya her seferinde iki kişi fazla geldiğini belirterek tek tek	 Sonucu 19. buldum. C. 99 misafirin içeri girdiği bir zil çalıyor. Bu zil kaçıncı zildir? Cevabınızı nasıl bulduğunuzu açıklayınız veya gösteriniz. 19 21 23 25 27 29 31 33 35 37 39 41 43 45 47 49 51 53 55 57 59 61 63 65 67 69 71 73 75 77 79 81 83 85 87 89 91 95 97 99 50. zil. Sıra sıra, 2'şer 2'şer yazarak buldum. 4- PROBLEM KURMA SORUSU Ergin öğretmen aşağıda verilen şekilleri çiziyor. #82

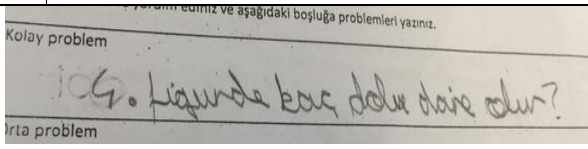
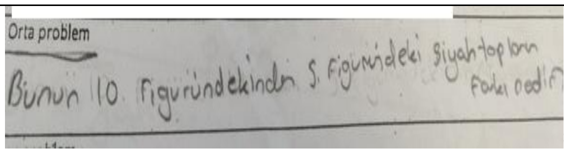
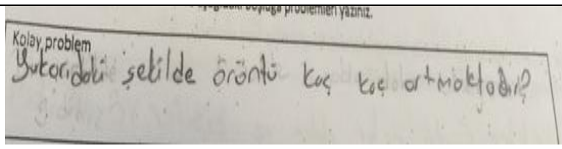
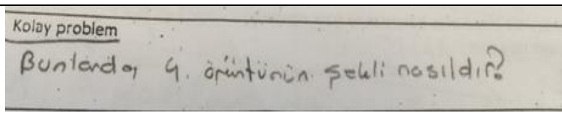
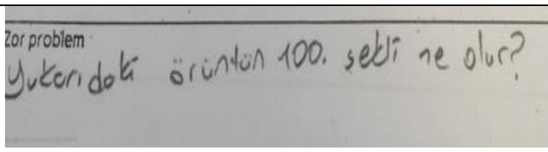
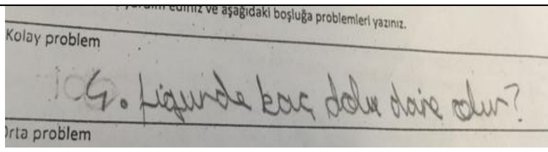
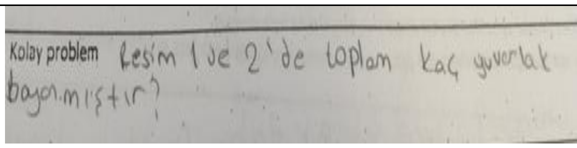
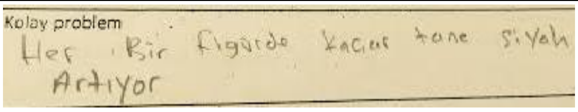
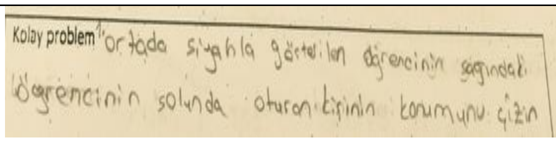
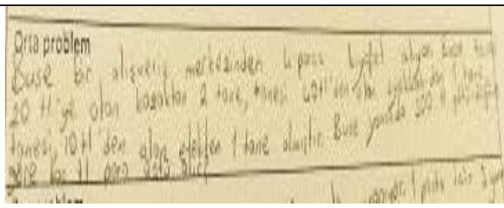
	yazanlar	
Soyut – CS2	Formül yazanlar	 #74
Stratejisi olmayanlar –CS3		 #113
Hesaplama –CS4	Çeşitli yollar geliştirip hesaplama yapanlar fakat yolları anlamlı olmayanlar.	 #92

Tablo 3.5.3.3 de görüldüğü gibi Tek sayı dizisi C seçeneğinde A ve B seçeneğindeki kategorilerin dışında Bir kategori daha belirlenmesine ihtiyaç duyulmuştur. Somut strateji; Tablo veya liste yapanlar veya her seferinde iki kişi fazla geldiğini belirterek tek tek yazanlar(CS1), Soyut strateji; Formül kullananlar (CS2), stratejisi olmayanlar (CS3), hesaplama stratejisi; Çeşitli yollar geliştirip hesaplama yapanlar fakat yolları anlamlı olmayanlar(CS4)

3.5.4 Problem kurma sorusu

Problem kurma sorusuna ilişkin kodlar ve örnek cevaplar Tablo 3.5.4.1 de verilmiştir.

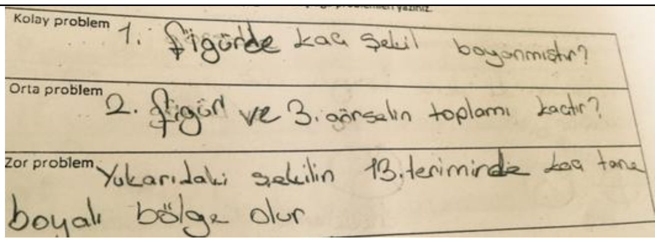
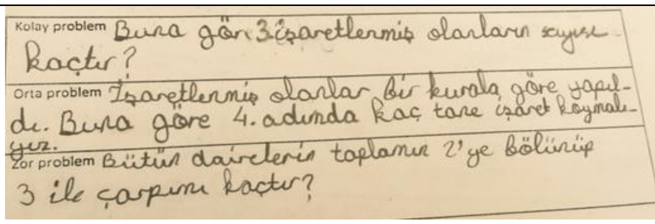
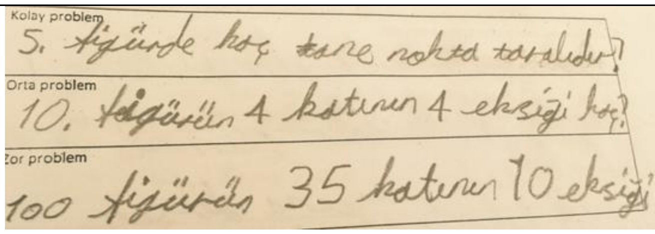
Tablo 3.5.4. 1. Problem kurma sorusu analizleri ve örnek cevaplar

Açıklama		Örnek
Geniş kapsamlı problemler (3 şeklide kullanarak daha sonraki basamaklar ile ilgili sorular)-K1	Bir şekildeki noktaları içerenler-K11	 #73
	Birden fazla şekildeki noktaları içerenler-K12	 #65
	Şekillerdeki nokta sayılarını karşılaştıranlar-K13	 #84
	Figürle alakalı şekil veya model çizenler-K14	 #65
	Belirsiz ve cevaplanmayacak şekilde olanlar-K15	 #84
	Belirli ve kesin sonucu olacak şekilde olanlar-K16	 #73
Dar kapsamlı problemler (sadece 3 şekle yönelik sorulan sorular)-K2	Bir şekildeki noktaları içerenler-K21	 #31
	Birden fazla şekildeki noktaları içerenler-K22	 #60
	Şekillerdeki nokta sayılarını karşılaştıranlar-K23	 #120
	Figürle alakalı şekil veya model çizenler-K24	 #125
Matematiksel olmayan veya ilgisiz problemler – K3		 #24
Cevapsızlar-K4		

Problem kurma sorusunda yazılan her bir problem ilk olarak matematiksel problemler, matematiksel olmayan veya alakasız problemler ve cevapsızlar olarak 3 ayrı kategoride değerlendirilmiştir. Matematiksel problemler dar kapsamlı ve geniş kapsamlı matematiksel problemler olarak 2 ayrı gruba ayrılmıştır. Dar kapsamlı matematiksel problemler bir şekildeki noktaları içerenler(K21), Birden fazla şekildeki noktaları içerenler(K22), Şekillerdeki nokta sayılarını karşılaştıranlar(K23), Figürle alakalı şekil veya model çizenler(K24) olarak 4 ayrı kategoride değerlendirilmiştir. Geniş kapsamlı matematiksel problemler, dar kapsamlı matematiksel problemlere ek olarak Belirsiz ve cevaplanmayacak şekilde olanlar(K15), Belirli ve kesin sonucu olacak şekilde olanlar(K16) olmak üzere 2 ayrı kategori daha eklenerek değerlendirilmiştir.

Problem kurma sorusuna ilişkin zorluk derecesi analizleri ve örnek cevaplar Tablo 3.5.4.2 de verilmiştir.

Tablo 3.5.4. 2. Problem kurma sorusu zorluk derecesi analizleri ve örnek cevaplar

Zorluk derecesi	Örnek
P1<P2<P3	 #186
P1<P3 ve P2<P3 Veya P1<P2 ve P1<P3	 #292
P1>P2,P2>P3, P1>P3,	 ^158
Dahil edilmeyenler	

(Yazılması istenilen kolay problem: P1, Orta problem: P2, Zor problem: P3 olarak ifade edilmiştir)

Problem kurma sorusunda 3 seviyede soru sormaları istenmiştir. Kolay- orta ve zor problemler. En az 2 matematiksel problem yazmış öğrenciler bu analize dâhil edilmiştir. Analiz kriterleri aşağıda sıralanmıştır.

1- Geniş kapsamlı problemler dar kapsamlılardan daha zordur.
2- Geniş kapsamlılar arasında belirli ve kesin sonucu olacak şekilde olanlar daha zordur.
3- Eğer bir problem figürlerdeki noktaları karşılaştırmayı soruyorsa bir şekildeki noktalarla ilgili sorulan sorulardan daha zordur.
4- Eğer bir problem figürlerdeki noktaları birleştirmeyi soruyorsa bir şekildeki noktalarla ilgili sorulan sorulardan daha zordur.
5- Eğer bir problem figür çizmeyi soruyorsa daha zordur.
6- Eğer bir problem sonraki figürleri soruyorsa daha zordur.

DÖRDÜNCÜ BÖLÜM

BULGULAR VE TARTIŞMA

4.1.BULGULAR

4.1.1. Ortalama şapka problemine ilişkin bulgular

3 sınıf seviyesinde ortalama şapka problemini doğru yanıtlayan öğrenci yüzdeleri 4. sınıflarda %27, 5. sınıflarda %31 ve 6. sınıflarda ise %55'tir. 4 ve 5. sınıflar arasında fazla fark yokken, 6. sınıfların diğer sınıf seviyelerine göre doğru yanıt sayısında ciddi bir fark bulunmaktadır.

4.1.1.1.Hata analizi

Ortalama şapka probleminin çözümlerindeki hata tiplerinin frekanslarının yüzdeleri Tablo 4.1.1.1 de verilmiştir.

Tablo 4.1.1. 1. Ortalama şapka probleminin çözümlerindeki hata tiplerinin frekanslarının yüzdeleri

Hata analizi	Frekans yüzdeleri		
	4.sınıf	5.sınıf	6.sınıf
H1: Ortalama algoritmasını yanlış kullananlar	%16	%17	%11
H2: Cevabı 28 bulanlar	%2	%5	%7
H3: Şapka sayılarını toplayanlar	%5	%11	%5
H4: Sayılarla anlamsız işlemler yapanlar	%27	%31	%15
H5: Boş bırakanlar	%24	%6	%6

Tablo 4.1.1.1 incelendiğinde katılımcıların çözümlerinde en çok H4 hata tipine rastlanıldığı görülmektedir (4. sınıf %27, 5. sınıf %31 ve 6. sınıf %15). Ancak bu hata tipinin 6. sınıfta azaldığı görülmektedir. En az rastlanılan hata tipi ise H2 dir (4. sınıf %2, 5. sınıf %5 ve 6. sınıf %17). H2 hata tipini yapan katılımcı sayısı sınıf seviyesi yükseldikçe artmaktadır. H1 hata tipinde 4. ve 5. sınıflar arasında anlamlı bir fark olmamasına rağmen (4. sınıf %16, 5. sınıf 25), sayı 6. sınıflara gelindiğinde azalmaktadır (%11). H3 hata tipinin en çok görüldüğü sınıf seviyesi 5. sınıflardır (%11). H5 hata tipinde ise 5. ve 6. sınıflar arasında anlamlı bir fark yokken (her iki sınıf seviyesinde de %6) 4. sınıfta sayının çok fazla arttığını görülmektedir (%24).

4.1.1.2.Çözüm stratejileri ve gösterimleri

Ortalama şapka probleminin çözüm stratejileri frekanslarının yüzdeleri Tablo 4.1.1.2 de verilmiştir.

Tablo 4.1.1. 2. Ortalama şapka problemi doğru cevapların çözüm stratejileri frekans yüzdeleri tablosu

Çözüm stratejileri	Frekans yüzdeleri		
	4.sınıf	5.sınıf	6.sınıf
S1: Ortalama formülü stratejisi	%11	%17	%41
S2: Sıralama stratejisi	-	-	-
S3: Tahmin et ve kontrol et stratejisi	%13	%10	%8
S4: Stratejisi net olmayanlar	%3	%4	%6

Katılımcıların çözüm stratejileri ve gösterimleri 4 ayrı kategoride sınıflandırılmıştır. Tablo 4.1.1.2 de görüldüğü gibi 4. Sınıfların %11'i,5. Sınıfların %17'si ve 6. Sınıfların %41'i S1 stratejisini yani ortalama formülünü doğru kullanmışlardır, burada 6. Sınıfların ortalama formülünü doğru kullanma sayısındaki fazlalık göze çarpmaktadır. Her üç sınıf seviyesinde de S2 stratejisi yani tek tek eksik ve fazlaları yazarak 4. Haftayı hesaplama stratejisi görülmemektedir. 4. Sınıfların %13'ü, 5. sınıfların %10'u ve 6. Sınıfların %8'i ise S3 stratejisini yani bir sayı tahmin ederek, 4 haftayı toplayıp daha sonra kontrol etme stratejisini kullanmışlardır. Burada s3 stratejisinin sınıf seviyesi arttıkça sayısının azaldığı görülmektedir. Çözüm stratejisi net olmayan fakat doğru sonuca ulaşmış olanlar (S4), 4. Sınıfların %3'ü, 5. Sınıfların %4'ü ve 6. Sınıfların ise %6'sını oluşturmaktadır. Stratejisi net olmayanların sayısı da sınıf seviyesi arttıkça artmaktadır.

Ortalama şapka probleminde doğru cevapların gösterim türleri frekans yüzdeleri Tablo 4.1.1.3 de verilmiştir. Farklı bir açıdan da inceleyebilmek adına katılımcıların doğru yanıtları gösterimleri açısından da 3 ayrı kategoriye ayrılmıştır.

Tablo 4.1.1. 3. Ortalama şapka problemi doğru cevapların gösterim türleri frekans yüzdeleri tablosu

Gösterim türleri	Frekans yüzdeleri		
	4.sınıf	5.sınıf	6.sınıf
G1: Sözlü gösterimler	%6	%5	%10
G2: Görsel gösterimler	-	-	-
G3: Matematiksel gösterimler	%21	%26	%44

Tablo 4.1.1.3 incelendiğinde 4. Sınıfların %6'sı, 5. sınıfların %5'i ve 6. sınıfların %10'unun cevabının G1 kodunu içerdiği görülmektedir. Burada sözel açıklamanın en çok 6. sınıflarda görüldüğü ortaya çıkmaktadır. G2 gösterim türü yani ortalama şapka probleminin çözümü için görsel gösterim kullananlar, şekil veya model çizenler ise 3 sınıf seviyesinde de görülmemektedir. G3 gösterim türü ise matematiksel işlem yaparak çözüme ulaşanlardır. Gösterimler arasında en çok G3 gösterim türü görülmektedir ve görülme sıklığı sınıf seviyesi arttıkça artmaktadır (4. Sınıflar %21, 5. Sınıflar %26 ve 6. Sınıflar %44).

4.1.2 Pizza oran problemine ilişkin bulgular

Bu kısımda 7 kıza 2 pizza ve 3 erkeğe 1 pizza verilip eşit olarak paylaştıklarında her birine eşit miktarda pizza düşer mi sorusuna dair katılımcıların çözümlerinin analizinden elde edilen bulgular verilmiştir.

4.1.2.1.Cevapların sınıflandırılması

Pizza oran probleminin çözümlerindeki cevapların sınıflandırılmasının frekansları Tablo 4.1.2.1 de verilmiştir.

Tablo 4.1.2. 1. Pizza oran problemi cevapların sınıflandırılması frekans tablosu

Cevapların sınıflandırılması	Frekans yüzdeleri		
	4.sınıf	5.sınıf	6.sınıf
C1: Tamamlanmış ve ikna edici cevap	%9	%23	%36
C2: Belirsiz ve tamamlanmamış cevap	%10	%17	%14
C3: Yanlış ve anlaşılmaz cevap	%72	%55	%43
C4: Cevapsızlar	%9	%5	%7

Tablo 4.1.2 de Pizza oran probleminde öğrencilerin cevapları 4 ayrı kategoriye ayrılmıştır. C1'de tamamlanmış ve ikna edici cevaplar yer almaktadır. (4. Sınıflar %9, 5. Sınıflar %23, 6. Sınıflar %36) sınıf seviyesi yükseldikçe tamamlanmış ve ikna edici cevap sayısının arttığı görülmektedir. C2'de sadece cevabı doğru bulanlar fakat herhangi bir açıklama yapmayanlar, belirsiz ve tamamlanmamış cevap olarak sınıflandırılmıştır(4. Sınıflar %10, 5. Sınıflar %17 ve 6. Sınıflar %14). C3'de yanlış ve anlaşılmaz cevap verenler bulunmaktadır(4. sınıflar %72, 5. Sınıflar %55 ve 6. Sınıflar %43) yanlış ve anlaşılmaz cevap verenler sınıf seviyesi arttıkça azalmaktadır. C4'te ise boş bırakanlar yer almaktadır. (4. Sınıflar %9, 5. Sınıflar %5

ve 6. Sınıflar %7). Bu kategoriler arasında en fazla C3, en az C4 cevap tipine rastlanmaktadır.

Pizza oran probleminin çözümlerindeki doğru cevap tiplerinin frekans yüzdeleri Tablo 4.1.2.2 de verilmiştir.

Tablo 4.1.2. 2. Pizza oran problemi doğru cevap tipleri frekans yüzdeleri tablosu

Doğru cevap tipleri	Frekans yüzdeleri		
	4.sınıf	5.sınıf	6.sınıf
Tip1: Kesir şeklinde yazıp payda eşitleyenler veya ondalığa çevirerek karşılaştıranlar	-	%4	%11
Tip2: Sözel olarak açıklama yapanlar	%17	%14	%21
Tip3: Görsel olarak şekil çizip açıklama yapanlar	%4	%13	%9

Doğru cevap tiplerine bakıldığı zaman tablo 4.1.2.2 de görüldüğü gibi 3 ayrı kategori bulunmaktadır. Tip1'de kesir şeklinde yazıp payda eşitleyenler veya ondalığa çevirerek karşılaştıranlar bulunmaktadır. 4. Sınıflarda tip 1 görülmemektedir. Tip2'de sözel olarak açıklama yapanlar bulunmaktadır. Pizza oran probleminde en çok tip2'ye rastlanmaktadır. (4. Sınıf %17, 5. Sınıf %14 ve 6. Sınıf %21). Tip3'te görsel olarak çizip açıklama yapanlar vardır ve bu kategoride en çok 5. Sınıf olduğu görülmektedir. (%13).

4.1.3.Temsiller

Pizza oran problemindeki doğru yanıtlar temsillerine göre 4 ayrı kategoride incelenmiştir. Her bir kategorinin frekanslar yüzdeleri Tablo 4.1.3.1'te verilmiştir.

Tablo 4.1.3. 1. Pizza oran problemi temsilleri frekans yüzdeleri tablosu

Temsiller	Frekans yüzdeleri		
	4.sınıf	5.sınıf	6.sınıf
T1: Sayılarla işlemler yapanlar	-	%4	%11
T2: Sadece erkekler fazla almıştır diyenler	-	-	%0,7
T3: Şema veya model çizenler	%4	%13	%11
T4: Sözel açıklama yapanlar	%17	%14	%23

T1'de sayılarla işlem yapanlar, T2'de sadece doğru cevabı yazanlar fakat herhangi bir temsili olmayanlar, T3'de görsel temsiller yani açıklamalarını şekil veya model çizerek yapanlar, T4'de ise sözel temsiller bulunmaktadır. Temsil kategorileri incelendiği zaman en çok sözel temsil olduğu ve sınıf seviyesi yükseldikçe sayının arttığı göze çarpmaktadır. (4. Sınıf %17, 5. Sınıf %14 ve 6. Sınıf %23). Problemi temsili olmadan çözenler ise neredeyse yok denecek kadar azdır. Sadece 6. Sınıflardan 1 öğrencide görülmektedir. Şema veya model çizerek görsel temsil kullananlar ise en fazla 5. Sınıf seviyesinde görülmektedir.(%13)

4.1.3 Tek Sayı Dizisi Problemine İlişkin Bulgular

Her zil için misafirlerin tek bir sayıyla girdiği bir partiye dair oluşturulan Tek Sayı Dizisi Problemine ilişkin katılımcı çözümlerinin analizlerinden elde edilen bulgular bu kısımda sunulmuştur.

4.1.3.1.Cevapların doğruluğu

Tek sayı dizisi probleminde öğrencilerin 3 ayrı soruya cevap vermeleri beklenmektedir. Tablo 4.1.3.2 de A seçeneğindeki 10. Zilde kaç misafir içeri girer sorusuna doğru cevap verenlerin tablosu görülmektedir.

Tablo 4.1.3. 2. Tek sayı dizisi problemi A seçeneği çözümlerinin değerlendirilmesi frekans tablosu

A seçeneği çözümlerinin değerlendirilmesi	Frekans yüzdeleri		
	4.sınıf	5.sınıf	6.sınıf
As1 (somut): Tablo veya liste yapanlar veya her seferinde iki kişi fazla geldiğini belirterek tek tek yazanlar	%49	%61	%69
As2 (soyut): Formül yazanlar	-	%7	%3
As3: Stratejisi olmayanlar	%10	%3	%0.7

Doğru cevaplar 3 ayrı kategoriye ayrılmıştır. As1 'de (somut çözüm yapanlar) yani; Tablo veya liste yapanlar veya her seferinde iki kişi fazla geldiğini belirterek tek tek yazanlar bulunmaktadır. (4. Sınıf %49, 5. Sınıf %61 ve 6. Sınıf %69) AS2'de soyut çözüm yapanlar yani formül yazarak çözüm yapanlar bulunmaktadır. (5. Sınıf %7, 6. Sınıf %3) 4. Sınıflarda soyut çözüm yapan öğrenciye rastlanmamıştır. As3'te ise herhangi bir stratejisi olmayanlar bulunmaktadır.(4. Sınıf %10, 5. Sınıf %3, 6. Sınıf %0,5). En çok çözüm tipi somut çözüm yapanlarda görülmektedir (AS1) ve sınıf seviyesi arttıkça sayısı artmaktadır. Soyut çözüm yapanlarda ise en fazla 5. Sınıf görülmektedir (%7) . Stratejisi olmayanlar ise sınıf seviyesi arttıkça azalmaktadır.

B seçeneğinin doğru cevaplarının incelenmesi tablo 4.1.3.3 te görülmektedir.

Tablo 4.1.3. 3. Tek sayı dizisi problemi B seçeneği çözümlerinin değerlendirilmesi frekans yüzdeleri tablosu

B seçeneği çözümlerinin değerlendirilmesi	Frekans yüzdeleri		
	4.sınıf	5.sınıf	6.sınıf
Bs1 (Somut): Tablo veya liste yapanlar veya her seferinde iki kişi fazla geldiğini belirterek tek tek yazanlar	%43	%54	%61
Bs2 (Soyut):Formül yazanlar	-	%8	%4
Bs3: Stratejisi olmayanlar	-	%0.7	-

BS1'de görüldüğü gibi en fazla somut çözüm yapan öğrenci bulunmaktadır. (4. Sınıf %43, 5. Sınıf %54 ve 6. Sınıf %61) somut çözüm yapanlar sınıf seviyesi arttıkça artmaktadır. Bs2'de soyut çözüm yapanlar, yani formül yazanlar 4. Sınıfta görülmemektedir. En fazla %8 ile 5. Sınıfta görülmektedir. B seçeneği için stratejisi olmadan çözüm yapan öğrenci sadece 5. Sınıflarda 1 kişidir.

C seçeneği doğru cevapların incelenmesi için ilk üç kategorinin dışında 4. Bir kategori belirlenmiştir. Her bir kategoriye dair frekans yüzdeleri Tablo 4.1.3.4'te verilmiştir

Tablo 4.1.3. 4. Tek sayı dizisi problemi C seçeneği çözümlerinin değerlendirilmesi frekans yüzdeleri tablosu

C seçeneği çözümlerinin değerlendirilmesi	Frekans yüzdeleri		
	4.sınıf	5.sınıf	6.sınıf
Cs1 (somut): Tablo veya liste yapanlar veya her seferinde iki kişi fazla geldiğini belirterek tek tek yazanlar	%3	%5	%8
Cs2 (Soyut): Formül yazanlar	-	%10	%5
Cs3: Stratejisi olmayanlar	%0.7	%3	-
Cs4: Çeşitli yollar geliştirip hesaplama yapanlar fakat yolları anlamlı olmayanlar.	%0.7	%4	%6

Cs1'de somut çözüm yapanlar, Cs2'de soyut çözüm yapanlar, Cs3'te stratejisi olmayanlar bulunmaktadır. Cs4'te ise çeşitli yollar geliştirip hesaplama yapanlar fakat yolları anlamlı olmayanlar bulunmaktadır. C seçeneğinin çözümü için en çok tercih edilenin somut çözüm yapmak olduğu Tablo 4.1.3.3'te görülmektedir. Burada göze çarpan durum formül yazarak çözüme giden öğrencilerin sayısının 5. Sınıfta fazla olmasıdır. 6. Sınıflarda stratejisi olmadan çözüm yapan öğrenci bulunmamaktadır. Cs4'te olan ve hesaplama stratejisini kullanan öğrencilerin ise sınıf seviyesi arttıkça arttığı görülmektedir.(4. Sınıf %0,5, 5. Sınıf %4 ve 6. Sınıf %6)

4.1.4 Problem kurma Sorusuna İlişkin Bulgular

Problem kurma sorusunda öğrencilerden verilen figürler ile alakalı 3 tane problem yazmaları istenmiştir. Kolay, orta ve zor olmak üzere 3 tane farklı problem yazmaları gerekmektedir. Kolay, orta ve zor problemler ayrı ayrı değerlendirilmiştir. Öğrencilerin problemleri ilk olarak 3 ayrı kategoride toplanmıştır. Matematiksel problemler, matematiksel olmayan veya alakasız problemler ve cevapsızlar. Daha sonra matematiksel problemler; geniş kapsamlı matematiksel problemler ve dar kapsamlı matematiksel problemler olarak 2 ayrı kategoriye ayrılmıştır. Geniş kapsamlı matematiksel problemler her 3 şeklide kullanarak daha sonraki basamaklar ile ilgili olanlardır (4. şekilde kaç tane boyalı nokta olur?) , Dar kapsamlı matematiksel problemler ise sadece verilen 3 şekle yönelik olanlardır (1. şekildeki boyalı nokta sayısı, boyasız nokta sayısından ne kadar azdır?) . Dar kapsamlı matematiksel problemler bir şekildeki noktaları içerenler /birden fazla şekildeki noktaları içerenler/şekillerdeki nokta sayısını karşılaştıranlar/figürle alakalı model veya şekil çizenler olmak üzere ayrı ayrı gruplandırılmıştır. Geniş kapsamlı matematiksel problemlerde, dar kapsamlı matematiksel problemlerin dışında iki tane daha gruplandırma yapılmıştır. Belirsiz ve cevaplanmayacak şekilde olanlar /belirli ve kesin sonucu olacak şekilde olanlar. Tablo 4.1.4.1 'de Kolay problemlerin analiz frekans yüzdeleri verilmiştir. Tabloda verilen Kodlar yöntem kısmında ayrıntılı olarak açıklanmıştır.

Tablo 4.1.4. 1. Problem kurma sorusu kolay problem analizi frekans yüzdeleri tablosu

Kolay problem kurma	Frekans yüzdeleri		
	4.sınıf	5.sınıf	6.sınıf

Matematiksel problemler	Geniş Kapsamlı problemler	K11	%4	%9	%6
		K12	-	%2	%0.7
		K13	%2	%7	%3
		K14	-	%2	%2
		K15	-	%8	%7
		K16	%4	%12	%6
	Dar Kapsamlı problemler	K21	%22	%21	%19
		K22	%10	%13	%15
		K23	-	-	%2
		K24	-	-	%0.7
Matematiksel olmayan veya ilgisiz problemler		K3	%43	%33	%37
Cevapsızlar		K4	%19	%13	%17

Tablo 4.1.4.1 incelendiğinde kolay problemlerde %56'sının matematiksel problem, %38'inin matematiksel olmayan problem ve %16'sının cevapsız olduğu görülmektedir. Matematiksel problemlerde 103 tanesi geniş kapsamlı,153 tanesi dar kapsamlı matematiksel problemdir. Dar kapsamlı problemler arasında ise en çok bir şekildeki noktaları içeren problem türüne rastlanmaktadır (4. sınıf %22, 5. sınıf %21 ve 6. sınıf %19). Sınıf seviyesi yükseldikçe bir şekildeki noktaları içeren soru türü azalmaktadır. Geniş kapsamlı matematiksel problemler en çok 5. sınıflarda karşımıza çıkmaktadır. ,4. sınıfların %11'i geniş kapsamlı matematiksel problemken, 5. sınıflarda %41 ve 6. Sınıflarda %20 olduğu görülmektedir. Matematiksel olmayan veya ilgisiz problemlere bakıldığı zaman en çok 4. Sınıflarda (%43) görülmektedir. 5. ve 6. sınıflarda ise çok benzer bir durum söz konusudur. 5. sınıfların %33'ü matematiksel olmayan veya alakasız problem yazarken, 6. sınıflarda %37'dir. Kolay problem yazma kısmının boş bırakan öğrenci sayıları her sınıf seviyesinde benzerlik göstermektedir (4. sınıf %19, 5. sınıf %13, 6. sınıf %17).

Tablo 4.1.4.2 'de orta problemlerin analiz frekans yüzdeleri verilmiştir.

Tablo 4.1.4. 2. Problem kurma sorusu orta problem analiz frekans yüzdeleri tablosu

Orta problem kurma		Frekans Yüzdeleri			
			4.sınıf	5.sınıf	6.sınıf
Matematiksel problemler	Geniş Kapsamlı problemler	K11	%5	%13	%7
		K12	%1	%1	%2
		K13	%3	%8	%5
		K14	%1	%1	%1
		K15	%2	%13	%3
		K16	%7	%9	%9
	Dar Kapsamlı problemler	K21	%12	%11	%13
		K22	%15	%12	%15
		K23	-	-	%2
		K24	-	-	-
Matematiksel olmayan veya ilgisiz problemler		K3	%43	%36	%41
Cevapsızlar		K4	%23	%18	%18

Orta problemlerde matematiksel olmayan veya alakasız problemlerin sayısındaki fazlalık göze çarpmaktadır (4. Sınıf %43, 5. Sınıf %36, 6. Sınıf %41). Orta problemlerin %29'u geniş kapsamlı, %26'sının dar kapsamlı matematiksel problemler olduğu görülmektedir. Dar kapsamlı matematiksel problemlerde şekillerdeki nokta sayısını karşılaştıranlar 4. Ve 5. Sınıfta görülmezken, 6. Sınıflarda sadece %2sidir. Figürle alakalı şekil veya model çizenler ise 3 sınıf seviyesinde de görülmemektedir. Geniş kapsamlı matematiksel problemlerde 5. Sınıfların daha fazla soru yazdığı görülmektedir. Geniş kapsamlı matematiksel problemlerde belirsiz ve cevaplanmayacak şekilde olanların 5. Sınıf seviyesinde (%13), 4. Sınıf (%2) ve 6. Sınıfa göre (%3) çok daha fazla olduğu görülmektedir.

Tablo 4.1.4.3 'de zor problemlerin analiz frekans yüzdeleri verilmiştir.

Tablo 4.1.4. 3. Problem kurma sorusu zor problem analiz frekans yüzdeleri tablosu

Zor problem kurma			Frekans Yüzdeleri		
			4.	5.	6.
Matematiksel problemler	Geniş Kapsamlı problemler	K11	%3	%9	%9
		K12	%1	%3	%1
		K13	%3	%8	%3
		K14	-	%1	%1
		K15	%3	%12	%3
		K16	%2	%9	%10
	Dar Kapsamlı problemler	K21	%11	%9	%9
		K22	%7	%10	%14
		K23	-	-	%1
		K24	-	-	-
Matematiksel olmayan veya ilgisiz problemler		K3	%48	%42	%40
Cevapsızlar		K4	%29	%17	%23

Zor problemlerin analizinde de öğrencilerin büyük çoğunluğunun (4. sınıf %48, 5. sınıf %42 ve 6. sınıf %40) matematiksel olmayan veya alakasız problemler yazdığı görülmektedir. Problemlerin %27sinin geniş kapsamlı matematiksel problemler, %20sinin dar kapsamlı matematiksel problem olduğu görülmektedir. Zor problemlerde cevaplamayıp boş bırakan öğrenci sayısı da diğerlerine göre artmaktadır. Orta problemlerde olduğu gibi zor problemlerde de dar kapsamlı matematiksel problemlerde şekillerdeki nokta sayısını karşılaştıranlar 4. ve 5. sınıfta görülmezken, 6. Sınıflarda sadece %1dir. Figürle alakalı şekil veya model çizenler ise 3 sınıf seviyesinde de görülmemektedir. Dar kapsamlı matematiksel problemlerde öğrenciler bir veya birden fazla şekildeki noktaları içeren problemleri yazmayı tercih etmişlerdir. Geniş kapsamlı matematiksel problemlerde bir şekildeki noktaları içeren problem sayıları 5 ve 6. sınıfta farklılık göstermezken, 4. sınıfta sayısı çok azalmaktadır. (4. sınıf 4 %3, 5. sınıf %9, 6. sınıf %9). Geniş kapsamlı matematiksel problemlerde şekillerdeki nokta sayısının karşılaştıranlar en çok 5. Sınıf seviyesinde görülürken, aynı zamanda belirsiz ve cevaplanmayacak şekilde olanlarda en fazla 5.sınıf seviyesindedir. Belirli ve kesin sonucu olacak şekilde olan problemler 4. Sınıfta%2 iken, 5.sınıfta %9, 6. Sınıfta %10'dur.

Tablo 4.1.4.4'de problem kurma sorusu zorluk seviyesindeki ilerleme analizi frekans yüzdeleri verilmiştir.

Tablo 4.1.4. 4. Problem kurma sorusu zorluk seviyesindeki ilerleme analizi frekans yüzdeleri

Zorluk derecesi	Frekans yüzdeleri		
	4.sınıf	5.sınıf	6.sınıf
P1<P2<P3	%18	%28	%23
P1<P3 ve P2<P3 veya P1<P2 ve P1<P3	%11	%15	%15
P1>P2,P2>P3, P1>P3,	%5	%4	%5
Dahil edilmeyenler	%65	%53	%57

(Yazılması istenilen kolay problem: P1, Orta problem :P2, Zor problem :P3 olarak ifade edilmiştir)

Her katılımcıdan 3 seviyede problem kurmaları istenmiştir: Kolay, orta ve zor. Geniş kapsamlı problemler genellikle dar kapsamlı problemlerden daha zor olduğu görülmüştür. En az 2 matematiksel problem yazmış öğrenciler bu analize dahil edilmiş ve analiz kriterleri yöntem kısmında ayrıntılı olarak anlatılmıştır. 3 sınıf seviyesinde de analize dahil edilemeyenlerin yüzdeleri tablo 4.1.4.4'te görüldüğü gibi oldukça fazladır. 4. Sınıfların %18'inin, 5. Sınıfların %28'inin ve 6. Sınıfların %23'ünün istenilen türde kolay-orta ve zor olmak üzere zorluk derecelerini arttırdıkları görülmektedir.

4.2. TARTIŞMA

Bu çalışma da Gaziantep il merkezinde bulunan 5 farklı okuldan toplam 450 4, 5 ve 6. sınıf öğrencisine açık uçlu 3 tane problem çözme sorusu ve 1 tane de problem kurma sorusu sorulmuş, verdikleri cevaplar analiz edilerek matematiksel düşünmeleri incelenmiştir. Çalışmanın bu kısmında elde edilen bu bulgular tartışılmıştır. Ayrıca, daha önce aynı ölçme aracı kullanılarak gerçekleştirilen Singapur örneklemindeki uygulanmasıyla (Cai, 2003) elde edilen sonuçlar ile karşılaştırılarak bulguların değerlendirilmesi yapılmıştır.

Ortalama şapka problemine dair bulguların tartışılması

Ortalama şapka problemini yaklaşık olarak 4. sınıf öğrencilerinin dörtte biri, 5. sınıf öğrencilerinin üçte biri doğru cevaplarken, 6. sınıf öğrencilerinin yarısından fazlasının doğru cevapladığı görülmektedir. Bu oranlar Cai'nin (2003) Singapur'daki uygulamasında çıkan sonuçlara göre oldukça düşüktür (4. sınıf %73, 5. sınıf %93 ve 6. sınıf %95). Sınıf seviyesi yükseldikçe başarı oranının artması olumlu bir gelişme gibi görülse de Singapurlu öğrencilerle karşılaştırıldığında gerçekten sıkıntılı bir durumun ortada olduğu söylenebilir.

Ortalama şapka problemi sorusunda sayıları az da olsa direk ortalamayla 4'üçarparak 28 bulanların sınıf seviyesi arttıkça artmasıdır (4. sınıf %2, 5. sınıf %5, 6. sınıf %7). 4 ve 5. sınıf öğrencilerinin yaklaşık üçte birinin 6. sınıf öğrencilerinin ise önemli bir kısmının sayılar ile anlamsız işlem yapmaları üzerinde durulması gereken önemli bir bulgudur.

Ortalama şapka problemini 4. sınıfların yaklaşık dörtte biri boş bırakırken bu oran 5 ve 6. sınıflarda oldukça düşüktür. Bu durum ortalama hesapları gerektiren problemlerle sınıf seviyesi yükseldikçe öğrencilerin uğraşmaya başlaması öğretim süreci açısından olumlu bir sonuç olduğu söylenebilir. Ayrıca stratejilerine bakıldığı zaman ortalama formülünü doğru kullananlarda 6. sınıflar büyük fark görülmektedir. Bunun nedeni olarak 6. sınıf matematik müfredatında ortalama hesaplamasının olması gösterilebilir. Tahmin et ve kontrol et stratejisi ise sınıf seviyesi arttıkça azalmaktadır. Doğru cevabı bulmasına rağmen stratejisi net olmayan öğrencilerin sayısının da sınıf seviyesi ile bağlantılı olarak arttığı gözlenmesi de ilginç bir bulgudur.

Çözümlerin gösterimlerine bakıldığında öğrencilerin her sınıf seviyesinde yoğun olarak matematiksel gösterimler kullandığı, görsel gösterimler ise hiçbir öğrenci tarafından tercih edilmediği görülmektedir. Matematiksel gösterimlerin kullanılması sınıf seviyesi ile birlikte artmaktadır. Öyle ki 4 ve 5. sınıflarda tüm öğrencilerin yaklaşık dörtte biri matematiksel gösterim kullanırken, 6. sınıfların yarısına yakını bu gösterimi tercih etmiştir. Bu durum Singapurlu öğrencilerle yapılan benzer çalışmaya paralellik göstermektedir.

Pizza oran problemine dair bulguların tartışılması

Pizza oran probleminde tamamlanmış ve ikna edici cevap veren öğrencilerin yüzdesi, Singapur'da yapılan çalışmada olduğu gibi sınıf seviyesi arttıkça artmaktadır (4. sınıf %9, 5. sınıf %23, 6. sınıf %36). Bu problemin çözümünde de karşımıza çıkan tabloda 4. sınıf öğrencilerinin diğer sınıflara oranla çok daha geride kaldığı görülmektedir. Topal'ın (2015) 6. Sınıflar üzerinde yaptığı araştırmasında bu soruya tamamlanmış ve ikna edici cevap verenlerin yüzdesinde benzer bir oran karşımıza çıkmaktadır (%37). Belirsiz ve tamamlanmamış cevap verenlerin yüzdesi Singapurlu öğrencilerde sınıf seviyesi arttıkça azalırken, bu uygulamada karışık bir durum karşımıza çıkmaktadır. Belirsiz ve tamamlanmamış cevap verenler en çok 5. sınıf seviyesinde görülmektedir. Yanlış ve anlaşılmaz cevap veren öğrenci yüzdelerine bakıldığı zaman her iki uygulamada da 4. sınıfların yüzdelerinin en büyük olduğu görülmektedir. Buradaki dikkat çeken durum ise Singapur'da yapılan çalışmada yanlış ve anlaşılmaz cevap veren öğrencilerin sayısı 5 ve 6. sınıflarda yok denecek kadar azalsa da, bu uygulamada 5 ve 6. sınıfların yarısına yakını olarak karşımıza çıkmaktadır.

Pizza oran problemini yanıtsız bırakan öğrenciler ise Singapur'daki çalışmada sınıf seviyesi arttıkça azalıyor ve 6. sınıflarda hiç kalmamasına rağmen bu uygulamada neredeyse her sınıf seviyesinin yaklaşık onda biri olarak karşımıza çıkıyor. Topal'ın (2015) 6. Sınıflar üzerinde yaptığı çalışmada pizza oran problemi sorusunu boş bırakanlar tüm öğrencilerin %11'idir.

Pizza oran probleminin çözümü için öğrencilerin en az tercih ettikleri çözüm tipi numerik çözüm tipi olmuştur. Öğrencilerin daha çok sözel çözüm tipini tercih ettikleri görülmektedir. (her sınıf seviyesinin yaklaşık onda biri). Oysaki bu oran Singapur çalışmasında 4. Sınıf %54, 5. Sınıf %66, 6. Sınıf %84 tür. Görsel çözüm tipini kullananlar Singapur'da 4. sınıftan 6. sınıfa doğru azalırken, bu uygulamada en az 4. sınıflarda görülmektedir. 5 ve 6. Sınıfların ise oranları birbirine benzer olup yaklaşık olarak onda biridir. En çok kullanılan çözüm temsili sözel temsildir. Topal'ın (2015) çalışmasında yer alan aynı sorunun bulgularında da en çok Sözel temsil türüne rastlanmaktadır. Çözüm tipleri incelendiği zaman Singapur çalışmasında öğrencilerin nümerik çözümler kullandığı ve bu kullanımın sınıf seviyesi ile orantılı bir şekilde arttığı gözlenmektedir. Fakat bu uygulamada tam tersi bir durum karşımıza çıkıyor. Katılımcıların nümerik çözüm tipini sözel temsile göre daha az tercih etmeleri ve sınıf seviyesi arttıkça bu kullanımın azalması ilginç bir bulgudur.

Tek sayı dizisi problemine dair bulguların tartışılması

Tek sayı dizisi probleminde 4. sınıfların yarısından fazlası, 5 ve 6. sınıfların dörtte üçü 10. kapı çalışında kaç kişinin içeri gireceği sorusunu doğru cevaplanmıştır. Singapur çalışmasında öğrencilerin tamamına yakınının doğru cevapladıkları görülmektedir. 99 misafirin içeri girdiği zilin kaçıncı zil olduğu sorusunda ise 4. sınıflarda doğru yanıtlama oranı oldukça düşük, 5 ve 6. sınıflarda ise beşte bire yakındır.

10. kapı çalışında kaç kişinin içeri girdiği sorusunu doğru cevaplayan öğrencilerin büyük çoğunluğu tablo veya liste yaparak sonuca ulaşmışlardır. 99 misafirin içeri girdiği zilin kaçıncı zil olduğunu bulmak için ise tablo veya liste yapmak uzun ve zaman alıcı bir yöntemdir. Bu yüzden iki soru arasında doğru cevaplayanların sayısında ciddi bir düşüş bulunmaktadır. Topal'ın (2015) çalışmasında da yer alan aynı sorunun bulguları incelendiğinde öğrencilerin büyük çoğunluğunun (%81) 10. Zil çalmasında içeri giren misafir sayısını bulmak için somut stratejiyi tercih ettikleri görülmektedir.

99 misafirin içeri girdiği zilin kaçıncı zil olduğu sorusunda doğru cevaplayan öğrencilerin yaklaşık dörtte biri tablo veya liste yapmışlar yine yaklaşık dörtte biri formül kullanmışlar, daha az oranda öğrenci ise net olmayan yeni bir hesaplama yöntemi geliştirmiştir. Geri kalanların ise çözüm stratejisi net değildir. Singapurlu öğrencilerde de iki seçenek arasında doğru cevaplayanların yüzdeleri arasında ciddi bir düşüş bulunmaktadır. Topal'ın (2015) çalışmasında da A seçeneğini öğrencilerin yarısından çoğu doğru yanıtlarken, C seçeneğini dörtte biri doğru yanıtlamıştır.

Soyut strateji kullanarak çözümü gerçekleştirmek (y=2n-1, formülünü kullananlar) 10. kapı çalışında kaç kişinin içeri girdiğini bulmak için çok tercih edilmese de, 99 misafirin içeri girdiği zili bulmak için tercih edilmektedir. Herbir kapı çalışında kaç kişinin içeri girdiğini nasıl bulduklarına dair bir kuralı veya sözel ifadeyi açıklamalarını istendiğinde, 4. sınıf öğrencilerinin yarısına yakını, 5. sınıf öğrencilerinin yarısı ve 6. sınıf öğrencilerinin yarısından fazlası tablo veya liste yaparak veya her seferinde iki kişi fazla geldiğini belirterek tek tek yazmayı tercih etmişlerdir. 5 ve 6. sınıf öğrencilerinden formül yazarak açıklamayı tercih edenlerin oranı oldukça azdır. 4. sınıflarda hiçbir öğrenci formül yazarak açıklama yapmamıştır.

Problem kurma sorusuna dair bulguların tartışılması

Problem kurma sorusunda öğrencilerden beklenen matematiksel problemler kurmalarıdır. Sınıf seviyesi arttıkça istenilen durumun arttırdığı görülmektedir. 5 ve 6. sınıfların yarısından fazlası, 4. sınıfların yarısından az bir kısmı matematiksel problem yazabilmiştir. Burada karşımıza çıkan enteresan durum ise matematiksel problemlerin en çok 5. sınıf seviyesinde görülmesidir. Ancak Singapurlu öğrencilerin benzer sorulardaki başarısıyla karşılaştırıldığında katılımcıların başarısı düşük sayılabilir. Bu oran Singapur çalışmasında 4. sınıflarda %75, 5. sınıflarda %90, 6. sınıflarda ise %95'tir (Cai, 2000).

Her sınıf seviyesinde matematiksel problemlerin yüzdeleri her zorluk derecesi için neredeyse aynıdır. Her sınıf seviyesindeki öğrencilerin yaklaşık dörtte biri bu soruyu cevapsız bırakmışlardır Bu oran Singapur çalışmasında 5 ve 6. sınıf seviyelerinde oldukça düşüktür. (4. Sınıf %15, 5. Sınıf %2 ve 6. Sınıf %1).

4. sınıfların yarısına yakını, 5 ve 6. sınıfların ise yaklaşık dörtte biri matematiksel olmayan veya alakasız problemler yazmışlardır.

Matematiksel problemler geniş kapsamlı ve dar kapsamlı olarak incelendiğinde toplam yazıların problemlerin yarısına yakınının geniş kapsamlı, dörtte üçünün ise dar kapsamlı matematiksel problemler olduğu görülmektedir. 3 seviye arasında en çok oluşturulan problemler dar kapsamlı matematiksel problemlerde;

-bir figürdeki nokta sayısını içeren problemler

- birden fazla figürdeki nokta sayısını içeren problemlerdir.

Geniş kapsamlı matematiksel problemlerde belirli ve kesin sonucu olacak şekilde problem kuranlar incelendiğinde 5 ve 6. sınıflar arasında fazla bir fark yokken 4. sınıfların çok geride kaldığı görülmektedir. 6. sınıfların özellikle zor problem yazarken belirli ve kesin sonucu olacak şekilde yazdığı görülmektedir. Fakat oran olarak çok düşüktür. 6. Sınıf öğrencilerinin sadece onda biri geniş kapsamlı matematiksel problemlerde belirli ve kesin sonucu olacak şekilde problem kurduğu görülmektedir.

Belirsiz ve kesin sonucu olmayacak şekilde yazılan problemlerin oranı ise oldukça azdır. Dar kapsamlı matematiksel problemlerde şekillerdeki nokta sayısını karşılaştıranlar 4 ve 5. sınıflarda hiç görülmezken, 6. sınıflarda ise çok az sayıda görülmektedir. Dar kapsamlı matematiksel problemlerde figürle alakalı model veya şekil çizmek Singapur çalışmasında en çok tercih edilenler arasında olmasına rağmen bu çalışmada yok denecek kadar az sayıdadır (sadece 6. Sınıflarda 1 adet).

Araştırmada problem kurma başarısının istenilen düzeyde olmadığı görülmektedir. Bunun için problem kurma temelli öğretim ortamları tasarlanabilir. Çünkü Öğrencilerin problemi anlama başarılarının artırılmasında problemin yeniden ifade edilmesi, görselleştirme ve niteliksel akıl yürütme etkilidir. Öğrencilerin bu becerilerinin geliştirilmesinde ise problem kurma temelli problem çözme öğretiminin kullanılmasının öğrencilerin problemi anlama ve doğal olarak problem çözme becerilerini önemli ölçüde ileri götürebileceğini ortaya koymuşlardır (Cankoy ve Darbaz, 2010).

Araştırmanın sonuçları kısaca özetlenecek olursa katılımcıların sorulan açık uçlu problemlere dair yaptıkları çözümler hata tiplerine, çözüm stratejilerine ve gösterimlerine göre analiz edilmiştir. Bu çalışmanın sonucu bize uygulamanın yapıldığı 4, 5 ve 6. sınıf öğrencilerinin büyük çoğunluğu çözüm stratejilerini doğru belirleme ve problemi çözme konusunda yeterli olmadıklarını göstermiştir. Cai (2003) çalışmasındaki Singapur örneklemiyle karşılaştırıldığında bu durumun boyutları çarpıcı bir şekilde karşımıza çıkmaktadır. Çözüm stratejilerini bilmenin öğrencilerin problem çözme başarısını arttırdığı (Follmer, 2000) düşünüldüğünde öğretim sürecinin bu yönde bir çaba içine girmesinin gerekliliği ortaya çıkmaktadır. Öyle ki bu konuda Yazgan ve Bintaş'ın (2005) 4 ve 5. sınıf öğrencileriyle yaptıkları çalışmada öğrencilerin problem çözme stratejileri öğrenilebildiklerini ve verilen strateji eğitiminin her iki sınıfta da problem çözme başarılarını olumlu yönde etkilediğini ortaya koymuşlardır.

Çalışmada problem kurma sorusunda verilen figürlere göre istenilen türde problem yazma konusunda da yeterli olmadıkları görülmektedir. Bu çalışmanın sonucunda göze çarpan sevindirici durum ise, sınıf seviyesinin artmasının problem kurma ve problem çözme konusunda yeterliliği arttırmaktadır.

SONUÇ VE ÖNERİLER

Bu bölümde öğrencilerin problem çözme ve kurma süreçlerindeki matematiksel düşünmelerinin incelendiği bu çalışmaya ilişkin sonuç ve öneriler sunulmuştur.

4, 5 ve 6. sınıf öğrencilerinin problem çözme ve kurmada yeterli bir düzeyde olmadıkları sonucuna ulaşılmıştır. Çalışmanın sonuçları ışığında şu öneriler de bulunulabilir:

Öğrencilerin problem çözme ve kurma durumlarıyla daha çok karşılaştırılmaları ve farklı çözüm stratejileri geliştirmelerine olanak sağlayıcı sınıf ortamları sağlanmalıdır. Çünkü farklı çözüm yollarının kullanılmasını önemsendiği bir sınıf ortamının oluşturulması alternatif çözüm yolları ortaya koymalarına gayret göstermesini pekiştirecektir (Bozkurt, 2012).

Singapur eğitim sistemi, ülkemizdeki eğitim sistemi ile karşılaştırılarak öğrenciler arasındaki akademik başarı farkının nedenleri araştırılabilir.

Öğretmenler konuyu anlattıktan sonra problem kurma çalışmalarına yer vermelidir. Bozkurt (2012) çalışmasında öğretmenlerin yaklaşık üçte birinin konuyu anlattıktan sonra öğrencilerden soru hazırlamalarını hiç istemediğini ortaya koymuştur. Oysaki öğretim programında da, öğrencilerin problem çözme becerilerinin geliştirilmesi gerektiğinin altı çizilmiştir (MEB, 2005). Konuyu anlattıktan sonra konu ile ilgili öğrencilerden soru hazırlamasını isteyen öğretmen onlara yeni bir rol biçiyor. Bu şekilde davranan öğretmen yansıtıcı öğrenmeyi (Tok, 2008) sağlamaktadır. Ayrıca bu tür çalışmalar, başarının temel yordamcılarından biri olan öğrenci katılımını da sağlamaktadır (Açıkgöz, 2003).

Matematik öğretimi yapılırken, problem kurma ve problem çözme çalışmalarının birbirlerini destekleyici bir şekilde planlanması gerekmektedir. Cankoy ve Darbaz (2010)'ında belirttiği gibi bu durum öğrenmeyi ve problem çözmeyi olumlu etkilemektedir.

Problem çözmenin ve kurmanın öğretilmesi için gerekli olan ders materyalleri öğrenciyi merkeze alan ve üst düzey akıl yürütme becerilerini ortaya koyabilecekleri şekilde geliştirilmelidir. Öğrencilerin aktif olarak kendi deneyimlerini sınıf ortamına taşıyıp, problem kurma ve çözmede bundan yararlanabilecekleri sınıf ortamları düzenlenmelidir. Bu iş için gereken ders materyalleri öğrenci merkezli olup, daha çok üst düzey akıl yürütme becerilerini gösterebilecekleri şekilde geliştirilmelidir. Ve bu yöntemlere rehberlik eden öğretmenleri yetiştiren kurumların, öğretmen adaylarının yöntemleri benimsenmesi için olanak tanıması gerekmektedir. (Cankoy ve Darbaz,2010)

Problem çözümlerindeki temsiller incelendiğinde öğrencilerin sözel ve görsel temsilleri yeterli derecede kullanmadıkları görülmektedir. Araştırmacıların bulgularına göre problem çözümünde farklı temsillerin kullanılması ve bu temsiller arasındaki geçişlerin sağlanabilmesi, kavramsal anlamanın önemli bir göstergesi olarak görülmektedir. (Harries & Barmby, 2008; Heinze, Star, & Verschaffel, 2009; Kaput, 1989; Lesh, Post, & Behr, 1987). Ayrıca bu durum MEB'in 2006 matematik programında "matematiksel kavramların, işlemlerin ve durumların farklı temsil biçimlerini ilişkilendirir, farklı temsil biçimleri arasında dönüşüm yapar" şeklinde ifade edilmektedir. Programda, öğrencilerin matematik yapma süreçlerinde ve bu süreçlerin sonrasında yazılı ifadelerden, sözlü anlatımlardan, resimlerden, grafiklerden ve somutlaştırılmış modellerden faydalanmasının önemi belirtilmektedir. Öğretmenlerin bu süreçte sınıf ortamlarını öğrencilerin düşüncelerini rahatlıkla açıklayabildikleri, tartışabildikleri ve yazı ile anlatabildikleri şekilde oluşturmalarının gerekliliği vurgulanmaktadır. Işık ve Kar (2011)'inde çalışmalarında belirttiği gibi Bu durumlar göz önünde bulundurulduğunda ve araştırmanın sonucunda çıkan veriler incelendiğinde öğretmenlerin problem çözümünde görsel temsiller kullanmasından ziyade, görsel temsillere yönelik problem kurma etkinliklerine de yer verilmesi bu becerilerin kazanılmasına yardımcı olacaktır.

- Altun ve Arslan (2006)'ında çalışmalarında değindikleri nokta olan; öğrencilerin problem çözmeye karşı tutumları üzerinde olumlu bir etkisi olan problem çözme stratejileri üzerinde odaklanan eğitimin uygulanabilmesi için öğretmen eğitiminden başlanarak hassasiyet gösterilmesi başarının arttırılması için doğru bir hamle olacaktır.

KAYNAKLAR

Açıkgöz, K. Ü. (2003). *Etkili öğrenme ve öğretme*. (4. Basım). İzmir: Eğitim Dünyası Yayınları.

Akay, H. (2006). *Problem kurma yaklaşımı ile yapılan matematik öğretiminin öğrencilerin akademik başarısı, problem çözme becerisi ve yaratıcılığı üzerindeki etkisinin incelenmesi*, Yayınlanmış Doktora Tezi, Gazi Üniversitesi, Ankara.

Altun, M. (1995). *İlkokul 3, 4 ve 5. Sınıf Öğrencilerinin Problem Çözme Davranışları Üzerine Bir Çalışma*, Yayınlanmamış Doktora Tezi, Hacettepe Üniversitesi, Ankara

Altun, M. (2014). İlköğretim ikinci Kademe (5, 6, 7 ve 8. Sınıflarda) Matematik Öğretimi, 10. Baskı, Bursa: Aktüel Yayınları.

Altun, M., & Arslan, Ç. (2006). İlköğretim öğrencilerinin problem çözme stratejilerini öğrenmeleri üzerine bir çalışma. *Uludağ Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, *19*(1), 1-21.

Aydoğdu, T. ve Olkun, S. (2004). İlköğretim öğrencilerinin toplama-çıkarma içeren standart sözel problemlerde işlem seçme başarıları. *Eurasion Journal of Educational Research*, 16, 27–38.

Bozkurt, A. (2010). İşçi ve Havuz Problemleri ile İlgili Karşılaşılan Zorluklar ve Çözüm Önerileri, *Kırşehir Eğitim Fakültesi Dergisi (KEFAD) , 11*(2), 173-185.

Bozkurt, A. (2012). The teacher's approach to teaching mathematical problem solving stages, *Energy Education Science and Technology Part B: Social and Educational Studies*, pp. 889-900.

Bozkurt, A., Özmantar, M.F., Bingolbali, E., ve Oğraş, A. (2011). Teachers' conduct of problem solving activities, In Ubuz. B. (Eds.). *Proceedings of The 35th Conference of The International Group For The Psychology of Mathematics Education*, Vol. 1. Ankara, Turkey: PME.

Cai, J. (2000). Mathematical thinking involved in US and Chinese students' solving of process-constrained and process-open problems. *Mathematical Thinking and Learning*, 2(4), 309-340.

Cai, J. (2003): Singaporean students' mathematical thinking in problem solving and problem posing: an exploratory study, *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 34:5, 719-737

Cankoy, O., & Darbaz, S. (2010). Problem kurma temelli problem çözme öğretiminin problemi anlama başarısına etkisi. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, *38*(38).

Crespo, S. (2003). Learning to pose mathematical problems: Exploring changes in preservice teachers’ practices. *Educational Studies in Mathematics*, 52, 243–270.

Cuoco, A (2001) The roles of representation in school mathematics (2001 Yearbook). NCTM, Reston, VA

Erden, M. (1984). *İlkokulların Birinci Devresine Devam Eden Öğrencilerin Dört İşleme Dayalı Problemleri Çözerken Gösterdikleri Davranışlar,* (Yayımlanmamış Doktora Tezi) Ankara: Hacettepe Üniversitesi.

Follmer, R. (2000). Reading, Mathematics and Problem Solving: *The effects of direct instruction in the development of fourth grade students’ strategic reading and problem solving approaches to text based, non routine mathematics problems, dissertation.* Widener University, Chester PA.

Gür H., & Hangül, T. (2015). Ortaokul Öğrencilerinin Problem Çözme Stratejileri Üzerine Bir Çalışma. *Pegem Eğitim ve Öğretim Dergisi*, *5*(1), 95-112.

Gür, H. ve Korkmaz, E. (2003). İlköğretim 7. sınıf öğrencilerinin problem ortaya atma becerilerinin belirlenmesi. Matematikçiler Derneği Bilim Köşesi. www.matder.org.tr.

Harries, T. & Barmby, P. (2008). Representing multiplication. Mathematics Teaching, 206, Research Library, pp. 37.

Işık, C., & Kar, H. (2011). İlköğretim 6, 7 ve 8. sınıf öğrencilerinin sayı algılama ve rutin olmayan problem çözme becerilerinin incelenmesi. *Ahi Evran Üniversitesi Kırşehir Eğitim Fakültesi Dergisi*, *12*(1).

Işık, C., Işık, A. ve Kar, Tuğrul. (2011). Öğretmen adaylarının sözel ve görsel temsillere yönelik kurdukları problemlerin analizi. *Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, *30*(30), 39-49

İpek, A. S. & Okumuş, S. (2012). İlköğretim matematik öğretmen adaylarının matematiksel problem çözmede kullandıkları temsiller. *Gaziantep Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi*, 11 (3), 681-700

İslamoğlu, A.H. (2009). *Sosyal Bilimlerde Araştırma Yöntemleri*. İzmit: Beta Yayınları.

Kaptan, S. (1993). Bilimsel Araştırma ve İstatistik Teknikleri, GÜ Eğitim Bilimleri, Ankara, 120.

Kaput, JJ. *Technology and mathematics education*. In: Grouws, D. eds. (1992) Handbook of research on mathematics teaching and learning. Macmillan, New York, pp. 515-556.

Kılıç, Ç. (2011). İlköğretim matematik dersi (1-5 sınıflar) öğretim programında yer alan problem kurma çalışmalarının incelenmesi. *Mersin Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, *7*(2).

Kilpatrick, J. (1987) *Problem Formulating: where do good problems come from?* In A.H. Schoenfeld (Ed.) Cognitive Science and Mathematics Education, pp. 123-147. Hillsdale: Lawrence Erlbaum.

Kuzgun, Y. (1992). *Rehberlik ve psikolojik danışma.* ÖSYM Yayınlan Ankara.

Lester, F. K. (1994). Musing about mathematical problem solving researchs: 1970-1994. Journal for Research in Mathematics Education, 25(6), 660-675.

Lowrie, T. (2002). Designing a Framework for Problem Posing: young children generating open-ended tasks, *Contemporary Issues in Early Childhood, 3(3)*, 354-364

MEB, (2005). *İlköğretim Matematik Dersi 1-5. Sınıflar Öğretim Programı*. Ankara: MEB Yayınları.

MEB, (2013).Milli Eğitim Bakanlığı Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı Ortaokul Matematik Dersi (5. 6. 7. ve 8. Sınıflar) Öğretim Programı, MEB yayınları

Olkun, S. ve Toluk Z.,(2004). *İlköğretimde Etkinlik Temelli Matematik Öğretimi,* Anı Yayıncılık, Ertem Matbaacılık, s.9, Ankara.

Özsoy, G. (2005). Problem çözme becerisi ile matematik başarısı arasındaki ilişki. Gazi Eğitim Fakültesi Dergisi, 25(3).

Yazgan, Y., & Bintaş, J. (2005). İlköğretim dördüncü ve beşinci sınıf öğrencilerinin problem çözme stratejilerini kullanabilme düzeyleri: bir öğretim deneyi. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, *28*(28).

Polya, G. (1973). *How to solve it.* United States of America: Princeton University Press.

Prawat, R. S. (2000). The two faces of dewey an pragmatism: Inductionism versus social constructivism, *Teachers College Record*, 102(4) 805–841.

Pirie, S.E.B. (2002*). Problem posing: What can it tell us about students' mathmatical understanding*. Paper presented at the Proceedings of the 24th Annual Meeting North American Chapter of International group for the Psychology of Mathematics Education, (p.925-958). GA,Athens.

Ramsey R.F.(1989). Effective problem solving. *The Shild* & *Lance,* 7 (4).

Reusser, K. & Stebler, R. (1997). Every word problem has a solution: The social rationality of mathematical modeling in schools. *Learning and Instruction*, 7(4), 309-327.

Santos-Trigo, M. (1998). Instructional qualities of a successful mathematical problem solving class. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology,* Vol. 29, No. 5, pp 631 – 646.

Silver, E. A.(1997).Fostering creativity through instruction rich in mathematical problem solving and problem posing. *International Reviews on Mathematical Education,29*(3), 75-80.

Ticha, M.&Hospesova, A. (2009, January). *Problem posing and development of pedagogical content knowledge in pre-service teacher training.* Paper presented in CERME 6. Lyon, France.

Tok, Ş. (2008). Yansıtıcı düşünmeyi geliştirici etkinliklerin öğretmen adaylarının öğretmenlik mesleğine yönelik tutumlarına, performanslarına ve yansıtmalarına etkisi. *Eğitim ve Bilim*, *33*(149), 104-117.

Topal, A. (2015). *Ortaokul 6. Sınıf Öğrencilerinin Standart Bir Algoritmayla Çözülebilen Ve Çözülemeyen Problemlerde Kullandıkları Matematiksel Düşüncelerinin İncelenmesi,* Gaziantep Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Yüksek Lisans Tezi, Ocak 2015, Gaziantep.

Van De Walle, J., Karp, K.S, Bay- Williams, J.M. (2012). *İlkokul ve Ortaokul Matematiği Gelişimsel Yaklaşımla Öğretim*, Çeviri Editörü Soner Durmuş, 7. Basımdan Çeviri, Nobel Akademik Yayıncılık, Ankara.

Verschaffel, L., De Corte, E., Lasure, S., Van Vaerenbergh, G., Bogaerts, H. & Ratinckx, E. (1999). Learning to solve mathematical application problems: A design experiment with fifth graders. *Mathematical thinking and learning*, 1(3), 195-229.

Yazgan, Y., & Bintaş, J. (2005). İlköğretim dördüncü ve beşinci sınıf öğrencilerinin problem çözme stratejilerini kullanabilme düzeyleri: bir öğretim deneyi. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, *28*(28).

Yeşildere, S., & Türnüklü, E. B. (2007). Öğrencilerin matematiksel düşünme ve akıl yürütme süreçlerinin incelenmesi. *Ankara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Fakültesi Dergisi*, *40*(1), 181-213.

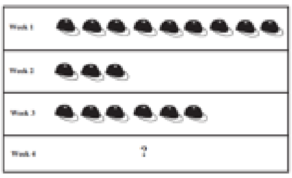
EKLER

Ek-1 Veri toplama aracı

ADI SOYADI: OKULU: SINIFI:

1- ORTALAMA ŞAPKA PROBLEMİ

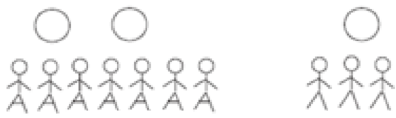
Ali Matematik kulübü için şapka satıyor. Bu resim Ali'nin ilk üç hafta boyunca sattığı şapka sayısını göstermektedir.



Ali dördüncü hafta kaç şapka satmalıdır ki satılan şapka sayının ortalaması 7 olsun? Cevabınızı nasıl bulduğunuzu gösteriniz.

2- PİZZA ORAN PROBLEMİ

Aşağıdaki resimde pizzalar ve çocuklar verilmiştir. 7 kız 2 pizzayı eşit olarak paylaşacak ve 3 erkek 1 pizzayı eşit olarak paylaşacaktır.



kızlar erkekler

A. Her bir kız ve her bir erkek aynı miktarda pizza almış mıdır? Cevabınızı nasıl bulduğunuzu açıklayın veya çizin.

B. Eğer kızlar ve erkekler aynı miktarda pizza almadılarsa, hangisi daha fazla almıştır?
Cevabınızı nasıl bulduğunuzu açıklayın veya çizin.

3- TEK SAYI ÖRNEĞİ PROBLEMİ

Ayşe evinde parti düzenliyor.

1. Kapı çalmasında, 1 misafir içerigiriyor.
2. Kapı çalmasında, 3 misafir içerigiriyor.
3. Kapı çalmasında, 5 misafir içerigiriyor.
4. Kapı çalmasında, 7 misafir içerigiriyor.

Misafirlerin gelişi bu şekilde devam ediyor. Her bir zil çalmasında, içerigiren grup sayısı bir öncekinden 2 kişi daha fazladır.

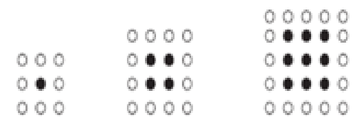
A. 10. Kapı çalışında kaç kişi içerigirer? Cevabınızı nasıl bulduğunuzu açıklayınız veya gösteriniz.

B. Her bir kapı çaldığında kaç kişinin içeri girdiğini nasıl bulduğunuzla ilgili bir kuralı veya sözel açıklamayı aşağıdaki boşluğa yazınız.

C. 99 misafirin içerigirdiği birzil çalıyor. Bu zil kaçıncızildir?Cevabınızı nasıl bulduğunuzu açıklayınız veya gösteriniz.

4- PROBLEM KURMA SORUSU

Ergin öğretmen aşağıda verilen şekilleri çiziyor.



1.şekil 2.şekil 3.şekil

Öğrencilerinden ödevlerinde yukarıdaki şekillere dayanarak 3 tane problem yazmalarını istiyor. Bir tane kolay problem, bir tane orta problem, bir tane de zor problem. Bu problemler şekilleri kullanarak çözülebilir.

Ergin öğretmene yardım ediniz ve aşağıdaki boşluğa problemleri yazınız.

Kolay problem
Orta problem
Zor problem