SERAY DOĞAN YÜKSEK LİSANS TEZİ GAZİANTEP ÜNİVERSİTESİ MATEMATİK VE FEN BİLİMLERİ EĞİTİMİ ABD 2019

T.C.
GAZİANTEP ÜNİVERSİTESİ
EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
MATEMATİK VE FEN BİLİMLERİ EĞİTİMİ ANA BİLİM DALI

TOPOLOJİK KAVRAMLARA İLİŞKİN KARŞILAŞILAN ÖĞRENCİ ZORLUKLARI

YÜKSEK LİSANS TEZİ

SERAY DOĞAN

GAZİANTEP
TEMMUZ 2019

T.C.
GAZİANTEP ÜNİVERSİTESİ
EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
MATEMATİK VE FEN BİLİMLERİ EĞİTİMİ ANA BİLİM DALI

TOPOLOJİK KAVRAMLARA İLİŞKİN KARŞILAŞILAN ÖĞRENCİ ZORLUKLARI

YÜKSEK LİSANS TEZİ

SERAY DOĞAN

Tez Danışmanı: Dr. Öğr. Üyesi Tuğba Han DİZMAN
İkinci Tez Danışmanı: Prof. Dr. Mehmet Fatih ÖZMANTAR

GAZİANTEP
TEMMUZ 2019

TEZ ONAY SAYFASI

Öğrencinin Adı ve Soyadı : Seray DOĞAN

Üniversite : Gaziantep Üniversitesi

Enstitü : Eğitim Bilimleri Enstitüsü

Anabilim Dalı ve Program : Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi A.B.D. / Matematik Eğitimi Programı

Tezin Başlığı : Topolojik Kavramlara İlişkin Karşılaşılan Öğrenci Zorlukları

Tezin Savunma Tarihi : 24/07/2019

Bu tezin Yüksek Lisans tezi olarak gerekli şartları sağladığını onaylarım.

Prof. Dr. Ali BOZKURT
Enstitü ABD Başkanı

Bu tez tarafımca (tarafımızca) okunmuş, kapsamı ve niteliği açısından bir Yüksek Lisans tezi olarak kabul edilmiştir.

Prof. Dr. Mehmet Fatih ÖZMANTAR
İkinci Tez Danışmanı

Dr. Öğr. Üyesi Tuğba Han DİZMAN
Tez Danışmanı

Bu tez tarafımızca okunmuş, kapsam ve niteliği açısından bir Yüksek Lisans tezi olarak kabul edilmiştir.

Jüri Üyeleri:	İmzası
Prof. Dr. Ali BOZKURT	
Dr. Öğr. Üyesi Naime DEMİRTAŞ	
Dr. Öğr. Üyesi Tuğba Han DİZMAN	

Dr. Öğr. Üyesi Erhan TUNÇ
Eğitim Bilimleri Enstitüsü Müdürü

ETİK İLKELERE UYGUNLUK BEYANI

Tez yazma sürecinde, bilimsel ve etik ilkelere uyduğumu, yararlandığım tüm kaynakları kaynak gösterme ilkelerine uygun olarak kaynakçada belirttiğimi ve bu bölümler dışındaki tüm ifadelerin şahsıma ait olduğunu beyan ederim.

Adı ve Soyadı: Seray DOĞAN
Öğrenci Numarası: 201566257
Tezin Savunma Tarihi: 24/07/2019

ÖNSÖZ

Bu çalışma birçok kişinin emeği, katkısı ve ilgisi sonucu ortaya çıkmıştır. Öncelikle yüksek lisans tez danışmanlığımı üstlenerek, çalışmalarım sırasında bana yol gösteren ve fikirleriyle beni aydınlatan değerli hocam Tuğba Han DİZMAN' a tüm emekleri için teşekkürlerimi sunarım.

Tez çalışmam boyunca engin bilgi ve birikimlerinden faydalandığım, değerli görüş ve düşünceleri ile çalışmama katkıda bulunan değerli hocam Prof. Dr. Mehmet Fatih ÖZMANTAR' a teşekkürlerimi sunarım.

Araştırma boyunca manevi destekleri ile her zaman yanımda olan aileme ve beni hep motive eden, beni yüreklendiren, değerli eşim İdris DOĞAN' a sonsuz sevgi ve şükranlarımı sunarım.

Temmuz, 2019
SERAY DOĞAN

ÖZET

TOPOLOJİK KAVRAMLARA İLİŞKİN KARŞILAŞILAN ÖĞRENCİ ZORLUKLARI

DOĞAN, Seray
Yüksek Lisans Tezi,
Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Ana Bilim Dalı
Matematik Eğitimi Bilim Dalı
Tez Danışmanı: Dr. Öğr. Üyesi Tuğba Han DİZMAN
Temmuz, 2019, 91 sayfa

Bu araştırma; temel topolojik kavramlar arasında yer alan "iç, dış, sınır, kapanış ve yığılma noktaları, açık ve kapalı kümeler ile komşuluk ve komşuluk ailesi" kavramlarına ilişkin öğrencilerin yaşadıkları zorlukları, kolay anladıkları kavramları, konuyu kolay anlamalarının sebeplerini ve derste anlatılan topolojik kavramlara yönelik anlaşılmayı kolaylaştıracak önerilerini tespit etmek amacıyla yapılmıştır. Araştırmanın çalışma grubunu 2017-2018 öğretim yılında bir üniversitenin İlköğretim Matematik Öğretmenliği Ana Bilim Dalı'nın ikinci sınıfında öğrenim gören ve topoloji dersini alan 88 öğretmen adayı oluşturmaktadır. Araştırma 88 öğretmen adayı arasından amaçlı örnekleme yöntemi ile seçilen 15 öğretmen adayı ile yürütülmüştür. Çalışma kapsamında öğretmen adaylarına, ardışık 7 hafta (vize haftası hariç), toplam 14 saat süren topoloji eğitimi verilmiştir. Araştırma verileri doküman incelemesi yoluyla toplanmıştır. Çalışma kapsamında öğrencilerden derste öğrendikleri kavramlara ilişkin yaşadıkları zorluklar ve bu zorlukların nedenleri, kolay anlaşılan kavramlar, konunun kolay anlaşılmasının sebepleri ve öğrenmenin daha kalıcı ve anlaşılır olmasına yarayacak öneriler kapsamında günlük yazmaları istenmiştir. Bu amaçla öğrencilerin her ders sonunda yukarıdaki sorulara cevap verecek şekilde yazdıkları günlükler e-mail yolu ile toplanmış, içerik ve betimsel analize tabi tutulmuştur. Yapılan analizler sonucunda, öğrencilerin yedi haftalık dersler süresince öğrendikleri kavramlara ilişkin yazdıkları günlükler detaylı olarak incelenmiş, kategoriler oluşturulmuş ve bunların frekansları verilmiştir. Araştırma sonucunda öğrencilerin topoloji ile ilgili yaşadıkları zorlukların, dersin soyut ve karmaşık olmasından, sembolizmadan ve öğrencilerin ispat becerilerinin eksikliğinden kaynaklandığı görülmüştür. Topoloji dersinde öğrenciler tarafından en kolay anlaşılan konunun açıklar aksiyomu olduğu görülmüştür. Öğrencilerin konuyu kolay anlamasının sebeplerinin başında ise öğretmenin konuyla ilgili çok örnek çözmesi gelmektedir. Dolayısıyla öğrenciler konunun örnek çözme ile pekiştirilmesi gerektiği ve konuların şekil veya model üzerinde ifade edilmesi gerektiği şeklinde önerilerde bulunmuşlardır.

Anahtar kelimeler: *Öğrenme güçlüğü, topoloji, matematik eğitimi.*

ABSTRACT

STUDENT CHALLENGES RELATED TO TOPOLOGICAL CONCEPTS

DOĞAN, Seray
Master's Thesis, Department of Elementary Education
Department of Mathematics and Science Education
Department of Mathematics Education
Thesis advisor: Asst. Prof. Dr. Tuğba Han DİZMAN
July, 2019, 91 pages

This research; among the fundamental topological concepts "internal, external, boundary, closing and stacking points, open and closed clusters and neighborhood and neighborhood family" concepts experienced by students in the concepts, easy to understand the concept, easy to issue. In order to identify the reasons for their understanding and to facilitate understanding of the topological concepts described in the course. The study group consisted of 88 teacher candidates who studied in the second class of the primary mathematics Education Department of a university in 2017-2018 academic year and who had learned the topology course. The research was conducted with 15 teachers who were chosen by means of sampling method for the purpose of 88 teacher candidates. Within the scope of the study, the teacher candidates were given a total of 14 hours of topological training for 7 consecutive weeks (excluding visa week). Research data were collected through document review. Students were asked to write daily in the context of the difficulties they experienced in the course and the reasons of these difficulties, easy understanding, reasons for the easy understanding of the subject and suggestions that will make learning more lasting and understandable. For this purpose, the journals written by the students to answer the above questions at the end of each course were collected by e-mail and subjected to content and descriptive analysis. As a result of the analyses, the journals written by the students about the concepts they have learned during the course of seven weeks have been examined in detail, categories have been created and frequency of these are given. As a result of the research, it was observed that the difficulties students experienced in topology were due to the abstract and complex nature of the course, symbolism and lack of proof skills of the students. It was seen that the most easily understood topic in the topology course was the axiom of gaps. One of the reasons why students understand the subject is that the teacher can solve many examples of the subject. Therefore, the students suggested that the subject should be reinforced with sample solving and the subjects should be expressed on the shape or model.

Keywords: *Students difficulties, topology, mathematic education*

İÇİNDEKİLER

BÖLÜM IV
BULGULAR

BÖLÜM V

TARTIŞMA

BÖLÜM VI
SONUÇ VE ÖNERİLER

TABLOLAR LİSTESİ

Sayfa

ŞEKİLLER LİSTESİ

Sayfa

KISALTMALAR

MEB: Milli Eğitim Bakanlığı

Bkz. : Bakınız

Akt. : Aktaran

Ark. : Arkadaşları

vd. : Ve diğerleri

s. : Sayfa

ss. : Sayfalar

p. : Page

pp. : Pages

BİRİNCİ BÖLÜM

1. GİRİŞ

Bu bölüm; araştırmanın problem durumu, amacı, önemi, varsayımlar, sınırlılıklar ve tanımlardan oluşmaktadır.

1.1. PROBLEM DURUMU

Bilim bir şeyleri çözümleme ve anlamlandırma sürecidir. Matematik, belli bir düzen ve mantıksal sıralamaya sahip kavram ve işlemler üzerine kurulu bir bilimdir. (Van de Walle, 2013). Matematik aynı zamanda çeşitli soyut modeller ve ilişkiler dersidir, bir düşünme yoludur, dikkatlice tanımlanmış sembollerden oluşan bir dil ve araçtır (Yıldırım, 1999).

Diğer bilimler gibi matematik de yapı ve kavramlardan oluşmuştur. Bu yapıların öğretiminde matematiksel kavramların önemi ortaya çıkar. Çünkü matematiksel kavramlar, matematik öğreniminin en temel yapı taşıdır. (Dede, 2004)

Matematik öğrenimi; öğrencilerin formülleri bilmesine, hesaplamaları doğru yapmasına değil, kavramları, işlemleri anımsamasına ve matematiksel düşünmesinin gelişmesine bağlıdır. Yani matematik öğrenimi; işlemsel değil, işlem ve kavram bilgisine dengeli bir şekilde yer veren kavramsal öğrenme ile gerçekleşmelidir. Baki (2006)'ya göre kavramsal öğrenme, mevcut sistemde sıklıkla görülmese de matematiği daha iyi anlamanın bir yoludur. Ama maalesef ki şu anda matematik eğitiminde yaşanan en önemli sorunlardan biri işlemsel öğrenmeye sahip öğrencilerin üniversitelerin matematik eğitimi veren bölümlerinde çoğunluğu oluşturmasıdır. Bu öğrenciler lise yıllarında kavramsal anlamayı geliştirmeden matematiksel kuralları tekrar ederler. Ancak bu öğrenciler üniversite programlarına ciddi kavramsal anlama eksiklikleri ile gelirler. Dolayısıyla bu durum öğrencilerin konuyla veya dersle ilgili zorluk yaşamasına sebep olmaktadır.

Zorluk kavramı öğrencilerin sahip olabileceği kavram yanılgılarını, yapılan hataları da içeren genel bir kavram olarak kullanılmaktadır (Bingölbali ve Özmantar, 2009). Literatürde öğrenci zorluklarına ilişkin birçok çalışma yer almaktadır (Oliver, 1989; Cornu, 1991; Swan, 2001; Bingölbali ve Özmantar, 2009). Yapılan bu araştırmalarda matematikteki öğrenci zorlukları genel olarak;

- Sözel ifadeleri matematik cümlesi şekline getirmedeki yetersizlik,
- Temel matematiksel kavramların kavranmasındaki eksiklik,
- Cebirsel, geometrik ve trigonometrik becerilerde eksiklik
- Hesap yapma becerisinin yetersizliği,
- Öğrenme stilleri ve akademik sistemi anlamadaki eksiklik,
- Matematiğe karşı olumsuz tutum ve algılar olarak özetlenebilir (Tall, 1993; Yusof vd., 1999).

Matematik dersinde yaşanan öğrenci zorluklarının nedenleri ya da örnekleri şu şekilde açıklanabilir:

- *Akademik olarak başarısız bir geçmişe sahip olma ve buna bağlı olarak pasif bir rol üstlenme:* Matematiğin kendine özgü dili sistematiği ve ilişkilerin aşamalılığı ön yeterlilik gerektiren konuların öğrenilmesinde sıkıntı yaratabilir. Geçmişte bu anlamda akademik başarısızlık yaşayan öğrenciler, matematiğe karşı olumsuz tutum geliştirebilir. Bu olumsuz tutum derse karşı ilgisizliklerine ve başka alanlara yönelmelerine sebep olabilir.
- *Dikkat eksikliği:* Öğrencilerin öğretmenlerinin yönergelerini yerine getirememesi, çok basamaklı işlemleri yaparken işlemler üzerine yoğunlaşamaması dikkat eksikliği olarak örneklendirilebilir. Özellikle problem çözerken problem çözme basamaklarındaki dikkat eksiklikleri konuların zor bulunmasında önemli bir etkendir.
- *Görsel-uzamsal sorunlar (eksiklikler):* Bu alandaki yaşanan zorluklar, defterde veya çalışma yapraklarındaki yazacağı yeri belirlemede, ders kitabını veya yazılı bir yönergeyi takip ederken yerini kaybetme, matematiksel cümlelerin yazımında konumu belirleme, matematiksel rakam ve sembolleri karıştırma, sayıları okurken rakamların yerini değiştirme örnekleriyle açıklanabilir.

- *İşitme ve matematiksel dil ile ilgili eksiklikler:* Öğrencinin işitmede yaşadığı sorunlar ya da matematiğin kendine özgü dilinden ve iletişim problemlerinden kaynaklanan eksiklikler yüzünden ele alınan matematiksel kavram veya ilişkiyi öğrencinin yorumlaması konusundaki zorluklar bu kategoride incelenebilecek örnekleri oluşturabilirler.
- *Bellekle ilgili sıkıntılar:* Bellekle ilgili sorunları olan öğrenciler öğrendikleri bilgileri hatırlamaları gerektiğinde hem matematik dersinde hem de diğer derslerde zorluklar yaşayabilmektedirler. Bu tip problemleri olan öğrenciler karşılaştıkları problem durumlarında düşük performans gösterebilirler.
- *Motor becerilerle ilgili sorunlar:* Motor becerileri gelişmemiş öğrenciler matematiksel ifadeleri yazarken ya da somut modellerle çalışırken zorluk çekerler. Bunun sonucunda da hem arkadaşlarından geride kalıp hem de başarısızlıkla karşılaşabilirler.
- *Bilişsel ve biliş-ötesi özellikler:* Matematiksel düşüncenin kazanılmasında bilişsel ve biliş-ötesi özellikler önemli yer tutar. Bu özelliklerde eksikliği olan öğrenciler karşılaştıkları problem durumunda probleme uygun yöntem belirleme, probleme geniş bir çerçeveden bakıp probleme çözüm getirmekte zorlanabilirler (Durmuş, 2007; akt. Akbaba, 2009)

Matematiğin alt alanları arasında yer alan topoloji de soyut bir ders olmasından, tanım ve teoremlerin fazla olmasından ve kavramlar arası ilişkilendirmenin sıklıkla kullanılmasından dolayı öğrenilmesi ve anlaşılması en zor derslerden biri olarak değerlendirilmektedir. Dolayısıyla topoloji dersinde öğrencilerin karşılaştıkları zorlukları bilmek, eğitim ve öğretim üzerine yapılan çalışmalar için önemli bir adım niteliğindedir.

Son yıllarda yapılan ulusal ve uluslararası araştırmalarda, topoloji dersinin genel eğitim ve öğretimi bağlamında yapılmış çalışmalar incelendiğinde, topolojinin eğitim alanına değinen çok az çalışma bulunduğu dikkat çekmektedir. Topolojinin eğitim boyutuyla ilgilenen yurtdışı ölçekli araştırmalar ise Türkiye'de yeterince karşılık bulamamıştır. İlgili alanda yapılmış araştırmaları derleyen yeterli Türkçe kaynağın bulunmaması, bu konu ile ilgili ulusal ölçekteki çalışmaları sınırlandırmış olabilir. Topolojinin eğitim boyutuyla ilgili yapılan ulusal çalışmalar incelendiğinde, Narlı (2010) ve Karaaslan (2013)'a ait çalışmalar öne çıkmaktadır. Bu çalışmalarda Narlı (2010), öğrencilerin topolojik uzay tanımı ve örnekleri ile ilgili yanılgılarını ortaya koymuştur. Karaaslan (2013) ise topolojinin ortaöğretim geometri öğretim programına entegrasyonunu incelemiştir. Bu bağlamda öğrencilerin topolojideki temel kavramlar konularında yaşadıkları zorluklar, kolay anlaşılan kavramları ve kavramların daha iyi anlaşılmasına yönelik önerileri araştıran Türkçe bir çalışmanın, yükseköğretim kademesinde görev yapan matematik eğitimcileri için de farkındalık oluşturacağı düşünülmektedir.

1.2. ARAŞTIRMA SORULARI

Bu araştırmada topolojinin temel kavramlarına ilişkin öğrencilerin yaşadığı zorluklar incelenmiştir. Araştırmanın geçerliliğini ve güvenirliğini artırmak için sadece öğrenci güçlüklerine odaklanmak yerine, topolojinin temel kavramlarına ait kolay anlaşılan konular, konuların kolay anlaşılmasının sebepleri ve öğrencilerin bu zorlukların üstesinden gelmek için yaptıkları önerilere de yer verilmiştir. Bu tez çalışmasında ilköğretim matematik öğretmeni adayları ile çalışılmış ve araştırma problemine yönelik daha fazla bilgi edinmek için araştırmaya ait dört ana problem durumu belirlenmiştir:

1. Temel topolojik kavramlara ilişkin yaşanan öğrenci zorlukları nelerdir?
2. Temel topolojik kavramlara ilişkin kolay anlaşılan konular nelerdir?
3. Temel topolojik kavramlara ilişkin konuların kolay anlaşılmasının sebepleri nelerdir?
4. Temel topolojik kavramlara ilişkin yapılan öğrenci önerileri nelerdir?

Alt Problemler

1. Temel topolojik kavramlara ilişkin öğrencilerin yaşadıkları epistemolojik zorluklar nelerdir?
2. Temel topolojik kavramlara ilişkin öğrencilerin yaşadıkları psikolojik zorluklar nelerdir?
3. Temel topolojik kavramlara ilişkin öğrencilerin yaşadıkları pedagojik zorluklar nelerdir?

1.3. ARAŞTIRMANIN AMACI

Bu çalışmanın amacı, temel topolojik kavramlar arasında yer alan “iç, dış, sınır, kapanış ve yığılma noktaları, açık ve kapalı kümeler ile komşuluk ve komşuluk ailesi” konularında öğrencilerin mevcut bilgilerini ortaya koymak, bu kavramlara ilişkin geliştirdikleri zorlukları belirlemek, kolay anlaşılan kavramları, konunun kolay anlaşılmasının sebeplerini ve öğrencilerin kavramlara yönelik anlaşılmasını kolaylaştıracak önerilerini belirlemek amacıyla yapılmıştır.

1.4. ARAŞTIRMANIN ÖNEMİ

Ausubel’e (1968) göre çeşitli öğrenme ortamlarında bireyin zihninde gerçekleşen öğrenmeler daha sonraki öğrenmelere temel teşkil eder. Ancak öğrenmeler her zaman bireyler tarafından doğru olarak yapılandırılmayabilir. Diğer bir deyişle, öğrencilerin zihinlerinde yapılandırdıkları bilgiler arasında yanlış kavramalar da bulunabilir. Bu anlamda herhangi bir kavramla ilgili yanlış anlamaların konuyla ilgili daha ileri düzeydeki bilgileri anlamada sorun yarattığı, hatta bazen yeni karşılaşılan bilgilerin öğrenilmesini engellemektedir (Turan ve Koç, 2018). Bu nedenle sonraki öğrenmelerin daha sağlam bir temele oturtulması için öğrencilerin topoloji dersinde yaşadığı zorlukları belirlenmesi son derece önemlidir

Topoloji; soyut yapısı, içinde barındırdığı terim ve sembollerin fazlalığı nedeniyle öğrencilerin en çok zorluk yaşadığı derslerden biri olarak karşımıza çıkmaktadır. Topoloji’nin öğrenciler tarafından yeterince anlamlandırılamaması, öğrencilerin ders sürecinde yaşanan zorlukların aşılamamasına ve hatta artmasına sebep olmaktadır. Dolayısıyla öğrencilerin yaşadığı bu zorlukların önceden tespit edilmesi, gelecek müfredatların düzenlenmesinde ve öğretmenler için uygun öğretim modelinin oluşturulmasında önemli bir temel niteliğindedir (Rasmussen, 1998). Ayrıca öğrencilerin bu derste karşılaştıkları zorlukları bilmek, topolojinin eğitimi ve öğretimi üzerine yapılan çalışmalar için örnek temsil etmesi açısından ve bu zorlukların üstesinden gelinmesi için matematik eğitimcilerine kaynak belirtmesi dolayısıyla önemli görülmüştür.

Porter’a (2009) göre topoloji, geometrinin bir genişlemesi olan matematiğin bir alt dalıdır. Bu nedenle topoloji, sarmal ve hiyerarşik yapısının yanında temel hedefleri ve kazandırdığı beceriler bağlamında geometri ile benzerlik göstermektedir.

Dolayısıyla bu derste tespit edilen öğrenci zorlukları öğrencilerin genel olarak geometri dersinde zorlandığı yapılar ve kavramlara ilişkin sonuçlar sunacaktır.

Topoloji, pür matematik üzerinde daha çok araştırılmasına rağmen (Darke, 1982), topoloji eğitimi ile ilgili uluslararası platformda sunulan ve Türkiye adresli yayınlar üzerine yapılan kapsamlı çalışmaların sınırlı sayıda olduğu dikkat çekmektedir. Literatürde, 70'li yıllarda yapılan bazı çalışmalar ön plana çıkmakla beraber bu çalışmaların çoğu eğitimsel olarak değerlendirilemeyebilir (Narlı, 2010). Alınyazında matematiğin analiz, lineer cebir, geometri gibi alanlarıyla ilgili pek çok çalışmaya rastlanırken topolojiyle ilgi yapılmış çalışmaların sayısı çok azdır (Turğut, 2010; Akyıldız ve Çınar, 2016; Dorier, 1998; Erçerman, 2008; Baki ve Çekmez, 2012; Scaley, 2008; Thompson & Silverman, 2007; Frid, 1992; Güven ve Kosa; 2008; Gutiérrez, 1996). Bu nedenle temel topolojik kavramların etkin öğretimi, öğrencilerin kavramsal anlama ve öğrenme zorluklarının daha geniş bir yelpazede ele alınması ve yorumlanması gerekliliği önem arz etmektedir. Buradan hareketle topolojik kavramlarla ilgili öğrenci zorluklarının ve kavramların öğrenilme sürecinde öğrencilerin yaşadığı sürecin nasıl ele alındığını veya alınabileceğini inceleyen bu tür bilimsel araştırmaların, topoloji eğitimi bağlamında yapılan çalışmalara önemli katkılarının olacağına inanılmaktadır.

1.5. ARAŞTIRMANIN SINIRLILIKLARI

Bu araştırmanın sınırlıkları şunlardır:

1. Çalışmanın hedef evreni matematik öğretmen adayları, çalışmanın ulaşılabilir evreni ise bir devlet üniversitesinde İlköğretim Matematik Öğretmenliği öğrenim gören 88 öğretmen adayı ile sınırlıdır.

2. Araştırma 88 öğretmen adayı arasından amaçlı örnekleme yöntemi ile seçilen 15 öğretmen adayı ile sınırlanmıştır.

3. Araştırma, öğretmen adaylarının topolojideki temel kavramlar konusuna ilişkin öğrenci zorlukları ile sınırlandırılmıştır.

4. Araştırma, bu çalışmada kullanılan veri toplama araçları ve katılımcıların bu veri toplama araçlarına verdikleri cevaplarla sınırlıdır.

1.6. VARSAYIMLAR

Bu çalışmada;

1. Öğretmen adaylarının veri toplama araçlarını ciddi olarak cevapladıkları kabul edilmiştir.
2. Uygulama sürecinde öğretmen adayları arasında olumlu ya da olumsuz bir etkileşim olmadığı varsayılmıştır.

İKİNCİ BÖLÜM

2. LİTERATÜR TARAMASI

2.1. ÖĞRENCİ ZORLUKLARI

Günümüzde matematik eğitimi ile ilgili yürütülen çalışmaların önemli bir kısmı, öğrencilerin başarısız olduğu konular üzerine yoğunlaşmaktadır. Öğrencilerdeki bu başarısızlık sadece dikkatsizlikten kaynaklanmıyorsa, bu başarısızlığın altında yatan farklı sebepler söz konusudur. Bu sebepler arasında zorluk, hata ve kavram yanılgısı öne çıkmaktadır. Bu nedenle öğrenci başarılarını etkileyen ve çeşitli araştırmalara konu olan zorluk, hata ve kavram yanılgısı kavramlarına değinmek gerekmektedir.

Öğrenci zorlukları birçok araştırmacı tarafından farklı şekillerde tanımlanmıştır. Bayazıt (2008)'a göre, öğrenci zorlukları, öğrencilerin matematiksel bir kavramı algılama, anlama ve anlamlandırma süreçlerinde yaşadıkları zihinsel güçlükleri ifade etmektir. Centeno'ya göre zorluk, öğrencinin belirli bir öğeyi doğru şekilde veya hızlı bir şekilde anlamaya engel olduğu bir şeydir (Batanero, 1994). Bingölbali ve Özmantar (2008)'a göre ise zorluk, kapsamlı bir kavram olup, öğrencilerin matematik öğretimi ile ilgili yaşadıkları güçlükleri genel anlamda ifade etmek için kullanılan bir terimdir. Buradan zorluğun, hata ve kavram yanılgısı kavramlarını da içinde barındırdığı söylenebilir. Bu nedenle yapılan bu araştırmada öğrenci zorluğu kavramının daha iyi anlaşılabilmesi için kavram yanılgısı ve hata terimlerine değinilmesi önemli görülmektedir.

"Hata", çoğu kez dikkatsizlikten kaynaklanan anlık yanlışlar ve/veya yanıtlardaki yanlışlıklar olarak algılanmaktadır (Ubuz, 1999). Bu yanlış bir algı biçimi değildir ancak kavram yanılgısı ile ilişkilendirildiği zaman, "hata", kavram yanılgısının sonucu olarak tanımlanmaktadır (Olivier, 1992; Smith ve ark, 1993). Olivier (1989)'a göre ise işlemden kaynaklanan, sistematik olmayan, dikkatsizlik sonucu yapılan yanlışlar birer sürçmedir. Uzmanların bile zaman zaman yaptığı sürçmelerin fark edilmesi ve düzeltilmesi kolaydır (Olivier, 1989).

Radatz (1980)'a göre matematik eğitimi literatürü gözden geçirildiğinde, araştırmacıların yanı sıra öğretmenlerin de öğrencilerin matematiksel hatalarına önem verdikleri görülmektedir. Borasi (1987) hataların, öğrenme zorluklarını teşhis etmek ve bu zorluklara doğrudan düzeltme sağlamak için güçlü bir araç olabileceğini kabul etmiştir. Hataların bu yorumunu kullanarak yapılan araştırmalar, matematik eğitimindeki bireysel farklılıkların ve zorluklarla ilgili farkındalığın artırılması gibi durumlarda, matematik eğitimine değerli katkılar sağlamıştır. Bununla birlikte, bu çalışmaların çoğu, hataların, öğrenme sürecinde bir şeyin ters gittiğine dair sinyaller olarak görüldüğü ve bunların düzeltilmesi gerektiğini göstermektedir (Borasi, 1987).

Radatz gibi bazı yazarlar, hata analizinin "matematiksel öğrenmenin bazı temel sorularını açıklığa kavuşturacak ümit verici bir araştırma stratejisi olarak görülmesi gerektiğini" düşünmektedir. Aynı şekilde, Borassi (1987), matematik eğitimindeki hataların analizini, "motivasyonel bir araç ve yaratıcı problem çözme ve problem kurma aktivitelerini içeren yaratıcı matematiksel araştırma için bir başlangıç noktası" olarak sunmaktadır.

Radatz (1980), öğrencinin matematik eğitimindeki hatalarının sadece bilgisizlik ve bir kaza sonucu olmadığını belirtmiştir. Çoğu öğrenci hatası, emin olmama veya dikkatsizlikten kaynaklanmaz. Daha ziyade, öğrenci hataları matematik öğrenme sürecindeki önceki deneyimlerin ürünüdür. Öğrenci hataları, bireysel zorlukları, kavranamayan ve yanlış anlaşılan kavramları veya problemleri göstermektedir. Radatz (1980) hatayı şu şekilde sunmaktadır:

- Tesadüfen belirlenir ve sıklıkla sistematiktir.
- Öğretmenden kaynaklı değilse, kalıcı olabilir ve birkaç yıl sürebilir.
- Pedagojik olarak müdahale edilebilir.
- Analiz edilebilir ve teknikleri tanımlanabilir.

- Matematiksel öğrenme sürecinde bilgi edinme ve işleme sırasında veya öğrencilerin karşılaştığı bazı zorluklardan kaynaklanabilir.

Resnick (1983)'e göre öğrenciler sınıfa 'boş levha' olarak gelmezler. Bunun yerine günlük tecrübeleriyle şekillenen teorilerle gelirler. Bu teorileri aktif olarak şekillendirirler, bu aktiflik başarılı öğrenme için çok önemlidir. Dünyanın ne olduğuyla ilgili öğrencilerin oluşturdukları bazı teoriler, yine de tamamlanmamış yarım doğrulardır. Bunlar kavram yanılgılarıdır (Mestre 1989).

Nesher (1987) 'e göre kavram yanılgısı kavramı, ara sıra ortaya çıkan ve sistematik olmayan hatalardan ziyade, yanlış bir temelden kaynaklanan hatalara neden olan bir düşünme biçimini ifade eder. Çocuğun düşünme biçimini takip etmek, sistematik ve tutarlı olduğunu göstermek her zaman kolay değildir. Bu nedenle, çoğu çalışma, hataların sınıflandırılması ve sıklıklarını rapor eder, ancak onların kaynaklarını açıklayamaz ve dolayısıyla sistematik olarak ele alamaz.

Fisher (1985), kavram yanılgılarının aşağıda belirtilen ortak özellikleri taşıdığını ileri sürmektedir:

i) Bir veya bir grup kavram yanılgısı çoğu kişide bulunabilme özelliği gösterir.

ii) Kavram yanılgıları beraberinde alternatif inanışlar yaratabilmektedirler.

iii) Çoğu kavram yanılgısı en azından geleneksel metotlarla ortadan kaldırılamayacak kadar ısrarcıdırlar.

iv) Bazı kavram yanılgıları bireyin çok eski geçmişinde yaşadığı deneyimlere dayanmaktadır.

v) Kavram yanılgıları: genetik temellerden, çeşitli vesilelerle yaşanan deneyimlerden ve okul ortamlarındaki öğretimlerden kaynaklanabilir.

Hata ve kavram yanılgısı çoğu zaman birbiriyle karıştırılmaktadır. Zembat'a (2008) göre öğrenmeye karşı bakış açısı aynı zamanda "kavram yanılgısı" ile basit anlamda "hatanın" da karıştırılmasına, birinin yerine diğerinin kullanılmasına sebep olabilmektedir. Smith ve ark. (1993)'a göre kavram yanılgısı sistemli bir biçimde hata üreten algı biçimi olarak tanımlanmıştır. Bu durum öğrencinin kavram yanılgısı yaşadığı durumlarda problem çözümünde veya belli konularda hata yapabilmesine yol açabilmektedir. Ancak öğrencinin yaptığı her hatanın bir kavram yanılgısı olduğu iddia edilmez. Burada öğretmenlerin odaklanması gereken şey hatadan (yani sonuçtan) çok hatanın kaynağı olan kavram yanılgısı ve dolayısıyla yanılgının kökeninde yatan algı biçimi olmalıdır (Özmantar ve ark., 2008).

2.1.1. Öğrenci Zorluklarının Nedenleri

Modell (2005)'e göre tüm öğretmenler, bir kavram ya da ilkenin, genel olarak kabul edilmiş görüşleri ya da bu kavramın yorumlarıyla tutarlı olmayan öğrencilerle karşılaşmışlardır. Böyle öğrencilerin bu kavram ya da ilkeler ile ilgili kavram yanılgıları veya zorluklarının olduğu düşünülmektedir. Bingölbali ve Özmantar (2008), yaşanılan matematiksel zorlukların ve kavram yanılgılarının üç ana sebepten kaynaklanabileceğini belirtmiştir: epistemolojik, psikolojik ve pedagojik. Kavram yanılgılarının ortaya çıkmasının nedenleri olarak bahsedilen bu üç temel sebep aşağıda ayrı ayrı ele alınacaktır (Şimşek, 2011).

2.1.1.1. Epistemolojik nedenler

Kavram yanılgısına neden olan epistemolojik durumların sebebi kavramın bizatihi doğasından kaynaklanan zorluklarla ilişkilendirilmektedir (Cornu, 1991; akt: Bingölbali ve Özmantar, 2008). Diğer taraftan epistemolojik engellerle kavramın tarihsel gelişimi sürecinde de karşılaşılmış olabilir. Başka bir deyişle, kavram yapılandırılırken bilim insanlarının karşılaştığı güçlükler ve ihtilafa düştükleri noktalar, bu kavramın sahip olduğu epistemolojik engellere dair kanıt olarak düşünülebilir (Bingölbali ve Özmantar, 2008).

Bachelard (1938), epistemolojik zorlukların iki temel karakteristik özelliğinin olduğunu belirtmektedir (Bingölbali ve Özmantar, 2008):

• Epistemolojik engeller kaçınılmazdır ve öğrenilecek bilginin temel parçasını oluşturmaktadır.

• Bu engellerle, en azından bir kısmı ile ilgili kavramın tarihsel gelişiminde de karşılaşılmıştır.

Bu iki özelliğinden dolayı epistemolojik engeller kavramın bizatihi kendisinden kaynaklanmaktadır. Başka bir deyişle, kavramın tarihsel gelişimi sürecinde, bilim adamlarının karşılaştığı zorluklar, engeller, bu kavramın kendisinden kaynaklanan engeller olarak düşünülebilir (Bingölbali ve Özmantar, 2008).

Matematikte, öğrencilere soyut gelen epistemolojik zorluk kapsamında değerlendirilecek birçok konudan bahsedilebilir. Literatürde bu konuya ilişkin yapılan araştırmalara örnek olarak, devirli ondalık sayılara ilişkin yapılan bir araştırmada, (Fischbein, 2001; akt. Bingölbali ve Özmantar, 2008) birçok öğrencinin 1/3'ün 0,333……. sayısına eşit olduğunu doğru olarak algılayabilmesi verilebilir. Fakat bu çalışmaya katılan aynı öğrencilere, 0,3333….. sayısının 1/3'e eşit olup olamayacağı sorusu yöneltildiğinde, 0,33333……. devirli sayısının 1/3'e eşit olmayacağını ve ancak 1/3'e yakın bir değer alacağını belirtmişlerdir.

Cornu (1991)'ya göre epistemolojik engeller, ilkokuldan üniversiteye kadar okutulan birçok matematiksel kavramın sahip olduğu ya da sunduğu engellerdir. Örneğin; 0 sayısı ve negatif sayıların tarihi gelişimi, sonsuzluk kavramı, karmaşık sayılar, mutlak değer, cebirsel ifadeler, kesirlerle bölme gibi birçok konu sayılabilir. Bunun yanı sıra, ileri matematikte limit, türev ve integral gibi temel kavramların sundukları epistemolojik engeller de yine bu çerçevede değerlendirilebilir.

2.1.1.2. Psikolojik nedenler

Öğrenciler, epistemolojik zorlukların yanında psikolojik zorluklar da yaşayabilmektedir. Psikolojik zorluklar; öğrencinin hazırbulunuşluğu, o dönemdeki gelişim aşaması ve önceki kavrayışları ile yakından ilgilidir.

Öğrenciler okul yaşantıları dışından edinmiş oldukları bilgileri ile formal öğrenme ortamları olan sınıflara gelirler. Dolayısıyla öğrenciler bazı olgu, olay ve kavramlarla ilgili sezgisel kavrayışlara sahiptirler (Mack, 1995; akt. Bingölbali ve Özmantar, 2008). Bir öğrencinin okul yaşamı boyunca ve okul yaşantıları dışında edindiği bu kavrayışları, onun kavram yanılgıları yaşamasına neden olabilir. Bu duruma Singer ve Voica'nın (2003) sonsuzluk üzerine yaptığı çalışma örnek olarak gösterilebilir. Bu çalışma, öğrencilerin sonsuzluk kavramını ne ölçüde anlamlandırdığını ortaya koymaktadır. Öğrencilerin sonsuzluk kavramına dair kişisel düşünceleri aşağıda belirtilmiştir:

Hiç durmayan bir şey. Sonsuzluk her zaman gidecek ve gidecektir.

Sonsuzluk hiçbir şeyin bitmediği bir zamandır. O devam eder, eder ve hiçbir zaman sona ermez.

Sürekli artan bir şeydir.

Sürekli artan hiç sonu gelmeyen bir sayı.

Öğrencilerin sonsuzluk tanımına ilişkin cevapları incelendiğinde, öğrencilerin sonsuzluğu sürekli artan, sınırsız ve sayılabilen kavramlar olarak ifade ettiği görülmektedir. Sonsuzluğu sürekli artan şey olarak tanımlayan öğrencilerin, sürekli azalan durumları sonsuz olarak kabul etmediği görülmektedir. Benzer şekilde öğrencilerin sonsuzluğu sınırsız bir kavram olarak tanımladıkları, dolayısıyla öğrencilerin sınırlı olan bir durumu sonsuz olarak nitelendirmedikleri görülmektedir. Bu durum okul yaşamı dışında elde edinilen bilgilerin öğrenci kavrayışları üzerinde ne denli etkili olduğunu göstermektedir. Bu genellemeler öğrencilerin psikolojik zorluklardan kaynaklı hata yaptığını ortaya koymaktadır.

Sonuç olarak öğrencilerin düşünme biçimleri, öğrencilerin kavram yanılgıları yaşamalarının psikolojik nedenleri arasında gösterilebilir. Dolayısıyla bu türden kavram yanılgılarının ortaya çıkması kaçınılmazdır ve doğaldır.

2.1.1.3. Pedagojik nedenler

Öğretmenin ders için seçtiği öğretim modeli ve bu modelin uygulanışı öğrencilerin pedagojik zorluklar yaşamasına sebep olabilmektedir. Bunun yanında öğretmenin kullandığı dil, metafor ve analojiler de pedagojik nedenler kapsamında düşünülebilir. Bu bağlamda aşağıda öğretmenin sınıf içi uygulamalarına örnek teşkil edecek zorluk ele alınmıştır.

Pedagojik kaynaklı gelişebilecek kavram yanılgılarından biri, 10 sayısı ile çarpma kuralına ilişkindir (Tanner, 2000; akt. Bingölbali ve Özmantar, 2008). İlköğretim yıllarında 10 sayısı ile çarpma işlemi öğretilirken “bir sayıyı 10 ile çarpmak demek çarpılan sayının sonuna bir sıfır ilave etmek demektir” şeklinde bir kural öğretmenler tarafından sıkça kullanılmaktadır. Doğal sayıların 10 ve kuvvetleri ile çarpımında doğru sonuca ulaşmak için büyük kolaylıklar sağlayan bu kural, ondalık sayıların çarpımı söz konusu olduğunda kavram yanılgısına ve dolayısıyla hatalara yol açabilmektedir. Öğretmenin sınıfta sıkça kullandığı “bir sayıyı 10 ile çarpmak demek çarpılan sayının sonuna bir sıfır ilave etmek demektir" kuralını ondalık sayılara da aşırı genelleyen bir öğrenci, örneğin 2,3×10 çarpma işlemini 2,30 şeklinde yanıtlayarak hataya düşebilmektedir. Bu tür bir hatanın ortaya çıkması öğrencinin kendisinden de kaynaklanabilmektedir. Fakat burada öğretmenin 10 sayısı ile çarpma kuralını bahsedildiği şekilde kullanması da öğrencinin bu tür bir hataya düşmesinde çok ciddi anlamda rol oynamaktadır. 10 sayısı ile çarpma işlemi için böyle bir kural kullanmaktan ziyade, 10 sayısı, çarpılan pozitif sayıyı 10 kat büyütür şeklinde bir açıklama matematiksel açıdan daha güçlü bir ifadedir (Bingölbali ve Özmantar, 2008).

Öğrencilerin matematik öğrenimlerinde yasadıkları bazı zorlukların ve kavram yanılgılarının sebebi; tercih edilen pedagojik yaklaşımlar, materyaller ve öğretim modelleri olabilmektedir. Dolayısıyla öğrencilerin yaşadıkları matematiksel zorlukların ve kavram yanılgılarının nedeni, sadece "matematiğin zor olması" ya da öğrencilerin "matematiği öğrenememesi" olmayıp, pedagojik nedenler de bu zorlukların ve kavram yanılgılarının oluşmasına neden olabilmektedir.

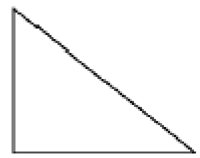
2.1.2. Öğrenci Zorluklarının Türleri

Yapılan çalışmalarda, kavram yanılgılarının farklı özellik ve türlerinin de var olduğu gösterilmektedir (Bingölbali ve Özmantar, 2009; Zembat, 2008). Bunlar sırasıyla; aşırı genelleme, aşırı özelleme, yanlış tercüme ve kısıtlı algılamadır. Aşağıda bu yanılgı türleri kısaca açıklanmaktadır.

Aşırı genelleme: Aşırı genelleme, belli bir sınıfa ait kural, prensip veya kavramın diğer sınıflarda da işliyormuş gibi düşünülmesi ve yayılmasıdır (Zembat, 2008). Başka bir deyişle, matematiğin sadece bir alanında veya konusunda geçerli olabilecek bir kuralın ya da prensibin sanki bütün matematiksel konularda geçerli olduğunun düşünülmesidir. Burada önemli olan, öğrenenin kural, prensip veya kavrama ilişkin sahip olduğu kavrayıştır (Bingölbali ve Özmantar, 2008). En çok karşılaşılan kavram yanılgısı çeşidi aşırı genellemedir (Zembat, 2008).

Aşırı genellemeye çarpma işlemi ile ilgili bir örnek verilebilir. Öğrencilerin ilköğretimin ilk yıllarında çarpma işlemi ile alakalı olarak, " Herhangi iki doğal sayının çarpımından elde edilen sonuç, çarpan ve çarpılandan daha büyük bir değer verir" aşırı genellemesini yaptıkları görülmüştür. Benzer şekilde, "Bölme işleminde bölüm bölünenden daha küçüktür" düşüncesine sahip oldukları görülmektedir. Ancak bu kavrayış, doğal sayılarda geçerli iken rasyonel sayılarda veya tam sayılarda her zaman geçerli olmamaktadır. Örnek verilecek olursa; (2/3)x(l/5) türünden bir çarpma işleminde öğrencilerin aşırı genelleme yapması muhtemeldir. Burada öğrencinin (2/3)x(l/5) çarpımının, çarpan ve çarpılandan daha büyük olduğu sonucuna varması öğrencinin aşırı genelleme yaptığını göstermektedir.

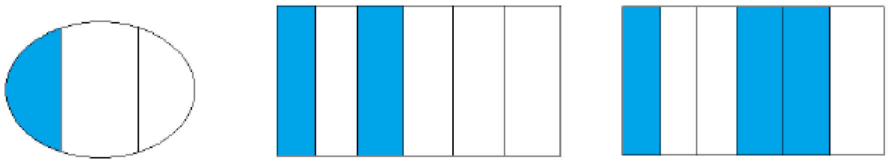
Aşırı özelleme: Aşırı özelleme, bir kuralın, prensibin veya kavramın kısıtlı bir kavrayışa indirgenerek düşünülmesi ve kullanılmasıdır. Başka bir deyişle, daha geniş kapsamda yorumlanabilecek ve kullanılabilecek bir kuralın, prensibin veya kavramın sadece bir boyuta indirgenerek düşünülmesi ve kullanılmasıdır. Aşırı özelleme için bir örnek, dik üçgen kavramı ile ilgili verilebilir. Öğrencilerin sıklıkla karşılaştıkları dik üçgen modeli Şekil 1'de verilmiştir. Dik üçgenlerin sadece Şekil 1'deki modele indirgenerek, dik kenarları değişik konumlarda yer alan üçgenlerin dik üçgen olmadığının düşünülmesi aşırı özellemeye örnek olarak gösterilebilir (Bingölbali ve Özmantar, 2008).



Şekil 1. Bir dik üçgen şekli

Yanlış Tercüme: İşlem, formül, sembol, tablo, grafik ve cümle gibi değişik formlar arası geçişlerde yapılan sistemli hatalar zincirine yanlış tercüme denilmektedir. İsminden de açık olduğu gibi bir formdan (örneğin verilen bir matematiksel cümle) başka bir forma (örneğin sembol) geçişte ortaya çıkan hatalar zinciridir. Örnek olarak sıklıkla karşılaşılan hatalardan birisi, öğrencilere "2 sayısını ½"ye bölünüz" denildiğinde bu cümleyi "2÷(1/2)" olarak tercüme etmektense, "2/2" olarak tercüme etmeleridir. Bu hata sanki küçük bir hataymış gibi algılansa da aslında temelinde bölme kavramının tam olarak yapılandırılmaması vardır. Bölmeyi bir sayı içinde başka bir sayının adedini belirlemek olarak algılamayan, çarpma ile bölmeyi bu bağlamda kavramsal olarak birbirine karıştıran, sonuçta elde edilecek miktarın bölen ve bölünen cinsinden anlamını göz ardı eden bir öğrenci, bu hata zincirinin bir sonucu olarak yukarıda bahsi geçen yanılgıya düşebilir (Zembat, 2008).

Kısıtlı Algılama: Bir kavramı kısıtlı veya olması gerekenden zayıf (eksik) anlamak, bu kavramın kısıtlı algılanmasını doğurur. Kesirlerle alakalı kısıtlı kavram bilgisi şöyle örneklendirilebilir. " Aşağıdakilerden hangisi 1|3 ü gösterir?" tarzındaki bir soruya Şekil 2'deki şekli cevap olarak seçen öğrencilerin kesirleri kısıtlı anladıkları ve bunun sonucunda da kısıtlı algıladıklarını söyleyebiliriz.



Şekil 2. Parça – bütün ilişkisine ait modeller

Burada dikkat edilirse sorun öğrencilerin kesri nasıl kavradığıyla ilgilidir. Kesri "bir bütünü belli sayıda parçaya bölmek" ya da " belli sayıda parçaların kombinasyonu" olarak kısıtlı kavrayan bir öğrencinin yukarıdaki cevabı vermesi çok doğaldır. Eş parçalama kavramı parçalama işleminde etkin kullanılmazsa bu tarz sonuçlar çıkabilir (Zembat, 2008).

2.2. TOPOLOJİ VE TOPOLOJİNİN TARİHÇESİ

Bourbaki (önde gelen Fransız matematikçilerden oluşan bir grup), tüm matematiğin altında yer aldığına inandıkları üç 'ana yapıyı' tanımladı. Bunlar düzen, cebir ve topoloji yapılarıydı (Darke, 1982).

Matematiğin çok yeni bir parçası olan topoloji, bugün pür matematikte önemli bir rol oynamaktadır ve yoğun bir araştırma konusudur. Bugün topoloji olarak adlandırılan matematik dalı, geometride belirli soruların araştırılmasıyla başlamıştır. Daha sonra topoloji hızlı bir gelişme göstermiş ve günümüzde dijital tıp ve yapay zekâdan dil çalışmalarına kadar geniş bir yelpazedeki uygulamalarıyla vazgeçilmez hale gelmiştir (Narlı, 2010).

Topolojinin literatürde farklı tanımları mevcuttur. En genel anlamıyla topolojiyi Porter (2009), geometrinin uzantısı olan bir matematik dalı olarak tanımlamıştır. Franklin'e göre ise topoloji, geometrinin en genel ve en temel dalıdır. Bu tanımlar göz önüne alındığında topoloji, matematiğin tüm kümelere genelleştirilmesini sağlar ve matematiksel konulara genel bir bakış kazandırır (Narlı, 2010). Bu nedenle topoloji ile ilgili çalışmalar diğer geometri türlerinden önce gelmelidir (Franklin, 1935).

Topoloji, hem çalışma alanı hem de belirli özelliklere sahip kümeler ailesi için kullanılır. Bu bağlamda topoloji, birçok alt alanı içeren büyük bir matematik dalıdır. Topoloji'deki en temel bölümler şunlardır:

1) Kuramsal Topoloji

2) Cebirsel Topoloji

3) Geometrik Topoloji (Porter, 2009).

Topolojinin tarihi incelendiğinde, bu alandaki sistematik çalışmaların Euclid'in 2000 yıl öncesinin gerisinde kaldığı görülmektedir. Euler'in 1736 yılında "Königsberg'deki Yedi Köprü" başlıklı çalışması, ilk topolojik bulgulardan biri olarak kabul edilmiştir (Narlı, 2010). 1736' da Euler, Konigberg köprüsü probleminin çözümü üzerine, konumun geometrisine ilişkin bir problemin çözümünü içeren bir makale yayınlamıştır. Bu problem, Euler'in, uzaklığın olmadığı farklı bir geometriyle uğraştığının farkında olduğunu göstermektedir. Bu makale, sadece yedi köprüyü tek bir yolculukta geçme sorununun imkânsız olduğunu değil, aynı zamanda bugünkü notasyonda gösterilmesi sorununu genelleştirmektedir (Porter, 2009).

Topoloji, deneyim dünyasıyla ilgilenir ve temel, elle tutulur ve doğal görünen sorulara cevap aramaya çalışır. Dahası, topoloji, diğer matematiksel disiplinlerle, özellikle soyut cebir, geometri ve reel ve kompleks analizle son derece güçlü bir etkileşime sahiptir. (Hilton, 1971). Bu nedenle matematik konularını daha geniş bir perspektiften araştırmak için öğrencilerin topoloji anlayışı şarttır.

2.3. İLGİLİ ÇALIŞMALAR

Bu bölümde öğrenci zorlukları ve topoloji eğitimi ile ilgili yapılmış olan çalışmalara yer verilmiştir.

2.3.1. Öğrenci Zorlukları İle İlgili Çalışmalar

Ubuz (1999) araştırmasında, öğrencilerin geometride açılar konusundaki öğrenme düzeylerini, hatalarını ve kavram yanılgılarını cinsiyet açısından incelemeyi amaçlamıştır. Araştırmanın örneklemini 1997- 1998 öğretim yılında, Ankara'nın bir özel okulunda okuyan 10. ve 11. sınıftan birer şube olmak üzere toplam 67 öğrenci oluşturmaktadır. Araştırmanın verileri 11 tane açık uçlu soru içeren sınavdan elde edilmiştir. Bu çalışmada 11 soru içinden seçilen 5 soru üzerinde durulmaktadır. Elde edilen bulgular, erkek öğrencilerin kız öğrencilere nazaran sorulara yaklaşım şekillerinde daha uç noktada olduklarını göstermiştir. Başka bir ifade ile erkekler çoğunlukla soruları ya doğru olarak çözmekte ya da çözümsüz bırakmaktadır. Buna karşın, kız öğrenciler erkek öğrencilerle karşılaştırıldığında daha başarılı oldukları ve öğrencilerin öğrenim düzeyi yükseldikçe sorulara doğru cevap verme oranında artış olduğu görülmüştür. Elde edilen hataların nedenlerini cinsiyet ayrımı yapmadan, şu şekilde özetlemek mümkündür: (i) öğrenciler sorularda verilmeyen birçok bilgiyi verilen şekle bakarak verilmiş kabul etmektedir; (ii) öğrenciler verilen bilgilerden çok verilen şekle yoğunlaşmakta ve daha önce bildiği bir şekle benzetmektedir; (iii) öğrenciler üçgenlerde dış ve iç açılar ve onların özeliklerini bilmemektedir.

Moralı, Köroğlu ve Çelik (2004), Orta Öğretim ve İlköğretim Matematik Öğretmenliği Bölümleri 1. Sınıf öğrencilerinin, matematiğin temel bir konusu olan ve diğer birçok konuya basamak oluşturan soyut matematiğe karşı tutumlarını, bilgi düzeylerini, eksikliklerini ve yanılgılarını ölçmeyi amaçlamıştır. Araştırmanın örneklemini Buca Eğitim Fakültesi, İlk ve Orta Öğretim Matematik Bölümlerinde okuyan 277 öğrenci oluşturmaktadır. Araştırma verileri; önermeler mantığı, kümeler ve işlemleri, sayısal denklik, bağıntı ve fonksiyonlardan oluşan 30 soruluk testten elde edilmiştir. Araştırmanın sonunda öğretmen adaylarının en çok fonksiyonlar ve bağıntı konularında hataya düştükleri görülmektedir. Bunun yanında temel sayı kümeleri olan Doğal, Tam, Rasyonel, İrrasyonel, Reel Sayılar kümeleriyle ilgili sorularda da eksik ya da yanlış bilgiden kaynaklanan yanılgılar olduğu görülmüştür.

Hirsch ve Ornell (2001), olasılıkla ilgili kavram yanılgıları olan öğrencileri belirlemek için geçerli ve güvenilir bir test aracı geliştirmeyi amaçlamışlardır. Bu çalışmada geliştirilen test aracı, (1) olasılıkla ilgili yaygın yanılgılara sahip olan öğrencileri tanımlamak için geçerli ve güvenilir bir yöntem ve (2) öğrencilerin hatalarına ilişkin teşhis bilgilerini sunmaktadır. Çalışmaya iki üniversiteden istatistik ve eğitim psikolojisi derslerine giren mezun öğrenciler (graduate students) ve lisans öğrencileri (undergraduate students) katılmıştır. Araştırmanın sonuçları, istatistikte formal eğitim alan öğrencilerin kavram yanılgılarını göstermeye devam ettiğini ortaya koymuştur.

Ryan ve McCrae (2005), matematik müfredatı genelinde, öğretmen adaylarının ilk derse girişte hata ve kavram yanılgılarını ortaya çıkarmayı amaçlamaktadır. Bu doğrultuda, 2004 yılında Victoria'da bir üniversitede öğretmenlik eğitimi alan toplam 426 öğrencinin ilk birkaç haftasında 45 dakikalık bir test yapılmıştır. Bu test, Sayı (her testte 16 madde), Ölçme (8), Boşluk ve Şekil (8), Şans ve Veriler (6), Cebir (5) ve Akıl Yürütme ve İspat (2) konularını içermektedir. Araştırma sonunda, çocukların sahip olduğu kavram yanılgılarının ilgili literatürden seçilerek, öğretmenlerin konu bilgisini ölçmek için tasarlanmış bir araç oluşturmanın mümkün olduğu gösterilmiştir. Araştırma bulguları, öğretmen adaylarının, öğrencilerin testin tanılama kabiliyetini kullanarak konuyla ilgili kavram yanılgılarını nasıl karşılayabileceklerini göstermiştir.

Hitt (1998)'e göre, ortaokul öğrencileriyle yapılan çalışmalar bazı temsillerin ifade edilmesinin diğerlerine göre daha zor olduğunu göstermektedir. Bu bağlamda matematik öğretmenlerinin bir temsilden diğerine geçerken zorluklar yaşadığı görülmektedir. Bu nedenle bu çalışma, öğretmenler ve öğrenciler tarafından fonksiyon kavramıyla ilgili hatalar üzerine yapılan bir araştırma projesinin parçasıdır. Bu zorlukları keşfetmek için 14 soruluk anket tasarlanmıştır. Sonuçlar, öğretmenlerin zorluklarının öğrencilerininkiyle aynı olmadığını göstermektedir. Ayrıca öğretmenlerin yaşadığı zorlukların, fonksiyon kavramına dâhil olan çeşitli temsil sistemleri arasında tutarlı bir biçimde bağlantı kuramadıklarını göstermektedir.

Makonye, Ramatlapana (2015), birinci sınıf matematik eğitimi öğretmen adaylarının 12. sınıf cebir ve fonksiyonlardaki hatalarını araştırmıştır. Araştırma örneklemini birinci sınıf lisans matematik eğitimi alan 63 öğretmen adayı oluşturmaktadır. Öğretmen adaylarına, daha önce yapılmış olan Ulusal Kıdemli Sertifika Sınavlarından (National Senior Certificate Examinations) seçilen matematik soruları yöneltilmiştir. Öğretmen adaylarının lise matematik soruları üzerinde belirgin hatalar yaptığı tespit edilmiştir. Öğretmen adaylarının matematiksel sembolizm ve terminoloji ile ilgili birçok hatalarının olduğu görülmüştür. Ayrıca bulgular, kavramsal hataların daha belirgin olduğunu ve matematiksel yeterlilik seviyesinin düşük olduğunu açıkça göstermektedir. Araştırma, öğretmen adaylarının yöntemleri nasıl kullanacaklarını bilmelerine rağmen, yöntemleri belirli durumlara uygulayamadıkları için birçok uygulama hataları yaptıklarını ortaya koymuştur.

Muzangwa ve Chifamba (2012); öğrencilerin Calculus'taki hata, kavram yanılgıları ve nedenlerini analiz etmiştir. Çalışma, Büyük Zimbabve Üniversitesi'nde 10 matematik öğrencisinden oluşmaktadır. Veriler, Calculus 1 ve 2 üzerinde iki egzersiz kullanılarak toplanmıştır. Ders başlangıcında öğrenenlerin seviyesini değerlendirmek için dersin başında bir ön test verilmiştir ve bu test bazı kavram yanılgılarının nedenlerinin olup olmadığının kontrol edilmesi amacıyla yapılmıştır. Daha sonra dersin sonunda (60 saat) ikinci bir test uygulanmıştır. Bu test; limit, süreklilik, çok değişkenli fonksiyonlar, kısmi türev, çoklu integraller ve uygulama olan Calculus 2 'nin tüm ana konularını kapsamaktadır. Testlerden elde edilen sonuçların analizi, hataların çoğunun temel cebirdeki bilgi boşluklarından kaynaklandığını göstermiştir. Matematikte kavramların iç içe geçtiği göz önüne alınırsa, Calculus'taki hataların ve kavram yanılgılarının, öğrencilerin matematiksel düşünmedeki eksikliğinden kaynaklandığı ortaya konulmuştur. Ayrıca bu çalışma, öğretim sürecinde öğretim elemanlarının yapabilecekleri bazı yaygın hataları da ortaya koymuştur.

Starvos (2014), öğrencilerin matematiksel ispat yazarken yaptıkları yaygın hataları ve kavram yanılgılarını belirlemeyi amaçlamıştır. Bu amaç doğrultusunda, Temel Sayılar Teorisi veya Soyut Cebir dersini alan 91 farklı öğrencinin ödevi incelenmiştir. Her öğrencinin ev ödevi, matematiksel ispatlar yazılırken yaygın hataların ve kavram yanılgılarının belirlenmesi amacıyla gözlemlenmiştir. Bu anlamda öğrenciler tarafından yapılan hataların bir listesi oluşturulmuştur. Sonuçlar, öğrencilerin belirli örnekleri kullanarak genel ifadeleri ispatlamak, iki koşullu bir ifadede her iki koşulun da ispatlanamaması ve yanlış tanımlama gibi hataları sıklıkla yaptıklarını ortaya koymuştur. Ayrıca araştırma bulguları, "ispatı nasıl başlatacağımı bilmiyorum" gibi yorumlarla daha fazla karşılaşıldığını ve birçok öğrencinin ispatını desteklemek için gereksiz örnekler sunduğunu göstermiştir.

Shabanifar (2014) çalışmasında; lise matematik öğretmenlerinin köklü sayılar konusuna ilişkin Pedagojik Alan Bilgilerini (PAB) öğrenci zorlukları bağlamında incelemiştir. Çalışmanın örneklemi, 2012 yılı Eylül ayında İran'da düzenlenen XII. Ulusal Matematik Eğitim Sempozyumuna, İran'ın farklı illerinden katılan öğretmenler arasından çalışmaya katılmayı kabul eden 40 lise matematik öğretmeninden oluşmaktadır. Çalışma iki aşamada gerçekleşmiştir. İlk aşamada katılan 40 öğretmenin pedagojik alan bilgi durumları, Pedagojik Alan Bilgi Anketi (PABA) ve Pedagojik Alan Bilgi Testi (PABT) kullanılarak belirlenmeye çalışılmıştır. Daha sonra örneklem içerisinden seçilen 5 öğretmenden oluşan çalışma grubu ile köklü sayılar konusu, öğrenci zorlukları bağlamında incelenmiştir. Araştırma sonuçları, öğretmenlerin kendi matematik alan bilgilerini yeniden gözden geçirmesi gerektiğini ve hatta kendilerinin de yeri geldiğinde benzer hatalar yaptıklarını ortaya koymuştur. Sonuç olarak öğretmenlerin köklü sayılar alan eğitimi bilgilerinin yeterli düzeyde olmadığı görülmüştür. Ayrıca öğretmenlerin öğrenci zorluklarına dair yeterli bilgiye sahip olmadıkları ve yine öğretmenlerin öğrenci zorluklarının tespit edilmesine ve giderilmesine yönelik yeterli beceriye sahip olmadıkları görülmüştür.

Yıldız (2017) çalışmasında, ortaokul 7. sınıf öğrencilerinin yüzdeler konusunda karşılaştıkları güçlükleri belirlemeyi ve bu öğrenme güçlüklerinin giderilmesine katkıda bulunmayı amaçlamıştır. Bu çalışmada doküman incelemesi tekniği kullanılarak veriler toplanmıştır. Araştırmanın çalışma grubunu, Manisa ilinde bir devlet okulunda eğitim gören 46 ortaokul 7. sınıf öğrencisi oluşturmaktadır. Öğrencilerin öğrenme güçlüklerini belirlemek için araştırmacı tarafından, yüzdeler konusu kazanımları göz önüne alınarak hazırlanan başarı testi uygulanmış ve öğrencilerle klinik görüşmeler gerçekleştirilmiştir. Araştırma sonucunda öğrencilerin 100 eşit parçaya bölünmüş şekilleri yüzde sembolü ile göstermede fazla güçlük yaşamadıkları fakat 100'den farklı bir sayıda eşit parçaya bölünen şekillerde zorlandıkları tespit edilmiştir. Öğrencilerin kesrin paydasının 10 ve 1000 olması durumunda da kesri yüzde sembolü ile doğrudan yazdıkları gözlenmiştir. Bazı öğrencilerin, ondalık gösterimleri başındaki sıfırı veya virgülü kaldırarak yüzde şeklinde yazdıkları görülmüştür. Ayrıca, öğrencilerin kesirleri genişletme ve sadeleştirme konusunda zorlandıkları tespit edilmiştir. Öğrencilerin yüzde ile ilgili problemleri anlamakta ve çözmekte zorlandıkları görülmüş; faiz problemlerinde kullanılan temel kavramları bilmedikleri bulgusuna ulaşılmıştır.

İnan (2016) yaptığı çalışmada, öğrenci zorluklarını tespit etmede ve çözüm önerisi sunmada öğrenci günlüklerinin rolünü incelemiştir. Çalışma örneklemini yedinci ve sekizinci sınıf öğrencileri oluşturmaktadır. Çalışma kapsamında, 7. sınıflardan 18 öğrenci ve 8. sınıflardan 14 öğrenci, günlük tutmuşlardır. Öğrenci günlükleri haftada 2 uygulama olmak üzere 25 haftada toplanmıştır. Araştırma kapsamında toplanan günlükler öğrenci zorluklarını belirleme ve çözüm önerileri sunma perspektifiyle içerik analizine tabi tutulmuştur. Verilerin analizi sonucunda günlüklerde öğrencilerin yaptıkları açıklamalardan yola çıkılarak çeşitli matematiksel zorluklar belirlenmiştir. Bu zorlukların aşılmasında günlüklerin sahip olabileceği roller incelenmiştir. Araştırma bulgularında; günlüklerin, özellikle zorlukların belirlenmesi ve müdahalesine dönük planlama için önemli bir potansiyele sahip olduğu görülmüştür. Ayrıca öğrencilerin matematiksel düşünme şekilleri hakkında detaylı bilgi sahibi olmak; öğrencilerin kavrayışlarını etkili olarak değerlendirmek; öğrencilerin öz değerlendirme yapmaları için imkân oluşturmak; öğrencilere dönüt ve düzeltme imkânı sunmak yönleriyle günlüklerin, öğrenci zorluklarını tespit etme ve çözüm önerisi sunmada önemli bir potansiyele sahip olduğu belirlenmiştir.

2.3.2.Topoloji ve Topoloji Eğitimi İle İlgili Çalışmalar

Delice ve Karaaslan (2016)'ın çalışmasında, geometri ve cebir ilişkileri içeren, birçok farklı disiplinde uygulama alanı bulunan topolojinin matematik eğitimi literatüründe ilkokul, ortaokul ve lise düzeylerinde nasıl ele alındığı incelenmiştir. Topolojinin lisans öncesi öğretim programlarına nasıl yansıdığına dair literatürde yer alan matematik ve matematik eğitimi çalışmalarının ayrıntılı incelenmesi için doküman incelemesi araştırma yöntemi kullanılmıştır. Elde edilen veriler sonucunda lisans öncesi düzeyde eğriler, topolojik dönüşümler, çizgeler ve yüzeyler konularında yer alan kavramlar belirlenerek ilgili temalara kodlanmıştır. Araştırmada topolojinin temelde eğriler, çizgeler, yüzeyler ve topolojik dönüşümler konuları bazında ele alındığı görülmüş, bu konularda ele alınan topoloji kavramlarının neler olduğu belirlenmiştir. Araştırma bulguları topolojinin ilkokul, ortaokul ve lise seviyelerinde daha çok sezgisel olarak hissettirilmesi mümkün olan temel kavramlara (örneğin iç, dış, açık eğri, kapalı eğri, sıra gibi) informal olarak değinildiği göstermektedir.

Karaaslan (2013) yaptığı çalışmada, geometrinin kapsamı ve kendi içindeki gelişmeleri dikkate alınarak öğretim programının zenginleştirilmesini amaçlamıştır. Bu amaçla topolojinin, geometri öğretim programının amaçlarına ve yapısına uygun olarak ortaöğretim seviyesine entegrasyonu incelenmiştir. Araştırma bir keşif niteliği taşımakta olup konu hakkında derinlemesine bilgi edinmek amaçlandığından, araştırma deseni olarak durum çalışması tercih edilmiştir. Katılımcılar, gönüllü 5 ilköğretim matematik öğretmen adayı, 7 ortaöğretim matematik öğretmen adayı ve farklı illerde görev yapan 7 matematik öğretmeni olarak belirlenmiştir. Araştırmada veri toplamak için doküman incelemesinden ve açık uçlu sorulardan oluşan anketlerden yararlanılmıştır. Araştırma sürecinde benzer çalışmalar incelenerek topolojinin hangi konularının lisans öncesi düzeyde ele alındığı araştırılmış, elde edilen sonuçlar ışığında belirlenen konulara yönelik kazanımlar oluşturulmuş ve alanında uzman kişilerin görüşlerine dayanılarak Topolojiye Giriş, Düzlemde Eğriler, Çizgeler ve Yüzeyler üniteleri hazırlanmıştır. İlköğretim matematik öğretmen adaylarının, ortaöğretim matematik öğretmen adaylarının ve öğretmenlerin, oluşturulan ünitelerle ilgili aşağıda belirtilen bulgulara ulaşılmıştır:

Düzlemde eğriler ünitesi, ünitenin örnek ve etkinlik yönünden zengin olması veya ilk ünitede bahsedilen ancak örneklenmeyen topolojik özelliklere değinilmesi bakımından öğretmen ve öğretmen adaylarının beğenisini toplamıştır. Çizgeler ünitesinin öğrencilerin matematiğe ilişkin tutumlarını olumlu yönde etkileyeceği ve matematiksel düşünme becerilerini arttırabileceği vurgulanmıştır. Ancak yüzeyler ünitesi ya 12. sınıf seviyesine uygun bulunmakta veya ortaöğretim öğrencilerinin seviyesine uygun bulunmamaktadır. Bu ünitenin uygun olduğu düşünülen sınıf seviyesi sorulduğunda öğretmen ve öğretmen adaylarının seçmeli ders olarak yer alması veya yer almaması yönündeki görüşlerin ağırlığı diğer ünitelere göre daha fazladır.

Narlı (2010) yaptığı araştırmada, öğrencilerin ders boyunca topolojiyi ne ölçüde anladıklarını ve olası kavram yanılgılarını belirlemeyi amaçlamaktadır. Araştırmanın örneklemini İlköğretim Matematik Öğretmenliği Bölümü'nde kayıtlı 17 öğretmen adayı oluşturmaktadır. Bu 17 öğretmen adayı bir dönem boyunca topoloji derslerinde gözlemlenmiş ve ilk topoloji dersinde toplanan veriler burada sunulmuştur. Öğrencilerin topoloji ile ilgili bilgileri, dersten önce ve sonra uygulanan ön ve son yazılı testlerden (WT) elde edilmiştir. Böylece, öğrencilerin topolojik uzay tanımı ve örnekleri konusunda öğrendikleri olası kavram yanılgıları ortaya konulmuştur. Bulgular, öğrencilerin konuyu tam olarak anlamadığını ve yanlış anlamaların, soyut matematiksel konulardaki yetersiz önbilgiden kaynaklandığını göstermiştir. Ayrıca öğrencilerin notasyon kullanımında yetersiz olduğu gözlemlenmiştir.

Porter (2009); çalışmasında topolojiyi öğrencilere tanıtmayı amaçlamıştır. Topolojinin güçlü matematiksel terminolojiye nasıl dönüştürülebileceğini araştırarak, öğrencilerin topoloji ile ilişki kurmasını sağlamayı hedeflemektedir. Bu araştırma öğrencilere kısa bir topoloji tarihi sunmaktadır. Metrik uzaylar ve topolojik uzaylar uygulamaları incelemiş ve tartışmıştır. Daha sonra sonlu kümeler ve genel topoloji incelenerek okuyucu, topoloji hakkında bilgilendirilmiştir.

Sonuç olarak alanla ilgili araştırmalar incelendiğinde öğrenci zorluklarını ele alan ve analiz eden pek çok yayına rastlanmıştır. Bu çalışmalar, örneklemleri ve ele aldıkları konular açısından çeşitli farklılıklar göstermiştir. Topoloji ile ilgili çalışmalara bakıldığında ise daha çok topolojinin tanımı ve öğretim müfredatındaki yeri üzerinde durulmuştur. Bu bağlamda düşünüldüğünde topoloji ve zorluk kavramlarını bir arada inceleyen çok az çalışmanın bulunduğu dikkat çekmektedir. Topolojide öğrenci zorluklarının belirlenmesi ve bu zorlukların geniş bir perspektifle sunularak analiz edilmesi, ülkemizde topoloji ve geometri eğitimi ile ilgili yapılacak çalışmalara önemli katkılar sağlayabilir.

ÜÇÜNCÜ BÖLÜM

3. YÖNTEM

Bu bölümde araştırmanın modeli, çalışma grubu, veri toplama aracı, veri toplama aracının güvenirliği, veri analiz süreci ile elde edilen verilerin analizi hakkında bilgi verilmektedir.

3.1. ARAŞTIRMA MODELİ

Bu araştırma verilerin toplanması, çözümlenmesi ve yorumlanması bakımından nitel türde bir araştırmadır. Nitel araştırma, algıların ve olayların doğal ortamda gerçekçi ve bütüncül bir biçimde ortaya konmasına yönelik nitel bir sürecin izlendiği araştırmadır (Puntch, 2005). Nitel araştırmalarda amaç, araştırılan konu ile ilgili okuyucuya betimsel ve gerçekçi bir resim sunmaktır. Bunun için de toplanan verilerin ayrıntılı ve derinlemesine olması ve araştırmaya konu olan bireylerin görüş ve deneyimlerinin mümkün olduğu ölçüde doğrudan sunulması önemlidir (Yıldırım ve Şimşek, 2014, s. 48).

Bu çalışmada matematik öğretmen adaylarının topolojideki temel kavramlar konusuna ilişkin öğrenci zorluklarının, kolay anlaşılan kavramların, konunun kolay anlaşılmasının sebeplerinin ve konunun kolay anlaşılmasına yönelik öğrenci önerilerinin derinlemesine incelenmesi hedeflenmektedir. Bu bağlamda araştırma verileri, *nitel araştırma modellerinden (doküman incelemesi)* yöntemi kullanılarak toplanmıştır. Doküman incelemesi, araştırılması hedeflenen olgu ya da olaylara ilişkin bilgi içeren yazılı materyallerin analizini kapsar (Yıldırım ve Şimşek, 2014, s.187).

3.2. ÇALIŞMA GRUBU

Araştırmanın çalışma grubu, 2017-2018 öğretim yılında bir devlet üniversitesinin İlköğretim Matematik Öğretmenliği Anabilim Dalı'nda öğrenim gören ve topoloji dersini alan toplam 88 öğretmen adayı arasından amaçlı örnekleme yöntemi ile seçilen 15 kişi ile yürütülmüştür. Araştırmaya dâhil edilen öğrenci günlükleri, düzenli günlük tutan öğrenciler arasından; yazının okunaklı olması, yorumlama gücü, açık ve anlaşılır ifadeler kullanma gibi ölçütler göz önünde bulundurarak seçilmiştir.

3.3. VERİ TOPLAMA ARAÇLARI

Nitel araştırmalarda üç tür veri toplanır; "çevreyle ilgili veri", süreçle ilgili veri" ve "algılara ilişkin veri"(LeCompte, Goetz, 1984). Bu veriler, görüşme, gözlem ve doküman incelemesi aracılığı ile toplanır (Yıldırım ve Şimşek, 2005). Doküman incelemesi araştırma modelinin belirlendiği bu araştırmada veri toplama aracı olarak öğrenci günlükleri kullanılmıştır. Araştırmada, matematik öğretmeni adaylarının topolojideki temel kavramlar konusunda yaşadıkları zorlukların, kolay anlaşılan kavramların, konuların kolay anlaşılma sebeplerinin ve konunun kolay anlaşılmasına yönelik öğrenci önerilerinin belirlenmesi amaçlanmıştır.

Araştırmacı tarafından araştırmanın amaçlarını gerçekleştirmek için öğrencilere 7 hafta (14 saat) süren topoloji eğitimi verilmiştir. Dersi topoloji alanında uzman öğretim üyesi anlatmıştır. Araştırmacı ise her hafta derslere gözlemci olarak katılmıştır. Her hafta derste işlenen konu başlıkları ve içerikleri Tablo 1.'de detaylı bir şekilde sunulmuştur.

Tablo 1. Konu Başlıkları ve İçerikleri

Hafta	Kazanım	İçerik
1	• Topoloji kavramının açıklanması, kavratılması • Topoloji kavramları ile ilgili uygun örnek çözümü • Açık ve kapalı kümelerin tanıtılması, örneklendirilmesi • $(\mathbb{R},\tau)$, $(\mathbb{R}, \tau_{sonlu})$	• Topolojik yapının tanımı • Açıklar ve kapalıların tanımı, örneklerle açık ve kapalı kümelerin yorumlanması • G ve F kümelerinin tanımlanması ve örneklerle yorumlanması • IR üzerinde alışılmış topolojinin kurulması
2	• $(\mathbb{R},E^-)$,$(\mathbb{R}, E^+)$ ve $(\mathbb{R}, \tau_{say})$ gibi uzayları tanımak • Topolojilerin karşılaştırılması	• IR üzerinde alışılmış topolojinin kurulması • IR üzerinde farklı topolojilerin kurulması ve karşılaştırılmasına dair örneklerle desteklenmesi
3	• Komşuluk ve komşuluklar ailesi	• Komşuluk kavramının tanımı • Komşuluk kavramının yorumlanması • Komşuluk kavramına dair örneklerin verilmesi
4	• Komşuluk ve komşuluklar ailesi • İç ve dış tanımı	• Komşuluklar ailesinin özelliklerinin verilmesi ve gerekli ispatların yapılması • Komşuluklar ailesinden yararlanarak topolojik yapıların oluşturulması • İç ve dış kavramının tanımı ve yorumu
5	• İç nokta uygulamaları	• İç ve dış kavramları ile ilgili örnek çözümü
6	• Kapanış tanımı ve uygulamaları	• Kapanış kavramı tanımı ve yorumu • Kapanış kavramı ile ilgili örnek çözümü
7	• Kapanış kavramının özellikleri	• Bir kümenin kapanışı ile ilgili özelliklerin verilmesi

Çalışmanın başlangıcında danışman ve araştırmacı, öğrencilere çalışma sürecini detaylı bir şekilde anlatmıştır. Çalışma süreci içerisinde öğretmen adayları ile çeşitli zamanlarda yüz yüze görüşmeler yapılmış ve internet üzerinden mail aracılığıyla çalışmanın işleyiş sürecine uygun veri toplanma işlemine devam edilmiştir. Çalışmanın işleyiş sürecinde öğretmen adaylarından aşağıda verilen yönergeler dâhilinde günlükleri yazması istenmiştir:

➢ *Topoloji dersinde işlenen konu ile ilgili olarak neler öğrendiniz?*

➢ *Topoloji dersinde işlenen konu ile ilgili olarak emin olmadığınız, aklınızı karıştıran yerler nelerdir?*

➢ *Topoloji dersinde işlenen konu ile ilgili olarak merak ettiğiniz, sizi şaşırtan kısımlar nelerdir?*

➢ *Topoloji dersinde işlenen konu ile ilgili olarak kolay veya zor gelen durumlar nelerdir?*

➢ *Konuyu siz anlatmak isteseydiniz nasıl anlatırdınız?*

Araştırma kapsamında öğrencilerden 7 hafta boyunca belirlenen tarihlerde toplam 7 günlük yazmaları istenmiştir. Bu tarihler Tablo 2'de detaylı şekilde sunulmuştur:

Tablo 2. Günlük Yazma Etkinliği

Hafta	Tarih	Etkinlik		Günlük Teslim Tarihi
1	22.09.2017	_	_	_
2	29.09.2017	GÜNLÜK-1	_	06.10.2017
3	06.10.2017	GÜNLÜK-2	ARA SINAV-1	13.10.2017
4	13.10.2017	GÜNLÜK -3	_	20.10.2017
5	20.10.2017	GÜNLÜK -4	ARA SINAV-2	27.10.2017
6	27.10.2017	GÜNLÜK -5	_	03.11.2017
7	03.11.2017	GÜNLÜK -6	ARA SINAV-3	10.11.2017
8			*VİZE HAFTASI*	
9	17.11.2017	GÜNLÜK -7	ARA SINAV-4	24.11.2017

Tabloda da görüldüğü üzere öğretmen adaylarına günlüğü yazmaları için 1 hafta süre verilmiştir. Sürenin sonunda her hafta yazılan günlükler belirlenen zamanda araştırmacı ve danışman tarafından düzenli olarak toplanmış ve kontrol edilmiştir. Araştırmaya her hafta yazılan günlükler arasından seçilen 15 öğrencinin günlüğü dâhil edilmiştir. Bu günlükler, alan uzmanının görüşü alınarak, öğrencinin detaylı açıklama ve yorumlama gücü göz önünde bulundurarak seçilmiştir. Öğretmen adaylarının günlüklere verdikleri yanıtlar araştırmacı ve danışman tarafından ayrı ayrı incelenerek öğrenci zorlukları üzerine tartışılmış ve gerekli düzenlemeler yapılmıştır. Ayrıca öğrencilerin gelişimlerini izlemek ve takip etmek amacıyla öğrencilere tabloda belirtilen tarihlerde dersin ilk 45 dakikalık bölümünde ara sınavlar yapılmış, daha sonra derse devam edilmiştir. Ancak ara sınavlar ve bu sınavların analizi araştırmaya dâhil edilmemiştir.

3.4. ARAŞTIRMANIN GÜVENİRLİĞİ

Büyüköztürk ve arkadaşları (2008) araştırmalarda, verilerin birden fazla kişi tarafından incelenerek karşılaştırılmasının geçerliği artırdığını ve verilerin doğrudan araştırmaya dâhil edilmesinin güvenirliği artırdığını ifade etmektedir. Bu bağlamda geçerliği artırmak için araştırma verileri iki biri matematik eğitimi diğeri topoloji alanında uzman iki kişi tarafından incelenerek analiz edilmiş ve gerekli düzenlemeler yapılmıştır. Ayrıca betimsel analiz yapılarak katılımcılardan alınan verilerin bazıları doğrudan eklenerek araştırmanın güvenirliği artırılmaya çalışılmıştır.

3.5. VERİ ANALİZ SÜRECİ

Toplanan verilerin anlam kazanması verilerin analizi ile mümkündür. Araştırma sürecinde kullanılan veri toplama araçları kadar, verilerin analiz yöntemleri de önemlidir (Altunışık ve diğ., 2004). Bu araştırmanın veri analiz sürecinde içerik analizi ve betimsel analiz yöntemi kullanılmıştır.

Araştırma kapsamında katılımcılardan elde edilen veriler, içerik analizi tekniğiyle incelenmiştir. İçerik analizi; metinlerin sınıflandırılmasında, düzenlenmesinde, karşılaştırılmasında ve metinlerden teorik sonuçların ortaya çıkarılmasında etkili olan bir araştırma tekniğidir (Cohen, Manion & Morrison, 2007). Bu çerçevede öğrenci günlüklerinde belirtilen zorluklar, alanında uzman kişilerin görüşleri alınarak oluşturulan bir kodlama sistemi kullanılarak analiz edilmiştir. Bryman (1987, akt. Büyüköztürk ve ark., 2010), kullanılması mümkün kodlama planı için şu gereklerden bahsetmektedir:

- Öncelikle hazır bir plan varsa o kullanılmalı veya uyarlanmalıdır.
- Kategoriler araştırma sorularına uygun olarak oluşturulmalıdır.
- Kodlama planı kullanımı basit ve güvenilir olacak şekilde hazırlanmalıdır.

- Sadece araştırma sorularına ait bilgi toplamaya yönelik olmalıdır.
- Kodlama planında belirlenen her kategoriye ait örneklere yer verilmelidir.
- Bütün ihtimalleri kapsayan kategorilerin dışında kalan ya da gereksiz verilerin yer alacağı bir kategori oluşturulmalıdır.
- Analizlerin yapılmasında kolaylık sağlaması açısından çok sayıda kategori oluşturulabilir. Gerekli görüldüğü takdirde benzer kategoriler birleştirilerek kodlama daha basit hale dönüştürülmelidir.
- Analizi yapacak kişi, kodlama planındaki kategori sistemine tamamen hâkim olmalıdır.

Veri analizinde Bryman'in (1987) önerileri doğrultusunda her hafta yazılan öğrenci günlükleri ayrı ayrı yüzeysel olarak incelenmiş, daha sonra tekrar başa dönüp tek tek okunarak ayrıntılı incelemeye tabi tutulmuştur. Yapılan incelemeler sonucunda günlüklerde belirtilen kavramlar alanında uzman iki öğretim üyesi ile birlikte okunarak üzerinde tartışılmış; benzerlik, farklılıklar ve birbiriyle ilişkili olma durumu göz önüne alınarak kodlanmıştır. Belirlenen kodlamaların bazıları çıkarılmış ve bazıları değiştirilerek tezin amacına uygun hale getirilmiştir. Bazı kodlar ise yeniden tanımlanmış ve alanında uzman kişiler ve tezin yazarı tarafından üzerinde anlaşmaya varılmıştır. Oluşturulan kodlardan benzer olanlar aynı grup altında toplanmış ve kategoriler oluşturulmuştur. Sonuç olarak günlüklerden elde edilen veriler analiz edildiğinde dört kategori ortaya çıkmıştır. Bu kategoriler; (1) Öğrenci zorlukları, (2) Öğrenciler tarafından kolay anlaşılan konular, (3) Konunun daha iyi anlaşılması için yapılan öneriler (4) Öğrenciler tarafından konunun daha iyi anlaşılmasının sebebi şeklindedir (Tablo 3).

Tablo 3. Yazılan Günlükler İçin Yapılan Örnek Kodlama

Kategori	Kod	Gerekçe
Öğrenci Zorlukları	Reel sayılar kümesinin alışılmış topolojisine ilişkin yer alan öğrenci zorlukları	Sembolizma
	Açıklar aksiyomuna ilişkin yer alan öğrenci zorlukları	Öğrencinin dersin son dakikalarında dikkatinin dağılması
	Komşuluk ve komşuluk ile ilgili teoremler	W ve y gibi alışılmışın dışında ifadelerin kullanılması
Öğrenciler Tarafından Kolay Anlaşılan Konular	Açıklar aksiyomu	Verilen bir kümenin topoloji olup olmadığı
	Reel sayılar kümesinin alışılmış topolojisi	Rasyonel ve doğal, tam ve reel sayıların p özelliğini nasıl sağladığı
	Topolojilerin karşılaştırılması	$(\mathbb{R}, \mathfrak{D}^{+})$ ve $(\mathbb{R}, \mathfrak{D}^{-})$ ifadelerinin bir topoloji olduğunu kavrayabilme
Konunun Daha İyi Anlaşılması İçin Yapılan Öneriler	Derste örnek çözülmesi	Teoremlerin ardından teoremlerle ilgili soru çözümü yapılması
	Öğrencilere dersin başında işlenecek konu ile ilgili önbilgi sunulması	Dersin başında anlatılacak konu başlıklarını verme
	Öğretmenin anlatım şeklini değiştirmesi	Konunun anlaşılmayan yerlerini yavaş anlatma, üzerinde durma
Konunun Öğrenciler Tarafından Kolay Anlaşılmasının Sebebi	Konu içeriğinin kolay ve anlaşılabilir olması	İç nokta özelliklerinin çıkarımının kolay olması (yazılmadan da düşünülerek çıkarılabilecek maddeler olması)
	Konunun örnek çözümü ile pekiştirilmesi	Yığılma noktası ve kapanış noktası ile ilgili çözülen karşılaştırmalı örnekler
	Topolojinin farklı konuları arasında benzerlik kurulması	*(kapanış noktası teoremleri)* İç nokta teoremleri ile benzer olması

Kod ve temalara ayrılan veriler, betimsel analiz yaklaşımına göre özetlenip yorumlanmıştır. Çünkü betimsel analiz, verilerin araştırma sorularının ortaya koyduğu temalara göre organize edilmesine, kullanılan sorular veya boyutlar incelenerek sunulmasına imkân vermektedir (Yıldırım ve Şimşek, 2006). Bunun yanında betimsel analizde, veri kaynaklarından alıntılar yapmak çalışmanın güvenirliği ve sıhhati açısından yararlı görülmektedir (Altunışık, Coşkun, Bayraktaroğlu, Yıldırım, 2004).

Bu bağlamda çalışmanın bulguları sunulurken öğretmen adaylarına ait verilerin ayrıntılı sunumuna ve verilerden bire bir örneklere yer verilmektedir.

DÖRDÜNCÜ BÖLÜM

4. BULGULAR

Bu bölümde, öğrencilerin günlük incelemelerinden elde bulgulara yer verilmiştir. Araştırmanın alt problemlerine ait olarak bulgular bölümü 4 ana başlık altında sunulmuştur. Birinci başlıkta öğrencilerin topolojideki temel kavramlara ilişkin güçlükler epistemolojik, psikolojik ve pedagojik sebepler üzerinden değerlendirilmiş olup, ikinci başlıkta bu zorlukların üstesinden gelmek için yapılması gereken öneriler yer alacaktır. Üçüncü başlıkta öğrencilerin kolay anladığı konular ele alınacaktır. Dördüncü başlıkta ise öğrencilerin konuları kolay anlamasının sebepleri yer alacaktır.

4.1. ÖĞRENCİ ZORLUKLARI

4.1.1. Açıklar Aksiyomuna İlişkin Yer Alan Öğrenci Zorlukları

Öğretmen adaylarının öğretim sürecinde açıklar aksiyomuna ilişkin yaşadıkları öğrenci zorlukları aşağıdaki Tablo 4’de verilmiştir.

Tablo 4. Öğrencilerin Açıklar Aksiyomuna Verdikleri Cevaplardan Elde Edilen Bulgular

Gözlenen Öğrenci Zorluğu		Bu Zorluğa Yol Açan Neden	Öğrenci Sayısı	Örnek Katılımcı Görüşleri
AÇIKLAR AKSİYOMU	EPİSTEMOLOJİK	Terimlerin İngilizce olması	1	Ayrık uzay ve ayrık olmayan uzay terimleri kafamı karıştırdı. Diğer isimleri İngilizce kelime olduğu için öğrenmem zaman alacak.
		Konunun soyut kavramlarla ilişkilendirilmesi	1	Aslında emin olmadığım değil de örnek çözümlerinde sonsuz kavramı işin içine girdiğinde kafam karıştı. Algılamada sorun yaşadım.
		Teorem-ispat yapılması	1	Sayılamayan kümelerde gerekli koşulları problem üzerinde uygularken teorem-ispat yöntemi yapılması beraberinde elimde somut bir şeyin olmayışı kavramlar arasında yanılgıya uğramama neden oldu.
		Sayılamayan kümelerdeki elemanların bilinememesi (tahmin edilemez olması)	1	Sayılamayan kümelerde elimdeki elemanları tam kestiremediğimden tümleyenini alıp sayılabilir olup olmadığını incelemek konusunda zorlandım.
		Harflendirmeler	1	Aslında bir kümenin topoloji olması için gereken şartları yani açıklar aksiyomunu açıklarken, bazı harflendirmelerde bulunduk ve bu harflendirmeler kafamı karıştırdı, anlamakta zorluk çektim.
	PSİKOLOJİK	Öğrencinin bilgiyi somutlaştıramaması (canlandıramaması)	3	Bazı örneklerde sonlu ve sayılabilir kümeler vardı. Bu kısım biraz aklımı karıştırdı. Çünkü örneklerde topolojinin elemanları kısmında A⊆ x : A^c sonlu veya A⊆ ℝ: A^c sayılabilir ifadelerini kafamda pek canlandıramadım.
		Dersin son dakikalarında dikkatinin dağılması	1	Ancak τ'nun tümleyenini aldığımız kısım ve kapalılar kısmı biraz eksik kaldı. Çünkü dersin son dakikalarında, zamanlarında dikkatimi toplamakta zorlandım.
		Geçmişten gelen bilgi eksikliği	1	Bazı örneklerde sonlu ve sayılabilir kümeler de vardı. Bu kısım biraz aklımı karıştırdı. Çünkü örneklerde topolojinin elemanları kısmında A ⊆ x : A^c sonlu veya A⊆ ℝ: A^c sayılabilir ifadelerini kafamda pek canlandıramadım. Bu benim belki de geçmişteki bir bilgi eksikliğimden kaynaklanıyor olabilir.
		Bilgiyi tam olarak özümseyememesi	1	Konuyu bir arkadaşıma anlattığım zaman anlamakta zorluk çektiğimiz yerlerin aynı olduğunu gördüm. Çünkü bilgiler daha tam oturmadığından anlatırken de tam verim sağlayamadığımı düşünüyorum. Benim zorlandığım kısımları ona anlatırken o da anlamakta güçlük çekti.
		"Küme neye göre sayılabilir neye göre sayılamaz?" ifadesini belirleyememe	1	Sayılabilir topolojik uzay kavramı bana zor geldi. Çünkü neye göre sayılabilir neye göre sayılamaz o kısım zorladı beni.

Tablo 4. (Devam/)

PEDAGOJİK	Derste not almak için öğretmeni dikkatle dinleyememe	1	Topolojinin elemanları kısmında $A \subseteq x : A^c$ sonlu veya $A \subseteq \mathbb{R}$: A^c sayılabilir ifadelerini kafamda pek canlandıramadım. Bu benim geçmişteki bir bilgi eksikliğimden kaynaklanıyor olabilir ya da notumu alacağım diye hocayı dikkatle dinleyemedim.
	Bilginin dersin sonunda işlenmesi	3	Öğrendiklerim arasında kapalı küme yani τ biraz aklımı karıştırdı. İlk başlarda τ olma şartlarını tam anlayamasam da daha sonra arkadaşıma sorarak bu şartları kavrayabildim. Belki gelecek seferki dersimizde hocamız bunun üstünde biraz daha durursa tam anlamış olurum. Çünkü bu kısım dersimizin sonuna doğru işlendi ve daha tamamlanmadı.
	Konu ile ilgili örnek yapmaya vakit kalmaması	1	Kapalı küme τ'nun tümleyenini üç şartla göstermeyi pek kavrayamadım. Tam anlayamamın sebebi dersin sonunda işledik ve örnek yapmaya vakit kalmadığı için olabilir.

Tablo 4'e göre öğrenci zorluklarının epistemolojik nedenleri arasında, topoloji dersinin soyut kavramlarla ilişkilendirilmesi örnek olarak gösterilebilir. Öğrenciler, topoloji dersinin içeriğinde yer alan İngilizce terimlerin, kullanılan sembollerin ve harflendirmelerin topoloji dersinin anlaşılırlığını zorlaştırdığını belirtmişlerdir. Bununla beraber topoloji dersinin, matematiğin diğer alanlarına göre daha fazla teorem-ispat üzerine yoğunlaşması da öğrencilerin zorluk yaşamasına sebep olmaktadır. Ayrıca öğrencinin sayılamayan kümelerdeki elemanların sayısının tahmin edilemez olduğunu belirtmesi, kümenin tümleyenini alırken yorum yapamamasına neden olmaktadır. Öğrencilerin sayılamaz kümelerin eleman sayısını anlamlandıramamaları ve kümenin tümleyenini bulma konusunda geçmişten gelen bilgi eksiklikleri, sayılabilir tümleyen topolojisini anlamada ve kavramada zorluklar yaşadıklarını göstermektedir.

Tablo 4'e göre öğrencilerin bilgiyi somutlaştıramadığını ifade etmesi psikolojik nedenler arasında değerlendirilebilir. Bu bağlamda sayılabilir ve sayılamayan kümeler konusunda öğrenci ifadelerinden yola çıkılarak, öğrencilerin konuyla ilgili soyut kavramları özümseyemedikleri anlaşılmaktadır. Bunun yanı sıra öğrenciler, dersin son dakikalarında dikkat dağınıklığı yaşadıkları için dersin sonunda işlenen konuların daha az anlaşıldığını belirtmişlerdir. Ayrıca derste not almak isteyen öğrenciler, öğretmeni dikkatle dinleyemediklerini ifade etmişlerdir. Bazı öğrenciler de geçmişten gelen bilgi eksikliğinin, konunun özümsenmesini zorlaştırdığını ifade etmiştir.

Tablo 4'e göre örnek çözümü için vaktin yetersiz olması, öğrenci zorluklarının pedagojik nedenleri arasında gösterilebilir.

4.1.2. Reel Sayılar Kümesinin Alışılmış Topolojisine İlişkin Yer Alan Öğrenci Zorlukları

Öğretmen adaylarının öğretim sürecinde reel sayıların alışılmış topolojisine ilişkin yaşadıkları öğrenci zorlukları aşağıdaki Tablo 5'de verilmiştir.

Tablo 5. Öğrencilerin Reel Sayılar Kümesinin Alışılmış Topolojisine Verdikleri Cevaplardan Elde Edilen Bulgular

Gözlenen Öğrenci Zorluğu		**Bu Zorluğa Yol Açan Neden**	**Öğrenci Sayısı**	**Örnek Katılımcı Görüşleri**
REEL SAYILAR KÜMESİNİN ALIŞILMIŞ TOPOLOJİSİ	EPİSTEMOLOJİK	Dersin soyut olması	1	Alışılmış uzayın ne olduğunu biliyorum ama alışılmış uzay denince kafamda somut bir şey canlanmıyor.
		Sorunun max ve min ifadeleri alınarak çözülmesi	1	Anlamakta zorlandığım yere gelecek olursak $\mathcal{U}$:(A_i) $i \in I$ $\mathcal{U}$ ailesi R üzerinde bir topoloji ifadesini verdi hoca ve sonra $A_1, A_2 \in \mathcal{U} \Rightarrow A_1 \cap A_2 \in \mathcal{U}$ bu ifadenin $\mathcal{U}$'nun elemanı olup olmadığını araştırdık. Max ve min ifadelerini alarak çözdüğümüz için anlamadım.
		İspatın olmayana ergi yöntemi ile çelişkiye düşerek gösterilmesi	2	Açıklar aksiyomunu uygularken aksiyomun ilk maddesinde $\emptyset \in \mathcal{U}$ olup olmadığını bulurken kullandığımız olmayana ergi yöntemi ile çelişkiye düşüp $\emptyset \in \mathcal{U}$ durumunun ortaya çıkması kafamı karıştırmadı değil ve bunu tam olarak kavrayamadım.
		Konuların zorlaşması	1	Beni korkutan şey ise konuların gitgide zorlaşması ve sembollerin artmasıdır.
		Sembolizma	3	Bu topoloji ailesinde neden bu kadar farklı simge kullanıldığını gerçekten merak ediyorum. Daha sade verilmiş olsa daha kolay anlarız bence. Bu şekilde biraz bizi korkutuyor ve bu simgelerden dolayı bazı şeyleri fazla anlayamadım.
		Konunun karışık olması	1	Genel olarak dersi değerlendirdiğimde dersteki kavramlar çok soyut, semboller kafa karıştırıcı ve biraz anlaması zor.
		Verilen aralıkların sayısal olması	1	İlk başta p özelliğini hiç anlamamıştım. Ama yeniden verilen örneklerle nasıl yapıldığını anladım. Yine de p özelliğini tam anlamıyla hangi aralıkları belirtmek istediğini pek anlamadım gibi ya da verilen aralık sayısal oluğu için zor gelmiş de olabilir, tam bilemedim.

Tablo 5. (Devam/)

	Matematiksel ifadelerin zor olması	1	Komşuluk kavramı ve bu kavramın p özelliği ile olan ilişkisini anladığımdan emin değilim. Matematiksel ifadeler beni zorluyor. Mesela ders esnasında anladığım p özelliğini evde tekrar edince aklım karıştı.
PSİKOLOJİK	İki rasyonel sayı arasında irrasyonel sayılar olabileceğinin düşünememe	1	$\forall x \in A_i$ için $x \in (a,b) \subseteq A$ ifadesine p özelliği ve $\cup (A_i) \in I$ $\mathcal{U}$ ailesi $\mathbb{R}$ üzerinde bir topolojidir dedik. Rasyonel sayılar kümesinde p özelliğinin sağlayıp sağlamadığına baktık ve bunu anlamakta zorlandım. Aslında herhangi bir rasyonel sayı ele aldık ve bu sayının komşuluğuna yani hangi aralıklar arasında olduğuna baktık. Ben bu aralıkta rasyonel sayılar olduğu için p özelliğini sağlayacağını düşündüm.
PEDAGOJİK	Karışık kavramlar ve bunların birbiri ile ilişkilendirilmesi	1	Konu içerik bakımından karışık kavramlar, değişik sembol ve özelliklerden oluştuğu için konuyu anlamakta zorlandım. Bu nedenle ben olsam kullanılan sembollerde veya özellikleri birbiriyle ilişkilendirmeyi veya aynı sembollerle göstermeye çalışırdım.

Günlüklerdeki öğrenci ifadeleri göz önünde bulundurulduğunda, topolojik kavramların içerdiği zengin sembol ve işaretlerin anlamayı zorlaştırdığı görülmektedir. Bu bağlamda öğretmen adaylarının sembolizma konusunda zorluk yaşaması epistemolojik nedenler arasında değerlendirilebilir. Bununla birlikte konu içeriğinin zor ve karışık olması öğrencilerin zorluk yaşamasına sebep olmaktadır. Konunun içeriğinde yer alan teoremlerin olmayana ergi yöntemi ile ispatlanması da öğretmen adaylarının ispat yöntemleri konusunda güçlükler yaşadığını ortaya koymaktadır. Ayrıca öğrenciler $\mathcal{U}$ ailesinin IR üzerinde bir topoloji olduğunu gösterirken max ve min ifadeler aracılığıyla sorunun çözülmesinden dolayı zorluk yaşadıklarını belirtmişlerdir.

Tablo 5'e göre öğrencilerin irrasyonel sayıların alışılmış uzaya göre açıklık ve kapalılık durumunu belirleyememesi psikolojik nedenler arasında değerlendirilebilir. Bu bağlamda rasyonel sayılar kümesini açık aralıkların birleşimi seklinde yazılamamasının nedenleri, bazı öğrenciler tarafından anlaşılmamıştır.

Tablo 5'e göre öğretmen adaylarının reel sayıların alışılmış topolojisi konusunda yer alan kavramları karışık bulması ve bu kavramları birbiri ile ilişkilendirememesi, pedagojik zorluklar arasında gösterilebilir.

4.1.3. Topolojilerin Karşılaştırılmasına İlişkin Yer Alan Öğrenci Zorlukları

Öğretmen adaylarının öğretim sürecinde topolojilerin karşılaştırılmasına ilişkin yaşadıkları öğrenci zorlukları aşağıdaki Tablo 6'da verilmiştir.

Tablo 6. Öğrencilerin Topolojilerin Karşılaştırılmasına Verdikleri Cevaplardan Elde Edilen Bulgular

Gözlenen Öğrenci Zorluğu		Bu Zorluğa Yol Açan Neden	Öğrenci Sayısı	Örnek Katılımcı Görüşleri
TOPOLOJİLERİN KARŞILAŞTIRILMASI	EPİSTEMOLOJİK	Limitteki sağdan yaklaşımın + ile soldan yaklaşımın – ile ifade edilmesi	1	Bu hafta sağ topoloji ve sol topolojiyi öğrendik. Bu kavramları öğrenirken şaşırdığım bir yer oldu. Sağ topolojinin simgesinde (-) ve sol topolojinin simgesinde (+) kullanmamız bende kavram yanılgısına sebep oldu. Limitte sağdan yaklaşımı (+), soldan yaklaşımı (-) ile ifade etmemiz bu kavram yanılgısının sebeplerinden biriydi.
		Tanımın matematiksel sembollerle ifade edilmesi	1	Topolojilerin karşılaştırılmasını matematiksel tanım olarak yazarken $\forall T \in \tau_1 \Longrightarrow T \in \tau_2$ ise $\tau_1 \subseteq \tau_2$ şeklinde yazılması kafamı karıştırdı.
	PSİKOLOJİK	Açık ve kapalı aralıklarda tümleyenine bakmayı unutma	1	Aralık olarak verilen örnekler, onların sağ ve sol topolojiye göre kapalı, açık olmaları, onları bulmak karışık geliyor derste. Çünkü bunları bulurken tümleyenine bakmayı unutuyorum.
	PEDAGOJİK	GÖZLENMEMİŞTİR		

Tablo 6'ya göre epistemolojik zorluk yaşanmasının nedenleri arasında; öğretmen adaylarının sağ ve sol topolojiyi anlamlandırma sürecinde, analiz dersinde öğrenilen limitteki artı ve eksi kavramlarının yarattığı karışıklıktan bahsedilebilir. Sağ ve sol topoloji tanımında yoğun şekilde sembol kullanılması, öğrencinin zorluk yaşamasına sebep olmaktadır. Ayrıca öğrenciler tanımlarda geçen matematiksel semboller ve bu sembollerin anlamlandırılması sürecinde de zorluklar yaşamaktadır.

Tablo 6'ya göre topolojilerin karşılaştırılması konusunda sağ ve sol topoloji uygulamalarında aralık şeklinde verilen kümelerin açık veya kapalı küme şeklinde belirlenememesi, öğrencilerin yaşadığı zorlukların psikolojik nedenleri arasında gösterilebilir.

4.1.4. Komşuluk Tanımı ve Komşuluk ile İlgili Teoremlere İlişkin Yer Alan Öğrenci Zorlukları

Öğretmen adaylarının öğretim sürecinde komşuluk tanımı ve komşuluk ile ilgili teoremlere ilişkin yaşadıkları öğrenci zorlukları aşağıdaki Tablo 7'de verilmiştir.

Tablo 7. Öğrencilerin Komşuluk Tanımı ve İlgili Teoremlere Verdikleri Cevaplardan Elde Edilen Bulgular

Gözlenen Öğrenci Zorluğu	Bu Zorluğa Yol Açan Neden	Öğrenci Sayısı	Örnek Katılımcı Görüşleri
KOMŞULUK VE KOMŞULUK İLE İLGİLİ TEOREMLER EPİSTEMOLOJİK	Matematiksel kavramların karışık gelmesi	1	$V(x)$ komşuluklar ailesinin özelliklerini defterde incelediğimde matematiksel kavramlar bana karışık geldi. Ama bu ifadeleri hem hocamızın yaptığı örnekleri yaparak hem de kendim örnek vererek öğrenmeye çalıştım.
	Komşuluk tanımında sembollerin algılanma şekli (T harfi yerine başka bir sembol kullanılması gerektiği)	1	(X,τ) topolojik uzay, $x \in X$ $x \in T \subseteq V \Leftrightarrow V$ kümesine x'in komşuluğu denir. Buradaki T yerine başka bir harf kullanırdım çünkü T açık kümeden önce topoloji gibi algılandı.
	V kümesini neye göre belirlediğimizin anlaşılmaması	1	V kümesine x noktasının komşuluğu denildiği kısımda benim biraz kafam karıştı. Örneğin bir X kümesi ve τ topolojisi verildiğinde tamam önce X kümesinden bir eleman seçiyoruz sonra seçtiğimiz eleman τ topolojisinin bir açık kümesinin elemanı olup olmadığına ve V kümesinin de alt kümesi olması gerekiyor. Buna göre V kümesini kendi kafamıza göre mi yazıyoruz? Bu kısım kafamı karıştıran yer.
	'açık küme içindeki her noktanın komşuluğudur' ifadesinin anlaşılmaması	1	Anlamakta zorlandığım kısım komşuluk kavramıydı. Komşuluğu işlerken hoca şöyle bir ifade verdi: "açık bir küme, içindeki her noktanın komşuluğudur." Hocanın verdiği bu ifadeyi anlamadığım için komşuluk kavramını ve bununla ilgili çözülen soruyu da anlamadım.
	W ve y gibi alışılmışın dışında ifadelerin kullanılması	1	Dersin başında gördüğümüz komşuluk aksiyomlarından dördüncüsünü ilk olarak anlamada sıkıntı yaşadım çünkü alışılmış harflerin yanı sıra ekstra W, y gibi yeni bilinmeyenler kullanmamız kafamı karıştırdı.

Tablo 7. (Devam/)

	İfadeler arasında ilişki kurulamaması	1	Bu hafta kafamı karıştıran yerler komşuluk aksiyomlarının 4. Maddesinde yani "$\forall V \in V(x)$ $\exists W \in V(x)$ $\forall y \in W$ için $V \in V(y)$ " her ve bazı ifadeleri arasında ilişki kuramadım.
PSİKOLOJİK	Anlam karmaşasının bulunması	1	Dördüncü maddede çok kavram karmaşası vardı. Derste anlamakta zorluk çektim. Şu an baktığımda da benim için bir anlam uyandırmıyor.
	Öğrencinin odaklanma problemi yaşaması	1	Hocamız şekillerle konuyu anlattı ama ben tam bir somutlama yapamadım. Bir de rahatsız olduğum için odaklanma problemim vardı. Galiba bu konuyu daha çok tekrar etmem gerekecek. Mesela; komşuluklar ailesinin sağladığı özelliklerden dördüncü maddeyi anlayamadım.
PEDAGOJİK	Öyle ki anlamına gelen sembolle elemanıdır sembolünün aynı anda kullanılması	1	Dördüncü maddede çok kavram karmaşası vardı. Derste anlamakta zorluk çektim. Şu an baktığımda da benim için bir anlam uyandırmıyor. "$\ni$ öyle ki anlamına gelen bir kavram '$\in$' simgesiyle yan yana kullanılması kafamı karıştırdı.

Günlükler incelendiğinde genel olarak öğrencilerin komşuluk kavramını karmaşık buldukları görülmektedir. Özellikle de bir kümenin komşuluğunu bulma noktasında bazı zorluklar göze çarpmaktadır. Öğrencilerin komşuluk teoremlerine ilişkin güçlükleri olup olmadığını belirlemek için yapılan günlük incelemeleri sonucunda, öğrencilerin komşuluk teoremlerinde ilk üç maddede daha az güçlük yaşadıkları fakat 4. maddede daha fazla güçlük yaşadıkları görülmektedir. Yapılan günlük incelemeleri sonucunda; bu durumun öğrencinin ifadeler arası ilişki kuramamasından ve konunun içeriğinde yer alan karışık kavramlardan kaynaklandığı görülmektedir. Tablo 4'e göre öğrencilerin komşuluk kavramının tanımında ve komşuluk teoremlerinde geçen matematiksel ifadeleri ve sembolleri anlamlandıramaması, epistemolojik nedenler arasında değerlendirilebilir. Ayrıca tabloda da belirtildiği üzere bu konuda yer alan sembollerin birbirine benzemesi de öğrencilerin konu ile ilgili zorluk yaşamasına sebep olmaktadır.

Tablo 7'ye göre öğrencinin derste odaklanma problemi yaşadığı için komşuluk teoremlerindeki 4. maddede yer alan kavramları algılayamaması, psikolojik nedenler arasında değerlendirilebilir. Bununla birlikte komşuluk kavramında anlam karmaşasının bulunması da öğrencinin yaşadığı zorluğun psikolojik nedenleri arasındadır.

Tablo 4'e göre öğrencilerin topoloji dersi içeriğindeki teorem ve ispatlarda yer alan "öyle ki" ve "elemanıdır" sembollerinin kullanım yerlerini anlamakta zorlanması pedagojik zorluklar arasında gösterilebilir. Yapılan günlük incelemeleri, sembollerin aynı yerde kullanılmasının öğrencinin bağlantı kurmasını zorlaştırdığını göstermektedir.

4.1.5. İç Nokta Tanımı ve Özelliklerine İlişkin Yer Alan Öğrenci Zorlukları

Öğretmen adaylarının öğretim sürecinde iç nokta tanımı ve özelliklerine ilişkin yaşadıkları öğrenci zorlukları aşağıdaki Tablo 5'te verilmiştir.

Tablo 8. Öğrencilerin İç Nokta Tanımı ve Özelliklerine Verdikleri Cevaplardan Elde Edilen Bulgular

Gözlenen Öğrenci Zorluğu		Bu Zorluğa Yol Açan Neden	Öğrenci Sayısı	Örnek Katılımcı Görüşleri
İÇ NOKTA TANIMI VE İÇ KÜME İLE İLGİLİ ÖZELLİKLER	EPİSTEMOLOJİK	Şekille konunun somutlaştırılamaması	1	Bundan önceki tanım ve teoremleri somut olarak kafamda bir şekilde birleştirebiliyordum. Ama bu konu daha kapsamlı geldiği için bana, kafamda somutlaştıramadım somutlaştıramadığım için daha zor geldi. Tuğba hocamız şekillerle de anlattı ama ben tam bir somutlama yapamadım.
		Teorik ifadelerin fazla olması	1	Ayrıca tanım verdiğimiz yerlerde biraz aklım karışıyor. Bunun sebebi de teorik ifadelerin fazla olması olabilir.
		Dersin soyut olması (dersi somutlaştıramama)	1	Şunun farkına vardım ki şimdiye kadar işlediğimiz konuların çoğu teorik olduğu için konuya hâkim olmak ancak bol örnek çözmekle mümkün oluyor. Hoca tanım, teorem ya da bir özelliği yazdığı zaman okuduklarımın çoğunu zihnimde oturtamıyorum ya da soyut kalıyor zihnimde. Ama ardından örnekler çözdüğü zaman konu somutlaşmış oluyor.
	PSİKOLOJİK	Öğrencinin en arka sırada oturduğu için dersi tam olarak dinleyememesi	1	Emin olmadığım ve anlamadığım yer derste iç nokta ile ilgili yazdığımız teoremde ikinci özelliğin nasıl ispatlandığıydı. Aslında bu hafta en arkada oturduğum için dersi dinlemek çok zor oldu benim için belki de o yüzden anlayamadım.
		W gibi ifadelerin kullanılması	1	Aynı zamanda yine komşuluk aksiyomlarından 4'te W yerine T kullanırdım. Çünkü terim çokluğu ve bu terimler tanımıyor oluşumuz gözümüzü korkutuyor.
	PEDAGOJİK	GÖZLENMEMİŞTİR		

Tablo 8’e göre öğrencilerin iç nokta konusu ile ilgili sahip oldukları zorlukların epistemolojik nedenlerinin, konunun soyut ve anlaşılmasının zor olmasıyla bağlantılı olduğu görülmektedir. Bu bağlamda iç nokta konusunun tanım ve özellikleri yönüyle somutlaştırılamaması, öğrencilerin bu konuda zorluk yaşamasına sebep olmuştur. Ayrıca yapılan günlük incelemeleriyle birlikte, topolojinin matematiksel olarak anlamlandırılmasında rol oynayan teorik ifadelerin de öğrencilerin matematiksel bağlantılar kurmasında bir takım zorluklar oluşturduğu görülmektedir. Yapılan günlük incelemelerinde, bu zorlukların temel sebebinin sembolizma olduğu görülmektedir. Özellikle teoremlerde yer alan sembollerin fazla olması ve bu sembollerin birbirine benzemesi, öğrencilerin konu ile ilgili daha fazla zorluk yaşamasına sebep olmaktadır.

Günlükler incelendiğinde sembolizmanın konuyu anlamayı zorlaştırdığı görülmüştür. Bu çerçevede topolojinin fazla terim barındırması ve öğrencinin bu terimlerle ilk kez karşılaşması öğrencinin konuyu anlamlandırmasını zorlaştırmaktadır. Tabloya göre komşuluk aksiyomlarında W yerine farklı bir sembol kullanılması bu zorluklara örnek gösterilebilir. Bunun yanında sınıfın fiziki şartlarının elverişsiz olması da öğrencinin zorluklarının psikolojik nedenleri arasındadır. Kalabalık sınıf ortamı nedeniyle öğrencinin arka sıralarda oturmak zorunda kalması, öğrencinin dersi dinlemesini zorlaştırmış ve dolayısıyla öğrencinin zorluk yaşamasına sebep olmuştur.

4.1.6. İç Nokta Uygulamalarına İlişkin Yer Alan Öğrenci Zorlukları

Öğretmen adaylarının öğretim sürecinde iç nokta uygulamalarına ilişkin yaşadıkları öğrenci zorlukları aşağıdaki Tablo 9'da verilmiştir.

Tablo 9. Öğrencilerin İç Nokta Uygulamalarına Verdikleri Cevaplardan Elde Edilen Bulgular

Gözlenen Öğrenci Zorluğu		**Bu Zorluğa Yol Açan Neden**	**Öğrenci Sayısı**	**Örnek Katılımcı Görüşleri**
İÇ NOKTA UYGULAMALARI	EPİSTEMOLOJİK	GÖZLENMEMİŞTİR.		
	PSİKOLOJİK	Öğrencinin bilgiyi özümseyemediğini fark etmesi	1	Ardından sağ, sol topoloji; alışılmış uzay ve topolojik V kümesine göre iç nokta problemleri çözdük. Bu soruları çözerken öğrendiğim bilgileri tam olarak öğrenmediğimi fark ettim. Sağ topolojiye göre iç nokta sorusundaki sonuç aralığının verilen sorudaki noktalarla olan ilişkisini bu soru sayesinde dersteki benzer çözümü olan soruların çözümü konusunda genelleme yaptığımı fark ettim.
		Sağ ve sol topoloji ile ilgili yaşanan bilgi eksikliği	1	Sağ ve sol topolojilerde iç küme kavramını öğrendiğimden emin olamıyorum. Ama bu sağ ve sol topolojiyi birbirine karıştırmamla ilgili değil. Bir örnekte hemen anlarken bir örnekte (sorunun karmaşıklığına göre) fikir yürütemiyorum.
		Öğrencinin motivasyonunun düşmesi	1	Bana derste topolojik uzayda tanımlı iç nokta sorularını çözmek kolay geldi çünkü somut kavramlardı. Teoremdeki 2. maddede zorlandım. Bundan sonra derse karşı motivem biraz düştü.
	PEDAGOJİK	GÖZLENMEMİŞTİR.		

Yapılan günlük incelemeleri sonucunda öğrencinin öğrenmesi gereken bilgileri tam olarak içselleştiremediği durumlarda, kavramsal anlamayı gerçekleştiremediği ve dolayısıyla güçlükler yaşadığı görülmüştür. Bu bağlamda sağ ve sol topolojiyi içselleştiremeyen öğrenci, iç nokta ile ilgili verilen örneklerde, sağ ve sol topolojinin kullanılmasında zorluklar yaşamaktadır. Ayrıca öğrencinin bilgi eksikliği yaşaması da kavramları karıştırmasına ve dolayısıyla zorluk yaşamasına sebep olmaktadır. Sonuç olarak derste zorluk yaşayan öğrenci motivasyon düşüklüğü yaşamakta ve dersin ilerleyen bölümlerinde konuları anlamlandıramamaktadır.

4.1.7. Kapanış Noktası Tanımı ve Uygulamalarına İlişkin Yer Alan Öğrenci Zorlukları

Öğretmen adaylarının öğretim sürecinde kapanış noktası tanımı ve uygulamalarına ilişkin yaşadıkları öğrenci zorlukları aşağıdaki Tablo 10'da verilmiştir.

Tablo 10. Öğrencilerin Kapanış Noktası Tanımı ve Uygulamalarına Verdikleri Cevaplardan Elde Edilen Bulgular

Gözlenen Öğrenci Zorluğu		**Bu Zorluğa Yol Açan Neden**	**Öğrenci Sayısı**	**Örnek Katılımcı Görüşleri**
KAPANIŞ NOKTASI TANIMI KAPANIŞ NOKTASI UYGULAMALARI	EPİSTEMOLOJİK	Kafa karıştırıcı ve soyut bir tanım olması	1	(X,τ) topolojik uzayı, $A\subseteq X$ ve $x\in X$ verilsin. x noktasının her komşuluğunda A kümesinin en az bir elemanı varsa x'e A kümesinin kapanış noktası olarak tanımlandığını öğrendik. Aklımı karıştıran ve fazlasıyla soyut gelen bu kavramı tanımlanan farklı topolojik uzaylara göre hocamızın verdiği örneklerle anladım.
		Analiz 1 dersinde görülen yığılma noktası tanımından daha farklı ve ayrıntılı olması	1	(X,τ) topolojik uzayı, $A\subseteq X$ ve $x\in X$ verilsin. Eğer x noktasının her komşuluğu A kümesinin x noktasından farlı bir noktasını içerirse, x noktasına A kümesinin bir yığılma noktası denildiğini öğrendik. Açıkçası bana bu tanım zor ve anlaşılması güç geldi. Yığılma noktasına daha geniş bir çerçevede bakmama neden oldu. Çünkü analiz 1 dersinde gördüğümüz yığılma noktasından daha ayrıntılı şekilde ele aldık.
	PSİKOLOJİK	$(-\infty,3]$ şeklinde bulunan sonuçta sonsuzun nereden bulunduğunun anlaşılmaması	1	$A=\{0,1\}\cup[2,3)$ tü ve Sağ topolojiye göre $\bar{A}$=? Demiştik. Ben $\bar{A}$ kümesini kontrol etme kısmını anladım. Ama $\bar{A}=(-\infty,3]$ çıktı ve bu kısmı anlayamadım. Tamam, 3 kapalı olacak ama neden $-\infty$'a kadar kapanış kümesine dâhil diğer sayılar anlayamadım.
		Yığılma noktasının tam kavranmaması	2	Bana zor gelen kısım yığılma noktası ve $\forall$ yığılma noktası $\Longrightarrow$ kapanış noktası $\nLeftarrow$ olduğu durum. Aslında yığılma noktasını tam kavrayamadığımdan bu durumu anlamakta zorlandım biraz.

Tablo 10. (Devam/)

	$A^{\circ} = A$ olması için A nın açık, $\bar{A} = A$ olması için A nın kapalı aralığa sahip olması gerektiğinin düşüncesi	1	$A^{\circ} = A = \bar{A}$ eşitliğini anlamadım çünkü $A^{\circ} = A$ için A'nın açık, $\bar{A} = A$ için A'nın kapalı aralığa sahip olması gerek. Bu durum birbirine zıt olduğu için burada biraz takıldım.
	Öğrencinin en arkada oturuyor olduğu için yazamaması	1	V kümesinin, kapanış noktası kümesini bulmamıza yarayan küme olduğunu anladım. Ama örneklerde verdiği X kümesinin elemanlarından ok çıkararak yapılan kesişim işlemlerini anlamadım. Neye göre kesiştirdiğimizi anlamadım. Bize bir teorem verildi. Teoremin maddelerini yazdık. Ben diğer örnekleri yazamadığım için anlamakta biraz sıkıntı yaşadım en arkada oturuyordum ve gözlüğümü unutmuştum.
PEDAGOJİK	(-∞,3] şeklinde bulunan sonuçta sonucun neden -∞ bulunduğunun anlaşılmaması	1	A={1,2}∪[2,3) kümesinin kapanış kümesini alışılmış uzaya göre bulurken açık aralığı neden kapalı yaptığımızı ve bulunan çözümünü anladım ama sağ topolojiye göre yaparken ufak bir kafa karışıklığı yaşadım. Sorunun çözümünü arkadaşıma sorunca nerede takıldığımızı anladım. Çözüm (-∞,3] aralığı idi. Ben neden -∞ olduğuna takılmıştım.

Tablo 10'a göre öğrencilerin, yığılma noktası kavramının analiz dersindekinden farklı ve ayrıntılı olduğunu düşünmesi, epistemolojik nedenler arasında değerlendirilmiştir. Yapılan günlük analizleri sonucunda öğrencilerin; topoloji dersinde görülen yığılma noktasını, analiz dersinde bahsedilen yığılma noktası kavramı ile bağdaştırdığı görülmektedir. Ancak analiz dersindeki yığılma noktası kavramı alışılmış uzayda çalışılırken, topolojideki yığılma noktası kavramı ise farklı uzaylarda/topolojilerde çalışılabilir. Burada öğrencilerin bu durumu göz ardı ettiği ve analiz dersinde bahsi geçen yığılma noktası kavramını topolojiye de genelleştirdiği düşünüldüğünde aşırı genelleme yaptığı söylenebilir. Bunun yanında öğrenciler kapanış noktası tanımı verildiğinde, tanımı soyut ve kafa karıştırıcı olarak nitelendirmişlerdir. Ancak yapılan örnek çözümleri ile kapanış noktası tanımı öğrenciler için daha anlaşılır hale gelmiştir.

Tablo 10'da öğrenci zorluklarının psikolojik nedenleri göz önünde bulundurulduğunda; öğrencilerin yığılma noktası ve kapanış noktasını tam olarak kavrayamadıkları göze çarpmaktadır. Bu çerçevede öğrenciler A={0,1}∪[2,3) kümesinin kapanış noktasını bulurken problemi alışılmış uzaya göre doğru ifade etmelerine ve çözümlemeyi doğru yapmalarına karşın, sağ topolojiye göre değerlendirirken zorluk yaşadıkları görülmüştür. Öğrenciler aynı örneği sağ topolojiye göre çözümlerken (-∞,3] olarak bulunan sonucun içerdiği sonsuz kavramını anlamlandıramamışlardır. Benzer şekilde öğrencilerin kapanış noktası ve iç nokta kavramı ile doğrudan bağlantı kurmakta zorlandıkları görülmüştür.

4.1.8. Kapanış Kavramı Özelliklerine İlişkin Yer Alan Öğrenci Zorlukları

Öğretmen adaylarının öğretim sürecinde kapanış kavramı özelliklerine ilişkin yaşadıkları öğrenci zorlukları aşağıdaki Tablo 11'de verilmiştir.

Tablo 11. Öğrencilerin Kapanış Kavramı Özelliklerine Verdikleri Cevaplardan Elde Edilen Bulgular

Gözlenen Öğrenci Zorluğu		**Bu Zorluğa Yol Açan Neden**	**Öğrenci Sayısı**	**Örnek Katılımcı Görüşleri**
KAPANIŞ KAVRAMININ ÖZELLİKLERİ ($\bar{A}=\cap F_i$ ifadesinin ispatı)	EPİSTEMOLOJİK	Teoremde çok fazla harflendirmenin olması	1	$\bar{A}=\cap F_i$ maddesini olmayana ergi yöntemiyle ispatladık. Bu teoremi anlayamama sebebim olmayana ergi yöntemini tam kavrayamamışım. Kavrayamadığım bir yöntemle zor bir teorem ispatladı hoca, teoremde çok fazla harflendirme olduğu için çoğu şeyi karıştırdım.
	PSİKOLOJİK	F kapalı küme ise kesişimlerinin de o kümeyi kapsaması gerektiği düşüncesi	1	Çift yönlü gerektirme yaparak ispatlamaya çalıştığımız ifadenin 2 yönünde yaptığımız ispatta $x \in V_x \cap A = \emptyset$ olması durumunda $A \subset Vx^c$=F gibi bir ifadede $x \in F$ olması gerektiğini düşündüm. Çünkü F kapalı bir küme ise kesişimleri de o kümeyi kapsar dedi. Ama ispatta elemanı değil çıkıyor ve bu durumda çelişki oluyor. Bu kısım benim aklımı karıştırdı.
		Öğrencinin matematiksel düşünmekte zorlanması (bir ifadeye bakarak diğer ifadeye ulaşmakta zorlanması)	1	Bu ispatta $x \in {F_1}^c$ dedikten sonra $A \cap {F_1}^c \neq \emptyset$ dedik. Yani 1. ifadede $x \in {F_1}^c$ yardımıyla 2. ifadeye ulaşabiliyoruz. Hala matematik alanında fazla gelişmediğimiz için bir ifade yardımıyla başka ifadelere de ulaşabileceğimizi öngöremiyoruz. Bu yüzden hoca direkt yazdığı zaman anlamakta zorluk çektim.

Tablo 11. (Devam/)

Öğrencinin ispat yaparken gerekli çıkarımları yapamaması (ispatın adımları arasındaki geçişleri anlamaması)	4	Henüz matematiksel olarak önermeler arasında ilişkiler kurarak sonuç ulaşmakta zorluk çektiğim için örneğin $x \in {F_i}^c$’ nin $A \cap {F_i}^c$ gerektirdiğini ya da $A \cap {F_i}^c$’nin $x \notin \bar{A}$ ‘ni gerektirdiğini düşünemediğimden ispatı anlamakta çok zorlandım.
$\cap F_i \subseteq \bar{A}$ kısmının anlaşılmaması	1	Teoremin ilk maddesi olan $\bar{A} = \cap F_i$ maddesinin ispatını öğrendik. İspatı kavramakta çok zorlandım. İspatı anlamakta beni en çok zorlayan ve aklımı karıştıran kısım çift yönlü kapsamanın ikinci basamağı olan $\cap F_i \subseteq \bar{A}$ kısmı oldu. $A \cap {F_i}^c$ ve $x \notin \bar{A}$ olsun dedik. Daha sonra $\forall x \cap = \emptyset$ $A \subseteq V(x)^c = F$ dedik. $V(x)^c$’i kullanırken $A \cap B = \emptyset \Leftrightarrow A \subset B^c$ teoreminden yararlandık ve bu kısım zorladı beni bayağı.
$x \in {F_i}^c$’ nin $A \cap {F_i}^c$ yi gerektirdiğini düşünememe	1	$x \notin \cap F \Rightarrow \exists x \notin F_i \Rightarrow x \in {F_i}^c \Rightarrow A \cap {F_i}^c = \emptyset \Rightarrow x \notin \bar{A}$ dedik. Henüz matematiksel olarak önermeler arasında ilişkiler kurarak sonuca ulaşmakta zorluk çektiğim için örneğin $x \in Fi^c$’ nin $A \cap {F_i}^c$ gerektirdiğini ya da $A \cap {F_i}^c$’nin $x \notin \bar{A}$ ‘nı gerektirdiğini düşünemediğimden ispatı anlamakta çok zorlandım.
İspat adımları arasında ilişki kuramama	1	$x \notin \cap F \Rightarrow \exists x \notin F_i \Rightarrow x \in {F_i}^c \Rightarrow A \cap {F_i}^c = \emptyset \Rightarrow x \notin \bar{A}$ dedik. Henüz matematiksel olarak önermeler arasında ilişkiler kurarak sonuca ulaşmakta zorluk çektiğim için örneğin $x \in {F_i}^c$’ nin $A \cap {F_i}^c$ gerektirdiğini ya da $A \cap {F_i}^c$’nin $x \notin \bar{A}$ ‘ni gerektirdiğini düşünemediğimden ispatı anlamakta çok zorlandım.
Geçen haftaki derse odaklanamama	1	Olmayana ergi yöntemi kullanarak ispatlar yaptık. Sayı kümelerinin kapanışlarını ve yığılma noktaları kümelerini tekrar ettik. Bu kısmı tam olarak anladığımı söyleyemem. Sebebi geçen haftaki dersi odaklanarak dinleyememem.
Soyut matematikte kullanılan bir teoremin unutulması	1	‘Bir kümenin her noktası bir kapanış noktası olmasına rağmen, kümenin her kapanış noktası kümeye ait olmayabilir ya da kümenin kapanışı kümeyi kapsayan kapalı kümelerin kesişimine eşittir.’ Sonrasında teoremin gerek ve yeter şartını olmayan ergi yöntemi ile ispatladık. Yeter şarta göre gerek şartı anlamam daha kolay oldu ama gerek şartı anlamakta zorlandım sonrasında bu eksikliğimin nedeninin soyut matematikte hatırlamam gereken bir teoremi unuttuğumdan kaynaklı olduğunu anladım.

Tablo 11. (Devam/)

PEDAGOJİK	Olmayana ergi yönteminin anlaşılmaması	**1**	$\bar{A}$=∩ F_i maddesini olmayana ergi yöntemiyle ispatladık. Bu teoremi anlayamama sebebim olmayana ergi yöntemini tam kavrayamamışım. Kavrayamadığım bir yöntemle zor bir teorem ispatladı hoca.
	A⊂ $V(x)^c$ (kapalı) ifadesinden x∉ ∩ F_i ifadesine nasıl ulaşıldığının anlaşılmaması	1	İkinci adımda komşulukla ilişki kurduğumuz kısımda takıldım biraz. x ∉ V(x)'e kadar geldiğimiz yerler kolaydı ama buradan nasıl x∉ ∩ F_i sonucuna ulaştığımız kafamı karıştırdı. Aslında basit ama o an kafamda ilişkilendiremedim.
	v(x) ∩ A=∅ ise A⊂ $V(x)^c$ (kapalı) ifadesinin neden alt küme şeklinde ifade edildiğinin anlaşılmaması	1	x ∈ ∩ F_i olsun dedik. x ∈ F_i iken x ∈ ∩ F_i ile x ∈ $\bar{A}$ olur mu? diye bakmak için olmayana ergi yöntemini kullandık ve x ∉ $\bar{A}$ olsun dedik. O zaman x, A'nın kapanışının elemanı değilse komşulukla A'nın kesişimi boş küme olur (kapanışın tanımından dolayı). Yani V(x) ∩ A = ∅ olur. V(x) ∩ A = ∅ ⟹ A ⊂ $V(x)^c$ (kapalı) olur. (Bunu niye A ∩ $V(x)^c \neq \emptyset$ şeklinde yazamadığımızı anlamadım. Yani niye alt küme şeklinde yazdık?) sonra x ∉ ∩ F_i olur dedik.(A⊂ $V(x)^c$'ten x ∉ ∩ F_i' ye nasıl vardık anlamadım)

Tablo 11'e göre kapanış noktası kavramı ile ilgili $\bar{A}$=∩ F_i teoreminde yer alan sembollerin fazla olması, öğrencinin teoremi anlamlandıramamasına sebep olmuştur.

Topoloji dersi işlenirken tanım, teorem ve ispatlar üzerinde yoğun bir şekilde durulduğu göz önüne alındığında, öğrencilerin ispat adımları arasındaki geçişlerde yaşadıkları zorluğun bu derece yüksek oluşu dikkat çekmektedir. Yapılan günlük incelemelerinde öğrencilerin bir kavramı tam olarak bilmeden diğer kavramlarla ilgili çıkarım yapmakta zorlandığı görülmektedir. Bu bağlamda öğrencilerin kavram, tanım ve genellemeleri birbirleriyle ilişkilendirmemesi yaşanan bu zorluğun psikolojik nedenleri arasında gösterilebilir. Ayrıca tablo incelendiğinde göze çarpan bir diğer nokta ise öğrencilerin önceki derslerde verilen kavramları özümseyememiş olmasıdır. Bu durumda kapanış noktası tanımını kavrayamayan öğrencinin kapanış noktası ile ilgili teoremi anlamakta zorluk yaşadığı görülmektedir. Benzer şekilde başka bir öğrenci ise soyut matematik dersinde kullanılan bir teoremi unuttuğu için ispatı anlamakta zorlandığını belirtmiştir.

Tabloya göre öğrencilerin $\bar{A}$=∩ F_i teoremi ile ilgili yorumları göz önüne alındığında; teoremde bahsi geçen kapalı kümeler ile komşuluk kavramı arasında bağlantı kuramadıklarını ve bu nedenle anlamlı öğrenmenin tam gerçekleşmediği kanısına ulaşılabilir. Ayrıca ispat yaparken kullanılan olmayana ergi yöntemi nedeniyle öğrenciler ispatı anlamakta zorlanmışlardır. Bunlar neticesinde öğrencilerin yığılma ve kapanış noktalarının belirlenmesi hususunda anlaşılmayan noktalar olduğunu görülmektedir.

4.2. KONUNUN DAHA İYİ ANLAŞILMASI İÇİN YAPILAN ÖNERİLER

Tablo 12. Derste Örnek Çözülmesine İlişkin Elde Edilen Bulgular

		Öğrenci Sayısı
DERSTE ÖRNEK ÇÖZÜLMESİ	Öğretmenin örnek çözmesi	53
	Öğretmenin öğrencilere örnek çözdürmesi	5
	Somut örnekler çözülmesi	2
	Konuya başlamadan önce öğretmenin konuyla ilgili öğrencilere soru yöneltmesi	1
	Farklı topolojik uzaylar üzerinde örnek çözme	1
	Teoremlerin ardından teoremlerle ilgili soru çözümü yapılması	2

Tablodan hareketle öğretmenin konu ile ilgili örnek çözmesi sonucunda konunun daha iyi anlaşıldığını belirten öğrenci sayısının fazla olması dikkat çekmektedir. Benzer şekilde bazı öğrenciler de öğretmenin öğrencilere örnek çözdürmesi sayesinde konunun daha iyi anlaşılacağını belirtmektedir. Yapılan günlük incelemeleri sonucunda öğrenciler, öğretmenin sadece alışılmış uzayda değil sağ ve sol topolojiye göre veya farklı topolojik uzaylarda da örnek çözdürmesi sayesinde konunun daha iyi anlaşılacağını belirtmişlerdir. Bunun yanında somut örnekler ile teorem ve ispatların ardından yapılan örnek çözümlerinin de konuyu daha anlaşılır kıldığını belirtmişlerdir.

Tablo 13. Derste Kullanılan Örnek Çeşitliliğinin Artırılmasına İlişkin Elde Edilen Bulgular

		Öğrenci Sayısı
DERSTE KULLANILAN ÖRNEK ÇEŞİTLİLİĞİNİN ARTIRILMASI	Örnek çeşitliliğini artırma	3
	Farklı örnek çözümü	1

Yapılan günlük incelemeleri örnek çözümünün konunun anlaşılırlığını artırdığını ortaya koymaktadır. Tabloya göre öğrenciler örnek çeşitliliği artmasıyla veya farklı tarzda örnek çözümleriyle konunun daha iyi anlaşılacağını belirtmişlerdir.

Tablo 14. Konunun Basitten Karmaşığa Doğru Anlatılmasına İlişkin Elde Edilen Bulgular

		Öğrenci Sayısı
KONUNUN BASİTTEN KARMAŞIĞA DOĞRU ANLATILMASI	Konuyu basitten zora doğru anlatma	1
	Konunun bilinenden bilinmeyene doğru gitmesi	1
	Bilinen kavramlardan yola çıkarak ispat yapma	1

Yapılan günlük incelemelerine dayanarak topoloji dersinde sadece içerik değil, içeriğin nasıl aktarıldığının da büyük önem taşımaktadır. Bu çerçevede öğrencilerin konuyu anlamlandırabilmesi öğretmenin anlatım şekliyle ilişkilidir. Tablodan hareketle öğrenciler konunun basitten zora ve bilinenden bilinmeyene şeklinde yapılmasıyla konunun daha iyi anlaşılacağını belirtmişlerdir. Bu öneri sadece konu anlatımıyla sınırlı olmayıp teorem ve ispatlarda da geçerlidir. Bu bağlamda öğrenciler bilinen kavramlardan yola çıkılarak ispat yapılmasını önermektedirler.

Tablo 15. Simge ve Kavramların Sözel İfade Edilmesine İlişkin Elde Edilen Bulgular

		Öğrenci Sayısı
SİMGE VE KAVRAMLARIN SÖZEL İFADE EDİLMESİ	Simge ve kavramların sözel anlatılması	6
	Sayı ya da bilinmeyen ifadelerin sözel ifadesi	2
	Simgelerin anlamını sözel yazdırma	3

Yapılan günlük incelemeleri sonucunda sembolizmanın topolojinin anlaşılmasında önemli rol üstlendiği görülmektedir. Tabloda da görüldüğü üzere öğrenciler konunun daha iyi anlaşılması için öğrenciler simge, kavram, sayı veya bilinmeyenlerin sözel olarak ifade edilmesini önermektedir. Ayrıca bazı öğrenciler, sembollerin sözlü ifade edilmesiyle birlikte bu ifadelerin anlamlarının öğretmen tarafından yazdırılmasını önermektedir.

Tablo 16. Öğrencilere Dersin Başında İşlenecek Konu İle İlgili Önbilgi Sunulmasına İlişkin Elde Edilen Bulgular

		Öğrenci Sayısı
ÖĞRENCİLERE DERSİN BAŞINDA İŞLENECEK KONU İLE İLGİLİ ÖNBİLGİ SUNULMASI	İşlenecek konu ile ilgili önbilgi verilmesi	1
	Konunun ana hatlarını belirleyerek konuyu anlatma	1
	Dersin başında anlatılacak konu başlıklarını verme	4
	Konu başlıklarını sınıflandırarak öğrencilerin konular arasındaki farklılığı görmelerini sağlama	1
	Derse geçmeden önce genel tekrar yapma	7

Tabloya göre konunun daha iyi anlaşılması için derse geçmeden önce genel tekrar yapılmasını öneren öğrenci sayısının fazla olduğu görülmektedir. Benzer şekilde öğrenciler ders öncesinde anlatılacak konu ile ilgili bir çerçeve sunulmasını, konu ile ilgili bilgi verilmesini önermektedir. Ayrıca öğrencilerin konu başlıklarını görmenin konular arasında bağlantı kurmayı kolaylaştıracağını ve dolayısıyla konunun daha iyi anlaşılacağını belirtmektedir.

Tablo 17. İşlenecek Konu İle İlgili Öğrenciye Araştırma Ödevi Verilmesine İlişkin Elde Edilen Bulgular

		Öğrenci Sayısı
İŞLENECEK KONU İLE İLGİLİ ÖĞRENCİYE ARAŞTIRMA ÖDEVİ VERİLMESİ	Derse gelmeden önce öğrencinin konuyu araştırmasını isteme	1
	Bir sonraki işlenecek ders için öğrencilere araştırma ödevi verme	1

Tabloya göre bazı öğrenciler, derse gelmeden önce konunun araştırılmasıyla öğrencilerin konuya hazırlıklı geleceğini ve dolayısıyla konunun daha iyi anlaşılacağını belirtmektedir.

Tablo 18. Konu Anlatımında Farklı Öğretim Yöntem ve Tekniklerden Yararlanılmasına İlişkin Elde Edilen Bulgular

		Öğrenci Sayısı
KONU ANLATIMINDA FARKLI ÖĞRETİM YÖNTEM VE TEKNİKLERDEN YARARLANILMASI	Konuyu değişik aktivitelerle zenginleştirme	1
	Konuyu farklı yöntemler kullanarak anlatma	1
	Dersin girişinde eğitsel oyun oynanması	3
	Dersi anı, hikâye vb. yollarla öğrenciler için ilgi çekici hale getirme	1

Tablodan hareketle öğrenciler konunun farklı aktivitelerle zenginleştirilmesini önermektedir. Bu çerçevede öğretmenin ders öncesinde eğitsel oyun oynatmasıyla veya ders sırasında anı, hikâye vb. yollarla konunun daha ilgi çekici hale geleceğini düşünmektedir. Ayrıca bazı öğrenciler, öğretmenin konuyu farklı yöntem ve teknikler kullanarak anlatmasıyla konunun daha iyi anlaşılacağını düşünmektedir.

Tablo 19. Uygulama Niteliğinde Test Çözülmesine İlişkin Elde Edilen Bulgular

		Öğrenci Sayısı
UYGULAMA NİTELİĞİNDE TEST ÇÖZÜLMESİ	Öğrencilere tekrar niteliğinde uygulama testi dağıtma	1
	Sınavda çıkabilecek tarzda sorular hazırlayıp öğrencilerin çözmesini isteme	1

Tabloya göre öğrenciler tekrar niteliği taşıyan uygulama testi çözülmesiyle konunun daha iyi anlaşılacağını belirtmiştir. Benzer şekilde bazı öğrenciler de öğretmenin sınavda çıkabilecek tarzda sorular hazırlayıp öğrencilere çözdürülmesini önermektedir.

Tablo 20. Matematiksel Kavramların Şekil Üzerinde İfade Edilmesine İlişkin Elde Edilen Bulgular

		Öğrenci Sayısı
MATEMATİKSEL KAVRAMLARIN ŞEKİL ÜZERİNDE İFADE EDİLMESİ	Soyut tanımları somutlaştırma	13
	Dersin şekil (sayı doğrusu vb.) ve işlemler üzerinde (görsel) anlatılması	26
	Örnekleri şekil üzerinde ifade ederek çözme	5

Yapılan günlük incelemelerinde öğrenci ifadelerinden yola çıkılarak topolojinin soyut bir ders olduğu sonucuna ulaşılabilir. Bu anlamda öğrenciler, tabloda da belirtildiği gibi konuların veya örneklerin şekil üzerinde gösterilerek anlatılmasıyla daha iyi anlaşılacağını belirtmiştir. Bunun yanında birçok öğrenci de soyut tanımların somutlaştırılarak verilmesini önermiştir.

Tablo 21. Öğretmenin Anlatım Şeklini Değiştirmesine İlişkin Elde Edilen Bulgular

		Öğrenci Sayısı
ÖĞRETMENİN ANLATIM ŞEKLİNİ DEĞİŞTİRMESİ	Konunun anlaşılmayan yerlerini yavaş anlatma, üzerinde durma	4
	Konuyu öğrenciler anlayana kadar çaba sarf etme, anlatma	1
	Öğrencilerin anlama şekline göre dersi anlatma	1
	Konuyu canlı bir anlatımla anlatma	1
	Açık ve anlaşılır bir dil kullanma	1

Yapılan günlük incelemeleri sonucunda öğretmenin anlatım şeklinin topolojinin anlaşılmasında önemli rol üstlendiği görülmektedir. Bu anlamda tablodan yola çıkılarak öğretmenin konuyu öğrencilerin anlatım şekline göre anlatması gerekmektedir. Bu bağlamda öğrenciler, öğretmenin konunun anlaşılmayan yerlerini daha yavaş anlatması ve bu konuların üzerinde durulması gerektiğini düşünmektedir. Bununla birlikte öğrenciler, öğretmenin konuyu canlı bir anlatımla sunmasıyla veya açık ve anlaşılır dil kullanmasıyla da konunun daha iyi anlaşılacağını belirtmektedir. Ayrıca bazı öğrenciler de öğretmenin öğrenciler konuyu anlayana kadar çaba sarf etmesi gerektiğini düşünmektedir.

4.3. ÖĞRENCİLER TARAFINDAN KOLAY ANLAŞILAN KONULAR

Tablo 22. Açıklar Aksiyomuna İlişkin Elde Edilen Veriler

		Öğrenci Sayısı
AÇIKLAR AKSİYOMU	Bir kümenin topoloji olup olmadığını bulmak için çözülen örnekler	3
	Verilen bir kümenin topoloji olup olmadığı	7
	Topoloji çeşitleri(en kaba, en ince, ayrık olmayan.)	3
	Açık ve kapalı kümeler	7
	Açık kümeyi kapalı kümeye dönüştürme	1
	Açıklar aksiyomu	11
	Kapalılar aksiyomu	1
	Sonlu ve sayılabilir küme	1
	Sonlu tümleyen topolojisi	1
	Sayılabilen kümelerin topoloji olup olmadığını incelemek	2

Tablodan hareketle açıklar aksiyomu tanımının öğrencilerin en kolay anladığı konular arasında olduğu görülmektedir. Ayrıca bir kümenin topoloji olup olmadığına dair çözülen örnekler, başta olmak üzere açık ve kapalı kümeler ile topoloji çeşitleri de kolay anlaşılan konulardandır. Ancak tabloya göre en az anlaşılan konuların kapalılar aksiyomu, sonlu sayılabilir kümeler ve sonlu tümleyen topolojisi olduğu görülmektedir.

Tablo 23. Reel Sayıların Alışılmış Topolojisine İlişkin Elde Edilen Veriler

		Öğrenci Sayısı
REEL SAYILAR KÜMESİNİN ALIŞILMIŞ TOPOLOJİSİ	p özelliği	1
	p özelliğinin bazı kümeler üzerinde sağlanıp sağlanmadığına bakma	1
	Rasyonel ve doğal, tam ve reel sayıların p özelliğini nasıl sağladığı	7
	Açık, yarı açık, kapalı aralıklar	1
	Açık ve kapalı kümeler	2
	Açık küme kapalı küme örnekleri	2
	Açık ve kapalı kümelerin tümleyen kümelerini bulma	2
	$\mathcal{U}$ ailesi	1
	Açıklar aksiyomuyla yapılan çözümler	1
	Açık ve kapalı aralıkların simgesel gösterimi	1
	Rasyonel ve irrasyonel sayılar arasındaki zıtlığın daha net görülmesi	1

Tablodan hareketle, p özelliğini genel olarak anlamlandırabilen öğrenci sayısının az olduğu görülmektedir. Buna rağmen sayılar kümesinin p özelliğini sağlayıp sağlamadığını inceleme konusunda öğrenci sayısının fazla olması dikkat çekmektedir. Bunun yanında öğrencilerin açık ve kapalı kümeler konusunu kolay anladığı görülmektedir. Açık ve kapalı kümeler konusuna bağlı olarak bu kümelerin tümleyenini bulma ve bu kümelerle ilgili örnekler de kolay anlaşılan konulardandır. Öğrencilerin açıklar aksiyomunu kolay anladığı göz önüne alınırsa, sorular üzerinde açıklar aksiyomuyla yapılan çözümler de kolay anlaşılmaktadır. Ayrıca yapılan günlük incelemelerinden yola çıkılarak öğrencilerin sembolizma konusunda zorluklar yaşadığı göz önüne alınırsa, açık ve kapalı aralıkların simgesel gösterimini anlamlandıran öğrenci sayısının az olması dikkat çekmektedir.

Tablo 24. Topolojilerin Karşılaştırılmasına İlişkin Elde Edilen Veriler

		Öğrenci Sayısı
TOPOLOJİLERİN KARŞILAŞTIRILMASI	$(\mathbb{R},\mathfrak{D}^{+})$ ve $(\mathbb{R},\mathfrak{D}^{-})$ ifadelerinin bir topoloji olduğunu kavrayabilme	9
	Topolojilerin karşılaştırılması	7
	Kaba ve ince topolojilerin kıyaslanması	1
	Derste çözülen örnekler	1

Tablodan hareketle topolojilerin karşılaştırılması konusu, öğrenciler tarafından kolay anlaşılan konular arasındadır. Bunun yanında öğrencilerin $(\mathbb{R},\mathfrak{D}^{-})$ ve $(\mathbb{R}, \mathfrak{D}^{+})$ ifadelerinin bir topoloji olduğunu kolay kavradıkları görülmektedir. Ancak kaba ve ince topolojilerin karşılaştırılmasını ve topolojilerin karşılaştırılması ile ilgili örnek çözümünü kolay anlayan öğrenci sayısının az olduğu görülmektedir.

Tablo 25. Komşuluk Tanımı ve Komşuluk Teoremlerine İlişkin Elde Edilen Veriler

		Öğrenci Sayısı
KOMŞULUK TANIMI VE KOMŞULUK İLE İLGİLİ TEOREMLER	Komşuluk kavramı ile ilgili verilen özellikler	5
	Komşuluk kavramı	3
	x noktasının belirlenen bir V kümesine göre komşuluğunu alma	2

Tablodan hareketle topolojinin temel kavramları arasında komşuluk kavramı, komşuluk kavramı ile ilgili özellikler ve bir noktanın komşuluğunu alma, öğrencilerin kolay anladığı konular arasında olduğu söylenebilir. Yapılan günlük incelemelerinde bu durumun sebebinin, öğrencilerin limitin tanımından komşuluk kavramına aşina olmaları olduğu görülmektedir.

Tablo 26. İç Nokta Uygulamalarına İlişkin Elde Edilen Veriler

		Öğrenci Sayısı
İÇ NOKTA UYGULAMALARI	İç nokta tanımı ve özellikleri	8
	İç küme kavramı	3
	Alışılmış uzayda iç nokta bulma	6
	”tümleyen kümesinin içine kümenin dışı denir. “ ifadesi	1
	“Kümenin içi her zaman açıktır. Açık kümelerin içi kendisine eşittir. ”ifadeleri	1
	İç nokta ile ilgili verilen 5 teorem	5

Tablodan hareketle öğrencilerin iç nokta kavramı ve iç nokta ile ilgili özellikleri kolay anladığı söylenebilir. Bunun yanında iç küme kavramı ve iç küme ile ilgili çözülen örnekler de öğrencilerin kolay anladığı konular arasındadır. Ayrıca açık küme ve iç nokta arasındaki bağıntıyı kuran öğrenciler, açık kümenin içinin kendisine eşit olduğunu da kolay anlayabilmiştir. İç küme ve iç nokta kavramlarıyla ilişkili olan bir kümenin dışı kavramı da kolay anlaşılan konulardandır.

Tablo 27. Kapanış Noktası Tanımı ve Uygulamalarına İlişkin Elde Edilen Veriler

		Öğrenci Sayısı
KAPANIŞ NOKTASI TANIMI VE UYGULAMALARI	Kapanış kümesi	1
	Kapanış noktası teoremleri	1
	Kapanış noktası bulma	4
	A'nın sağ ve sol topolojik uzaylarda kapanış noktasını bulma	1
	A={0,1}∪[2,3) örneğinde A nın kapanışını bulma	2
	Kapanış kümesinin (X,U) ve (X,τ) ya göre çözülen örnekleri	2
	(X,τ) ve A⊂X olmak üzere verilen teorem	1
	Konu ile ilgili örnekler	3
	Açık aralık içeren örnekler	1
	$\mathbb{R}$, $\mathbb{Z}$, $\mathbb{Q}$, $\mathbb{Q}^c$ sayılarının kapanışını ve yığılma noktalarını bulma	11

Tablodan hareketle kapanış noktası bulma ve kapanış noktası örneklerini kolay anlayan öğrenci sayısının fazla olması dikkat çekmektedir. Bu konulara bağlı olarak $\mathbb{R}$, $\mathbb{Z}$, $\mathbb{Q}$, $\mathbb{Q}^c$ sayılarının kapanışını ve yığılma noktalarını bulmada öğrencilerin zorlanmadıkları görülmektedir. Ancak kapanış noktası örneklerinin kolay anlaşılmasına rağmen açık aralık içeren örnekleri kolay anlayan öğrenci sayısının az olduğu görülmektedir. Bunun yanında öğrencilerin alışılmış uzayda, sağ ve sol topolojik uzayda kapanış noktası uygulamalarında zorlanmadığı görülmektedir.

Tablo 28. Yığılma Noktası Tanımı ve Uygulamalarına İlişkin Elde Edilen Veriler

		Öğrenci Sayısı
YIĞILMA NOKTASI TANIMI VE UYGULAMALARI	Yığılma noktası	2
	Yığılma noktası bulma ile ilgili A={1/n, n∈ ℕ} örneği	1
	ℝ ve ℚ’ın yığılma noktalarını bulma	1
	○ (a,b) ○ [a,b) ○ [a,b] ○ {1,2,3} ○ ℕ ○ ℚ ○ {1/n, n∈ ℕ} kümelerinin yığılma noktalarını bulmak	13
	Verilen kümenin yığılma noktasını bulmak	2

Tabloya göre yığılma noktası tanımı ve uygulamaları, öğrenciler tarafından kolay anlaşılan konulardandır. Özellikle öğrencilerin (a,b) , [a,b) ,[a,b] , {1,2,3}, {1/n, n∈ ℕ} kümelerinin yığılma noktasını bulmada zorlanmadıkları görülmektedir. Benzer şekilde sayı kümelerinin (rasyonel sayılar, reel sayılar ve doğal sayılar) yığılma noktalarını bulmanın da öğrencilerin kolay anladığı konular arasında yer aldığı görülmektedir.

Tablo 29. Kapanış Kavramı Özelliklerine İlişkin Elde Edilen Veriler

		Öğrenci Sayısı
KAPANIŞ KAVRAMI ÖZELLİKLERİ	Yığılma noktası ile kapanış noktası arasındaki ilişki	1
	$\bar{A}=\cap F_i$ ifadesinin ispatı ⇒(1 yönlü ispat)	5

Yapılan günlük incelemeleri sonucunda kapanış kavramı ile ilgili verilen $\bar{A}=\cap F_i$ ifadesinin ispatında öğrencilerin zorlandığı görülmektedir. Yapılan günlük incelemeleri sonucunda öğrencilerin çift yönlü gerektirme ile ispatlanan bu teoremin yeter şartının ispatında zorlandığı görülmektedir. Ancak bu teoremin gerek şartının ispatı öğrenciler tarafından kolay anlaşılmıştır. Bununla birlikte öğrencilerin kapanış ve yığılma noktası arasındaki ilişkiyi kolay anladığı görülmektedir.

4.4. KONUNUN ÖĞRENCİLER TARAFINDAN KOLAY ANLAŞILMASININ SEBEBİ

Tablo 30. Açıklar Aksiyomunun Örnekler Üzerinde Kolay Uygulanabilirliğine Yönelik Elde Edilen Veriler

		Öğrenci Sayısı
AÇIKLAR AKSİYOMUNU MADDELERİNİN ÖRNEKLER ÜZERİNDE KOLAY UYGULANABİLİRLİĞİ	Sadece üç madde üzerinde kümeyi değerlendirmek kolay gelmiş	1
	Sorular üzerinde çözüm aşamalarını uygulayabilmek	1
	Açıklar aksiyomunun soru çözümlerinde kullanılması	1

Tabloya göre topoloji olma şartları öğrenciler tarafından en kolay anlaşılan konular arasındadır. Bu nedenle çözülen örneklerde öğrenciler, açıklar aksiyomunun maddelerini farklı konuların örnekleri üzerinde kolay uygulayabilmişlerdir.

Tablo 31. Konu İçeriğinin Kolay Olmasına Yönelik Elde Edilen Veriler

		Öğrenci Sayısı
KONU İÇERİĞİNİN KOLAY VE ANLAŞILABİLİR OLMASI	3 maddenin örnekler üzerinde uygulanışının kolay olması	2
	(İç nokta) özelliklerin çıkarımının kolay olması (yazılmadan da düşünülerek çıkarılabilecek maddeler olması)	1
	Pratik çözümün mutlu etmesi	1
	Örneğin basit olması	1
	İçeriğin kolay olması	2
	Topolojilerin karşılaştırılmasında yapılan karşılaştırmanın fazla işlem gerektirmemesi, fazla özelliğe bakılmaması	1
	İç küme tanımının anlaşılır olması	1

Tablodan hareketle konu içeriğinin kolay olması öğrencilerin daha az zorluk yaşamasını sağlamıştır. Bu çerçevede topolojinin en kolay konuları aralarında değerlendirebileceğimiz açıklar aksiyomu maddeleri ve uygulamaları, iç nokta tanımı ve özellikleri, topolojilerin karşılaştırılması konularında öğrencilerin daha az zorluk yaşadığı görülmektedir. Ayrıca tanımların açık ve anlaşılır olması veya basit düzeyde çözülen örnekler de öğrencilerin daha kolay anlamasını sağlamaktadır.

Tablo 32. Konunun Örnek Çözümü İle Pekiştirilmesine Yönelik Elde Edilen Veriler

		Öğrenci Sayısı
KONUNUN ÖRNEK ÇÖZÜMÜ İLE PEKİŞTİRİLMESİ	Yığılma noktası ve kapanış noktası ile ilgili çözülen karşılaştırmalı örnekler	1
	Hocanın somut örnekler kullanarak açıklaması	1
	Bol örnek çözülmesi	6
	Kapanış noktası ile ilgili birçok küme üzerinde yapılan incelemeler.	1
	Örnek çeşitliliğinin fazla olması	1

Tabloya göre topoloji dersinde örnek çözümünün, konunun anlaşılırlığını arttırdığı görülmektedir. Bu anlamda öğretmenin konuyla ilgili çözdüğü somut örnekler veya farklı tarzda yapılan örnekler konunun anlaşılmasını olumlu yönde etkilemiştir. Yapılan günlük incelemeleri sonucunda öğrencilerin kapanış noktası ile ilgili zorluk yaşamaları göz önünde bulundurulduğunda; öğretmenin kapanış noktası ve yığılma noktası ile ilgili karşılaştırmalı örnek çözmesi, bu konunun daha iyi anlaşılmasını sağlamıştır. Bunun yanında kapanış noktası ile ilgili farklı kümeler üzerinde yapılan incelemelerin de bu konunun anlaşılmasına katkıda bulunduğu söylenebilir.

Tablo 33. Konunun Sayı Doğrusu Üzerinde Gösterilerek Anlatılmasına Yönelik Elde Edilen Veriler

		Öğrenci Sayısı
KONUNUN SAYI DOĞRUSU ÜZERİNDE GÖSTERİLEREK ANLATILMASI	Öğretmenin sayı doğrusu kullanarak somutlaştırması	1
	Sayı doğrusu üzerinde gösterim	1
	Örnekleri sayı doğrusu üzerinde göstererek çözme	1
	Sayı doğrusu üzerinde yapılan gösterimler aracılığıyla min. ve max. noktalarının görülmesi	1
	Sağ ve sol topolojileri sayı doğrusu üzerinde zihinde canlandırabilme	1
	Hocanın sayı doğrusu üzerinde anlatması	2
	Öğretmenin sayı doğrusunda göstermesi	1
	Hocanın sayı doğrusu veya şekil çizerek göstermesi	3
	Gözle görülebilir (tahmin edilebilir) elemanlar olması	1

Tabloya göre konunun sayı doğrusu üzerinde gösterilerek anlatılması, konunun anlaşılırlığına olumlu yönde etki etmiştir. Yapılan günlük incelemeleri sonucunda öğrenciler bir tanımın, teoremin ya da örneğin çözümünü sayı doğrusu üzerinde gördüklerinde daha kolay somutlama yapabildiklerini ifade etmişlerdir. Öğrenciler sağ ve sol topolojileri sayı doğrusu üzerinde görerek konuyu zihinde canlandırabilmişlerdir. Benzer şekilde max. ve min. noktalarının sayı doğrusu üzerinde gösterilmesi öğrencilerin daha kolay kavramasını sağlamıştır.

Tablo 34. Topolojinin Farklı Konuları Arasında Benzerlik Kurulmasına Yönelik Elde Edilen Veriler

		Öğrenci Sayısı
TOPOLOJİNİN FARKLI KONULARI ARASINDA BENZERLİK KURULMASI	*(kapanış noktası teoremleri)* İç nokta teoremleri ile benzer olması	1
	(*iç nokta özellikleri*) analiz dersinde görülen kümelerin Boole cebiri ile ilgili yazılan özelliklerle benzer olması	1
	(iç nokta özellikleri) Daha önce karşılaşılan ifadelere benzemesi	1
	Sağ ve sol topolojinin alt küme kavramıyla benzer olması	1
	(komşuluk kavramı) Verilen özelliklerin ilk üçünün açıklar aksiyomuna benzer olması	3

Yapılan günlük incelemeleri sonucunda öğrencilerin topolojinin farklı konuları arasında benzerlik kurması ile konuların daha iyi anlaşıldığı görülmüştür. Tablodan hareketle komşuluk kavramı teoremlerini açıklar aksiyomu özelliklerine benzettiği için kolay anlayan öğrenci sayısının fazlalığı dikkat çekmektedir. Bunun yanında kapanış noktası ile ilgili teoremlerin ve iç nokta teoremlerinin benzer olması bu durumu açıklamaktadır. Sağ ve sol topolojinin alt küme kavramına benzemesi de bu durumu açıklayan örnekler arasındadır.

Tablo 35. Öğrenilen Konuların Analiz Dersi Konularıyla İlişki Kurularak Anlaşılmasına Yönelik Elde Edilen Veriler

		Öğrenci Sayısı
ÖĞRENİLEN KONULARIN ANALİZ DERSİ KONULARIYLA İLİŞKİ KURULARAK ANLAŞILMASI	Genel matematik ve soyut matematik bilgileri sayesinde zorlanmadığını düşünmektedir.	1
	Analiz dersinde de aynı konunun görülmüş olması	2

Tablodan hareketle öğrenciler topoloji konularını; genel matematik, soyut matematik ve analiz dersindeki konuları birbiriyle ilişkilendirerek topolojiyi daha kolay anlayabilmektedir.

Tablo 36. Teorem ve İspat Maddelerinin Açıklanması ve Yorumlanmasına Yönelik Elde Edilen Veriler

		Öğrenci Sayısı
TEOREM VE İSPAT MADDELERİNİN AÇIKLANMASI VE YORUMLANMASI	Hocanın ispatları mantığını vererek anlatması	1
	Hocanın şema ile anlatması ve tek tek ispatını yapması	1
	(A'nın içi ve A ile ilgili yazılan özelliklerden 1. sini çift yönlü kapsama ile ispat) Çift taraflı ispat yapılması	1
	İlk maddeyi daha önce görülen A'nın açık küme olması için gerek ve yeter şart $A^{\circ} = A$ ifadesiyle bağdaştırma, diğer teoremlerin ayrıntılı ispatlanması	1

Yapılan günlük incelemelerinde öğrenci ifadelerine dayanarak topoloji dersinde yer alan teorem ve ispat yapılarının öğrencilerin en çok zorlandığı konular arasında olduğu söylenebilir. Çünkü öğrenciler topolojinin soyut yapısından dolayı teorem ve ispatları kavrayamayacaklarını düşünmektedir. Bu nedenle tabloda da belirtildiği üzere öğretmenin ispat basamaklarını ayrıntılı şekilde açıklaması, öğrencilerin bu yapıları daha iyi anlamasını sağlayacaktır.

Tablo 37. Kavramlar Arası Bağdaştırma Yapılmasına Yönelik Elde Edilen Veriler

		Öğrenci Sayısı
KAVRAMLAR ARASI BAĞDAŞTIRMA YAPILMASI	*(iç küme örnekleri)* Komşuluk kavramının öğrenirken kullanılan ifadelerle bağdaştırma	1
	Topoloji kavramını aile ile bağdaştırmak	1
	(sağ topolojiye göre iç bulma sorusu) Bu soruda sonuç aralığının sorudaki noktalarla olan ilişkisini fark etme	1

Yapılan günlük incelemeleri sonucunda topolojinin farklı konuları arasında yapılan bağdaştırmaların, öğrencilerin konuyu daha kolay anlamlandırmasına yardımcı olduğu görülmektedir. Örneğin iç küme örnekleriyle komşuluk kavramını bağdaştıran öğrenci, komşuluk kavramını daha kolay kavramaktadır. Benzer şekilde topoloji kavramını aile kavramıyla bağdaştıran öğrencinin topolojiyi daha kolay anlamlandırdığı görülmektedir.

Tablo 38. Öğretmenin Öğretilen Konuya Dair Kavramlar Arasında İlişki Kurarak Anlatmasına Yönelik Elde Edilen Veriler

		Öğrenci Sayısı
ÖĞRETMENİN ÖĞRETİLEN KONUYA DAİR KAVRAMLAR ARASINDA İLİŞKİ KURARAK ANLATMASI	p özelliğinin "bir aralıkta sonsuz tane irrasyonel sayı vardır " ifadesiyle daha iyi anlaşılması	1
	(iç nokta özellikleri) Tanım ve ilk maddeye bağlı olarak diğer maddelerin de ispatlanması	1
	(A={1/n, n∈ ℕ} örneği) sıfır noktasının yığılma noktası olduğunun kesişimlerle açıklanması	1
	Açıklık ve kapalılığı ifadenin tümleyenini alarak çözme	3
	(kapanış ve yığılma noktası bulma örnekleri) Öğrencinin yığılma noktası konusunu iyi kavradığını düşünmesi	1
	Açık küme ve kapalı kümenin birbirinin tam tersi olması	1

Tablodan hareketle öğretmenin topoloji konuları arasında ilişki kurması konunun anlaşılmasına yardımcı olmaktadır. Örneğin; öğretmenin bir kümenin açık veya kapalı olma durumunu tümleyen yardımıyla çözmesi veya bu durumların birbirinin tersi olduğunu fark etmesi, açıklık ve kapalılık durumlarının daha kolay anlaşılmasını sağlamıştır. Öğretmenin kapanış noktası ve yığılma noktası arasında ilişki kurarak anlatması da öğrencilerin kapanış noktasını anlamlandırmasını kolaylaştırmıştır. Benzer şekilde iç nokta özelliklerinde maddeler arasında kurulan ilişki bu özelliklerin ispatını kolaylaştırmıştır.

Tablo 39. Konunun Şekil veya Modeller Üzerinde Açıklanarak Anlatılmasına Yönelik Elde Edilen Veriler

		Öğrenci Sayısı
KONUNUN ŞEKİL VEYA MODELLER ÜZERİNDE AÇIKLANARAK ANLATILMASI	Hocanın kaba ve ince topolojiyi insan üzerinden anlatması	1
	Hocanın şekil üzerinden göstererek anlatması	1

Yapılan günlük incelemelerinden yola çıkılarak, topoloji dersinde şekil veya modellemelerden yararlanılmasının, öğrencinin konuyu somutlaştırmasını sağladığı sonucuna ulaşılabilir. Bu nedenle öğrenci, şekil üzerinde anlatıldığında konuyu daha iyi anlamaktadır. Örneğin, öğretmenin kaba ve ince topolojiyi insan üzerinden anlatması, öğrencinin konuyu daha kolay anlamasını sağlamıştır.

Tablo 40. Ders Sonrasında Konu İle İlgili Bilişsel Etkinlik Yapılmasına Yönelik Elde Edilen Veriler

		Öğrenci Sayısı
DERS SONRASINDA KONU İLE İLGİLİ BİLİŞSEL ETKİNLİK YAPILMASI	Soruyu arkadaşının anlatması	1
	Günlük yazma sayesinde kolay anlaşılmıştır.	2
	Evde yapılan tekrar	2
	Quizde benzer sorunun çıkması	1

Tabloya göre derste kullanılan öğretim yöntem ve tekniklerin yanı sıra öğrencinin ders dışı yaptığı bilişsel etkinlikler de konunun anlaşılırlığına pozitif yönde etki edebilmektedir. Örneğin derste çözülen soruyu anlamayan öğrencinin arkadaşı yardımıyla soruyu anlaması bu durumu açıklamaktadır. Benzer şekilde öğrenciler, derste anlamadığı konuları evde yapılan tekrarlar sayesinde daha iyi anladıklarını belirtmişlerdir. Bu anlamda yazılan günlüklerin öğrencilerin o gün işlenen konuları tekrar etmesine katkıda bulunduğunu söylemek mümkündür.

BEŞİNCİ BÖLÜM

5. TARTIŞMA

5.1. ÖĞRENCİ ZORLUKLARI VE NEDENLERİ

Öğrencilerin, açıklar aksiyomu ile ilgili güçlükleri olup olmadığını belirlemek için günlüklere yazdığı ifadeler incelendiğinde, sayılabilir kümeler ve sonlu kümeler ile ilgili daha fazla zorluk yaşadıkları tespit edilmiştir. Burada öğrencinin sonlu ve sayılamayan kümelerdeki eleman sayısını öngöremediğinden bilgiyi somutlaştıramadığı görülmektedir. Ünan ve Doğan (2011) ‘ın yaptığı çalışmada da öğrencilerin, sayılabilir sonsuz ve sayılamayan sonsuz elemanlı kümeye örnek modeller oluşturmaları istendiğinde, sınırlı bir yapıda sonsuz bir kavram oluşturabilme düşüncesinden dolayı istenilen başarıyı gösterememesi bu bulguyu destekler niteliktedir.

Reel sayıların alışılmış topolojisi ile ilgili öğrenci zorlukları incelendiğinde, öğrencilerin p özelliği ile ilgili daha fazla zorluk yaşadığı göze çarpmaktadır. Yapılan günlük incelemeleri sonucunda, öğrencilerin komşuluk ve p özelliği ile ilgili bağlantıyı kuramadığı için zorluk yaşadığı görülmektedir.

İç nokta ve özellikleri ile ilgili öğrencilerin tanım verilen yerde daha fazla zorluk yaşadıkları tespit edilmiştir. Özellikle iç nokta tanımında geçen sembolik ifadelerin fazla olması, öğrencinin tanımı anlamasını zorlaştırmaktadır. Bu nedenle öğrencilerin tanım verilen yerlerde yeterince somutlama yapamadığı görülmektedir.

İç nokta uygulamalarına dair zorluklar göz önüne alındığında, öğrencilerin iç nokta ile ilgili soruları alışılmış uzaya göre çözmede zorlanmadıkları ancak sağ veya sol topolojiye göre çözülmesi istendiğinde zorluk yaşadığı görülmektedir. Bu durumun nedenleri arasında sağ ve sol topolojide yaşanan bilgi eksikliği öne çıkmaktadır. Çünkü sağ ve sol topoloji kavramlarını eksik ya da yanlış öğrenen öğrenciler, bu kavramları birbiri ile karıştırmakta veya çözüm aralığı ile soruda verilen noktalar arasındaki ilişkiyi kuramamaktadır. Bu durum iç nokta kavramının anlamlı öğrenilmesi için sağ ve sol topoloji kavramlarının yorumlanmasının önemli olduğunu ortaya koymaktadır.

Öğrencilerin kapanış noktası ile ilgili yaşadığı zorluklar incelendiğinde, kapanış noktası tanımını kafa karıştırıcı ve soyut bir tanım olarak nitelendirdikleri görülmektedir. Dolayısıyla tanımı anlamlandıramayan öğrenci kapanış noktası uygulamalarında da zorluk yaşamaktadır. Benzer şekilde kapanış noktası tanımını anlayamayan öğrencinin, kapanış noktası ile yığılma noktası veya iç nokta arasında ilişki kuramadığı görülmektedir. Bu nedenle öğrencilerin tanımda yer alan ifadeleri kavraması, konunun diğer hatlarının anlaşılması noktasında önem taşımaktadır.

5.2. ÖĞRENCİLER TARAFINDAN KOLAY ANLAŞILAN KONULAR

Topoloji dersi için öğretmen adaylarına verilen eğitim süreci genel olarak değerlendirildiğinde, açıklar aksiyomu en kolay anlaşılan konuların başında gelmektedir. Özellikle açıklar aksiyomu ile ilgili maddeler ve bu maddelerin farklı sorular üzerinde öğrenciler tarafından kolay uygulanabildiği görülmüştür. Ayrıca topoloji çeşitleri ile birlikte açık-kapalı kümeler ve bu kümeler ile ilgili örnekler de kolay anlaşılan konular arasındadır. Bunun yanında sayılamayan kümeler konusu öğrencilerin en çok zorlandığı konular arasında olmasına rağmen sayılabilen kümelerde zorluk yaşanmadığı gözlenmiştir.

Reel sayıların alışılmış topolojisinde öğrencilerin p özelliğinin tanımı ve uygulamalarını kolay anladığı gözlenmiştir. Öğrencilerin p özelliğini; doğal, reel ve tam sayılar üzerinde kolayca uygulayabilmesinin yanında farklı kümelerin de p özelliğini sağlayıp sağlamadığını da bulabildikleri görülmüştür.

Öğrencilerin topolojilerin karşılaştırılması konusu ile ilgili olarak sağ ve sol topoloji tanımları, $(\mathbb{R},\mathfrak{D}^-)$ ve $(\mathbb{R}, \mathfrak{D}^+)$ ifadelerinin bir topoloji olduğunu kolay anladığı görülmüştür. Bunun yanında kaba ve ince topolojiler de kolay anlaşılan konular arasındadır.

Komşuluk kavramı ve komşuluk özellikleri öğrencilerin kolay anladığı konuların başında gelmektedir. Bu bağlamda öğrencilerin komşuluk özellikleri ile ilgili olarak "$\forall V \in V(x) \quad \exists W \in V(x) \quad \forall V \in W$ için $V \in V(y)$ " maddesini anlamakta zorlanmasına rağmen diğer maddeleri kolaylıkla anlayabildikleri görülmüştür. Ayrıca öğrencilerin; belirlenen bir noktanın, herhangi bir kümeye göre komşuluğunu almada zorlanmadıkları gözlemlenmiştir.

İç nokta uygulamaları ile ilgili olarak öğrencilerin iç nokta tanımı ve özelliklerini kolay bulduğu gözlemlenmiştir. Öğrencilerin sağ ve sol topolojiye göre iç nokta bulma sorularında zorlandığı gözlemlenirken, alışılmış uzaya göre iç bulma sorularını rahatlıkla çözebildikleri görülmüştür. Bunun yanında öğrencilerin iç nokta ile ilgili verilen teoremleri kolay anladığı ve bu teoremleri öğretmen yardımı olmaksızın ispatlayabildikleri görülmüştür.

Yapılan günlük incelemeleri sonucunda, öğrencilerin genel olarak kapanış noktası tanımı ve örneklerini kolay anladıkları görülmüştür. Bulgular yorumlandığında öğrencilerin $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$, $\mathbb{Q}$, $\mathbb{Q}^c$,$\mathbb{R}$ sayılarının kapanışını ve yığılma noktalarını zorlanmadan buldukları görülmüştür. Ayrıca yığılma noktası tanımı ve örneklerini kolay anlayan öğrencilerin kapanış noktası bulma ile ilgili sorularda zorlanmadığı gözlenmiştir. Bu anlamda öğrencilerin kapanış noktası ve yığılma noktası arasındaki ilişkiyi anlaması, bu konunun anlamlandırılması noktasında önem taşımaktadır.

Kapanış kavramı özellikleri ile ilgili olarak, öğrencilerin $A=\bar{A}=\cap F_i$ ifadesinin 2 yönlü ispatında ($\cap F_i \subseteq \bar{A}$ $\quad A \cap {F_i}^c$ ve $x \notin \bar{A}$ $\quad \forall x \cap = \emptyset$ $\qquad A \subseteq V(x)^c$) zorluk yaşamalarına rağmen bu ispatın birinci basamağını kolay anladığı görülmüştür.

5.3. KONUNUN DAHA İYİ ANLAŞILMASINA YÖNELİK ÖĞRENCİ ÖNERİLERİ

Araştırma sonuçlarına göre açıklar aksiyomu ve uygulamaları öğrencilerin topolojide en az zorlandığı konular arasında gösterilmektedir. Bunun sebebi öğrencilerin, açıklar aksiyomu maddelerini örnekler üzerinde kolay uygulayabilmesidir. Konunun içeriğinin kolay olması da öğrencilerin konuyu daha rahat anlamasını sağlamaktadır. Benzer şekilde öğrenciler; iç nokta, iç nokta uygulamaları ve topolojilerin karşılaştırılması konularını kolay buldukları için, bu konunun anlamlandırılmasında ve uygulamasında daha az zorluk yaşamaktadır.

Topolojinin soyut yapısı bu dersin anlaşılmasını olumsuz yönde etkilemektedir. Bu bağlamda örnek çözümünün çoğaltılması ve konuyu somutlaştırma, dersin anlaşılırlığını artırma yönünde olumlu etki yaratmaktadır. Farklı örnekler üzerinde yapılan farklı uygulamalar sayesinde öğrenciler için konu daha anlaşılır hale gelmektedir. Örneğin, aynı sorunun alışılmış uzay dışında sağ ve sol topoloji üzerinde çözülmesi, öğrencilere konu ile ilgili farklı bakış açısı kazandırmakla birlikte konunun daha kolay anlaşılmasını sağlamaktadır.

Topolojinin sarmal yapıda bir ders olduğu göz önüne alındığında, bu dersin öğretiminde kullanılan yöntem ve teknikler, topolojinin içeriğinin anlaşılmasında büyük rol oynamaktadır. Örneğin topoloji öğretiminde, bilinenden bilinmeyene ve basitten karmaşığa doğru bir anlatım yöntemi kullanılmasıyla konunun daha iyi anlaşıldığı görülmüştür. Ayrıca öğrencilerin ispat adımları arasındaki geçişleri yapamadığı göz önüne alındığında, ispat adımlarında bilinen kavramlardan yola çıkılarak ispat yapılması, öğrencilerin adımlar arasında bağlantı kurmayı kolaylaştırmıştır.

Sembolizma, öğrencilerin topolojide zorluk yaşamasının sebeplerinin başında gelmektedir. Bu nedenle bu ifadelerin anlamının sadece sözel ifade edilmesi, öğrencilerin konuyu anlaması için yeterli olmamaktadır. Bu bağlamda topoloji öğretiminde; simgelerin ya da bilinmeyen karakterlerin anlamını sözel ifade etmenin yanında, hangi karakterin ne anlama geldiğinin yazılması, öğrencilerin konuyu daha iyi anlamlandırmasını sağlamıştır.

Eğitim ve öğretim sürecinin en önemli unsurlarından biri olan hazırbulunuşluk, topoloji dersinin eğitimi ve öğretimi sürecinde de büyük rol oynamamaktadır. Diğer bir deyişle, öğrencilerin önbilgilerinin güncel tutulması, öğretimin sağlıklı yapılabilmesi açısından önem taşımaktadır. Bu bakımdan bir konunun öğretimine başlamadan önce, bu konuyla ilgili önceki öğrenmelerle kazanılmış olması gereken davranışların öğrencilerde var olup olmadığına bakılmalıdır (Baykul, 1995). Nitekim öğrencilerin hazırbulunuşluk düzeyinin düşük olması, konuyu anlamlandırmalarını olumsuz etkilemiş ve zorluk yaşamalarına sebep olmuştur. Literatürde Tuna ve Kaçar (2005) 'ın yaptığı çalışmada İlköğretim Matematik Öğretmenliği programına başlayan öğrencilerin matematik konularındaki hazırbulunuşluk düzeylerinin "zayıf" olması da araştırmamızın bulguları ile tutarlılık göstermektedir. Sonuç olarak, topoloji dersinin öğretimi sürecinde yapılan gözlemler neticesinde şu yargılara ulaşılmıştır:

➢ *Öğretmenin önceki dersler ile ilgili konu tekrarı yaparak derse başlaması ile yeni bilgilerin daha iyi bir temele kurulmasını sağladığı görülmüştür.*

➢ *Öğretmenin derse girişte anlatılacak konunun başlıklarını ana hatlarıyla sunmasının, öğrencilerin dikkatini artırmada olumlu etkide bulunduğu gözlenmiştir.*

Araştırmacılar serbest etkinliklerin öğrenciyi bilişsel, duyuşsal ve akademik yönden olumlu etkilediğini belirtmişlerdir (Atalay & Gültekin, 2014). Bu bağlamda eğitsel oyun oynanması veya konunun farklı aktivitelerle zenginleştirilmesi, öğrencilerin derse dikkatini çekmekle birlikte, dersi daha eğlenceli hale getirmektedir. Bu sonuç, öğrenme ortamlarında farklı yöntemler (*Eğitsel oyunlar, Karikatürler, Bilgisayar destekli uygulamalar, Somut materyaller*) kullanılarak gerçekleştirilen öğretimin eğlenceli olduğunu ve dolayısıyla derse katılımı arttırdığını belirten Erdem (2015) ‘in çalışmasıyla paralellik göstermektedir.

Matematiksel modelleme son yıllarda önem kazanan bir yaklaşımdır. Bu nedenle öğretmenlerden derslerinde matematiksel modellemeye yer vermeleri beklenmeye başlanmıştır. Çünkü matematiksel modelleme etkinlikleri, öğrencilerin problem durumuna uygun temsil biçimlerini kullanmalarına, ilişkili kavramları kullanarak kendi matematiksel yapılarını inşa etmelerine olanak sağlamaktadır (Biber ve Özdemir, 2015). Nitekim yapılan araştırmada topoloji dersinin, şekiller ve modeller üzerinden anlatıldığında öğrenciler tarafından daha kolay anlaşılması, bu düşünceyi destekler niteliktedir. Özellikle sayı doğrusu veya şema çizilerek konunun anlatılması, öğrencilerin dersi somutlaştırmasına yardımcı olmakla birlikte öğretmen için de anlaşılmayan yerleri anlatmada yardımcı olmuştur.

Araştırmanın bulguları öğrenci zorluklarının öğretmenden kaynaklanabildiğini de ortaya koymaktadır. Bu anlamda düşünüldüğünde öğretmenin konuyu anlatım şeklinin, konunun anlaşılması üzerine olumlu veya olumsuz etkileri bulunmaktadır. Bu nedenle öğretmenin konunun yapısına göre anlatım şeklini belirlemesi gerekmektedir. Öğrencilerin anlamadığı veya zorlandığı yerlerde daha yavaş bir anlatım şeklinin tercih edilmesinin veya konu anlatımında açık ve anlaşılır bir dil kullanılmasının, konunun anlaşılmasında olumlu yönde etki ettiği gözlenmiştir.

5.4. SEMBOLİZMA

Sembolizm, matematiğin temellerinden biridir. Ancak matematiğin sembolik dili genellikle öğrencileri zorlamaktadır. Bizim için anlamlı olan ifadeler ve semboller öğrencilere yabancıdır. Sonuç olarak, birçok öğrenci matematiksel düşünceleri ifade etmek, kavramları yansıtmak ya da matematiksel fikirleri genişletme konusunda zorluk yaşamaktadır (Rubenstein and Thompson, 2001). Nitekim yapılan günlük araştırmaları, öğrencilerin sembolizma ile ilgili zorluk yaşadığını ortaya koymaktadır. Öğrencilerin sembolizma ile ilgili yaşadığı zorlukları 4 başlık altında incelemek mümkündür:

- *Benzer sembollerin bir arada kullanılması:* “öyle ki” anlamına " ∋ " ile “elemanıdır” anlamına gelen ‘∈’ simgelerinin yan yana kullanılması bu duruma örnek olarak gösterilebilir.
- *Tanım, teorem veya özelliklerde alışılmışın dışında ifadeler kullanılması:* Komşuluk özelliklerinde geçen W ve y gibi alışılmışın dışında bilinmeyenlerin kullanılması bu duruma örnek olarak gösterilebilir.
- *Tanım, teorem veya özelliklerin fazla harf veya sembol içermesi*: Kapanış noktası ile ilgili verilen teoremde ve ispat adımlarında çok fazla harflendirmenin olması bu duruma örnek olarak gösterilebilir.
- *Öğrencinin sembolleri önceki bilgileri ile bağdaştırması:* Öğrencilerin topolojilerin karşılaştırması konusunda limitte belirtilen + ve – sembollerinin kullanım yeri ile topolojideki + ve – sembollerinin kullanım yerini karıştırmaları bu duruma örnek olarak gösterilebilir. Burada öğrenciler sağ topolojiyi limitteki sağdan yaklaşım olarak, sol topolojiyi de limitteki soldan yaklaşım olarak düşündüklerinden dolayı; sağ topolojiyi + , sol topolojiyi – yazma eğilimindedirler. Bu nedenle öğrencilerin sağ ve sol topolojinin tanımı ve sembollerin anlamlandırılması ile ilgili güçlükler yaşadığı tespit edilmiştir.

Literatürde Ural (2014), Gökbaş ve Erdoğan (2016)’ın çalışmalarında öğrencilerin fonksiyon kavramı ve bu kavramın notasyonel zorlukları ele alınmıştır. Araştırma sonucunda notasyonel karmaşıklığın, fonksiyon kavramını anlamayı zorlaştıran önemli bir unsur olduğu tespit edilmiştir. Benzer şekilde Narlı (2010) çalışmasında, öğrencilerin topoloji dersinin temelini oluşturan sembolizmada eksiklikler yaşadığını ve bu nedenle öğrencinin konuyu anlamasının zorlaştığını ortaya koymuştur. MacGregor ve Stacey (1997) ise çalışmasında, öğrencilerin cebirsel harfleri, genelleştirilmiş sayılar veya belirli bilinmeyenler olarak yorumlayamadığını ve dolayısıyla zorluklar yaşadığını belirtmiştir. Bu bağlamda öğrencilerin sembolizma ile ilgili zorlukları göz önüne alındığında, literatürde yer alan bu çalışmaların araştırma bulgularını destekler nitelikte olduğu görülmektedir.

5.5. İSPAT

İspat becerisi lisans matematik öğrencileri için oldukça önemlidir. Nitekim *2015 CUPM Curriculum Guide to Majors in the Mathematical Sciences (Matematik Bilimlerinde Uzmanlara Yönelik Müfredat Klavuzu)* şu öneriyi içermektedir: “Matematik bilimlerinde uzmanlaşan öğrenciler, ana dalda ilerlerken derinlemelesine artan ispatları okumayı, anlamayı, analiz etmeyi ve üretmeyi öğrenmelidir.” (Schumacher & Siegel, 2015, p. 11). Matematiksel ispat, hem matematiğin hem de matematik eğitiminin önemli bir elemanıdır (Güven, Çelik, ve Karataş, 2005, akt. Gökkurt ve Soylu, 2012). Bunun yanında ispatlar, öğrencilerin kavramları daha iyi anlamasını ve sonuçlara inanmasını sağlar. Ayrıca, matematiksel düşünce yapısını geliştirir. Bu kapsamda öğrenciler, ispatlar sayesinde matematikçilerin yaptıkları şeylerin ne anlama geldiğini öğrenirler (İmamoğlu, 2010, akt. Gökkurt ve Soylu, 2012). Yapılan çalışmada öğrencilerin ispat ile ilgili zorlukları iki temel sebebe dayanmaktadır:

- İspat adımları arasında bağlantı kurulamaması
- İspat yöntemleri

İspat adımları arasında bağlantı kurulamaması: Öğrenciler, kapanış noktası özellikleri ile ilgili olarak $\bar{A}=\cap F_i$ $A\subseteq F_i$ F_i (kapalı) teoreminin ispatında zorluk yaşamışlardır. Bunun sebebi öğrencilerin ispat adımları arasında geçişleri yapamaması ve ispat adımları arasında ilişkiler kurarak sonraki adımları öngörememesidir. Öğrencilerin topolojide kavramsal ve sembolik bilgi eksikliği de öğrencilerin bu zorluğu yaşamalarına sebep olmaktadır.

İspat yöntemleri: Kapanış noktası özellikleri ile ilgili olarak $\bar{A}=\cap F_i$ $A\subseteq F_i$ F_i (kapalı) teoreminin ispatının olmayana ergi yöntemi kullanarak yapılması öğrencilerin bu ispatı anlamlandıramamalarına sebep olmuştur. Hâlbuki öğretmen adayı bu öğrenciler, bir iddianın ispatının olmayana ergi yöntemiyle yapılabileceğini, üniversite eğitimleri hatta lise eğitimleri süresince görmektedirler (Dede ve Argün, 2004). Yaşanan bu zorluklar temele alındığında iki gerekçe öne çıkmaktadır. Bunların ilki, kavramın tarihsel gelişim sürecinde geçtiği aşamalar, bu süreçte karşılaşılan zorluklar ve kavramın ifadesinde matematiksel olarak anlamlandırılması güç olan noktalar gibi parametreler üzerinden değerlendirilebilir (Özmantar, Bingölbali ve Akkoç, 2008; Erbaş, Çetinkaya ve Ersoy, 2009). Diğeri ise matematiksel ifadelerin karışık olmasının öğrencilerin anlamasını zorlaştırmasıdır.

Yapılan günlük incelemeleri ve yaşanan zorluklar göz önüne alındığında, öğrencilerin ispat yapabilme yeterlilikleri açısından istenen düzeyde olmadıkları görülmektedir. Benzer şekilde literatürdeki birçok araştırmada, öğrencilerin matematiksel ispat yapabilme becerilerinin düşük seviyede olduğu görülmektedir (Gökkurt ve Soylu, 2012; Moralı, 2006). Örneğin, Gökkurt ve Soylu (2012)'nin yaptığı çalışmada öğrencilerin ispat yapabilmede, kendilerine güvenmede, kararsız kaldıkları görülmüştür. Moralı vd.(2006)'nın yaptığı çalışma, öğretmen adaylarının, ispat yapmanın matematik ve matematik öğretimi açısından önemini bilmedikleri ve üzerine düşünmediklerini göstermektedir. Baker (1996), 40 lise ve 13 üniversite öğrencisi ile yaptığı çalışmasında öğrencilerin ispat yaparken yaşadığı bilişsel zorlukları araştırmıştır. Araştırma sonucunda öğrencilerin genel olarak hatalı hesaplamalar yapmaları ve cebirsel ifadeleri yanlış yorumlama sebepleriyle zorluklar yaşadığını ortaya koymuştur. Moore (1994), çalışmasında literatürde var olan güçlüklerden yararlanarak öğrencilerin ispat yaparken yaşadıkları bu güçlükleri; tanımları ifade edememe, kavramların anlamlarını sezgisel olarak anlayamama, kavram imajlarını ispat yaparken kullanamama, genelleme ve örnek kullanımı eksikliği, tanımlardan nasıl bir ispat yapısı kullanacağını bilmeme, matematiksel dil ve notasyonları anlayamama ve ispata nasıl başlayacağını bilememe şeklinde yorumlamıştır. Gibson (1998) çalışmasında, öğrencilerin matematiksel ispat konusunda yaşadıkları zorlukların matematiksel ispatın doğasını ve kuralları anlama, kavramsal anlama, ispat teknikleri ve stratejiler ve biliş kaygısı nedeniyle yaşandığını ileri sürmektedir. Weber (2006), öğrencilerin matematiksel ispatla ilgili yaşadıkları zorlukları; ispat hakkında sahip oldukları kavramsal bilginin yetersiz olması, bir kavramı ya da bir teoremi yanlış anlama ve ispat için strateji geliştirmede yetersiz olmalarına dayandırmaktadır.

ALTINCI BÖLÜM

6. SONUÇ VE ÖNERİLER

Bu çalışmada, öğretmen adaylarının topolojide temel kavramlar konusunda yaşadığı zorluklar belirtilmiş ve bu zorluklar epistemolojik, psikolojik ve pedagojik bağlamda incelenmiştir. Çalışmanın bu kısmında ise öğrenci günlüklerinden elde edilen bulgulara dayanarak sonuçlar ve bu sonuçlara göre bir takım önerilere yer verilecektir.

6.1. SONUÇ

Topolojinin temel kavramlarına ilişkin yaşanılan zorlukların incelendiği bu araştırmada öğrencilerin yaşadığı epistemolojik zorluklar değerlendirildiğinde, sembolizma öne çıkmaktadır. Topoloji yapısı ve doğası gereği, içinde birçok sembol barındırmaktadır. Bu nedenle öğrencinin topolojiyi kavrayabilmesi için bu sembolleri tanıması ve anlamlandırabilmesi gerekmektedir. Araştırma bulguları incelendiğinde öğrencilerin tanım içeren yerlerdeki ve teorem ispatlarındaki sembolleri anlamlandıramadığı görülmüştür. Bu durumun arkasında yatan başlıca sebep, öğrencilerin topoloji dersi içeriğinde yer alan sembollere aşina olmamasıdır. Bununla beraber tanım, teorem ve özelliklerde yer alan terimlerin fazla olması da öğrencilerin zorluk yaşamasına sebep olmuştur.

Topolojinin öğrenciler tarafından soyut bir ders olarak nitelendirilmesi de epistemolojik zorlukların başında gelmektedir. Araştırma bulguları incelendiğinde kapanış noktası tanımı, komşuluklar ailesi ve alışılmış uzayı kavramakta zorlanan öğrencilerin aslında bu kavramları soyut bulduklarından dolayı anlayamadığı görülmüştür. Benzer şekilde tanımlarda veya örneklerde geçen sonsuz kavramının da öğrencilerin zorluk yaşamasına sebep olduğu belirlenmiştir. Günlükler incelendiğinde öğrencilerin soyut olarak nitelendirdikleri kavramları, öğretmenin örnek çözmesi veya şekillerle ifade etmesiyle somutlaştırdıkları görülmüştür.

Öğrencilerin topolojiyi zor ve karışık bir ders olarak nitelendirmesi de epistemolojik zorluklar arasında yer almaktadır. Özellikle kapanış noktası ve komşuluk tanımlarının karmaşık ve zor olmasının, öğrencilerin bu konularda zorluk yaşamasına sebep olduğu görülmüştür.

Öğrencilerin dersin son dakikalarında dikkatinin dağılması psikolojik nedenler arasında gösterilmektedir. Bu nedenle dersin sonunda işlenen bilgilerin öğrenciler tarafından tam olarak özümsenemediği görülmüştür. Benzer şekilde arka sıralarda oturan öğrencilerin, dikkat dağınıklığı veya odaklanma problemi yaşamaları öğrencilerin konuyu anlamlandırmasını zorlaştırmıştır.

Matematiksel kavramların arka planındaki anlamı görebilme ve bu kavramlar arası ilişkileri anlayabilme, kavramların mümkün mertebe günlük hayatla ve farklı disiplinlerle ilişkilendirilerek somutlaştırma yoluna gidilmesi ile olabilir (Özyıldırım Gümüş, 2015). Böylece öğrenilen bilginin farklı boyutları anlaşılabilir. Nitekim öğrencilerin topoloji dersinde bilgiyi somutlaştıramamaları, onların zorluk yaşamasına neden olmuştur. Bu bağlamda öğrencilerin, sonlu/sonsuz ve sayılabilir/sayılamaz kümelerini somutlaştıramadığı için bu konularda zorluk yaşadığı belirlenmiştir.

Öğrencilerin psikolojik zorluk yaşamalarının diğer önemli sebebi ise tümleyen almayı bilmemekten kaynaklanmaktadır. Bu bağlamda öğrencilerin, kümenin sağ veya sol topolojiye göre açık mı kapalı mı olduğunu belirlenmesi noktasında zorluklar yaşadığı görülmüştür.

Hill ve Ball (2004)'a göre, öğrencilerin konuyu kavramsal olarak doğru ve etkili biçimde öğrenmeleri, öğretmenlerin bilgi ve becerileriyle doğrudan ilişkilidir. Bu nedenle öğretmenlerin konuyu anlatırken kullandığı öğretim modeli, metafor ve analojiler de öğrenci zorluklarının oluşmasını tetikleyebilir. Bu çerçevede topoloji dersinde öğretmen kaynaklı zorluklardan (pedagojik zorluklar) da bahsetmek mümkündür. Örneğin, öğretmenin konuyu kavramlar ve semboller arasında veya teorem ve ispat adımları arasında ilişki kurarak anlatmaması, pedagojik zorluklar arasında değerlendirilebilir. Bu durum, öğrencilerin konu ve kavramlar arasında bağlantı kuramamasına yol açmış ve dolayısıyla öğrencilerin zorluk yaşamasına sebep olmuştur. Benzer şekilde topolojide konuların örnek çözümü ile anlaşıldığı göz önüne alındığında, öğretmenin konu ile ilgili yetersiz örnek çözmesi veya örnek çözmemesi öğrencinin zorluk yaşamasına neden olmuştur.

6.2. ÖNERİLER

Bu çalışma, ilköğretim matematik öğretmen adaylarının karşılaştıkları zorluklar, topolojideki temel kavramlar konusunda yaptıkları hatalar ve bu hataların ve zorlukların arkasındaki sebepler ile ilgili olarak matematik eğitimcilerine önemli bilgiler vermiştir. Bu doğrultuda çalışmada elde edilen sonuçlar göz önünde bulundurulduğunda aşağıdaki öneriler sunulabilir:

- Literatüre bakıldığında topoloji üzerine yapılan çalışmalarda, topolojinin büyük çoğunlukla eğitim alanından ziyade matematiksel boyutta incelendiği görülmüştür. Literatürdeki bu boşluğu doldurmak için topolojinin eğitim ve öğretim alanı üzerine çalışmalar yapılabilir.
- Bu araştırma topolojinin temel kavramları olan alt öğrenme alanı kapsamında yapılmıştır. Aynı araştırma farklı öğrenme alanları kapsamında da yapılabilir. Konular belirlenirken ise öğrenci zorluklarıyla karşılaşılması muhtemel konuların seçilmesine özen gösterilmelidir.
- Bu çalışmanın benzeri örneklem sayısı artırılarak daha geniş bir kapsamda yapılabilir.
- Bu çalışmada, öğrenci günlüklerinin araştırmacıya öğrencinin yaşadığı zorluklarla ilgili geniş kapsamlı bilgiler verdiği görülmüştür. Bu nedenle araştırmacılara öğrenci zorluklarını belirlemeleri için öğrenci günlüklerinden yararlanmaları önerilebilir.
- Araştırmacılar, öğrencilerin söz konusu zorluklarını tespit etmek ve önüne geçebilmek amacıyla kullanılan yazma uygulamalarını süre sınırlaması olmadan daha uzun uygulama süreleri içinde yapabilirler veya buna benzer yapılacak çalışmalarda günlük dışında farklı araştırma yöntemleri kullanabilirler.
- Topolojide yer alan simge ve semboller öğrencilerin konuyu anlamlandırması noktasında sorun teşkil edebilir. Bu nedenle öğrenciler topolojinin dilini öğrenmeli ve konularda yer alan matematiksel sembolleri bilerek kullanmalıdır.

Çünkü alan dili kavramlar arasındaki ilişkiyi güçlendirir, kavramların daha doğru şekilde kullanılmasını sağlar (Köroğlu, Yavuz ve Ertem, 2003). Dolayısıyla eğitimciler topolojinin kendine özgü dilini kullanırken ifadelerin kullanılması ve anlamlandırılması üzerinde durmalıdırlar.

- Yapılan araştırma sonucunda topolojinin daha çok soyut kavramlar barındırdığı görülmektedir. Öğrencilerin soyut kavramları anlaması daha zordur. Bu anlamda öğretmenler soyut kavramları şekil, sayı doğrusu veya tablo yardımıyla modelleyerek konuyu somut hale getirmeye çalışmalıdır.
- Bu araştırma sonuçları her ne kadar öğrenci zorluklarını belirlemeye yönelik olsa da araştırmadan elde edilen veriler beraberinde birçok soruyu da gündeme getirmiştir. Örneğin topolojide karşılaşılan bu zorlukları ortadan kaldırmaya yönelik müdahale türleri yeni bir araştırma konusu olabilir.

KAYNAKLAR

Altunişik, R., Coşkun, R., Bayraktaroğlu, S., & Yildirim, E. (2004). *Sosyal bilimlerde araştırma yöntemleri SPSS uygulamalı*. Sakarya: Sakarya Kitabevi.

Akbaba Dağ, S. (2009). *Sınıf Öğretmeni Adaylarının Temel Matematik I-II Derslerine İlişkin Kavram Yanılgılarının İncelenmesi.* Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Gazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.

Akyıldız, P., & Çınar, C. (2016). İlköğretim matematik öğretmen adaylarının lineer cebir dersine yönelik tutumları ve alan dili yeterliklerinin incelenmesi. *Türk Eğitim Bilimleri Dergisi*, *14*(1), 1-22.

Ata, A. (2014). *Öğretmen adaylarının olasılık konusuna ilişkin kavramsal ve işlemsel bilgi düzeylerinin incelenmesi*. (Master's thesis, ESOGÜ, Eğitim Bilimleri Enstitüsü).

Atalay, N., Yusuf, A. Y., & Gültekin, M. (2014). İlköğretimde Serbest Etkinliklere Yönelik Sınıf Öğretmeni ve Öğrenci Görüşleri. *Kastamonu Eğitim Dergisi*, *22*(2), 419-437.

Baki, A. (2006). *Kuramdan uygulamaya matematik eğitimi*. Derya Kitabevi.

Baki, M., & Çekmez, E. (2012). İlköğretim matematik öğretmeni adaylarının limit kavramının formal tanımına yönelik anlamalarının incelenmesi. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education (TURCOMAT)*, *3*(2).

Barr, S. (2012). *Experiments in topology*. Courier Corporation.

Baker, J. D. (1996) Students’ difficulties with proof by mathematical induction, The Annual Meeting of American Educational Research Association, New York.

Batanero, C., Godino, J. D., Vallecillos, A., Green, D. E., & Holmes, P. (1994). Errors and difficulties in understanding elementary statistical concepts. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, *25*(4), 527-547.

Bayazit, İ. (2008). Fonksiyonlar konusunun öğreniminde karşılaşılan zorluklar ve çözüm önerileri. *Matematiksel Kavram Yanılgıları ve Çözüm Önerileri* içinde (ss: 91-120). Ankara: Pegem Yayınları.

Baykul, Y. (2000). *İlköğretimde matematik öğretimi: 1-5. sınıflar için*. Pegem A. Yayıncılık.

Borasi, R. (1987). Exploring mathematics through the analysis of errors. *For the learning of Mathematics, 7*(3), 2-8.

Büyüköztürk, Ş., Çakmak, E. K., Akgün, Ö. E., Karadeniz, Ş. & Demirel, F. (2010). *Bilimsel Araştırma Yöntemleri* (5. Baskı). Ankara: Pegem Akademi Yayınları.

Cornu, B. (1991). Limit In 30/05/2012. O. Tall (Ed.), Advanced Mathematical Thinking (pp. 153-166).

Darke, I. (1982). A review of research related to the topological primacy thesis. *Educational Studies in Mathematics*, *13*(2), 119-142.

Dede, Y., & Argün, Z. (2004). Matematiksel düşüncenin başlangıç noktası: Matematiksel kavramlar. *Kuram ve Uygulamada Eğitim Yönetimi Dergisi*, *39(39)*, 338-355.

Delice, A., & Karaaslan, K. G. (2016). *Topolojinin ilkokul, ortaokul ve lise matematik dersi öğretim programlarında ele alınmasının tartışılması.* Marmara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü.

Dorier, J. L. (1998). The role of formalism in the teaching of the theory of vector spaces. *Linear algebra and its applications*, *275*, 141-160.

Dubinsky, E. (1997). Some thoughts on a first course in linear algebra at the college level, *MAA NOTES, 42, 107-126.*

Erbaş, A. K., Çetinkaya, B., & Ersoy, Y. (2010). Öğrencilerin basit doğrusal denklemlerin çözümünde karşılaştıkları güçlükler ve kavram yanılgıları. *Eğitim ve Bilim*, *34*(152).

Erçerman, B. (2008). *Kavramsal ve işlemsel bilgi bağlamında lise öğrencilerinin lineer cebir bilgilerinin değerlendirilmesi.* Yüksek Lisans Tezi, Yüzüncü Yıl Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Van.

Erdem, E. (2015). *Zenginleştirilmiş Öğrenme Ortamının Matematiksel Muhakemeye ve Tutuma Etkisi.* Yayınlanmış Doktora Tezi, Erzurum: Atatürk Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü.

Fisher, K. M. (1985). A misconception in biology: Amino acids and translation. *Journal of research in Science Teaching*, *22*(1), 53-62.

Flegg, H.G. (1974). *From geometry to topology*. New York: Crane, Russak & Company, Inc.

Flegg, G. (2001). *From geometry to topology*. Courier Corporation.

Franklin, P. (1935). What is topology?. *Philosophy of Science*, *2*(1), 39-47.

Frid, S. (1992) Calculus students use of symbols", *New Directions in Algebra Education,* 69-95.

Gibson, D. (1998). Students' use of diagrams to develop proofs in an introductory analysis course. In E. Dubinsky, A. Schoenfeld & J. Kaput (Ed.), *Research on Collegiate Mathematics Education, III,* pp.284-307. AMS

Goetz, J. P., & LeCompte, M. D. (1984). Ethnography and qualitative designs in ethnographic research. *New York: Academic*.

Gökbaş, H., & Erdoğan, A. (2016) Matematik Öğretmen Adaylarının Fonksiyon Hakkındaki Kavramsal Yapıları. *Eğitim ve Öğretim Araştırmaları Dergisi, 3(20)*, 208-217.

Gökkurt, B., & Soylu, Y. (2012). Üniversite Öğrencilerinin Matematiksel İspat Yap-maya Yönelik Görüşleri. *Eğitim ve Öğretim Araştırmaları Dergisi*, *1*(4), 56-64.

Gutiérrez, A. (1996). Visualization in 3-dimensional geometry: In search of a framework. In L. Puig ve A. Gutierrez (Eds.), *Proceedings of the 20th PME International Conference, 1,* 3-19.

Güven, B., & Kosa, T. (2008). The effect of dynamic geometry software on student mathematics teachers' spatial visualization skills. *Turkish Online Journal of Educational Technology-TOJET*, *7*(4), 100-107.

Hill, H., & Ball, D. (2004). Learning mathematics for teaching: Results from California's mathematics professional development institutes. *Journal for Research in Mathematics Education, 35*(5), 330– 351.

Hilton, P. (1971). Topology in the high school. *Educational Studies in Mathematics*, 3, 436-453.

Hirsch, L. S., & O'Donnell, A. M. (2001). Representativeness in statistical reasoning: Identifying and assessing misconceptions. *Journal of Statistics Education*, *9*(2).

Hitt, F. (1998). Difficulties in the articulation of different representations linked to the concept of function. *The Journal of Mathematical Behavior*, *17*(1), 123-134.

İnan. E. (2016). *Öğrenci zorluklarının tespiti ve çözümünde matematik günlüklerinin rolü üzerine bir inceleme*. Yayınlanmamış yüksek lisans tezi, Gaziantep Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü.

Karaaslan K. G. (2013). *Ortaöğretim geometri ders programına yeni konu* önerisi: *Topoloji*. Yayımlanmamış yüksek lisans tezi, Marmara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü.

Keçeli, V., & Turanlı, N. (2013). Karmaşık sayılar konusundaki kavram yanılgıları ve ortak hatalar. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 28(28-1), 223-234.

MacGregor, M., & Stacey, K. (1997). Student’s understanding of algebraic notation: 11–15. *Educational studies in mathematics*, *33*(1), 1-19.

Makonye, J. P., & Ramatlapana, K. (2015). Mathematics education prospective teachers’ errors patterns on grade 12 mathematics. *International Journal of Educational Sciences*, *9*(2), 151-161.

Mestre, J. (1989). Hispanic and Anglo Students' Misconceptions in Mathematics. *ERIC Digest*, 1-4.

Modell, H., Michael, J., & Wenderoth, M. P. (2005). Helping the learner to learn: the role of uncovering misconceptions. *The American Biology Teacher*, *67*(1), 20-26.

Moore, R. C. (1994). Making the transition to formal proof. *Educational Studies in mathematics*, *27*(3), 249-266.

Moralı, S., Köroğlu, H., & Çelik, A. (2004). Buca Eğitim Fakültesi matematik öğretmen adaylarının soyut matematik dersine yönelik tutumları ve rastlanan kavram yanılgıları. *Gazi Üniversitesi Gazi Eğitim Fakültesi Dergisi*, *24*(1).

Moralı, S., Uğurel, I., Türnüklü, E., & Yeşildere, S. (2006). Matematik öğretmen adaylarının ispat yapmaya yönelik görüşleri. *Kastamonu Eğitim Dergisi*, *14*(1), 147-160.

Mumcu, H. Y., & Aktürk, T. (2017). Matematik Öğretmenlerinin Radyan Kavramını Anlamlandırma ve Kullanma Biçimlerinin Analizi. *Türkbilmat–3 3. Türk Bilgisayar ve Matematik Eğitimi Sempozyumu*, 104-108.

Muzangwa, J., & Chifamba, P. (2012). Analysis of Errors and Misconceptions in the Learning of Calculus by Undergraduate Students. *Acta Didactica Napocensia*, *5*(2), 1-10.

Narli, S. (2010). Do Students Really Understand Topology in the Lesson? A Case Study. *Online Submission*, *2*(3), 121-124.

Nesher, P. (1987). Towards an instructional theory: The role of student's misconceptions. *For the learning of mathematics*, *7*(3), 33-40.

Olivier, A. (1989). Handling pupils' misconceptions. *Presidential address delivered at the thirteenth national convention on mathematics, physical science and biology education, Pretoria*, 3-7.

Özbağcı, B. (2003). Topoloji nedir?, Matematik Dünyası, 3, 66.

Özmantar, M. F., Bingölbali, E., & Akkoç, H. (2008). *Matematiksel kavram yanılgıları ve çözüm önerileri.* Ankara: Pegem Akademi Yayınları.

Özyıldırım Gümüş, F. (2015). *Problem çözme stratejileri öğretiminin çözümlerdeki kavramsal-işlemsel bilgi tercihine ve performansa etkisi.* Yayınlanmış doktora tezi, Hacettepe Üniversitesi, Ankara.

Patton, M. Q. (1987). *How to use qualitative methods in evaluation* (No. 4). Sage.

Porter, N. D. (2009). *An introductory study of topology*. Southern University and Agricultural and Mechanical College.

Puncth, K. F.(2005). *Sosyal Araştırmalara Giriş*. (Çev: Bayrak, D., Arslan H.B., Akyuz Z.). Ankara: Siyasal Kitabevi.

Radatz, H. (1980). Students' errors in the mathematical learning process: a survey. *For the learning of Mathematics*, *1*(1), 16-20.

Resnick, L. B. (1983). Mathematics and science learning: A new conception. *Science Education*, 220, 477-487.

Rubenstein, R. N., & Thompson, D. R. (2001). Learning mathematical symbolism: Challenges and instructional strategies. *The Mathematics Teacher*, *94*(4), 265.

Ryan, J., & McCrae, B. (2005). Subject matter knowledge: Mathematical errors and misconceptions of beginning pre-service teachers. *In Proceedings of the 29th annual conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education. Melbourne, Australia: PME*.

Schumacher, C. S., & Siegel, M. J. (2015). Curriculum Guide to Majors in The Mathematical Sciences. *America: The Mathematical Assosiation of America*.

Shabanifar, S. (2014). *Matematik öğretmenlerinin köklü sayılar konusundaki pedagojik alan bilgilerinin öğrenci zorlukları bağlamında incelenmesi.* Yayınlanmamış doktora tezi, Atatürk Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü.

Singer, M., & Voica, C. (2003). Perception of infinity: Does it really help in problem solving. In *The Mathematics Education into the 21st Century Project Proceedings of the International Conference*.

Stavrou, S. G. (2014). Common Errors and Misconceptions in Mathematical Proving by Education Undergraduates. *Issues in the Undergraduate Mathematics Preparation of School Teachers*, 1, 1-8.

Swan, M. (2001). Dealing with misconceptions in mathematics. In Gates, P. (Ed). *Issues in Mathematics Teaching.* Routledge Palmer: London.

Şahin, S. (2011). *Öğrenci zorlukları konusunda geliştirilen bir mesleki gelişim programının matematiksel öğrenci zorluklarına gösterilen öğretmen müdahale türlerine etkisi.* Yayınlanmamış yüksek lisans tezi, Gaziantep Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü.

Şimşek, N. (2011). *Matematik öğretmen adaylarının çevre ve alan konularına ilişkin alan eğitimi bilgilerinin öğrenci zorlukları bağlamında incelenmesi,* Gazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Yüksek lisans tezi, Ankara.

Tall, D. (1993). *Students' difficulties in calculus, Proceedings of Working Group*, 3, 13– 28.

Thompson, P. W., & Silverman, J. (2008). The concept of accumulation in calculus. *Making the connection: Research and teaching in undergraduate mathematics, 73,* 43-52.

Tuna, A. & Kaçar, A. (2005). İlköğretim matematik öğretmenliği programına başlayan öğrencilerin lise 2 matematik konularındaki hazır bulunuşluk düzeyleri, *Kastamonu Eğitim Dergisi*, 13 (1), 117-128.

Turğut, M. (2010). *Teknoloji destekli lineer cebir öğretiminin ilköğretim matematik öğretmen adaylarının uzamsal yeteneklerine etkisi*, Dokuz Eylül Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Doktora Tezi, İzmir.

Türker Biber, B., & Yetkin Özdemir, I. E. (2015). Matematik öğretiminde matematiksel modelleme yaklaşımı. *Cito Eğitim: Kuram ve Uygulama*, *27*, 45-56.

Ubuz, B. (1999). 10. ve 11. sınıf öğrencilerinin temel geometri konularındaki hataları ve kavram yanılgıları. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, *17*(17), 95-104.

URAL, A. (2014). 9. Sınıf öğrencilerinin fonksiyon kavramında notasyonel hataları ve bazı kavram yanılgıları. *Kırşehir Eğitim Fakültesi Dergisi*, *15*(1), 53-63.

Ünan, Z., & Doğan, M. (2011). Sonlu ve Sayılabilir Sonsuz Kümeler ve Sayılamayan Sonsuz Kümelerin Bir Modellemesi. *NWSA: Education Sciences*, *6*(2), 1938-1950.

Van De Walle, J. A. (2013*). İlkokul ve ortaokul matematiği* (S. Durmuş, Çev.). Ankara: Nobel.

Yeşildere, S. (2007). İlköğretim matematik öğretmen adaylarının matematiksel alan dilini kullanma yeterlikleri. *Boğaziçi Üniversitesi Eğitim Dergisi*, *24*(2), 61-70.

Yıldırım, A., Şimşek, H. (2014*). Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri.* Ankara: Seçkin Yayıncılık.

Yıldırım, C. (1999). *Matematiksel Düşünme*, İstanbul: Remzi Kitabevi.

Yıldız, Ş. (2017). *Yedinci sınıf öğrencilerinin yüzdeler konusunda karşılaştıkları güçlüklerin incelenmesi*. Yüksek lisans tezi. ESOGÜ Eğitim Bilimleri Enstitüsü.

Yusof, Y. M., Rahman, R. A., Razali, M. R., Abu, M. S., Bakar, M. N. and Tiong, O. C. (1999). *Overcoming mathematical learning difficulties: a case study of collaborative research*, 375–380, Manila, Phillippine.

Zembat, İ. Ö. (2008). Kavram yanılgısı nedir?, M. F. Özmantar, E. Bingölbali ve H. Akkoç (Ed.) *Matematiksel kavram yanılgıları ve çözüm önerileri* içinde (ss. 1-8). Ankara: Pegem Akademi Yayınevi.

Weber, K. (2006). Investigating and teaching the processes used to construct proofs. *Research in Collegiate Mathematics Education*, 6, 197-232.

ÖZGEÇMİŞ

Seray Doğan, 1992 yılında Gaziantep'te doğdu. İlk ve orta öğrenimini Gaziantep'te tamamladı. Gaziantep Üniversitesi Eğitim Fakültesi İlköğretim Matematik Öğretmenliği Bölümü'nden 2014 yılında mezun oldu. 2016 yılında Eğitim Bilimleri Enstitüsü'nde Matematik Eğitimi alanında yüksek lisans eğitimine başladı. 2015 yılında Kilis'te matematik öğretmeni olarak göreve başlamış olup, 2016 yılından itibaren ise Gaziantep'te 8 Şubat Ortaokulu'nda görev yapmaktadır.

VITAE

Seray Doğan was born in 1992, in Gaziantep. She attended primary and secondary school in Gaziantep. She graduated from the Department of Elementary Math Teaching, Faculty Education at Gaziantep University in 2014. In the 2016, she started his Master's in department of Mathematic Education at Gaziantep University Institute of Education. In 2015 she started work as a mathematics teacher, since 2016 she has been working at 8 Şubat Secondary School.