BEGÜM ÖZMUSUL YÜKSEK LİSANS TEZİ GAZİANTEP ÜNİVERSİTESİ MATEMATİK VE FEN BİLİMLERİ EĞİTİMİ ABD 2018

T.C.
GAZİANTEP ÜNİVERSİTESİ
EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
MATEMATİK VE FEN BİLİMLERİ EĞİTİMİ ANA BİLİM DALI

# ORTAOKUL 7.SINIF ÖĞRENCİLERİNİN MATEMATİKSEL GEREKÇELENDİRME BECERİLERİ DÜZEYLERİNİN İNCELENMESİ

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Begüm ÖZMUSUL

GAZİANTEP

Aralık, 2018

T.C.

GAZİANTEP ÜNİVERSİTESİ

EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

MATEMATİK VE FEN BİLİMLERİ EĞİTİMİ ANA BİLİM DALI

# ORTAOKUL 7.SINIF ÖĞRENCİLERİNİN MATEMATİKSEL GEREKÇELENDİRME BECERİLERİ DÜZEYLERİNİN İNCELENMESİ

**YÜKSEK LİSANS TEZİ**

BEGÜM ÖZMUSUL

Tez Danışmanı: Dr. Öğretim Üyesi Recep BİNDAK

GAZİANTEP

Aralık, 2018

**TEZ ONAY SAYFASI**

**Öğrencinin Adı ve Soyadı :** Begüm ÖZMUSUL

**Üniversite** : Gaziantep Üniversitesi

**Enstitü** : Eğitim Bilimleri Enstitüsü

**Anabilim Dalı ve Program :** Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi

**Tezin Başlığı :** Ortaokul 7.Sınıf Öğrencilerinin Gerekçelendirme Becerilerinin İncelenmesi

**Tezin Savunma Tarihi:** 7/12/2018

Bu tezin Yüksek Lisans tezi olarak gerekli şartları sağladığını onaylarım.

Prof. Dr. Mehmet Fatih ÖZMANTAR
Enstitü ABD Başkanı

Bu tez tarafımca (tarafımızca) okunmuş, kapsamı ve niteliği açısından bir Yüksek Lisans tezi olarak kabul edilmiştir.

Dr. Öğretim Üyesi Recep BİNDAK
Tez Danışmanı

Bu tez tarafımızca okunmuş, kapsam ve niteliği açısından bir Yüksek Lisans/Doktora tezi olarak kabul edilmiştir.

Jüri Üyeleri:

Doç. Dr. Recai AKKUŞ ______________

Doç. Dr. Ali BOZKURT ______________

Dr. Öğretim Üyesi Recep BİNDAK ______________

Eğitim Bilimleri Enstitü Onayı ……………………………………..

Dr. Öğretim Üyesi Erhan TUNÇ
Eğitim Bilimleri Enstitüsü Müdürü

# ETİK İLKELERE UYGUNLUK BEYANI

Tez yazma sürecinde, bilimsel ve etik ilkelere uyduğumu, yararlandığım tüm kaynakları kaynak gösterme ilkelerine uygun olarak kaynakçada belirttiğimi ve bu bölümler dışındaki tüm ifadelerin şahsıma ait olduğunu beyan ederim.

İmza:…………………….

Adı ve Soyadı: Begüm ÖZMUSUL

Öğrenci Numarası: 201621575

Tez Savunma Tarihi: 7/12/2018

# ÖZET

## ORTAOKUL 7. SINIF ÖĞRENCİLERİNİN MATEMATİKSEL GEREKÇELENDİRME BECERİ DÜZEYLERİNİN İNCELENMESİ

ÖZMUSUL, Begüm
Yüksek Lisans Tezi,
Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Ana Bilim Dalı
Tez Danışmanı: Dr. Öğretim Üyesi Recep BİNDAK
Aralık 2018, x+73 sayfa

Bu araştırmanın amacı, ortaokul 7. sınıf öğrencilerinin gerekçelendirme becerilerinin düzeylerini belirlemektir. Ayrıca öğrencilerin gerekçelendirme düzeylerinin cinsiyete, okula ve başarı testindeki çoktan seçmeli sorulardan elde edilen puana göre farklılık gösterip göstermediğini ortaya koyarak araştırmanın alt amaçlarını oluşturmaktadır. Araştırmanın örneklemini 4 farklı ortaokuldan seçilen; 126'sı kız, 128'i erkek olmak üzere toplam 254 öğrenci oluşmaktadır. Veri toplama aracı olarak 14 sorudan oluşan bir form kullanılmıştır. Formdaki açık uçlu sorular nitel olarak, çoktan seçmeli sorular ise nicel olarak analiz edilmiştir. Nitel analizlerde betimsel analiz yöntemi kullanılmıştır. Betimsel analizlerde Cai' ın (2003) analiz çerçevesi kullanılmıştır. Cevaplar tam ve ikna edici gerekçelendirme, eksik gerekçelendirme, yanlış gerekçelendirme ve hiçbir gerekçelendirme yok şeklinde kodlanmıştır. Araştırmadan elde edilen bulgulara göre gerekçelendirme istenen sorularda öğrencilerin çözümlerinin büyük çoğunluğunun yanlış gerekçelendirme kodunda olduğu görülmüştür. Ayrıca tam ve ikna edici gerekçelendirme şeklinde kodlanan çözüm ise çok azdır. Cinsiyete göre öğrenci çözümlerinin gerekçelendirme düzeyleri arasında istatiksel olarak anlamlı bir farklılık bulunmamıştır. Yani kız öğrencilere ait ortalama puanla ( $\overline{X}$ = 4,39; S = 1,45), erkek öğrencilere ait ortalama puan ( $\overline{X}$ = 4,13; S = 1,76) arasında önemli bir fark yoktur. Benzer şekilde okullara göre de istatistiksel olarak anlamlı bir farklılık ortaya çıkmamıştır. Ancak Geometri Bilgi Testi başarı puanı ile gerekçelendirme puanı arasındaki ilişki incelendiğinde istatistiksel olarak anlamlı bir ilişki bulunmuştur ($r$ = ,173; $t_{254}$ = 2,79; $p<0,05$). Sonuç olarak katılımcıların tam ve ikna edici gerekçelendirme becerilerinin düşük olduğu, istatistik sonuçlarına göre başarı düzeyi yüksek olan öğrencilerinin gerekçelendirme becerisinin yüksek olduğu görülmektedir. Bunun sonucu olarak öğrencilerin sorulara yönelik vermiş oldukları cevapların düzeyleri gerekçelendirme becerileri için "öğrenciler bilgiyle akıl yürütebilir, sonuç çıkarabilir, genelleme yapabilir." şeklinde yorumlanabilir.

**Anahtar Kelimeler:** Geometri, Matematiksel Gerekçelendirme, Öğrenci başarısı.

# ABSTRACT

## INVESTIGATION OF MATHEMATICAL JUSTIFICATION SKILL LEVELS OF MIDDLE SCHOOL 7th GRADE STUDENTS

ÖZMUSUL, Begüm

M.A Thesis

Department of Sciences and Mathematics Education

Supervisor: Asst. Prof. Dr. Recep BİNDAK

December 2018, x+73 pages

The aim of this study is to determine the level of 7th grade students' justification ability. In addition, it is aimed to determine whether the students' level of reasoning differs according to gender and school types and whether there is a correlational relation between justification and achievement scores. The sample of the study consisted of 254 students, 126 of whom were female and 128 were male. The data consisted of 14 questions including 10 multiple choice questions that measure students 'mathematics achievement and 4 open-ended questions that measure students' ability to justify. The data were obtained from descriptive analysis of the 4 questions in which the reasons for the answers in the Geometry Knowledge Test were requested. In the descriptive analysis, the framework given in Cai (2003) was used. The answers were coded in the form of complete and convincing justification, incomplete justification, false justification and no justification. According to the findings obtained from the research, it was seen that most of the students' solutions were in the wrong justification code in the questions where justification was required. In addition, the solutions encoded in the form of complete and convincing justification were very few. No statistically significant difference was found between the justification levels of student solutions by gender. In other words, the mean score of female students ( $\bar{X}$ = 4,39; S = 1,45) was not significantly different than, the average score of male students ( $\bar{X}$ = 4,13; S = 1,76). Similarly, there was no statistically significant difference between the Geometry Knowledge Test achievement score and justification score ($r$ = ,173; $t_{254}$ = 2,79; $p<0,05$). As a result, it is seen that the participants have low and persuasive justification skills, and the students who have high level of achievement according to the statistical results have high ability to justify. As a result, students can reason, draw conclusions and make generalizations through knowledge.

**Keywords:** Geometry of teaching, Justification, Student Achievement

# ÖNSÖZ

Tez çalışmam sırasında kıymetli bilgi, birikim ve tecrübeleri ile bana yol gösterici ve destek olan değerli danışman hocam sayın Dr. Öğretim Üyesi Recep BİNDAK' a, ilgisini ve önerilerini göstermekten kaçınmayan sayın Doç. Dr. Ali BOZKURT' a sonsuz teşekkür ve saygılarımı sunarım.

Lisans ve yüksek lisans eğitimim boyunca yardım, bilgi ve tecrübeleri ile bana sürekli destek olan Prof. Dr. Mehmet Fatih ÖZMANTAR ve yüksek lisans eğitimimde manevi desteğini hiç eksik etmeyen Dr. Öğretim Üyesi Tuğba Han DİZMAN' a teşekkür ederim.

Çalışmalarım boyunca yardımını hiç esirgemeyen değerli Arş. Gör. Bilge YILMAZ, Arş. Gör. Dr. Gülay AGAÇ ve Arş. Gör. Ozan ESENDEMİR hocalarıma, hep anlayışla karşılayan değerli arkadaşlarıma teşekkürü bir borç bilirim.

Bir insanın yaşamı boyunca sahip olduğu en önemli yerin ailesinin yanı olduğunu düşünenlerdenimdir. Yaptığım yanlışlarla veya doğrularla her zaman yanımda olan koca yürekli anneme, tatlı sert babama, düşünceli ablama ve en iyi arkadaşım olan erkek kardeşime çalışmam boyunca maddi manevi destekleriyle beni hiçbir zaman yalnız bırakmadıklarından sonsuz teşekkür ederim.

# İÇİNDEKİLER

# TABLOLAR LİSTESİ

## ŞEKİLLER LİSTESİ

# KISALTMALAR

| | |
|---|---|
| Akt. | : Aktaran |
| Bknz | : Bakınız |
| MEB | : Milli Eğitim Bakanlığı |
| NCTM | : NationalCouncil of Teachers of Mathematics |
| PISA | : Programme for International Student Assessment |
| TIMMS | : Trends in International Mathematics and Science Study |
| TÜBİTAK | : Türkiye Bilimsel Teknik Araştırma Kurumu |
| vd. | : ve diğerleri |

# BÖLÜM I

# GİRİŞ

Matematiksel bilginin üretim sürecinde mantık ve dil çok önemli bir yer tutmaktadır (Gürçay ve Eryılmaz, 2005). Mantık, kavrama dair var olan; tanım-özellik ve teorem arasındaki ilişkileri tanımlamada ve bunlar arasındaki tutarlılığın sağlanmasında anahtar bir role sahiptir. Bunun yanı sıra tanım-özellik ve teorem arasındaki tutarlılığı akıcı ve anlaşılır bir dil ile ortaya koymak mümkündür. Çünkü dil; matematiksel simgelerin, sembollerin ve çizimlerin yardımıyla, matematiksel fikirlerin formülasyonunda ve ifade edilmesinde önemli bir etkiye sahiptir (Doğan ve Güner, 2012; Gültekin ve Es, 2018). Zihinsel bir denge süreci olarak ifade edebileceğimiz matematiksel bilgi; günümüzde amaç olma rolünden ziyade matematik yapmada bir araç olma rolüyle karşımıza çıkmaktadır (Toluk Uçar, 2011). Nitekim matematik öğretimi sayıları, aritmetiği öğretmekten ve dört işlemler gerektiren durumları kazandırmaktan daha ileride bir işlev üstlenmektedir, bu işlevi her geçen gün biraz daha karmaşıklaşan yaşamda ayakta kalmamızı sağlayan; düşünme, olaylar arasında bağ kurma, akıl yürütme, tahminlerde bulunma, problem çözme gibi önemli destekler sağlamaktadır (Umay, 2003).

Problem çözme sürecinde öğrencinin düşünmesi ve düşünmenin nasıl gerçekleştiği merak edilen araştırma konularındandır (Türnüklü ve Yeşildere, 2007). Düşünmenin doğasını anlamayı amaçlayan bilişsel psikolojinin temel varsayımı, zihinsel yapıların ve bilişsel süreçlerin oldukça zengin ve karmaşık olduğunu ancak bu yapıların anlaşılabilir olması nedeniyle düşünmenin gerçekleşme yolları hakkında anlamlı sonuçlar sağlanabileceğidir. Düşünme denilince “anımsama”, “basit düşünme”, “eleştirel düşünme” ve “yaratıcı düşünme” gibi basitten karmaşığa, çok geniş bir alan karşımıza çıkar (Krulik ve Rudnick, 1999). Anımsama; basit işlemleri yapma, ölçü birimlerini dönüştürme, geometrik şekilleri bilme gibi en alt düzeydeki düşünme türüdür (Umay, 2003). Basit düşünme, sorudaki verilenleri formülde yerine yazarak sonucu bulma, alıştırma çözme gibi anımsamaya göre biraz daha kapsamlı, fakat kritik ve yaratıcı düşünmelere göre daha düşük performanslar gerektirir (Işık ve Konyalıoğlu, 2005; İnan ve Özgen, 2008; Krulik ve Rudnick, 1999; Umay, 2003). Eleştirel düşünme bilgileri toplamayı, gerekenleri hatırlamayı, organize etmeyi ve çözümlemeyi içerir (Baykul, 1999; Dağlı ve Peker, 2011; Paul, 1988). Yaratıcı düşünme ise çok daha karmaşık bir süreçtir ve yaratıcı düşünme sırasında fikirlerin sentezlenmesi, yeni düşünceler üretilmesi, bunların etkilerinin belirlenmesi, kararlar verilmesi ve bazı yeni ürünlerin ortaya konulması gerekir (Krulik ve Rudnick, 1993; akt. Umay, 2003). Bu açıklamalardan anlaşılacağı üzere düşünme basit ve tek düze bir insan eylemi olmayıp, kademeli bir süreci içine alan bir sistemdir. Bu sistemdeki işleyiş ve ortaya çıkan ürün bize düşünmenin hangi düzeyde (alt düzey-üst düzey; anımsama-yaratıcı düşünme vb.) yapıldığına ilişkin önemli fikirler verir.

Matematiksel düşünme denildiğinde matematiksel bir durum veya olay bağlamında, belli bir sonuca ulaşmak için alana özgü kural ve prosedürlerin etkin şekilde kullanımı gelebilir (Türnüklü ve Yeşildere, 2007). Bunun yanı sıra, matematiksel düşünme, problemlerin çözümlerini aşamalı olarak ve/veya olmayarak matematiksel süreçlerin uygulanmasıdır (Henderson, 2002). Bu düşünme matematiksel bir problemin çözümü esnasında bireyin; özelleştirme, genelleme, tahmin etme, hipotez üretme, hipotezin doğruluğunu kontrol etme gibi üst bilişsel düşünme gerektiren becerilerini kullanmasıyla gerçekleşen bir süreçtir (Işık ve Konyalıoğlu, 2005). Bu bağlamda bakıldığında matematiksel düşünmenin, içerisinde bir takım üst düzey düşünme becerilerinin yer aldığı bir kavram olduğu söylenebilir. Örneğin; herhangi bir matematiksel teoremin ispatının anlaşılmasının yanı sıra ispatın nasıl inşa edildiğini fark edebilmesidir (Polya, 1945). Bir matematiksel durum için ele alındığında; bireyin herhangi bir problemle karşılaştığında problemin cevabının ne olduğunu bulmaktan öte, problemi çeşitli boyutlarıyla ele alarak inceleyebilmesi matematiksel düşünme gerektiren bir durumdur (Türnüklü ve Yeşildere, 2008). Bunun yanı sıra matematiğin tüm öğrenme alanlarıyla ilgili verilen herhangi bir matematiksel durumun odağında da matematiksel düşünmenin olduğu karşımıza çıkmaktadır. Bu öğrenme alanlarından biri olan geometri için matematiksel düşünme bağlamında baktığımızda alana özgü bir düşünmeden yani geometrik düşünme sürecinden söz edilmektedir. Bu nedenle geometri ve bu alana özgü düşünme yapısı özel olarak ele alınıp, incelenmelidir. Geometri, uzayı ve uzayda tasarlanan şekilleri ve cisimleri inceleyen matematik dalıdır (Toluk Uçar, 2011). Uzamsal bilgiye sahip olma geometri öğretimi ile gerçekleşmektedir. Geometri öğretimi; geometrik cisim ve şekilleri oluşturan elemanlar (kenar, açı, vb.) ile bunların nitelikleri (paralel kenarlar, dik açı vb.) somut nesneler ve modeller üzerinden inceletilerek öğrencilerin geometrik bilgilere ve genellemelere ulaştırma sürecidir (Toptaş, 2008). Geometri öğrenimi bu bilgilere sahip olmanın yanı sıra, çevremiz hakkında yorum yapma ve ona müdahale etme imkânı sunması ve matematik-fen ve diğer alanlarla ilgili çalışmalarda araç olarak kullanılmasıyla da önemli bir yere sahiptir. Ayrıca, geometrik şekillerin sınıflandırılması ve özelliklerinin anlaşılması gerçek yaşam ve matematiğin diğer alanlarıyla (ölçme, cebir ve sayılar) ilgili problemlerin çözümüne katkı sunmaktadır (NCTM, 2000). Bu uzamsal fikirleri anlama ve kavrama yollarının öğrenimi kişilerin geometrik düşünme ve geometrik problem çözme becerisine bağlıdır (Han, 2007).

Geometri öğretimi kapsamında öğrencilere kazandırılması beklenen temel beceriler arasında akıl yürütme ve gerekçelendirme yapabilme yer almaktadır (MEB, 2005). Geometrik akıl yürütme ve gerekçelendirme becerisi içerisinde; geometrik düşünme ve genellemeler yapma ve geometrik fikirleri anlamlı bir şekilde oluşturma sürecini barındırmaktadır. Dolayısıyla geometrik akıl yürütme ve gerekçelendirme becerisi geometrik düşünme düzeyi ile doğrudan ilişkili olduğu görülmektedir (Driscoll, WingDiMatteo, Nikula ve Egan, 2007). Literatüre bakıldığında birçok çalışmanın öğrencilerin geometri öğrenme alanında, kural ve işlemleri yapmada zorlanmadıklarını, yaptıkları işlemlerin ve matematiksel fikirlerin altında yatan anlamlarına sahip olmadıklarını göstermiştir (Hadas, Hershkovitz ve Schwarz, 2000; Toluk Uçar, 2011). Genellikle öğrenciler problemlerde rutin işlemleri yapmada geometrik ve cebirsel düşünmeyi gerektiren durumlara oranla daha az zorlanmaktadır (Kinach, 2002; Türnüklü ve Yeşildere, 2007). Benzer şekilde öğrencilerin çözümlerini ve düşünme şekillerini açıklamada da zorlandıkları birçok araştırma ile ortaya konulmuştur (Karakoca, 2011; Yeşildere, 2006). Yukarıda verilen çalışmaların ışığında gerekçelendirme becerisinin geliştirilmesinde açık uçlu problemlerin yardımıyla öğrencilerin çözümleri üzerinde düşünmeleri ve ulaştıkları sonuçları matematiksel olarak geçerli ifadelerle sunabilmeleri sağlanmaktadır (Cai, 2003). Böylelikle öğrencilerin, çözüme ilişkin yapmış oldukları açıklamaları ve çözüme ilişkin gerekçelendirmeleri kendi düşünme yapılarına ilişkin önemli bilgiler ortaya koyabilir. Örneğin; Harel ve Sowder'in (1998) yapmış oldukları çalışmada; öğrencilerin matematiksel bir ifade hakkında vermiş olduğu kararı (ifadenin doğruluğu veya yanlışlığı) açıklamada kullandığı gerekçelendirmelerden, tartışmalardan yola çıkarak bir ispat sınıflamasında bulunmuşlardır. Bu sınıflamayı yaparken öğrencilerin yapmış oldukları gerekçelendirme türlerini esas almışlardır. Yapılan bu sınıflama, gerekçelendirme kavramının özelliklerine göre "Otoriter, Kuralsal (Ritual), Sembolik, Algısal, Örneğe dayalı, Transformasyonel ve Aksiyomatik" olmak üzere yedi gerekçe türünden oluşmaktadır. Bu türlerde; "Dış Kaynaklara Dayalı, Deneysel ve Analitik" olmak üzere 3 kategori altında toplanmıştır. *Otoriter gerekçe*, yalnızca bir kitaba, bir öğretmenin ifadesine ya da daha bilgili bir akranının gerekçesine inanma varken, *kuralsal gerekçe*de ise bir tartışmanın doğruluğunu içeren gerekçelendirmeden ziyade sadece tartışma şekli ile yargılama vardır. *Sembolik gerekçe*de ise yalnızca sembollere dayalı olarak gerekçelendirmeler de bulunulmaktadır. *Algısal gerekçe*, birkaç çizime ya da tek bir algıya dayanan gerekçelendirmeleri içermektedir. Birisinin kendisini ya da diğerlerini, bir veya daha fazla örnek vererek ikna etmede *örneğe dayalı gerekçe* kullanılır. *Transformasyonel gerekçe*nin özelliği, öğrencilerin gerekçelendirme durumlarının genel yönleri ile ilgili olması ve varsayımı genellemeye doğru yöneltilen gerekçelendirmeyi içermesidir. Eğer bir öğrenci tanımsız terimleri, tanımları, tahminleri ve teoremleri içeren bir sistem ile rahat bir şekilde çalışabiliyorsa *aksiyomatik gerekçe* kullanabilmektedir. Tüm bu açıklamalar göstermiştir ki genel olarak matematikte, özel olarak da geometride, gerekçelendirme becerisi önemli bir yere sahiptir. Nitekim alan yazında yer alan birçok araştırmaya göre (bkz. Boaler ve Staples, 2008; Cohen ve Ball, 2001; Kruth, 2002; Stables ve Truxaw, 2009; Toulmin, 1969) öne sürülen bir matematiksel önermenin gerekçesinin ortaya konulması verilen bilginin veya yapılan çözümün tutarlılık ve doğruluğunun da göstergesidir

Bu bağlamda literatüre baktığımızda gerekçelendirme kavramının bir matematiksel bilginin veya çözümün öğrenci tarafından ne derecede anlaşıldığını görmede bir ipucu sağladığı söylenebilir. Çünkü matematikte ortaya konulan iddianın nedeninin yani gerekçesinin ortaya konulması verilen bilginin veya yapılan çözümün tutarlılık ve doğruluğunun da göstergesidir (Boaler ve Staples, 2008; Cohen ve Ball, 2001; Kruth, 2002; Staples ve Truxaw, 2009; Toulmin, 1969). Dolasıyla öğrencilerin gerekçelendirme becerilerinin düzeyini belirlemeyi esas alarak hazırlanan çalışmanın bu bölümünde; problem durumu, araştırmanın amacı, araştırma soruları, araştırmanın önemi ve araştırmanın sınırlılıklarına yer verilmiştir.

## 1.1. PROBLEM DURUMU

Gelişen ve değişen dünyada eğitim, bireylere öğretme amacının yanında, öğrettiği bilgileri kullanma, yaşama aktarma ve yeni durumlara uyarlama amaçları doğrultusunda şekillenmektedir (MEB, 2015). Bu gelişim sürecini öğretim teknik ve yöntemlerinde, eğitim programlarında ve değerlendirme aşamasındaki ölçme araçlarındaki (Allen, Bruflat, Fucilla, Kramer, McKellips ve Spiegelhoff, 2000; Baki ve Birgin, 2002; NCTM, 1989, 1995; Schacter, 1995; Stiggins, 1999) değişimlerde görmek mümkündür. Bu değişimlerle birlikte TIMSS, PISA ve başka uluslararası sınavlar tüm dünyada uygulanması yaygınlaşmaya başladı (Baki ve Birgin, 2002). Türkiye'nin katıldığı TIMSS 1999 sonuçlarına göre Türkiye matematikte 38 ülke arasından 31. olmuştur. Matematikte uluslararası ortalama 487 iken Türkiye'nin ortalaması 429'dur (MEB, 2003). Başka bir uluslararası yapılan sınavlardan biri olan PISA (Program for International Student Assessment)'da Türkiye iyi bir sıralamada yer alamamıştır. Bu sınavda da Türkiye 423 puan alırken Hong Kong-Çin 550 puanla birinci, Brezilya 356 puanla sonuncu olmuştur. Benzer şekilde Türkiye 2011 yılında yapılan TIMSS sınavına hem 4. hem de 8.sınıf düzeyinde katılmıştır. TIMSS 2011 değerlendirmesine 4.sınıf düzeyinde toplam 50 ülke ve 8.sınıf düzeyinde toplam 42 ülke katılmıştır. Türkiye, aldığı puan açısından önceki yıllara oranla iyileşme göstermiş olsa da matematik alanında hem 4. hem de 8.sınıf düzeyinde belirlenen TIMSS ölçek ortalamasının altında kalmıştır. Türkiye'nin matematik alanında 4.sınıf düzeyinde 469 başarı puanı ortalamasıyla 50 ülke arasında 35. olurken 8.sınıf düzeyinde ise 452 başarı puanı ortalamasıyla 42 ülke arasında 24. olarak yerini almıştır. Türkiye TIMSS' e 4.sınıf düzeyinde ilk olarak 2011'de katıldığı için sonuçları önceki yıllarla karşılaştırmak olası değildir. 8.sınıf düzeyinde ise Türkiye'nin başarı ortalaması 1999 ve 2007 yıllarında neredeyse aynı iken (429 puan ve 432 puan), 2011 yılında 20 puanlık bir artış gözlemlenmektedir (452 puan), 2015 yılında bir önceki döneme göre 31 puan artarak 483 puan olmuştur. Son olarak Milli Eğitim Bakanlığı Yenilik ve Eğitim Teknolojileri Genel Müdürlüğü'nün PISA 2012 ulusal ön raporuna göre, Türkiye matematik alanında 65 ülke arasından 448 puanla 44.sırada yer almıştır. Uluslararası sınavlarda öğrencilerin matematikteki başarıları yukarıdaki gibi olup, bunun yanı sıra ülkemizin yaptığı ölçme-değerlendirme sınavlarına bakıldığında 2012 yılında 8.sınıflar Seviye Belirleme Sınavları sonuçlarına göre 20 sorudan oluşan matematik testi ortalaması 4,39 dur (MEB, 2012). 2018'de MEB tarafından gerçekleştirilen Liselere Giriş Sınavında 20 soruluk matematik testinde öğrencilerin ortalamaları 4,95'tir. Diğer taraftan ÖSYM tarafından gerçekleştirilen YGS (Yüksek Öğretim Geçiş Sınavı) sonuçlarına göre 40 sorudan oluşan matematik testi Türkiye genel net ortalaması 2013 yılında 7.5, 2014 yılında ise 6.1'dir. 2013 LYS sonuçlarına göre 50 sorudan oluşan Matematik testi genel net ortalaması 12.32 iken 30 sorudan oluşan geometri testi ortalaması 4.15'tir. 2014 yılında LYS matematik testi (50 soru) Türkiye genel net ortalaması 9.72 ve geometri testi (30 soru) net ortalaması 5,47 olarak belirlenmiştir. 2018 yılında yapılan TYT matematik testi (40 soru) Türkiye genel net ortalaması 5,64 ve AYT matematik testi (40 soru) Türkiye genel net ortalaması 3,92 olarak belirlenmiştir. Bu sonuçlara bakıldığında Türkiye'de 1999'dan bu yana öğrencilerin matematik ve geometri derslerinde akademik anlamda başarısız bir portre çizdiklerini söylemek mümkündür (Turgut ve Baykul, 2011; Özdemir, 2014). Literatüre bakıldığında konuya dair yapılan araştırmalarda öğrencilerin 21.yüzyıl matematiksel süreç becerilerine tam olarak hâkim olmadığı ortaya konulmuştur (Baskan, 2001; DiCerbo, 2014; Lai ve Viering, 2012). Bu durumun nedenlerden biri olan geometri öğretiminde öğrencilerin matematiksel genellemeler yapma, akıl yürütme, ilişkiler kurma ve açıklama yapma becerileri gerektiren durumlarda önemli zorluklar yaşamalarıdır (Dokur, 2013; Staples, Bartlo ve Thanheiser, 2012; Toluk Uçar, 2011; Türnüklü ve Yeşildere, 2007). Bu zorlukların altında yatan sebeplerden biri, öğrencilerin düşünsel olarak hazır olmadıkları bir kavramla karşılaştıklarında kavrama yönelik uygulamaları yapamamalarıdır.

Şengül ve Dereli (2009) öğrencilerin soyut kavramları zihinlerinde yapılandırılıp genellemekte zorluk yaşadıklarını ifade etmektedirler. Bunun sebebi Piaget'in bilişim kuramına göre öğrenciler somut dönemde olduklarından bu ifadeleri anlamakta zorluk çekmeleri olabilir. Bu yüzden ilköğretim matematik programında yer alan geometri öğrenme alanında öğrencilerin özellikle şekil ve cisimlerle ilgili özellikler, genellemeler, sınıflandırmalar ve çizim bilgisini kazanmaları ve bunların uygulamalarını yapabilir düzeye gelmeleri önemlidir (Altun, 2008). Fitzgerald (1996) ise öğrencilerin olabildiğince erken bir dönemde, geometri dersinde muhakeme hakkında ne öğrendikleri ile ilgili olarak değerlendirilmeler, kıyaslamalar, çıkarım şemaları ve ispat biçimlerinin formal olarak özetlemesinin uygun olacağını belirtmiştir. Bu bağlamda baktığımızda; geometri öğretimi ve öğreniminin önemli bir unsur olduğu karşımıza çıkmaktadır.

Geometri, insan yaşantısında karşılaşılan bazı zorlukların giderilmesindeki yararlılığından dolayı geçmişten günümüze olan tüm öğretim programlarının temel bir öğrenme alanını oluşturmuştur (Dağlı ve Peker, 2011). Geometri öğretimiyle öğrencinin geometrik sezgi ve bilgiye sahip olması, geometrik düşünme ve geometrik problem çözme becerisinin geliştirilmesi amaçlanmaktadır (Han, 2007). Geometri öğretimi, çevremiz hakkında yorum yapma ve ona müdahale etme imkânı sunmasının yanı sıra matematik, fen ve diğer alanlar, gerçek yaşam ve matematiğin alt öğrenme alanlarıyla (ölçme, cebir ve sayılar) ilgili problemlerin çözümüne katkı sunmaktadır (NCTM, 2000). Geometri öğrenme alanı hem öğrencilere günlük hayatta kullanımını göstermede hem de birçok matematiksel kavram ve becerinin geliştirilmesini sağlamada önemli bir yer tutmaktadır (Şişman ve Aksu, 2009). Doğada bulunan varlıkların şekilleri, mühendislik ve diğer bilim alanları, matematiksel model oluşturma ve problem çözmede kullanılması geometriyi önemli hale getiren sebeplerden birkaçıdır (Aksu ve Tığlı, 2006). Geometri çalışmaları öğrencilerin eleştirel düşünme ve problem çözme becerilerini geliştirmeye katkı sağlamaktadır (Dağlı ve Peker, 2011). Bu sebeplerden dolayı geometri öğrenme alanında öğrencilerin gerekçelendirme becerisinin geliştirilmesinin önemi artmaktadır.

National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) tarafından matematiksel gerekçelendirme becerisi çeşitli olaylar hakkında fikirler geliştirmenin ve ifade etmenin güçlü bir yolu olarak gösterilmektedir (akt. Arslan, 2007). Bir matematiksel durum için açıklanacak olursa; matematiksel düşünme için matematikçilerin teoremleri nasıl ispatladıklarını anlamanın ötesinde, bu ispatın yapılabilmesi için nasıl tahminde bulunduklarının da anlaşılması gerekmektedir (Polya, 1945; Türnüklü ve Yeşildere, 2007). Matematiğin alt öğrenme alanlarından olan geometride de aynı durum söz konusudur (Jones, 2000). Öğrencilerin üst düzey düşünme becerileri olan akıl yürütme, geometrik düşünme ve genelleme gibi becerilerini geliştirmeleri ve geometrik fikirlerini anlamlı bir şekilde oluşturmalarıyla ilgilidir (Driscoll vd., 2007). Bu becerilerin geliştirilmesinde öğrencilerin çözümlerinde ulaştıkları sonuçları gerekçelendirebilmeleri gerekmektedir (Cai, 2003). Öğrenciler matematiksel gerekçede bulunurken "Neden" sorusuna cevap verebilmeleri önemlidir (Sandborg, 1998). Bunun yanı sıra iyi bir matematiksel gerekçe, "Neden?" sorusuna cevap olabilmelidir. Neden sorusunun cevaplanması yoluyla öğrencilerin sahip oldukları bilgilerinin arka planı da ortaya konulabilecektir. Bu konuda Sandborg (1998) yaptığı çalışmada matematiksel gerekçeler ve Van Fraassen'in Neden Soruları Teorisi'ne odaklanmıştır. Van Fraassen bir gerekçenin bir önerme, bir argüman ya da önermeler dizisiyle aynı olmadığını ifade etmiştir (Akt. Arslan, 2007; Sandborg, 1998). Van Fraassen, *Neden Soruları Teorisi* ile bireyin soruyu gerekçelendirerek ifade etmesini sağlamaktadır (Akt. Sandborg). Fakat Resnik ve Kushner (1987) çalışmalarında Van Fraassen'in teorisinin neden-sonuç yaklaşımını matematiksel gerekçelendirme için de uyarlanabileceğini ifade etmişlerdir. Bu yüzden, Sandborg (1998)'un neden soruları yaklaşımının matematiksel gerekçeler için uygun bir yaklaşım olduğunu fakat matematiksel durumlara uygulanmasının zor olduğunu belirtmiştir.

Literatürde yapılan çalışmalar incelendiğinde gerekçelendirmenin çeşitli yönleriyle ele alındığı görülmektedir. Söz konusu bu çalışmalarda gerekçelendirme becerisi farklı açılardan ele alınmıştır. Örneğin Levenson ve arkadaşları (Levenson, Tirosh ve Tsamir, 2006; Levenson, 2010; Levenson, Tsamir ve Tirosh, 2010) araştırmalarında pratiğe dayalı ve matematiğe dayalı açıklamaları incelemişlerdir. Bunun yanında açıklamaların ispatla ilişkisinin incelendiği (Arslan, 2007; Hadas, Hershkowitz ve Schwarz, 2000; Hanna, 2000a; Sandborg, 1998), kavramsal ve işlemsel olma yönüyle incelendiği (Ball, Charalambous ve Hill, 2011; Kinach, 2002; Toluk Uçar, 2011) veya ikna edici gerekçe olma yönüyle (Cai, 2003; Chick, 2003; Türnüklü ve Yeşildere, 2007) incelendiği araştırmalara rastlamak mümkündür. Yapılan çalışmalar değerlendirildiğinde çoğunlukla öğretmen adaylarının ispat becerileri ve bununla birlikte matematiksel gerekçeler sunabildiği veya ikna edici gerekçelendirmelerin yapıldığı sınıfların oluşturulması gerektiği önerilmektedir. Ülkemizde ortaokul öğrencileri üzerinde yapılmış sınırlı sayıda çalışma bulunmakla birlikte (Duatepe, Çıkla ve Kayhan, 2005; Türnüklü ve Yeşildere, 2007) öğrencilerin gerekçelendirme becerilerinin yeterli olmamasının yol açtığı akademik olumsuzluklara değinilmediği görülmektedir. Ancak yurt dışında geometri ve ölçme öğrenme alanı bağlamında öğrencilerin gerekçelendirme becerilerinin incelenmesi ile ilgili detaylı çalışmalara ulaşılmasına (D'Amore ve Pinilla, 2006; Hanna, 2000a, Hanna, 2000b; Staples, Bartlo ve Thanheiser, 2012; Yackel, 2001) rağmen ülkemizde konu ile ilgili çalışma sayısının oldukça az olduğu göze çarpmaktadır. Ayrıca gerekçelendirme becerisi yapılan açıklamanın neden ve nasıl soru süzgeçlerinden geçirilerek düşüncelerini ifade etme olduğundan ortaokul seviyesindeki öğrencilerin gerekçelendirme beceri düzeylerini cinsiyet, devam ettikleri okul ve akademik başarıları bakımından ele alan herhangi bir çalışma karşımıza çıkmamaktadır. Bu yüzden bu konuda araştırmalar yapılmasının gerekliliği ortadadır. Dolayısıyla bu araştırma ile 7. sınıf öğrencilerinin geometri konularında gerekçelendirme becerileri ve düzeyleri incelenecektir.

## 1.2. ARAŞTIRMANIN AMACI

Matematik öğretim programında yer alan her bir öğrenme alanı öğrencilerin örüntüleri keşfetme, akıl yürütme, tahminlerde bulunma ve düşüncelerini gerekçelendirme becerilerini öğretmeyi amaçlar (Umay, 2003). Özellikle geometri öğretimi kapsamında öğrencilere kazandırılması beklenen temel beceriler arasında akıl yürütme ve gerekçelendirme yapabilme yer almaktadır. Bu tür becerilere sahip öğrencilerin geometrik fikirleri anlamlı bir şekilde oluşturabildikleri dile getirilmektedir (Driscoll vd., 2007). Birçok araştırma öğrencilerin geometri öğrenme alanında ve dolayısıyla matematikte kural ve işlemleri yapmada zorlanmadığını fakat yaptıkları işlemlerin ve matematiksel fikirlerin altında yatan anlamları bilmediklerini yani yaptıkları işi gerekçelendiremediklerini göstermiştir (Hadas, Hershkovitz ve Schwarz, 2000; Toluk Uçar, 2011). Bu çalışmada öğrencilerin gerekçelendirme düzeylerinin ve bu düzeylerin çeşitli değişkenlere göre farklılık gösterip göstermediği incelenmiştir. Bu bağlamda çalışmada, 7. sınıf öğrencilerinin geometri de gerekçelendirme becerisini incelemek ve gerekçelendirme becerilerinin hangi düzeyde gerçekleştirebildiklerini ortaya koyulması amaçlanmıştır. Bu amaç çerçevesinde aşağıdaki araştırma sorularına cevap aranmıştır.

### 1.2.1. Araştırma Soruları

1) Araştırmaya katılan öğrenciler gerekçelendirme becerilerine göre nasıl bir dağılım göstermektedir?

2) Araştırmaya katılan öğrencilerin gerekçelendirme düzeylerine göre dağılımı arasında cinsiyete göre anlamlı bir fark var mıdır?

3) Araştırmaya katılan öğrencilerin başarı testindeki çoktan seçmeli sorularda elde edilen puan ile gerekçelendirme düzeyleri arasında anlamlı bir ilişki var mıdır?

## 1.3. ARAŞTIRMANIN ÖNEMİ

Günümüzde aklını kullanan, hızlı ama etraflıca düşünen, isabetli kararlar veren, yaratıcı, yeni fikirler üretebilen bireylere ihtiyaç duyulmaktadır. Matematiksel gerekçelendirme, dünyayı yorumlamada, kullanılabilir bilgiyi sentezlemede, karar verme ve soru sormada kullanılır (akt. Goggins, 2001: Stiff, 1999; Wilkins, 2000). Fitzgerald'a (1996) göre matematiksel gerekçelendirme; bir bilgiden başka bir bilgi elde etme süreci olarak tanımlanmıştır. Bir konuda gerekçelendirme yapabilenler, o konuda yeterli düzeyde bilgi sahibidir ve yeni karşılaştığı durumu tüm boyutlarıyla inceler, keşfeder, mantıklı tahminlerde, varsayımlarda bulunur, düşüncelerini gerekçelendirir, bazı sonuçlara ulaşır, ulaştığı sonucu açıklar ve savunur (Umay, 2003). Ayrıca öğrencilerde gerekçelendirme yeteneğinin geliştirilmesi eğitimin temel fonksiyonlarından biri olarak görülmekte ve bu yüzden matematik öğretim programlarında da yer almaktadır (MEB, 2005). Ayrıca, gerekçelendirme, akıl yürütme, genelleme yapma ve iletişim kurma matematik eğitiminde ön plana çıkmaktadır. Matematik eğitiminin alt öğrenme alanlarından olan geometri öğretiminde ise gerekçelendirme, geometrik düşünme ve genelleme yapma becerisi son derece önemlidir (MEB, 2005). Öğrencilerde bu becerilerin eksik olması, yorum ve akıl yürütme gerektiren problemlerde zorluklar yaşamalarına yol açabilmektedir. Nitekim, Türnüklü ve Yeşildere (2007) tarafından yapılan çalışmanın bulgularına göre, tahmin etme, ilişkilendirme, iletişim kurma, karar verme gibi birtakım matematiksel becerilere yeterli ölçüde sahip olamayan öğrenciler için bu durumun problem çözme becerisine engel teşkil ettiği vurgulanmıştır. Matematik eğitimi gerekçelendirme becerisinin geliştirilmesinde önemli bir yer tutar. Bu kadar önemli olması matematiğin özü itibariyle gerekçelendirme yeteneğini kullanmayı gerektirmesinden kaynaklanmaktadır (Umay, 2003). Geometri öğretiminde gerekçelendirme üzerine çok az çalışma yapılmış olması, öğrencilerin kavramsal anlamalarında sorun yaşamaları ve bunun sonucu olarak öğrencilerin uluslararası sınavlardaki başarısız olma durumlarının görülmesi bu çalışmayı önemli kılmaktadır.

Yukarıda bahsedilen durumlar dikkate alındığında matematik ve özellikle geometride öğrencinin gerekçelendirme becerisini geliştirmesinde önemli olduğu buna karşın gerekçelendirme konusunu literatürde ele alan sınırlı sayıda çalışma olduğu görülmektedir. Yapılan bu çalışmanın 7.sınıf öğrencilerinin gerekçelendirme becerilerinin hem nitel hem de nicel analizler kapsamında incelenmesi literatüre katkı sağlayacağı düşünülmektedir.

## 1.4. SAYILTILAR

1) Öğrencilerin veri toplama aracını doldururken gerçek bilgilerini yansıttıkları varsayılmaktadır.

2) Öğrencilerin sorulan sorulara cevap verirken gerçek düşüncelerini ve tercihlerini ortaya koydukları varsayılmıştır.

## 1.5. SINIRLILIKLAR

Bu araştırma;

1) 2017-2018 Eğitim ve öğretim yılında Gaziantep'in merkez ilçelerindeki 4 farklı okulun 8 farklı 7.sınıf öğrenci şubeleriyle sınırlıdır.
2) Çalışmada kullanılan geometri bilgi testi 10 çoktan seçmeli ve 4 açık uçlu soru ile sınırlıdır.

# BÖLÜM II

# KURAMSAL ÇERÇEVE VE İLGİLİ ARAŞTIRMALAR

Tezin bu kısmında araştırmanın kuramsal arka planı sunulmaktadır. İlk olarak matematik eğitiminde ön plana çıkan 21. yüzyıl öğrenme ve yenilikçi süreç becerileri ele alınmıştır. Daha sonraki kısımda bu becerilerin gerekçelendirme becerisi ile ilgili alan yazınından bilgiler sunulacaktır. Son olarak da yurtiçi ve yurtdışında matematik ve geometrideki gerekçelendirme becerilerine değinen çalışmalara ve bulgularına yer verilmiştir.

## 2.1. MATEMATİK EĞİTİMİNDE ÖN PLANA ÇIKAN 21. YÜZYIL ÖĞRENME VE YENİLİKÇİ SÜREÇ BECERİLERİ

Bilim ve teknolojide yaşanan hızlı ve ani değişim, toplumun ve bireyin değişen ihtiyaçları, öğrenme ve öğretme teori ve yaklaşımlarındaki yenilik ve gelişmeler bireylerden beklenen rolleri de doğrudan etkilemiştir (Smith, 2006). Bu değişim bilgiyi üreten, hayatta işlevsel olarak kullanabilen, problem çözebilen, eleştirel düşünen, girişimci, kararlı, iletişim becerilerine sahip, empati yapabilen, topluma ve kültüre katkı sağlayabilecek niteliklere sahip bir bireyi tanımlamaktadır (MEB, 2018). Günümüz bireylerinin eğitim yaşamlarında başarıya ulaşabilmeleri ve günümüz istihdamında pay sahibi olabilmeleri için temel bilgi ve beceriye sahip olmanın yanı sıra 21.yüzyıl becerileri olarak adlandırılan bir dizi beceriye de sahip olmaları beklenmektedir (Hull ve Schultz, 2002). Bu beklentiler doğrultusunda bireylerin yetişebilmesi için son yıllarda matematik eğitimine bakış açılarında önemli değişiklikler olmuştur (Aydın ve Soylu, 2006). Bu yüzden son yıllarda yapılan öğretim programlarında, öğrencilerin yaşamlarında ve sonraki eğitim aşamalarında gereksinim duyabilecekleri matematiğe özgü bilgi, beceri ve tutumların kazandırılması amaçlanmaktadır (MEB, 2015). Bu temel becerileri içeren kavram literatürde 21. yüzyıl matematiksel süreç becerileri olarak adlandırılmaktadır (Binkley, Erstad, Herman, Raizen, Ripley, Miller-Ricci ve Rumble, 2012). 21.yüzyıl matematiksel süreç becerileri, bir dizi ülkeden alınan 12 çerçeveden oluşan analizlere dayandırılarak oluşturulmuştur (Binkley vd., 2012; DiCerbo, 2014; Lai ve Viering, 2012). Bunlar 21. yüzyıl becerilerinin değerlendirilmesinde bir temsil olarak düşünülmektedir. Bu çerçeve 3 kategori ve 13 beceri taslağından oluşmaktadır (Eryılmaz ve Uluyol, 2015). Fakat araştırmanın konusu öğrencilerin matematiksel gerekçelendirme beceri düzeylerini incelemek olduğu için 21. yüzyıl matematiksel süreç becerilerinden gerekçelendirme becerisini doğrudan veya dolaylı olarak etkileyen ve öğrenme ve yenilikçi süreç kategorisinde bulunan 5 beceri açıklanacaktır. Bunlar şu şekildedir:

- Yaratıcı Düşünme
- Eleştirel Düşünme
- Problem Çözme
- Analitik Düşünme
- İletişim

Çerçeveyi tasarlayanlar daha sonra bu ögelerin her biri ile ilişkili bilgi, beceri, tutum, değer ve etiği tanımlamaktadırlar. Ortaöğretim matematik öğretim programında da (MEB, 2018) eğitim sistemimizin temel amacının değerlerin ve yetkinliklerle bütünleştirilmiş bilgi, beceri ve davranışlara sahip bireyler yetiştirmek olduğu vurgulanmaktadır. Çerçevedeki kavramların bireylere ne katmayı amaçladığını tam olarak ifade etmek için kavramların anlamlarına ve matematik öğretimindeki önemlerine odaklanmak gerekmektedir. Bu kavramlardan bazıları aşağıda tanımlanmıştır.

**Yaratıcı Düşünme:** Goldman (1995) yaratıcı düşünmeyi yoktan var etmek olmadığını, birbirinden bağımsız gibi görünen mevcut durumlar arasındaki ilişkiyi görebilme ve yeni bir bağıntı kurma süreci olarak tanımlamıştır. Presseisen (1985), düşünme becerilerini “temel işlemler, problem çözme, karar verme, eleştirel düşünme ve yaratıcı düşünme” şeklinde aşamalı olarak ele almaktadır. Ayrıca yaratıcı düşünmeyi, bireylere bilginin hazır olarak aktarıldığı ve hazır bilgilerin sürekli kendini tekrar ettiği klasik okul geleneğine tepki gösteren eleştirel pedagojinin sonuçları arasında kabul edildiği bir düşünce süreci şeklinde ifade etmiştir. Alan yazınındaki diğer tanımlara bakıldığında Runco (1996), her kişide farklı düzeylerde görülebilen ve kişide zamanla değişebilen bir yetidir. Problemlere farklı çözümler üretme yeteneğidir (Senemoğlu, 2005). Bu tanımlar ışığında yaratıcı düşünmenin bireylere değişime açık olabilmelerine, alışkanlıkların dışına çıkabilmelerine, olaylara alternatif çözümler getirebilmelerine ve olaylar arasında ilişki kurabilmelerine yardımcı olduğunu söyleyebiliriz. Bolen ve Torrance (1978) araştırmalarında yaratıcı düşünen bireylerde üç temel yordayıcı olarak özgür düşünme, değişime açık olma ve hayal gücünün olması gerektiğini saptamışlardır. Araştırmacılar yaptıkları çalışmada özgür düşünmeyi her koşulda düşüncelerini gerekçeli bir şekilde ifade edebileceklerini açıklamışlardır. Bireylerdeki hayal gücünün gelişmiş olmasını da problemlere alternatif çözümler üretmede yardımcı olacağını ifade etmişlerdir. Umay (2003), öğrencilerin gerekçelendirme becerisinin gelişmesinde düşüncelerini ifade edebilmelerinin önemli rolü olduğunu söylemektedir. Çünkü öğrencilerin problem çözümlerinde karşıdakini ikna edebilecek şekilde gerekçeler yapmasında edinmiş oldukları farklı düşünme türlerinin yardımcı olabileceği söylenebilir.

**Eleştirel Düşünme:** Eleştirel düşünme ilk olarak Perry tarafından 1970'li yıllarında gelişim aracı olarak ortaya konulmuştur. Daha sonra 1980'li yıllarda Paul ve arkadaşları tarafından modelleştirilmiştir. Alan yazınında eleştirel düşünmenin birçok tanımı yapılmıştır. Eleştirel düşünme, gözlem ve bilgiye dayanarak sonuçlara ulaşma olarak tanımlanmıştır (Paul, 1988). Lipman (1988) eleştirel düşünmeyi, neye inanacağımıza ve neyi yapacağımıza dair karar verme olarak ifade etmiştir. NCEE (1988) eğitimli bir bireyin sahip olması gereken bilişsel becerileri, eleştirel düşünebilme ve etkili kararlar alabilme olarak ifade etmiştir. Eleştirel düşünebilme becerisine sahip olan bireyler birden fazla perspektif geliştirerek etkili kararlar alma, ifade edilmemiş düşüncelerin farkına varma ve açık olma, düşüncelerini gerekçelerle ifade edebilme, kanıtlanmış gerçekler ve öne sürülen iddialar arasındaki farklılığı yakalayabilme, elde edilen bilgilere ait kaynakların güvenirliklerini test edebilme gibi birtakım özelliklere sahip olan bireylerdir (Seferoğlu ve Akbıyık, 2006; Kökdemir, 2003; Özden, 2003; Argon, 2011). Eleştirel düşünme, bilinen bir şeyin nasıl yansıtıldığı ve nasıl doğrulandığını içermektedir (Kuhn, 1999). Gerekçe ise kullanılır bir bilgiyi sentezlemede ve soru sormada kullanılır (Stiff, 1999; Wilkins, 2000). Bu iki tanım incelendiğinde eleştirel düşünme gibi üst biliş becerilerin kullanıldığı düşünme türünün gerekçelendirme ile ilişkisi olabileceği düşünülmektedir. Çünkü Van Frassens'ın Neden Sorular Teorisi de öğrencilere sorular sorarak bir iddianın doğruluğunu ya da yanlışlığını ortaya koyarken ki bilişsel sürece eleştirel düşünme denilebilir. Ayrıca matematik okuryazarlığının çeşitli araştırmacılarına göre bireyin eleştirel düşünme, üretme, problem çözme, analiz yapma, gerekçelendirme, karşılaşacağı veya karşılaştığı problemlerin çözümünde matematiksel düşünme ve karar verme süreçlerini kullanma gibi özelliklere ve becerilere sahip olması gerektiği yönünde aynı fikirde oldukları görülmektedir (Tekin ve Tekin, 2004; OECD, 2006; Çolak, 2006; Özgen ve Bindak, 2008).

**Problem Çözme:** Geçmişten günümüze matematik öğretim programlarının merkezinde problemler yer almıştır, fakat problemin nasıl çözüleceğine ya da problem çözme becerisi ayrıntılı bir şekilde ele alınmamıştır (Stanic ve Kilpatrick, 1989, s. 1). Polya (1945) "Nasıl Çözmeli?" adlı problem çözmeyle alakalı çalışmasında sonuç problemleri ile kanıt problemleri arasındaki paralellikten bahsetmiştir. Polya sonuç problemlerinde "her çeşit nesneyi arayabilir, elde etmeye veya oluşturmaya çalışabilir" şeklinde ifade ederken bulmacalarda bilinmeyen bir sözcüğü, cebir problemlerinde bir sayıyı veya geometri çizim problemlerinde bir şeklin olabileceğini söylemiştir. Kanıt problemini ise açıkça ifade edilmiş bir iddianın doğru ya da yanlış olduğunu kesin bir biçimde ifade etmek olarak belirtmiştir. Sonuç problemlerinin temel matematikte, kanıt problemlerinin ise ileri matematikte daha önemli olduğunu vurgulamıştır. Soylu ve Soylu (2006) matematiksel bilgiyi anlama ve bu bilgiler arasındaki ilişkiyi oluşturmanın, problem çözme sürecinde meydana geldiğini ifade etmişlerdir. Lesher (1994) ise problem çözmenin basit işlemleri hatırlama veya iyi öğrenilmiş prosedürlerin uygulamasından daha fazlasını içerdiğini, matematik problemlerini çözme yeteneğinin çok uzun bir süre içerisinde yavaş bir biçimde geliştiğini belirtmiştir. Bu yüzden 5-8. matematik öğretim programımızda problem çözme becerisi temel amaç haline geldiğini belirtmektedir (MEB, 2015). NCTM Standartları'nda (2000), iyi problemin "öğrencilerin bulunduğu çevreden ortaya çıkan", "öğrencileri strateji geliştirmeleri ve uygulamaları için zorlayan" ve "öğrencileri yeni kavramlarla tanıştırma için ortam hazırlayan" problemler olduğunu ifade etmektedir. Rutin olmayan problemler, "iyi problem" kriterine uyduğu ve problem çözme öğretiminde önemli bir yer edindiği kaçınılmaz bir gerçektir (Yazgan ve Bintaş, 2005). Polya (1945), öğrencilere rutin problemler dışında başka tür problem çözdürmemenin "affedilemez bir hata" olduğunu, bu şekilde öğrencilerin düş güçlerini geliştiremediklerinden ve gerekçelerini ifade edemediklerini belirterek rutin olmayan problemlere verdiği önemi göstermektedir. Schoenfeld (1982), çalışmasında öğrencilere rutin olmayan problemlerle gerekçe üretmeye başladıklarını ifade etmiştir. Alan yazınındaki bu açıklamalardan anlaşılacağı üzere "iyi bir problem" in öğrencinin gerekçelendirme becerisini geliştirmesine yardımcı olacağını söyleyebiliriz.

**Analitik Düşünme:** Problemi çözerken bilgileri ayrıştırmaya ve bu bilgileri anlamlandırmaya yarayan düşünme sistemidir (Çelik, Gürpınar, Başer ve Erdoğan, 2014). Nisbet ise analitik düşünmeyi, "nesneyi bulunduğu içeriğinden ayırma, nesneyi kategorilere ayırarak özelliklerine odaklanma eğilimini içerir ve nesnelerin davranışlarını ifade etmek ve ön görmek için kurallar kullanma tercihidir" şeklinde tanımlamıştır (akt. Basu Monga, 2004). Yani, analitik düşünmeye sahip olan bireyler nesneyi inceleme esnasında kategorilere ayrıştırma tercihinde bulunurlar (Umay ve Arıol, 2011). Dewey (2007)'e göre analitik düşünme eğiliminde olan kişi büyük bir sorunu daha basit parçalara bölüp, bu bölünmüş parçalara çözümler üreterek asıl sorunu çözmeye çalışmaktadır. Ayrıca analitik düşünen öğrencinin problemi alt problemlere ayırabilir, süreç içindeki adımları tanımlayabilir ve yapmayı varsaydığı her adımı daha rahat anlatabilir (Dewey, 2007). Dewey (2007)'in "süreç içindeki adımları tanımlayabilir" ifadesi kişinin gerekçelerini karşıdaki kişiyi ikna edebilecek şekilde açıklaması anlamına gelmektedir. Alan yazınındaki analitik düşünme tanımlarını sadece matematik için değil, matematiğin öğrenme alanlarından olan geometride ise Van Hiele (1957)'in geometrik düşünme düzeylerinde de karşımıza çıkmaktadır. Van Hiele (1957)' in geometrik düşünme düzeylerinden olan Düzey 2'nin analitik düzey olarak adlandırıldığı görülmektedir. Van Hiele ise analitik düzeyde olan öğrenci, şekilleri parçaları ve özelliklerini karşılaştırır ve açıklar (Van Hiele, 1957; Usiskin, 1982; Fidan ve Türnüklü, 2010). Ayrıca şekillerin özelliklerini analiz edebilir, özelliklerini açıklamak için uygun terminolojiyi kullanabilir. Fakat şekilleri veya şekil sınıfları arasındaki özellikleri henüz ilişkilendiremez (DeVilliers, 2003). DeVilliers (2003)'ın analitik düzeydeki birey için ifadelerine bakıldığında analitik düşünme stili ile gerekçelendirmenin ilişkileri olduğu görülmektedir.

**İletişim:** Sosyal beceriler kapsamında görülen iletişim becerileri, birbiri ile ilişkili olan empati, sözlü ve sözsüz iletişim, dinleme becerisi, doğru geri ileti verme, beden dilini kullanma gibi bir dizi beceriyi içermektedir (Özerbaş, Bulut ve Usta, 2007). Holbrink ve Enqels (1997)' in de ifade ettiği gibi matematik eğitiminde iletişim ögesi ile matematiğin kendine özgü dilinin, açıkçası terim, terminoloji, işaret ve sembollerin açık bir biçimde sözlü ve yazılı ifadelerle kullanılması amaçlanmaktadır. Bu amaçla öğrencilerin iletişim becerilerini geliştirmede matematiksel ifadeleri sözlü anlatımla, yazılı ve görsel ifadelerle ya da matematiksel model gibi farklı biçimlerle açıklamalar yapmak önemlidir (MEB, 2015). Bu yüzden öğrencilere sınıf ortamında matematiksel kuralları ezberletmek yerine kavramlar arasında anlamlı ilişkilerin kavratılması önerilmektedir (Polat, 2015). Öğrencilere sınıf ortamında matematiksel dilin doğru ve etkili bir şekilde kullanılması amaçlanmalıdır. Bu şekilde öğrenciler arasında matematiksel iletişimde kullanılan soyut sembolik ifadelerde anlam kazanır (MEB, 2015). Öğrenciler matematiksel dili doğru kullanması ile birlikte problem çözümlerini açıklarken gerekçelerini daha anlaşılır ve ikna edici bir biçimde ifade edebilirler. Alan yazınında yer alan ifadeler göz önüne alındığında iletişim becerisi ile gerekçelendirmenin ilişkisi görülebilir.

Yukarıdaki süreç becerileri öğrencinin gerekçelendirmesinde yardımcı olan becerilerdir. Öğrenme ve yenilikçi süreç becerileri alan yazınında yer alan özellikleri itibariyle öğrenciler de gerekçelendirme becerisini destekleyen ve geliştiren süreç becerileridir. Bu becerilerden yola çıkarak gerekçelendirme becerisini inceleyeceğiz.

### 2.1.1. Gerekçelendirme Becerisi

Alan yazınında gerekçelendirmenin tanımı için farklı görüşler öne çıkmaktadır. Öğrencilerin gerekçelendirme becerileri geliştirilmediği sürece matematik, öğrenciler için sadece belirli kurallar ve ne olduklarını düşünmeden, onları izlemekle gerçekleştirilen hesaplamalar ve çizimler topluluğu olarak kalır (Ross, 1998). Gardner (1993) sebepler ve gerekçelerin matematiği bir arada tutan her bir tuğlayı birbirine sımsıkı tutmasını sağlayan harç olduğuna inanarak, okuldaki matematiğin içeriğinde esas bileşen olarak gerekçelendirme becerisinin olması gerektiğini vurgulamaktadır. NCTM (1989) ise “Matematik gerekçeler bütünüdür” şeklinde ifade etmiştir. Ayrıca NCTM Standartları’nda gerekçelendirme ve ispat ile ilgili olarak belirlenen amaçlar ve bu amaçlara ulaşmak için yapılması gereken çalışmaları şu şekilde ifade etmişlerdir:

- *Gerekçelendirme ve ispatın matematiğin temel yönlerinden biri olduğunun farkına varır:* Bu amaca göre daha önceki deneyimlerinden faydalanarak, çocuklara iddialarının her zaman sebepleri olduğunu anlamalarına yardım etmek önemlidir. Bu nedenle “Niçin doğru olduğunu düşünüyorsun?” veya “Cevabın farklı olduğunu düşünen var mı?” gibi sorular ifadelerin kanıtlarla desteklenmesi veya reddedilmesi gerektiğini görmelerini sağlar.

- *Matematiksel tahminleri yapmak ve soruşturmak:* Tüm sınıf düzeyindeki öğrenciler, tahminler ortaya koyabilir, onları geliştirebilir ve tahminleri somut materyalleri, hesap makinesini ve diğer araçları, ilerleyen sınıflarda matematiksel sunumları ve sembolleri kullanarak test edebilirler.
- *Matematiksel tartışmaları ve ispatları geliştirmek ve değerlendirmek:* Çocukların düşüncelerini sunmaya teşvik edildiği ve herkesin gerekçelerini sunmaları için zengin ortamlar sağlar.

Nitekim MEB (2018) tarafından belirlenen özel amaçlar arasında gerekçelendirme ile ilgili şu maddeler yer almaktadır:

- Problem çözme sürecinde kendi fikir ve akıl yürütmelerini kolaylıkla ifade edebilecek, sınıf ortamında arkadaşlarının matematiksel akıl yürütmelerindeki eksikleri ya da boşlukları görebilecektir.
- Matematiksel düşüncelerini mantık çerçevesinde ifade edebilmek için matematiksel dili doğru kullanabilecektir.
- Matematiğin anlam ve dilini kullanarak insan ve nesneler arasındaki ilişkileri ve nesnelerin birbiri ile olan ilişkileri anlamlandırabilecektir.
- Üstbilişsel bilgi ve becerilerini geliştirebilecek ve kendi öğrenme süreçlerini bilinçli bir şekilde yönetebilecektir.

Bu maddelerde belirtilen gelişimler, öğrencilerin gerekçelendirme becerilerindeki gelişimlere bağlıdır (MEB, 2018).

Geometri öğretimi kapsamında öğrencilere kazandırılması gereken temel beceriler arasında akıl yürütme ve gerekçelendirme yapabilmeleri yer almaktadır (NCTM, 1989; MEB, 2018). Birçok araştırma öğrencilerin matematikte kural ve işlemleri yapmada zorlanmadığı fakat yaptıkları işlemlerin ve matematiksel fikirlerin altında yatan anlamları bilmediklerini göstermiştir (Hadas, Hershkovittz ve Schwarz, 2000; Toluk Uçar, 2011). Genellikle öğrenciler problemlerde rutin işlemleri yapmada geometrik düşünmeyi gerektiren durumlara oranla daha az zorlanmaktadır (Kinach, 2002; Yeşildere ve Türnüklü, 2007). Benzer şekilde öğrencilerin çözümlerini ve düşünme şekillerini açıklamada da zorlandıkları birçok araştırmada ortaya konulmuştur (Karakoca, 2011). Gerekçelendirme konusunun alan yazınındaki yeri incelendiğinde farklı açılardan da ele alındığı görülmektedir (Ball, Charalambous ve Hill, 2011; Cai, 2003; Chick, 2003; Hanna, 2000a; Hanna, 2000b; Levenson, Tirosh ve Tsamir, 2006; Raman, 2002; Toluk Uçar, 2011; Türnüklü ve Yeşildere, 2007). Ancak ortak görüş gerekçelendirmenin matematiğin doğası gereği her öğrenme alanında yer aldığı yönündedir.

**Pratiğe dayalı ve matematiğe dayalı açıklamalar:** Matematiğe dayalı açıklamalar matematiğin gerektirdiği sembol, işlem ve kavramları içermekte ve akıl yürütmeye dayanmaktadır. Levenson ve arkadaşları yaptıkları araştırmalarda öğretmenlerin ve öğrencilerin daha çok pratiğe dayalı açıklamalar kullanmayı tercih ettikleri ve pratiğe dayalı açıklamalardan matematiğe dayalı açıklamalara geçişin sağlanması gerektiğinden söz etmişlerdir (Levenson, Tirosh ve Tsamir, 2006; Levenson, 2010; Levenson, Tsamir ve Tirosh, 2010).

**Açıklamaların ispatla ilişkisi:** Bir matematiksel örnek olarak "iki tek sayının çarpımı da tektir" yargısına öğrencinin ulaşabilmesi için sayıların sonsuzluğu içinde hiçbir örneği dışarıda bırakmayacak şekilde basit anlamda gerekçelendirme ya da daha üst bilişsel düşünme sistemiyle ispat yapması gerekir (Arslan, 2007). Bu nedenle matematiksel gerekçelendirme ve onun alt ve daha özelleşmiş bir kavram olarak ispat öne çıkmaktadır. Bir ispat gerçek matematiksel anlamalara dayandığında, ikna edici olduğunda ve matematikçiler tarafından onaylandığında öğrenciler ve öğretmenler için anlamlı olmaktadır. Ayrıca iyi bir ispat sadece doğruyu göstermemeli aynı zamanda "Neden?" sorusuna ikna edici cevaplar sunabilmelidir (Hanna, 2000; Arslan, 2007). Daha temel düzeyde öğrencilerin geometri ve cebir problemlerini çözerken yaptıkları açıklamalarda gerekçelendirme kullanmaları üzerine yürütülen çalışmalarda gerekçelerinin ispat ile ilişkisinin önemi vurgulanmaktadır. Ayrıca bu alanda yapılan çalışmaların da azlığından bahsedilmektedir (Akkuş, Onur ve Ertuna, 2010).

**Kavramsal ve işlemsel olma yönüyle açıklamalar:** Öğretmenlerin bir kavramı öğretmede kullandıkları öğretimsel açıklamalar ile onların pedagojik alan bilgileri arasında bir ilişki olduğu görülmektedir (Toluk Uçar, 2011). Anlama düzeyi ile ilgili yapılan kimi çalışmalarda öğretmen adaylarının matematiksel anlamalarının işlemsel düzeyde olduğunu göstermiş ve bu nedenle öğrencilerinin de açıklamalarının işlemsel düzeyde kaldığı belirtilmiştir (Kinach, 2002; Toluk Uçar, 2011). Öğrencilerine bir kavramı öğretmede kuralın nedenlerini açıklayamamaları öğretmen adaylarının geçmişte bilgileri işlemsel düzeyde öğrenmeleri ile doğrudan ilgilidir (Charalambous, Hill ve Ball, 2011).

**İkna edici gerekçe olma yönüyle açıklamalar:** Matematiksel açıklamaların niteliği ile ilgili yapılan araştırmalardan bir kısmı gerekçeler sunmanın önemi üzerinde durmaktadır. Cai (2003) Singapurlu öğrencilerin problem çözme ve problem kurmadaki matematiksel düşünmelerini incelediği araştırmasında açık uçlu problemler yardımıyla öğrencilerin sundukları gerekçeleri “tam ve ikna edici açıklama yapan”, “belirsiz ve yetersiz açıklama yapan”, “yanlış açıklama yapan” ve “hiçbir açıklama yapmayan” şeklinde kodlara ayrılmıştır. Benzer çalışmayı Yeşildere ve Türnüklü akıl yürütme ve matematiksel düşünme süreçlerini incelemişlerdir.

Bu çalışmada ortaokul öğrencilerinin bazı geometri kavramları ile ilgili gerekçelendirme becerileri araştırılmış, öğrencilerin gerekçelendirme becerileri bazı kişisel değişkenlerine göre incelenmiştir.

## 2.2. GEREKÇELENDİRME BECERİSİ ÇERÇEVESİNDE YURTDIŞINDA YAPILMIŞ ÇALIŞMALAR

McCaffrey (2016) çalışmasında gerekçelendirmenin matematiksel pratikler açısından önemli olduğunu ifade etmiştir. Ancak, matematiksel uygulamalarda öğrencileri desteklemek amacıyla ihtiyaç duyulan bilgi ve pedagojiye sahip öğretmenleri araştıran çalışmanın çok az yapıldığından bahsetmiştir. Araştırmada alınacak veriler Cebirsel Muhakeme (JAGUAR) projesi kapsamında alınmıştır. JAGUAR, 12 ortaokul matematik öğretmeni ve bir grup araştırmacının öğrencilerin gerekçelendirme becerilerini desteklemek amacıyla gereken bilgi ve pedagojiyi incelediği uzun soluklu bir araştırma ve mesleki gelişim projesidir. Yapılan çalışma üç örnek olay analizinden oluşmaktadır. Birinci örnek olay, ortaokul sınıflarındaki gerekçelendirme yeterlilikleri de dahil olmak üzere öğretmenlerin gerekçelendirme becerilerinin gelişimini incelemektedir. İkinci örnek olay, öğretmenlerin ampirik akıl yürütme yöntemi ile sınıflarındaki örneklerin kullanımı arasındaki ilişkiyi incelemektedir. Üçüncü örnek olay ise öğretmenin verdiği görevler ile öğrencilerin akıl yürütme biçimleri arasındaki ilişkiyi incelemektedir. Sonuç olarak bu çalışma grubu öğretmen bilgisinin sınıf içinde öğrencilerin gerekçede bulunduğu uygulamalarda önemli bir ilişki olduğuna varılmıştır.

Hwang (2011) çalışmasında öğretmen ve öğrencilerin matematiksel gerekçelendirme becerileri, ilköğretim öğretmen adaylarının kullandıkları düşünme ve bilgi çeşitleri ile karşılaştırmaktadır. Otuz katılımcı rastgele bir öğretmen veya öğrenci rol gruplarına ayrılmışlardır. Katılımcılar iki göreve yanıt vermişlerdir.

Bunlardan biri matematiksel yargılamayı gerektiren durumda açıklamalarda bulunma ve diğeri ise verilen iddialar için bir dizi haklı gerekçe sunmadır. Görevler gruplar arasında matematiksel olarak paraleldir. Öğretmen rol grubu, argümandaki anahtar fikirlere katılarak haklılığın açıklamasının ve iletişim becerisinin rollerine odaklanırken, öğrenci rol grubu doğrulama rolüne odaklanmaktadır. Bununla birlikte, öğretmen rolü katılımcılarının öğretmen olarak kimlikleri ile ilgili bağlamsal ve pedagojik hususlar, potansiyel hakemlik durumlarıyla ilişkilerini kısıtlamıştır. Bu çalışma, ilköğretim öğretmenlerinin öğrenci ve öğretmen rolleri doğrultusunda matematiksel açıklama durumlarını düşündükleri ve birbirleriyle ilişki kurdukları yolları karşılaştırmıştır. Öğretmen adayları öğretmen rolündeyken, öğrencilere açıklamalar yaptırılarak gerekçelendirme ve iletişim becerilerinin geliştirildiğini vurgulamışlardır. Doğrulamanın ampirik bir alıştırma olarak değerlendirilmesi için öğrenci rolü eğilimlerine karşı koyarken, bu odaklanma, öğretmen adaylarının kendi düşüncelerini ve haklı bulunulan durumlara tepki verirken kullandıkları ölçütleri incelemeleri için aday öğretmenle bir fırsat sunmaktadır. Bununla birlikte, bağlamsal ve pedagojik hususların yaratılması, öğretmen adaylarının karar alma süreçlerinde önemli rol oynayacağı fikri öne sürülmektedir. Bu bağlam açısından zengin sınıf durumlarında öğrenci rollerine girilerek gerekçelendirmeler yaptırılması ile öğretmen adaylarının bu düşünceleri açık bir şekilde incelemelerine ve uygulamalarına ve haklı gerekçelere dayanarak değerlendirmelerine yardımcı olacağının mümkün olabileceği sonucuna varılmıştır.

Küchemann ve Hoyles (2001) çalışmasında 8.sınıfa devam eden 2799 öğrencinin matematiksel gerekçelendirmelerini test etmek için açık uçlu geometri sorusu yöneltmişlerdir. Araştırmadaki soruların temel özellikleri, gerekçelendirme konusu ile ilgili olmaları, bu konu ile ilgili literatürü kapsamaları ve programda gerekçelendirmeyi içeren bütün konuları tarayacak şekilde olmalarıdır. Bu çalışmada araştırmada sorulan 9 sorudan yalnızca birine ait sonuçlar verilmiştir. Matematiksel bir varsayımın sunulmasının ardından öğrencilere bu varsayım ile ilgili dört tartışma verilerek bunlardan kendi yaklaşımlarına en yakın olan ve öğretmenlerinden en yüksek notu alabileceğini düşündükleri tartışmaları seçmeleri istenmiştir. Öğrencilerin kendilerine en yakın buldukları seçenek %40 ile *örneklerin kullanımına dayanan gerçekçi tartışma* olurken, öğretmenden en yüksek notu alacak seçenek olarak ise %50 ile kavramsal tartışma seçeneği olmuştur. Araştırma öğrencilerin kendilerine yakın buldukları tartışmalar ile öğretmenlerinden en yüksek notu alacak tartışmaları tercihleri arasında anlamlı farklılıklar olduğunu ortaya koymuştur.

Hanna (2000) çalışmasında ortaöğretim müfredatında matematiksel teori oluşturma ve ispat yapma becerilerinin azaldığını fark etmiştir. Bu azalmayı artıran üç önemli etmeni eleştirel bir şekilde incelemektedir. Bu etmenler şu şekildedir:

- Öğrencilerin ispat becerilerinin sadece orta öğretimden sonra eğitimlerine devam etmek isteyen öğrencilere öğretilmesi düşüncesi
- Tümdengelimsel kanıtın öğretilmesine gerek olmadığı bunun yerine öğrencilere sezgisel teknikler, akıl yürütme ve gerekçelendirme becerilerinin geliştirilmesinin ispat tekniklerinden daha faydalı olduğu düşüncesi
- Tümdengelimsel kanıtın, matematiksel gerekçeler biçiminde bulunulması öğrenciler açısından daha faydalı olacağı düşüncesi

Bu araştırma konuları kapsamında kanıtın matematik eğitiminde her düzeyde temel bir bileşen olarak derslerde yer alması ile birlikte hem gerekçelendirme becerisi hem de dinamik geometrik yazılımları ile uyumlu olabileceği sonucuna varılmıştır.

Yackel (2001) çalışmasında kabul edilebilir matematiksel bir açıklama ve gerekçelendirmenin sosyomatematiksel bir norm olarak sayılabileceğini belirtmiştir. Gerekçelendirme ve açıklamanın sınıfta matematiksel normu olumlu anlamda etkilediğinden bahsetmiştir. Ayrıca açıklama ve gerekçelendirme ile sembolik etkileşimin ortaya çıktığını öne sürmüştür. Sembolik etkileşim ile sınıfta öğrenciler birbirleriyle daha çok etkileşim halinde ve böylece öğrenciler birbirlerinin yaptıkları eylemleri anlamlandırmaya çalışmaktadırlar.

## 2.3. GEREKÇELENDİRME BECERİSİ ÇERÇEVESİNDE YURTİÇİNDE YAPILMIŞ ÇALIŞMALAR

Umay (2003) çalışmasında;

- Matematiksel gerekçelendirme yaklaşımların neler olduğunu,
- Bireylerin matematiksel gerekçelendirme yaklaşımlarının neye göre değiştiğini,
- Kültür farklılıklarının gerekçelendirme biçimlerinin değişmesinde etken olup olmadığı ve

- Bireylerin belli bir muhakeme '*stil*'inin mevcut olup olmadığı sorularına yanıt aramıştır.

Bu araştırmada ilköğretim matematik öğretmenliğine devam eden 35 öğretmen adayına iki açık uçlu soru sorulmuştur ve verilen cevaplar incelenmiştir. Çalışmada gerekçelendirme becerisinin cinsiyete göre değişmediği fakat kültür farklılıklarının gerekçelendirme becerisini değiştirebileceği tespit edilmiştir. Sonuç olarak matematiğin sadece hesaplama becerilerini geliştirmek olmadığı öğrencilere bu derste gerekçelendirme becerisinin verilmesi gerektiğini vurgulamaktadır. Ayrıca sınıf içerisinde matematiksel gerekçelendirme yaptırılarak öğrencilerin fikirlerini rahatça savunabilecekleri sınıf ortamı geliştirilebileceği sonucu çıkarılmıştır. Çalışmada, matematiğin genel olarak gerekçelendirme becerisini kullanmayı gerektirdiği, dolayısıyla matematik eğitiminde öğrencide gerekçelendirme becerisinin geliştirilmesinin önemli olduğu vurgulanmıştır (Umay, 2003).

Arslan'ın (2007) çalışmasında ilköğretim 6, 7 ve 8.sınıf öğrencilerinin muhakeme etme ve ispatlama düşüncesinin gelişimi incelenmiştir. Araştırmasında Bursa ili merkez ilçelerinde bulunan rastgele seçilmiş 7 ilköğretim okulunda okuyan 679 öğrenci ile 2005-2006 öğretim yılının ikinci yarıyıl döneminde çalışılmıştır. Araştırmada öğrencilerin ispat düzeylerinin belirlenmesi için bir kısmı nicel ve açıklamalarının altındaki nedenlerin incelenmesi kısmı nitel olarak yapılmıştır. Veri toplama aracı 5 sorudan oluşmaktadır. Ayrıca nitel boyutunu gerçekleştirmek için seçilmiş 36 öğrenciyle özel görüşmelerde bulunulmuştur. Çalışmada genel olarak öğrencilerin gerekçelendirme düzeylerinin düşük olduğu görülmüş ve öğrencilerin bu süreçte kullanmaları gereken stratejilerden yeterli düzeyde kullanamadıkları tespit edilmiştir. Sonuç olarak öğrencilerin ispat türlerinin sınıf seviyeleri ile birlikte belli oranda değiştiği görülmüştür.

Çalışmalarında öğrencilerin matematiksel düşünme ve akıl yürütme süreçlerini araştıran Yeşildere ve Türnüklü (2007), dokuzuncu sınıfta öğrenim gören 262 katılımcıya 10 tane açık uçlu sorudan oluşmuş veri toplama aracını uygulamışlardır. Öğrencilerin verdikleri yanıtlar nitel ve nicel olarak analiz edilmiştir. Öğrencilerin açık uçlu sorulara verdikleri yanıtlar cevabın doğruluğu, çözümün açıklanması ve çözümün gösterimi bağlamında incelenmiştir. Araştırma bulguları katılımcıların geometrik şekilleri birbirine karıştırdıklarını, bilgilerin doğrudan kullanılarak çözümün istendiği problemlerde akıl yürütme gerektiren problemlere oranla daha başarılı olduklarını göstermişlerdir. Hatta öğrencilerin problem çözmede, matematiksel bilgileri arasında ilişkilendirmeler yapma da sorun yaşadıkları görülmektedir. Bu sorunun sebebi olarak da öğrenciler akıl yürütürken öznel görüşlerine dayandıramamaları, gerekçelendirememeleri ve düşüncelerini kanıtlar sunarak ifade edememeleri ile ilişkili olduğu öne sürülmüştür.

Toluk Uçar (2011) çalışmasında öğretmen adaylarının matematiksel durumlara verdikleri öğretimsel açıklamalarını incelemiştir. Çalışmada aday öğretmenlerin açıklamaları ve matematik bilgileri arasındaki ilişkiyi araştırmıştır. 46 matematik ve 37 sınıf öğretmen adayına altı uçlu sorudan oluşan iki test uygulanarak veriler elde edilmiştir. Açık uçlu sorular ile öğretmen adaylarının matematikteki bazı konuları öğrencilere nasıl açıklama yaparak anlatacaklarını ifade etmeleri istenmiştir. Toplanan verilerin analizinde katılımcıların açıklamalarını kavramsal ve işlevsel açıdan ele alan "Anlama Düzeyi Çerçevesi" kullanılmıştır. Araştırmanın bulguları sınıf ve matematik öğretmen adaylarının matematik bilgilerinin yeterli düzeyde olmadığını, matematiksel anlamalarının genel olarak işlemsel düzeyde olduğunu ve buna bağlı olarak da öğretmen adaylarının öğretimsel açıklamalarının işlemsel düzeyde bulunduğu ortaya konulmuştur. Ayrıca öğretmen adayları iyi bir öğretimsel açıklama olarak matematiksel durumlarda kural vermenin yeterli olduğunu ifade etmişlerdir. Bir diğer bulguya göre, öğretmen adayları kuralların altında yatan matematiksel anlamların pek öneminin olmadığına inanmakta ve açıklamalarında zaman zaman biçimsel hilelere başvurmaktadırlar.

Alan yazınında ortaya konulan bir başka çalışmada (Dokur, 2013), ilköğretim matematik programına kayıtlı olan 139 birinci sınıf öğrencisi ile yürütülmüş olup, iki farklı öğretim üyesi tarafından yürüten geometri dersinde kullanılan öğretim tekniklerinin gerekçelendirme becerisini nasıl etkileyeceği araştırılmıştır. Bu öğretim tekniklerinden biri Geometrik yazılımla yapılan öğretimdir, diğeri ise somut materyal ile yapılan öğretimdir. Çalışmada yarı deneysel yöntem kullanılmıştır. Ayrıca ön ve son testlerden elde edilen veriler nitel ve nicel olarak analiz edilmiştir. Somut Materyal ile geometrik yazılım olan Geometer's Sketchpad destekli eğitimler 10 hafta sürmüş ve bu eğitimlerde öğrencilerin geometrik düşünmelerini geliştirecek etkinlikler düzenlenmiştir. Çalışmaların verileri öğrencilerin aldıkları eğitimlerden önce ve sonra yapılan geometri başarı testinden elde edilmiştir. Katılımcıların açık uçlu geometri problemlerine yaptıkları açıklamaların eğitimler sonrası değişip değişmediği ve eğitimlerle gruplar arası açıklamalar arasında fark olup olmadığı araştırılmıştır. Araştırmadan alınan veriler nitel analiz edildiğinde öğrencilerin soruların çözümlerini gerekçelerle ifade etmekte zorluk yaşadıklarını ve eğitimler sonunda farklı öğretim yöntemleriyle ders işlenmesi neticesinde öğrencilerin tam ve ikna edici gerekçelendirmede ve başarılarında artış olduğunu ifade etmiştir. Nicel analizler sonucu farklı öğretim yöntemi şekliyle öğrenim gören öğrencilerin açıklamaları arasında istatistiksel olarak anlamlı bir farklılık bulunmamıştır. Ayrıca her iki grupta bulunan öğrencilerin gerekçelendirme becerilerinde, genellemeler yapmada ve matematiksel ikna edici ifadeler oluşturmada ilerleme kaydettikleri sonucuna da varılmıştır.

Polat (2015) ise çalışmasında öğretmenler tarafından sıkça kullanılan okul kitaplarının gerekçelendirme gerektiren görevler açısından niteliğini araştırmaktadır. Diğer çalışmalardan farklı olarak öğrencilerin gerekçelendirme becerilerinin düzeylerini ölçmek yerine onların en fazla kullandığı materyalin içeriğinde bulunan görevlerin açıklama ve gerekçelendirme niteliklerini ortaya çıkarmaktadır. Milli Eğitim Bakanlığı tarafından 7.sınıflarda matematik öğretiminde kullanılan 2 kitap dizisi ele alınmaktadır. Araştırmada kitapların içerdiği görevler bulundukları bölüme ve öğrenme alanlarına göre çözümlü, çözümsüz ve etkinliklerde yer alan görevler olarak gruplara ayrılmıştır. Görevleri bilişsel eylem düzeylerine göre açıklama ve gerekçelendirme gerektiren görevler olarak belirlenmiştir. Araştırmanın sonucu olarak ders kitaplarımızda açıklama ve gerekçelendirme gerektiren görevlerin çok fazla yer almadığını ifade etmektedir. Öğrencilerde yüksek düzeyde anlamlı öğrenmelerin sağlanması için açıklama ve gerekçelendirme gerektiren görevlerin fazla şekilde yer alması gerektiği sonucuna varmıştır.

İlköğretim matematik öğretmen adayları üzerinde yürütülen bir diğer çalışmada (Akkan, Öztürk ve Akkan, 2017) katılımcıların örüntü problemleri ile ilgili genelleme stratejileri altında yatan gerekçelendirmelerin keşfedilmesi ve genelleme ile gerekçelendirme arasındaki ilişkiler belirlenmiştir. Çalışma, Doğu Karadeniz Bölgesindeki bir üniversitenin ilköğretim matematik öğretmenliği programında öğrenim gören 4.sınıf öğretmen adaylarıyla yürütülmüştür. Veri toplama araçları hem literatür hem de öğretim üyesi desteği ile hazırlanan ve farklı çözüm stratejilerinin ve gerekçelendirme çeşitlerinin üretilebildiği lineer ve kuadratik örüntü problemleridir. Mülakatlar sonucu elde edilen veriler araştırmanın kavramsal çerçevesi dahilinde betimsel analiz tekniği kullanılarak çözümlenmiştir. Elde edilen sonuçlara göre katılımcıların çoğunun gerekçelendirmelerini sayısal kontrol yoluyla doğrulama ile yaptıkları, bununla birlikte gerekçelendirmelerini açıklama ve dışsal bilgi kaynağı yoluyla yapanların da belirlendiği rapor edilmiştir.

# BÖLÜM III

# YÖNTEM

Bu bölümde araştırmanın modeli, veri toplama teknikleri, verilerin analizi ve analizlerin güvenirlik ve geçerlilikleri ele alınmıştır.

## 3.1. ARAŞTIRMA MODELİ

Ortaokul 7.sınıf öğrencilerinin matematiksel gerekçelendirme becerilerinin incelendiği bu çalışmada genel "tarama modeli" esas alınmıştır. Bilindiği gibi tarama modelli araştırmalarda geçmiş veya halen mevcut olan bir olgu, var olduğu haliyle betimlenir. Bu modelde araştırmaya konu olan durum, birey veya nesneler kendi koşullarında ve olduğu gibi tanımlanır; araştırmacının tüm bu etmenleri herhangi bir şekilde değiştirme ve/veya etkileme çabası olmamaktadır (İslamoğlu, 2014, s. 85). Genel tarama modelinde evren hakkında bir hüküm verebilmek için bütün evren veya ondan alınacak bir grup üzerinde çalışma yapılır (Yıldırım ve Şimşek, 2003). Bu modelde araştırmaya konu olan her neyse onları değiştirme ve etkileme çabası yoktur. Bilinmek istenen açık şekilde anlatılmaktadır. Bu modelin amacı ise anlatılmak istenen bilgiyi doğru bir şekilde gözlemleyip belirleyebilmektir. Tarama modelinde asıl amaç gözlenen verileri değiştirmeden gözlemektir (Karasar, 1984).

Bu tez çalışmasında öğrencilerin gerekçelendirme becerileri, sorulara verdikleri cevaplar aracılığıyla yazılı olarak belirlenmiştir. Bu çalışmada dört farklı okulda öğrenim gören öğrencilere aynı zaman periyodunda ve aynı veri toplama aracı ile bir defa veri toplandığından betimsel tarama modelinin kesit alma yaklaşımı kullanılmıştır.

## 3.2. ÇALIŞMA GRUBU

Araştırmanın çalışma grubunu Gaziantep'in gelir düzeyi farklı bölgelerinden seçilen devlet okullarından 4'ü oluşturmaktadır. Seçilen ortaokulların 7.sınıflarından rastgele seçilen 2'şer şube belirlenmiş ve bu şubelerde öğrenim gören öğrenciler çalışma grubuna alınmıştır. Söz konusu şubelerde bulunan öğrenciler araştırmanın amacı hakkında kısaca bilgilendirilmiş ve veri toplama aracını gönüllü olarak cevaplamak isteyenlerden veriler toplanmıştır. Çalışma grubunun okullara göre ve cinsiyetlerine göre dağılımı aşağıda verilmiştir;

A ortaokulunun 7.sınıflarında rastgele seçilen 2 şubedeki (7/I ve 7/C) toplam 70 öğrenci çalışma grubuna dahil edilmiştir. 7/I şubesinden 17'si erkek, 20'si kız olmak üzere toplam 37 öğrenci; 7/C şubesinden ise 20'si erkek, 12'si kız ve cinsiyetini belirtmeyen 1 öğrenci olmak üzere 33 öğrenci ile çalışılmıştır.

B ortaokulunun 7.sınıflarında rastgele seçilen 2 şubedeki (7/C ve 7/E) toplam 72 öğrenci çalışma grubuna dahil edilmiştir. 7/C şubesinden 12'si erkek, 22'si kız olmak üzere toplam 34 öğrenci; 7/E şubesinden ise 20'si erkek, 18'i kız öğrenci olmak üzere 38 öğrenci ile çalışılmıştır.

C ortaokulunun 7.sınıflarında rastgele seçilen 2 şubedeki (7/F ve 7/D) toplam 62 öğrenci çalışma grubuna dâhil edilmiştir. 7/F şubesinden 13'ü erkek, 16'sı kız ve cinsiyetini belirtmeyen 3 öğrenci olmak üzere toplam 34 öğrenci ile çalışılmıştır; 7/D şubesinden ise 17'si erkek, 13'ü kız öğrenci olmak üzere 31 öğrenci ile çalışılmıştır.

D ortaokulunun 7.sınıflarından rastgele seçilen 2 şubedeki (7/D ve 7/A) toplam 54 öğrenci çalışma grubuna dâhil edilmiştir. 7/D şubesinden 16'sı erkek, 11'i kız olmak üzere toplam 27 öğrenci;7/A şubesinden ise 13'ü erkek, 14'ü kız olmak üzere toplam 27 öğrenci ile çalışılmıştır.

Yukarıda okullara göre seçilen öğrenci sayılarına ilişkin bilgilere yer verilmiştir. Mevcut durumu özetlemek amacıyla aşağıda yer alan Tablo 3.1.'de okullara göre öğrenci dağılımları gösterilmiştir.

Tablo 3.1.

*Çalışma grubunda yer alan öğrencilerin okul ve cinsiyetlerine göre dağılımı*

| Okul /Cinsiyet | Kız | Erkek | Toplam |
|---|---|---|---|
| A ortaokulu | 32 | 37 | 69* |
| B ortaokulu | 41 | 31 | 72 |
| C ortaokulu | 29 | 30 | 59* |
| D ortaokulu | 25 | 29 | 54 |
| **Toplam** | **127** | **127** | **254** |

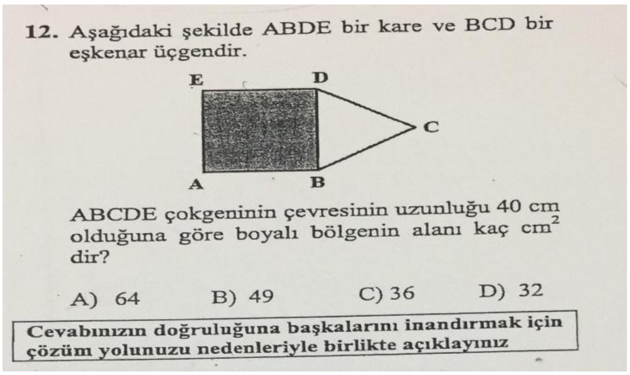
*1: A ortaokulunda cinsiyetini belirtmeyen öğrenci sayısı
*3: C ortaokulunda cinsiyetini belirtmeyen öğrenci sayısı

Tablo 3.1’de de görüldüğü üzere 4 farklı okulun 7.sınıfında okuyan toplam 254 öğrenci araştırmanın çalışma grubunu oluşturmaktadır.

### 3.3. VERİ TOPLAMA ARACI

Çalışmada veri toplama aracı olarak bir araştırma projesi (TUBİTAK proje no: 115K432) bağlamında geliştirilmiş bulunan “*7. Sınıf Geometri Öğrenci Bilgi Testi*” kullanılmıştır. Veri toplama aracı iki kısımdan oluşmaktadır. İlki çoktan seçmeli 10 sorudan oluşan başarı testi, ikincisi ise öğrencilerin gerekçelendirme becerilerinin incelendiği açık uçlu 4 matematik sorusudur. Açık uçlu sorular öğrencilerin gerekçelendirme becerisini ve çoktan seçmeli sorular da öğrencilerin akademik başarılarını ölçmeyi amaçlamaktadır (bknz: Ek1). Öğrencilerin ders kitaplarının incelenmesi ve matematik öğretmenleriyle yapılan görüşmeler sonucunda “*7. Sınıf Geometri Öğrenci Bilgi Testi*” de yer alan soruların öğrencinin uygun olduğuna karar verilmiştir.

7.sınıf öğrencilerinin gerekçelendirme becerilerinin düzeylerinin belirlenmesi amacıyla aşağıda yer alan problemler proje kapsamındaki uzmanlar tarafından oluşturulmuştur. Yapılan değerlendirmede problemlerin 5-8.sınıf matematik programına uygunluğuna dair karar verildikten sonra pilot çalışma olarak 7.sınıf öğrencilerine uygulanmıştır. Pilot çalışma, rastgele seçilmiş bir ortaokulun rastgele seçilen 38 kişilik bir 7.sınıf şubesinin öğrencileri ile gerçekleştirilmiştir. Pilot çalışma sonucunda sorulardan ya da uygulamadan kaynaklı bir problem çıkmamıştır. Bu şekilde gerçekleştirilen pilot çalışma sonunda veri toplama aracına son hal verilmiştir. Veri toplama aracında yer alan problemler, geometriksel olarak öğrencinin muhakeme yapabilmesi ve farklı düşünme yollarının da incelenmesine olanak sağlamaktadır. Öğretmenlerin sınıfa, uygulamanın bir ders saati süreceği dışında başka bir şey söylemesi gerekmemektedir. Ayrıca çalışma için de pilot çalışma sonunda 1 ders saatinin yeterli olduğu görülmüştür. Her bir sorunun içeriği ve hangi amaçla sorulduğuna dair bilgiler aşağıda yer almaktadır.



12. Aşağıdaki şekilde ABDE bir kare ve BCD bir eşkenar üçgendir.



ABCDE çokgeninin çevresinin uzunluğu 40 cm olduğuna göre boyalı bölgenin alanı kaç $cm^2$ dir?

A) 64 B) 49 C) 36 D) 32

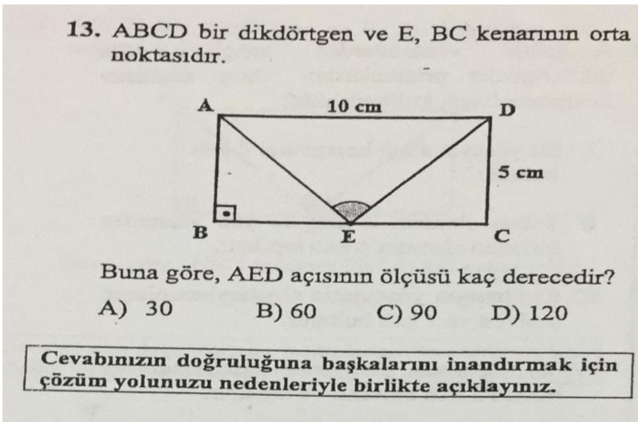
**Cevabınızın doğruluğuna başkalarını inandırmak için çözüm yolunuzu nedenleriyle birlikte açıklayınız**

Şekil 1. Kare problemi

Şekil 1'de yer alan kare probleminde öğrencilere kare ve eşkenar üçgenden oluşturulmuş çevresi verilmiş ve karenin alanı sorulmuştur. Bu problemi çözmek için öğrenciler;

- Kare ve eşkenar üçgenin tüm kenarlarının eşit olduğunu,
- Karenin alanını ve karenin alanı ile çevresi arasındaki farkı da iyi bir şekilde bilmelidirler.

Ayrıca öğrenci 6.sınıfta alan kavramını da öğrenmektedir. Bu problemde öğrenciden problemin tüm aşamalarını matematiksel dille gerekçelendirmesi istenilmektedir. Vardıkları sonuca gidiş yollarıyla ilgili açıklama yapmaları istenmektedir. Bu problemi çözmek ve açıklama yapmak için öğrenciler sayısal veya resim/görsel temsiller kullanabilir.



13. ABCD bir dikdörtgen ve E, BC kenarının orta noktasıdır.



Buna göre, AED açısının ölçüsü kaç derecedir?

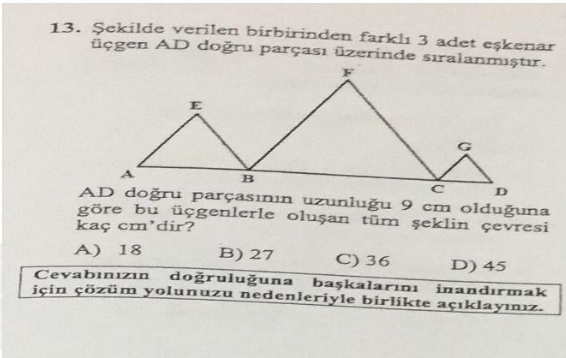
A) 30 B) 60 C) 90 D) 120

**Cevabınızın doğruluğuna başkalarını inandırmak için çözüm yolunuzu nedenleriyle birlikte açıklayınız.**

Şekil 2. Açı problemi

Şekil 2'de açı probleminde öğrencilere bir dikdörtgenin iki köşesinden çıkan doğru parçalarının $|BC|$ kenarının orta noktası olacak şekilde birleştirilmiş ve $\widehat{AED}$

açısı oluşturulmuştur. Bu problemde öğrencilerden $\widehat{AED}$ açısının bulunması istenmektedir. Bu problemi çözmek için öğrenciler orta nokta kavramı bilmelidir. Orta nokta kavramının ne olduğu öğrenciler tarafından sınıfta yeterince bilinen bir durum olmadığından doğru bir çözüm esnek ve geri alınabilir bir uygulama gerektirir. Ayrıca öğrenciler problem çözmek için değişik çözüm strateji ve farklı temsilleri de kullanabilir. Burada öğrencilerin vardıkları sonuca gidiş yollarıyla ilgili açıklama yapmaları istenmektedir.


13. Şekilde verilen birbirinden farklı 3 adet eşkenar üçgen AD doğru parçası üzerinde sıralanmıştır.



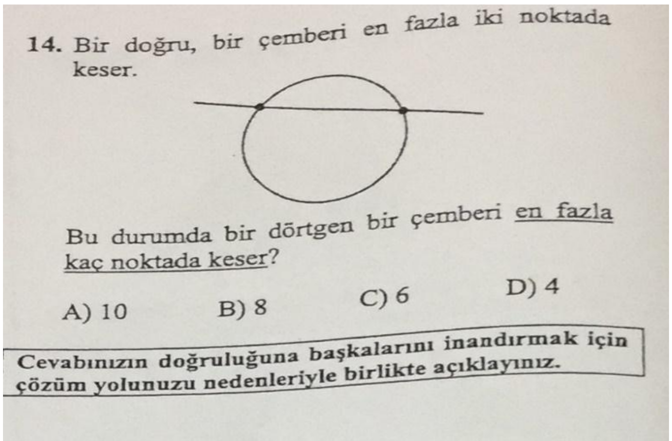
AD doğru parçasının uzunluğu 9 cm olduğuna göre bu üçgenlerle oluşan tüm şeklin çevresi kaç cm'dir?

A) 18 B) 27 C) 36 D) 45

Cevabınızın doğruluğuna başkalarını inandırmak için çözüm yolunuzu nedenleriyle birlikte açıklayınız.

Şekil 3. Üçgen problemi

Şekil 3'te yer alan üçgen probleminde öğrencilere eş olmayan üç eşkenar üçgen ve AD doğru parçasının uzunluğu verilmiştir. Tam ve ikna edici gerekçelendirme de bulunmak için öğrenciler 3 eş olmayan üçgenin kenarlar toplamının 9 olduğunu görmeleri ya da AD doğru parçasının uzunluğunu $|AB|, |BC|\ ve\ |CD|$ eşit uzunlukta olmayacak şekilde paylaştırılmayı tahmin etmesi beklenmektedir. Problem de öğrencilerin nasıl cevapladıklarını açıklayarak bu değişkenleri etkili bir şekilde soruya yansıtmaları beklenmektedir. Bu problem öğrencilerin genelleme yeteneklerini de incelemektedir. Ayrıca öğrenci açıklama yaparken sayısal veya resim/görsel temsiller kullanabilir.




Şekil 4. Çember problemi

Şekil 4'te yer alan çember probleminde öğrencilere "bir doğru, bir çemberi en fazla iki noktada keser" şeklinde tanım verilmiştir. Bu problemde öğrenci "Dörtgen oluşturmak için kaç tane doğru gerekir?" sorusuna cevap vermesi beklenmektedir. Öğrencinin tam ve ikna edici gerekçelendirme yapabilmesi için bir çemberin üzerine dörtgen çizip, bu dörtgenin çemberi kaç tane noktayı kestiğini görsel bir şekilde ifade etmesi beklenmektedir. Bunun için öğrenciler, resim/görsel temsiller kullanabilir ya da yaptığı aşamaları matematiksel dili kullanarak açıklama yapabilir.

Uygulanan başarı testinde öğrencilerden yalnızca doğru cevapları bulmaları değil aynı zamanda çözümlerini açıklamaları istenmektedir. Bu problemler çoklu çözüm stratejilerine ve gösterimlere sahip olduğundan dolayı öğrencilerin düşünme, iletişim ve akıl yürütme değerlendirmeleri açısından çoktan seçmeli problemlerden daha çok avantajlıdır.

### 3.4. VERİ TOPLAMA SÜRECİ

Veri toplama aracının uygulandığı okullardaki sınıfın kendi matematik öğretmenleri tarafından matematik dersinde uygulanmıştır. Uygulamadan önce matematik öğretmenlerine ayrıntılı açıklamalarda bulunulmuştur. Öğretmenlere yapılan açıklamaların bir kısmı şu şekildedir:

- Öğrencilerin kendi düşünüş şekillerini ifade etmeleri gerekmektedir.
- Öğrencilerden buldukları cevabı nasıl bulduğunu resim/görsel temsillerle göstermeleri ya da karşıdakini ikna edebilecek şekilde açıklamada bulunmaları gerekmektedir.
- Cevaplarda bulundukları açıklamaları veya resim/görsel temsillerini başka bir kişinin düşüncelerini anlayabileceği şekilde açık ve net olmalıdır."

Ayrıca başarı testindeki tüm gerekçelendirme sorularının altında "*Cevabınızın doğruluğuna başkalarına inandırmak için çözüm yolunuzu nedenleriyle birlikte açıklayınız."* şeklinde bir yönerge bulunmaktadır. Öğretmenler, öğrencilere bir ders saati verilmiştir. Her bir okulda aynı aşamalar takip edilerek veriler toplanmıştır.

## 3.5. VERİ ANALİZ YÖNTEMİ

Miles ve Huberman (1994) verilerin betimsel analiz sürecini üç bölümde incelemektedir: "verinin işlenmesi", "verinin görsel hale getirilmesi" ve "sonuç çıkarma ve teyit etme". Verilerin işlenmesi aşamasında araştırmacı, verileri teorik çerçeveye göre inceler ve kodlar. Veriyi kodlarken araştırma problemine göre önemli olan kavramları ve temaları kullanır. Bu şekilde veri özetlenmiş ve önemli olanları seçilmiş olur. Daha sade ve araştırma problemiyle uyumlu hale gelen veri seti, ikinci aşamada çeşitli grafikler, tablolar ve şekiller yoluyla görsel hale getirilir. Miles ve Huberman (1994)'a göre verinin görsel hale getirilmesi, gerek ortaya çıkan kavramların ve temaların birbirleriyle ilişkilerinin belirgin hale getirilmesi, gerekse bu kavram, tema ve ilişkilerden yola çıkarak bazı sonuçlara ulaşılması yönünden büyük önem taşır. Son aşamada ise ortaya çıkan kavramlar, temalar ve ilişkiler yorumlanır, karşılaştırılır ve teyit edilir. Bu çalışmada da nitel analizler için betimsel analiz yöntemi kullanılmıştır. Betimsel analiz yöntemine göre, elde edilen veriler, daha önceden belirlenen temalara göre özetlenir ve yorumlanır. Betimsel analizde amaç, elde edilen bulguları düzenlenmiş ve yorumlanmış bir biçimde okuyucuya sunmaktır. Bu amaçla elde edilen veriler, önce sistematik ve açık bir biçimde betimlenir. Daha sonra yapılan bu betimlemeler açıklanır ve yorumlanır, neden-sonuç ilişkileri irdelenir ve birtakım sonuçlara ulaşılır. Ortaya çıkan temaların ilişkilendirilmesi, anlamlandırılması ve ileriye dönük tahminlerde bulunulması da araştırmacının yapacağı yorumların boyutları arasında yer alabilir (Yıldırım ve Şimşek, 2006). Nitel analizler bağlamında veri toplama aracındaki her bir açık uçlu sorunun çözümleri farklı açılardan incelenmiştir. Cai'nin (2003) tarafından gerekçelendirme becerilerinin incelenmesi için oluşturulan kodlar doğrultusunda gerçekleştirilmiştir. Bu kodlar; tam ve ikna edici gerekçelendirme, eksik gerekçelendirme, yanlış gerekçelendirme ve hiçbir gerekçelendirme yok. Öğrencilerin cevaplarının bu kodlara göre nasıl analiz edileceği aşağıda yer alan Tablo 2'de ifade edilmektedir.

Nicel analizler çerçevesinde ise nitel analizlerden elde edilen veriler ve veri toplama aracındaki çoktan seçmeli 10 adet soru ise katılımcıların verdikleri cevaplar SPSS programından yararlanılmıştır. Nitel analizler bağlamında açık uçlu 4 adet gerekçelendirme sorusu, aşağıda yer alan Tablo 2'de görüldüğü gibi gerekçelendirme becerisi dört kod içerisinde ele alınmaktadır. Bu kodlar sırasıyla; tam ve ikna edici gerekçelendirme (3), eksik gerekçelendirme (2), yanlış gerekçelendirme (1) ve hiçbir gerekçelendirme (0) yoktur şeklinde kodlanmıştır. Bu çerçevede açık uçlu sorulara verilen cevaplar nitel ve nicel veri haline dönüştürülüp analiz edilmiştir. Veri toplama aracındaki çoktan seçmeli 10 adet soru ise katılımcıların verdikleri cevaplar doğru (1), yanlış (0), boş (0) şeklinde kodlanmıştır. Bu şekilde her bir öğrencinin 10 puan üzerinden akademik başarı puanı hesaplanmıştır. Elde edilen veriler SPSS programına yüklenmiştir.

Tablo 3.2.

*Veri toplama aracındaki açık uçlu soruların analizinde kullanılan yöntemler*

| **Kodlar** | **Tanım** |
|---|---|
| **Tam ve İkna Edici Gerekçelendirme** | Soruyu doğru olarak çözümünü doğru matematiksel gerekçelerle destekleyen yanıtlar bu kodda değerlendirilecektir. |
| **Eksik Gerekçelendirme** | Sorunun doğru veya kısmen doğru çözülmesine rağmen belirsiz ifadelerin yer aldığı matematiksel gerekçelere yeterli sembol ve gösterimlere yer verilmemiş yanıtlar kodda değerlendirilecektir. |
| **Yanlış Gerekçelendirme** | Sorunun yanlış çözüldüğü, işlem hatası veya kavramsal yanlışların yapıldığı, soruda istenene çözüm olamayan ilgisiz ifade ve açıklamalar bu kodda değerlendirilecektir. |
| **Hiçbir Gerekçelendirme Yok** | Soruda üzerinde hiçbir matematiksel gösterim ve ifadenin yer almadığı çizimler, yapılan sorunun cevapsız bırakıldığı durumlar bu kodda değerlendirilecektir. |

Analiz sürecinin güçlü yanlarından biri de kodlayıcı güvenirliğidir. Bu kapsamda uygulanan başarı testinin analizlerinde belirlenecek kodların ne düzeyde güvenilir olduğunu belirlemek için iki farklı araştırmacıya gerekçelendirme becerisini ölçmek için kullanılan çerçeveyle birlikte rastgele seçilmiş 18'er tane kâğıt verilmiştir. İki araştırmacı bu kağıtlardaki çözümleri birbirinden bağımsız olarak Cai'nin (2003) araştırmasında verdiği çerçeveyi temel alarak kodlamaları istenmiştir. Araştırmacıların kodlamaları ile matematik eğitimi alan uzmanının kodlamaları karşılaştırılarak kodlayıcı uyumuna bakılmıştır. Puanlama güvenirliği için rastgele 18 öğrenciye ait cevap kağıtları iki araştırmacı tarafından güvenirliği ölçülmüştür. Puanlayıcılar arası güvenirlik Kappa istatistiğiyle belirlenmiştir. Kappa istatistiğinin kullanılmasının sebebi değerlendiriciler arasındaki anlaşmayı ölçmektir. Cohen's Kappa katsayısı iki değerlendirici arasında uyumun bir ölçüsüdür. Değerlendiricilerin verdikleri yargılar kategorik olmalıdır. $K>0,4$ iyi uyumun göstergesidir. Değerlendiriciler arasındaki Kappa istatistiği gerekçelendirme becerisini ölçen soruların Kappa katsayısı sg1 için $K=1,000$, sg2 için $K=0,811$, sg3 için $K=1,000$, sg4 için $K=0,851$'dir. Tüm bu değerler 0,4'ten büyük olduğu için Kappa istatistiği puanlama güvenirliliğinin yeterince yüksek olduğu söylenebilir (McHugh, 2012).

### 3.5.1. Başarı Testinin Güvenirliliği (Madde Analizi)

7.sınıf başarı testi için soruların ayırt edicilikleri hesaplanmıştır. Ayırt edicilik için öğrenciler 10 soruluk Geometri Bilgi Testi'nden aldıkları toplam puana göre yüksekten düşüğe doğru sıralanmış, %27'lik üst ve alt gruplar belirlenmiştir. Üst ve alt gruplar belirlendikten sonra üst ve alt gruplardaki uç noktalarda bulunan toplam 4 veri çıkartılmıştır. Öğrenci sayısı $n=254$ olduğundan üst ve alt gruplar 68'er kişiden oluşmuştur. 7.sınıf başarı testinde bulunan her bir soru için üst grup ile alt grup arasında ortalama puanlar arasındaki fark bağımsız gruplar t- testi ile incelenmiştir. Bilindiği gibi ayırt edici bir soru için üst grup lehine anlamlı fark çıkması beklenmektedir. Bu şekilde üst ile alt grup ortalamaları arasındaki farklar tüm sorular için incelenmiş ve sonuçlar tabloda özetlenmiştir.

Tablo 3.3.

*Madde ayırt edicilik gücünün bir ölçüsü olarak üst ile alt grup puan ortalamalarının karşılaştırılması*

| | Üst grup (n=68) ort±ss | Alt grup (n=68) ort±ss | t –test istatistiği | p-değeri |
|---|---|---|---|---|
| S1 | ,71±,46 | ,21±,41 | 6,71 | ,000 |
| S2 | ,53±,50 | ,16±,37 | 4,85 | ,000 |
| S3 | ,19±,40 | ,06±,24 | 2,36 | ,020 |
| S4 | ,74±,45 | ,04±,21 | 11,63 | ,000 |
| S5 | ,49±,50 | ,10±,31 | 5,35 | ,000 |
| S6 | ,77±,43 | ,07±,26 | 11,36 | ,000 |
| S7 | ,21±,41 | ,03±,17 | 3,30 | ,001 |
| S8 | ,74±,44 | ,25±,44 | 6,43 | ,000 |
| S9 | ,53±,50 | ,29±,46 | 2,85 | ,005 |
| S10 | ,52±,50 | ,19±,40 | 4,16 | ,000 |

Tablo 3'te (üstte) görüldüğü gibi üst grup – alt grup farkı 3.soru için $p<0,05$ düzeyinde ve diğer tüm sorular için $p<0,01$ düzeyinde anlamlıdır. Bütün sorular için üst grup lehine istatistiksel olarak anlamlı farklar elde edildiğinden bütün soruların ayırt edici olduğuna karar verilmiştir.

Tablo 3.4

*7.sınıf gerekçelendirme sorularına ait ayırt edicilik sonuçları*

| | Üst grup (n=68) ort±ss | Alt grup (n=68) ort±ss | t –test istatistiği | p-değeri |
|---|---|---|---|---|
| Kare Problemi | 1,68±,72 | ,53±,53 | 10,78 | ,000 |
| Açı Problemi | 1,41±,58 | ,73±,51 | 7,34 | ,000 |
| Üçgen Problemi | 1,78±,70 | ,51±,53 | 11,99 | ,000 |
| Daire Problemi | 1,35±,56 | ,54±,56 | 8,47 | ,000 |

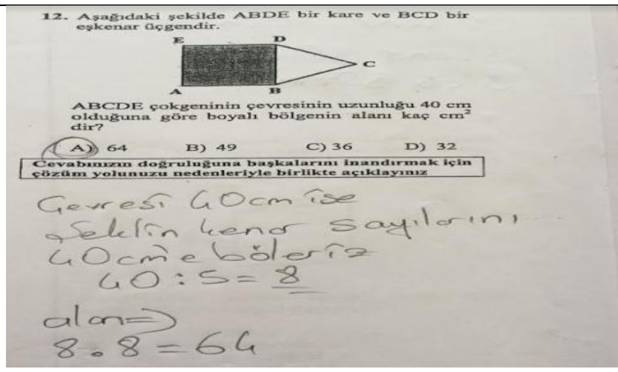
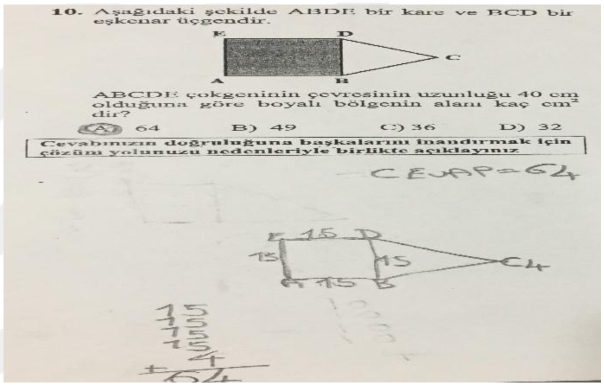
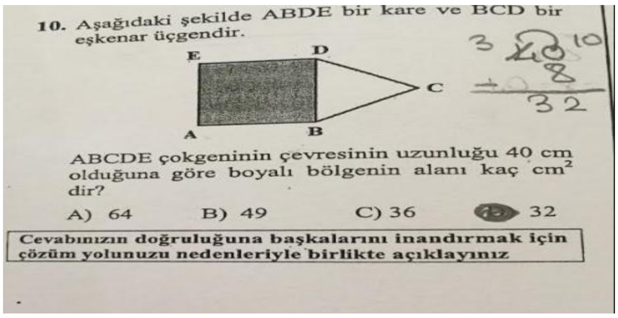
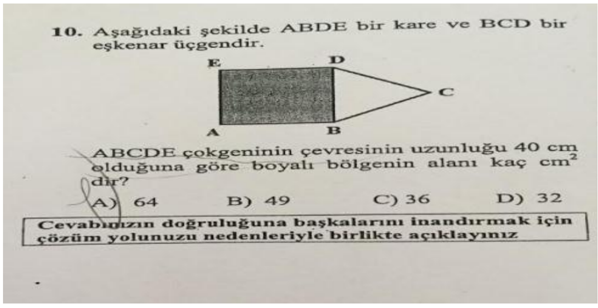
Aşağıdaki bölümde her bir problemin geçerlilik çerçevesine göre analiz tanım ve örnek durumları verilecektir. Analiz çerçevesinde yer alan dört kodda bu bölümde ayrıntılı olarak ele alınacaktır.

### 3.5.2. Yedinci Sınıf Geometri Öğrenci Bilgi Testi'ndeki Gerekçelendirme Sorularının Nitel Analizleri

Geometri öğrenci bilgi testinde yer alan açık uçlu gerekçelendirme problemlerine öğrencilerin sundukları çözümler nitel olarak analiz edilmiştir. Nitel analizler Cai (2003) gerekçelendirme beceri çerçevesi dikkate alınarak yapılmıştır. Her bir problem için ve her bir gerekçelendirme düzeyi için birer örnek aşağıda sunulmaktadır.

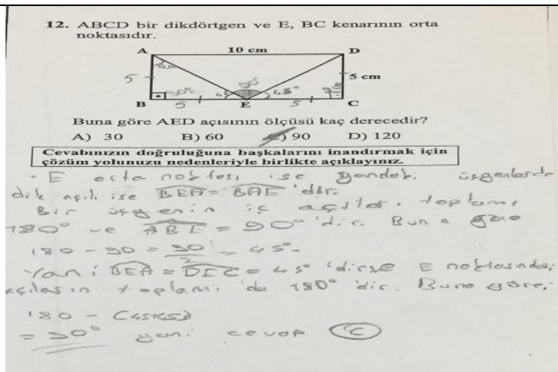
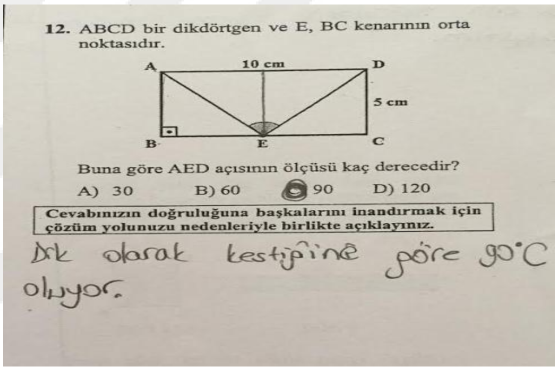
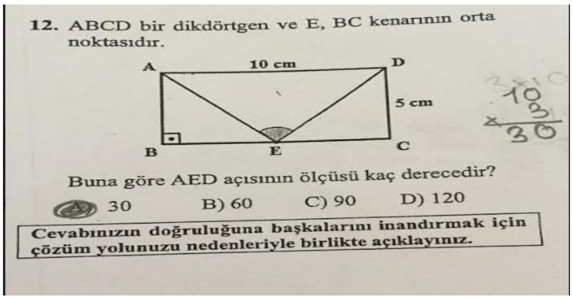
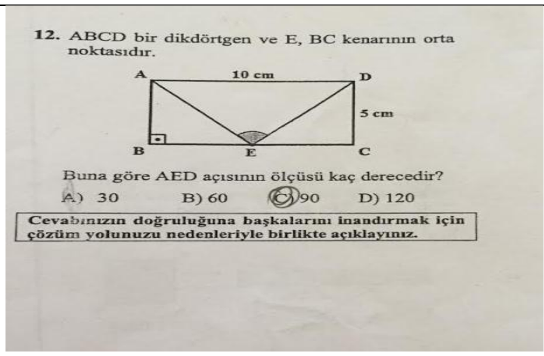
Tablo 3.5a.

*Kare Problemi*

<table>
<tr><th>Gerekçelendirme Türü</th><th>Tanım</th><th>Öğrenci Örneği</th></tr>
<tr><td>Tam ve İkna Edici Gerekçelendirme</td><td>Soruyu doğru olarak çözülmesinin yanında çözümünü doğru matematiksel gerekçelerle destekleyen yanıtlar bu kodda değerlendirilecektir.</td><td><br>12. Aşağıdaki şekilde ABDE bir kare ve BCD bir eşkenar üçgendir.<br>ABCDE çokgeninin çevresinin uzunluğu 40 cm olduğuna göre boyalı bölgenin alanı kaç cm² dir?<br>A) 64 B) 49 C) 36 D) 32<br>Cevabınızın doğruluğuna başkalarını inandırmak için çözüm yolunuzu nedenleriyle birlikte açıklayınız<br>Çevresi 40cm ise şeklin kenar sayılarını 40cm'e böleriz<br>40:5=8<br>alan=><br>8.8=64</td></tr>
<tr><td>Eksik Gerekçelendirme</td><td>Sorunun doğru veya kısmen doğru çözülmesine rağmen belirsiz ifadelerin yer aldığı, matematiksel gerekçelere, yeterli sembol ve gösterimlere yer verilmemiş yanıtlar kodda değerlendirilecektir.</td><td><br>10. Aşağıdaki şekilde ABDE bir kare ve BCD bir eşkenar üçgendir.<br>ABCDE çokgeninin çevresinin uzunluğu 40 cm olduğuna göre boyalı bölgenin alanı kaç cm² dir?<br>A) 64 B) 49 C) 36 D) 32<br>Cevabınızın doğruluğuna başkalarını inandırmak için çözüm yolunuzu nedenleriyle birlikte açıklayınız<br>CEVAP=64<br>15 15 15 15 + 4 = 64</td></tr>
<tr><td>Yanlış Gerekçelendirme</td><td>Sorunun yanlış çözüldüğü, işlem hatası veya kavramsal yanlışların yapıldığı, soruda istenene çözüm olamayan ilgisiz ifade ve açıklamalar bu kodda değerlendirilecektir.</td><td><br>10. Aşağıdaki şekilde ABDE bir kare ve BCD bir eşkenar üçgendir.<br>ABCDE çokgeninin çevresinin uzunluğu 40 cm olduğuna göre boyalı bölgenin alanı kaç cm² dir?<br>A) 64 B) 49 C) 36 D) 32<br>Cevabınızın doğruluğuna başkalarını inandırmak için çözüm yolunuzu nedenleriyle birlikte açıklayınız<br>40 − 8 = 32</td></tr>
<tr><td>Hiçbir Gerekçelendirme Yok</td><td>Soruda üzerinde hiçbir matematiksel gösterim ve ifadenin yer almadığı çizimler yapılan, sorunun cevapsız bırakıldığı durumlar bu kodda değerlendirilecektir.</td><td><br>10. Aşağıdaki şekilde ABDE bir kare ve BCD bir eşkenar üçgendir.<br>ABCDE çokgeninin çevresinin uzunluğu 40 cm olduğuna göre boyalı bölgenin alanı kaç cm² dir?<br>A) 64 B) 49 C) 36 D) 32<br>Cevabınızın doğruluğuna başkalarını inandırmak için çözüm yolunuzu nedenleriyle birlikte açıklayınız</td></tr>
</table>

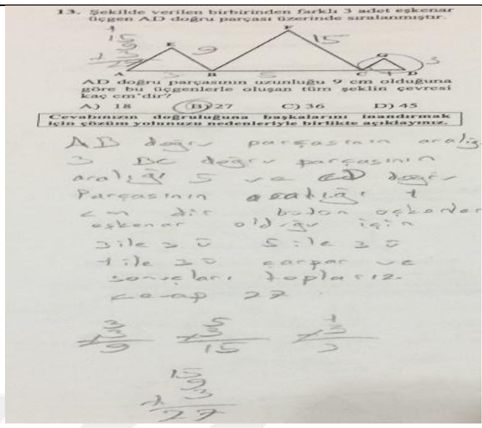
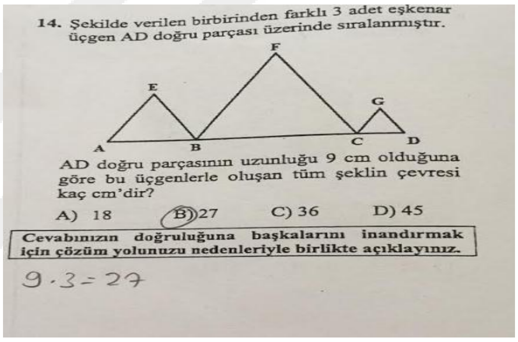
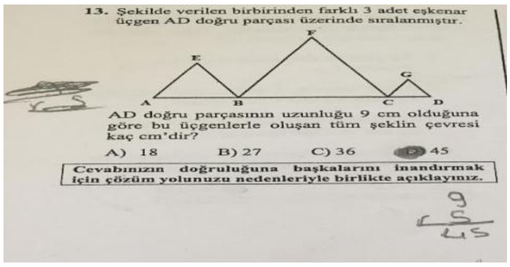
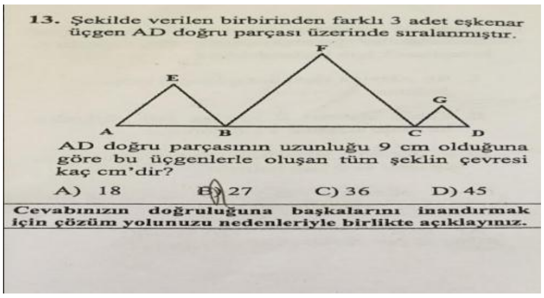
Tablo 3.5b.

*Açı Problemi*

| Gerekçelendirme Türü | Tanım | Öğrenci Örneği |
|---|---|---|
| **Tam ve İkna Edici Gerekçelendirme** | Soruyu doğru olarak çözülmesinin yanında çözümünü doğru matematiksel gerekçelerle destekleyen yanıtlar bu kodda değerlendirilecektir. |  |
| **Eksik Gerekçelendirme** | Sorunun doğru veya kısmen doğru çözülmesine rağmen belirsiz ifadelerin yer aldığı, matematiksel gerekçelere, yeterli sembol ve gösterimlere yer verilmemiş yanıtlar kodda değerlendirilecektir. |  |
| **Yanlış Gerekçelendirme** | Sorunun yanlış çözüldüğü, işlem hatası veya kavramsal yanlışların yapıldığı, soruda istenene çözüm olamayan ilgisiz ifade ve açıklamalar bu kodda değerlendirilecektir. |  |
| **Hiçbir Gerekçelendirme Yok** | Soruda üzerinde hiçbir matematiksel gösterim ve ifadenin yer almadığı çizimler yapılan, sorunun cevapsız bırakıldığı durumlar bu kodda değerlendirilecektir. |  |

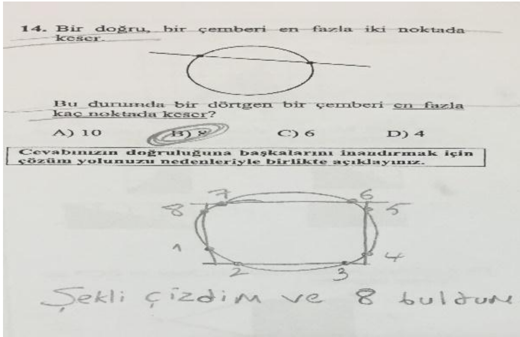
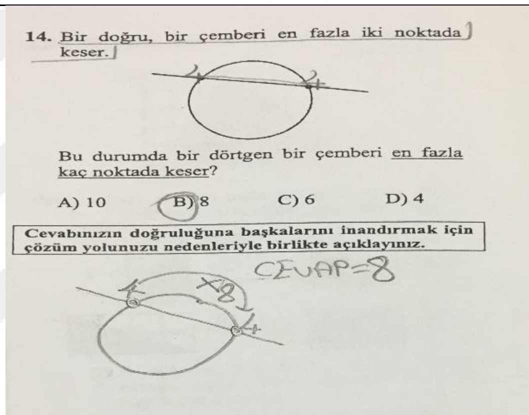
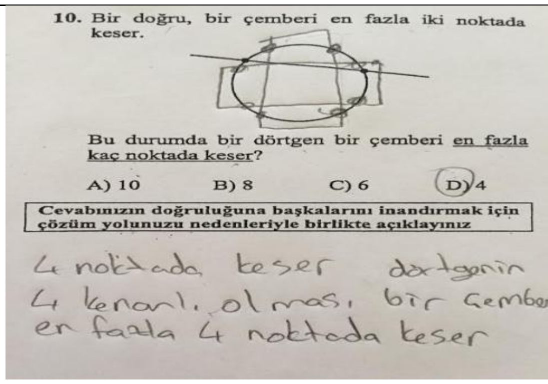
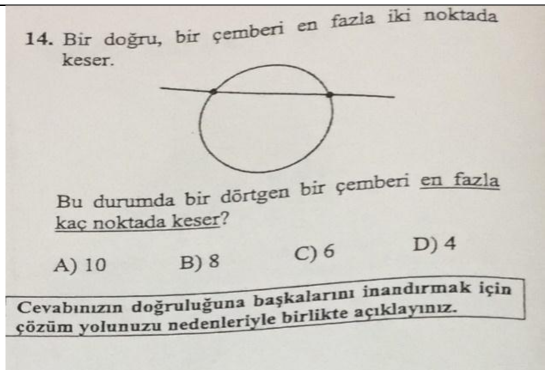
Tablo 3.5c.

*Üçgen Problemi*

| Gerekçelendirme Türü | Tanım | Öğrenci Örneği |
|---|---|---|
| **Tam ve İkna Edici Gerekçelendirme** | Soruyu doğru olarak çözülmesinin yanında çözümünü doğru matematiksel gerekçelerle destekleyen yanıtlar bu kodda değerlendirilecektir. |  |
| **Eksik Gerekçelendirme** | Sorunun doğru veya kısmen doğru çözülmesine rağmen belirsiz ifadelerin yer aldığı, matematiksel gerekçelere, yeterli sembol ve gösterimlere yer verilmemiş yanıtlar kodda değerlendirilecektir. |  |
| **Yanlış Gerekçelendirme** | Sorunun yanlış çözüldüğü, işlem hatası veya kavramsal yanlışların yapıldığı, soruda istenene çözüm olamayan ilgisiz ifade ve açıklamalar bu kodda değerlendirilecektir. |  |
| **Hiçbir Gerekçelendirme Yok** | Soruda üzerinde hiçbir matematiksel gösterim ve ifadenin yer almadığı çizimler yapılan, sorunun cevapsız bırakıldığı durumlar bu kodda değerlendirilecektir. |  |

Tablo 3.5d.

*Çember Problemi*

| Gerekçelendirme Türü | Tanım | Öğrenci Örneği |
|---|---|---|
| **Tam ve İkna Edici Gerekçelendirme** | Soruyu doğru olarak çözülmesinin yanında çözümünü doğru matematiksel gerekçelerle destekleyen yanıtlar bu kodda değerlendirilecektir. |  |
| **Eksik Gerekçelendirme** | Sorunun doğru veya kısmen doğru çözülmesine rağmen belirsiz ifadelerin yer aldığı, matematiksel gerekçelere, yeterli sembol ve gösterimlere yer verilmemiş yanıtlar bu kodda değerlendirilecektir. |  |
| **Yanlış Gerekçelendirme** | Sorunun yanlış çözüldüğü, işlem hatası veya kavramsal yanlışların yapıldığı, soruda istenene çözüm olamayan ilgisiz ifade ve açıklamalar bu kodda değerlendirilecektir. |  |
| **Hiçbir Gerekçelendirme Yok** | Soruda üzerinde hiçbir matematiksel gösterim ve ifadenin yer almadığı çizimler yapılan, sorunun cevapsız bırakıldığı durumlar bu kodda değerlendirilecektir. |  |

Yukarıdaki açıklamalardan da görüldüğü gibi bir cevabın tam ve ikna edici gerekçelendirme koduna girebilmesi için sorudaki verilenleri matematiksel gerekçelerle destekleyen yanıtın verilmesi gerekmektedir. Eksik gerekçelendirme kodunda bulunan öğrenci çözümlerinde sorunun doğru veya kısmen doğru çözülmesine rağmen belirsiz ifadelerin yer aldığı yanıtlar bu kodda yer almaktadır. Yanlış gerekçelendirme için sorunun yanlış çözüldüğü ya da çözüm olmayan ilgisiz ifade ve açıklamaları içeren yanıtlar bu kodda yer almaktadır. Hiçbir gerekçelendirme yok kodu için yanıt olarak hiçbir matematiksel gösterim ve ifadenin yer almadığı çizimler yapıldığı ya da sorunun cevapsız bırakıldığı durumlar yer almaktadır.

# BÖLÜM IV

# BULGULAR

Bu bölümde 4 farklı okuldan toplam 254 yedinci sınıf öğrencisine uygulanan geometri bilgi testinden elde edilen bulgular verilmiştir. Ayrıca her bir soru için tekrar eden veya göze çapan hususlar, soruya ilişkin genel gözlemler başlığı altında sunulmuştur.

## 4.1. BİRİNCİ ARAŞTIRMA SORUSUNA İLİŞKİN BULGULAR

Araştırmanın "Tüm öğrenciler gerekçelendirme becerilerine göre nasıl bir dağılım göstermektedir?" şeklindeki araştırma sorusuna ilişkin bulgular Tablo 4.1'de verilmiştir.

Tablo 4.1.

*Açık uçlu sorularının açıklamaları yönünden gerekçelendirme becerilerinin düzeylerinin betimsel istatistikleri*

| | Hiçbir Gerekçelendirme Yok | | Yanlış Gerekçelendirme | | Eksik Gerekçelendirme | | Tam ve İkna Edici Gerekçelendirme | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | f* | % | f* | % | f* | % | f* | % |
| Kare Prb | 43 | 16,9 | 156 | 61,4 | 48 | 18,9 | 7 | 2,8 |
| Açı Prb. | 30 | 11,8 | 190 | 74,8 | 32 | 12,6 | 2 | 0,8 |
| Üçgen Prb. | 39 | 15,4 | 143 | 56,3 | 61 | 24,0 | 11 | 4,3 |
| Çember Prb. | 42 | 16,5 | 177 | 69,7 | 33 | 13,0 | 2 | 0,8 |
| Toplam | 154 | 15,2 | 666 | 65,5 | 174 | 17,1 | 22 | 2,2 |

*: Her bir probleme ait 254 cevap olduğundan toplamda 1016 cevap elde edilmiştir.

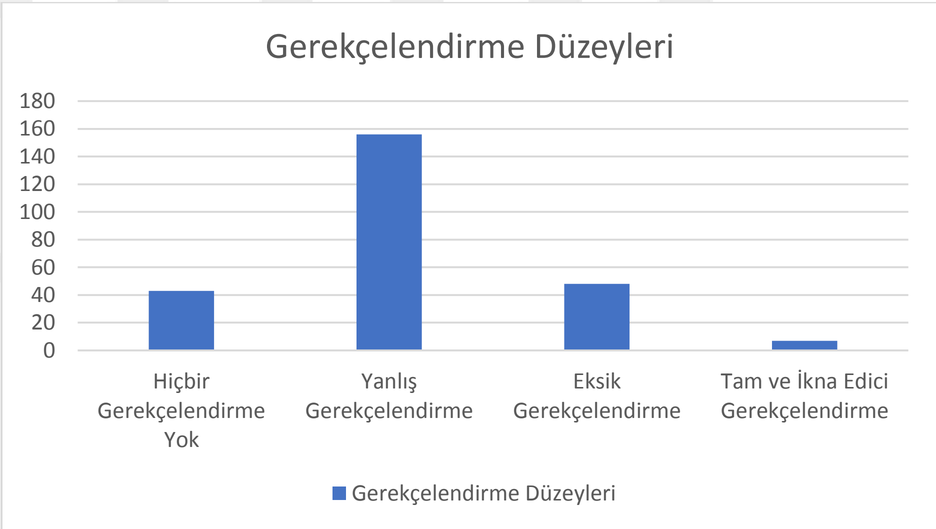
Tablo 4.1 incelendiğinde gerekçelendirme istenen sorulara verilen cevapların %15,2'si hiçbir gerekçelendirme yapmadan, %65,5'i yanlış gerekçelendirme yaparak, %17,1'i eksik gerekçelendirme yaparak ve %2,2'si tam ve ikna edici gerekçelendirme yaparak soruları cevaplandırdığı görülmektedir. Bu dağılımın daha iyi anlaşılabilmesi için her bir soruya dair bulgular ayrı ayrı incelenmiştir. Bu amaçla yapılan nitel ve nicel analizler aşağıdaki alt bölümlerde verilmiştir.

### 4.1.1. Kare Problemi' ne (Sg1) Dair Bulgular

Kare Problemi' n de (Sg1) eşkenar üçgen ve kareden oluşan bir çokgenin çevre uzunluğu verilip karenin alanının bulunması istenmektedir. Bu soruda katılımcılardan eşkenar üçgen ve karenin tüm kenarlarının eşit uzunlukta olduğu bilgisini kullanmaları, daha sonra çevresi verilen çokgenin bir kenarının bulmaları ve son aşama olarak bir kenarı bilinen karenin alanını hesaplanmaları beklenmektedir. Sorunun oluşturulma amacı katılımcıların verilen şartlar altında şekiller arasında ilişkileri bulmaları ve bulduğu ilişkilerden hareketle problemin çözümünü gerekçelendirmesi beklenmektedir.

#### *4.1.1.1. Kare Problemi' ne dair Verilen Cevapların Gerekçelendirme Düzeyleri*

Katılımcıların yanıtlarına göre yer aldıkları gerekçelendirme düzeylerine göre frekansları Şekil 5'te görülmektedir.

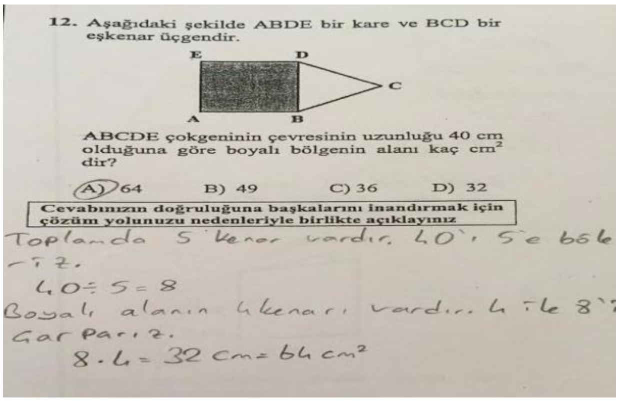



**Şekil 5.** *Kare Problemi (Sg1) için gerekçelendirme düzeylerine ait frekanslar*

Şekil 5 incelendiğinde katılımcıların 43'ü hiçbir gerekçelendirme yok, 156'sı yanlış gerekçelendirme, 48'i eksik gerekçelendirme ve 7'si tam ve ikna edici gerekçelendirme beceri düzeylerinde oldukları belirlenmiştir.

#### *4.1.1.2. Kare Problemi' ne dair verilen Gerekçelendirmelere İlişkin Genel Gözlemler*

Sg1'de katılımcılardan kare ve eşkenar üçgenden oluşan bir beşgenin çevresinden yola çıkarak karenin alanını hesaplamaları ve cevaplarının doğruluğuna dair gerekçelendirmeleri istenmiştir. Cevaplar incelendiğinde hiçbir gerekçelendirme yok kodunda bulunan 43 katılımcının, 41'inin herhangi bir açıklama yapmadığı, 2’sinin ise bir şık işaretledikleri fakat açıklamada bulunmadıkları görülmüştür.


12. Aşağıdaki şekilde ABDE bir kare ve BCD bir eşkenar üçgendir.

ABCDE çokgeninin çevresinin uzunluğu 40 cm olduğuna göre boyalı bölgenin alanı kaç $cm^2$ dir?

A) 64 B) 49 C) 36 D) 32

Cevabınızın doğruluğuna başkalarını inandırmak için çözüm yolunuzu nedenleriyle birlikte açıklayınız

Toplamda 5 kenar vardır. 40'ı 5'e böleriz.
40÷5=8
Boyalı alanın 4 kenarı vardır. 4 ile 8'i çarparız.
8·4=32 cm=64 cm²

**Şekil 6.** 31 numaralı katılımcının kare problemine verdiği cevap

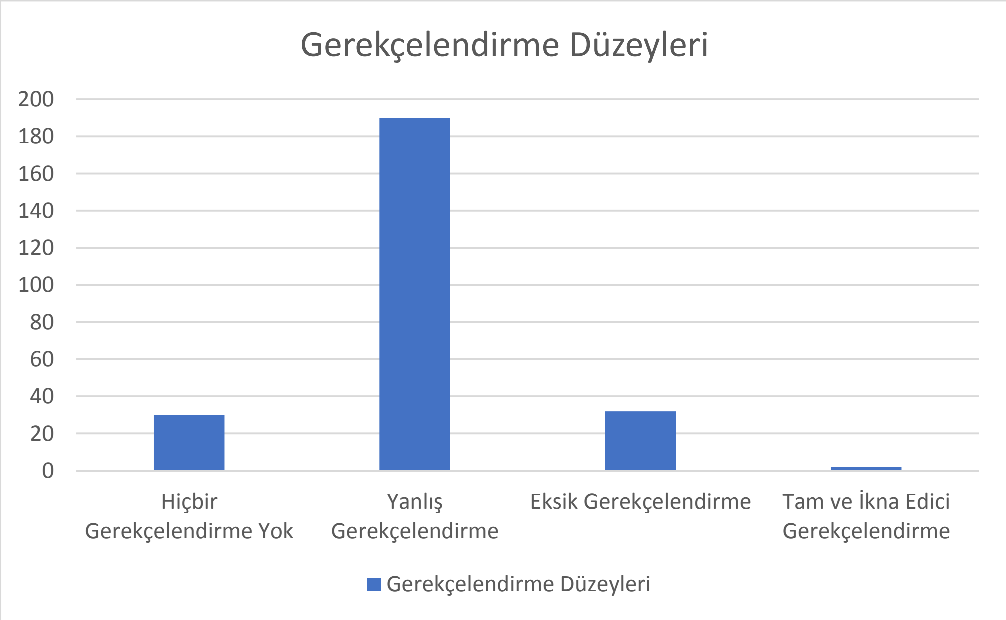
Katılımcının (#31) cevabı incelendiğinde çokgenin bir kenar uzunluğunu 5 cm olarak bulduğu fakat karenin çevresini 32 cm olarak bulmuş ve daha sonra $32\ cm = 64\ cm^2$ eşitliğini ifade etmiştir. Katılımcının $32\ cm = 64\ cm^2$ yargısına nasıl veya neden ulaştığına dair bir gerekçe bulunmamaktadır. Bu bulgu aynı zamanda katılımcının çevre ile alan kavramlarını karıştırdığını ve bu yüzden de kavramsal hataya yaptığını göstermektedir. Yanlış gerekçelendirme kodunda bulunan 156 katılımcının, 141’inin kavramsal hata yaptığı, 15’inin ise işlem hata yaptığı görülmüştür. 141 kavramsal hata yapan katılımcının verilerinde benzer kavramsal hatalarla karşılaşılmıştır. Eksik gerekçelendirme kodunda bulunan 48 katılımcının verilerindeki açıklama kısmında belirsiz ifadeler bulunmuştur. Tam ve ikna edici gerekçelendirme kodunda bulunan 7 katılımcının verilerindeki açıklama kısmında doğru matematiksel gerekçelendirmelerle destekleyen açıklamalarda bulunmuşlardır.

### 4.1.2. Açı Problemi’ ne (Sg2) İlişkin Bulgular

Gerekçelendirme becerisi soru 2’de katılımcılara bir dikdörtgende orta nokta yardımıyla şeklin içerisindeki açıyı bulurken yaptıkları işlemleri gerekçelendirmeleri istenmiştir. Soru katılımcıların temel bir kavram olan orta noktayı, geometriksel şeklin üzerinde kullanmaları istenmiştir. Bu kavramı geometrik şekil üzerinde uygularken ortaya çıkan diğer geometrik şekilleri keşfetmeleri ve bulduğu şekiller arasındaki ilişkiden hareketle problemin çözümünü gerekçelendirmesi gerekmektedir.

#### *4.1.2.1. Açı Problemi' ne dair Verilen Cevapların Gerekçelendirme Düzeyleri*

Katılımcıların yanıtlarına göre yer aldıkları gerekçelendirme düzeylerine göre frekanslar Şekil 7'de görülmektedir.

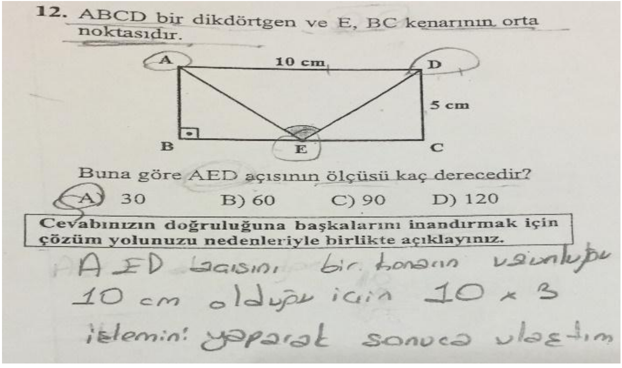



**Şekil 7.** *Açı Problemi (Sg2) için gerekçelendirme düzeylerine ait frekanslar*

Şekil 7 incelendiğinde öğrencilerin 30'u hiçbir gerekçelendirme yok, 190'ı yanlış gerekçelendirme, 32'si eksik gerekçelendirme ve 2'si tam ve ikna edici gerekçelendirme beceri düzeylerindedir.

#### *4.1.2.2. Açı Problemi için verilen gerekçelendirmelere ilişkin genel gözlemler*

Sg2'de katılımcılardan bir dikdörtgenin 1:2 oranında verilen kenar uzunluklarının rastlantısal bir şekilde verilmediğini fark edip orta nokta özelliğini kullanarak iki tane eş dik üçgen oluştuğunu matematiksel ifadelerle açıklaması gerekmektedir. Bu aşamalar sonucunda $m(\widehat{AED})$ açısı oluşmaktadır. Soruda bu açı değerinin hesaplanması ve öğrencilerden cevaplarının doğruluğuna dair gerekçelendirmeleri istenmiştir. Cevaplar incelendiğinde hiçbir gerekçelendirme yok kodunda bulunan 30 katılımcının, 27'sinin herhangi bir açıklama yapmadığı, 3'ünün ise bir şık işaretledikleri fakat açıklamada bulunmadıkları görülmüştür.




**Şekil 8.** 53 numaralı katılımcının açı problemine verdiği cevap

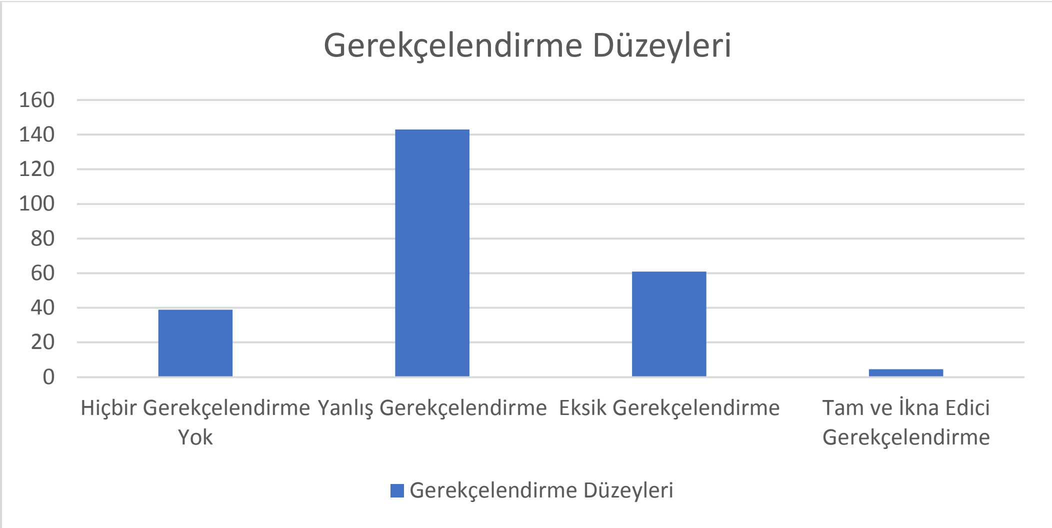
Katılımcının (#53) cevabı incelendiğinde "AED açısını bir kenarın uzunluğu 10 cm olduğu için $10x3$" şeklinde bir ifade bulunmaktadır. Katılımcının ifadesinde açıyı kenar uzunluğu olarak nitelendirerek kavramsal hataya düştüğünü söyleyebiliriz. Veri de yanlış gerekçeler bulunduğu için "yanlış gerekçelendirme" kodunda değerlendirilmiştir. Yanlış gerekçelendirme kodunda bulunan 190 katılımcının 188'inin kavramsal hata yaptıkları, 2'sinin ise işlem hatası yaptığı görülmüştür. Eksik gerekçelendirme kodunda bulunan 32 katılımcının verilerindeki açıklama kısmında net ve kesin olmayan ifadelerde bulunmuştur. Tam ve ikna edici gerekçelendirme kodunda bulunan 2 katılımcının verilerinde açıklama kısmında çözümün doğru matematiksel gerekçelerle destekleyen açıklamalarda bulunmuşlardır.

### 4.1.3. Üçgen Problemi' ne (Sg3) Dair Bulgular

Gerekçelendirme becerisi soru 3'te katılımcılara birbirinden farklı 3 adet eşkenar üçgen verilmiştir. Verilen birbirinden farklı 3 adet eşkenar üçgenin kenar uzunlukları bilinmemektedir fakat üçgenlerin birer kenarları toplamı olan $[AD]$' nin uzunluğu 9 cm olarak verilmiştir. Katılımcılardan istenen ise bu 3 birbirinden farklı eşkenar üçgenin oluşturduğu şeklin çevre uzunluğu istenmiştir. Bu soruda katılımcıların eşkenar üçgen özelliklerinden olan tüm kenarlarının birbirine eşit olma durumunu soruya uygulamaları beklenmektedir. Soru da katılımcılardan verilen şartlar altında cisimler arasında ilişkiyi bulmaları yönüyle keşfetmesi ve bulduğu ilişkiden hareketle problemin çözümünü gerekçelendirmesi beklenmektedir.

#### *4.1.3.1. Üçgen Problemi' ne dair verilen cevapların gerekçelendirme düzeyleri*

Katılımcıların yanıtlarına göre yer aldıkları gerekçelendirme düzeylerine göre frekanslar Şekil 9'da görülmektedir.

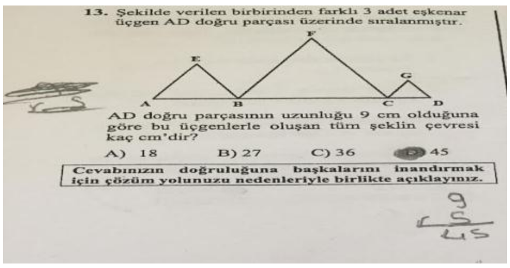



**Şekil 9**. *Üçgen Problemi (Sg3) için gerekçelendirme düzeylerine ait frekanslar*

Şekil 9 incelendiğinde öğrencilerin 39'u hiçbir gerekçelendirme yok, 143'ü yanlış gerekçelendirme, 41'i eksik gerekçelendirme ve 11'i tam ve ikna edici gerekçelendirme beceri düzeylerindedir. Öğrencilerin cevaplarına verilen puanların dağımı Şekil 3'te görülmektedir.

***4.1.3.2.Sg3'e dair verilen Gerekçelendirmelere İlişkin Genel Gözlemler***

Problemde birbirinden farklı 3 eşkenar üçgen ve bu üçgenlerin birleştirilmesi ile oluşan bir uzunluk verilmiştir. Bu uzunluk verilen 3 farklı eşkenar üçgenin birer kenarlarının toplamını ifade etmektedir. Katılımcılardan verilen şeklin çevresini hesaplamaları ve cevaplarının doğruluğuna dair gerekçelerini yazmaları istenmiştir. Hiçbir gerekçelendirme yapmayan 39 katılımcının, 30'u herhangi bir açıklama yapmadığı, 9'unun ise bir şık işaretlediği fakat açıklamada bulunmadığı görülmüştür.




**Şekil 10.** 172 numaralı katılımcının üçgen problemine verdiği cevap

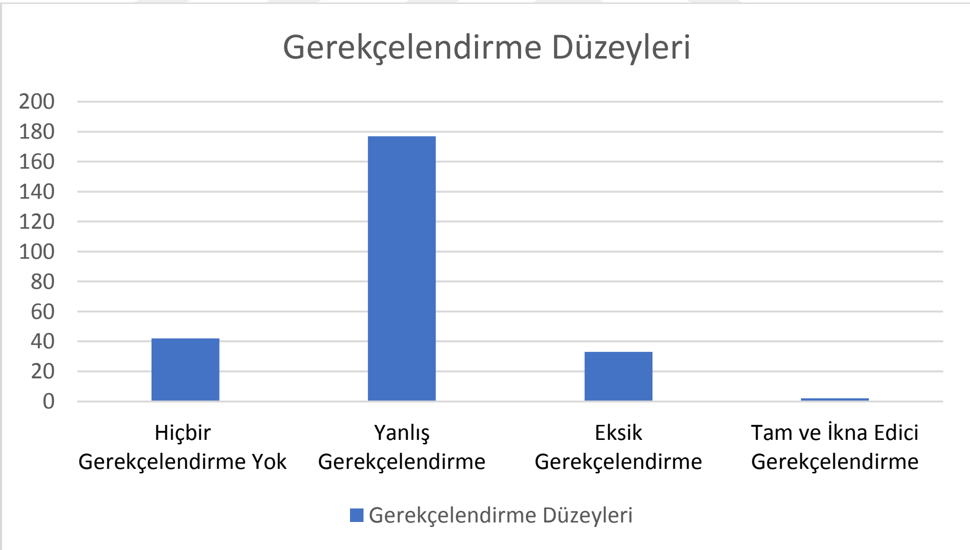
Katılımcının (#172) cevabı incelendiğinde soruda verilen $|AD| = 9\ cm$ yi 5 ile çarptığı görülmekte ve bunun dışında herhangi bir işlem, gerekçe veya çözüme yer vermediği görülmektedir. Katılımcının bu cevabı gerekçe yönünden "yanlış gerekçelendirme" kodunda değerlendirilmiştir. Yanlış gerekçelendirme kodunda bulunan 143 katılımcının, 117'sinin kavramsal hata yaptığı, 26'sının ise işlem hatası yaptığı görülmüştür. Eksik gerekçelendirme kodunda bulunan 41 katılımcının verilerindeki açıklama kısmında belirsiz ifadeler tespit edilmiştir. Tam ve ikna edici gerekçelendirme kodunda bulunan 11 katılımcı sorunun çözümünü doğru matematiksel gerekçelendirmelerle destekleyen açıklamalarda bulunmuşlardır.

### 4.1.4. Çember Problemi' ne (Sg4) Dair Bulgular

Gerekçelendirme becerisi soru 4'te öğrencilerin "bir doğrunun bir çemberi iki noktada kesebilir" ifadesi verilmiştir. Tanıma göre bir dörtgenin bir çemberi en fazla kaç noktada kesebileceği sorulmaktadır. Bu soruyla öğrencilerin, verilen şartlar altında cisimler arasında ilişkiyi bulmaları yönüyle keşfetmesi ve buldukları ilişkiden hareketle problemin çözümünü gerekçelendirmesi gerekmektedir.

#### *4.1.4.1. Çember Problemi' ne dair verilen cevapların gerekçelendirme düzeyleri*

Katılımcıların yanıtlarına göre yer aldıkları gerekçelendirme düzeylerine göre frekansları Şekil 11'de görülmektedir.

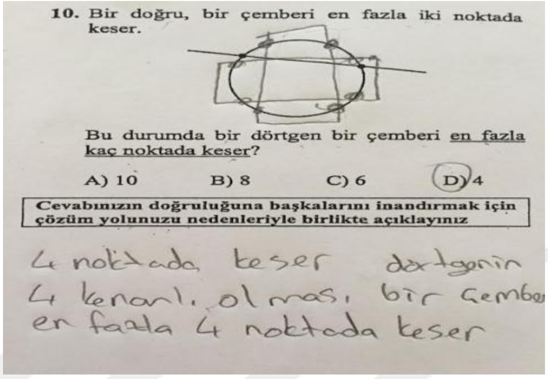



**Şekil 11**. *Çember Problemi için (Sg4) gerekçelendirme düzeylerine ait frekanslar*

Şekil 11 incelendiğinde katılımcıların 42'si hiçbir gerekçelendirme yok, 177'si yanlış gerekçelendirme, 33'ü eksik gerekçelendirme ve 2'si tam ve ikna edici gerekçelendirme beceri düzeylerindedir.

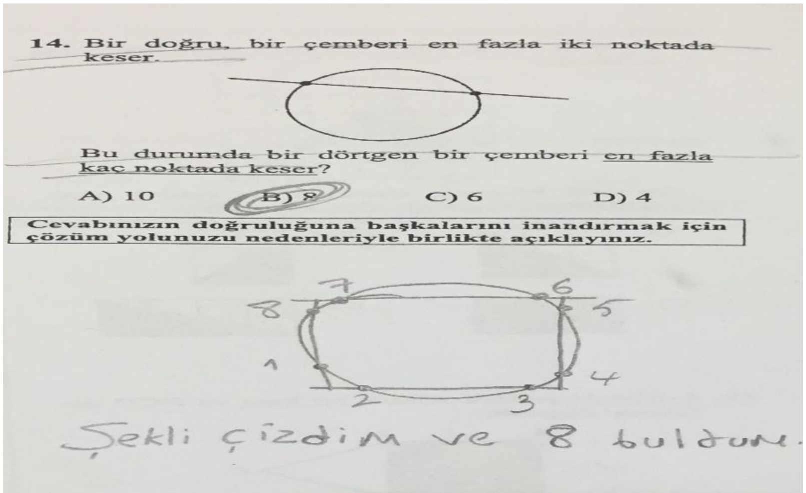
### 4.1.4.2.Çember Problemi için verilen gerekçelendirmelere ilişkin genel gözlemler

Çember Problemi' n de katılımcılardan bir çemberi, bir dörtgenin en fazla kaç noktada kesebileceğini hesaplamaları ve cevaplarının doğruluğuna dair gerekçelerini yazmaları ya da resim/görsel temsillerle göstermeleri istenmiştir. Hiçbir gerekçelendirme yapmayan 42 katılımcının, 26' sı herhangi bir açıklama yapmadığı, 16'sının ise bir şık işaretledikleri fakat açıklamada bulunmadıkları görülmüştür.



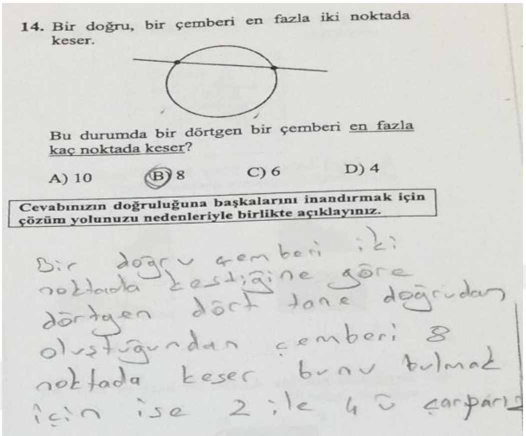

**Şekil 12.** 97 numaralı katılımcının çember problemine verdiği cevap

Katılımcının (#97) cevabı incelendiğinde gerekçe olarak dörtgenin kenar sayısı ile çemberi kestiği nokta sayısının aynı olacağı şeklinde ifade edilmiştir. Katılımcının yanıtında yanlış gerekçeler bulunduğundan "yanlış gerekçelendirme" kodunda değerlendirilmiştir. Yanlış gerekçelendirme kodunda bulunan 177 katılımcının, 149'unun kavramsal hata yaptığı, 28' inin de işlem hatası yaptığı görülmüştür. Eksik gerekçelendirme kodunda bulunan 33 katılımcının verilerinde sorunun açıklama kısmında belirsiz ifadelerde bulundukları tespit edilmiştir.




**Şekil 13.** 43 numaralı katılımcının çember problemine verdiği cevap

Katılımcının (#43) cevabı incelendiğinde gerekçesini görsel bir şekilde ifade etmiştir. Çemberi kesen tüm noktaları da anlaşılır şekilde gösterdiğinden "tam ve ikna edici gerekçelendirme" kodunda değerlendirilmiştir. Bu gerekçelendirme sorusunda farklı olarak katılımcılar hem görsel hem de sözel olarak gerekçede bulundukları görülmektedir. Bunun diğer örneği ise 28 numaralı katılımcının çember problemine verdiği cevaptır.




**Şekil 14.** 28 numaralı katılımcının çember problemine verdiği cevap

Katılımcının (#28) cevabı incelendiğinde ise şeklin üstünde çizdiği şekiller de tam olarak bir şey anlamlandıramamış olsak da sözel olarak gerekçesini şekilde yaptığı görülmektedir. Bu yüzden bu cevapta "tam ve ikna edici gerekçelendirme" kodunda değerlendirilmiştir. Tam ve ikna edici gerekçelendirme kodunda bulunan 2 katılımcının verilerinde çözümün doğru matematiksel gerekçelendirmelerle destekleyen açıklamalarda bulundukları görülmektedir.

## 4.2. İKİNCİ ARAŞTIRMA SORUSUNA İLİŞKİN BULGULAR

Öğrencilerin cinsiyet dağılımlarına göre gerekçelendirme düzeyleri arasında anlamlı farklılık olup olmadığını incelemek amacıyla yapılan betimsel analiz sonucunda elde edilen veriler Tablo 4.2'de görülmektedir.

Tablo 4.2.

*Cinsiyet değişkenine göre öğrencilerin gerekçelendirme puanlarının karşılaştırılmasına ilişkin sonuçlar*

| **Cinsiyet** | **Kız (n=123)** | | **Erkek (n=127)** | | **t-testi** | **p değeri** |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | Ortalama | SS | Ortalama | SS | | |
| Sg1-Kare Problemi | 1,14 | ,64 | 1,01 | ,72 | 1,509 | ,133 |
| Sg2-Açı Problemi | 1,02 | ,47 | 1,02 | ,58 | ,011 | ,991 |
| Sg3-Üçgen Problemi | 1,21 | ,70 | 1,14 | ,76 | ,749 | ,454 |
| Sg4-Çember Problemi | 1,02 | ,59 | ,095 | ,56 | ,875 | ,383 |
| Toplam Puan | 4,39 | 1,45 | 4,13 | 1,76 | 1,291 | ,198 |

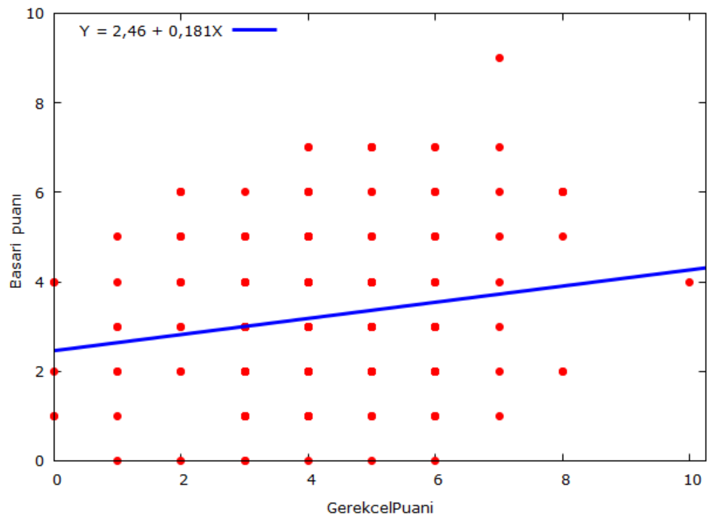
Tablo 4.2 incelendiğinde kız öğrencilerin tüm gerekçelendirme soruları içerisinde üçgen probleminde gerekçelendirme becerisine ilişkin daha yüksek performans gösterdiği görülmektedir. Erkek öğrencilerin ise tüm gerekçelendirme soruları içerisinde çember probleminde gerekçelendirme becerisine ilişkin daha yüksek performans gösterdiği görülmektedir. Ayrıca tüm gerekçelendirme soruları arasında birinci soruda tüm öğrencilerin düşük performans gösterdiği görülmektedir.

Tablo 6'da görüldüğü gibi tüm sorularda kız öğrencilerin gerekçelendirme puan ortalamalarının erkeklere göre daha yüksek olduğu ancak görülen bu farkın istatistiksel olarak anlamlı olmadığı belirlenmiştir (p>,05). İstatistiksel olarak kız öğrencilere ait ortalama puanlarının ($\bar{X} = 4{,}39, Ss = 1{,}45$), erkek öğrencilere ait ortalama puanları ($\bar{X} = 4{,}13, Ss = 1{,}76$) arasında önemli bir farkın olmadığı görülmektedir.

## 4.3. ÜÇÜNCÜ ARAŞTIRMA SORUSUNA İLİŞKİN BULGULAR

Başarı testindeki çoktan seçmeli sorularda elde edilen puan ile öğrencilerin gerekçelendirme düzeyleri arasında anlamlı bir ilişki var mıdır?

Öğrencilerin başarı testindeki çoktan seçmeli sorulardan elde ettikleri puanlar ile öğrencilerin gerekçelendirme puanları arasında bir ilişki olup olmadığını incelemek amacıyla saçılma diyagramı çizilmiş ve Pearson korelasyon katsayısı hesaplanmıştır. Elde edilen bulgular Şekil 4'de görülmektedir.




**Şekil 15.** *Gerekçelendirme puanları ile Başarı testi puanları arasındaki ilişkiye ait saçılma diyagramı*

Şekil 15’e bakıldığında öğrencilerin gerekçelendirme becerilerine ait puanları ile başarı testi puanları arasında pozitif ve istatistiksel olarak anlamlı bir ilişki olduğu görülmektedir ($r = ,173$; $t_{252} = 2,79$; $p <,05$).

# BÖLÜM V

# TARTIŞMA

Bu bölümde araştırmadan elde edilen bulgular literatürdeki çalışmalar dikkate alınarak tartışılmıştır. Bu çerçevede 4 ayrı okulda 2'şer sınıfa uygulanan Geometrik Bilgi Testi' nden elde edilen bulgular araştırma sorularına uygun olarak dört başlık altında tartışılmıştır.

## 5.1. TÜM ÖĞRENCİLERİN GEREKÇELENDİRME BECERİLERİNİN DAĞILIMI

Araştırmaya katılan 7. sınıf öğrencilerine uygulanan başarı testindeki gerekçelendirme becerilerini ölçen dört soru Cai' ın (2003) gerekçelendirme çerçevesine göre nitel analiz yapılarak gerekçelendirme becerileri sınıflandırılmıştır. Uygulanan başarı testinde tüm gerekçelendirme becerilerine göre öğrencilerin çözümlerinin büyük çoğunluğunun yanlış gerekçelendirme kodunda yer aldığı (%65,5), tam ve ikna edici gerekçelendirme koduna giren öğrenci çözümlerinin oranının ise çok düşük (%2,2) olduğu görülmüştür.

Kare probleminde, bir kare ve eşkenar üçgenden oluşan çokgenin çevresi verilerek karenin alanı istenilmiştir. Öğrencilerin çözümlerinin büyük çoğunluğunun (%61,4) yanlış gerekçelendirme kodunda yer aldığı, tam ve ikna edici gerekçelendirme kodunda bulunan öğrenci çözümlerinin oranının ise çok düşük (%2,8) olduğu belirlenmiştir. Kare probleminde öğrencilerden karenin alanı istenmiştir fakat elde edilen verilerin genelinde karenin çevresini sonuç olarak bulmuşlardır. Bu sonuç öğrencilerde kavramsal hatalarının olabileceğine işaret etmektedir. Ölçme öğrenme alanındaki literatürdeki çalışmalar incelendiğinde, genel olarak öğrencilerin ölçme ile ilgili kavramları anlamada, bu kavramları ilişkilendirmede ve problem çözme sürecine dahil edebilmede zorluklar yaşadıkları; alan, çevre ve hacim gibi kavramların anlamlarını bilmeden ve mantığını anlamadan, ezbere öğrenilen formüller ile sonuca ulaşmaya çalıştıkları görülmüştür (Chappell ve Thompson, 1999; Grant ve Kline, 2003; Martin ve Steutchens, 2000; Stephan ve

Clements, 2003; Şişman ve Aksu, 2009). Ayrıca literatürdeki diğer çalışmalara bakıldığında alan ve çevre kavramlarının öğrencilerin en çok hata yaptıkları ve anlamada zorluk yaşadıkları kavramlar arasında gösterilmiştir (Chappell ve Thompson, 1999; Woodward ve Byrd, 1983). Bu kavramlarda zorluk yaşamalarının yanında özellikle çevre, alan ve hacim gibi kavramların anlamlarını bilmeden, formüllerinin ezberlenildiği ve bu şekilde sonuca ulaşılmaya çalışıldığı ve çevre, alan ve hacim ile ilgili sorularda öğrencilerin hata ve kavram yanılgılarına sahip oldukları ortaya çıkmıştır (Gough, 2008; Kidman ve Cooper, 1997; Moreira ve Contente, 1997; Tan Şişman ve Aksu, 2009). Bu çalışmada elde edilen bulgulara benzer olarak Kidman ve Cooper'ın (1997) çalışmasında da öğrencilerin sınıf farkı olmaksızın alan kavramını dikdörtgenin kenar uzunlukları toplamı şeklinde ifade ettikleri ortaya çıkmıştır. Elde edilen verilerin nitel analizleri sonucunda öğrencilerin yanlış gerekçelendirme olarak karenin çevresini hesapladıkları görülmektedir.

Açı probleminde, bir kısa kenarı ile uzun kenarı arasında 1:2 oranında uzunluğa sahip olan dikdörtgenin E noktasında oluşan açının değeri sorulmaktadır. Öğrencilerin çözümlerinin büyük çoğunluğunun (%74,8) yanlış gerekçelendirme kodunda yer aldığı, tam ve ikna edici gerekçelendirme kodunda bulunan öğrenci çözümlerinin oranının ise çok düşük (%0,8) olduğu belirlenmiştir. Bu soruda diğer gerekçelendirme sorularına kıyasla tam ve ikna edici gerekçelendirme kodunda bulunan öğrenci oranının daha düşük olduğu görülmektedir. Soruda yanlış gerekçelendirme kodunda bulunan öğrencilerin oranını diğer gerekçelendirme türlerine göre daha fazla olduğu görülmektedir. Bunun sebebinin öğrenciler tarafından orta nokta kavramının ne olduğunun anlaşılmamasından kaynaklı olduğu tespit edilmiştir. Diğer bir tespit ise öğrencilerin açı değeri ile dikdörtgenin çevresi kavramlarını karıştırmaları olarak belirlenmiştir. İlk tespitimizde öğrencilerin dikdörtgen kavramını bildikleri ve bu şeklin çevre ve alan hesaplamalarını kendi başına bildiklerini katılımcılardan alınan kağıtlarda görülmektedir. Fakat soruda açı kavramını dikdörtgenin özelliklerini ve orta nokta kavramlarını kullanarak bulmaları istenmektedir. Bu durumda Bütüner ve Filiz'in (2018) çalışmasında bahsettiği gibi öğrencilerin açı kavramını üçgenler, dörtgenler ve çokgenler gibi açı konusu ile ilişkili konularda kullanmada güçlük yaşadıkları görülmektedir. Diğer tespitte ise öğrencilerin çevre ve açı değerlerini karıştırmaları sonucunda kavramsal hatalar yapmalarına neden olmuştur. Bu durumda öğrencilerin daha önce sınırlı bir ortamda doğru bir şekilde içselleştirmiş oldukları kavramı, ortam genişletildiği zaman rahatlıkla kavramsal hatalar yapmalarına neden olabilir (İç ve Demirkol, 2008). Ortaya çıkan durum öğrencilerin kavramları anlamlandıramadıklarından kaynaklı kavramsal hatalar yapmalarına neden olmaktadır. Bu durumun ortaya çıkması alan yazınına (Simon, Tzur, Heinz ve Kinzel, 2004) göre öğreticilerin sınıf içerisinde kavramları tartışma ortamında oluşturmadığından kaynaklanabileceğinden bahsedilmektedir.

Üçgen probleminde, birbirinden farklı üç eşkenar üçgenden oluşan şeklin çevresi sorulmaktadır. Soruda bilgi olarak birbirinden farklı üç eşkenar üçgenin birer kenar uzunluklarının toplamını 9 cm olarak verilmiştir. Öğrencilerin çözümlerinin büyük çoğunluğunun (%56,3) yanlış gerekçelendirme kodunda yer aldığı, tam ve ikna edici gerekçelendirme kodunda bulunan öğrenci çözümlerinin oranının ise çok düşük (%4,3) olduğu belirlenmiştir. Bu gerekçelendirme sorusunda ise tam ve ikna edici gerekçelendirme kodunda bulunan öğrenci oranı diğer gerekçelendirme sorularına kıyasla daha fazladır. Katılımcılardan, eşkenar üçgen denildiğinde 'tüm kenarlarının eşit olduğu üçgen' özelliğini kullanılmaları beklenmektedir. Eşkenar üçgenin tüm kenarları eşit olduğu özelliğini cebirsel olarak eşitlik halinde yazması gerekmektedir. Üç farklı eşkenar üçgene farklı cebirsel terimler vererek toplamlarının 9 birim olduğu ve şeklin tamamının cebirsel terimlerinin toplamının 3 katı olduğunu göstererek cevabı 27 bulması beklenmektedir. Çözümlerinde bu şekilde ifade eden öğrenciler tam ve ikna edici gerekçelendirme kodunda bulunmaktadır. Bu soruya tam ve ikna edici gerekçelendirme kodunda bulunan öğrencilerin oranının diğer sorulara göre daha fazla olmasının sebebi ise soruda eşkenar üçgeninin sadece kenar uzunlukları eşit özelliğini kullanarak cevabı bulup gerekçelendirmesi istenildiğinden olabilir. Çünkü yapılan çalışmalara bakıldığında (Bütüner ve Filiz, 2018; İç ve Demirkol, 2008) öğrencilerin bir kavramın sorulduğu soruların, daha fazla kavramı ilişkilendirmesi gereken sorularda gerekçelendirme yaparken daha az güçlük çektikleri görülmektedir. Ayrıca öğrenciler diğer gerekçelendirme sorularını çözerken birden fazla özellik kullanmalarından dolayı yanlış ve eksik gerekçelendirmede kodunda bulunan öğrenci oranı daha fazla olabilir. Bu durum öğrencilerin birden fazla geometrik kavram işin içine girdiğinde sıkıntı yaşamalarına neden olmaktadır. Çünkü öğrenciler bir kavramı anlamlandıramamışken diğer kavram öğretilmektedir. Bu yüzden öğrenciler de kavram karmaşaları olmaktadır.

Çember probleminde, bir çemberi bir dörtgenin en fazla kaç noktada kesebileceği sorulmuştur. Soruda bir doğrunun, bir çemberi en fazla 2 noktada keser bilgisi verilmiştir. Öğrencilerin çözümlerinin büyük çoğunluğunun (%69,7) yanlış gerekçelendirme kodunda yer aldığı, tam ve ikna edici gerekçelendirme kodunda bulunan öğrenci çözümlerinin oranının ise çok düşük (%0,8) olduğu belirlenmiştir. Bu gerekçelendirme sorusunda öğrencilerin çember kavramını bilip bilmemesi değil, iki geometrik kavramın öğrenciler tarafından içselleştirilip birlikte oluşacak soyut kavramı açıklamasını ya da resim/görsel temsiller biçiminde göstermesi istenmiştir. Tam ve ikna edici gerekçelendirme yapabilen öğrencilerin oranının düşük olduğu bir sorudur. Öğrenciler tarafından tam ve ikna edici gerekçelendirme oranın düşük olmasının sebebi ise soruda birden fazla kavramın bulunması ve öğrencilerin bu kavramları içselleştirilememesinden kaynaklanmaktadır. Özsoy ve Kemankaşlı (2004), kavram bilgisini bireyler tarafından içsel olarak oluşturulmuş anlamlı ilişkiler bütünü olarak açıklamaktadırlar. Ayrıca kavramsal bilgi sayesinde birey, var olan bilgilerini kullanarak yeni bilgiyi zihninde yapılandırır, yeni bilgiyle bütünleştirerek içselleştirilmesine yardımcı olunur (Ülgen, 2001; Özsoy ve Kemankaşlı, 2004). Öğrenciler kavramların özelliklerini ya da tanımları sorunun hangi aşamasında nasıl kullanacaklarını bilmedikleri için kavramsal hatalar yapmaktadırlar. Bu durum sınıfta öğreticilerimizin birçok kavramın ya da tanımın içerdiği sorulara yer vererek aşılabilir.

Literatürde yapılan çalışmalarda matematik çalışma tanımlarında en üst %10 karşılaştırma noktası olarak “öğrencilerin verilen bilgiyi düzenleyebilmekte, genelleme yapabilmekte ve sıradan olmayan problemlerin çözümünde stratejilerini açıklayabilmekte” olduğu belirlenmiştir (Yeşildere ve Türnüklü, 2007). Oysa bu araştırmaya katılan ilköğretim yedinci sınıf öğrencilerinin yalnızca %2,2’si bu dilimde yer almıştır. Bu durumun seçilen öğrenci grubunun özelliğinden kaynaklanabileceği düşünülmektedir. Ancak yine de bu öğrencilerin genel ortalamanın çok altında olduğu bu verilerle söylemek mümkündür.

## 5.2. CİNSİYETE GÖRE GEREKÇELENDİRME BECERİSİNİN DAĞILIMI

Çalışma grubundaki öğrencilerin her bir gerekçelendirme sorusundan aldıkları puanlar dikkate alınarak cinsiyet değişkenine göre ortalama puanlar karşılaştırılmıştır. Her dört gerekçelendirme sorusu için kız ve erkek öğrencilerin ortalama puanları arasında anlamlı farklılık bulunamamıştır ($p>0,05$). Bu sonuç Senk ve Usiskin (1983) ve Umay (2003) bulgularıyla tutarlıdır. Ayrıca literatürde cinsiyet anlamında farklılığı inceleyen diğer bir çalışma olan Ubuz'un (1999) çalışmasında açılar konusunun cinsiyet açısından farklılıklara baktığında kız öğrencilerin erkek öğrencilere göre daha başarılı oldukları ortaya çıkmıştır. Ayrıca çalışmanın bir başka sonucu ise kız öğrencilere göre erkek öğrencilerin sorulara daha az yanlış cevap verdiği görülmüştür. Erkek öğrenciler yanlış cevap vermek yerine soruları genellikle yanıtsız bıraktıkları görülmektedir. Sonuçlardaki farkı açıklamak için birçok faktör ve neden bulunmaktadır. Öğrencilerin aile, okul, akran etkileşimi veya ekonomik durumu gibi sosyal faktörler bazılarını açıklayabilir. Bu çalışmanın konusunu öğrencilerin gerekçelendirme becerileri oluşturmaktadır. Öğrencilerin genellikle çoktan seçmeli testlerle başarısının ölçüldüğü bir eğitim sisteminde, açık uçlu sorular ile gerekçelendirme becerilerinin incelenmesi onların kendilerini ifade etmelerinde zorluk çekmelerine sebep olduğu düşünebilir.

## 5.3. ÖĞRENCİLERİN AKADEMİK BAŞARILARININ GEREKÇELENDİRME BECERİLERİ İLE İLİŞKİSİ

Öğrencilerin başarı testindeki çoktan seçmeli sorulardan elde edilen puanlarla katılımcıların akademik başarıları tespit edildi. Elde edilen puanlar ile gerekçelendirme becerilerini ölçen sorulardan aldıkları puanlar arasındaki ilişkiye bakıldığında aralarında istatistiksel olarak anlamlı bir korelasyonun olduğu görülmektedir. Common Core'un (CCSS, 2010, s. 6-7) üst bilişsel yetenekleri iyi olan öğrencilerin gerekçelendirme becerilerini şu şekilde açıklamıştır:

> *Matematiksel açıdan yeterli olan öğrenciler, cevabın tasarlanmasında belirtilen varsayımları, tanımları ve önceden belirlenmiş sonuçları anlar ve kullanırlar. Onlar varsayımlar yapar ve varsayımların doğruluğunu araştırmak için mantıklı ifadeler geliştirirler.*

Düşünme; gözlem, sezgi, akıl yürütme, deneyim ve diğer kanallarla elde edilen bilgileri kavramsallaştırma, uygulama, analiz ve değerlendirmelerin disipline edilmiş şeklidir (İnan ve Özgen, 2008, s. 25). Üst bilişsel seviyeleri yüksek olan öğrencilerin eleştirel düşünmeleri de gelişmiştir (Karabay, 2015). Bu yüzden öğretmenlerin genellikle eleştirel düşünme ve gerekçelendirme gibi yüksek mertebeden düşünme etkinliklerini içeren çalışmalara “daha başarılı” olarak kabul edilen öğrencilerin daha çok katıldığını belirtmişlerdir (Staples, Bartlo ve Thanheiser, 2012). King ve Kitchener’ın (2010, s. 5-18) yaptıkları çalışmada lisans, yüksek lisans ve doktora öğrencilerinin gerekçelendirme becerilerinde üst bilişsel seviyelerinin etkili olduğunu göstermiştir. Yaptıkları testte doktora öğrencilerinin yüksek lisans öğrencilerine göre muhakeme yeteneklerinin yüksek seviyede olduğu ve yüksek lisans öğrencilerin lisans öğrencilerine göre muhakeme yeteneklerinin yüksek olduğu sonucuna varmışlardır. Yapılan araştırmada öğrencilerin gördükleri öğrenimlerin de gerekçelendirme becerilerini etkilediğinden bahsetmektedirler. Bir üst kademeye çıktıkça derslerde aksiyomatik çıkarımlarda bulundukları ve ispat yöntemleriyle problemlerin çözümlerini açıkladıkları görülmektedir. Bu yüzden derslerde ispat yöntemlerinin ve aksiyomatik çıkarımlarda bulunmaların öğrencilerde gerekçelendirme becerilerini geliştirdiği sonucuna da varılabilir.

# BÖLÜM VI

# SONUÇ VE ÖNERİLER

Bu bölümde öncelikle araştırmadan elde edilen bulgulara dayalı sonuçlara yer verilecektir. Ayrıca daha sonra eğitimciler ve araştırmacılar için bazı öneriler sunulacaktır.

## 5.1. SONUÇ

Bu tez çalışmasında 7.sınıf öğrencilerinin bazı geometri konularında gerekçelendirme becerileri araştırılmıştır. Öğrencilerin gerekçelendirme becerileri, kendilerine verilen geometri problemlerini çözerken sundukları ikna edici cevaplar yoluyla incelenmiştir. Öğrencilerin çözümleri hem nitel olarak hem de bir rubrik yardımıyla nicel olarak değerlendirilmiştir. Sorulan problemlere verdikleri cevapların ayrı ayrı incelenmesi sonucu öğrencilerin gerekçelendirme becerilerindeki sorunları ve yetersizlikleri ortaya konulmaya çalışılmıştır. Tezin bu kısmında öğrencilerin gerekçelendirme becerilerine ilişkin sonuçlar sunulmuştur.

### 5.1.1. Birinci Araştırma Sorusuna İlişkin Sonuçlar

Uygulanan başarı testi tüm öğrenciler açısından bir bütün olarak değerlendirildiğinde, yaptıkları işlemlerden, öğrencilerin kendilerini ifade etmekte zorluk çektikleri ve soruları nasıl çözdüklerini bilmedikleri sonucuna ulaşılmıştır. Ayrıca birçok soruda yanlış gerekçelendirme yapan öğrencilerin bazı konularda kavramsal hatalarda bulundukları belirlenmiştir. Özsoy ve Kemankaşlı (2004) tarafından yapılan çalışmada, öğrencilerde saptanan hata ve kavram yanılgılarının nedenleri arasında öğrencilerin geometrik açıklamaları yaparken aksiyomatik yapıyı ve geometrik şekillerdeki özellikleri uygun biçimde kullanmamalarını göstermiştir. Bu da öğrencilerin Van Hiele'in dördüncü düzeyi olarak bilinen mantıksal çıkarım düzeyine ulaşamadıklarını göstermektedir. Bu yüzden öğrencilerin kavramsal hataya düşme sebepleri, geometriksel gerekçelendirme yaparken aksiyomatik yapıyı ve geometrik şekillerin özelliklerini uygun biçimde kullan(a)mamaları ile açıklanabilir.

Kare Problemi'nde (Sg1 sorusunda) yanlış gerekçelendirme yapan öğrencilerin büyük çoğunluğu çokgenin kenar uzunluğunu bulmuş ancak karenin çevre formülü ile alan formülü arasındaki kavramsal hataya düştükleri için cevabı yanlış bulmuşlardır. Bu durum, öğrencilerin çevre formülü ile alan formülü arasındaki farkı anlamlandıramadıklarını göstermektedir. Eksik gerekçelendirme yapan öğrencilerin büyük çoğunluğu ise karenin bir kenar uzunluğunu 8 birim olarak bulmuş ancak karenin alanına cevap olarak tam ve kesin bir açıklamada bulunamamışlardır. Tam ve ikna edici gerekçelendirmede bulunan öğrenciler soruda verilen şeklin kare ve eşkenar üçgenden oluştuğu için bir çokgen olduğunu belirleyip çevre uzunluğunu 5'e bölüp çokgenin bir kenar uzunluğunu elde etmişlerdir. Soruda karenin alanı istediğinden bir dörtgenin alanını hesaplar gibi karenin de bir kenar uzunluğu ile diğer kenar uzunluğunu çarparak alanını hesaplamışlardır. Bu yaptıkları çözümleri de tam ve ikna edici şekilde açıklamışlardır. Hiçbir gerekçelendirmede bulunmayan öğrencilerin çoğunluğu soruda herhangi bir gerekçede bulunmamışlardır. Genel olarak bu sorudaki öğrenci hatalarının kavramsal bilgi ve gerekçelendirme becerilerindeki eksikliklerden kaynaklandığı söylenebilir.

Açı Problemi'nde (Sg2 sorusunda) yanlış gerekçelendirme de bulunan öğrencilerin büyük bir çoğunluğu soruda $\hat{E}$ açısı istenmesine rağmen dörtgenin çevre uzunluğunu bulmuşlardır. Bütüner ve Filiz (2018)'in çalışmasında öğrencilerin açı ve çevre uzunluğunu karıştırdığı bulgusu elde ettiğimiz bulguyu daha anlamlı bir hale getirmektedir. Ayrıca öğrenciler, daha önce sınırlı bir ortamda doğru olarak öğrendiği bir kavramı ortam genişletildiği zaman rahatlıkla kavramsal hata yapabilir. Bu soruda da *"orta nokta"* kavramını doğru ve anlamlı şekilde içselleştirmesi ile birlikte soruda orta noktadan dolayı 2 tane ikizkenar dik üçgen oluşacaktır. Katılımcılardan hem orta nokta kavramını hem de ikizkenar dik üçgenin özelliklerini soruda uygulanıp gerekçelendirmesi istenmiştir. Bu iki kavramı tam olarak içselleştiremeyen öğrencilerin bu nedenle gerekçelendirmede zorluk çektikleri söylenebilir.

Üçgen probleminde (Sg3) birbirinden farklı 3 eşkenar üçgen ve bir doğru parçasının uzunluğu verilmiştir. Öğrencilerden birbirinden farklı 3 eşkenar üçgenin oluşturduğu şeklin çevreleri toplamı istenmiştir. Diğer gerekçelendirme sorularından farklı olarak öğrencilerin sadece eşkenar üçgenin kenarlarının eşitliği özelliğini kullanmaları ve şeklin çevresini hesaplamaları beklenmiştir. Bu eşkenar üçgen sorusu (Sg3) için doğru cevabı bulan ayrıca tam ve ikna edici bir şekilde gerekçelendiren öğrenci oranı %4,3 olup diğer sorulardaki oranlardan daha yüksektir. Bu soruda tam ve ikna edici gerekçelendirmede bulunan öğrencinin daha fazla çıkması, sorunun tek bir kavrama yönelik olmasından kaynaklandığı söylenebilir. Diğer bir sonuç olarak da öğrencilerin sorulara yönelik vermiş oldukları cevapların da kavrama ait sadece bir özellik olan eşkenar üçgenin tüm kenarlarının eşitliğini kullanarak soruda verilen şeklin çevresini hesaplamada yararlandıkları görülmektedir.

Çember Problemi'nde (Sg4) "bir doğru bir çemberi iki noktada keser" tanımı verilmiştir. Bu tanımdan yola çıkarak katılımcılara, bir çemberi bir dörtgen en fazla kaç noktada keser sorusu sorulmaktadır. Çoğu katılımcı, bir dörtgenin 4 tane doğrudan oluştuğunu düşünerek "bir doğru bir çemberi 2 noktada kesiyor ise o zaman dörtgende 8 noktada keser" ifadesinde bulunmuşlardır. Katılımcıların sonuçları doğru olmasına rağmen kavramsal hata yaptıkları görülmektedir. Çünkü dörtgenler 4 doğru parçasından oluşmaktadır. Fakat katılımcılar doğru ile doğru parçası kavramlarını içselleştiremedikleri için kavramsal hataya düştükleri görülmektedir. Bu soruda katılımcılardan, çözümlerini gerekçelendirmeleri istenmemiş olsaydı katılımcıların kavramsal bir hata içerisinde oldukları görülemeyecekti.

Tüm gerekçelendirme sorularının sonuçlarını incelediğimizde tam ve ikna edici gerekçelendirme sunma başarısında soruyu çözerken kullanılması gereken kavram sayısının belirleyici olduğu ortaya çıkmıştır. Birden fazla özellik kullanmaları gerektiğinde öğrencilerin gerekçe sunmakta daha fazla zorluk yaşadığı söylenebilir.

### 5.1.2. İkinci Araştırma Sorusuna İlişkin Sonuçlar

Çalışmanın bulgularına bakıldığında cinsiyet farkının gerekçelendirme becerisini etkilemediği sonucuna varılmıştır. Literatürde bu konu ile ilgili birçok çalışma bulunmaktadır (Bayram, 2004; Ubuz,1999; Umay, 2003; Yolles, 2001). Bayram (2004) ve Umay (2003) çalışmalarında gerekçelendirme becerisinin cinsiyet faktörü bakımından farklılığın oluşmadığını ortaya çıkarmışlardır. Bu yüzden araştırmamızda cinsiyetler arasında anlamlı bir farklılığın ortaya çıkmaması bu anlamda anlamlıdır. Bu araştırma sorusu oluşturulurken literatürde (Ubuz, 1999; Yolles, 2001) gerekçelendirme becerisi ile iletişim becerisinin arasında bir ilişki olduğu görülmüştür.  Kız öğrencilerin, erkek öğrencilere göre daha fazla iletişim halinde oldukları literatürde (Ubuz, 1999; Yolles, 2001) tespit edilmiştir.

### 5.1.3. Üçüncü Araştırma Sorusuna İlişkin Sonuçlar

Literatürdeki çalışmalara bakıldığında üst bilişsel seviyeleri yüksek olan öğrencilerin gerekçelendirme becerilerinin yüksek olduğu ortaya konulmuştur (Staples, Bartlo ve Thanheiser, 2012; Toluk Uçar, 2016). Bu çalışmanın da nicel istatistik sonuçlarına göre başarı düzeyi yüksek olan öğrencilerin gerekçelendirme becerisinin yüksek olduğu sonucuna varılmıştır. Bunun sonucu olarak öğrencilerin sorulara yönelik vermiş oldukları cevapların düzeyleri gerekçelendirme becerileri için "öğrenciler bilgiyle akıl yürütebilir, sonuç çıkarabilir, genelleme yapabilir" şeklinde yorumlanabilir.

## 5.1. ÖNERİLER

Tezin bu kısmında elde edilen sonuçlar değerlendirilerek araştırmacılara, öğretmenle eğitimcilere öneriler sunulmuştur.

Öğrencilerin kavramsal hataya düşme sebepleri, onların mantıksal çıkarım düzeyine (Van Hiele'in IV. düzeyi) ulaşamadıklarını göstermektedir. Öğrencilerin, geometriksel düşünme yeteneklerinin geliştirilebilmesi için öncelikle kavramlar arasındaki ilişkilerin ayrıntılı açıklanması gerekmektedir. Bunu öğretmenler iyi planlanmış etkinlikler, uygun araçlar ve destekleri ile öğrencilere, geometri ile ilgili kuralları keşfettirilebilir ve geometrik düşüncelerini usavurmayı öğrenerek kavram yanılgılarını giderebilirler. Öğrencilerin problem çözerken açıklama ve gerekçelendirmede bulunmaları sonucunda kendilerinin eylemlerini yorumlamaya imkân tanımasının yanında buna ek olarak kendi niyetlerinin ne olduğu hakkında da bir fikir verir. Dolayısıyla, öğrencilerin konu anlatımları sırasında farkında olmadan edindikleri kavramsal yanılgı ve hatalarının bu yolla açığa çıkması anlamına gelmektedir. Bu yüzden de öğrencilerden derslerde anlatılan konunun ya da çözülen problemin karşıdakini ikna edebilecek şekilde açıklama ve gerekçelendirme yapmaları önerilebilir.

Çember sorusu bulgularından öğrencilerin bazı kavramları içselleştir(e)mediklerine dair ipuçları vermiştir. Öğrencilerin sonuçlarının doğru olması onların konuya dair kavramsal hata içerisinde olmadıkları anlamına gelmemektedir. Sadece sonuca bakarak öğrencilerin ne bildiklerine karar vermenin doğru olmadığı sonucuna varılmıştır. Burada gerekçelendirmenin ne kadar önemli olduğu ortaya çıkmaktadır. Bu yüzden de öğrencilerden problemleri çözerken ya da sınıfta kavram anlatılırken gerekçe sunmaları gereken ortamlar sağlamanın faydalı olabileceği söylenebilir. Ayrıca bu şekilde sınıf ortamlarının oluşması öğrencilerin “neyi, nasıl anladıklarını” göstermesi bakımından büyük öneme sahip olduğu söylenebilir.

Öğrencilerin kavramsal bilgi eksikliklerini sınıfta tanımların kesin ve net bir şekilde yapılarak kavram yanılgılarına sebep olacak kavramlarla birlikte bulunan sorular çözdürülerek öğrencilerin hata yapmalarını sağlayıp neden hata yaptıkları sorgulattırılabilir. Bu şekilde öğrencinin gerekçelendirme becerisi de geliştirilebilir. Ayrıca öğrencilerin soruda ne yapmak istediği açıklattırılarak sınıfta iletişim ortamı oluşturulur. Bu şekilde 21.yüzyıl matematiksel süreç becerilerinden olan iletişim becerisi de geliştirilebilir.

Öğrencinin matematiksel ifadeler kullanarak karşıdakini ikna edebilmesi öğrencinin kavramsal hataları da ortaya çıkarması açısından matematik eğitimine katkı sağlayabilir. Matematik öğretiminde soyut formül ve kurallar kazandırmaktan ziyade bilginin elde ediliş yolları ile daha çok ilgilidir. Bu sayede öğrencinin neyi, nasıl öğrendiğinin farkına varılabilir. Bu şekilde öğrencinin kavramsal hata ve yanılgılara düşmesi engellenebilir.

Genel olarak tüm verilerin sonuçlarına bakıldığında diğer bir çözüm önerisi olarak öğrencilere sınıf ortamında birden fazla kavramın ilişkilendirildiği soruları gerekçelendirmeleri istenebilir. Öğrencilerin geometriksel gerekçelendirme becerilerinin geliştirilmesi için öncelikle kavramlar arasındaki bağlantıların ayrıntılı açıklanması gerekmektedir (Dağlı ve Peker, 2011). Öğrencilerin geometriksel gerekçelendirme becerilerinin gelişmesine katkı sağlayacağından öğretimde geometrik kavramlar arasındaki farkların somut örneklerle anlatılması gerektiği önerilebilir.

Öğrencilerin gerekçelendirme becerileri üzerinde epistemolojik, pedagojik, çevresel faktör ve\veya başka değişkenlerin etkili olup olmadığı, bir başka çalışma konusu olarak, araştırmacılara önerilebilir.

# KAYNAKÇA


Akgündüz, D., Aydeniz, M., Çakmakçı, G., Çavaş, B., Çorlu, M. S., Öner, T., ve Özdemir, S. (2015). *STEM eğitimi Türkiye raporu*. Scala Basım, İstanbul.

Akkan, Y., Öztürk, M., ve Akkan, P. (2017). İlköğretim matematik öğretmeni adaylarının örüntüleri genelleme süreçleri: stratejiler ve gerekçelendirmeler. *Türk Bilgisayar ve Matematik Eğitim Dergisi*, 8(3), 513-550.

Akkuş, R., Onur, F. Z., ve Ertuna, L. (2010). Problem çözme sürecinde yazma etkinliklerinin artışı ile birlikte gerekçelendirme seviyelerindeki değişim. *9.Matematik Sempozyumu Bildiriler Kitabı* 20-22 Ekim 2010 KTÜ, pp.101-102.

Akuysal, N. (2007). *İlköğretim 7. sınıf öğrencilerinin 7. sınıf ünitelerindeki geometrik kavramlardaki yanılgıları*. Yayımlanmamış doktora tezi, Selçuk Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Konya.

Allen, M., Bruflat, R., Fucilla, R., Kramer, M., McKellips, S., Ryan, D. J., & Spiegelhoff, M. (2000). Testing the persuasiveness of evidence: Combining narrative and statistical forms. *Communication Research Reports, 17*(4), 331-336.

Allen, M., Bruflat, R., Fucilla, R., Kramer, M., McKellips, S., Ryan, D. J., Spiegelhoff, M. (2000). Testing the persuasiveness of evidence: Combining narrative and statistical forms. *Communication Research Reports*, 17, 331–336.

Altun, M. (2008). Eğitim fakülteleri ve sınıf öğretmenleri için matematik öğretimi. *Alfa Yayıncılık, Ankara*.

Argon, T. (2011). Teacher Candidates' Inclinations for Critical Thinking and Their Conflict Management Styles. 2nd ICONTE, Antalya-Turkey

Arslan, Ç. (2007). *İlköğretim öğrencilerinde muhakeme etme ve ispatlama düşüncesinin gelişimi.* Yayınlanmamış doktora tezi, Uludağ Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Bursa.

Baki, A., ve Birgin, O. (2002). Matematik eğitiminde alternatif bir değerlendirme olarak bireysel gelişim dosyası uygulaması. *V. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi Bildiri Kitabı, II*, 913-920.

Baskan, G. A. (2001). Öğretmenlik mesleği ve öğretmen yetiştirmede yeniden yapılanma. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, *20*, 16-25.

Basu Monga, A. (2004). *Cultural differences in brand extension. the role of analytic versus holistic thinking.* Yayımlanmamış doktora tezi, The University of Minnesota, Duluth.

Bell, A. W. (1976). A study of pupils' proof-explanations in mathematical situations. *Educational studies in mathematics*, *7*(1-2), 23-40.

Binkley, M., Erstad, O., Herman, J., Raizen, S., Ripley, M., Miller-Ricci, M., & Rumble, M. (2012). Defining twenty-first century skills. In *Assessment and teaching of 21st century skills* (pp. 17-66). Springer, Dordrecht.

Boaler, J., & Staples, M. (2008). Creating mathematical futures through an equitable teaching approach: The case of Railside School. *Teachers College Record*, *110*(3), 608-645.

Bolen, L. M., Torrance, E. P. (1978). The Influence on Creative Thinking of Locus of Control, Cooperation and Sex. *Jurnal of Clinical Psychology*, 34(4), 903-907.

Bozkurt, S. (2012). *İlköğretim ikinci kademe öğrencilerinde sınav kaygısı, matematik kaygısı, genel başarı ve matematik başarısı arasındaki ilişkilerin incelenmesi*. Yayınlanmamış yüksek lisans tezi, İstanbul Üniversitesi, İstanbul.

Bütüner, S & Filiz, M. (2018). İlköğretim matematik öğretmenlerinin açılar konusundaki öğrenci kavram yanılgılarının farkındalıklarının belirlenmesi. *Sakarya Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, (35), 123-144.

Cai, J. (2003). Singaporean students’ mathematical thinking in problem solving and problem posing: an exploratory study. *International Journal of Mathematics Education in Science and Technology*, 34(5), 719-737.

Charalambous, C. Y., Hill, H. C., & Ball, D. L. (2011). Prospective teachers’ learning to provide instructional explanations: how does it look and what might it take? *Journal of Mathematics Teacher Education*, *14*(6), 441-463.

Charalambous, C. Y., Hill, H. C., & Ball, D. L. (2011). Prospective teachers’ learning to provide instructional explanations: how does it look and what might it take? *Journal of Mathematics Teacher Education*, *14*(6), 441-463.

Chick, H. L. (2003). Pre-service teachers’ explanations of two mathematical concepts. In *Proc. 2003 annual conf. of the Australian Association for Research in Education*.

Cohen, D., & Ball, D. L. (2001). Making change: Instruction and its improvement. *Phi Delta Kappan*, 83(1), 73–77.

Çelik, H., Gürpınar, C., Başer, N., & Erdoğan, S. (2015). Öğrencilerin analitik düşünme becerisinin gelişimi üzerine fen bilgisi öğretmenlerinin görüşleri. *Akademik Platform*, 2015, 396-408.

Çolak, S.K. (2006). *Materyal kullanımının altıncı sınıf öğrencilerinin geometri kavramları bağlamında matematiksel okuryazarlığına etkisi üzerine deneysel bir çalışma*. Yüksek lisans tezi, Gazi Üniversitesi, Ankara.

Dağkıran, D. (2010). *The impact on critical thinking of the use of L1 and L2 in peer feedback*. Doctoral dissertation, Bilkent University.

De Villiers, M. D. (2003). *Rethinking proof with the geometer's sketchpad*. Emmeryville, CA: Key Curriculum Press.

Demirci, E. E. (2002). *İletişim becerileri eğitiminin mesleki eğitim merkezine devam eden genç işçilerin iletişim becerilerini değerlendirmelerine Etkisi.* Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi. Hacettepe Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü.

Dewey, R. (2007). *Psychology: An Introduction: "Diffusion of Responsibility*". IntroPsych.

DiCerbo, K. (2014). Assessment and teaching of 21st century skills. *Assessment in Education: Principles, Policy & Practice*, 21(4), 502-505.

Doğan, M. ve Güner, P. (2012). İlköğretim matematik öğretmen adaylarının matematik dilini anlama ve kullanma becerilerinin incelenmesi. *X. Ulusal Matematik ve Fen Bilimleri Kongresi*, 27-30 Haziran 2012, Niğde.

Dokur N., (2013). *Somut materyal ve Geometer's Sketchpad destekli eğitimlerin ilköğretim matematik öğretmenliği birinci sınıf öğrencilerinin başarılarına ve çözümlerini açıklamalarına etkileri.* Yayınlanmamış yüksek lisans tezi, Gaziantep Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü.

Driscoll, M. J., DiMatteo, R. W., Nikula, J., & Egan, M. (2007). *Fostering geometric thinking: A guide for teachers, grades 5-10*. Portsmouth, NH: Heinemann.

Duatepe, A., Çıkla, O. A., ve Kayhan, M. (2005). Orantısal akıl yürütme gerektiren sorularda öğrencilerin kullandıkları çözüm stratejilerinin soru türlerine göre değişiminin incelenmesi. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, *28*, 73-81.

Eryılmaz, S., ve Uluyol, Ç. (2015). 21. yüzyıl becerileri ışığında FATİH projesi değerlendirmesi. *Gazi Üniversitesi Gazi Eğitim Fakültesi Dergisi*, *35*(2), 209-229.

Fidan, Y., ve Türnüklü, E. (2010). İlköğretim 5. Sınıf öğrencilerinin geometrik düşünme düzeylerinin bazı değişkenler açısından incelenmesi. *Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 27*, 185-197.

Fitzgerald, J. F. (1996). Proof in mathematics education. *Journal of Education*, *178*(1), 35-45.

Gardner, E. C. (1993). John Locke: Justice and the social compact. *Journal of Law and Religion*, 9(2), 347-371.

Goodman, M. (1995). *Creative Managment.* Cronwall: Prentice Hall International, T. J Press.

Göğebakan, D. (2012). *Kubaşık öğrenme ve anlaşmazlık çözümü eğitimi ile bütünleştirilmiş Türkçe ve sosyal bilgiler programının öğrencilerin akademik başarı, iletişim ve sosyal problem çözme becerilerine etkisi.* Yayımlanmamış doktora tezi, Ege Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, İzmir.

Göksün, D. O., ve Kurt, A. A. (2017). Öğretmen adaylarının 21. yy. öğrenen becerileri kullanımları ve 21. yy öğreten becerileri kullanımları arasındaki ilişki. *Eğitim Ve Bilim*, *42*(190), 107-130.

Gültekin, S. H., ve Hasan, E. S. (2018). İlköğretim matematik öğretmen adaylarının geometri alan dilini kullanma becerilerinin incelenmesi. *Gazi Üniversitesi Gazi Eğitim Fakültesi Dergisi*, *38*(2), 635-662.

Gürçay, D., ve Eryılmaz, A. Çoklu Zekâ Alanlarına Dayalı Öğretimin Öğrencilerin Fizik Başarısına Etkisi. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, *29*, 103-109.

Hadas, N., Hershkowitz, R., & Schwarz B. B. (2000). The role of contradiction and uncertainty in promoting the need to prove in dynamic geometry environments. *Educational Studies in Mathematics*, 44, 127-150.

Han, H. (2007). *Middle school students' quadrilateral learning: A comparison study* (pp. 1-188). University of Minnesota.

Hanna, G. (1990). Some pedagogical aspects of proof. *Interchange*, 21(1), 6–13.

Hanna, G. (2000). A critical examination of three factors in the decline of proof. *Interchange*, *31*(1), 21-33.

Hanna, G. (2000). Proof, explanation and exploration: An overview. *Educational Studies in Mathematics*, 44, 5–23.

Henderson, P. (2002). Functional geometry. *Higher-order and symbolic computation*, *15*(4), 349-365.

Hull, G. A., & Schultz, K. (Eds.). (2002). *School's out: Bridging out-of-school literacies with classroom practice* (Vol. 60). Teachers College Press.

Işık, A., ve Konyalıoğlu, A. C. (2005). Matematik eğitiminde görselleştirme yaklaşımı. *Atatürk Üniversitesi Kazım Karabekir Eğitim Fakültesi Dergisi*, 11, 462-471

İnan, C., ve Özgen, K. (2008). Matematik öğretmen adaylarının öğretmenlik uygulaması sürecinde öğrencilere düşünme becerilerini kazandırmadaki yeterliliklerine yönelik görüşlerinin değerlendirilmesi. *Elektronik Sosyal Bilimler Dergisi ESOSDER*, *7*(25), 39-54.

İslamoğlu, A. H., ve Alnıaçık, Ü. (2014). *Sosyal bilimlerde araştırma yöntemleri*. Beta Basım, İstanbul.

Jones, K. (2000). Providing a foundation for deductive reasoning: Students' interpretations when using dynamic geometry software and their evolving mathematical explanations. *Educational studies in mathematics*, *44*(1-2), 55-85.

Karabay, A. (2015). Eleştirel düşünme becerisine yönelik yapılan tezlerin eleştirel yazma ölçütleri açısından değerlendirilmesi. *Eğitimde Kuram ve Uygulama*, *11*(3), 1043-1060.

Karakoca, A. (2011). *Altıncı sınıf öğrencilerinin problem çözmede matematiksel düşünmeyi kullanma durumları*. Yayımlanmamış yüksek lisans tezi, Osmangazi Üniversitesi, Eskişehir.

Karasar, N. (1984). Türk üniversitelerinde araştırma eğitimi. *Yayınlanmamış Araştırma Raporu*.

Kinach, B. M. (2002). Understanding and Learning-to-explain by Representing Mathematics: Epistemological Dilemmas Facing Teacher Educators in the Secondary Mathematics "Methods" Course. *Journal of Mathematics Teacher Education*, *5*(2), 153-186.

King, P. M., & Kitchener, K. S. (2004). Reflective judgment: Theory and research on the development of epistemic assumptions through adulthood. *Educational psychologist*, *39*(1), 5-18.

Korkut, F. (2002). Lise öğrencilerinin problem çözme becerileri. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, *23*, 177-184.

Kökdemir, D. (2003). *Belirsizlik Durumlarında Karar Verme ve Problem Çözme*. Doktora tezi. Ankara Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü.

Krulik, S. ve Rudnick, J. A. (1999). *Innovative tasks to improve critical and creative thinking skills. Developing mathematical reasoning in grades K-12*. (Lee V. Stiff, 1999 year book editor), National Council of Teachers of Mathematics, Reston: Virginia.

Küchemann, D., Hoyles, C. (2001). Identifying Differences in Students Evaluations of Mathematical Reasons, *British Society for Research into Learning Mathematical Proceeding*, 21(1): 37-42.

Kyllonen, P. C. (2012, May). Measurement of 21st century skills within the common core state standards. In *Invitational Research Symposium on Technology Enhanced Assessments* (pp. 7-8).

Lai, E. R., & Viering, M. (2012). *Assessing 21st century skills: Integrating research findings*. National Council on Measurement in Education, Vancouver, BC.

Lester, F. K. (1994). Musing about mathematical problem solving researchs: 1970-1994. Journal for Research in Mathematics Education, 25(6), 660-675.

Levenson, E. (2010). Fifth- grade students' use and preferences for mathematically and practically based explanations. Educational Studies in Mathematics, 73: 121-142.

Levenson, E., Tirosh, D., & Tsamir, P. (2006). Mathematically and practically-based explanations: Individual preferences and sociomathematical norms. *International journal of science and mathematics education*, *4*(2), 319-344.

Levenson, E., Tsamir, P., & Tirosh, D. (2010). Mathematically based and practically based explanations in the elementary school: teachers' preferences. *Journal of Mathematics Teacher Education*, *13*(4), 345-369.

Lipman, M. (1988). Critical thinking: What can it be? *Educational Leadership*, *46*(1), 38-43.

McHugh, M. L., (2012). Interrater reliability: the Kappa statistic. *Biochmia Medice, 22* (3), 276-282.

MEB (2003). *Sınav sonuçları* www.meb.gov.tr

MEB (2012). *İlköğretim matematik dersi (5-8 Sınıflar) öğretim programı*. Milli Eğitim Bakanlığı, Ankara.

MEB (2015). *İlköğretim matematik dersi (5-8 Sınıflar) öğretim programı.* Milli Eğitim Bakanlığı, Ankara.

MEB (2018). *Sınav sonuçları*, www.meb.gov.tr

Mistretta, R. M. (2000). Enhancing geometric reasoning. *Adolescence*, *35*(138), 365-379

NCTM (1989). *Principles and standards for school mathematics*, Reston/VA: National council of Teachers of Mathematics.

NCTM (1995). *Principles and standards for school mathematics*, Reston/VA: National council of Teachers of Mathematics.

NCTM (2000).Principles and standarts for school mathematics. Reston/VA: National Council of Teachers of Mathematics (p.182).

Olkun, S., ve Toluk, Z. (2003). *İlköğretimde etkinlik temelli matematik öğretimi*. Anı Yayıncılık, Ankara.

OECD (2006). Assessing scientific, reading and mathematical literacy, a framework for PISA. Organisation for Economic Co-operation and Development, http://www.oecd.org/

Özdemir, A. (2014). *İlköğretim ve ortaöğretim başarı ölçülerinin yükseköğretime geçiş sınav puanlarını yordama gücü*. Yayımlanmamış yüksek lisans tezi, Hacettepe Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.

Özerbaş, M. A., Bulut, M., ve Usta, E. (2007). öğretmen adaylarının algıladıkları iletişim becerisi düzeylerinin incelenmesi. *Ahi Evran Üniversitesi Kırşehir Eğitim Fakültesi Dergisi*, *8*(1), 123-135.

Özsoy, N., ve Kemankaşlı, N. (2004). Ortaöğretim öğrencilerinin çember konusundaki temel hataları ve kavram yanılgıları. *TOJET: The Turkish Online Journal of Educational Technology*, *3*(4), 140-147

Paul, R. (1988). Critical thinking in the classroom. *Teaching K-8*, *18*(1), 49-51.

Polat, M. (2015). *İlköğretim 7.sınıf matematik ders ve çalışma kitaplarındaki açıklama ve gerekçelendirme gerektiren görevlerin öğrenme alanlarına göre incelenmesi*. Yayımlanmamış yüksek lisans tezi, Gaziantep, Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü.

Polya, G. (1945). *How to solve it*. Princeton University Press, Princeton, NJ.

Presseisen, B. Z. (1985). Thinking skills: Meanings, models, materials. A. Costa (Ed.), *Developing Minds* (s.43-48). Alexandria, VA: Association for Supervision and Curriculum Development.

Raman, M. J. (2002). *Proof and justification in collegiate calculus*. Doctoral dissertation, University of California, Berkeley.

Resnik, M. D., & Kushner, D. (1987). Explanation, independence and realism in mathematics. *The British journal for the philosophy of science*, *38*(2), 141-158.

Runco, M. (1996). Personal Creativity: Definition and Developmental Issues. New Directions for Child Development.

Sandborg, D. (1998). Mathematical explanation and the theory of why-questions. *The British Journal for the Philosophy of Science*, *49*(4), 603-624.

Schacter, D. L. (1995). Memory distortion: History and current status. *Memory distortion: How minds, brains, and societies reconstruct the past*, 1-43.

Schacter, J. (1995). *A guide for designing performance assessment. Los Angeles learning center alternative assessment guidebook*. Center for Research on Evaluation, Standards and Student Testing, University of California, Los Angeles, CA

Schoenfeld, A. H. (1982). *Expert and novice mathematical problem solving*. Final Project Report and Appendices BH.

Seferoğlu, S.S., ve Akbıyık, C. (2006). Eleştirel düşünme ve öğretimi. *H. Ü. Eğitim Fakültesi Dergisi, 30*, 193-200

Senemoğlu, N. (2005). *Gelişim, öğrenme ve öğretim; Kuramdan uygulamaya*. Ankara: Spot Matbaacılık.

Senk, S., & Usiskin, Z. (1983). Geometry proof writing: A new view of sex differences in mathematics ability. *American Journal of Education, 91*(2), 187-201.

Simon, M. A., Tzur, R., Heinz, K., ve Kinzel, M. (2004). Toward a theory of mathematics pedagogy: Explicating a mechanism of conceptual learning and its implications for teaching. *Journal for Research in Mathematics Education,* 35(5), 305-329.

Smith, M. K. (2006). Beyond the curriculum: Fostering associational life in schools. In Z. Bekerman , N. C. Burbules , & D. S. Keller (Eds.), *Learning in places: The informal education reader* (pp. 9-33). New York: Peter Lang

Soylu, Y., ve Soylu, C. (2006). Matematik derslerinde başarıya giden yolda problem çözmenin rolü. *İnönü Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 7*(11), 97-111.

Stanic, G., & Kilpatrick, J. (1989). Historical perspectives on problem solving in the mathematics curriculum. T*he Teaching and Assessing of Mathematical Problem Solving*, 3, 1-22.

Staples, M. E., Bartlo, J., & Thanheiser, E. (2012). Justification as a teaching and learning practice: Its (potential) multifacted role in middle grades mathematics classrooms. *The Journal of Mathematical Behavior*, *31*(4), 447-462.

Staples, M., & Truxaw, M. (2009). A journey with justification: Issues arising from the implementation and evaluation of the Math ACCESS Project. In *Proceedings of the thirty-first annual meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 5, pp. 827-835).

Stiggins, R. J. (1999). Assessment, student confidence, and school success. *The Phi Delta Kappan*, *81*(3), 191-198.

Tekin, B. ve Tekin, S. (2004). Matematik öğretmen adaylarının matematiksel okuryazarlık düzeyleri üzerine bir araştırma, MATDER, http:// www.matder.org.tr/index. php?option=com_content&view= article&id=77: matematik-ogretmenadaylarininmatematiksel- okuryazarlik-duzeyleri-uzerine-bir-arastirma-&catid=8:matematikkosesimakaleleri&Itemid=172

Toluk Uçar, Z. (2011). Öğretmen adaylarının pedagojik içerik bilgisi: öğretimsel açıklamalar. *Türk Bilgisayar ve Matematik Eğitimi Dergisi*, *2*(2), 87-102.

Toulmin, S. (1969). *Concepts and the explanation of human behavior*. In Human action (p. 71-104), Academic Press, New York.

Turgut, M. F., ve Baykul, Y. (2011). *Eğitimde ölçme ve değerlendirme*. Pegem Akademi, Ankara.

Umay, A., ve Arıol, Ş. (2011). Baskın olarak bütüncül stilde düşünenlerle baskın olarak analitik stilde düşünenlerin problem çözme davranışlarının karşılaştırılması. *Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi,* 30(30), 27-37.

Umay, A., ve Kaf, Y. (2005). Matematikte kusurlu akıl yürütme üzerine bir çalışma. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, *28*, 188-195.

Usiskin, Z. (1982). Van Hiele levels and achievement in secondary school geometry. University of Chicago. ERIC Document Reproduction Service.

Van Hiele, D. (1957). *The didactics of geometry in the lowest class of secondary school(translated)*. Unpublished doctoral dissertation, Utrecht University.

Yazgan, Y., ve Bintaş, J. (2005). İlköğretim dördüncü ve beşinci sınıf öğrencilerinin problem çözme stratejilerini kullanabilme düzeyleri: Bir öğretim deneyi. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, *28*, 210-218.

Yeşildere, S., ve Türnüklü, E. B. (2007). Öğrencilerin matematiksel düşünme ve akıl yürütme süreçlerinin incelenmesi. *Ankara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Fakültesi Dergisi*, *40*(1), 181-213.

Yıldırım, A., ve Şimşek, H. (2003). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri*. Seçkin Yayınları, Ankara.

## ÖZGEÇMİŞ

Begüm ÖZMUSUL, 09.05.1993 tarihinde Aydın'da doğdu. İlkokulu Mehmet Adil Kasapseçkin İlköğretim Okulu'nda, ortaokulu Gaziantep Kolej Vakfı'nda ve liseyi Necip Fazıl Kısakürek Anadolu Lisesi'nde okudu. 2012 yılında Gaziantep Üniversitesi Eğitim Fakültesi İlköğretim Matematik Öğretmenliği Bölümü'nde lisans öğrenimine başladı ve 2016 yılında mezun oldu. Ardından Gaziantep Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü Matematik Eğitimi Anabilim Dalı'nda yüksek lisans eğitimi için kabul aldı. Halen de Matematik Eğitimi üzerine çeşitli çalışmalar yapmaktadır.

## VITAE

Begüm ÖZMUSUL was born on 09.05.1993 in Aydın. Primary School Mehmet Adil Kasapseçk's Primary School, middle school and high school in Gaziantep College, Necip Fazil Kısakurek studied at the High School. She started her undergraduate education in Gaziantep University, Faculty of Education, Elementary Mathematics Education Department in 2012 and graduated in 2016. Then, he was accepted for master education in Institute of Educational Sciences of Gaziantep University in Mathematics Education Department. She is still doing various studies on Mathematics Education.