<u>İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ ★ BİLİŞİM ENSTİTÜSÜ</u>

ELYAF SARMA İLE ÜRETİLEN KOMPOZİT YAPIDAKİ BASINÇLI KAPLARIN DEĞİŞİK YÜKLEMELERDE MODELLENMESİ

YÜKSEK LİSANS TEZİ Alparslan PEHLİVAN

Hesaplamalı Bilim ve Mühendislik Anabilim Dalı Hesaplamalı Bilim ve Mühendislik Programı

Tez Danışmanı: Prof. Dr. Cevat Erdem İMRAK

HAZİRAN 2017



<u>İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ ★ BİLİŞİM ENSTİTÜSÜ</u>

ELYAF SARMA İLE ÜRETİLEN KOMPOZİT YAPIDAKİ BASINÇLI KAPLARIN DEĞİŞİK YÜKLEMELERDE MODELLENMESİ

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Alparslan PEHLİVAN (702121001)

Hesaplamalı Bilim ve Mühendislik Anabilim Dalı

Hesaplamalı Bilim ve Mühendislik Programı

Tez Danışmanı: Prof. Dr. Cevat Erdem İMRAK

HAZİRAN 2017



İTÜ, Bilişim Enstitüsü'nün 702121001 numaralı Yüksek Lisans Öğrencisi Alparslan PEHLİVAN, ilgili yönetmeliklerin belirlediği gerekli tüm şartları yerine getirdikten sonra hazırladığı "ELYAF SARMA İLE ÜRETİLEN KOMPOZİT YAPIDAKİ BASINÇLI KAPLARIN DEĞİŞİK YÜKLEMELERDE MODELLENMESİ" başlıklı tezini aşağıda imzaları olan jüri önünde başarı ile sunmuştur.

Tez Danışmanı :

Prof. Dr. Cevat Erdem İMRAK İstanbul Teknik Üniversitesi

.....

.....

.....

Jüri Üyeleri :

Prof. Dr. Haydar Livatyalı Yıldız Teknik Üniversitesi

Doç. Dr. Adem TEKİN İstanbul Teknik Üniversitesi

Teslim Tarihi :5 Mayıs 2017Savunma Tarihi :5 Haziran 2017



ÖNSÖZ

Lisansüstü eğitimin son basamağı olan bu tezimde; çalışmalarımın her basamağında benden yardımlarını esirgemeyen, bana yol gösteren ve zor şartlarda danışmanlık görevini üstlenmiş olan sayın hocam Prof. Dr. Cevat Erdem İMRAK'a minnettarım.

Çalışmalarım esnasında anlatımlarından yararlandığım, bana yardımcı olmakta tereddüt etmeyen ve tez döneminde sürekli desteğini gördüğüm İTÜ Tekstil Mühendisliği değerli öğretim üyesi Yrd. Doç. Dr. Ali KILIÇ'a, danışman konusunda bana yol gösteren İTÜ Hesaplamalı Bilim ve Mühendislik Bölüm Koordinatörü değerli hocam Doç. Dr. Adem TEKİN'e derin minnet duygularımı sunmaktayım.

Tez aşamasında kaynak araştırmalarının yanı sıra manevi olarak da yardımını sağlamış, şu anda Marmara Üniversitesi'nde araştırma görevlisi olarak görevini sürdüren lisans dönemi sıra arkadaşım Yusuf POLAT'a, gerek ders dönemi gerekse tez aşamasında yardımını esirgemeyen sevgili dostum Orkun KUŞ'a özel olarak teşekkürlerimi iletmekteyim.

Elbette, bugünlere gelmemde emekleri yadsınamaz olan anneme, kardeşime, sevdiklerime saygı ve sevgilerimi sunarım.

Mayıs 2017

Alparslan Pehlivan



İÇİNDEKİLER

<u>Sayfa</u>

ÖNSÖZ	····· V
IÇINDEKILEK	······································
KISALTMALAR	
ÇIZELGE LISTESI	X
ŞEKIL LISTESI Özdam	X11
	XV
SUMMARY	XVI
I. GIRIŞ	
1.1 Tezin Amacı ve Onemi	ا م
1.2 Literatur Araştırması	2 4 م
2. GENEL BILGILER	ر ۱
2.1 Basınçı Kaplar	
2.2 Elyal Sarma Yontemi	۲۲۲
2.2.1 Islak elyal sallila	····· · · · · · · · · · · · · · · · ·
2.2.2 Kuru eryar sarma ila üratilan giatamlarin hullanım alanları	····· · · · · · · · · · · · · · · · ·
2.2.5 Elyar sama ne uletnen sistemienn kunannn alaman	
2.2.3.1 UZay sanayi	
2.2.3.2 Elluusul	·····?
2.2.3.5 Spot 2 3 Sonlu Elemanlar Vöntemi	
2.5 Sonia Elemanar Tonenn	
2.3.1 Çozun uği 2.3.2 Düğüm noktası	
3 MALZEME SECIMI	
3 1 Malzeme İndisi Belirleme	13
3.2 Matematiksel İfade	
3.3 Diagram Kullanarak Malzeme Tavini	
4. YAPILAN CALISMALAR	
4.1 Matematiksel Model	
4.1.1 Giris	
4.1.2 Problem tanımı	
4.1.3 Gerilme hesabı	
4.1.4 Arayüz kuvvetleri ve integral sabitinin belirlenmesi	
4.1.5 Dayanım kontrolü	
4.1.6 Modelin Matlab ile çözümü	
4.1.6.1 Genetik algoritma	
4.1.6.1.1 Çaprazlama operatörü	
4.1.6.1.2 Mutasyon operatörü	
4.1.6.1.3 Seçim	
4.1.6.1.4 Yakınsama	
4.1.6.1.5 Algoritma değerleri	
4.2 Sonlu Elemenler Metoduyla Cözüm	36

4.2.1 Malzeme tanımı	
4.2.2 Geometri ve seçili yüzeyler	
4.2.3 Sınır şartları	
4.2.4 Elyaf açısı ve katman miktarı	
4.2.5 Çözüm ağı yapısı	41
5. SONUÇ VE ÖNERİLER	
5.1 Analitik Çözüm	
5.2 Numerik Çözüm	
5.3 Sonuçların Karşılaştırılması	
5.4 Değerlendirmeler ve Öneriler	
5.4.1 Gelecekteki Çalışmalar İçin Öneriler	
KAYNAKLAR	
EKLER	
ÖZGECMİŞ	60

KISALTMALAR

LLDPE	: Lineer Düşük Yoğunluklu Polietilen
HDPE	: Yüksek Yoğunluklu Polietilen
СТР	: Cam Elyaf Takviyeli Polyester
GE	: Genetik Algoritma
FEM	: Sonlu Elemanlar Metodu
ACP	: Advanced Composite Products
EA	: En Alt
EU	: En Üst
ASME	: The American Society of Mechanical Engineers
AD	: Arbeitsgemeinschaft Druckbehaelter



ÇİZELGE LİSTESİ

<u>Sayfa</u>

Cizelge 5.1 : b/a=1,1 için analitik çözümden alınan sonuçlar	42
Çizelge 5.2 : b/a=1,2 için analitik çözümden alınan sonuçlar	42





ŞEKİL LİSTESİ

<u>Sayfa</u>

0 1 1		2
Şekil	1.1: Basınçlı kap patlama testi sonucu	3
Şekil	1.2: Yarı küresel bir yapıda x-y eksenlerinde gerilme karşılaştırılması	4
Şekil	1.3: Katman sayısı 9 olan bir yapı için [±30/90] FW yapısı	5
Şekil	1.4: Tabaka sarım gösterimi.	5
Şekil	2.1: Çözüm ağı ve düğüm noktası gösterimi	.12
Şekil	3.1: Dayanım - Yoğunluk Asbhy Diagramı	15
Şekil	4.1: Silindir simetri ekseni	.17
Şekil	4.2: Genetik Algoritma arayüzü.	.34
Şekil	4.3: Genetik Algoritma değerleri	.36
Şekil	4.4: ANSYS ACP'de malzeme tanımı	. 37
Şekil	4.5: Geometri uzunluk ölçüleri	. 38
Şekil	4.6: Seçili yüzeylerin gösterimi	. 38
Şekil	4.7: Sarım başlama noktası	. 39
Şekil	4.8: Sınır şartlarının verilmesi	. 39
Şekil	4.9: Elyaf açısı ve katman sayısı belirlenimi	.40
Şekil	4.9: Sistemin çözüm ağı yapısı	41
Şekil	5.1: Kalınlık oranının katman sayısı ve kritik basınçla ilişkisi	43
Şekil	5.2: 30 ⁰ için alınan gerilme sonuç değerleri.	43
Şekil	5.3: 45 [°] için alınan gerilme sonuç değerleri.	. 44
Şekil	5.4: 54,4 ⁰ için alınan gerilme sonuç değerleri.	. 44
Şekil	5.5: 65 ⁰ için alınan gerilme sonuç değerleri.	45
Şekil	5.6: Sarımın ortadan başlatılmasıyla 54,4 ⁰ için değişen gerilme farkı	.45
Şekil	5.7: Kalınlık oranı 1,1 için katman açıları değerleri	46
Şekil	5.8: Kalınlık oranı 1,2 için katman açıları değerleri	46
Şekil	5.9: b/a 1,1 için katman açılarının deneysel sonuçlarla beraber değerleri	.47



ELYAF SARMA İLE ÜRETİLEN KOMPOZİT YAPIDAKİ BASINÇLI KAPLARIN DEĞİŞİK YÜKLEMELERDE MODELLENMESİ

ÖZET

Günümüzde mühendislik uygulamaları için 50000'den fazla malzeme çeşidi kullanılmaktadır. Geniş malzeme seçimine bağlı olarak malzemenin ve üretim şeklinin seçimi zorlaşmaktadır. Tüm malzemeleri tek tek incelemek yerine bu nedenle sadeleştirme ve karakterizasyon için geniş bir sınıflandırma ihtiyacı ortaya çıkmıştır. Sertlik, mukavemet, yoğunluk vb. gibi temel özelliklere bağlı olarak malzemeler dört ana bölüme ayrılmıştır, bunlar: Metaller, pl astikler, seramikler ve kompozitlerdir. Şimdilerde yarı iletken, bio ve akıllı malzemeler üzerine çalışmalar da yapılmaktadır.

Bu tez kapsamında kompozit malzemelerle çalışılmıştır. Eğer kompozit kullanılarak bir malzeme üretilmek isteniyorsa recine ve elyaf gibi her biri kendi essiz özellik kümesine sahip olan birçok değişken bulunmaktadır. Bununla birlikte ortaya çıkan ürün sadece bu iki değişkenin özelliklerine bağlı değildir, kompozitin üretim şekli de malzemenin son özelliklerine büyük katkıda bulunur. Bu çalışmada kompozit malzemelerin üretim şekli olarak filament winding olarak adlandırılan elyaf sarma tekniği kullanılmıştır. Teknik güçlü ve hafif parçaların üretilmesine olanak havacılıktan askeri uygulamalara kadar sağladığından bircok alanda kullanılmaktadır. Bu tezde elyaf sarma yöntemiyle üretilen kompozitlerin kullanıldığı alanlardan biri olan basınçlı kap uygulamalarında araştırma yapılmıştır. Elyaf sarma üretim tekniğiyle üretilen kompozit yapıdaki basınçlı kapların değişik yüklerde modellenmesi çalışılmıştır.

Çalışmanın ilk bölümünde literatürdeki çalışmalar incelenmiş olup kompozit ve elyaf sarma üretim tekniğiyle ilgili açıklamalara, literatür bilgilerine yer verilmiştir. Çalışmaya başlangıç amacı ve çalışmanın orijinalitesi hakkında bilgi sunulmaktadır. Bu kısım aynı zamanda çalışmanın temelini oluşturmaktadır.

Bir sonraki bölümde çalışmada hangi malzemenin kullanılacağı Ashby Metodu ile yapılan hesaplarda belirlenmiş ve kullanılan bu anizotropik malzeme ile beraber üretilmiş sonlu uzunluktaki silindirik bir yapının matematiksel modeli üzerine çalışılmıştır. Burada problemin numerik tanımı ile mukavemet ve malzeme bilgisi temel alınarak tanım sonrası yapılan dayanım hesapları yer alır. Bu dayanım hesapları 1,2,3,4,5 ve 10 katmanlı yapılar için optimum açı ile üretimi bulmaya yöneliktir.

Üçüncü bölümde sonlu elemanlar metoduyla yapının çözümü ele alınmıştır. Burada yapının tasarımı Solidworks kullanılarak oluşturulmuş gerekli düzenlemeler ANSYS Design Modeler ve Space Claim'de yapılmıştır. Tasarım sonrası modelin çözüm ağı sonlu elemanlar metoduyla 3 boyutlu 6 yüzlü (hexahedon) ve 4 yüzlü (tetrahedron) elemanlarla oluşturulmuş ve ANSYS'in yapısal ve ACP modüllerinde kademeli

olarak analiz işlemleri gerçekleştirilmiştir. Bu işlemde model ACP'ye aktarıldıktan sonra burada fiber malzemeleri, yapının katman sayısı ve yapısı, katmanların kaç derece ile oluşturulacağı, katmanların hangi değerlerinin parametrik olarak tanımlacağı ve hangi yüzlerin elyaf ile sarılacağı belirlenmiştir.

Yapılan ön işlemlerin tamamı bir sonraki adım düşünülerek önceden planlanmıştır. ACP'de model hazırlandıktan sonra basınç dayanımı analizi için sistem, ANSYS yapısal modülüne aktarılmıştır. Burada yapılan analiz, basıncın kompozit katmanları tarafından nasıl karşılanacağını belirlemeye yöneliktir. Katmanların basıncı karşılama oranı temel olarak elyaf sarma açısına ve matematiksel model içerisinde belirlenen kalınlık oranına göre farklılık göstermektedir. Yapıda elyaf sarma açısı parametrik olarak tanıtılıp yapının iç basınç dayanımı en iyi olan sonuç belirlenmiştir, bu sonuç daha önce matematiksel model aracılığıyla bulunan sonucu doğrular niteliktedir.

Çalışma esas olarak, elyaf sarma açılarıyla yapı dayanımı arasındaki ilişkiyi inceler. Malzeme olarak karbon takviyeli kompozit malzeme kullanılmış ve sonlu elemanlar metodu kullanılarak analizler yapılmıştır. Kompozit malzeme ANSYS'te ACP modülü kullanılarak modellenmiş ve yapısal modülle çözüme gidilmiştir. Elde edilen parametreler analitik ve numerik sonuçlarla karşılaştırılarak doğrulanmıştır. ANSYS'te ayrıca malzeme üzerindeki elyaf sarma noktası değiştirilerek elyaf sarma açısının dışında elyaf sarma noktasının önemi yapılan çalışmalarla ortaya konulmuştur. Bir diğer parametrik çalışmaysa ilk tasarım 1,1 olarak alınan kalınlık oranının 1,2 yapılmasıyla gerilmedeki artışın gözlenmesidir. Bu çalışmada 1,2,3,4,5 ve 10 katmanlı kompozit yapılar için analizler yapılmış ve ilk kalınlık oranıyla sonuçlar karşılaştırılmıştır.

DIFFERENT LOADS MODELLING OF COMPOSITE PRESSURE VESSELS FABRICATION BY FILAMENT WINDING

SUMMARY

More than 50,000 different types of materials are used today for engineering applications. Due to a shedload of materials, the choice of material and production method is difficult. Outputs expected from producers have reached a different dimension. For optimum production, instead of examining all the materials individually, a need for a broad classification for simplification and characterization are emerged. Depending on their basic properties such as hardness, strength, density, the materials are divided into four main parts: metals, plastics, ceramics and composites. Most scientists are currently working on semiconductor, bio and intelligent materials, too. Users have already selected criteria with economical, robust and aesthetic criteria, and now they have added new criteria like lightness, flexibility or ease of installation and this situation has improved the competition among producers. As a result, the manufacturer switches from sophisticated materials such as metals to advanced materials such as composites. Compared to metal, composite materials are lighter, more durable, have more flexible properties and it is possible to increase these properties according to the composite type. For this reason, industrial applications of composites are increasing day by day, especially in military and health fields. One of the important topics of the material choice is the ratio of strength to weight. In other words, the system must be created both light and the high strength. This is also referred to as material performance. Composites known as advanced materials have about 20 times more material performance than steel materials. This ratio is being tried to increase day by day and filament winding technology is the most developed manufacturing process in the composite industry. This method provides good results for the user in lightness and strength. The most widely used area is pressure vessels which is made tubular structure. Although the method has been in use since the 1940s, the method developments and the parametric studies of the values have been carried out for the last 5 years.

In order to improve the production of composite structures in this study, optimum production conditions of pressure vessels in tubular structure produced by fiber winding method, which is one of the commonly used composite types, have been investigated. In the research, parameters that can be changed during production were determined and applications were made in different loads. The applications are aimed at finding optimum values. Optimum values in production are based on the material being used at the minimum level and the strength reaching the highest point. Until now, the studies in this direction are mainly experimental and mathematical model. There are no studies aiming to optimize the parameters in the computer environment.

Within the scope of the thesis, composite materials have been worked. The researches for selecting the materials to be used in the system during the design of the system were carried out by focusing on two important parameters. These are the desired high strengths in almost every design and lightness criteria, especially for large size systems. Ashby Method was used for selection. The Ashby Method basically consists of 4 steps; function, boundary conditions, variables and purpose. The function is about what the system will do. Depending on the usage area of the system, certain parameters are determined. Boundary conditions constitute the geometry conditions and these are called geometry constraints. These constraints determine the dimensions of the system. The variables are related to the purpose. The variables are set to achieve the purpose. Ashby Method determines an index and selects the necessary material from the diagrams through this index. The index consists of evaluating the purpose together with the boundary condition. While the index is an ordinary material feature without boundary conditions, it has a traitdetermining feature when the boundary conditions are taken into consideration and it is aimed at achieving maximum performance criteria. When all these conditions are taken into account, the Ashby Method carries out the material selection by targeting the optimum material. It was decided to use carbon reinforced composite material by using Ashby Diagram in the direction of the calculations made.

If system will be produced a material using the composite, there are many variables, such as resin and fiber, each of which has its own unique feature set. However, the resulting product does not only depend on the properties of these two variables, because of manufacturing technique, which greatly contributes to the final properties of the material. In this study, fiber winding technique was used as the production technique of composite materials. As technology allows for the production of strong and lightweight parts, many areas are used from aviation to military applications. In this thesis, pressure vessel applications, one of the areas where composites produced by filament winding method are used, have been researched. Modeling of pressure vessels of composite structure produced by filament winding production technique at different loads has been studied.

In the first part of the study, the studies in the literature are examined and literature information about the composite and filament winding production technique are included. Information on the starting aim of the work and the originality of the work are presented. This section is also the basis for project at the same time.

In the next section, it has been studied the mathematical model of the cylindrical structure produced with this anisotropic material which is determined and chose in the calculations made with Ashby Method. Here, the numerical definition of the problem and the strength calculations made after the definition are based on strength and material information. These strength calculations are aimed on finding the optimum angle for the 1,2,3,4,5 and 10 layers' structures.

In the third chapter, the solution of the finite element method is discussed. The design here was made using Solidworks, ANSYS Design Modeler and ANSYS's new design module Space Claim. The mesh network of the post-design model was formed with 3 dimensional six-sided (hexahedon) and four-sided (tetrahedron) elements by the finite element method and the analysis process was performed gradually in the structural and ACP modules of ANSYS. In this process, after the model is transferred to the ACP, the number of layers, the values of layers, degree of layers are parametrically determined.

All preprocessing is planned in advance with the next step in mind. After preparing the model in ACP, the system was transferred to the ANSYS structural module for pressure and strength analysis. These analyzes here are intended to learn how the pressure will affect on composite layers. The press coverage of the layers is basically dependent on the filament winding angle and the thickness ratio determined in the mathematical model. The filament winding angle is defined parametrically and the result gave the best internal pressure resistance, which is similar to the final result of the previous mathematical model.

The study essentially examines the relationship between filament winding angle and structural strength. Carbon fiber-reinforced composite material was used as material and analysis was done by using finite element method. The composite material was modeled using ACP module in ANSYS and solved by structural module. Obtained parameters were verified by comparison with analytical and numerical results. In ANSYS, furthermore, by changing the winding's starting point on the material, this changing's effect has also been demonstrated which is a difference of 10 percent on strength's results. Another parametric study is to observe the increase in tension with the changing thickness ratio 1.1 to 1.2 in the first design. In this study, analyzes for 1,2,3,4,5 and 10 layer composite structures were made and the results were compared with the initial thickness ratio.



1. GİRİŞ

Her geçen gün gelişen teknoloji ile özel karakterlere sahip malzeme ihtiyacı büyük bir hızla artmaktadır ve bu hızla orantılı olarak metal alaşımlar gereksinimi karşılayamaz hale gelmiştir. Yüksek mukavemet ve ısıl direnç özelliğini sağlayan homojen bir malzemenin bulunmayışı araştırmacıları yeni arayışlara yönlendirmiştir. Bu arayışlar sonucunda birçok özelliği bir arada bulunduran ideal malzeme kombinasyonları olan kompozitler önem kazanmıştır. Kompozit uygulama alanlarından olan basınçlı kaplar, yüksek çalışma verimliliği ve sıkı çalışma koşullarında sağladığı daha iyi direnç nedeniyle endüstriyel, ticari, araştırma ve savunma uygulamalarında benzersiz bir yer bulmuştur. Kompozitten yapılmış silindirik basınçlı kaplar, çelikten yaklaşık %65 daha hafif ve alüminyum kaplı tanklardan yaklaşık %35 ile %45 daha hafif. Kompozit yapıdaki basınçlı kaplar, uygulama olarak metalik basınçlı kaplar için iyi bir ikame maddesidir. Kompozit malzemelerin etkili bir şekilde kullanılması için gereken daha yüksek maliyet ve daha yüksek beceri düzeyi, bu malzemelerin endüstride profesyonelk olarak kullanılmasını sağlamaktadır. Kompozit basınçlı kaplar genellikle yüksek mukavemetli cam veya fiber elyafları ile sarılmış metalik kompozit başınçlı kaplar, filament sarma yöntemi kullanılarak yapılır. Filaman sargısının en önemli avantajı maliyetin düşürülmesidir.

1.1 Tezin Amacı ve Önemi

Bu çalışmada kompozit yapıların üretimini geliştirmek adına, sık kullanılan kompozit türlerinden biri olan elyaf sarma yöntemi ile üretilen tubular yapıdaki basınçlı kapların optimum üretim şartları üzerine araştırma yapılmıştır. Çalışmada üretim sırasında değiştirilebilecek parametreler belirlenip değişik yüklemelerde uygulamalar yapılmıştır. Yapılan uygulamalar optimum değerleri bulmaya yöneliktir. Üretimdeki optimum değerler malzemenin minimum seviyede kullanılıp dayanımın en yüksek noktaya ulaşması temeline dayanır. Günümüze kadar bu yöndeki çalışma

deneysel ve matematiksel model ağırlıklıdır. Bilgisayar ortamında belirli parametrelere bağlı eniyilemek amaçlı herhangi bir çalışma bulunmamaktadır.

1.2 Literatür Araştırması

Günümüzde basınçlı kap uygulamaları endüstrinin önemli ekipmanlarından biri haline geldi. Gösterdiği yüksek sertlik, korozyon direnci, uzun ömür, yüksek dayanım, düşük ağırlık gibi önemli – üstün özelliklerle basınçlı kaplar için en önemli malzeme konumundaysa kompozitler yer alıyor. İlk sıralar askeri alanlarda kullanımı yaygın olmuş olsa da şu günlerde sivil uygulamalarda da kompozit kullanımının arttığını görüyoruz.

Filament winding olarak da adlandırılan sürekli elyaf sarma yöntemiyse kompozitlerin kolay, fakat dikkat edilmesi gereken üretim tekniklerinden biri. Bu çalışmada sürekli elyaf tekniği ile yangın tüpüne benzer bir tasarım üretip üretilen sistemin dayanımını değişik yüklemeler altında hem deney ortamında hem de simülasyon ortamında inceleyeceğiz. Sonuçları karşılaştırıp simülasyon çalışmasının doğruluğunu sorgulayacağız.

Hafif yapı, yüksek sertlik, korozyon direnci ve uzun ömür gibi kompozit yapının üstün özelliklerinin metalik basınçlı kaplar için mükemmel bir alternatif oluşturabileceğini Tsai ve Babu yaptığı çalışmalarla incelemiştir [1,2]. Kompozit yapılı basınçlı kaplar ilk olarak askeri alanda havacılık uygulamaları için kullanılmış olsa da günümüzde oksijen ve hidrojen gazı depolama kapları, yangın tüpü tankları gibi birçok sivil uygulamaya sahipler [3-5].

Filament winding, kompozit yapıların üretimi için tercih edilen yöntemlerdendir. Sürekli elyaf liflerinin bir destek mandreline sarılarak yapının katmanlarla oluşturulma işlemidir. Mandrel tekerleği ile yatay bir eksende döner, sonra taşıyıcı doğrusal hareket etmeye başlar, böylece elyaflar önceden belirlenmiş yola yerleştirilir. Frank Shen filament sarma teknolojisini araştırdığı yayınında en yaygın kullanım alanları olarak yüksek basınç depolama tankları, roket motor kasaları ve fırlatma tüpleri gibi ticari uygulamalar gözükmektedir [6]. Barboza Neto ve arkadaşları patlama testi altında lineer düşük yoğunluklu polietilen (LLDPE) ve ham maddesi petrol olan, yüksek yoğunluklu polietilen (HDPE) kompozit basınçlı kapların davranışını araştırdı [7]. Patlama basıncının değerine bağlı olarak doğru kompozit kalınlığının belirlenmesi için deneysel analizler Şekil 1.1'deki gibi uygulandı.



Şekil 1.1: Basınçlı kap patlama testi sonucu.

Çalışmalar, patlama basıncına göre gereken kap kalınlığını tahmin etmeye yönelik yapılmıştır. Liu ve arkadaşları kompozit yapıdaki basınçlı kapların ömrünü öngörmeye odaklanmıştır [8]. Hasar modellemesi ve aşamalı başarısızlık analizi yapının sertlik değişimi ve yorulma özelliklerini belirlemek için kullanıldı. Bu çalışmaya benzer bir çalışma örneği olarak Tarakçıoğlu ve arkadaşlarıysa filament winding yöntemiyle belli bir açıda sarım uygulanarak üretilen kompozit yapının yorulma davranışını deneysel olarak inceledi [9]. Sayman ve arkadaşları kompozit kapların mukavemetine sıcaklık ve sarım açısının etkilerini araştırmak için cam elyaf takviyeli (CTP) kompozit silindirlerde deneysel çalışma yaptılar [10]. Çalışmalar Şekil1.2'deki gibi seçilen sarım açılarından en az gerilmeye sahip olanı belirledi ve ayrıca sıcaklık arttıkça basınçlı kapların mukavemetinin azaldığını kanıtladı. Yapılan deneylere ait sonuç listesi alttaki şekilde yer almaktadır.



Şekil 1.2: Yarı küresel bir yapıda x-y eksenlerinde gerilme karşılaştırılması.

Gohari ve arkadaşları kompozit kaplardaki fiber açılarının gerilme dağılımı üzerinde direkt etkisi olduğunu saptamak için teorik çalışmalarla sonlu elemanlar analizini karsılaştırdılar [11]. Lekhnitskii ve Mitinskii tarafından iç ve dış başınç altında tek katmanlı anizotropik silindirin durumu ele alındı [12, 13]. Bu çalışmadan yola çıkarak Tabakov ve Summers eksenel kuvvet ile birlikte asimetrik dış basınca maruz kalmış çok katmanlı silindirin davranışını incelemek için bir 3-D elastikiyet çözümü sundular [14]. Analizlerde çok katmanlı silindirlerin optimum sarım açılarını bulmaya yönelik çalışıldı. Xu ve Reifsnider kompozit depolama tankının patlama basıncını tahmin etmek için sonlu elemanlar analizini kullandılar [15]. Tsai-Wu başarısızlık teorisi, iç basınca maruz bırakılan kompozit yapıdaki basınçlı kabın hasar gelişimini ve arıza direncini tahmin etmek için uygulanmıştır. Bhavya ve arkadaşları çap-kalınlık oranının etkilerini araştırmış ve sonlu elemanlar yazılımı kullanarak kırılma basıncının fiber açısına göre değisimini arastırmıştır [16]. Marzbanrad ve arkadaşları kompozit geminin patlama basıncını ve yorulma ömrünü tahmin etmek için birim yükleme yöntemini kullandı [17]. Dey ve arkadaşları filament winding yöntemiyle üretilen 3 tip kompozitin su altı uygulamalarını sonlu elemanlar yöntemiyle incelemiş [18]. Hidrostatik basınç malzemeleri en çok burkulma yönünde etkiyecek olduğu için çalışmalarını bu yönde yoğunlaştırmış. Yüzey eleman calışmasını tercih eden Dey'in problemindeki sınır şartları 1 km derinlik ve 10 MPa hidrostatik basınç. 3 tip kompozitse istifleme dizisine göre belirlenmiş, bunlar $[\pm 30/90]$ FW, $[\pm 45/90]$ FW ve $[\pm 60/90]$ FW. Burada \pm 'den sonra gelen sayılar istiflemenin hangi açılarda olduğunu bize göstermektedir. Örneğin 9 katmanlı bir yapı için [±30/90] FW yapısı alttaki şekilde gösterilmiştir.



Şekil 1.3: Katman sayısı 9 olan bir yapı için [±30/90] FW yapısı.

Yapılan analizlerde en yüksek burkulma dayanımına [±60/90] FW kompozitinin sahip olduğu görülüyor. Bu çalışmanın temeli Bert and Devarakonda (2003)'nın analitik çözüm metodunu kullanarak dikdörtgensel bir kompozit plakadaki burkulma projesine dayanıyor [19]. Çalışmada uygulanan parabolik yüklerle burkulma sonuçları inceleniyor.

Kompozitlerde sonlu elemanlar uygulamalarına başka bir örnek Zhimeng Li'nin layup süreciyle üretilen bir kompozit yapısında termal analiz konusunu Ansys çalışmasıyla ele alması gösterilebilir [20].



Prepreg lay-up yapısı

Şekil 1.4: Tabaka sarım gösterimi.

Çalışmada sarım bölgesi sıcaklığı hem deneysel hem de sayısal yöntemler aracılığıyla incelenmiş ve benzer sonuçlar bulunmuştur.

Cherniaev ve Telichev tarafından yapılan bir başka çalışmada filament winding yöntemiyle üretilen kompozitlerde hypervelocity (3000 m/sn'den daha büyük hızlar için kullanılan ifade) etkisinin hasarı deneysel ve numerik yöntemler karşılaştırılarak inceleniyor. Bu çalışmalar özellikle uzay araçlarına yöneliktir [22].



2. GENEL BİLGİLER

2.1 Basınçlı Kaplar

Akışkanları sızdırmazlık özelliğine sahip kapalı yapıdaki tanklar ve depolar basınçlı kap olarak adlandırılır. Türk Standartları Enstitüsü'ne göre bir kabın basınç kap olarak adlandırılması için 0,5 bar ve üzeri iç basınç değerine depolama ve taşımada dayanıklı olması gerekir. Basınçlı kaplar tanım gereği belli bir iç basınç değerini sağlaması gerekse de üretim yapılırken sadece iç basınca göre değil dış basınç kontrolüne de tabi tutulmaktadır. Basınçlı kapların üretimi dikkat edilmemesi konusunda patlamalarla büyük sorunlara yol açabileceği için gerek deneysel gerekse numerik çalışmalar özenle yapılmaktadır. Görünüm olarak basit bir görünüme sahip olsalar da kullanım alanlarına göre tasarım bakımından farklılık gösterirler. Bu farklılık sistem üzerinde gerek üretim gerekse montaj konusunda zorluluklara sebebiyet vermektedir. Çeşitlilik, uluslararası kullanımı etkileyeceğinden basınçlı kaplarla ilgili belli tasarım standartları ASME ve AD Merkblatter gibi kuruluşlarca belirlenmiştir.

Basınçlı kapların üretimi metal alaşımlar aracılığıyla yapılıyordu, fakat metal alaşımlar gelişen teknolojiyle ihtiyaçları gideremez oldu ve bu sebeple üreticiler kompozit malzemelerden basınçlı kap üretimine geçtiler. Silindirik yapıdan oluşan basınçlı kapların üretiminde kompozit kullanılmasından sonra elyaf sarma tekniği ile üretimlere başlandı. Fakat bu üretimler deneysel sonuçlara bağlı olarak yapılıyordu ve büyük yapıdaki basınçlı tanklar için verimli değildi. Bu çalışmada deneysel ortamda yapılan çalışma hem analitik hem sonlu elemanlar çözümüyle sunulmuştur.

2.2 Elyaf Sarma Yöntemi

Kompozit ürünlerin üretim tekniklerinden biri olan elyaf sarma teknolojisi genel olarak mühendislikte yüksek dayanım ve hafiflik istenen sistemler için kullanılır. Süreklilik sistemine dayandığı için sürekli elyaf sarmak olarak da adlandırılır. Bu teknolojide üretim için karbon elyaf ve cam elyaf gibi malzemeler ile reçine karışımı kullanılır. Elyaf sarma yöntemi sistem yapısı gereği simetri yapısındaki ve dairesel tasarımlar için kullanılarak yüksek mekanik özellere sahip ürünler oluşturma imkânı verir. Teknolojinin gelişmesiyle beraber elyaf sarma üretim tekniği de değişime uğramış ve alışılagelmiş tezgâhlardan bilgisayar kontrollü mekatronik sistemlerin ağır bastığı düzeneklere geçiş yapmıştır. Teknolojik üretim tekniği jeodezik elyaf sarma yöntemine dayanır. Jeodezik tanımı matematikte iki yüzey arası en kısa yola verilen isimdir. Öklid uzayında iki nokta arasındaki en kısa mesafe bir doğru iken geometrik yapısı dairesel yapıya dönüştüğünde en kısa yol jeodezik eğri ile elde edilir. Jeodezik eğri tubular yapıdaki basınç kaplarım üretiminde yapılacak elyaf sarımının yönünü belirlemek açısından önemlidir. Elyaf sarım işlemi iki farklı şekilde gerçekleştirilir. Bunlar kısaca aşağıda açıklanmıştır.

2.2.1 Islak Elyaf Sarma

Bu üretim tekniğinde elyaf sarma işlemi sırasında elyaf tasarım üzerine sarılmadan bir reçine banyosu işleminden geçer. Bu işlem sonrası gerek sarım öncesi gerek sarım sırasında elyafın reçineyi emmesi sağlanmaktadır.

2.2.2 Kuru Elyaf Sarma

Bu üretim tekniğinde elyaf sarma işlemi sırasında, elyaf, tasarıma sarıldıktan sonra tasarım tümüyle bir reçine banyosundan geçirilir, bu sayede kompozit yapı oluşturulur. Fakat bu üretim tekniği ıslak elyaf sarmaya göre mukavemet açısından zayıftır. Avantajıysa ıslak elyaf sarmaya göre daha az reçine harcanmasıdır.

2.2.3 Elyaf Sarma ile Üretilen Sistemlerin Kullanım Alanları

Elyaf sarma ile üretilen sistemler tezde de çalışıldığı gibi genel olarak tubular yapıdaki silindir ve belli bir simetri taşıyan parçaların üretiminde kullanılır. Askeriye de sertlik isteyen kullanım alanlarında, özellikle toplarda sıkça kullanımı gözlenir. Bunun yanı sıra yine askeri kullanım alanlarıyla beraber havacılık sistemlerinde yüksek basınç tüpleri üretiminde kullanılır. Gösterdiği yüksek dayanımı yakın geçmişte uzay sanayisinin de dikkatini çekmiş olup yakıt tankları üretimlerinde de elyaf sarma teknolojisi kullanılmaya başlamıştır. Alt başlıklar hâlinde kullanım alanları altta verilmiştir.

2.2.3.1 Uzay Sanayi

- Motor çevreleri
- Füze gönderme alanları ve füze içi sistemler
- Kompozit yapıdaki tüpler
- Uçak kanatları, helikopter pervaneleri ve uçak içi basınç dayanımına maruz kalan bölgeler

2.2.3.2 Endüstri

- Basınçlı boru yapıları
- Araç şaft sistemleri
- Basınçlı kaplar, tüpler
- Su depolama tankları

2.2.3.3 Spor

- Golf sopası
- Tenis raketleri
- Ok

• Bisiklet çerçeve sistemi

Elyaf sarma teknolojisiyle üretilen kompozit malzemelerin geleneksel malzemelere göre birçok alanda avantajı bulunur. Yoğunlukları düşük olması sebebiyle hafif yapıya sahiptir. Elastiklik modülü ve çekme mukavemeti yüksektir. Sarım ve korozyon direnci fevkaladedir. Uyumluluk yüzdesi yüksek olup çok iyi iletkenlik özelliği gösterir. Fakat bu tür malzemelerin çeşitli zayıf yanları da vardır. Bunların başında yüksek dayanımdan kaynaklı şekil değiştirme özellikleri çok düşüktür. Anizotropik olmaları sebebiyle eksenlere bağlı yer değiştirmelerinde farklılıklar vardır. Çekmeye karşı yüksek direnç göstermelerine rağmen basma kuvvetine karşı zayıf özellik gösterirler. Karbon takviyeli kompozit malzemelerde karbon oksidasyonu çevreye zarar verir.

2.3 Sonlu Elemanlar Yöntemi

Doğada yüzleşilen her konu, her durum fizik ve matematik diliyle ifade edilmeye çalışılır. Birçok problem de bu elde edilen ifadelerle çözüme ulaştırılır. Buna birçok örnek verilebilir, uçak ve gemilerin bakım zamanları, yapılan tasarımların sağlamlaştırma aşamaları, otomobillerin yakıt tasarrufu her biri birer denklem bütünlüğünü ifade eder. Çoğu zaman bu karmaşık problemler daha uğraşılır, daha kavranılabilir hallere dönüştürülmesi açısından parçalara ayırılır. Parçalara ayrılan bu sistemler birleştirilerek ana modelin sonucunu verir. Kompleks bir araba modelinin dayanımı basitleştirilerek alt gerilme problemleriyle bulunabilir. Elde edilen çözümler çoğu zaman problemin tam çözümü değildir, problemde belli kabuller yapılacak yaklaşık çözüm bulunur. Bu çözüm gerekli kat sayılar ve düzeltmelerle kullanıcıyı kesin çözüme ulaştırır.

Bir sistem oluştururken ürünü piyasaya çıkarmadan önce montajınızı test etmeniz gerekir. Bu testler üründeki hataları görmek amacıyla yapılır ve genellikle bu testler için standartlar bulunur. Örneğin bir masa tasarlandığını düşünelim, masanın ne ağırlık taşıyacağı önceden belirtilmesi gerekir. Bu tasarım için en belirleyici faktördür. Burada belirleyici faktörlere bağlı olarak bir tasarım nasıl oluşturulabilir sorusu ortaya çıkıyor. Geçmiş incelendiğinde geçmişte ve hala günümüzde kullanılmaya devam edilen yöntem prototiplerin oluşturulup prototipler üzerinde test yapılarak başarısız bölgelerin belirlenmesi ve bu kısımların geliştirilmesine bağlı bir ürün geliştirme prosesidir. Geçtiğimiz 20 yıldaysa bunun yanında bir metot daha geliştirildi. Bu metodun ismi sonlu elemanlar metodudur. Sonlu elemanlar metodu modelinize uygun bir çözüm ağı oluşturarak gerçekte naşıl bir senaryo varşa tüm bu senaryoyu sanal ortamda uygulamayı mümkün kılar. Sonlu elemanlar metodu tasarım aşamasında devreye girdiği için, üretilecek, prototipe gönderilecek modelin kesinlikle bir üç boyutlu modeline ihtiyaç duyar. Bu üç boyutlu model bir tasarım programıyla çizilebilir ya da tersine mühendislik yöntemiyle üç boyutlu tarayıcılar kullanılarak tasarım taranıp sanal ortama aktarılarak elde edilir. Sanal ortama aktarılan modele normalde uygulanan yükler, mesnetler, bağlantı elemanları ve diğer sınır şartları aynı şekilde bilgisayar ortamında tasarıma uygulanır. Performansı artırıcı bazı optimizasyon teknikleri burada ön plana çıkar. Tecrübeye bağlı olarak gerilme oluşmayacağı tespit edilen radyuslar kaldırılabilir, cıvata bağlantıları birleşmiş bağlantı olarak gösterilebilir hatta montajdan bazı parçalar çıkarılabilir. Fakat bunlar ve bunlar gibi diğer değişiklikler analizi direkt olarak etkileyebileceği için işinde uzman kişiler tarafından yapılmalıdır. Optimizasyon teknikleri analizin karmaşıklığına ve sistemin performansına bağlı olarak uygulanmayabilir.

2.3.1 Çözüm Ağı (Mesh)

Bilgisayar ortamına aktarılan tasarımlar analizi yapacak çözücü bakımından görülemezler. Bu tasarımları çözücünün anlayacağı dile çevirmek gereklidir. Çözücü sonlu elemanlar metoduyla analiz yapacağı için tasarım da sonlu elemanlara bölünmelidir. Tasarım düşünüldüğünde sonsuz küçük elemandan oluşur, fakat bilgisayar ortamında mesh bu küçük elemanları sınırlandırmak gerekir. Çünkü çözücü bu sonlu elemanlar üzerinde yer alan noktalarda hesap yapacak ve buna bağlı olarak sonuç verecektir. Sonsuz küçük elemandan oluşan sistemin sonlu elemanlar olarak tanımlanması sonuçta belli bir sapmaya neden olacaktır. Bu sapmanın oranı analizi yapan kişinin uzmanlığıyla direkt ilgilidir. Çünkü örnek vermek gerekirse 10 cm'lik ayrıta sahip olan bir küp 10 elemanla da analiz edilebilir, 1000000 elemanla da. Fakat ikisinden alınan sonuçlar gerçek sonuçlarla karşılaştırıldığında çok farklıdır. Hâl böyle olunca iki analiz arasında belli bir optimum yakalamak gerekir. 1000000 eleman ile yapılan analiz bilgisayarı yoracaktır, 10 elemanla yapılan analiz de doğru sonuç vermeyebilir. Burada devreye sonlu elemanlar metodu programına göre çeşitli kriterler giriyor. Örneğin ANSYS'te kriter olarak çarpıklık ve Jacobian oranı kullanılır. Solidworks'te elemanların görünüm oranı kullanılır. Bu kriter kullanılan analiz programına göre değişiklik gösterir.

2.3.2 Düğüm Noktası (Node)

Düğüm noktası her bir eleman üzerinde Şekil 2.1'deki gibi yer alan noktalardır. Bu elemanlar programın tasarım üzerine oluşturduğu çözüm ağını yani meshi ifade eder. Elemanların üzerinde yer alan noktalara bağlı olarak analiz yapıldığı için programlar çözüm sırasında sadece nokta bulutundan oluşmuş geometriyi görür.



Şekil 2.1: Çözüm ağı ve düğüm noktası gösterimi.

Bu nokta bulutu ne kadar yoğunsa çözüm o kadar gerçeğe yaklaşır. Fakat nokta bulutunun yoğunluğunun artması bilgisayarın çözüm için çok zaman harcaması anlamına gelir. Analiz uzmanının görevi, tasarım için doğru sonucu bilgisayar ortamında bulmaya çalışırken minimum nokta bulutu yoğunluğuyla yola çıkması bunu yaparken de doğru sonuçtan sapmamasıdır.

3. MALZEME SEÇİMİ

Sistemin tasarımı sırasında sistemde kullanılacak olan malzeme seçimi için gerekli araştırmalar iki önemli parametre üzerinde durularak yapıldı. Bunlar hemen hemen her tasarımda istenen yüksek dayanım ve özellikle büyük boyutlu sistemler için hafiflik kriterleri. Seçim için Ashby Metodu kullanıldı. Ashby Metodu temel olarak 4 adımdan oluşur; işlev, sınır şartları, değişkenler ve amaç. İşlev, sistemin ne işe yarayacağıyla ilgilidir. Sistemin kullanım alanına göre belli parametreler çıkartır. Sınır şartları, geometri şartlarını oluşturur ve buna geometri kısıtı denir. Bu kısıt sistemin boyutlarını belirler. Değişkenler amaç ile ilişkilidir. Amaca ulaşabilmek için değişkenler ayarlanır. Tüm bu şartlar göz önüne alındığında Ashby Metodu malzeme seçimini optimum malzemeyi hedefleyerek gerçekleştirir.

3.1 Malzeme İndisi Belirleme

Ashby Metodu bir indis belirleyerek bu indis aracılığıyla diagramlardan gerekli malzemeyi seçer. İndis amacın sınır şartıyla birlikte değerlendirmesiyle oluşur. Sınır şartları olmadan indis sıradan bir malzeme özelliği iken sınır şartları dikkate alındığında kompakt, sonucu belirleyici bir özelliğe sahip olur ve bu özellikle performans kriterlerini maksimum değere ulaştırmak hedeflenir.

3.2 Matematiksel İfade

Sistemde kullanılacak metod; kütlenin boyutlar ve yoğunluk cinsinden ifadesiyle gerilme(basınç) denkleminin ilişkilendirilmesine dayanır.

$$m = \rho * V \tag{3.1}$$

$$m = \rho * \pi * r^2 * t \tag{3.2}$$

burada m kütleyi, ρ yoğunluğu r silindir yarıçapını ve t (h) silindir yüksekliğini (et kalınlığını) temsil etmektedir. İnce cidarlı basınçlı kaplar için çevresel gerilme

formülü,

$$\sigma_1 = \frac{P * r}{t} \tag{3.3}$$

eksenel gerilme formülü ise,

$$\sigma_2 = \frac{P * r}{2t} \tag{3.4}$$

olarak hesaplanır, burada σ_1 çevresel gerilme, σ_2 eksenel gerilme, P kap içerisindeki basıncı ve t silindir et kalınlığını ifade etmektedir. Emniyetli olması bakımından burada çevresel gerilme formülü kullanılmıştır. Denklem 3.3'te et kalınlığı yalnız bırakılırsa,

$$t = \frac{P * r}{\sigma}$$
(3.5)

Et kalınlığı denklem 3.2'de yerine yazılırsa

$$m = \rho * \pi * r^{2} * \frac{P * r}{\sigma}$$
(3.6)

Ashby Metodu'nu kullanabilmek için ifade, gerilme bölü yoğunluk şeklinde yazılması gerekir. Çünkü bu indis doğru malzemeyi seçmek için diagramda yol gösterecektir. Buna bağlı olarak denklem düzenlenirse,

$$m = P * \pi * r^{3} * \left(\frac{\rho}{\sigma}\right) \tag{3.7}$$

burada P yani basınç değeri ifadenin fonksiyonunu, $\pi * r^3$ ifadesi ise sistemin geometrik sınırını gösterir. ρ/σ ise diagramda malzeme seçimini belirleyecek malzeme indisidir, kesin ifade de,
$$\frac{\rho}{\sigma} = \frac{1}{Malzeme \ indisi} \tag{3.8}$$

şeklindedir.

3.3 Diagram Kullanarak Malzeme Tayini

Bulunan malzeme indisi, malzeme seçme kriterleri olan dayanım ve hafiflik üzerine oluşturulmuş diagramda yerine oturtturulursa alttaki gibi bir sonuç ortaya çıkar.



Şekil 3.1: Dayanım - Yoğunluk Asbhy Diagramı.

Buradaki kırmızı çizgi malzeme indisi için rehber olan σ / ρ rehber değerin eğrisine paralel çizilmiştir. Önemli olan nokta kırmızı eğriye denk gelen dayanım değeridir. Basınçlı kaplar günümüzde 500 MPa'nın üzerindeki gerilme değerlerine kadar dayanım göstermekte, bu sebeple seçilme aşamasında 500 MPa dayanım değerinin üzerinde iki tür malzeme kalmaktadır. Bunlar, kompozitler ve seramikler. Bu noktada ikinci seçim kriteri olan hafiflik konusu devreye giriyor. Kompozit ve seramikler karşılaştırıldığında seramiklere göre daha hafif olan kompozit malzemeler sistem tasarımı için seçilir. Peki hangi kompozit şeklinde düşünüldüğünde eğrinin üstünde optimum noktada olan CFRP yani karbon fiber takviyeli kompozitlerin sistemde kullanılmasına bu şekilde karar verilmiş olur.



4. YAPILAN ÇALIŞMALAR

Tezin bu kısmında tez ile ilgili yapılan çalışmalar sunulmuştur. İlk olarak analitik çözümde sistemin matematiksel modeli anlatılmış ve çıkarılan matematiksel modelin Matlab ile çözümü sonrası alınan çıktılara yer verilmiştir. Daha sonra sistem tasarımı sanal ortama aktarılmış ve ANSYS üzerinden numerik çözüme gidilmiştir.

4.1 Matematiksel Model

4.1.1 Giriş

Matematiksel çözümü yapılacak olan yapı anizotropik malzemeden üretilmiş sonlu uzunluktaki silindirik bir yapıdır. Anizotropi ekseni silindirin simetri ekseni O_z ile çakışıktır.



Şekil 4.1: Silindir simetri ekseni.

Elastik deformasyon nedeniyle yer değiştirmeyi temsil eden fonksiyonlar U, V ve W olsun. Bunlar ilk olarak alttaki gibi tanımlanabilir [23].

$$u_r = U(r,\theta) + u_0 \cos(\theta) + v_0 \sin(\theta)$$
(4.1)

$$u_{\theta} = V(r,\theta) + u_0 \cos(\theta) + v_0 \sin(\theta) + w_1 r$$
(4.2)

$$w = W(r, \theta) + w_{\theta} \tag{4.3}$$

Denklem 4.1, 4.2 ve 4.3'te \boldsymbol{u}_0 , \boldsymbol{v}_0 ve \boldsymbol{w}_1 yapının r - θ düzleminde, verilen kesitteki deformasyonsuz hâlde katı yer değiştirmelerdir. \boldsymbol{w}_0 ise uzunlamasına yöndeki katı yer değiştirmedir. Fonksiyondaki U, V ve W alttaki şekilde yazılabilir,

$$\begin{aligned} \frac{\partial U}{\partial r} &= \beta_{11}\sigma_r + \beta_{12}\sigma_{\theta} + \dots + \beta_{16}\tau_{r\theta} \\ \frac{1}{r}\frac{\partial V}{\partial \theta} + \frac{U}{r} &= \beta_{12}\sigma_r + \beta_{22}\sigma_{\theta} + \dots + \beta_{26}\tau_{r\theta} \\ \frac{1}{r}\frac{\partial W}{\partial \theta} &= \beta_{14}\sigma_r + \beta_{24}\sigma_{\theta} + \dots + \beta_{46}\tau_{r\theta} \\ \frac{\partial W}{\partial r} &= \beta_{15}\sigma_r + \beta_{25}\sigma_{\theta} + \dots + \beta_{56}\tau_{r\theta} \\ \frac{1}{r}\frac{\partial U}{\partial \theta} + \frac{\partial V}{\partial r} - \frac{V}{r} &= \beta_{16}\sigma_r + \beta_{26}\sigma_{\theta} + \dots + \beta_{66}\tau_{r\theta} \end{aligned}$$
(4.4)

Gerilmelerin dağılımı tüm kesitlerde aynı olacaktır ve sadece eksenden r mesafesine kadar olan bölgeye bağlı olacaktır. Bu nedenle, gerilmeler, ϕ ve ψ gibi gerilme fonksiyonları cinsinden ifade edilebilir [24].

$$\sigma_r = \frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial \theta^2} + \overline{U}$$
(4.5)

$$\sigma_{\theta} = \frac{\partial^2 \phi}{\partial r^2} + \overline{U} \tag{4.6}$$

$$\tau_{r\theta} = \frac{\partial^2}{\partial r \partial \theta} \left(\frac{\phi}{r} \right) \tag{4.7}$$

$$\tau_{r_Z} = \frac{1}{r} \frac{\partial \varphi}{\partial \theta} \tag{4.8}$$

$$\tau_{\theta_Z} = -\frac{\partial \varphi}{\partial r} \tag{4.9}$$

burada (\overline{U}) parça kuvvetlerinin potansiyelini ifade eder. Uzunlamasına doğrultudaki normal gerilme şu şekilde verilebilir,

$$\sigma_{z} = -\frac{1}{\alpha_{33}} (\alpha_{13}\sigma_{r} + \alpha_{23}\sigma_{\theta} + \alpha_{34}\tau_{\theta z} + \alpha_{35}\tau_{rz} + \alpha_{36}\tau_{r\theta})$$
(4.10)

Bu denklemde dikkat edilmesi gerek husus bu denklemin sadece açık uçlu silindirlerde veya uzunlamasına kuvvet uygulanmayan sistemlerde geçerli olduğudur. Aksi halde denkleme bir sabit eklenmelidir. Bazı özel durumlar için bu bilinmeyen sabiti bulmak için alttaki yol izlenebilir.

U,V ve W türevleme yoluyla 4.4 numaralı denklemde yer alan ifadelerden kaldırılabilir ve gerilme fonksiyonları olan φ ve ψ 'ya bağlı olan iki denklem alttaki şekilde elde edilir,

$$L_{4}' \varphi + L_{3}' \psi = -(\beta_{12} + \beta_{22}) \frac{\partial^{2} \overline{U}}{\partial r^{2}} + (\beta_{16} + \beta_{26}) \frac{1}{r} \frac{\partial^{2} \overline{U}}{\partial r \partial \theta} - (\beta_{11} + \beta_{12}) \frac{1}{r^{2}} \frac{\partial^{2} \overline{U}}{\partial \theta^{2}} + (\beta_{11} - 2\beta_{22} - \beta_{12}) \frac{1}{r} \frac{\partial \overline{U}}{\partial r} + (\beta_{16} + \beta_{26}) \frac{1}{r^{2}} \frac{\partial \overline{U}}{\partial \theta} L_{3}'' \varphi + L_{2}' \psi = (\beta_{14} + \beta_{24}) \left(\frac{\partial \overline{U}}{\partial r} - \frac{\overline{U}}{r} \right) - (\beta_{15} + \beta_{25}) \frac{1}{r} \frac{\partial \overline{U}}{\partial \theta}$$
(4.12)

burada L₄', L₃', L₃" ve L₂' aşağıdaki gibi tanımlanan diferansiyel operatörleridir,

$$L'_{2} = \beta_{44} \frac{\partial^{2}}{\partial r^{2}} - 2 \beta_{45} \frac{1}{r} \frac{\partial^{2}}{\partial r \partial \theta} + \beta_{55} \frac{1}{r^{2}} \frac{\partial^{2}}{\partial \theta^{2}} + \beta_{44} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}$$
(4.13)

$$L'_{3} = -\beta_{24} \frac{\partial^{3}}{\partial r^{3}} + (\beta_{25} + \beta_{46}) \frac{1}{r} \frac{\partial^{3}}{\partial r^{2} \partial \theta} - (\beta_{14} + \beta_{56}) \frac{1}{r^{2}} \frac{\partial^{3}}{\partial r \partial \theta^{2}} + \beta_{15} \frac{1}{r^{3}} \frac{\partial^{3}}{\partial \theta^{3}} + (\beta_{14} - 2\beta_{24}) \frac{1}{r} \frac{\partial^{2}}{\partial r^{2}} + (\beta_{46} - \beta_{15}) \frac{1}{r^{2}} \frac{\partial^{2}}{\partial r \partial \theta} + \beta_{15} \frac{1}{r^{3}} \frac{\partial}{\partial \theta}$$
(4.14)

$$L_{3}^{\prime\prime} = -\beta_{24} \frac{\partial^{3}}{\partial r^{3}} + (\beta_{25} + \beta_{46}) \frac{1}{r} \frac{\partial^{3}}{\partial r^{2} \partial \theta} - (\beta_{14} + \beta_{56}) \frac{1}{r^{2}} \frac{\partial^{3}}{\partial r \partial \theta^{2}} + \beta_{15} \frac{1}{r^{3}} \frac{\partial^{3}}{\partial \theta^{3}} - (\beta_{14} + \beta_{24}) \frac{1}{r} \frac{\partial^{2}}{\partial r^{2}} - (\beta_{46} - \beta_{15}) \frac{1}{r^{2}} \frac{\partial^{2}}{\partial r \partial \theta} + (\beta_{14} + \beta_{56}) \frac{1}{r^{3}} \frac{\partial^{2}}{\partial \theta^{2}} + \beta_{46} \frac{1}{r^{3}} \frac{\partial}{\partial \theta}$$

$$(4.15)$$

$$\begin{split} \mathbf{L}_{4}^{\prime} &= \beta_{22} \frac{\partial^{4}}{\partial r^{4}} - 2 \beta_{26} \frac{1}{r} \frac{\partial^{4}}{\partial r^{3} \partial \theta} + (2 \beta_{12} + \beta_{66}) \frac{1}{r^{2}} \frac{\partial^{4}}{\partial r^{2} \partial \theta^{2}} \\ &- 2 \beta_{16} \frac{1}{r^{3}} \frac{\partial^{4}}{\partial r \theta^{3}} + \beta_{11} \frac{1}{r^{4}} \frac{\partial^{4}}{\partial \theta^{4}} \\ &+ 2 \beta_{22} \frac{1}{r} \frac{\partial^{3}}{\partial r^{3}} - (2 \beta_{12} + \beta_{66}) \frac{1}{r^{3}} \frac{\partial^{3}}{\partial r \partial \theta^{2}} + 2 \beta_{16} \frac{1}{r^{4}} \frac{\partial^{3}}{\partial \theta^{3}} \\ &- \beta_{11} \frac{1}{r^{2}} \frac{\partial^{2}}{\partial r^{2}} - 2(\beta_{16} + \beta_{26}) \frac{1}{r^{3}} \frac{\partial^{2}}{\partial r \partial \theta} \\ &+ (2 \beta_{11} + 2 \beta_{12} + \beta_{66}) \frac{1}{r^{4}} \frac{\partial^{2}}{\partial \theta^{2}} + \beta_{11} \frac{1}{r^{3}} \frac{\partial}{\partial r} \\ &+ 2(\beta_{16} + \beta_{26}) \frac{1}{r^{4}} \frac{\partial}{\partial \theta} \end{split}$$
(4.16)

4.1.2 Problem Tanımı

Bir önceki bölümde çıkarılan yaklaşım, filament winding yöntemiyle üretilen kompozit yapıdaki bir silindir için kullanılabilir. Bulunan ifade de katman özelliklerine, sayısına veya sıralarına herhangi bir sınırlama koyulmamıştır. Tabakalar farklı malzemelerden yapılabilir ve farklı kalınlıklara sahip olabilir. Silindir, asimetrik iç ve dış basınca bununla beraber eksenel bir kuvvete maruz kalabilir. Ve yukarıda belirtildiği gibi, anizotropi ekseni kabuğun geometrik ekseni ile çakışmaktadır. Uç yüzeylerde etki eden gerilmelerin, eksen boyunca yöneltilen kuvvetlere ve burulma momentlerine indirgendiği varsayılmaktadır. Uygunluk matrisini de içinde barındıran genelleştirilmiş Hooke Yasası denklemi alttaki gibi yazılabilir,

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_r \\ \varepsilon_\theta \\ \varepsilon_z \\ \gamma_{\theta z} \end{pmatrix}^{(m)} = \begin{pmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} & \alpha_{13} & \alpha_{14} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} & \alpha_{23} & \alpha_{24} \\ \alpha_{31} & \alpha_{32} & \alpha_{33} & \alpha_{34} \\ \alpha_{41} & \alpha_{42} & \alpha_{43} & \alpha_{44} \end{pmatrix}^{(m)} \begin{pmatrix} \sigma_r \\ \sigma_\theta \\ \sigma_z \\ \tau_{\theta z} \end{pmatrix}^{(m)}$$
(4.17)

burada α_{11} uygunluk matrisini m ifadesi ise katman sayısını ifade etmektedir. Asimetrik yükleme ve geometri nedeniyle, tüm kesitlerde gerilmelerin dağılımı aynı olacak ve yalnızca eksenden r mesafesine ve ϕ açısına bağlı olacaktır. Bundan dolayı gerilmeler Lekhnitskii ifadesiyle yazılabilir [25].

$$\phi_m = \phi_m(r) \tag{4.18}$$

$$\varphi_m = \varphi_m(r) \tag{4.19}$$

$$\sigma_r^{(m)} = \frac{1}{r} \frac{\partial \phi_m}{\partial r} \tag{4.20}$$

$$\sigma_{\theta} = \frac{\partial^2 \phi_m}{\partial r^2} \tag{4.21}$$

$$\tau_{\theta z}^{(m)} = -\frac{\partial \varphi_m}{\partial r} \tag{4.22}$$

ve uzunlamasına gerilme,

$$\sigma_{z}^{(m)} = C - \frac{1}{\alpha_{33}^{(m)}} \left(\alpha_{13}^{(m)} \sigma_{r}^{(m)} + \alpha_{23}^{(m)} \sigma_{\theta}^{(m)} + \alpha_{34}^{(m)} \tau_{\theta z}^{(m)} \right)$$
(4.23)

simetri sebebiyle,

$$\tau_{rz}^{(m)} = \tau_{\theta z}^{(m)} = 0 \tag{4.24}$$

bu durumda denklem 4.11 ve 4.12 aşağıdaki formu alır,

$$0 = \beta_{22}^{(m)} \left(\frac{\partial^4 \phi_m}{\partial r^4} + \frac{2}{r} \frac{\partial^3 \phi_m}{\partial r^3} \right) + \beta_{11}^{(m)} \left(-\frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \phi_m}{\partial r^2} + \frac{1}{r^3} \frac{\partial \phi_m}{\partial r} \right) - \beta_{24}^{(m)} \frac{\partial^3 \psi_m}{\partial r^3} + \left(\beta_{14}^{(m)} - 2 \beta_{24}^{(m)} \right) \frac{1}{r} \frac{\partial^2 \psi_m}{\partial r^2}$$
(4.25)

$$0 = -\beta_{24}^{(m)} \frac{\partial^{3} \phi_{m}}{\partial r^{3}} - (\beta_{14}^{(m)} - \beta_{24}^{(m)}) \frac{1}{r} \frac{\partial^{2} \phi_{m}}{\partial r^{2}} + \beta_{44}^{(m)} \left(\frac{\partial^{2} \psi_{m}}{\partial r^{2}} + \frac{1}{r} \frac{\partial \psi_{m}}{\partial r} \right) - \frac{1}{r} C \alpha_{34}^{(m)} = 0$$
(4.26)

Denklemde β_{ij} elastik sabitleri ifade etmekte olup, alttaki şekilde gösterilebilir,

$$\beta_{ij}^{(m)} = \alpha_{ij}^{(m)} - \frac{\alpha_{i3}^{(m)} \alpha_{j3}^{(m)}}{\alpha_{33}^{(m)}}, \quad i, j = 1, 2, 4$$
(4.27)

4.1.3 Gerilme Hesabı

İç (r=a₀) ve dış (r=a_{nl}) dış yüzeylerin sınır koşulları,

$$\sigma_r^{(1)}(a_0) = -p_0; \ \sigma_r^{(nl)}(a_{nl}) = -p_{nl}$$
(4.28)

Ardı sıra gelen tabakaların temas yüzeylerinde şu şart sağlanmak durumundadır,

$$\sigma_r^{(m)} = \sigma_r^{(m+1)}, u_r^{(m)} = u_r^{(m+1)}, u_\theta^{(m)} = u_\theta^{(m+1)}$$
(4.29)

Uç yüzeylerdeki kuvvetlerin dengesi,

$$2\pi \sum_{m=1}^{nl} \int_{a_{m-1}}^{a_m} \sigma_z^{(m)} r dr = \pi (p_0 - p_{nl}) a_0^2 + F$$
(4.30)

denklemde F, uygulanan eksenel kuvvettir. Yukarıda verilen 4.30 numaralı denklem ve fiziksel/geometrik özelliklerdeki kabuller göz önüne alınırsa sistemin genel çözümü,

$$\phi_m = C \zeta_1^{(m)} \frac{r^2}{2} + \frac{C_1}{1+k_m} r^{1+k_m} + \frac{C_2}{1-k_m} r^{1-k_m}$$
(4.31)

$$\psi_m = \operatorname{Cr}\left(\frac{\alpha_{34}^{(m)}}{\beta_{44}^{(m)}} + \zeta_1^{(m)} \operatorname{g}_1^{(m)}\right) + \frac{C_1}{k_m} g_k^{(m)} r^{k_m} - \frac{C_2}{k_m} g_{-k}^{(m)} r^{-k_m}$$
(4.32)

burada $\zeta_1^{(m)}$, k_m , $g_1^{(m)}$, $g_k^{(m)}$ ve $g_{(-k)}^{(m)}$ β değerine bağımlı değişkenlerdir. Denklem tanımlamalarıysa alttaki gibidir,

$$\zeta_{1}^{(m)} = \frac{\left(\alpha_{13}^{(m)} - \alpha_{23}^{(m)}\right)\beta_{44}^{(m)} - \left(\beta_{14}^{(m)} - \beta_{24}^{(m)}\right)\alpha_{34}^{(m)}}{\beta_{22}^{(m)}\beta_{44}^{(m)} - \beta_{24}^{(m)^{2}} - \left(\beta_{11}^{(m)}\beta_{44}^{(m)} - \beta_{14}^{(m)^{2}}\right)}$$
(4.33)

$$k_{m} = \sqrt{\frac{\beta_{11}^{(m)}\beta_{44}^{(m)} - \beta_{14}^{(m)^{2}}}{\beta_{22}^{(m)}\beta_{44}^{(m)} - \beta_{24}^{(m)^{2}}}}$$
(4.34)

$$g_1^{(m)} = \frac{\beta_{14}^{(m)} + \beta_{24}^{(m)}}{\beta_{44}^{(m)}}$$
(4.35)

$$g_k^{(m)} = \frac{\beta_{14}^{(m)} + k \,\beta_{24}^{(m)}}{\beta_{44}^{(m)}} \tag{4.36}$$

$$g_{-k}^{(m)} = \frac{\beta_{14}^{(m)} - k \,\beta_{24}^{(m)}}{\beta_{44}^{(m)}} \tag{4.37}$$

çıkarılan ifadelerle $\sigma_r(m)$, $\sigma_{\theta}(m)$ ve $\tau_{\theta z}(m)$ gerilme değerleri 4.4, 4.5 ve 4.6 nolu denklemlerin türev ifadeleri alınarak şöyle hesaplanabilir,

$$\sigma_r^{(m)} = C \zeta_1^{(m)} + C_1 r^{k_m - 1} + C_2 r^{-k_m - 1}$$
(4.38)

$$\sigma_{\theta}^{(m)} = C \zeta_1^{(m)} + C_1 k_m r^{k_m - 1} - C_2 r^{-k_m - 1}$$
(4.39)

$$\tau_{\theta z}^{(m)} = -C \left(\frac{\alpha_{34}^{(m)}}{\beta_{44}^{(m)}} - \zeta_1^{(m)} g_1^{(m)} \right) - C_1 g_k^{(m)} r^{k_m - 1} - C_2 g_{-k}^{(m)} r^{-k_m - 1}$$
(4.40)

Sınır koşulları C_1 ve C_2 sabitleri C sabiti cinsinden ifade edilebilir,

$$c_m = \frac{a_{m-1}}{a_m}; \ \rho_m = \frac{r}{a_m} \quad (c_m < 1, c_m \le \rho_m \le 1)$$
 (4.41)

Gerilme ifadeleri şimdi yazılırsa,

$$\sigma_{r}^{(m)} = \frac{p_{m-1}c_{m}r^{k+1} - p_{m}}{1 - c_{m}^{2k_{m}}}\rho_{m}^{k_{m}-1} + \frac{p_{m}c_{m}r^{k_{m}-1} - p_{m-1}}{1 - c_{m}^{2k_{m}}}x c_{m}^{k_{m+1}}\rho_{m}^{-k_{m}-1} + C\zeta_{1}^{(m)}W_{1}^{(m)}$$
(4.42)

$$\sigma_{\theta}^{(m)} = \frac{p_{m-1}c_m^{k_m+1} - p_m}{1 - c_m^{2k_m}} k_m \rho_m^{k_m-1} - \frac{p_m c_m^{k_m-1} - p_{m-1}}{1 - c_m^{2k_m}} x k_m c_m^{k_m+1} \rho_m^{-k_m-1} + C \zeta_1^{(m)} W_2^{(m)}$$
(4.43)

$$\tau_{\theta z}^{(m)} = -\frac{p_{m-1}c_m^{\kappa_m+1} - p_m}{1 - c_m^{2 k_m}} g_k^{(m)} \rho_m^{k_m-1}$$

$$-\frac{p_m c_m^{k_m-1} - p_{m-1}}{1 - c_m^{2 k_m}} x g_{-k}^{(m)} c_m^{k_m+1} \rho_m^{-k_m-1} + C W_3^{(m)}$$
(4.44)

1.4

burada,

$$W_1^{(m)} = 1 - \frac{1 - c_m^{k_m - 1}}{1 - c_m^{2k_m}} \rho_m^{k_m - 1} - \frac{1 - c_m^{k_m - 1}}{1 - c_m^{2k_m}} c_m^{k_m + 1} \rho_m^{-k_m - 1}$$
(4.45)

$$W_2^{(m)} = 1 - \frac{1 - c_m^{k_m - 1}}{1 - c_m^{2k_m}} k_m \rho_m^{k_m - 1} + \frac{1 - c_m^{k_m - 1}}{1 - c_m^{2k_m}} k_m c_m^{k_m + 1} \rho_m^{-k_m - 1}$$
(4.46)

$$W_{3}^{(m)} = -\zeta_{2}^{(m)} + \zeta_{1}^{(m)} \left(\frac{1 - c_{m}^{k_{m}+1}}{1 - c_{m}^{2k_{m}}} g_{k}^{(m)} \rho_{m}^{-k_{m}-1} + \frac{1 - c_{m}^{k_{m}-1}}{1 - c_{m}^{2k_{m}}} g_{-k}^{(m)} c_{m}^{-k_{m}+1} \rho_{m}^{-k_{m}-1} \right)$$

$$(4.47)$$

$$\zeta_{2}^{(m)} = \frac{\left(\beta_{44}^{(m)} + \beta_{24}^{(m)}\right) \left(\alpha_{13}^{(m)} - \alpha_{23}^{(m)}\right) - \left(\beta_{11}^{(m)} - \beta_{22}^{(m)}\right) \alpha_{34}^{(m)}}{\beta_{22}^{(m)} \beta_{44}^{(m)} - \beta_{24}^{(m)^{2}} - \left(\beta_{11}^{(m)} \beta_{44}^{(m)} - \beta_{14}^{(m)^{2}}\right)}$$
(4.48)

Denklemlerde yer alan p_{m-1} ve p_m m.tabakanın iç ve dış yüzeyine etki eden normal kuvvetleri gösterir.

4.1.4 Arayüz kuvvetleri ve integral sabitinin belirlenmesi

İleride hesaplamalarda kullanılacak olan bilinmeyen arayüz kuvvetleri $(p_1, p_2, ..., p_{nl-1})$ ve integral sabiti (C) bu kısımda incelenecektir. Arayüzlerde (örnek vermek gerekirse hesaplanılan m. katman için) gerinim/birim uzama eşitliği şu şekildedir,

$$\varepsilon_{\theta}^{(m)} = \alpha_{21}^{(m)} \sigma_r^{(m)} + \alpha_{22}^{(m)} \sigma_{\theta}^{(m)} + \alpha_{23}^{(m)} \sigma_z^{(m)} \alpha_{24}^{(m)} \tau_{\theta z}^{(m)}$$
(4.49)

pm değeri için,

$$\varepsilon_{\theta}^{(m)} = \alpha_{21}^{(m)} \sigma_r^{(m)} + \alpha_{22}^{(m)} \sigma_{\theta}^{(m)} + \alpha_{23}^{(m)} \sigma_z^{(m)} \alpha_{24}^{(m)} \tau_{\theta z}^{(m)}$$
(4.50)

bazı ifadeler şu şekilde gösterilirse,

$$f_1^{(m)} = c_m^{k_m + 1} \tag{4.51}$$

$$f_2^{(m)} = c_m^{k_m - 1} \tag{4.52}$$

$$f_3^{(m)} = \rho_m^{k_m - 1} \tag{4.53}$$

$$f_4^{(m)} = c_m^{k_m + 1} \rho_m^{-k_m - 1} \tag{4.54}$$

$$f_5^{(m)} = k_m \,\rho_m^{k_m - 1} \tag{4.55}$$

$$f_6^{(m)} = k_m \, c_m^{k_m + 1} \rho_m^{-k_m - 1} \tag{4.56}$$

$$f_7^{(m)} = g_k^{(m)} \,\rho_m^{k_m - 1} \tag{4.57}$$

$$f_8^{(m)} = g_{-k}^{(m)} c_m^{k_m + 1} \rho_m^{-k_m - 1}$$
(4.58)

$$f_9^{(m)} = 1 - c_m^{2 k_m} \tag{4.59}$$

Denklem 4.17, 4.18 ve 4.19 alttaki şekilde tekrar düzenlenebilir,

$$0 = C\left(\Delta_1^{(m)} - \Delta_1^{(m+1)}\right) + \Delta_2^{(m)} p_{m-1} + \left(\Delta_3^{(m)} - \Delta_2^{(m+1)}\right) p_m + \Delta_3^{(m+1)} p_{m+1}$$
(4.60)

Yukarıdaki ifadeleri, denklem 4.2'de yer alan sınır koşulları göz önüne alınarak, yerine koyup terimler sadeleştirildikten sonra, C integrasyon sabiti ve bilinmeyen kuvvetler için yeni eşitlikler şu şekilde elde edilir,

$$0 = C\left(\Delta_{1}^{(m)} - \Delta_{1}^{(m+1)}\right) + \Delta_{2}^{(m)}p_{m-1} + \left(\Delta_{3}^{(m)} - \Delta_{2}^{(m+1)}\right)p_{m} + \Delta_{3}^{(m+1)}p_{m+1}$$
(4.61)

burada,

$$\Delta_1^{(m)} = \alpha_{23}^{(m)} + \zeta_1^{(m)} \left(W_1^{(m)} \beta_{12}^{(m)} + W_2^{(m)} \beta_{22}^{(m)} \right) + W_3^{(m)} \beta_{24}^{(m)}$$
(4.62)

$$\Delta_{2}^{(m)} = \frac{f_{1}^{(m)} f_{3}^{(m)} - f_{4}^{(m)}}{f_{9}^{(m)}} \beta_{12}^{(m)} + \frac{f_{1}^{(m)} f_{5}^{(m)} + f_{6}^{(m)}}{f_{9}^{(m)}} \beta_{22}^{(m)} - \frac{f_{1}^{(m)} f_{7}^{(m)} - f_{8}^{(m)}}{f_{9}^{(m)}} \beta_{24}^{(m)}$$

$$(4.63)$$

$$\Delta_{3}^{(m)} = \frac{f_{2}^{(m)} f_{4}^{(m)} - f_{3}^{(m)}}{f_{9}^{(m)}} \beta_{12}^{(m)} - \frac{f_{2}^{(m)} f_{6}^{(m)} + f_{5}^{(m)}}{f_{9}^{(m)}} \beta_{22}^{(m)} - \frac{f_{2}^{(m)} f_{8}^{(m)} - f_{7}^{(m)}}{f_{9}^{(m)}} \beta_{24}^{(m)}$$

$$(4.64)$$

Sistemde bilinmeyen terimlerin toplam sayısı tabakaların sayısına eşittir, buna karşılık toplamda "tabaka sayısı – 1" adet denklem bulunmaktadır. Denklemleri çözebilmek için ek bir denkleme daha ihtiyaç vardır. Bu noktada denklem 4.3 dikkate alındığında, denklemin bir parçalı integral içerdiği görülür. Denklemin integrasyonundan sonra, denklem alttaki şekilde yazılabilir,

$$\sum_{m=1}^{nl} (p_{m-1} \lambda_1^{(m)} + p_m \lambda_2^{(m)} + C \lambda_3^{(m)}) = \pi (p_0 - p_{nl}) a_0^2 + F$$
(4.65)

İfade kalınlık boyunca bir toplam olarak tekil bir denklem sunar. Aşağıdaki gösterimlerle kat sayıları ifade edebiliriz,

$$X_1^{(m)} = \left(\frac{a_{m-1}}{a_m}\right)^{k_m}$$
(4.66)

$$X_2^{(m)} = \left(\frac{a_{m-1}}{a_m}\right)^{k_m} a_m \tag{4.67}$$

$$X_3^{(m)} = \left(\frac{a_{m-1}}{a_m}\right)^{2k_m}$$
(4.68)

$$X_4^{(m)} = \left(\frac{a_{m-1}}{a_m}\right)^{2k_m} a_{m-1} \tag{4.69}$$

$$X_5^{(m)} = k_m^2 - 1 \tag{4.70}$$

$$X_6^{(m)} = \frac{1 - f_1^{(m)}}{f_9^{(m)}} \tag{4.71}$$

$$X_7^{(m)} = \frac{1 - f_2^{(m)}}{f_9^{(m)}} \tag{4.72}$$

$$X_8^{(m)} = f_1^{(m)} f_2^{(m)}$$
(4.73)

$$X_9^{(m)} = k_m + 1 \tag{4.74}$$

$$X_{10}^{(m)} = 1 - k_m \tag{4.75}$$

$$X_{11}^{(m)} = k_m - 1 \tag{4.76}$$

$$\begin{split} \lambda_{1}^{(m)} &= \left[\left(X_{2}^{(m)} \left(X_{10}^{(m)} - X_{8}^{(m)} X_{9}^{(m)} \right) - X_{4}^{(m)} X_{10}^{(m)} \right. \\ &+ a_{m-1} X_{8}^{(m)} X_{9}^{(m)} \right) a_{13}^{(m)} \\ &+ \left(X_{2}^{(m)} - X_{4}^{(m)} - 2 X_{8}^{(m)} (a_{m-1} - X_{2}) \right. \\ &- k_{m} \left(X_{2}^{(m)} - X_{4}^{(m)} \right) \right) k_{m} \alpha_{23}^{(m)} \left] \frac{a_{m}}{X_{1}^{(m)} X_{5}^{(m)} f_{9}^{(m)}} \frac{1}{\alpha_{33}^{(m)}} \\ &+ \left[\left(X_{3}^{(m)} g_{k}^{(m)} X_{10}^{(m)} - X_{8}^{(m)} g_{-k}^{(m)} X_{9}^{(m)} \right) \frac{a_{m-1}}{X_{1}} \right. \\ &+ \left(X_{8}^{(m)} g_{-k}^{(m)} X_{9}^{(m)} + g_{k}^{(m)} X_{11}^{(m)} \right) a_{m} \right] \frac{a_{m}}{X_{5}^{(m)} f_{9}^{(m)}} \frac{\alpha_{34}^{(m)}}{\alpha_{33}^{(m)}} \end{split}$$

$$\begin{split} \lambda_{2}^{(m)} &= \left[\left(X_{4}^{(m)} X_{10}^{(m)} + a_{m-1} X_{9}^{(m)} + 2 X_{2}^{(m)} k_{m} \right) a_{13}^{(m)} \\ &+ \left(X_{9}^{(m)} - X_{4}^{(m)} X_{10}^{(m)} - 2 X_{2}^{(m)} \right) k_{m} a_{23}^{(m)} \\ &- \left(X_{3}^{(m)} g_{k}^{(m)} X_{10}^{(m)} - g_{-k}^{(m)} X_{9}^{(m)} \right) a_{m-1} \\ &- \left(g_{-k}^{(m)} X_{9}^{(m)} + g_{k}^{(m)} X_{11}^{(m)} \right) a_{m-1} X_{1}^{(m)} a_{34}^{(m)} \right] \frac{f_{1}^{(m)} a_{m}}{X_{1}^{(m)} X_{5}^{(m)} f_{9}^{(m)}} \end{split}$$
(4.78)

$$\lambda_{3}^{(m)} = \left[\frac{1}{2}(a_{m}^{2} - a_{m-1}^{2}) - \left(\frac{C_{12}}{2X_{5}^{(m)}} - \frac{C_{22}}{2X_{1}^{(m)}X_{5}^{(m)}}\right)\zeta_{1}\frac{\alpha_{13}^{(m)}}{\alpha_{33}^{(m)}} - \left(\frac{C_{13}}{2X_{5}^{(m)}} - \frac{C_{33}}{2X_{1}^{(m)}mX_{5}^{(m)}}\right)\zeta_{1}\frac{\alpha_{23}^{(m)}}{\alpha_{33}^{(m)}} - \left(\frac{C_{14}}{2X_{1}^{(m)}X_{5}^{(m)}} - \frac{C_{24}}{2X_{5}^{(m)}}\right)\frac{\alpha_{34}^{(m)}}{\alpha_{33}^{(m)}}\right]2\pi$$

$$(4.79)$$

burada,

$$C_{12} = a_m^2 \left(X_5^{(m)} + 2 \left(X_6^{(m)} X_{10}^{(m)} + X_7^{(m)} X_9^{(m)} \right) \right)$$
(4.80)

$$C_{22} = a_{m-1} \left(a_{m-1} X_1^{(m)} X_5^{(m)} + 2a_m \left(X_3^{(m)} X_6^{(m)} X_{10}^{(m)} + f_1^{(m)} X_7^{(m)} X_9^{(m)} \right) \right)$$
(4.81)

$$C_{13} = -a_m^2 \left(1 - 2k_m \left(X_6^{(m)} - f_1^{(m)} X_7^{(m)} \right) + k_m^2 \left(2 X_6^{(m)} + 2 f_1^{(m)} X_7^{(m)} - 1 \right) \right)$$
(4.82)

$$C_{23} = a_{m-1} \left(a_{m-1} X_1^{(m)} X_5^{(m)} - 2a_m k_m \left(X_3^{(m)} X_6^{(m)} X_{11}^{(m)} + f_1^{(m)} X_7^{(m)} X_9^{(m)} \right) \right)$$
(4.83)

$$C_{14} = a_{m-1} \left(X_1^{(m)} X_5^{(m)} \zeta_2^{(m)} - 2a_m \zeta_1^{(m)} \left(X_3^{(m)} X_6^{(m)} X_{11}^{(m)} g_k^{(m)} \right) - f_1^{(m)} g_{-k}^{(m)} X_7^{(m)} X_9^{(m)} \right)$$
(4.84)

$$C_{24} = a_m^2 \left(X_5^{(m)} \zeta_2^{(m)} - 2 \zeta_1^{(m)} \left(X_6^{(m)} X_{10}^{(m)} g_k^{(m)} + f_1^{(m)} g_{-k}^{(m)} X_7^{(m)} X_9^{(m)} \right)$$

$$(4.85)$$

Sistem denklemi matris formuna dönüştürülürse,

$$\{B\}\{P\} = \{R\} \tag{4.86}$$

burada,

$$\{B\} = \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & 0 & 0 & 0 & 0 & \vdots & \vdots & b_{1,nl} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} & 0 & 0 & 0 & \vdots & \vdots & b_{2,nl} \\ 0 & b_{32} & b_{33} & b_{34} & 0 & 0 & \vdots & \vdots & b_{3,nl} \\ 0 & 0 & b_{43} & b_{44} & b_{45} & 0 & \vdots & \vdots & b_{4,nl} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & b_{nl-1,nl-2} & b_{nl-1,nl-1} & b_{nl-1,nl} \\ b_{nl,1} & b_{nl,2} & b_{nl,3} & b_{nl,4} & \dots & \dots & \dots & \dots & b_{nl,nl} \end{pmatrix}$$

$$\{P\} = \begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \\ p_3 \\ p_4 \\ \vdots \\ p_{nl-1} \\ C \end{pmatrix}; \quad \{R\} = \begin{pmatrix} r_1 \\ r_2 \\ r_3 \\ r_4 \\ \vdots \\ r_{nl-1} \\ r_{nl} \end{pmatrix}$$

$$(4.87)$$

burada yer alan b_m ve r_m kat sayıları 4.61 ve 4.65 numaralı denklemler aracılığıyla hesaplanmıştır. {B} matrisinde şu kuralın geçerli olduğu unutulmamalıdır: $b_{ij} \neq b_{ji}$ Tüm Δ ve λ ifadeleri katmanın kalınlığına (katmanın en alt noktasından en üstüne kadar) bağlıdır. Değerleri ayırma sebebiyle en alt için ea, en üst için eu indisleri alttaki şekilde kullanılmıştır. İlk satır için,

$$b_{m,m-1} = \Delta_{2,b}^{(m)}; \quad b_{m,m} = \Delta_{3,b}^{(m)} + \Delta_{2,t}^{(m+1)};$$
 (4.88)

$$b_{m,m+1} = \Delta_{3,t}^{(m+1)}; \quad b_{m,nl} = \Delta_{1,b}^{(m)} - \Delta_{1,t}^{(m+1)};$$
 (4.89)

sondan bir önceki satır için,

$$b_{nl-1,nl-2} = \Delta_{2,b}^{(nl-1)}; \quad b_{nl-1,nl-2} = \Delta_{3,b}^{(nl-1)} + \Delta_{2,t}^{(nl)};$$
 (4.90)

$$b_{nl-1,nl} = \Delta_{1,b}^{(nl-1)} - \Delta_{1,t}^{(nl)}$$
(4.91)

son satır için,

$$b_{nl,nl} = \sum_{m=1}^{nl} \lambda_3^{(m)}$$
(4.92)

İç ve dış basınç uygulandığında sağ taraftaki ifade genellikle sıfırdan farklı üç bileşen içerir. Bunlar,

$$r_{1} = -p_{0}\Delta_{2,b}^{(1)}; \quad r_{nl-1} = -p_{nl}\Delta_{3,t}^{(nl)};$$

$$r_{nl} = \lambda_{1}^{(1)}p_{0} - \lambda_{2}^{(nl)}p_{nl} + \pi (p_{0} - p_{nl})a_{0}^{2} + F$$
(4.93)

Son olarak konuşulması gereken sarım açısı olarak adlandırılan φ m değerinin 0⁰ veya 90⁰ olması. Bu durumda silindirik anizotropi ve ortotropik tabakanın ilişkisi önem kazanır. Bu elastik simetri, radyal ve teğetsel iki düzlem olduğunu gösterir. $\alpha_{34} = \beta_{14}$ = $\beta_{24} = g_k = g_{-k} = 0$ Ve teğetsel gerilmeler $\tau_{\theta z}^{(m)}$ şeklinde gösterilir. Bu durumda $\varphi^m = 0^0$ olduğunda,

$$k_m = \sqrt{\frac{\beta_{11}^{(m)}}{\beta_{12}^{(m)}}} = 1 \tag{4.94}$$

burada paydada bazı değerler 0'a eşit olabilir ve tekillik oluşturabilir, bu durumda $\varphi m=0^0$ olduğu durumda φm değeri için çok küçük bir açı alınarak (0,0001) işleme devam edilebilir.

4.1.5 Dayanım Kontrolü

Filament winding yöntemiyle üretilen kompozitlerin dayanımını belirleyen faktörler fiber yönlerinde çekme ve basınç dayanımı ile kompozit malzemenin kesme dayanımıdır. Çekme ile alakalı problemler genellikle fiberlerin kopmasından kaynaklanır, buna karşılık basınç dayanımıyla alakalı sorunlar mikro-burkulma sonucunda matris malzemesi ile elyafların bağlarının zayıflayıp kopması sonucunda oluşur. Kesmedeki problemlerse çatlak yayılımıyla ile gerçekleşir. Bu üç yükleme şekli en basit yükleme koşulları altında bile gerçekleşebilir. Bu sebeple kompozit yapıları mukavemet kontörlü oldukça zordur. Gerekli hata kriterleri denklemlerini oluşturmak için Tsai-Wu üç boyutlu hata kriteri yaklaşımından yola çıkılırsa,

$$f(\sigma_k) = F_i \sigma_i + F_{ij} \sigma_i \sigma_j = 1 \tag{4.95}$$

burada k, i, j = 1, 2, ..., 6; F_i ve F_{ij} sırasıyla 1 üs derece ve 2 üs derecesini ifade eden gerilme tensörleridir. Bu denklem her bir tabakaya uygulanabilir. Silindirik anizotropiye sahip tabakalı basınçlı kaplarda, m. tabaka için denklem 4.95 aşağıdaki gibi genişletilmiş formda yazılabilir,

$$0 = F_{11}^{(m)} \sigma_1^{(m)^2} + F_{33}^{(m)} (\sigma_3^{(m)^2} + \sigma_2^{(m)^2}) + F_{66}^{(m)} \tau_{12}^{(m)^2} + 2 F_{31}^{(m)} (\sigma_3^{(m)} + \sigma_2^{(m)}) \sigma_1^{(m)} + 2 F_{32}^{(m)} \sigma_3^{(m)} + \sigma_2^{(m)} + F_3^{(m)} (\sigma_3^{(m)} + \sigma_2^{(m)}) + F_1^{(m)} \sigma_1^{(m)} - 1$$

$$(4.96)$$

burada,

$$F_{11}^{(m)} = \frac{1}{X_{\varsigma e}^{(m)} X_{ba}^{(m)}}, \quad F_{33}^{(m)} = \frac{1}{Y_{\varsigma e}^{(m)} Y_{ba}^{(m)}}, \quad F_{66}^{(m)} = \frac{1}{S^{(m)^2}}, \tag{4.97}$$

$$F_3^{(m)} = \frac{1}{Y_{\varsigma e}^{(m)}} - \frac{1}{Y_{ba}^{(m)}}, \quad F_1^{(m)} = \frac{1}{X_{\varsigma e}^{(m)}} - \frac{1}{X_{ba}^{(m)'}}$$
(4.98)

$$F_{31}^{(m)} = -\frac{1}{2} \sqrt{F_{33}^{(m)} F_{11}^{(m)}}, \quad F_{32}^{(m)} = -\frac{1}{2} F_{33}^{(m)}$$
(4.99)

ve X_{ce} , X_{ba} sırasıyla uzunlamasına çekme ve basınç/sıkıştırma dayanımlarıdır. Yçe, Yba ise enlemesine yönü ifade ederken S ise kesme dayanımıdır. Normal ve kesme gerilme hesabı,

$$\sigma_1^{(m)} = \sigma_z^{(m)} \cos^2 \varphi_m + \sigma_\theta^{(m)} \sin^2 \varphi_m - \tau_{\theta z}^{(m)} \sin^2 \varphi_m$$
(4.100)

$$\sigma_2^{(m)} = \sigma_z^{(m)} \sin^2 \varphi_m + \sigma_\theta^{(m)} \cos^2 \varphi_m + \tau_{\theta z}^{(m)} \sin^2 \varphi_m$$
(4.101)

$$\sigma_3^{(m)} = \sigma_r^{(m)} \tag{4.102}$$

$$\tau_{12}^{(m)} = \left(\sigma_{\theta}^{(m)} - \sigma_{z}^{(m)}\right) \sin\varphi_{m} \cos\varphi_{m} - \tau_{\theta z}^{(m)} \cos 2\varphi_{m}$$
(4.103)

Tasarım çözümü hata kriteri denklem 4.95 ile kritik basınç değeri arasında bağlantı kurmaya dayanır. Çok katmanlı basınçlı bir basınçlı kap için verilen kalınlık oranı (b/a), katman sayısı (nl) ve eksenel kuvvet (F) için tasarım problemi alttaki şekilde ifade edilebilir,

$$P_{max} = max_{\overline{\varphi}}P_{cr}(\overline{\varphi}, r) = max_{\overline{\varphi}}min_rP_{cr}$$
(4.104)

burada,

$$\varphi = \begin{cases} \varphi_1 \\ \varphi_2 \\ \varphi_3 \\ \vdots \\ \varphi_{nl} \end{cases}$$
(4.105)

ve $P_{cr}(\overline{\varphi}, r)$ ikinci derece denklemden hesaplanabilir,

$$(F_{ij}\sigma_i^{(m)}\sigma_j^{(m)})P_{cr}^{2(m)} + (F_i\sigma_i^{(m)})P_{cr}^{(m)} = 1$$
(4.106)

buradan uygulanan birim basınç $P_{cr}(\overline{\boldsymbol{\varphi}}, r) = \min_{m} P_{cr}^{(m)}$ için gerilmeler hesaplanır. Denklem 4.106'nın çözümü,

$$P_{cr}^{(m)} = -\left(\frac{Z^{(m)}}{2H^{(m)}}\right) + \sqrt{\frac{Z^{(m)}}{2H^{(m)}}^2 + \frac{1}{H^{(m)}}}$$
(4.107)

burada,

$$Z^{(m)} = F_3^{(m)} \left(\sigma_3^{(m)} + \sigma_2^{(m)} \right) + F_1^{(m)} \sigma_1^{(m)}$$
(4.108)

$$H^{(m)} = F_{33}^{(m)} \left(\sigma_3^{(m)^2} + \sigma_2^{(m)^2} \right) + 2 F_{32}^{(m)} \sigma_3^{(m)} \sigma_2^{(m)} + 2 F_{31}^{(m)} \left(\sigma_3^{(m)} + \sigma_2^{(m)} \right) \sigma_1^{(m)} + F_{11}^{(m)} \sigma_1^{(m)^2} + F_{66}^{(m)} \tau_{12}^{(m)^2}$$
(4.109)

4.1.6 Modelin Matlab ile Çözümü

Bulunan matematiksel model Matlab'e aktarılmış, problem çözümü için Matlab'in Genetik Algoritma arayüzü kullanılmıştır.

4.1.6.1 Genetik Algoritma

Genetik Algoritma çözümünde kullanılan parametrelerin açıklaması altta verilmiştir.

4.1.6.1.1 Çaprazlama Operatörü

Bu operatör bir arama operatörüdür ve görevi genetik algoritmanın benzer, fakat ulaşılamamış bölgelerini aramaktır. Bunu ebeveyn kromozomları arasında gen takası yaparak sağlar ve kullanıcının belirlediği bir orana sahiptir. Bu oranın yüksek olması bir önceki değerlerin yüksek oranda bozulmasına neden olur. Örneği çaprazlama operatör değeri 0,95 demek, önceki neslin %95'inin çaprazlamaya maruz kalacağını belirtir.

File Help				
Problem Setup and Results			Options	>>
Solver an Genetic Magnithm			Population	
Problem			Fitness scaling	
Fitness function:		- 1	Selection	
Number of a sinklar		- 11	■ Reproduction	
			Mutation	
Constraints:			Crossover	
Linear inequalities: A:	b:		Migration	
Linear equalities: Aeq:	beq:		■ Algorithm settings	
Bounds: Lowers	Upper:	=	Hybrid function	
Nonlinear constraint function:			🗉 Stopping criteria	
Run solver and view results			■ Plot functions	
			Output function	
Use random states from previous run			Display to command window	
Start Pause Stop			Level of display: off	•
Current iteration:	Clear Resu	ilts	User function evaluation	
		<u> </u>	Evaluate fitness and constraint functions in serial	•

Şekil 4.2: Genetik Algoritma arayüzü.

4.1.6.1.2 Mutasyon Operatörü

Bu operatör rastsal genetik değişimi gösterir. Kullanıcı tarafından belirlenen bir oranla nesillerin bir sonraki nesle aktarılması sonrası sonuçlar üzerinde bazı genlerde değişim yaşanır. Bu değişim mutasyon operatörüne bağlı bir değerdir. Mutasyon operatör değerinin yüksek olması genetik arama işlemini rastsallığa götürür. Düşük olması ise genetik arama işleminin kapasitesini kısıtlar. Yapılan çalışmalar incelendiğinde %0,8 civarı alındığı gözlemlenmiştir [26].

4.1.6.1.3 Seçim

Genetik algoritmada çeşitli seçim stratejileri bulunur. Örneğin turnuva seçim yöntemi çaprazlama ve mutasyon işlemleri sonucu oluşan bireylerin bireysel kuşak farkı değeriyle yeni yavrular meydana getirmesi sonucunda ikili bireylerin rastsal olarak birbiriyle eşleştirilip uygunluk kriteri bakımından zayıf olanın elendiği bir seçilim yöntemidir. Bu işlem sırasında eğer kuşak farkı değeri yüksek olursa yeni yavru neslin sayısı ebeveyn nesle göre fazla olacağından en iyi değerlere sahip

bireyler yok olabilir. Bunu engellemek amacıyla elitlik kriteri ortaya sunulmuştur. Bu kriter en iyi değerlere sahip bireyleri birbiriyle eşleştirmeyerek uygunluk kriterinin yüksek olmasını ve hızlı/doğru sonuç alınmasını sağlar.

4.1.6.1.4 Yakınsama

Genetik algoritmada iki şekilde sonuç alınır, ya sistem yakınsamış yani uygun bir çözüm bulunmuş ya da yeterli yakınsama elde edilemediği için maksimum iterasyon sayısına gelince işlem sonlanmıştır. Genetik algoritmalar ortalama değer, standart sapma ve uygunluk minimizasyonu gibi kriterleri göz önünde tutar. Bu değerlerin her biri problemin yakınsaması yani bir çözüme ulaşması için bir ölçüttür. İşlem devam ederken programdan daima uygunluk değerleri takip edilmelidir, bu değerler sabitlenmiş ve sistem bir çözüme ulaşmamışsa algoritma durdurulup kuşak farkı, çaprazlama ve mutasyon operatörleri ile ilgili düzenlemeler yapılmalıdır. Bu değerlerin artırılması uygunluk değerlerindeki sabitliği bozacaktır. Burada dikkat edilmesi gereken nokta bu değerlerin gereğinden fazla artırılması çözümü sonsuza götürür ve algoritma sonuç vermeden maksimum iterasyon sonucuna gelince sonlanır.

4.1.6.1.5 Algoritma Değerleri

Genetik Algoritma arayüzü ile çalışırken üstteki değerler alttaki şekilde ayarlanmıştır.

Population Type	Double vector
Population size	40
Initial range	[-90;90]
Selection function	Roulette
Crossover fraction	0.8
Mutation function	Use constraint dependent default
Crossover function	Scattered
Migration direction	Both Fraction=0.2, Interval=20
Initial penalty	10
Penalty factor	100
Hybrid Function	fmincon
Stopping criteria	Generation=1000, Stall generation=5000 Function tolerance=10 ⁻⁶

Şekil 4.3: Genetik Algoritma değerleri.

Seçilen malzeme bilgileri ise şöyledir,

 $E_r = E_{\theta} = 1,02 \text{ x } 104 \text{ MPa}, E_z = 1,79 \text{ x } 105 \text{ MPa}, \gamma_{\theta z} = 0,28, G = 7170 \text{ MPa}$

Buradaki amaç fonksiyonu, matematiksel model ile bulunan denklem 4.108'i optimizasyon metoduyla en iyileyerek katman sayısına göre en optimum açı değerlerini ve bu değerlere denk gelen kritik basınç değerlerini bulmaktır.

4.2 Sonlu Elemanlar Metodu

Tasarlanan model sonlu metodu çözümü ANSYS ortamına aktarılmıştı, buradaki ilk olarak ANSYS ACP modülünde alttaki işlemler yapılmıştır.

4.2.1 Malzeme Tanımı

Daha önce Ashby Metodu ile belirlenen karbon fiber takviyeli kompozit malzeme ANSYS malzeme kütüphanesinden seçilerek ANSYS kompozit modülüne aktarılır. Burada malzeme ve kalınlık tayini yapılır. Çalışmalarda kalınlık orani 1,1 ve 1,2 olarak alınmıştır. İlk olarak kalınlık oranı 1,1'i tanımlamak için 180 mm çapa sahip silindire 18 mm et kalınlığı tanımlanır. Resin-Epoxy malzemesi de yine buradan yani Fabric kısmından parçaya atanır.



Şekil 4.4: ANSYS ACP'de malzeme tanımı.

4.2.2 Geometri ve Seçili Yüzeyler



Şekil 4.5: Geometri uzunluk ölçüleri.

Geometri kısmında ek olarak elyafın hangi yüzeyi saracağı hangi yüzeylerde elyaf olmayacağı Named Selection komutuyla belirlenir. Burada tümsilindir olarak seçilen yüzeyler üst şekilde gösterilen kırmızı yüzeylerdir ve buralara elyaf sarma yapılacaktır. Ayaklar ise Selection ve Selection2 olarak adlandırılmış olup sarım bu bölgelere yapılmayacak mesnet olarak tanımlanacaktır.



Şekil 4.6: Seçili yüzeylerin gösterimi.

Sarım başlama noktası da bu kısımda belirlenmiştir. Sarım başlama noktası farklı bölgeler seçilerek analiz edilecek ve sonuçlar da sarım başlama noktasının önemine değinilecektir.

Rosette Properties		
Name: Rosette.1		-
ID: Rosette.1		
Type: O Parallel O Radial O Cylindrical O Spherical	🔘 Edge Wise	
Definition		
Origin: (0.0101,0.0894,0.0000)		
Direction 1: (-1.0000,0.0000,0.0000)	Swap	
Direction 2: (0.0000,1.0000,0.0000)		
Xy XY Xz xZ Yz	уZ	
ОК Арріу	Cancel	
a construction of the second sec		

Şekil 4.7: Sarım başlama noktası.

4.2.3 Sınır Şartları

Sınır şartları sistem üzerindeki yükleri ve sabit bölgeleri programa aktarmamızı sağlayan bölümdür. ANSYS yapısal modülü mesnet girişi yapmadan herhangi bir analizi çözmemektedir.



Şekil 4.8: Sınır şartlarının verilmesi.

Basınçlı kap sembolik olarak 15 MPa iç basınca maruz bırakılmıştır. Burada amaç güvenlik bölgesinde kalan bir basınç uygulayarak sistemde en iyi sonucu veren açı değerlerini bularak analitik çözüm ile sonuçları karşılaştırmaktır. Basınçlı kabın mesnetleri ise Şekil 10'da gözüken mavi yüzeylerdir. Bu yüzeylere elyaf sarılmamış olup, bu yüzeyler sabit olarak tanımlanmıştır.

4.2.4 Elyaf Açısı ve Katman Miktarı

Elyaf açıları sisteme parametrik olarak girilmiştir. İlk olarak başlama noktası 45° seçilmiş olup 0° ile 90° arası tüm değerler program tarafından hesaplanacaktır.



Şekil 4.9: Elyaf açısı ve katman sayısı belirlenimi.

Katman sayısı da yine PlyGorup sekmesinden üstteki şekildeki gibi belirlenmektedir. Katman sayısı 1 ile başlayıp sırasıyla 2, 3, 4, 5 ve10 katmanlı yapılar için analiz yapılmıştır.

4.2.5 Çözüm Ağı Yapısı

Sistem bu kısımda 3 boyutlu hâlden sonlu elemanlara, aslında programın anlayacağı dil olan nokta bulutuna dönüştürülmüştür. Program, bu nokta bulutundaki her nokta için hesaplama yapacaktır.



Şekil 4.10: Sistemin çözüm ağı yapısı.

Sistemde oluşturulan eleman sayısı 154312, düğüm noktası sayısıysa 403158'dir. Sadece elyaf sarılacak bölge sonlu elemanlara ayrılmıştır. Mesnet bölgelerine bu bölge gerilmeyi etkilemeyeceği için programın performansı açısından mesh atılmamıştır.

5. SONUÇ VE ÖNERİLER

Matematiksel model ile oluşturulan fonksiyonun çözümü Matlab Genetik Algoritma'dan, bilgisayar ortamında sonlu elemanlar metodu ile problem çözülen sistemse ANSYS'ten alınarak karşılaştırmalar yapılmış, sonuçlar sunulmuş ve gelecek çalışmalar için öneriler verilmiştir.

5.1 Analitik Çözüm

Genetik Algoritma aracılığıyla çözülen sistemin kalınlık oranı 1,1 için alınan sonuçları altta yer almaktadır.

b/a	Katman Sayısı	Optimum Açı (İçten Dışa)	Kritik İç Basınç(MPa)
	1	54,4	47,5
	2	49,8 - 57,9	48,9
1.1	3	47,8-47,3-63,2	50,2
	4	46,7 - 48,7 - 48,8 - 66,7	51,3
	5	45,6-45,7-45,7-50,1-74,8	52
		47,9-47,3-47,4-47,4-47,8	
	10	-47,9 - 47,9 - 54,1 - 63,2 -	53,8
		84,8	

Çizelge 5.1: b/a=1,1 için analitik çözümden alınan sonuçlar.

Kalınlık oranı 1,2 için sonuçlar alttaki gibidir.

b/a	Katman Sayısı	Optimum Açı (İçten Dışa)	Kritik İç
	-		Basınç(MPa)
	1	54,6	108,3
	2	48,9-58,7	111,7
1.2	3	48,8 - 47,7 - 64,0	114,9
	4	50,8 - 478,7 - 48,9 - 66,9	116,9
	5	52,6-49,7-49,2-49,1-67,8	117,8
	10	57,9-54,3-51,2-51,4-51,8	

Cizelge 5.2: b/a=1,2 için analitik çözümden alınan sonuçlar.

-50,9-50,9-51,1-47,2-	120,1
75,8	



İki sonuç bir grafikte alttaki şekildeki gibi gösterilebilir.

Şekil 2: Kalınlık oranının katman sayısı ve kritik basınçla ilişkisi.

5.2 Numerik Çözüm

Sistem parametrik olarak her bir açı değeri için kalınlık oranı değeri 1,1 ve 1,2 alınarak çözülmüştür. Bu çözüm değerlerinden 30^{0} , 45^{0} , $54,4^{0}$ ve 65^{0} alınmış ve sonuçların alttaki şekilde olduğu görülmüştür.







Şekil 5.3: 45⁰ için alınan gerilme sonuç değerleri.







Şekil 5.5: 65⁰ için alınan gerilme sonuç değerleri.

Alınan çözümlerde en iyi sonucu veren 54,4⁰ için sarım noktası değiştirilerek analizler yapılmıştır. Aradaki en büyük farkı %10 ile sarımın ortadan yapılmaya başlanmasıyla oluşmuştur.



Şekil 5.6: Sarımın ortadan başlatılmasıyla 54,4⁰ için değişen gerilme farkı.

5.3 Sonuçların Karşılaştırılması

İlk katman açısı için analitik ve numerik çözümler tek bir grafikte alttaki şekilde gösterilebilir,



Şekil 5.7: Kalınlık oranı 1,1 için katman açıları değerleri.



Şekil 5.8: Kalınlık oranı 1,2 için katman açıları değerleri.

Tez kapsamında deney yapılmadı fakat listeratürde konuyla ilgili deneysel çalışmalar incelendi ve bulunan sonuçlarla deneysel sonuçlar karşılaştırıldı. Örnek olarak alınan çalışmada basınçlı kapların üretimi elyaf açısı bakımından deneysel olarak incelenmiştir [27]. Üç sonuç kalınlık oranı 1,1 için alttaki şekilde gösterilebilir.



Şekil 5.9: b/a 1,1 için katman açılarının deneysel sonuçlarla beraber değerleri.

5.4 Değerlendirmeler ve Öneriler

Günümüzde metal alaşımlarının artık yetersiz gelmeye başladığı basınçlı kap uygulamaları için kompozit malzeme uygulamasının çalışıldığı bu tezde farklı yüklemeler ve farklı tasarım değerleri için çalışma yapılmıştır. Yapılan çalışmada ilk olarak basınçlı kaplar için isterler belirlenmiş ve buna bağlı olarak Ashby Metodu kullanılarak malzeme seçimine gidilmiştir. Ashby Diagramı kullanılarak yapılan malzeme seçiminde en uygun malzeme seçiminin karbon takviyeli kompozitler olduğu bulunmuştur. Malzeme seçimi sonrası literatür araştırması yapılarak basınçlı kap üzerine tarihte ne tür gelişmeler olduğu tartışılmıştır. Araştırmalar, tasarımların daha çok deneysel yöntemlerle geliştirilmeye çalışıldığını gösterirken bilgisayar destekli geliştirmelerinse ekonomik olmasına rağmen bu konu üzerinde kullanılmadığını, bir eksiklik olduğunu göstermiştir.

Çalışmada planlanan tasarım önce matematiksel modeli oluşturularak çözülmüştür. Oluşturulan matematiksel model basınçlı kabın üretiminde elyaf sarma konusunu incelemiştir. Planlanan eniyileme işlemi elyaf sarma açılarını parametrik olarak düşünüp en iyi tasarımı elde etmek, aynı zamanda katman sayısının tasarım üzerindeki gerilme etkisini incelemektir. Matematiksel model oluşturulduktan sonra Matlab Genetik Algoritma ile en iyi tasarım için elyaf sarma açısı bulunmuştur.

Sistemin matematiksel model çözümünden sonra sonlu elemanlar yöntemiyle çözümü için 3D tasarımı oluşturulmuş ve ANSYS programının kompozit ve analiz çözücüleri kullanılarak sonuç alınmıştır. Burada model Solidworks programıyla oluşturulurken modelin kompozit malzeme özellikleri ANSYS ACP'de oluşturulmuş, çözüm ağı ve çözücü kısmındaysa ANSYS'in yapısal modülünden faydalanılmıştır. Burada parametrik tanımlama işlemi kod yazılarak açı ve katman değerleri için oluşturulmuştur. Yapılan analitik ve numerik çözüm sonrası alttaki sonuçlar elde edilmiştir:

Analitik çözüm ve numerik sonuç birbirini doğrulamıştır. Literatürden alınan deneysel sonuçlar ile bu iki çözüm uyumludur.

Elyaf sarma yöntemiyle üretilen tubular yapıdaki bir kompozit yapının optimum açı değerleri belirlenmiştir.

Elyaf yapıları incelendiğinde 54,4⁰'lik elyaf sarım açısı dışında büyük farklılıklar gözlemlenmiştir, bu da sarım açısının sonuca direkt etki ettiğinin kanıtıdır.

Bulunan değerler incelendiğinde alınan basınç dayanımları ve sonuçlar malzeme seçimi için Ashby Metodu'nun kullanımının doğruluğunu kanıtlamaktadır.

Tek katmanlı yapılar için kalınlık değeri 1,1 olarak belirlendiğinde açı değeri 54,4⁰, kalınlık oranı 1,2 olarak belirlendiğinde bu değer 54,6⁰, dir.

Sistemde elyaf sarımın başlayacağı bölge kap dayanımı önemli ölçüde etkilemiştir. Farklı noktalardan alınan sonuçlar incelendiğinde sarım başlama noktasının kap dayanımına etkisinin %10 mertebesinde olduğu görülmüştür. Kalınlık oranının 1,1'den 1,2'ye çıkarılması sonucu doğal olarak basınçlı kap dayanımı artmıştır. Fakat et kalınlıığı 2 katına çıkmasına rağmen gerilme dayanımındaki artış 2 kattan daha fazladır. Bu fiberleri birbirleri arasındaki bağ yapısının sistemi sanılandan daha da güçlü yaptığını gösterir.

Çalışmada ANSYS kompozit ve yapısal modülleri beraber kullanılarak kombine bir çalışma yapılmıştır. Sadece kompozit ya da sadece yapısal modül kullanılarak işlemin yapılamayacağı ortaya konmuştur.

Sistem için Matlab'ten alınan genetik algoritma sonuçlarının ANSYS parametrik çalışması ile de elde edilebileceği ortaya çıkmıştır.

5.4.1 Gelecekteki Çalışmalar İçin Öneriler

İlerideki çalışmalarda elyaf sarma tekniği yeni teknoloji olarak bilinen çapraz sarma yöntemiyle karşılaştırılabilir. Burada yapılan elyaf sarma açısı optimizasyonuna silindirin tasarımı da göz önünde bulundurularak tasarım eniyilemesiyle sonuç iyileştirilebilir. Bu tasarım düzenlemesi silindirin ön ve arka kısmındaki oval kısımda yapılmalıdır.

Malzeme seçiminde Ashby Metodu kullanılarak karbon fiber takviyeli kompozitler kullanılmıştır. Fakat cam takviyeli polyester gibi farklı ve sistem için kullanışlı olabileceği düşünülen malzemeler de kullanılarak aradaki fark incelenebilir. Tez de gerek zaman kısıtı gerekse eldeki imkanlardan dolayı farklı malzemeler kullanılarak işlem yapılamamıştır. Fakat gelecek çalışmalarda bu çalışmalar yapılarak malzeme prosesi genelleştirilebilir.

Burada tek parça hâlinde bulunan sistem bir montaj olarak düşünülüp daha kompleks sistemlerde elyaf sarma uygulaması araştırılabilir, örneğin bir bisikletin tamamı elyaf sarma ile üretilebilir. Fakat burada montaj ilişkileri araştırılmalıdır. Aynı zamanda dış basınç hesabı da yapılabilir.

KAYNAKLAR

- [1] Tsai S. W., (1987). Composite Design, Think Composites, USA.
- [2] Babu M. S., Srikanth G. & Biswas S. (2007). Composite Fabrication by Filament Winding, An Insight. http://www.tifac.org.in/news/pub.htm.
- [3] Sinha M. ve Pandit S., (2012). Maximum Stress and Burst Pressure Analysis of CFRP Composite Pressure Vessel International Journal of Emerging trends in Engineering and Development 4(2) 714-21.
- [4] Jeffrey T., Tarlochan F. ve Rahman M., (2011). Inter. J. Automot. Mech. Eng. 4-504.
- [5] Adebisi A., Maleque M. A. ve Rahman M., (2011). Inter. J. Automot. Mech. Eng. 4-471.
- [6] Shen F. C. (1995). A filament-wound structure technology overview Materials Chem. Phys. 42 (2) syf. 96–100.
- [7] Barboza Neto E, Chludzinski M, Roese P, Fonseca J, Amico S, ve Ferreira C., (2011). Experimental and numerical analysis of a LLDPE/HDPE liner for a composite pressure vessel, Polymer Testing 30(6) 693-00.
- [8] Liu P., Chu J., Hou S., Xu P. ve Zheng J. (2012). Numerical simulation and optimal design for composite high-pressure hydrogen storage vessel: A review Renewable Sustainable Energy Reviews 16 (4) 1817–27.
- [9] Tarakçıoğlu N., Önder A., Sayman O. ve Doğan T., (2009). Composite structures 89(1) 159.
- [10] Sayman O, Deniz M. E, Doğan T. ve Yaylağan E., (2011). Failure pressures of composite cylinders with a plastic liner J. Reinforced Plastics Composites 30 (10) 882–88.
- [11] Gohari S., Golshan A. and Ayob A., (2011). Theoretical analysis and finite element simulation of behavior of laminated hemispherical GRP dome subjected to internal pressure Int. Conf. on Computer and Software Modeling, syf. 111–117
- [12] Lekhnitskii, S. G., (1963). Theory of elasticity of an anisotropic elastic body. Holden-Day, Inc., San Francisco.
- [13] Mitinskii A. (1947). The stresses in a thick-walled anisotropic tube under the influence of internal and external pressures. In: Proceedings of Institute of Engineers and Railroad Transportation in Leningrad.
- [14] Tabakov P. Y. ve Summers E., (2006). Lay-up optimization of multilayered anisotropic cylinders based on a 3-D elasticity solution Comput. Structures, 84 (5) 374–84.
- [15] Xu Y. L. ve Reifsnider K., (1993). Micromechanical Modeling of Composite Compressive Strength, Journal of Composite Materials, Vol. 27, No. 6, syf. 558-572.
- [16] Bhavya S., Kumar P. ve Kalam S., (2012). Failure Analysis of a Composite Cylinder J. Mechanical Civil Eng. 3-(3) 01–07
- [17] Marzbanrad J., Paykani A., Afkar A. ve Ghajar M., (2013). Finite element analysis of composite high-pressure hydrogen storage vessels J. Mater. Environ. Sci., 4 (1) syf. 63–74
- [18] Dey A., Pandey K., Choudhury P., (2014). A Comparison study of filament wound composite cylindrical shell used in under water vehicle application by finite element method, 5th International & 26th All India Manufacturing Technology, Design and Research Conference, Guwahati, Assam, India.
- [19] Bert C., Devarakonda K., (2003). Buckling of rectangular plates subjected to nonlinearly distributed in-plane loading. Int J Solids Struct, 40, syf. 4097-4106.
- [20] Zhimeng Li, Tao Yang, Yu Du, (2015). Dynamic finite element simulation and transient temperature field analysis in thermoplastic composite tape lay-up process, Journal of Thermoplastic Composite Materials, 28(4), syf. 558-573.
- [21] Aleksandr Cherniaev ve Igor Telichev, (2015). Meso-scale modeling of hypervelocity impact damage in composite laminates, Composites Part B: Engineering, Volume 74, 1 June 2015, syf. 95–103.
- [22] Zhou W., Jiang L., Yu W. ve Huang Z., (2013). Free vibration characteristics of steel-concrete composite continuous box girder considering shear lag and slip, China Journal of Highway and Transport, vol. 26, no. 5, sfy. 88–94.
- [23] Tsai S. W., Wu E. M., (1971). A general theory of strength for anisotropic materials. J Comp Mater, 5:58–80.
- [24] Tabakov P., (2000). Design of laminated cylinder using genetic algorithm. Journal of Applied Computer Science, 8(2), 7{29.
- [25] Lekhnitskii S. G., (1968). Anisotropic plates. New York: Gordon and Breach. Translated by S.W. Tsai and T. Cheron.
- [26] Gurdal, Z., Haftka, R. T. and Hajela, P., (1999). Design and optimization of laminated composite material, John Wiley & Sons, Inc.
- [27] Chang, R. R., (2000). Experimental and Theoretical Analyses of First-Ply Failure of Laminated, Composite Pressure Vessels, Composite Structures, 49, 237-243.
- [28] **Goldberg, D. E.,** (1989). Genetic algorithms in search optimization and machine learning (Vol. 412). Reading Menlo Park: Addison-wesley

EKLER

EK A.1: Matlab Genetik Algoritma

```
function gaDat=ga(g)
% gaDat.MAXGEN={gaDat.NVAR*20+10}; % Number of generation,
gaDat.NVAR*20+10 by default
% gaDat.NIND={gaDat.NVAR*50}; % Size of the population, gaDat.NVAR*50
by default
% gaDat.alfa=\{0\};
                           % Parameter for linear crossover, 0 by default
% gaDat.Pc={0.9};
                           % Crossover probability, 0.9 by default
                            % Mutation probability, 0.1 by default
% gaDat.Pm=\{0.1\};
% gaDat.ObjfunPar={[]};
                              % Additional parameters of the objective function
                     % have to be packed in a structure, empty by default
%
if nargin==1
  gaDat=g;
else
  error('It is necessary to pass a data structure: gaDat.FieldD and gaDat.Objfun')
end
% If the parameter doesn't exist in the data structure it is created with the default
value
if ~isfield(gaDat,'NVAR')
  gaDat.NVAR=size(gaDat.FieldD,2);
end
if ~isfield(gaDat,'MAXGEN')
  gaDat.MAXGEN=gaDat.NVAR*20+10;
end
if ~isfield(gaDat,'NIND')
  gaDat.NIND=gaDat.NVAR*50;
end
if ~isfield(gaDat,'alfa')
  gaDat.alfa=0;
end
if ~isfield(gaDat,'Pc')
  gaDat.Pc=0.9;
end
if ~isfield(gaDat,'Pm')
  gaDat.Pm=0.1;
end
if ~isfield(gaDat,'ObjfunPar')
  gaDat.ObjfunPar=[];
end
if ~isfield(gaDat,'indini')
  gaDat.indini=[];
```

end

```
% Internal parameters
% gaDat.indini={[]};
                    % Initialized members of the initial population, empty
               % by default
%
%
% Bu kodlamada Matlab notlarından faydalanılmıştır. [28]
gaDat.Chrom=[];
gaDat.ObjV=[];
gaDat.xmin=[];
gaDat.fxmin=inf;
gaDat.xmingen=[];
gaDat.fxmingen=[];
gaDat.rf=(1:gaDat.NIND)';
gaDat.gen=0;
%%%%%%%
% Main loop
%%%%%%%
% Generation counter
gen=0;
% Initial population
gaDat.Chrom=crtrp(gaDat.NIND,gaDat.FieldD); % Real codification
% Individuals of gaDat.indini are randomly added in the initial population
if not(isempty(gaDat.indini))
 nind0=size(gaDat.indini,1);
 posicion0=ceil(rand(1,nind0)*gaDat.NIND);
 gaDat.Chrom(posicion0,:)=gaDat.indini;
end
while (gaDat.gen<gaDat.MAXGEN),
 gaDat.gen=gen;
 gaDat=gaevolucion(gaDat);
 % Increase generation counter
 gaDat.xmingen(gen+1,:)=gaDat.xmin;
 gaDat.fxmingen(gen+1,:)=gaDat.fxmin;
 gen=gen+1;
end
\%\%\%\%\%\%\%\%\%\%\%\%\%\%\%\%\%
% End main loop
%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% Present final results
garesults(gaDat)
```

%% Subfunction -----

```
%% ------
```

function chrom=crtrp(Nind,FieldDR)
% A random real value matrix is created coerced by upper and
% lower bounds

```
Nvar = size(FieldDR,2);
aux = rand(Nind,Nvar);
m=[-1 1]*FieldDR;
ublb=ones(Nind,1)*m;
lb=ones(Nind,1)*FieldDR(1,:);
chrom=ublb.*aux+lb;
```

```
%% -----
function gaDat=gaevolucion(gaDat)
% One generation ------
Chrom=gaDat.Chrom;
nind=size(Chrom,1);
ObjV=inf(nind,1);
for i=1:nind
 if isempty(gaDat.ObjfunPar)
   ObjV(i)=feval(gaDat.Objfun,Chrom(i,:));
 else
   ObjV(i)=feval(gaDat.Objfun,Chrom(i,:),gaDat.ObjfunPar);
 end
end
gaDat.ObjV=ObjV;
% Best individual of the generation -----
[v,p]=min(gaDat.ObjV);
if v<=gaDat.fxmin
 gaDat.xmin=Chrom(p,:);
 gaDat.fxmin=v;
end
% Next generation
% RANKING -----
FitnV = ranking(gaDat.ObjV,gaDat.rf);
% SELECTION ------
% Stochastic Universal Sampling (SUS).
SelCh = select('sus',Chrom,FitnV,1);
% CROSSOVER ------
% Uniform crossover.
SelCh = lxov(SelCh,gaDat.Pc,gaDat.alfa);
% MUTATION -----
Chrom = mutbga(SelCh,gaDat.FieldD,[gaDat.Pm 1]); % Codificacin Real.
% Reinsert the best individual ------
Chrom(round(gaDat.NIND/2),:) = gaDat.xmin;
```

gaDat.Chrom=Chrom;% Optional additional task required by user gaiteration(gaDat)

```
%% ------
function FitV=ranking(ObjV,RFun)
% Ranking function
if nargin==1
error('Ranking function needs two parameters');
end
```

```
if ~(length(ObjV)==length(RFun))
error('RFun have to be of the same size than ObjV.');
end
```

[~,pos]=sort(ObjV); FitV(pos)=flipud(RFun); FitV=FitV';

```
%% -----
function [SelCh]=select(SEL_F, Chrom, FitnV, GGAP)
% Selection Function
if (nargin==3) % No overlap ------
  if strcmp(SEL_F,'rws')
    % Roulette wheel selection method
    indices=rws(FitnV,length(FitnV));
    SelCh=Chrom(indices,:);
  elseif strcmp(SEL_F,'sus')
    % Stochastic unversal sampling selection
    indices=sus(FitnV,length(FitnV));
    SelCh=Chrom(indices,:);
  else
    error('Incorrect selection method');
  end
elseif (nargin==4) % With overlap -----
        % Indexes of new individuals
  if strcmp(SEL F,'rws')
    indices=rws(FitnV,round(length(FitnV)*GGAP));
  elseif strcmp(SEL_F,'sus')
    indices=sus2(FitnV,round(length(FitnV)*GGAP));
  else
    error('Incorrect selection method');
  end
  if (GGAP<1) % there is overlap
    % Members of the population to overlap
    oldpos=(1:length(FitnV))';
    for k=1:length(FitnV)
```

```
pos=round(rand*length(FitnV)+0.5);
% exchange indexes
```

```
oldpos([pos k])=oldpos([k pos]);
    end
    oldpos=oldpos(1:round(length(FitnV)*GGAP));
    SelCh=Chrom;
    SelCh(oldpos,:)=Chrom(indices,:);
  else % more childs than parents
    SelCh=Chrom(indices,:);
  end
else
  error('Incorrect number of paramenters');
end
% Disorder the population.
[~,indi]=sort(rand(length(FitnV),1));
SelCh=SelCh(indi,:);
%% ------
function NewChrom =lxov(OldChrom, XOVR, alpha)
% Linear crossover
% Produce a~ new population by linear crossover and XOVR crossover probability
% NewChroms =lxov(OldChrom, XOVR, alpha, FieldDR)
%
% Linear recombination.
% Parameters 'beta1' and 'beta2' are randomly obtained inside [-alpha, 1+alpha]
% interval
% Child1 = beta1*Parent1+(1-beta1)*Parent2
% Child2 = beta2*Parent1+(1-beta2)*Parent2
if nargin==1
  XOVR = 0.7;
  alpha = 0;
elseif nargin==2
  alpha = 0;
end
n = size(OldChrom, 1); % Number of individuals and chromosome length
npares = floor(n/2); % Number of pairs
cruzar = rand(npares,1)<= XOVR; % Pairs to crossover
NewChrom=OldChrom;
for i=1:npares
  pin = (i-1)*2+1;
  if \sim(cruzar(i)==0)
    betas=rand(2,1)*(1+2*alpha)-(0.5+alpha);
    A = [betas(1) 1 - betas(1); 1 - betas(2) betas(2)];
    NewChrom(pin:pin+1,:)=A*OldChrom(pin:pin+1,:);
  end
end
```

% Coerce points outside search space

```
% aux = ones(n,1);
% auxf1=aux*FieldDR(1,:);
% auxf2=aux*FieldDR(2,:);
% NewChrom =
(NewChrom>auxf2).*auxf2+(NewChrom<auxf1).*auxf1+(NewChrom<=auxf2 &
NewChrom>=auxf1).*NewChrom;
```

%% -----

function NewChrom=mutbga(OldChrom,FieldDR,MutOpt)

% Mutation function

% Real coded mutation.

% Mutation is produced adding a low random value

% OldChrom: Initial population.

% FieldChrom: Upper and lower bounds.

% MutOpt: mutation options,

% MutOpt(1)=mutation probability (0 to 1).

```
% MutOpt(2)=compression of the mutation value (0 to 1).
```

% default MutOpt(1)=1/Nvar y MutOpt(2)=1

```
if (nargin==3)
    pm=MutOpt(1);
    shr=MutOpt(2);
elseif (nargin==2)
    pm=1/size(FieldDR,2);
    shr=1;
else
    error('Incorrect number of parameters');
end
```

```
Nind=size(OldChrom,1);

m1=0.5-(1-pm)*0.5;

m2=0.5+(1-pm)*0.5;

aux=rand(size(OldChrom));

MutMx=(aux>m2)-(aux<m1);

range=[-1 1]*FieldDR*0.5*shr;

range=ones(Nind,1)*range;

index=find(MutMx);

m=20;

alpha=rand(m,length(index))<(1/m);

xx=2.^{(0:-1:(1-m))};

aux2=xx*alpha;

delta=zeros(size(MutMx));

delta(index)=aux2;

NewChrom=OldChrom+(MutMx.*range.*delta);
```

```
% Coerce points outside bounds
aux = ones(Nind,1);
auxf1=aux*FieldDR(1,:);
auxf2=aux*FieldDR(2,:);
```

NewChrom = (NewChrom>auxf2).*auxf2+(NewChrom<auxf1).*auxf1+(NewChrom<=auxf2 & NewChrom>=auxf1).*NewChrom;

```
%% -----
```

```
function NewChrIx=sus2(FitnV, Nsel)
suma=sum(FitnV);
% Position of the roulette pointers
i=0;
sumfit=0;
paso=suma/Nsel; % distance between pointers
flecha=rand*paso; % offset of the first pointer
NewChrIx(Nsel,1)=0;
for i=1:Nsel
  sumfit=sumfit+FitnV(i);
  while (sumfit>=flecha)
    j=j+1;
    NewChrIx(j)=i;
    flecha=flecha+paso;
  end
end
```

```
%% -----
```

EK A.2: Matlab'de Sistem Çözümü İçin Yazılan Algoritma

```
format short
teteta\_half = [sim('tet(1)') - sim('tet(1)') sim('tet(2)') - sim('tet(2)') sim('tet(3)') - sim('tet(3)') - sim('tet(3)') - sim('tet(3)') - sim('tet(3)') - sim('tet(3)') - sim('tet(3)') - sim('tet(3)') - sim('tet(3)') - sim('tet(3)') - sim('tet(3)') - sim('tet(3)') - sim('tet(3)') - sim('tet(3)') - sim('tet(3)') - sim('tet(3)') - sim('tet(3)') - sim('tet(3)') - sim('tet(3)') - sim('tet(3)') - sim('tet(3)') - sim('tet(3)') - sim('tet(3)') - sim('tet(3)') - sim('tet(3)') - sim('tet(3)') - sim('tet(3)') - sim('tet(3)') - sim('tet(3)') - sim('tet(3)') - sim('tet(3)') - sim('tet(3)') - sim('tet(3)') - sim('tet(3)') - sim('tet(3)') - sim('tet(3)') - sim('tet(3)') - sim('tet(3)') - sim('tet(3)') - sim('tet(3)') - sim('tet(3)') - sim('tet(3)') - sim('tet(3)') - sim('tet(3)') - sim('tet(3)') - sim('tet(3)') - sim('tet(3)') - sim('tet(3)') - sim('tet(3)') - sim('tet(3)') - sim('tet(3)') - sim('tet(3)') - sim('tet(3)') - sim('tet(3)') - sim('tet(3)') - sim('tet(3)') - sim('tet(3)') - sim('tet(3)') - sim('tet(3)') - sim('tet(3)') - sim('tet(3)') - sim('tet(3)') - sim('tet(3)') - sim('tet(3)') - sim('tet(3)') - sim('tet(3)') - sim('tet(3)') - sim('tet(3)') - sim('tet(3)') - sim('tet(3)') - sim('tet(3)') - sim('tet(3)') - sim('tet(3)') - sim('tet(3)') - sim('tet(3)') - sim('tet(3)') - sim('tet(3)') - sim('tet(3)') - sim('tet(3)') - sim('tet(3)') - sim('tet(3)') - sim('tet(3)') - sim('tet(3)') - sim('tet(3)') - sim('tet(3)') - sim('tet(3)') - sim('tet(3)') - sim('tet(3)') - sim('tet(3)') - sim('tet(3)') - sim('tet(3)') - sim('tet(3)') - sim('tet(3)') - sim('tet(3)') - sim('tet(3)') - sim('tet(3)') - sim('tet(3)') - sim('tet(3)') - sim('tet(3)') - sim('tet(3)') - sim('tet(3)') - sim('tet(3)') - sim('tet(3)') - sim('tet(3)') - sim('tet(3)') - sim('tet(3)') - sim('tet(3)') - sim('tet(3)') - sim('tet(3)') - sim('tet(3)') - sim('tet(3)') - sim('tet(3)') - sim('tet(3)') - sim('tet(3)') - sim('tet(3)') - sim('tet(3)') - sim('tet(3)') - sim('tet(3)') - sim('tet(3)') - sim('tet(3)') - sim('tet(3)') - sim('tet(3)') - sim('tet(3)') - s
sim(tet(3)) sim(tet(4)) - sim(tet(4)) sim(tet(5)) - sim(tet(5)) sim(tet(6)) - sim(tet(6)) sim(tet(6))) - sim(tet(6)) sim(tet(6)) - sim(tet(6)) sim(tet(6)) sim(tet(6))) - sim(tet(6)) sim(tet(6)) sim(tet(6)) sim(tet(6)) sim(tet(6))) - sim(tet(6)) sim(tet(6)) sim(tet(6)) sim(tet(6))) sim(tet(6)) sim(tet(6)) sim(tet(6)) sim(tet(6))) sim(tet(6)) sim(tet(6)) sim(tet(6)) sim(tet(6)) sim(tet(6))) sim(tet(6)) sim(tet(6)) sim(tet(6)) sim(tet(6)) sim(tet(6))) sim(tet(6)) sim(tet(6)) sim(tet(6))) sim(tet(6)) sim(tet(6)) sim(tet(6))) sim(tet(6)) sim(tet(6)) sim(tet(6)) sim(tet(6))) sim(tet(6)) sim(tet(6)) sim(tet(6))) sim(tet(6)) sim(tet(6)) sim(tet(6))) sim(tet(6)) sim(tet(6)) sim(tet(6)) sim(tet(6))) sim(tet(6)) sim(tet(6)) sim(tet(6)) sim(tet(6)) sim(tet(6)) sim(tet(6)) sim(tet(6)) sim(tet(6)) sim(tet(6)) sim(tet(6)) sim(tet(6)) sim(tet(6)) sim(tet(6)) sim(tet(6)) sim(tet(6)) sim(tet(6)) sim(tet(6)) sim(tet(6)) sim(tet(6)) sim(tet(6)) sim(tet(6)) sim(tet(6)) sim(tet(6)) sim(tet(6)) sim(tet(6)) sim(tet(6)) sim(tet(6)) sim(tet(6)) sim(tet(6)) sim(tet(6)) sim(tet(6)) sim(tet(6)) sim(tet(6)) sim(tet(6)) sim(tet(6)) sim(tet(6)) sim(tet(6)) sim(tet(6)) sim(tet(6)) sim(tet(6)) sim(tet(6)) sim(tet(6)) sim(tet(6)) sim(tet(6)) sim(tet(6)) sim(tet(6)) sim(tet(6)) sim(tet(6)) sim(tet(6)) sim(tet(6)) sim(tet(6)) sim(tet(6)) sim(tet(6)) sim(tet(6)) sim(tet(6)) sim(tet(6)) sim(tet(6)) sim(tet(6)) sim(tet(6)) sim(tet(6)) sim(tet(6)) sim(tet(6)) sim(tet(6)) sim(tet(6)) sim(tet(6)) sim(tet(6)) sim(tet(6)) sim(tet(6)) sim(tet(6)) sim(tet(6)) sim(tet(6)) sim(tet(6)) sim(tet(6)) sim(tet(6)) sim(tet(6)) sim(tet(6)) sim(tet(6)) sim(tet(6)) sim(tet(6)) sim(tet(6)) sim(tet(6)) sim(tet(6)) sim(tet(6)) sim(tet(6)) sim(tet(6)) sim(tet(6)) sim(tet(6)) sim(tet(6)) sim(tet(6)) sim(tet(6)) sim(tet(6)) sim(tet(6)) sim(tet(6)) sim(tet(6)) sim(tet(6)) sim(tet(6)) sim(tet(6)) sim(tet(6)) sim(tet(6)) sim(tet(6)) sim(tet(6)) sim(tet(6)) sim(tet(6)) sim(tet(6)) sim(tet(6)) sim(tet(6)) sim(tet(6)) sim(tet(6)) sim(tet(6)) sim(tet(6)) sim(tet(6)) sim(tet(6)) s
sim(tet(6)) sim(tet(7)) - sim(tet(7)) sim(tet(8)) - sim(tet(8)) sim(tet(9)) -
sim('tet(9)') sim('tet(10)') -sim('tet(10)') sim('tet(11)') -sim('tet(11)') sim('tet(12)') -
sim('tet(12)')];
%--> Half fiber orientation
teteta = [teteta half fliplr(teteta half)];
Nplies = lengtet(teteta);
E1 = 181; %[GPa] % Elastiklik Modülü
E2 = 10.3; %[GPa] % Elastiklik Modülü
G12 = 7.17; %[GPa] % Shear Modülü
NU12 = 0.28; %%%%%%% Poisson orani %%%%%%%%%%
NU21 = (NU12*E2)/E1;
Q11 = E1/(1 - NU12*NU21);
Q66 = G12;
 Q = [Q11 Q12 0; Q12 Q22 0; 0 0 Q66];
h ply = 0.28;
t = Nplies * h_ply;
for i = 1:(Nplies+1);
h(i) = -(t/2 - ((i-1)*(t/Nkatman)));
 end
D=0;
```

```
for i=1:Nkatman
a=teteta(1,i);
m = \cos((a*pi)/180);
n=sin((a*pi)/180);
T = [m^{2} n^{2} 2^{*}m^{*}n; n^{2} m^{2} - 2^{*}m^{*}n; -m^{*}n m^{*}n (m^{2} - n^{2})];
Qbar = inv(T) * Q * (inv(T))';
D = D + 1/3 * Qbar * (h(1,i+1)^3 - h(1,i)^3);
end
D:
Nx = 1000000 \% [N/m]edge:b
Ny = 1000000 \% [N/m] edge:a
Nxy = 0; \%[N/m]
a=0.508; %[m](lengtet)
b=0.254; %[m] (widtet)
r=a/b
m=1;n=1;
Nfbl = (pi^2)^*(D(1,1)^*(m^4) + 2^*(D(1,2) + 2^*D(3,3))^*((r^*m^*n)^2) + 2^*D(3,3))^*(r^*m^*n)^2)
D(2,2)*((r*n)^4));
%uygulanan yük
Nfbl = (pi^2)^*(D(1,1)^*(m^4) + 2^*(D(1,2) + 2^*D(3,3))^*((r^*m^*n)^2) + 2^*D(3,3))^*(r^*m^*n)^2)
D(2,2)*((r*n)^4));
%basarısızlık kriteri
Nal = ((a*m)^2)*Nx + ((r*a*n)^2)*Ny;
m=2;n=1;
Nfbl = (pi^2)^*(D(1,1)^*(m^4) + 2^*(D(1,2) + 2^*D(3,3))^*((r^*m^*n)^2) + 2^*D(3,3))^*(r^*m^*n)^2)
D(2,2)*((r*n)^4));
Nal = ((a^*m)^2)^*Nx + ((r^*a^*n)^2)^*Ny;
m=2;n=2;
Nfbl = (pi^2)^*(D(1,1)^*(m^4) + 2^*(D(1,2) + 2^*D(3,3))^*((r^*m^*n)^2) + 2^*D(3,3))^*(r^*m^*n)^2)
D(2,2)*((r*n)^4));
Nal = ((a*m)^2)*Nx + ((r*a*n)^2)*Ny;
fid=fopen('basarisizlikkriteri.m','w');
int=('function y = basarisizlikkriteri(tet)');
fprintf(fid,'%s%f',basarisizlikkriteri);
fprintf(fid,'%s',']);');
fclose(fid);
display 'son!'
%%%% Tsai-Wu ve Maksimum Gerilme Analizi %%%%%%%%%
```



ÖZGEÇMİŞ

Ad Soyad: Alparslan Pehlivan

Doğum Yeri ve Tarihi: Yalvaç 15.10.1987

E-Posta: alpa.pehlivan@gmail.com

Lisans: İstanbul Teknik Üniversitesi Makine Mühendisliği Bölümü (2012)

Mesleki Deneyim ve Ödüller:

Samet Holding

Yapısal Analiz Avrupa Bölgesi Takım Lideri

TEZDEN TÜRETİLEN YAYINLAR/SUNUMLAR

- Pehlivan A., 2017: Elyaf Sarma Tekniği ile Üretilen Kompozit Yapıların İç Basınca Bağlı Optimizasyonu, 2. Uluslararası Lif ve Polimer Araştırmaları Sempozyumu Nisan 27-28, 2017 Bursa, Türkiye.
- Pehlivan A., 2013: Integral Representation Varieties for Kronecker Power Series, The Proceedings of the WSEAS 1st International Conference on Optimization Techniques in Engineering Ekim 8-10, 2013 Antalya, Türkiye.