

T.C.
GAZİANTEP ÜNİVERSİTESİ
EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
İLKÖĞRETİM ANA BİLİM DALI

**ORTAOKUL MATEMATİK ÖĞRETMENLERİNİN
TANIMSIZLIK KAVRAMINA YÜKLEDİKLERİ ANLAMLARIN
VE TANIMSIZLIĞI KAVRAMSALLAŞTIRMA ŞEKİLLERİNİN
İNCELENMESİ**

YÜKSEK LİSANS TEZİ

NUH ÖZBEY

GAZİANTEP
HAZİRAN 2016

T.C.
GAZİANTEP ÜNİVERSİTESİ
EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
İLKÖĞRETİM ANA BİLİM DALI

**ORTAOKUL MATEMATİK ÖĞRETMENLERİNİN
TANIMSIZLIK KAVRAMINA YÜKLEDİKLERİ
ANLAMLARIN VE TANIMSIZLIĞI
KAVRAMSALLAŞTIRMA ŞEKİLLERİNİN İNCELENMESİ**

YÜKSEK LİSANS TEZİ

NUH ÖZBEY

Tez Danışmanı: Doç. Dr. Mehmet Fatih ÖZMANTAR

GAZİANTEP
HAZİRAN 2016

T.C.
GAZİANTEP ÜNİVERSİTESİ
EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
İLKÖĞRETİM ANA BİLİM DALI

**ORTAOKUL MATEMATİK ÖĞRETMENLERİNİN TANIMSIZLIK
KAVRAMINA YÜKLEDİKLERİ ANLAMLARIN VE TANIMSIZLIĞI
KAVRAMSALLAŞTIRMA ŞEKİLLERİNİN İNCELENMESİ**

NUH ÖZBEY

Tez Savunma Tarihi:

Eğitim Bilimleri Enstitü Onayı:

Doç. Dr. Mehmet Fatih ÖZMANTAR
Eğitim Bilimleri Enstitüsü Müdürü

Bu tezin (yüksek lisans tezi) olarak gerekli şartları sağladığını onaylıyorum.

Doç. Dr. Mehmet Fatih ÖZMANTAR
Enstitü ABD Başkanı

Bu tez tarafımda okunmuş, kapsamı ve niceliği açısından (Yüksek Lisans Tezi)
olarak kabul edilmiştir.

Doç. Dr. Mehmet Fatih ÖZMANTAR
Tez Danışmanı

Bu tez tarafımızca okunmuş, kapsamı ve niceliği açısından (Yüksek Lisans Tezi)
olarak kabul edilmiştir.

Jüri Üyeleri:

Doç. Dr. Mehmet Fatih ÖZMANTAR (Jüri Başkanı)

Doç. Dr. Ali BOZKURT

Prof. Dr. Göksel AĞARGÜN

ÖZET

ORTAOKUL MATEMATİK ÖĞRETMENLERİNİN TANIMSIZLIK KAVRAMINA YÜKLEDİKLERİ ANLAMLARIN VE TANIMSIZLIĞI KAVRAMSALLAŞTIRMA ŞEKİLLERİNİN İNCELENMESİ

Nuh ÖZBEY

Yüksek Lisans Tezi, İlköğretim ABD

Tez Danışmanı: Doç. Dr. Mehmet Fatih ÖZMANTAR

Mayıs 2016, 76 sayfa

Bu araştırma, ortaokul matematik öğretmenlerinin tanımsızlık kavramına yükledikleri anlamları belirlemeyi ve onların farklı tanımsızlık türlerini nasıl kavramsallaştırdıklarını ortaya koymayı amaçlamaktadır. Araştırmanın modeli nitel araştırma modellerinden odak grup görüşmesi modelidir. Bu modelde amaç, anlam çıkarmak değil anlamak; genellemek değil, çeşitliliği tanımlamak; katılımcılar hakkında açıklama yapmak değil, katılımcıların durumu nasıl algıladığını ortaya çıkarmaktır (Kreuger, 1994). Odak grup görüşmesinin moderatörlüğünü aynı zamanda çalışmanın danışmanlığını da yapan Gaziantep Üniversitesi Eğitim Fakültesinde öğretim üyesi olarak çalışan bir alan uzmanı yapmıştır.

Araştırmanın verileri görüşmeye katılan öğretmenlerin yaptığı açıklamalarının içerik analizi yöntemi ile analizinden edilmiştir. Yapılan analizde katılımcıların farklı tanımsızlık türleri bağlamında, matematiksel anlamda tanımsızlığa yükledikleri anlamlar, kendi ifadelerine sadık kalarak kodlanmıştır. Bu kodlar daha sonra benzer yönlerine göre kategoriler ve temalar halinde düzenlenerek bulgulara dönüştürülmüş ve tablolar halinde sunulmuştur.

Araştırmanın sonucunda katılımcıların tanımsızlık kavramına bağlama göre değişen farklı anlamlar yükledikleri ve tanımsızlığı farklı şekillerde kavramsallaştırdıkları tespit edilmiştir.

Anahtar kavramlar: tanımsızlık, odak grup, tanımsızlık formları, anlam yükleme

ABSTRACT**AN INVESTIGATION OF SECONDARY MATHEMATICS TEACHERS'
PERCEPTION AND CONCEPTUALIZATION OF THE NOTION OF
"UNDEFINED"**

Nuh ÖZBEY

Master Thesis, Department of Elementary Education
Supervisor: Asst. Prof. Dr. Mehmet Fatih ÖZMANTAR
May, 2016, 76 pages

This research aims to identify the coding of undefined made by the secondary school mathematics teachers and to clarify how they conceptualize the various types. Their search method is focused group interview which is already a type of qualitative type. In this method, the aim is not to define codes but understand, not to generalize but to clarify the variety, not to make descriptions about a subject but to find out how they concept (Kreuger, 1994). The coordinating of the focused group interview is realized by a field expert who is a lecturer of Gaziantep University and the supervisor of this study at the same time.

The data is gathered by analyzing the expressions made by the subject teachers. In the analysis, the codes made for the undefined are coded taking the subjects definitions for the various undefined types. These codes are converted to findings after designing to their categories and the similarities and shown as figures.

As a result of the research, it is found out that the subjects made different definitions to undefined change to context and then conceptualized them differently.

Keywords: undefined, focus group, undefined variations, coding

ÖNSÖZ

Bu tez çalışmasının tamamında bilgi ve deneyimleriyle bana yol gösteren, akademik gelişmemde bana rehberlik eden değerli danışmanım sayın Doç. Dr. Mehmet Fatih ÖZMANTAR' a ve odak grup görüşmesine katılarak düşüncelerini bizimle paylaşan değerli meslektaşlarıma teşekkür ederim.



İÇİNDEKİLER

	<u>Sayfa No</u>
ÖZET.....	ii
ABSTRACT.....	iii
ÖNSÖZ.....	iv
İÇİNDEKİLER.....	v
TABLolar LİSTESİ.....	vii
ŞEKİLLER LİSTESİ.....	viii
KISALTMALAR.....	ix
GİRİŞ.....	1
1.1 Problem Durumu.....	2
1.2 Araştırma Soruları.....	3
1.3 Araştırmanın Amacı.....	3
1.4 Araştırmanın Amacı.....	3
1.5 Araştırmanın Sınırlılıkları.....	4
LİTERATÜR TARAMASI.....	5
2.1 Tanım Kavramına İlişkin Çalışmalar.....	5
2.2 Tanımsızlık Kavramına İlişkin Çalışmalar.....	7
2.3 Tanımsızlık Algısına Yönelik Çalışmalar.....	8
2.4 Temel Geometrik Terimlerin Tanımsızlığına İlişkin Çalışmalar.....	9
2.5 a/0 İşleminin Sonucunun Tanımsızlığına İlişkin Çalışmalar.....	11
YÖNTEM.....	14
3.1 Araştırma Modeli.....	14
3.2 Çalışma Grubu.....	16
3.3 Moderatörün Belirlenmesi ve Görevleri.....	16
3.4 Araştırmacının Rolü ve Araştırma Süresi.....	17
3.5 Veri Toplama Aracı.....	17
3.6 Odak Grup Görüşmesinin Uygulanması.....	20
3.7 Verilerin Analizi.....	22
BULGULAR.....	27
4.1 Tanımsızlığın Anlamına İlişkin Görüşler.....	29
4.1.1 Belirsiz Bir Durum.....	29

Eşdeğer Geçerli Sonuçlar:.....	29
Farklı Yaklaşımlarla Farklı Sonuçlar:.....	30
Doğru ya da Yanlışlığına Kesin Karar Verilemeyen Durumlar:.....	32
4.1.2 Açıklanamayan Bir Durum.....	32
Karşılaşılan Duruma Matematiksel Bir Karşılık Bulunmaması.....	33
Üzerinde Çalışılmış Ama Açıklanamamış Durumlar	34
4.1.3 Çelişki İçeren Bir Durum.....	35
Kavramın Tanımıyla Tutarsızlık	35
İşlemin Tanımıyla Tutarsızlık	37
Hem Doğrulanabilir Hem Yanlışlanabilir Bir Durum	37
4.2 Tanımsızlığın Nedenine İlişkin Görüşler.....	40
Belirli Bir Sistem Oluşturmakta İhtiyaç Duyulmadığı İçin Tanımlanmayan .	41
Temel Terim Olduğu İçin Tanımlanmayan.....	42
Matematik Sisteminde Yaşanan Sorunlardan Dolayı Göz Ardı Edildiğinden Tanımlanmayan.....	43
4.3 Tanımsızlığın Doğasına İlişkin Görüşler	45
Şimdiye Kadar Açıklanamamış Bir Durum	45
Giderilebilir Bir Durum.....	47
Giderilemeyen Bir Durum	47
4.4 Tanımsızlık Kavramı İle Bağlam İlişkisi.....	50
TARTIŞMA.....	53
5.1 Tanımsızlık Kavramına Yüklenen Anlamlar	53
5.1.1 Tanımsızlığı Belirsizlik Kavramından Yararlanarak Anlamlandırma.....	54
5.1.2 Tanımsızlığı Açıklanamayan Bir Durum Olarak Nitelendirme.....	56
5.1.3 Tanımsızlığı Çelişki Kavramının Yardımıyla Anlamlandırma	57
5.2 Tanımsızlığın Nedenine İlişkin Görüşler.....	60
5.3 Tanımsızlığın Doğasına İlişkin Görüşler	61
5.4 Tanımsızlık Kavramı İle Bağlam İlişkisi.....	63
5.5 Tanımsızlığa Dair Katılımcı Zorlukları	66
SONUÇ VE ÖNERİLER	68
6.1 SONUÇLAR.....	68
6.2 ÖNERİLER.....	70
KAYNAKLAR.....	72
EKLER.....	76
ÖZGEÇMİŞ	76
VITAE.....	76

TABLOLAR LİSTESİ

Tablo 1. Görüşme yönergesi	18
Tablo 2. Görüşmede kullanılan sorular	19
Tablo 3. Çalışmada ortaya çıkan tema, kategori, kodlar ve kod temsilleri.....	24
Tablo 4. İçerik analizi sonucunda ortaya çıkan tema, kategori ve kodlar.....	28
Tablo 5. Eşdeğer geçerli sonuçlar koduna ait örnek katılımcı görüşleri.....	30
Tablo 6. Farklı yaklaşımlarla farklı sonuçlar koduna ait örnek katılımcı görüşleri...	31
Tablo 8. Karşılaşılan duruma matematiksel bir karşılık bulunamaması koduna ait örnek katılımcı görüşleri	33
Tablo 9. Üzerinde çalışılmış ama açıklanamamış koduna ait örnek katılımcı görüşleri	34
Tablo 10. Kavramın tanımıyla tutarsızlık koduna ait örnek katılımcı görüşleri	36
Tablo 11. İşlemin tanımıyla tutarsızlık koduna ait örnek katılımcı görüşleri	37
Tablo 12. Hem doğrulanabilir hem de yanlışlanabilir bir durum koduna ait örnek katılımcı görüşleri	38
Tablo 13. Belirli bir sistem oluşturmakta ihtiyaç duyulmadığı için tanımlanmayan koduna ait örnek katılımcı görüşleri	41
Tablo 14. Temel terim olduğu için tanımlanmayan koduna ait örnek katılımcı görüşleri.....	42
Tablo 15. Matematik sisteminde yaşanan sorunlardan dolayı göz ardı edildiğinden tanımlanmayan koduna ait örnek katılımcı görüşleri.....	43
Tablo 16. Şimdiye kadar açıklanamamış bir durum koduna ait örnek katılımcı görüşleri.....	46
Tablo 17. Giderilebilir bir durum koduna ait örnek katılımcı görüşleri	47
Tablo 18. Giderilemeyen bir durum koduna ait örnek katılımcı görüşleri	48

ŞEKİLLER LİSTESİ

Şekil 1. Katılımcı görüşlerinin zamana ve bağlama göre değişimlerinden bir kesit..	25
Şekil 2. Tanımsızlık kavramına yüklenen anlamların zamana bağlı değişimleri.....	39
Şekil 3. Tanımsızlık kavramının nedenine ilişkin yorumların katılımcı ve bağlam bakımından zamana bağlı değişimleri.....	44
Şekil 4. Tanımsızlık kavramının doğasına ilişkin yorumların katılımcı ve bağlam bakımından zamana bağlı değişimleri.....	49
Şekil 5. Katılımcı görüşlerinin bağlama ve zamana dayalı değişimleri.....	51

KISALTMALAR

AGE	: Adı Geçen Eser
AKT.	: Aktaran
FA	: Faktöriyel
FO	: Fonksiyon
MEB	: Milli Eğitim Bakanlığı
N	: Nokta
TÇ	: Tanımsızlık Çeşitleri
TDK	: Türk Dil Kurumu
TN	: Tanımsızlık nedir?

BÖLÜM I

GİRİŞ

Matematiksel anlamda tanımsızlık kavramının tarihi oldukça eskilere dayanır. Tarih boyunca birçok matematikçi bu kavrama ilgi duymuş ve matematikte tanımsız olarak nitelendirilen durumları tanımlı hale getirmeye çalışmıştır. Tanımsızlık kavramı hakkında düşünce üreten ilk matematikçilerden biri aritmetiğin temellerini atan Hindistanlı ünlü matematikçi Brahmagupta'dır (598-670). Barahmagupta sıfır ile ilgili dört işlemin kurallarını sıralarken toplama, çıkarma ve çarpmada şimdiki bildiklerimizle örtüşen kurallar ortaya koymuş fakat sıfırdan farklı bir sayının 0'a bölümünde zorlanmıştır. Bir sayının sıfıra bölümünün sonucu için "paydasında 0 bulunan bir kesirdir" açıklamasını yapan Brahmagupta sonuçla ilgili net bir açıklama yapmaktan uzak kalmıştır (Plofker, 2007). Yaklaşık iki yüzyıl sonra Mahavira (800-870), Brahmagupta'nın sayının sıfıra bölümü ile ilgili bu açıklamasında "bir sayı sıfıra bölündüğünde sonuç kendisidir" şeklinde bir düzeltme yapılması gerektiğini iddia etmiştir. Daha sonra, XII. yüzyılda Bhaskara (1114-1185) 0'dan başka bir sayının 0'a bölümünü "sonsuz ve değişmez" olarak nitelendirmiştir. Benzer tartışmalar XIX. yüzyıla kadar $a/0$ bağlamında devam etmiştir. XIX. yüzyılda tanımsızlıkla ilgili tartışma 0^0 ifadesi üzerinden devam etmiştir. Knuth (1992) 0^0 ifadesinin 19. yüzyılda Mobius ve Libri'nin de içinde yer aldığı birçok matematikçi tarafından hatalı bir şekilde 1 olarak kabul edildiğini belirtmektedir. Görüldüğü gibi tanımsızlık kavramı tarih boyunca birçok tartışmaya ve anlaşmazlığa neden olmuştur. Yapılan araştırmalar günümüzde hala birçok öğretmen ve öğrencinin tanımsızlık kavramının anlamlandırılmasında sorun yaşadığını göstermektedir (Baştürk ve Dönmez, 2011; Aşık, 2010; Cankoy, 2010, Maurice 2000).

Tanımsız olarak nitelendirilen durum, değer veya kavramlarla ilgili tarih boyunca yaşanan bu zorluk ve karışıklıklar, karşılaşılan bu durum ve kavramları

açıklamaya çalışırken yani onları tanımlı hale getirmeye çalışırken ortaya çıkmıştır. Her ne kadar tanımsız değer olarak nitelendirilen bazı değerler bazı mühendislik hesaplarında bir sayı değerine eşit olarak kabul edilip kullanılsa da ($0^0=1$ gibi) bu değerlerin matematiksel anlamda bir geçerliliği olmamıştır. (Anderson, 2009).

Gerek tarihsel gelişimi, gerekse de günümüzde yapılan çalışmalarda ortaya çıkan sonuçlar tanımsızlık kavramının birçok insan tarafından farklı şekillerde değerlendirildiğini ortaya koymaktadır. Bu tez çalışmasında, ortaokul matematik öğretmenlerinin değişik formlardaki matematiksel tanımsızlıklara ilişkin farklı nitelendirilmeleri üzerine odaklanılacaktır.

1.1 Problem Durumu

Bir kavramın matematikte tanımsız olarak nitelendirilmesi sözlüklerde tanımlı olmadığı anlamına gelmez. Matematiksel anlamda tanımsızlık kavramı çoğunlukla sezgilere ve bu kelimelerin ifade ettiği anlama terk edilerek kullanılmaktadır (Özmantar ve Bozkurt, 2013 s. 438). Tanımsızlık Fishbein (1987) tarafından ikinci tür sezgisel inanış olarak nitelendirilmiştir. Ona göre tanımsızlığın, belirsizlik, sonsuzluk gibi başka matematiksel kavramlarla karıştırılması olası bir durumdur.

Tanımsız olarak ifade edilen pek çok durumun aynı tanımsızlık yapısına sahip olmayabileceği Özmantar ve Bozkurt (2013) tarafından dile getirilmiştir. Bu araştırmacılar noktanın tanımsızlığının tanımsız kavram, sıfırdan farklı bir sayının sıfıra bölümünün tanımsızlığının tanımsız değer ve karesi negatif olan reel sayının tanımsızlığının da tanımsız durum şeklinde kategorilere ayrılması gerektiğini ifade etmişlerdir (s. 438-461).

Günümüzde öğrenciler tanımsız değerlerle her ne kadar ortaokuldan daha erken dönemlerde karşılaşsalar da (kesirlerde paydanın 0 olamaması ve bölmede işleminde bölen sayının 0 olamaması gibi) bu durumlar için “tanımsızlık” kavramının kullanılması ortaokul eğitimine denk gelmektedir.

Matematiksel tanımsızlığın farklı formlarının var olması ve tüm tanımsızlık formları için sadece “tanımsız” kavramının kullanılması bu kavramın birbirinden farklı anlamlarda kullanılma olasılığını artırmaktadır.

Bu tez çalışmasında, tanımsızlık kavramına ortaokul matematik öğretmenleri tarafından yüklenen anlamların neler olduğu belirlenmeye çalışılmıştır.

1.2 Araştırma Soruları

Özmantar ve Bozkurt (2013) yaptıkları çalışmada matematiksel anlamda tanımsızlığın, “tanımsız değer”, “tanımsız durum” ve “tanımsız kavram” olarak adlandırılan üç farklı formundan bahsetmektedirler. Tanımsızlık kavramına yüklenen anlamların tespitine yönelik yapılan bu çalışmada yapılan bu sınıflandırma yönlendirici olmuştur. Bu tez çalışmasında odak grup olarak seçilen ortaokul matematik öğretmenleri ile çalışılmış ve aşağıdaki iki araştırma sorusuna cevap aranmıştır.

1. Ortaokul matematik öğretmenleri tanımsızlık kavramına ne tür anlamlar yüklemektedirler?
2. Ortaokul matematik öğretmenlerinin tanımsızlık kavramının farklı formlarına ilişkin sahip oldukları algılar nelerdir?

1.3 Araştırmanın Amacı

Bu çalışmada ortaokul matematik öğretmenlerinin tanımsızlık kavramına yükledikleri anlamların ortaya çıkarılması ve farklı tanımsızlık türlerini kavramsallaştırma şekillerinin belirlenmesi amaçlanmıştır.

1.4 Araştırmanın Amacı

Matematikte, sıfırdan farklı bir sayıyı sıfıra bölme işleminin sonucunun tanımsız oluşu, nokta kavramının tanımsızlığı, bir fonksiyonun tanım kümesinde olmayan bir değer tanimsız oluşu gibi farklı tanımsızlık formları yer almaktadır (Özmantar ve Bozkurt, 2013 s. 438-461). Bu tanımsızlık türlerinin çoğunun öğreniminin sezgilere bırakıldığı ve bu durumun karışıklıkları olası kıldığı da (Fishbein, 1986) bilinmektedir. Bununla birlikte günümüzde öğrenciler farklı tanımsızlık formlarına ait örneklerle ortaokulda karşılaşmakta ve tanımsızlığın matematiksel bir kavram olarak kullanılması da ortaokulda gerçekleşmektedir. Araştırmada tüm bu durumlar birlikte değerlendirilmiş ve ortaokul matematik

öğretmenlerinin tanımsızlık kavramına yükledikleri anlamların tespiti ile onların değişik tanımsızlık formlarına ilişkin düşünce ve algılarının belirlenmesinin önemli olduğu düşünülmüştür.

1.5 Araştırmanın Sınırlılıkları

Bu araştırma Gaziantep ili Şehitkâmil ve Şahinbey ilçelerinde Milli Eğitim Bakanlığı'na (MEB) bağlı çeşitli ortaokullarda görev yapan ve araştırmaya gönüllü olarak katılan 7 katılımcının görüş ve düşünceleriyle sınırlıdır. Uygulama sürecinde katılımcılar arasında olumlu ya da olumsuz etkileşimler olduğu kabul edilmektedir.



BÖLÜM II

LİTERATÜR TARAMASI

Araştırmanın bu bölümünde tanımsızlık kavramı konusunda yapılan çalışmalara yönelik bir literatür taraması sunulacaktır. Tanımsızlık kavramı biraz da “tanım” kavramıyla ilgili olduğu için ilk olarak tanım kavramının anlamıyla ilgilenen çalışmalardan söz edilecektir. İkinci ve üçüncü olarak “tanımsızlık” kavramının çeşitli gruplar tarafından nasıl anlamlandırıldığına ve algılandığına dair araştırmalardan bahsedilecektir. Dördüncü olarak nokta, doğru, düzlem gibi temel geometrik kavramların tanımsızlığına dair araştırmalardan bahsedilecektir. Son olarak da a/0 işleminin sonucunun tanımsızlığına dair çalışmalardan söz edilecektir.

2.1 Tanım Kavramına İlişkin Çalışmalar

Tanım kelimesi Türk Dil Kurumu (TDK) sözlüğünde;

1. Bir kavramın ya da bir nesnenin sınırlanması, belirlenmesi,
2. Kavramın içeriğini kuran belirtilerin gösterilmesi,
3. Bir kavramın ya da bir sözcüğün anlamının belirtilmesi,
4. Sınırlama,
5. Mantık kurallarına uygun olarak fiziksel ya da düşüncel herhangi bir konuyu ayırt etme, bulma ya da kurma,
6. Bilime yeni girmiş olan bir terimin anlamını açıklama ya da bilimde var olan bir terimin anlamını belirleme,
7. Tümdengelimci bir dizgede kavram ve işlemlerin temel niteliğini belirten ve kanıtlamalarda örtük olarak kullanılan sav.

İfadeleriyle açıklanmaktadır. Yine TDK sözlüğünde en önemli tanım türlerinden dört tanesi sıralanmakta ve anlamları kısaca,

1. Sözcük tanımı (verbal tanım): a. Sözcüğün anlamını dildeki anlamına geri giderek belirtme. b. Bir sözcüğün anlamını bilinen başka bir sözcükle belirtme.
2. Ad tanımı (nominal tanım): Yanlış anlaşılmalara yol açmamak için tanımlanacak olanı belli bir sözcüğe ya da sözcüklere bağlanarak saptama.
3. Kavram tanımı (Aristoteles'te): Bir kavramın daha yüksek yakın cinsi (genus proximum) ile onu bu cinsten ayırt eden tür ayrımını (differentia specific) belirtme.
4. Nesne tanımı (Real tanım): (nesnenin açıklanması) Aristoteles'in kavram tanımı ile örtüşür. Bir nesneyi yalnız başkalarından ayırmakla kalmayıp, anlamın iç ve özlü ayrımlarını ortaya çıkarmayı amaçlar. Nesne tanımı, kısa olmalı, gereksiz belirlenimlerden kaçınılmalı; tam olmalı, zorunlu olan bütün belirtileri vermelidir.

Şeklinde ifade edilmektedir. Bilimsel terminolojide tanım kavramı yukarıdaki anlamlarıyla ele alınsa da matematiksel bir terim olarak tanım; Hammack (2009) tarafından “Bir kavram, kelime veya ibarenin tüm niteliklerini eksiksiz ve kesin bir şekilde ortaya koyan, belirsiz açıklamalardan uzak ifadeler” olarak nitelendirilmektedir.

Tanımlar matematikte bir kavramın oluşumunda, diğer kavramlardan ayırt edilmesinde veya matematiksel düşüncelerin ifade edilmesinde temel teşkil ederler. Bir kavram, değer ya da durumun ne olmadığını söylemek onu tanımlamak anlamına gelmez; aynı şekilde o kavrama ait tüm özellikleri bir araya toplamak da o kavrama ait bir tanım yapmak değildir. Tanım konusunda yaptığı çalışmalarında Govender ve De Villers (2002) “Bir kavrama ait tüm özellikleri maddeler halinde sıralayarak tanım yapmış olmayız sadece tarif etmiş oluruz.” diyerek matematiksel bir kavramın tanımlanması ile tarif edilmesi arasındaki farka dikkat çekmişlerdir. Başka bir ifadeyle matematiksel bir kavramın tanımını oluşturmak için o kavramın bütün özelliklerinden, kavramı belirtebilecek gerekli ve yeterli özellikleri seçmek gerektiğini belirtmişlerdir.

Kavram, TDK sözlüğünde bir nesnenin veya düşüncenin zihindeki soyut ve genel tasarımı, mefhum fehva, konsept, nosyon olarak tanımlanmıştır. Ülgen'e (1996) göre bir kavramı öğrenme her zaman iki aşamada gerçekleşmektedir. İlk aşama kavramın yapılandırılmasıdır. Kavram oluşturmada genellemeler vardır. Kişiler uyarıların benzer ve farklı yönlerini inceleyip benzerliklerine göre genelleme yaparlar. İkinci aşama ise kavramın geliştirilmesidir. Kavram geliştirme

kişinin oluşturduğu veya kazandığı kavramın nitelik bakımından olumlu anlamda artış kaydetmesine işaret eder. Vinner'a (1991) göre kavram öğrenme kavram imajını biçimlendirme anlamına gelmektedir. Bireyin kavram tanımını bilmesi onun kavramı anlamış olduğunu göstermez. Bireyin kavramı anlamış olması onun kavram imajına sahip olduğu anlamına gelir. "Kavram imajı" ve "kavram tanımı" ifadelerinin kişinin kavramsal yapısında ne kadar önemli olduğunu Tall ve Vinner (1981) şu şekilde tanımlanmıştır:

Biz kavram imajı tanımını kavramla birlikte anılan tüm bilişsel yapı olarak tanımlayacağız. Bu yapı tüm zihinsel resimleri ve çağrışım yapan özellikleri ve yöntemleri içerir. Kavram imajı geliştikçe her zaman tutarlı olması gerekmez. Belirli bir zamanda aktif olan kavram imajına uyandırılmış kavram imajı diyeceğiz. Farklı zamanlarda çelişkili görünen imajlar uyandırılabilir. Sadece çelişkili görüntüler kendiliğinden uyandırıldığında anlaşmazlık ve karışıklığın herhangi gerçek bir hissi olabilir. Diğer taraftan kavram tanımı bu kavramı özelleştirmek için kullanılan kelimeler bütünüdür. (Tall ve Vinner, 1981)

Tanımsızlık kavramına ait imaj tanımsızlıkla birlikte anılan tüm bilişsel yapıları, tüm zihinsel resimleri ve çağrışım yapan özellikleri içerir. Tanımsızlık kavramına ait bu imaj bağlama ve zamana bağlı olarak değişiklik gösterebilir. Farklı zamanlarda ve farklı bağlamlarda karşılaşılan farklı tanımsızlık formlarına ait kavram imajlarının birbirinden ayrı olacağı düşünülebilir. Kavram imajlarında oluşacak bu farklılıklar farklı tanımsızlık formlarının birbirinden farklı şekilde kavramsallaştırılmasına da neden olabilir.

2.2 Tanımsızlık Kavramına İlişkin Çalışmalar

Tanımsız kavramı sözlükte "Bir tanımdan yoksun olan, tanımlı olmayan ve belirsiz değil ancak kendisini tanımlayacak bir açıklama olmayan" (TDK sözlüğü) şeklinde tanımlanmaktadır. Matematiksel anlamda tanımsızlık ise "standart tanım kullanıldığında uygun bir sonuç bulunamaması durumu" (Özmantar, 2008) şeklinde ifade edilmektedir.

Özmantar ve Bozkurt (2013) Tanımsızlık türlerine ilişkin çalışmalarında, özelliklerine göre tanımsızlıkları 3 halde kategorilendirmektedirler. Bu üç halden birincisi olan ve nokta kavramının tanımsızlığı ile örneklendirilen "tanımsız kavram (terim)" araştırmacılar tarafından iki farklı anlamda değerlendirilmektedir. İlk olarak

bir kavramın herhangi bir tanıma gerek kalmaksızın anlaşılabilen bir “temel kavram” olması, ikinci olarak da nokta kavramına ait tanımın yapılması halinde bile Öklidyen geometri sistemine ait bir ispat için bu tanıma gerek duyulmadığı şeklinde anlamlandırılır.

Üç halden ikincisi olarak ele alınan, $a/0$ işleminin sonucunun tanımsız oluşu ile örneklendirilen ve literatürde “mutlak tanımsızlık” olarak da adlandırılan, “tanımsız değer”dir. Araştırmacılar burada tanımsızlığın nedeni olarak “üzerinde çalışılan yapı veya sistem ne olursa olsun bu değer tanımlanamamış olmasını” görmektedirler (Özmantar ve Bozkurt, 2013; s. 440-441). Bu tür tanımsızlık Hayes (2003) tarafından illegal işlem olarak da isimlendirilmektedir. Tanımsızlık hallerinden üçüncüsü olarak ele alınan ve rasyonel sayılarda karesi (-1) olan sayının tanımsız oluşu ile örneklendirilen “tanımsız durum”dur. Tanımsız durum araştırmacılar tarafından “bir matematiksel yapının tanımında belirtilen şartları sağlamayan veya getirilen kısıtlamaların dışında kalan hallere işaret eden tanımsızlık türü” olarak tanımlanmaktadır.

Angelo (2009) bir terimin matematikte tanımsız olduğunu belirtmenin iki anlam taşıdığını ifade etmektedir. Bunlardan birincisi bir terim ya da kavramın herhangi bir tanıma ihtiyaç duyulmaksızın herkes tarafından anlaşılması ve doğruluğunun sezgisel olarak görülmesidir. Bu kavramları tanımlamak için kullanılacak daha basit veya temel kavramların olmadığını vurgulamak için bu tür kavramlar temel (tanımsız) kavram olarak nitelendirirler. İkinci olarak, tanımsız olduğu kabul edilen kavram ya da terimin ait olduğu sistem içerisinde yapılan bir ispatın herhangi bir aşamasında kavramın kendisine ihtiyaç duyulmadığı ve bu yüzden tanımlanmasına gerek olmadığı anlamı vardır.

2.3 Tanımsızlık Algısına Yönelik Çalışmalar

Tanımsızlık kavramına ait çalışmalar incelendiğinde literatürde yer alan bazı çalışmaların tanımsızlık kavramının farklı gruplar tarafından nasıl algılandığını tespit etmeye yönelik olarak gerçekleştirildiği görülmektedir.

Çelik ve Akşan (2013) tarafından yapılan bir çalışmada ilköğretim matematik öğretmen adaylarından tanımsızlık kavramını kendi cümleleriyle açıklamaları istenmiş ve verilen cevaplar araştırmacılar tarafından

değerlendirilmiştir. Bu değerlendirmeler sonucunda araştırmacıların yaptığı şu açıklamalar tanımsızlığın nasıl algılandığını anlamamız açısından önemlidir.

Tanımsızlık kavramına ilişkin tam ve ikna edici bir açıklama yapan öğretmen adayı olmamıştır. Öğretmen adaylarının % 20'si tanımsızlığı “paydanın sıfır olma hali” şeklinde bir örnek durum üzerinde açıklamaya çalışırken, % 14'ü “İfade edilemeyen durumlar” veya “Sayısal karşılığı olmayan ifadeler” şeklinde tanımsızlıkla ilişkilendirilebilecek ancak yeterli olmayan cevaplar vermiştir. Öğretmen adaylarının tanımsızlık kavramına ilişkin vermiş oldukları cevapların % 40'ı yanlış kategorisinde sınıflandırılmıştır. Cevapları yanlış olarak sınıflandırılan bu öğretmen adaylarının %23'ü tanımsızlığı, belirsizlikle karıştıran cevaplar vermiştir. Katılımcıların %8'i “sonucun hiçbir sayı kümesine ait olmama durumu” ve %5'i “çözüm kümesi bulunamayan durumlar” gibi denklem çözme süreci ile ilişkilendirilmiş cevaplar vermiştir. Tıpkı sonsuzluk ve belirsizlik kavramlarında olduğu gibi öğretmen adaylarının %23'i tanımsızlık kavramı ile ilgili herhangi bir açıklama yapmamıştır. (Çelik ve Akşan, 2013)

Bu açıklamalar araştırmaya katılan öğretmen adaylarının tanımsızlık kavramına ilişkin açıklamalarının, araştırmacılar tarafından çoğunlukla “yanlış açıklama” olarak değerlendirildiğini göstermektedir.

Tanımsızlık algısına dair araştırmalarda kullanılan tanımsız kavram ve değerler incelendiğinde bu çalışmaları, Temel Geometrik Terimlerin Tanımsızlığına İlişkin Çalışmalar ve a/0 İşleminin Sonucunun Tanımsızlığına İlişkin Çalışmalar şeklinde gruplandırarak 2 temel başlık altında toplamanın uygun olacağı düşünülmektedir.

2.4 Temel Geometrik Terimlerin Tanımsızlığına İlişkin Çalışmalar

Tanımsızlıkla ilgili araştırmalardan bir kısmı tanımsızlık formlarından biri olarak değerlendirilen tanımsız kavramlar üzerine yoğunlaşmıştır. Başka bir ifadeyle literatürde tanımsız kavramlarla ilgili çalışmaların genellikle Öklid geometrisinin temel terimleri olan nokta, doğru ve düzlemle ilgili çalışmalar olduğu görülmüştür.

Nokta kavramı Öklid geometrisinde tanımsız olarak nitelendirilen bir kavramdır. Nokta kavramı Öklid geometrisinde kalemin sivri ucunun kâğıt üzerinde bıraktığı iz olarak açıklanmakta ve yarıçapı sıfır olan bir çember olarak düşünülmektedir. Fakat bu açıklamalar noktayı tanımlamaktan çok tarif etmeye ya da

betimlemeye yönelik açıklamalardır. Kavramların belli bir tanımının olmaması onların bu şekilde betimlenmesine neden olmakta ve bu betimlemelerde kavramın soyut olarak algılanmasına neden olabilmektedir. Tüm bunlar nokta kavramının bu haliyle var olmadığını göstermektedir. (Baykul, 2002; s. 295)

Dane (2008) tarafından yapılan bir çalışmada, katılımcılara nokta denilince akıllarına ne geldiği sorulmuş ve verilen cevaplardan “kalemin kâğıttaki izi, tebeşirin tahtadaki izi, küçük bir kum taneciği gibi bir şey” cevabı doğru cevap olarak kabul edilmiştir. Aynı çalışmada “Noktanın herhangi bir boyutu yoktur geometrinin temelini oluşturan teoremler arasında yer alır” (s. 45) şeklindeki katılımcı cevabı araştırmacı tarafından “katılımcı noktanın boyutsuzluğunu doğru algılamış ancak nokta kavramını teorem kabul ederek geometrinin temelini oluşturan teoremler olarak görmüştür. Öğrencinin nokta kavramını teorem olarak görmesi kavram yanılgısıdır. Kavramın bizzat kendisi bir teorem olamaz.” (s.46) şeklinde değerlendirilmiştir. Benzer şekilde “Noktanın herhangi bir tanımı olmamakla birlikte belirli bir düzlemde belirli bir boyutu ve büyüklüğü olan anlamına gelmektedir” (s. 46) şeklindeki katılımcı açıklaması, araştırmacı tarafından “katılımcı nokta kavramına boyut ve büyüklük kazandırma hatasına düşmüştür. Oysa noktanın görünür olması boyutunun ve büyüklüğünün olması anlamına gelmez. Şeklinde değerlendirilmektedir. (s. 46) Aynı şekilde başka bir katılımcı tarafından dile getirilen “Nokta cümleyi bitiren nesnedir” cümlesi de araştırmacı tarafından tamamen alakasız bir açıklama olarak nitelendirilmekte ve “noktayı noktalama işareti olarak görmesi ve bir nesne ile ilişkilendirmesi bir kavram yanılgısıdır”(s. 46) şeklinde değerlendirilmektedir.

Başkurt ve Dane (2012) yaptıkları çalışmalarda ilköğretim 6. 7. 8. Sınıf öğrencilerinin nokta kavramı hakkındaki algı düzeylerini Van Hiele (1986) geometrik algı düzeyi sınıflandırmasına dayanarak incelemişlerdir. Bu inceleme sonucunda nokta kavramının belirtilen sınıf öğrencileri tarafından algılanış düzeylerini ve oranlarını aşağıdaki şekilde belirlemişlerdir.

- Nokta ile İlgili “0” Algı Düzeyi: Gözle görülen yuvarlak nesne (% 15,2)
- Nokta ile ilgili “1” algı düzeyi: Noktalama işareti, simge. Bir doğrunun veya bir şeyin bitişi ya da başlaması, bir şeyin başlama noktası. Hücre, atom gibi düzlemde bulunan en küçük parça (% 41,7)
- Nokta ile İlgili “2” Algı Düzeyi: Kalemin ucuyla bir yere ya da tebeşirin tahtada yaptığı iz, doğruda, düzlemde bir iz, iğnenin ucu. Birçok ışının kesiştiği

yer, üzerinden sonsuz doğruların geçtiği yer. Doğruyu ve doğru parçalarını oluşturan parçalardan her biridir. Eni, boyu olmayan şekildir. (% 38,4)

- Nokta ile ilgili “3” Algı Düzeyi: Tanımsız kavram, geometrinin temel elmanı, eni boyu ve hacmi yoktur. Koordinat düzleminde, sayı doğrusunda bir yer. Bir noktadan birçok ya da sonsuz doğru geçer. Doğru parçası veya tüm geometrik şekillerin en küçük yapısıdır. (% 4,6)

Öklid geometrisinde tanımsız kavram olarak nitelendirilen nokta kavramına ait tüm bu açıklamalar nokta kavramının öğrenciler tarafından en az dört farklı şekilde kavramsallaştırıldığını göstermektedir.

2.5 a/0 İşleminin Sonucunun Tanımsızlığına İlişkin Çalışmalar

Sıfıra bölme genellikle öğrencilerin okuldaki çalışmaları esnasında karşılaştığı bir tanımsızlık formudur. Okula gittikleri ilk yıllardan itibaren pek çok öğrencinin matematiksel tecrübesi başlıca işlemleri yapmaktan ve nümerik çözümlere ulaşmaktan ibarettir. Fishbein’in (1987) nümerik cevap inancı, sıfıra bölmenin nümerik bir cevabının olduğu eğiliminde, ilköğretim ve lise öğrencileri ile öğretmen ve öğretmen adayları arasında yapılan araştırmalarla ortaya konulmuştur (Ball, 1990; Blake ve Verhille, 1985; Grouws ve Reys 1975; Reys, 1974; Tsamir,1996; Wheeler ve Feghali, 1983: akt.Tirosh, 1999)

Silverman (1985) sıfırdan farklı bir sayının sıfıra bölümünün tanımsız oluşunu;

a sıfırdan farklı bir sayı olmak üzere;

$a/0 = b$ olsun öyleyse;

$a = b \cdot 0$ olacaktır. O halde tanımsızlık

$b \cdot 0 \neq 0$ ifadesinde ortaya çıkan durumdur.

Şeklinde açıklamıştır.

Maurice (2000) yaptığı araştırmalar sonucunda öğrencilerin sıfıra bölme ($b/0$; b sıfırdan farklı olmak üzere) ile ilgili cevapları aşağıdaki başlıklar altında toplamıştır.

- Bölmenin tanımının çarpmanın tersi olduğu şeklindeki tanıma güvenme.
- Sıfırın “hiçlik” anlamına asimile edilmiş bir cevap olarak sonuca “hiçlik” anlamında “sıfır” deme.
- Limit bağlamında sonuca “sonsuz” deme yani limitin sonucunun sonsuza ıraksadığını düşünme.
- Sıfırın “hiçlik” anlamı ile “belirsiz” kelimesinin anlamlarını benzeştirerek sonuca “belirsiz” deme.

- $1/x$ fonksiyonunu düşünüp $x=0$ da fonksiyonun bir noktada ($x = 0$) süreksizliğini deme.
- Limit bağlamında düşünerek sonucun asla bir değere ulaşmadığı durumuyla “belirsiz” kelimesini benzeştirerek cevaba “belirsiz” deme.
- Sıfıra bölme hiçbir zaman gerçekleşemez; çünkü “bu imkânsız bir şeydir” deme.
- $1/x$ fonksiyonunu düşünüp; $b/0$ (b sıfırdan farklı olmak üzere) belirsizdir; çünkü “fonksiyon, tanımlı olmadığı bir noktada değerlendirildiğinde mevcut değildir deme. (Maurice 2000 akt. Aşık, 2010 s. 20)

Tüm bu sıralamalar literatürde tanımsız değer olarak değerlendirilen $a/0$ işleminin sonucuna ilişkin en az 8 farklı algılamının olduğunu göstermektedir.

Aşık (2010) ilköğretim matematik öğretmenleri ve adayları ile gerçekleştirdiği çalışmada, katılımcılara $1/0$ işleminin sonucunu sormuş ve elde ettiği verileri “Verilen cevapların gerekçe kısımları incelendiğinde; katılımcıların % 12’sinin gerekçe göstermeden “sonsuz” dediği, % 22’sinin ise limit bağlamında “sonsuz” dediği, % 57’sinin bölme algoritmasını düşünerek “tanımsız” dediği verilerden elde edilmiştir. “belirsiz” cevabını veren katılımcıların % 5’i ise gerekçe olarak “sıfıra bölme olmaz” dedikleri görülmektedir” şeklinde özetlemektedir. Aynı çalışmada katılımcılara tanımsız kelimesi hakkındaki görüşleri sorulmakta ve katılımcıların tanımsızlığı matematikte kullanılmasına gerek duyulmayan ihtiyaç hissedilmeyen kavram, hiçbir değeri olmayan bir değer, herhangi bir matematiksel terimle tanımlayamayacağımız kavram, daha önce bir tanımı yapılmamış kavram olarak nitelendirdikleri ifade edilmektedir. Yine aynı çalışmada araştırmacı tarafından katılımcılara tanımsızlık kavramına eşdeğer gördükleri kavramlar sorulmakta ve tanımsız kavramının katılımcılar tarafından “anlamsız, saçma ve gereksiz” kelimeleriyle yoğun şekilde ilişkilendirildiği de vurgulanmaktadır.

Baki ve Bütün (2009) tarafından yapılan bir çalışmada, ilköğretim matematik öğretmenlerine sıfırdan farklı bir sayıyı sıfıra bölme işlemlerini öğrencilerine nasıl anlatacakları sorulmuştur. Katılımcı öğretmenlerden biri, kendisine öğrenci olduğu yıllarda bu işlemin sonucunun sadece tanımsızdır denilip geçildiğini ve bir açıklama yapılmadığını belirtmektedir. Aynı öğretmen şimdi kendisinin sayı $/0$ işlemini, elimizde var olan belli sayıdaki nesneyi boş bir sınıftaki öğrencilere dağıtmak şeklinde anlattığını ve bu olayın öğrenciler tarafından “saçma” olduğunun görülerek sayıyı sıfıra bölme işleminin tanımsız olduğunu kendilerinin

söyleyeceğini ifade etmektedir. Aynı çalışmada başka bir öğretmen 7 sayısının sıfıra bölümünü, bölme algoritmasını kullanarak anlatacağını ve ters işlem mantığıyla 0 ile bir sayının çarpımının asla 7 olamayacağını belirtmekte ve böyle bir sayının tanımsızlığını öğrencilerine söylettireceğini ifade etmektedir. Bu çalışmadan öğretmenlerin öğrencilerin tanımsızlığı sezgisel olarak anlamalarını istediği düşünülmektedir.

Cankoy (2010) matematik öğretmenlerinin $a/0$ ile ilgili alan bilgileri üzerinde çalıştığı araştırmasında katılımcılara $a/0$ işleminin sonucunun nasıl bulunacağını sormaktadır. Bunun sonucunda araştırmacı, katılımcıların % 9'unun soruyu cevapsız bıraktığını, % 62'sinin tanımsızdır dediğini, % 10'unun "bölünemez" dediğini, %9'unun kuraldır dediğini, % 5'inin örüntüsel düşündüğünü, % 5'inin de limit bağlamında düşündüğünü belirtmektedir. Araştırmacı yine bu çalışmasında öğretmenlerin tanımsızlığı anlamlandırma ve açıklama sürecinde çalışma yıllarına göre değişkenlik olduğunu ileri sürmektedir. Cankoy (a.g.e.) tanımsızdır cevabının çok fazla çıkmasının nedeni olarak öğretmenlerin konuya akıl yürütme bağlamında yaklaşımları olduğunu ileri sürmektedir. Yine araştırmacı tarafından tanımsızlık kavramına ilişkin "bölünmez" ve "kuraldır" şeklindeki açıklamalar kavramsal temellerden uzak, ezbere dayalı açıklamalar olarak nitelendirilmektedir. Benzer bulgular Ball (1990) ile Quinn ve arkadaşları (2008) tarafından da vurgulanmıştır. Araştırmacılar bir grup öğretmen adayı ve öğretmene $7 \div 0$ 'ın ne olduğunu sormuşlar ve öğretmen ve öğretmen adaylarının büyük bir çoğunluğunun ezbere dayalı/kavramsal temellerden uzak açıklamalarda bulduklarını belirtmişlerdir. Tanımsızlık kavramına odaklanan tüm bu araştırmalar tanımsızlığın farklı şekillerde algılanabilecek bir kavram olduğunu göstermektedir. Bu farklı algılamaların farklı tanımsızlık formları bir arada değerlendirildiğinde nasıl değişeceğini ön görmekte oldukça zordur.

BÖLÜM III

YÖNTEM

Bu bölümde odak grup görüşmesi, araştırmanın birlikte yapıldığı çalışma grubu, kullanılan veri toplama aracı, verilerin toplanma süreci, verilerinin analiz edilişi konularında bilgi verilmiştir.

3.1 Araştırma Modeli

Bu araştırma, ortaokul matematik öğretmenlerinin tanımsızlık kavramına yükledikleri anlamları belirlemeyi ve onların farklı tanımsızlık türlerini nasıl kavramsallaştırdıklarını ortaya koymayı amaçlamaktadır. Bu amaca ulaşmak için bu araştırmada nitel bir araştırma yöntemi olan odak grup görüşmesi kullanılmıştır. Nitel araştırmalar, araştırma yapılan veya araştırma yapılması planlanan kişilerin sahip oldukları deneyimlerinden doğan anlamların sistematik olarak incelenebilmesinde tercih edilen bir yöntemdir (Ekiz, 2003). Nitel araştırma tekniklerinin araştırmacının katılımcı rolü olması, bütüncül bir yaklaşıma sahip olması, algıların ortaya konmasını sağlaması, araştırma deseninde esnekliği olması ve tümevarımcı bir analize sahip olması önemli özellikleridir (Yıldırım ve Şimşek, 2006).

Odak grup görüşmeleri, üzerinde çalışılan araştırmanın gerektirdiği belirli özelliklere göre homojen olan bir grubun, belirli bir konu üzerinde fikir ve düşüncelerini ortaya koyması ile verilerin toplandığı görüşmelerdir. Odak grup görüşmesi önceden belirlenmiş bir konu hakkında, önceden belirlenmiş bir grup katılımcının düşüncelerini öğrenmek için planlanmış bir tartışmadır (Baş, Çamır, ve Özmaldar, 2008). Odak grup görüşmelerinde sorulan sorulara verilen cevaplar,

grupta yer alan bireylerin birbirleriyle etkileşimleri sonucu oluşur. Grup üyesi bir bireyin kendisine sorulan soruya verdiği cevabın gruptaki diğer bireyler tarafından işitilmesi, onlara kendi fikirlerini oluşturma şansını hazırlayacaktır. Araştırmacı elde edilecek bulguların daha zengin nitelikte olacağını düşünüyorsa odak grup görüşmesi yapmasında yarar vardır (Yıldırım ve Şimşek, 2006). Krueger (1994) odak grup görüşmesini, bireylerin düşüncelerini serbestçe söyleyebileceği bir ortamda dikkatlice planlanmış bir tartışma olarak tanımlamaktadır. Odak grup görüşmeleri, daha önceden belirlenen yönergeler doğrultusunda gerçekleştirilen, görüşülen kişilerin öznelliklerini ön planda tutan, katılımcıların söylemine ve bu söylemin bağlamına dikkat edilmesi gereken nitel bir veri toplama tekniği olarak tanımlanabilir. (Aksit, 1992; Kroll, Barbour ve Haris, 2007).

Odak grup görüşmesinin amacı, belirli bir konu hakkında katılımcıların bakış açılarına, yaşantılarına, ilgilerine, deneyimlerine, eğilimlerine, düşüncelerine, algılarına, duygularına, tutum ve alışkanlıklarına dair derinlemesine, detaylı ve çok boyutlu nitel bilgi edinmektir (Stewart ve Shamdasani, 1990; Kitzinger, 1994, 1995; Krueger, 1994; Gibbs, 1997; Bowling, 2002). Odak grup görüşmelerinde önemli olan şey katılımcıların kendi görüşlerini özgür bir şekilde ortaya koymalarını sağlayacak ortamı oluşturmaktır. Karşılıklı etkileşimler ve çağrışımlar sayesinde katılımcılar birbirlerinin algı ve düşünceleri tetiklerler, böylelikle de zengin bir bilgi akışı sağlanır. Kreuger'e (1994) göre odak grup görüşmelerinin amacı, anlam çıkarmak değil anlama; genelleme değil, çeşitliliği tanımlama; katılımcılar hakkında açıklama değil, katılımcıların durumu nasıl algıladığını ortaya çıkarmaktır. Odak grup görüşmesinde, katılımcılar kavramsal çerçeveyi çizmeleri hususunda teşvik edilmektedirler. Ayrıca bu sayede katılımcılar birbirlerinden öğrenme olanağına da sahip olmaktadır. Katılımcılar kendi ilgi ve tecrübelerine göre bilgi havuzu oluşturabilmektedir. Ayrıca bu görüşmelerde istekli katılımcılar yer aldığından, araştırmalara gönülsüz katılımlar da engellenmiş olmaktadır (Morgan,1997). Görüldüğü gibi odak grup görüşmeleri daha çok derindeki bilgilerin ortaya çıkarılması amacı ile kullanılmaktadır. Bu anlamda nitel araştırmaların genel özelliğine uygun olarak odak grup görüşmelerinde de katılımcıların sahip oldukları bilgi, deneyim, duygu, algı, düşünce ve tutumlar önemlidir. Önemli olan genellemelere gidecek bilgilere ulaşmak değil, katılımcıların görüşlerinin ve bakış açılarının betimlenmesidir.

3.2 Çalışma Grubu

Bu araştırmada, odak grup görüşmesinin 6 ile 10 kişiden oluşan bir grupla yapılmasının uygun olduğu (Patton, M. Q. 2014, sf. 385) göz önünde bulundurularak, 7 kişilik bir odak grup oluşturulmuştur. Bu odak grubun katılımcıları (görüşülenleri) Gaziantep ili Şahinbey ve Şehitkâmil merkez ilçelerinde, MEB'e bağlı çeşitli ortaokullarda çalışan ilköğretim matematik öğretmenleridir. Öğretmenlerin 3'ü kadın 4'ü erkektir.

Görüşme yapılacak öğretmenlerin belirlenmesi için amaçlı örneklem belirleme yöntemi kullanılmıştır. Amaçlı örneklem yönteminin kullanılmasında temel amaç keşfetmek, anlamak ve kavrayışı elde etmek için zengin veri toplayacak bir örneklem seçmektir. Merriam (1998). Ayrıca Patton (1990) küçük bir örneklem seçmenin, örnekleme ait herhangi bir durumun kendisine has yönleriyle ayrıntılı olarak tanımlanması ve büyük oranda farklılık oluşturacak durumlarda ortak temalar oluşması gibi iki önemli yararını belirtmiştir.

Katılımcı grubunun belirlenmesi amacıyla Gaziantep ili Şahinbey ve Şehitkâmil merkez ilçelerinde çeşitli okullarda çalışan 25 ilköğretim matematik öğretmeni ile ön görüşme yapılmış, konu hakkında bilgi verilmeden çalışma hakkında bilgilendirme yapılmıştır. Bu görüşmeler sonucunda odak grup görüşmesine katılma konusunda istekli olan 7 öğretmen belirlenmiştir.

Katılımcı öğretmenlerin görüşme boyunca sorulara verdikleri cevapların detaylı analizi yapılırken, çalışmanın etik olması açısından isimleri kullanılmamıştır. Katılımcılar Ö1, Ö2, Ö3, Ö4, Ö5, Ö6, Ö7 şeklinde kodlanmış ve tüm çalışmada bu kodlar kullanılmıştır.

3.3 Moderatörün Belirlenmesi ve Görevleri

Odak grup görüşmelerinde büyük rolü olan bir başka kişi de moderatördür. Moderatör; daha önce belirlenen bir akış çerçevesinde grubu yönlendirerek hedeflenen sürede, ulaşılmak istenen bilgileri düzenleyen kişidir. Moderatör, çalışılan gruba açık ve anlaşılır sorular sorarak insanların düşüncelerini ortaya çıkarmaya çalışmalı, grup üyelerinin etkileşimine yardımcı olmalı ve tüm katılımcılara konuşma şansı tanınmalıdır (Gibbs, 1997). Bilgilerin hedeflenen süre ve zenginlikte toplanabilmesinde moderatörün çalışılan konuyla ilgili çok iyi

tasarlanmış açık uçlu sorular sorması önemlidir. Bu bağlamda moderatörün taşıması gereken bazı özellikler şu şekilde sıralanabilir (Kitzinger, 1995; Kroll, Barbour ve Haris, 2007):

- Moderatör görüntüsüne (kıyafet vb.) özen göstermelidir.
- Moderatör, araştırılan kavram ya da konuya hâkim olmalıdır.
- Moderatörün sıcakkanlı ve samimi bir durusu olmalı, ancak resmiyeti de korumalıdır.
- Moderatör, katılımcılara iyi davranmalı, onların ihtiyaçlarına ya da özelliklerine duyarlı olmalıdır.
- Moderatör, beklenmeyen durumlara karşı hazırlıklı olmalıdır.
- Moderatör, sözel ya da sözel olmayan davranışlarından dolayı katılımcıları yargılamamalıdır.
- Moderatör, katılımcılarla aynı dili konuşabilmelidir. Örneğin, tercüman kullanarak grubu yönetmek uygun değildir.
- Moderatör açık uçlu sorular sorarak tartışmayı teşvik etmelidir. Katılımcıların söylediklerinin arka planını ortaya çıkarmak için irdelleyici sorular sormalıdır.
- Kişisel görüş bildirmemelidir.

Moderatör belirlenirken söz konusu tüm bu özellikler dikkate alınmış ve odak grup görüşmesinin moderatörlüğünü aynı zamanda çalışmanın danışmanlığını da yapan Gaziantep Üniversitesi Eğitim Fakültesinde öğretim üyesi olarak çalışan bir alan uzmanı yapmıştır.

3.4 Araştırmacının Rolü ve Araştırma Süresi

Araştırmacı bu araştırmada, odak grup görüşmesine katılacak öğretmenlerin seçimini yapmış ve görüşme boyunca katılımcıları gözlemiştir. Araştırmacı görüşmede raportör olarak çalışmış ve katılımcıların söylediklerinden notlar almıştır. Araştırmacı bununla birlikte görüşmeleri kayıt altına almak için kamera tedarik etmiş ve kameranın kontrolünden sorumlu bir kameraman ile çalışmıştır. Görüşme Gaziantep Eğitim Fakültesinde gerçekleştirilmiş ve yaklaşık 2 saat sürmüştür.

3.5 Veri Toplama Aracı

İlköğretim matematik öğretmenlerinin tanımsızlık kavramına yükledikleri anlamları incelemeyi amaçlayan bu araştırmada veri toplama aracı olarak yarı

yapılandırılmış görüşme formu kullanılmıştır. Görüşmede kullanılacak sorular hazırlanırken ilk olarak literatür taraması yapılmış ve odak grup görüşmesinin süresi de dikkate alınarak, tanımsızlık kavramıyla ilgili farklı formlarda sorular hazırlanmıştır. Hazırlanan taslak sorular, eğitim fakültesinde görev yapan alanda uzman olan iki öğretim üyesine sunulmuştur. Uzman görüşleri temel alınarak gerekli düzeltmeler yapılmış ve iki ilköğretim matematik öğretmenine pilot çalışma olarak uygulanmıştır. Elde edilen bilgiler alan uzmanlarıyla tekrar gözden geçirilmiş ve görüşmede kullanılacak sorulara son şekli verilmiştir. Sorular hazırlandıktan sonra odak grup görüşmesinin sağlıklı yürütülebilmesi için gerekli olan yönerge (tablo 1) alan uzmanlarının görüşleri doğrultusunda hazırlanarak son şekli verilmiştir. Görüşmede katılımcı öğretmenlere ilk olarak tablo 1'deki yönergeler açıklanmış ve daha sonra sırasıyla sorular yöneltmiştir.

Tablo 1. Görüşme yönergesi

Yönergeler
<p>Literatürde odak grup görüşmesinin amacı, “genellemelere giderek bilgiye ulaşmaktan çok katılımcıların görüş ve bakış açılarını betimlemek” olarak tanımlanmıştır. Odak grup görüşmesinde katılımcılara bir şey öğretmek söz konusu değildir. Başka bir deyişle odak grup görüşmelerinde;</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ Anlam çıkarma değil anlama ▪ Genelleme değil, çeşitliliği tanımlama ▪ Açıklama değil, durumun nasıl algılandığını ortaya çıkarma <p>Hedeflenmektedir.</p> <p>Bir odak grup görüşmesinin belirtilen bu amaçlara ulaşılabilmesi için, aşağıdaki yönergelere uyulması tavsiye edilmiştir.</p> <ol style="list-style-type: none"> 1)Konuşmaları söz alarak yapınız. 2)Mümkün olduğunca fikrinizi beyan ediniz. 3)Düşüncelerinizi kendinize oto sansür uygulamadan açıkça söyleyiniz. 4)Açıklama yaparken tahtayı kullanmanız gerektiğinde çekinmeden kullanınız. 5)Herhangi bir soruda neyin kastedildiğini tam anlayamazsanız moderatörden açıklama isteyiniz. 6)Raporlama sürecinde isimlerin ve her türlü kişisel bilginin düzenleyiciler tarafından saklanacağını ve üçüncü kişilerle asla paylaşılmayacağını lütfen unutmayınız.

Tablo 1'de yer alan yönerge, odak grup görüşmesi öncesinde katılımcılara okunmuştur. Bu yönergenin amacı odak grup görüşmesinin düzenli bir şekilde yürütmesini sağlamaktır.

Tanımsızlıkla ilgili katılımcı öğretmenlere sorulacak soruların (tablo 2) belirlenmesinde Özmantar ve Bozkurt'un (2013) çalışmaları yönlendirici olmuştur. Bu araştırmacılar söz konusu çalışmalarında, matematiksel anlamda tanımsızlığı üç farklı formda kavramsallaştırmışlardır. Bu formlar ve anlamları kısaca aşağıdaki gibi sıralanabilir.

- a. Tanımsız kavram: herhangi bir tanıma ihtiyaç duyulmadan, sezgisel olarak anlaşılabilen kavram
- b. Tanımsız değer: üzerinde çalışılan yapı ve sistem ne olursa olsun açıklanamayan değer
- c. Tanımsız durum: standart tanım kullanıldığında uygun bir sonuç bulunamaması durumu (Özmantar ve Bozkurt, 2013 s. 438-461).

Tablo 2. Görüşmede kullanılan sorular

SORULAR

- 1) Derslerinizde matematiksel olarak tanımsız kavramını ne zaman (hangi durumlarda kullanıyorsunuz? Kullandığınız durumlara örnekler veriniz.)
 - 2) Bir matematiksel ifadenin /yapının/sonucun tanımsız olması sizin için ne anlam ifade eder?
 - 3) Öklid geometrisinde noktanın tanımsızlığı ne anlama gelmektedir? Nokta neden tanımsızdır?
 - 4) Biz matematikte $(2/3)!$ İfadesinin tanımsız olduğunu söylüyoruz. Bununla neyi kastediyoruz?
 - 5) f bir fonksiyon ve $f: \mathbb{R} - \{2\} \rightarrow \mathbb{R}$ olmak üzere $f(2)$ değerinin tanımsız oluşu ne anlama gelir?
 - 6) Biz matematikte $a \neq 0$ olmak üzere, $a/0$ ifadesi tanımsız diyoruz. Bununla neyi kastediyoruz?
 - 7) Sizce şimdiye kadar konuştuğumuz durumlardaki tanımsızlıklar farklı anlamlar içeriyor mu?
-

Tablo 2’de yer alan soruların soruluş amaçları şu şekilde sıralanabilir.

1. Soru Katılımcıların görüşmeye ısınmalarını sağlamak ve kavram hakkında giriş oluşturabilmek amacıyla hazırlanmıştır.
- 2.Soru Katılımcıların tanımsızlık kavramı ile ilgili genel düşünce ve algılarını belirlemek amacıyla hazırlanmıştır.
- 3.Soru Katılımcıların tanımsız kavram formuna ilişkin düşünce ve algılarını belirlemek amacıyla hazırlanmıştır.
- 4.Soru Katılımcıların empoze edilen tanımsızlık formuna ilişkin düşünce ve algılarını belirlemek amacıyla hazırlanmıştır.
- 5.Soru Katılımcıların keyfi tanımsızlık formuna ilişkin düşünce ve algılarını belirlemek amacıyla hazırlanmıştır.
- 6.Soru Katılımcıların mutlak tanımsızlık (tanımsız değer) formuna ilişkin düşünce ve algılarını belirlemek amacıyla hazırlanmıştır.
- 7.Soru Katılımcıların farklı tanımsızlık formlarına ilişkin genel düşünce ve algılarını belirlemek amacıyla hazırlanmıştır.

Bu sorular aracılığıyla katılımcı öğretmenlerin farklı tanımsızlık formlarına ilişkin değerlendirme ve kavramsallaştırmalarını görebilmek amaçlanmıştır.

Görüşmede kullanılan sorular, yarı yapılandırılmış açık uçlu sorulardır. Bu araştırmada açık uçlu soruların kullanılma amacı, görüşme sürecine esneklik kazandırmak, katılımcılara daha fazla konuşma imkânı vermek ve katılımcılardan daha detaylı bilgiler almayı sağlamaktır.

3.6 Odak Grup Görüşmesinin Uygulanması

Odak grup görüşmesinin uygulanmasında literatürde yer alan (Kitzinger, 1995; Gibbs, 1997) aşamalara dikkat edilerek yapılanlar şöyle özetlenebilir. Görüşmenin başlangıcından önce,

1. Katılımcılar, moderatör ve raportör için isimlik hazırlanmıştır.
2. Moderatör ve raportör odak grup görüşmesinden önce görüşmenin yapılacağı ortama gelmiş, hazırlıkları (masa, sandalye, kâğıt, kalem, oturma düzeni, içecek, yiyecek gibi) tamamlamış ve katılımcıları karşılamıştır.
3. İki farklı kayıt cihazı (2 kamera ve 2 ses kayıt cihazı) hazırlanmış ve cihaz kontrolleri yapılmıştır.

4. Görüşme başlamadan önce moderatör, görüşmenin yapılacağı tarihi, yeri, saati, kendi adını ve raportörün adını kayıt cihazına kaydetmiştir.

5. Görüşmenin akışına ilişkin önceden çoğaltılan bir yönerge dağıtılmış, kalem, kâğıt, pil, kaset gibi malzemeler önceden temin edilmiştir.

6. İzinsiz girişleri önlemek için toplantı mekânının kapısına toplantı ile ilgili bir not yazılmıştır.

7. Grubun tamamlanması beklenirken, gelen katılımcılar ile konuya dair hiçbir şey konuşulmamıştır.

8. Grup tamamlandığında, moderatör görüşmelerin video kamera ya da ses kayıt cihazı ile kaydedileceğini belirtmiştir.

9. Yapılan bu kayıtların araştırmacı tarafından raporlaştırılacağı ve bu raporlarda kesinlikle katılımcıların adlarının yer almayacağı ya da atıfta bulunulmayacağı belirtilmiştir.

10. Görüşme başlamadan önce cep telefonlarının kapatılması gerektiği vurgulanmıştır.

Yukarıda sıralanan maddeler sağlıklı bir odak grup görüşmesinin gerçekleştirilmesinde çok önemlidir. Çünkü sözü edilen bu noktalar odak grup görüşmesinin çeşitli nedenlerle kesintiye uğramasını engelleyici niteliktedir. Görüşmenin kesintiye uğraması durumunda katılımcılar sıkılabilmekte, görüşlerini söylemekten vazgeçebilmekte ya da söyledikleri kaydedilmeyebilmektedir.

Tasarlanan görüşme amaçlı örneklem stratejisine uygun olarak seçilen 7 öğretmen ile gerçekleştirilmiştir. Görüşmede daha önceden belirlenen 7 yarı yapılandırılmış açık uçlu soru, katılımcılara her soru farklı katılımcıdan başlayacak şekilde sırasıyla sorulmuştur

Görüşme sırasında yine aşamalara dikkat edilerek yapılanlar şöyle özetlenebilir.

1. Görüşme başlamadan önce moderatör ve raportör kendilerini gruba tanıtmıştır.
2. Tüm katılımcıların gelişi tamamlandığında moderatör odak grup görüşmesinin amacını açıklamıştır.
3. Moderatör, görüşmenin yaklaşık olarak 2 saat süreceği ile ilgili bilgi vermiştir.
4. Moderatör, görüşmede kullanılacak format ya da izlenecek yol hakkında bilgi vermiştir.

5. Görüşmenin ana konusuna geçilmeden önce, konuya ısınmayı sağlayacak bir soru ile -Derslerinizde matematiksel olarak “tanımsız” kavramını ne zaman, hangi durumlarda kullanıyorsunuz? Kullandığınız durumlara örnekler veriniz- başlanmıştır.

Moderatör katılımcılara, sorulara cevap vermeden önce istedikleri kadar düşünebileceklerini söylenmiştir. Katılımcılardan net olarak anlaşılamayan görüşlerini biraz daha açıklamaları istenmiş ve konuya ilişkin fikirlerinin tam olarak anlaşılması sağlanmıştır. Görüşmenin sonunda moderatör stratejik noktaları özetleyip katılımcılara teşekkür ederek görüşmeyi bitirmiştir.

3.7 Verilerin Analizi

Odak grup görüşmelerinin analiz edilmesi, nicel çalışmalara göre daha az yapılandırılmış, daha çok açıklayıcıdır (Edmunds, 2000). Sayısallaştırma tercih edilmeyen ve ayrıca uygun olmayan bir yöntemdir. Nitel bir veri elde etme yöntemi olan odak grup görüşmesinde genelleme kaygısı olmadığından, sayısallaştırmaya da gerek yoktur (Fern, 2001). Bu yüzden sonuçlar sunulurken yüzde, frekans ya da istatistiksel testlere ihtiyaç yoktur, dahası sonuçlar nicelleştirilmemelidir (Suler, 1995). Sayısal verilerden çok, bireysel düşünce farklılıklarının ne şekilde verildiği önemlidir. Ayrıca, araştırmacı tarafından öne sürülenin aksine, ortaya çıkan farklılıkları sunmak çok önemlidir (Kitzinger, 1995). Verilerin analizinde içerik analizi en uygun yöntemdir. (Kitzinger ve Farquhar, 1999). Veri analizinde en iyi yol, kayıt esnasında ve kayıt sonrası analiz yapılırken, belli başlıklar altında anahtar temaları belirlemektir. Kayıt sırasında alınan kısa notlar bile daha sonra yapılacak çözümlemeler için oldukça faydalıdır. Odak grup görüşmelerinde raporlaştırılmalardan ziyade katılımcıların ne söylediği önemlidir. (Creswell, 1998). Raporda genel olarak temalara göre belirlenen algılar yer almalıdır. Araştırmacılar, çözümleme yaparken ve rapor oluştururken konuşma dilinin olduğu gibi kalmasına dikkat etmelidir.

Tüm bu bilgiler ışığında bu araştırmada veri toplama yöntemi olarak yarı yapılandırılmış görüşme tekniği kullanılmıştır. Bu yöntem ne tam yapılandırılmış görüşmeler kadar katı ne de yapılandırılmamış görüşmeler kadar esnek; iki uç arasında yer almaktadır (Karasar, 1995). Toplanan veriler bilgisayar ortamına hem görsel olarak hem de yazıya çevrilerek aktarılmış, her soruyla ilgili belirlenen görüş

ve düşünceler araştırmacı tarafından değerlendirilmiştir. Bu değerlendirmeler içerik analizi yöntemi ile yapılmıştır. Katılımcı ğretmenlerin daha önceden belirlenen açık uçlu sorulara vermiş oldukları cevaplar üzerinde içerik analizi yapılmıştır. Analize başlarken kamera kayıtlarının yazıya geçirilmesi ile ortaya çıkan verilerin ışığında her bir soruya verilen cevaplar gruplandırılmış ve bu cevaplar kodlanmıştır. Yapılan bu kodlar sınıflandırılarak kategoriler ve temalar elde edilmiştir. Böylelikle her durum için ortaya çıkan farklılıklar bu kategoriler ve temalar ile gösterilmiştir. Tema, kategori ve kodlar oluştururken bunların katılımcı cevaplarından elde edilmesine, açık ve anlaşılır olmasına ve birbirinden ayırt edilebilir olmasına dikkat edilmiştir.(Marton, 1986).

Yapılan içerik analizi sonucunda ortaya çıkan tema, kategori ve kodlar tablo 3’de gösterilmiştir. Tablo 3’de ayrıca bulgular kısmında kullanılacak olan kod temsilleri de gösterilmiştir.

Tablo 3. Çalışmada ortaya çıkan tema, kategori, kodlar ve kod temsilleri

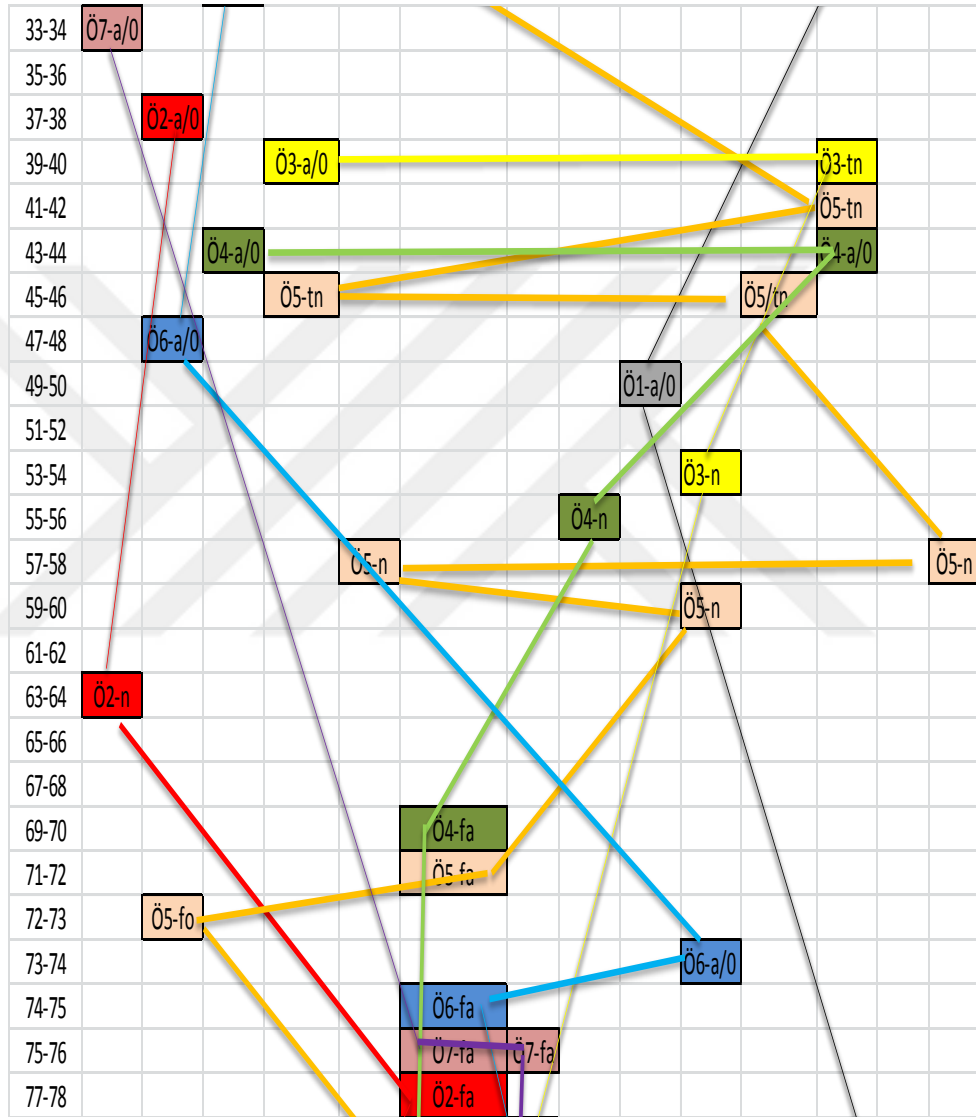
Tema	Kategori	Kod	Kodun Temsili
Tanımsızlığın Anlamına İlişkin Görüşler	Belirsiz Bir Durum	Eş değer geçerli sonuçlar (keyfilik)	1*1
		Farklı yaklaşımlarla farklı sonuçlar (kural temelli)	1*2
		Doğru veya yanlışlığına kesin karar verilemeyen durumlar	1*3
	Açıklanmayan Bir Durum	Karşılaşılan duruma matematiksel bir karşılık bulunamaması	2*1
		Üzerinde çalışılmış ama açıklanamamış	2*2
	Çelişki İçeren Bir Durum	Kavramın tanımıyla (özelliğiyle) tutarsızlık	3*1
		İşlemin tanımıyla (özelliğiyle) tutarsızlık	3*2
		Hem doğrulanabilir hem de yanlışlanabilir bir durum	3*3
	Tanımsızlığın Nedenine İlişkin Görüşler	Belirli bir sistem oluşturmakta ihtiyaç duyulmadığı için tanımlanmayan	4*1
Temel Terim Olduğu İçin Tanımlanmayan		4*2	
Sistemde Yaşanan Sorunlardan Dolayı Göz ardı Edildiğinden Tanımlanmayan		4*3	
Tanımsızlığın Doğasına İlişkin Görüşler	Şimdiye Kadar Açıklanamamış Bir Durum	5*1	
	Giderilebilir Bir Durum	5*2	
	Giderilemeyen Bir Durum	5*3	

Tablo 3’de yapılan içerik analizi sonunda orta çıkan tema, kategori ve kodlar ile kodları temsil eden kısaltmalar görülmektedir

Tema, kategori ve kodların oluşturulmasına kaynaklık eden katılımcı görüşleri bulgular kısmındaki tablolarda gösterilmiştir. Araştırmada katılımcılara görüşme sırasındaki oturma sıraları temel alınarak Ö1, Ö2, Ö3, Ö4, Ö5, Ö6, Ö7 kodları verilmiştir. Tablolar yardımıyla hangi katılımcıların benzer görüşlere hangilerinin farklı görüşlere sahip oldukları kolaylıkla görülmektedir.

Katılımcı görüşlerinin detaylı incelenmesi sürecinde bağlam ve zamana bağlı analizler de yapılmıştır. Katılımcıların tanımsızlık kavramı hakkında dile getirdikleri görüşlerin bağlam ve zamana göre değişimleri şekillerle gösterilmiştir. Örnek bir kesit Şekil 1’de verilmiştir.

Şekil 1. Katılımcı görüşlerinin zamana ve bağlama göre değişimlerinden bir kesit



Şekil 1’de tanımsızlık hakkında dile getirilen görüşlerin zaman ve bağlama göre değişimlerinden bir kesit yer almaktadır. Bu kesitte yer alan düşünce farklılıkları oldukça çarpıcıdır. Örneğin Şekil 1’de Ö1’in 18-20 ve 49-50 dakikalarda dile getirdiği görüşlerinin a/0 bağlamında olduğu görülmektedir. Yine bu kesitte Ö1’in 18-20 dakikalari arasında hem tanımsızlığın anlamına ilişkin biri 1*1 kodu altında değerlendirilen diğeri de 2*2 kodu altında değerlendirilen iki farklı

görüş dile getirdiği hem de tanımsızlığın doğasına ilişkin 5*3 kodu altında değerlendirilen bir görüş belirttiği görülmektedir. Ayrıca Ö1'in, 49-50. dakikalar arasında yine aynı bağlamda konuştuğu ve bu sefer tanımsızlığın nedenini açıklamaya yönelik olan ve 4*1 kodu altında değerlendirilen bir görüş dile getirdiği görülmektedir. Şekil 1'de yer alan bilgilere dair bir başka örnekte tanımsızlığın anlamına yönelik açıklamalardan 3*1 koduna sahip olan anlamlandırmanın ilk olarak Ö4 tarafından faktöriyel bağlamında dile getirildiği ve daha sonra Ö2, Ö5, Ö6, Ö7 tarafından yine faktöriyel bağlamında kullanıldığı görülmektedir. Bu örneklerle kısaca anlatılmaya çalışılan şekillere ait yorumlar bulgular kısmında okuyucuyla paylaşılmıştır.

Verilerin analizi sonucunda elde edilen tablo ve şekiller aynı zamanda araştırmanın bulgularını oluşturmaktadır. Bu yüzden söz konusu bu tablo ve şekiller bulgular kısmında sunulacak ve detaylı şekilde açıklanacaktır.

BÖLÜM IV

BULGULAR

Araştırmanın bu bölümünde, odak grup görüşmesi analizinden elde edilen bulgular tablolar ve şekiller yardımıyla sunulacaktır. Söz konusu bu tablo ve şekillerin detaylı incelenmesi ileride yapılacaktır.

Araştırma sonucunda elde edilen tüm kod, kategori ve temaların yer aldığı tablo 4 şu şekilde ayrıntılandırılabilir.

1. Sütunda çalışma sonunda elde edilen temalar yer almaktadır. Bu sütuna dikkat edilirse yapılan tez çalışması sonucunda elde edilen üç tema görülebilir.

2. Sütunda tanımsızlığın nedenine ilişkin görüşler temasına ait üç kategori yer almaktadır. Bu sütuna dikkat edilirse yapılan tez çalışması sonucunda elde edilen üç kategori görülebilir.

3. Sütunda çalışma sonucunda elde edilen tema ve kategorilere ait kodların temsilleri yer almaktadır. Kodlar ve temsillerine ilişkin bilgiler tablo 3'te verilmiştir.

4. Sütunda katılımcıların görüşlerini hangi bağlamda dile getirdikleri yer almaktadır.

5. Sütunda katılımcıların görüşlerini hangi soruya cevap verirken dile getirdikleri yer almaktadır.

6. Sütunda görüş sahibi öğretmeni temsil eden kod ve görüşünü dile getirdiği zaman aralığı yer almaktadır.

7. Sütunda kodların oluşturulmasında kullanılan katılımcı görüşlerinden bir örnek yer almaktadır.

Devam eden bölümlerde yer alan tablolarda örnek katılımcı görüşlerinin sayısı artırılmıştır.

Tablo 4. İçerik analizi sonucunda ortaya çıkan tema, kategori ve kodlar

Tema	Kategori	Kod	Bağlam	Soru	Katılımcı	Örnek Katılımcı Görüşü
Tanımsızlığın Anlamına İlişkin Görüşler	Belirsiz Bir Durum	1*1	a/0	Tanım sızlık kavramı	Ö1 18:13 18:27	5 in içinde kaç tane 0 var veya -3 ün içinde kaç tane 0 var bir tane mi var, 5 tanedir desem de olur belki kesinlikle işte sonsuz tane desem doğru. Bunu bilemediğimiz için tanımsız olarak onu açıklamak için kullanıyoruz
		1*2	a/0	Tanım sızlık kavramı	Ö2 36:20 36:59	Tanımın yani iki farklı mesela yani araştırma yapıldığında pozitif olarak düşünüldüğünde devamlı artan bir sayı yani aslında sonsuza doğru giden, eksi taraftan bölüldüğümüzde bu sefer sayıyı devamlı küçülen bir sayı olduğunu düşündüğümüz için, iki farklı yorum yani iki farklı tanım çıkıyormuş gibi oluyor. O yüzden yani tanımsız dediğimiz olay, kısım bu. Tanım aslında var ama farklı tanımlar. Başka bir yolla çözümü denediğimizde, başka sayılarla denediğimizde bu sefer tanım yani tanımı değişiyor
		1*3	a/0	Tanım sızlık kavramı	Ö6 30:04 30:38	Trigonometrik oranlarda kullanıyoruz. Açıklayamadığımız şeylerde kullanıyoruz. Rasyonel sayılarda, başkada hiç kullandığımızı hatırlıyorum. Bir kavram doğrudur veya yanlıştır diye kesin bir cevabımız yok
	Açıklanamayan Bir Durum	2*1	Tanım sızlık kavramı	Tanım sızlık kavramı	Ö5 43:58 44:15	Matematikçiler matematik işlemlerinde, matematik dilinde buna karşılık bulamadığı için ben bunu tanımsız olarak adlandırmayı tercih ediyorum
		2*2	a/0	Tanım sızlık kavramı	Ö1 18:45 19:01	5 in içinde kaç tane 0 olduğunu daha bulamamışlar. Buna bir açıklama getiremiyorlar, sanki hani şey uğraşmış, bir açıklama getirilememiş bir şey. Yani, uğraşmışlar, bunun üzerine düşünülmüş, matematikçiler bunun üzerine düşünmüşler. Bunu yansıtırım bunu hissettiriyorum. Ama bir açıklama yok bir açıklama yapılmadığı için o böyle bırakılmış
	Çelişki İçeren Bir Durum	3*1	Faktöriyel-a/0 nokta	Tanım sızlık Çeşitleri	Ö1 101:13 101:33	Mesela şu (a/0) kesrin tanımına uymuyor. Diğer verdiğiniz fonksiyonun tanımına uymuyor. Diğer verdiğiniz faktöriyel tanımına uymuyor bu nedenle tanımsız. Ama nokta kullanmamıza rağmen onun üstüne bir sistem oturtmamıza rağmen bulamadığımız yani tanımlayamadığımız bir şey
		3*2	Faktöriyel	Faktöriyel	Ö7 75:24 75:48	Normal şartlarda faktöriyel yazdığım zaman sayının büyük olması gerekiyor. Yani 3! Yazdığım zaman 6, 3 ten büyük bir sayı, 2/3 ü ayırdığım zaman Ö5 hocaninki gibi 1/3 gibi 2/3 ten küçük bir sayı düşündüğüm zaman faktöriyel büyüyerek giden bir şey, ama burada küçülüyor. Yine bir çelişki elde ediyorum. Bu şekilde tanımsızdır.
		3*3	a/0	a/0	Ö5 89:28 89:42	Neyi verirsem vereyim, hangi değeri verirsem vereyim, sonuç için, hepsi doğru olacak, ya da hepsi yanlış da olabilir, böyle olacağı için tanımsızdır
	Tanımsızlığın Nedenine İlişkin Görüşler	4*1	a/0	Tanım sızlık kavramı	Ö1 49:36 50:31	Çok da gerekli değil gibi yani tanımlamak veya tanımlamamak sistemimizi bozmuyor yani. Onun üstüne tanımlasak da bir sistem kuramayacağız yani zaten ama kareköklü sayıları tanımlayamamak bozar işi yani sistemi bozar. İşte karmaşık sayıları tanımlayamamak sistemi kuramamamıza neden olur. Ama işte sayı/0 tanımsızdır. Bu bizi engelliyor mu? Sistemimizi bozdu mu, matematikteki o kursuz yapıyı bozdu mu, bozmadı. Aynı zamanda oluşturduğumuz sistemin atığı gibi bir şey, atık gibi bir şey yani.
4*2		Nokta	Nokta	Ö3 53:10 53:22	Noktayı bir şeyin başlangıcı gibi kabul ettiğimiz için geometride bir temel olarak kabul ettiğimiz için o açıdan bir çıkış noktası	
4*3		a/0-Nokta	Tanım sızlık Çeşitleri	Ö5 104:20 105:05	Var olan sistemin içine bunu konduramadığım için, bir şekilde girdiremedim o yüzden tanımsız olarak algıladığım için şimdiye kadarki nokta, işte sayı bölü sıfır belirsizliği, hepsi yani bence aynı. Birbirinden farkı yok	
Tanımsızlığın Doğasına İlişkin Görüşler	5*1	a/0	a/0	Ö4 96:37 97:46	Matematik biliminin gelişimini düşünürsek, belki gelecek bir zamanda bu tanımsız olmayacak. Ben şunu anlatmaya çalışıyorum veya anladığım o en azından öyle söyleyeyim, şu an elimizdeki mevcut bilgilerle doğruluğunu yada yanlışlığını ispatlayamadığımız için, sınırlarını çizemediğimiz için, gelecekte de gelecekteki ihtiyaçlar doğrultusunda değişebileceğini düşündüğümüz için, veya öyle varsaydığımız için tanımsız diyoruz. Uzay araştırmalarında belirlenemeyen bir parça geldiği zaman tanımlanamayan bir parçacık, cisim veriliyor. Ama gelecekte pekâlâ onunla ilgili araştırmalar yapıp, bir tanım bir yere konulabiliyor. Şu an bir yere koyamadığımız için, matematiksel bilgilerimizle tanımsızdır diyoruz	
	5*2	Fonksiyon	Fonksiyon	Ö1 82:36 82:45	Burada tanımsızlığı biz yapıyoruz. Bunu tanımlı hale getirebiliriz. Ama mesela noktayı tanımlı hale getiremeyiz. Burada tanım kümesini değiştirerek tanımlı hale getirebiliriz. Bu tamamen bilinçli olarak çıkarılmış ben buradan görebiliyorum. Yani tanımlı hale getirilebilir ama şu anda tanımsız. Benim tanımından kaynaklı bir tanımsızlık	
	5*3	Nokta	Nokta	Ö5 55:53 57:35	Matematiği dil olarak kabul ediyorum ben. Dil olarak kabul ettiğim için matematik dilinde noktanın, noktayı anlamlandıramıyorum. Yani uğraşmış ama bulunamamış, bulunamadığı için onu oraya yerleştiremiyorum yani, yoksa yapılmamış değil yapılamamış. Uğraşmış üzerinde dediğim gibi yani dil olarak kabul ederseniz	

Tablo 4’de katılımcıların tanımsızlığa yüklediği anlamlar ile katılımcıların tanımsızlığın nedenine ve doğasına ilişkin görüşleri yer almaktadır. Bu tema, kategori ve kodlar aşağıdaki şekilde tanımlanmıştır.

4.1 Tanımsızlığın Anlamına İlişkin Görüşler

Bu tema altında değerlendirilen açıklamalarda, katılımcıların çeşitli bağlamlarda ifade ettikleri düşüncelerinde tanımsızlığı nasıl anlamlandırdıklarına ilişkin görüşleri yer almaktadır. Bu tema altında üç kategori ortaya çıkmıştır; bunlar: Belirsiz bir durum, açıklanamayan bir durum ve çelişki içeren bir durum olarak isimlendirilmiştir.

4.1.1 Belirsiz Bir Durum

Bu kategori altında toplanan görüşler tanımsızlığın anlamını belirsiz bir durum olarak değerlendiren katılımcıların görüşleridir. Bu kategoriye ait üç kod: eşdeğer geçerli sonuçlar (keyfilik), farklı yaklaşımlarla farklı sonuçlar (kural temelli), doğru ya da yanlışlığına kesin karar verilemeyen durum kodlarıdır.

Eşdeğer Geçerli Sonuçlar: Eşdeğer geçerli sonuçlar (keyfilik) kodu altında toplanan görüşlerde, tanımsızlık katılımcılar tarafından karşılaşılan kavramların veya sorulan sorulara verilen cevapların, bilinen yol ve yöntemlere uymadan keyfi olarak seçilebilmesi sonucunda farklı anlamlar taşıyan tanımların oluşması olarak yorumlanmıştır. Başka bir ifadeyle tanımsızlık, katılımcılar tarafından keyfi olarak seçilen her değer için aynı doğruluk derecesine sahip sonuçlara ulaşılması şeklinde nitelendirilmiştir.

Tablo 5. Eşdeğer geçerli sonuçlar koduna ait örnek katılımcı görüşleri

Kod	Bağlam	Soru	Katılımcı	Örnek Alıntı
Eş değer geçerli sonuçlar	a/0	Tanımsızlık nedir	Ö1 (18:13-18:27)	5'in içinde kaç tane 0 var veya -3'ün içinde kaç tane 0 var bir tanemi var, 5 tanedir desem de olur belki kesinlikle işte sonsuz tane desem doğru. Bunu bilemediğimiz için tanımsız olarak onu açıklamak için kullanıyoruz
	a/0	Tanımsızlık nedir	Ö7 (32:56-33:25)	0/0 ya da sayı /0'a geçtiğimiz zaman da çocuklara diyorum ki tanımı öğrendik. Peki, bunu nasıl anlatabiliriz. Karşınızdaki bir insana bunun sonucunu nasıl söyleyebiliriz? Çocuklar düşünüyor. Şunu diyebilir miyiz hocam, yazıyorum tahtaya, bunu diyebilir miyiz hocam yazıyorum sürekli, sonrasında diyorum ki burada ortak paydaya erişebildik mi, yani buradan bir sonuç bulabildik mi? "Bulamadık öğretmenim" diyorlar. "O zaman tanımlayabildik mi?" diyorum. "hayır, öğretmenim tanımlayamadık" diyorlar. O zaman diyorum biz buna tanımsız diyeceğiz
	Nokta	Nokta	Ö2 (62:24-62:54)	Bir noktada boyutu nasıl çizeceğiz. Yani çok küçük mü, gözle gözükmeyecek şekilde mi, çizmemiz lazım mesela dünyamız boyut o kadar büyüyor ki, ama ona da nokta diyoruz. Tanımsızlık olayı biraz da tanımının tam net değil de birden fazla boyutta da gösterilebileceği için tanımsız. En küçük olarak da gösterebildik. En büyük olarak da gösterebiliriz. O yüzden buna tanımsız diyoruz derdim ben. Net bir boyut belirleyemediğimiz için
	Nokta	Nokta	Ö4 (55:08-55:30)	Bence boyutunu açıklayamadığımız için- çok küçük bir şey içinde noktayı kullanıyoruz matematikte, daha büyük bir şey içinde nokta tabirini, kelimesini kullanıyoruz mesela. Boyut olarak bir şey yok, sınır yok. Sınır olmadığı için tanımsız olduğunu düşünüyorum
	a/0	a/0	Ö5 (88:40-89:37)	a/0 mesela 3/0 sayının içinde kaç tane sıfır olduğunu bana göre 1 tane var, arkadaşşıma göre hayır milyon tane içinde 0 var. Biri için sonsuz tane 0 var. Neyi veririm vereyim, hangi değeri veririm vereyim, sonuç için, hepsi doğru olacak

Tablo 5'de tanımsızlığı "eşdeğer geçerli sonuçların elde edilmesinin belirsizliği" şeklinde anlamlandıran katılımcı görüşlerinin, 3'ünün a/0 bağlamında ve 2'sinin de nokta bağlamında ortaya çıktığı ve tüm görüşme boyunca 5 farklı katılımcı tarafından ifade edildiği görülmektedir.

Farklı Yaklaşımlarla Farklı Sonuçlar: Farklı yaklaşımlarla farklı sonuçlar (kural temelli) kodu altında toplanan görüşlerde, tanımsızlık katılımcılar tarafından, karşılaşılan durum, kavram veya sorulara verilen cevapların belirli matematiksel kurallara uygun olarak elde edilen birden fazla değer için doğru olması şeklinde nitelendirilmiştir. Bu nitelendirmeye ek olarak tanımsızlık, katılımcılar tarafından bu değerlerden hangisinin geçerli olacağını net bir şekilde bilinememesi ve bu

durumun da birden fazla anlam taşıyan tanımlar ortaya çıkarması şeklinde anlamlandırılmıştır.

Tablo 6. Farklı yaklaşımlarla farklı sonuçlar koduna ait örnek katılımcı görüşleri

Kod	Bağlam	Soru	Katılımcı	Örnek Alıntı
	a/0	Tanım-sızlık nedir	Ö6 (45:19-47:07)	Tanımsızlık, özellikleri iyi belirlenmemiş, doğru veya yanlış diyemediğimiz ve bunları diyemediğimiz için matematikte de kullanmadığımız ifadeler derdim. $a = 0$ çıkması lazım, ama ben yukarıda a 'ya 0'dan farklıdır dedim. Bu söylediklerim birbiriyle uyuşmuyor. Ya bunu doğru alacağım ya bunu doğru alacağım. Yani çelişen şeyler var. Yani bir yerde tıkanıyorum ya bunu almayacağım ya bunu almayacağım. İşte böyle çeliştiğim için kimi baz alacağımı bilmediğim için tanımsız
Farklı yaklaşımlarla farklı sonuçlar	a/0	Tanım-sızlık nedir	Ö2 (36:20-36:59)	Tanımın yani iki farklı mesela yani araştırma yapıldığında pozitif olarak düşünüldüğünde devamlı artan bir sayı yani aslında sonsuza doğru giden, eksi taraftan bölüğümüzde bu sefer sayını devamlı küçülen bir sayı olduğunu düşündüğümüz için, iki farklı yorum yani iki farklı tanım çıkıyormuş gibi oluyor. O yüzden yani tanımsız dediğimiz olay, kısım bu. Tanım aslında var ama farklı tanımlar. Başka bir yolla çözümü denediğimizde, başka sayılarla denediğimizde bu sefer tanım yani tanımı değişiyor
	Faktöriyel	Faktöriyel	Ö5 (72:14-72:54)	Bu kendimce olan yöntemle 13 buldum. Hem bölme işlemi kullandım. Hem de faktöriyel kullandım $1/3$ buldum. İki şekilde gidiyorum ben buna ama tek bir sonuca ulaşamıyorum. Yani çelişki elde ettim. Çelişki elde ettiğim için bu tanımsızdır
	a/0	a/0	Ö2 (94:34-94:47)	İşte burada acaba + sonsuza mı gider, eksi sonsuza mı gider, o yüzden tam net, iki tane ayrı tanım olduğu, aynı tanım oluşmadığı için tanımsızdır

Tablo 6'da tanımsızlığı "Farklı yaklaşımlarla farklı sonuçlara ulaşmanın belirsizliği" şeklinde anlamlandırılan katılımcı görüşlerinin, 3'ünün a/0 bağlamında ve 1'inin de faktöriyel bağlamında ortaya çıktığı ve tüm görüşme boyunca 4 farklı katılımcı tarafından dile getirildiği görülmektedir.

Doğru ya da Yanlışlığına Kesin Karar Verilemeyen Durumlar: Doğru ya da yanlışlığında kesin karar verilemeyen durum kodu altında toplanan görüşlerde, tanımsızlık kavramı, karşılaşılan tanımsız durumların matematiksel geçerliliğinin bilinmemesi şeklinde anlamlandırılmıştır. Buradaki belirsizlik bilinen kurallara uygun olarak ulaşılan veya keyfi şekilde seçilen değerlerin kendilerinin belirsizliğinden daha ziyade sonuçların geçerliliğinin belirsizliğidir.

Tablo 7. Doğru veya yanlışlığında kesin karar verilemeyen durumlar koduna ait örnek katılımcı görüşleri

Kod	Bağlam	Soru	Katılımcı	Örnek Alıntı
Doğru veya yanlışlığında kesin karar verilemeyen durumlar	a/0	Tanım sızlık Nedir	Ö6 (30:04-30:38)	Trigonometrik oranlarda kullanıyoruz. Açıklayamadığımız şeylerde kullanıyoruz. Rasyonel sayılarda, başkada hiç kullandığımı hatırlamıyorum. Bir kavram doğrudur veya yanlıştır diye kesin bir cevabımız yok
	a/0	Tanım sızlık Nedir	Ö4 (42:49-43:04)	Bu demin söylediğimiz 0 a bölünme olayı var ya hani matematikçiler şuan bunun doğruluğunu ya da yanlışlığını ispatlayamadılar ispatlayamadıkları içinde doğrudur veya yanlıştır diye bir şey getiremedikleri için buna tanımsızdır diyorlar

Tablo 7’de tanımsızlığı “Doğru veya yanlışlığında kesin karar verilemeyen durumlarla karşılaşmanın belirsizliği” şeklinde anlamlandırılan katılımcı görüşlerinin, 2’sinin de a/0 bağlamında ortaya çıktığı ve tüm görüşme boyunca 2 farklı katılımcı tarafından dile getirildiği görülmektedir.

4.1.2 Açıklanamayan Bir Durum

Bu kategori altında toplanan görüşlerde; katılımcılar tanımsızlığı, tüm çabalara rağmen mevcut durum veya kavramlarla tanımsız olarak adlandırılan durum veya kavramların arasında nedensel bir bağ kurulamaması şeklinde anlamlandırmışlardır. Bu kategoriye ait iki kod: Karşılaşılan duruma matematiksel bir karşılık bulunmaması ve üzerinde çalışılmış ama açıklanamamış bir durum kodlarıdır.

Karşılaşılan Duruma Matematiksel Bir Karşılık Bulunmaması: Karşılaşılan duruma matematiksel bir karşılık bulunmaması kodu altında toplanan görüşlerde; tanımsızlık, katılımcılar tarafından; karşılaşılan durum, olgu ya da kavramı matematik kurallarına uyarak çözümleyememe, aydınlatamama, bilinen matematiksel kavram ve işlemlerle karşılaşılan durum ve kavram arasında bir bağlantı kuramama şeklinde anlamlandırılmıştır.

Tablo 8. Karşılaşılan duruma matematiksel bir karşılık bulunmaması koduna ait örnek katılımcı görüşleri

Kod	Bağlam	Soru	Katılımcı	Örnek Alıntı
Karşılaşılan duruma matematiksel bir karşılık bulunmaması	a/0 ve nokta	Tanımsızlık nedir	Ö5 (28:58-29:07)	Bu durumla iki kez karşılaştım. Birincisi dediğiniz gibi sayını 0a bölümünün tanımsız olmasıyla alakalı, Bide 6. Sınıflarda noktanın aslında boyutunun olmaması da bir tanımsızlıktır deyip geçmiştim o zaman, matematikte isim veremediğimiz kavramları tanımsız diye adlandırıyoruz. Onu açıklayamadığımız için tanımsızdır deyip geçiyoruz aslında
	a/0	Tanımsızlık nedir	Ö3 (37:49-38:11)	Kullanmış olduğumuz bazı ifadelerde işlem olarak kabul ettiğimiz kurallara göre sonucuna ulaşamadığımız yerlerin yani, buna tıkanıyoruz yerlerin diyelim, onları tanımsızlıkla isimlendiriyoruz. Yani ona vermiş olduğumuz bir isim
	Tanımsızlık nedir	Tanımsızlık nedir	Ö5 (43:58-44:15)	Matematikçiler matematik işlemlerinde, matematik dilinde buna karşılık bulamadığı için ben bunu tanımsız olarak adlandırmayı tercih ediyorum
	a/0	a/0	Ö7 (91:11-91:23)	Sözün tıkanıdığı noktaya geliyoruz. Bundan dolayı tanımlayamadığımı söyledim. Elimizde var olan bir şey var ama bunun içinde yokluk arıyoruz. Olmayan bir şey arıyoruz yani. Bu yüzden tanımsız
	Faktöriyel nokta	Tanımsızlık çeşitleri	Ö7 (100:06-100:18)	Nokta için dedik ki işte şeklini, şekillini falan tabir edemediğimiz için mesela, ya da $(2/3)!$ E dedik ki, bizde tanımlı olan bir şeyin içine sığdıramadığımız için

Tablo 8’de tanımsızlığı “Karşılaşılan duruma matematiksel bir karşılık bulunamaması hali” olarak anlamlandırılan katılımcı görüşlerinin, 2’sinin a/0 bağlamında, 1’inin a/0 ve nokta bağlamında, 1’inin faktöriyel ne nokta bağlamında, 1’inin de tanımsızlık kavramı bağlamında ortaya çıktığı ve tüm görüşme boyunca 3 farklı katılımcı tarafından dile getirildiği görülmektedir.

Üzerinde Çalışılmış Ama Açıklanamamış Durumlar: Üzerinde çalışılmış ama açıklanamamış durumlar kodu altında değerlendirilen görüşlerinde katılımcılar, tanımsız durum veya kavramların tanımlı hale getirilmesine yönelik çalışmalar yapılmasına rağmen bir türlü tanımlanamadığını belirtmiş ve bu noktaya takılıp kalmama adına tanımlamanın bilerek ihmal edildiğini vurgulamışlardır.

Tablo 9. Üzerinde çalışılmış ama açıklanamamış koduna ait örnek katılımcı görüşleri

Kod	Bağlam	Soru	Katılımcı	Örnek Alıntı
Üzerinde çalışılmış ama açıklanamamış	a/0	Tanımsızlık nedir	Ö6 (30:50-30:58)	Rasyonel sayılarda, başkada hiç kullandığımı hatırlamıyorum, tanımsızlığı açıklayamadığımız şeylerde kullanıyoruz. Matematikte böyle bir kavramın doğru ya da yanlışlığı bilinmiyor. Bilinmediği içinde kullanılmıyor. Kullanılmadığı içinde belki tanımsızdır
	Nokta	Nokta	Ö5 (57:21-57:33)	Yapılamamış yani uğraşmış ama bulunamamış, bulunamadığı için onu oraya yerleştiremiyorum yani, yoksa yapılmamış değil yapılamamış. Uğraşmış üzerinde
	a/0	Tanımsızlık nedir	Ö1 (18:45-19:01)	5 in içinde kaç tane 0 olduğunu daha bulamamışlar. Buna bir açıklama getiremiyorlar, sanki hani şey uğraşmış, bir açıklama getirilememiş bir şey. Yani, uğraşmışlar, bunun üzerine düşünülmüş, matematikçiler bunun üzerine düşünmüşler. Bunu yansıtıyorum bunu hissettiriyorum. Ama bir açıklama yok bir açıklama yapılamadığı için o böyle bırakılmış
	Tanımsızlık nedir	Tanımsızlık nedir	Ö5 (28:37-28:44)	Belki bundan önce çalışmış tüm matematikçilerimiz bunu tanımlayamadığı için tanımsızdır deyip geçiyordur. Belki biz bir tanımını buluruz

Tablo 9'da tanımsızlığı "Üzerinde çalışılmış ama açıklanamamış bir durum" olarak anlamlandırılan katılımcı görüşlerinin, 2'sinin a/0 bağlamında, 1'inin nokta bağlamında, 1'inin de tanımsızlık kavramı bağlamında ortaya çıktığı ve tüm görüşme boyunca 3 farklı katılımcı tarafından dile getirildiği görülmektedir.

4.1.3 Çelişki İçeren Bir Durum

Bu kategori altında toplanan görüşlerde tanımsızlık, katılımcılar tarafından ne doğru ne de yanlış olabilecek, birbirine aykırı düşen kavram veya sonuçların ortaya çıkması şeklinde anlamlandırılmıştır. Yine bu kategoride tanımsızlık, kavramın veya işlemin tanımıyla, tanımsız olan durum ya da kavramların birbiriyle uyuşmaması, bilinen matematiksel doğrulara aykırı durumların ortaya çıkışı, belirtilen hallerdeki ön kabuller ve ulaşılan sonuçlar arasındaki tutarsızlık şeklinde anlamlandırılmıştır. Bu kategoriye ait üç kod: Kavramın tanımıyla tutarsızlık, işlemin tanımıyla tutarsızlık ve hem doğrulanabilir hem yanlışlanabilir bir durum kodlarıdır.

Kavramın Tanımıyla Tutarsızlık: Kavramın tanımıyla tutarsızlık kodu altında toplanan görüşlerde katılımcılar tarafından tanımsızlık, ortaya çıkan yeni durumların matematiksel bir kavram ve bu kavramın nitelikleri konusunda edinilmiş genel düşüncelerle uyuşmama hali olarak anlamlandırılmıştır.

Tablo 10. Kavramın tanımıyla tutarsızlık koduna ait örnek katılımcı görüşleri

Kod	Bağlam	Soru	Katılımcı	Örnek Alıntı
	Faktöriyel	Faktöriyel	Ö4 (69:45-70:04)	Faktöriyeli tanımlamamızla. Bu tanım birbiriyle çelişiyor derdim. Şimdi faktöriyelde 0'dan başlayıp alıyoruz. Tam sayı olacak hesaplıyoruz ama buradaki 2/3 rasyonel sayı olduğundan dolayı o tanımla bu tanım çelişti
	Faktöriyel	Faktöriyel	Ö5 (71:42-72:00)	(2/3)! Hem tam sayı değil derim ama hem faktöriyel var hem tamsayı değil bu, bu ikisi birbiriyle çelişti (2!/3!)=1/3 diyorum. Bir taraftan tanımlayamazken diğer taraftan başka bir sonuç ortaya çıkardım
	Faktöriyel	Faktöriyel	Ö2 (77:29-77:35)	Tanımsızlık olayının sanki daha dışında, kullanılmayacak bir sayı kullanıyoruz
Kavramın tanımıyla tutarsızlık	Faktöriyel	Faktöriyel	Ö4 (70:28-70:46)	Bunu tanımlayabilmek için faktöriyel kavramının o tanımı değiştirmemiz lazım. Bunu açıklayabilmek için eğer o tanımı öyle kabul ettiysek, o zaman bu konuyu burada açıklayamıyoruz. O yüzden buna tanımsızdır derdim bunu açıklayamadıkları için derdim herhalde.
	Faktöriyel	Faktöriyel	Ö6 (74:14-74:28)	2/3 kendisi bir tam sayı olmadığı için zaten faktöriyelini sormak ya da o faktöriyeli faktöriyel tanımının içine yerleştiremediğim için yada çeliştiği için tanımsızdır derdim
	Faktöriyel	Faktöriyel	Ö7 (75:15-75:23)	2/3 bir rasyonel sayı bir tam sayı değil. İlk olarak bu tanıma sığmıyor yani, faktöriyel tanımının içine girmiyor
	Fonksiyon	Fonksiyon	Ö4 (80:48-81:39)	Sistemin içerisinde kabul etmediğimiz bir şeyi, tekrar o sistemin içerisinde kullanamayız. Bizim kendi koyduğumuz o kuralla, tanım ile o çelişki oluşturduğu için tanımsızdır
	Faktöriyel nokta	Tanımsızlık çeşitleri	Ö6 (99:04-99:36)	Noktaya tanımsızdır diyoruz ama onu da kullanıyoruz ama şimdi mesela (2/3)! E tanımsızdır dedik, çünkü önceden yapılmış bir faktöriyel tanımı var zaten, buna tanımsız dememizin nedeni o şeye uymadığı için, elimizde var olan bir şeye uymadığı için, ama biz noktaya tanımsız diyoruz, elimizde var olan bir şeye, hani bir tanım varda ona uymuyor değil aslında. Tamamen onu tanımlayamamışız. Ona tanımsız diyoruz ve kullanıyoruz ama buna (2/3)! Tanımsız diyoruz ama kullanmıyoruz. Bence aynı şeyler değil
	Faktöriyel a/0, nokta fonksiyon	Tanımsızlık çeşitleri	Ö1 (101:13-101:33)	Mesela şu (a/0) kesrin tanımına uymuyor. Diğer verdiğiniz fonksiyonun tanımına uymuyor. Diğer verdiğiniz faktöriyel tanımına uymuyor bu nedenle tanımsız. Ama nokta kullanmamıza rağmen onun üstüne bir sistem oturtturmamıza rağmen bulamadığımız yani tanımlayamadığımız bir şey

Tablo 10'da tanımsızlığı "Kavramın tanımıyla (özelliğiyle) tutarsızlık hali" olarak anlamlandırılan katılımcı görüşlerinin, 6'sının faktöriyel bağlamında, 1'inin fonksiyon bağlamında, 1'inin faktöriyel ne nokta bağlamında, 1'inin de

faktöriyel, fonksiyon, a/0 ve nokta bağlamında ortaya çıktığı ve tüm görüşme boyunca 6 farklı katılımcı tarafından dile getirildiği görülmektedir.

İşlemin Tanımıyla Tutarsızlık: İşlemin tanımıyla tutarsızlık kodu altında toplanan görüşlerde tanımsızlık, kavramın tanımıyla ilgili bir tutarsızlıktan daha ziyade, işlemde ortaya çıkan bir tutarsızlık hali olarak anlamlandırılmıştır. Başka bir deyişle katılımcılar hangi işlemin nasıl yapılacağını bildiklerini ama eldeki malzemenin bu işlem için uygun olmadığını ifade etmişlerdir.

Tablo 11. İşlemin tanımıyla tutarsızlık koduna ait örnek katılımcı görüşleri

Kod	Bağlam	Soru	Katılımcı	Örnek Alıntı
İşlemin tanımıyla tutarsızlık	Faktöriyel	Faktöriyel	Ö7 (75:24-75:48)	Normal şartlarda faktöriyel yazdığım zaman sayının büyük olması gerekiyor. Yani 3! Yazdığım zaman 6, 3'ten büyük bir sayı, 2/3'ü ayırdığım zaman Ö5 hocaninki gibi 1/3 gibi 2/3'ten küçük bir sayı düşündüğüm zaman faktöriyel büyüyerek giden bir şey, ama burada küçülüyor. Yine bir çelişki elde ediyorum. Bu şekilde tanımsızdır.
	Fonksiyon	Fonksiyon	Ö5 (82:12-82:19)	Çelişki burada o yüzden bunu tanımlayamam. Hani kullanmamam gerekeni bana kullan dediği için
	Faktöriyel	Faktöriyel	Ö2 (77:29-77:35)	Tanımsızlık olayının sanki daha dışında, kullanılmayacak bir sayı kullanıyoruz.
	Faktöriyel	Faktöriyel	Ö3 (78:01-78:19)	Faktöriyel doğal sayılar kümesinde yaptığımız için, yani 2/3'üde bir rasyonel sayı olarak kabul edersek, işlem yapamayız yani hesaplanamaz
	Fonksiyon	Fonksiyon	Ö7 (80:17-80:36)	Karşılığı yok hani, yerine koyduğumuzda onun karşısına çıkacak bir şey söz konusu değil Yani tanım kümesindeki o eleman eksik, yok o yüzden tanımsız

Tablo 11'de tanımsızlığı "İşlemin tanımıyla tutarsızlık hali" olarak anlamlandırılan katılımcı görüşlerinin, 3'ünün faktöriyel bağlamında, 2'sinin fonksiyon bağlamında ortaya çıktığı ve tüm görüşme boyunca 4 farklı katılımcı tarafından dile getirildiği görülmektedir.

Hem Doğrulanabilir Hem Yanlışlanabilir Bir Durum: Hem doğrulanabilir hem yanlışlanabilir bir durum kodu altındaki görüşlerde tanımsızlık, katılımcılar

tarafından, karşılaşılan durum, kavram, ya da olguların belirli bir matematiksel sistemde hem doğru hem de yanlış olabilme hali olarak anlamlandırılmıştır.

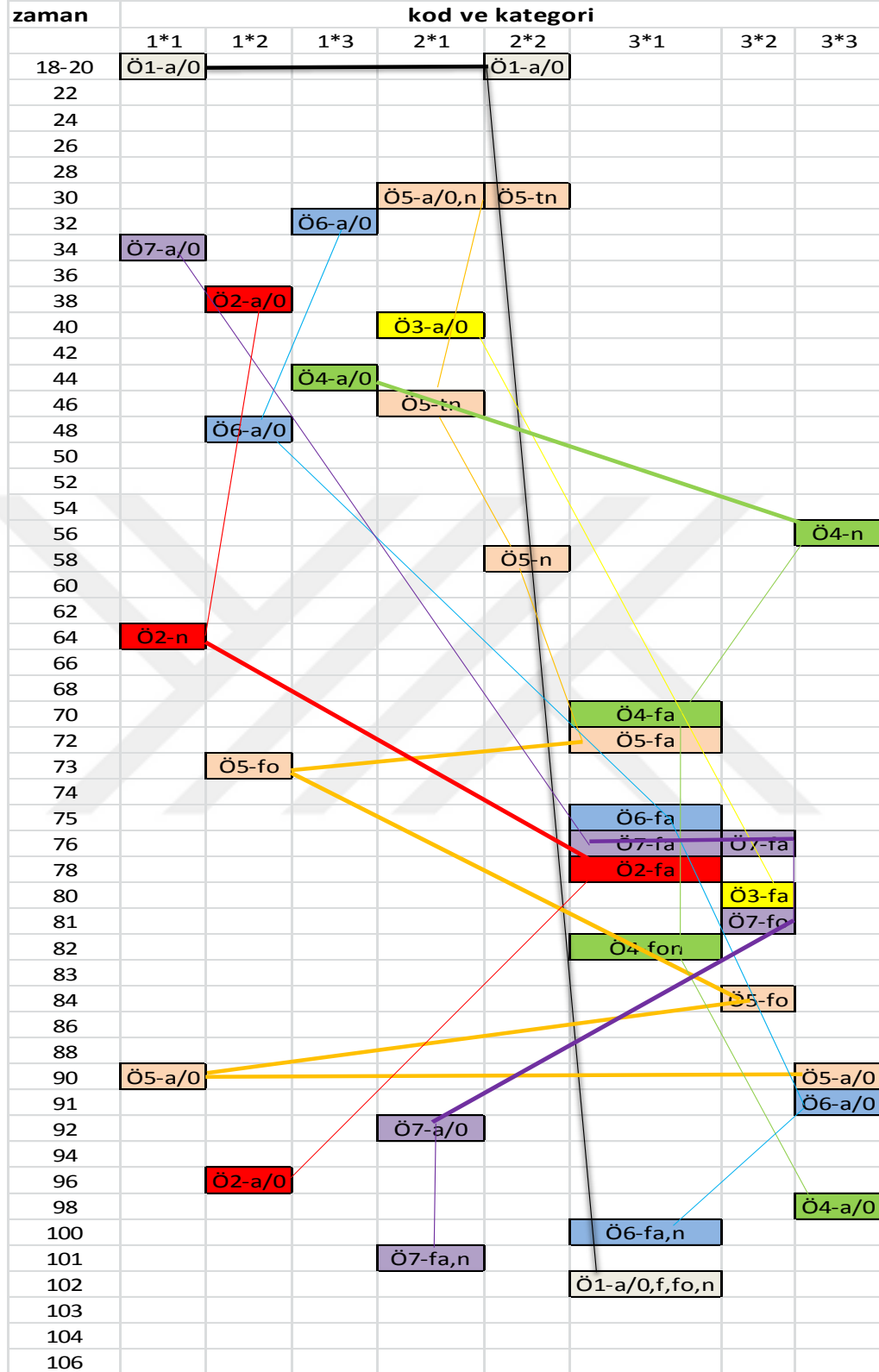
Tablo 12. Hem doğrulanabilir hem de yanlışlanabilir bir durum koduna ait örnek katılımcı görüşleri

Kod	Bağlam	Soru	Katılımcı	Örnek Alıntı
Hem doğrulanabilir hem de yanlışlanabilir bir durum	a/0	a/0	Ö6 (90:13-90:28)	Bir çelişki, tam birbirine zıt iki kavram var, zıt olmasa bile çelişen şeyler var. O yüzden yani, doğrudur ya da yanlıştır, neye göre karar veremeyeceğime göre, aşağıya mı yukarıya mı, o yüzden de tanımsız
	a/0	a/0	Ö5 (89:28-89:42)	Neyi verirsem vereyim, hangi değeri verirsem vereyim, sonuç için, hepsi doğru olacak, ya da hepsi yanlış da olabilir, böyle olacağı için tanımsızdır
	a/0	a/0	Ö4 (96:37-97:46)	Matematik biliminin gelişimini düşünürsek, belki gelecek bir zamanda bu tanımsız olmayacak. Ben şunu anlatmaya çalışıyorum veya anladığım o en azından öyle söyleyeyim, şu an elimizdeki mevcut bilgilerle doğruluğunu ya da yanlışlığını ispatlayamadığımız için, sınırlarını çizemediğimiz için, gelecekte de gelecekteki ihtiyaçlar doğrultusunda değişebileceğini düşündüğümüz için veya öyle varsaydığımız için tanımsız diyoruz. Uzay araştırmalarında belirlenemeyen bir parça geldiği zaman tanımlanamayan bir parçacık, cisim veriliyor. Ama gelecekte pekâlâ onunla ilgili araştırmalar yapıp, bir tanım bir yere konulabiliyor. Şu an bir yere koyamadığımız için, matematiksel bilgilerimizle tanımsızdır diyoruz

Tablo 12’de tanımsızlığı “Hem doğrulanabilir hem de yanlışlanabilir bir durum” olarak anlamlandırılan katılımcı görüşlerinin, 3’ünün de nokta bağlamında ortaya çıktığı ve tüm görüşme boyunca 3 farklı katılımcı tarafından dile getirildiği görülmektedir.

Tanımsızlık kavramına katılımcılar tarafından yüklenen anlamlar, görüşlerin dile getirildiği zaman ve bağlamlarla ilişkili olarak incelenerek aşağıdaki şekil 2 oluşturulmuştur.

Şekil 2. Tanımsızlık kavramına yüklenen anlamların zamana bağlı değişimleri



Şekil 2’de tanımsızlığı belirsiz bir durum olarak değerlendirme fikrinin, değişik katılımcılar tarafından görüşmenin başından sonuna kadar dile getirildiği görülmektedir. Tanımsızlığı belirsiz bir kavram olarak nitelendiren görüşler

görüşmenin başlarında a/0 ve noktanın tanımsızlığı hakkında öne sürülen görüşler iken bağlam değiştikçe fonksiyonun tanım kümesinde olmayan elemanın tanımsızlığı hakkında da ortaya çıkmaktadır. Tanımsızlığa “eşdeğer geçerli sonuçların elde edilmesinin belirsizliği” anlamını yükleyen görüşlerin, a/0 ve nokta bağlamlarında ortaya çıktığı ve tüm görüşme boyunca farklı katılımcılar tarafından tekrarlandığı görülmektedir. Benzer şekilde tanımsızlığa “farklı yaklaşımlarla farklı sonuçların elde edilmesinin belirsizliği” anlamını yükleyen görüşlerin, a/0 ve faktöriyel bağlamlarında ortaya çıktığı ve görüşme boyunca yinelendiği görülmektedir. Bunlardan farklı olarak tanımsızlığa, “doğru ya da yanlışlığına kesin karar verilemeyişinin belirsizliği” anlamını yükleyen görüşlerin, a/0 bağlamında ortaya çıktığı ve iki katılımcı tarafından görüşmenin başlarında ifade edildikten sonra bir daha tekrarlanmadığı görülmektedir.

Tanımsızlığı açıklanamayan bir durum olarak nitelendirme eğilimi, görüşmenin başında tanımsızlık kavramını anlamlandırmada, nokta ve a/0 bağlamlarında ortaya çıkmıştır. Görüşmenin ilerleyen aşamalarında özellikle fonksiyon ve faktöriyel bağlamlarında ifade edilen görüşlerde, tanımsızlığın açıklanamayan bir durum olarak nitelendirmesine ait bir ifadeye rastlanmamıştır. Görüşmenin sonlarında tanımsızlık türleri bağlamında yapılan yorumlarda sadece bir katılımcı a/0, nokta ve faktöriyel bağlamlarında bu nitelendirmeyi yinelemiştir.

Tanımsızlığı “çelişki içeren bir durum” olarak anlamlandıran görüşlere görüşmenin başında rastlanmamaktadır. Bu nitelendirme ilk kez nokta kavramının tanımsızlığı bağlamında ortaya çıkmış daha sonra tüm katılımcılar tarafından, tüm tanımsızlık türlerinin anlamlandırılmasında kullanılmıştır.

4.2 Tanımsızlığın Nedenine İlişkin Görüşler

Bu temada toplanan görüşler genel olarak tanımsızlığın nedenine ilişkindir. Bu tema altında değerlendirilen görüşlerde bir kavram tanımının matematiğin sistemsel yapısına sağladığı katkıya göre bazen ihmal edildiği, bazen de görmezden gelindiği görülmektedir. Bu temaya ait üç kod: Belirli bir sistem oluşturmakta ihtiyaç duyulmadığı için tanımlanmayan, temel terim olduğu için tanımlanmayan, matematik sisteminde yaşanan sorunlardan dolayı göz ardı edildiğinden tanımlanmayan kodlarıdır.

Belirli Bir Sistem Oluşturmakta İhtiyaç Duyulmadığı İçin Tanımlanmayan: Bu kod altında toplanan görüşlerde tanımsız olarak isimlendirilen durumların tanımsız oluşunun nedeni matematiksel bir sonuç elde etmeye yarayan bir yöntem olmaması öne sürülmüştür. Benzer şekilde, tanımsız olarak nitelendirilen matematiksel kavramların tanımsızlığının nedeni ise kavram tanımının matematiksel bir sistem için gerekmemesi ve kavramın herhangi bir matematiksel ispat ya da kavram inşasında kullanılmaması gibi nedenler gösterilmektedir.

Tablo 13. Belirli bir sistem oluşturmakta ihtiyaç duyulmadığı için tanımlanmayan koduna ait örnek katılımcı görüşleri

Kod	Bağlam	Soru	Katılımcı	Örnek Alıntı
Belirli bir sistem oluşturmakta ihtiyaç duyulmadığı için tanımlanmayan	a/0	Tanım-sızlık Nedir	Ö1 (49:36-50:31)	Dallanıyor budaklanıyor o tanım başkasını gerektiriyor falan. Bir sistem oluşturuyoruz. Tanımsızlık da bence bu sistemin atığı. Yani artık o kesildiği yerler yani o sistemin işleyişini bozmuyor onun tanımsız olması yani onu tanımlamamız. Çok da gerekli değil gibi yani tanımlamak veya tanımlamamak sistemimizi bozmuyor yani. Onun üstüne tanımlasak da bir sistem kuramayacağız yani zaten ama kareköklü sayıları tanımlayamamak bozar işi yani sistemi bozar. İşte karmaşık sayıları tanımlayamamak sistemi kuramamamıza neden olur. Ama işte sayı/0 tanımsızdır. Bu bizi engelliyor mu? Sistemimizi bozdu mu, matematikteki o kusursuz yapıyı bozdu mu, bozmadı. Aynı zamanda oluşturduğumuz sistemin atığı gibi bir şey, atık gibi bir şey yani.
	Fonksiyon	Fonksiyon	Ö3 (85:12-85:25)	Hani tanımsızlığı bir kaçış noktası olarak veya bir tembellik olarak düşünüyorum. Yani biz tanımsız deyip kaçış noktası kaçış yolu bulmuşuz kendimize.

Tablo 13’de tanımsızlığın nedenini “Belirli bir sistem oluşturmakta ihtiyaç duyulmadığı için tanımlanmaması” olarak gören katılımcı görüşlerinin, 1’inin

tanımsızlık kavramı bağlamında, 1'inin fonksiyon bağlamında ortaya çıktığı ve tüm görüşme boyunca 2 farklı katılımcı tarafından dile getirildiği görülmektedir.

Temel Terim Olduğu İçin Tanımlanmayan: Temel terim olduğu için tanımlanmayan kodu altında toplanan görüşlerde katılımcılar tanımsız kavramları matematiksel bir olgunun başlangıç noktası olarak kabul etmişlerdir. Bu görüşlerde katılımcılar tanımsızlığın nedeni olarak, tanımsız olarak nitelendirilen bir kavramın sezgisel olarak herkes tarafından anlaşılacak en temel terim olmasını görmüşler ve söz konusu kavramın bu özelliği nedeniyle bir tanımlamaya ihtiyaç duymayacağını belirtmişlerdir.

Tablo 14. Temel terim olduğu için tanımlanmayan koduna ait örnek katılımcı görüşleri

Kod	Bağlam	Soru	Katılımcı	Örnek Alıntı
Temel terim olduğu için tanımlanmayan	Nokta	Nokta	Ö3 (53:10-53:22)	Noktayı bir şeyin başlangıcı gibi kabul ettiğimiz için geometride bir temel olarak kabul ettiğimiz için o açıdan bir çıkış noktası
	Nokta	Nokta	Ö7 (59:55-60:12)	Noktanın ne boyutunu ne yönünü ne şiddetini hiçbir şeyini anlatamıyoruz. Bence bunları anlatamadığımız için boyutu olmadığı için ve birçok kavram bu noktadan başladığı için bunu anlamlandıramıyoruz. Yani tanımsıdır deyip oradan başlıyoruz
	Nokta	Faktöriyel	Ö6 (73:15-73:45)	Şimdi (2/3)! Tanımsız diyoruz ve hiçbir yerde kullanmıyoruz. Ama noktaya tanımsız diyoruz onu kullanıyoruz. Çünkü birçok kavram noktanın üzerinden geliyor işte doğrudur, doğru parçasıdır

Tablo 14'de tanımsızlığın nedenini "Temel terim olduğu için tanımlanmaması" olarak gören katılımcı görüşlerinin, 3'ünün de nokta bağlamında ortaya çıktığı ve tüm görüşme boyunca 3 farklı katılımcı tarafından dile getirildiği görülmektedir.

Matematik Sisteminde Yaşanan Sorunlardan Dolayı Göz Ardı Edildiğinden

Tanımlanmayan: Matematik sisteminde yaşanan sorunlardan dolayı göz ardı edildiğinden tanımlanmayan kodu altında değerlendirilen katılımcı düşüncelerine göre tanımsız olarak nitelendirilen durum ve kavramlar, matematik biliminin “çıkılmaz sokakları” veya “tıkanma noktalarıdır”. Başka bir ifadeyle tanımsız olan kavram veya durumlar, sistemin işleyişini bozacağı veya matematiğin tutarlı yapısına olan güveni zedeleyeceği için üzeri örtülen, görmezden gelinen durum veya kavramlar olarak görülmektedir.

Tablo 15. Matematik sisteminde yaşanan sorunlardan dolayı göz ardı edildiğinden tanımlanmayan koduna ait örnek katılımcı görüşleri

Kod	Bağlam	Soru	Katılımcı	Örnek Alıntı
Matematik sisteminde yaşanan sorunlardan dolayı göz ardı edildiğinden tanımlanmayan	a/0 nokta	Tanım sızlık Nedir	Ö5 (27:28-29:06)	Tanımsızlık nedir öğretmenim” dendi. Bende matematikte isim veremediğimiz kavramları tanımsız diye adlandırıyoruz dedim. Açıklayamadığımız için
	a/0	Tanım sızlık Nedir	Ö5 (43:58-44:12)	Matematiği dil olarak kabul ediyorum ben. Dil olarak kabul ettiğim için matematik dilinde noktanın, noktayı anlamlandıramıyorum. Yani uğraşmış ama bulunamamış, bulunamadığı için onu oraya yerleştiremiyorum yani, yoksa yapılmamış değil yapılamamış. Uğraşmış üzerinde
	a/0-nokta	Tanım sızlık çeşitleri	Ö5 (104:20-105:05)	Var olan sistemin içine bunu konduramadığım için, bir şekilde girdiremedim o yüzden tanımsız olarak algıladığım için şimdiye kadarki nokta, işte sayı bölü sıfır belirsizliği, hepsi yani bence aynı. Birbirinden farkı yok

Tablo 15’de tanımsızlığın nedenini “Matematik sisteminde yaşanan sorunlardan dolayı göz ardı edildiğinden tanımlanmaması (Tıkanma Noktası)” olarak gören katılımcı görüşlerinin, 2’sinin a/0 bağlamında, 1’inin nokta ve a/0 bağlamında ortaya çıktığı ve tüm görüşme boyunca 1 katılımcı tarafından dile getirildiği görülmektedir.

Tanımsızlık kavramının nedenine ilişkin katılımcı görüşlerinin zaman ve bağlam açısından incelendiğinde aşağıdaki şekil 3 ortaya çıkmıştır.

Şekil 3. Tanımsızlık kavramının nedenine ilişkin yorumların katılımcı ve bağlam bakımından zamana bağlı değişimleri

zaman	kod ve kategori		
	4*1	4*2	4*3
18-20			
22			
24			
26			
28			Ö5-a/0,n
30			
32			
34			
36			
38			
40			
42			
44			
46			Ö5-tn
48			
50	Ö1-a/0		
52			
54		Ö1-n	
56			
58			
60		Ö5-n	
62			
64			
66			
68			
70			
72			
73			
74		Ö6-a/0	
75			
76			
78			
80			
81			
82			
83			
84			
86	Ö4-tn		Ö4-tn
88			
90			
91			
92			
94			
96			
98			
100			
101			
102			
103			
104			
106			Ö5-a/0,n

Şekil 3 incelendiğinde, 5 katılımcının açıklamaları görülmektedir. Bu tema altında değerlendirilen toplam 9 görüşten 4'ünün a/0 bağlamında, 2'sinin nokta bağlamında, 2'sinin a/0 ve nokta bağlamlarında ve 1'inin de fonksiyon bağlamında ortaya çıktığı görülmektedir.

Temayı oluşturan kodlardan birincisi olan ve tanımsızlığın nedeni olarak “belirli bir sistem oluşturmakta kullanılmadığı için tanım yapılmamasını” gören 2

görüştten birinin tanımsızlık kavramı ne anlama gelir?” sorusuna cevap verilirken a/0 bağlamında dile getirildiği, ikincisinin ise “fonksiyon” sorusuna verilen cevaptan elde edildiği görülmektedir.

Tanımsızlığın nedenini “temel terim olduğu için tanımlanmaması” olarak gören görüşlerin toplandığı ve temanın ikinci kodu olarak değerlendirilen 3 görüşün de nokta bağlamında söylendiği görülmektedir.

4.3 Tanımsızlığın Doğasına İlişkin Görüşler

Bu tema altında değerlendirilen ve katılımcılar tarafından dile getirilen görüşlerde matematiğin kendi kuralları çerçevesinde sürekli gelişen ve değişen bir yapıya sahip olduğu belirtilmiştir. Matematiğin doğası olarak adlandırılabilen bu ifadelerde katılımcılar tanımsızlığın, mevcut durumda var olduğu, bu durumun değiştirilmesiyle ya da şu an keşfedilememiş bir yöntem kullanılarak giderilmesiyle ortadan kalkacağına dair fikirler öne sürmüşlerdir. Bunun yanında bazı katılımcıların tanımsız olan kavram veya durumların giderilebilir olmayacağına dair görüşlerine de rastlanmaktadır. Bu temaya ait üç kod: Şimdiye kadar açıklanamamış bir durum, giderilebilir bir durum, giderilemez bir durum kodlarıdır.

Şimdiye Kadar Açıklanamamış Bir Durum: Şimdiye kadar açıklanamamış bir durum kodu altında toplanan görüşlerde tanımsızlığın geçmişten günümüze kadar çözülemeyen, aydınlatılamayan durumları ifade etmek için kullanıldığı belirtilmektedir. Benzer şekilde bu kod altındaki görüşlerde geçmişte matematiğin sistemsiz yapısı içerisinde buna benzer olduğu düşünülen durumların çözüldüğünü ve şu anki tanımsız kavram ve durumların da gelecekte tanımlı hale getirileceğine dair fikirlere rastlanmaktadır.

Tablo 16. Şimdiye kadar açıklanamamış bir durum koduna ait örnek katılımcı görüşleri

Kod	Bağlam	Soru	Katılımcı	Örnek Alıntı
	a/0	Tanım-sızlık Nedir	Ö4 (41:11-41:19)	Elimizdeki şu an mevcut olan matematiksel bilgilerle açıklayamadığımız durum olduğu için buna tanımsız derdik. Matematikte şu anki Bilgilerle açıklayamadığımız için tanımsız kelimesini kullanıyoruz
	Tanım-sızlık Nedir	Tanım-sızlık Nedir	Ö5 (28:28-28:44)	Pisagor İrrasyonel sayıları kendisi açıklayamadığı için öğrencisinin de açıklanmasını yasaklıyor. Bende dedim bizimde belki bundan önce çalışmış tüm matematikçilerimiz bunu tanımlayamadığı için tanımsızdır deyip geçiyordur. Belki biz bir tanımını buluruz dedim.
	Tanım-sızlık Nedir	Tanım-sızlık Nedir	Ö3 (39:16-39:29)	Şu an için bunu belki tanımsız olarak nitelendiriyoruz, beklide ileriki yıllarda bunları bir isim değişikliğine uğrutup farklı bir değer verebileceğiz
	Tanım-sızlık Nedir	Tanım-sızlık Nedir	Ö5 (43:17-43:37)	Mesela 0'ında biz aslında tüm sayıları bulduktan sonra sıfırı bulmuş ya o zamana kadar 0 bulunana kadar, aslında insanlar 0ın varlığından haberleri yoktu. Belki 0 ada tanımsız diyorlardı o zaman.
	Tanım-sızlık Nedir	Fonksiyon	Ö3 (85:30-85:57)	Matematiğin de çıkış noktası ihtiyaçlarımıza binaen olduğu için bir zamanlar doğal sayılar bize yetiyordu. Sonra o yeterli gelmedi tam sayıları kullanmaya başladık. Tam sayılar da yeterli gelmedi rasyonel sayıları kullanmaya başladık. Yani bir tarihi süreç içerisinde sürekli gelişim aşamasında, hani tıkanıdığımız noktalarda da tanımsız deyip kendimizi bir çıkışa yönlendirmişiz.
	a/0	a/0	Ö4 (96:37-97:46)	Matematik biliminin gelişimini düşünürsek, belki gelecek bir zamanda bu tanımsız olmayacak. Ben şunu anlatmaya çalışıyorum veya anladığım o en azından öyle söyleyeyim, şu an elimizdeki mevcut bilgilerle doğruluğunu ya da yanlışlığını ispatlayamadığımız için, sınırlarını çizemediğimiz için, gelecekte de gelecekteki ihtiyaçlar doğrultusunda değişebileceğini düşündüğümüz için veya öyle varsaydığımız için tanımsız diyoruz. Uzay araştırmalarında belirlenemeyen bir parça geldiği zaman tanımlanamayan bir parçacık, cisim veriliyor. Ama gelecekte pekâlâ onunla ilgili araştırmalar yapıp, bir tanım bir yere konulabiliyor. Şu an bir yere koyamadığımız için, matematiksel bilgilerimizle tanımsızdır diyoruz
	Tanım-sızlık çeşitleri	Tanım-sızlık çeşitleri	Ö3 (102:48-103:04)	Tanımsızlığın hepsini aynı kaba koyabiliriz aslında ve bir kaçış noktası olarak yine düşünüyorum. Hani belki zaman gelecek, Ö4 hocamın da dediği gibi belki bir gün tanımsız dediğimiz bir ifadeye belki bir gün anlam yüklenecek
	Tanım-sızlık çeşitleri	Tanım-sızlık çeşitleri	Ö4 (103:26-103:45)	Şu an itibariyle onu ispatlayamadığımız için tanımsız diye, hani biraz önce siz sormuştunuz ya geçici bir durum olduğunu düşünüyorum. Matematikte. Tabi yıl kavramı değişir. Belki binlerce yıl belki biliyorum

Şimdiye kadar açıklanamamış bir durum

Tablo 16’da tanımsızlığın doğasına ilişkin düşüncelerini “Şimdiye Kadar Açıklanamamış Bir Durum” olarak ifade eden katılımcı görüşlerinin, 2’sinin a/0 bağlamında, 4’ünün tanımsızlık kavramı bağlamında ve 2’sinin tanımsızlık çeşitleri bağlamında ortaya çıktığı ve tüm görüşme boyunca 3 katılımcı tarafından dile getirildiği görülmektedir.

Giderilebilir Bir Durum: Giderilebilir bir durum kodu altında değerlendirilen katılımcıların, tanımsızlığın durumsal olduğuna, bu durumun değiştirilmesiyle, belli öğelerin yardımıyla ortadan kaldırılmasıyla, halledilmesiyle veya giderilmesiyle tanımsız olarak nitelendirilen bazı durum, kavram ya da değerlerin tanımlı hale gelebileceğine dair görüşleri yer almaktadır.

Tablo 17. Giderilebilir bir durum koduna ait örnek katılımcı görüşleri

Kod	Bağlam	Soru	Katılımcı	Örnek Alıntı
Giderilebilir bir durum	Fonksiyon	Fonksiyon	Ö1 (82:36-82:45)	Burada tanımsızlığı biz yapıyoruz. Bunu tanımlı hale getirebiliriz. Ama mesela noktayı tanımlı hale getiremeyiz. Burada tanım kümesini değiştirerek tanımlı hale getirebiliriz. Bu tamamen bilinçli olarak çıkarılmış ben buradan görebiliyorum. Yani tanımlı hale getirilebilir ama şu anda tanımsız. Benim tanımımdan kaynaklı bir tanımsızlık

Tablo 17’de tanımsızlığın doğasına ilişkin düşüncesini “Giderilebilir Bir Durum” olarak ifade eden katılımcı görüşünün bağlamında ortaya çıktığı ve tüm görüşme boyunca 1 katılımcı tarafından dile getirildiği görülmektedir.

Giderilemeyen Bir Durum: Giderilemeyen bir durum kodu altında toplanan görüşlerde katılımcılar tanımsızlığın, ortadan kaldırılamayan, üstesinden gelinemeyen durumlarda kullanılan bir nitelendirme olduğunu belirtmişlerdir. Burada bir kavram, durum veya değer tanımsız olarak nitelendirilmesi için üzerinde çalışılmış olması gerektiğine dair bulgular yer almaktadır.

Tablo 18. Giderilemeyen bir durum koduna ait örnek katılımcı görüşleri

Kod	Bağlam	Soru	Katılımcı	Örnek Alıntı
Giderilemeyen bir durum	a/0	Tanım sızlık Nedir	Ö1 (18:00-18:14)	Matematikçiler şeyi tanımlayamıyorlar. 5 in içinde kaç tane 0 olduğunu daha bulamamışlar. Buna bir açıklama getiremiyorlar dedim. O yüzden tanımsızdır diyoruz. Aklımızda bir soru işareti var. Tanımlayamadığımız için tanımsız diyoruz.
	Tanım sızlık Nedir	Tanım sızlık Nedir	Ö1 (18:45-19:04)	Sanki hani şey uğraşılmış, bir açıklama getirilememiş bir şey. Yani, uğraşmışlar, bunun üzerine düşünülmüş, matematikçiler bunun üzerine düşünmüşler. Bunu yansıtıyorum bunu hissettiriyorum. Ama bir açıklama yok bir açıklama yapılamadığı için o böyle bırakılmış. Yani o hissi uyandırmış gibi oluyorum bu açıklamalarla
	Nokta	Nokta	Ö5 (55:53-57:35)	Matematiği dil olarak kabul ediyorum ben. Dil olarak kabul ettiğim için matematik dilinde noktanın, noktayı anlamlandıramıyorum. Yani uğraşılmış ama bulunamamış, bulunamadığı için onu oraya yerleştiremiyorum yani, yoksa yapılmamış değil yapılamamış. Uğraşılmış üzerinde dediğim gibi yani dil olarak kabul edersek

Tablo 18’de tanımsızlığın doğasına ilişkin düşüncelerini “giderilemeyen bir durum” olarak ifade eden katılımcı görüşlerinin birinin a/0 bağlamında, birinin tanımsızlık kavramı bağlamında, birinin de nokta bağlamında ortaya çıktığı ve tüm görüşme boyunca 2 katılımcı tarafından dile getirildiği görülmektedir.

Katılımcılar tarafından dile getirilen tanımsızlık kavramının doğasına ilişkin görüşler sorulan soruya da bağlı olarak çeşitli bağlamlarda ortaya çıkmıştır. Bu görüşler aşağıdaki Şekil 4’de zaman, bağlam ve katılımcı açısından ortaya konulmuştur.

Şekil 4. Tanımsızlık kavramının doğasına ilişkin yorumların katılımcı ve bağlam bakımından zamana bağlı değişimleri

zaman	kod ve kategori		
	5*1	5*2	5*3
18-20			Ö1-a/0
22			
24			
26			
28	Ö5-tn		
30			
32			
34			
36			
38			
40	Ö3-tn		
42	Ö5-tn		
44	Ö4-a/0		
46			
48			
50			
52			
54			
56			
58			Ö5-n
60			
62			
64			
66			
68			
70			
72			
73			
74			
75			
76			
78			
80			
81			
82			
83		Ö1-fo	
84			
86	Ö3-tn		
88			
90			
91			
92			
94			
96			
98	Ö4-a/0		
100			
101			
102			
103	Ö3-tç		
104	Ö4-tç		
106			

Şekil 4'te tanımsızlığın doğasına ilişkin görüşler teması altında değerlendirilen toplam 12 görüşten 5'inin tanımsızlık kavramı bağlamında, 3'ünün a/0 bağlamında, 2'sinin tanımsızlık çeşitleri bağlamında, 2'sinin nokta bağlamında ve 1'inin de fonksiyon bağlamında ortaya çıktığı görülmektedir. 5*1 numaralı kod altında toplam 8 görüş bir araya getirilmiştir. Bu görüşlerden 4'ünün “tanımsızlık kavramı ne anlama gelir?” sorusuna cevap veren katılımcılar tarafından dile getirildiği, 2'sinin “a/0 işleminin sonucunun tanımsız oluşu ne anlama gelir?” sorusuna cevap veren katılımcıdan ve 2'sinin de “tanımsızlık çeşitleri arasında bir fark var mıdır?” sorusuna cevap veren kullanıcılardan elde edildiği görülmektedir. 5*2 nolu kod altında “fonksiyon” sorusunu cevaplarken dile getirildiği görülmektedir. 5*3nolu kod altında toplam 3 görüş bulunmaktadır. Bu görüşlerden 2'si katılımcılar tarafından “tanımsızlık kavramı ne anlama gelir?” sorusuna cevap verirken diğeri ise “nokta kavramının tanımsız oluşu ne anlama gelir? Sorusuna cevap verirken dile getirilmektedir.

4.4 Tanımsızlık Kavramı İle Bağlam İlişkisi

Katılımcılar tarafından tanımsızlık kavramına anlam yüklenirken, tanımsızlığın nedenleri belirtilirken veya tanımsızlık kavramına ilişkin görüşler ortaya konulurken bağlamın ön planda tutulduğu gözlemlenmiştir. Aşağıdaki şekilde bağlama dayalı olarak tanımsızlığın anlamlandırılması, nedeninin belirtilmesi ve doğasına ilişkin görüşlerdeki hareketlilik ortaya konulmuştur.

Şekil 5'te tanımsızlık hakkında dile getirilen görüşlerin zaman ve bağlama göre değişimleri yer almaktadır. Bu değişimler incelendiğinde tanımsızlık hakkında yapılan konuşmaların kimi zaman tanımsızlığa yüklenen anlamla ilgili olduğu kimi zaman tanımsızlığın nedenine ilişkin olduğu kimi zaman da tanımsızlığına doğasına ilişkin olduğu görülmektedir. Örneğin Ö1'in 18-20 dakikaları arasında yaptığı üç açıklamanın da a/0 bağlamında olmasına rağmen birinin tanımsızlığa yüklediği anlam hakkında, birinin tanımsızlığın nedeni hakkında ve diğerinin de tanımsızlığın doğası hakkında olduğu görülmektedir. Yine şekil 4'te Ö2'nin dile getirdiği dört görüşünde tanımsızlığa yüklediği anlamlarla ilgili olduğu ve tanımsızlığın nedeni ve doğası hakkında hiç konuşmadığı görülürken Ö2 den farklı olarak Ö5'in 1*3, 4*1, 5*2 kodları hariç her kod altında değerlendirilen görüşler dile getirdiği görülmüştür. Şekil 4'te yer alan görüşlerin büyük bir çoğunluğunun a/0 bağlamında olduğu tespit edilmiştir. Bunun yanında faktöriyel ve fonksiyon hakkında dile getirilen görüşlerin daha az olduğu ve 3*1 ve 3*2 kodları altında yoğunlaştığı tespit edilmiştir.

Şekil 4 incelendiğinde katılımcıların tanımsızlığı anlamlandırırken, tanımsızlığın nedenine dair sorgulamalar yaptıkları, tanımsızlığın doğası ile ilgili çıkarımlardan yararlandıkları görülmektedir. Katılımcılar tanımsızlık kavramının ne anlama geldiğini açıklarken veya a/0 işleminin sonucunun tanımsız oluşu ve nokta kavramının Öklid geometrisindeki tanımsızlığı üzerinde konuşurlarken tanımsızlığın nedenine ve doğasına dair görüşlerde dile getirmektedirler. Bunun yanında, fonksiyon ve faktöriyel bağlamlarında katılımcılar tarafından tanımsız durumun izahında a/0 ve nokta bağlamlarında olduğu gibi tanımsızlığın nedenine ve doğasına ilişkin bir düşünce ortaya çıkmadığı da görülmektedir. Görüşmenin sonuna doğru a/0 bağlamında tanımsızlığın nedeni ve doğasıyla ilgili görüşler tekrar ortaya çıkmakta ve katılımcılar tarafından tanımsızlık türlerinin benzerliklerini ortaya koymak için kullanılmaktadırlar.

BÖLÜM V

TARTIŞMA

Bu çalışmada genel olarak ilköğretim matematik öğretmenlerinin matematikte yer alan tanımsızlık kavramını nasıl anlamlandırdıklarının, tanımsızlığa hangi anlamları yüklediklerinin derinlemesine bir bakış açısıyla araştırılması amaçlanmıştır. Bu amaçla ilköğretim matematik öğretmenlerinden oluşturulan yedi kişilik bir odak gruba farklı bağlamlarda matematiksel tanımsızlıkları ne şekilde anlamlandırdıkları sorulmuş, bir durumu tanımsız olarak nitelendirirken, bir işlemin sonucuna tanımsızdır derken veya bir kavramın tanımsız olduğunu söylerken neyi kastettiklerini açıklamaları istenmiştir. Daha sonra katılımcılardan alınan cevaplar benzer yönlerine göre kategorilendirilmiştir. Bu işlemlerin sonunda belli başlı temalar, bu temalara ait kategoriler ve bu kategorilere ait kodlar ortaya çıkmıştır. Tartışma bu tema ve kodlardan elde edilen aşağıdaki beş başlık altında yapılacaktır. Bu başlıklar; tanımsızlık kavramına yüklenen anlamlar; tanımsızlık kavramının nedenine ilişkin görüşler; tanımsızlığın doğasına ilişkin görüşler, tanımsızlık kavramı ile bağlam ilişkisi ve tanımsızlık kavramına dair katılımcı zorlukları.

5.1 Tanımsızlık Kavramına Yüklenen Anlamlar

Tartışmanın bu kısmında katılımcıların tanımsızlık kavramına yükledikleri farklı anlamlar, yapılan analiz sonucunda tespit edilen üç kategorinin oluşturduğu başlıklar altında tartışılacaktır.

5.1.1 Tanımsızlığı Belirsizlik Kavramından Yararlanarak Anamlandırma

Katılımcıların söylemlerinden derlenen bulgulardan bir kısmı, bazı katılımcıların matematiksel anlamda tanımsızlığa anlam yüklerken belirsizlik kavramından yararlandığını göstermektedir. Tanımsızlığı “belirsiz bir durum” olarak değerlendiren katılımcıların bir kısmı tanımsızlığı, istenen bir değere ulaşmak için bilinen yol ve yöntemlere uymadan keyfi olarak seçilen değerlerin birden fazla anlama sahip olmasının belirsizliği olarak nitelendirmiştir. Bu duruma örnek olabilecek bir katılımcı görüşü şu şekildedir:

Ö1:($a/0$ işleminin sonucunun tanımsız oluşu bağlamında 5’in içinde kaç tane 0 olduğunu açıklarken) 0 tane, -3 tane, 1 tane veya 5 tane... Hatta sonsuz tane vardır... Bu değerlerin hepsi doğru... (ve dolayısıyla) tanımsızlık bir karmaşa hali...

Bu açıklamada Ö1’in $5/0$ işleminin sonucu için tamamen keyfi olarak değerler seçtiği ve tüm bu değerleri eşdeğer doğrulukta kabul ettiği görülmektedir. $a/0$ işlemin sonucunu ifade etmek için keyfi olarak seçilebilecek sayıların her birinin eşit derecede doğru olması yüzünden sonuç üzerinde bir uyuma sağlanamaması hali, Özmantar’ın (2013) “farklı olası değerlerden geçerli olanın bilinmemesi durumu” şeklindeki belirsizlik tanımına daha uygundur. Literatürde de matematiksel anlamda tanımsızlık ve belirsizlik kavramlarının karıştırıldığına dair bulgular mevcuttur. Örneğin, tanımsızlık, belirsizlik ve sonsuzluk kavramlarının karıştırılması üzerine yaptıkları bir çalışmada Çelik ve Akşan, (2003) ilköğretim matematik öğretmen adaylarından tanımsızlık kavramını kendi kelimeleriyle anlatmalarını istemişlerdir. Araştırmacılar çalışmalarının sonucunda tanımsızlığı belirsizlikle karıştıran katılımcıların oranının %40 olduğunu belirtmişlerdir.

Bir başka bulguda, katılımcıların tanımsızlığı, karşılaşılan durumların veya sorulan sorulara verilen cevapların belirli matematiksel kurallara uygun olarak elde edilen birden fazla değer için doğru olmasının belirsizliği şeklinde nitelendirmiştir. Bu duruma örnek olabilecek bir katılımcı görüşü şu şekildedir:

Ö2: ($a/0$ işleminin sonucunun tanımsız oluşu ile ne kastettiğini açıklarken) bir bölme işleminde bölen olarak 0 sayısının kullanılması mümkün değildir... Sıfır yerine sıfıra çok yakın sayılar seçerek $a/0$ işleminin sonucunun nasıl değiştiğinin

incelenmesi gerekir... $a/0$ işleminde 0 sayısı yerine 1 den başlayarak $1/2, 1/4, 1/8, 1/16$ gibi gittikçe azalarak sifıra yaklaşan değerler verilirse $a/0$ işleminin sonucu artı sonsuz olur... Böylece tanımsız olduğu söylenen $a/0$ işleminin sonucu tanımlı bir hale gelir... Benzer şekilde $a/0$ işleminde 0 sayısı yerine $-1/2, -1/4, -1/8, -1/16$ gibi gittikçe büyüyerek sifıra yaklaşan negatif değerler verildiğinde ise $a/0$ işleminin sonucu eksi sonsuz olur ve yine tanımlı hale gelir... Yani tanımsızlık iki farklı açıdan baktığında aynı tanımların oluşmaması, iki ayrı tanım oluşması durumudur

Bu açıklamada Ö2'nin 0'a çok yakın sayılar seçerek bölme işlemi yaptığı ve çeşitli sonuçlar elde ettiği görülmektedir. Burada keyfilikten ayrı olarak elde edilen değerlerin isteğe bağlı olarak seçilemediğine ve söz konusu bu değerlerin belli başlı bazı işlemler sonucunda elde edildiğine dikkat edilmelidir. Bunun yanında bu anlamlandırmanın limit bağlamında ortaya çıkmış olması bazı katılımcıların tanımsızlığı limit işlemleri sırasında karşılaşılan belirsiz formlarla karıştırdıklarının da göstergesidir. Bu çıkarımlarla benzer sonuçlar içeren bir çalışmada, Maurice (2000) $a/0$ işleminin sonucunu öğretmenlerin limit bağlamında değerlendirerek "sonsuzla ıraksadığını" düşündüklerini ortaya koymuştur. Öğretmenlerin tanımsızlığı limit bağlamında düşündüğüne dair sonuçlardan bahseden başka bir çalışmada ise Cankoy (2010) $a/0$ işleminin sonucunu limit bağlamında değerlendiren öğretmenlerin oranını %5'i olarak saptamıştır.

Tanımsızlık bazı katılımcılar tarafından, karşılaşılan durumların ya da sorulan sorulara verilen cevapların geçerliliğinin matematiksel olarak bilinmemesi şeklinde yorumlanmıştır. Söz konusu yorumlarda bilinen matematik kurallarına uygun olarak ulaşılan veya tamamen keyfi bir şekilde seçilen değerlerin kendilerinden daha ziyade geçerliliğinin belirsizliği öne çıkmıştır. Bu duruma örnek olabilecek bir katılımcı görüşü şu şekildedir:

Ö4: ($a/0$ işleminin sonucunun tanımsız oluşu ile ilgili konuşurken) buradaki tanımsızlık herhangi bir sayıyı 0'a bölme işleminin sonucunda ortaya çıkan değerlerin matematikte doğruluğunun ya da yanlışlığının ispatlanamaması halidir

Bu açıklamada Ö4'ün $a/0$ işleminin sonucu için herhangi bir değer vermediği ve ortaya çıkabilecek değerlerin doğruluğunun ya da yanlışlığının matematiksel bir kanıtın olamayacağını söylemektedir. Ö4 tarafından dile getirilen bu açıklama, matematiksel anlamda belirsizliğin Özmantar (2013) tarafından yapılan "bir sonuç ya da çıkarımın, doğruluk ya da geçerliliğinin açık seçik ve belirgin olmaması" şeklindeki tanımını akla getirmektedir. Tanımsızlığı, belirsizlik

kavramıyla anlamlandırma veya belirsizlikle karıştırma olayı genelde $a/0$ işleminin sonucunun tanımsızlığı bağlamında ortaya çıkmaktadır. $1/0$ işleminin sonucu ile ilgili çalışmalar yapan Fishbein (1987) belirsizlik ve tanımsızlık kavramlarının “ikinci türden sezgiler” olduklarını belirtmiş ve bu iki kavramın karıştırılmasını olası görmüştür. Fishbein (1987) yaptığı çalışmasında $1/0$ işleminin sonucuna “belirsiz” diyen birinin, belirsizliği “hiç kimsenin üzerinde yorum yapamadığı açıkta kalmış olan gibi bir anlamda kullandığını” ifade etmiştir.

5.1.2 Tanımsızlığı Açıklanamayan Bir Durum Olarak Nitelendirme

Tanımsızlığın, bazı katılımcılar tarafından; karşılaşılan durum, değer ya da kavramı matematik kurallarına uyararak çözümleyememe, bilinen matematiksel kavram ve işlemlerle karşılaşılan durum ve kavram arasında bir bağlantı kuramama şeklinde anlamlandırıldığı görülmüştür. Bu duruma örnek olabilecek bir katılımcı görüşü şu şekildedir:

Ö5: ($a/0$ işleminin sonucunun tanımsız oluşu ile ilgili konuşurken) matematikçiler $a/0$ işleminin sonucunu ifade edebilecek, bu durumu nitelendirebilecek bir kavram bulamamışlar... Karşılaşılan değer ve kavramlar matematik bilimi içerisinde izah edilememiş.

Bu açıklamada Ö5'in $a/0$ işleminin sonucunun tanımsız oluşunu matematiksel kurallar çerçevesinde izah edilememesi hali şeklinde yorumladığını göstermektedir. Ö5'in bu yorumuyla benzerlikler gösteren bir araştırmada Aşık (2010), matematik öğretmen adaylarının tanımsız kelimesine eşdeğer olarak gördükleri kelimelerin “anlamsız, saçma, gereksiz” gibi üç kelimeyle sınırlı olduğunu ortaya koymuştur.

Bazı katılımcılar matematikte tanımsız olarak değerlendirilen durumlara takılıp kalmama adına açıklamanın ertelendiği dile getirmişlerdir. Bu duruma örnek olabilecek bir katılımcı görüşü şu şekildedir:

Ö1: ($a/0$ işleminin sonucuna tanımsız derken neyi kastettiğini izah ederken)5'in içinde kaç tane 0 olduğunun bulunmasına ilişkin çalışmalar yapılmış... Sonuç henüz bulunamamış... Bir açıklama yapılamamış... Bir açıklama yapılamadığı için şimdilik öylece bırakılmış.

Bu açıklamada $\text{Ö}1$ 'in $5/0$ işleminin sonucunun tanımsız oluşunu açıklama yapılamayan bir durum olarak yorumladığı görülmektedir. $\text{Ö}1$ 'in bu ifadeleriyle paralel olan sonuçlar, literatürde de yer almaktadır. Örneğin, tanımsız değer ve durumlarla ilgili çalışmalarında Özmantar ve Bozkurt (2013) matematiksel tanımsızlığın kaynaklarından birinin “Üzerinde çalışılan yapı veya sistem ne olursa olsun bir değer tanımlanamamış olması” durumu olduğunu ifade etmişlerdir.

5.1.3 Tanımsızlığı Çelişki Kavramının Yardımıyla Anlamlandırma

Katılımcılar tanımsızlığı anlamlandırırken çelişki ve tutarsızlık kavramlarından da yararlanmaktadır. Bu iki kavramdan yararlanılarak inşa edilen tanımsızlık katılımcılar tarafından matematiksel bir kavramın nitelikleri konusunda edinilmiş genel düşüncelerle uyumsuz hali olarak nitelendirilmiştir. Aynı görüşlerde tanımsızlığın yeni ulaşılan kavram ve değerlerin daha önceden tanımlanmış ve sınırları çizilmiş olan matematiksel tanımlarla uyumsuz hali olarak nitelendirildiği de gözlemlenmiştir. Bu duruma örnek olabilecek bir katılımcı görüşü şu şekildedir:

$\text{Ö}1$:(Tanımsızlık türleri arasında kıyaslama yaparken) $a/0$ işleminin sonucunun tanımsız oluşu “rasyonel sayıların tanımındaki rasyonel sayıların paydası 0 olamaz ifadesiyle uyumsuzluktandır... $(2/3)!$ İşleminin sonucunun tanımsız oluşu faktöriyel işlemi doğal sayılarla yapılır ifadesiyle uyumsuzluktandır... Fonksiyonun 2 değeri için tanımsız oluşu fonksiyon tanımına uymamasından kaynaklanıyor

Bu açıklamada $\text{Ö}5$ 'in $a/0$ işleminin ve $(2/3)!$ İşleminin sonucunun tanımsız oluşunu, bu durumların bölme ve faktöriyel işlemleri ile ilgili daha önceden bilinen matematiksel kurallarla uyumsuz hali olarak yorumladığı görülmektedir. Bazı katılımcıların tanımsızlığı “daha önceden bilinen sınırların dışına çıkma hali ($\text{Ö}5$)” olarak anlamlandırması bu konuyla ilgili çalışmalarda üzerinde durulan bir durumdur. Literatürde yer alan ve Hayes (2003) tarafından “illegal işlem” olarak da isimlendirilen bu tanımsızlık türü Özmantar ve Bozkurt (2013) tarafından “tanımsız durum” olarak isimlendirilmiş ve “bir matematiksel yapının tanımında belirtilen şartları sağlamayan veya getirilen kısıtlamaların dışında kalan hallere işaret eden tanımsızlık türü” olarak tanımlanmıştır.

Tanımsızlık kavramının anlamlandırılmasında karşılaşılan katılımcı görüşlerden biri de tanımsızlığın, matematiksel bir kavramın tanımıyla ilgili ortaya çıkan bir tutarsızlıktan daha çok matematiksel işlemde ortaya çıkan bir tutarsızlık hali olarak anlamlandırılmasıdır. Bu duruma örnek olabilecek bir katılımcı görüşü şu şekildedir:

Ö7:(2/3)! İşleminin sonucunun tanımsız oluşu ile ilgili konuşurken faktöriyel işleminin sonucunun normal şartlarda ilk sayıdan daha büyük bir sayı olması gerekir...(2/3)! İşleminin sonucu 1/3tür...ulaşılan sonucun ilk sayıdan küçük olması faktöriyelin sonucu büyük olur şeklindeki kabulde çelişir

Bu açıklamada Ö7'nin faktöriyel kavramının sınırlılıklarını doğal sayı olmayan bir sayı için faktöriyel işlemi yaparak göz ardı ettiği görülmektedir.

Katılımcılar tanımsızlığı anlamlandırırken kavram tanımıyla veya işlemle ilgili çelişkilerin yanında doğruluk yanlışlık çelişkisi de yaşamaktadırlar. Bu çelişkiyi yaşayan katılımcılar için tanımsızlık, karşılaşılan durum, kavram ya da değerlerin belirli bir matematiksel sistemde hem doğru hem de yanlış olabilme hali olarak anlamlandırılmaktadır. Bu duruma örnek olabilecek bir katılımcı görüşü şu şekildedir:

Ö5: (a/0 işleminin sonucunun tanımsız oluşu ile ilgili konuşurken) a/0 işleminin sonucuna hangi değeri yazarsam yazayım ya hepsi doğru olacak ya da hepsi yanlış olacak

Bu açıklamada Ö5'in a/0 işleminin sonucunun tanımsız oluşuna, bu işlemin sonucu olarak düşünülen değerlerin geçerliliğinin bilinmemesi ve seçim yapılırken çelişkiye düşme hali şeklinde bir anlam yüklediği görülmektedir.

Çelişki ve tutarsızlık kavramları görüşme boyunca tanımsız kavram, durum ve değerlerin anlamlandırılmasında çok sık kullanılan iki kavram olarak ortaya çıkmaktadır. Araştırmaya katılan bazı katılımcılar tarafından dile getirilen açıklamalarda tanımsızlığın, ne doğru ne de yanlış olabilecek, birbirine aykırı düşen kavram veya sonuçların ortaya çıkması hali şeklinde nitelendirildiği görülmektedir. Benzer şekilde tanımsızlığa, kavramın veya işlemin tanımıyla, tanımsız olan durum ya da kavramların uyuşmaması ve bilinen matematiksel doğrulara aykırı durumların ortaya çıkışı şeklinde anlamlar yüklenmektedir. Burada tanımsızlığın anlamlandırılmasında sıkça kullanılan bir çelişkiden söz etmek mümkündür. Silverman (1985) sıfırdan farklı bir sayının sıfıra bölümünün tanımsız oluşunu;

a sıfırdan farklı bir sayı olmak üzere;

$a/0=b$ olsun öyleyse;

$a=b \cdot 0$ olacaktır. O halde

$b \cdot 0 \neq 0$ ifadesinde ortaya çıkan durum yada başka bir tanımlamayla Öklidyen bölme algoritmasına uymayan bu durum bölme işlemi bağlamında tanımsız olarak ifade edilmektedir.

Araştırma sonucunda ortaya çıkan bazı katılımcı düşüncelerine göre tanımsız olarak isimlendirilen durum ve kavramlar, matematik biliminin “çıkamaz sokakları veya tıkanma noktalarıdır (Ö3)”. Başka bir ifadeyle tanımsız olan kavram veya durumlar, sistemin işleyişini bozacağı veya matematiğin tutarlı yapısına olan güveni zedeleyeceği düşüncesiyle üzeri örtülen, görmezden gelinen durum veya kavramlardır. Bu duruma örnek olabilecek bir katılımcı görüşü şu şekildedir:

Ö3: (tanımsızlık kavramını nasıl anlamlandırdığından bahsederken) tanımsızlık matematikçilerin bir tembelliği... Matematikte var olduğu bilinen tanımsızlıklar karşılaşılan zorluklardan kaçmak için bulunan bir kaçış yolu

Bu açıklamada Ö3'ün tanımsızlığı, matematiksel olarak ihmal edilen, görmezden gelinen durum ya da kavramları nitelendirmek için kullandığı görülmektedir. Konuyla ilgili çalışmalarda Öklid geometrisinde nokta, doğru, düzlem gibi kavramların tanımsız kavramlar olarak nitelendirilmesinin bu kavramların çeşitli sözlüklerde tanımlarının olmayacağı anlamına gelmediği vurgulanmaktadır. Örneğin, Angelo (2009) bir terimin matematikte tanımsız olduğunu belirtmenin iki anlam taşıdığını ifade etmektedir. Bunlardan birincisi bir terim ya da kavramın herhangi bir tanıma ihtiyaç duyulmadan herkes tarafından anlaşıldığı ve doğruluğunun sezgisel olarak görüldüğü anlamına gelmektedir. Bu kavramları tanımlamak için kullanılacak daha basit veya temel kavramların olmadığını vurgulamak için bu tür kavramlar temel (tanımsız) kavram olarak nitelendirilirler. İkinci olarak, tanımsız olduğu kabul edilen kavram ya da terimin ait olduğu sistem içerisinde yapılan bir ispatın herhangi bir aşamasında kavramın kendisine ihtiyaç duyulmadığı ve bu yüzden tanımlanmasına gerek olmadığı” anlamı vardır.

Görüşmeye katılan öğretmenlerin tanımsızlığa birbirinden farklı anlamlar yükledikleri görülmektedir. Tanımsızlığa yüklenen bu farklı anlamların oluşumunda bağlamın etkisi olduğu düşünülmektedir.

5.2 Tanımsızlığın Nedenine İlişkin Görüşler

Katılımcılar tarafından dile getirilen açıklamalarda bir kavramın tanımının olmamasının nedeni ile ilgili görüşler de yer almaktadır. Katılımcılara göre bazı kavramların tanımsız oluşunun nedeni, tanımsız olarak nitelendirilen kavram, değer ve durumların matematiksel bir sonuç elde etmeye yaramaması, bu kavram ve olgulara, matematiksel bir sistemde gerek duyulmaması veya söz konusu kavramların herhangi bir matematiksel ispat ya da kavram inşasında kullanılmamasıdır. Bu duruma örnek olabilecek bir katılımcı görüşü şu şekildedir:

Ö1: ($a/0$ işleminin sonucunun tanımsız olması bağlamında konuşurken) Bu işlemin sonucunu bulmak çok da gerekli değil... Bu değer tanımlı oluşunu veya olmayışı mevcut matematiksel sistemi bozmaz... $a/0$ işleminin sonucu tanımlansa bile üzerine bir sistem inşa edilemez... $a/0$ işlemini matematik sisteminin atığıdır... Reel sayılarda karesi eksi 1 olan sayının tanımlanışı matematiğin sistemsal yapısını bozduğu anda (giderilmesi ihtiyaç olarak belirdiğinde) karmaşık sayılardaki haliyle tanımlanmıştır.

Bu açıklamada Ö1'in tanımsızlığın nedenini, " $a/0$ gibi bir işleminin sonucunu tanımlamamanın matematik sistemine bir zarar vermemesi, matematik yapmaya engel olmaması şeklinde yorumladığı görülmektedir.

Katılımcılar tarafından matematiksel bir kavrama ait tanımın olmamasının nedenlerinden birisi de, tanımsız olarak nitelendirilen kavramların matematiksel bir olgunun başlangıç noktası olarak kabul edildiği görüşüdür. Bu görüşü ileri süren katılımcılar tanımsızlığın nedeni olarak, tanımsız olarak nitelendirilen bir kavramın hiçbir açıklamaya ihtiyaç duyulmadan, herkes tarafından rahatça anlaşılacak en temel terim olmasını görmüşler ve söz konusu kavramın bu özelliği nedeniyle herhangi bir tanımlamaya ihtiyacının olmadığını belirtmişlerdir. Bu duruma örnek olabilecek bir katılımcı görüşü şu şekildedir:

Ö3: (nokta kavramının matematikte tanımsız olmasının nedeni ile ilgili konuşurken) Nokta geometride bir temel kavram olarak kabul edilir... Nokta geometride her şeyin başladığı çıkış noktasıdır... Bu nedenle noktayı tanımlamaya ihtiyaç duyulmaz

Bu açıklamada Ö3'ün nokta kavramının tanımsız oluşunun nedenini noktanın Öklid geometrisinin başlangıç noktası olarak yorumladığı görülmektedir.

Görüşmeye katılan öğretmenlerin tanımsızlığın nedenine dair düşünceleri farklılıklar göstermektedir. tanımsızlığın nedenine ilişkin görüşlerin, tanımsızlığa yüklenen anlamlarla ilişkili olduğu ve bağlamdan etkilendiği düşünülmektedir.

5.3 Tanımsızlığın Doğasına İlişkin Görüşler

Katılımcılar tarafından dile getirilen bazı görüşlerde tanımsızlık kavramının doğasına ilişkin açıklamalara da rastlanılmıştır. Katılımcılar tanımsızlık kavramını anlamlandırırken veya tanımsızlığın nedeni üzerinde konuşurken tanımsızlığın doğasıyla ilgili açıklamalar yapmaktadırlar. Katılımcılar tarafından dile getirilen açıklamalarda, tanımsızlığın geçmişten günümüze kadar çözülemeyen, üstesinden gelinemeyen, aydınlatılamayan durumları ifade etmek için kullanıldığı, geçmişte matematiğin sistemsel yapısı içerisinde bu durumlara benzer olduğu düşünülen durumların çözüldüğünü ve şu anki tanımsız kavram ve durumların da gelecekte tanımlı hale getirileceğine inanıldığına dair görüşlere rastlanmaktadır. Bu duruma örnek olabilecek bir katılımcı görüşü şu şekildedir:

Ö4: (a/0 işleminin sonucunun tanımsız olması ile ilgili konuşurken) Uzay araştırmalarında elde edilen ve nitelikleri tam olarak ortaya konulamayan nesnelere vardır... Tıpkı tanımsız olan cisimlerin çeşitli çalışmalar sonucunda tanımlı hale getirilmesi gibi matematikte karşılaşılan tanımsızlıklar da zamanla tanımlı hale getirilecektir.

Bu açıklamada Ö4'ün tanımsızlığı şu anki bilgilerle üstesinden gelinemeyen bir durum olarak yorumladığı görülmektedir.

Araştırmaya katılan bazı katılımcıların, tanımsızlıkla ilgili tanımsızlığın durumsal olduğunu ve bu durumun değiştirilmesiyle, tanımsız olarak nitelendirilen bazı durumların tanımlı hale gelebileceğini belirtmişlerdir. Bu duruma örnek olabilecek bir katılımcı görüşü şu şekildedir:

Ö1: (Fonksiyon bağlamında konuşurken) Bu tanımsızlık türü bilinçli olarak üretilmiştir... Fonksiyonun tanım kümesi değiştirilirse tanımlı hale getirebilir... Tanımsızlık fonksiyonu yazan kişinin ürettiği fonksiyon tanımından kaynaklanmaktadır.

Bu açıklama Ö1'in keyfi tanımsızlık olarak değerlendirilen fonksiyonun tanım kümesinde yer almayan bir değer için tanımsız olması durumunu o değeri fonksiyonun tanım kümesine ekleyerek giderebileceği düşüncesinde olduğunu göstermektedir.

Tanımsızlığın doğasına ilişkin görüşlerden bazılarında katılımcılar tanımsızlığın, tüm çabalara rağmen ortadan kaldırılamayan, üstesinden gelinemeyen durumlarda kullanılan bir nitelendirme olduğunu belirtmişlerdir. Bu düşüncede olan katılımcılar bir kavram, durum veya değer için tanımsız olarak nitelendirilebilmesi için tanımlama üzerinde çalışılmış olması gerektiğini dile getirmişlerdir. Araştırmaya katılan bazı katılımcılar tarafından dile getirilen görüşlerde matematiğin kendi kuralları çerçevesinde sürekli gelişen ve değişen bir yapıya sahip olduğu belirtilmiştir. Matematiğin doğası olarak adlandırılacak bu ifadelerde katılımcılar tanımsızlığın, mevcut durumda var olduğu, bu durumun değiştirilmesiyle ya da şu an keşfedilememiş bir yöntem kullanılarak giderilmesiyle ortadan kalkacağına dair fikirler öne sürmüşlerdir. Bunun yanında bazı katılımcıların tanımsız olan kavram veya durumların giderilebilir olmayacağına dair görüşlerine de rastlanmıştır. Bu duruma örnek olabilecek bir katılımcı görüşü şu şekildedir:

Ö5: (Noktanın tanımsız oluşu bağlamında konuşurken) matematiği bir dil olarak kabul ediyorum... Bu dilde noktayı anlamlandıramıyorum... Tanımlamak için üzerinde çalışılmış ama başarısız

Bu açıklamada Ö5'in tanımsızlığı anlamından ve nedeninden daha çok doğası üzerinde değerlendirmesi ve tüm çabalara rağmen ortadan kaldırılamayan bir durum olarak değerlendirdiği görülmektedir.

Katılımcılar tanımsızlık kavramının ne anlama geldiğini açıklarken veya a/0 işleminin sonucunun tanımsız oluşu ve nokta kavramının Öklid geometrisindeki tanımsızlığı üzerinde konuşurlarken daha derinlemesine analizler yapmakta ve değişik yaklaşımlar sergilemektedirler. Katılımcıların ortaya attıkları iddialarını desteklemek, temellendirmek veya muhatabını ikna etmek için bu bağlamlarda tanımsızlığın nedenine ve doğasına dair ifadeleri dile getirdikleri düşünülebilir.

Fonksiyon ve faktöriyel bağlamlarında tanımsızlığı anlamlandırmaya çalışan katılımcıların, bu iki bağlamda düşünce üretmekte zorlandıkları görülmüştür. Bu iki durumun veya değer için tanımsız olduğunu kabullenmekte zorlanan bazı

katılımcıların, “çelişki” kelimesi ortaya çıktıktan sonra görüşlerini bu kavram etrafında daha rahat ifade ettikleri görülmüştür. Bununla birlikte bu iki tanımsız durumun izahında a/0 ve nokta bağlamlarında olduğu gibi tanımsızlığın nedenine ve doğasına ilişkin bir düşünce ortaya çıkmadığı da görülmektedir. Bu durum, katılımcıların bu iki bağlam özelinde, tanımsızlık konusundaki algılarının değiştiğini göstermektedir.

Görüşmenin sonuna doğru a/0 bağlamında tanımsızlığın nedeni ve doğasıyla ilgili görüşler tekrar ortaya çıkmakta ve katılımcılar tarafından tanımsızlık türlerinin benzerliklerini ortaya koymak için kullanılmaktadırlar.

Katılımcılardan istenen bir şey olmamasına rağmen katılımcılar tarafından tanımsızlığın doğasına yönelik yapılan açıklamalar tanımsızlığın doğasından bahsetmenin katılımcılar için tanımsızlığı anlamlandırma ve nedenini belirlemede bir ihtiyaç olduğunu göstermesi açısından oldukça önemlidir. Alanda tanımsızlığın doğasıyla ilgilenen çalışmaların bulunmaması tanımsızlık kavramının mevcut çalışmalarda yüzeysel olarak ele alınması tanımsızlık kavramının derinlemesine incelenmesinin gerekliliğine dair bir ihtiyacı göz önüne sermektedir.

5.4 Tanımsızlık Kavramı İle Bağlam İlişkisi

Araştırmada ortaya çıkan bulgulara göre katılımcılar tanımsızlık kavramını anlamlandırırken bağlamdan bağımsız düşünmemektedirler. Yani bağlam değiştikçe katılımcılar tarafından tanımsızlığa yüklenen anlamlar ve tanımsızlığın nedenleri değişmektedir. Bu duruma örnek olabilecek bir katılımcı görüşü şu şekildedir:

Ö1: (a/0 bağlamında tanımsızlığı anlamlandırırken) 3 sayısının içinde 1 tane, milyon tane, sonsuz tane sıfır olabilir... Bu işlemin sonucuna hangi değer yazılırsa yazılsın sonuç doğru olacaktır... Şeklinde, (nokta kavramın tanımsızlığı bağlamında konuşurken) Üzerinde çalışılmış ama matematiksel bir karşılık bulunamamış... Açıklanamamış bir durum... Şeklinde, (2/3)! İşleminin sonucunun tanımsız oluşu bağlamında yaptığı açıklamada faktöriyel işlemi tam sayılarla yapılabilen bir işlem... Bu işlem yapıldığında sonucu 1/3 çıkar...

Tüm bu açıklamalar Ö1'in tanımsızlığa yüklediği anlamların bağlama bağlı olarak değiştiğini düşündürmektedir. Literatürde tanımsızlık üzerine yapılan çalışmalar incelendiğinde de buna benzer sonuçlar görülmüştür. Bu çalışmaların birinde Maurice, (2000) $a/0$ işleminin sonucunu araştıran çalışmaları derlemiş ve elde edilen verileri şu başlıklar altında kategorilendirmiştir.

- a. Bölmenin tanımının çarpmanın tersi olduğu şeklindeki tanıma güvenme.
- b. Sıfırın “hiçlik” anlamına asimile edilmiş bir cevap olarak sonuca “hiçlik” anlamında “sıfır” deme.
- c. Limit bağlamında düşünerek sonuca “sonsuz” deme yani limitin sonucunun sonsuza ıraksadığını düşünme.
- d. Sıfırın “hiçlik” anlamı ile “belirsiz” kelimesinin anlamlarını benzeştirerek sonuca “belirsiz” deme.
- e. $1/x$ fonksiyonunu düşünüp $x = 0$ da fonksiyonun bir noktada ($x = 0$) süreksizliğini deme.
- f. Limit bağlamında düşünerek sonucun asla bir değere ulaşmadığı durumuyla “belirsiz” kelimesini benzeştirerek cevaba “belirsiz” deme.
- g. Sıfıra bölme hiçbir zaman gerçekleşemez; çünkü “bu imkânsız bir şeydir” deme.
- h. $1/x$ fonksiyonunu düşünüp; $b/0$ (b sıfırdan farklı olmak üzere) belirsizdir; çünkü “fonksiyon, tanımlı olmadığı bir noktada değerlendirildiğinde mevcut değildir.” deme.

Angelo (2009) geometride nokta kavramının sezgisel olarak herkes tarafından anlaşılabilir en temel kavram olduğunu belirtmiş ve tanımının yapılmasına gerek olmadığını ifade etmiştir. Tüm bu durumlar tanımsızlık kavramının bağlamdan etkilenilerek anlamlandırılan bir kavram olduğunu göstermektedir.

Tablo 3 incelendiğinde tanımsızlığı belirsiz bir durum olarak değerlendirme fikrinin, değişik katılımcılar tarafından görüşmenin başından sonuna kadar dile getirildiği görülmektedir. Tanımsızlığı belirsiz bir kavram olarak nitelendiren görüşler görüşmenin başlarında $a/0$ ve noktanın tanımsızlığı bağlamında öne sürülen görüşler iken bağlam değiştikçe fonksiyon bağlamında da ortaya çıkmaktadır. Belirsiz bir durum olarak değerlendirilen durum ya da kavramların belirsizliğinin ne

şekilde anlamlandırıldığına bakıldığında, tanımsızlığı eşdeğer geçerli sonuçların elde edilmesinin belirsizliği şeklinde anlamlandırılan görüşlerin, a/0 ve nokta bağlamlarında ortaya çıktığı ve tüm görüşme boyunca farklı katılımcılar tarafından tekrarlandığı görülmektedir. Benzer şekilde tanımsızlığı farklı yaklaşımlarla farklı sonuçların elde edilmesinin belirsizliği olarak anlamlandıran görüşlerin, a/0 ve faktöriyel bağlamlarında ortaya çıktığı ve görüşme boyunca yinelandığı görülmektedir. Bunlardan farklı olarak tanımsızlığı, doğru ya da yanlışlığına kesin karar verilemeyişinin belirsizliği şeklinde anlamlandıran görüşlerin, a/0 bağlamında ortaya çıktığı ve iki katılımcı tarafından görüşmenin başlarında ifade edildikten sonra bir daha tekrarlanmadığı görülmektedir.

Tanımsızlığı açıklanamayan bir durum olarak nitelendirme eğilimi, görüşmenin başında tanımsızlık kavramını anlamlandırmada, nokta ve a/0 bağlamlarında ortaya çıkmıştır. Görüşmenin ilerleyen aşamalarında özellikle fonksiyon ve faktöriyel bağlamlarında ifade edilen görüşlerde, tanımsızlığın açıklanamayan bir durum olarak nitelendirmesine ait bir ifadeye rastlanmamıştır. Görüşmenin sonlarında tanımsızlık türleri bağlamında yapılan yorumlarda sadece bir katılımcı a/0, nokta ve faktöriyel bağlamlarında bu nitelendirmeyi yinelemiştir.

Tanımsızlığı çelişki içeren bir durum olarak anlamlandıran görüşlere görüşmenin başında rastlanmamaktadır. Bu nitelendirme ilk kez nokta kavramının tanımsızlığı bağlamında ortaya çıkmış daha sonra tüm katılımcılar tarafından, tüm tanımsızlık türlerinin anlamlandırılmasında kullanılmıştır.

Tanımsızlık kavramının, görüşmenin başlangıçtan 70. dakikaya kadar a/0 işleminin sonucunun tanımsızlığı ve nokta kavramının Öklid geometrisinde tanımlanmaması bağlamında değerlendirildiği görülmektedir. Tanımsızlığa belirsiz bir durum ve çelişki içeren bir durum şeklinde anlam yüklemenin katılımcılar tarafından tüm bağlamlarda yinelenmesinin, bu kavramların matematikte kullanılan kavramlar olmasından kaynaklandığı düşünülmektedir.

5.5 Tanımsızlığa Dair Katılımcı Zorlukları

Araştırmaya katılan bazı katılımcılar tanımsızlık kavramının anlamlandırılmasının zorluğundan söz etmişler ve muhataplarının ancak kontrollü bir sürecin sonucunda tanımsızlığı sezgisel olarak anlayacaklarını ifade etmişlerdir. Bu yönde konuşan

Ö7: (Öğrencilerine tanımsızlığı nasıl anlattığından bahsederken) Tanımsız durumla ilgili bir soru cevap sürecinin sonucunda onları çelişkiye ulaştırırım... Tanımsızlığın nedenini fark ettiririm... Onların kendi kendine tanımsızlık kavramını anlamlandırmalarını sağlarım...

Ö7 bu açıklamasında tanımsızlık kavramına dair bir açıklama yapmadığını belirtmiş ve tanımsızlığa anlam yükleme işini öğrencilerin sezgisine bıraktığını ifade etmiştir. Tanımsızlık kavramıyla ilgili yaşanan öğretmen zorlukları benzer çalışmalarda da yer almaktadır. Katılımcılar tarafından geliştirilen benzer bir tutum Baki ve Bütün (2009) tarafından yapılan bir çalışmada da ortaya çıkmıştır. Bu çalışmada araştırmacılar tarafından ilköğretim matematik öğretmenlerine sıfırdan farklı bir sayıyı sıfıra bölme işlemlerini öğrencilerine nasıl anlatacakları sorulmuştur. Bu araştırmaya katılan öğretmenlerden biri, sayı /0 işlemini, “elimizde var olan belli sayıdaki nesneyi boş bir sınıftaki öğrencilere dağıtmak” şeklinde anlattığını ve “bu olayın öğrenciler tarafından saçma olduğunun görülerek sayıyı sıfıra bölme işleminin tanımsız olduğunu kendilerinin söyleyeceğini (s. 251)” ifade etmiştir.

Araştırmaya katılan bazı katılımcıların özellikle faktöriyel ve fonksiyon bağlamlarında karşılaştıkları tanımsızlıkları anlamlandırmada zorlandıkları, bu bağlamlarda karşılaşılan tanımsızlıkların, onların zihinlerindeki tanımsızlık algısına çok uygun olmadığı görülmüştür. Bir başka deyişle katılımcıların bu tanımsızlık formlarını tanımsız olarak nitelendirmekten kaçındıkları ve söz konusu bu durumları daha doğru olduğunu düşündükleri başka kavramlarla izah etmeye çalıştıkları söylenebilir. Bu duruma dayanak olarak kabul edilen bir katılımcı görüşünde

Ö1: (2/3)! İşleminin tanımsız oluşunu nasıl anlamlandırdığını anlatırken, (2/3)! İşleminin sonucunun tanımsız oluşunu, tanımsızlık olarak nitelendirmek doğru olmaz... Tanımsız yerine hesaplanamaz kavramının kullanılması gerekir... Tanımsızlık daha

çok çelişmek, bir sonuca ulaşamamak, kabiliyetsizlik, yapamamaktır.”

Ö1'in bu açıklamasında faktöriyel bağlamında karşılaştığı tanımsız durumu nitelendirmek için tanımsızlık kavramını kullanmaktan çekindiği görülmektedir. Tanımsızlık türlerinden herhangi birinin kabul edilmemesine ilişkin bir zorluk literatürde ele alınmayan bir zorluk olsa da Literatür incelendiğinde tanımsızlığın bu ifadelerden farklı olarak başka kelimelerle de ilişkilendirildiğine dair bulgulara da rastlanmıştır. Örneğin kolej seviyesindeki öğrencilerin matematiksel tanımsızlık, belirsizlik ve sonsuzluk algılarını incelediği çalışmasının sonucunda, Maurice (2000) öğrencilerin tanımsızlığı saçma, anlamsız gibi sözcüklerle özdeşleştirdiğini ifade etmiştir.



BÖLÜM VI

SONUÇ VE ÖNERİLER

6.1 SONUÇLAR

Çalışmaya katılan öğretmenler tanımsızlık kavramına farklı anlamlar yüklemektedirler. Karşılaşılan kavram, değer ve sonuçlar tanımsız olarak nitelendirilirken kastedilen anlamlar birbirinden farklıdır.

Tanımsızlığı “belirsiz bir durum” olarak değerlendiren katılımcıların bir kısmı tanımsızlığı, istenen bir değere ulaşmak için bilinen yol ve yöntemlere uymadan keyfi olarak seçilen değerlerin birden fazla anlama sahip olmasının belirsizliği olarak nitelendirmiştir. Başka bir kısmı tanımsızlığı, karşılaşılan durumların veya sorulan sorulara verilen cevapların belirli matematiksel kurallara uygun olarak elde edilen birden fazla değer için doğru olmasının belirsizliği şeklinde nitelendirmiştir. Bu nitelendirmeye ek olarak tanımsızlık, bazı katılımcılar tarafından ulaşılan değerlerden hangisinin geçerli olacağını net bir şekilde bilinememesinin belirsizliği şeklinde nitelendirilmiştir. Bir diğer kısmı ise tanımsızlığı, karşılaşılan durumların veya sorulan sorulara verilen cevapların geçerliliğinin matematiksel olarak bilinememesi şeklinde anlamlandırılmıştır. Söz konusu anlamlandırmalarda bilinen kurallara uygun olarak veya keyfi şekilde ulaşılan değerlerin kendilerinden daha ziyade geçerliliğinin belirsizliği öne çıkmıştır.

Tanımsızlık kavramını açıklanamayan bir durum olarak anlamlandıran katılımcıların bir kısmı tanımsızlığa, karşılaşılan durumları matematik kurallarına uyararak çözümleyememe, bilinen matematiksel kavram ve işlemlerle karşılaşılan durum ve kavram arasında bir bağlantı kuramama şeklinde bir anlam yüklemiştir. Diğer bir kısmı ise aydınlatılamayan durum veya kavramların çözümlenmesi ile ilgili çalışmalar yapılmasına rağmen bir türlü çözümlenemediği belirtmiş ve bu noktaya takılıp kalmama adına açıklamanın bilerek ihmal edildiğini belirtmişlerdir.

Tanımsızlık kavramını çelişki içeren bir durum olarak anlamlandıran katılımcıların bir kısmı tanımsızlığa, ortaya çıkan yeni durumların matematiksel bir kavramın nitelikleri konusunda önceden edinilmiş bilgilerle uyuşmama hali şeklinde bir anlam yüklemiştir. Bir diğer kısmı, tanımsızlığa kavramın tanımıyla ilgili bir tutarsızlıktan daha ziyade, işlemde ortaya çıkan bir tutarsızlık hali şeklinde bir anlam yüklemiştir. Başka bir ifadeyle katılımcılar hangi işlemin nasıl yapılacağını bildiklerini ama mevcut verilerin bu işlem için uygun olmadığını ifade etmişlerdir. Bir diğer kısmı ise tanımsızlığa karşılaşılan durum ve kavramların belirli bir matematiksel sistemde hem doğru hem de yanlış olabilme hali olarak anlamlandırılmıştır.

Katılımcıların tanımsızlığın nedenine ilişkin açıklamalarında da farklılıklar görülmektedir. Katılımcıların bir kısmına göre tanımsızlığın nedeni, tanımsız olarak nitelendirilen değerlerin matematiksel bir sonuç elde etmek için kullanılmamasıdır. Başka bir kısmına göre ise tanımsızlığın nedeni tanımsız kavramların, matematiksel bir sistem için gerekmemesidir. Diğer bir kısmına göre ise tanımsızlığın nedeni, tanımsız kavramların herhangi bir matematiksel ispat ya da kavram inşasında kullanılmamasıdır. Bazı katılımcılar tanımsız kavramları matematiksel bir olgunun başlangıç noktası olarak kabul etmişlerdir. Bu katılımcılara göre tanımsızlığın nedeni tanımsız olarak nitelendirilen bir kavramın sezgisel olarak herkes tarafından anlaşılacak en temel terim olması dolayısıyla bir tanıma ihtiyaç duyulmayışıdır. Bazı katılımcılara göre ise tanımsız olarak nitelendirilen kavramlar, matematik biliminin çıkmaz sokakları veya tıkanma noktalarıdır. Başka bir ifadeyle tanımsız olan kavramlar, matematik sisteminin işleyişini bozacağı veya matematiğin tutarlı yapısına olan güveni zedeleyeceği için üzeri örtülen, görmezden gelinen durum veya kavramlardır.

Katılımcıların tanımsızlığın doğasına ilişkin ifadeleri de birbirinden farklılıklar göstermektedir. Bazı katılımcıların, tanımsızlığın geçmişten günümüze kadar çözülemeyen, aydınlatılmayan durumları ifade etmek için kullanıldığı görülmektedir. Bu katılımcılara göre geçmişte matematiğin sistemsal yapısı içerisinde tanımsız olan bu durumlara benzer durumlar ile karşılaşılmış ve bu durumlar tanımlı hale getirilmiştir. Benzer şekilde şu anki tanımsız kavram ve durumların da gelecekte tanımlı hale getirileceği kesindir. Bazı katılımcılar, tanımsızlığın durumsal olduğunu ve bu durumun değiştirilmesiyle, tanımsız olarak nitelendirilen bazı durumların tanımlı hale gelebileceğini belirtmişlerdir. Bazı

katılımcılar ise tanımsızlığın, ortadan kaldırılamayan, üstesinden gelinemeyen durumlarda kullanılan bir nitelendirme olduğunu belirtmişlerdir. Burada bir kavram, durum veya değerin tanımsız olarak nitelendirilmesi için tanımlama üzerinde çalışılmış olması gerektiğine dair ifadeler de yer almaktadır.

Katılımcılar tarafından tanımsızlık kavramına anlam yüklenirken, tanımsızlığın nedenleri belirtilirken veya tanımsızlık kavramına ilişkin görüşler ortaya konulurken bağlamın hep ön planda olduğu tespit edilmiştir.

6.2 ÖNERİLER

Bu araştırma, ortaokul matematik öğretmenlerinin, matematiksel anlamda tanımsızlığı nasıl kavramsallaştırdıklarını ve tanımsızlık kavramına hangi anlamları yüklediklerini belirlemek amacıyla yapılmıştır. Bu amaca ulaşmak için odak grup görüşmesi yöntemi kullanılmıştır. Yedi ortaokul matematik öğretmenin katılımıyla oluşan odak gruba, yarı yapılandırılmış sorular yöneltilmiş ve cevaplardan elde edilen veriler içerik analizi yöntemiyle analiz edilmiştir.

Yapılan analiz sonucunda öğretmenlerin tanımsızlığa birbirinden farklı anlamlar yükledikleri ve tanımsızlığı farklı şekillerde kavramsallaştırdıkları tespit edilmiştir. Bu farklılıkların ortadan kaldırılması için öğretmenlere farklı tanımsızlık formları hakkında eğitim vermek uygun olabilir.

Öğretimde birliğin sağlanması için öğretim hayatında karşılaşılan farklı tanımsızlık formları için literatürde yer alan farklı nitelendirmeler kullanılabilir. Örneğin; Öklid geometrisinde “nokta tanımsızdır” ifadesi yerine “nokta tanımsız bir kavramdır” ifadesi kullanılabilir. Aynı şekilde karesi -1 olan sayı reel sayılarda “tanımsızdır” demek yerine “tanımsız bir durumdur” denilebilir veya $a/0$ işleminin sonucu için “tanımsızdır” ifadesini kullanmak yerine “tanımsız bir değerdir” ifadesi kullanılabilir.

Araştırma tanımsızlığa yüklenen anlamlar üzerinde yoğunlaşmıştır. Bununla benzer olarak farklı tanımsızlık formlarına ait kavram imajlarının ortaya çıkarılmasına yönelik çalışmalar yapılabilir.

Öğretmenlerin tanımsızlığın doğasına dair açıklamalarının farklı oluşu, tanımsızlığın aslında ne olduğuna dair inançlarının da farklı olabileceğini düşündürmüştür. Bu yüzden öğretmenlerde tanımsızlık inancının nasıl olduğuna dair çalışmalar yapılabilir.

Çalışma yalnızca ortaokul matematik öğretmenleri ile gerçekleştirilmiştir. Benzer çalışmalar diğer eğitim kademelerindeki öğretmenlerle veya öğretmen adaylarıyla gerçekleştirilebilir.



BÖLÜM VII

KAYNAKLAR

- Aksit, B.T. (1992). “*Medikal araştırmalarda etik sorunlar*”, *Türk Tabipler Birliği Sağlık Kongresi*. 8–11 Mart 1992. Sheraton Oteli. Ankara.
- Angelo, R. W. (2009). *Undefined in Philosophy and in Mathematics*. 28 Nisan 2014, <http://www.roangelo.net/logwitt/logwit54.html>
- Aşık, S. (2010). Tanımsızlık ve Belirsizlik Kavramlarının Öğretmen ve Öğretmen Adaylarının Görüş ve Performansları Bağlamında İncelenmesi: 0, 1 ve ∞ İle Yapılan İşlemler. Yayınlanmış yüksek lisans tezi, *Marmara Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İstanbul*. 83-91
- Baki, A. ve Bütün, M.(2009). İlköğretim Matematik Öğretmenlerinin Bölme Kavramı İle İlgili Alan Eğitimi Bilgilerinin Yapısı. Yayınlanmış yüksek lisans tezi, *E-Journal of New World Sciences Academy Education Sciences*, 1c 0093, 4, (4), 1243-1256.
- Bali-Çalıkoğlu, G. (2003). Matematik Öğretmen Adaylarının Matematik Öğretiminde Dile İlişkin Görüşleri. Yayınlanmış yüksek lisans tezi, *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 25, 19-25.
- Ball, D. L. (1990). The Mathematical Understanding That Pre-Service Teachers Bring To Teacher Education. *Elementary School Journal*, 90(4), 449-466.
- Ball, D.L. and Mcdiarmid, G.W. (1990). *The Subject Matter Preparation of Teachers*. in W.R. Houston (Ed.) *Handbook of Research on Teacher Education*. New York: Macmillan.
- Baş T.,Çamır, M., ve Özmaldar, B. (2008). *Nitel Araştırma Yöntemleri*. Ankara: Seçkin Yayınevi.
- Baykul, Y. (2002). *İlköğretimde Matematik Öğretimi*, Ankara: Pegem Yayınevi
- Blake,R., and Verhille, C. (1985). The Story of 0. *For the Learning of mathematics*, S, 35-47.
- Grouws, D. A, and Reys, R. E. (1975). Division Involving Zero, an *Experimental Study and Its Implications*. *Arithmetic Teacher*, 22, 74-80.
- Bowling, A. (2002). *Research Methods in Health, Investigating Health and Health Services*. Philadelphia, PA: McGraw-Hill House.
- Cankoy, O. (2010). Mathematics Teachers Topic-Specific Pedagogical Content Knowledge in The Context of Teaching a^0 , $0!$ and $a/0$ Yayınlanmış yüksek lisans tezi, *Kuram ve Uygulamada Eğitim Bilimleri*, 10(2), 749-769.

- Creswell, J.W. (1998). *Qualitative Inquiry and Research Design, Choosing Among Five Traditions*. Thousand Oaks, California: SAGE
- Çelik, D ve Akşan, E, (2013) Matematik Öğretmeni Adaylarının Sonsuzluk, Belirsizlik ve Tanımsızlık Kavramlarına İlişkin Anlamaları. Yayınlanmış yüksek lisans tezi, *Necatibey Eğitim Fakültesi Elektronik Fen ve Matematik Eğitimi Dergisi (EFMED) Cilt 7, Sayı 1*, Haziran 2013, 166-190.
- Çepni, S. (2007). *Araştırma ve Proje Çalışmalarına Giriş*, Genişletilmiş 3. baskı, Trabzon: Celepler Matbaacılık
- Dane, A ve Başkurt, H. (2012). İlköğretim 6, 7 ve 8. Sınıf Öğrencilerinin Nokta, Doğru ve Düzlem Kavramlarını Algılama Düzeyleri ve Kavram Yanılgıları. Yayınlanmış yüksek lisans tezi, *On dokuz Mayıs Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi* 2012, 31(2), 81-100
- Dane, A. (2008). İlköğretim Matematik Öğretmenliği Programı Öğrencilerinin Nokta, Doğru ve Düzlem Kavramlarını Algıları. Yayınlanmış yüksek lisans tezi, *Erzincan Eğitim Fakültesi Dergisi Cilt-Sayı: 10-2 Yıl: 2008* 42-58
- Edmunds, H. (2000). *The Focus Group Research Handbook*. New York: Mc Graw-Hill
- Eisenhart, M., Borko, H., Underhill, R., Brown, C., Jones, D. and Argard, P., (1993). Conceptual Knowledge Falls Through The Cracks: *Complexities Of Learning to Teach Mathematics For Understanding*. *Journal of Research in Mathematics Education*, 24, 8-40.
- Ekiz, D. (2003). *Eğitimde Araştırma Yöntem ve Metotlarına Giriş*. Ankara: Anı Yayıncılık.
- Fern, E.F. (2001). *Advanced Focus Group Research*. Thousand Oaks, California: SAGE.
- Fischbein, E. (1987). *Intuition in Science and Mathematics: An Educational Approach*. Dordrecht, the Netherlands: Reidel.
- Gibbs, A. (1997). *Focus groups, Social Research Update*, 10 Temmuz. 2014 www.sru.soc.surrey.ac.uk/SRU19.html.
- Govender, R and De Villiers, M. (2002). Constructive Evaluation of Definitions *in a Sketchpad Context*. *Proceedings of the Ames* (ss. 30-40) Durban: University Of Natal
- Hammack, R. (2009). *Book of Proof (Mathematics Textbook Series)*. Virginia: Virginia Commonwealth University Richmond
- Hayes, B (2003). Computing Science: *A Lucid Interval*. *American Scientist*, 91(6), 484-488
- Karasar, N. (1995). *Bilimsel Araştırma Yöntemi*. Ankara: 3A Araştırma Eğitim Danışmanlık.
- Kitzinger, J. (1994). The methodology of focus groups: the importance of interaction between research participants, *Sociology of Health and Illness*, 16 (1), 103–121.
- Kitzinger, J. and Farquhar, C. (1999). The analytical potential of sensitive moments in focus group discussions. *In R. Barbour and J. Kitzinger (Eds), Developing*

- Focus group Research: Politics, Theory and Practice.* (ss. 156–172). London: SAGE.
- Kitzinger, J. (1995). Qualitative research: introducing focus groups, *British Medical Journal*, 311, 299–302.
- Knuth, D. E. (1992). Two notes on notation. *The American mathematical monthly*, 99 (5), 403-422.
- Kroll, T., Barbour, R and Haris, J. (2007). Using focus groups in disability research, *Qualitative Health Research*, 17 (5), 690–698.
- Krueger, R.A. (1994). *Focus Groups: A Practical Guide for Applied Research*. London: SAGE.
- Kruger, R.A. and Casey, M.A. (2000). *Focus group: A Practical Guide for Applied Research*. (ss. 157). Thousand Oaks, CA: Sage Publications.
- Mansell, I., Bennet, G., Northwar, R., Mead, D. and Moseley, L. (2004). The learning curve: *the advantages and disadvantages in the use of focus groups as a method of data collection*, *Nurse Researcher*, 11 (4), (ss. 80–88)
- Marton, F. (1986). Phenomenography- A research approach to investigate different understandings of reality. *Journal of Thought*, 21(3), 28-49. Reprinted 1988 in R. R. Sherman and W, B. Webb (Eds.), *Qualitative research in education: Focus and methods* (ss. 141-161) London: Falmer Press.
- Maurice, L. (2000). Les Idées D'élèves Du Collégial À Propos Des Limites De Fonctions Rationnelles Faisant Intervenir Zéro Et L'infini. *Thèse De Doctorat*, Canada: Université Laval,.
- Merriam, S.B. (1998). *Qualitative research and case study applications in education*. San Francisco: Jossey-Bass Publishers. Mooney,
- Morgan, D.L. (1997). *Focus Groups as Qualitative Research*. California: SAGE.
- Özmantar, M. F. (2008). Sonsuzluk Kavramı: Tarihsel Gelişimi, Öğrenci Zorlukları ve Çözüm Önerileri. M. F. Özmantar, E. Bingölbali ve H. Akkoç (Ed). *Matematiksel Kavram Yanılgıları ve Çözüm Önerileri* (ss. 151-180). Ankara: Pegem Kitabevi
- Özmantar, M. F. (2013). M. F. Özmantar, Ali Bozkurt ve Diğerleri, Tanımları ve Tarihsel Gelişimleriyle Matematiksel Kavramlar. *Tanımsızlık ve Belirsizlik: Kavramsal ve Geometrik Bir İnceleme*, (ss.436-461). Ankara: Pegem Kitabevi.
- Patton, M. Q. (1990). *Qualitative evaluation and research methods* (2nd ed.). Newbury Park, CA: Sage Publications, Inc.
- Patton, M. Q. (2014) Nitel Araştırma ve Değerlendirme Yöntemleri (3. Baskı). (Çev.) Ankara: Pegem Kitabevi
- Plofker, K. (2007). *Mathematics in India – The Mathematics of Egypt, Mesopotamia, China, India, and Islam. A Sourcebook*. New Jersey: Princeton University Press
- Quinn, P. C., Bhatt, R. S., and Hayden, A. (2008). *Young Infants Readily Use Proximity To Organize Visual Pattern Information*. *Acta Psychologica*, 289-298.

- Silverman, R. A. (1985). *Calculus with Analytic Geometry*. Englewood Cliffs, New Jersey: Prentice-Hall.
- Stewart, D.W. and Shamdasani, P.N. (1990). *Focus Groups: The ory and Practice*. Newbury Park, CA: SAGE.
- Suler, J. (1995). *Using interviews in research*, 04 Mart.2013 <http://www.rider.edu/~suler/interviews.html>.
- Tirosh, D. (1993). Teachers *Understanding of Undefined Mathematical Expressions*. *Substratum*, 1, 61-86.
- Tsamir, P. (1996). Two Problems Under one Title: The Case of Division by Zero. in L. Puigve A. Gutierrez (Eds.), *Proceedings Of The 20th Annual Conference Of The International Group for the 106 Tsamir and Sheffer Psychology Of Mathematics Education* (Vol. 4, ss. 347-354). Valencia, Spain: Program Committee.
- Ülgen, G. (1995). *Eğitim Psikolojisi*. Ankara: Bilim Yayınları.
- Van Hiele, P. (1986). *Structure and Insight: A Theory Of Mathematics Educations*, Orlando: Academic Pres Inc.,.
- Vinner, S. (1991). *The Role of Definitions on the Teaching and Learning of Mathematics*. in D. Tall (Ed.), *Advanced Mathematical Thinking* (ss. 65 – 81). Dordrecht, the Netherlands: Kluwer Academic Publishers.
- Waismann, F. (1951) *Introduction to Mathematical Thinking: The Formation of Concepts in Modern Mathematics* (Trans. Theodore J. Benac.). New York: F. Ungar Pub. Co
- Wheeler, M., M., and Feghali, I. (1983). Much ado About Nothing: *Preserves Elementary School Teachers' Concept of Zero*. *Journal for Research in Mathematics Education*, 14, 147- 155.
- Yıldırım, A. ve Simsek, H. (2006). *Sosyal Bilimlerde Nitel Araştırma Yöntemleri*. 6. Baskı. Ankara: Seçkin Yayıncılık.

EKLER

ÖZGEÇMİŞ

Nuh ÖZBEY 1981 yılında Malatya'nın Darende ilçesinde doğdu. İnönü Üniversitesi Eğitim Fakültesi İlköğretim Matematik Öğretmenliği Bölümü'nden 2003 yılında mezun oldu. 2013 yılında Eğitim Bilimleri Enstitüsü'nde Matematik Eğitimi alanında yüksek lisans eğitimine başladı. 2003 yılından beri Gaziantep ilinde matematik öğretmeni olarak çalışmaktadır. Nuh ÖZBEY orta düzeyde İngilizce bilmekte olup, evli ve 2 çocuk babasıdır.

VITAE

Nuh ÖZBEY was born in Malatya – Darende in 1981. He graduated from the Department of Elementary Math Teaching, Faculty Education at Inonu University in 2003. In the 2013, he started his Master's in department of Mathematic Education at Gaziantep University Institute of Education. He has been working as a teacher of elementary school mathematic since 2003 at Gaziantep province. Nuh ÖZBEY knows English in medium degree. He is married and has two children.